

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



Laboratoire Commande des processus



Département du Génie Electrique
Spécialité Automatique

Projet de fin d'études

Pour l'obtention du diplôme
d'Ingénieur d'Etat en Automatique

Intitulé

**Commande hybride tolérante aux défauts.
Application au simulateur d'hélicoptère TRMS**

Etudié par :

Mlle AIOUANI Hakima

Mlle BOUDJATIT Dounia

Proposé et dirigé par :

Pr D. BOUKHETALA

Pr F. BOUDJEMA

Juin 2009

Ecole Nationale Polytechnique 10, avenue Hassen Badi BP182 El-Harrach
16200 Alger (Algérie)

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

الملخص

هذا الموضوع يعرض طريقة جديدة في التحكم المتحمل للخلل مطبقة على مقعد الطيران لطائرة عمودية. الفرع الأول يخصص وصف المقعد، أجزائه و نمودجه الرياضي، أيضا حالة فنية عن أنظمة التحكم المتحملة للخلل. الفرع الثاني مخصص للتحكم المهجن المتعدد التحكمات حيث أن عدة أنظمة تحكم محلية (تحكم رجوع الحالة، تحكم H_{∞}) تم حسابها و تبديل باستعمال المنطق الغامض. تأثير التغيرات في عوامل المقعد محللة ولكن كشف الخلل و تعديله يحتاج إلى تطبيق تحكم متحمل للخلل. أخيرا، هذا التحكم المتحمل للخلل يوصف بالتفصيل، المراقب ذو الدخول المجهول مؤلف عن طريق معادلات و متراجحات خطية متريسية. هذا الأخير يراقب الخلل لتعديله.

كلمات مفتاح : مقعد الطيران، التحكم المهجن المتعدد التحكمات، المنطق الغامض، تحكم H_{∞} ، تحكم رجوع الحالة، AFTC، متعدد النموذج، UIO ، LMI.

Résumé

Cette thèse présente une technique récente de commande active tolérante aux défauts appliquée au simulateur d'hélicoptère. Un premier volet aborde la présentation du simulateur, ses constituants et son modèle mathématique, ainsi qu'un état de l'art sur les systèmes FTC. Le second volet est consacré à la commande hybride multi contrôleurs où plusieurs régulateurs locaux (retour d'état et H_{∞}) sont calculés et sélectionnés par logique floue. Les variations paramétriques sont compensées par cette commande mais la détection et la compensation des défauts nécessitent l'application de la commande active tolérante aux défauts (AFTC). Finalement, cette AFTC est présentée en détail, un observateur polytropique à entrées inconnues (UIO) est synthétisé au moyen de contraintes égalités et LMI. Il servira à observer les défauts pour les compenser par la suite.

Mot clés : simulateur d'hélicoptère, commande hybride multi contrôleurs, logique floue, commande H_{∞} , commande par retour d'état, AFTC, multi-modèles, UIO, LMI.

Abstract

This thesis presents a new active fault tolerant control applied on a helicopter simulator. The first part of this thesis presents a description of the Helicopter simulator and its mathematical model, and also a whole active FTC scheme. The second part establishes a hybrid multi-controller where local regulators (state feedback and H_{∞}) are calculated and switched using fuzzy logic. The parametric variations are compensated with this controller but the detection and the compensation of a fault needs an Active Fault Tolerant Control (AFTC). Finally, the AFTC approach is presented in details, a polytopic Unknown Input Observer (UIO) is synthesized using equalities and LMIs. This UIO is used to observe the faults and then compensate them.

Key-words: Helicopter simulator, Hybrid multi-controller control, fuzzy logic, H_{∞} control, state feedback control, AFTC, multi-models, UIO, LMI.

Remerciements

Nous remercions avant tout Dieu, le tout puissant, pour nous avoir donné, le courage, la patience, la volonté et la force nécessaire, pour affronter toutes les difficultés et les obstacles qui se sont hissés au travers de notre chemin, tout au long de ce travail.

Ce travail a été effectué au sein du Laboratoire de Commande des Processus au département du Génie Electrique de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger sous la direction de nos deux promoteurs Mr D. BOUKHETALA et Mr F. BOUDJEMA a qui nous témoignons notre gratitude pour leur aide, leur patience et la confiance qu'ils nous ont toujours témoigné.

Nous remercions Mr BOUCHERIT pour ses conseils précieux et ses encouragements.

C'est avec une attention particulière que nous remercions Mr ILLOUL pour son intérêt, son aide et sa bienveillance

Nos remerciements vont aussi à Messieurs les membres du jury pour avoir accepté d'évaluer notre travail.

Merci à M^{elle} L. BENALLEGUE qui a contribué à l'enrichissement de ce travail.

Nous tenons à exprimer notre profonde affection à nos très chères mères pour leur patience et leur grand soutien, durant toutes ces années d'études.

Et enfin merci à tout ceux qui nous ont soutenus ou qui, d'une manière ou d'une autre, ont contribué à l'élaboration de ce mémoire.

Dédicaces

A mes chers parents,

A mes tendres frères et sœurs,

A ma chère grand-mère,

A la mémoire de ma regrettée grand-mère maternelle,

A tous mes oncles, tantes, cousins et cousines,

A mes fidèles amies Amina et Dounia,

A ceux que j'aime et qui m'aiment,

Hakima.

Dédicaces

A la mémoire de mon très cher père,

A ma très chère mère,

A mon frère Souhil,

A mes sœurs Amira et Ferial,

A mon binôme,

A tous mes proches,

A tous ceux qui sont chers à mon cœur.

A ceux que j'aime et qui m'aiment

Affectueusement

Dounia

Table des matières

Introduction générale

Chapitre I : Présentation du simulateur d'hélicoptère

I.1	Introduction.....	4
I.2	Principe de vol d'un hélicoptère	4
I.3	Description du simulateur	7
I.4	La commande du TRMS	9
I.5	Le branchement du TRMS	10
I.6	Environnement de développement.....	12
I.7	Conclusion	15

Chapitre II : Modélisation du TRMS

II.1	Introduction	16
II.2	Modèle non linéaire	16
II.2.1	modélisation du sous système d'élévation	18
II.2.1.1	Moment de la gravitation M_{v1}	19
II.2.1.2	Moment de la force aérodynamique	20
II.2.1.3	Moment de la force centrifuge.....	21
II.2.1.4	Moment de la force de friction (frottement)	22
II.2.1.5	Moment d'inertie J_v	22
II.2.2	Modélisation du sous système d'azimut	23
II.2.2.1	Influence de l'angle d'élévation sur le moment d'inertie	23
II.2.2.2	Influence de l'angle d'élévation sur le bras de levier des forces	24
II.2.2.3	Moment de la force aérodynamique	24
II.2.2.4	Moment de la force de friction (frottement) M_{h2}	25
II.2.2.5	Moment d'inertie J_h	25
II.2.3	Modélisation des propulseurs	26

II.3	Caractéristiques statiques des fonctions non linéaires	28
II.4	Modèle d'état non linéaire	30
II.5	Le modèle découplé	32
II.5.1	Modèle 1 DDL vertical	32
II.5.2	Modèle 1 DDL horizontal	32
II.6	Simulations	33
II.7	Défauts du TRMS	35
II.8	Conclusion	37
II.9	Nomenclature	37

Chapitre III : Concepts et principes des systèmes tolérants aux défauts

III.1	Introduction	40
III.2	Les systèmes tolérants aux défauts	40
III.2.1	Objectifs de la commande tolérante aux défauts	40
III.2.2	Définitions et généralités sur les défauts	42
III.2.3	Classification des défauts	42
III.2.3.1	Défauts actionneurs	43
III.2.3.2	Défauts capteurs	43
III.2.3.3	Défauts composants ou systèmes	44
III.2.4	Modélisation des défauts	45
III.2.5	Les approches FTC	46
III.2.5.1	Méthodes passives	46
III.2.5.2	Méthodes actives	47
III.2.6	Etat de l'art des méthodes FTC actives	49
III.2.6.1	La méthode Pseudo-inverse	49
III.2.6.2	Approche par modèle de référence	50
III.2.6.3	Placement de structure propre	51
III.2.6.4	La loi de commande par séquençage de gain	52
III.2.6.5	Commande adaptative	53
III.2.6.6	Approche Multi-Modèles	53
III.3	Diagnostic de défauts à base de multi-modèles	54
III.3.1	Les multi-modèles autour de points de fonctionnement	54
III.3.2	Représentation multi-modèle en présence de défauts	59

III.4 Conclusion	60
------------------------	----

Chapitre IV : synthèse de commande multi contrôleurs

IV.1 Introduction.....	61
IV.2 Généralités	62
IV.2.1 Analyse convexe et inégalités linéaires matricielles	62
IV.2.1.1 Analyse convexe	62
IV.2.1.2 Problèmes classiques LMI	63
IV.2.1.3 Ecriture de contraintes sous forme LMI.....	63
IV.2.1.4 Régions LMIs.....	64
IV.2.1.5 placement de pôles par approche LMI	65
IV.2.2 Concept général de la commande multi contrôleurs	66
IV.2.3 Commutation floue et approche directe.....	68
IV.3 Rappel théorique sur les commandes utilisées.....	68
IV.3.1 La commande H^∞	68
IV.3.1.1 Outils fondamentaux	68
IV.3.1.2 Robustesse des systèmes asservis	72
IV.3.2 Commande par retour d'état	77
IV.3.3 Logique floue.....	79
IV.3.3.1 Notions de base sur la logique floue	79
IV.3.3.2 Commande par la logique floue	82
IV.4 Synthèse des commandes.....	84
IV.4.1 Construction du multi modèle	84
IV.4.2 Commandabilité du simulateur.....	86
IV.4.3 Commande multi contrôleurs	86
IV.4.4 Commande multi contrôleurs par retour d'état avec LMI.....	87
IV.4.5 Commande multi contrôleurs H^∞	96
IV.5 Conclusion	105

Chapitre V : commande active tolérante aux défauts

V.1 Introduction.....	106
V.2 Problématique.....	106

V.3	Commande tolérante aux défauts en multi-modèles	107
V.3.1	Estimation des défauts.....	109
V.3.2	Problème de stabilisation	110
V.3.3	Conception d'un multiobservateur à entrées inconnues	110
V.4	Synthèse de la commande tolérante aux défauts	111
V.4.1	Méthode de résolution.....	112
V.4.2	Placement de pôles	113
V.4.2.1	Placement de pôles de la commande FTC	113
V.4.2.2	Placement de pôles de l'observateur	113
V.5	Application au TRMS.....	114
V.6	Simulations	116
V.7	Conclusion	126

Chapitre VI : Implémentation et résultats expérimentaux

VI.1	Introduction	129
VI.2	Considérations pratiques.....	129
VI.3	Implémentation de la commande H_∞	130
VI.4	Superposition des réponses réelles et théoriques	135
VI.5	Conclusion.....	136

Conclusion générale et perspectives

Bibliographie

Annexe A

Annexe B

Annexe C

Table des figures

I.1	Les forces qui s'exercent sur une voilure dans un écoulement fluide	5
I.2	Effet de couple et rôle du rotor de queue	5
I.3	Déplacement de l'hélicoptère dans le plan horizontal	6
I.4	Les trois axes de rotation possibles d'un hélicoptère	7
I.5	Le simulateur d'hélicoptère TRMS	7
I.6	Vis de fixation (à gauche axe vertical, à droite axe horizontal)	8
I.7	Encodeur optique	8
I.8	Schéma synoptique du fonctionnement du propulseur	9
I.9	Les entrées/sorties du TRMS	10
I.10	La base du TRMS	11
I.11	Branchement des différents connecteurs	11
I.12	Processus de génération du code exécutable	13
I.13	Les différentes cibles d'implémentation	14
I.14	Librairie de la carte d'acquisition	14
I.15	Exemple d'implémentation d'un contrôleur	15
II.1	Effet gyroscopique	17
II.2	Le moment angulaire	18
II.3	Forces de gravité agissant sur le TRMS	19
II.4	Force aérodynamique développée par le rotor principal	20
II.5	Forces centrifuges	21
II.6	Influence de l'angle d'élévation sur le moment d'inertie	23
II.7	Moment de la force aérodynamique dans le plan horizontal	24
II.8	Circuit électrique équivalent du moteur DC principal	26
II.9	Schéma bloc des propulseurs	27
II.10	Approximation par atan des caractéristiques non linéaires du moteur principal	29
II.11	Approximation par atan des caractéristiques non linéaires du moteur de queue	29
II.12	Schéma bloc du TRMS	31
II.13	Schéma bloc du modèle vertical	32
II.14	Schéma bloc du modèle horizontal	33
II.15	Réponses libres du TRMS	34
II.16	Réponses forcées du TRMS pour $u_v = u_h = 0.05$	35
III.1	Principe d'un système de commande tolérante aux défauts	41
III.2	Boucle de régulation et différents défauts agissants	43
III.3	Répartition des défauts selon leurs formes	44
III.4	Répartition des défauts selon le comportement temporel	45
III.5	Structure du système tolérant aux défauts actif à base de banc de régulateurs	48
III.6	Classification des approches FTC	49
III.7	Caractéristique statique : choix du nombre de modèles locaux	56

IV.1	Exemples convexes et non convexes	62
IV.2	Exemples de régions LMI	64
IV.3	Schéma de principe de la commande multi contrôleurs (classe indirecte)	67
IV.4	Schéma de principe de la commande multi contrôleurs (classe directe)	68
IV.5	Valeurs singulières et norme H^∞ d'une matrice de transfert	69
IV.6	Représentation sous forme standard d'un système	70
IV.7	Représentation additive des incertitudes non structurés	72
IV.8	Représentation multiplicative des incertitudes non structurés	72
IV.9	Schéma représentatif d'une boucle de suivi	73
IV.10	Schéma bloc de la commande par retour d'état avec action intégrale	79
IV.11	Architecture générale d'un contrôleur flou	83
IV.12	Fonctions d'appartenance	87
IV.13	Région LMI convexe	88
IV.14	Réponses du système nominal et signaux de commande pour une stabilisation et poursuite de référence avec une commande multi contrôleurs par retour d'état	90
IV.15	Fonctions d'activation floues des régulateurs par retour d'état	90
IV.16	Réponses du système nominal et signaux de commande pour un signal de référence sinusoïdal avec une commande multi contrôleurs par retour d'état	91
IV.17	Fonctions d'activation floues des régulateurs par retour d'état	92
IV.18	Trajectoire du simulateur dans l'espace avec une commande multi contrôleurs par retour d'état	92
IV.19	Stabilisation et poursuite de référence en présence de variations paramétriques avec une commande multi contrôleurs par retour d'état	93
IV.20	Evolution des caractéristiques du système pour une stabilisation et poursuite de référence avec une commande multi contrôleurs par retour d'état en présence de défaut sans FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h), (b) les commandes du système, (c) : les défauts actionneurs	94
IV.21	Evolution des caractéristiques du système pour un signal de référence sinusoïdal avec une commande multi contrôleurs par retour d'état en présence de défaut sans FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h), (b) les commandes du système, (c) : les défauts actionneurs	95
IV.22	Trajectoire du simulateur dans l'espace avec une commande multi contrôleurs par retour d'état en présence de défaut sans FTC	95
IV.23	Evolution des caractéristiques du système pour une poursuite de référence avec une commande par retour d'état en présence de défaut sans FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h), (b) les commandes du système, (c) : les défauts actionneurs	96
IV.24	Tracé des valeurs singulières des matrices fonctions de sensibilité des différents points de fonctionnement	97
IV.25	Tracé des valeurs singulières des matrices fonctions de sensibilité complémentaires des différents points de fonctionnement	98
IV.26	réponses du système nominal et signaux de commande pour une stabilisation et poursuite de référence avec une commande multi contrôleurs H^∞	99
IV.27	Fonctions d'activation floues des régulateurs H^∞	99

IV.28	Réponses du système nominal et signaux de commande pour un signal de référence sinusoïdal avec une commande multi contrôleurs H_∞	100
IV.29	Fonctions d'activation floues des régulateurs H_∞	100
IV.30	Trajectoire du simulateur dans l'espace avec une commande multi contrôleurs H_∞	101
IV.31	Poursuite d'un signal de référence sinusoïdal en présence de variations paramétriques avec une commande multi contrôleurs H_∞	101
IV.32	Evolution des caractéristiques du système pour une stabilisation avec une commande multi contrôleurs H_∞ en présence de défaut f_h sans FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h) , (b) les commandes du système, (c) : les défauts actionneurs	102
IV.33	Evolution des caractéristiques du système pour une stabilisation avec une commande multi contrôleurs H_∞ en présence de défaut f_v sans FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h) , (b) les commandes du système, (c) : les défauts actionneurs	103
IV.34	Evolution des caractéristiques du système pour un signal de référence sinusoïdal avec une commande multi contrôleurs H_∞ en présence de défaut sans FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h) , (b) les commandes du système, (c) : les défauts actionneurs	104
IV.35	Trajectoire du simulateur dans l'espace avec une commande multi contrôleurs H_∞ en présence de défaut sans FTC	104
V.1	Evolution des caractéristiques du système pour une stabilisation et poursuite de référence avec une commande multi contrôleurs par retour d'état en présence de défaut et FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h) , (b) les commandes du système, (c) : défaut $f(t)$ et $\hat{f}(t)$	117
V.2	Convergence des erreurs d'estimation d'état	117
V.3	Evolution des résidus	118
V.4	Evolution des caractéristiques du système pour un signal de référence sinusoïdal avec une commande multi contrôleurs par retour d'état en présence de défaut et FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h) , (b) les commandes du système, (c) : défaut $f(t)$ et $\hat{f}(t)$	119
V.5	Convergence des erreurs d'estimation d'état	119
V.6	Evolution des résidus	120
V.7	Evolution des caractéristiques du système pour une poursuite de référence avec une commande par retour d'état en présence de défaut et FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h) , (b) les commandes du système, (c) : défaut $f(t)$ et $\hat{f}(t)$	121
V.8	Evolution des caractéristiques du système pour une stabilisation avec une commande multi contrôleurs H_∞ en présence de défaut f_v et FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h) , (b) les commandes du système, (c) : défaut $f(t)$ et $\hat{f}(t)$	122
V.9	Evolution des caractéristiques du système pour un signal de référence sinusoïdal avec une commande multi contrôleurs H_∞ en présence de défaut et FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h) , (b) les commandes du système, (c) : défaut $f(t)$ et $\hat{f}(t)$	123
V.10	Trajectoire du simulateur dans l'espace avec une commande multi contrôleurs H_∞ en présence de défaut et FTC	124
V.11	Evolution des caractéristiques du système pour un signal de référence sinusoïdal avec une commande multi contrôleurs par retour d'état en présence de défaut et/sans FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h) , (b) les commandes du système, (c) : les défauts actionneurs	125
V.12	Trajectoire du simulateur dans l'espace avec une commande multi contrôleurs par retour d'état en présence de défaut et/sans FTC	126

V.13	Evolution des caractéristiques du système pour une stabilisation avec une commande multi contrôleurs H^∞ en présence de défaut f_v et/sans FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h) , (b) les commandes du système, (c) : les défauts actionneurs.....	127
VI.1	Boucle d'asservissement en échantillonnée.....	129
VI.2	Temps de calcul et période d'échantillonnage.....	129
VI.3	Initialisation à la position (0,0).....	130
VI.4	Stabilisation avec la commande multicôntroleur H^∞	131
VI.5	Poursuite d'une sinusoïde d'amplitude $\pi/6$ et de fréquence 0.02Hz avec la commande multicôntroleurs H^∞	132
VI.6	Rejet de perturbation pour une stabilisation avec la commande multicôntroleur H^∞	133
VI.7	Rejet de perturbation pour une poursuite de sinusoïde avec la commande multicôntroleurs H^∞	134
VI.8	Courbe réelle avec courbe du modèle pour une stabilisation avec la commande multi contrôleurs H^∞	135
VI.9	Courbe réelle avec courbe du modèle pour une poursuite de sinusoïde avec la commande multi contrôleurs H^∞	
A.1	diagramme en blocks.....	I
A.2	attribution des pins du connecteur E/S du PCI-1711.....	II
A.3	Attribution des pins des connecteurs PL1-PL2-PL3 de la SCSI BOX.....	IV
B.1	graphes expérimentaux représentant la vitesse de rotation du rotor principal en fonction de la tension à l'entrée du rotor (à gauche) et la force aérodynamique engendrée par la rotation du rotor principal (à droite).....	V
B.2	approximation polynomiale des caractéristiques du rotor principal.....	V
B.3	graphes expérimentaux représentant la vitesse de rotation du rotor secondaire en fonction de la tension à l'entrée du rotor (à gauche) et la force aérodynamique engendrée par la rotation du rotor secondaire (à droite).....	VI
B.4	approximation polynomiale des caractéristiques du rotor de queue.....	VI
C.1	Illustration de points extrêmes.....	X
C.2	Illustration de réduction polytopique.....	X

Introduction générale :

En raison d'une modernisation incessante des outils de production, les systèmes industriels deviennent de plus en plus complexes et sophistiqués. En parallèle, la représentation de ces systèmes avec une précision suffisante et un modèle de structure simple est devenue un véritable enjeu pour l'automaticien. La modélisation théorique requiert une connaissance précise des phénomènes intervenant dans le système et une aptitude à les représenter par des équations mathématiques. Le dilemme réside alors entre la fidélité du modèle vis-à-vis du processus réel et l'adéquation de ce modèle à une forme mathématiquement exploitable.

En automatique, pour décrire le comportement d'un système, une hypothèse communément faite est la linéarité du système, car les techniques d'analyse des modèles linéaires, dits LTI, ont été largement développées dans la littérature. Cependant, l'hypothèse de linéarité n'est vérifiée que dans une plage de fonctionnement restreinte autour d'un point d'équilibre du système. Alors, les performances du modèle se dégradent dès qu'on s'en éloigne et la recherche d'un modèle plus adapté et notamment non linéaire devient nécessaire.

La structure mathématique qui puisse remédier à l'inconvénient cité ci-dessus, tout en gardant la simplicité mathématique des modèles LTI, est l'approche globale, dite multimodèle ; c'est une représentation polytopique convexe pouvant être obtenue soit directement par linéarisation autour de différents points de fonctionnement, soit à partir de données sur les entrées et les sorties d'un système physique.

Modéliser un processus n'est pas une fin en soi ; ce qui est demandé au processus est la réalisation d'une mission particulière de production. Pour que cette production soit garantie, il faut que toute anomalie de fonctionnement soit rapidement détectée puis prise en compte dans la stratégie de conduite du système considéré. Ceci est réalisé dans le cadre de la commande tolérante aux défauts.

Un système tolérant les défauts se caractérise par son aptitude à maintenir ou retrouver des performances en dysfonctionnement proches de celles qu'il possède en régime normal de

fonctionnement. De nombreux travaux sont issus de techniques classiques de commande robuste (approches dites passives). Plus récemment, on assiste à une effervescence des approches dites « actives », qui se caractérisent par la présence d'un module de diagnostic (FDI Fault Detection and Isolation). En fonction de la sévérité du défaut, un nouvel ensemble de paramètres de commande ou une nouvelle structure de commande peuvent être appliqués après que le défaut ait été détecté et localisé.

L'objectif du travail présenté dans ce mémoire est de synthétiser une loi de commande tolérante aux défauts active dans le cadre des multi-modèles.

La majorité des approches actives qui traitent du problème de la commande FTC, modifie (partiellement ou complètement) la loi de commande déjà en place pour mettre en œuvre une loi de commande FTC. Dans le cadre du présent travail, le régulateur FTC « local » est un terme additif à la commande nominale. Cette approche permet de concevoir un système FTC indépendamment du correcteur nominal déjà en place.

Le régulateur FTC est synthétisé au moyen d'un placement de pôles par LMI. La synthèse de cette commande prend en compte les informations provenant d'un module de diagnostic qui permet d'estimer les états du système et les défauts considérés comme des entrées inconnues.

Nous présenterons les résultats obtenus par l'application des techniques développées au simulateur de vol d'hélicoptère TRMS.

Organisation :

Ce mémoire, décomposé en six chapitres, est organisé de la façon suivante :

Chapitre 1 :

Nous présentons dans ce chapitre le simulateur d'hélicoptère (TRMS) sur lequel les techniques développées seront appliquées. On décrit ses constituants, son principe de fonctionnement ainsi que son environnement de développement.

Chapitre 2 :

Le second chapitre est consacré à une modélisation analytique du TRMS, suivie de quelques simulations en boucle ouverte.

Chapitre 3 :

Le troisième chapitre du document est une introduction à la commande tolérante aux défauts. On y trouve un résumé de toutes les notions théoriques nécessaires au développement d'une commande FTC et une idée détaillée sur les différents travaux effectués dans le domaine ainsi que les différents axes de recherche. La deuxième partie du chapitre est consacrée à l'approche multi-modèle. On montre comment cette approche peut être utilisée dans le cas de représentation des systèmes en défaut.

Chapitre 4 :

Nous abordons dans ce chapitre les développements théoriques des différentes techniques de commande qui sont utilisées pour synthétiser les régulateurs nominaux de la commande multi contrôleur à appliquer à notre système.

Nous présentons en premier lieu un bref rappel théorique sur la commande par retour d'état, la commande H_∞ et la commande par logique floue utilisée pour synthétiser un commutateur flou. La seconde partie du chapitre concerne la synthèse de ces lois de commandes nominales et les simulations correspondantes. On montre qu'en cas de défauts actionneurs le système est incapable d'atteindre les performances désirées.

Chapitre 5 :

Ce chapitre a pour objectif de présenter une synthèse de loi de commande tolérante active aux défauts dans le cadre multi-modèle. Cette synthèse permet d'assurer la stabilité du système en boucle fermée en présence de défauts actionneurs. Les résultats de la méthode développée seront appliqués sur le simulateur de vol (TRMS).

Chapitre 6 :

Le sixième chapitre évoquera les considérations pratiques. Les résultats expérimentaux de l'implémentation de la loi de commande nominale H_∞ sur le simulateur seront présentés.

Chapitre I

Présentation du simulateur d'hélicoptère

Sommaire :

Chapitre I :

Présentation du simulateur d'hélicoptère

I.1	Introduction.....	4
I.2	Principe de vol d'un hélicoptère	4
I.3	Description du simulateur	7
I.4	La commande du TRMS	9
I.5	Le branchement du TRMS	10
I.6	Environnement de développement.....	12
I.7	Conclusion	15

I.1 Introduction :

En raison d'une modernisation incessante des outils de production, les systèmes industriels deviennent de plus en plus complexes et sophistiqués au point où il n'est plus possible d'implémenter des lois de commande directement sur ceux-ci. En parallèle, le développement de l'électronique de puissance permet l'élaboration de systèmes miniatures. Plusieurs prototypes sont mis en œuvre dans le but de tester les commandes avant de les transférer sur le système réel. Le simulateur d'hélicoptère (TRMS) est l'un de ces prototypes qui supporte l'implémentation des diverses commandes pour ensuite les appliquer sur les procédés aéronautiques. Il sera donc l'objet de notre travail.

Ce chapitre abordera un petit aperçu sur le principe du vol des hélicoptères, ensuite seront présentés les détails du simulateur.

I.2 Principe de vol d'un hélicoptère :

Un hélicoptère est un aéronef à voilure tournante dont le ou les rotors procurent à eux seuls la propulsion et la sustentation pendant toutes les phases du vol. Chaque rotor dit de sustentation, à axe sensiblement vertical, est une sorte de grande hélice à pas variable, et comporte de deux à huit surfaces aérodynamiques appelées pales, qui servent à déplacer l'appareil à la fois dans le plan vertical et dans le plan horizontal.

✓ Déplacement dans le plan vertical :

Pour faire varier l'altitude de l'hélicoptère, on joue à la fois sur la variation de la vitesse du moteur et sur le pas de l'hélice. Cependant l'inertie d'une grande hélice est importante et un temps est nécessaire pour obtenir une modification de la vitesse demandée. On préfère alors la technologie du pas variable, la vitesse angulaire du rotor étant constante.

Comment ça marche ?

La portance (sustentation) d'un aéronef est créée par l'écoulement de l'air autour de sa voilure. Le profil asymétrique d'une pale conduit à des vitesses relatives différentes entre sa

partie inférieure et sa partie supérieure, la différence de pression ainsi générée induit une force résultante. En augmentant le pas (l'inclinaison) des pales, on provoque une augmentation de la portance et vis versa.

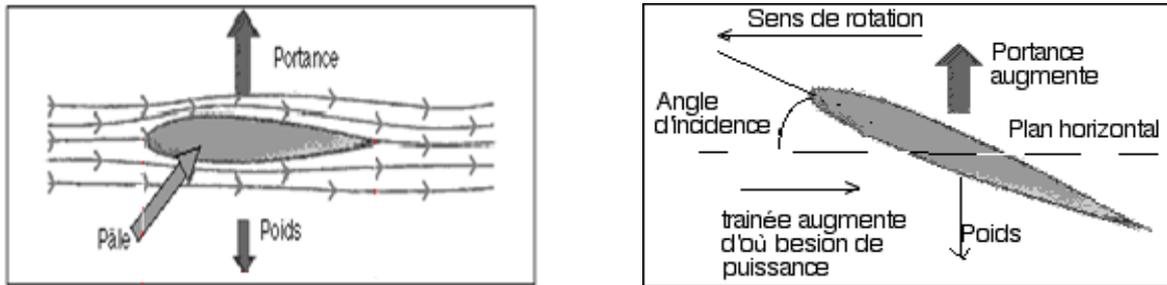


Figure I.1 : Les forces qui s'exercent sur une voilure dans un écoulement fluide.

Le rotor anti-couple :

Lorsque le moteur fait tourner l'hélice de l'hélicoptère dans un sens, l'hélice, elle, par réaction, fait tourner le fuselage -le corps de l'hélicoptère - dans le sens inverse.

Pour lutter contre ce couple, il faut en exercer un autre, pour l'annuler. La solution consiste à créer un bras de levier, sur le corps de l'hélicoptère, et d'y exercer une force perpendiculaire pour lutter contre sa rotation. Plus le bras de levier sera grand, plus la force nécessaire pour lutter contre le couple de la rotation de l'hélice sera faible.

Ajoutons une queue à l'hélicoptère et plaçons-y une hélice perpendiculairement à la rotation du fuselage. Cette hélice de queue s'appelle « **rotor anti-couple - ou de queue** ».

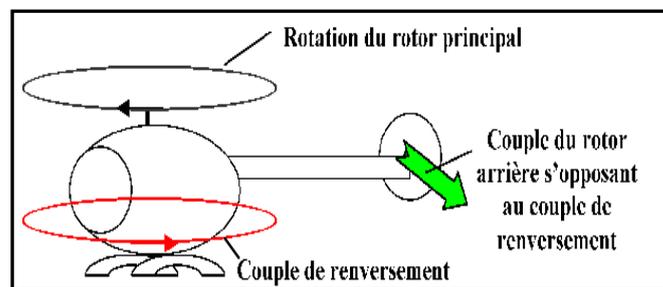


Figure I.2 : Effet de couple et rôle du rotor de queue.

✓ **Déplacement dans le plan horizontal :**

Pour déplacer l'hélicoptère dans une direction ou une autre, on bascule légèrement le rotor dans la direction souhaitée. La force de sustentation, perpendiculaire au plan formé par le rotor en rotation vu de côté et auparavant verticale, va donc être inclinée et « tirer »

l'hélicoptère dans le sens désiré. Ceci est obtenu en augmentant de façon sélective l'incidence des pales. La commande qui provoque ces modifications est appelée commande de pas cyclique.

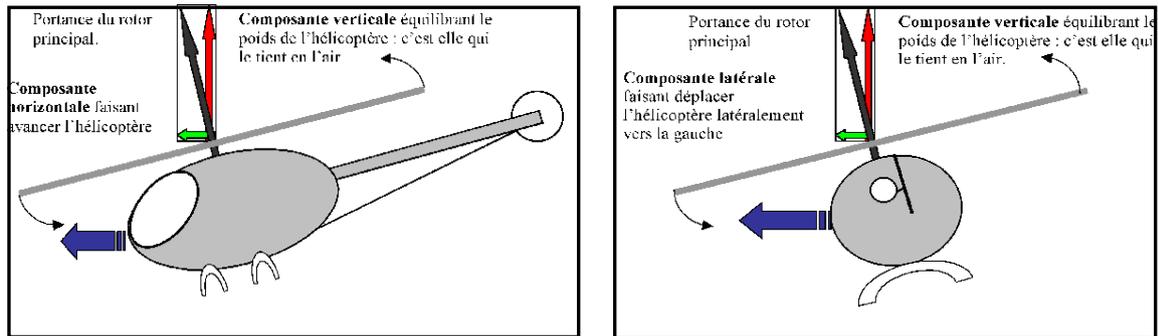
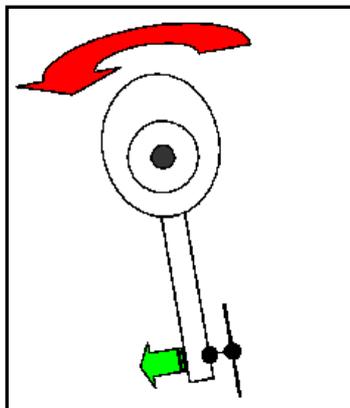
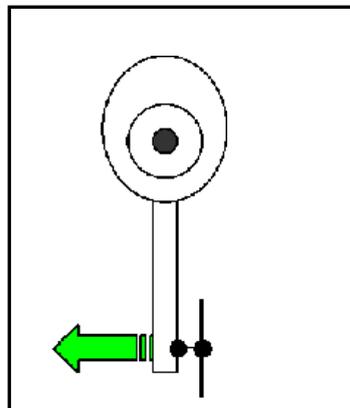


Figure I.3 : Déplacement de l'hélicoptère dans le plan horizontal.

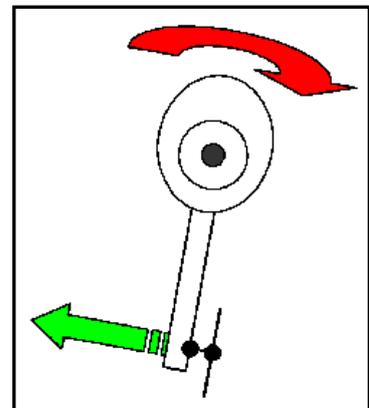
Pour faire pivoter l'hélicoptère, on utilise le rotor anti-couple en modifiant le pas de ses pales.



La poussée du rotor anti-couple est inférieure à celle du rotor principal : l'hélicoptère tourne à gauche.



La poussée du rotor anti-couple équilibre celle du rotor principal : l'hélicoptère va droit.



La poussée du rotor anti-couple est supérieure à celle du rotor principal : l'hélicoptère tourne à droite.

Un hélicoptère à donc 3 axes de rotation possibles :

- L'axe de lacet qui permet au nez de l'appareil de se diriger à droite ou à gauche.
- L'axe de tangage : le nez de l'hélicoptère monte ou descend. En s'inclinant ainsi, cela permet à l'appareil de se déplacer en avant ou en arrière.
- L'axe de roulis : l'appareil s'incline à droite ou à gauche avec un effet de dérapage latéral.

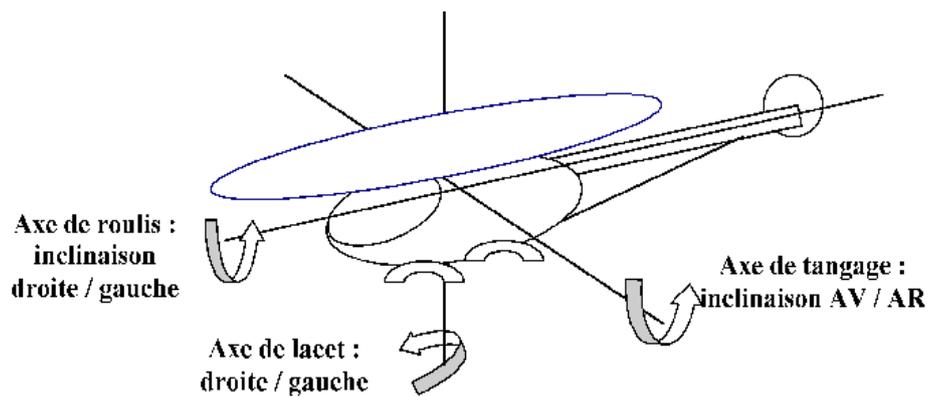


Figure I.4 : les trois axes de rotation possibles d'un hélicoptère.

I.3 Description du simulateur : [1], [2]

Le TRMS (Twin Rotor Mimo System) est un dispositif de laboratoire conçu dans le but d'expérimenter de nouvelles lois de commandes. Il est formé d'une poutre pouvant pivoter sur sa base de manière à ce qu'elle puisse tourner librement dans les plans vertical et horizontal.

Deux propulseurs sont fixés aux deux extrémités de la poutre. Ils sont formés d'une hélice, d'un moteur à courant continu et d'un bouclier de sécurité. Le rotor principal fait tourner la poutre dans le plan vertical autour de l'axe horizontal Y, alors que le rotor secondaire fait tourner la poutre dans le plan horizontal autour de l'axe vertical Z (figure I.5). Le système est muni d'un contrepoids fixé sur une tige collée au niveau du pivot de la poutre, son rôle est de diminuer les vibrations de cette dernière. Un boîtier de marche/arrêt des moteurs permet de les protéger en cas de mauvaise manœuvre.

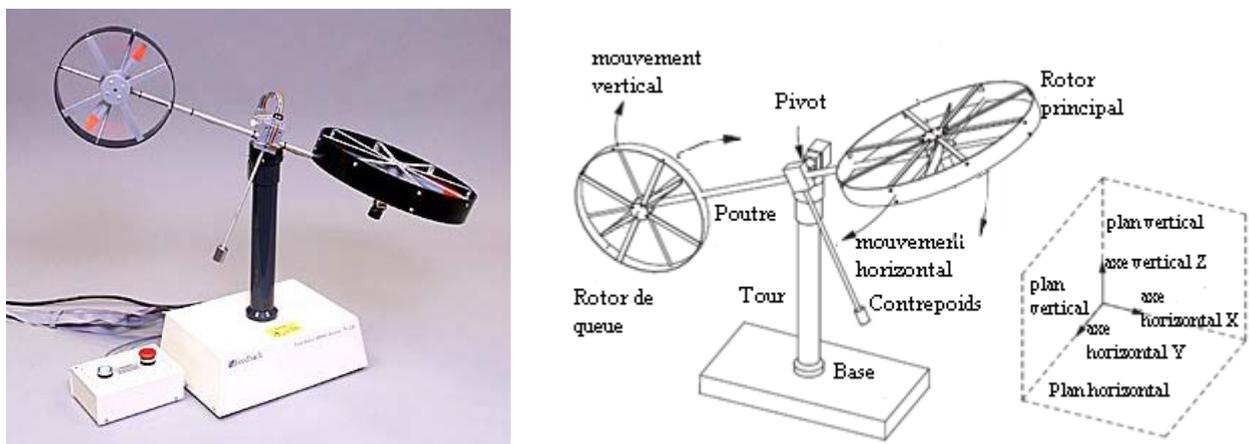


Figure I.5 : Le simulateur d'hélicoptère TRMS.

Du point de vue commande ; le TRMS est un exemple de système présentant une non linéarité d'ordre supérieur fortement couplé. L'état de la poutre est décrit par 4 variables : les angles horizontal (azimut) et vertical (élévation) mesurés à l'aide d'un capteur se trouvant au niveau du pivot, ils représentent les sorties du système. Les deux autres variables sont les vitesses angulaires des rotors, mesurées par des générateurs tachymétrique couplés au moteurs DC.

Il existe un fort couplage entre les actions des rotors, chaque rotor influence les deux angles. L'articulation sphérique permet à la poutre de pivoter simultanément dans le plan horizontal et vertical. C'est un système à deux degrés de liberté, mais on peut restreindre le mouvement à un degré de liberté à l'aide de 2 vis (figure I.6).

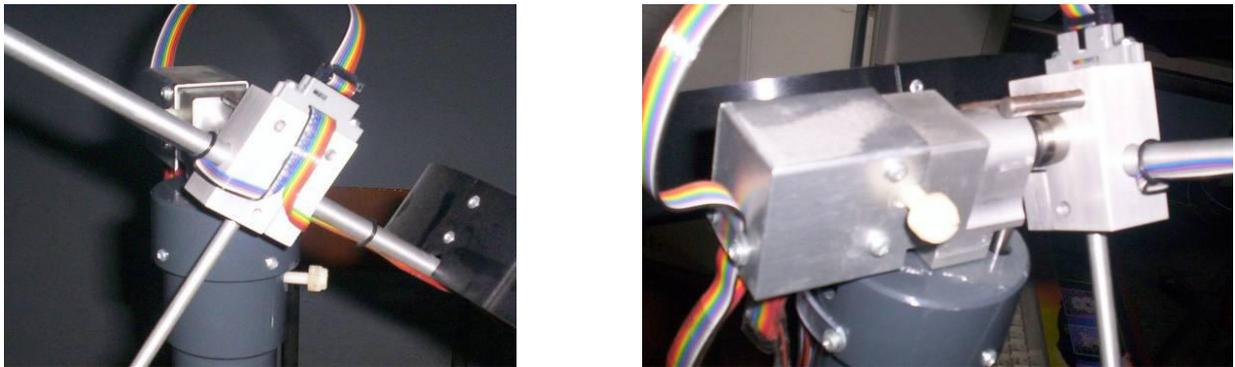


Figure I.6 : Vis de fixation (à gauche axe vertical, à droite axe horizontal).

✓ Encodeur optique :

Il s'agit de deux encodeurs optiques incrémentaux servant à la mesure des angles d'azimut et d'élévation et qui se situent à l'intérieur du pivot sphérique de la poutre.

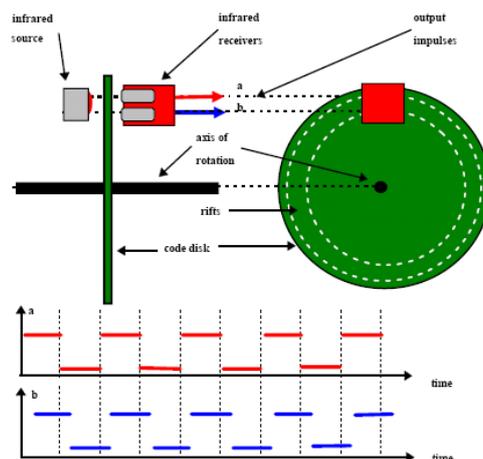


Figure I.7 : encodeur optique.

I.4 La commande du TRMS :

Dans un hélicoptère réel, la force aérodynamique est contrôlée par changement de l'angle d'incidence des hélices. Cependant, pour le TRMS, le pas étant fixe, la force aérodynamique est commandée par changement de la vitesse des rotors. Le tableau I.1 montre les principales différences entre un hélicoptère et un TRMS.

Tableau I.1 : les principales différences entre un hélicoptère et un TRMS.

	TRMS	Hélicoptère
Location du pivot	Entre les deux rotors	Au niveau du rotor principal
Commande du mouvement vertical	Variation de la vitesse du rotor principal	Commande du pas collectif*
mouvement horizontal est commandé par	La Vitesse du rotor de queue	Le pas des pales du rotor de queue.
Commande de pas cyclique	Non	Oui, pour le changement de la direction.

* La modification générale de l'angle d'incidence des pales se fait à vitesse constante des rotors.

Les moteurs électriques à courant continu offrent l'avantage de présenter des vitesses de rotation proportionnelles à la tension qui leur est appliquée. On utilise donc les tensions appliquées aux moteurs comme variables de commande. La tension de commande varie entre $\pm 2.5V$, son signe indique le sens de rotation. Lorsqu'aucune tension n'est appliquée à l'entrée du système, ce dernier reste à un angle égal à 28° par rapport au plan horizontal.

Le mécanisme utilisé est un hacheur, qui est un convertisseur statique alimenté par une source de tension continue produisant aux bornes du moteur une tension de valeur moyenne réglable. Ce hacheur est commandé par des trains d'impulsions (MLI) qui sont générés à partir du signal de commande provenant du PC à travers la carte d'acquisition.

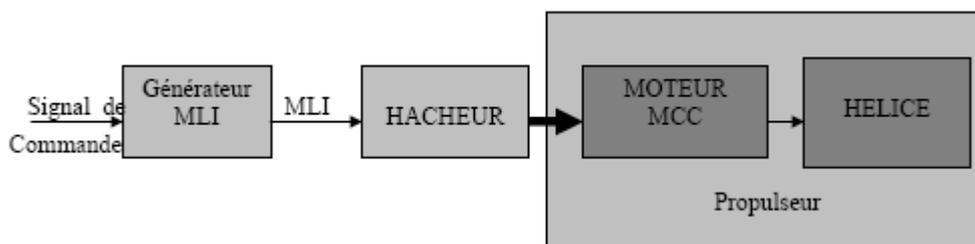


Figure I.8 : schéma synoptique du fonctionnement du propulseur.

I.5 Le branchement du TRMS :

Le TRMS est branché au PC à travers la carte d'acquisition PCI 1711. Les logiciels appropriés tel que Matlab et Simulink sont installés au PC, ils permettent l'exploitation des mesures sur le système pour le développement des commandes en temps réel (figure I.9).

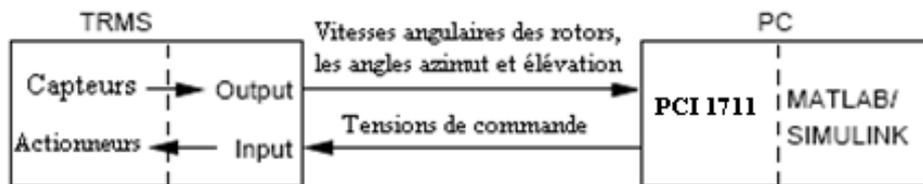


Figure I.9 : Les entrées/sorties du TRMS.

✓ La base du TRMS :

La base du TRMS comprend des circuits électroniques pour l'adaptation, la synchronisation et le filtrage des signaux entrants et sortants. A l'arrière de la base se trouvent les différentes connectiques (figure I.10) :

- Connecteur ON / OFF : fiche DIN pour connecter le boîtier marche/arrêt des moteurs ;
- Sélecteur 110 / 220V.
- Fiche d'alimentation 110 / 220V.
- Connecteur CN1 : il se branche avec le PL1 de la boîte d'adaptation, avec une large nappe de 40 pistes. Les signaux sont ceux des deux capteurs de position, ce sont des signaux digitaux sur 16 bits.
- Connecteur CN2 : il se branche avec PL2, avec une nappe de 20 pistes. Les signaux sont des tensions de commandes des deux moteurs.
- Connecteur CN3 : il se branche avec PL3, avec une nappe de 20 pistes. Les signaux sont ceux des tachymètres.

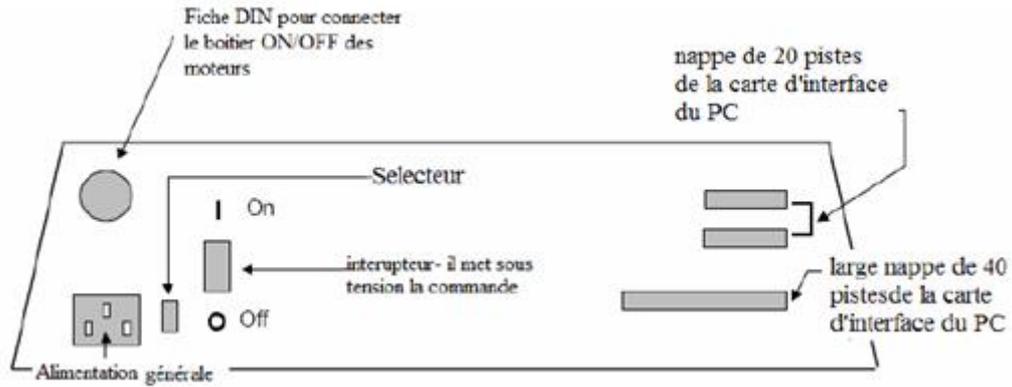


Figure I.10 : La base du TRMS.

✓ La SCSI BOX :

La SCSI BOX (figure I.11 b) a comme rôle d'adapter les signaux entre la carte d'acquisition et les différents connecteurs de la base du TRMS et de séparer ces différents signaux en fonction de leurs types. La boîte dispose de quatre connecteurs :

- Un connecteur 68 pin pour connecter le câble global 68 pin SCSI de la carte d'acquisition.
- Un grand connecteur PL1 pour les entrées digitales des capteurs de positions (deux encodeurs optiques).
- Un petit connecteur PL2 pour les sorties analogiques (deux tensions de commande des moteurs).
- Un petit connecteur PL3 pour les entrées analogiques (retour tachymétrique des deux moteurs).

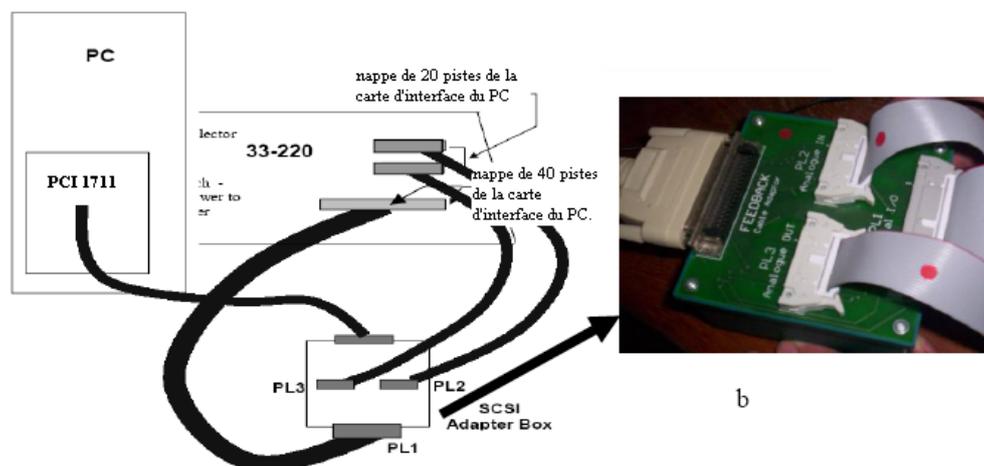


Figure I.11 : Branchement des différents connecteurs.

✓ La carte d'acquisition ADVANTECH PCI 1711 :

C'est une carte d'acquisition universelle qui s'installe sur le port PCI du PC de commande et dispose de connecteurs extérieurs pour les entrées/sorties analogiques et digitales.

Son principal rôle dans notre application est de permettre la commande digitale d'un système continu à travers un PC, en convertissant les signaux analogiques en numériques et vice-versa. Dans notre cas, on utilise :

- Deux sorties analogiques (convertisseur D/A) pour délivrer les tensions de commande des deux moteurs.
- Les entrées digitales des deux encodeurs optiques pour mesurer l'angle d'élévation et d'azimut de la poutre.
- Deux entrées analogiques (convertisseur A/D) pour récupérer le retour tachymétrique des deux moteurs.

I.6 Environnement de développement : [3]

Ce banc d'essai illustre l'application systématique d'un principe moderne de structuration des simulateurs temps réel – à savoir le concept HIL (*Hardware-In-the-Loop*). L'essentiel de ce concept consiste en la connexion en une même boucle des parties physiques (matérielles) et logicielles afin de reproduire en condition de laboratoire le comportement dynamique d'un processus industriel en vue de sa commande.

En effet, l'utilisation d'un simulateur HIL lors des essais sur les systèmes de commande est nécessaire si l'application des lois de commande directement sur le terrain s'avère difficile et engendre des coûts importants ou quand le processus ne permet pas des tests déterministes dans son environnement naturel.

Avec cette approche, on teste directement le contrôleur synthétisé en simulation sur le système physique réel, à l'aide d'un simple PC de développement. En effet, sont nécessaire :

- Un PC standard (pour le développement et pour la commande).
- Une carte d'acquisition pour la conversion A/D et D/A.
- Le système physique à commander.
- Les logiciels appropriés.

