



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
Département du génie électrique
Laboratoire de Commande des Processus

Mémoire de Magister

Spécialité Automatique
Option : Systèmes Intelligents de Commande et Robotique

Présenté par :
CHAKIR Messaoud
Ingénieur d'État en Automatique de l'ENP

THÈME

Commande Robuste Tolérante aux Défauts Application à la MSAP

Soutenu publiquement le 26/06/2006 à l'amphi A2 devant le jury composé de :

Président	F. BOUDJEMA	Professeur à l'ENP
Rapporteurs	M.S. BOUCHERIT M. TADJINE	Professeur à l'ENP Maître de Conférences à l'ENP
Examineurs	D. BOUKHETALA O. MAHMOUDI L. NEZLI	Maître de Conférences à l'ENP Maître de Conférences à l'ENP Docteur chargé de cours à l'ENP

2005/2006

Laboratoire de Commande des Processus
Ecole Nationale Polytechnique, 10, AV. Hassen Badi, El-Harrach, Algérie

à
ma mère

Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au sein du Laboratoire de Commande des Processus de l'École Nationale Polytechnique sous la direction de M Med TADJINE et M Med Seghir BOUCHERIT.

Qu'ils trouvent ici ma profonde reconnaissance pour leurs précieux conseils et la disponibilité dont ils ont toujours fait preuve à mon égard.

Mes remerciements vont aussi à Messieurs les membres du jury pour avoir accepté d'évaluer mon travail.

J'adresse aussi mes remerciements à l'ensemble des enseignants du Département du Génie Electrique et de la spécialité Automatique.

Enfin je voudrais réserver mes derniers remerciements à ma famille et à tous mes amis qui m'ont apporté un grand soutien le long de ce travail.

ملخص

يهدف هذا العمل إلى إدخال طريقة جديدة في التحكم المتحمل للخلل و تطبيقها على الآلة التزامنية ذات المغناطيس الدائم، بعد تقديم حالة فنية عن أنظمة التحكم المتحملة للخلل، نتعرض لإنجاز الأنموذج الرياضي الكامل للآلة و الذي يسمح لنا بدراسة استجاباتها في مختلف حالات و شروط العمل. يتم تعديل تأثير العزم المقاوم و التغيرات المشوشة في عوامل الآلة بواسطة نظام التحكم التراجعي المكين (backstepping) و لكن في حالة وجود خلل فإننا نستعمل هذه الطريقة الجديدة و التي ندرسها بالتفصيل. كما قمنا بطرح طريقة جديدة في حساب العوامل المؤدية إلى تعديل أثر الخلل على الآلة.

كلمات مفاتيح : أنموذج الآلة (MSAP) ، أنموذج التغيرات في العوامل، أنموذج الخلل ، التحكم التراجعي المكين ، كشف و عزل الخلل، تعديل أثر الخلل، نظام التحكم المتحمل للخلل.

Résumé

L'objectif de ce travail est de présenter une technique récente de commande implicitement tolérante aux défauts et de l'appliquer à la machine synchrone à aimants permanents. Après un état de l'art sur les systèmes FTC, nous élaborons un modèle complet de la machine qui permet d'étudier son comportement dans les différents régimes de fonctionnement. Le couple de charge et les perturbations paramétriques sont compensés par la commande robuste par backstepping mais la détection et la compensation de l'effet des défauts nécessite l'application de cette technique que nous étudions en détail. Nous proposons également une nouvelle technique de compensation des défauts.

Mots clés : modélisation de la MSAP, modélisation des perturbations, modélisation des défauts, commande robuste par backstepping, détection et isolation des défauts, compensation implicite de l'effet des défauts, commande tolérante aux défauts.

Abstract

In this work we introduce a recent implicit fault tolerant control technique for the permanent magnet synchronous machine. After a state of the art in the FTC domain, we elaborate the complete model of the machine witch allow to study its behavior in different cases. The unknown torque load and parametric variations are compensated by the robust backstepping control low but in order to detect and compensate faults, we use this technique witch we study in detail. We also propose a new method for generating compensation terms in the control low.

key words : PMSM modeling , perturbations modeling , fault modeling, robust backstepping control, fault detection and isolation, implicit fault's effect compensation, fault tolerant control.

Sommaire

INTRODUCTION GÉNÉRALE

CHAPITRE I : INTRODUCTION À LA COMMANDE TOLÉRANTE AUX DÉFAUTS

1.1 POURQUOI UNE COMMANDE TOLÉRANTE AUX DÉFAUTS ?	1
1.2 CLASSIFICATION DES DÉFAUTS	2
Défauts d'actionneurs	2
Défauts capteurs	3
Défauts de composants	3
1.3 MODÉLISATION DES DÉFAUTS	4
1.3.1 Défauts multiplicatifs	4
1.3.2 Défauts additifs	7
1.3.3 Défauts de Composants système	8
1.4 COMPOSANTES PRINCIPALES D'UN FTCS	8
1.5 ÉTAT DE L'ART DES SYSTÈMES FTC	11
1.5.1 Techniques FTC passives	11
Commande fiable (Reliable control)	12
Commande Robuste	12
1.5.2 Méthodes FTC actives	12
Pseudo Inverse	12
Attribution d'une structure propre	13
Commande multi-modèles	14
Commutation de régulateurs	15
Bloc FDD et FTC intégré	15
Modèle de référence	16
Commande adaptative	17
Commande prédictive	17
Analyse des systèmes FTC	18
Optimisation en ligne/redesign	18
Mesures et estimations tolérantes aux défauts	19
Neuro-floue:	19
1.6 CONCLUSION	19

CHAPITRE II : FORMULATION DU PROBLÈME FTC POUR LA MSAP

2.1 INTRODUCTION	20
2.2 MODÉLISATION DE LA MSAP	20
2.2.1 Obtention du modèle	20
2.2.2 Paramètres du modèle	25
2.2.3 Perturbations paramétriques	26
2.3 DÉFAUTS DANS LA MSAP	28
2.3.1 Les défauts dans une machine électrique	28
2.3.2 Les harmoniques dues aux défauts	30
a) Les défauts des roulements	30
b) Les défauts de l'armature ou du stator	31

c) Défauts du rotor	32
d) Défauts relatifs à l'excentricité	32
2.4 MODÈLE DE LA MSAP EN PRÉSENCE DE DÉFAUTS	33
2.4.1 Modélisation des harmoniques	34
2.4.2 résolution de l'exosystème	36
2.4.3 Effet sur le modèle	37
2.4.4 Expression matricielle des perturbations	38
2.4.5 Exemples	39
e1) un seul défaut au niveau du stator	39
e2) deux défauts au niveau du stator et du rotor	39
2.5 SIMULATION	40
Machine sans aucune charge	41
Effet du couple de charge	42
Effet d'une variation de 50% de R_s	43
Effet d'une variation de 80% de tous les paramètres	44
Effet d'une harmonique due à un seul défaut	45
Effet de trois harmoniques dues à deux défauts	46
2.6 CONCLUSION	47

CHAPITRE III : COMMANDE ROBUSTE PAR BACKSTEPPING

3.1 INTRODUCTION	48
3.2 MÉTHODES D'ANALYSE	50
3.2.1 Première méthode de Lyapunov	50
3.2.2 Deuxième méthode de Lyapunov	51
3.3 COMMANDE PAR LYAPUNOV	53
3.3.1 Application au design	54
3.3.2 Choix de la fonction de Lyapunov	56
3.4 COMMANDE ROBUSTE PAR LYAPUNOV	56
3.4.1 Stabilisation robuste	57
3.4.2 Amortissement non linéaire	58
3.5 DESIGN PAR BACKSTEPPING	60
3.5.1 Algorithme de base	61
3.5.2 Système d'ordre n	67
3.6 Backstepping Robuste	68
3.6.1 Principe	68
3.6.2 Applications	72
3.7 APPLICATION À LA MSAP	72
3.7.1 Objectif de la commande :	73
3.7.2 Récapitulation	75
3.8 SIMULATION	76
3.8.1 Absence de défauts	76
3.8.2 Présence de défauts	77
3.8.2.a Commande robuste nominale avec un défaut	77
3.8.2.b Commande robuste nominale avec deux défauts	78
3.8.3 Augmentation de la robustesse	79
3.9 CONCLUSION	80

CHAPITRE IV : COMMANDE TOLÉRANTE AUX DÉFAUTS

4.1 INTRODUCTION	81
4.2 PRINCIPE DE LA TECHNIQUE	81
4.3 POSITION DU PROBLÈME	82
4.3.1 Vérification de l'hypothèse	83
4.3.2 Objectif	83
4.3.3 Commande augmentée	84
4.3.4 Système d'erreurs	84
4.3.5 Récapitulation	86
4.4 MODÈLE INTERNE ET COMMANDE ADDITIVE	87
4.4.1 Modèle interne	87
4.4.2 Calcul de la commande u_{ad}	87
4.4.3 Remarque	89
4.4.4 Récapitulation	90
4.5 SIMULATION DE LA PREMIÈRE APPROCHE FTC	91
4.5.1 Présence d'un seul défaut	91
4.5.2 Manipulation des gains de réglage	92
4.5.3 Présence de deux défauts	93
4.6 DÉVELOPPEMENT D'UNE NOUVELLE APPROCHE	93
4.6.1 Modèle interne	93
4.6.2 Calcul de la commande u_{ad}	93
4.6.3 Récapitulation	95
4.7 SIMULATION DE L'APPROCHE FTC PROPOSÉE	96
4.7.1 Présence d'un seul défaut	96
4.7.2 Manipulation des gains de réglage	97
4.7.3 Présence de deux défauts	98
4.8 COMPARAISON DES DEUX APPROCHES	99
4.9 CAS ADAPTATIF	99
4.10 CONCLUSION	100
<hr/> <hr/>	
CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES	
<hr/> <hr/>	

Introduction Générale

Les exigences des systèmes de nos jours en terme de performances, combinées à la complexité des équipements nécessitent un degrés élevé d'automatisation, où une partie des tâches des opérateurs est assuré par des calculateurs ou des automates programmables, et où les systèmes de surveillance fournissent les informations utiles pour le diagnostic.

Dans un système de commande tolérant aux défauts classique, la compensation des défauts est réalisée après l'étape de détection et d'identification. Les solutions proposées sont coûteuses en hardware et software puisque elles nécessitent souvent la reconfiguration ou la restructuration du régulateur. Il est plus sensé de traiter les défauts dès leur apparition ce qui exige une approche systématique d'analyse et de conception afin d'assurer la fiabilité du système de commande. Techniquement, il est possible d'augmenter le système de commande standard en le dotant d'une capacité de manipuler les défauts.

L'augmentation du système de commande d'un bloc de diagnostic et de traitement des défauts est motivée par l'expérience industrielle. Il existe en effet, plusieurs cas où un simple défaut a causé l'arrêt total ou la détérioration d'équipements ce qui se traduit par des pertes en qualité et en quantité de production.

Contribution

Parmi les axes de recherche du LCP figure le diagnostic des défauts et les système de commande FTC. L'objectif de ce travail est de présenter une technique récente de commande *implicitement* tolérante aux défauts et de l'appliquer à la machine synchrone à aimants permanents. Nous proposons également une nouvelle technique de commande implicitement tolérante aux défauts qui présente des avantages par rapport à la technique trouvée dans la littérature. Notre travail se résume donc en :

- Modélisation de la MSAP dans le repère fixe ABC et le repère mobile de Park DQ
- Modélisation des perturbations paramétriques en utilisant la différentielle totale exacte d'une fonction à plusieurs variables
- Modélisation des défauts par l'introduction d'un système exogène stable qui fournit les harmoniques dues à ceux-ci.
- Conception d'une commande par backstepping robuste par rapport au couple de charge et aux perturbations paramétriques inconnus.
- Présentation de la technique de compensation implicite des défauts trouvée dans la littérature et application à la MSAP : mise en évidence de l'aspect FTC et l'aspect FDI.
- Proposition d'une nouvelle technique de compensation possédant des caractéristiques supérieures à celles de la précédente.
- Validation à chaque étape des résultats théoriques par simulation.

Position du problème

Comme pour toutes les machines électriques, le rotor et le stator de la MSAP sont sujets à des perturbations de types variés : thermique, électrique, mécanique...etc. dont la combinaison peut causer une défaillance dans le fonctionnement de la machine. Il est connu que l'effet de tels défauts se reflète dans les courants statoriques par des harmoniques de fréquences directement liée au type de défaut. Il faut donc concevoir un régulateur capable de compenser l'effet du couple de charge et des perturbations paramétriques (théorie de la commande robuste) mais aussi l'effet des défauts. Il faut aussi connaître la sévérité des défauts pour évaluer le degré de défaillance de la machine. Ceci est réalisé – dans ce travail – par l'ajout d'un terme additif à la commande nominale (commande robuste) issu du modèle interne qui reproduit les perturbations dues aux défauts.

Organisation du document

Le premier chapitre du document est une introduction à la commande tolérante aux défauts. On y trouve un résumé de toutes les notions théoriques nécessaires au développement d'une commande FTC et une idée détaillée sur les différents travaux effectués dans le domaine ainsi que les différents axes de recherche. Les avantages et les inconvénients de chaque représentation mathématique des défauts ont été discutés. Les points forts et les points faibles de chaque méthode de commande FTC ont été mis en évidence, ainsi que l'impacte du choix sur l'aspect pratique en terme de temps de calcul et performances.

Le modèle détaillé de la MSAP fait l'objet du deuxième chapitre, nous y avons inclus toutes les possibilités de perturbations : couple de charge, perturbations paramétriques et défauts de différents types. Le nombre de défauts n'est pas d'une grande importance car leur effet apparaît uniquement dans les différentes matrices du modèle. Par conséquent, toute solution FTC utilisant ce modèle tolère tous les défauts dont les fréquences ont été incluses dans la matrice de pulsations S . Les simulations en boucle ouverte permettent d'étudier le comportement de la machine, et l'effet de chaque perturbation sur son état. Les résultats de ce chapitre vont être exploités dans les chapitres suivants pour élaborer une commande robuste (chapitre III), et lui affecter un aspect FDI/FTC (chapitre IV).

Avant d'effectuer le calcul de la commande robuste par backstepping pour la MSAP, plusieurs définitions et exemples relatifs à cette commande et à l'analyse des performances des systèmes par les méthodes de Lyapunov sont donnés dans le chapitre trois. Le rejet de l'effet – aussi important soit-il – du couple de charge et des perturbations paramétriques, est réalisé en choisissant des gains de réglage K_{ij} convenables. Cependant, en cas de défauts, la commande ne peut plus préserver les performances désirées même si on augmente la robustesse. Ce problème est réglé par l'ajout d'un terme de compensation que nous déterminons dans la suite, dans le cadre de la commande tolérante aux défauts.

Le quatrième et dernier chapitre du document, traite de la commande FTC. On exploite les modèles obtenus dans le chapitre II, pour représenter les défauts et calculer un modèle interne capable de reproduire asymptotiquement les harmoniques produites par ceux-ci au niveau des courants statoriques. On introduit une technique de compensation implicite de l'effet des défauts en générant à partir de l'état du modèle interne, un terme additif à la commande nominale. L'approche que nous avons tirée de la littérature repose sur la résolution d'une équation de Sylvester qui est à l'origine de ses inconvénients. Ces inconvénients ont été éliminés par le développement d'une nouvelle approche de calcul du modèle interne. La comparaison des deux approches et les simulations montrent l'apport de l'approche que nous avons développée dans le cas où les fréquences caractéristiques des défauts sont connues a priori. Dans le cas contraire, c'est-à-dire que les fréquences caractéristiques des défauts ne sont pas exactement connues, on introduit une loi d'adaptation pour les estimer, ce cas n'est pas traité dans ce travail.

Ainsi nous concevons un régulateur FTC robuste capable non seulement de compenser les perturbations classiques à savoir le couple de charge et les perturbations paramétriques, mais capable aussi de compenser l'effet des défauts dès qu'ils apparaissent, et de les reproduire afin d'assurer la continuité et la sécurité du processus, et de donner une idée de l'ampleur des défauts dans le système.

Chapitre I

**Introduction à la Commande
Tolérante aux Défauts**

1.1 Pourquoi une commande tolérante aux défauts ?

De nos jours les systèmes de commande sont partout dans notre vie. Ils sont parfois invisibles pour la plus part d'entre nous : dans nos cuisines, lecteurs DVD et ordinateurs. Ils commandent les ascenseurs, ils sont dans nos voitures, avions...etc.

Les systèmes de commande sont présents dans pratiquement toutes les industries, réacteurs chimiques, colonnes de distillation, systèmes d'énergie nucléaire, ils fonctionnent constamment pour rendre notre vie plus confortable et plus aisée jusqu'à ce qu'ils **tombent en panne**.

Les *défauts* dans les systèmes technologiques sont des événements qui arrivent rarement, souvent à des moments inattendus. Dans [37] on trouve la définition suivante :

Un défaut est une déviation non permise d'au moins une propriété ou un paramètre caractéristique du système des conditions acceptables ou (et) standard

Fault is an unpermitted deviation of at least one characteristic property or parameter of the system from the acceptable/usual/standard condition.

Les défauts sont difficiles à prévoir, et lorsqu'ils apparaissent dans un système, les conséquences varient entre l'achat d'une nouvelle machine à café et d'énormes pertes humaines et économiques dans les systèmes critiques. Il y a eu de nombreux incidents dramatiques suite à des pannes dans des systèmes critiques :

1. L'explosion nucléaire de Tchernobyl, en Ukraine, le 26 avril 1986 : plus de 15000 morts et de 50000 blessés. Des millions de personnes ont été longtemps exposées aux radiations en Ukraine, Biélorussie, et en Russie.
2. l'explosion de Ariane 5 le 4 juin 1996, suite à un défaut dans l'unité interne de référence (Internal Reference Unit) dont le rôle est de fournir des informations sur l'altitude et la trajectoire au système de contrôle. [67].

La question qui se pose immédiatement est la suivante : ***Était il possible de faire quelque chose afin d'empêcher ces désastres ?***

Dans la plupart des situations, bien qu'on ne puisse pas empêcher l'apparition des défauts dans les systèmes, leurs conséquences pourraient être évitées ou, au moins, leur sévérité (en termes de pertes économiques, accidents,...etc.) peut être réduite au minimum. Si les défauts sont détectés et diagnostiqués au moment opportun, dans beaucoup de cas il est possible de *modifier la commande de sorte que le système puisse continuer son fonctionnement sans risque (probablement avec des performances dégradées) jusqu'à ce qu'il soit arrêté pour l'entretien*.

Afin de réduire au minimum l'éventualité des événements catastrophiques tels que ceux récapitulées ci-dessus, les systèmes critiques doivent être dotés de propriétés adéquates de fiabilité et de sûreté.

Une manière d'atteindre cet objectif est la conception de commandes *insensibles aux défaillances du système* ou encore **tolérantes aux défauts** (en anglais : Fault-Tolerant Control System ou FTCS). Un tel système pouvait être conçu pour mener le réacteur de Tchernobyl à un arrêt sûr avant qu'il s'explode. Dans les dernières minutes de l'accident d'Ariane 5 les informations d'altitude normales ont été remplacées par des informations que le système de commande n'a pas acceptées (défaut de conception) [67]. En fin, dans plusieurs cas de crash d'avion, les simulations [64] ont indiqué plus tard qu'il était possible de reconfigurer le contrôleur de sorte que l'avion puisse atterrir sans risque. Heureusement, de tels résultats positifs sont non seulement possibles dans la théorie et les simulations, mais peuvent également être obtenus dans la pratique.

Ces exemples motivent clairement le besoin accru d'une commande tolérante aux défauts afin d'augmenter le degré de sûreté, fiabilité et la disponibilité des systèmes modernes et critiques dont la complexité est en constante croissance. Les exemples ci-dessus mettent aussi en évidence la grande quantité de recherches dans le domaine de la détection des défauts, du diagnostic et de la commande insensible aux défaillances. Une vue d'ensemble de cette recherche fera l'objet de la section 1.5 de ce chapitre.

1.2 Classification des défauts

Les défauts apparaissent dans les différentes parties d'un système, ils sont classés selon leur emplacement en trois catégories (Figure 1.1)

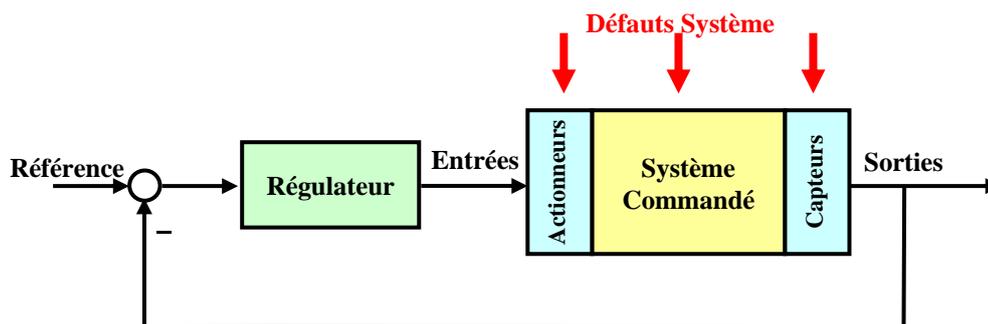


Fig.1.1 les défauts se répartissent en défauts de capteur, actionneur et composants système

Défauts d'actionneurs

Ils représentent la perte partielle ou totale (complète) de l'action de commande. Un exemple d'actionneur complètement perdu est une machine qui ne produit aucune action

malgré les entrées qu'on lui applique. La raison d'un tel défaut peut être, par exemple un câblage coupé ou brûlé... L'actionneur partiellement défaillant produit seulement une partie de l'action normale (c.-à-d. dans des conditions de fonctionnement nominales). Il peut résulter, par exemple, d'une fuite hydraulique ou pneumatique, résistance accrue ou chute dans la tension d'alimentation. Multiplier les actionneurs dans le système afin d'assurer la tolérance aux défauts n'est souvent pas une bonne solution à cause de leurs prix élevés et du volume qu'ils occupent.

Défauts capteurs

Ces défauts représentent la mesure incorrecte des variables du système. Ils peuvent également être subdivisés en partiel et total. Un défaut total dans le capteur produit une mesure qui n'est pas liée à la valeur du paramètre physique mesuré. Il peut être dû à une coupure de fils, perte de contact avec la surface... Un défaut partiel du capteur produit une mesure liée au signal mesuré de telle manière que l'information utile puisse en être extraite. Ceci peut être dû à une réduction de gain qui engendre un offset dans lecture de mesure, ou aux bruits du capteur. En raison de leurs petites tailles, les capteurs peuvent être multipliés dans le système pour assurer la tolérance aux défauts. Cette approche implique habituellement l'augmentation significative en coûts relatifs.

Défauts de composants

Ce sont les défauts qui ont lieu dans les composants du système lui-même. C.-à-d. tous les défauts qui ne peuvent pas être classés parmi les défauts de capteurs ou d'actionneurs, sont groupés dans la catégorie des défauts de composants. Ces défauts représentent les changements des paramètres physiques du système, par exemple la masse, les coefficients aérodynamiques, la constante de dissipation, etc. Ils ont souvent comme conséquence le changement du comportement dynamique du système commandé.

En plus, suivant la manière dont les défauts sont modélisés, ils sont classés en *additif* et *multiplicatif*, comme représenté sur la figure 1.2. Les défauts additifs conviennent pour représenter les défauts dans les composants du système, alors que les défauts de capteurs et d'actionneurs sont le plus souvent multiplicatifs par nature.



Fig.1.2 les défauts selon leur représentation

Les défauts sont classés également selon leurs caractéristiques temporelles (voir le schéma 1.3) comme *Brusque*, *progressif* et *intermittent*. Les défauts brusques (*biais*) se produisent instantanément souvent à cause de dommages matériels. Habituellement ils sont très graves car ils affectent les performances et/ou la stabilité du système commandé, de tels défauts exigent une réaction rigoureuse du bloc FTC. Les défauts progressifs (*dérives*) représentent les changements lents des valeurs paramétriques. Souvent dus au vieillissement, Ils sont plus difficiles à détecter en raison de leur dynamique lente, mais sont également moins graves. Les défauts intermittents (*valeurs aberrantes*) sont des défauts qui apparaissent et disparaissent à plusieurs reprises, par exemple à cause d'un câblage partiellement endommagé.

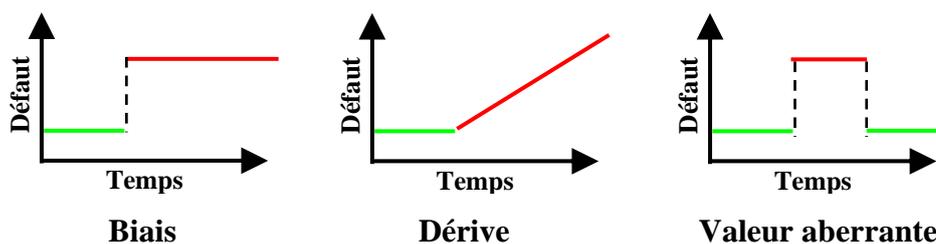


Fig.1.3 Répartition des défauts selon le comportement temporel

1.3 Modélisation des défauts

Comme mentionné dans la section précédente, les défauts peuvent être représentés soit additivement soit multiplicativement. Dans cette section nous nous intéressons à la représentation mathématique des défauts et nous déterminons la meilleure représentation selon les cas.

La représentation d'état du système dans des conditions nominales est la suivante, $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état :

$$S_{nom} : \begin{cases} \dot{x} = A \cdot x + B \cdot u \\ y = C \cdot x + D \cdot u \end{cases} \quad (1.1)$$

1.3.1 Défauts multiplicatifs

Le modèle multiplicatif est souvent utilisé pour représenter un dysfonctionnement dans les actionneurs ou les capteurs du système. Un dysfonctionnement dans l'actionneur est un changement brusque dans la commande nominale qui prend alors la forme :

$$u_f = u + (I - \Sigma_A) \cdot (\bar{u} - u) \quad (1.2)$$

où $\bar{u} \in \mathbb{R}^m$ est un vecteur (pas nécessairement constant) qu'on ne peut pas manipuler et où $\Sigma_A = \text{diag}\{\sigma_1^a, \sigma_2^a, \dots, \sigma_m^a\}$, $\sigma_i^a \in \mathbb{R}$

Ainsi, $\sigma_i^a = 0$ représente un défaut total (ou une défaillance complète) du $i^{\text{ième}}$ actionneur du système de manière à ce que le signal de commande provenant de cet actionneur devient égal au $i^{\text{ième}}$ élément du vecteur incontrôlable \bar{u} , c'est-à-dire $u_f(i) = \bar{u}(i)$. D'autre part, $\sigma_i^a = 1$ implique que le $i^{\text{ième}}$ actionneur fonctionne normalement, c'est-à-dire $u_f(i) = u(i)$. Les quantités σ_i^a prennent aussi des valeurs entre 0 et 1 en cas de défaut partiel.

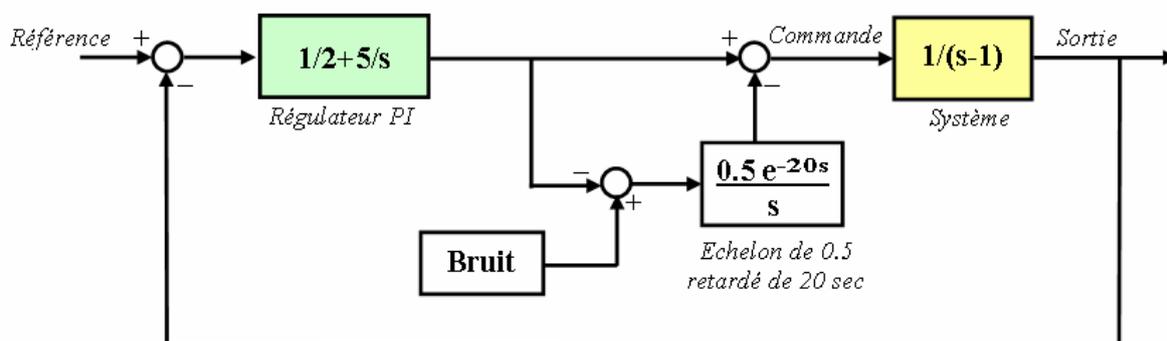
En remplaçant la commande nominale u par sa forme en cas de défaut u_f on obtient le modèle d'état:

$$S_{\text{déf.,a.,mult.}} : \begin{cases} \dot{x} = A \cdot x + B \cdot \Sigma_A \cdot u + B \cdot (I - \Sigma_A) \cdot \bar{u} \\ y = C \cdot x + D \cdot \Sigma_A \cdot u + D \cdot (I - \Sigma_A) \cdot \bar{u} \end{cases} \quad (1.3)$$

Les modèles de la forme (1.3) sont dits à défauts multiplicatifs et ont été largement utilisés dans la littérature FTC [15].

Il est à noter que bien que les défauts multiplicatifs n'affectent pas directement la dynamique du système contrôlé lui-même ; il peuvent affecter d'une manière très significative la dynamique du système en boucle fermée et peuvent affecter même la commandabilité du système.

La figure 1.4 présente un exemple simple avec un défaut partiel de l'ordre de 50% de l'actionneur. Un système de fonction de transfert $S(s) = 1/(s-1)$ est commandé par un régulateur PI de fonction de transfert $C(s) = 1.5 + 5/s$. la poursuite de la sinusoïde de référence est assurée jusqu'à $t=20$ sec où l'on perd 50 % du signal de commande, ce qui déstabilise le système en boucle fermée. Cet exemple met en évidence que malgré leur simple apparence, ces défaut peuvent réduire les performances du système voir le déstabiliser.



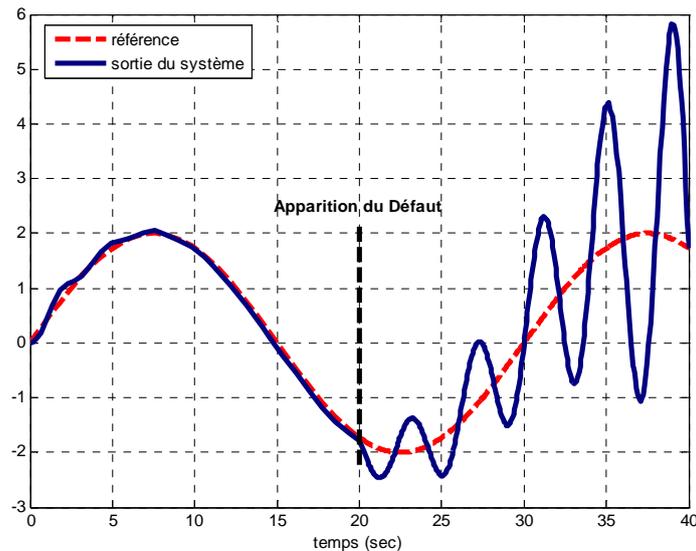


Fig.1.4 un défaut multiplicatif dans l'actionneur déstabilise le système si la commande n'est pas reconfigurée

D'une manière similaire, les défauts de capteurs représentent des mesures différentes des valeurs réelles des variables de sortie. Ils peuvent être représentés comme suit :

$$y_f = y + (I - \Sigma_s) \cdot (\bar{y} - y) \quad (1.4)$$

$$\Sigma_s = \text{diag}\{\sigma_1^s, \sigma_2^s, \dots, \sigma_m^s\}, \sigma_i^s \in \mathbb{R}_0$$

Si $\sigma_j^s = 0$, il s'agit d'un défaut total du $j^{\text{ième}}$ capteur et si $\sigma_j^s = 1$, le $j^{\text{ième}}$ capteur fonctionne correctement. En cas de défauts de capteurs, le système (1.1) devient :

$$S_{\text{def},s,\text{mult}} : \begin{cases} \dot{x} = A \cdot x + B \cdot u \\ y = \Sigma_s \cdot C \cdot x + \Sigma_s \cdot D \cdot u + (I - \Sigma_s) \cdot \bar{y} \end{cases} \quad (1.5)$$

La combinaison des deux types de défauts multiplicatifs (actionneur et capteur) change le modèle (1.1) en :

$$S_{\text{mult}} : \begin{cases} \dot{x} = A \cdot x + B \cdot \Sigma_A \cdot u + b(\Sigma_A, \bar{u}) \\ y = \Sigma_s \cdot C \cdot x + \Sigma_s \cdot D \cdot \Sigma_A \cdot u + d(\Sigma_A, \Sigma_s, \bar{u}, \bar{y}) \end{cases} \quad (1.6)$$

Avec :

$$\begin{aligned} b(\Sigma_A, \bar{u}) &= B \cdot (I - \Sigma_A) \cdot \bar{u} \\ d(\Sigma_A, \Sigma_s, \bar{u}, \bar{y}) &= \Sigma_s \cdot D \cdot (I - \Sigma_A) \cdot \bar{u} + (I - \Sigma_s) \cdot \bar{y} \end{aligned}$$

Le modèle multiplicatif est utilisé pour représenter la majorité des défauts de capteurs et d'actionneurs mais ce n'est pas autant pour les défauts des composants du système. Cette représentation est le plus souvent utilisée dans la conception de régulateurs reconfigurables dans un système FTC actif.

1.3.2 Défauts additifs

La représentation additive des défauts est plus utilisée que la représentation multiplicative, le système d'état prend alors la forme :

$$S_{add} : \begin{cases} \dot{x} = A \cdot x + B \cdot u + F \cdot f_f \\ y = C \cdot x + D \cdot u + E \cdot f_f \end{cases} \quad (1.7)$$

Où $f_f \in \mathbb{R}^{nf}$ est un signal décrivant les défauts. Cette méthode peut en principe être utilisée pour représenter une large classe de défauts y compris les capteurs, actionneurs et composants système. Cependant, l'utilisation du modèle (1.7) induit un signal f_f dépendant de u , y , et x . Par exemple, si on veut représenter additivement un défaut total dans tous les actionneurs (mettre $\Sigma_A=0$ et $\bar{u}=0$ dans 1.2) alors, pour avoir (1.7) équivalent à (1.3) on doit avoir un signal f_f vérifiant:

$$\begin{bmatrix} F \\ E \end{bmatrix} \cdot f_f = -\begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} \cdot \Sigma_A \cdot u$$

ce qui rend f_f dépendant de u et complique par conséquent la conception du régulateur. Par contre, ceci n'a pas lieu dans la représentation multiplicative (Fig 1.5)

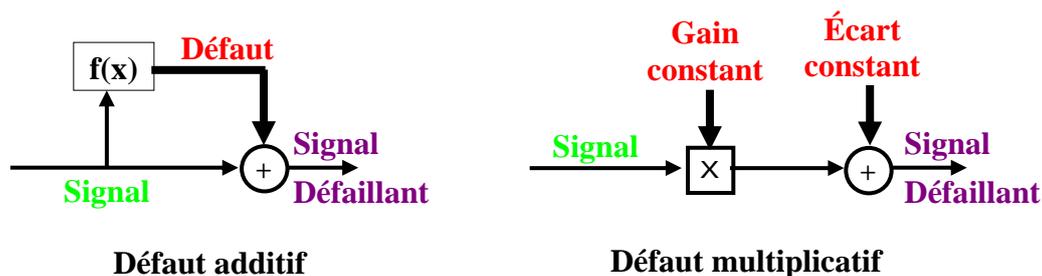


Fig.1.5 la représentation additive implique un signal défaut dépendant de u et de y. Ce n'est pas le cas avec une représentation multiplicative.

Un autre inconvénient de la représentation additive des défauts de capteurs et d'actionneurs est qu'en terme de relation entrée-sortie ces deux défauts sont très difficiles à distinguer. En effet, supposons que le modèle :

$$\begin{cases} \dot{x} = A \cdot x + B \cdot u + f_f^a \\ y = C \cdot x + D \cdot u + f_f^s \end{cases}$$

Soit utilisé pour représenter les défauts dans les capteurs et les actionneurs. La fonction de transfert correspondante s'écrit :

$$y(t) = (C \cdot (sI - A)^{-1} B + D) \cdot u + C \cdot (sI - A)^{-1} f_f^a + f_f^s$$

et il devient claire que l'effet d'un défaut d'actionneur sur la sortie peut être représenté par f_f^a mais aussi par f_f^s .

Un avantage des modèles additifs est que les défauts sont représentés par des signaux et non pas par des changements dans les matrices d'état du système, comme c'est le cas pour la représentation multiplicative. C'est pour cela que la majorité des méthodes FDD se basent sur la représentation additive [30, 47].

1.3.3 Défauts de Composants système

Les défauts des composants du système sont les plus rencontrés car ils incluent pratiquement tout changement dans quelque élément que ce soit du système. Ils ont été définis dans la section 1.2 comme la classe de tous les défauts qu'on ne peut pas qualifier par défauts de capteurs ou d'actionneurs. Ces défauts provoquent des changements dans toutes les matrices de la représentation d'état du système car celles-ci dépendent pratiquement des mêmes paramètres physiques subissant un changement. Les défauts de composants système sont en général modélisés sous la forme d'un système à paramètres variables.

$$\begin{cases} \dot{x} = A(f) \cdot x + B(f) \cdot u \\ y = C(f) \cdot x + D(f) \cdot u \end{cases} \quad (1.8)$$

Où $f \in \mathbb{R}^{nf}$ est un vecteur représentant les défauts.

1.4 Composantes principales d'un FTCS

Les systèmes FTC sont en général divisés en deux catégories : FTC *passifs* et FTC *actifs*. Les FTC passifs sont basés sur les techniques de commande robuste et visent la conception d'un régulateur (Robuste) capable de rendre le système en boucle fermée insensible à certains défauts. Cette approche ne nécessite pas une détection en ligne des défauts et est donc du point de vue calcul plus attractive. Son applicabilité est cependant très limitée à cause de ses désavantages :

- Afin d'atteindre la robustesse vis à vis des défauts, usuellement, un ensemble très restreint de défauts est considéré; souvent seulement les défauts ayant un effet réduit sur le comportement du système peuvent être traités par cette approche.

- Assurer la robustesse vis à vis des défauts, ne peut se faire sans réduire les performances nominales du système. Comme les défauts sont des phénomènes qui arrivent rarement, il n'est pas raisonnable de dégrader les performances nominales du système pour un ensemble très réduit de défauts.

À l'opposé de l'approche passive, l'approche FTC active est basée sur la reconfiguration du régulateur, ou la sélection/mixage de régulateurs pré-configurés. Cette technique nécessite en général un bloc de détection et de diagnostic des défauts affectant éventuellement le système (FDD bloc). La structure d'un système FTC incluant un bloc FDD est représentée dans la figure 1.6. La partie FDD utilise les entrées/sorties du système pour détecter et localiser les défauts et en fournir des estimées à un mécanisme de reconfiguration (RM) qui change les paramètres et/ou la structure du régulateur afin d'assurer des performances acceptables dans le régime post-défauts.

