



République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur  
et de la Recherche Scientifique



Ecole Nationale Polytechnique  
Département de Génie Electrique  
Laboratoire de Commande des Processus

# Mémoire de Magister

## en Automatique

**Option: Automatique des Systèmes Industriels**

Présenté par :

**BENAHDUGA Seddik**

Ingénieur en automatique de l'ENP

Thème:

**Commande par Mode de Glissement d'Ordre Supérieur :  
Application à un Réseau Electrique multi-machines**

Soutenue le : 27/06/2006

devant le jury :

**M.S. BOUCHERIT  
D. BOUKHETALA  
F. BOUDJEMA  
M. TADJINE  
L. NEZLI  
R. ILLOUL**

**Professeur à l'ENP  
Maître de Conférences à l'ENP  
Professeur à l'ENP  
Maître de Conférences à l'ENP  
Docteur d'Etat à l'ENP  
Chargé de Cours à l'ENP**

**Président  
Rapporteur  
Rapporteur  
Examineur  
Examineur  
Examineur**

**ملخص:** في هذا العمل قمنا بتطبيق التحكم بنمط الانزلاق ذو الدرجة العليا اللامركزية على شبكة كهر بائية غير خطية، استعملنا هذه الطريقة لدراسة الاستقرار الانتقالي. خطية النظام تم الحصول عليها بواسطة تقنية الإقفال اللاخطي لضمان لامركزية النظام. النموذج الرياضي للنظام اللاخطي يمثل ثلاثة مولدات مترابطة فيما بينها. نتائج المحاكات أظهرت استجابة النظام و أيضا متانة التحكم المطبق.

**كلمات مفتاحية:** نمط الإنزلاق ذو الدرجة العليا، تحكم لامركزي، الإقفال اللاخطي، شبكة متعددة الماكينات.

**Abstract:** this work deals with a design of a decentralized **High Order Sliding Mode control (HOSM)** for nonlinear electric power system. The proposed control strategy is used in order to improve the transient stability. The nonlinearities are handled through a feedback linearization approach to apply the HOSM controllers (*3-sliding*) to each generating unit in the system. The synthesised controller is applied to three synchronous generators, where models for the nonlinear high interconnections between generators are considered. Simulations are performed to highlight the performances and the robustness of the proposed method.

**Key words:** High Order Sliding Mode, Decentralized Control, Feedback Linearization, Multi-machine power system.

**Résumé:** Le présent travail concerne l'application de la commande décentralisée par mode de glissement d'ordre supérieur sur un réseau électrique multi-machine afin d'améliorer la stabilité transitoire. La linéarisation du système est assurée par l'utilisation de la technique de bouclage non linéaire. Le modèle non linéaire développé de notre système est constitué par trois générateurs interconnectés. Afin d'évaluer les performances et la robustesse de la commande proposée, des résultats de simulations ont été effectués.

**Mots clés:** Mode de glissement d'ordre supérieur, Commande décentralisée, Linéarisation par Bouclage non linéaire, réseau multi-machine.

# SOMMAIRE

<b>INTRDUCTION GNERALE</b> .....	1
----------------------------------	---

## **Chapitre 1 : Modélisation du Réseau Electrique**

1.1. INTRODUCTION.....	3
1.1.1 Station de génération .....	3
1.1.2 Ligne de transmission .....	4
1.1.3 Ligne sous-transmission... ..	4
1.1.4 Station de transformation ou de distribution.....	4
1.1.5 Consommateurs .....	4
1.2. PRESENTATION GENERALE.....	5
1.3. MODELISATION.....	5
1.3.1 Modèle de la partie mécanique.....	6
1.3.2 Modèle de la partie électrique.....	6
1.3.3 Principe de la transformation de Park.....	6
1.3.5. Equations électriques de la machine.....	7
1.4. HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES .....	8
1.4.1. Modèle électrique.....	9
1.4.2. Lignes de transmission.....	11
1.4.2.1. Le repère D-Q.....	11
1.4.2.2. Calcul de la matrice d'admittance.....	12
1.4.2.3. Calcul de la matrice réduite.....	3
1.4.2.4. Calcul des courants.....	14
1.4.2.5. Modélisation dans l'espace d'état.....	14
1.5. STABILITE DES RESEAUX ELECTRIQUES.....	15
1.5.1. Stabilité statique, stabilité dynamique .....	15
1.5.1.1. Stabilité statique .....	15
1.5.1.2 stabilité dynamique.....	15
1.5.3. Stabilité transitoire.....	15

1.6. RESULTATS DE SIMULATION.....	16
1.7. CONCLUSION.....	19

## **Chapitre 2 : Linéarisation par Bouclage Non Linéaire**

2.1 INTRODUCTION .....	21
2.2 APPROCHE PAR GEOMETRIE DIFFERENTIELLE.....	21
2.2.1 Champs de vecteur.....	21
2.2.2 Dérivée et crochet de Lie .....	21
2.2.3 Détermination du difféomorphisme .....	22
2.3 SYSTEMES MONO-VARIABLE.....	23
2.3.1 Détermination du degré relatif .....	24
2.3.2 La forme normale .....	24
2.3.3 Dynamique des zéros .....	26
2.3.4 Linéarisation exacte par bouclage .....	27
2.3.5 Calcul de la commande .....	27
2.4 SYSTEME MULTI-VARIABLES .....	28
2.4.1 Degré relatif vectoriel .....	29
2.4.2 Forme normale .....	31
2.4.3 Calcul de la commande .....	32
2.5 CONCLUSION .....	34

## **Chapitre 3 : Commande par Mode Glissant d'Ordre Supérieur**

3.1. INTRODUCTION.....	35
3.2 QUELQUES DEFINITIONS .....	36
3.2.1 Modes glissants par rapport à des fonctions contraintes .....	36
3.2.2 Glissement réel et convergence en temps fini .....	37
3.2.3 Degré relatif .....	38
3.3 POSITION DU PROBLEME .....	39

3.4 PRINCIPE .....	39
3.5 COMMANDE PAR MODE GLISSANTE D'ORDRE DEUX .....	40
3.6 PROPRIETES DE CONVERGENCE EN TEMPS FINI DE LA COMMANDE 2-GLISSANTE .....	42
3.6.1 Loi 2-glissante .....	43
3.6.2 Surface de Glissement .....	44
3.6.3 Commande équivalente .....	44
3.7 ALGORITHMES GLISSANTS D'ORDRE SUPERIEUR.....	45
3.7.1 Algorithme de Twisting .....	45
3.7.2 Algorithme de Super Twisting .....	47
3.7.3 Algorithme sous-optimal .....	48
3.7.4 Algorithme de Drift .....	49
3.8 SUPPRESSION DE PHENOMENE DE CHATTERING .....	50
3.9 COMMANDE PAR REGIME GLISSANT D'ORDRE N.....	50
3.9.1 Position du problème .....	50
3.9.2 Construction de la commande .....	52
3.9.3 Commande en temps réel .....	53
3.10 EXEMPLES D'APPLICATION.....	54
10.1 Exemple 1.....	54
10.2 Exemple 2 .....	56
10.3 Exemple 3 .....	59
3.11 CONCLUSION .....	62

## **Chapitre 4: Application de la Commande par Mode de Glissement d'Ordre Supérieur à un Réseau Electrique Multi-machines**

4.1.INTRODUCTION.....	63
4.2 BUT DE LA REGULATION D'UN RESEAU ELECTRIQUE MULTIMACHINE..	64
4.3 CONCEPTION DE LA COMMANDE MGOS.....	65
4.3.1 Surface de glissement .....	65
4.3.2 Détermination du degré relatif.....	65
4.4 APPLICATION .....	67

4.4.1 Simulation de la commande.....	67
4.5 LINEARISATION PAR BOUCLAGE NONLINEAIRE.....	72
4.5.1 Détermination de la forme normale.....	72
4.5.2 Détermination de la loi de commande linéarisante.....	72
4.5.3 Décentralisation sur la linéarisation par bouclage non linéaire.....	74
4.6 CONCEPTION DE LA COMMANDE MGOS DECENTRALISEE.....	74
4.6.1 Surface de glissement.....	75
4.7 APPLICATION.....	77
4.7.1 Simulation sans tests de robustesses.....	77
4.7.2 Résultats de simulations.....	81
4.8 FONCTION DE SATURATION.....	87
4.9.CONCLUSION .....	95
<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>97</b>
REFERENCES BIBLIOGRAPHIE .....	101
ANNEXE .....	105

# **INTRODUCTION GENERALE**

# **Chapitre 1**

## **Modélisation du Réseau Electrique**



# Chapitre 1

## Modélisation du Réseau Electrique

### 1.1 Introduction

Un réseau d'énergie électrique est un système constitué de plusieurs éléments interconnectés destiné à convertir l'énergie non électrique à une énergie électrique, et à la transporter sur une grande distance et de convertir l'énergie électrique à une énergie utilisable [1].

Le système d'énergie électrique est constitué principalement de cinq sous-systèmes :

- Station de génération de la puissance électrique (générateurs).
- Les lignes de transmissions.
- Les lignes sous-transmissions.
- Station de transformations ou de distributions de l'énergie électrique.
- Les consommateurs utilisant la puissance électrique.

Dans la section suivante nous abordons les caractéristiques générales de chaque sous-système [1].

#### 1.1.1 Station de génération :

Les générateurs représentent la source de l'énergie électrique, leurs fonctions sont de fournir l'énergie électrique pour le système. Actuellement, Le terme source est un peu trompeur, parce qu'il implique la création de l'énergie électrique. En effet, les générateurs, sont des machines synchrones utilisées pour la conversion de l'énergie non électrique à une forme électrique à partir de la puissance mécanique fournie par des turbines ou d'autres dispositifs.

Les générateurs sont constitués de deux parties, une partie statique dite stator et l'autre partie tournante dite rotor. Celles-ci sont équipées de bobines bien placées utilisées pour la génération d'un courant électrique de forte puissance à partir d'un champ magnétique et d'une puissance mécanique fournie.

La majorité des générateurs sont des machines à vitesse variables, dont la puissance est entre 100 kw et 1300 Mw, et de 480 V à 25 kV. La sortie du générateur est triphasé à courant alternatif.

### 1.1.2 Ligne de transmission:

Le transport de l'énergie électrique entre les stations de générations et les stations de consommateurs se fait par les lignes de transmissions, dont les voltages sont entre 115kv à 765kV, et de puissance allant de 100MVA à 4000MVA.

Il y a deux types de bases : les lignes sous terre et les lignes au-dessus de la terre, se sont des lignes longues, à des centaines de Km.

### 1.1.3 Ligne sous-transmission :

Dans l'ingénierie des réseaux électriques il y a un proverbe qui dit « la transmission d'hier est une sous-transmission aujourd'hui ». les lignes à faible voltages sont remplacés par les lignes à forts voltages. Les sous-transmissions sont caractérisées par des petites distances (pas plus d'une dizaine de Km) de faibles capacités (moins de 100MVA).

### 1.1.4 Station de transformation ou de distribution :

Les lignes sous-transmissions typiques délivrent une grande puissance pour les locations appelées sous-stations, où la tension est transformée en tension allant de 12v à 2.4Kv. On peut désigner deux types de distributions :

- distribution *Radial*, dont la puissance à une seule direction.
- distribution bouclée (*loop*).

### 1.1.5 Consommateurs :

Le rôle du réseau d'énergie électrique est de délivrer l'énergie électrique dans une forme convenable à l'utilisateur.

Il y a trois critères pour juger la qualité de l'électricité :

- L'amplitude du voltage doit être constante.
- La fréquence du voltage doit être constante.
- L'obtention d'un signal idéale sous forme sinusoïdale.

Dans ce chapitre nous allons présenter à la modélisation du réseau électrique en commençant par une description succincte de ses différents composants.

Un modèle non linéaire assez complet est élaboré [2].

### 1.2 Présentation générale :

La figure (1.1) montre un type de réseau électrique multi-machines. Les générateurs sont présentés par des tensions et des impédances, connectés aux lignes de transmissions par les nœuds dits « nœuds générateurs ». Les charges, quant à elles, sont présentées par des impédances (cas des charges statiques ou peu variable). Celles-ci sont connectées aux lignes de transmissions via les nœuds dits « nœuds des charges »[3].

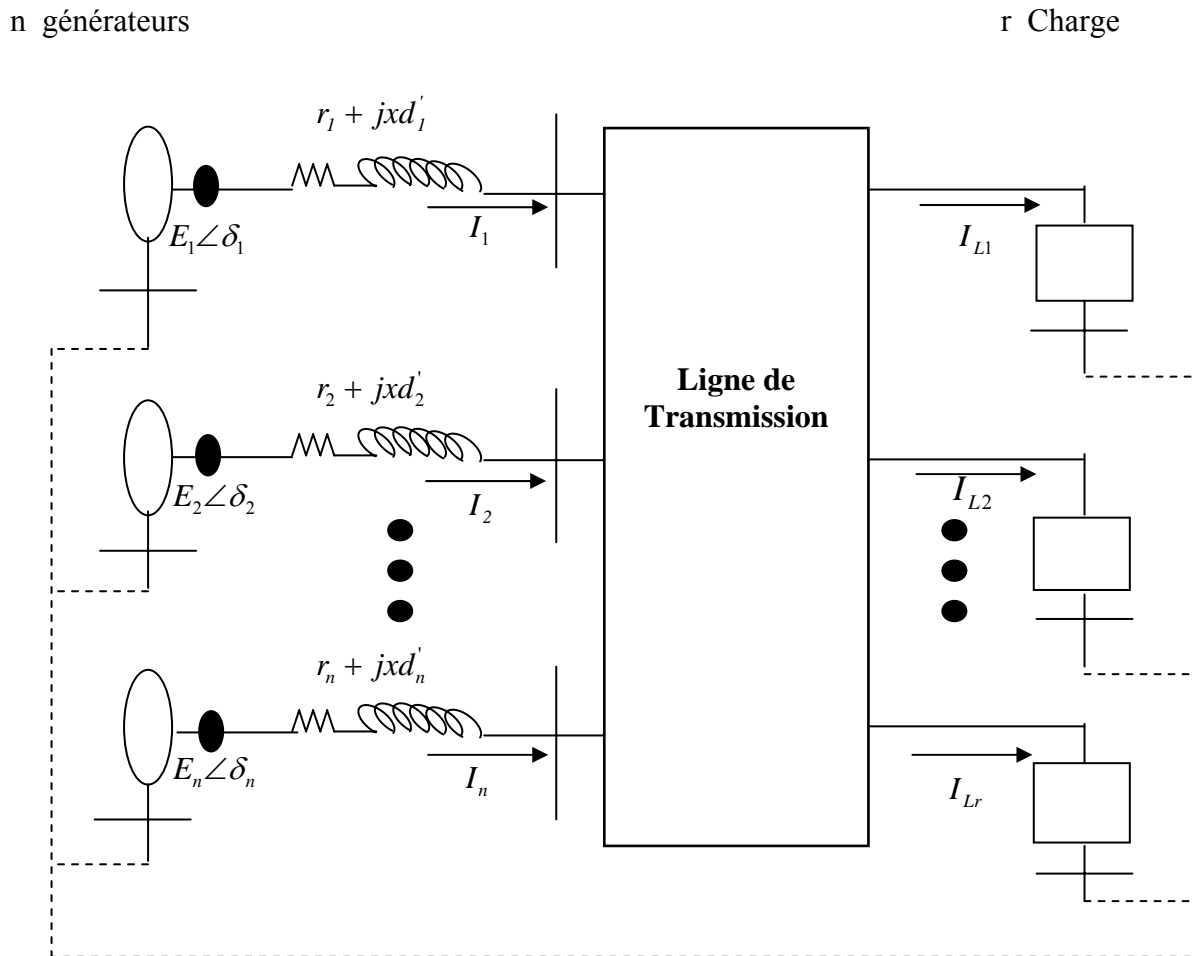


Figure.1.1 Schéma représentatif d'un réseau électrique multi-machine

### 1.3 Modélisation

Dans cette section, nous allons modéliser les constituants des réseaux électriques, à savoir, les générateurs, les lignes de transmission, les charges.[2]

### 1.3.2 Modèle de la partie mécanique :

Les équations mécaniques de la machine synchrone sont bien déterminées. Pour les obtenir, nous utilisons les deux hypothèses suivantes.

- La vitesse du rotor de la machine ne varie pas trop par rapport à celle du synchronisme.
- La puissance mécanique reste constante sans l'action du gouverneur.

Les courants induits dans les bobines du rotor génèrent un couple qui s'oppose au mouvement relatif du rotor par rapport à la vitesse de synchronisme.

De ces hypothèses, nous pouvons formuler les deux équations différentielles du premier ordre suivantes.

$$\begin{cases} \dot{\delta} = \omega - \omega_0 \\ \dot{\omega} = \frac{\omega_0}{2H}(P_m - P_e) - \frac{D}{2H}(\omega - \omega_0) \end{cases} \quad (1.1)$$

avec :

$\delta$  : L'angle électrique.

$\omega$  : Vitesse instantanée.

$\omega_0$  : Vitesse de synchronisme.

$H$  : Constante d'inertie.

$D$  : Coefficient d'amortissement.

$P_m$  : Puissance mécanique.

$P_e$  : Puissance électrique générée.

### 1.3.3 Modèle de la partie électrique :

Le modèle de la partie électrique est trop compliqué à établir à cause de la distribution des effets magnétiques dans l'espace et dans le temps. Ceci est du, à la fois, à la rotation du rotor et à la géométrie des bobines et leurs emplacements dans la machine.

### 1.3.4 Principe de la transformation de Park :

La transformation de Park, ou transformation des deux axes, pour les machines synchrones non saturées, permet de représenter chaque machine par une machine équivalente bipolaire de type unique pour toutes les machines aussi bien à pôles lisses qu'à pôles saillants. Les trois enroulements fixes a,b et c du stator (Fig.1.2) sont remplacés par deux enroulements équivalents d et q tournant à la même vitesse que le rotor et ayant pour axes magnétiques respectivement l'axe direct et l'axe en quadrature.[3][2]

La machine synchrone comporte en plus des trois enroulements a, b et c, un enroulement d'excitation noté f dont l'axe magnétique est l'axe direct. Par ailleurs, il existe deux autres enroulements notés D et Q situés respectivement sur l'axe direct et l'axe en quadrature, ces deux enroulements sont appelés enroulements amortisseurs et ils sont tout le temps court-circuités (Fig. 1.2).

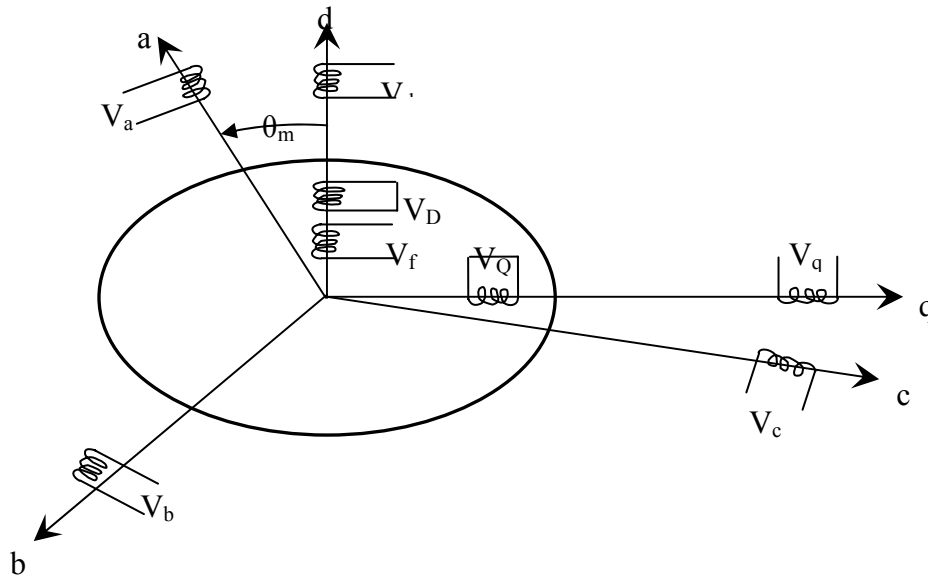


Figure. 1.2 Représentation de la machine synchrone avec la transformation de Park

La matrice de transformation de park. s'écrit. [3]

$$[P(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -\sin(\theta) & -\sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

C'est une transformation orthogonale. En effet, l'inverse de la matrice P est identique à sa transposée (i.e :  $P^{-1} = P^t$ ). Avec cette transformation la puissance électrique est invariante.

### 1.3.5 Equations électriques de la machine :

La transformation de Parck étant appliquée à la machine synchrone, les équations qui expriment les flux dans les différents enroulements de la machine sont données par les relations suivantes [3] :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_d = -r_d I_d - \omega \phi_q - \frac{d\phi_d}{dt} \\ V_q = -r_q I_q + \omega \phi_d - \frac{d\phi_q}{dt} \\ V_f = r_f I_f + \frac{d\phi_f}{dt} \\ 0 = r_D I_D + \frac{d\phi_D}{dt} \\ 0 = r_Q I_Q + \frac{d\phi_Q}{dt} \end{array} \right. \quad (1.3)$$

Avec :

$V_d, V_q, V_f$  : respectivement les tensions aux bornes des enroulements d, q, f.

$\phi_d, \phi_q, \phi_f, \phi_D, \phi_Q$  : les flux dans les enroulements d, q, f, D et Q.

$I_d, I_q, I_f, I_D, I_Q$  : représentent respectivement les courants dans les enroulements d, q, f, D et Q.

Les équations qui expriment les flux dans les différents enroulements de la machine

peuvent être données par la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \\ \phi_f \\ \phi_D \\ \phi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & kM_f & kM_D & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & kM_Q \\ kM_f & 0 & L_f & kM_R & 0 \\ kM_D & 0 & kM_R & L_D & 0 \\ 0 & kM_Q & 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_f \\ I_D \\ I_Q \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

$L_d, L_q, L_f, L_D, L_Q$  : représentent respectivement les inductances propres des enroulements d, q, f, D et Q.

$M_d$  : inductance mutuelle entre les enroulements statoriques et les enroulements de l'axe direct.

$M_q$  : inductance mutuelle entre les enroulements statoriques et les enroulements de l'axe en quadrature.

### 1.4 Hypothèses simplificatrices [2]

Afin de donner le modèle simplifié du générateur, les hypothèses suivantes seront considérées.

- ✓ La vitesse du rotor est toujours proche de celle de synchronisme de telle manière qu'elle puisse être considérée comme constante.
- ✓ Toutes les inductances utilisées sont indépendantes des courants.

- ✓ Les inductances des bobines de la machine peuvent être présentées par des constantes ou des harmoniques sinusoïdales de l'angle du rotor.
- ✓ Les bobines distribuées peuvent être considérées comme concentrées.
- ✓ Pas de pertes dues à l'hystérésis.
- ✓ La saturation du circuit magnétique est négligée.
- ✓ La résistance statorique est négligeable.

### 1.4.1 Modèle électrique : [2] [3]

Nous allons faire un changement de variables qui nous permet d'obtenir les équations électriques de la machine. Ce changement de variable va ramener toutes les grandeurs électriques du rotor au stator.

$$E_q = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \omega_0 \frac{kM_f}{L_f} \right) \phi_f \quad (1.5)$$

$$E = \frac{1}{\sqrt{3}} (\omega_0 k M_f) \dot{\gamma}_f \quad (1.6)$$

$$E_{fd} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \omega_0 \frac{kM_f}{r_f} \right) v_f \quad (1.7)$$

où

$E_q$  : La f.e.m. transitoire d'axe directe.

$E$  : La f.e.m. transitoire à vide.

$E_{fd}$  : La f.e.m. d'excitation.

Sous les hypothèses citées ci-dessus, la tension terminale de la machine synchrone s'écrit, pour la composante directe :

$$V_d = x_q I_q \quad (1.8)$$

et pour la composante en quadrature :

$$V_q = E_q - x_d I_d \quad (1.9)$$

En notation complexe, la tension terminale aux bornes de la machine, dans le repère (d,q) s'écrit sous la forme :

$$\overline{V}_t = V_q + jV_d \quad (1.10)$$

Où

$$\overline{V}_t = V \angle \delta_1$$

avec

$$V = \sqrt{(V_d^2 + V_q^2)} \tag{1.11}$$

De ce même manière, pour le courant dans le stator :

$$\bar{I} = I_q + jI_d \tag{1.12}$$

où

$$\bar{I}_t = I \angle \delta_1 - \Phi$$

$V_d$  : Composante de la tension terminale sur l'axe d.

$V_q$  : Composante de la tension terminale sur l'axe q.

$I_d$  : Composante du courant sur l'axe d.

$I_q$  : Composante du courant sur l'axe q.

$x'_d$  : Réactance transitoire sur l'axe d.

Ainsi l'expression complexe de la tension terminale devient :

$$\bar{V}_t = E'_q - jx'_d \bar{I} - j(x_q - x'_d) I_q \tag{1.13}$$

La représentation de Fresnel correspondante est donnée par la figure

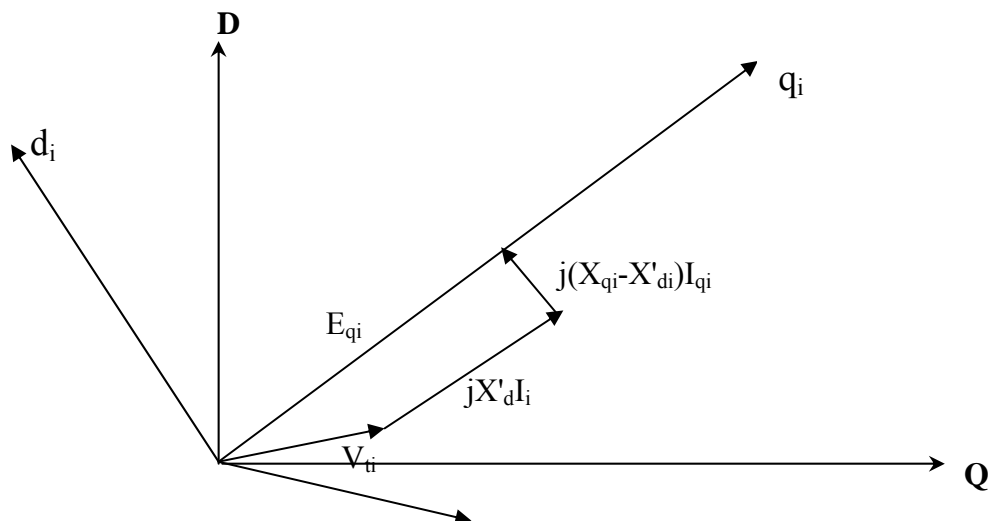


Figure I.3 : Diagramme des phases de la machine synchrone

Dans le modèle dynamique de la partie électrique de la machine, nous pouvons prendre plusieurs choix, suivant la considération des régimes transitoires, et aussi les axes d et q. Dans ce qui suit nous allons considérer seulement l'axe d et le régime transitoire. Ce choix réduit le nombre d'équations différentielles de la partie électrique en une seule équation.

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T_{do}} (E_{fd} - E'_q + (x_d - x'_d) I_d) \tag{1.14}$$



avec

$E_{fd}$  : La f.e.m. d'excitation.

$E_q'$  : La f.e.m. transitoire.

$x_d$  : réactance sur l'axe d.

Pour la puissance électrique développée, nous avons plusieurs formules et celle correspondant à notre choix est la suivante.

$$P_{ei} = E_{q_i}' I_{q_i} \tag{1.15}$$

### 1.4.2 Lignes de transmission :

#### 1.4.2.1 Le repère D-Q :

Dans un réseau électrique multi-machine, les générateurs sont interconnectés via un réseau de lignes de transmission. Afin d'établir les expressions des courants générés, la modélisation de ces machines doit être ramenée à un repère D-Q lié au mouvement de l'ensemble des machines qui tournent à la vitesse de synchronisme.[3]

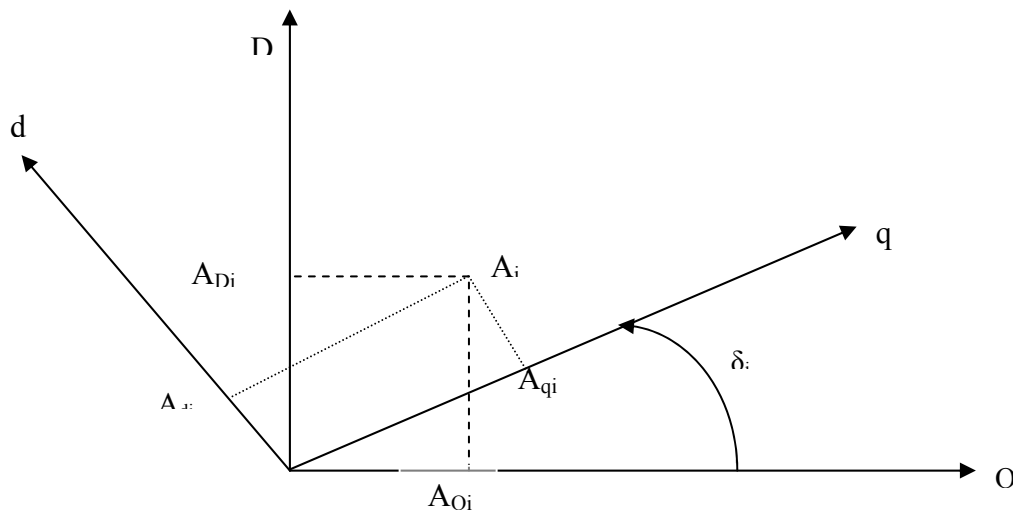


Figure. 1.4 : les repères (d\_q) et (D\_Q)

Le passage d'un repère local  $(d-q)_i$  lié au générateur  $(G_i)$  au repère D-Q se fait

Soit  $A_i$  une grandeur dans le repère  $(d-q)_i$ , nous pouvons écrire

$$\overline{A}_i = \overline{A}_{dq_i} = A_{q_i} + jA_{d_i} \tag{1.16}$$

Cette même grandeur, dans le repère D-Q, peut être écrite comme suit

$$\overline{A}_i = \overline{A}_{DQ_i} = A_{Q_i} + jA_{D_i} \tag{1.17}$$

La figure (1.4) montre que l'on peut écrire :

$$\begin{aligned} \overline{A}_i &= A_{qi} + jA_{di} \\ &= (A_{qi} \cos \delta_i - A_{di} \sin \delta_i) + j(A_{di} \cos \delta_i + A_{qi} \sin \delta_i) \end{aligned} \quad (1.18)$$

Pour chaque machine nous avons donc :

$$\overline{A}_{DQi} = A_{dqi} \angle \delta_i$$

L'application de cette transformation au différents repère (d-q) conduit à la transformation linéaire notée matrice  $[T]$  définie par.

$$[\overline{A}_{DQ}] = [T] \cdot [\overline{A}_{dqi}] \quad (1.19)$$

avec

$$[\overline{A}_{dqi}] = [\overline{A}_{dq1} \cdots \overline{A}_{dqn}]$$

$$[\overline{A}_{DQi}] = [\overline{A}_{DQ1} \cdots \overline{A}_{DQn}]$$

et

$$[T] = [T_{ij}]$$

telle que

$$\begin{cases} T = e^{j\delta_i} \\ T_{ij} = 0, \text{ pour } i \neq j \end{cases} \quad (1.20)$$

#### 1.4.2.2 Calcul de la matrice d'admittance :

La matrice d'admittance  $[\overline{Y}]$  est calculée suivant les étapes ci-après.

