



MEMOIRE

présentée au **Laboratoire de Commande des Processus**
en vue de l'obtention du titre de

Magister

en Automatique
option : Automatique des Systèmes Industriels
par

Taleb Moustapha OULD ABDOU

Ingénieur d'Etat de l'université de Setif

Intitulé

Commande par Mode de Glissement Flou avec Observateur : Application à Différents Pendules Inversés

Soutenue publiquement le 29 juin 2006 devant le jury composé de :

M. O. MAHMOUDI
D. BOUKHETALA
F. BOUDJEMA
M. TADJINE
B. HEMICI
L. NEZLI

Maître de Conférences à l'ENP
Maître de Conférences à l'ENP
Professeur à l'ENP
Maître de Conférences à l'ENP
Chargé de Cours à l'ENP
Docteur d'Etat à l'ENP

Président
Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur
Examineur

الملخص

في هذه المذكرة اقترحنا ثلاث طرق للتحكم اللاخطي مع راصد للحالات والتي طبقناها على نوعان من النابض المقلوب. الطريقة الأولى: هي طريقة التحكم بالمنطق الغامض من نوع "MAMDANI". بينما الطريقة الثانية المطبقة هي نمط الانزلاق. وفي الأخير طبقنا التحكم الهجين الذي يجمع المنطق الغامض مع نمط الانزلاق وذلك للاستفادة من امتيازات كلتا الطريقتين. نتائج المحاكاة العددية أثبتت نجاعة الطرق المستعملة.

كلمات المفتاح

المنطق الغامض، نمط الانزلاق، راصد الحالات، النابض المقلوب، تحكم هجين.

Abstract :

In this work three nonlinear control methods are proposed which are applied to the inverted pendulum. First, a classical MAMDANI's fuzzy controller is synthesized and applied to the simple inverted pendulum. Second, a sliding control approach is developed and tested on the same system. Finally, an hybrid Fuzzy-Sliding mode structure is proposed and applied to a simple and a double inverted pendulum.

In each case, the states of the system are estimated by a sliding mode observer. In order to highlight the robustness and the tracking performances, simulation results are performed in different cases.

Key words : Fuzzy logic, Sliding mode, fuzzy-sliding mode, State observer, Inverted pendulum.

Résumé :

Dans ce travail, nous proposons trois types de commandes non linéaires avec observateur par mode glissant appliquées au pendule inversé. La première commande appliquée est la commande floue classique de type MAMDANI. La seconde approche est la commande par mode de glissement. Enfin, la dernière est la commande combinée mode de glissement-floue. Les différentes approches ont été testées sur le simple pendule inversé. Par contre la dernière approche a été appliquée aussi bien sur le simple que sur le double pendule inversé. Les résultats de simulation ont montré l'efficacité et les performances des lois de commande proposées.

Mots Clés : Logique Floue, mode de Glissement, mode de glissement floue, Observateurs d'état, Pendule inversé simple, Pendule inversé double

Dédicace

A la mémoire de mon père.

A la mémoire de ma grande mère.

A ma chère mère, qu'elle reçoit toute ma gratitude.

A toute ma famille.

A tous mes amis.

Je leur dédie ce modeste mémoire

AVANT-PROPOS

Je tiens tout d'abord à exprimer mes sincères remerciements à mes promoteurs Monsieur **D.BOUKHETALA** , Maître de conférence à l'ENP, et Monsieur **F. BOUDJEMA**, Professeur à l'ENP, qui ont accepté de m'encadrer et guider mes travaux jusqu'à la réalisation de ce mémoire . Qu'ils trouvent ici, le témoignage de ma profonde gratitude et ma reconnaissance pour le soutien et les conseils qu'ils n'ont cessé de me prodiguer et pour la confiance qu'ils m'ont accordé en acceptant de diriger ce mémoire.

Je remercie très vivement Monsieur **M.O.MAHMOUDI**, Maître de conférence à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de présider le jury de soutenance de ce mémoire.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Monsieur **M. TADJINE**, Maître de conférence à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, pour la confiance et l'honneur qu'il m'accorde en acceptant de participer à ce jury.

Mes vifs remerciements vont également à Monsieur **B.HEMICI**, Chargé de cours à l'ENP, pour avoir accepté de participer au jury de soutenance.

Je remercie très vivement Monsieur **L.NEZLI**, docteur d'état à l'ENP, pour la confiance et l'honneur qu'il m'accorde en acceptant de participer à ce jury.

Sommaire

| | |
|-----------------------------------|----------|
| Introduction Générale..... | 1 |
|-----------------------------------|----------|

Chapitre I : Modélisation des Pendules Inversés

| | |
|--|----|
| I.1 Introduction | 4 |
| I.2 Equation d'Euler-Lagrange | 4 |
| I.3 Description du simple pendule inversé | 5 |
| I.4 Modélisation du simple pendule inversé | 6 |
| I.5 Description du double pendule inversé | 8 |
| I.6 Modélisation du double pendule inversé | 9 |
| I.7 Commandabilité et Observabilité des systèmes non linéaires | 13 |
| I.7.1 Critère de Commandabilité | 15 |
| I.7.2 Critères d'observabilité..... | 16 |
| I.8 Simulation en boucle ouverte | 16 |
| I.9 Conclusion | 16 |

Chapitre II : Commande par Logique Floue

| | |
|---|----|
| II.1 Introduction | 19 |
| II.2 La logique floue | 20 |
| II.3 Principe fondamental de la logique floue..... | 21 |
| II.4 Définitions | 22 |
| II.4.1 Ensemble flou | 22 |
| II.4.2 Variables linguistiques..... | 22 |
| II.4.3 Fonctions d'appartenance | 22 |
| II.4.4 Les opérateurs flous..... | 23 |
| II.5 Présentation d'un régulateur par logique floue | 24 |

| | | |
|--------|---|----|
| II.6 | Eléments de base d'un contrôleur à logique floue..... | 25 |
| II.6.1 | Interface de fuzzification..... | 26 |
| II.6.2 | Base de connaissance..... | 26 |
| II.6.3 | Logique de prise de décision (Inférence)..... | 27 |
| II.6.4 | Agrégation..... | 27 |
| II.6.5 | Interface de défuzzification..... | 28 |
| II.7 | Propriétés d'un réglage par logique floue..... | 29 |
| II.8 | Application de la commande floue au pendule inversé | 29 |
| II.8.1 | Fuzzification..... | 30 |
| II.8.2 | Mécanisme d'inférence..... | 31 |
| II.8.3 | Défuzzification..... | 31 |
| II.9 | Simulation et interprétation | 31 |
| II.10 | Conclusion | 32 |

Chapitre III : Commande par Mode de Glissement Floue

| | | |
|---------|--|----|
| III.1 | Introduction | 40 |
| III.2 | Généralité sur la théorie de la commande par mode de glissement | 41 |
| III.3 | Principe de la commande à structure variable par régime glissant | 43 |
| III.4 | Formalisation classique du régime glissant | 44 |
| III.4.1 | Théorème de Filipov..... | 44 |
| III.4.2 | Conception de la commande par mode de glissement..... | 45 |
| III.4.3 | Expression analytique de la commande..... | 47 |
| III.5 | Application à la commande d'un pendule inversé | 49 |
| III.6 | Commande par mode de glissement floue..... | 52 |
| III.6.1 | Introduction..... | 52 |
| III.6.2 | Synthèse de la commande par mode glissant..... | 53 |
| III.6.3 | Le principe du contrôle par mode glissant-flou | 55 |
| III.6.4 | L'idée du contrôle découplé | 59 |
| III.7 | Résultats de simulation et commentaires | 62 |
| III.8 | Conclusion..... | 62 |

Chapitre IV : Observateur par Mode de Glissement

| | |
|---|-----------|
| IV.1 Introduction..... | 69 |
| IV.2 Principe des observateurs..... | 70 |
| IV.3 Observateur par mode de glissement..... | 71 |
| IV.4 Convergence de l'observateur glissant..... | 73 |
| IV.5 Application de l'observateur glissant..... | 75 |
| IV.5 .1 Application pour le simple pendule inversé..... | 75 |
| IV.5 .2 Application pour le double pendule inversé..... | 76 |
| IV.6 Résultats de simulation et commentaires..... | 76 |
| IV.7 Conclusion..... | 77 |
| | |
| Conclusion Générale..... | 88 |

Introduction Générale

Le pendule inversé a fait l'objet d'une grande discussion tout au long de ces dernières années. Cet intérêt est dû au fait que le problème de la commande du pendule inversé est fondamentalement le même que ceux impliqués dans plusieurs autres systèmes tels que le lancement des fusées, la propulsion des missiles et la stabilisation des satellites [MOR.01].

Le pendule inverse a été toujours utilisé pour tester les nouvelles méthodes de commande, car il possède plusieurs caractéristiques attrayantes : c'est un système non linéaire, couplé, intrinsèquement instable et il possède plusieurs implications pratiques.

Parmi ces commandes, nous nous intéressons dans ce mémoire à deux classes de commande. La première classe de commandes est développée en ex-Union soviétique par l'équipe du professeur S.V.Emelyanov (Utkin, Taran, Kostyleva etc.). Elle est appelée commande à structure variable. La seconde classe de commandes est plus récente, appelée commande à logique floue, elle est apparue en 1969 grâce aux travaux du mathématicien Lotfi Zadeh[Zad.69].

Concernant la première classe de commande étudiée, la structure variable de ces systèmes est propre aux paramètres du contrôleur qui varient selon une loi définie, par exemple par l'équation d'une hyper surface dans l'espace de phases. En vérifiant certaines conditions, cette loi de commande à commutation discontinue permet de ramener la trajectoire du système d'un point quelconque vers la surface de glissement, puis de la faire glisser jusqu'au point d'équilibre. On parle alors de système de commande à structure variable par régime glissant (*en Anglais Sliding Mode Control*). Ce type de commande présente plusieurs avantages tels que la robustesse, la stabilité, la simplicité et le temps de réponse très faible. Ceci lui permet d'être particulièrement adaptée pour traiter les systèmes qui ont des modèles mal connus, ou à cause de problèmes d'identifications des paramètres, ou encore à cause des simplifications sur le modèle du système.

Toutefois, malgré l'ensemble des avantages de la commande à structure variable dite jusqu'ici classique, un phénomène limite la généralisation de son application dans certains systèmes industriels, il s'agit du phénomène de broutement. En effet, dû aux commutations rapides de la commande discontinue, des oscillations à hautes fréquences apparaissent, et

peuvent exciter les parties non modélisées de la dynamique du système. Ceci est désormais néfaste aux actionneurs[UTK.92].

La deuxième classe de commande des systèmes dynamiques considérée dans ce mémoire est la Commande par Logique Floue. La commande par logique floue est une commande intelligente utilisée sur des systèmes complexes et mal définis[ZIM.91]. L'idée de base de cette approche est d'utiliser l'expérience d'un opérateur humain sur un procédé dans la synthèse du contrôleur. A partir d'un ensemble de règles linguistiques décrivant la stratégie de commande, un algorithme de commande est construit avec des mots qui sont définis comme des ensembles flous. Notons, que ces règles peuvent être obtenues à partir du modèle du système à commander.

Actuellement, beaucoup de discussions ont débattu la manière de résoudre les problèmes de stabilité, de performance et de robustesse des contrôleurs à logique floue en utilisant souvent des descriptions de systèmes basés sur des modèles réels. En fait, le problème de formulation analytique de la commande à logique floue est posé. Cependant, une solution est de trouver une approche pouvant adopter les techniques de commande linéaire et non linéaire tout en gardant les éléments flous de la boucle de commande. Ceci dit, que nous pouvons envisager une loi de commande hybride combinant par exemple les lois de commande par logique floue et par régime glissant.

Dans plusieurs cas, on ne dispose pas de toutes les grandeurs du système intervenant dans l'expression de la commande, à cause de la non disponibilité de la grandeur elle-même ou bien à cause du manque des dispositifs de mesures. De ce fait, l'utilisation des observateurs devient nécessaire. L'observateur est un système dynamique auxiliaire qui reconstruit l'état du système. Conçu initialement pour le cas linéaire, il est étendu récemment au cas non linéaire.

Structurée en quatre chapitres, ce mémoire a pour objet d'étudier et de comparer les performances et la robustesse de trois lois de commandes présentées précédemment, avec application sur le pendule inversé, ainsi que la combinaison de l'observateur par mode glissant avec les commandes suscitées pour l'appliquer sur le simple et double pendule inversé.

Le premier chapitre est consacré à la modélisation du simple et double pendule inversé. Les modèles ainsi obtenus seront utilisés pour permettre la simulation de deux systèmes. Les critères de commandabilité et d'observabilité non linéaire sont aussi abordés.

Dans le deuxième chapitre, nous commencerons par présenter la théorie des ensembles flous et de la logique floue ainsi qu'un ensemble de méthodologies concernant le contrôle flou (fuzzification, règles de contrôle flou, inférence, défuzzification), et nous terminerons par l'application de la commande par logique floue sur le pendule inversé.

Dans le troisième chapitre, nous donnons quelques notions fondamentales de la commande à structure variable et quelques concepts de base sur la théorie des modes glissants. Ensuite, nous appliquons la commande par mode de glissement sur le simple pendule inversé. Nous combinons ensuite cette commande avec la commande floue et nous terminons par l'application de cette commande hybride (mode de glissement-floue) sur le simple et double pendule inversé.

Le quatrième et dernier chapitre est consacré à l'étude et la synthèse d'un observateur par mode glissant avec application aux deux pendules, simple et double, et cela en boucle ouverte en premier lieu, puis en combinant l'observation avec toutes les commandes déjà traitées. Dans chaque cas, les résultats de simulations sont donnés afin de valider et de mettre en évidence les performances de chaque méthode utilisée.

Chapitre I

Modélisation des pendules inversés

I.1 Introduction

Afin de synthétiser la commande d'un système, une phase de modélisation est nécessaire pour permettre l'étude en simulation. La modélisation consiste à décrire les relations entre les différentes grandeurs du système, l'ensemble de ces relations constitue le modèle de ce système. Cette modélisation peut être faite en utilisant le formalisme d'Euler-Lagrange, qui constitue une approche systématique simple à mettre en œuvre, soit par calcul manuel soit par des méthodes assistées par ordinateur.

Dans ce chapitre, nous allons aborder la modélisation du simple et double pendule inversé en utilisant le formalisme d'Euler-Lagrange.

I.2 Equation d'Euler-Lagrange [BER.87]

L'avantage de ce formalisme réside dans l'élimination des efforts d'interaction, le Lagrangien L d'un système est la différence entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle, l'équation d'Euler-Lagrange est donnée par :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial E_d}{\partial \dot{q}} = \tau_i \quad i=1,2,\dots,n \quad (I.1)$$

Où : $L = E_c - E_p$ est le Lagrangien du système.

E_c : l'énergie cinématique totale du système.

E_p : l'énergie potentielle totale du système.

E_d : l'énergie de dissipation totale du système.

τ_i : la force généralisée ;

q_i et \dot{q}_i : coordonnées et vitesses généralisées.

n : le degré de liberté du système.

I.3 Description du simple pendule inversé [WEI.97]

Le pendule inversé utilisé est constitué d'un chariot mobile en translation sur un axe horizontal, et un pendule fixé sur ce chariot libre en rotation (Fig.I.1). En exerçant une force horizontale $f(t)$ sur le chariot, une translation de x mètre est obtenue avec une rotation de θ radian du pendule. La commande de ce système doit permettre la régulation de l'angle θ du bras avec la verticale en partant d'une position initiale, ainsi que la régulation et la poursuite de la position x du chariot.

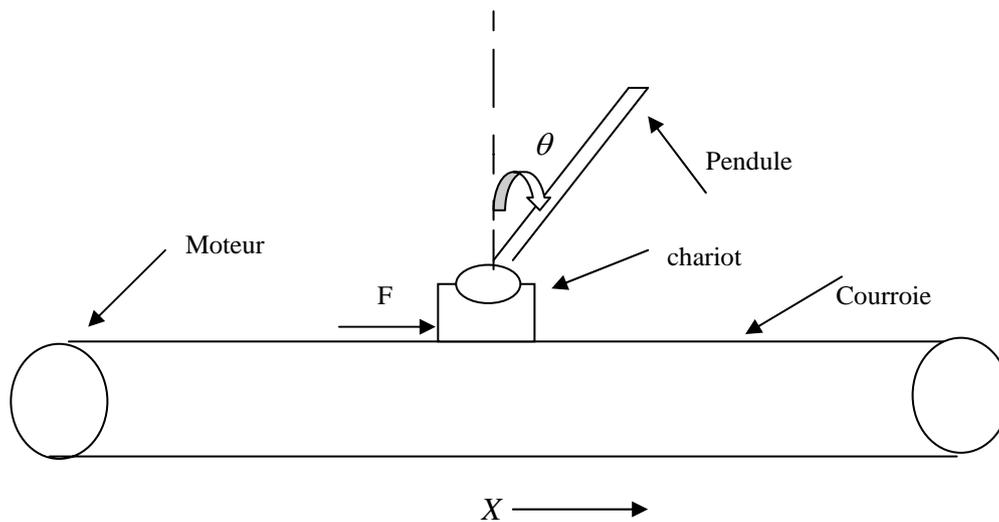


Fig.I.1 Schema du simple pendule inversé

I.4 Modélisation du simple pendule inversé [WEI.97][HOF.01][SHI.98]

Le pendule est représenté sous sa forme simplifiée comme le présente la figure I.2, il est commandé par la force F appliquée au chariot, Les grandeurs à régler sont la position du chariot x et la position angulaire θ .

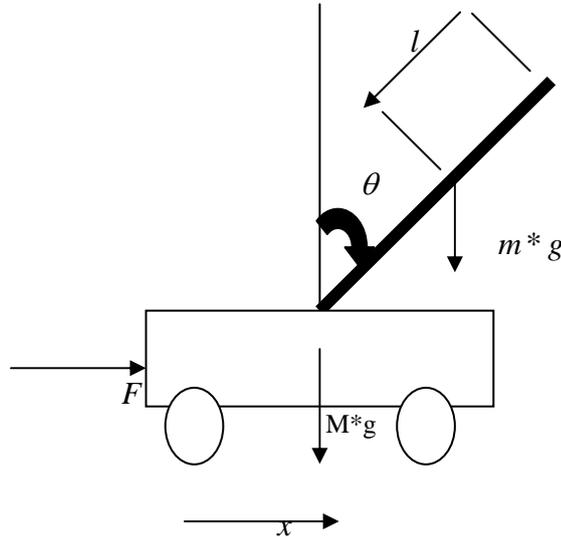


Fig.I.2 simple pendule inversé

Le Lagrangien est donnée par : $L = T - U$ (I.2)

L'énergie cinétique de ce système égal à la somme de l'énergie cinétique de chaque masse plus l'énergie cinétique du chariot T_1 qui est :

$$T_1 = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \quad (I.3)$$

Pour le tige son énergie cinétique T_2 est :

$$T_2 = \frac{1}{2} m \left[(l \cos(\theta) \dot{\theta} + \dot{x})^2 + (l \sin \theta \dot{\theta})^2 \right] + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12} m (2l)^2 \dot{\theta}^2 \right) \quad (I.4)$$

Donc l'énergie cinétique totale du système est :

$$T = T_1 + T_2 \quad (I.5)$$

$$T = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \left[(l \cos(\theta) \dot{\theta} + \dot{x})^2 + (l \sin \theta \dot{\theta})^2 \right] + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12} m (2l)^2 \dot{\theta}^2 \right) \quad (\text{I.6})$$

L'énergie potentielle du système U est

$$U = m g l \cos(\theta) \quad (\text{I.7})$$

D'après les équations précédentes on trouve l'expression de l'équation de Lagrange :

$$L = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \left[(l \cos(\theta) \dot{\theta} + \dot{x})^2 + (l \sin \theta \dot{\theta})^2 \right] + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12} m (2l)^2 \dot{\theta}^2 \right) - m g l \cos(\theta) \quad (\text{I.8})$$

En utilisant le formalisme d'Euler-Lagrange on trouve :

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = (M + m) \dot{x} + m l \cos(\theta) \dot{\theta} \quad (\text{I.9})$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 \quad (\text{I.10})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = m l \cos(\theta) \dot{x} + m l^2 \ddot{\theta} + \frac{1}{3} m l^2 \dot{\theta} \quad (\text{I.11})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -m l \sin(\theta) \dot{x} \dot{\theta} + m g l \sin \theta \quad (\text{I.12})$$

en conséquence les équations du mouvement du système non linéaire sont données par :

$$(M + m) \ddot{x} + m l \cos(\theta) \ddot{\theta} - m l \sin(\theta) \dot{\theta}^2 = F \quad (\text{I.13})$$

$$m l \cos(\theta) \ddot{x} - m g l \sin(\theta) + \ddot{\theta} m l^2 \cdot \frac{4}{3} = 0 \quad (\text{I.14})$$

Prenons $\dot{x} = v$, $\dot{\theta} = \omega$ et comme vecteur d'état X avec

$$X = \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ x \\ v \end{bmatrix}, \quad \text{l'équation d'état est donnée par}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{x} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \\ g \sin(\theta) - \frac{\cos(\theta)(F + m l \omega^2 \sin(\theta))}{(m + M)} \\ v \\ \frac{F + m l (\omega^2 \sin(\theta) - \dot{\omega} \cos(\theta))}{(m + M)} \end{bmatrix} \quad (\text{I.15})$$

Cette équation peut être écrite sous la forme

$$\dot{X} = f(X) + g(X)U \quad (\text{I.16})$$

Avec $U = F$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{x} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \\ g \sin(\theta) - \frac{\cos(\theta)(m l \omega^2 \sin(\theta))}{(m + M)} \\ v \\ \frac{m l (\omega^2 l \sin(\theta) - \dot{\omega} \cos(\theta))}{(m + M)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\cos(\theta)}{m + M} \\ 0 \\ \frac{1}{m + M} \end{bmatrix} \cdot U \quad (\text{I.17})$$

I.5 Description du double pendule inversé [MOR.01]

Le double pendule inverse est composé d'un chariot mobile sur un rail de guidage. le double pendule, solidaire du chariot, est libre en rotation autour de deux axes, comme le montre la figure (I.3), c'est un système multivariable non linéaire instable avec des constantes de temps très rapide, il est reconnu pour être un système difficilement stabilisable et fortement non linéaire et couplé. La commande de ce système doit permettre la régulation de l'angle θ et β , respectivement angle du bras inférieur avec la verticale et angle du bras supérieur avec la verticale, en partant d'une position initiale $(\theta_0, \beta_0) \in [-\pi, +\pi]$

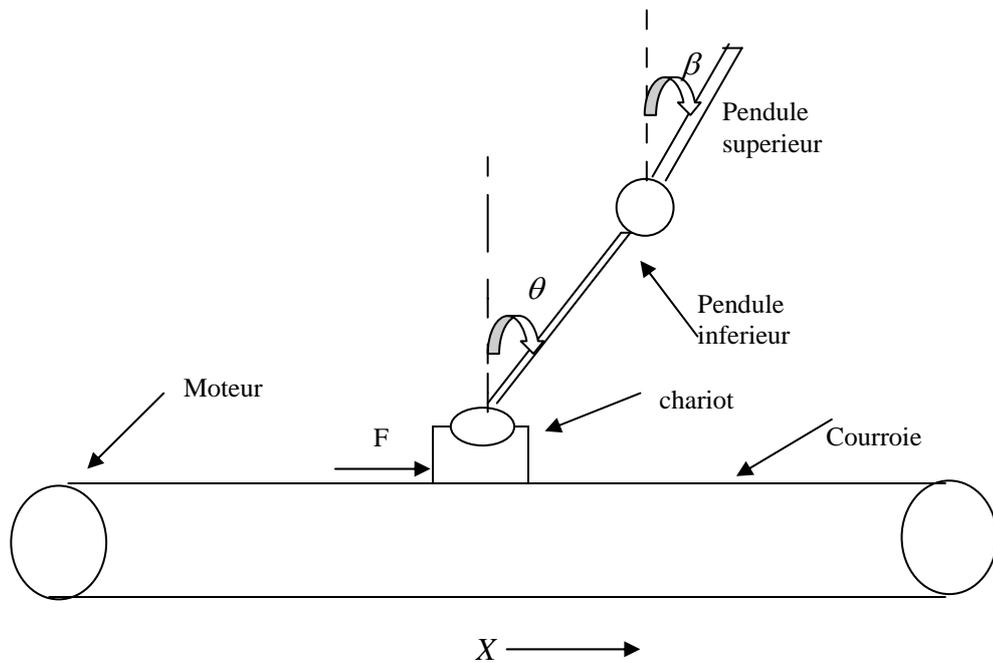


Fig.I.3 Schema de principe du double pendule inversé

I.6 Modélisation du double pendule inversé [MOR.01][ZHO.01]

De même que pour le cas précédent, et en suivant la même démarche, on calcule le Lagrangien L du système et on applique le formalisme d'Euler-Lagrange. La figure.I.4 présente les différentes variables nécessaires à la réalisation du modèle

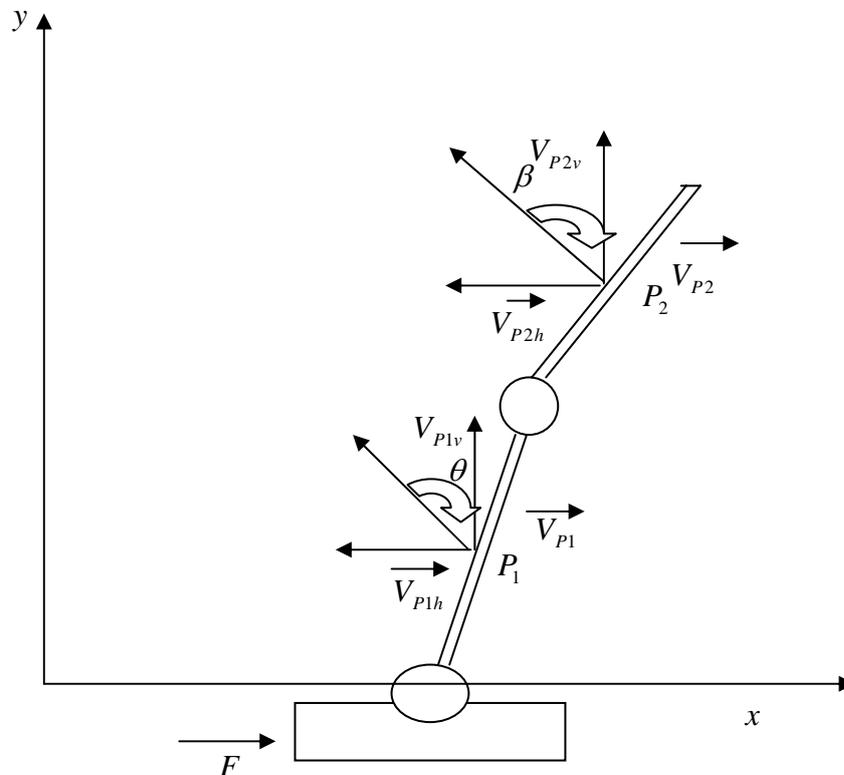


Fig.I.4 : Représentation des forces agissant sur le double pendule

Afin de calculer l'énergie cinétique du pendule, il est nécessaire de calculer les vitesses des centres de gravité. D'après la figure.I.4 les vitesses des centres de gravité sont données par les expressions suivantes :

$$v_{1ph} = -l_1 \dot{\theta}(t) \cos \theta(t) \quad (\text{I.18})$$

$$v_{1pv} = l_1 \dot{\theta}(t) \sin \theta(t)$$

$$v_{2ph} = -2 l_1 \dot{\theta}(t) \cos \theta(t) - l_2 \dot{\beta}(t) \cos \beta(t) \quad (\text{I.19})$$

$$v_{2pv} = -2 l_1 \dot{\theta}(t) \sin \theta(t) + l_2 \dot{\beta}(t) \sin \beta(t)$$

avec θ et β les angles du double pendule et $\dot{\theta}$ et $\dot{\beta}$ les vitesses angulaires de chaque bras. Il est alors possible de donner les équations de l'énergie cinétique du système. Donc l'expression de l'énergie cinétique est donnée par :

$$T = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_1 (\dot{x} + v_{1ph})^2 + \frac{1}{2} m_1 v_{1pv}^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x} + v_{2ph})^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2pv}^2 \quad (\text{I.20})$$

et d'après (I.18) et (I.19) on trouve:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_1 (\dot{x} - l_1 \dot{\theta} \cos(\theta))^2 + \frac{1}{2} m_1 (l_1 \dot{\theta} \sin(\theta))^2 + \\ &\frac{1}{2} m_2 (\dot{x} - 2 l_1 \dot{\theta} \cos(\theta) - l_2 \dot{\beta} \cos(\beta))^2 + \frac{1}{2} m_2 (2 l_1 \dot{\theta} \sin(\theta) + l_2 \dot{\beta} \sin(\beta))^2 \\ &= \frac{1}{2} (M + m_1 + m_2) \dot{x}^2 - (m_1 + 2 m_2) l_1 \dot{x} \dot{\theta} \cos(\theta) + \left(\frac{1}{2} m_1 + 2 m_2 \right) l_1^2 \dot{\theta}^2 - \\ &\quad m_2 l_2 \dot{x} \dot{\beta} \cos(\beta) + 2 m_2 l_1 l_2 \dot{\theta} \dot{\beta} \cos(\theta - \beta) + \frac{1}{2} m_2 l_2^2 \dot{\beta}^2 \end{aligned} \quad (\text{I.21})$$

Pour l'énergie potentielle son expression est donnée par :

$$\begin{aligned} U &= m_1 g (l_1 + l_1 \cos(\theta)) + m_2 g (2 l_1 + l_2 + 2 l_1 \cos(\theta) + l_2 \cos(\beta)) \\ &= (m_1 + 2 m_2) g l_1 (1 + \cos(\theta)) + m_2 g l_2 (1 + \cos(\beta)) \end{aligned} \quad (\text{I.22})$$

En utilisant les équations (I.22 et I.21 et I.2 et I.1) on trouve les équations du mouvement du système non linéaire qui sont données par :

$$\begin{aligned}
 M\ddot{x} - P_1\ddot{\theta}\cos\beta + P_1\dot{\theta}^2\sin\theta - P_2\ddot{\beta}\cos\beta + P_2\dot{\beta}^2\sin\beta &= F - P_1\ddot{x}\cos\theta + \\
 P_4\ddot{\theta} + P_3\ddot{\beta}\cos(\theta - \beta) & \\
 P_3\dot{\beta}^2\sin(\theta - \beta) - P_1g\sin\theta - P_2\ddot{x}\cos\beta + P_3\ddot{\theta}\cos(\theta - \beta) &= 0 \\
 -P_3\dot{\theta}^2\sin(\theta - \beta) + P_5\dot{\beta} - P_2g\sin(\beta) &= 0
 \end{aligned} \tag{I.23}$$

Avec : l_1 et l_2 les longueurs successifs du pendule 1 et pendule 2 et :

$$\begin{aligned}
 \bar{M} &= M + m_1 + m_2 ; \\
 P_1 &= (m_1 + 2m_2)l_1 ; \\
 P_2 &= m_2l_2 ; \\
 P_4 &= (m_1 + 4m_2)l_1^2 ; \\
 P_5 &= m_2l_2^2
 \end{aligned} \tag{I.24}$$