Pour notre application TRMS, les logiciels utilisés sont :

Matlab : Il joue le rôle d'une plateforme, où tous les autres composants s'exécutent. C'est l'environnement le plus utilisé dans le monde par les ingénieurs, il fournit plusieurs routines sophistiquées de calculs numériques.

Simulink : C'est une interface graphique qui facilite l'analyse de systèmes dans le domaine temporel. Les systèmes ne sont plus décrits par des lignes de code Matlab mais simplement définis à partir d'un bloc diagramme dont tous les éléments sont prédéfinis dans des bibliothèques de blocs élémentaires qu'il suffit d'assembler.

Real Time Workshop : Il génère automatiquement du code source C++ à partir du modèle Simulink. De plus, ce code peut être implémenté sur d'autres matériels (target) que le PC standard, voir figure I.13.

Compilateur C++ : Il compile le code généré par Real Time Workshop et fait l'édition des liens pour générer un exécutable qui communique avec la cible d'implémentation (target), c'est le compilateur VISUAL C++ 6.0 PRO.

Real Time Windows Target - RTWT: Dans le cas d'un environnement Windows, RTWT utilise un petit kernel (Real Time Kernel - RTK) pour exécuter en temps réel les modèles Simulink en gérant les entrées/sorties. Il s'exécute comme un service résidant dans le niveau zéro (kernel mode) et intercepte les interruptions matérielles avant Windows. Ensuite, il communique avec l'exécutable du régulateur et joue le rôle d'interface avec le système physique à travers la carte d'acquisition.

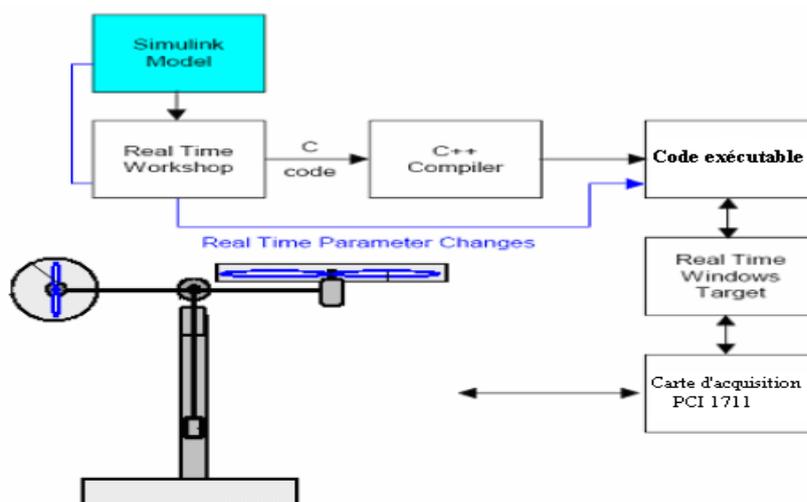


Figure I.12 : Processus de génération du code exécutable.

Et voici un autre schéma qui illustre les différentes cibles (targets) sur lesquelles on peut implémenter notre régulateur :

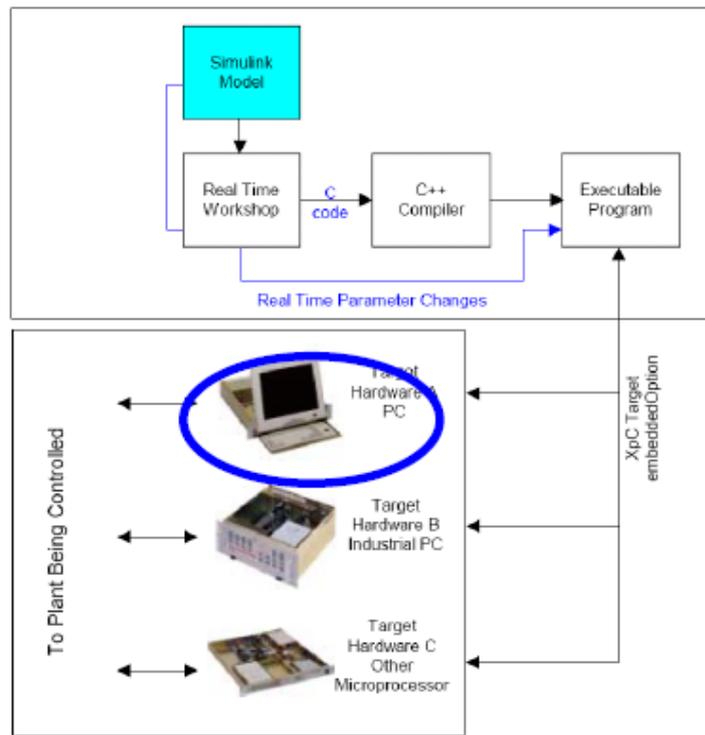


Figure I.13 : Les différentes cibles d'implémentation.

TRMS Toolbox : Le TRMS Toolbox contient les M- et S-fonctions nécessaires de Matlab, des modèles Simulink et des fichiers DLL permettant la modélisation et la commande du TRMS. Il facilite la communication entre Matlab et RTK et peut être modifié par l'opérateur ce qui le rend utile pour des implémentations d'autres modèles Simulink. Voici comme exemple les différents blocs des entrées/sorties de la carte d'acquisition :

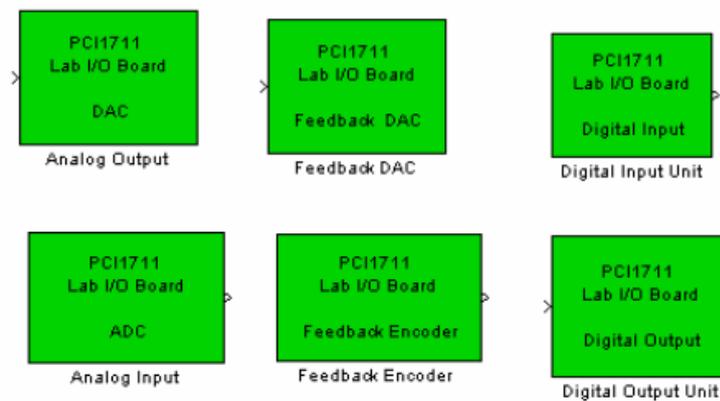


Figure I.14 : Librairie de la carte d'acquisition.

Et voici ci-dessous un exemple complet de commande en temps réel avec MATLAB :

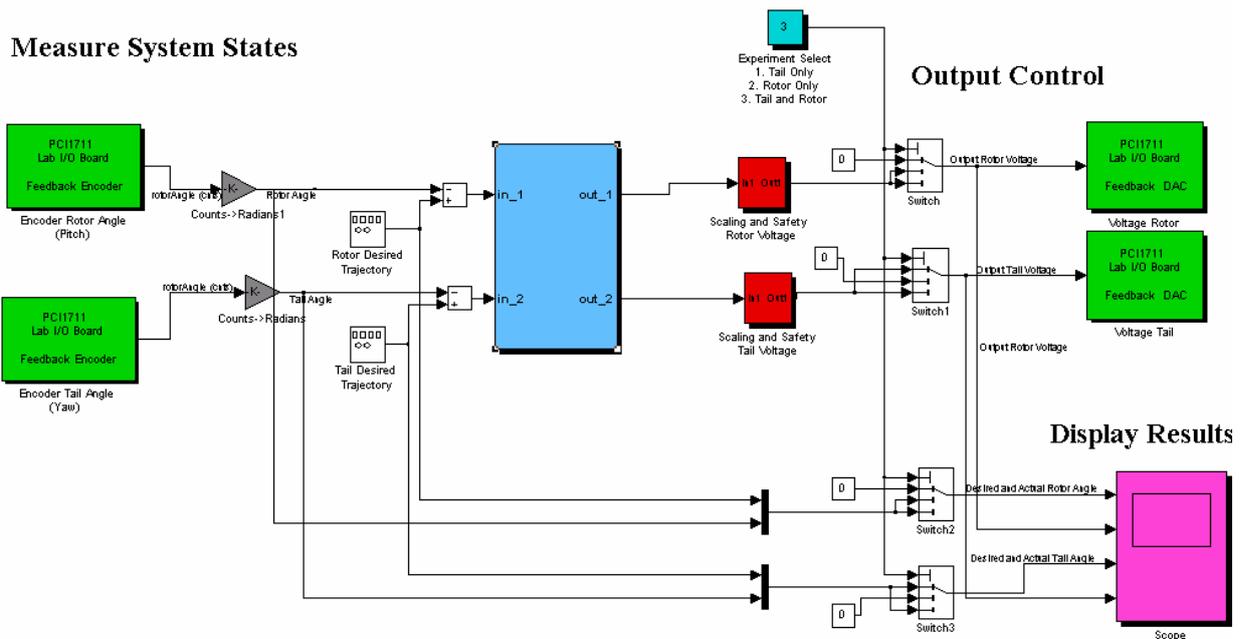


Figure I.15 : exemple d'implémentation d'un contrôleur

En vert : blocs de communications avec la carte d'acquisition, à gauche les encodeurs et à droite des sorties analogiques (tension de commande)

En rouge : blocs de protection des moteurs, car la tension max est de $\pm 2.5\text{ V}$

En gris : blocs de conversion, car les encodeurs incrémentaux donnent le nombre d'impulsions qu'il faut convertir en radian

En bleu : est la partie essentielle qui est le bloc de notre régulateur. Ce bloc peut être écrit par n'importe quel langage, on peut même importer un régulateur déjà écrit et l'implémenter, grâce à l'architecture ouverte de cette approche.

Après compilation du programme, il sera indépendant de MATLAB et SIMULINK, néanmoins, on peut utiliser juste SIMULINK comme interface homme machine, pour visualiser et récupérer les signaux.

I.7 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons d'abord donné le principe du vol d'un hélicoptère réel. Ensuite nous avons présenté une brève description du simulateur (TRMS). Ainsi que son principe de fonctionnement. Enfin, nous avons expliqué l'environnement de développement utilisé.

Chapitre II

Modélisation du TRMS

Sommaire :

Chapitre II :

Modélisation du TRMS

II.1	Introduction	16
II.2	Modèle non linéaire	16
II.2.1	modélisation du sous système d'élévation	18
II.2.1.1	Moment de la gravitation M_{v1}	19
II.2.1.2	Moment de la force aérodynamique	20
II.2.1.3	Moment de la force centrifuge	21
II.2.1.4	Moment de la force de friction (frottement)	22
II.2.1.5	Moment d'inertie J_v	22
II.2.2	Modélisation du sous système d'azimut	23
II.2.2.1	Influence de l'angle d'élévation sur le moment d'inertie	23
II.2.2.2	Influence de l'angle d'élévation sur le bras de levier des forces	24
II.2.2.3	Moment de la force aérodynamique	24
II.2.2.4	Moment de la force de friction (frottement) M_{h2}	25
II.2.2.5	Moment d'inertie J_h	25
II.2.3	Modélisation des propulseurs	26
II.3	Caractéristiques statiques des fonctions non linéaires	28
II.4	Modèle d'état non linéaire	30
II.5	Le modèle découplé	32
II.5.1	Modèle 1 DDL vertical	32
II.5.2	Modèle 1 DDL horizontal	32
II.6	Simulations	33
II.7	Défauts du TRMS	35
II.8	Conclusion	37
II.9	Nomenclature	37

II.1 Introduction :

La synthèse des lois de commande d'un système dynamique requiert une modélisation mathématique précise de ce dernier. Cette modélisation exprime le comportement du processus sous forme d'équations différentielles ordinaires, à dérivées partielles, ou d'équations aux différences.

Il existe deux façons pour effectuer le modèle mathématique ; la première consiste en l'application des lois usuelles de la physique, ce modèle est alors dit « modèle de connaissance ». Cependant, en automatique, il arrive que, pour un manque d'informations disponibles sur le système, on se contente de reproduire son comportement entrée/sortie à partir de données expérimentales en considérant ce dernier comme une boîte noire. On parle alors d' « identification ».

On désire, toutefois, que le modèle soit le plus précis pour qu'il puisse prévoir au mieux le comportement du système aux diverses excitations (commandes, perturbations ...). Ainsi, plus il est détaillé plus il est fidèle au système. Néanmoins, cela engendre une complication de l'étude et de la synthèse d'éventuelles lois de commande. Un compromis doit alors être fait en posant des hypothèses simplificatrices afin de pouvoir répondre aux contraintes pratiques.

Dans ce chapitre, nous commencerons par une modélisation détaillée du simulateur, on présentera ensuite les modèles découplés et on terminera par une simulation en boucle ouverte.

II.2 Modèle non linéaire : [4] [5] [6]

Un modèle non linéaire représentant la mécanique du TRMS est rigoureusement obtenu par les équations fondamentales de la dynamique (lois de Newton).

Les forces de frottements ainsi que les forces aérodynamiques créées par les rotors sont obtenues par identification.

Le modèle physique est développé sous certaines **hypothèses** simplificatrices :

- Les frottements dans le système sont du type visqueux ;
- Les sous-systèmes hélices-air peuvent être décrits par les postulats de la théorie de l'écoulement aérodynamique.

- Hypothèses du sous système propulseur :
 - La résistance R de l'armature est supposée constante.
 - La constante de temps électrique est négligée devant la constante de temps mécanique [5].

✓ **Effet gyroscopique :**

L'effet gyroscopique apparaît lorsqu'une roue est soumise à deux rotations d'axes perpendiculaires. Si le rotor du Twin Rotor tourne dans le sens des aiguilles d'une montre, et on l'incline vers l'avant, le couple gyroscopique créé tend alors à faire pencher le corps du système vers la droite...

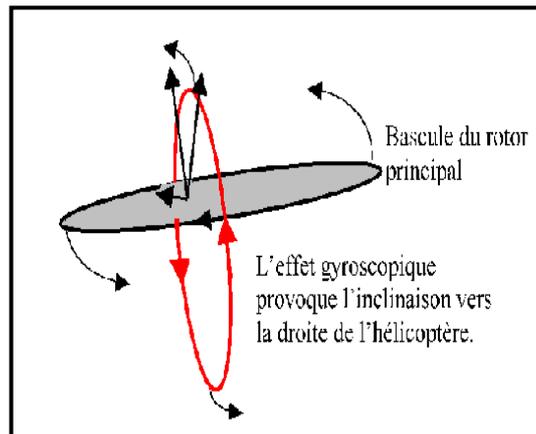


Figure II.1 : Effet gyroscopique.

Le Théorème de Koeing donne :

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \sum_i \vec{M}(\vec{F}_i) \quad (\text{II. 1})$$

Par conservation du moment angulaire dans le plan vertical, on obtient :

$$J_v \Omega_v = S_v + J_{tr} \omega_t \quad (\text{II. 2})$$

Avec :

$$\Omega_v = \frac{d\alpha_v}{dt}$$

Ω_v : vitesse angulaire de la poutre autour de l'axe horizontal.

$J_{tr} \omega_t$: Moment angulaire généré par le rotor de queue (effet gyroscopique) dû à la rotation de l'hélice du rotor principal.

S_v : Moment angulaire des couples extérieurs (moment de gravitation, portance...) dans le plan vertical.

$J_v \Omega_v$: Moment angulaire résultant dans le plan vertical.

Par conservation du moment angulaire dans le plan horizontal, on obtient :

$$J_h \Omega_h = S_h + J_{mr} \omega_m \cos(\alpha_v) \quad (\text{II. 3})$$

Avec :

$$\Omega_h = \frac{d\alpha_h}{dt}$$

Où :

Ω_h : vitesse angulaire de la poutre autour de l'axe horizontal.

$J_h \Omega_h$: Moment angulaire résultant dans le plan horizontal.

S_h : Moment angulaire des couples extérieurs dans le plan horizontal.

$J_{mr} \omega_m \cos(\alpha_v)$: Moment angulaire généré par le rotor principal (effet gyroscopique) dû à la rotation de l'hélice du rotor secondaire.

Le moment angulaire \vec{S}_h est un vecteur suivant l'axe des y (car : $\vec{S}_h = \vec{M}_h$).

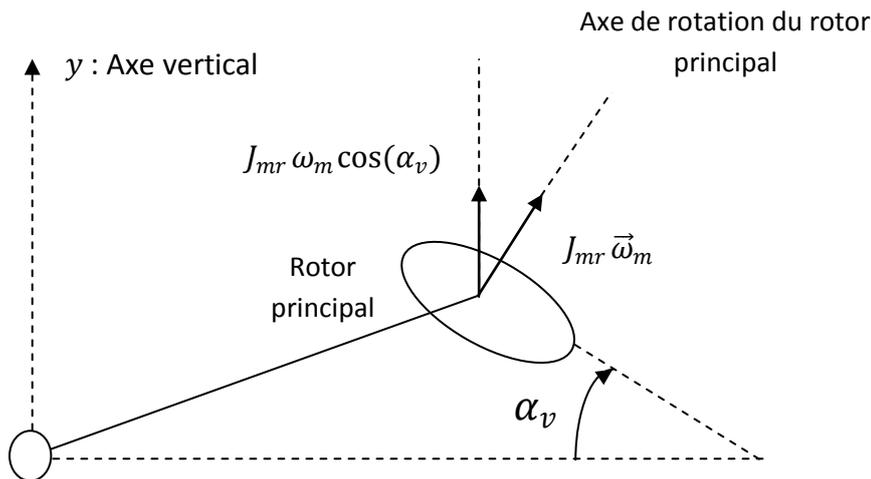


Figure II.2 Le moment angulaire \vec{S}_h .

II.2.1 Modélisation du sous système d'élévation :

Considérons le mouvement de la poutre uniquement dans le plan vertical (rotation autour de l'axe horizontal), le Théorème de Koeing donne:

$$\frac{dS_v}{dt} = M_v \quad (\text{II. 4})$$

Avec :

$$S_v = J_v \Omega_v - J_{tr} \omega_t$$

$$M_v = \sum_{i=1}^4 M_{vi} \quad (II.5)$$

$$J_v = \sum_{i=1}^8 J_{vi} \quad (II.6)$$

Ainsi l'équation (II.4) peut être mise sous la forme :

$$J_v \ddot{\alpha}_v - J_{tr} \dot{\omega}_t = M_{v1} + M_{v2} + M_{v3} + M_{v4} \quad (II.7)$$

II.2.1.1 Moment de la gravitation M_{v1} :

La figure suivante montre les forces de gravité qui agissent sur le sous-système d'élévation. Le moment gravitationnel résultant est la somme des moments de chaque force.

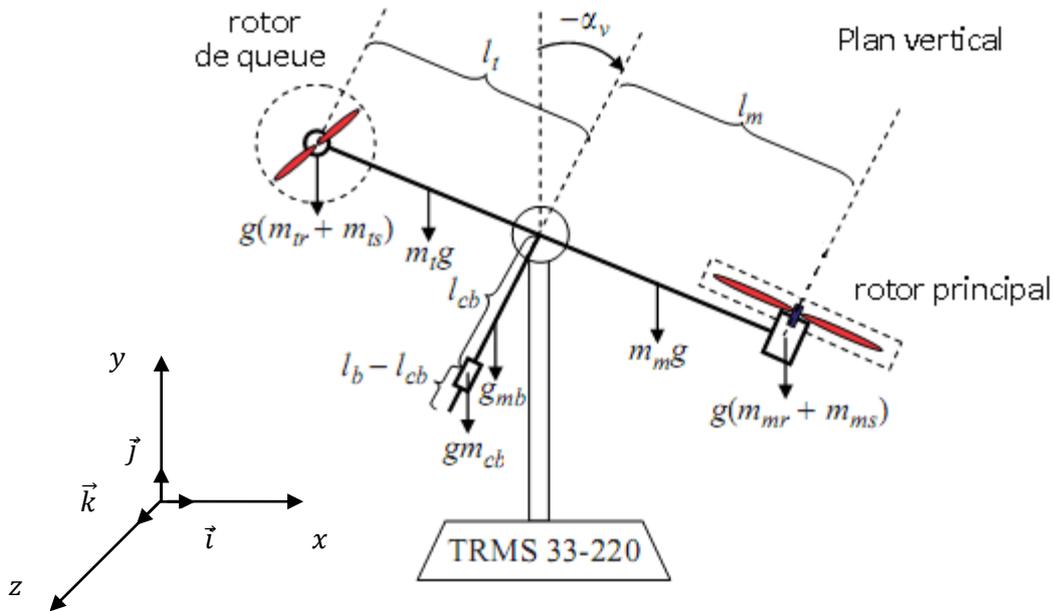


Figure II.3 Forces de gravité agissant sur le TRMS

Moment de la force de gravité du contre poids :

$$\vec{M}_{cb} = (-l_{cb} \sin(-\alpha_v) \cdot \vec{i} - l_{cb} \cos(-\alpha_v) \cdot \vec{j}) \wedge (-m_{cb} g \cdot \vec{j}) = -m_{cb} g l_{cb} \sin(\alpha_v) \vec{k} \quad (II.8)$$

En calculant les autres moments de la même manière, on obtient :

$$M_{v1} = g \left(\left[\left(\frac{m_t}{2} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t - \left(\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m \right] \cdot \cos(\alpha_v) - \left(\frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right) \sin(\alpha_v) \right) \quad (\text{II. 9})$$

Ecriture sous forme condensée :

$$M_{v1} = g[(A - B) \cos(\alpha_v) - C \sin(\alpha_v)] \quad (\text{II. 10})$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} A = \left(\frac{m_t}{2} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t \\ B = \left(\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m \\ C = \left(\frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right) \end{cases}$$

II.2.1.2 Moment de la force aérodynamique :

La figure II.4 ci-dessous montre la direction de la force aérodynamique de portance dans le plan vertical. Cette force dépend de la vitesse angulaire du rotor principal dont la relation est déterminée expérimentalement.

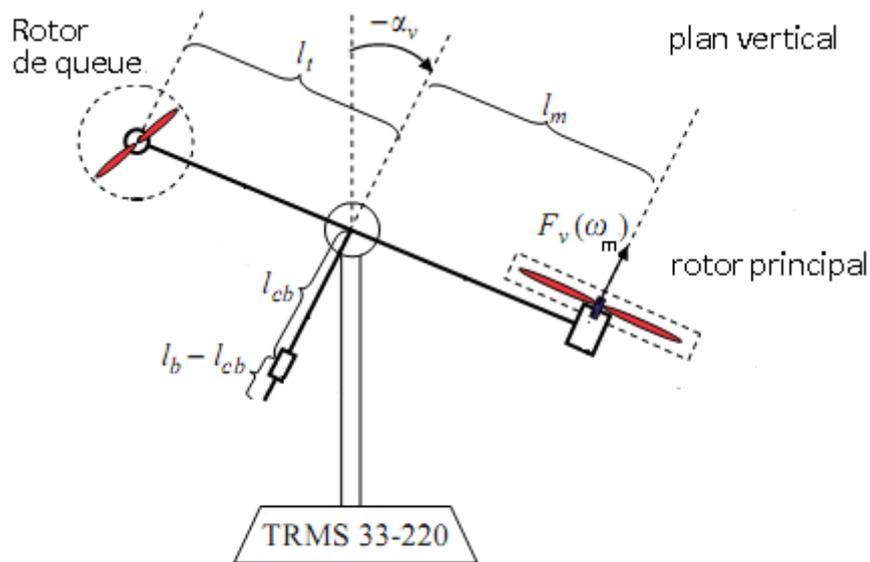


Figure II.4 : Force aérodynamique développée par le rotor principal.

$$M_{v2} = S_f l_m F_v(\omega_m) \tag{II. 11}$$

Où :

$F_v(\omega_m)$: Exprime la dépendance de la force aérodynamique de la vitesse angulaire du rotor principal.

S_f : Banlance scale.

II.2.1.3 Moment de la force centrifuge :

La masse de la poutre lorsqu'elle effectue un mouvement de rotation dans le plan horizontal génère une force orthogonale à la direction de rotation.

La force centrifuge est définie par :

$$F_c = m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$$

v^2 : est la vitesse de l'objet de masse m de mouvement circulaire, R est le rayon de ce cercle.

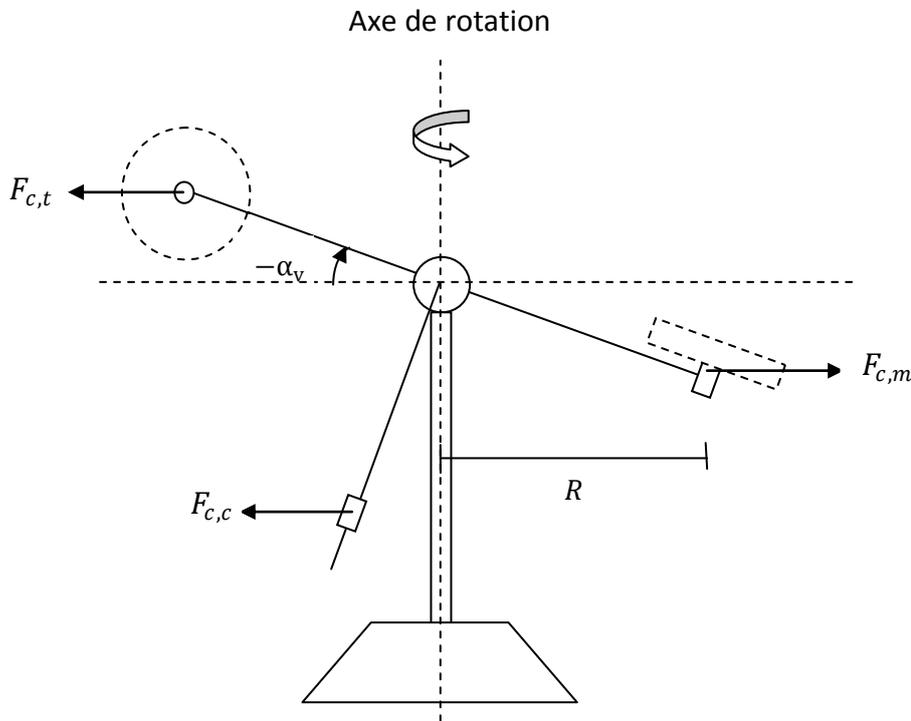


Figure II.5 : Forces centrifuges

$F_{c,m} = (\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms}) \Omega_h^2 l_m \cos(\alpha_v)$, le moment de cette force :

$$M_{F_{cm}} = - \left(\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) \Omega_h^2 l_m^2 \cos(\alpha_v) \sin(\alpha_v)$$

En calculant les autres moments de la même manière, on obtient :

$$M_{v3} = -\Omega_h^2 \left[\left(\frac{m_t}{2} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t^2 + \left(\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m^2 + \left(\frac{m_b}{2} l_b^2 + m_{cb} l_{cb}^2 \right) \right] \cdot \sin(\alpha_v) \cos(\alpha_v) \quad (\text{II. 12})$$

Ecriture sous forme compacte :

$$M_{v3} = -\Omega_h^2 (A \cdot l_t + B \cdot l_m + C^*) \sin(\alpha_v) \cos(\alpha_v) \quad (\text{II. 13})$$

$$\text{Avec : } C^* = \left(\frac{m_b}{2} l_b^2 + m_{cb} l_{cb}^2 \right)$$

II.2.1.4 Moment de la force de friction (frottement) :

$$M_{v4} = -k_v \Omega_v \quad (\text{II. 14})$$

k_v : Constante de friction.

II.2.1.5 Moment d'inertie J_v :

Le moment d'inertie par rapport à l'axe horizontal ne dépend pas de l'angle d'élévation car dans le plan vertical, la distribution de la masse est indépendante de l'angle α_v .

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{v1} = \frac{1}{2} m_{mr} r_{mr}^2 + m_{mr} l_m^2 \approx m_{mr} l_m^2 \quad (r_{mr} \ll l_m) \\ J_{v2} = m_m \frac{l_m^2}{3} \\ J_{v3} = m_{cb} l_{cb}^2 \\ J_{v4} = m_b \frac{l_b^2}{3} \\ J_{v5} = m_{tr} l_t^2 \\ J_{v6} = m_t \frac{l_t^2}{3} \\ J_{v7} = \frac{m_{ms}}{2} r_{ms}^2 + m_{ms} l_m^2 \\ J_{v8} = m_{ts} r_{ts}^2 + m_{ts} l_t^2 \end{array} \right. \quad (\text{II. 15})$$

Pour le calcul de J_{v7} et J_{v8} les hélices sont considérées des cercles.

Ecriture condensée :

$$J_v = D + E + F \tag{II.16}$$

Avec :

$$\begin{cases} D = \left(\frac{m_m}{3} + m_{mr} + m_{ms}\right) l_m^2 + \left(\frac{m_t}{3} + m_{tr} + m_{ts}\right) l_t^2 \\ E = \left(\frac{m_b}{3} l_b^2 + m_{cb} l_{cb}^2\right) \\ F = \frac{m_{ms}}{2} r_{ms}^2 + m_{ts} r_{ts}^2 \end{cases} \tag{II.17}$$

II.2.2 Modélisation du sous système d'azimut :

Le mouvement dans le plan horizontal est repéré par l'angle d'azimut α_h . On remarque, cependant, que la rotation de la poutre dans le plan horizontal est influencée par l'angle d'élévation α_v .

II.2.2.1 Influence de l'angle d'élévation sur le moment d'inertie :

Le moment d'inertie d'un corps est fonction de la masse et de sa distribution géométrique dans ce corps. Pour cette raison, dans plusieurs systèmes mécaniques multidimensionnels comme c'est le cas du TRMS, on remarque que la distribution géométrique de la masse dépend de la position géométrique du corps, comme le montre la figure II.6.

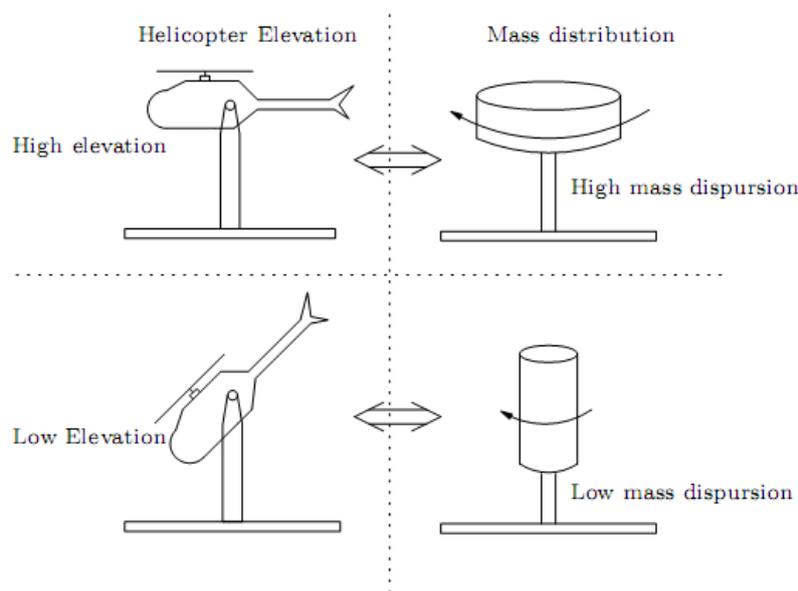


Figure II.6 : Influence de l'angle d'élévation sur le moment d'inertie.

II.2.2.2 Influence de l'angle d'élévation sur le bras de levier des forces :

Le moment d'une force dépend de la distance perpendiculaire entre cette force et l'axe de rotation. Dans notre cas, le mouvement dans le plan horizontal est généré par deux forces :

- La force de friction au niveau de l'articulation dont le bras de levier est supposé tellement petit qu'il n'est pas influencé par l'angle d'élévation ;
- La force aérodynamique qui possède un bras de levier variable en fonction de l'angle d'élévation α_v .

De la même manière que pour le sous-système d'élévation, le mouvement de la poutre dans le plan horizontal peut être décrit par le Théorème de Koeing :

$$\frac{dS_h}{dt} = M_h \tag{II. 18}$$

Où :

$$M_h = \sum_{i=1}^2 M_{hi} \tag{II. 19}$$

$$J_h = \sum_{i=1}^8 J_{hi} \tag{II. 20}$$

II.2.2.3 Moment de la force aérodynamique :

Pour déterminer le moment de la force aérodynamique, considérons le cas présenté dans la figure II.7.

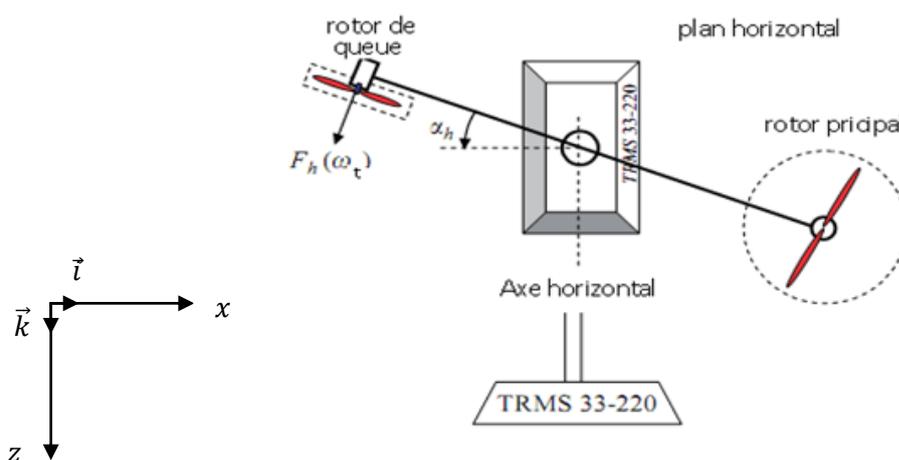


Figure II.7 : moment de la force aérodynamique dans le plan horizontal.

$$\vec{M}_{h1} = S_f F_h(\omega_t) l_t \cos(\alpha_v) \vec{j} \quad (\text{II. 21})$$

$F_h(\omega_t)$: Exprime la dépendance de la force aérodynamique de la vitesse angulaire du rotor secondaire.

II.2.2.4 Moment de la force de friction (frottement) M_{h2} :

$$M_{h2} = -k_h \Omega_h \quad (\text{II. 22})$$

Avec : k_h Constante de friction à déterminer expérimentalement par l'identification

II.2.2.5 Moment d'inertie J_h :

Les moments d'inertie par rapport à l'axe vertical sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{h1} = m_{mr} (l_m \cos(\alpha_v))^2 \\ J_{h2} = m_m \frac{(l_m \cos(\alpha_v))^2}{3} \\ J_{h3} = m_{cb} (l_{cb} \sin(\alpha_v))^2 \\ J_{h4} = m_b \frac{(l_b \sin(\alpha_v))^2}{3} \\ J_{h5} = m_{tr} (l_t \cos(\alpha_v))^2 \\ J_{h6} = m_t \frac{(l_t \cos(\alpha_v))^2}{3} \\ J_{h7} = m_{ms} r_{ms}^2 + m_{ms} (l_m \cos(\alpha_v))^2 \\ J_{h8} = \frac{m_{ts}}{2} r_{ts}^2 + m_{ts} (l_t \cos(\alpha_v))^2 \end{array} \right. \quad (\text{II. 23})$$

Ecriture sous forme compacte :

$$J_h(\alpha_v) = D \cos^2(\alpha_v) + E \sin^2(\alpha_v) + F^* \quad (\text{II. 24})$$

Avec :

$$F^* = m_{ms} r_{ms}^2 + \frac{m_{ts}}{2} r_{ts}^2$$

II.2.3 Modélisation des propulseurs :

Le TRMS possède deux propulseurs constitués chacun d'un moteur à courant continu à aimant permanent plus une hélice, un pour le rotor principal et l'autre pour le rotor de queue (rotor secondaire).

Quand les enroulements tournent dans un champ magnétique une f.é.m. E_a est induite dans ces enroulements tel que :

$$E_a = K_b \omega_{h/v}$$

$\omega_{h/v}$: vitesse de rotation du moteur (rad/s).

K_b : Constante de la f.é.m. qui dépend des caractéristiques du moteur.

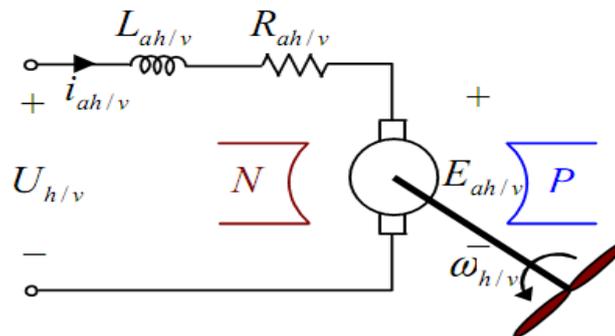


Figure II.8 : Circuit électrique équivalent du moteur DC principal.

D'après la figure II.8 on a :

$$u_{h/v} = L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + E_a \quad (\text{Eq. Electrique})$$

D'un autre côté, on a :

$$C_m = I \dot{\omega}_{h/v} = K_I i - T_L \quad (\text{Eq. Mécanique})$$

D'après les hypothèses simplificatrices (section II.2) on néglige la constante de temps électrique devant la constante de temps mécanique ceci revient à négliger le terme $L \frac{di}{dt}$

On obtient :

$$I \dot{\omega}_{h/v} = \frac{K_I}{R_a} (u - K_b \omega_{h/v}) - T_L \quad (\text{II. 25})$$

La charge T_L , représente le couple résistant généré par les frottements mécaniques et les frottements aérodynamiques de l'hélice avec l'air. Ces frottements sont difficilement modélisables. Pour cela, leurs caractéristiques statiques sont déterminées expérimentalement.

Elles dépendent de la forme et des dimensions de chaque hélice. Dans le TRMS, l'hélice du rotor principal est différente de celle du rotor secondaire.

Pour cela, on introduit deux nouvelles variables : u_{vv} pour le vertical et u_{hh} pour l'horizontal, comme l'illustre la figure II.9.

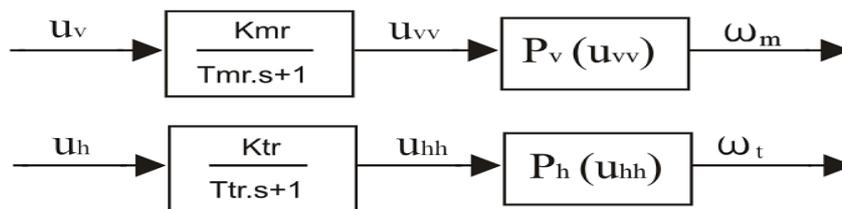


Figure II.9 : Schéma bloc des propulseurs.

Le modèle ci-dessus représentant la dynamique des propulseurs est obtenu en substituant le système non linéaire par la connexion en série d'un système dynamique linéaire et d'une non linéarité statique (figure II.9).

- Système dynamique linéaire :

$$G_v = \frac{K_{mr}}{T_{mr} \cdot s + 1}$$

$$G_h = \frac{K_{tr}}{T_{tr} \cdot s + 1}$$

- Non linéarités statiques :

$P_v(u_{vv})$ et $P_h(u_{hh})$ sont les caractéristiques des frottements, déterminées expérimentalement.

Ainsi, les sous systèmes propulseurs sont décrits par des équations différentielles du premier ordre avec des fonctions non linéaires à la sortie :

$$\begin{cases} \frac{du_{vv}}{dt} = \frac{1}{T_{mr}} (-u_{vv} + K_{mr} u_v) \\ \omega_m = P_v(u_{vv}) \end{cases} \quad (\text{II. 26})$$

$$\begin{cases} \frac{du_{hh}}{dt} = \frac{1}{T_{tr}} (-u_{hh} + K_{tr} u_h) \\ \omega_t = P_h(u_{hh}) \end{cases} \quad (\text{II. 27})$$

II.3 Caractéristiques statiques des fonctions non linéaires :

Les caractéristiques statiques des fonctions non linéaires sont obtenues en utilisant l'identification, les courbes obtenues expérimentalement (annexe B), sont approximées par des polynômes en utilisant la fonction *polyfit* de MATAB.

Ainsi, pour le rotor principal on obtient les expressions suivantes :

Fonction non linéaire du rotor principal :

$$\begin{aligned} P_v(u_{vv}) = & 90.99u_{vv}^6 + 599.73.u_{vv}^5 - 129.26.u_{vv}^4 - 1238.64.u_{vv}^3 + 63.45.u_{vv}^2 \\ & + 1283.41.u_{vv} \end{aligned} \quad (\text{II. 28})$$

Fonction aérodynamique principale :

$$\begin{aligned} F_v(\omega_m) = & -3.48.10^{-12}\omega_m^5 + 1.09.10^{-9}\omega_m^4 + 4.123.10^{-6}\omega_m^3 - 1.632.10^{-4}\omega_m^2 \\ & + 9.544.10^{-2}\omega_m \end{aligned} \quad (\text{II. 29})$$

Pour le rotor secondaire :

Fonction non linéaire du rotor secondaire :

$$P_h(U_{hh}) = 2020U_{hh}^5 - 194.69U_{hh}^4 - 4238.15U_{hh}^3 + 262.27U_{hh}^2 + 3796.83U_{hh} \quad (\text{II. 30})$$

Fonction aérodynamique secondaire :

$$\begin{aligned} F_h(\omega_t) = & -3.10^{-14}\omega_t^5 - 1.595.10^{-11}\omega_t^4 + 2.511.10^{-7}\omega_t^3 - 1.808.10^{-4}\omega_t^2 \\ & + 0.0801.\omega_t \end{aligned} \quad (\text{II. 31})$$

Pour les rotors principal et secondaire, les polynômes décrivant les fonctions non linéaires des moteurs peuvent être remplacés par :

Pour le rotor principal :

$$P_v(U_{vv}) = \alpha_1. \text{atan}(\beta_1. U_{vv}) \quad (\text{II. 32})$$

Pour le rotor secondaire :

$$P_h(U_{hh}) = \alpha_2 \cdot \text{atan}(\beta_2 \cdot U_{vv}) \tag{II.33}$$

Avec :

α_1	600
α_2	1200
β_1	2
β_2	3.8

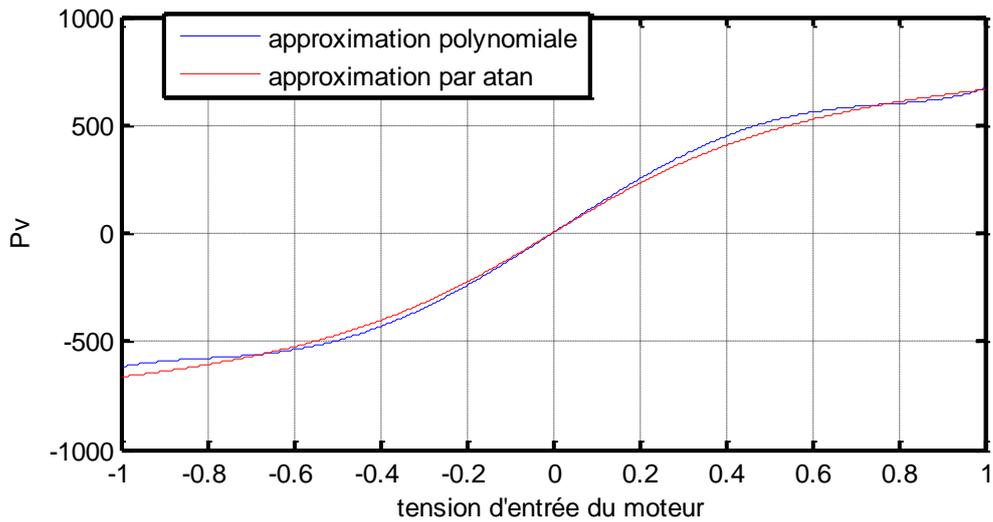


Figure II.10 : Approximation par *atan* des caractéristiques non linéaires du moteur principal.

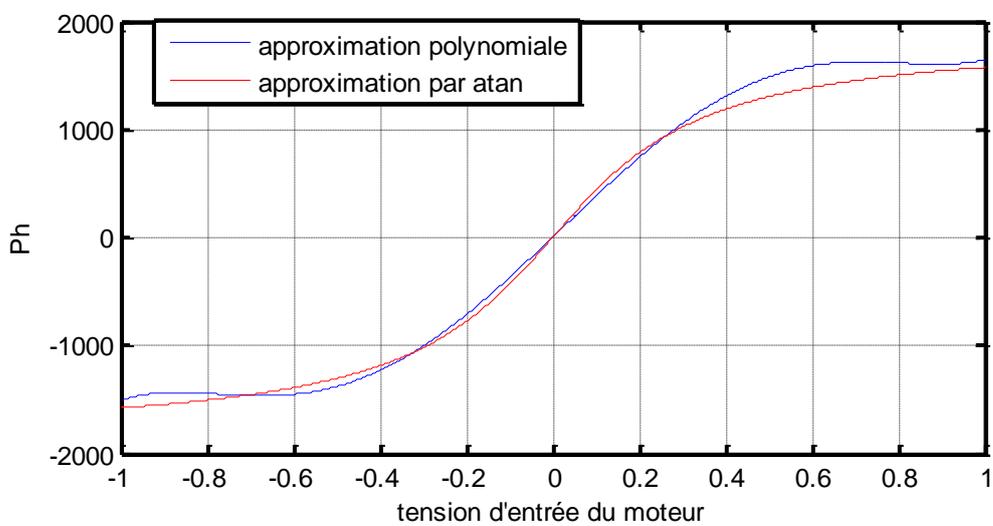


Figure II.11 : Approximation par *atan* des caractéristiques non linéaires du moteur de queue.

II.4 Modèle d'état non linéaire :

En utilisant les relations mathématiques développées précédemment, on peut réécrire les équations régissant le mouvement du système comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS_v}{dt} = g((A - B) \cos(\alpha_v) - C \sin(\alpha_v)) + l_m S_f F_v(\omega_m) \\ \quad - \frac{1}{2} \Omega_h^2 (A l_t + B l_m + C^*) \sin(2\alpha_v) - k_v \Omega_v \\ \Omega_v = \frac{d\alpha_v}{dt} \\ \Omega_v = \frac{S_v + J_{tr} \omega_t}{J_v} \\ \frac{du_{vv}}{dt} = \frac{1}{T_{mr}} (-u_{vv} + K_{mr} u_v) \\ \omega_m = P_v(u_{vv}) \\ \frac{dS_h}{dt} = S_f F_h(\omega_t) l_t \cos(\alpha_v) - k_h \Omega_h \\ \Omega_h = \frac{d\alpha_h}{dt} \\ \Omega_h = \frac{S_h + J_{mr} \omega_m \cos(\alpha_v)}{J_h(\alpha_v)} \\ \frac{du_{hh}}{dt} = \frac{1}{T_{tr}} (-u_{hh} + K_{tr} u_h) \\ \omega_t = P_h(u_{hh}) \end{array} \right. \quad (II. 34)$$

- Vecteur de Commande : $U = [u_v \ u_h]^T$
- Vecteur d'état : $X = [\alpha_v \ \Omega_v \ \omega_m \ \alpha_h \ \Omega_h \ \omega_t]^T$
- Vecteur de sortie : $Y = [\alpha_v \ \alpha_h]^T$

On obtient une représentation d'état non linéaire sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{X} = f(X) + g(X).U \\ Y = h(X) \end{array} \right.$$

Représentation d'état :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ J_{tr} \left(\frac{\alpha_2 \beta_2 K_{tr} u_2 - \frac{1}{\beta_2} \tan\left(\frac{x_6}{\alpha_2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x_6}{\alpha_2}\right)} \right) + l_m S_f F_v(x_3) - k_v x_2 + g((A - B) \cos(x_1) - C \sin(x_1)) \\ \dot{x}_2 = \frac{d + e + f}{-(A l_t + B l_m + C^*) \sin(2x_1) x_5^2} \\ \dot{x}_3 = \frac{\alpha_1 \beta_1 K_{mr} u_1 - \frac{1}{\beta_1} \tan\left(\frac{x_3}{\alpha_1}\right)}{T_{mr} (1 + \tan^2\left(\frac{x_3}{\alpha_1}\right))} \\ \dot{x}_4 = x_5 \\ l_t S_f F_h(x_6) \cos(x_1) - k_h x_5 + J_{mr} \left(\frac{\alpha_1 \beta_1 K_{mr} u_1 - \frac{1}{\beta_1} \tan\left(\frac{x_3}{\alpha_1}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x_3}{\alpha_1}\right)} \right) \cos(x_1) - J_{mr} x_3 x_2 \sin(x_1) \\ \dot{x}_5 = \frac{D \cos^2(x_1) + E \sin^2(x_1) + F^*}{\dot{x}_6 = \frac{\alpha_2 \beta_2 K_{tr} u_2 - \frac{1}{\beta_2} \tan\left(\frac{x_6}{\alpha_2}\right)}{T_{tr} (1 + \tan^2\left(\frac{x_6}{\alpha_2}\right))} \end{array} \right. \quad (II.35)$$

La figure II.12 montre le diagramme fonctionnel du TRMS :

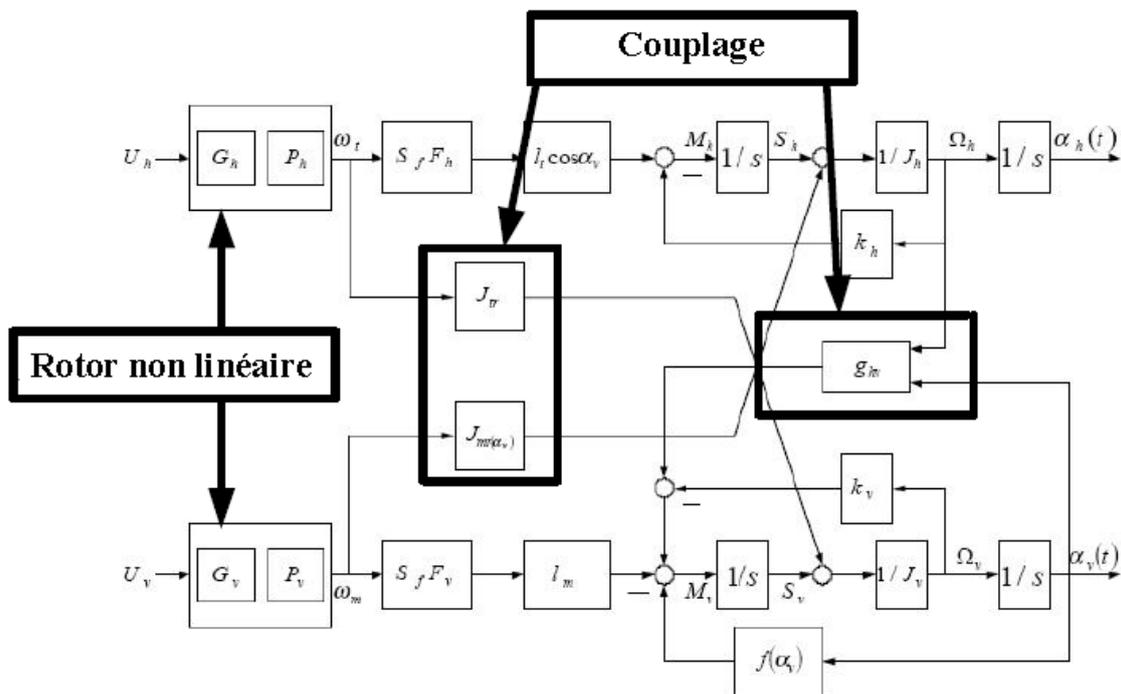


Figure II.12: Schéma bloc du TRMS.

II.5 Le modèle découplé :

En contraignant le mouvement de la tige dans un seul plan soit l'horizontal ou le vertical, on obtient deux sous modèles ayant chacun un degré de liberté.

II.5.1 Modèle 1 DDL vertical :

Ce modèle est dérivé du modèle couplé, en fixant l'angle d'azimut α_h , et en posant $u_h = 0$. On choisit le vecteur d'état suivant : $X = [\alpha_v \ \Omega_v \ \omega_m]^T$

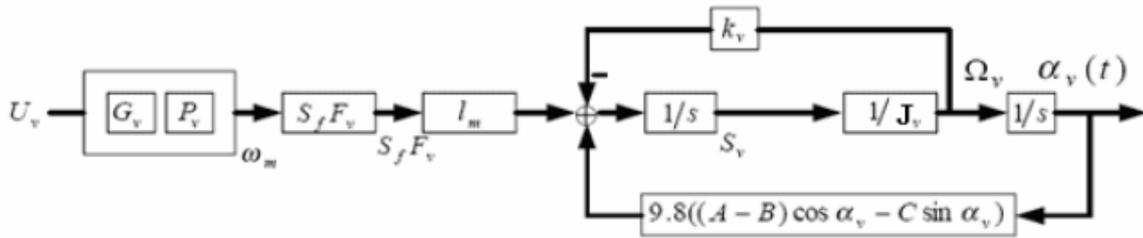


Figure II.13 : Schéma bloc du modèle vertical.

