



Mémoire de Magister

Spécialité : **Automatique**

Option : **Systemes Intelligents de Commande et Robotique**

Présenté par

ALI-BEY Mohamed

Ingénieur d'Etat en Automatique de l'UMMTO

Thème

Commande en Effort des Robots Manipulateurs

Soutenu publiquement le **29 juin 2005** devant le jury composé des membres :

Président :	M. S. BOUCHERIT	Professeur à l'ENP
Rapporteurs :	H. CHEKIREB M. TADJINE	Maître de Conférences à l'ENP Maître de Conférences à l'ENP
Examineurs :	F. BOUDJEMA R. ILLOUL O. STIHI	Professeur à l'ENP Chargé de Cours à l'ENP Chargé de Cours à l'ENP

Au Nom de Dieu le Clément, le Miséricordieux

" Je ne peux pas concevoir un vrai scientifique dénué de cette foi profonde. Cette situation peut être décrite par cette image: la science sans religion serait éclopée."

Albert Einstein

" Quiconque s'est engagé sérieusement sur le sentier de la science se rend compte qu'il est inscrit sur les portes du temple de la science: vous devez avoir la foi. Il s'agit d'une qualité indispensable dont on ne peut pas se passer."

Max Planck

*A Tous Ceux Qui Luttent Pour
Que La Paix Règne Dans Ce Monde*

A Ma Famille

A Mes Proches

A Mes Amis (es)

Remerciements

Tout d'abord je remercie Messieurs H. Chekireb et M. Tadjine pour l'encadrement qu'il m'ont assuré et les précieux conseils qu'ils n'ont cessé de me prodiguer tout au long de ce projet. Ils trouveront ici ma gratitude et ma reconnaissance profondes.

Je remercie les membres du jury, qui m'ont fait l'honneur de participer au jugement de ce travail.

Mes remerciements vont également à tous mes enseignants à l'ENP pour leurs conseils et surtout leur compréhension.

Je remercie enfin toute personne ayant contribué de près ou de loin à l'accomplissement de ce travail.

PUMA 560

الكلمات المفاتيح: التحكم بالقوة، المرونة النشيطة، التحكم الهجين موضع/قوة، التحكم الهجين موضع/قوة بتغيير البنية.

Résumé :

Dans les domaines d'application de la robotique on rencontre plusieurs types de tâches que le système robotisé peut accomplir. Ce dernier est tantôt en mouvement dans l'espace non contraint (libre) et tantôt chargé d'effectuer des tâches impliquant un contact avec son environnement, mais dans la réalité pratique les tâches sont plutôt combinées de mouvements en espace libre et de mouvements nécessitant un contact avec l'environnement, on qualifiera ces mouvements de mouvement compliant comme il est d'usage en robotique. Dans ce travail, nous avons abordé le problème de commande des robots manipulateurs accomplissant des tâches compliantes. Les insuffisances des commandes en mouvements libres dans l'accomplissement des tâches de contact sont examinées. Un état de l'art des commandes en effort conçues pour piloter le robot en tâches compliantes est présenté. Les résultats concernant les commandes en effort les plus importantes appliquées sur le robot PUMA 560 sont présentés. Les travaux entrepris traitent spécialement la commande par raideur active, la commande par matrice de raideur, la commande en impédance, la commande hybride force/position et la commande en impédance généralisée. Une commande hybride parallèle force/position à structure variable est également développée, ce qui a conduit à l'amélioration des performances de la poursuite de la trajectoire de position /effort même en présence d'incertitudes paramétriques.

Mots clé : commande en effort, commande par raideur active, commande en impédance, commande hybride force/position, commande à structure variable hybride force/position.

