



Mémoire

Présenté au Laboratoire de Commande des Processus
en vue de l'obtention du diplôme de

Magister

en Automatique
par

Samir KHELOUAT

Ingénieur d'Etat en Automatique de l'UMMTO

Intitulé

Diagnostic de Défauts dans les Systèmes Non Linéaires

Soutenue publiquement le 11/05/2008 devant le jury composé de:

F. BOUDJEMA	Professeur ENP	Président
D. BOUKHETALA	Professeur ENP	Rapporteur
A. BENALIA	Docteur ENSEA Paris	Co-rapporteur
M. TADJINE	Professeur ENP	Examineur
L. NEZLI	Maître de conférences à l'ENP	Examineur
O. BENZINEB	Chargé de cours à l'Université de Blida	Examineur

Dieu merci

Je remercie Dieu, le tout puissant, pour m'avoir donné la santé, le courage, la patience, la volonté et la force nécessaire, pour affronter toutes les difficultés et les obstacles, qui se sont hissés au travers de mon chemin, durant toutes mes années d'études.

DEDICACES

Je dédie ce travail à mes très chers parents, je leurs remercie pour leurs sacrifices, leurs patiences, leurs soutien, l'aide et les encouragements qui m'ont apporté durant toutes ces années d'étude. Sans eux, je ne serais pas ce que je suis aujourd'hui.

Je dédie ce travail également :

A la mémoire de mes regrettés grands parents.

A tous mes frères et sœurs.

A tous mes oncles, tantes, cousins et cousines.

A toute personne qui porte de l'estime pour moi

Remerciements

Ce travail a été effectué au sein du laboratoire de commande des processus de l'école nationale polytechnique d'Alger, sous la direction de monsieur Djamel BOUKHETALA et la co-direction de monsieur Attallah BEN ALIA. Ce travail n'aurait pu être mené à bien sans l'aide de nombreuses personnes que je tiens à remercier et je m'excuse auprès de ce que j'aurais omis de citer.

Je remercie très sincèrement monsieur Djamel BOUKHETALA de m'avoir dirigé et encourager le long de ce travail. Ses conseils, sa disponibilité m'ont été d'un grand secours tout au long de ce travail.

J'adresse également mes sincère et vifs remerciements à monsieur Atallah BENALIA, chercheur à l'ENSEA de Paris de m'avoir aidé à mener à bien ce travail. Ses conseils, sa disponibilité et sa confiance m'ont été d'un grand secours tout au long de ce travail.

Mes sincères remerciements vont également aux membres de jury qui m'ont fait honneur de participer à l'examen de ce travail.

Je remercie respectueusement monsieur Ahmed MAIDI et monsieur Said DJENOUNE mes enseignants au département d'Automatique à l'université de Tizi-Ouzou, monsieur Fellag enseignant au département Electrotechnique à l'université de Tizi-Ouzou, monsieur Redouane KARA enseignant à l'université de Boumerdès pour l'aide précieuse qu'ils m'ont apporté dans l'élaboration de ce travail. Je leur remercie pour leurs conseils, leurs soutient, leurs disponibilité et surtout leurs grande qualité humaine.

Je tiens également à adresser mes sincères reconnaissances à mademoiselle T.LALEG d'avoir mis à ma disposition la documentation nécessaire pour effectuer ce travail. Je tien également à adresser mes sincères remerciements à mon oncle Mohammed et à ma tante Fatima sans oublier ma sœur Merièm et mon frère Hamza, pour l'aide et les encouragements qui m'ont apporté.

Je tiens également à adresser mes remerciements à mes camarades du laboratoire surtout à Fatiha, Nacira et Mhena. A mes amis de l'association OASIS qui m'ont aidé encouragé le long de ce travail.

SOMMAIRE

Introduction générale	1
-----------------------------	---

Chapitre I: Généralité sur le diagnostic

I.1 Introduction	3
I.2 Terminologie propre au diagnostic.....	3
I.3 Critères de performance d'un système de diagnostic.....	7
I.4 Diagnostic et surveillance.....	8
I.5 Les principales stratégies de diagnostic.....	10
I.5.1 La méthode systématique.....	10
I.5.2 La méthode selon l'état.....	10
I.6 Principales méthodes de diagnostic à base de modèles analytique.....	14
I.6.1 Estimation paramétrique	14
I.6.2 Estimation d'état	16
- Espace de parité	16
- Filtre d'états	17
- Observateur d'état	17
I.7 La détection et le problème de seuillage.....	19
I.8 La localisation et le problème de structuration des résidus	20
I.9 Conclusion	21

Chapitre II: Observateurs dédiés au diagnostic de défauts des systèmes non linéaires

II.1 Introduction	22
II.2 différents types d'observateurs dédiés au diagnostic des systèmes non linéaires	22
II.2.1 observateurs non linéaires.....	22
II.2.2 Observateurs par modes glissants dédiés à la détection et la localisation des défauts.....	26
II.2.2.1 Observateurs par modes glissants pour les systèmes linéaires	26
- La forme canonique de l'observateur	27
- Reconstruction des défauts actionneurs ou composants	28
- Reconstruction des défauts capteurs	29
II.2.2.2 Observateur par modes glissants de Walkat-Zak pour les systèmes non linéaires	31
II.2.2.3 : Observateur par modes glissants étape par étape	31
II.2.3 Observateur à entrées inconnues.....	33
- Observateur à entrées inconnues pour les systèmes linéaires	33
- Estimation des entrées inconnues	35
- Observateur à entrées inconnues avec découplage non linéaire	35
II.3 Conclusion.....	37

Chapitre III : Diagnostic de défauts dans les systèmes non linéaires à base d'injection de sortie

III.1 Introduction.....	38
III.2 Positionnement du problème	38
III.3 Découplage : approche géométrique.....	40
III.3.1 Etude de la propagation d'un défaut à travers l'espace d'état.....	40
III.3.2 L'influence du choix du vecteur de sortie sur les performances de découplage.....	44
III.3.3 Propriétés	46
III.4 Détectabilité et restructibilité des défauts.....	46
III.5 Analyse structurelle pour le diagnostic.....	47
III.5.1 Condition d'existence d'un filtre détecteur de défauts	48
III.5.2 Conditions nécessaires à l'isolation des défauts	48
III.5.3 Conditions suffisantes à l'isolation des défauts.	51
III.5.4 Méthodologie.....	51
III.6 Synthèse de filtres non linéaires	56
III.6.1 Positionnement de problème	56
III.6.2 Calcul de l'injection de sortie pour le découplage	57
III.6.2.1 Calcul de l'injection de sortie dans le cas multi filtres	58
III.6.2.1 Calcul de l'injection de sortie dans le cas mono filtre	62
III.7 Application au diagnostic de défauts statorique de la machine asynchrone monophasée.....	66
III.7.1 Elément de constitution de la MAS.....	66
III.7.2 Les défaillances de la MAS	67
III.7.2.1 Défaillance d'ordre mécanique	67
III.7.2.2 : Défaillance d'ordre électrique	67
III.7.3 Modèle de la machine asynchrone	68
III.7.3.1 Simulation de la MAS en régime sain	69
III.7.3.2 Simulation de la MAS en régime de défaut statorique	72
III.7.4 Détection et isolation des défauts statorique.....	79
III.7.4.1 Mise en forme du modèle en vue de son diagnostic par l'approche géométrique.....	79
III.7.4.2 Calcul des différentes distributions	80
III.7.5 Détection et isolation à l'aide de plusieurs filtres.....	81
III.7.5.1 Conditions de détectabilités des défauts	81
III.7.5.2 Conditions d'isolation des défauts	81
III.7.5.3 Filtre isolateur de défaut $w_1(t)$	83
III.7.5.4 Filtre isolateur du défaut $w_2(t)$	87
III.7.6 Détection et isolation à l'aide d'un filtre unique	91
III.7.6.1 Conception du difféomorphisme.....	91
III.7.6.2 Résultats de simulations	94
III.8 Conclusion.....	96



Chapitre IV : Diagnostic de défauts dans les systèmes non linéaire à base de la codistribution d'observabilité

IV.1 Introduction.....98

IV.2 Problème fondamental de génération de résidus pour les systèmes linéaires98

IV.3 Solution géométrique du FPRG pour les systèmes LTI100

IV.4 L'approche géométrique du problème de détection et l'isolation des défauts dans les SNL.....102

 IV.4.1 Préliminaire.....102

 IV.4.2 La codistribution d'observabilité et ces propriétés.....104

 IV.4.2.1 Algorithme de calcul de la codistribution d'observabilité104

 - Calcul de la distribution involutive conditionnée invariante104

 - Propriété de distribution involutive conditionnée invariante105

 - Application au modèle de satellite105

 IV.4.2.2 Calcul de la codistribution d'observabilité109

 - Algorithme109

 - Propriétés de la codistribution d'observabilité110

 - Application du modèle du satellite au calcul de l'OCA d'observabilité111

IV.5 Conception du filtre de détection et d'isolation de défauts.....113

 -Conception du filtre de détection et de d'isolation pour le modèle de satellite115

IV.6 Application au diagnostic de défauts actionneurs pour le modèle de l'avion117

 IV.6.1 Le modèle de l'avion117

 IV.6.2 Simulation du modèle sans défauts119

 IV.6.3 Modèle de l'avion avec défaut120

 IV.6.4 Simulation du modèle avec défauts121

 IV.6.5 Détection et isolation des défauts124

 IV.6.5.1 Détection et isolation du défaut actionneur $w_1(t)$ 124

 IV.6.5.2 Détection et isolation du défaut actionneur $w_2(t)$ 130

IV.7 Conclusion.....134

Conclusion générale.....135

Bibliographie

Annexes

الملخص:

في هذه الدراسة نركز على تشخيص العطب في النظم اللاخطية باستعمال مصفاة. بعد عرض أهم المميزات و الخصائص لهذا المجال ندرس طريقتان هندسيتان: الطريقة الهندسية الأولى تركز خاصة على وجود إشارة خارجية تهدف إلى تقسيم النظام المستعمل إلى فضائين الأول يكون حساس العطب و الثاني غير حساس. هذه الطريقة تستعمل لتشخيص العطب المستهدف بتغيير المقاومة في الآلة اللاتزامنية. النتائج المحصلة عليها تبين نجاح الطريقة. الطريقة الثانية تتركز على وجود توزيع الرصد، و باستعمال هذه الأخيرة، شروط ضرورية و كافية يجب التحقق منها لوجود مصفاة تمكن من إظهار العطب. النتائج المحصلة عليها تبدو ملائمة لتشخيص و إظهار الاعطاب في أعضاء التنفيذ في نموذج الطائفة. كلمات مفتاحية: تشخيص، مصفاة، الآلة اللاتزامنية، نموذج طائفة، توزيع الرصد.

Résumé :

Dans cette étude, nous abordons le problème du diagnostic de défauts dans les systèmes non linéaires à base de filtre de détection et d'isolation. Après une présentation d'un état de l'art du domaine, deux approches géométriques ont été présentées.

La première approche est basée essentiellement sur l'existence d'une injection de la sortie du système qui permet la décomposition de l'espace d'état en deux sous espaces : un sous espace sensible au défaut et un sous espace insensible au défaut. Cette approche est ensuite appliquée au modèle de la machine asynchrone pour la détection et l'isolation des défauts engendrant des variations de la résistance statorique. Des résultats de simulation ont été obtenus.

La seconde approche est basée sur la codistribution d'observabilité, et à base de cette dernière, des conditions nécessaires et suffisantes doivent être vérifiées pour l'existence d'un filtre de détection et d'isolation. Des résultats satisfaisants ont été obtenus pour la détection et l'isolation des défauts d'actionneurs pour le modèle simplifié d'un avion (VTOL Aircraft)

Mot clés : Diagnostic, observateurs, machine asynchrone, avion, codistribution d'observabilité.

Abstract:

This study deals with fault detection in nonlinear systems by using detection and isolation filter. After presenting a state of the art on the fault detection of the field, two geometrical approaches are studied.

The first approach is based essentially on the existence of an output signal injection which allows decomposition of the state space into two subsystems: one is sensitive to the fault and the second is insensitive to the fault. This approach is applied to the asynchronous machine model for the detection and the isolation of the fault that generate changes in stator resistance. In order to highlight the performances of this approach, Simulation results are performed.

The second approach is based on the codistribution of observability. Based on this, necessary and sufficient conditions must be checked for the existence of a filter for the detection and the isolation of considered fault. Satisfactory results are obtained for the detection and the isolation of actuators faults for a simplified model of aircraft.

Key words: Diagnosis, observer, asynchronous machine, aircraft, observability codistribution.

Nomenclature

ABRIVIATION

FPRG : Fundamental Problem of Residual Generation.

FDI : Fault Detection and Isolation.

FDF : Faillure Detection Filter.

I-NFPRG : Local Nonlinear Fondamental Problem of Residual Generation.

SOS : Simple Observer Schems.

GOS : Generalised Observer Schems.

DOS : Dedicated Observer Schems.

SNL : Système Non Linéaire.

LTI : Linear Time Invariant.

OCA : Observability Codistribution Algorithm

SYMBOLES

$x(t)$: Vecteurs des états du système.

$y(t)$: Vecteur des sorties du système.

$u(t)$: Vecteur des commandes du système.

$w(t)$: Vecteur des défauts.

$d(t)$: Vecteur des perturbations.

$z(t)$: Le vecteur des états du filtre.

$x^e(t)$: Vecteur des états du système augmenté.

$u^e(t)$: Vecteur des commandes du système augmenté.

$r(t)$: Vecteur résidus.

$\psi(y_x(t), y_z(t), u(t))$: L'injection de sortie.

$\psi(\Delta)$: L'injection de sortie généralisée avec Δ est l'ensemble des signaux connus.

$C_*^{p_j}$: La plus grande distribution sensible au défaut $w_j(t)$. Elle représente le plus grand sous espace sensible au défaut $w_j(t)$ sans l'utilisation d'une injection de sortie.

$(C_*^{p_j})^\perp$: La distribution orthogonale de $C_*^{p_j}$. Elle représente le plus petit sous espace insensible au défaut $w_j(t)$ sans l'utilisation d'une injection de sortie.

$S_*^{p_j}$: La plus petite distribution insensible au défaut $w_j(t)$ en utilisant une injection de sortie de type $\psi(y_x(t), y_z(t), u(t))$.

$(S_*^{p_j})^\perp$: La distribution orthogonale de $S_*^{p_j}$. Elle représente le plus grand sous espace insensible au défaut $w_j(t)$ en utilisant une injection de sortie de type $\psi(y_x(t), y_z(t), u(t))$.

$\sum_*^{p_j}$: La plus petite distribution involutive conditionnée invariante.

Ω_* : La codistribution d'observabilité.

Nomenclature

$Q = (\Omega_*)^\perp$: La distribution d'inobservabilité.

\mathcal{Y}_{obs} : Le sous espace observable.

$\phi(x)$: Le difféomorphisme.

$[,]$: Le crochet de lie.

$Lg_i Q$: La dérivée de la codistribution Q le long du champ de vecteur g_i .

$span$: Symbole désignant une distribution.

dh : Le jacobien de $h(x)$.

$\ker\{dh\}$: L'espace nul ou le noyau de dh .

\cap : L'intersection des sous espace.

\subset : L'inclusion.

$\not\subset$: La non inclusion.

\oplus : La somme directe des distributions.

Les symboles utilisés dans le modèle de la machine asynchrone

i_{ds} : Le courant de park statorique sur l'axe d .

i_{qs} : Le courant de park statorique sur l'axe q .

ϕ_{dr} : Le flux rotorique sur l'axe d .

ϕ_{qr} : Le flux rotorique sur l'axe q .

Ω : La vitesse de rotation de l'arbre de la machine

v_{ds} : Tension statorique sur l'axe d .

v_{qs} : Tension statorique sur l'axe q .

i_{s1} : Le courant qui traverse l'enroulement statorique principale.

i_{s2} : Le courant qui traverse l'enroulement statorique auxiliaire.

R_{s1} : Résistance de l'enroulement statorique principal.

L_{s1} : L'inductance de l'enroulement statorique principal :

R_{s2} : La résistance de l'enroulement statorique auxiliaire :

L_{s2} : L'inductance de l'enroulement statorique auxiliaire :

R_r : La résistance de l'enroulement rotorique.

L_r : L'inductance de l'enroulement rotorique.

M_{sr} : L'inductance mutuelle entre le stator et le rotor.

p : Nombre de paire de pôles

J : Moment d'inertie

f : Coefficient de frottement

Les symboles utilisés dans le modèle de l'avion

x_1 : Est la position horizontale du centre de masse de l'avion.

y_1 : Est la position verticale du centre de masse de l'avion.

Nomenclature

θ_1 : Est l'angle d'orientation de l'avion.

x_2 : Est la vitesse de l'avion par rapport a l'axe horizontal Ox .

y_2 : Est la vitesse de l'avion par rapport a l'axe vertical Oy .

θ_2 : Est la vitesse angulaire d'orientation de l'avion

T : Est la poussée.

F : Est le couple de forces, appliquée sur les bouts des ailes.

M : Est la masse de l'avion.

J : Est le moment d'inertie de l'avion par rapport à son centre de masse.

l : Est la distance entre le centre de masse et l'extrémité des ailes.

g : Est la force de gravité terrestre.

α : Est l'angle entre la direction de la force F et l'axe vertical de l'avion.

Introduction générale

Introduction générale

Au cours des trois dernières décennies, l'automatisation des systèmes industriels devient de plus en plus sophistiquée avec une complexité croissante. Cela s'explique par le besoin des systèmes performants, sûres et fiables, multipliant ainsi les risques de dysfonctionnement pouvant mettre en péril le système lui-même. La nécessité de sécurité et de fiabilité est encore plus cruciale lorsqu'il s'agit de systèmes pour lesquels un dysfonctionnement peut constituer un danger, notamment des vies humaines ou sur l'environnement. Citons par exemple les usines de produits chimiques, les réacteurs nucléaires, les systèmes de transport à grande vitesse et les systèmes aéronautiques, ...etc. C'est pourquoi au dessus de la procédure d'automatisation au sens classique (commande de système), il est nécessaire d'implanter un système de diagnostic afin de signaler tout dysfonctionnement.

La signification du mot "diagnostic", adoptée par les instances internationale de normalisation (AFNOR, CEI) est la suivante : "le diagnostic est l'identification de la cause probable de(s) défaillance(s) à l'aide d'un raisonnement logique, fondé sur un ensemble d'informations prévenant d'une inspection, d'un control ou d'un test". En automatique lorsqu'on parle du diagnostic des défauts dans un système, on se réfère à la procédure de détection et d'isolation de ces derniers, que l'on retrouve sous le nom FDI (Fault Decton and Isolation). En effet, détecter un défaut revient à signaler sa présence, c'est-à-dire déterminer si l'état courant du système et ses éléments sont normaux ou non, signalant toute déviation par rapport au fonctionnement attendu. Tandis que la tache d'isolation, consiste à analyser les événements de façon à pouvoir déterminer le ou les défauts d'instruments de mesures (défaut de type capteur), le ou les défauts actionneurs et le ou les défauts du système (les composants défectueux).

Pour répondre à ces taches de diagnostic, il existe de nombreuses approches, généralement on distingue quatre principales :

- ✓ La redondance matérielle.
- ✓ Les méthodes par système expert
- ✓ Les méthodes par reconnaissance de formes
- ✓ Les méthodes analytiques (à base de modèle analytique)...

Cette dernière fait appel à une connaissance du système constitué par la formulation explicite d'un modèle analytique du système (par exemple : les équations différentielles). Dans ces méthodes à base de modèle, on compare le comportement réel du système caractérisé par les données prélevées, au comportement théorique fourni par le modèle analytique. Par conséquent un ensemble de signaux indicateurs seront générés, ce qu'on appelle "résidus". Une analyse temporelle ou fréquentielle de ces signaux et de leurs évolutions doit non seulement permettre de détecter et d'interpréter tout comportement anormal du système surveillé, mais aussi de localiser l'origine de ce comportement anormal.

Le développement des méthodes du diagnostic est dû, d'une part aux progrès obtenus dans les diverses domaines tels que la modélisation, l'estimation d'états et paramétriques et à l'augmentation de la puissance des unités de calcul. Un bon nombre de disciplines ont participé à l'expansion de ce thème comme : le traitement du signal, l'intelligence artificielle, le génie électrique et le génie chimie,...etc. L'importance de ce domaine a suscité à l'apparition de plusieurs moyens de diffusion des résultats obtenus, de plusieurs congrès traitant de la discipline automatique dans son ensemble en proposant régulièrement des sessions se rapportant plus spécifiquement au thème du diagnostic.

Ainsi, des chercheurs faisant autorité dans le domaine du diagnostic publient régulièrement des articles de synthèse en répertoriant les différentes méthodes développées et les liens qui les unissent, citons par exemple : Isermann (1984, 1993, 1994, 1997a), Isermann et al (1991,1997b), Gertler(1986, 1988, 1991, 1995), Frank (1987, 1990, 1996), Patton (1994, 1997, 1991), Massoumnia (1986, 1989), De Persis (1999, 2000, 2001), Staroweiski (1991,1993)...etc.

Le travail présenté dans ce mémoire, est basé essentiellement sur le diagnostic des défauts dans les systèmes non linéaires à base de modèle analytique. Nous nous intéressons plus spécifiquement à l'approche géométrique, cette dernière qui a autant d'avantages que d'inconvénients. En effet, elle nous permettra de connaître le comportement d'un défaut sur le système par la connaissance des sous espaces entachés par le défaut, afin de pouvoir les découpler du sous espace insensible au défaut. Mais des conditions contraignantes à l'application de cette approche doivent être satisfaites avant tout autre calcul, le modèle doit posséder certaines caractéristiques géométriques, dans le but pour satisfaire les conditions de détectabilité et d'isolabilité avant de passer à la synthèse du filtre.

Ce travail comporte cinq parties

L'objectif de la première partie se résume à définir précisément ce que le mot diagnostic signifie, aussi bien de point de vue terminologie, que des principes fondamentaux sur lesquels il repose. Notre attention se portera sur les principes à base de modèle analytique, ce choix est justifié essentiellement par son application le long de ce travail.

La deuxième partie a pour objectif de présenter les différents types d'observateurs les plus utilisés dans le domaine du diagnostic.

La troisième partie est consacrée à illustrer le principe de la première approche géométrique. Elle est basée essentiellement sur la connaissance des sous espaces entachés par l'effet des défauts et ceux qui peuvent être découplés de son effet, en utilisant une injection de sortie. Une analyse structurale s'appuyant sur des inclusions et intersections afin d'établir les conditions de détectabilité et d'isolabilité des différents défauts est exposée. En fin et comme dernière étape, la synthèse de filtres isolateurs qui se base sur le calcul de l'injection de sortie en accord avec les résultats de découplage. Nous terminons ce chapitre par l'application de cette approche à une machine asynchrone monophasée, pour le diagnostic de défauts de court circuit statorique.

La quatrième partie aura comme objectif de présenter la deuxième approche géométrique. Cette approche est basée essentiellement sur la codistribution d'observabilité. En effet, la condition de détectabilité et l'existence d'un filtre isolateur du défaut sont en lien directe avec cette codistribution. Enfin nous appliquons cette approche pour le diagnostic des défauts actionneurs d'un modèle simplifié d'avion.

Une conclusion générale donnera une synthèse du travail effectué et résumera les principaux résultats obtenus et nous terminerons par des perspectives.

Chapitre I
Généralités sur le diagnostic

Chapitre I

Généralités sur le diagnostic

I.1 Introduction

Ce chapitre a pour objectif de se familiariser avec les concepts largement utilisés dans la littérature du diagnostic, car un bon diagnostic nécessite une bonne compréhension de ces notions. Nous présentons le principe du diagnostic, ainsi que ces différentes stratégies, notre attention se portera sur les méthodes à base de modèles analytiques. Ce choix est justifié essentiellement par son application le long de ce travail. Nous aborderons ensuite les différents critères de performance : la détectabilité, l'isolabilité, la sensibilité et la robustesse. Les deux premiers se résument sous le nom FDI (Fault Detection and Isolation) et qui représentent les deux conditions essentielles pour la réussite d'une procédure du diagnostic.

I.2 Terminologie propre au diagnostic

Il semble intéressant dans un premier temps, de rappeler les principaux termes utilisés en diagnostic, en se basant principalement sur les travaux effectués par [ADR00], [ALH05], [COM00], [RIP99], [COC93], [ISE97] et [LAL04] un nombre important de définitions sont proposées afin de clarifier la suite de ce travail, sachant qu'il est couramment de rencontrer dans la littérature internationale des définitions différentes d'une même notion.

- Système

Un système est un ensemble structuré d'éléments (composants, constituants) interconnectés ou en interaction [ADR00], [ALH05]. La notion de système est très générale puisqu'elle s'adresse aussi bien qu'à des ensembles physiques qu'à des éléments plus abstraits comme des équations mathématiques. Dans le cadre du diagnostic, les termes système et système physique désignent tous particulièrement l'installation à surveiller. Selon les auteurs, le terme système soit il désigne l'installation complète, soit il se restreint à l'ensemble des éléments commandés, c'est-à-dire l'installation privée de ses organes de commande, de ses capteurs et de ses actionneurs ; dans ce cas, nous parlerons de système commandé.

- Modèle

Un modèle d'un système physique est une description de sa structure et une représentation comportementale ou fonctionnelle de chacun des ses composants [MIL87], [ADR00]. Une représentation comportementale est constituée de relations entre divers phénomènes du processus, appelées relations de causes à effets. Une représentation fonctionnelle est plus abstraite puisqu'elle s'adresse qu'aux fonctions présumées que le système physique doit remplir (qui pourraient être définies par un cahier de charges comme un temps de réponse ou un rendement à satisfaire). Le niveau structurel, quant à lui, s'appuie sur la structure réelle du système physique et évoque les interconnexions entre ses différents éléments ou constituants. Milne 1987 a donné une représentation des différents niveaux de modélisation et objectifs du diagnostic comme le montre la figure (I.1)

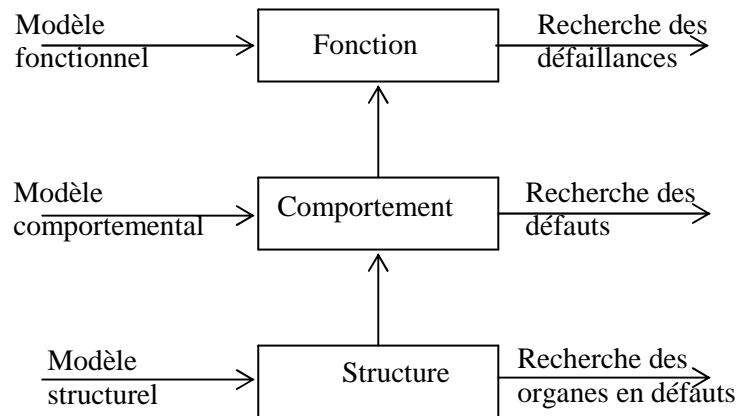


Figure I.1 : Niveaux de modélisation et objectif de diagnostic

Ces trois niveaux de représentation permettent de préciser ce qu'il est possible de faire en diagnostic avec un modèle donné. Les niveaux comportemental et fonctionnel comprennent des relations entre des grandeurs physiques et permettent de mettre en évidence la présence d'un événement anormal ou anomalie. Le niveau structurel, quant à lui, permet de déterminer l'élément affecté par le défaut. L'intérêt de cette décomposition est de rappeler que, puisqu'un modèle contient toute l'information relative à un système physique, et qu'on l'utilise par la suite pour des objectifs du diagnostic, son choix doit être en adéquation avec le cahier de charge fixé. Milne ajoute également un quatrième niveau de modélisation en sus du modèle fonctionnel pour appréhender les connaissances heuristiques susceptibles d'être utilisées dans une procédure du diagnostic. Ce type de stratégie étant alloué plus spécifiquement au domaine de l'intelligence artificielle.

- Différents types de défauts

Un défaut est une anomalie comportementale au sein d'un système physique. Il correspond à une déviation du comportement normal du système, de son unité de commande ou de son système d'instrumentation. Plusieurs types de défauts peuvent être définis :

Défauts capteurs : Ils se caractérisent par un écart entre la valeur vraie de la grandeur et sa mesure.

Défauts à effets additifs de système : Ils correspondent par exemple à des entrées inconnues agissant sur le système. En présence d'un tel défaut, les grandeurs de sortie du système varient indépendamment des entrées connues.

Défauts à effets multiplicatifs : Ils correspondent à des modifications des paramètres des sorties du système dont l'amplitude dépend de la valeur des entrées connues.

Défauts actionneurs : Ils se traduisent par une incohérence entre les commandes d'un actionneur et sa sortie.

- Sévérité des défauts :

Les défauts peuvent être purement aléatoire (défaut cataleptique) ou progressifs dans le cas du vieillissement ou de l'usure (défaut évolutif) [ADR00]. La sévérité d'un défaut constitue une caractéristique essentielle, la classification par ordre croissant de gravité est comme suit [ADR00], [ALH05].

Défaut déclaré : Un défaut déclaré apparaît d'une façon spontanée et se manifeste par un biais pouvant avoir diverses origines, comme une panne de capteur ou d'actionneur, dans ce cas l'organe en question ne répond plus aux excitations du phénomène physique auquel il est soumis, et délivre constamment à sa sortie

une valeur fixe souvent nulle. Ceci peut être dû à un mauvais étalonnage du capteur ou à un état détérioré d'un composant d'un système.

Défaut naissant : Un défaut naissant apparaît de manière progressive, et qui est d'amplitude croissante. Il se présente sous la forme de dérives due au vieillissement ou à l'usure.

Défaut ponctuel ou passager : Un défaut ponctuel ou passager, se caractérise par une durée brève et un écart significatif par rapport à la moyenne locale. Ses origines sont le plus souvent localisées au niveau des systèmes de collecte et de transport des mesures (ex : parasites électromagnétiques).

Défaut catastrophique : Un défaut catastrophique engendre une panne qui entraîne l'arrêt du système.

La première question que l'on doit se poser lorsqu'on conçoit un système de diagnostic, est de savoir ce qu'on veut détecter. Cela revient à déterminer le type de dysfonctionnement que l'on veut diagnostiquer, c'est à dire définir le type de défauts susceptibles d'altérer le bon fonctionnement d'un système. Celui ci peut être divisé en trois catégories distinctes [RIP99].

- Différentes formes d'un défaut

Biais : Un biais correspond à un saut brutal du signal. La figure (I.2) simule un biais d'amplitude 5 à l'instant 50, appliqué à un signal bruité. C'est le cas pour des capteurs dont un composant élémentaire est défaillant. Le défaut affecte le système d'une manière permanente et peut occasionner de graves dégâts.

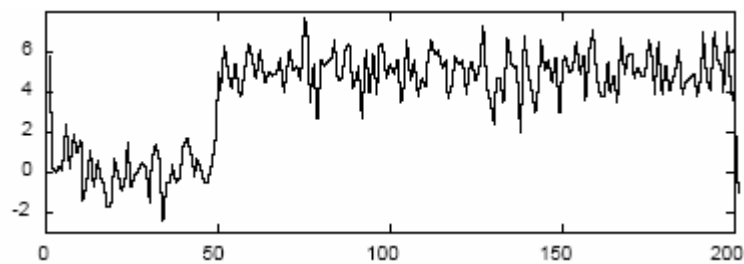


Figure I.2 : biais de capteur

Dérives : Une dérive se manifeste par une croissance lente et continue de signal et donc un éloignement progressif de sa valeur nominale. Ces défauts permanents sont plus difficiles à détecter leurs origines, du fait de leurs faibles amplitudes et de leurs lentes évolutions.

La figure (I.3) montre une dérive qui affecte le système à $t=50$ avec une dérive de 0,01 par unité. Par exemple certains capteurs peuvent présenter une dérive de plus de 10 % après un an d'activité à cause d'un échauffement intensif.

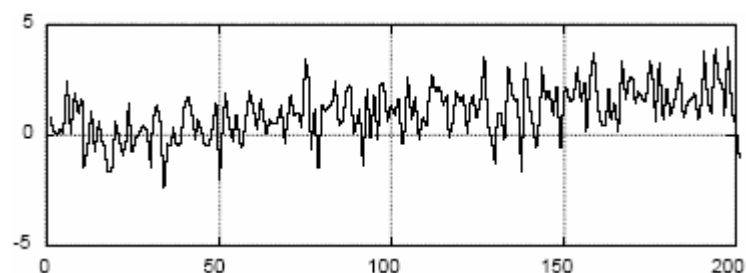


Figure I.3 : Dérive de capteur

Valeurs aberrantes : Les valeurs aberrantes sont des défauts dits fugitifs, elles affectent le système d'une manière instantanée. Leurs causes sont souvent dues à des parasites, par exemple une perturbation électromagnétique. Elles se manifestent par un écart important par rapport à la valeur nominale du signal. La figure (I.4) représente un tel défaut au temps 5.

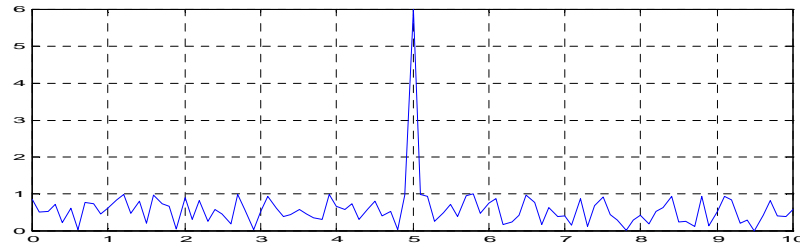


Figure I.4 : Valeurs aberrantes

- Défaillance

Une défaillance définit une anomalie fonctionnelle au sein d'un système physique [ADR00]. Ou d'une autre manière, est une modification suffisante et permanente des caractéristiques physiques d'un système, ou d'un composant pour qu'une fonction ne puisse plus être assurée dans les conditions prévues.

- Panne

Lorsque plus aucune fonction n'est assurée, on parlera dans ce cas d'une panne.

- Signe

Un défaut perceptible à travers d'un signe, caractère manifestant un état comportemental anormal. Un signe est caractérisé par un ensemble d'observations en provenance d'un système physique et il est révélateur de la présence d'un défaut.

- Symptôme

C'est le pendant de signe dans le cas d'une défaillance. Il est défini comme suit : caractère distinctif d'un état fonctionnel anormal. La distinction entre les termes symptôme et signe s'apparente donc à la différence entre les notions de défaut et de défaillance. Un symptôme révélateur d'une défaillance est nécessairement un signe, alors qu'un défaut se manifeste aux travers de signes qui ne sont pas nécessairement des symptômes. La figure (I.5) montre l'ordonnancement des anomalies selon leur criticité.

- Perturbation

Tout phénomène conçu comme normal influençant un processus, mais non ou mal pris en compte dans le modèle censé le représenter.

- Reconfiguration

Cette fonction consiste à changer la commande envoyée au système ou la disposition matérielle du système pour éviter (ou faire face à) une panne [PEK04].

- Résidus

Un résidu ou encore indicateur de défaut ou variable d'écart, est un signal conçu comme indicateur d'anomalies fonctionnelles ou comportementales.

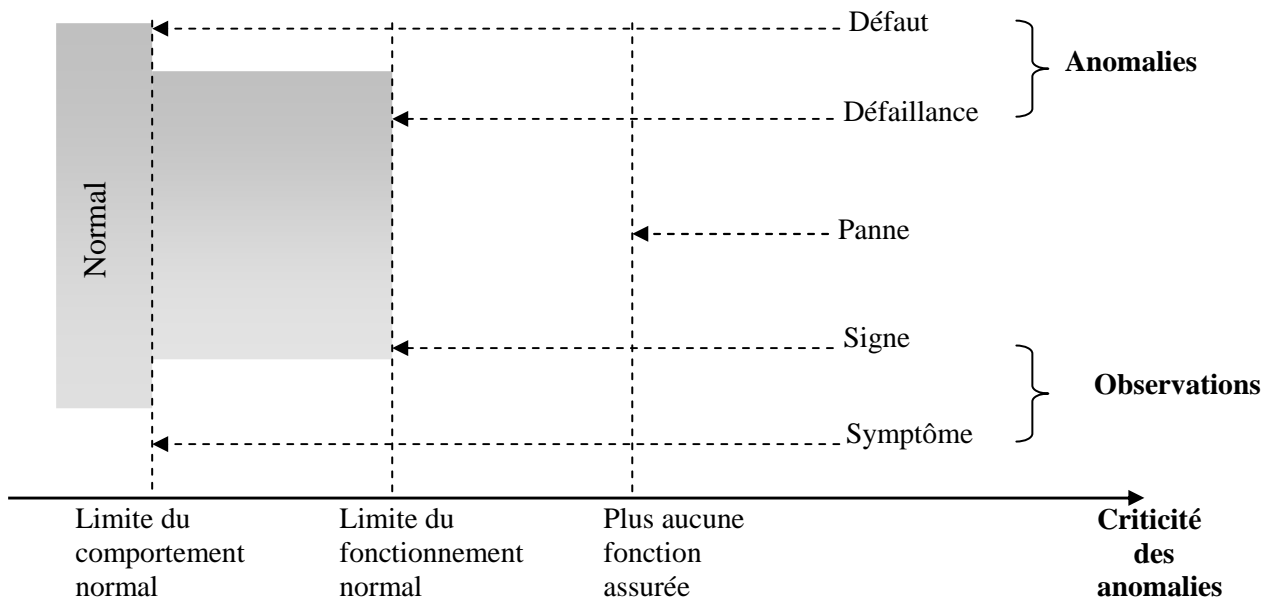


Figure I.5 : Ordonnement des anomalies selon leurs criticités

I.3 Critères de performance d'un système de diagnostic

Les concepts de détectabilité, l'isolabilité, la sensibilité et la robustesse ont été introduits pour caractériser la capacité d'une procédure du diagnostic à signaler la présence d'un défaut, indiquer quel composant est en défaut et éviter les fausses alarmes. Donc la conception d'un système de diagnostic nécessite la prise en compte ces performances [ADJ93], [LAL04].

I.3.1 La détectabilité

Elle définit l'aptitude du système de diagnostic à déceler la présence d'une défaillance sur le procédé. Ce critère est fortement lié au signal d'indicateur de défaut (résidu), le générateur de résidus doit être sensible à l'apparition du défaut que l'on veut détecter.

I.3.2 La sensibilité

Caractérise l'aptitude du système de diagnostic de détecter les défauts d'une certaine amplitude. Elle dépend non seulement de la structure des résidus mais aussi du rapport de l'amplitude de bruit de mesure avec celle du défaut.

I.3.3 L'isolabilité

Consiste en l'aptitude du système de diagnostic à pouvoir retrouver quel organe a été affecté par le défaut. Ce critère est lié à la structure de résidu qui doit permettre la discrimination entre les différents défauts afin de remonter à leurs origines.

I.3.4 La robustesse

Elle détermine la capacité du système de diagnostic à détecter les défauts que l'on désire détecter, indépendamment des entrées inconnues (perturbations) et aux erreurs de modélisation. Généralement, la robustesse est définie par rapport à toutes les entrées inconnues.

En pratique, d'autres critères sont à prendre en considération, la rapidité de détection peut être un facteur déterminant pour pouvoir éviter une catastrophe. De même, les coûts économiques vont conditionner la stratégie du diagnostic : le système nécessite-t-il des composants trop chers pour sa conception ? Le temps de développement est-il trop important ? Autant de points à vérifier afin de satisfaire le cahier des charges.

I.4 Diagnostic et surveillance

Le diagnostic s'inscrit en réalité dans une procédure plus complète désignée sous le nom de surveillance, nécessitant la mise en oeuvre des différents modules comme est présenté dans l'organigramme de la figure (I.6) [ADR00], [ALH05].

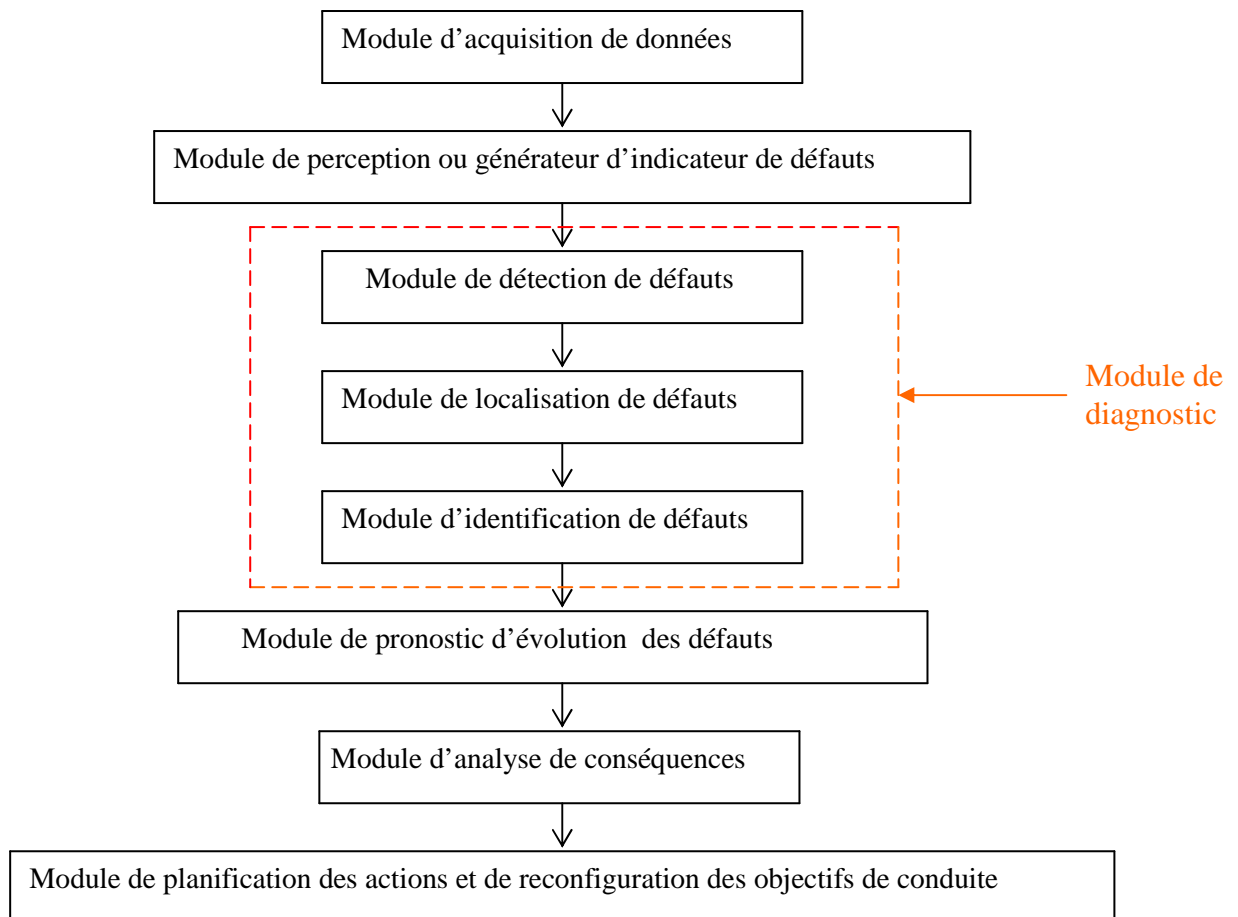


Figure I.6 : Modules d'une procédure de surveillance

Ces différents modules sont détaillés comme suit :

- Module d'acquisition de données

Il consiste à réaliser :

- Le conditionnement et le prétraitement du signal (filtrage, amplification,...).
- La validation du signal.
- L'analyse de cohérence du signal (par comparaison à d'autres signaux par exemple).

- Module de perception :

Le module de perception permet d'extraire l'information contenue dans les signaux observés, et fournit des indices ou paramètres indicateurs d'une anomalie. Deux voix distinctes peuvent être dégagées :

La première voix repose sur des techniques issues de traitement du signal comme :

- L'analyse temporelle du signal et des traitements statistiques (calcul de moyenne, variance,...).
- L'analyse fréquentielle (Transformée de fourier, étude de spectre) qui permet principalement d'étudier les phénomènes vibratoires (sur les moteurs électriques par exemple).

La seconde voix repose sur des méthodes à base de modèles :

Dans ce cas le système est défini par un modèle faisant appel aux lois physique. Les mesures issues des capteurs et les variables estimées seront comparées, ce qui se traduit par la génération de résidus.

- Module de diagnostic :

Il comporte trois modules qui sont :

Module de détection de défaut (fault detection) : Consiste à signaler la présence d'un défaut, c'est-à-dire déterminer si l'état courant du système et ses éléments sont normal ou anormal, signalant toute déviation par rapport au fonctionnement attendu.

Module de localisation de défaut (fault isolation) : Consiste à indiquer quel organe ou quel composant est affecté par le défaut.

Module d'identification de défaut (fault identification) : Cette tâche a pour objectif de caractériser le défaut en durée et amplitude, afin d'en déduire sa sévérité.

- Module de pronostic

Le pronostic se fonde sur la prédiction de l'état prochaine du système, pour déterminer le temps restant avant l'apparition de la panne. Donc elle repose, soit sur une connaissance à priori des lois d'évolutions des phénomènes de vieillissement, soit sur une phase d'apprentissage.

- Module d'analyse de conséquences

Le module d'analyse de conséquences détermine le temps restant avant l'apparition d'une panne et de façon plus spécifique, ses impacts sur :

- La disponibilité du système de production.
- La qualité de produit.
- Les coûts économiques (exemple : coût de la maintenance).

- Module de planification des actions et de reconfiguration des objectifs de conduite

Il prend en compte le résultat des étapes de diagnostic et d'analyse de conséquence, puis planifie :

- Les actions d'urgence.
- Les reconfigurations de la loi de commande ou passage au mode dégradé.
- Les reconfigurations des objectifs de conduite.

- Les évitements des pannes.

I.5 Les principales stratégies de diagnostic

Les méthodes de diagnostic sont nombreuses et variées, elles correspondent à la diversité des problèmes rencontrés. Il est possible de les classer selon le schéma de la figure (I.7)

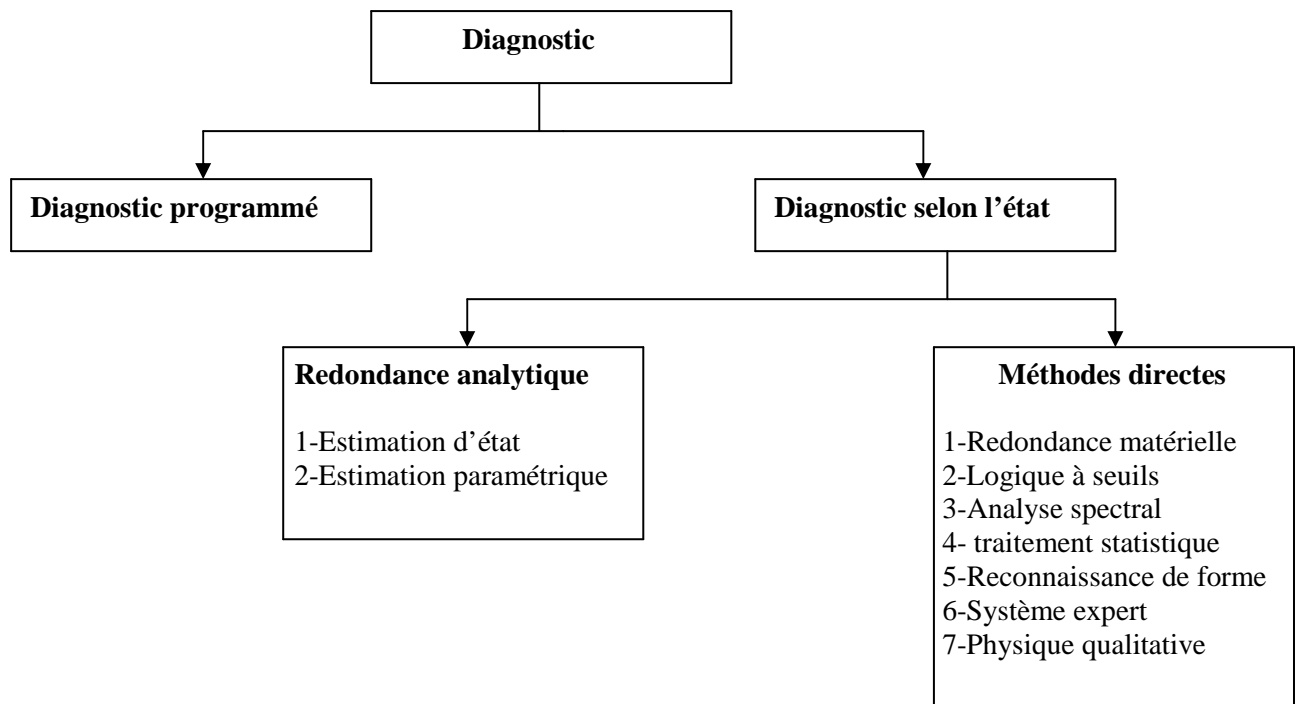


Figure I.7 : Méthodes de diagnostic de défauts.

I.5.1 La méthode systématique (ou maintenance programmée)

La méthode systématique désigne une technique fondée sur une étude statistique de la fiabilité du système. Par observation, les temps moyens de bon fonctionnement des éléments du système sont déterminés, et un remplacement programmé des pièces est établi, entraînant soit un changement prématuré, soit un arrêt du système physique à cause de défaillance ou de panne.

I.5.2 La méthode selon l'état (ou maintenance selon l'état)

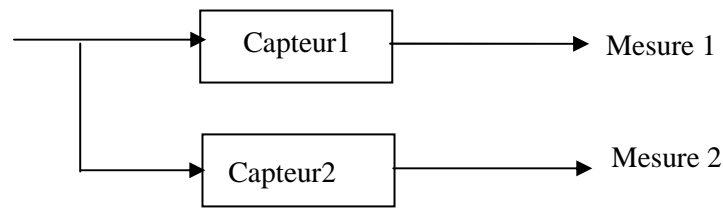
La maintenance selon l'état nécessite la mise en place de diverses procédures telles que la détection, la localisation et l'identification de défaut. L'intérêt de cette stratégie est d'optimiser le fonctionnement et la disponibilité des installations. De manière globale, cette stratégie se décompose en deux familles de méthodes :

- Les méthodes directes :

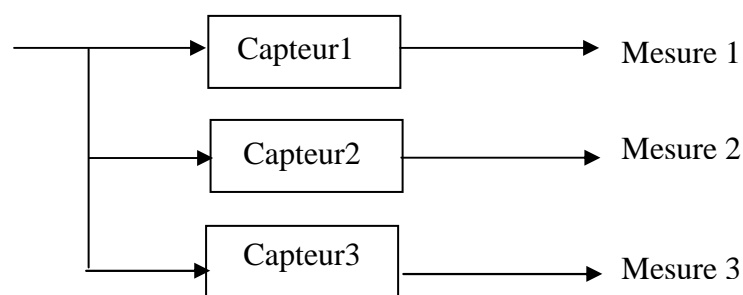
Cette méthode ne nécessite pas le modèle analytique et faisant appel aux diverses techniques dont les principales sont citées ci-après.

La redondance matérielle : Cette méthode est traditionnelle, elle consiste à doubler (duplex) ou tripler (triplex) les chaînes d'instrumentations afin d'obtenir des informations supplémentaires sur l'état du système,

d'où la terminologie de redondance matérielle. En suit, les valeurs obtenues sont comparées deux à deux [ADR00].



**Figure I.8: Schéma représentatif d'une redondance matérielle (cas duplex).
(Défaut non localisant)**



**Figure I.9: Schéma représentatif d'une redondance matérielle (cas triplex).
(Défaut localisant)**

Pour un système de mesure duplex, la redondance matérielle ne permet que la détection simple d'un défaut. Le capteur incriminé ne peut pas alors être localisé, il est seulement possible de préciser la paire à laquelle il appartient. Dans le cas d'une redondance matérielle triple ou plus, il est possible cette fois-ci de détecter et localiser principalement le capteur en défaut. Cette méthode est pénalisante en terme de poids, puissance consommée, volume et coûts (d'achat et maintenance). Elle est donc essentiellement réservée aux cas où la continuité de service est obligatoire (par exemple: avionique). En effet, elle apporte l'avantage de pouvoir utiliser la partie de l'équipement encore sain, une fois la défaillance est détectée et localisée [COM00].

Logique à seuil : Les variables mesurées sont comparées avec des valeurs limites constantes ou adaptatives. Un premier niveau indique la présence probable d'un défaut alors qu'un second niveau peut en caractériser la gravité. Le franchissement d'un seuil révèle la présence d'une anomalie.

Analyse spectrale : Certains signaux mesurés ont une fréquence typique en fonctionnement normale et tout changement de celle-ci peut être considérée comme un indicateur de défaut. Le contenu spectral des signaux est utilisé depuis de nombreuses années pour détecter les défauts dans les machines électriques, tels que les ruptures de barres au rotor des machines asynchrones.

Traitement statistique : Cette méthode de traitement du signal repose sur la détection de changement de caractéristiques (moyenne et variance) d'une variable aléatoire.

Reconnaissance de formes : La reconnaissance de formes est une technique qui utilise des algorithmes, permettant de classer des objets dont l'aspect a varié par rapport à une référence. A chaque instant, la forme type à laquelle un objet ressemble le plus doit être déterminée.

Système expert : Un système expert est un système informatique, destiné à résoudre un problème précis à partir d'une analyse et d'une représentation des connaissances et d'un raisonnement d'un ou plusieurs spécialistes [ADR00].

Modèle qualitatif : Il est souvent difficile de développer des modèles mathématiques permettant de représenter la dynamique du système de manière exacte. D'autre part, il est plus aisé de manipuler des descriptions générales des systèmes [LAL04]. C'est dans ce contexte que des approches de diagnostic de défauts basées sur des connaissances sur le système réel ont été développées. Mais ces modèles qualitatifs, et à cause de leur simplicité, induit une perte d'information et par conséquent, une imprécision plus importante sur les résultats de la procédure de diagnostic, en terme de défaut détecté (fausse alarme) et la localisation de défaut. Les principales techniques permettant le diagnostic des modèles qualitatifs reposent essentiellement sur la logique floue [FRA96], la théorie des graphes, ou l'analyse par intervalles [ALH05].

I.5.2.2 Diagnostic à base de modèle analytique :

Ces méthodes reposent sur une approche dite modélisation et nécessitent un modèle analytique du système. Un tel modèle est constitué d'un ensemble de relations analytiques, statistiques ou dynamiques, entre différentes variables représentant les phénomènes associés au système. Ces modèles, en fonction de leur structure, appartiennent à trois classes distinctes : modèle de représentation, qui est conçu uniquement afin de reproduire le comportement externe (entrées-sortie) du système dans une plage de fonctionnement donnée. Le modèle de connaissance, qui est déduit des lois de physique reliant les différents phénomènes observés et repose par conséquent sur une représentation physique du système. Enfin, le modèle mixte qui est un mélange des deux classes précédentes, il s'agit d'un modèle de connaissance pour certaines parties du système, et d'un modèle de représentation pour les autres, et dont le comportement est jugé trop complexe à décrire à l'aide des lois de physiques.