- Les impédances (admittances) équivalentes aux charges sont connectées entre les nœuds de charge et le nœud de référence.
- Des nœuds additionnels sont ajoutés pour les tensions internes des générateurs.
- Les inductances transitoires des générateurs sont connectées entre ces nœuds additionnels et les nœuds terminaux des générateurs.
- Toutes les impédances sont converties en admittances.
- Les éléments de la matrice  $[\overline{Y}]$  seront calculés comme suit :

- $Y_{ii}$  est la somme de toutes les admittances connectées au nœud  $i$ .

avec

$$Y_{ii} = G_{ii} + jB_{ii} \quad (1.20)$$

- $Y_{ij}$  est la somme des l'admittances qui lient le nœud  $i$  et le nœud  $j$ .

avec

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad (1.21)$$

### 1.4.2.3 Calcul de la matrice réduite : [3]

Soit le réseau électrique multi-machines comportant n nœud liés aux générateurs et m nœuds liés aux charges. Les courants électriques, au niveau des nœuds, sont liés aux tensions par la formule suivante.

$$[\bar{I}] = [\bar{Y}] \cdot [\bar{V}]$$

avec

$$[\bar{I}] = \begin{bmatrix} [\bar{I}_G] \\ [\bar{I}_L] \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

$$[\bar{Y}] = \begin{bmatrix} Y_{GG} & Y_{GL} \\ Y_{LG} & Y_{LL} \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

$$[\bar{V}] = [\bar{V}_G \ \bar{V}_L] \quad (1.24)$$

Décomposons les vecteurs  $[\bar{I}]$  et  $[\bar{V}]$  en deux sous-vecteurs, les premiers sous-vecteurs liés aux nœuds des générateurs, notés  $[\bar{I}_G]$  et  $[\bar{V}_G]$  et les autres liés aux nœuds des charges, notés  $[\bar{I}_L]$  et  $[\bar{V}_L]$ .

Après élimination des nœuds de charge, on pose  $[\bar{I}_L] = 0$ . Le système décrit par (1.9) devient alors :

$$[\bar{I}_G] = [\bar{Y}_{GG}] [\bar{V}_G] + [\bar{Y}_{GL}] [\bar{V}_L] \quad (1.25a)$$

$$[0] = [\bar{Y}_{LG}] [\bar{V}_G] + [\bar{Y}_{LL}] [\bar{V}_L] \quad (1.25b)$$

En tirant l'expression de  $[\bar{V}_L]$  à partir de (1.25b) et en la substituant dans (1.25a) nous obtenons l'expression qui lie les courants et les tensions au niveau des nœuds de générateurs.

$$[\bar{I}_G] = [\bar{Y}_R] [\bar{V}_G] \quad (1.26)$$

avec

$$[\bar{Y}_R] = [\bar{Y}_{GG}] - [\bar{Y}_{GL}] [\bar{Y}_{LL}]^{-1} [\bar{Y}_{LG}] \quad (1.27)$$

### 1.4.2.4 Calcul des courants :

De ce qui précède, nous pouvons calculer les courants aux nœuds des générateurs par l'équation matricielle suivante.

$$[\bar{I}_G] = [\bar{Y}_R][\bar{V}_G] \quad (1.28)$$

Le calcul doit être fait dans le repère global (D-Q), puis les résultats seront ramenés aux repères locaux (d-q)<sub>i</sub>. Nous trouvons, pour  $[v_G] = [E'_q]$  et en négligeant les effets transitoires sur l'axe q, les expressions des composantes d et q des courants au niveau des nœuds de générateurs [3]

En remplaçant  $Y_{ij}$  par ces composant  $G_{ij}$  et  $B_{ij}$ , les expressions des courants deviennent

$$\bar{Y}_{ij} = Y_{ij} \cdot e^{j\theta_{ij}} \quad (1.29)$$

$$I_{di} = \sum_{j=1}^n E'_{qi} (B_{ij} \cdot \sin(\delta_{ij}) - G_{ij} \cdot \cos(\delta_{ij})) \quad i=1,2,\dots,n \quad (1.30)$$

$$I_{qi} = \sum_{j=1}^n E'_{qi} (B_{ij} \cdot \cos(\delta_{ij}) + G_{ij} \cdot \sin(\delta_{ij})) \quad i=1,2,\dots,n \quad (1.31)$$

#### 1.4.2.5 Modélisation dans l'espace d'état :

Soit le réseau d'énergie électrique à n générateur. Le modèle non linéaire est le suivant [3].

$$\begin{cases} \frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i - \omega_0 \\ \frac{d\omega_i}{dt} = \frac{\omega_0}{2H} (P_{mi} - P_{ei}) - \frac{D_i}{2H} (\omega_i - \omega_0) \\ \frac{dE'_{qi}}{dt} = \frac{1}{T_{doi}} (E_{fdi} - E'_{qi} + (x_{di} - x'_{di}) I_{di}) \end{cases} \quad (1.32)$$

Avec :

$i$  : l'indice indiquant le générateur i.

$\delta_i$  : L'angle interne du rotor .

$\Delta\omega_i$  :  $(\omega_i - \omega_0)$  la vitesse de déviation.

$H_i$  : constant d'inertie des masses tournantes

$D_i$  : coefficient d'amortissement

$E'_{qi}$  : fem transitoire quadrature

$E_{fdi}$  : tension d'excitation

$T'_{doi}$  : constante de temps transitoire d'ouverture du circuit

$P_{ei}$  : puissance électrique

$P_{mi}$  : puissance mécanique

$\omega_0$  : la vitesse de synchronisme

$$P_{ei} = E_{qi} I_{qi} + \Delta x_{di} \cdot I_{qi} I_{di} \quad (1.33)$$

$$V_{di} = x_{qi} I_{qi} \quad (1.34)$$

$$V_{qi} = E_{qi}' - x_{di}' I_{di} \quad (1.35)$$

$$V_{ti} = \sqrt{(V_{di}^2 + V_{qi}^2)} \quad (1.36)$$

## 1.5 Stabilité des réseaux électriques

La stabilité d'un réseau d'énergie électrique est définie comme étant l'aptitude de celui-ci à fonctionner au voisinage du synchronisme lorsqu'il est sollicité par une ou plusieurs perturbations.

La perturbation crée un déséquilibre entre la production et la consommation dans le réseau électrique. Ce déséquilibre induit la variation de l'énergie cinétique provoquant ainsi l'évolution des angles internes rotoriques accompagnées par des oscillations dynamiques

Le but de cette partie est de montrer les différents types de stabilité rencontrés dans les réseaux électriques. La stabilité statique et la stabilité dynamique sont traitées. [3]

### 1.5.1 Stabilité statique, stabilité dynamique [7]

#### 1.5.1.1 Stabilité statique :

Elle correspond à la stabilité d'un réseau électrique (sujet) à une perturbation lente et de faible amplitude. Le réseau reste stable sous l'action des dispositifs de régulation.

#### 1.5.1.2 Stabilité dynamique :

Dans ce cas le réseau électrique est sujet à une perturbation rapide mais de faible amplitude. L'utilisation d'un modèle linéaire est acceptable et le système est stabilisé par des dispositifs de commande supplémentaires (stabilisateurs).

### 1.5.2 Stabilité transitoire : [3]

Elle correspond à la stabilité d'un réseau électrique soumis à une perturbation rapide et sévère. Cette perturbation allant, le plus souvent, jusqu'à dépasser la capacité des dispositifs de commande. L'utilisation d'un modèle non linéaire du réseau électrique est nécessaire pour l'évolution de la stabilité transitoire.

Pour la stabilité du réseau électrique, il est nécessaire d'utiliser des régulateurs non linéaires ainsi que d'autres dispositions particulières.

Pour étudier la stabilité transitoire, il faut :

- établir le modèle non linéaire du système.

- trouver l'écoulement de l'énergie (généralement donné).
- trouver le régime établi (le point de fonctionnement).
- connaître les paramètres nécessaires
  - constante d'inertie  $H$ ,
  - les réactances transitoires  $x_d'$ ,
  - les impédances de lignes de transmission avant, pendant et après le défaut.
  - La matrice réduite  $[Y_r]$  pour chaque cas,
  - La durée du défaut,
  - L'instant d'ouverture de ligne pour un court-circuit,
  - L'instant de la fermeture de ligne pour un court-circuit.

## 1.6 Résultat de simulations

Le modèle précédemment établi est soumis à une forte perturbation en puissance mécanique  $P_m$  de valeur de 20% de sa valeur nominale. Les résultats de simulation obtenus sont donnés par les figures suivantes :

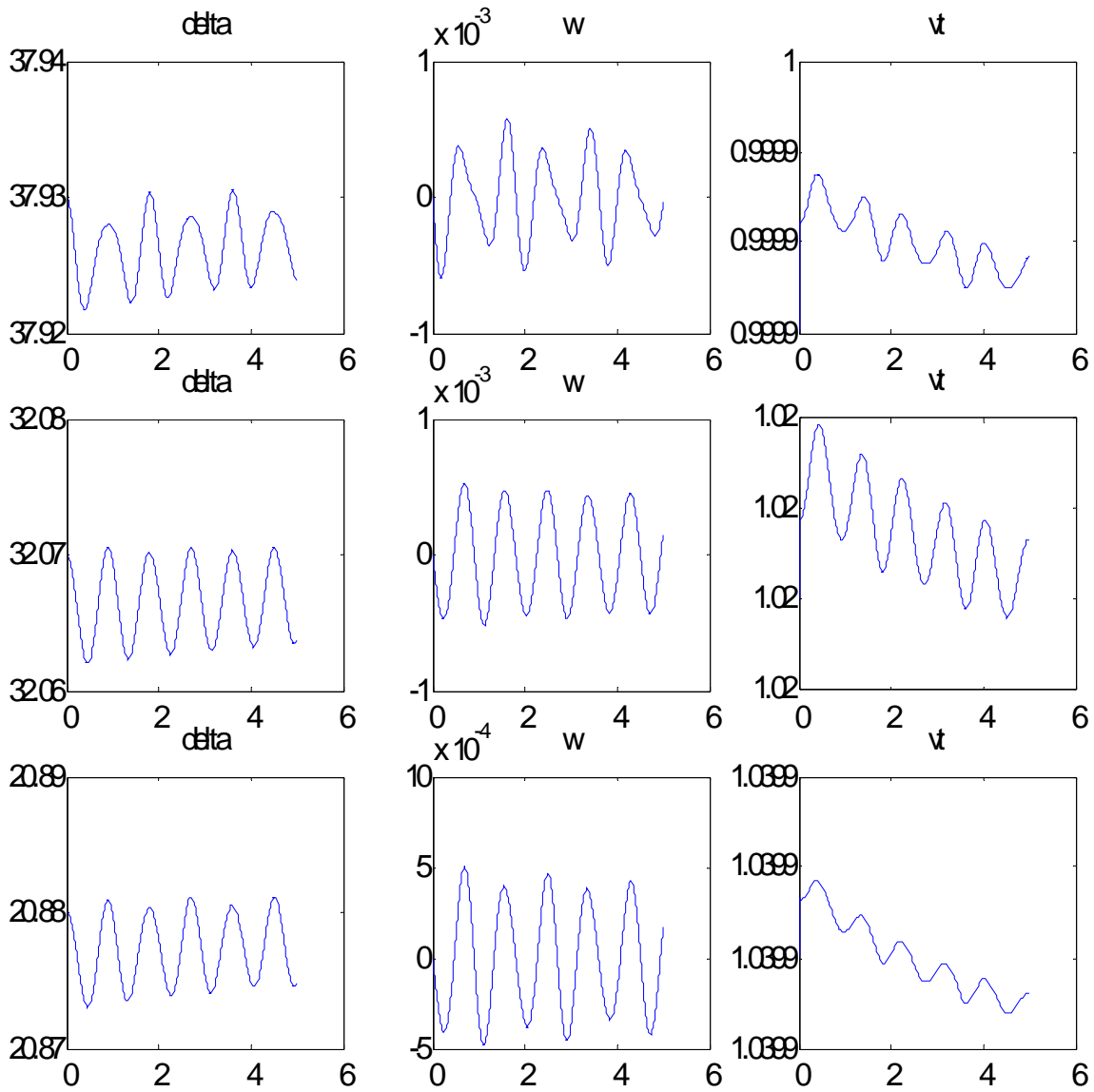


Figure 1.5 : Réponses du système en boucle ouverte

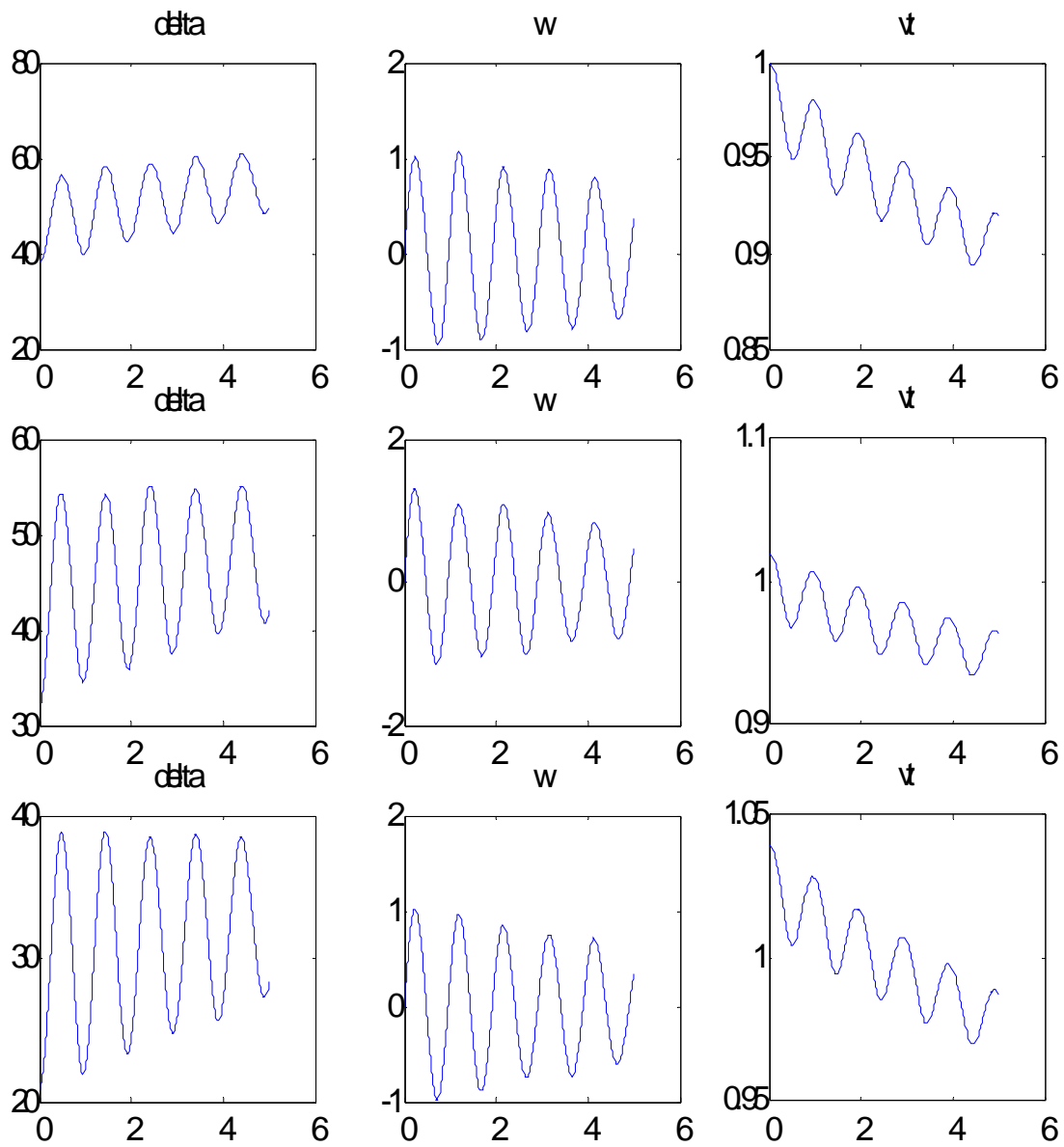


Figure 1.6 : Réponses du système en boucle ouverte avec augmentation de la puissance mécanique de 20%



## 1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les éléments nécessaires pour la modélisation des réseaux électriques multi-machines. Un modèle non linéaire a été aussi élaboré pour un réseau comportant  $n$  générateurs. Ce modèle permet l'évaluation de la stabilité transitoire.

Afin de valider le modèle ainsi obtenu, des tests de simulations ont été effectués, l'accroissement brutal de la puissance mécanique a été également simulée. Les résultats de simulations montrent l'instabilité du système en boucle ouverte.



## **Chapitre 2**

### **Linéarisation par Bouclage NonLinéaire**

## Chapitre 2

# Linéarisation par Bouclage Non Linéaire

## 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous donnons quelques concepts de base sur la théorie de la linéarisation par bouclage non linéaire, ainsi que les outils de base concernant la théorie de la géométrie différentielle et son application au découplage et à la linéarisation des systèmes non linéaires.[18],[25]

Dans ce qui suit, nous considérons aussi bien les systèmes mono entrée-mono sortie que les systèmes multi entrées-multi sorties. Dans les deux cas, nous allons détailler la relation entre le degré relatif d'un système et la forme normale, ainsi que la méthode de calcul du la loi du bouclage linéarisant.

## 2.2 Approche par géométrie différentielle

### 2.2.1 Champs de vecteur :

Soit le système non linéaire défini par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.1)$$

les champs de vecteurs  $f$  et  $g$  associés au système précédant sont donnés par :

$$\begin{aligned} f &= \sum_{i=1}^n f_i \frac{\partial}{\partial x_i} \\ g &= \sum_{i=1}^n g_i \frac{\partial}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (2.2)$$

### 2.2.2 Dérivée et crochet de Lie :

Soit  $h : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ , est une fonction scalaire différentiable et  $f : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  un champs de vecteur[18].

On appelle dérivée de Lie de  $h$  associée à  $f$  évaluée au point  $x = x_0$ , le nouveau champ de vecteur noté  $L_f h|_{x_0}$  défini par :

$$L_f h(x)|_{x_0} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial x_i} f_i \Big|_{x_0} \quad (2.3)$$

successivement, on obtient

$$\begin{aligned} L_f^k h(x) &= L_f(L_f^{k-1} h(x)) \\ &= \frac{\partial}{\partial x}(L_f^{k-1} h(x)) \end{aligned} \quad (2.4)$$

avec :

$$L_f^0 h(x) = h(x) \quad (2.5)$$

Si  $f$  et  $g$  sont les dérivées des champs de vecteurs sur  $\mathfrak{R}^n$ .

Le crochet de Lie est notés  $(ad_f g(x))$  ou  $[f, g]$  est défini par :

$$\begin{aligned} ad_f g(x) = [f, g] &= \frac{\partial g}{\partial x} f - \frac{\partial f}{\partial x} g \\ &= L_f L_g - L_g L_f \end{aligned} \quad (2.6)$$

successivement, on obtient

$$ad_f^k g(x) = [f, ad_f^{k-1} g(x)] \quad \text{pour } k \geq 1 \quad (2.7)$$

avec :

$$ad_f^0 g(x) = g(x) \quad (2.8)$$

**2.2.3 Détermination du difféomorphisme :**

On appelle  $z = \Phi(x)$  un difféomorphisme ssi  $\Phi(x)$  est inversible et les fonctions vectorielles  $\Phi(x)$  et  $\Phi(x)^{-1}$  sont continûment dérivables, permettant le passage entre  $\Phi(x) \rightarrow Z$  et vice versa [18].

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \Phi_1(x_1 \dots x_n) \\ \vdots \\ \Phi_n(x_1 \dots x_n) \end{pmatrix} \tag{2.9}$$

et que le Jacobien de  $\Phi(x)$  est non singulier.

Défini par :

$$\frac{d\Phi}{dx} = \begin{bmatrix} \frac{d\Phi_1}{dx_1} & \dots & \frac{d\Phi_1}{dx_n} \\ \vdots \\ \frac{d\Phi_n}{dx_1} & \dots & \frac{d\Phi_n}{dx_n} \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

**2.3 Systèmes mono-entrée mono-sortie**

Considérons le système non linéaire défini par les équations dynamiques suivantes :

$$\sum \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \tag{2.11}$$

avec :

- $u$  : entrée du système (commande)  $u \in \mathfrak{R}$
- $y$  : sortie du système.  $y \in \mathfrak{R}$
- $x$  : état du système  $x \in \mathfrak{R}^n$

et  $f, g, h$  sont des fonctions analytiques et vectorielles de dimensions appropriées.

**2.3.1 Détermination du degré relatif :**

**Définition (1):**[18] le système  $\Sigma$  à un degré relatif  $r_i$  en  $x = x_0$  ssi

$$L_g L_f^k h(x) = 0 \quad \text{Pour tous les } k < r-1 \text{ et } x \text{ voisin de } x_0$$

$$L_g L_f^{r-1} h(x) \Big|_{x=x_0} \neq 0 \tag{2.12}$$

Le degré relatif d'un système représente de façon générale le nombre de fois qu'on dérive la sortie du système jusqu'à ce que la commande apparaisse explicitement.

$$\dot{y} = L_f h(x) + L_g h(x)u \tag{2.13}$$

Si  $L_g h(x) \Big|_{x=x_0} \neq 0$  alors  $r = 1$ , sinon on dérive encore une fois

$$\ddot{y} = L_f^2 h(x) + (L_g L_f h(x))u \tag{2.14}$$

Si  $L_g L_f h(x) \Big|_{x=x_0} \neq 0$  alors  $r = 2$ , si non on continue l'étape de dérivation

$$y^r = L_f^r h(x) + (L_g L_f^{r-1} h(x))u \tag{2.15}$$

avec :

$$L_g L_f^{r-1} h(x) \Big|_{x=x_0} \neq 0 \tag{2.16}$$

**2.3.2 La forme normale [16] :**

Rappelons le système  $\Sigma$  nonlinéaire (2.11) :

le diféomorphisme est écrit par :

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_1 = h(x) = \Phi_1(x) \\ Z_2 = L_f h(x) = \Phi_2(x) \\ \quad \cdot \\ \quad \cdot \\ \quad \cdot \\ Z_r = L_f^{r-1} h(x) = \Phi_r(x) \end{array} \right. \tag{2.17}$$

en choisissant  $(n - r)$  fonctions  $\Phi_{r+1}, \dots, \Phi_n$  telles que l'application  $\Phi(x) = (\Phi_1(x), \dots, \Phi_n(x))$

soit un difféomorphisme. Dans la nouvelle base Le système s'écrit sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{Z}_1 = L_f h(x) = Z_2 \\ \dot{Z}_2 = L_f^2 h(x) = Z_3 \\ \vdots \\ \dot{Z}_r = L_f^r h(x) + L_g L_f^{r-1} h(x) u = b(Z) + a(Z) u \\ \dot{Z}_{r+1} = L_f \Phi_{r+1}(x) + L_g \Phi_{r+1}(x) u = q_{r+1}(Z) + p_{r+1}(Z) u \\ \vdots \\ \dot{Z}_n = q_n(Z) + p_n(Z) u \end{array} \right. \quad (2.18)$$

**Remarque**

Dans le cas mono entrée-mono sortie, on peut toujours choisir les  $(n - r)$  fonction

$\Phi_{r+1}, \dots, \Phi_n$  de telle manière que  $L_g \Phi_i(x) = 0$  pour  $r + 1 \leq i \leq n$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{Z}_1 = Z_2 \\ \dot{Z}_2 = Z_3 \\ \vdots \\ \dot{Z}_r = L_f^r h(x) + L_g L_f^{r-1} h(x) u \\ \dot{Z}_{r+1} = q_{r+1}(Z) \\ \vdots \\ \dot{Z}_n = q_n(Z) \end{array} \right. \quad (2.19)$$

Cette forme est appelée la **forme normale**



**Remarque**

Dans le cas ou  $r = n$  on parle de linéarisation exacte entrée-sortie. Par conséquent la dynamique des zéros disparaît.

**2.3.3 Dynamique des zéros :**

en posant :

$$\xi = \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Z_r \end{pmatrix}, \quad \eta = \begin{pmatrix} Z_{r+1} \\ Z_{r+2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Z_n \end{pmatrix} \tag{2.20}$$

le système  $\Sigma$  dans sa forme normale, peut s'écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{Z}_1 = Z_2 \\ \dot{Z}_2 = Z_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{Z}_r = b(\xi) + a(\xi)u \\ \dot{\eta} = q(\xi, \eta) \end{array} \right. \tag{2.21}$$

en ce qui concerne l'état  $\eta(t)$  on voit que si  $\eta(0) = 0$  et  $\xi(0)$ , alors  $\eta(t)$  sera la solution de l'équation différentielle

$$\dot{\eta} = q(0, \eta(t)) \tag{2.22}$$

Cette dynamique représente la dynamique interne du système non commandé appelée *dynamique des zéros*, il est important que cette dynamique soit stable.

**Remarque**

Si la dynamique des zéros est asymptotiquement stable, le système est dit alors à *minimum de phase*.

**2.3.4 Linéarisation exacte par bouclage :**

Pour un système ayant un degré relatif  $r = n$  c.à.d complètement linéarisable, la forme normale de ce système est la suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{Z}_1 = L_f h(x) = Z_2 \\ \dot{Z}_2 = L_f^2 h(x) = Z_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{Z}_n = L_f^n h(x) + L_g L_f^{n-1} h(x)u = b(Z) + a(Z)u \end{array} \right. \quad (2.23)$$

**2.3.5 Calcul de la commande :**

La nouvelle commande dans cette espace (z) est :

$$v = b(Z) + a(Z)u \quad (2.24)$$

Implique une loi de commande comme suit :

$$u = \frac{1}{a(Z)} (-b(Z) + v) \quad (2.25)$$

Le système va être décrit dans l'espace (Z) par la forme suivent:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{Z}_1 = Z_2 \\ \dot{Z}_2 = Z_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{Z}_{n-1} = Z_n \\ \dot{Z}_n = v \end{array} \right. \quad (2.26)$$

Cette forme représente la forme canonique de "Brunowsky" c'est une forme linéaire et commandable.

Finalement le bouclage qui linéarise exactement le système est donnée par

$$u = a^{-1}(x)(-b(x) + v) \quad (2.27)$$

$$\dot{Z} = AZ + b v \quad (2.28)$$

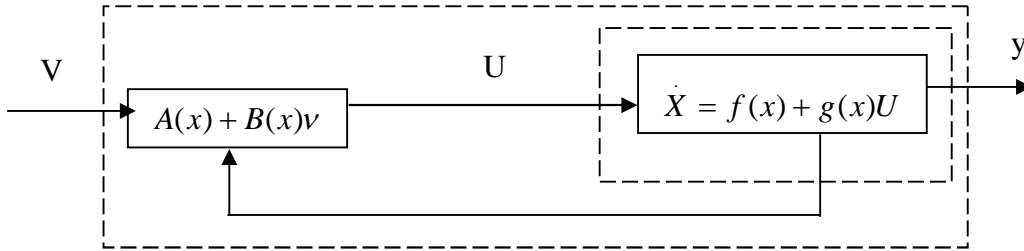


Fig 2.1 Bouclage linéarisant

## 2.4 Système Multi-entrées Multi-sorties

Dans ce cas, les résultats obtenus précédemment dans le cas mono entrée-mono sortie peuvent être appliqués, pour les systèmes carrés  $m = p$  c-à-d le nombre d'entrées égal au nombre de sorties du système. Cette condition nous a conduit à introduire une nouvelle notion « la notion du découplage » entre les sorties et les nouvelles entrées du système [18]. en considérant le système non linéaire carré suivant :

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.29)$$

avec :  $x$  : états du système  
 $u$  : Vecteur de commande  
 $y$  : Vecteur de sorties du système

$x \in \mathfrak{R}^n, u \in \mathfrak{R}^n, y \in \mathfrak{R}^p$  avec  $m = p$

où :

$$g(x) = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{1p} \\ g_{21} \\ \vdots \\ g_{m1} & \cdots & g_{mp} \end{bmatrix} = [g_1 \ g_2 \ \cdots \ g_p]$$

$$h(x) = \begin{pmatrix} h_1(x) \\ \vdots \\ h_p(x) \end{pmatrix}, y(x) = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ \vdots \\ y_p(x) \end{pmatrix}, u = \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_p \end{pmatrix}$$

$$g(x)u = \sum_{i=1}^p g_i u_i$$

### 2.4.1 Degré relatif vectoriel :

**Définition (2):** le système a un degré relatif vectoriel  $r_1 \dots r_m$  au point  $x_0$  ssi

$$L_{g_j} L_f^k h_i(x) = 0 \quad 1 \leq j \leq m \quad 1 \leq i \leq m \quad \text{pour tous les } k \leq r_1$$

le degré relatif pour la première sortie  $y_1$

$$\begin{aligned} y_1 &= h_1(x) \\ \dot{y}_1 &= \frac{\partial h_1}{\partial x} \left( f(x) + \sum_{i=1}^m g_i u_i \right) \\ &= L_f h_1(x) + \sum_{i=1}^m L_{g_i} h_1(x) u_i \end{aligned} \tag{2.30}$$

si le degré relatif  $r > 1$  alors  $L_{g_i} h_1(x) = 0$

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= L_f h_1(x) \\ \ddot{y}_1 &= \frac{\partial}{\partial x} (L_f h_1) (f + \sum_{i=1}^m g_i u_i) \\ &= L_f^2 h_1(x) + \sum_{i=1}^m L_{g_i} L_f h_1(x) u_i \end{aligned} \tag{2.31}$$

si  $r > 2 \Rightarrow L_{g_i} L_f h_1(x) = 0$

aussi pour un degré relatif égal à  $r_1$

$$y_1^{(r_1)} = L_f^{r_1} h_1(x) + \sum_{i=1}^m L_{g_i} L_f^{r_1-1} h_1(x) u_i \tag{2.32}$$

avec  $L_{g_i} L_f^{r_1-1} h_1(x) \neq 0$

avec la même procédure que celle ci-dessous et pour un degré relatif égal à  $r_2$  ( la deuxième sortie  $y_2$  ) on obtient :

$$y_1^{(r_2)} = L_f^{r_2} h_2(x) + \sum_{i=1}^m L_{g_i} L_f^{r_2-1} h_2(x) u_i \quad (2.33)$$

successivement :

$$y_p^{(r_p)} = L_f^{r_p} h_p(x) + \sum_{i=1}^m L_{g_i} L_f^{r_p-1} h_p(x) u_i \quad (2.34)$$

$$\begin{pmatrix} y_1^{(r_1)} \\ y_2^{(r_2)} \\ \vdots \\ y_p^{(r_p)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_f^{r_1} h_1 \\ L_f^{r_2} h_2 \\ \vdots \\ L_f^{r_p} h_p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^m L_{g_i} L_f^{r_1-1} h_1 u_i \\ \sum_{i=1}^m L_{g_i} L_f^{r_2-1} h_2 u_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^m L_{g_i} L_f^{r_p-1} h_p u_i \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

$$= \begin{pmatrix} L_f^{r_1} h_1 \\ L_f^{r_2} h_2 \\ \vdots \\ L_f^{r_p} h_m \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1 \cdots L_{g_p} L_f^{r_1-1} h_1 \\ L_{g_1} L_f^{r_2-1} h_2 \cdots L_{g_p} L_f^{r_2-1} h_2 \\ \vdots \\ L_{g_1} L_f^{r_p-1} h_p \cdots L_{g_p} L_f^{r_p-1} h_p \end{pmatrix}}_{\Omega(x)} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

et la matrice de découplage  $\Omega(x)$  est non singulière au point  $x=x_0$ .

$$\Omega(x) = \begin{pmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) \cdots L_{g_p} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ L_{g_1} L_f^{r_p-1} h_p(x) \cdots L_{g_p} L_f^{r_p-1} h_m(x) \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

**Remarque**

si  $r_1 + \dots + r_m = n$  (le nombre des états) alors le système est exactement linéarisable, ce que signifie qu'après le difféomorphisme et le découplage, le système ne sera composé que de  $m$  sous systèmes linéaires découplés.