Abstract:

In robotics applications, one meets several types of tasks, which the robotized system can achieve. The latter is sometimes moving in no constrained (free) space and sometimes asked to achieve tasks implying a contact with its environment, however in practice tasks are rather combination of movements in free space and of movements requiring a contact with the environment. These movements are called compliant movements as it is of use in robotics field. In this work, we tackled the control problem for robots manipulators realizing compliant tasks. The insufficiencies of the free space motion control in the achievement of the compliant tasks are examined. A state of the art of the force control methods designed to control the robot in compliant tasks is discussed. Simulation results involving the most significant force control methods applied to PUMA 560 robot are presented. Of particular importance, we treat active stiffness control, stiffness matrix control, impedance control, hybrid force/position control and generalized impedance control. A parallel hybrid force/position control with variable structure is also developed, leading to performances improvement of the position/force trajectory tracking even in the presence of parametric uncertainties.

Key words: force control, active stiffness control, impedance control, hybrid position/force control, variable structure hybrid control.

SOMMAIRE

Introduction Générale	1
1. Chapitre 1 : Position du Problème	3
1.1. Introduction	3
1.2. Position dynamique du problème	3
1.3. Présentation du Système	5
1.4. Description de la Tâche et Génération des Trajectoires	9
1.5. Géométrie et Cinématique Inverses	13
1.6. Insuffisances des Commandes en Espace Libre pour les Tâches Compliantes	17
1.7. Conclusion	22
2. Chapitre 2 : Etat de l'Art des commandes en Effort des Robots Manipulateurs	23
2.1. Introduction	23
2.2. Etat de l'Art des Commandes en Effort	23
2.2.1. Commande Implicite en Effort	24
2.2.1.1. Compliance Passive	24
2.2.1.2. Commande par Raideur Active	25
2.2.1.3. Commande en Raideur par Retour l'Effort	26
2.2.1.4. Commande par Matrice d'Amortissement	27
2.2.1.5. Commande en Impédance sans Mesure d'Effort	27
2.2.1.6. Commande en Impédance avec Retour d'Effort	29
2.2.2. Commande Explicite en Effort	30
2.2.3. Structures Hybrides de Commande en Effort	31
2.2.3.1. Les Structures Parallèles	31
2.2.3.1.1. Commande parallèle Force/Position	31
2.2.3.1.2. Commande Hybride Force/Position	32
a. Commande hybride force/position avec somme des couples articulaires	34
b. Commande hybride force/position avec somme des efforts cartésiens	34
c. Commande hybride force/position avec somme des déplacements cartésiens	36

2.2.3.2. Les Structures en Série (Commande Hybride Externe)	38
2.2.3.2.1. Commande Hybride Externe avec Correction Articulaire de la Position	39
2.2.3.2.2. Commande Hybride Externe avec Correction Cartésienne de la Position	41
2.3. Conclusion	41
3. Chapitre 3 : Commandes Implicites en Effort	42
3.1. Introduction	42
3.2. Commande par Raideur Active	42
3.3. Commande par Matrice de Raideur	44
3.4. Commande en Impédance	51
3.5. Problème d'Asservissement de l'Effort	55
3.6. Conclusion	58
4. Chapitre 4 : Structures Hybrides Force/Position de Commande des Robots Manipulateurs	59
4.1. Introduction	59
4.2. Commande Hybride Force/Position Exclusive avec Somme des Couples articulaires	59
4.3. Commande Hybride Force/Position Inclusive avec Somme des Couples Articulaires	66
4.4. Commande en Impédance Généralisée (Commande Hybride Externe en Impédance)	72
4.5. Conclusion	78
5. Chapitre 5 : Commande Hybride Force/Position à Structure Variable	79
5.1. Introduction	79
5.2. Rappel sur la Commande à Structure Variable	80
5.2.1. Principe de la Commande à Structure Variable	80
5.2.2. Condition de Glissement	80
5.2.3. Choix des Surfaces de Glissement	81
5.2.4. Synthèse par la Commande Equivalente Augmentée	81
5.2.5. Commande Intégrale	83
5.2.6. Le phénomène du Chatterings	83

5.3. Application de la CSV à La Commande en Effort du Robot PUMA 560	85
5.3.1. Commande à Structure Variable en Présence de Contact sans Réglage de l'Effort	86
5.3.2. Commande Hybride à Structure Variable avec Commande en Impédance Généralisée de l'Effort	94
5.3.3. Commande Hybride Force/Position à Structure Variable	100
5.4. Conclusion	105
Conclusion Générale	106
Annexes	
Bibliographie	