En posant

$$X = [x(t) \ \theta(t) \ \beta(t) \ \dot{x}(t) \ \dot{\theta}(t) \ \dot{\beta}(t)]$$

après quelques calculs, on trouve les équations du mouvement du système non linéaire qui sont données par :

$$\ddot{x} = \left(\frac{1}{\det(A)} \right) \begin{bmatrix} \left[(P_4P_5 - P_3^2\cos^2(\theta - \beta))(F - P_1\dot{\theta}^2\sin\theta - P_2\dot{\beta}^2\sin\beta) \right] - \\ \left[(-P_1P_5\cos\theta + P_2P_3\cos(\theta - \beta)\cos\beta)(-P_3\dot{\beta}^2\sin(\theta - \beta) + P_1g\sin\theta) \right] + \\ \left[(-P_1P_3\cos\theta\cos(\theta - \beta) + P_2P_4\cos(\beta))(P_3\dot{\theta}^2\sin(\theta - \beta) + P_2g\sin\beta) \right] \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\begin{bmatrix} -(-P_1P_5 \cos \theta + P_2P_3 \cos \beta \cos(\theta - \beta))(F - P_1\dot{\theta}^2 \sin \theta - P_2\dot{\beta}^2 \sin \beta) \\ [(MP_3 \cos(\theta - \beta) - P_1P_2 \cos \theta \cos \beta)(P_3\dot{\theta}^2 \sin(\theta - \beta) + P_2g \sin \beta) \end{bmatrix}}{\det(A)} \quad (I.25)$$

$$\ddot{\beta} = \left(\frac{1}{\det(A)} \right) \begin{bmatrix} [(-P_1P_3 \cos \theta \cos(\theta - \beta) + P_2P_4 \cos \beta)(F - P_1\dot{\theta}^2 \sin \theta - P_2\dot{\beta}^2 \sin \beta)] - \\ [(M'P_3 \cos(\theta - \beta) - P_1P_2 \cos(\theta) \cos \beta)(-P_1\dot{\beta}^2 \sin(\theta - \beta) + P_1g \sin \theta)] + \\ [(MP_4 - P_1^2 \cos^2 \theta)(P_3\dot{\theta}^2 \sin(\theta - \beta) + P_2g \sin \beta)] \end{bmatrix} \quad (I.26)$$

avec $\det(A) = \overline{MP}_4P_5 + 2P_1P_2P_3 \cos \theta \cos \beta \cos(\theta - \beta) - P_2^2P_4 \cos^2 \beta - \overline{MP}_3^2 \cos^2(\theta - \beta) - P_1^2P_5 \cos^2 \theta$

Prenons comme vecteur d'état Prenons $\dot{x} = v$, $\dot{\theta} = \omega$, $\dot{\beta} = \psi$ et comme vecteur d'état X

$$X = \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ \beta \\ \psi \\ x \\ v \end{bmatrix} \quad \text{l'équation d'état peut écrire sous la forme}$$

$$\dot{X} = f(X) + g(X)U$$

$$\dot{\theta} = \omega + 0.u$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\begin{bmatrix} -(-P_1P_5 \cos \theta + P_2P_3 \cos \beta \cos(\theta - \beta))(-P_1\omega^2 \sin \theta - P_2\psi^2 \sin \beta) \\ [(\overline{MP}_3 \cos(\theta - \beta) - P_1P_2 \cos \theta \cos \beta)(P_3^2\omega^2 \sin(\theta - \beta) + P_2g \sin \beta) \end{bmatrix}}{\det(A)} +$$

$$\left(\frac{1}{\det(A)} \right) (-P_1P_5 \cos \theta + P_2P_3 \cos \beta \cos(\theta - \beta))U$$

$$\dot{\beta} = \psi + 0.U$$

$$\ddot{\beta} = \left(\frac{1}{\det(A)} \right) \left[\begin{array}{l} \left[\left(-P_1 P_3 \cos \theta \cos(\theta - \beta) + P_2 P_4 \cos \beta \right) \left(-P_1 w^2 \sin \theta - P_2 \psi^2 \sin \beta \right) \right] - \\ \left[\left(M P_3 \cos(\theta - \beta) - P_1 P_2 \cos(\theta) \cos \beta \right) \left(-P_1 \psi^2 \sin(\theta - \beta) + P_1 g \sin \theta \right) \right] + \\ \left[\left(M P_4 - P_1^2 \cos^2 \theta \right) \left(P_3 w^2 \sin(\theta - \beta) + P_2 g \sin \beta \right) \right] \end{array} \right] + \\ \left(\frac{1}{\det(A)} \right) \left(-P_1 P_3 \cos \theta \cos(\theta - \beta) + P_2 P_4 \cos \beta \right) * U$$

$$\dot{x} = v + 0.U \quad (1.27)$$

$$\ddot{x} = \left(\frac{1}{\det(A)} \right) \left[\begin{array}{l} \left[\left(P_4 P_5 - P_3^2 \cos^2(\theta - \beta) \right) \left(-P_1 \omega^2 \sin \theta - P_2 \psi^2 \sin \beta \right) \right] - \\ \left[\left(-P_1 P_5 \cos \theta + P_2 P_3 \cos(\theta - \beta) \cos \beta \right) \left(-P_3 \psi^2 \sin(\theta - \beta) + P_1 g \sin \theta \right) \right] + \\ \left[\left(-P_1 P_3 \cos \theta \cos(\theta - \beta) + P_2 P_4 \cos(\beta) \right) \left(P_3 \omega^2 \sin(\theta - \beta) + P_2 g \sin \beta \right) \right] \end{array} \right] + \\ \left(\frac{1}{\det(A)} \right) \left(\left(P_4 P_5 - P_3^2 \cos^2(\theta - \beta) \right) U \right)$$

Avec l'écriture du modèle sous la forme

$$\dot{X} = f(X) + g(X).U$$

Il sera très facile d'appliquer les critères d'observabilité et de commandabilité, le paragraphe suivant sera consacré à cette tâche.

I.7 Commandabilité et observabilité des systèmes non linéaires [FOS.93][HER.77]

Avant d'exposer les critères de commandabilité ou d'observabilité, il est nécessaire de donner quelques définitions propres aux cas non linéaires.

Soit le système suivant

$$\Sigma: \begin{cases} \dot{x} = f(x,t) + \sum_{i=1}^m g_i(x) u_i \\ y = h(x) \end{cases} \quad x \in M \subset R^n, y \in R^m \quad (I.28)$$

$u \in \Omega$ un sous ensemble de R^i , f et g des fonctions de C^∞ , on suppose que cette équation différentielle a une solution pour chaque condition initiale x_0 .

▪ **Définition 1 :**

On dit que x est U accessible à partir de x_0 s'il existe $u(t)$ mesurable tel que :

1. $u(t) \in \Omega$ pour $t \in [t_0, t_1]$
2. $x(t_0) = x_0$ et $x(t_1) = x_1 \quad \forall x \in U \subset M$
3. $x(t) \in U \subset M \quad \forall t \in [t_0, t_1]$

▪ **Définition 2 :**

Le système est dit commandable en x_0 si tout les points de M sont accessible à partir de x_0

▪ **Définition 3 :**

Le système est localement commandable en x_0 si : pour un voisinage U de x_0 , l'ensemble des points accessibles à partir de x_0 est un voisinage de x_0 . Le système est complètement commandable s'il est commandable en tout point.

▪ **Définition 4 :**

On dit que les vecteurs d'état $x_1, x_2 \in M$ sont indistinguable et notés $(x_1 I x_2)$ si les deux fonctions $y(t, x_1), y(t, x_2) \forall t \geq 0$ sont identique, où $y(t, x_i)$ est la sortie du système pour une condition initiale x_i

▪ **Définition 5 :**

On dit que le système est observable si : $\forall x_1, x_2 : x_1 I x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$

▪ **Définition 6 :**

On dit que le système est localement observable si :

$\forall u(t)$, les points observables de x_0 sont en voisinage de x_0 .

Le système est globalement localement observable s'il l'est pour tout point x_0 .

L'observabilité et la commandabilité locales sont mieux adoptées pour un test algébrique.

Avant d'émettre les critères nous allons donner quelques notions relatives à l'algèbre de Lie.

▪ **Dérivée de Lie :** [SLO.91][ISI.89][HER.77][KAM.98]

$$L_h(f)(x) = \frac{\partial f}{\partial x}(x)h(x) \quad (\text{I.29})$$

- **gradient :**

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right) = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} dx_n \tag{I.30}$$

- **produit de Lie (crochet de Lie) :**

$$[h_1, h_2](x) = L_{h_1}(h_2)(x) - L_{h_2}(h_1)(x) \tag{I.31}$$

rang $\{df_1, \dots, df_n\} = n$ est équivalent à :

$$\text{rang} \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} = n \tag{I.32}$$

- **Dérivées successives de Lie**

$$\begin{aligned} L_f^0 h &= h \\ L_f^1 h &= L_f h \\ \cdot & \\ \cdot & \\ \cdot & \\ L_f^i h &= L_f(L_f^{i-1} h) \end{aligned} \tag{I.33}$$

I.7.1 Critère de Commandabilité [SLO.91][ISI.89][HER.77][KAM.98]

Le système Σ est localement commandable en x_0 si :

$$\text{rang} \frac{[g, [f, g], \dots, [f \dots f[f, g] \dots]]}{n \text{ elements}} = n \text{ en } x_0 \tag{I.34}$$

Le système est dit globalement localement commandable s'il est localement commandable en tout point x_0 .

I.7.2 Critères d'observabilité [SLO.91][ISI.89][HER.77][KAM.98]

Le système Σ est observable en x_0 si :

$$\text{rang} \{dh, \dots, d(L_f^{n-1})\} = n \quad (I.35)$$

Si cette condition est vérifiée pour tout x_0 , le système est globalement localement observable.

Nous avons fait le test d'observabilité pour les deux pendules respectivement simple et double, les deux conditions suivantes sont vérifiées :

$$\text{rang} \{dh_1, dh_2, dl_f h_1, dl_f h_2\} = 4 \quad (1.36)$$

$$\text{rang} \{dh_1, dh_2, dh_3, dl_f h_1, dl_f h_2, dl_f h_3\} = 6 \quad (1.37)$$

I.8 Simulation en boucle ouverte

La simulation en boucle ouverte permet de voir le comportement du système pour une entrée donnée. Dans notre cas nous avons appliqué un échelon pour les systèmes ayant les valeurs suivantes de paramètres :

Pour le simple pendule : $m = 0.1 \text{ kg}, M = 1 \text{ kg}, l = 0.5 \text{ m}$.

Pour le double pendule : $m_1 = m_2 = 1 \text{ kg}, M = 1 \text{ kg}, l_1 = l_2 = 1 \text{ m}$.

1.9 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons établi les relations générales qui régissent le fonctionnement des pendules inversées simple et double à l'aide du formalisme de Euler-Lagrange. Les critères de commandabilité et d'observabilité non linéaires sont aussi traités. Les modèles obtenus nous ont permis de mettre en évidence les fortes non-linéarités existants dans les pendules, ce qui met en évidence la difficulté de commander ce type de systèmes.

La simulation en boucle ouverte des deux systèmes avec un échelon d'entrée a permis de constater leur nonlinéarité, et leur instabilité. Ainsi il est nécessaire d'introduire une commande à fin de stabiliser les deux systèmes.

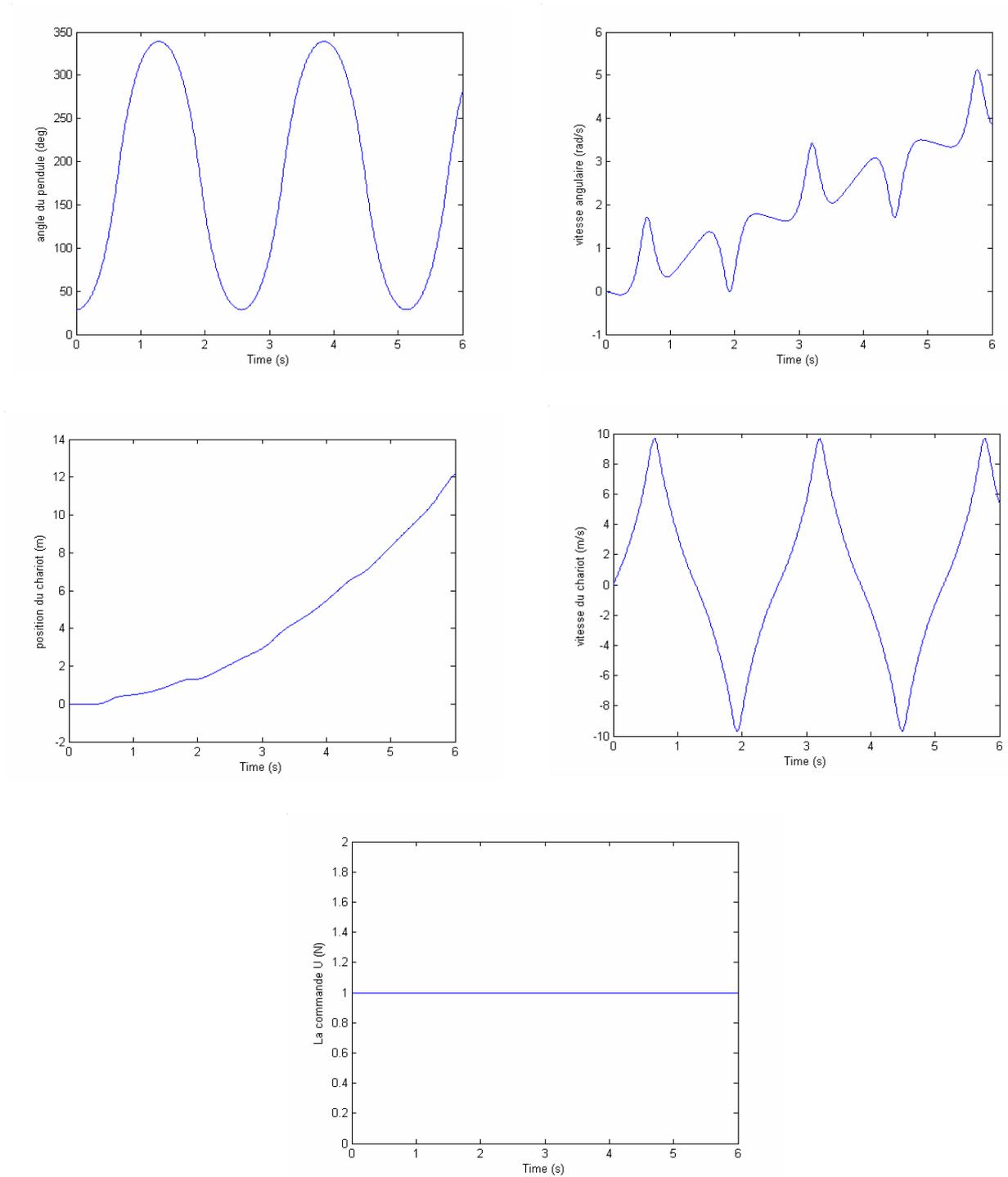


Fig.I.5 Réponse indicielle du simple pendule inversé

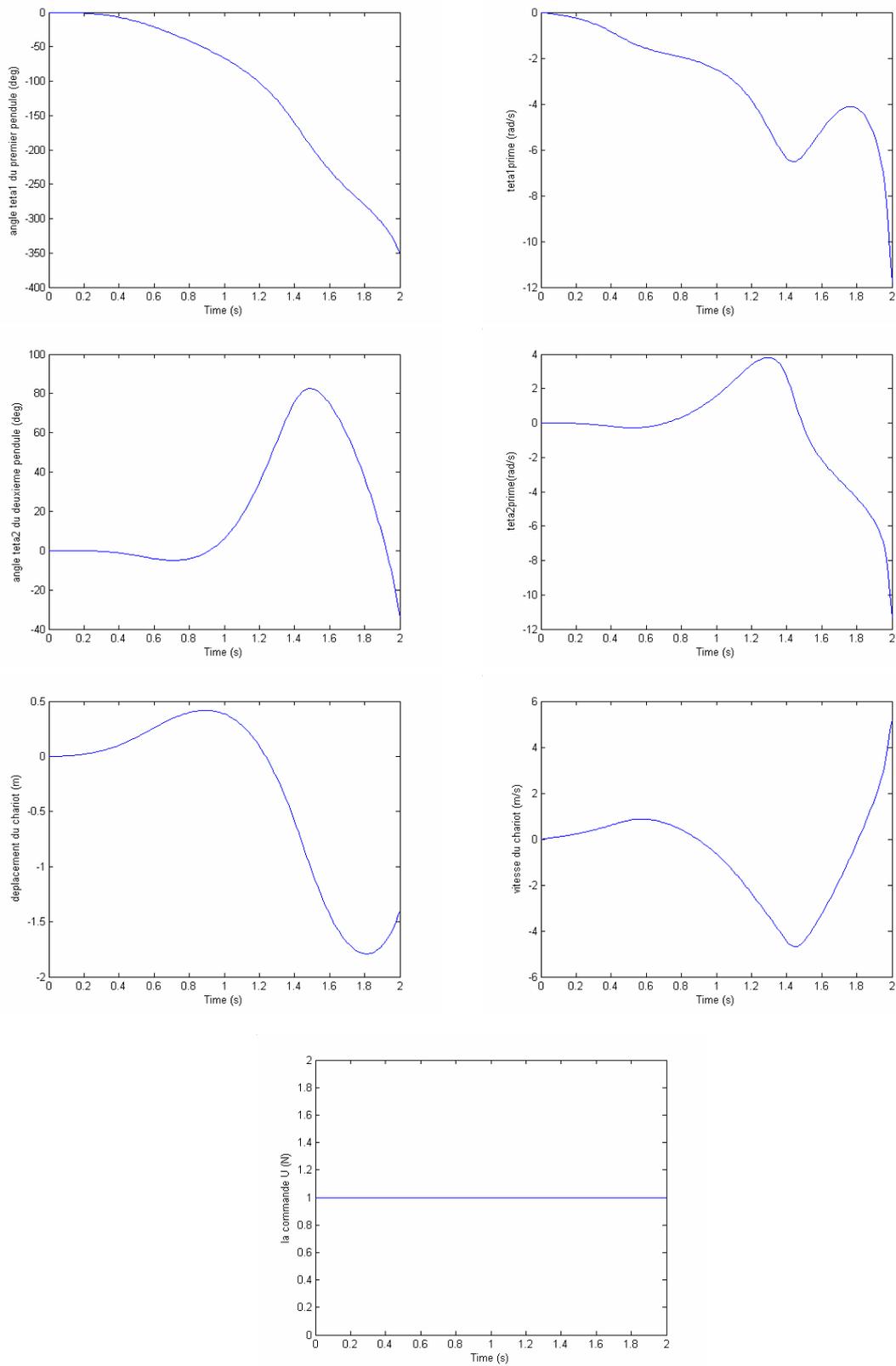


Fig.I.6 Réponse indicielle du double pendule inversé

Chapitre II

Commande par Logique Floue

II.1 Introduction

Les méthodes de réglage conventionnelles sont basées sur une modélisation adéquate du système à régler et un traitement analytique à l'aide de la fonction de transfert ou d'équations d'état. Celles-ci ne sont pas toujours disponibles.

Les méthodes classiques de commande ont prouvé leur efficacité dans de nombreux problèmes de régulation industrielle. Les méthodes de commande avancées développées par d'éminents théoriciens (Régulateur adaptatif, Commande prédictive, Commande robuste...) permettent de répondre aux exigences d'un certain nombre de ces systèmes fortement non linéaires. C'est dans ce même créneau que les méthodes de modélisation et de commande floues se positionnent [MOR.2001].

La majorité des systèmes industriels complexes sont difficiles à contrôler automatiquement. Cette difficulté provient de :

- leur non-linearité,
- la variation de leurs paramètres,
- la qualité des variables mesurables.

Ces difficultés ont conduit à l'avènement et au développement de nouvelles techniques dont le réglage par logique floue qui se prête très bien au réglage et à la commande de processus mal maîtrisable par des méthodes classiques conventionnelles, et permet d'obtenir une commande performante et robuste vis-à-vis des incertitudes sur les paramètres et les perturbations externes [LAR.05][BAB.98][MAM.77].

Des expériences ont montré que, dans de nombreux cas, les résultats obtenus avec un contrôleur flou sont meilleurs que ceux obtenus avec un algorithme de contrôle conventionnel. En particulier, la méthodologie du contrôleur flou apparaît utile quand les processus sont très complexes à analyser par des techniques conventionnelles. Plusieurs travaux dans le domaine de la commande des systèmes physiques, ont montré qu'un régulateur par logique floue (RLF) est plus robuste qu'un régulateur classique conventionnel.

Nous présentons dans ce chapitre les concepts de la logique floue et nous décrivons les aspects méthodologiques nécessaires à la compréhension de cette technique en donnant de rappel sur les bases générales de la logique floue et sur la commande par la logique floue en suite nous terminons par l'application de cette technique sur le pendule inversé.

II.2 La logique floue

La logique floue (« fuzzy logic » en anglais) suscite actuellement un fervent intérêt de la part des chercheurs, des ingénieurs et des industriels, mais plus généralement de la part de tous ceux qui éprouvent le besoin de formaliser des méthodes empiriques, de généraliser de modes de raisonnement naturels, d'automatiser la prise de décision dans leur domaine, de construire des systèmes artificiels capables d'effectuer les tâches habituellement prises en charge par les humains [LOU.97].

Les démarches fondamentales de l'activité industrielle et économique, telles que la conception des produits, la gestion des systèmes ou la prise de décision, posent des problèmes de complexité croissante. Face à cette difficulté, les approches numériques, pourtant bien développées se sont avérées d'une efficacité limitée. ZADEH a fait le lien entre les ensembles flous et la modélisation non probabiliste de l'incertitude, grâce à la théorie des possibilités, dans laquelle les fonctions d'appartenance d'ensembles flous servent à représenter les idées de valeur incomplètement spécifiée, mal connue. Les ensembles flous et la théorie des possibilités sont à la base d'une méthodologie de représentation et d'utilisation de connaissances imprécises, vagues et incertaines, que ZADEH appelle « théorie du raisonnement approché » et qui est plus connue sous le vocable de « logique floue » [LAR.05][BAR.03][BUH.94][ARA.94].

Les travaux de Lotfi Zadeh dans les années soixante [ZAD.65] sur la théorie des ensembles flous et la logique floue à l'Université de Berkeley, ont jeté les bases de la commande floue actuelle. Ces travaux ont mis un certain temps avant d'être acceptés par la communauté de l'automatique et l'industrie. En effet la logique floue, de par ses aptitudes pluridisciplinaires (utilisée dans des domaines aussi variés que la gestion de base de données, les systèmes experts, le traitement du signal, la classification de données, etc., sans oublier la commande de systèmes automatiques), s'est attiré les critiques des scientifiques de chacun des domaines respectifs qui se sentaient attaqués sur leurs positions [VER.99] [MOR.2001], il faut attendre les années quatre-vingts dix pour que ces nouvelles théories soient acceptées et utilisées d'une manière générale.

En revanche, dans le domaine de la commande, la première application de la logique floue est réalisée par Mamdani [MAM.74] en 1974. Depuis 1987, date à laquelle la première application, le métro de Sendai, utilisant la logique floue a été mise sur le marché, l'utilisation des techniques de commande floue n'a cessé de s'accroître[MOR.2001].

II.3 principe fondamental de la logique floue [BUH.94]

Afin de mettre en évidence le principe fondamental de la logique floue, on présente un exemple simple . Celui de la classification des personnes en trois ensembles « jeune », « entre deux âges » et « âgé ».

Selon la logique classique (logique de boule) qui n'admet pour les variables que les deux valeurs 0 et 1. Une telle classification pourra se faire comme le montre la figure II.1. Toutes les personnes âgées de moins de 30 ans sont alors considérées comme appartenant à l'ensemble « jeune » et toutes les personnes âgées de plus de 50 ans comme appartenant à l'ensemble « âgé ». Cependant, une telle logique de classification n'est même pas logique. Pourquoi une personne, lorsqu'elle a eu 50 ans, doit-elle être considérée comme appartenant à l'ensemble « âgé » ? En réalité, un tel passage se fait progressivement et individuellement. La logique floue, dont les variables peuvent prendre n'importe qu'elle valeur entre 0 et 1 (on parle alors de fonction d'appartenance μ), permet de tenir compte de cette réalité.

La figure II.2 montre une classification possible pour l'exemple précédent, cette fois-ci, à l'aide de la logique floue. Ainsi, une personne de 25 ans appartient à l'ensemble « jeune » avec une valeur de 0.75 de la fonction d'appartenance et à l'ensemble « entre deux âges » avec $\mu = 0.25$. Par contre, une personne de 70 ans appartient avec une valeur $\mu = 1$ de la fonction d'appartenance à l'ensemble « âgé ». Evidement, la forme des fonctions d'appartenance n'est pas rigide et peut dépendre du contexte envisagé, à savoir professionnel, sportif ou autre.

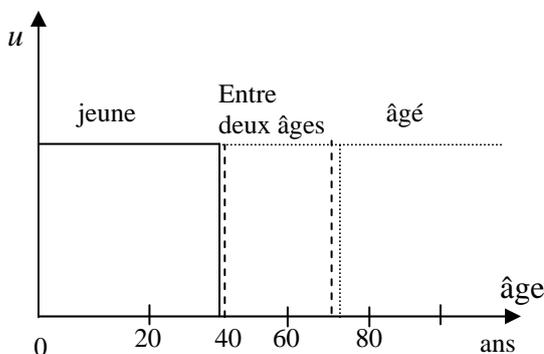


Fig.II.1 Classification des personnes en trois ensembles selon la logique classique

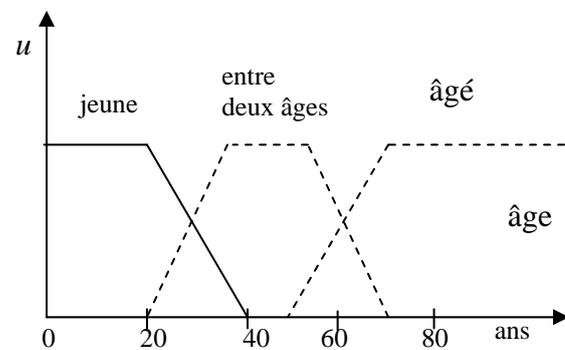


Fig.II.2 Classification des personnes en trois ensembles selon la logique floue

II.4 Définitions

II.4.1 Ensemble flou

On peut définir un ensemble flou comme suit :

Soit X est une collection d'objets ou de valeurs notées par « x », alors un ensemble flou A dans X est défini par l'ensemble des paires ordonnées:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\} \quad (\text{II.1})$$

II.4.2 Variables linguistiques

Une variable linguistique est définie par un triplet (V, U, T_v) où V représente une variable classique (vitesse, température,...) définie sur l'univers de discours U . T_v désigne le sous-ensembles flous repérés par leur label A_i : on écrit ainsi $T_v = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$.

Une variable linguistique peut être représentée graphiquement, comme dans la figure (Fig.II.3) qui représente une variable définie comme $\{V, U, T_v = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}\}$

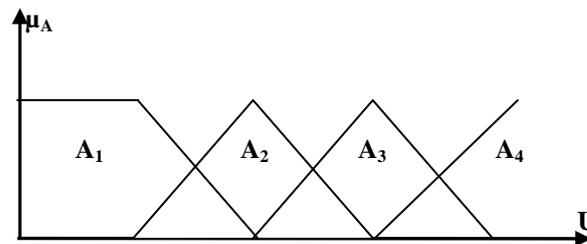


Fig.II.3 Représentation d'une variable linguistique

II.4.3 Fonctions d'appartenance

Une fonction d'appartenance prend des valeurs comprises entre 0 et 1 qui exprime le coefficient d'appréciation d'une telle variable linguistique. On peut définir pour toute variable x (x appartient à un ensemble A) une fonction d'appartenance notée $\mu_A(x)$ à valeurs dans $[0,1]$, la notation signifiant " coefficient de x à l'ensemble caractérisé par A ". L'argument x se rattache à la variable linguistique et l'indice A désigne l'ensemble concerné.

En réalité, un ensemble flou peut être vu comme une généralisation du concept d'ensemble ordinaire, dont la fonction d'appartenance prend seulement les valeurs $\{0,1\}$. Les fonctions d'appartenance décrivent les similarités des objets à des propriétés imprécises x et de leurs degrés d'appartenance :

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\}$$

L'élément (ou les éléments) x de X , pour lequel le degré d'appartenance $\mu_A(x)$ est maximal, est appelé centre de l'ensemble flou. Si pour cet élément le degré d'appartenance est égal à 1, l'ensemble flou est dit normal.

Si l'ensemble flou a comme support un seul élément tel que $\mu_A(x) = 1$ si $x = x_0$ et $\mu_A(x) = 0$ si $x \neq x_0$, il est appelé ensemble singleton.

Le choix de la forme des fonctions d'appartenance est subjectif, et soumis aux préférences du concepteur (Fig.II.4, II.5 et II.6). Les fonctions d'appartenance les plus répondues en pratique sont:

La fonction triangulaire (Fig.II.4)

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 - |x - c| / \rho & \text{si } x \leq \rho \\ 0 & \text{si } x > \rho \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

La fonction trapézoïdale (Fig.II.5)

$$\mu_A(x) = \max \left\{ \min \left\{ \frac{x - \rho_1}{c_1 - \rho_1}, 1, \frac{\rho_2 - x}{\rho_2 - c_2} \right\}, 0 \right\} \quad (\text{II.3})$$

La fonction gaussienne (Fig.II.6)

$$\mu_A(x) = \exp\left(-\frac{(x - c)^2}{\sigma^2}\right) \quad (\text{II.4})$$

où σ est un paramètre qui caractérise la forme de μ_A .

II.4.4 Les opérateurs flous

Les opérateurs associés aux ensembles flous sont définis comme suit:

Définition: soit A et B deux ensemble flous dans X avec les fonctions d'appartenances μ_A et μ_B , respectivement.

- L'union de A et B est le plus petit ensemble flou contenant à la fois A et B définie par (Fig.II.7):

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \} \quad (\text{II.5})$$

- L'intersection de A et B et le plus grand ensemble flou contenu à la fois dans A et dans B définie par (Fig.II.8):

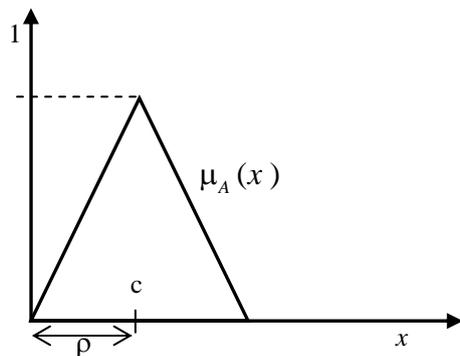
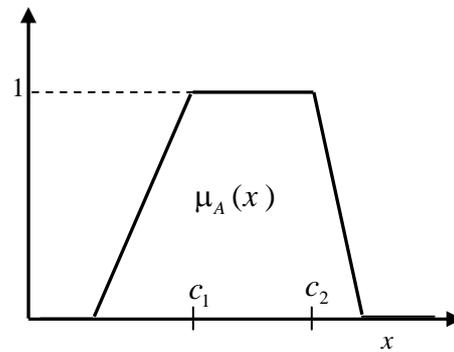
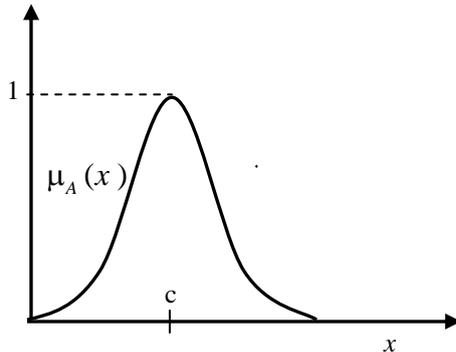
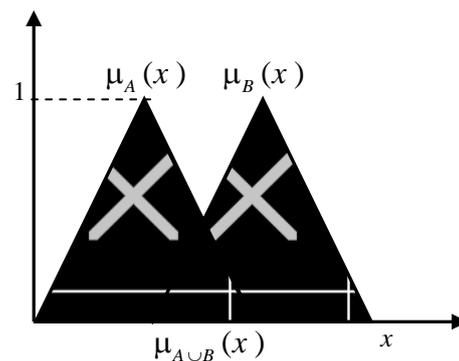
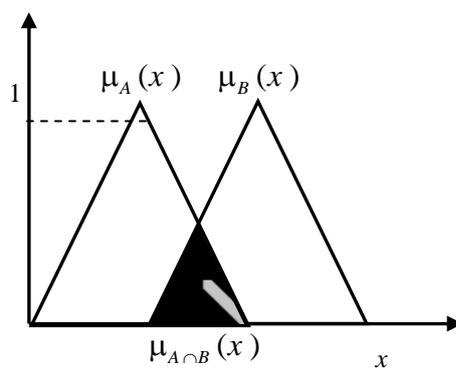
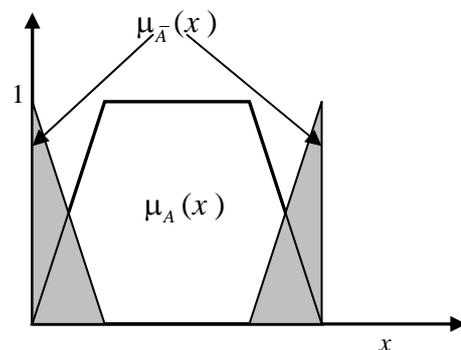
$$\mu_{A \cap B}(x) = \min \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \} \quad (\text{II.6})$$

- Le complément \bar{A} de A (ou négation) est défini par (Fig.II.9):

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (\text{II.7})$$

- A est inclus dans B si et seulement si

$$\mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad \forall x \in X \quad (\text{II.8})$$

**Fig.II. 4** Fonction triangulaire**Fig.II.5** Fonction trapézoïdale**Fig.II.6** Fonction gaussienne**Fig.II.7** Union floue**Fig.II.8** Intersection floue**Fig.II.9** Complément flou

II.5 Présentation d'un régulateur par logique floue

L'idée centrale de la commande par logique floue est la règle de commande linguistique. Cette règle peut prendre plusieurs formes, cependant elle indique invariablement quelle action de commande prendre face à une condition donnée. Ces actions de commandes peuvent avoir la forme : « augmenter le courant », « diminuer de beaucoup la tension », et les conditions peuvent avoir la forme : « si l'erreur de vitesse est assez grande », « si l'erreur de courant est très petite ».

