

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Ecole Nationale Polytechnique  
Département d'Automatique  
Laboratoire de Commande des Processus



# Thèse de Doctorat Troisième Cycle en Automatique

**Option :**

Automatique des systèmes de  
conversion d'énergie

Présentée par :

**REBAI Aissa**

Master en Automatique de l'ENP

**Intitulée:**

## **Contribution à l'identification et la commande des systèmes à hystérésis : Application aux actionneurs piézoélectriques**

Soutenue publiquement le 09/03/2016 devant le jury composé de :

D. BOUKHETALA	Professeur à l'ENP	Président
K. GUESMI	Professeur à l'Université de Djelfa	Rapporteur
B. HEMICI	Professeur à l'ENP	Rapporteur
A. BENALIA	Maître de Conférences -A- à l'Université de Laghouat	Examineur
K. BENMANSOUR	Professeur à l'ESDAT	Examineur
M. TADJINE	Professeur à l'ENP	Examineur

Thèse préparée au sein du Laboratoire de Commande des  
Processus de l'ENP  
10, avenue Pasteur BP 182 El-  
Harrach Alger

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## Avant-propos

Le travail présenté dans cette thèse a été effectué au sein du Laboratoire de Commande des Processus (LCP) de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger (ENP), sous la direction de Monsieur Boualem Hemici, Maître de Conférences à l'ENP et Monsieur Kamel Guesmi, Professeur à l'Université de Djelfa. Je tiens à les remercier pour la confiance qu'ils m'ont témoignée en acceptant de diriger ce travail. Leur disponibilité et leurs encouragements durant de longues années m'ont été d'un grand apport pour l'aboutissement de ce travail.

Je tiens à remercier vivement Monsieur Djamel Boukhetala, Professeur à l'ENP, pour m'avoir fait l'honneur d'accepter de présider le jury.

Que Monsieur Tadjine Mohamed trouve, ici l'expression de ma profonde gratitude, pour avoir accepté d'examiner et critiquer cette thèse.

Je remercie très profondément Monsieur Atallah Benalia, Maître de Conférences à l'Université de Laghouat, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant d'être membre de jury.

Que Monsieur Khelifa Benmansour, Maître de Conférences à l'ESDAT de Réghaïa, trouve ici ma respectueuse gratitude pour avoir accepté de prendre part à ce jury.

Je souhaite aussi remercier tous les enseignants de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, et en particulier, mes professeurs d'Automatique qui m'ont encadrés auparavant et tous mes enseignants pour les connaissances qu'ils m'ont transmis, leur disponibilité et leurs efforts.

Que tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce modeste travail trouvent ici l'expression de ma sincère gratitude.

Que tous mes amis et collègues trouvent ici le témoignage de mon amitié et de ma reconnaissance.

Enfin, je ne pourrais terminer sans remercier toute ma famille pour son soutien pendant toutes mes études et particulièrement ma mère.

*À ma mère.*

## Résumé

### ملخص

الهدف من هذه الأطروحة يركز بشكل أساسي على موضوعين رئيسيين. الأول يكمن في تحديد وتوصيف الأنظمة اللاخطية والتي فيها استيريزيس، ويتعلق الثاني بمشكلة التحكم بهذا النوع الأنظمة. المحرك الكهرضغطي أخذ كنموذج تطبيق للتحقق من صحة الحلول المختلفة وتقييم الأداء المحصل عليه. لدينا ثلاثة مساهمات في موضوع التحديد تركز على استغلال مبدأ التباين بحد أدنى، الحساب الناطق، والمنطق المبهم لتوصيف النظم و الاقتراب أكثر من سلوك النظام الفيزيائي. أما فيما يتعلق بمشكلة التحكم، تحتوي المخطوطة على ثلاثة مساهمات في هذا المجال. هذه المنهجيات مبنية على الحساب الناطق لصقل إجراءات التحكم، ووضع انزلاق والتأزر لتعزيز الأداء المحصل عليه بمفهومي الاستقرار والمتانة.

**كلمات مفتاحية:** أنظمة لاخطية، استيريزيس، محركات كهروضغطية، تحديد، تباين بحد أدنى، تحكم، أوضاع الانزلاق، المنطق المبهم، تحكم التأزر، الحساب الناطق.

### Abstract

The objective of this thesis deals, mainly, with two major topics. The first is the identification and the characterization of hysteretic systems and the second is dedicated to the control problem of such kind of systems. A prototype piezoelectric actuator is considered as example to validate the various suggested solutions and to evaluate their performances. On the identification topic, there are three contributions that deal with the use of minimum variance principle, fractional calculus and fuzzy logic to describe better the system behavior and to obtain a model response closer to the physical system behavior. On the control topic, the manuscript contains three contributions. They are the approaches based on fractional calculus to refine the control action, the sliding mode and the synergetic control to consolidate the obtained performances by stability and robustness concepts.

**Keywords :** Non-linear systems, Hysteresis, Piezoelectric actuators, Identification, Minimum variance, Control, Sliding mode, Fuzzy logic, Synergetic control, Fractional calculus.

### Résumé

L'objectif de cette thèse porte, principalement, sur deux thèmes majeurs. Le premier consiste à l'identification et la caractérisation des systèmes à hystérésis et le second porte sur la problématique de commande de ce genre de systèmes. Un actionneur piézoélectrique prototype est considéré comme exemple d'application pour valider les différentes solutions proposées et évaluer les performances obtenues. Sur le thème identification on a trois contributions qui portent sur l'exploitation du principe de minimum variance, du calcul fractionnaire et la logique floue afin de mieux caractériser les systèmes à hystérésis et rapprocher le plus au comportement du système physique. En ce qui concerne la problématique de commande, le manuscrit contient trois contributions à la littérature du domaine. Il s'agit des approches basées sur le calcul fractionnaire pour affiner l'action de commande, le mode glissant et le synergétique pour consolider les performances obtenues par les deux concepts stabilité et robustesse.

**Mots-clés :** Systèmes non-linéaires, Hystérésis, Actionneurs piézoélectriques, Identification, Minimum variance, Commande, Modes glissants, Logique floue, Commande Synergétique, Calcul fractionnaire.

# Table des matières

<b>Avant-propos</b>	<b>ii</b>
<b>Résumé</b>	<b>v</b>
<b>Table des matières</b>	<b>viii</b>
<b>Table des figures</b>	<b>x</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xi</b>
<b>Introduction Générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Généralités sur les systèmes à hystérésis</b>	<b>4</b>
1.1 Introduction . . . . .	5
1.2 Définition de l’hystérésis . . . . .	5
1.3 Modèles mathématiques de l’hystérésis . . . . .	7
1.3.1 Modèle de Preisach . . . . .	7
1.3.2 Modèle de Prandtl-Ishlinskii . . . . .	10
1.3.3 Modèle MRC (Maxwell Resistance Capacitance) . . . . .	14
1.3.4 Modèle de Duhem . . . . .	16
1.3.5 Modèle de Bouc-Wen . . . . .	18
1.4 Stratégies d’identification de l’hystérésis . . . . .	21
1.4.1 Identification par les moindres carrés . . . . .	21
1.4.2 Identification par les moindres carrés récursifs . . . . .	23
1.4.3 Identification par les algorithmes génétiques . . . . .	24
1.4.4 Identification par l’essaim de particules . . . . .	26

1.4.5	Identification par les réseaux de neurones . . . . .	27
1.5	Stratégies de commande des systèmes à hystérésis . . . . .	30
1.5.1	Commande en boucle ouverte . . . . .	30
1.5.2	Commande en boucle fermée . . . . .	32
1.6	Conclusion . . . . .	33
<b>2</b>	<b>Actionneurs piézoélectriques</b>	<b>34</b>
2.1	Introduction . . . . .	35
2.2	Piézoélectricité . . . . .	35
2.2.1	Définition et historique . . . . .	35
2.2.2	Matériaux piézoélectriques . . . . .	36
2.2.3	Équations de la piézoélectricité . . . . .	38
2.2.4	Modes de vibrations . . . . .	39
2.3	Actionneurs piézoélectriques . . . . .	41
2.3.1	Principe de fonctionnement des actionneurs piézoélectriques . . . . .	41
2.3.2	Caractéristiques des actionneurs piézoélectriques . . . . .	41
2.3.3	Domaines d'application des actionneurs piézoélectriques . . . . .	42
2.4	Modélisation d'un actionneur piézoélectrique . . . . .	42
2.4.1	Bimorphe piézoélectrique à trois couches . . . . .	42
2.4.2	Analyse du bimorphe piézoélectrique sans force externe . . . . .	45
2.4.3	Analyse du bimorphe piézoélectrique avec force externe et champ électrique . . . . .	48
2.4.4	Modélisation dynamique du bimorphe piézoélectrique avec hystérésis . . . . .	51
2.5	Conclusion . . . . .	51
<b>3</b>	<b>Identification des systèmes à hystérésis</b>	<b>52</b>
3.1	Introduction . . . . .	53
3.2	Identification de l'hystérésis par le principe de minimum variance . . . . .	53
3.2.1	Méthode des moindres carrés étendus . . . . .	54
3.2.2	Description de l'approche proposée . . . . .	55
3.2.3	Exemple d'application . . . . .	56
3.3	Identification de l'hystérésis par un modèle fractionnaire . . . . .	57
3.3.1	Calculs fractionnaire . . . . .	57
3.3.2	Systèmes d'ordre fractionnaire . . . . .	60
3.3.3	Description de l'approche proposée . . . . .	61
3.3.4	Exemple d'application . . . . .	63
3.4	Identification floue de l'hystérésis . . . . .	66
3.4.1	Rappels sur la logique floue . . . . .	66

3.4.2	Description de l'approche proposée . . . . .	68
3.4.3	Exemple d'application . . . . .	70
3.5	Conclusion . . . . .	71
<b>4</b>	<b>Commande des systèmes à hystérésis</b>	<b>72</b>
4.1	Introduction . . . . .	73
4.2	Commande fractionnaire . . . . .	73
4.2.1	Modèle mathématique de l'actionneur piézoélectrique . . . . .	73
4.2.2	Contrôleurs PID-flou d'ordre fractionnaire . . . . .	74
4.2.3	Conception d'un contrôleur PID-flou fractionnaire optimal . . . . .	75
4.2.4	Résultats de simulation . . . . .	78
4.3	Commande par modes glissants . . . . .	82
4.3.1	Position du problème . . . . .	82
4.3.2	Conception d'une commande par modes glissants adaptative floue . . . . .	84
4.3.3	Résultats de simulation . . . . .	89
4.4	Commande synergétique . . . . .	91
4.4.1	Position du problème . . . . .	92
4.4.2	Conception d'une commande synergétique adaptative floue . . . . .	92
4.4.3	Résultats de simulation . . . . .	95
4.5	Conclusion . . . . .	98
	<b>Conclusion Générale</b>	<b>99</b>
	<b>A Outils mathématiques utilisés</b>	<b>102</b>
	<b>B Description du software développé RIM</b>	<b>104</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>107</b>

## Table des figures

1.1	Cycles majeur et mineurs de la non-linéarité hystérésis	7
1.2	Opérateur $\gamma_{\alpha\beta}$	8
1.3	Concept du modèle de Preisach	8
1.4	Diagrammes $y - u$ et $\alpha - \beta$	9
1.5	Opérateur d'hystérésis de PI	11
1.6	Modèle d'hystérésis de PI	12
1.7	Opérateur de saturation	13
1.8	Comportement force-déplacement d'un élément simple	14
1.9	Comportement force-déplacement de $n$ éléments	15
1.10	Relation force-déplacement [Ism09]	18
1.11	Mécanisme des moindres carrés	21
1.12	Gène et chromosome dans un algorithme génétique [Siv07]	24
1.13	Organigramme conventionnel d'un algorithme génétique	25
1.14	Identification d'un système par l'utilisation d'un réseau RBF [Dan07]	29
1.15	Structure d'un réseau RBF [Dan07]	29
1.16	Schéma du commande en boucle ouverte	31
1.17	Schéma de commande en boucle fermée	32
2.1	Découplage électro-élastique dans la piézoélectricité	36
2.2	Illustration de la pyroélectricité	36
2.3	Bimorphe piézoélectrique à trois couches [Low95]	44
2.4	Poutre bimorphe piézoélectrique à trois couches [Low95]	48
3.1	Schéma d'identification proposé	56
3.2	Actionneur piézoélectrique APA-120ML	57

3.3	Résultats d'identification d'un actionneur piézoélectrique . . . . .	58
3.4	Validation du modèle proposé . . . . .	59
3.5	Résultats d'identification d'un actionneur piézoélectrique par un modèle fractionnaire	64
3.6	Validation du modèle fractionnaire d'un actionneur piézoélectrique . . . . .	65
3.7	Comparaison du modèle fractionnaire avec un modèle entier . . . . .	65
3.8	Structure de base d'un système flou . . . . .	67
3.9	Étapes d'identification . . . . .	70
3.10	Résultats d'identification d'un actionneur piézoélectrique par un modèle flou . . . . .	71
4.1	Modèle de l'actionneur utilisé . . . . .	74
4.2	Structure proposée du PID-flou d'ordre fractionnaire [Reb14c, Reb14a] . . . . .	75
4.3	Table d'inférence (stratégie de commande) . . . . .	76
4.4	Fonctions d'appartenance de l'erreur et sa dérivée fractionnaire . . . . .	76
4.5	Fonctions d'appartenance de la sortie du contrôleur flou . . . . .	77
4.6	Surface de contrôle . . . . .	77
4.7	Schéma du PID-flou fractionnaire optimal [Reb15d] . . . . .	78
4.8	Organigramme de l'algorithme du PSO . . . . .	79
4.9	Commande fractionnaire d'un actionneur piézoélectrique . . . . .	81
4.10	Performance de l'actionneur à un signal en escalier . . . . .	81
4.11	Courbe de l'hystérésis générée par le modèle de Backlash . . . . .	83
4.12	$d(u)$ avec $\alpha = 1, \alpha = 5, \alpha = 10$ . . . . .	84
4.13	Schéma complet de la commande adaptative floue par modes glissants . . . . .	90
4.14	Commande adaptative floue par mode glissant d'un système à hystérésis . . . . .	91
4.15	Schéma complet de la commande synergétique adaptative floue . . . . .	96
4.16	Commande adaptative floue synergétique d'un système à hystérésis . . . . .	97
B.1	Fenêtre principale de RIM . . . . .	105
B.2	Menu de RIM . . . . .	105
B.3	Choix de la technique d'identification . . . . .	106
B.4	Paramètres d'identification . . . . .	106
B.5	Résultats d'identification . . . . .	106
B.6	Validation du modèle . . . . .	106
B.7	Fermeture RIM . . . . .	106

## Liste des tableaux

2.1	Grandeurs des équations de la piézoélectricité [Yan05]	39
2.2	Modes de déformation d'une céramique piézoélectrique [Bul05]	40
2.3	Domaines d'applications des actionneurs piézoélectriques	43
3.1	Paramètres d'identification	63
4.1	Paramètres du modèle de l'actionneur	74
4.2	Signification des paramètres	77
4.3	Valeurs des paramètres du PSO	80
4.4	Paramètres optimaux des contrôleurs	80
4.5	Comparaison entre PID classique, PID-flou et PID-flou fractionnaire	82
4.6	Paramètres de simulation	96

## Introduction Générale

Le phénomène non-linéaire hystérésis existe dans divers domaines, variant de la mécanique à l'économie, de la physique à l'électronique, et de la biosciences à l'hydrologie terrestre. Dans certains domaines, les effets d'hystérésis peuvent apporter des bénéfices. Par exemple, l'effet hystérésis peut fournir un mécanisme qui améliore la robustesse des fonctions cellulaires contre les perturbations aléatoires en biologie cellulaire [Tan09]. Dans le marketing, l'effet d'hystérésis peut créer un intérêt d'investissement de long terme pour les entreprises et les sociétés des pays [Han01]. Cependant, dans la majorité des domaines, les effets d'hystérésis sont couramment considérés comme des influences non souhaitables. L'exemple le plus connu est les actionneurs à base des matériaux intelligents, tels que les actionneurs piézoélectriques [Rak11, Ru09], les actionneurs magnétostrictifs [Smi01, Liu13] et les actionneurs à base d'alliages à mémoire de forme (AMF) [Kte01, Ric13]. Beaucoup d'études ont montré que les non-linéarités non lisses, comme l'hystérésis, dégradent d'une façon notable les performances de ces actionneurs, ou même entraînent l'instabilité des systèmes de commande. La non-linéarité hystérésis est non lisse, non différentiable, et généralement inconnue. Pour ces raisons, la modélisation et la commande des systèmes présentant les effets d'hystérésis devient un sujet intéressant et un grand défi.

Pour relever un tel défi, plusieurs modèles ont été proposés dans la littérature pour décrire le comportement de l'hystérésis et synthétiser les lois de commandes adéquates. Ces modèles peuvent être classifiés en deux catégories : modèles obtenus à travers les lois physiques et modèles obtenus en utilisant les données expérimentales. Dans la première catégorie, on peut citer comme exemple le modèle de Jiles-Atherton [Lau14]. Néanmoins, l'utilisation de ce genre de modèles est limitée dû à leur complexité. Dans la deuxième catégorie, on peut trouver une variété de modèles qu'ont été développés tels que le modèle de Preisach [Don14b], modèle de Duhem [Hui11], modèle de Bouc-Wen [Ort15], modèle de Prandtl- Ishlinskii et ses généralisations [Liu14c] et le modèle de Backlash [Ma14].

La commande des systèmes non-linéaires avec hystérésis inconnue a été toujours une tâche difficile. Un nombre important de travaux de recherche traitent ce problème en utilisant principalement, la stratégie de commande en boucle ouverte par la construction du modèle inverse ou les techniques de commande adaptatives robustes. Le travail sur la commande en boucle ouverte des systèmes à hystérésis a été abordé par Tao and Kokotovic [Tao95]. Les résultats obtenus ont montré que cette technique peut compenser les effets d'hystérésis et achever les performances désirées. Dans [Ros10], les modèles de Jiles-Atherton et de Preisach sont employés pour identifier un système électromagnétique, et l'hystérésis est compensée par l'inversion du modèle des deux approches. Dans [Jan12], la non-linéarité hystérésis dans les actionneurs intelligents est identifiée et compensée par le modèle de Prandtl-Ishlinskii et son inverse. Cette approche est étendue au modèle de Prandtl-Ishlinskii généralisé dans [Liu14b]. L'état de l'art de la commande en boucle ouverte des systèmes hystérétiques est présenté dans la section 1.5.1 du prochain chapitre.

La deuxième famille des techniques est la commande adaptative robuste. Le premier travail dans ce sens est développé par Su et al. [Su00]. Les auteurs de [Fen10] ont proposé un schéma de commande robuste pour une classe de systèmes non-linéaires avec entrée hystérésis en exploitant les caractéristiques du modèle de Duhem. Dans [Zha14], une commande adaptative basée sur la technique du backstepping et la fonction de Nussbaum est conçue pour une classe de systèmes non-linéaires incertains. Plus de détails sur cette technique de commande sont présentés dans la section 1.5.2 du chapitre 1.

Dans ce travail de thèse, on s'intéresse à la résolution des problèmes liés aux phénomènes hystérésis et notre contribution est concrétisée sur deux parties à savoir l'identification des systèmes à hystérésis et la commande de ce type de systèmes. Les contributions fondamentales de cette thèse sont :

- Proposition des nouvelles techniques d'identification pour les systèmes à hystérésis.
- Comparaison de ces méthodes avec des méthodes existantes dans la littérature.
- Exploitation des avantages du calcul fractionnaire pour le développement d'un contrôleur flou pour les systèmes à hystérésis.
- Conception des lois de commande adaptatives floues (modes glissants et synergétique) avec le relâchement de certaines hypothèses pour cette classe de systèmes.

Le reste de cette thèse est organisé comme suit :

*Le premier chapitre* est consacré principalement à la présentation des systèmes à hystérésis. Une étude de synthèse exhaustive sur les différentes approches existantes pour la modélisation et la commande des systèmes à hystérésis est établie pour voir les différents problèmes existants.

*Le deuxième chapitre* présente des généralités sur les actionneurs piézoélectriques. Ce genre de dispositifs est utilisé dans ce manuscrit pour tester et évaluer les performances des approches d'identification et de commande proposées. Un modèle dynamique d'un actionneur piézoélectrique est élaboré et utilisé, ensuite, pour la conception d'un contrôleur flou pour cette classe de systèmes.

*Le troisième chapitre* présente trois schémas d'identification qui portent sur l'exploitation du principe de minimum variance, du calcul fractionnaire et la logique floue afin de mieux caractériser les systèmes à hystérésis et rapprocher le plus au comportement du système physique.

*Le quatrième chapitre* est dédié à la conception des schémas de commande adaptative floue pour les systèmes hystérétique. Dans ce chapitre, trois approches sont proposées. Il s'agit des approches basées sur le calcul fractionnaire pour affiner l'action de commande, le mode glissant, la logique floue et le synergétique pour consolider les performances obtenues par les deux concepts stabilité et robustesse. Pour toutes les approches proposées, dans ce chapitre, l'analyse de la stabilité du système est effectuée par la méthode de Lyapunov. De plus, pour chaque approche, des exemples de simulation sont donnés pour montrer et mettre en évidence ses performances.

# Généralités sur les systèmes à hystérésis

## Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>5</b>
<b>1.2</b>	<b>Définition de l'hystérésis</b>	<b>5</b>
<b>1.3</b>	<b>Modèles mathématiques de l'hystérésis</b>	<b>7</b>
1.3.1	Modèle de Preisach	7
1.3.2	Modèle de Prandtl-Ishlinskii	10
1.3.3	Modèle MRC (Maxwell Resistance Capacitance)	14
1.3.4	Modèle de Duhem	16
1.3.5	Modèle de Bouc-Wen	18
<b>1.4</b>	<b>Stratégies d'identification de l'hystérésis</b>	<b>21</b>
1.4.1	Identification par les moindres carrés	21
1.4.2	Identification par les moindres carrés récursifs	23
1.4.3	Identification par les algorithmes génétiques	24
1.4.4	Identification par l'essaim de particules	26
1.4.5	Identification par les réseaux de neurones	27
<b>1.5</b>	<b>Stratégies de commande des systèmes à hystérésis</b>	<b>30</b>
1.5.1	Commande en boucle ouverte	30
1.5.2	Commande en boucle fermée	32
<b>1.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>33</b>

---

## 1.1 Introduction

Au cours de la dernière décennie, un grand nombre de travaux de recherche a été dédié à l'étude du phénomène non-linéaire dit hystérésis dans plusieurs domaines. Elle présente un défi majeur dans la mesure où nous ne disposons pas ou pas assez d'outils et de méthodes généraux pour la description et l'analyse de ce phénomène.

L'étude dans ce contexte comporte deux principaux axes : modélisation et commande. Dans le premier, il existe deux manières pour décrire le comportement d'un système à hystérésis ; soit par des lois de la physique et cette technique est rarement utilisée vu sa complexité ; soit par l'approximation mathématique du phénomène observé. Dans notre manuscrit on se limite à cette dernière et on désigne par le mot modèle la description mathématique obtenue. Dans ce cadre, plusieurs modèles ont été développés dans la littérature et peuvent être classés en deux catégories. La première regroupe les modèles qui utilisent des opérateurs pour caractériser l'hystérésis alors que dans la seconde les modèles sont basés sur des équations différentielles. Les modèles ainsi obtenus servent, généralement, à décrire le phénomène d'hystérésis de plusieurs matériaux et dans divers contextes. Néanmoins, la non prise en compte de l'aspect physique du système lors du développement du modèle le rend difficile à comprendre et compliquent l'interprétation des résultats obtenus.

Dans l'axe de commande l'objectif est de forcer le système à atteindre la référence désirée tout en compensant les effets indésirables de l'hystérésis. Dans ce domaine, il existe trois grandes familles : celle des techniques basées sur l'utilisation du modèle inverse du système et opèrent en boucle ouverte, celle des approches fonctionnant en boucle fermée et la troisième qui contient les méthodes combinant la boucle fermée avec le feedforward.

Dans la suite nous allons caractériser le phénomène hystérésis et nous donnons une vue générale sur les différentes techniques de modélisation et approches de commande existantes dans la littérature.

## 1.2 Définition de l'hystérésis

L'origine du mot *hystérésis* est Grec. Il vient du mot Grec *hysteron* qui signifie *être en retard*. Malgré la succession des études dans ce domaine, le phénomène hystérésis n'a pas été défini et interprété d'une façon unique et universelle. Des définitions ont été données au fil du temps et varient d'un domaine à un autre et d'un chercheur à un autre.

Généralement, on peut se référer à une relation entre deux quantités dépendantes du temps, prenant la forme de cycles et ne peut être exprimée par une fonction à valeur unique [Bro96]. Comme l'a

souligné I. D. Mayergoyz [May03], cette description peut être trompeuse et peut créer l'impression que le concept cycle est l'essence de l'hystérésis. Afin d'éviter toute confusion et ambiguïté nous allons adopter, le long de ce manuscrit, la définition donnée par le physicien Écossais Alfred Ewing [Ewi85].

**Définition :** *Quand il y a deux quantités  $M$  et  $N$ , tels que les variations cycliques de  $N$  provoquent des variations cycliques de  $M$ , alors si les changements de  $M$  sont en retard par rapport à ceux de  $N$ , on peut dire qu'il y a une hystérésis dans le rapport entre  $M$  et  $N$ .*

La non-linéarité hystérésis a quelques caractéristiques essentielles, telles que la mémoire, l'effacement de l'histoire, la congruence, les cycles mineurs et majeur, et ainsi de suite.

Tout d'abord, la caractéristique principale de l'hystérésis est la mémoire. C'est à dire que la sortie de la non-linéarité hystérésis dépend non seulement de la valeur d'entrée courante, mais également influencée par l'historique antérieur des entrées. Une autre propriété importante de l'hystérésis est l'effacement de l'histoire qui est étroitement lié à la mémoire. Tout maximum local de la valeur d'entrée efface la mémoire impressionnée par les précédents maxima locaux les plus petits. De même, tout minimum local de la fonction d'entrée efface la mémoire impressionnée par les précédents minima locaux les plus grands. La propriété de congruence signifie que, quel que soit l'historique d'entrée, les cycles mineurs correspondant aux variations des entrées entre les mêmes deux valeurs consécutives d'extremum sont congruent [May03]. Les propriétés de congruence et de l'effacement de l'histoire sont deux propriétés essentielles de la non-linéarité hystérésis.

Le cycle majeur de l'hystérésis est le contour de la région de l'hystérésis et les cycles mineurs existent à l'intérieur du cycle majeur, comme montré sur la figure 1.1. Il est à noter que même si les cycles majeur et mineurs sont largement apparissent dans la non-linéarité hystérésis dans les actionneurs à base des matériaux intelligents, il y a des modèles d'hystérésis qui ne peuvent pas produire les cycles mineurs.

En plus des propriétés mentionnées ci-dessus, les cycles d'hystérésis peuvent être décrits comme des cycles symétriques et asymétriques. La non-linéarité hystérésis dans certains actionneurs à base des matériaux intelligents, tels que les actionneurs piézoélectriques, possèdent des formes proches des symétriques. Alors que dans certains autres actionneurs comme les actionneurs magnétostrictifs, on remarque que les cycles d'hystérésis sont asymétriques. De plus, autres actionneurs comme les actionneurs AMF, possèdent une saturation de sortie.

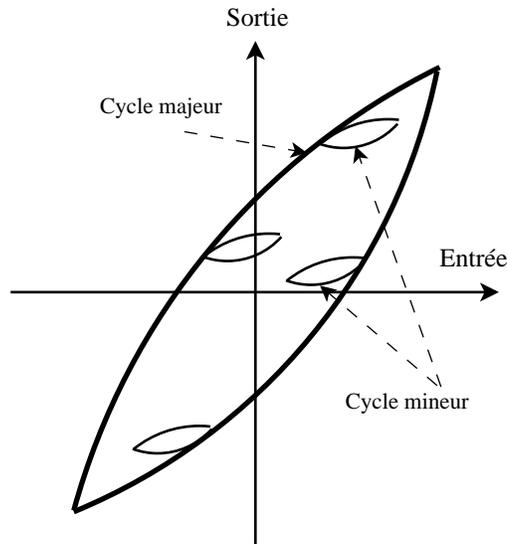


Figure 1.1 – Cycles majeur et mineurs de la non-linéarité hystérésis

## 1.3 Modèles mathématiques de l'hystérésis

Les sections suivantes présentent des modèles d'hystérésis typiquement utilisés dans les travaux de recherche [Reb13].

### 1.3.1 Modèle de Preisach

Le modèle de Preisach est l'un des modèles les plus utilisés pour la description de l'hystérésis dans les matériaux magnétiques [Hon88, May03]. Ce modèle a été proposé par le physicien Allemand *Preisach* en 1935 [Pre35]. Le modèle de Preisach a pris une considérable attention pendant beaucoup d'années, parce qu'il décrit le phénomène d'hystérésis d'une manière théoriquement simple et mathématiquement élégante.

Comme mentionné ci-dessus, la non-linéarité dans certains actionneurs à base des matériaux intelligents, tels que les actionneurs piézoélectriques, diffère de celle des matériaux magnétiques. Pour cela, il y a des modifications à faire pour utiliser le modèle de Preisach pour cette classe d'actionneurs [Ge95, Ge97]. Ge et Jouaneh [Ge95, Ge97] ont modifié le modèle de Preisach pour décrire l'hystérésis dans un actionneur piézoélectrique. Ces modifications sont :

- L'opérateur de Preisach  $\gamma_{\alpha\beta}(u(t))$ , qui est utilisé dans le modèle, devrait être modifié selon 0 ou +1 au lieu de  $-1$  ou  $+1$ , puisque l'actionneur piézoélectrique se compose des matériaux en céramique polarisé.
- Une polarisation piézocéramique fixe est produite en raison de la polarisation mécanique (la

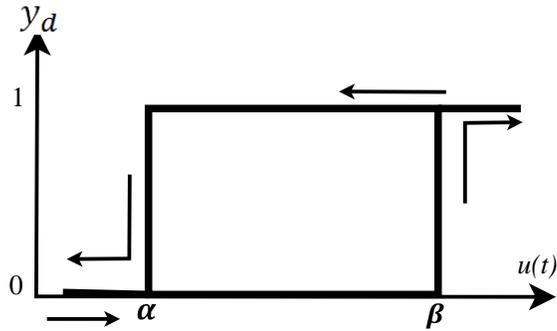


Figure 1.2 – Opérateur  $\gamma_{\alpha\beta}$

charge initiale appliquée aux actionneurs piézoélectriques).

Généralement, le modèle de Preisach est exprimé par une intégrale double comme suit :

$$y(t) = \iint_{\alpha \geq \beta} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha\beta}(u(t)) d\alpha d\beta \tag{1.1}$$

où  $y(t)$  est le déplacement de l'actionneur,  $u(t)$  la tension d'entrée,  $\mu(\alpha, \beta)$  une fonction de pondération connue par le nom fonction de distribution de Preisach et  $\gamma_{\alpha\beta}(u(t))$  l'opérateur d'hystérésis qui peut prendre deux valeurs 0 ou +1 selon la direction de l'entrée  $u(t)$ . Les nombres  $\alpha$  et  $\beta$  correspondent respectivement aux valeurs de basculement haut et bas de l'entrée  $u(t)$  comme montré dans la figure 1.2.

Le déplacement total est l'addition de plusieurs opérateurs et des fonctions de pondération qui sont reliés en parallèle. La figure 1.3 illustre le concept de l'intégrale dans ce modèle.

L'utilisation du modèle de Preisach dans la modélisation de l'hystérésis nécessite une connaissance de la fonction de distribution de Preisach. Plusieurs approches analytiques et expérimentales ont été

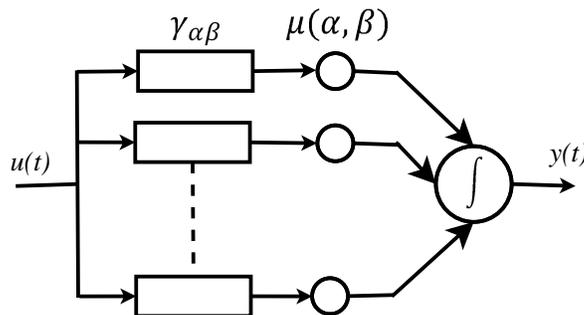
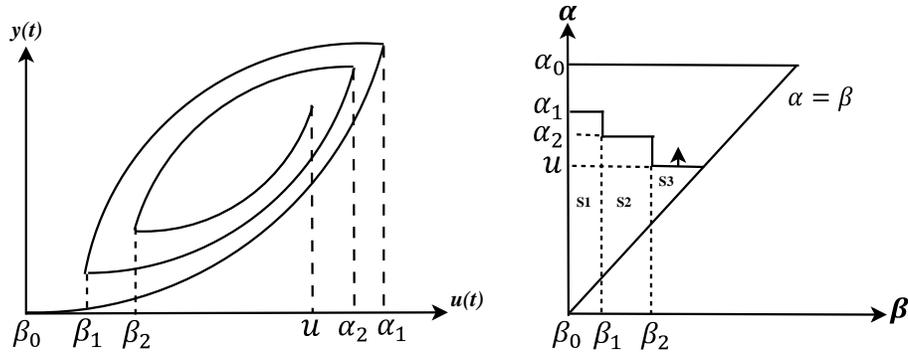


Figure 1.3 – Concept du modèle de Preisach


 Figure 1.4 – Diagrammes  $y - u$  et  $\alpha - \beta$ 

développées pour la détermination de cette fonction [Ber92, Ber98, Fin06]. Cependant, ces méthodes nécessitent le calcul du double intégrale qui est, généralement, difficile. Pour simplifier la tâche, un modèle numérique plus simple est présenté par le triangle  $\alpha - \beta$  et son diagramme  $y - u$  correspondant pour apporter une contribution visuelle pour l'utilisateur [May86, Doo85]. Pour comprendre la solution du triangle  $\alpha - \beta$ , on considère l'historique d'une entrée consistant une augmentation ou une diminution de tension comme montre la figure 1.4. La tension augmente de  $\beta_0$  à  $\alpha_1$ , puis diminue à  $\beta_1$  et ce cycle est répété périodiquement. Chacune d'augmentation et de diminution de la tension formera un rectangle  $S_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  dans lesquels l'intégration sur la surface de chaque rectangle donne le déplacement total de l'actionneur [Son99].

On obtient :

$$y(t) = \iint_{S^+} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta = \iint_{S_1} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta + \iint_{S_2} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta + \dots \quad (1.2)$$

La résolution numérique de cette intégrale nous donne :

$$y(t) = [y(\alpha_1, \beta_0) - y(\alpha_1, \beta_1)] + [y(\alpha_2, \beta_1) - y(\alpha_2, \beta_2)] + y(u(t), \beta_2) \quad (1.3)$$

En général, on a :

$$y(t) = \sum_{k=1}^{n-1} [y(\alpha_k, \beta_{k-1}) - y(\alpha_k, \beta_k)] + y(u(t), \beta_{n-1}) \quad (1.4)$$

Si l'arrêt de tension est situé verticalement dans l'axe  $\beta$ , le déplacement de l'actionneur est calculé numériquement par :

$$y(t) = [y(\alpha_1, \beta_0) - y(\alpha_1, \beta_1)] + [y(\alpha_2, \beta_1) - y(\alpha_2, \beta_2)] + [y(\alpha_3, \beta_2) - y(\alpha_3, u(t))] \quad (1.5)$$

Ou sous forme d'une somme :

$$y(t) = \sum_{k=1}^{n-1} [y(\alpha_k, \beta_{k-1}) - y(\alpha_k, \beta_k)] + [y(\alpha_n, \beta_{n-1}) - y(\alpha_n, u(t))] \quad (1.6)$$

avec :

$$y(\alpha_k, \beta_{k-1}) = y(\alpha_k) - y(\beta_{k-1}) \quad (1.7)$$

Le modèle de Preisach présente des bonnes performances dans la description de l’hystérésis dans les basses fréquences, mais l’exactitude de ce modèle est graduellement détériorée par l’augmentation de la fréquence du signal d’entrée de l’actionneur [Hu03]. Ce modèle a été modifié dans [Rag03] par l’utilisation d’un triangle de mailles plus fines et des fonctions de pondérations pour estimer le comportement hystéretique avec plus d’exactitude. Plusieurs travaux expérimentaux [May03] ont prouvés que la non-linéarité hystérésis peut dévier sensiblement la propriété de congruence, et pour éliminer ces limitations le modèle de Preisach a été généralisé dans [Hej90, May88]. G. Bertotti [Ber92] a utilisé le modèle généralisé de Preisach pour la description de l’hystérésis dans les matériaux magnétiques. Les auteurs dans [Ge97, Mra01] ont utilisé ce modèle pour la modélisation de l’hystérésis dans les actionneurs piézoélectriques. Dans [Kuc10], le modèle de Preisach généralisé est identifié en utilisant la fonction d’Everett. Dans [Don14b], le modèle de Preisach à deux entrées est utilisé pour l’identification de l’hystérésis dans les actionneurs piézoélectriques. Ce modèle a été comparé avec le modèle classique de Preisach et a montré des bons résultats. Les auteurs de [Li14a] ont utilisé le modèle de Preisach pour décrire le comportement des actionneurs magnétostrictifs, et l’hystérésis est compensée par une structure multiplicative inverse du modèle de Preisach. Le modèle de Preisach a été aussi utilisé pour l’identification des systèmes de Hammerstein étendus dans [Fan15].

### 1.3.2 Modèle de Prandtl-Ishlinskii

Une autre sous-classe importante du modèle de Preisach est le modèle de Prandtl-Ishlinskii (PI). L’avantage principal de cette approche par rapport à l’opérateur de Preisach classique c’est qu’elle est moins complexe [Ang03].

#### 1.3.2.1 L’opérateur de Prandtl-Ishlinskii (PI)

L’opérateur élémentaire dans le modèle d’hystérésis de PI est défini par :

$$h(t) = H_r[u, h_0](t) = \max\{u(t) - r, \min\{u(t) + r, h(t - T)\}\} \quad (1.8)$$

Où :

- $u(t)$  : le signal d’entrée
- $h(t)$  : la sortie d’hystérésis
- $r$  : l’entrée de seuil
- $T$  : la période d’échantillonnage

La condition initiale de (1.8) est donnée par :

$$h(0) = \max\{u(0) - r, \min\{u(0) + r, h_0\}\}$$

Où :  $h_0 \in \Re$

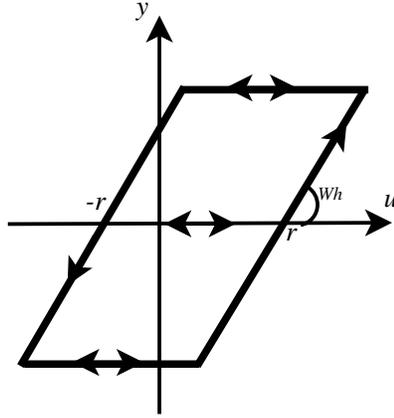


Figure 1.5 – Opérateur d'hystérésis de PI

On multiplie l'opérateur  $H_r$  par un gain  $w_h$ , l'opérateur généralisé est donné par :

$$h(t) = w_h H_r[u, h_0](t)$$

$w_h$  définit le gain de l'opérateur ( $w_h = \frac{h}{u}$ ,  $w_h = 1$  représente une pente de  $45^\circ$ ), et peut être considéré comme un rapport entre les vitesses par analogie mécanique (figure 1.5).