La représentation d'état vertical est alors :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{l_m S_f F_v(x_3) - k_v x_2 + g((A - B) \cos(x_1) - C \sin(x_1))}{d + e + f} \\ \dot{x}_3 = \frac{\alpha_1 \beta_1 K_{mr} u_1 - \frac{1}{\beta_1} \tan(\frac{x_3}{\alpha_1})}{T_{mr} \quad 1 + \tan^2(\frac{x_3}{\alpha_1})} \end{cases} \quad (\text{II. 36})$$

Remarque :

Le modèle obtenu ne dépend pas de l'angle d'azimut α_h .

II.5.2 Modèle 1 DDL horizontal :

De la même façon que pour le modèle vertical, dans le modèle couplé on pose $\alpha_v = \alpha_{v0}$ et $u_v = 0$. On choisit comme $X = [\alpha_h \ \Omega_h \ \omega_t]^T$ vecteur d'état :

La représentation d'état horizontal est alors :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{l_t S_f F_h(x_3) \cos(\alpha_{v0}) - k_h x_2}{D \cos^2(x_1) + E \sin^2(x_1) + F^*} \\ \dot{x}_3 = \frac{\alpha_2 \beta_2 K_{tr} u_2 - \frac{1}{\beta_2} \tan(\frac{x_3}{\alpha_2})}{T_{tr} \quad 1 + \tan^2(\frac{x_3}{\alpha_2})} \end{cases} \quad (II.37)$$

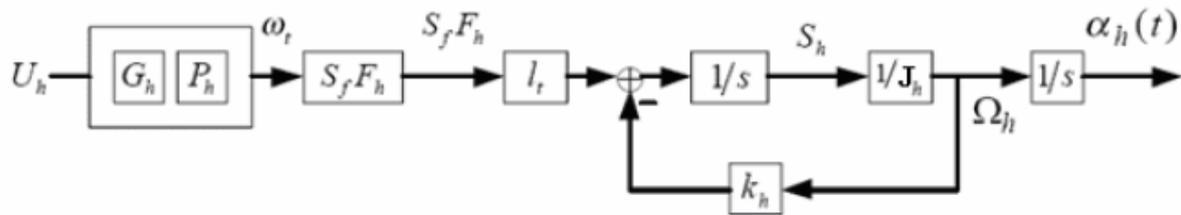


Figure II.14 : Schéma bloc du modèle horizontal.

II.6 Simulations :

On donne les paramètres du système sous forme de tableau, ils seront utilisés lors de la simulation du modèle :

Tableau II.1 : paramètres du modèle.

A	0.0947
B	0.1105
C	0.0117
C^*	0.001893
D	0.049882
E	0.001645
F	0.00435
F^*	0.00623
J_v	0.05588
J_{tr}	$1.6543 \cdot 10^{-5}$
J_{mr}	$2.65 \cdot 10^{-5}$
l_m	0.24
l_t	0.25
T_{mr}	1.432
T_{tr}	0.3842
K_{mr}	1
K_{tr}	1

k_v	0.00545371
k_h	0.0095
S_f	$8.4332 \cdot 10^{-4}$
α_1	600
α_2	1200
β_1	2
β_2	3.8

La figure II.15, montrent les réponses libres et forcées du simulateur d'hélicoptère, avec les conditions initiales : $\alpha_{v0} = \alpha_{h0} = 0^\circ$

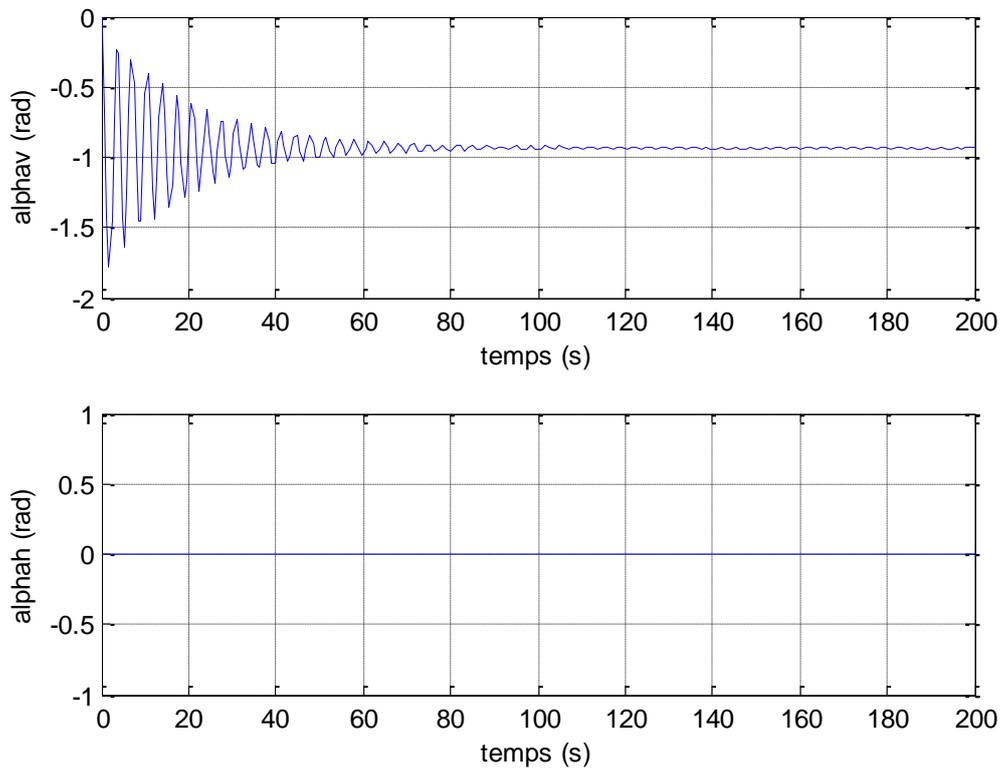


Figure II.15 : Réponses libres du TRMS

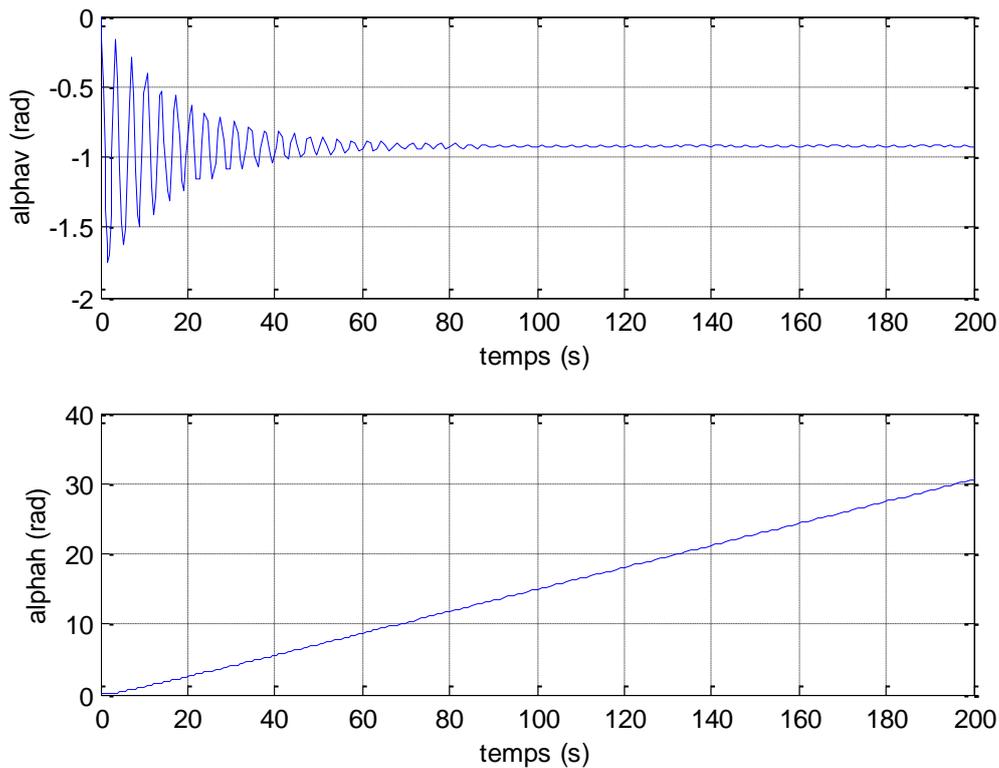


Figure II.16 : Réponses forcées du TRMS pour $Uv = Uh = 0.05$

La réponse libre du sous-système d'élévation est oscillatoire amortie, cela est due aux forces gravitationnelles qui agissent uniquement sur le plan vertical, et poussent le simulateur à se stabiliser en un point d'équilibre $\alpha_v = -0.935rad$. Par contre, le sous-système d'élévation reste dans sa position d'origine tant qu'il n'y a pas d'excitation du Rotor de queue.

Lorsqu'on excite le système, le sous système vertical tend vers un nouveau point d'équilibre car la commande 0.05 n'est pas suffisante pour l'élever vers un angle supérieur. Cependant, le sous système horizontal a le comportement d'un intégrateur, il diverge pour de petites excitations. Ceci est dû essentiellement à la faible inertie du mouvement horizontal où il n'y a pas de force de gravité qui s'oppose au mouvement.

II.7 Défauts du TRMS :

Le simulateur d'hélicoptère peut être sujet à plusieurs défauts. Dans ce mémoire, nous allons nous intéresser qu'aux défauts des moteurs DC, ces défauts peuvent conduire à des comportements indésirables du TRMS.

• **Défauts dans un moteur à courant continu : [34]**

Les machines électriques sont des éléments critiques dans les applications électromécaniques et dans les processus industriels. Une panne dans une machine peut causer l'arrêt de l'unité de production ou nécessiter l'utilisation d'un équipement redondant pour contourner le problème.

Considérons un sous système moteur à courant continu en boucle ouverte ayant 2 entrées : la tension de l'inducteur et couple de la charge et 4 capteurs (capteur de la tension de l'inducteur, du couple, du courant et de la vitesse).

Pour décrire les dysfonctionnements du moteur, il y a deux façons :

- 1- Les caractéristiques les plus représentatives du moteur sont les composants. Dans ce contexte, les concepts de capteur et d'actionneur sont les mieux adaptés pour décrire les défauts du moteur.
- 2- Les caractéristiques les plus représentatives du moteur sont les variables physiques. Ainsi, les variables électriques et mécaniques sont les concepts les plus adaptés pour décrire les dysfonctionnements du moteur.

Tableau II.2 : Interprétation des défauts du Moteur.

Interprétation 1	Composants du moteur	Défaut capteur et paramètre
Interprétation 2	Variables physiques du moteur	Défauts électrique et mécanique

Dans la première interprétation, les défauts sont modélisés par des échelons qui représentent la variation des valeurs nominales des capteurs et des paramètres.

Dans la deuxième interprétation, les défauts du moteur peuvent être classés selon :

Tableau II.3 : Types de défauts pour l'interprétation 2.

Types de défauts	
- Défauts électriques : <ul style="list-style-type: none"> • Inducteur du moteur • Flux électromagnétique 	- Défauts mécaniques : <ul style="list-style-type: none"> • Vitesse • Couple

Un moteur a pour objectif particulier, ou fonction, la transformation d'une variable électrique (tension d'entrée du moteur) en une variable mécanique (vitesse du moteur). Dans ce contexte, les défauts du moteur peuvent être classés en défauts électriques et mécaniques. Les défauts électriques sont liés au flux et à l'inducteur du moteur, tandis que les défauts mécaniques sont liés à la vitesse et au couple.

Cinq défauts électriques peuvent apparaître dans le moteur : un défaut sur le flux et quatre défauts liés à l'inducteur du moteur (inductance, courant, résistance et courant de l'inducteur).

Ceci a été développé pour un sous système moteur en boucle ouverte. Pour le TRMS, un défaut intermittent par exemple peut être interprété par un contact partiellement endommagé de la nappe de 20 pistes (venant de la carte d'adaptation) et le connector CN2 de la base du TRMS.

II.8 Conclusion :

Dans ce chapitre, on a établi un modèle mathématique du simulateur d'hélicoptère TRMS, celui-ci a abouti à une représentation d'état fortement non linéaire et couplée. Cette modélisation nous permettra par la suite de concevoir des contrôleurs. Et finalement, nous avons introduit quelques notions sur les défauts dans les moteurs à courant continu.

II.9 Nomenclature :

ω_t : vitesse angulaire du rotor de queue.

ω_m : vitesse angulaire du rotor principal.

Ω_v : vitesse angulaire de la poutre autour de l'axe horizontal.

Ω_h : vitesse angulaire de la poutre autour de l'axe vertical.

J_v : La somme des moments d'inertie par rapport à l'axe horizontal.

J_h : La somme des moments d'inertie par rapport à l'axe vertical.

J_{tr} : Moment d'inertie du rotor de queue par rapport à son axe de rotation.

J_{mr} : Moment d'inertie du rotor principal par rapport à son axe de rotation.

$J_{tr} \omega_t$: Moment angulaire généré par le rotor de queue (effet gyroscopique) dû à la rotation de l'hélice du rotor principal.

$J_{mr} \omega_m \cos(\alpha_v)$: Moment angulaire généré par le rotor principal (effet gyroscopique) dû à la rotation de l'hélice du rotor secondaire.

- S_v : Moment angulaire des couples extérieurs (moment de gravitation, portance,...) dans le plan vertical.
- S_h : Moment angulaire des couples extérieurs dans le plan horizontal.
- $J_v\Omega_v$: Moment angulaire résultant dans le plan vertical.
- $J_h\Omega_h$: Moment angulaire résultant dans le plan horizontal.
- α_h : Angle d'azimut de la poutre.
- α_v : Angle d'élévation de la poutre.
- M_v : La somme des moments dans le plan vertical.
- M_h : La somme des moments des forces agissantes dans le plan horizontal.
- M_{v1} : Moment de la gravitation.
- M_{v2} : Moment de la force aérodynamique du rotor principal.
- M_{v3} : Moment de la force centrifuge.
- M_{v4} : Moment de friction (frottement).
- M_{h1} : Moment de la force aérodynamique du rotor de queue.
- M_{h2} : Moment de la force de friction.
- k_v : Constante de friction.
- k_h : Constante de friction.
- $F_v(\omega_m)$: Force aérodynamique du rotor principal.
- $F_h(\omega_t)$: Force aérodynamique du rotor secondaire.
- S_f : Balance scale.
- T_{mr} : La constante de temps du moteur principal.
- T_{tr} : La constante de temps du moteur secondaire.
- K_{mr} : Le gain statique du moteur principal.
- K_{tr} : Le gain statique du moteur secondaire.
- m_{mr} : La masse du rotor principal.
- m_m : La masse de la partie principale de la poutre.
- m_{tr} : La masse du rotor secondaire.
- m_t : La masse de la partie secondaire de la poutre.
- m_{cb} : La masse du contrepoids.
- m_b : La masse de la poutre du contrepoids.
- m_{ms} : La masse de l'hélice principale.
- m_{ts} : La masse de l'hélice secondaire.
- l_m : La longueur de la partie principale de la poutre.

- l_t : La longueur de la partie secondaire de la poutre.
- l_b : La longueur de la poutre du contrepoids.
- l_{cb} : La distance entre le contrepoids et l'articulation.
- g : L'accélération gravitationnelle.
- r_{ms} : Le rayon de l'hélice principale.
- r_{ts} : Le rayon de l'hélice secondaire.
- r_{mr} : Le rayon du rotor principal.
- r_{tr} : Le rayon du rotor secondaire.
- I : Moment d'inertie du moteur.
- R_a : Résistance de l'armature.
- K_I : Constante du couple moteur.
- T_L : Couple résistant généré par la charge du rotor.

Chapitre III

Concepts et principes des systèmes tolérants aux défauts

Sommaire :

Chapitre III :

Concepts et principes des systèmes tolérants aux défauts

III.1	Introduction	40
III.2	Les systèmes tolérants aux défauts.....	40
III.2.1	Objectifs de la commande tolérante aux défauts	40
III.2.2	Définitions et généralités sur les défauts	42
III.2.3	Classification des défauts.....	42
III.2.3.1	Défauts actionneurs	43
III.2.3.2	Défauts capteurs	43
III.2.3.3	Défauts composants ou systèmes	44
III.2.4	Modélisation des défauts	45
III.2.5	Les approches FTC	46
III.2.5.1	Méthodes passives	46
III.2.5.2	Méthodes actives	47
III.2.6	Etat de l'art des méthodes FTC actives	49
III.2.6.1	La méthode Pseudo-inverse	49
III.2.6.2	Approche par modèle de référence	50
III.2.6.3	Placement de structure propre	51
III.2.6.4	La loi de commande par séquençage de gain	52
III.2.6.5	Commande adaptative	53
III.2.6.6	Approche Multi-Modèles	53
III.3	Diagnostic de défauts à base de multi-modèles	54
III.3.1	Les multi-modèles autour de points de fonctionnement	54
III.3.2	Représentation multi-modèle en présence de défauts	59
III.4	Conclusion	60

III.1 Introduction :

Ce chapitre présente les principales stratégies de commande tolérante aux défauts. Il permet notamment de classer diverses méthodes en deux grandes catégories : les lois de commandes tolérantes aux défauts passives d'une part, et actives d'autre part. Nous nous focalisons dans une seconde partie de ce chapitre sur l'approche multi-modèle. Nous proposons de découvrir comment celle-ci a été utilisée à des fins de commande et de diagnostic de défauts.

III.2 Les systèmes tolérants aux défauts : [19] [20] [21]

III.2.1 Objectifs de la commande tolérante aux défauts :

Un système tolérant aux défauts possède la capacité de maintenir les objectifs nominaux en dépit de l'occurrence d'un défaut et à s'en accommoder de manière automatique. Il permet notamment de garantir la stabilité du système et/ou des performances dégradées acceptables en présence de défauts.

Dans le domaine industriel ou en aéronautique, ce type de problèmes a été souvent évité en se fondant sur de la redondance matérielle à base d'actionneurs et de capteurs. Cette stratégie est non seulement onéreuse mais elle requiert aussi un important dispositif de maintenance. Ainsi, la commande tolérante aux défauts traitée de manière analytique, permet d'éviter de tels coûts d'achat et d'entretien.

La tâche principale qui incombe à la commande tolérante aux défauts est de synthétiser des lois de commande avec une structure permettant de garantir la stabilité et les performances du système, non seulement lorsque tous les composants de la commande sont opérationnels, mais aussi lorsque des capteurs ou des actionneurs sont défectueux.

La commande tolérante aux défauts est généralement classée en deux approches distinctes : une approche passive (Passive Fault Tolerant Control, PFTC) et une approche active (Active Fault Tolerant Control, AFTC). Dans le cadre de la première approche, les régulateurs sont synthétisés de façon à être robuste à certains défauts. L'idée principale est de faire en sorte que le système en boucle fermée (BF) soit robuste aux incertitudes et à quelques défauts spécifiques. Cette approche ne nécessite aucun schéma de détection de défauts ni

aucune reconfiguration de loi de commande mais sa capacité de tolérance reste restreinte à quelques défauts.

A l'opposé de la voie passive, l'AFTC est amenée à réagir aux diverses défaillances du système en reconfigurant les lois de commande tout en préservant la stabilité et les performances de celui-ci.

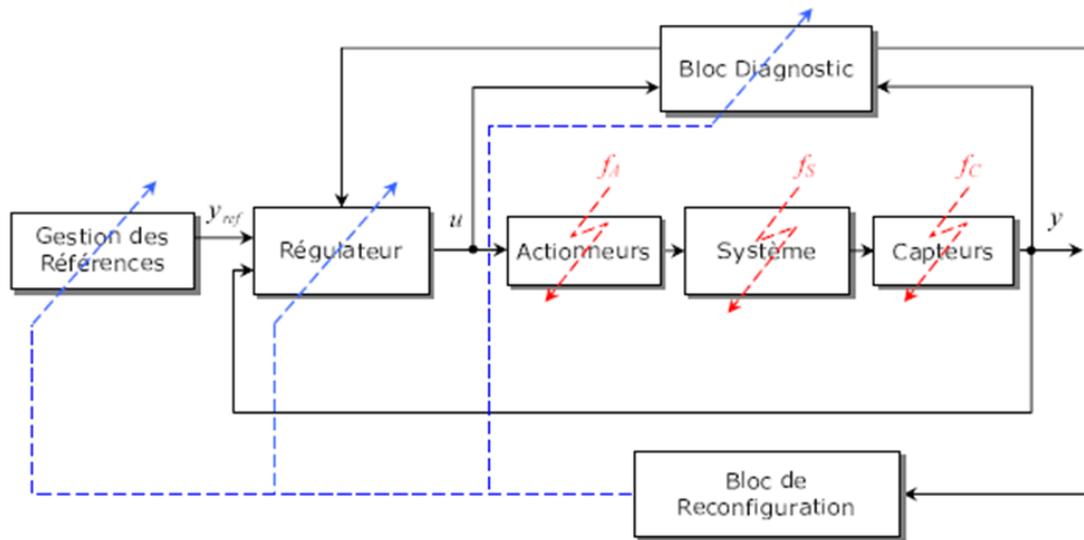


Figure III.1 : Principe d'un système de commande tolérante aux défauts.

La figure III.1 présente un schéma typique de systèmes de commande tolérante aux défauts avec 4 principaux composants : un bloc de diagnostic de défauts (en anglais Fault Detection and Diagnosis, FDD) donnant des informations en temps réel, un mécanisme de reconfiguration, un régulateur reconfigurable et une référence appliquée au système. Dans le schéma de FDD, les paramètres en défaut ainsi que les variables d'état du système doivent être estimés en ligne. Ce schéma de FDD doit permettre de prendre en compte les différents types de défauts intervenant sur le système et d'assurer la fiabilité de ses informations pour activer le mécanisme de reconfiguration en un temps minimal. A partir de cette information en ligne produite par le module de FDD, le régulateur reconfigurable doit être synthétisé automatiquement pour maintenir la stabilité, la dynamique du système ainsi que ses performances initiales. Dans le cas de dégradation de performances du système, la commande de référence doit permettre d'ajuster l'entrée de commande ou la trajectoire de référence automatiquement ou informer les opérateurs humains de la présence de défauts.

Pour poursuivre, une bonne connaissance des défauts s'impose.

III.2.2 Définitions et généralités sur les défauts :

La définition du défaut seule n'est pas suffisante, on définit alors les concepts suivants [17] :

- **Anomalie** : une particularité non conforme à la loi naturelle ou logique.
- **Défaillance** : une anomalie de fonctionnement au sein d'un système physique.
- **Panne** : l'inaptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise. Une panne résulte toujours d'une défaillance.
- **Défaut** : est une anomalie de comportement au sein du système. Ce concept est important dans les opérations de surveillance pour la conduite et la maintenance des processus industriels. Tout écart entre la caractéristique observée et la caractéristique de référence est considérée comme étant un défaut. Il est donc clair qu'une défaillance conduit à un défaut. Mais un défaut n'induit pas nécessairement une défaillance. En effet, le dispositif peut conserver son aptitude à accomplir sa tâche principale si les défauts n'ont pas d'impacts sur cette tâche. L'art du diagnostic consiste à détecter de façon précoce un défaut avant qu'il ne conduise à un état de défaillance donc de panne.
- **Perturbation** : consiste en tout phénomène conçu comme normal influençant un processus, bon ou mal, représenté par un modèle de référence.

III.2.3 Classification des défauts:

Différentes causes peuvent être à l'origine des dysfonctionnements dans le système.

Les *défaillances internes* résultent de différents facteurs plus ou moins maîtrisés: vieillissement, fatigue, maintenance mal adaptée. Elles produisent des dysfonctionnements des matériels, comme par exemple une défaillance de la structure physique (composants internes), du système de perception (capteurs matériels ou informationnels), ou défaillance du système d'action (actionneurs, régulateurs, réseaux de transmission, organes de traitement).

Les *défaillances externes* résultent de l'action de l'environnement dans lequel le système évolue (perturbations, erreurs des opérateurs humains).

Les défauts correspondent alors à des événements qui peuvent apparaître dans différentes parties d'un système, ils sont classés selon leur emplacement en trois catégories:

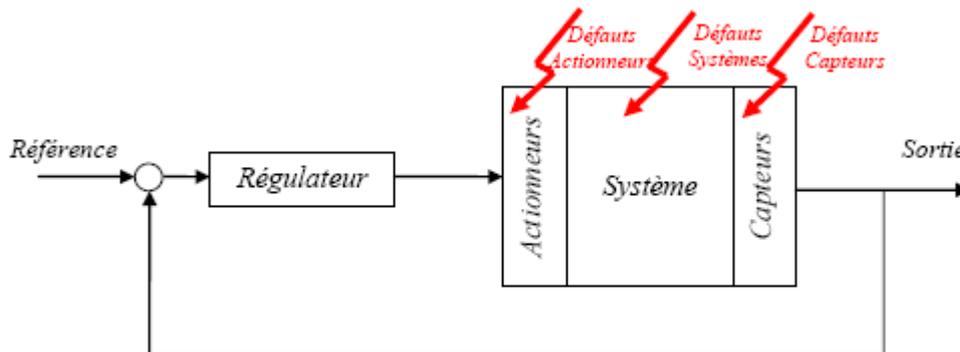


Figure III.2 : Boucle de régulation et différents défauts agissants.

III.2.3.1 Défauts actionneurs:

Ils représentent la perte partielle ou totale (complète) de l'action de commande et détériorent donc le signal d'entrée du système. Un exemple de perte totale d'un actionneur est un actionneur qui est resté "collé" sur une position entraînant une incapacité à commander le système. La raison d'un tel défaut peut être, par exemple un câblage coupé ou brûlé... L'actionneur partiellement défaillant produit seulement une partie de l'action normale (c'est à dire dans des conditions de fonctionnement nominales). Il peut résulter, par exemple, d'une fuite hydraulique ou pneumatique, perte de puissance d'un moteur ou chute dans la tension d'alimentation. Multiplier les actionneurs dans le système afin d'assurer la tolérance aux défauts n'est souvent pas une bonne solution à cause de leurs prix élevés et du volume qu'ils occupent.

III.2.3.2 Défauts capteurs:

Ce type de défaut est la cause d'une mauvaise image de l'état physique du système. Un défaut capteur partiel produit un signal plus ou moins lié à la vraie valeur de la variable à mesurer. Ceci peut être dû à un mauvais étalonnage ou un vieillissement de l'organe récepteur du capteur. Un défaut capteur total produit une valeur qui n'est pas en rapport avec la grandeur à mesurer. Il peut être dû à une coupure de fils, perte de contact avec la surface ...

En raison de leurs petites tailles, les capteurs peuvent être multipliés dans le système pour assurer la tolérance aux défauts.

III.2.3.3 Défauts composants ou systèmes :

Ce sont les défauts qui ont lieu dans les composants du système lui-même. C'est-à-dire tous les défauts n'appartenant pas à un défaut capteur ou actionneur sont classés de manière arbitraire dans cette catégorie. Ces défauts représentent les changements des paramètres physiques du système. Ils ont souvent comme conséquence le changement du comportement dynamique du système commandé.

Les défauts sont classés également selon leurs formes (voir figure) comme *Brusque*, *progressif* et *intermittent*.

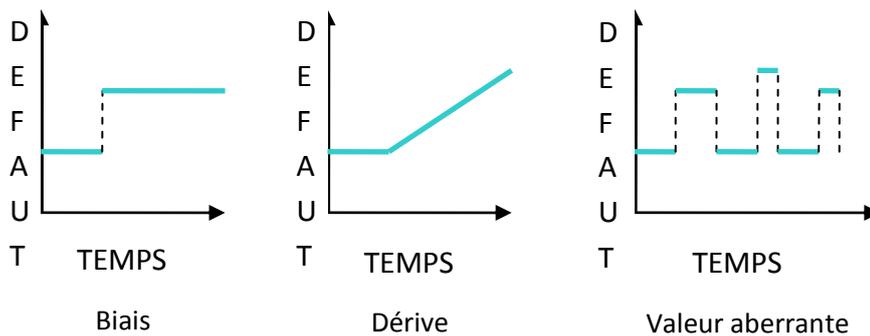


Figure III.3 : Répartition des défauts selon leurs formes.

Les défauts brusques (*biais*) se produisent instantanément souvent à cause de dommages matériels. Habituellement ils sont très graves car ils affectent les performances et/ou la stabilité du système commandé, de tels défauts exigent une réaction rigoureuse du bloc FTC. Les défauts progressifs (*dérives*) représentent les changements lents des valeurs paramétriques. Souvent dus au vieillissement, Ils sont plus difficiles à détecter en raison de leur dynamique lente, mais sont moins graves. Les défauts intermittents (*valeurs aberrantes*) sont des défauts qui apparaissent et disparaissent à plusieurs reprises, par exemple à cause d'un câblage partiellement endommagé.

Les défauts sont aussi classifiés selon leurs comportements temporels en permanents et transitoires (figure III.4). Un défaut permanent résulte d'une panne totale d'un composant, il peut être causé par un court-circuit dans le système. Il est donc nécessaire de réparer ou remplacer l'élément défectueux. Un défaut transitoire résulte d'un dysfonctionnement temporaire d'un composant à cause des radiations magnétiques, par exemple.

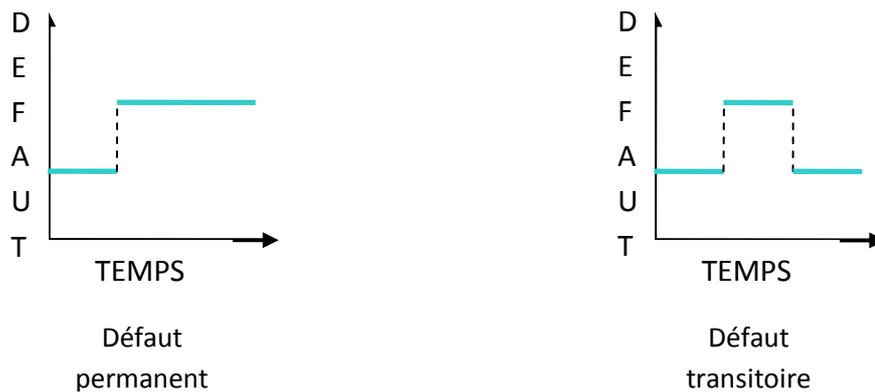


Figure III.4 : Répartition des défauts selon le comportement temporel.

III.2.4 Modélisation des défauts :

Supposons que l'on dispose d'un modèle linéaire d'un procédé sous la forme d'une représentation d'état, telle que :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Où $x(t)$ représente le vecteur d'état, $u(t)$ le vecteur de commande et $y(t)$ le vecteur de sortie du système, tels que : $x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m$ et $y \in \mathbb{R}^p$. A, B, C et D sont des matrices de dimensions respectives $n \times n, n \times m, p \times n$ et $p \times m$. Alors :

- Les défauts actionneurs sont modélisés comme des signaux additifs aux signaux d'entrée.
- Les défauts composants sont modélisés comme une dynamique additionnelle avec une matrice de distribution.
- Les défauts capteurs sont modélisés par des signaux additifs aux signaux de sortie.

Si l'on suppose que les trois types de défauts agissent sur le système, la modélisation mettant en évidence ces derniers peut être donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Hf_p(t) + B(u(t) + f_a(t)) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + f_c(t) \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

Où $f_a(t)$, $f_p(t)$ et $f_c(t)$ représentent respectivement les défauts d'actionneurs, les défauts composants et les défauts des capteurs, tels que : $f_a(t) \in R^{m \times 1}$, $f_p(t) \in R^{c \times 1}$ et $f_c(t) \in R^{p \times 1}$. La matrice H est dite matrice de distribution de $f_p(t)$ [17].

Dans le cas du TRMS, on ne va considérer que les défauts actionneurs sous forme additive, le système linéaire en défaut devient :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B(u(t) + f) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

Avec : $f = \begin{pmatrix} f_v \\ f_h \end{pmatrix}$ défaut actionneur du TRMS

III.2.5 Les approches FTC :

La commande FTC est généralement classée en deux approches distinctes : une approche passive et une approche active.

III.2.5.1 Méthodes passives:

Dans l'approche passive, la loi de commande est conçue pour être robuste à un ensemble prédéfini de défauts et elle ne sera pas changée lors de l'occurrence de défaut. Elle est basée sur l'idée que les défauts représentent des perturbations sur le système et exploite les techniques de la commande robuste à ces perturbations. Son application est cependant très limitée à cause de ses inconvénients :

- Un ensemble très restreint de défauts est considéré; souvent les défauts ayant un effet réduit sur le comportement du système peuvent être traités par cette approche.

- Assurer la robustesse vis-à-vis de certains défauts est obtenue au dépend d'un niveau de performance dégradé en régime normal de fonctionnement. Comme les défauts sont des évènements qui ne se produisent que rarement, il n'est pas raisonnable de dégrader de manière significative et permanente les performances du système afin d'être insensible envers une classe restreinte de défauts qui ne se produirait qu'occasionnellement lors d'un cycle de fonctionnement.

- De plus, il apparaît évident que plus l'ensemble des défauts prédéfini sera grand et/ou plus l'impact de ces défauts est jugé important sur le niveau de performances pouvant être atteints, plus le comportement en situation normale sera dégradé.

Ainsi, les systèmes FTC passifs garantissent de manière générale un faible niveau de performances. Cependant, dans certaines applications où la classe de défauts est connue et restreinte, ces techniques pourraient s'avérer suffisantes.

III.2.5.2 Méthodes actives:

L'approche active de la commande FTC intègre un mécanisme de diagnostic pour détecter et localiser les défauts pouvant affecter le système. Dès lors qu'un défaut est détecté par le module de diagnostic, la stratégie FTC est activée via un mécanisme de reconfiguration.

Les méthodes actives sont généralement classifiées en deux sous classes : l'accommodation de défauts, et la reconfiguration du système.

La reconfiguration du système:

Les approches dites de reconfiguration du système sont souvent fondées sur l'existence de redondance de chaînes de mesures et/ou d'actionneurs. L'idée consiste à détecter et à isoler convenablement les défauts, et à commuter ensuite sur une nouvelle chaîne d'actionneurs et/ou capteurs redondants sains.

Dans ce contexte, la véritable problématique de la reconfiguration du système est donc une problématique de diagnostic. Ce type de techniques est utilisé par exemple dans le domaine spatial.

L'accommodation de défauts:

Dans le cadre de l'accommodation de défauts, on distingue : les méthodes à base de projection, les méthodes de reconception en ligne.

Méthodes à base de projection:

Cette première approche est basée sur l'idée qu'il existe un banc de régulateurs pré-calculés pour chaque mode de fonctionnement. Un régulateur pour le mode de fonctionnement nominal et un régulateur pour chaque mode défaillant. La sélection du régulateur associé au mode de fonctionnement actif (présent) est effectuée par le coordinateur, qui est constitué d'un ensemble d'estimateurs permettant la reconstruction des sorties du système pour chaque mode de fonctionnement.

Après avoir évalué les performances de chaque mode, le régulateur concerné est sélectionné comme illustré à la figure III.5.

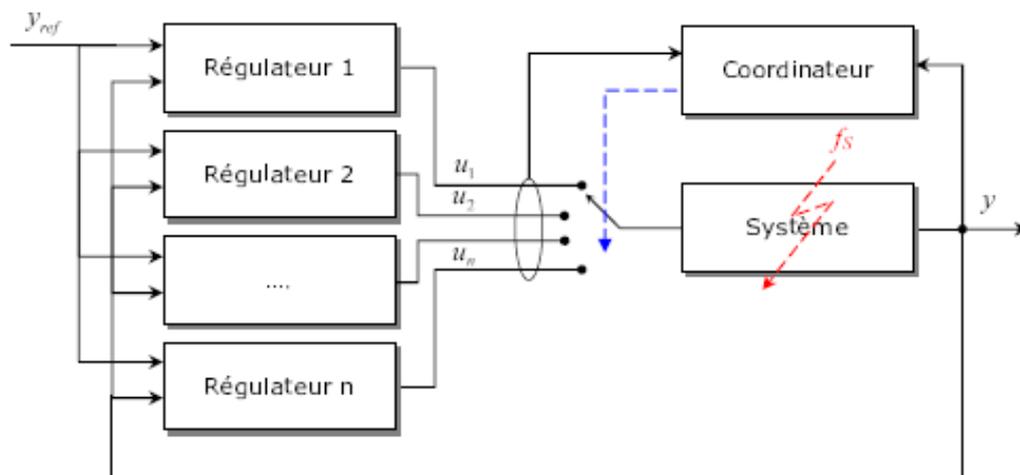


Figure III.5 : Structure du système tolérant aux défauts actif à base de banc de régulateurs.

Cette approche ne semble pas raisonnable dans le cas d'un nombre important de défauts car il faut également un nombre important de régulateurs à synthétiser.

Méthodes de reconception en ligne:

Les méthodes de reconception en ligne impliquent un calcul en ligne des paramètres du correcteur (commande reconfigurable) ou une nouvelle synthèse de la loi de commande modifiant ainsi la structure et les paramètres de cette dernière (commande restructurable).

La classification précédente est résumée sur la figure III.6.

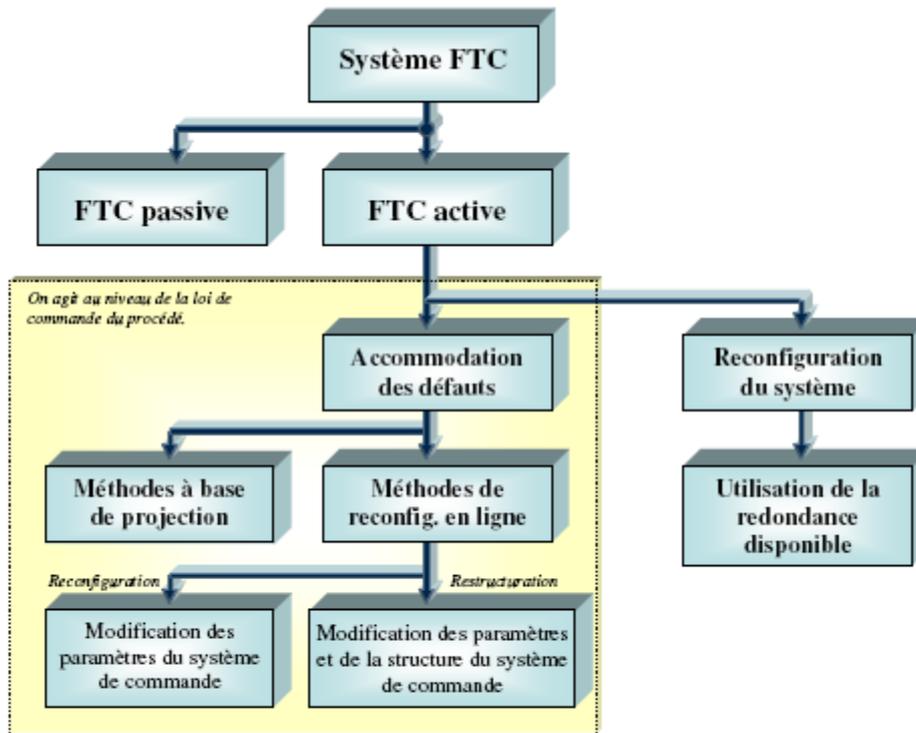


Figure III.6 : Classification des approches FTC.

III.2.6 Etat de l’art des méthodes FTC actives :

Grâce à leurs meilleures performances et leur capacité de traiter une large classe de défauts, les méthodes FTC actives sont plus développées dans la littérature que les méthodes passives. Un tour d’horizon des techniques utilisées est présenté dans la suite.

III.2.6.1 La méthode Pseudo-inverse :

La méthode pseudo-inverse est l'une des méthodes FTC les plus citées grâce à sa simplicité de calcul et sa capacité de traiter une grande classe de défauts système, à condition qu’ils soient prédéfinis. Elle considère un système nominal de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (III.3)$$

avec une commande par retour d'état linéaire $u = F x$, en supposant l'état accessible à la mesure. Le système en défaut se représente de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = A_f x + B_f u_R \\ y = C_f x \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

Où la nouvelle loi de commande reconfigurée est de structure équivalente, c'est-à-dire $u_R = F_R x$. Le but est de trouver la matrice de gain de retour d'état F_R telle que l'écart entre les matrices d'état du système nominal et en défaut soit minimisé :

$$\begin{cases} F_R = \arg_{F_R} \min \| (A + BF) - (A_f + B_f F_R) \|_F \\ = B_f^+ (A + BF - A_f) \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

Où B_f^+ est la pseudo-inverse de la matrice B_f .

Le principal inconvénient relatif à cette méthode réside dans le fait que la loi de commande optimale ne garantit pas toujours la stabilité en boucle fermée du système défaillant. Des extensions de la méthode utilisant une optimisation sous contrainte pour garantir la stabilité du système en boucle fermée ont été proposées.

III.2.6.2 Approche par modèle de référence :

La méthode à base de modèle de référence permet de concevoir une nouvelle loi de commande telle que les performances du système défaillant commandé s'approche le plus possible de celles d'un modèle désiré.

Généralement, la méthode considère un modèle de référence de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_M = A_M x + B_M r \\ y_M = x_M \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

Le but est de synthétiser les matrices Kr et Kx telles que la loi de commande par retour d'état u définie par :

$$u = K_r r + K_x x \quad (\text{III.7})$$

puisse maintenir un niveau de performance acceptable du système défaillant représenté par le système d'équation (III.4). On cherche alors les matrices K_r et K_x telles que le système défaillant (III.4) coïncide au modèle de référence (III.6) en boucle fermée. Il vient alors que :

$$\begin{aligned} K_x &= (CB)^{-1}(A_M - CA) \\ K_r &= (CB)^{-1}B_M \end{aligned} \quad (\text{III.8})$$

Ces gains sont obtenus si le système a le même nombre de signaux mesurés que d'actionneurs et que l'inverse de la matrice CB existe. Lorsque les matrices du système A_f , B_f sont inconnues, on peut les substituer par des estimation (\hat{A}, \hat{B}) , il en résulte alors une méthode indirecte (ou explicite) qui ne garantit pas toujours la stabilité en boucle fermée. Afin de palier à ce problème, la méthode dite directe (ou implicite) peut être utilisée. L'idée consiste à calculer directement les matrices de gain des correcteurs K_r et K_x à partir d'une méthode adaptative.

III.2.6.3 Placement de structure propre :

L'objectif de cette méthode est de ramener la structure propre (c'est-à-dire les vecteurs et les valeurs propres) de la matrice A du modèle en boucle fermée en cas de défauts à la structure propre nominale. L'idée principale est d'affecter exactement certaines valeurs propres dominantes et en même temps de minimiser l'écart entre les vecteurs propres correspondants (norme $|\cdot|_2$). La procédure a été développée pour un retour d'état constant et un retour de sortie.

Plus particulièrement, dans le cas d'un retour d'état, si λ_i , $i = 1, 2, \dots, n$ sont les valeurs propres de la matrice dynamique du système nominal en boucle fermée obtenues par l'interconnexion de (III.3) et la commande par retour d'état constant $u = Fx$, et si v_i sont leurs vecteurs propres correspondants, alors, la méthode par placement de structure propre calcule le gain de retour d'état pour le système avec défauts (III.4) comme étant la solution du problème suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{trouver } F_R \\ \text{tel que } (A_f + B_f F_R)v_i^f = \lambda_i v_i^f, i = 1, 2, \dots, N \\ \text{et } v_i^f = \arg_{v_i^f} \min \|v_i - v_i^f\|^2 w_i \end{array} \right. \quad (\text{III.9})$$

Avec $\arg_{v_i^f} \min \|v_i - v_i^f\|^2 w_i = (v_i - v_i^f)^T W_i (v_i - v_i^f)$ où la matrice W_i est une matrice de pondération définie positive servant de degré de liberté supplémentaire. En d'autres termes le nouveau gain F_R est synthétisé de manière à ce que les pôles du système en boucle fermée coïncident avec les pôles du système nominal en boucle fermée ; de même que les vecteurs propres des matrices d'état doivent être les plus proches possibles. Du fait que les valeurs et les vecteurs propres déterminent la forme de la réponse du système en boucle fermée, le but est donc de préserver la dynamique du système en boucle fermée la plus proche possible de celle dans le cas nominal. Ainsi, la méthode par placement de structure semble garantir la stabilité du système en boucle fermée. La charge de calcul ne semble pas importante par le fait que la solution de l'expression analytique (III.9) est disponible, c'est-à-dire que l'optimisation en ligne n'est pas nécessaire. Le désavantage vient du fait que les erreurs de modèles ne sont pas aisément incorporables dans le calcul d'optimisation et que seuls des régulateurs statiques sont considérés.

III.2.6.4 La loi de commande par séquençement de gain :

Appartenant à la classe des méthodes à base de projection, cette loi a été largement appliquée au domaine de l'aéronautique où un correcteur linéaire invariant unique ne peut remplir l'ensemble des objectifs de performance et de robustesse sur la totalité du domaine de fonctionnement (situation normal et défaillante).

L'idée consiste alors, à partir d'une structure d'une loi de commande FTC fixe, à modifier la valeur des gains du correcteur FTC en fonction de certains paramètres physiques variant avec le temps (la vitesse d'un véhicule, l'altitude, la masse, etc....) et/ou en fonction d'un résultat de diagnostic.

Un système muni d'une loi de commande séquençée peut être vu comme un système avec une commande de retour d'état dont les gains sont ajustés par compensation. Cependant

l'ajustement effectué par cette loi de commande ne tient pas compte des performances du système en boucle fermée. Ceci implique une robustesse accrue du module de FDD car toute fausse alarme ou défaut non détecté pourrait entraîner une instabilité et conduire au désastre.

III.2.6.5 Commande adaptative :

La commande adaptative forme une classe très convenable pour l'approche FTC active. Grâce à leur capacité d'adaptation automatique aux changements des paramètres du système, ces méthodes peuvent être qualifiées d' « Auto configurables » c'est-à-dire que souvent elles ne nécessitent pas un mécanisme de reconfiguration et un bloc FDI. Ceci est cependant vrai généralement pour des défauts de composants et des défauts d'actionneurs mais pas pour certains défauts de capteurs.

Un autre inconvénient de cette approche réside dans la difficulté de déterminer les matrices de pondération nécessaires au compromis stabilité/performance. Ainsi, les différentes situations étudiées ne font souvent intervenir que des défauts peu sévères et la présence de bruits n'est pas prise en compte.

III.2.6.6 Approche Multi-Modèles :

L'approche Multi-Modèle est basée sur un ensemble de modèles $j = 1, \dots, N$ décrivant le système dans diverses conditions opératoires selon la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} x = f_j(x, u) \\ y = g_j(x, u) \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

Où $f_j(x, u)$ et $g_j(x, u)$ sont des fonctions connues pour chaque modèle j . Chaque modèle représente un type de défaut. Ainsi, pour chaque modèle j , un régulateur R_j est synthétisé. L'objectif est de synthétiser en ligne la loi de commande à appliquer au système au travers une combinaison pondérée, de différentes lois de commande issues de chaque régulateur R_j .

Dans le cadre des multi-modèles représentant chacun un défaut particulier, les désavantages résident dans le fait qu'un nombre fini et prédéterminé de défauts est capable d'être détecté.

En effet, selon la plupart des approches multi-modèles proposées, celles-ci ne considèrent qu'un seul défaut pouvant intervenir à la fois sur le système et que par conséquent un seul modèle j est sélectionné. Si le modèle représentant le système à l'instant k n'appartient pas à l'ensemble des modèles prédéfinis, la commande alors associée n'est pas optimale correspondant à une pondération inadéquate de plusieurs modèles à la fois conduisant le système à l'instabilité.

Dans cette première section, nous avons classé les plus importantes approches de commande tolérante aux défauts notamment celles utilisant l'approche multi-modèle. Nous nous focalisons désormais sur les méthodes dédiées aux systèmes non linéaires représentés par des multi-modèles.

III.3 Diagnostic de défauts à base de multi-modèles : [21] [22]

III.3.1 Les multi-modèles autour de points de fonctionnement :

La modélisation représente une étape indispensable pour la conduite de processus industriels. Cette étape est tout aussi nécessaire pour l'élaboration d'une loi de commande ou d'un schéma de diagnostic. La modélisation d'un processus vise donc à établir les relations qui lient les variables caractéristiques de ce dernier entre elles et à représenter d'une manière rigoureuse son comportement dans un domaine de fonctionnement donné.

Les multimodèles représentent les systèmes non linéaires sous forme d'une interpolation entre des modèles linéaires locaux. Chaque modèle local est un système dynamique LTI valide autour d'un point de fonctionnement. Selon l'information disponible, plusieurs méthodes distinctes peuvent être utilisées pour l'obtention d'un multi-modèle. Deux méthodes sont principalement utilisées : Si l'on ne dispose que des mesures des entrées et sorties du système, on procède par identification en cherchant ou en imposant la structure du multimodèle, si en revanche, on dispose d'un modèle non linéaire explicite on pourra

procéder par linéarisation autour de différents points de fonctionnement pour pouvoir utiliser des techniques de commande ou de diagnostic faites pour les cas linéaires.

Un des points fondamentaux de l'approche multi-modèle reste le choix du nombre ainsi que l'emplacement des points de fonctionnement afin de refléter au mieux l'évolution intrinsèque du système. Il est important de définir des critères pour une meilleure sélection des régimes linéaires :

- Stabilité des régimes de fonctionnement,
- Bonnes performances des régimes,
- Bonnes commutations entre les modèles.

Cependant, l'augmentation des problèmes liés à la commutation entre modèles et au temps de calcul n'est pas négligeable. De ce fait, il sera judicieux de choisir le nombre de modèles et la zone des modèles avec parcimonie.

De manière à illustrer ces propos, considérons un système non linéaire pour lequel nous cherchons à obtenir une représentation multi-modèle permettant de décrire le comportement de ce système. Ainsi sur la figure III.7, la représentation statique révèle l'importance du choix du nombre optimal de modèles locaux à utiliser. On peut aisément comprendre sur cet exemple, l'utilité de la décomposition en plusieurs modèles car il apparaît alors évident qu'un seul modèle ne peut simuler le fonctionnement du système sur toute la plage de fonctionnement.

En revanche, le choix d'une décomposition en trois modèles linéaires paraît plus judicieux pour réaliser un compromis entre la représentation du système non-linéaire et la charge de calcul.

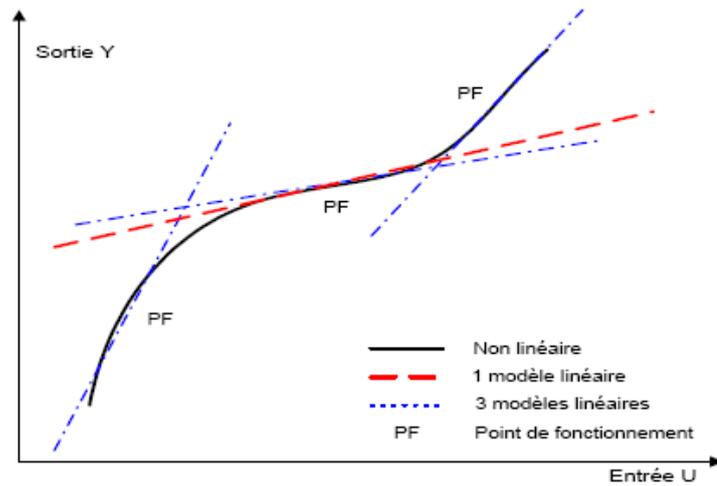


Figure III.7 : Caractéristique statique : choix du nombre de modèles locaux.