Les méthodes de conception de régulateurs poste-défauts actifs se subdivisent en deux catégories : méthodes à *base de projection* et méthodes par *reconfiguration en ligne*.

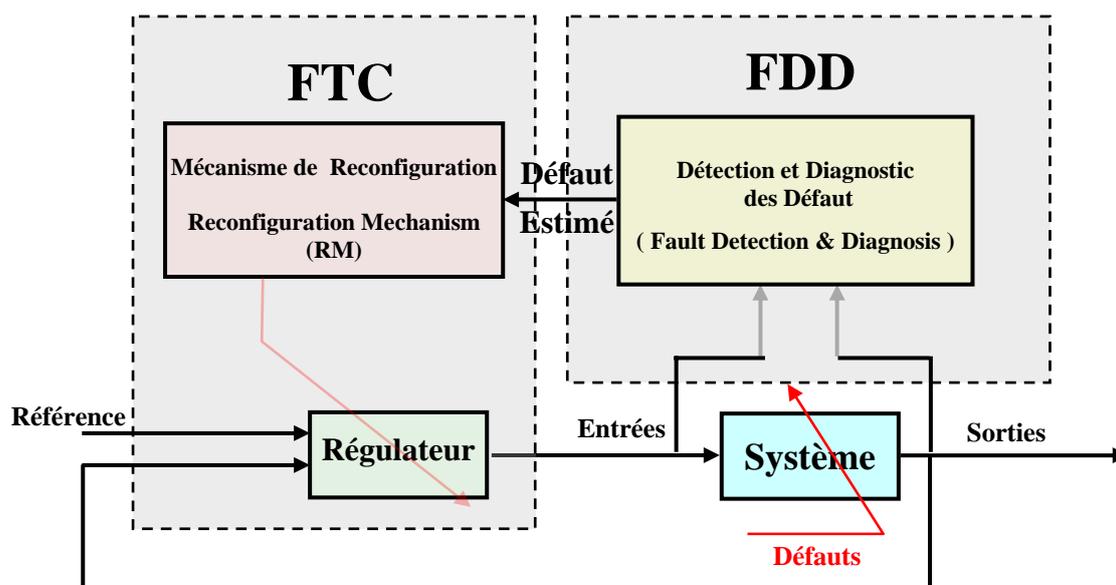


Fig.1.6 Composants d'un système FTC actif

→ Dans les méthodes à base de projection, le régulateur est sélectionné dans un ensemble de régulateurs conçus off line. Chaque régulateur étant convenable à une situation particulière, il est activé lorsque les défauts qu'il tolère sont détectés par le bloc FDD. Une classe restreinte de défauts peut être traitée de cette manière.

→ Dans les méthodes à base de reconfiguration, on calcul en ligne soit les paramètres du régulateur pour une commande re-configurable ; soit la structure et les paramètres du

régulateur pour une commande re-structurable. Bien que les performances de la commande re-structurable soient supérieures à celles de la commande re-configurable et la commande à base de projection off line, elle est plus exigeante en temps de calcul et elle se réduit en général en une optimisation en ligne.

On rencontre plusieurs problèmes lors de la conception d'un système FTC actif :

P1) Le problème le plus important, est probablement l'intégration des blocs FTC et FDD du système. La majorité des approches dans la littérature se concentrent sur l'une de ces deux parties en considérant que l'autre est absente ou qu'elle est parfaite. Pour être plus spécifique, d'une part, plusieurs algorithmes FDD ne considèrent pas le système en boucle fermée et d'autre part, plusieurs méthodes FTC supposent que l'estimation des défauts par le bloc FDD est parfaite. Il est clair alors que la jonction des deux méthodes n'est pas faisable car les performances et la stabilité poste-défauts ne sont pas garanties. Par conséquent, lorsque la conception des parties FDD et FTC du système est faite séparément, il est très important de réaliser l'une des deux parties en considérant la présence et l'imperfection de l'autre. Et pour rendre l'interconnexion possible, on doit d'abord chercher quelles sont les informations que le bloc FTC attend du bloc FDD. Si ce dernier fournit des informations que le bloc FTC ne comprend pas, elles seront mal-interprétées et on risque de perdre la stabilité du système.

P2) La situation suivante est très rencontrée dans la pratique : lorsqu'un défaut apparaît, au départ, il n'y a pas assez d'informations en terme d'entrées sorties système alimentant le bloc FDD, et ce dernier n'est pas capable de diagnostiquer le défaut. Pour cette raison, il est nécessaire d'attendre le temps d'avoir autant d'informations qu'il faut au bloc FDD pour détecter qu'un défaut a eu lieu, et encore plus de temps pour le localiser et l'isoler. Le résultat est que les informations fournies au bloc FTC ne sont pas précises au départ mais elles le deviennent au fur et à mesure que les informations en provenance du système deviennent disponibles. Le bloc FTC doit être capable de traiter avec une telle situation. Il doit *supporter les incertitudes* dans les estimations du bloc FDD et assurer au moins la stabilité durant la période transitoire nécessaire pour le diagnostic du défaut.

P3) Très souvent, pour représenter les dynamiques des systèmes physiques réels, les modèles linéaires manquent de précision et on doit utiliser les modèles non linéaires. Ceci nécessite le développement de techniques FTC capables de traiter explicitement les non-linéarités dans les représentations mathématiques des systèmes. Les non linéarités sont en effet très rencontrées dans les modèles des systèmes critiques et complexes tels que les avions ou les engins spatiaux. Par exemple, il est usuel de considérer que la dynamique longitudinale et la dynamique latérale d'un avion sont découplées et n'ont pas d'effet l'une sur l'autre. Ceci simplifie considérablement le modèle, et rend possible la conception séparée des régulateurs correspondants. Ce découplage peut approximativement être atteint pour un avion en bon état, mais il est facilement perdu en cas de défaut, les deux régulateurs ne doivent pas donc être calculés séparément.

P4) Un autre problème qu'on rencontre dans la conception de système FTC, est que bien qu'un système non linéaire puisse être approximé par un système linéaire autour d'un point de fonctionnement, il est très difficile d'obtenir une représentation linéaire précise ; soit parce que les paramètres physiques dans le modèle non linéaire ne sont pas exactement connus, soit parce qu'ils varient dans le temps. En plus, le modèle non linéaire est obtenu après quelques suppositions simplificatrices de manière à ce qu'il interprète approximativement le comportement du système. Les incertitudes augmentent en cas de linéarisation car ce n'est autre qu'une troncation des termes du second ordre et plus, dans le développement de Taylor des fonctions non linéaires. Dans tous les cas, on ne peut donc avoir qu'une représentation incertaine du système et il est important que le bloc FTC soit doté d'une robustesse vis-à-vis de telles incertitudes.

P5) Un autre problème très important est qu'un système commandé en temps réel, possède une saturation dans le signal de commande, c'est-à-dire que le signal d'entrée ne doit pas dépasser une certaine valeur. On doit donc concevoir une commande qui n'est pas active au-delà des limites de la saturation dans des conditions normales. Cependant, les défauts peuvent ramener le signal de commande au-delà des limites de saturation. Supposons par exemple que l'effet d'un actionneur s'est dégradé de 50%. Une façon standard et facile de remédier à cette situation, est de doubler la commande de manière à ce que l'effet résultant s'approche de l'effet en absence du défaut. La commande étant devenue deux fois supérieure, elle peut dépasser les limites de saturation. Il est clair que dans une situation pareille, on ne doit pas essayer de complètement compenser l'effet du défaut mais on doit accepter la dégradation des performances imposée par la saturation. Autrement dit, il faut faire un compromis entre les performances désirées et les limites de l'actionneur après l'apparition du défaut. Cette situation est souvent caractérisée par : dégradation gracieuse des performances (graceful performance degradation) [39].

1.5 État de l'art des systèmes FTC

Dans cette section, nous donnons une vue d'ensemble sur les travaux qui ont été faits dans le domaine FTC. Une brève discussion est donnée pour chaque méthode exposée. Quelques présentations générales : [2,7, 8, 73,98].

1.5.1 Techniques FTC passives

Comme expliqué dans la section précédente, les techniques FTC passives rendent le système insensible aux défauts en le dotant d'une robustesse vis à vis d'eux. Lorsqu'il s'agit d'un défaut de composants système (modèle (1.8)), ces méthodes supposent que les matrices d'état dépendent du signal défaut f d'une manière particulière: Affine comme dans [91], ou sous forme d'une transformation linéaire comme dans [75]. Cette restriction est éliminée dans

[43] et f peut affecter les matrices d'une façon aléatoire tant qu'il est borné. Parmi les techniques FTC passives figure :

Commande fiable (Reliable control) :

L'objectif de cette technique est de rendre le système en boucle fermée fiable, de manière à ce qu'il maintienne la stabilité et les performances pour tous les défauts préconfigurés. Le but est de chercher un régulateur qui optimise (au sens LQR ou H_∞) les performances dans la situation la plus dégradée (worst fault performance). Cette approche suppose qu'un défaut total apparaît dans un ensemble précis des capteurs et actionneurs du système [35, 75, 60].

Commande Robuste:

Une autre technique FTC passive ayant pour objectif la conception d'un régulateur robuste garantissant les performances désirées dans des conditions normales mais aussi en présence de certains défauts. Ces techniques sont basées en générale sur la théorie de contre-réaction quantitative (quantitative feedback theory) [45, 77] ou la conception d'un régulateur robuste au sens H_∞ [115,19, 76, 22].

1.5.2 Méthodes FTC actives

Grâce à leurs meilleures performances et leur capacité de traiter une large classe de défauts, les méthodes FTC actives sont plus développées dans la littérature que les méthodes passives. Une vue d'ensemble des techniques utilisées est donnée dans la suite

Pseudo Inverse:

La méthode du pseudo inverse (PIM= Pseudo-Inverse Method) est l'une des méthodes FTC les plus citées grâce à sa simplicité et sa capacité de traiter une grande classe de défauts système. Elle considère un système nominal de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \tag{1.9}$$

Avec une commande en retour d'état linéaire $u = F x$, en supposant l'état accessible à la mesure. La méthode permet une représentation poste-défauts avec la nouvelle loi de commande reconfigurée sous la même structure i.e.: $u_R = F_R \cdot x_f$:

$$\begin{cases} \dot{x}_f = A_f x_f + B_f u_R \\ y_f = C_f x_f \end{cases} \tag{1.10}$$

Le but alors est de déterminer le gain du retour d'état capable de minimiser l'écart (défini en bas) entre les valeurs que prend la matrice A en présence et en absence de défauts.

$$PIM : \begin{cases} F_R = \arg \min \| (A + BF) - (A_R + B_R F_R) \|_F \\ F_R = B_f^+ (A - A_f + BF) \end{cases} \quad (1.11)$$

Où B_f^+ est le pseudo inverse de la matrice B_f .

Les avantages de cette approche sont d'une part, sa simplicité ce qui la rend convenable à une implémentation en ligne, et d'autre part, la possibilité d'exprimer le changement dans toutes les matrices d'état en cas de défaut. Un inconvénient majeur est cependant le fait que la commande calculée par (1.11) n'assure pas dans tous les cas la stabilité du système en boucle fermée. Des exemples de telles situations peuvent facilement être générés voir [29]. Pour éviter ce problème, la méthode du pseudo inverse a été modifiée de manière à résoudre le problème tout en assurant la stabilité du système en boucle fermée. Cependant, le temps de calcul est considérablement augmenté [43].

Une approche similaire est également discutée dans [61] où la commande reconfigurée u_R est directement calculée à partir de la commande nominale u par $u_R = B_f^+ \cdot B \cdot u$. D'autres propositions de modification de cette approche considèrent des défauts additifs dans le modèle d'état et un terme de compensation additif dans la commande [78], un retour de sortie statique est considéré dans [49], une adaptation entre les réponses fréquentielles avant et après les défauts est proposée dans [104]. Un autre désavantage de l'approche est qu'elle se base sur un retour d'état ce qui n'est pas applicable en cas de défauts dans les capteurs et en cas d'incertitudes dans le système ou le bloc FDD.

Une extension de la méthode prenant en charge les défauts capteurs et actionneurs est proposée dans [44] où une banque de régulateurs LQG reconfigurables a été développée. La stabilité est forcée par l'optimisation basée sur les inégalités matricielles linéaires (LMI).

Attribution d'une structure propre (Eigenstructure assignment)

L'attribution d'une structure propre au système ou : The eigenstructure assignment (EsA) méthode [63] afin de reconfigurer le régulateur est une méthode plus intuitive que la méthode du pseudo inverse, son objectif est de ramener la structure propre (c'est-à-dire les vecteurs et les valeurs propres) de la matrice A du modèle en boucle fermée en cas de défauts à la structure propre nominale. L'idée principale est d'affecter exactement certaines valeurs propres dominantes et en même temps de minimiser l'écart entre les vecteurs propres correspondants (norme $\| \cdot \|_2$). La procédure a été développée pour un retour d'état [112] et un retour de sortie [4].

Plus particulièrement, dans le cas d'un retour d'état, si λ_i , $i = 1, 2, \dots, n$ sont les valeurs propres de la matrice dynamique du système nominal en boucle fermée obtenu par l'interconnexion de (1.9) et la commande par retour d'état constant $u = Fx$, et si v_i sont leurs vecteurs propres correspondants, alors, la méthode EsA calcule le gain du retour d'état pour le système avec défauts (1.10) comme étant la solution du problème suivant [108] :

$$\text{ESA:} \begin{cases} \text{trouver} & : F_R \\ \text{tel que} & : (A_R + B_R F_R) \cdot v_{f,i} = \lambda_i \cdot v_{f,i} \\ \text{et} & : v_{f,i} = \arg \min \|v_i - v_{f,i}\|_{W_i}^2 \\ \text{et} & : \|v_i - v_{f,i}\|_{W_i}^2 = (v_i - v_{f,i})^T \cdot W_i \cdot (v_i - v_{f,i}) \end{cases} \quad (1.12)$$

En d'autres termes, le nouveau gain F_R doit être tel que les pôles du système bouclé résultant coïncident avec les pôles du système bouclé nominal, et qu'en plus, les vecteurs propres des matrices dynamiques des deux systèmes soit le plus rapprochées que possible. Comme c'est les valeurs propres et les vecteurs propres qui déterminent le comportement temporel du système bouclé, cette méthode peut être regardée comme une tentative de préserver les caractéristiques nominales de la réponse temporelle du système après l'apparition des défauts. Ceci paraît plus « naturel » en tant qu'objectif que celui de la méthode du pseudo inverse, et en plus la stabilité est garantie. Le volume de calcul de cette approche n'est pas élevé du moment que la solution analytique de (1.12) est disponible [108], ce qui veut dire l'absence du besoin d'une optimisation en ligne. Le désavantage est que les incertitudes du bloc FDD ne sont pas facilement incorporées au problème d'optimisation et que par conséquent, uniquement des régulateurs statiques sont considérés.

Commande multi-modèles (Multiple Model)

La méthode à modèles multiples (MM ou multiple model) est une autre approche FTC active qui appartient plutôt à la classe de méthodes basées sur la projection que la classe des méthodes à reconfiguration en ligne. Elle est basée sur un ensemble de modèles linéaires M_i $i=1, \dots, N$ qui décrivent le système dans différentes conditions de fonctionnement, c'est-à-dire la présence de différents défauts. Pour chaque modèle M_i , un régulateur R_i est conçu off line. La clef dans la conception est d'élaborer une procédure (probabilistique) qui détermine l'action de commande globale au moyen d'une combinaison pondérée des différents régulateurs R_i [113,94]. L'action de mixage (mixing) est parfois appelée "mélange" (blending) [34]. Le mixage est généralement basé sur une banque de filtres de Kalman chacun étant conçu pour un des modèles M_i . Sur la base des résidus des filtres de Kalman, les probabilités $\mu_i \geq 0$ de chaque modèle pour qu'il soit actif sont calculées et jouent le rôle de pondérations dans l'expression de l'action de la commande globale :

$$u = \sum_{i=1}^{i=N} \mu_i u_i ; \sum_{i=1}^{i=N} \mu_i = 1 \quad (1.13)$$

Où u_i est l'action du régulateur R_i conçu pour le modèle M_i .

La méthode à base de modèles multiples est très valable pour la modélisation et la commande des systèmes non linéaires. Cependant, ces approches considèrent uniquement un nombre restreint de défauts et construisent un modèle local pour chaque défaut anticipé. À un instant

donné, un seul modèle M_i est considéré comme actif et sa probabilité approche donc la valeur de un ($\mu_i \approx 1$), et toutes les autres pondérations se rapprochent de zéro. Ceci veut dire que seulement le régulateur correspondant au modèle M_i est actif en ce moment. L'inconvénient est que si le modèle présent ne figure pas parmi les modèles pré-calculés M_i (le système étant affecté par un défaut non prédéfini), alors, la commande globale (1.13) n'est pas optimale pour ce modèle et on risque même de perdre la stabilité [43]. Un autre désavantage est que les incertitudes sont considérées absentes pour le modèle et pour les pondérations μ_i .

Commutation de régulateurs (Controller switching)

Cette méthode représente pratiquement la classe des méthodes FTC actives à base de projection. Comme pour la méthode MM, le point de départ est un ensemble de modèles linéaires représentant le système dans différentes situations de défauts prédéfinis. Un régulateur est ensuite calculé pour chaque modèle et devient actif lorsque la dynamique du système s'approche du modèle lui correspondant. La différence par rapport à la méthode MM est qu'il n'y a pas de mixage de régulateurs mais une commutation, c'est-à-dire un seul régulateur est actif à un instant donné.

Dans [32, 59], les résidus sont calculés à partir de la différence entre les sorties des modèles M_i et les sorties mesurées du système puis sont exploités pour sélectionner le modèle M_i le plus représentatif du système dans le mode de fonctionnement actuel. Une approche intéressante est proposée dans [103] où la commutation est effectuée sur la base de performances en boucle fermée. Dans [66], on affecte plus d'attention à la conception de la banque de régulateurs d'une façon globale en utilisant des équations de Riccati couplées et en considérant que les défauts et le bloc FDD sont des processus de Markov du 1^{er} ordre à matrices de transition connues. D'autres approches basées sur la commutation de régulateurs sont proposées [68,71]. Le problème de réduction de la transition lors de la commutation est aussi considéré [51].

L'inconvénient de l'approche est qu'elle peut traiter juste un ensemble limité de défauts prédéfinis, et l'avantage est la prise en charge des incertitudes sur les modèles locaux par la conception de régulateurs locaux robuste vis-à-vis d'elles.

Bloc FDD et FTC intégrés (Integrated FDD & FTC)

Plusieurs travaux ne considèrent pas séparément les blocs FTC et FDD mais les combinent plutôt dans une même structure. Par exemple, plusieurs approches de commande à base de modèles multiples peuvent facilement être combinées avec des schémas FDD multi-modèle comme l'estimateur d'Interaction Multi Modèle (Interacting Multiple Model (IMM) estimator) [111]. De telles approches sont considérées dans [113].

Il y a cependant, plusieurs autres approches intégrant les blocs FDD et FTC : combinaison des approches FDD à base de modèles multiples avec la redistribution de la commande [70] ou avec régulateur PID [114], combinaison de méthodes FDD et FTC adaptatives [15], reconfiguration basée sur l'ajout d'un résidu issu du bloc FDD à la commande nominale [38].

Ces méthodes intégrées ne considèrent pas les incertitudes des modèles néanmoins. En plus, généralement, un bloc FDD est directement connecté à un bloc FTC en affectant peu d'attention à la possibilité d'avoir des informations erronées ou imprécises du bloc FDD.

Modèle de référence (Model Following)

La méthode à base de modèle de référence est une autre approche FTC active, qui considère un modèle de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_M = A_M x + B_M r \\ y_M = x_M \end{cases}$$

Où r est une trajectoire de référence. Le but est de calculer les matrices K_r et K_x tel que l'interconnexion du système en boucle ouverte (1.9) et la commande par retour d'état

$$u = K_r r + K_x x$$

Résulte en le modèle de référence. À cette fin, le modèle de référence et le modèle en boucle fermée sont écrits:

$$\begin{cases} \dot{y}_M = A_M x_M + B_M r, \\ \dot{y} = (CA + CBK_x)x_M + CBK_r r, \end{cases}$$

Tel que la poursuite parfaite du modèle de référence est assurée - en supposant que le système est carré et que la matrice CB n'est pas singulière - lorsque :

$$PMF : \begin{cases} K_x = (CB)^{-1}(A_M - CA), \\ K_r = (CB)^{-1}B_M, \end{cases} \quad (1.14)$$

Lorsque les matrices A , B ne sont pas exactement connues, on peut les remplacer par des estimations (\hat{A}, \hat{B}) et on obtient la méthode dite indirecte (*explicite*) [9]. La méthode indirecte ne garantit pas la stabilité en boucle fermée, et la matrice CB peut ne pas être inversible. Pour éviter l'estimation des paramètres du système, on emploie la méthode directe (*implicite*) qui estime directement les matrices gains K_r et K_x d'une manière adaptative. Deux approches directes existent : l'une basée sur les erreurs en entrée et l'autre sur les erreurs en sortie. [14,109].

Notons ici que la méthode de poursuite directe est basée sur des règles d'adaptation et peut donc être classée dans la catégorie des méthodes de commandes adaptatives. Des idées similaires à la méthode directe ont été utilisées dans une série de publications traitant des défauts multiplicatifs d'actionneurs où l'on a considéré et le retour d'état [92] et le retour de sortie [26].

Les méthodes à base de modèle de référence ont l'avantage de ne pas nécessiter un bloc FDD. Un inconvénient majeur est cependant qu'elles ne sont pas applicables aux défauts de capteurs en plus au fait qu'elles ne prennent pas en compte les incertitudes du modèle.

Commande adaptative (Adaptive Control)

La commande adaptative forme une classe très convenable pour l'approche FTC active. Grâce à leur capacité d'adaptation automatique aux changements des paramètres du système, ces méthodes peuvent être qualifiées de « Auto configurables » c'est-à-dire que souvent elles ne nécessitent pas un mécanisme de reconfiguration et un bloc FDD (fig 1.6). Ceci est cependant vrai généralement pour des défauts de composants et des défauts d'actionneurs mais pas pour certains défauts de capteurs. Si on utilise par exemple une technique de commande adaptative basée sur le retour de sortie pour compenser les défauts au niveau des capteurs, celle-ci va forcer les mesures erronées (au lieu du signal réel) à suivre la référence ce qui peut déstabiliser le système. En effet, en cas de défaut total du capteur, un régulateur adaptatif augmente le signal de commande pour égaliser le signal mesuré au signal de référence et ce n'est pas possible à cause du défaut total du capteur. Dans des cas pareils, un bloc FDD est employé pour détecter les défauts capteurs et un mécanisme de reconfiguration prend en charge la mise à jour des paramètres du régulateur adaptatif. Notons ici que les méthodes à modèle de référence (l'approche directe) et les méthodes à modèle multiples (MM) appartiennent elles aussi à la classe des commandes FTC adaptatives.

Les méthodes de commande FTC linéaire à variation paramétrique (Linear parameter varying LPV) [87] font aussi partie de cette classe. Une version améliorée qui supporte les incertitudes du bloc FDD et donc applicable à une plus grande classe de situations est proposé dans [43]. D'autres méthodes adaptatives peuvent être trouvées dans [24, 40] mais qui ne prennent pas en considération les incertitudes du modèle.

Commande prédictive (Model Predictive Control)

La commande prédictive (Model predictive control (MPC)) relève des stratégies de commande industrielles ayant reçu le plus d'attention ces derniers temps. A cause de la procédure d'optimisation qui doit être exécutée à tout instant, cette méthode est plutôt intéressante pour les processus lents tel que ceux de l'industrie chimique [50]. L'optimisation est basée sur la minimisation de l'écart (au sens de la norme vectorielle du second ordre) entre une prédiction de la sortie du système et la trajectoire de référence désirée. En plus, la commande prédictive offre la possibilité de traiter explicitement les contraintes sur les entrées et l'état du système en les introduisant dans le problème d'optimisation.

Comme discuté dans [2], l'architecture de la MPC permet d'embarquer la tolérance aux défauts d'une façon relativement simple :

- a- En redéfinissant les contraintes pour représenter certains défauts (d'actionneurs en général)
- b- En changeant le modèle interne

- c- Changer les objectifs de la commande afin de monter les limitations causées par les défauts

De cette façon, il n'est pas question d'exécuter une procédure additionnelle d'optimisation en ligne si un défaut est diagnostiqué. La méthode possède une propriété intrinsèque d'auto-reconfiguration. Cependant, si la commande prédictive à base de retour d'état est interconnectée avec un observateur, on doit prendre en considération la reconfiguration appropriée de l'observateur pour avoir une estimation tolérante aux défauts. Pour une vue d'ensemble des travaux sur la commande FTC basée MPC voir [64, 36] et leurs références.

Avec sa caractéristique d'auto-reconfiguration, la commande prédictive est très convenable à la conception d'une commande FTC. La majorité des approches MPC basées sur des représentations d'état considèrent néanmoins que l'état du système est accessible à la mesure. Dans ce cas, les algorithmes peuvent facilement être étendus pour traiter les incertitudes de modélisation comme dans [50]. Lorsque l'état n'est pas mesuré, s'il n'y a pas d'incertitudes dans le modèle, un observateur peut fournir des estimations des composantes manquantes. Dans le cas où des perturbations sont présentes, le principe de séparation n'est plus valide et il n'est donc pas possible de calculer séparément la commande prédictive à retour d'état et l'observateur. Ce problème est traité dans [43].

Analyse des systèmes FTC

Récemment, un grand intérêt a été donné à l'analyse des systèmes FTC [67]. La stabilité des systèmes FTC a été étudiée dans différents travaux dans des conditions stochastiques [65]. Dans cette formulation un système de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(\eta(t)) \cdot u(x(t), \psi(t), t) \\ u(x(t), \psi(t), t) = -K(\psi(t)) \cdot x(t) \end{cases}$$

est considéré, où $\eta(t)$ représente le modèle des défauts d'actionneurs et $\psi(t)$ représente le processus FDD. Pour l'analyse, $\eta(t)$ et $\psi(t)$ sont supposés être des processus de Markov à espace d'état fini $S = \{1, 2, \dots, s\}$ et $R = \{1, 2, \dots, r\}$ respectivement. De cette manière, seulement un ensemble fini de défauts d'actionneurs peut être considéré. Il est en plus supposé que les probabilités de transition des deux processus de Markov sont données. D'après [67] il est très difficile en pratique d'obtenir ses probabilités de transition. Pour de tels systèmes, la stabilité stochastique est analysée en présence de bruits, incertitudes et saturations des entrées par des équations de Riccati couplées. Les modèles de Markov sont aussi utilisés pour l'analyse de la fiabilité dans certaines publications [99, 102]. La propriété de reconfiguration des systèmes a été étudiée et des mesures du degré de redondance ont été proposées dans [90]. D'autres travaux sur l'analyse des systèmes FTC peuvent être trouvés dans [12, 88, 105].

Optimisation en ligne/redesign

Les approches basées sur le re-design et l'optimisation en ligne sont du point de vue calcul plus coûteuses. La méthode à redistribution (re-allocation) de la commande est par exemple

une approche d'optimisation en ligne [16, 17]. C'est une stratégie usuellement appliquée dans le contrôle d'avions pour assurer une tolérance aux défauts d'actionneurs, où une importante redondance matérielle à lieu dans les effecteurs. Le but c'est de redistribuer l'action de l'effecteur sujet d'un défaut, sur le reste des effecteurs au moyen d'une optimisation en ligne. D'autres méthodes de conception FTC basées sur l'optimisation en ligne sont trouvées dans [96, 100, 69].

Mesures et estimations tolérantes aux défauts

Une estimation d'état tolérante aux défauts est une question importante lorsque le régulateur dépend des estimations d'état que lui fournit un observateur. Dans un cas similaire, les défauts de capteurs, actionneurs et de composants résultent en des estimations incorrectes qui alimentent le régulateur. Ceci dégrade les performances et/ou déstabilise le système. La reconstruction des variables d'état à partir de mesures défaillantes est traitée dans [93]. Pour les régulateurs à retour de sortie, la méthode de masquage des défauts de capteurs [101] est un exemple de techniques apportant une grande tolérance aux défauts dans les mesures en les remplaçant par des estimations. Une idée similaire est utilisée dans [82].

Neuro-floue:

Les méthodes basées sur les réseaux de neurones et la logique floue ont elles aussi intéressé la communauté FTC. Ces méthodes ont l'avantage d'être applicables pour des fins FTC aux systèmes non-linéaires modélisés en général à partir d'un modèle flou de Takagi- Sugeno comme par exemple dans [23]. Les capacités d'apprentissage de ces méthodes rendent possible l'adaptation du modèle et du régulateur en cas de défaut dans le système. Pour plus de détails se référer à [26, 110].

1.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons repris une grande partie (chapitre 1: Introduction) de la référence [43] où l'auteur a résumé toutes les notions théoriques nécessaires au développement d'une commande FTC et où il a donné une idée détaillée sur les différents travaux effectués dans le domaine ainsi que les différents axes de recherche. Les avantages et les inconvénients de chaque représentation mathématique des défauts ont été discutés. Aussi, les points forts et les points faibles de chaque méthode de commande FTC ont été mis en évidence, ainsi que l'impacte du choix sur l'aspect pratique en terme de temps de calcul et performances.

L'objet du chapitre suivant, est la modélisation de la MSAP dans toutes les situations possibles et la mise en évidence de l'effet du couples de charge, la présence de perturbations paramétriques et des défauts sur la machine ce qui permet la formulation et la résolution du problème FTC dans les chapitres suivants.

Chapitre II

Formulation du Problème FTC pour la MSAP

2.1 Introduction

L'étude du comportement d'une machine électrique est une tâche difficile et nécessite, avant tout, une bonne connaissance de son modèle dynamique afin de bien prédire, par voie de simulation, son comportement dans les différents modes de fonctionnement envisagés.

Parmi les machines électriques à courant alternatif utilisées dans les entraînements, la machine synchrone à aimants permanents (MSAP) reste un bon candidat à cause d'un certain nombre d'avantages qu'elle présente, à savoir [41], pas de pertes au rotor, une grande capacité de surcharge, une vitesse stable et constante à une fréquence donnée et surtout à cause de son couple massique élevé par rapport à celui de la machine asynchrone et du moteur synchrone classique.

L'objet de ce chapitre est la modélisation de la machine synchrone à aimants permanents et la formulation du problème de la commande robuste tolérante aux défauts. On présente d'abord le modèle triphasé puis à l'aide de la transformation de Park on obtient la fameuse représentation (d-q). Puis on introduit les perturbations dues aux variations paramétriques puis celles dues à la présence de défauts [80], [13]. Le chapitre se termine par des simulations en boucle ouverte des modèles obtenus.

2.2 Modélisation de la MSAP

2.2.1 Obtention du modèle

La machine synchrone à aimants permanents (MSAP) comporte au stator un enroulement triphasé représenté par les trois axes (A, B, C) déphasés, l'un par rapport à l'autre, de 120° électrique (figure 2.1) et au rotor des aimants permanents assurant son excitation. En fonction de la manière dont les aimants sont placés, on peut distinguer deux types de rotors. Dans le premier type, les aimants sont montés sur la surface du rotor offrant un entrefer homogène, la machine est appelée à rotor lisse et les inductances ne dépendent pas de la position du rotor. Dans le deuxième, par contre, les aimants sont montés à l'intérieur de la masse rotorique et l'entrefer sera variable à cause de l'effet de la saillance. Dans ce cas, les inductances dépendent fortement de la position du rotor. De plus, le diamètre du rotor du premier type est moins important que celui du deuxième ce qui réduit considérablement son inertie en lui offrant la priorité dans les entraînements des charges rapides. Afin de modéliser la MSAP, on adopte les hypothèses simplificatrices usuelles données dans la majorité des références: La machine possède une armature symétrique non saturée ce qui permet d'exprimer les flux comme fonctions linéaires des courants et une distribution sinusoïdale de la FMM créée par les enroulements au stator.

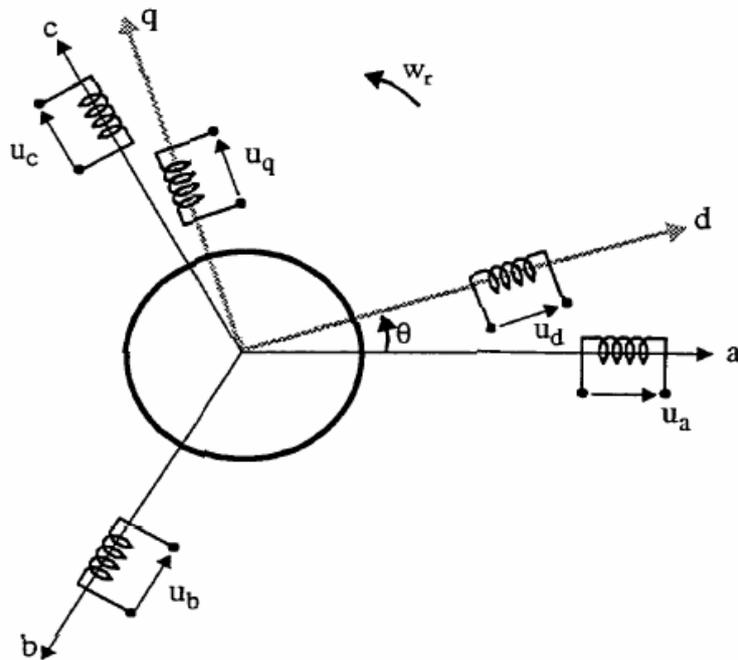


Fig.2.1 Référentiel ABC, et Référentiel d-q

Le modèle mathématique de la MSAP est similaire à celui de la machine synchrone classique [41]. En considérant les conditions simplificatrices citées ci-dessus, le modèle triphasé s'exprime par :

$$[V_{ABC}] = [R][I_{ABC}] + \frac{d}{dt}[\lambda_{ABC}] \quad (2.1)$$

$$[V_{ABC}] = \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix}, \quad [I_{ABC}] = \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix}, \quad [\lambda_{ABC}] = \begin{bmatrix} \lambda_A \\ \lambda_B \\ \lambda_C \end{bmatrix}, \quad [R] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

Avec V_{ABC} , I_{ABC} et λ_{ABC} , représentant respectivement les tensions de phases statoriques, les courants de phases statoriques et les flux totaux produits par les courants statoriques. R_s indique la résistance d'une phase statorique.

Les flux totaux λ_{ABC} sont exprimés par:

$$[\lambda_{ABC}] = [L][I_{ABC}] + [\phi_{ABC}] \quad (2.3)$$

où

$$[L] = \begin{bmatrix} L_{ss} & M_s & M_s \\ M_s & L_{ss} & M_s \\ M_s & M_s & L_{ss} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Avec L_{ss} et M_s représentant l'inductance propre et l'inductance mutuelle entre les enroulements statoriques, La self-inductance est la somme de deux inductances : l'inductance de fuite L_{ls} et l'inductance de magnétisation L_m

$$L_{ss} = L_{ls} + \frac{3}{2}L_m$$

Les flux ϕ_{ABC} , sont les flux rotoriques vus par les enroulements du stator. Ils représentent les amplitudes des flux induits dans les phases statoriques à vide.

La substitution de (2.3) dans (2.1) donne:

$$[V_{ABC}] = [R][I_{ABC}] + \frac{d}{dt} ([L][I_{ABC}] + [\phi_{ABC}]) \quad (2.5)$$

Le couple électromagnétique est exprimé par :

$$C_{em} = \frac{1}{\omega_r} ([e_{ABC}]^T [I_{ABC}]) \quad (2.6)$$

Où $e_{ABC} = \frac{d}{dt}[\phi_{ABC}]$ représentent les FÉMS produites dans les phases statoriques. Ω_r , définit la vitesse de rotation du rotor en (rad/sec).

On remarque que le système (2.5) engendre des équations fortement non-linéaires et couplées. Pour simplifier ce problème, la majorité des travaux dans la littérature préfèrent utiliser ladite transformation de Park [41], qui, par une transformation appliquée aux variables réelles (tensions, courants et flux), permet d'obtenir des variables fictives appelées les composantes d-q ou les équations de Park. Du point de vue physique, cette transformation est interprétée comme étant une substitution des enroulements immobiles (A, B, C) par des enroulements (d,q) tournant avec le rotor. Cette transformation rend les équations dynamiques des moteurs à courant alternatif plus simples ce qui facilite leur étude et leur analyse.

La transformation de Park est définie comme suit:

$$[X_{dq0}] = [K_\theta][X_{ABC}] \quad (2.7)$$

Où X peut-être un courant, une tension ou un flux et θ représente la position du rotor. Les termes X_d , X_q représentent les composantes longitudinale et transversale des variables statoriques (tensions, courants, flux et inductances).

La matrice de transformation K_θ est donnée par :

$$[K_\theta] = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Dont la matrice inverse a pour forme:

$$[K_\theta]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Le moteur est supposé être connecté en étoile et forme donc un système équilibré $I_A + I_B + I_C = 0$. Ainsi, la composante homopolaire désignée par la troisième ligne de la matrice (2.8) est nulle.