Les mots clés ici sont «assez grande », «beaucoup » et «très petite », ils correspondent à des informations imprécises mais utiles et dans la théorie de la logique, ils sont représentés par un sous-ensemble flou d'un certain univers de discours. Une règle de commande est une combinaison d'une condition et d'une action. En général une règle prend la forme suivante : «si A alors B » où A est une proposition floue sur la condition du processus et B est une proposition floue sur l'action de commande. Plusieurs règles sont nécessaires pour la construction d'un contrôleur à logique floue, ces règles forment un algorithme.

II.6 Eléments de base d'un contrôleur à logique floue

Le schéma général d'un régulateur flou est donné par la figure suivante:

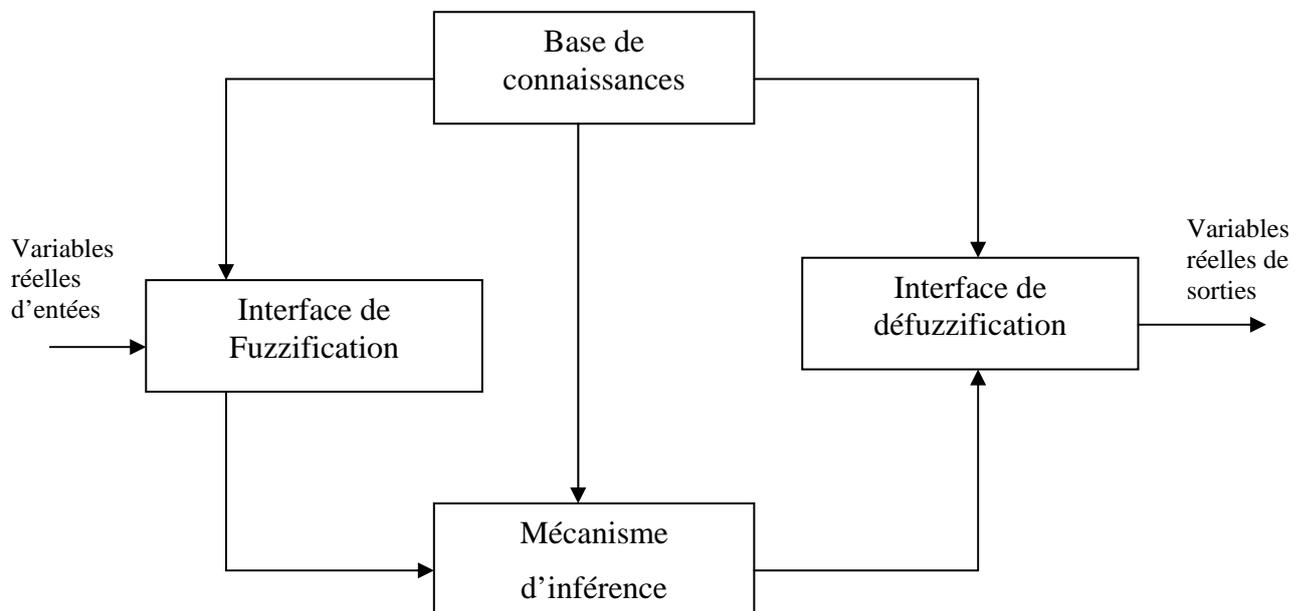


Fig. II.10 Schéma synoptique général d'un contrôleur flou

Nous procédons tout d'abord à la partition en sous-ensembles flous des différents univers de discours que le système impose. Ensuite nous déterminons la base de règles qui va caractériser le fonctionnement désiré en variables floues. cette étape est appelée la fuzzification. Les variables sont utilisées dans un mécanisme d'inférence qui crée et détermine les variables floues de sortie en utilisant des opérations sur les fonctions d'appartenance.

II.6.1 Interface de fuzzification

Il a pour but de déterminer les degrés d'appartenance des variables d'entrées aux ensembles flous correspondants. Elle reçoit des valeurs réelles, représentant les entrées du système d'inférence flou et les transforme en des termes linguistiques.

Il existe deux méthodes de fuzzification suivant la définition de l'ensemble S (fig.II.11) :

- S est un ensemble flou de fonction d'appartenance $\mu_S(x_0) = 1$ et μ_S décroît lorsque x s'éloigne de x_0 .

- S est un singleton flou défini par :
$$S(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = x_0 \\ 0 & \text{si } x \neq x_0 \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

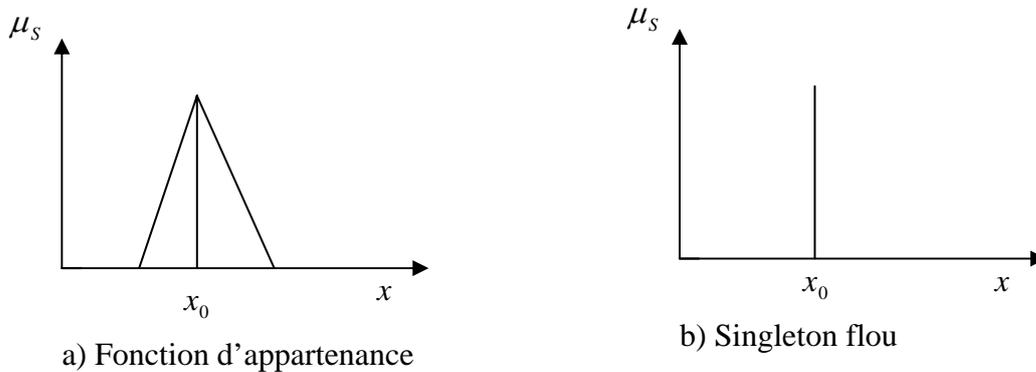


Fig.II.11 Méthode de fuzzification

II.6.2 Base de connaissance

La base de connaissance est composée de deux blocs :

- la base de données qui fournit les définitions nécessaires utilisées pour définir les règles de contrôles linguistiques et la manipulation des données floues dans le contrôleur.
- la base de règles qui caractérise les buts et stratégies de commande émis par les experts du domaine au moyen d'un ensemble de règles linguistiques du contrôle.

II.6.3 Logique de prise de décision (Inférence)

La logique de prise de décision est le noyau du contrôleur flou ; elle a la capacité de simuler la prise de décision de l'être humain en se basant sur les concepts flous et les règles d'inférences. Ce concept peut être représenté par :

Antécédent - fait : x est A
 - règle : si x est A, alors y est B

Conséquence: y est B

Tel que A, B sont des ensembles flous d'univers appropriés. La procédure d'inférence ci-dessus est appelée « raisonnement flou ». Le mécanisme d'inférence passe par trois phases qui peuvent être dissociées ou associées selon le type de raisonnement flou choisi.

II.6.4 Agrégation

Dans un système flou, plusieurs règles sont actionnées en sortie, ainsi, plusieurs ensembles flous de sortie sont concernés. L'agrégation détermine la manière de combiner les sorties des différentes règles pour construire un seul ensemble flou dans la conséquence.

Pour deux conséquences A et B, la combinaison de ces différentes règles se fait à l'aide de l'opérateur OU. Le résultat de l'agrégation est obtenu par plusieurs méthodes (généralement par : min pour le ET, max pour le OU).

II.6.5 Interface de défuzzification

Elle convertit l'ensemble flou résultant de l'agrégation en une seule valeur réelle dans le but de donner plus de certitude à la sortie du système d'inférence flou.

Il existe plusieurs méthodes pour réaliser cette opération, parmi lesquelles nous citons :

- La méthode du maximum : Elle consiste à ne prendre en compte que les valeurs possédant un degré maximum d'appartenance à l'ensemble flou agrégé. Cette technique est simple à appliquer, mais peu employée étant donné qu'elle est basée sur l'opérateur maximum qui privilégie une seule règle parmi celles qui sont présentes.
- La méthode de la moyenne pondérée (méthode des hauteurs pondérées ou méthode de la moyenne des maximums) : Celle-ci considère comme valeur de sortie la moyenne des valeurs préconisées par chaque règle et pondérées par leur degré respectif de validité.

- La méthode du centre de gravité : Cette méthode, génère le centre de gravité de la surface engendrée par la fonction d'appartenance de l'ensemble flou agrégé.

II.7 Propriétés d'un réglage par logique floue

Les propriétés essentielles d'un réglage par logique floue peuvent être résumées de la manière suivante :

- mesure de plusieurs grandeurs : la grandeur à régler et d'autres grandeurs caractérisant le comportement dynamique du système à régler ;
- comportement non linéaire sans dynamique;
- aptitude à régler convenablement les systèmes avec un comportement dynamique compliqué, dont la modélisation est difficile, voire impossible. A noter que dans le cas du réglage par logique floue, il n'est pas nécessaire d'établir un modèle. Si , pour un certain système à régler, il existe tout de même un modèle mathématique convenable, on peut l'utiliser pour tester et modifier la stratégie de réglage à l'aide d'une simulation numérique. Cela facilite évidemment la mise en service sur l'installation réelle.
- modélisation du système à régler superflue.
- connaissance approximative des paramètres du système à régler.
- La disponibilité de systèmes de développement efficaces, soit pour microprocesseurs ou PC (solution logicielle), soit pour circuits intégrés (processeurs, fuzzy processors, solution matérielle).

Malgré certains désavantages tels que :

- Le manque de directives précises pour la conception d'un réglage (choix des grandeurs à mesurer, détermination de la fuzzification, des inférences et de la défuzzification).
- La précision de réglage souvent peut élevée etc..

On peut affirmer que le réglage par logique floue présente une alternative valable aux réglages conventionnels. Cela est confirmé non seulement par un fort développement dans beaucoup de domaines d'application, mais aussi par des travaux de recherche sur le plan théorique [BUH.94].

II.8 Application de la commande floue au pendule inversé

Après avoir vu le fondement théorique de la commande par logique floue, nous nous intéressons ici à son application sur le pendule inversé. La commande de ce système doit permettre la régulation de l'angle θ du bras avec la verticale en partant d'une position initiale quelconque, ainsi que la régulation et la poursuite de la position x du chariot.

II.8.1 Fuzzification

Le régulateur floue utilisé est de type mamdani dont les entrées sont : l'angle θ , et la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ du pendule, ainsi le déplacement x , et la vitesse \dot{x} du chariot. Pour le choix de la forme des fonctions d'appartenance, nous avons opté pour la forme triangulaire et trapézoïdale, comme le montre la figure suivante :

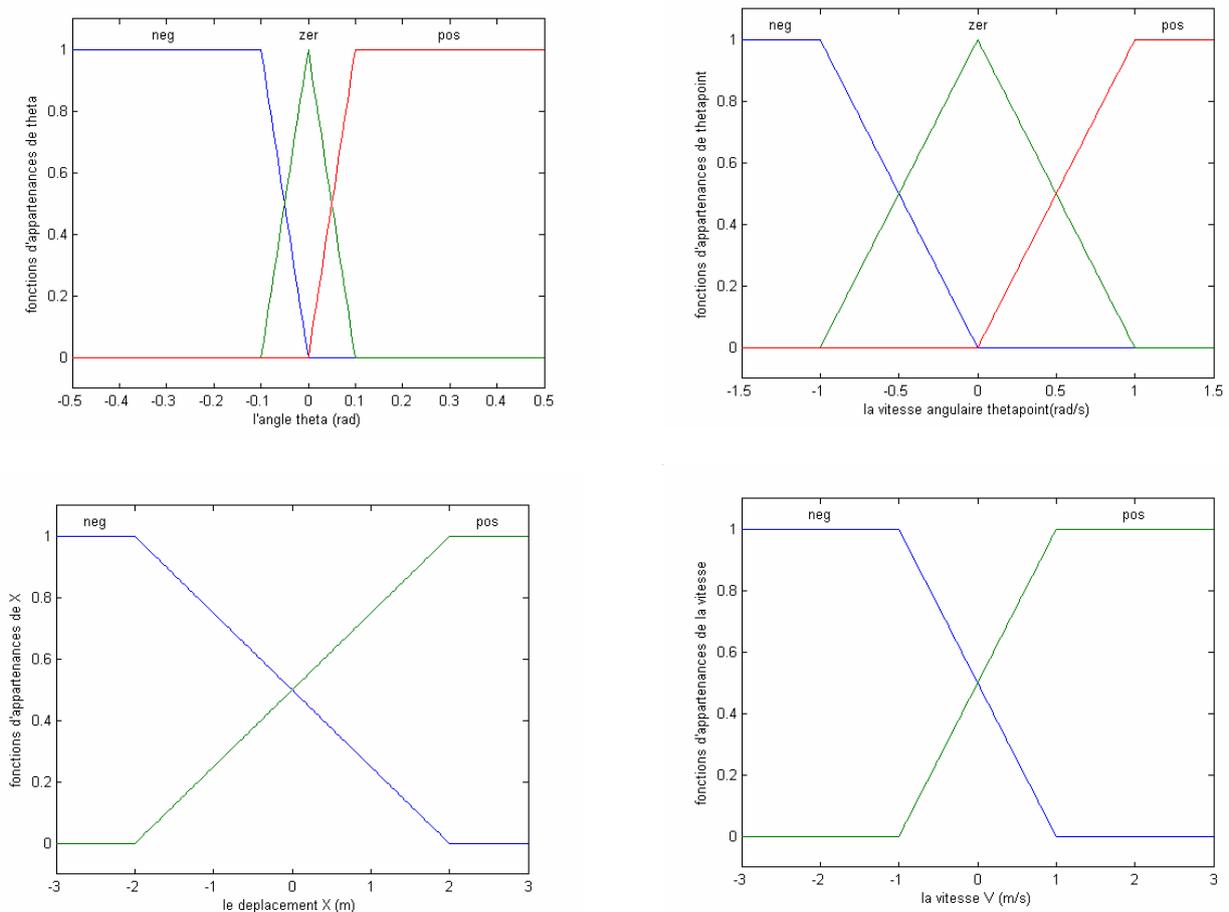


Fig.II.12 Fuzzification des entrées x et \dot{x} , θ , $\dot{\theta}$

II.8.2 Mécanisme d'inférence

En général, plusieurs valeurs de variables linguistiques, convenablement définies par des fonctions d'appartenance, sont liées entre elles par des règles. Afin de tirer des conclusions, on parle alors de déductions floues, ou inférences. Pour notre application nous avons utilisé la base de règles donnée par le (tableau II.1)[HOF.01].

Pour le choix de la méthode d'inférence, nous avons opté pour la méthode **max-min**, du fait qu'elle est facile à implanter et donne de bons résultats [LAR.05][BUH.94][MAM.95].

| | | | | | | | | | |
|-----------|--------------|----------|----|-----|-----------|--------------|----------|----|-----|
| U | x est Neg | θ | | | U | x est Neg | θ | | |
| | x' est Neg | Neg | EZ | Pos | | x' est Pos | Neg | EZ | Pos |
| | Neg | NG | NM | NP | | Neg | NM | NP | EZ |
| θ' | EZ | NM | NP | EZ | θ' | EZ | NP | EZ | PP |
| | Pos | NP | EZ | PP | | Pos | EZ | PP | PM |
| U | x est Pos | θ | | | U | x est Pos | θ | | |
| | x' est Neg | Neg | EZ | Pos | | x' est Pos | Neg | EZ | Pos |
| | Neg | NM | NP | EZ | | Neg | NP | EZ | PP |
| θ' | Ez | NP | EZ | PP | θ' | Zer | EZ | PP | PM |
| | Pos | EZ | PP | PM | | Pos | PP | PM | PG |

Tableau II.1 Table des règles de décision floue

Désignations:

Neg: négatif, **EZ**: environ zéro, **Pos**: positif, **P**: petit, **M**: moyen, **G**: grand, **NP**: négatif petit, **NM**: négatif moyen, **NG**: négatif grand, **PP**: positif petit, **PM**: positif moyen, **PG**: positif grand.

II.8.3 Défuzzification

Dans notre étude, notre choix est porté sur la méthode la plus utilisée pour la défuzzification, il s'agit de la défuzzification par centre de gravité. Les fonctions d'appartenance de la sortie U sont de la forme triangulaire(fig.II.13).

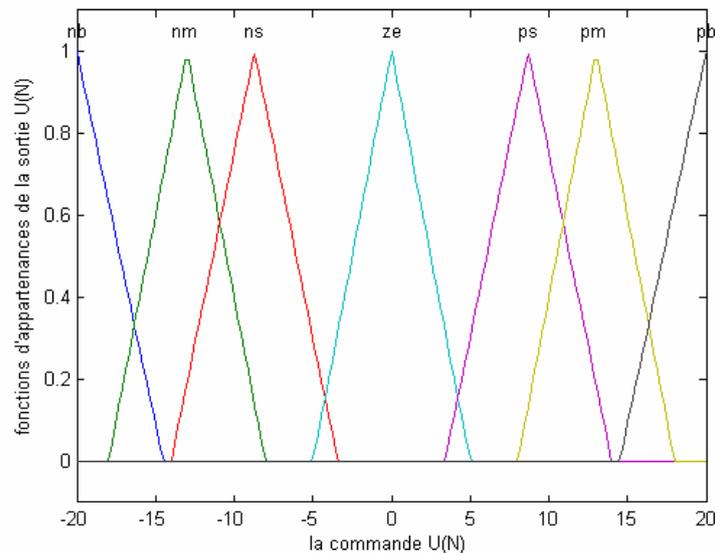


Fig.II.13 Fonctions d'appartenance pour la commande U

II.9 Simulation et interprétation

Les simulations ont été faites à l'aide de logiciel MATLAB 6.5, l'algorithme de résolution utilisée est celui de Runge-Kutta d'ordre 4 avec un pas de simulation de 0.01.

Les résultats montrent l'efficacité de la commande par logique floue. On remarque que le régulateur réalise la poursuite avec une grande précision et que la position angulaire θ converge rapidement (temps de réponse de 2s), tandis que le déplacement du chariot x prend plus de temps pour arriver à suivre la trajectoire. Cela s'explique par le fait qu'au niveau du régulateur floue, la priorité a été donnée pour la stabilisation de l'angle θ ensuite pour le suivi de la trajectoire x (fig.II.14) (fig.II.15) (fig.II.16) (fig.II.17).

Les variations paramétriques de (M, m, l) de 25 % et 50% et le changement de la consigne de déplacement x n'ont pas modifié le temps de réponse (fig.II.15) (fig.II.16) (fig.II.17), tandis que pour les perturbations externes on constate que le régime transitoire a été affecté (fig.II.18) (fig.II.19) (fig.II.20). Donc on peut dire que dans notre cas cette commande présente plus de bonne robustesse vis à vis des variations paramétriques et elle est moins robuste vis à vis des perturbations externes.

II.10 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons examiné les outils de base de la logique floue nécessaire à la compréhension des systèmes et régulateurs flous. La commande par logique floue se prête très bien au réglage et à la commande de processus mal maîtrisable par des méthodes classiques conventionnelles. Donc il y'a lieu de signaler qu'il existe une différence importante entre les régulateurs flous et les régulateurs classique PI.

L'application de cette commande sur le pendule inversé a permis de donner de bon résultats, notamment en terme de rapidité, de poursuite de trajectoires, et de robustesse vis à vis des variations paramétriques.

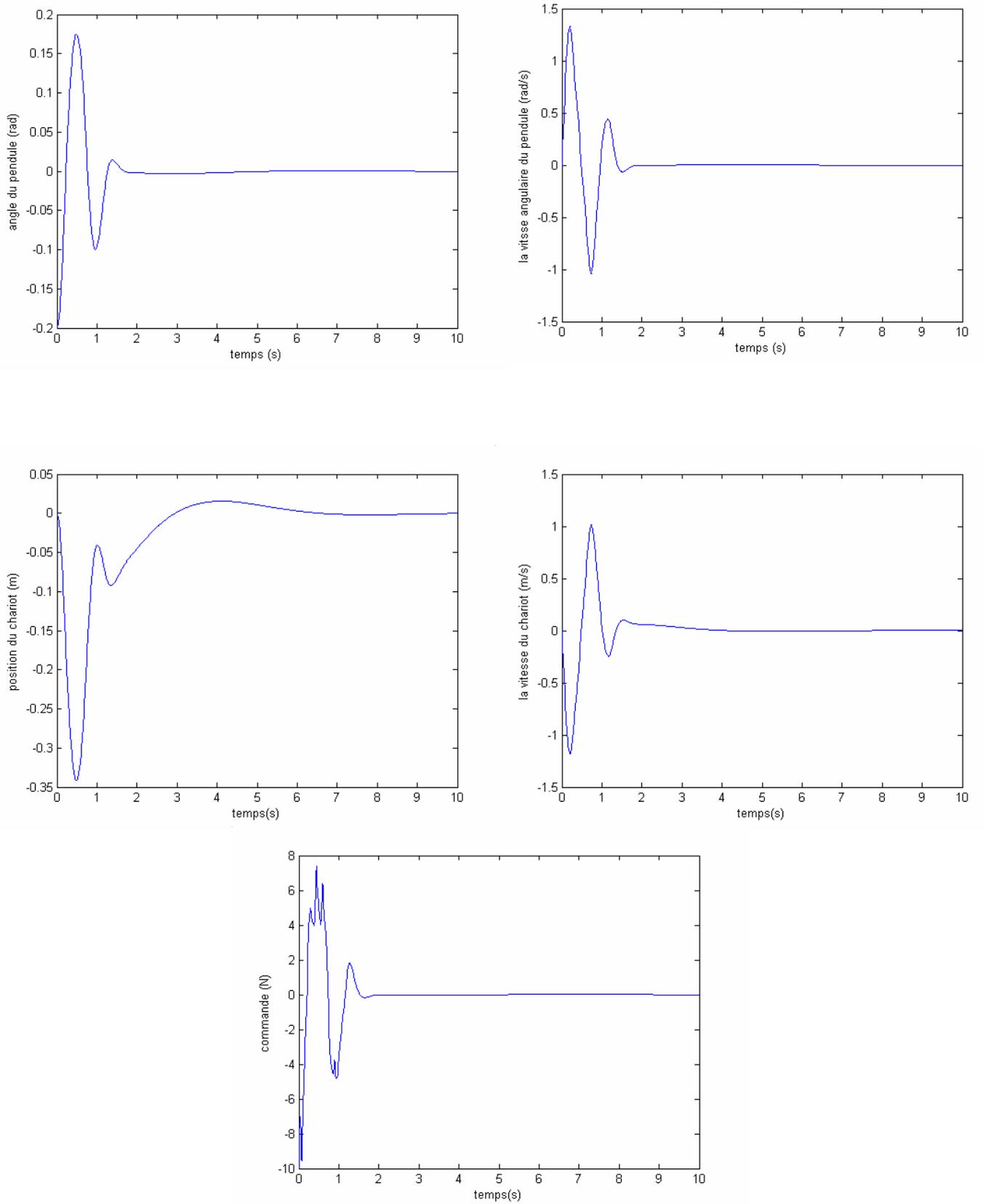


Fig. II.14 Résultats de simulation pour la condition initiale (-0.2 ,0 ,0, 0)

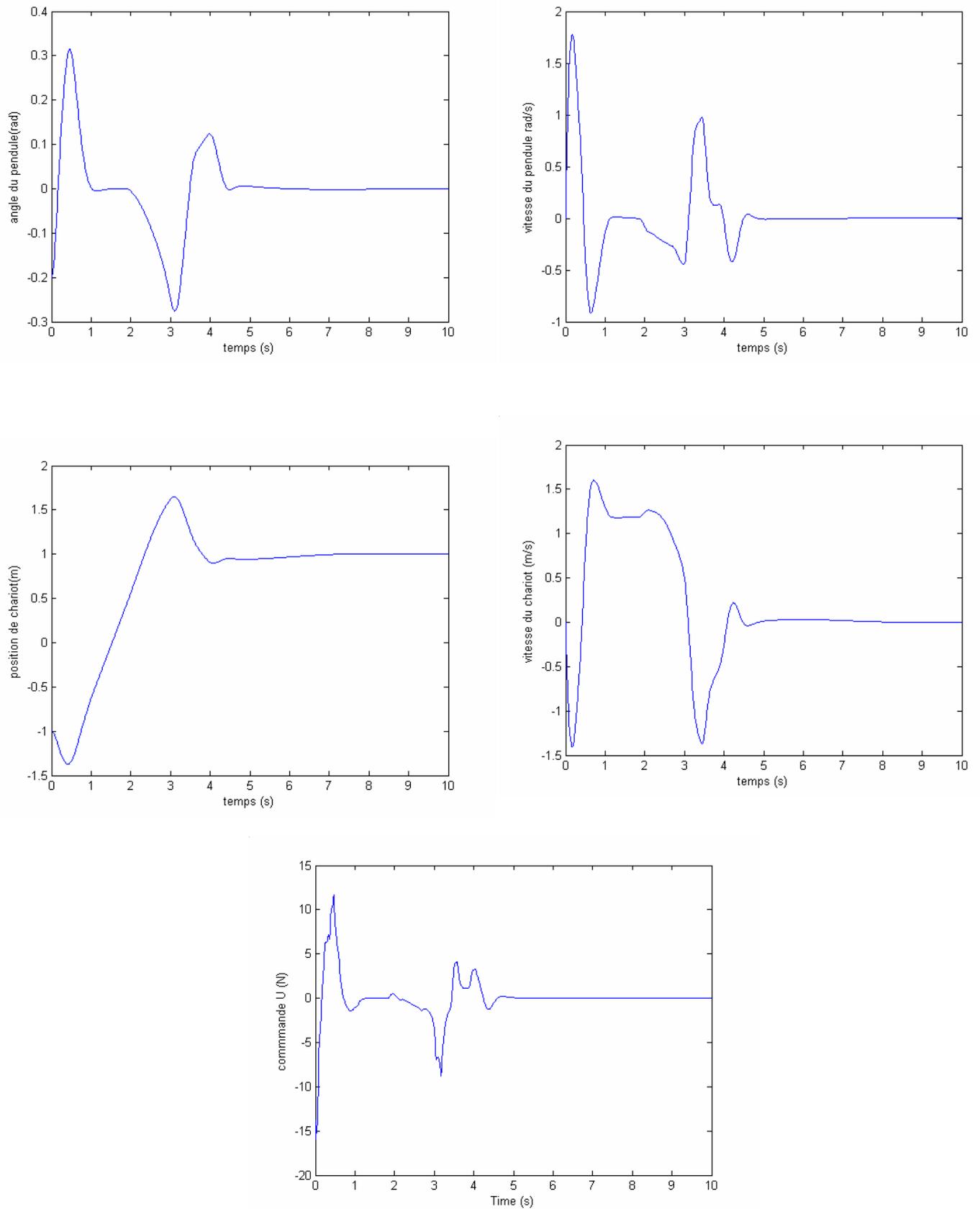


Fig. II.15 Résultats de simulation pour la condition initiale $(-0.2, 0, -1, 0)$ et pour une référence échelon