Une non-linéarité hystérésis complexe peut être modélisée par une superposition linéaire de plusieurs opérateurs avec différentes valeurs de  $r$  et  $w_h$ .

$$h(t) = \vec{w}_h^T \vec{H}_r[u, \vec{h}_0](t) \quad (1.9)$$

avec :

$$\begin{aligned} w_h^T &= [w_{h0} \ w_{h1} \dots \ w_{hn}] \\ H_r[u, y_0](t) &= [H_{r0}[u, h_{00}](t) \ H_{r1}[u, h_{01}](t) \dots \ H_{rn}[u, h_{0n}](t)]^T \\ r &= [r_0 \ r_1 \dots \ r_n]^T \\ h_0 &= [h_{00} \ h_{1n} \dots \ h_{0n}]^T \end{aligned}$$

L'opérateur d'hystérésis de PI est caractérisé par la courbe de chargement initiale (figure 1.6). C'est une branche spéciale traversée par (1.9) et qui est variée par une entrée monotone croissante avec un état initialisé à zero (c.-à-d.  $h(0) = 0$ ). La courbe de chargement initiale est définie en fonction de  $r$  et  $w_h$ .

$$\phi(r) = \sum_{j=0}^i w_{hj}(r - r_j), \quad r_i \leq r \leq r_{i+1}, \quad i = 0, \dots, n$$

La pente de la courbe à l'intervalle  $i$  est définie par  $w_{hi}$  :

$$W_{hi} = \frac{d}{dr} \phi(r) = \sum_{j=0}^i w_{hj}$$

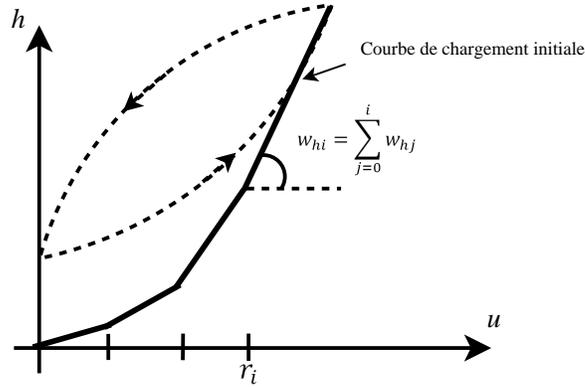


Figure 1.6 – Modèle d’hystérésis de PI

La trajectoire de l’opérateur de PI au-delà de la courbe de chargement initiale avec une entrée non négative est montrée sur la figure 1.6. Le cycle d’hystérésis constitué par l’opérateur de PI ne fait pas retour à zéro ce qui ressemble l’hystérésis d’un actionneur piézoélectrique.

### 1.3.2.2 L’opérateur de Prandtl-Ishlinskii modifié

L’opérateur de PI a hérité la propriété de symétrie de l’opérateur représenté sur la figure 1.5 autour du centre du cycle constitué par l’opérateur. La plupart des cycles hystérésis des actionneurs réels ne sont pas symétriques ceci affaiblit l’exactitude du modèle de PI. Pour surmonter cette propriété excessivement restrictive, un opérateur de saturation est combiné en série avec l’opérateur de l’hystérésis :

$$S_d[u](t) = \begin{cases} \max\{u(t) - d, 0\} & , d > 0 \\ u(t) & , d = 0 \end{cases}$$

$$y(t) = w_s^T S_d[u](t)$$

où :

$h$  : la sortie de l’opérateur de l’hystérésis

$y$  : la réponse de l’actionneur

$w_s^T = [w_{s0} \dots w_{sm}]$  : le vecteur gain

$S_d[u](t) = [S_{d0}[u](t) \dots S_{dm}[u](t)]^T$  : le vecteur de seuil

avec :  $0 = d_0 < r_n < d_1 < \dots < d_m$ . Les intervalles entre  $d_1$  et  $d_m$  sont choisis égaux. Le dernier intervalle de l’opérateur de l’hystérésis  $r_n$  est choisi pour qu’il soit au point milieu de la gamme d’entrée (figure 1.7).

L’opérateur de PI est ainsi :

$$y(t) = \Gamma[u](t)$$

$$= w_s^T S_d[w_h^T \cdot H_r[u, h_0]](t) \tag{1.10}$$

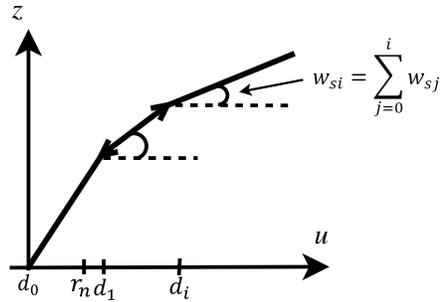


Figure 1.7 – Opérateur de saturation

### 1.3.2.3 Identification des paramètres

Pour trouver les paramètres du modèle d'hystérésis, on doit d'abord mesurer expérimentalement les réponses de l'actionneur soumis à quelques entrées. Ensuite, on définit les valeurs de  $r$  et  $d$  comme ils sont décrit précédemment. Les paramètres  $w_h$  et  $w_s$  sont déterminés par l'application d'un algorithme de moindres carrés de (1.10) à la réponse mesurée de l'actionneur.

Beaucoup de papiers ont été publiés sur la description de l'hystérésis par le modèle de PI. Guo et al. [Guo15] ont développé un modèle de PI modifié d'hystérésis pour former un contrôleur feedforward pour un mécanisme de flexure. Dans [Lin15], le modèle PI est utilisé pour la modélisation de l'hystérésis dans un système d'actionneur comprenant des muscles artificiels pneumatiques. Dans ce travail, les algorithmes génétiques sont utilisés pour l'identification des paramètres du modèle. Li et al. [Li14b] ont utilisé le modèle asymétrique de PI et son inverse pour la description de l'hystérésis et le développement d'une loi de commande adaptative pour un actionneur magnétostrictif. Dans [Yan13a], l'hystérésis des actionneurs piézoélectriques a été identifiée par le modèle de PI généralisé. Les paramètres de ce modèle ont été identifiés par la méthode d'essaim de particules modifiée. Dans [Hed14], une version étendue du modèle de PI généralisé a été présentée. Les paramètres de ce modèle ont été estimés par l'utilisation d'une méthode d'identification convexe non-paramétrique. Sayyaadi et al. [Say12] ont proposé une approche basée sur l'inverse du modèle de PI généralisé pour la commande de la position des actionneurs à base d'alliages à mémoire de forme (AMF). Dans [Yan14], une nouvelle approche basée sur le modèle de PI est proposée pour la modélisation de l'hystérésis où l'inverse du modèle peut être directement estimé à partir des données mesurées. Zhang et al. [Zha15] ont proposé des nouveaux schémas pour la compression optimale du modèle de PI généralisé.

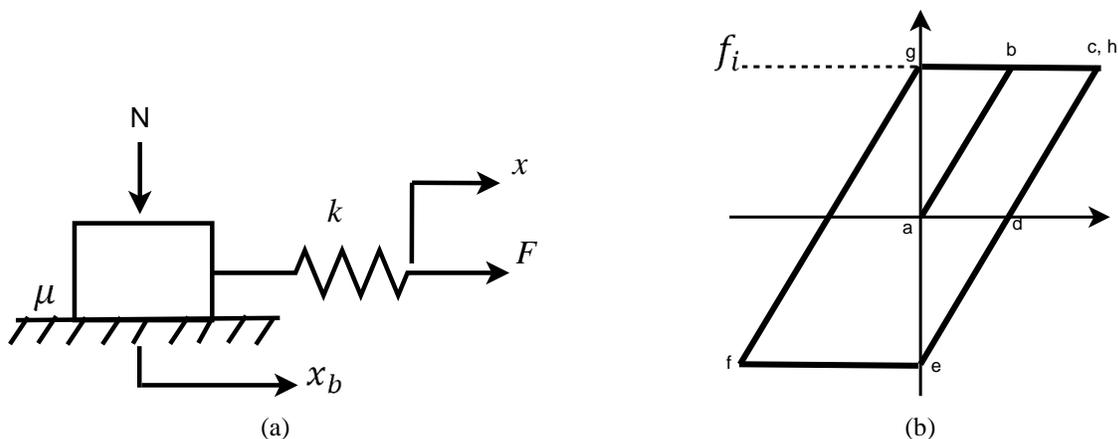


Figure 1.8 – Comportement force-déplacement d’un élément simple

### 1.3.3 Modèle MRC (Maxwell Resistance Capacitance)

Dans la plupart des systèmes physiques, le comportement de l’hystérésis est le résultat du stockage de l’énergie qui est fondamentalement couplé à la dissipation. Mécaniquement, un tel comportement peut être modélisé par la combinaison d’un ressort idéal, qui représente le stockage d’énergie pur, couplé à un élément pur de frottement de Coulomb. Cette analogie est la base pour décrire l’hystérésis dans les actionneurs piézoélectriques [Go197]

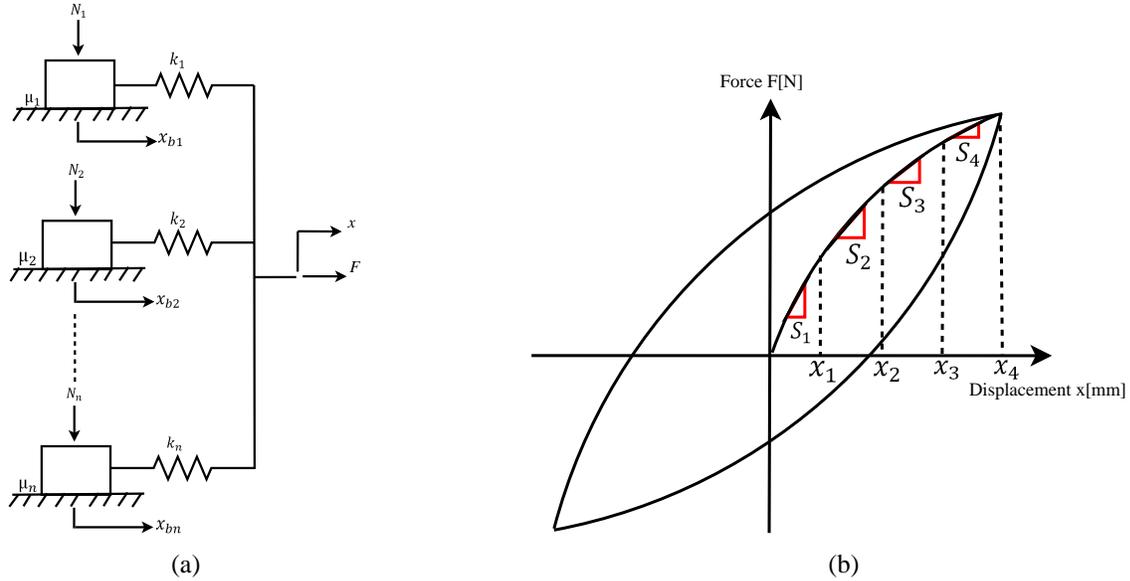
La figure 1.8a illustre un simple élément qui se compose d’un ressort linéaire sans masse et d’un bloc sans masse qui est soumis au frottement de Coulomb  $F$ . Le rapport pour cet élément est décrit par :

$$F = \begin{cases} k(x - x_b) & \text{si } |k(x - x_b)| < f \\ f \operatorname{sgn}(\dot{x}), x_b = x - \frac{f}{k} \operatorname{sgn}(\dot{x}) & \text{si non} \end{cases}$$

où :

- $x$  : le déplacement de l’entrée
- $F$  : la force de sortie
- $k$  : le coefficient d’amortissement du ressort
- $f$  : la force de frottement détaché du bloc
- $x_b$  : la position du bloc

La relation entre la force appliquée et le déplacement de sortie est représentée sur la figure 1.8b. De  $a$  à  $b$ , le ressort est allongé, mais pas de mouvement de bloc se produit jusqu’à ce que la force appliquée atteigne la force de Coulomb  $f_i$ . Au point  $b$ , le mouvement de glissement commence et il continue jusqu’au point  $c$  où le mouvement inverse est lancé. Du point  $c$  à  $e$ , le ressort est comprimé,


 Figure 1.9 – Comportement force-déplacement de  $n$  éléments

mais pas de mouvement de bloc se produit. Encore une fois, le glissement est démarré à partir du point  $e$  à  $f$  où la force appliquée atteint  $-f_i$  [Tja06, Tja07, Has14].

Pour une entrée de déplacement suffisante, le rapport entre la force appliquée et le déplacement montrera le comportement de l'hystérésis. Si on mis en parallèle plusieurs éléments chacun soumis à une force normale plus importante, le rapport simple de la figure 1.8b devient une approximation linéaire par morceaux de l'hystérésis comme il est montré sur la figure 1.9a [Qua09]. Cette construction a été au début formulée par le mathématicien et le physicien James C. Maxwell. Le comportement constitutif du système de la figure 1.9b contenant  $n$  éléments peut être décrit par :

$$F_i = \begin{cases} k_i(x - x_{b_i}) & \text{si } |k_i(x - x_{b_i})| < f_i \\ f_i \operatorname{sgn}(\dot{x}), x_{b_i} = x - \frac{f_i}{k_i} \operatorname{sgn}(\dot{x}) & \text{si non} \end{cases}$$

$$F = \sum_{i=1}^n F_i$$

La rigidité instantanée du système  $S_i$  apparaît comme la somme des ressorts élémentaires.

Combinant la dynamique linéaire de second ordre de l'actionneur piézoélectrique et le modèle élasto-glissant non-linéaire nous permet de caractériser le comportement dynamique total d'un actionneur piézoélectrique pour la modélisation et la commande [Go197].

Afin d'exprimer le modèle MRC en termes de tension et de charge, un modèle mathématique est proposé [Yeh06]. Ce modèle ajoute un élément de ressort non-linéaire au reste des éléments linéaires du modèle MRC pour capturer les deux cycles symétrique et asymétrique de l'hystérésis. Enfin, le modèle inverse est utilisé pour la commande de la position d'un actionneur piézoélectrique.

Dans le domaine biomédicale, un modèle MRC est utilisé comme un modèle quasi-statique paramétrique localisé pour capturer l'hystérésis existante dans les dynamiques pneumatiques des muscles artificiels afin de gérer la stratégie de commande en termes de force d'entrée appliquée pour contrôler la longueur du muscle [Min11]. De même, un modèle électromécanique est développé pour la modélisation et la commande de la structure piézoélectrique [Qua09].

En dépit de certaines applications mentionnées ci-dessus, l'un des problèmes dans le modèle MRC correspond à la courbe ascendante de l'hystérésis. A cet instant du temps, les actionneurs intelligents doivent commencer à partir d'un état de relaxation qui n'est pas facilement acquis dans la pratique [Mir13]. Cette raison donne lieu à restreindre l'application du modèle MRC dans la modélisation de la non-linéarité hystérésis dans les matériaux intelligents.

### 1.3.4 Modèle de Duhem

Le modèle de Duhem est un modèle dynamique qui a été proposé pour la modélisation de l'hystérésis par P. Duhem en 1897 [Duh97]. Il a été décrit par des équations différentielles, et la sortie du modèle dépend du changement de la direction de l'entrée.

L'équation différentielle du modèle de Duhem est donnée par la relation :

$$\frac{dh}{dt} = \alpha \cdot \left| \frac{du}{dt} \right| \cdot [f(u) - h] + \frac{du}{dt} \cdot g(u) \quad (1.11)$$

où  $\alpha$  est une constante positive.

Pour utiliser le modèle de Duhem, les trois conditions suivantes doivent être satisfaites :

1.  $f(\cdot)$  est lisse par morceaux, monotone, croissante, impaire et :

$$\lim_{u \rightarrow +\infty} f'(u) < \infty$$

2.  $g(\cdot)$  est continue par morceau, paire et :

$$\lim_{u \rightarrow +\infty} g(u) = \lim_{u \rightarrow +\infty} f'(u)$$

3.  $f'(u) > g(u) > \alpha e^{\alpha u} \int_u^{\infty} |f'(\zeta) - g(\zeta)| e^{-\alpha \zeta} d\zeta$  pour  $u > 0$ .

La solution de (1.11) est donnée par :

$$h = f(u) + [h_0 - f(u_0)]e^{-\alpha(u-u_0)\text{sgn}(\dot{u})} + e^{-\alpha u \text{sgn}(\dot{u})} \int_{u_0}^v [g(\zeta) - f'(\zeta)]e^{\alpha\zeta \text{sgn}(\dot{u})} d\zeta \quad (1.12)$$

avec  $u$  et  $h$  sont l'entrée et la sortie de l'hystérésis respectivement.

La solution ci-dessus peut être simplifiée par :

$$h = f(u) + \varphi(u) \quad (1.13)$$

La bornitude de la fonction  $\varphi(u)$  est une propriété importante dans le développement d'une loi de commande pour un système à hystérésis [Fen09]. Cette propriété est vérifiée par la simplification de la solution (1.12).

Si l'entrée  $u$  croît alors  $\text{sgn}(\dot{u}) = 1$  et la solution sera :

$$h_l = f(u) + [h_0 - f(u_0)]e^{-\alpha(u-u_0)} + e^{-\alpha u} \int_{u_0}^v [g(\zeta) - f'(\zeta)]e^{\alpha\zeta} d\zeta \quad (1.14)$$

Et si  $u$  décroît, alors l'expression (1.12) devient :

$$h_u = f(u) + [h_0 - f(u_0)]e^{-\alpha(u_0-u)} + e^{\alpha u} \int_{u_0}^v [g(\zeta) - f'(\zeta)]e^{\alpha\zeta} d\zeta \quad (1.15)$$

Évidemment, selon la condition 2, on peut obtenir :

$$\lim_{u \rightarrow +\infty} [h_l - f(u)] = 0 \quad (1.16)$$

$$\lim_{u \rightarrow -\infty} [h_u - f(u)] = 0 \quad (1.17)$$

Ainsi, on peut conclure que le terme  $\varphi(u)$  est borné, et  $\varphi(u) \rightarrow 0$  quand  $u \rightarrow +\infty$  [Fen10].

Le grand défi dans ce modèle est le choix des fonctions  $f(u)$  et  $g(u)$  qui dépendent du tension d'entrée et influent sur les performances du modèle et la courbe de l'hystérésis [Mir13]. Afin d'approximer ces fonctions, une approche polynômiale est proposée on se basant sur le théorème de Weierstrass [Hui11]. Finalement, les coefficients de ces polynômes sont estimés par la méthode des moindres carrés récursifs.

Le modèle de Coleman-Hodgdon, cas particulier du modèle de Duhem, est utilisé pour modéliser un système à non-linéarité hystérésis [Du09]. Ensuite, dans ce travail, une commande robuste par modes glissants est proposée pour atténuer l'effet d'hystérésis en utilisant le modèle Coleman-Hodgdon sans construire le modèle inverse.

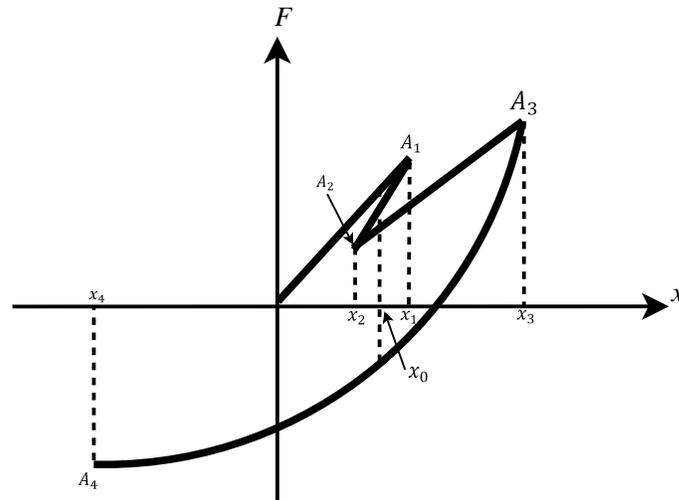


Figure 1.10 – Relation force-déplacement [Ism09]

De même, le modèle de Duhem peut être fusionné à une loi de commande robuste pour atteindre la précision désirée dans la performance de poursuite [Fen09]. Comme dit précédemment, puisque le modèle de Duhem est basé sur une equation différentielle, la construction du modèle inverse est une tâche difficile. Ce facteur a motivé Feng et al. [Fen09] pour présenter un contrôleur non-linéaire adaptatif basé sur le modèle de Duhem pour assurer la stabilité globale du système malgré l’hystérésis inconnue existante dans le système.

Sur la base de l’identification effectuée pour un actionneur magnétostrictif géant (AMG), une combinaison d’un modèle linéaire-nonlinéaire est obtenue pour modéliser les caractéristiques dynamiques du AMG. En utilisant ce modèle, une commande robuste par modes glissants est conçue pour améliorer les performances de poursuite par rapport aux régulateurs linéaires [Wan08].

### 1.3.5 Modèle de Bouc-Wen

Le point de départ du modèle de Bouc-Wen est le papier de R. Bouc en 1971 [Bou71], où il a proposé une description mathématique du phénomène d’hystérésis.

On considère la figure 1.10, où  $F$  est une force et  $x$  un déplacement. Quatre valeurs de  $F$  correspondent à un point unique  $x = x_0$ , ceci signifie que  $F$  n’est pas une fonction. Si l’on considère que  $x$  est une fonction de temps, alors la valeur de la force à un instant  $t$  dépendra non seulement de la valeur de déplacement  $x$ , mais également des valeurs du passé de  $x$ . On suppose que le graphe de la figure 1.10 reste le même pour toutes les fonctions croissantes  $x(\cdot)$  entre 0 et  $x_1$ , et pour les fonctions décroissantes  $x(\cdot)$  entre les valeurs  $x_1$  et  $x_2$ , etc [Bou71]. Pour préciser la forme du fonctionnel  $F$ ,

[Bou71] a proposé la forme suivante :

$$\frac{dF}{dt} = g(x, F, \text{sgn}(\dot{x})) \frac{dx}{dt} \quad (1.18)$$

On considère l'équation :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + F(t) = p(t) \quad (1.19)$$

Pour une entrée donnée  $p(t)$  et des conditions initiales :  $\frac{dx}{dt}(t_0)$ ,  $x(t_0)$  et  $F(t_0)$  à un instant initial  $t_0$ , les équations (1.18) et (1.19) décrivent complètement un oscillateur d'hystérésis.

Bouc a noté qu'il est difficile de donner explicitement la solution de (1.18) parce que la fonction  $g$  est non-linéaire. Pour cette raison ; Bouc a proposé l'utilisation d'une variante de l'intégrale de Stieltjes pour définir la fonction  $F$  :

$$F(t) = \mu^2 x(t) + \int_{\beta}^t H(V_s^t) dx(s) \quad (1.20)$$

Où  $\beta \in [-\infty, +\infty]$  est l'instant de temps après où le déplacement et la force sont définis. Le terme  $V_s^t$  est la variation totale de  $x$  dans l'intervalle  $[s, t]$ . La fonction  $H$  est choisie de telle manière à satisfaire quelques propriétés mathématiques compatibles avec la propriété hystérésis. Ce qui suit est un exemple de ce choix donné dans [Bou71] de sorte que ces propriétés mathématiques soient satisfaisantes.

$$H(u) = \sum_{i=1}^N A_i e^{-\alpha_i u}, \text{ avec } \alpha_i > 0. \quad (1.21)$$

Les équations (1.19)-(1.21) peuvent être alors écrites sous la forme :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \mu^2 x + \sum_{i=1}^N Z_i = p(t) \quad (1.22)$$

$$\frac{dZ_i}{dt} + \alpha_i \left| \frac{dx}{dt} \right| Z_i - A_i \frac{dx}{dt} = 0; i = 1, \dots, N. \quad (1.23)$$

Les équations (1.22)-(1.23) sont ce qui est maintenant connu par le modèle de Bouc. L'équation (1.23) a été développée par Y. K. Wen [Wen76] pour décrire des forces de reconstitutions avec hystérésis sous la forme qui constitue le modèle de Bouc-Wen [Ha05] :

$$\begin{cases} \dot{z} = -\alpha |\dot{x}| z^n - \beta \dot{x} |z|^n + A \dot{x} & \text{si } n \text{ impair} \\ \dot{z} = -\alpha |\dot{x}| z^{n-1} |z| - \beta \dot{x} z^n + A \dot{x} & \text{si } n \text{ pair} \end{cases} \quad (1.24)$$

où  $A$ ,  $\alpha$  and  $\beta$  sont des paramètres déterminant la forme de l'hystérésis et  $n$  et un nombre entier.

Dans ce contexte, on peut trouver des myriades de modèles proposés dans la modélisation et la commande de l'hystérésis. Pour modéliser la non-linéarité hystérésis dans un amortisseur magnéto-rhéologique, un modèle innovant d'identification est utilisé pour estimer les paramètres du modèle de Bouc-Wen [Bah10]. Pour transformer le modèle de Bouc-Wen en modèle dynamique, ce modèle est formulé avec un modèle linéaire de Hammerstein dans lequel l'ancien modélise l'hystérésis statique dans un actionneur piézoélectrique tandis que ce dernier est utilisé pour modéliser l'hystérésis dynamique dans une gamme de fréquence relativement basse de  $1\text{ Hz}$  à  $100\text{ Hz}$  [Zhe12].

Le modèle de Bouc-Wen peut être également appliqué avec différents types de contrôleurs. Dans [GB10], trois lois de commande sont définies en termes de contrôleur PID pour la commande du micro-positionnement d'un actionneur piézoélectrique modélisé par le modèle d'hystérésis de Bouc-Wen. Le régulateur PID avec paramètres variant dans le temps a présenté de meilleures performances de poursuite.

Pour évaluer la combinaison des modèles flous de type T-S avec les algorithmes génétiques dans la conception des systèmes de commande, la linéarisation du modèle de Bouc-Wen est effectuée par une règle floue de type T-S et les paramètres du modèle sont estimés par un algorithme génétique. Un contrôleur basé sur une approche LMI est, ensuite, conçu pour stabiliser le système d'une façon optimale [Yu08].

Alternativement, une commande PD-floue est utilisée pour un actionneur piézoélectrique modélisé par le modèle de Bouc-Wen [Yu06]. Les résultats de simulation montrent que le contrôleur est robuste vis-à-vis les perturbations externes.

Afin d'améliorer les performances du système non-linéaire, une commande backstepping est proposée pour un actionneur piézoélectrique dans [Pay09]. Tout d'abord, le modèle de Bouc-Wen est établi pour modéliser l'hystérésis dans l'actionneur, puis la commande backstepping est conçue en se basant sur les paramètres du modèle. Finalement, les performances de cette commande sont comparées avec un PID linéaire. Dans le domaine des commandes non-linéaires, une commande adaptative à modèle de référence est développée pour un élément piézoélectrique mobile dans [Cha06].

Puisque le modèle de Bouc-Wen n'est pas inversible, un least square support vector machine (LSSVM) de Bouc-Wen est conçu pour identifier et compenser l'hystérésis sans avoir besoin du modèle inverse [Xu13]. Dans un autre travail de recherche, une approche basée sur la structure multiplicative inverse est proposée pour concevoir un compensateur pour l'hystérésis dans un actionneur piézoélectrique qui est décrit par le modèle de Bouc-Wen [Rak11]. D'autres travaux de recherche sur le modèle de Bouc-Wen peuvent être consultés dans [Dom12, Hab14, Qia14, Lau14, Ort13, Ort15].

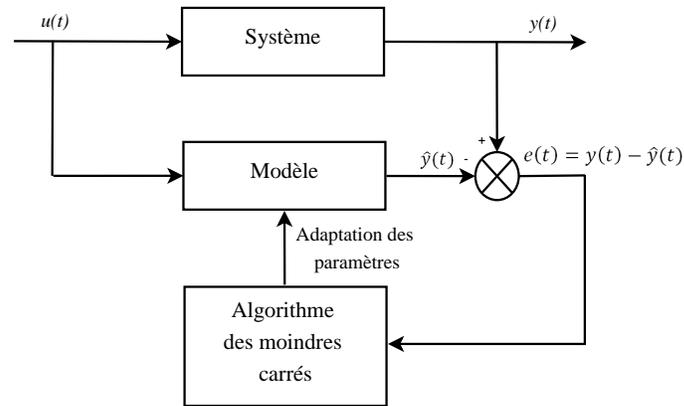


Figure 1.11 – Mécanisme des moindres carrés

## 1.4 Stratégies d'identification de l'hystérésis

Comme vu dans la section précédente, la majorité des modèles proposés dans la littérature pour la description de l'hystérésis se composent de plusieurs paramètres pour établir la forme de la courbe d'hystérésis. En premier lieu, un modèle approprié doit être assigné pour décrire correctement le comportement non-linéaire du système, puis les paramètres du modèle proposé doivent être estimés. Cette question peut être examinée de deux différents points de vue. Dans la première, un identifiant peut être conçu et substitué au modèle du système pour imiter le comportement du système réel avec minimum d'erreur. Ce type d'identification est connu par l'identification non-paramétrique. Dans la deuxième, les paramètres du modèle proposé peuvent être estimés par des outils d'optimisation. Ce genre d'identification est connu par l'identification paramétrique dans laquelle les paramètres du système sont estimés en utilisant plusieurs méthodes telles que les moindres carrés, moindres carrés récursifs, les algorithmes génétiques, et l'optimisation par essaim de particules, etc.

### 1.4.1 Identification par les moindres carrés

Dans cette stratégie, le modèle est souvent présenté sous forme d'une régression linéaire. Les paramètres du modèle seront estimés par l'algorithme des moindres carrés par l'utilisation des données expérimentaux. Le mécanisme de cette méthodologie est montré sur la figure 1.11.

Les modèles, les plus utilisés, sont énumérés ci-dessous [Reb14f] :

$$\text{ARX} : A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) + e(t) \quad (1.25)$$

$$\text{ARMAX} : A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t) \quad (1.26)$$

$$\text{ARMA} : A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) \quad (1.27)$$

$$\text{DARMA} : A(q^{-1})y(t) = C(q^{-1})e(t) \quad (1.28)$$

où  $y$  est le vecteur de sortie,  $u$  le vecteur d'entrée,  $e$  un bruit blanc de moyenne nulle et de variance constante,  $q$  l'opérateur de retard et

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + \sum_{i=1}^{n_A} a_i q^{-i} \\ B(q^{-1}) &= \sum_{i=1}^{n_B} b_i q^{-i} \\ C(q^{-1}) &= 1 + \sum_{i=1}^{n_C} c_i q^{-i} \end{aligned} \quad (1.29)$$

Les modèles mentionnés ci-dessus peuvent être transformés sous la forme suivante :

$$y(t) = \varphi^T(t)\theta + e(t) \quad (1.30)$$

avec  $y$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$  représentent, respectivement, la sortie du système, le vecteur des paramètres qui doivent être identifiés par la méthode des moindres carrés et le vecteur des mesures. Par exemple, pour un modèle ARX, ces vecteurs sont donnés par :

$$\theta^T = [a_1, \dots, a_{n_A}, b_1, \dots, b_{n_B}] \quad (1.31)$$

$$\varphi^T = [-y(t-1), \dots, -y(t-n_A), u(t-1-d), \dots, u(t-d-n_B)] \quad (1.32)$$

Si l'on suppose que  $\hat{\theta}$  est l'estimation de  $\theta$ , la sortie estimée  $\hat{y}$  est :

$$\hat{y}(t) = \varphi^T(t)\hat{\theta} \quad (1.33)$$

A partir de (1.30)-(1.33), on définit le critère  $J_1$  :

$$\min_{\hat{\theta}} J_1 = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N [y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}]^2 \quad (1.34)$$

Minimisons ce critère, on trouve :

$$\frac{\partial J_1}{\partial \hat{\theta}} = \sum_{t=1}^N \left( -\varphi(t) [y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}] \right) = 0 \Rightarrow \sum_{t=1}^N \varphi(t)y(t) = \left[ \sum_{t=1}^N \varphi(t)\varphi^T(t) \right] \hat{\theta} \quad (1.35)$$

Finalement, en faisant l'inverse, les paramètres inconnus peuvent être estimés comme suit [Goo84] :

$$\hat{\theta}_N = \left[ \sum_{t=1}^N \varphi(t)\varphi^T(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \varphi(t)y(t) \quad (1.36)$$

Concernant l'identification des systèmes par la méthode des moindres carrés, une fonction de densité de probabilité à deux variables est utilisée dans le modèle de Preisach pour capturer l'hystérésis dans les alliages à mémoire de forme et les matériaux ferromagnétiques [Kte01]. Une approche de modèle inverse adaptative est également utilisée pour la commande du micro-positionnement d'un actionneur piézoélectrique dans laquelle l'hystérésis est modélisée mathématiquement et les paramètres du modèle sont adaptés par la méthode des moindres carrés [Ru09]. Un nouvel opérateur hystérétique est proposé dans [Ma14] pour construire un modèle d'hystérésis dont les paramètres sont estimés par la méthode des moindres carrés. Cette méthode a été aussi utilisée pour optimiser les paramètres d'un modèle d'hystérésis basé sur les filtres RII adaptatifs [Don14a].

## 1.4.2 Identification par les moindres carrés récursifs

Cette méthode est un outil pour estimer les paramètres inconnus d'un système de manière dynamique. Cette méthode est la version étendue de l'algorithme des moindres carrés. En effet, si l'on considère :

$$\left[ \sum_{t=1}^N \varphi(t)\varphi^T(t) \right] = \bar{R}(t) \quad (1.37)$$

$$\sum_{t=1}^N \varphi(t)y(t) = f(t) \quad (1.38)$$

alors nous obtenons :

$$\hat{\theta}_t = \bar{R}^{-1}(t)f(t) \quad (1.39)$$

où  $\bar{R}(t)$  et  $f(t)$  peuvent être réécrits comme suit :

$$\bar{R}(t) = \lambda(t)\bar{R}(t-1) + \varphi(t)\varphi^T(t) \quad (1.40)$$

$$f(t) = \lambda(t)f(t-1) + \varphi(t)y(t) \quad (1.41)$$

$0 < \lambda(t) < 1$  est le facteur d'oubli. Remplaçons (1.41) dans (1.39) pour avoir :

$$\bar{R}(t) = \lambda(t)\bar{R}(t-1) + \varphi(t)\varphi^T(t) \quad (1.42)$$

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \bar{R}^{-1}(t)\varphi(t) \left[ y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1) \right] \quad (1.43)$$

Le calcul de l'inverse de  $\bar{R}(t)$  est un processus long. Pour maîtriser ce problème, le lemme d'inversion matricielle (voir Lemme 1 de l'annexe A) est utilisé pour éliminer  $\bar{R}^{-1}(t)$  de (1.43). Par l'utilisation de ce lemme, l'algorithme des moindres carrés récursifs devient :

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{R(t-1)\varphi(t)}{\lambda(t) + \varphi^T(t)R(t-1)\varphi(t)} \left[ y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1) \right] \quad (1.44)$$

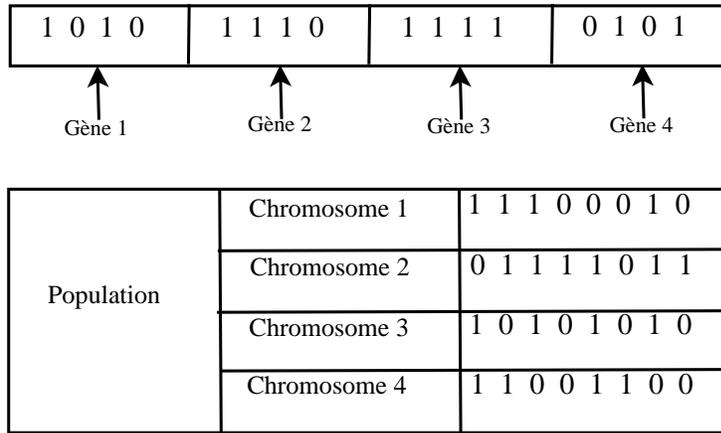


Figure 1.12 – Gène et chromosome dans un algorithme génétique [Siv07]

$$R(t) = \frac{1}{\lambda(t)} \left[ R(t-1) - \frac{R(t-1)\varphi(t)\varphi^T(t)R(t-1)}{\lambda(t) + \varphi^T(t)R(t-1)\varphi(t)} \right] \quad (1.45)$$

où  $R(t)$  est le gain d'adaptation. Ces relations montrent la version récursive de l'algorithme des moindres carrés et permettent son utilisation pour l'estimation on-line des paramètres [Lan06]. L'hystérésis dans les actionneurs piézoélectriques peut être caractérisée par des modèles NMAX et NARMAX [Den09]. Les paramètres de ces modèles sont estimés par la méthode des moindres carrés récursifs. Par ailleurs, les équations dynamiques d'un mécanisme d'entraînement d'impact, comprenant deux masses et un élément piézoélectrique, sont implémentées et le modèle de Bouc-Wen a été utilisé pour la description de l'hystérésis de l'actionneur piézoélectrique [Ha05]. Après l'identification des paramètres, par la méthode des moindres carrés récursifs, le modèle inverse est utilisé comme contrôleur feedforward pour compenser l'effet de l'hystérésis. Dans [Vor15, Liu14c], l'hystérésis est décrite par un modèle à trois blocs en cascade et les paramètres du modèle sont identifiés par la méthode des moindres carrés récursifs.

### 1.4.3 Identification par les algorithmes génétiques

Dans cette méthodologie, les paramètres à estimer sont considérés comme chromosomes formant une chaîne appelée 'gène', comme illustré sur la figure 1.12, et l'ensemble de chromosomes forme une population [Siv07].

Tout d'abord, une fonction d'évaluation est définie et les valeurs des chromosomes sont initialisées aléatoirement pour former une population. Le critère d'optimisation est évalué pour chaque ensemble de chromosomes et l'algorithme se répète pour un certain nombre d'itérations  $N$  défini au préalable. Les étapes de cet algorithme sont données comme suit :

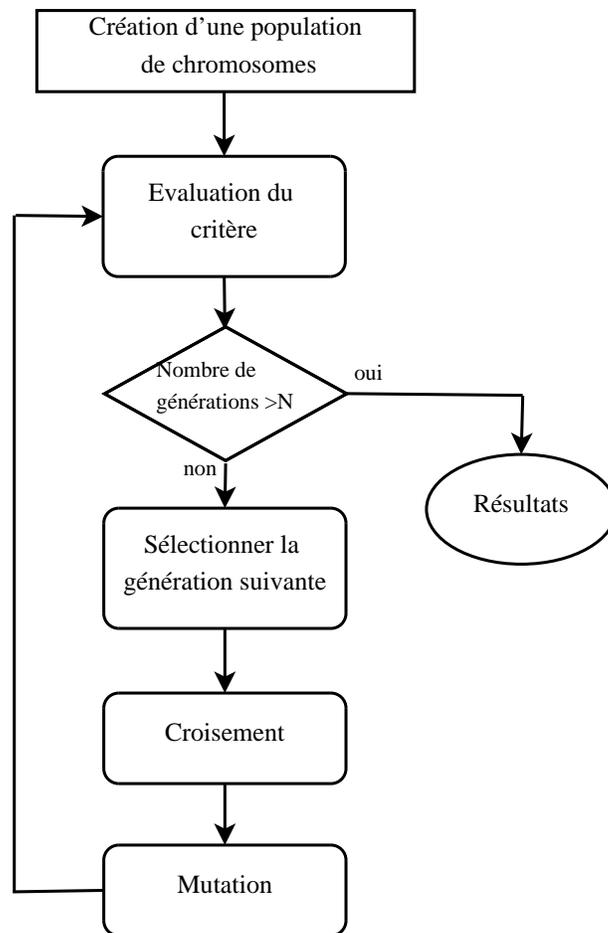


Figure 1.13 – Organigramme conventionnel d'un algorithme génétique

1. Initialiser la première population.
2. Évaluer le critère d'optimisation.
3. Sélectionner les chromosomes.
4. Effectuer l'opération de croisement.
5. Effectuer l'opération de mutation.
6. Choisir le meilleur chromosome comme solution.
7. Aller à l'étape 2.

La figure 1.13 montre le résumé de l'algorithme génétique conventionnel.

Quelques travaux ont été publiés sur l'identification par les algorithmes génétiques. Trois critères d'optimisation sont définis pour l'estimation des paramètres de Bouc-Wen [Ha06, Do13a, Do13b]. Kwok et al. [Kwo07] ont proposé un modèle de Bouc-Wen asymétrique pour la caractérisation de

l'hystérésis dans un amortisseur magnétorhéologique. Un nouvel algorithme génétique avec un croisement et mutation adaptatifs est développé pour l'optimisation de ce modèle.

Dans [Fun09], un modèle dynamique pour un table de positionnement XY est proposé. Ce système est actionné par un aimant permanent pour les grands déplacements et deux éléments piézoélectriques pour les petits déplacements. La non-linéarité hystérésis des actionneurs piézoélectriques est décrite par le modèle de Bouc-Wen et les paramètres du modèle sont estimés par un algorithme génétique. Les auteurs de [Aro11] ont approximé l'hystérésis dans les vaisseaux sanguins par le modèle MRC. Dans ce travail, une nouvelle stratégie d'optimisation est adoptée pour estimer les paramètres du modèle en termes de nouvel algorithme génétique qui exploite localement le croisement avec le choix de pression pour le génotype de longueur variable.