En appliquant la transformation (2.7) au système (2.1), on obtient :

$$[u_{dq}] = [K_\theta][V_{ABC}] = [K_\theta][R][I_{ABC}] + [K_\theta] \frac{d}{dt} [\lambda_{ABC}] \quad (2.10)$$

En suite, en se basant sur (2.9) et (2.5) on obtient:

$$\begin{aligned} [u_{dq}] &= [K_\theta][R][K_\theta]^{-1}[i_{dq}] + [K_\theta][K_\theta]^{-1} \frac{d}{dt} [\phi_{dq}] + \dots \\ &\dots + [K_\theta] \left(\frac{d}{dt} [K_\theta]^{-1} \right) [\phi_{dq}] \end{aligned} \quad (2.11)$$

du moment que [R] est diagonale, alors :

$$[K_\theta][R][K_\theta]^{-1} = [R]$$

en utilisant

$$[K_\theta] \frac{d}{dt} [K_\theta]^{-1} = \frac{d\theta}{dt} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

et à l'aide de (2.11), on peut déduire les équations de Park sous une forme vectorielle comme suit:

$$[u_{dq}] = [R][i_{dq}] + \frac{d}{dt} [\lambda_{dq}] + P\Omega_r [\lambda'_{dq}] \quad (2.13)$$

où :

$$\begin{aligned} [u_{dq}] &= \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix}, [R] = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix}, [i_{dq}] = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}, \\ [\lambda_{dq}] &= \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \end{bmatrix}, [\lambda'_{dq}] = \begin{bmatrix} \lambda_q \\ -\lambda_d \end{bmatrix} \end{aligned}$$

et la transformation (2.8) appliquée à (2.3) donne :

$$\begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_f \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

ϕ_f , P désignent respectivement le flux crée par les aimants au rotor et le nombre de paires de pôles. L'équation électromécanique est exprimée par :

$$C_{em} - C_r = J \frac{d\Omega_r}{dt} + f \cdot \Omega_r \quad (2.15)$$

avec: f , J et C_r définissant le coefficient d'amortissement, le moment d'inertie du rotor et le couple de charge. Le couple électromagnétique (C_{em} est produit par l'interaction entre les pôles formés par les aimants au rotor et les pôles engendrés par les FMMs dans l'entrefer générées par les courants statoriques. Il est exprimé par:

$$C_{em} = P \cdot (\phi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q) \quad (2.16)$$

En développant le système d'équations (2.13) et en se rappelant la relation entre La vitesse mécanique Ω_r et la vitesse électrique ω_r du rotor donnée par : $\omega_r = P\Omega_r$ on peut déduire la forme finale du modèle de la MSAP dans le référentiel d-q en fonctionnement normal, c'est-à-dire le régime où l'unique perturbation inconnue est le couple de charge appliqué à la machine (il n'y a ni perturbations paramétriques ni défauts). Soit :

$$\dot{x} = f(x) + B \cdot u + d \cdot C_r \quad (2.17)$$

Avec

x : vecteur d'état choisi pour la modélisation formé de i_d =courant direct , i_q = courant en quadrature et ω_r la vitesse électrique du rotor.

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T = [i_d \quad i_q \quad \omega_r]^T \quad (2.18)$$

$f(x)$: Champs de vecteur définissant la dynamique non linéaire de la machine

$$B : \text{matrice d'entrée } B = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

u : Vecteur de commande composé des tensions exprimées dans le repère de Park.

$$u = \begin{bmatrix} u_1 = u_d \\ u_2 = u_q \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

C_r : étant le couple de charge inconnu et le vecteur d est donné par :

$$d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_1 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Le modèle (2.17) peut être réécrit d'une façon plus détaillée :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x) + b_1 u_1 \\ \dot{x}_2 = f_2(x) + b_2 u_2 \\ \dot{x}_3 = f_3(x) + d_1 C_r \end{cases} \quad (2.22)$$

Avec l'expression du champs de vecteur $f(x)$ suivante:

$$\begin{cases} f_1(x) = a_1 x_1 + a_2 x_2 x_3 \\ f_2(x) = a_3 x_2 + a_4 x_3 + a_5 x_1 x_3 \\ f_3(x) = a_6 x_2 + a_7 x_3 + a_8 x_1 x_2 \end{cases} \quad (2.23)$$

2.2.2 Paramètres du modèle

Soit le vecteur \mathcal{G} composé des coefficients a_i , b_i et d_i du modèle de la machine

$$\mathcal{G} = [a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_7 \quad a_8 \quad b_1 \quad b_2 \quad d_1] \quad (2.24)$$

Les composantes de ce vecteur s'expriment en fonction des paramètres mécaniques et électriques de la MSAP comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = -\frac{R_s}{L_d} \quad ; \quad a_2 = \frac{L_q}{L_d} \quad ; \quad b_1 = \frac{1}{L_d} \\ a_3 = -\frac{R_s}{L_q} \quad ; \quad a_4 = -\frac{\phi_f}{L_d} \quad ; \quad a_5 = -\frac{L_d}{L_q} \quad ; \quad b_2 = -\frac{1}{L_q} \\ a_6 = \frac{P^2 \phi_f}{J} \quad ; \quad a_7 = -\frac{f}{J} \quad ; \quad a_8 = \frac{P^2 \phi_f}{J} \cdot (L_d - L_q) \quad ; \quad d_1 = -\frac{P}{J} \end{array} \right\} \quad (2.25)$$

Avec

R_s	résistance d'une phase du stator	f	coefficient de frottement
L_d	inductance dans l'axe directe	J	moment d'inertie du rotor
L_q	inductance dans l'axe en quadrature	P	nombre de paires de pôles
ϕ_f	flux créé par les aimants au rotor		

Dans ce travail nous étudions une machine à pôles lisses ce qui se traduit par $L_q = L_d = L$ et simplifie relativement le modèle (2.22) ainsi que l'expression du couple électromagnétique car $a_8 = 0$. Le couple électromagnétique C_{em} s'exprimant par [41] :

$$C_{em} = P \cdot (\phi_f + (L_d - L_q) \cdot i_d) \cdot i_q = P \cdot \phi_f \cdot i_q \quad (2.26)$$

Le tableau suivant contient les valeurs numériques nominales des paramètres de la machine étudiée :

R_s^0	L^0	f^0	J^0	Φ_f^0	P	C_{rnom}	P_{nom}
3.4	0.0121	0.00005	0.0001	0.013	2	0.05	22
Ω	H	Nm / rdS^{-1}	Nm / rdS^{-2}	Wb	/	Nm	W

Tableau 2.1 : paramètres de la machines étudiée

P_{nom} , C_{rnom} sont respectivement le couple de charge nominal et la puissance nominale.

2.2.3 Perturbations paramétriques [62]

En régime normal, c'est-à-dire en l'absence de perturbations paramétriques, les paramètres de la MSAP prennent les valeurs nominales données dans le tableau 2.1. Ainsi, le vecteur \mathcal{G} et ses composantes a_i , b_i et d_i prennent des valeurs nominale \mathcal{G}^0 , a_i^0 , b_i^0 et d_i^0 respectivement et on écrit :

$$\mathcal{G}^0 = [a_1^0 \quad a_2^0 \quad a_3^0 \quad a_4^0 \quad a_5^0 \quad a_6^0 \quad a_7^0 \quad a_8^0 \quad b_1^0 \quad b_2^0 \quad d_1^0] \quad (2.27)$$

Les paramètres de la machine sont sujets à des variations inconnues résultant des différentes situations dans lesquelles elle évolue. La variation de la résistance statorique R_s , par exemple, est directement liée aux fluctuations de la température de la machine; alors que les variations de L_q sont liées au phénomène de saturation magnétique [53]. Ce type de perturbations est appelé incertitude structurée [62]. Un terme $\Delta(x, \Delta a_i)$ inconnu mais tout le temps borné s'ajoute dans le modèle (2.22) qui prend alors la forme :

$$\dot{x} = f(x) + B \cdot u + d \cdot C_r + \Delta(x, \Delta a_i) \quad (2.28)$$

Une façon de simuler l'effet des variations paramétriques sur le comportement de la machine [74] est de provoquer à un instant donné, un changement aléatoire dans les coefficients du système (2.17). Ceci est clair d'après (2.22 à 2.25).

On peut déterminer l'expression du terme $\Delta(x, \Delta a_i)$ par une autre méthode, basée sur l'utilisation de relations mathématiques exprimant les variations de \mathcal{G} en fonction des variations des paramètres R_s, L_q, L_d, ϕ_f, f et J .

Exprimons d'abord les variations paramétriques :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_s \rightarrow R_s^0 + \Delta R_s \quad ; \quad L_q \rightarrow L_q^0 + \Delta L_q \quad ; \quad L_d \rightarrow L_d^0 + \Delta L_d \\ \phi_f \rightarrow \phi_f^0 + \Delta \phi_f \quad ; \quad f \rightarrow f^0 + \Delta f \quad ; \quad J \rightarrow J^0 + \Delta J \end{array} \right\} \quad (2.29)$$

Ce qui engendre les variations suivantes dans les coefficients du modèle (2.22) :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 \rightarrow a_1^0 + \Delta a_1 \quad ; \quad a_2 \rightarrow a_2^0 + \Delta a_2 \quad ; \quad b_1 \rightarrow b_1^0 + \Delta b_1 \\ a_3 \rightarrow a_3^0 + \Delta a_3 \quad ; \quad a_4 \rightarrow a_4^0 + \Delta a_4 \quad ; \quad a_5 \rightarrow a_5^0 + \Delta a_5 \quad ; \quad b_2 \rightarrow b_2^0 + \Delta b_2 \\ a_6 \rightarrow a_6^0 + \Delta a_6 \quad ; \quad a_7 \rightarrow a_7^0 + \Delta a_7 \quad ; \quad a_8 \rightarrow a_8^0 + \Delta a_8 \quad ; \quad d_1 \rightarrow d_1^0 + \Delta d_1 \end{array} \right\} \quad (2.30)$$

L'expression des variations du vecteur \mathcal{G} est obtenue par la formule de la différentielle totale exacte d'une fonction à plusieurs variables. Soit A une application de $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, la différentielle totale exacte de $A(x,y)$ image de (x,y) est donnée par :

$$\begin{aligned} dA &= \frac{\partial A}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial A}{\partial y} \cdot dy \\ \text{ou} \\ \Delta A &= \frac{\partial A}{\partial x} \cdot \Delta x + \frac{\partial A}{\partial y} \cdot \Delta y \end{aligned} \quad (2.31)$$

Ainsi nous obtenons les variations des composantes de \mathcal{G} par application de la formule (2.31) aux coefficients exprimée dans (2.25) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta a_1 = \frac{R_s^0}{L_d^0} \cdot \left(\frac{\Delta L_d}{L_d^0} - \frac{\Delta R_s}{R_s^0} \right) \quad \Delta a_2 = \frac{L_q^0}{L_d^0} \cdot \left(\frac{\Delta L_q}{L_q^0} - \frac{\Delta L_d}{L_d^0} \right) \quad \Delta b_1 = -\frac{1}{L_d^0} \cdot \frac{\Delta L_d}{L_d^0} \\ \Delta a_3 = \frac{R_s^0}{L_q^0} \cdot \left(\frac{\Delta L_q}{L_q^0} - \frac{\Delta R_s}{R_s^0} \right) \quad \Delta a_4 = \frac{\phi_f^0}{L_q^0} \cdot \left(\frac{\Delta L_q}{L_q^0} - \frac{\Delta \phi_f}{\phi_f^0} \right) \quad \Delta a_5 = \frac{L_d^0}{L_q^0} \cdot \left(\frac{\Delta L_q}{L_q^0} - \frac{\Delta L_d}{L_d^0} \right) \\ \Delta a_6 = \frac{P^2 \phi_f^0}{L_q^0} \cdot \left(\frac{\Delta \phi_f}{\phi_f^0} - \frac{\Delta J}{J^0} \right) \quad \Delta a_7 = \frac{f^0}{J^0} \cdot \left(\frac{\Delta J}{J^0} - \frac{\Delta f}{f^0} \right) \quad \Delta b_2 = -\frac{1}{L_q^0} \cdot \frac{\Delta L_q}{L_q^0} \\ \Delta a_8 = \frac{P^2}{J^0} \cdot \left(\Delta L_d - \Delta L_q - (L_d^0 - L_q^0) \cdot \frac{\Delta J}{J^0} \right) = \frac{P^2}{J^0} \cdot (\Delta L_d - \Delta L_q) \quad \Delta d_1 = \frac{P}{J^0} \cdot \frac{\Delta J}{J^0} \end{array} \right\} \quad (2.32)$$

Se basant sur ce résultat, on injecte (2.30) dans (2.22) pour obtenir un système d'équations de la forme (2.28). Soit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x) + b_1 u_1 + \Delta_1(x, \Delta a_i) \\ \dot{x}_2 = f_2(x) + b u_2 + \Delta_2(x, \Delta a_i) \\ \dot{x}_3 = f_3(x) + d_1 C_r + \Delta_3(x, \Delta a_i) \end{cases} \quad (2.33)$$

Les calculs mènent vers la forme suivante de $\Delta(x, \Delta a_i)$:

$$\Delta(x, \Delta a_i) = \begin{bmatrix} \Delta_1(x, \Delta a_i) \\ \Delta_2(x, \Delta a_i) \\ \Delta_3(x, \Delta a_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta a_1 x_1 + \Delta a_2 x_2 x_3 + \Delta b_1 u_1 \\ \Delta a_3 x_2 + \Delta a_4 x_3 + \Delta a_5 x_1 x_3 + \Delta b_2 u_2 \\ \Delta a_6 x_2 + \Delta a_7 x_3 + \Delta a_8 x_1 x_2 + \Delta d_1 C_r \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

2.3 Défauts dans la MSAP

2.3.1 Les défauts dans une machine électrique [62] [73]

Les machines électriques sont des éléments critiques dans les applications électromécaniques et dans les processus industriels. Une panne dans une machine peut causer l'arrêt de l'unité de production ou nécessiter l'utilisation d'un équipement redondant pour contourner le problème [62].

Plusieurs études ont montré que l'une des raisons principales des défauts dans les machines électriques est la dégradation des enroulements statoriques. Les défauts du stator sont généralement reliés à un problème d'isolation. Ces défauts ne sont pas facilement détectables au départ, mais grandissent tour après tour et deviennent dangereux. Par conséquent, toute technique capable de détecter ce genre de défaut plus rapidement (FDI-FDD) est la bienvenue, car elle permet d'éviter les situations catastrophiques et d'élaborer des procédures de réparation (FTC) [80], [13] [62], [73] [107].

Les origines d'un défaut dans le rotor ou dans le stator peuvent être de différents types :

- Thermique (surcharge, . . .),
- Électrique (diélectrique, . . .),
- Électromagnétique (Force en $B^2(t)$, . . .),
- Mécanique (bobinage, roulement . . .),
- Dynamique (arbre de transmission, . . .),
- Environnemental (agression, . . .).

Les principaux défauts de la MSAP peuvent être classés comme suit [95]:

- Les des défauts de roulements,
- les défauts du rotor,
- Les défauts du stator ou de l'armature,
- Les défauts reliés à l'excentricité (statique ou dynamique).

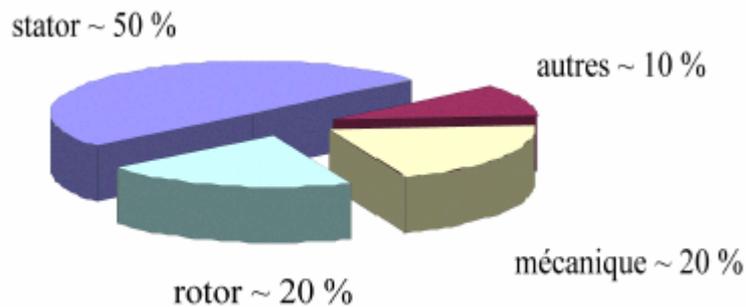


fig.2.2 La répartition des pannes de la machine synchrone

Ces défauts produisent un ou plus des symptômes suivants :

- Forces Magnéto-Motrices dans l'entrefer et courants de lignes non équilibrés,
- Pulsations accrues du couple,
- Couple moyen diminué,
- Pertes accrues et réduction d'efficacité,
- Chauffage excessif.

Les méthodes de diagnostic permettant d'identifier les défauts ci-dessus peuvent être décrites comme suit [73]:

- La surveillance du champ électromagnétique par enroulements de prélèvement, enroulements montés autour de l'axe du moteur (détection relative au flux axial),
- Mesure de la température,
- Identification infrarouge,
- Surveillance par émissions de fréquences radio (RF),
- Surveillance des bruits et des vibrations,
- Analyse chimique,
- Mesure de bruits acoustiques,
- Analyse de la signature du courant du moteur (Motor Current Signature Analysis / MCSA),
- Techniques basées sur la modélisation, l'intelligence artificielle et les réseaux de neurones.

Quelque soit la méthode utilisée, on se doit de prélever un ou plusieurs signaux pour les traiter, les analyser, conclure à une défaillance ou non, avec certitude. Quatre signaux élémentaires peuvent être prélevés. Il s'agit de [84] :

- Courants statoriques,
- Flux rayonnant de la machine,
- Vibrations,
- La vitesse de rotation.

Dans la suite, nous nous baserons sur les méthodes d'analyse du spectre des courants statoriques (MCSA). C'est-à-dire l'étude des fréquences que contient le spectre du courant de chaque phase car la présence d'un défaut dans la machine, induit des harmoniques dans les courants de lignes [73], [18], [107].

2.3.2 Les harmoniques dues aux défauts

Dans cette section, nous allons rappeler les formules donnant les fréquences des harmoniques apparaissant dans les courants, flux et autres signaux de la machine en cas de défauts [73], [18], [62]. Ces fréquences dépendent des caractéristiques de la machine et seront supposées parfaitement connues dans la suite [80], [13].

a) Les défauts des roulements

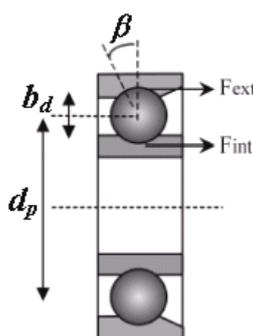


fig.2.3 Le roulement à billes

Les fréquences de vibrations provoquées par un défaut de roulements varient selon le type du défaut comme suit [107] :

Type de défaut dans le roulement	Fréquence de vibration
défaut de la cage externe du roulement	$f_v [HZ] = (N/2)f_r [1 - b_d \cos(\beta) / d_p]$ (2.35)
défaut de la cage interne du roulement	$f_v [HZ] = (N/2)f_r [1 + b_d \cos(\beta) / d_p]$ (2.36)
défaut de billes	$f_v [HZ] = (d_p f_r / b_d) [1 - (b_d \cos(\beta) / d_p)^2]$ (2.37)
défaut du Train du roulement	$f_v [HZ] = (f_r / 2) [1 - b_d \cos(\beta) / d_p]$ (2.38)

Tableau 2.2 fréquences de vibration selon les défauts dans un roulement

Où :

f_r = fréquence de rotation mécanique, N = nombre de billes,
 b_d = diamètre des billes, d_p = distance du centre des billes,
 β = l'angle de contact de la bille avec la cage.

Cependant, il a été prouvé [20] que ces fréquences de vibration se reflètent dans le spectre du courant comme :

$$f_{bng} = |f_a \pm m \cdot f_v| \quad (2.39)$$

Où $m = 1.2.3...$, f_v est une des fréquences caractéristiques de vibration et f_a la fréquence d'alimentation électrique.

b) Les défauts de l'armature ou du stator

Ces défauts sont habituellement liés à une isolation défailante. Ils sont généralement connus comme défauts entre terre et phase ou entre phases. Ces défauts peuvent ne pas être détectés au début, mais au cours du temps et tour après tour, leurs effets augmentent et ils deviennent des défauts majeurs (agissent en dérive) [106]. Presque 30-40 % des défauts des machines électriques font partie de cette catégorie.

Les fréquences à détecter dans la composante axiale du flux sont donnés par :

$$f_s = [k \pm n \cdot (1 - s) / P] f_a \quad (2.40)$$

Où :

P = le nombre de paires de pôles f_a = la fréquence d'alimentation
 $k = 1,3$, $n = 1,2,3...(2p-1)$ s = le glissement ($s=0$ pour la MSAP).

L'harmonique qui s'ajoute au spectre du courant en cas de défauts dans les enroulements statoriques est caractérisée par la fréquence [80] :

$$f_s = f_a \quad (2.41)$$

Une méthode développée dans [85] basée sur l'utilisation du vecteur étendu de Park (EPVA= Extended Park's Vector Approach) stipule qu'un défaut dans les enroulements statoriques d'une machine électrique synchrone ou asynchrone se manifeste par la présence d'une composante égale au double de la fréquence du signal d'alimentation dans le spectre du EPVA :

$$f_s = 2f_a \quad (2.42)$$

c) Défauts du rotor

Dans [73] on a employé l'analyse du spectre du courant de ligne de la machine (MCSA) pour détecter les défauts du rotor. Il s'agit d'étudier les composantes de la bande latérale, f_{ro} autour du fondamental f_a pour détecter ces défauts. Voir aussi [80]

$$f_{ro} = (1 \pm 2ks)f_a \quad (2.43)$$

L'inertie du moteur et de la charge affecte également la grandeur de ces bandes latérales. D'autres composantes spectrales pouvant être observées dans le courant de ligne du stator sont donnés ci-après :

$$f_{ro} = \left(\frac{k}{P}(1-s) \pm s \right) f_a \quad (2.44)$$

Où : f_{ro} = fréquences détectables dans le spectre du courant ; $k/P = 1.3.5...$

d) Défauts relatifs à l'excentricité

L'excentricité d'une machine apparaît lorsque l'espace entre le stator et le rotor n'est pas uniforme [1]. Quand l'excentricité devient importante, les forces radiales déséquilibrées résultantes (également connues sous le nom de traction magnétique non équilibrée ou Unbalanced Magnetic Pull / UMP) peuvent provoquer une bande de frottement entre le stator et le rotor, et ceci peut avoir comme conséquence l'endommagement du stator et du rotor. Il y a deux types d'excentricité: statique et dynamique. Dans le cas de l'excentricité statique, la position de la longueur radiale minimale est fixé dans l'espace (l'excentricité statique se distingue par le fait que le centre du rotor n'est pas égal à celui du stator). L'excentricité statique peut être provoquée par la forme ovale du noyau du stator ou par le positionnement incorrect du rotor ou du stators lors du montage. Si l'arbre du rotor est suffisamment rigide, le niveau de l'excentricité statique ne change pas.

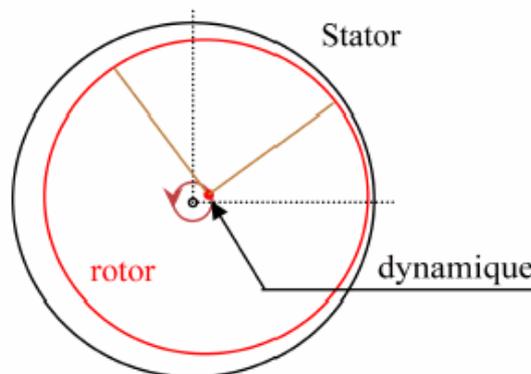


Fig.2.4. L'excentricité statique et dynamique.

La présence de l'excentricité statique et dynamique peut être détectée par la méthode MCSA (analyse du courant de la machine) [1]. L'équation donnant les fréquences des composantes d'intérêt est :

$$f_{ex} = \left[(kR \pm n_d) \frac{(1-s)}{P} \pm \nu \right] f_a \quad (2.45)$$

n_d : l'ordre d'excentricité ($n_d = 0$ dans le cas d'excentricité statique, et $n_d = 1,2,3 \dots$ en cas d'excentricité dynamique);

R : le nombre de fentes dans le rotor;

s : glissement ($s=0$ dans notre cas –MSAP–);

P : nombre de paire de pôles;

f_a : fréquence du signal d'alimentation ;

k : un nombre entier

ν : l'ordre des harmoniques du signal d'alimentation du stator ($\nu = \pm 1,2,3 \dots$ etc.)

Néanmoins, si l'excentricité statique et dynamique existent ensembles, d'autres composantes de basses fréquences peuvent être détectées autour du fondamental pour toutes les machines :

$$f_{ex} = |f_a \pm kf_r| \quad (2.46)$$

Les signaux de vibration peuvent être exploités pour détecter les défauts reliés à l'excentricité. En cas d'excentricité mixte les composantes de basse fréquence de vibration du stator sont données par :

$$f_v = 2f_a \pm f_r \quad (2.47)$$

2.4 Modèle de la MSAP en présence de défauts

Dans cette section nous mettons en évidence le changement du modèle de la MSAP en présence de défauts. Un terme V représentant une perturbation inconnue mais tout le temps bornée – qui résulte de la présence d'un ou plusieurs défauts dans la machine – s'ajoute dans modèle (2.22) qui s'écrit alors – en absence de perturbations paramétriques – sous la forme :

$$\dot{x} = f(x) + B \cdot u + d \cdot C_r + \sigma \cdot V \quad (2.48)$$

En l'absence de défauts, V est identiquement nul et on a :

$$\sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Comme il a été précisé plus haut, nous nous basons sur l'analyse du spectre des courants statoriques pour détecter les défauts qui y provoquent une ou plusieurs harmoniques dont les fréquences ont été données dans la section précédente.

2.4.1 Modélisation des harmoniques

Soient I_A et I_B les courants des phases (A, B) du moteur, en cas de défaut, ils sont augmentés d'une sinusoïde de pulsation $2\pi f_i$ (f_i étant la fréquence caractéristique du défaut) et une amplitude et phase A_i et φ_i respectivement :

$$A_i \sin(2\pi f_i \cdot t + \varphi_i) \quad (2.50)$$

Notons que seule f_i est connue, A_i et φ_i sont inconnues à priori et reflètent l'état initial du défaut. Les courants I_A et I_B en cas de défauts prennent donc la forme suivante [80], [13]

$$\begin{cases} I_A \rightarrow I_A + A_i \sin(2\pi f_i \cdot t + \varphi_i) \\ I_B \rightarrow I_B + A_i \cos(2\pi f_i \cdot t + \varphi_i) \\ i = 1, \dots, n_f \end{cases} \quad (2.51)$$

n_f étant le nombre des harmoniques générées par tous les défauts.

De même pour les courants dans le repère de Park :

$$\begin{cases} i_d \rightarrow i_d + A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \\ i_q \rightarrow i_q + A_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) \\ i = 1, \dots, n_f \end{cases} \quad (2.52)$$

Notons aussi que nous avons gardé les mêmes notations pour l'amplitude et la phase car celles-ci restent inconnues. Par contre, la pulsation ω_i n'est pas égale à $2\pi f_i$ à cause de la transformation de Park mais elle est donnée par (Cette relation est illustrée sur la figure 2.5) [80] :

$$\omega_i = 2\pi f_i + 2\pi f_a = 2\pi \cdot (f_i + f_a) \quad (2.53)$$

Une façon d'introduire ces harmoniques dans le système d'état (2.22) [80] est d'utiliser un système différentiel linéaire stable représenté sous forme d'équations d'état :

$$\dot{z} = S \cdot z \quad (2.54)$$

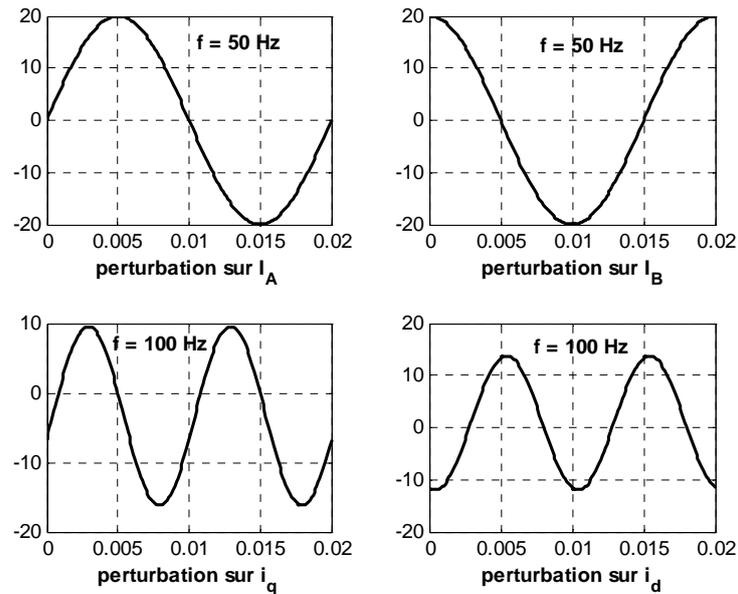


fig.2.5 Illustration de la relation (2.53)

Le système (2.54) n'est autre qu'une représentation d'état de toutes les harmoniques affectant les courants statoriques. La matrice dynamique S étant la seule caractéristique connue du système, elle est constituée des pulsations ω_i :

$$\begin{cases} S = \text{diag}(S_i) \\ S_i = \begin{bmatrix} 0 & \omega_i \\ -\omega_i & 0 \end{bmatrix} \\ i = 1, \dots, n_f \end{cases} \quad (2.55)$$

Et on a :

$$\begin{cases} \dim(S) = 2n_f \times 2n_f \\ \dim(z) = 2n_f \times 1 \end{cases} \quad (2.56)$$

On écrit alors l'équation (2.54) sous une nouvelle forme :

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \vdots \\ \dot{z}_{2n_f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & S_2 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & S_{2n_f} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{2n_f} \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

2.4.2 Résolution de l'exosystème

L'état z du système exogène (2.54) se décompose en n_f sous état du second ordre :

$$\begin{cases} \bar{z}_i = \begin{bmatrix} z_{2i-1} \\ z_{2i} \end{bmatrix} \\ i = 1, \dots, n_f \end{cases} \quad (2.58)$$

Et le sous état \bar{z}_i possède une dynamique similaire à (2.54) vue la forme diagonale de la matrice S .

$$\dot{\bar{z}}_i = S_i \cdot \bar{z}_i \quad (2.59)$$

ou encore

$$\dot{\bar{z}}_i = \begin{bmatrix} \dot{z}_{2i-1} \\ \dot{z}_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_i \\ -\omega_i & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_{2i-1} \\ z_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_i z_{2i} \\ -\omega_i z_{2i-1} \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

en posant $y = z_{2i-1}$ on obtient :

$$\begin{cases} \ddot{y} = \ddot{z}_{2i-1} = \omega_i \dot{z}_{2i} = -\omega_i^2 z_{2i-1} = -\omega_i^2 y \\ \text{soit} \\ \ddot{y} + \omega_i^2 y = 0 \end{cases} \quad (2.61)$$

La solution de l'équation (2.61) est connue, c'est une sinusoïde de la forme $y = A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i)$, donc :

$$\begin{cases} y = z_{2i-1} = A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \Rightarrow z_{2i} = A_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) \Rightarrow \\ \bar{z}_i = \begin{bmatrix} z_{2i-1} \\ z_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \\ A_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2.62)$$

Ainsi, nous avons trouvé la valeur instantanée de \bar{z}_i et nous pouvons construire le vecteur z :

$$z = \begin{bmatrix} \bar{z}_1 & \bar{z}_2 & \dots & \bar{z}_{n_f} \end{bmatrix}^T \quad (2.63)$$

Les amplitudes A_i et les phases φ_i ne sont pas connues et reflètent l'aspect aléatoire des défauts ainsi que leur sévérité [80]

En considérant l'équation (2.52), on peut écrire en vertu de (2.62), la nouvelle forme des courants i_d et i_q :

$$\left\{ \begin{array}{l} i_d \rightarrow i_d + z_{2i-1} \\ i_q \rightarrow i_q + z_{2i} \\ i = 1, \dots, n_f \\ \text{ou} \\ i_d \rightarrow i_d + \sum_{i=1}^{i=n_f} z_{2i-1} \\ i_q \rightarrow i_q + \sum_{i=1}^{i=n_f} z_{2i} \end{array} \right. \quad (2.64)$$

Cette équation, peut être réécrite sous une forme matricielle plus compacte :

$$\left\{ \begin{array}{l} i_d \rightarrow i_d + Q_d z \\ i_q \rightarrow i_q + Q_q z \end{array} \right. \quad (2.65)$$

Avec l'expression des matrices Q_d et Q_q telles que $\dim(Q_d) = \dim(Q_q) = 1 \times 2n_f$:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_d = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad \dots \quad 1 \quad 0] \\ Q_q = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad \dots \quad 0 \quad 1] \end{array} \right. \quad (2.66)$$

En utilisant (2.65) les dérivées des courants i_d et i_q , prennent la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{i}_d \rightarrow \dot{i}_d + Q_d \cdot S \cdot z \\ \dot{i}_q \rightarrow \dot{i}_q + Q_q \cdot S \cdot z \end{array} \right. \quad (2.67)$$

2.4.3 Effet sur le modèle

Pour obtenir le modèle de la MSAP en présence de défauts, il suffit maintenant d'injecter les équations (2.65) et (2.67) dans (2.22) en se rappelant que $i_d = x_1$ et $i_q = x_2$. Le résultat est un système de la forme

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x) + b_1 u_1 + V_1 \\ \dot{x}_2 = f_2(x) + b u_2 + V_2 \\ \dot{x}_3 = f_3(x) \end{cases} \quad (2.68)$$

Les calculs mènent vers la forme suivante de V :

$$V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} a_1 \cdot Q_d \cdot z + a_2 \cdot Q_q \cdot z \cdot x_3 + Q_d \cdot S \cdot z \\ a_3 \cdot Q_q \cdot z + a_5 \cdot Q_d \cdot z \cdot x_3 + Q_q \cdot S \cdot z \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

Remarque: le signe négatif dans l'expression de V n'a pas une grande signification car cette perturbation est inconnue a priori, il est introduit juste pour faciliter la suite des calculs (dans le chapitre IV).

2.4.4 Expression matricielle des perturbations

Se basant sur (2.69) on peut écrire la perturbations des défauts V sous une forme d'une multiplication matricielle comme suit :

$$\begin{cases} V = - \begin{bmatrix} a_1 \cdot Q_d + a_2 \cdot Q_q x_3 + Q_d \cdot S \\ a_3 \cdot Q_q + a_5 \cdot Q_d \cdot x_3 + Q_q \cdot S \end{bmatrix} \cdot z = -\Gamma \cdot z \\ \Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [a_1 \cdot Q_d + a_2 \cdot Q_q x_3 + Q_d \cdot S] \\ [a_3 \cdot Q_q + a_5 \cdot Q_d \cdot x_3 + Q_q \cdot S] \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2.70)$$

Enfin, les défauts vus de cette manière, sont des perturbations qu'on introduit dans le système (2.17) et qui sont générées par le système (2.54) ce qu'on peut récapituler ainsi :

$$\begin{cases} \dot{z} = S \cdot z \\ V = -\Gamma \cdot z \end{cases} \quad (2.71)$$

2.4.5 Exemples :

e1) un seul défaut affecte la machine au niveau du stator.

Dans ce cas une seule harmonique de pulsation ω_l affecte les courants i_d , i_q et nous avons:

$$\dim(z) = 2 ; \dim(S) = 2 \times 2 ; \dim(Q_d) = \dim(Q_q) = 1 \times 2 ; \dim(\Gamma) = 2 \times 2$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 & \omega_1 \\ -\omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

$$Q_d = [1 \ 0] ; Q_q = [0 \ 1]$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [a_1 & a_2 x_3 + \omega_1] \\ [a_5 x_3 - \omega_1 & a_3] \end{bmatrix}$$

e2) deux défauts affectent la machine au niveau du stator et du rotor.

Dans ce cas, le défaut du stator génère une seule harmonique ω_l et celui du rotor en génère deux [80] ω_2 et ω_3 et nous avons :

$$\dim(z) = 6 ; \dim(S) = 6 \times 6 ; \dim(Q_d) = \dim(Q_q) = 1 \times 6 ; \dim(\Gamma) = 2 \times 6$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 & \omega_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_3 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

$$Q_d = [1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0] ; Q_q = [0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1]$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [a_1 & a_2 x_3 + \omega_1 & a_1 & a_2 x_3 + \omega_2 & a_1 & a_2 x_3 + \omega_3] \\ [a_5 x_3 - \omega_1 & a_3 & a_5 x_3 - \omega_2 & a_3 & a_5 x_3 - \omega_3 & a_3] \end{bmatrix}$$

2.5 Simulations

Dans cette section, nous simulons en boucle ouverte tous les modèles que nous avons élaborés de la MSAP.

- D'abord le comportement de la machine sans aucune charge pour comparer les courbes avec celles qu'on trouve dans la littérature
- Ensuite l'effet du couple de charge
- Ensuite on introduit les perturbations paramétriques
- L'effet d'un seul défaut dans le stator provoquant une seule harmonique
- Puis de deux défauts un dans le stator et un autre dans le rotor provoquant trois harmoniques

Fig. 2.6

Comportement de la machine sous l'effet d'aucune charge

Fig. 2.7

À $t=2$ sec on introduit un couple égal au couple nominal $C_r=C_{nom}$ puis on le double à $t=4$ sec

Fig. 2.8

À $t=2$ sec on introduit un couple double du couple nominal puis à $t=3$ sec on introduit l'effet d'une variation de 50% dans la résistance statorique R_s

Fig. 2.9

À $t=2$ sec on introduit un couple double du couple nominal puis à $t=3$ sec on introduit l'effet d'une variation de 80% dans tous les paramètres de la machine

Fig. 2.10

À $t=1.5$ sec on introduit un couple double du couple nominal puis à $t=3$ sec on introduit l'effet d'une variation de 80% dans tous les paramètres de la machine puis à $t=4$ sec l'effet d'un seul défaut dans le stator générant une harmonique de fréquence 50Hz, amplitude 8 et phase nulle.

Fig. 2.11

À $t=1.5$ sec on introduit un couple double du couple nominal puis à $t=3$ sec on introduit l'effet d'une variation de 80% dans tous les paramètres de la machine puis à $t=4$ sec l'effet de deux défauts générant trois harmoniques de phases nulles, fréquence 10,15,20 Hz et d'amplitude 8,10,5 respectivement.