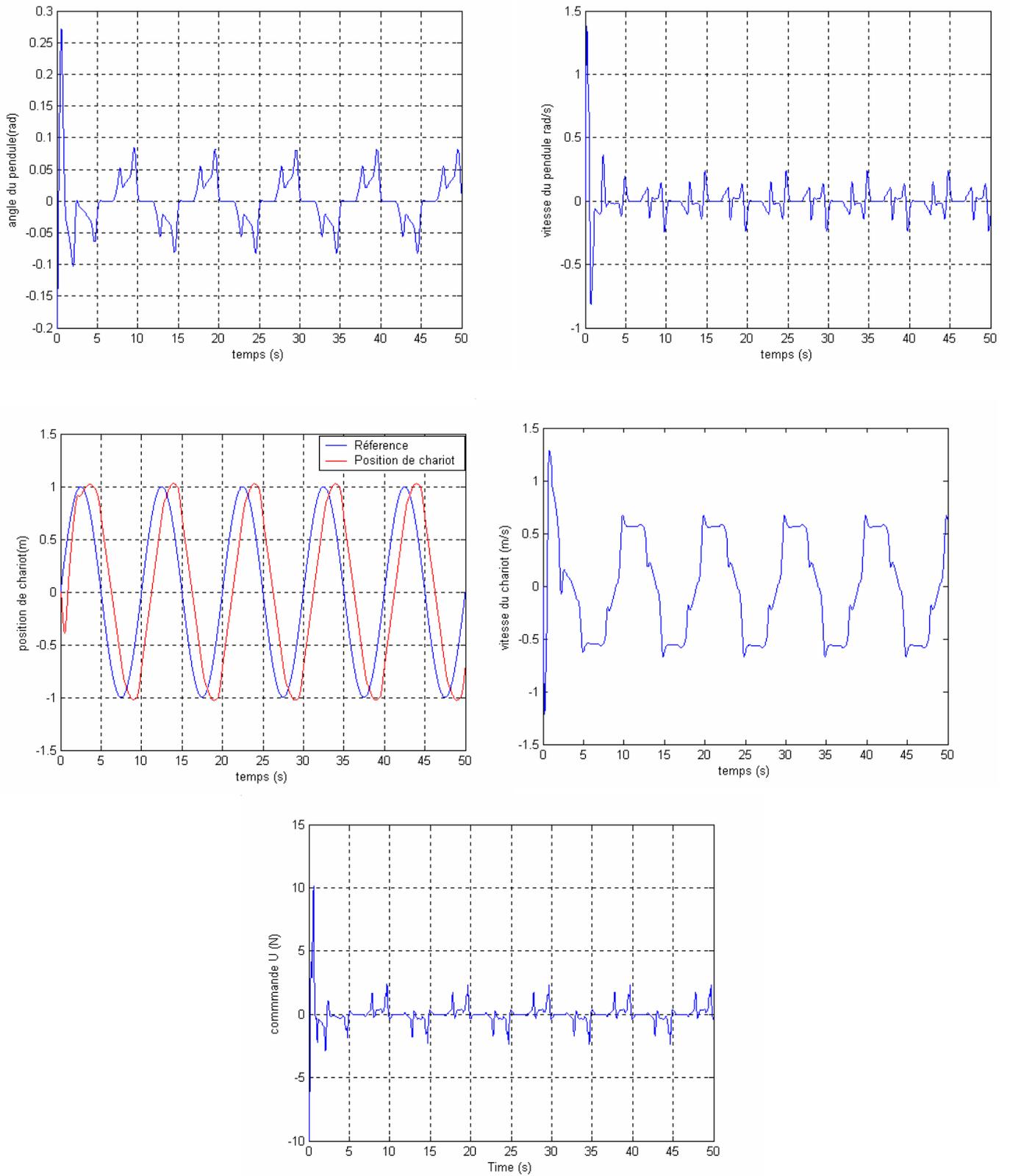


Fig. II.16 Poursuite d'une référence sinusoïdale

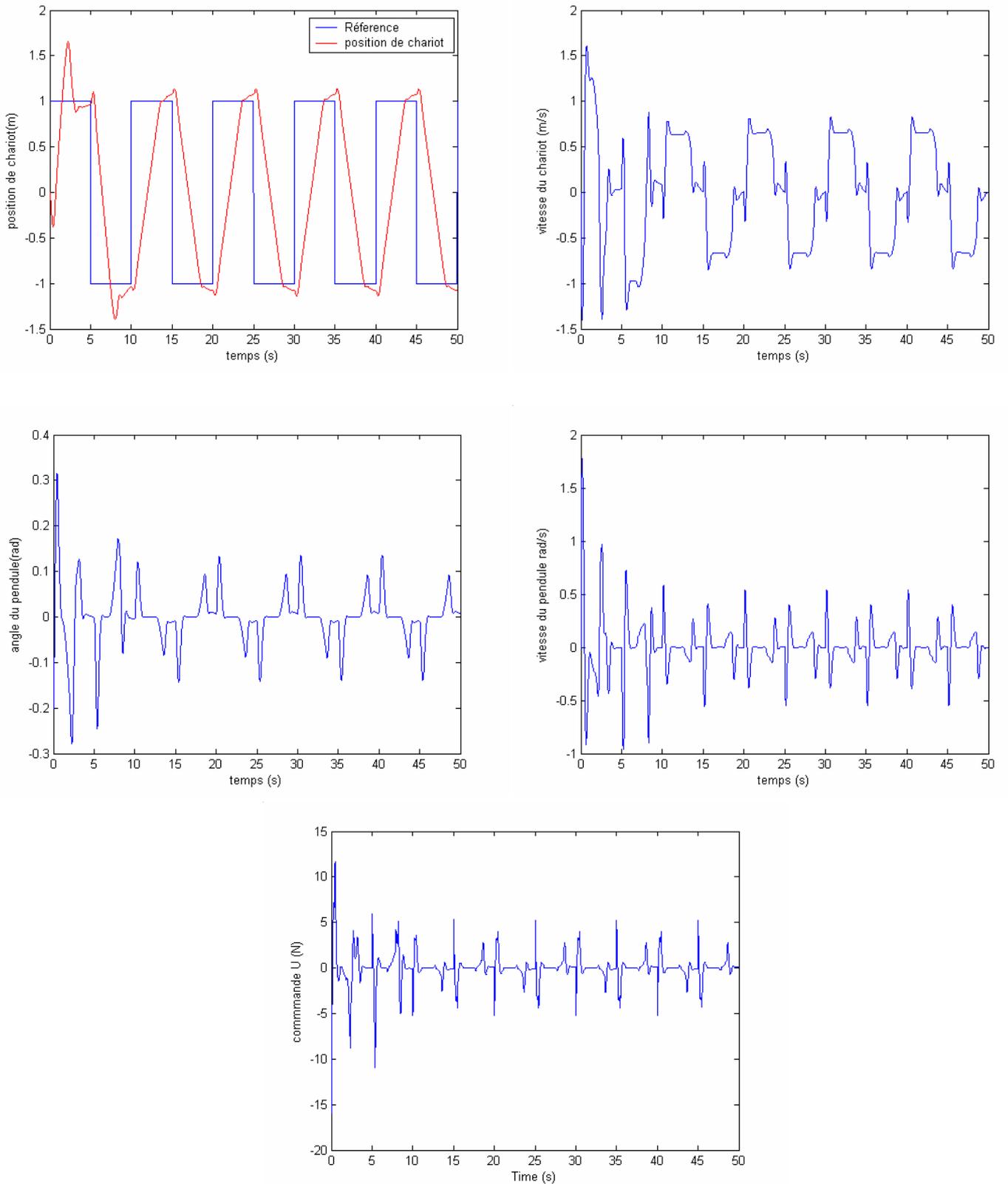


Fig. II.17 Poursuite d'une référence rectangulaire

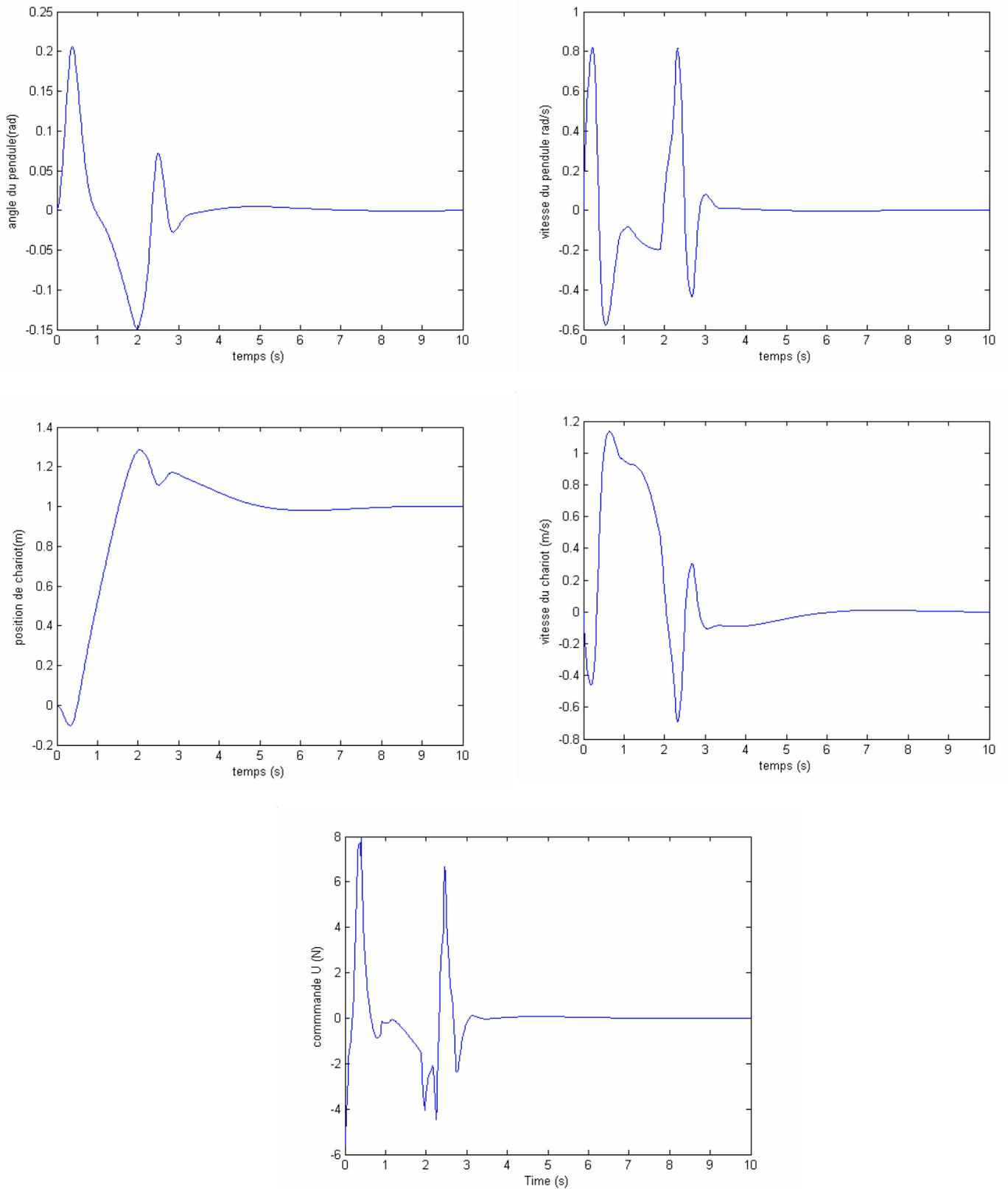


Fig. II.18 Résultats de simulation pour une référence échelon et une variation paramétrique de 25 % à partir de l’instant $t=4$ s.

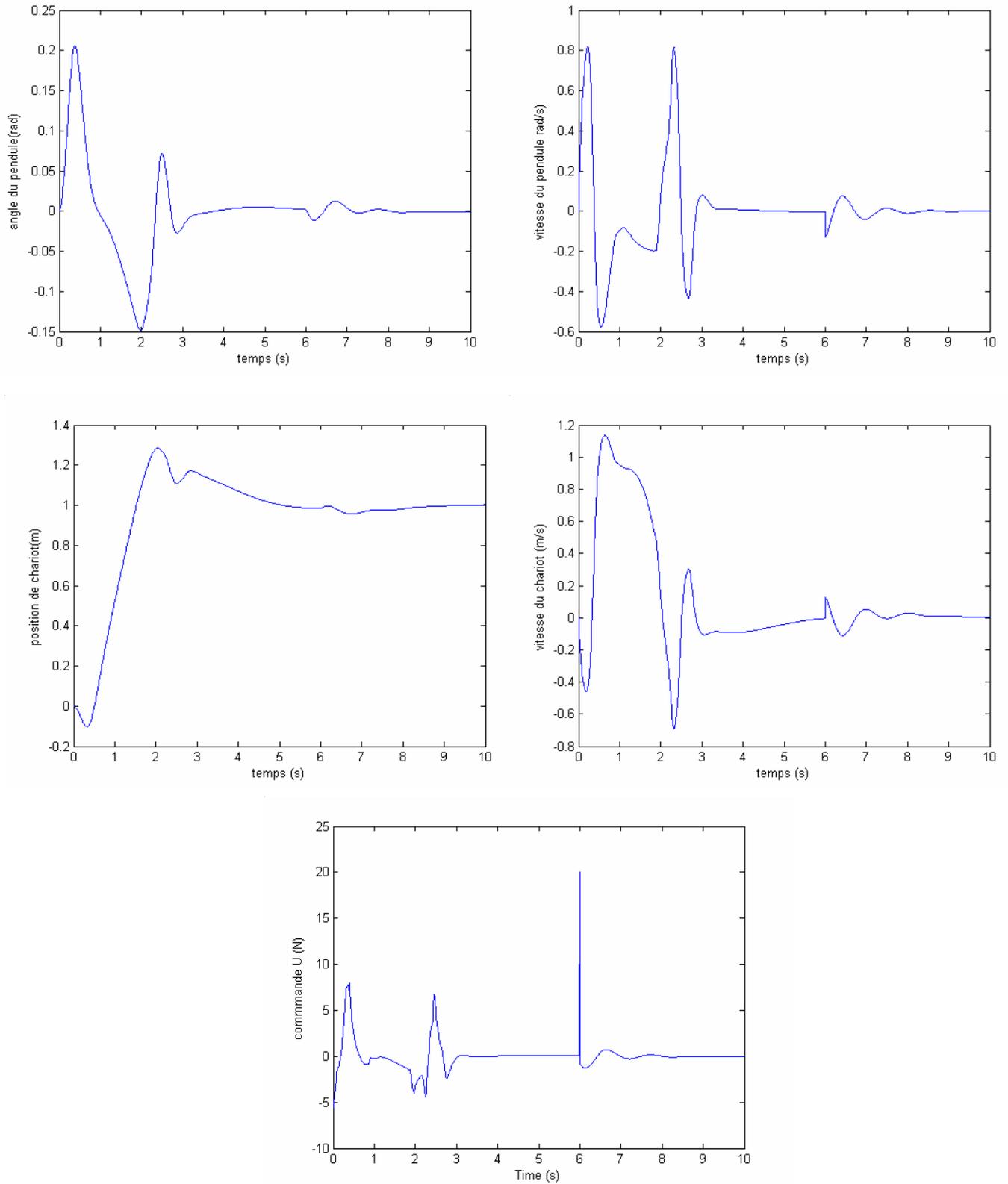


Fig. II.19 Résultats de simulation pour une référence échelon et une variation paramétrique de 50 % à partir de l'instant $t=4$ s et une perturbation externe de $f = 20(N)$ à partir de l'instant $t=6$ s.

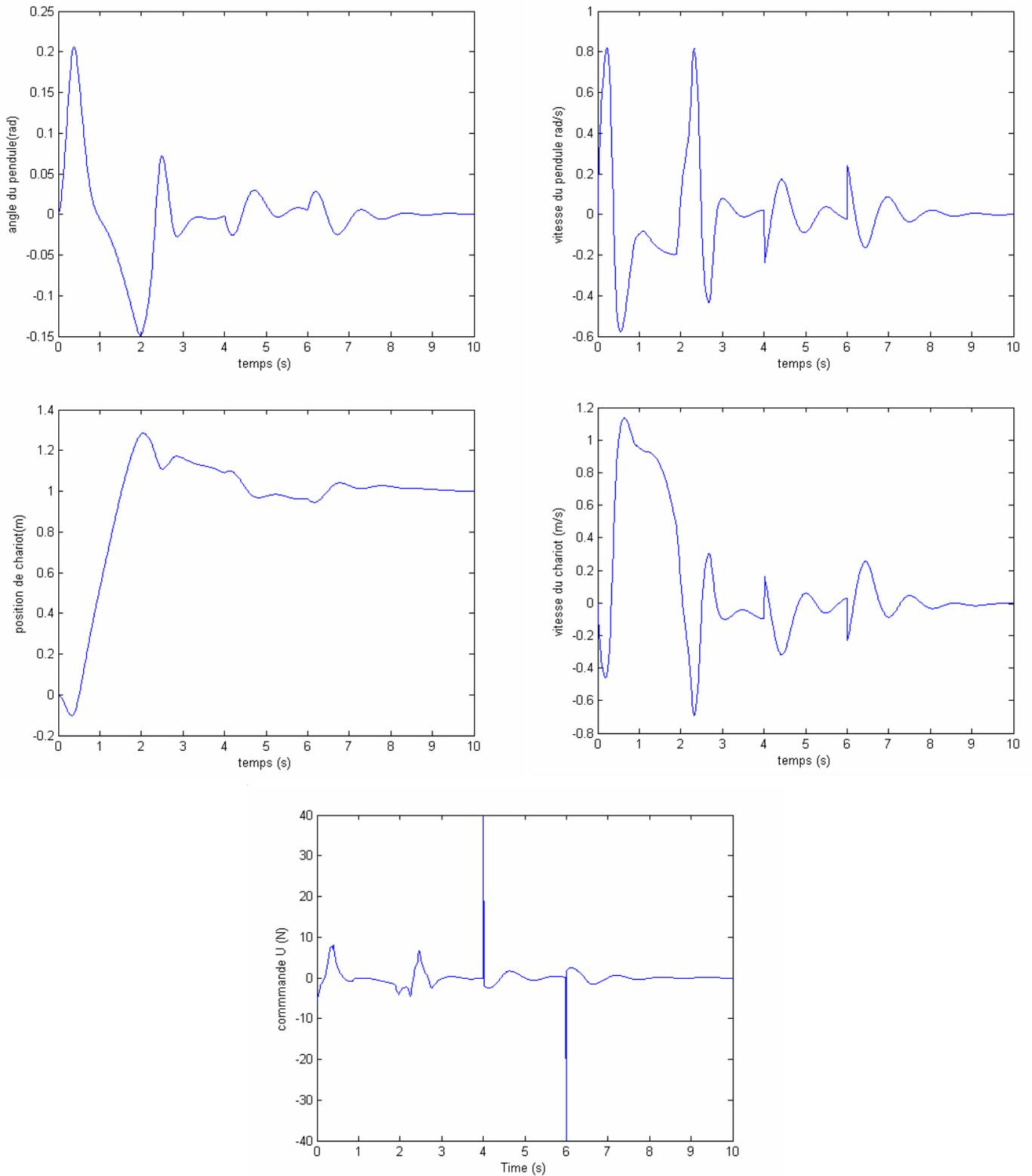


Fig II.20 Résultats de simulation pour une référence échelon et une variation paramétrique de 50 % à partir de l'instant $t=3s$ avec des perturbations externes $f = (+40N, -40N)$ à partir des instants ($t_1 = 4$ et $t_2 = 6$).

Chapitre III

Commande par mode de glissement floue**III.1 Introduction**

De nombreux systèmes réels présentent en plus des perturbations extérieures, des nonlinéarités et des erreurs paramétriques. Le recours à des algorithmes de commande robuste est donc souhaitable aussi bien en stabilisation qu'en poursuite de trajectoire.

La commande à structure variable (CSV) qui, par sa nature, est une commande non linéaire, possède cette robustesse [UTK.78]. Elle est basée sur la commutation de fonctions de variables d'état, utilisées pour créer une variété ou hypersurface de glissement, dont le but est de forcer la dynamique du système à correspondre avec celle définie par l'équation de l'hypersurface. Quand l'état est maintenu sur cette hypersurface, le système se trouve en régime glissant. Sa dynamique est alors insensible aux perturbations extérieures et paramétriques tant que les conditions du régime glissant sont assurées.

La commande à structure variable par régime glissant apparue depuis le début des années 60, grâce aux résultats théoriques du mathématicien [FIL.60] et elle a été étudiée et développée exclusivement en union soviétique dans les années soixante. Par la suite, de nombreuses recherches ont été menées partout ailleurs, soit pour compléter l'étude théorique, soit pour l'appliquer aux systèmes physiques [BOU.91].

La mise en œuvre de l'avantage qu'apporte cette commande par sa robustesse vis à vis des variations paramétriques et des perturbation, moyennant un choix approprié de la surface de commutation, a été effectué par Harashima et Hashimoto [Har85] [Has86] ainsi que Slotine sur des robots manipulateur [Slo83].

Dans la pratique, l'utilisation de cette technique de commande a été longtemps limitée par les oscillations liées aux commutations de la commande et qui peuvent se manifester sur les grandeurs asservies. Depuis, de nombreuses solutions ont été proposées permettant de réduire ces oscillations : augmentation de la fréquence de commutation [HAR.86] [NOU.94], commande continue dans une bande autour de la variété de glissement [UTK.92] ou décomposition de la commande en une composante continue de basse fréquence et une commande discontinue de haute fréquence [HAR.86] [UTK.78] ou la méthode de la couche limite (en anglais boundary layer) sur lequel est basé notre travail où la composante

discontinue de la commande est remplacée au voisinage de l'hypersurface de glissement par une fonction continue.

Dans ce chapitre nous allons donner quelques notions fondamentales de la commande à structure variable, et quelques concepts de base de la théorie des modes glissants puis nous allons aborder la commande hybride (commande floue par mode glissement) en suite on termine par une application sur le simple et double pendule inversé.

III.2 Généralité sur la théorie de la commande par mode de glissement

Dans les systèmes à structure variable utilisant la commande par mode de glissement, on peut trouver deux configurations de base pour la synthèse des différentes commandes. La première structure fait intervenir la commutation au niveau d'une contre réaction d'état (Figure.III.1) [BUH.88].

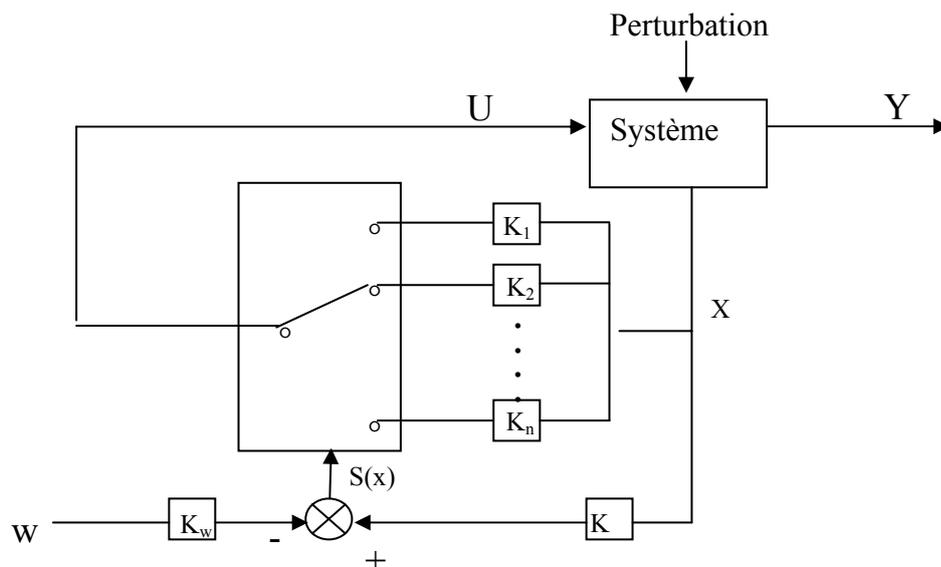


Fig.III.1 Configuration par changement de retour d'état

Le système est représenté dans l'espace d'état par l'équation suivante :

$$\dot{X} = f(X) + g(X)U \quad (\text{III.1})$$

La surface de commutation $S(X)$ est donnée par :

$$S(X) = KX + K_w w = 0 \quad (\text{III.2})$$

Avec :

K : Vecteur de la contre réaction d'état.

w : grandeur de consigne.

K_w : Coefficient de l'intervention directe de la consigne.

La deuxième structure correspond à la structure la plus simple où la commutation a lieu au niveau de l'organe de commande lui-même. On l'appelle, structure par commutation au niveau de l'organe de commande (Figure.III.2).

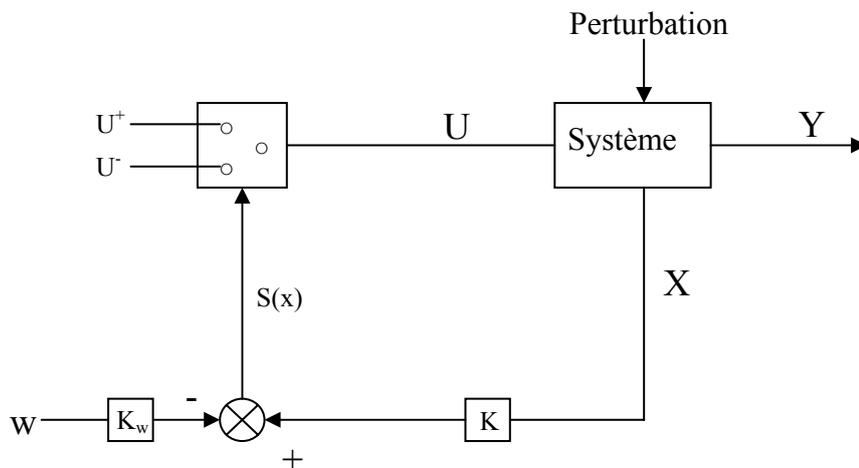


Fig.III.2 Configuration par changement de la structure par commutation

Dans ce cas la logique de commande est donnée par :

$$U = \begin{cases} U^+ & \text{si } S(x) > 0 \\ U^- & \text{si } S(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

Elle correspond au fonctionnement tout ou rien des interrupteurs de puissance associée dans une grande majorité d'application aux variateurs de vitesse.

III.3 Principe de la commande à structure variable par régime glissant

Le principe de la commande à structure variable par régime glissant consiste à ramener tout d'abord et le plus rapidement le système sur une hypersurface, puis de l'y laisser glisser librement sans subir les effets des perturbations paramétriques et extérieures.

Comme son nom l'indique, la commande à structure variable par régime glissant est liée à la variabilité des paramètres du système de commande discontinu selon l'état de l'hypersurface. On contraint le point représentatif du système à glisser dans le cas idéal (Figure.III.3.a) sur l'hypersurface ou, de rester dans le cas réel (Figure.III.3.b) dans un voisinage proche de cette hypersurface.

Contrairement au cas de mode glissant idéal où la commande discontinue est de fréquence infinie et d'amplitude nulle, en régime glissant réel, les oscillations de la commande de fréquence finie et d'amplitude non nulle, donnent naissance à un phénomène indésirable et néfaste aux actionneurs entraînant un cycle limite au point d'équilibre.

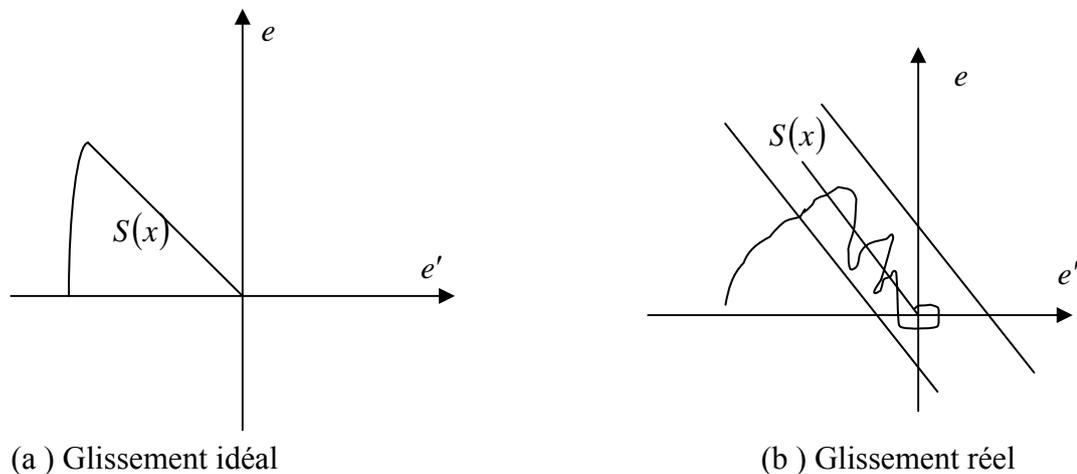


Fig. III.3 Plan de phase d'un système de commande en mode glissant

III.4 Formalisation classique du régime glissant [BOU.99]

Soit un système d'équations différentielles présentant des discontinuités sur le second membre.

$$\dot{X} = f(x,t) \tag{III.4}$$

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ vecteur d'état.

$f = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T$ les fonctions définies dans G (domaine de définition du système).

Soit une surface définie par :

$$S(x) = 0 \tag{III.5}$$

séparant le domaine de définition G du système en deux parties $G^+(S > 0)$ et $G^-(S < 0)$ et sur laquelle s'effectuent les discontinuités (figure III.5).

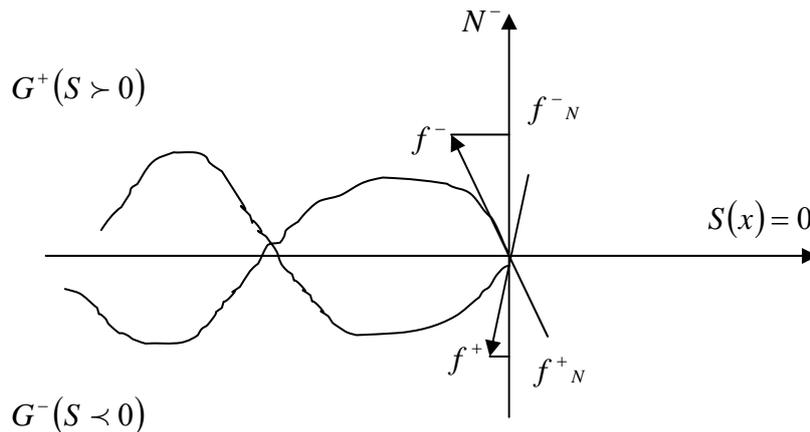


Fig.III.5 Evolution de la trajectoire d'état autour de la surface

N : La normale à la surface.

f^+, f^- : valeurs de f au voisinage de S .

f^+_N, f^-_N : projections respectives de f^+ et f^- sur la normale.

III.4.1 Théorème de Filipov

Soit le système (III.4) satisfaisante la condition suivante :

$$\left| \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right| \leq K \text{ avec } i=1, \dots, n, j=1, \dots, n, \quad \forall t \in G = (G^+ \cup G^-) \tag{III.6}$$

K : constante positive indépendante de t et de x .

Si pour tout point de S deux fois différentiables, l'une des inégalités $f_N^+ < 0$ ou $f_N^- > 0$ est vérifiée tel que $h = f^+ - f^-$ soit continûment différentiable, alors le système (III.4) possède une solution.

La dérivé par rapport au temps de la surface $S(x_1, \dots, x_n) = 0$, conduit au produit scalaire de la normale et du vecteur f , c'est à dire sa projection sur la normale.

$$\dot{S} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} \frac{dx_i}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} f_i(t, x_1, \dots, x_n) = 0 \quad (\text{III.7})$$

Selon le signe de $S(x)$, on déduit :

$$\begin{cases} f_N^+ < 0 & \Rightarrow S > 0 \text{ et } \dot{S} < 0 \\ f_N^- > 0 & \Rightarrow S < 0 \text{ et } \dot{S} > 0 \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

d'où la condition pour l'obtention du régime glissant :

$$f_N^+ < 0 \text{ et } f_N^- > 0 \Leftrightarrow S \cdot \dot{S} < 0 \quad (\text{III.9})$$

La condition de glissement traduite par (III.9) est l'inégalité fondamentale utilisée pour résoudre le problème de la synthèse de la commande des systèmes à structure variable.

III.4.2 Conception de la commande par mode de glissement

La conception de la commande par mode de glissement nécessite le passage par trois étapes :

- **Étape 1 : choix d'une surface de glissement [SLO.86] [SLO.91]**

En fonction de l'application et des objectifs visés, est déterminé le nombre nécessaire ainsi que la forme des surfaces. Pour un système défini par une équation d'état non linéaire de la forme

$$\dot{X} = f(x) + g(x)u$$

Où : $x \in R^n$ et $u \in R^m$, le nombre de surfaces est choisies égal au nombre m d'entrées du système. Pour le choix de la forme, deux possibilités sont offertes. La première dans le plan

d'état et la seconde dans le plan de phase. La première présente une réponse transitoire lente et elle est parfois de conception difficile. Par contre la deuxième est une fonction scalaire assujettie à la dynamique désirée. A cet effet, une forme assez générale est proposée pour déterminer la surface de glissement qui assure une convergence de la grandeur vers sa valeur de référence.

Si y_i est une sortie à commander, lui est associée la surface :

$$S_i(x) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{r-1} \tilde{y}_i \quad (\text{III.10})$$

avec $\tilde{y}_i = y_i - y_{id}$, λ une constante positive, r est le degré relatif associé à y_i et y_{id} est la valeur désirée de y_i .

▪ **Etape 2 : Etablissement des conditions d'existence du mode de glissement [SLO.86][GAY.96]**

On se contente de présenter un critère conçu autour d'une fonction de Lyapunov. donc, il s'agit de définir une fonction scalaire $V_i(x)$ positive pour chaque sortie y_i et de construire une loi de commande telle que cette fonction décroît $\dot{V}_i(x) \leq 0$ et on conséquence garantir la stabilité de la fonction $V_i(x)$.

Si on choisit comme fonction de Lyapunov:

$$V_i(x) = \frac{1}{2} S_i^2(x)$$

Sa dérivée est :

(III.11)

$$\dot{V}_i(x) = S_i(x) \dot{S}_i(x)$$

Pour que le carrée de la distance $S_i^2(x)$ vers la surface de commutation associée diminue continuellement dans le temps et ainsi obliger les trajectoires du système à commuter autour de cette surface en se rapprochant vers elle, il faut que :

$$S_i(x) \dot{S}_i(x) < 0 \quad (\text{III.12})$$

En plus de cela, le choix de la surface $S_i(x)$ doit garantir l'attraction de la variable à contrôler vers de référence, ce qui justifie le choix de la surface (III.10).