Nomenclature

1. Symboles

q :	vecteur de positions articulaires.
$A(q)$:	matrice d'inertie du robot.
$B(q)$	matrice des couples de Coriolis.
$C(q)$	matrice des couples centrifuges.
$C(q, \dot{q})$:	vecteur des couples de Coriolis et centrifuges.
$G(q)$:	vecteur des termes de la gravité.
$F(q, \dot{q})$:	vecteur des frottements de Coulombs et visqueux.
Γ	vecteur des couples articulaires.
\mathcal{F} :	vecteur d'effort exercé sur l'environnement.
x_0 :	position d'équilibre de l'environnement.
m_e :	masse de l'environnement.
b_e :	coefficient d'amortissement de l'environnement.
k_e :	raideur de l'environnement.
x :	position de l'environnement.
${}^i T_j$:	transformation homogène du repère j vers le repère i .
${}^i R_j$:	matrice de rotation du repère j par rapport au repère i .
${}^i X$:	vecteur de position articulaire par rapport au repère i .
${}^i J(q)$:	matrice jacobienne du robot par rapport au repère i .
$J^\#(q)$:	matrice pseudo inverse de la matrice jacobienne.
\hat{P} :	estimée du paramètre P .
Z :	impédance de sortie du robot.
${}^i X$:	position cartésienne de l'extrémité de l'outil par rapport au repère i .
$w(t)$:	entrée auxiliaire de commande.
S :	matrice de sélection.

Les autres symboles utilisés sont définis dans le texte.

2. Abréviations

PUMA :	Programmable Universal Machine for Assembly.
RNE :	algorithme Récursif de Newton-Euler.
ddl :	degré de liberté.
PI :	Proportionnelle et Intégrale.
PD :	Proportionnelle et Dérivée.
PID :	Proportionnelle, Intégrale et Dérivée.
RCC :	Remote Compliance Center.
VRCC :	Variable Remote Center Compliance.
MGD :	Modèle Géométrique Direct.
MGI :	Modèle Géométrique Inverse.
MCD :	Modèle Cinématique Direct.
MCI :	Modèle Cinématique Inverse.
LCP :	Loi de Commande en Position.
LCPA :	Loi de Commande en Position Articulaire.
LCF ;	Loi de Commande en effort (Force).

Les autres abréviations sont explicitées dans le texte.

Introduction Générale

Dans les domaines d'application de la robotique, on rencontre plusieurs types de tâches que le système robotisé peut accomplir. Ce dernier est tantôt en mouvement dans l'espace non contraint (libre) et tantôt chargé d'effectuer des tâches impliquant un contact avec son environnement, cependant, dans la réalité pratique, les tâches sont plutôt combinées de mouvements en espace libre et de mouvements nécessitant un contact avec l'environnement, on qualifiera ces mouvements de mouvement compliant comme il est d'usage en robotique. Nous pouvons citer comme exemples de ces tâches quelques opérations dans l'assemblage des pièces mécaniques telle que l'insertion des pièces (peg-in-hole), pick and place, on peut citer aussi le polissage des surfaces matérielles, l'ébarbage etc.

Lorsqu'il s'agit de mouvements en espace libre, l'accomplissement des tâches est assuré du point de vue commande grâce aux techniques de commande déjà largement appliquées telle que la commande décentralisée en utilisant des régulateurs classiques de la famille PID pour chaque articulation (commandes linéaires) ou en utilisant des commandes plus précises telle la commande dynamique dite aussi par couple calculé (Computed Torque) basée sur le découplage non-linéaire du modèle dynamique du robot.