Illustrons la seconde approche en considérant un système statique non linéaire (III.11), pour lequel nous cherchons à déterminer une représentation multimodèle permettant de décrire le comportement de ce système.

$$y(t) = F(x(t)) \tag{III.11}$$

Supposons qu'on dispose d'un ensemble de N modèles locaux $f_i(x(t))$ descriptifs du comportement du système dans différentes zones de fonctionnement. Ces modèles peuvent être construits par exemple à partir de connaissances physiques sur le fonctionnement du système dans ces zones. La validité locale de chaque modèle f_i est indiquée par une fonction de validité $\omega_i(\xi(t))$ pour $i \in \{1, \dots, N\}$. Le modèle global s'obtient de la manière suivante :

$$y_m(t) = \frac{\sum_{i=1}^N \omega_i(\xi(t)) f_i(x(t))}{\sum_{j=1}^N \omega_j(\xi(t))} \tag{III.12}$$

Posons :

$$\mu_i(x(t)) = \frac{\omega_i(\xi(t))}{\sum_{j=1}^N \omega_j(\xi(t))} \tag{III.13}$$

En combinant les équations (III.12) et (III.13), on obtient l'expression générale d'une structure multimodèle :

$$y_m(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t)) f_i(x(t)) \quad (III. 14)$$

La fonction d'activation $\mu_i(\xi(t))$ détermine le degré d'activation du $i^{\text{ème}}$ modèle local associé. Selon la zone où évolue le système, cette fonction indique la contribution plus ou moins importante du modèle local correspondant dans le modèle global (multimodèle). Elle assure un passage progressif de ce modèle aux modèles locaux voisins. Ces fonctions sont généralement de forme triangulaire, sigmoïdale ou Gaussienne, et doivent satisfaire les propriétés suivantes (convexité) :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t)) = 1 \\ 0 \leq \mu_i(\xi(t)) \leq 1 \end{cases} \quad (III. 15)$$

Où ξ est la variable d'indexation qui dépend, par exemple, des variables d'état mesurables et/ou des valeurs du signal d'entrée ou de sortie du système.

Dans ce rapport, le calcul des fonctions de pondération se fait par l'approche floue. L'approche floue propose un ensemble de règles "**Si prémisses Alors conséquence**", telle que la conséquence d'une règle est la sélection d'un modèle. Le modèle global est alors obtenu par l'agrégation des différents modèles locaux.

La $i^{\text{ème}}$ règle du modèle flou s'écrit :

$$\text{Si } \xi_1(t) \text{ est } F_i^1 \text{ et } \dots \text{ et } \xi_p(t) \text{ est } F_i^p \text{ alors : modèle } f_i, i \in \{1, \dots, r\} \quad (III. 16)$$

Où F_i^j est l'ensemble flou et r est le nombre de règles **Si - Alors**.

$\xi_1(t) \dots \xi_p(t)$: Prémises fonction d'état.

Les fonctions de validités s'écrivent alors :

$$w_i(\xi(t)) = \prod_{j=1}^p F_i^j(\xi_j(t)), i = 1, 2, \dots, r \text{ avec } \xi(t) = [\xi_1(t) \dots \xi_p(t)]$$

$F_i^j(\xi_j(t))$: Valeur de la fonction d'appartenance de $\xi_j(t)$ dans l'ensemble flou F_i^j .

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = g(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (III. 17)$$

Où $x(t) \in R^n$ est le vecteur d'état, $y(t) \in R^p$ est le vecteur de sortie et $u(t) \in R^m$ est le vecteur d'entrée. Par la suite, nous représenterons le système non linéaire (III. 17) par un multimodèle, composé de plusieurs modèles locaux linéaires ou affines, tel que chaque modèle local est obtenu en linéarisant le système non linéaire autour d'un point de fonctionnement arbitraire $(x_i, u_i) \in R^n \times R^m$.

Dans ce cas, on définit les modèles locaux comme le premier terme du développement en série de Taylor du système (III. 17).

D'un point de vue mathématique, ceci correspond à approcher une fonction non linéaire par son plan tangent au point (x_i, u_i) . On suppose que les différents modèles locaux sont issus d'une linéarisation autour de N points de fonctionnement $(x_i, u_i) i \in \{1, \dots, N\}$. La formulation multimodèle est la suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t)) (A_i x(t) + B_i u(t) + \Delta X_i) \\ y(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t)) (C_i x(t) + D_i u(t) + \Delta Y_i) \end{cases} \quad (III. 18)$$

Avec

$$A_i = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_i \\ u=u_i}}, \quad B_i = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right|_{\substack{x=x_i \\ u=u_i}}, \quad \Delta X_i = f(x_i, u_i) - A_i x_i - B_i u_i$$

$$C_i = \left. \frac{\partial g(x, u)}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_i \\ u=u_i}}, \quad D_i = \left. \frac{\partial g(x, u)}{\partial u} \right|_{\substack{x=x_i \\ u=u_i}}, \quad \Delta Y_i = g(x_i, u_i) - C_i x_i - D_i u_i$$

La précision de la modélisation souhaitée dépend directement du nombre de modèles locaux N, de la complexité du système non linéaire ainsi que du choix des fonctions d'activation devant satisfaire les relations (III. 15).

La représentation mathématique des multi-modèles s'apparente aussi à des formes de modélisation de systèmes de type Linéaires à Paramètres Variants dans le temps ou LPV, dont les paramètres varient dans le temps. Certains systèmes LPV sont intéressants à étudier notamment les systèmes LPV affines de la forme $A_0 + \sum_{j=1}^N \Theta_k^j A_j$. Une autre représentation intéressante des systèmes LPV est la représentation polytopique où les systèmes non linéaires sont modélisés sous une forme polytopique $\sum_{j=1}^N \rho_k^j \tilde{A}_j$ (Voir Annexe C), similaire à celle utilisée en multi-modèles. Cette forme polytopique est une généralisation des systèmes affines. [21]

III.3.2 Représentation multi-modèle en présence de défauts :

Afin d'avoir un modèle qui représente à la fois le système autour des différents points de fonctionnement considérés tout en tenant compte des défauts actionneurs et capteurs, nous redéfinissons la représentation d'état. En reprenant l'équation non linéaire (III.17), La dynamique du système (III.17) autour de différents points de fonctionnement est supposée approximée par un ensemble de N modèles linéaires invariants. Soit la représentation d'état suivante d'un système non linéaire autour du $i^{\text{ème}}$ point de fonctionnement, $i \in \{1, \dots, N\}$, en présence de défauts :

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = A_i x_f(t) + B_i u_f(t) + L_i f + \Delta X_i \\ y_f(t) = C_i x_f(t) + L_{yi} h + \Delta Y_i \end{cases} \quad (III.19)$$

où les matrices (A_i, B_i, C_i) sont des matrices invariantes définies autour du $i^{\text{ème}}$ point de fonctionnement (PF_{*i*}). Les matrices de distribution des défauts actionneurs et capteurs sont représentées respectivement par $L_{xi} \in R^{n \times s}$ et $L_{yi} \in R^{p \times s}$. $f \in R^s$ représente le vecteur des défauts actionneurs et $h \in R^s$ le vecteur des défauts capteurs. ΔX_i et ΔY_i représentent les vecteurs constants dépendants du $i^{\text{ème}}$ point de fonctionnement définis précédemment. Ainsi, le système linéaire (III.19) peut être spécifié par un ensemble de matrices :

$$S_i = \begin{bmatrix} A_i & B_i & L_{xi} & \Delta X_i \\ C_i & L_{yi} & \Delta Y_i & \end{bmatrix}, \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (III.20)$$

Afin de pouvoir représenter le système non linéaire (III.17), l'ensemble de modèles linéaires (III.20) est utilisé à chaque instant par S une séquence de matrices variant dans un ensemble convexe, définie par :

$$S = \left\{ \sum_{i=1}^N \rho_i S_i : \rho_i \geq 0, \sum_{i=1}^N \rho_i = 1 \right\} \quad (III.21)$$

Les fonctions de pondération ou d'activation $\rho_i \forall i \in \{1, \dots, N\}$ évoluent dans un ensemble convexe - tel que :

$$\Omega = \left\{ \rho_i : \rho_i \geq 0, \sum_{i=1}^N \rho_i = 1 \right\} \quad (III.22)$$

Les défauts capteurs considérés comme des incertitudes structurées, peuvent être interprétés mathématiquement comme des défauts actionneurs par une augmentation d'état en supposant une dynamique lente du défaut capteur ? Il est alors possible de redéfinir la représentation (III.20) avec une matrice de distribution des défauts L_i et un vecteur unique de défauts f de dimensions appropriées, de la manière suivante :

$$S_i = \begin{bmatrix} A_i & B_i & L_i & \Delta X_i \\ C_i & \Delta Y_i & & \end{bmatrix}, \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (III.23)$$

Cette dernière représentation du système non linéaire va nous permettre dans les chapitres suivants, de pouvoir avoir une représentation à la fois du système autour de différents points de fonctionnement tout en pouvant effectuer un travail de commande et de diagnostic de défauts.

III.4 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté un tour d'horizon des différentes méthodes de synthèse de loi de commande tolérante aux défauts. La deuxième partie du chapitre a été consacrée à l'approche multi-modèle. Nous avons montré comment cette approche pouvait être utilisée dans le cas de représentation des systèmes en défaut, ce qui nous semble essentiel pour les développements qui vont suivre.

Chapitre IV

Synthèse de la commande multi contrôleurs

Sommaire : _____

Chapitre IV :

Synthèse de la commande multi contrôleurs

IV.1	Introduction	61
IV.2	Généralités	62
IV.2.1	Analyse convexe et inégalités linéaires matricielles	62
IV.2.1.1	Analyse convexe	62
IV.2.1.2	Problèmes classiques LMI	63
IV.2.1.3	Ecriture de contraintes sous forme LMI.....	63
IV.2.1.4	Régions LMIs	64
IV.2.1.5	placement de pôles par approche LMI	65
IV.2.2	Concept général de la commande multi contrôleurs	66
IV.2.3	Commutation floue et approche directe.....	68
IV.3	Rappel théorique sur les commandes utilisées.....	68
IV.3.1	La commande H^∞	68
IV.3.1.1	Outils fondamentaux	68
IV.3.1.2	Robustesse des systèmes asservis	72
IV.3.2	Commande par retour d'état	77
IV.3.3	Logique floue.....	79
IV.3.3.1	Notions de base sur la logique floue	79
IV.3.3.2	Commande par la logique floue	82
IV.4	Synthèse des commandes.....	84
IV.4.1	Construction du multi modèle	84
IV.4.2	Commandabilité du simulateur.....	86
IV.4.3	Commande multi contrôleurs	86
IV.4.4	Commande multi contrôleurs par retour d'état avec LMI.....	87
IV.4.5	Commande multi contrôleurs H^∞	96
IV.5	Conclusion	105

IV.1 Introduction :

Les systèmes non linéaires, ayant d'importantes interactions entre les différents états, présentent un modèle mathématique difficile à obtenir et souvent incertain. Toutefois, il est possible d'avoir plusieurs modèles assez simples du même procédé associés à différents environnements. Ainsi, le problème de contrôle se simplifierait considérablement si l'on arrive à synthétiser un contrôleur performant à chaque modèle local. De ce fait, on peut développer une commande multi-contrôleurs afin d'asservir le système non linéaire par l'intermédiaire de l'interpolation des lois de commande issues des régulateurs locaux synthétisés autour de N points de fonctionnement différents.

Dans ce chapitre, nous allons aborder les développements théoriques des différentes techniques de commande qui sont utilisées ultérieurement pour synthétiser les régulateurs de la commande multi contrôleur à appliquer à notre système.

Nous commencerons par l'étude de la commande par retour d'état avec action intégrale. On montre comment déterminer les gains des régulateurs, qui sont solutions d'un ensemble d'inégalités linéaires matricielles (LMI). Ensuite, nous passerons à la commande H_∞ et terminerons par la logique floue qui sera utilisée pour synthétiser un commutateur flou. Celui-ci combinera les effets des régulateurs pour obtenir un signal de commande à appliquer au système.

Le chapitre se termine par des simulations du système en boucle fermée dans les différentes situations dans lesquelles peut évoluer le Twin Rotor (système sans défauts et sans variations paramétriques, système avec variations paramétriques et absence de défauts, système défaillant).

IV.2 Généralités :

Cette section est consacrée aux notions et aux concepts utilisés le long de ce chapitre. On y trouve une étude de l'outil numérique LMI. Nous présentons également le concept de la commande multi contrôleurs. Enfin, nous définissons la commande multi contrôleurs directe par commutateur flou.

IV.2.1 Analyse convexe et inégalités linéaires matricielles : [22]

IV.2.1.1 Analyse convexe :

La convexité est une notion à la fois ensembliste et fonctionnelle, voici les définitions dans chacun des cas.

- **Définition 1** : *ensemble convexe*. Soit un ensemble $\mathcal{E} \in R^n$, \mathcal{E} est un ensemble convexe si et seulement si :

$$\forall \lambda \in [0 \ 1] \subset R, \forall (x_1, x_2) \in \mathcal{E}^2, \quad \lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2 \in \mathcal{E} \quad (IV.1)$$

- **Définition 2** : *fonction convexe*. Soit une fonction $f : \mathcal{E} \in R^n \rightarrow R$, avec \mathcal{E} est un ensemble convexe, alors f est convexe si et seulement si :

$$\forall \lambda \in [0 \ 1] \subset R, \forall (x_1, x_2) \in \mathcal{E}^2, f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2) \quad (IV.2)$$

L'aspect géométrique peut être visualisé sur les figures suivantes :

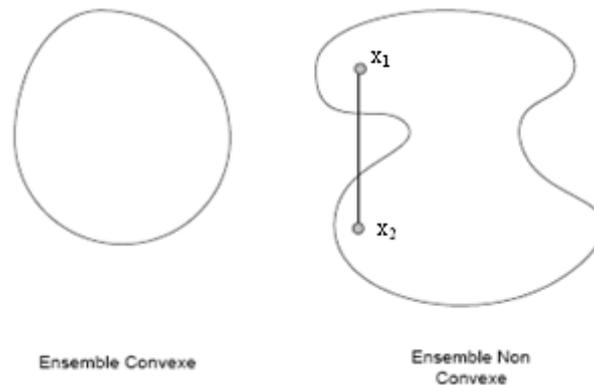


Figure IV.1 : Exemples convexes et non convexes.

Un problème d'optimisation convexe s'énonce donc comme suit $\min_{x \in \mathcal{E}} (f(x))$, où \mathcal{E} est un ensemble convexe et f est une fonction convexe.

De même, une contrainte $f_i(x) \leq 0$ est dite convexe si la fonction f_i est convexe. Un des avantages de la convexité est que toute optimisation d'une fonction convexe définie sur un ensemble convexe peut se traiter localement car toute solution locale devient globale.

IV.2.1.2 Problèmes classiques LMI :

- **Définition 3** : étant donnée une famille de matrices symétriques P_0 et P_i , $i \in \{1, \dots, n\}$ de $R^{p \times p}$ et un vecteur $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in R^n$, une LMI stricte (resp. non stricte) en $x_i, i \in \{1, \dots, n\}$ s'écrit sous la forme :

$$F(x) = P_0 + \sum_{i=1}^n x_i P_i > 0 \text{ (resp. } \geq 0) \quad (IV.3)$$

Remarquons que l'ensemble E défini par $E = \{x \in R : F(x) > 0\}$ est convexe, ce qui nous amène à considérer une contrainte LMI comme une contrainte convexe.

IV.2.1.3 Ecriture de contraintes sous forme LMI :

Parmi les exemples les plus classiques de contraintes de type LMI dont nous aurons besoin tout au long de ce mémoire, citons :

– **Complément de Schur** : soient trois matrices

1. $\begin{pmatrix} Q(x) & Z(x) \\ S^T(x) & R(x) \end{pmatrix} > 0$
2. $R(x) > 0, Q(x) - S(x)R^{-1}(x)S^T(x) > 0$

– **Contraintes quadratiques convexes** : la contrainte sur la norme $\|Z(x)\| < 1$, où $Z(x) \in R^{p \times q}$ est affine par rapport à la variable $x \in R^p$ est représentée par :

$$\begin{pmatrix} I_p & Z(x) \\ Z^T(x) & I_q \end{pmatrix} > 0 \quad (IV.4)$$

IV.2.1.4 Régions LMIs :

- **Définition 4 :** Une région S du plan complexe est appelée région LMI si il existe une matrice symétrique $\alpha \in R^{m \times m}$ et une matrice $\beta \in R^{m \times m}$ telle que :

$$S = \{z \in C : f_S(z) < 0\} \tag{IV.5}$$

Avec : $f_S(z) = \alpha + z\beta + z^*\beta^T$. La notation z^* désigne le conjugué de z . $f_S(z)$ est appelée la fonction caractéristique de S .

En d'autres termes, une région LMI est une région du plan complexe qui est caractérisée par une LMI en fonction de z et z^* , ou de $a = Re(z)$ et $b = Im(z)$. Les régions LMI sont donc des ensembles convexes.

✓ **Exemples de régions LMI :**

En posant $a = Re(z)$ et $b = Im(z)$, il vient :

$$a = \frac{z+z^*}{2}, \quad \text{et} \quad b = \frac{z-z^*}{2j} \tag{IV.6}$$

Le demi-plan gauche pouvant être caractérisé par $a < 0$, la fonction caractéristique du demi-plan complexe est donnée par :

$$f_S(z) = z + z^* \tag{IV.7}$$

Considérons les trois régions du demi-plan complexe gauche illustrées sur la figure IV.2.

La région S_1 du plan complexe, $a < -\zeta$, est une région LMI caractérisée par la fonction $f_{S_1}(z)$ suivante :

$$f_{S_1}(z) = z^* + z + 2\zeta \tag{IV.8}$$

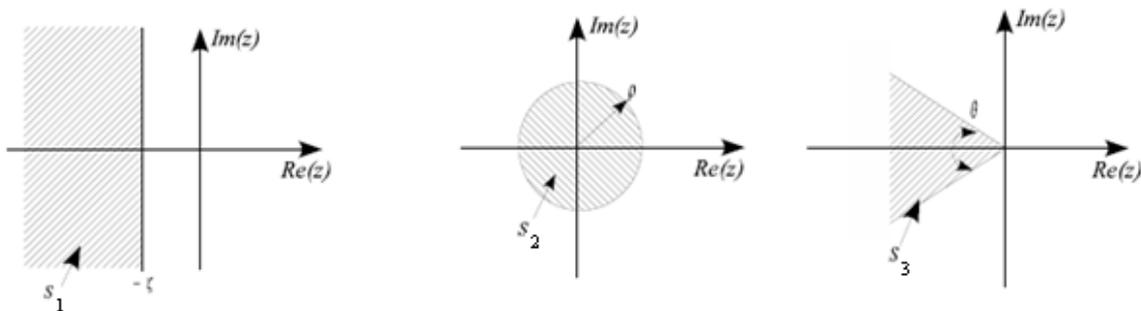


Figure IV.2 : Exemples de régions LMI.

Le disque centré à l'origine S_2 du plan complexe est une région caractérisée par la relation suivante :

$$z^*z - \rho^2 < 0 \quad (IV.9)$$

Soit encore en utilisant le complément de Schur :

$$f_{S_2}(z) = \begin{pmatrix} -\rho & z \\ z^* & -\rho \end{pmatrix} \quad (IV.10)$$

Le secteur $S_3, a \tan(\theta) < -|b|$, du plan complexe est une région LMI caractérisée par fonction $f_{S_3}(z)$ suivante (en utilisant le complément de Schur) :

$$f_{S_3}(z) = \begin{pmatrix} (z + z^*)\sin(\theta) & (z - z^*)\cos(\theta) \\ (z^* - z)\cos(\theta) & (z + z^*)\sin(\theta) \end{pmatrix} \quad (IV.11)$$

IV.2.1.5 Placement de pôles par approche LMI :

Théorème 1 : Les valeurs propres d'une matrice réelle M sont placées dans une région LMI S (Eq. IV. 5) du plan complexe si, et seulement si, il existe une matrice symétrique X telle que :

$$M_S(M, X) = \alpha \otimes X + \beta \otimes MX + \beta^T \otimes XM^T < 0 \quad (IV.12)$$

" \otimes " dénote le produit matriciel de Kronecker.

En d'autres termes, les valeurs propres d'une matrice réelle M sont toutes dans une région du plan complexe, s'il existe une matrice $X > 0$ telle que la LMI $M_S(M, X) < 0$ soit réalisable, où $M_S(M, X)$ est déterminée en effectuant la substitution suivante dans la fonction caractéristique S :

$$(X, MX, XM^T) \leftrightarrow (1, z, z^*) \quad (IV.13)$$

Les valeurs propres de la matrice M sont donc toutes dans la région S_1 du plan complexe si et seulement si :

$$\exists X > 0 : 2\zeta X + MX + XM^T < 0 \quad (IV.14)$$

De même, les valeurs propres de la matrice M sont toutes dans la région S_2 du plan complexe si et seulement si :

$$\exists X > 0 : \begin{pmatrix} -\rho X & MX \\ XM^T & -\rho X \end{pmatrix} < 0 \quad (IV.15)$$

Enfin, les valeurs propres de la matrice M sont toutes dans la région S_3 du plan complexe si et seulement si :

$$\exists X > 0 : \begin{pmatrix} (MX + XM^T)\sin(\theta) & (MX - XM^T)\cos(\theta) \\ (XM^T - MX)\cos(\theta) & (MX + XM^T)\sin(\theta) \end{pmatrix} < 0 \quad (IV.16)$$

- **Théorème 2 :** Soient deux régions LMI S_1 et S_2 du plan complexe. Les valeurs propres de la matrice M sont toutes dans la région LMI $S_1 \cap S_2$ si et seulement si il existe une matrice symétrique $X > 0$ solution du système

$$\begin{aligned} M_{S_1}(M, X) &< 0 \\ M_{S_2}(M, X) &< 0 \end{aligned} \quad (IV.17)$$

Ces résultats seront utilisés dans le cadre de la synthèse des gains des régulateurs par retour d'état, des régulateurs FTC ainsi que les gains des observateurs à entrées inconnues.

IV.2.2 Concept général de la commande multi contrôleurs: [16]

La synthèse de la commande multi contrôleurs s'effectue en deux étapes :

- La première consiste à concevoir un ensemble fini de N contrôleurs locaux relatifs à leurs environnements respectifs, ces contrôleurs peuvent être de structure et de natures différentes.
- La seconde étape se résume à constituer le signal de commande final qui sera appliqué au système à partir des sorties des différents contrôleurs locaux. Cette tâche est assurée par le « superviseur », qui, à partir des différentes informations du système (commande, sortie du procédé, variables internes du système), donne l'ordre au commutateur de basculer vers le ou les contrôles les plus aptes à garantir les performances à chaque instant.

Dans le cas où les correcteurs de la commande multi contrôleurs sont de même structure, cette dernière peut être assimilée à une commande adaptative dont les paramètres

varient au cours du temps de façon discontinue au moment des commutations. Une analogie avec la commande floue de type Takagi-Sugeno est également possible. Celle-ci propose également une partition de l'univers du discours. Les conclusions sur le choix et l'activation seront transmises au commutateur qui procédera à la pondération des sorties des différents contrôleurs pour former le signal de commande appliqué au système.

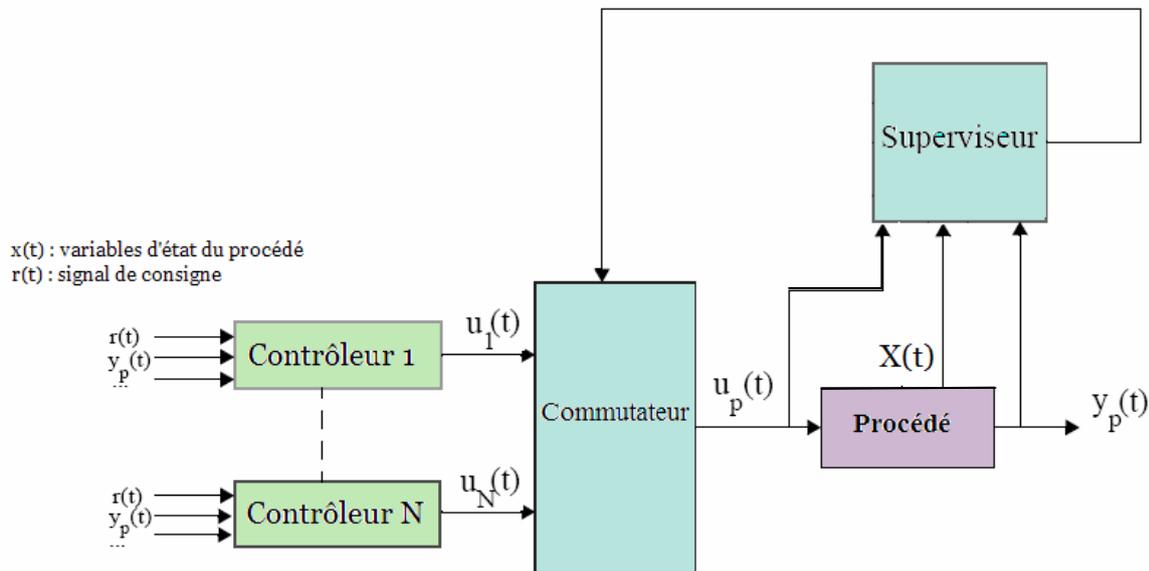


Figure IV.3 : Schéma de principe de la commande multi contrôleurs (classe indirecte).

On peut classer la commande multi contrôleurs en deux catégories :

- *Commande indirecte* : cette approche contient un superviseur (figure IV.3) capable de déterminer l'environnement où évolue le système. Il transmet des informations au commutateur par le biais desquels il choisira un ou plusieurs contrôleurs. Cette commutation est basée sur la prédiction.
- *Commande directe* : cette classe ne dispose pas de superviseur (figure IV.4). Le commutateur choisit lui-même les correcteurs locaux les plus performants à partir d'informations mesurées.

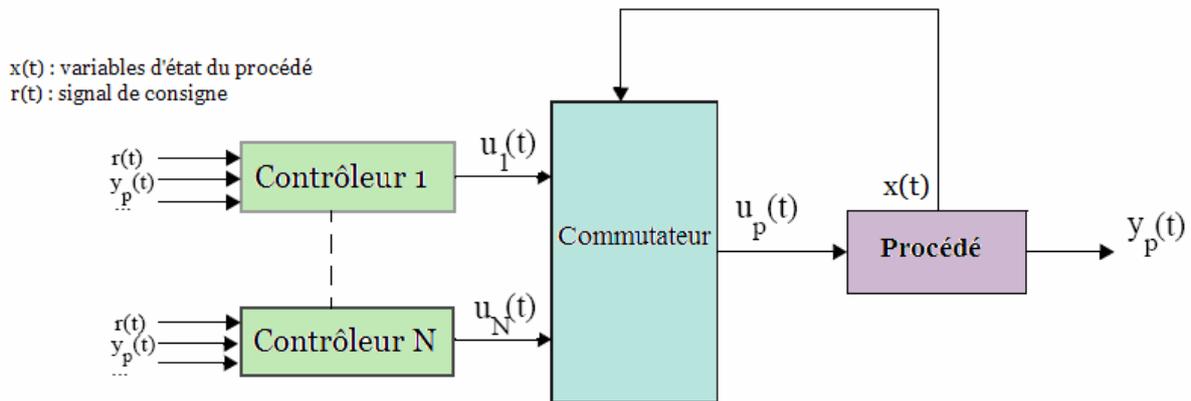


Figure IV.4 : Schéma de principe de la commande multi contrôleurs (classe directe).

IV.2.3 Commutation floue et approche directe :

Dans le cadre de cette méthode, plusieurs contrôleurs locaux peuvent entrer en jeu pour élaborer le signal de commande final. Une pondération des lois de commandes locales est fournie par un système flou de type *Takagi-Sugeno* sur des contrôleurs linéaires exposés dans ce même chapitre. La variable permettant la commutation (l'entrée du système flou) se trouve être la sortie du procédé. Les contrôleurs sont calculés autour de points de fonctionnement. Autour de chaque point de fonctionnement est défini un « voisinage ». Des fonctions d'appartenance triangulaires sont associées aux zones de fonctionnement définies. Un système flou, vient alors pondérer toutes les lois de commandes locales.

IV.3 Rappel théorique sur les commandes utilisées :

IV.3.1 La commande H^∞ : [13] [14] [15]

IV.3.1.1 Outils fondamentaux :

- **Norme H^∞** : On définit la norme H^∞ pour une matrice de fonction de transfert :

$$\|G(s)\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma}(G(j\omega)) \quad (IV.18)$$

$\bar{\sigma}(G(j\omega))$ correspond à la valeur maximale atteinte, sur l'ensemble des fréquences, par la plus grande valeur singulière, comme le montre la figure IV.5.

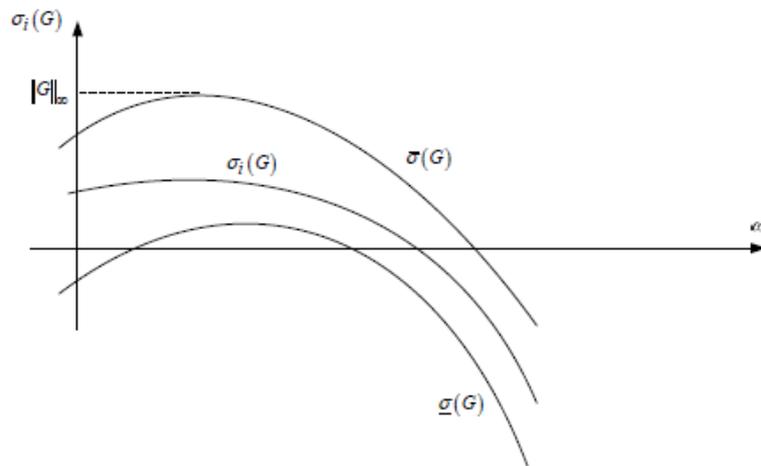


Figure IV.5 : Valeurs singulières et norme H^∞ d'une matrice de transfert.

- **Valeurs singulières :** Les valeurs singulières d'une matrice $A \in R^{m \times n}$, notées $\sigma_i(A)$, sont les racines carrées des valeurs propres de la matrice A^*A si $m > n$ sinon de AA^* :

$$\sigma_i(A) = \sqrt{\lambda_i(A^*A)} = \sqrt{\lambda_i(AA^*)} \quad (IV.19)$$

Elles sont des quantités réelles positives ou nulles. Le nombre de valeurs singulières non nulles est égal au rang de la matrice A .

Dans le cas où $G(s)$ est une matrice de transfert, ses valeurs singulières seront des fonctions réelles et positives de la pulsation, définies par :

$$\sigma_i(G(j\omega)) = \sqrt{\lambda_i(G(j\omega)G^T(-j\omega))} \quad (IV.20)$$

Elles constituent donc une généralisation aux systèmes multivariables de la notion de gain. Pour un système multivariable, le gain à une fréquence donnée sera compris entre les valeurs singulières inférieure et supérieure. Elles peuvent être représentées dans les différents plans (Bode, Nyquist, Black,...).

- **Représentation des systèmes :** Le modèle de connaissance décrivant un système linéaire et stationnaire est représenté par l'équation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (IV.21)$$

Avec l'hypothèse des conditions initiales nulles sur le vecteur d'état, la matrice de transfert du système sera de la forme :

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (IV.22)$$

Dans la suite, nous associons à G le formalisme suivant : $G = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$

Dans le but de mettre en évidence la correction du système ou la modélisation de ses incertitudes, une représentation unifiée, conformément à la figure IV.6, a été introduite :

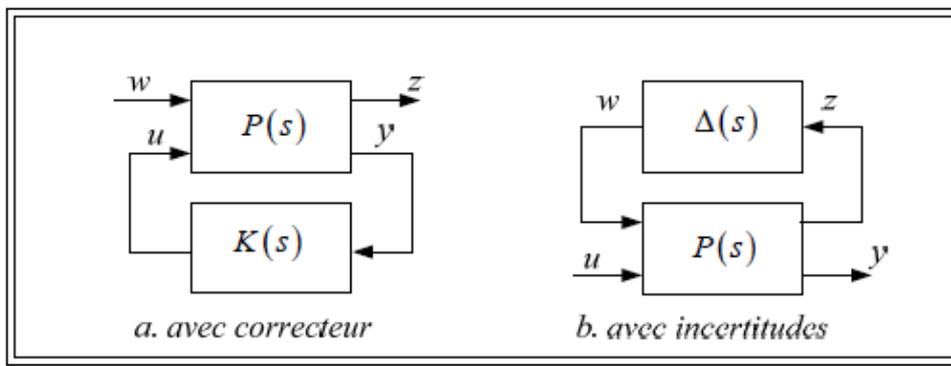


Figure IV.6 Représentation sous forme standard d'un système.

$P(s)$: représente le procédé généralisé.

$K(s)$: représente le correcteur.

$\Delta(s)$: représente la modélisation des incertitudes.

w : représente les entrées exogènes du système (entrées à suivre et perturbations à rejeter).

z : représente les signaux à commander (erreurs entre consignes et sorties du système par exemple)

y : représente les sorties accessibles à la mesure du système.

u : représente les signaux de commande du processus.

Une telle représentation est appelée représentation sous « *forme standard* » du système. Le système augmenté aura la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \\ z(t) = C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t) \\ y(t) = C_2x(t) + D_{21}w(t) + D_{22}u(t) \end{cases} \quad (IV.23)$$

Soit :

$$P = \begin{pmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} \quad (IV.24)$$

Et la matrice de transfert associée sera donnée par :

$$P(s) = \begin{pmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{pmatrix} \quad (IV.25)$$

— Dans le cas de la figure IV.6a, la relation entre z et w est donnée par : $z = F_l(P, K)w$, avec : $F_l(P, K) = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}$

— Pour la figure IV.6b, la relation entre y et u est donnée par : $y = F_u(P, \Delta)u$, avec : $F_u(P, \Delta) = P_{22} + P_{21}K(I - P_{11}\Delta)^{-1}P_{12}$

— $F_l(P, K)$ et $F_u(P, \Delta)$, sont appelées respectivement transformation linéaire fractionnaire basse (ou produit de Redheffer) de P et K , transformation linéaire fractionnaire haute de P et Δ .

- **Modélisation des incertitudes :** Il est sûr que dans une application industrielle des incertitudes de modélisation existent et nous avons intérêt à les prendre en considération. Nous pouvons les classer en deux catégories : les *incertitudes non structurées* rassemblant les dynamiques négligées, le bruit des capteurs et les *incertitudes structurées* liées aux variations ou aux erreurs d'estimation sur certains paramètres physiques du système.

Incertainces non structurées :

Nous distinguons plusieurs méthodes de représentation de ces incertitudes : $G(s)$, $G_p(s)$ et $\Delta(s)$ désignent respectivement la matrice de transfert du système nominal, la matrice de transfert du système perturbé et la matrice de transfert de la perturbation.

- *Incertainces additives* (figure IV.7a) : Elles représentent, en général, des incertitudes absolues par rapport au modèle nominal. Cette représentation est souvent utilisée pour modéliser des dynamiques ou des non linéarités négligées.

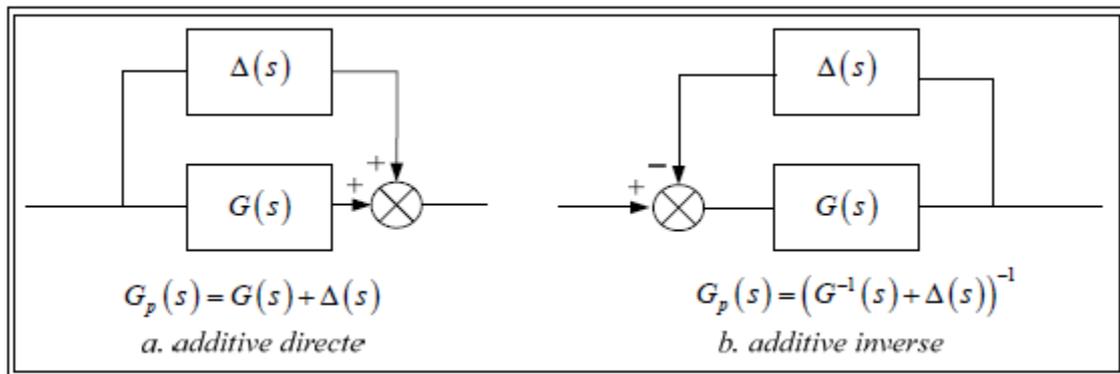


Figure IV.7 Représentation additive des incertitudes non structurés.

- *Incertitudes multiplicatives* (figure IV.7b) : Elles permettent de définir les écarts en termes de variation par rapport au modèle nominal. Elles peuvent être introduites sous forme multiplicative en entrée ou en sortie. Elles peuvent être prises en considération sous forme directe ou inverse. Les formes multiplicatives en entrée sont généralement utilisées pour prendre en compte les erreurs de modélisation des actionneurs. Les incertitudes multiplicatives en sortie modélisent généralement les défauts des capteurs de mesure.

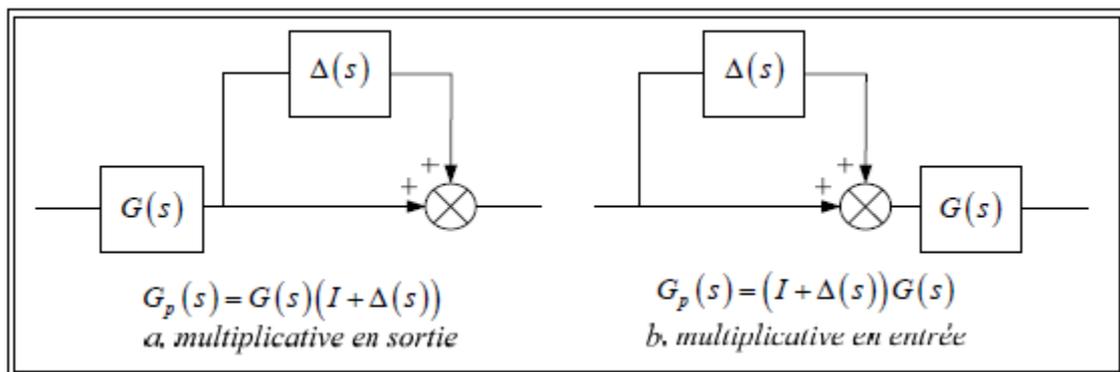


Figure IV.8 Représentation multiplicative des incertitudes non structurés.

IV.3.1.2 Robustesse des systèmes asservis :

Un système asservi est robuste s'il reste stable, tout en assurant de bonnes performances, en présence des différents types d'incertitude. L'approche H_∞ a montré qu'elle constitue une méthode efficace pour calculer un correcteur robuste d'un système incertain. Nous introduisons dans ce paragraphe le théorème du petit gain avant d'aborder l'étude de la robustesse en stabilité et en performance.

La boucle d'asservissement est habituellement décrite par le schéma bloc de la figure IV.9 :

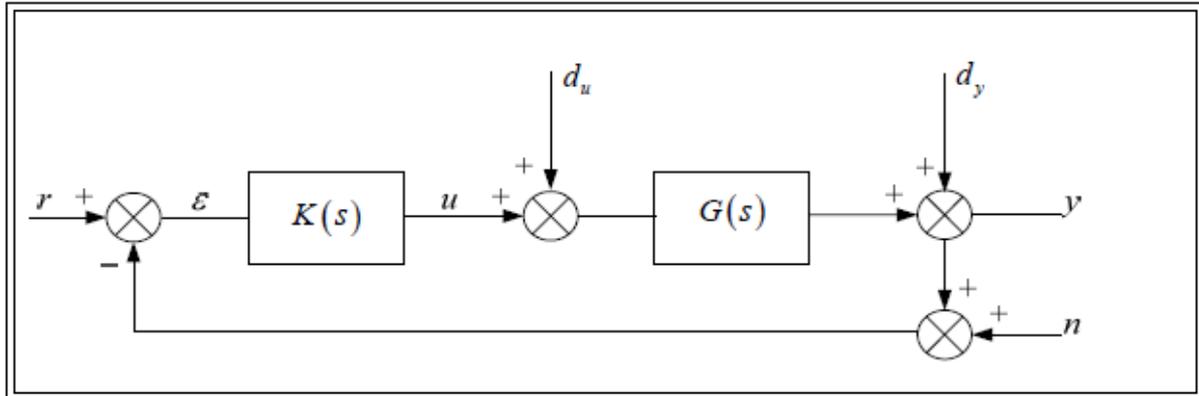


Figure IV.9 Schéma représentatif d'une boucle de suivi.

Définissons les fonctions de sensibilité et de sensibilité complémentaire suivantes :

$$S_y = (I_p + GK)^{-1} \quad : \text{Matrice de sensibilité en sortie.}$$

$$S_u = (I_m + KG)^{-1} \quad : \text{Matrice de sensibilité en entrée.}$$

$$T_y = GK(I_p + GK)^{-1} \quad : \text{Matrice de sensibilité complémentaire en sortie.}$$

$$T_u = KG(I_m + KG)^{-1} \quad : \text{Matrice de sensibilité complémentaire en entrée.}$$

Le bilan des signaux dans la boucle donne les équations caractéristiques suivantes :

$$Y = T_y(R - N) + S_y D_y + G S_y D_u \quad (IV. 26a)$$

$$E = S_y(R - D_y - N) - G S_y D_u \quad (IV. 26b)$$

$$U = K S_y(R - D_y - N) - T_u D_u \quad (IV. 26c)$$

Nous remarquons que S_y, S_u, T_y et T_u font intervenir la matrice de transfert en boucle ouverte KG et vérifiant $S_y + T_y = I_p$ et $S_u + T_u = I_m$

- **Théorème du petit gain** : En reprenant la figure IV.6b, où la matrice $\Delta(s)$ représente les incertitudes de modélisation et $P(s)$ la matrice de transfert nominale du système bouclé. Sous l'hypothèse de la stabilité de $\Delta(s)$ et de $P(s)$, le système de la figure IV.6b est stable pour toute $\Delta(s)$ si :

$$\|P\Delta\|_\infty \leq 1 \Leftrightarrow \forall \omega \in R : \bar{\sigma}(P(j\omega))\bar{\sigma}(\Delta(j\omega)) < 1 \quad (IV. 27)$$

- **Stabilité nominale** : Nous distinguons deux définitions pour la stabilité nominale :
 - La stabilité externe qui exige que toute entrée bornée r devra produire une sortie bornée y .
 - La stabilité interne est plus large et exige que tout signal injecté en n'importe quel point de la boucle génère une réponse bornée en tout autre point.
- **Stabilité robuste** : La stabilité est robuste si, en plus de la nominale, la stabilité de tous les systèmes atteignables par les perturbations est garantie. Sous l'hypothèse de stabilité de $\Delta(s)$ et $P(s)$, nous allons établir les conditions de stabilité robuste pour des incertitudes de type additives ou multiplicatives :

– Incertitudes additives : $P(s) = -K(I_p + GK)^{-1} = -KS_y$

Le théorème du petit gain nous donne : $\forall \omega \in R : \bar{\sigma}(\Delta(j\omega))\bar{\sigma}(KS_y) < 1$

Comme $\Delta(s)$ est stable alors : $\|\Delta\|_\infty < \delta$, soit : $\|KS_y\|_\infty < \frac{1}{\delta}$

- Incertitudes multiplicatives :

	En sortie	En entrée
$P(s) =$	$-GK(I_p + GK)^{-1} = -T_y$	$-KG(I_m + KG)^{-1} = -T_u$
Condition de stabilité	$\forall \omega \in R \bar{\sigma}(\Delta(j\omega))\bar{\sigma}(T_y) < 1$	$\forall \omega \in R \bar{\sigma}(\Delta(j\omega))\bar{\sigma}(T_u) < 1$
$\ \Delta\ _\infty < \delta$	$\Rightarrow \ T_y\ _\infty < \frac{1}{\delta}$	$\Rightarrow \ T_u\ _\infty < \frac{1}{\delta}$

- **Performances nominales** : Un asservissement est performant s'il réagit rapidement, rejette les perturbations et suit avec précision la consigne. Compte tenu de l'interprétation des matrices S et T , il est clair que le correcteur K à synthétiser doit chercher à satisfaire maintes exigences :

- *Atténuation des perturbations en sortie* : Atténuer les perturbations en sortie revient à minimiser la fonction de sensibilité S_y , ceci revient à choisir sa norme ∞ la plus faible possible. Soit :

$$\bar{\sigma}(S_y) = \bar{\sigma}\left((I_p + GK)^{-1}\right) = \frac{1}{\underline{\sigma}(I_p + GK)} \leq \frac{1}{\underline{\sigma}(GK)} \tag{IV. 28}$$

Donc minimiser $\bar{\sigma}(S_y)$ revient à maximiser $\underline{\sigma}(GK)$.

- *Rejet des bruits de mesure* : Pour réduire l'effet des bruits de mesure, il faut Choisir

$$\bar{\sigma}(T_y) = \bar{\sigma} \left((I_p + (GK)^{-1})^{-1} \right) = \frac{1}{\underline{\sigma}(I_p + (GK)^{-1})} \quad (IV. 29)$$

le plus faible possible. Or :

$$\bar{\sigma}(T_y) = \bar{\sigma} \left((I_p + (GK)^{-1})^{-1} \right) \cong \frac{1}{\underline{\sigma}((GK)^{-1})} = \bar{\sigma}(GK) \quad (IV. 30)$$

Donc minimiser $\bar{\sigma}(T_y)$ revient à minimiser $\bar{\sigma}(GK)$.

- *Poursuite du signal de référence* : La poursuite idéale de la référence R par la Sortie Y entraîne $I - S_y \cong I$, soit $\bar{\sigma}(S_y)$ minimale. Cette condition rejoint donc celle du rejet des perturbations en sortie.

- *Limitation de l'énergie de commande* : Pour éviter la fatigue des actionneurs, le bruit de mesure ne doit pas provoquer des agitations excessives de la commande.

Les commandes seront d'autant plus réduites que la norme de la matrice KS l'est.

Or, en pratique, $T_y = GKS_y$ et comme G est fixé, réduire KS sera équivalent à réduire T . On se retrouve alors dans la même condition que celle des rejets de bruits de mesure.

- **Performances robustes** : Un système bouclé satisfait le critère de robustesse en performances si les conditions de performances nominales sont vérifiées pour toute une classe de modèles de procédés caractérisés par des incertitudes structurées ou non.
- **Loop shaping** : L'approche par Loop-shaping consiste à régler, avant le calcul du correcteur, les performances en modélant la boucle ouverte, par l'ajout des fonctions de pondération, suivant les principes de l'automatique classique.

Les concepts qui ont été expliqués dans cette section nous ont permis de définir des contraintes sur les valeurs singulières de la fonction de transfert en boucle ouverte ou sur celles en boucle fermée (T_y et T_u) ainsi que sur KS_y .

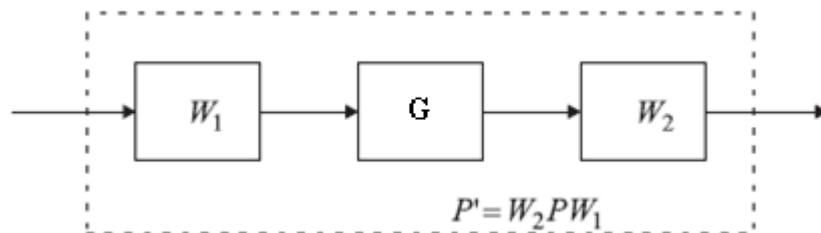
Or la minimisation de l'erreur statique et le rejet des perturbations dans le système demandent de la matrice de transfert en boucle ouverte un gain élevé en basses fréquences (les entrées et les perturbations sont des signaux lentement variables dans le

temps, donc de basses fréquences). Par contre l'atténuation des bruits dans la chaîne impose un gain élevé de la matrice de transfert en boucle ouverte en hautes fréquences (les bruits sont généralement des signaux de hautes fréquences).

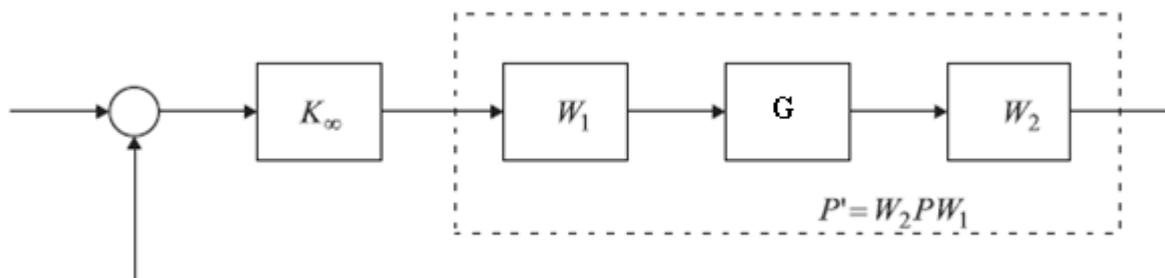
La méthode du Loop shaping remodèle le système en boucle ouverte avec les fonctions de pondération appropriées tel que la réponse fréquentielle de la nouvelle boucle ouverte (remodelé) puisse atteindre les performances requises en boucle fermée, un régulateur robuste est ensuite synthétisé pour la stabilisation.

On peut résumer cette méthode de synthèse selon les étapes suivantes :

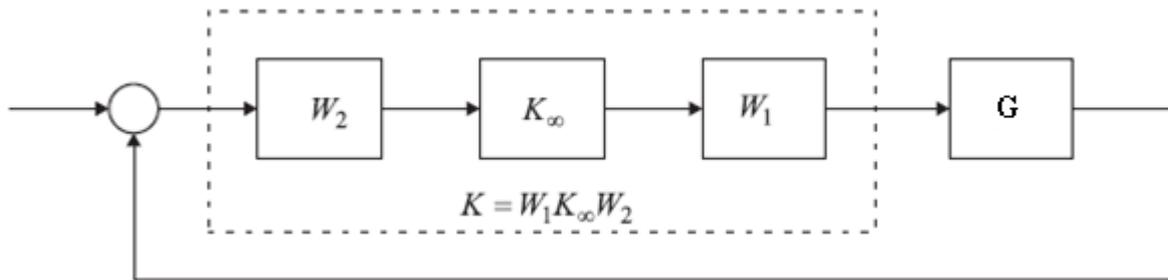
- (i) Utiliser un pré compensateur W_1 et/ ou un post compensateur W_2 . Les valeurs singulières du système nominal G sont modifiées pour avoir la boucle modelée désiré. Généralement, la plus petite des valeurs singulières de la boucle ouverte remodelé doit être grande en basses fréquences pour avoir de bonnes performances (poursuite du signal de référence, rejet de perturbation), la plus grande des valeurs singulières doit être faible en hautes fréquences pour assurer la robustesse. La bande passante affecte la rapidité du système, la pente des valeurs singulières autour de la bande passante ne doit pas être très raide.



- (ii) Un contrôleur, K_∞ est synthétisé tel que le système P' soit stable.



- (iii) Le contrôleur final K_{final} est construit en combinant le régulateur $H_\infty : K_\infty$, avec les fonctions de pondération W_1 et W_2 : $K_{final} = W_1 K_\infty W_2$



IV.3.2 Commande par retour d'état :

Etant donnée la représentation d'état d'un système (Σ) à m entrée et p sorties :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (IV.31)$$

Avec : $x \in R^n$ est le vecteur d'état, $u \in R^m$ est le vecteur de commande, $y \in R^p$ est le vecteur de sortie. $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $C \in R^{p \times n}$.

Le système se trouvant au départ ($t_0 = 0$) dans l'état initial x_0 , il s'agit de l'amener dans l'état final, ou état de *fonctionnement*, souhaitée x_d , et ceci en soumettant le régime transitoire à des exigences dynamiques déterminées. Une fois l'état de fonctionnement x_d atteint, la grandeur de sortie y doit prendre la valeur d'un vecteur de consigne y_c .

Le moyen utilisé pour résoudre le problème consiste à amener le vecteur d'état x à l'entrée par l'intermédiaire d'une matrice K de contre-réaction. Une telle contre-réaction est appelée *contre-réaction* (ou retour) *d'état* ou *régulateur* d'état.

L'intérêt de cette technique est que les pôles, correspondant à la valeur propre du système, influencent la dynamique du système bouclé, et commandent ainsi la réponse du système.