▪ **Étape 3 : le calcul de la commande**

Une fois la surface de glissement est choisie, ainsi que le critère de convergence, il reste à déterminer la commande nécessaire pour attirer la variable à régler vers la surface, ensuite vers son point d'équilibre, en maintenant la condition d'existence du mode glissant. Lorsqu'il y a un régime glissant, la dynamique du système est indépendante de la loi de commande. De ce fait, on peut introduire une partie continue pour diminuer l'amplitude de la discontinuité, on aura donc :

$$U = U_{eq} + U_s \quad (III.13)$$

U_{eq} correspond à la commande équivalente proposé par Filipov et Utkin. On peut la considérer comme la valeur moyenne continue que prend la commande lors d'une commutation rapide entre deux valeurs U_{max} et U_{min} (Figure III.6). U_s correspond à la commande qui garantie l'attractivité de la variable à contrôler vers la surface et satisfaire la condition : $S(x) * S'(x) < 0$

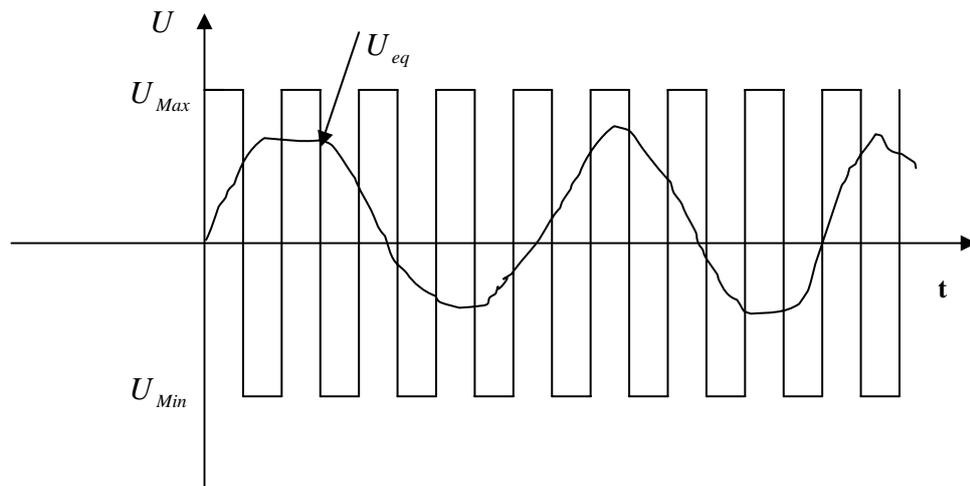


Fig.III.6 Valeur continue U_{eq} prise par la commande lors de la commutation entre U_{max} et U_{min} .

III.4.3 Expression analytique de la commande [SLO.86] [BOU.91][SIR.89]

On s'intéresse à déterminer l'expression analytique de la commande équivalente pour les systèmes définis dans l'espace d'état par l'équation :

$$\dot{X} = f(x) + g(x)u \quad \text{Avec : } x \in R^n, u \in R^m$$

En régime de glissement idéal, l'expression des surfaces et de leur dérivées sont nulles. Ceci se traduit par :

$$U_s = 0 \quad (\text{III.15})$$

Donc :

$$\dot{S}(x) = \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^T (f(x) + g(x)U) = 0 \quad \text{avec : } U = U_{eq} \quad (\text{III.16})$$

Ainsi, la commande équivalente est donnée par :

$$u_{eq} = - \left(\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^T g(x) \right)^{-1} \left\{ \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^T f(x) \right\} \quad (\text{III.17})$$

Avec la condition de transversalité :

$$\det \left[\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^T g(x) \right] \neq 0 \quad (\text{III.18})$$

Mais, le régime idéal n'est pas pratiquement jamais réalisable .on doit ainsi faire usage du deuxième terme de la commande pour ramener l'état du système vers la surface à chaque fois qu'il s'en écarte Ainsi, il convient de prendre :

$$U_s \equiv \dot{S}(x) = -K \text{sign}(S(x)) \quad (\text{III.19})$$

Où $K = \text{diag}(k_1, \dots, k_m)$ qui est la forme d'un relais (figure III.7)

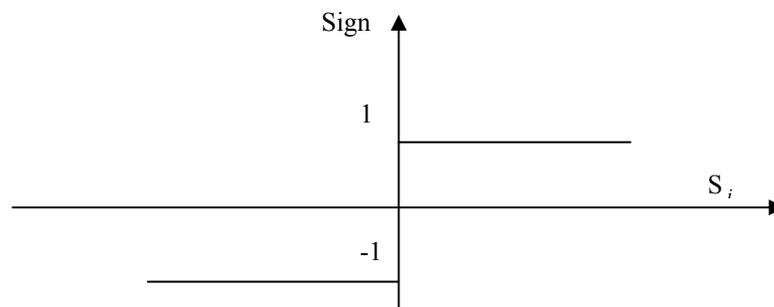


Fig.III.7 Représentation de la fonction Sign

III.5 Application à la commande d'un pendule inversé

Dans cette partie on s'intéresse à l'application de la commande par mode glissement sur le pendule inversé .

A partir de la modélisation faite au chapitre I , L'équation dynamique du pendule inversé est

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin(x_1) - \frac{ml(x_2)^2 \cos(x_1) \sin(x_1)}{m+M}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2(x_1)}{m+M} \right)} + \frac{\frac{\cos(x_1)}{m+M}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2(x_1)}{m+M} \right)} u \end{aligned} \quad (\text{III.20})$$

Où : $y = x_1 = \theta$ est l'angle du pendule .

$x_2 = \dot{\theta}$ est la vitesse angulaire.

$g = 9.81 \text{ m/s}^2$ est la gravité universelle, M est la masse du chariot, m est la masse du pendule . $2l$ est la longueur du pendule, y est la sortie du système.

On choisi la surface comme suit:

$$S(t) = \lambda e_1 + e_2 \quad (\lambda > 0) \quad (\text{III.21})$$

telque:

$$e_1 = x_1 - y_d \text{ et } e_2 = x_2 - \dot{y}_d \quad (\text{III.22})$$

avec y_d est la sortie désirée,

et l'expression de la valeur de la commande sera:

$$U = \left(\frac{1}{g} \right) [\ddot{y}_d - f - \lambda e_2 - K \cdot \text{sign}(S)] \quad (\text{III.23})$$

avec :

$$f = \frac{g \sin(x_1) - \frac{m l(x_2)^2 \cos(x_1) \sin(x_1)}{m+M}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2(x_1)}{m+M} \right)} \text{ et } g = \frac{\frac{\cos(x_1)}{m+M}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2(x_1)}{m+M} \right)} \quad (\text{III.24})$$

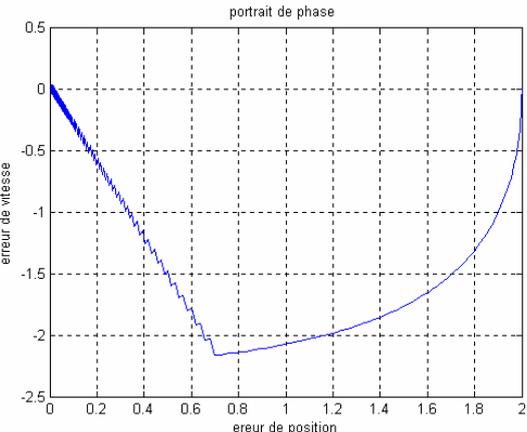
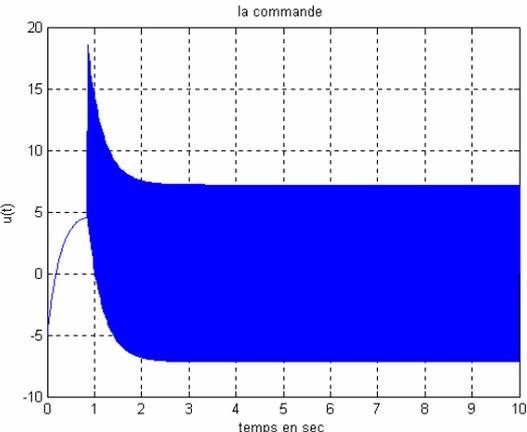
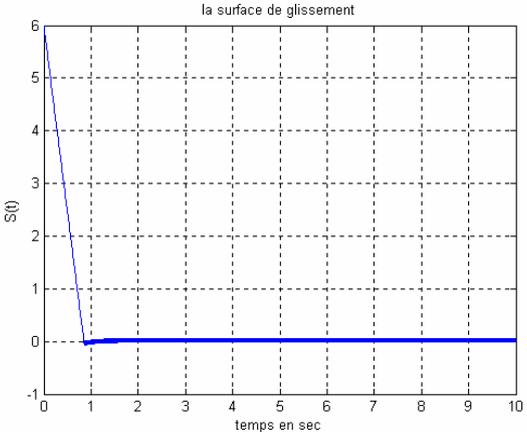
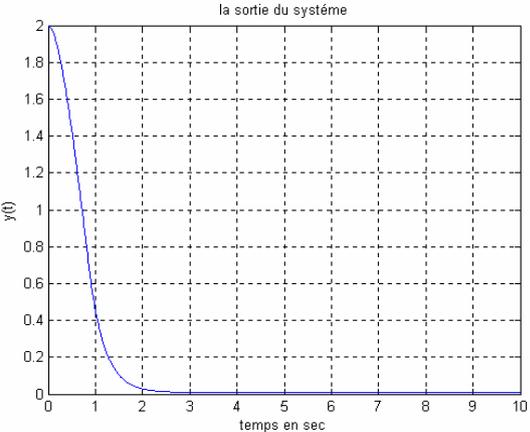


Fig.III.8 Poursuite d'une trajectoire $y_d(t) = 0$

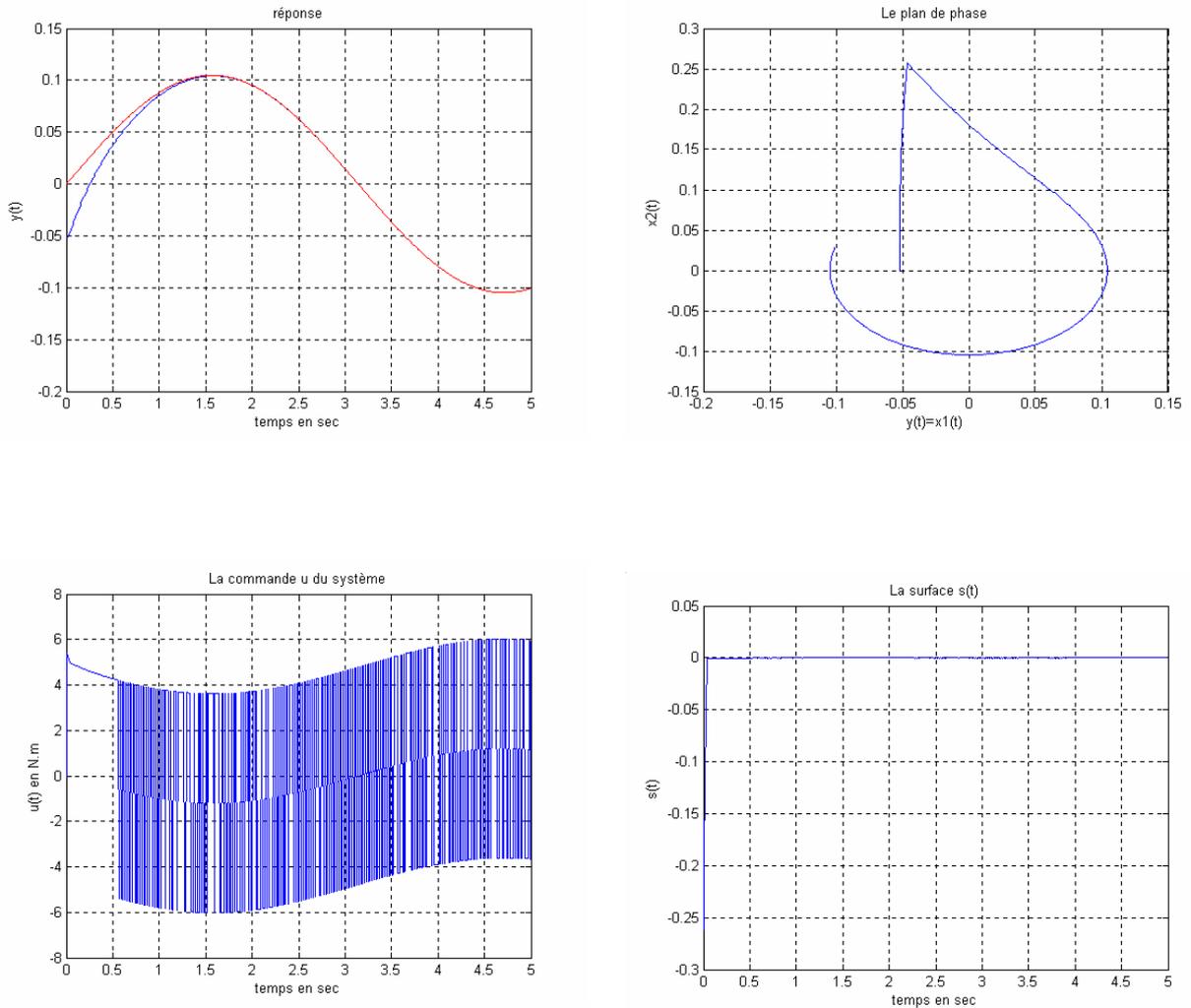


Fig.III.9 Poursuite d'une trajectoire $y_d(t) = \frac{\pi}{30} \sin(t)$

On constate que la commande par mode de glissement force le système à suivre le signal de référence. Cette poursuite s'effectue en minimisant l'erreur d'approximation d'une part et en assurant la stabilité du système d'une autre part. Mais la commande appliquée oscille avec une fréquence de commutation qui tend vers l'infini (chattering) qui peut être inacceptable si le signal de commande a une signification physique comme la force ou le couple moteur.

Il y'a plusieurs méthodes pour éliminer ce phénomène, dit aussi broutement. Dans la partie qui suit nous allons nous intéresser à la commande par mode de glissement floue qui va nous aider à éliminer ce problème de broutement.

III.6 Commande Par mode glissement floue

III.6.1 Introduction

La commande par logique floue permet d'obtenir une loi de réglage souvent très efficace sans devoir faire des études théoriques approfondies. Par des inférences avec plusieurs règles, il est possible de tenir compte des expériences acquises par les opérateurs d'un processus technique, sa spécificité qu'elle n'a pas besoin d'un modèle mathématique explicite et précis du procédé à piloter. La plupart du temps elle se sert des connaissances des opérateurs humains pour mettre au point le régulateur. La seconde spécificité de la commande floue est l'intégration facile de données subjectives dans le régulateur. Son utilisation est donc recommandée lorsque le système à piloter est mal connu, ou encore lorsque les variables du processus ne sont pas précises ou exprimées en langage naturel. Malgré cela, la commande par logique floue présente des inconvénients entre autre, on énumère : le nombre de règles qui est assez grandes, ce qui entraîne la complexité de l'analyse. Le manque en outils théoriques se ressent lors de l'analyse des performances et de la stabilité pour le système à commander.

La commande par mode glissant a largement prouvé son efficacité à travers les études théoriques rapportées, ces principaux domaines d'application sont la robotique [SHI.95], [RUA.96] , [YAN.99] et les moteurs électriques [ISH.93] . L'avantage que procure une telle commande et qui la rend aussi importante est sa robustesse vis-à-vis des perturbations et des incertitudes du modèle. Cependant, ces performances sont obtenues au prix de certains inconvénients : un phénomène de chattering ou broutement provoqué par la partie discontinue de cette commande et qui peut avoir un effet néfaste sur les actionneurs, le système est soumis à chaque instant à une commande élevée afin d'assurer sa convergence vers l'état désiré et ceci n'est pas souhaitable.

Parmi les solutions proposées à ces problèmes on peut citer la commande par mode glissant à bande limite qui consiste à remplacer la fonction de commutation dans la commande par une fonction de saturation. A vrai dire, cette solution n'est qu'un cas particulier de la commande par mode glissant flou, d'où l'intérêt à utiliser une commande qui combine la logique floue et le mode glissant afin d'obtenir une commande robuste et lisse.

Certains chercheurs [CHA.98] [PAL 92] essayent de trouver une similitude entre la commande floue non linéaire et la commande par mode glissement et de combiner les deux lois de commande, c'est-à-dire le floue pour sa rapidité et sa facilité de mise en œuvre, et le régime glissant pour ses fondements théoriques rassurant du point de vue stabilité et robustesse. Cette combinaison reliant par exemple les avantages d'invariance par rapport aux incertitudes et aux perturbations de la commande à régime glissant avec ceux de la rapidité et de la bonne poursuite de trajectoire de la commande floue, tout en s'affranchissant des problèmes de broutement de la commande par mode glissant et de déficit en outils d'analyse de la commande à la logique floue sans oublier la diminution des règles floues.

Dans cette partie, nous avons présenté un Contrôleur flou dont le fonctionnement reflète le principe de la commande par mode glissant pour assurer sa stabilité et robustesse. Ensuite, nous avons considéré un contrôleur découplant le mode glissant et la logique floue. Ce régulateur offrant une réduction de nombre des règles et des applications directes aux systèmes d'ordre 2 voir même quatre, la loi de commande ainsi construite peut être appelée commande par mode glissant-flou. Ces systèmes doivent être d'abord décomposé en deux sous-systèmes de telle sorte que chaque sous-système possède son propre objectif, lequel va générer une action de commande permettant la convergence simultanée de l'ensemble des sous-systèmes vers leurs surfaces de glissement correspondantes.

III.6.2 Synthèse de la commande par mode glissant

Considérant un système non linéaire d'ordre deux décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = f(x) + b(x)u + d(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases} \quad (\text{III.25})$$

avec :

$x = [x_1, x_2]^t$ est le vecteur d'état, $f(x)$ et $b(x)$ sont des fonctions non linéaires, u est la commande, et $d(t)$ est la perturbation considérée comme étant bornée : $|d(t)| \leq D(t)$.

L'objectif est de déterminer une commande par mode glissant de telle sorte que la sortie du système suive une trajectoire de référence.

On définit une fonction linéaire S qui représente la surface de glissement :

$$S = c_1 \cdot x_1 + x_2 \quad \Rightarrow \quad \dot{x}_1 + c_1 \cdot x_1 = 0, \quad c_1 > 0 \quad (\text{III.26})$$

Pour que le système soit stable les coefficients de (III.26) doivent être choisis de telle sorte que les racines soient à parties réelles négatives.

On considère la fonction de Lyapunov :

$$V = 1/2 * S^2 \quad (\text{III.28})$$

D'après le théorème de Lyapunov si \dot{V} est négative la trajectoire d'état sera attiré vers la surface de glissement et commute autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre.

$$\dot{V} = S * \dot{S} = S(c_1 * \dot{x}_1 + \dot{x}_2) = S.(c_1 \cdot x_2 + f(x) + b(x)u + d(t)) \quad (\text{III.29})$$

à partir de (III.29) il est facile de conclure que si la commande u à la forme suivante, la valeur de \dot{V} sera négative :

$$u = \hat{u} - K \cdot \text{Sign}(S * b(x)), \quad K > \frac{D(t)}{|b(x)|} \quad (\text{III.30})$$

avec

$$\hat{u} = \frac{-c_1 \cdot x_2 - f(x)}{b(x)} \quad (\text{III.31})$$

$$\text{Sign}(\psi) = \begin{cases} 1 & \text{si } \psi > 0 \\ 0 & \text{si } \psi = 0 \\ -1 & \text{si } \psi < 0 \end{cases} \quad (\text{III.32})$$

Nous remarquons que la commande (III.30) ne dépend que des paramètres K et c_1 et des fonctions connues f et b et que le terme " $K \cdot \text{Sign}(S \cdot b(x))$ " provoque un phénomène de chattering qui peut exciter les hautes fréquences et les nonlinéarités non modélisables, et endommager le système. Ainsi, la commande (III.30) est certes efficace mais difficile à mettre en œuvre tout en présentant des risques pour le processus.

Une méthode qui permet de réduire l'effet du broutement est de remplacer la fonction discontinue par une fonction de saturation, qui consiste à déterminer une bande limite autour de la surface de glissement ainsi assurant le lissage de la commande et le maintien de l'état du système dans cette bande. La loi de commande devient alors :

$$u = \hat{u} - K * Sat(S * b(x) / \Phi), \quad \Phi > 0 \quad (\text{III.33})$$

tel que

$$Sat(\Phi) = \begin{cases} Sign(\Phi) & \text{si } |\Phi| \geq 1 \\ \Phi & \text{si } |\Phi| < 1 \end{cases} \quad (\text{III.34})$$

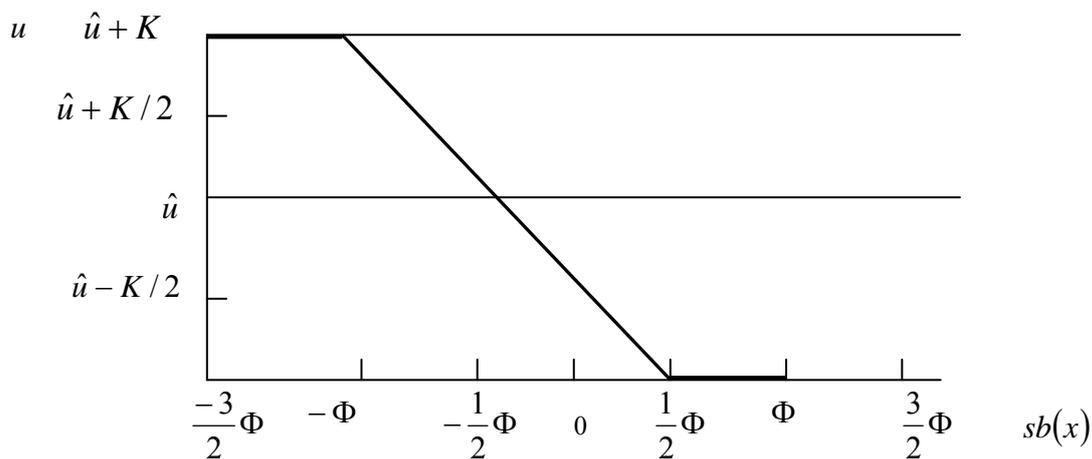


Fig.III.10 Sortie de la commande par mode de glissement : $u = \hat{u} - K Sat\left(\frac{sb(x)}{\Phi}\right)$

III.6.3 Le principe de la commande par mode glissant- flou

Dans cette partie on va développer un contrôleur flou par mode glissant et on va démontrer qu'un contrôleur flou particulier n'est qu'une extension de la commande par mode glissant avec une bande limite. On suppose un contrôleur flou construit à partir d'une collection de règles floues suivantes :

- $R^1 : Si S \text{ est } NG, \text{ donc } u_f \text{ est } ASSEZGRAND$
- $R^2 : Si S \text{ est } NM, \text{ donc } u_f \text{ est } GRAND$
- $R^3 : Si S \text{ est } ZR, \text{ donc } u_f \text{ est } : MOYENNE$
- $R^4 : Si S \text{ est } PM, \text{ donc } u_f \text{ est } PETIT$
- $R^5 : Si S \text{ est } PB, \text{ donc } u_f \text{ est } ASSEZSPETIT$

(III.35)

Où bien l'ième règle est donnée par

$$R^i : Si S \text{ est } \tilde{F}_s^i, \text{ donc } u_f \text{ est } \tilde{F}_{u_f}^i, \text{ pour } i = 1, \dots, 5 \tag{III.36}$$

avec NB est négatif grand, NM est négatif moyenne, ZR est zéro, PM est positif moyenne, et PB est positif grand. NG ,NM.....GRAND,PETIT, sont des ensembles flous et leurs fonctions d'appartenance sont montré dans les figures suivantes :

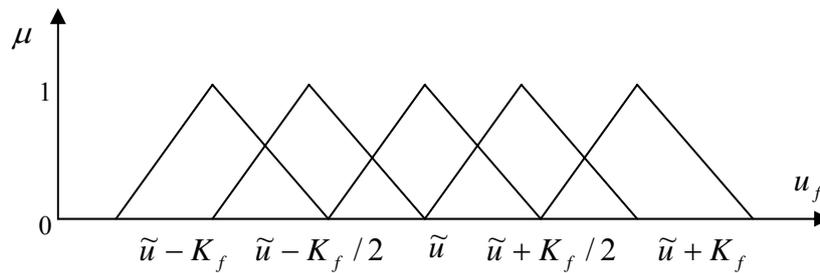


Fig.III.11. fonctions d'appartenance pour la sortie u

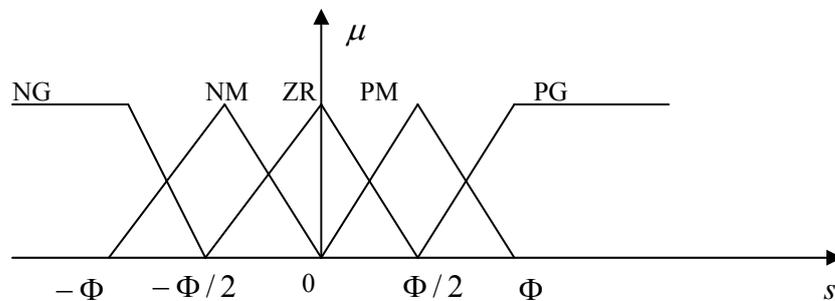


Fig.III.12 fonctions d'appartenance pour l'entrée s

Soit X et Y l'entrée et la sortie pour l'espace des règles flou. Pour n'importe quel ensemble, chaque règle R^i peut déterminer un ensemble flou. En utilisant la méthode d'inférence max-min on trouve :

$$\mu_{\tilde{F}_x \circ R^i}(u_f) = \sup_{s \in X} \left[\min \left[\mu_{\tilde{F}_x}(s), \min \left[\mu_{\tilde{F}_s^i}, \mu_{\tilde{F}_{u_f}^i}(u_f) \right] \right] \right] \quad (\text{III.37})$$

l'équation (III.37) peut être simplifiée en supposant \tilde{F}_x comme étant singleton flou c'est-à-dire pour $s=\alpha$, $\mu_{\tilde{F}_x}(s)=1$ sinon $\mu_{\tilde{F}_x}(s)=0$ donc l'équation (III.36) devienne :

$$\mu_{\tilde{F}_x \circ R^i}(u_f) = \min \left[\mu_{F_s^i}(\alpha), \mu_{F_{u_f}^i}(u_f) \right] \quad (\text{III.38})$$

et la fonction d'appartenance résultante $\mu_{F_{u_f}^d}$ de toutes les règles sera :

$$\mu_{\tilde{F}_{u_f}^d}(u_f) = \max \left[\mu_{\tilde{F}_x \circ R^1}(u_f), \dots, \mu_{\tilde{F}_x \circ R^s}(u_f) \right] \quad (\text{III.39})$$

en utilisant la défuzzyfication par la méthode de centre de gravité l'expression de la sortie du régulateur flou u_c est :

$$u_c = \frac{\int u_f * \mu_{\tilde{F}_{u_f}^d}(u_f) du_f}{\int \mu_{\tilde{F}_{u_f}^d}(u_f) du_f} \quad (\text{III.40})$$

la Figure III.12 représente le résultat de la sortie u_c pour une entrée flou, et u_c à la forme suivante :

$$u_c = \tilde{u} - K_f * \text{sig} \left(\frac{s}{\Phi} \right) \quad (\text{III.41})$$

avec

$$Sig(\varphi) = \begin{cases} -1 & si \varphi < -1 \\ -\frac{1}{2} * \frac{(2\varphi+3)(3\varphi+1)}{4*\varphi^2+6\varphi+1} & si -1 \leq \varphi \leq -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} * \frac{\varphi(2\varphi+3)}{4*\varphi^2+2\varphi-1} & si -1/2 \leq \varphi \leq 0 \\ \frac{1}{2} * \frac{\varphi(2\varphi-3)}{4*\varphi^2-2\varphi-1} & si 0 \leq \varphi \leq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} * \frac{(2\varphi-3)(3\varphi-1)}{4*\varphi^2-6\varphi+1} & si 1/2 \leq \varphi \leq 1 \\ 1 & si \varphi \geq 1 \end{cases} \quad (III.42)$$

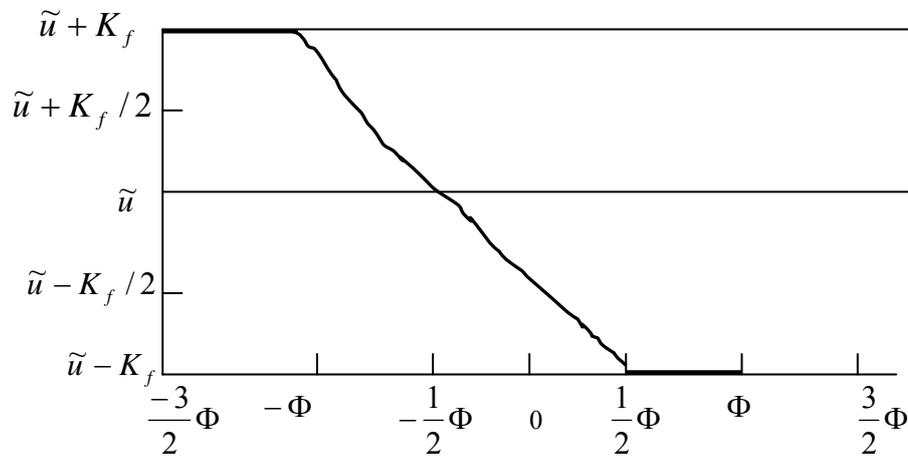


Fig.III.13 Résultat pour la defuzzification avec le contrôleur flou $u_c = \tilde{u} - K_f Sig\left(\frac{s}{\Phi}\right)$

A partir des graphes précédents on remarque que le régulateur flou(III.41) et le contrôleur par mode glissant (III.33) ont une grande ressemblance pas seulement au niveau des équations mais aussi au niveau des figures de représentations. On peut conclure que ce régulateur flou particulier, travaille comme un régulateur par mode glissant à bande limite.

En comparant (III.33) et (III.41) on remarque qu'on peut remplacer \tilde{u} et K_f par leurs valeurs correspondantes \hat{u} et K dans le régulateur par mode glissant. En résumé, dans la conception d'un régulateur flou basé sur 5 règles, les ensembles E/S peuvent être obtenus à partir d'un régulateur par mode glissant. Ce qui assure la stabilité et la robustesse pour le régulateur flou.

III.6.4 L'idée du contrôle découplé

Soit le système non linéaire d'ordre quatre décrit par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_1(x) + b_1(x)u + d_1(t) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = f_2(x) + b_2(x)u + d_2(t) \end{cases} \quad (\text{III.43})$$

tel que :

$x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ est le vecteur d'état, $f_1(x), f_2(x)$ et $b_1(x)$ et $b_2(x)$ sont des fonctions non linéaires, u est la commande, et $d_1(t)$ et $d_2(t)$ sont des perturbations considérées comme étant bornées : $|d_1(t)| \leq D_1(t)$.

On définit une première surface de glissement comme suit :

$$S_1 = c_1 \cdot x_1 + x_2 \quad (\text{III.44})$$

de la même façon on définit une autre surface de glissement S_2 :

$$S_2 = c_2 \cdot x_3 + x_4 \quad (\text{III.45})$$

A partir de la théorie de mode glissant présenté dans la partie précédente, on peut choisir une loi de commande comme suit :

$$u_1 = \hat{u}_1 - K_1 \cdot \text{Sat}(S_1 \cdot b_1(x) / \Phi_1), \quad K_1 \succ \frac{D_1(t)}{|b_1(x)|} \quad (\text{III.46})$$

tel que
$$\hat{u}_1 = \frac{-c_1 \cdot x_2 - f_1(x)}{b_1(x)}$$

et

$$u_2 = \hat{u}_2 - K_2 \cdot \text{Sat}(S_2 \cdot b_2(x) / \Phi_2), \quad K_2 \succ \frac{D_2(t)}{|b_2(x)|} \quad (\text{III.47})$$

Il est évident que si on pose $u = u_1$, cette commande permet de ramener le plus rapidement x_1, x_2 sur la surface S_1 , puis de l'y faire glisser jusqu'au point d'équilibre, et la même chose sera pour x_3, x_4 avec S_2 si on prend $u = u_2$, autrement dit ce régulateur ne peut commander que l'un de sous-système.