#### 1.4.4 Identification par l'essaim de particules

L'optimisation par essaim de particules (PSO) a été récemment considéré comme un outil d'optimisation de haute performance et très facile à comprendre et à mettre en œuvre [Ken95].

L'origine de cette méthode vient des observations faites lors des simulations informatiques de vols groupés d'oiseaux et de bancs de poissons de Reynolds [Rey87], Heppner et Grenander [Hep90]. Ces simulations ont mis en valeur la capacité des individus d'un groupe en mouvement à conserver une distance optimale entre eux et à suivre un mouvement global par rapport aux mouvements locaux de leur voisinage. Contrairement aux algorithmes génétiques, chaque individu que l'on appelle 'particule' adapte sa vitesse vers ses meilleures emplacements  $P_{best}$  et  $g_{best}$ .

L'optimisation par essaim de particules repose sur un ensemble d'individus originellement disposés de façon aléatoire et homogène que nous appellerons des particules. Ces dernières se déplacent dans l'hyperespace de recherche et chacune représente une solution potentielle [Kao09].

Chaque particule dispose d'une mémoire concernant sa meilleure position visitée ainsi que la capacité de communiquer avec les particules constituant son entourage. À partir de ces informations, la particule va suivre une tendance faite, d'une part, de sa volonté à retourner vers sa solution optimale, et d'autre part, de son mimétisme par rapport aux solutions trouvées dans son voisinage. À partir d'optimums locaux et empiriques, l'ensemble des particules va, normalement, converger vers la solution optimale globale.

La procédure du PSO est décrite comme suit :

1. Initialiser le temps à zéro et définir la position initiale  $x_j(0)$  et la vitesse initiale  $v_j(0)$ .
2. Évaluer le critère d'optimisation pour chaque particule  $F(x_j(t))$ .

3. Mettre à jour  $Pbest_j(t)$  :

$$Pbest_j(t) = \begin{cases} Pbest_j(t-1) & F(x_j(t)) \geq F(Pbest_j(t-1)) \\ x_j(t) & F(x_j(t)) \leq F(Pbest_j(t-1)) \end{cases} \quad (1.46)$$

4. Mettre  $gbest_j(t)$  à la position du particule ayant la meilleure performance dans l'essaim :

$$\begin{aligned} gbest_j(t) &\in \{Pbest_1(t), Pbest_2(t), \dots, Pbest_N(t)\} / F(gbest(t)) \\ &= \min(F(Pbest_1(t)), F(Pbest_2(t)), \dots, F(Pbest_N(t))) \end{aligned} \quad (1.47)$$

5. Adapter le vecteur de vitesse pour chaque particule :

$$v_j(t+1) = \begin{cases} V_{max} & v_j(t+1) > V_{max} \\ -V_{max} & v_j(t+1) < -V_{max} \\ v_j(t+1) & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.48)$$

$V_{max}$  est généralement choisi pour être la moitié de la longueur de l'espace de recherche.

6. Adapter la position de chaque particule selon son équation.

7. Adapter le facteur d'inertie.

8. Mettre  $t=t+1$ .

9. Calculer la nouvelle  $F(x_j(t))$ .

Plus de détails sur cette méthode peut être trouvé dans [Reb14a]. Ye and Wang [Ye09] ont utilisé l'optimisation par essaim de particules améliorée et combinée avec une carte chaotique pour identifier les paramètres du modèle de Bouc-Wen. Alternativement, l'optimisation par essaim de particules modifiée (MPSO) est utilisée pour l'identification du mécanisme de Scott-Russell conduit par un élément piézoélectrique dans [Aro11, Kao09]. Une autre amélioration de cette méthode est proposée et implémentée dans [Yan13a] pour l'identification du modèle de Prandtl-Ishlinskii généralisé pour un actionneur piézoélectrique.

### 1.4.5 Identification par les réseaux de neurones

La plupart des modélisations effectuées par les réseaux de neurones sont basées sur l'identification non-paramétrique. Les réseaux de neurones dynamiques apparaissent habituellement sous forme récurrente pour identifier le comportement du système.

Pour appliquer les réseaux de neurones dans la caractérisation de l'hystérésis, Dang and Tan [Dan05] ont proposé un réseau de neurones récurrent modifié et combiné avec le modèle de Preisach pour décrire le comportement d'un actionneur piézoélectrique. Ce réseau couvre une gamme

de fréquences, relativement large, et résulte en un modèle adaptatif à la variation de fréquence. Ce réseau est formé par l'ensemble des entrées et sorties sur une large gamme de fréquences. Pour mieux comprendre, le résumé de la procédure est comme suit :

La sortie du réseau de neurones est donnée par :

$$y(k) = \sum_{j=1}^n w_j^3 H_j(k) \quad (1.49)$$

où  $w^3$  est la pondération de sortie,  $H(k)$  les neurones de la couche cachée et  $n$  le nombre de couches cachées. La couche cachée est :

$$H_j(k) = f(s_j(k)) \quad (1.50)$$

où  $f$  est la fonction d'activation.  $s$  est donnée par :

$$s_j(k) = (1 - \alpha)w^{22}H(k-1) + \alpha \sum_{j=1}^n w_j^1 x(k) \quad (1.51)$$

$\alpha$  est un facteur réglable et sa valeur varie entre 0 et 1.  $w^{22}$  est la pondération récurrente et  $x(k)$  le vecteur d'entrée du réseau.

Ce réseau est entraîné en utilisant le critère suivant :

$$E = \frac{1}{2} (y_r(k) - y(k))^2 = \frac{1}{2} e^2(k) \quad (1.52)$$

où  $y_r$  est la sortie désirée et  $y$  la sortie du réseau de neurones.

Les gradients de l'erreur  $E$  par rapport à  $w^3$ ,  $w^{22}$  et  $w^1$  sont décrits comme suit :

$$\frac{\partial E}{\partial w^3} = -e \frac{\partial y(k)}{\partial w^3} = -e H_j(k) \quad (1.53)$$

$$\frac{\partial E}{\partial w^{22}} = -e w^3 f'(s_j(k)) P_j(k) \quad (1.54)$$

$$\frac{\partial E}{\partial w^1} = -e w^3 f'(s_j(k)) Q_j(k) \quad (1.55)$$

$$P_j(k) = \frac{\partial s_j(k)}{\partial w^{22}} = (1 - \alpha) H_j(k-1), \quad P_j(0) = 0 \quad (1.56)$$

$$Q_j(k) = \frac{\partial s_j(k)}{\partial w^1} = \alpha x(k), \quad Q_j(0) = 0 \quad (1.57)$$

Si nous assignons trois taux d'apprentissage différents  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  et  $\eta_3$ , les pondérations des trois couches sont adaptées comme suit :

$$w^1(k+1) = w^1(k) - \eta_1 \frac{\partial E}{\partial w^1} \quad (1.58)$$

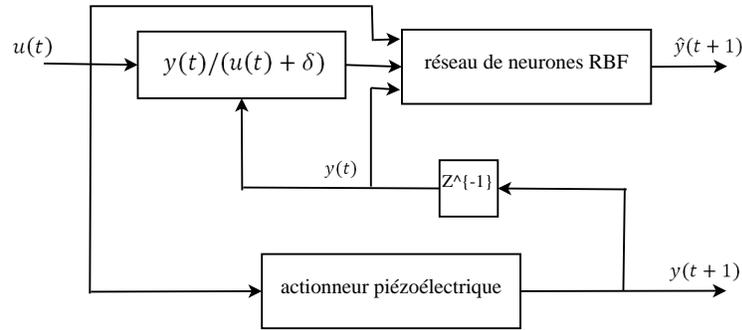


Figure 1.14 – Identification d'un système par l'utilisation d'un réseau RBF [Dan07]

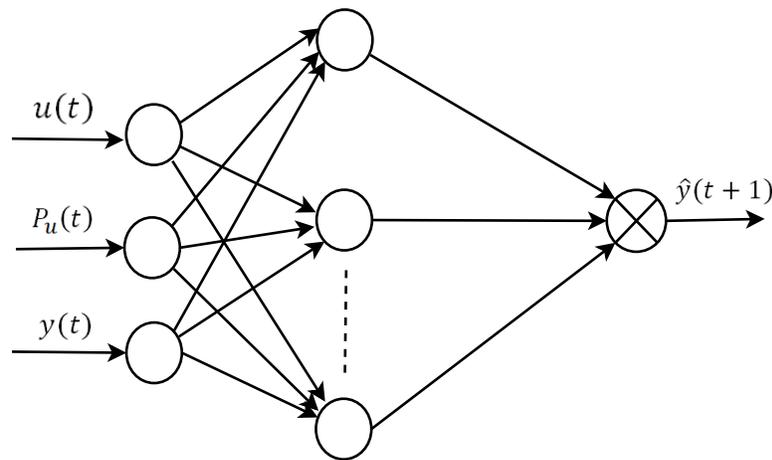


Figure 1.15 – Structure d'un réseau RBF [Dan07]

$$w^{22}(k+1) = w^{22}(k) - \eta_2 \frac{\partial E}{\partial w^{22}} \quad (1.59)$$

$$w^3(k+1) = w^3(k) - \eta_3 \frac{\partial E}{\partial w^3} \quad (1.60)$$

Ce réseau est capable de prédire le vecteur de sortie en avance et d'estimer la forme d'hystérésis à des fréquences différentes. Un réseau de neurones ayant la forme d'une fonction de base radiale (RBF) est appliqué pour caractériser le comportement du modèle de Preisach dans [Dan07]. La configuration du système proposé est montrée sur la figure 1.14, et le réseau proposé est donné par la figure 1.15.

Le réseau de neurones RBF est un réseau de neurones à trois couches qui contient la couche d'entrée, une couche cachée comprenant une fonction gaussienne d'activation et une couche de sortie. La

fonction d'activation de la couche cachée est exprimée par :

$$\phi_i = \exp\left(\frac{-\|x - c_i\|^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (1.61)$$

où  $x$  est le vecteur d'entrée,  $c_i$  le centre de chaque vecteur d'entrée et  $\sigma_i$  la largeur de la fonction gaussienne.

En outre, un réseau de neurones peut être remplacé par le modèle de Preisach [Par04]. Dans le cas d'un actionneur piézoélectrique, le vecteur d'entrée, du réseau de neurones, est la tension d'excitation et sa sortie est le déplacement. Dang et Tan [Dan05] ont proposé un réseau de neurones récurrent diagonal modifié. Ce réseau est formé de manière à imiter le comportement du modèle de Preisach. De plus, dans certains travaux, la non-linéarité d'hystérésis est directement identifiée à l'aide des réseaux de neurones dynamiques [Don08, Ser98, Min02, Kob02, Xin08].

## 1.5 Stratégies de commande des systèmes à hystérésis

La question de commande des systèmes non-linéaires à hystérésis a été évoquée dans plusieurs domaines tel que l'actionnement piézoélectrique, l'amortissement magnétorhéologique et magnétique, les systèmes de nanositionnement et les fils d'alliages à mémoire de formes. En général, nous pouvons classer les solutions proposées en deux catégories principales : la commande en boucle ouverte et celle en boucle fermée.

### 1.5.1 Commande en boucle ouverte

Dans certains systèmes non-linéaires hystérétiques, le feedback de la sortie est généralement indisponible en raison de contraintes de taille et des problèmes de sécurité, ce qui limite l'application de structures de commande à feedback. Ainsi, dans telles applications, seul les commandes en boucle ouverte sont possibles et peuvent être implémentées.

A cet effet, les modèles inverses des systèmes hystérétiques, dans la plupart des cas, doivent être développés avant l'application de la commande en boucle ouverte. Une structure générale de compensation par feedforward pour un système à hystérésis est illustrée sur la figure 1.16. Dans le cas de poursuite, le modèle inverse de l'hystérésis fournit la commande  $u$  qui force la sortie  $y$  à suivre la trajectoire souhaitée  $y_d$ .

L'approche de compensation par feedforward a été largement implémentée dans divers systèmes physiques. Cependant, elle est seulement efficace pour les systèmes de basses fréquences. Le développement d'une commande de type feedforward pour les systèmes à hystérésis requiert deux étapes

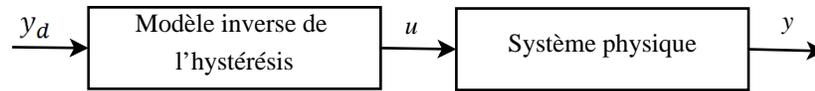


Figure 1.16 – Schéma du commande en boucle ouverte

majeures. La première est de déterminer, par identification, les paramètres du modèle de l'hystérésis, tandis que la deuxième consiste à inverser le modèle d'hystérésis pour avoir la commande.

Cette approche a été utilisée dans plusieurs travaux. Rosenbaum et al. [Ros10] ont appliqué un feedforward basé sur l'inverse du modèle de Preisach pour l'amélioration d'une commande précise des actionneurs électromagnétiques. Gu et al. [Gu14] ont utilisé une compensation en boucle ouverte basée sur l'inverse du modèle de Prandtl-Ishlinskii asymétrique modifié pour les actionneurs piézoélectriques. Le comportement de mémoire non locale a été pris en considération dans ce dernier travail. Al-Janaideh et al. [AJ13] ont utilisé une technique de compensation feedforward pour les actionneurs de micropositionnement basée sur l'inversion exacte du modèle de l'hystérésis sous la condition que les distances entre les seuils ne diminuent pas dans le temps. Des approches similaires ont été rapportés dans [Bas08, Bad08, Che13]. En termes de systèmes de commande d'amortissement, Smith [Smi01] a élaboré une structure générale de technique de compensation inverse pour une classe de transducteurs ferromagnétiques incluant les actionneurs magnétostrictifs et dans lequel l'hystérésis a été décrite par le modèle de Jiles-Atherton. Dans [Liu13, ER07], un modèle inverse a été proposé pour des amortisseurs magnéto-rhéologiques pour améliorer la poursuite en l'existence de l'effet non-linéaire de l'hystérésis. Néanmoins, ces approches ont deux inconvénients relatives à la complexité du problème d'inversion et l'erreur d'estimation. Afin de minimiser la complexité de la procédure d'inversion, une des alternatives est l'utilisation d'un modèle inverse direct. Dans ce cadre, Do et al. [Do14b, Do14a] ont utilisé un compensateur feedforward basé sur le modèle inverse direct pour améliorer les performances de poursuite d'un mécanisme tendon-gaine. Xu et al. [Xu10, Xu11] ont utilisé un modèle inverse direct de Dahl dans la commande en boucle ouverte pour compenser l'hystérésis dans les actionneurs piézoélectriques. Rakotondrabe [Rak11] a développé une nouvelle structure multiplicative inverse pour compenser la non-linéarité hystérésis dans un actionneur piézoélectrique sans utiliser le modèle inverse pour le compensateur. Le fluage et les vibrations involontaires ont été considérés dans l'approche feedforward [Rak10, Cro00, Cha05, Gu13]. Un point qui devrait être, également, souligné dans ce contexte est la simplicité d'implémentation du modèle inverse direct.

Bien que la compensation feedforward offre des avantages de simplicité et de l'implémentation facile, l'erreur de poursuite ne soit pas réduite de manière significative si les charges ou les perturbations externes surviennent dans les systèmes à hystérésis. La raison est que la précision du contrôleur

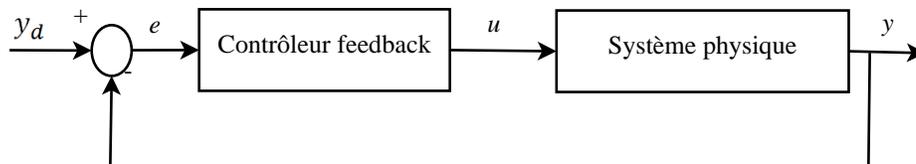


Figure 1.17 – Schéma de commande en boucle fermée

feedforward dépend de la performance des observateurs d’hystérésis qui estiment les états non mesurables. En plus, l’identification hors ligne des paramètres de l’hystérésis se traduit par une estimation inexacte si les dynamiques du système à hystérésis et les effets inconnus sont considérés. Pour pallier à ces inconvénients, la commande en boucle fermée devient nécessaire.

## 1.5.2 Commande en boucle fermée

Dans un schéma de commande en boucle ouverte, généralement, les non-linéarités hystérésis sont traités comme des incertitudes et le contrôleur proposé va forcer la sortie  $y$  à suivre la trajectoire souhaitée  $y_d$ . Avec le système feedback, illustré sur la figure 1.17, les performances de poursuite peuvent être améliorées en présence de perturbations et des incertitudes sur les paramètres du système.

Aux basses fréquences, le contrôleur PID a été utilisé pour fournir un feedback à gain élevé et surmonter le fluage et les vibrations dans les systèmes souffrant d’hystérésis. Lin et al. [Lin08] ont utilisé une analyse relationnelle d’un régulateur PID pour compenser l’hystérésis dans un actionneur piézoélectrique. Hsin-Jang et al. [HJ08] ont utilisé un PID optimal pour améliorer la performance de poursuite dans un micropositionneur piézoélectrique. Abramovitch et al. [Abr09] ont réglé les gains du PID pour obtenir une erreur de poursuite acceptable pour la microscopie à force atomique. Bien que le PID classique est capable de réduire l’erreur de poursuite, les perturbations et les incertitudes sont encore des défis majeurs dans cette classe de commande. Pour traiter ces inconvénients, la commande adaptative peut être une solution. Une des approches simples en commande adaptative non-linéaire est la stratégie de commande par modes glissants. Li et al. [Li10] ont utilisé la commande adaptative par modes glissants pour minimiser l’erreur de poursuite d’un micromanipulateur piézoélectrique. Nguyen et al. [Ngu06] et Lu et al. [Lu08] ont utilisé la commande par modes glissants décentralisée pour une structure de châssis en acier en utilisant un amortisseur magnétorhéologique multiple. Malgré la robustesse obtenue, la propriété de discontinuë reste l’inconvénient majeur de cette technique.

Afin de remédier à ce problème, une commande lisse adaptative pour les systèmes à hystérésis peut être une alternative. Dans [Su00, Jin04], une commande adaptative robuste et lisse par backs-

tepping d'une classe de systèmes non-linéaires incertains avec une hystérésis inconnue est introduite. Esbrook et al. [Esb13] ont proposé une commande adaptative non-linéaire pour un nanositionneur commercial en utilisant le modèle de Prandtl-Ishlinskii pour l'hystérésis avec un degré de robustesse acceptable dans des conditions de chargement. D'autres approches de commande avancées, tels que le retour d'état pour les machines de tournage, les méthodes de commande optimales et de réseaux de neurones adaptatifs pour des actionneurs piézoélectriques peuvent être trouvées dans [Oka90, Lin06]. Liu et al. [Liu14c] ont développé une commande adaptative robuste basée sur l'inverse du modèle de Prandtl-Ishlinskii pour les actionneurs intelligents. Bien que la commande en boucle fermée offre des avantages par rapport à celle en boucle ouverte, l'erreur de poursuite persiste dû au fait que le phénomène d'hystérésis est considéré comme une source de perturbation et d'incertitude dans ce schéma. Pour améliorer d'avantage les performances de poursuite et remédier à ce problème, la combinaison feedback-feedforward se prète un choix judicieux. Dans cette direction de recherche, Sun et al. [Sun13] ont donné un aperçu sur la commande robuste adaptative des systèmes à hystérésis avec des dynamiques inconnues du modèle et des incertitudes. Rakotondrabe et al. [Rak08] ont implémenté la combinaison feedforward-feedback robuste pour un système à hystérésis soumis à des perturbations thermiques. D'autres approches pour la commande des systèmes à hystérésis avec une analyse de stabilité globale peuvent être trouvées dans [Tao13, Zhe13, Yan13b, Lia14].

## 1.6 Conclusion

Le phénomène non-linéaire hystérésis peut dégrader les performances des systèmes physiques et peut, même, les déstabiliser. Pour rendre la modélisation et la commande des systèmes à hystérésis une tâche faisable, plusieurs approches ont été développées dans la littérature.

Ce premier chapitre a permis la présentation de plusieurs modèles d'hystérésis qui ont été développées ces dernières années. De plus, les différentes techniques existantes d'identification de la non-linéarité hystérésis ont été présentées. Un panorama des méthodes de synthèse des lois de commande pour les systèmes à hystérésis a été réalisé avec une étude comparative et sommaire entre les différentes approches.

Comme nos études se focalisent sur les actionneurs piézoélectriques dont la non-linéarité hystérésis est une propriété intrinsèque, le prochain chapitre porte sur une présentation générale sur cette classe de dispositifs.

## Actionneurs piézoélectriques

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>35</b>
<b>2.2</b>	<b>Piézoélectricité</b>	<b>35</b>
2.2.1	Définition et historique	35
2.2.2	Matériaux piézoélectriques	36
2.2.3	Équations de la piézoélectricité	38
2.2.4	Modes de vibrations	39
<b>2.3</b>	<b>Actionneurs piézoélectriques</b>	<b>41</b>
2.3.1	Principe de fonctionnement des actionneurs piézoélectriques	41
2.3.2	Caractéristiques des actionneurs piézoélectriques	41
2.3.3	Domaines d'application des actionneurs piézoélectriques	42
<b>2.4</b>	<b>Modélisation d'un actionneur piézoélectrique</b>	<b>42</b>
2.4.1	Bimorphe piézoélectrique à trois couches	42
2.4.2	Analyse du bimorphe piézoélectrique sans force externe	45
2.4.3	Analyse du bimorphe piézoélectrique avec force externe et champ électrique	48
2.4.4	Modélisation dynamique du bimorphe piézoélectrique avec hystérésis	51
<b>2.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>51</b>

---

## 2.1 Introduction

Durant les dernières décennies, la nécessité des techniques de positionnement de haute précision a augmenté considérablement dans divers domaines industriels tels que la science biomédicale, les systèmes optiques, les semi-conducteurs, la microscopie et ainsi de suite. Les performances exigées dans ces niveaux élevés demandent une amélioration significative des actionneurs et des contrôleurs. Les matériaux intelligents, y compris les matériaux piézoélectriques, les matériaux magnétostrictifs et les alliages à mémoire de forme (AMF), sont devenus les matériaux idéaux pour fabriquer ces actionneurs en raison de ces hautes performances. Les actionneurs piézoélectriques sont utilisés couramment dans les applications de nano-positionnement à cause de leur rigidité, réponse rapide et possibilité de produire de déplacement extrêmement petit.

Dans ce chapitre, nous donnons une courte présentation sur la théorie de la piézoélectricité et un aperçu général sur les actionneurs piézoélectriques. Ensuite, nous présentons l'un des modèles les plus utilisés dans la description du comportement des actionneurs piézoélectriques.

## 2.2 Piézoélectricité

### 2.2.1 Définition et historique

Certains matériaux possèdent une propriété de générer une charge électrique lorsqu'ils sont soumis à une charge mécanique (figure 2.1a). Cet effet est souvent appelé l'effet piézoélectrique. Le mot *piézoélectrique* ou *piézoélectricité* vient d'un mot Grec *piezein* qui signifie *presser, appuyer*. Inversement, lorsque les matériaux piézoélectriques sont excités par une tension, ses dimensions changent (figure 2.1b). Ce phénomène est connu par l'effet piézoélectrique inverse. L'effet piézoélectrique direct a été découvert par les frères Pierre et Jacques Curie (1856-1941/1859-1906) il y a plus d'un siècle [Yan05]. Ils ont découvert que lorsqu'une contrainte mécanique est appliquée à des cristaux tels que la tourmaline, la topaze, quartz, le sel de Seignette et le sucre de canne, les charges électriques apparaissent, et cette tension est proportionnelle à la contrainte.

Cependant, les frères Curie n'ont pas prédit que les cristaux présentant l'effet piézoélectrique direct seraient également présenter l'effet piézoélectrique inverse. Un an plus tard que la propriété a été prédite théoriquement sur la base d'une étude thermodynamique par Lippmann (1845-1921), qui a proposé que les effets converses doivent exister pour la piézoélectricité, pyroélectricité (figure 2.2), etc. Par la suite, l'effet piézoélectrique inverse a été confirmé expérimentalement par les frères Curies en 1881, qui ont procédé à obtenir une preuve quantitative de la réversibilité complète des déformations électromécaniques dans les cristaux piézoélectriques.

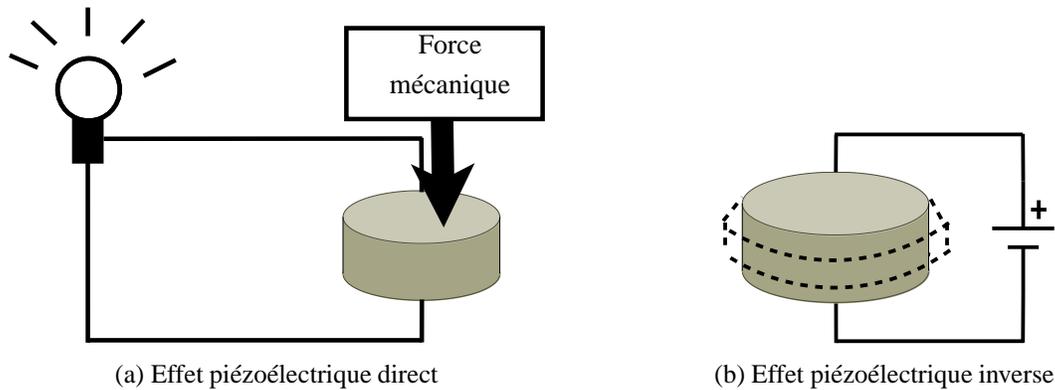


Figure 2.1 – Découplage électro-élastique dans la piézoélectricité

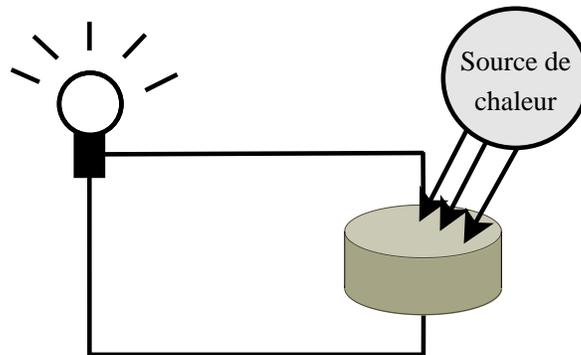


Figure 2.2 – Illustration de la pyroélectricité

Ces événements peuvent être considérés comme le début de l’histoire de la piézoélectricité. Basé sur eux, Woldemar Voigt (1850-1919) a développé la première formulation complète et rigoureuse de la piézoélectricité en 1890. Depuis lors, plusieurs livres sur le phénomène et la théorie de la piézoélectricité ont été publiés.

## 2.2.2 Matériaux piézoélectriques

### 2.2.2.1 Classes des matériaux piézoélectriques

En général, l’effet piézoélectrique ne se produit que dans des matériaux non conducteurs. Les matériaux piézoélectriques peuvent être divisés en deux principaux groupes : les cristaux et les céramiques. Le matériau piézoélectrique le plus connu dans le groupe des cristaux est le quartz ( $\text{SiO}_2$ ), ou la silice cristalline qui est connu comme l’un des cristaux les plus communs sur la surface de la terre. Dans le groupe des céramiques, un matériau piézoélectrique typique est le titanate de baryum ( $\text{BaTiO}_3$ ), un oxyde de baryum et de titane.

Il est à noter qu'un arrangement asymétrique des ions positifs et négatifs donne un comportement dipolaire électrique permanent aux cristaux. Pour activer les propriétés piézo des céramiques, un traitement de polarisation est nécessaire. Dans ce traitement, le matériau céramique piézoélectrique est d'abord chauffé et un champ électrique ( $> 2\,000\text{ V/mm}$ ) est appliqué sur lui dans la direction de polarisation, ce qui oblige les ions de réaligner le long de cet axe de polarisation. Lorsque les céramiques se refroidissent et le champ est retiré, les ions rappellent cette polarisation et le matériau a maintenant une polarisation rémanente qui peut être dégradée en dépassant les limites mécaniques, thermiques et électriques du matériau. Par la suite, lorsqu'une tension est appliquée sur le matériau piézoélectrique polarisé, les ions dans les cellules unitaires sont décalés. Le résultat est une variation correspondante des dimensions (dilatation, contraction) du matériau PZT (titanate zirconate de plomb).

Dans le traitement de polarisation, la température de Curie est la température critique à laquelle la structure cristalline change à partir d'une forme non symétrique (piézoélectrique) à une forme symétrique (non piézoélectrique). En particulier, lorsque la température est supérieure à la température de Curie, chaque cristal de perovskite (perovskite est une espèce minérale d'oxyde du titane de calcium composé du titanate de calcium, avec la formule chimique  $\text{CaTiO}_3$ ) dans l'élément céramique cuite présente une symétrie simple cubique avec aucun moment dipolaire. A des températures inférieures au point de Curie, chaque cristal a une symétrie tétragonale ou rhomboédrique et un moment dipolaire.

### 2.2.2.2 Avantages des matériaux piézoélectriques

L'utilisation des matériaux piézoélectriques présente divers avantages. Ces matériaux sont capables d'assurer une conversion d'énergie électrique en énergie mécanique : l'application d'une contrainte sur un matériau piézoélectrique entraîne l'apparition d'une tension entre les électrodes. Ce phénomène est réversible ce qui permet d'utiliser les éléments piézoélectriques indifféremment comme actionneur ou capteur ou même de cumuler les deux fonctions [Cu196].

Les matériaux piézoélectriques proposent un large panel de caractéristiques électromécaniques dépendant de leur constitution chimique. Leur compacité, leur bande passante et leurs performances sans cesse croissantes en font des éléments de choix pour la commande de vibration de structures souples. Il en existe plusieurs types offrant des avantages différents. Par exemple, les piézocéramiques offrent une grande rigidité structurelle ce qui leur donne un grand pouvoir actif tandis que la souplesse des films piézoélectriques leur donne une grande sensibilité [Har09].

Par ailleurs, ces matériaux peuvent interagir sur des fréquences allant de l'Hertz à plusieurs mégahertz les rendant utiles pour une large gamme d'applications. De plus, étant donné le poids relatif

vement faible des matériaux piézoélectriques, une grande quantité de ces éléments peut être utilisée sans augmenter de façon significative le poids de la structure [Aid12].

### 2.2.3 Équations de la piézoélectricité

On peut définir la piézoélectricité par le couplage entre les phénomènes mécaniques (déformation ou contrainte) et les phénomènes électriques (champ électrique ou induction électrique) existant dans certain matériaux [Qin13].

Les quatre couples d'équations de (2.1) à (2.4) relient des variables électriques aux variables mécaniques. Chaque couple d'équations fait intervenir trois coefficients différents.

$$\begin{cases} \mathbf{S} = s^E \mathbf{T} + d^t \mathbf{E} \\ \mathbf{D} = d \mathbf{T} + \varepsilon^t \mathbf{E} \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\begin{cases} \mathbf{T} = c^E \mathbf{S} - e^t \mathbf{E} \\ \mathbf{D} = e \mathbf{S} + \varepsilon^S \mathbf{E} \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\begin{cases} \mathbf{S} = s^D \mathbf{T} + g^t \mathbf{D} \\ \mathbf{E} = -g \mathbf{T} + \beta^T \mathbf{D} \end{cases} \quad (2.3)$$

$$\begin{cases} \mathbf{T} = c^D \mathbf{S} - h^t \mathbf{D} \\ \mathbf{E} = -h \mathbf{S} + \beta^S \mathbf{D} \end{cases} \quad (2.4)$$

Le tableau 2.1 définit les différentes grandeurs présentées dans les équations illustrées précédemment, ainsi que leurs unités respectives.

En ce qui concerne les céramiques *PZT*, principalement utilisées dans les actionneurs piézoélectriques que nous étudierons, les coefficients utilisés dans les équations précédentes ont des expressions tensorielles. Prenons par exemple le couple d'équation (2.2), les coefficients  $c^E$ ,  $e$  et  $\varepsilon^S$  sont définis par les matrices de (2.5) à (2.7) [Qin13].

$$c^E = \begin{pmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{21}^E & c_{22}^E & c_{23}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{31}^E & c_{32}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^E \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

T	$Nm^{-2}$	Contrainte mécanique ( $6 \times 1$ )	E	$Vm^{-1}$	Champ électrique ( $3 \times 1$ )
S		Déformation relative ( $6 \times 1$ )	D	$Cm^{-2}$	Induction électrique ( $3 \times 1$ )
s	$m^2N^{-1}$	Souplesse élastique ( $6 \times 6$ )	c	$Nm^{-2}$	Raideur élastique ( $6 \times 6$ )
$\varepsilon$	$Fm^{-1}$	Permittivité diélectrique ( $2 \times 3$ )	$\beta$	$mF^{-1}$	Imperméabilité diélectrique ( $3 \times 3$ )
d	$CN^{-1}$	Constante piézoélectrique traduisant la proportionnalité entre la charge et la contrainte à champ nul ( $3 \times 6$ )	e	$Cm^{-2}$	Constante piézoélectrique traduisant la proportionnalité entre la charge et la déformation à champ nul ( $3 \times 6$ )
g	$CN^{-1}$	Constante piézoélectrique traduisant la proportionnalité entre la contrainte et le champ à induction nulle ( $3 \times 6$ )	h	$NC^{-1}$	Constante piézoélectrique traduisant la proportionnalité entre la déformation et le champ à induction nulle ( $3 \times 6$ )

Tableau 2.1 – Grandeurs des équations de la piézoélectricité [Yan05]

$$e = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

$$\varepsilon^S = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

### 2.2.4 Modes de vibrations

Chaque céramique piézoélectrique possède une fréquence élastique de vibration spécifique, en fonction du matériau et de sa forme. Lorsqu'une tension alternative est appliquée à une céramique piézoélectrique avec une fréquence égale à sa propre fréquence de vibration élastique, la céramique résonne.

Ce phénomène est exploité dans plusieurs dispositifs piézoélectriques, car à la résonance le coefficient d'accouplement électromécanique est maximum. Les céramiques piézoélectriques peuvent exhiber plusieurs modes de vibrations (modes résonants), qui dépendent de leur forme, de la direction de polarisation et de la direction du champ électrique. Le tableau 2.2 montre les modes de vibration typiques relatifs à la géométrie des matériaux piézoélectriques. Barreaux, disques et cylindres sont les formes plus utilisées dans la construction des transducteurs électromécaniques.

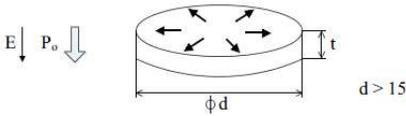
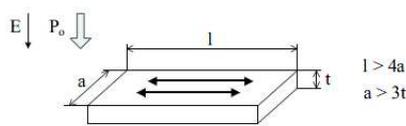
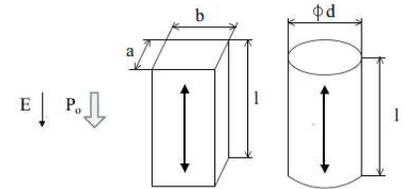
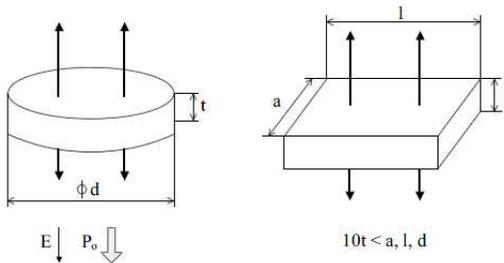
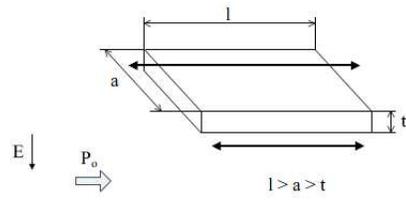
Mode de vibration	Mode de vibration associé à la forme
<b>Radial</b>	 <p style="text-align: center;"><math>P_0</math>: Direction de polarisation E: Direction du champ électrique</p>
<b>Transversal</b>	
<b>Longitudinal</b>	 <p style="text-align: center;"><math>l &gt; 2.5a, 2.5b, 2.5d</math></p>
<b>Epaisseur</b>	 <p style="text-align: center;"><math>10t &lt; a, l, d</math></p>
<b>Cisaillement</b>	 <p style="text-align: center;"><math>l &gt; a &gt; t</math></p>

Tableau 2.2 – Modes de déformation d’une céramique piézoélectrique [Bul05]

## 2.3 Actionneurs piézoélectriques

Selon le principe de fonctionnement utilisé, nous pouvons distinguer substantiellement trois différents types de dispositifs piézoélectriques : capteur, actionneurs et transformateurs. Les capteurs utilisent l'effet piézoélectrique direct, les actionneurs l'effet inverse. Pour ce qui concerne le transformateur, on a affaire à un dispositif particulier qu'utilise l'effet direct et inverse. On s'intéresse dans notre description aux actionneurs piézoélectriques qui sont l'objet de cette thèse.

### 2.3.1 Principe de fonctionnement des actionneurs piézoélectriques

Le principe de fonctionnement des actionneurs piézoélectriques est basé sur la conversion d'énergie électrique en énergie mécanique. Tous les types d'actionneurs piézoélectriques utilisent l'effet piézoélectrique inverse comme montré sur la figure 2.1b. En appliquant un champ électrique externe sur le matériau piézoélectrique, les expansions et compressions apparaissent, en fonction de l'orientation relative soit à la structure cristalline des matériaux monocristallins ou la polarisation rémanente des céramiques ferroélectriques. La variation de la longueur du matériau piézoélectrique peut être utilisée pour la réalisation des actionneurs linéaires, en utilisant l'effet piézoélectrique longitudinal. Les très petites déformations à des tensions électriques élevées (1-10kV) sont désavantageuses pour ce genre d'actionneurs.

### 2.3.2 Caractéristiques des actionneurs piézoélectriques

Les actionneurs piézoélectriques sont caractérisés par :

1. **Résolution Illimitée** : Les actionneurs piézoélectriques convertissent directement l'énergie électrique en énergie mécanique. Ils rendent possible des déplacements dans la gamme sub-nanométrique. Il n'existe aucune pièce en mouvement en contact avec une autre limitant la résolution.
2. **Expansion Rapide** : Les actionneurs piézoélectriques réagissent en quelques microsecondes. On peut obtenir des valeurs d'accélération supérieures à 10.000 g.
3. **Génération de Forte Puissance** : Il existe aujourd'hui des actionneurs piézoélectriques de grande capacité de charge, capables de déplacer des charges de plusieurs tonnes. Ils peuvent effectuer des déplacements de plusieurs centaines de  $\mu m$  avec des résolutions dans la gamme subnanométrique.
4. **Pas de Champs Magnétiques** : L'effet piézoélectrique est lié aux champs électriques. Les actionneurs piézoélectriques ne produisent pas de champs magnétiques et ne sont pas affectés par eux. Les dispositifs piézoélectriques sont particulièrement bien adaptés pour les applications où les champs magnétiques ne peuvent être tolérés

5. **Consommation de Faible Puissance** : En fonctionnement statique, même le maintien de lourdes charges pendant de longues périodes, ne consomme pratiquement pas de puissance. Un actionneur piézoélectrique se comporte comme un condensateur électrique. Au repos il ne génère pas de chaleur.
6. **Pas d'usure** : Un actionneur piézoélectrique n'a pas de pièces en mouvement telles que les engrenages ou les roulements. Son déplacement est basé sur la dynamique de l'état solide et n'entraîne aucune usure.
7. **Compatibles au Vide et à la Salle Blanche** : Les actionneurs piézoélectriques n'entraînent aucune usure et ne nécessitent pas de lubrifiants.
8. **Fonctionnement à Températures Cryogénique** : L'effet piézoélectrique continue d'agir même à des températures proches du 0 kelvin.

### 2.3.3 Domaines d'application des actionneurs piézoélectriques

Les actionneurs piézoélectriques offrent une solution aux applications de positionnement nécessitant la précision, la vitesse et la résolution la plus élevée. Pour ces raisons, les domaines d'applications des actionneurs piézoélectriques sont nombreux. Le tableau 2.3 résume ces domaines d'applications.

## 2.4 Modélisation d'un actionneur piézoélectrique

Le modèle qu'on va l'utiliser et qui a été proposé par T. S. Low et W. Guo [Low95] en 1995 permet la représentation du comportement d'un actionneur piézoélectrique par un bimorphe piézoélectrique à trois couches.