**2.4.2 Forme normale :**

Pour trouver la forme normale qui correspond au système  $\Sigma$ , on définit les nouvelles variables :

$Z_1, \dots, Z_r$  avec  $r = r_1 + \dots + r_m$  comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_1 = h_1(x) \\ Z_2 = L_f h_1(x) \\ \vdots \\ Z_{r_1} = L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ \vdots \\ Z_{r-m} = h_m(x) \\ Z_{r-m+1} = L_f h_m(x) \\ \vdots \\ Z_r = L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{array} \right. \quad (2.38)$$

On note que si  $n > r$  il est toujours possible de choisir  $(n - r)$  fonctions  $l_1, \dots, l_{n-r}$  pour compléter le difféomorphisme avec un tel choix, la forme normale devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{Z}_1 = Z_2 \\ \dot{Z}_2 = Z_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{Z}_{r1-1} = Z_{r1} \\ \dot{Z}_{r1} = b_1(Z) + a_{11}(Z)u_1 + \dots + a_{1m}(Z)u_m \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{Z}_{r-rm-1} = Z_{r-rm} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{Z}_r = b_m(Z) + a_{m1}(Z)u_1 + \dots + a_{mm}(Z)u_m \\ \dot{\eta} = q_m(Z) + p_1(Z)u_1 + \dots + p_m(Z)u_m \end{array} \right. \quad (2.39)$$

On peut montrer que si la distribution engendrée par  $\{g_1, \dots, g_m\}$  est involutive alors on peut toujours compléter le difféomorphisme par des fonctions  $\eta_i$  telle que  $L_g \eta_i = 0$ .

**2.4.3 Calcul de la commande :**

Soit le système dont le degré relatif  $(r1, r2, \dots, rm)$  est tel que  $r1 + r2 + \dots + rm = n$  en prenant en compte que :

$$y_1 = h_1(x) = Z_1, y_2 = h_2(x) = Z_{r1+1} \quad (2.40)$$

et

$$y_3 = h_3(x) = Z_{r1+r2+1 \dots etc} \quad (2.41)$$

on trouve :

$$y_j^{(ri)} = L_f^{ri} h_j(x) + \sum_{i=1}^m L_{gi} L_f^{ri-1} h_j(x) u_i \quad (2.42)$$

puis on obtient l'écriture vectorielle suivante :

$$\begin{pmatrix} y_1^{(r1)} \\ y_2^{(r2)} \\ \cdot \\ \cdot \\ y_p^{(rp)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_f^{r1} h_1(x) \\ L_f^{r2} h_2(x) \\ \cdot \\ \cdot \\ L_f^{rp} h_p(x) \end{pmatrix} + \Omega(x) \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ u_p \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

on voit facilement que si on choisit le retour d'état :

$$u = -\Omega^{-1}(x) \begin{pmatrix} L_f^{r1} h_1(x) \\ L_f^{r2} h_2(x) \\ \cdot \\ \cdot \\ L_f^{rp} h_p(x) \end{pmatrix} + \Omega^{-1}(x) V \quad (2.44)$$

alors le système bouclé s'écrit :

$$\begin{pmatrix} y_1^{(r1)} \\ y_2^{(r2)} \\ \cdot \\ \cdot \\ y_p^{(rp)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ V_p \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

qui n'est autre qu'une forme linéarisé et découplé.

Cette dynamique est composée de 'm' dynamiques linéaires découplées à savoir la sortie  $y_i$  ne dépend que de la nouvelle entrée  $V_i$  correspondante. De la même manière que dans le cas des systèmes mono variables, on peut imposer à chaque sous système un comportement E/S désiré, en choisissant convenablement les nouvelles entrées  $V_i$  après ce bouclage, le système est mis sous la forme canonique de Brunowsky.

$$\dot{Z} = AZ + bV \quad (2.46)$$

$$y = CZ \quad (2.47)$$

où :

$$A = \text{diag}(A_1, A_2, \dots, A_p) \text{ et } b = \text{diag}(b_1, b_2, \dots, b_p) \quad (2.48)$$



$$A_i = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} [r_i, r_i] \quad (2.49)$$

où :

$$b_i = (00\dots 1)^T_{(r_i \times 1)}$$

$$C = \text{diag}(C1, C2, \dots, Cp)$$

$$Ci = (100\dots 0)$$

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la technique de la linéarisation par bouclage  $u$ . Dont en vue de linéariser et découpler le système non linéaire.

Cette approche nous donne la possibilité d'appliquer les méthodes de commande linéaire, et exploiter leurs caractéristiques de synthèses sur la classe des systèmes non linéaire mais d'une façon indirecte (à travers le difféomorphisme).

En premier lieu, nous avons donné quelques définitions de bases, tel que, le champs de vecteur, dérivé et crochet de Lie, le difféomorphisme ainsi que la forme normale.

Finalement nous avons étudié en détailles les deux cas de systèmes, mono-entrée mono-sortie et multi-entrées multi-sorties.

## **Chapitre 3**

### **Commande par Mode de Glissement d'Ordre Supérieur**

## Chapitre 3

# Commande par Mode Glissant d'Ordre Supérieur

### 3.1 Introduction

Les modes glissants standards ou classiques sont appliqués seulement sur les systèmes à structures variables à un degré relatif égal à un, et la commande apparaît dans la première dérivée de la contrainte  $s$ . Cette commande possède les propriétés suivantes :

- La convergence en temps fini.
- La robustesse par rapport aux perturbations internes et externes.
- Les commutations de la commande en hautes fréquences induisent le phénomène de **Chattering**.

Le problème de Chattering peut dégrader les performances des systèmes mécaniques du fait qu'il engendre une consommation énergétique excessive et qu'il réduit la durée de vie des équipements mécaniques (actionneurs). Cette commande induit plus de dynamiques de hautes fréquences, étant donné que ces dernières n'ont pas été prises en compte dans la modélisation du système, elles peuvent conduire à l'instabilité du système [23],[29].

Des chercheurs russes ont proposés de déplacer le problème de la discontinuité due à l'élément de commutation de la loi en régime glissant sur les dérivées d'ordre supérieur de la variable de glissement, au lieu d'agir sur la première dérivée comme dans le cas du régime glissant d'ordre un.

Le concept de mode glissant d'ordre supérieur a été introduit dans les années 80 par M. Levantovsky et M. Emel'yanov. On parle dans ce cas des **Modes Glissants d'Ordres Supérieurs (MGOS)**, en anglais **High Order Sliding Mode (HOSM)**. [23]

Le Chattering étant repoussé sur les dérivées d'ordres supérieurs, il cesse alors de présenter les inconvénients suscités.

Les principaux avantages de cette commande sont :

- Garder les avantages du régime glissant d'ordre un.

- Suppression du phénomène de Chattering dans la plupart des systèmes.
- Amélioration des performances de la commande en terme de précision.

L'objectif de ce chapitre est l'étude de la stabilisation en temps fini du réseau électrique multi-machines à modèle nonlinéaire via les modes glissants d'ordres supérieurs. En première lieu, nous donnons quelques définitions formelles des 'MGOS', ainsi que la relation entre le degré relatif et les régimes glissants d'ordres supérieurs.

On s'intéresse ici aux modes glissants d'ordres deux, ensuite on donnera la définition du contrôleur par mode glissant d'ordre  $n$ , qui constitue le principal but de ce travail.

En deuxième lieu, nous traiterons le problème de la stabilisation robuste en temps fini d'un réseau électrique multi-machines, et finalement, nous donnons les résultats de simulations.

## 3.2 Quelques définitions

### 3.2.1 Modes glissants par rapport à des fonctions contraintes :

L'ensemble de glissement d'ordre  $n$  par rapport à la fonction contrainte  $s$  est donné par :

$$S_r = \left\{ x \in X : s = \dot{s} = \ddot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0 \right\} \quad (3.1)$$

L'équation (3.1) est une condition de dimension  $r$  sur l'état d'un système dynamique

**Définition (1)**[22] Soit  $S_r$  l'ensemble de glissement d'ordre  $r$ , considérée non vide, et supposons qu'il désigne localement un ensemble intégral au sens de Fillipov. Alors la dynamique satisfaisant (3.1) est appelée mode glissant d'ordre  $r$  par rapport à la fonction contrainte  $s$ .

Supposons que  $s, \dot{s}, \dots, s^{(r-1)}$  sont des fonctions différentielles par rapport à  $x$  et que, localement :

$$\text{rang} \left[ \frac{\partial}{\partial x} s, \frac{\partial}{\partial x} \dot{s}, \dots, \frac{\partial}{\partial x} s^{(r-1)} \right] = r - 1 \quad (3.2)$$

L'équation (3.2) est appelée **condition de régularité faible** de glissement.

Si  $S_r$  est une variété différentielle et si pour tout  $i=1, \dots, r-1$ , les  $S_i$  sont des variétés régulières, alors la condition (3.1) s'étend à la **condition de régularité** de glissement donnée par l'équation :

$$\text{rang} \left[ \frac{\partial}{\partial x} s, \frac{\partial}{\partial x} \dot{s}, \dots, \frac{\partial}{\partial x} s^{(r-1)} \right] = r \quad (3.3)$$

**Proposition :** Supposons la condition de régularité (3.3) vérifiée et la variété de glissement d'ordre  $r$  (3.1) non vide. Alors un mode glissant d'ordre  $r$  par rapport à la contrainte  $s$  existe si

et seulement si l'intersection du champs de vecteur au sens de Fillipov avec l'espace tangent à la variété (3.1) n'est vide pour aucun point de glissement d'ordre  $r$ .

**Preuve :** L'intersection des champs de vecteurs au sens de Fillipov avec l'espace tangent à la variété (3.1), induit une inclusion différentielle sur cette variété. Cette inclusion satisfait toutes les conditions données par Fillipov pour l'existence de la solution. La variété (3.1) est une variété intégrale.

**Remarque**

L'extension de ces définitions est valable pour des fonctions contraintes de dimension  $m > l$  :

$$s : \mathcal{X}^n \rightarrow \mathcal{X}^m, s = [s_1, \dots, s_m]^T$$

Supposons que les  $(r_i - 1)$  premières dérivées par rapport au temps de  $s_i$  composantes de  $s$  soient continues et que l'ensemble donné par les égalités :

$$\left\{ s_i = \dot{s}_i = \dots = s_i^{(r_i-1)} = 0 \right\} \quad \text{avec } i = 1, \dots, m \tag{3.4}$$

Soit localement un ensemble intégral au sens de Fillipov. Alors la dynamique satisfaisant ces égalités sont appelées régime glissant de vecteur d'ordre  $r$  par rapport au vecteur contraint  $s$ .

La **condition de régularité du glissement** correspondant a la forme suivante :

$$\text{rang} \left[ \frac{\partial}{\partial x} s_i, \frac{\partial}{\partial x} \dot{s}_i, \dots, \frac{\partial}{\partial x} s_i^{(r_i-1)} \right]_{i=1, \dots, m} = r_1 + \dots + r_m \tag{3.5}$$

**3.2.2 Glissement réel et convergence en temps fini :**

Jusqu'à présent, nous avons considéré seulement les modes glissants idéaux avec le maintien exact de la contrainte  $S = 0$ . Les organes de commande commutent à une fréquence infinie et le régime du mode idéal est interprété comme les trajectoires limites lorsque les imperfections de ces organes sont inexistantes. Un exemple d'imperfection de commutation est celui de la commutation discrète causée par des mesures discrètes.

En réalité, ces imperfections existent et sont prise en compte. La contrainte  $S = 0$  est maintenue seulement de façon approximative, on parle dans ce cas de mode glissant réel. Considérons  $\varepsilon$  une mesure de ces imperfections de commutation. Ainsi la précision du glissement de la technique du mode glissant peut être décrite par une précision de glissement asymptotique avec  $\varepsilon \rightarrow 0$ . [29]

**Définition (2)** [19] soit  $\gamma(\varepsilon)$  une fonction à valeur réelle telle que  $\gamma(\varepsilon) \rightarrow 0$  quand  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

Un algorithme de glissement réel sur la contrainte  $S = 0$  est dit d'ordre  $r$  ( $r > 0$ ) par rapport à  $\gamma(\varepsilon)$  si pour tout ensemble local de conditions initiales il existe un temps  $t_1$  et une constante  $C$  tels que,  $\forall t > t_1$ , l'inégalité suivante soit satisfaite

$$|s| \leq C|\gamma(\varepsilon)|^r$$

Lorsque  $\gamma(\varepsilon)$  est le plus petit intervalle de continuité de la commande, les mots 'par rapport à  $\gamma$ ' sont en général omis. C'est le cas d'un glissement réel résultant d'une discrétisation de commutation. La définition suivante est une extension aux algorithmes concernant des lois de commande discontinues et des fréquences de commutation bornées.

**Définition(3)** [19] soit un algorithme, dépendant d'un paramètre  $\varepsilon \in \mathbb{R}^\lambda$ , générant un régime glissant sur la surface  $S$ , est dont l'action est continue par morceau par rapport au temps, avec des intervalles de continuité plus petits que  $\tau(\varepsilon) > 0$  où  $\tau(\varepsilon) \rightarrow 0$  quand  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Si cet algorithme est d'ordre  $r$  par rapport à  $\tau$ , on dit alors que c'est un algorithme par modes glissants **réel** d'ordre  $r$  par rapport à la surface  $S$ .

De ces définitions découle la notion de **précision des modes glissants réels**. Il a été montré [19] que la meilleure précision de glissement qu'on peut atteindre avec des mesures discrètes dans  $s^r$  est donnée par la relation suivante :

$$|s| \cong \tau$$

où  $\tau$  est l'intervalle de temps minimum entre les commutations.

De plus, les relations suivantes :

$$|s^{(k)}| \sim \tau^{r-k}$$

$$k = 0, 1 \dots r,$$

sont satisfaites en même temps.

On peut en déduire que pour avoir une précision d'un glissement d'ordre  $r$  en réalisation discrète, l'ordre du mode de glissement pour le système continu en commutation doit être au moins égal à  $r$ .

Ainsi pour obtenir un mode glissant réel d'ordre  $n$  avec des mesures discrètes requière que les égalités  $s = \dot{s} = \dots = s^{(n)} = 0$ , soient satisfaites en mode glissant idéal. Il s'ensuit de là que pour améliorer la précision de glissement nous devons maintenir à zéro non seulement la fonction contrainte  $s$  mais aussi ses dérivées successives dans le temps.

### 3.2.3 Degré relatif :

La notion de degré relatif a été introduite dans un premier temps dans le cas seulement des systèmes autonomes, par la suite l'application a été faite dans le cas non autonome. Cette notion est un concept fondamental qui a joué un grand rôle récemment dans la compréhension de la commande des dynamiques nonlinéaires.

**Définition (4)** [23] Le Degré Relatif (DR) d'un système, est le nombre minimum de fois qu'il faut dériver la sortie, par rapport au temps, pour y faire apparaître l'entrée de commande de manière explicite. Il est calculé en déterminant les dérivées successives de  $s$  :

$$a) \text{ Degré Relatif } n = 1, \text{ i.e., } \frac{\partial}{\partial u} \dot{s} \neq 0$$

$$b) \text{ Degré Relatif } r \geq 1, \text{ i.e., } \frac{\partial}{\partial u} s^i = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, r-1) \text{ et } \frac{\partial}{\partial u} s^r \neq 0$$

Dans le cas a) le problème de la commande est résolu par une loi en mode glissant du premier ordre, cependant une loi 2-glissant peut être utilisée afin d'éviter le Chattering. Pour le cas b) on peut choisir la technique p-glissant (avec  $p \geq r$ ).

### 3.3 Position du problème

Considérons un système nonlinéaire avec la dynamique suivante [23] :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(t, x, u) \\ s &= s(t, x) \in \mathfrak{R} \\ u &= u(t, x) \in \mathfrak{R} \end{aligned} \quad (3.6)$$

où

$x = [x_1, \dots, x_n]^T \in X$  représente le vecteur d'état,  $X \subset \mathfrak{R}^n$ .

$u$  : représente la commande.

$f$  : est une fonction supposée suffisamment différentiable, mais connue de façon incertaine.

$t$  : est le temps.

$s$  : est une fonction différentiable telle que ses  $(r-1)$  premières dérivées par rapport au temps sont fonction de l'état  $x$  (ce qui signifie qu'elles ne contiennent aucune discontinuité).

Comme il a été défini dans la précédente section, l'objectif de la commande par régime glissant du premier ordre est d'obliger le système à rester sur la surface de glissement, soit  $s = 0$ . Pour le cas de la commande par régime glissant d'ordre supérieur, le problème posé est de forcer le système à évoluer sur la surface et à maintenir  $s$  ainsi que ses  $r-1$  premières dérivées successives à zéro :

$$s = \dot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0 \quad (3.7)$$

où  $r$  désigne le degré relatif du système (DR). Nous allons préciser ce concept de degré relatif.

### 3.4 Principe

Le régime glissant standard est basé sur l'annulation de la dérivée première par rapport au temps de la surface de glissement soit en  $\dot{s}$ . Un régime glissant d'ordre  $r$  (noté **r-glissant**) agit sur les  $r-1$  premières dérivées successives de la variable de glissement  $s^{(r-1)}$ . On aura ainsi une précision d'ordre  $r$  sur la convergence du système. Dans ce sens, les techniques de

commande par régime glissant d'ordre  $r$  jouent le même rôle dans la théorie des modes glissants que, la méthode de Runge-Kutta dans l'intégration numérique [23].

Le calcul des dérivées successives de la variable de glissement  $s$  le long d'une trajectoire d'un système discontinu, aboutit pour un ordre donné, à une discontinuité, il est alors possible de classifier les régimes glissants d'ordre supérieur par le numéro de  $r$  dérivées successives de la surface  $s^r$ . Ce numéro est appelé **l'ordre de glissement**, et il fixe le **degré de douceur** du système. Le  $r$ -ème ordre du système est déterminé par l'équation :

$$\dot{s} = \ddot{s} = \dots = s^{(r-1)} \quad (3.8)$$

La précédente équation impose une condition "***r-dimensionnel***" sur les états du système.

L'un des problèmes majeurs pour l'implantation des algorithmes  $r$ -glissant est que le nombre d'informations nécessaires augmente avec l'ordre du régime glissant. Par exemple, si on utilise un algorithme de glissement d'ordre 3 par rapport à  $s$ , on aura besoin de la connaissance de  $s, \dot{s}$  et  $\ddot{s}$ . Une bonne solution à ce problème sont les modes glissants du second ordre, **Twisting et Super Twisting**, qui n'ont besoin que de  $s$  comme information d'entrée.

Le régime glissant d'ordre supérieur le plus utilisé dans la littérature est la loi **2-glissant**, mais il existe des exemples de modes glissants d'ordre 3 et plus, par exemple la loi  $r$ -glissant dans [20], on parlera aussi dans la section de contrôleur par régime glissant d'ordre  $n$ .

Dans ce mémoire nous donnons plus en détail les algorithmes d'ordre deux : "**2-glissant**" et de quelques variantes comme le Twisting et Super Twisting, Ces sont les techniques les plus utilisées par les chercheurs et elles sont implémentées en temps réel sans trop de difficultés. Ainsi que la loi de commande  $r$ -glissant de M.Levant qui est le but de ce mémoire, c'est à dire l'application de la commande de  $r$ -glissant sur notre système (réseau électrique) et d'étudier leurs avantages par rapport à d'autres techniques de commandes.

### 3.5 Commande par mode glissante d'ordre deux

Le principal avantage de la commande par modes glissants d'ordre deux est l'annulation du phénomène de Chattering. Son objectif est de générer un régime glissant d'ordre deux sur la surface de glissement sélectionnée  $s = 0$  et d'obtenir en temps fini  $\dot{s} = \ddot{s} = 0$ .

Dans ce qui suit, nous allons décrire ces lois de commande de second ordre ( $r = 2$ ), dont les techniques de Twisting et Super Twisting. Ces algorithmes sont les plus utilisés dans la littérature, du fait qu'ils ont uniquement besoin de la connaissance de la surface  $s$  [23],[29]. La Figure (3.1) fait apparaître la trajectoire de convergence du système vers la surface  $s$ .



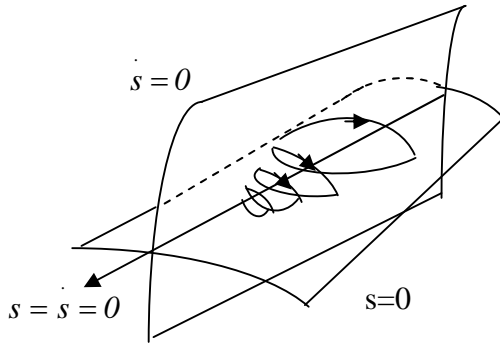


Fig.3.1-Trajetoire 2-glissant

Afin de détailler les algorithmes en régime glissant du second ordre, nous allons supposer que  $f$  et  $s$  de l'expression (3.1) sont les fonctions  $C^1$  et  $C^2$  respectivement, et que les seules informations disponibles à l'instant  $t$  sont, la commande  $u(t)$ , la surface  $s(t, x)$  et le signe de la dérivée par rapport au temps de  $s$ . Si nous dérivons deux fois l'équation de glissement  $s$ , nous obtenons les expressions suivantes :

La dérivée de  $s$  :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} s(t, x) &= \frac{\partial}{\partial t} s(t, x) + \frac{\partial}{\partial x} s(t, x) \frac{dx}{dt} \\ \dot{s} &= \frac{\partial}{\partial t} s(t, x) + \frac{\partial}{\partial x} s(t, x) f(t, x, u) \end{aligned} \quad (3.9)$$

La dérivée seconde de  $s$  :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \dot{s}(t, x, u) &= \frac{\partial}{\partial t} \dot{s}(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial x} \dot{s}(t, x, u) \frac{dx}{dt} + \frac{\partial}{\partial u} \dot{s}(t, x, u) \frac{du}{dt} \\ \ddot{s} &= \frac{\partial}{\partial t} \dot{s}(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial x} \dot{s}(t, x, u) f(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial u} \dot{s}(t, x, u) \dot{u} \end{aligned} \quad (3.10)$$

On pose :

$$\begin{cases} \psi(t, x) = \frac{\partial}{\partial t} \dot{s}(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial x} \dot{s}(t, x, u) f(t, x, u) \\ \zeta(t, x) = \frac{\partial}{\partial u} \dot{s}(t, x, u) \end{cases} \quad (3.11)$$

Le système est maintenant constitué des surfaces de glissement  $s$  et  $\dot{s}$  :

$$\begin{cases} y_1 = s \\ y_2 = \dot{s} \end{cases} \quad (3.12)$$

Si le degré relatif est  $DR = 1$  : Le système est décrit par le modèle (3.6) et par l'expression :

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = \psi(t, x) + \zeta(t, x)\dot{u} \end{cases} \quad (3.13)$$

Si le degré relatif est  $DR = 2$  : le problème de la commande peut être dérivé du cas précédent, en considérant la variable  $u$  comme une variable d'état, et  $\dot{u}$  comme la commande effective. Le système à commander est défini par :

$$f(t, x, u) = a(t, x) + b(t, x)u(t) \quad (3.14)$$

où,  $a : \mathfrak{R}^{n+1} \rightarrow \mathfrak{R}^n$  et  $b : \mathfrak{R}^{n+1} \rightarrow \mathfrak{R}^n$  sont des fonctions incertaines et continûment dérivables. Finalement le système est représenté par le modèle (3.14) et par l'équation :

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = \tilde{\psi}(t, x) + \tilde{\zeta}(t, x)u \end{cases} \quad (3.15)$$

En utilisant la stratégie précédente la commande  $u$  est régie par un système dynamique du premier ordre. Les algorithmes discontinus sont appliqués en fait à la dérivée  $\dot{u}$  par rapport au temps de la commande  $u$ , qui devient la nouvelle variable de commande du système considéré et conduit à l'obtention d'un régime glissant d'ordre deux sur la surface  $s$ . De cette façon, l'entrée  $u$  du système est maintenant continue et permet d'éliminer le Chattering.

### 3.6 Propriétés de convergence en temps fini de la commande 2-glissante

L'objectif de la commande 2-glissante est d'amener  $s$  ainsi que sa dérivée  $\dot{s}$  à zéro en un temps fini, en utilisant la commande  $u(t)$ . Afin d'atteindre ce but, les hypothèses suivantes sont considérées [22],[ 23] :

1. Les valeurs de la commande sont définies par l'ensemble  $U = \{u : |u| \leq U_M\}$ , où  $U_M$  est une constante réelle, et la solution du système est définie sur la variable glissante de deuxième ordre ( $s = \dot{s} = 0$ ).

2. Il existe  $u_l \in (0, U_M)$  telle que pour toute fonction continue  $u$  avec  $|u| > u_l$ , il existe  $t_l$  tel que  $u > 0$  pour tout  $t > t_l$ . Ainsi, la commande

$$u = -U_M \operatorname{sign} \left[ \dot{s}(t_0) \right] \quad (3.16)$$

où  $t_0$  est l'instant initial assure la convergence en temps fini sur  $s = 0$ .

3. Il existe des constantes positives  $s_0, \Gamma_m$  et  $\Gamma_M$ , telles que dans un voisinage  $|s(t, x)| < s_0$ ,

$$0 < \Gamma_m \leq \frac{\partial \dot{s}}{\partial u}(t, x, u) \leq \Gamma_M, \quad \forall u \in U, \quad x \in X$$

Le fait que le terme  $\frac{\partial \dot{s}}{\partial u}$  ne s'annule pas est nécessaire pour l'existence de la commande équivalente en régime glissant.

4. Il existe une constante positive  $\Phi$  telle que dans la région  $|s| < s_0$ , l'inégalité suivante est vérifiée pour  $\forall t, x \in X, u \in U$ .

$$\left| \frac{\partial \dot{s}}{\partial t}(t, x, u) + \frac{\partial \dot{s}}{\partial x}(t, x, u)f(t, x, u) \right| \leq \Phi,$$

Nous allons reprendre le système (3.12) et nous supposons que le système est de degré relatif DR=1 par rapport à la surface de glissement  $s$ . Ceci s'exprime par :

$$\ddot{s} = \dot{y}_2 = \psi(t, x) + \zeta(t, x) \dot{u} \quad (3.17)$$

Si on applique les propriétés de convergence précédentes nous avons :

$$\begin{aligned} 0 < \Gamma_m \leq \zeta(t, x) \leq \Gamma_M \\ |\psi(t, x)| < \Phi \end{aligned}$$

Si le système est de degré relatif DR=2 nous devons prendre le système :

$$\ddot{s} = \dot{y}_2 = \tilde{\psi}(t, x) + \tilde{\zeta}(t, x) u \quad (3.18)$$

### 3.6.1 Loi 2-glissante :

La technique du deuxième ordre ici proposée, peut être considérée comme une extension d'une loi en régime glissant d'ordre un. Elle est formée de deux parties :

$$u = \int u_{eq} + K_{glis} \int u_{glis} \quad (3.19)$$

$\int u_{glis}$  est composée par l'intégrale de la fonction signe de la nouvelle surface de glissement  $s_y$  (elle sera définie plus tard) multipliée par une constante  $K_{glis}$ .

$\int u_{eq}$  est conçue en utilisant la méthode de la commande équivalente pour la nouvelle surface de glissement  $s_y$ .

Nous allons maintenant décrire la méthodologie de conception de cette technique de commande.

### 3.6.2 Surface de Glissement :

Nous allons définir une surface de glissement  $s$  en fonction de l'espace d'états des erreurs.

$$\begin{aligned} s = y_1 &= S_1(x - x_d) + S_2(\dot{x} - \dot{x}_d) + \dots + S_n(x^{(r-1)} - x_d^{(r-1)}) \\ &= S\tilde{x} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Le calcul de la dérivée donne:

$$\begin{aligned} \dot{s} = y_2 &= S_1(\dot{x} - \dot{x}_d) + S_2(\ddot{x} - \ddot{x}_d) + \dots + S_n(\overset{r}{x} - \overset{r}{x}_d) \\ &= S\tilde{\dot{x}} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Nous avons un nouveau système (3.12) en fonction de  $y_1$  et  $y_2$ , nous proposons alors une nouvelle surface de glissement  $s_y$  :

$$\dot{s}_y = \dot{s} + \eta s = y_2 + \eta y_1 \quad (3.22)$$

Où  $\eta$  est une constante positive.

Avec cette technique, la convergence du système est régie par la surface de glissement  $s$  et par sa dérivée  $\dot{s}$ .

### 3.6.3 Commande équivalente :

On sait que la commande équivalente est la solution pour la commande une fois que la dérivée de la nouvelle surface de glissement est nulle, soit  $\dot{s}_y = 0$  :

$$\dot{s}_y = \dot{s} + \eta s = 0 \quad (3.23)$$

L'expression précédente peut être écrite comme suit :

$$\dot{s}_y = S\tilde{\dot{x}} + \eta s = 0. \quad (3.24)$$

La valeur de  $\ddot{x}$  est calculée avec la dérivée du système (3.1) :

$$\ddot{x} = \frac{\partial}{\partial t} f(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial x} f(t, x, u) \dot{x} + \frac{\partial}{\partial u} f(t, x, u) \dot{u} \quad (3.25)$$

Finalement la commande équivalente s'exprime par :

$$\dot{u}_{eq} = -\frac{1}{\frac{\partial}{\partial u} f(t, x, u)} \left[ \frac{\partial}{\partial t} f(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial x} f(t, x, u) \dot{x} + \eta \dot{s} \right] \quad (3.26)$$

L'algorithme du deuxième ordre qui a été présenté précédemment permet l'élimination du phénomène de Chattering qui est due à la discontinuité de la fonction *sign* qui se trouve à l'intérieur de la fonction d'intégration. Une autre conséquence est la convergence plus douce vers la surface de glissement, car la commande prend en compte la dérivée de la surface. Le désavantage de cette loi, est qu'elle a besoin de la connaissance de la dérivée de la surface de glissement. Dans la pratique, cela veut dire qu'il faudra mettre plus de capteurs afin de mesurer les états supplémentaires ou implémenter des observateurs d'états.

### 3.7 Algorithmes glissants d'ordre supérieur

Les définitions énoncées précédemment concernant les régimes glissants réels d'ordre  $r$  ont permis d'introduire un outil de comparaison de différents algorithmes de contrôle générant ces modes. On distingue ainsi les algorithmes idéaux des algorithmes réels. En effet, ***les travaux de M. Levant montrent qu'un ordre de glissement réel ne doit pas excéder l'ordre du mode de glissement correspondant.*** Les modes glissants standard procurent, ainsi un mode glissant réel seulement de premier ordre et un mode glissant réel de second ordre est réellement obtenu par modification de commutation discrète des algorithmes glissants de second ordre. Un mode glissant réel peut aussi être obtenu par un moyen différent de celui de la réalisation discrète du mode glissant et c'est le cas du 'Drift algorithme' qu'on verra par la suite [19],[20].

Généralement, pour utiliser un algorithme de glissement d'ordre  $r$  par rapport à  $S=0$  on a besoin de connaître  $s, \dot{s}$  et  $s^{(r-1)}$ , ce qui induit une difficulté d'implémentation lorsque l'ordre de glissement augmente. Les algorithmes réels ne requièrent que les mesures de  $s, \dot{s}$  et  $s^{(r-2)}$  et ceci constitue une bonne solution pour les modes glissants du second ordre. En effet, seule l'information sur  $s$  est nécessaire.