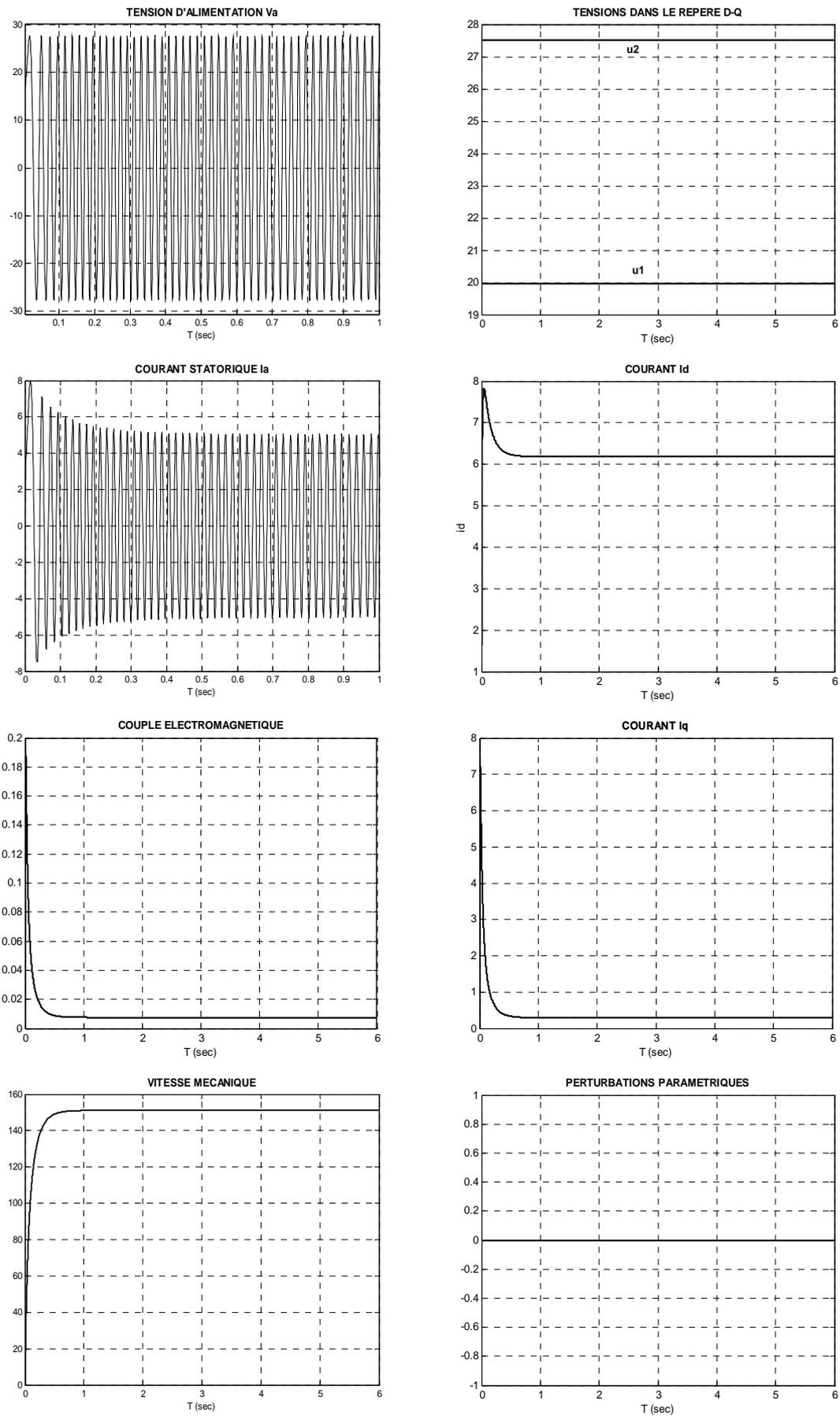


Fig. 2.6 Simulation de la machine sans aucune charge

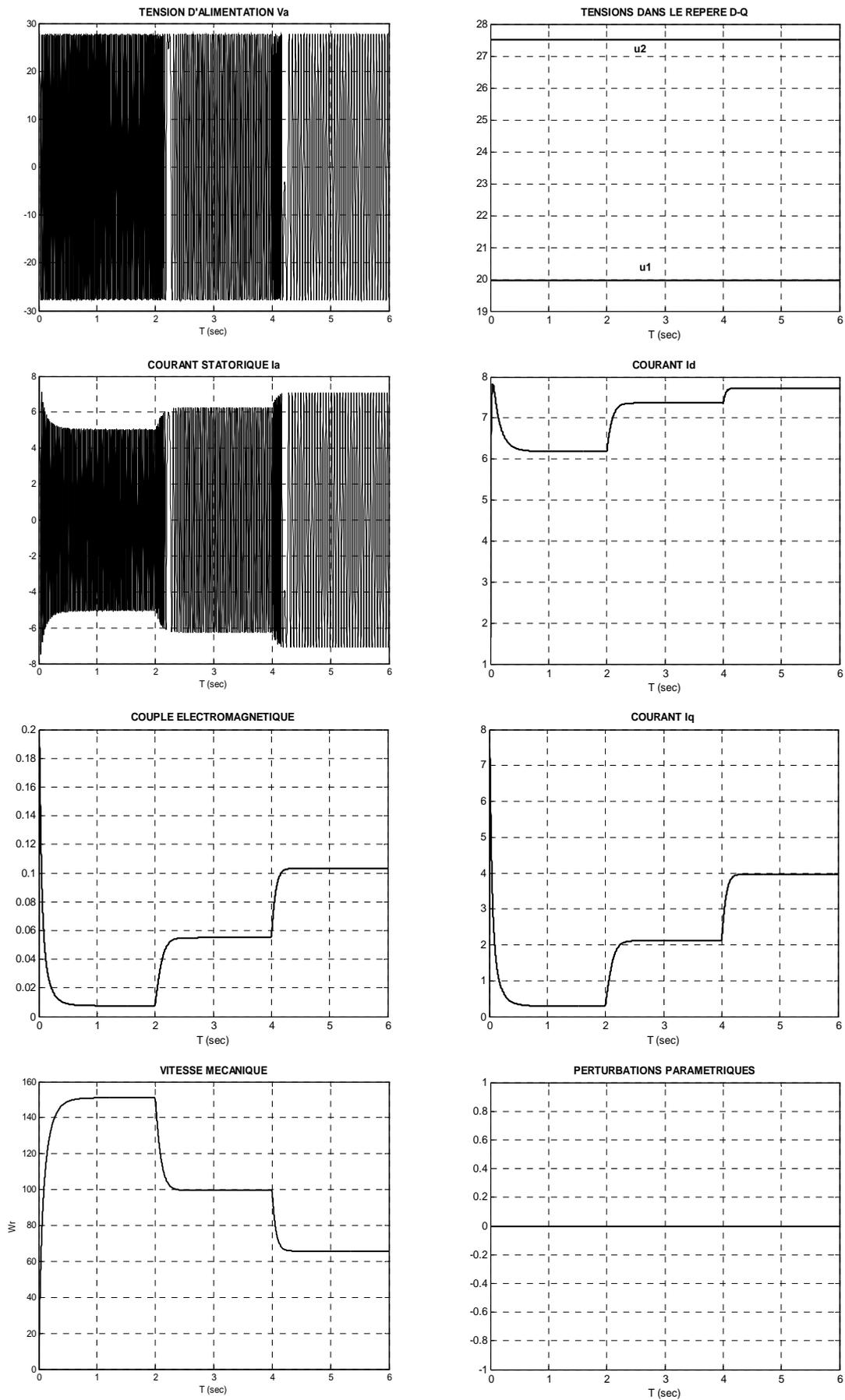


Fig. 2.7 Simulation de l'effet du couple de charge.

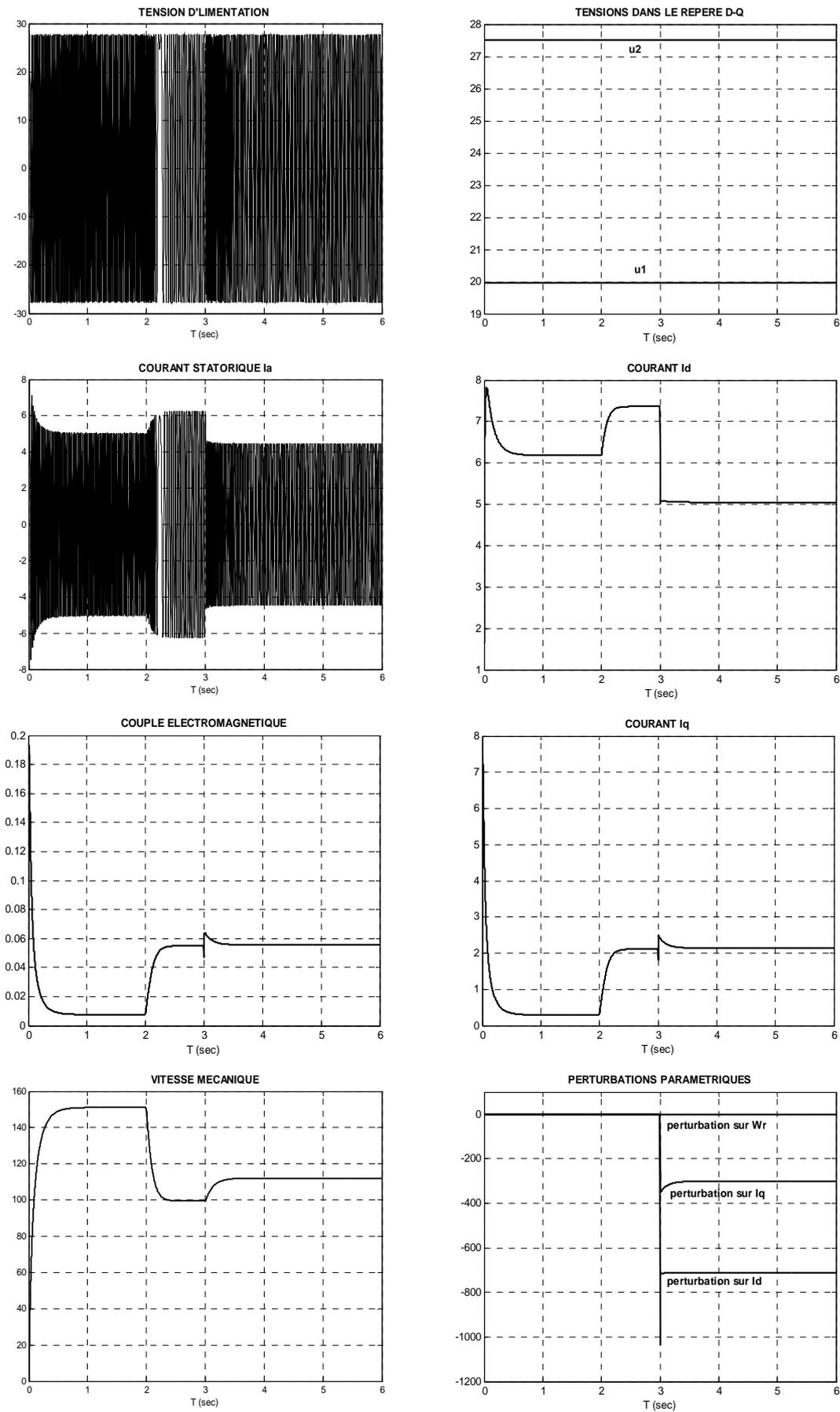


Fig. 2.8 Effet d'une variation de 50% de R_s .

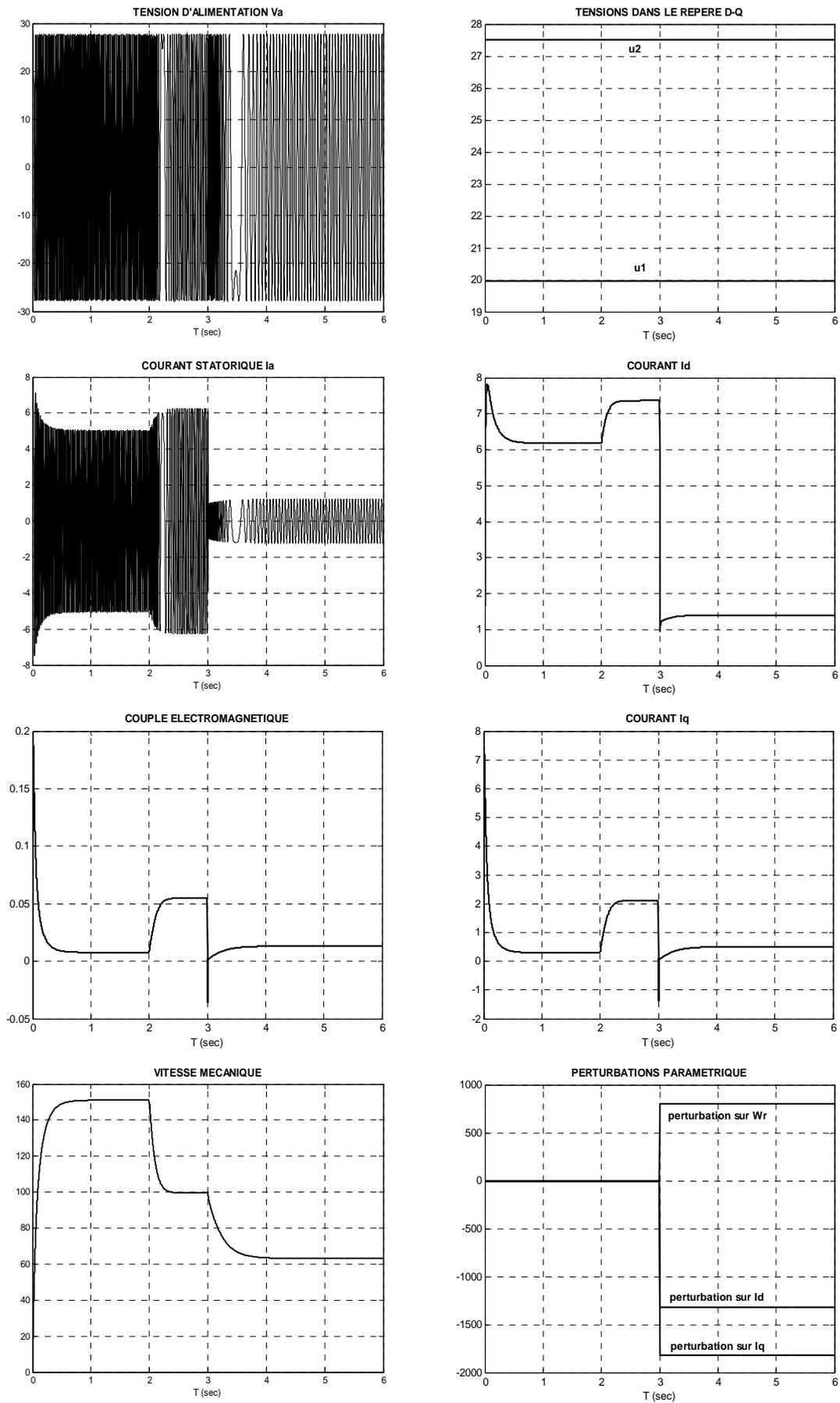


Fig. 2.9 Effet d'une variation de 80% de tous les paramètres.

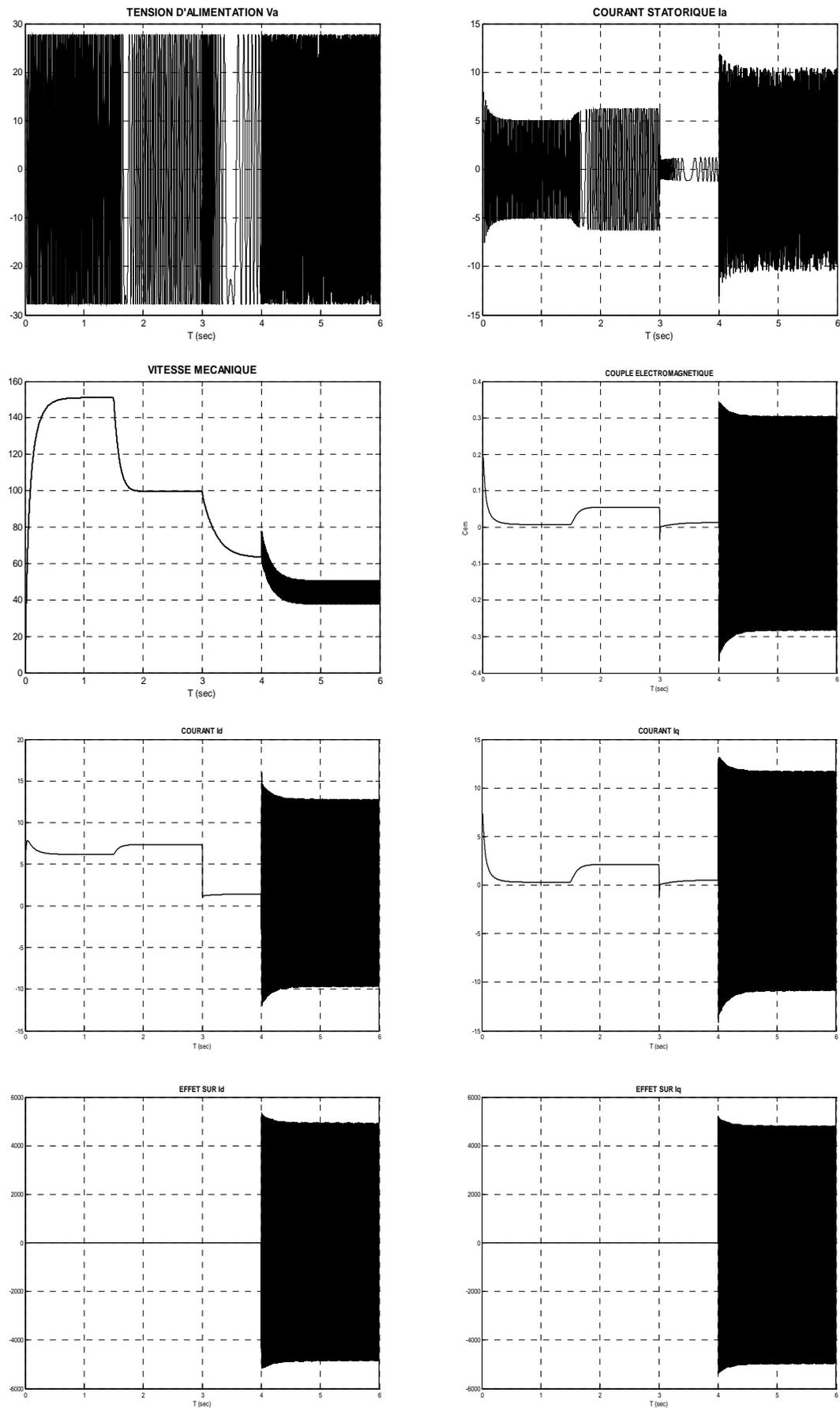


Fig. 2.10 Effet d'une harmonique due à un seul défaut.

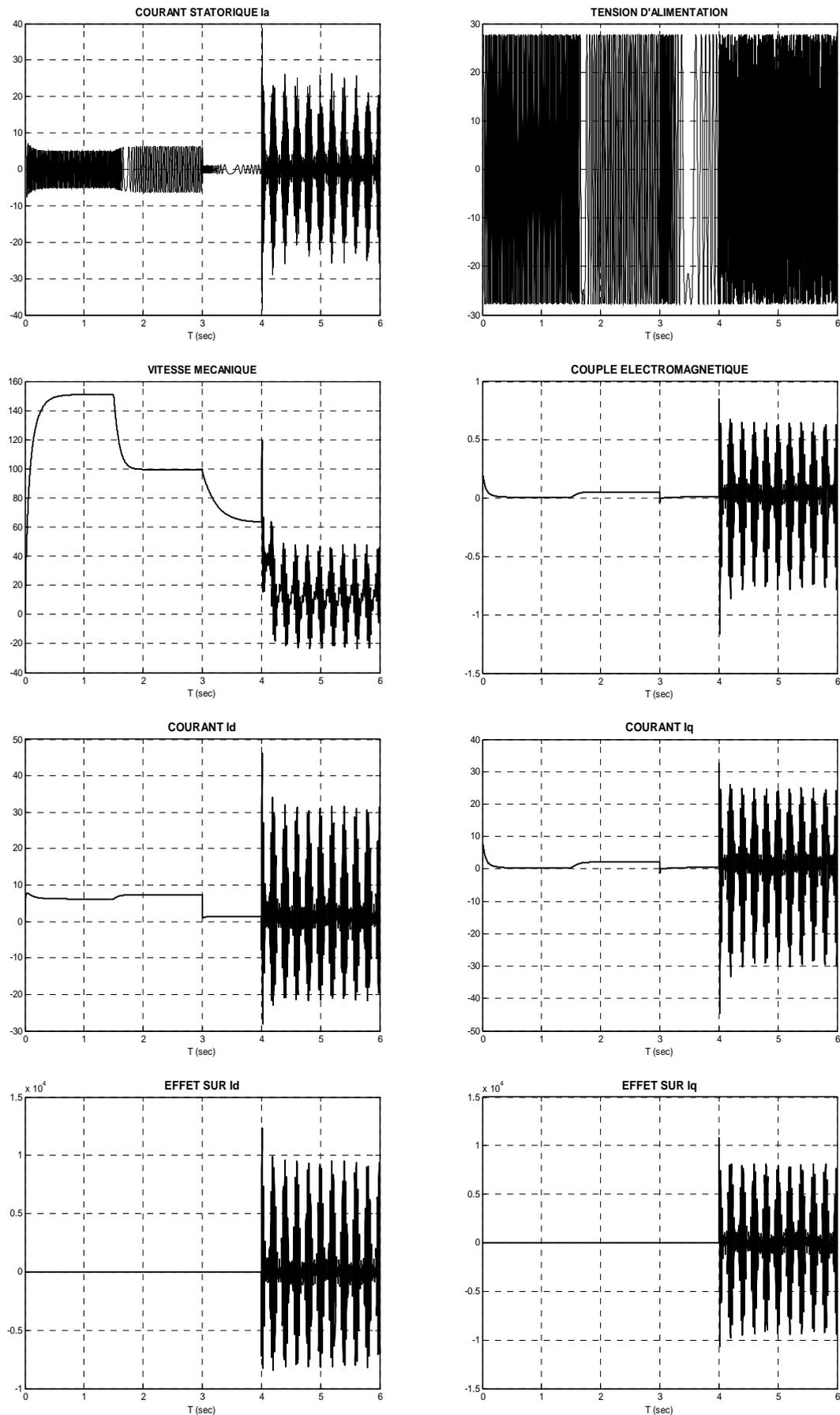


Fig. 2.11 Effet de trois harmoniques dues à deux défauts (stator et rotor)

2.6 Conclusion

Le modèle détaillé de la MSAP que nous avons élaboré dans ce chapitre est un bon point de départ pour le reste du travail, nous y avons inclus toutes les possibilités de perturbations : couple de charge, perturbations paramétriques (dites structurées) et défauts de types différents. Le nombre et les types de défauts ne sont pas d'une grande importance car leur effet apparaît uniquement dans les dimensions et les valeurs des différentes matrices. Par conséquent, toute solution FTC utilisant ce modèle tolère tous les défauts dont les fréquences ont été incluses dans la matrice S obtenue par (2.55) [80].

Les simulations en boucle ouverte ont permis d'étudier le comportement de la machine et ont mis évidence l'effet de chaque perturbation sur son état. Dans la figure 2.6 nous avons simulé la machine en boucle ouverte sans aucune charge pour retrouver les courbes classiques de la MSAP (celles trouvées dans la littérature) puis nous avons simulé l'effet d'une charge égale au couple nominale puis à son double dans la figure 2.7. D'après les figures 2.8 et 2.9, l'effet des variations paramétriques sur l'état de la machine peut être grave et doit donc être compensé par une loi de commande convenable. Enfin l'effet des défauts est représenté dans les figures 2.10 et 2.11.

Ces résultats vont être exploités dans les chapitres suivants pour élaborer une commande robuste (chapitre III) puis pour lui affecter un aspect FDI/FTC (chapitre IV).

Chapitre III

Commande Robuste par Backstepping

3.1 Introduction

La commande des systèmes constitue l'un des domaines les plus riches en termes d'algorithmes, d'outils d'analyse et de techniques de design. Toutefois, toutes ces techniques sont basées sur la connaissance des paramètres du système à contrôler. Du degré de validité de cette hypothèse, dépend la qualité du comportement du système compensé obtenu. Si les paramètres du procédé sont connus avec exactitude, un contrôleur bien conçu donne, en général, de bons résultats. En présence d'incertitudes ou de paramètres inconnus, rien ne garantit un fonctionnement qui respecte les spécifications. Le problème de la commande des systèmes sujets à de faibles incertitudes: peut être traité dans le cadre de la commande robuste [72, 33,89].

Dans ce chapitre, on s'intéresse à la commande par backstepping de la MSAP. On traite d'abord quelques notions théoriques se reliant à cette technique, en suite on calcul la commande par backstepping d'un système d'ordre 3 puis on élabore la commande de la MSAP. Le chapitre se termine par des simulations du système en boucle fermée dans les différentes situations (chapitre II) dans lesquelles peut évoluer la MSAP.

Stabilité (Définition intuitive)

On dit qu'un système est stable si déplacé de sa position d'équilibre, il tend à y revenir ; instable, s'il tend à s'en écarter davantage.

Stabilité (Selon Lyapunov)

Soit un système dont l'état est défini par le vecteur x qui possède la position d'équilibre x_e . Écarté de cette position, et abandonné à lui même au temps $t = t_0$ avec les conditions initiales $x(t_0)$, le système aura comme état $x(t)$. On dit que la position d'équilibre du système est stable (figure 3.1a), si pour tout $\varepsilon > 0$: il existe $\delta(\varepsilon) > 0$ tel que si

$$\|x(t_0) - x_e\|^2 < \delta$$

on soit certain qu'on aura après un certain temps t et pour toutes les valeurs $t > t_0$

$$\|x(t) - x_e\|^2 < \varepsilon$$

Dans le cas contraire (ie. s'il existe au moins un ε tel que l'on ne puisse pas trouver δ correspondant qui satisfasse aux inégalités) on dit que l'équilibre est instable.

La stabilité (simple) ne requiert pas que le vecteur d'état $x(t)$ tende vers x_e lorsque t augmente indéfiniment. Si le système, écarté de la position d'équilibre, finit par y revenir (ie. $x(t)$ tend vers le point d'équilibre x_e , pour t infini) on dit qu'il y a stabilité asymptotique (figure 3.1b).

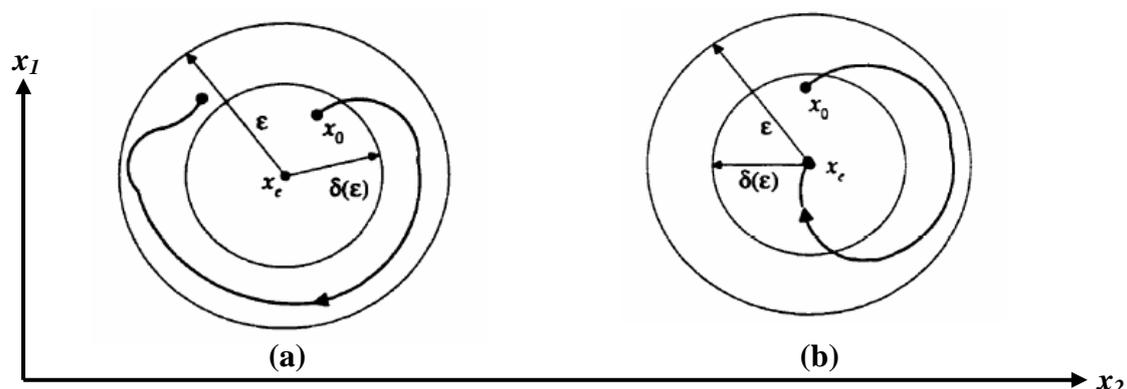


Fig. 3.1 stabilité selon Lyapunov a : simple b : asymptotique

Stabilité locale et Stabilité globale

On peut prédire le comportement d'un système linéaire à partir de l'analyse de sa position d'équilibre. Un système dont le point d'équilibre est stable (instable) est stable (instable). Il n'en est plus de même pour un système non linéaire. Étant donné que celui-ci peut avoir plusieurs positions d'équilibre, la stabilité de l'une de ces positions d'équilibre ne suffit pas à elle seule à prédire la stabilité du système. Afin de quantifier l'influence de la stabilité d'un point d'équilibre sur la stabilité du système, de nouvelles définitions de la stabilité sont introduites ; on parle de stabilité locale, stabilité globale et région d'attraction.

Stabilité locale

La stabilité locale concerne simplement la position d'équilibre considérée, sans rien préjuger sur le domaine de validité de cette stabilité. C'est une condition nécessaire, mais non suffisante à la stabilité du système dans un certain domaine D , contenant cette position d'équilibre.

Stabilité globale

On parle de stabilité globale lorsque le système est stable pour toutes les valeurs que peuvent prendre les variables du système. La stabilité globale possède un intérêt pratique beaucoup plus considérable que la stabilité locale. Elle ne dépend pas seulement du système, mais aussi des valeurs que peuvent prendre les variables dans le problème considéré. Ainsi, le même système est stable ou instable globalement: suivant le domaine de variables auquel on s'intéresse.

Région d'attraction

La région autour de la position d'équilibre, à l'intérieur de laquelle toutes les trajectoires approchent le point d'équilibre est appelée région ou domaine d'attraction. Sa taille est souvent un facteur très important dans l'évaluation des performances des systèmes non linéaires.

3.2 Méthodes d'analyse

Dans la théorie des systèmes, la stabilité est un élément très important. Celle-ci passe au premier plan dans le cadre des systèmes non linéaires, pour devenir le facteur clé. Cela explique le regain d'activité que connaît ce domaine depuis plusieurs années. Du degré d'importance des non linéarités présentes dans un système dépend la complexité des méthodes permettant de se prononcer sur sa stabilité. Pour une grande classe de systèmes non linéaires, les méthodes d'analyse linéaire donnent en général, des résultats acceptables. Dans certains cas, des méthodes approximatives (l'équivalent harmonique ou la première méthode de Lyapunov) [31, 5] sont utilisées afin de palier aux limitations des méthodes linéaires.

Malheureusement pour une grande majorité de systèmes, ces deux approches restent insuffisantes et ne donnent que des conditions nécessaires de stabilité. Des techniques plus générales, et reposant sur une théorie plus rigoureuse, ont été proposées. Contrairement aux méthodes linéaires, ces méthodes (adaptées au cas non linéaire) permettent d'expliquer les phénomènes énumérés précédemment et d'en tenir compte dans l'analyse des systèmes. Elles reposent toutes (ou presque) sur la deuxième méthode (directe) de Lyapunov. Cette dernière fournit un outil très puissant pour tester (et trouver des conditions suffisantes à) la stabilité des systèmes dynamiques, sans avoir à résoudre explicitement les équations différentielles les décrivant.

3.2.1 Première méthode de Lyapunov

Pour un système non linéaire, on s'intéresse souvent à son comportement au voisinage des points singuliers. Si la dynamique est linéarisée autour d'un point d'équilibre, peut-on se prononcer sur la stabilité locale du système? La réponse est donnée par le théorème de stabilité locale de Lyapunov, connu sous le nom de première méthode. Soit le cas du système décrit par

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= ax_1 + bx_2 + \Pi_1(x_1, x_2) \\ \dot{x}_2 &= cx_1 + dx_2 + \Pi_2(x_1, x_2)\end{aligned}$$

D'après Lyapunov, la stabilité de la position d'équilibre de ce système peut s'étudier sur la version linéarisée, obtenue en négligeant les termes Π_1 et Π_2 qui contiennent des puissances supérieures ou égales à deux en x_1 et x_2 .

Théorème (Lyapunov)

- Si le système linéarisé est asymptotiquement stable, il y a stabilité asymptotique.
- Si le système linéarisé est instable, il y a instabilité.
- Si le système linéarisé est stable sans l'être asymptotiquement, on ne peut se prononcer. C'est le cas critique de Lyapunov. La stabilité ou l'instabilité dans ce cas dépend des termes de degré supérieur à un, négligés dans l'approximation.

Remarque (Cas critique) –

Il faut noter qu'en présence d'un cas critique, il n'est pas possible d'esquiver la difficulté en changeant extrêmement peu les valeurs de certains paramètres du problème [31]. Du point de vue pratique, ce théorème a cependant une importance limitée. D'une part, il ne permet d'étudier que la stabilité du point singulier (stabilité locale). Et ne donne aucune information sur le domaine de stabilité (stabilité globale). D'autre part, il suppose que l'approximation du premier degré existe, autrement dit, que les développements en séries des seconds membres des équations comportent des termes du premier degré. Cette hypothèse exclut un certain nombre de cas importants (organe avec zone morte, plus-ou-moins, . . .).

3.2.2 Deuxième méthode de Lyapunov

Cette méthode découle du concept d'énergie dans un système. Pour un système physique, l'énergie est une fonction définie positive de son état. Si le système est conservatif, l'énergie reste constante; pour un système dissipatif, elle décroît. Pour ces deux cas, le système est stable. Si l'énergie croît, il est clair que le système est instable.

L'idée ici est d'analyser la stabilité du système, sans avoir à résoudre explicitement les équations différentielles non linéaires le régissant. On se contente dans cette méthode d'étudier les variations (signe de la dérivée) de l'énergie (ou une fonction qui lui est équivalente) le long de la trajectoire du système (figures 3.2 & 3.3). Comme outil, on utilise les théorèmes suivants, que l'on doit à A. M. Lyapunov (1966), qui permettent de se prononcer sur la stabilité (ou l'instabilité) d'un système.

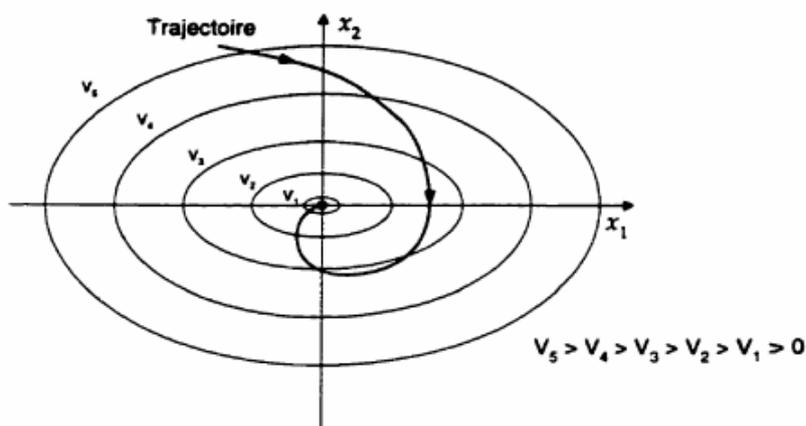


Fig. 3.2 Contours à énergie constante dans le plan de phase

Théorème (Stabilité asymptotique)

S'il est possible de trouver une fonction $V(x)$ de signe défini (avec $V(0) = 0$), dans un domaine D comprenant la position d'équilibre, et dont la dérivée totale par rapport au temps \dot{V} soit définie et de signe opposé dans le même domaine, l'équilibre sera asymptotiquement stable dans ce domaine.

Théorème (Instabilité)

S'il est possible de trouver une fonction V dont la dérivée est de signe défini dans un domaine D comprenant l'origine et que V soit

- définie de même signe que \dot{V} , ou
- indéfinie en signe,

L'équilibre est instable.

Théorème (Stabilité simple)

S'il est possible de trouver une fonction V de signe défini dans un domaine D et dont la dérivée totale \dot{V} soit semi-définie et de signe opposé dans le même domaine, l'équilibre est (simplement) stable dans ce domaine.

Dans le cas d'une stabilité simple, l'asymptoticité de la stabilité (si le système est asymptotiquement stable) peut être prouvée en utilisant le théorème de Barbašin Krasovskij [31], qui vient compléter le théorème de Lyapunov pour la stabilité simple.

Théorème (Barbašin et Krasovskij)

S'il est possible de trouver une fonction V de signe défini dans un domaine D et dont la dérivée totale \dot{V} soit semi-définie et de signe opposé dans le même domaine, l'équilibre est asymptotiquement stable dans ce domaine, si l'ensemble des points où \dot{V} s'annule ne contient pas l'une des trajectoires possibles du système.

Ces théorèmes offrent l'avantage de ne pas se limiter à la prédiction de la stabilité des points d'équilibre, étant donné qu'ils permettent aussi l'estimation de la région d'attraction au tour des équilibres stables. Cette dernière est donnée par l'intérieur de la plus grande surface (ou hyper-surface) à l'intérieur de laquelle les conditions de signe sont vérifiées. Comme toute étude de stabilité globale, le domaine de stabilité prédit est à l'intérieur du domaine de stabilité réel, qui est souvent beaucoup plus grand, mais difficile à trouver la fonction de Lyapunov qui permet sa prédiction.

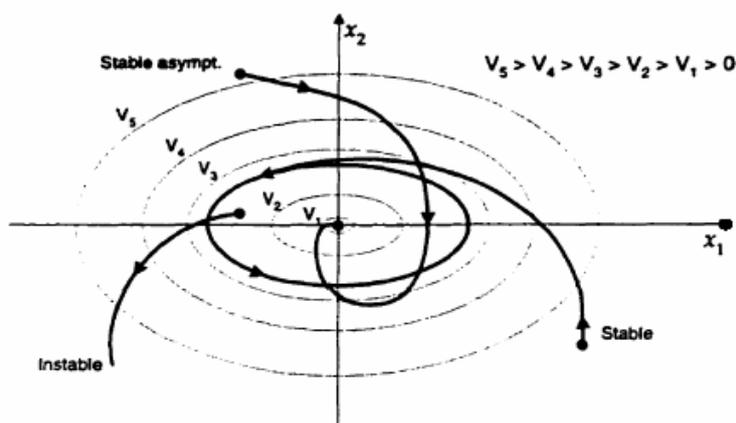


Fig. 3.3 Stabilité par la fonction de Lyapunov

Application à l'analyse

Ces théorèmes présentent une condition suffisante à la stabilité. Ainsi, un point d'équilibre d'un système non linéaire est stable, si une fonction de Lyapunov peut être trouvée et qui vérifie, au voisinage de ce point, les conditions imposées. Pour l'étude de la stabilité d'un système caractérisé par un vecteur d'état x , la méthode directe de Lyapunov consiste, alors, à chercher une fonction $V(x)$ (représentative de l'énergie) de signe défini qui se prête à l'application de l'un des théorèmes cités précédemment.

Pour les systèmes linéaires, il existe des méthodes systématiques [79] pour construire une fonction de Lyapunov permettant de conclure à sa stabilité. Il n'en est pas de même pour les systèmes non linéaires, pour lesquels on est réduit à essayer des types de fonctions pour telle ou telle classe de systèmes. Il n'y a aucune règle générale permettant de trouver une fonction de Lyapunov pour n'importe quel système. Il existe néanmoins des approches qui conduisent, en général, à des résultats acceptables [31, 46, 5]. Des exemples de fonctions qui réussissent souvent comme fonctions de Lyapunov, sont données par

- Fonction quadratique (Lyapunov) où P est une matrice symétrique définie positive.

$$V(x) = x^T \cdot P \cdot x$$

- Fonction quadratique plus intégrale (Lur'e) avec φ est assujettie à certaines contraintes.

$$V(x) = x^T \cdot P \cdot x + \int_0^x \varphi(u) du$$

3.3 Commande basée sur les fonctions de LYAPUNOV

Introduite au départ comme un outil d'analyse, la méthode (deuxième) de Lyapunov s'est très vite avérée fort utile dans les problèmes de design. L'idée consiste à calculer une loi de commande, afin de garantir que la dérivée d'une certaine fonction de Lyapunov définie positive, et bien choisie, soit non positive. Cette propriété doit être vérifiée le long de toutes les trajectoires possibles du système en boucle fermée. Ces méthodes conviennent mieux aux systèmes non linéaires. Les solutions proposées sont spécialement conçues pour ce type de systèmes.

Avant de détailler cette technique de design, rappelons la définition de la fonction de contrôle de Lyapunov (fcl), et le théorème de stabilité de Lasalle-Yoshizawa [58, 54, 46] sur lequel elle repose.