Les pôles du système sont les racines de l'équation :

$$\det(sI - A) = 0 \quad (IV.32)$$

La commande par retour d'état s'effectue directement sur le vecteur d'entrée u . On a alors une entrée proportionnelle (au sens matriciel) à l'état :

$$u = -Kx + v, \quad v : \text{vecteur consigne.}$$

Ceci remplacé dans les équations (IV. 31) :

$$\begin{cases} \dot{x} = (A - BK)x + Bv \\ y = Cx \end{cases} \quad (IV. 33)$$

Les racines du système bouclé sont données par l'équation $\det(sI - (A - BK)) = 0$. Cette dernière doit être identifiée avec le polynôme désiré, pour obtenir finalement les coefficients de la matrice de retour K qui va imposer les valeurs propres désirées en boucle fermée.

Ceci est possible si le système est complètement commandable, c'est-à-dire :

$$\text{rang}(CO) = \text{rang}[B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] = n$$

Dans le cas où le système n'est pas complètement commandable, le retour d'état ne doit pas affecter les modes non commandables. Alors, on ne peut placer que les modes commandables.

- **Retour d'état et poursuite de référence :**

En régime établi, une erreur statique peut exister. Pour y remédier, une action intégrale est ajoutée pour éliminer cette erreur. La commande devient alors :

$$u = -Kx - G \int (Cx - v)dt \quad (IV. 34)$$

K et G sont les matrices gains à déterminer.

On pose :

$$\varepsilon = \int (Cx(t) - v(t))dt \Rightarrow \dot{\varepsilon} = (Cx - v) \quad (IV. 35)$$

Ainsi, on obtient la représentation d'état augmentée suivante :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} = A_{aug} \begin{bmatrix} x \\ \varepsilon \end{bmatrix} + B_{aug} u + \begin{bmatrix} 0 \\ -I \end{bmatrix} v \\ y = [C \quad 0] \begin{bmatrix} x \\ \varepsilon \end{bmatrix} \\ u = -[K \quad G] \begin{bmatrix} x \\ \varepsilon \end{bmatrix} \end{cases} \quad (IV. 36)$$

Avec :

$$A_{aug} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, B_{aug} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

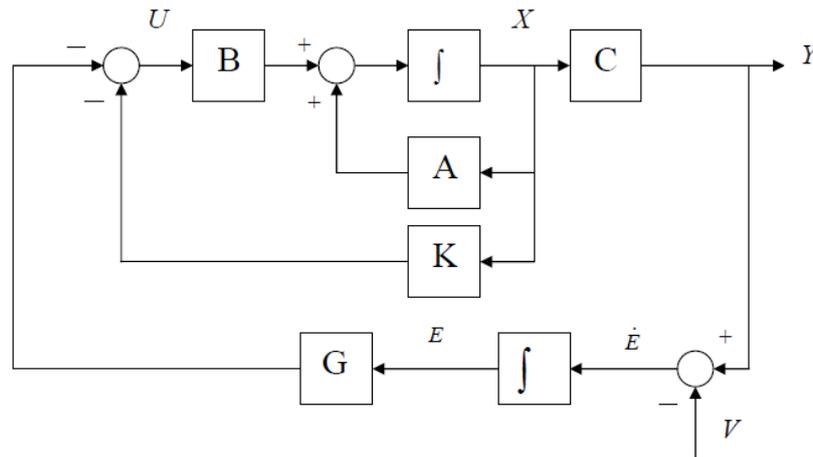


Figure IV.10 Schéma bloc de la commande par retour d'état avec action intégrale.

Un placement de pôles est effectué sur le système augmenté (IV.36). La condition de commandabilité sur la paire (A_{aug}, B_{aug}) est toujours nécessaire.

IV.3.3 Logique floue : [8]

C'est à Lotfi Zadeh, spécialiste renommé en automatique et en théorie des systèmes, à l'université de Berkeley, que revient le mérite d'avoir établi les bases théoriques de la logique floue. L'intérêt de la logique floue réside dans sa capacité à traiter l'imprécis, l'incertain et le vague. Elle est issue de la capacité de l'homme à décider et agir de façon pertinente malgré le flou des connaissances disponibles. En effet, la logique floue a été introduite pour approcher le raisonnement humain à l'aide d'une représentation adéquate des connaissances.

IV.3.3.1 Notions de base sur la logique floue :

Dans cette section, nous allons voir les concepts de la théorie de la logique floue nécessaires pour la conception des régulateurs flous.

- **Ensembles ordinaires :**

Etant donné un ensemble de référence X , on peut distinguer les éléments de X qui appartiennent à une certaine classe de X et ceux qui n'y appartiennent pas. Cette classe est alors un sous ensemble de X (au sens habituel de la théorie des ensembles), on le qualifie de classique ou d'ordinaire. Pour un ensemble ordinaire X , on peut définir la fonction d'appartenance $\mu_X(x)$ telle que :

$$\mu_X(x) = 1 \text{ Si } x \in X \quad (IV.37)$$

- **Ensemble flou :**

Soit X une collection continue ou discrète d'objets dénotés $\{X\}$, X est appelé univers de discours et x représente l'élément générique de X .

Un ensemble flou peut être vu comme une généralisation du concept d'ensemble ordinaire dont la fonction d'appartenance prend seulement deux valeurs $\{0,1\}$ (ensemble booléen). Ainsi sur un univers de discours X , un sous ensemble flou A est caractérisé par une fonction d'appartenance μ_A prenant ses valeurs dans l'intervalle $[0,1]$, alors l'ensemble flou A dans X est défini par l'ensemble des pairs (élément générique, degrés d'appartenance).

$$A = \{(x, \mu_x(x)) / x \in X\} \quad (IV. 38)$$

- **Variables linguistiques :**

La description d'une certaine situation, d'un phénomène ou d'un procédé contient en général des expressions linguistiques (floues), comme : *chaud, froid, grand, petit, ...etc.*

Les expressions de ce genre forment les valeurs d'une variable linguistique, qu'on appelle valeurs floues qu'on peut représenter par des fonctions d'appartenances.

- **Fonction d'appartenance :**

Afin de permettre un traitement numérique des variables linguistiques dans la prise de décisions sur calculateur, une définition des variables linguistiques à l'aide de fonctions d'appartenance s'impose. Dans ce contexte, on associe à chaque valeur de la variable linguistique une fonction d'appartenance désignée par $\mu_A(x)$ où x est la variable linguistique, tandis que A indique l'ensemble concerné. Une valeur précise de $\mu_A(x)$, sera désignée par le degré ou le facteur d'appartenance. Il est à noter que l'ensemble des éléments de x pour lesquels $\mu_A(x) > 0$, est appelé support de A . Le plus souvent, on utilise pour les fonctions d'appartenance les fonctions suivantes :

- **Fonction triangulaire :**

Elle est définie par trois paramètres $\{a, b, c\}$, qui déterminent les coordonnées des trois sommets.

$$\mu(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right) \quad (IV. 39)$$

- **Fonction trapézoïdale :**

Elle est définie par quatre paramètres $\{a, b, c, d\}$

$$\mu(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right) \quad (IV. 40)$$

➤ **Fonction gaussienne :**

Elle est définie par deux paramètres $\{\sigma, m\}$

$$\mu(x) = \exp\left(-\frac{(x - m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (IV. 41)$$

➤ **Fonction sigmoïde :**

Une fonction sigmoïde est définie par deux paramètres $\{a, c\}$

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \exp(-a(x - c))} \quad (IV. 42)$$

• **Raisonnement flou :**

Les ensembles flous et la théorie des possibilités sont des éléments importants de la représentation des connaissances imparfaitement définies. Pour raisonner sur de telles connaissances, la logique classique ne suffit pas. On utilise la logique floue lorsque les connaissances sont imprécises, vagues et éventuellement incertaines. Voici quelques définitions utilisées :

Soit x une variable linguistique et A une caractéristique :

➤ **Définition 1 (proposition) :**

Une proposition floue est définie à partir d'une variable linguistique $(x, T(x), X)$ par la qualification : " x est A "

➤ **Définition 2 (conjonction) :**

La conjonction de deux propositions floues est réalisée par l'opérateur *ET* par exemple :

$$"x_1 \text{ est } A_1 \text{ ET } x_2 \text{ est } A_2 "$$

➤ **Définition 3 (disjonction) :**

La disjonction de deux propositions floues est réalisée par l'opérateur *OU* par exemple :

$$"x_1 \text{ est } A_1 \text{ OU } x_2 \text{ est } A_2 "$$

➤ **Définition 4 (implication) :**

L'implication entre deux propositions floues définit aussi une proposition floue que l'on peut exprimer par :

$$"x_1 \text{ est } A_1 \text{ ALORS } x_2 \text{ est } A_2 "$$

Plus généralement, on peut construire des propositions floues par conjonction, disjonction ou implication portant sur des propositions floues élémentaires.

➤ **Définition 5 (règle floue) :**

Une règle floue est une proposition floue utilisant une implication entre deux propositions floues quelconques. Par exemple :

" SI x_1 est A_1 ET x_2 est A_2 ALORS x_3 est A_3 "

Où : " x_1 est A_1 ET x_2 est A_2 " est la prémisse de la règle.

Et " x_3 est A_3 " est sa conclusion.

En utilisant les règles de composition d'inférence, nous pouvons formaliser une procédure d'inférence, appelé raisonnement flou sur l'ensemble des règles (SI – ALORS)

IV.3.3.2 Commande par la logique floue :

La commande par logique floue est le domaine dans lequel il existe le plus de réalisation effective, en particulier industrielle. Son but est de traiter des problèmes de commande de processus, le plus souvent à partir des connaissances des experts.

- **Contrôleur flou :**

La configuration de base d'un contrôleur flou (figure IV.11) comprend les éléments suivants :

- **Fuzzification :**

C'est la partie du contrôleur flou chargé de convertir les grandeurs physiques en variables linguistiques.

- **Base de règles :**

Elle contient les définitions des termes utilisés dans la commande et l'ensemble des règles caractérisant la cible de la commande et décrivant la conduite de l'expert.

- **inférence :**

L'inférence transforme à l'aide du jeu de règles (en manipulant la base de règles). La partie floue issue de la fuzzification en une nouvelle partie floue qui caractérise la sortie du contrôleur.

- **Défuzzification :**

La défuzzification consiste à convertir la partie floue issue de l'inférence en une grandeur physique.

Plusieurs stratégies de défuzzification sont utilisées:

- **Méthode du maximum :**

La commande est égale à la valeur dont le degré d'appartenance est le plus fort.

- **Méthode de la moyenne des maximas :**

La commande sera égale à la moyenne des valeurs dont le degré d'appartenance est maximal.

- **Méthode du centre de gravité:**

C'est la méthode la plus utilisée dans les contrôleurs flous. Dans celle-ci la commande sera égale au centre de gravité de l'ensemble flou de sortie, on obtient donc pour :

- ✓ Univers de discours discret :

$$C = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \mu_A(x_i)}{\sum_{i=1}^n \mu_A(x_i)} \quad (IV.43)$$

- ✓ Univers de discours continu :

$$C = \frac{\int_A x \mu_A(x) dx}{\int_A \mu_A(x) dx} \quad (IV.44)$$

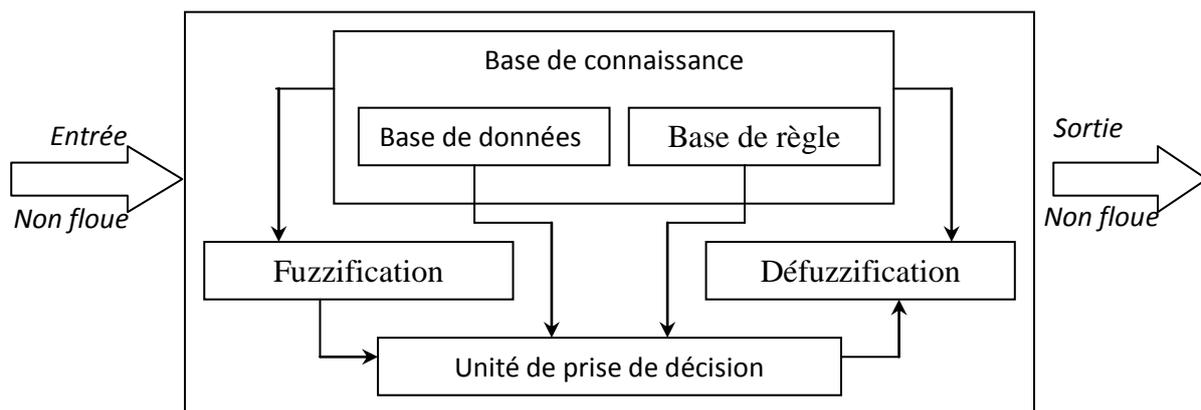


Figure IV.11 Architecture générale d'un contrôleur flou.

• **Types de régulateurs flous :**

Il existe plusieurs types de régulateurs flous, qu'il diffèrent de mécanisme d'inférence utilisé, dont on cite: régulateur de *Mamdani*, de *Sugeno*, ... etc.

➤ **Régulateur de type Mamdani :**

Mamdani fut le premier à utiliser la logique floue pour la synthèse de commande. Il utilise le minimum comme opérateur de jonction et l'implication pour représenter le graphe flou associé à chaque règle et l'opérateur maximum pour l'agrégation.

Dans la règle i : $Si\ x_1\ est\ A_1\ et\ \dots\ et\ x_n\ est\ A_n\ Alors\ y\ est\ B^i$

Où B^i sont des sous ensembles flous. Les B^i forment en général une partition de l'univers de sortie.

➤ **Régulateur de type Sugeno :**

Dans les régulateurs de ce type, les conclusions des règles ne sont symboliques (i.e. représentées par des sous ensembles flous) mais une fonction des entrées, par exemple : $b^i = f(x_1, \dots, x_n)$, où $f(\cdot)$ est généralement une fonction polynomiale.

Et la sortie du régulateur est donnée par :

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i(x) \cdot b^i}{\sum_{j=1}^n \alpha_j(x)} \quad (IV.45)$$

Où les α_i sont les valeurs de vérité de chaque règle pour $i = 1, \dots, n$.

Notons que la sortie donnée par le régulateur est en effet la variation du signal de commande.

IV.4 Synthèse des commandes :

IV.4.1 Construction du multi modèle :

Le modèle mathématique du Twin Rotor (voir chap. II) a été linéarisé autour de 9 points de fonctionnement selon les angles d'élévation et d'azimut. Chaque modèle linéaire possède une représentation d'état de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = A_i x + B_i u + \Delta X_i \\ y = C_i x + \Delta Y_i \end{cases} \quad (IV.46)$$

Le tableau suivant illustre les points de fonctionnement choisis ainsi que les sorties et les commandes correspondantes :

Tableau IV.1 : Définition des points de fonctionnement.

Point de fonctionnement PFI	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$y = \begin{bmatrix} \alpha_v \\ \alpha_h \end{bmatrix}$	$-\pi/6$ $-\pi/6$	0 $-\pi/6$	$\pi/6$ $-\pi/6$	$-\pi/6$ 0	0 0	$\pi/6$ 0	$-\pi/6$ $\pi/6$	0 $\pi/6$	$\pi/6$ $\pi/6$
$u = \begin{bmatrix} u_v \\ u_h \end{bmatrix}$	0.4757 0	0.7844 0	0.98 0	0.4757 0	0.7844 0	0.98 0	0.4757 0	0.7844 0	0.98 0

On obtient donc les différentes matrices définissant les modèles linéaires correspondant aux différents points d'équilibre cités dans le tableau (IV.1).

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3.1626 & -0.0976 & 0.0079 & 0 & 0 & -0.0008 \\ 0 & 0 & -0.6983 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.1372 & -0.0004 & 0 & -0.2157 & 0.0003 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.6028 \end{bmatrix} & A_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2.052 & -0.0976 & 0.011 & 0 & 0 & -0.0008 \\ 0 & 0 & -0.6983 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0003 & 0 & -0.1693 & 0.0003 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.6028 \end{bmatrix} & A_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.3915 & -0.0976 & 0.0117 & 0 & 0 & -0.0008 \\ 0 & 0 & -0.6983 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0.1984 & -0.0004 & 0 & -0.2157 & 0.0003 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.6028 \end{bmatrix} \\
 A_4 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3.1626 & -0.0976 & 0.0079 & 0 & 0 & -0.0008 \\ 0 & 0 & -0.6983 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.1372 & -0.0004 & 0 & -0.2157 & 0.0003 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.6028 \end{bmatrix} & A_5 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2.052 & -0.0976 & 0.011 & 0 & 0 & -0.0008 \\ 0 & 0 & -0.6983 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0003 & 0 & -0.1693 & 0.0003 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.6028 \end{bmatrix} & A_6 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.3915 & -0.0976 & 0.0117 & 0 & 0 & -0.0008 \\ 0 & 0 & -0.6983 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0.1984 & -0.0004 & 0 & -0.2157 & 0.0003 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.6028 \end{bmatrix} \\
 A_7 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3.1626 & -0.0976 & 0.0079 & 0 & 0 & -0.0008 \\ 0 & 0 & -0.6983 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.1372 & -0.0004 & 0 & -0.2157 & 0.0003 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.6028 \end{bmatrix} & A_8 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2.052 & -0.0976 & 0.011 & 0 & 0 & -0.0008 \\ 0 & 0 & -0.6983 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0003 & 0 & -0.1693 & 0.0003 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.6028 \end{bmatrix} & A_9 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.3915 & -0.0976 & 0.0117 & 0 & 0 & -0.0008 \\ 0 & 0 & -0.6983 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0.1984 & -0.0004 & 0 & -0.2157 & 0.0003 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.6028 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_1 &= 10^4 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.0004 \\ 0.044 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1.1869 \end{bmatrix}, & B_2 &= 10^4 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.0004 \\ 0.0242 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1.1869 \end{bmatrix}, & B_3 &= 10^4 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.0004 \\ 0.0173 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1.1869 \end{bmatrix} \\
 B_4 &= 10^4 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.0004 \\ 0.044 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1.1869 \end{bmatrix}, & B_5 &= 10^4 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.0004 \\ 0.0242 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1.1869 \end{bmatrix}, & B_6 &= 10^4 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.0004 \\ 0.0173 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1.1869 \end{bmatrix} \\
 B_7 &= 10^4 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.0004 \\ 0.044 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1.1869 \end{bmatrix}, & B_8 &= 10^4 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.0004 \\ 0.0242 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1.1869 \end{bmatrix}, & B_9 &= 10^4 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.0004 \\ 0.0173 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1.1869 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$C_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, i = 1, \dots, 9$$

$$\begin{aligned}
 \Delta X_1 &= \begin{bmatrix} 0 \\ -5.2605 \\ 109.407 \\ 0 \\ 0.057 \\ 0 \end{bmatrix}, & \Delta X_2 &= \begin{bmatrix} 0 \\ -6.6422 \\ 230.4665 \\ 0 \\ 0.1088 \\ 0 \end{bmatrix}, & \Delta X_3 &= \begin{bmatrix} 0 \\ -7.4816 \\ 291.0006 \\ 0 \\ 0.1516 \\ 0 \end{bmatrix}, & \Delta X_4 &= \begin{bmatrix} 0 \\ -5.2605 \\ 109.407 \\ 0 \\ 0.057 \\ 0 \end{bmatrix}, & \Delta X_5 &= \begin{bmatrix} 0 \\ -6.6422 \\ 230.4665 \\ 0 \\ 0.1088 \\ 0 \end{bmatrix}, & \Delta X_6 &= \begin{bmatrix} 0 \\ -7.4816 \\ 291.0006 \\ 0 \\ 0.1516 \\ 0 \end{bmatrix}, & \Delta X_7 &= \begin{bmatrix} 0 \\ -5.2605 \\ 109.407 \\ 0 \\ 0.057 \\ 0 \end{bmatrix}, & \Delta X_8 &= \begin{bmatrix} 0 \\ -6.6422 \\ 230.4665 \\ 0 \\ 0.1088 \\ 0 \end{bmatrix}, & \Delta X_9 &= \begin{bmatrix} 0 \\ -7.4816 \\ 291.0006 \\ 0 \\ 0.1516 \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\Delta Y_i = 0, i = 1, \dots, 9$$

IV.4.2 Commandabilité du simulateur :

La commandabilité d'un système non linéaire passe par le calcul du rang de la matrice commandabilité Co . Celle-ci se calcule via les crochets de Lie jusqu'à l'ordre $n - 1$.

$$Co = [g(x) \quad -ad_f g(x) \quad ad_f^2 g(x) \quad -ad_f^3 g(x) \quad ad_f^4 g(x) \quad -ad_f^5 g(x)]$$

Avec : $ad_f g(x) = \frac{\partial g}{\partial x} \cdot f - \frac{\partial f}{\partial x} \cdot g$

Et :
$$\begin{cases} ad_f^k g(x) = [f, ad_f^{k-1} g(x)] \\ ad_f^0 g(x) = g(x) \end{cases}$$

Si le rang de cette matrice de commandabilité est complet ($rang(CO) = 6$), on conclut que le système est faiblement commandable. Mais ce calcul étant fastidieux, on peut passer par le calcul des différentes commandabilités des modèles linéaires, cela conduit à la commandabilité locale.

On définit les matrices de commandabilités linéaires par :

$$Co_i = [B \quad A_i B \quad A_i^2 B \quad A_i^3 B \quad A_i^4 B \quad A_i^5 B], i = 1, \dots, 9$$

Le rang de ces matrices est de 6, on conclut alors que le système est localement faiblement commandable.

IV.4.3 Commande multi contrôleurs :

- **Synthèse du commutateur flou :**

Le principe du commutateur flou est de combiner les sorties de plusieurs correcteurs locaux, afin de constituer le signal de commande final. Le commutateur devient un système flou symbolique dont les entrées sont les angles d'élévation α_v et d'azimut α_h et la sortie correspond au signal de commande à appliquer au système. Ainsi, la pondération des lois de commande se fait sur la base d'un signal mesuré qui se trouve être la sortie du système.

Les fonctions d'appartenance choisies pour les variables α_v et α_h ont une forme triangulaire (figure IV.12).

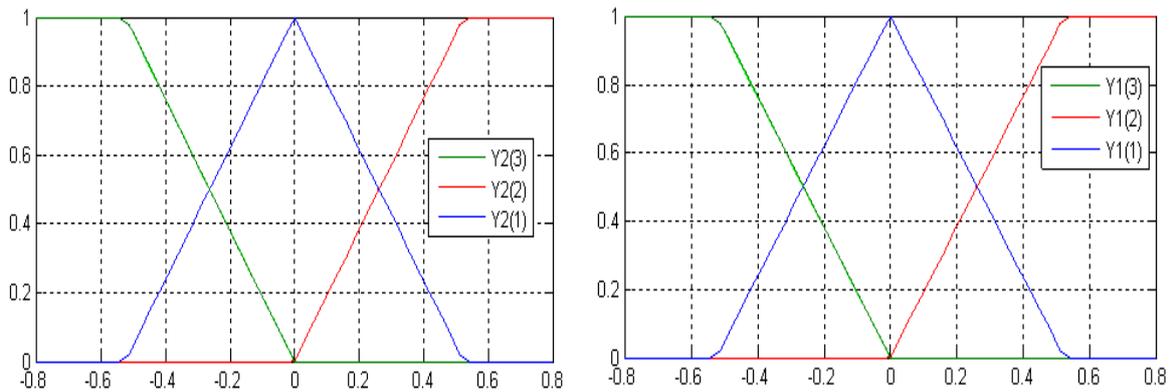


Figure IV.12 Fonctions d'appartenance.

Tel que :

$Y_j(1)$: correspond au point de fonctionnement 0 rad.

$Y_j(2)$: correspond au point de fonctionnement $\pi/6$ rad.

$Y_j(3)$: correspond au point de fonctionnement $-\pi/6$ rad.

Avec : $j = 1,2$ (on note 1 : pour l'angle d'élévation, 2 pour l'azimut).

On obtient la base des règles suivante :

Tableau IV.2 : Base des règles

	$Y_j(3)$	$Y_j(1)$	$Y_j(2)$
$Y_j(2)$	u_1	u_2	u_3
$Y_j(1)$	u_4	u_5	u_6
$Y_j(3)$	u_7	u_8	u_9

Les 9 règles s'écrivent comme suit :

Si α_v est $Y_1(i)$ et α_h est $Y_2(j)$ Alors : $u = u_l$ pour $l = 0, \dots, 9$, $i = 1,2,3$ et $j = 1,2,3$

IV.4.4 Commande multi contrôleurs par retour d'état avec LMI:

La commande par retour d'état consiste en un placement de pôles de la boucle fermée. Pour plusieurs applications, un placement de pôles exact n'est pas nécessaire et il suffit de localiser les pôles de la boucle fermée dans une région du demi-plan gauche complexe.

Ainsi pour assurer une certaine dynamique de convergence des pôles de la boucle fermée et borner leur partie imaginaire afin de ne pas générer une dynamique à forte oscillations, on définit dans le plan complexe la région $S(\zeta, \rho)$ comme l'intersection entre un disque, de centre $(0, 0)$ et de rayon ρ , et du demi-plan gauche limité par une droite d'abscisse $(-\zeta)$:

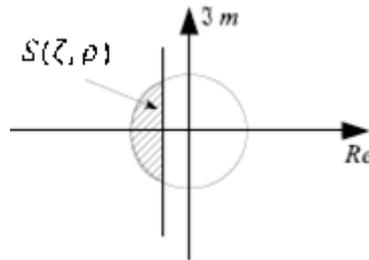


Figure IV.13 Région LMI convexe.

Il s'agit alors de mettre les pôles des matrices $(A_{aug\ i} - B_{aug\ i}K_i), i = 1, \dots, 9$ dans cette région.

Avec :

$$A_{aug\ i} = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ C_i & 0 \end{bmatrix}, B_{aug\ i} = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}, i = 1, \dots, 9$$

Les valeurs propres des matrices $(A_{aug\ i} - B_{aug\ i}K_i), i = 1, \dots, 9$ sont toutes dans la région LMI $S(\zeta, \rho)$, si et seulement si, il existe une matrice symétrique $X > 0$ solution du système :

$$\begin{cases} (A_{aug\ i} - B_{aug\ i}K_i)X + X(A_{aug\ i}^T - K_i^T B_{aug\ i}^T) + 2\zeta X < 0 \\ \begin{pmatrix} -\rho X & (A_{aug\ i} - B_{aug\ i}K_i)X \\ X(A_{aug\ i}^T - K_i^T B_{aug\ i}^T) & -\rho X \end{pmatrix} < 0 \\ i = 1, \dots, 9 \end{cases} \quad (IV.47)$$

Les inégalités précédentes présentent l'inconvénient d'être non linéaires (bilinéaire) par rapport aux variables K_i et X . On effectue alors le changement de variable suivant :

$$W_i = K_i X \quad (IV.48)$$

Les inégalités obtenues après changement de variable s'écrivent de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{aug\ i}X + XA_{aug\ i}^T - B_{aug\ i}W_i - W_i^T B_{aug\ i}^T + 2\zeta X < 0 \\ \left(\begin{array}{cc} -\rho X & A_{aug\ i}X - B_{aug\ i}W_i \\ XA_{aug\ i}^T - W_i^T B_{aug\ i}^T & -\rho X \end{array} \right) < 0 \\ i = 1, \dots, 9 \end{array} \right. \quad (IV.49)$$

Le système d'inégalités (IV.49) est linéaire en W_i et X .

On choisit les paramètres suivants : $\zeta = 0.6, \rho = 10$. Pour la résolution, on utilise le logiciel « LMI Control Toolbox » de MATLAB.

- **Cas nominal :**

Dans un premier temps, nous avons effectué des simulations en l'absence de défauts. Nous supposons que les sorties désirées (y_1, y_2) prennent plusieurs valeurs comme présenté dans la figure (IV.14), les changements des références sont de type Echelon.

Les variations de consigne de y_1 et y_2 permettent de prouver l'efficacité des lois de commande correctement calculées afin de réaliser les performances de suivi de références.

La figure (IV.15) montre l'évolution des fonctions d'activation.

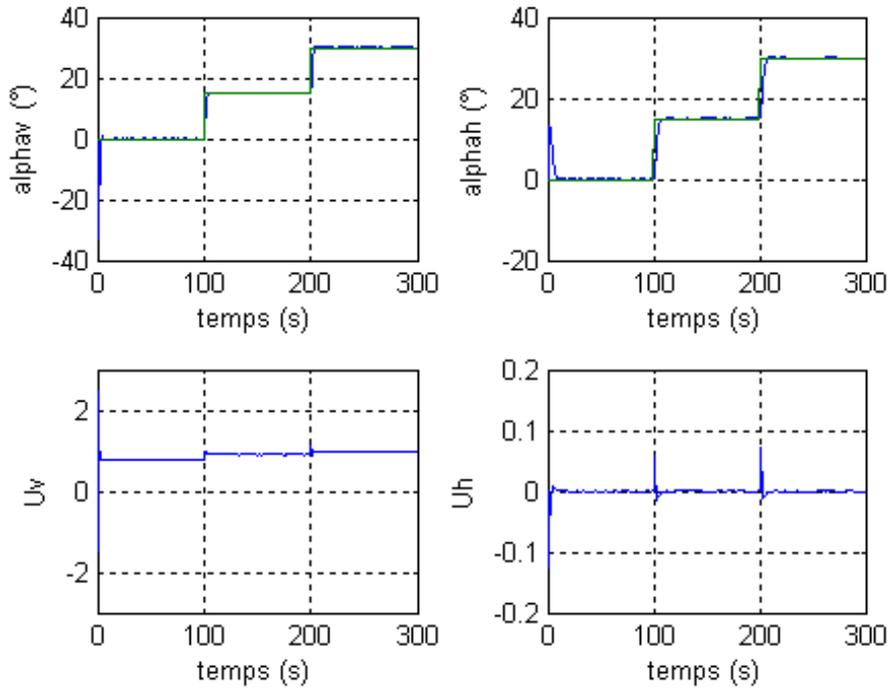


Figure IV.14 : Réponses du système nominal et signaux de commande pour une stabilisation et poursuite de référence avec une commande multi contrôleurs par retour d'état.

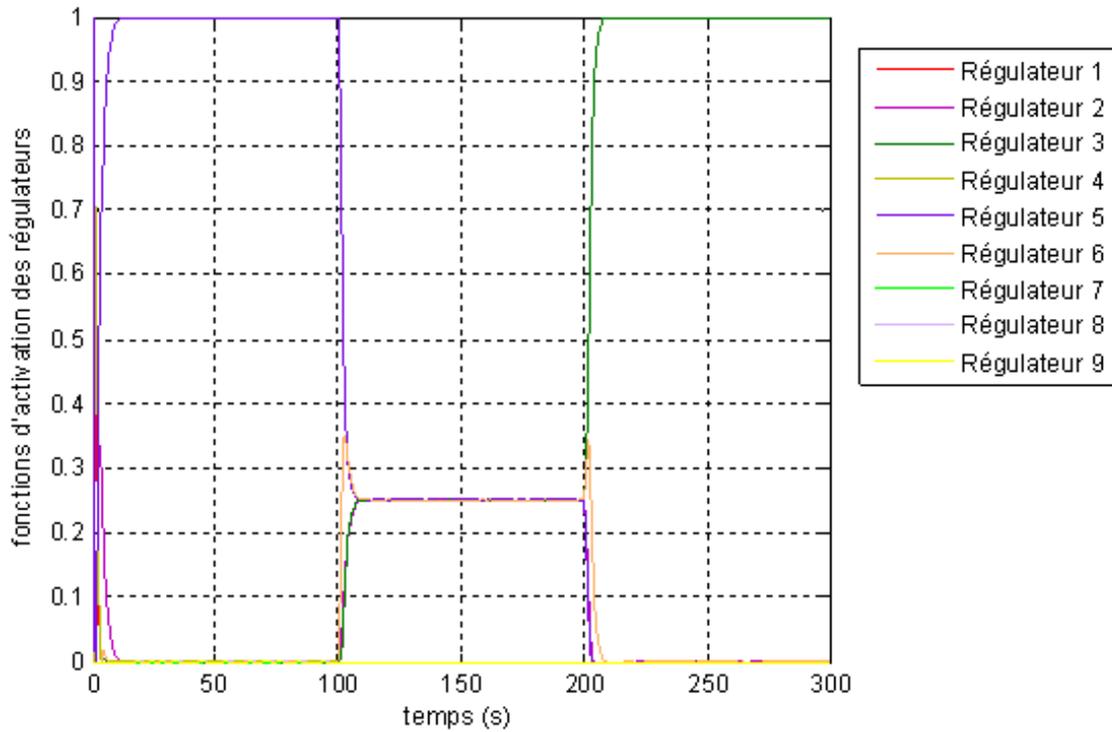


Figure IV.15 : Fonctions d'activation floues des régulateurs par retour d'état.

Afin d'illustrer le potentiel inhérent à la méthode développée, nous analysons les réponses du système face à des changements de consigne amenant ce dernier à évoluer en dehors des points de fonctionnements parfaitement connus.

On choisit pour cela une référence sinusoïdale d'amplitude $\frac{\pi}{6}$ et de fréquence 0.03rad/s :

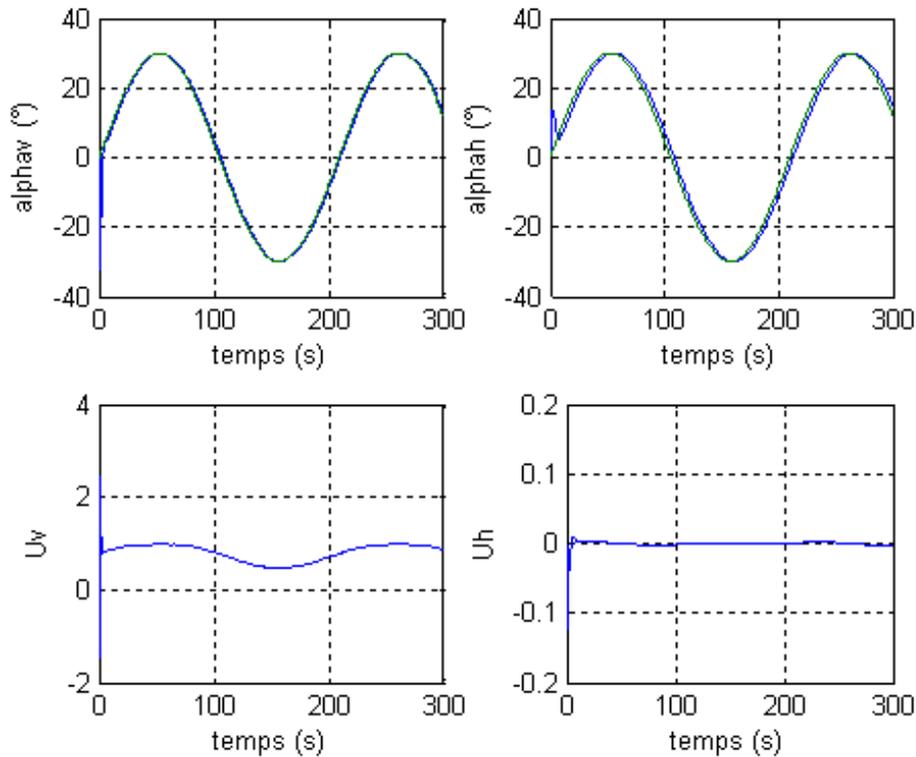


Figure IV.16 : Réponses du système nominal et signaux de commande pour un signal de référence sinusoïdal avec une commande multi contrôleurs par retour d'état.

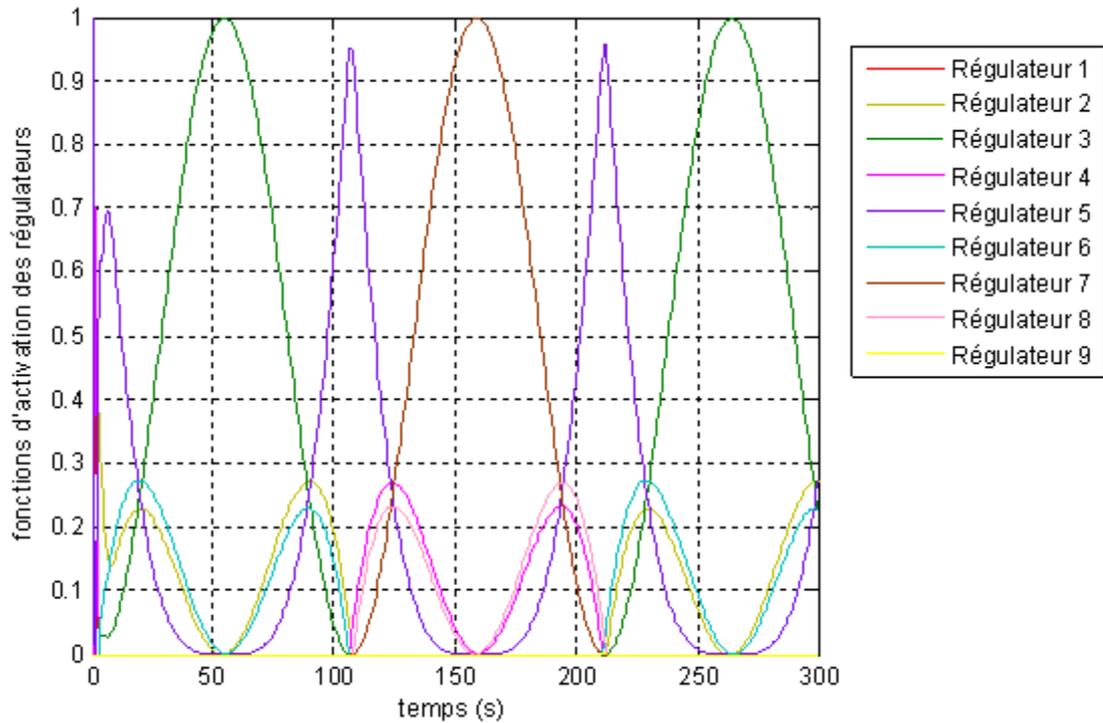


Figure IV.17 : Fonctions d'activation floues des régulateurs par retour d'état.

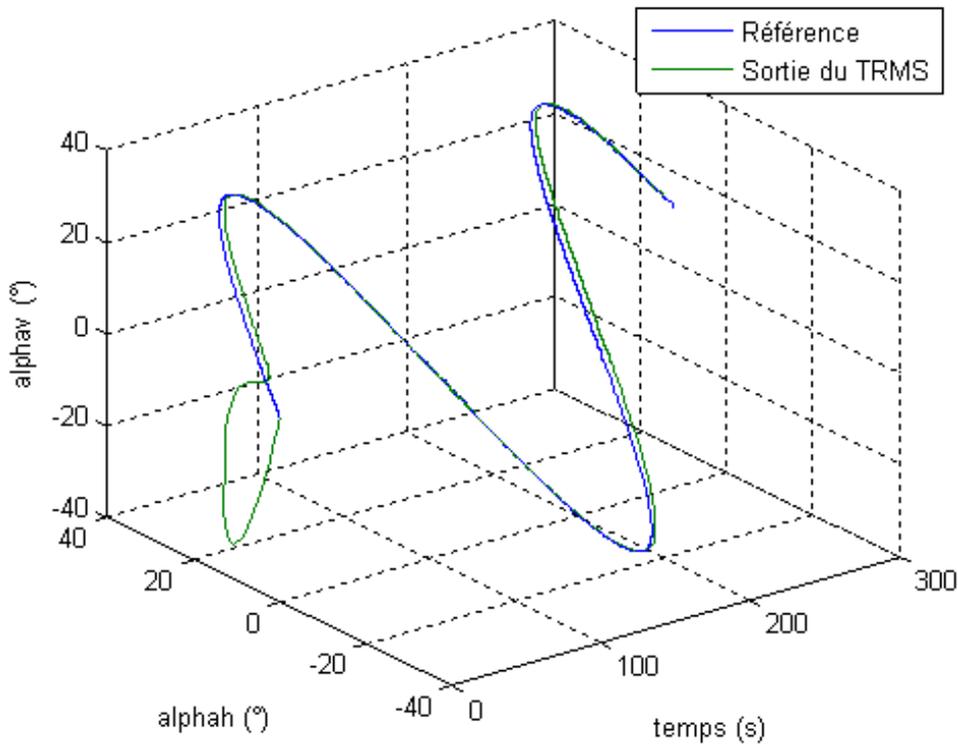


Figure IV.18 : Trajectoire du simulateur dans l'espace avec une commande multi contrôleurs par retour d'état.

La figure ci-dessus permet d'affirmer que la représentation multi-modèle est capable de représenter la dynamique du système en tout point.

Afin d'évaluer la robustesse de la commande on introduit une variation paramétrique qui consiste à changer la position du contrepoids :

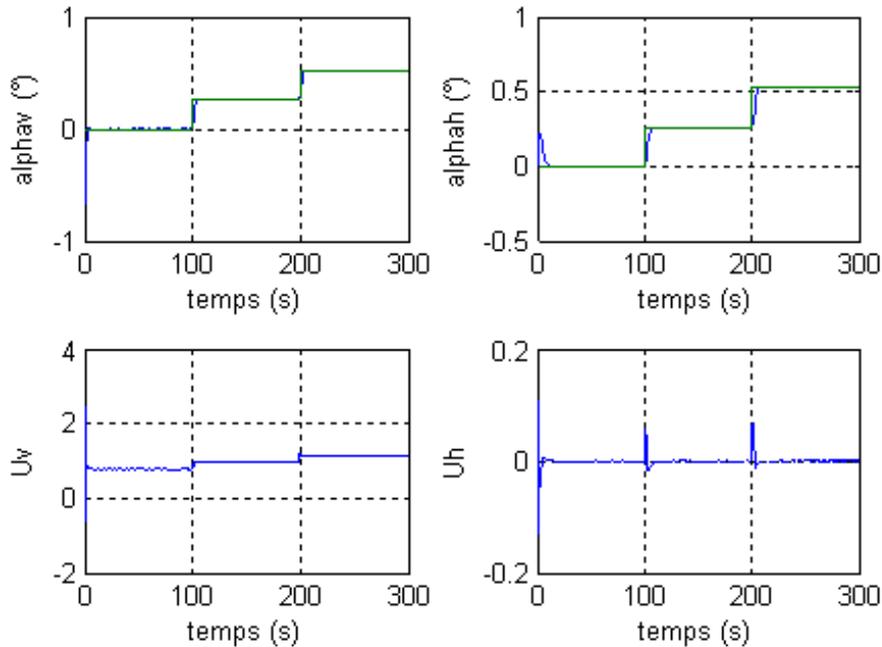


Figure IV.19 : *stabilisation et poursuite de référence en présence d'une variation paramétrique avec une commande multi contrôleurs par retour d'état.*

- **Cas du système en défaut et sans FTC :**

Dans une seconde partie, on introduit un défaut actionneur. La conséquence d'un défaut actionneur est illustrée sur les figures (IV.20).

Le simulateur d'hélicoptère étant un système fortement couplé ; on remarque qu'un défaut affectant le rotor secondaire engendre une dégradation des performances dans le mouvement horizontal et vertical. Les régulateurs (u_v, u_h) essayent de compenser les effets de ce défaut pour permettre au système de retrouver les références désirées. Cependant, les sorties du système (α_v, α_h) ne peuvent atteindre leurs valeurs nominales.

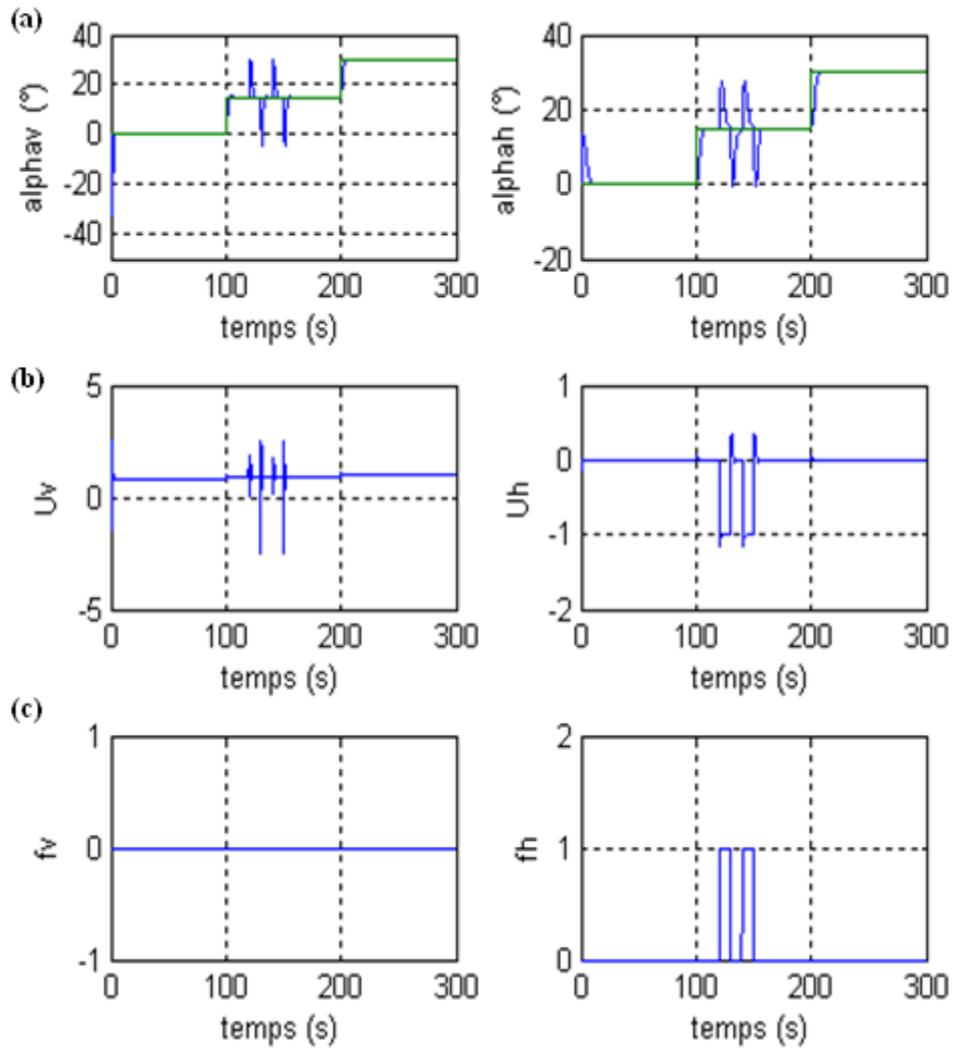


Figure IV.20 : Evolution des caractéristiques du système pour une stabilisation et poursuite de référence avec une commande multi contrôleurs par retour d'état en présence de défaut sans FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h), (b) les commandes du système, (c) : les défauts actionneurs.

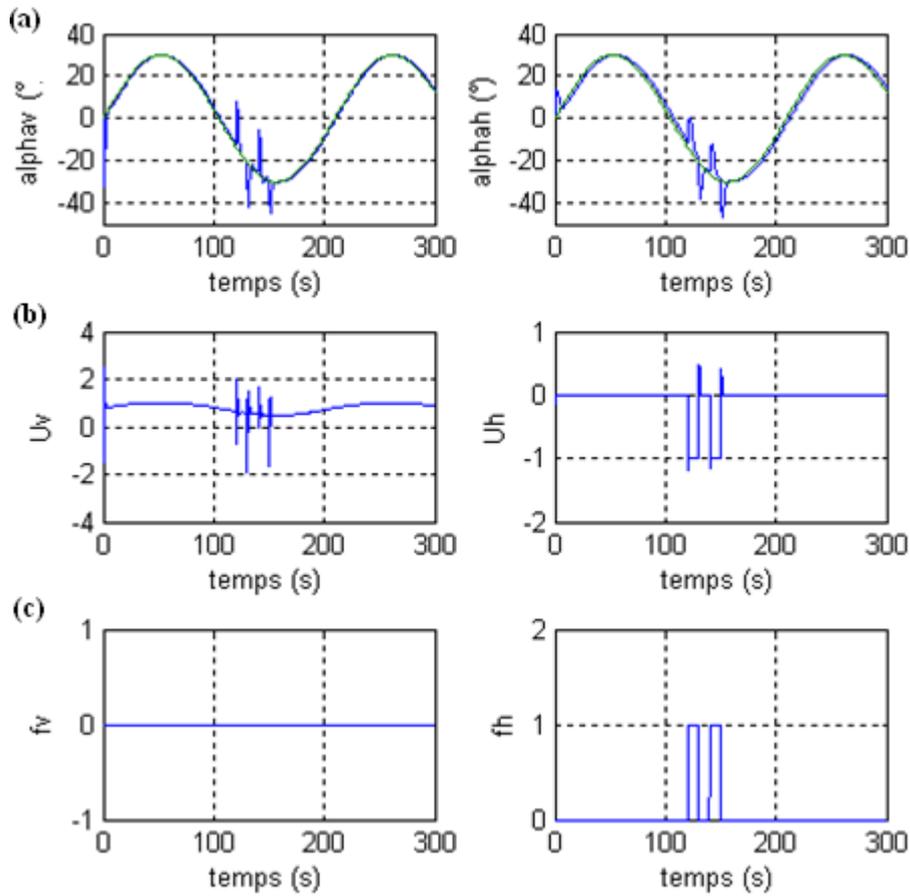


Figure IV.21 : Evolution des caractéristiques du système pour un signal de référence sinusoïdal avec une commande multi contrôleurs par retour d'état en présence de défaut sans FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h), (b) les commandes du système, (c) : les défauts actionneurs.

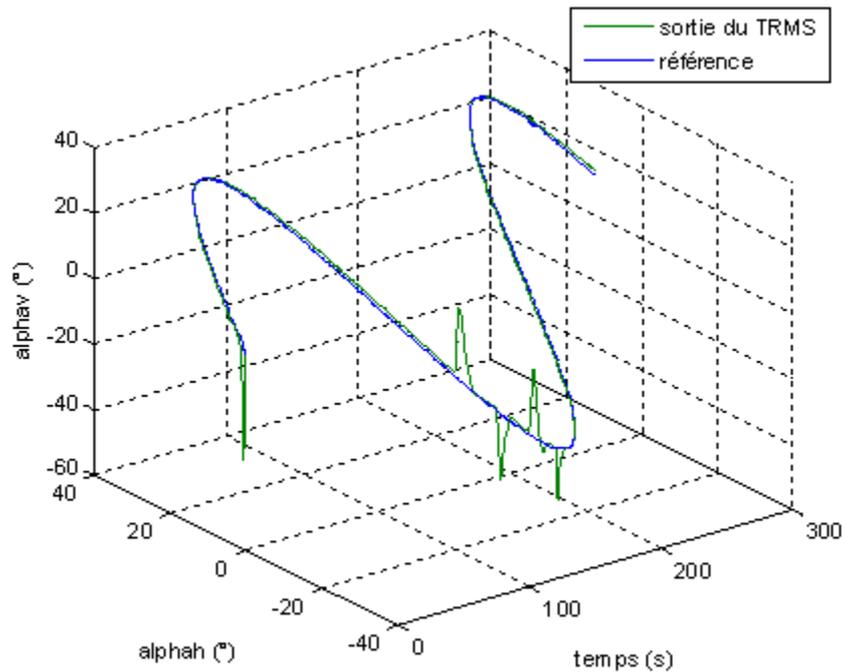


Figure IV.22 : Trajectoire du simulateur dans l'espace avec une commande multi contrôleurs par retour d'état en présence de défaut sans FTC.