#### 3.7.1 Algorithme de Twisting :

Cet algorithme a été défini comme le premier contrôleur par mode glissant d'ordre supérieur, cet algorithme tourne autour de l'origine du plan de glissement d'ordre deux est appelé Twisting en raison de sa convergence en temps fini vers l'origine du plan de phase  $(s, \dot{s})$ , avec un nombre infini de rotations, voir la Fig(3.2) son principe de fonctionnement est la commutation de l'amplitude de la commande entre deux valeurs  $V_m$  et  $V_M$ , de telle façon que l'abscisse et l'ordonnée soient croisées de plus en plus vers l'origine [19],[23],[29].

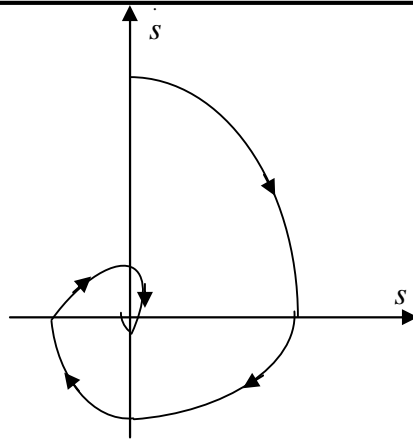


Fig. 3.2- Convergence en temps fini de l'algorithme Twisting.

Nous allons reprendre le système  $y_1 = s$  et  $y_2 = \dot{s}$ . Maintenant le problème de la commande est de stabiliser en temps fini un système du deuxième ordre suivant :

$$\begin{cases} y_1 = y_2 \\ y_2 = \psi(t, x) + \zeta(t, x) \dot{u} \end{cases} \quad (3.27)$$

Où  $\psi(t, x)$  et  $\zeta(t, x)$  sont des fonctions mal connues mais bornées

$$\Phi > 0, |\psi| \leq \Phi, 0 < \Gamma_m \leq \zeta \leq \Gamma_M \dots$$

L'algorithme du Twisting pour un degré relatif 1 est défini par la loi de commande suivante :

$$\dot{u} = \begin{cases} -u & \text{si } |u| > 1 \\ -V_m \text{sign}(s) & \text{si } s \dot{s} \leq 0; |u| \leq 1 \\ -V_M \text{sign}(s) & \text{si } s \dot{s} > 0; |u| \leq 1 \end{cases} \quad (3.28)$$

où  $|u|$  est une valeur bornée de commande, donné pour  $|u| \leq 1$

L'équation de commande pour un degré relatif 2 est :

$$u = \begin{cases} -V_m \text{sign}(s) & \text{si } s \dot{s} \leq 0 \\ -V_M \text{sign}(s) & \text{si } s \dot{s} > 0 \end{cases} \quad (3.29)$$

Avec les conditions suffisantes assurant la convergence en temps fini sur la variété  $s$  sont :

$$\begin{aligned}
 V_M &> V_m \\
 V_m &> \frac{4\Gamma_M}{s_0} \\
 V_m &> \frac{\Phi}{\Gamma_m} \\
 \Gamma_m V_m - \Phi &> \Gamma_M V_m + \Phi
 \end{aligned}$$

Si dans la pratique la dérivée de la surface  $s$  n'est pas mesurable, son signe peut être estimé par le signe de la dérivée de la surface  $s$  dans un intervalle de temps  $\Delta_t$ . Le  $sign(\dot{s}(t))$  est calculé par l'expression  $sign(\dot{s}(t) - s(t - \Delta_t))$ .

En considérant les incertitudes du système et les intervalles de temps entre les croisements successifs de l'axe des abscisses, il est possible de définir la borne supérieure du temps de convergence du système [30] :

$$t_{tw\infty} \leq t_{MI} + \Theta_{tw} \frac{1}{1 - \theta_{tw}} \sqrt{|y_{IMI}|}$$

Où  $y_{IMI}$  est la valeur de la surface  $s$  quand l'axe des abscisses est traversé pour la première fois,  $t_{MI}$  est la valeurs de temps à cet instant. . Les expressions de  $\Theta_{tw}$  et  $\theta_{tw}$  sont données par les formes suivantes :

$$\begin{aligned}
 \Theta_{tw} &= \sqrt{2} \frac{\Gamma_m V_M + \Gamma_M V_m}{(\Gamma_m V_M - \Phi) \sqrt{\Gamma_M V_m + \Phi}} \\
 \theta_{tw} &= \sqrt{\frac{\Gamma_M V_m + \Phi}{\Gamma_m V_M - \Phi}}
 \end{aligned}$$

### 3.7.2 Algorithme de Super Twisting :

La convergence de cet algorithme est régie aussi par les rotations autour de l'origine du diagramme de phase. La loi de commande Super Twisting  $u(t)$ , est formée de deux parties. La première est définie par sa dérivée par rapport au temps ( $u_1$ ), tandis que la deuxième est donnée par la fonction continue de la variable de glissement ( $u_2$ ) :

$$u = u_1 + u_2 \tag{3.30}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{u}_1 &= \begin{cases} -u & \text{si } |u| > 1 \\ -W \text{sign}(s) & \text{si } |u| \leq 1 \end{cases} \\
 u_2 &= \begin{cases} -\lambda_1 |s_0|^{\rho_1} \text{sign}(s) & \text{si } |s| > s_0 \\ -\lambda_1 |s|^{\rho_1} \text{sign}(s) & \text{si } |s| \leq s_0 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Les conditions suffisantes de convergence en temps fini sont :

$$\begin{aligned}
 W &> \frac{\Phi}{\Gamma_m} \\
 \lambda_1^2 &\geq \frac{4\Phi}{\Gamma_m^2} \frac{\Gamma_M (W + \Phi)}{\Gamma_m (W - \Phi)} \\
 0 &< \rho_1 \leq 0.5
 \end{aligned}$$

Ce contrôleur peut être simplifié si le système de contrôle est linéairement dépendant de la commande, ainsi la loi de commande est donnée par :

$$\begin{cases} u = -\lambda |s|^{\rho_1} \text{sign}(s) + u_1 \\ \dot{u}_1 = -W \text{sign}(s) \end{cases} \tag{3.32}$$

L'intérêt de cet algorithme est qu'il très robuste, elle n'a pas besoin d'information sur la dérivée de  $s$ . A cause de cette caractéristique on peut réduire les nombres de capteurs du système, ainsi que le temps de calcul.

### 3.7.3 Algorithme sous-optimal :

Cet algorithme développé pour des systèmes de commande à degré relatif égal 2, ainsi que, le terme sous-optimal employé ici, sont inspirés de la commande bang-bang qui génère des trajectoires optimales (en temps minimum) pour un double intégrateur. La loi de commande est définie par[29] :

$$u = -\alpha(t) \lambda_M \text{sign} \left( x_1(t) - \frac{1}{2} x_{1M} \right) \tag{3.33}$$

$$\alpha(t) = \begin{cases} \alpha^* & \text{si } \left[ x_1(t) - \frac{1}{2} x_{1M} \right] [x_{1M} - x_1(t)] > 0 \\ 1 & \text{si } \left[ x_1(t) - \frac{1}{2} x_{1M} \right] [x_{1M} - x_1(t)] \leq 0 \end{cases} \tag{3.34}$$



où  $x_{1M}$  représente la valeur de  $x_1$  au dernier instant d'annulation de  $x_2$  (i.e. la dernière valeur singulière de la fonction  $x_1(t)$ ).

Conditions suffisantes de convergence :

$$\alpha^* \in ]0,1[ \cap \left] 0, \frac{3\Gamma_m}{\Gamma_M} \right[$$

$$\lambda_M > \max \left( \frac{C}{\alpha^* \Gamma_m}, \frac{4C}{3\Gamma_m - \alpha^* \Gamma_M} \right)$$

Borne supérieure du temps de convergence :

$$T_{s0\infty} \leq t_{M1} + \Theta_{s0} \frac{1}{1-\theta_{s0}} \sqrt{|x_{1M1}|}$$

où  $x_{1M}, t_{M1}$  sont définis comme pour l'algorithme du twisting

$$\Theta_{s0} = \frac{(\Gamma_m + \alpha^* \Gamma_M) \lambda_M}{(\Gamma_m \lambda_M - C) \sqrt{\alpha^* \Gamma_M \lambda_M + C}}$$

$$\theta_{s0} = \sqrt{\frac{\alpha^* \Gamma_M - \Gamma_m \lambda_M + C}{2(\Gamma_m \lambda_M - C)}}$$

la connaissance de la valeur de  $x_2$  n'est pas nécessaire, toutefois il faut avoir une estimation assez précise de la dernière valeur singulière de  $x_1$ .

Dans le cas d'un gain unitaire  $\gamma = 1$  la loi de commande pouvait être simplifiée en posant  $\alpha = 1$  et en choisissant  $V_M > 2C_0$  [31]. La preuve de convergence de cet algorithme, ainsi que l'évolution du temps de convergence sont disponibles dans [31].

### 3.7.4 Algorithme de Drift :

L'idée de ce contrôleur est de diriger la trajectoire vers un mode glissant d'ordre deux  $s=0$  tout en gardant  $\dot{s}$  relativement petite. Ce contrôleur procure un glissement réel d'ordre 2 et l'algorithme de commande est défini par la loi de commande suivante (avec degré relatif égal à un) [29] :

$$\dot{u} = \begin{cases} -u & \text{si } |u| > 1 \\ -V_m \text{sign}(\Delta x_{1i}) & \text{si } x_1 \Delta x_{1i} \leq 0, |u| \leq 1 \\ -V_M \text{sign}(\Delta x_{1i}) & \text{si } x_1 \Delta x_{1i} > 0, |u| \leq 1 \end{cases} \quad (3.35)$$

Avec

$$\Delta x_{li} = x_{li}(t) - x_{li}(t_1 - \tau)$$

Dans le cas où le système est de degré relatif égal 2, un contrôleur similaire est donné par :

$$\dot{u} = \begin{cases} -V_m \operatorname{sign}(\Delta x_{li}) & \text{si } x_{li} \Delta x_{li} \leq 0 \\ -V_M \operatorname{sign}(\Delta x_{li}) & \text{si } x_{li} \Delta x_{li} > 0 \end{cases} \quad (3.36)$$

Il est à noter que cet algorithme ne présente pas de dépassements si les paramètres sont choisis de façon appropriée.

### 3.8 Suppression de phénomène de Chattering

En utilisant la stratégie de commande du second ordre qui a été décrite dans la section précédente, le système est formé par les équations (3.6) et (3.13) si le degré relatif est DR=1 ou par les expressions (3.14) et (3.15) si DR=2. La caractéristique principale de ces stratégies, est que la partie discontinue (la fonction signe) est appliquée à la dérivée par rapport au temps de la commande, soit  $\dot{u}$ . Le but principal de la commande  $\dot{u}$  est d'obtenir un régime glissant du deuxième ordre sur la surface de glissement  $s$ .

La prise en compte de la dérivée de la surface de glissement dans le calcul de la commande, le système atteint la surface  $s$  plus doucement. Finalement quand on fait le calcul de l'entrée du système  $u = \int \dot{u}$ , la commande devient continue évitant de cette façon le phénomène de Chattering dans la plus parts des systèmes.

### 3.9 Commande par régime glissant d'ordre n

Les techniques de commandes d'ordre n avec un temps de convergence fini sont des problèmes encore à l'état de recherche. Dans cette section nous allons introduire une technique de commande  $n$ -glissant avec un temps de convergence fini, qui a été conçu par M. Levant [19],[20],[21,].

#### 3.9.1 Position du problème :

Considérons un système dynamique comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(t, x) + b(t, x)u \\ s &= s(t, x) \end{aligned} \quad (3.37)$$

Ou  $x \in \mathfrak{R}^n, a, b, s$ , sont des fonctions réguliers,  $u \in \mathfrak{R}$ . On suppose qu'on connaît le degré relatif  $r$  du système. Cela veut dire que  $u$  n'apparaît que dans le  $r$ -ème dérivée de  $s$  et  $\frac{d}{du} s^{(r)} \neq 0$  en ce point. L'objectif est d'atteindre la condition  $s(t, x) = 0$  en un temps fini.

Puisque  $s, \dot{s}, \dots, s^{r-1}$  sont des fonctions continues, dont le mouvement est similaire au régime  $r$ -glissant. Il est possible de définir un nouveau système [22] :

$$y = (y_1, \dots, y_r), \text{ ou } y_1 = s, y_2 = \dot{s}, \dots, y_r = s^{(r-1)}. \quad (3.38)$$

avec :

$$s^{(r)} = h(t, y) + g(t, y)u, \quad g(t, y) \neq 0 \quad (3.39)$$

Choisissons un contrôleur simple

$$u = K \text{sing}(s), \text{ avec } K > \sup |u_{eq}|,$$

$$u_{eq} = -h(t, y) / g(t, y) \quad (3.40)$$

Le problème de la commande  $r$ -glissant est de trouver une entrée  $u = U(t, x)$  qui donnera une convergence en temps fini, en généralisant la commande  $1$ -glissant ( $u = K \text{sin} g(s)$ ). Où les fonctions  $h(t, y)$  et  $g(t, y)$  sont bornées,  $h > 0$ . Ainsi nous avons besoin de  $\Gamma_m, \Gamma_M, C > 0$  pour la condition suivante [22]:

$$0 < \Gamma_m \leq \frac{\partial}{\partial u} s^{(r)} \leq \Gamma_M \quad (3.41)$$

### 3.9.2 Construction de la commande :

Soit  $p$  un nombre positif. On note [22]

$$\begin{aligned} N_{1,r} &= |s|^{(r-1)/r} \\ N_{i,r} &= \left( |s|^{p/r} + |s|^{p/(r-1)} + \dots + |s^{i-1}|^{p/(r-i+1)} \right)^{(r-i)/p} \quad i = 1, \dots, r-1 \\ N_{r-1,r} &= \left( |s|^{p/r} + |s|^{p/(r-1)} + \dots + |s^{i-2}|^{p/2} \right)^{1/p} \\ \varpi_{0,r} &= s \\ \varpi_{1,r} &= \dot{s} + \beta_1 N_{1,r} \text{sign}(s) \\ \varpi_{i,r} &= s^{(i)} + \beta_i N_{i,r} \text{sign}(\varpi_{i-1,r}) \quad i = 1, \dots, r-1 \end{aligned} \quad (3.42)$$

où  $\beta_1, \dots, \beta_{r-1}$  sont des nombres positifs.

La commande  $r$  – glissant est donnée par le théorème suivant :

**Théorème (1)** [22] *Le système (3.37) a un degré relatif  $DR=r$ , par rapport à la surface de glissement  $s$  et il satisfait la condition (3.41). Avec une bonne sélection des valeurs des paramètres positives  $\beta_1, \dots, \beta_{r-1}$  et  $\alpha$  il est possible de définir l'expression suivante,*

$$u = -\alpha_1 \text{sign} \left[ \overset{\cdot}{\omega}_{i-1,r} \left( s, \overset{\cdot}{s}, \dots, s^{(r-1)} \right) \right] \quad (3.43)$$

qui donnera un régime glissant d'ordre  $r$  avec un temps de convergence fini vers  $s \equiv 0$ , les paramètres  $\beta_1, \dots, \beta_{r-1}$  sont choisis suffisamment grands. Chaque choix détermine la famille de commande applicable pour tous système (3.28) de degré relatif  $r$ . La valeur de  $\alpha > 0$  est choisi spécifiquement pour n'importe qu'elles constantes  $C, \Gamma_m, \Gamma_M$ . La commande proposée est simplement généralisée : les coefficients de  $N_{1,r}$  sont des nombre positif.

Certainement, le paramètre  $\beta_i$  peut prendre une infinité de valeurs. Dans ce qui suit, nous donnons quelques exemples avec  $\beta_i$  testé pour  $r \leq 4$  ainsi, nous avons :

$$r=1. \quad u = -\alpha_1 \text{sign}(s) \quad (4.44)$$

$$r=2. \quad u = -\alpha_2 \text{sign} \left( s + |s|^{1/2} \text{sign}(s) \right) \quad (4.45)$$

$$r=3. \quad u = -\alpha_2 \text{sign} \left( \overset{\cdot\cdot}{s} + 2|\overset{\cdot}{s}|^3 + |s|^2 \right)^{1/6} \text{sign} \left( |\overset{\cdot}{s}| + |s|^{2/3} \text{sign}(s) \right) \quad (4.46)$$

$$r=4. \quad u = -\alpha_2 \text{sign} \left\{ s^{(3)} + 3 \left( \overset{\cdot\cdot\cdot}{s} + \overset{\cdot\cdot}{s} + |s|^3 \right)^{1/12} \text{sign} \left[ \overset{\cdot\cdot}{s} + \left( \overset{\cdot}{s} + |s|^3 \right)^{1/6} \text{sign} \left( \overset{\cdot}{s} + 0.5|s|^{3/4} \text{sign}(s) \right) \right] \right\} \quad (4.47)$$

$$r=5. \quad u = -\alpha_1 \text{sign} \left( s^{(4)} + \beta_4 \left( |s|^{12} + |\overset{\cdot\cdot\cdot}{s}|^{15} + |s|^{20} + |s^{(3)}|^{30} \right)^{1/60} \text{sign} \left( s^{(3)} + \beta_3 \left( |s|^{12} + |\overset{\cdot\cdot}{s}|^{15} + |\overset{\cdot}{s}|^{20} \right)^{1/30} \right. \right. \\ \left. \left. \text{sign} \left( \overset{\cdot\cdot}{s} + \beta_2 \left( |s|^{12} + |\overset{\cdot\cdot}{s}|^{15} \right)^{1/20} \text{sign} \left( \overset{\cdot}{s} + \beta_1 |s|^{4/5} \text{sign}(s) \right) \right) \right) \right) \quad (4.48)$$

L'idée de la commande est d'établir un régime glissant d'ordre un (*1-glissant*) dans l'ensemble  $\gamma$  de (3.43). Ce régime glissant est défini par  $\varpi_{r-2,r}$ , et comme maintenant un régime glissant a été défini  $\varpi_{r-1,r}$ . Mais quand ce premier régime glissant a disparu un deuxième apparaît  $\varpi_{r-2,r}$ . Le régime *1-glissant* implique  $\varpi_{r-2,r} = 0$ , mais un troisième apparaît  $\varpi_{r-3,r}$ , à nouveau le régime *1-glissant* le met à zéro ( $\varpi_{r-3,r} = 0$ ), et ainsi de suite. Pendant que la trajectoire s'approche de l'ensemble *r-glissant*, l'ensemble  $\gamma$  revient sur l'origine dans les coordonnées  $s, \dot{s}, \dots, s^{(r-1)}$  (voir Figure 3.3).

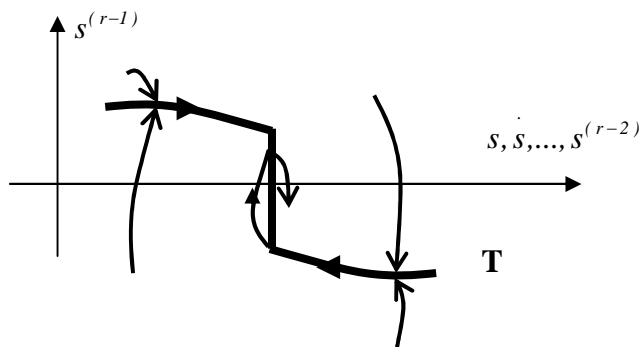


Fig. 3.3 - L'idée de la commande *r-glissant*.

### 3.9.3 Commande en temps réel :

L'implémentation du précédent contrôleur *r-glissant* a besoin de l'observation en temps réel des dérivées  $s, \dot{s}, \dots, s^{(r-1)}$ . Ceci est le principal désavantage des lois d'ordre supérieur.

La différentiation pour le temps est considérée comme un problème difficile. A fin de résoudre ce problème M. Levant propose un algorithme qui va permettre de calculer les dérivées successives de la surface de glissement  $s$ , en prenant en compte certaines hypothèses, par exemple le signal d'entrée  $\eta_l(t)$  est une fonction mesurable et positive. Le système a un bruit lui aussi borné et mesurable  $j(t)$ .

Pour plus d'information on consultera les références [30] qui proposent le système suivant :

$$\begin{aligned} \dot{\Lambda} &= \sigma \\ \sigma &= \Lambda_l - \lambda_l |\Lambda - \eta_l(t)|^{1/2} \text{sign}[\Lambda - \eta_l(t)] \\ \dot{\Lambda}_l &= -\mu_l \text{sign}[\Lambda - \eta_l(t)] \end{aligned} \tag{3.49}$$

Où  $\mu_l, \lambda_l > 0$ . Ici  $\sigma(t)$  est la sortie du différentiateur.

### 3.10 EXEMPLES D'APPLICATION

**3.10.1 Exemple 1 :** considérons l'équation d'état d'un système simple d'ordre un

$$\dot{x} = u$$

**La surface :**

$$S(x) = x - yd$$

la sortie désirée est :

$$yd = 0.08 * \sin(t) + 0.12 * \cos(0.3 * t)$$

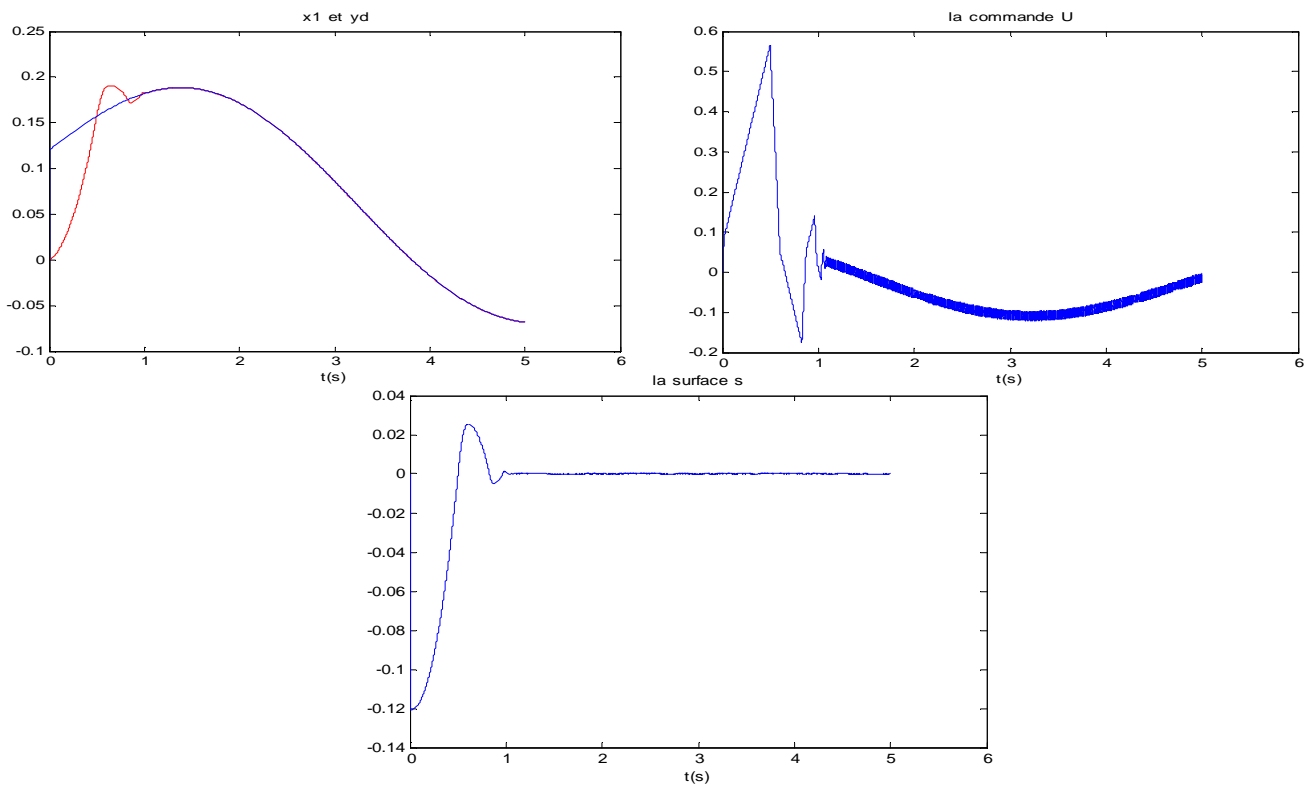
#### 1.1.1 Algorithme de Twisting

$$\dot{u} = \begin{cases} -u & \text{si } |u| > 1 \\ -V_m \operatorname{sign}(s) & \text{si } s \dot{s} \leq 0; |u| \leq 1 \\ -V_M \operatorname{sign}(s) & \text{si } s \dot{s} > 0; |u| \leq 1 \end{cases}$$

Avec

$$u = \int \dot{u}$$

**Résultats de simulations :**



1.1.2 Algorithme de super Twisting

La loi de commande est :

$$u = u_1 + u_2$$

$$u = -\lambda |s|^{1/2} \text{sign}(s) + u_1$$

$$\dot{u}_1 = -W \text{sign}(s)$$

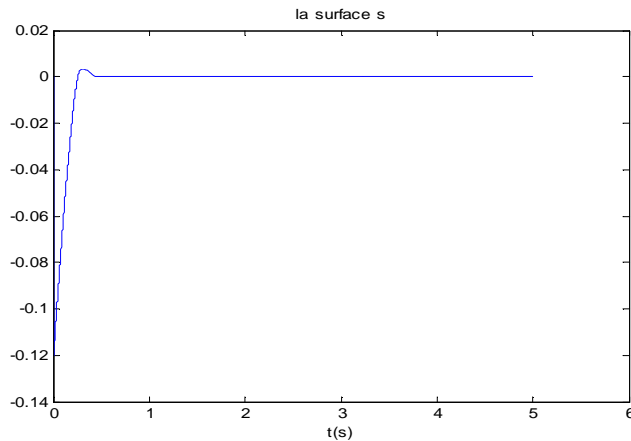
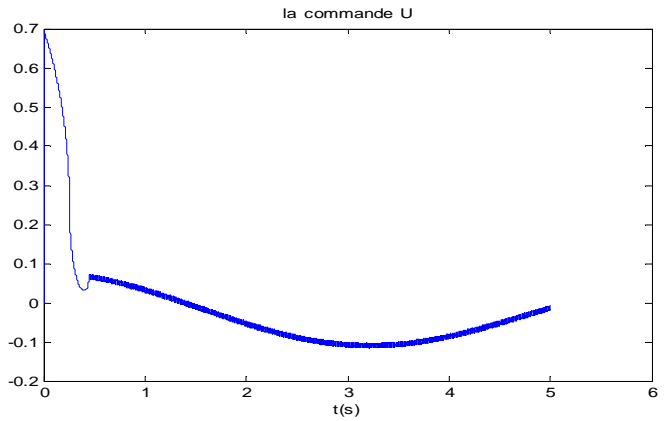
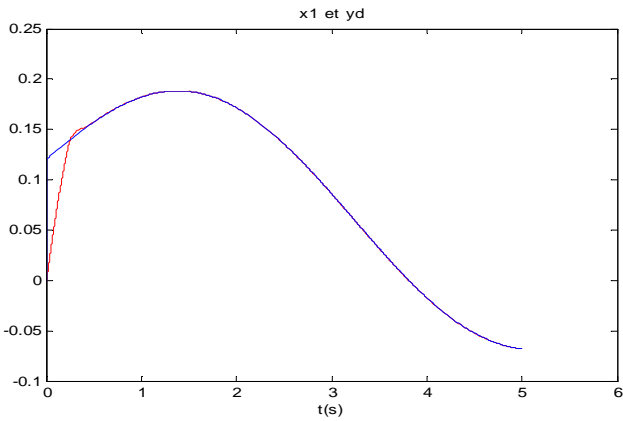
avec

$$u_1 = \int \dot{u}_1$$

La loi de commande de l'Algorithme de super Twisting est :

$$u = u_1 - 2\sqrt{|s|} \cdot \text{sign}(s)$$

Résultats de simulations :



**3.10.2 Exemple 2 :** considérons les équations d'états d'un système d'ordre deux suivant

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = (1/k)(u - x_2) \end{cases}$$

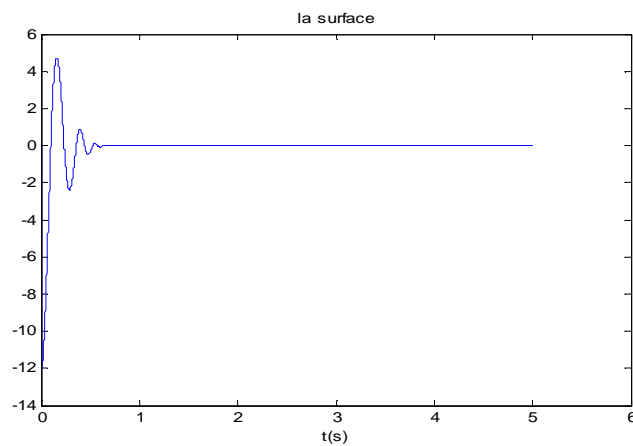
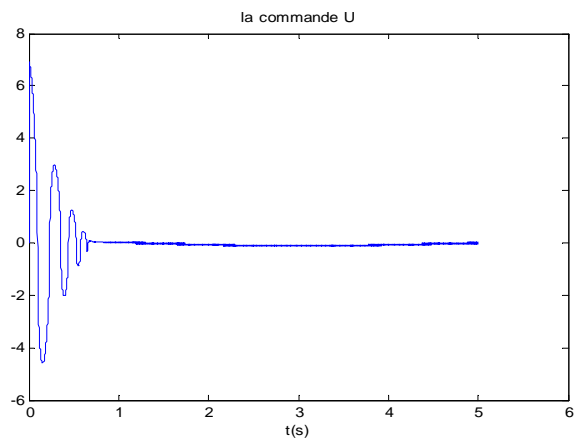
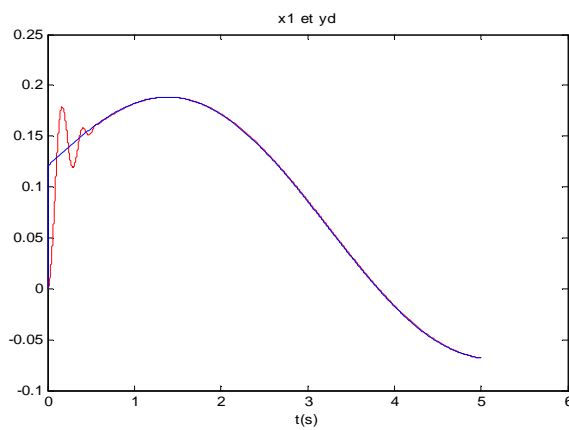
Le degré relatif du système est égal à 2.