De nombreux chercheurs et auteurs ont publié des travaux regroupant l'ensemble des techniques appartenant à cette famille. Willsky (1976), Brunet et al (1990), Gertler (1986, 1988, 1991), Frank (1987, 1990, 1996), Massoumnia (1986, 1989, 1999), Patton et al (1989, 1991, 2000), Patton (1994, 1997), Isermann (1997, 1994), Ragot (1990), pour l'estimation d'état. Isermann (1984), pour l'estimation paramétrique.

Deux grands types de méthodes se dégagent pour le diagnostic à base de modèles analytiques : l'estimation paramétrique et l'estimation d'états. La figure suivante montre ces différentes méthodes :

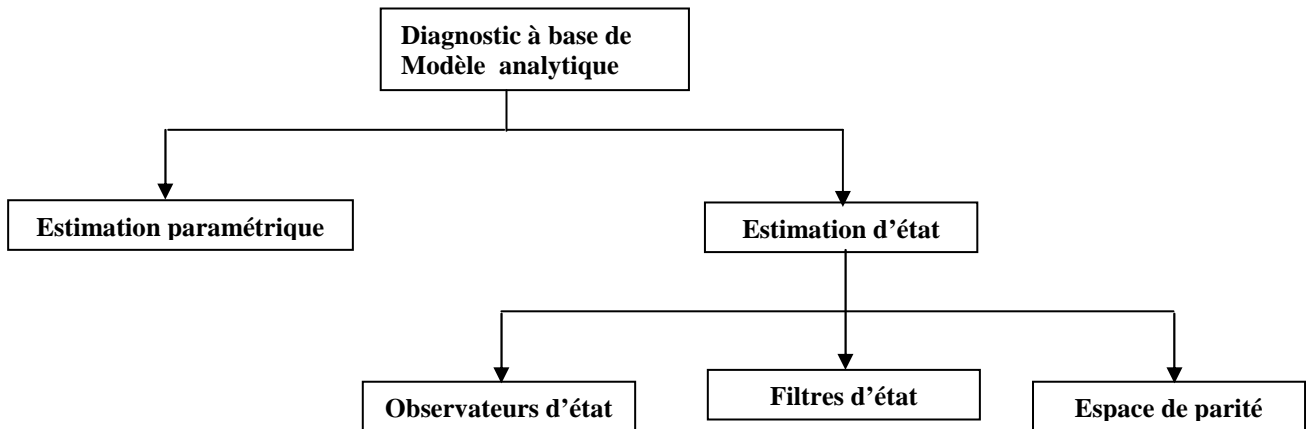


Figure I.10 : Méthodes utilisées en diagnostic à base de modèle analytique

- Principes du diagnostic à base de modèles analytique

Redondance analytique : C’est la redondance à base de modèles. On entend par modèle, une reproduction formelle réalisant les mêmes performances que le système étudié [RIP99]. L’intérêt d’utiliser des techniques à base de modèle, est de permettre de remplacer un capteur physique par un capteur informationnel. Si des équations analytiques prévenant d’un modèle du système sont utilisées pour établir puis vérifier des relations, liant les grandeurs entre elles, alors le terme redondance analytique est employé [ADR00]. Cette approche permet, par rapport à la redondance matérielle citée en (I-5-2), de limiter le nombre de capteurs nécessaires à la surveillance. En plus, la redondance analytique permet d’appréhender des défauts affectant aussi bien la chaîne d’instrumentation que le système commandé ou ses organes de commande puisqu’elle s’intègre bien plus d’information que la redondance matérielle [ALH05].

Teste de cohérence : Le teste de cohérence consiste à vérifier l’adéquation des grandeurs observées ou mesurées, représentant un comportement observé à un ou plusieurs modèles du système physique faisant office de référence en décrivant un comportement attendu [RIP99].

Deux classes de méthode utilisant le principe de teste de cohérence sont envisagées :

Approche orientée bon fonctionnement (BF) : Dans une approche orientée BF, le modèle utilisé décrit le fonctionnement normale (sans défaut) de tout ou partie du système physique à diagnostiquer. La non cohérence (ou incohérence) avec un modèle de bon fonctionnement permet de montrer qu’une observation n’appartient pas au domaine de bon fonctionnement associée au modèle. La figure (I.11) montre la procédure orientée bon fonctionnement [COM00].

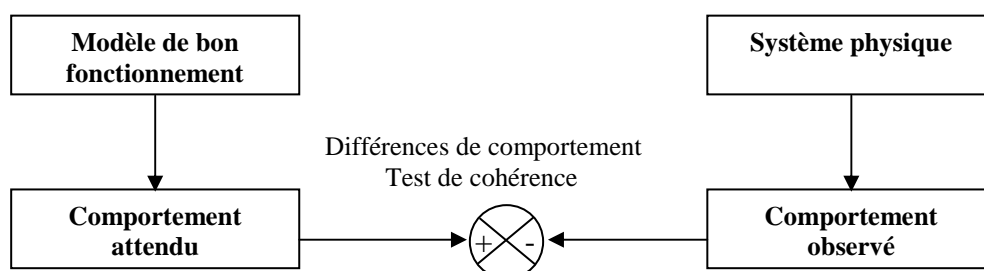


Figure I.11 : Procédure orientée bon fonctionnement (BF).

Approche orientée mauvais fonctionnement (MF) : Dans une approche orientée MF, le modèle utilisé décrit un comportement anormal du système physique à diagnostiquer. Par exemple un modèle décrivant le comportement du système physique en présence d'un défaut particulier est un modèle MF. La cohérence entre les observations et un modèle de mauvais fonctionnement conduit à conclure la présence de défaut ciblé par le modèle. La figure (I.12) montre la procédure orientée mauvais fonctionnement.

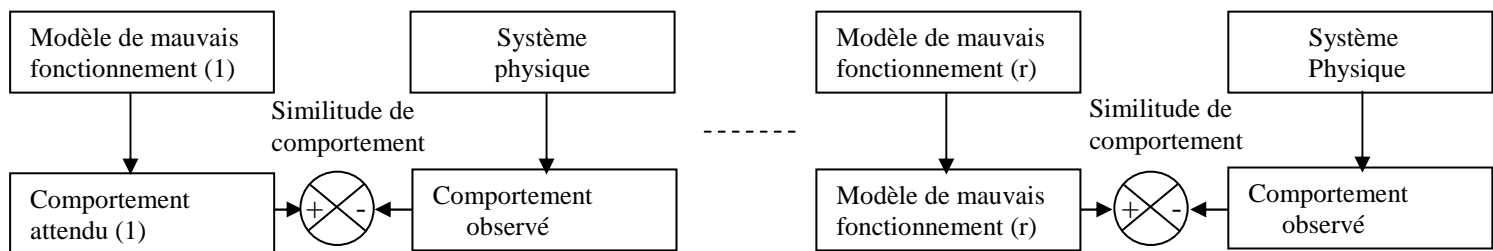


Figure I.12 : Procédure orientée mauvais fonctionnement.

Bilan sur les approches BF et MF : L'approche orientée BF (mono modèle) résout fondamentalement un problème de détection [COM00], alors qu'une approche orientée multi modèles peut résoudre un problème de localisation.

En effet, pour l'approche orientée MF, de disposer d'un modèle pour chaque défaut, pouvant survenir sur un système physique pratiquement irréalisable. De ce fait, il est nécessaire de construire avant tout une première procédure orientée bon fonctionnement permettant, après la détection de déclencher la procédure mauvais fonctionnement dédiée à des anomalies particulières.

I.6 Principales méthodes de diagnostic à base de modèles analytiques

I.6.1 Estimation paramétrique

Les méthodes d'estimation paramétrique ont pour principe d'estimer les paramètres du modèle. La technique la plus connue est celle des moindres carrés et ses multiples extensions. On entend par paramètres, les constantes physiques du système (masse, moment d'inerties, coefficient de viscosité...). Certaines méthodes proposent l'utilisation du filtre de kalman étendu, permettant l'estimation de certains paramètres du modèle en plus des composantes du vecteur d'état [ALH05]. En règle générale, les résidus proviennent de la différence entre les valeurs connues des paramètres et leurs estimées. Cette technique est particulièrement intéressante dans le cas de défaut intervenant sur les paramètres eux même. La figure (I.13) montre la procédure d'estimation paramétrique.

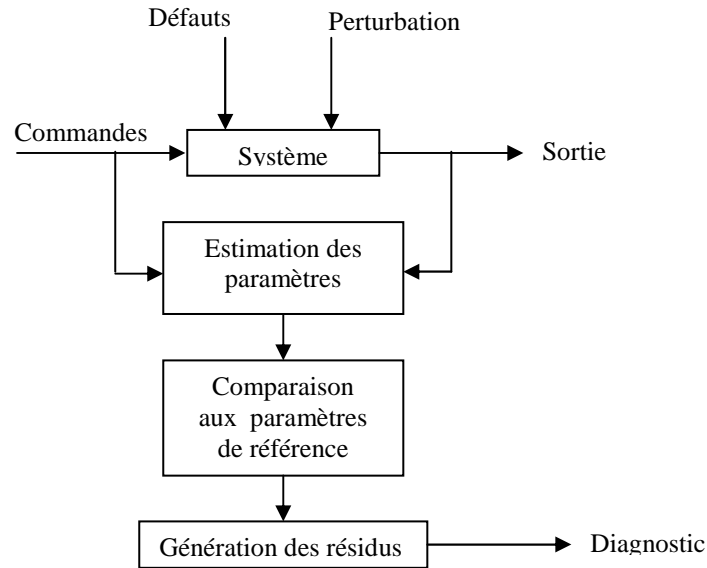


Figure I.13 : Estimation paramétrique

Isermann décrit la procédure pour la détection en cinq étapes [RIP99], [LAL04]

- Modélisation mathématique du procédé selon des équations de type :

$$y(t) = f(u(t), \theta) \tag{1-1}$$

Dans lesquelles $u(t)$ représente les commandes du système et θ les paramètres du modèle.

- Description des relations entre les constantes physiques p supposées connues et les paramètres du modèle θ .

$$\theta = g(p) \tag{1-2}$$

- Estimation $\hat{\theta}$ des paramètres du modèle à partir de l'équation (1-2) et des mesures des entrées et des sorties du système.

$$\hat{\theta} = h(y(i), \dots, y(t), u(i), \dots, u(t)) \tag{1-3}$$

- Estimation \hat{p} des paramètres du système à partir de l'équation (1-2)

$$\hat{p} = g^{-1}(\hat{\theta}(t)). \tag{1-4}$$

-Théorie de la décision pour détecter une défaillance ou non, en prenant en compte les aspects non déterministes (Bruit de capteur, erreurs de modélisation). Le vecteur résidu est obtenu en faisant la différence entre les paramètres estimés et les valeurs nominales.

$$r(t) = \theta(t) - \hat{\theta}(t) \tag{1-5}$$

Où

$$r(t) = p(t) - \hat{p}(t) \quad (1-6)$$

Il y a plusieurs méthodes d'estimation paramétrique dont il est possible de citer :

L'estimation par projection orthogonale, l'estimation bayésienne, l'estimation au sens du maximum de vraisemblance ou encore l'estimation au sens des moindres carrées.

I.6.2 Estimation d'état

Les méthodes d'estimations d'état ont pour principe de reconstruire les états et les sorties du système à partir des entrées et des sorties. L'estimation de l'état peut être effectuée à l'aide d'observateur (exemple: observateur de luenberger) dans le cas déterministe, ou de filtre dans le cas stochastique (exemple : filtre de kalman) ou filtre détecteur de défaut (espace de parité) [RIP99]. Ces méthodes présentent des analogies dans leur formulation. La différence provenant du mode de calcul des paramètres de constructeur en fonction du contexte choisi.

- Espace de parité

Cette technique repose sur la projection des équations du modèle dans un espace particulier, appelé espace de parité [RIP99]. En effet, cette technique est initialement basée sur la multiplication de l'équation de sortie à gauche par une matrice W constituée de vecteurs de $\text{Ker}\{C^T\}$ [STA99]. L'interprétation de cette multiplication est d'éliminer les états inconnues par une projection sur $\text{Ker}\{C^T\}$. Cette méthode ayant pour origine la redondance matérielle utilisée initialement à des fins de détection et localisation de défaut de capteurs, puis elle s'est étendue pour le diagnostic du système complet (espace de parité généralisé) [ADR00]. Pour plus d'éclaircissement, on considère l'exemple suivant :

Soit un modèle générale d'équation de mesure :

$$y(t) = Cx(t) + e(t) + Fd(t) \quad (1-7)$$

Où $x(t) \in R^n$, $y(t) \in R^m$, $d(t) \in R^p$ et $e(t) \in R^m$ qui sont respectivement vecteur des états, vecteur des sorties, vecteur des défauts et vecteur de bruit de mesure. $C \in R^{m \times n}$ est une matrice caractérisant le système de mesure, et $F \in R^{m \times p}$ est une matrice traduisant la direction des défaillances.

Soit $p(t)$ le vecteur de parité définie par projection de vecteur de mesures $y(t)$

$$p(t) = Wy(t) \quad (1-8)$$

Où W est la matrice de projection.

La propriété d'orthogonalité de cette matrice avec la matrice C entraîne :

$$p(t) = We(t) + WFd(t) \quad (1-9)$$

Le vecteur de parité est la somme de deux composants. Le premier terme $We(t)$ qui apporte une contribution aléatoire (perturbation), le deuxième terme est $WF(t)$ est une composante déterministe

(défaut), donc le vecteur parité est découplé de l'état $x(t)$, mais il est clair que la matrice W ne pourra pas découpler parfaitement les entrées inconnues.

Enfin, certains auteurs se sont penchés sur le lien existant entre la génération de résidus par espace de parité et par observateur d'état, et démontrent un certain degré d'équivalence. Massoumnia (1986) a été le premier à parler de correspondance entre les deux stratégies [ADR00].

- Filtre d'états

Les filtres d'états utilisent une formulation qui repose sur l'estimation d'état, mais uniquement pour des modèles stochastiques. Les filtres sensibles aux défauts peuvent être considérés comme des observateurs particuliers, dont les gains sont fixés de manière à ce que le vecteur des résidus prenne une direction particulière pour chaque situation de défaut [ALH05]. Les premiers résultats concernant les filtres sensibles aux défauts FDF (Failure Detection filter) sont dus à Beard (1971) et Johns (1973), puis une généralisation a été proposée par Massoumnia (1986) pour les systèmes non linéaires.

- Observateur d'état

Depuis les travaux de Luenberger en 1971, la théorie des observateurs a connu un développement sans précédent, donnant naissance à divers types de reconSTRUCTEURS d'états [LAL04]. Un grand nombre de processus physiques peuvent se modéliser par un système d'équations différentielles (linéaire ou non linéaire) du premier ordre. Le modèle obtenu, fait intervenir un certain nombre de variables internes (les variables d'états) qui sont souvent inconnues, soit pour des raisons pratiques soit pour des raisons économiques. Le système qui peut estimer ces états inconnus est appelé observateur. Par définition, un observateur est un système dynamique prenant pour entrée les signaux connus du système sur lequel il est implanté et dont les sorties convergent vers une estimation des variables d'états (ou une partie des variables d'états) [AKH04].

Le diagnostic d'un système physique modélisé sous une forme d'état, consiste à étudier la cohérence comportementale du modèle vis-à-vis du système réel. La conception d'un observateur est l'une des approches qui permet de réaliser cela en comparant les variables mesurées avec les variables calculées ou estimées. Ce principe est illustré sur la figure (I.14).

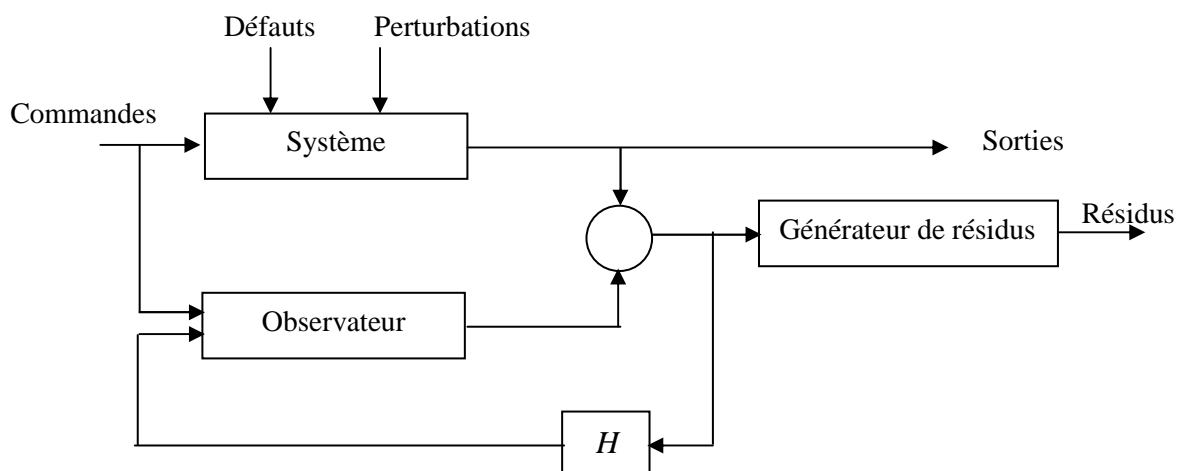


Figure I.14 : Schéma de principe du diagnostic des défauts à base d'observateur

Depuis les travaux de Luenberger (1971), la théorie des observateurs a connu un développement sans précédent. Des chercheurs ont alors investi dans ce domaine, dont il est possible de citer les travaux de Chen (1995), Edward (2000), Frank (1990,2000), Massoumnia (1986, 1989), Patton (2000), Maquin (2000), Ragot (1999, 2000), Lootsma (2000), Join (2001), De Persis et Isidori (1999, 2000) et Tan (2002).

Il existe trois structures différentes d'observateur pour la détection et la localisation du défaut, à savoir :

Détection par observateur unique (structure SOS)

Dans ce cas, la détection consiste à estimer complètement le vecteur de sortie $y(t)$ à l'aide d'un seul observateur piloté par une seule mesure. Cela est présenté sur la figure (I.15).

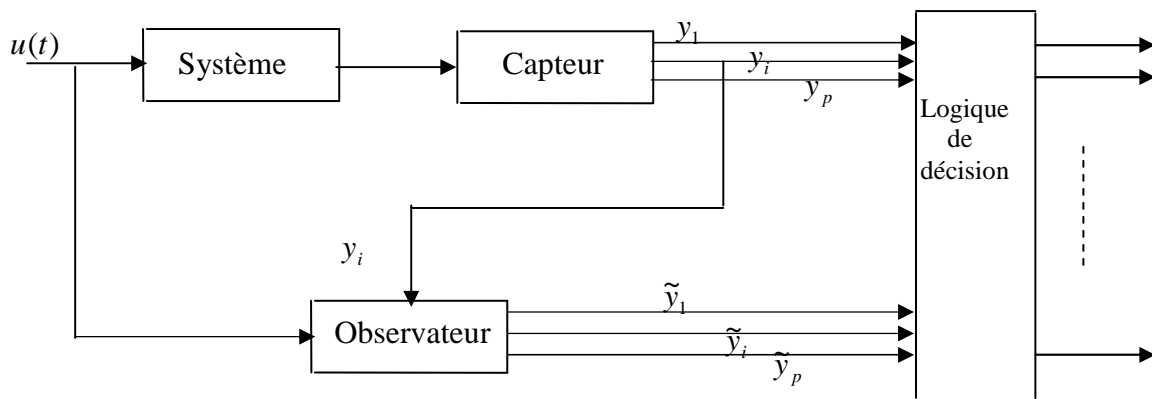


Figure I.15 : La structure de détection par un observateur unique.

Détection par un banc d'observateurs (structure DOS)

Cette structure consiste à synthétiser autant d'observateur que de défaut. Chacun de ces observateurs permet la génération d'un résidu insensible à tous les défauts sauf un. L'occurrence du défaut est indiquée par l'observateur source d'une mauvaise estimation. Cette structure permet la détection et la localisation du défaut [LAL04]. La figure (I.16) montre le principe de cette structure.

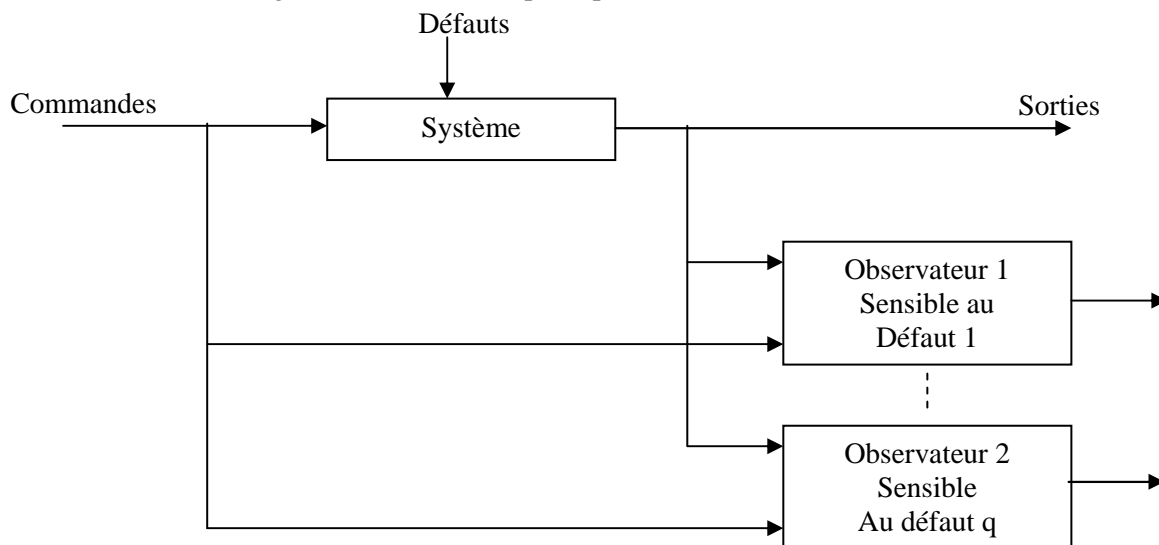


Figure I.16 : Structure d'observateur dédié (DOS)

Détection par un banc d'observateurs (structure généralisée GOS)

Dans cette structure, le nombre d'observateur utilisé est égal au nombre de combinaisons possibles de mesure. Chaque observateur d'état peut être piloté par différentes sorties, ce qui augmente le nombre de degrés de liberté de la localisation de défauts [AKH04].

Comme exemple, si un système à deux sorties y_1 et y_2 , donc le nombre de combinaisons possibles est $2^2 - 1 = 3$.

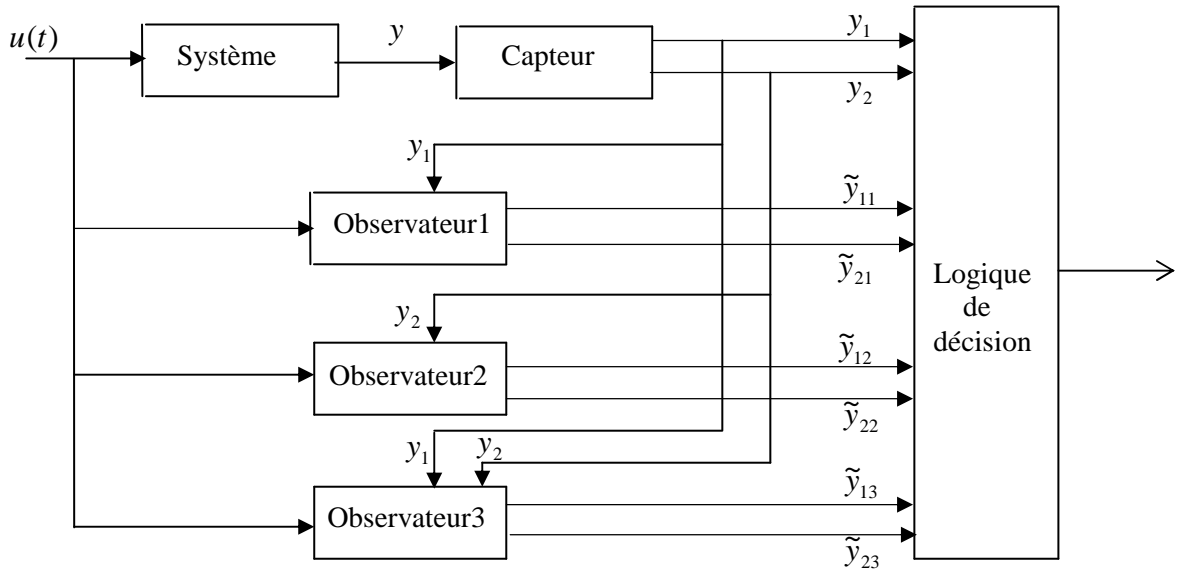


Figure I.17 : Structure d'un observateur généralisé (GOS)

I.7 La détection et le problème de seuillage

La détection est la première étape d'une procédure de diagnostic, elle consiste à déterminer à partir de l'analyse des résidus si le système fonctionne normalement ou non. Ce dernier a une valeur théorique nulle pour un système idéal en absence du défaut (pas d'incertitude sur le modèle ni de bruit de mesure), et non nulle dans le cas contraire. La principale difficulté de détection réside dans le calcul du seuil des résidus. Un seuil trop grand risque d'engendrer une non détection, ceci est représenté sur la figure (I.18). Un seuil trop petit entraînerait des fausses alarmes, la figure (I.19) montre ce problème. La problématique est donc de trouver un seuil optimal qui serait le compromis idéal entre le taux de fausses alarmes et le taux de non détection, ceci est appelé problème de seuillage. Donc l'évaluation des résidus deviendra un problème de détermination d'un seuil T tel que :

$$r(t) \geq T \text{ Pour un système en défaut.}$$

$$r(t) < T \text{ Pour un système sans défaut.}$$

Concernant les problèmes de seuillage, les premiers travaux portés sur l'élaboration de seuil fixes, indépendamment du temps et des entrées du système. Emami Naeni et all [AKH04] ont défini la notion de seuil adaptatif, robuste contre les incertitudes de modèle. L'idée est de définir des bornes inférieures et supérieures du résidu en fonction des bornes des incertitudes des paramètres et des bruits de mesures. La figure (I.20) montre le principe d'un résidu adaptatif.

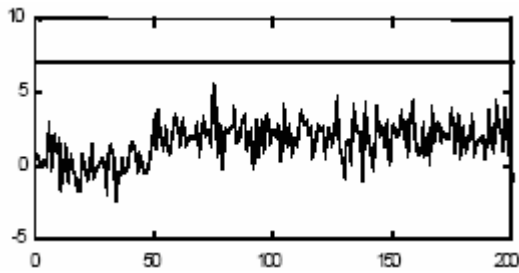


Figure I.18 : système avec défaut
(Non détection)

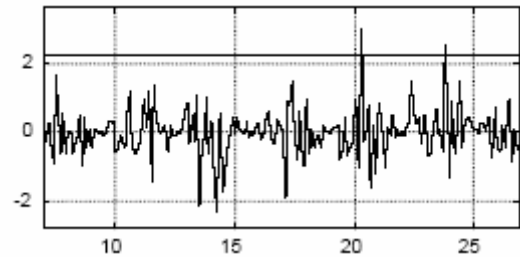


Figure I.19 : système sans défaut
(Fausse alarme)

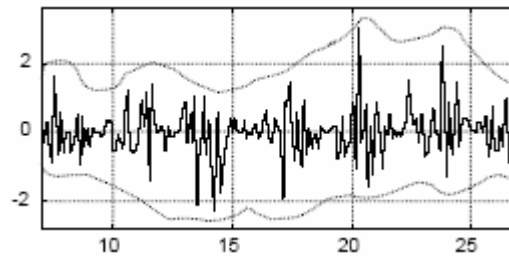


Figure I.20 : Seuils adaptatifs

I.8 La localisation et le problème de structuration de résidus

La localisation est la deuxième étape d'une procédure de diagnostic, elle consiste à remonter à l'origine du défaut détecté, c'est à dire localiser le (ou les) composant (s) en défaut et la détermination de l'instant d'apparition du (ou des) défaut (s). Ces objectifs sont atteints grâce à l'analyse des symptômes mis en évidence par le résidu afin de distinguer un défaut particulier des autres. En général on distingue deux approches pour la génération de résidus : la première approche est la génération de résidus directionnels, qui consiste à concevoir pour chaque défaut des résidus de sorte que leurs vecteurs restent confinés dans une direction spécifique de l'espace des résidus [LAL04]. En absence de défauts, le module de vecteur résidu est nul, le problème d'isolation dans ce cas, consiste à déterminer le défaut dont la direction du vecteur résidu généré est la plus proche parmi tous les autres défauts. La figure (I.21) illustre ceci :

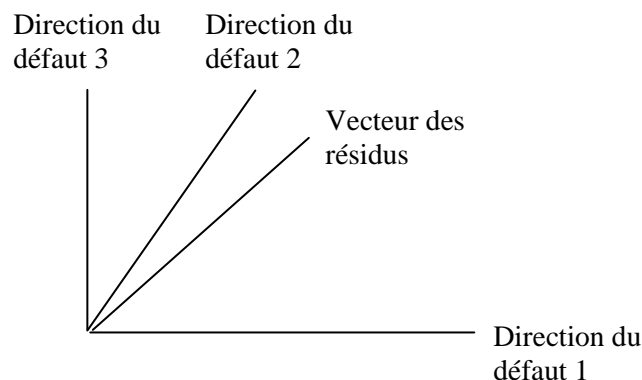


Figure I.21 : Structure de résidus directionnels

La deuxième approche est la génération de résidus structurels, ces derniers sont conçus de manière à être sensibles à des sous-ensembles de défauts différents, et de façon à ce que pour chaque défaut corresponde un sous-ensemble de résidus particulière [LAL04]. La localisation de défaut dans ce cas, est effectuée à partir d'une table de signature ou matrice d'incidence. Cette matrice d'incidence est constituée des uns et des zéros. Chaque colonne de cette matrice correspond à un défaut, et que chaque ligne correspond à un résidu :

- un ' 1 ' signifie que le résidu associé est directement influencé par le défaut associé à ce ' 1 '.
- Un ' 0 ' signifie au contraire que le résidu n'est pas influencé par le défaut.

On distingue trois types de matrice d'incidence [LAL04], [LOO02], [RIP99].

- Matrice d'incidence non localisante : si deux signatures de panne sont identiques.
- Matrice d'incidence déterministiquement localisante : si toutes les signatures en changeant un 'un' par un 'zéro', on retrouve une signature déjà existante.
- Matrice d'incidence statistiquement localisante : si toutes les signatures sont différentes et ne peuvent être identiques, même en changeant un 'un' par un 'zéro'.

La figure suivante montre un exemple illustratif de ces trois types de matrice d'incidence.

	f1	f2	f3	f4
r1	1	1	1	0
r2	1	1	0	1

Structure A

	f1	f2	f3	f4
r1	1	1	1	0
r2	1	1	0	1
r3	1	0	1	1

Structure B

	f1	f2	f3	f4
r1	1	1	1	0
r2	1	1	0	1
r3	1	0	1	1
r4	0	1	1	0

Structure C

Figure I.22 : Différentes structures de matrice d'incidence

La structure (A) est non localisante, car les deux premières colonnes sont identiques, alors la localisation est impossible. La structure (B) est déterministiquement localisante (ou faiblement localisante) car toutes les colonnes sont différentes et la deuxième signature peut être obtenue en modifiant le 'un' (troisième composant) en 'zéro' de la première signature. Enfin la structure (C), est statistiquement localisante (fortement localisante), car toutes les signatures sont différentes, et aucune d'elle peut être déduite des autres en modifiant un 'un' par un 'zéro'.

I.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé la problématique des systèmes de diagnostic, nous avons introduit les différents concepts utilisés en diagnostic, puis nous avons présenté les différentes méthodes proposées dans ce domaine. Nous nous sommes basés sur les structures à base de modèle analytique et essentiellement les méthodes d'estimation d'état (espace de parité, filtre et observateurs). En fin de ce chapitre, nous avons traité les deux problèmes essentiels qui conditionnent la réussite d'une procédure de diagnostic, la détection et la localisation. Le premier revient au problème de seuillage des résidus. Un seuil adaptatif peut être une bonne solution. La solution au deuxième problème (la localisation), réside dans l'obtention d'une matrice d'incidence optimale. En deuxième chapitre nous exposerons les différentes méthodes de diagnostic à base d'observateur pour les systèmes non linéaires, on peut d'ores et déjà citer: Les observateurs non linéaires, les observateurs à entrée inconnue, observateurs par modes glissants.

Chapitre II

*Observateurs dédiés au
diagnostic de défauts dans les
systèmes non linéaires*

Chapitre II

Observateurs dédiés au diagnostic de défauts des systèmes non linéaires

II.1 Introduction

Durant ces dernières années, le diagnostic des systèmes physiques à base d'observateurs est devenu un espace de recherche très important. Depuis les travaux de Beard 1971 et Johns 1973 [MAS86], l'utilisation des observateurs pour le diagnostic des systèmes linéaires a pris une part très importante des recherches et de développement de méthodes robustes. Tandis que les systèmes non linéaires, de fait de leurs complexités, le problème FDI est relativement difficile à résoudre. De ce fait, l'utilisation des méthodes linéaires pour les SNL après la linéarisation du système autour d'un point de fonctionnement, peut engendrer des pertes d'informations, par conséquent des fausses alarmes qui peuvent être déclanchées. La deuxième approche consiste à utiliser des observateurs non linéaires, mais le problème qui se pose dans ce cas est l'observabilité du système. En faite, la propriété d'observabilité des systèmes non linéaires est définie de façon multiple, et n'est généralement pas globale, ce qui nécessite une connaissance exacte des paramètres et de la structure du modèle. Les observateurs à modes glissants peuvent être une solution à ce problème. Ces derniers ont d'autres avantages comme la convergence en un temps fini et leur robustesse vis-à-vis des perturbations. Ce chapitre a pour objet, de présenter les observateurs les plus utilisés dans le domaine de diagnostic de défauts dans les systèmes linéaires et non linéaires. Nous nous intéressons plus aux observateurs par les modes glissants, car ils présentent des avantages très intéressants, en plus de leur utilisation pour les systèmes linéaires et non linéaires.

II.2 Différents types d'observateurs dédiés au diagnostic des systèmes non linéaires

II.2.1 Observateurs non linéaires

Soit le système non linéaire défini par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2-1)$$

avec :

$x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$ et $y(t) \in R^p$ Sont respectivement les vecteurs d'état, de commande et de sortie du système. C est une matrice de dimension appropriée.

Soit l'observateur non linéaire associé au système (2-1) comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t)) + g(y) - g(\hat{y}) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \\ \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \end{cases} \quad (2-2)$$

Où la fonction analytique $g : R^p \rightarrow R^n$, qui doit être défini de manière à assurer la convergence asymptotique de l'erreur d'estimation des états. L'erreur d'estimation d'état et de sortie sont définis respectivement par :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t). \quad (2-3)$$

$$\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t). \quad (2-4)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation d'état est alors :

$$\dot{e} = f(x(t), u(t)) - \hat{f}(\hat{x}(t), u(t)) - g(y) + g(\hat{y}) \quad (2-5).$$

En supposant que l'état estimé tend asymptotiquement vers l'état réel, ce qui permet d'utiliser le développement de Taylor au premier ordre de la fonction f .

$$\begin{aligned} f(x(t), u(t)) &= f(\hat{x}(t) + e(t), u(t)). \\ &= f(\hat{x}(t), u(t)) + D_{\hat{x}}(f)e(t) \end{aligned} \quad (2-6)$$

avec : $D_{\hat{x}}(f) = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x^T} \right|_{x=\hat{x}}$

De même pour g :

$$g(y) = g(\hat{y}) + D_{\hat{y}}(g)Ce \quad (2-7)$$

avec :

$$D_{\hat{y}}(g) = \left. \frac{\partial g(y)}{\partial y^T} \right|_{y=\hat{y}}$$

Par conséquent, la dynamique de l'erreur d'estimation peut être réécrite en remplaçant (2-6) et (2-7) dans (2-5).

$$\dot{e} = [D_{\hat{x}}(f) - D_{\hat{y}}(g)C]e \quad (2-8).$$

Le problème consiste donc à déterminer une fonction $g(y)$, de sorte que l'erreur d'estimation converge asymptotiquement vers 0. Si la paire $\{D_{\hat{x}}(f), C\}$ est observable $\forall t$, alors la matrice $D_{\hat{y}}(g)$ est déterminée de manière à avoir les pôles de (2-8) à parties réelles négatives. Des conditions suffisantes peuvent être déclinées pour l'existence de la fonction g . Et pour des raisons de simplification, une structure particulière de l'observateur est considérée :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t)) + R(\hat{x}(t), u(t))(y - \hat{y}) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \\ \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \end{cases} \quad (2-9)$$

L'erreur d'estimation est donc la solution de l'équation :

$$\dot{e}(t) = f(x(t), u(t)) - f(\hat{x}(t), u(t)) - R(\hat{x}(t), u(t))(y(t) - \hat{y}(t)) \quad (2-10)$$

La fonction matricielle $R(\hat{x}(t), u(t))$ est choisie de manière à assurer la convergence de l'erreur d'estimation vers 0. Supposons que l'erreur tend vers zéro, alors on peut utiliser le développement de Taylor de premier ordre donné en (2-6) et (2-7). On trouve :

$$\dot{e}(t) = [D_{\hat{x}}(f) - R(\hat{x}, u)C]e \quad (2-11)$$

Soit l'équation de Lyapunov :

$$V(e) = \frac{1}{2}e^T P e \quad (2-12)$$

Avec P est une matrice définie positive, l'objectif est donc de calculer P de telle manière $\dot{V}(e)$ doit être définie négative soit :

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &= e^T P \dot{e} \\ \dot{V}(e) &= e^T P [D_x(f) - R(\hat{x}, u)C]e \end{aligned} \quad (2-13)$$

La condition $\dot{V} < 0$ assure la convergence exponentielle de l'erreur d'estimation vers 0.

Dans (ADJ94), l'algorithme de calcul de cet observateur est illustré, dans ce qui suit nous donnons les deux étapes de cet algorithme.

Première étape

La première étape consiste à déterminer P :

1- Si $\ker\{C\} = \{0\}$, donc $e \in \ker\{C\}$, dans ce cas l'équation (2-13) se simplifie comme suit :

$$\dot{V}(e) = e^T P D_{\hat{x}}(f)e \quad (2-14)$$

Le problème revient à calculer P telle que :

$$e^T P D_{\hat{x}}(f)e < 0 \quad (2-15)$$

A partir de (2-15) on peut déterminer P

2- Si $\ker\{C\} \neq \{0\} \Rightarrow e \notin \ker\{C\}$.

Soit K la matrice orthogonale à droite de C , et soit :

$$e = k\bar{e} \quad (2-16)$$

Dans ce cas :

$$\dot{V}(e) = \bar{e}^T K^T P D_{\hat{x}}(f) K \bar{e} \quad (2-17)$$

Où la dimension de \bar{e} est inférieure à la dimension de e . En utilisant les techniques de majoration, nous pouvons déterminer P .

Deuxième étape

Si de l'étape (1), une matrice P peut être déterminée. Dans cette deuxième étape nous allons déterminer la fonction $R(\hat{x}(t), u(t))$. On a :

$$\dot{V}(e) = e^T P [D_{\hat{x}}(f) - R(\hat{x}, u)C] e < 0 \quad (2-18)$$

Une condition suffisante pour satisfaire $\dot{V}(e) < 0$ est que la matrice $D_{\hat{x}}(f) - R(\hat{x}, u)$ doit être négative semi définie. Adjellah [ADJ94] a proposé une première structure du R qui fait de $\dot{V}(e) < 0$. Soit :

$$R(\hat{x}(t), u(t)) = P^{-1} F(\hat{x}(t), u(t)) C^T Q \quad (2-19)$$

Avec :

$F(\hat{x}, u)$ Et Q sont respectivement des matrices carrées de dimension $n \times n$ et $p \times p$ à déterminer.

En remplaçant l'équation (2-19) dans (2-18), nous obtenons :

$$\dot{V}(e) = e^T P D_{\hat{x}}(f) e - e^T F(\hat{x}, u) C^T Q C e < 0 \quad (2-20)$$

F et Q sont déterminées de manière à assurer ces conditions :

- 1- $\|P D_{\hat{x}}(f)\| < \|F(\hat{x}, u)\|$ et $F(\hat{x}, u)$ est semi définie positive.
- 2- $C^T Q C = I$ telle que $[C^T Q C - I]$ est semi définie positive.

Où le symbole $\| \cdot \|$ désigne la norme euclidienne. La matrice $F(\hat{x}, u)$ a été proposée sous la forme [ADJ94] :

$$F(\hat{x}, u) = \text{diag}(\phi_i(\hat{x}, u)) \quad (2-21)$$

Avec :

$$\phi_i(\hat{x}, u) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n |\alpha_{ij}(\hat{x}, u) + \alpha_{ji}(\hat{x}, u)| \quad (2-22)$$

Le symbole *diag* définit une matrice diagonale, dont les éléments diagonaux sont : $\phi_i(\hat{x}, u)$ et les α_{ij} sont les éléments de $P D_{\hat{x}}(f)$.

- Application de l'observateur non linéaire au diagnostic des défauts

L'idée de base de cette approche est de reconstruire l'état et la sortie du système, une analyse de l'erreur d'estimation de la sortie va permettre alors d'effectuer une détection et éventuellement une localisation des défauts.

Le modèle en présence de différents défauts peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) + F_a \\ y(t) = Cx(t) + F_c \end{cases} \quad (2-23)$$

Où $F_a \in R^n$ et $F_c \in R^p$ sont respectivement le vecteur défaut paramétrique et/ou actionneur et le vecteur des défauts capteur, la dynamique de l'erreur d'estimation est alors :

$$\dot{e} = [D_{\hat{x}}(f) - R(\hat{x}, u)]e - R(\hat{x}, u)F_c + F_a \quad (2-24)$$

Nous remarquons que l'erreur d'estimation de la sortie $\varepsilon(t) = Ce(t)$ est en fonction des défauts F_a et F_c . Alors il peut être utilisé comme un indicateur de défauts. Le système représenté par l'équation (2-24) est asymptotiquement stable dès que les conditions de stabilité de l'observateur illustré dans le paragraphe précédent sont satisfaites.

II.2.2 Observateurs par modes glissants dédiés à la détection et la localisation des défauts

Les observateurs par modes glissants offrent des avantages considérables. Parmi leurs caractéristiques, qu'il est possible d'exploiter pour la résolution du problème FDI, la robustesse vis-à-vis des entrées inconnues et les défauts, l'obtention des résultats en un temps fini mais aussi, le fait que les modes glissants consiste en une théorie applicable pour les systèmes non linéaires, sans linéarisation de ces derniers autour d'un point de fonctionnement et sans connaître les paramètres du modèle avec précision [LAL04], [EDW00], [ALE99]. Nous commençons par le cas des systèmes linéaires, puis nous traitons le cas des systèmes non linéaires dans un deuxième paragraphe. Nous nous intéressons aux travaux de [LAL04], [EDW00], [ALI99], [CHA99], [TAN02].

II.2.2.1 Observateurs par modes glissants pour les systèmes linéaires

Soit le système linéaire défini par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Df_a(t) \\ y(t) = Cx(t) + f_c(t) \end{cases} \quad (2-25)$$

Où $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$, et $y(t) \in R^p$ représentent respectivement le vecteur des états, le vecteur des commandes et le vecteur des sorties. $f_a(t) \in R^q$ et $f_c(t) \in R^p$ représentent respectivement le vecteur des défauts actionneur et capteur. A, B et C sont des matrices de dimensions appropriées. Nous supposons aussi que les états du système sont inconnus (ne sont pas mesurables) et que seulement les signaux de commande $u(t)$ et de sortie $y(t)$ le sont. L'objectif est de synthétiser un observateur, dont l'état estimé $\hat{x}(t)$, et la sortie

estimée $\hat{y}(t) = C\hat{x}(t)$, telle que le mode de glissement est atteint et dont lequel l'erreur d'estimation de la sortie

$$e_y(t) = \hat{y}(t) - y(t) \quad (2-26)$$

est forcée en zéro en un temps fini. La structure particulière d'un tel observateur peut être réécrit sous la forme :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) - G_1 e_y(t) + G_n S \quad (2-27)$$

Où $G_1, G_n \in R^{n \times p}$ représentent les gains de l'observateur. S est une fonction discontinue et qui induit le régime de glissement. Il a été montré que si le régime de glissement est atteint, alors $f_a(t)$ et $f_c(t)$ peuvent être déterminées [EDW00]. Ceci sera l'objet de ce qui suit.

- La forme canonique de l'observateur

On considère le système dynamique donnée en (2-26), et nous supposons que

1- $\text{rang}(CD) = q$

2- Les zéros invariants de (A, D, C) sont à partie réelle négatives (i.e. Stables)

On considère que le défaut $f_c(t) = 0$. Si la première condition est satisfaite, alors il existe un changement de variables $x \rightarrow Tx$ tel que :

$$\dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) + B_1u(t) \quad (2-28)$$

$$\dot{x}_2(t) = A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2(t) + B_2u(t) + D_2f_a(t) \quad (2-29)$$

$$y(t) = x_2(t) \quad (2-30)$$

Où $x_1(t) \in R^{n-p}$, $x_2(t) \in R^p$ et les matrices A_{11} , A_{12} , A_{21} et A_{22} sont de dimensions appropriées. La matrice A_{11} a des valeurs propres stables. L'observateur (2-28) peut se mettre sous la forme suivante :

$$\dot{\hat{x}}_1(t) = A_{11}\hat{x}_1(t) + A_{12}\hat{x}_2(t) + B_1u(t) - A_{12}e_y(t) \quad (2-31)$$

$$\dot{\hat{x}}_2(t) = A_{21}\hat{x}_1(t) + A_{22}\hat{x}_2(t) + B_2u(t) - (A_{22} - A_{22}^s)e_y(t) + S \quad (2-32)$$

$$\hat{y}(t) = \hat{x}_2(t) \quad (2-33)$$

Où A_{22}^s est une matrice stable à déterminer. Et la fonction discontinue S est proposée sous la forme suivante [EDW00], [TAN02] :

$$S = \begin{cases} -\rho \|D_2\| \frac{P_0 e_y}{\|P_0 e_y\|} & \text{si } e_y \neq 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2-34)$$

Avec $P_0 \in R^{p \times p}$ est une matrice semi définie positive, i.e. la matrice de Lyapunov de A_{22}^s , solution de l'équation :

$$P_0 A_{22}^s + (A_{22}^s)^T P_0 = -I \quad (2-35)$$

Et le scalaire ρ est choisi de façon

$$\|f_a(t)\| < \rho \quad (2-36)$$

Soit l'erreur d'estimation des états

$$e_1 = \hat{x}_1 - x_1 \quad (2-37)$$

$$e_2 = \hat{x}_2 - x_2 \quad (2-38)$$

Alors les dynamiques de ces erreurs d'estimations sont données comme suit :

$$\dot{e}_1(t) = A_{11} e_1(t) \quad (2-39)$$

$$\dot{e}_2(t) = A_{21} e_1(t) + A_{22}^s e_2(t) + S - D_2 f_a(t) \quad (2-40)$$

Le système défini par (2-40) et (2-41) est stable. Un régime de glissement s'instaure en forçant $e_y(t)$ à zéro en un temps fini. Les gains G_l et G_n de l'observateur (2-28) sont donc donnés par :

$$G_l = T^{-1} \begin{bmatrix} A_{12} \\ A_{22} - A_{22}^s \end{bmatrix} \quad (2-41)$$

$$G_n = T^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ I_p \end{bmatrix} \quad (2-42)$$

- Reconstruction des défauts actionneurs ou composants

Supposons qu'un observateur peut être conçu comme est défini dans la section précédente et que le régime de glissement est établi. Et durant ce régime nous avons :

$$e_y(t) = 0 \Rightarrow \dot{e}_y(t) = 0 \quad (2-43)$$

Alors l'équation (2-41) devient :

$$A_{21} e_1(t) + S_{eq} - D_2 f_a(t) = 0 \quad (2-44)$$

Où S_{eq} est la surface équivalente qui représente l'effort nécessaire pour maintenir le régime de glissement.

De l'équation (2-40) et en utilisant le fait que A_{11} est stable, il suit que $e_1(t) \rightarrow 0$, alors

$$S_{eq} \rightarrow D_2 f_a(t) \quad (2-45)$$

Il a été proposé dans [EDW00] pour le calcul de S_{eq} , de remplacer la fonction discontinue (2-35) par :

$$S_{\delta} = -\rho \|D_2\| \frac{P_0 e_y}{\|P_0 e_y\| + \delta} \quad (2-46)$$

Où δ est un scalaire positif suffisamment petit. En remplaçant (2-47) dans (2-46), on obtient :

$$f_a(t) = -\rho \|D_2\| (D_2^T D_2)^{-1} D_2^T \frac{P_0 e_y}{\|P_0 e_y\| + \delta} \quad (2-47)$$

Qui représente l'estimé du défaut. On remarque qu'il dépend uniquement de l'erreur d'estimation de la sortie e_y .

- Reconstruction des défauts capteurs

On considère maintenant que les défauts actionneurs ou composants sont nuls ($f_a(t) = 0$), et que le système est soumis uniquement aux défauts capteurs. Le système est modélisé comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + f_c(t) \end{aligned} \quad (2-48)$$

Où $f_c(t) \in R^p$ représente le vecteur des défauts capteur. Dans ce cas l'erreur d'estimation de la sortie s'écrit :

$$e_y(t) = e_2(t) - f_c(t) \quad (2-49)$$

Supposons que le régime de glissement est atteint, alors la dynamique de l'erreur devient :

$$\dot{e}_1(t) = A_{11}e_1(t) + A_{12}f_c(t) \quad (2-50)$$

$$\dot{e}_y(t) = A_{21}e_1(t) + A_{22}^s e_y(t) - \dot{f}_c(t) + A_{22}f_c(t) + S \quad (2-51)$$

Il est possible d'écrire donc :

$$A_{21}e_1(t) - \dot{f}_c(t) + A_{22}f_c(t) + S_{eq} = 0 \quad (2-52)$$

$$\text{D'où : } \dot{f}_c(t) = A_{21}e_1(t) + A_{22}f_c(t) + S_{eq} \quad (2-53)$$

En supposant que le défaut est lentement variable, alors

$$S_{eq} = (A_{21}A_{11}^{-1}A_{12} - A_{22})f_c \quad (2-54)$$

De l'écriture (2-55), il est possible de reconstruire le défaut f_c . La matrice A est en plein rang, par conséquent $\det(A_{21}A_{11}^{-1}A_{12} - A_{22}) \neq 0$, d'où :

$$f_c(t) = (A_{21}A_{11}^{-1}A_{12} - A_{22})^{-1} S_{eq} \quad (2-55)$$

Une seconde approche a été proposée par C.P.Tan et C.Edwards [Tan02] et qui sera l'objet de la suite de ce paragraphe. La reconstruction du défaut capteur par cette approche est basée sur l'introduction d'un second observateur par modes glissants, la procédure consiste à définir un nouvel état $z_f \in R^p$ comme suit :

$$\dot{z}_f = -A_f z_f + A_f S_{eq} \quad (2-56)$$

Où $-A_f \in R^{p \times p}$ est un filtre matriciel stable (En général A_f est une matrice diagonale définie positive). En supposant que $\dot{f}_c \approx 0$. En combinant entre (2-51), (2-53) et (2-57) la représentation d'état suivante peut être obtenue :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{z}_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ -A_f A_{21} & -A_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ z_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{12} \\ -A_f A_{22} \end{bmatrix} f_c \\ z_f &= \begin{bmatrix} 0 & I_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ z_f \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2-57}$$

Avec : $A_0 = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ -A_f A_{21} & -A_f \end{bmatrix}$, $F_0 = \begin{bmatrix} A_{12} \\ -A_f A_{22} \end{bmatrix}$, $C_0 = \begin{bmatrix} 0 & I_p \end{bmatrix}$

Le système (2-58) ressemble au système (2-26) en considérant le défaut f_c comme un défaut actionneur pour le système (2-58) et la sortie z_f . Un observateur par modes glissant de la forme (2-28) peut être utilisé pour la détection du défaut f_c . Cette méthode est dite de « second observateur ». La condition nécessaire pour l'existence de cet observateur et que la matrice $(A_{12}A_{22}^{-1}A_{21} - A_{11})$ soit stable et A_{22} est inversible.

Dans ce cas l'estimé de f_c prend la forme donnée en (2-48) :

$$\hat{f}_c = -A_{22}^{-1}A_f^{-1}S_{eq0} \tag{2-58}$$

Où S_{eq0} représente la surface équivalente de second observateur. La structure générale de la détection du défaut par cette méthode est représentée sur la figure (2.1).

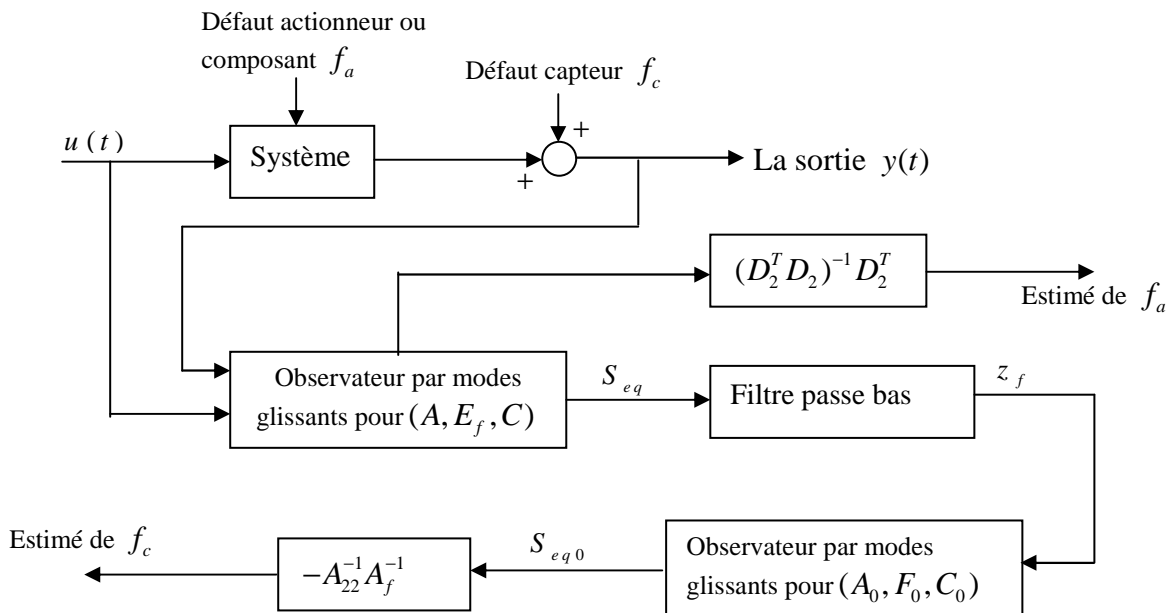


Figure 2.1 : Principe de la détection de défaut par la méthode dite de « Seconde observateur »

II.2.2.2 Observateur par modes glissants de Walkat-Zak pour les systèmes non linéaires

Soit la classe particulière des systèmes non linéaires définies par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + f(x(t), u(t)) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\tag{2-59}$$

Où $x(t) \in R^n, u(t) \in R^m$, et $y(t) \in R^p$ représentent respectivement le vecteur des états, le vecteur des commandes et le vecteur des sorties. $f(x(t), u(t))$ est une fonction non linéaire. A et C sont deux matrices de dimensions appropriées.