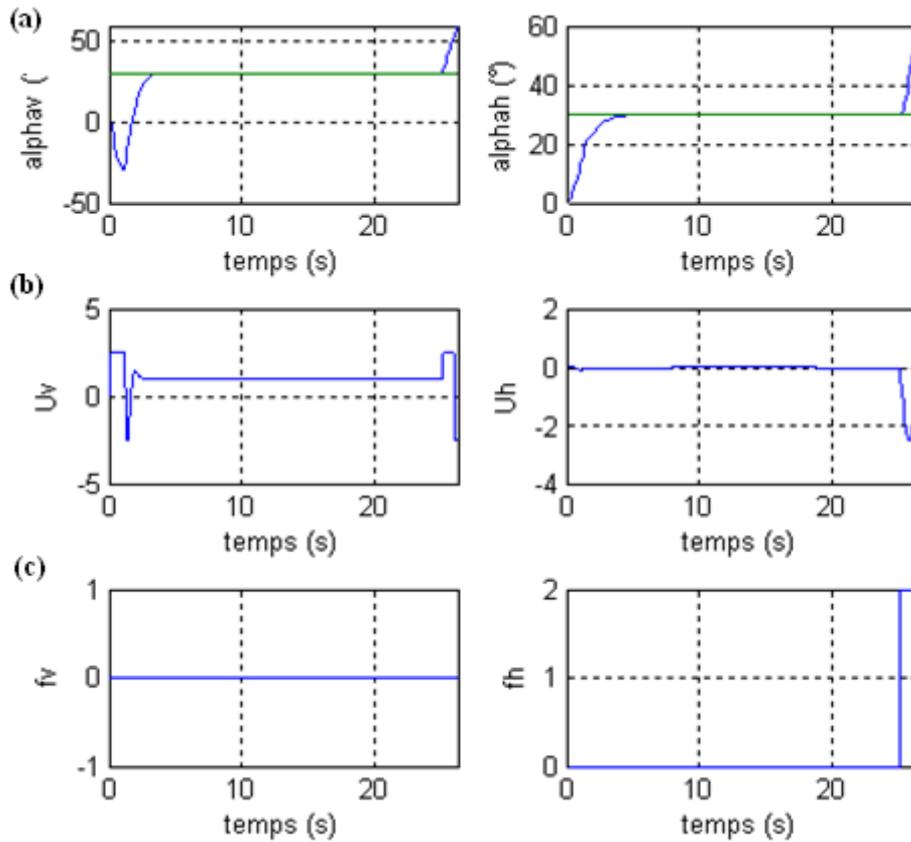


Figure IV.23 : Evolution des caractéristiques du système pour une poursuite de référence avec une commande par retour d'état en présence de défaut sans FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h), (b) les commandes du système, (c) : les défauts actionneurs.

IV.4.5 Commande multi contrôleurs H^∞ :

La synthèse de la commande H^∞ passe d'abord par la détermination des fonctions de pondération $W_1(s)$ et $W_2(s)$. Elle est basée sur l'approche par Loop-Shaping décrite dans la section précédente. Le calcul des régulateurs se fait à l'aide de la fonction MATLAB *ncfsyn*. Après plusieurs simulations, le choix s'est porté sur les pondérations suivantes relatives à tous les points de fonctionnement :

$$W_1(s) = \begin{pmatrix} \frac{50.5s + 30}{s + 0.001} & 0 \\ 0 & \frac{5s + 4.2}{s + 0.05} \end{pmatrix} \tag{IV. 50a}$$

$$W_2(s) = \begin{pmatrix} \frac{2.8s + 1.2}{s + 4} & 0 \\ 0 & \frac{5s + 3}{s + 4} \end{pmatrix} \tag{IV. 50b}$$

La fonction *ncfsyn* de MATLAB, permet d'obtenir des régulateurs dont l'ordre est égal à l'ordre du système augmenté des fonctions de pondération, pour le TRMS les correcteurs sont d'ordre 22. Pour les implémenter on est amené à faire une réduction d'ordre à l'aide de la commande *schurmr* de MATLAB, on obtient ainsi des régulateurs du 9^{ème} ordre faciles à implémenter. Les figures (VI.24) et (VI.25) représentent le tracé des valeurs singulières des matrices de fonctions de sensibilité et de sensibilité complémentaire du système avec le correcteur en boucle fermée pour les différents points de fonctionnement choisis pour la synthèse :

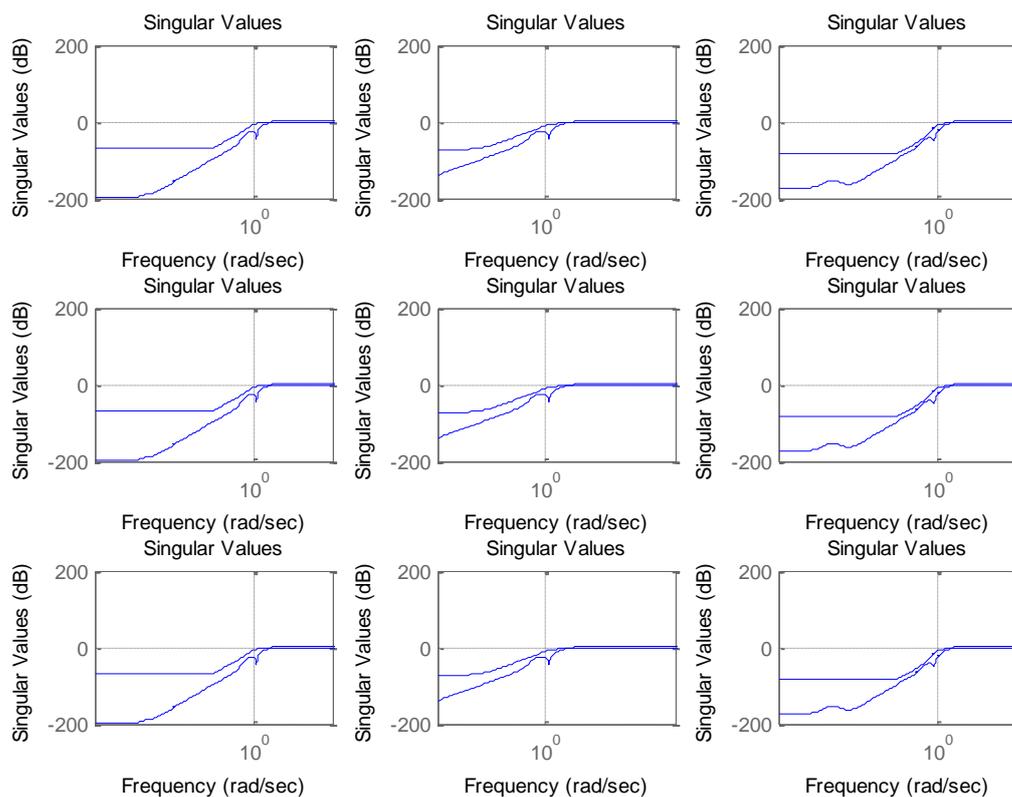


Figure IV.24 : Tracé des valeurs singulières des matrices fonctions de sensibilité des différents points de fonctionnement.

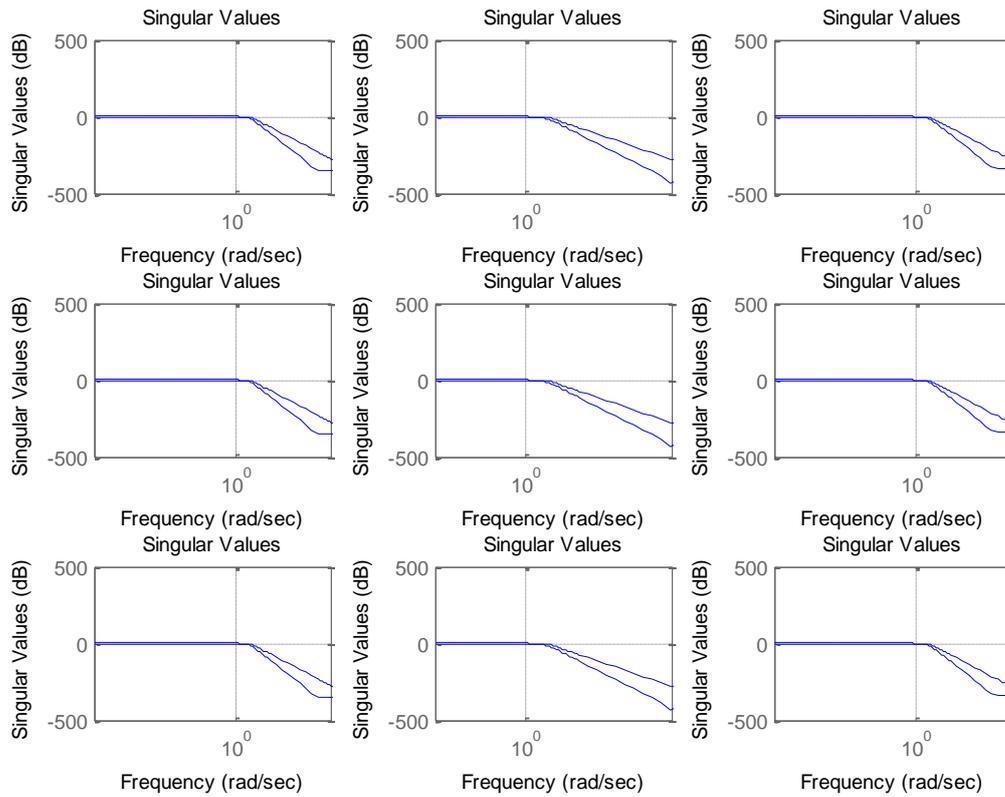


Figure IV.25 : *Tracé des valeurs singulières des matrices fonctions de sensibilité complémentaires des différents points de fonctionnement*

- **Cas nominal :**

Afin de valider les résultats de synthèse de la commande multi-contrôleurs H_∞ , les mêmes simulations effectuées pour la commande par retour d'état dans le cas nominal seront répétées.

Stabilisation et poursuite de référence :

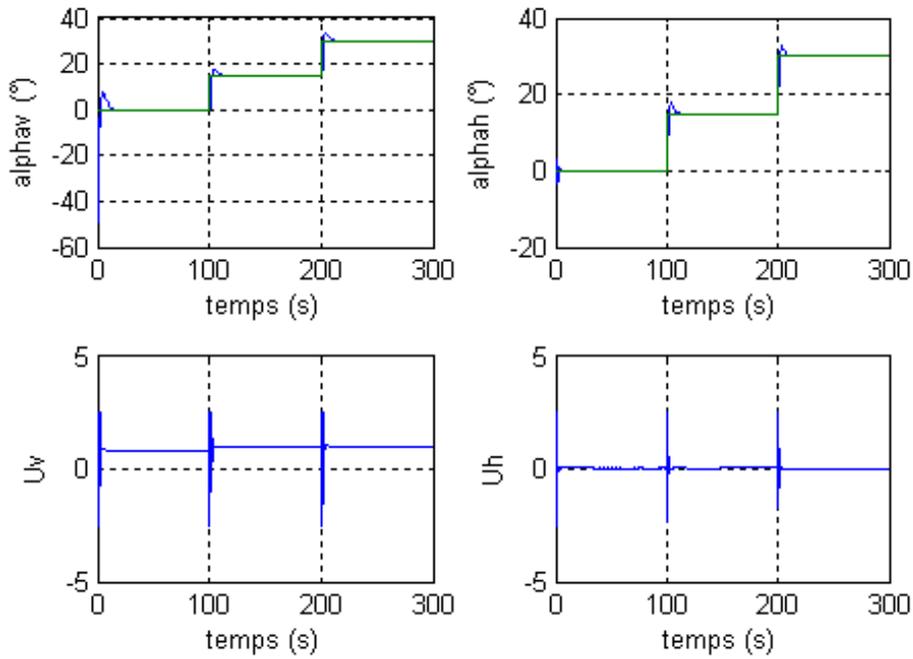


Figure IV.26 : Réponses du système nominal et signaux de commande pour une stabilisation et poursuite de référence avec une commande multi contrôleurs H^∞ .

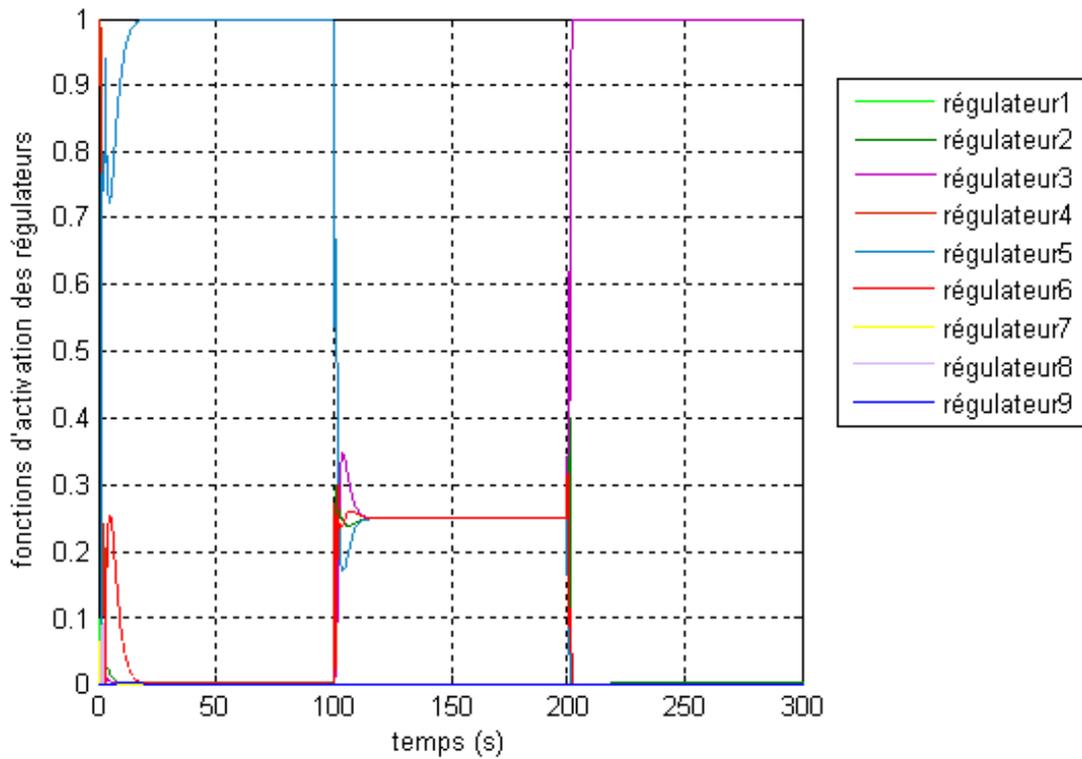


Figure IV.27 : Fonctions d'activation floues des régulateurs H^∞ .

Nous remarquons que les sorties y_1 et y_2 suivent correctement les variations des références.

Poursuite d'une sinusoïde d'amplitude 30° et de fréquence 0.02 Hz :

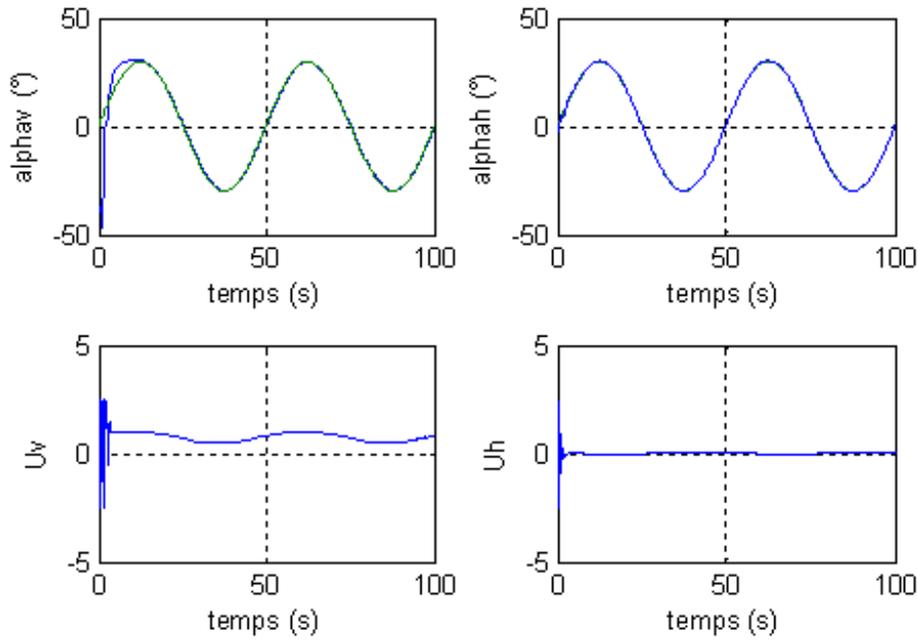


Figure IV.28 : Réponses du système nominal et signaux de commande pour un signal de référence sinusoïdal avec une commande multi contrôleurs H^∞ .

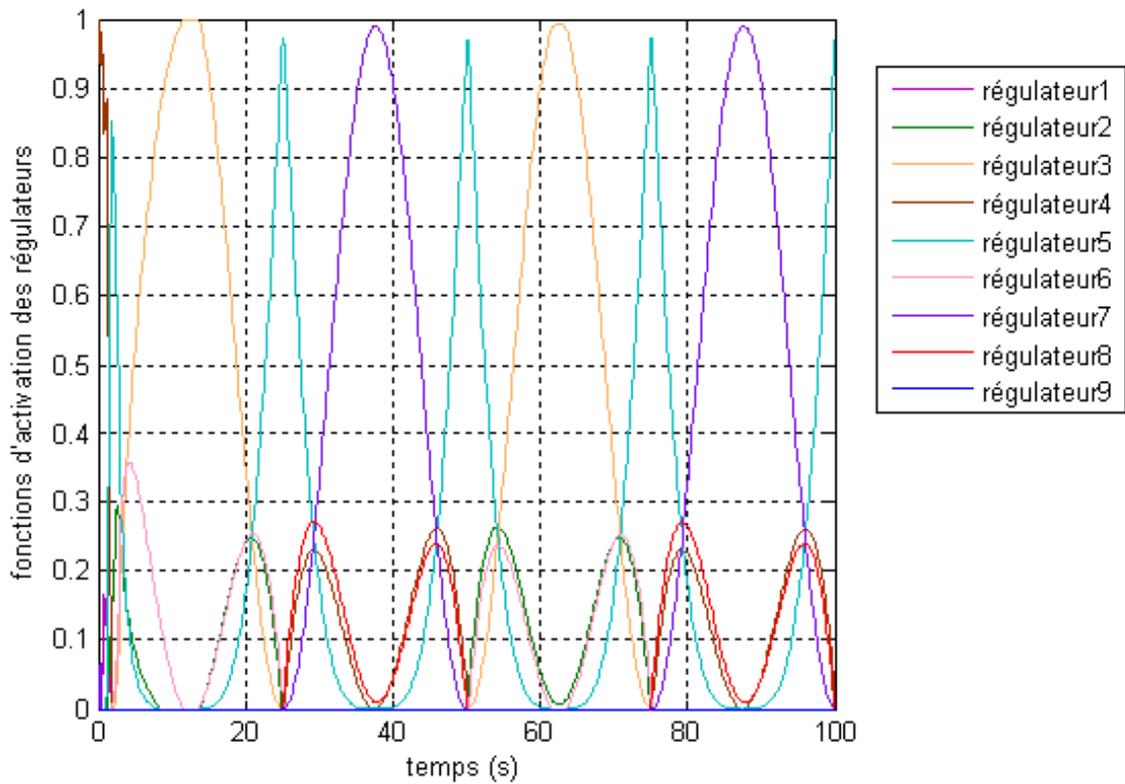


Figure IV.29 : Fonctions d'activation floues des régulateurs H^∞ .

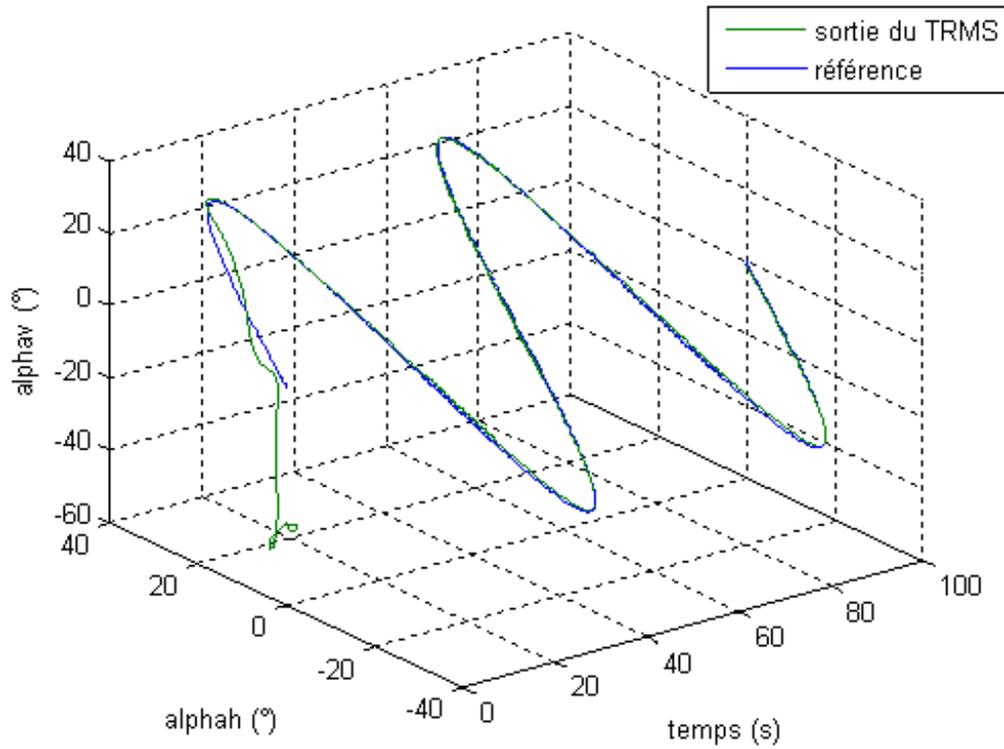


Figure IV.30 : Trajectoire du simulateur dans l'espace avec une commande multi contrôleurs H^∞ .

La robustesse de la commande H^∞ est évaluée par la variation du centre de gravité de la structure par le déplacement du contre poids :

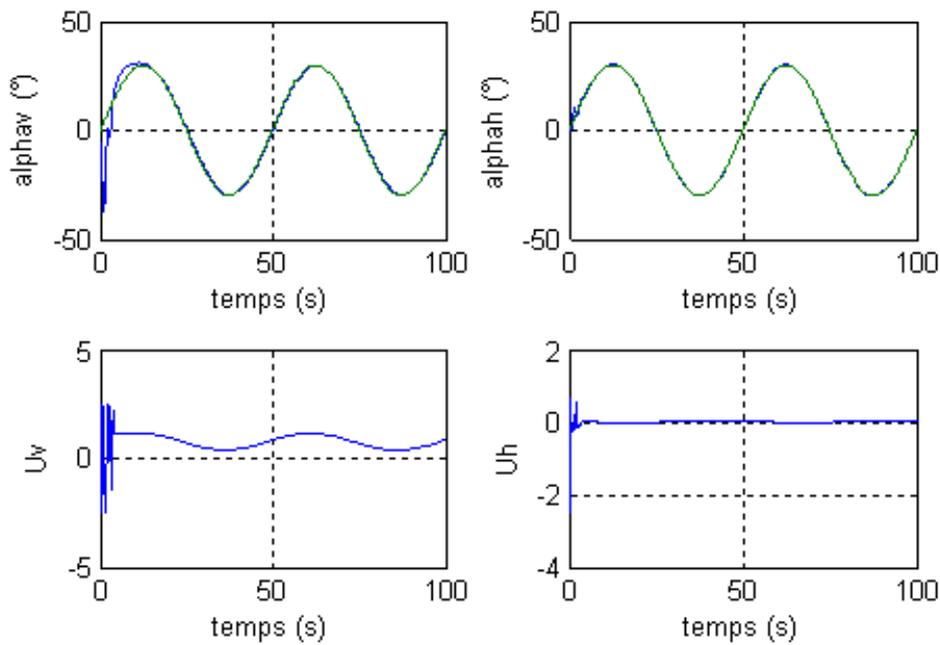


Figure IV.31 : poursuite d'un signal de référence sinusoïdal en présence d'une variation paramétrique avec une commande multi contrôleurs H^∞ .

- Cas du système défaillant :

Différents scénarios de défauts sont à considérer :

Le défaut considéré est un défaut actionneur transitoire apparu sur le sous système d'azimut à l'instant $t=25s$:

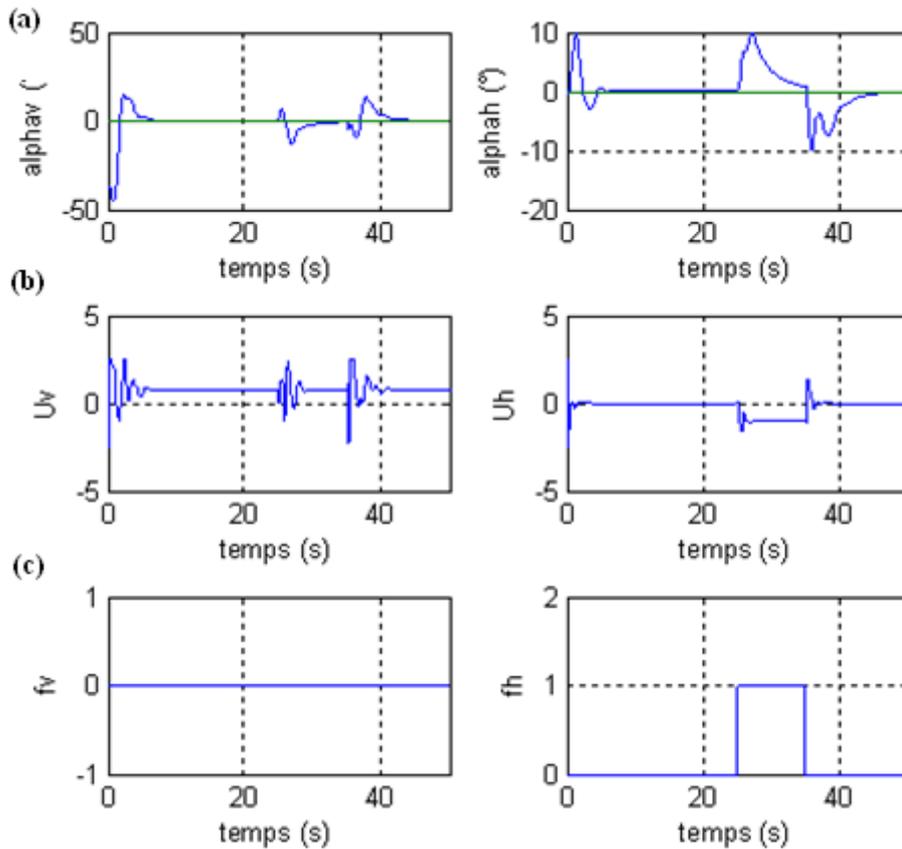


Figure IV.32 : Evolution des caractéristiques du système pour une stabilisation avec une commande multi contrôleurs H^∞ en présence de défaut f_h sans FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h) , (b) les commandes du système, (c) : les défauts actionneurs.

La figure (IV.33) montre les réponses pour un défaut actionneur transitoire apparu sur le sous système d'élévation à $t=25s$:

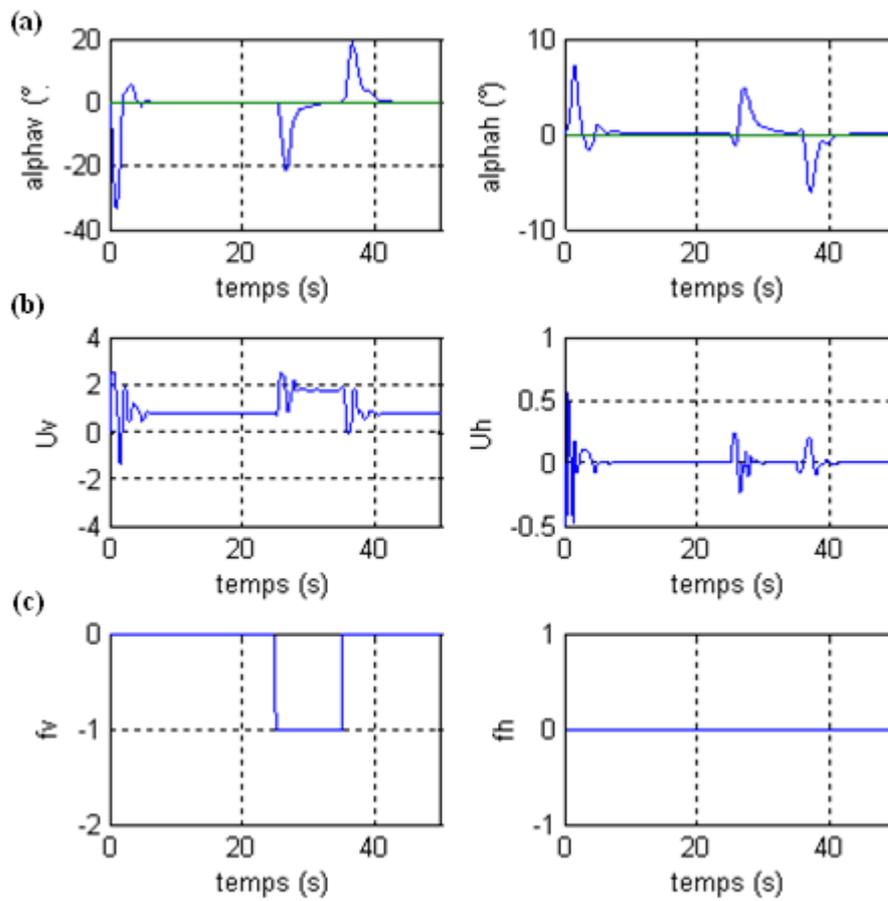


Figure IV.33 : Evolution des caractéristiques du système pour une stabilisation avec une commande multi contrôleurs H^∞ en présence de défaut f_v sans FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h), (b) les commandes du système, (c) : les défauts actionneurs.

Soit à considérer un défaut intermittent du rotor de queue pour une référence sinusoïdale :

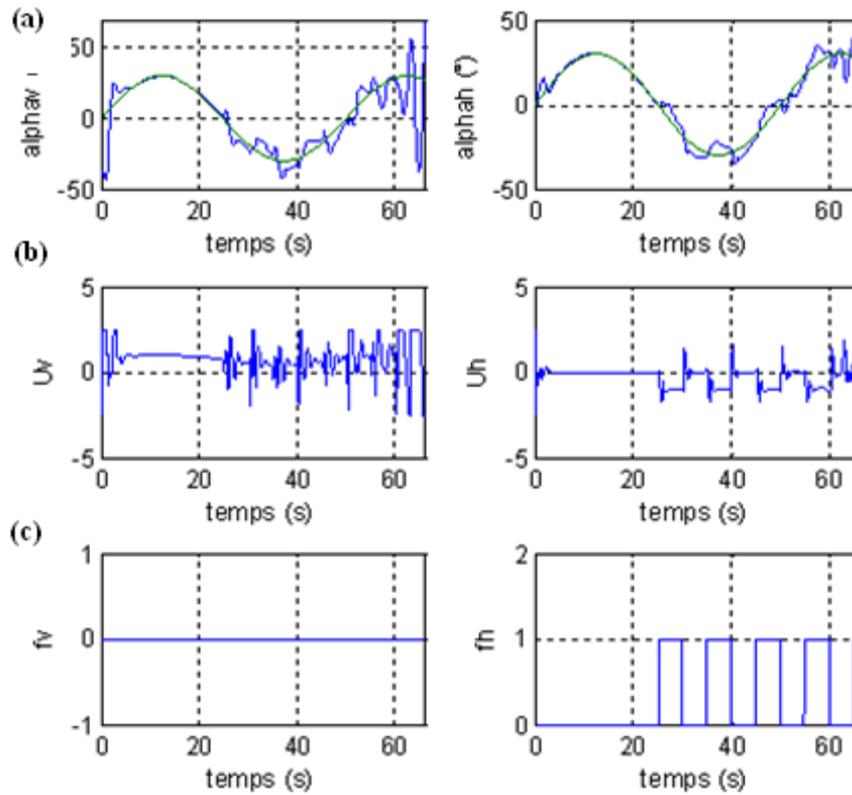


Figure IV.34 : Evolution des caractéristiques du système pour un signal de référence sinusoïdal avec une commande multi contrôleurs H^∞ en présence de défaut sans FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h), (b) les commandes du système, (c) : les défauts actionneurs.

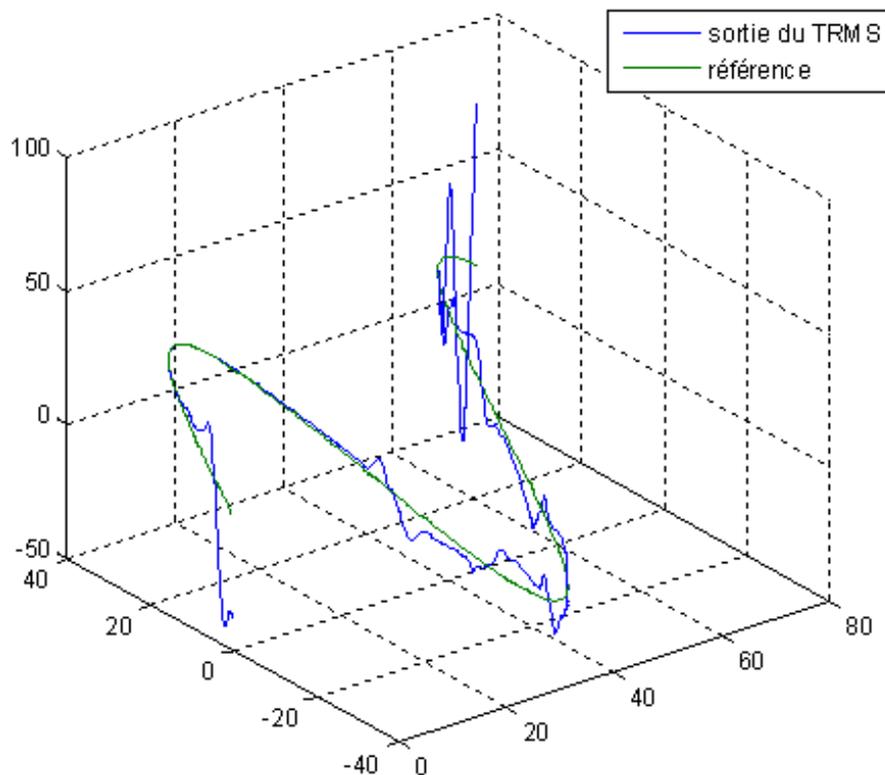


Figure IV.35 : Trajectoire du simulateur dans l'espace avec une commande multi contrôleurs H^∞ en présence de défaut sans FTC.

IV.5 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons abordé l'analyse et la synthèse de la commande multi contrôleurs de type retour d'état et H_∞ . On a introduit par ailleurs les notions de la logique floue qui a été utilisée pour développer un commutateur flou dont le rôle est de combiner les effets des différents contrôleurs calculés indépendamment.

Les réponses du système en boucle fermée ont montré l'efficacité des commandes synthétisées. Cependant en cas de défauts les commandes ne peuvent plus préserver les performances désirées. Ce problème est réglé par l'ajout d'un terme additif à la commande nominale que nous déterminerons dans la suite dans le cadre de la commande tolérante aux défauts.

Chapitre V

Commande active tolérante aux défauts

Sommaire :

Chapitre V :

Commande active tolérante aux défauts

V.1	Introduction.....	106
V.2	Problématique.....	106
V.3	Commande tolérante aux défauts en multi-modèles	107
	V.3.1 Estimation des défauts.....	109
	V.3.2 Problème de stabilisation	110
	V.3.3 Conception d'un multiobservateur à entrées inconnues	110
V.4	Synthèse de la commande tolérante aux défauts	111
	V.4.1 Méthode de résolution.....	112
	V.4.2 Placement de pôles	113
	V.4.2.1 Placement de pôles de la commande FTC	113
	V.4.2.2 Placement de pôles de l'observateur	113
V.5	Application au TRMS.....	114
V.6	Simulations	116
V.7	Conclusion	126

V.1 Introduction :

L'objectif de ce chapitre est de synthétiser une loi de commande active tolérante aux défauts actionneurs additifs pour des systèmes non linéaires représentés par des multi-modèles.

La synthèse de la commande active tolérante aux défauts que nous allons étudier, consiste à s'appuyer sur un module de diagnostic qui pourvoit à l'estimation des états du système en présence de défauts actionneurs additifs, ces derniers sont considérés comme des entrées inconnues seront aussi estimés. Cette estimation est utilisée dans le calcul du régulateur tolérant aux défauts.

V.2 Problématique :

Considérons un système représenté par le multi-modèle suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + \Delta X_i) \\ y(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t))(C_i x(t) + \Delta Y_i) \end{cases} \quad (V.1)$$

où $x(t) \in R^n$ est le vecteur d'état, $y(t) \in R^p$ est le vecteur de sortie et $u(t) \in R^m$ est le vecteur d'entrée. $\xi(t)$ représente le vecteur de variables de décision qui peuvent dépendre de l'état, des sorties ou des entrées. En considérant le système d'équations (V.1), S est une matrice de séquençement des modèles variant de la façon suivante :

$$S = \left\{ \sum_{i=1}^N \mu_i S_i : \mu_i \geq 0, \sum_{i=1}^N \mu_i = 1 \right\} \quad (V.2)$$

Avec :

$$S_i = \begin{bmatrix} A_i & B_i & \Delta X_i \\ C_i & \Delta Y_i & \end{bmatrix}, \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (V.3)$$

En présence de défauts actionneurs (sous forme additive), le système précédent s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t))(A_i x_f(t) + B_i u_f(t) + L_i f + \Delta X_i) \\ y_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t))(C_i x_f(t) + \Delta Y_i) \end{cases} \quad (V.4)$$

Où L_i est la matrice de distribution des défauts.

En présence de défauts actionneurs additifs, un conventionnel gain de retour d'état peut s'avérer très limité et amener le système vers des comportements non désirés, voire à l'instabilité. Comme exposé dans le 3^{ème} chapitre, il est nécessaire alors de synthétiser de nouveaux gains par exemple, par la méthode Pseudo-inverse, ou par placement de structure propre, permettant de contraindre les valeurs propres du système en défaut en Boucle Fermée (BF) à rester égales ou le plus proche possible à celles du cas nominal (en l'absence de défaut). Cependant, ces méthodes considèrent des modèles linéarisés de systèmes non linéaires autour d'un unique point de fonctionnement, or nous désirons considérer plusieurs points de fonctionnement. Par conséquent, notre activité dans ce chapitre s'inscrit directement dans l'optique de la synthèse de commande assurant la stabilité du système en BF en regard des performances nominales lors de défauts actionneurs au travers de multiples points de fonctionnement.

V.3 Commande tolérante aux défauts en multi-modèles : [24][25][23]

Nous considérons pour ce qui suit une seule matrice de sortie C pour les différents points de fonctionnements \mathcal{PFI} . Ainsi, le système précédent (V.1) s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + \Delta X_i) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (V.5)$$

$$(V.6)$$

En considérant la représentation additive des défauts actionneurs, le système (V.5) – (V.6) prend la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t)) (A_i x_f(t) + B_i u_f(t) + L_i f(t) + \Delta X_i) & (V.7) \\ y_f(t) = C x_f(t) & (V.8) \end{cases}$$

Où $x_f(t) \in R^n$ est le vecteur d'état du système en défaut, $y_f(t) \in R^p$ est le vecteur de sortie et $u_f(t) \in R^m$ est le vecteur d'entrée. La matrice d'état du $i^{\text{ème}}$ modèle local est $A_i \in R^{n \times n}$, la matrice de commande est $B_i \in R^{n \times m}$ et la matrice de sortie est $C \in R^{p \times n}$. Les matrices de distribution des défauts sont notées $L_i \in R^{n \times s}$ supposées de plein rang en colonne, et $f \in R^s$ représente le vecteur des défauts. Le terme $\Delta X_i \in R^{n \times 1}$ est un vecteur dépendant du $i^{\text{ème}}$ point de fonctionnement. D'un point de vue de détectabilité des défauts, nous supposons que les matrices $L_i, \forall i \in \{1, \dots, N\}$ sont monics c.à.d. que si $f \neq 0$ alors $L_i f \neq 0$. De plus, il faut noter que de manière classique et à des fins de détectabilité de défauts, le diagnostic des systèmes linéaires, impose que le nombre de défauts, soit inférieur strictement au nombre de sorties du système ($s < m$). [21]

L'objectif de la méthode est de synthétiser une loi de commande $u_f(t)$ qui annule l'effet des défauts sur le système en BF et fait converger asymptotiquement l'état $x_f(t)$ vers l'état $x(t)$ malgré la présence des défauts. La loi de commande est synthétisée de la façon suivante :

$$u_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t)) (-S_i \hat{f}(t) + K_{1,i} (x(t) - x_f(t)) + u(t)) \quad (V.9)$$

Où $\hat{f}(t)$ représente une estimation du défaut. Le but du premier terme de la commande $S_i \hat{f}(t)$ est l'estimation du défaut, le but du terme $K_{1,i} (x(t) - x_f(t))$ est d'annuler l'erreur d'estimation et $u(t)$ définit la commande nominale. En remplaçant les vecteurs d'état $x(t)$ et $x_f(t)$ par leurs estimés $\hat{x}(t)$ et $\hat{x}_f(t)$ dans l'équation (V.9), l'application de cette technique revient à :

- Déterminer $\hat{f}(t)$.
- Calculer les gains $K_{1,i}, \forall i \in \{1, \dots, N\}$ de sorte que le système en BF soit stable, i.e. problème de stabilisation.

V.3.1 Estimation des défauts :

Les défauts actionneurs représentés par le vecteur $f(t)$ dans l'équation (V.7) peuvent être considérés comme étant des entrées inconnues. Ceci nous permet d'utiliser la théorie **des observateurs à entrées inconnues** (en anglais Unknown Inputs Observer, **UIO**) pour les estimer. Ainsi l'estimation d'état en présence de défaut tend vers l'état lui-même. On remplace alors $x_f(t)$ par son estimation $\hat{x}_f(t)$ dans les équations (V.7) – (V.8) et l'on obtient :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t))(A_i \hat{x}_f(t) + B_i u_f(t) + L_i \hat{f}(t) + \Delta X_i) & (V.10) \\ \hat{y}_f(t) = C \hat{x}_f(t) & (V.11) \end{cases}$$

A partir de l'équation(V.10), on obtient:

$$\sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t))L_i \hat{f}(t) = \dot{\hat{x}}_f(t) - \left[\sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t))(A_i \hat{x}_f(t) + B_i u_f(t) + \Delta X_i) \right] \quad (V.12)$$

Sous l'hypothèse que les matrices $L_i, \forall i \in \{1, \dots, N\}$ soient de plein rang colonne et que: $\text{rang}(C L_i) = \text{rang}(L_i) = s$ (condition nécessaire pour le calcul de la pseudo inverse), alors le problème se ramène à un système d'équations linéaires en $f(t)$ équivalent à un problème d'optimisation linéaire résolu par la méthode des moindres carrés. La solution numérique de ce problème est basée sur le calcul de la pseudo-inverse de la matrice $(C L_i), \forall i \in \{1, \dots, N\}$. Une estimation du défaut est alors déduite :

$$\hat{f}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t))H_i(\dot{y}(t) - CA_i \hat{x}_f(t) - CB_i u_f(t) - C\Delta X_i) \quad (V.13)$$

Avec :

$$H_i = [(CL_i)^T CL_i]^{-1}(CL_i)^T : \text{Pseudo inverse de la matrice } (CL_i)$$

L'expression de l'erreur d'estimation du défaut est :

$$f(t) - \hat{f}(t) = - \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t))H_i CA_i (x_f(t) - \hat{x}_f(t)) \quad (V.14)$$

Le vecteur $f(t)$ représentant les défauts dans l'équation (V.14) est obtenu à partir de l'équation (V.13) en considérant que tous les états sont accessibles c.à.d. $\hat{x}_f(t) = x_f(t)$.

V.3.2 Problème de stabilisation :

En remplaçant la commande $u_f(t)$ dans l'équation (V.7) par son expression dans l'équation (V.9) on retrouve :

$$\dot{x}_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t)) (A_i x_f(t) - B_i S_i \hat{f}(t) + B_i K_{1,i} e(t) + B_i u(t) + L_i f(t) + \Delta X_i) \quad (V.15)$$

où $e(t) = x(t) - x_f(t)$ représente l'erreur entre l'état du système dans le cas nominal (sans défaut) et l'état du système en défaut. On admet que les matrices $S_i, \forall i \in \{1, \dots, N\}$ satisfont les égalités $B_i S_i = L_i$. Soit $S_i = I$ pour $i \in \{1, \dots, N\}$ dans le cas des défauts actionneurs. Ainsi on retrouve :

$$\dot{x}_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t)) (A_i x_f(t) + L_i (f(t) - \hat{f}(t)) + B_i K_{1,i} e(t) + B_i u(t) + \Delta X_i) \quad (V.16)$$

Enfin, on substitue (V.14) dans (V.16) et on applique le résultat dans $\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_f(t)$, on obtient :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t)) [(A_i - B_i K_{1,i}) e(t) + L_i H_i C A_i e_f(t)] \quad (V.17)$$

Où $e_f(t) = x_f(t) - \hat{x}_f(t)$ est l'erreur d'estimation d'état.

V.3.3 Conception d'un multiobservateur à entrées inconnues :

Le défaut estimé dans l'équation (V.13) exige l'estimation de l'état $\hat{x}_f(t)$. Ceci nécessite la synthèse d'un observateur d'état. Ainsi en remplaçant (V.13) dans (V.10), il vient :

$$\dot{\hat{x}}_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t)) (\bar{A}_i \hat{x}_f(t) + \bar{B}_i u_f(t) + \bar{L}_i \hat{y}_f(t) + \bar{\Delta X}_i) \quad (V.18)$$

où : $\bar{A}_i = (I - L_i H_i C) A_i, \bar{B}_i = (I - L_i H_i C) B_i, \bar{L}_i = L_i H_i$ et $\bar{\Delta X}_i = (I - L_i H_i C) \Delta X_i$.

Pour concevoir le multiobservateur, on associe à chaque modèle local un observateur local, le multiobservateur (observateur global) est une somme des observateurs locaux pondérée par des fonctions d'activation identiques à celles associées aux modèles locaux du multimodèle.

Les défauts actionneurs sont considérés comme étant des entrées inconnues, l'objectif est l'estimation des états de ce système ainsi que les entrées inconnues. Pour cela, on propose la synthèse d'un multiobservateur basée sur l'élimination de ces entrées inconnues.

La structure du multiobservateur est la suivante :

$$\hat{x}_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t)) (\bar{A}_i \hat{x}_f(t) + \bar{B}_i u_f(t) + \bar{L}_i \dot{y}_f(t) + \bar{\Delta X}_i + K_{2,i} (y_f(t) - C \hat{x}_f(t))) \quad (V.19)$$

Enfin, l'erreur d'estimation d'état est définie par l'équation suivante :

$$\dot{e}_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t)) (\bar{A}_i - K_{2,i} C) e_f(t) \quad (V.20)$$

V.4 Synthèse de la commande tolérante aux défauts:

La méthodologie de synthèse de la commande FTC proposée dans ce chapitre a été bâtie autour des hypothèses suivantes :

- Les paires (A_i, C) sont observables.
- Les paires (A_i, B) sont commandables.

La première hypothèse est nécessaire pour le calcul des gains du multiobservateur, alors que la deuxième permet de calculer les gains de la commande FTC. Ainsi il est possible de calculer les matrices $K_{1,i}$ et $K_{2,i}$ tel que l'erreur mise sous la forme :

$$\bar{e}(t) = \begin{bmatrix} e(t) \\ e_f(t) \end{bmatrix} \quad (V.21)$$

Descrite par :

$$\begin{aligned} \dot{\bar{e}}(t) &= \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t)) \begin{bmatrix} A_i - B_i K_{1,i} & L_i H_i C A_i \\ 0 & \bar{A}_i - K_{2,i} C \end{bmatrix} \bar{e}(t) \\ &= \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t)) A_{0,i} \bar{e}(t) \end{aligned} \quad (V.22)$$

Converge asymptotiquement vers zéro.

Avec :

$$A_{0,i} = \begin{bmatrix} A_i - B_i K_{1,i} & L_i H_i C A_i \\ 0 & \bar{A}_i - K_{2,i} C \end{bmatrix}, \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (V.23)$$

On remarque à partir de la structure de la matrice $A_{0,i}$ dans (V.22) que les valeurs propres de la matrice $A_{0,i}$ sont les valeurs propres des blocs de la diagonale $[A_i - B_i K_{1,i}]$ et $[\bar{A}_i - K_{2,i} C]$. La dynamique du retour d'état d'une part, et de l'observateur d'autre part, sont séparées : on peut régler les valeurs propres de la commande FTC par les matrices de retour d'état $K_{1,i}, \forall i \in \{1, \dots, N\}$ de façon indépendante des valeurs propres de l'observateur que l'on règle par le choix des matrices $K_{2,i}, \forall i \in \{1, \dots, N\}$ (**principe de séparation**).

V.4.1 Méthode de résolution :

L'expression de l'erreur donnée par l'équation (V.22) est globalement asymptotiquement stable s'il existe deux matrices symétriques et définies positives X_1, X_2 tel que :

$$(A_i - B_i K_{1,i})X_1 + X_1(A_i^T - K_{1,i}^T B_i^T) < 0, \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (V.24)$$

$$(\bar{A}_i - K_{2,i} C)^T X_2 + X_2(\bar{A}_i - K_{2,i} C) < 0, \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (V.25)$$

Les inégalités (V.24) et (V.25) sont non linéaires par rapport aux variables $K_{1,i}, X_1$ et $K_{2,i}, X_2$ respectivement. Des méthodes de résolution ont été proposées pour résoudre des inégalités matricielles non linéaires et en particulier bilinéaires (BMIs). La méthode que nous avons adoptée est basée sur un changement de variable. Soit le changement de variable suivant :

$$W_{1,i} = K_{1,i} X_1 \quad (V.26)$$

$$W_{2,i} = X_2 K_{2,i} \quad (V.27)$$

Les inégalités (V.24) et (V.25) peuvent alors être réécrites, $\forall i \in \{1, \dots, N\}$:

$$A_i X_1 + X_1 A_i^T - B_i W_{1,i} - W_{1,i}^T B_i^T < 0, \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (V.28)$$

$$\bar{A}_i^T X_2 + X_2 \bar{A}_i - W_{2,i} C - C^T W_{2,i}^T < 0, \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (V.29)$$

Ces dernières inégalités matricielles sont linéaires par rapport aux variables inconnues $X_1, W_{1,i}$ et $X_2, W_{2,i}$. Par conséquent, des outils LMI peuvent être utilisés pour les résoudre. Ayant résolu ce problème et obtenu des solutions $X_1, W_{1,i}$ et $X_2, W_{2,i}$ vérifiant (V.28) et (V.29) respectivement, on en déduit les gains $K_{1,i}, K_{2,i}$:

$$K_{1,i} = W_{1,i}X_1^{-1} \quad (V.30)$$

$$K_{2,i} = X_2^{-1}W_{2,i} \quad (V.31)$$

V.4.2 Placement de pôles :

V.4.2.1 Placement de pôles de la commande FTC :

Comme dans le cas de la commande par retour d'état nominale, on peut imposer un placement des valeurs propres des matrices $A_i - B_iK_{1,i}, \forall i \in \{1, \dots, N\}$ dans la région $S(\zeta, \rho)$ précédemment définie (voir chapitre IV). De ce fait, la résolution de l'équation (V.28) est remplacée par la résolution des inégalités suivantes :

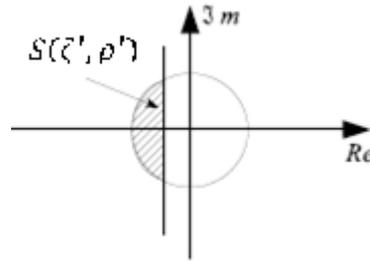
$$\begin{cases} A_iX_1 + X_1A_i^T - B_iW_{1,i} - W_{1,i}^TB_i^T + 2\zeta X < 0 \\ \left(\begin{array}{cc} -\rho X & A_iX_1 - B_iW_{1,i} \\ X_1A_i^T - W_{1,i}^TB_i^T & -\rho X \end{array} \right) < 0 \end{cases} \quad \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (V.32)$$

V.4.2.2 Placement de pôles de l'observateur :

Dans cette partie, on examine comment améliorer les performances du multiobservateur, notamment en ce qui concerne la vitesse de convergence vers zéro de l'erreur d'estimation d'état.