**2.1 Algorithme de super Twisting**

La loi de commande est :

$$u = u_1 - 2\sqrt{|s|} \cdot \text{sign}(s)$$

**Résultats de simulations :**





2.2 contrôleur 2-glissant [M. Levant] :

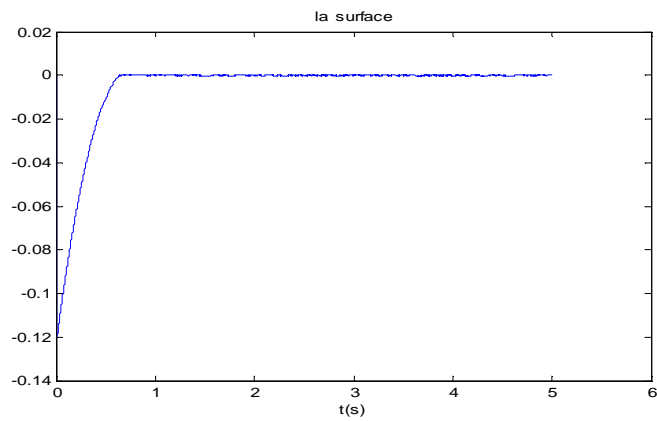
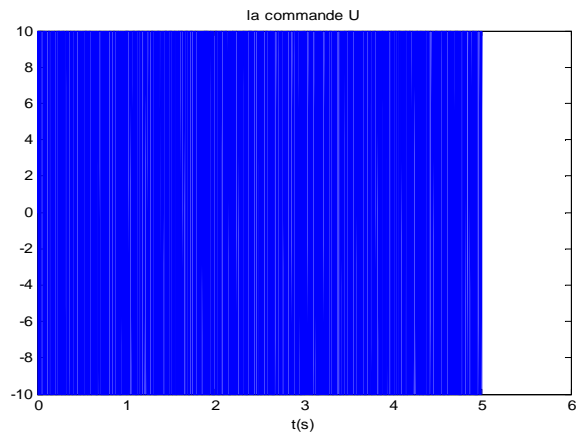
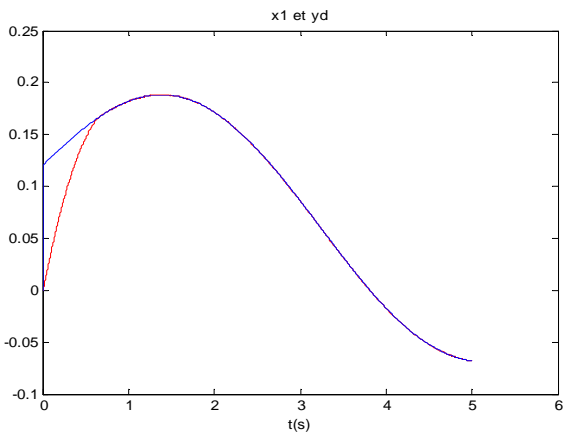
La loi de commande écrite par:

$$u = -\lambda \cdot \text{sign}\left(\dot{s} + \sqrt{|s|} \cdot \text{sign}(s)\right)$$

où

$$\lambda = 10$$

Résultats de simulations :



Pour éliminer le phénomène de chattering nous avons appliqué le contrôleur 3-glissant

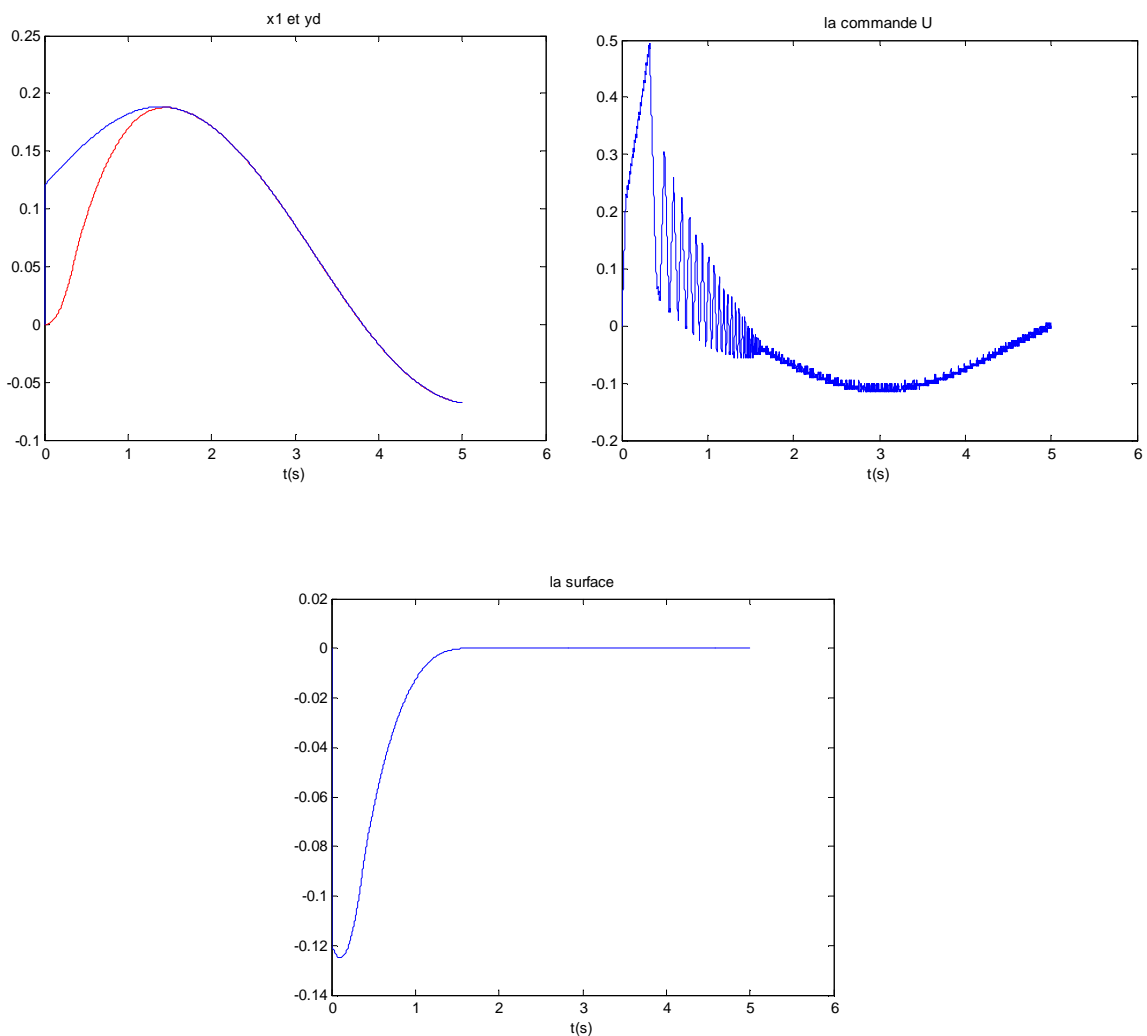
La loi de commande s'exprime par :

**2.2 Contrôleur 3-glissant**

$$\dot{u} = -\lambda \cdot \text{sign}\left( s'' + \left( 2|s'|^3 + |s|^2 \right)^{(1/6)} \cdot \text{sign}\left( s' + |s|^{(2/3)} \cdot \text{sign}(s) \right) \right)$$

$$u = \int \dot{u} dt$$

**Résultats de simulations :**



**3.10.3 Exemple 3 :** (pendule inversé)

Le modèle cinématique linéaire d'un pendule inversé est donné par les équations d'états suivants :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = F + G \cdot u \end{cases}$$

Avec

$$F = (g \cdot \sin(x_1) - ((m \cdot L \cdot (x_2)^2 \cdot \cos(x_1) \cdot \sin(x_1)) / (mc + m))) / (L \cdot ((4/3) - ((m \cdot (\cos(x_1))^2) / (mc + m))),$$

$$G = (\cos(x_1) / (mc + m)) / (L \cdot ((4/3) - ((m \cdot (\cos(x_1))^2) / (mc + m))),$$

Où

g=9.81 : la gravité ;                      mc=1 : la masse de chariot  
 m=0.1 : la masse boule ;              L=0.5m

La sortie désirée                       $y_d = (\pi/30) \cdot \sin(t)$

La surface :                               $s = x_1 - y_d$

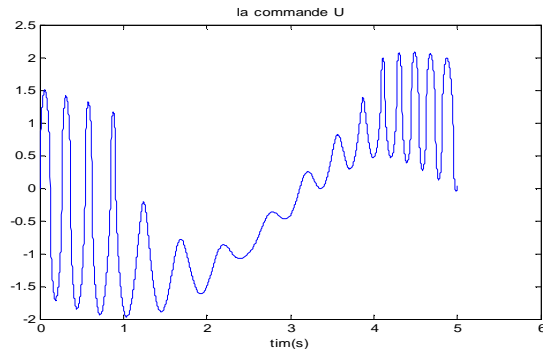
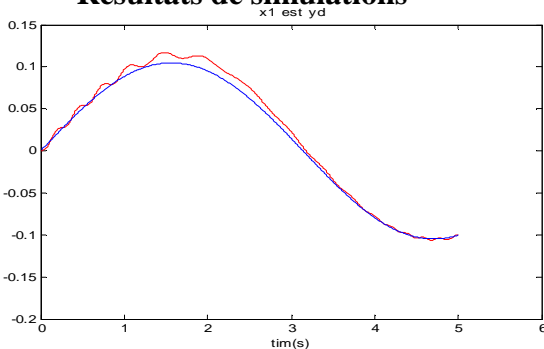
Le degré relatif est 2. Donc Il y'a deux méthode pour commander ce système, la première c'est l'utilisation de l'algorithme de super Twisting et la deuxième, la méthode de [ Levant].

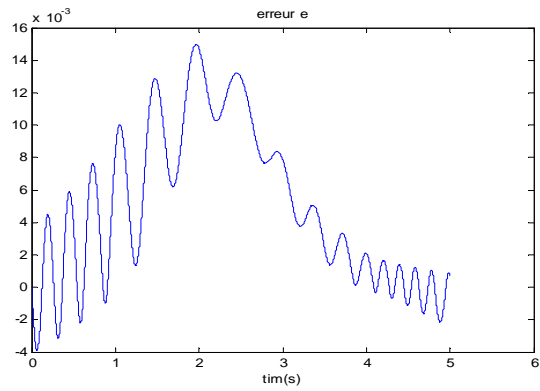
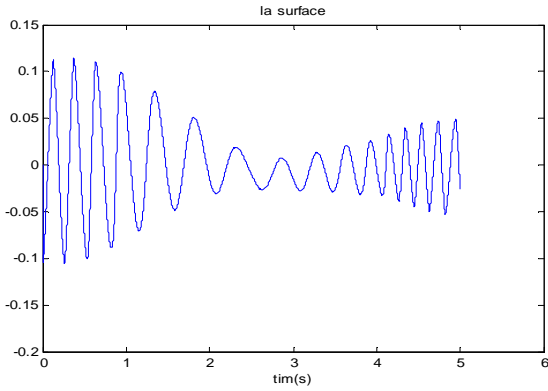
**3.1 Algorithme de super Twisting :**

La loi de commande est :

$$u = u_1 - 25 \cdot |s|^{0.5} \cdot \text{sign}(s)$$

**Résultats de simulations**





**3.2 Méthode de M.Levant (2-glissant):**

L'application de la commande sans élimination de phénomène de chattering

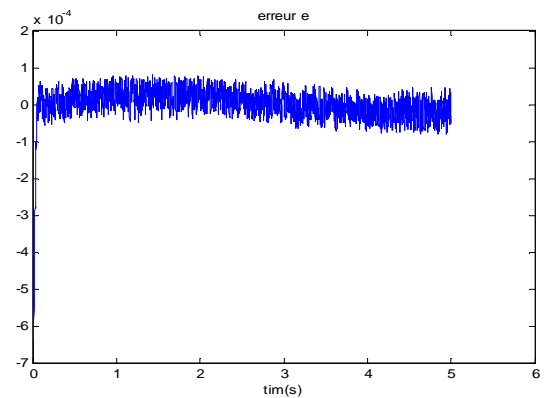
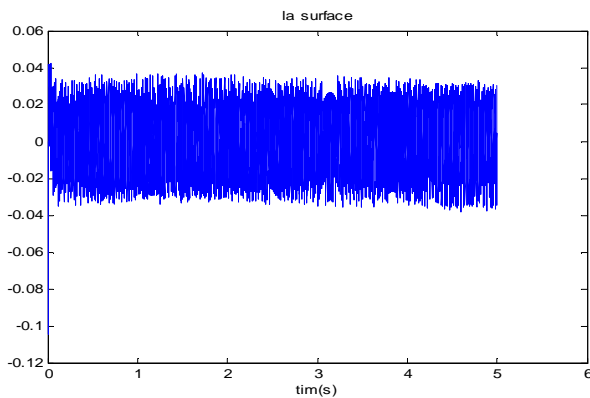
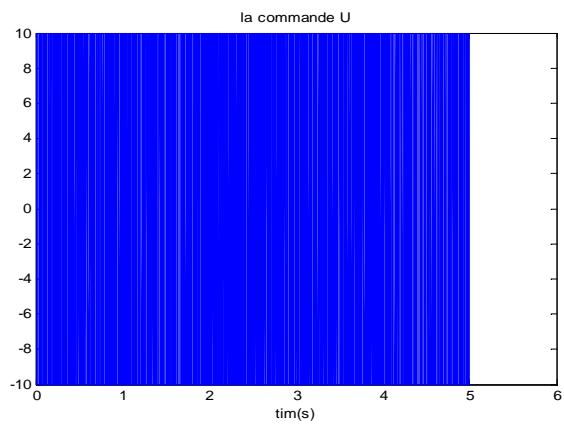
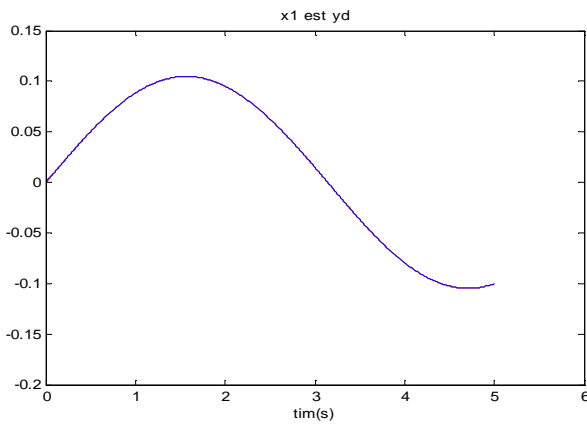
La loi de commande de *2-glissant* est :

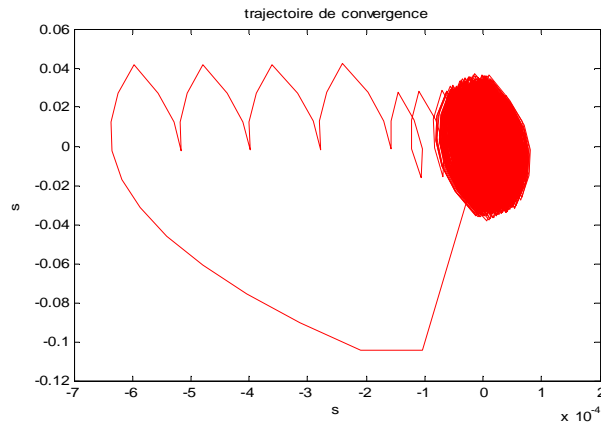
$$u = -\lambda \cdot \text{sign}(s + \sqrt{|s|} \cdot \text{sign}(s))$$

où

$$\lambda = 10$$

**Résultats de simulations**





Pour éliminer le phénomène de chattering la loi de commande (3-glissant) devient :

**3.3 Loi de 3-glissant (M.Levant):**

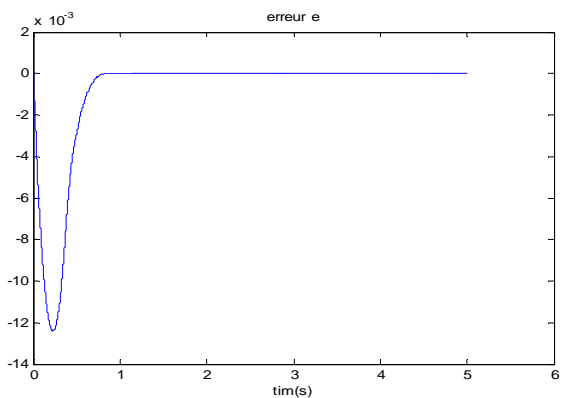
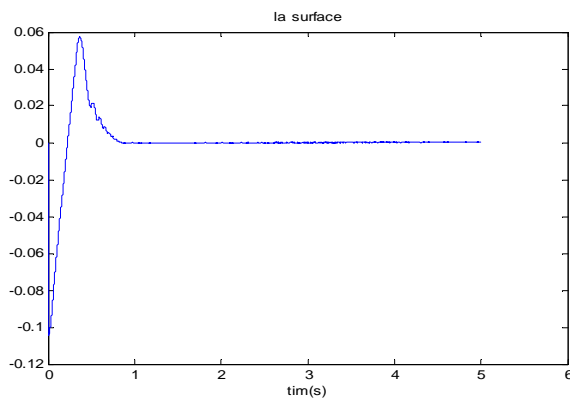
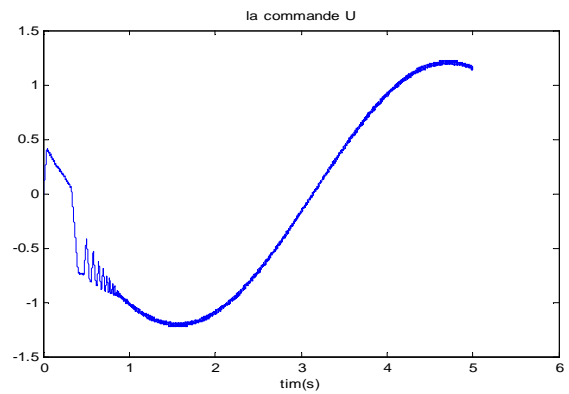
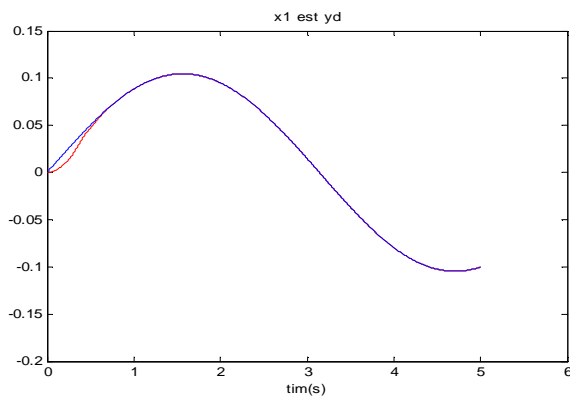
$$ud = -\lambda \cdot \text{sign}\left(s \cdot + 2 \cdot |s|^3 + |s^2|^{(1/6)} \cdot \text{sign}(s \cdot + |s|^{(2/3)} \cdot \text{sign}(s))\right)$$

$$u = \int ud \, dt .$$

où

$$\lambda = 10$$

**Résultats de simulations :**



### 3.11 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons montré les différentes techniques de la commande par mode glissant d'ordre supérieur. Dans un premier lieu nous avons donné en détail les principaux algorithmes de commande glissant d'ordre deux, tels que les Algorithmes de Twisting et SuperTwisting qui sont les plus utilisés dans la littérature. Par ailleurs, la deuxième partie est consacrée à l'étude de la méthode de M Levant[19][20],[21],[22], qui est la commande par mode glissant d'ordre  $r$  (contrôleur  $r$ -glissant). L'avantage de cette méthode réside dans le fait qu'elle peut être appliquée sur un système à un degré relatif supérieur à deux.

Afin de montrer la différence entre les diverses techniques de commande de mode glissant d'ordre deux et la technique  $r$ -glissant, des exemples numériques ont été présentés aussi que des résultats de simulations.

D'après les résultats obtenus il est à remarquer l'application de la commande par mode glissant d'ordre deux est performante en terme de convergence en temps fini et l'élimination du phénomène de Chattering. Par contre, dans la plupart des applications. Nous avons montré que la technique  $r$ -glissant est plus rapide en temps de réponse ainsi que la précision en terme de convergence par rapport aux techniques de glissement d'ordre deux (voir l'exemple trois)

## **Chapitre 4**

### **Application de la Commande par Mode de Glissement d'Ordre Supérieur à un Réseau Electrique Multi-machine**

## Chapitre 4

# Application de la Commande par Mode de Glissement d'Ordre Supérieur à un Réseau Electrique Multi-machines

## 4.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'application de la commande décentralisée par mode de glissement d'ordre supérieur sur un réseau électrique multi-machines.

Dans un premier lieu nous allons appliquer la commande par mode de glissement d'ordre supérieur (**MGOS**) sur un réseau à modèle non linéaire. Des résultats de simulations en boucle fermée seront présentés. En second lieu, nous allons synthétiser un bouclage non linéaire pour notre système présenté au chapitre 1. Pour cela, les notions théoriques exposées dans le chapitre 2 seront utilisées. La linéarisation exacte du système par bouclage est assurée par un choix adéquat des sorties selon l'objectif de la commande.

Dans ce travail notre objectif est de commander l'angle interne de la machine ce que conduit à la stabilisation de la tension terminale autour de la valeur nominale (1 pu). Le choix de cette sortie est de grande importance.

Après avoir déterminé le degré relatif du système, le modèle est mis sous la forme normale, à la base de laquelle nous synthétisons la commande linéarisante dans un contexte centralisé.

Etant donné que des mesures ne sont disponibles que localement au niveau de chaque machine, une structure de commande décentralisée sera proposée, en tenant compte le bouclage non linéaire déjà synthétisée Afin de vérifier l'efficacité (**MGOS**) de cette approche, des tests de simulations sont effectués.

Afin d'éliminer le phénomène de Chattering tout en gardant les performances de la commande, nous avons introduit la fonction saturation dans le signal de commande.



## 4.2 L'objectif de régulation d'un réseau électrique multi-machines

Le réseau électrique étudié est composé de trois générateurs. Chaque générateur représente un sous-système du système global. Ce réseau peut être représenté par les équations d'états suivantes:

$$\begin{cases} \dot{x}_{1i} = x_{2i} \\ \dot{x}_{2i} = \frac{\omega_0}{2H_i}(P_{mi} - P_{ei}) - \frac{D_i}{2H_i}(\omega_i - \omega_0) \\ \dot{x}_{3i} = \frac{1}{T_{doi}}(E_{fdi} - x_{3i} - \Delta x_{d1i} I_{d1i}) \end{cases} \quad (4.1)$$

Où  $x_i = [\delta_{li} \ \omega_i \ E_{qli}]^T$  est le vecteur d'état du sous-système  $i$ . ( $i=1, 2, 3$ )

Dans notre étude, nous avons effectué la synthèse de la commande sur un seul sous-système interconnecté avec les autres sous-systèmes.

L'objectif principal de la commande dans les réseaux électriques est de maintenir la stabilité des systèmes lors de l'apparition des défauts (perturbations) susceptibles de survenir lors du fonctionnement du système. Ces défauts sont classés suivant leur nature en deux classes.

**Perturbations lentes** : de faible amplitude, comme par exemple, une faible surcharge ou une sur-excitation. Elles sont peu contraignantes. [5]

**Perturbations rapides** : de grande amplitude, elles sont souvent localisées. Comme par exemple, l'ouverture d'une ligne ou un court-circuit polyphasé. Ces perturbations sont contraignantes. [5]

Notre étude concerne la stabilité vis à vis des perturbations de forte amplitude, Par conséquent, les objectifs de notre commande est de garder d'abord, le synchronisme du réseau, c'est à dire faire de telle sorte que le rotor de la machine synchrone tourne à la vitesse de synchronisme  $\omega_0$ . Aussi, il faut que la tension terminale de la machine synchrone reste invariante après l'apparition du défaut. Cela est équivalent à :

$$\Delta w_i = 0 \quad \delta_i = \text{constante} \quad V_{t_i} \approx 1 \text{ pu}$$

Les perturbations que nous considérons sont les surcharges et courts-circuits seulement.

### 4.3 Conception de la commande MGOS

Rappelons les équations d'état non linéaire du réseau électrique multi-machines interconnecté, données précédemment :

$$\begin{cases} \dot{x}_{1i} = x_{2i} \\ \dot{x}_{2i} = \frac{\omega_0}{2H_i}(P_{mi} - P_{ei}) - \frac{D_i}{2H_i}(\omega_i - \omega_0) \\ \dot{x}_{3i} = \frac{1}{T'_{doi}}(E_{fdi} - x_{3i} - \Delta x_{d1i} I_{d1i}) \end{cases} \quad (4.2)$$

#### 4.3.1 Surface de glissement :

La première étape dans la conception de la commande est le choix de la surface de commutation  $S_i(x)$ , où la sortie d'état de chaque machine qu'on va la commander c'est  $x_{1i}$  (l'angle interne de la machine). La surface de commutation devient

$$S_i(x) = x_{1i} - x_{di} \quad (4.3)$$

où

$x_{di}$  : Référence désirée de chaque machine.

#### 4.3.2 Détermination du degré relatif :

Comme nous l'avons mentionné dans le chapitre précédent, le degré relatif d'un système correspond au nombre de fois qu'il faut dériver la sortie pour faire apparaître l'entrée [12],[16],[18].

Nous choisissons d'après l'objectif du réglage comme sortie l'angle interne de la machine  $y_{1i}(x) = x_{1i} - x_{di} = \delta_{1i} - \delta_{d1i}$ , et nous calculons leurs dérivées successives jusqu'à faire apparaître l'entrée.

La sortie désirée est:  $h_{1di}(x) = x_{1di}$

Les dérivées de la surface  $s, \dot{s}$  et  $s^{(3)}$  sont déterminé par :

$$\begin{aligned} \frac{dh_{li}(x)}{dt} &= \frac{dx_{li}}{dt} - \dot{x}_{id} = x_{2i} - \dot{x}_{id} \\ \frac{d^2 h_{li}(x)}{d^2 t} &= \frac{d^2 x_{li}}{dt} = \frac{dx_{2i}}{dt} = \frac{\omega_0}{2H} (P_{mi} - P_{ei}) \\ \frac{d^3 h_{li}(x)}{d^3 t} &= \frac{d^3 h_{li}}{d^3 t} = \frac{d^2 x_{2i}}{d^2 t} = \frac{\omega_0}{2H_i} \frac{d}{dt} (P_{mi} - P_{ei}) \\ \frac{d^3 h_{li}(x)}{d^3 t} &= \frac{\omega_0}{2H_i} \left( \frac{dP_{mi}}{dt} - \frac{dx_{3i}}{dt} I_{qi} - x_{3i} \frac{dI_{qi}}{dt} \right) \\ \frac{d^3 h_{li}(x)}{d^3 t} &= -\frac{\omega_0}{2H_i} \left[ \frac{I}{T_{d0i}} (E_{fdi} - x_{3i} - \Delta x_{di} I_{di}) I_{qi} + x_{3i} \cdot \dot{I}_{qi} \right] \end{aligned} \quad (4.4)$$

Avec :

$$I_{qi} = \sum_{j=1}^N E'_{qi} (B_{ij} \cos(\delta_{ij}) + G_{ij} \sin(\delta_{ij})) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4.5)$$

$$I_{di} = \sum_{j=1}^N E'_{qi} (B_{ij} \sin(\delta_{ij}) - G_{ij} \cos(\delta_{ij})) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4.6)$$

N : nombre des machines (sous-systèmes).

Le degré relatif correspondant à ce sous-système est ( $r=n=3$ ), nous considérons deux cas[24].

1. *Le premier cas lorsque l'ordre de glissement est égal au degré relatif du système.*
2. *Le second cas, lorsque l'ordre de glissement est supérieur au degré relatif du système.*

Dans notre cas, nous allons étudier le premier cas.

Lorsque  $r = 3$  la loi de commande est la loi 3- glissant qui s'exprime par l'équation suivante : [22]

$$E_{fdi} = -\alpha_i \text{sign} \left( \ddot{s} + 2|\dot{s}|^3 + |s|^2 \right)^{1/6} \text{sign} \left( \left| \dot{s} \right| + |s|^{2/3} \text{sign}(s) \right) \quad (4.7)$$

## 4.4 Application

Dans cette première application nous avons appliqué la commande par mode glissant d'ordre supérieur au système non linéaire sans découplage linéarisant. L'objectif était de maintenir constante l'angle interne de chaque générateur, pour garder le synchronisme du réseau électrique multi-machines, et par conséquent de stabiliser la tension terminale près de sa valeur nominale.

### 4.4.1 Résultats de Simulations :

Ici nous montrons les réponses du réseau électrique multi-machines en appliquant la commande par mode glissant d'ordre supérieur (contrôleur 3 – *glissant* ).

Dans un premier lieu, nous avons appliqué la commande **MGOS** sur notre système sans bouclage linéarisant des contraintes sur la commande d'excitation  $Efd \in [-1,1]$ . Les résultats de simulations sont représentés dans les Fig ( 4.1). Des simulations sans contrainte - sur la commande ont été également effectuées (voir Fig 4.2 ).

Les paramètres utilisés dans les commandes sont donnés par les tableaux suivants.

A travers les résultats de simulations obtenus en appliquant une commande sans contrainte ( Fig 4.1), on remarque bien que les sorties divergent . Par contre pour une commande sans contrainte (Fig 4.2), les angles internes sont régulés. Les tensions terminales sont aussi stabilisées mais leurs réponses présentent des dépassements, ce qui n'est pas admissible en pratique. En outre, les signaux de commande sont excessivement élevés ( $\approx 300$ pu).

La loi de commande sous forme générale donnée par cette équation :

$$Efd_i = -\alpha_i \text{sign} \left( \ddot{s} + \lambda \left| \dot{s} \right|^3 + \left| s \right|^2 \right)^{1/6} \text{sign} \left( \left| \dot{s} \right| + \left| s \right|^{2/3} \text{sign}(s) \right)$$

N° Fig	Machine	$\delta$ (deg) désiré	Coef $\alpha$	Coef $\lambda$	Intervalle de $Efd$
4.1	1	37.9	350	2	[-1,1]
	2	32	320	2	[-1,1]
	3	20.8	330	2	[-1,1]
4.2	1	37.9	350	2	[-350,350]
	2	32	320	2	[-320,320]
	3	20.8	330	2	[-330,330]

4.3	1	37.9	350	50	[-350,350]
	2	32	320	50	[-320,320]
	3	20.8	330	50	[-330,330]

Tab 4.1 Paramètres de loi de commande *3-glissant* centralisée est :

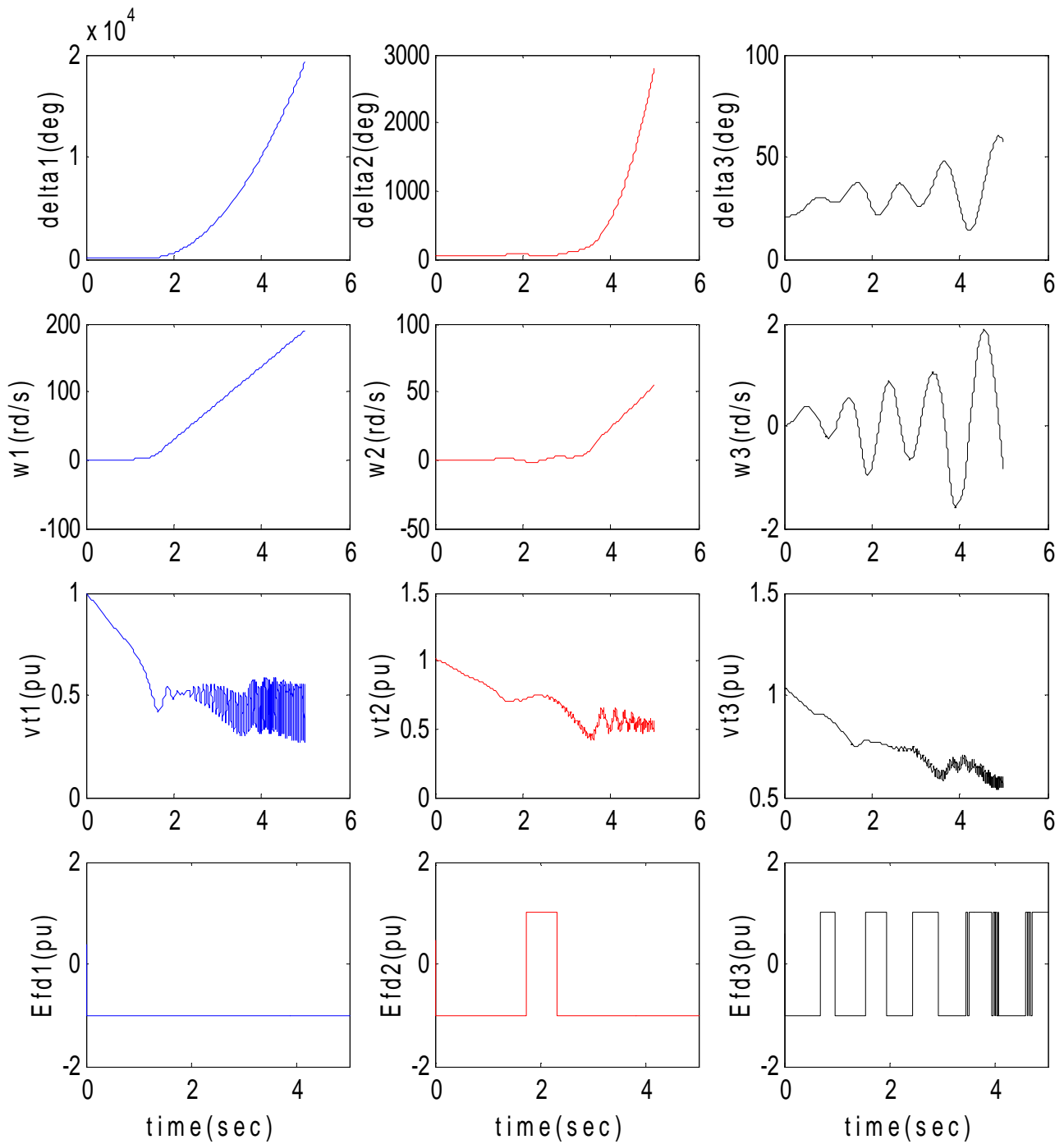


Fig 4.1 Réponse du système avec des contraintes sur les commandes d'excitations  $E_{fd} \in [-1,1]$ .