Cependant, lorsque ces techniques de commande en mouvements libres sont appliquées à des robots en tâches compliantes, elles s'avèrent insuffisantes comme il sera illustré ultérieurement à cause des instabilités produites par le mécanisme en action. Ces instabilités sont dues à la tendance des lois de commande des mouvements en espace libre à minimiser l'erreur de positionnement du robots tout en ignorant son origine en accroissant les couples actionneurs induisant ainsi d'importants efforts terminaux, **c'est lorsque cette erreur est due à une contrainte imposée par l'environnement que les efforts excédents ne sont pas dissipés et que l'instabilité apparaît.**

Ce problème a fait l'objet d'innombrables recherches depuis la fin des années 1960 et le début des années 1970 où les premières commandes par ordinateur des robots accomplissant des tâches compliantes furent appliquées. Depuis, plusieurs techniques de commande en effort ont été mises au point telle que la commande par compliance passive, la commande en amortissement, la commande par raideur active, la commande en impédance, la commande hybride force/position et d'autres commandes plus avancées telles que les techniques robustes et adaptatives.

L'objectif d'une commande en effort peut être limité à la stabilisation du système robot/environnement. Mais dans la plupart des cas la tâche exige un effort d'interaction spécifique. Cependant, cette exigence peut être satisfaite par un control peu précis mais assez dans certains cas, sont alors appliquées les méthodes de commande de l'effort dites implicites. Lorsque l'effort d'interaction doit suivre un effort désiré d'une manière stricte le recours à des méthodes plus élaborées permet de réaliser cet objectif, ces méthodes sont dites explicites.

Dans ce travail nous allons appliquer ces types de commande, ainsi, nous examinons le comportement d'un système robot/environnement mis sous ces différentes techniques de commande.

Nous commençons par exposer les difficultés rencontrées en appliquant les méthodes de commande conçues pour conduire un robot en mouvements dans l'espace libre, au cas d'un mouvement en espace contraint. Ceci fait l'objet du premier chapitre où est présenté le système robot/environnement pris comme exemple d'application, de plus, y est spécifiée la tâche à accomplir pour tester les différentes commandes. Ce chapitre contient aussi les calculs concernant la génération de la trajectoire, les modèles géométriques direct et inverse et les modèles cinématiques direct et inverse.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation des différentes commandes en effort les plus courantes et leur classification selon la présence ou non des consignes en position et en effort. Les lois de commande et les schémas de principe correspondants y sont présentés.

Le troisième chapitre traite le cas des commandes implicites en effort où aucune consigne en effort n'est présente. Tout d'abord est examinée la capacité de ces méthodes à stabiliser le système robot/environnement sans vouloir atteindre une valeur d'effort spécifique. L'effort est ensuite commandé implicitement à travers la poursuite d'une consigne (trajectoire) en position modifiée.

Le quatrième chapitre constitue une étude sur la commande hybride force/position parallèle, ses inconvénients sont mis en évidence et une solution y remédiant est présentée. Dans ce chapitre est aussi présentée une commande hybride externe en impédance dite encore commande en impédance généralisée.

Le cinquième chapitre est consacré à l'application de la commande à structure variable à l'accomplissement des tâches compliantes. Ce chapitre contient un rappel des notions de base inhérents à la commande à structure variable (CSV) telle que les fonctions utilisées pour la logique de commutation et le choix des surfaces de glissement ainsi que la commande intégrale. Il est déterminé le comportement du système robot/environnement sous cette commande en l'absence de consigne en effort puis avec la présence d'une consigne en effort. Pour ce dernier cas, la commande en impédance généralisée sert à la conduite des directions contraintes, et la commande CSV est utilisée pour la commande des directions non contraintes. On verra en fin quand cette technique est appliquée aussi bien aux directions commandées en position qu'à celles commandées en effort.

Ce travail se termine par une conclusion générale qui présente les avantages et les inconvénients des différentes commandes vues le long de cette étude.

Ce mémoire contient trois annexes : la première est consacrée aux paramètres du modèle dynamique du robot PUMA 560 considéré. La deuxième présente une méthode de calcul de la matrice pseudo inverse de la matrice jacobienne et la dernière est consacrée à une méthode de calcul de l'erreur de situation dans l'espace opérationnel.

Position du Problème

1.1. Introduction

Comme il a été mentionné dans l'introduction générale, les commandes de mouvements en espace libre ne donnent pas des résultats satisfaisants dans le cas des tâches compliantes où un contact est mis en jeu entre le robot et son environnement. Ces commandes peuvent même induire des instabilités du système pour une erreur de position très faible.