### 2.4.1 Bimorphe piézoélectrique à trois couches

Un bimorphe piézoélectrique antiparallèle à trois couches est illustré sur la figure 2.3. Les couches supérieure et inférieure sont des couches piézoélectriques polarisées antiparallèles et la couche interne est une couche cale en métal. La largeur et la longueur de ces couches sont  $w$  et  $l$ , respectivement. La hauteur des couches piézoélectriques et de la cale en métal sont  $h_p$  et  $h_m$ , respectivement. Généralement, les relations constitutives de la piézoélectricité peuvent être exprimées comme suit :

$$D_i = d_{ij}T_J + \varepsilon_{ij}^T E_j \quad (2.8)$$

$$S_I = s_{IJ}^E T_J + d_{jI} E_j$$

où

$$I, J = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$$i, j = 1, 2, 3$$

<b>Stockage de données</b>	<b>Technologie des sciences biologiques et médicales</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Test des têtes à magnétorésistance</li> <li>- Bancs de rotation</li> <li>- Test des Disques</li> <li>- Absorption active des vibrations</li> <li>- Test de récession des pièces polaires</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Microscope à balayage</li> <li>- Clamps de pièces</li> <li>- Pompes nanolitre</li> <li>- Manipulation génétique</li> <li>- Micromanipulation</li> <li>- Pénétration des cellules</li> <li>- Microdistributeurs</li> </ul>
<b>Semiconducteurs, microélectronique optique, Photonique, nanométrie</b>	<b>Mécanique de précision</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Nano &amp; microlithographie</li> <li>- Nanométrie</li> <li>- Positionnement de wafers et de masques</li> <li>- Test de dimension critique</li> <li>- Systèmes d'inspection</li> <li>- Absorption active des vibrations</li> <li>- Miroirs de Balayage</li> <li>- Stabilisation d'image, multiplication de pixels</li> <li>- Microscope à balayage</li> <li>- Systèmes d'autofocalisation</li> <li>- Interférométrie</li> <li>- Commutation de fibres optiques</li> <li>- Optique adaptative et active</li> <li>- Accordage laser</li> <li>- Stimulation de vibrations</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Servomécanismes rapides</li> <li>- Contrôle de couteaux de coupe</li> <li>- Absorption active des vibrations</li> <li>- Déformation structurelle</li> <li>- Réglage d'outils</li> <li>- Compensation d'usure</li> <li>- Contrôles des aiguilles d'injection</li> <li>- Micropompes</li> <li>- Déplacements Linéaires</li> <li>- Tournage, perçage et affûtage non-circulaire</li> <li>- Systèmes de Microgravure</li> <li>- Génération d'ondes de chocs.</li> </ul>

Tableau 2.3 – Domaines d'applications des actionneurs piézoélectriques

Les axes 1, 2 et 3 coïncident avec les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ , respectivement. Dans le bimorphe piézoélectrique à trois couches, les éléments sont libres de tendre verticalement, c.-à-d. que l'effort  $T_3$  est égal à zéro. De plus, l'effort sur l'axe des  $y$ ,  $T_2$  est nul car les couches sont considérées longues et minces. On assume que le champ électrique dans les couches piézoélectriques est uniforme et entièrement

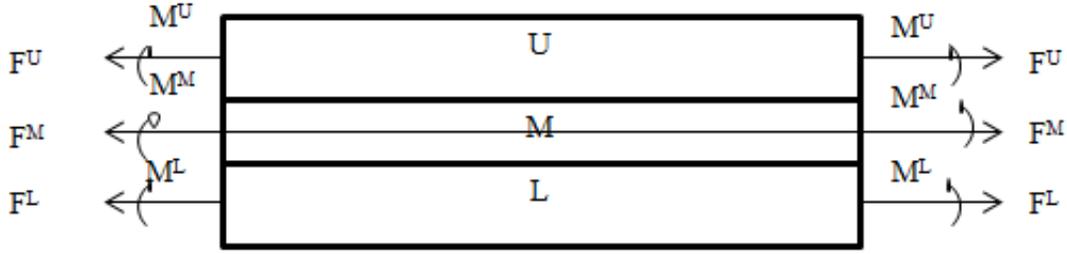


Figure 2.3 – Bimorphe piézoélectrique à trois couches [Low95]

dans l'axe des  $z$ . Ainsi, on obtient les équations simplifiées pour la couche supérieure :

$$S_1^U = s_{11}^E T_1^U + d_{31} E_3 \quad (2.9)$$

$$D_3^U = d_{31} T_1^U + \varepsilon_{33}^T E_3$$

les équations pour la couche inférieure sont :

$$S_1^L = s_{11}^E T_1^L + d_{31} E_3 \quad (2.10)$$

$$D_3^L = d_{31} T_1^L + \varepsilon_{33}^T E_3$$

et l'équation pour la couche du milieu est :

$$S_1^M = s_M T_1^M \quad (2.11)$$

où :  $S_1^U$ ,  $S_1^L$ , et  $S_1^M$  sont les contraintes,  $T_1^U$ ,  $T_1^L$ , et  $T_1^M$  sont les efforts sur l'axe des  $x$  ;  $D_3^U$  et  $D_3^L$  sont les déplacements électriques sur l'axe des  $z$ . Les indices  $U$ ,  $M$  et  $L$  représentent les éléments dans les couches inférieure, du milieu et supérieure, respectivement ;  $s_{11}$  et  $s_M$  sont les constantes de souplesse des couches piézoélectriques et la cale centrale ;  $E_3$  est le champ électrique appliqué entre deux surfaces externes dans l'axe des  $z$  ;  $d_{31}$  et  $\varepsilon_{33}^T$  sont les constantes de contrainte piézoélectrique et diélectrique, respectivement.

La densité d'énergie d'un élément infiniment petit est :

$$u = \frac{1}{2} S T + \frac{1}{2} D E \quad (2.12)$$

En substituant  $S_1$  et  $D_3$  de (2.9) - (2.11) dans (2.12), la densité d'énergie dans chaque couche est donnée par :

$$\begin{aligned} u^U &= \frac{1}{2} s_{11}^E (T_1^U)^2 - d_{31} E_3 T_1^U + \frac{1}{2} \varepsilon_{33}^T E_3^2 \\ u^L &= \frac{1}{2} s_{11}^E (T_1^L)^2 + d_{31} E_3 T_1^L + \frac{1}{2} \varepsilon_{33}^T E_3^2 \\ u^M &= \frac{1}{2} s_M (T_1^M)^2 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Généralement, l'énergie totale dans chaque couche sera l'intégrale de la densité d'énergie dans cette dernière.

### 2.4.2 Analyse du bimorphe piézoélectrique sans force externe

Pour établir les équations constitutives d'un bimorphe piézoélectrique à trois couches, on considère d'abord le cas où il y a seulement un champ électrique externe sur l'axe  $z$ .

Dans un bimorphe piézoélectrique à trois couches, on suppose que chacune des trois couches est parfaitement élastique, homogène et la liaison entre les couches est parfaitement adhésive et ne permet aucun déplacement relatif des couches (voir la figure 2.3). Ainsi, l'élongation des surfaces sur l'axe des abscisses devrait être égale et les courbures des différentes couches devraient être identiques. Ceci donne :

$$\begin{aligned} \frac{F^U}{E_p w h_p} + \frac{M^U h_p}{2E_p I_p} - E_3 d_{31} &= \frac{F^M}{E_m w h_m} - \frac{M^M h_m}{2E_m I_m} \\ \frac{F^L}{E_p w h_p} - \frac{M^L h_p}{2E_p I_p} + E_3 d_{31} &= \frac{F^M}{E_m w h_m} - \frac{M^M h_m}{2E_m I_m} \\ \frac{M^U}{E_p I_p} &= \frac{M^M}{E_m I_m} \\ \frac{M^L}{E_p I_p} &= \frac{M^M}{E_m I_m} \end{aligned} \quad (2.14)$$

À partir de la mécanique statique, nous pouvons obtenir les équations d'équilibre de la force et du moment :

$$F^U + F^M + F^L = 0 \quad (2.15)$$

$$M^U + M^M + M^L - F^U \frac{h_p + h_m}{2} + F^L \frac{h_p + h_m}{2} = 0 \quad (2.16)$$

où :  $M$ ,  $F$  et  $I$  représentent le moment, la force et le moment d'inertie ;  $E_p$  et  $E_m$  sont les modules élastiques des couches piézoélectriques et de la couche centrale, qui sont l'inverse de  $s_{11}^E$  et  $s_m$ , respectivement.

Pour des surfaces en coupe rectangulaires, les moments d'inertie sont donnés par :

$$I_p = \frac{w h_p^3}{12} \quad \text{et} \quad I_m = \frac{w h_m^2}{12}$$

La substitution de ces derniers dans (2.14) et la résolution de (2.14) - (2.16) nous donne :

$$\begin{aligned}
 F^m &= 0 \\
 F^U &= -\frac{E_p h_p w (E_m h_m^3 + 2E_p h_p^3) d_{31} E_3}{E_m h_m^3 + 8E_p h_p^3 + 12E_p h_p^2 h_m + 6E_p h_p h_m^2} \\
 F^L &= \frac{E_p h_p w (E_m h_m^3 + 2E_p h_p^3) d_{31} E_3}{E_m h_m^3 + 8E_p h_p^3 + 12E_p h_p^2 h_m + 6E_p h_p h_m^2} \\
 M^M &= \frac{E_m h_m^3 (h_p + h_m) E_p h_p w d_{31} E_3}{E_m h_m^3 + 8E_p h_p^3 + 12E_p h_p^2 h_m + 6E_p h_p h_m^2} \\
 M^U &= \frac{E_p^2 h_p^4 w (h_p + h_m) d_{31} E_3}{E_m h_m^3 + 8E_p h_p^3 + 12E_p h_p^2 h_m + 6E_p h_p h_m^2} \\
 M^L &= \frac{E_p^2 h_p^4 w (h_p + h_m) d_{31} E_3}{E_m h_m^3 + 8E_p h_p^3 + 12E_p h_p^2 h_m + 6E_p h_p h_m^2}
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

Par conséquent, l'effort dans chaque couche peut être exprimé par :

$$\begin{aligned}
 T^U &= K_1^U E_3 - K_2^U E_3 z^U \\
 T^M &= K_1^M E_3 - K_2^M E_3 z^M \\
 T^L &= K_1^L E_3 - K_2^L E_3 z^L
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

où  $z$  est mesuré à partir de la surface inférieure de chaque couche :

$$0 \leq z^U \leq h_p$$

$$0 \leq z^M \leq h_m$$

$$0 \leq z^L \leq h_p$$

et :

$$K_1^U = \frac{(E_p E_m h_m^3 + 8E_p^2 h_p^3 + 6E_p^2 h_p^2 h_m) d_{31}}{E_m h_m^3 + 8E_p h_p^3 + 12E_p h_p^2 h_m + 6E_p h_p h_m^2}$$

$$K_2^U = \frac{12E_p^2 h_p (h_p + h_m) d_{31}}{E_m h_m^3 + 8E_p h_p^3 + 12E_p h_p^2 h_m + 6E_p h_p h_m^2}$$

$$K_1^M = \frac{6E_m h_m E_p h_p (h_p + h_m) d_{31}}{E_m h_m^3 + 8E_p h_p^3 + 12E_p h_p^2 h_m + 6E_p h_p h_m^2}$$

$$K_2^M = \frac{12E_m E_p h_p (h_p + h_m) d_{31}}{E_m h_m^3 + 8E_p h_p^3 + 12E_p h_p^2 h_m + 6E_p h_p h_m^2}$$

$$K_1^L = \frac{(-E_p E_m h_m^3 + 4E_p^2 h_p^3 + 6E_p^2 h_p^2 h_m) d_{31}}{E_m h_m^3 + 8E_p h_p^3 + 12E_p h_p^2 h_m + 6E_p h_p h_m^2}$$

$$K_2^L = \frac{12E_p^2 h_p (h_p + h_m) d_{31}}{E_m h_m^3 + 8E_p h_p^3 + 12E_p h_p^2 h_m + 6E_p h_p h_m^2}$$

En substituant (2.18) dans (2.13), la densité d'énergie dans chaque couche est :

$$u^U = \frac{1}{2} s_{11}^E (K_1^U - K_2^U z^U)^2 E_3^2 - d_{31} E_3^2 (K_1^U - K_2^U z^U) + \frac{1}{2} \varepsilon_{33}^T E_3^2$$

$$u^L = \frac{1}{2} s_{11}^E (K_1^L - K_2^L z^L)^2 E_3^2 + d_{31} E_3^2 (K_1^L - K_2^L z^L) + \frac{1}{2} \varepsilon_{33}^T E_3^2 \quad (2.19)$$

$$u^M = \frac{1}{2} s_M (K_1^M - K_2^M z^M)^2 E_3^2$$

En intégrant  $u^U$ ,  $u^M$  et  $u^L$  dans les trois couches, on trouve l'énergie totale stockée dans le bimorphe :

$$U = (e^U + e^M + e^L) E_3^2 \quad (2.20)$$

où :

$$e^U = w l h_p \left[ \frac{1}{2} S_{11}^E (K_1^U)^2 - d_{31} K_1^U + \frac{1}{2} \varepsilon_{33}^T \right] + \frac{1}{2} w l (d_{31} K_2^U - s_{11}^E K_1^U K_2^U) h_p^2 + \frac{1}{6} w l s_{11}^E (K_2^U)^2 h_p^3$$

$$e^M = \frac{1}{2} w l s_M (K_1^M)^2 h_m - \frac{1}{2} w l s_M K_1^M K_2^M h_m^2 + \frac{1}{6} w l s_M (K_2^M)^2 h_m^3$$

$$e^L = w l h_p \left[ \frac{1}{2} s_{11}^E (K_1^L)^2 + d_{31} K_1^L + \frac{1}{2} \varepsilon_{33}^T \right] - \frac{1}{2} w l (d_{31} K_2^L + s_{11}^E K_1^L K_2^L) h_p^2 + \frac{1}{6} w l s_{11}^E (K_2^L)^2 h_p^3$$

Pour les bimorphes antiparallèles,  $E_3 = -\frac{V}{2h_p}$ , avec  $V$  la tension appliquée sur les surfaces externes du bimorphe. En Substituant  $E_3$  dans (2.20), l'énergie totale stockée est :

$$U = (e^U + e^M + e^L) \frac{V^2}{4h_p^2} \quad (2.21)$$

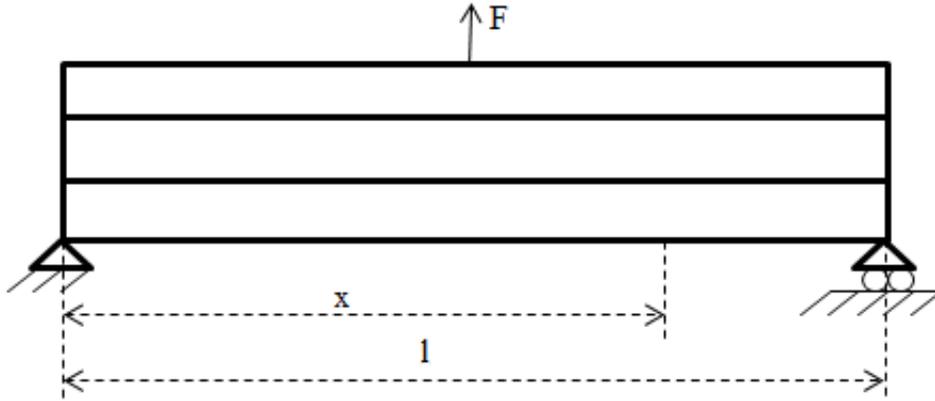


Figure 2.4 – Poutre bimorphe piézoélectrique à trois couches [Low95]

### 2.4.3 Analyse du bimorphe piézoélectrique avec force externe et champ électrique

Dans le cas de présence d'une force externe  $F$  appliquée au point milieu d'un faisceau simplement soutenu, le faisceau sera sujet au champ électrique appliqué et force externe, suivant les indications de la figure 2.4. Si l'on considère que la force externe a le même sens que l'axe des  $z$  et que la distance de la fin gauche est dénotée par  $x$ , les efforts dans chaque couche pour  $x \leq l/2$  sont :

$$\begin{aligned}
 T^U &= K_1^U E_3 - K_2^U E_3 z^U + \frac{Fx}{2I_e} (z^U + \frac{h_m}{2}) \\
 T^M &= K_1^M E_3 - K_2^M E_3 z^M + \frac{nFx}{2I_e} (z^M - \frac{h_m}{2}) \\
 T^L &= K_1^L E_3 - K_2^L E_3 z^L + \frac{Fx}{2I_e} (z^L - \frac{h_m}{2} - h_p)
 \end{aligned}
 \tag{2.22}$$

où  $I_e$  est le moment d'inertie efficace de la section transversale composée de trois couches donné par :

$$I_e = 2I_p + 2h_p w \left( \frac{h_p + h_m}{2} \right)^2 + nI_m$$

et  $n = \frac{E_m}{E_p}$ .

En substituant (2.22) dans (2.13), la densité d'énergie dans chaque couche est :

$$\begin{aligned}
 u^U &= \frac{1}{2}s_{11}^E[K_1^U E_3 - K_2^U E_3 z^U + \frac{Fx}{2I_e}(z^U + \frac{h_m}{2})]^2 - d_{31}E_3[K_1^U E_3 - K_2^U E_3 z^U + \frac{Fx}{2I_e}(z^U + \frac{h_m}{2})] \\
 &\quad + \frac{1}{2}\varepsilon_{33}^T E_3^2 \\
 u^L &= \frac{1}{2}s_{11}^E[K_1^L E_3 - K_2^L E_3 z^L + \frac{Fx}{2I_e}(z^L - \frac{h_m}{2} - h_p)]^2 + d_{31}E_3[K_1^L E_3 - K_2^L E_3 z^L + \frac{Fx}{2I_e}(z^L - \\
 &\quad \frac{h_m}{2} - h_p)] + \frac{1}{2}\varepsilon_{33}^T E_3^2 \\
 u^M &= \frac{1}{2}s_M[K_1^M E_3 - K_2^M E_3 z^M + \frac{nFx}{2I_e}(z^M - \frac{h_m}{2})]^2
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

L'intégrale de la densité d'énergie dans la demi-poutre gauche donne l'énergie totale stockée dans la demi-poutre gauche due au champ électrique appliqué et à la force externe. Dans notre cas, il est évident que l'énergie soit symétriquement distribuée au point milieu, de sorte que l'énergie stockée devrait être deux fois l'énergie dans la moitié gauche :

$$U = (e^U + e^M + e^L)E_3^2 + 2(e_1^U + e_1^M + e_1^L)E_3F + 2(e_2^U + e_2^M + e_2^L)F^2 \tag{2.24}$$

où :

$$\begin{aligned}
 e_1^U &= \frac{l^2 w}{16I_e} \left( \frac{s_{11}^E K_1^U h_p^2}{2} + \frac{s_{11}^E K_1^U h_m h_p}{2} - \frac{s_{11}^E K_2^U h_p^3}{3} - \frac{s_{11}^E K_2^U h_m h_p^2}{4} - \frac{d_{31} h_p^2}{2} - \frac{d_{31} h_m h_p}{2} \right) \\
 e_2^U &= \frac{s_{11}^E l^3 w}{192I_e^2} \left( \frac{h_p^3}{3} + \frac{h_m h_p^2}{2} + \frac{h_m^2 h_p}{4} \right) \\
 e_1^L &= \frac{l^2 w}{16I_e} \left[ -\frac{s_{11}^E K_1^L h_p^2}{2} - \frac{s_{11}^E K_1^L h_m h_p}{2} + \frac{s_{11}^E K_2^L h_p^3}{6} + \frac{s_{11}^E K_2^L h_m h_p^2}{4} - \frac{d_{31} h_p^2}{2} - \frac{d_{31} h_m h_p}{2} \right] \\
 e_2^L &= \frac{s_{11}^E l^3 w}{192I_e^2} \left( \frac{h_p^3}{3} + \frac{h_m h_p^2}{2} + \frac{h_m^2 h_p}{4} \right) \\
 e_1^M &= -\frac{ns_M l^2 w K_2^M h_m^3}{192I_e} \\
 e_2^M &= \frac{n^2 s_M l^3 w h_m^3}{2304I_e^2}
 \end{aligned}$$

L'expression (2.24) contient trois composants : le premier est proportionnel au carré du champ électrique appliqué et correspond à l'énergie due au champ pur appliqué, le second est proportionnel à la multiplication du champ électrique appliqué et la force externe et représente l'énergie due à l'effet de couplage du champ électrique appliqué et de la force externe, le troisième est proportionnel au carré de la force externe et correspond à l'énergie due seulement à la force externe.

Pour  $E_3 = -(V/2h_p)$ , l'énergie totale stockée dans le bimorphe piézoélectrique à trois couches

est :

$$U = (e^U + e^M + e^L) \frac{V^2}{4h_p^2} - (e_1^U + e_1^M + e_1^L) \frac{VF}{h_p} + 2(e_2^U + e_2^M + e_2^L) F^2 \quad (2.25)$$

Dans le cas d'un bimorphe antiparallèle simplement soutenu soumis à une force externe au point central, le conjugué canonique de la tension est la charge. On trouve, ainsi, les équations constitutives pour le bimorphe piézoélectrique à trois couches sous une force appliquée :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial V^2} &= (e^U + e^M + e^L) \frac{1}{2h_p^2} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial F} &= -(e_1^U + e_1^M + e_1^L) \frac{1}{h_p} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial F^2} &= 4(e_2^U + e_2^M + e_2^L) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Sous forme matricielle on a :

$$\begin{bmatrix} \delta \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4(e_2^U + e_2^M + e_2^L) & -(e_1^U + e_1^M + e_1^L) \frac{1}{h_p} \\ -(e_1^U + e_1^M + e_1^L) \frac{1}{h_p} & (e^U + e^M + e^L) \frac{1}{2h_p^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ V \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

où  $\delta$  et  $Q$  représentent le déplacement vertical du point milieu et la charge électrique, respectivement.

On exprime  $\delta$  en fonction de  $F$  et de  $V$ , on obtient :

$$\delta = 4(e_2^U + e_2^M + e_2^L) F - (e_1^U + e_1^M + e_1^L) \frac{V}{h_p} \quad (2.28)$$

De la loi de Newton :

$$F = F_{ext} - b \frac{d\delta}{dt} - m_e \frac{d^2\delta}{dt^2} \quad (2.29)$$

où  $F_{ext}$ ,  $b$  et  $m_e$  représentent la force externe réelle, le coefficient d'amortissement et la masse effective au point milieu, respectivement.  $m_e$  et  $b$  peuvent être obtenus à partir de la structure du système ou par l'expérimentation.

En éliminant  $F$  de (2.28), on obtient l'équation dynamique linéaire du second ordre pour le bimorphe piézoélectrique à trois couches :

$$m_e \frac{d^2\delta}{dt^2} + b \frac{d\delta}{dt} + k\delta = F_{ext} + kd_e V \quad (2.30)$$

où :

$$k = \frac{1}{4(e_2^U + e_2^M + e_2^L)}$$

$$d_e = -\frac{e_1^U + e_1^M + e_1^L}{h_p}$$

$k$  et  $d_e$  représentent la constante de raideur et le coefficient piézoélectrique, respectivement.

### 2.4.4 Modélisation dynamique du bimorphe piézoélectrique avec hystérésis

Pour développer un modèle précis utile pour les actionneurs piézoélectriques, le phénomène non-linéaire hystérésis doit être considéré. Dans notre cas le modèle qu'on va l'utiliser pour l'hystérésis est le modèle de Bouc-Wen à cause de sa simplicité. Ce modèle a été présenté la première fois dans l'analyse vibratoire mécanique non-linéaire par l'équation suivante :

$$\dot{h} = \alpha\dot{x} - \beta|\dot{x}|h|\dot{h}|^{n-1} - \gamma\dot{x}|h|^n \quad (2.31)$$

où  $\alpha$  contrôle l'amplitude de la force de reconstitution,  $\beta$  et  $\gamma$  commandent la forme du cycle d'hystérésis. On pose  $n = 1$ , l'équation (2.31) devient :

$$\dot{h} = \alpha\dot{x} - \beta|\dot{x}|h - \gamma\dot{x}|h| \quad (2.32)$$

Si l'on considère la tension appliquée sur le bimorphe, l'équation (2.32) devient :

$$\dot{h} = \alpha d_e \dot{V} - \beta|\dot{V}|h - \gamma\dot{V}|h| \quad (2.33)$$

En introduisant la variable d'état  $h$  dans (2.30), l'équation dynamique de l'actionneur piézoélectrique avec hystérésis est :

$$m_e \frac{d^2\delta}{dt^2} + b \frac{d\delta}{dt} + k\delta = F_{ext} + kd_e(V - h) \quad (2.34)$$

Les équations (2.33) et (2.34) construisent le modèle dynamique non-linéaire d'un actionneur piézoélectrique. Par un choix approprié des valeurs des paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ , ce modèle peut décrire fidèlement le comportement de l'actionneur piézoélectrique et il sera utilisé dans ce qui suit pour valider les approches de commande développées.

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a introduit les principes de la théorie de piézoélectricité et les actionneurs piézoélectriques. Ces dispositifs ont pris une attention élevée due à leurs divers avantages.

Cependant, comme tous les actionneurs à base des matériaux intelligents, la précision de ces actionneurs peut être considérablement dégradée par leur comportement non-linéaire tel que l'hystérésis. Cette non-linéarité aura comme conséquence la limitation des performances des systèmes de commande, y compris une faible poursuite, des oscillations, ou même l'instabilité du système.

Ce chapitre a été dédié essentiellement à la caractérisation de ce type de systèmes ainsi à sa modélisation. Le reste des chapitres est dédié à nos contribution en termes de modélisation et de commande des systèmes à hystérésis. Nous allons considérer les actionneurs piézoélectriques comme application.

## Identification des systèmes à hystérésis

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>53</b>
<b>3.2</b>	<b>Identification de l'hystérésis par le principe de minimum variance</b>	<b>53</b>
3.2.1	Méthode des moindres carrés étendus	54
3.2.2	Description de l'approche proposée	55
3.2.3	Exemple d'application	56
<b>3.3</b>	<b>Identification de l'hystérésis par un modèle fractionnaire</b>	<b>57</b>
3.3.1	Calculs fractionnaire	57
3.3.2	Systèmes d'ordre fractionnaire	60
3.3.3	Description de l'approche proposée	61
3.3.4	Exemple d'application	63
<b>3.4</b>	<b>Identification floue de l'hystérésis</b>	<b>66</b>
3.4.1	Rappels sur la logique floue	66
3.4.2	Description de l'approche proposée	68
3.4.3	Exemple d'application	70
<b>3.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>71</b>

---

## 3.1 Introduction

Parmi les préoccupations des automations, la modélisation qui est une étape importante dans la conduite des systèmes. Elle consiste à trouver un modèle qui reflète la dynamique du système et permet la synthèse de la commande adéquate. La modélisation peut être soit par une approche analytique (modèle de connaissance) ou par l'exploitation des données expérimentales (modèle de représentation).

Le progrès enregistré ces deux dernières décennies dans l'utilisation des dispositifs présentant l'effet d'hystérésis ont motivé les chercheurs à travailler sur l'identification de ce phénomène.

Dans ce chapitre nous proposons, en premier lieu, une approche d'identification pour la non-linéarité d'hystérésis. Le schéma d'identification proposé est basé sur le principe de minimum variance. Les paramètres du modèle seront estimés en utilisant l'algorithme des moindres carrés récursif.

En second lieu, un modèle fractionnaire pour l'hystérésis est développé. Dans cette technique, le modèle d'ordre fractionnaire est utilisé avec l'algorithme des moindres carrés récursif généralisé pour les systèmes fractionnaires.

En dernier lieu, un modèle flou de type T-S est proposé pour représenter le phénomène non-linéaire d'hystérésis et l'algorithme des moindres carrés récursif est utilisé pour optimiser les paramètres de ce modèle.

Pour toutes les techniques d'identification proposées, des résultats de simulation sur un actionneur piézoélectrique seront donnés pour valider les approches proposées et évaluer leurs performances.

## 3.2 Identification de l'hystérésis par le principe de minimum variance

La majorité des modèles proposés dans la littérature pour la description de l'hystérésis sont non-linéaires et complexes ce qui rend l'analyse du comportement du système et la synthèse de la commande une tâche difficile. Pour résoudre ces problèmes, nous proposons de décrire l'hystérésis par un modèle linéaire en utilisant les méthodes récursives d'identification.

### 3.2.1 Méthode des moindres carrés étendus

Le modèle utilisé pour cette technique d'identification est de type ARMAX défini par l'expression :

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t) \quad (3.1)$$

où  $y$  est le vecteur de sortie,  $u$  le vecteur d'entrée,  $e$  un bruit blanc de moyenne nulle et de variance constante et  $d$  un retard pur avec :

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + \sum_{i=1}^{n_A} a_i q^{-i} \\ B(q^{-1}) &= \sum_{i=1}^{n_B} b_i q^{-i} \\ C(q^{-1}) &= 1 + \sum_{i=1}^{n_C} c_i q^{-i} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Le modèle (3.1) peut être réécrit sous la forme :

$$\begin{aligned} y(t+1) &= - \sum_{i=1}^{n_A} a_i y(t+1-i) + \sum_{i=1}^{n_B} b_i u(t+1-d-i) + e(t+1) + \sum_{i=1}^{n_C} c_i e(t+1-i) \\ &= \theta^T \varphi(t) + e(t+1) \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\theta^T = [a_1, \dots, a_{n_A}, b_1, \dots, b_{n_B}, c_1, \dots, c_{n_C}]$$

$$\varphi^T = [-y(t), \dots, -y(t+1-n_A), u(t-d), \dots, u(t+1-d-n_B), e(t), \dots, e(t+1-n_C)]$$

Si l'on suppose que l'estimation de  $\theta$  est  $\hat{\theta}$ , la sortie estimée  $\hat{y}$  est donnée par :

$$\hat{y}(t+1) = \hat{\theta}^T(t) \varphi(t) \quad (3.4)$$

où  $\hat{\theta}^T = [\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_{n_A}, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_{n_B}, \hat{c}_1, \dots, \hat{c}_{n_C}]$ .

L'erreur de prédiction entre la sortie réelle et celle estimée  $\varepsilon(t)$  est définie par :

$$\varepsilon(t+1) = y(t+1) - \hat{y}(t+1) = y(t+1) - \hat{\theta}^T(t) \varphi(t) \quad (3.5)$$

On définit aussi le critère  $J(t)$  :

$$\min_{\hat{\theta}(t)} J(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^t [y(i) - \hat{\theta}^T(t) \varphi(i-1)]^2 \quad (3.6)$$

Par la minimisation de ce critère, on obtient l'algorithme d'adaptation paramétrique suivant (voir la section 1.4.2) :

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{R(t-1)\varphi(t)}{\lambda(t) + \varphi^T(t)R(t-1)\varphi(t)} [y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1)] \quad (3.7)$$

$$R(t) = \frac{1}{\lambda(t)} \left[ R(t-1) - \frac{R(t-1)\varphi(t)\varphi^T(t)R(t-1)}{\lambda(t) + \varphi^T(t)R(t-1)\varphi(t)} \right] \quad (3.8)$$

avec :

$$\begin{aligned} \theta^T &= [a_1, \dots, a_{n_A}, b_1, \dots, b_{n_B}, c_1, \dots, c_{n_C}] \\ \varphi^T &= [-y(t), \dots, -y(t+1-n_A), u(t-d), \dots, u(t+1-d-n_B), e(t), \dots, e(t+1-n_C)] \end{aligned}$$

Pour la validation du modèle proposé, on calcule l'autocorrélation de l'erreur de prédiction  $RN(i)$  comme suit :

$$RN(i) = \frac{R(i)}{R(0)}; \quad i = 1, 2, \dots, \max(n_A, n_B + d) \quad (3.9)$$

avec :

$$R(i) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon(t)\varepsilon(t-i); \quad R(0) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon^2(t) \quad (3.10)$$

Le modèle identifié est valide si  $|RN(i)| \leq 0.15$  [Lan06].

### 3.2.2 Description de l'approche proposée

L'idée générale de l'approche proposée consiste à modifier le schéma du contrôleur à minimum variance comme montre la figure 3.1. Au lieu d'utiliser en entrée un signal de référence, on utilise la sortie estimée. Dans le schéma de la figure 3.1,  $y(t)$  est la sortie du système,  $u(t)$  le signal de commande et  $\hat{y}(t+d+1)$  la sortie prédite.  $R$  et  $S$  sont deux polynômes de régulation. Ils sont donnés par [Reb14d, Reb14e] :

$$\begin{aligned} R(q^{-1}) &= \sum_{i=0}^{n_R} r_i q^{-i} \\ S(q^{-1}) &= \sum_{i=0}^{n_S} s_i q^{-i} \end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned} n_R &= n_B + d - 1 \\ n_S &= n_A - 1 \end{aligned}$$

Nous avons du schéma :

$$C(q^{-1})\hat{y}(t+d+1) = R(q^{-1})y(t) + S(q^{-1})u(t) \quad (3.11)$$

Pour le cas  $d = 0$ , on a :

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+1) &= - \sum_{i=1}^{n_C} c_i \hat{y}(t+1-i) + R(q^{-1})y(t) + S(q^{-1})u(t) \\ &= \sum_{i=1}^{n_C} c_i \hat{y}(t+1-i) + \sum_{i=0}^{n_R} r_i y(t-i) + \sum_{i=0}^{n_S} s_i u(t-i) \\ &= \hat{\theta}^T(t)\phi(t) \end{aligned} \quad (3.12)$$

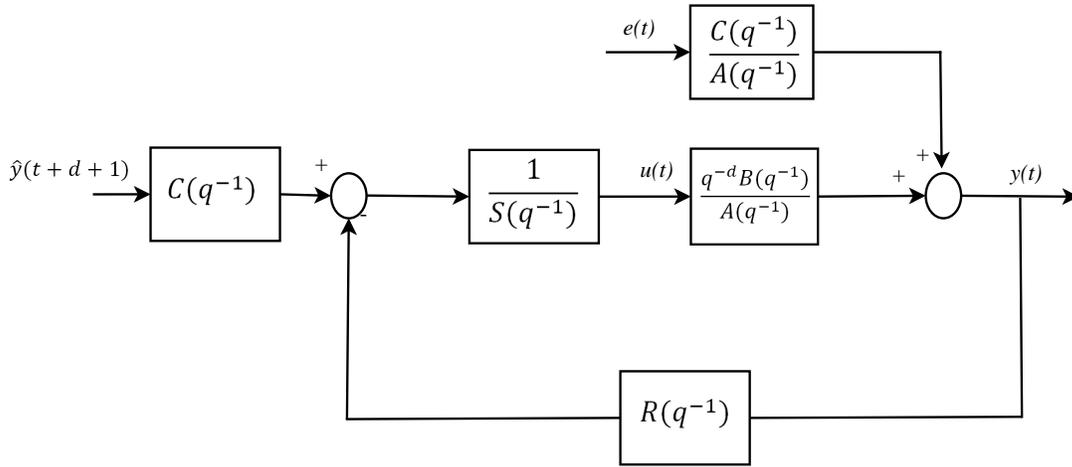


Figure 3.1 – Schéma d'identification proposé

Finalement, l'algorithme de (3.7) et (3.8) peut être appliqué avec :

$$\begin{aligned}\hat{\theta}^T &= [\hat{s}_0, \dots, \hat{s}_{n_S}, \hat{r}_0, \dots, \hat{r}_{n_R}, \hat{c}_1, \dots, \hat{c}_{n_C}] \\ \varphi^T &= [y(t), \dots, y(t - n_R), u(t), \dots, u(t - n_S), -\hat{y}(t), \dots, -\hat{y}(t - n_C)]\end{aligned}$$

Les étapes d'identification sont résumées comme suit :

1. Générer le fichier de mesures.
2. Choix des paramètres d'identification : les ordres des polynômes  $R$ ,  $S$  et  $C$ , le gain d'adaptation initial  $R(0)$  et le facteur d'oubli  $\lambda$ .
3. Estimation du vecteur des paramètres  $\hat{\theta}$ .
4. Validation du modèle obtenu par le calcul de l'autocorrélation de l'erreur de prédiction.

### 3.2.3 Exemple d'application

Afin de valider l'approche proposée, nous utilisons l'environnement Matlab pour implémenter les différents algorithmes. On peut aussi utiliser le software RIM qu'on a développé à cette fin [Reb14g, Reb15f] (voir l'annexe B). Le fichier E/S utilisé pour l'identification correspond à l'actionneur piézoélectrique APA-120ML (voir figure 3.2) excité par un signal sinusoïdal de fréquence  $50\text{Hz}$  :  $u(t) = 68.5\sin(2\pi \times 50t + 0.44) + 61.5(\text{V})$ . Cet actionneur est considéré comme exemple d'application dans nos travaux afin de valider et d'évaluer les performances des approches proposées.

Les actionneurs piézoélectriques sont, généralement, décrits par un système de second ordre. Pour cette raison, les ordres des polynômes sont choisis comme suit :  $n_A = 2$ ,  $n_B = 2$ ,  $n_C = 1$  et  $d = 0$  ce qui est équivalent à  $n_R = 1$ ,  $n_S = 1$  et  $n_C = 1$ .

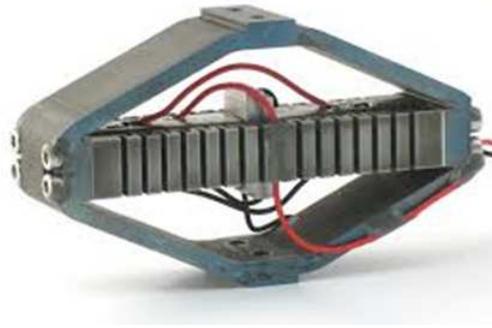


Figure 3.2 – Actionneur piézoélectrique APA-120ML

Les résultats d'identification de l'actionneur piézoélectrique et la convergence des paramètres des polynômes de régulation sont montrés sur les figures 3.3a-3.3c. D'après ces figures, nous constatons que l'approche proposée présente des résultats satisfaisants dans la description du comportement d'un actionneur piézoélectrique ainsi que la non-linéarité hystérésis.

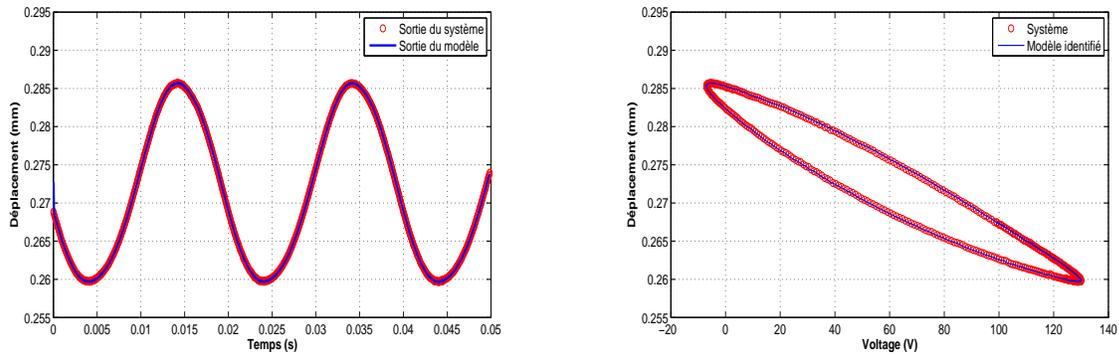
Pour évaluer les performances de notre approche, l'erreur relative d'identification et les valeurs de sa fonction d'autocorrélation sont données sur les figures 3.4a et 3.4b respectivement. On constate que l'erreur relative maximale d'identification est de 5 % et on peut voir également que les valeurs de  $|RN(i)|$  sont toutes inférieures à 0.15. De ce constat, on peut conclure que l'erreur de prédiction tend vers un bruit blanc et ceci valide l'approche proposée.

### 3.3 Identification de l'hystérésis par un modèle fractionnaire

Certes que l'approche développées dans notre première contribution est performante et donne de meilleurs résultats que les travaux existants dans la littérature, mais l'erreur d'identification, malgré faible, elle persiste toujours. Afin de remédier à ce problème et rapprocher le plus du comportement du système physique on a proposé, dans notre deuxième contribution, l'exploitation du calcul fractionnaire.