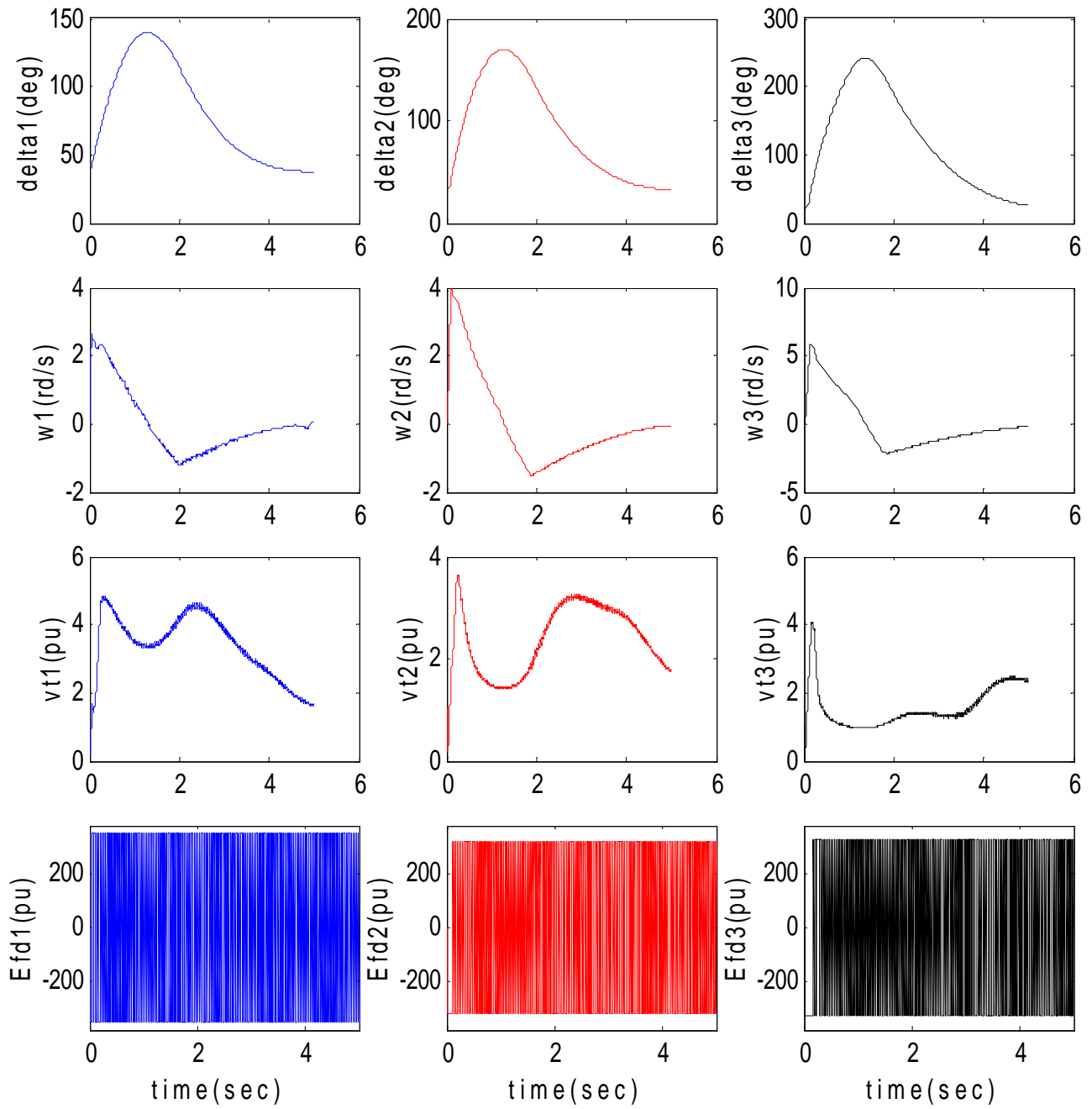


Fig 4.2 Réponse du système sans contraintes sur les commandes d'excitations  $E_{fd} \in [-1,1]$ .

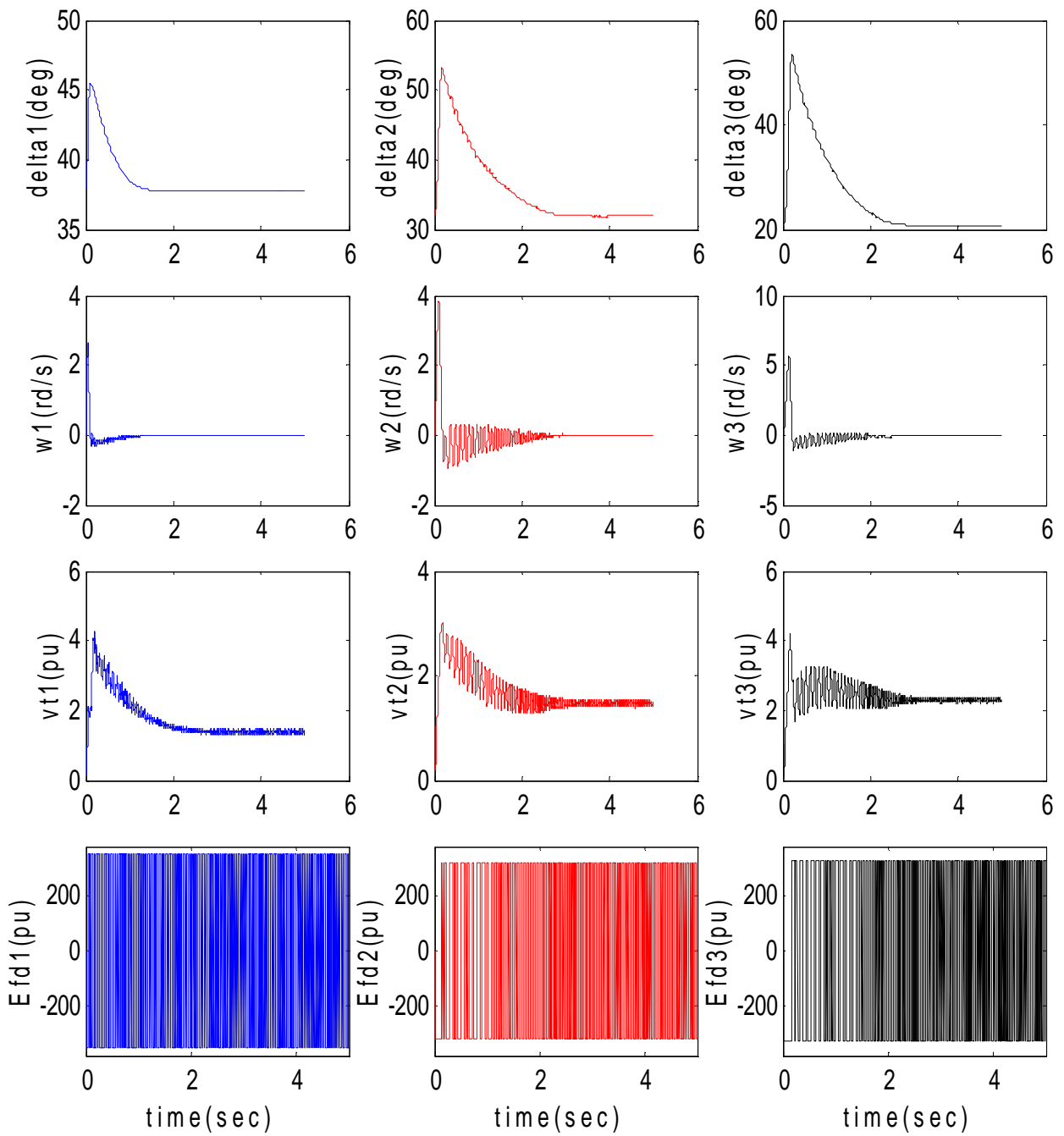


Fig 4.3 Réponse du système avec changement l'un des coefficients constantes de commandes d'excitation.



## 4.5 Linéarisation par bouclage nonlinéaire

### 4.5.1 Détermination de la forme normale :

Lorsque le degré relatif de chaque sous-système est ( $r=n=3$ ), le système est complètement linéarisable au moyen d'une transformation de coordonnées et d'un bouclage non linéaire.

La forme normale d'un système donné par les équations différentielles (4.1) est calculée à l'aide de la transformation nonlinéaire suivante [12],[16],[17] :

$$\begin{aligned} Z_{1i} &= h_{1i}(x) \\ Z_{2i} &= L_f h_{1i}(x) = x_{2i} \\ Z_{3i} &= L_f^2 h_{1i}(x) = \frac{\omega_0}{2H_i} (P_{mi} - x_{3i} I_{qi}) - \frac{D_i}{2H_i} (\omega_i - \omega_0) \end{aligned} \quad (4.8)$$

La transformation inverse des coordonnées s'écrit :

$$\begin{aligned} x_{1i} &= Z_{1i} \\ x_{2i} &= Z_{2i} \\ x_{3i} &= \frac{1}{I_{qi}} \left[ P_{mi} - \frac{D_i}{\omega_0} (Z_{2i} - \omega_0) - \frac{2H_i}{\omega_0} Z_{3i} \right] \end{aligned} \quad (4.9)$$

A partir de (4.7) nous obtenons la forme normale du système (4.1).

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{1i} \\ \dot{Z}_{2i} \\ \dot{Z}_{3i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{1i} \\ Z_{2i} \\ Z_{3i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v_{1i} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w_i \quad (4.10)$$

### 4.5.2 Détermination de la loi de commande linéarisante :

La commande qui linéarise le système s'écrit [12],[16] :

$$E_{fdi} = - \frac{1}{L_g L_f^2 h_{1i}}(x) \left[ - L_f^3 h_{1i}(x) - w_i + v_i \right] \quad (4.11)$$

où

$$v_i = \rho_i + \beta_i E_{fdi} \quad (4.12)$$

avec :

$$\rho_i = \frac{\omega_0}{2HT'_{d0i}} \left( E'_{qi} + \Delta x_{di} I_{di} \right) I_{qi}$$

$$\beta_i = \frac{-\omega_0}{2HT'_{d0i}} I_{qi}$$
(4.13)

$$w_i = \frac{\omega_0}{2H} \left( x_{3i} \cdot \dot{I}_{qi} \right)$$

$$L_g L_f^2 h_{i1}(x) E_{fdi} + L_f^3 h_{i1}(x) = - \frac{\omega_0}{2H_i}$$

$$\left[ \frac{1}{T'_{d0i}} \left( E_{fdi} - x_{3i} - \Delta x_{di} I_{di} \right) I_{qi} + x_{3i} \cdot \dot{I}_{qi} \right]$$
(4.14)

$$L_g L_f^2 h_{i1}(x) = \frac{-\omega_0 I_{qi}}{2H_i T'_{d0i}}$$
(4.15)

$$L_f^3 h_{i1}(x) = \frac{\omega_0}{2H_i} \left[ \frac{1}{T'_{d0i}} (x_{3i} + \Delta x_{di} I_{di}) I_{qi} + x_{3i} \cdot \dot{I}_{qi} \right]$$
(4.16)

Pour notre système (n=3) la commande qui linéarise le système est :

$$\begin{cases} E_{fd1} = - \frac{1}{L_g L_f^2 h_1(x)} \left[ - L_f^3 h_1(x) - w_1 + v_1 \right] \\ E_{fd2} = - \frac{1}{L_g L_f^2 h_2(x)} \left[ - L_f^3 h_2(x) - w_2 + v_2 \right] \\ E_{fd3} = - \frac{1}{L_g L_f^2 h_3(x)} \left[ - L_f^3 h_3(x) - w_3 + v_3 \right] \end{cases}$$
(4.17)

alors

$$\begin{bmatrix} E_{fd1} \\ E_{fd2} \\ E_{fd3} \end{bmatrix} = -[A]^{-1} \begin{bmatrix} L_f^3 h_1(x) \\ L_f^3 h_2(x) \\ L_f^3 h_3(x) \end{bmatrix} - [A]^{-1} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} + [A]^{-1} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

alors :

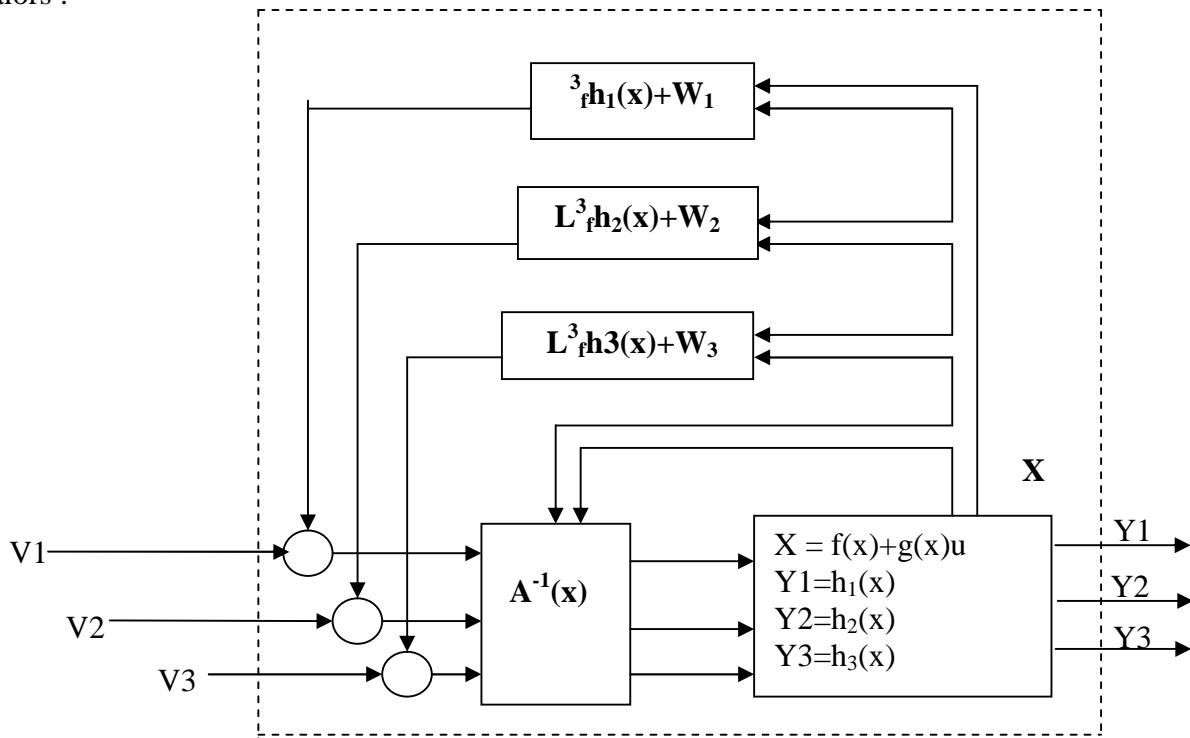


Figure 4.7. Schéma de principe de linéarisation par bouclage

### 4.5.3 Décentralisation sur la linéarisation par bouclage non linéaire :

Etant donné que dans les systèmes complexes interconnectés, les structures de commande adoptées sont souvent décentralisées. Dans cette structure chaque sous-système est commandé par une station de commande locale qui n'a accès qu'aux mesures locales. Dans notre cas, nous avons supposé que, pour chaque machine, la commande appliquée n'utilise que les mesures disponibles localement. En effet, pour pouvoir prendre en considération l'effet des interconnexions avec les autres sous-systèmes, le terme de couplage  $w_i$  dans l'équation (4.9) peut être approximé.

## 4.6 Conception de la commande MGOS décentralisée

Reprenant les équations d'états du réseau multi-machines linearisé, données dans le précédent :

$$\begin{cases} \dot{Z}_i = A_i Z_i + B_i v_i + B_{pi} w_i \\ Y_{li} = C_i Z_{li} \end{cases} \quad (4.19)$$

$i=1,2,3$  le nombre de sous-système

Le vecteur d'état dans l'espace Z est donné par :

$$Z_i = [ Z_{1i} \quad Z_{2i} \quad Z_{3i} ]^T, \quad Y_i = Z_{1i}$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad B_{pi} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$C_i = [1 \quad 0 \quad 0]$$

Rappelant que :

$$\begin{aligned} x_{1i} &= Z_{1i} \\ x_{2i} &= Z_{2i} \\ x_{3i} &= \frac{1}{I_{qi}} \left[ P_{mi} - \frac{D_i}{\omega_0} (Z_{2i} - \omega_0) - \frac{2H_i}{\omega_0} Z_{3i} \right] \end{aligned} \quad (4.21)$$

#### 4.6.1 Surface de glissement :

Comme nous l'avons déjà vu au troisième paragraphe, la première étape dans la conception de la commande est le choix de la surface de commutation  $S_i(z)$ , où la sortie d'état de chaque machine que nous allons commander est  $x_{1i}$  (l'angle interne de la machine) ou bien ici  $Z_{1i}$ . La surface de commutation devient

$$S_i(z) = Z_{1i} - Z_{id} = x_{1i} - x_{id}. \quad (4.22)$$

$Z_{id}$  ou  $x_{id}$  désigné la sortie désiré de chaque machine.

les dérivés de la surface  $\dot{s}, \ddot{s}$  et  $s^{(3)}$  sont déterminé par :

$$\begin{aligned}
 s &= Z_{li} - Z_{id} \\
 \frac{ds}{dt} &= Z_{2i} - \dot{Z}_{id} \\
 \frac{d^2s}{dt^2} &= Z_{3i} - \ddot{Z}_{id} \\
 \frac{d^3s}{dt^3} &= -\frac{\omega_0}{2H_i} \left[ \frac{1}{T'_{d0i}} (E_{fdi} - x_{3i} - \Delta x_{di} I_{di}) I_{qi} + x_{3i} \cdot \dot{I}_{qi} \right] - Z_{id}^{(3)}
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

Comme  $r = 3$ , nous considérons le premier cas où l'ordre de glissement est égal au degré relatif du système. La loi de commande est la loi 3 - *glissant* donnée par M.Levant[22] qui s'écrit par l'équation suivante :

$$v_i = -\alpha_i \text{sign} \left( \ddot{s} + 2 \left| \dot{s} \right|^3 + \left| s \right|^2 \right)^{1/6} \text{sign} \left( \left| \dot{s} \right| + \left| s \right|^{2/3} \text{sign}(s) \right) \tag{4.24}$$

où les valeurs de  $\alpha_i$  et  $Z_{id}$  sont données par le tableau suivant :

A partir de (4.24), la loi de commande d'excitations de chaque sous-système devient :

$$E_{fdi} = -\frac{1}{L_g L_f^2 h_{i1}(x)} \left[ -L_f^3 h_{1i}(x) - w_i + v_i \right] \tag{4.25}$$

### Remarque

Etant donné que dans notre cas, l'ordre de glissement est égal au degré relatif du système, nous n'avons pas pu éliminer le phénomène de Chattering [24].

Afin de l'éliminer le phénomène de Chattering, nous avons opté pour le second cas, c'est-à-dire l'ordre de glissement supérieur au degré relatif du système, malheureusement, cette approche ne nous a pas permis d'obtenir les résultats attendus. Pour cette raison nous avons repris le premier cas en introduisant la fonction saturation. Ceci donné dans la troisième partie.

## 4.7 Application

Dans cette partie nous appliquons la commande par mode glissant d'ordre supérieur décentralisée sur le système linearisé par bouclage non linéaire. Notre objectif est de commander l'angle interne de chaque générateur, Afin de garder le synchronisme du réseau électrique multi-machines, et de stabiliser la tension terminale a une valeur bien défini près de 1pu. Pour cela, nous avons effectué des essais pour tester la robustesse de cette commande, pour les valeurs des coefficients de commandes et les  $\delta_{id}$ , données dans le tableau

### 4.7.1 Simulation sans tests de robustesses :

Dans cette partie nous montrons le comportement du réseau électrique multi-machines commandé par la technique contrôleur 3 – *glissant* .

Le première essai Fig( 4.4) présent les réponses indicielles du système avec des références de  $\delta_i$  (échelon).

Dans le second essai Fig(4.5) nous allons choisi volontairement les  $\delta_i$  désirés autours des points de fonctionnements. Voir les tableaux suivants.

D'après les résultats de simulations Fig (4.4), on remarque que les angles internes tendent vers les références désirées avec une meilleure précision de convergence. Pour le premier essai les tensions terminales sont stabilisées à des valeurs constantes. Par contre pour le second essai, les tensions terminales sont stabilisées autour de 1pu.

N° Fig	Machine	$\delta$ (deg) désirée	Coef $\alpha$	Test de robustesse	Intervalle de $Efd$
4.4	1	35.9	40	Non	[-1, 1]
	2	30	30	Non	[-1, 1]
	3	19.8	40	Non	[-1.1, 1.1]
4.5	1	37.9	40	Non	[-1, 1]
	2	32	30	Non	[-1, 1]
	3	20.8	40	Non	[-1.1, 1.1]
4.6	1	37.9	40	Court-circuit à t=3s	[-1, 1]
	2	32	30		[-1, 1]
	3	20.8	40		[-1.1, 1.1]
4.7	1	37.9	40	Accroissement Brutale de Puissance à t=3s	[-1, 1]
	2	32	30		[-1, 1]
	3	20.8	40		[-1.1, 1.1]

(4.8,4.9,4.10)	1	37.9	40	Défiance à t=3s	[-1, 1]
	2	32	30		[-1, 1]
	3	20.8	40		[-1.1, 1.1]

Tab 4.2 Paramètres de loi de commande *3-glissant* décentralisée

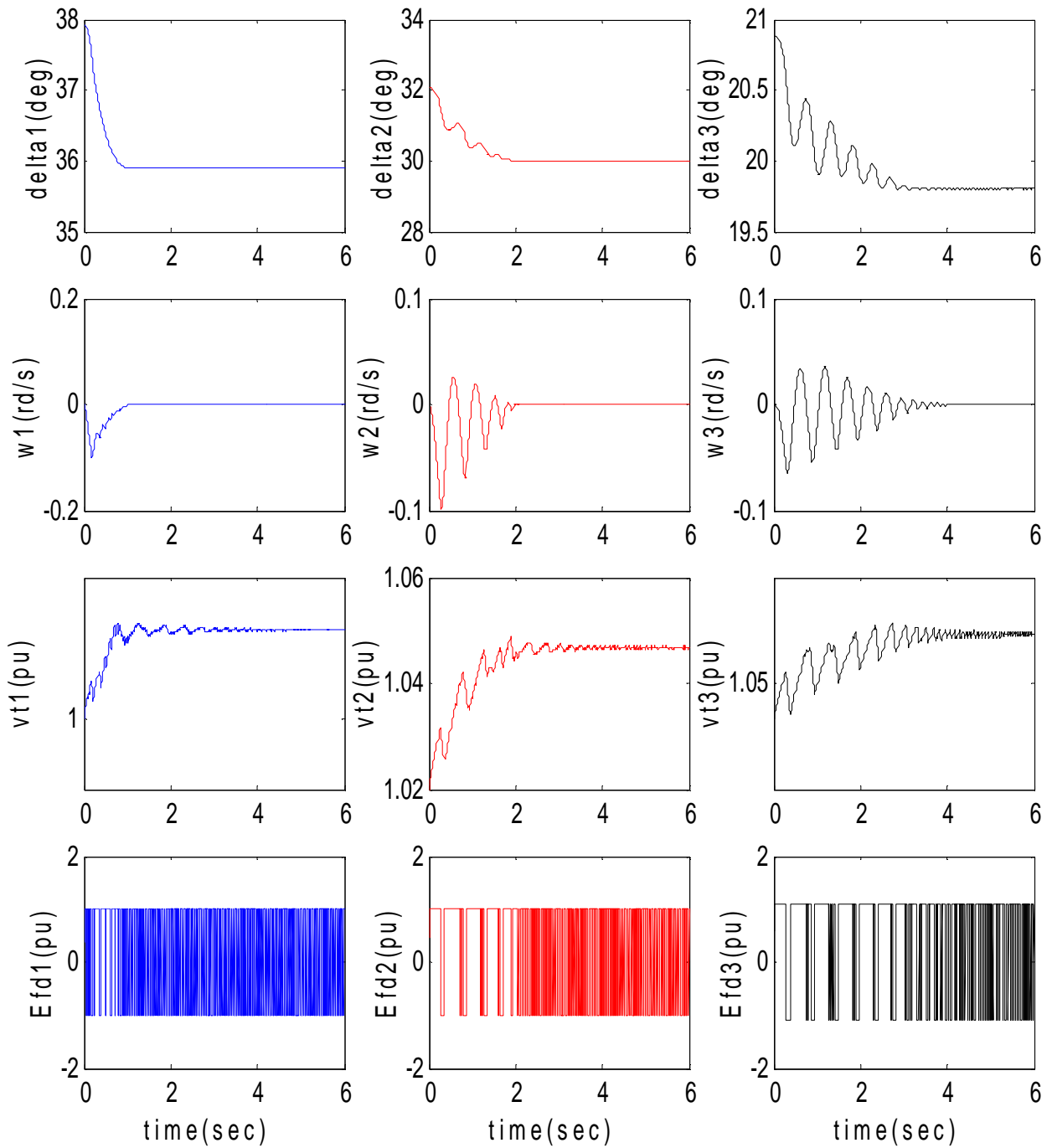


Fig 4.4 Réponse du système avec les sorties désiré ne sont pas autours de points de fonctionnements



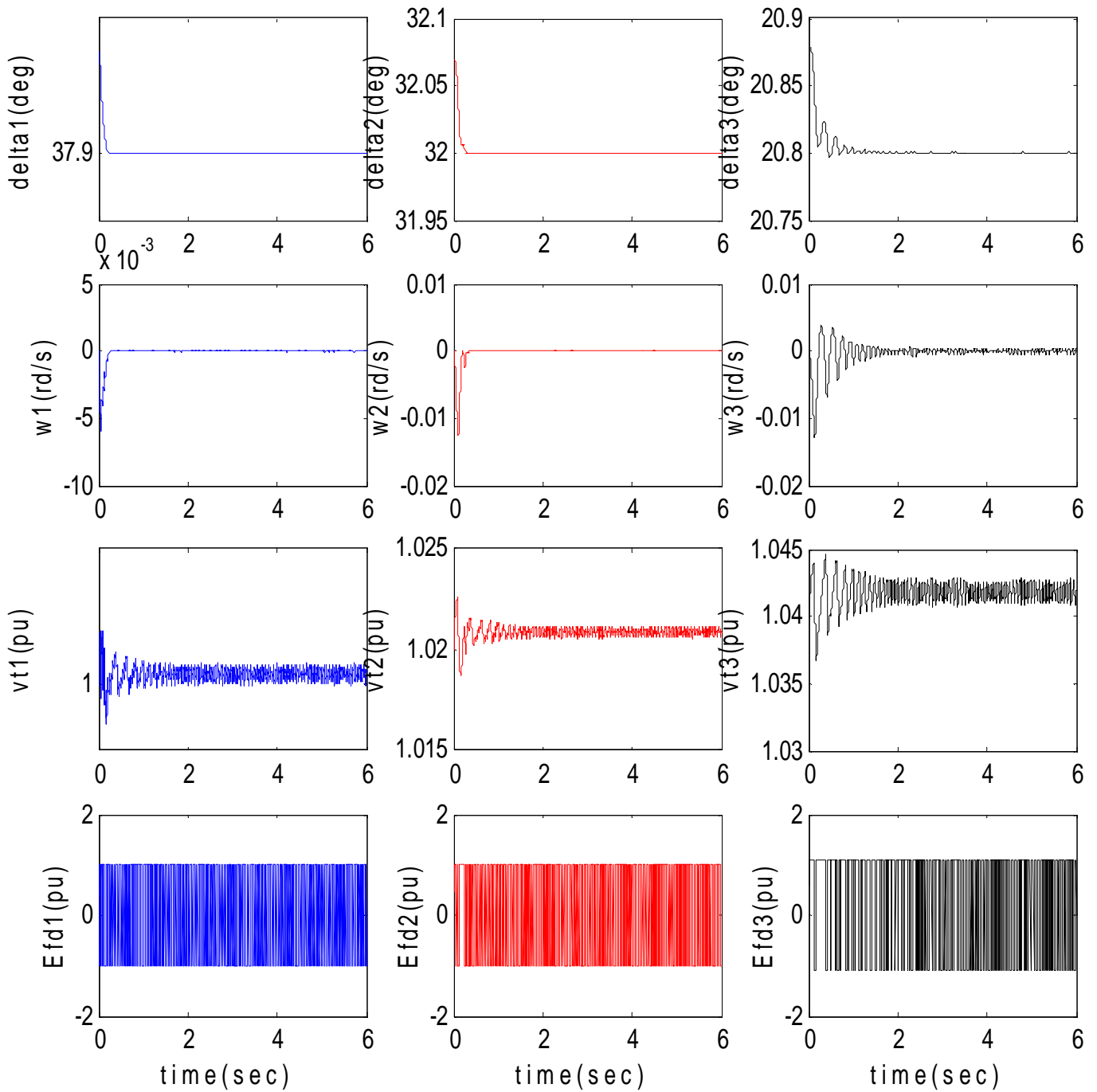


Fig 4.5 Réponse du système avec les sorties désiré autour de points de fonctionnements

### 4.7.2 Simulation avec tests de robustesses :

Des tests de robustesses vis-à-vis d'un court-circuit pendant 0.05 s (Fig 4.6)

Un test d'accroissement brutale (de 20%) de la puissance mécanique est donné par la Fig(4.7).

Un test de décentralisation est également effectué en simulant des défaillances au niveau des stations de commandes. les résultats correspondants sont données par les Fig (4.8 ;4.9 ;4.10).

A travers les résultats de simulations obtenus, nous pouvant observer la robustesses de commandes par apport aux court-circuit et par rapport à l'accroissement brutal de la puissance mécanique.

La décentralisation est démontrée par le test de défaillances de stations de commandes. Ces résultats importants de notre investigation nous ont permis de conclure que pour appliquer la commande par mode glissant d'ordre supérieur décentralisée, il suffit de prendre en considération les approximations de  $w_i$  qui est lié aux interconnexions.