Après avoir présenté le système robot/environnement qui fait l'objet de cette étude et effectué les premiers calculs tels que la génération des trajectoires, le calcul des modèles géométriques directe et inverse ainsi que les modèles cinématiques direct et inverse. Nous terminons ce chapitre par l'exploration des insuffisances des commandes en mouvements libres citées plus haut dans le cas des tâches compliantes.

1.2. Position dynamique du problème

En vue de toute commande la disponibilité d'un modèle du système est indispensable. Concernant notre étude un modèle général adopté pour un robot en chaîne ouverte simple est donné par l'équation suivante [Cra 89] :

$$A(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) + F(q, \dot{q}) = \Gamma \quad (1.1)$$

Où : $A(q)$ est la matrice $(n \times n)$ d'inertie.

$C(q, \dot{q})$ est le vecteur $(n \times 1)$ des couples de Coriolis et centrifuges.

$G(q)$ est le vecteur $(n \times 1)$ des termes de la gravité.

$F(q, \dot{q})$ est le vecteur $(n \times 1)$ des frottements de Coulombs et visqueux.

Γ est le vecteur des forces/couples articulaires.

q, \dot{q} et \ddot{q} représentent respectivement les vecteurs des positions, vitesses et accélérations articulaires.

Lorsque le robot doit interagir avec l'environnement, l'interaction est modélisée en considérant un modèle de comportement de l'environnement. Supposons que cet environnement manifeste un comportement d'un système du second ordre de type masse-amortissement-ressort [Epp 86 87] [Kaz 86] [Tou 89]. Une forme du second ordre de l'environnement admet que ce dernier a ses propres modes oscillatoires, mais simplifie l'analyse générale en considérant uniquement le premier mode. Ainsi, un tel modèle est plus restrictif qu'un simple modèle permettant de réagir sur le robot par un effort mesurable. Cependant, une représentation spécifique des composantes dynamiques de l'environnement permet une meilleure compréhension de l'interaction [Vol 90]. Le modèle choisi de l'environnement est décrit par l'équation suivante :

$$m_e \ddot{x} + b_e \dot{x} + k_e (x - x_0) = \mathcal{F} \quad (1.2)$$

Où \mathcal{F} est la force exercée par le robot sur l'environnement, m_e la masse de l'environnement, b_e le coefficient d'amortissement, k_e la constante de raideur de l'environnement. x_0 est sa position d'équilibre lorsque l'effort qu'il subit est nul. x , \dot{x} et \ddot{x} sont respectivement, la position, la vitesse et l'accélération à la fois du robot et de l'environnement [Vol 90] ; ceci suppose qu'au-delà de la position d'équilibre x_0 , le robot et l'environnement sont directement en contact (mouvement sans rebonds) ou encore que l'adhérence des deux parties est instantanée.

Le modèle du système robot/environnement retenu est, en tenant compte de l'effort exercé sur l'environnement (1.2), le suivant :

$$A(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) + F(q, \dot{q}) + J^T \mathcal{F} = \Gamma \quad (1.3)$$

Où J est la matrice jacobienne du robot et la relation (1.3) est le modèle qui est adopté pour l'accomplissement des tâches compliantes.

Le problème peut être formulé autrement ; un robot qui accomplit une tâche impliquant une interaction avec l'environnement est soumis à deux forces : celle des couples actionneurs et celle appliquée par l'environnement sur le robot qui n'est que la réaction de l'environnement à l'effort exercé par le robot. Le modèle du système est donc le suivant :

$$A(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) + F(q, \dot{q}) = \Gamma - J^T \mathcal{F} \quad (1.4)$$

En simulation les deux modèles (1.3) et (1.4) avec la relation (1.2) sont équivalents et donnent les mêmes résultats du moment que les seules entrées commandables sont celles des couples actionneurs.