Théorème (Lasalle -Yoshizawa)

Soit le système non linéaire décrit par

$$\dot{x} = \varphi(x, t) \quad (3.1)$$

qui a comme équilibre $x_e = 0$, et soit $V : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ une fonction telle que

$$\begin{aligned} k_1(\|x\|) &\leq V(x, t) \leq k_2(\|x\|) \\ \dot{V} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \varphi(x, t) &\leq -W(\|x\|) \leq 0 \end{aligned}$$

$\forall t \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}^n$, où k_1, k_2 et W sont des fonctions de classe K_∞ , (ie. W strictement croissante de $[0, \infty)$ vers $[0, \infty)$ tel que $W(0)=0$ et $W(x) \rightarrow \infty$ quand $x \rightarrow \infty$) et W est continue. Si ces conditions sont vérifiées, toutes les solutions de (3.1) sont globalement uniformément bornées (stabilité simple), avec

$$\lim_{t \rightarrow \infty} W = 0$$

En plus si W est définie positive, le point d'équilibre $x_e=0$ possède une stabilité asymptotique globale et uniforme.

3.3.1 Application au design

Soit le cas du système non linéaire autonome suivant

$$\dot{x} = \varphi(x, u) \quad (3.2)$$

Avec $\varphi(0,0) = 0$. Le but est de concevoir une loi de commande $u = \alpha(x)$ tel que l'équilibre ($x_e=0$) du système résultant en boucle fermée

$$\dot{x} = \varphi(x, \alpha(x))$$

soit asymptotiquement stable. Pour garantir cette stabilité, un bon choix des fonctions $V(x)$ et $W(x)$ est nécessaire. La commande $u = \alpha(x)$ doit vérifier

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x} \varphi(x, \alpha(x)) \leq -W(x) \leq 0 \quad (3.3)$$

À cause d'un mauvais choix de $V(x)$ et $W(x)$, une telle commande peut stabiliser le système (3.2) sans pour autant vérifier (3.3). Un système pour lequel un bon choix de ces deux fonctions existe, est dit possédant une Fonction de Commande de Lyapunov (fcl). Pour de tels systèmes l'équilibre est globalement asymptotiquement stabilisable.

Définition (Fonction de Commande de Lyapunov) –

Une fonction $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ définie positive et non bornée radialement est appelée une fonction de commande de Lyapunov (fcl) pour le système (3.2) si

$$\inf_{u \in \mathbb{R}} \left\{ \frac{\partial V}{\partial x}(x) \varphi(x, u) \right\} < 0, \quad \forall x \neq 0$$

Exemple –

Soit à stabiliser l'origine ($x_1 = 0$) du système scalaire

$$\dot{x}_1 = \varphi_1(x_1)^T \mathcal{G} + \psi_1(x_1)u \quad (3.4)$$

où φ_1 et ψ_1 sont des fonctions non linéaires, et \mathcal{G} est un vecteur de paramètres connus. Pour ce faire, une fcl $V(x_1)$ doit être choisie et une commande u qui annule sa dérivée le long de la trajectoire, doit être calculée. Pour un système scalaire,

$$V(x_1) = \frac{1}{2} x_1^2$$

représente souvent un bon choix [31, 54, 46]. Sa dérivée le long de la solution de (3.4) donne

$$\dot{V}(x_1) = x_1 \dot{x}_1 = x_1 [\varphi_1(x_1)^T \mathcal{G} + \psi_1(x_1)u]$$

Un choix judicieux de u rend $\dot{V}(x_1)$ négative et assure la stabilité asymptotique de l'origine du système. Un exemple de commande est donné par le choix de u tel que

$$\varphi_1(x_1)^T \mathcal{G} + \psi_1(x_1)u = -k_1 x_1, \quad k_1 > 0$$

Ce qui donne

$$u = -\frac{1}{\psi_1(x_1)} [k_1 x_1 + \varphi_1(x_1)^T \mathcal{G}]$$

La dérivée s'écrit alors

$$\dot{V}(x_1) = -k_1 x_1^2 \leq 0 \quad (3.5)$$

d'où la stabilité asymptotique de l'origine. Le fait que, dans (3.5), \dot{V} soit semi-définie négative n'implique pas forcément une stabilité simple. L'ensemble des points où la dérivée s'annule ne constitue pas une trajectoire possible du système, puisqu'elle ne s'annule qu'à l'origine. On peut donc, selon le théorème de Barbašin et Krasovskij [31,5], affirmer la stabilité asymptotique.

Remarque (Choix de la commande) –

Le choix de u n'est pas unique. Un bon choix permet de rendre négative la dérivée, sans supprimer les non-linéarités utiles dans le système, ni augmenter inutilement l'effort fourni par l'actionneur.

3.3.2 Choix de la fonction de Lyapunov

Même pour des systèmes simples et en l'absence d'incertitudes, le choix de la fonction de Lyapunov, et de la loi de commande (qui en dépend directement), n'est pas toujours facile. Aucune règle générale n'existe quant au choix d'une telle fonction. Et quand on sait l'influence de ce choix sur le comportement général du système, on comprend l'intérêt qu'a suscité ce problème ces dernières années. Un bon choix de la fonction de Lyapunov permet d'assurer une stabilité dans une large plage de fonctionnement, voire même globale. Différentes approches ont été présentées dans [31, 5], concernant la construction des fonctions de Lyapunov dans le cadre de l'analyse des systèmes simples.

Dans ce qui suit, seront présentées des techniques qui répondent aux problèmes que peut poser le choix d'une telle fonction et/ou de la commande, pour des systèmes non linéaires présentant :

- Des incertitudes paramétriques et/ou non paramétriques : *commande robuste par Lyapunov*
- Un ordre élevé : *commande par backstepping*. Cette méthode, qui sera présentée en détail, offre l'avantage de répondre simultanément à ces deux problèmes.

3.4 Commande robuste par la méthode de LYAPUNOV

Une solution intéressante au problème des incertitudes (paramétriques et/ou non) est donnée par la resynthèse par Lyapunov. Cette technique utilise la fonction de Lyapunov d'un système nominal pour calculer une commande qui vient s'ajouter à la commande initiale, afin de robustifier le système en présence d'incertitudes qui satisfont la matching condition (Les paramètres inconnus se trouvent dans la même équation d'état que la commande). Ce problème de la resynthèse peut être abordé de différentes façons, dépendamment du niveau de connaissance que l'on a, concernant les incertitudes affectant le système. Les objectifs de la commande peuvent également changer en fonction de cette connaissance. Deux cas sont présentés.

3.4.1 Stabilisation robuste

Dans ce cas les incertitudes sont relativement bien connues, à savoir qu'elles sont bornées. Cette borne supérieure, qui n'a pas à être petite, doit être connue. Si ces conditions sont vérifiées, une commande qui stabilise le système perturbé, peut être calculée [46]. Soit à stabiliser le système

$$\dot{x} = \varphi(t, x) + \psi(t, x)[u + \delta(t, x, u)] \quad (3.6)$$

δ est une fonction inconnue qui représente les incertitudes, et vérifie la matching condition. Le système nominal est donné par

$$\dot{x} = \varphi(t, x) + \psi(t, x)u$$

On suppose que l'on connaît une loi de commande $u = \alpha(t, x)$, telle que l'origine du système en boucle fermée

$$\dot{x} = \varphi(t, x) + \psi(t, x)\alpha(t, x) \quad (3.7)$$

soit uniformément asymptotiquement stable. On suppose en plus que l'on connaît une fonction de Lyapunov $V(t, x)$ pour le système (3.7) vérifiant

$$k_1(\|x\|) \leq V(x, t) \leq k_2(\|x\|) \quad \text{et} \\ \frac{\partial V(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial V(x, t)}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial V(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial V(x, t)}{\partial x} [\varphi(t, x) + \psi(t, x)\alpha(t, x)] \leq -W(\|x\|)$$

où k_1, k_2 et W sont des fonctions de classe K_∞ . On suppose qu'avec la commande

$$u = \alpha(t, x) + \zeta$$

le terme incertain satisfait l'inégalité

$$\|\delta(t, x, \alpha(t, x) + \zeta)\| \leq \lambda(t, x) + k\|\zeta\|, \quad 0 \leq k \leq 1 \quad (3.8)$$

où λ est une fonction continue non négative qui représente le niveau de l'incertitude.

L'inégalité (3.8) est la seule information que l'on a besoin de connaître sur δ . Il faut noter que λ n'a pas besoin d'être petit, la seule condition est qu'il soit connu. Le but ici, est de montrer que, connaissant V , λ et la constante k , on soit en mesure de trouver une loi de commande ζ tel que la commande totale $u = \alpha(t, x) + \zeta$ stabilise le système en présence d'incertitudes. Le design de ζ est connu sous le nom de resynthèse par Lyapunov (Lyapunov redesign).

Considérons le système

$$\dot{x} = \varphi + \psi\alpha + \psi(\zeta + \delta)$$

qui est une version perturbée du système nominal (3.7). Le calcul de la dérivée de $V(t,x)$ le long de la trajectoire donne

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x}(\varphi + \psi\alpha) + \frac{\partial V}{\partial x}\psi(\zeta + \delta) \leq -W + \frac{\partial V}{\partial x}\psi(\zeta + \delta)$$

A cause de la matching condition, le terme incertain apparaît au même endroit que la commande, ce qui permet de choisir ζ afin d'annuler l'effet déstabilisant de δ sur \dot{V} . Avec la condition (3.8), on a

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x}\psi(\zeta + \delta) &\leq \frac{\partial V}{\partial x}\psi\zeta + \left\| \frac{\partial V}{\partial x}\psi \right\| \cdot \|\delta\| \\ &\leq \frac{\partial V}{\partial x}\psi\zeta + \left\| \frac{\partial V}{\partial x}\psi \right\| \cdot (\lambda + k\|\zeta\|) \end{aligned}$$

le choix

$$\zeta = -\frac{h(t,x)}{1-k} \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial V}{\partial x}\psi\right)$$

avec $h(t,x) \geq \lambda(t,x)$, donne

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x}\psi(\zeta + \delta) &\leq -\frac{h}{1-k} \frac{\partial V}{\partial x}\psi \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial V}{\partial x}\psi\right) + \lambda \left\| \frac{\partial V}{\partial x}\psi \right\| + \frac{kh}{1-k} \left\| \frac{\partial V}{\partial x}\psi \right\| \\ &= -\frac{h}{1-k} \left\| \frac{\partial V}{\partial x}\psi \right\| + \frac{kh}{1-k} \left\| \frac{\partial V}{\partial x}\psi \right\| + \lambda \left\| \frac{\partial V}{\partial x}\psi \right\| \\ &= (\lambda - h) \left\| \frac{\partial V}{\partial x}\psi \right\| \leq 0 \end{aligned}$$

Ainsi la dérivée \dot{V} , le long de la trajectoire du système en boucle fermée est négative.

3.4.2 Amortissement non linéaire

Cette méthode s'applique dans le cas où tout ce que l'on sait de la perturbation est qu'elle est le produit d'une fonction connue $\Delta(t,x)$ et d'un terme inconnu $\delta(t,x,u)$. Ce dernier est borné, mais sa borne n'est pas connue. Cette situation ne permet pas de faire le design d'une commande assurant la stabilité du système. Néanmoins, on est en mesure de trouver une loi de commande qui assure, sans aucune information sur la borne (sauf qu'elle existe), des trajectoires bornées du système en boucle fermée [54].

Soit, a nouveau, le système

$$\dot{x} = \varphi(t, x) + \psi(t, x)[u + \Delta(t, x)\delta(t, x, u)] \quad (3.9)$$

avec comme seule condition, l'existence d'une borne supérieure δ_0 pour $\|\delta\|$. On considère que l'on connaît une loi de commande α et une fonction de contrôle de Lyapunov V (ayant les mêmes propriétés que précédemment), qui garantissent la stabilité du système nominal. Même si la borne supérieure de $\|\delta\|$ n'est pas connue, il est possible de trouver une loi de commande ($u = \alpha + \varsigma$) qui borne les trajectoires du système perturbé (en boucle fermée). En effet, si on calcule la dérivée de V le long de la solution de (3.9), on obtient

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x}(\varphi + \psi\alpha) + \frac{\partial V}{\partial x}\psi(\varsigma + \Delta\delta) \leq -W + \frac{\partial V}{\partial x}\psi(\varsigma + \Delta\delta)$$

Avec le choix

$$\varsigma = -m \frac{\partial V}{\partial x} \psi \|\Delta\|_2^2, \quad m > 0 \quad (3.10)$$

La dérivée devient

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -W - m \left\| \frac{\partial V}{\partial x} \psi \right\|_2^2 \cdot \|\Delta\|_2^2 + \frac{\partial V}{\partial x} \psi \Delta \delta \\ &\leq -W - m \left\| \frac{\partial V}{\partial x} \psi \right\|_2^2 \cdot \|\Delta\|_2^2 + \left\| \frac{\partial V}{\partial x} \psi \right\|_2 \|\Delta\|_2 \delta_0 \end{aligned}$$

où δ_0 est la borne supérieure inconnue de $\|\delta_0\|$. Le terme

$$-m \left\| \frac{\partial V}{\partial x} \psi \right\|_2^2 \cdot \|\Delta\|_2^2 + \left\| \frac{\partial V}{\partial x} \psi \right\|_2 \|\Delta\|_2 \delta_0$$

a pour maximum $\delta_0/4m$, qui correspond à

$$\left\| \frac{\partial V}{\partial x} \psi \right\|_2 \|\Delta\|_2 = \frac{\delta_0}{2m}$$

Cela donne

$$\dot{V} \leq -W + \frac{\delta_0}{4m}$$

W étant de classe K_∞ , on est sûr d'avoir \dot{V} négative à l'extérieur de la sphère définie par

$$\|x\|_2 > W^{-1}\left(\frac{\delta_0}{4m}\right)$$

Ce qui garantit que la solution du système, ainsi compensé, est bornée pour toutes les conditions initiales $x(t_0)$. La commande donnée par l'équation (3.10) est connue sous le nom d'amortissement non linéaire.

3.5 Design par Backstepping

Le design d'un contrôleur pour un système non linéaire de la forme

$$\dot{x} = \varphi(x, \theta, u, t)$$

où le vecteur d'état x est de dimension élevée, peut souvent s'avérer une tâche difficile, voire impossible. La technique du backstepping offre une méthode systématique pour répondre à ce type de problème. Elle combine la notion de fonction de contrôle de Lyapunov (fcl) avec une procédure récursive de design. Cela permet de surmonter l'obstacle de la dimension et d'exploiter la souplesse de conception dans le cas scalaire pour résoudre les problèmes de commande pour des systèmes d'ordre plus élevé. Ne faisant pas nécessairement appel à la linéarisation, le backstepping permet, quand il y en a, de conserver les non-linéarités utiles qui, souvent, aident à conserver des valeurs finies du vecteur d'état. Cette technique suppose que l'on est en mesure de trouver au moins pour un système scalaire, une loi de commande u et une fonction de contrôle de Lyapunov $V(x)$ qui stabilise son origine. [42] [27] [97] [48].

La méthode consiste à fragmenter le système en un ensemble de sous-systèmes imbriqués d'ordre décroissant. Le calcul de la fonction de Lyapunov s'effectue, ensuite, récursivement en partant de l'intérieur de la boucle. A chaque étape, l'ordre du système est augmenté et la partie non stabilisée lors de l'étape précédente est traitée. À la dernière étape, la loi de commande est trouvée. Celle-ci permet de garantir, en tout temps, la stabilité globale du système compensé tout en travaillant en poursuite et en régulation.

Contrairement à la plupart des autres méthodes, le backstepping n'a aucune contrainte au niveau du type de non linéarité. Cependant, le système doit se présenter sous la forme dite paramétrique pure. Les équations d'un tel système sont données par

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \varphi_1(x_1)^T \mathcal{G} + \psi_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 &= \varphi_2(x_1, x_2)^T \mathcal{G} + \psi_2(x_1, x_2)x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= \varphi_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1})^T \mathcal{G} + \psi_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1})x_n \\ \dot{x}_n &= \varphi_n(x_1, \dots, x_{n-1}, x_n)^T \mathcal{G} + \psi_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1}, x_n)u \\ y &= x_1 \end{aligned} \tag{3.11}$$

où \mathcal{G} est le vecteur de paramètres constants. Les ψ_i et les φ_i sont des fonctions non linéaires connues, avec $\varphi_i(0) = 0$ et $\psi_n(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}^n$.

Dans le cas où le système à commander fait partie de la classe plus restrictive des systèmes dits à forme paramétrique stricte ($\psi_i=1$), les propriétés de poursuite et de régulation obtenues sont globales [42,54]. Pour les systèmes à forme paramétrique pure, l'étendue de la validité de ces propriétés dépend du domaine de définition des transformations géométriques (difféomorphismes) qui permettent de ramener le système sous la forme stricte. Dans le cas où ce domaine est \mathbb{R}^n , les propriétés sont également globales.

La version de base du backstepping concerne la commande par retour d'état, en l'absence d'incertitudes. Ce cas très particulier servira à introduire la procédure récursive de design. La robustification du backstepping, qui consiste à l'augmenter de termes d'amortissements non linéaires, sera abordée en suite [6]

Remarque (Simplification) –

Pour toutes les méthodes qui seront présentées, la procédure de design restera la même, pour les systèmes d'ordre $n \geq 3$. Afin de simplifier les expressions, les systèmes utilisés seront d'ordre 3. Les résultats généraux (ordre n) seront toutefois donnés. Il faut noter que le nombre des étapes, nécessaires à la construction de la commande, de la fcl et éventuellement de la loi d'adaptation, est égal à l'ordre du système[42,3,54,46]

3.5.1 Algorithme de base

Afin d'illustrer le principe de la méthode du backstepping, on considère le cas des systèmes non linéaires de la forme

$$\dot{x}_1 = \varphi_1^T(x_1)\mathcal{G} + \psi_1(x_1)x_2 \tag{3.12}$$

$$\dot{x}_2 = \varphi_2^T(x_1, x_2)\mathcal{G} + \psi_2(x_1, x_2)x_3 \tag{3.13}$$

$$\dot{x}_3 = \varphi_3^T(x_1, x_2, x_3)\mathcal{G} + \psi_3(x_1, x_2, x_3)u \tag{3.14}$$

Le vecteur des paramètres \mathcal{G} est supposé connu. On désire faire suivre à la sortie $y = x_1$ le signal de référence y_r , où \dot{y}_r, \ddot{y}_r et $y_r^{(3)}$ sont supposées connues et uniformément bornées. Le système étant du troisième ordre, le design s'effectue en trois étapes.

Étape 1 –

On considère d'abord l'équation (3.12), où la variable d'état x_2 est traitée comme une commande (*fictive* !) et l'on définit la première valeur désirée $(x_1)_d = \alpha_0 = y_r$

La première variable d'erreur se définit par

$$\varepsilon_1 = x_1 - \alpha_0 \tag{3.15}$$

Avec ces variables, le système (3.12) s'écrit

$$\dot{\varepsilon}_1 = \dot{x}_1 - \dot{\alpha}_0 = \dot{x}_1 = \varphi_1^T \mathcal{G} + \psi_1 x_2 - \dot{\alpha}_0 \quad (3.16)$$

Pour un tel système, il a été montré (Exemple 3.1) que la fonction quadratique

$$V_1(\varepsilon_1) = \frac{1}{2} \varepsilon_1^2$$

constitue un bon choix de fcl. Sa dérivée, le long de la solution de (3.16), est donnée par

$$\dot{V}_1 = \varepsilon_1 \dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_1 [\varphi_1^T \mathcal{G} + \psi_1 x_2 - \dot{\alpha}_0]$$

Un choix judicieux de x_2 rendrait \dot{V}_1 négative et assurerait la stabilité de l'origine du sous-système décrit par (3.16). Prenons comme valeur de x_2 , la fonction α_1 , telle que

$$\varphi_1^T \mathcal{G} + \psi_1 \alpha_1 - \dot{\alpha}_0 = -k_1 \varepsilon_1$$

où $k_1 > 0$ est un paramètre de design. Cela donne

$$(x_2)_d = \alpha_1 = \frac{1}{\psi_1} [-k_1 \varepsilon_1 - \varphi_1^T \mathcal{G} + \dot{\alpha}_0] \quad (3.17)$$

et la dérivée s'écrit

$$\dot{V}_1 = -k_1 \varepsilon_1^2 \leq 0$$

d'où la stabilité asymptotique de l'origine de (3.16).

Étape 2 –

On considère le sous-système (3.12)-(3.13) et l'on définit la nouvelle variable d'erreur

$$\varepsilon_2 = x_2 - \alpha_1 \quad (3.18)$$

qui représente l'écart entre la variable d'état x_2 et sa valeur désirée α_1 . À cause du fait que x_2 ne peut être forcée à prendre instantanément une valeur désirée, en l'occurrence α_1 , l'erreur ε_2 n'est pas, instantanément, nulle. Le design dans cette étape consiste, alors, à la forcer à s'annuler avec une certaine dynamique, choisie au préalable.

Les équations du système à commander, dans l'espace $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$, s'écrivent

$$\dot{\varepsilon}_1 = \varphi_1^T \mathcal{G} - \dot{\alpha}_0 + \psi_1 (\varepsilon_2 + \alpha_1) \quad (3.19)$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = \varphi_2^T \mathcal{G} - \dot{\alpha}_1 + \psi_2 x_3 \quad (3.20)$$

pour lequel on choisit comme fonction de Lyapunov

$$V_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = V_1 + \frac{1}{2} \varepsilon_2^2 \quad (3.21)$$

Cette dernière a pour dérivée, le long de la solution de (3.19)-(3.20)

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2) &= \dot{V}_1 + \frac{1}{2} \varepsilon_2 \dot{\varepsilon}_2 \\ &= \varepsilon_1 [\varphi_1^T \mathcal{G} - \dot{\alpha}_0 + \psi_1(\varepsilon_2 + \alpha_1)] + \varepsilon_2 [\varphi_2^T \mathcal{G} - \dot{\alpha}_1 + \psi_2 x_3] \\ &= \varepsilon_1 [\varphi_1^T \mathcal{G} - \dot{\alpha}_0 + \psi_1 \alpha_1] + \varepsilon_2 [\varphi_2^T \mathcal{G} - \dot{\alpha}_1 + \psi_2 x_3 + \psi_1 \varepsilon_1] \\ &= -k_1 \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2 [\varphi_2^T \mathcal{G} - \dot{\alpha}_1 + \psi_2 x_3 + \psi_1 \varepsilon_1] \end{aligned}$$

Le choix de la valeur désirée de x_3 devient évident. Ce dernier est donné par

$$(x_3)_d = \alpha_2 = \frac{1}{\psi_2} [\dot{\alpha}_1 - \varphi_2^T \mathcal{G} - \psi_1 \varepsilon_1 - k_2 \varepsilon_2] \quad (3.22)$$

où $k_2 > 0$, avec $\dot{\alpha}_1$ calculée analytiquement

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r$$

un tel choix permet de réduire la dérivée à

$$\dot{V}_2 \leq -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2 \leq 0$$

ce qui assure la stabilité asymptotique de l'origine de (3.19)-(3.20).

Étape 3 –

Le système (3.12)-(3.14) est maintenant considéré dans sa globalité. La variable d'erreur

$$\varepsilon_3 = x_3 - \alpha_2 \quad (3.23)$$

est définie, ce qui permet d'écrire les équations du système, dans l'espace des erreurs (ε_1 , ε_2 , ε_3)

$$\dot{\varepsilon}_1 = \varphi_1^T \mathcal{G} - \dot{\alpha}_0 + \psi_1(\varepsilon_2 + \alpha_1) \quad (3.24)$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = \varphi_2^T \mathcal{G} - \dot{\alpha}_1 + \psi_2(\varepsilon_3 + \alpha_2) \quad (3.25)$$

$$\dot{\varepsilon}_3 = \varphi_3^T \mathcal{G} - \dot{\alpha}_2 + \psi_3 u \quad (3.26)$$

Avec comme fonction de Lyapunov

$$V_3(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) = V_2 + \frac{1}{2} \varepsilon_3^2 \quad (3.27)$$

la dérivée, le long de la solution de (3.24)-(3.26), devient

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) &= \dot{V}_2 + \varepsilon_3 \dot{\varepsilon}_3 \\ &= -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3 [\varphi_3^T \mathcal{G} - \dot{\alpha}_2 + \psi_3 u + \psi_2 \varepsilon_2] \end{aligned}$$

À présent, on est en présence de la vraie commande (qui, contrairement à x_2 et x_3 , peut être instantanément forcée à prendre n'importe quelle valeur désirée -physiquement réalisable-). Un bon choix de celle-ci est donné par

$$u = \frac{1}{\psi_3} [\dot{\alpha}_2 - \varphi_3^T \mathcal{G} - \psi_2 \varepsilon_2 - k_3 \varepsilon_3] \quad (3.28)$$

où $k_3 > 0$ et $\dot{\alpha}_2$ est également calculée analytiquement,

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} \dot{x}_2 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \ddot{y}_r} y_r^{(3)}$$

Avec ce choix, on a

$$V_3(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) \leq -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2 - k_3 \varepsilon_3^2 \leq 0$$

d'où la stabilité asymptotique de l'origine de (3.24)-(3.26). Ceci se traduit par la stabilité, en boucle fermée, du système originel (3.12)-(3.14) et le réglage à zéro de l'erreur de poursuite $y - y_r$.

Les deux principaux objectifs du design sont alors atteints.

Remarque (Paramètres k_i) –

Les paramètres de design k_i , sont directement liés à la position de pôles de la boucle fermée. Leur choix permet de faire un placement des pôles, fixant ainsi la dynamique en régulation de cette boucle.

Exemple –

Soit à stabiliser l'origine du système

$$\dot{x}_1 = x_1^2 - x_1^3 + x_2 \quad (3.29)$$

$$\dot{x}_2 = x_3 \quad (3.30)$$

$$\dot{x}_3 = u \quad (3.31)$$

Étape 1 –

Le sous-système (3.29) est considéré en premier lieu. Étant donné que $\alpha_0 = 0$, on prend comme fonction de contrôle de Lyapunov

$$V_1(x_1) = \frac{1}{2}x_1^2$$

Sa dérivée le long de la trajectoire (3.29) est donnée par

$$\dot{V}_1(x_1) = x_1(x_1^2 - x_1^3 + x_2)$$

Avec le choix (qui préserve les non-linéarités utiles, ie. $-x_1^3$)

$$(x_2)_d = \alpha_1 = -x_1^2 - x_1$$

la dérivée s'écrit

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(x_1) &= x_1(x_1^2 - x_1^3 - x_1^2 - x_1) \\ &= -x_1^4 - x_1^2 \leq -x_1^2 \end{aligned}$$

Ce qui implique que l'origine de (3.29) est globalement asymptotiquement stable.

Étape 2 –

Cette fois, on considère (3.29)-(3.30) et l'on définit la nouvelle variable

$$\varepsilon_2 = x_2 - \alpha_1 = x_2 + x_1^2 + x_1$$

Le sous-système (3.29)-(3.30) s'écrit alors

$$\dot{x}_1 = -x_1 - x_1^3 + \alpha_1 + \varepsilon_2 \tag{3.32}$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 = x_3 - \dot{\alpha}_1 \tag{3.33}$$

Si l'on prend pour fcl

$$V_2(x_1, \varepsilon_2) = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_2^2$$

sa dérivée le long de la solution de (3.32)-(3.33) est donnée par

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(x_1, \varepsilon_2) &= x_1\dot{x}_1 + \varepsilon_2\dot{\varepsilon}_2 \\ &= -x_1^4 - x_1^2 + \varepsilon_2[x_3 - \dot{\alpha}_1 + x_1] \end{aligned}$$

Il suffit, à présent, de choisir la valeur désirée α_2 de x_3 pour rendre négative cette dérivée. Un tel choix est donné par

$$(\dot{x}_3)_d = \alpha_2 = \dot{\alpha}_1 - x_1 - k_2 \varepsilon_2$$

où

$$\dot{\alpha}_1 = -(2x_1 + 1)\dot{x}_1 = -(2x_1 + 1)(x_1^2 - x_1^3 + x_2)$$

Ce qui donne (pour $k_2 = 1$)

$$\alpha_2 = 2x_1^4 - x_1^3 - 2x_1^2 - 2x_1 - 2x_1x_2 - 2x_2$$

Étape 3 –

Tout le système (3.29)-(3.31) est maintenant considéré. On définit la nouvelle variable d'erreur

$$\varepsilon_3 = x_3 - \alpha_2$$

Ce qui permet d'écrire le système (3.29)-(3.31) sous la forme

$$\dot{x}_1 = -x_1 - x_1^3 + \alpha_1 + \varepsilon_2 \quad (3.34)$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = x_3 - \dot{\alpha}_1 + \alpha_2 \quad (3.35)$$

$$\dot{\varepsilon}_3 = u - \dot{\alpha}_2 \quad (3.36)$$

Le choix de la fcl $V_3(x_1, \varepsilon_1, \varepsilon_2) = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_2^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_3^2$

et le calcul de sa dérivée le long de la trajectoire de (3.34)-(3.36), de la même manière qu'à l'étape 2, permet d'obtenir la commande qui assure la stabilité asymptotique de l'origine du système. Après calcul et simplification (avec $k_1 = k_2 = k_3 = 1$), cette commande est donnée par

$$\begin{aligned} u &= \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1}(x_1^2 - x_1^3 + x_2) + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1}x_3 - (x_2 - \alpha_1) - (x_3 - \alpha_2) \\ &= (8x_1^3 - 3x_1^2 - 2x_2 - 2)(x_1^2 - x_1^3 + x_2) - (2x_1 - \alpha_1)x_3 \\ &\quad - (x_2 + x_1^2 + x_1) - (x_3 - 2x_1^4 + x_1^3 + 2x_1^2 + 2x_1 + 2x_1x_2 + 2x_2) \\ &= -(8x_1^5 - 11x_1^4 + x_1^3 - x_1^2 + 5x_1 + 3)x_1 \\ &\quad + (10x_1^3 - 5x_1^2 - 2x_1 - 2x_2 - 5)x_2 - 2(x_1 + 1)x_3 \end{aligned}$$

Avec comme fonction de Lyapunov

$$V_3 = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}[x_2 + x_1^2 + x_1]^2 + \frac{1}{2}[x_3 - 2x_1^4 + x_1^3 + 2x_1^2 + 2x_1 + 2x_1x_2 + 2x_2]^2$$

3.5.2 Système d'ordre n

L'application récursive du backstepping permet l'extension de la procédure de design aux systèmes triangulaires de la forme

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \varphi_1(x_1)^T \mathcal{G} + \psi_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 &= \varphi_2(x_1, x_2)^T \mathcal{G} + \psi_2(x_1, x_2)x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= \varphi_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1})^T \mathcal{G} + \psi_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1})x_n \\ \dot{x}_n &= \varphi_n(x_1, \dots, x_{n-1}, x_n)^T \mathcal{G} + \psi_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1}, x_n)u \\ y &= x_1\end{aligned}$$

Où

$$\varphi_i(0) = 0 \quad \text{et} \quad \psi_{i1} \neq 0 \quad 1 \leq i \leq n$$

dans le domaine d'intérêt D . La procédure de design commence avec la première équation. Le changement de variable adéquat à chaque étape i permet d'appliquer le backstepping récursivement, en rajoutant l'équation $i + 1$. Partant de α_0 , on construit les différents α_i et V_i . Ce qui résulte en

$$\begin{aligned}(x_1)_d &= \alpha_1 = y_r \\ (x_{i+1})_d &= \alpha_i = \frac{1}{\psi_i} \left[\sum_{k=1}^{i-1} \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \psi_k x_{k+1} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(k-1)}} y_r^k \right) - \psi_{i-1} \varepsilon_{i-1} - k_i \varepsilon_i - \varpi_i^T \mathcal{G} \right]\end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned}i &= 1, \dots, n \\ \varepsilon_i &= x_i - \alpha_{i-1} \\ \varpi_i &= \varphi_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_i} \varphi_k\end{aligned}$$

Les différentes fonctions de Lyapunov sont données par

$$V_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i [x_j - \alpha_{j-1}]^2$$

La commande u , qui permet d'atteindre les objectifs du design pour le système global. est donnée par la dernière commande virtuelle α_n .

Remarque (Incertitudes) –

Malgré sa souplesse et son efficacité, le backstepping, dans sa forme de base, souffre, en présence d'incertitudes, des mêmes limitations que les méthodes "classiques". Il offre, cependant, l'avantage de se combiner facilement avec des techniques de robustification (tel que l'amortissement non linéaire), afin d'améliorer la stabilité des boucles perturbées.

3.6 Backstepping robuste

En présence d'incertitudes, il n'existe aucune méthode systématique de design [54]. L'idée consiste à combiner la méthode de l'amortissement non linéaire (section 3.4.2), pratique pour les systèmes simples, avec la procédure récursive du backstepping (section 3.5.1), afin d'augmenter la robustesse des systèmes complexes perturbés. Cette approche permet de surmonter la contrainte de la matching condition, que doivent vérifier les incertitudes dans le cas de l'amortissement non linéaire simple (section 3.4.2). Cette propriété rend le backstepping robuste applicable à une plus large classe de problèmes.

3.6.1 Principe

Soit à commander le système

$$\dot{x}_1 = \varphi_1^T(x_1)\mathcal{G} + \psi_1(x_1)[x_2 + \Delta_1(t, x_1)\delta_1] \quad (3.37)$$

$$\dot{x}_2 = \varphi_2^T(x_1, x_2)\mathcal{G} + \psi_2(x_1, x_2)[x_3 + \Delta_2(t, x_1, x_2)\delta_2] \quad (3.38)$$

$$\dot{x}_3 = \varphi_3^T(x_1, x_2, x_3)\mathcal{G} + \psi_3(x_1, x_2, x_3)[u + \Delta_3(t, x_1, x_2, x_3)\delta_3] \quad (3.39)$$

qui est une version perturbée de (3.12)-(3.14). Δ_1 , Δ_2 et Δ_3 sont des fonctions non linéaires connues, et δ_1 , δ_2 et δ_3 sont des termes non linéaires incertains, mais bornés (pour simplifier, on peut supposer qu'ils ont une borne commune δ_0).

Étape 1 –

On considère d'abord (3.37), où x_2 est prise pour la commande. La technique du backstepping en l'absence des perturbations (section 3.5.1) donne comme première commande virtuelle

$$(x_2)_d = \alpha_1 = -\frac{1}{\psi_1}[k_1\varepsilon_1 + \varphi_1^T\mathcal{G} - \zeta_0] \quad (3.40)$$

où $\zeta_0 = \dot{\alpha}_0$. La méthode de l'amortissement non linéaire permet de calculer la commande qui assure des trajectoires bornées de (3.37), même en présence des incertitudes. L'équation (3.17) donne

$$(x_2)_d = \alpha_1 + \varsigma_1 \quad (3.41)$$

avec comme amortissement non linéaire

$$\varsigma_1 = -m_1\varepsilon_1\psi_1\|\Delta_1\|_2^2$$

où $m_l > 0$ est un paramètre de design et α_l est la commande (virtuelle) qui assure la stabilité de (3.37), qui est la version perturbée de (3.12), avec comme fcl V_l . La dérivée de celle-ci vérifie

$$\dot{V}_1 \leq -k_1\varepsilon_1^2$$

le long de la solution non perturbée.

Avec la commande (3.41), on est sûr que cette même dérivée vérifie

$$\dot{V}_1 \leq -k_1 \varepsilon_1^2 + \frac{\delta_0}{4m_1}$$

le long de la trajectoire perturbée (3.37).

Étape 2 –

On considère le sous-système (3.37)-(3.38) et l'on définit la variable ε_2

$$\varepsilon_2 = x_2 - (\alpha_1 + \varsigma_1)$$

qui permet d'écrire (3.37)-(3.38) sous la forme

$$\dot{\varepsilon}_1 = \varphi_1^T \mathcal{G} + \psi_1 [\varepsilon_2 + \alpha_1 + \varsigma_1 + \Delta_1 \delta_1] - \dot{\alpha}_0 \quad (3.42)$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = \varphi_2^T \mathcal{G} + \psi_2 [x_3 + \Delta_2 \delta_2] - (\dot{\alpha}_1 + \dot{\varsigma}_1) \quad (3.43)$$

Si l'on prend pour fcl

$$V_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = V_1 + \frac{1}{2} \varepsilon_2^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_1^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_2^2$$

sa dérivée le long de la solution de (3.42)-(3.43) sera donnée par

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \varepsilon_1 \dot{\varepsilon}_1 + \varepsilon_2 \dot{\varepsilon}_2 \\ &= \varepsilon_1 [\varphi_1^T \mathcal{G} + \psi_1 (\alpha_1 + \varsigma_1 + \Delta_1 \delta_1) - \dot{\alpha}_0] + \varepsilon_2 [\varphi_2^T \mathcal{G} + \psi_2 (x_3 + \Delta_2 \delta_2) - (\dot{\alpha}_1 + \dot{\varsigma}_1) + \varepsilon_1 \psi_1] \\ &\leq -k_1 \varepsilon_1^2 + \frac{\delta_0}{4m_1} + \varepsilon_2 [\varphi_2^T \mathcal{G} + \psi_2 x_3 + \varepsilon_1 \psi_1 - \zeta_1] + \varepsilon_2 [\psi_2 \Delta_2 \delta_2 - \frac{\partial(\alpha_1 + \varsigma_1)}{\partial x_1} \Delta_1 \delta_1] \end{aligned}$$

où

$$\zeta_1 = \frac{\partial(\alpha_1 + \varsigma_1)}{\partial x_1} (\varphi_1^T \mathcal{G} + \psi_1 x_2) + \frac{\partial(\alpha_1 + \varsigma_1)}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial(\alpha_1 + \varsigma_1)}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r$$

est la partie déterministe de $\dot{\alpha}_1 + \dot{\varsigma}_1$. La valeur désirée de x_3 est fixée à

$$(x_3)_d = \alpha_2 + \varsigma_2$$

où

$$\alpha_2 = \frac{1}{\psi_2} [\zeta_1 - \varphi_2^T \mathcal{G} - \varepsilon_1 \psi_1 - k_2 \varepsilon_2]$$

avec $k_2 > 0$.