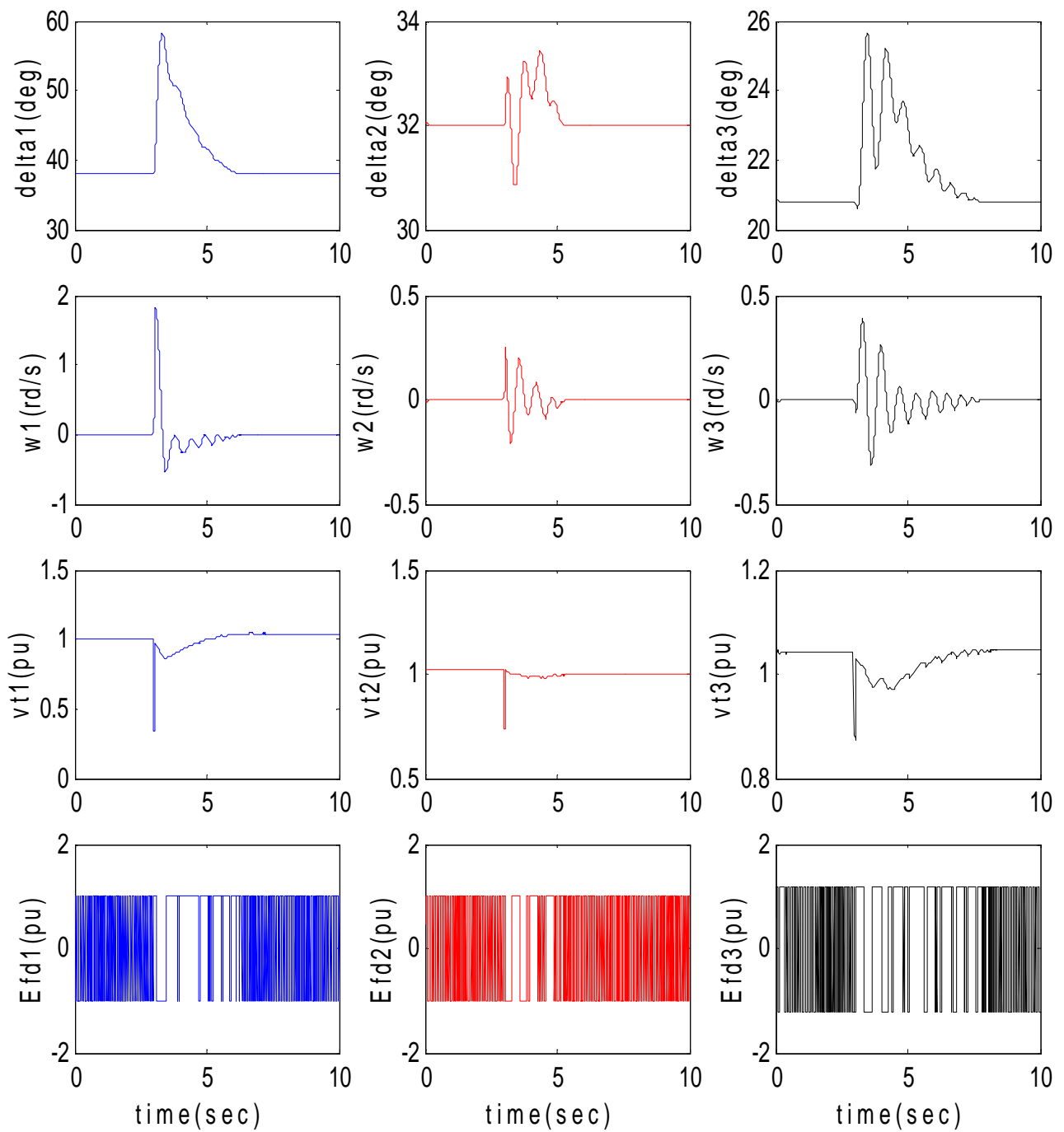


Fig 4.6 Réponse de système avec un court-circuit à  $t=3s$

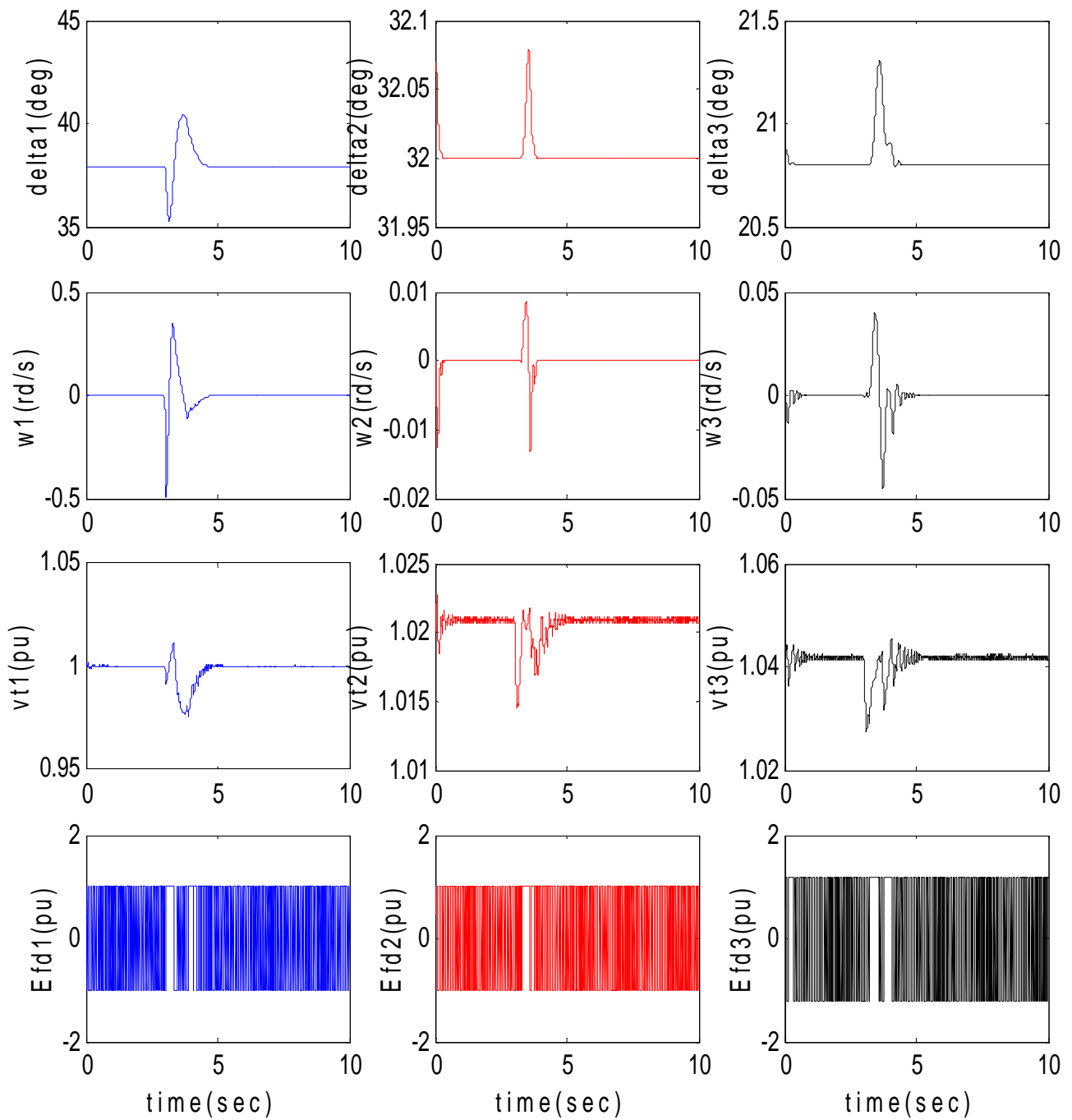


Fig 4.7 Réponse de système avec accroissement brutale de puissance 20% à  $t=3\text{s}$

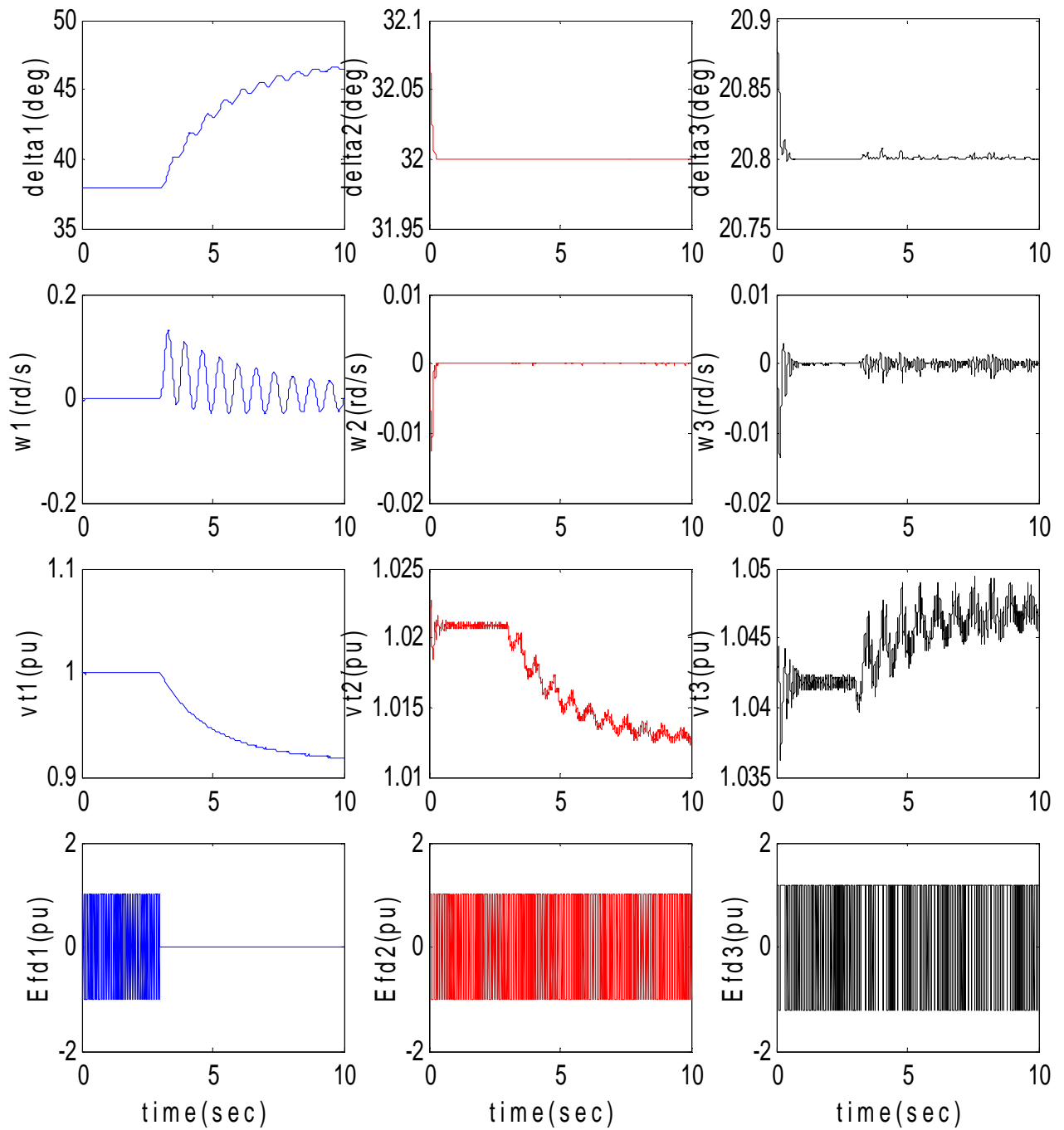


Fig 4.8 Réponse du système avec test de défaillance (Ef1=0) à t=3 s

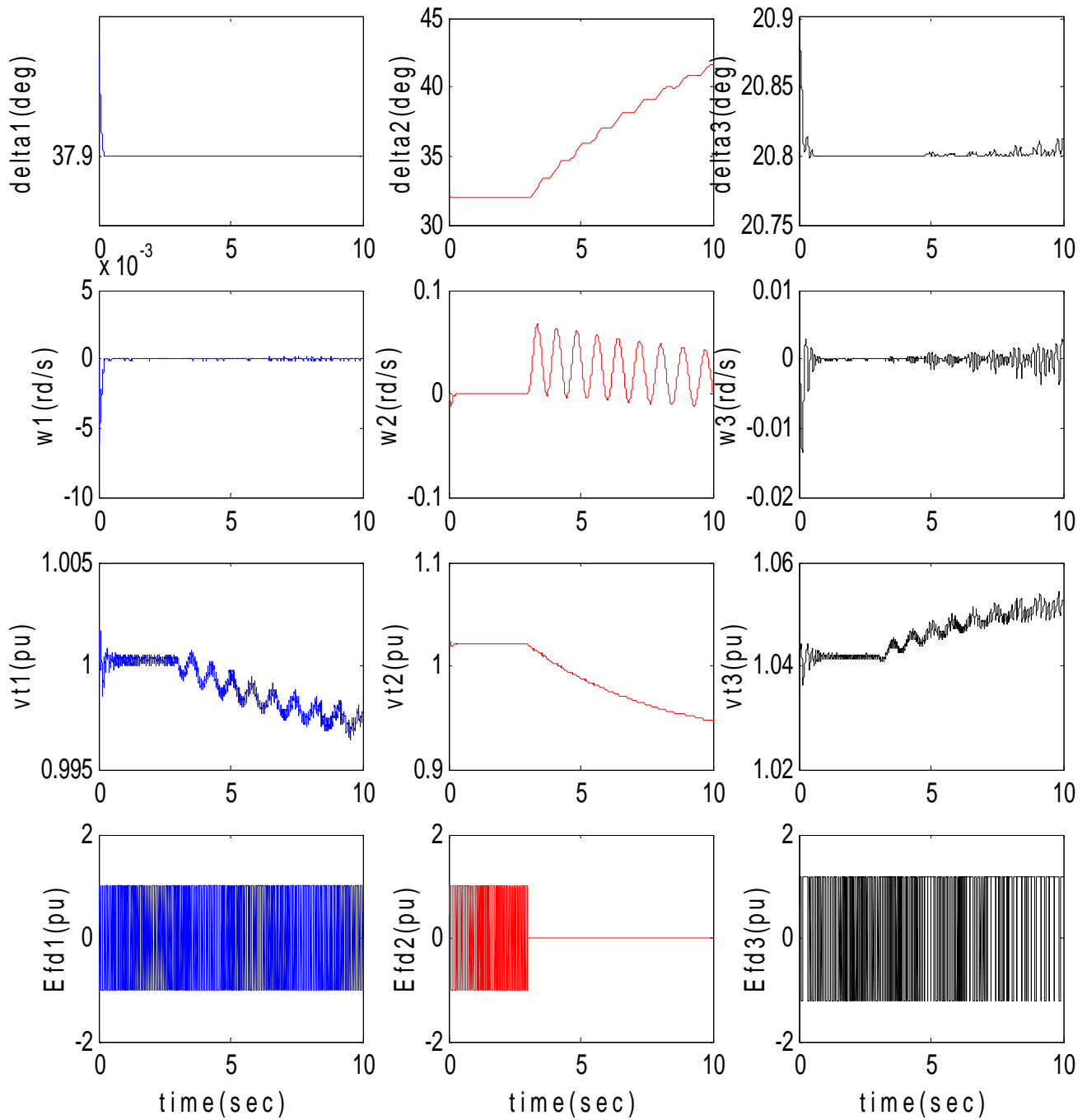


Fig 4.9 Réponse du système avec test de défaillance ( $E_{f2}=0$ ) à  $t=3$  s

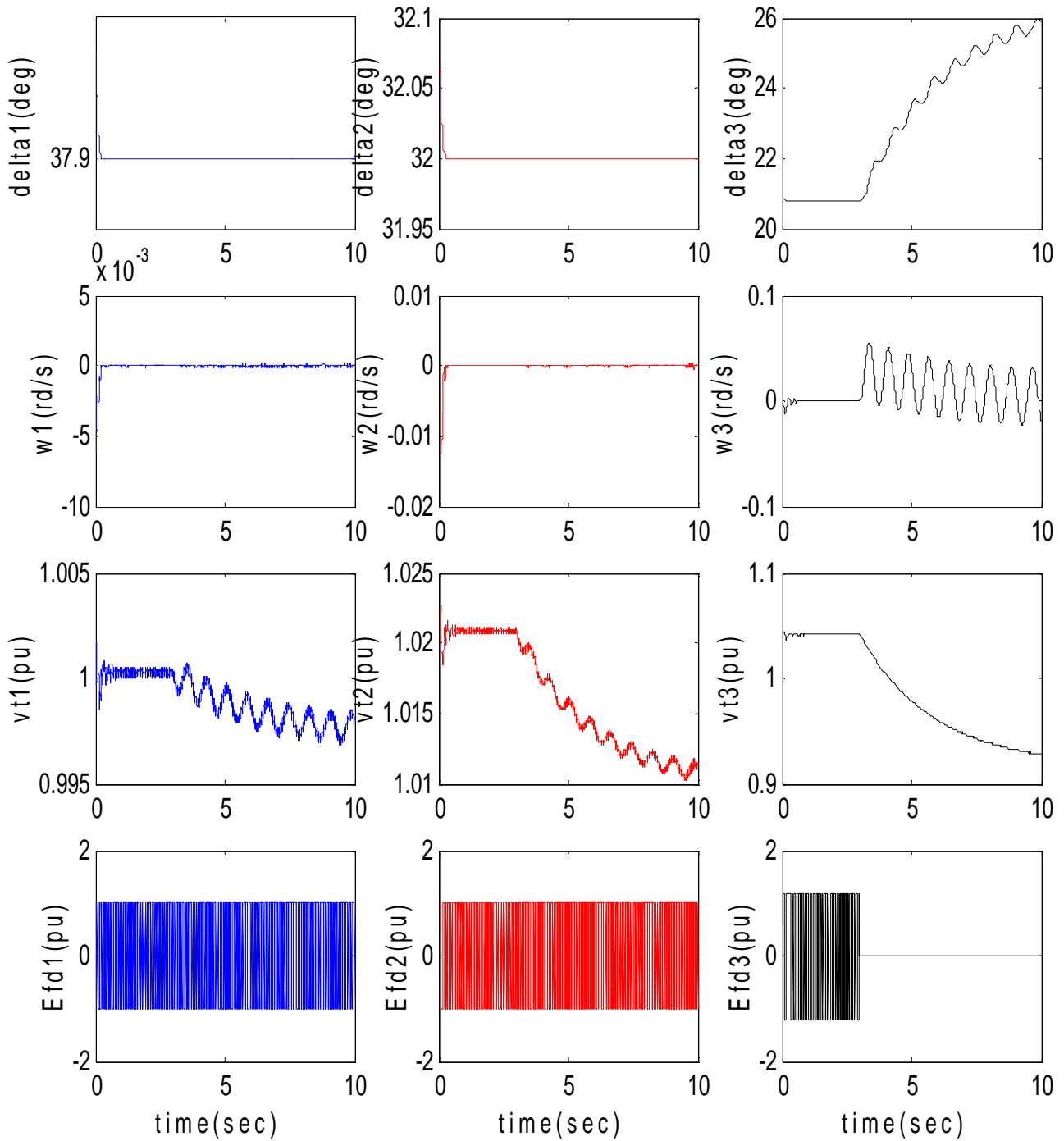


Fig 4.10 Réponse du système avec test de défaillance ( $E_{f3}=0$ ) à  $t=3$  s

## 4.8 Introduction de la fonction saturation

Dans ce paragraphe nous allons introduire et tester en simulation la technique de la commande par mode glissant ordre 3 décentralisée. En utilisant la fonction saturation afin d'éliminer le phénomène de chattering.

La structure discontinuée (*sign*) de la commande peut être lisse si nous remplaçons la discontinuité de la fonction *sign* par la fonction de saturation *sat*, dans ce cas le résultat de processus devient lisse.

Considérons par exemple la fonction discontinue  $sign\left(\dot{s} + \sqrt{|s|} \cdot sign(s)\right)$ , cette fonction peut être remplacée par  $sat\left(\dot{s} + \sqrt{|s|} \cdot sign(s)\right)$  où la fonction de saturation est définie par [31]:

$$sat(x) = \begin{cases} x & si \quad |x| < 1 \\ sign(x) & si \quad |x| \geq 1 \end{cases} \quad (4.26)$$

ou bien par  $max[-1, min(1, \dot{s} + \sqrt{|s|} \cdot sign(s))]$  [32]

le contrôleur 3 – glissant utilisé est:

$$u = -\lambda \cdot sign\left(\dot{s} + \left(2|s|^3 + |s|^2\right)^{(1/6)} \cdot sign\left(\dot{s} + |s|^{(2/3)} \cdot sign(s)\right)\right)$$

après remplacement de la fonction *sign* par la fonction *sat* la commande devient :

$$u = -\lambda \cdot max[-1, min(1, \dot{s} + \left(2|s|^3 + |s|^2\right)^{(1/6)} \cdot max[-1, min(1, \left(\dot{s} + |s|^{(2/3)} \cdot sign(s)\right))])]$$
 (4.27)

Les objectifs et les tests de robustesses de cette partie ont été les mêmes que celle de la partie précédente.

La première figure (4.11) représente le résultat de simulation de test de poursuite. Et les tests de la robustesse (court-circuit et l'accroissement de la puissance) sont présentés par les figures (4.12, 4.13).

Enfin on termine par le test de la décentralisation des commandes, les résultats de ce test sont présentés par les figures (4.14, 4.15, 4.16). Les paramètres de la commande sont donnés par le tableau ci-dessous.



Les résultats de simulations montrent bien l'efficacité de la méthode appliquée, tel que la convergence en temps fini (figure 4.11) et la robustesse par rapport aux perturbations (court-circuit, accroissement brutale de la puissance) figure (4.12, 4.13).

D'après les résultats de simulations obtenus nous remarquerons que le phénomène de chattering est totalement éliminé dans les commandes d'excitations.

Par contre pour le test de décentralisation, toutes les stations de commande sont influées par ce test.

N° Fig	Machine	$\delta$ (deg) désirée	Coef $\alpha$	Test de robustesse	Intervalle de $Efd$
4.11	1	38.15	28	Non	[-1, 1]
	2	32.8	26	Non	[-1, 1]
	3	20.7	27	Non	[-1, 1]
4.12	1	38.15	28	Court-circuit à t=3s	[-1, 1]
	2	32.8	26		[-1, 1]
	3	20.7	27		[-1, 1]
4.13	1	38.15	28	Accroissement Brutale de Puissance à t=6s	[-1, 1]
	2	32.8	26		[-1, 1]
	3	20.7	27		[-1, 1]
(4.14,4.15,4.16)	1	38.15	28	Défiance à t=6s	[-1, 1]
	2	32.8	26		[-1, 1]
	3	20.7	27		[-1, 1]

Tab 4.3 : Paramètres de loi de commande 3-glissant décentralisée après le remplacement de la fonction sign par la fonction sat

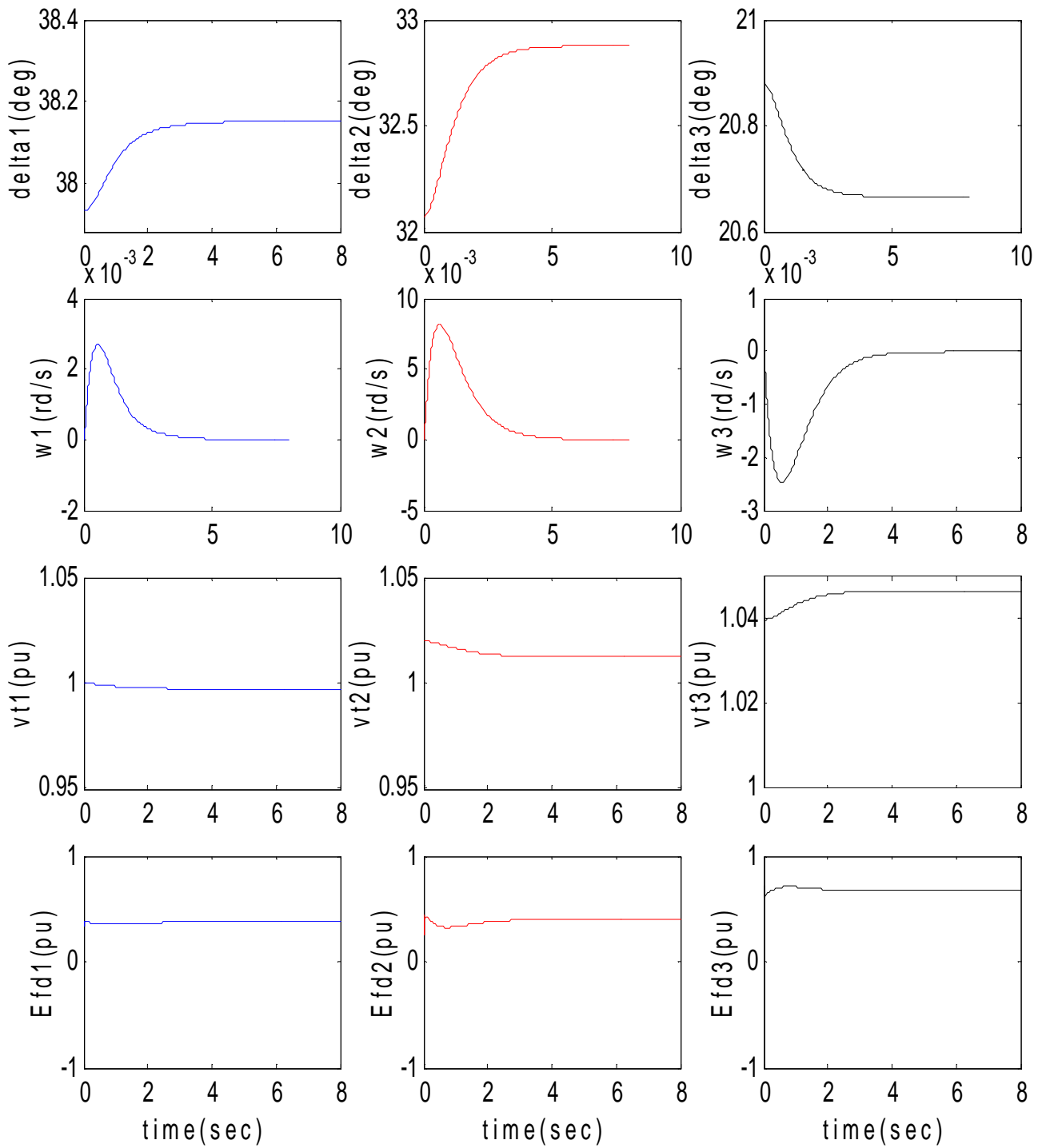


Fig 4.11 Réponse du système avec les sorties désirés autour de points de fonctionnements

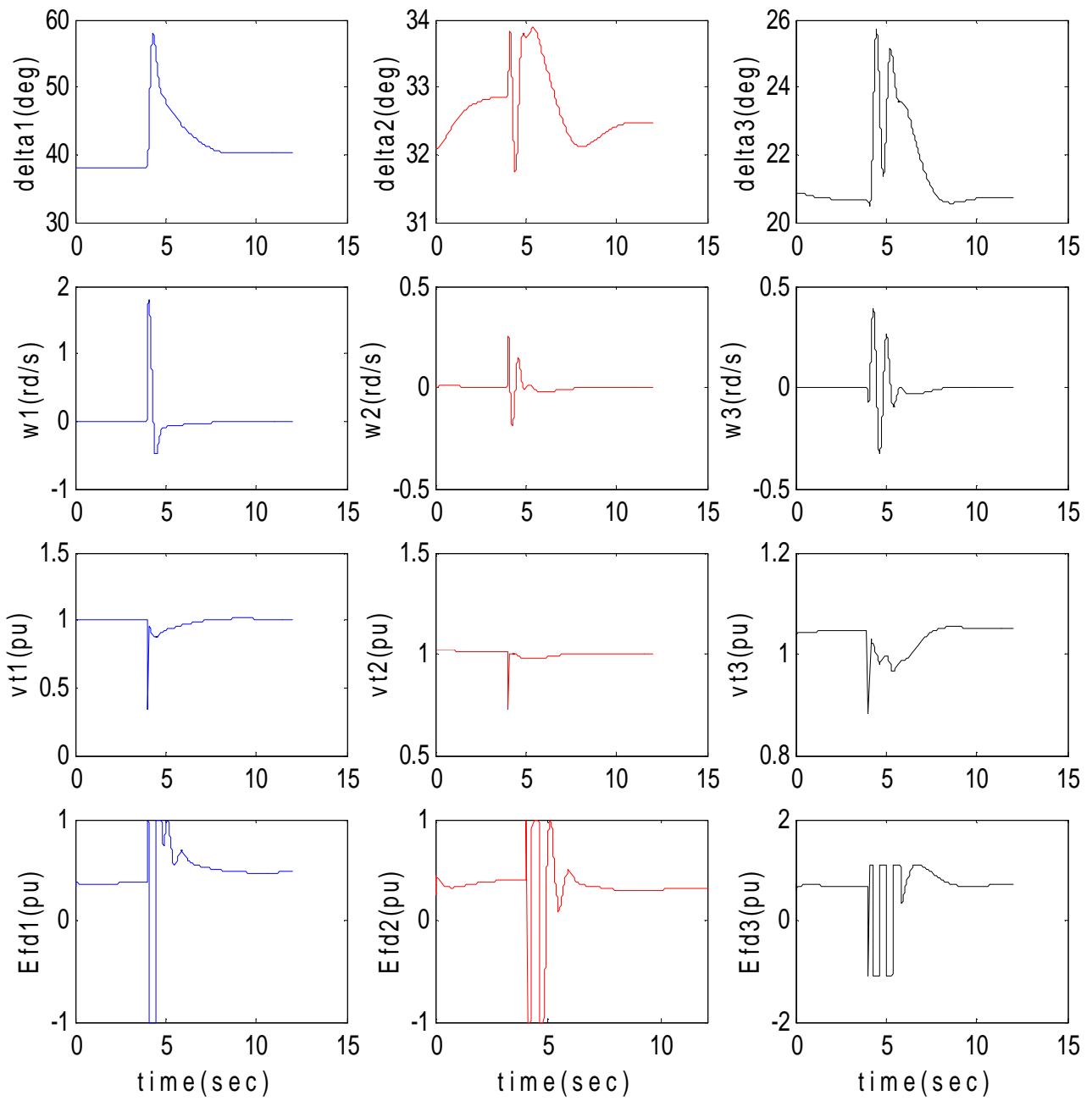


Fig 4.12 Réponse du système avec test de court-circuit à t=3 s

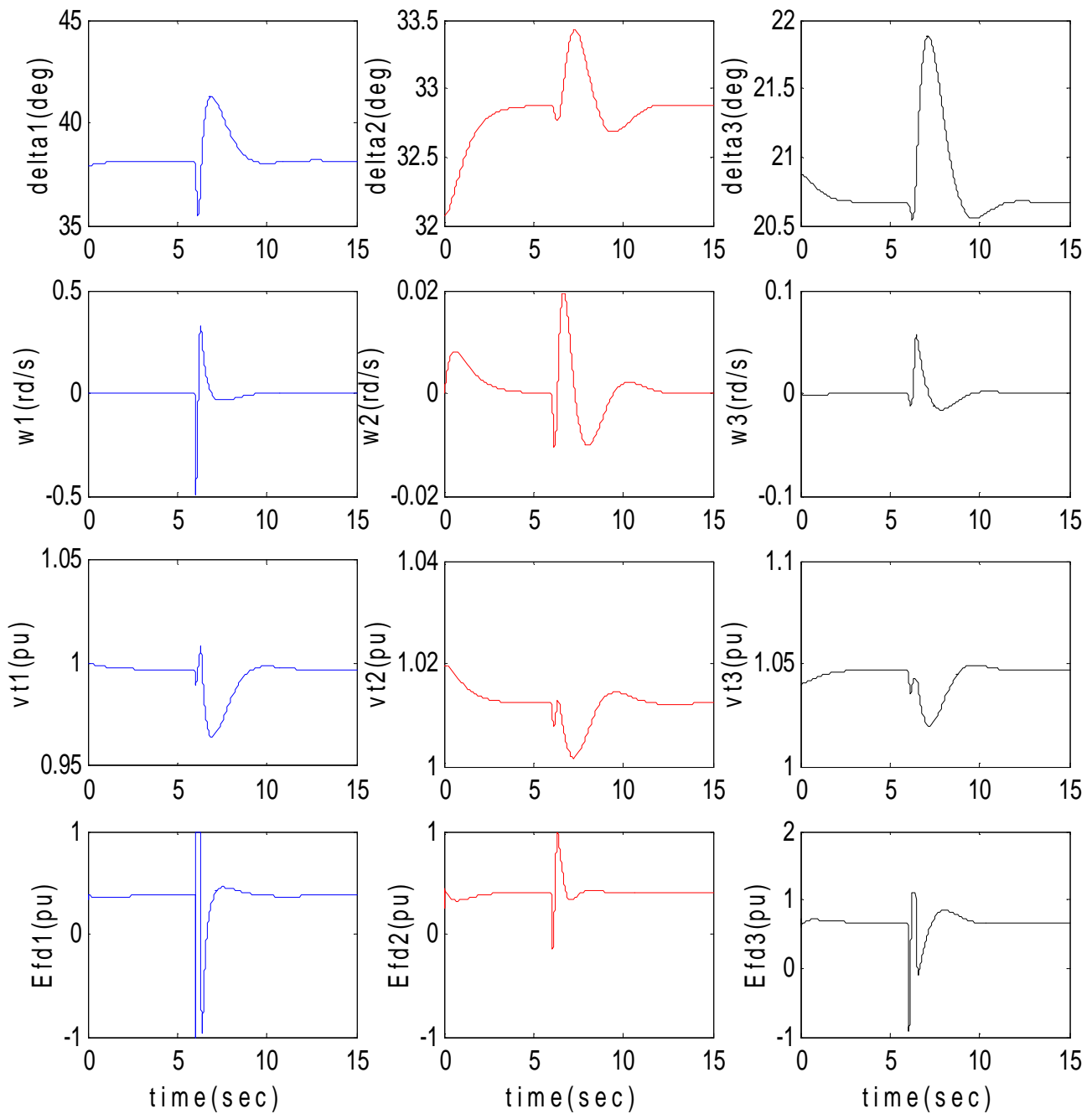


Fig 4.13 Réponse du système avec Accroissement de la puissance mécanique 20% à  $t=6$  s