Pour le système donné par (III.43) on cherche à déterminer une loi de commande $u = u(x)$ (basé sur un régulateur découplé par mode glissement flou) de tel sorte que le système en boucle ferme soit globalement stable, dans le sens où toutes les variables d'état soient uniformément bornés et convergent asymptotiquement vers leurs point d'équilibre. L'idée principale de ce régulateur découplé proposé ici est de décomposé l'ensemble du système en deux sous-systèmes A et B, le système A est constitué de x_1, x_2 et sa surface de glissement correspondante S_1 , le système B est constitué de x_3, x_4 et sa surface de glissement correspondante S_2 . En supposant que l'objectif essentiel est de stabiliser le système A, il est raisonnable de considérer l'information venant du système B comme étant secondaire, et cette information secondaire doit être prise un compte par le système A, en variable intermédiaire z qui représente donc cette information secondaire est incorporée en S_1 . Par suite, la surface S_1 prend la forme $c_1.(x_1 - z) + x_2$, ce qui signifie que l'objectif principal est changé à $x_1 = z, x_2 = 0$, où z est une fonction de x_2 .

D'après ce qu'on vient de dire on peut choisir la valeur de S_1 et S_2 comme étant :

$$S_1 = c_1.(x_1 - z) + x_2 \quad (\text{III.48})$$

$$S_2 = c_2.x_3 + x_4 \quad (\text{III.49})$$

donc la loi de commande sera

$$u = u_1 = \hat{u}_1 - K_1.Sat(S_1.b_1(x)/\Phi_1) \quad (\text{III.50})$$

tel que

$$\hat{u}_1 = \frac{-c_1.x_2 - f_1(x)}{b_1(x)} \quad (\text{III.51})$$

la valeur de l'état x_1 peut être limitée en posant

$$|z| \leq z_U, \quad 0 < z_U < 1 \quad (\text{III.52})$$

tel que z_U est la valeur maximale de $|z|$, d'après l'équation (III.52) la valeur absolue maximum de x_1 sera limitée.

la variable z peut être défini comme suit :

$$z = \text{sat}\left(\frac{S_2}{\Phi_z}\right) * z_U, \quad 0 < z_U < 1 \quad (\text{III.53})$$

tel que Φ_z est la bande limite de la surface de glissement S_2 qui assure le lissage de la commande et le maintien de l'état du système dans cette bande. Donc à partir de (III.48) si $z \neq 0$ on aura la diminution de S_2 (III.50), si $S_2 \rightarrow 0$ alors $z \rightarrow 0$ alors $x_1 \rightarrow 0$ et $S_1 \rightarrow 0$ et l'objectif de la commande peut être achevé.

Dans la partie suivante nous allons appliquer cette technique sur le deux pendules, simple et double avec les paramètres suivantes:

- Pour le simple pendule : $m = 0.1 \text{ kg}, M = 1 \text{ kg}, l = 0.5 \text{ m}$.
- Pour le double pendule : $m_1 = m_2 = 1 \text{ kg}, M = 1 \text{ kg}, l_1 = l_2 = 1 \text{ m}$.

III.7 Résultats de simulation et commentaires

Les résultats de simulation montrent l'efficacité et les performances de la commande par mode de glissement floue. On constate que cette commande a éliminé le chatterring et assuré le lissage de la commande et la stabilisation de deux pendules. .

Les résultats de testes effectués sont représentés par les figures(III.14),(III.15),(III.16),(III.17),(III.18),(III.19). Ces résultats montrent la robustesse de la commande par mode de glissement-floue, car malgré une variation paramétrique de 50% et les fortes perturbations externes, les deux pendules ont manifesté un comportement stable

En comparant l'application de cette technique sur le simple pendule inversé avec les autres commandes déjà traitées, on remarque qu'elle a donné de bons résultats par rapport à la commande par mode de glissement en éliminant le chatterring. Par rapport à la commande floue elle est plus robuste vis à vis les perturbations externes et les variations paramétriques en donnant une commande lisse et sans dépassement.

III.8 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre la commande par mode de glissement floue, L'objectif de cette commande hybride est d'établir une passerelle entre la commande floue dont les performances incontestables la rendent de plus en plus convoitée par les chercheurs, et la commande par mode de glissement qui prouve des propriétés de stabilité et d'invariance par rapport aux perturbations paramétriques et extérieures.

L'application de cette commande sur le deux pendules inversés a donné de bon resultats tout en s'affranchissant les problèmes de broutement de la commande par mode glissant et le déficit en outils d'analyse de la commande à la logique floue sans oublier la diminution des règles floues. La robustesse de cette commande est prouvée à travers les résultats de simulation obtenus.

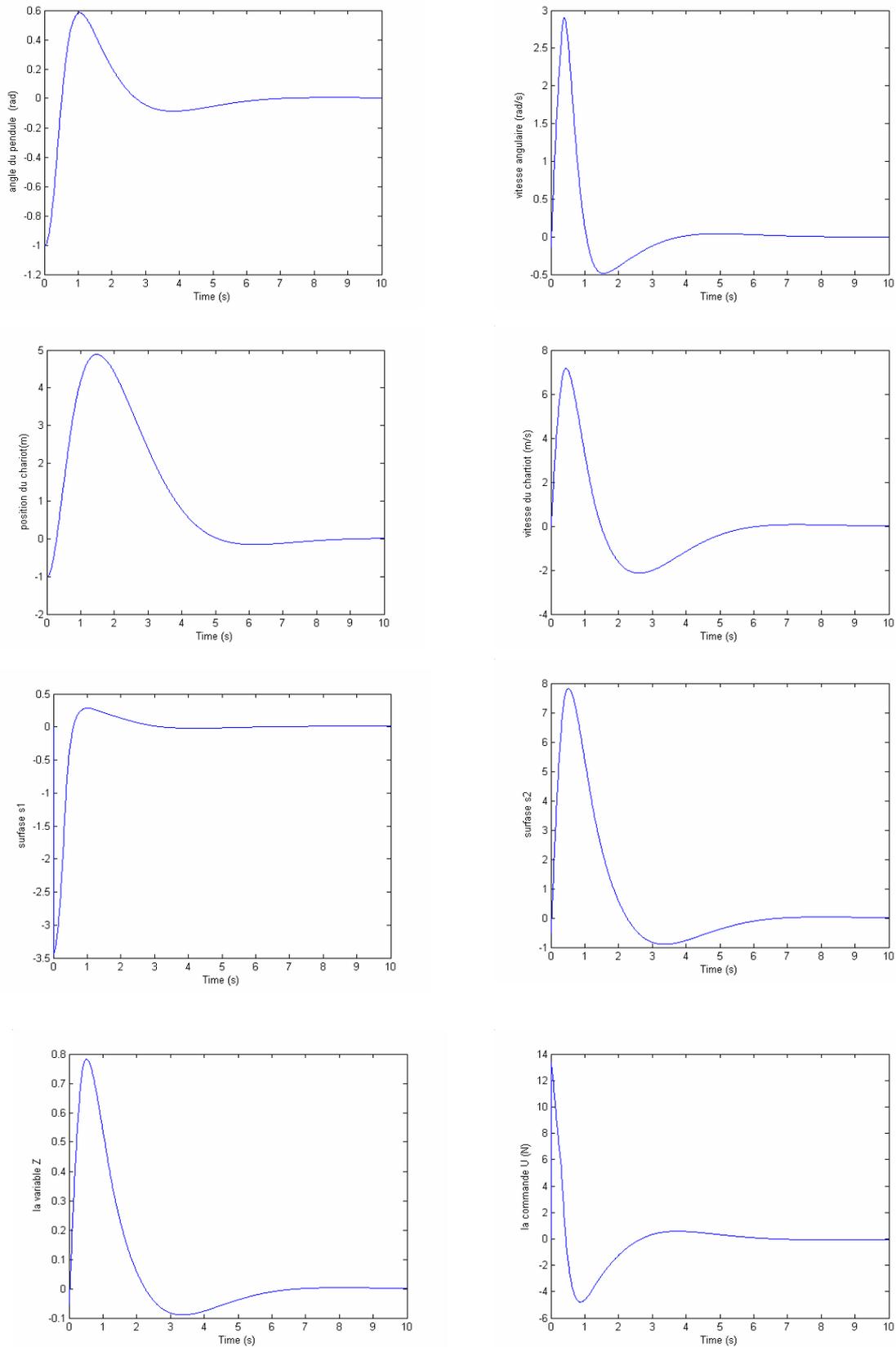


Fig.III.14 Application de la commande par mode glissant-floue sur le simple pendule inversé avec les paramètres :

$$c_1 = 5 \quad c_2 = 0.5, K = 10, \Phi_1 = 5, \Phi_z = 15, x_0 = (-1, 0, -1, 0).$$

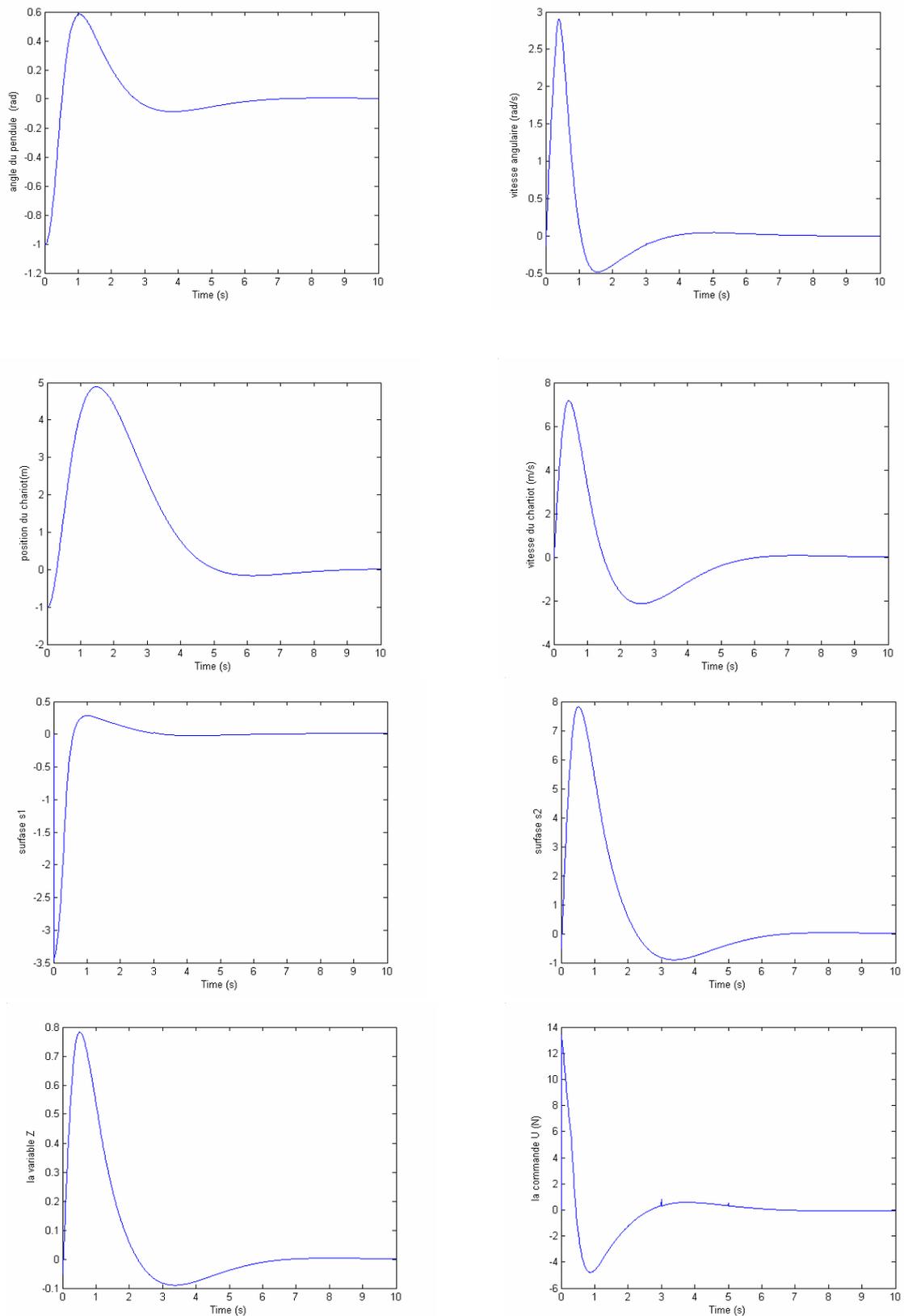


Fig.III.15 Application de la commande par mode glissant floue sur le simple pendule inversé avec variation paramétrique de 50% à partir des instants ($t_1 = 3 s, t_2 = 5 s$).

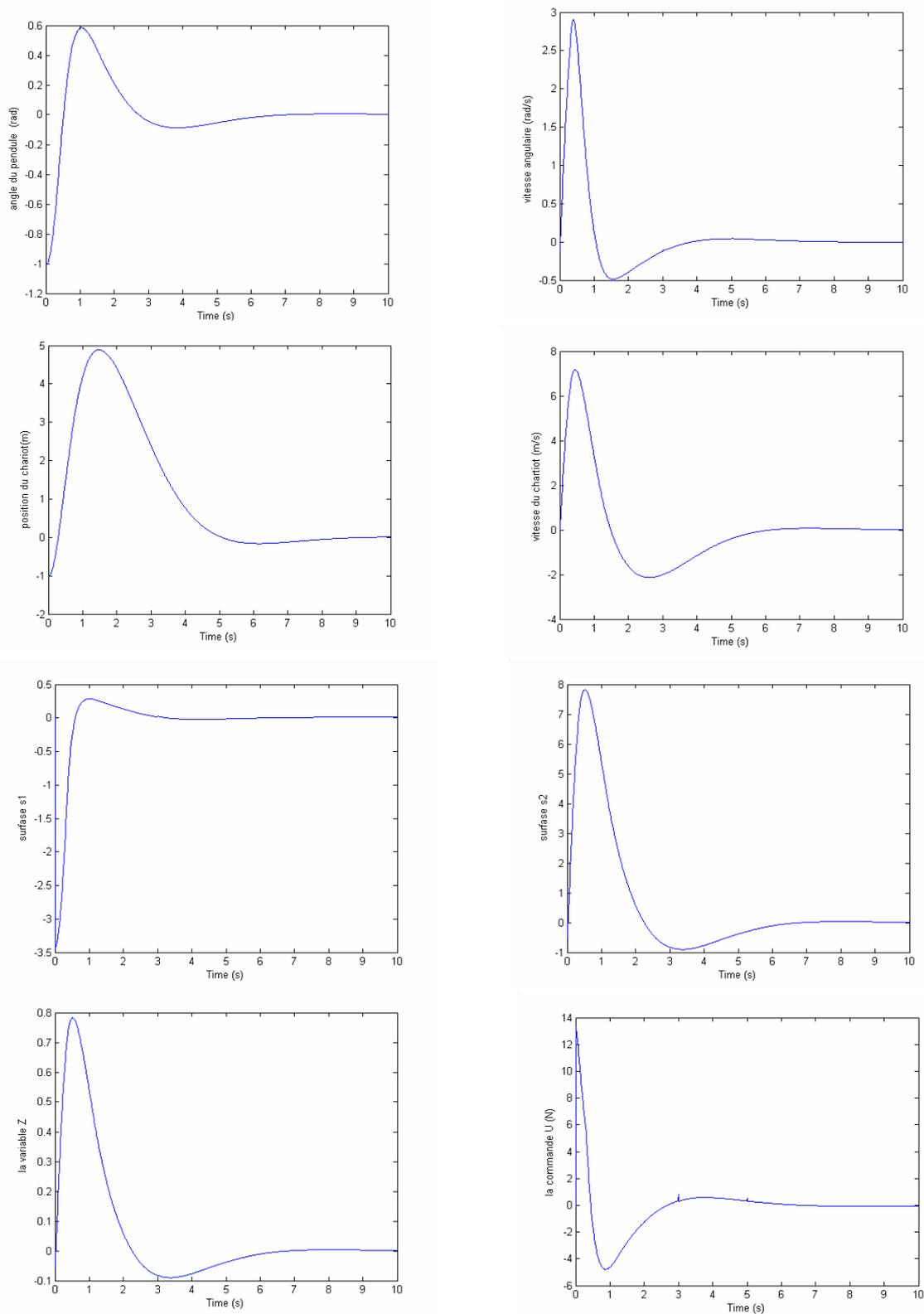


Fig.III.16 Application de la commande floue par mode glissant sur le simple pendule inversé avec variation paramétrique de 50% et des perturbations externes ($d=-40,+40$) à partir des instants ($t_1 = 3 s, t_2 = 5 s$)

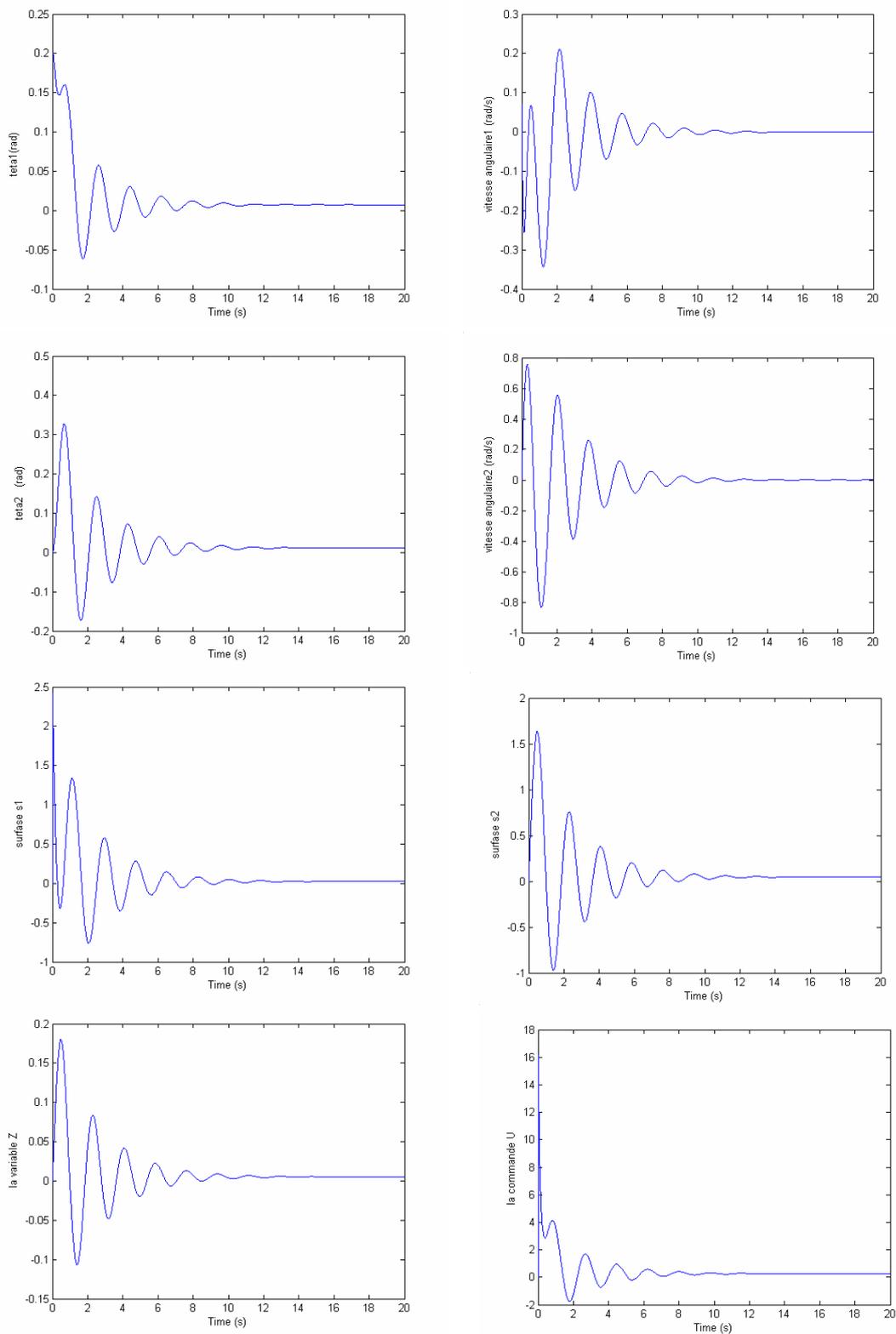


Fig.III.17 Application de la commande par mode glissant floue sur le double pendule inversé avec les paramètres :
 $c_1 = 12$ $c_2 = 4$, $K = 20$, $\Phi_1 = 6$, $\Phi_z = 9$.

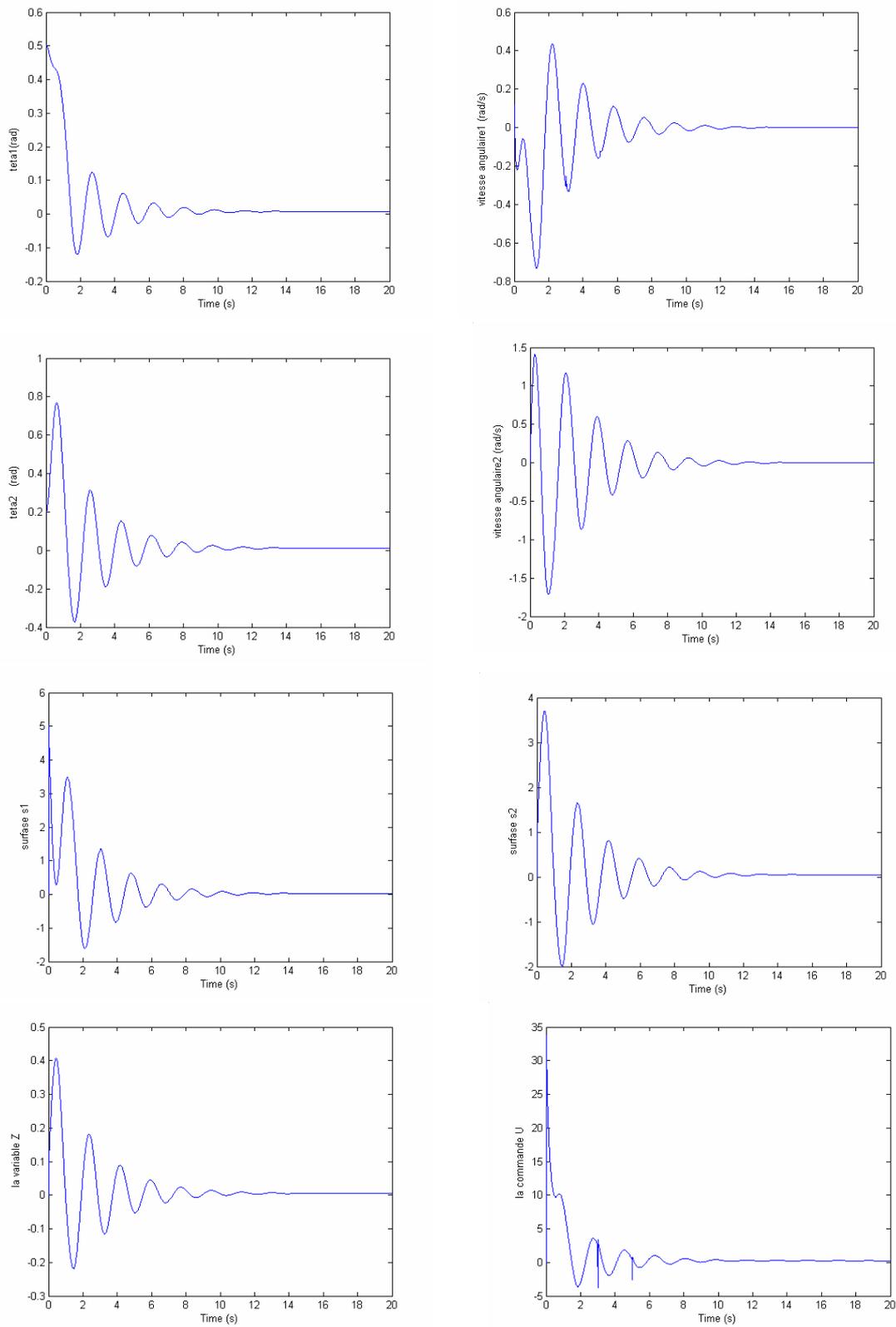


Fig.III.18 Application de la commande par mode glissant floue sur le double pendule inversé avec variation paramétrique de 50% à partir des instants ($t_1 = 3 s, t_2 = 5 s$).

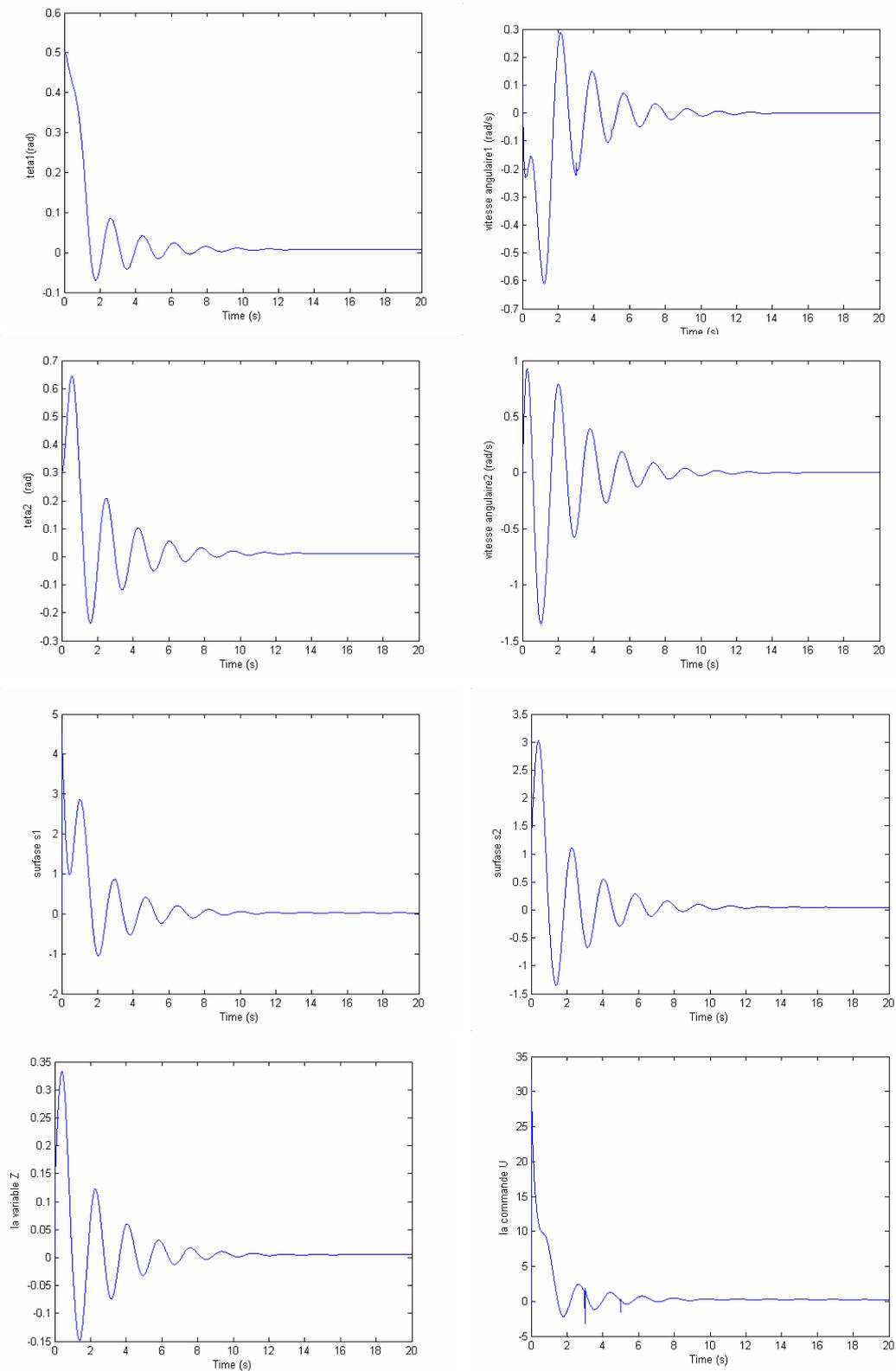


Fig.III.19 Application de la commande floue par mode glissant sur le simple pendule inversé avec variation paramétrique de 50% et des perturbations externes ($d=-40,+40$) à partir des instants ($t_1 = 3 s, t_2 = 5 s$)

Chapitre IV

Observateur par Mode de Glissement

IV.1 Introduction

Dans plusieurs applications dans le domaine de la commande, il est souhaitable d'avoir des estimateurs pour certains variables qui ne sont pas mesurables en raison des contraintes techniques ou économique, Par conséquent, le recours à un observateur est indispensable. L'observateur est un système dynamique auxiliaire qui reconstruit l'état du système, conçu initialement pour le cas linéaire et il est étendu récemment au cas non linéaire. Le principe de base d'un observateur d'état est comparable à celui d'un régulateur servant à stabiliser l'erreur dynamique entre une consigne et une mesure. Dans le cas d'un observateur, le correcteur correspond à la matrice de gain, on cherche alors une matrice de gain adéquate pour annuler l'erreur d'estimation d'état.

Dans ce chapitre nous allons mettre un peu de lumière sur l'un des observateurs non linéaires. Il s'agit de l'observateur par mode glissant. L'application de cet observateur et la simulation de son comportement sera faite, avec les deux pendules, simple et double, puis en combinant l'observation avec toutes les commandes qu'on à déjà traitées.

IV.2 Principe des observateurs

De nombreuses méthodes de commande des processus utilisent le principe du retour d'état (commande optimale, découplage, placement de pôles, . . .). Comme dans la plupart des cas, les seules grandeurs accessibles du système sont les variables d'entrée et de sortie, il est nécessaire, à partir de ces informations, de reconstruire l'état du modèle choisi pour élaborer la commande. Un reconstruteur d'état ou estimateur est un système ayant comme entrées les entrées et les sorties du processus réel et dont la sortie est une estimation de l'état de ce processus.

Soit un système continu décrit par l'équation d'état :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}\tag{IV.1}$$

Où $u(t)$, $y(t)$ et $x(t)$ sont des vecteurs de dimension m , l et n et représentent respectivement la commande, la sortie (mesurée) et l'état du système. Les matrices A , B , C et D sont des matrices constantes de dimensions convenables.

Comme l'état n'est en général pas accessible, l'objectif d'un observateur consiste, en vue de réaliser une commande par retour d'état, d'estimer cet état par une variable que nous noterons $\hat{x}(t)$. Cette estimation est réalisée par un système dynamique dont la sortie sera précisément $\hat{x}(t)$ et l'entrée sera constituée de l'ensemble des informations disponibles, c'est-à-dire $u(t)$ et $y(t)$.

La structure d'un observateur est de la forme :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t) + Du(t)\end{aligned}\tag{IV.2}$$

où apparaît clairement le terme correctif en fonction de l'erreur de reconstruction de la sortie, $y(t) - \hat{y}(t)$, et le gain de correction, L , appelé gain de l'observateur est à déterminer. Cette structure peut être écrite sous la forme :

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A - LC)\hat{x}(t) + (B - LD)u(t) + Ly(t)\tag{IV.3}$$

Si on considère l'erreur d'estimation :

$$\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (\text{IV.4})$$

on obtient :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (A - L C) \tilde{x}(t) \quad (\text{IV.5})$$

ce qui conduit à l'évolution de l'erreur d'estimation à partir de la condition initiale

$\tilde{x}'(0) = x(0) - \hat{x}(0)$, qui est non nulle de façon générale parce que l'état est a priori inaccessible :

$$\tilde{x}(t) = \exp[(A - L C)t] \tilde{x}(0). \quad (\text{IV.6})$$

Pour que l'observateur soit utilisable il est nécessaire que cette erreur tende vers 0 lorsque t augmente. Lorsque cette propriété est satisfaite l'observateur est dit asymptotique, mais il est évident que c'est une propriété nécessaire au fonctionnement correct d'un observateur. En conséquence il faudra choisir L telle que les valeurs propres de la matrice $A - L C$ soient toutes à partie réelle strictement négative.