Avec un tel choix, la dérivée \dot{V}_2 vérifie

$$\dot{V}_2 \leq -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2 + \frac{\delta_0}{4m_1} + \varepsilon_2 [\psi_2 \varsigma_2 + \psi_2 \Delta_2 \delta_2 - \frac{\partial(\alpha_1 + \varsigma_1)}{\partial x_1} \Delta_1 \delta_1]$$

L'application de l'amortissement non linéaire à ce problème permet de choisir ς_2 . Si l'on prend

$$\varsigma_2 = -m_2 \frac{\varepsilon_2}{\psi_2} \left[\|\psi_2 \Delta_2\|^2 + \left\| \frac{\partial(\alpha_1 + \varsigma_1)}{\partial x_1} \Delta_1 \right\|^2 \right]$$

où $m_2 > 0$, la dérivée \dot{V}_2 peut être réécrite sous la forme

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2 + \frac{\delta_0}{4m_1} - m_2 \varepsilon_2^2 \left[\|\psi_2 \Delta_2\|^2 + \left\| \frac{\partial(\alpha_1 + \varsigma_1)}{\partial x_1} \Delta_1 \right\|^2 \right] + \varepsilon_2 [\psi_2 \Delta_2 \delta_2 - \frac{\partial(\alpha_1 + \varsigma_1)}{\partial x_1} \Delta_1 \delta_1] \\ &\leq -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2 + \frac{\delta_0}{4m_1} - m_2 \left[\|\varepsilon_2 \psi_2 \Delta_2\|^2 + \left\| \frac{\partial(\alpha_1 + \varsigma_1)}{\partial x_1} \Delta_1 \right\|^2 \right] + \|\varepsilon_2 \psi_2 \Delta_2\| \|\delta_2\| + \left\| \varepsilon_2 \frac{\partial(\alpha_1 + \varsigma_1)}{\partial x_1} \Delta_1 \right\| \|\delta_1\| \\ &\leq -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2 + \frac{\delta_0}{4m_1} + \frac{\delta_0}{4m_2} + \frac{\delta_0}{4m_2} \\ &\leq -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2 + \frac{3\delta_0}{4m_{12}} \end{aligned}$$

où $m_{12} = \min(m_1, m_2)$

Étape 3 –

On considère à présent le système (3.37)-(3.39) dans sa globalité. On définit la nouvelle variable

$$\varepsilon_3 = x_3 - (\alpha_2 + \varsigma_2)$$

et la fonction de Lyapunov

$$V_3(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) = V_2 + \frac{1}{2} \varepsilon_3^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_1^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_2^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_3^2$$

Les équations (3.37)-(3.39) s'écrivent avec ces variables

$$\dot{\varepsilon}_1 = \varphi_1^T \mathcal{G} + \psi_1 [\varepsilon_2 + \alpha_1 + \varsigma_1 + \Delta_1 \delta_1] - \dot{\alpha}_0 \quad (3.44)$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = \varphi_2^T \mathcal{G} + \psi_2 [\varepsilon_3 + \alpha_2 + \varsigma_2 + \Delta_2 \delta_2] - (\dot{\alpha}_1 + \dot{\varsigma}_1) \quad (3.45)$$

$$\dot{\varepsilon}_3 = \varphi_3^T \mathcal{G} + \psi_3 [u + \Delta_3 \delta_3] - (\dot{\alpha}_2 + \dot{\varsigma}_2) \quad (3.46)$$

Le long des trajectoires de ce système, la dérivée de la fcl est donnée par

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_3 &= \varepsilon_1 \dot{\varepsilon}_1 + \varepsilon_2 \dot{\varepsilon}_2 + \varepsilon_3 \dot{\varepsilon}_3 \\
 &\leq -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2 + \frac{3\delta_0}{4m_{12}} + \varepsilon_3 [\varepsilon_2 \psi_2 + \varphi_3^T \mathcal{G} + \psi_3 (u + \Delta_3 \delta_3) - \dot{\alpha}_2 - \dot{\zeta}_2] \\
 &= -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2 + \frac{3\delta_0}{4m_{12}} + \varepsilon_3 [\varepsilon_2 \psi_2 + \varphi_3^T \mathcal{G} + \psi_3 u - \zeta_2] \\
 &\quad + \varepsilon_3 [\psi_3 \Delta_3 \delta_3 - \frac{\partial(\alpha_2 + \zeta_2)}{\partial x_2} \psi_2 \Delta_2 \delta_2 - \frac{\partial(\alpha_2 + \zeta_2)}{\partial x_1} \psi_1 \Delta_1 \delta_1]
 \end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned}
 \zeta_2 &= \frac{\partial(\alpha_2 + \zeta_2)}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial(\alpha_2 + \zeta_2)}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r + \frac{\partial(\alpha_2 + \zeta_2)}{\partial \ddot{y}_r} y_r^{(3)} \\
 &\quad + \frac{\partial(\alpha_2 + \zeta_2)}{\partial x_1} (\varphi_1^T \mathcal{G} + \psi_1 x_2) + \frac{\partial(\alpha_2 + \zeta_2)}{\partial x_2} (\varphi_2^T \mathcal{G} + \psi_2 x_3)
 \end{aligned}$$

est la partie déterministe de $\dot{\alpha}_2 + \dot{\zeta}_2$.

Si l'on choisit comme commande

$$u = \alpha_3 + \zeta_3$$

où

$$\alpha_3 = \frac{1}{\psi_3} [\zeta_2 - \varphi_3^T \mathcal{G} - \varepsilon_2 \psi_2 - k_3 \varepsilon_3]$$

la dérivée \dot{V}_3 se réduira à

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_3 &\leq -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2 - k_3 \varepsilon_3^2 + \frac{3\delta_0}{4m_{12}} \\
 &\quad + \varepsilon_3 [\psi_3 \zeta_3 + \psi_3 \Delta_3 \delta_3 - \frac{\partial(\alpha_2 + \zeta_2)}{\partial x_2} \psi_2 \Delta_2 \delta_2 - \frac{\partial(\alpha_2 + \zeta_2)}{\partial x_1} \psi_1 \Delta_1 \delta_1]
 \end{aligned}$$

Une fois encore, l'application de l'amortissement non linéaire permet de choisir ζ_3 . Il suffit, à présent, de prendre

$$\zeta_3 = -m_3 \frac{\varepsilon_3}{\psi_3} \left[\|\psi_3 \Delta_3\|^2 + \left\| \frac{\partial(\alpha_2 + \zeta_2)}{\partial x_2} \Delta_2 \right\|^2 + \left\| \frac{\partial(\alpha_2 + \zeta_2)}{\partial x_1} \Delta_1 \right\|^2 \right]$$

où $m_3 > 0$, pour obtenir

$$\begin{aligned}\dot{V}_3 &\leq -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2 - k_3 \varepsilon_3^2 + \frac{3\delta_0}{4m_{12}} + \frac{3\delta_0}{4m_3} \\ &\leq -k_1 \varepsilon_1^2 - k_2 \varepsilon_2^2 - k_3 \varepsilon_3^2 + \frac{2\delta_0}{3m_{123}}\end{aligned}$$

où

$$m_{123} = \min(m_{12}, m_3) = \min(m_1, m_2, m_3)$$

Ce résultat implique que \dot{V}_3 est négative à l'extérieur d'une certaine sphère, et que ε_1 , ε_2 et ε_3 sont bornées (la borne dépend de δ_0 et des m_i), malgré la présence des incertitudes.

3.6.2 Applications

Une application directe de la version robuste du backstepping est donnée par la méthode du backstepping avec observateur [54,55]. Cette dernière, en aboutissant à des contrôleurs par retour de sortie, permet de s'affranchir de la nécessité de la mesure de toutes les variables d'état du procédé, puisque seule la sortie reste nécessaire à l'implantation de la loi de commande résultante.

Une autre application intéressante, consiste à utiliser la robustification par amortissements non linéaires dans le contexte adaptatif. Cette approche permet de conserver la stabilité des boucles, même en l'absence d'adaptation (Les erreurs d'identification non nulles). Cette propriété a donné lieu à une nouvelle approche de conception des contrôleurs adaptatifs par backstepping connue sous le nom de Modular Design Method [56,57]

3.7 Application à la MSAP

Rappelons le modèle de la MSAP en présence de perturbations paramétriques donné par les systèmes d'équations (2.22) à (2.34)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x) + b_1 u_1 + \Delta_1(x, \Delta a_i) = a_1 x_1 + a_2 x_2 x_3 + b_1 u_1 + \Delta_1 \\ \dot{x}_2 = f_2(x) + b_2 u_2 + \Delta_2(x, \Delta a_i) = a_3 x_2 + a_4 x_3 + a_5 x_1 x_3 + b_2 u_2 + \Delta_2 \\ \dot{x}_3 = f_3(x) + d_1 C_r + \Delta_3(x, \Delta a_i) = a_6 x_2 + a_7 x_3 + a_8 x_1 x_2 + d_1 C_r + \Delta_3 \end{cases}$$

avec la forme suivante de $\Delta(x, \Delta a_i)$ donnée par (2.34) :

$$\Delta(x, \Delta a_i) = \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta a_1 x_1 + \Delta a_2 x_2 x_3 + \Delta b_1 u_1 \\ \Delta a_3 x_2 + \Delta a_4 x_3 + \Delta a_5 x_1 x_3 + \Delta b_2 u_2 \\ \Delta a_6 x_2 + \Delta a_7 x_3 + \Delta a_8 x_1 x_2 + \Delta d_1 C_r \end{bmatrix}$$

Notons par x_3' la référence que doit suivre la vitesse (x_3) de la machine

3.7.1 Objectif de la commande :

On veut forcer la vitesse de la machine x_3 à suivre sa référence x_3^r et maintenir en même temps le courant direct ($i_d = x_1$) à zéro malgré les perturbations modélisées par C_r et Δ_i

Étape 1: Commander x_3 par x_2 tel que : $x_3 \rightarrow x_3^r$

Soit la fonction de Lyapunov

$$V_1 = \frac{1}{2}(x_3 - x_3^r)^2 \quad (3.47)$$

dont la dérivée est :

$$\dot{V}_1 = (x_3 - x_3^r) \cdot (\dot{x}_3 - \dot{x}_3^r) = (x_3 - x_3^r) \cdot (a_6 x_2 + a_7 x_3 + d_1 C_r + \Delta_3 - \dot{x}_3^r) \quad (3.48)$$

si x_2 prend la valeur suivante :

$$x_2^* = \frac{1}{a_6} \left[-a_7 x_3 - K_{11} \cdot (x_3 - x_3^r) - K_{12} \cdot \text{sign}(x_3 - x_3^r) + \dot{x}_3^r \right] \quad (3.49)$$

La dérivée \dot{V}_1 s'écrit alors :

$$\dot{V}_1 = -K_{11} \cdot (x_3 - x_3^r)^2 - K_{12} \cdot |x_3 - x_3^r| + (x_3 - x_3^r) \cdot (\Delta_3 + C_r)$$

Si $K_{12} \gg \gg |\Delta_3 + C_r|$ on aura $\dot{V}_1 < -K_{11} \cdot (x_3 - x_3^r)^2 < 0$

Ce qui assure la convergence de x_3 vers x_3^r avec une robustesse vis-à-vis de la charge et des perturbations paramétriques.

Étape 2: Commander (x_1, x_2) par (u_1, u_2) tel que $x_2 \rightarrow x_2^*$ et $x_1 \rightarrow x_1^r = 0$

soit la fonction de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2}(x_3 - x_3^r)^2 + \frac{1}{2}(x_2 - x_2^*)^2 + \frac{1}{2}x_1^2 \quad (3.50)$$

dont on exprime la dérivée

$$\dot{V} = (x_3 - x_3^r)(\dot{x}_3 - \dot{x}_3^r) + (x_2 - x_2^*)(\dot{x}_2 - \dot{x}_2^*) + x_1 \cdot \dot{x}_1 \quad (3.51)$$

a) commander x_1 par u_1 tel que $x_1 \rightarrow x_1^r = 0$

Le terme $x_1 \cdot \dot{x}_1$ de la dérivée \dot{V} s'écrit

$$x_1 \cdot \dot{x}_1 = x_1 \cdot (f_1 + b_1 u_1 + \Delta_1) \quad (3.52)$$

si $u_1 = \frac{1}{b_1} \cdot [-f_1 - K_{21} \cdot x_1]$ alors ce terme s'écrit : $x_1 \cdot \dot{x}_1 = -K_{21} \cdot x_1^2 + \Delta_1 \cdot x_1$

il nous faut donc assurer $K_{21} \gg \gg |\Delta_1|$ pour avoir $x_1 \cdot \dot{x}_1 < -K_{21} \cdot x_1^2 < 0$ et assurer la convergence de x_1 vers 0 indépendamment de la perturbation Δ_1 .

b) les termes restants

soit $T = t_1 + t_2$ tel que :

$$T = \underbrace{(x_3 - x_3^r)(\dot{x}_3 - \dot{x}_3^r)}_{t_1} + \underbrace{(x_2 - x_2^*)(\dot{x}_2 - \dot{x}_2^*)}_{t_2} \quad (3.53)$$

t_1 s'écrit aussi

$$t_1 = (x_3 - x_3^r) \cdot (a_6 x_2 + a_7 x_3 + d_1 C_r + \Delta_3 - \dot{x}_3^r)$$

soit en ajoutant et en soustrayant $a_6 x_2^*$

$$\begin{aligned} t_1 &= (x_3 - x_3^r) \cdot (a_6(x_2 - x_2^*) + a_6 x_2^* + a_7 x_3 + d_1 C_r + \Delta_3 - \dot{x}_3^r) \\ t_1 &= a_6(x_2 - x_2^*)(x_3 - x_3^r) + (x_3 - x_3^r) \cdot (a_6 x_2^* + a_7 x_3 + d_1 C_r + \Delta_3 - \dot{x}_3^r) \end{aligned}$$

or d'après (3.49)

$$a_6 x_2^* = (-a_7 x_3 - K_{11} \cdot (x_3 - x_3^r) - K_{12} \cdot \text{sign}(x_3 - x_3^r) + \dot{x}_3^r)$$

ce qui résulte en :

$$\begin{aligned} t_1 &= a_6(x_2 - x_2^*)(x_3 - x_3^r) + \underbrace{(x_3 - x_3^r) \cdot [-K_{11} \cdot (x_3 - x_3^r) - K_{12} \cdot \text{sign}(x_3 - x_3^r) + d_1 C_r + \Delta_3]}_{\dot{V}_1} \\ t_1 &= a_6(x_2 - x_2^*)(x_3 - x_3^r) + \dot{V}_1 \end{aligned}$$

si par ailleurs on choisit

$$u_2 = \frac{1}{b_2} \cdot [-f_2 + x_2^* - K_{31} \cdot (x_2 - x_2^*) - a_6(x_3 - x_3^r)] \quad (3.54)$$

et sachant que (3.53)

$$t_2 = (x_2 - x_2^*) \cdot (f_2 + b u_2 + \Delta_2 - \dot{x}_2^*)$$

on aura

$$t_2 = -K_{31} \cdot (x_2 - x_2^*)^2 + \Delta_2 \cdot (x_2 - x_2^*) - a_6(x_3 - x_3^r) \cdot (x_2 - x_2^*)$$

Finalement, en regroupant les termes on obtient

$$T = t_2 + t_1$$

$$T = -K_{31} \cdot (x_2 - x_2^*)^2 + \Delta_2 \cdot (x_2 - x_2^*) - \underbrace{a_6(x_3 - x_3^r) \cdot (x_2 - x_2^*) + a_6(x_3 - x_3^r) \cdot (x_2 - x_2^*) + \dot{V}_1}_{\text{simplifier}}$$

$$T = -K_{31} \cdot (x_2 - x_2^*)^2 + \Delta_2 \cdot (x_2 - x_2^*) + \dot{V}_1$$

Mais on avait choisit $K_{12} \gg \gg |\Delta_3 + C_r|$ tel que $\dot{V}_1 < -K_{11} \cdot (x_3 - x_3^r)^2 < 0$

si on choisit donc $K_{31} \gg \gg |\Delta_2|$ on aura $T < -K_{31} \cdot (x_2 - x_2^*)^2 - K_{11} \cdot (x_3 - x_3^r)^2 < 0$

Ainsi, de ce qui précède, il est clair qu'il suffit de choisir convenablement les différents gains K_{ij} pour assurer la définie-négativité de la dérivée \dot{V} de la fonction de Lyapunov globale V définie par (3.50), et maintenir les performances du système en boucle fermée malgré la présence des perturbations paramétriques.

3.7.2 Récapitulation

La commande robuste par backstepping est résumée dans le tableau suivant:

Objectif	$x_3 = x_3^r$ et $x_1 = 0$; $C_r \neq 0 \wedge \Delta(x, \Delta a_i) \neq 0$
Variables intermédiaires	$x_2^* = \frac{1}{a_6} [-a_7 x_3 - K_{11} \cdot (x_3 - x_3^r) - K_{12} \cdot \text{sign}(x_3 - x_3^r) + \dot{x}_3^r]$
Paramètres	$K_{11}, K_{12}, K_{21}, K_{31}$
Commandes	$u_1 = \frac{1}{b_1} \cdot [-f_1 - K_{21} \cdot x_1]$; $u_2 = \frac{1}{b_2} \cdot [-f_2 + x_2^* - K_{31} \cdot (x_2 - x_2^*) - a_6(x_3 - x_3^r)]$

Tableau 3.1 : commande robuste par backstepping

Pour les simulations, au lieu d'utiliser la fonction $\text{sign}(\cdot)$ qui présente une discontinuité en 0, on fait appel à une version continue exprimée par :

$$S(z) = \begin{cases} \text{sign}(z) & \text{si } |z| > e \\ \frac{z}{e} & \text{si } |z| \leq e \end{cases}$$

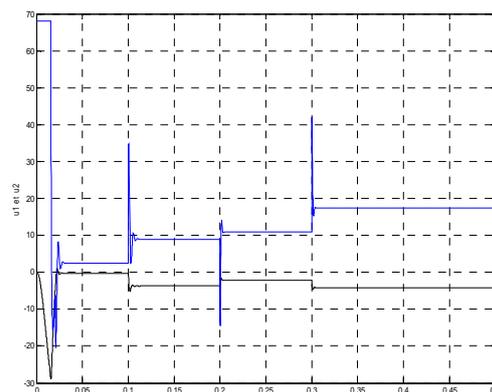
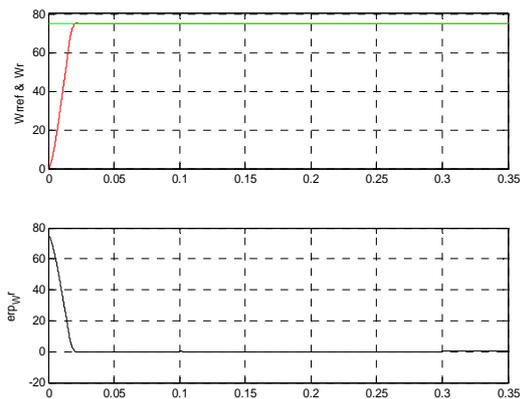
avec le paramètre e que nous manipulons pour avoir des réponses lisses.

3.8 Simulations

La commande que nous avons calculée rejette l'effet du couple de charge et des perturbations paramétriques, mais s'avère insuffisante en cas de défauts. L'augmentation de la robustesse diminue l'erreur sur la vitesse mais n'annule pas le courant i_d et peut induire en erreur. ceci est vérifiée par les simulations représentées ci-après.

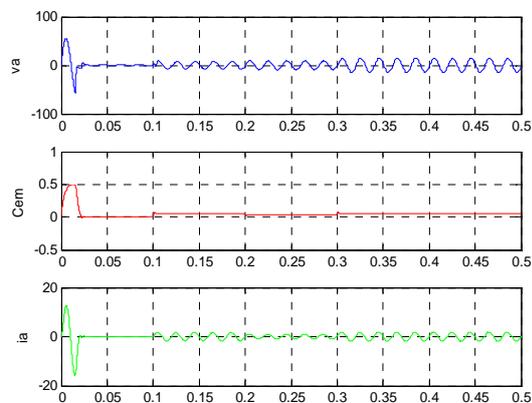
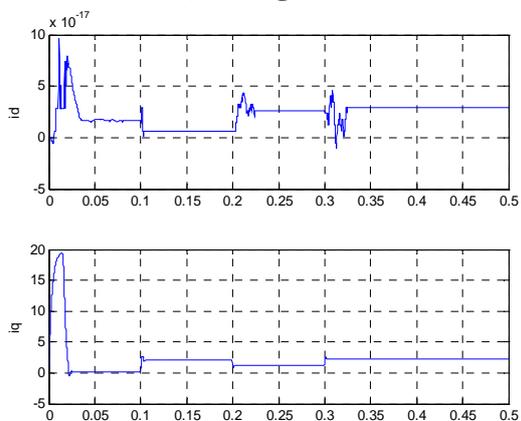
3.8.1 Absence de défauts

à $t=0.1$ sec on introduit un couple de charge $C_r=C_{r_{nom}}$ puis à $t=0.2$ sec une variation de 80% des paramètres physiques de la machine et à $t=0.3$ sec un couple $C_r=2C_{r_{nom}}$.



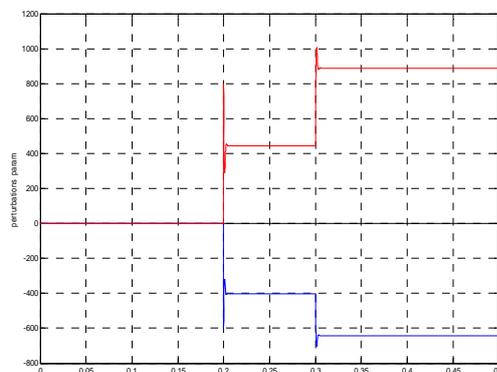
Vitesse, consigne et erreur

Commandes u_1 et u_2



$i_{d,q}$ (DQ)

V_a, C_{em} et I_a (ABC)

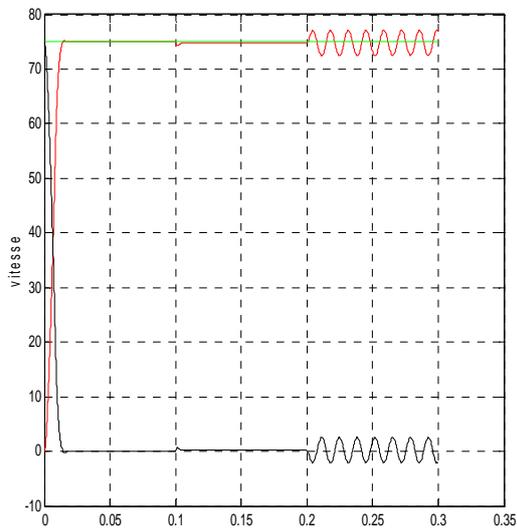


Perturbations paramétriques $\Delta_{1,2,3}$

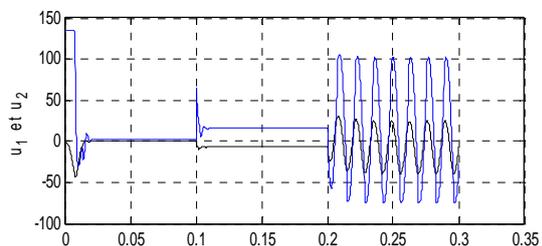
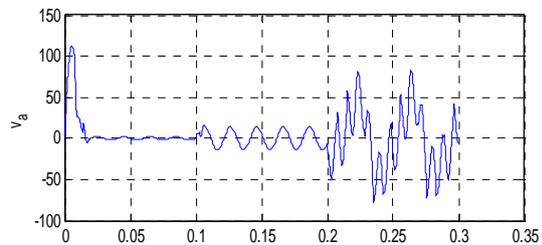
3.8.2 Présence de défauts

3.8.2.a Commande robuste nominale avec un défaut

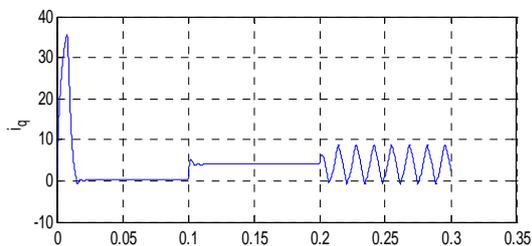
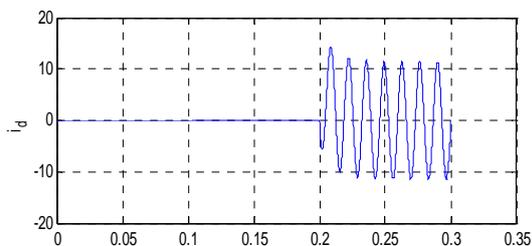
à $t=0.1$ sec on introduit un couple de charge $C_r=2C_{r_{nom}}$ puis à $t= 0.2$ sec une perturbation due à un défaut dans le stator



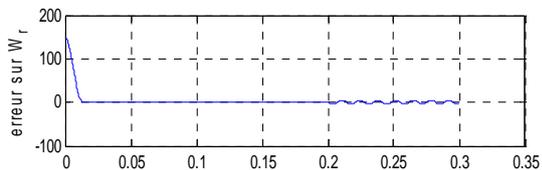
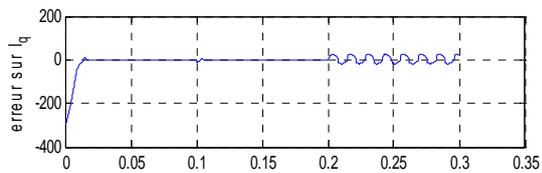
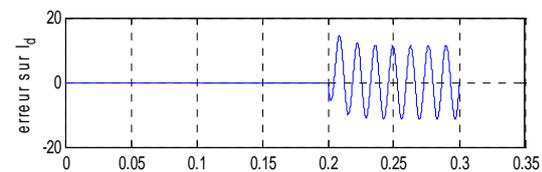
Vitesse, consigne et erreur



Commandes u_1 et u_2



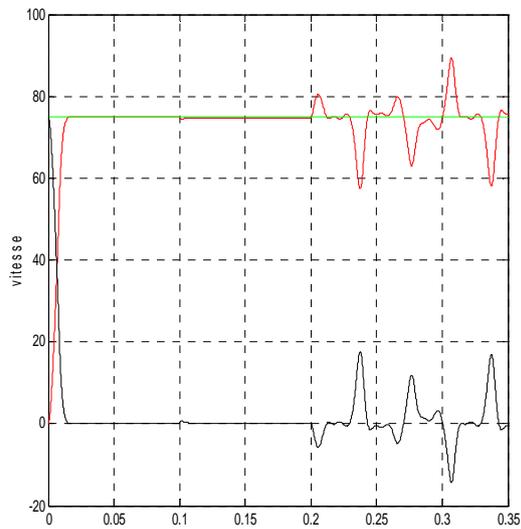
Courants i_d et i_q



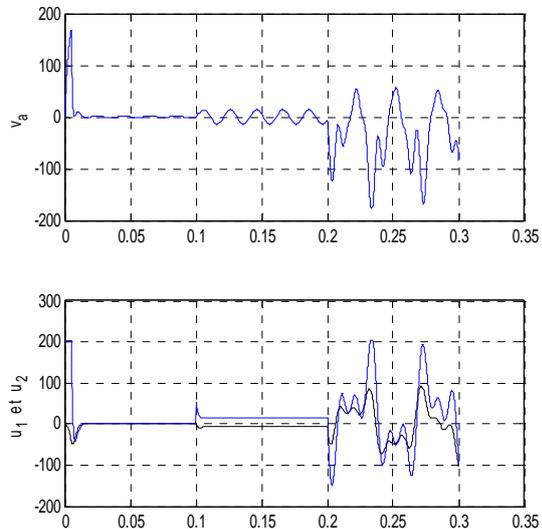
Erreurs de réglage des variables i_d i_q et ω_r

3.8.2.b Commande robuste nominale avec deux défauts

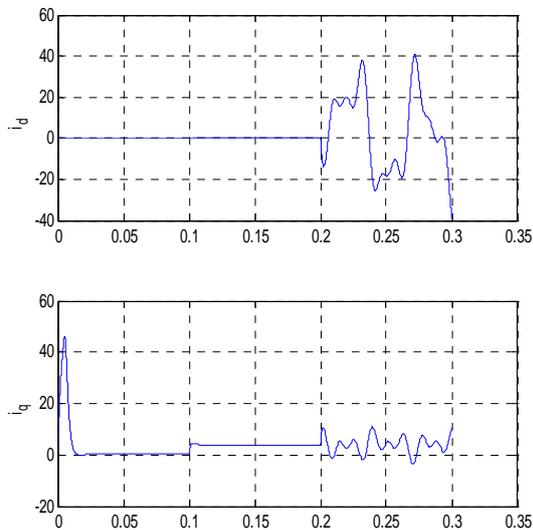
à $t=0.1$ sec on introduit un couple de charge $C_r=2C_{r_{nom}}$ puis à $t=0.2$ sec une perturbation due à un défaut dans le stator et un défaut dans le rotor.



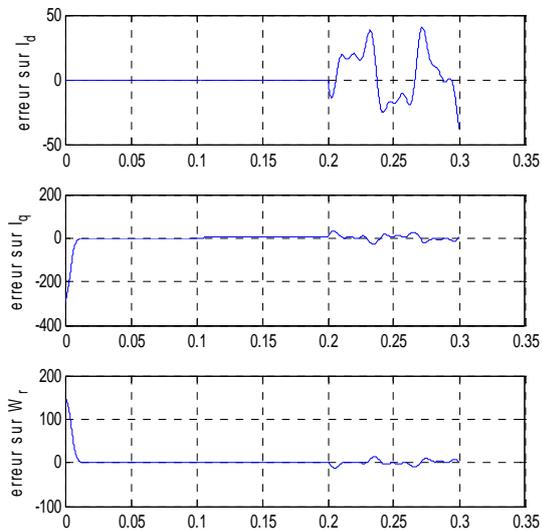
Vitesse, consigne et erreur



Commandes u_1 et u_2



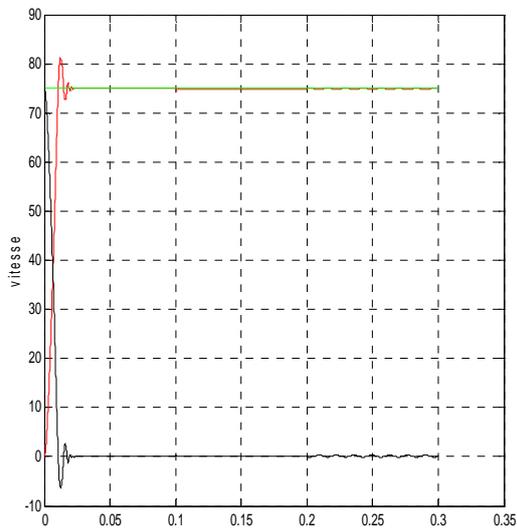
Courants i_d et i_q



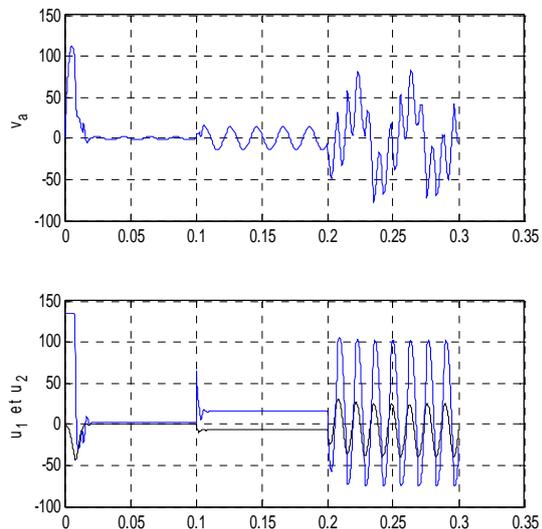
Erreurs de réglage des variables i_d , i_q et ω_r

3.8.3 Augmentation de la robustesse

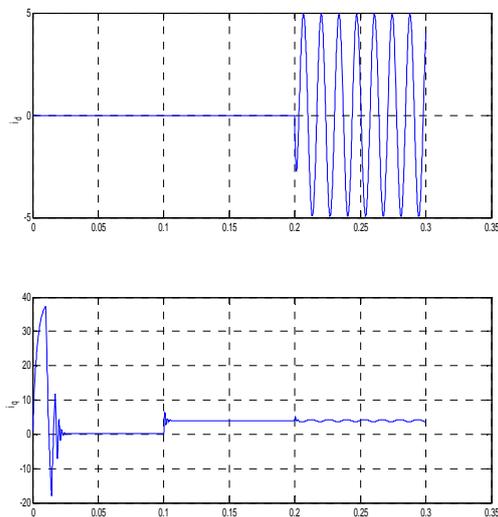
Nous considérons la même situation que 3.8.2.a et nous augmentons les gains de la commande afin d'augmenter la robustesse. Ceci diminue l'erreur sur la vitesse mais n'élimine pas l'effet du défaut sur la machine (courants) ce qui peut induire en erreur quant à l'état de celle-ci.



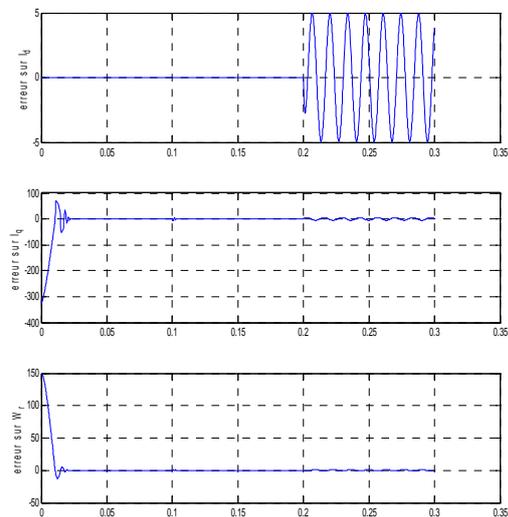
Vitesse, consigne et erreur



Commandes u_1 et u_2



Courants i_d et i_q



Erreurs de réglage des variables i_d , i_q et ω_r

3.9 Conclusion

Les simulations si dessus ont montré l'efficacité de la commande par backstepping pour le rejet de l'effet – aussi important soit-il – du couple de charge et des perturbations paramétriques (figures de 3.8.1), il suffit en effet de trouver les gains K_{ij} convenables. Cependant, en cas de défauts (figures de 3.8.2 a et b), la commande ne peut plus préserver les performances désirées même si on augmente la robustesse (figures de 3.8.3). Ce problème est réglé par l'ajout d'un terme de compensation que nous déterminons dans la suite dans le cadre de la commande tolérante aux défauts.

Chapitre IV

Commande Tolérante aux Défauts

4.1 Introduction

Un système de commande tolérant aux défauts (FTC) est capable d'une part de détecter la présence de défauts dans les capteurs et/ou les actionneurs et d'autre part d'adapter ou reconfigurer adéquatement le signal de commande afin de maintenir les performances prédéfinies en terme de qualité de production, sécuritéetc.

La façon la plus commune de concevoir un système FTC est de diviser le problème en deux phases (voir chapitre I) distinctes. La première phase concerne le problème de détection et d'isolation des défauts (FDI: Fault Detection and Isolation) qui consiste en la conception d'un filtre capable – sur la base des entrées sorties mesurées – de détecter la présence d'un défaut ou éventuellement complètement l'isoler. Dans la seconde phase, on s'intéresse à la conception d'une unité de décision qui assure – sur la base des informations fournies par l'unité FDI – la reconfiguration de la commande afin de compenser les effets des défauts et de respecter les contraintes de performances.

L'objectif de ce chapitre est de présenter une approche de conception de commande tolérante aux défauts autre que l'approche classique [13,80]. Nous commençons par la description de la technique et nous étudions en suite l'application à la MSAP dans diverses situations défaillantes. Une nouvelle approche sera proposée également.

4.2 Principe de la technique

► Dans le cas où les effets des défauts sur le système peuvent être convenablement modélisés, on procède à la recherche d'un régulateur embarquant un *modèle interne du défaut* capable de compenser ses effets d'une manière intrinsèque sans avoir à l'estimer explicitement. En d'autre terme la reconfiguration de la commande ne passe pas par une unité FDI explicite mais elle est assurée par la conception d'un régulateur dynamique *implicitement* tolérant à tous les défauts dont il embarque le modèle. ■

► Cette technique de commande implicitement tolérante aux défauts repose sur la théorie de la régulation non linéaire de sortie [86] en supposant que l'effet d'un défaut sur le système peut être modélisé par un signal exogène issu d'un système autonome stable appelé communément "*exosystème*". Un *terme aditif* est ajouté à la *commande nominale* et sert à compenser l'effet du défaut (aspect FTC). Ce terme additif est issu du modèle interne dont le rôle est de reproduire le signal représentant l'effet du défaut (aspect FDI). Le régulateur FTC est schématisé dans la figure 4.1 ■

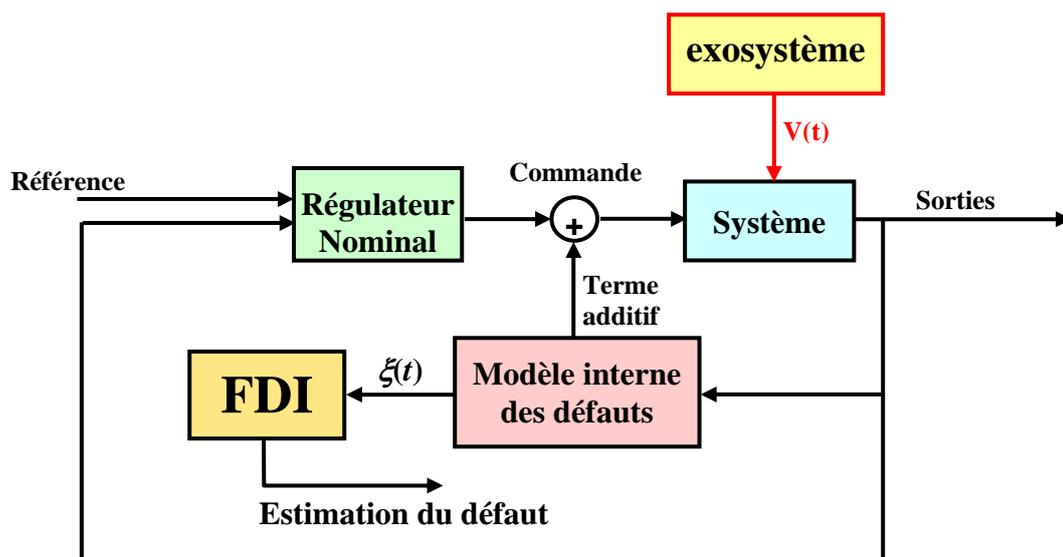


fig.4.1. schéma du régulateur FTC

Il est intéressant de noter que dans cette technique, la phase de détection et d'isolation du défaut qui constitue le point de départ dans l'approche classique est décalée par rapport à la phase de reconfiguration de la commande. Celle-ci est réalisée en testant l'état du modèle interne qui s'active automatiquement pour compenser l'effet du défaut.