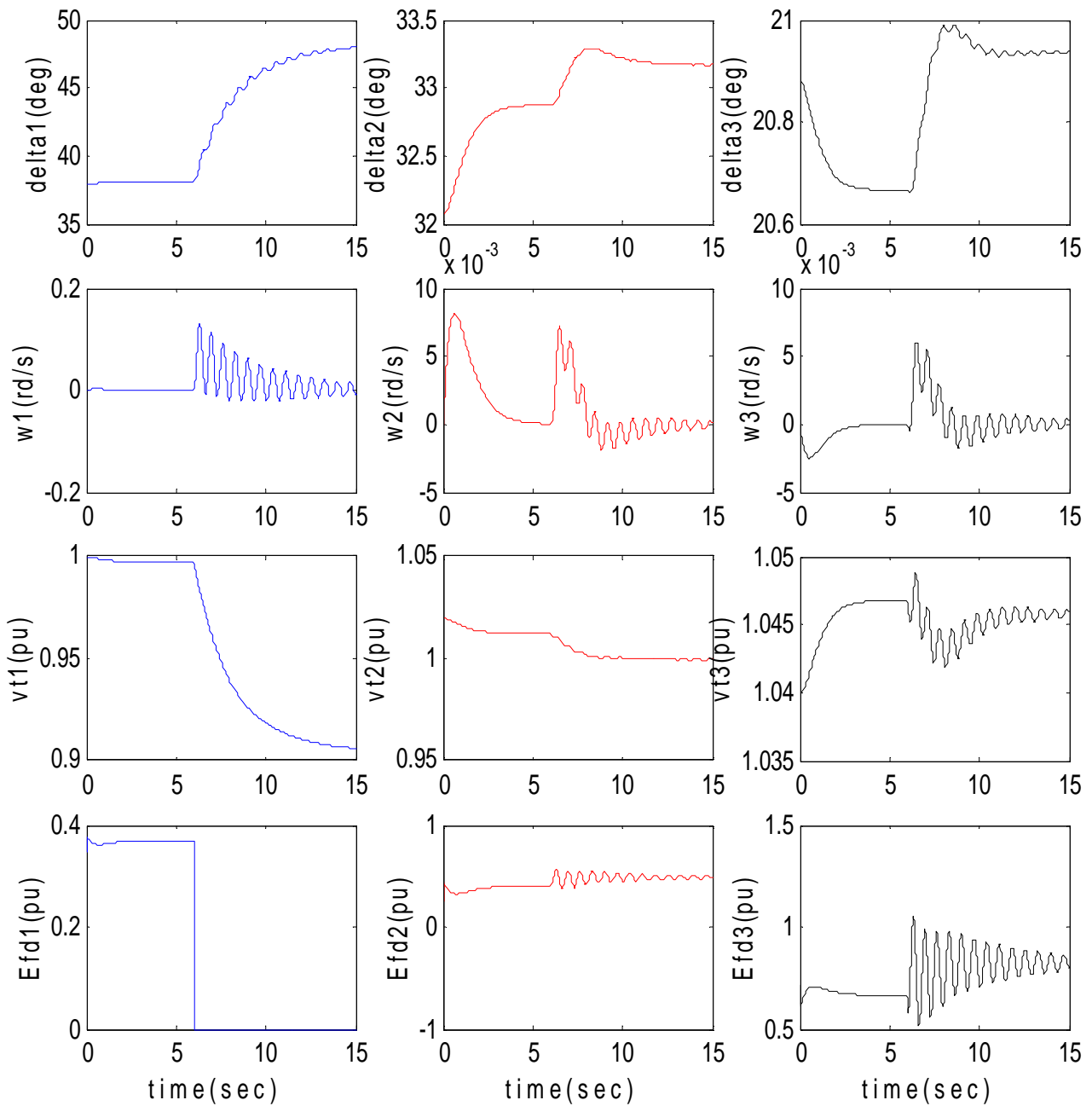


Fig 4.14 Réponse du système avec test de défaillance ( $E_{f1}=0$ ) à  $t=6$  s

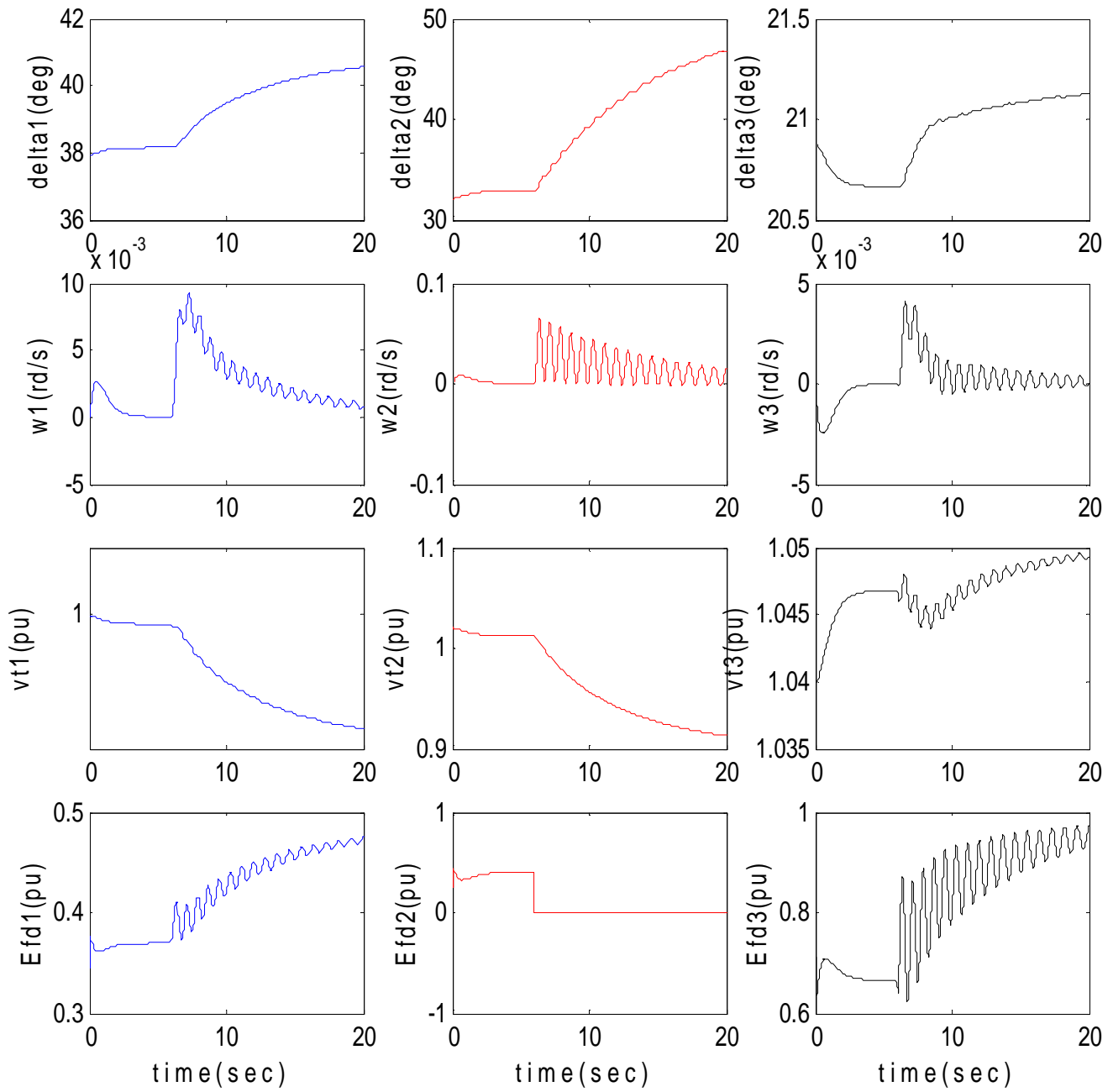


Fig 4.15 Réponse du système avec test de défaillance ( $E_{f2}=0$ ) à  $t=6$  s

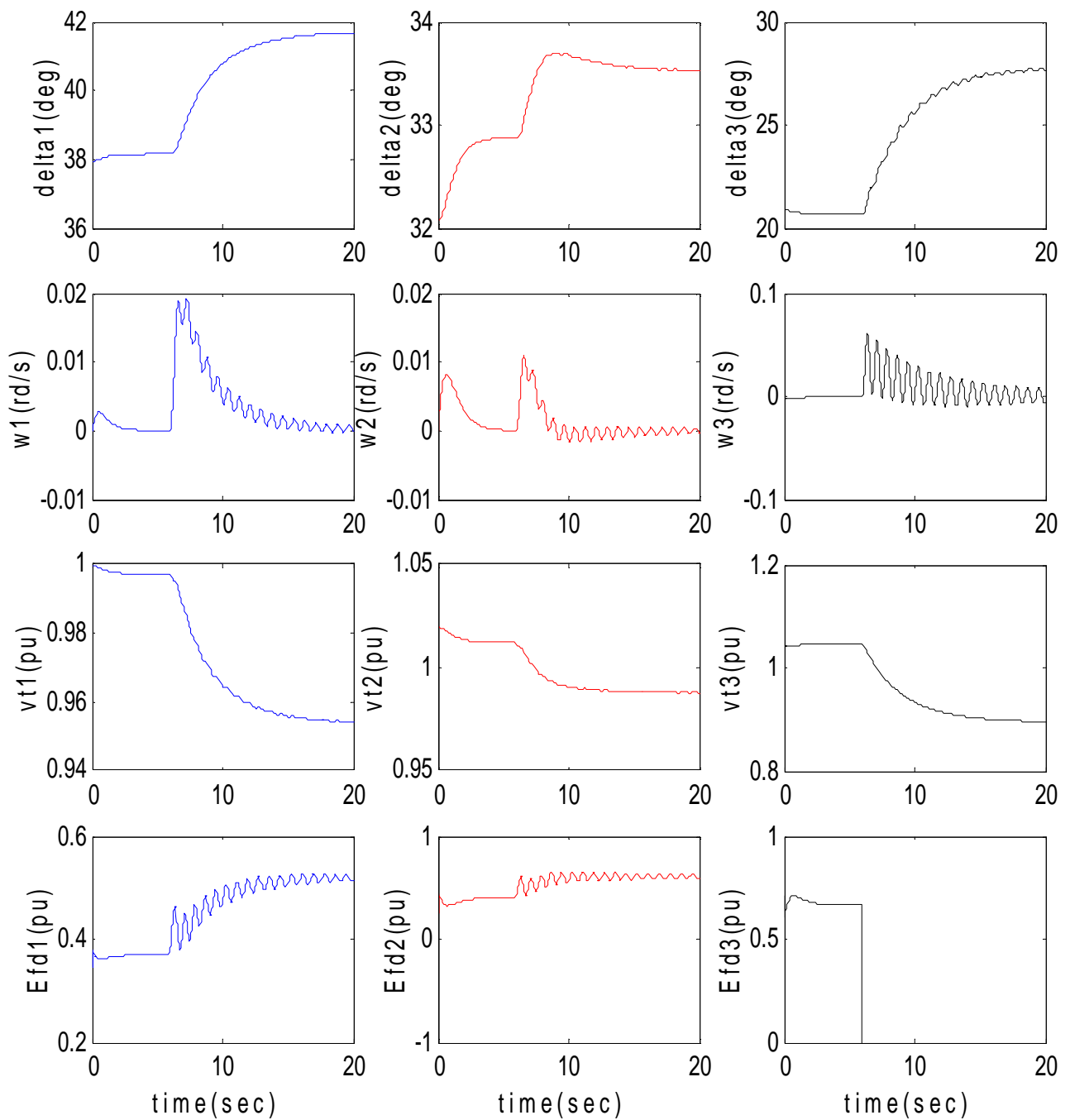


Fig 4.16 Réponse du système avec test de défaillance ( $E_{f3}=0$ ) à  $t=6$  s

## 4.9 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons appliqué la commande par mode glissant d'ordre 3 sur un réseau électrique multi-machines à modèle nonlinéaire. L'objectif de cette loi est de maintenir l'angle interne de chaque générateur à une référence désirée  $\delta_{id}$ .

Dans un premier lieu nous avons utilisé la commande par **MGOS** sur notre système nonlinéaire. Les résultats de simulations obtenus ont montré l'inefficacité de cette technique sur le modèle nonlinéaire.

Les résultats ont pu être améliorés en combinant cette commande avec un découplage linéarisant.

Dans un premier temps nous avons considéré le cas d'une simulation sans test de robustesse, puis avec diverses tests de robustesses.

A travers les résultats de simulations, nous avons pu constaté des résultats appréciables concernant la régulation précise de l'angle interne de chaque générateur, ainsi que la convergence de la tension terminale vers une valeur nominale (autour du point de fonctionnement).

Concernant les deux premiers tests de robustesses de la commande, les résultats obtenus sont satisfaisants.

Par contre dans le troisième test, la défaillance des deux premières stations de commandes affectées la troisième station de commande.

Dans la dernière partie nous avons appliqués la méthode classique dont le but d'éliminer le phénomène de 'Chattering', qui est due à l'existence des fonctions *sign* dans la structure des commandes d'excitations.

Cette méthode consiste à remplacer la fonction *sign* par la fonction *sat*.

D'après les résultats de simulations, nous tirons les remarques suivantes :

Les avantages :

- Garder les comportements de la technique précédente (convergence en temps fini, la robustesse par rapport aux perturbations).
- Elimination du phénomène de chattering dans les commandes d'excitations et par conséquent la diminution de l'énergie des commandes d'excitations (augmenter la durée de vie des actionneurs).

Les inconvénients :

- Dégradation de performance en terme de décentralisation (due au remplacement de la fonction *sign* par la fonction *sat*).





## **CONCLUSION GENERALE**

## CONCLUSION GENERALE

La contribution principale de ce mémoire est l'utilisation de la commande décentralisation par mode glissant d'ordre supérieur (*3-glissant*), pour la commande de réseau électrique multi-machines à modèle non linéaire.

Nous avons élaboré à cet effet, un schéma de commande permettant de régler le problème de synchronisation (l'angle interne) au niveau de chaque machine du réseau multi-machines, par conséquent la stabilisation de la tension terminale autour de la valeur nominale.

Dans ce contexte, nous avons proposé une méthode de synthèse de régulateurs décentralisés combiné avec la technique de linéarisation par bouclage non linéaire.

La décentralisation simplifie largement la synthèse de la commande par mode glissant d'ordre supérieur car elle permet de synthétiser pour chaque sous-système une commande locale.

Le choix du réseau électrique est motivé par le fait qu'il représente un bon exemple de systèmes complexes fortement interconnectés, pour lequel l'élaboration d'une étude profite pleinement de la technique de décentralisation. Pour cela, dans le premier chapitre, nous avons présenté les éléments nécessaires pour la modélisation des réseaux électriques multi-machines. Un modèle non linéaire a été élaboré pour un réseau comportant  $n$  générateurs ce modèle permettra d'évaluer la stabilité transitoire. Afin de valider le modèle ainsi obtenu des tests de simulations ont été effectués. Un accroissement brutal de la puissance mécanique a été également simulé.

La linéarisation par bouclage non linéaire est mise en oeuvre dont l'objectif est de décentraliser notre système, pour le quel nous pouvons appliquer la commande par mode glissant d'ordre supérieur. C'est l'objet de deuxième chapitre, qui représente en détail la technique de linéarisation par bouclage non linéaire pour les deux cas, monovariante et multivariante.

Avant d'entamer l'application de commande par mode glissant d'ordre supérieur décentralisée, et dont le but de mieux comprendre l'apport et l'utilité de cette technique, nous avons consacré le chapitre trois à l'étude du problème de la stabilisation via les modes glissants d'ordre supérieur. Pour cela nous avons présentés les notions de bases telles que l'attractivité et l'invariance des surfaces de glissements, la commande équivalente, la dynamique en régime glissant, les propriétés de robustesses ainsi que le phénomène de chattering. Afin d'appliqué quelques exemples dont l'objectif est de montrer les avantages et les inconvénients des techniques des modes glissants d'ordre deux telles que (Twisting et SuperTwisting) et la technique de mode glissant d'ordre  $n$  (Ordre de glissement  $\geq 2$ ) de M.Levant. Les résultats de simulation sur les exemples montrent bien les performances obtenues par l'application de la commande par mode glissant d'ordre supérieur par rapport aux algorithmes de *2-glissant*, telles que la convergence parfaite en temps fini et l'élimination du phénomène de "Chattering".

Le dernier chapitre a été l'application de la commande par mode glissant d'ordre supérieur (*3-glissant*) décentralisée à un réseau électrique multi-machines. Avant d'entamer cette application nous avons appliqué la commande par mode glissant d'ordre trois sur notre système non linéaire. Les résultats de simulations montrent bien que cette commande n'est pas efficace. Pour cela il fallait introduire la technique de bouclage non linéaire. Le remplacement de la fonction sign par la fonction de "saturation" a permis de réduire le phénomène de chattering.

L'application sur le réseau électrique a montré les bonnes performances de cette technique et nous a permis de remarquer que nous pouvons utiliser la technique de décentralisation si en prenant en considération les approximations des termes d'interconnexions.

Les tests de robustesses sont basés sur l'application des perturbations sévères, rapides et de fortes amplitudes pour pouvoir évaluer la stabilité transitoire du réseau électrique.

Le premier test est un court-circuit triphasé appliqué pendant une durée de 0.05s suivi par l'ouverture de la ligne affectée. Les différents contrôleurs ont pu surmonter cette perturbation et ont parvenus à rétablir le réglage des angles internes ainsi que de stabiliser les tensions terminales à la valeur nominale.

Le deuxième test est l'accroissement des puissances mécaniques fournies aux rotors des générateurs de 20%. Les résultats de simulations montrent bien que ce test est réussi pour toutes les stations de commandes.

Le dernier test, concernant l'efficacité de la décentralisation, est réalisé par la simulation d'une défaillance au niveau d'une station de commande locale. Ce test a montré que les deux premiers contrôleurs par mode glissant d'ordre supérieur non défaillants arrivent à supporter cette perturbation, ce qui assure la stabilité transitoire du réseau électrique. Par contre le troisième régulateur est sensible à ce test.

Finalement, et tant que le phénomène de chattering a toujours existé, nous avons utilisé la fonction de saturation qui est lisse au lieu de la fonction *sign* qui est discontinue.

Les résultats de simulations montrent bien que cette méthode est efficace en éliminant totalement le phénomène de chattering.

Ainsi, les résultats obtenus dans ce travail montrant l'efficacité de l'approche proposée en terme de robustesse vis à vis aux, court-circuit, de l'accroissement brutal de la puissance mécanique et pour le test de décentralisation.

Enfin, on peut tirer les remarques suivantes sur l'approche utilisée

Les avantages :

- cette commande permet de diminuer le volume de calculs au niveau des unités de commandes locales ainsi que la minimisation du taux d'échange d'informations entre les sous-systèmes utilisés pour la génération des lois de commande. Ceci est dû à la décentralisation
- convergence en temps fini de la sortie vers la référence désirée.
- meilleures précisions de la convergence.
- temps de réponse petit.

Les inconvénients:

- présence du phénomène de chattering sans l'introduire la fonction saturation.
- nombre d'informations nécessaire pour la détermination de la loi de commande

augmente, dans notre cas nous avons besoin de  $s, \dot{s}$  et  $\ddot{s}$ .



### ***References Bibliographies:***

- [1] J.Machowski, S.Rboak, J.W.Bialek, J.K.Bumby, N.Abi-Samra, « Decentralized Stability Enhancing Control of synchronous generator », *IEEE Transactions on power systems*. Vol 15, N°4, Novembre 2000
- [2] Matthews.G.P, « Variable Structure control of interconnected non-linear system », PHD 1985 university-microfilms international.
- [3] Buhler.H, « Réglage par mode de glissement », P.P.R, Lausanne, Swaziland, 1988.
- [4] Hung.J.Y,Gao.W and Hung.J.C,« Variable structure control a survey », *IEEE Trans on industrial electronics* 1993.
- [5] Ourari.M, « Commande multivariable par mode de glissement appliquée aux convertisseurs électriques », Thèse de magistère E.N.P 1995.
- [6] Kanoun.B, Kessi.I, « Etude comparative de la commande par mode de glissement à base des observateurs, application pour différents pendules inversés », P.F.E, E.N.P 1998.
- [7] MELAHI Ahmed « Commande Décentralisée par logique floue des processus complexe : Application aux réseau électrique » thèse de Magister en automatique ENP 2001.
- [8] Poul.M.Anderson,A.A.fouad «Power system control and stability »,the IOWA state university press,Ames, IOWA.1977.
- [9] IEE internationnal conference on advances in power system control, opération and management, Novembre 1991 Hong-kong.
- [10] HASSAN K.KHALIL. « Nonlinear systems » Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ 07458, 1996
- [11] J.W.Chapman, M.D.Lic, C.A.King, L.Eng, H.Kaufman « Stabilizing a Multi-machine Power system via Décentralized Feedback Linearizing Excitation control » *IEEE Transaction on Power systems*.vol.8, n.3, August 1993.
- [12] Lingling Fan, Ali Feliachi, Asad Davar, «Decentralized Control of Power systems Using Disturbance Accommodation Technique » Proceeding of American Control Conference Arlington, VA june 25-27, 2001.
- [13] G.J.Li, T.T.Lie, C.B.soh, G.H.yang,« Design AND Application of Decentralized NON-Linear  $H_{\infty}$  Control Stability Echancement in Power systems» *Proceeding of the IEEE international coference on control Application Trieste*, Italy, 1-4 september 1998.
- [14]A.Necib, O. Zeroual, «Commande décentralisée optimale et par placement de pôles : application a un réseau électrique » PFE en automatique: ENP,1998.
- [15] V.I.Utkin, « Sliding mode and their application in variable structure systems »,MIR Publishers, Moscow, 1978

- [16] D.Rerkpreedapong, A.Fliachi, « Decentralized Control of Nonlinear Electric Power System Thru Excitation and Governor Systems Using Local Measurements and Feedback Linearization »,Proc-43rd, IEEE Midwest Symp.on circuit and systems, Lansing MI,Aug 8-11,2000.
- [17] J.W.Chapman, M.D.Lic, C.A.King, L.Eng, H.Kaufman « Stabilizing a Multi-machine Power system via Décentralized Feedback Linearizing Excitation control » *IEEE Transaction on Power systems*.vol.8, n.3, August 1993.
- [18] H.Nijmeijer A.J.van der Schaft, « Nonlinear Dynamical Control Systems »,Springer-Verlag New York Inc.1990.
- [19] M. Levant, L. Levantovsky « sliding order and sliding accuracy in sliding mode control» international Journal of Control, vol.58,no.6,pp.1247-1263,1993.
- [20] A. Levant «Arbitrary-order sliding modes with finite-time convergence. Proc.of the 6th »IEEE Mediterranean conference on control and systems, 1998.
- [21] A. Levant «Controlling output variable via higher order sliding modes» European Control Conference, 1999.
- [22] A. Levant « Universal siso sliding-mode controller with finite-time convergence » IEEE Transactions on Automatic control, 2001.
- [23]T.Salgado Jimenez «Contribution µa la commande d'un robot sous-marin autonome de type torpille » Thèse de doctorat de l'université Montpellier II, Le 21 décembre 2004
- [24]Lt. Cdr. Manish Vig « higher order sliding mode control of differentially flat systems», Master of Technology, indian institute of technology, Bombay Mumbai, 2004
- [25] H. K.khalil. « Nonlinear systems », Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ 07458, 1996
- [26] V. I. Utkin. « Sliding modes in control optimization. Communication and control engineering series», Springer - Verlag, 1992.
- [27] T.Floquet «Contribution à la commande par modes glissants d'ordre supérieur »Thèse de doctorat, Ecole Centrale de lille. Décembre 2000.
- [28] L.Fridman, A. Levant «Sliding Modes of Higher Order as a Natural Phemomenon in Control Theory », Springer-Verlag, London, 107-133,1996.
- [29] F.Hamerlain, «Stabilisation par modes glissants d'ordre supérieur de systèmes non holonomes : cas de robots mobiles à roues », Mémoire de Magister, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, Electronique, 2005.
- [30] W. Perruquetti and J. P. Barbot. «Sliding Modes control in Engineering», Marcel Dekker, Inc., 1999.



- [31] G.Bartoloni, A.Ferrara and E.Usai, «Chattering avoidance by second-order sliding mode control »,IEEE Tran, Automat, control, vol.43,no.2,pp.241-246, 1998.
- [32] M.Said Abdel Moteleb and Ahmed A.Ibraheem « Robust Fuzzy Sliding Mode Controller Desing for DC Motor with Experimental Implementation » Electronic Research Institute, National Research centre, Dokki , cairo, Egypt, SICE 2000 July 26–28, 2000, Iizuka.
- [33] L.Fridman and M.Levant «High Order Sliding Modes » Chapitre 3, Chihuahua Institute of Technology, Chihuahua, Mexico; Institute for Industrial Mathematics , Beer-sheva, Israel.

# **ANNEXE**

## ANNEXE

### PARAMETRES DU RESEAU A TROIS MACHINES

#### Paramètres de charges

$$A=0.4257-j2.038 \text{ p.u}$$

$$B=0.1121-j1.176 \text{ p.u}$$

$$C=0.4218-j1.475 \text{ p.u}$$

#### Paramètres de machines

Machine	$x_d(p.u)$	$x'_d(p.u)$	$T'_{d0}(p.u)$	$H(s)$	D
1	1.68	0.32	4.0	2.31	0
2	0.88	0.33	8.0	3.40	0
3	1.02	0.20	7.76	4.63	0

#### Points de fonctionnements

Machine	$\delta(deg)$	$P_m(p.u)$	$E_f(p.u)$	$V_t(p.u)$	$E_q'(p.u)$	$I_q(p.u)$	$I_d(p.u)$
1	37.93	0.8005	0.3770	0.9999	0.8430	0.9497	-0.3426
2	32.07	0.6863	0.4513	1.0200	0.7804	0.8795	-0.5983
3	20.88	0.5004	0.6077	1.0399	0.9509	0.5263	-0.4184

## Calcul de la matrice admittance réduite

Le défaut considéré ici est un court-circuit triphasé survenant sur la ligne de transmission qui lie le nœud (1) au nœud (2) égale à 20% de la longueur de cette ligne. Ce défaut est poursuivi par l'ouverture de cette ligne de transmission.

### Matrice d'admittance avant le défaut

La figure ci-dessous montre le réseau avant l'arrivée du défaut :

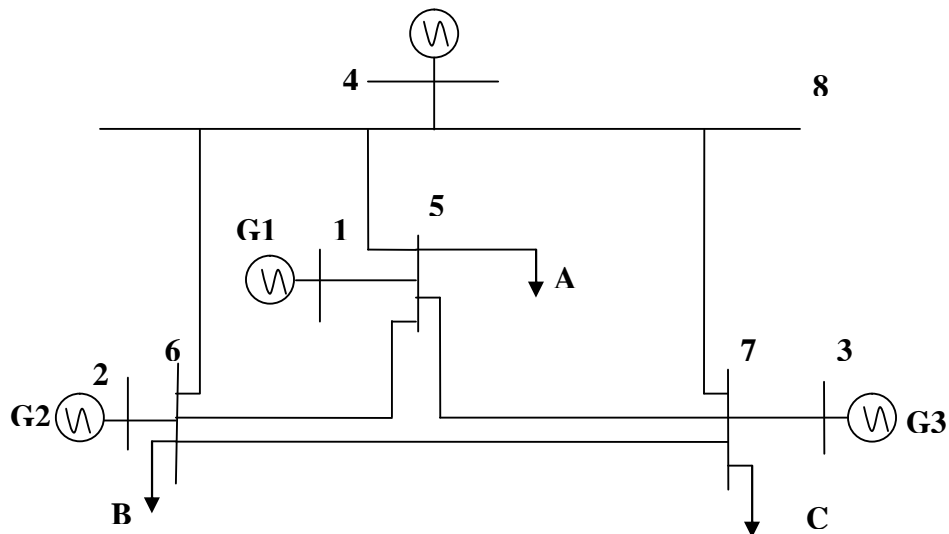


Fig A.1 le réseau avant le défaut

Les matrices d'admittances sont :

$$Bbd = \begin{bmatrix} 0.1827 & 0.0281 & 0.0193 & -0.1161 \\ 0.0281 & 0.1462 & 0.0386 & -0.1161 \\ 0.0193 & 0.0386 & 0.2633 & -0.1382 \end{bmatrix}$$

$$Gbd = \begin{bmatrix} -1.5941 & 0.3818 & 0.5030 & 1.1017 \\ 0.3818 & -1.8560 & 0.5227 & 1.3949 \\ 0.5030 & 0.5227 & -2.0235 & 1.5809 \end{bmatrix}$$

### Matrice d'admittance pendant le défaut

La figure ci-après montre le réseau pendant le défaut :