L'observateur de Walkat Zak est défini par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + f(\hat{x}(t), u(t)) + L(y(t) - C\hat{x}(t)) + S(\hat{x}(t), y(t)) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t)\end{aligned}\tag{2-60}$$

Où $\hat{x}(t)$ est l'estimé de $x(t)$. S est une fonction discontinue donnée par :

$$S = \begin{cases} \frac{P^{-1}C^T Ce}{\|Ce\|} & \text{si } \|Ce\| > \varepsilon \\ \frac{P^{-1}C^T Ce}{\varepsilon} & \text{si } \|Ce\| < \varepsilon \end{cases}\tag{2-61}$$

Avec $e = y - C\hat{x}$ représente l'erreur d'estimation des états et ε est la borne supérieure des incertitudes.

P est une matrice définie positive, elle est solution de l'équation de Riccati suivante:

$$(A - LC)^T P + P(A - LC) + \lambda_f^2 PP + I = -Q\tag{2-62}$$

Telle que L est la matrice de gain et elle est constante. Q est une matrice définie positive. λ_f Représente la constante de Lipschitz de f, elle est définie comme suit :

$$\|f(x_1) - f(x_2)\| \leq \lambda_f \|x_1 - x_2\|\tag{2-63}$$

Et pour des besoins de diagnostic, l'algorithme de calcul des différents paramètres de l'observateur de détection ont été donné en [ALE99].

II.2.2.3 Observateur par modes glissants étape par étape

Soit la classe des systèmes non linéaires définie par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + g(x(t))u(t) + E_d(x(t))d(t) + E_f(x(t))f(t) \\ y(t) &= h(x(t))\end{aligned}\tag{2-64}$$

Où $x(t) \in R^n, u(t) \in R^m$, et $y(t) \in R^p$ représentent respectivement le vecteur des états, le vecteur des commandes et le vecteur des sorties. $d(t) \in R, f(t) \in R$ sont respectivement la perturbation et le défaut agissant sur le système.

Le principe de cette méthode consiste en l'estimation des entrées inconnues (perturbations). Ceci est possible s'il existe une transformation adéquate permettant la décomposition de l'espace d'état en deux sous espaces affectés par l'entrée inconnue, mais un seul est sensible au défaut. L'un sera alors utilisé pour reconstruire la perturbation alors que l'autre est de détecter le défaut [LAL04].

Sous certaines conditions, il est possible de décomposer le système (2-65) en deux sous systèmes :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1(t) &= \tilde{A}_1(z) + \tilde{g}(z)u(t) + \tilde{E}_{d1}(z)d(t) + \tilde{E}_{f1}(z)f(t) \\ y_1(t) &= \tilde{h}_1(z) \end{aligned} \quad (2-65)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_2(t) &= \tilde{A}_2(z_2) + \tilde{g}(z_2)u(t) + \tilde{E}_{d2}(z_2)d(t) \\ y_2(t) &= \tilde{h}_2(z_2) \end{aligned} \quad (2-66)$$

Le deuxième sous système (2-67) est affecté par l'entrée inconnue $d(t)$ donc, il est sensible à celle-ci et insensible au défaut, ce qui permet d'en estimer la perturbation. Pour cela il a été proposé l'utilisation des observateurs par les modes glissants afin d'exploiter leurs propriétés, assurant une estimation en un temps fini, et plus particulièrement l'observateur triangulaire.

Un changement de variable peut être effectué comme suit :

$$\xi = \theta(z_2) = [\tilde{h}_2(z_2) \dots L_{\tilde{A}_2}^{n-d-1} \tilde{h}_2(z_2)] \quad (2-67)$$

Où $L_{\tilde{A}_2}^{n-d-1} \tilde{h}_2(z_2)$ représente la dérivée de Lie de $\tilde{h}_2(z_2)$ le long du champ de vecteur $\tilde{A}_2(z_2)$. Et sous certaines conditions le sous système (2-67) devient :

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= \bar{A}_2 \xi + \bar{F}_2(\xi) + \bar{g}_2(\xi)u(t) + \bar{E}_{d2}(\xi)d(t) \\ y_2(t) &= \xi_1 \end{aligned} \quad (2-68)$$

Où

$$\bar{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \dots 0 \\ 0 & 0 & 1 \dots 0 \\ \vdots & \vdots & 0 \dots \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 \dots 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{E}_{d2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ E_{d2}(\xi) \end{bmatrix}, \quad \bar{F}_2(\xi) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \bar{f}_2(\xi) \end{bmatrix}$$

$$\bar{g}_2(\xi) = \begin{bmatrix} \bar{g}_{2,1}(\xi_1) \\ \bar{g}_{2,2}(\xi_1, \xi_2) \\ \vdots \\ \bar{g}_{2,(n-d-1)}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n-d-1}) \\ \bar{g}_{2,(n-d)}(\xi) \end{bmatrix}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 E_{d_2}(\xi) &= dL_{\tilde{A}_2}^{n-d-1} \tilde{h}_2(z_2) \cdot \tilde{E}_{d_2} \\
 \bar{f}_2(\xi) &= L_{\tilde{A}_2}^{n-d} \tilde{h}_2(z_2) \\
 \bar{g}_{2,j}(\xi_1, \dots, \xi_j) &= L_{\tilde{g}_2} L_{\tilde{f}_2}^{j-1} \tilde{h}_2, \quad j = 1, \dots, n-d
 \end{aligned}$$

Soit l'observateur par les modes glissants étape par étape, permettant l'estimation de l'état ξ donnée par les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{aligned}
 \dot{\hat{\xi}}_1 &= \hat{\xi}_2 + \bar{g}_{2,1}(\hat{\xi}_1)u + \lambda_1 \text{si } gn_1(\hat{\xi}_1 - \tilde{\xi}_1) \\
 \dot{\hat{\xi}}_2 &= \hat{\xi}_3 + \bar{g}_{2,2}(\hat{\xi}_1, \hat{\xi}_2)u + \lambda_2 \text{si } gn_2(\hat{\xi}_2 - \tilde{\xi}_2) \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 \dot{\hat{\xi}}_{n-d-1} &= \hat{\xi}_{n-d} + \bar{g}_{2,(n-d-1)}(\hat{\xi}_1, \hat{\xi}_2, \dots, \hat{\xi}_{n-d-1})u + \lambda_{n-d-1} \text{si } gn_{n-d-1}(\hat{\xi}_{n-d-1} - \tilde{\xi}_{n-d-1}) \\
 \dot{\hat{\xi}}_{n-d} &= \bar{f}_2(\hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_{n-d}) + \bar{g}_{2,(n-d)}(\hat{\xi}_1, \hat{\xi}_2, \dots, \hat{\xi}_{n-d})u + \lambda_{n-d} \text{si } gn_{n-d}(\hat{\xi}_{n-d} - \tilde{\xi}_{n-d}) \\
 \hat{y}_2 &= \hat{\xi}_1
 \end{aligned} \right. \quad (2-69)$$

Où :

$$\tilde{\xi}_i = \hat{\xi}_i + (\lambda_{i-1} \text{sign}(\hat{\xi}_{i-1} - \tilde{\xi}_{i-1}))_{eq}$$

Et afin d'estimer la perturbation, on procède étape par étape. Ainsi en un temps fini t_f , nous avons :

$$d_{est} = \frac{1}{\bar{E}_{d_2}(\xi)} (\lambda_{n-d} \text{sign}(e_{n-d})_{eq}) \quad (2-70)$$

d_{est} Représente l'estimé de la perturbation.

II.2.3 Observateur à entrées inconnues

II.2.3.1 Observateur à entrées inconnues pour les systèmes linéaires

Considérons le système modélisé par l'équation d'état :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Rf(t) \\
 y(t) &= Cx(t)
 \end{aligned} \quad (2-71)$$

Où $f(t)$ est une entrée inconnue (non mesurée), et R une matrice constante. Utilisons l'observateur suivant :

$$\begin{aligned}
 \dot{z}(t) &= Dz(t) + Hu(t) + Ey(t) \\
 \hat{x}(t) &= z(t) - My(t)
 \end{aligned} \quad (2-72)$$

En introduisant la matrice $P = I + MC$, et soit l'erreur d'observation $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$, on obtient :

$$e(t) = Px(t) - z(t) \quad (2-73)$$

Et soit le résidu $r(t)$:

$$\begin{aligned} r(t) &= y(t) - \hat{y}(t) \\ &= CPx(t) - Cz(t) \\ &= (I + CM)y(t) - Cz(t) \end{aligned} \quad (2-74)$$

Cette dernière expression est celle utilisée pour générer les résidus. Pour étudier le comportement asymptotique du résidu on a :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= P\dot{x}(t) - \dot{z}(t) \\ &= De(t) + (PA - DP - EC)x(t) + (PB - H)u(t) + PRf(t) \end{aligned} \quad (2-75)$$

Pour que $\lim r(t) \rightarrow 0$ pour toutes les entrées connues et inconnues, et pour tout état initial, il est nécessaire que les conditions suivantes soient vérifiées :

- 1- D est une matrice de Hurwitz.
- 2- $PA - DP = EC$.
- 3- $H = PB$
- 4- $PR = 0$

Il s'agit donc de trouver un ensemble de matrice (D, E, M) telles que les contraintes (1-4) soient vérifiées. Pour plus de détails sur le calcul de ces matrices, le lecteur peut se référer à [ROT]. Pour résoudre ce problème on traite d'abord l'équation (4). Soit :

$$P = I + MC \quad (2-76)$$

$$D'où : \quad MCR = -R \quad (2-77)$$

L'équation (2-78) peut avoir une solution si et seulement si :

$$rang(CR) = rang(R) \quad (2-78)$$

Et dans ce cas une solution possible et non unique s'écrit :

$$M = -R(CR)^+ \quad (2-79)$$

Où $(CR)^+$ désigne la pseudo inverse de CR . Dans le cas où CR est de rang plein en lignes, l'expression de $(CR)^+$ est :

$$(CR)^+ = R^T C^T (CRR^T C^T)^{-1} \quad (2-80)$$

Et on obtient :

$$M = -RR^T C^T (CRR^T C^T)^{-1} \quad (2-81)$$

Après avoir choisi D , la valeur de M conduit à déterminer E comme solution de système suivant :

$$EC = A - D + MCA - DMC = F \quad (2-82)$$

Ce système est soluble si et seulement si $F^T \in \text{Im}(C^T)$ et lorsque cette condition est vérifiée, on obtient une solution possible sous la forme :

$$E = FC^+ \quad (2-84)$$

Comme généralement C est de plein rang en ligne, alors : $C^+ = C^T (CC^T)^{-1}$

II.2.3.2 Estimation des entées inconnues

Pour obtenir cette estimation on peut utiliser la décomposition en valeur singulière de R comme suit :

$$R = U_R \Sigma_R V_R^T \quad (2-85)$$

Puit en posant :

$$\phi(t) = V_R^T f(t) \quad (2-86)$$

On obtient après les calculs :

$$\Sigma_R \phi(t) = U_R^T (\hat{x}(t) - Az(t) + AMy(t) - Bu(t)) \quad (2-87)$$

Et comme $P\dot{\hat{x}}(t) = \dot{z}(t) = Dz(t) + Hu(t) + Ey(t)$ et si P est inversible, on obtient :

$$\Sigma_R \phi(t) = U_R^T ((P^{-1}D - A)z(t) + (AM + P^{-1})y(t) + (P^{-1}H - B)u(t)) \quad (2-88)$$

De cette dernière on pourra estimer toutes les entrées inconnues si Σ_R est de rang plein en colonnes.

II.2.3.3 Observateur à entées inconnues avec découplage non linéaire

Soit le système régit par l'équation dynamique non linéaire suivante :

$$\dot{x}(t) = A(x(t), u(t)) + E_d(x(t))d(t) + E_f(x(t))f(t) \quad (2-89)$$

Où $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$, $d(t) \in R^q$ et $f(t) \in R^s$ sont respectivement le vecteur des états, le vecteur des commandes, le vecteur des perturbations et le vecteur des défauts. Les observateurs à entrées inconnues avec découplage non linéaire sont basés sur la notion d'états découplés [LAL04]. Ainsi la synthèse de ces derniers pour le diagnostic passe par deux étapes : la première est consacrée à la génération de l'état découplé, et la seconde à la synthèse de l'observateur et la génération de résidu.

1^{ère} étape : Génération de l'état découplé

Cet observateur emploie une transformation non linéaire de l'état afin d'obtenir l'état $z(t) = T(x(t))$ appelé état découplé, et dont la dynamique est découplée des entrées inconnues $d(t)$. L'équation dynamique traduisant l'évolution de cet état est donnée comme suit :

$$\dot{z}(t) = \frac{\delta T(x)}{\delta x} (A(x, u) + E_d(x)d(t) + E_f(x)f(t)) \quad (2-90)$$

La dynamique de $z(t)$ sera découplée des entrées inconnues $d(t)$ si la transformation $T(x(t))$ satisfait la condition de découplage suivante :

$$\frac{\delta T(x)}{\delta x} E_d(x) = 0 \quad (2-91)$$

Sous certaines conditions il existe $n - q$ solutions indépendantes du système (2-91) telle que $T(x(t))$ soit un difféomorphisme et $\text{rang}(E_d(x)) = q, \forall x \in R^n$. Et afin d'obtenir un modèle représentatif du procédé, il est nécessaire d'augmenter en dimension l'état découplé en utilisant les sorties y^* vérifiant la relation :

$$x = \psi_0(z, y^*) \tag{2-92}$$

Où $y^* = \phi^*(y)$ représente une transformation linéaire ou non de vecteur de sortie. Ainsi le modèle d'état du système peut être réécrit comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= \frac{\partial T(x)}{\partial x} (A(x, u) + E_f(x) f(t)) \Big|_{x=\psi_0(z, y^*)} \\ y(t) &= h(x) \Big|_{x=\psi_0(z, y^*)} \end{aligned} \tag{2-93}$$

2^{ème} étape : Synthèse de l'observateur

L'observateur à entrées inconnues est donné par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}(t) &= \frac{\partial T(\hat{x})}{\partial \hat{x}} A(\hat{x}, u) + HR(\hat{z}, y) \Big|_{\hat{x}=\psi_0(\hat{z}, y^*)} \\ \hat{y}(t) &= h(\hat{x}) \Big|_{\hat{x}=\psi_0(\hat{z}, y^*)} \end{aligned} \tag{2-94}$$

Où \hat{x} et \hat{z} dénotent respectivement les estimations de x et z . H est le gain de l'observateur pouvant dépendre de l'état et de la commande. $R(\hat{z}, y)$ est une relation qui vérifie $R(\hat{z}, y) = 0, \forall x, y$. La structure de cet observateur est donnée en figure (2.2). Le vecteur résidu $r(t)$, quant à lui est donné par :

$$r(t) = R(\hat{z}, y) \tag{2-95}$$

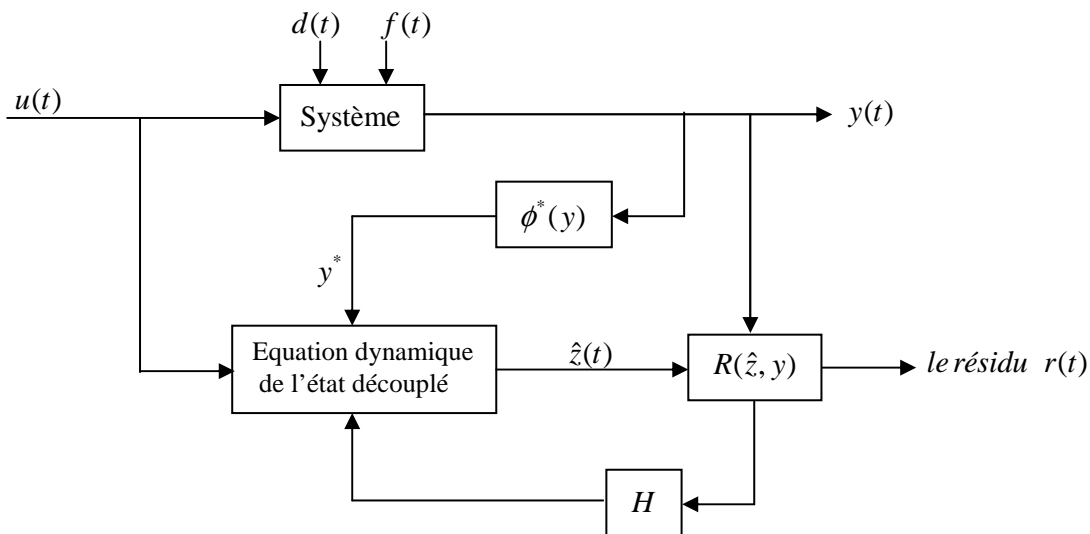


Figure 2.2 : Structure de l'observateur à entrées inconnues avec découplage non linéaire

II.3 Conclusion

Nous nous sommes intéressés dans ce chapitre à la synthèse de différents observateurs dédiés au diagnostic de défauts dans les systèmes linéaires et non linéaires. Nous avons présenté les observateurs non linéaires, les observateurs par les modes glissants pour les systèmes LTI et les systèmes non linéaires, les observateur par les modes glissants de Walkat-Zak, observateurs par les modes glissants étape par étape et en fin, nous avons exposé les observateurs à entrée inconnues. En concluant que les observateurs par les modes glissants s'avèrent très intéressant pour remédier au problème FDI pour les systèmes non linéaires en raison de leurs propriétés intéressantes.

Chapitre III
Diagnostic de défauts dans les
systemes non linéaire à base
d'injections de sorties

Chapitre III

Diagnostic de défauts dans les systèmes non linéaires à base d'injections de sortie

III.1 Introduction

En s'inspirant des travaux de Cédric Join [JOI02], nous traitons dans ce chapitre l'approche géométrique pour le diagnostic des défauts dans les systèmes non linéaires. Cette approche est basée sur la géométrie différentielle, pour cela nous conseillons le lecteur de se familiariser avec les concepts de la géométrie différentielle avant tout autre étude, et notamment les distributions et toutes les opérations sur les distributions. Nous recommandons le lecteur à [ISI89], [NIE90] et pour les concepts de base utilisés dans ce chapitre, le lecteur peut se référer à l'annexe (A). Cette approche de diagnostic passe par une étape de découplage, qui a pour objectif de dissocier les effets des défauts entre eux, ainsi nous exposerons cette méthode de découplage. Une analyse structurelle s'appuyant sur des inclusions et intersections entre les sous-espaces d'états est exposée, cette analyse qui permet de conclure avant la continuité de l'étude si les défauts peuvent être détectés et isolés. Enfin, si les conditions nécessaires et suffisantes à l'isolation sont satisfaites, une synthèse pour la conception de filtre de détection et d'isolation de défauts est détaillée, ces derniers reposent essentiellement sur le choix d'une injection de sortie qui satisfait elle-même les propriétés de découplage. A la fin de ce chapitre, nous proposons l'application de cette approche sur la machine asynchrone monophasée. Nous présentons dans un premier temps les différentes défaillances de la machine asynchrone puis, nous appliquons la méthode qui sera exposée en ce chapitre sur le modèle de la machine asynchrone. Nous calculons tout d'abord les différents sous-espaces d'états γ_{obs} , $C_*^{p_j}$ et $S_*^{p_j}$ ($j = 1, 2$) qui permettent :

- D'étudier les sensibilités des sous-espaces vis-à-vis des défauts et de mettre en relief les résultats de découplage.
- De vérifier les conditions de détectabilité et d'isolabilité des défauts.

Une fois ces conditions sont vérifiées, nous synthétisons les filtres qui permettent l'isolation de chaque défaut, ainsi que le filtre qui permet l'isolation de tous les défauts même s'ils apparaissent simultanément. Ces filtres sont synthétisés en calculant les injections de sorties qui assurent la propriété du découplage.

III.2 Positionnement du problème

Soit le modèle d'un système non linéaire :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f_0(x(t)) + \sum_{i=1}^m f_i(x(t))u_i(t) + P(x(t))w(t) \\ y_x(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (3-1)$$

Où $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$, $y_x(t) \in R^p$ et $w(t) \in R^q$ sont respectivement le vecteur des états, le vecteur des commandes, le vecteur des sorties et le vecteur des défauts. $f_0(x(t))$, $f_i(x(t))$, $h(x(t))$ et $P(x(t))$ sont des champs de vecteur de dimensions appropriées.

L'objectif de ce chapitre est de synthétiser soit un banc de filtres, et que chacun d'eux permet l'isolation d'un défaut particulier (figure 3.1), soit synthétiser un seul filtre qui permet l'isolation de tous les défauts, même s'ils apparaissent simultanément (figure 3.2).

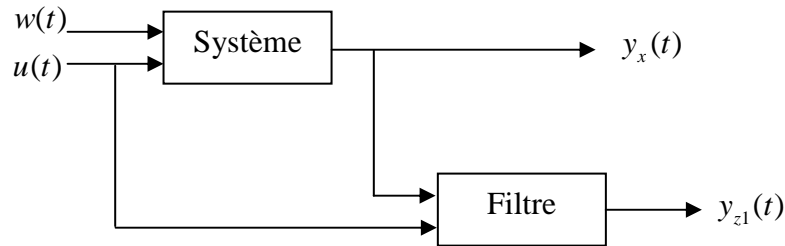


Figure 3.1 : structure d'un filtre unique

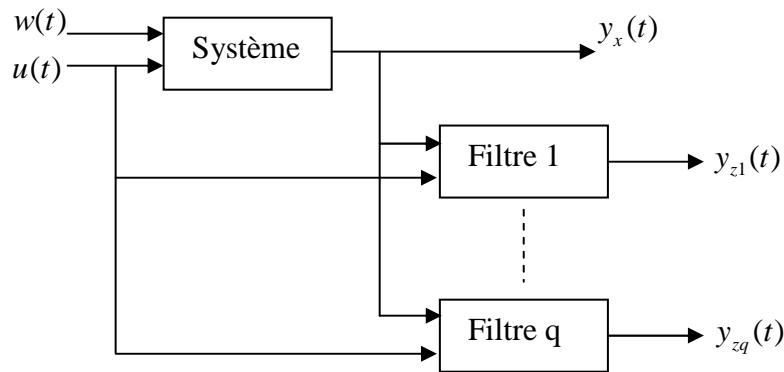


Figure 3.2 : Structure multi filtre

La synthèse d'un signal résidu qui permet d'indiquer la présence d'un défaut ou non sur le système s'effectue en deux étapes : la première étape est le découplage des entrées inconnues, qui sera l'objet de la section (III.3), et dont laquelle nous nous intéressons à l'approche géométrique pour l'analyse du système. La deuxième étape consiste en la conception de(s) filtre(s) d'isolation de(s) défaut(s), qui sera l'objet de la section (III.6).

En générale le modèle du filtre s'écrit comme suit.

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = f_0(z(t)) + \sum_{i=1}^m f_i(z(t))u(t) + \psi(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u) \\ y_z(t) = h(z(t)). \end{cases} \quad (3-2)$$

Où $z(t)$ est une estimation réelle de l'état $x(t)$. $\psi(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u)$ est l'injection de sortie à calculer tout en respectant le découplage. La détermination de cette injection de sortie sera l'objet de la section (III.6.2). Enfin, une dernière étape qui consiste en génération d'un signal résidu de la forme :

$$r(t) = \chi(y_x(t)) - \chi(y_z(t)) = \chi \circ h(x(t)) - \chi \circ h(z(t)) \quad (3-3)$$

Où $\chi \in R^q$ est une fonction non linéaire.

III.3 Découplage : approche géométrique

Nous nous intéressons dans cette section au découplage des systèmes non linéaires par l'approche géométrique. En s'inspirant des travaux C.De.Percis et A.Isidori [PER99], [PER00], [PER01] et Tako Lootsma [LOO00] et principalement les travaux de Cédric Join [JOI02], nous exposerons la méthodologie de découplage vis-à-vis des défauts.

III.3.1 Etude de la propagation d'un défaut à travers l'espace d'état

Dans ce qui suit, nous expliquons géométriquement la propagation d'un défaut à travers l'espace d'état, nous introduisons la séquence non décroissante suivante :

$$\begin{cases} C_0^{p_j} = \text{span}\{p_j(x)\} \\ C_{i+1}^{p_j} = \bar{C}_i^{p_j} + \sum_{k=0}^m [f_k(x), \bar{C}_i^{p_j}] \end{cases} \quad (3-4)$$

Cette séquence permet la détermination de la plus grande distribution invariante où tout simplement, le plus grand sous-espace d'état sensible au défaut $w_j(t)$.

Avec $[,]$ représente le crochet de Lie. Et $\bar{C}_i^{p_j}$ représente la plus petite distribution involutive de C_i . Une condition d'arrêt de la séquence précédente est donnée par :

$$\bar{C}_i^{p_j} = C_{i+1}^{p_j} \Rightarrow C_*^{p_j} = \bar{C}_i^{p_j} \quad (3-5)$$

$C_*^{p_j}$ Représente la plus grande distribution sensible à un défaut, elle est invariante à la dynamique du système. Sa codistribution orthogonale $(C_*^{p_j})^\perp$ représente donc la plus petite distribution insensible à un défaut. Sa dimension représente la dimension du sous-espace d'état naturellement découplé de l'effet du défaut.

A base de la séquence non décroissante (3-4), nous pouvons expliquer géométriquement la propagation d'un défaut sur l'espace d'état. Afin de mieux appréhender cela, nous considérons l'exemple suivant :

Soit le modèle non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_1(t) + u_1(t) + w(t). \\ \dot{x}_2(t) = x_1(t)x_2(t). \\ \dot{x}_3(t) = x_4^2(t) + x_2(t)u(t). \\ \dot{x}_4(t) = x_3(t)x_4(t). \\ \dot{x}_5(t) = x_5(t) \end{cases} \quad (3-6)$$

avec :

$$f_0(x(t)) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_1(t)x_2(t) \\ x_4^2(t) \\ x_3(t)x_4(t) \\ -x_5(t) \end{pmatrix} \quad f_1(x(t)) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f_2(x(t)) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ x_2(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad P(x(t)) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

L'apparition du défaut $w(t)$ sur le système conduit l'état x_1 en défaut qui lui-même sera le porteur du défaut sur le sous-espace d'état x_2 . Donc ce dernier sera entaché par l'effet du défaut. On retrouve l'état x_2 dans \dot{x}_3 , donc même l'état x_3 sera entaché par le défaut. De même l'état x_4 sera affecté par le défaut car \dot{x}_4 est en fonction de x_3 . Mais, le sous-espace défini par \dot{x}_5 n'est pas affecté par l'effet du défaut. On appelle ce sous-espace « le sous-espace naturellement découplé ».

Comment traduire mathématiquement la propagation d'un défaut à travers l'espace d'état ?

Nous utilisons pour cela la séquence (3-4), elle est initialisée par l'effet du défaut.

$$C_0 = \text{span} \{P(x(t))\} = \text{span} \{(1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T\} \Rightarrow \dim(C_0) = 1. \quad (3-7)$$

Nous calculons par la suite C_1 :

$$\begin{aligned} C_1 &= \bar{C}_0 + \sum_{k=0}^m [f_k, \bar{C}_0] \\ &= \bar{C}_0 + [f_0, \bar{C}_0] + [f_1, \bar{C}_0] + [f_2, \bar{C}_0] \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ &\quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$C_1 = \text{span} \{(1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (1 \ x_2 \ 0 \ 0 \ 0)^T\} \Rightarrow \dim(C_1) = 2.$$

$C_1 \neq \bar{C}_0$ La condition d'arrêt n'est pas vérifiée, le défaut se propage encore.

Calculons donc C_2 :

$$\begin{aligned} C_2 &= \bar{C}_1 + \sum_{k=0}^m [f_k, \bar{C}_1] \\ &= \bar{C}_1 + [f_0, \bar{C}_1] + [f_1, \bar{C}_1] + [f_2, \bar{C}_1] \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ &\quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Donc

$$C_2 = span\{(1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (1 \ x_2 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ x_2 \ 0 \ 0)^T\} \Rightarrow \dim(C_2) = 3.$$

$C_2 \neq \bar{C}_1$, de même le défaut se propage encore à travers l'espace d'état car la condition d'arrêt n'est pas vérifiée.

Calculons donc C_3 :

$$C_3 = \begin{array}{cccc} \bar{C}_2 & + & [f_0, \bar{C}_2] & + & [f_1, \bar{C}_2] & + & [f_2, \bar{C}_2] \\ \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\ \left(\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right) & & \left(\begin{array}{c} 1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ -x_1x_2 \\ x_2x_4 \\ 0 \end{array} \right) & & \left(\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right) & & \left(\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right) \end{array}$$

Donc :

$$C_3 = span\{(1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (1 \ x_2 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ x_2 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ -x_1x_2 \ x_2x_4 \ 0)^T\}.$$

Si nous calculons C_4 on trouve que $C_4 = \bar{C}_3 = C_3$ par conséquent la condition d'arrêt (3-5) est vérifiée.

On écrit donc

$$C_*^p = span\left\{ \left(\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ -x_1x_2 \\ x_2x_4 \\ 0 \end{array} \right) \right\} \quad (3-8)$$

C_*^p est constituée de vecteurs qui sont linéairement indépendants entres eux.

$\dim(C_*^p) = 4$ qui représente la dimension du plus grand sous-espace sensible au défaut.

Et soit la codistribution orthogonale de C_*^p

$$(C_*^p)^\perp = span\{(0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^T\} \quad (3-9)$$

$\dim((C_*^p)^\perp) = 1$: Qui représente le plus petit sous-espace naturellement découplé de dimension 1. Le sous-espace d'état sensible au défaut C_*^p calculé à l'aide de la séquence non décroissante (3-4), et augmenté ainsi en dimension au fur et à mesure de la propagation du défaut à travers l'espace d'état. Et pour mieux connaître le comportement du défaut sur le système, il est intéressant de connaître le sous-espace entaché de

l'effet d'un ou plusieurs défauts, ceci permet de mettre en relief des parties de l'état du système naturellement découplées lorsqu'elles existent. De plus la connaissance de ces sous-espaces d'états est d'une grande utilité lors de l'analyse structurelle pour le diagnostic traité en section (III.5).

Le sous-espace d'état naturellement découplé où insensible au défaut défini par $(C_*^p)^\perp$ se réduit généralement à l'ensemble nul. Et pour des raisons de diagnostic, et spécialement l'isolation des défauts, il est très intéressant de trouver un moyen pour augmenter en dimension ce sous-espace. Les travaux de Cédric Join [JOI02] sont basés essentiellement sur ce point en utilisant une injection de sortie généralisée $\psi(\Delta)$, où Δ est l'ensemble des signaux disponibles, et dont les dérivées des sorties et des commandes sont incluses. Notre travail consiste en l'utilisation d'une injection de sortie de type $\psi(\bullet_x(t), \bullet_z(t), \bullet_u(t))$ constituée spécialement par les sorties du système, les commandes et les sorties du filtre. A base de cette injection de sortie nous pouvons augmenter le sous-espace d'état insensible au défaut. Et pour ces considérations, nous définissons une autre séquence non décroissante comme suit :

$$\begin{cases} S_0^{p_j} = span\{p_j\} \\ S_{i+1}^{p_j} = \bar{S}_i^{p_j} + \sum_{k=0}^m [f_k, \bar{S}_i^{p_j} \cap \ker\{dh\}] \end{cases} \quad (3-10)$$

Où \bar{S}_i est la plus petite distribution involutive de S_i

[,] est le crochet de Lie. Le terme dh désigne le Jacobiën de $h(x(t))$ et $\ker\{dh\}$ désigne l'espace nul où le noyau de dh . \cap Désigne l'intersection des sous-espaces $\bar{S}_i^{p_j}$ avec $\ker\{dh\}$. Une condition d'arrêt de la séquence (3-10) est donnée par :

$$\bar{S}_i^{p_j} = S_{i+1}^{p_j} \Rightarrow S_*^{p_j} = \bar{S}_i^{p_j} \quad (3-11)$$

$\bar{S}_*^{p_j}$: représente le plus petit sous-espace d'état sensible au défaut via une injection de sortie $\psi(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u)$.

$(\bar{S}_*^{p_j})^\perp$: représente la codistribution orthogonale de $\bar{S}_*^{p_j}$. Elle représente le plus grand sous-espace d'état insensible au défaut via l'injection de sortie $\psi(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u)$.

La séquence (3-10) se distingue de la séquence (3-4) par l'absence de l'élément $\ker\{dh\}$. En effet, cet élément est lié directement à la forme de l'injection de sortie du filtre (3-2). L'intersection entre les sous-espaces $\bar{S}_i^{p_j}$ avec $\ker\{dh\}$ se traduit par une sélection des sorties qui sont entachées par l'effet du défaut se trouvant dans $\bar{S}_i^{p_j}$. Dans le paragraphe qui suit nous montrons l'influence du choix des sorties sur les performances du découplage.

III.3.2 L'influence du choix du vecteur de sortie sur les performances du découplage

Nous étudions dans ce qui suit l'influence du choix du vecteur de sortie sur les performances du découplage. En premier temps nous verrons l'utilité de l'injection de sortie de type $\psi(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u)$ sur l'augmentation de la dimension du sous-espace d'état insensible au défaut, et puis nous montrerons à l'aide d'un exemple que le choix des sorties est d'une extrême importance. Nous proposons d'étudier l'exemple suivant.

Exemple : Soit le modèle non linéaire suivant

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_1(t)x_4(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) - x_3(t)x_4(t) \\ \dot{x}_3(t) = x_1(t)u_2(t) + x_1(t)w_2(t) \\ \dot{x}_4(t) = u_1(t) + w_1(t) \\ y_{x_1}(t) = x_1(t) \\ y_{x_2}(t) = x_3(t) \end{cases}$$

Où $x(t) \in R^4$, $u(t) \in R^2$, $y_x(t) \in R^2$, $w(t) \in R^2$ sont respectivement le vecteur des états, le vecteur des commandes, le vecteur des sorties et le vecteur des défauts du système.

Si nous calculons les différentes distributions $C_*^{p_j}$ et $S_*^{p_j}$ pour $j = 1, 2$.

Nous trouvons :

$$C_*^{p_1} = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -x_1(t) \\ x_3(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ x_1(t) \\ x_1(t) \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ x_1(t) + x_2(t) \\ x_1(t) \\ 0 \end{pmatrix} \right\}, \dim(C_*^{p_1}) = 4$$

$$(C_*^{p_1})^\perp = \text{span} \{0\} \Rightarrow \dim(C_*^{p_1})^\perp = 0$$

Nous constatons d'ores et déjà que le sous-espace naturellement découplé du défaut $w_1(t)$ se réduit à l'ensemble nul. Soit :

$$S_*^{p_1} = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -x_1(t) \\ x_3(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \Rightarrow \dim(S_*^{p_1}) = 2$$

$$(S_*^{p_1})^\perp = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_3(t) \\ x_1(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \Rightarrow \dim(S_*^{p_1})^\perp = 2$$

On remarque qu'en utilisant une injection de sortie de type $\psi(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u)$, le sous-espace insensible au défaut augmente en dimension ($\dim(S_*^{p_1})^\perp = 2$), de même :

$$C_*^{p_2} = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ x_1(t) \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -x_1(t)(1-x_4(t)) \\ x_1(t)x_4(t) \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \quad \text{Et} \quad (C_*^{p_2})^\perp = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$(S_*^{p_2}) = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ x_1(t) \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \quad \text{et} \quad (S_*^{p_1})^\perp = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

On a donc :

$$\dim(C_*^{p_2}) = 2 \quad \text{et} \quad \dim(C_*^{p_2})^\perp = 2$$

$$\dim(S_*^{p_2}) = 1 \quad \text{et} \quad \dim(S_*^{p_2})^\perp = 3$$

On remarque que la dimension du sous insensible au défaut $w_2(t)$ défini par $(S_*^{p_2})^\perp$ est de dimension 3 par contre celui défini par $(C_*^{p_2})^\perp$ est de dimension 2. Donc l'utilisation d'une injection de sortie de type $\psi(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u)$ est d'une grande importance pour l'augmentation de la dimension du sous-espace insensible aux défauts.

Dans ce qui suit, on garde le même exemple que précédemment, mais on change le vecteur de sortie. Soit :

$$y_x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$$

Nous obtenons les distributions suivantes :

$$S_*^{p_1} = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -x_1(t) \\ x_3(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \Rightarrow \dim(S_*^{p_1}) = 2$$

$$(S_*^{p_1})^\perp = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_3(t) \\ x_1(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \Rightarrow \dim(S_*^{p_1})^\perp = 2$$

$$S_*^{p_2} = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ x_1(t) \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -x_1(t)(1-x_4(t)) \\ x_1(t)x_4(t) \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \Rightarrow \dim(S_*^{p_2}) = 2$$

$$(S_*^{p_2})^\perp = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \Rightarrow \dim(S_*^{p_2})^\perp = 2$$

On peut faire les remarques suivantes :

La dimension de sous-espace d'état insensible au défaut $w_1(t)$ est la même dans les deux cas, mais la dimension du sous-espace d'état insensible au défaut $w_2(t)$ est diminuée par rapport au premier cas. D'où le choix du vecteur de sortie est d'une extrême importance sur les performances du découplage.

III.3.3 Propriétés

On peut citer les propriétés suivantes sur les sous-espaces C_*^p et S_*^p

- 1- $\dim(C_*^p) \geq \dim(S_*^p)$
- 2- $\dim(C_*^p)^\perp \leq \dim(S_*^p)^\perp$
- 3- le sous-espace (S_*^p) est inclus dans le sous-espace (C_*^p) , mais le sous-espace orthogonal de (C_*^p) est inclus dans le sous-espace orthogonal de (S_*^p)

$$(S_*^p) \subseteq (C_*^p) \Rightarrow (C_*^p)^\perp \subseteq (S_*^p)^\perp$$
- 4- Si une distribution $\tau(x(t))$ telle que $\tau(x(t)) \subseteq (S_*^p)^\perp$, veut dire que la distribution $\tau(x(t))$ est insensible au défaut $w(t)$.
- 5- Si $\tau(x(t)) \subseteq (S_*^p)$, c'est-à-dire $\tau(x(t))$ est sensible au défaut $w(t)$.
- 6- Si $\tau(x(t)) \subseteq (C_*^p)^\perp \Rightarrow \tau(x(t)) \subseteq (S_*^p)^\perp$.
- 7- Si $\tau(x(t)) \not\subseteq (S_*^p)^\perp \Rightarrow \tau(x(t)) \not\subseteq (C_*^p)^\perp$
- 8- Si $\tau(x(t)) \not\subseteq (C_*^p)^\perp$, on ne peut rien dire sur son inclusion dans $(S_*^p)^\perp$.

On aura besoin de ces propriétés lors de l'établissement des conditions nécessaires et suffisantes pour la localisation des défauts.

III.4 Détectabilité et restructibilité des défauts

Nous considérons que le défaut est scalaire. A la distribution C_*^p , génératrice d'un sous-espace d'état, nous l'associons le sous-espace d'état entaché de l'effet du défaut. Sa codistribution orthogonale $(C_*^p)^\perp$ représente le plus grand sous-espace insensible au défaut $w(t)$. Nous l'associons la partie de l'état naturellement découplée.

Définition 1 [JOI02]

Un défaut est détectable si, et seulement si, son effet influence les sorties du système. Cela peut se traduire géométriquement par :

$$\gamma_{obs} \not\subseteq (C_*^p)^\perp \quad (3-12)$$

Avec γ_{obs} représente le sous-espace observable (pour le calcul de γ_{obs} , nous utilisons la définition citée en annexe A).

Pour la suite de ce chapitre, nous supposons que la condition (3-12) est vérifiée. Car elle constitue une condition nécessaire à la poursuite de l'étude. Et dans le cas contraire, le défaut n'a pas d'influence sur les sorties, par conséquent le défaut ne peut pas être détecté.

Définition 2 [JOI02]

Un défaut $d(t)$ est dit Δ -reconstructible, si et seulement si, il existe une fonction ξ non linéaire en Δ telle que :

$$d(t) = \xi(\Delta) \quad (3-13)$$

Avec Δ représente l'ensemble des signaux disponible sur le système.

Définition 3 [JOI02]

Une distribution $\tau(x(t))$ est dite Δ -reconstructible, si et seulement si, il existe une fonction ξ non linéaire en Δ telle que :

$$\tau(x(t)) = \frac{\partial}{\partial x} \xi(\Delta) \quad (3-14)$$

Définition 4 [JOI02]

Soit γ_y le sous-espace d'état y -reconstructible (y représente le vecteur de sortie du système). Ainsi, pour toutes les distributions $\tau(x(t))$ de γ_y , il est possible de trouver une fonction θ telle que :

$$\tau(x(t)) = \frac{\partial}{\partial x} \theta(y(t)) \quad (3-15)$$

III.5 Analyse structurelle pour le diagnostic

Dans cette section, une méthode visant l'établissement de conditions nécessaires et suffisantes à la détection et l'isolation de défauts est illustrée. Nous effectuons une analyse structurelle géométrique afin d'établir ces conditions. Cette analyse consiste en l'étude géométrique du comportement des défauts à travers l'espace d'état, permettant la détermination des conditions géométriques pour l'isolation. Cependant cette méthode ne peut être appliquée que sous l'hypothèse de non apparition simultanée des défauts. Pour l'établissement de ces conditions nous utilisons les distributions suivantes :

C_*^{pj} : Est le plus grand sous-espace d'état sensible au défaut sans utiliser l'injection de sortie.

S_*^{pj} : Est le plus petit sous espace d'état sensible au défaut en utilisant une injection de sortie de type $\psi(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u)$.

III.5.1 Condition d'existence d'un filtre détecteur de défauts

Nous introduisant la distribution E^p définie par :

$$E^p = \gamma_{obs} - (C_*^{p_j})^\perp \quad (3-16)$$

Avec γ_{obs} est le sous-espace observable.

Un défaut influe sur au moins une sortie si, et seulement si, $E^p \neq \{0\}$. Ainsi, le vecteur des défauts est détectable si, et seulement si les inégalités $E^{p_j} \neq \{0\}$ sont vérifiées pour tout j .

Théorème 1[JOI02]

La condition précédente $E^{p_j} \neq \{0\}$, équivalente à $\gamma_{obs} \not\subseteq (C_*^{p_j})^\perp \forall j$ est :

- 1- Une condition nécessaire et suffisante d'existence d'un filtre détecteur si $w(t) \in R$.
- 2- Une condition nécessaire d'existence d'un filtre détecteur, si $w(t) \in R^q$ avec $q > 1$.

Remarque

Nous précisons que dans le cas des systèmes observables, (c'est-à-dire $\dim(\text{span}\{d\gamma_{obs}\}) = n$, $\dim(\text{span}\{d\gamma_{inobs}\}) = 0$), le vecteur des défauts est détectable si $C_*^{p_j} \neq \{0\}$.

En supposant que chaque défaut $w_j(t) (\forall j \in \{1, \dots, q\})$ affecte au moins une sortie, nous nous intéressons dans la suite à étudier le problème de la localisation des défauts, dans un premier paragraphe nous citons la manière à aboutir à des conditions nécessaires à l'isolation des défauts, des conditions suffisantes sont, quant à elles, énoncées dans un deuxième paragraphe.

III.5.2 Conditions nécessaires à l'isolation des défauts

La détectabilité de l'ensemble des défauts constitue une première condition nécessaire à leurs isolations. Mais dans certains cas, il est possible que plusieurs défauts agissent sur une seule et même sortie, ce qui a pour effet de ne pas les rendre isolables puisque leurs effets ne sont pas distinguables par la simple évaluation des sorties.

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à l'isolation du défaut $w_j(t)$, et considérons le plus grand sous-espace d'état sensible à ce défaut exprimé par la distribution $C_*^{p_j}$. L'objectif est la détermination à l'aide de teste d'inclusion (l'analyse structurelle), la distribution insensible au plus grand nombre d'autres défauts. Et nous considérons les distributions $S_*^{p_i} (i \neq j)$ qui traduisent via une injection de sortie de type $\psi(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u)$, les plus petits sous-espaces d'état sensibles aux défauts $w_i(t)$.

Puisque la distribution $C_*^{p_j}$ majore en terme de dimension le sous-espace d'état sensible au défaut $w_j(t)$, seules des conditions nécessaires mais non suffisantes sont déterminées pour l'isolation du défaut.

Nous précisons que toute distribution $\tau(x(t))$ telle que $\tau(x(t)) \subseteq (C_*^{p_j})^\perp$ est nécessairement insensible au défaut $w_j(t)$ quelle que soit l'injection de sortie. En revanche, si $\tau(x(t)) \not\subseteq (C_*^{p_j})^\perp$ nous ne sommes pas capable de dire si cette distribution est sensible ou pas au défaut $w_j(t)$.

Afin d'étudier les intersections des différents sous-espaces d'états, nous introduisons la matrice A^{P_j} associée au défaut $w_j(t)$.

$$A^{P_j} = \begin{pmatrix} (A^{P_j})_1^1 & (A^{P_j})_1^2 & \dots & (A^{P_j})_1^q \\ (A^{P_j})_2^1 & (A^{P_j})_2^2 & \dots & (A^{P_j})_2^q \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ (A^{P_j})_{2^{q-1}-1}^1 & (A^{P_j})_{2^{q-1}-1}^2 & \dots & (A^{P_j})_{2^{q-1}-1}^q \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{(2^{q-1}-1) \times q} \quad (3-17)$$

Cette matrice est composée de $2^{q-1} - 1$ lignes et q colonnes, et qui permet de tester toutes les combinaisons entre les sous-espaces $(S_*^{P_k})^\perp$ avec $k \neq j$. Les résultats de ces testes sont traduits à l'aide de "0" et de "1" et forment ainsi une matrice binaire, alors $(A_*^{P_j})_i^k \in \{0,1\}, \forall(i,k)$

Afin de mieux comprendre la méthode de construction de la matrice A^{P_j} , nous proposons l'exemple suivant.

Exemple

Dans ce cas, on s'intéresse à l'élaboration des matrices A^{P_1}, A^{P_2} et A^{P_3} associées aux défauts $w_1(t), w_2(t)$ et $w_3(t)$ respectivement. Les matrices A^{P_j} sont composées de 3 colonnes et $2^2 - 1 = 3$ lignes.

$$A^{P_1} = \begin{pmatrix} w_1 & w_2 & w_3 \\ 1 & 0/1 & 1 \\ 1 & 1 & 0/1 \\ 1 & 0/1 & 0/1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} (S_*^{P_2})^\perp \cap \gamma_y \\ (S_*^{P_3})^\perp \cap \gamma_y \\ (S_*^{P_2})^\perp \cap (S_*^{P_3})^\perp \cap \gamma_y \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0 \\ \emptyset \\ \cup \\ 1 \end{array} (C_*^{P_1})^\perp$$

$$A^{P_2} = \begin{pmatrix} w_1 & w_2 & w_3 \\ 0/1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0/1 \\ 0/1 & 1 & 0/1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} (S_*^{P_2})^\perp \cap \gamma_y \\ (S_*^{P_3})^\perp \cap \gamma_y \\ (S_*^{P_2})^\perp \cap (S_*^{P_3})^\perp \cap \gamma_y \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0 \\ \emptyset \\ \cup \\ 1 \end{array} (C_*^{P_2})^\perp$$

$$A^{P_3} = \begin{pmatrix} w_1 & w_2 & w_3 \\ 0/1 & 1 & 1 \\ 1 & 0/1 & 1 \\ 0/1 & 0/1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} (S_*^{P_1})^\perp \cap \gamma_y \\ (S_*^{P_2})^\perp \cap \gamma_y \\ (S_*^{P_1})^\perp \cap (S_*^{P_2})^\perp \cap \gamma_y \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0 \\ \emptyset \\ \cup \\ 1 \end{array} (C_*^{P_3})^\perp$$

Le terme "0/1" est égal à "1" si l'inclusion est satisfaite et "0" si non. Nous rappelons que le fait d'étudier le défaut $w_j(t)$ signifie que nous cherchons une distribution sensible à $w_j(t)$. C'est pourquoi seule la non inclusion dans $(C_*^{p_j})^\perp$ est recherchée et la j^{eme} colonne de A^{p_j} est une colonne de "1".

L'étape qui suit la construction de la matrice A^{p_j} est la recherche des lignes de la matrice A^{p_j} ayant un nombre maximal d'éléments égaux à "0". Si β_j correspond à la valeur minimale du critère suivant :

$$\beta_j = \min_i \left(\sum_{k=1}^q (A^{p_j})_i^k \right) \tag{3-18}$$

Alors un nouvel ensemble noté B^{p_j} est défini :

$$B^{p_j} = \begin{pmatrix} (B^{p_j})_1 \\ (B^{p_j})_2 \\ \vdots \\ (B^{p_j})_i \end{pmatrix} \in R^{i \times q} \tag{3-19}$$

Où chaque élément $(B^{p_j})_i$ correspond à une ligne de A^{p_j} telle que $\sum (B^{p_j})_i^k = \beta_j$.

Afin de déterminer les conditions d'isolation de l'ensemble des défauts, nous regroupons les q matrices au sein d'une seule et même matrice A de la façon suivante :

$$A = \begin{pmatrix} B^{p_1} \\ B^{p_2} \\ \vdots \\ B^{p_q} \end{pmatrix} \tag{3-20}$$

En veillant que la j^e colonne de A soit bien associée au j^e défaut $w_j(t)$. Cette contrainte implique que la séquence de teste d'inclusion visant la synthèse de la matrice B^{p_j} pour $j = \{1, \dots, q\}$ soit ordonnées.

Soit le théorème suivant associe à la matrice A

Théorème 2 [JOI02]

Si le rang de la matrice A est strictement inférieur à la dimension q du défaut, c'est-à-dire $\text{rang } A < \dim(w(t)) = q$, alors tous les défauts ne sont pas isolables.

Ce théorème annonce donc la condition nécessaire pour l'isolation des défauts. En réalité le rang de la matrice A peut se traduire comme étant le nombre de différentes signatures des défauts. Ainsi, s'il n'existe pas plus de $(q-1)$ signatures différentes, l'ensemble des défauts ne peuvent pas être isolés.

La condition du rang définie dans ce paragraphe doit être testé avant toute autre étude. Elle constitue en effet une condition nécessaire à la localisation. Le paragraphe suivant propose en complément des conditions suffisantes à la résolution d'un tel problème. Celles ci se fondent non plus sur la plus grande distribution sensible à un défaut, mais sur la plus petite distribution sensible à un défaut et par un choix d'une injection de sortie de type $\psi(\bullet_x, \bullet_z, \bullet_u)$.

III.5.3 Conditions suffisantes à l'isolation des défauts

Dans ce paragraphe, nous utilisons la distribution $S_*^{p_j}$ qui minore le sous-espace d'état sensible à un défaut.

En effet, toute distribution $\tau(x(t))$ telle que $\tau(x(t)) \not\subseteq (S_*^{p_j})^\perp$ est nécessairement sensible au défaut $w_j(t)$ quelle que soit l'injection de sortie.

D'une manière analogue au calcul de A^{p_j} , nous calculons $A_s^{p_j}$ qui est définie avec $(S_*^{p_j})^\perp$ à la place de $(C_*^{p_j})^\perp$. Nous menons les mêmes calculs que précédemment, avec pour base de réflexion $(A_s^{p_j})$, nous obtenons la matrice de synthèse suivante :

$$A_s = \begin{pmatrix} B_s^{p_1} \\ B_s^{p_2} \\ \vdots \\ B_s^{p_q} \end{pmatrix} \tag{3-21}$$

Et soit le théorème suivant associé à la matrice A_s :

Théorème 3 [JOI02]

Si le rang de la matrice A_s est égal à la dimension de défaut (c'est-à-dire $rang A_s = \dim(w(t)) = q$) alors tous les défauts sont isolables.

En effet, ce théorème annonce la condition suffisante pour l'isolation des défauts. De même, la matrice A_s représente la table des signatures. Et s'il n'existe pas plus de $q-1$ signatures différentes, l'ensemble des défauts ne peuvent pas être isolés. Pour plus de détails sur la démonstration des deux théorèmes (2) et (3), le lecteur peut se référer aux travaux de Cédric Join [JOI02].

Suite à l'établissement des théorèmes (1), (2) et (3), il nous semble important de préciser la démarche à suivre lors de l'isolation des défauts.

III.5.4 Méthodologie

Lors de l'analyse de la géométrie d'un système non linéaire, dans le but d'en réaliser le diagnostic, il semble important de valider les différentes étapes suivantes :

Première étape

La première étape est sans doute la détectabilité de l'ensemble des défauts. C'est à dire que chaque défaut doit avoir un effet sur au moins une sortie. Ceci peut être vérifié comme suit :

$$\gamma_{obs} \not\subseteq (C_*^{p_j})^\perp \quad j = 1, \dots, q \tag{3-22}$$

Deuxième étape

La deuxième étape est le teste des conditions nécessaires à l'isolation des défauts. C'est-à-dire la vérification du théorème (2).

$$rang(A) = q \tag{3-23}$$

Troisième étape

La troisième étape est le teste des conditions suffisantes à l'isolation des défauts. C'est-à-dire la vérification du théorème (3).

$$\text{rang}(A_s) = q \quad (3-24)$$

Si toutes ces étapes sont validées alors un vecteur résidus peut être généré :

$$r(t) = \chi(y_x(t)) - \chi(y_z(t)) \quad (3-25)$$

Remarques

- Si les étapes (1) et (2) sont validées sans que la troisième le soit, alors nous ne pouvons pas conclure. C'est-à-dire que nous ne sommes pas en mesure à l'aide des conditions de rang d'affirmer ou d'infirmer si les défauts sont isolables.

-Si l'étape (3) est validée nécessairement l'étape (2) l'est aussi.

Afin de mieux appréhender les 3 étapes que nous venons d'illustrer, nous proposons l'exemple suivant :

Exemple

Soit le système non linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_1(t)x_4(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_3(t) - x_3(t)x_4(t) \\ \dot{x}_3(t) &= x_1(t)u_2(t) + x_1(t)w_2(t) \\ \dot{x}_4(t) &= u_1(t) + w_1(t) \\ y_x(t) &= \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3-26)$$

Où $x(t) \in R^4$, $u(t) \in R^2$, $y_x(t) \in R^2$ et $w(t) \in R^2$ sont respectivement le vecteur des états, le vecteur des commandes, le vecteur des sorties et le vecteur des défauts du système.

Nous calculons les différentes distributions, on trouve :

$$C_*^{p_1} = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -x_1(t) \\ x_3(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ x_1(t) \\ x_1(t) \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ x_1(t) + x_2(t) \\ x_1(t) \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \Rightarrow (C_*^{p_1})^\perp = \{0\}$$

$$C_*^{p_2} = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ x_1(t) \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -x_1(t)(1-x_4(t)) \\ x_1(t)x_4(t) \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \Rightarrow (C_*^{p_2})^\perp = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$S_*^{p_1} = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -x_1(t) \\ x_3(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \Rightarrow (S_*^{p_1})^\perp = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_3(t) \\ x_1(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$S_*^{p_2} = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ x_1(t) \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \Rightarrow (S_*^{p_2})^\perp = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Conditions nécessaires

Le sous-espace de sortie n'est pas inclus dans $(C_*^{p_j})^\perp$:

$$\gamma_y = \text{span} \left\{ (1 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 1 \ 0)^T \right\} \not\subseteq (C_*^{p_j})^\perp, j=1,2 \quad (3-27)$$

Et comme $\gamma_y \subseteq \gamma_{obs}$, alors $\gamma_{obs} \not\subseteq (C_*^{p_j})^\perp$, d'où la condition (3-22) est vérifiée, par conséquent tous les défauts sont détectables.