Cette technique est utilisée principalement pour le rejet de perturbations dans la régulation non linéaire de sortie et elle a été adaptée pour élaborer une commande FTC implicite de la machine asynchrone [13,80]. Sur la base de ces travaux, nous proposons dans la suite une application de cette technique à la machine synchrone à aimants permanent puis nous élaborons une nouvelle approche de calcul de la commande additive.

4.3 Position du problème

Rappelons le modèle que nous avons élaboré pour la MSAP dans le chapitre II :

$$\dot{x} = f(x) + B \cdot u + d \cdot C_r + \Delta(x, \Delta a_i) + \sigma \cdot V \quad (4.1)$$

où $x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T = [\dot{i}_d \quad i_q \quad \omega_r]^T$: l'état du système et

$$d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_1 \end{bmatrix}; \quad f(x) = \begin{bmatrix} a_1 x_1 + a_2 x_2 x_3 \\ a_3 x_2 + a_4 x_3 + a_5 x_1 x_2 \\ a_6 x_2 + a_7 x_3 + a_8 x_1 x_2 \end{bmatrix}; \quad \Delta(x, \Delta a_i) = \begin{bmatrix} \Delta_1(x, \Delta a_i) \\ \Delta_2(x, \Delta a_i) \\ \Delta_3(x, \Delta a_i) \end{bmatrix}; \quad \sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix};$$

La commande par backstepping (commande nominale) que nous avons calculée dans le chapitre III est robuste par rapport au couple de charge C_r et aux perturbations paramétriques exprimées par le terme $\Delta(x, \Delta a_i)$ mais présente une insuffisance quant au rejet de l'effet des défauts exprimé dans la perturbation V (voir simulations du chapitre III).

4.3.1 Vérification de l'hypothèse

Notons que le modèle que nous avons utilisé pour représenter les défauts (chapitre II) remplit la condition que lui exige cette technique à savoir leur effet est généré par un système autonome stable (voir chapitre II équations : 2.54 à 2.71) :

$$\begin{cases} \dot{z} = S \cdot z \\ V = -\Gamma \cdot z \end{cases} \quad (4.2)$$

$$\begin{cases} S = \text{diag}(S_i) \\ S_i = \begin{bmatrix} 0 & \omega_i \\ -\omega_i & 0 \end{bmatrix} \\ i = 1, \dots, n_f \end{cases} \quad (4.3)$$

$$\begin{cases} V = \begin{bmatrix} a_1 \cdot Q_d + a_2 \cdot Q_q x_3 + Q_d \cdot S \\ a_3 \cdot Q_q + a_5 \cdot Q_d \cdot x_3 + Q_q \cdot S \end{bmatrix} \cdot z = -\Gamma \cdot z \\ \Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} [a_1 \cdot Q_d + a_2 \cdot Q_q x_3 + Q_d \cdot S] \\ [a_3 \cdot Q_q + a_5 \cdot Q_d \cdot x_3 + Q_q \cdot S] \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4.4)$$

Nous ne considérons pas pour le moment le couple de charge et les perturbations paramétriques car leur effet est compensé par la commande nominale. soit :

$$\dot{x} = f(x) + B \cdot u + \sigma \cdot V \quad (4.5)$$

4.3.2 Objectif

L'application de cette technique revient à **trouver un terme u_{ad} nul en absence de défauts qu'on ajoute à la commande nominale pour compenser l'effet des défauts** sur le système. Ce terme additif est généré par le **modèle interne** que nous allons proposer dans la suite.

4.3.3 Commande augmentée

La nouvelle commande s'exprime alors par :

$$u = u_{nom} + u_{ad} + u_c$$

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{1nom} \\ u_{2nom} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1ad} \\ u_{2ad} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1c} \\ u_{2c} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

le terme u_c est un terme connu (accessible à la mesure) qui sert à compenser des termes connus indésirables, ce qui permet de donner une forme adéquate à la dynamique de l'erreur (voir eqn 4.13 et 4.15), sur la base de laquelle nous calculons le terme inconnu u_{ad} . Avec l'expression qu'on a retenue de la commande nominale :

$$u_{1nom} = \frac{1}{b_1} \cdot [-f_1 - K_{21} \cdot x_1] \quad (4.7)$$

$$u_{2nom} = \frac{1}{b_2} \cdot [-f_2 + x_2^* - K_{31} \cdot (x_2 - x_2^*) - a_6(x_3 - x_3^r)] \quad (4.8)$$

$$x_2^* = \frac{1}{a_6} [-a_7 x_3 - K_{11} \cdot (x_3 - x_3^r) - K_{12} \cdot \text{sign}(x_3 - x_3^r) + \dot{x}_3^r] \quad (4.9)$$

$x^r = [x_1^r \quad x_2^r \quad x_3^r]^T$ étant l'état de référence que doit suivre l'état du système x . soit :

$$x_3^r \text{ donné comme consigne, } x_1^r = 0 \text{ et } x_2^r = x_2^*$$

4.3.4 Système d'erreurs

La différence instantanée entre l'état du système et la consigne (voir chapitre III) s'exprime par :

$$\bar{x} = x - x^r = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_1^r \\ x_2^r \\ x_3^r \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

et sa dérivée par rapport au temps :

$$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_1 \\ \dot{\bar{x}}_2 \\ \dot{\bar{x}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{x}_1^r \\ \dot{x}_2^r \\ \dot{x}_3^r \end{bmatrix} = \begin{cases} f_1(x) + b_1 u_1 - \dot{x}_1^r + V_1 \\ f_2(x) + b_2 u_2 - \dot{x}_2^r + V_2 \\ f_3(x) - \dot{x}_3^r \end{cases} \quad (4.11)$$

qui devient en remplaçant l'expression de la commande et des termes V_i et f_i avec $a_8 = 0$:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= S \cdot z \\ \dot{\bar{x}} &= \begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_1 \\ \dot{\bar{x}}_2 \\ \dot{\bar{x}}_3 \end{bmatrix} = \begin{cases} -K_{21} \cdot x_1 + b_1 u_{1ad} + b_1 u_{1c} - \dot{x}_1^r - \Gamma_1 \cdot z \\ -K_{31} \cdot (x_2 - x_2^*) - a_6 (x_3 - x_3^r) + b_2 u_{2ad} + b_2 u_{2c} - \Gamma_2 \cdot z \\ a_6 x_2 + a_7 x_3 - \dot{x}_3^r \end{cases} \end{aligned} \quad (4.12)$$

→ dans la première équation on ajoute et on soustrait le terme $K_{21} \cdot x_1^r$

→ dans la troisième on ajoute et on soustrait les deux termes : $a_6 \cdot x_2^*$ et $a_7 \cdot x_3^r$

après calculs le système (4.12) s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{z} &= S \cdot z \\ \dot{\bar{x}} &= \begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_1 \\ \dot{\bar{x}}_2 \\ \dot{\bar{x}}_3 \end{bmatrix} = \begin{cases} -K_{21} \cdot \bar{x}_1 + b_1 u_{1ad} + b_1 u_{1c} - \dot{x}_1^r - K_{21} \cdot x_1^r - \Gamma_1 \cdot z \\ -K_{31} \cdot \bar{x}_2 - a_6 \bar{x}_3 + b_2 u_{2ad} + b_2 u_{2c} - \Gamma_2 \cdot z \\ a_6 \bar{x}_2 - K_{11} \bar{x}_3 - K_{12} \cdot \text{sign}(\bar{x}_3) \end{cases} \end{aligned} \quad (4.13)$$

il est facile de repérer les termes connus indésirables dont on a parlés dans le paragraphe 4.3.3 soit :

- dans la première équation : $-\dot{x}_1^r - K_{21} \cdot x_1^r$ (terme nul en réalité car $x_1^r = 0$)
- dans la deuxième équation : $-a_6 \bar{x}_3$ (il faut avoir accès à la mesure de la vitesse)

Ces deux termes peuvent être compensés en choisissant :

$$\begin{cases} u_{1c} = \frac{1}{b_1} (\dot{x}_1^r + K_{21} \cdot x_1^r) \\ u_{2c} = \frac{1}{b_2} a_6 \bar{x}_3 \end{cases} \quad (4.14)$$

Ainsi nous écrivons le système (4.13) comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{z} &= S \cdot z \\ \dot{\bar{x}} &= \begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_1 \\ \dot{\bar{x}}_2 \\ \dot{\bar{x}}_3 \end{bmatrix} = \begin{cases} -K_{21} \cdot \bar{x}_1 + b_1 u_{1ad} - \Gamma_1 \cdot z \\ -K_{31} \cdot \bar{x}_2 + b_2 u_{2ad} - \Gamma_2 \cdot z \\ a_6 \bar{x}_2 - K_{11} \bar{x}_3 - K_{12} \cdot \text{sign}(\bar{x}_3) \end{cases} \end{aligned} \quad (4.15)$$

Remarquons que dans la troisième équation si $\bar{x}_2 \rightarrow 0$ alors $\bar{x}_3 \rightarrow 0$ et que les deux premières équations (qui contiennent les termes de commande et les termes de perturbations) ne dépendent pas de la variable \bar{x}_3 .

Ainsi, dans la suite, pour la détermination de u_{ad} nous considérons le sous système suivant :

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

dont la dynamique se déduit facilement du système (4.15)

$$\begin{aligned} \dot{z} &= S \cdot z \\ \dot{\tilde{x}} &= \begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \dot{\tilde{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{cases} -K_{21} \cdot \tilde{x}_1 + b_1 u_{1ad} - \Gamma_1 \cdot z \\ -K_{31} \cdot \tilde{x}_2 + b_2 u_{2ad} - \Gamma_2 \cdot z \end{cases} \end{aligned} \quad (4.17)$$

et que nous pouvons écrire sous une forme matricielle compacte:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= S \cdot z \\ \dot{\tilde{x}} &= H(\tilde{x}) + \tilde{B} \cdot u_{ad} - \Gamma \cdot z \end{aligned} \quad (4.18)$$

avec

$$H(\tilde{x}) = \tilde{A} \cdot \tilde{x} \quad \text{et} \quad \tilde{A} = \begin{bmatrix} -K_{21} & 0 \\ 0 & -K_{31} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

4.3.5 Récapitulation

Nous volons **déterminer la commande additive u_{ad}** qui compense l'effet des défauts exprimé par le terme V en sachant que (ω_i étant la pulsation spécifique au défaut)

$$\rightarrow \left\{ S = \text{diag}(S_i); \quad S_i = \begin{bmatrix} 0 & \omega_i \\ -\omega_i & 0 \end{bmatrix}; \quad i = 1, \dots, n_f \quad \text{parfaitement connue} \right.$$

$$\rightarrow \{ \dot{z} = S \cdot z; \quad V = -\Gamma \cdot z$$

$\rightarrow \Gamma$ exprimé dans (4.4) et **l'état initial de l'état z est inconnu** et caractérise l'amplitude et la sévérité des défauts

\rightarrow La **commande u_{ad} est nulle lorsque V est nulle** et dans le cas contraire elle doit **ramener à zéro l'état du système d'erreur** (voir 4.17) $\dot{\tilde{x}} = H(\tilde{x}) + \tilde{B} \cdot u_{ad} - \Gamma \cdot z$

4.4 Modèle interne et commande additive

Dans cette section, nous introduisons le modèle interne qui va être utilisé par le régulateur final. Ce dernier sert à reproduire asymptotiquement les variations du terme inconnu V [10,80]. La conception de ce modèle interne est faite selon la procédure décrite dans [86] (canonical internal model). Nous déterminons également l'expression du terme additif de la commande u_{ad} .

4.4.1 Modèle interne

En supposant que les pulsations caractéristiques des défauts ω_i (de nombre n_f) – et donc les matrices S et Γ – sont parfaitement connues, considérons l'équation de Sylvester suivante :

$$M \cdot S - F \cdot M = G \cdot \Gamma \quad (4.20)$$

F et G sont des matrices de dimensions adéquates tel que F est arbitraire stable (Hurwitz) et G choisie tel que la paire (F, G) est commandable :

$$\begin{cases} \dim(F) = 2n_f \times 2n_f \\ \dim(G) = 2n_f \times 2 \end{cases} \quad (4.21)$$

M est l'unique solution de l'équation (4.20) et elle est non singulière [80]. Le modèle interne prend alors la forme suivante (S connue) :

$$\dot{\xi} = S \cdot \xi + N(\tilde{x}) \quad (4.22)$$

avec $\dim(\xi) = \dim(z) = 2n_f \quad (4.23)$

4.4.2 Calcul de la commande u_{ad}

Introduisons une nouvelle variable [11] englobant l'erreur de réglage \tilde{x} et l'erreur d'observation de l'état du modèle représentant les défauts $(\xi - z)$ et dérivons la par rapport au temps

$$\chi = M \cdot (\xi - z) - G \cdot \tilde{x} \quad (4.24)$$

$$\dot{\chi} = M \cdot (\dot{\xi} - \dot{z}) - G \cdot \dot{\tilde{x}} \quad (4.25)$$

ou encore

$$\begin{aligned} \dot{\chi} &= M \cdot S \cdot \xi - M \cdot S \cdot z + M \cdot N(\tilde{x}) - G \cdot [H(\tilde{x}) + \tilde{B} \cdot u_{ad} - \Gamma \cdot z] \\ \dot{\chi} &= M \cdot S \cdot (\xi - z) + M \cdot N(\tilde{x}) - G \cdot H(\tilde{x}) - G \cdot \tilde{B} \cdot u_{ad} + G \cdot \Gamma \cdot z \end{aligned} \quad (4.26)$$

On choisit alors u_{ad} de la forme :

$$u_{ad} = \tilde{B}^{-1} \cdot \Gamma \cdot \xi \quad (4.27)$$

et l'expression de $\dot{\chi}$ devient :

$$\begin{aligned} \dot{\chi} &= M \cdot S \cdot (\xi - z) + M \cdot N(\tilde{x}) - G \cdot H(\tilde{x}) - G \cdot \Gamma \cdot \xi - G \cdot \Gamma \cdot z \\ \dot{\chi} &= M \cdot S \cdot (\xi - z) + M \cdot N(\tilde{x}) - G \cdot H(\tilde{x}) - G \cdot \Gamma \cdot (\xi - z) \\ \dot{\chi} &= [M \cdot S - G \cdot \Gamma] \cdot (\xi - z) + M \cdot N(\tilde{x}) - G \cdot H(\tilde{x}) \end{aligned} \quad (4.28)$$

or d'après l'équation de Sylvester (4.20)

$$[M \cdot S - G \cdot \Gamma] = F \cdot M \quad (4.29)$$

ainsi (4.28) devient

$$\dot{\chi} = F \cdot M \cdot (\xi - z) + M \cdot N(\tilde{x}) - G \cdot H(\tilde{x}) \quad (4.30)$$

qui s'écrit en introduisant le terme χ (4.24)

$$\dot{\chi} = F \cdot \chi + F \cdot G \cdot \tilde{x} + M \cdot N(\tilde{x}) - G \cdot H(\tilde{x}) \quad (4.31)$$

Finalement en choisissant $N(\tilde{x})$ comme étant :

$$N(\tilde{x}) = M^{-1} \cdot [G \cdot H(\tilde{x}) - F \cdot G \cdot \tilde{x}] \quad (4.32)$$

On obtient

$$\dot{\chi} = F \cdot \chi \quad (4.33)$$

Cette dernière équation assure que l'erreur globale χ tend asymptotiquement vers zéro car F est une matrice de Hurwitz par construction.

En tenant compte de l'expression de u_{ad} (4.27), et des équations (4.17 - 4.18), on peut écrire :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= H(\tilde{x}) + \Gamma \cdot (\xi - z) \\ \dot{\tilde{x}} &= \tilde{A} \cdot \tilde{x} + \Gamma \cdot (\xi - z) \end{aligned} \quad (4.34)$$

Mais d'après (4.24)

$$(\xi - z) = M^{-1} \cdot [\chi + G \cdot \tilde{x}] \quad (4.35)$$

et (4.34) devient

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}} &= \tilde{A} \cdot \tilde{x} + \Gamma \cdot M^{-1} \cdot [\chi + G \cdot \tilde{x}] \\ \ddot{\tilde{x}} &= (\tilde{A} + \Gamma \cdot M^{-1} \cdot G) \cdot \tilde{x} + \Gamma \cdot M^{-1} \cdot \chi\end{aligned}\quad (4.36)$$

La variable χ tend vers zéros lorsque le temps t tend vers l'infini d'après (4.33) et la matrice \tilde{A} donnée par (4.19) est stable par construction car elle est constitué des gains de réglage K_{2l} et K_{3l} . On choisit alors ces gains de manière à avoir la matrice dynamique $(\tilde{A} + \Gamma \cdot M^{-1} \cdot G)$ du système (4.36) toujours stable ce qui assure la convergence de \tilde{x} vers zéro.

Nous aurons donc d'après (4.13) :

$$[\tilde{x} \rightarrow 0 \Leftrightarrow (\bar{x}_1 \rightarrow 0 \wedge \bar{x}_2 \rightarrow 0)] \Rightarrow \bar{x}_3 \rightarrow 0 \quad (4.37)$$

Et ce malgré la présence de $V \neq 0$, ce qui garanti l'aspect FTC de la commande ainsi établie.

D'autre part, de (4.33) et (4.37) il découle directement que

$$(\xi - z) = M^{-1} \cdot [\chi + G \cdot \tilde{x}] \rightarrow 0 \quad (4.38)$$

Autrement dit, l'état du modèle interne reproduit exactement l'état inconnu à priori du système exogène simulant les défauts. Nous avons donc une idée claire sur la nature des défauts et leur sévérité. C'est là l'aspect FDI de cette commande.

4.4.3 Remarque

Les gains que nous avons calculés pour la commande nominale peuvent ne pas être valables pour la commande globale d'après la discussion faite dans le paragraphe précédent (eqn 4.36). Et ils doivent être manipulés éventuellement pour maintenir les performances. Les simulations mettent bien en évidence ce résultat (voir 4.5.2).

4.4.4 Récapitulation

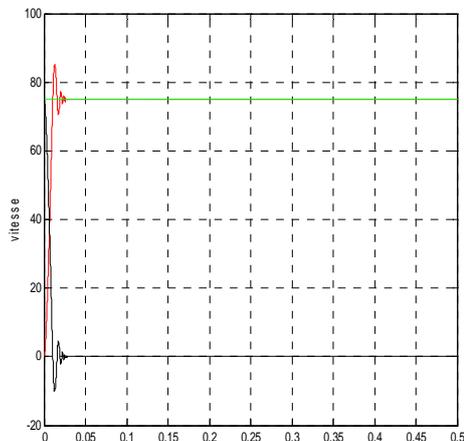
Le tableau suivant récapitule les différentes étapes et équations nécessaires à la construction d'une loi de commande FTC implicite en utilisant la technique de compensation exposée dans les paragraphes précédents.

Modèle du système	$\dot{x} = f(x) + B \cdot u + d \cdot C_r + \Delta(x, \Delta a_i) + \sigma \cdot V$
Objectifs	1- $x_3 = x_3^r$ et $x_1 = 0$; $C_r \neq 0 \wedge \Delta(x, \Delta a_i) \neq 0$ 2- compenser les défauts 3- reproduction des harmoniques dues aux défauts.
Réalisation de l'objectif 1	
Variables intermédiaires	$x_2^* = \frac{1}{a_6} [-a_7 x_3 - K_{11} \cdot (x_3 - x_3^r) - K_{12} \cdot \text{sign}(x_3 - x_3^r) + \dot{x}_3^r]$
Paramètres	$K_{11}, K_{12}, K_{21}, K_{31}$
Commandes nominales	$u_{1nom} = \frac{1}{b_1} [-f_1 - K_{21} \cdot x_1] ;$ $u_{2nom} = \frac{1}{b_2} [-f_2 + x_2^* - K_{31} \cdot (x_2 - x_2^*) - a_6 (x_3 - x_3^r)]$
Réalisation des objectifs 2 et 3	
Modèle des défauts	$S = \text{diag}(S_i) ; S_i = \begin{bmatrix} 0 & \omega_i \\ -\omega_i & 0 \end{bmatrix} ; \dot{z} = S \cdot z ; V = -\Gamma \cdot z$
Équation de Sylvester	F et G de dimensions adéquates tel que F arbitraire stable (Hurwitz) et G choisie tel que la paire (F, G) est commandable. M : unique solution de l'équation $M \cdot S - F \cdot M = G \cdot \Gamma$
Modèle interne	$N(\tilde{x}) = M^{-1} \cdot [G \cdot H(\tilde{x}) - F \cdot G \cdot \tilde{x}]$ tq : $\dot{\xi} = S \cdot \xi + N(\tilde{x})$
Compensation des Termes indésirables connus	$\begin{cases} u_{1c} = \frac{1}{b_1} (\dot{x}_1^r + K_{21} \cdot x_1^r) ; \\ u_{2c} = \frac{1}{b_2} a_6 \bar{x}_3 \end{cases}$
Terme additif	$u_{ad} = \tilde{B}^{-1} \cdot \Gamma \cdot \xi$ avec $\tilde{B} = \text{diag}(b_1, b_2)$
Commande globale	$u = u_{nom} + u_{ad} + u_c$
Résultats	$\bar{x} \rightarrow 0$ Aspect FTC = objectif 2 $\xi \rightarrow z$ Aspect FDI = objectif 3

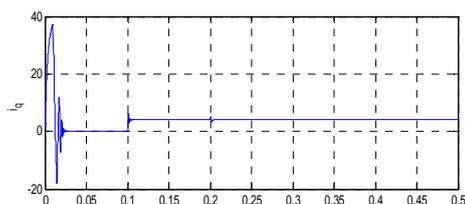
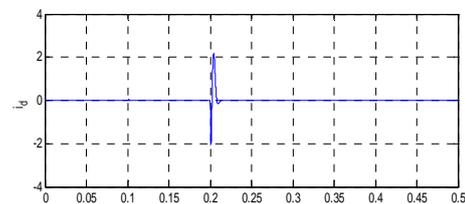
4.5 Simulation de la première approche FTC

4.5.1 Présence d'un seul défaut

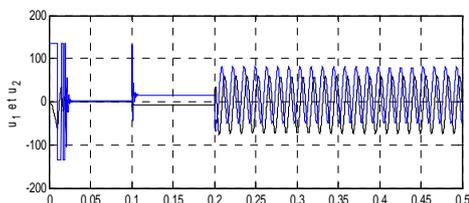
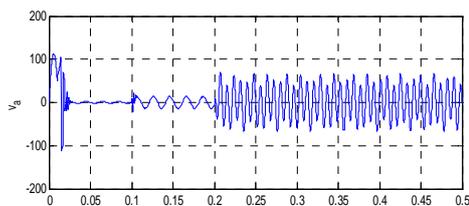
Nous simulons le système en boucle fermée avec la commande FTC en présence d'un seul défaut générant une harmonique de fréquence 50Hz, d'amplitude 8 et de phase nulle apparaissant à $t=0.2$



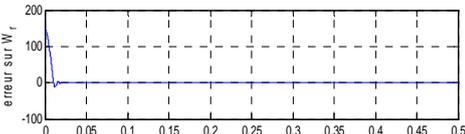
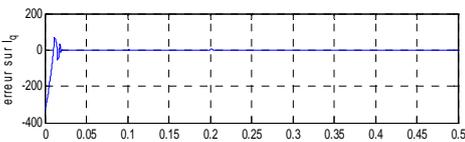
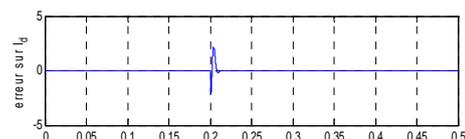
Vitesse, consigne et erreur



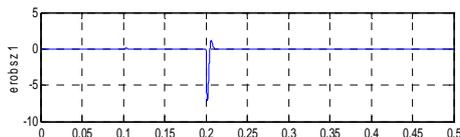
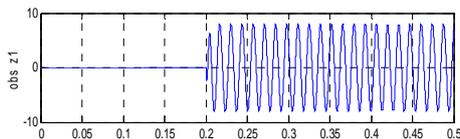
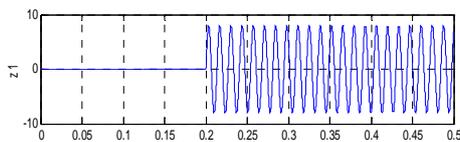
Courants i_d et i_q



Commandes u_1 et u_2



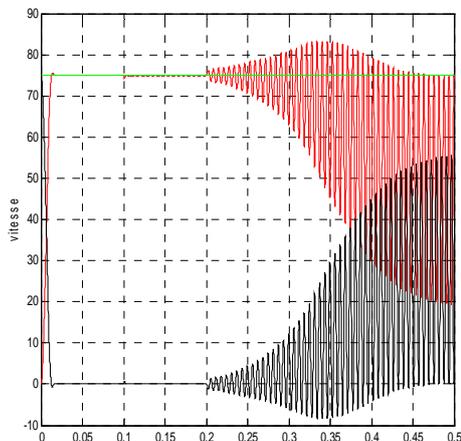
Erreurs sur les variables i_d , i_q et ω_r



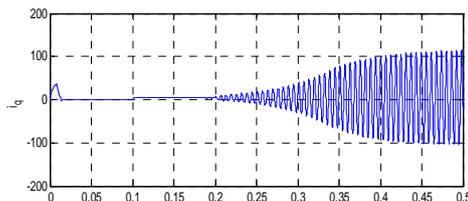
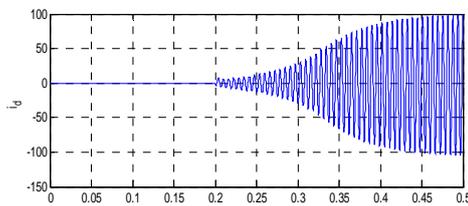
Harmonique, observation et erreur

4.5. 2 Manipulation des gains de réglage

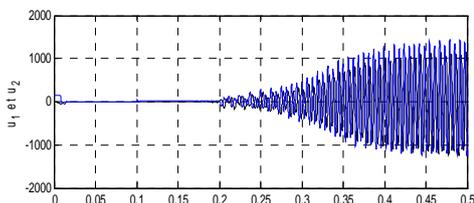
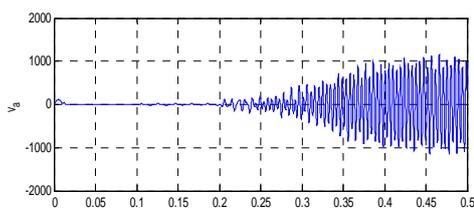
Nous reprenons les simulations du § 4.5.1 mais en choisissant des gains K_i tels que la commande nominale rejette l'effet de la charge et des perturbations paramétriques mais n'assure pas la convergence du modèle interne et donc ne compense pas l'effet du défaut. Ceci est expliqué dans la remarque 4.4.3



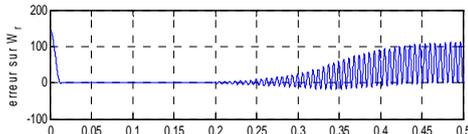
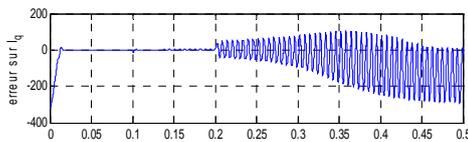
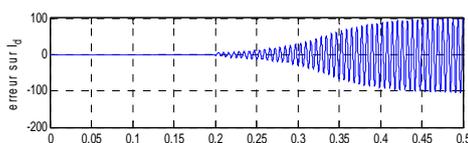
Vitesse, consigne et erreur



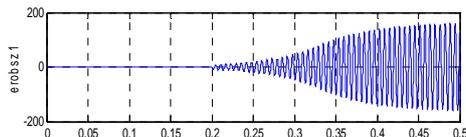
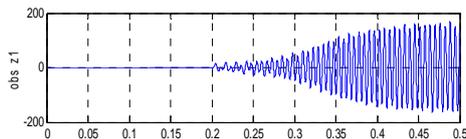
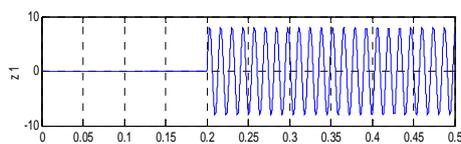
Courants i_d et i_q



Commandes u_1 et u_2



Erreurs sur les variables i_d i_q et ω_r



Harmonique, observation et erreur

4.5. 3 Présence de deux défauts

L'augmentation du nombre de défauts augmente les dimensions des matrices F , S et Γ , ce qui pose des problèmes de conditionnement sur la matrice M solution de l'équation de Sylvester. Le non conditionnement de M est la raison pour laquelle les simulations de ce cas ne convergent pas et c'est pourquoi nous ne les avons pas représentées.

4.6 Développement d'une nouvelle approche

Nous proposons dans cette section une nouvelle approche pour déterminer la commande additive. On garde la même forme du modèle interne et on suppose toujours vérifiée l'hypothèse sur ω_i (ie. Les pulsations sont parfaitement connues).

4.6.1 Modèle interne

Celui-ci est donné par (4.22)

$$\dot{\xi} = S \cdot \xi + N(\tilde{x})$$

4.6.2 Calcul de la commande u_{ad}

On considère le système (4.18) $\tilde{\dot{x}} = H(\tilde{x}) + \tilde{B} \cdot u_{ad} - \Gamma \cdot z$ avec le même choix de la forme de la commande additive (4.27) $u_{ad} = \tilde{B}^{-1} \cdot \Gamma \cdot \xi$ ce qui revient à écrire

$$\begin{aligned} \tilde{\dot{x}} &= H(\tilde{x}) + \Gamma \cdot (\xi - z) \\ \dot{\tilde{x}} &= \tilde{A} \cdot \tilde{x} + \Gamma \cdot e \end{aligned} \tag{4.39}$$

où nous avons introduit la nouvelle variable d'erreur $e = (\xi - z)$ que nous dérivons par rapport au temps en tenant compte de la dynamique du modèle interne (4.22) et celle des défauts (4.2) :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{\xi} - \dot{z} = S \cdot \dot{\xi} + N(\tilde{x}) - S \cdot \dot{z} \\ \dot{e} &= S \cdot e + N(\tilde{x}) \end{aligned} \tag{4.40}$$

Les équations décrivant la dynamique des erreurs en boucle fermée sont donc :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \tilde{A} \cdot \tilde{x} + \Gamma \cdot e \\ \dot{e} = S \cdot e + N(\tilde{x}) \end{cases} \tag{4.41}$$

Et il faut trouver l'expression de $N(\tilde{x})$ qui annule l'erreur d'observation des défauts e et permet en même temps de rejeter leur effet car elle annule aussi \tilde{x} .

Soit la fonction de Lyapunov du système (4.41)

$$V = \frac{1}{2} \tilde{x}^T \cdot \tilde{x} + \frac{1}{2} e^T \cdot e \quad (4.42)$$

sa dérivée par rapport au temps est :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \tilde{x}^T \cdot \dot{\tilde{x}} + e^T \cdot \dot{e} = \tilde{x}^T \cdot [\tilde{A} \cdot \tilde{x} + \Gamma \cdot e] + e^T \cdot [S \cdot e + N(\tilde{x})] \\ \dot{V} &= \tilde{x}^T \cdot \tilde{A} \cdot \tilde{x} + e^T \cdot S \cdot e + \tilde{x}^T \cdot \Gamma \cdot e + e^T \cdot N(\tilde{x}) \end{aligned} \quad (4.43)$$

→ Le terme $e^T \cdot S \cdot e$ est nul car la matrice S est antisymétrique par construction (4.3)

→ Le terme $\tilde{x}^T \cdot \tilde{A} \cdot \tilde{x}$ vérifie $\tilde{x}^T \cdot \tilde{A} \cdot \tilde{x} < 0$ car \tilde{A} est définie négative (4.19)

→ Le terme $\tilde{x}^T \cdot \Gamma \cdot e$ est un scalaire et est égal donc à son transposé :

$$\tilde{x}^T \cdot \Gamma \cdot e = (\tilde{x}^T \cdot \Gamma \cdot e)^T = e^T \cdot \Gamma^T \cdot \tilde{x} \quad (4.44)$$

et nous exprimons à nouveau \dot{V}

$$\dot{V} = \tilde{x}^T \cdot \tilde{A} \cdot \tilde{x} + e^T \cdot \Gamma^T \cdot \tilde{x} + e^T \cdot N(\tilde{x}) \quad (4.45)$$

Le choix de $N(\tilde{x})$ découle de cette dernière relation et est donné par :

$$N(\tilde{x}) = -\Gamma^T \cdot \tilde{x} \quad (4.46)$$

Enfin la dérivée \dot{V} s'écrit :

$$\dot{V} = \tilde{x}^T \cdot \tilde{A} \cdot \tilde{x} \leq 0 \quad (4.47)$$

Par conséquent \tilde{x} est stable à l'origine et on a $\tilde{x} \rightarrow 0$ (4.48)

En vertu du théorème de Lasalle on a $\tilde{x} \rightarrow 0 \Rightarrow \dot{\tilde{x}} \rightarrow 0$ (4.49)

Et le système (4.41) devient :

$$\begin{cases} \Gamma \cdot e = 0 \\ \dot{e} = S \cdot e \end{cases} \quad (4.50)$$

Il en découle immédiatement $e \rightarrow 0$ (4.51)

Finally the objective of the command is achieved by adopting the proposed procedure and one arrives at compensating the effect of the faults on the system ($\tilde{x} \rightarrow 0$) and to reproduce ($e \rightarrow 0$) thanks to the internal model.

4.6.3 Récapitulation

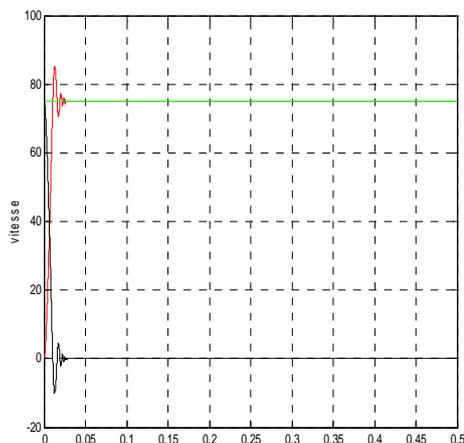
Le tableau suivant récapitule les différentes étapes et équations nécessaires à la construction d'une loi de commande FTC implicite en utilisant l'approche de compensation proposée.

Modèle du système	$\dot{x} = f(x) + B \cdot u + d \cdot C_r + \Delta(x, \Delta a_i) + \sigma \cdot V$
Objectifs	1- $x_3 = x_3^r$ et $x_1 = 0$; $C_r \neq 0 \wedge \Delta(x, \Delta a_i) \neq 0$ 2- compenser les défauts 3- reproduction des harmoniques dues aux défauts.
Réalisation de l'objectif 1	
Variables intermédiaires	$x_2^* = \frac{1}{a_6} [-a_7 x_3 - K_{11} \cdot (x_3 - x_3^r) - K_{12} \cdot \text{sign}(x_3 - x_3^r) + \dot{x}_3^r]$
Paramètres	$K_{11}, K_{12}, K_{21}, K_{31}$
Commandes nominales	$u_{1nom} = \frac{1}{b_1} [-f_1 - K_{21} \cdot x_1]$; $u_{2nom} = \frac{1}{b_2} [-f_2 + x_2^* - K_{31} \cdot (x_2 - x_2^*) - a_6 (x_3 - x_3^r)]$
Réalisation des objectifs 2 et 3	
Modèle des défauts	$S = \text{diag}(S_i)$; $S_i = \begin{bmatrix} 0 & \omega_i \\ -\omega_i & 0 \end{bmatrix}$; $\dot{z} = S \cdot z$; $V = -\Gamma \cdot z$
Modèle interne	$N(\tilde{x}) = -\Gamma^T \cdot \tilde{x}$ et $\dot{\xi} = S \cdot \xi + N(\tilde{x})$
Compensation des Termes indésirables connus	$\begin{cases} u_{1c} = \frac{1}{b_1} (\dot{x}_1^r + K_{21} \cdot x_1^r) ; \\ u_{2c} = \frac{1}{b_2} a_6 \bar{x}_3 \end{cases}$
Terme additif	$u_{ad} = \tilde{B}^{-1} \cdot \Gamma \cdot \xi$ avec $\tilde{B} = \text{diag}(b_1, b_2)$
Commande globale	$u = u_{nom} + u_{ad} + u_c$
Résultats	$\bar{x} \rightarrow 0$ Aspect FTC = objectif 2 $\xi \rightarrow z$ Aspect FDI = objectif 3

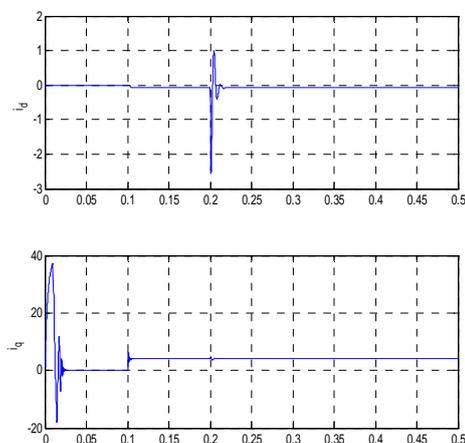
4.7 Simulations de l'approche FTC proposée

4.7.1 Présence d'un seul défaut

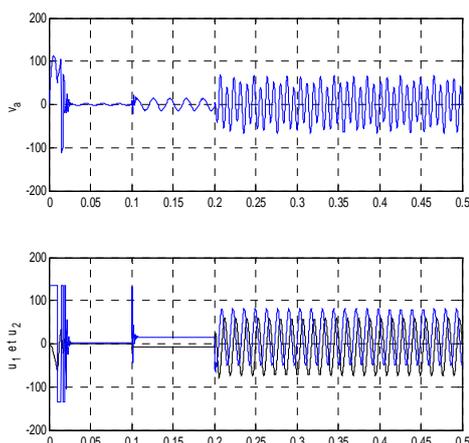
Nous simulons le système en boucle fermée avec la commande FTC en présence d'un seul défaut générant une harmonique de fréquence 50Hz, d'amplitude 8 et de phase nulle apparaissant à $t=0.2$



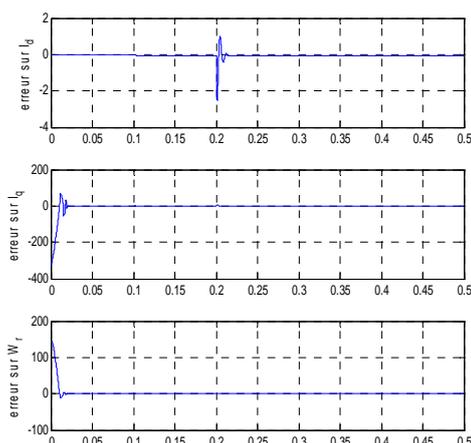
Vitesse, consigne et erreur



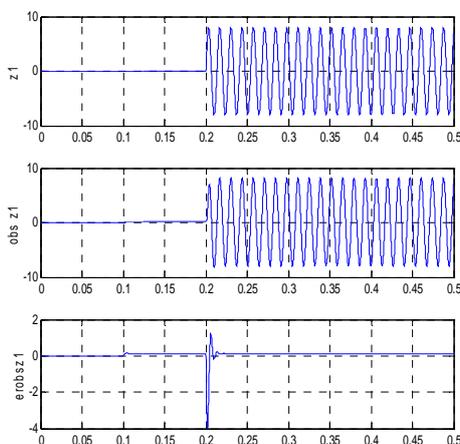
Courants i_d et i_q



Commandes u_1 et u_2



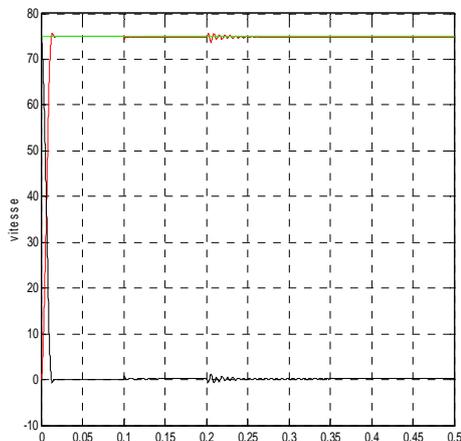
Erreurs sur les variables i_d , i_q et ω_r



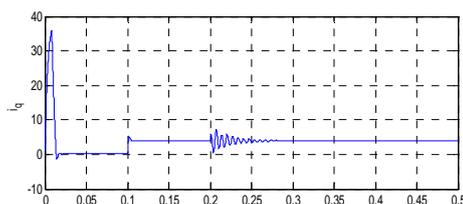
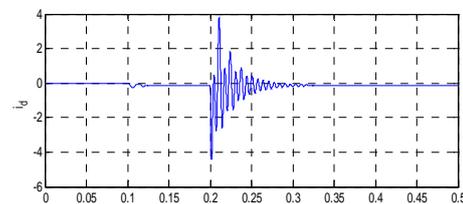
Harmonique, observation et erreur

4.7.2 Manipulation des gains de réglage

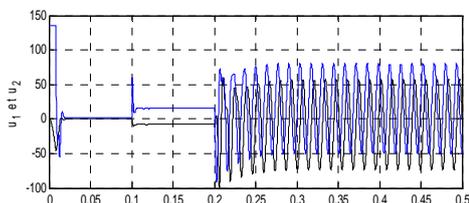
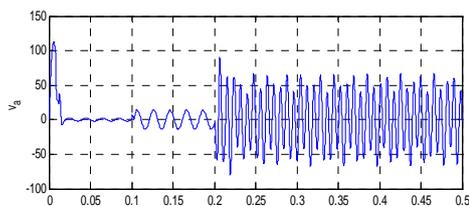
Nous reprenons les simulations du § 4.5.2 pour montrer qu'il n'est pas nécessaire de changer les gains K_i pour assurer la convergence du modèle interne. Les gains sont choisis tel que la commande nominale rejette l'effet de la charge et des perturbations paramétriques et contrairement à première l'approche, on a convergence du modèle interne.