Géométriquement, les contraintes affectent généralement certaines directions de l'espace opérationnel associées à certains degrés de liberté du système sans en affecter les autres directions et degrés de liberté associés. Ces dernières quant à elles, sont libres (non contraints). Cette association entre l'espace opérationnel et les degrés de liberté du système est réalisée à l'aide d'un repère dit de compliance. Ce dernier peut être lié, selon la tâche à accomplir, à l'organe terminal, à l'environnement ou à l'objet manipulé.

1.3. Présentation du Système

Avant d'exposer quelques applications des commandes en mouvements libres dans le cas des tâches compliant nous nous proposons de présenter le système considéré pour cet effet.

Le robot manipulateur utilisé dans cette étude est le Puma 560 d'Unimation. C'est un robot à six degrés de liberté dont toutes les articulations sont rotatives (type 6R). Le premier PUMA (Programmable Universal Machine for Assembly) a été conçu par Unimation en 1978 pour General Motors. Westinghouse Electric Corporation a acheté Unimation incorporation en 1983 qui l'a vendu par la suite à l'entreprise suisse Staübli.

Pour simuler et commander le Puma 560 nous utilisons un modèle explicite élaboré par B. Armstrong, O. Khatib et J. Burdick présenté dans [Arm 86]. L'avantage d'utiliser un modèle explicite au lieu de l'algorithme Récursif de Newton-Euler (RNE) est avant tout de réduire le temps de calcul. Le tableau 1 donne le nombre d'opérations effectuées pour le calcul du modèle en utilisant le RNE, le modèle explicite complet, et le modèle explicite abrégé avec un critère de sensibilité de 1%. Nous remarquons que ce dernier est cinq fois plus rapide que le RNE.

Method	Nombre d'operations
Algorithme Récursif de Newton-Euler	1560
Evaluation du modèle explicite complet	1165
Evaluation du modèle explicite abrégé	305

Tableau 1 Nombre d'opérations effectuées par les trois méthodes

Il est à noter que les opérations de calcul des fonctions sinus et cosinus ne sont pas incluses dans ces données.

Le modèle considéré par ces trois chercheurs pour effectuer leur analyse est le suivant :

$$A(q)\ddot{q} + B(q) [\dot{q}\dot{q}] + C(q) [\dot{q}^2] + G(q) = \Gamma \quad (1.5)$$

Où :

- $A(q)$ est la matrice ($n \times n$) d'inertie.
- $B(q)$ est la matrice ($n \times n(n-1)/2$) des couples de Coriolis.
- $C(q)$ est la matrice ($n \times n$) des couples centrifuges.
- $G(q)$ est le vecteur ($n \times 1$) des termes de la gravité.
- Γ est le vecteur des forces/couples articulaires.
- q, \dot{q} et \ddot{q} représentent respectivement les vecteurs des positions, vitesses et accélérations articulaires.

$[\dot{q}\dot{q}]$ est une notation du vecteur ($n(n-1)/2 \times 1$) des produits des vitesses articulaires tels que :

$$[\dot{q}\dot{q}] = [\dot{q}_1\dot{q}_2, \dot{q}_1\dot{q}_3, \dots, \dot{q}_1\dot{q}_n, \dot{q}_2\dot{q}_3, \dots, \dot{q}_2\dot{q}_n, \dots, \dot{q}_{n-2}\dot{q}_n, \dot{q}_{n-1}\dot{q}_n] \quad (1.6)$$

$[\dot{q}^2]$ est une notation du vecteur $(n \times 1)$ des carrés des vitesses articulaires tels que :

$$[\dot{q}^2] = [\dot{q}_1^2, \dot{q}_2^2, \dots, \dot{q}_n^2] \quad (1.7)$$

Ce modèle est dit équation de l'espace de configuration puisque les différentes matrices ne dépendent que des positions articulaires du robot. Les paramètres nécessaires pour le calcul des éléments de ces matrices sont les masses des liaisons, la position des centres de gravité des différentes liaisons et les termes d'inertie. Les éléments de ces matrices sont donnés en annexe 1.

Les masses des liaisons sont données dans le tableau 2. La liaison 1 n'est pas incluse puisqu'elle n'a pas été détachée de la base.