La dynamique du multiobservateur est choisie de telle manière quelle soit sensiblement plus rapide que celle du multimodèle. Pour cela, on fixe les valeurs propres de l'observateur dans le demi-plan gauche du plan complexe de sorte que leurs parties réelles soient plus grandes en valeur absolue que celles du système. Aussi il faut borner la partie imaginaire des valeurs propres assurant ainsi un bon amortissement de l'erreur d'estimation. Ces conditions sont vérifiées par le choix de la région $S(\zeta', \rho')$ définie comme l'intersection entre un disque, de centre $(0, 0)$ et de rayon ρ' , et du demi-plan gauche limité par une droite d'abscisse $(-\zeta')$.

[32], [22]



La résolution de l'équation (V.29) de la démarche précédente est remplacée par la résolution des inégalités suivantes :

$$\begin{cases} \bar{A}_i^T X_2 + X_2 \bar{A}_i - W_{2,i} C - C^T W_{2,i}^T + 2\zeta' X < 0 \\ \begin{pmatrix} -\rho' X & \bar{A}_i^T X_2 - C^T W_{2,i}^T \\ X_2 \bar{A}_i - W_{2,i} C & -\rho' X \end{pmatrix} < 0 \end{cases} \quad \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (V.33)$$

V.5 Application au TRMS :

Dans ce paragraphe nous allons donner les paramètres de synthèse de la commande AFTC pour une commande nominale par retour d'état.

Le multimodèle en absence de défauts à été donné au chapitre IV, pour le multimodèle en défauts (eqt. V.4), on a $L_i = B_i, i = 1, \dots, 9$

Pour appliquer la méthode FTC sur le TRMS exposé dans ce chapitre, la condition du rang nécessaire pour le calcul de la pseudo inverse (pour estimer le défaut) et celle de l'observabilité et de commandabilité doivent être satisfaites. Cependant, le multimodèle donnée précédemment ne satisfait pas toutes ces conditions, on doit alors étendre le vecteur de sortie en lui rajoutant deux nouvelles variables mesurables correspondant aux vitesses des moteurs. Le vecteur de sortie devient :

$$Y = \begin{bmatrix} \alpha_v \\ \alpha_h \\ \omega_m \\ \omega_t \end{bmatrix}, \text{ et} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad : \text{ nouvelle matrice de sortie}$$

- **Synthèse du multiobservateur :**

La structure du multiobservateur est la suivante :

$$\hat{x}_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t)) (\bar{A}_i \hat{x}_f(t) + \bar{B}_i u_f(t) + \bar{L}_i \dot{y}_f(t) + \bar{\Delta X}_i + K_{2,i} (y_f(t) - C \hat{x}_f(t)))$$

L'observateur polytopique est alors défini par le choix de la région LMI ($\zeta' = 15, \rho' = 30$) de façon à obtenir une convergence rapide ainsi qu'une dynamique adéquate par rapport aux valeurs propres du système.

On obtient finalement les matrices gains du multiobservateur suivantes correspondants aux différents points de fonctionnement. Pour le premier point de fonctionnement, nous avons obtenu les matrices suivantes :

$$\bar{A}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3.1657 & -0.0976 & 0.0079 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.1372 & 0 & 0 & -0.2157 & 0.0003 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \bar{L}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0003 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0005 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$K_{2,1} = \begin{pmatrix} 42.3682 & 0 & -0.1710 & 0 \\ 527.4795 & 0.0079 & -4.7257 & 0 \\ 0 & 20.6356 & 0 & 0 \\ -0.0388 & 0 & 42.2749 & 0 \\ -0.8171 & 0 & 526.0769 & 0.0003 \\ 0 & 0 & 0 & 20.6356 \end{pmatrix}, \bar{B}_1 = 10^{-11} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.1318 \end{pmatrix}, \bar{\Delta X}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -5.2622 \\ 0 \\ 0.0166 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ce même observateur est utilisé dans la commande par retour d'état.

- **Commande FTC :**

Pour l'obtention des matrices de gain $K_{1,i}$, on place les pôles de la FTC dans la région donnée section V.4.2.1, Après plusieurs simulations le choix c'est porté sur les paramètres suivants :

$$\zeta = 2 \text{ et } \rho = 700$$

On obtient les matrices de gain suivantes relatives aux trois premiers points de fonctionnement :

$$K_{11} = 10^3 \begin{pmatrix} 1.1666 & 0.0796 & -0.0009 & 7.3719 & 2.8729 & 0.0001 \\ 0.0613 & -0.0443 & -0.0003 & 1.0710 & 0.6256 & 0 \end{pmatrix}$$

$$K_{12} = 10^4 \begin{pmatrix} 0.0085 & 0.1823 & 0.0009 & -2.6396 & -1.5370 & -0.0001 \\ 0.0064 & -0.0034 & 0 & 0.0942 & 0.0547 & 0 \end{pmatrix}$$

$$K_{13} = 10^4 \begin{pmatrix} 0.2977 & 0.0272 & -0.0002 & 1.7727 & 0.6990 & 0 \\ 0.0060 & -0.0043 & 0 & 0.1047 & 0.0613 & 0 \end{pmatrix}$$

V.6 Simulations :

➤ Cas de la commande nominale par retour d'état avec FTC :

Le système a été simulé en choisissant un défaut intermittent se déclenchant à l'instant 120s, et celui-ci est simultanément estimé par le multiobservateur à entrées inconnues. La figure (V.1c) montre le défaut et son estimation.

Les résultats de simulation sur la figure (V.1) montrent que les estimations des variables d'état sont très satisfaisantes en dépit de la présence du défaut actionneur ce qui permet de calculer la loi de commande FTC afin de réduire l'effet du défaut sur le système. Nous remarquons que les sorties α_v et α_h suivent correctement les variations des références.

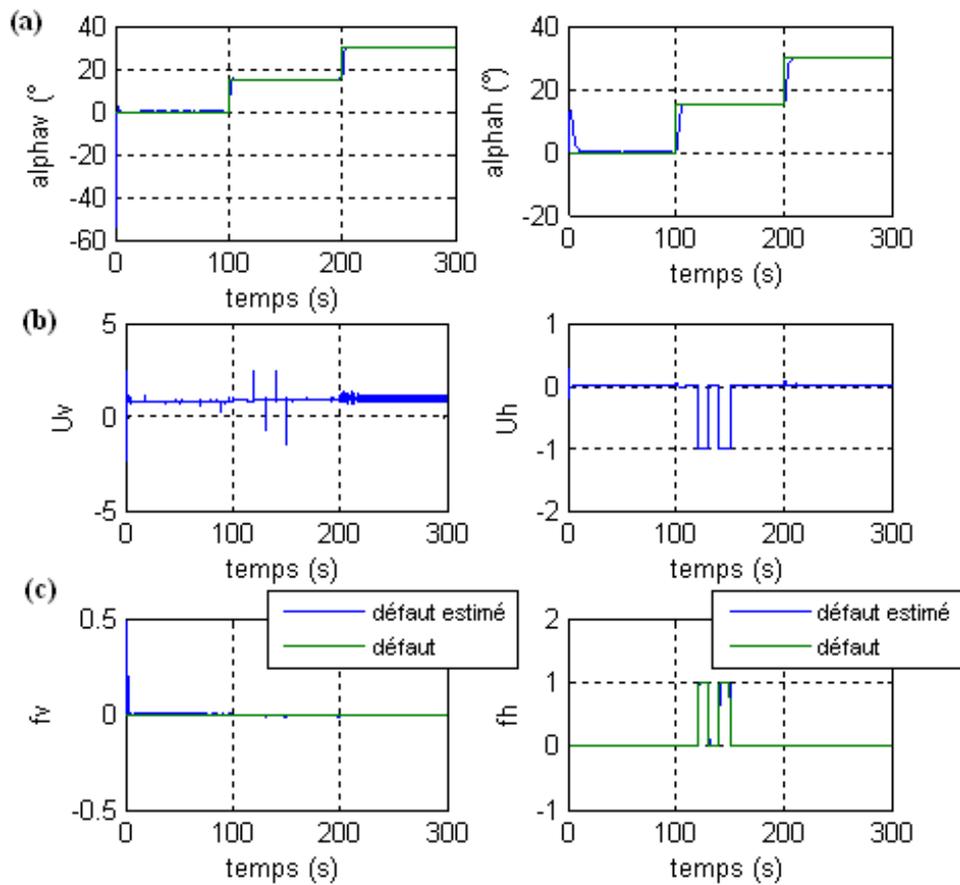


Figure V.1 : Evolution des caractéristiques du système pour une stabilisation et poursuite de référence avec une commande multi contrôleurs par retour d'état en présence de défaut et FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h), (b) les commandes du système, (c) : défaut $f(t)$ et $\hat{f}(t)$.

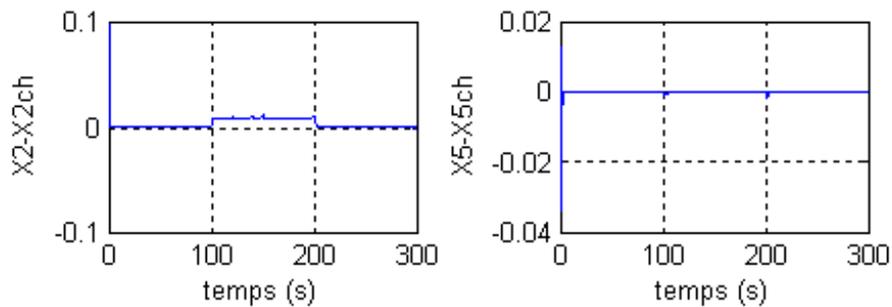


Figure V.2 – Convergence des erreurs d'estimation d'état.

La figure ci-dessous montre que le vecteur des résidus $y(t) - C\hat{x}_f(t)$ est proche de zéro même en présence de défaut. Ceci s'explique par l'approche FTC qui fait converger asymptotiquement l'état $x_f(t)$ vers l'état $x(t)$ malgré la présence des défauts.

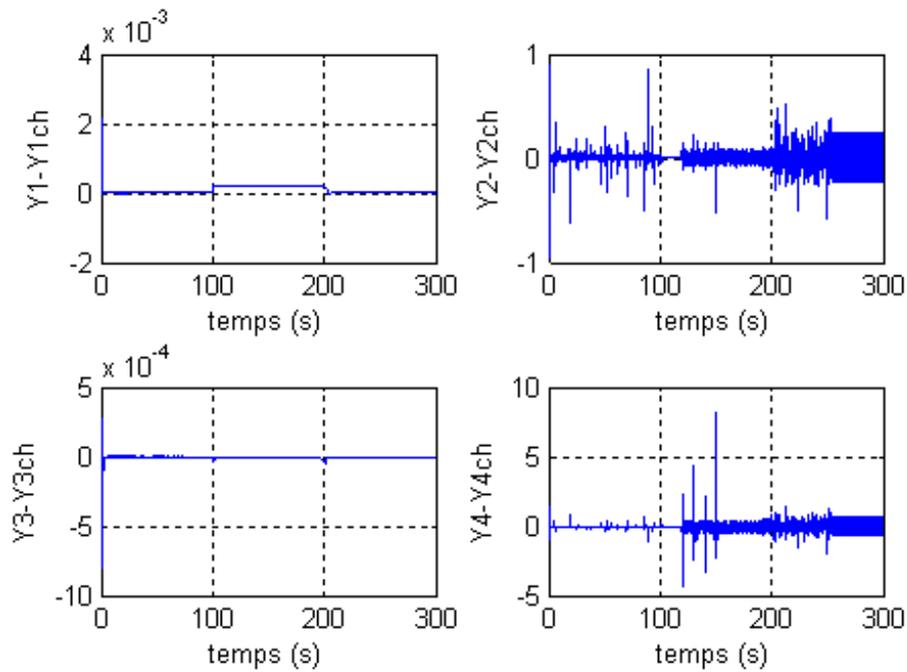


Figure V.3 : Evolution des résidus.

La figure (V.4) illustre les réponses à une référence sinusoïdale avec un défaut créneau qui apparaît à l'instant 120s, de durée 30s et d'amplitude égale à 1.

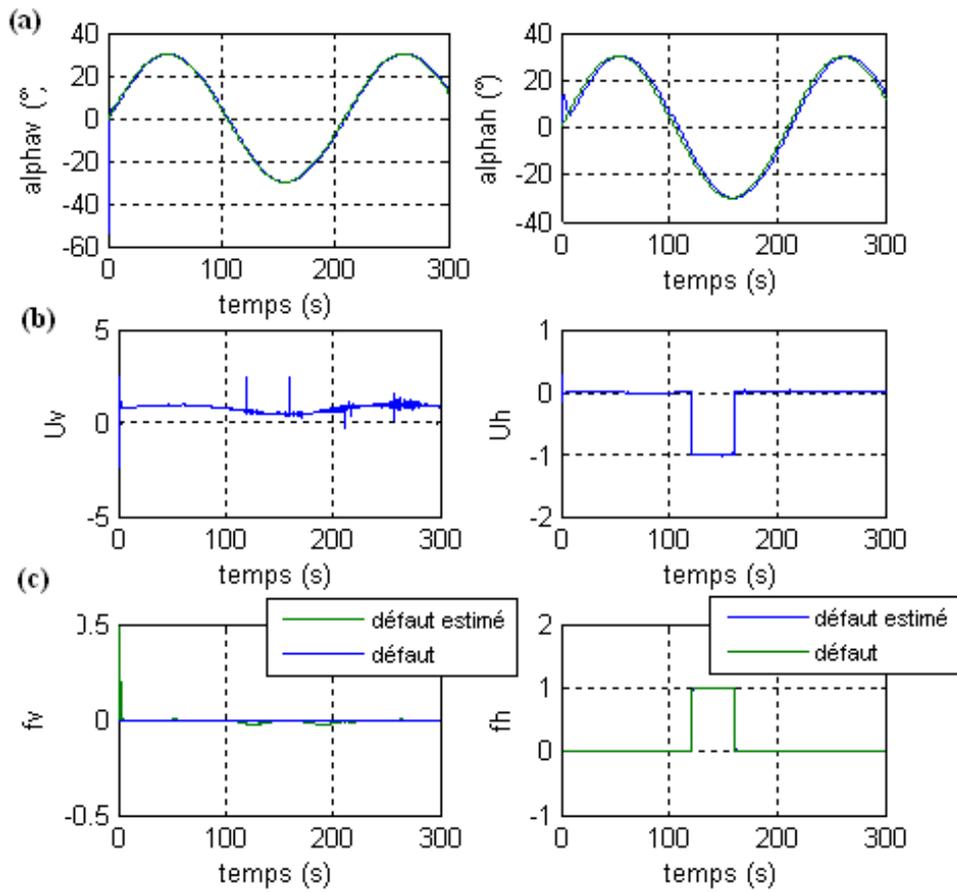


Figure V.4 : Evolution des caractéristiques du système pour un signal de référence sinusoïdal avec une commande multi contrôleurs par retour d'état en présence de défaut et FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h), (b) les commandes du système, (c) : défaut $f(t)$ et $\hat{f}(t)$.

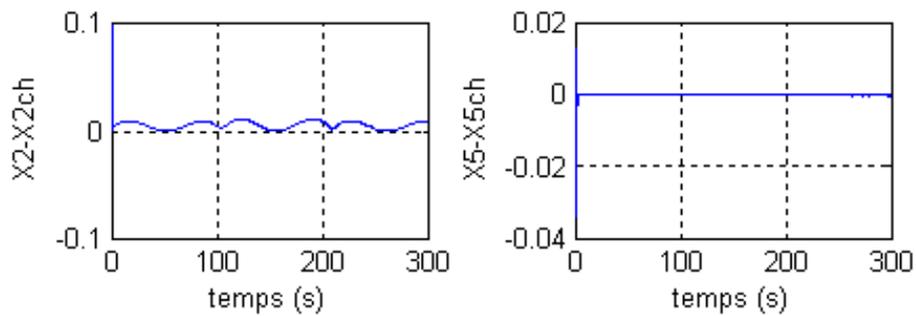


Figure V.5 – Convergence des erreurs d'estimation d'état.

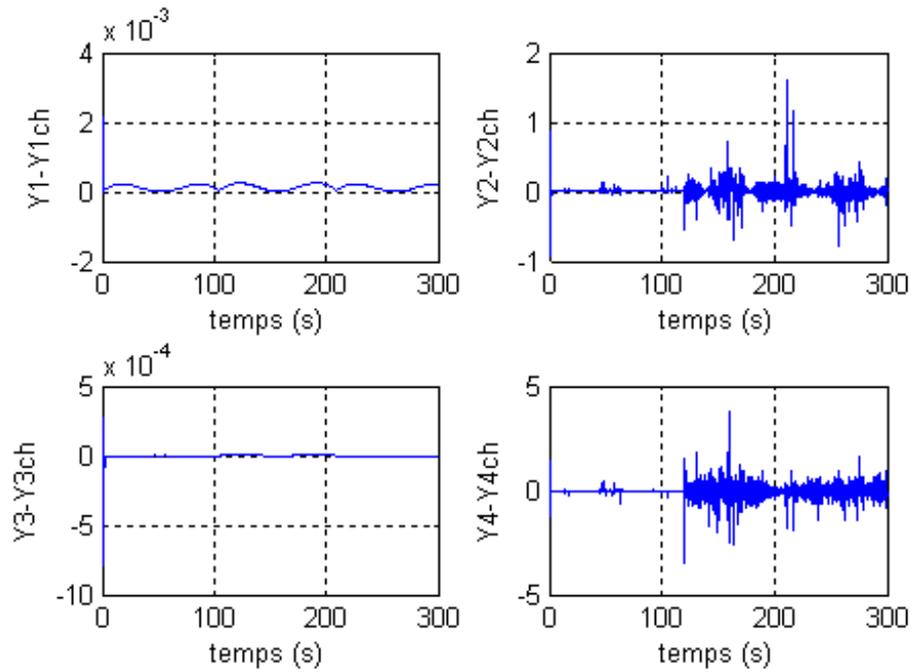


Figure V.6 : Evolution des résidus.

Soit à considérer le même type de défaut avec une amplitude égale à 2 et qui fait diverger le système en l'absence d'une commande FTC (voir figure IV.23).

Le régulateur FTC est capable d'annuler les défauts actionneurs additifs et de faire en sorte que le système rejoigne les performances nominales statiques et dynamiques, quel que soit le point de fonctionnement considéré.

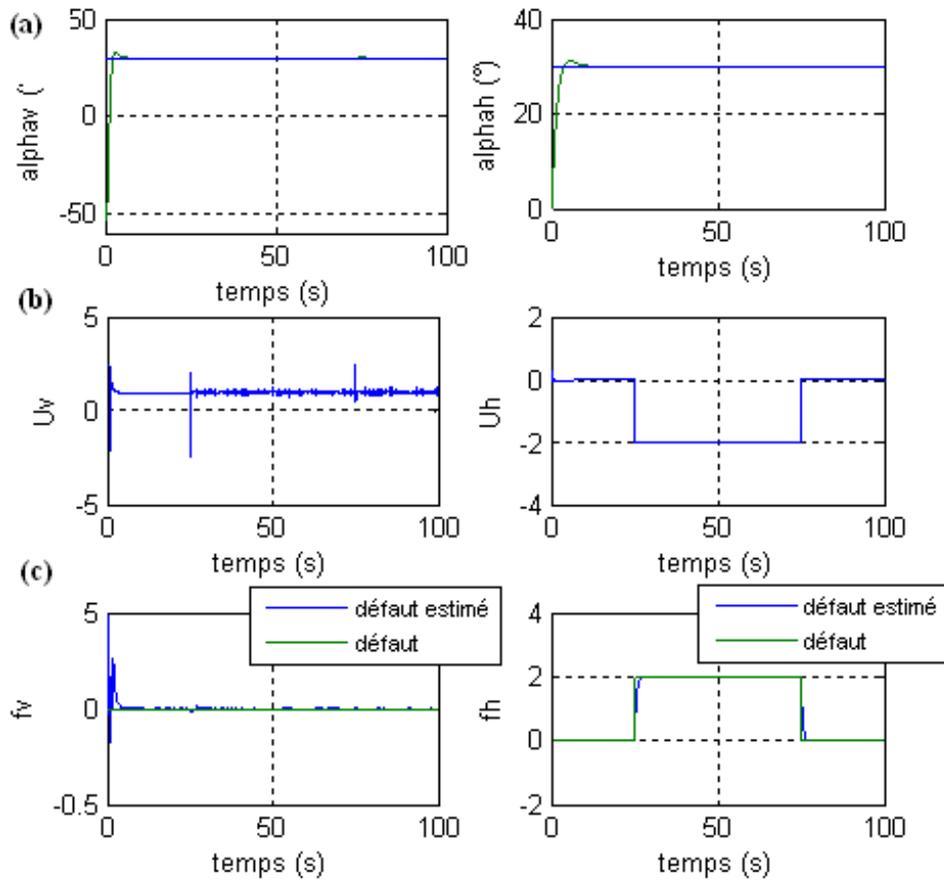


Figure V.7 : Evolution des caractéristiques du système pour une poursuite de référence avec une commande par retour d'état en présence de défaut et FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h), (b) les commandes du système, (c) : défaut $f(t)$ et $\hat{f}(t)$.

➤ **Cas de la commande nominale H^∞ avec FTC :**

Les réponses du système bouclé pour une stabilisation en (0,0) avec un défaut survenant sur le rotor principal sont données ci-dessous :

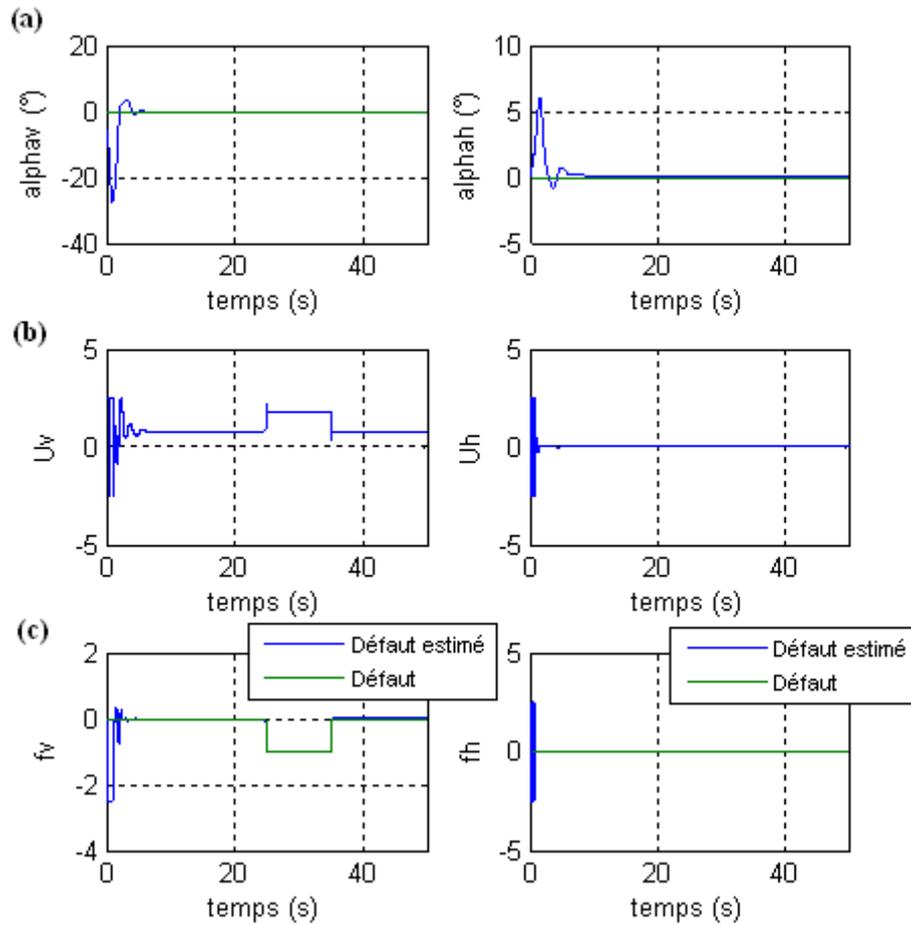


Figure V.8 : Evolution des caractéristiques du système pour une stabilisation avec une commande multi contrôleurs H^∞ en présence de défaut f_v et FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h), (b) les commandes du système, (c) : défaut $f(t)$ et $\hat{f}(t)$.

Le défaut considéré dans le cas suivant est un défaut actionneur aditif transitoire apparu sur le sous système d'azimut à l'instant $t= 25s$ pour une référence sinusoïdale et qui a fait diverger le système en l'absence d'une commande FTC (voir figure IV.34) :

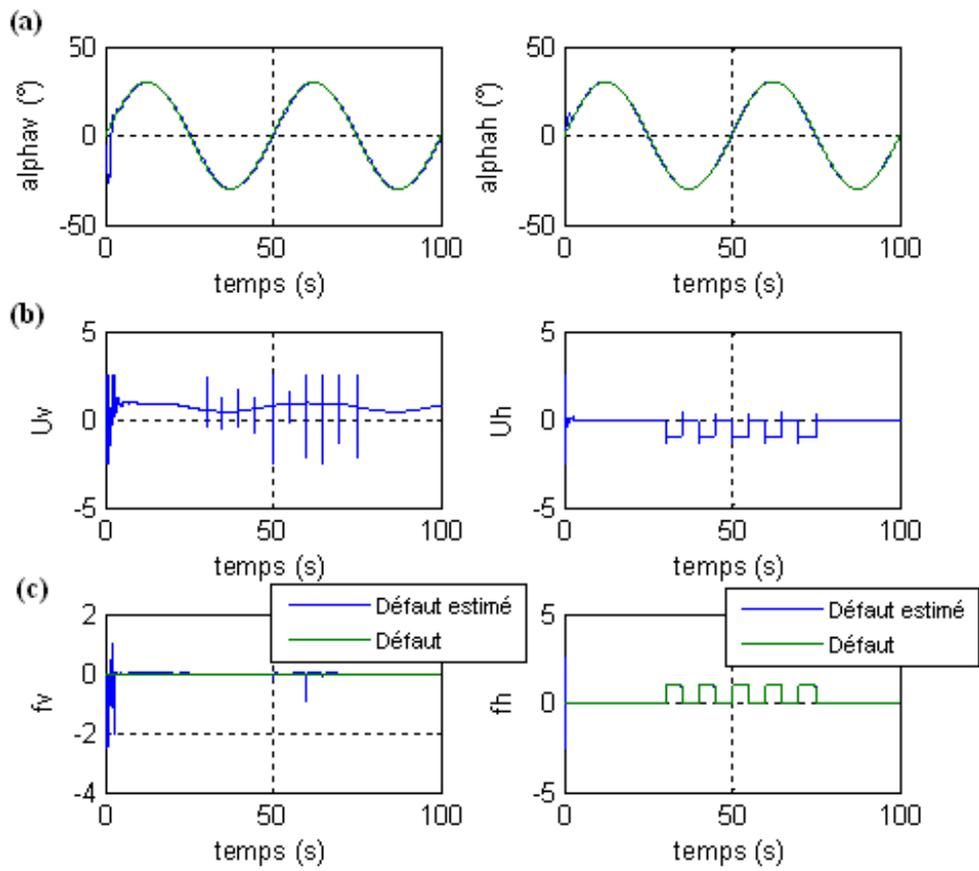


Figure V.9 : Evolution des caractéristiques du système pour un signal de référence sinusoïdal avec une commande multi contrôleurs H^∞ en présence de défaut et FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h) , (b) les commandes du système, (c) : défaut $f(t)$ et $\hat{f}(t)$.

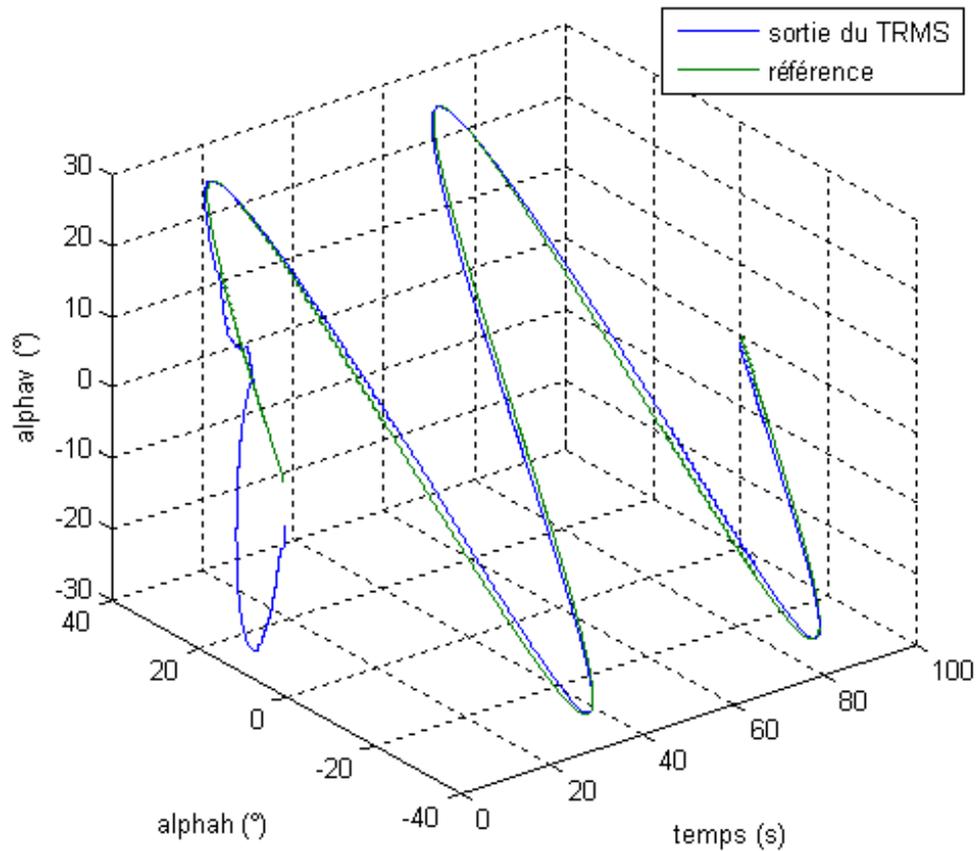


Figure V.10 : Trajectoire du simulateur dans l'espace avec une commande multi contrôleurs H_∞ en présence de défaut et FTC.

Sous l'hypothèse que la dynamique du système se représente à travers l'interpolation de différents points de fonctionnement, et que le module de diagnostic est apte à estimer les états du système et les défauts considérés comme des entrées inconnues, nous effectuons plusieurs scénarios simultanément pour illustrer la méthode développée :

- Le cas nominal.
- Le système sans commande FTC avec un défaut actionneur.
- Le système avec commande FTC.

Les résultats des simulations :

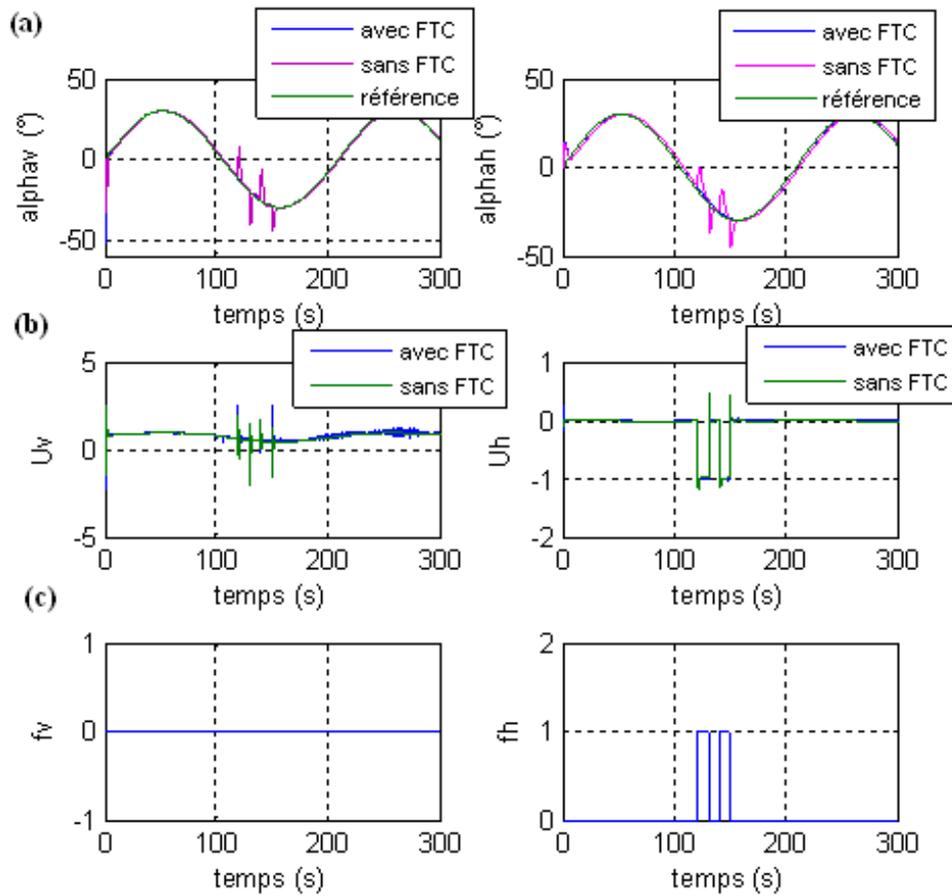


Figure V.11 : Evolution des caractéristiques du système pour un signal de référence sinusoïdal avec une commande multi contrôleurs par retour d'état en présence de défaut et/sans FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h), (b) les commandes du système, (c) : les défauts actionneurs.

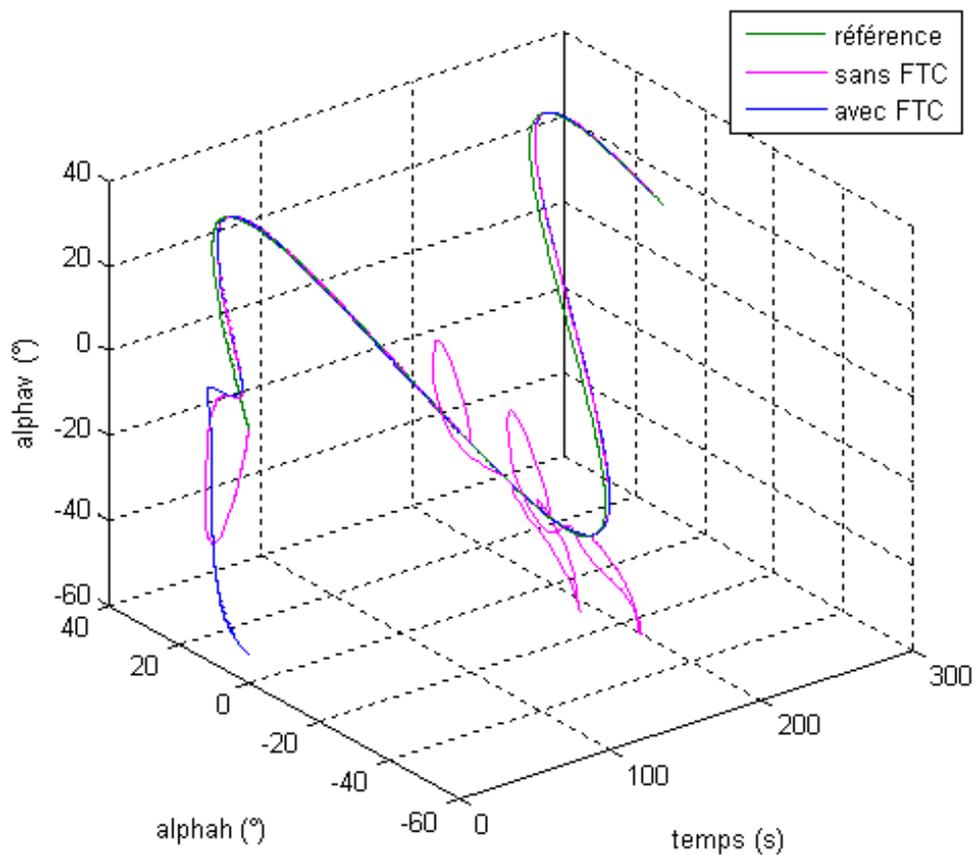


Figure V.12 : Trajectoire du simulateur dans l'espace avec une commande multi contrôleurs par retour d'état en présence de défaut et/sans FTC.

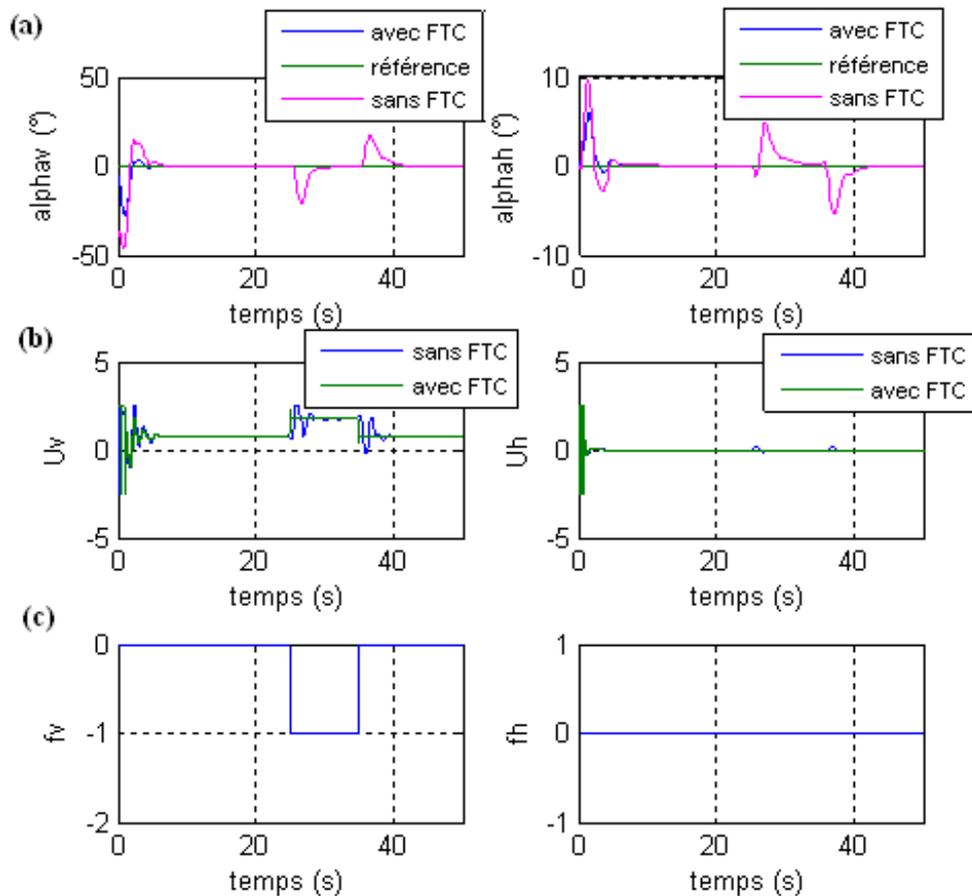


Figure V.13 : Evolution des caractéristiques du système pour une stabilisation avec une commande multi contrôleurs H^∞ en présence de défaut f_v et/sans FTC : (a) les sorties du système (α_v, α_h), (b) les commandes du système, (c) : les défauts actionneurs.

V.5 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté une stratégie de commande tolérante aux défauts appliquées aux systèmes représentés sous une forme polytopique ou multi-modèles. La méthode développée souligne l'importance de l'AFTC sur les systèmes non linéaires représentés par des multimodèles. Cette méthode illustre l'apport de la loi de commande active tolérante face aux défauts actionneurs sur toute la plage de fonctionnement.

En cas de défauts actionneurs les commandes nominales ne peuvent plus préserver les performances désirées. Ce problème est réglé par la synthèse d'un régulateur FTC au moyen d'un placement de pôles par LMI. Ceci permet au système de continuer d'opérer de manière saine, évitant ainsi de stopper le système immédiatement tout en assurant sa stabilité. La

synthèse de cette commande prend en compte les informations provenant d'un module de diagnostic qui permet d'estimer les états du système et les défauts considérés comme des entrées inconnues.

Chapitre VI

Implémentation et résultats expérimentaux

Sommaire :

Chapitre VI :
Implémentation et résultats expérimentaux

VI.1	Introduction	129
VI.2	Considérations pratiques.....	129
VI.3	Implémentation de la commande H_∞	130
VI.4	Superposition des réponses réelles et théoriques	135
VI.5	Conclusion.....	136

VI.1 Introduction :

Dans ce dernier chapitre sont exposés les résultats expérimentaux obtenus par l'implémentation en temps réel de la commande multi contrôleurs H_∞ .

Cette loi de commande est testée pour des problèmes de stabilisation et de poursuite de référence sinusoïdale. Un test de rejet de perturbation est effectué en impulsant la position du contrepois.

VI.2 Considérations pratiques :

Nous présentons dans la figure (VI.1) le schéma de principe d'un procédé réel asservi par calculateur numérique (PC pour le TRMS):

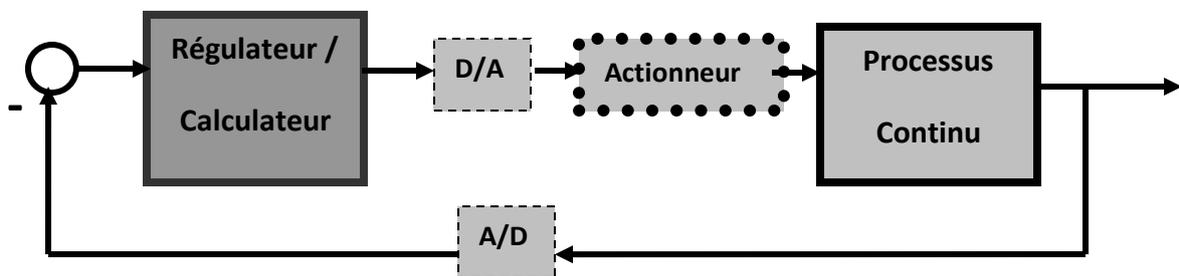


Figure VI.1 Boucle d'asservissement en échantillonnée

Le système étant échantillonnée, le choix de la fréquence d'échantillonnage s'impose. Cette dernière va être sujette à certaines contraintes.

Un compromis entre le temps de calcul et la période d'échantillonnage doit être considéré comme le montre la figure VI.2 :

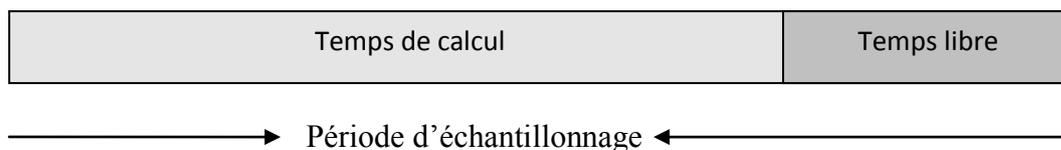


Figure VI.2 Temps de calcul et période d'échantillonnage

En outre, les contrôleurs étant synthétisés en continu, la fréquence d'échantillonnage doit être la plus faible possible de manière à approcher le comportement continu des régulateurs.

On obtient finalement,

$$T_{calcul} < T_{échantillonnage}$$

et

$$T_{échantillonnage} \text{ suffisamment petite} \Rightarrow \text{Travailler en pseudo continu}$$

Les capteurs utilisés pour les angles d'élévation et d'azimut sont des capteurs optiques incrémentaux. Ces derniers doivent être initialisés avant l'exécution d'un programme de commande.

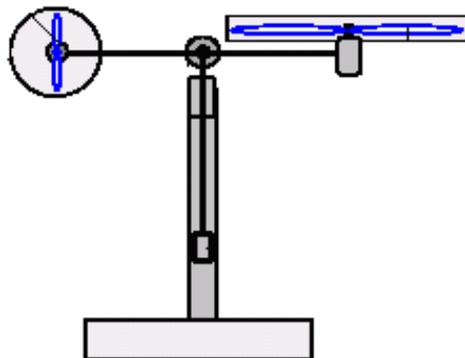


Figure VI.3 Initialisation à la position (0,0)

VI.3 Implémentation de la commande H_∞ :

Le modèle mathématique obtenu au chapitre II est sujet à des variations paramétriques qui n'ont pas été prises en compte lors de la modélisation. Parmi ces perturbations figure la force de torsion des câbles d'alimentation des moteurs et des capteurs. De plus, la structure est composée de parties qui ne peuvent être fixées rigidement, comme les boucliers de protection des hélices qui vibrent lors de la rotation de ces dernières.

Par exemple, la structure est composée de parties qui ne peuvent être fixées rigidement, comme les boucliers de protection des hélices qui vibrent lors de la rotation de ces dernières,

sans compter la position dans laquelle est placé le simulateur par rapport aux murs, qui renvoient l'air généré par les propulseurs,

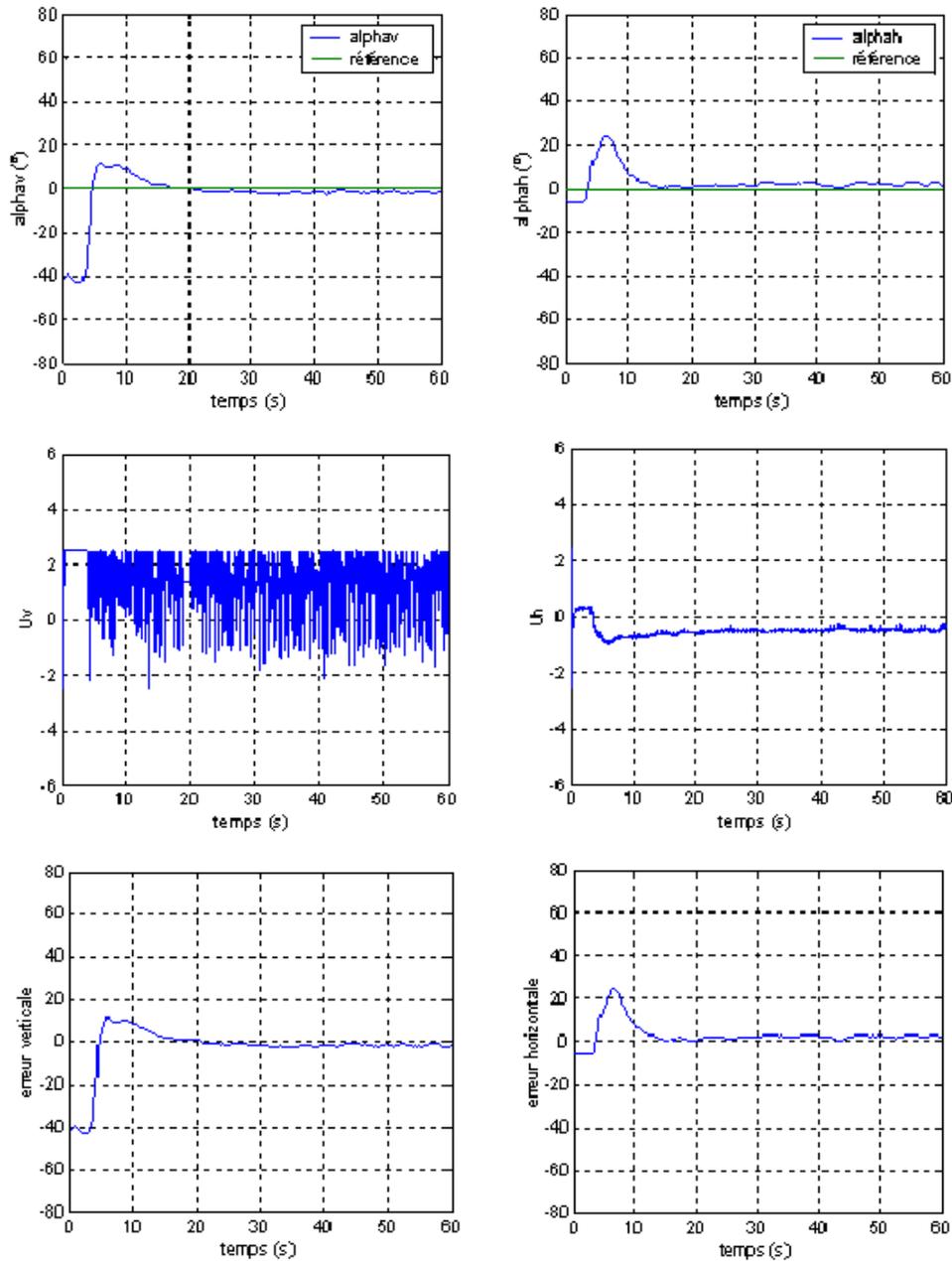


Figure VI.4 Stabilisation avec la commande multicôntroleur H^∞

La commande a pu stabiliser le système en un temps court, mais avec des dépassements de l'ordre de 20%.

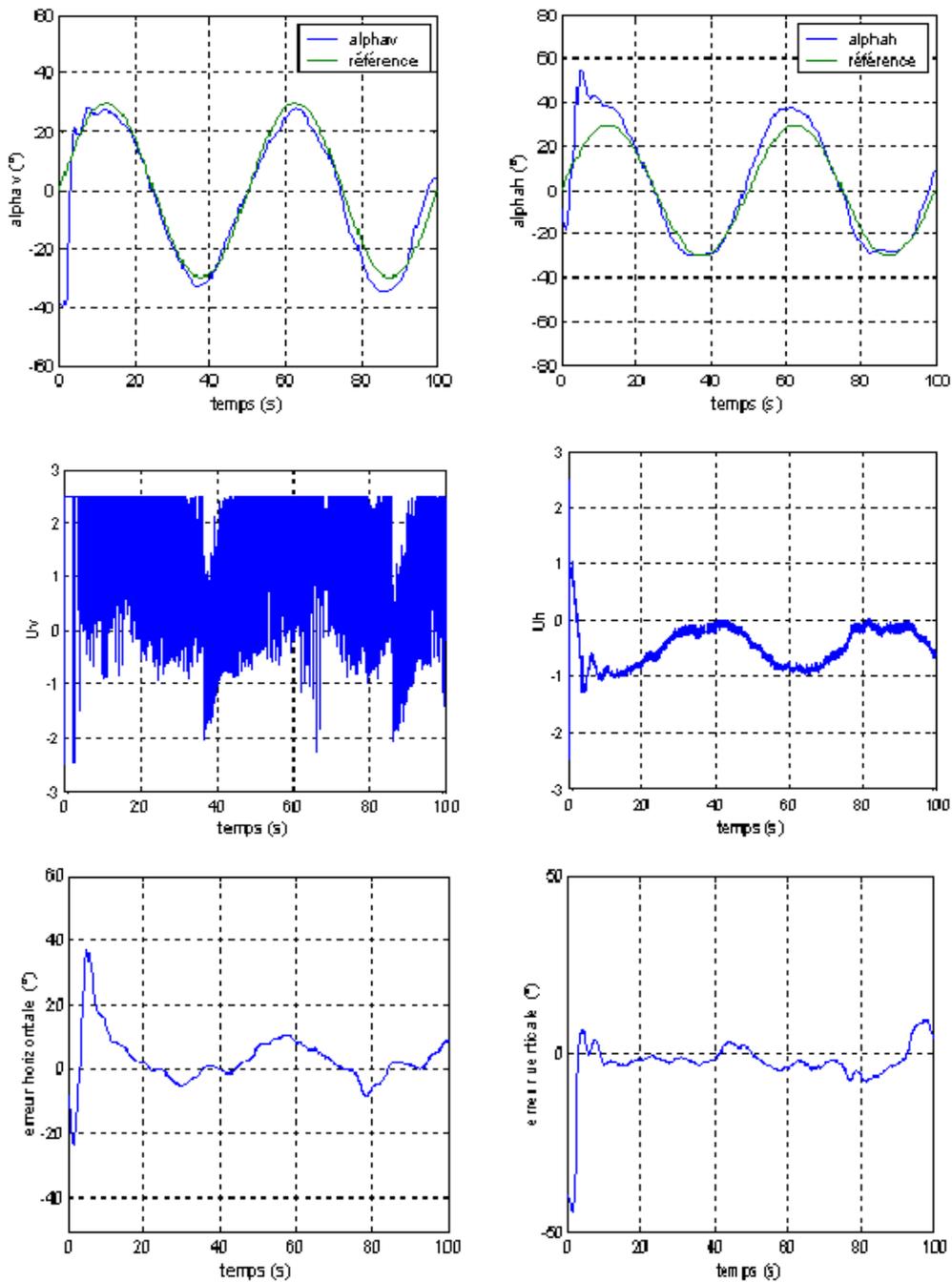


Figure VI.5 Poursuite d'une sinusoïde d'amplitude $\pi/6$ et de fréquence 0.02Hz avec la commande multicôntroleur H^∞

La commande a assuré la poursuite de trajectoire sinusoïdale pour les deux angles, néanmoins, on remarque un dépassement pour l'angle horizontal ceci est du fait de la faible inertie du mouvement horizontal ainsi que de phénomènes non modélisés.