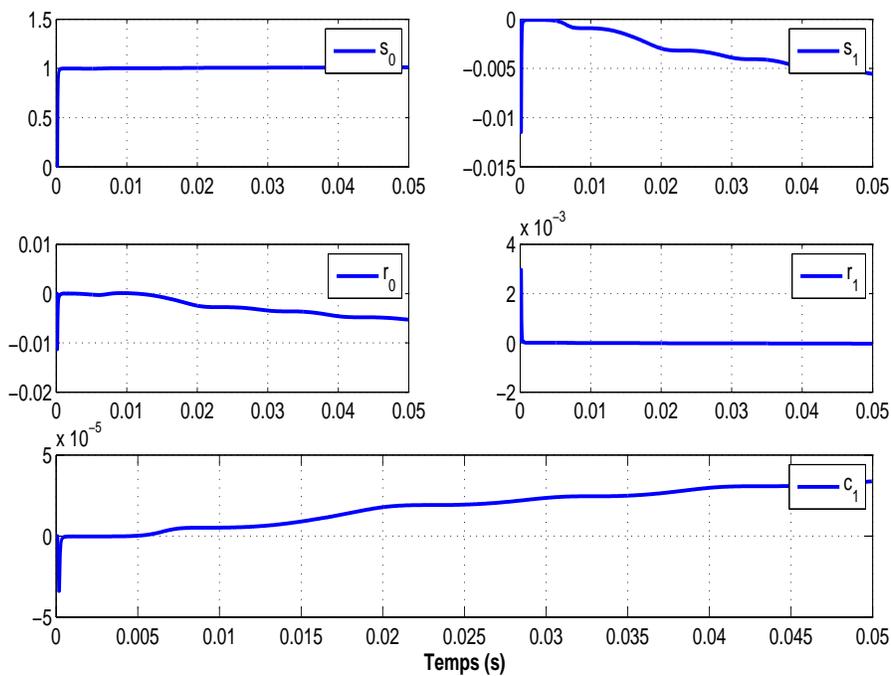
#### 3.3.1 Calculs fractionnaire

Les opérateurs d'intégration et de différentiation peuvent être généralisés en un seul opérateur fondamental  ${}_a D_t^\alpha$  où  $a$  et  $t$  dénotent les bornes de l'opération. La définition de l'opérateur intégro-



(a) Comparaison entre la réponse de l'actionneur et la réponse du modèle

(b) Propriété hystérésis de l'actionneur piézoélectrique



(c) Convergence des paramètres

Figure 3.3 – Résultats d'identification d'un actionneur piézoélectrique par l'utilisation d'un schéma basé sur le principe de minimum variance

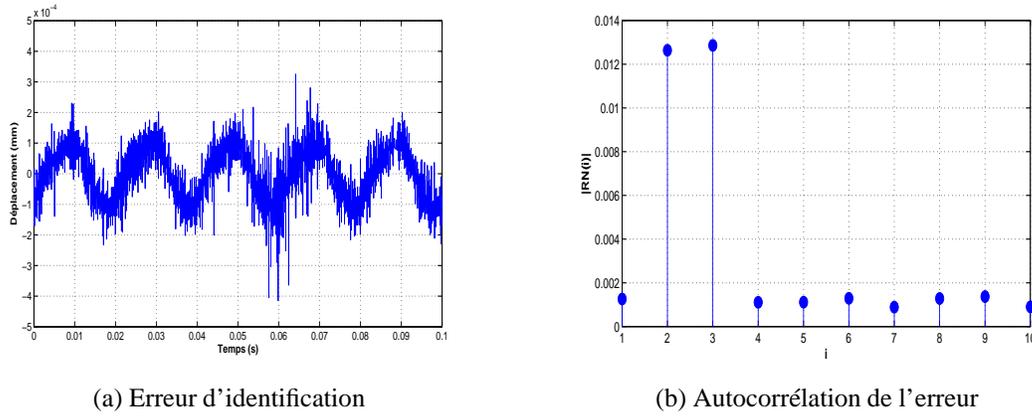


Figure 3.4 – Validation du modèle proposé

différentiel continu est donnée comme suit :

$${}_a D_t^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & \alpha > 0 \\ 1 & \alpha = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{-\alpha} & \alpha < 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

où  $\alpha \in \mathbb{R}$  est l'ordre de l'opération.

Plusieurs travaux ont été élaborés sur la théorie de la dérivation d'ordre non-entier et différentes définitions ont été données pour l'opérateur fractionnaire. Les plus utilisées sont celle de Riemann-Liouville, de Caputo et de Grünwald-Letnikov. L'obtention de ces définitions est basée sur la fonction Gamma d'Euler qui est l'une des fonctions de base dans le calcul fractionnaire. Cette fonction est la généralisation du factoriel  $n!$  ce qui permet à  $n$  de prendre des valeurs non-entières et même complexes. L'expression de cette fonction est donnée par :

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt, \quad x > 0 \quad (3.14)$$

Si on intègre par partie (3.14), on obtient :

$$\Gamma(x+1) = x\Gamma(x) \quad (3.15)$$

Évidemment,  $\Gamma(1) = 1$ , on utilise (3.15), on trouve :

$$\Gamma(n+1) = n! \quad (3.16)$$

La fonction Gamma peut être aussi représentée par une limite comme suit :

$$\Gamma(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! n^x}{x(x+1)\dots(x+n)} \quad (3.17)$$

La définition de Riemann-Liouville de la dérivée d'ordre fractionnaire d'une fonction  $x(t)$  à la forme suivante :

$$D^\alpha x(t) = \frac{d^m}{dt^m} \left[ \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t \frac{x(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-m+1}} d\tau \right] \quad (3.18)$$

où  $m-1 < \alpha < m$ ,  $m \in \mathbb{N}$  et  $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$ . Afin de faciliter l'implémentation de la dérivée d'ordre fractionnaire, la définition de Grünwald-Letnikov est introduite. Cette définition est basée sur la généralisation de la dérivée classique d'ordre  $n \in \mathbb{N}$ .

La première dérivée d'une fonction  $x(t)$  est :

$$x'(t) = \frac{dx}{dt} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x(t) - x(t-h)}{h} \quad (3.19)$$

L'application de (3.19)  $n$  fois donne :

$$x^{(n)}(t) = \frac{d^{(n)}x}{dt^n} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^n} \sum_{j=0}^N (-1)^j \binom{n}{j} x(t-jh) \quad (3.20)$$

avec :

$$\binom{n}{j} = \frac{n(n-1)\dots(n-j+1)}{j!} \quad (3.21)$$

Cette relation peut s'écrire sous la forme :

$$D^\alpha x(t) \approx \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^N w_j^\alpha x(t-jh) \quad (3.22)$$

où :

$$w_0^\alpha = 1, \quad w_j^\alpha = \left(1 - \frac{\alpha+1}{j}\right) w_{j-1}^\alpha \quad (3.23)$$

$h$  est le pas d'échantillonnage et  $N$  est le nombre des données.

Cette définition sera utilisée par la suite dans la simulation et l'évaluation de la dérivée fractionnaire.

### 3.3.2 Systèmes d'ordre fractionnaire

Les systèmes dynamiques sont, généralement, décrits par des équations différentielles qui peuvent contenir des dérivées d'ordre fractionnaire. Un système fractionnaire mono-variable linéaire peut être donné par :

$$a_0 D^{\alpha_0} y(t) + \dots + a_n D^{\alpha_n} y(t) = b_0 D^{\beta_0} u(t) + \dots + b_m D^{\beta_m} u(t) \quad (3.24)$$

où  $u(t)$  et  $y(t)$  sont respectivement l'entrée et la sortie du système.

La transformée de Laplace de  $D^\alpha x(t)$  avec des conditions initiales nulles est :

$$\mathcal{L}\{D^\alpha x(t)\} = s^\alpha X(s) \quad (3.25)$$

Remplaçons (3.25) dans (3.24), on obtient l'expression générale de la fonctions de transfert d'ordre fractionnaire :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\sum_{i=0}^n a_i s^{\alpha_i}}{\sum_{j=0}^m b_j s^{\beta_j}} \quad (3.26)$$

où  $m, n \in \mathbb{N}^*$  et  $a_i, b_j, \alpha_i, \beta_j \in \mathbb{R}$ .

Parfois toutes les puissances de  $s$  sont multiples d'une certaine valeur  $q$ , la fonction de transfert (3.26) devient alors :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\sum_{i=0}^n a_i s^{iq}}{\sum_{j=0}^m b_j s^{jq}}, \quad m, n \in \mathbb{N}^*, a_i, b_j, q \in \mathbb{R} \quad (3.27)$$

Une fonction de transfert de la forme (3.27) est dite "commensurable".

### 3.3.3 Description de l'approche proposée

Considérons l'équation de la forme (3.24) donnée par :

$$y(t) + \sum_{i=1}^{n_A} a_i D^{\alpha_i} y(t) = \sum_{j=0}^{n_B} b_j D^{\beta_j} u(t) \quad (3.28)$$

où  $u(t)$  et  $y(t)$  sont respectivement l'entrée et la sortie du système avec  $\alpha_i = i \times q_1$  et  $\beta_j = j \times q_2$ .  $q_1$  et  $q_2$  sont connus.

Remplaçons (3.22) dans (3.28) pour avoir :

$$y(t) + \sum_{i=1}^{n_A} \frac{a_i}{h^{\alpha_i}} \sum_{j=0}^N w_j^{\alpha_i} y(t - jh) = \sum_{j=1}^{n_B} \frac{b_j}{h^{\beta_j}} \sum_{k=0}^N w_k^{\beta_j} u(t - kh) \quad (3.29)$$

L'équation (3.29) s'écrit sous la forme :

$$y(t+1) = - \sum_{i=1}^{n_A} a'_i Y_i(t) + \sum_{j=0}^{n_B} b'_j U_j(t) \quad (3.30)$$

avec :

$$\begin{cases} a'_i = \frac{a_i}{h^{\alpha_i} (1 + \sum_{i=1}^{n_A} \frac{a_i}{h^{\alpha_i}})} \\ b'_j = \frac{b_j}{h^{\beta_j} (1 + \sum_{i=1}^{n_A} \frac{a_i}{h^{\alpha_i}})} \end{cases} \quad (3.31)$$

et :

$$\begin{cases} Y_i(t) = \sum_{j=1}^N w_j^{\alpha_i} y(t - jh) \\ U_j(t) = \sum_{k=0}^N w_k^{\beta_j} u(t - kh) \end{cases} \quad (3.32)$$

Si l'on considère la sortie mesurée (avec perturbations)  $y^*(t)$ , le modèle (3.32) peut être représenté par :

$$y^*(t+1) = - \sum_{i=1}^{n_A} a'_i Y_i^*(t) + \sum_{j=0}^{n_B} b'_j U_j(t) + e(t+1) \quad (3.33)$$

L'expression (3.33) peut être réécrite comme suit :

$$y(t+1) = \theta^T \varphi(t) + e(t+1) \quad (3.34)$$

avec :

$$\begin{aligned} \theta^T &= [a'_1, a'_2, \dots, a'_{n_A}, b'_0, b'_1, \dots, b'_{n_B}] \\ \varphi(t) &= [-Y_1^*(t), -Y_2^*, \dots, -Y_{n_A}^*, U_1(t), U_2(t), \dots, U_{n_B}(t)] \end{aligned}$$

Si l'on considère que  $\hat{\theta}$  est l'estimation de  $\theta$ , la sortie estimée  $\hat{y}$  est donnée par :

$$\hat{y}(t+1) = \hat{\theta}^T \varphi(t) \quad (3.35)$$

où  $\hat{\theta} = [\hat{a}'_1, \hat{a}'_2, \dots, \hat{a}'_{n_A}, \hat{b}'_0, \hat{b}'_1, \dots, \hat{b}'_{n_B}]$ .

L'erreur de prédiction entre les sorties réelle et estimée  $\varepsilon(t)$  est définie par :

$$\varepsilon(t+1) = y(t+1) - \hat{y}(t+1) \quad (3.36)$$

On définit aussi le critère  $J(t)$  :

$$\min_{\hat{\theta}(t)} J(t) = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t [y(i) - \hat{\theta}^T(t) \varphi(i-1)]^2 \quad (3.37)$$

Minimisons ce critère on obtient l'algorithme (3.7)-(3.8) :

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{R(t-1)\varphi(t)}{\lambda(t) + \varphi^T(t)R(t-1)\varphi(t)} [y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-1)] \quad (3.38)$$

$$R(t) = \frac{1}{\lambda(t)} \left[ R(t-1) - \frac{R(t-1)\varphi(t)\varphi^T(t)R(t-1)}{\lambda(t) + \varphi^T(t)R(t-1)\varphi(t)} \right] \quad (3.39)$$

avec :

$$\begin{aligned} \theta^T &= [a'_1, a'_2, \dots, a'_{n_A}, b'_0, b'_1, \dots, b'_{n_B}] \\ \varphi(t) &= [-Y_1^*(t), -Y_2^*, \dots, -Y_{n_A}^*, U_1(t), U_2(t), \dots, U_{n_B}(t)] \end{aligned}$$

L'identification du modèle est basée sur la procédure suivante [Reb14b] :

1. Génération du fichier de mesures.
2. Sélection des paramètres d'identification tels que :  $n_A$ ,  $n_B$ ,  $q_1$  et  $q_2$ .
3. Estimation des paramètres du modèle par l'utilisation de (3.38)-(3.39).
4. Test de validité par le calcul de l'autocorrélation de l'erreur. Si le modèle n'est pas valide, on retourne à l'étape 2.
5. Détermination de  $a_i$  et  $b_j$  pour  $i = 1, \dots, n_A$  et  $j = 0, \dots, n_B$  par les expressions suivantes :

Paramètre	Valeur
$n_A$	2
$n_B$	0
$q_1$	0
$q_2$	1.008
$F(0)$	$3 \times 10^4$
$\theta^T(0)$	$[0, 0, 0]$

Tableau 3.1 – Paramètres d'identification

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{n_A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{a'_1-1}{h^{\alpha_1}} & \frac{a'_1}{h^{\alpha_2}} & \cdots & \frac{a'_1}{h^{\alpha_{n_A}}} \\ \frac{a'_2-1}{h^{\alpha_1}} & \frac{a'_2}{h^{\alpha_2}} & \cdots & \frac{a'_2}{h^{\alpha_{n_A}}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{a'_{n_A}-1}{h^{\alpha_1}} & \frac{a'_{n_A}}{h^{\alpha_2}} & \cdots & \frac{a'_{n_A}}{h^{\alpha_{n_A}}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -a'_1 \\ -a'_2 \\ \vdots \\ -a'_{n_A} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$$b_j = b'_j \left( h^{\beta_j} + \sum_{i=1}^{n_A} a_i h^{\beta_j - \alpha_i} \right), \quad j = 0, \dots, n_B. \quad (3.41)$$

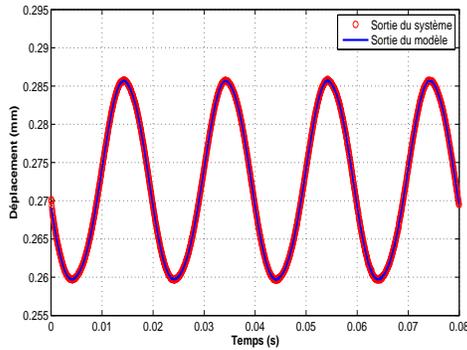
### 3.3.4 Exemple d'application

#### 3.3.4.1 Validation du modèle

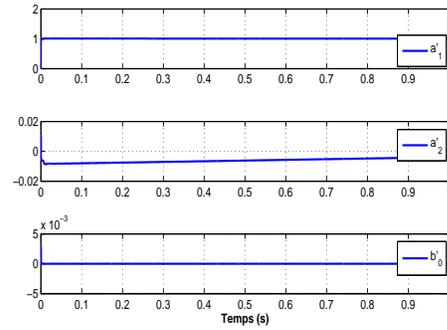
Pour tester notre approche, on prend le même fichier de mesures de l'actionneur piézoélectrique utilisé dans la section 3.2. Les paramètres d'identification choisis sont donnés dans le tableau 3.1.

Les résultats d'identification sont montrés sur la figure 3.7 et une comparaison entre la réponse du système réel et celle du modèle est donnée par la figure 3.5a. D'après ces résultats, on constate que le modèle proposé décrit fidèlement le comportement du système réel. La figure 3.5b montre que les paramètres  $a'_1$ ,  $a'_2$ , et  $b'_0$  convergent vers 1.004,  $-3.9 \times 10^{-3}$  et  $-6.13 \times 10^{-7}$  respectivement. D'après la figure 3.5c, les paramètres réels du modèle  $a_1$ ,  $a_2$ , et  $b_0$  convergent vers  $-0.355$ ,  $6.35 \times 10^{-8}$  et 0.0047 respectivement. D'après la figure 3.5d, on remarque que l'hystérésis est décrite, à un degré d'exactitude très acceptable, par la technique de modélisation proposée.

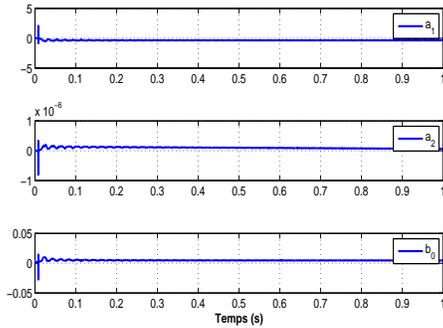
Pour mettre en évidence les performances de notre approche, le test de blanchissement est appliqué. Les figures 3.6a, 3.6b donnent respectivement l'erreur de prédiction et l'autocorrélation de l'erreur. D'après ces figures, nous remarquons que l'erreur de prédiction converge vers un bruit blanc, ce qui montre l'efficacité du modèle proposé.



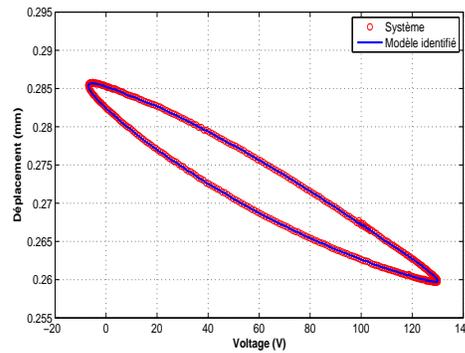
(a) Comparaison entre la réponse de l'actionneur et la réponse du modèle



(b) Convergence des paramètres virtuels  $a'_1$ ,  $a'_2$  et  $b'_0$  du modèle fractionnaire



(c) Convergence des paramètres réels  $a_1$ ,  $a_2$  et  $b_0$ , du modèle fractionnaire



(d) Propriété hystérésis de l'actionneur piézoélectrique

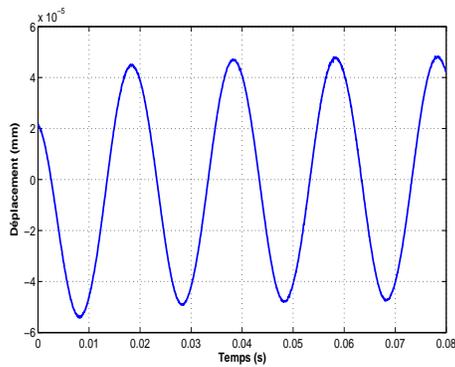
Figure 3.5 – Résultats d'identification d'un actionneur piézoélectrique par un modèle fractionnaire

### 3.3.4.2 Comparaison avec un modèle d'ordre entier

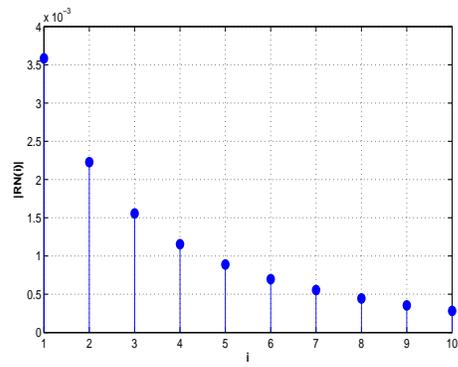
Pour étudier son exactitude, le modèle d'ordre fractionnaire proposé est comparé avec un modèle d'ordre entier avec  $n_A = 2$  et  $n_B = 0$ . Ce modèle est donnée par :

$$y(t) = \frac{B(s)}{A(s)}u(t) + e(t)$$

Le modèle choisit a assuré des bons résultats dans une étude précédente [Reb14d]. Les paramètres obtenus par l'utilisation de la méthode des moindres carrés récurrente sont  $a_1 = -0.0038$ ,  $a_2 = 1.053 \times 10^{-5}$  et  $b_0 = 4.66 \times 10^{-8}$ .

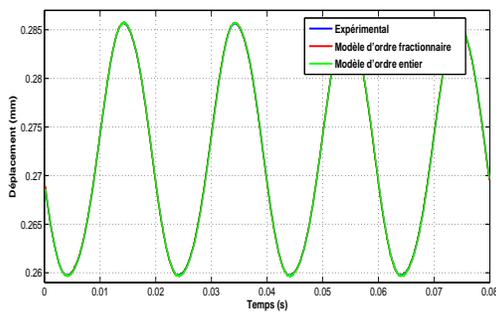


(a) Erreur d'identification

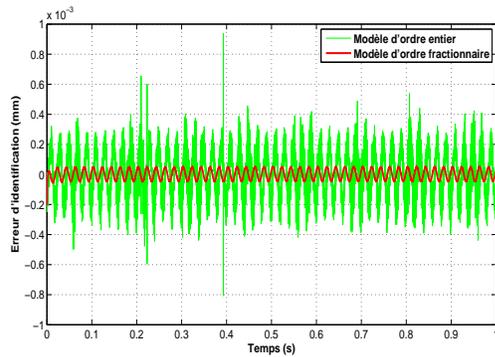


(b) Autocorrélation de l'erreur

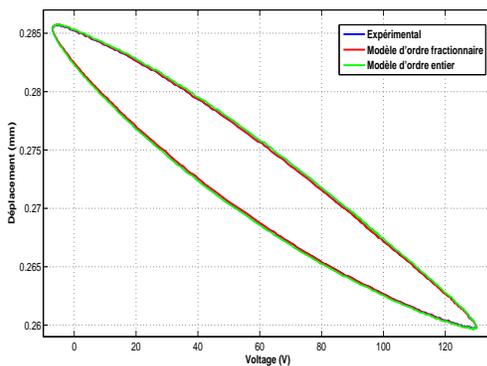
Figure 3.6 – Validation du modèle fractionnaire d'un actionneur piézoélectrique



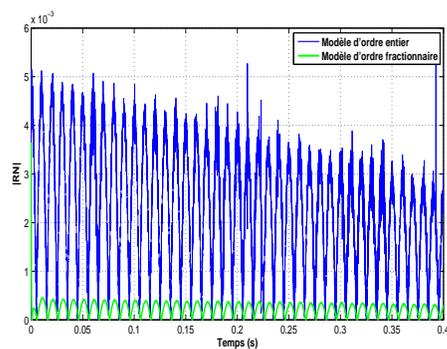
(a) Comparaison des sorties



(b) Comparaison des erreurs d'identification



(c) Comparaison du propriété d'hystérésis



(d) Comparaison des autocorrélations des erreurs

Figure 3.7 – Comparaison du modèle fractionnaire avec un modèle entier

Les résultats de comparaison sont donnés sur les figures 3.7a-3.7d. 3.7c et 3.7d montrent les résultats de validation pour les deux modèles. Nous constatons que les résultats obtenus par le modèle fractionnaire sont plus exacts que ceux obtenus par le modèle d'ordre entier.

## 3.4 Identification floue de l'hystérésis

Afin de s'affranchir à la complexité de la modélisation mathématique, de profiter des avantages de la théorie de la logique floue, de sa simplicité, de sa souplesse de mise en œuvre, nous proposons comme troisième contribution d'exploiter cette théorie pour décrire le comportement des systèmes à hystérésis.

### 3.4.1 Rappels sur la logique floue

La théorie de la logique floue est apparue grâce au Pr. Lotfi A . Zadeh en 1965 dans son article *Ensembles floues* [Zad65]. L'intérêt de la logique floue réside dans sa capacité à traiter l'imprécis, l'incertain et le vague. Elle est issue de la capacité de l'homme à décider et agir de façon pertinente malgré le flou des connaissances disponibles. En effet, la logique floue a été introduite pour approcher le raisonnement humain à l'aide d'une représentation adéquate des connaissances [Wan94].

La logique de l'être humain peut définir des stratégies de commande de façon linguistique avec un minimum de connaissances sur le processus. Dans la logique floue, cette stratégie est traduite en un ensemble de règles appelées règles floues, qui peuvent être utilisées pour l'identification des systèmes comme pour leurs commandes.

Le premier travail sur l'utilisation de la logique floue pour la commande a été par Mamdani en 1970 [Mam74, Mam77]. Cependant, ce type de contrôleurs a des inconvénients tels que le temps de calcul et les problèmes de robustesse et de stabilité. Dans les années 80, Takagi et Sugeno ont proposé une autre structure de contrôleurs flous dite le type T-S [Tak83, Tak85].

La structure de base d'un système flou peut se diviser en trois parties principales comme montre la figure 3.8.

1. **Fuzzification** : dans cette partie l'entrée du système passe d'une valeur numérique à un terme linguistique. Soit  $x$  une variable numérique définie sur un domaine appelé univers de discours

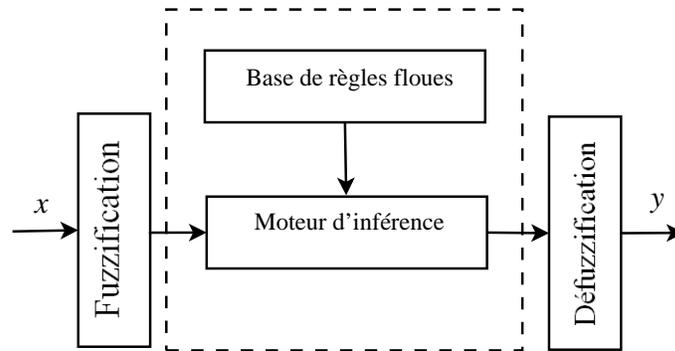


Figure 3.8 – Structure de base d'un système flou

$X$ ,  $F$  est un terme flou appelé fonction d'appartenance et  $a$  le degré d'appartenance de  $x$  à  $F$ .

$$\mu_F(x) = \begin{cases} a > 0 & \text{x vérifié en partie la propriété définie par F} \\ a = 1 & \text{il est vrai que } x \text{ est } F \\ a = 0 & \text{il est faux que } x \text{ est } F \end{cases} \quad (3.42)$$

2. **Moteur d'inférence** : les règles floues, appelées aussi règles d'inférence, sont de la forme "Si prémisses **Alors** conclusions". Elles sont très proches du langage naturel.

Plus généralement, un système d'inférence flou est composé de  $N$  règles floues de type :

$$R_i : \quad \text{Si } x_1 \in X_1^i \text{ et } \dots \text{ et } x_n \in X_n^i \text{ alors } y_i \text{ est } Y^i$$

avec :

- Si  $x_1 \in X_1^i$  et  $\dots$  et  $x_n \in X_n^i$  la partie prémisse de la règle  $i$ .
- $y_i$  est  $Y^i$  la conséquence associée.
- $X_j^i$  une caractéristique floue de la variable  $x_j$  dont la fonction d'appartenance est notée  $\mu_{X_j^i}$ .

Pour plusieurs règles floues, la conséquence finale devient :

$$y \text{ est : } y_1 \text{ ou } y_2 \text{ ou } \dots \text{ ou } y_m$$

L'agrégation des règles définie par 'ou' est obtenue par la somme algébrique.

3. **Defuzzification** : dans cette partie, la fonction d'appartenance résultante obtenue à la sortie du moteur d'inférence est transformée en valeur numérique. Plusieurs stratégies de défuzzification existent. Les plus répandues sont :

- la méthode du centre de gravité
- la méthode du maximum
- la méthode de la hauteur
- la méthode de l'air

### 3.4.2 Description de l'approche proposée

Le système hystérétique est assumé comme une boîte noire avec  $N$  paires d'entrée-sortie  $(u(k), y(k))$ ,  $k = 1, \dots, N$ . Afin de le modéliser, nous considérons un système flou de type T-S avec  $R$  règles de la forme [Reb15e] :

$$\begin{aligned}
 R_i \quad & \text{Si } y(k) \text{ est } A_1^K \text{ et } y(k-1) \text{ est } A_2^L \dots \text{ et} \\
 & y(k-n+1) \text{ est } A_n^M \text{ alors} \\
 & y^i(k+1) = \alpha^i(q^{-1})y(k) + \beta^i(q^{-1})u(k)
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

où  $y(k), \dots, y(k-n+1)$  et  $u(k), \dots, u(k-n+1)$  sont respectivement les sorties et les entrées du système. De plus,

$$\begin{aligned}
 \alpha^i(q^{-1}) &= \sum_{j=1}^n a_j^i q^{1-j} \\
 \beta^i(q^{-1}) &= \sum_{j=1}^n b_j^i q^{1-j}
 \end{aligned}$$

sont des polynômes réels à déterminer pour représenter le comportement du système.

$A_1^K, A_2^L, \dots, A_n^M$  sont des ensembles flous délimités par des fonctions d'appartenance Gaussiennes définies par :

$$\mu_i(x) = e^{-0.5\left(\frac{x-c_i}{\sigma}\right)^2}, \quad i = 1, \dots, m \tag{3.44}$$

où  $c$  est le centre de la fonction. Dans notre approche, les centres  $c_i$  sont fixés pour couvrir l'univers de discours de l'entrée  $[y_{min} \quad y_{max}]$ . Ils sont donnés par l'expression suivante :

$$c_i = y_{min} + \frac{(i-1)}{m-1}(y_{max} - y_{min}), \quad i = 1, \dots, m \tag{3.45}$$

où  $m$  est le nombre des ensembles flous de l'entrée.

Afin d'éviter la perte et la redondance de l'information, le paramètre  $\sigma$  est choisi pour avoir un chevauchement entre deux fonctions adjacentes égal à 0.5. Il est donné par :

$$\sigma = \frac{c_i - c_{i-1}}{2\sqrt{-2 \log(0.5)}} \tag{3.46}$$

La sortie du système flou (3.43) peut être exprimé par :

$$\hat{y}(k+1) = \sum_{i=1}^R \xi_i(k) y^i(k+1) \tag{3.47}$$

où  $\xi_i(k)$  est la fonction floue de base supposée connue et donnée par :

$$\xi_i(k) = \frac{\mu_i(y(k), \dots, y(k-n+1))}{\sum_{i=1}^R \mu_i(y(k), \dots, y(k-n+1))} \tag{3.48}$$

et  $\mu_i(y(k), \dots, y(k-n+1))$  est le degré d'activation du règle  $i$ .

La sortie peut être, aussi, exprimée par :

$$\hat{y}(k+1) = \varphi^T(k)\theta \quad (3.49)$$

avec  $\varphi(k)$  et  $\theta$  sont respectivement le vecteur des paramètres et le vecteur des mesures. Ils sont donnés par :

$$\varphi(k) = \begin{bmatrix} y(k)\xi_1(k) \\ \vdots \\ y(k)\xi_R(k) \\ \vdots \\ y(k-n+1)\xi_1(k) \\ \vdots \\ y(k-n+1)\xi_R(k) \\ u(k)\xi_1(k) \\ \vdots \\ u(k)\xi_R(k) \\ \vdots \\ u(k-n+1)\xi_1(k) \\ \vdots \\ u(k-n+1)\xi_R(k) \end{bmatrix} \quad \text{and } \theta = \begin{bmatrix} a_1^1 \\ \vdots \\ a_1^R \\ \vdots \\ a_n^1 \\ \vdots \\ a_n^R \\ b_1^1 \\ \vdots \\ b_1^R \\ \vdots \\ b_n^1 \\ \vdots \\ b_n^R \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

Pour trouver le meilleur  $\theta$ , considérons le critère suivant :

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [y(k+1) - \hat{y}(k+1)]^2 \quad (3.51)$$

où  $N$  est le nombre de données.

Après la minimisation de  $J$ , le vecteur optimal des paramètres  $\theta$  est estimé à travers l'algorithme d'adaptation paramétrique donné par :

$$\begin{aligned} K(k) &= P(k-1)\varphi(k) [1 + \varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)]^{-1} \\ P(k) &= [I - K(k)\varphi^T(k)] P(k-1) \\ \theta(k) &= \theta(k-1) + K(k) [y(k) - \varphi^T(k)\theta(k-1)] \end{aligned} \quad (3.52)$$

où  $K \in R^{(n \times R) \times 1}$ ,  $P \in R^{(n \times R) \times (n \times R)}$  et  $I \in R^{(n \times R) \times (n \times R)}$  est la matrice identité. Pour évaluer les performances de notre approche, nous estimons l'erreur relative absolue définie par :

$$e_r(k) = \frac{|y(k) - \hat{y}(k)|}{y_{max}}, k = 1, \dots, N \quad (3.53)$$

Pour résumer, les étapes d'identification sont données sur la figure 3.9.

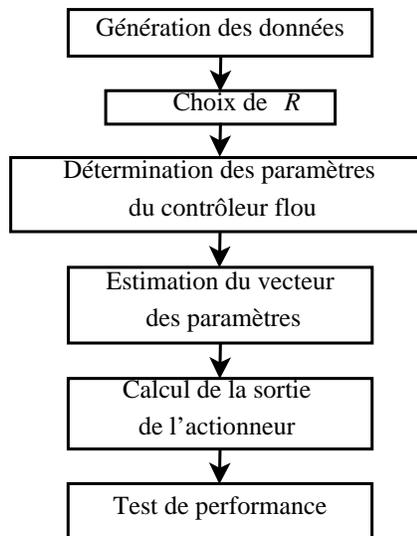


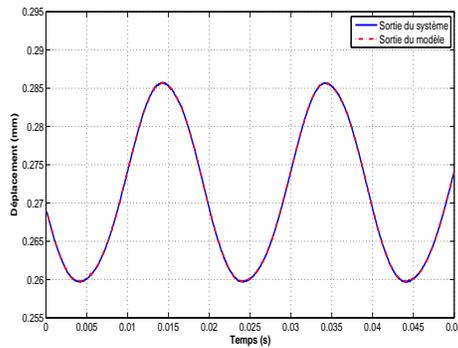
Figure 3.9 – Étapes d'identification

### 3.4.3 Exemple d'application

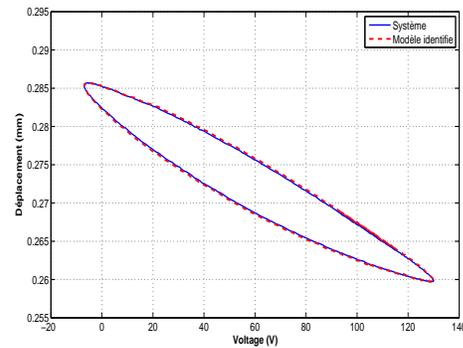
Pour valider l'approche proposée, on utilise les données de l'actionneur piézoélectrique utilisé dans la section 3.2. Les paramètres initiaux sont choisis  $P(0) = 10^5 I$  et  $\theta(0) = [0, 0, \dots, 0]$ . Après plusieurs simulations pour différents nombres d'entrées et d'ensembles flous, nous avons constaté qu'un nombre d'entrées  $n = 2$  est suffisant. Le nombre des ensembles flous dans chaque univers de discours est choisi  $m = 2$ . Par conséquent, le nombre de règles est  $R = 9$ .

Les principaux résultats d'identification sont données par la figure 3.10. D'après ces résultats nous constatons que notre approche assure des résultats satisfaisants sans pour autant compliquer l'approche par les calculs mathématiques.

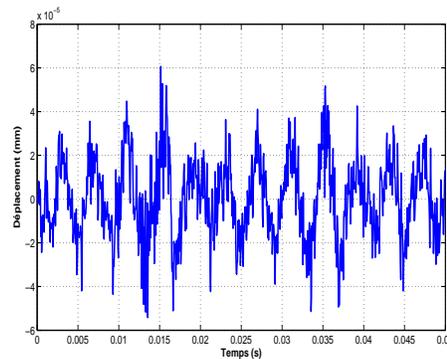
La figure 3.10c présente l'erreur d'identification obtenue par l'approche proposée. L'erreur relative maximale est de 0.02%, ce qui montre l'efficacité de notre approche.



(a) Comparaison entre la réponse de l'actionneur et la réponse du modèle



(b) Propriété hystérésis de l'actionneur piézoélectrique



(c) Erreur relative d'identification

Figure 3.10 – Résultats d'identification d'un actionneur piézoélectrique par un modèle flou

### 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé et développé des approches d'identification pour l'effet non-linéaire hystérésis. La première approche est basée sur le principe de minimum variance où les coefficients de deux polynômes sont estimés pour décrire le comportement du système hystérétique.

Dans la deuxième technique, nous avons profité de l'avantage d'exactitude des calculs fractionnaires pour proposer un modèle fractionnaire pour l'hystérésis. L'algorithme des moindres carrés récursif est utilisé pour optimiser les paramètres de ce modèle.

Dans la dernière technique, un modèle flou de T-S est présenté et des systèmes flous sont utilisés pour identifier la dynamique du système. Les résultats de simulation effectuée sur un actionneur piézoélectrique montrent les bonnes performances de ces méthodes d'identification.

## Commande des systèmes à hystérésis

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>73</b>
<b>4.2</b>	<b>Commande fractionnaire</b>	<b>73</b>
4.2.1	Modèle mathématique de l'actionneur piézoélectrique	73
4.2.2	Contrôleurs PID-flou d'ordre fractionnaire	74
4.2.3	Conception d'un contrôleur PID-flou fractionnaire optimal	75
4.2.4	Résultats de simulation	78
<b>4.3</b>	<b>Commande par modes glissants</b>	<b>82</b>
4.3.1	Position du problème	82
4.3.2	Conception d'une commande par modes glissants adaptative floue	84
4.3.3	Résultats de simulation	89
<b>4.4</b>	<b>Commande synergétique</b>	<b>91</b>
4.4.1	Position du problème	92
4.4.2	Conception d'une commande synergétique adaptative floue	92
4.4.3	Résultats de simulation	95
<b>4.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>98</b>

---

## 4.1 Introduction

La commande d'un système non-linéaire est une tâche difficile même quand le modèle dynamique du système est disponible. Ce problème de commande est d'autant plus ardu si le modèle dynamique est inconnu ou mal connu. L'existence du phénomène d'hystérésis dans un système rend sa commande plus difficile. Dans ce cadre, plusieurs travaux de recherche ont été publiés sur la commande des systèmes à hystérésis. Cependant, la maîtrise de ce phénomène reste un grand défi.

Dans ce chapitre, nous proposons trois techniques de commande pour les systèmes non-linéaires hystérétiques. Premièrement, un contrôleur PID-flou d'ordre fractionnaire est développé pour cette classe de systèmes. Les paramètres de ce contrôleur sont optimisés par la méthode d'essaim de particule. L'approche de commande est appliquée sur un actionneur piézoélectrique.

Deuxièmement, nous développons deux commandes adaptatives à base des systèmes flous pour la classe des systèmes hystérétiques. Les systèmes flous sont utilisés pour estimer en ligne la dynamique du système et la loi de commande est synthétisée en se basant sur ces estimées. Les lois de commande et les lois d'adaptation sont obtenues en se basant sur des fonctions de Lyapunov. Enfin, des exemples d'applications sont donnés afin de vérifier les performances des approches proposées.

## 4.2 Commande fractionnaire

Vu les avantages constatés lors de l'utilisation du calcul fractionnaire en modélisation, on s'intéresse dans un premier lieu, au volet II de notre travail, à l'exploitation de cette technique dans le but d'affiner d'avantage l'action de commande.

### 4.2.1 Modèle mathématique de l'actionneur piézoélectrique

Le modèle le plus utilisé pour la description du comportement des actionneurs piézoélectriques est celui développé par [Low95]. La description de ce modèle est donnée dans la section 2.4. Ce modèle a attiré une attention progressive due à sa capacité de décrire l'hystérésis dans les actionneurs piézoélectriques.