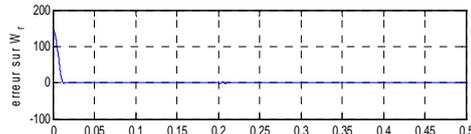
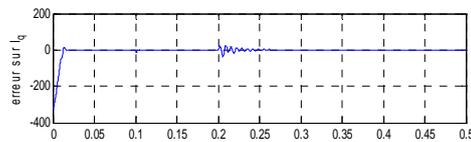
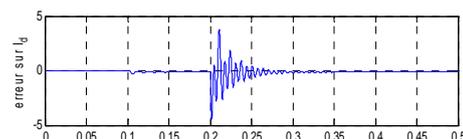
Vitesse, consigne et erreur



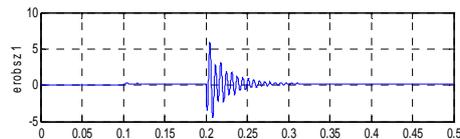
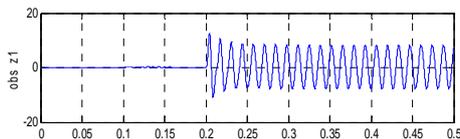
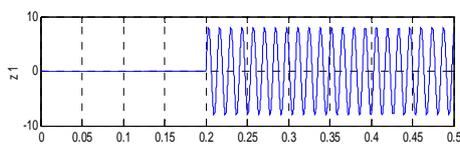
Courants i_d et i_q



Commandes u_1 et u_2



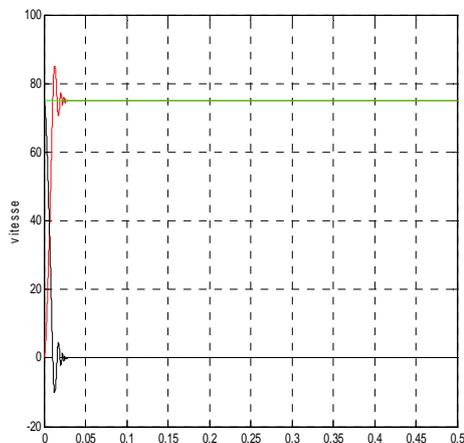
Erreurs sur les variables i_d , i_q et ω_r



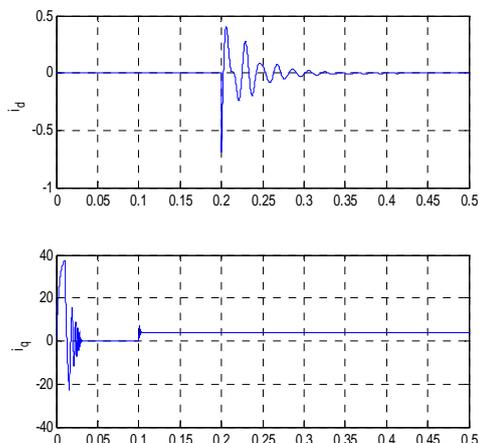
Harmonique, observation et erreur

4.7.3 Présence de deux défauts

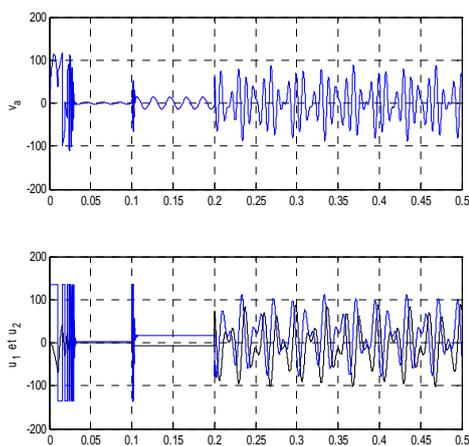
Nous simulons le système en boucle fermée avec la commande FTC en présence de deux défauts générant deux harmoniques : une de fréquence 50Hz, d'amplitude 8 et de phase nulle et une autre de fréquence 80Hz, d'amplitude 5 et phase nulle aussi apparaissant à $t=0.2$.



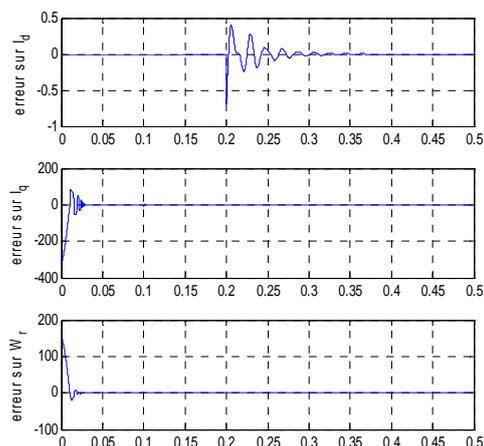
Vitesse, consigne et erreur



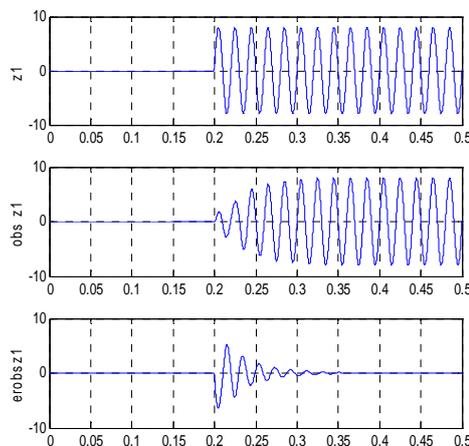
Courants i_d et i_q



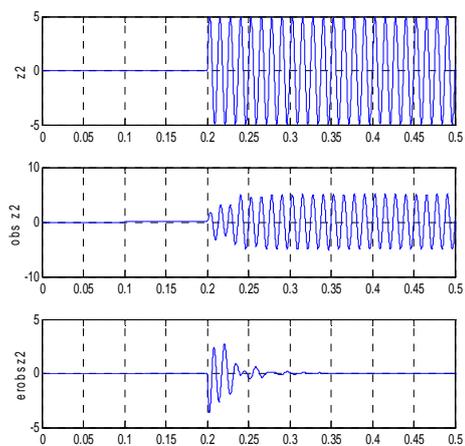
Commandes u_1 et u_2



Erreurs sur les variables i_d , i_q et ω_r



1^{ère} harmonique,
observation et erreur



2^{ème} harmonique,
observation et erreur

4.8 Comparaison des deux approches

Les hypothèses faites ainsi que la forme du modèle interne sont les mêmes pour les deux approches, et celles-ci mènent aux mêmes résultats. Cependant l'approche que nous avons proposée présente l'avantage majeur de ne pas nécessiter la résolution d'une équation de Sylvester ce qui se traduit par :

Désavantage de la Première approche	Approche proposée
- La résolution de l'équation de Sylvester nécessite un temps de calcul (off line).	- Diminution du temps de calcul en éliminant le passage par l'équation de Sylvester
- L'augmentation des défauts dans le modèle interne augmente considérablement les dimensions des matrices $\dim(F) = \dim(S) = \dim(M) = 2n_f \times 2n_f$	- Possibilité d'augmenter le nombre de défauts dans le modèle interne sans beaucoup de contraintes car l'expression de Γ est donnée en fonction de ω_i
- Ceci engendre un problème de conditionnement numérique de la matrice solution M et l'utilisation d'algorithmes de résolution récursive autres que les fonctions MATLAB s'avère nécessaire ce qui augmente les calculs.	- Élimination du problème de conditionnement numérique de la solution M
- Une modification éventuelle des gains de réglages K_{21} et K_{31} peut être nécessaire pour la convergence des calculs	- Les gains K_{21} et K_{31} n'ont pas besoin d'être modifiés pour assurer la convergence des calculs

4.9 Cas adaptatif

Dans le cas où l'hypothèse faite sur les pulsations ω_i n'est plus valable c'est-à-dire qu'elles ne sont pas parfaitement connues, les matrices S et Γ sont inconnues elles aussi et il n'est pas possible d'établir le modèle interne proposé dans (4.22). Ce problème est résolu par l'introduction d'une loi d'adaptation dans le modèle interne [5]. On connaît seulement la dimension de la matrice S égale à $2 \times 2n_f$ et les intervalles où les ω_i prennent leurs valeurs : $\omega_i^{\min} \leq \omega_i \leq \omega_i^{\max}$. Ainsi, toute perturbation formée par une combinaison linéaire de signaux sinusoïdaux à fréquences, amplitudes et phases inconnues peut être représentée par l'exosystème (4.2). L'équation de Sylvester donnée par (4.20) peut être réécrite :

$$(M \cdot S - F \cdot M) \cdot M^{-1} = G \cdot \Gamma \cdot M^{-1} \Rightarrow M \cdot S \cdot M^{-1} = F + G \cdot \Gamma \cdot M^{-1} = F + G \cdot \Psi \quad (4.52)$$

où nous avons introduit le changement de variable

$$\Psi = \Gamma \cdot M^{-1} \quad (4.53)$$

avec $\dim(\Psi) = \dim(\Gamma) = 2 \times 2n_f$ (4.54)

De l'équation (4.52), on déduit que les matrices S et $F + G \cdot \Psi$ sont similaires et on peut écrire le modèle interne comme suit :

$$\dot{\xi} = (F + G \cdot \Psi) \cdot \xi + N(\tilde{x}) \quad (4.55)$$

Mais comme Γ n'est pas connue, Ψ n'est pas connue également et on doit utiliser une loi d'adaptation pour l'estimer soit :

$$\begin{cases} \dot{\xi} = (F + G \cdot \hat{\Psi}) \cdot \xi + N(\tilde{x}) \\ \dot{\hat{\Psi}}_i^T = \varphi_i(\xi, \tilde{x}) \end{cases} \quad (4.56)$$

où $\hat{\Psi}_i^T$ est la $i^{\text{ième}}$ colonne de la matrice $\hat{\Psi}^T$ et φ_i est la loi à définir.

Et dans ce cas, la commande additive est exprimée par :

$$u_{ad} = \tilde{B}^{-1} \cdot \hat{\Psi} \cdot \xi \quad (4.57)$$

4.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit une technique de compensation implicite de l'effet des défauts sur la MSAP. Nous nous sommes basés pour ce faire sur les résultats des chapitres précédents, à savoir, la modélisation des défauts additifs par un système externe stable et autonome. Ainsi, la notion de modèle interne a été utilisée pour reproduire asymptotiquement l'état du modèle des défauts et générer le terme additif à la commande qui compense leur effet. L'approche que nous avons trouvée dans la littérature repose sur la résolution d'une équation de Sylvester qui est à l'origine de ses inconvénients. Ces inconvénients ont été éliminés par le développement d'une nouvelle approche de calcul du modèle interne. La comparaison des deux approches et les simulations montrent l'apport de l'approche que nous avons développée dans le cas où les fréquences caractéristiques des défauts sont connues a priori. Dans le cas contraire, c'est-à-dire que les fréquences caractéristiques des défauts ne sont pas connues, on introduit une loi d'adaptation pour les estimer, ce cas n'est pas traité dans ce travail.

Conclusion Générale

Le travail que nous avons effectué s'inscrit dans le cadre des projets lancés par le LCP dans le domaine de la commande tolérante aux défauts depuis quelques années. Nous avons introduit une technique relativement récente qui contrairement aux approches classiques, ne commence pas par détecter et identifier les défauts mais elle les compense grâce au modèle interne qui s'active dès leur apparition et reproduit exactement (asymptotiquement) l'état de l'exosystème qui les modélise. La compensation est réalisée par l'augmentation de la commande nominale d'un terme additif qui annule leur effet sur le système. Ce terme doit donc être nul en l'absence de défauts.

La commande nominale est sensée préserver les performances du système de commande dans les situation non défailtantes, c'est-à-dire que les entrées indésirables ne sont autres que le couple de charge et les perturbations paramétriques. Nous avons vus que la technique du backstepping robuste remplit cette tâche avec succès. Cependant, nous avons vus aussi que dès la présence d'un ou plusieurs défauts, la commande nominale ne garantit plus les objectifs qu'on lui a tracés. Ceci nous a conduit à l'utilisation de ladite technique qui suppose que les défauts se manifestent par des harmoniques qu'on peut modéliser par un système externe stable et autonome. Cette hypothèse convient bien aux machines électriques pour lesquelles la majorité des défauts peuvent être diagnostiqués en observant les harmoniques qu'ils génèrent au niveau des enroulements statoriques.

La seconde hypothèse que nous avons faite, est la connaissance parfaite des fréquences des harmoniques générées par les défauts en question. Lorsque ces fréquences ne sont pas exactement connues, on est appelé à utiliser une loi d'adaptation pour les estimer. Ce cas n'est pas traité dans le présent travail, ou seules les amplitudes et les phases des harmoniques sont inconnues et représentent la sévérité des défauts. Notons cependant (comme on l'a vu dans le chapitre II) que pour les machines électriques, on peut définir la fréquence de la plus part des défauts.

Le calcul du modèle interne dans la première approche est basé sur une équation de Sylvester pour la résolution de laquelle nous avons utilisé des fonctions MATLAB. Malheureusement, ces fonctions ne sont pas fiables pour une dimension ≥ 3 et nous avons rencontrés un problème de dimensionnement numérique de la matrice solution qui a causé la divergence des simulations lorsque la machine est affectée par deux harmoniques ou plus.

Nous avons aussi développé une nouvelle approche de calcul du modèle interne qui exploite les caractéristiques des différentes matrices intervenant dans le problème, et qui élimine les inconvénients de la première approche et présente de meilleures performances pour les mêmes hypothèses.

Perspectives

Afin de compléter ce travail, nous proposons :

- i.* l'application d'algorithmes plus performants pour la résolution de l'équation de Sylvester dans la première approche ce qui permettra de la tester pour plusieurs défauts simultanés.
- ii.* La variation des types de commandes nominales afin de tester la fiabilité de la technique – à savoir son caractère additif indépendant de la commande nominale –
- iii.* L'étude du cas adaptatif – pour les deux approches – où les fréquences caractéristiques des défauts ne sont pas exactement connues ce qui confère à la technique un aspect plus rationaliste car c'est la situation rencontrée dans un cas réel.

Références

- [1] Arkan, M., Perovic, D. K., and Unsworth, P., 2001. Online stator fault diagnosis in induction motors," Proc. Inst. Elect. Eng., Elect. Power Appl., vol. 148, no. 6,
- [2] Astrom, K., Albertos, P., Blanke, M., Isidori, A., Schaufelberger, W., Sanz, R., 2001. Control of Complex Systems. Springer Verlag.
- [3] Astrom, K. J., Wittenmark, B., 1995. Adaptive Control, Second Edition, Addison-Wesley Publishing Company.
- [4] Belkharraz, A., Sobel, K., 2000. Fault tolerant flight control of control surface failures. In: Proceedings of the American Control Conference (ACC'00). Chicago, Illinois, USA.
- [5] Benaskeur, A. 1997. Systèmes non linéaires, Technical Report No. 97-1 1, GR4II31, Université Laval.
- [6] Benaskeur, A. 2000. Aspects de l'application du backstepping adaptatif à la commande décentralisée des systèmes non linéaires. thèse Ph.D - Université Laval
- [7] Blanke, M., Frei, C., Kraus, F., Patton, R., Staroswiecki, M., July 2000. What is fault tolerant control? In: Proceedings of the 4th Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS'00. Budapest, Hungary, pp. 40-51.
- [8] Blanke, M., Kinnaert, M., Lunze, J., Staroswiecki, M., 2003. Diagnosis and Fault-Tolerant Control. Springer Verlag, Heidelberg.
- [9] Bodson, M., Groszkiewicz, J., 1997. Multivariable adaptive control algorithms for recon- figurable flight control. IEEE Transactions on Control Systems Technology 5(2).
- [10] Bonivento, C., Gentili, L., Paoli, A., 2005. Internal Model Based Framework for Tracking and Fault Tolerant Control of a Permanent Magnet Synchronous Motor. IFAC 2005.
- [11] Bonivento, C., Gentili, L., Paoli, A., 2005. Internal model based fault tolerant control of a robot manipulator. IFAC 2005.
- [12] Bonivento, C., Marconi, L., Paoli, A., Rossi, C., 2003. A framework for reliability analysis of complex diagnostic systems. In: Proceedings of the 5th Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS'2003). Washington D.C., USA, pp. 567-572.
- [13] Bonivento, C., Isidori, A., Marconi, I., Paoli, A., 2002. Implicit Fault Tolerant Control: Application to Induction Motors. IFAC 2002.
- [14] Boskovic, J., Li, S., Mehra, R., 2000a. A decentralized fault-tolerant scheme for flight control applications. In: Proceedings of the American Control Conference (ACC'00). Chicago, Illinois, USA.
- [15] Boskovic, J., Mehra, R., 2003. Failure detection, identification and reconfiguration system for a redundant actuator assembly. In: Proceedings of the 5th Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS'2003). Washington D.C., USA, pp. 429 - 434.
- [16] Buffington, J., Chandler, P., Pachter, M., 1999. On-line system identification for aircraft with distributed control effectors. International Journal of Robust and Nonlinear Control 9, 1033-1049.
- [17] Burken, J., Lu, P., Wu, Z., 1999. Reconfigurable flight control designs with application to the X-33 vehicle. In: Proceedings of the AIAA Guidance Navigation and Control Conference. Portland, Oregon, AIAA-99-4134.
- [18] Chakir, M., 2003. Sur le diagnostic des système physiques. LCP-ENP
- [19] Chen, J., Patton, R., 2001. Fault-tolerant control systems design using the linear matrix inequality approach. In: Proceedings of the 6th European Control Conference (ECC'01). Porto, Portugal.
- [20] Chen, S., Lipo, T. A., 1998. Bearing currents and shaft voltages of an induction motor under hard- and soft-switching inverter excitation," IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 34, no. 5,
- [21] Dal Y. Ohm, 1997. Dynamic Model of PM Synchronous Motors. Drivetech, Inc., Blacksburg, Virginia; www.drivetechinc.com
- [22] Demetriou, M., 2001b. Utilization of lmi methods for fault tolerant control of a _exible cable with faulty actuators. In: Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control (CDC'01). Orlando, Florida, USA.
- [23] Diao, Y., Passino, K., 2001. Fault tolerant stable adaptive fuzzy/neural control for a turbine engine. IEEE Transactions on Control Systems Technology 9(3), 494-509.
- [24] Dionsio, R., Moska, E., Lemos, J., Shirley, P., 2003. Adaptive fault tolerant control with adaptive residual generation. In: Proceedings of the 5th Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS'2003). Washington D.C., USA, pp. 283-288.
- [25] Etique, M., 2005. Entraînements réglés. Polycopies. Haute Ecole d'Ingénieurs et de Gestion du canton de Vaud (HEIG-Vd)
- [26] Fei, J., Chen, S., Tao, G., Joshi, S., 2003. A discrete-time robust adaptive actuator failure compensation control scheme. In: Proceedings of the 5th Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS'2003). Washington D.C., USA, pp. 423-428.
- [27] Feurer, A., Morse, A. S., 1978. Adaptive control of single-input, single-output linear systems. IEEE Transactions on Automatic Control, 23(4), 557-569.
- [28] Fray, C., Kuntze, H., Giesen, K., 2003. A neuro-fuzzy based fault tolerant control concept for smart multi-sensory robots. In: Proceedings of the 5th Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS'2003). Washington D.C., USA, pp. 573 - 578.
- [29] Gao, Z., Antsaklis, P., 1991. Stability of the pseudo-inverse method for reconfigurable control systems. International Journal of Control 53(3), 717-729.

- [30] Gertler, J., 2000. Designing dynamic constancy relations for fault detection and isolation. *International Journal of Control* 73(8), 720-732.
- [31] Gille, J.C., 1988. *Systèmes asservis non linéaires*, Dunod.
- [32] Gopinathan, M., Boskovic, J., Mehra, R., Rago, C., 1998. A multiple model predictive scheme for fault-tolerant flight control design. In: *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control (CDC'98)*. Tampa, Florida, USA, pp. 1376-1381.
- [33] Green, M., Limebeer, D. J. N., 1996. *Linear Robust Control*, Prentice Hall.
- [34] Griffin, G., Maybeck, P., 1997. MMAE/MMAC control for bending with multiple uncertain parameters. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 33(3), 903-911.
- [35] Hsieh, C., 2002. Performance gain margins of the two-stage LQ reliable control. *Automatica* 38(11), 1985-1990.
- [36] Huzmezan, M., Maciejowski, J., 1999. Reconfigurable flight control during actuator failures using predictive control. In: *Proceedings of the 14th Triennial World Congress of IFAC*. Beijing, China.
- [37] Isermann, R., Ballé, P., 1997. Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical processes. *Control Engineering Practice* 5(5), 709-719.
- [38] Jakubek, S., Jorgl, H., 2000. Fault-diagnosis and fault-compensation for non-linear systems. In: *Proceedings of the American Control Conference (ACC'00)*. Chicago, Illinois, USA, pp. 3198-3202.
- [39] Jiang, J., Zhang, Y., 2002. Graceful performance degradation in active fault-tolerant control systems. In: *Proceedings of the 15th Triennial World Congress of IFAC (b'02)*. Barcelona, Spain.
- [40] Jiang, B., Staroswiecki, M., Cocquempot, V., 2003. Active fault tolerant control for a class of nonlinear systems. In: *Proceedings of the 5th Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS'2003)*. Washington D.C., USA, pp. 127-132.
- [41] Kaddouri, A., 2000. *Étude d'une Commande Non-Linéaire Adaptative d'une Machine Synchrone à Ajmants Permanents*. thèse Ph.D Faculté des sciences et de génie université LAVAL QUÉBEC
- [42] Kanellakopoulos, I., Kokotovic, P. V., Morse, A. S., 1991. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems', *IEEE Transactions On Automatic Control*, 36(11) , 1241-1253.
- [43] Kanev, S., 2004. *Robust Fault-tolerant control*. Phd Thesis
- [44] Kanev, S., Verhaegen, M., 2000. A bank of reconfigurable LQG controllers for linear systems subjected to failures. In: *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control (CDC'00)*. Sydney, Australia
- [45] Keating, M., Pachter, M., Houppis, C., 1997. Fault tolerant flight control system: QFT design. *International Journal of Robust and Non-Linear Control* 7(6), 551-559.
- [46] Khalil, H., 1996. *Nonlinear Systems*, Prentice Hall.
- [47] Kinnaert, M., 2003. Fault diagnosis based on analytical models for linear and nonlinear systems - a tutorial. In: *Proceedings of the 5th Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS'2003)*. Washington D.C., USA, pp. 37-50.
- [48] Kokotovic, P. V., Sussmann, H. J., 1989. A positive real condition for global stabilization of nonlinear systems. *Systems & Control Letters*, 13, 125-133.
- [49] Konstantopoulos, I., Antsaklis, P., 1999. An optimization approach to control Reconfiguration 9(3), 255-270.
- [50] Kothare, M., Balakrishnan, V., Morari, M., 1996. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities. *Automatica* 32(10), 1361-1379.
- [51] Kovacsazy, T., Péceli, G., Simon, G., 2001. Transient reduction in reconfigurable control systems utilizing structure dependence. In: *Proceedings of Instrumentation and Measurement Technology Conference*. Budapest, Hungary, pp. 1143-1147.
- [52] Krautstrunk, A., 1999, *Fault Detection and Identification for Permanent Magnet Synchronous Motor Drives*. PCIM'99
- [53] Krishnan, R., 2001. *Electric Motor Drives Modeling, Analysis and Control*, Prentice Hall, NJ;
- [54] Krstic, M., Kanellakopoulos, I., Kokotovic, P., 1995. *Nonlinear and Adaptive Control Design*, Wiley Inter-science Publication.
- [55] Krstic, M., Kokotovic, P., 1994. Observer-based schemes for adaptive nonlinear state-feedback control', *International Journal of Control*, 59, 1373-1381.
- [56] Krstic, M., Kokotovic, P., 1995. Adaptive nonlinear design with controller-identifier separation and swapping. *IEEE Transactions On Automatic Control*, 40(3), 426-440.
- [57] Krstic, M., Kokotović, P., 1996. Modular approach to adaptive nonlinear stabilization. *Automatica*, 32(4), 625-629.
- [58] Lasalle, J., Lefschetz, S., 1961. *Stability by Lyapunov's Direct Method*, Academic Press.
- [59] Lemos, J., Rato, L., Marques, J., 1999. Switching reconfigurable control based on hidden Markov models. In: *Proceedings of the American Control Conference (ACC'99)*. San Diego, California, USA.
- [60] Liang, Y., Liaw, D. C., Lee, T. C., 2000. Reliable control of non-linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* 45(4), 706-710.
- [61] Liu, W., 1996. An on-line expert system-based fault-tolerant control system. *Expert Systems with Applications* 11(1), 59-64.
- [62] Liu, L., Cartes, D.A., 2005, *On-line Identification and Robust Fault Diagnosis for Nonlinear PMSM Drives*. American Control Conference Portland, OR, USA

- [63] Liu, G., Patton, R., 1998. Eigenstructure Assignment for Control Systems Design. John Wiley & Sons.
- [64] Maciejowski, J., Jones, C., 2003. MPC fault-tolerant flight control case study: Flight 1862. In: Proceedings of the 5th Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS'2003). Washington D.C., USA, pp. 121-126.
- [65] Mahmoud, M., Jiang, J., Zhang, Y., 2002. Stability of fault tolerant control systems driven by actuators with saturation. In: Proceedings of the 15th Triennial World Congress of IFAC (b'02). Barcelona, Spain.
- [66] Mahmoud, M., Jiang, J., Zhang, Y., 2000. Optimal control law for fault tolerant control systems. In: Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control (CDC'00). Sydney, Australia.
- [67] Mahmoud, M., Jiang, J., Zhang, Y., 2003. Active Fault Tolerant Control Systems: Stochastic Analysis and Synthesis. Springer-Verlag, Berlin.
- [68] Maki, M., Jiang, J., Hagino, K., 2001. A stability guaranteed active fault-tolerant control system against actuator failures. In: Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control (CDC'01). Orlando, Florida, USA.
- [69] Marcos, A., Ganguli, S., Balas, G., 2003. New strategies for fault tolerant control and fault diagnostic. In: Proceedings of the 5th Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS'2003). Washington D.C., USA, pp. 277-282.
- [70] Maybeck, P., 1999. Multiple model adaptive algorithms for detecting and compensating sensor and actuator/surface failures in aircraft flight control systems. International Journal of Robust and Non-Linear Control 9, 1051-1070.
- [71] Médar, S., Chabonnaud, P., Noureddine, F., 2002. Active fault accommodation of a three tank system via switching control. In: Proceedings of the 15th Triennial World Congress of IFAC (b'02). Barcelona, Spain.
- [72] Morari, M., Zafiriou, E., 1989. Robust Process Control, Prentice Hall.
- [73] Nandi, S., Toliyat Hamid A., Xiaodong L., 2005. Condition Monitoring and Fault Diagnosis of Electrical Motors—A Review. In : IEEE Transactions on energy conversion, 20(4) 719-729.
- [74] NEZLI, L., TADJINE, M., BOUCHERIT, M.S., 2005. On Sliding Mode Based Non Linear PID Design For Position Control of Permanent Magnet Synchronous Machine with unknown load torque. LCP-ENP
- [75] Niemann, H., Stoustrup, J., 2002. Reliable control using the primary and dual Youla parameterizations. In: Proceedings of the 41th IEEE Conference on Decision and Control (CDC'02). Las Vegas, Nevada, USA, pp. 4353-4358.
- [76] Niemann, H., Stoustrup, J., 2003. Passive fault tolerant control of a double inverted pendulum - a case study example. In: Proceedings of the 5th Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS'2003). Washington D.C., USA, pp. 1029-1034.
- [77] Niksefat, N., Sepehri, N., 2002. A QFT fault-tolerant control for electro hydraulic positioning systems. IEEE Transactions on Control Systems Technology 10(4), 626-632.
- [78] Noura, H., Sauter, D., Hamelin, F., Theilliol, 2000. Fault-tolerant control in dynamic systems: Application to a winding machine. IEEE Control Systems Magazine 20(1), 33-49.
- [79] Olas, A., 1990. Recursive lyapunov functions : Properties, linear systems. Control and Dynamic Systems, 35, 1-30
- [80] Paoli, A., Marconi, L., Bonivento, C., A Fault-Tolerant strategy for Induction Motors. 40th IEEE Conference on decision and control, usa
- [81] Patton, R., 1997. Fault tolerant control: the 1997 situation. In: Proceedings of the 3th Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS' 97). Hull University, Hull, UK, pp. 1033-1054.
- [82] Ponsart, J., Join, C., Theilliol, D., Sauter, D., 2001. Sensor fault diagnosis and accommodation in nonlinear system. In: Proceedings of the 6th European Control Conference (ECC'01). Porto, Portugal.
- [83] Rauch, H., 1994. Intelligent fault diagnosis and control reconfiguration. IEEE Control System Magazine 14(3), 6-12.
- [84] Razik, H., 2003. Notes de cours sur le diagnostic de la machine synchrone IUFM. Lorraine-Maxeville. France.
- [85] Sergio M. A. Cruz, and A. J. Marques Cardoso, 2001. Stator Winding Fault Diagnosis in Three-Phase Synchronous and Asynchronous Motors, by the Extended Park's Vector Approach. IEEE transactions on industry applications, vol. 37, no. 5
- [86] Serrani, A., Isidori, A., 2000. Semiglobal nonlinear output regulation with adaptive internal model. 39th IEEE conference on decision and control, Sydney- Australia
- [87] Shin, J., Wu, N., Belcasrto, C., 2002. Linear parameter varying control synthesis for actuator failures based on estimated parameters. In: Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Monterey, California, USA.
- [88] Shin, J., Belcasrto, C., 2003. Analysis of a fault tolerant control system: False fault detection case. In: Proceedings of the 5th Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS'2003). Washington D.C., USA, pp. 289 - 294.
- [89] Skogestad, S., Postlethwaite, I., 1996. Multivariable Feedback Control : Analysas and Design, John Wiley & Sons Ltd, Chichester, England.
- [90] Staroswiecki, M., 2002. On reconfigurability with respect to actuator failures. In: Proceedings of the 15th Triennial World Congress of IFAC (b'02). Barcelona, Spain.
- [91] Stoustrup, J., Grimble, M. J., Niemann, H., 1997. Design of integrated systems for the control and detection of actuator/sensor faults. Sensor Review 139-149, 138-149.

- [92] Tao, G., Ma, X., Joshi, S., 2001. Adaptive state feedback and tracking control of systems with actuator failures. *IEEE Transactions on Automatic Control* 46(1), 78-95.
- [93] Theilliol, D., Ponsart, J., Noura, H., Sauter, D., 2001. Sensor fault-tolerant control method based on multiple model approach. In: *Proceedings of the 6th European Control Conference (ECC'01)*. Porto, Portugal, pp. 1981-1986.
- [94] Theilliol, D., Sauter, D., Ponsart, J., 2003. A multiple model based approach for fault tolerant control in non linear systems. In: *Proceedings of the 5th Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS'2003)*. Washington D.C., USA, pp. 151 - 156.
- [95] Thelin, P., 2002, Short circuit fault conditions of a buried PMSM investigated with FEM. *NORPIE/2002*, Stockholm, Sweden,
- [96] Tortora, G., Kouvaritakis, B., Clarke, D., 2002. Optimal accommodation of faults in sensors and actuators. In: *Proceedings of the 15th Triennial World Congress of IFAC (b'02)*. Barcelona, Spain.
- [97] Tsiniias, J., 1989. Sufficient Lyapunov-like conditions for stabilization', *Math. Contr. Signal. Syst.* vol.2, pp. 343-
- [98] van Schrik, D., 2002. Fault-tolerant control management - a conceptual view -. In: *Proceedings of the 15th Triennial World Congress of IFAC (b'02)*. Barcelona, Spain.
- [99] Wu, N., 2001a. Reliability of fault tolerant control systems: Part I. In: *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control (CDC'01)*. Orlando, Florida, USA.
- [100] Wu, N., Zhang, Y., Zhou, K., 2000a. Detection, estimation, and accommodation of loss of control effectiveness. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* 14, 775-795.
- [101] Wu, N., Thavimani, S., Zhang, Y., Blanke, M., 2003. Sensor fault masking of a ship propulsion system. In: *Proceedings of the 5th Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS'2003)*. Washington D.C., USA, pp. 435-440.
- [102] Wu, N., Patton, R., 2003. Reliability and supervisory control. In: *Proceedings of the 5th Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS' 2003)*. Washington D.C., USA, pp. 139-144.
- [103] Yamé, J., Kinnaert, M., 2003. Performance-based switching for fault-tolerant control. In: *Proceedings of the 5th Symposium on FaultDetection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS'2003)*. Washington D.C., USA, pp. 555-560.
- [104] Yang, Z., Blanke, M., 2000a. Adaptive control mixer method for nonlinear control reconfiguration: A case study. In: *Proceedings of the IFAC Symposium on System Identification (SYSID'00)*. Santa Barbara, California, USA.
- [105] Yang, Z., Hicks, D., 2002. Reconfigurability of fault-tolerant hybrid control systems. In: *Proceedings of the 15th Triennial World Congress of IFAC (b'02)*. Barcelona, Spain.
- [106] Yazici, B., Kliman, G. B., Premerlani, W. J., Koegl, R. A., Robinson, G. B., and Abdel Malek, A., 1997. An adaptive, on-line, statistical method for bearing fault detection using stator current," in *Proc. IEEE Industry Applications Soc. Annual Meeting Conf.*, New Orleans,
- [107] Zanardelli, W.G., 2005, Methods to Identify Intermittent Electrical and Mechanical Faults in Permanent Magnet AC Drives Based on Time-Frequency Analysis. Ph.D thesis, Michigan State University.
- [108] Zhang, Y., Jiang, J., 1999a. Design of integrated fault detection, diagnosis and reconfigurable control systems. In: *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control (CDC'99)*. Phoenix, Arizona, USA.
- [109] Zhang, Y., Jiang, J., 2002. Design of restructurable active fault-tolerant control systems. In: *Proceedings of the 15th Triennial World Congress of IFAC (b'02)*. Barcelona, Spain.
- [110] Zhang, P., Ding, S., Wang, G., Jeansch, T., Zhou, D., 2002. Application of robust observer-based FDI systems to fault-tolerant control. In: *Proceedings of the 15th Triennial World Congress of IFAC (b'02)*. Barcelona, Spain.
- [111] Zhang, Y., Jiang, J., 1999b. An interacting multiple-model based fault detection diagnosis and fault-tolerant control approach. In: *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control (CDC'99)*. Phoenix, Arizona, USA.
- [112] Zhang, Y., Jiang, J., 2000. Design of proportional-integral reconfigurable control systems via eigenstructure assignment. In: *Proceedings of the American Control Conference (ACC'00)*. Chicago, Illinois, USA.
- [113] Zhang, Y., Jiang, J., 2001. Integrated active fault-tolerant control using IMM approach. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 37(4).
- [114] Zhou, D., Frank, P., 1998. Fault diagnosis and fault tolerant control. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 34(2), 420-427.
- [115] Zhou, K., Ren, Z., 2001. A new controller architecture for high performance, robust, and fault-tolerant control. *IEEE Transactions on Automatic Control* 46(10), 1613-1618.