Nous testons les différentes inclusions définies par la matrice A^{p_j} , nous obtenons :

$$(S_*^{p_2})^\perp \cap \gamma_y = \text{span} \left\{ (1 \ 0 \ 0 \ 0)^T \right\} \not\subseteq (C_*^{p_1})^\perp \Rightarrow A^{p_1} = (1 \ 0) \quad (3-28)$$

$$(S_*^{p_1})^\perp \cap \gamma_y = \text{span} \left\{ (0 \ 0 \ 1 \ 0)^T \right\} \not\subseteq (C_*^{p_2})^\perp \Rightarrow A^{p_2} = (0 \ 1) \quad (3-29)$$

Donc on peut écrire la matrice A comme suit :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3-30)$$

On a donc :

$$\text{rang}(A) = q = 2 \quad (3-31)$$

Avec q est le nombre des défauts

Alors nous pouvons affirmer que les conditions nécessaires à l'isolation des défauts sont vérifiées (condition du théorème 2).

Conditions suffisantes

Nous testons les inclusions suivantes :

$$\left(S_*^{p_2}\right)^\perp \cap \gamma_y \not\subseteq \left(S_*^{p_1}\right)^\perp \Rightarrow A_s^{p_1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3-32)$$

$$\left(S_*^{p_1}\right)^\perp \cap \gamma_y \not\subseteq \left(S_*^{p_2}\right)^\perp \Rightarrow A_s^{p_2} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3-33)$$

Donc on peut écrire la matrice A_s comme suit :

$$A_s = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3-34)$$

On a :

$$\text{rang}(A_s) = 2 = q \quad (3-35)$$

Donc les conditions suffisantes sont satisfaites (conditions de théorème 3), on peut donc isoler tous les défauts en utilisant une injection de sortie de type $\psi(\bullet_{y_x}, \bullet_{y_z}, \bullet_u)$.

Exemple 2

On se positionne sur le cas de deux défauts. Et supposons que $A^{p_1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$ qui veut dire que :

$$\left(S_*^{p_2}\right)^\perp \cap \gamma_y \subseteq \left(C_*^{p_1}\right)^\perp$$

Et qui signifie qu'il existe au moins une distribution $\tau(x(t))$ telle que $\tau(x(t)) \subseteq \left(S_*^{p_2}\right)^\perp$ et

$\tau(x(t)) \subseteq \left(C_*^{p_1}\right)^\perp$ et que cette distribution est reconstructible, c'est-à-dire $\tau(x(t)) \subseteq \gamma_y$.

Intéressons nous au calcul de A^{p_2} . On distingue trois cas :

Premier cas

Dans ce cas on considère que : $\left(S_*^{p_1}\right)^\perp \subseteq \left(C_*^{p_2}\right)^\perp \Rightarrow \left(S_*^{p_1}\right)^\perp \subseteq \left(S_*^{p_2}\right)^\perp$

$A^{p_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$ Qui veut dire que $\left(S_*^{p_1}\right)^\perp \cap \gamma_y \subseteq \left(C_*^{p_2}\right)^\perp$ (la condition nécessaire n'est pas satisfaite).

Et comme $\left(C_*^{p_2}\right)^\perp \subseteq \left(S_*^{p_2}\right)^\perp$ donc on peut écrire

$$\left(S_*^{p_1}\right)^\perp \cap \gamma_y \subseteq \left(S_*^{p_2}\right)^\perp.$$

De même la condition suffisante n'est pas satisfaite. Donc dans ce cas ni la condition suffisante ni la condition nécessaire sont satisfaites. La figure (III.3) montre les différents sous-espaces. Et dans ce cas on a :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{rang}(A) = 1$$

Donc l'isolation des défauts est impossible.

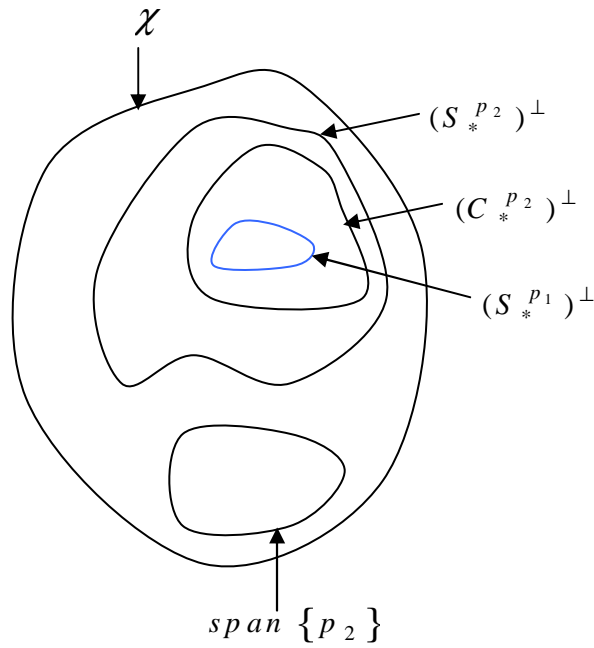


Figure 3.3: Isolation impossible

Deuxième cas : $(S_*^{p_1})^\perp \not\subset (C_*^{p_2})^\perp$ Et $(S_*^{p_1})^\perp \not\subset (S_*^{p_2})^\perp$

Dans ce cas on a :

$$(S_*^{p_1})^\perp \cap \gamma_y \not\subset (C_*^{p_2})^\perp \Rightarrow A^{p_2} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$$

On a $\text{rang}(A) = 2$ (condition nécessaire est satisfaite) et en plus

$(S_*^{p_1})^\perp \cap \gamma_y \not\subset (S_*^{p_2})^\perp$ (Condition suffisante est satisfaite)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{rang}(A) = 2$$

Dans ce cas, l'isolation des défauts est possible. La figure (3.4) montre les différents sous-espaces dans ce cas.

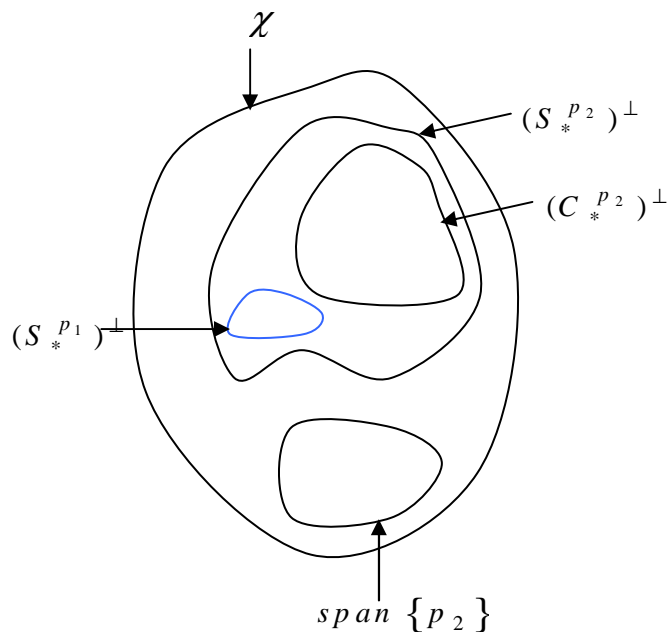


Figure 3.4 : Isolation est possible

Troisième cas : $(S_*^{p_1})^\perp \subseteq (S_*^{p_2})^\perp$ et $(S_*^{p_1})^\perp \subseteq (C_*^{p_2})^\perp$

C'est-à-dire : $(S_*^{p_1})^\perp \cap \gamma_y \not\subseteq (C_*^{p_2})^\perp \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

La condition nécessaire est satisfaite ($\text{rang } A = 2$).

Et $(S_*^{p_1})^\perp \cap \gamma_y \subseteq (S_*^{p_2})^\perp \Rightarrow A_s^{p_1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$ la condition suffisante n'est pas satisfaite.

Dans ce cas les conditions nécessaires sont satisfaites sans que les conditions suffisantes le soient. Dans ce cas on peut rien dire sur l'isolation des défauts. La figure (3.5) montre la disposition des différents sous-espaces d'états dans ce cas.

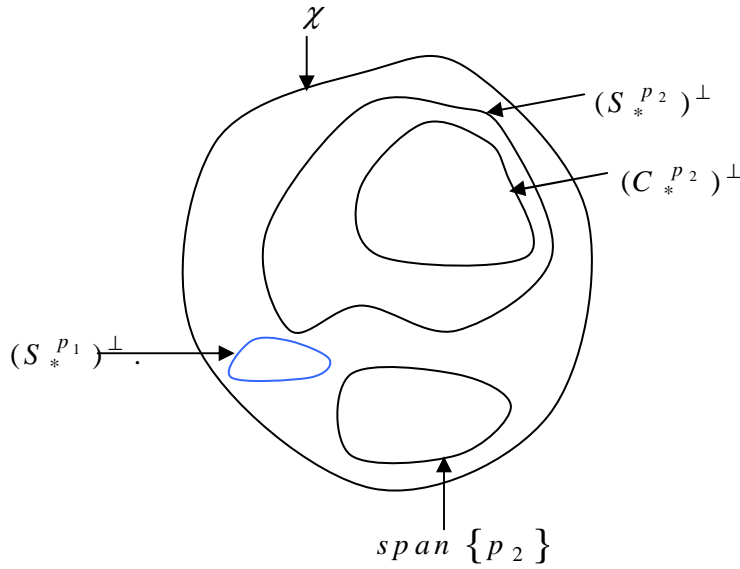


Figure 3.5: Isolation des défauts est indéterminée.

III.6 Synthèse des filtres non linéaires

III.6.1 Positionnement du problème

Soit le système non linéaire suivant

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f_0(x(t)) + \sum_{i=1}^m f_i(x(t))u_i(t) + P(x(t))w(t) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (3-36)$$

Avec $x(t), u(t), y(t)$ et $w(t)$ sont respectivement le vecteur des états, le vecteur des commandes, le vecteur des sorties et le vecteur des défauts du système. $f_0(x(t)), f_i(x(t))$ et $h(x(t))$ sont des champs de vecteurs. $P(x(t))$ est l'effet des défauts.

On définit le difféomorphisme suivant :

$$\tilde{x}(t) = \Phi(x(t)) = \begin{pmatrix} \Phi_1(x(t)) \\ \Phi_2(x(t)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \tilde{x}_2(t) \end{pmatrix} \quad (3-37)$$

Avec

$$\text{span}\{(d\tilde{x}_1)\} = \text{span}\{((d\tilde{x}_2)^T)^\perp\} \quad (3-38)$$

Suite à l'application de cette transformation, le système (3-36) s'écrit:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1(t) = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t))u_i(t) + \tilde{P}_{11}(\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t))w_1(t) \\ \quad + \tilde{P}_{12}(\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t))w_2(t) \\ \dot{\tilde{x}}_2(t) = \tilde{f}_{0,2}(\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t))u_i(t) + \tilde{P}_2(\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t))w_2(t) \\ y(t) = \tilde{h}(\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t)) \end{cases} \quad (3-39)$$

Où $w_1(t)$ est la partie du défaut $w(t)$ à découpler, et $w_2(t)$ l'autre partie de $w(t)$.

Si un défaut apparaît ($w_1(t)$ par exemple) au niveau du sous-espace d'état $\tilde{x}_1(t)$, il semble évident que ce dernier aura un effet sur l'espace d'état $\tilde{x}_2(t)$. Cela s'explique par la présence de l'état $\tilde{x}_1(t)$ porteur du défaut dans l'écriture de l'équation différentielle régissant $\tilde{x}_2(t)$. Par conséquent l'état $\tilde{x}_2(t)$ sera entaché de l'effet du défaut $w_1(t)$.

L'utilisation d'une injection de sortie de type $\psi(\bullet_x(t), \bullet_z(t), \bullet_u(t))$ aura comme objectif l'expression des composantes de $\tilde{x}_1(t)$ intervenant dans la dynamique de $\tilde{x}_2(t)$.

Nous associons à l'écriture du système (3-39) le filtre suivant :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1(t) = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}_1(t), \tilde{z}_2(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z}_1(t), \tilde{z}_2(t))u_i(t) + \psi_1(\bullet_x(t), \bullet_z(t), \bullet_u(t)) \\ \dot{\tilde{z}}_2(t) = \tilde{f}_{0,2}(\tilde{z}_1(t), \tilde{z}_2(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{z}_1(t), \tilde{z}_2(t))u_i(t) + \psi_2(\bullet_x(t), \bullet_z(t), \bullet_u(t)) \\ y_z(t) = \tilde{h}(\tilde{z}_1(t), \tilde{z}_2(t)) \end{cases} \quad (3-40)$$

Où $\psi(\bullet_x(t), \bullet_z(t), \bullet_u(t))$ représente l'injection de sortie à calculer, et qui doit satisfaire certaines conditions (le découplage et la convergence). La détermination de cette injection de sortie sera l'objet de ce qui suit.

III.6.2 Calcul de l'injection de sortie pour le découplage

Dans le cas général, nous cherchons une injection de sortie qui satisfait l'égalité suivante :

$$\tilde{f}_{0,2}(\tilde{z}_1(t), \tilde{z}_2(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{z}_1(t), \tilde{z}_2(t))u_i(t) + \psi(\bullet_x(t), \bullet_z(t), \bullet_u(t)) = \dot{\tilde{x}}_2(t) \quad (3-41)$$

L'écriture de l'injection de sortie définie en (3-41) est générale, et prend différentes formes en fonction des méthodes de découplage employées. Cependant cette écriture est très rarement développée. Et pour des raisons de découplage, l'étude que nous menons nous oblige à prendre l'injection de sortie comme suit :

$$\begin{aligned}\tilde{\psi}_1(\bullet_x(t), \bullet_z(t), \bullet_u(t)) &= 0 \\ \tilde{\psi}_2(\bullet_x(t), \bullet_z(t), \bullet_u(t)) &= \tilde{\psi}(\tilde{z}_2(t), u(t), y_x(t)) - \tilde{\psi}(\tilde{z}_2(t), u(t), y_z(t))\end{aligned}\quad (3-42)$$

Nous rappelons que l'objet de ce chapitre est la synthèse d'un ou plusieurs filtres visant à l'isolation des défauts. Donc le découplage du système et le calcul de l'injection de sortie en accord avec découplage finalise la synthèse du filtre. Dans la suite de ce chapitre, nous distinguons deux méthodes : la première consiste à l'isolation de chaque défaut par un seul filtre (c'est-à-dire synthétiser q filtres). La seconde consiste en la conception d'un seul filtre pour l'isolation de tous les défauts. Supposons que les conditions nécessaires et suffisantes pour l'isolation des défauts sont satisfaites. Ainsi, il est possible d'isoler tous les défauts et de synthétiser un résidu résolvant le problème fondamental de génération de résidu.

III.6.2.1 Calcul de l'injection de sortie dans le cas multi filtres

Nous cherchons à synthétiser q filtres (avec q est le nombre de défauts), chacun d'entre eux visant l'isolation d'un seul défaut. Donc, il est nécessaire de déterminer q sous-espaces d'états observables et sensibles à un défaut particulier et également insensible à tous les autres défauts. Et après le calcul des différentes distributions $S_*^{p_j}$ avec $j = 1, \dots, q$. Nous définissons q difféomorphismes suivant la relation :

$$\tilde{x}^j = \phi^j(x(t)) = \begin{pmatrix} \phi_1^j(x(t)) \\ \dots \\ \phi_2^j(x(t)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_1^j \\ \dots \\ \tilde{x}_2^j \end{pmatrix}\quad (3-43)$$

Avec

$$\frac{\partial \phi^j}{\partial x} = \begin{pmatrix} S_*^{p_j} \\ \dots \\ (S_*^{p_j})^\perp \end{pmatrix}\quad (3-44)$$

Chacun de ces difféomorphismes permet la définition d'un filtre isolateur d'un défaut particulier. Le filtre s'écrit donc comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1^j(t) = \tilde{f}_{0,1}^j(\tilde{z}_1^j(t), \tilde{z}_2^j(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}^j(\tilde{z}_1^j(t), \tilde{z}_2^j(t))u_i(t) \\ \dot{\tilde{z}}_2^j(t) = \tilde{f}_{0,2}^j(\tilde{z}_1^j(t), \tilde{z}_2^j(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}^j(\tilde{z}_1^j(t), \tilde{z}_2^j(t))u_i(t) \\ \quad + \tilde{\psi}^j(\tilde{z}_2^j(t), u(t), y_x(t)) - \tilde{\psi}^j(\tilde{z}_2^j(t), u(t), y_z(t)) \\ y_z(t) = \tilde{h}^j(\tilde{z}_1^j(t), \tilde{z}_2^j(t)) \end{cases}\quad (3-45)$$

Où le sous-espace d'état associé à $\tilde{z}_1^j(t)$ est le plus petit sous-espace d'état sensible au vecteur des défauts $(w_1(t), \dots, w_{j-1}(t), w_{j+1}(t), \dots, w_q(t))^T$ via l'injection de sortie définie en (3-42). Au contraire le sous-espace d'état associé à $\tilde{z}_2^j(t)$ est le plus grand sous-espace d'état insensible au défaut $w_j(t)$.

Et si nous assurons l'égalité (3-41), nous obtenons l'injection de sortie suivante :

$$\tilde{\psi}^j(\tilde{z}_2^j(t), u(t), y_z(t)) = \tilde{f}_{0,2}^j(\tilde{z}_2^j(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}^j(\tilde{z}_2^j(t))u_i(t) - (\tilde{f}_{0,2}^j(\tilde{z}_2^j(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}^j(\tilde{z}_2^j(t))u_i(t)) \quad (3-46)$$

Avec $j = 1, \dots, q$.

En remplaçant l'équation (3-46) dans les équations des filtres donnés en (3-45), tous les filtres auront donc la représentation d'état décrite comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1^j(t) = \tilde{f}_{0,1}^j(\tilde{z}_1^j(t), \tilde{z}_2^j(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}^j(\tilde{z}_1^j(t), \tilde{z}_2^j(t))u_i(t) \\ \dot{\tilde{z}}_2^j(t) = \tilde{f}_{0,2}^j(\tilde{z}_2^j(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}^j(\tilde{z}_2^j(t))u_i(t) + \tilde{\psi}^j(\tilde{z}_2^j(t), u(t), y_x(t)) \\ y_z(t) = \tilde{h}^j(\tilde{z}_1^j(t), \tilde{z}_2^j(t)) \end{cases} \quad (3-47)$$

Et sous le respect de la condition $\dot{\tilde{x}}_2 = \dot{\tilde{z}}_2$, l'injection de sortie doit satisfaire la propriété d'invariance, car toute distribution $\tau(x(t)) \subset span\{dz_1^T\}$ est invariante à la dynamique du système. Ceci peut se traduire mathématiquement comme suit :

$$\left[\begin{pmatrix} \tilde{f}_{i,1}^j \\ \tilde{f}_{i,2}^j \end{pmatrix}, \tau(x(t)) \right] \subseteq span\{dz_1^T\} \quad \forall i \in \{0, \dots, m\} \quad (3-48)$$

Exemple

Soit le modèle non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t)x_3(t) + w(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_1(t)x_2(t) + x_3^2(t)u(t) \\ x_3(t) = x_2(t) - x_3(t) \\ y_{x_1}(t) = x_2(t) \\ y_{x_2}(t) = x_3(t) \end{cases} \quad (3-49)$$

Avec :

$$f_0(x(t)) = \begin{pmatrix} x_2(t)x_3(t) \\ -x_1(t)x_2(t) \\ x_2(t) - x_3(t) \end{pmatrix}, \quad f_1(x(t)) = \begin{pmatrix} 0 \\ x_3^2(t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Nous initialisons la séquence (3-10) à $S_0 = span\{(1 \ 0 \ 0)^T\}$.

Calculons ensuite S_1 :

$$S_1 = \bar{S}_0 + \sum_{i=0}^1 [f_i(x(t)), \bar{S}_0 \cap \ker\{dh\}].$$

$$dh = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \ker\{dh\} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \bar{S}_0 \cap \ker\{dh\} = \text{span}\{(1 \ 0 \ 0)^T\}$$

$$\Rightarrow S_1 = \bar{S}_0 + [f_0(x(t)), \bar{S}_0 \cap \ker\{dh\}] + [f_1(x(t)), \bar{S}_0 \cap \ker\{dh\}].$$

$$[f_0(x(t)), \bar{S}_0 \cap \ker\{dh\}] = \frac{\partial(\bar{S}_0 \cap \ker\{dh\})}{\partial x} f_0(x(t)) - \frac{\partial f_0(x(t))}{\partial x} (\bar{S}_0 \cap \ker\{dh\})$$

$$= - \begin{bmatrix} 0 & x_3(t) & x_2(t) \\ -x_2(t) & -x_1(t) & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ x_2(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[f_1(x(t)), \bar{S}_0 \cap \ker\{dh\}] = \frac{\partial(\bar{S}_0 \cap \ker\{dh\})}{\partial x} f_1(x(t)) - \frac{\partial f_1(x(t))}{\partial x} (\bar{S}_0 \cap \ker\{dh\})$$

$$= - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2x_3(t) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

D'où

$$S_1 = \text{span}\{(1 \ 0 \ 0)^T, (0 \ x_2(t) \ 0)^T\}$$

Calculons maintenant S_2 :

$$S_2 = \bar{S}_1 + \sum [f_i, \bar{S}_1 \cap \ker\{dh\}]$$

$$\bar{S}_1 = S_1 \Rightarrow \bar{S}_1 \cap \ker\{dh\} = \text{span}\{(1 \ 0 \ 0)^T\} = \bar{S}_0 \cap \ker\{dh\}$$

Donc on obtient $S_2 = \bar{S}_1$, d'où la condition d'arrêt est vérifiée

Posons donc :

$$S_* = \text{span}\{(1 \ 0 \ 0)^T, (0 \ x_2(t) \ 0)^T\} \tag{3-50}$$

D'où sa codistribution orthogonale est :

$$(S_*)^\perp = \text{span}\{(0 \ 0 \ 1)^T\} \quad (3-51)$$

Et considérons que les conditions nécessaires et suffisantes sont satisfaites. Le défaut est scalaire, donc nous synthétisons qu'un seul filtre. Et suite à l'étude précédente menant au découplage, nous montrerons qu'il est possible de rendre insensible au défaut $w(t)$ le sous-espace d'état associé à $x_3(t)$ via une injection de sortie de type $\psi(\bullet_x(t), \bullet_z(t), \bullet_u(t))$. Nous synthétisons donc un filtre de la forme (3-45). Le difféomorphisme est définie comme suit :

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \begin{pmatrix} S_* \\ (S_*)^\perp \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3-52)$$

Et le filtre s'écrit donc :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1(t) = \begin{pmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_2(t) z_3(t) \\ -z_1(t) z_2(t) + z_3^2(t) u(t) \end{pmatrix} \\ \dot{\tilde{z}}_2(t) = \dot{z}_3 = z_2(t) - z_3(t) + \psi(\tilde{z}(t), y_x(t)) - \psi(\tilde{z}(t), y_z(t)) \\ y_{z_1} = z_2(t) \\ y_{z_2} = z_3(t) \end{cases} \quad (3-53)$$

Tel que :

$$\dim(\tilde{z}_1(t)) = \dim(S_*) = 2$$

Et

$$\dim(\dot{\tilde{z}}_2(t)) = \dim((S_*)^\perp) = 1.$$

L'objectif est d'exprimer au sein de $\dot{\tilde{z}}_2$ tout état sensible au défaut à l'aide d'une injection de sortie de type $\psi(\bullet_x(t), \bullet_z(t), \bullet_u(t))$. Nous remarquons qu'au sein de $\dot{\tilde{z}}_2$, z_2 est sensible au défaut, donc la présence de z_2 est nuisible dans l'équation $\dot{\tilde{z}}_2$. Et pour le rendre insensible au défaut, nous choisissons l'injection de sortie comme suit :

$$\psi(\tilde{z}(t), y_z(t)) = z_2 = y_{z_1}(t) \quad (3-54)$$

Et

$$\psi(z(t), y_x(t)) = x_2(t) = y_{x_1}(t) \quad (3-55)$$

Avec ce choix nous obtenons le filtre suivant :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = \begin{pmatrix} z_2(t) z_3(t) \\ -z_1(t) z_2(t) + z_3^2(t) u(t) \end{pmatrix} \\ \dot{\tilde{z}}_2 = -z_3(t) + y_{x_1}(t) \\ y_{z_1}(t) = z_2(t) \\ y_{z_2}(t) = z_3(t) \end{cases} \quad (3-56)$$

Avec ce choix, nous assurons l'égalité entre $x_3(t)$ et $z_3(t)$. Et pour des raisons de diagnostic, nous définissons le résidu suivant :

$$\begin{aligned} r(t) &= \chi^{p_j} \circ h(x) - \chi^{p_j} \circ h(z) \\ &= y_{x1} - y_{z1} \end{aligned} \quad (3-57)$$

Dans le paragraphe qui suit, nous exposerons la méthodologie à suivre pour la conception d'un seul filtre pour la détection et la localisation de tous les défauts, cela peut être très intéressant du première cas (multi filtres), mais qui demande d'autres contraintes et conditions à satisfaire sur la géométrie du modèle.

III.6.2.2 Calcul de l'injection de sortie dans le cas mono filtre

La synthèse d'un seul filtre isolateur de tous les défauts nécessite des hypothèses de construction plus contraignante. En effet, pour isoler le vecteur des défauts à l'aide d'un unique filtre, il est nécessaire de satisfaire à de nouvelles caractéristiques géométriques. Nous décomposons l'ensemble des distributions $S_*^{p_j}$ ($j = 1, \dots, q$) en somme de distributions sensibles à d'autres défauts.

Soit ϕ^{p_i, \dots, p_j} comme étant la partie commune entre les distributions $S_*^{p_i}, \dots, S_*^{p_j}$. Cette distribution satisfait les propriétés suivantes :

$$1- \phi^{p_i, \dots, p_j} \subseteq (S_*^{p_i} \cap \dots \cap S_*^{p_j}) \neq \{0\}. \quad \text{avec } i \neq j \quad (3-58)$$

$$2- \phi^{p_i, \dots, p_j} \cap S_*^{p_k} = \{0\} \quad \text{avec } k \neq \{i, \dots, j\} \quad (3-59)$$

Et soit ϕ^{p_j} la distribution de sous-espace d'état $S_*^{p_j}$ ne possédant aucune intersection avec $S_*^{p_k}$, avec $k = \{1, \dots, j-1, j+1, \dots, q\}$

Suite à ces définitions, nous pouvons écrire $S_*^{p_j}$ comme suit :

$$S_*^{p_j} = \phi^{p_j} \oplus \phi^{p_j, p_i} \oplus \dots \oplus \phi^{p_i, \dots, p_j, \dots} \quad (3-60)$$

Remarque

La non réduction de la distribution ϕ^{p_j} en un ensemble vide est particulièrement très important pour la synthèse du filtre et de résidu. Car elle représente le sous-espace sensible uniquement au défaut w_j . Et la localisation du défaut devient plus simple.

Ainsi, nous définissons le difféomorphisme qui permet le changement de base comme suit :

$$\frac{\partial \Phi(x(t))}{\partial x(t)} = \begin{pmatrix} \phi^{p_i} \\ \vdots \\ \phi^{p_q} \\ \phi^{p_{k_1}, p_{k_2}} \\ \vdots \\ \phi^{p_{k_3}, \dots, p_{k_4}} \\ \gamma \end{pmatrix} \quad (3-61)$$

Où la distribution γ est choisie de telle manière à assurer l'intégration de $\frac{\partial \Phi(x(t))}{\partial x(t)}$ et doit être

orthogonale aux autres distributions, c'est-à-dire $(\gamma \subset (\phi^\bullet)^\perp, \forall \bullet)$, chaque distribution ϕ^\bullet provient de la

décomposition des distributions $S_*^{p_j}$, avec $j = \{1, \dots, q\}$ et $k_1, k_2, k_3, k_4 \in \{1, \dots, q\}$.

Par intégration du difféomorphisme (3-61), on obtient le changement de base suivant :

$$\tilde{x}(t) = \Phi(x(t)) = \begin{pmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \vdots \\ \tilde{x}_q(t) \\ \tilde{x}_{k_1, k_2}(t) \\ \vdots \\ \tilde{x}_{k_3, \dots, k_4}(t) \\ \tilde{x}_\gamma(t) \end{pmatrix} \quad (3-62)$$

Dans ce nouveau système de coordonnées, et afin d'assurer les découplages entre les différentes variables $\tilde{x}(t)$, une hypothèse supplémentaire de construction doit être satisfaite.

Si nous considérons les deux distributions ϕ^{p_i} et $\phi^{p_i \cdot p_j}$, nous cherchons à l'aide d'une injection de sortie de type $\psi(\bullet_x(t), \bullet_z(t), \bullet_u(t))$ à rendre l'état $\tilde{x}_i(t)$ sensible seulement au défaut $w_i(t)$, ceci est possible si la distribution ϕ^{p_i} est orthogonale à toutes les autres distributions $\phi^{\dots p_k \dots}$ avec $k \neq i$. De la même façon, pour que l'état $\tilde{x}_{i,j}(t)$ ne soit sensible qu'aux défauts $w_i(t)$ et $w_j(t)$, la distribution $\phi^{p_i \cdot p_j}$ doit être orthogonale à toutes les autres distributions $\phi^{\dots p_k \dots}$ avec $k \neq i, j$.

Et en suivant le même raisonnement avec toutes les distributions, nous assurons un difféomorphisme constitué de distributions orthogonales entre elles, et si cette propriété est vérifiée, l'hypothèse dite de construction ou de décomposition en somme directe qui est donnée en (3-60) sera vérifiée. Et pour les variables qui constituent $\tilde{x}_\gamma(t)$ sont insensibles à tous les défauts $w_1(t), \dots, w_q(t)$ via une injection de sortie $\psi(\bullet_x(t), \bullet_z(t), \bullet_u(t))$.

Exemple

Nous considérons les deux distributions suivantes :

$$S_*^{p_1} = span\{(0 \ 0 \ 0 \ 1)^T, (0 \ 1 \ 0 \ 0)^T\}$$

$$S_*^{p_2} = span\{(1 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 1 \ 0 \ 0)^T\}$$

Soit ϕ^{p_1} une distribution de $S_*^{p_1}$ ne possédant aucune intersection avec $S_*^{p_2}$

$$\phi^{p_1} = span\{(0 \ 0 \ 0 \ 1)^T\}$$

De même ϕ^{p_2} est la distribution de $S_*^{p_2}$ ne possédant aucune intersection avec $S_*^{p_1}$.

$$\phi^{p_2} = span\{(1 \ 0 \ 0 \ 0)^T\}$$

Soit ϕ^{p_1, p_2} la distribution commune entre les sous-espaces d'état $S_*^{p_1}$ et $S_*^{p_2}$

$$\phi^{p_1, p_2} = \text{span}\{(0 \ 1 \ 0 \ 0)^T\}$$

Pour compléter le difféomorphisme (3-61), nous choisissons la distribution γ de telle manière à assurer l'orthogonalité entre γ et $\phi^{p_1}, \phi^{p_2}, \phi^{p_1, p_2}$.

$$\gamma = \text{span}\{(0 \ 0 \ 1 \ 0)^T\}$$

Donc le difféomorphisme s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial \Phi(x(t))}{\partial x(t)} = \begin{pmatrix} (\phi^{p_1})^T \\ (\phi^{p_2})^T \\ (\phi^{p_1, p_2})^T \\ \gamma^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Et dans ce cas on a :

$$\begin{aligned} S_*^{p_1} &= \phi^{p_1} \oplus \phi^{p_1, p_2} & \text{Avec } \phi^{p_1} &\subseteq (\phi^{p_2})^\perp \quad \text{et} \quad \phi^{p_1} \subseteq (\phi^{p_1, p_2})^\perp \\ S_*^{p_2} &= \phi^{p_2} \oplus \phi^{p_1, p_2} & \text{Avec } \phi^{p_2} &\subseteq (\phi^{p_1})^\perp \quad \text{et} \quad \phi^{p_2} \subseteq (\phi^{p_1, p_2})^\perp \end{aligned}$$

Donc la condition de décomposition en somme directe est satisfaite.

Après cette étude géométrique, une dernière étape de calcul de l'injection de sortie qui doit assurer la propriété de découplage.

En effet le système (3-36) suite à l'application de la transformation (3-61) s'écrit comme suit :

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1(t) &= \tilde{f}_0^1(\tilde{x}(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_i^1(\tilde{x}(t))u_i(t) + \tilde{p}^1(\tilde{x}(t))w_1(t) \\ &\vdots \\ \dot{\tilde{x}}_q(t) &= \tilde{f}_0^q(\tilde{x}(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_i^q(\tilde{x}(t))u_i(t) + \tilde{p}^q(\tilde{x}(t))w_q(t) \\ \dot{\tilde{x}}_{k_1, k_2}(t) &= \tilde{f}_0^{k_1, k_2}(\tilde{x}(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_i^{k_1, k_2}(\tilde{x}(t))u_i(t) \\ &\vdots \\ \dot{\tilde{x}}_{k_3, \dots, k_4}(t) &= \tilde{f}_0^{k_3, \dots, k_4}(\tilde{x}(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_i^{k_3, \dots, k_4}(\tilde{x}(t))u_i(t) \\ \dot{\tilde{x}}_\gamma(t) &= \tilde{f}_0^\gamma(\tilde{x}(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_i^\gamma(\tilde{x}(t))u_i(t) \\ y_x(t) &= \tilde{h}(\tilde{x}(t)) \end{aligned} \right. \quad (3-63)$$

Avec $\dim(\tilde{x}_\bullet(t)) = \dim(\phi^\bullet)$

Notons que le défaut $w_j(t)$ apparaît seulement au niveau de l'équation différentielle régissant la j^e composante $\dot{\tilde{x}}_j(t)$ avec $j = \{1, \dots, q\}$

A partir de cette écriture, nous développons le filtre suivant avec l'injection de sortie considéré.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\tilde{z}}_1(t) = \tilde{f}_0^1(\tilde{z}(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_i^1(\tilde{z}(t))u_i(t) + \tilde{\psi}^1(\tilde{z}(t), u(t), y_x(t)) - \tilde{\psi}^1(\tilde{z}(t), u(t), y_z(t)) \\ \vdots \\ \dot{\tilde{z}}_q(t) = \tilde{f}_0^q(\tilde{z}(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_i^q(\tilde{z}(t))u_i(t) + \tilde{\psi}^q(\tilde{z}(t), u(t), y_x(t)) - \tilde{\psi}^q(\tilde{z}(t), u(t), y_z(t)) \\ \dot{\tilde{z}}_{k_1, k_2}(t) = \tilde{f}_0^{k_1, k_2}(\tilde{z}(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_i^{k_1, k_2}(\tilde{z}(t))u_i(t) + \tilde{\psi}^{k_1, k_2}(\tilde{z}(t), u(t), y_x(t)) - \tilde{\psi}^{k_1, k_2}(\tilde{z}(t), u(t), y_z(t)) \\ \vdots \\ \dot{\tilde{z}}_{k_3, \dots, k_4}(t) = \tilde{f}_0^{k_3, \dots, k_4}(\tilde{z}(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_i^{k_3, \dots, k_4}(\tilde{z}(t))u_i(t) + \tilde{\psi}^{k_3, \dots, k_4}(\tilde{z}(t), u(t), y_x(t)) - \tilde{\psi}^{k_3, \dots, k_4}(\tilde{z}(t), u(t), y_z(t)) \\ \dot{\tilde{z}}_\gamma(t) = \tilde{f}_0^\gamma(\tilde{z}(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_i^\gamma(\tilde{z}(t))u_i(t) + \tilde{\psi}^\gamma(\tilde{z}(t), u(t), y_x(t)) - \tilde{\psi}^\gamma(\tilde{z}(t), u(t), y_z(t)) \\ y_z(t) = \tilde{h}(\tilde{z}(t)) \end{array} \right. \quad (3-64)$$

Après le bon choix de l'injection de sortie, il est possible de réécrire le filtre comme suit

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\tilde{z}}_1(t) = \tilde{f}_0^1(\tilde{z}_*^1(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_i^1(\tilde{z}_*^1(t))u_i(t) + \tilde{\psi}^1(\tilde{z}_*^1(t), u(t), y_x(t)) \\ \vdots \\ \dot{\tilde{z}}_q(t) = \tilde{f}_0^q(\tilde{z}_*^q(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_i^q(\tilde{z}_*^q(t))u_i(t) + \tilde{\psi}^q(\tilde{z}_*^1(t), u(t), y_x(t)) \\ \dot{\tilde{z}}_{k_1, k_2}(t) = \tilde{f}_0^{k_1, k_2}(\tilde{z}_*^{k_1, k_2}(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_i^{k_1, k_2}(\tilde{z}_*^{k_1, k_2}(t))u_i(t) + \tilde{\psi}^{k_1, k_2}(\tilde{z}_*^{k_1, k_2}(t), u(t), y_x(t)) \\ \vdots \\ \dot{\tilde{z}}_{k_3, \dots, k_4}(t) = \tilde{f}_0^{k_3, \dots, k_4}(\tilde{z}_*^{k_3, \dots, k_4}(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_i^{k_3, \dots, k_4}(\tilde{z}_*^{k_3, \dots, k_4}(t))u_i(t) + \tilde{\psi}^{k_3, \dots, k_4}(\tilde{z}_*^{k_3, \dots, k_4}(t), u(t), y_x(t)) \\ \dot{\tilde{z}}_\gamma(t) = \tilde{f}_0^\gamma(\tilde{z}_*^\gamma(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_i^\gamma(\tilde{z}_*^\gamma(t))u_i(t) + \tilde{\psi}^\gamma(\tilde{z}_*^\gamma(t), u(t), y_x(t)) \\ y_z(t) = \tilde{h}(\tilde{z}(t)) \end{array} \right. \quad (3-65)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \tilde{z}_*^1 &= [\tilde{z}_1(t), \tilde{z}_\gamma(t)] \\ &\vdots \\ \tilde{z}_*^q &= [\tilde{z}_q(t), \tilde{z}_\gamma(t)] \\ \tilde{z}_*^{k_1, k_2} &= [\tilde{z}_{k_1}(t), \tilde{z}_{k_2}(t), \tilde{z}_{k_1, k_2}(t), \tilde{z}_\gamma(t)] \\ &\vdots \\ \tilde{z}_*^{k_3, \dots, k_4} &= [\tilde{z}_{k_3}(t), \dots, \tilde{z}_{k_4}(t), \tilde{z}_{k_3, \dots, k_4}(t), \tilde{z}_\gamma(t)] \\ \tilde{z}_*^\gamma &= \tilde{z}_\gamma(t) \end{aligned} \quad (3-66)$$

Nous rappelons que $\tilde{z}_\gamma(t)$ est le sous-espace d'état insensible à tous les défaut, c'est pour cela que l'injection de sortie peut avoir des termes en $\tilde{z}_\gamma(t)$. Nous rappelons aussi, que l'injection de sortie à pour objectif d'éliminer l'effet d'un ensemble de défaut sur un sous-espace, et dont ce dernier doit être sensible uniquement à un autre ensemble de défaut.

En générale l'injection de sortie prend la forme suivante sous le respect de la contrainte (3-41) :

$$\tilde{\psi}(\tilde{z}_*^*(t), u(t), y_x(t)) = \tilde{f}_0^*(\tilde{z}(t) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_i^*(\tilde{z}_*^*(t)))u_i(t) - \left(\tilde{f}_0^* \left(\tilde{z}_*^*(t) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_i^*(\tilde{z}_*^*(t)) \right) u_i(t) \right) \quad (3-67)$$

Et dont l'objectif du diagnostic, un signal résidu $r(t)$ de dimension q doit être généré, chaque composant de ce résidu est sensible à un seul défaut.

Le filtre (3-65) avec le résidu $r(t)$ constituent l'ensemble des éléments permettant l'isolation des défauts. Ce filtre répond au problème fondamental de génération de résidu (FPRG)

III.7 Application au diagnostic de défauts statorique de la machine asynchrone monophasée

III.7.1 Élément de constitution de la MAS

On propose dans cette partie, de donner quelques précisions sur les éléments qui constituent la machine asynchrone. Les MAS peuvent se décomposer du point de vue mécanique, en trois parties distinctes : le stator, le rotor et le palier.

- Le stator

Le stator de la MAS est constitué de tôles d'acier dans lesquelles sont placés les bobinages statoriques. Elles sont habituellement recouvertes de vernis pour limiter l'effet des courants de foucault. A la fin, elles sont assemblées les unes aux autres à l'aide de boulons ou de soudures pour former le circuit magnétique statorique. Une fois cette étape est terminée, les enroulements statoriques sont placés dans les encouches prévues à cet effet. Ces enroulements peuvent être insérés de manière imbriqués, ondulés ou encore concentrique [DID04]. L'isolation entre les enroulements électriques et les tôles d'acier s'effectue à l'aide de matériaux isolants qui peuvent être de différents types suivant l'utilisation de la MAS. Le stator de la MAS est aussi pourvu d'une boîte à bornes à laquelle est reliée l'alimentation électrique.

- Le rotor

Tout comme le stator, le circuit magnétique est constitué de tôles d'acier, qui sont en générale de même origine que celles utilisées pour la construction du stator. Les rotors de la MAS peuvent être de deux types : bobinés ou à cage d'écureuil. Les rotors bobinés sont constitués de la même manière que le bobinage statorique. Ce qui concerne les rotors à cage d'écureuil, les enroulements sont constitués de barres de cuivre pour les gros moteurs ou d'aluminium pour les petits. Ces barres sont court-circuitées à chaque extrémité par deux anneaux dits " anneau de court-circuit ", eux aussi fabriqués en cuivre ou en aluminium. L'isolation des barres avec les tôles magnétiques n'est pas en générale nécessaire, du fait de la faible tension induite aux barres de chacune d'entre elles. De plus, la résistivité de l'alliage utilisé pour la construction de cette cage est suffisamment faible pour que les courants ne circulent pas à travers les tôles magnétiques, sauf lorsque la cage rotorique présente une rupture de barre. Le rotor de la machine asynchrone est pourvu d'ailettes de ventilation pour permettre un refroidissement de la cage.

- Les paliers

Les paliers permettent de supporter et de mettre en rotation l'arbre rotorique, ils sont constitués de flasques et de roulements à billes. Les flasques sont moulés en fonte, et ils sont fixés sur le cage statorique grâce à des boulons ou des tiges de serrage.

III.7.2 Les défaillances de la MAS

Bien que la MAS soit réputée robuste, elle peut présenter différents types de défauts. Ces défauts peuvent être soit d'origine électrique, soit d'origine mécanique. Un problème minime à l'étape de fabrication peut être à l'origine d'un défaut comme une utilisation non conforme de la machine. Et certaines fois, nous pouvons aussi incriminer le milieu dans lequel la machine est utilisée.

III.7.2.1 Défaillance d'ordre mécanique

Ces types de défauts sont les plus rencontrés parmi tous les défauts que compte la MAS, ces défauts peuvent apparaître au niveau des roulements à billes, des flasques ou encore sur l'arbre moteur.

Défaillance des roulements : Les roulements à billes jouent un rôle très important dans le fonctionnement de tous types de machine électrique. Les défauts de roulement peuvent être causés par un mauvais choix du matériau à l'étape de fabrication. Les problèmes de rotation au sein de la cage du roulement, causés par le roulement abîmé, écaillé ou fissuré peuvent créer des perturbations au sein de la machine. Il se manifeste par la répétition continue du contact défectueux avec la cage extérieure et intérieure du roulement.

Une analyse vibratoire de la machine ou l'analyse harmonique des courants statoriques permet de détecter ce type de défaillances.

Défaillance du flasque : Les défauts créés par les flasques de la MAS sont généralement causés à l'étape de fabrication. En effet, un mauvais positionnement des flasques provoque un désalignement des roulements à billes, ce qui induit une excentricité au niveau de l'arbre de la machine.

C'est possible de détecter ce type de défaillance par une analyse vibratoire ou une analyse harmonique des courants absorbés par la machine.

Défaillance de l'arbre : L'arbre de la machine peut avoir une fissure due à l'utilisation d'un mauvais matériau lors de sa construction. A court ou long terme, cette fissure peut mener à une fracture nette de l'arbre provoquant ainsi un arrêt irrémédiable de la machine asynchrone.

Les milieux corrosifs peuvent aussi affaiblir la robustesse de l'arbre de la machine, par exemple l'humidité peut provoquer des microfissures et conduire à une destruction complète de la machine. Une excentricité statique, dynamique ou mixte peut induire des efforts considérables sur l'arbre moteur, amenant ainsi une fatigue supplémentaire. Une analyse vibratoire, par ultrason, fréquentielle des courants absorbés ou tout simplement une analyse visuelle de l'arbre de la machine permet de détecter ce type de défaillance.

III.7.2.2 Défaillance d'ordre électrique

Tout comme une défaillance mécanique, une défaillance électrique peut être à l'origine d'un arrêt de la machine. Ces défaillances se séparent en deux catégories bien distinctes. Nous pouvons citer les défaillances qui apparaissent au niveau du circuit électrique statorique et celle qui apparaissent au niveau du circuit électrique rotorique.

Défaillance des circuits électrique statoriques : L'apparition d'un défaut au niveau des circuits électriques statoriques de la machine asynchrone peut avoir des origines diverses. Nous pouvons citer par exemple :

- Les défauts de type courts circuits inter spires qui apparaissent à l'intérieur des encouches statoriques. Ce type de défaut peut être causé par une dégradation des isolants des spires du bobinage statorique.
- Les courts circuits qui apparaissent entre une phase et le neutre, entre une phase et la carcasse métallique ou encore entre deux phases. Ces défauts ont le plus souvent une origine mécanique. En effet, des vibrations excessives peuvent mener à un desserrement des boulons de plaque à bornes de la machine créant ainsi le court circuit. Ces défauts peuvent être détectés par une analyse harmonique des courants absorbés par la machine.

- Défaillance des circuits électriques rotorique

La machine asynchrone à rotor bobiné peut présenter un défaut de court circuit au niveau de la phase rotorique. Tandis que la machine asynchrone à cage d'écureuil, peut présenter des défauts de cassure de barres et de portions d'anneaux de la cage. Ce sont les défauts les plus fréquents. Ils se présentent par des ruptures totales ou partielles d'une barre au niveau de l'anneau de la cage, ou par des rupture de portion d'anneau. Ils se traduisent par une augmentation de la résistance équivalente d'un enroulement rotorique. Ces pannes rotorique engendrent des ondulations sur le couple électromagnétique, provoquant ainsi des oscillations de la vitesse de rotation de la machine, ce qui génère des vibrations et par conséquent engendre des pannes mécaniques.

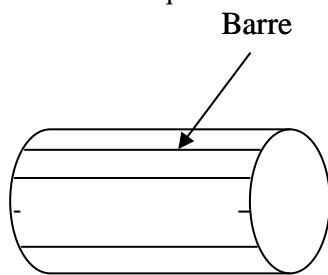


Figure 3.6: Rupture de barres

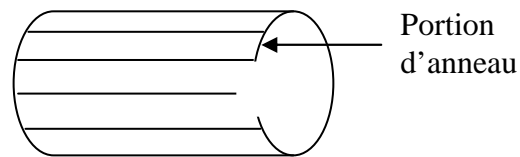


Figure 3.7 : Rupture de portions d'anneaux

Une défaillance au niveau de la cage rotorique se situe généralement à la jonction entre une barre et un anneau de court circuit. En effet, les barres rotoriques et les anneaux de court circuit ne pouvant pas être construites d'un seul bloc (sauf pour les machines de petites puissances) [DID04], une soudure est pratiquée aux extrémités de chaque barre pour relier ces dernières aux deux anneaux de court circuit. La fragilité de ces soudures par rapport aux barres et aux anneaux fabriqués d'un seul bloc, provoque à ces endroits précis, une fragilité de la cage d'écureuil. Ces défauts peuvent être dues aux plusieurs phénomènes, citons par exemple une mauvaise utilisation de la machine (charge trop importante) ou encore l'environnement hostile dans lequel elle fonctionne. Une analyse vibratoire de la machine permet aussi de détecter ce type de défaillance [DID01].

III.7.3 Modèle de la machine asynchrone monophasée

Le modèle électrique de la machine asynchrone monophasé dans un référentiel lié au champ tournant peut se mettre sous la forme d'un système non linéaire comme suit :

$$\dot{x}(t) = f_0(x(t)) + \sum_{i=1}^2 f_i(x(t))u_i(t). \quad (3-68)$$

Tel que :

$$\begin{aligned}
 i_{ds} &= -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s1} L_r^2}{\mu L_r^2} i_{ds} + w_s i_{qs} + \frac{M_{sr} R_r}{\mu L_r^2} \phi_{dr} + \frac{p M_{sr}}{\mu L_r} \phi_{qr} \omega + \frac{v_{ds}}{\mu} \\
 i_{qs} &= -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s2} L_r^2}{\eta L_r^2} i_{qs} - w_s i_{ds} + \frac{M_{sr} R_r}{\eta L_r^2} \phi_{qr} - \frac{p M_{sr}}{\eta L_r} \phi_{dr} \omega + \frac{v_{qs}}{\eta} \\
 \dot{\phi}_{dr} &= -\frac{R_r}{L_r} \phi_{dr} + (w_s - p\omega) \phi_{qr} + \frac{R_r M_{sr}}{L_r} i_{ds} \\
 \dot{\phi}_{qr} &= (p\omega - w_s) \phi_{dr} - \frac{R_r}{L_r} \phi_{qr} + \frac{R_r M_{sr}}{L_r} i_{qs} \\
 \dot{\omega} &= d(\phi_{dr} i_{qs} - i_{ds} \phi_{qr}) - \frac{c_r}{j} - \frac{k_f}{j} \omega
 \end{aligned} \tag{3-69-a}$$

Si nous posons :

- $x_1 = i_{ds}$: Est le courant statorique sur l'axe d .
- $x_2 = i_{qs}$: Est le courant statorique sur l'axe q .
- $x_3 = \phi_{dr}$: Est le flux rotorique sur l'axe d .
- $x_4 = \phi_{qr}$: Est le flux rotorique sur l'axe q .
- $x_5 = \omega$: Est la vitesse de rotation de l'arbre de la machine

Nous obtenons le modèle suivant :

$$\sum_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s1} L_r^2}{\mu L_r^2} x_1 + w_s x_2 + \frac{M_{sr} R_r}{\mu L_r^2} x_3 + \frac{p M_{sr}}{\mu L_r} x_4 x_5 + \frac{v_{ds}}{\mu} \\ \dot{x}_2 = -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s2} L_r^2}{\eta L_r^2} x_2 - w_s x_1 + \frac{M_{sr} R_r}{\eta L_r^2} x_4 - \frac{p M_{sr}}{\eta L_r} x_3 x_5 + \frac{v_{qs}}{\eta} \\ \dot{x}_3 = -\frac{R_r}{L_r} x_3 + (w_s - p x_5) x_4 + \frac{R_r M_{sr}}{L_r} x_1 \\ \dot{x}_4 = (p x_5 - w_s) x_3 - \frac{R_r}{L_r} x_4 + \frac{R_r M_{sr}}{L_r} x_2 \\ \dot{x}_5 = d(x_3 x_2 - x_1 x_4) - \frac{c_r}{j} - \frac{k_f}{j} x_5 \end{cases} \tag{3-69-b}$$

Et le vecteur de sortie est choisi comme suit : $h(x) = (x_1 \ x_2 \ x_5)^T$

Avec :

- v_{ds} : Tension statorique sur l'axe d .
- v_{qs} : Tension statorique sur l'axe q .

Pour la commande de la machine asynchrone monophasée, on a choisi la commande vectorielle, les résultats de simulation qui suivent montrent les différentes grandeurs de la MAS en régime saint et en régime de défaut.

III.7.3.1 Simulation de la MAS en régime sain

Ces résultats de simulation ont été effectués en utilisant les paramètres de la machine asynchrone donnés en annexe (B) avec une charge nulle.

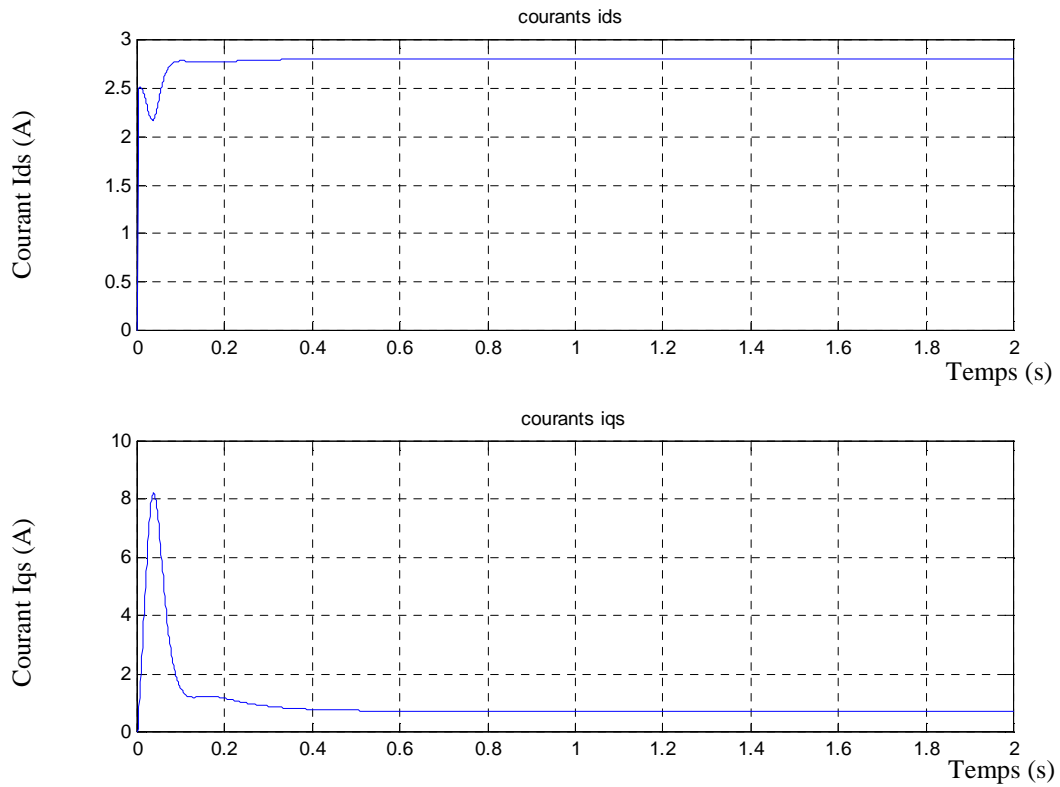


Figure 3.8 : Evolution des courants de park statorique.