Différentes approches des observateurs non linéaires ont été abordées, l'une de ces approches est l'observateur par mode de glissement.

IV.3 Observateur par mode de glissement [HER.96] [CAN.91] [SLO.87] [HED.89]

L'objectif de cette partie est d'appliquer le principe du mode de glissement pour la synthèse d'un observateur d'état non linéaire, et cela pour exploiter les propriétés des mode glissant tel que la robustesse vis à vis les variations paramétriques.

Considérons les systèmes donnés par :

$$x^{(n)}(t) = f(x, t) + b(x, t) \quad (\text{VI.7})$$

où :

$$X^T(t) = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}] \quad (\text{IV.8})$$

Si on met : $x_1 = x, x_2 = \dot{x}, \dots, x_n = x^{(n-1)}$, la structure de l'observateur sera comme suit :

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{x}}_1 &= -\alpha_1 \tilde{x}_1 + \hat{x}_2 - k_1 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_1) \\
\dot{\tilde{x}}_2 &= -\alpha_2 \tilde{x}_1 + \hat{x}_3 - k_2 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_1) \\
&\vdots \\
\dot{\tilde{x}}_n &= -\alpha_n \tilde{x}_1 + \hat{f} - k_n \operatorname{sgn}(\tilde{x}_1)
\end{aligned} \tag{IV.9}$$

Où :

$$\tilde{x}_1 = \hat{x}_1 - x_1 \quad \text{et} \quad \hat{f} : \text{La valeur estimée de } f$$

Les constantes α_i sont choisies comme dans l'observateur de LUENBERGER (ce qui correspond à $k_i = 0$), de telle manière à avoir les pôles désirés pour le système linéaire résultant.

Les k_i sont déterminés de la manière suivante : Sur la surface de glissement la dynamique équivalente de l'observateur est définie par :

$$\det \left(SI_{n-1} - \begin{bmatrix} -\frac{k_2}{k_1} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -\frac{k_3}{k_1} & 0 & 1 & & \vdots \\ -\frac{k_4}{k_1} & 0 & & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & & & 1 \\ -\frac{k_n}{k_1} & 0 & 0 & & 0 \end{bmatrix} \right) = 0 \tag{IV.10}$$

Où :

I_{n-1} : Matrice identité de dimension $(n-1)$

Donc les pôles sont donnés selon les $\frac{k_i}{k_1}$, un choix possible est de prendre $k_n \geq |\Delta f|$

et K_i comme la précision désirée de $\tilde{x}_2 = \hat{x}_2 - x_2$ avec : $\Delta f = \tilde{f} - f$.

IV.4 Convergence de l'observateur glissant [SLO.87] [KAM.98]

La structure donnée auparavant garantit la stabilité car l'erreur d'estimation est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{x}_2 - k_1 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_1) - \alpha_1 \tilde{x}_1 \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \tilde{x}_3 - k_2 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_1) - \alpha_2 \tilde{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{\tilde{x}}_{n-1} = \tilde{x}_n - k_{n-1} \operatorname{sgn}(\tilde{x}_1) - \alpha_{n-1} \tilde{x}_1 \\ \dot{\tilde{x}}_n = f - \hat{f} - k_n \operatorname{sgn}(\tilde{x}_1) - \alpha_n \tilde{x}_1 \end{cases} \quad (\text{IV.11})$$

Il évidant qu'un choix adéquat des α_i doit vérifier la condition suivante :

Pour $k_i = 0, i = 1, \dots, n$ le système résultant doit avoir un comportement stable.

La condition d'attractivité de la surface $\tilde{x}_1 \dot{\tilde{x}}_1 < 0$ donne:

- Si $\tilde{x}_1 > 0$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= \tilde{x}_2 - \alpha_1 \tilde{x}_1 - k_1 < 0 \\ \Rightarrow k_1 &> \tilde{x}_2 - \alpha_1 \tilde{x}_1 \end{aligned} \quad (\text{IV.12})$$

- Si $\tilde{x}_1 < 0$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= \tilde{x}_2 - \alpha_1 \tilde{x}_1 - k_1 > 0 \\ \Rightarrow k_1 &> -\tilde{x}_2 + \alpha_1 \tilde{x}_1 \end{aligned} \quad (\text{IV.13})$$

Donc :

$$k_1 > |\tilde{x}_2 - \alpha_1 \tilde{x}_1| \quad (\text{IV.14})$$

Quand l'erreur rejoint la surface de glissement $\dot{\tilde{x}} = \tilde{x}_1 = 0$

D'où

$$\operatorname{sgn}(\tilde{x}_1)_{eq} = \frac{\tilde{x}_2}{k_1} \quad (\text{IV.15})$$

Remplaçant cette valeur dans (IV.11) on trouvera :

$$\begin{pmatrix} \dot{\tilde{x}}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_3 \\ \vdots \\ \dot{\tilde{x}}_{n-1} \\ \dot{\tilde{x}}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{k_2}{k_1} & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\frac{k_3}{k_1} & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 \\ \vdots & & & \ddots & & \\ -\frac{k_{n-1}}{k_1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -\frac{k_n}{k_1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \\ \vdots \\ \tilde{x}_{n-1} \\ \tilde{x}_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \Delta f \end{pmatrix} \quad (\text{IV.16})$$

Donc le choix des k_i mentionné auparavant garantis la stabilité de l'erreur .

k_n Peut être choisi à partir de la condition $\tilde{x}_n \dot{\tilde{x}}_n < 0$ comme suit : $k_n > |\Delta f|$.

Pour notre cas, où $n = 2$ on aura :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= -\alpha_1 \tilde{x}_1 + \hat{x}_2 - k_1 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= -\alpha_2 \tilde{x}_1 + \hat{f} - k_2 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_1) \end{aligned} \quad (\text{IV.17})$$

La dynamique de l'erreur est donné par :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= -\alpha_1 \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 - k_1 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_1) \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= -\alpha_2 \tilde{x}_1 + \Delta \hat{f} - k_2 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_1) \end{aligned} \quad (\text{IV.18})$$

Les $\alpha_i, i = 1, 2$ sont déterminés pour avoir des pôles stables quand $k_i = 0, i = 1, 2$

La condition d'attractivité $\tilde{x}_1 \dot{\tilde{x}}_1 < 0$ donne

$$k_1 > |\tilde{x}_2 - \alpha_1 \tilde{x}_1| \quad (\text{IV.19})$$

Et quand l'erreur rejoint la surface de glissement $\dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{x}_1 = 0$ on trouve :

$$\operatorname{sgn}(\tilde{x}_1)_{eq} = \frac{\tilde{x}_2}{k_1} \quad (\text{IV.20})$$

$$\Rightarrow \tilde{x}_1 \tilde{x}_2 > 0 \quad (\text{IV.21})$$

On choisit une fonction de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2} \tilde{x}_2^2 \quad (\text{IV.22})$$

Donc :

$$\dot{V} = \tilde{x}_2 \dot{\tilde{x}}_2 < 0 \quad (\text{IV.23})$$

- Si $\tilde{x}_2 > 0$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_2 &= \Delta f - k_2 < 0 \\ \Rightarrow k_2 &> \Delta f \end{aligned} \quad (\text{IV.24})$$

- Si $\tilde{x}_2 < 0$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_2 &= \Delta f + k_2 < 0 \\ \Rightarrow k_2 &> -\Delta f \end{aligned} \quad (\text{IV.25})$$

Donc :

$$k_2 > |\Delta f| \quad (\text{IV.26})$$

IV.5 Application de l'observateur glissant

IV.5.1 Application pour le simple pendule inversé

La structure de cet observateur set donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 - \alpha_1 \tilde{x}_1 - k_1 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= \hat{f} - \alpha_2 \tilde{x}_1 - k_2 \operatorname{sgn}(\tilde{x}_1) \end{aligned} \quad (\text{IV.27})$$

Où :

\hat{x}_1 : est l'estime de la position ;

\hat{x}_2 : est l'estime de la vitesse ;

\tilde{x}_1 : st l'erreur d'estimation de la position.

Nous avons deux positions et deux vitesse, on aura donc l'équation dynamique suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\theta}} \\ \dot{\hat{\omega}} \\ \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{v}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega} - \alpha_{11} \tilde{x}_1 - k_{11} \cdot \operatorname{sat}(\tilde{\theta}) \\ g \sin(\hat{\theta}) - \frac{\cos(\hat{\theta}) (F + ml\omega^2 \cdot \sin(\hat{\theta}))}{(m+M)} - \alpha_{12} \tilde{\theta} - k_{12} \cdot \operatorname{sat}(\tilde{\theta}) \\ \hat{v} - \alpha_{21} \tilde{x} - k_{21} \operatorname{sat}(\tilde{x}) \\ \frac{F + m l (\hat{\omega}^2 \cdot \sin(\hat{\theta}) - \dot{\hat{\omega}} \cdot \cos(\hat{\theta}))}{(m+M)} - \alpha_{21} \tilde{x} - k_{22} \cdot \operatorname{sat}(\tilde{x}) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.28})$$

Les simulations ont été faites avec les même valeurs numériques pour les masses et les longueurs et avec :

$$\begin{aligned} \alpha_{11} = \alpha_{21} &= 200, \quad \alpha_{12} = \alpha_{22} = 20 \\ k_{11} = k_{21} &= 1, \quad k_{12} = 250, \quad k_{22} = 400 \end{aligned}$$

IV.5.2 Application pour le double pendule inversé

De la même manière précédente, on a :

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{v}} \\ \dot{\hat{\theta}} \\ \dot{\hat{\omega}} \\ \dot{\hat{\alpha}} \\ \dot{\hat{\phi}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{v} - \alpha_{11}\tilde{x} - k_{11}sat(\tilde{x}) \\ \hat{f}_1 - \alpha_{12}\tilde{x} - k_{12}sat(\tilde{x}) \\ \hat{\omega} - \alpha_{21}\tilde{\theta} - k_{21}sat(\tilde{\theta}) \\ \hat{f}_2 - \alpha_{22}\tilde{\theta} - k_{22}sat(\tilde{\theta}) \\ \hat{\phi} - \alpha_{31}\tilde{\alpha} - k_{31}sat(\tilde{\alpha}) \\ \hat{f}_3 - \alpha_{32}\tilde{\alpha} - k_{32}sat(\tilde{\alpha}) \end{pmatrix} \quad (IV.29)$$

Les \hat{f}_i désignent les fonctions estimées du modèle. Pour la simulation nous avons pris les valeurs numériques suivantes :

$$\alpha_{11} = \alpha_{21} = \alpha_{31} = 200, \quad \alpha_{12} = \alpha_{22} = \alpha_{32} = 20, \quad k_{11} = k_{21} = k_{31} = 0.05 \\ k_{32} = k_{22} = 400, \quad k_{12} = 250.$$

IV.6 Résultats de simulation et commentaires

▪ observateur sans commande

Les figures (IV.2), (IV.3), (IV.4), (IV.5) montre le comportement de l'observateur par mode glissant appliqué sur les deux pendules pour une entrée échelon et des variations paramétriques à partir des conditions initiales différentes. On constate que la convergence de l'observateur est rapide car l'erreur d'estimation s'annule après un temps très court ($t < 0.2s$). On remarque aussi que l'estimation de la vitesse est moins précise que l'estimation de la position, et cela pour les deux pendules. Malgré la variation paramétrique de 50%, nous n'avons observé un changement méritant d'être signaler ce qui prouve la robustesse de cet observateur vis à vis les variations paramétriques.

▪ Observateur avec commande

Nous avons combiné la commande et l'observation, et cela en remplaçant les grandeurs estimées dans la loi de commande comme le présente la figure(IV.I).

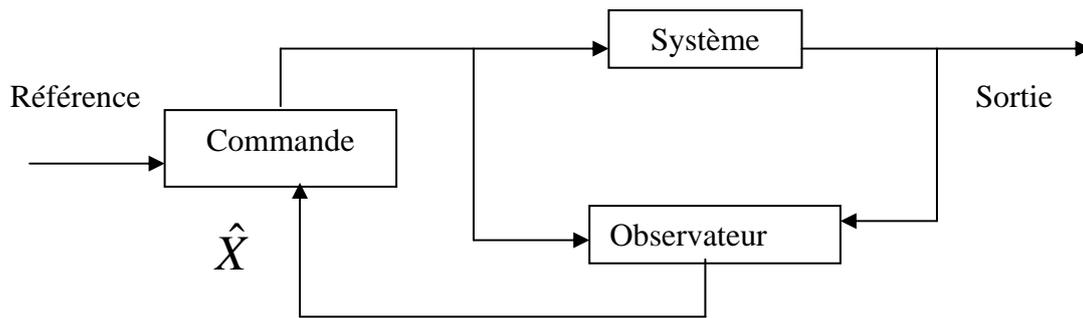


Fig.IV.1 Commande avec Observateur.

La combinaison de la commande et de l'observation a été abordée et simulée. Les figures (IV.6 , IV.7, IV.8, IV.9 ,IV.10, IV.11) montrent les résultats de la simulation de cette combinaison en première lieu avec la commande par logique floue et en second lieu avec la commande hybride (mode glissant floue), des tests de robustesse vis à vis des variations paramétriques et des perturbations externes ont été faites.

On constate que le deux systèmes manifestent un comportement stable, c'est à dire que le deux systèmes convergent vers les positions désirées, et cela sans que le temps de convergence soit modifié d'une manière conséquente .

IV.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons donné la théorie nécessaire pour la synthèse d'un observateur par mode glissant, et nous avons combiné différentes commandes avec cet observateur. Les résultats de simulation de l'observateur avec et sans commande ont permis d'évaluer les performances de cet observateur.

L'application de cette combinaison sur le simple et double pendule a permis la bonne poursuite des consignes et un rejet totale de la perturbation ainsi qu'une insensibilité aux variations paramétriques ce qui confirme l'intérêt de cette approche.

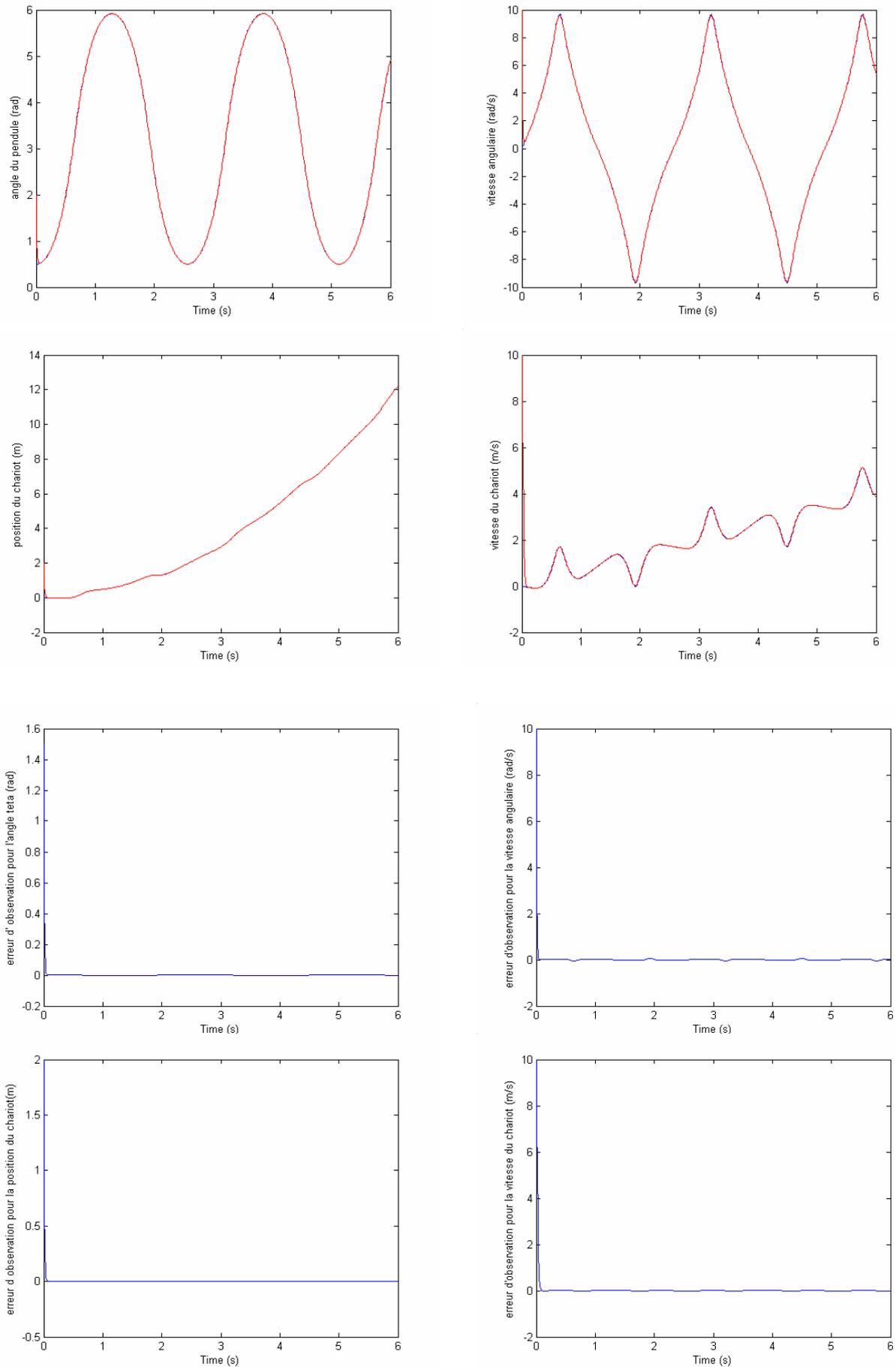


Fig.IV.2 Application de l'observateur par mode glissant sur le simple pendule inversé

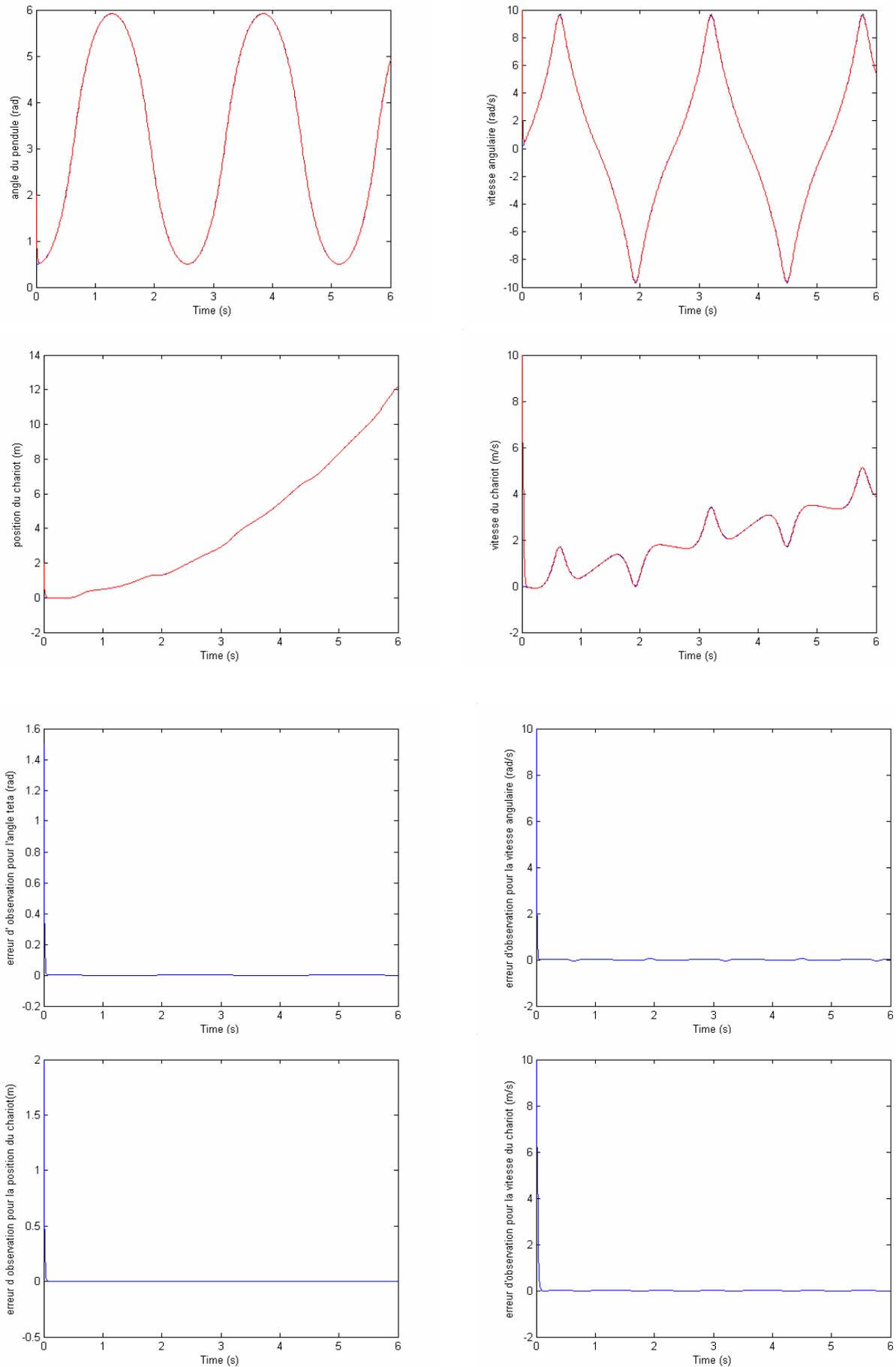


Fig.IV.3 Application de l'observateur par mode glissant sur le simple pendule avec une variation paramétrique de 50% à partir de l'instant $t=1s$

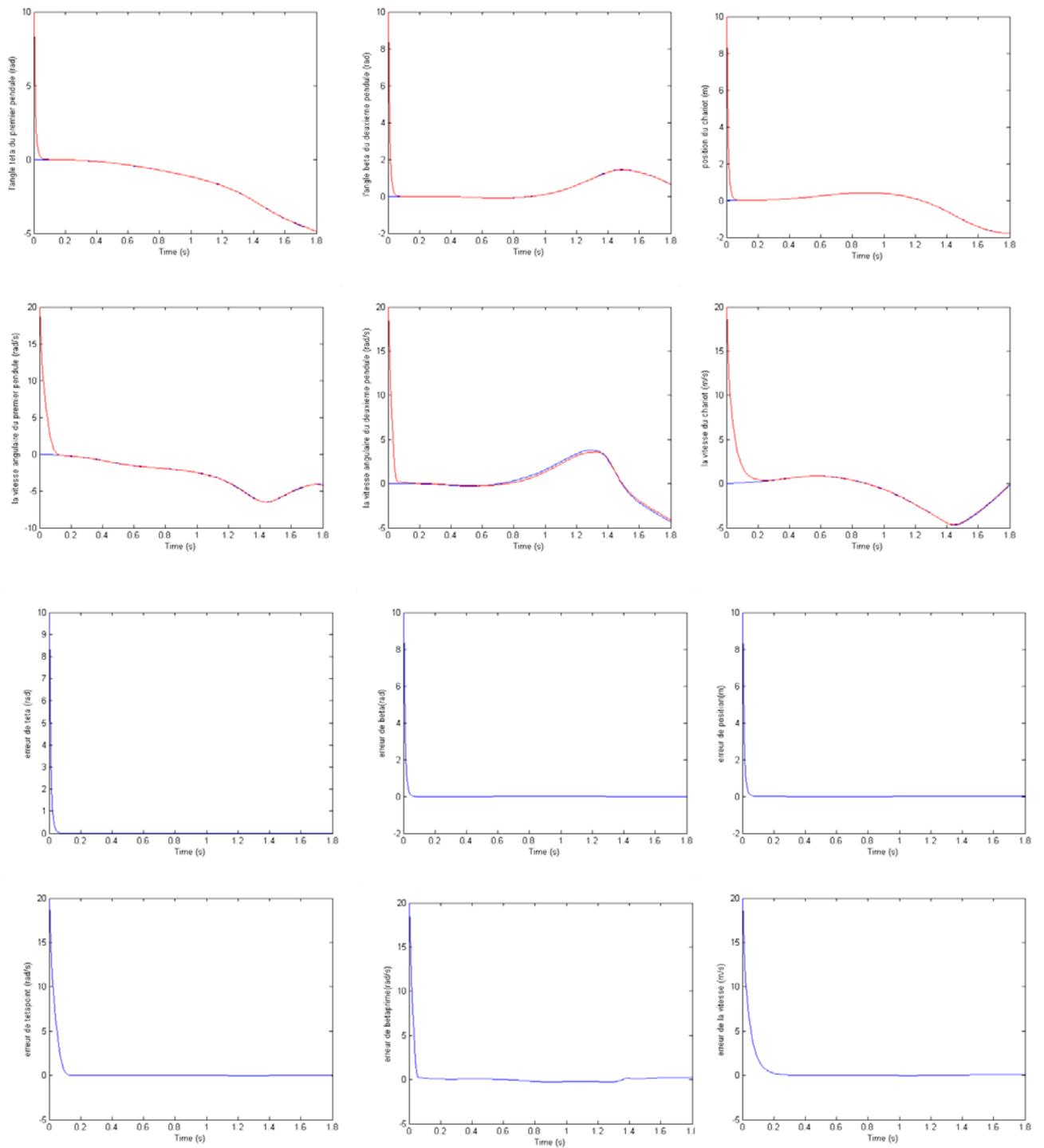


Fig.IV.4 Application de l'observateur par mode glissant sur le double pendule inversé.

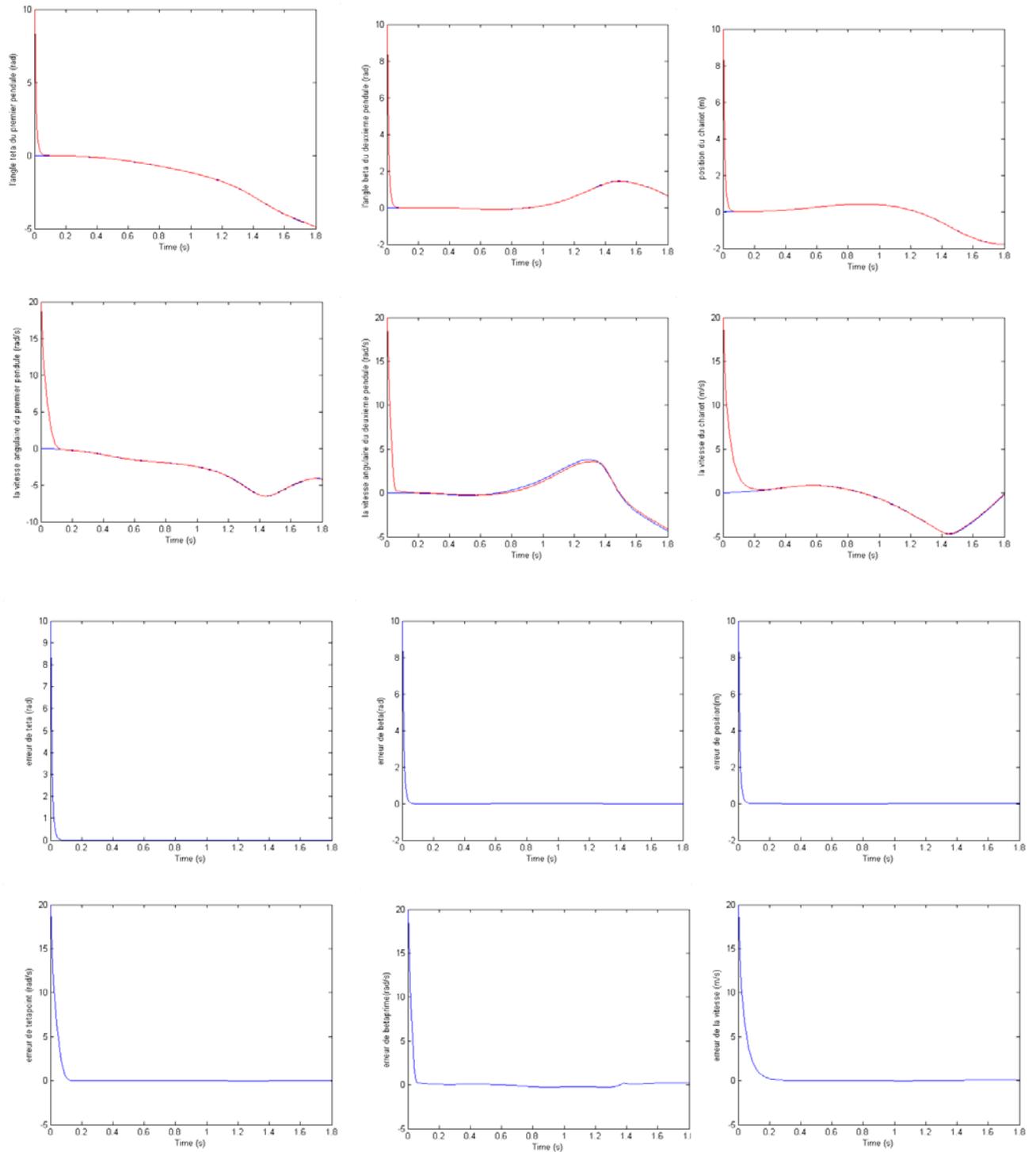


Fig.IV.5 Application de l'observateur par mode glissant sur le double pendule inversé avec une variation paramétrique de 50% à partir de l'instant $t=1s$.

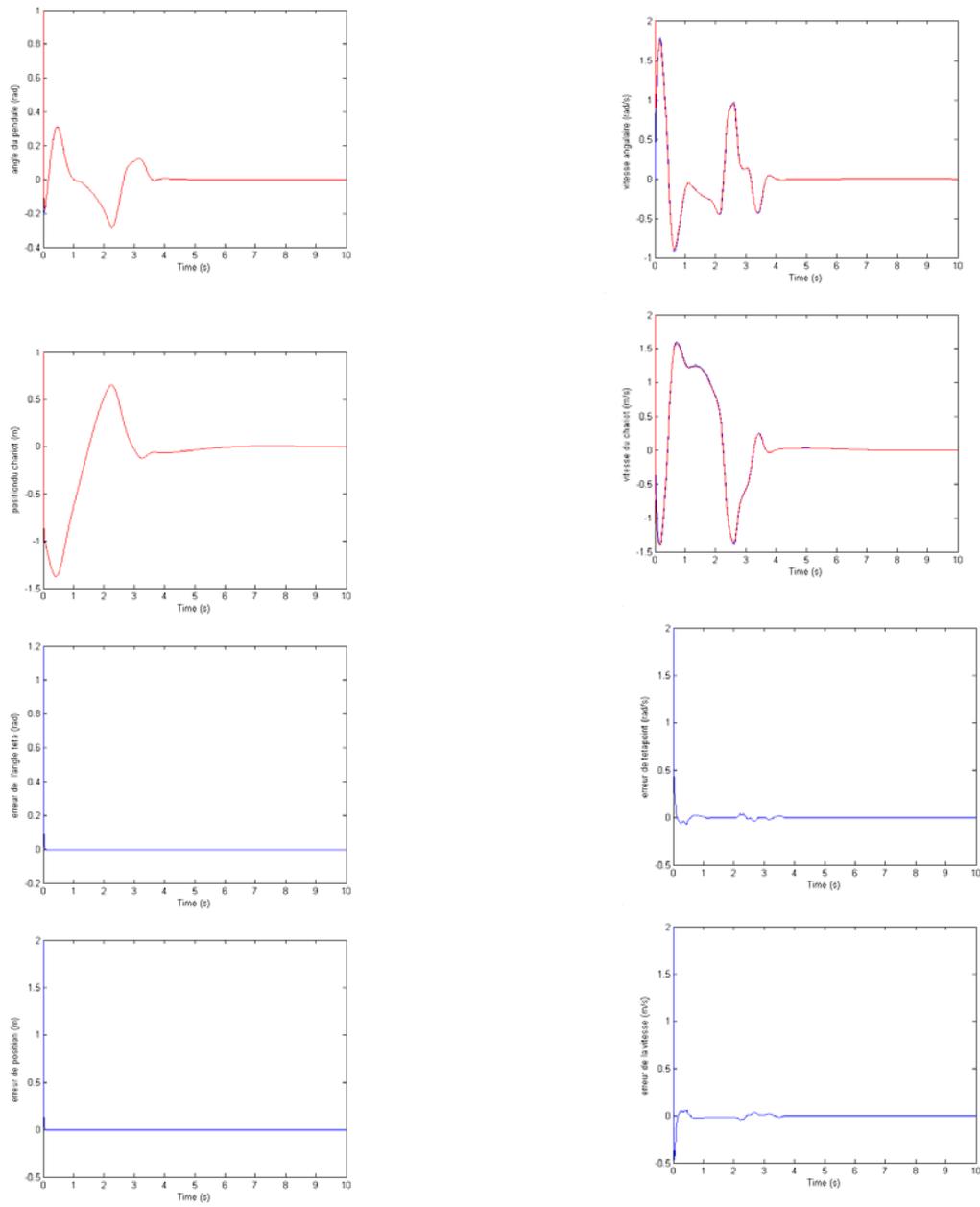


Fig.IV.6 Application de la commande floue avec l'observateur par mode glissant sur le simple pendule inversé.