Dans ce modèle, le phénomène hystérésis et l'effet piézo sont séparés. Comme nous avons vu dans le deuxième chapitre, le premier est représenté par le modèle de Bouc-Wen décrit dans la section 1.3.5. Le deuxième est décrit par un modèle linéaire de deuxième ordre comme montré sur la figure 4.1. Le modèle dynamique de l'actionneur piézoélectrique peut être décrit par les expressions suivantes :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = k(d_e u - h) \quad (4.1)$$

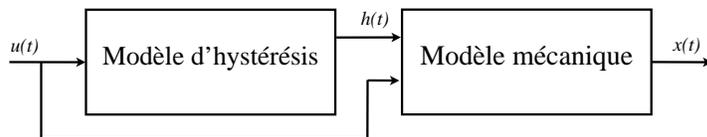


Figure 4.1 – Modèle de l’actionneur utilisé : le modèle de Bouc-Wen pour le comportement d’hystérésis et un modèle linéaire de deuxième ordre pour l’effet piézo

Paramètre	Valeur	Unité
$m$	$1.595 \times 10^{-2}$	$kg$
$c$	1.169	$Ns/m$
$k$	$3.197 \times 10^3$	$N/m$
$d_e$	$1.014 \times 10^{-6}$	$m/V$
$\alpha_1$	$4.357 \times 10^{-7}$	
$\alpha_2$	$3.438 \times 10^{-2}$	
$\alpha_3$	$-2.865 \times 10^{-3}$	

Tableau 4.1 – Paramètres du modèle de l’actionneur

$$\dot{h} = \alpha_1 \dot{u} - \alpha_2 |\dot{u}| h - \alpha_3 \dot{u} |h| \quad (4.2)$$

où  $x$  et  $u$  dénotent, respectivement, le déplacement de l’actionneur et le voltage appliqué.  $m$ ,  $c$ ,  $k$  et  $d_e$  sont la masse et le coefficient piézoélectrique.  $h$  est la sortie du modèle de Bouc-Wen.  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2 > 0$  et  $\alpha_3 < 0$  sont des paramètres qui affectent la forme de la non-linéarité hystérésis.

Les paramètres du modèle utilisé sont donnés sur le tableau 4.1.

## 4.2.2 Contrôleurs PID-flou d’ordre fractionnaire

La structure du PID-flou d’ordre fractionnaire proposé est montrée sur la figure 4.2. Afin de déterminer les paramètres du contrôleur proposé, des intervalles pour les valeurs admissibles ont été déterminés ensuite la méthode d’essaim de particules a été utilisée pour avoir les valeurs optimales des paramètres du contrôleur [Ken95]. Comme montré sur la figure 4.2, les variables d’entrée du contrôleur flou sont l’erreur  $e$  et la dérivée fractionnaire de l’erreur  $\frac{d^\mu e}{dt^\mu}$ . Le signal d’erreur est définie par :

$$e(t) = r(t) - x(t) \quad (4.3)$$

où  $r(t)$  est le signal d’erreur,  $x(t)$  est le déplacement de l’actionneur.

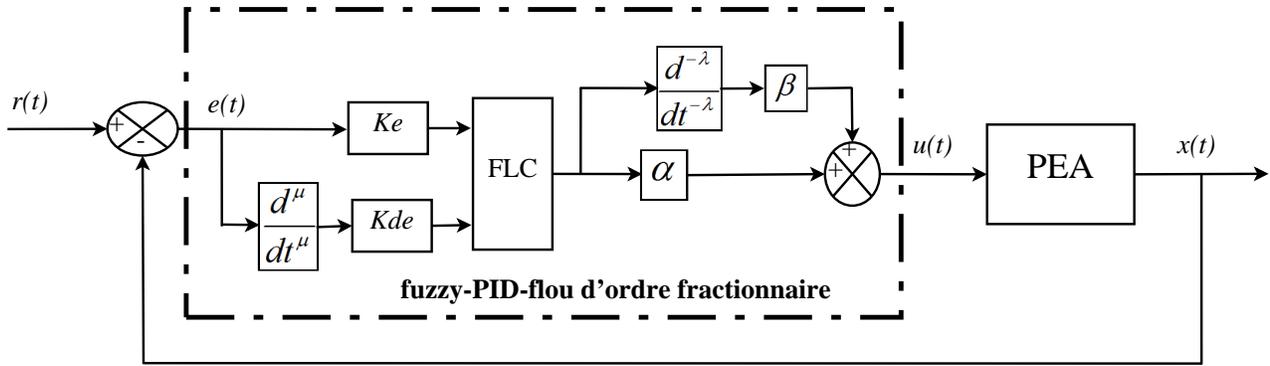


Figure 4.2 – Structure proposée du PID-flou d'ordre fractionnaire [Reb14c, Reb14a]

La structure T-S est adoptée pour le contrôleur flou. Le choix de cette structure est motivé par sa simplicité et la possibilité d'obtenir une sortie du contrôleur flou mathématiquement manipulable. La stratégie de commande peut être définie par des règles floues de la forme :

If  $e$  is  $A$  and  $\frac{d^\mu e}{dt^\mu}$  is  $B$  then  $du$  is  $C$

où  $e$  et  $\frac{d^\mu e}{dt^\mu}$  sont les entrées du contrôleur flou,  $du$  est sa sortie.  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont les ensembles flous.

La base des règles floues du contrôleur est donnée sur la figure 4.3. Les variables linguistiques NVB, NB, NM, NS, ZE, PS, PM, PB, PVB dans la figure 4.3 signifient Négative Très Grande (Negative Very Big), Négative Grande (Negative Big), Négative Moyenne (Negative Medium), Négative Petite (Negative small), Zéro (Zero), Positive Petite (Positive Small), Positive Moyenne (Positive Medium), Positive Grande (Positive Big) et Positive Très Grande (Positive Very Big), respectivement. Les fonctions d'appartenance du contrôleur flou sont illustrées dans les figures 4.4 et 4.5. Pour les variables d'entrée, les variables linguistiques NVB et PVB sont des fonctions trapézoïdales et les autres sont des fonctions triangulaires. Étant donné que le contrôleur est de type T-S, les fonctions d'appartenance pour la sortie sont des singletons. La surface de contrôle décrivant la relation entrée-sortie et résumant ainsi la stratégie de commande est donnée sur la figure 4.6.

### 4.2.3 Conception d'un contrôleur PID-flou fractionnaire optimal

L'essaim de particules est l'un des algorithmes heuristiques modernes qui a été développé par Kennedy et Eberhart en 1995. Il utilise la métaphore du comportement des oiseaux pour résoudre des problèmes d'optimisation. Cette technique est basée sur le principe suivant : l'algorithme commence par l'initialisation d'une population de particules dans un essaim. Ensuite, les positions des particules sont adaptées par l'utilisation des équations de position et de vitesse données par :

$$v_{id}(j+1) = wv_{id}(j) + c_1r_1(P_{id} - x_{id}) + c_2r_2(P_{gd} - x_{id}) \quad (4.4)$$

$\begin{matrix} e \\ \hline \frac{d^{\alpha}e}{dt^{\alpha}} \end{matrix}$	<b>NB</b>	<b>NS</b>	<b>ZE</b>	<b>PS</b>	<b>PB</b>
<b>PB</b>	ZE	PS	PM	PB	PVB
<b>PS</b>	NS	ZE	PS	PM	PB
<b>ZE</b>	NM	NS	ZE	PS	PM
<b>NS</b>	NB	NM	NS	ZE	PS
<b>NB</b>	NVB	NB	NM	NS	ZE

Figure 4.3 – Table d’inférence (stratégie de commande)

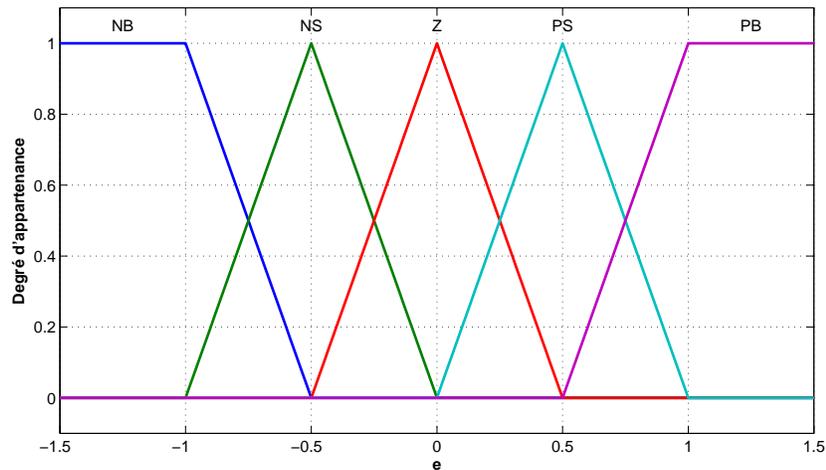


Figure 4.4 – Fonctions d’appartenance de l’erreur et sa dérivée fractionnaire

$$x_{id}(j + 1) = x_{id}(j) + v_{id}(j + 1) \tag{4.5}$$

où  $j = 1, \dots, n$  et  $i = 1, \dots, d$ . Les paramètres de cette technique et ses significations sont synthétisés dans le tableau 4.2.

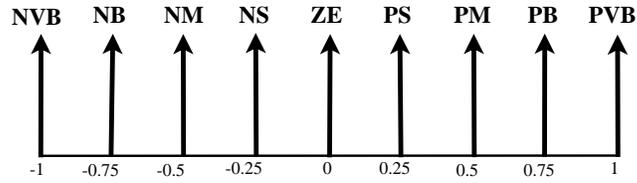


Figure 4.5 – Fonctions d'appartenance de la sortie du contrôleur flou

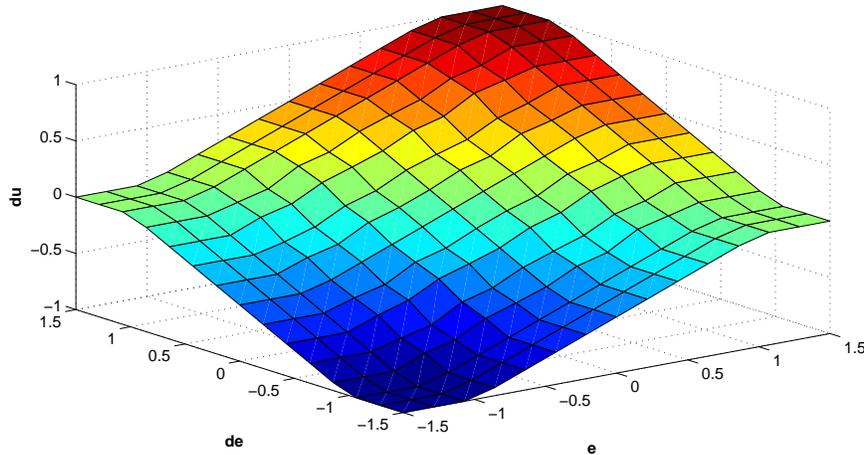


Figure 4.6 – Surface de contrôle

Paramètre	Signification
$n$	taille de population
$d$	dimension du problème
$v_{id}(j)$	vitesse du particule $i$ à l'itération $j$
$x_{id}(j)$	position du particule $i$ à l'itération $j$
$P_{id}$	meilleure position locale du particule $i$
$P_{gd}$	meilleure position globale d'essaim
$w$	facteur d'inertie
$c_1, c_2$	facteurs d'accélération
$r_1, r_2$	nombres aléatoires uniformément distribués entre 0 et 1

Tableau 4.2 – Signification des paramètres

D'après le schéma du PID-flou fractionnaire optimal donné dans la figure 4.7, cinq paramètres  $\{K_e, K_{de}, \alpha, \beta, \mu, \lambda\}$  sont à déterminer. Le système mono-entrée mono-sortie (SISO) peut être transformé à la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{z} &= f(z, u, p) \\ x &= g(z, p) \end{aligned} \quad (4.6)$$

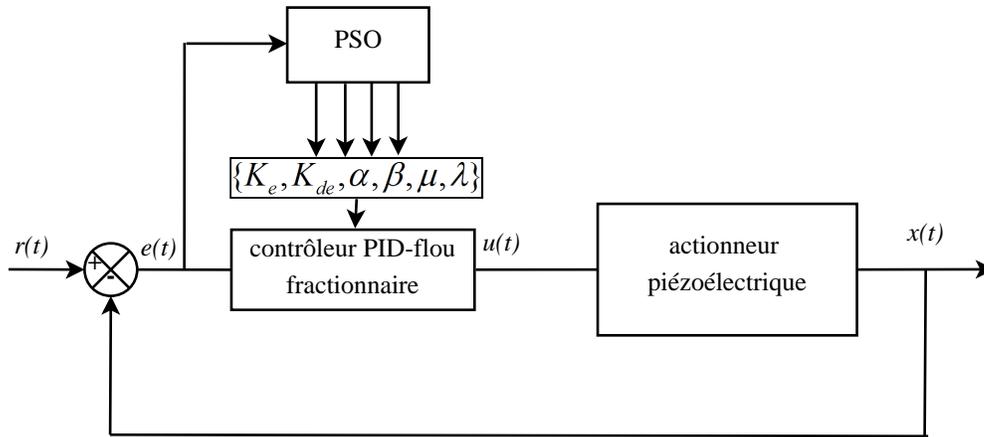


Figure 4.7 – Schéma du PID-flou fractionnaire optimal [Reb15d]

où  $u, x$  et  $z$  dénotent le signal de commande, le déplacement de l'actionneur et le vecteur d'état, respectivement.  $p$  est un vecteur qui contient les paramètres inconnus du contrôleur.

La fonction à optimiser est définie par :

$$\min_p J_1 = \int_0^t e^2(t) dt = \sum_{i=0}^{t/h} (r(i) - x(i))^2 \quad (4.7)$$

où  $r, x, t, h$  sont respectivement le déplacement désiré, le déplacement mesuré de l'actionneur, le temps d'intégration et le pas d'échantillonnage.

Les étapes de l'algorithme d'essaim de particules (PSO) appliqué au PID-flou fractionnaire d'un actionneur piézoélectrique sont données comme suit :

1. Choix des paramètres de l'algorithme.
2. Initialisation de l'essaim par des solutions aléatoires.
3. Évaluation de la fonction à optimiser.
4. Poser la meilleure position des meilleurs positions locaux comme la meilleure position globale.
5. Mettre à jour les positions et les vitesses des particules en utilisant (4.4) et (4.5).
6. Mettre à jour la meilleure position globale à partir des résultats obtenus dans l'étape 5.
7. Vérifier le critère d'arrêt qui est le nombre d'itération.

L'organigramme global de l'algorithme d'essaim de particules est montré sur la figure 4.8.

#### 4.2.4 Résultats de simulation

Afin de vérifier les performances de notre approche, nous utilisons l'environnement de Matlab pour implémenter les différents algorithmes. Les paramètres choisis de l'algorithme d'essaim de particules sont donnés dans le tableau 4.3.

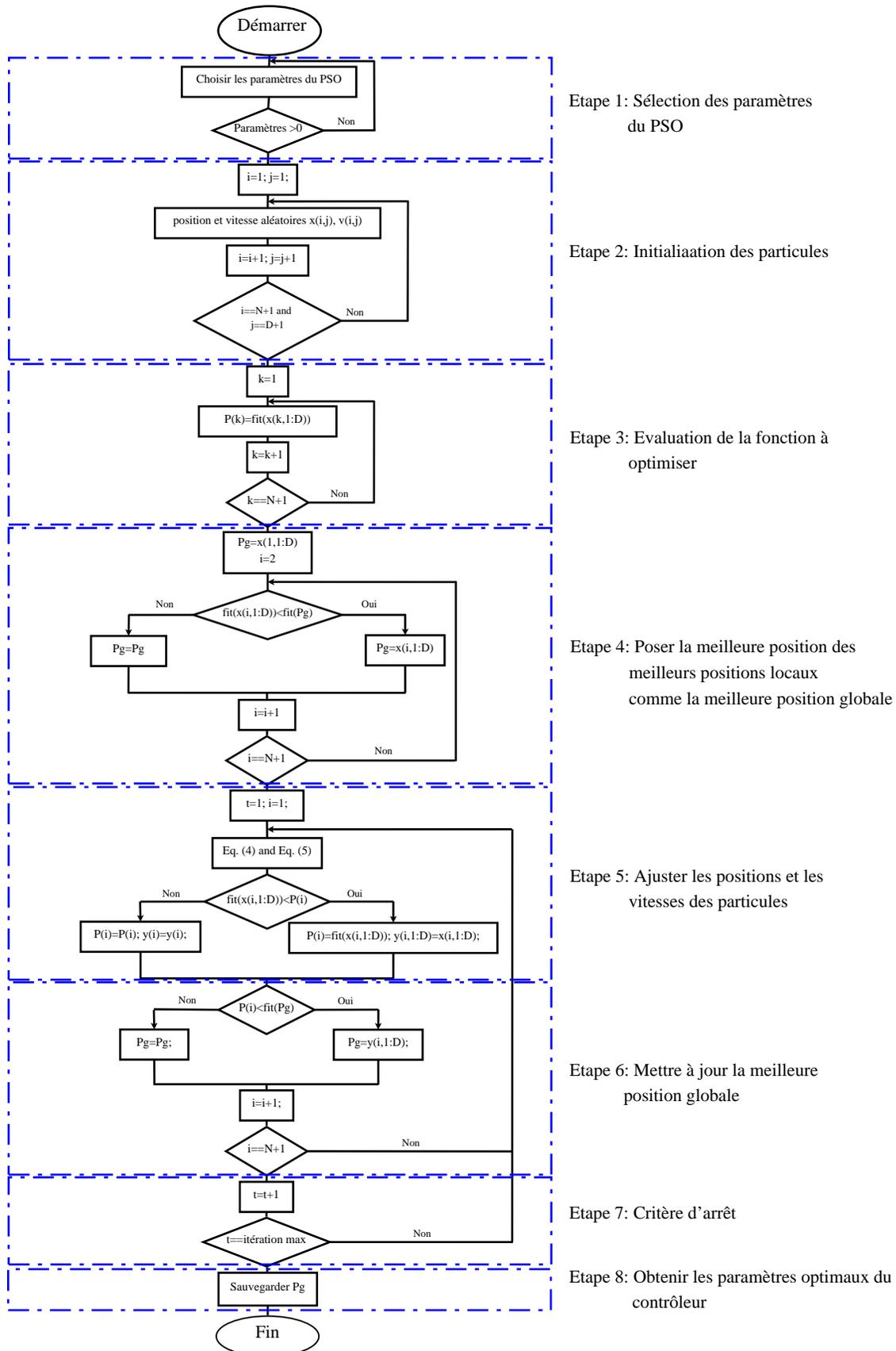


Figure 4.8 – Organigramme de l’algorithme du PSO

Paramètre	Valeur
$n$	50
$d$	5
$w$	0.5
$c_1, c_2$	1.2
$iterations$	100

Tableau 4.3 – Valeurs des paramètres du PSO

	$K_e$	$K_{de}$	$\alpha$	$\beta$	$\lambda$	$\mu$
PID-flou	1.517	1.073	0.137	0.590	1	1
PID-flou fractionnaire	0.804	1.214	0.206	$4.367 \times 10^{-9}$	0.863	1.092

Tableau 4.4 – Paramètres optimaux des contrôleurs

Pour valider notre approche, les résultats obtenus par cette dernière sont comparés avec ceux d'un PID-flou  $\{\lambda = 1, \mu = 1\}$  et ceux d'un PID classique.

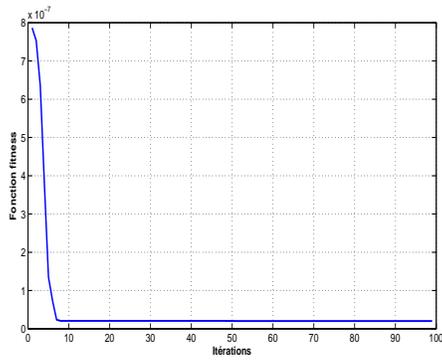
Le convergence du fonction fitness est illustré sur la figure 4.9a. Les valeurs des paramètres optimaux du PID classique sont :  $K_p = 14.338$ ,  $K_i = 24151.508$  et  $K_d = 2.04$ . Pour les autres contrôleurs, les valeurs des paramètres sont montrées sur le tableau 4.4. Le signal de référence est un échelon d'amplitude  $100\mu m$ .

Les performances de commande de l'actionneur piézoélectrique sont illustrées dans les figures 4.9b et 4.9c. De la figure 4.9b, nous constatons que le PID flou fractionnaire proposé force l'actionneur piézoélectrique à atteindre les objectifs de commande et assure de bonnes performances. La figure 4.9d représente le signal de commande et justifie les performances obtenues. D'après la figure 4.9c, nous remarquons que le PID-flou fractionnaire a de meilleures performances en le comparant avec un PID classique et un PID-flou.

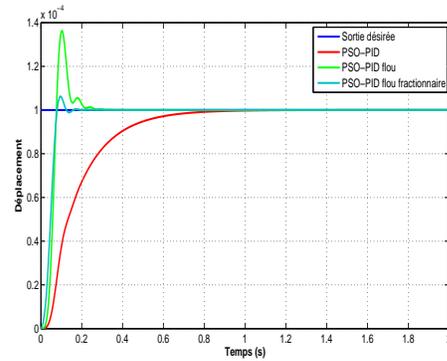
La figure 4.10 donne la réponse de l'actionneur à un échelon d'amplitudes variables (signal en escalier), et le signal de commande correspondant.

Le tableau 4.5 présente une comparaison entre les trois contrôleurs.

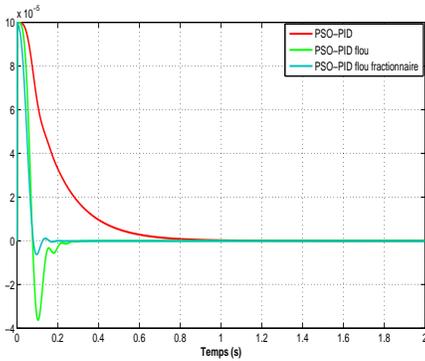
Comme montre le tableau 4.5, l'approche proposée présente une réponse rapide, une petite fonction fitness et un petit dépassement. Ces performances peuvent être améliorées d'avantage par l'utilisation



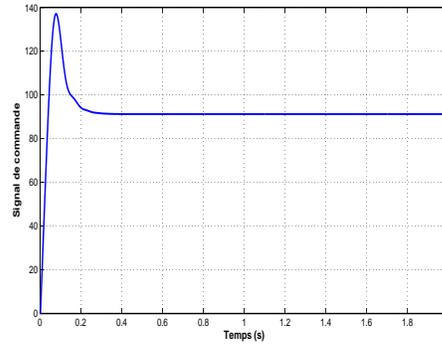
(a) Convergence de la fonction fitness



(b) Performance de poursuite de l'actionneur

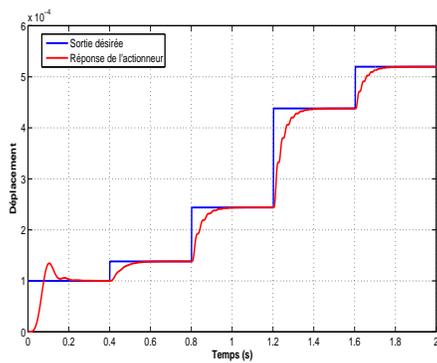


(c) Erreur de poursuite

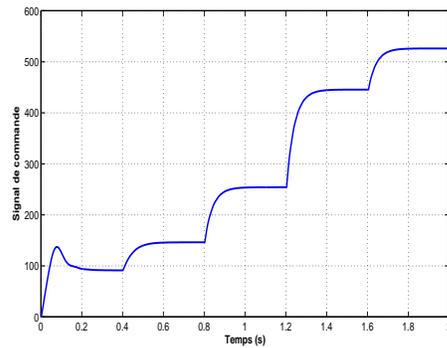


(d) Signal de commande

Figure 4.9 – Commande fractionnaire d'un actionneur piézoélectrique



(a) Réponse de l'actionneur à un signal en escalier



(b) Signal de commande

Figure 4.10 – Performance de l'actionneur à un signal en escalier

	Valeur de la fonction fitness	Dépassement (%)	Temps de réponse (s)
PID	$8.24 \times 10^{-7}$	-	0.64
FPID	$5.19 \times 10^{-7}$	25.6	0.077
FOFPID	$3.69 \times 10^{-7}$	5.84	0.079

Tableau 4.5 – Comparaison entre PID classique, PID-flou et PID-flou fractionnaire

d'autres fonctions fitness qui prennent en considération le dépassement et le temps de réponse.

### 4.3 Commande par modes glissants

L'approche développée précédemment permet d'affiner l'action de commande et d'assurer de bonnes performances mais aucune garantie n'est donnée sur la stabilité ou la robustesse de l'approche. De ce constat, il devient nécessaire de prendre en compte ces deux aspects primordiaux lors de la synthèse de la commande. En effet, notre deuxième contribution sur le volet "commande" porte sur la commande par modes glissants, une approche synonyme de la stabilité et de la robustesse.

#### 4.3.1 Position du problème

Considérons le système dynamique non-linéaire mono-entrée mono-sortie décrit par l'équation différentielle suivante :

$$\begin{cases} x^{(n)} = f(x) + g(x)w(u) \\ y = x \end{cases} \quad (4.8)$$

où  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}$  et  $y \in \mathbb{R}$  sont respectivement l'entrée de commande du système et sa sortie.  $f(x)$  et  $g(x)$  sont des fonctions non-linéaires continues inconnues.

La fonction  $w(u)$  est l'entrée du système et la sortie du modèle d'hystérésis de type Backlash décrit par le modèle dynamique continu suivant :

$$\frac{dw}{dt} = \alpha \left| \frac{du}{dt} \right| (cu - w) + B \frac{du}{dt} \quad (4.9)$$

où  $\alpha$ ,  $c$  et  $B$  sont des constantes positives vérifiant  $c > B$ .  $u(t)$  est l'entrée du système. Puis, la solution explicite de (4.9) est donnée par :

$$w(u(t)) = cu(t) + d(u(t)) \quad (4.10)$$

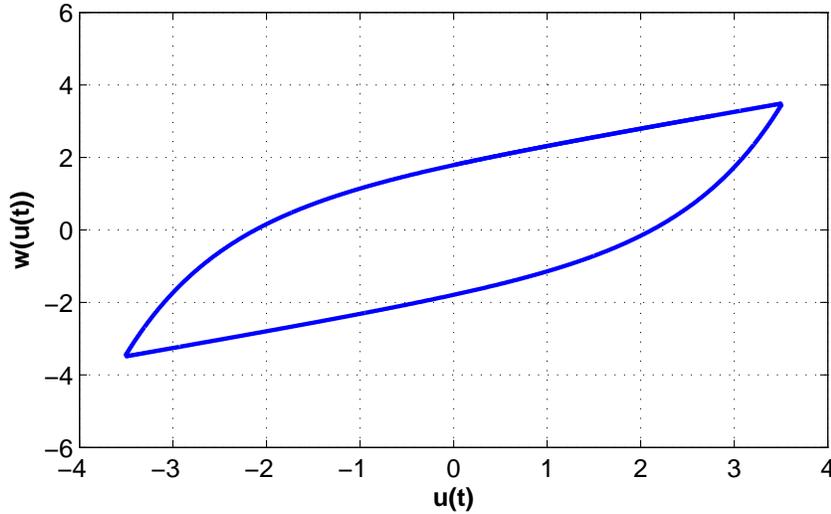


Figure 4.11 – Courbe d’hystérésis donnée par (4.12) et (4.13) avec  $\alpha = 1$ ,  $B = 2.356$  et  $c = 0.453$  pour  $u(t) = 3.5\sin(2.4t)$

où

$$d(u) = [w_0 - cu_0] e^{-\alpha(u-u_0)\text{sgn}(\dot{u})} e^{-\alpha u \text{sgn}(\dot{u})} \int_{u_0}^u [B - c] e^{-\alpha \xi \text{sgn}(\dot{u})} d\xi \quad (4.11)$$

Les conditions initiales  $w_0$  et  $u_0$  sont considérées nulles. Ensuite, par la solution de (4.10) et (4.11),  $w(u(t))$  peut être exprimée comme suit :

Si  $\dot{u} \geq 0$ ,

$$w(u(t)) = cu(t) - \frac{c - B}{\alpha} [1 - (2e^{-\alpha u_s} - e^{-2\alpha u_s}) e^{-\alpha u(t)}] \quad (4.12)$$

et si  $\dot{u} < 0$ ,

$$w(u(t)) = cu(t) + \frac{c - B}{\alpha} [1 - (2e^{-\alpha u_s} - e^{-2\alpha u_s}) e^{\alpha u(t)}] \quad (4.13)$$

où  $u_s$  est la limite supérieure de  $u$ . Un exemple généré par (4.12) et (4.13) avec  $\alpha = 1$ ,  $B = 2.356$  et  $c = 0.453$  pour  $u(t) = 3.5\sin(2.4t)$  est montré sur la figure 4.11. De (4.12) et (4.13), on a :

$$w(u(t)) = cu + \text{sgn}(\dot{u}) \frac{B-c}{\alpha} [1 - (2e^{-\alpha u_s} - e^{-2\alpha u_s}) \times e^{-\text{sgn}(\dot{u})\alpha u(t)}] \quad (4.14)$$

Puis,

$$d(u) = \text{sgn}(\dot{u}) \frac{B-c}{\alpha} [1 - (2e^{-\alpha u_s} - e^{-2\alpha u_s}) e^{-\text{sgn}(\dot{u})\alpha u(t)}] \quad (4.15)$$

Évidemment, si  $\dot{u} \geq 0$  on a :

$$\lim_{u \rightarrow +\infty} d(u) = \frac{B-c}{\alpha} \quad (4.16)$$

De même, si  $\dot{u} < 0$ , on a :

$$\lim_{u \rightarrow -\infty} d(u) = \frac{c-B}{\alpha} \quad (4.17)$$

De (4.16) et (4.17), on peut conclure que  $d(u)$  est borné. c.-à-d. :  $|d(u)| < \rho$ .

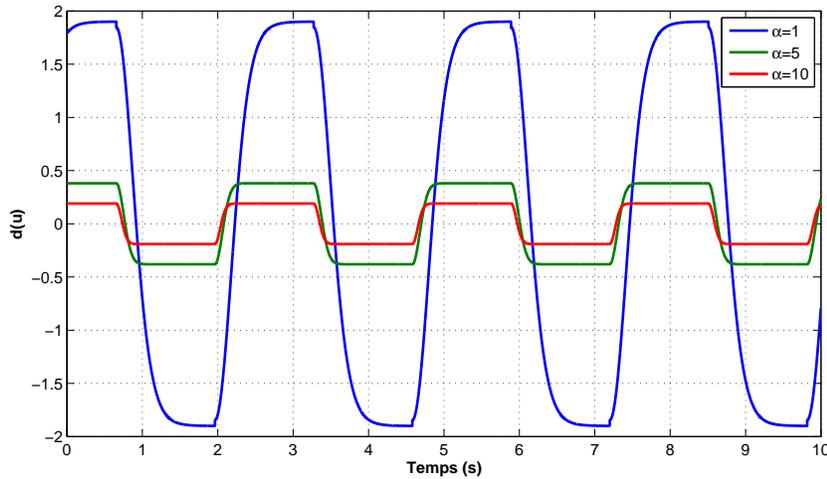


Figure 4.12 –  $d(u)$  avec  $\alpha = 1$ ,  $\alpha = 5$ ,  $\alpha = 10$

Le système non-linéaire (4.8) est supposé contrôlable. Notre objectif est de concevoir une commande qui force la sortie de (4.8) à suivre une trajectoire de référence. Pour se faire, nous supposons que les hypothèses suivantes sont satisfaites :

**Hypothèse 1** Le terme  $d(u)$  avec des valeurs différentes de  $\alpha$  est représenté dans la figure 4.12. D'après cette figure 4.12, le terme  $d(u)$  varie légèrement et presque égal à  $d(u) = \text{sgn}(\dot{u}) \frac{B-c}{\alpha}$ . Donc, on peut considérer que  $d(u)$  est constant. c-à-d :

$$d(u) = -\text{sgn}(\dot{u})d \quad (4.18)$$

où  $d > 0$ .

**Hypothèse 2** Pour  $x \in \mathbb{R}^n$ , nous supposons l'existence des fonctions inconnues  $g_1(x)$  et  $g_2(x)$  telle que :

$$0 < g_1(x) < g(x) < g_2(x), \quad \text{for all } x \in \mathbb{R}.$$

**Hypothèse 3** La trajectoire désirée et ses dérivées jusqu'à l'ordre  $n$  sont connues, continues et bornées.

### 4.3.2 Conception d'une commande par modes glissants adaptative floue

Notre objectif consiste à déterminer une loi de commande forçant la sortie du système à suivre la trajectoire désirée tout en assurant la bornitude de tous les signaux du système en boucle fermée.

Posons  $\mathbf{y} = [y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}]^T$ , et  $\mathbf{y}_r = [y_r, \dot{y}_r, \dots, y_r^{(n-1)}]^T$ , où  $y_r$  dénote la trajectoire de référence.

Définissons l'erreur de poursuite de la sortie  $e = y - y_r$  et le vecteur d'erreur :

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{y}_r = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]^T \in \mathbb{R} \quad (4.19)$$

La surface de glissement est définie par :

$$s(\mathbf{e}) = c_1 e + c_2 \dot{e} + \dots + c_{n-1} e^{(n-1)} = \mathbf{c}^T \mathbf{e} \quad (4.20)$$

où  $\mathbf{c} = [c_1, c_2, \dots, c_{n-1}, 1]^T \in \mathbb{R}$  sont les coefficients du polynôme de Hurwitz  $p^n + c_1 p^{n-1} + c_2 p^{n-2} + \dots + c_{n-1}$ , où  $p$  est une variable complexe. Pour  $\mathbf{e}(0) = 0$ , le problème de poursuite est de forcer le vecteur d'erreur à rester sur la surface de glissement  $s(\mathbf{e}) = 0$  pour  $t \geq 0$ . Une condition suffisante est de choisir la loi de commande tel que :

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} (s^2(\mathbf{e})) \leq -\eta |s|, \quad \eta \geq 0 \quad (4.21)$$

En utilisant (4.10) et (4.18) dans (4.8), on obtient :

$$\begin{cases} x^{(n)} = f(x) + cg(x)u - sgn(\dot{u})dg(x) \\ y = x \end{cases} \quad (4.22)$$

De (4.20), on a :

$$\dot{s} = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + f(x) + cg(x)u - sgn(\dot{u})dg(x) - y_r^{(n)} \quad (4.23)$$

Si les fonctions  $f$  et  $g$  sont connues, la commande par modes glissants est introduite à travers le théorème suivant.

**Théorème 1** *Si les hypothèses 1 et 2 sont vérifiés, et si on choisit la loi de commande suivante :*

$$u^* = \frac{1}{cg(x)} \left[ \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} - f(x) + y_r^{(n)} - \eta sgn(s) \right] + sgn(\dot{u}^*) \frac{d}{c} \quad (4.24)$$

*alors tous les signaux du système (4.8) en boucle fermée sont bornés et l'erreur de poursuite converge vers zéro.*

**Preuve 1** *Considérons la fonction de Lyapunov suivante :*

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (4.25)$$

En dérivant (4.25), on obtient :

$$\begin{aligned}\dot{V} &= s\dot{s} \\ &= s \left[ \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + f(x) + cg(x)u - \operatorname{sgn}(\dot{u})dg(x) - y_r^{(n)} \right]\end{aligned}\quad (4.26)$$

En utilisant (4.24), (4.26) devient :

$$\dot{V} = -\eta \operatorname{sgn}(s)s \leq -\eta s \quad (4.27)$$

Bien que la loi de commande (4.24) assure la stabilité de (4.8), il est difficile et voire impossible d'implanter cette commande idéale parce que les fonctions  $f(x)$  et  $g(x)$  sont supposées inconnues. Notre but est donc d'approcher ces fonctions par des systèmes flous et concevoir une nouvelle loi de commande par modes glissants floue adaptative pour cette classe de systèmes non-linéaires. De plus, nous utilisons un contrôleur proportionnel intégral (PI) pour éviter le problème de chattering. Ce contrôleur à la forme suivante :

$$u_p = k_p s + k_i \int s \quad (4.28)$$

où  $s$  est la surface de glissement.  $k_p, k_i$  sont les gains du contrôleur.

La forme (4.28) peut s'écrire comme suit :

$$\hat{p}(s|\theta_p) = \theta_p^T \psi(s) \quad (4.29)$$

où  $\theta_p = [k_p, k_i]^T \in \mathbb{R}^2$  est le vecteur des paramètres. Nous utilisons aussi un système flou pour estimer  $\theta_p$  et obtenir une version adaptative du contrôleur PI.

Selon la propriété d'approximation universelle des systèmes flou (voir Théorème 5 de l'annexe A), les deux fonctions  $f(x)$  et  $g(x)$  peuvent être approchées par les systèmes flous suivants :

$$\hat{f}(x, \theta_f) = \theta_f^T \xi(x) \quad (4.30)$$

$$\hat{g}(x, \theta_g) = \theta_g^T \xi(x) \quad (4.31)$$

$$\hat{p}(s, \theta_p) = \theta_p^T \psi(s) \quad (4.32)$$

Définissons l'erreur d'approximation minimale donnée par :

$$\varepsilon = (f(x) - \xi^T(x)\theta_f^*) + (g(x) - \xi^T(x)\theta_g^*) (cu - \operatorname{sgn}(\dot{u})d) \quad (4.33)$$

où  $\theta_f^*, \theta_g^*$  sont les vecteurs des paramètres optimaux défini comme suit :

$$\theta_f^* = \arg \min_{\theta_f \in \Omega_f} \left[ \sup_{\mathbf{x} \in \Omega_{\mathbf{X}}} |\hat{f}(\mathbf{x}, \theta_f) - f(\mathbf{x})| \right] \quad (4.34)$$

$$\theta_g^* = \arg \min_{\theta_g \in \Omega_g} \left[ \sup_{\mathbf{x} \in \Omega_{\mathbf{X}}} |\hat{g}(\mathbf{x}, \theta_g) - g(\mathbf{x})| \right] \quad (4.35)$$

où  $\Omega_f, \Omega_g$  sont respectivement les espaces de contraintes de  $\theta_f$  et  $\theta_g$ . Il est important de noter que les vecteurs des paramètres optimaux  $\theta_f^*$  et  $\theta_g^*$  sont des quantités constantes artificielles introduites seulement pour un but d'analyse et ses valeurs ne sont pas exigées en mettant en application le contrôleur. Pour ces vecteurs optimaux, nous avons besoin de l'hypothèse suivante.

**Hypothèse 4** Les vecteurs des paramètres optimaux satisfont :

$$\Omega_f = \{\theta_f \in \mathbb{R}, |\theta_f| \leq M_f\} \quad (4.36)$$

$$\Omega_g = \{\theta_g \in \mathbb{R}, 0 < |\theta_g| \leq M_g\} \quad (4.37)$$

$$\Omega_p = \{\theta_p \in \mathbb{R}, 0 < |\theta_p| \leq M_p\} \quad (4.38)$$

où  $M_f, M_g, M_p$  sont des constantes positives inconnues.

Finalement, la nouvelle loi de commande est introduite à travers le théorème suivant [Reb15c].

**Théorème 2** Si les hypothèses 1-3 sont satisfaites et si nous choisissons la loi de commande suivante :

$$u = \frac{1}{c\hat{g}(x, \theta_g)} \left[ \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} - \hat{f}(x, \theta_f) + y_r^{(n)} - \hat{p}(s, \theta_p) \right] + \text{sgn}(\dot{u}) \frac{d}{c} \quad (4.39)$$

et les lois d'adaptation données par :

$$\dot{\theta}_f = \gamma_1 s \xi(x) \quad (4.40)$$

$$\dot{\theta}_g = \gamma_2 s \xi(x) (cu - \text{sgn}(\dot{u})d) \quad (4.41)$$

$$\dot{\theta}_p = \gamma_3 s \psi(s) \quad (4.42)$$

avec  $\gamma_1, \gamma_2$  et  $\gamma_3$  des paramètres de synthèse positifs. alors tous les signaux du système (4.8) en boucle fermée sont bornés et l'erreur de poursuite converge vers zéro.