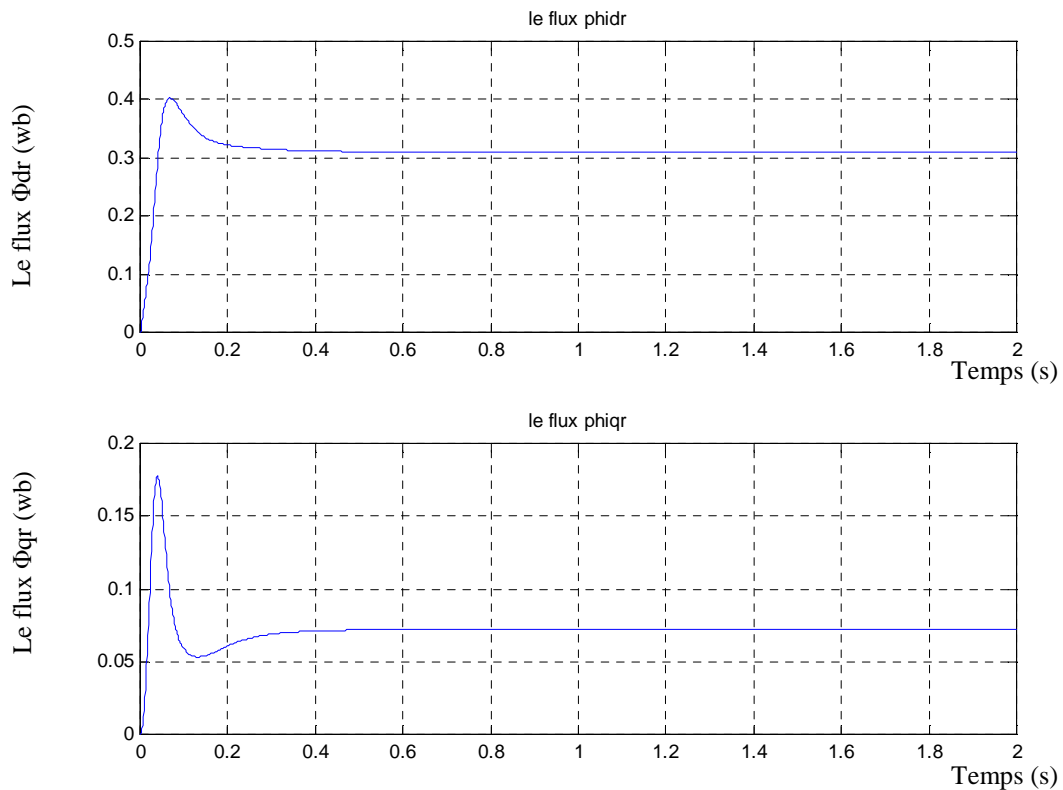


Figure 3.9 : Evolution des flux rotorique

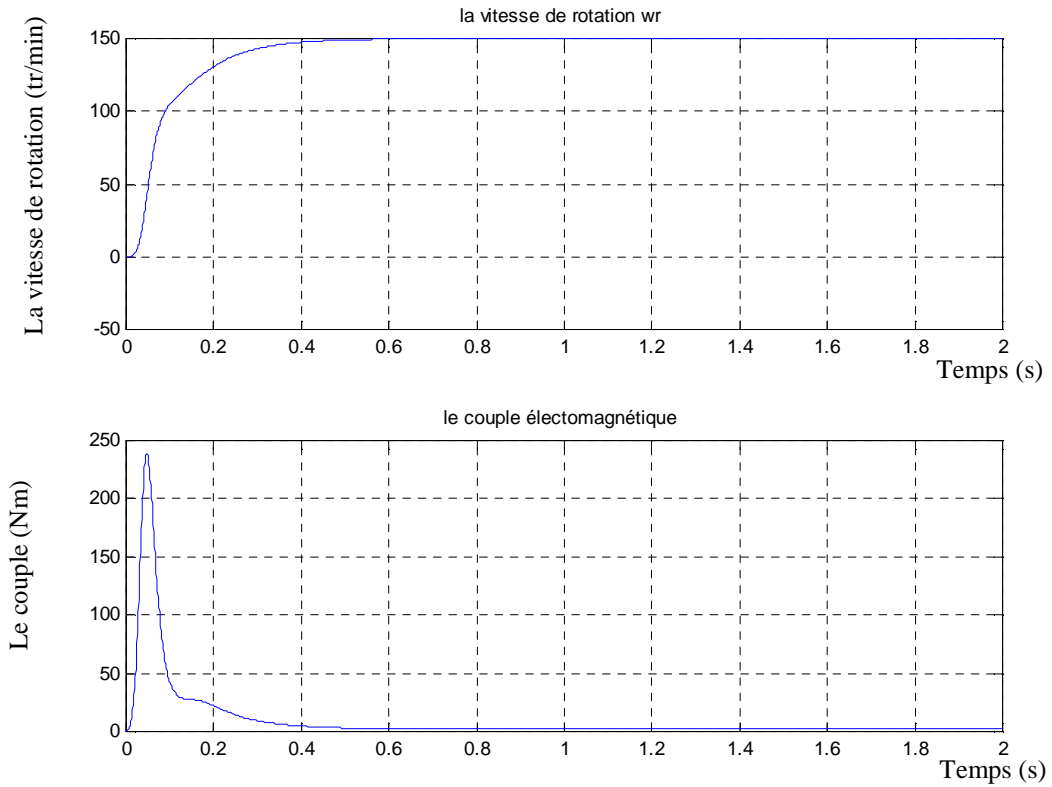


Figure 3.10 : Evolution de la vitesse de rotation et du couple électromagnétique.

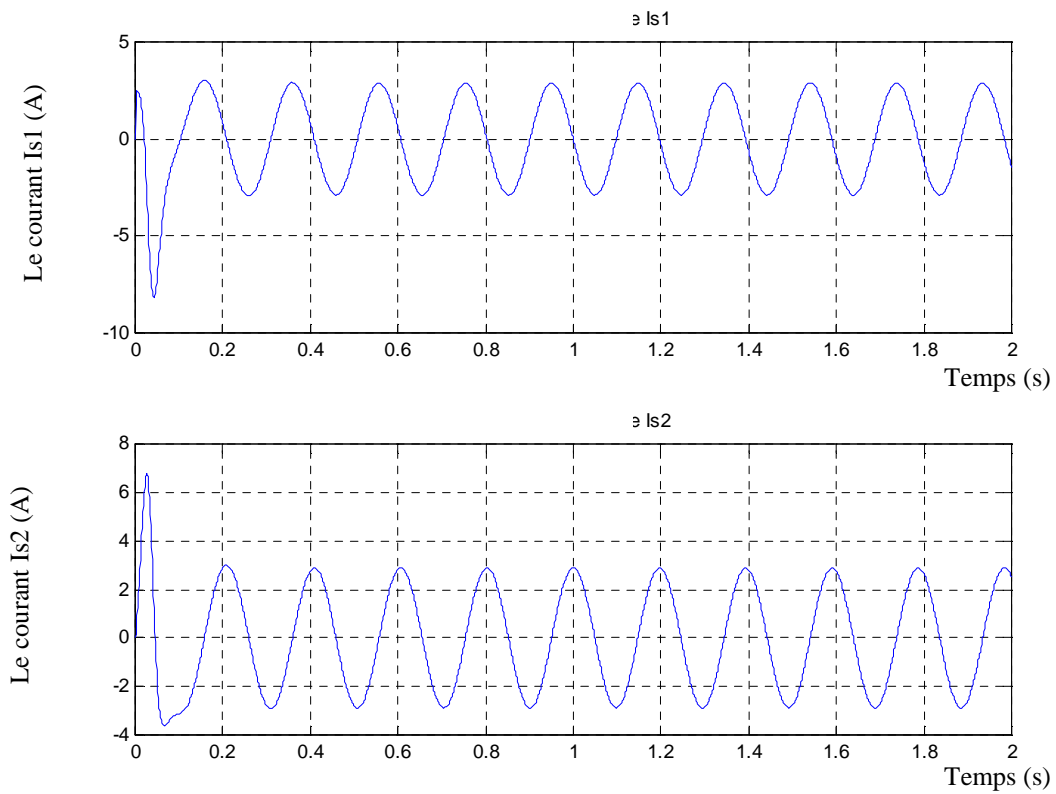


Figure 3.11 : Evolution des courants de phase statorique

Commentaire

Les figures (3.8)-(3.11) montrent les différentes grandeurs du modèle de la machine asynchrone en régime sain : les courants de park statoriques i_{ds} et i_{qs} , les flux rotoriques ϕ_{dr} et ϕ_{qr} , la vitesse de rotation ω_r , le couple électromagnétique C_e , le courant qui traverse l'enroulement principale i_{s1} et le courant qui traverse l'enroulement secondaire i_{s2} . Ces deux derniers courants sont des signaux sinusoïdaux après un régime transitoire qui dure environ 0.5 seconde. À la fin de ce régime, toutes les grandeurs se stabilisent. La vitesse atteint la valeur de la consigne qui est de 150 rad/s, et en absence de charge, le couple électromagnétique tend vers zéro après un régime transitoire.

III.7.3.2 Simulation de la machine asynchrone monophasée en régime de défaut statorique

Nous nous intéressons dans cette partie à la détection des défauts se traduisant par des variations de la résistance statorique des deux enroulements statoriques de la machine asynchrone. En effet, le stator de la machine asynchrone considérée est constitué de deux enroulements : l'enroulement principale d'une résistance statorique $Rs1$, et l'enroulement auxiliaire d'une résistance $Rs2$. On considère que les deux défauts n'apparaissent pas au même temps. Le vecteur des défauts est représenté par la variation des résistances statoriques $Rs1$ et $Rs2$ et de l'inductance $Ls1$ et $Ls2$ autour de leurs valeurs nominales.

$$f = \begin{bmatrix} \Delta Rs1 \\ \Delta Rs2 \\ \Delta Ls1 \\ \Delta Ls2 \end{bmatrix} \tag{3-71}$$

Nous nous intéressons à la détection et l'isolation des défauts se traduisant par la variation de la résistance statorique des deux enroulements. Le modèle défaillant de la machine asynchrone s'écrira alors sous la forme suivante :

$$\dot{x}(t) = f_0(x(t)) + \sum_{i=1}^2 f_i(x(t))u_i(t) + P_1(x)w_1(t) + P_2(x)w_2(t) \tag{3-72}$$

Avec :

$$P_1(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu} x_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad et \quad P_2(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\eta} x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3-73}$$

En régime de défaut court circuit statorique, la résistance de chaque enroulement est proportionnelle au nombre de spires utiles [HAI05], [BAC02]. On écrit alors :

$$R_{s1\text{défaut}} = (1 - k_{1cc})R_{s1} \tag{3-74}$$

$$R_{s2\text{défaut}} = (1 - k_{2cc})R_{s2} \tag{3-75}$$

Avec :

$$k_{1cc} = \frac{N_{cc1}}{N_{s1}} : \text{Coefficient de court circuit relatif à l'enroulement principale.}$$

$$k_{2cc} = \frac{N_{cc2}}{N_{s2}} : \text{Coefficient de court circuit relatif à l'enroulement secondaire.}$$

N_{cc} est le nombre de spire en court circuit. N_{s1} et N_{s2} représentent respectivement le nombre de spires des deux enroulements principale et auxiliaire. Par la suite nous montrons par simulation, l'effet de la variation de chaque résistance sur les différentes grandeurs de la machine asynchrone. Nous prenons $k_{1cc} = k_{2cc} = 40\%$.

-Variation de la résistance statorique R_{s1}

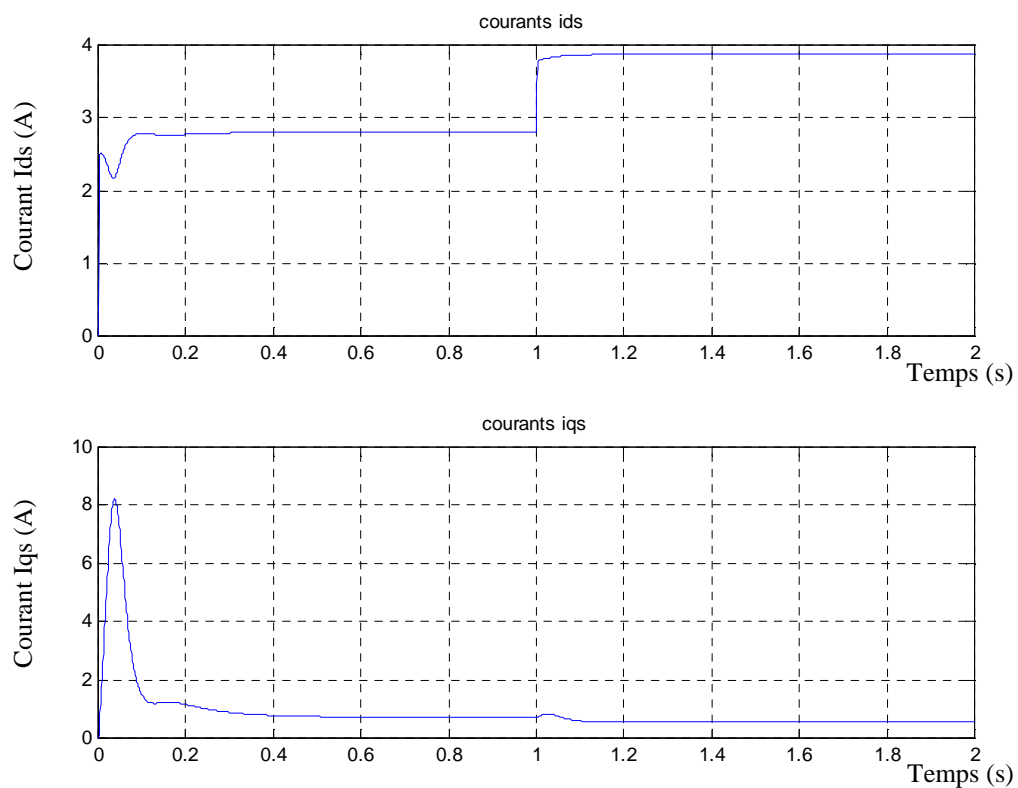


Figure 3.12 : Evolution des courant de park en présence du défaut sur R_{s1}

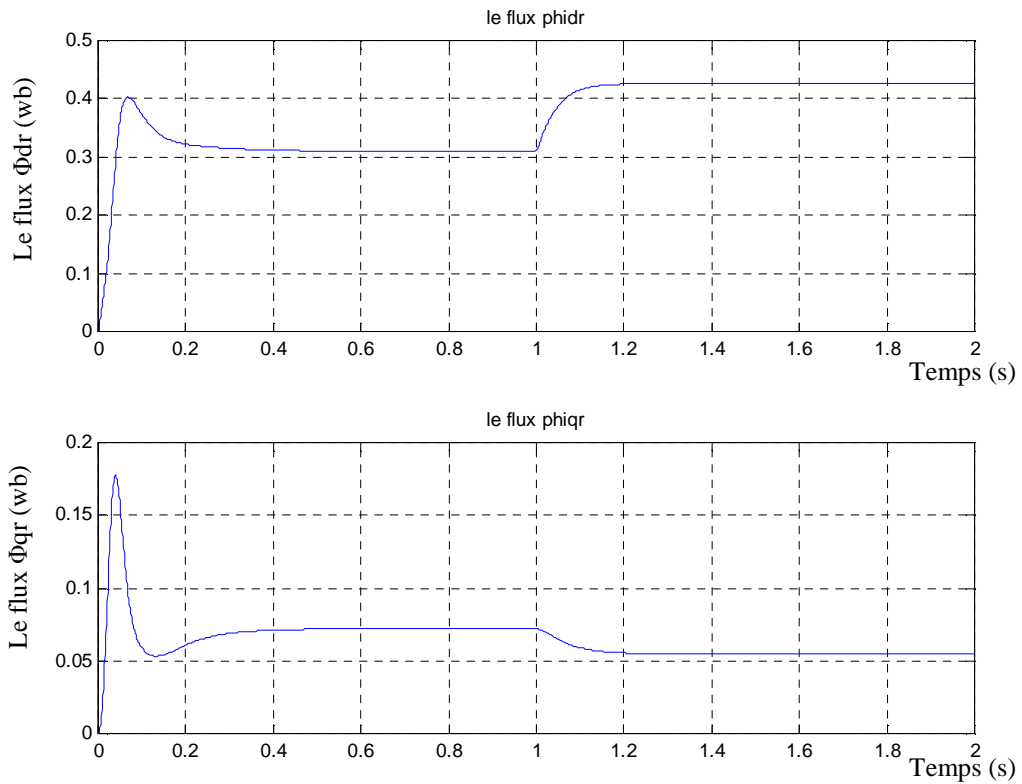


Figure 3.13 : Evolution des flux rotorique en présence du défaut sur Rs1

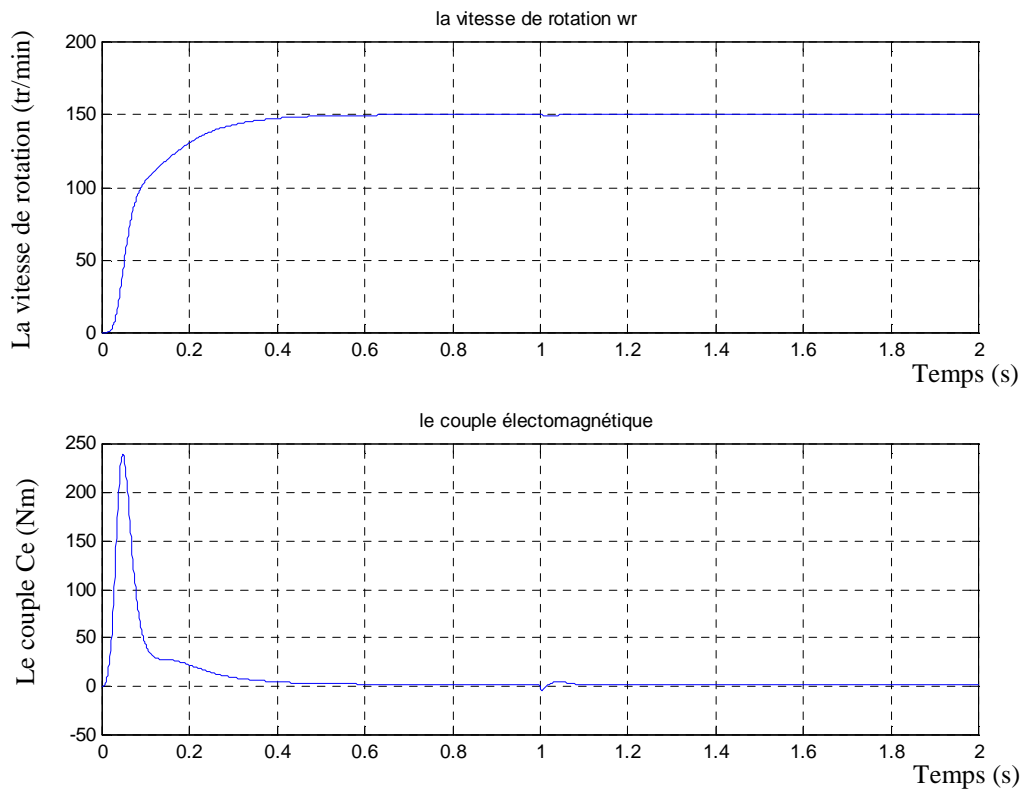


Figure 3.14: Evolution de la vitesse et du couple électromagnétique en présence du défaut sur Rs1.

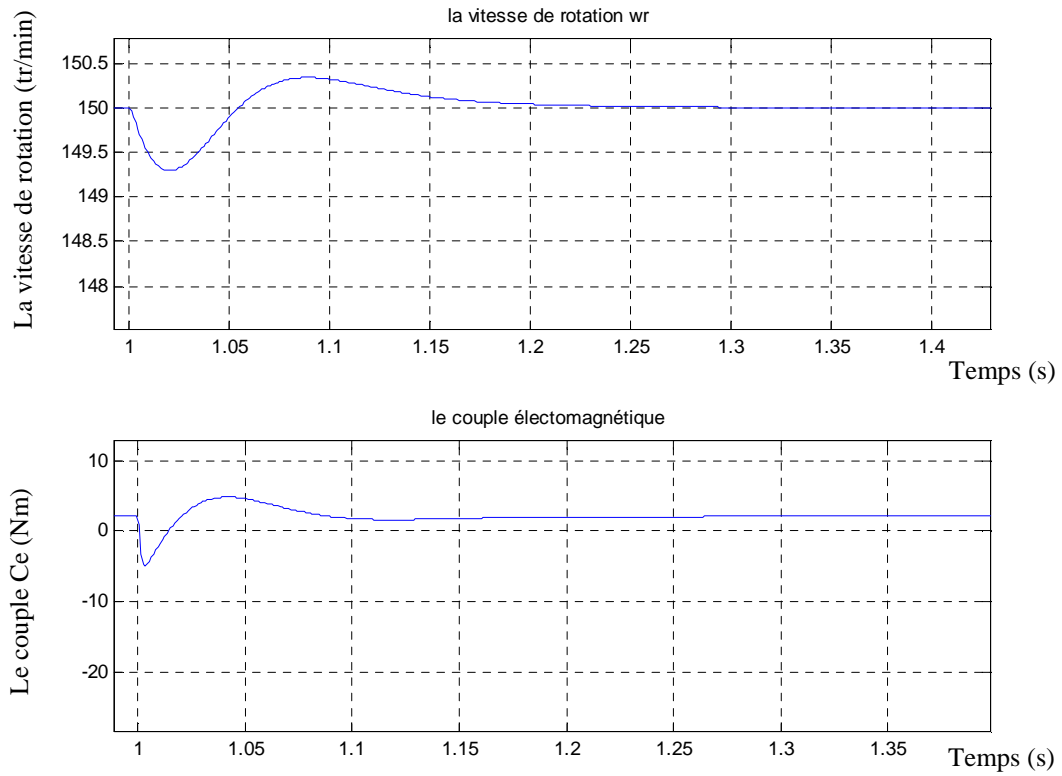


Figure 3.15 : Vue agrandit de l'effet du défaut sur la vitesse et le couple électromagnétique en présence du défaut sur Rs1

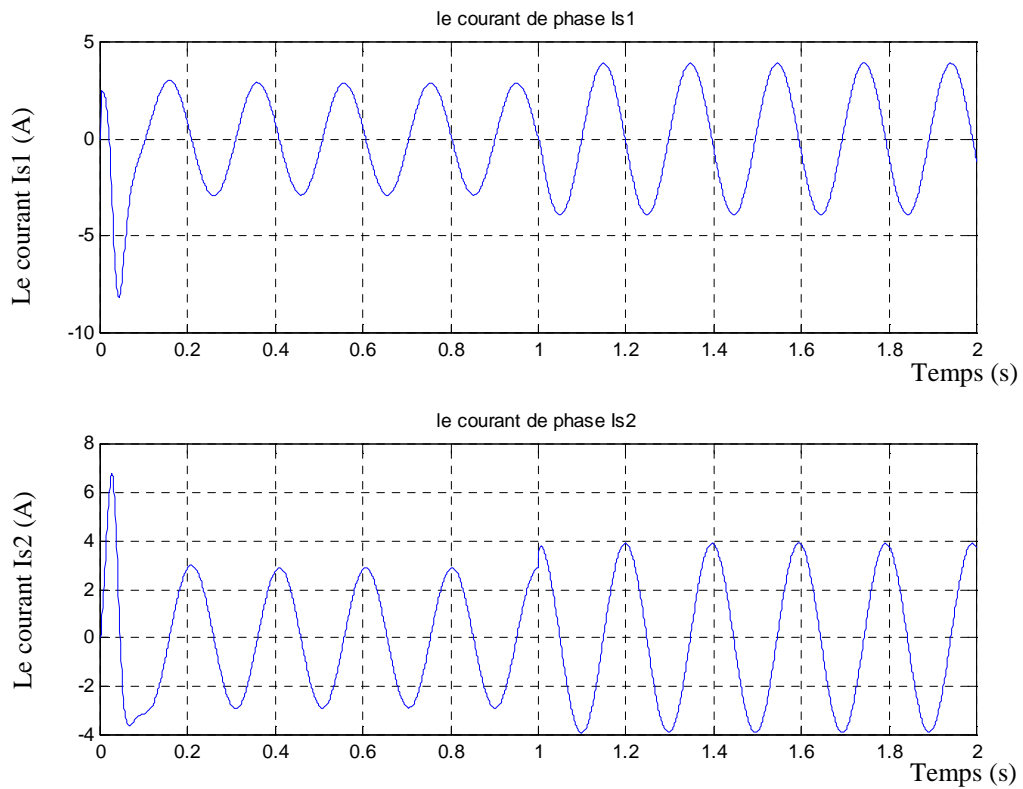


Figure 3.16 : Evolution des courants statorique en présence du défaut sur Rs1

Commentaires

Les figures (3.12)-(3.16) montrent l'effet d'un défaut de court circuit sur les différentes grandeurs de la machine asynchrone, qui se traduit par la variation de la résistance de l'enroulement principale R_{s1} . On remarque que le défaut affecte toutes les variables d'états, ce qui représente la première condition à sa détection. Après l'apparition du défaut sur le système, l'amplitude des deux courants des deux enroulements statoriques augmentent, ce qui provoque l'échauffement de la machine. La vitesse de rotation et le couple électromagnétique sont ondulés, ce qui provoque des vibrations de la machine, par conséquent des défauts mécaniques qui peuvent être apparus.

- Variation de la résistance statorique Rs2

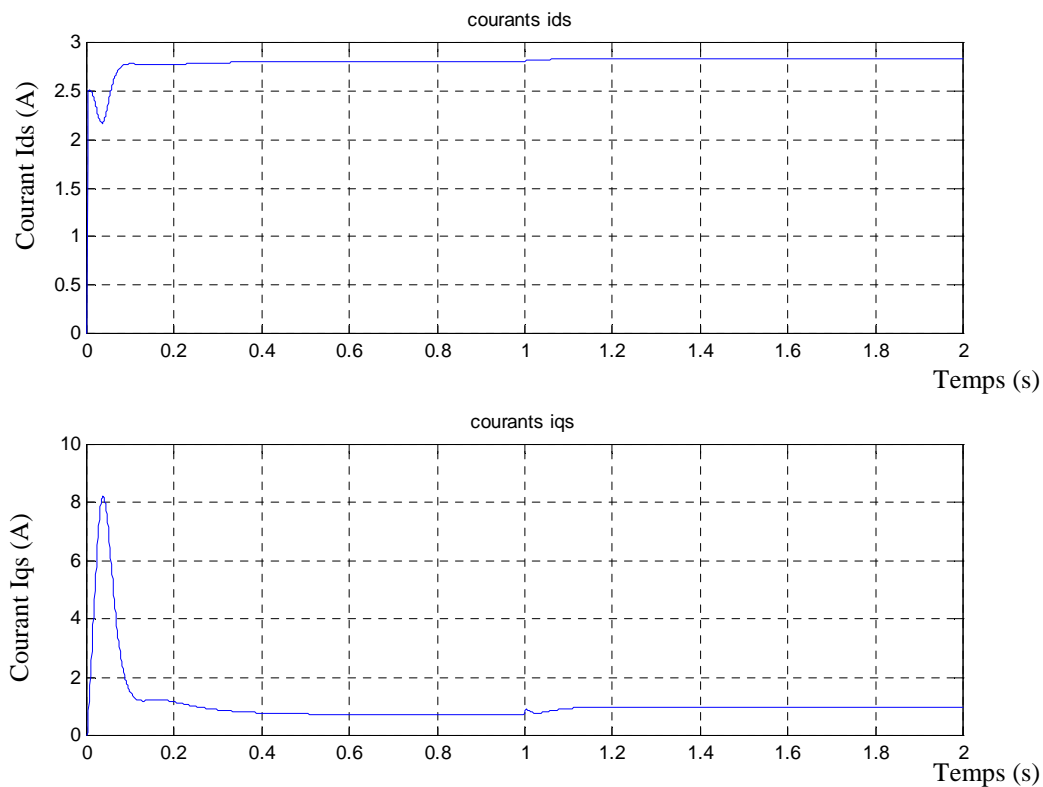


Figure 3.17 : Evolution des courants de park en présence du défaut sur R_{s2}

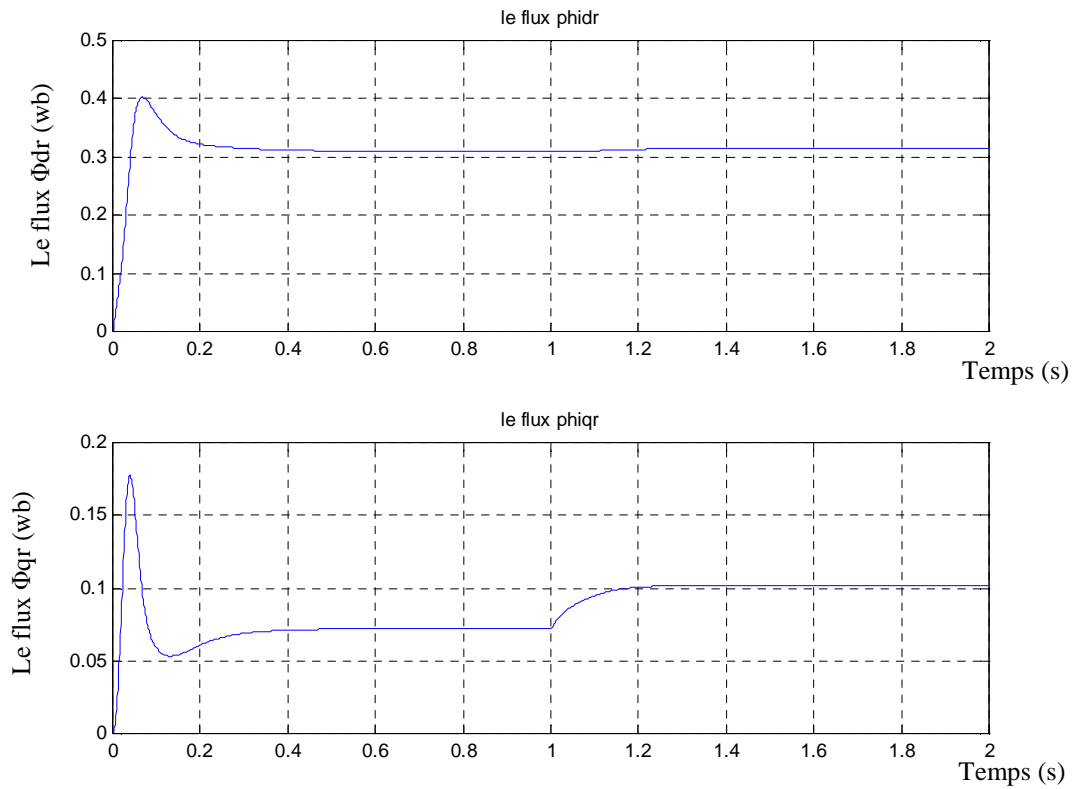


Figure 3.18 : Evolution des flux rotorique en présence du défaut sur Rs2

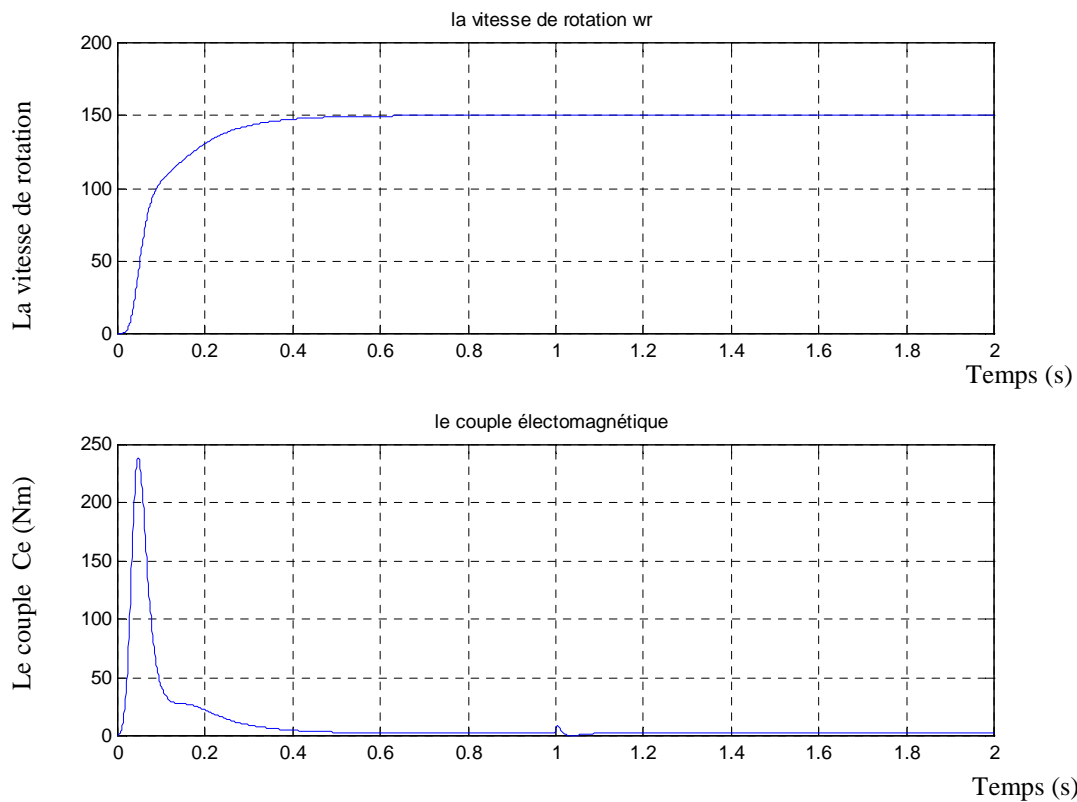


Figure 3.19: Evolution de la vitesse et du couple électromagnétique en présence du défaut sur Rs2

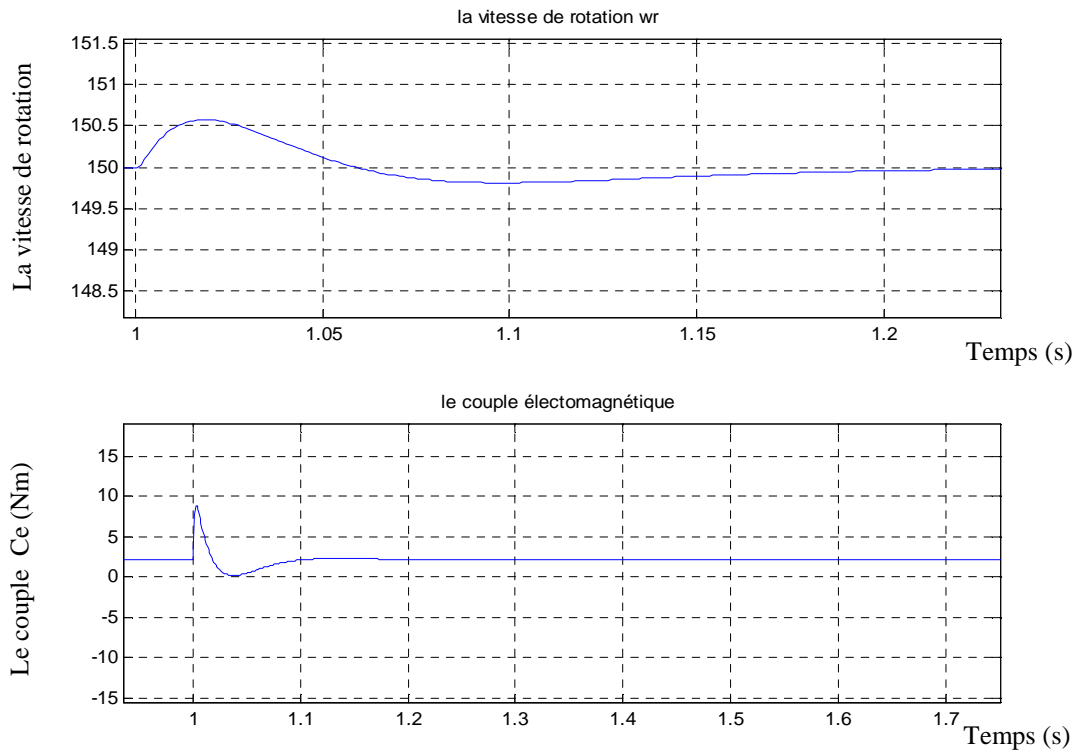


Figure 3.20 : Vue agrandit de l'effet du défaut sur la vitesse et le couple électromagnétique en présence du défaut sur Rs2

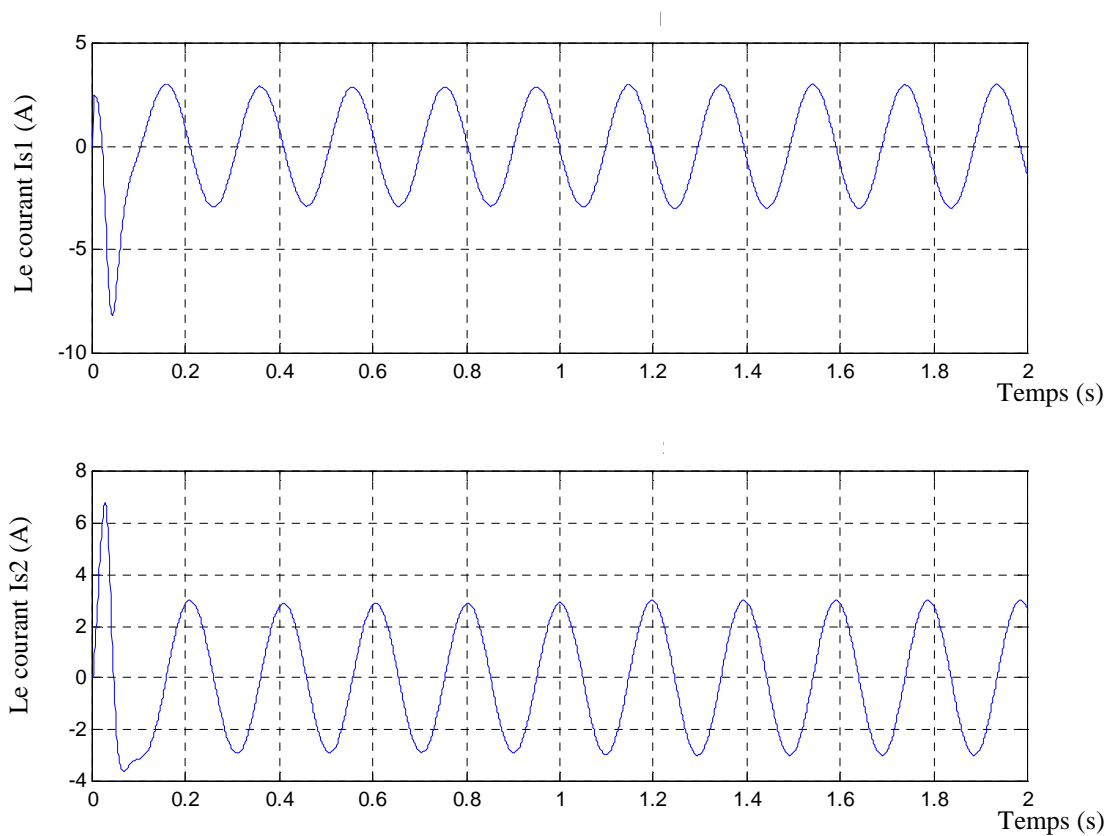


Figure 3.21 : Evolution des courants statorique en présence du défaut sur Rs2

Commentaires

Les figures (3.17)-(3.21), montrent l'effet d'un défaut de court circuit sur l'enroulement statorique auxiliaire. En effet, la détectabilité de ce défaut peut être très difficile, en raison de son effet minime sur les différentes grandeurs de la machine. Mais tout de même, il engendre certaines conséquences qui peuvent être dégénérées en des défauts plus sévères, du fait de vibrations de la machine qui sont dues à l'ondulation du couple électromagnétique. Notons que ce défaut n'affecte pas sévèrement les courants statorique I_{s1} et I_{s2} des deux enroulements statorique, même si le nombre de spire en court circuit augmente.

III.7.4 Détection et isolation des défauts statorique

Dans cette application, nous nous intéressons à la détection et l'isolation des défauts qui apparaissent au niveau des enroulements statoriques principale et auxiliaire de la machine asynchrone, qui se traduit par la variation de la résistance statorique de chaque enroulement. En effet, ce choix est justifié par la satisfaction des conditions d'application de la méthode géométrique exposée en ce chapitre, les conditions d'isolation étant satisfaites (section III.7.4).

De ce fait, non seulement on peut concevoir les filtres de détection et d'isolation pour chaque défaut, mais aussi un filtre pour la détection et l'isolation des deux défauts, même s'ils apparaissent simultanément. En premier lieu, et pour vérifier les conditions de détectabilités des deux défauts et les conditions d'isolation, nous calculons les différentes distributions γ_{obs} , $C_*^{P_j}$ et $S_*^{P_j}$.

III.7.4.1 Mise en forme du modèle en vue de son diagnostic par l'approche géométrique

Nous récrivons le modèle de la MAS, en faisant apparaître les différents défauts statorique que nous voulons détecter et isoler, comme suit :

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = -\gamma_1 x_1 + w_s x_2 + a_1 x_3 + b_1 x_4 x_5 + e_1 v_{ds} + P_1 w_1(t) \\ \dot{x}_2 = -\gamma_2 x_2 - w_s x_1 + a_2 x_4 - b_2 x_3 x_5 + e_2 v_{qs} + P_2 w_2(t) \\ \dot{x}_3 = -\frac{1}{T_r} x_3 + (w_s - p x_5) x_4 + c x_1 \\ \dot{x}_4 = (p x_5 - w_s) x_3 - \frac{1}{T_r} x_4 + c x_2 \\ \dot{x}_5 = d(x_3 x_2 - x_1 x_4) - \frac{c_r}{J} - \frac{k_f}{J} x_5 \end{cases} \quad (3-76)$$

Les paramètres de ce modèle peuvent être consultés en annexe (B). Avec $w_1(t)$ représente le défaut de court circuit de l'enroulement statorique principale. Et $w_2(t)$ représente le défaut de court circuit de l'enroulement statorique auxiliaire. Avec la présence de ces défauts le système s'écrit comme suit

$$\dot{x}(t) = f_0(x(t)) + \sum_{i=1}^2 f_i(x(t)) u_i(t) + P w(t) \quad (3-77)$$

Tel que :

$$P = [P_1 \quad P_2] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu}x_1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\eta}x_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Et} \quad w(t) = \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \end{bmatrix}$$

$w(t)$: Est le vecteur des défauts

III.7.4.2 Calcul des différentes distributions

Pour le calcul du plus grand sous-espace sensible aux différents défauts, nous appliquons l'algorithme donné par les expressions (3-4). Or du fait de la complexité des calculs, nous pouvons étudier la propagation des défauts à travers l'espace d'état pour déterminer la dimension de ces sous-espaces, car on s'intéresse uniquement à leurs dimensions.

Nous remarquons que le défaut $w_1(t)$ se propage à travers tout l'espace d'état, donc la codistribution orthogonale $(C_*^{p_1})^\perp$ se réduit à l'ensemble nul.

$$(C_*^{p_1})^\perp = span\{0\} \tag{3-78}$$

De même, le défaut $w_2(t)$ se propage à travers tout l'espace d'état, donc la codistribution orthogonale $(C_*^{p_2})^\perp$ se réduit à l'ensemble nul.

$$(C_*^{p_2})^\perp = span\{0\} \tag{3-79}$$

Pour le calcul du plus petit sous-espace insensible au défaut $w_1(t)$ via une injection de sortie, nous appliquons l'algorithme donné par les expressions (3-10). Nous trouvons :

$$S_*^{p_1} = span\{(1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T\} \tag{3-80}$$

Sa codistribution orthogonale est comme suit :

$$(S_*^{p_1})^\perp = span\{(0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T, (0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0)^T, (0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0)^T, (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1)^T\} \tag{3-81}$$

Le plus petit sous-espace insensible au défaut $w_2(t)$ via une injection de sortie est :

$$S_*^{p_2} = span\{(0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T\} \tag{3-82}$$

Sa codistribution orthogonale est la suivante :

$$(S_*^{p_2})^\perp = span\left\{(1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^T\right\} \quad (3-83)$$

Suite à ces calculs de différentes distributions, nous pouvons faire quelques remarques :
(le lecteur peut se référer à l'annexe C pour plus de détail sur le calcul des différentes distributions).

Remarques

- 1- La dimension des plus grands sous-espaces sensibles aux défauts $C_*^{p_1}$ et $C_*^{p_2}$ est supérieur à la dimension du système.
- 2- Le sous-espace orthogonale à $C_*^{p_1}$ est de dimension nul, par conséquent le sous-espace naturellement découplé de l'effet de défaut $w_1(t)$ est inexistant.
- 3- De même le sous-espace orthogonale à $C_*^{p_2}$ est de dimension nul, par conséquent le sous-espace naturellement découplé de l'effet de défaut $w_2(t)$ est aussi inexistant.
- 4- En utilisant une injection de sortie, les plus petits sous-espaces sensibles aux défauts $S_*^{p_1}$ et $S_*^{p_2}$ sont diminués en dimension par rapport à $C_*^{p_1}$ et $C_*^{p_2}$.

Pour le calcul de γ_{obs} le lecteur peut se référer à l'annexe C. Le rang de la distribution γ_{obs} est égale à la dimension du système, d'où le système est observable (voir le théorème du rang de l'annexe A). A base de ces distributions, nous menons une analyse structurelle, qui nous permettra de vérifier si les défauts sont détectables et isolables.

III.7.5 Détection et isolation à l'aide de plusieurs filtres

III.7.5.1 Conditions de détectabilités des défauts

On rappelle qu'un défaut est détectable si et seulement si, le sous-espace observable γ_{obs} n'est pas inclus dans le sous-espace $(C_*^{p_j})^\perp, j = 1, 2$ (voir le théorème 1 de la section III.5.1). Etant donné que la dimension du sous-espace d'observabilité est supérieur à la dimension des sous-espaces $(C_*^{p_j})^\perp, j = 1, 2$, qui se restreint en un ensemble nul. Donc le sous-espace observable n'est pas inclus dans $(C_*^{p_j})^\perp, j = 1, 2$.

$$\gamma_{obs} \not\subseteq (C_*^{p_j})^\perp \text{ Avec } j = 1, 2 \quad (3-84)$$

Par conséquent, les deux défauts sont détectables. Ceci est vérifié même par les résultats de simulations données précédemment, car les deux défauts ont une influence sur les sorties du système.

III.7.5.2 Conditions d'isolation des défauts

Afin de vérifier si les conditions nécessaires et suffisantes à l'isolation sont satisfaites, une analyse structurelle doit être réalisée. Dans ce qui suit, on utilise uniquement la distribution $S_*^{p_j} (j = 1, 2)$ pour la synthèse de q filtres, chaque filtre assure l'isolation d'un défaut particulier.

Soit γ_y le sous-espace de sortie tel que :

$$\gamma_y = \text{span}\{(1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^T\} \quad (3-85)$$

- Conditions nécessaires à l'isolation

Pour vérifier les conditions nécessaires à l'isolation des défauts, on utilise la distribution $C_*^{p_j}$ ($j=1,2$), comme est indiqué au chapitre 3, on a :

$$(S_*^{p_2})^\perp \cap \gamma_y = \text{span}\{(1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^T\} \not\subseteq (C_*^{p_1})^\perp \quad (3-86)$$

Donc :

$$A^{p_1} = (1 \ 0) \quad (3-87)$$

De même :

$$(S_*^{p_1})^\perp \cap \gamma_y = \text{span}\{(0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^T\} \not\subseteq (C_*^{p_2})^\perp \quad (3-88)$$

$$A^{p_2} = (0 \ 1) \quad (3-89)$$

D'où la matrice A s'écrit comme suit :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3-90)$$

Le rang de la matrice A égale à la dimension du défaut, donc la condition du théorème (2) de ce chapitre est vérifiée. Par conséquent les conditions nécessaires à l'isolation sont satisfaites.

- Conditions suffisantes à l'isolation

Pour vérifier les conditions suffisantes, on utilise la distribution $S_*^{p_j}$. On a $(S_*^{p_2})^\perp \not\subseteq (S_*^{p_1})^\perp$, donc il existe au moins une distribution sensible à $w_1(t)$ et insensible à $w_2(t)$. De plus, il existe une distribution y -reconstructible parmi les distributions vérifiant la non inclusion précédente, cette distribution est engendrée par le vecteur suivant $(1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$. Ceci explique l'existence d'un filtre qui peut détecter le défaut $w_1(t)$, et qui sera insensible au défaut $w_2(t)$.

On a :

$$(S_*^{p_2})^\perp \cap \gamma_y = \text{span}\{(1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^T\} \not\subseteq (S_*^{p_1})^\perp \quad (3-91)$$

Et donc :

$$A_s^{p_1} = (1 \ 0) \quad (3-92)$$

De même, on reproduit le même raisonnement pour $w_2(t)$.

On a $(S_*^{p_1})^\perp \not\subseteq (S_*^{p_2})^\perp$, d'où il existe au moins une distribution sensible à $w_2(t)$ et insensible à $w_1(t)$. De plus, il existe une distribution y-reconstructible parmi les distributions vérifiant la non inclusion précédente, cette distribution est engendrée par le vecteur suivant $(0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^T$, donc il existe un filtre qui peut détecter le défaut $w_2(t)$ et qui sera insensible au défaut $w_1(t)$.

On a :

$$(S_*^{p_1})^\perp \cap \gamma_y = span\{(0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^T\} \not\subseteq (S_*^{p_2})^\perp \quad (3-93)$$

Et donc :

$$A_s^{p_2} = (0 \quad 1) \quad (3-94)$$

Suite à ce raisonnement, la matrice A_s décrivant les différentes sensibilités s'écrit comme suit :

$$A_s = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3-95)$$

Le rang de la matrice A_s égal au nombre de défauts ($rang \ A_s = q = 2$), donc la condition de théorème (3) de ce chapitre est satisfaite. On peut donc conclure, que tous les défauts sont isolables. De plus la matrice A_s est diagonale ce qui signifie qu'il existe une solution au FPRG et les filtres suivants sont synthétisés.

III.7.5.3 Filtre isolateur de défaut $w_1(t)$

L'objectif de ce paragraphe est de concevoir un filtre qui peut détecter et isoler le défaut statorique de l'enroulement principale de la machine asynchrone. Comme première étape, nous devons définir le difféomorphisme pour effectuer le changement de variable, puis nous calculons l'injection de sortie qui peut découpler le système, pour rendre un seul sous-espace sensible au défaut. Ce dernier peut être utilisé comme générateur de résidu.

Le difféomorphisme Φ est défini comme suit :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \begin{pmatrix} S_*^{p_1} \\ (S_*^{p_1})^\perp \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3-96)$$

Par intégration :

$$\Phi(x) = Z = \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{pmatrix} \quad (3-97)$$

Et telle que :

$$Z_1 = z_1 = x_1 \quad \text{et} \quad Z_2 = \begin{pmatrix} z_{22} \\ z_{23} \\ z_{24} \\ z_{25} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} \quad (3-98)$$

Z_1 : Définit le sous-espace sensible au défaut

Z_2 : Définit le sous-espace insensible au défaut en présence de l'injection de sortie.

A base de ce changement de coordonnées, on peut écrire le filtre isolateur de défaut $w_1(t)$ avec l'injection de sortie comme suit :

$$\sum_{FNLw_1} : \begin{cases} \dot{z}_1 = -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s1} L_r^2}{\mu L_r^2} z_1 + w_s z_2 + \frac{M_{sr} R_r}{\mu L_r^2} z_3 + \frac{p M_{sr}}{\mu L_r} z_4 z_5 + \frac{v_{ds}}{\mu} \\ \dot{Z}_2 = \begin{pmatrix} \dot{z}_{22} \\ \dot{z}_{23} \\ \dot{z}_{24} \\ \dot{z}_{25} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s2} L_r^2}{\eta L_r^2} z_{22} - w_s z_1 + \frac{M_{sr} R_r}{\eta L_r^2} z_{24} - \frac{p M_{sr}}{\eta L_r} z_{23} z_{25} + \frac{v_{qs}}{\eta} \\ -\frac{R_r}{L_r} z_{23} + (w_s - p z_{25}) z_{24} + \frac{R_r M_{sr}}{L_r} z_1 \\ (p z_{25} - w_s) z_{23} - \frac{R_r}{L_r} z_{24} + \frac{R_r M_{sr}}{L_r} z_{22} \\ d(z_{23} z_{22} - z_1 z_{24}) - \frac{c_r}{j} - \frac{k_f}{j} z_{25} \end{pmatrix} + \psi(Z_2, y_x) - \psi(Z_2, y_z) \\ y_{z_1} = z_1 \\ y_{z_2} = z_{22}, y_{z_3} = z_{25} \end{cases} \quad (3-99)$$

Puisque la présence de l'état $z_1(t)$ est nuisible dans l'équation différentielle régissant Z_2 , donc notre objectif est d'éliminer l'état du filtre sensible au défaut $z_1(t)$ dans les équations régissant $Z_2(t)$ par un choix adéquat de l'injection de sortie ψ . Si nous choisissons les injections de sortie suivantes :

$$\psi(Z_2, y_x) = \begin{pmatrix} -w_s y_{x1} \\ \frac{R_r M_{sr}}{L_r} y_{x1} \\ 0 \\ -d z_{24} y_{x1} \end{pmatrix} \quad (3-100)$$

$$\psi(Z_2, y_z) = \begin{pmatrix} -w_s y_{z1} \\ \frac{R_r M_{sr}}{L_r} y_{z1} \\ 0 \\ -d z_{24} y_{z1} \end{pmatrix} \quad (3-101)$$

On obtient le filtre suivant :

$$\sum_{FNLw_{a1}} : \left\{ \begin{array}{l} \dot{z}_1 = -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s1} L_r^2}{\mu L_r^2} z_1 + w_s z_{22} + \frac{M_{sr} R_r}{\mu L_r^2} z_{23} + \frac{p M_{sr}}{\mu L_r} z_{24} z_{25} + \frac{v_{ds}}{\mu} \\ \dot{z}_2 = \begin{pmatrix} \dot{z}_{22} \\ \dot{z}_{23} \\ \dot{z}_{24} \\ \dot{z}_{25} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s2} L_r^2}{\eta L_r^2} z_{22} - w_s y_{x1} + \frac{M_{sr} R_r}{\eta L_r^2} z_{24} - \frac{p M_{sr}}{\eta L_r} z_{23} z_{25} + \frac{v_{qs}}{\eta} \\ -\frac{R_r}{L_r} z_{23} + (w_s - p z_{25}) z_{24} + \frac{R_r M_{sr}}{L_r} y_{x1} \\ (p z_{25} - w_s) z_{23} - \frac{R_r}{L_r} z_{24} + \frac{R_r M_{sr}}{L_r} z_{22} \\ d(z_{23} z_{22} - y_{x1} z_{24}) - \frac{c_r}{j} - \frac{k_f}{j} z_{25} \end{pmatrix} \\ y_{z_1} = z_1 \\ y_{z_2} = z_{22}, y_{z_3} = z_{25} \end{array} \right. \quad (3-102)$$

On écrivant le filtre dans la base originale, on obtient le filtre suivant :

$$\sum_{FNLw_{a1}} : \left\{ \begin{array}{l} \dot{z}_1 = -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s1} L_r^2}{\mu L_r^2} z_1 + w_s z_2 + \frac{M_{sr} R_r}{\mu L_r^2} z_3 + \frac{p M_{sr}}{\mu L_r} z_4 z_5 + \frac{v_{ds}}{\mu} \\ \dot{z}_2 = -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s2} L_r^2}{\eta L_r^2} z_2 - w_s y_{x1} + \frac{M_{sr} R_r}{\eta L_r^2} z_4 - \frac{p M_{sr}}{\eta L_r} z_3 z_5 + \frac{v_{qs}}{\eta} \\ \dot{z}_3 = -\frac{R_r}{L_r} z_3 + (w_s - p z_5) z_4 + \frac{R_r M_{sr}}{L_r} y_{x1} \\ \dot{z}_4 = (p z_5 - w_s) z_3 - \frac{R_r}{L_r} z_4 + \frac{R_r M_{sr}}{L_r} z_2 \\ \dot{z}_5 = d(z_3 z_2 - y_{x1} z_4) - \frac{c_r}{j} - \frac{k_f}{j} z_5 \\ y_{z_1} = z_1 \\ y_{z_2} = z_2 \\ y_{z_3} = z_5 \end{array} \right. \quad (3-103)$$

Ainsi les états $x_2(t), x_3(t), x_4(t)$ et $x_5(t)$ sont parfaitement estimés respectivement par $z_2(t), z_3(t), z_4(t)$ et $z_5(t) \forall w_1(t)$. Et les résidus qui permettent de détecter et isoler le défaut s'écrivent comme suit :

$$\begin{cases} r_1(t) = y_{x_1}(t) - y_{z_1}(t) \\ r_2(t) = y_{z_2}(t) - y_{z_2}(t) \end{cases} \quad (3-104)$$

Les figures qui suivent montrent les résultats de simulation obtenus.