➤ Rejet de perturbations :

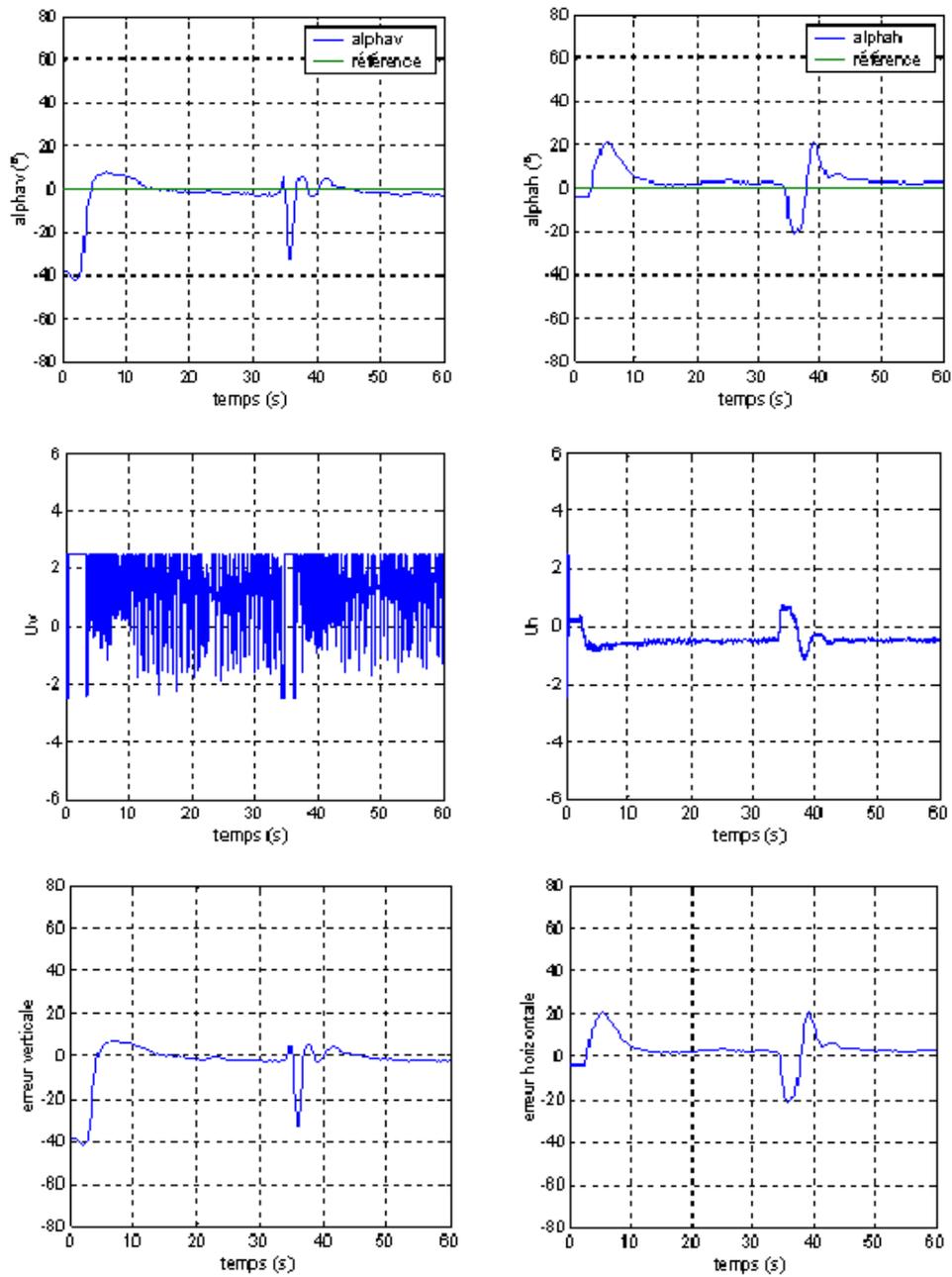


Figure VL.6 Rejet de perturbation pour une stabilisation avec la commande multicôntroleur H^∞

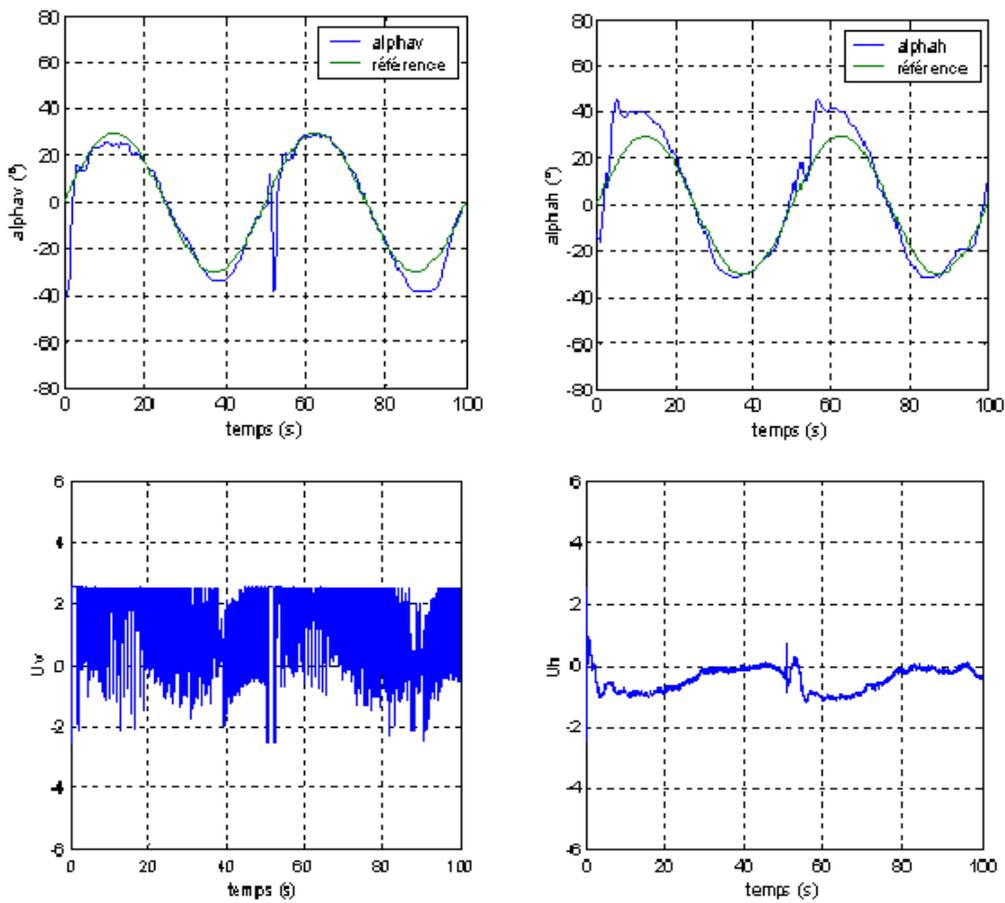


Figure VI.7 Rejet de perturbation pour une poursuite de sinusöide avec la commande multi contrôleur H^∞

Le rejet de perturbation est assuré en un temps court sans génération d'erreur statique pour l'angle vertical. Cependant, l'angle horizontal présente quelques erreurs statiques.

VI.4 Superposition des réponses réelles et théoriques :

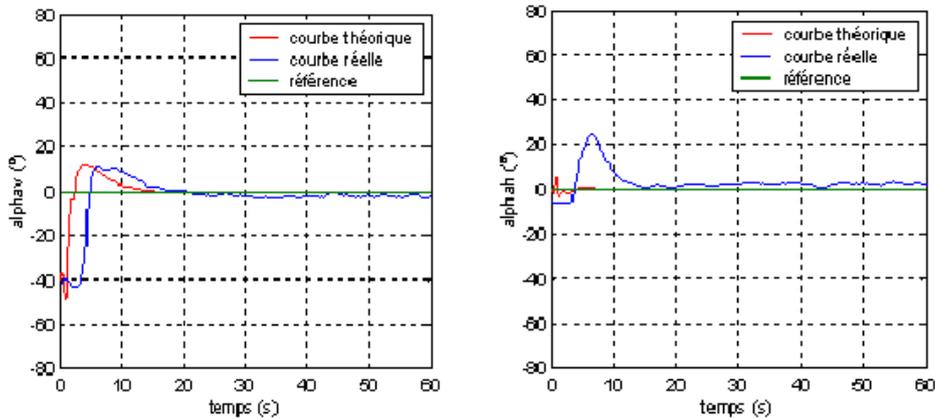


Figure VI.8 Courbe réelle avec courbe du modèle pour une stabilisation avec la commande multi contrôleur H^∞

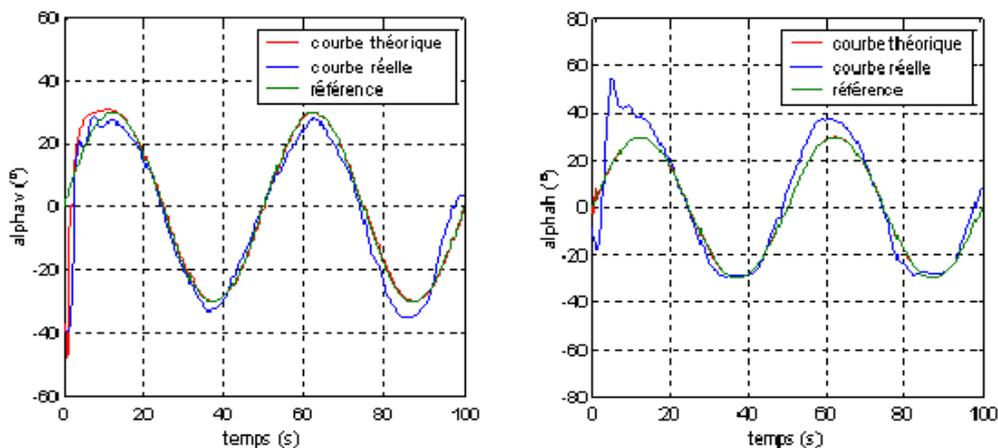


Figure VI.9 Courbe réelle avec courbe du modèle pour une poursuite de sinusoïde avec la commande multi contrôleur H^∞

On remarque une superposition entre les courbes réelles et théoriques en régime permanent avec une légère erreur statique pour l'angle horizontal, ceci est dû à la faible inertie du mouvement horizontal ainsi qu'au couplage. Cependant, il y a quelques différences en régime transitoire (hautes fréquences) dues aux phénomènes non modélisés (le système est méconnu dans cette bande de fréquence).

La commande multi contrôleurs par retour d'état et la commande tolérante aux défauts reposent sur une estimation parfaite des états du système. Pour cela, un multiobservateur à entrées inconnues est synthétisé. Pour implémenter ce dernier, quatre blocs de communication avec la carte d'acquisition sont nécessaires, deux pour les angles horizontal et vertical, et deux autres correspondant aux vitesses des moteurs principal et secondaire.

Cependant, ces deux derniers blocs ne se trouvent pas dans la librairie de la carte d'acquisition, une programmation du bloc ANALOG INPUT s'avère donc nécessaire pour la mesure des vitesses des moteurs (voir Figure I.14).

Ces conditions n'ont pas permis d'implémenter la commande FTC sur le simulateur de vol d'hélicoptère.

VI.5 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats expérimentaux obtenus pour la commande multi contrôleurs H^∞ . On a vu que cette dernière a donnée de bonnes performances pour des problèmes de stabilisation et de poursuite de référence sinusoïdale. Mais que la commande était trop énergétique. Le rejet de perturbation est assuré en un temps court.

Conclusion générale et perspectives :

Le travail effectué dans ce mémoire concerne la synthèse d'une loi de commande tolérante aux défauts active dans le cadre multimodèle. La méthode présentée est appliquée sur un simulateur de vol d'hélicopère TRMS vu que ce dernier possède un modèle mathématique non linéaire et fortement couplé, où une commande linéaire autour d'un seul point de fonctionnement donnerait des performances non satisfaisantes.

L'approche FTC étant conçue indépendamment du correcteur nominal, des régulateurs locaux sont calculés en cas de fonctionnement normal du système. Le signal de commande appliqué au système est une interpolation des lois de commande issues des régulateurs locaux. Dans un premier temps un retour d'état est synthétisé avec des gains provenant de LMI permettant de contraindre les pôles du système en boucle fermée dans une région précise du plan complexe. Nous passerons ensuite à la commande nominale H_∞ , la commande par logique floue est utilisée pour synthétiser un commutateur flou. Cependant, ces différentes commandes ne permettent pas de compenser l'apparition du défaut d'où la synthèse d'une loi de commande FTC.

La loi de commande tolérante proposée repose sur une estimation parfaite des états du système et du défaut actionneur. Pour cela, un multiobservateur est synthétisé afin d'estimer les états ainsi que les entrées inconnues (ici les défauts). Une méthode pour déterminer les gains de l'observateur est illustrée. Ces gains sont solutions d'un ensemble d'inégalités linéaires matricielles (LMI) devant être résolues sous contraintes égalité.

L'application des différentes techniques développées sur le Twin Rotor met en exergue les capacités de l'AFTC proposée. Notre objectif était l'implémentation en pratique de la loi de commande tolérante aux défauts ainsi que les commandes nominales synthétisées sur le TRMS au sein du Laboratoire de Commande des Processus au département du Génie Electrique de l'Ecole Nationale Polytechnique. Cependant, les programmes en langage C (S-fonctions de Matlab) des deux blocs de communications avec la carte d'acquisition **ADVANTECH PCI 1711** pour récupérer le retour tachymétrique des deux moteurs ne sont

pas disponibles. Nous nous sommes contentées alors de faire l'implémentation de la commande nominale H_{∞} , sur le simulateur d'hélicoptère.

Les résultats expérimentaux montrent l'efficacité de cette commande pour la poursuite de trajectoire et la stabilisation en dépit de la présence de phénomènes non modélisés, comme la force de torsion des câbles et quelques paramètres incertains telle les forces aérodynamiques des hélices et les caractéristiques non linéaires des propulseurs. Ceci montre la robustesse de cette loi de commande.

De plus, l'absence de gravité dans le mouvement horizontal, rend celui-ci difficile à stabiliser à cause des oscillations non compensées. Contrairement à l'horizontal, le mouvement vertical est bien amorti grâce à l'effet de la pesanteur. Celle-ci contribue à l'atténuation des oscillations.

Les résultats obtenus dans ce mémoire offrent des perspectives intéressantes. En effet, les développements théoriques de la loi de commande tolérante aux défauts peuvent faire l'objet des travaux futurs afin de l'implémenter sur le simulateur d'hélicoptère au sein du laboratoire LCP.

Bibliographie

- [1] Manual of the Twin Rotor MIMO System “*Control Experiment*,” manual 33-948_949-1V61.
- [2] Manual of the Twin Rotor MIMO System “*Installation and Commissioning*,” manual 33-948_949-0V61.
- [3] Manual of the Twin Rotor MIMO System “*Introduction and computer systems installation*,” manual 33-000V61.
- [4] Manual of the Twin Rotor MIMO System “*advanced teaching manual*,” manual 330074M5.
- [5] R. Christensen et al. “*Modelling and Control of a Twin-Rotor MIMO System*”, projet de semestre, Department of Control Engineering, Aalborg University 2006
- [6] F. Farah, F. Hachid, « *Synthèse et implémentation pratique de lois de commandes non linéaires : Application à un simulateur d’hélicoptère*, » projet de fin d’études, Ecole Nationale Polytechnique d’Alger, juin 2005.
- [7] M.Alma, B.Atik, « *Commande à base d’observateurs d’état non linéaires d’un simulateur d’hélicoptère* » projet de fin d’étude, Ecole nationale polytechnique, juin 2006.
- [8] H.Abdeslem et L.Benallegue, « *Synthèse et implémentation pratique de lois de commande hybrides multi-contrôleurs. Application au simulateur d’hélicoptère TRMS* » projet de fin d’études, Ecole Nationale Polytechnique d’Alger, juin 2008.
- [9] J.J. Hu et J.P. Su, “*Stability Analysis and Controller Design of a Twin Rotor MIMO System Using a Fuzzy Lyapunov Variable Structure Approach*” Dep. of Electrical Engineering, National Yunlin Univ. of Science and Technology, Taiwan.
- [10] A. Rahideh, “*Dynamic modelling of a TRMS using analytical and empirical approaches*” Control Engineering Practice, 2007.
- [11] P. Bruyère, « *La dynamique de vol de l’hélicoptère* ».

- [12] S. Font, G. Duc, F. Carrère, « *Commande fréquentielle robuste : application aux paliers magnétiques*, » Technique de l'ingénieur, R7432.
- [13] D.-W. Gu, P. Hr. Petkov and M. M. Konstantinov, “*Robust Control Design with MATLAB®*”, 2005.
- [14] G. Balas et al, “*Robust Control Toolbox For Use with MATLAB®*”, User's guide, the MathWorks, Inc., 2005- 2006.
- [15] G. Salloum, « *Contribution à la commande robuste de la machine asynchrone à double alimentation* », Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2007.
- [16] O. pages, « *Etude et comparaison de différentes structures de commande multi-contrôleurs. Application à un axe robotise* » Thèse de doctorat, Université de Savoie, Juillet 2001.
- [17] T.M. Laleg, « *Contribution aux Méthodes de Diagnostic à Base d'Observateurs et à la Commande Tolérante aux Défauts-Application à la Machine Asynchrone et au Robot SCARA* », Projet de fin d'études, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, Juin 2004.
- [18] M. Chakir, « *Commande Robuste Tolérante aux Défauts, Application à la MSAP* », mémoire de magister, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, 2005-2006.
- [19] J.CIESLAK , « *Analyse et synthèse d'une architecture coopérative pour la commande tolérante aux défauts, application à un système aéronautique* », thèse de doctorat en automatique, productique, signal et image, Université Bordeaux I, juillet 2007.
- [20] F. Guenab, « *Contribution aux systèmes tolérants aux défauts : Synthèse d'une méthode de reconfiguration et/ou de restructuration intégrant la fiabilité des composants* » thèse de doctorat en automatique, Université Henri Poincaré, Nancy, février 2007.
- [21] M. Rodrigues, « *Diagnostic et commande active tolérante aux défauts appliqués aux systèmes décrits par des multi-modèles linéaires* » » thèse de doctorat en automatique, Université Henri Poincaré, Nancy, 2005.
- [22] A.Akhenak, « *Conception d'observateurs non linéaires par approche multimodèle : application au diagnostic* » thèse de doctorat en automatique et traitement du signal, Institut National Polytechnique de Lorraine, décembre 2004.

- [23] A. Akhenak et al., « *Conception d'un observateur flou à entrées inconnues* », Institut National Polytechnique de Lorraine.
- [24] S.Montes de Oca et al, “*Fault-tolerant control of a two-degree of freedom helicopter using LPV techniques*” 16th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation, Congress Centre, Ajaccio, France June 25-27, 2008,pp 1204-1209.
- [25] M. Witczak, “*A fault-tolerant control strategy for Takagi-Sugeno fuzzy systems*”, Proceedings of the 17th IFAC World Congress, The International Federation of Automatic Control, Seoul, Korea, July 6-11, 2008, pp 7387-7392.
- [26] P. Gahinet et al., “*LMI Control Toolbox For Use with MATLAB®*” User’s guide, the MathWorks,Inc.,1995.
- [27] P. Shrikant Rao et I. Sen, “*Robust Pole Placement Stabilizer Design Using Linear Matrix Inequalities*”, IEEE Transactions on power systems,vol.15 ,NO.I , February 2000.
- [28] S. Hui, S.H.Zak, “*Observer Design for Systems with Unknown Inputs*” , Int. J. Appl. Math. Comput. Sci., 2005, Vol. 15, No. 4, 431–446.
- [29] B.Bergeon, « *Commande linéaire des systèmes multivariables* » Université Bordeaux 1.
- [30] M. Rodrigues, “*Fault tolerant control design of nonlinear systems using LMI gain synthesis*”, Centre de Recherche en Automatique de Nancy, IFAC 2009.
- [31] M. Rodrigues, « *Design of an Active Fault Tolerant Control and Polytopic Unknown Input Observer for Systems described by a Multi-Model Representation*”, Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference 2005, Seville, Spain, December 12-15, 2005, pp 2815-2820.
- [32] R. Orjuela et al., « *Estimation d'état des systèmes non linéaires par une approche multimodèle découplé* », Centre de Recherche en Automatique de Nancy
- [33] M. Rodrigues , « *Fault Tolerant Control Design for Polytopic LPV Systems*” Int. J. Appl. Math. Comput. Sci., 2007, Vol. 17, No. 1, 27–37.
- [34] L.Valdes, «*Etude et élaboration d'une approche fonctionnelle pour la localisation de défauts en diagnostic – Application à la simulation d'un moteur à courant continu* » thèse de doctorat en automatique, Université Henri Poincaré, Nancy, 1998.

Annexe A

Carte d'acquisition : ADVANTECH PCI 1711

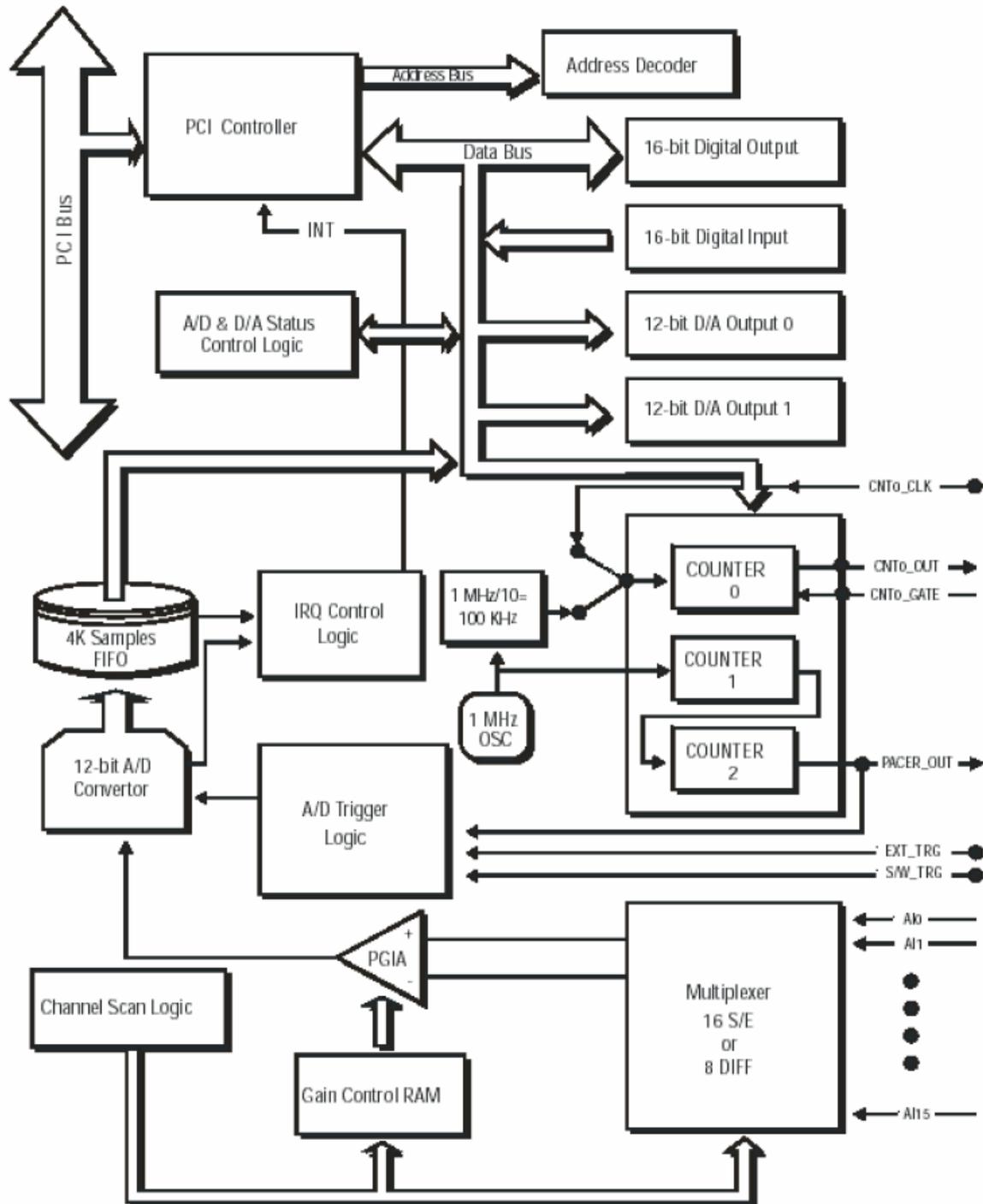


Figure A.1 : diagramme en blocks

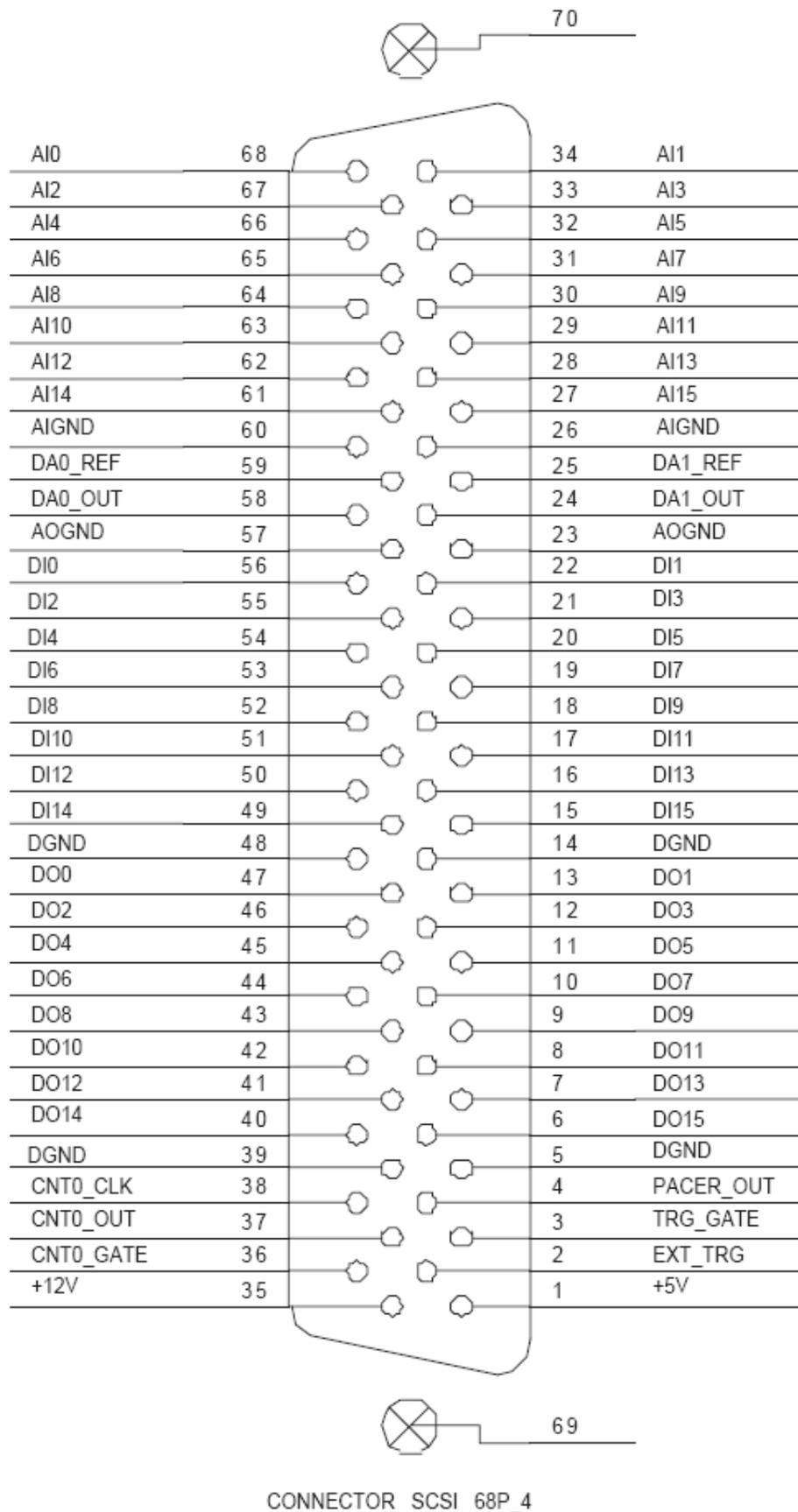


Figure A.2 : attribution des pins du connecteur E/S du PCI-1711

Tableau A.1 : description des différents signaux de connexion entrée sortie

Nom du signal	Référence	Direction	Description
AI<0...15>	AIGND	Entrée	Canal d'entrée analogique 0 jusqu'à 15. Chaque paire de canal, AI <i, i+1> , (i=0,1,2,...,14) peut être configuré aussi bien en single-ended qu'en entrées différentielles de la carte PCI-1711
AIGND	-	-	Entrée analogique de masse (ground). Les trois références de terre (AIGND, AOGND et DGND) sont connectées ensemble sur la carte PCI-1711
AO0_REF AO1_REF	AOGND	Entrée	Canal de sortie analogique 0/1 de référence extérieure
AO0_OUT AO1_OUT	AOGND	Sortie	Canaux de sortie analogique 0/1
AOGND	-	-	Sortie analogique de masse (Ground). Les tensions analogiques de sortie ont cette pince comme référence. Les trois références de terre (AIGND, AOGND et DGND) sont connectées ensemble sur la carte PCI-1711
DI<0...15>	DGND	Entrée	Canaux d'entrée digitale
DO<0...15>	DGND	Sortie	Canaux de sortie digitale
DGND	-	-	Masse digitale, cette pin fournit la référence pour les canaux digitaux aux connecteurs E/S tout comme pour l'alimentation continue + 5V. Les trois références de terre (AIGND, AOGND et DGND) sont connectées ensemble sur la carte PCI-1711
CNT0_CLK	DGND	Entrée	Entrée horloge du compteur 0. L'entrée horloge du compteur peut aussi bien être interne qu'externe, cela se détermine par programme.
CNT0_OUT	DGND	Sortie	Sortie du compteur 0
CNT0_GATE	DGND	Entrée	Control du pont compteur 0
PACER_OUT	DGND	Sortie	Sortie impulsion horloge. Cette pin donne une impulsion à chaque fois qu'une impulsion horloge se met à 1. Si le convertisseur A/N est mis sur l'état trigger cet sortie peut être utilisée comme signal de synchronisation pour d'autres applications. Un front montant détermine le début de la conversion
TRG_GATE	DGND	Entrée	Porte trigger externe A/D. quand TRG_GATE est connecté à +5V, il définit le signal trigger comme une entrée. Quand TRG_GATE est connecté à DGND, il désélectionne le signal trigger, et il n'est plus en entrée
EXT_TRG	DGND	Entrée	Trigger externe A/D. cette pin est un signal d'entrée trigger externe pour la conversion A/N. un front montant active la conversion A/N
+12V	DGND	Sortie	Source 12V continue
+5V	DGND	Sortie	Source 5V continue

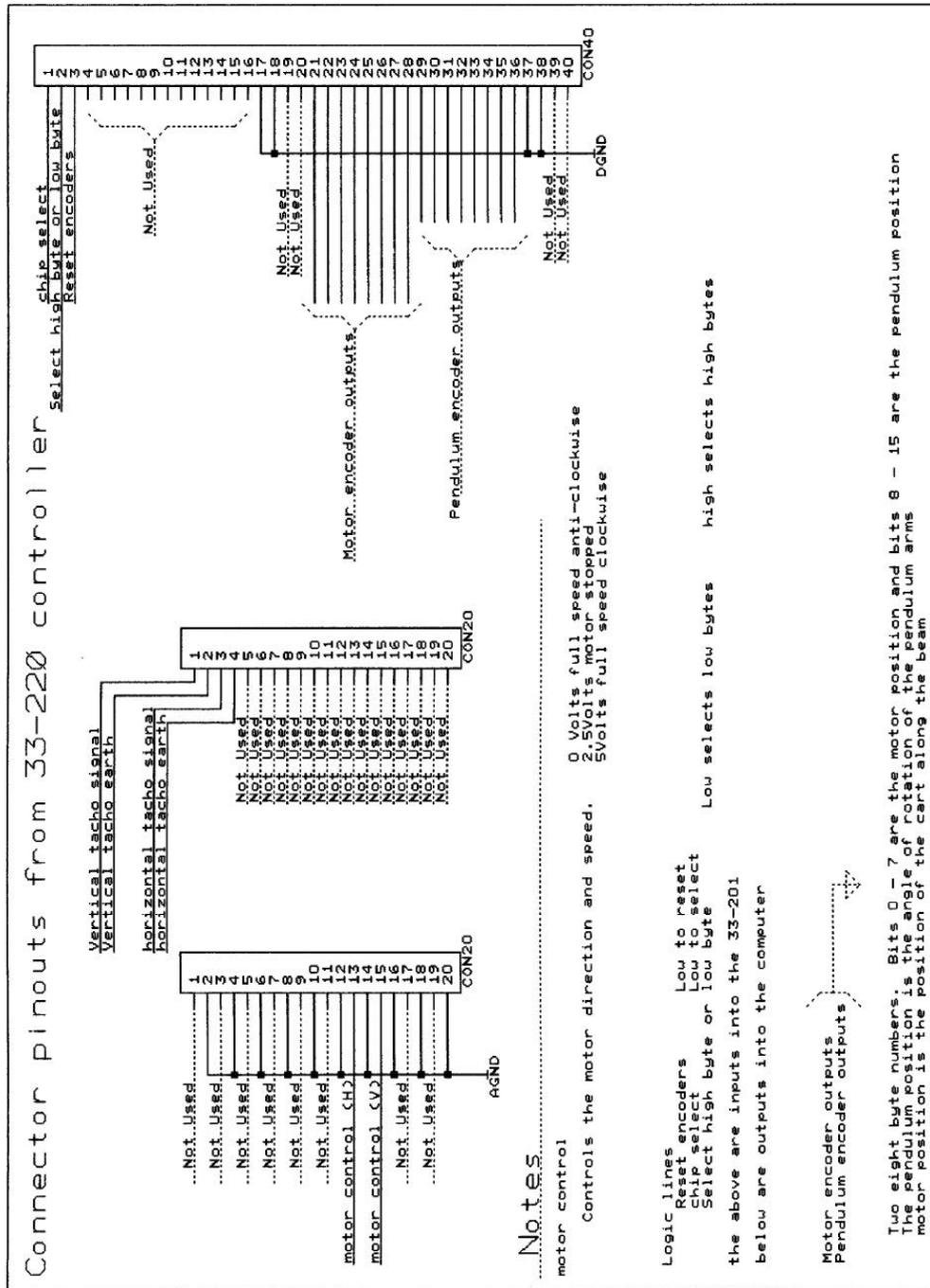


Figure A.3 : Attribution des pins des connecteurs PL1-PL2-PL3 de la SCSI BOX.

Courbes expérimentales des caractéristiques non linéaires [6]

On obtient expérimentalement les deux courbes de la vitesse de rotation des rotors en fonction de la tension d'alimentation des moteurs (principal et secondaire).

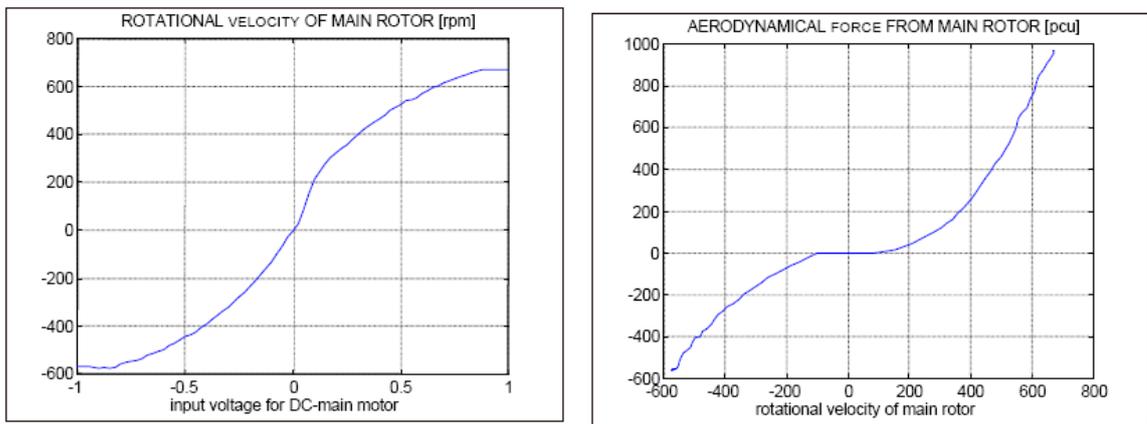


Figure B.1 : graphes expérimentaux représentant la vitesse de rotation du rotor principal en fonction de la tension à l'entrée du rotor (à gauche) et la force aérodynamique engendrée par la rotation du rotor principal (à droite)

L'utilisation de la fonction *polyfit* de Matlab, nous permet d'approximer ces courbes par des polynômes déjà donnés au chapitre II, le tracé de ces polynômes est illustré par les figures ci-dessous :

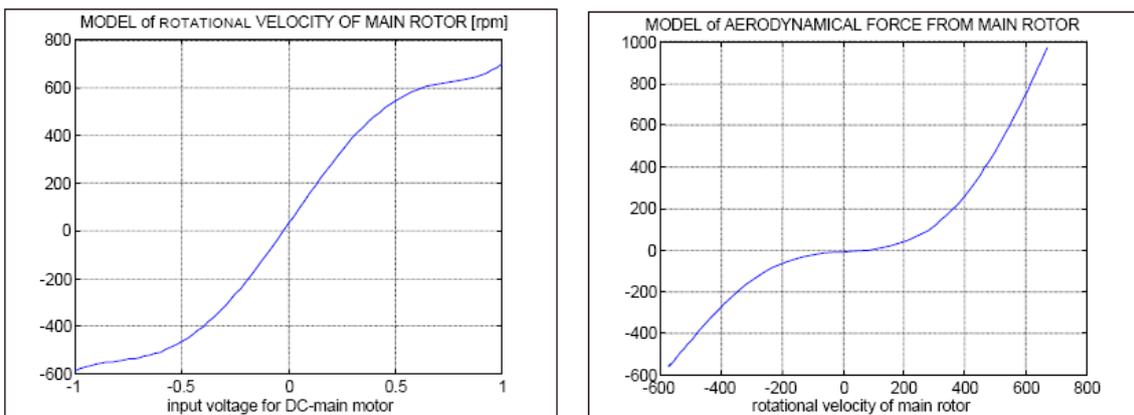


Figure B.2 : approximation polynomiale des caractéristiques du rotor principal

De même, les courbes expérimentales des forces aérodynamiques en fonction des vitesses de rotation des rotors, sont données par les figures suivantes :

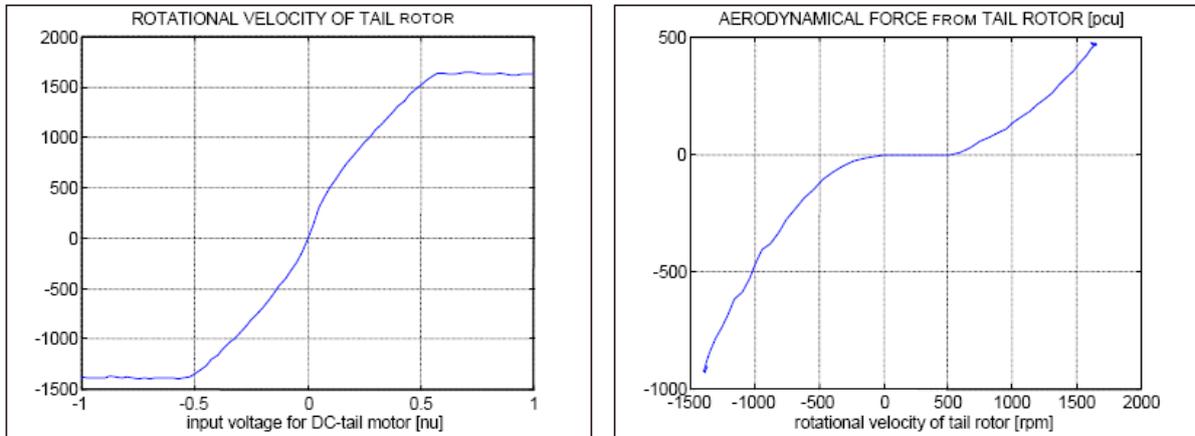


Figure B.3 : graphes expérimentaux représentant la vitesse de rotation du rotor secondaire en fonction de la tension à l'entrée du rotor (à gauche) et la force aérodynamique engendrée par la rotation du rotor secondaire (à droite)

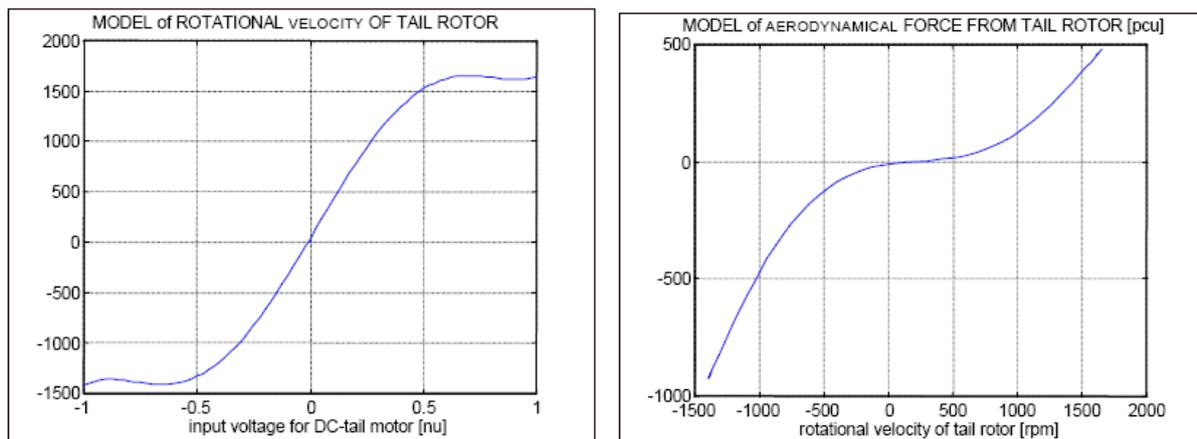


Figure B.4 : approximation polynomiale des caractéristiques du rotor de queue

Systèmes LPV [21]

Les systèmes Linéaires à Paramètres Variants (LPV)

Dans un système LPV, les matrices d'état A, B, C, D dépendent d'un vecteur de paramètres θ qui peut varier en fonction du temps. Étant donné l'ensemble des trajectoires admissibles du vecteur des paramètres Γ , le système LPV est défini comme étant l'ensemble des trajectoires admissibles à temps variant associés à la famille Γ . Le système LPV est représenté par :

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= A(\theta)x_k + B(\theta)u_k \\y_k &= C(\theta)x_k + D(\theta)u_k\end{aligned}\tag{C.1}$$

A défaut de connaître à l'avance la trajectoire de θ , on connaît souvent des bornes sur ses différentes composantes : $\underline{\theta}_k \leq \theta_k \leq \overline{\theta}_k$ ainsi que les vitesses de variations : $\underline{\dot{\theta}}_k \leq \dot{\theta}_k \leq \overline{\dot{\theta}}_k$.

Les systèmes quasi-LPV sont des systèmes dans lesquels il existe un couple de matrices non nulles (F, G) tel que :

$$F\theta_k = Gx_k\tag{C.2}$$

Dans la réalité, la plupart des systèmes rencontrés dans la pratique sont quasi-LPV.

Il existe des représentations d'état différentes avec lesquelles on peut passer de l'une à l'autre. Le vecteur des paramètres peut être vu comme une entrée supplémentaire qui ne rentre alors plus dans la classe des systèmes linéaires. Parmi les systèmes LPV, certains types particuliers sont intéressants à étudier : les systèmes LPV affines et les systèmes LPV polytopiques.

Les systèmes LPV affine

Dans ce cas, la dépendance des matrices d'état en fonction des paramètres est linéaire. Notons :

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} A(\theta) & B(\theta) \\ C(\theta) & D(\theta) \end{bmatrix} \quad (C.3)$$

On a alors $M(\theta) = M_0 + \theta_k^1 M_1 + \theta_k^2 M_2 + \dots + \theta_k^N M_N$.

Les systèmes LPV polytopiques

La matrice représentant le système est une combinaison barycentrique de plusieurs matrices

$M_1^s, M_2^s, \dots : M = \rho_k^1 M_1^s + \rho_k^2 M_2^s + \dots + \rho_k^{2^N} M_{2^N}^s$, avec $0 \leq \rho_k^j \leq 1$ et $\sum \rho_k^j = 1$.

Un système LPV affine dont les paramètres varient sur des intervalles connus peut être considéré comme un système polytopique. Traitons l'exemple d'un système dépendant de deux paramètres $M(\theta) = M_0 + \theta_k^1 M_1 + \theta_k^2 M_2$ et notons $M_1^s, M_2^s, M_3^s, M_4^s$ ses sommets tels que :

$$\begin{aligned} M_1^s &= M_0 + \underline{\theta}^1 M_1 + \underline{\theta}^2 M_2 \\ M_2^s &= M_0 + \overline{\theta}^1 M_1 + \underline{\theta}^2 M_2 \\ M_3^s &= M_0 + \underline{\theta}^1 M_1 + \overline{\theta}^2 M_2 \\ M_4^s &= M_0 + \overline{\theta}^1 M_1 + \overline{\theta}^2 M_2 \end{aligned} \quad (C.4)$$

en prenant pour notation $\underline{\theta}^1$ pour la borne inférieure de θ_k^1 , et $\overline{\theta}^1$ pour la borne supérieure.

Construisons maintenant le système polytopique $\tilde{M} = \rho_k^1 M_1^s + \rho_k^2 M_2^s + \rho_k^3 M_3^s + \rho_k^4 M_4^s$ avec

$$\begin{aligned} \rho_k^1 &= \frac{\overline{\theta}^1 - \theta_k^1 \overline{\theta}^2 - \underline{\theta}^2}{\overline{\theta}^1 - \underline{\theta}^1 \overline{\theta}^2 - \underline{\theta}^2} \\ \rho_k^2 &= \frac{\theta_k^1 - \overline{\theta}^1 \overline{\theta}^2 - \underline{\theta}^2}{\overline{\theta}^1 - \underline{\theta}^1 \overline{\theta}^2 - \underline{\theta}^2} \\ \rho_k^3 &= \frac{\overline{\theta}^1 - \theta_k^1 \underline{\theta}^2 - \overline{\theta}^2}{\overline{\theta}^1 - \underline{\theta}^1 \overline{\theta}^2 - \underline{\theta}^2} \\ \rho_k^4 &= \frac{\theta_k^1 - \overline{\theta}^1 \underline{\theta}^2 - \overline{\theta}^2}{\overline{\theta}^1 - \underline{\theta}^1 \overline{\theta}^2 - \underline{\theta}^2} \end{aligned} \quad (C.5)$$

Moyennant quelques calculs, on peut vérifier que $\tilde{M} = M$. Ce résultat est encore valable pour un nombre de paramètres d'ordre supérieur. On retiendra qu'il y a équivalence entre les représentations affines et polytopiques. Ce type de modèle admet une définition plus générale que le modèle affine parce que l'hyper-rectangle Γ peut être remplacé par un polytope à $m = 2^N$ sommets.

Convexité

Un ensemble C est dit convexe si une ligne joignant deux points C_1 et C_2 de cet ensemble C reste dans cet ensemble. Ainsi quels que soient C_1 et $C_2 \in C$ et $0 < \lambda < 1$, on a alors :

$$\lambda C_1 + (1 - \lambda)C_2 \in C$$

Polytopes

Définition : Un polytope P dans R^k est un corps convexe d'un ensemble fini de points p_1, p_2, \dots, p_m . On écrit :

$$P = \text{conv}p_i \tag{C.6}$$

où p_1, p_2, \dots, p_m est un ensemble de générateurs. Cependant il faut noter que cet ensemble peut ne pas être unique. De ce fait, on introduit la notion de point extrême. Ainsi, en prenant $P = \text{conv}p_i$ un polytope, alors un point $p \in P$ est dit point extrême de P s'il ne peut être exprimé comme une combinaison convexe de deux points distincts de P . De ce fait, il n'existe pas p_a et $p_b \in P$ avec $p_a \neq p_b$ et $\lambda \in (0,1)$ tels que :

$$P = \lambda p_a + (1 - \lambda)p_b \tag{C.7}$$

Par exemple dans la figure (D.2), les points extrêmes sont p_1, p_2, p_3, p_4 et p_5 ; cependant le point interne p_1 n'est pas un point extrême car il peut être inclus dans un ensemble d'autres générateurs. Ayant un ensemble fini de générateurs p_i pour un polytope P , l'ensemble des points extrêmes est un sous-ensemble de cet ensemble de générateurs. De plus, l'ensemble des points extrêmes est appelé ensemble minimal générateur dans le sens où aucun autre ensemble de générateurs ne contient l'ensemble des extrêmes. Aussi la figure (D.3) représente cette notion de non unicité d'un ensemble polytopique qui peut cependant être réduit en ne prenant que des points extrêmes.

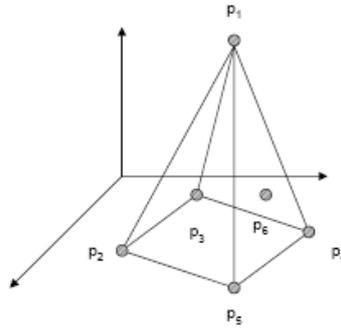


Figure C.1 : Illustration de points extrêmes.

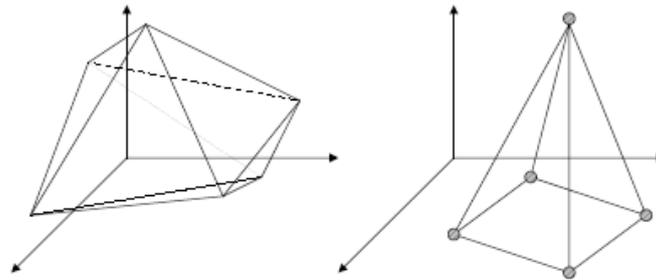


Figure C.2 : Illustration de réduction polytopique.

Propriétés de la combinaison convexe

Soit un polytope $P = \text{conv}p_1, p_2, \dots, p_m$ chaque point $p \in P$ peut être exprimé comme une combinaison convexe de p_i ; c'est pourquoi il existe des scalaires réels $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_m$ tels que :

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i p_i = p \quad (C.8)$$

Et

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1 \quad (C.9)$$

En conséquence il est parfois préférable de décrire les contraintes de cet ensemble en utilisant la notation :

$$\Lambda = \left\{ \lambda \in R^m : \lambda_i \geq 0 \text{ pour } i = 1, 2, \dots, m \text{ et } \sum_{i=1}^m \lambda_i = 1 \right\} \quad (C.10)$$

Pour de tels cas, Λ est appelé unit simplex.