**Preuve 2** *Considérons la fonction de Lyapunov suivante :*

$$V = \frac{1}{2} \left[ s^2 + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_f^T \tilde{\theta}_f + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\theta}_g^T \tilde{\theta}_g + \frac{1}{\gamma_3} \tilde{\theta}_p^T \tilde{\theta}_p \right] \quad (4.43)$$

où

$$\tilde{\theta}_f = \theta_f^* - \theta_f$$

$$\tilde{\theta}_g = \theta_g^* - \theta_g$$

$$\tilde{\theta}_p = \theta_p^* - \theta_p$$

En dérivant  $V$ , on obtient :

$$\dot{V} = s\dot{s} - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_f^T \dot{\theta}_f - \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\theta}_g^T \dot{\theta}_g - \frac{1}{\gamma_3} \tilde{\theta}_p^T \dot{\theta}_p \quad (4.44)$$

De (4.23), nous avons :

$$\dot{s} = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + f(x) + cg(x)u - \operatorname{sgn}(\dot{u})dg(x) - y_r^{(n)} \quad (4.45)$$

En utilisant (4.39), (4.45) devient :

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + f(x) + cg(x)u - \operatorname{sgn}(\dot{u})dg(x) \\ &\quad - [c\hat{g}(x, \theta_g)u - \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + \hat{f}(x, \theta_f) + \hat{p}(s, \theta_p) \\ &\quad - \operatorname{sgn}(\dot{u})d\hat{g}(x, \theta_g)] \\ &= f(x) - \hat{f}(x, \theta_f) + (g(x) - \hat{g}(x, \theta_g)) (cu - \operatorname{sgn}(\dot{u})d) \\ &\quad - \hat{p}(s, \theta_p) \\ &= \hat{f}(x, \theta_f^*) - \hat{f}(x, \theta_f) + (\hat{g}(x, \theta_g^*) - \hat{g}(x, \theta_g)) (cu - \operatorname{sgn}(\dot{u})d) \\ &\quad + \hat{p}(s, \theta_p^*) - \hat{p}(s, \theta_p) - \hat{p}(s, \theta_p^*) + \varepsilon \\ &= \tilde{\theta}_f^T \xi(x) + \tilde{\theta}_g^T \xi(x) (cu - \operatorname{sgn}(\dot{u})d) + \tilde{\theta}_p^T \psi(s) - \hat{p}(s, \theta_p^*) \\ &\quad + \varepsilon \end{aligned} \quad (4.46)$$

avec

$$\varepsilon = [f(x) - \theta_f^* \xi^T(x)] + [g(x) - \theta_g^* \xi^T(x)] (cu - \operatorname{sgn}(\dot{u})d)$$

En utilisant (4.46) dans (4.44), on trouve :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s \left[ \tilde{\theta}_f^T \xi(x) + \tilde{\theta}_g^T \xi(x) (cu - \operatorname{sgn}(\dot{u})d) + \tilde{\theta}_p^T \psi(s) \right. \\ &\quad \left. - \hat{p}(s, \theta_p^*) + \varepsilon \right] - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_f^T \dot{\theta}_f - \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\theta}_g^T \dot{\theta}_g - \frac{1}{\gamma_3} \tilde{\theta}_p^T \dot{\theta}_p \\ &= \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_f^T \left[ \gamma_1 s \xi(x) - \dot{\theta}_f \right] + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\theta}_g^T \left[ \gamma_2 s \xi(x) (cu - \operatorname{sgn}(\dot{u})d) \right. \\ &\quad \left. - \dot{\theta}_g \right] - \frac{1}{\gamma_3} \tilde{\theta}_p^T \left[ \gamma_3 s \psi(s) - \dot{\theta}_p \right] - s \hat{p}(s, \theta_p^*) + s \varepsilon \end{aligned} \quad (4.47)$$

Substituer (4.40)-(4.42) dans (4.47) mène à :

$$\begin{aligned}\dot{V} &= s\varepsilon - s\hat{p}(s, \theta_p^*) \\ &\leq s\varepsilon - \eta|s| \leq 0\end{aligned}\quad (4.48)$$

Comme  $\varepsilon$  est l'erreur d'approximation minimale, (4.48) est le meilleur résultat qu'on peut obtenir. Donc, tous les signaux dans le système sont bornés. Évidemment, si  $e(0)$  est bornée alors  $e(t)$  est aussi bornée pour tous  $t \geq 0$ . Comme le signal de référence  $y_r$  est borné alors le vecteur d'états  $x$  est borné. Nous avons besoin de prouver que  $s \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$ . Assumons que  $|s| \leq \eta_s$ , (4.48) peut s'écrire comme suit :

$$\dot{V} \leq |s||\varepsilon| - \eta|s| \leq \eta_s|\varepsilon| - \eta|s| \quad (4.49)$$

L'intégration de (4.49) des deux côtés, mène à :

$$\int_0^t |s|d\tau \leq \frac{1}{\eta} (|V(0)| + |V(t)|) + \frac{\eta_s}{\eta} \int_0^t |\varepsilon|d\tau \quad (4.50)$$

Nous avons  $s \in L_1$  et de (4.48), nous savons que  $s$  est bornée et chaque terme dans (4.46) est borné. Par conséquent,  $s, \dot{s} \in L_\infty$ , en utilisant le lemme de Barbalat nous concluons que  $s \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$  (Lemme 2 de l'annexe A). Le système est stable et l'erreur converge asymptotiquement vers zéro.

Pour résumer, la figure 4.13 montre le schéma complet de la commande par modes glissants adaptative floue proposée. La procédure de conception de la commande adaptative floue par modes glissants est synthétisée comme suit :

1. Spécifier les valeurs initiales de  $k_p$  et  $k_i$ .
2. Sélectionner les coefficients désirés  $c_i$ ,  $i = 1 \dots n - 1$  et les paramètres de synthèse  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  et  $\gamma_3$ .
3. Construire les fonctions de base et les règles floues.
4. Appliquer la loi de commande sur le système (4.8).
5. Estimer les vecteurs de paramètres  $\theta_f$ ,  $\theta_g$  et  $\theta_p$  selon (4.40)-(4.42).

### 4.3.3 Résultats de simulation

Pour illustrer les performances de l'approche de commande proposée, nous considérons le problème de poursuite d'un bras manipulateur à hystérésis qui est décrit par les équations suivantes :

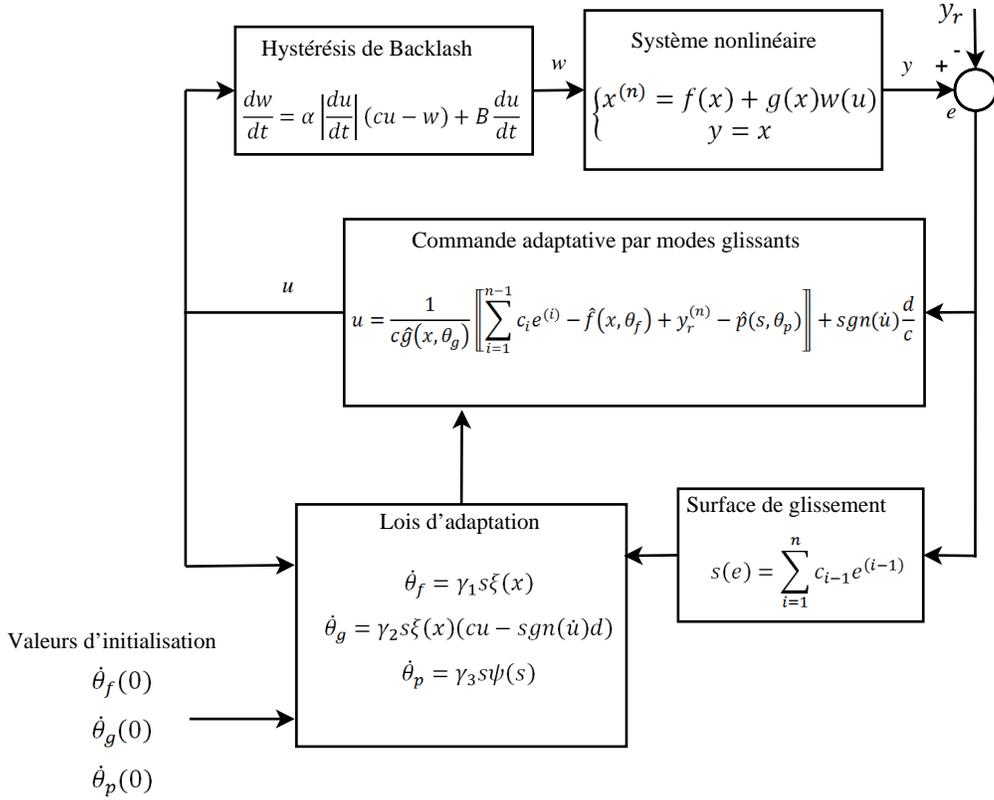


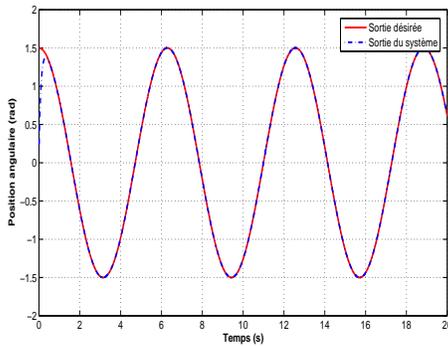
Figure 4.13 – Schéma complet de la commande adaptative floue par modes glissants

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{d_r x_2 + m_r g_v l_r \cos(x_1)}{J} + \frac{1}{J} w(u) + d(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.51)$$

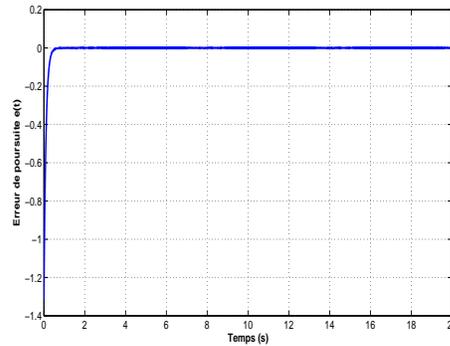
où  $w(u)$  est la sortie de la non-linéarité hystérésis décrite par (4.12) et (4.13) avec les mêmes paramètres utilisés précédemment.  $x_1$  et  $x_2$  sont respectivement la position et la vitesse angulaire du manipulateur.  $m_r = 5 + 4\sin(t)$  kg est la masse de la charge,  $l_r = 0.25$  m est la longueur du manipulateur,  $J = 4/3 m_r l_r^2$  est le coefficient d'inertie et  $d_r = 2$  kgm/s<sup>2</sup> est le facteur d'amortissement.  $d(t)$  est une perturbation externe donnée par :

$$d(t) = -\frac{\text{sgn}(x_2)c_r + v_r x_2}{J} \quad (4.52)$$

où  $c_r = 1.5$  and  $v_r = 0.3$  sont respectivement le couple de frottement de Coulomb et le coefficient de frottement dynamique.



(a) Performance de poursuite



(b) Erreur de poursuite

Figure 4.14 – Commande adaptative floue par mode glissant d'un système à hystérésis

L'objectif de commande est de forcer la sortie du système à suivre la position désirée  $y_r = 1.5\cos(t)$  avec les valeurs initiales  $x_0 = [\frac{\pi}{17}, 0]$ . Les dimensions de  $\theta_f$  et  $\theta_g$  sont choisies égales à 25, avec des valeurs initiales sélectionnées dans l'intervalle  $[0, 1]$ . Nous utilisons des fonctions d'appartenance Gaussiennes définies comme suit :

$$\mu_{F_i^l}(x_i) = \mu_{G_i^m}(x_i) = \text{Exp}\left(-\frac{(x_i - c_i)^2}{2}\right) \quad (4.53)$$

$$i = 1, \dots, 2; l = m = 1, \dots, 5$$

où  $c_i = [-\pi/6, -\pi/12, 0, \pi/12, \pi/6]$ .

Les résultats de simulation de la commande adaptative floue par modes glissants sont illustrés dans la figure 4.14. La figure 4.14a montre que la sortie  $y = x_1$  suit efficacement le signal de référence. De plus, nous pouvons remarquer, de la figure 4.14b, que le temps de réponse est de  $t_r = 0.35$  s avec une erreur statique de 3%. Ces résultats montrent que l'erreur de poursuite converge rapidement vers zéro.

## 4.4 Commande synergétique

Comme nous l'avons constaté dans notre contribution précédente et comme mentionné dans la littérature du domaine, le problème majeur de la commande par modes glissants est le "Chattering". Afin de remédier à ce problème et d'assurer les performances désirées tout en prenant en considération les aspects stabilité et robustesse, on s'intéresse dans la dernière partie de notre travail à la commande synergétique [?, ?].

### 4.4.1 Position du problème

Considérons de nouveau le système non-linéaire mono-entrée mono-sortie décrit par (4.8). Notre objectif consiste à déterminer une loi de commande assurant la bornitude de tous les signaux du système en boucle fermée et la poursuite d'une trajectoire de référence. Pour se faire, nous adaptons les hypothèses 1-3 décrites dans la section précédente.

La commande synergétique est une stratégie basée sur l'agrégation des approches analytiques pour commander, principalement, les systèmes non-linéaires [Kol00, Liu14a]. La procédure de conception du contrôleur commence par le choix d'une variable  $\sigma$  qui est, généralement, une combinaison linéaire des variables d'état. L'objectif de commande est de forcer les trajectoires à rester sur la surface  $\sigma(x) = 0$  et de déplacer, d'une condition initiale, vers cette dernière exponentiellement selon l'équation suivante :

$$\tau \dot{\sigma} + \sigma = 0, \quad \tau > 0 \quad (4.54)$$

où  $\tau$  détermine la vitesse de convergence.

### 4.4.2 Conception d'une commande synergétique adaptative floue

Sous l'hypothèse 1, le système (4.8) devient :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x) + cg(x)u - \text{sgn}(\dot{u})d \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.55)$$

Considérons la macro-variable suivante :

$$\sigma(e) = \lambda_1 e + \lambda_2 \dot{e} + \dots, \lambda_{n-2} e^{(n-2)} + e^{(n-1)} \quad (4.56)$$

où  $e = y_r - y$  est l'erreur de poursuite.

**Théorème 3** *Si les hypothèses 1-3 sont valides, et sous la contrainte (4.54) et la loi de commande suivante :*

$$u = \frac{1}{cg(x)} \left[ \frac{1}{\tau} \sigma + \ddot{y}_r - f(x) + \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i e^{(i)} \right] + \text{sgn}(\dot{u}) \frac{d}{c} \quad (4.57)$$

*alors tous les signaux du système (4.8) en boucle fermée sont bornés et l'erreur de poursuite converge vers zéro.*

**Preuve 3** Considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2}\sigma^2 \quad (4.58)$$

En dérivant (4.58), on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma \dot{\sigma} \\ &= \sigma \left[ -f(x) - cg(x)u + \operatorname{sgn}(\dot{u})dg(x) + \ddot{y}_r + \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i e^{(i)} \right] \end{aligned} \quad (4.59)$$

En utilisant (4.57), (4.59) donne :

$$\dot{V} = -\frac{1}{\tau}\sigma^2 \leq 0 \quad (4.60)$$

Cependant, les deux fonctions  $f(x)$  et  $g(x)$  sont inconnues, ce qui complique l'implantation de la loi de commande. Nous proposons donc d'utiliser des systèmes flous pour approximer ces fonctions.

Selon la propriété d'approximation universelle des systèmes flous (voir Théorème 5 de l'annexe A), les deux fonctions  $f(x)$  et  $g(x)$  peuvent être approchées par des systèmes flous comme suit :

$$\hat{f}(x, \theta_f) = \theta_f^T \xi(x) \quad (4.61)$$

$$\hat{g}(x, \theta_g) = \theta_g^T \xi(x) \quad (4.62)$$

Finalement, la nouvelle loi de commande synergétique adaptative floue est illustrée à travers le théorème suivant [Reb15b, Reb15a].

**Théorème 4** Si les hypothèses 1-3 sont valides et si nous choisissons la loi de commande suivante :

$$u = \frac{1}{c\hat{g}(x)} \left[ \frac{1}{\tau}\sigma + \ddot{y}_r - \hat{f}(x) + \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i e^{(i)} \right] + \operatorname{sgn}(\dot{u})\frac{d}{c} \quad (4.63)$$

et les lois d'adaptation données par :

$$\dot{\theta}_f = \gamma_1 \sigma \xi(x) - \gamma_1 \theta_f \quad (4.64)$$

$$\dot{\theta}_g = \gamma_2 \sigma \xi(x)(cu - \operatorname{sgn}(\dot{u})d) - \gamma_2 \theta_g \quad (4.65)$$

avec  $\gamma_1, \gamma_2$  des paramètres de conception. alors tous les signaux du système (4.8) en boucle fermée sont bornés et l'erreur de poursuite converge vers zéro.

**Preuve 4** *Considérons la fonction de Lyapunov suivante :*

$$V = \frac{1}{2} \left[ \sigma^2 + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_f^T \tilde{\theta}_f + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\theta}_g^T \tilde{\theta}_g \right] \quad (4.66)$$

où

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}_f &= \theta_f - \theta_f^* \\ \tilde{\theta}_g &= \theta_g - \theta_g^* \end{aligned}$$

Donc :

$$\dot{V} = \sigma \dot{\sigma} + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_f^T \dot{\theta}_f + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\theta}_g^T \dot{\theta}_g \quad (4.67)$$

$$\begin{aligned} &= \sigma [ -(\hat{f}(x, \theta_f) - f(x)) - (\hat{g}(x, \theta_g) - g(x))(cu - \text{sgn}(\dot{u})d) \\ &\quad - \frac{1}{\tau} \sigma ] + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_f^T \dot{\theta}_f + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\theta}_g^T \dot{\theta}_g \\ &= \sigma [ -\tilde{\theta}_f^T \xi(x) - \tilde{\theta}_g^T \xi(x)(cu - \text{sgn}(\dot{u})d) + \varepsilon - \frac{1}{\tau} \sigma ] + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_f^T \dot{\theta}_f \\ &\quad + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\theta}_g^T \dot{\theta}_g \end{aligned} \quad (4.68)$$

avec

$$\varepsilon = [f(x) - \theta_f^* \xi^T(x)] + [g(x) - \theta_g^* \xi^T(x)] (cu - \text{sgn}(\dot{u})d)$$

En utilisant (4.64) et (4.65), nous obtenons :

$$\dot{V} = -\frac{1}{\tau} \sigma^2 - \tilde{\theta}_f^T \dot{\theta}_f - \tilde{\theta}_g^T \dot{\theta}_g + \varepsilon \sigma \quad (4.69)$$

Nous avons :

$$\tilde{\theta}_f^T \dot{\theta}_f \leq -\frac{1}{2} \tilde{\theta}_f^T \tilde{\theta}_f + \frac{1}{2} \|\theta_f^*\|^2 \quad (4.70)$$

$$\tilde{\theta}_g^T \dot{\theta}_g \leq -\frac{1}{2} \tilde{\theta}_g^T \tilde{\theta}_g + \frac{1}{2} \|\theta_g^*\|^2 \quad (4.71)$$

En utilisant (4.70) et (4.71),  $\dot{V}$  peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \left[ \frac{1}{\tau} \sigma^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_f^T \tilde{\theta}_f + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_g^T \tilde{\theta}_g \right] + \|\varepsilon \sigma\| + \frac{1}{2} \|\theta_f^*\|^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \|\theta_g^*\|^2 \end{aligned} \quad (4.72)$$

Posons  $k_1 = \min\left(\frac{2}{\tau}, \gamma_1, \gamma_2\right)$  et  $k_2 = \|\varepsilon \sigma\| + \frac{1}{2} \|\theta_f^*\|^2 + \frac{1}{2} \|\theta_g^*\|^2$ , nous obtenons :

$$\dot{V} \leq -k_1 V + k_2 \quad (4.73)$$

Multiplions (4.73) par  $e^{k_1 t}$ , nous obtenons :

$$\frac{d}{dt} (V e^{k_1 t}) \leq k_2 e^{k_1 t} \quad (4.74)$$

L'intégration de (4.74) des deux côtés conduit à :

$$0 \leq V(t) e^{k_1 t} - V(0) \leq -\frac{k_2}{k_1} + \frac{k_2}{k_1} e^{k_1 t} \quad (4.75)$$

Puis,

$$0 \leq V(t) \leq \left( V(0) - \frac{k_2}{k_1} \right) e^{-k_1 t} + \frac{k_2}{k_1} \quad (4.76)$$

$$0 \leq V(t) \leq V(0) + \frac{k_2}{k_1} \quad (4.77)$$

$$0 \leq V(t) \leq \eta \quad (4.78)$$

Selon le lemme de Barbala (Lemme 2 de l'annexe A)  $\sigma$  et  $\dot{\sigma}$  sont bornées. Comme  $\varepsilon$ ,  $\tilde{\theta}_f$  et  $\tilde{\theta}_g$  sont bornés,  $V(t)$  est aussi bornée ce qui confirme la stabilité du système.

La procédure de conception de la loi de commande synergétique adaptative floue est synthétisée comme suit :

1. Spécifier les valeurs des paramètres  $\tau$ ,  $\lambda_i$ ,  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$ .
2. Construire les fonctions et les règles floues.
3. Appliquer la loi de commande sur le système (4.8).
4. Estimer les vecteurs des paramètres  $\theta_f$  et  $\theta_g$  selon (4.64) et (4.65).

Le schéma complet de la commande synergétique adaptative floue proposée est montré sur la figure 4.15.

### 4.4.3 Résultats de simulation

Pour évaluer et valider les performances de notre approche de commande, nous considérons la commande d'un système non-linéaire à hystérésis décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a \frac{1-e^{x_2}}{1+e^{x_2}} + [2 + 0.5 \sin(x_1 x_2)] w(u) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.79)$$

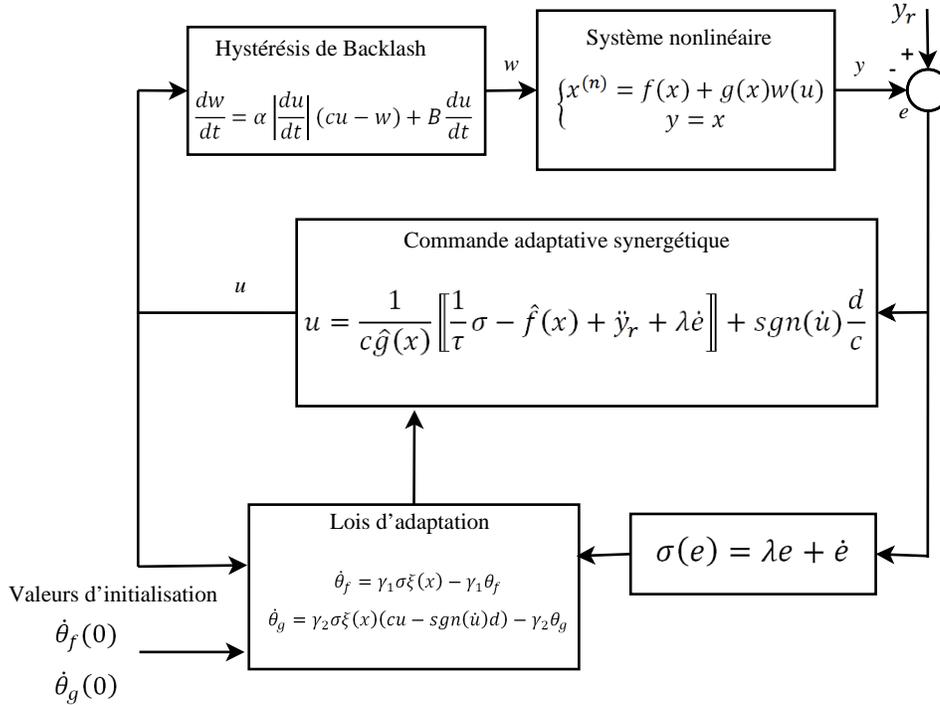


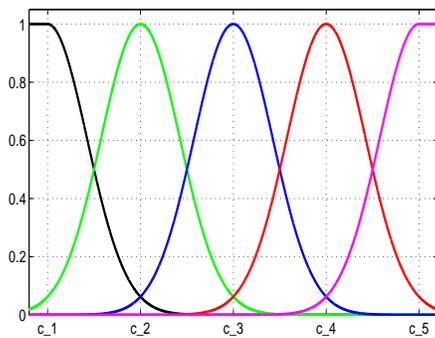
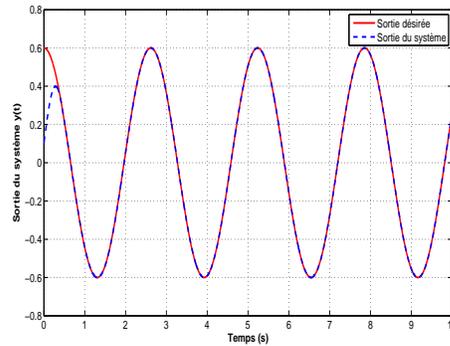
Figure 4.15 – Schéma complet de la commande synergétique adaptative floue

Paramètre	Valeur
$\alpha$	1
$B$	2.356
$c$	0.453
$x_0$	[0.1, 0]

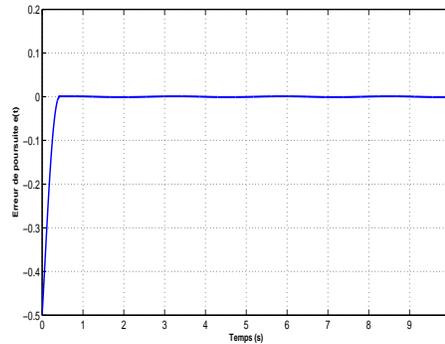
Tableau 4.6 – Paramètres de simulation

où  $w(u)$  est la sortie de la non-linéarité hystérésis décrite par (4.12) et (4.13) avec les mêmes paramètres utilisés précédemment. L'objectif est de forcer la sortie du système à suivre la trajectoire désirée  $y_r = 0.6\cos(2.4t)$ . Les dimensions de  $\theta_f$  et  $\theta_g$  sont égales à 25, avec des valeurs initiales sélectionnées dans l'intervalle  $[0, 1]$ . Les paramètres de simulation utilisés pour cet exemple sont donnés sur le tableau 4.6. Les étapes de simulation sont données comme suit :

1. Les paramètres de performances sont choisis :  $\tau = 0.1$ ,  $\lambda = 60$ ,  $\gamma_1 = 0.01$  and  $\gamma_2 = 0.001$ .
2. Les fonctions d'appartenance de  $f(x)$  et  $g(x)$  sont construites comme montre la figure 4.16a.  $[c_1, c_2, c_3, c_4, c_5]$  sont choisis  $[-10, -5, 0, 5, 10]$  pour  $f(x)$ , et  $[1.5, 1.75, 2, 2.25, 2.5]$  pour  $g(x)$ .
3. L'estimation de  $\hat{f}$  et  $\hat{g}$  en utilisant (4.61) et (4.62), respectivement.

(a) Fonctions d'appartenance de  $f$  et  $g$ 

(b) Trajectoires de sortie



(c) Erreur de poursuite

Figure 4.16 – Commande adaptative floue synergétique d'un système à hystérésis

4. L'utilisation de (4.63) pour calculer  $u$ .
5. L'évaluation de  $w$  et  $d$  à travers (4.10), (4.12) et (4.13).
6. L'application de la loi de commande sur le système (4.8).
7. L'estimation des vecteurs de paramètres  $\theta_f$  et  $\theta_g$  selon (4.64) et (4.65).

Les résultats de simulation obtenus sont données sur les figures 4.16b et 4.16c. La figure 4.16b montre la trajectoire de sortie de l'approche proposée. L'erreur de poursuite est donnée sur la figure 4.16c. D'après les résultats obtenus, nous pouvons remarquer que notre approche présente de bonnes performances avec un temps de réponse très petit ( $t_r = 0.4$  s) et une erreur statique de 3.4%.

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé des techniques de commande pour les systèmes à hystérésis. Les deux modèles d'hystérésis de Bouc-Wen et de Backlash ont été considérés car ils sont les plus utilisés dans la littérature pour décrire l'hystérésis.

En premier lieu, nous avons proposé un contrôleur PID-flou fractionnaire pour la classe des systèmes à hystérésis de type Bouc-Wen. La méthode d'optimisation par essaim de particules est utilisée pour trouver les paramètres du contrôleur.

En deuxième lieu, un schéma de commande adaptative par modes glissants à l'aide des systèmes flous pour les systèmes à hystérésis de type Backlash est proposé.

En dernier lieu, une commande adaptative synergétique est développée pour cette classe de systèmes. La bornitude de tous les signaux dans le système bouclé a été démontrée en utilisant une fonction candidate de Lyapunov.

Les résultats de simulation effectuée sur différents exemples d'application ont montré la capacité des contrôleurs proposés pour assurer la poursuite des signaux de référence en la présence de la non-linéarité hystérésis.

## Conclusion Générale

Les travaux de cette thèse ont porté essentiellement sur les deux thèmes suivants :

- Proposition des schémas d'identification pour les systèmes à hystérésis.
- Développement des commandes pour cette classe de systèmes.

Pour chaque partie on a donné les généralités ainsi que l'état de l'art qui permettent de cerner la problématique et de proposer des solutions en adéquation avec la littérature du domaine et qui représente une continuité logique aux efforts déployés dans cette direction de recherche. Sur le thème d'identification on a pu proposer trois contributions qui portent sur l'exploitation du principe de minimum variance, du calcul fractionnaire et la logique floue afin de mieux caractériser les systèmes à hystérésis et rapprocher le plus au comportement du système physique. Sur le thème commande on a pu apporter trois contributions à la littérature du domaine. Il s'agit des approches basées sur le calcul fractionnaire pour affiner l'action de commande, le mode glissant, la logique floue et le synergétique pour consolider les performances obtenues par les deux concepts stabilité et robustesse.

Dans le premier chapitre, une recherche bibliographique a été faite dont le but d'établir une étude de synthèse des systèmes à hystérésis. Les méthodes d'identification ainsi que les techniques de commande les plus connues sont présentées. A l'issue de cette recherche nous avons constaté les effets indésirables du phénomène hystérésis ainsi que son influence sur les performances du système de commande.

Dans le deuxième chapitre, quelques généralités sur les actionneurs piézoélectriques, notre exemple d'application, sont présentés afin de montrer les avantages de ce genre de dispositifs. Un modèle dynamique d'un actionneur piézoélectrique est aussi présenté pour qu'il soit utilisé, dans la suite, pour le développement des contrôleurs pour cette classe de systèmes.

Dans le chapitre trois, nous avons proposé des schémas d'identification pour les systèmes à hystérésis. Le premier schéma est basé sur le principe de minimum variance. Au lieu d'utiliser en entrée un signal de référence, on utilise la sortie estimée. Certes que l'approche développée dans le premier schéma est performante et donne de meilleurs résultats que les travaux existants dans la littérature, mais l'erreur d'identification, malgré faible, elle persiste toujours. Afin de remédier à ce problème et rapprocher le plus du comportement du système physique on a proposé, dans le deuxième schéma, l'exploitation du calcul fractionnaire. Dans le troisième schéma et afin de s'affranchir à la complexité de la modélisation mathématique, de profiter des avantages de la théorie de la logique floue, de sa simplicité, de sa souplesse de mise en œuvre, sa capacité de modéliser l'incertain et les systèmes complexes, on a proposé comme troisième contribution d'exploiter cette théorie pour décrire le comportement des systèmes à hystérésis. Les résultats d'identification d'un actionneur piézoélectrique ont montré l'efficacité des approches proposées.

Dans le chapitre quatre, la commande adaptative floue des systèmes non- linéaires à hystérésis est présentée. En premier lieu, un contrôleur PID-flou d'ordre fractionnaire est développé pour une classe de systèmes à hystérésis. Les paramètres de ce contrôleur sont optimisés par la méthode d'essaim de particules. L'approche de commande est appliquée sur un actionneur piézoélectrique. Cette approche permet d'affiner l'action de commande et d'assurer de bonnes performances mais aucune garantie n'est donnée sur la stabilité ou la robustesse de l'approche. De ce constat, il devient nécessaire de prendre en compte ces deux aspects primordiaux lors de la synthèse de la commande. En effet, et en deuxième lieu, un schéma de commande adaptative directe à l'aide des systèmes flous pour une classe de systèmes non-linéaires hystérétiques est proposé par l'utilisation de la théorie des modes glissants. Cette approche est une approche synonyme de la stabilité et de la robustesse. En troisième lieu et afin de remédier à ce problème et d'assurer les performances désirées tout en prenant en considération les aspects stabilité et robustesse, on s'est intéressé dans la dernière partie de notre travail à la commande synergétique. Les résultats de simulation effectuée sur différentes systèmes ont montré la capacité des contrôleurs proposés pour la commande en poursuite des systèmes non-linéaires à hystérésis.

A l'issue de ces travaux, cette thèse ouvre de nouvelles perspectives de recherche parmi lesquelles nous citons :

- Application des techniques d'identification proposées sur d'autres systèmes physiques.
- Extension des techniques d'identification développées aux systèmes à retard et à la classe des systèmes dite "sandwich systems" ou "systèmes sandwich".
- Extension des approches adaptatives floues par modes glissants et synergétique dans le quatrième chapitre aux systèmes à hystérésis MIMO.
- Développement de ces techniques sans la supposition sur la non-linéarité hystérésis.

- Extension des approches adaptatives floues par modes glissants et synergétique aux systèmes à retard et à la classe des systèmes dite "sandwich systems" ou "systèmes sandwich".

## Outils mathématiques utilisés

### Lemme d'inversion matricielle

**Lemme 1** Supposons que  $A$ ,  $(A + BC)$  et  $(I + CA^{-1}B)$  sont des matrices non singulières, alors :

$$(A + BC)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(I + CA^{-1}B)^{-1}A$$

**Preuve 5**

$$\begin{aligned} & (A + BC) [A^{-1} - A^{-1}B(I + CA^{-1}B)^{-1}A] \\ &= I + BCA^{-1} - B(I + CA^{-1}B)CA^{-1} - BCA^{-1}B(I + CA^{-1}B)^{-1}CA^{-1} \\ &= I + BCA^{-1} - B(I + CA^{-1}B)(I + CA^{-1}B)^{-1}CA^{-1} \\ &= I \end{aligned}$$

### Théorème d'approximation universelle

**Théorème 5** Soit  $f(x)$  une fonction nonlinéaire continue définie sur un ensemble compact  $\Omega_x$ , et pour toute constante positive  $\epsilon$ , il existe un système flou  $y(x)$  de la forme :

$$y(x) = \theta^T \psi(x)$$

où  $\theta$  est le vecteur des paramètres,  $\psi(x)$  est le vecteur des fonctions floues de base. tel que :

$$\sup_{x \in \Omega_x} |f(x) - \theta^T \psi(x)| < \epsilon$$

### Lemme de Barbala

**Lemme 2** Si  $f, \dot{f} \in L_\infty$ , et  $f \in L_p$ , pour  $p \in [1, \infty[$ , alors  $f \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$ .

Le résultat de ce lemme est un cas spécial d'un résultats plus général donné par le lemme de Barbala donné ci-dessous.

**Lemme 3** Si  $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^\infty f(\tau) d\tau$  existe et est finie, et  $f(t)$  est une fonction uniformément continue, alors  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$



## Description du software développé RIM

### C'est quoi RIM ?

Le Recursive Identification Methods (RIM) est un software de Matlab qui permet à l'utilisateur d'identifier les systèmes dynamiques sans passer par la programmation. Cette interface peut être aussi utilisée par les étudiants pour valider les résultats théoriques vus dans le cours d'identification des systèmes.

### Comment utiliser RIM ?

Pour démarrer RIM, on exécute le fichier *RIM.m*. La fenêtre principale de RIM est montrée par la figure [B.1](#).

### Menu de RIM

#### Choix de la technique d'identification

appuyer sur le nom de la technique comme montre la figure [B.3](#). Appuyer sur *Next* pour changer la catégorie d'identification.

#### Paramètres d'identification

Sélectionner les paramètres d'identification comme montré sur la figure [B.4](#).

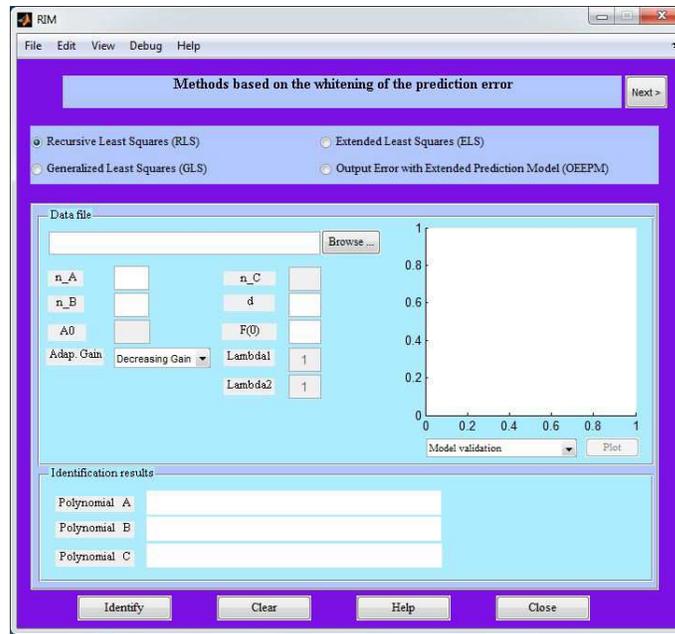


Figure B.1 – Fenêtre principale de RIM

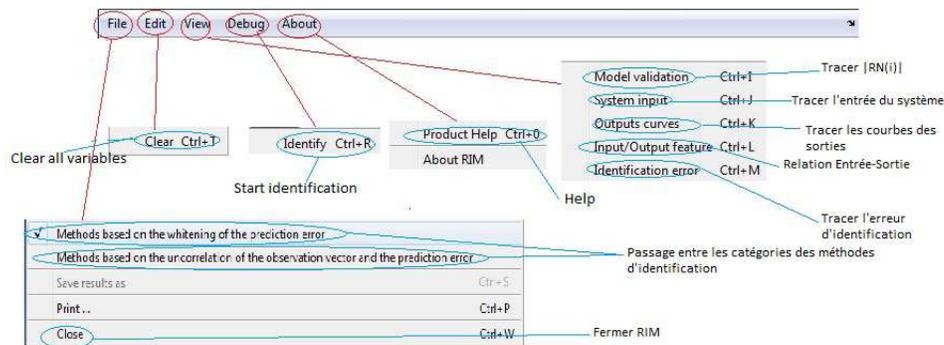


Figure B.2 – Menu de RIM

## Résultats d'identification

Les résultats d'identification sont trois polynômes  $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  et  $C(q^{-1})$ . Pour les méthodes qui ont un modèle ARX, le polynôme  $C(q^{-1})$  égal à 1.

## Validation du modèle

Pour tracer les différentes variables dans des figures externes, appuyer sur *View* et sélectionner la variable.

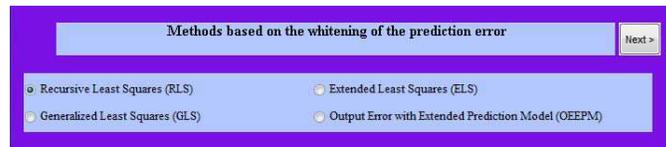


Figure B.3 – Choix de la technique d'identification

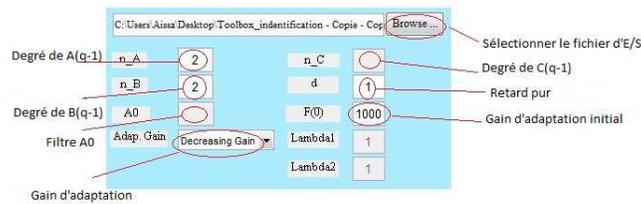


Figure B.4 – Paramètres d'identification

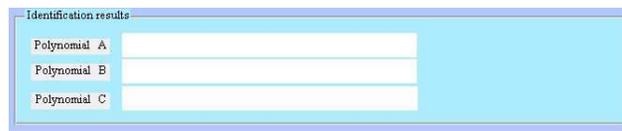


Figure B.5 – Résultats d'identification

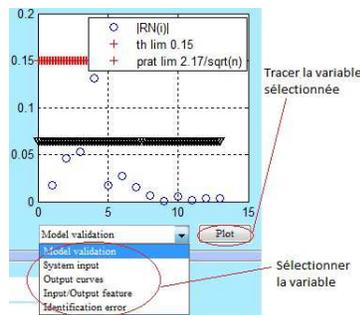


Figure B.6 – Validation du modèle

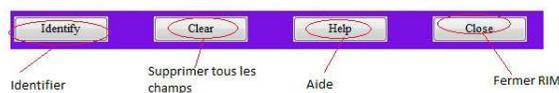


Figure B.7 – Fermeture RIM

## Bibliographie

- [Abr09] D. Y. Abramovitch, S. Hoen, and R. Workman. Semi-automatic tuning of PID gains for atomic force microscopes. *Asian Journal of Control*, vol. 11(2) :pp. 188 – 195, March 2009.
- [Aid12] C. Aida. *Optimisation du transformateur piézoélectrique. Application : contrôle semi-passive des vibrations*. Ph.D. thesis, Université Ferhat Abbas, 2012.
- [AJ13] M. Al Janaideh and P. Krejci. Inverse rate-dependent Prandtl-Ishlinskii model for feedforward compensation of hysteresis in a piezomicropositioning actuator. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 18(5) :pp. 1498 – 1507, October 2013.
- [Ang03] W. T. Ang, F. A. Garmbn, P. K. Khosla, and C. N. Riviere. Modeling Rate-dependent Hysteresis in Piezoelectric Actuators. In *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, vol. 2, pp. 1975 – 1980. IEEE, October 27-31 2003.
- [Aro11] R. Arotaritei, D. Ciorap, I. Mihai, and M. Turnea. A viscoelastic model for hysteresis loop applicable to aorta and other soft biological tissues. In *IEEE International Workshop on Medical Measurements and Applications*, pp. 75 – 79. Bari, May 30-31 2011.
- [Bad08] A. Badel, Q. Jinhao, and T. Nakano. A new simple asymmetric hysteresis operator and its application to inverse control of piezoelectric actuators. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 55(5) :pp. 1086 – 1094, May 2008.
- [Bah10] A. Bahar, F. Pozo, L. Acho, and J. Rodellar. Parameter identification of large-scale magnetorheological dampers in a benchmark building. *Computer and Structures*, vol. 88(3-4) :pp. 198 – 206, February 2010.
- [Bas08] S. Bashash and N. Jalili. A polynomial-based linear mapping strategy for feedforward compensation of hysteresis in piezoelectric actuators. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 130(3) :pp. 1 – 10, April 2008.