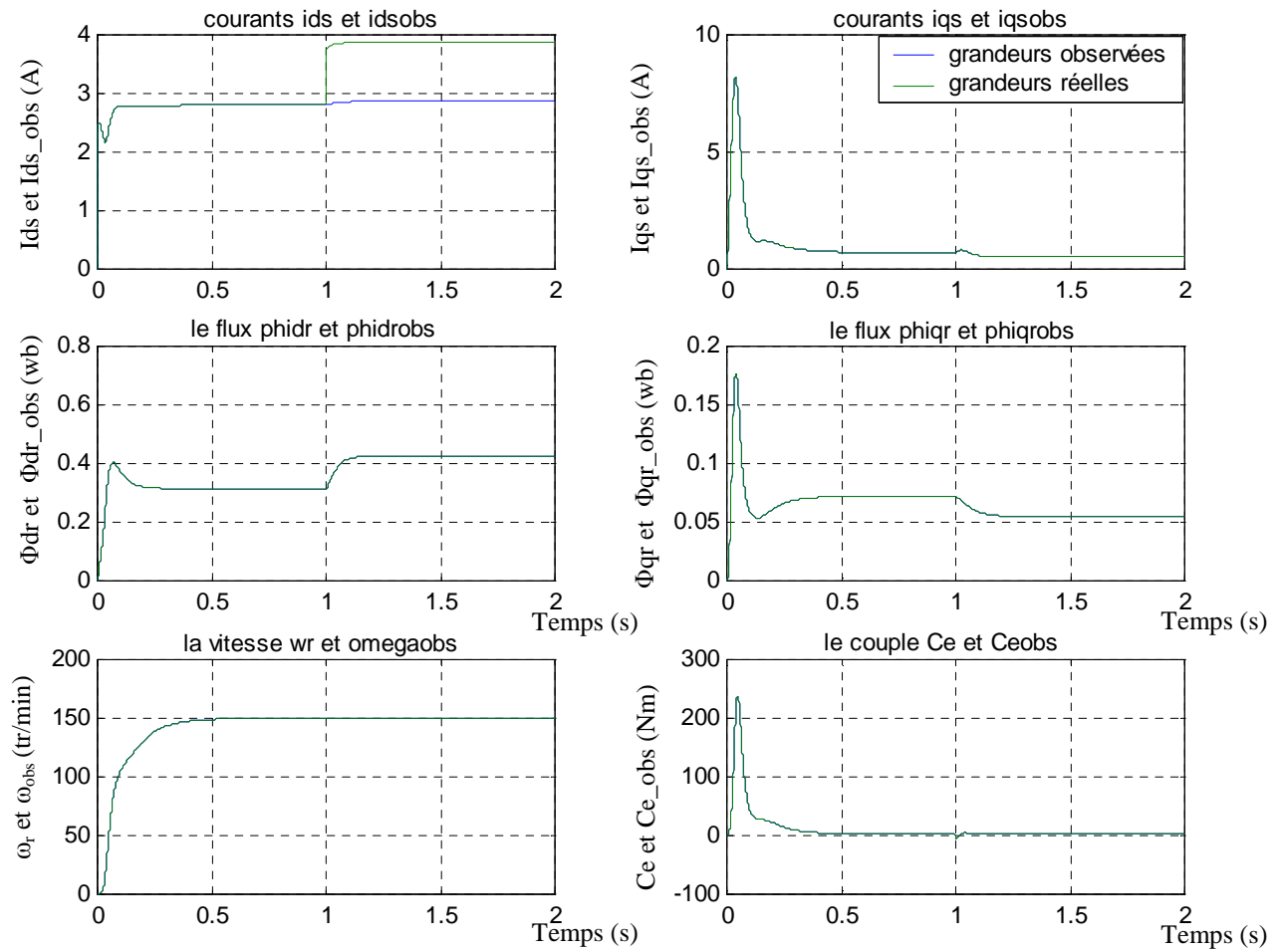


figure 3.22 : Evolution des grandeurs estimées et réelles

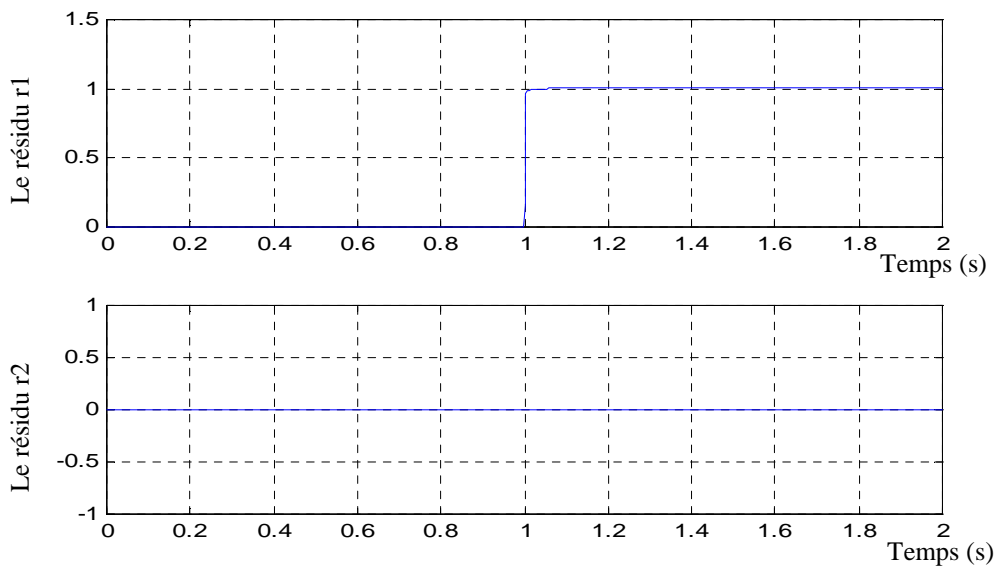


Figure 3.23 : Evolution des résidus.

Commentaires

En analysant ces résultats de simulation, on peut citer les remarques suivantes :

- Sur la figure (3.22) qui montre l'évolution des grandeurs estimées et réelles, on remarque qu'après l'apparition de défaut, le sous-espace sensible au défaut $w_1(t)$, défini par le courant i_{ds} est mal estimé par le filtre. Par contre les autres variables qui définissent le sous-espace insensible sont parfaitement estimées. Nous rappelons que le mot sensible signifie une estimation erronée, et le mot insensible signifie une estimation parfaite.
- La figure (3.23) montre les résidus générés. En effet, le premier résidu est issu du sous-espace sensible au défaut $w_1(t)$, qui en présence du défaut à l'instant $t \geq 1$, sera différent de zéro. Contrairement au deuxième résidu qui reste constamment zéro quelque soit $w_1(t)$. Ce qui permet la localisation du défaut sur l'enroulement statorique principale.
- Les différentes grandeurs du système et du filtre ont été obtenues avec les mêmes conditions initiales. Mais même si les conditions initiales du système et du filtre différent, les grandeurs du filtre convergent vers les états du système.

De ce fait, ces résultats montrent le bon choix des injections de sortie, qui permettent la détection et la localisation du défaut $w_1(t)$.

III.7.5.4 Filtre isolateur du défaut $w_2(t)$

On suit la même méthodologie que précédemment. Le difféomorphisme est défini comme suit :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \begin{pmatrix} S_*^{p_2} \\ (S_*^{p_2})^\perp \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3-105)$$

Et par intégration :

$$\Phi(x) = Z = \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{pmatrix} \quad (3-106)$$

Et telle que

$$Z_1 = z_1 = x_2 \text{ et } Z_2 = \begin{pmatrix} z_{22} \\ z_{23} \\ z_{24} \\ z_{25} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} \quad (3-107)$$

Z_1 : Définit le sous-espace sensible au défaut

Z_2 : Représente le sous-espace insensible au défaut en présence de l'injection de sortie

A base de ce changement de coordonnées, on peut écrire le filtre isolateur de défaut $w_2(t)$ avec l'injection de sortie.

$$\Sigma_{FNLw_2} : \begin{cases} \dot{z}_1 = -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s2} L_r^2}{\eta L_r^2} z_1 - w_s z_{22} + \frac{M_{sr} R_r}{\eta L_r^2} z_{24} - \frac{p M_{sr}}{\eta L_r} z_{23} z_{25} + \frac{v_{qs}}{\eta} \\ \dot{Z} = \begin{pmatrix} \dot{z}_{22} \\ \dot{z}_{23} \\ \dot{z}_{24} \\ \dot{z}_{25} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s1} L_r^2}{\mu L_r^2} z_{22} + w_s z_1 + \frac{M_{sr} R_r}{\mu L_r^2} z_{23} + \frac{p M_{sr}}{\mu L_r} z_{24} z_{25} + \frac{v_{ds}}{\mu} \\ -\frac{R_r}{L_r} z_{23} + (w_s - p z_{25}) z_{24} + \frac{R_r M_{sr}}{L_r} z_{22} \\ (p z_{25} - w_s) z_{23} - \frac{R_r}{L_r} z_{24} + \frac{R_r M_{sr}}{L_r} z_1 \\ d(z_{23} z_1 - z_{22} z_{24}) - \frac{c_r}{j} - \frac{k_f}{j} z_{25} \end{pmatrix} \end{cases} + \psi(Z_2, y_x) - \psi(Z_2, y_z)$$

$$h(z) = y = \begin{pmatrix} z_{22} \\ z_1 \\ z_{25} \end{pmatrix}$$

(3-108)

Puisque la présence de l'état $z_1(t)$ est nuisible dans l'équation différentielle régissant Z_2 , donc notre objectif est d'éliminer l'état du filtre sensible au défaut z_1 dans les équation régissant \dot{Z}_2 par un choix adéquat de l'injection de sortie Ψ .

Si nous choisissons les injections de sortie suivantes :

$$\psi(Z_2, y_x) = \begin{pmatrix} w_s y_{x_2} \\ 0 \\ \frac{R_r M_{sr}}{L_r} y_{x_2} \\ dz_{23} y_{x_2} \end{pmatrix} \quad (3-109)$$

$$\psi(Z_2, y_z) = \begin{pmatrix} w_s z_1 \\ 0 \\ \frac{R_r M_{sr}}{L_r} z_1 \\ dz_{23} z_1 \end{pmatrix} \quad (3-110)$$

On obtient le filtre suivant :

$$\sum_{FNLw2} : \left\{ \begin{array}{l} \dot{z}_1 = -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s2} L_r^2}{\eta L_r^2} z_1 - w_s z_{22} + \frac{M_{sr} R_r}{\eta L_r^2} z_{24} - \frac{p M_{sr}}{\eta L_r} z_{23} z_{25} + \frac{v_{qs}}{\eta} \\ \dot{z}_2 = -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s1} L_r^2}{\mu L_r^2} z_{22} + w_s y_{x_2} + \frac{M_{sr} R_r}{\mu L_r^2} z_{23} + \frac{p M_{sr}}{\mu L_r} z_{24} z_{25} + \frac{v_{ds}}{\mu} \\ \dot{z}_3 = -\frac{R_r}{L_r} z_{23} + (w_s - p z_{25}) z_{24} + \frac{R_r M_{sr}}{L_r} z_{22} \\ \dot{z}_4 = (p z_{25} - w_s) z_{23} - \frac{R_r}{L_r} z_{24} + \frac{R_r M_{sr}}{L_r} y_{x_2} \\ \dot{z}_5 = d(z_{23} y_{x_2} - z_{22} z_{24}) - \frac{c_r}{j} - \frac{k_f}{j} z_{25} \end{array} \right. \quad (3-111)$$

$$h(z) = y = \begin{pmatrix} z_{22} \\ z_1 \\ z_{25} \end{pmatrix}$$

En écrivant le filtre dans la base originale, on obtient le filtre suivant :

$$\sum_{FNLw2} : \left\{ \begin{array}{l} \dot{z}_1 = -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s1} L_r^2}{\mu L_r^2} z_1 + w_s y_{x_2} + \frac{M_{sr} R_r}{\mu L_r^2} z_3 + \frac{p M_{sr}}{\mu L_r} z_4 z_5 + \frac{v_{ds}}{\mu} \\ \dot{z}_2 = -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s2} L_r^2}{\eta L_r^2} z_2 - w_s z_1 + \frac{M_{sr} R_r}{\eta L_r^2} z_4 - \frac{p M_{sr}}{\eta L_r} z_3 z_5 + \frac{v_{qs}}{\eta} \\ \dot{z}_3 = -\frac{R_r}{L_r} z_3 + (w_s - p z_5) z_4 + \frac{R_r M_{sr}}{L_r} z_1 \\ \dot{z}_4 = (p z_5 - w_s) z_3 - \frac{R_r}{L_r} z_4 + \frac{R_r M_{sr}}{L_r} y_{x_2} \\ \dot{z}_5 = d(z_3 y_{x_2} - z_1 z_4) - \frac{c_r}{J} - \frac{k_f}{J} z_5 \\ y_{z_1} = z_2 \\ y_{z_2} = z_1 \\ y_{z_3} = z_5 \end{array} \right. \quad (3-112)$$

Ainsi les états $x_1(t), x_3(t), x_4(t)$ et $x_5(t)$ sont parfaitement estimés respectivement par $z_1(t), z_3(t), z_4(t)$ et $z_5(t)$. Et le vecteur résidu détecteur et isolateur du défaut $w_2(t)$ est comme suit :

$$\begin{cases} r_1(t) = y_{x_1}(t) - y_{z_1}(t) \\ r_2(t) = y_{x_2}(t) - y_{z_2}(t) \end{cases} \quad (3-113)$$

Les figures qui suivent montrent les résultats de simulation obtenus

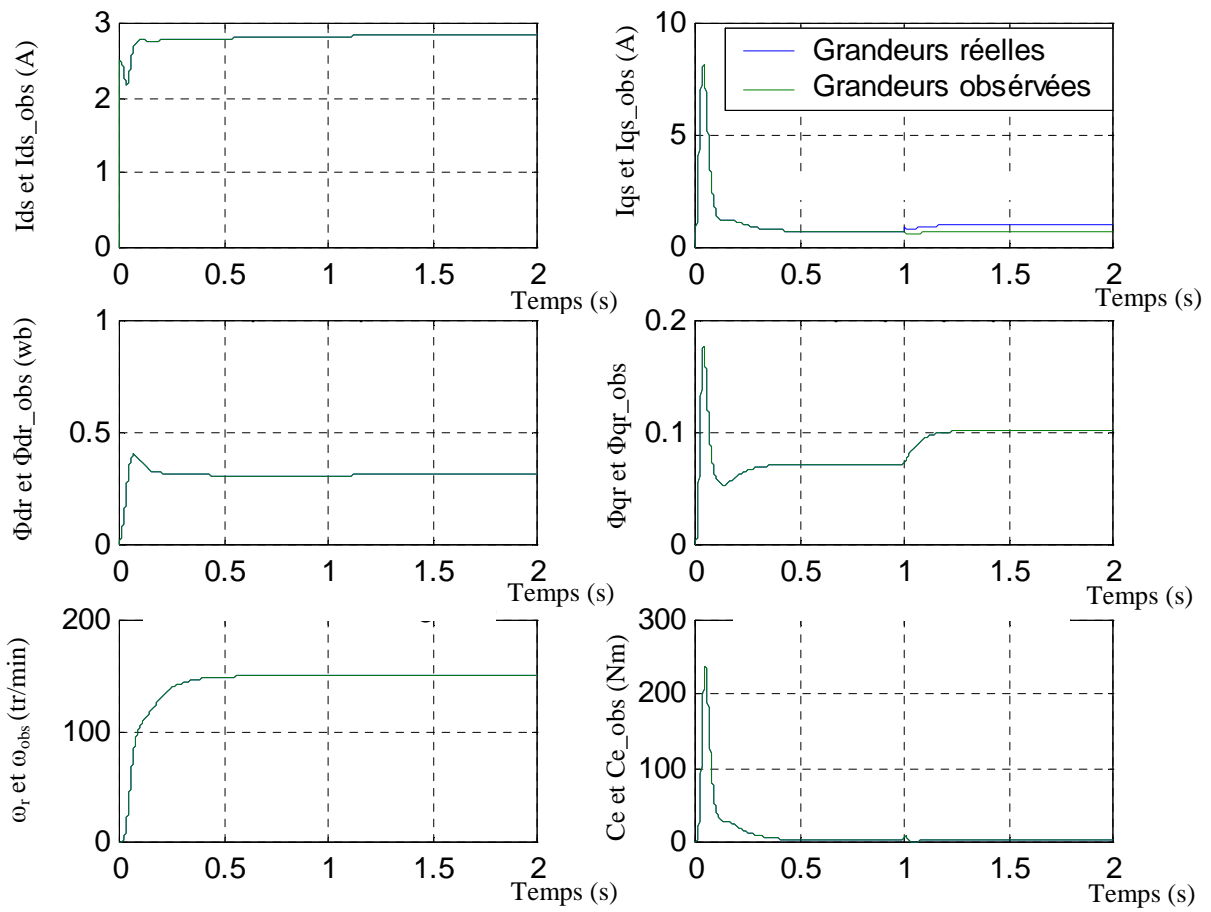


Figure 3.24: Evolution des grandeurs réelle et estimées en présence du défaut $w_2(t)$

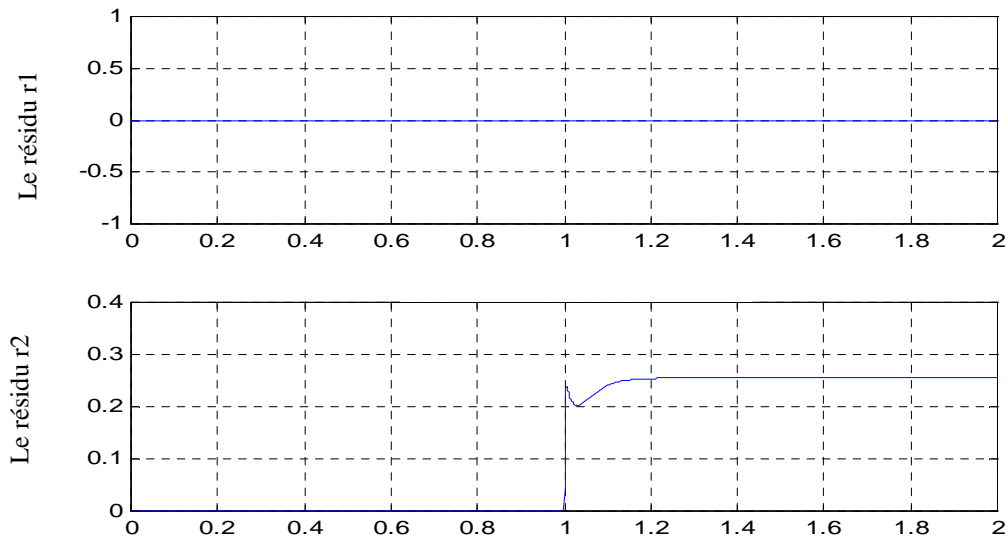


Figure 3.25: Evolution des résidus

Commentaire

En analysant ces résultats de simulation donnés en figures (3.24) et (3.25), nous pouvons citer les remarques suivantes :

- La figure (3.24) montre l'évolution des grandeurs réelles et estimées en présence du défaut sur l'enroulement statorique auxiliaire. En absence du défaut $w_2(t)$, tous les états sont parfaitement estimés. Mais dès que le défaut $w_2(t)$ apparaît sur l'enroulement auxiliaire, les états $x_1(t), x_3(t), x_4(t), x_5(t)$ qui appartiennent au sous-espace insensible, sont parfaitement estimés, ceci grâce à l'intervention de l'injection de sortie dans l'estimation de ces états. Par contre, l'état $x_2(t)$ est mal estimé par le filtre dès l'apparition du défaut.
- La figure (3.25) montre l'évolution des deux résidus. Le premier reste constamment zéro, tandis que le deuxième résidu qui est nul en absence du défaut $w_2(t)$ et non nul en sa présence. Par conséquent le défaut $w_2(t)$ peut être détecté et localisé.
- Les différentes grandeurs du système et du filtre ont été obtenues avec les mêmes conditions initiales. Mais même si les conditions initiales du système et du filtre différent, les grandeurs du filtre convergent vers les états du système.

III.7.6 Détection et isolation à l'aide d'un filtre unique**III.7.6.1 Conception du difféomorphisme**

Soit ϕ^{p_1, p_2} la partie commune au sens stricte entre les deux distributions $S_*^{p_1}$ et $S_*^{p_2}$. Et soit ϕ^{p_j} une distribution du sous-espace $S_*^{p_j}$ ne possédant aucune intersection avec $S_*^{p_k}$ ou $k = \{1, \dots, j-1, j+1, \dots, q\}$

Dans notre application on a :

$$\phi^{p_1, p_2} = \text{span}\{0\} \quad (3-114)$$

$$\phi^{p_1} = \text{span}\{(1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T\} \quad (3-115)$$

Et

$$\phi^{p_2} = \text{span}\{(0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^T\} \quad (3-116)$$

On peut définir donc le difféomorphisme de la manière suivante :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \begin{pmatrix} \phi^{p_1} \\ \phi^{p_2} \\ \gamma \end{pmatrix} \quad (3-117)$$

Avec :

γ doit satisfaire les deux conditions suivantes :

$$\gamma \subseteq (\phi^{p_1})^\perp \text{ Et } \gamma \subseteq (\phi^{p_2})^\perp \quad (3-118)$$

Donc on peut choisir γ comme suit :

$$\gamma = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \quad (3-119)$$

D'où le difféomorphisme peut s'écrire :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3-120)$$

Par intégration on obtient :

$$\Phi(x) = Z = \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_\gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} \quad (3-121)$$

Avec :

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 \\ z_2 &= x_2 \\ z_\gamma &= (x_3 \quad x_4 \quad x_5)^T = (z_{\gamma_1} \quad z_{\gamma_2} \quad z_{\gamma_3})^T \end{aligned} \quad (3-122)$$

Et le filtre avec l'injection de sortie est donné comme suit :

$$\sum_{FNL} \left\{ \begin{aligned} \dot{z}_1 &= -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s1} L_r^2}{\mu L_r^2} z_1 + w_s z_2 + \frac{M_{sr} R_r}{\mu L_r^2} z_{\gamma_1} + \frac{p M_{sr}}{\mu L_r} z_{\gamma_2} z_{\gamma_3} + \frac{v_{ds}}{\mu} + \Psi^1(Z, y_x) - \Psi^1(Z, y_z) \\ \dot{z}_2 &= -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s2} L_r^2}{\eta L_r^2} z_2 - w_s z_1 + \frac{M_{sr} R_r}{\eta L_r^2} z_{\gamma_2} - \frac{p M_{sr}}{\eta L_r} z_{\gamma_1} z_{\gamma_3} + \frac{v_{qs}}{\eta} + \Psi^2(Z, y_x) - \Psi^2(Z, y_z) \\ \dot{z}_{\gamma_1} &= -\frac{R_r}{L_r} z_{\gamma_1} + (w_s - p z_{\gamma_3}) z_{\gamma_2} + \frac{R_r M_{sr}}{L_r} z_1 + \Psi^3(Z, y_x) - \Psi^3(Z, y_z) \\ \dot{z}_{\gamma_2} &= (p z_{\gamma_3} - w_s) z_{\gamma_1} - \frac{R_r}{L_r} z_{\gamma_2} + \frac{R_r M_{sr}}{L_r} z_2 + \Psi^4(Z, y_x) - \Psi^4(Z, y_z) \\ \dot{z}_{\gamma_3} &= d(z_{\gamma_1} z_2 - z_1 z_{\gamma_2}) - \frac{c_r}{J} - \frac{k_f}{J} z_{\gamma_3} + \Psi^5(Z, y_x) - \Psi^5(Z, y_z) \\ y_{z1} &= z_1 \\ y_{z2} &= z_2 \\ y_{z3} &= z_{\gamma_3} \end{aligned} \right. \quad (3-123)$$

Le sous-espace défini par z_1 , doit être sensible uniquement au défaut $w_1(t)$ et insensible au défaut $w_2(t)$. Et le sous-espace défini par z_2 , doit être sensible uniquement au défaut $w_2(t)$ et insensible au défaut $w_1(t)$. Or la présence de l'état z_2 porteur du défaut $w_2(t)$ dans l'équation \dot{z}_1 , rend ce dernier sensible au défaut $w_2(t)$. Donc l'objectif est d'éliminer l'état z_2 dans l'équation \dot{z}_1 par un bon choix de l'injection de sortie.

De même, la présence de l'état z_1 dans l'équation \dot{z}_2 le rend sensible au défaut $w_1(t)$, donc par un bon choix de l'injection de sortie, on doit éliminer l'état z_1 dans l'équation \dot{z}_2 , tout en tenant compte que le sous-espace z_γ est insensible aux deux défauts $w_1(t)$ et $w_2(t)$. Nous remarquons aussi la présence des deux états z_1 et z_2 dans les équations régissant Z_γ . Cependant à Z_γ , nous associons le sous-espace insensible à tous les défauts. A l'aide d'une injection de sortie, nous cherchons donc à exprimer les états z_1 et z_2 respectivement sensible aux défauts $w_1(t)$ et $w_2(t)$ par un choix adéquat des injections de sorties. Nous les choisissons comme suit :

$$\begin{pmatrix} \psi^1(Z, y_x) \\ \psi^2(Z, y_x) \\ \psi^3(Z, y_x) \\ \psi^4(Z, y_x) \\ \psi^5(Z, y_x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_s y_{x2} \\ -w_s y_{x1} \\ \frac{R_r M_{sr}}{L_r} y_{x1} \\ \frac{R_r M_{sr}}{L_r} y_{x2} \\ d(z_{\gamma_1} y_{x2} - z_{\gamma_2} y_{x1}) \end{pmatrix} \quad (3-124)$$

$$\begin{pmatrix} \psi^1(Z, y_z) \\ \psi^2(Z, y_z) \\ \psi^3(Z, y_z) \\ \psi^4(Z, y_z) \\ \psi^5(Z, y_z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_s y_{z2} \\ w_s y_{z1} \\ \frac{R_r M_{sr}}{L_r} y_{z1} \\ \frac{R_r M_{sr}}{L_r} y_{z2} \\ d(z_{\gamma_1} y_{z2} - z_{\gamma_2} y_{z1}) \end{pmatrix} \quad (3-125)$$

Et le filtre isolateur des deux défauts peut s'écrire dans la base de coordonnées d'origine comme suit :

$$\sum_{FNLw:} \begin{cases} \dot{z}_1 = -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s1} L_r^2}{\mu L_r^2} z_1 + w_s y_{x2} + \frac{M_{sr} R_r}{\mu L_r^2} z_3 + \frac{p M_{sr}}{\mu L_r} z_4 z_5 + \frac{v_{ds}}{\mu} \\ \dot{z}_2 = -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s2} L_r^2}{\eta L_r^2} z_2 - w_s y_{x1} + \frac{M_{sr} R_r}{\eta L_r^2} z_4 - \frac{p M_{sr}}{\eta L_r} z_3 z_5 + \frac{v_{qs}}{\eta} \\ \dot{z}_3 = -\frac{R_r}{L_r} z_3 + (w_s - p z_5) z_4 + \frac{R_r M_{sr}}{L_r} y_{x1} \\ \dot{z}_4 = (p z_5 - w_s) z_3 - \frac{R_r}{L_r} z_4 + \frac{R_r M_{sr}}{L_r} y_{x2} \\ \dot{z}_5 = d(z_3 y_{x2} - y_{x1} z_4) - \frac{c_r}{J} - \frac{k_f}{J} z_5 \\ y_{z1} = z_1 \\ y_{z2} = z_2 \\ y_{z3} = z_5 \end{cases} \quad (3-126)$$

Et le vecteur résidus sera :

$$r = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{z1}(t) - y_{x1}(t) \\ y_{z1}(t) - y_{x2}(t) \end{pmatrix} \quad (3-127)$$

Où r_1 est sensible uniquement au défaut $w_1(t)$, tandis que le résidu r_2 est sensible uniquement au défaut $w_2(t)$. Ceci est garanti par le bon choix de l'injection de sortie. Par conséquent les deux défauts seront isolés. Les résultats de simulation montrent l'efficacité de ce filtre pour la détection et l'isolation des deux défauts.

III.7.6.2 Résultats de simulations

- Apparition du défaut $w_1(t)$

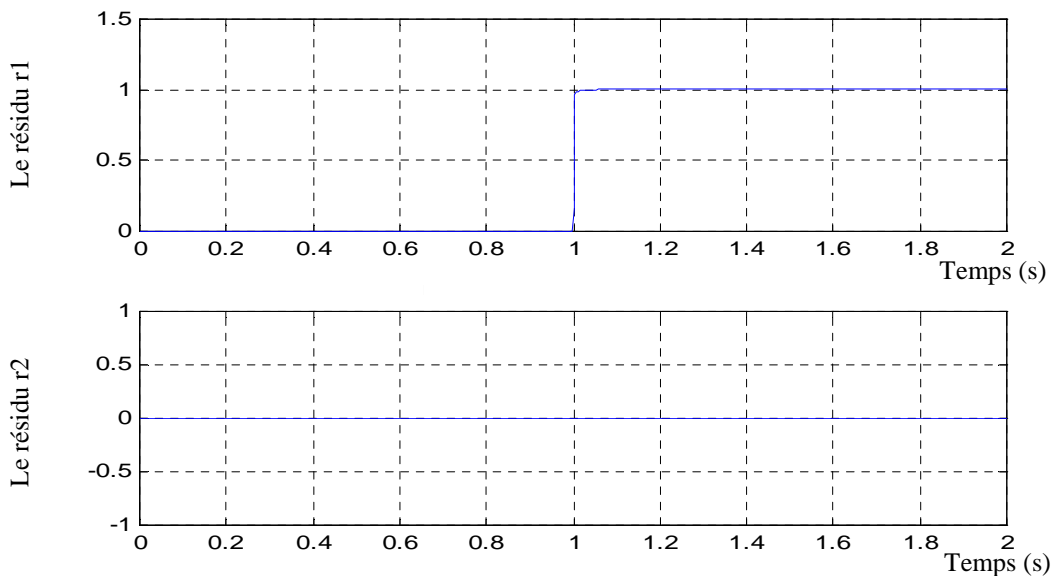


Figure 3.26 : L'évolution des résidus en présence du défaut $w_1(t)$, dans le cas d'isolation par un seul filtre

La figure (3.26) montre l'évolution des deux résidus en présence du défaut $w_1(t)$. En effet, en présence de ce défaut, le résidu $r_1(t)$ sensé de le détecter est différent de zéro dès son apparition. Alors que le résidu $r_2(t)$ reste continuellement nul. Ce qui permet la localisation de ce défaut qui affecte l'enroulement statorique principale

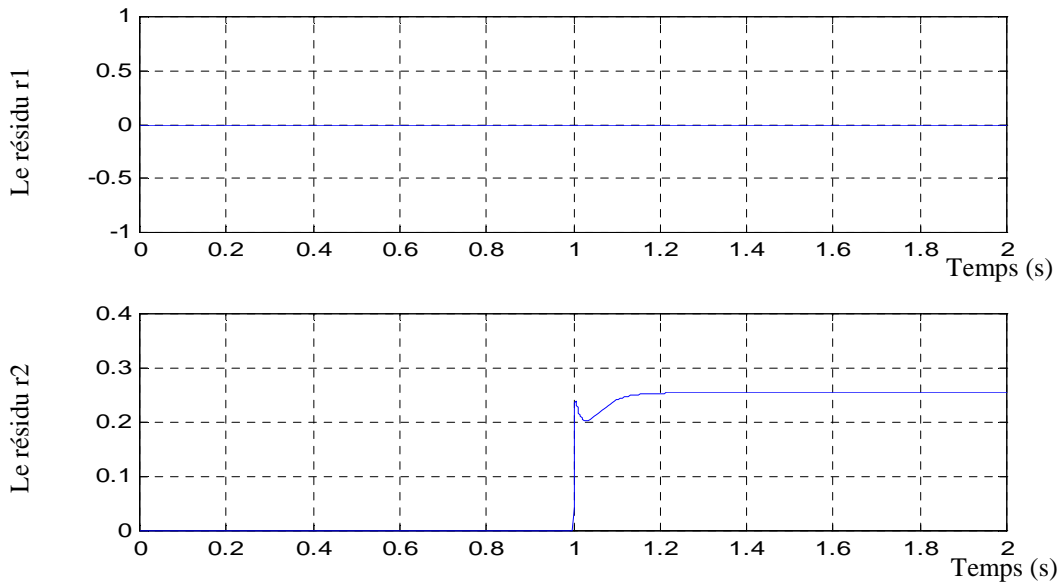
- Apparition du défaut $w_2(t)$ 

Figure 3.27 : l'évolution des résidus en présence du défaut $w_2(t)$, dans le cas d'isolation par un seul filtre

La figure (3.27) montre l'évolution des deux résidus en présence du défaut $w_2(t)$. En présence de ce défaut, le résidu $r_1(t)$ reste continuellement nul quelque soit le défaut $w_2(t)$. Cependant le résidu $r_2(t)$ sensé de le détecter sera différent de zéro dès son apparition. Ce qui permet la localisation de ce défaut qui affecte l'enroulement statorique auxiliaire.

- Apparition des deux défauts

La figure (3.28) montre l'évolution des deux résidus en présence des deux défauts. A l'instant $t=1$, le système est affecté par le défaut $w_1(t)$, le résidu $r_1(t)$ le détecte, tandis que le résidu $r_2(t)$ reste invariant à l'apparition de ce défaut. Pour une simple analyse de ces résidus, le défaut peut être localisé. A $t=1.5$, le défaut $w_2(t)$ apparaît sur le système, le résidu $r_2(t)$ le détecte et le résidu $r_1(t)$ reste invariant à son apparition. Donc par une simple analyse de ces résidus on peut localiser le défaut. De même, les différentes grandeurs du système et du filtre ont été obtenues avec les mêmes conditions initiales. Mais même si ces conditions initiales sont différentes, les grandeurs du filtre convergent vers les états du système.

Ces résultats montrent une autre fois le bon choix des injections de sortie et l'efficacité de ce filtre pour la détection et la localisation des deux défauts, même s'ils apparaissent simultanément. Par conséquent, le problème FDI peut être résolu.

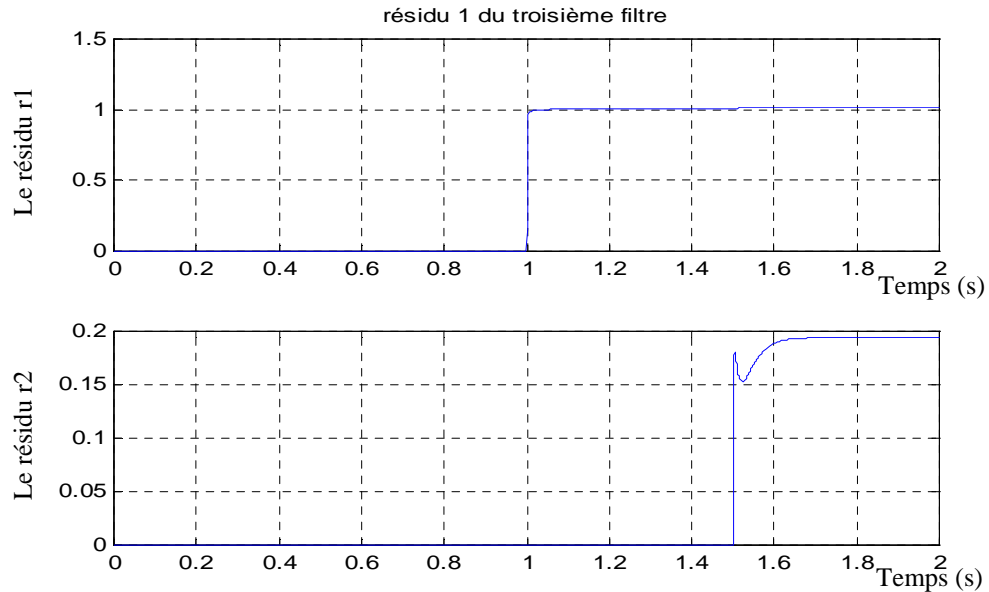


Figure 3.28 : l'évolution des résidus en présence des deux défauts, dans le cas d'isolation par un seul filtre

III.8 Conclusion

Nous avons exposé dans ce chapitre la première approche géométrique pour le diagnostic des défauts dans les systèmes non linéaires. Le découplage du système et le calcul de l'injection de sortie après avoir testé les conditions d'isolations finalisent la synthèse de filtre de détection et d'isolation. Une analyse structurale menant à l'élaboration des conditions nécessaires et suffisantes pour l'isolation est exposée. Le modèle doit avoir un certain nombre de propriétés géométrique pour satisfaire ces conditions. Cette analyse repose essentiellement sur les intersections et inclusions entre les différents sous-espaces d'états. Nous avons exposé dans la deuxième partie de ce chapitre la méthodologie de conception d'un ou plusieurs filtres de détection et d'isolation des défauts qui est basée sur la conception d'un difféomorphisme constitué par des distributions qui sont linéairement indépendantes entre elles. Des exemples académiques sont illustrés afin de permettre une mise en valeur de chaque résultat.

Nous avons présenté à la fin de ce chapitre une application à un cas concret des deux méthodes théorique exposées. Pour ceci nous avons choisi le modèle de la machine asynchrone monophasée que son stator est constitué de deux enroulements : l'enroulement statorique principale et l'enroulement statorique auxiliaire, ces deux enroulements qui sont électriquement isolés, peuvent être affectés par des défauts de type court circuit. L'objectif était donc de synthétiser des filtres qui peuvent détecter et isoler ces deux défauts. Le choix de ce modèle peut être justifié par deux raisons :

- Il possède l'avantage de présenter un couplage entre les différentes variables d'états, ce qui permet de mettre en relief des résultats propre au découplage.
- Et pour des raisons d'applicabilité de l'approche géométrique exposée en ce chapitre, les conditions de détectabilité et d'isolabilité des défauts considérés sont satisfaites.

En effet, pour la détectabilité des défauts, nous avons montré que la condition $\gamma_{obs} \notin (C_*^{p_j}), j=1,2$ est satisfaite. De même, les conditions nécessaires et suffisantes pour l'isolation des deux défauts énoncées respectivement par les théorèmes (2) et (3) sont satisfaites. Par conséquent, le problème FDI peut avoir une solution géométrique.

La deuxième étape était soit la synthèse deux filtres et que chaque filtre permet la détection et l'isolation d'un seul défaut, soit un seul filtre qui permet la détection et l'isolation des deux défauts même s'ils apparaissent simultanément. La synthèse de ces filtres est basée sur le bon choix des injections des sorties de type $\psi(y_x(t), y_z(t), u(t))$, et qui assurent la propriété de découplage. Des résultats de simulation ont été donnés à la fin de chaque étape, afin de montrer l'efficacité de ces filtres et le bon choix des injections de sortie.

Chapitre IV

Diagnostic de défauts dans les systèmes non linéaires à base de la codistribution d'observabilité

Chapitre IV

Diagnostic de défauts dans les systèmes non linéaires à base de la codistribution d'observabilité

IV.1 Introduction

Nous présentons dans ce chapitre une autre approche géométrique pour la détection et l'isolation des défauts dans les systèmes non linéaires. Nous introduisons une autre séquence non décroissante qui permet la détermination de la codistribution d'observabilité pour les systèmes linéaires et non linéaires, et à base de cette dernière, des conditions nécessaires sont ensuite déterminées pour la détection et l'isolation des défauts. Cette codistribution d'observabilité a un nombre de propriétés très intéressantes qui permettent la détermination d'un difféomorphisme d'état et de sortie qui finalisent la synthèse d'un filtre de détection et d'isolation, par conséquent résoudre le problème FDI. Nous nous intéressons spécialement aux travaux de M.A. Massoumnia [MAS89], [MAS86], qui est le premier qui a utilisé l'approche géométrique pour le diagnostic des systèmes linéaires. Ainsi nous nous intéressons aux travaux de C.De.Persis et A.Isidori [PER99], [PER00], [PER01] qui ont généralisé l'approche linéaire de M.A.Massoumnia pour les systèmes non linéaires. Nous appliquons ensuite cette approche pour le diagnostic des défauts actionneurs pour le modèle de l'avion.

IV.2 Problème fondamental de génération de résidus pour les systèmes linéaires

On considère le système linéaire LTI donné par (4-1)

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Pw(t) + Ld(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4-1)$$

Avec : $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$, $w(t) \in R^q$, $d(t) \in R^d$, $y(t) \in R^p$ qui sont respectivement le vecteur des états, le vecteur des commandes, le vecteur des défauts, le vecteur des perturbations et le vecteur des sorties du système. A , B , C , L et P sont des matrices de dimensions appropriées.

Le problème fondamental de génération de résidu FPRG pour le système (4-1) consiste de trouver un générateur de résidu défini en (4-2) [LOO00], [MAS86], [MAS89], [PER00], [PER01].

$$\begin{cases} \dot{z} = Fz + Ku + Ey \\ r = Jz + Hy \end{cases} \quad (4-2)$$

Avec : $z \in R^{\bar{n}}$, $r \in R^{\bar{p}}$ représentent respectivement la dynamique du générateur de résidu et le vecteur résidu. F , K , E , J et H Sont des matrices de dimension appropriées. Le système augmenté (4-3) obtenu de la composition de (4-1) avec (4-2) est donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}^e(t) = A^e x^e(t) + B^e u^e(t) + P^e w(t) \\ r(t) = C^e x^e(t) \end{cases} \quad (4-3)$$

Tel que :

$$x^e = \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix}, \quad u^e = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix},$$

$$A^e = \begin{pmatrix} A & 0 \\ EC & F \end{pmatrix}, \quad B^e = \begin{pmatrix} B & L \\ K & 0 \end{pmatrix}, \quad P^e = \begin{pmatrix} P \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C^e = (HC \quad J)$$

Donc le problème fondamental de génération de résidu consiste à synthétiser un générateur de résidu donné par (4-2) et dont les matrices inconnues F, K, E, J et H satisfieront les propriétés suivantes [PER00], [LAL04], [PER01].

- 1- La matrice fonction de transfert entre u^e et r donnée par $C^e (sI_{n+\bar{n}} - A^e)^{-1} B^e$ est identiquement nulle.
- 2- La matrice fonction de transfert entre le défaut $w(t)$ et le résidu $r(t)$ donnée par $C^e (sI_{n+\bar{n}} - A^e)^{-1} P^e$ ne doit pas être nulle.
- 3- Les pôles de $C^e (sI - A^e)^{-1}$ doivent être à parties réelles négatives.

La première condition assure la robustesse de résidu vis-à-vis des perturbations et l'entrée de commande, qui est la tâche la plus délicate à satisfaire, et qui permet d'éviter les fausses alarmes. Tandis que la deuxième condition assure la détectabilité des défauts par le résidu. La troisième condition assure la stabilité de l'espace observable du système augmenté (4-3) [LAL04] i.e. assurer que l'effet des conditions initiales ne soient pas durables sur les résidus.

Remarque

La première condition citée ci-dessus représente la tâche la plus délicate à assurer dans un système de diagnostic. En effet, les perturbations et les défauts sont de même nature, mais l'application des perturbations est considérée normale, alors que les défauts sont considérés comme des anomalies.

Dans [MAS89] d'autres conditions et contraintes ont été proposées pour le problème fondamental de génération de résidus. Soit le système LTI suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + p_1 w_1(t) + p_2 w_2(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4-4)$$

Avec : $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$, $y(t) \in R^p$ qui sont respectivement le vecteur des états, le vecteur des commandes et le vecteur des sorties de système, $w_1(t)$ et $w_2(t)$ sont des entrées inconnues au système. A, B, C sont des matrices de dimensions appropriées. p_1 représente l'effet du défaut qu'on veut détecter et isoler, tandis que p_2 est l'effet de tous les autres défauts qu'on veut isoler du défaut $w_1(t)$.

L'objectif de cette approche est de détecter et isoler le défaut $w_1(t)$ par rapport à $w_2(t)$ et à l'entrée de commande $u(t)$. Donc on désire que l'application du défaut $w_1(t)$ doit avoir un effet sur la sortie du générateur de résidu $r(t)$. Tandis que l'application du défaut $w_2(t)$ ne doit pas avoir un effet sur le signal résidu $r(t)$. La forme la plus générale d'un tel observateur qui admet la commande $u(t)$ et les mesures $y(t)$ comme entrées est donnée par (4-5).

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) - Ey(t) + Gu(t) \\ r(t) = Mz(t) - Hy(t) + Ku(t) \end{cases} \quad (4-5)$$

La combinaison entre (4-4) et (4-5) donne le système augmenté (4-6) suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}^e(t) = A^e x^e(t) + B^e u^e(t) + P^e w_1(t) \\ r(t) = H^e x^e(t) + K^e u^e(t) \end{cases} \quad (4-6)$$

Avec

$$x^e(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ z(t) \end{pmatrix}, \quad u^e(t) = \begin{pmatrix} u(t) \\ w_2(t) \end{pmatrix}$$

$$A^e = \begin{pmatrix} A & 0 \\ -EC & F \end{pmatrix}, B^e = \begin{pmatrix} B & P_2 \\ G & 0 \end{pmatrix}, H^e = (-HC \quad M), K^e = (K \quad 0), P^e = \begin{pmatrix} P_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Définition 1 [PER00]

Soient le système (4-4) et le générateur de résidu (4-5). Le problème fondamental de génération de résidus (FPRG) consiste à calculer les matrices F, E, G, M, H, K, et T (tel que T est la matrice de changement de coordonnées) de sorte que les contraintes suivantes soient maintenues :

- 1)- Le vecteur résidu $r(t)$ n'est pas affecté par $u^e(t)$.
- 2)- Le système reliant r à w , est aux entrées observables
- 3)- Les modes observables de la paire (A^e, C^e) sont tous stables.

La première condition assure la robustesse de résidu $r(t)$ vis-à-vis des entrées u^e , la deuxième contrainte assure la détectabilité du défaut w_1 et tandis que la troisième contrainte assure la stabilité du générateur de résidus.

IV.3 Solution géométrique du FPRG pour les systèmes LTI

Il a été montré dans [MAS89] que l'existence d'une solution au problème fondamental de génération de résidus, dépend d'une simple relation entre le sous-espace $L = span \{p_1\}$ contenant l'effet du défaut qu'on

veut détecter et isoler et le sous-espace d'inobservabilité minimal Q contenant l'effet des autres défauts $E = span\{p_2\}$.

L'algorithme permettant de déterminer ce sous-espace d'inobservabilité a été proposé dans [MAS86] et [PER00]. Nous exposerons brièvement cet algorithme :

1)- considérant la suite des sous-espace de R^n donnée par :

$$\begin{cases} S_0 = span\{p_2\} \\ S_{i+1} = span\{p_2\} + A(S_i \cap Ker\{C\}) \end{cases} \quad i = 0, \dots, n-1 \quad (4-7)$$

Avec :

$$S_*^p = S_{n-1} \quad (4-8)$$

2)- on considère la séquence non décroissante des sous-espaces dual de R^n

$$\begin{cases} Q_0 = (S_*^p)^\perp \cap span\{C\} \\ Q_{i+n} = (S_*^p)^\perp \cap (Q_i A + span(C)) \end{cases} \quad (4-9)$$

Avec : $i = 0, \dots, n$ et $Q_*^p = Q_{n-1}$ (4-10)

Alors, le sous-espace d'inobservabilité minimal contenant l'effet des perturbations et les autres défauts est égal à $Q = (Q_*^p)^\perp$. À base de cette codistribution, le problème FPRG peut être résolu [PER00], [LOO01], [MAS86].

Théorème 1 [MAS86]

Considérons le système (4-4). Il existe une solution au problème FPRG si et seulement si

$$L \cap Q = \{0\} \quad (4-11)$$

Remarque

La condition (4-11) du théorème précédent est valable pour les deux générateurs de résidus donnés par (4-2) et (4-5). Si cette condition est satisfaite, il est possible de déterminer une transformation de l'état de sorte à décomposer le système global en deux sous systèmes, dont l'un est découplé de l'effet des perturbations et les autres défauts. Il a été montré que cette transformation est liée au sous espace Q_*^p (le sous espace d'observabilité). Ce sous système est défini comme suit [PER00]

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) + B_1u(t) + p_1w_1(t) \\ y_1(t) = C_1x_1(t) \end{cases} \quad (4-12)$$

Et dont la paire (A_{11}, C_1) doit être observable. De cela la conception d'un filtre pour la détection du défaut $w_1(t)$ est immédiate.

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = A_{11}z(t) + A_{12}y_2(t) + B_1u(t) + G(C_1z(t) - y_1(t)) \\ r(t) = C_1z(t) - y_1(t) \end{cases} \quad (4-13)$$

La matrice G est telle que les valeurs propres de $(A_{11} + GC_1)$ sont à parties réelles négatives. La dynamique de l'erreur est donnée comme suit:

$$\dot{e}(t) = (A_{11} + GC_1)e(t) + p_1w_1(t) \quad (4-14)$$

Et le signal résidu peut être mis sous la forme suivante :

$$r(t) = Ce(t) \quad (4-15)$$

De (4-14) on peut constater que, si $w_1(t) = 0$ et que les valeurs propres de $(A_{11} + GC_1)$ sont à parties réelles négatives, alors l'erreur e tend asymptotiquement vers zéro, donc $r = 0$. Et au moment d'apparition de défaut $w_1(t)$, l'erreur $e \neq 0$, alors $r \neq 0$.

Donc le filtre donné en (4-13) résout le problème fondamental de génération de résidus FPRG pour les systèmes LTI.

IV.4 L'approche géométrique du problème de détection et d'isolation de défauts dans les SNL

IV.4.1 : Préliminaire

Cette section est consacrée au problème fondamental de génération de résidus et le problème d'isolation des défauts (FDI) pour les systèmes non linéaires. Les travaux de C.De.Persis et A.Isidori sont à l'origine de cette section, le lecteur peut se référer aux articles [PER00], [PER01] et [LOO00] pour plus de détails. En effet, ces travaux qui traitent le problème FPRG et FDI par l'approche géométrique ont donné naissance aux autres travaux, essentiellement ceux de [PER01], [LOO01], [JOI02] appliqués aux différents procédés industriels. On considère le système non linéaire suivants :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + \sum_{i=1}^m g_i(x(t))u_i(t) + l(x(t))w(t) + \sum_{k=1}^d p_k(x(t))d_k(t) \\ y(t) = h(x(t)). \end{cases} \quad (4-16)$$

Avec: $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$, $w(t) \in R$, $d(t) \in R^d$, $y(t) \in R^p$ représentent respectivement le vecteur des états, le vecteur des commandes, le défaut qu'on veut isoler et détecter, les autres défauts et perturbations et le vecteur des sorties.

$f(x), g(x), l(x), p(x)$ et $h(x)$ sont des champs de vecteur de dimensions appropriées. Le problème local de génération de résidu pour le système non linéaire (4-16), consiste à concevoir un générateur de résidus de manière à satisfaire les conditions explicitées dans le paragraphe précédent (définition1) [PER00], [LOO01], [JOI02], [LAL04].

Définition 2 [LOO01]

Considérons le système (4-16), le problème 1-NLFPRG consiste à trouver si c'est possible un générateur de résidu de la forme :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \hat{f}(y(t), z(t)) + \hat{g}(y(t), z(t))u \\ r(t) = \hat{h}(y(t), z(t)) \end{cases} \quad (4-17)$$

Avec : $z(t) \in R^{\bar{q}}$, $r(t) \in R^{\bar{p}}$ représentent respectivement la dynamique du générateur de résidus et le résidu. $\hat{f}(z(t), y(t))$, $\hat{g}(z(t), y(t))$ et $\hat{h}(z(t), y(t))$ sont des champs de vecteur de dimensions appropriées. Le système augmenté (procédé et générateur de résidu) qui peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}^e(t) = f^e(x^e(t)) + \sum_{i=1}^m g_i^e(x^e(t))u_i(t) + l^e(x^e(t))w(t) + \sum_{i=1}^d p_i^e(x^e(t))d_i(t) \\ r(t) = h^e(x^e(t)). \end{cases} \quad (4-18)$$

Tel que :

$$x^e = \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix}, \quad f^e(x^e) = \begin{pmatrix} f(x) \\ f(z, y) \end{pmatrix}, \quad g_i^e(x^e) = \begin{pmatrix} g_i(x) \\ g_i(z, y) \end{pmatrix}, \quad l^e(x^e) = \begin{pmatrix} l(x) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad p_i^e(x^e) = \begin{pmatrix} p_i^e(x) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Maintient les propriétés suivantes:

- 1- Si $w = 0$, r est inaffecté par u_i, d_j , $\forall i, j$
- 2- r est affecté par $w(t)$.
- 3- $\lim_{t \rightarrow \infty} \|r(t, x^0, z^0, u_1, \dots, u_m, w = 0, d_1, \dots, d_q)\| = 0$ pour n'importe quelle condition initiale x^0, z^0 , et n'importe quelle entrée admissible.

La condition (1) de la définition (2) assure la robustesse du résidus vis-à-vis des entrées du commandes u_i , les perturbations et les autres défauts d_i qui ne doivent pas affectés le résidu $r(t)$ en absence du défaut $w(t)$. La satisfaction de cette propriété évite des fausses alarmes. La condition (2) assure l'affectation du résidu par le défaut $w(t)$. Tandis que la troisième condition assure la stabilité du résidu même vis-à-vis des conditions initiales.