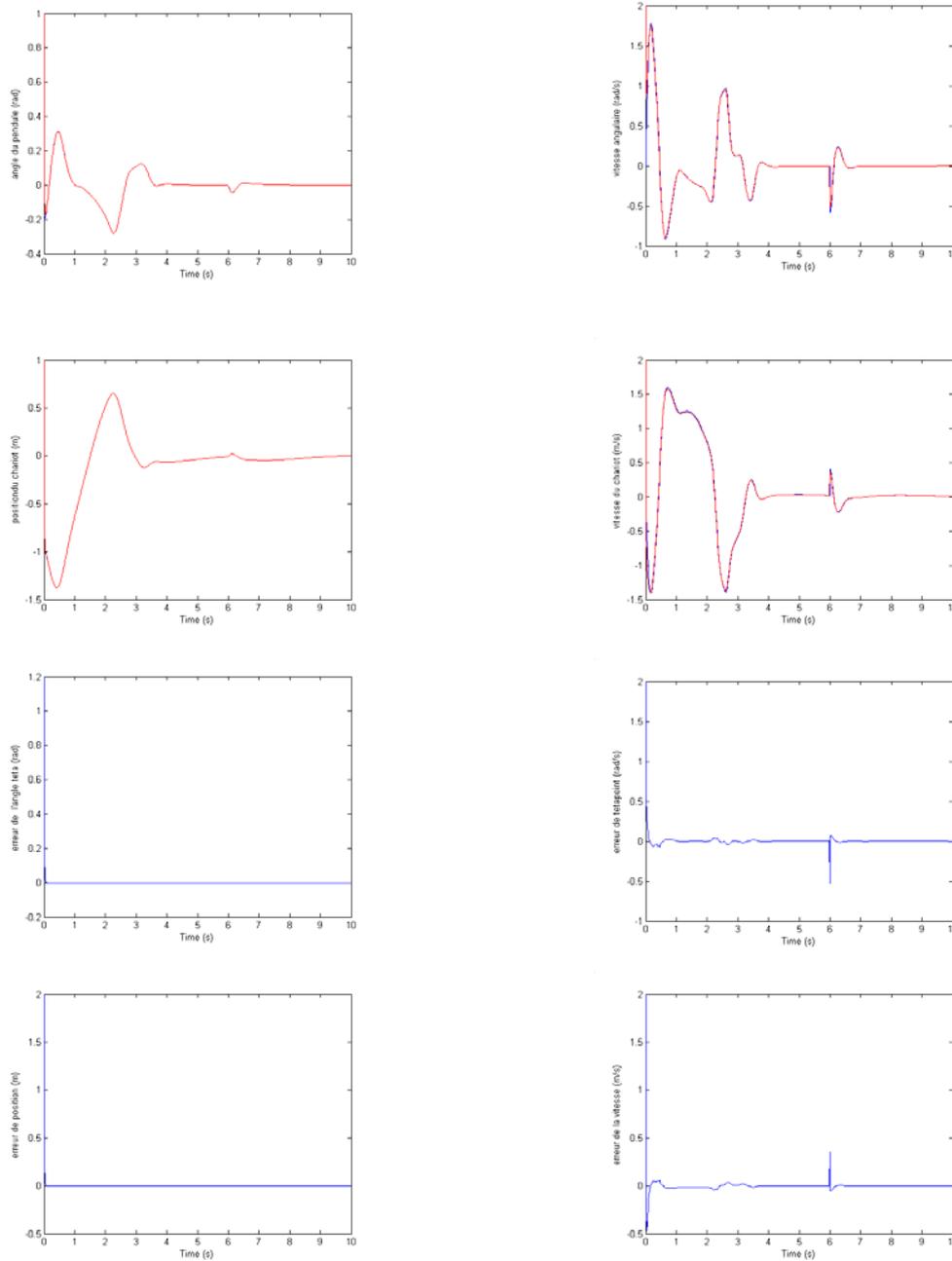


Fig.IV.7 Application de la commande floue avec l'observateur par mode glissant sur le simple pendule inversé avec variation paramétrique de 50% et perturbation externe de 40N à partir de l'instant $t=6s$.

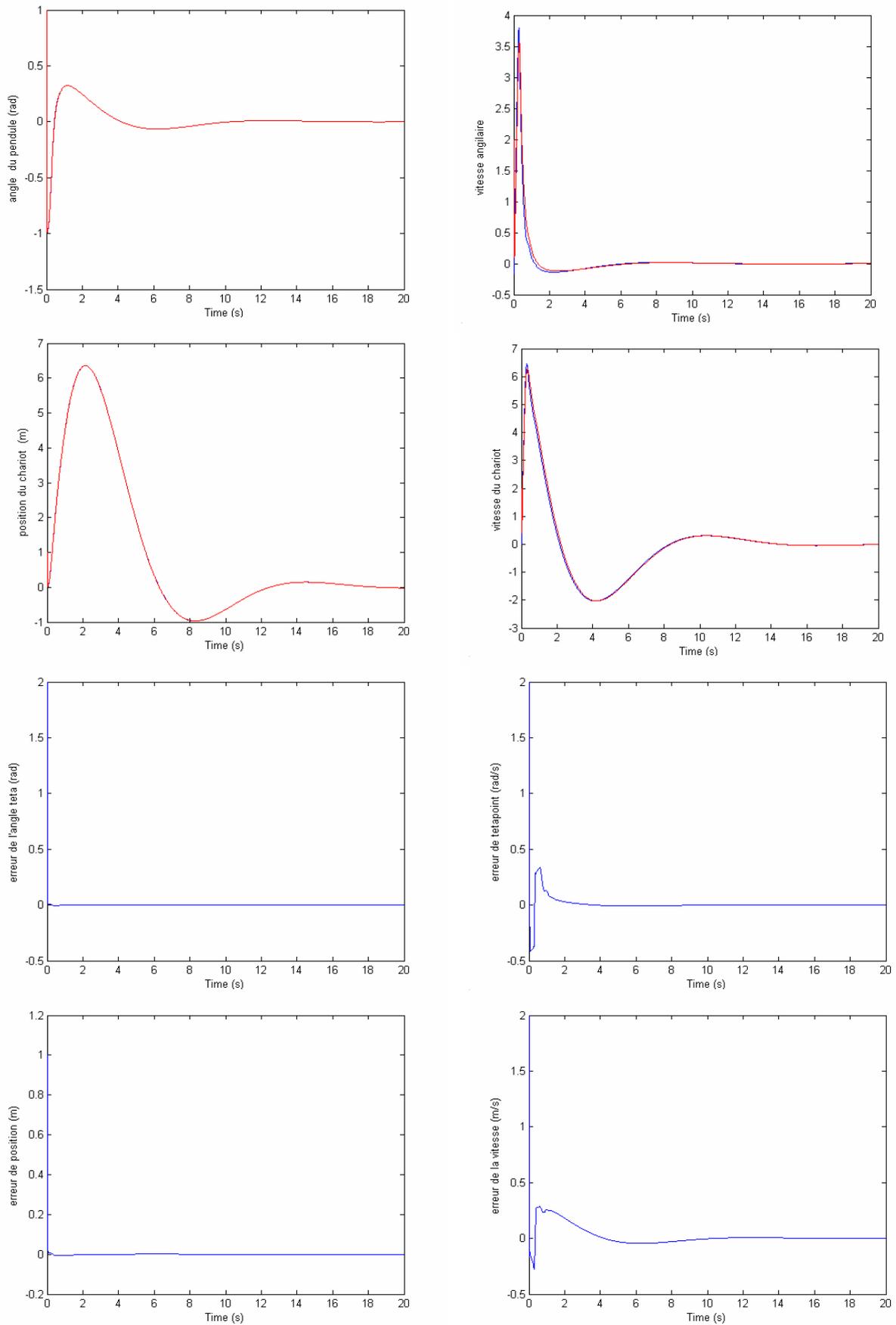


Fig.IV.8 Application de la commande floue par mode glissant avec l'observateur sur le simple pendule inversé.

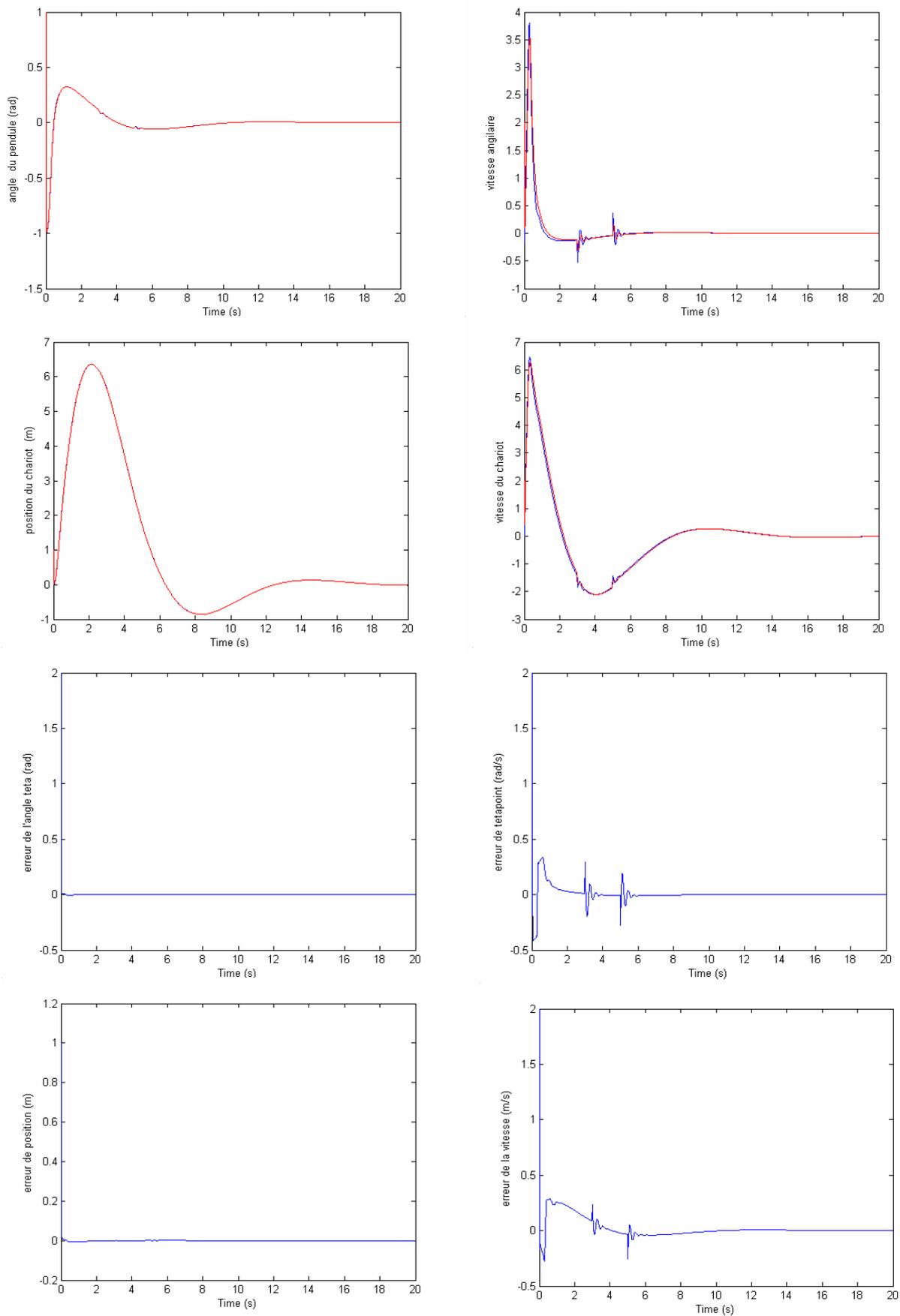


Fig.IV.9 Application de la commande floue par mode glissant avec l'observateur sur le simple pendule inversé avec variation paramétrique de 50% et des perturbations externes ($d=+40,-40$) à partir des instants ($t_1 = 3s, t_2 = 5s$) et pour une condition initiale $\theta_0 = 1rad$.

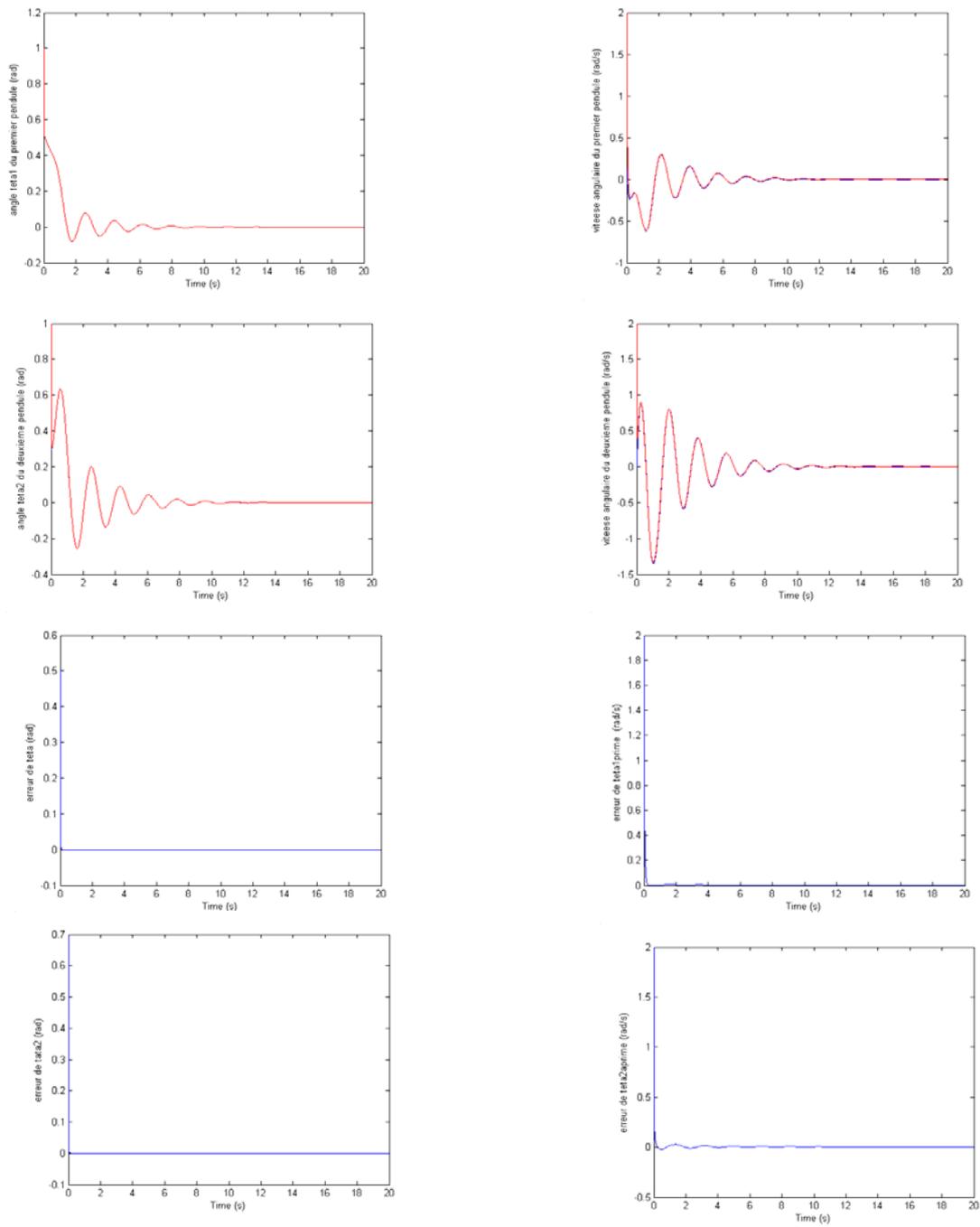


Fig.IV.10 Application de la commande floue par mode glissant avec l'observateur sur le double pendule inversé.

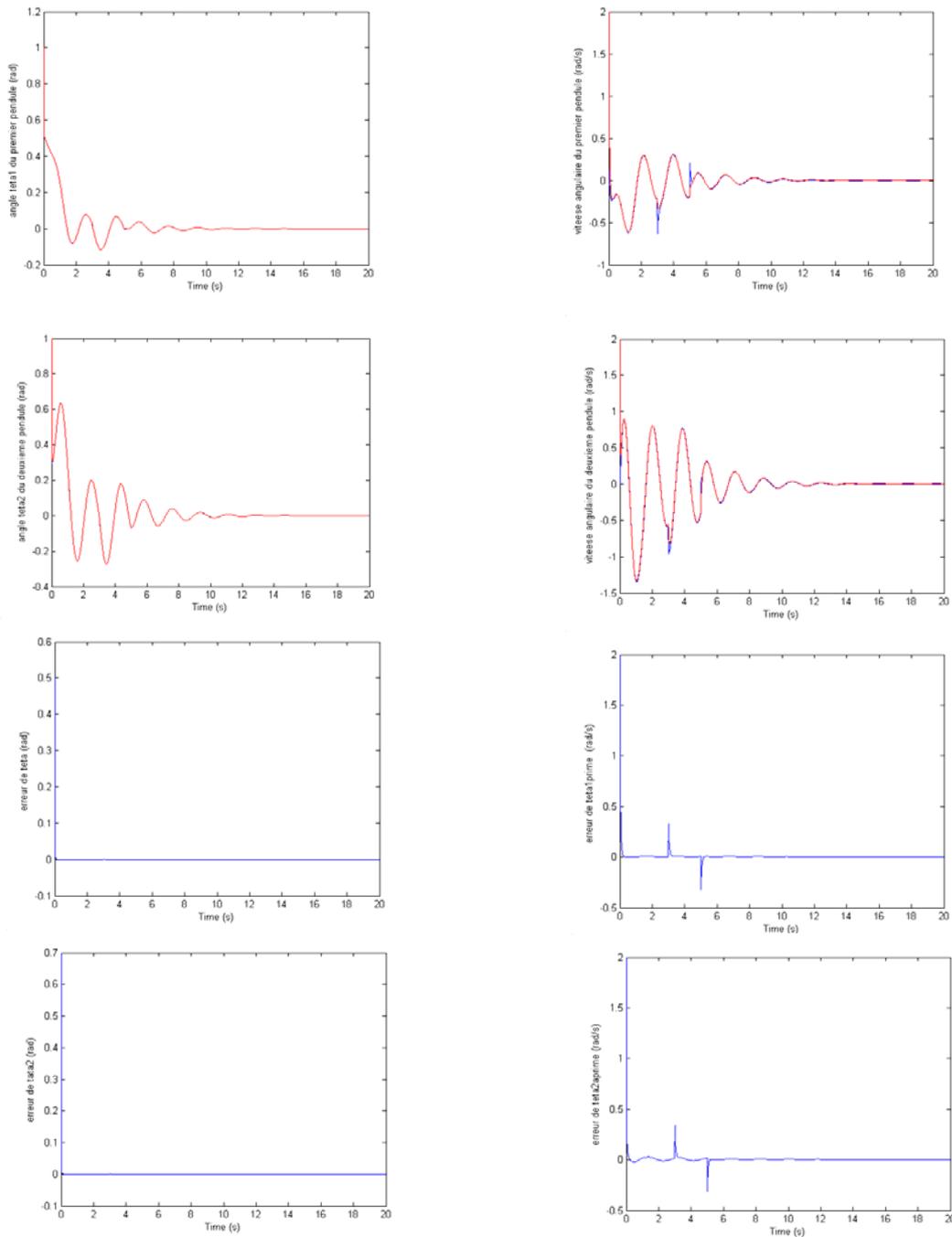


Fig.IV.11 Application de la commande floue par mode glissant avec l'observateur sur le double pendule inversé avec variation paramétrique de 50% et des perturbations externes ($d=-40,+40$) à partir des instants ($t_1 = 3s, t_2 = 5s$) et pour une condition initiale $\theta_0 = 0.5rad, \beta_0 = 0.3rad$.

Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous nous sommes attaché à l'étude de lois de commande non linéaires et l'application de celles-ci aux pendules inversés. Au départ, l'objectif principal visé est de comparer les performances de robustesse de deux classes de commande complètement différentes sur le plan performance, puis finalement de les combiner afin d'élaborer une commande hybride et ralliant les avantages de chaque méthode, tout en s'affranchissant des inconvénients des lois de commande de base.

La commande à structure variable par régime glissant reste insensible aux incertitudes de modélisation et aux perturbations extérieures. Son problème majeur qui a fait au départ son délaissement par les automaticiens est le phénomène de broutement. Ce dernier, néfaste pour les actionneurs est dû aux oscillations de la commande. La deuxième classe de commande est plus récente, elle est apparue grâce aux travaux du mathématicien LOTFI Zadeh.

La commande à logique floue émerge surtout pour son caractère intelligent facile sur les systèmes complexes et mal définis. Basée sur une autre logique (logique floue) elle utilise les ensembles flous obtenus par partitionnement des plages de variations des paramètres entrée-sortie. Son élaboration est liée surtout à la connaissance de l'expert humain sur le procédé. Etant donnée que cette approche est récente et vue sa logique de base qui n'a pas encore atteint les résultats réalisés par la logique réelle de la commande conventionnelle, la commande par logique floue souffre encore d'un manque en théorie d'analyse de la stabilité et des performances de la robustesse des ces systèmes de commande. Ceci étant dit, beaucoup de chercheurs empruntent pour ainsi dire un raccourci, en construisant une passerelle du monde flou vers le monde réel conventionnel. Ce qui est bien judicieux de puiser de l'expérience de ce dernier afin de faire naître une troisième classe de commande appelée hybride.

A l'issue de notre travail, nous avons appliqué plusieurs commandes avec observateur à différents systèmes à savoir le pendule inversé et le double pendule inversé. Les résultats de simulation obtenus jugés satisfaisants dans les différentes phases de synthèse de commande avec une étude comparative sont donnés.

Au début nous avons commencé par élaborer le modèle dynamique de deux pendules, le simple pendule inversé et le double pendule inversé. Les critères de commandabilité et d'observabilité non linéaires sont aussi abordés. Des simulations montrant les réponses de deux systèmes en boucle ouverte sont présentées à la fin du chapitre I.

Au deuxième chapitre, après avoir donné quelques rappels théoriques de base de la logique floue et des systèmes flous, nous avons appliqué la commande par logique floue sur le simple pendule inversé. Les résultats de simulation ont montré l'efficacité de cette commande.

Dans le troisième chapitre, nous avons développé et combiné la commande floue avec le mode de glissement. Notre objectif principal est de montrer l'apport de cette nouvelle stratégie de commande par rapport aux autres commandes. L'application de celle-ci sur les deux pendules a permis le rejet total des perturbations, une bonne poursuite des consignes, une insensibilité aux variations paramétriques et enfin une élimination du phénomène de broutement (chattering).

Le dernier chapitre a été consacré à l'étude et la synthèse d'un observateur par mode glissant avec application aux deux pendules, simple et double, en le combinant l'observation avec toutes les commandes déjà traitées. Les résultats de simulation ont montré les performances de cette structure de commande.

Enfin, nous donnons quelques perspectives qui nous paraissent les plus intéressantes pour la suite de ce travail à savoir l'implémentation de la technique présentée dans ce mémoire dans le but de vérifier expérimentalement les résultats trouvés, et la démonstration de la stabilité globale lors de la combinaison de la commande par mode de glissement-floue et l'observateur, et l'application de cette technique sur d'autres systèmes.

Références Bibliographiques

- [BAB.88] R. Babuska, « Fuzzy modelling: principals methods and application », World scientific 1998, Singapore, pp.197-220.
- [BAR.03] L. Barazane, « Application des systèmes émergents à la commande d'un moteur asynchrone » Thèse de doctorat d'état, ENP, nov. 2003.
- [BER.87] F. Bernard, Control System design, New York: McGraw-Hill, 1987
- [BOU.91] F. Boudjema : «Commande par mode glissement, application aux convertisseurs électriques », Thèse de doctorat, Université de Paul Sabatier, France, 21 Mai 1991.
- [BOU.99] K. Bouyoucef : « La commande à Structure Variable par Régime glissant et à Logique Floue appliquée à un Robot Manipulateur », Thèse de Magister, USTHB, Alger, 1999.
- [BÜH.88] H. Bühler : « Conception de systèmes Automatiques », Presses Polytechniques romandes, Lausanne, Switzerland, 1988
- [BÜH.94] J. Bühler, « Réglage Par Logique Floue », Presse Polytechnique et Universitaire Romandes, 1994.
- [CAN.91] C. Canuda, W. De , and J.J.E. Slotine « Sliding Observers for Robot Manipulaors ». Automatica, Vol.27, N°5. pp.859-864, 1991.
- [CHA.98] Ji.Chang Lo and Ya-Hui Kuo « Decoupled Fuzzy Sliding-Mode Control », IEEE transactions On Fuzzy systems, Vol.6, N°3, August 1998.
- [FIL.60] A. Filipov: « Equations différentielles à second membre discontinu », Journal de mathématiques, Tome 51, N°1, 1960.
- [FOS.93] A. Fossard, Non-linear Systems, Tome1 : Modelisation and Estimation, Champan et Hall, 1993.
- [HAR.85] F. Harashima, H. Hashimoto & K. Maruyama : « Pracial robust control of robot arm using variable structure systems », Proc. of IEEE, Int. Conf. on robotics and automation San Fransico, pp.532-538, 1986

- [HAS.86] H. Hashimoto, K. Maruyama, F. Harashima : « Pratical Realisation of VSS Controller for Robotic Arm», IECON'86, pp.34-40 .
- [HED.89] J.K. Hedrik, E.A. Misawa « Non-linear Observers »-A state of the art-Survey ASME, Journal of Dynamique system and Meas. Control, Vol.11,pp.344-352,89.
- [HER.77] Herman and Krener, Non-linear Controllability and Observability, IEEE Transaction on automatic control, Vol AC-22, N°5,PP.728-740 October1977.
- [HER.96] J. Hernandez, J.P Barbot « Sliding Observer-Based Feedback Control for Flexible Joint Manipulator ».Automatica, Vol.32, N°9, PP.1243-1254, 1996.
- [HOF.01] F.Hoffmann, « Evolutionary algorithms For Fuzzy Control System Design», Advances in Fuzzy Systems.World Scientific,Singapore,2001.
- [ISH.93] A.Ishigame, T.Furukawa"Sliding mode controller design based on fuzzy inference for nonlinear systems". IEEE transactions on industrial Electronics, vol. 40, N°1, February 1993.
- [ISI.89] A.Isidori, « Nonlinear Control Systems », Springer Verlag 1989.
- [KAM.98] B.Kamal et I.Kessi, « Etude comparative de la commande par mode glissement à base des observateurs, application pour differents pendules inverses », PFE,ENP 1998.
- [LAR.05] A.Larabi, Contribution à l'étude de la commande vectorielle discrète de la machine asynchrone, Thèse de doctorat, ENP, Juin 2005.
- [LOU.97] M.Loudini, « Modélisation, Analyse et Méthodologie de Commande Linguistique Floue d'un Bras Manipulateur de Robot Flexible », Thèse de Magister, ENP, 1997.
- [MAM.74] E.H. Mamdani, Application of Fuzzy Algorithm For Control of Simple Dynamic PlantDans IEE, volume 121, pages 1585–1588, 1974.
- [MAM.77] E.Mamdani ,« Application of fuzzy set theory to control systems: A survey», fuzzy automatica and decision processes, M.M. Gupta, G.N. Saradis and B.R. Gaines, Eds Amsterdam, North-Holland, pp.77-98, 1977.

- [MOR.01] Y. MORERE, « Mise en œuvre de lois de Commande pour les Modelés Flous de Type Takagi-Sugeno », Thèse de Doctorat, de l'université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, 4 janvier 2001.
- [NOU.94] A.S. Nouri : « Généralisation du régime glissant et de la commande à structure variable appliquée aux actionneurs classiques d'un muscle artificielle », Thèse de doctorat INSA, 14 Janvier 1994.
- [RUA.96] P.Ruau, G.Bourdon, S.Delaplace "Dynamic control of wheeled mobile robot using sliding mode" Romancy1996 Udine, Italie, pp 205-112, 1996.
- [SHI.98] C.Shiung Chen and Wen-Liang Chen, « Robust Adaptive Sliding-Mode Control Using Fuzzy Modeling for an Inverted-Pendulum System », IEEE Transaction on Industrial Electronics, Vol.45, N°.2, April 1998.
- [SIR.89] H. Siraminez : « Nonlinear variable structure systems in Sliding Mode :The General Case », IEEE Transaction on Automatic Control, Vol.50, N°.4, pp.1487-1506, 1989.
- [SLO.83] J.J.E. Slotine and S.S. Stary : « Tracking Control of non Linear systems using Sliding Surfaces, with application to robot manipulators », intj.control, 1983, Vol38, N°2, pp 465-492.
- [SLO.86] J.J.E. Slotine and J.A. Coetsee : « Adaptive Sliding Controller Synthesis for Nonlinear systems », Int.J.Control, Vol.43, N°.6, pp.1631-1651, 1986
- [SLO.87] J.J.E. Slotine, J.K. Hedrik, E.A. Misawa : « On Sliding Observers for Nonlinear systems », Vol.109, N°.6, pp.245-252, Sept 1987
- [SLO.91] J.J.E. Slotine : « Applied Nonlinear Control », Prentice Hall 1991.
- [UTK.78] V.I. Utkin: « Sliding modes and their application in variable structure systems », Edition MIR, Moscou, 1978.
- [UTK.92] V.I. Utkin: « Sliding mode in control optimisation », Springer-Verlag, Berlin, 1992
- [VER.99] H.B. Verbruggen, H.J. Zimmermann, et R. Babuska. Fuzzy algorithm for Control, chapitre 1. International Séries In Intelligent Technologies. KAP, 1999.

- [WEI.97] C. Wei Ji ,Fang Lei, Lei Kam Kin , « Fuzzy Logic Controller for An Inverted Pendulum System», IEEE International Conference on Intelligent Processing Systems, China ,october,1979.
- [YAN.99] J.M.Yang, I.H.Choi, J.H.Kim « Sliding mode motion control of non holonomic mobile robots », IEEE control system, vol.19, N°.19 , April 1999. pp.15-23.
- [ZAD.65] L.A. Zadeh, « Fuzzy Sets », Information and Control. Fuzzy Sets, pp8 :338–353, 1965.
- [ZAD.88] L.A. Zadeh, « fuzzy Logic », IEEE Computer, PP. 80-93, April 1988.
- [ZHO.01] W.Zhong and H.Rock, « Energy and Passivity Based Control of the Double Inverted Pendulum on a Cart », Proceeding of the 2001 IEEE international conference on control Applications, Mexico, September, 2001.
- [ZIM.91] H.J.Zimmerman, « Fuzzy set Theory and its Application », Second Revised Kluwer Academic Publishers 1991.