- [Ber92] G. Bertotti. Dynamic Generalization of the Scalar Preisach Model of Hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 28(5) :pp. 2599 – 2601, September 1992.
- [Ber98] G. Bertotti. *Hysteresis in Magnetism : For Physicists, Materials Scientists, and Engineers*. Academic Press, 1998.
- [Bou71] R. Bouc. Modèle mathématique d’hystérésis. *Acoustica*, vol. 21 :pp. 16 – 25, 1971.
- [Bro96] M. Brokate and J. Sprekels. *Hysteresis and phase transitions*. Springer-Verlag, 1996.
- [Bul05] M. Bullo. *Modélisation et commande du moteur piézoélectrique à onde progressive*. Ph.D. thesis, EPF de Lausanne, 2005.
- [Cha05] R. Changhai and S. Lining. Hysteresis and creep compensation for piezoelectric actuator in open-loop operation. *Sensors and Actuators A : Physical*, vol. 122(1) :pp. 124 – 130, July 2005.
- [Cha06] K. M. Chang. Adaptive control for piezoelectric positioning system. In *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, vol. 1, pp. 37 – 42. Montreal, Quebec , July 9-13 2006.
- [Che13] Y. Chen, J. Qiu, J. Palacios, and E. C. Smith. Tracking control of piezoelectric stack actuator using modified Prandtl-Ishlinskii model. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 24(6) :pp. 753 – 760, April 2013.
- [Cro00] D. Croft, G. Shed, and S. Devasia. Creep, hysteresis, and vibration compensation for piezoactuators : atomic force microscopy application. In *American Control Conference*, pp. 2123 – 2128. Chicago, Illinois, June 2000.
- [Cul96] B. Culshaw. *Smart structures and materials*. Artech House, 1996.
- [Dan05] X. Dang and Y. Tan. Neural networks dynamic hysteresis model for piezoceramic actuator based on hysteresis operator of first-order differential equation. *Physica B : Condensed Matter*, vol. 365(1 – 4) :pp. 173 – 184, August 2005.
- [Dan07] X. J. Dang and Y. H. Tan. RBF neural networks hysteresis modelling for piezoceramic actuator using hybrid model. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 21(1) :pp. 430 – 440, January 2007.
- [Den09] L. Deng and Y. Tan. Modeling hysteresis in piezoelectric actuators using NARMAX models. *Sensors and Actuators A : Physical*, vol. 149(1) :pp. 106 – 112, January 2009.
- [Do13a] T. N. Do, T. Tjahjowidodo, M. W. S. Lau, and S. J. Phee. Dynamic friction model for tendon-sheath actuated surgical robots : modelling and stability analysis. In *3<sup>rd</sup> IFToMM International Symposium on Robotics and Mechatronics*, pp. 302 – 311. Singapore, 2013.
- [Do13b] T. N. Do, T. Tjahjowidodo, M. W. S. Lau, and S. J. Phee. Nonlinear modeling and parameter identification of dynamic friction model in tendon sheath for flexible endoscopic systems. In

- 10<sup>th</sup> *International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*, vol. 2, pp. 5 – 10. Reykjavik, Iceland, 2013.
- [Do14a] T. N. Do, T. Tjahjowidodo, M. W. S. Lau, and S. J. Phee. An investigation of friction-based tendon sheath model appropriate for control purposes. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 42(1-2) :pp. 97 – 114, January 2014.
- [Do14b] T. N. Do, T. Tjahjowidodo, M. W. S. Lau, T. Yamamoto, and S. J. Phee. Hysteresis modeling and position control of tendon-sheath mechanism in flexible endoscopic systems. *Mechatronics*, vol. 24(1) :pp. 12 – 22, February 2014.
- [Dom12] M. Domaneschi. Simulation of controlled hysteresis by the semi-active Bouc-Wen model. *Computers and Structures*, vol. 106-107 :pp. 245 – 257, 2012.
- [Don08] R. Dong and Y. Tan. Neural networks based model for systems with input hysteresis. In 27<sup>th</sup> *Chinese Control Conference*, pp. 180 – 183. Kunming, Yunnan, China, July 16-18 2008.
- [Don14a] N. Dong, F. Shanand, and X. Liu. Modeling of Hysteresis in Piezoelectric Actuator Based on Adaptive IIR Filter. In *IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, pp. 55 – 60. Tianjin, China, August 3-6 2014.
- [Don14b] Y. Dong, H. Hu, and H. Wang. Identification and experimental assessment of two-input Preisach model for coupling hysteresis in piezoelectric stack actuators. *Sensors and Actuators A : Physical*, vol. 220 :pp. 92 – 100, 2014.
- [Doo85] T. Doong and I. D. Mayergoyz. On numerical implementation of hysteresis model. *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 21(5) :pp. 1853 – 1855, September 1985.
- [Du09] J. Du, Y. Feng, and Y. M. Hu. On robust control of systems preceded by Coleman Hodgdon hysteresis. In *IEEE International Conference on Control and Automation*, pp. 685 – 689. Christchurch, December 9-11 2009.
- [Duh97] P. Duhem. Die dauernden aenderungen und die thermodynamik. *I Z Phys Chem*, pp. 543 – 589, 1897.
- [ER07] W. En-Rong, Y. Liang, W. Wan-Jun, S. Rakheja, and S. Chun-Yi. Analyses of inverse model based semi-active control of vehicle suspension with magneto-rheological dampers. In 16<sup>th</sup> *IEEE International Conference on Control Applications*, pp. 220 – 225. Singapore, October 1-3 2007.
- [Esb13] A. Esbrook, T. Xiaobo, and H. K. Khalil. Control of systems with hysteresis via servocompensation and its application to nanopositioning. *IEEE Transactions on Control Systems Technoly*, vol. 21(3) :pp. 725 – 738, May 2013.
- [Ewi85] J. A. Ewing. Experimental Researches in Magnetism. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, vol. 176 :pp. 523 – 640, January 1885.

- [Fan15] L. Fang, J. Wang, and Q. Zhang. Identification of extended Hammerstein systems with hysteresis-type input nonlinearities described by Preisach model. *Nonlinear Dynamics*, vol. 79 :pp. 1257 – 1273, 2015.
- [Fen09] Y. Feng, C. A. Rabbath, and T. Chai. Robust adaptive control of systems with hysteretic nonlinearities :a duhem hysteresis modeling approach. In *IEEE AFRICON*, pp. 1 – 6. Nairobi, September 23-25 2009.
- [Fen10] Feng, Y. and Hong, H. and Rabbath, C. A. and Su, C. Y. Robust Adaptive Control Law for a Class of Nonlinear Systems with Differential Equation-based Hysteresis-Duhem Representation. In *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, pp. 1339 – 1344. Montreal, Canada, July 6-9 2010.
- [Fin06] G. Finocchio, M. Carpentieri, E. Cardelli, and B. Azzerboni. Analytical solution of Everett integral using Lorentzian Preisach function approximation. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 300(2) :pp. 451 – 470, May 2006.
- [Fun09] R. F. Fung, Y. L. Hsu, and M. S. Huang. System identification of a dual-stage XY precision positioning table. *Precision Engineering*, vol. 33(1) :pp. 71 – 80, January 2009.
- [GB10] O. Gomis-Bellmunt, F. Ikhouane, and D. Montesinos-Miracle. Control of Bouc-Wen hysteretic systems : application to a piezoelectric actuator. In *13<sup>th</sup> IEEE International Conference on Power Electronics and Motion Control Conference*, vol. 1 – 5, pp. 1670 – 1675. Poznan, September 1-3 2010.
- [Ge95] P. Ge and M. Jouaneh. Modeling hysteresis in piezoceramic actuators. *Precision Engineering*, vol. 17(3) :pp. 211 – 221, July 1995.
- [Ge97] P. Ge and M. Jouaneh. Generalized preisach model for hysteresis nonlinearity of piezoceramic actuators. *Precision Engineering*, vol. 20(2) :pp. 99 – 111, March 1997.
- [Go197] M. Goldfarb and N. Celanovic. Modeling Piezoelectric Stack Actuators for Control of Micromanipulation. *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 17(3) :pp. 69 – 79, June 1997.
- [Goo84] G. C. Goodwin and K. Sin. *Adaptive Filtering Prediction and Control*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1984.
- [Gu13] G. Y. Gu and L. M. Zhu. Motion control of piezoceramic actuators with creep, hysteresis and vibration compensation. *Sensors and Actuators A : Physical*, vol. 197 :pp. 76 – 87, August 2013.
- [Gu14] G. Y. Gu, L. M. Zhu, and C. Y. Su. Modeling and compensation of asymmetric hysteresis nonlinearity for piezoceramic actuators with a modified Prandtl-Ishlinskii model. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61(3) :pp. 1583 – 1595, March 2014.

- [Guo15] Z. Guo, Y. Tian, X. Liu, B. Shirinzadeh, F. Wang, and D. Zhang. An inverse Prandtl-Ishlinskii model based decoupling control methodology for a 3-DOF flexure-based mechanism. *Sensors and Actuators A : Physical*, vol. 230 :pp. 52 – 62, July 2015.
- [Ha05] J. L. Ha, R. Fung, and C. Yang. Hysteresis identification and dynamic responses of the impact drive mechanism. *Journal of Sounds and Vibration*, vol. 283(3-5) :pp. 943 – 956, May 2005.
- [Ha06] J. L. Ha, Y. S. Kung, R. F. Fung, and S. C. Hsien. A comparison of fitness functions for the identification of a piezoelectric hysteretic actuator based on the real-coded genetic algorithm. *Sensor and Actuators A : Physical*, vol. 132(2) :pp. 643 – 650, November 2006.
- [Hab14] D. Habineza, M. Rakotondrabe, and Y. L. Gorrec. Modeling, identification and feedforward control of multivariable hysteresis by combining Bouc-Wen equations and the inverse multiplicative structure. In *American Control Conference*, pp. 4771 – 4777. Portland, Oregon, USA, June 4-6 2014.
- [Han01] D. Hanssens and M. Ouyang. Hysteresis in market response : when is marketing spending an investment? *Review of Maketing Science WP*, vol. 419 :pp. 1 – 49, April 2001.
- [Har09] S. Harari. *Contrôle modal semi-actif et actif à faible consommation énergétique par composants piézoélectriques*. Ph.D. thesis, INSA de Lyon, 2009.
- [Has14] V. Hassani, T. Tjahjowidodo, and T. N. Do. A survey on hysteresis modeling, identification and control. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 49 :pp. 209 – 233, 2014.
- [Hed14] M. Hedegård and T. Wik. Non-parametric convex identification of extended generalized Prandtl-Ishlinskii models. *Automatica*, vol. 50(2) :pp. 465 – 474, February 2014.
- [Hej90] P. Hejda and T. Zelinka. Generalized Preisach model of hysteresis - theory and experiment. *Czechoslovak Journal of Physics*, vol. 40(1) :pp. 57 – 68, January 1990.
- [Hep90] F. Heppner and U. Grenander. A stochastic nonlinear model for coordinated bird flocks. *American Association for the Advancement of Science*, 1990. DC(USA).
- [HJ08] S. Hsin-Jang, C. Yun-Jen, and C. Yen-Ting. Optimal PID control system of a piezoelectric microspitioner. In *IEEE/SICE International Symposium on System Integration*, pp. 1 – 5. Nagoya, December 4-6 2008.
- [Hon88] M. L. Hondong. Mathematical theory and calculations of magnetic hysteresis curves. *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 24(6) :pp. 3120 – 3122, November 1988.
- [Hu03] H. Hu and R. Ben Mrad. On the classical Preisach model for hysteresis in piezoceramic actuators. *Mechatronics*, vol. 13(2) :pp. 85 – 94, March 2003.
- [Hui11] Hui, C. and Yonghong, T. and Xingpeng, Z. and Ruili, D. and Yahong, Z. Identification of Dynamic Hysteresis Based on Duhem Model. In *4<sup>th</sup> International Conference on Intelligent*

- Computation Technology and Automation*, vol. 1, pp. 810 – 814. Shenzhen, Guangdong , March 28-29 2011.
- [Ism09] M. Ismail, F. Ikhouane, and J. Rodellar. The Hysteresis Bouc-Wen Model, a Survey. *Archives of Computational Methods in Engineering*, vol. 16 :pp. 161 – 188, 2009.
- [Jan12] M. A. Janaideh, C. Y. Su, and S. Rakheja. Inverse Compensation Error of the Prandtl-Ishlinskii Model. In *Conference on Decision and Control*, pp. 1597 – 1602. Maui, Hawaii, USA, December 10-13 2012.
- [Jin04] Z. Jing, W. Changyun, and Z. Ying. Adaptive backstepping control of a class of uncertain nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 49(10) :pp. 1757 – 1759, October 2004.
- [Kao09] C. C. Kao and R. F. Fung. Using the modified PSO method to identify a Scott-Russell mechanism actuated by a piezoelectric element. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 49(5) :pp. 1652 – 1661, July 2009.
- [Ken95] J. Kennedy and R. C. Eberhart. Particle Swarm Optimization. In *IEEE International Conference on Neural Networks*, vol. 4, pp. 1942–1948. Perth, WA, Nov/Dec 1995.
- [Kob02] Y. Kobayashi and T. Okita. Identification of nonlinear systems with hysteresis characteristics. In *41<sup>st</sup> Annual Conference of SICE*, vol. 3, pp. 1577 – 1581. August 5-7 2002.
- [Kol00] A. Kolesnikov, G. Veselov, and A. Kolesnikov. *Modern applied control theory : synergetic approach in control theory*. TRTU, Moscow, Taganrog , 2000.
- [Kte01] A. Ktena, D. I. Fotiadis, P. D. Spanos, and C. V. Massalas. A Preisach model identification procedure and simulation of hysteresis in ferromagnets and shape-memory alloys. *Physica B : Condensed Matter*, vol. 306(1-4) :pp. 84 – 90, December 2001.
- [Kuc10] M. Kuczmann. Dynamic preisach hysteresis model. *Journal of Advanced Research in Physics*, vol. 1(1) :pp. 1 – 5, 2010.
- [Kwo07] N. M. Kwok, Q. P. Ha, M. T. Nguyen, J. Li, and B. Samali. Bouc-Wen model parameter identification for a MR fluid damper using computationally efficient GA. *ISA Transactions*, vol. 46(2) :pp. 167 – 179, April 2007.
- [Lan06] I. D. Landau and G. Zito. *Digital Control Systems : Design, Identification and Implementation*. Springer, 2006.
- [Lau14] A. Laudani, F. R. Fulginei, and A. Salvini. Comparative analysis of Bouc-Wen and Jiles-Atherton models under symmetric excitations. *Physica B*, vol. 435 :pp. 134 – 137, 2014.
- [Li10] Y. Li and Q. Xu. Adaptive sliding mode control with perturbation estimation and pid sliding surface for motion tracking of a piezo-driven micromanipulator. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 18(4) :pp. 798 – 810, July 2010.

- [Li14a] Z. Li, C. Y. Su, and T. Chai. Compensation of Hysteresis Nonlinearity in Magnetostrictive Actuators With Inverse Multiplicative Structure for Preisach Model. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, vol. 11(2) :pp. 613 – 619, April 2014.
- [Li14b] Z. Li, C. Y. Su, and X. Chen. Modeling and inverse adaptive control of asymmetric hysteresis systems with applications to magnetostrictive actuator. *Control Engineering Practice*, vol. 33 :pp. 148 – 160, December 2014.
- [Lia14] J. W. Lian and H. Y. Chen. Feedforward and Feedback Control for Piezoelectric-Actuated Systems using Inverse Prandtl-Ishlinskii Model and Particle Swarm Optimization. In *International Conference on Advanced Mechatronic Systems*, pp. 313 – 318. Kumamoto, Japan, August 10-12 2014.
- [Lin06] F. J. Lin, H. J. Shieh, P. K. Huang, and L. T. Teng. Adaptive control with hysteresis estimation and compensation using RFNN for piezo-actuator. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 53(9) :pp. 1649 – 1660, September 2006.
- [Lin08] J. Lin, H. Chiang, and C. C. Lin. Tuning PID control gains for micro-piezo-stage in using grey relational analysis. In *7<sup>th</sup> International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, pp. 3863 – 3868. Kunming, July 12-15 2008.
- [Lin15] C. J. Lin, C. R. Lin, S. K. Yu, and C. T. Chen. Hysteresis modeling and tracking control for a dual pneumatic artificial muscle system using Prandtl-Ishlinskii model. *Mechatronics*, vol. 28 :pp. 35 – 45, June 2015.
- [Liu13] P. Liu, Z. Zhang, and J. Mao. Modeling and control for giant magnetostrictive actuators with rate-dependent hysteresis. *Journal of Applied Mathematics*, pp. 1 – 8, 2013.
- [Liu14a] J. N. C. Liu, K. Liu, and X. Pang. Variable speed synergetic control for chaotic oscillation in power system. *Nonlinear Dynamics*, vol. 78 :pp. 681–690, 2014.
- [Liu14b] S. Liu and C. Y. Su. Inverse error analysis and adaptive output feedback control of uncertain systems preceded with hysteresis actuators. *IET Control Theory and Applications*, vol. 8(17) :pp. 1824 – 1832, 2014.
- [Liu14c] S. Liu, C. Y. Su, and Z. Li. Robust Adaptive Inverse Control of a Class of Nonlinear Systems With Prandtl-Ishlinskii Hysteresis Model. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 59(8) :pp. 2170 – 2175, August 2014.
- [Low95] T. S. Low and W. Guo. Modeling of a three-layer piezoelectric bimorph beam with hysteresis. *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 4(4) :pp. 230 – 237, 1995.
- [Lu08] K. C. Lu, C. H. Loh, J. N. Yang, and P. Y. Lin. Decentralized sliding mode control of a building using MR dampers. *Smart Materials and Structures*, vol. 17(5) :pp. 1 – 15, 2008.
- [Ma14] L. Ma, Y. Shen, J. Li, and X. Zhao. A modified HO-based model of hysteresis in piezoelectric actuators. *Sensors and Actuators A : Physical*, vol. 220 :pp. 316 – 322, 2014.

- [Mam74] E. H. Mamdani. Application of fuzzy algorithms for control of a simple dynamic plant. In *IEEE Control and Science*, pp. 1585 – 1588. 1974.
- [Mam77] E. H. Mamdani. Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic synthesis. *IEEE Transactions on Computers*, vol. 26(12) :pp. 1182 – 1191, December 1977.
- [May86] I. D. Mayergoyz. Mathematical models of hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 22(5) :pp. 603 – 608, September 1986.
- [May88] I. D. Mayergoyz and G. Friedman. Generalized Preisach Model of Hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 24(1) :pp. 212 – 217, January 1988.
- [May03] I. D. Mayergoyz. *Mathematical models of hysteresis and their applications*. Elsevier, 2003.
- [Min02] S. V. Minchev. Neural networks for modeling of dynamic systems with hysteresis. In *1<sup>st</sup> International IEEE Symposium on Intelligent Systems*, vol. 3, pp. 42 – 47. September 2002.
- [Min11] T. V. Minh, T. Tjahjowidodo, H. Ramon, and H. V. Brussel. A New Approach to Modeling Hysteresis in a Pneumatic Artificial Muscle Using The Maxwell-Slip Model. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 16(1) :pp. 177 – 186, February 2011.
- [Mir13] N. Miri, M. Mohammadzaheri, and L. Chen. A Comparative Study of Different Physics-based Approaches to Modelling of Piezoelectric Actuators. In *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*, pp. 1211 – 1216. Wollongong, Australia, July 9-12 2013.
- [Mra01] R. B. Mrad and H. Hu. Dynamic Modeling of Hysteresis in Piezoceramics. In *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics Proceedings*, pp. 510 – 515. , Como, Italy , 2001.
- [Ngu06] T. H. Nguyen, N. M. Kwok, Q. P. Ha, J. Li, and B. Samali. Adaptive sliding mode control for civil structures using magnetorheological dampers. In *23<sup>rd</sup> International Symposium on Automation and Robotics in Construction*, pp. 636 – 641. Tokyo, Japan, October 3-5 2006.
- [Oka90] Y. Okazaki. A micro-positioning tool post using a piezoelectric actuator for diamond turning machines. *Precision Engineering*, vol. 12(3) :pp. 151 – 156, July 1990.
- [Ort13] G. A. Ortiz, D. A. Alvarez, and D. B. Ruiz. Identification of Bouc-Wen type models using multi-objective optimization algorithms. *Computers and Structures*, vol. 114-115 :pp. 121 – 132, 2013.
- [Ort15] G. A. Ortiz, D. A. Alvarez, and D. B. Ruiz. Identification of Bouc-Wen type models using the Transitional Markov Chain Monte Carlo method. *Computers and Structures*, vol. 146 :pp. 252 – 269, 2015.
- [Par04] J. K. Parck and G. Washington. Prediction of Hysteretic Effects in PZT Stack Actuators using a Hybrid Modeling Strategy. In *Proc. SPIE. 5383, Smart Structures and Materials 2004 : Modeling, Signal Processing, and Control*, pp. 48 – 59. 2004.

- [Pay09] A. F. Payam, M. Fathipour, and M. J. Yazdanpanah. A backstepping controller for piezoelectric actuators with hysteresis in nanopositioning. In *4<sup>th</sup> IEEE International Conference on Nano/Micro-Engineered and Molecular Systems*, pp. 711 – 716. Shenzhen, January 5-8 2009.
- [Pre35] F. Preisach. Über die magnetische Nachwirkung. In *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei*, vol. 94, pp. 277 – 302. 1935.
- [Qia14] Z. Qiao, M. Gan, and C. Wang. Sliding Mode Control Using linear extended state observer(LESO) and Hysteresis Compensator based on Bouc-Wen model in Sinusoidal Position Control of a Piezoelectric Actuator. In *33rd Chinese Control Conference*, pp. 3840 – 3845. Nanjing, China, July 28-30 2014.
- [Qin13] Q. H. Qin. *Advanced Mechanics of Piezoelectricity*. Springer, 2013.
- [Qua09] M. Quant, H. Elizalde, A. Flores, R. Ramirez, P. Orta, and G. Song. A comprehensive model for piezoceramic actuators : modelling, validation and application. *Smart Materials and Structures*, vol. 18(12) :pp. 1 – 16, 2009.
- [Rag03] A. Raghavan, P. Seshu, and P. S. Gandhi. Hysteresis modelling in piezoceramic actuator systems. *Smart Materials, Structures, and System*, vol. 5062 :pp. 560 – 567, 2003.
- [Rak08] M. Rakotondrabe, M. Diouf, and P. Lutz. Robust feedforward-feedback control of a hysteretic piezocantilever under thermal disturbance. In *17<sup>th</sup> Triennial World Congress of the International Federation of Automatic Control*. Seoul, South Korea, July 2008.
- [Rak10] M. Rakotondrabe, C. Clévy, and P. Lutz. Complete open loop control of hysteretic, creeped, and oscillating piezoelectric cantilevers. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, vol. 7(3) :pp. 440 – 450, May 2010.
- [Rak11] M. Rakotondrabe. Bouc-Wen modeling and inverse multiplicative structure to compensate hysteresis nonlinearity in piezoelectric actuators. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, vol. 08(2) :pp. 428 – 431, February 2011.
- [Reb13] A. Rebai, K. Guesmi, and B. Hemici. Modeling of hysteresis property in piezoelectric actuators : A survey. In *International Conference on Electrical Engineering and Automatic Control - ICEEAC'13*. Setif, Algeria, November 24-26 2013.
- [Reb14a] A. Rebai, K. Guesmi, D. Gozim, and B. Hemici. Design of an optimized fractional order fuzzy PID controller for a piezoelectric actuator . In *15<sup>th</sup> international conference on Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering - STA'2014*, pp. 456 – 461. Hammamet, Tunisia, December 21-23 2014.
- [Reb14b] A. Rebai, K. Guesmi, D. Gozim, and B. Hemici. Identification of the PEA hysteresis property using a fractional order model . In *15<sup>th</sup> international conference on Sciences and*

*Techniques of Automatic control & computer engineering - STA'2014*, pp. 1038 – 1043. Hammamet, Tunisia, December 21-23 2014.

- [Reb14c] A. Rebai, K. Guesmi, and B. Hemici. Design of a fractional order fuzzy PID controller for a piezoelectric actuator using ACO algorithm. In *2<sup>nd</sup> International Conference on Electrical Engineering and Control Applications - ICEECA'14*. Constantine, Algeria, November 18-20 2014.
- [Reb14d] A. Rebai, K. Guesmi, and B. Hemici. Identification of the PEA Hysteresis Property Using a Minimum Variance Scheme. *International Journal of Computer and Electrical Engineering*, vol. 06(4) :pp. 290 – 293, 2014.
- [Reb14e] A. Rebai, K. Guesmi, and B. Hemici. Identification of the PEA Hysteresis Property Using a Minimum Variance Scheme. In *International Conference on Electrical and Electronics Engineering - ICEEE'14*. Antalya, Turkey, April 21-23 2014.
- [Reb14f] A. Rebai, K. Guesmi, and B. Hemici. On the identification of piezoelectric actuators : A comparative study. In *International Conference on Automatic Control Theory and Application - ACTA'14*. Bangkok, Thailand, June 17-19 2014.
- [Reb14g] A. Rebai, K. Guesmi, and B. Hemici. RIM : An Education Platform for Recursive Identification Methods. In *International Workshop on Advanced Control - IWAC'14*, pp. 63–68. Guelma, Algeria, November 3-4 2014.
- [Reb15a] A. Rebai, K. Guesmi, D. Gozim, and B. Hemici. Adaptive fuzzy synergetic control of nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis. In *19<sup>th</sup> International Conference on System Theory, Control and Computing - ICSTCC'15*. Cheile Gradistei-Fundata Resort, Romania, October 14-16 2015.
- [Reb15b] A. Rebai, K. Guesmi, and B. Hemici. Adaptive fuzzy synergetic control for nonlinear hysteretic systems. *Nonlinear Dynamics*, 2015. revised paper.
- [Reb15c] A. Rebai, K. Guesmi, and B. Hemici. Design of an adaptive fuzzy sliding mode controller for nonlinear hysteretic systems. In *4<sup>th</sup> International Conference on Electrical Engineering - ICEE'15*. Boumerdes, Algeria, December 13-15 2015.
- [Reb15d] A. Rebai, K. Guesmi, and B. Hemici. Design of an optimized fractional order fuzzy PID controller for a piezoelectric actuator. *Journal of Control Engineering and Applied Informatics*, vol. 17(3) :pp. 41 – 49, 2015.
- [Reb15e] A. Rebai, K. Guesmi, and B. Hemici. Fuzzy identification and control of a piezoelectric actuator. In *3<sup>rd</sup> International Conference on Control, Engineering & Information Technology - CEIT'15*. Tlemcen, Algeria, May 25-27 2015.

- [Reb15f] A. Rebai, K. Guesmi, and B. Hemici. RIM : A Matlab Software Tool for Recursive Identification Methods. *International Journal of Automation and Computing*, vol. 12(5) :pp. 482 – 489, October 2015.
- [Rey87] C. W. Reynolds. Flocks, Herds, and Schools : A Distributed Behavioral Model. *Computer Graphics*, vol. 21(4) :pp. 25 – 34, July 1987.
- [Ric13] L. Riccardi, D. Naso, B. Turchiano, and H. Janocha. Adaptive control of positioning systems with hysteresis based on magnetic shape memory alloys. *IEEE Transactions on Control Systems Technoly*, vol. 53(6) :pp. 1649 – 1661, November 2013.
- [Ros10] S. Rosenbaum, M. Ruderman, T. Strohla, and T. Bertram. Use of Jiles-Atherton and Preisach hysteresis models for inverse feed-forward control. *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46(12) :pp. 3984 – 3989, December 2010.
- [Ru09] C. H. Ru, L. G. Chen, B. Shao, W. B. Rong, and L. N. Sun. A hysteresis compensation method of piezoelectric actuator : model, identification and control. *Control Engineering Practice*, vol. 19(9) :pp. 1107 – 1114, September 2009.
- [Say12] H. Sayyaadi and M. R. Zakerzadeh. Position control of shape memory alloy actuator based on the generalized Prandtl-Ishlinskii inverse model. *Mechatronics*, vol. 22(7) :pp. 945 – 957, October 2012.
- [Ser98] C. Serpico and C. Visone. Magnetic hysteresis modeling via feed-forward neural networks. *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 34(3) :pp. 623 – 628, May 1998.
- [Siv07] S. N. Sivanandam and S. N. Deepa. *Introduction to Genetic Algorithms*. Springer, Berlin, New York, 2007.
- [Smi01] R. C. Smith. Inverse compensation for hysteresis in magnetostrictive transducers. *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 33(1-3) :pp. 285 – 298, January-February 2001.
- [Son99] D. W. Song and C. J. Li. Modeling of piezoactuator’s nonlinear and frequency dependent dynamics. *Mechatronics*, vol. 9(4) :pp. 391 – 410, June 1999.
- [Su00] C. Y. Su, Y. Stepanenko, J. Svoboda, and T. P. Leung. Robust adaptive control of a class of nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45(12) :pp. 2427 – 2432, December 2000.
- [Sun13] J. Sun, M. Krstic, and N. Bekiaris-Liberis. Robust adaptive control : legacies and horizons. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 27(1-2) :pp. 1 – 3, January-February 2013.
- [Tak83] T. Takagi and M. Sugeno. Derivation of fuzzy control rules from human operator’s control actions. In *IFAC Symposium on Fuzzy Information*, pp. 55 – 60. 1983.

- [Tak85] T. Takagi and M. Sugeno. Fuzzy identification of systems and its applications to modelling and control. *IEEE Transactions on Man and Cybernetics*, vol. 15(1) :pp. 116 – 132, 1985.
- [Tan09] X. Tan and R. V. Iyer. Modeling and control of hysteresis. *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 29(1) :pp. 26 – 29, February 2009.
- [Tao95] G. Tao and P. V. Kokotovic. Adaptive control of plants with unknown hystereses. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40(2) :pp. 200 – 212, 1995.
- [Tao13] G. Tao, J. O. Burkholder, and J. Guo. Adaptive state feedback actuator nonlinearity compensation for multivariable systems. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 27(1-2) :pp. 82 – 107, January-February 2013.
- [Tja06] T. Tjahjowidodo. *Characterization, modeling and control of mechanical systems comprising material and geometrical nonlinearities*. Ph.D. thesis, Mechanical Department, Katholic Universiteit Leuven, Belgium, 2006.
- [Tja07] T. Tjahjowidodo, F. Al-Bender, H. V. Brussel, and W. Symens. Friction characterization and compensation in electro-mechanical systems. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 308(3 – 5) :pp. 632 – 646, December 2007.
- [Vor15] J. Voros. Iterative identification of nonlinear dynamic systems with output backlash using three-block cascade models. *Nonlinear Dynamics*, vol. 79 :pp. 2189 – 2195, 2015.
- [Wan94] L. X. Wang. *Adaptive Fuzzy Systems and Control : Design and Stability Analysis*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1994.
- [Wan08] X. Wang, X. Wang, and Y. Mao. Hysteresis Compensation in GMA Actuators Using Duhamel Model. In *7<sup>th</sup> World Congress on Intelligent Control and Automation*, pp. 388 – 393. Chongqing, China, 2008.
- [Wen76] Y. K. Wen. Method for random vibration of hysteretic systems. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, vol. 102(2) :pp. 246 – 263, 1976.
- [Xin08] Z. Xinlong and T. Yonghon. Modeling hysteresis and its inverse model using neural networks based on expanded input space method. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 16(3) :pp. 484 – 490, May 2008.
- [Xu10] Q. Xu and Y. Li. Dahl model-based hysteresis compensation and precise positioning control of an XY parallel micromanipulator with piezoelectric actuation. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 132(4) :pp. 1 – 12, June 2010.
- [Xu11] Q. Xu and P. K. Wong. Hysteresis modeling and compensation of a piezostage using least squares support vector machines. *Mechatronics*, vol. 21(7) :pp. 1239 – 1251, October 2011.
- [Xu13] Q. Xu. Identification and compensation of piezoelectric hysteresis without modeling hysteresis inverse. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60(9) :pp. 3927 – 3937, September 2013.

- [Yan05] J. Yang. *An introduction to the theory of piezoelectricity*. Springer, 2005.
- [Yan13a] M. J. Yang, G. Y. Gu, and L. M. Zhu. Parameter identification of the generalized Prandtl-Ishlinskii model for piezoelectric actuators using modified particle swarm optimization. *Sensors and Actuators A : Physical*, vol. 189 :pp. 254 – 265, January 2013.
- [Yan13b] X. Yangqiu, T. Yonghong, and D. Ruili. Nonlinear modeling and decoupling control of XY micropositioning stages with piezoelectric actuators. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 18(3) :pp. 821 – 832, June 2013.
- [Yan14] Q. Yanding and Z. Xin. Characteristics of the Direct Inverse Modeling Approach for Hysteresis Compensation of Piezoelectric Actuators. In *33rd Chinese Control Conference*, pp. 6704 – 6709. Nanjing, China, July28-30 2014.
- [Ye09] M. Y. Ye and X. D. Wang. Parameter identification of hysteresis model with improved particle swarm optimization. In *Chinese Control and Decision Conference*, pp. 415 – 419. Guilin, June 17-19 2009.
- [Yeh06] T. Yeh, S. Lu, and T. Wu. Modeling and Identification of Hysteresis in Piezoelectric Actuators. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 128 :pp. 189 – 196, June 2006.
- [Yu06] G. Yu, C. You, and R. Hong. Self-tuning fuzzy control of a piezoelectric actuator system. In *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 2, pp. 1108 – 1113. Taipei, October 8-11 2006.
- [Yu08] G. R. Yu and L. W. Haung. Optimal control of a nano-positioning stage using linear matrix inequality and hierarchical genetic algorithms. In *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, pp. 2833 – 2838. Singapore, October 12-15 2008.
- [Zad65] L. A. Zadeh. Fuzzy sets. *Information and control*, vol. 8 :pp. 338 – 353, 1965.
- [Zha14] Z. Zhang, S. Xu, and B. Zhang. Asymptotic Tracking Control of Uncertain Nonlinear Systems With Unknown Actuator Nonlinearity. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 59(5) :pp. 1336 – 1341, 2014.
- [Zha15] J. Zhang, E. Merced, N. Sepulveda, and X. Tan. Optimal compression of generalized Prandtl-Ishlinskii hysteresis models. *Automatica*, vol. 57 :pp. 170 – 179, 2015.
- [Zhe12] W. Zhenyan, Z. Zhen, M. Jianqin, and Z. Kemin. A Hammerstein-based model for rate-dependent hysteresis in piezoelectric actuator. In *24<sup>th</sup> Chinese Control and Decision Conference*, pp. 1391 – 1396. Taiyuan, May 23-25 2012.
- [Zhe13] Y. Zheng, C. Wen, and Z. Li. Robust adaptive asymptotic tracking control of uncertain nonlinear systems subject to nonsmooth actuator nonlinearities. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 27(1-2) :pp. 108 – 121, January-February 2013.

## Références personnelles

- [Reb13] **A. Rebai**, K. Guesmi, and B. Hemici. Modeling of hysteresis property in piezoelectric actuators : A survey. In *International Conference on Electrical Engineering and Automatic Control - ICEEAC'13*. Setif, Algeria, November 24-26 2013.
- [Reb14a] **A. Rebai**, K. Guesmi, D. Gozim, and B. Hemici. Design of an optimized fractional order fuzzy PID controller for a piezoelectric actuator . In *15<sup>th</sup> international conference on Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering - STA'2014*, pp. 456 – 461. Hammamet, Tunisia, December 21-23 2014.
- [Reb14b] **A. Rebai**, K. Guesmi, D. Gozim, and B. Hemici. Identification of the PEA hysteresis property using a fractional order model . In *15<sup>th</sup> international conference on Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering - STA'2014*, pp. 1038 – 1043. Hammamet, Tunisia, December 21-23 2014.
- [Reb14c] **A. Rebai**, K. Guesmi, and B. Hemici. Design of a fractional order fuzzy PID controller for a piezoelectric actuator using ACO algorithm. In *2<sup>nd</sup> International Conference on Electrical Engineering and Control Applications - ICEECA'14*. Constantine, Algeria, November 18-20 2014.
- [Reb14d] **A. Rebai**, K. Guesmi, and B. Hemici. Identification of the PEA Hysteresis Property Using a Minimum Variance Scheme. In *International Conference on Electrical and Electronics Engineering - ICEEE'14*. Antalya, Turkey, April 21-23 2014.
- [Reb14e] **A. Rebai**, K. Guesmi, and B. Hemici. Identification of the PEA Hysteresis Property Using a Minimum Variance Scheme. *International Journal of Computer and Electrical Engineering*, vol. 06(4) :pp. 290 – 293, 2014.
- [Reb14f] **A. Rebai**, K. Guesmi, and B. Hemici. On the identification of piezoelectric actuators : A comparative study. In *International Conference on Automatic Control Theory and Application - ACTA'14*. Bangkok, Thailand, June 17-19 2014.
- [Reb14g] **A. Rebai**, K. Guesmi, and B. Hemici. RIM : An Education Platform for Recursive Identification Methods. In *International Workshop on Advanced Control - IWAC'14*, pp. 63–68. Guelma, Algeria, November 3-4 2014.
- [Reb15a] **A. Rebai**, K. Guesmi, D. Gozim, and B. Hemici. Adaptive fuzzy synergetic control of nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis. In *19<sup>th</sup> International Conference on System Theory, Control and Computing - ICSTCC'15*. Cheile Gradistei-Fundata Resort, Romania, October 14-16 2015.
- [Reb15b] **A. Rebai**, K. Guesmi, and B. Hemici. Adaptive fuzzy synergetic control for nonlinear hysteretic systems. *Nonlinear Dynamics*, 2015. revised paper.
- [Reb15c] **A. Rebai**, K. Guesmi, and B. Hemici. Design of an adaptive fuzzy sliding mode controller for nonlinear hysteretic systems. In *4<sup>th</sup> International Conference on Electrical Engineering - ICEE'15*. Boumerdes, Algeria, December 13-15 2015.
- [Reb15d] **A. Rebai**, K. Guesmi, and B. Hemici. Design of an optimized fractional order fuzzy PID controller for a piezoelectric actuator. *Journal of Control Engineering and Applied Informatics*, vol. 17(3) :pp.41 – 49, 2015.
- [Reb15e] **A. Rebai**, K. Guesmi, and B. Hemici. Fuzzy identification and control of a piezoelectric actuator. In *3<sup>rd</sup> International Conference on Control, Engineering & Information Technology - CEIT'15*. Tlemcen, Algeria, May 25-27 2015.
- [Reb15f] **A. Rebai**, K. Guesmi, and B. Hemici. RIM : A Matlab Software Tool for Recursive Identification Methods. *International Journal of Automation and Computing*, vol. 12(5) :pp. 482 – 489, October 2015.