Les conditions (1) et (2) de la définition (2) sont liées directement à la codistribution d'inobservabilité Q du système (4-18) qui contient $span\{dh\}$ et invariante sous tous les $g_i^e, i = 0, \dots, m$ et $p_i^e, i = 1, \dots, q$. [PER01], [LOO01].

Les condition (1) et (2) de la définition précédente peuvent être respectivement traduites géométriquement comme suit :

$$span\{g_1^e, \dots, g_m^e, p_1^e, \dots, p_d^e\} \subset Q \quad (4-19)$$

$$span\{J^e(x)\} \not\subset Q \quad (4-20)$$

Q Est la codistribution d'inobservabilité.

Et dans ce qui suit, la version non linéaire de l'algorithme donné en section (IV.3) pour le calcul de cette codistribution Q , ensuite on donne les propriétés de cette codistribution qui sont d'une grande importance pour la résolution du problème FPRG pour les systèmes non linéaires.

IV.4.2 La codistribution d'observabilité et ces propriétés

IV.4.2.1 Algorithme de calcul de la codistribution d'observabilité

La première étape consiste à calculer la codistribution conditionnée invariante \sum_*^p , qui contient l'effet des entrées indésirables. Si cette codistribution ne contient pas l'effet du défaut à détecter et à isoler, une solution géométrique doit exister [LOO01]. L'étape suivante est de trouver un changement de coordonnées (difféomorphisme) qui revient à calculer la codistribution d'observabilité Ω . L'étape finale est de concevoir un observateur (ou générateur de résidus) qui résout le problème FPRG.

Dans [PER01] et [LOO01], on trouve les étapes de calcul de la codistribution d'inobservabilité involutive conditionnée invariante $(\Omega)^\perp$.

- Calcul de la distribution involutive conditionnée invariante \sum_*^p

Soit le système non linéaire (4-16), et soit la distribution suivante :

$$P = span\{p_1, \dots, p_d\} \quad (4-21)$$

Qui est engendrée par l'effet des perturbations et les autres défauts qui doivent être isolés de $w_1(t)$.

On rappelle la séquence non décroissante des distributions qui permet le calcul de la plus petite distribution involutive conditionnée invariante comme suit :

$$\begin{cases} S_0 = \bar{P} \\ S_{k+1} = \bar{S}_k + \sum_{i=0}^m [g_i, \bar{S}_k \cap Ker\{dh\}] \end{cases} \quad (4-22)$$

Avec :

\bar{S} représente la plus petite distribution involutive de S , et $g_0(x) = f(x)$, $Ker\{dh\}$ représente le noyau de $\{dh\}$.

Supposons qu'il existe un entier k^* qui satisfait la condition d'arrêt suivante :

$$S_{k^*+1} = \bar{S}_{k^*} \tag{4-23}$$

Posons donc :

$$\sum^p = \bar{S}_{k^*} \tag{4-24}$$

Avec :

\sum^p est appelée la distribution involutive conditionnée invariante.

Remarque

La condition d'arrêt (4-23) qui est liée à l'existence d'un entier k^* , peut ne pas être satisfaite. Dans ce cas on arrête le déroulement de l'algorithme dès que le nombre d'itérations effectuées est supérieur à la dimension du système. Donc la condition de continuité de cet algorithme est liée à l'existence d'un entier k^* qui peut satisfaire la condition (4-23).

- Propriété de la distribution involutive conditionnée invariante

La distribution involutive conditionnée invariante \sum^p a les propriétés suivantes :

- 1- \sum^p est involutive, contient l'effet des autres défauts et perturbations $P(x)$ et elle est conditionnée invariante.
- 2- N'importe qu'elle distribution Δ involutive et qui contient $P(x)$ est conditionnée invariante, alors elle satisfait $\sum^p \subset \Delta$.

D'une autre manière, si la condition d'arrêt (4-23) est satisfaite, alors la distribution \sum^p est l'élément minimal de la famille de toutes les distributions involutives qui contient $P(x)$.

- 3- La condition d'arrêt (4-23) sera satisfaite si toutes les distributions générées par l'algorithme (4-22) sont non singulières.

- Application au modèle de satellite pour le calcul de \sum^p

Soit l'exemple académique suivant qui représente le modèle d'un satellite, il est décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{\rho} = v \\ \dot{v} = \rho\omega^2 - \theta_1 \frac{1}{\rho^2} + \theta_2 u_1 \\ \dot{\phi} = \omega \\ \dot{\omega} = -\frac{2v\omega}{\rho} + \theta_2 \frac{u_2}{\rho} \end{cases} \tag{4-25}$$

Avec (ρ, ϕ) représente les positions du satellite dans le plan des coordonnées polaires, v est la vitesse radiale, ω est la vitesse angulaire et u_1, u_2 représentent respectivement la poussée radiale et tangentielle. θ_1 et θ_2 sont des paramètres constants supposés connus.

On veut la conception d'un filtre de détection (en suivant étape par étape la méthodologie pour l'exemple précédent au cours de ce chapitre) d'un défaut qui affecte la commande u_2 . Le modèle étant entaché par une perturbation $d(t)$. Les équation (4-25) peuvent être réécrites comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\rho} = v \\ \dot{v} = \rho\omega^2 - \theta_1 \frac{1}{\rho^2} + \theta_2 u_1 + d \\ \dot{\phi} = \omega \\ \dot{\omega} = -\frac{2v\omega}{\rho} + \theta_2 \frac{u_2}{\rho} + \theta_2 \frac{m}{\rho} \end{cases} \quad (4-26)$$

Avec d représente les perturbations et m représente le défaut. Et on définit le vecteur de sortie comme suit :

$$y = \begin{pmatrix} \rho \\ \phi \\ \omega \end{pmatrix} \quad (4-27)$$

Le système (4-26), (4-27) peut être mis sous la forme d'un système non linéaire affine en entrée comme est donnée par (4-28).

$$\begin{pmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{v} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ \rho\omega^2 - \theta_1 \frac{1}{\rho^2} \\ \omega \\ -\frac{2v\omega}{\rho} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \theta_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\theta_2}{\rho} \end{pmatrix} m + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} d \quad (4-28)$$

$$y = (y_1 \ y_2 \ y_3)^T = (\rho \ \phi \ \omega)^T$$

Tel que :

$$f(x) = \begin{pmatrix} v \\ \rho\omega^2 - \theta_1 \frac{1}{\rho^2} \\ \omega \\ -\frac{2v\omega}{\rho} \end{pmatrix}, \quad g(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \theta_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \theta_2 \end{pmatrix}, \quad l(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\theta_2}{\rho} \end{pmatrix}, \quad p(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

L'algorithme (4-22) est initialisé donc par :

$$P = \text{span}\{P(x)\} = \text{span}\{(0 \ 1 \ 0 \ 0)^T\} \quad (4-29)$$

P est une distribution engendrée par l'effet des perturbations, elle est constante, sa plus petite distribution involutive est :

$$S_0 = \bar{P} = \text{span}\{(0 \ 1 \ 0 \ 0)^T\} \quad (4-30)$$

Calculons S_1 :

D'après l'algorithme (4-22), S_1 est donnée comme suit :

$$S_1 = \bar{S}_0 + \sum_{i=1}^2 [g_i, \bar{S}_0 \cap \text{Ker}\{dh\}] \quad (4-31)$$

dh Représente le jacobien du vecteur $h(x)$.

$$dh = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial \rho} & \frac{\partial h_1}{\partial v} & \frac{\partial h_1}{\partial \phi} & \frac{\partial h_1}{\partial \omega} \\ \frac{\partial h_2}{\partial \rho} & \frac{\partial h_2}{\partial v} & \frac{\partial h_2}{\partial \phi} & \frac{\partial h_2}{\partial \omega} \\ \frac{\partial h_3}{\partial \rho} & \frac{\partial h_3}{\partial v} & \frac{\partial h_3}{\partial \phi} & \frac{\partial h_3}{\partial \omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-32)$$

Donc :

$$\text{Ker}\{dh\} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4-33)$$

Calculons ensuite $\bar{S}_0 \cap \text{Ker}\{dh\}$:

$$\bar{S}_0 \cap \text{Ker}\{dh\} = \text{span}\{(0 \ 1 \ 0 \ 0)^T\} \quad (4-34)$$

Puis nous calculons le crochet de lie de $[g_i, \bar{S}_0 \cap \text{Ker}\{dh\}]$ pour $i = 1, 2$.

$$[g_1, \bar{S}_0 \cap \text{Ker}\{dh\}] = \frac{\partial(\bar{S}_0 \cap \text{Ker}\{dh\})}{\partial x} g_1(x) - \frac{\partial g_1}{\partial x} (S_0 \cap \text{Ker}\{dh\})$$

$$[g_1, \bar{S}_0 \cap Ker\{dh\}] = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T \quad [g_2, \bar{S}_0 \cap Ker\{dh\}] = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T.$$

$$[g_0(x), \bar{S}_0 \cap Ker\{dh\}] = \frac{\partial(\bar{S}_0 \cap Ker\{dh\})}{\partial x} g_0(x) - \frac{\partial g_0}{\partial x} (\bar{S}_0 \cap Ker\{dh\}).$$

$$[g_0(x), \bar{S}_0 \cap Ker\{dh\}] = - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \omega^2 + \frac{\theta_1}{\rho^4} & 0 & 0 & \delta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ +\frac{2\theta\omega}{\rho^2} & -\frac{2\omega}{\rho} & 0 & -\frac{2\theta}{\rho} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \left(1 \quad 0 \quad 0 \quad -\frac{2\omega}{\rho} \right)^T$$

On obtient donc :

$$S_1 = span\left\{ (0 \quad 1 \quad 0 \quad 0)^T \right\} + span\left\{ \left(1 \quad 0 \quad 0 \quad -\frac{2\omega}{\rho} \right)^T \right\}$$

$$S_1 = span\left\{ (0 \quad 1 \quad 0 \quad 0)^T, (1 \quad 0 \quad 0 \quad -\frac{2\omega}{\rho})^T \right\} \quad (4-35)$$

On remarque que $S_1 \neq S_0$, donc on continue le déroulement de l'algorithme.

Calculons maintenant S_2 :

$$S_2 = \bar{S}_1 + \sum_{i=0}^2 [g_i, \bar{S}_1 \cap Ker\{dh\}] \quad (4-36)$$

\bar{S}_1 Est la plus petite distribution involutive de S_1 , elle est obtenue en faisant le crochet de lie entre

$$(0 \quad 1 \quad 0 \quad 0)^T \text{ et } \left(1 \quad 0 \quad 0 \quad -\frac{2\omega}{\rho} \right)^T.$$

On trouve :

$$\bar{S}_1 = S_1 = span\left\{ (0 \quad 1 \quad 0 \quad 0)^T, \left(1 \quad 0 \quad 0 \quad -\frac{2\omega}{\rho} \right)^T \right\} \quad (4-$$

37)

Elle est donc non singulière.

$$\bar{S}_1 \cap Ker\{dh\} = span\left\{ (0 \quad 1 \quad 0 \quad 0)^T \right\} \quad (4-38)$$

On remarque que l'équation (4-38) est la même que l'équation (4-34), donc la suite de calcul en cette itération est la même que l'itération précédente, donc on obtient :

$$S_2 = \bar{S}_1 = span \left\{ (0 \quad 1 \quad 0 \quad 0)^T, \left(1 \quad 0 \quad 0 \quad -\frac{2\omega}{\rho} \right)^T \right\} \quad (4-39)$$

Donc la condition d'arrêt (4-23) est vérifiée pour $k^* = 1$.

En posant :

$$\sum^p = \bar{S}_1 = span \left\{ (0 \quad 1 \quad 0 \quad 0)^T, \left(1 \quad 0 \quad 0 \quad -\frac{2\omega}{\rho} \right)^T \right\} \quad (4-40)$$

Qui représente la plus petite distribution involutive conditionnée invariante et qui contient l'effet de la perturbation à condition que $\rho \neq 0$.

Supposons maintenant que la distribution \sum^p est bien définie (i.e. la condition d'arrêt (4-23) est satisfaite pour un entier k^*), et elle est non singulière, alors sa codistribution orthogonale $(\sum^p)^\perp$ est engendrée par des différentiels exactes (Car par construction \sum^p est involutive) [LOO01], [PER00].

Alors $(\sum^p)^\perp$ est l'élément maximal (dans le sens d'inclusion des codistributions) conditionnée invariante, qui est localement engendrée par des différentiels exacts et qui est contenu dans P^\perp [LOO01], [PER00].

IV.4.2.2 Calcul de la codistribution d'observabilité (OCA d'observabilité)

- Algorithme [PER00]

Soit θ une codistribution fixe. Alors, l'algorithme des codistributions observables est défini par la séquence non décroissante suivante :

$$\begin{cases} Q_0 = \theta \cap span \{dh\}. \\ Q_{k+1} = \theta \cap \left(\sum_{i=0}^m Lg_i Q_k + span \{dh\} \right). \end{cases} \quad (4-41)$$

Avec :

$span\{dh\}$ est la codistribution engendrée par les vecteurs de jacobien de $h(x)$. Supposons que toutes les codistributions générées par l'algorithme (4-41) sont non singulières, alors Il existe un entier $k^* \leq n-1$ tel que $Q_k = Q_{k^*}$, pour $k > k^*$. Et soit :

$$\Omega^* = o.c.a(\theta) \quad (4-42)$$

La codistribution Ω est appelée la codistribution d'observabilité si :

$$Lg_i \Omega \subset \Omega + \text{span} \{dh\}, \quad \forall i = 0, \dots, m \quad (4-43)$$

- Propriétés de la codistribution d'observabilité

1- Supposons que toutes les codistributions générées par l'algorithme (4-41) sont non singulières. Et soit $\Omega^\bullet = o.c.a.(\theta)$, alors :

$$\begin{cases} Q_0 = \Omega^\bullet \cap \text{span}\{dh\} \\ Q_{k+1} = \Omega^\bullet \cap \left(\sum_{i=0}^m Lg_i Q_k + \text{span}\{dh\} \right) \end{cases} \quad (4-44)$$

Par conséquent $o.c.a.(\Omega^\bullet) = \Omega^\bullet$

2- Si θ est conditionnée invariante, alors Ω^\bullet le soit.

3- Une distribution Δ est appelée une distribution d'inobservabilité, si sa codistribution orthogonale est une distribution d'observabilité.

4- Pour des raisons de simplicité de calcul, la propriété suivante peut être utilisée [PER00].

$$Q_{k+1} = \theta \cap \left(Q_k + \sum_{i=0}^m Lg_i Q_k + \text{span} \{dh\} \right) \quad (4-45)$$

Pour la démonstration de cette propriété, le lecteur peut se référer à [PER01a].

Remarque :

Le terme $Lg_i Q_k$ représente la dérivée de la codistribution Q_k le long des champs des vecteurs g_i , $i = 0, \dots, m$. Elle se calcul comme suit [JOI02].

$$Lg_i Q_k = \left(\frac{\partial Q_k^T}{\partial x} g_i \right)^T + Q_k \frac{\partial g_i}{\partial x} \quad (4-46)$$

Maintenant si \sum^\bullet est bien définie et non singulière, alors $o.c.a. \left(\left(\sum^\bullet \right)^\perp \right)$ représente la codistribution d'observabilité maximale (dans le sens d'inclusion de codistribution) qui est engendrée par des différentiels exacts et elle est contenue dans P^\perp . Sa codistribution orthogonale représente la codistribution d'inobservabilité, elle peut être obtenue comme suit (en se référant à la propriété 3).

$$Q = \left(o.c.a. \left(\left(\sum^\bullet \right)^\perp \right) \right)^\perp \quad (4-47)$$

Comme résultat, la codistribution Q est la plus petite distribution involutive d'inobservabilité et qui est conditionnée invariante et qui contient l'effet des perturbations. Pour plus des détails sur l'algorithme de calcul de la codistribution d'observabilité le lecteur peut se référer à [PER00].

- Application du modèle de satellite pour le calcul de la codistribution d'observabilité

Dans le paragraphe précédent on a calculé la plus petite distribution involutive conditionnée invariante Σ^p (équation 4-40). Sa codistribution orthogonale est comme suit :

$$\left(\Sigma^p\right)^\perp = \text{span}\{d\phi, d(\rho^2\omega)\} = \text{span}\left\{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T, \begin{pmatrix} 2\rho\omega & 0 & 0 & \rho^2 \end{pmatrix}^T\right\} \quad (4-48)$$

On calcul maintenant la codistribution d'observabilité i.e. $o.c.a\left(\left(\Sigma^p\right)^\perp\right)$ en utilisant l'algorithme (4-41).

Soit $\theta = \left(\Sigma^p\right)^\perp$, On aura alors :

$$Q_0 = \left(\Sigma^p\right)^\perp \cap \text{span}\{dh\} = \text{span}\left\{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T, \begin{pmatrix} 2\rho\omega & 0 & 0 & \rho^2 \end{pmatrix}^T\right\} \quad (4-49)$$

$$Q_1 = \left(\Sigma^p\right)^\perp \cap \left(Q_0 + \sum_{i=0}^m Lg_i Q_0 + \text{span}\{dh\}\right) \quad (4-50)$$

En utilisant la propriété (4) du paragraphe précédent, on peut écrire :

$$Q_1 = \left(\Sigma^p\right)^\perp \cap \left(Q_0 + \sum_{i=0}^m Lg_i Q_0 + \text{span}\{dh\}\right) \quad (4-51)$$

Le terme :

$$Q_0 + \sum_{i=0}^2 Lg_i Q_0 = \text{span}\{\omega_{01}, \omega_{02}, Lg_i \omega_{01}, Lg_i \omega_{02}\} \quad i = 0, 1, 2 \quad (4-52)$$

$$= \text{span}\{\omega_{01}, \omega_{02}, Lg_0 \omega_{01}, Lg_0 \omega_{02}, Lg_1 \omega_{01}, Lg_1 \omega_{02}, Lg_2 \omega_{01}, Lg_2 \omega_{02}\} \quad (4-53)$$

Avec : $\omega_{01} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T$

Et $\omega_{02} = \begin{pmatrix} 2\rho\omega & 0 & 0 & \rho^2 \end{pmatrix}^T$

Et en utilisant la formule donnée en (4-46), on obtient :

$$Lg_0 \omega_{01} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T$$

$$Lg_0 \omega_{02} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

$$Lg_1 \omega_{01} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

$$Lg_1 \omega_{02} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

$$Lg_2 \omega_{01} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

$$Lg_2 \omega_{02} = \begin{pmatrix} 2\theta\rho & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

Avec : $g_0(x) = f(x)$

On aura donc :

$$Q_0 + \sum_{i=0}^2 Lg_i Q_0 = span \left\{ \begin{array}{l} (0 \quad 0 \quad 1 \quad 0)^T, (2\rho\omega \quad 0 \quad 0 \quad \rho^2)^T, (0 \quad 0 \quad 0 \quad 1)^T, \\ (2\theta_2\rho \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T \end{array} \right\} \quad (4-54)$$

$$\left(Q_0 + \sum_{i=0}^2 Lg_i Q_0 \right) + span\{dh\} = span \left\{ \begin{array}{l} (0 \quad 0 \quad 1 \quad 0)^T, (2\rho\omega \quad 0 \quad 0 \quad \rho^2)^T, (0 \quad 0 \quad 0 \quad 1)^T, \\ (1 \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T \end{array} \right\} \quad (4-55)$$

Donc on aura :

$$Q_1 = span \left\{ (0 \quad 0 \quad 1 \quad 0)^T, (2\rho\omega \quad 0 \quad 0 \quad \rho^2)^T \right\} \cap span \left\{ \begin{array}{l} (0 \quad 0 \quad 1 \quad 0)^T, (2\rho\omega \quad 0 \quad 0 \quad \rho^2)^T, \\ (0 \quad 0 \quad 0 \quad 1)^T, (1 \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T \end{array} \right\} \quad (4-56)$$

On obtient enfin :

$$Q_1 = span \left\{ (0 \quad 0 \quad 1 \quad 0)^T, (2\rho\omega \quad 0 \quad 0 \quad \rho^2)^T \right\} \quad (4-57)$$

On remarque que : $Q_1 = Q_0 = \left(\sum \cdot^p \right)^\perp = \Omega$, donc la condition d'arrêt est vérifiée. En plus la condition donnée en (4-43) est aussi vérifiée, car :

$$Lg_i \Omega \subset span\{dh\} + \Omega \text{ Pour } i = 0,1,2. \quad (4-58)$$

On peut dire donc que :

$$\Omega = o.c.a \left(\left(\sum \cdot^p \right)^\perp \right) = \left(\sum \cdot^p \right)^\perp = span \left\{ (0 \quad 0 \quad 1 \quad 0)^T, (2\rho\omega \quad 0 \quad 0 \quad \rho^2)^T \right\} \quad (4-59)$$

Qui représente la codistribution d'observabilité. Sa codistribution orthogonale représente la codistribution d'inobservabilité, elle est donnée comme suit :

$$Q = \left(o.c.a \left(\sum \cdot^p \right)^\perp \right)^\perp = span \left\{ (0 \quad 1 \quad 0 \quad 0)^T, (1 \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T \right\} \quad (4-60)$$

On remarque qu'elle contient l'effet des perturbations, et elle ne contient pas l'effet du défaut qu'on veut détecter et isoler, donc une solution géométrique peut exister.

Dans la suite de ce chapitre, nous exposerons la méthodologie de synthèse d'un filtre de détection et d'isolation des défauts. Elle consiste au calcul d'un difféomorphisme d'état en utilisant la codistribution d'observabilité.

IV.5 Conception du filtre de détection et d'isolation de défauts

De même, le problème fondamental de génération de résidu pour les systèmes non linéaires peut avoir une solution géométrique si et seulement si la condition suivante est satisfaite :

$$\left(\text{Span}\{l\} \right)^\perp + o.c.a \left(\left(\sum_*^p \right)^\perp \right) = T^* X \quad (4-61)$$

La condition (4-61) représente une condition nécessaire et suffisante [PER01a], [PER01b] pour l'existence d'une solution au problème FPRG pour les systèmes non linéaires. Elle est la version non linéaire de la propriété (4-11) citée en théorème (1) pour les systèmes linéaires.

Ainsi, il est possible de trouver un changement de coordonnées (difféomorphisme) en utilisant la codistribution d'observabilité, ce changement de coordonnées peut être effectué comme est indiqué dans cette définition.

Définition 3 [PER00]

On considère le système non linéaire donné en (4-16). Soit Ω la codistribution d'observabilité et soit n_1 sa dimension ($n_1 = \dim(\Omega)$). Supposons que $\text{span}\{dh\}$ est non singulière. Soit $(p - n_2)$ la dimension de $\Omega \cap \text{span}\{dh\}$, et supposons qu'il existe une injection $\psi_1 : R^n \rightarrow R^{p-n_2}$ tel que :

$$\Omega \cap \text{span}\{dh\} = \text{span}\{d(\psi_1 \circ h)\} \quad (4-62)$$

Soit $x_0 \in R^n$, $y_0 = h(x_0)$. Alors, il existe une matrice de sélection H_2 de dimension $n_2 \times p$ c'est-à-dire une matrice constituée de $(p - n_2)$ colonnes nulles, et les autres colonnes constituent une matrice identité de dimension $(n_2 \times n_2)$ tel que :

$$\psi(y) = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_1(y) \\ H_2 y \end{pmatrix} \quad (4-63)$$

Qui est un difféomorphisme de sortie. Soit la fonction $\phi_1 : U^0 \rightarrow R^n$ tel que :

$$\Omega = \text{span}\{d\phi_1\} \quad (4-64)$$

Alors, il existe une fonction $\phi_3 : U^0 \rightarrow R^{n-n_1-n_2}$ tel que :

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1(x) \\ H_2 h(x) \\ \phi_3(x) \end{pmatrix} \quad (4-65)$$

Avec

$\phi(x)$ est un difféomorphisme d'état. Dans les nouvelles coordonnées définies par (4-63) et (4-65) le système (4-16) est réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1(t) &= f_1(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) + \sum_{i=1}^m g_{1i}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) u_i(t) + l_1(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3) w(t) \\ \dot{\tilde{x}}_2(t) &= f_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3) + \sum_{i=1}^m g_{2i}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3) u_i(t) + l_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3) w(t) + p_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3) d(t) \\ \dot{\tilde{x}}_3(t) &= f_3(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3) + \sum_{i=1}^m g_{3i}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3) u_i(t) + l_3(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3) w(t) + p_3(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3) d(t) \\ \tilde{y}_1(t) &= h_1(\tilde{x}_1) \\ \tilde{y}_2(t) &= \tilde{x}_2 \end{aligned} \quad (4-66)$$

Soit le sous système représenté par $\dot{\tilde{x}}_1(t)$.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1(t) &= f_1(\tilde{x}_1, y_2) + \sum_{i=0}^m g_{1i}(\tilde{x}_1, y_2) u_i(t) + l_1(\tilde{x}_1, y_2, \tilde{x}_3) w(t) \\ \tilde{y}_1(t) &= h(\tilde{x}_1) \end{aligned} \quad (4-67)$$

Ce sous système est affecté par le défaut $w(t)$ et il est découplé des perturbations, et qui possède la propriété d'observabilité [PER00], donc il peut être un bon point de départ pour la conception d'un générateur du résidu. Il suffit donc de concevoir un observateur pour ce sous-système [PER01]. La stabilité peut prendre différentes formes dont le but de satisfaire la condition (3) de la définition (2), elle dépend du choix de l'observateur [LOO01].

Remarque

En effet, pour vérifier la condition (4-61) qui induit au système (4-66), la condition suivante doit être satisfaite :

$$\left(\text{Span}\{d(\psi \circ h(x))\} \right)^\perp \cap \text{Span}\{l(x)\} = \{0\} \quad (4-68)$$

Les deux conditions (4-62) et (4-68) représentent les conditions nécessaires et suffisantes pour l'existence d'une solution au problème FPRG pour les systèmes non linéaires [JOI02]. La condition (4-62) traduit le fait qu'il est possible de synthétiser des résidus à partir d'une fonction non linéaire des sorties du système. Tandis que la condition (4-68) signifie qu'il n'existe pas de composantes de défaut qui pourraient :

- Ne pas être perçues par le résidu qui est formé à partir de ψ , et le fait que toute composante de défaut doit influencer le résidu, se traduit par une intersection vide entre le sous-espace d'état non observable par le résidu et le défaut.
- Etre masquées par un autre défaut.

- Conception du filtre de détection et d'isolation pour le modèle de satellite

On a :

La dimension de la codistribution d'observabilité est : $\dim(\Omega) = 2 = n_1$

Et la dimension de sa codistribution orthogonale est : $\dim(\Omega)^\perp = 2$

$$\Omega \cap \text{span}\{dh\} = \text{span}\left\{(0 \ 0 \ 1 \ 0)^T, (2\rho\omega \ 0 \ 0 \ \rho^2)^T\right\} \cap \text{span}\left\{\begin{matrix} (1 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 1 \ 0)^T \\ (0 \ 0 \ 0 \ 1)^T \end{matrix}\right\}$$

$$\Omega \cap \text{span}\{dh\} = \text{span}\left\{(0 \ 0 \ 1 \ 0)^T, (2\rho\omega \ 0 \ 0 \ \rho^2)^T\right\} \quad (4-69)$$

Donc : $\dim(\Omega \cap \text{span}\{dh\}) = 2 = p - n_2$

Soit $\psi_1 : R^4 \rightarrow R^2$ tel que :

$$\Omega \cap \text{span}\{dh\} = \text{span}\{d(\psi_1 \circ h)\} \quad (4-70)$$

On trouve

$$\psi_1(h(x)) = \begin{pmatrix} y_2 \\ y_1^2 y_3 \end{pmatrix} \quad (4-71)$$

Et la fonction $\phi(x)$ qui satisfait la relation (4-64) est :

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} \phi \\ \rho^2 \omega \end{pmatrix} \quad (4-72)$$

On choisit

$$H_2 = (1 \ 0 \ 0)^T \quad (4-73)$$

Donc on aura le changement de variables suivant :

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1 &= \begin{pmatrix} \phi \\ \rho^2 \omega \end{pmatrix} \\ \tilde{x}_2 &= \rho \\ \tilde{x}_3 &= v \end{aligned} \quad (4-74)$$

Et dans l'espace de sortie :

$$\begin{aligned} \tilde{y}_1 &= \begin{pmatrix} y_2 \\ y_1^2 y_3 \end{pmatrix} \\ \tilde{y}_2 &= y_1 \end{aligned} \quad (4-75)$$

Dans les nouvelles coordonnées, le système peut être réécrit comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= \begin{pmatrix} \dot{\tilde{x}}_{11} \\ \dot{\tilde{x}}_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\tilde{x}_{12}}{\tilde{x}_2} \\ \theta_2 \tilde{x}_2 u_2 + \theta_2 x_2 m \end{pmatrix} \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= x_3 \\ \dot{\tilde{x}}_3 &= \frac{\theta_2^2}{x_2^3} - \frac{\theta_1}{x_2^3} + \theta_2 u_1 + \omega \\ \tilde{y}_1 &= \begin{pmatrix} \tilde{y}_{11} \\ \tilde{y}_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_{11} \\ \tilde{x}_{12} \end{pmatrix} \\ \tilde{y}_2 &= \tilde{x}_2 \end{aligned} \quad (4-76)$$

Soit le sous système \tilde{x}_{12}

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_{12} &= \theta_2 \tilde{x}_2 u_2 + \theta_2 x_2 m \\ y_{12} &= \tilde{x}_{12} \end{aligned} \quad (4-77)$$

Le système (4-77) est affecté par le défaut m et découplé des perturbations. Et soit l'observateur suivant qui peut être comme un générateur de résidus [PER00]

$$\begin{cases} \dot{z} = \theta_2 y_{12} u_2 + k(y_{12} - z) \\ r = y_{12} - z \end{cases} \quad (4-78)$$

Avec : $k > 0$

Soit e l'erreur d'observation.

$$e = x_{12} - z \quad (4-79)$$

Et sa dynamique :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{x}_{12} - \dot{z} = -ke + \theta_2 y_2 m \\ r &= e \end{aligned} \quad (4-80)$$

Le résidu dans ce cas peut être défini par l'erreur d'estimation de la sortie, puisqu'en absence du défaut et après la disparition des conditions initiales, l'erreur tend vers zéro. Alors qu'en leur présence, elle diffère de zéro.

IV.6 Application au diagnostic de défauts actionneurs pour le modèle de l' avion

IV.6.1 Le modèle de l'avion:

On considère le modèle simplifié d'un avion (VTOL aircraft) comme suit :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= -\frac{T}{M} \sin(\theta_1) + 2 \sin(\alpha) \frac{F}{M} \cos(\theta_1) \\
 \dot{y}_1 &= y_2 \\
 \dot{y}_2 &= -\frac{T}{M} \cos(\theta_1) + 2 \sin(\alpha) \frac{F}{M} \sin(\theta_1) - g \\
 \dot{\theta}_1 &= \theta_2 \\
 \dot{\theta}_2 &= \frac{2l}{J} \cos(\alpha) F
 \end{aligned} \tag{4-81}$$

Et le vecteur de sortie

$$\gamma = (\gamma_1 \ \gamma_2 \ \gamma_3 \ \gamma_4)^T \tag{4-82}$$

Tel que :

$$\begin{aligned}
 \gamma_1 &= x_1 \\
 \gamma_2 &= x_2 \\
 \gamma_3 &= \theta_1 \\
 \gamma_4 &= \theta_2
 \end{aligned} \tag{4-83}$$

Avec :

x_1 : Est la position horizontale du centre de masse de l'avion.

y_1 : Est la position verticale du centre de masse de l'avion.

θ_1 : Est l'angle d'orientation de l'avion.

x_2 : Est la vitesse de l'avion par rapport à l'axe horizontal Ox .

y_2 : Est la vitesse de l'avion par rapport à l'axe vertical Oy .

θ_2 : Est la vitesse angulaire d'orientation de l'avion

T : Est la poussée.

F : Est le couple des forces appliqué sur les bouts des ailes.

M : Est la masse de l'avion.

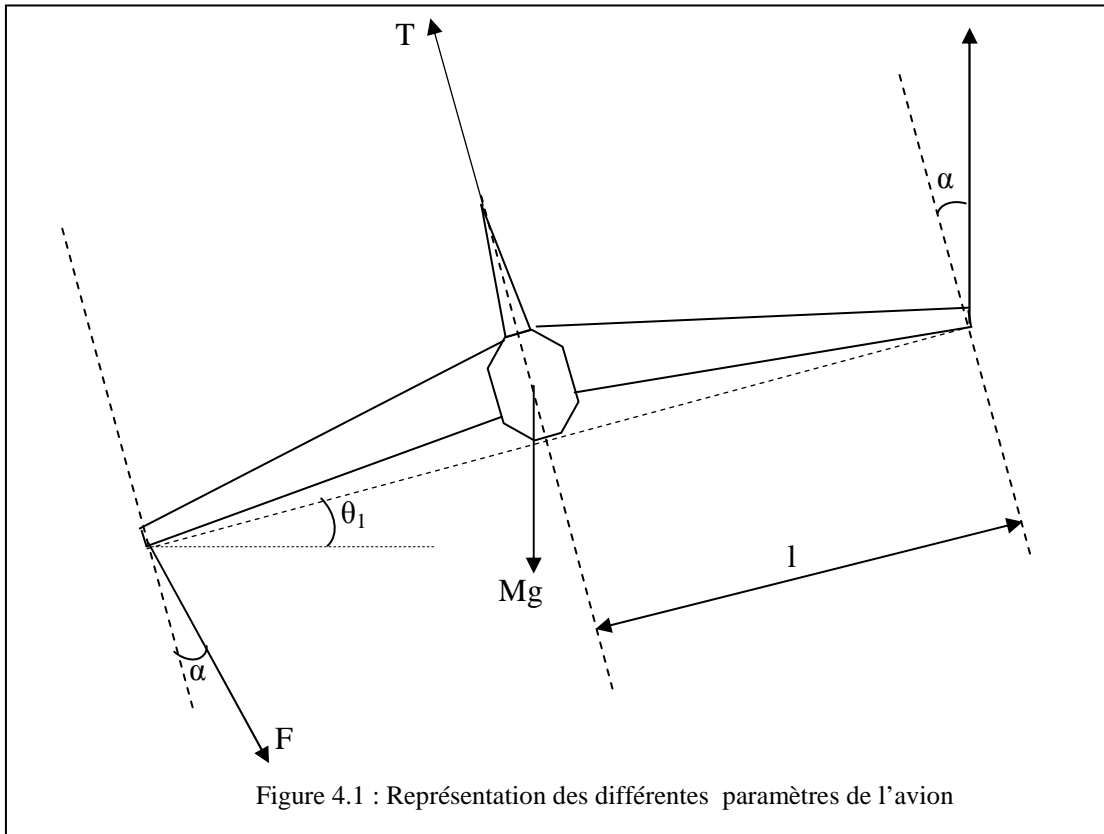
J : Est le moment d'inertie de l'avion par rapport à son centre de masse.

l : Est la distance entre le centre de masse et l'extrémité des ailes.

g : Est la force de gravité terrestre.

α : Est l'angle entre la direction de la force F et l'axe vertical de l'avion.

La figure suivante montre les différents paramètres de l'avion



γ Est le vecteur de sortie qui doit être choisi correctement pour qu'il soit valable à la détection et à l'isolation des défauts.

Soient u_1 et u_2 successivement les deux commandes qui contrôlent le mouvement de l'avion, en fonction de la poussée T et du couple de forces F telles que :

$$u_1 = \frac{1}{M} T \tag{4-84}$$

$$u_2 = \frac{2 \sin(\alpha)}{M} F \tag{4-85}$$

En remplaçons T et F extraites successivement des équations (4-84) et (4-85) dans les équations du modèle (4-81), on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\sin(\theta_1).u_1 + \cos(\theta_1).u_2 \\ \dot{y}_1 &= y_2 \\ \dot{y}_2 &= -\cos(\theta_1).u_1 + \sin(\theta_1).u_2 - g \\ \dot{\theta}_1 &= \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 &= b.u_2 \end{aligned} \tag{4-86}$$

Le modèle (4-86) peut être mis sous la forme d'un système non linéaire affine en la commande comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ \gamma &= h(x) \end{aligned} \quad (4-87)$$

Avec :

$x = (x_1 \ x_2 \ y_1 \ y_2 \ \theta_1 \ \theta_2)^T$: Est le vecteur d'état.

$u = (u_1 \ u_2)$: Est le vecteur de commande.

$f(x)$ et $g(x)$ sont des champs de vecteurs tel que :

$$f(x) = \begin{pmatrix} x_2 \\ 0 \\ y_2 \\ -g \\ \theta_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4-88)$$

$$g(x) = (g_1(x) \ g_2(x)) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) \\ 0 & 0 \\ \cos(\theta_1) & \sin(\theta_1) \\ 0 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \quad (4-89)$$

$$\text{Avec :} \quad b = \frac{l.M.\cos(\alpha)}{J \sin(\alpha)} \quad (4-90)$$

IV.6.2 Simulation du modèle sans défauts

Les résultats de simulation présentés dans ce chapitre ont été obtenus en utilisant les paramètres de l'avion donnés en annexe D.

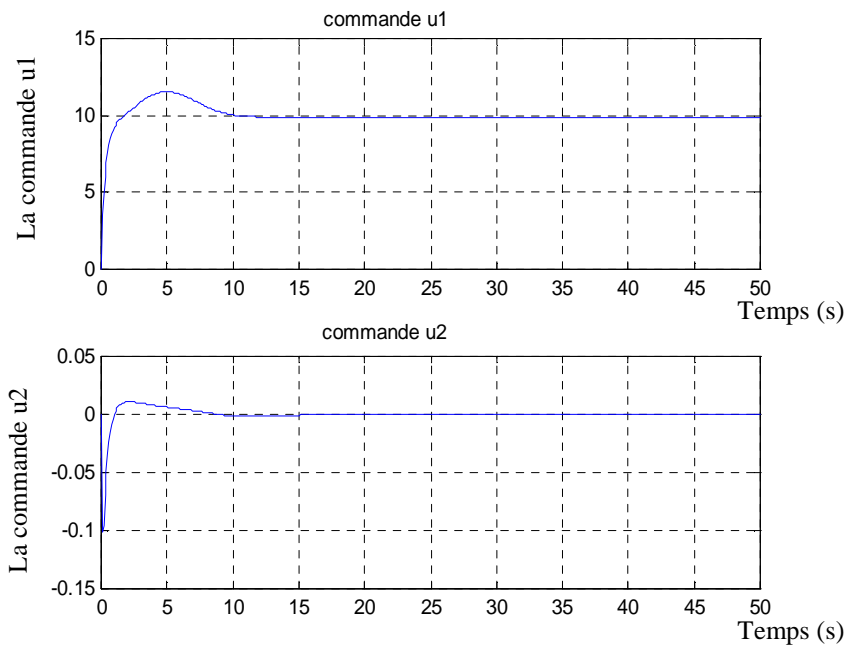


Figure 4.2 : Les signaux de commande u1 et u2 sans défauts

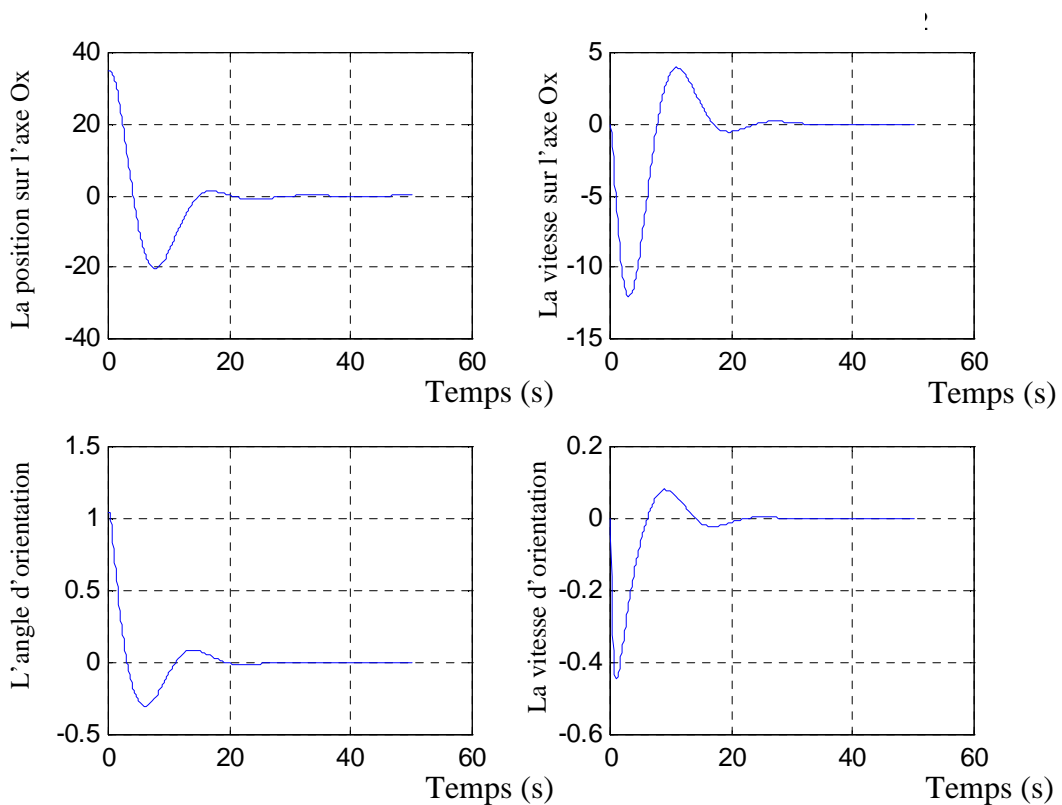


Figure 4.3 : Les sorties du système sans défauts (système saint)

IV.6.3 Modèle de l'avion avec défaut

Les défauts considérés dans ce cas sont les défauts actionneurs de type biais. On se positionne sur le cas où l'actuelle entrée $u_i (i = 1, 2)$ appliquée à l'avion diffère de celle désirée $\bar{u}_i (i = 1, 2)$ du fait du défaut actionneur qui l'entache. Soit donc :

$$u_i = (1 + \varphi) \cdot \bar{u}_i \tag{4-91}$$

Avec φ peut prendre des valeurs comprises entre -1 et 0 [PER01]. Ou tout simplement, on exprime l'entrée u_i ($i = 1, 2$) en fonction de défauts w_i ($i = 1, 2$) comme suit :

$$u_i = \bar{u}_i + w_i. \tag{4-92}$$

Avec :

w_i : Est le défaut actionneur.

\bar{u}_i : Est la commande désirée.

u_i : Est la commande entachée par le défaut.

Donc le modèle de l'avion avec défaut peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g_1(x)\bar{u}_1 + g_2(x)\bar{u}_2 + g_1(x)w_1 + g_2(x)w_2 \\ \gamma &= h(x) \end{aligned} \tag{4-93}$$

IV.6.4 Simulation du modèle avec défauts

- **Modèle affecté par le défaut $w_1(t)$**

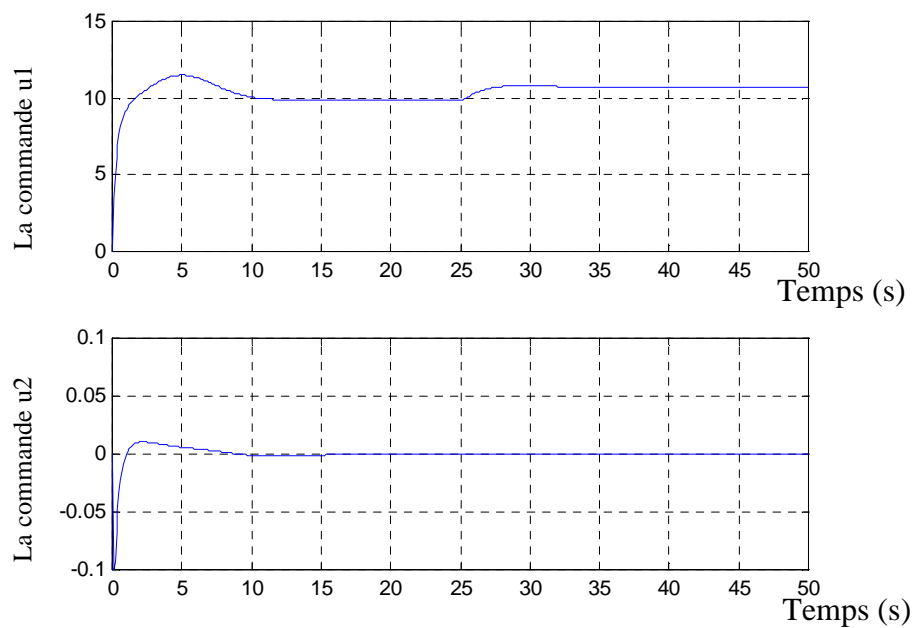


Figure 4.4 : signaux de commande affectés par le défaut $w_1(t)$

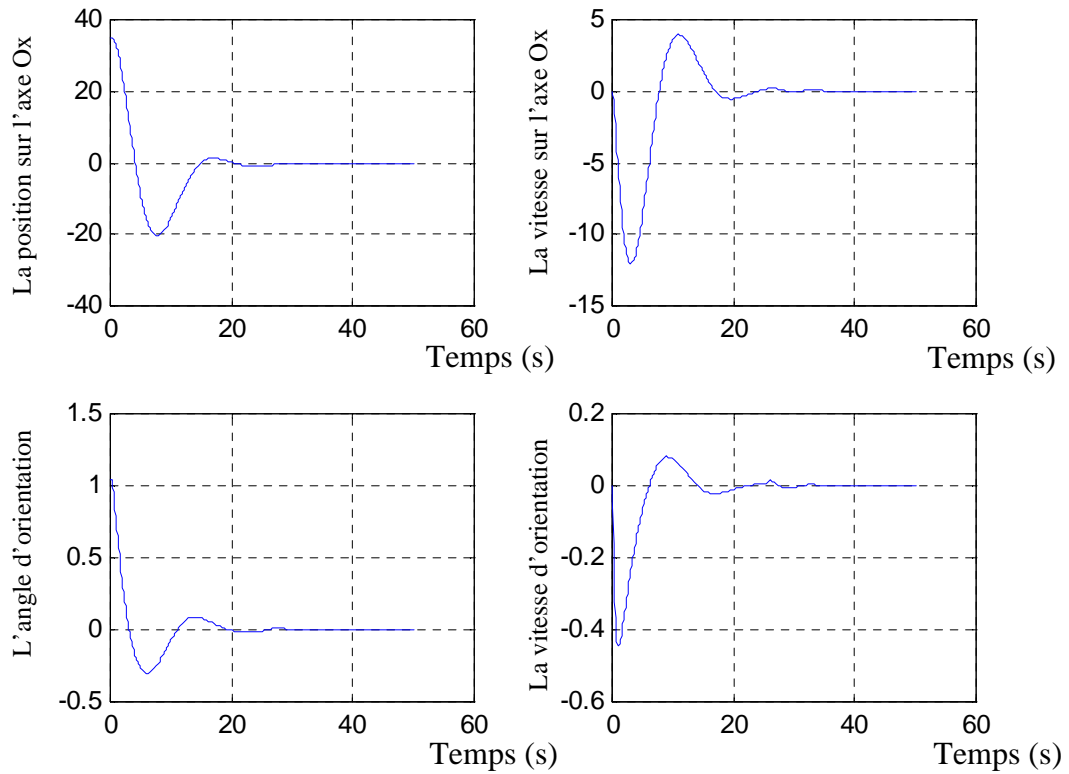


Figure 4.5 : sorties du système affecté par le défaut $w_1(t)$

A l'instant $t=25$, l'actionneur 1 est défaillant, d'où la commande $u_1(t)$ sera entachée par l'effet du défaut.

La figure (4.4) montre l'effet du défaut $w_1(t)$ sur les deux commandes. La commande $u_1(t)$ est entachée par le défaut, par conséquent même les variables d'états le seront. Mais nous remarquons que la commande $u_2(t)$ n'est pas affectée par le défaut même si elle est en fonction des variables d'états.

On remarque aussi sur la figure (4.5), et en comparant avec les sorties du système montrées en figure (4.3), que l'effet du défaut $w_1(t)$ apparaît sur les sorties. La présence de l'effet du défaut en sortie est la première indication de pouvoir le détecter.

-Modèle affecté par le défaut $w_2(t)$

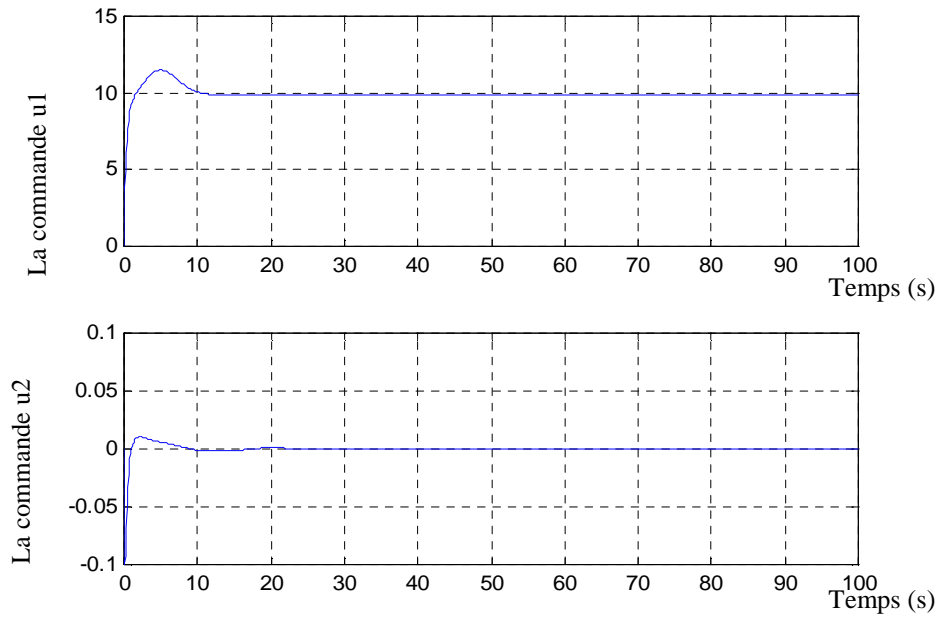


Figure 4.6 : Commandes affectées par le défaut $w_2(t)$.

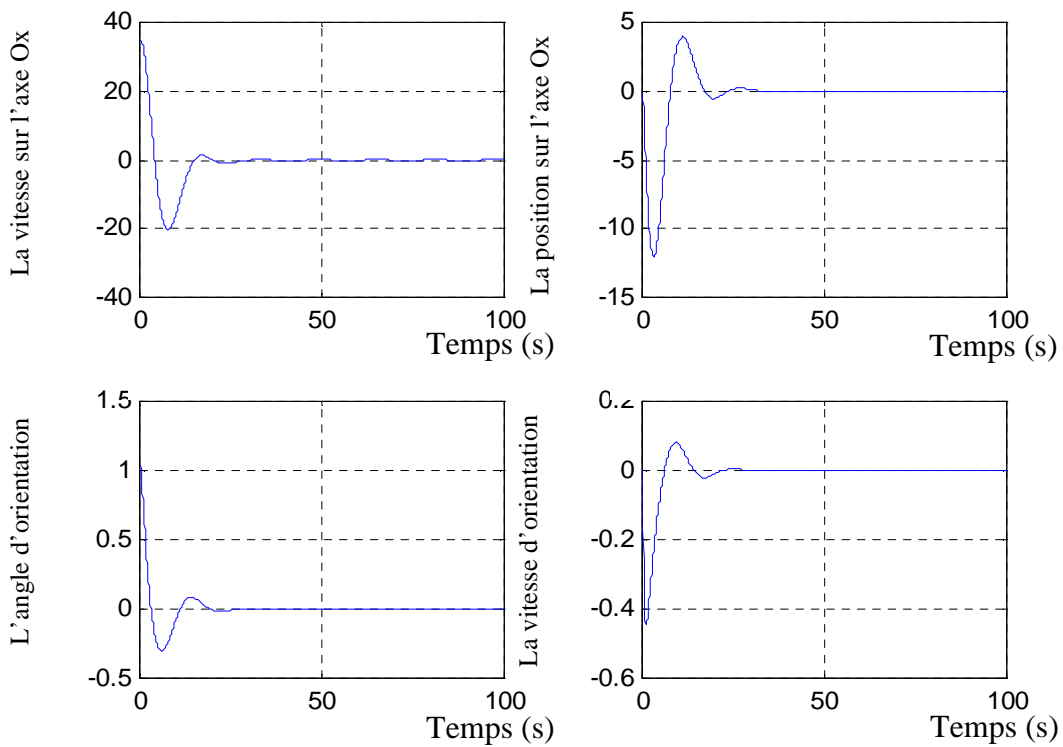


Figure 4.7 : sorties du système affecté par le défaut $w_2(t)$

A l'instant $t=25$ l'actionneur 2 est défaillant, la commande $u_2(t)$ sera entachée par son effet. La figure (4.6) montre cet effet sur les commandes. A l'instant de l'apparition du défaut, la commande $u_2(t)$ tend vers zéro, et du fait que le défaut est de type biais, c'est-à-dire il est proportionnel à la commande, l'effet du défaut n'apparaît pas sur les sorties du système (figure 4.7). D'où la difficulté de sa détection.

IV.6.5 Détection et isolation des défauts

On applique les mêmes étapes citées en ce chapitre pour la synthèse de filtres de détection et d'isolation des défauts. En premier temps nous calculons la plus petite distribution involutive conditionnée invariante et qui contient l'effet des autres défauts qu'on veut isoler du défaut considéré. En suite nous calculons la codistribution d'observabilité et sa codistribution orthogonale, et à base de cette dernière nous vérifions la condition d'isolation citée en théorème (1). En fin, et si les conditions d'isolation sont satisfaites nous synthétisons le filtre d'isolation en suivant les étapes énoncées en définition (3).

IV.6.5.1 Détection et isolation du défaut actionneur $w_1(t)$

On conçoit dans ce qui suit un générateur de résidus qui permet la détection d'un défaut actionneur affectant la commande u_1 comme il est indiqué dans l'algorithme. La première étape consiste à calculer la distribution minimale conditionnée invariante \sum^p et qui contient l'effet des autres défauts qu'on veut isoler de $w_1(t)$ (w_1 est le défaut qui affect u_1). Nous initialisons la séquence non décroissante (4-22) comme suit :

$$P = span\{g_2(x)\} = span\{(0 \cos\theta_1 \ 0 \ \sin\theta_1 \ 0 \ b)^T\} \tag{4-94}$$

Et on a :

$$dh = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4-95}$$

Alors :

$$span\{dh\} = span\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \tag{4-96}$$

Et

$$Ker\{dh\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4-97}$$

Donc :

$$\bar{P} \cap span\{Ker\{dh\}\} = span\{0\} \tag{4-98}$$

Par conséquent l'algorithme (4-22) s'arrête à $k = 1$. Alors :

$$\sum^p = \text{span}\{g_2(x)\} = \text{span}\left\{\begin{pmatrix} 0 & \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & 0 & b \end{pmatrix}^T\right\} \quad (4-99)$$

Sa codistribution orthogonale est donnée comme suit :

$$\left(\sum^p\right)^\perp = \text{span}\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -b \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cos(\theta) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -b \\ 0 \\ \sin(\theta) \end{pmatrix}\right\} \quad (4-100)$$

En appliquant maintenant l'algorithme (4-41) pour le calcul de la codistribution d'observabilité, nous obtenons à la première étape :

$$Q_0 = \left(\sum^p\right)^\perp \cap \text{span}\{dh\} = \text{span}\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -b \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cos(\theta_1) \end{pmatrix}\right\} \quad (4-101)$$

En posant :

$$Q_0 = \text{span}\{\omega_{01}, \omega_{02}, \omega_{03}\} \quad (4-102)$$

Et comme il est indiqué à la section (IV.2.2.2), en appliquant la propriété (4-45), on peut écrire :

$$Q_1 = \left(\sum^p\right)^\perp \cap \left(\sum_{i=0}^2 L_{g_i} Q_0 + \text{span}\{dh\}\right) \quad (4-103)$$

$$Q_1 = \left(\sum^p\right)^\perp \cap \left(Q_0 + \sum_{i=0}^2 L_{g_i} Q_0 + \text{span}\{dh\}\right) \quad (4-104)$$

Et on a :

$$Q_0 + L_{g_i} Q_0 = \text{span}\{\omega_{01}, \omega_{02}, \omega_{03}, L_{g_i} \omega_{01}, L_{g_i} \omega_{02}, L_{g_i} \omega_{03}\} \quad i = 0, 1, 2. \quad (4-105)$$

On obtient après les calculs

$$L_{g_0} \omega_{01} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

$$L_{g_0} \omega_{02} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T$$

$$L_{g_0} \omega_{03} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\theta_2 \sin(\theta_1) \end{pmatrix}^T$$

$$L_{g_1} \omega_{01} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

$$Lg_1 \omega_{02} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$$

$$Lg_1 \omega_{03} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ b \cos(\theta_1) \ 0)^T$$

$$Lg_2 \omega_{02} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^T$$

$$Lg_2 \omega_{03} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ b \sin(\theta_1) \ 0)^T$$

Avec : $g_0(x) = f(x)$

Donc on obtient :

$$Q_0 + \sum_{i=0}^2 Lg_i Q_0 = \text{span} \left\{ \begin{array}{l} (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^T, (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -\theta_2 \sin(\theta_1))^T, \\ (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ b \cos(\theta_1) \ 0)^T, (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ b \sin(\theta_1) \ 0)^T \end{array} \right\} \quad (4-106)$$

On remarque que :

$$Q_0 + \sum_{i=0}^2 Lg_i Q_0 \subset \text{span}\{dh\} \quad (4-107)$$

D'où

$$Q_0 + \sum_{i=0}^2 Lg_i Q_0 + \text{span}\{dh\} = \text{span}\{dh\} \quad (4-108)$$

Donc

$$Q_1 = \left(\sum_{\cdot}^p \right)^\perp \cap \text{span}\{dh\} = Q_0 \quad (4-109)$$

La condition (4-43) étant vérifiée, car

$$Lg_i \Omega \subset \text{span}\{dh\} \quad \text{Pour } i = 0,1,2. \quad (4-110)$$

Nous concluons alors :

$$Q_0 = Q_1 = \text{o.c.a.} \left(\left(\sum_{\cdot}^p \right)^\perp \right) \quad (4-111)$$

Sa codistribution orthogonale est comme suit :

$$Q = \left(\text{o.c.a.} \left(\left(\sum_{\cdot}^p \right)^\perp \right) \right)^\perp = \text{span} \left\{ \begin{array}{l} (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)^T, \\ (0 \ \cos(\theta_1) \ 0 \ 0 \ 0 \ b)^T \end{array} \right\} \quad (4-112)$$

On remarque que si $\theta_1 \neq 0$, alors $l(x) \notin Q$, par conséquent la condition du théorème (1) de ce chapitre est vérifiée car :

$$L \cap Q = \{0\} \quad (4-113)$$

Et si $\theta_1 = 0$, alors $l(x) \in Q$, donc le défaut $w_1(t)$ ne peut pas être détecté. Dans ce qui suit, on considère que $\theta_1 \neq 0$ et on suit la même procédure que celle éclaircie au modèle de satellite, tout en suivant la définition (3) pour la conception du filtre de détection et d'isolation.

Soit l'injection $\psi_1(x)$ définit comme suit :

$$\begin{aligned} span\{d(\psi_1 \circ h)\} &= o.c.a\left(\left(\sum^p \right)^\perp\right) \cap span\{dh\} \\ &= span\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -b \\ 0 \\ 0 \\ \theta_2 \sin(\theta_1) \\ \cos(\theta_1) \end{pmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (4-114)$$

On trouve :

$$\psi_1(h(x)) = \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_3 \\ -b\gamma_2 + \gamma_4 \cos(\gamma_3) \end{pmatrix} \quad (4-115)$$

Et soit la fonction $\Phi_1(x)$ qui satisfait la condition suivante :

$$span\{d\Phi(x)\} = o.c.a\left(\left(\sum^p \right)^\perp\right) \quad (4-116)$$

On obtient :

$$\Phi_1(x) = \begin{pmatrix} x_1 \\ \theta_1 \\ -bx_2 + (\theta_2)\cos(\theta_1) \end{pmatrix} \quad (4-117)$$

Nous choisissons la matrice de sélection H_2 comme suit :

$$H_2 = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 1) \quad (4-118)$$

Et soit la fonction Φ_3

$$\Phi_3(x) = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \quad (4-119)$$

Nous obtenons le difféomorphisme d'état suivant:

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \Phi_1(x) \\ H_2 h(x) \\ \Phi_3(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{pmatrix} \quad (4-120)$$

Avec :

$$\tilde{x}_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ \theta_1 \\ -bx_2 + (\theta_2) \cos(\theta_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \theta_1 \\ \tilde{x}_2 \end{pmatrix} \quad (4-121)$$

$$\tilde{x}_2 = \theta_2 \quad (4-122)$$

$$\tilde{x}_3 = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \quad (4-123)$$

Et le difféomorphisme de sortie :

$$\tilde{\gamma}_1 = \psi_1(h(x)) = \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_3 \\ -b\gamma_2 + \gamma_4 \cos \gamma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\gamma}_{11} \\ \tilde{\gamma}_{12} \\ \tilde{\gamma}_{13} \end{pmatrix} \quad (4-124)$$

$$\tilde{\gamma}_2 = \gamma_4 = \theta_2 \quad (4-125)$$

En dérivant le sous-système (4-121) on obtient:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{1}{b} \tilde{x}_2 + \frac{1}{b} \tilde{\gamma}_2 \cos(\theta_1) \\ \dot{\theta}_1 &= \tilde{\gamma}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= -\tilde{\gamma}_2^2 \sin(\theta_1) + b \sin(\theta_1) u_1 + b \sin(\theta_1) \cdot w_1 \end{aligned} \quad (4-126)$$

Et le vecteur de sortie sera :

$$\tilde{\gamma}_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ \theta_1 \\ \tilde{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\gamma}_{11} \\ \tilde{\gamma}_{12} \\ \tilde{\gamma}_{13} \end{pmatrix} \quad (4-127)$$

Et comme prévu, le sous-système n'est affecté par le défaut $w_2(t)$ mais il est affecté par le défaut $w_1(t)$. Et soit le filtre (4-128) considéré comme un générateur de résidus avec $K_T > 0$.

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= -\tilde{\gamma}_2^2 \sin(\tilde{\gamma}_{12}) + b \sin(\tilde{\gamma}_{12}) u_1 + K_T (\tilde{\gamma}_{13} - \xi) \\ r_T &= \tilde{\gamma}_{13} - \xi \end{aligned} \quad (4-128)$$

Et soit l'erreur d'observation $e = \tilde{x}_2 - \xi$, et soit \dot{e} sa dynamique, elle est donnée comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= -K_T e + b \sin(\theta_1) w_1 \\ r_T &= e \end{aligned} \quad (4-129)$$

Le générateur de résidus (4-129) montre qu'après la disparition de l'effet des conditions initiales, l'erreur tend vers 0. Et au moment de l'apparition du défaut w_1 , l'erreur est différente de zéro, par conséquent $r_T \neq 0$. Les résultats de simulation montrent l'efficacité de ce générateur de résidus pour la détection du défaut $w_1(t)$.

- Résultats de simulation :

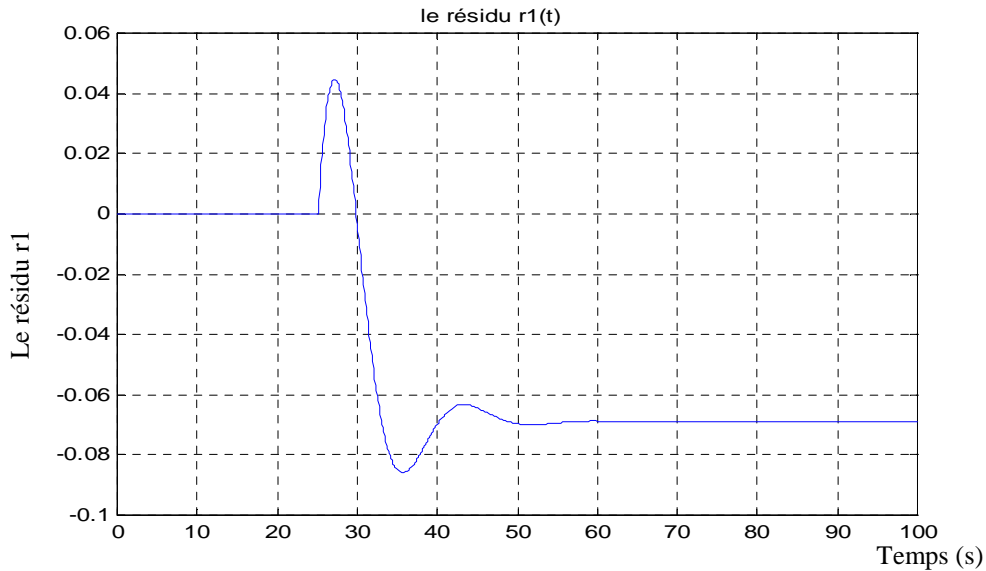


Figure 4.8 : le signal résidu $r_1(t)$. Apparition du défaut $w_1(t)$ à l'instant $t=25$.

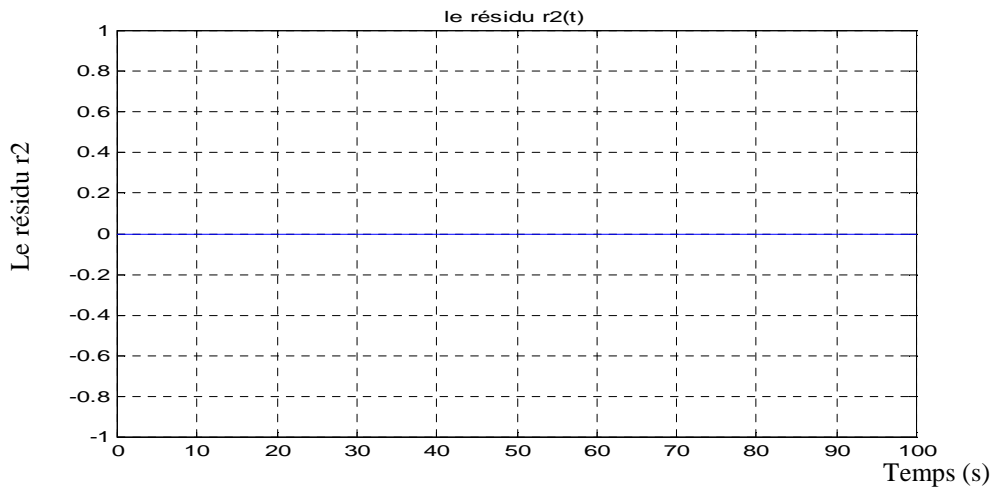


Figure 4.9 : le signal résidu $r_2(t)$ (Insensible au défaut $w_1(t)$)

Les figures (4.8) et (4.9) montrent respectivement les deux signaux détecteurs des défauts $w_1(t)$ et $w_2(t)$. En absence du défaut, les deux signaux sont nuls, mais dès que le défaut $w_1(t)$ se présente sur le système, le résidu sensé de détecter le défaut $w_1(t)$ est différent de zéro et le résidu détecteur du défaut $w_2(t)$ est nul. Par conséquent, le problème FDI est résolu.

IV.6.5.2 Détection et isolation du défaut actionneur $w_2(t)$:

Nous nous intéressons dans cette section à la détection et l'isolation du défaut qui peut affecté la commande u_2 . Nous suivons les mêmes étapes que précédemment :

La première étape consiste à calculer la plus petite distribution involutive conditionnée invariante, et elle contient l'effet du défaut $w_1(t)$ qu'on veut isoler du défaut $w_2(t)$, soit cette distribution $S_*^{p_2}$ et soit l'effet du défaut qu'on veut détecté $l(x)$ comme suit :

$$l(x) = g_2(x) = (0 \quad \cos(\theta_1) \quad 0 \quad \sin(\theta_1) \quad 0 \quad b)^T \quad (4-130)$$

Et soit $P(x)$ l'effet de l'autre défaut qu'on veut isoler de $w_2(t)$ avec $w_2(t)$ est le défaut qui affecte u_2 . L'algorithme (4-22) est initialisé par :

$$S_0 = span \{g_1(x)\} = span \left\{ \begin{pmatrix} 0 & -\sin(\theta_1) & 0 & \cos(\theta_1) & 0 & 0 \end{pmatrix}^T \right\} \quad (4-131)$$

Avec :

$$P = span \left\{ \begin{pmatrix} 0 & -\sin(\theta_1) & 0 & \cos(\theta_1) & 0 & 0 \end{pmatrix}^T \right\} \quad (4-132)$$

Et comme P contient un seul élément donc $\bar{P} = P$

$$S_0 \cap span\{dh\} = \{0\} \quad (4-133)$$

Donc :
$$S_1 = \bar{S}_0 \quad (4-134)$$

D'où la condition d'arrêt est vérifiée alors :

$$S_*^p = span \left\{ \begin{pmatrix} 0 & -\sin(\theta_1) & 0 & \cos(\theta_1) & 0 & 0 \end{pmatrix}^T \right\} \quad (4-135)$$

Sa codistribution orthogonale est :

$$(S_*^p)^\perp = span \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \cos(\theta_1) \\ 0 \\ \sin(\theta_1) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \quad (4-136)$$

La deuxième étape consiste à calculer la codistribution d'observabilité $o.c.a((S_*^p)^\perp)$. Soit

$$Q_0 = (S_*^p)^\perp \cap span\{dh\} \quad (4-137)$$

$$Q_0 = span \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} = span \{ \omega_{01}, \omega_{02}, \omega_{03} \} \quad (4-138)$$

Et soit :

$$Q_1 = (S^p)^\perp \cap \left(\sum_{i=0}^m Lg_i Q_0 + span\{dh\} \right) \quad (4-139)$$

En appliquant la propriété (4-45) et (4-46), on obtient :

$$Q_0 + Lg_i Q_0 = span\{\omega_{01}, \omega_{02}, \omega_{03}, Lg_i \omega_{01}, Lg_i \omega_{02}, Lg_i \omega_{03}\} \quad i = 0,1,2 \quad (4-140)$$

Avec :

$$Lg_0 \omega_{01} = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$$

$$Lg_0 \omega_{02} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^T$$

$$Lg_0 \omega_{03} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$$

$$Lg_1 \omega_{01} = Lg_1 \omega_{02} = Lg_1 \omega_{03} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$$

$$Lg_2 \omega_{01} = Lg_2 \omega_{02} = Lg_2 \omega_{03} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$$

On remarque que tous les $Lg_i \omega_{0j} \in span\{dh\}$, par conséquent :

$$Q_1 = Q_0 \quad (4-141)$$

D'où la condition d'arrêt est vérifiée. On aura donc la codistribution d'observabilité comme suit :

$$\Omega = o.c.a \left((S^p)^\perp \right) = span \left\{ (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^T \right\} \quad (4-142)$$

La condition d'invariance (4-43) est vérifiée donc Ω est la codistribution d'observabilité, conditionnée invariante et elle est engendrée par des différentiels exactes c'est-à-dire :

$$\Omega = span \left\{ \frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_5}, \frac{\partial}{\partial x_6} \right\} \quad (4-143)$$

Sa codistribution orthogonale représente la codistribution d'inobservabilité elle est donnée comme suit :

$$\Omega^\perp = span \left\{ (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)^T \right\} \quad (4-144)$$

On remarque que $l(x) \notin \Omega^\perp$ d'où :

$$L \cap \Omega^\perp = \{0\} \quad (4-145)$$

Donc une solution géométrique peut exister, car la condition du théorème (1) est vérifiée. On suit les étapes énoncées dans la définition (3) du même chapitre pour aboutir à un sous-système affecté par le défaut $w_2(t)$ et inaffecté par l'autre défaut $w_1(t)$.

Soit $\psi_1(h(x))$ une injection qui satisfait la condition suivante :

$$\text{span}\{d(\psi_1 \circ h)\} = \Omega \cap \text{span}\{dh\} \quad (4-146)$$

On trouve :

$$\psi_1(\gamma) = \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_3 \\ \gamma_4 \end{pmatrix} \quad (4-147)$$

De même $\Phi_1(x)$ est définie de manière à satisfaire la condition suivante :

$$\text{span}\{d\Phi_1(x)\} = \Omega \quad (4-148)$$

On trouve :

$$\Phi_1(x) = \begin{pmatrix} x_1 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} \quad (4-149)$$

On définit le difféomorphisme d'état comme suivant :

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1(x) \\ H_2 h(x) \\ \phi_3(x) \end{pmatrix} \quad (4-150)$$

Avec H_2 est la matrice de sélection :

$$H_2 = (0 \quad 1 \quad 0 \quad 0) \quad (4-151)$$

$$\tilde{x}_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} \quad (4-152)$$

$$\tilde{x}_2 = x_2 \quad (4-153)$$

$$\tilde{x}_3 = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \quad (4-154)$$

Et les sorties sont telle que :

$$\tilde{\gamma}_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\gamma}_{11} \\ \tilde{\gamma}_{13} \\ \tilde{\gamma}_{14} \end{pmatrix} \tag{4-155}$$

$$\tilde{\gamma}_2 = x_2 = \gamma_2 \tag{4-156}$$

En dérivant le sous-système (4-152) on obtient :

$$\dot{x}_1 = \tilde{\gamma}_2 \tag{4-157}$$

$$\dot{\theta}_1 = \tilde{\gamma}_{14} = \theta_2 \tag{4-158}$$

$$\dot{\theta}_2 = bu_2 + bw_2 \tag{4-159}$$

$$\tilde{\gamma}_1 = (x_1 \ \theta_1 \ \theta_2)^T. \tag{4-160}$$

On remarque comme prévu, le sous-système (4-159) est affecté par le défaut w_2 et il est découplé du défaut $w_1(t)$. Et soit le filtre suivant comme un générateur de résidus.

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_F &= bu_2 + K_F (\gamma_4 - \xi_F) \\ r_F &= \gamma_4 - \xi_F \end{aligned} \tag{61}$$

Soit $e = \gamma_4 - \xi_F$ l'erreur d'observation, et soit sa dynamique \dot{e} qui s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= -K_F e + bw_2 \\ r_F &= e \end{aligned} \tag{4-162}$$

Avec : $K_F > 0$

L'erreur d'observation tend vers zéro en absence du défaut et elle est différente de zéro dès l'apparition du défaut. Les résultats de simulation présentés ci-après montrent l'efficacité du générateur de résidus (4-162).

- Résultats de simulation :

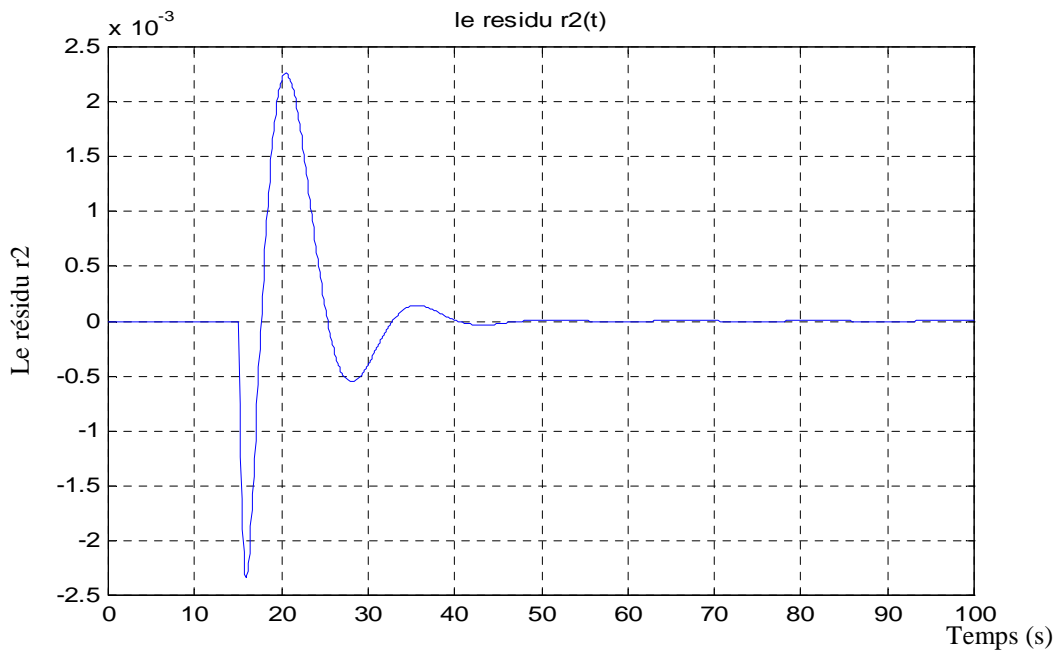


Figure 4.10 : le signal résidu $r_2(t)$ (Apparition du défaut $w_2(t)$ à l'instant $t=15$)

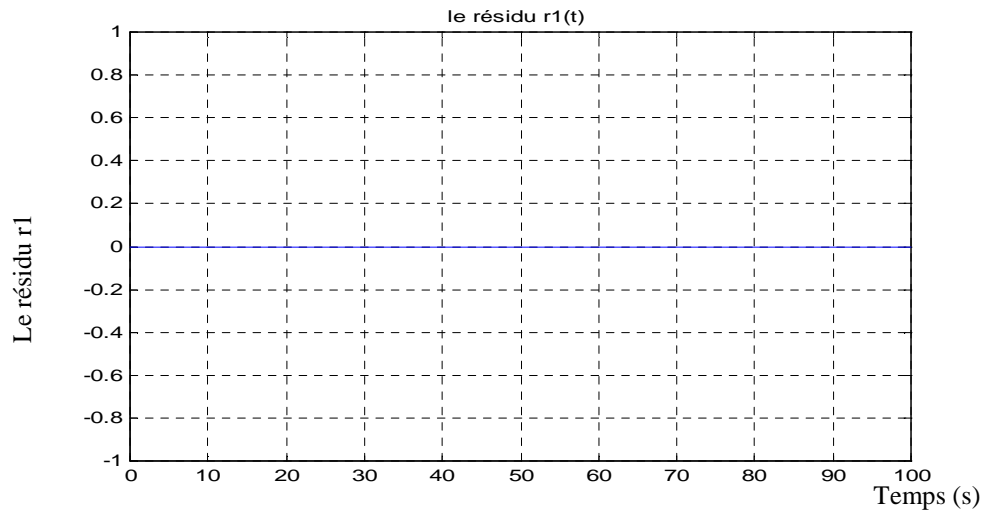


Figure 4.11 : le résidu $r_1(t)$ (insensible au défaut $w_2(t)$)

Les résultats de simulation des figures (4.10) et (4.11) montrent respectivement les résidus $r_2(t)$ et $r_1(t)$. En absence du défaut les résidus sont nuls, mais dès que le système est entaché par l'effet du défaut $w_2(t)$, le résidu $r_2(t)$ détecte sa présence, par contre le résidu $r_1(t)$ reste nul. Par conséquent les défauts sont détectables et isolables.

IV.7 Conclusion

Nous avons abordé dans ce chapitre une autre méthode géométrique pour la synthèse d'un générateur de résidus qui résout le problème fondamental de génération de résidu FPRG. Nous montrons une autre fois la puissance de cette approche pour le diagnostic des défauts dans les systèmes physiques. En premier temps nous avons exposé le problème fondamental de génération de résidu FPRG pour les systèmes linéaires, il a été montré que l'existence d'une solution géométrique au problème FPRG dépend d'une simple relation entre le sous espace qui contient l'effet du défaut qu'on veut détecter et isoler et le sous espace d'inobservabilité minimal contenant l'effet des perturbations et l'effet des autres défauts, cette relation qui est donnée en théorème (1) représente une condition nécessaire pour la poursuite de l'étude. L'algorithme de calcul de la codistribution d'observabilité a été ensuite introduit, ainsi ces propriétés. Et à base de cette dernière nous avons exposé la méthodologie de synthèse d'un filtre de détection et d'isolation des défauts pour les systèmes non linéaires. Et du fait de la complexité des calculs, un exemple illustratif (modèle de satellite) a été introduit pour une meilleure compréhension à la fin de chaque étape de la méthode.

En second temps, nous avons appliqué cette approche pour la conception d'un système FDI qui permet la détection et l'isolation des défauts actionneurs pour le modèle de l'avion (VTOL aircraft). Pour chaque défaut, nous avons conçu un générateur de résidu à base de la codistribution d'observabilité, après avoir vérifié les conditions de détection et d'isolation citée en théorème (1), nous avons suivi la méthodologie énoncée en définition (3) pour la conception d'un filtre de détection et d'isolation. Des résultats de simulation ont été illustrés pour montrer l'efficacité de ces générateurs de résidus.

Conclusion générale

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire porte sur le diagnostic des systèmes non linéaires. Diagnostiquer un système revient non seulement de détecter la présence de la défaillance mais aussi remonter à son origine, ceci est connu sous le nom FDI (Fault Detection and Isolation). Dans un premier temps, nous avons présenté les différents concepts utilisés dans la littérature du diagnostic ainsi que le principe et les différents critères de performance qui caractérisent la réussite d'une procédure du diagnostic, notre attention est portée sur les méthodes à base de modèles analytiques.

Dans la deuxième partie, nous avons mis en évidence le principe du diagnostic à base de différents types d'observateurs. Il s'avère que les observateurs par les modes glissants sont très intéressants pour remédier au problème FPRG (Fundamental Problem of Residual Generation) en raison de leurs propriétés intéressantes.

En troisième partie, nous avons abordé la première approche géométrique pour le diagnostic de défauts dans les systèmes non linéaires. Et sous l'hypothèse de non apparition simultanée des défauts, des conditions suffisantes et nécessaires à leurs isolations sont déclinées, suite à une analyse des propriétés géométrique des sous espaces d'états, calculés à base des différentes séquences non décroissantes exposées. Sous l'hypothèse de satisfaction de ces conditions, nous avons présenté une méthode de synthèse d'un banc de filtres et que chacun des filtre permet l'isolation d'un seul défaut. Cette méthode est basée sur le bon calcul des injections de sorties. Cette dernière rend une partie de l'espace d'état insensible au défaut. En suite, nous avons présenté la méthodologie de synthèse d'un seul et unique filtre pour l'isolation de plusieurs défauts, même s'ils apparaissent simultanément. Et de fait des propriétés intéressantes qu'offre le modèle de la machine asynchrone et son large utilisation dans le domaine industriel, nous avons appliqué cette approche géométrique exposée pour le diagnostic des défauts de court circuit statorique de la machine asynchrone. Le circuit statorique de cette machine est constitué de deux enroulements, un enroulement principal et un enroulement auxiliaire, chacun peut être affecté par un défaut de court circuit. Le choix de ce modèle est justifié essentiellement par la satisfaction des conditions nécessaires et suffisantes énoncées respectivement par les deux théorèmes 2 et 3, suite à une analyse géométrique basée sur des inclusions et intersections des différents sous espaces associés à chaque défaut. En fin de cette première application, nous avons synthétisé dans un premier temps un banc de filtres et que chaque filtre permet l'isolation d'un seul défaut. Les résultats de simulation donnés montrent l'efficacité du choix des injections de sorties associées à chaque filtre. Dans un deuxième temps, nous avons synthétisé un seul et unique filtre qui permet l'isolation des deux défauts. Ceci peut être très intéressant en raison de diminution de volume et la rapidité d'exécution de calcul. Les résultats de simulation montrent l'efficacité de ce filtre pour l'isolation des deux défauts même s'ils apparaissent simultanément.

En quatrième partie, nous avons présenté la deuxième approche géométrique, qui s'avère très intéressante. Comme point de départ, nous avons caractérisé le problème de détection et d'isolation des défauts d'une manière géométrique, qui représente en réalité les conditions de résolution du problème FPRG (Fundamental Problem of Residual Generation). Nous avons vu que ces conditions sont en relation directe avec la codistribution d'observabilité, et leurs satisfactions impliquent l'existence d'un difféomorphisme d'état et de sortie exprimés par cette codistribution. Par conséquent, l'existence d'un filtre qui résout fondamentalement le problème de détection et d'isolation des défauts. Nous avons appliqué cette approche pour le diagnostic des défauts actionneurs du modèle simplifié de l'avion, en utilisant la codistribution d'observabilité.

Conclusion générale

Nous avons suivi toutes les étapes déjà citées, pour la synthèse de deux filtres, chacun permet l'isolation d'un seul défaut. Nous avons calculé la codistribution d'observabilité pour chaque défaut. Les conditions de détection et d'isolation qui sont liés directement à cette codistribution étant satisfaites. Les résultats de simulations montrent l'efficacité de ces filtres pour la détection et l'isolation des deux défauts.

En tant que perspectives, et en raison de leurs avantages, il serait intéressant d'appliquer ces méthodes géométriques pour d'autres modèles, surtout que le champ de leurs applications est encore vierge. Il serait aussi intéressant d'appliquer la deuxième approche géométrique pour le diagnostic des différents défauts de la machine asynchrone.

L'utilisation d'une injection de sortie généralisée pour le diagnostic de la machine asynchrone peut être une solution pour l'augmentation de la dimension du sous espace d'état insensible au défaut, ceci est encore très intéressant surtout quant il s'agit d'estimer les défauts.

Bibliographie

[ADJ93]: K.H Adjallah, '' Contribution au diagnostic des systèmes par observateurs d'état'', Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, France, 1993.

[ADR00]: Olivier Adrot, '' Diagnostic à base de modèles incertains utilisant l'analyse par intervalles : l'approche bornante''. Thèse doctorat, Institut nationale polytechnique IAEM de Lorraine, France, Décembre 2000.

[AKH04]: Abdelkader Akhenak, '' Conception d'observateurs non linéaires par approche multi modèles : Application au diagnostic'', Thèse doctorat, Institut polytechnique IAEM de Lorraine, France, Décembre 2004.

[ALH05]: Moustapha Alhaj Dibo, '' Validation de données et diagnostic des systèmes incertains à l'aide de l'analyse par intervalle''. Thèse doctorat, Institut nationale polytechnique IAEM de Lorraine, France, Juillet 2005.

[ALE99]: A. Alessandri, T. Hawkinson, A.J.Healey et G. Veruggio, ''Robust Model-Based Fault Diagnosis for Unmanned Underwater Vehicles using Sliding Mode Observers'', 11th International Symposium on Unmanned Under watered Submersible Technology, 1999.

[BAC02]: S. Bachir, J. C. Trigeassou, S. Tnani et S. Gauet, '' Diagnostic des défauts statoriques et rotorique par identification paramétrique sans capteur de vitesse''. Conférence internationale Francophone d'Automatique, Nantes, 8-10 Juillet 2002.

[BAS04]: Michèle Basseville and Igor V.Nikiforov, '' Detection of Abrupt Changes : Theory and Application''. Edition, Prentice-Hall, Inc.

[BOU01]: Tarek Boumegoura, '' Recherche des signatures électromagnétique des défauts dans une machine asynchrone et synthèse d'observateurs en vue du diagnostic''. Thèse doctorat, Ecole centrale de Lyon, France, Mars 2001.

[CAS03]: Rolande Casimir, '' Diagnostic des défauts de la machine asynchrone par reconnaissance des formes''. Thèse doctorat, Ecole centrale de Lyon, France, Décembre 2003.

[CHE95]: J. Chen, R.J. Patton, H.Y. Zhang ''Design of robust structured and directional residuals for fault isolation via unknown input observers''. Proc. of 3rd European Control Conference., vol. 1, pp. 348-353, 1995.

[COC93]: V. Cocquemot, "Surveillance des processus industriels complexes – Génération et optimisation des relations de redondance analytiques". Thèse, Université des Sciences et Technologies de Lille, 1993.

[COM00]: Cristopher Combastel, "Méthodes d'aide à la décision pour la détection et la localisation des défauts dans les entraînements électriques". Thèse de doctorat. Institut national polytechnique de Grenoble 2000.

[DEP00]: Claudio De Percis and Alberto Isidori, "On the observability codistributions of a nonlinear system". *System & Control letters* 40 (2000) 297-304.

[DEP01]: Claudio De Percis and Alberto Isidori, "A Geometric Approache to Fault Detection and Isolation". *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol 46, No.6, Juin 2001.

[DEP01]: Claudio De Percis and Alberto Isidori, "A Geometric Approache to Fault Detection and Isolation". *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol 46, No.6, Juin 2001.

[DEP01]: Claudio De Percis, Raffaella De Santis and Alberto Isidori, "Nonlinear Actuator Fault Detection and Isolation for a VTOL aircraft". *Proceedings of the American Control Conference*, Arlington, VA June 25-27, 2001

[DID01]: Gaetan Didier et Hubert Razik, "Sur la detection d'un défaut au rotor des moteurs asynchrones". *La revue 3EI N° 27*, Decembre 2001.

[DID04]: Gaetan Didier, "Modélisation et diagnostic de la machine asynchrone en présence de défaillances". Thèse doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy-I, Octobre 2004.

[EDW00]: C. Edwards, S. K. Spurgeon and R. J. Patton, "Sliding mode observer for Fault Detection and Isolation". *Automatica* 36 (2000) 541-553.

[FAI84]: F.W. Fairman, S.S. Mahil and L. Luk, "Disturbances Decoupled Observer Design Via Singular Value Decomposition". *IEEE Transactions on automatic control*, Vol. AC-29, NO. 1, January 1984.

[FLO02]: T. Floquet, J. P. Barbot et W. Perruquetti, "observation en temps fini du flux de la machine asynchrone : modes glissants d'ordre deux et indices d'observabilité". *Conférence internationale Francophone d'Automatique*, Nantes, 8-10 Juillet 2002.

[FRA96]: P.M. Frank, "Analytical and qualitative model-based fault diagnosis - A survey and some new results". *European Journal of Control EUCA*, vol.2, pp. 6-28, 1996.

- [GER88]: J.J Gertler, " Survey of model based-based failure detection and isolation in complex plants", IEEE Control System Magazine, pp. 3-11, 1988.
- [GER93]: J.J. Gertler, R. Monajemy, " Generation of directional residuals with dynamic parity equations", Proc. of the 12th World Congress of IFAC, Sydney, Australia, pp. 505-510, 1993.
- [GER95a]: J.J Gertler, M. M. Kunwer, " Optimal residual decoupling for robust fault diagnosis", Int. J. Control, 61(2), pp. 395-421, 1995.
- [GER95b]: J.J. Gertler, " Diagnosing parametric faults: from parameter estimation to parity Relations", American Control Conference, Seattle, WA, USA, 1995.
- [Ham99]: H.Hammouri, M. Kinnaert and E. H. El Yaagoubi, " Observer-Based Approach to Fault Detection And Isolation for Nonlinear systems". IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 44, No. 10, October 1999.
- [ISE84]: R. Isermann, Process fault detection based on modelling and estimation methods - A survey, Automatica, vol. 20, n°4, pp. 387-404, 1984.
- [ISE91]: R. Isermann, B. Freyermuth, "Process fault diagnosis based on process model knowledge, Principles for fault diagnosis with parameter estimation", ASME J, Dynamic Systems, Measurement Control, pp. 620-626, 1991.
- [ISE93]: R. Isermann, "Fault diagnosis on machines via parameter estimation and knowledge processing", Automatica, vol. 29, pp. 815-836, 1993.
- [ISE94]: R. Isermann, " Integration of fault detection and diagnosis methods", Proc. of the IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Industrial Processes, SAFEPROCESS'94, Helsinki, Finland, pp. 597-612, 1994.
- [ISE97a]: R. Isermann, " Supervision, fault-detection and fault-diagnosis methods - Advanced methods and applications", Proc. of the IMEKO world congress, New Measurements - Challenges and Visions, Tampere, Finland, vol. 1, pp. 1-28, 1997.
- [ISE97b]: R. Isermann and P. Ballé, " Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical processes". Control Eng. Practice, Vol. 5. No. 5, pp. 709-719, 1997.

[ISE97c]: R. Isermann, "Supervision, Fault-Detection and Fault-Diagnosis Methods- An Introduction". Control Eng. Practice. Vol.5, No. 5, pp 639-652, 1997.

[ISI81]: Alberto Isidori, Arthur J.Krener, Claudio Gori-Giorgi and Salvatore Monaco, "Nonlinear Decoupling via Feedback : A Differential Geometric Approach". IEEE Transactions on Automatic Control, Vol AC-26, No.2, April 1981.

[ISI89]: Alberto Isidori, "Nonlinear Control Systems". Second Edition 1989.

[JOI02]: Cedric Join. "Diagnostic des systèmes non linéaires, Contribution aux méthodes de découplage", Thèse de Doctorat, Spécialité Automatique, Université Henri Poincaré, Nancy, Novembre 2002.

[LOO01]: T.F Lootsma, "Observer based Fault Detection and Isolation for Nonlinear Systems", Thèse de Ph.D, Departement of Control Engineering, Aalborg University, Denmark, 2001.

[MAQ93]: D. Maquin, J. Ragot, "Diagnostic de fonctionnement des systèmes à partir de modèles", 4ème Conférence Internationale de Génie des Systèmes Industriels, GSI 4, France, 1993.

[MAQ97]: D. Maquin, V. Cocquemot, J.P. Cassar, M. Staroswiecki, J. Ragot, "Generation of analytical redundancy relations for FDI purposes", IEEE Int. Symposium on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives, SDEMPED'97, Carry-le Rouet, France, pp. 270-276, September 1-3rd, 1997.

[MAS86]: Mohammad Ali Massoumnia, "A Geometric Approche to the Synthesis of Failure Detection Filters", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-31, NO. 9, septembre 1989.

[MAS89]: Mohammad Ali Massoumnia, George C.Vergheze and Alan S. Willsky "Failure Detection and Identification", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 34, NO. 3, marche 1989.

[MIL87]: R. Milne, "Strategies for diagnosis". IEEE Transactions on systems, Man and Cybernetics, Vol. 17, Ns, No 3, p 333-339, 1987.

[PAT91]: R.J. Patton, J. Chen, "A re-examination of the relationship between parity space and observers-based approaches in fault diagnosis", Revue Européenne Diagnostic et Sûreté de Fontionnement, vol. 1, pp. 183-200, 1991.

[PAT94]: R.J. Patton, "Robust model-based fult diagnosis : the state of the art", Proc. on IFAC Symp. on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes, SAFEPROCESS'94, Espoo, Finland, pp. 1-24, 1994.

[PAT97]: R.J. Patton and J. Chen, "Observer-based fault detection and isolation: Robustness and applications", *Control Eng. Practice*, Vol. 5. No. 5, pp. 671-682, 1997.

[PEK04]: Komi Midzodzi Pekpe, "Identification par les techniques des sous espaces: Application au diagnostic". Thèse doctorat, Institut nationale polytechnique IAEM de Lorraine, France, Décembre 2004.

[PER00]: C. De. Persis and A. Isidori, "On the observability codistributions of a nonlinear system", *System and Control Letters* 40 (2000) 297-304.

[PER01a]: C. De. Persis and A. Isidori, "A Geometric Approach to Nonlinear Fault Detection and Isolation" *IEEE Transactions on automatic control*, Vol. 46, No. 6, June 2001.

[PER01b]: C. De. Persis, Raffaella De Santis and A. Isidori, "Nonlinear Actuator Fault Detection and Isolation for a VTOL aircraft", *Proceedings of the American Control Conference*. Arlington, VA June 25-27, 2001.

[RAG92]: J. Ragot, D. Maquin, G. Bloch, "Positionnement de capteurs pour des systèmes décrits par des équations bilinéaires". *Revue européenne de Diagnostic et Sûreté de Fonctionnement*, vol. 2, N° 2, pp. 115-121, 1992.

[RAZ02]: Hubert Razik, "Le contenu spectral du courant absorbé par la machine asynchrone en cas de défaillance, un état de l'art". *La revue 3EI* N° 29, page 48-52, Juin 2002.

[RIP99]: Patric Ripoll, "Conception d'un système de diagnostic flou appliqué au moteur d'automobile". Thèse doctorat, Université de savoie, France, Décembre 1999.

[ROT]: Frédéric ROTELLA, "Observation", Résumé de cours, Ecole Nationale d'Ingénieur de Tarbes.

[SCH98]: E. Schaeffer, E. Le Carpentier and M.E Zaim, "Faillure detection in induction machine by means of parametric identification". *In computational Engineering in systems Application*. 1998.

[STA91a]: M. Staroswiecki, V. Cocquempot, J.P. Cassar, "Equivalence des résidus générés par la méthode de l'espace de parité et les méthodes utilisant les observateurs". *GRECO automatique, groupe diagnostic, CNRS*, 1991.

[STA91b]: M. Staroswiecki, V. Cocquempot, J.P. Cassar, "Observer based and parity space approaches for failure detection and identification", *Proc. of the IMACS/IFAC Symposium on Modelling and Control of Technological Systems*, Lille, France, vol. 25, pp. 536-541, 1991.

Bibliographie

[STA93]: M. Staroswiecki, J.P. Cassar V. Cocquempot, "Generation of optimal structured residuals in the parity space, Proc. IFAC 12th World Congress, Sydney, Australia, vol. 5, pp. 535-542, 1993.

[STA99]: M. Staroswiecki, "Quantitative and Qualitative Models for Fault Detection and Isolation". Mechanical and Signal Processing (2000) 14(3), 301-325.

[STA01]: M. Staroswiecki and G.Cantet-Varga, "Analytical redundancy relations for fault detection and isolation in algebraic systems", Automatica 37 (2001) 687-699.

[TAN02]: C.P Tan and Cristopher Edwards, "Sliding mode observer for detection and reconstruction of sensor faults". Automatica 38 (2002) 1815-1821.

Annexes

ANNEXE A : NOTIONS DE GEOMETRIE DIFFERENTIELLE

On considère un système non linéaire affine en la commande de la forme :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x) + g(x)u(t) \\ y(t) &= h(x)\end{aligned}\tag{A-1}$$

Ou f et g sont appelés respectivement champ de vecteur dynamique et champ de vecteur commande. $x(t)$ est le vecteur d'état de dimension n . $u(t)$ est le vecteur de commande de dimension m . $y(t)$ est le vecteur de sortie de dimension p .

- Dérivée de Lie

La dérivée de Lie de la fonction h dans la direction de f , notée $L_f h$ est la dérivée de h le long de la courbe intégrale de f , elle est donnée comme suit :

$$L_f h(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x)\tag{A-2}$$

- Crochet de Lie

Soient $f(x)$ et $g(x)$ deux champs de vecteurs de R^n . Le crochet de Lie est le nouveau champ de vecteur V , défini par :

$$V = [f, g] = \frac{\partial g}{\partial x} f - \frac{\partial f}{\partial x} g\tag{A-3}$$

Une distribution de champs de vecteurs

Une distribution de champs de vecteurs Δ est une application qui a tout point $x \in X$ fait correspondre le sous espace vectoriel $\Delta(x)$ de son espace tangent $T_x X$. Autrement dit, une distribution $\Delta(x)$ est un ensemble de champs de vecteurs, tel que :

$$\Delta(x) = \text{span}\{g_1(x), \dots, g_k(x)\}\tag{A-4}$$

- Une distribution involutive

Une distribution Δ est involutive si et seulement si le crochet de Lie de tout couple de champs de vecteur appartenant à Δ appartient à Δ , autrement dit :

$$\forall g_i, g_j \in \Delta \Rightarrow [g_i, g_j] \in \Delta\tag{A-5}$$

-Une distribution singulière

Une distribution est singulière si et seulement si elle n'a pas de dimension constante.

- Une distribution non singulière

La distribution Δ est non singulière si et seulement si elle est involutive. Si Δ n'est pas involutive, on peut définir sa clôture involutive.

-Clôture involutive

La clôture involutive $\bar{\Delta}$ d'une distribution Δ est la plus petite distribution involutive contenant Δ . Notons que $\bar{\Delta}$ peut être construite à partir des crochets itérés des champs g_1, \dots, g_k

-Une distribution conditionnée invariante

Une distribution Δ est dite conditionnée invariante ou (h, f) invariant pour (A-1), si il satisfait la condition suivante :

$$\left[g_i, \Delta \cap \ker \{dh\} \right] \subset \Delta \text{ pour } i = 0, \dots, m \quad (\text{A-6})$$

Avec $g_0(x) = f(x)$

Il a été montrer que () sera vérifiée si et seulement si

$$L_{g_i} \Delta \subset \Delta + \text{span} \{dh\}, \text{ pour } i = 0, 1, \dots, m \quad (\text{A-7})$$

-Une codistribution

La codistribution de la distribution Δ , notée Ω est définie par :

$$\Omega(x) = \Delta^\perp(x) = \left\{ \omega^*(x) \in (R^n)^*; \langle \omega^*(x), v(x) \rangle = 0 \forall v(x) \in \Delta(x) \right\} \quad (\text{A-8})$$

Inversement, il est possible de construire à partir d'une codistribution $\Omega(x)$ une distribution notée $\Omega^\perp(x)$, telle que :

$$\Omega^\perp(x) = \left\{ v(x) \in R^n; \langle \omega^*, v \rangle = 0 \forall \omega^* \in \Omega(x) \right\} \quad (\text{A-9})$$

- Dérivée d'un co-vecteur

La dérivée d'un co-vecteur $\omega(x)$ le long du champ $f(x)$ est :

$$L_f \omega(x(t)) = \left(\frac{\partial \omega^T(x(t))}{\partial x(t)} f(x(t)) \right)^T + \omega(x(t)) \frac{\partial f(x(t))}{\partial x(t)} \quad (\text{A-10})$$

Espace observable

Considérons le système non linéaire (A-1). L'espace observable γ_{obs} est l'espace linéaire sur R des fonctions contenant h_1, \dots, h_p et toutes les répétitions des dérivées de Lie

$$L_{X_1} L_{X_2} \dots L_{X_k} h_j, \quad j \in \{1, \dots, p\}, k = \{1, 2, \dots\} \quad (\text{A-11})$$

Avec $X_i, i \in k$, dans l'ensemble $\{f_0, \dots, f_m\}$.

La codistribution d'observabilité

On appelle la codistribution d'observabilité du système (A-1), noté $d\gamma_{obs}$ la codistribution définie par :

$$d\gamma_{obs} = \begin{bmatrix} dh(x) \\ dL_f h(x) \\ dL_f^2 h(x) \\ \vdots \\ dL_f^i h(x) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (\text{A-12})$$

Théorème : (théorème du rang)

Soit $d\gamma_{obs}$ la codistribution d'observabilité associée au système (A-1). Le système (A-1) est observable dans le sens du rang si $\dim\{d\gamma_{obs}\} = n$.

ANNEXE B : MACHINE ASYNCHRONE

- Le modèle de la machine asynchrone monophasée

Soit le modèle de la MAS dans un référentiel lié au stator :

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = -\gamma_1 x_1 + w_s x_2 + a_1 x_3 + b_1 x_4 x_5 + e_1 v_{ds} + P_1 w_1(t) \\ \dot{x}_2 = -\gamma_2 x_2 - w_s x_1 + a_2 x_4 - b_2 x_3 x_5 + e_2 v_{qs} + P_2 w_2(t) \\ \dot{x}_3 = -\frac{1}{T_r} x_3 + (w_s - p x_5) x_4 + c x_1 \\ \dot{x}_4 = (p x_5 - w_s) x_3 - \frac{1}{T_r} x_4 + c x_2 \\ \dot{x}_5 = d (x_3 x_2 - x_1 x_4) - \frac{c_r}{J} - \frac{k_f}{J} x_5 \end{cases}$$

Avec

$$\gamma_1 = -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s1} L_r^2}{\mu L_r^2}, \gamma_2 = -\frac{R_r M_{sr}^2 + R_{s2} L_r^2}{\eta L_r^2}, a_1 = \frac{M_{sr} R_r}{\mu L_r^2}, a_2 = \frac{M_{sr} R_r}{\eta L_r^2}, b_1 = \frac{p M_{sr}}{\mu L_r}, b_2 = \frac{p M_{sr}}{\eta L_r},$$

$$c = \frac{R_r M_{sr}}{L_r}, \frac{1}{T_r} = \frac{R_r}{L_r}, d = \frac{p L_m}{J L_r}, e_1 = \frac{1}{\mu}, e_2 = \frac{1}{\eta}$$

Les simulations ont été effectuées sur une machine définie par les paramètres suivants :

Résistance statorique de l'enroulement principal : $R_{s1} = 8.4 \Omega$

L'inductance statorique de l'enroulement principal : $L_{s1} = 0.1 \text{ H}$

Résistance statorique de l'enroulement auxiliaire : $R_{s2} = 8.4 \Omega$

L'inductance statorique de l'enroulement auxiliaire : $L_{s2} = 0.1 \text{ H}$

Résistance rotorique: $R_r = 3.56 \Omega$

L'inductance rotorique : $L_r = 0.15 \text{ H}$

Nombre de paire de pôles : $p = 2$

Moment d'inertie $J = 0.01356 \text{ kg.m}^2$

Coefficient de frottement $f = 0.00182 \text{ kg.m}^2 / \text{s}$

ANNEXE C : CALCUL DES DIFFERENTES DISTRIBUTIONS

- Calcul de $S_*^{p_1}$

Pour le calcul du plus petit sous espace sensible aux défauts on utilise l'algorithme (3-10).

$$\text{On a } h(x) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \Rightarrow dh = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \ker\{dh\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

D'où :

$$\ker\{dh\} = \text{span}\left\{(0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)^T\right\}$$

On initialise la séquence (3-10) à :

$$S_0^{p_1} = \text{span}\left\{(1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T\right\}$$

Et on a :

$$\bar{S}_0^{p_1} \cap \ker\{dh\} = \text{span}\{0\}$$

D'où

$$S_1^{p_1} = \bar{S}_0^{p_1}$$

Qui vérifie la condition d'arrêt. On pose donc :

$$S_1^{p_1} = S_*^{p_1} = \text{span}\left\{(1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T\right\}$$

$S_*^{p_1}$: Représente le plus petit sous espace sensible au défaut $w_1(t)$, son sous espace orthogonale $(S_*^{p_1})^\perp$ représente le plus grand sous espace insensible au défaut $w_1(t)$ qui est comme suit :

$$(S_*^{p_1})^\perp = \text{span}\left\{(0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^T\right\}$$

- Calcul de $S_*^{p_2}$

On suit la même méthodologie que précédemment en posant

$$S_0^{p_2} = \text{span}\left\{(0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^T\right\}$$

On obtient :

$$S_*^{p_2} = \text{span}\left\{(0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^T\right\}$$

D'où sa codistribution orthogonale est :

$$(S_*^{p_2})^\perp = \text{span}\left\{(1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)^T, (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^T\right\}$$

Avec :

$S_*^{p_2}$: représente le plus petit sous espace sensible au défaut $w_2(t)$, son sous espace orthogonal $(S_*^{p_2})^\perp$ représente le plus grand sous espace insensible au défaut $w_2(t)$.

- Calcul de γ_{obs}

Soit $h(x) = [h_1(x) \ h_2(x) \ h_3(x)]^T$

En appliquant le théorème cité en annexe A pour le calcul du sous espace observable.

$$d\gamma_{obs} = [dh_1 \ dh_2 \ dh_3 \ d(L_f h_1) \ d(L_f h_2) \ d(L_f h_3) \ d(L_f L_f h_1) \ d(L_f L_f h_2) \ d(L_f L_f h_3) \ d(L_f L_{g_1} h_1) \ d(L_f L_{g_1} h_2) \ d(L_f L_{g_1} h_3) \ d(L_f L_{g_2} h_1) \ d(L_f L_{g_2} h_2) \ d(L_f L_{g_2} h_3)]^T$$

En calculant les différents termes de cette matrice en point $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 0$ on trouve :

$$d\gamma_{obs} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\gamma_1 & w_s & a_1 & 0 & 0 \\ -w_s & \gamma_2 & 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_f/J \\ \gamma_1^2 - w_s^2 + a_1 c & -\gamma_1 w_s - \gamma_2 w_s & a_1 \gamma_1 - \frac{a_1}{t_r} & a_2 w_s + a_1 w_s & 0 \\ \gamma_1 w_s + \gamma_2 w_s & -w_s^2 + \gamma_2^2 + a_2 c & -a_1 w_s - a_2 w_s & -a_2 \gamma_2 - \frac{a_2}{t_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_f^2/J^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

D'après le théorème cité en annexe A (théorème du rang), le système est observable si le rang de cette matrice est égal à la dimension du système. Matlab nous donne ce rang égal à 5. Donc le système est observable

ANNEXE D : LES PARAMETRES DE L'AVION

Le modèle de l'avion est le suivant :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{T}{M} \sin(\theta_1) + 2 \sin(\alpha) \frac{F}{M} \cos(\theta_1) \\ \dot{y}_1 &= y_2 \\ \dot{y}_2 &= -\frac{T}{M} \cos(\theta_1) + 2 \sin(\alpha) \frac{F}{M} \sin(\theta_1) - g \\ \dot{\theta}_1 &= \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 &= \frac{2l}{J} \cos(\alpha) F\end{aligned}$$

Avec :

$$\begin{aligned}T &= M u_1 \\ F &= \frac{M}{2 \sin(\alpha)} u_2\end{aligned}$$

Et les commandes u_1 et u_2 sont telle que :

$$\begin{aligned}u_1 &= \frac{\kappa_3 (y_1 - 20) + \kappa_4 y_2 + 1}{\cos(\theta_1)} \\ u_2 &= \kappa_5 \left(\theta_1 + \tan^{-1} \left(\frac{\kappa_1 x_1 + \kappa_2 x_2}{\kappa_3 (y_1 - 20) + \kappa_4 y_2 + 1} \right) \right) + \kappa_6 \theta_2\end{aligned}$$

Les simulations ont été faites en utilisant les paramètres suivants :

$$k_1 = -0.0625, k_2 = -0.45, k_3 = -0.25$$

$$k_4 = -0.9, k_5 = -1, k_6 = -1.8$$

$$\alpha = \pi / 3 \text{ rad}$$

$$M = 50000 \text{ kg}$$

$$J = 1.25 * 10^4 \text{ Kg.m}^2$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$l = 5 \text{ m}$$

$$b = (l * M * \cos(\alpha)) / (J * \sin(\alpha))$$

$$Kt = 10$$

سبحانك اللهم و بحمدك اشهد أن لا إله إلا أنت أستغفرك و أتوب إليك.
و صلى الله على نبينا محمد و على اله و صحبه و سلم.