Liaison	Masse
Liaison 2	17.40
Liaison 3	4.80
Liaison 4	0.82
Liaison 5	0.34
Liaison 6	0.09
Liaison 3 avec poignet	6.04
Poignet séparé	2.24

Tableau 2 Masse des liaisons [Kg ; $\pm 0.01 + 1\%$]

Les coordonnées des centres de gravité sont exprimées dans les repères attachés aux liaisons (tableau 3). Ces repères sont attachés aux liaisons selon la notation de Denavit-Hartenberg modifiée. Dans cette notation le repère i est lié à la liaison i et l'axe Z_i est confondu avec l'axe de rotation de l'articulation i (tableau 4) (figure 1.1).

Liaison	r_x	r_y	r_z
Liaison 2	0.068	0.006	-0.016
Liaison 3	0	-0.070	0.014
Liaison 3 avec poignet	0	-0.143	0.014
Liaison 4	0	0	-0.019
Liaison 5	0	0	0
Liaison 6	0	0	0.032
Poignet	0	0	-0.064

Tableau 3 Centres de gravité des liaisons [M ; ± 0.003]

i	α_{i-1} (degrés)	q_i	a_{i-1} (mètres)	d_i (mètres)
1	0	q_1	0	0
2	-90	q_2	0	0.2435
3	0	q_3	0.4318	-0.0934
4	90	q_4	-0.0203	0.4331
5	-90	q_5	0	0
6	90	q_6	0	0

Tableau 4 Paramètres de Denavit-Hartenberg modifiée.

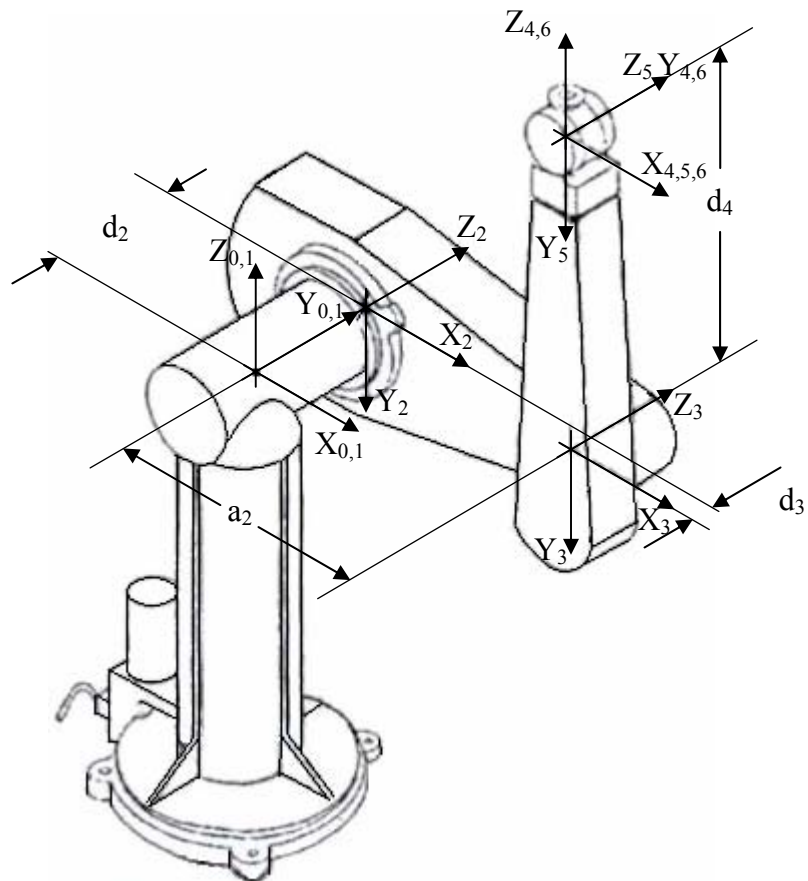


Figure 1.1 Le Puma 560 en position zéro et les systèmes de coordonnées associés

Dans le tableau 5 sont donnés les moments d'inertie et les termes d'inertie des actionneurs. Pour chaque liaison le système de coordonnées des termes d'inertie est placé au centre de gravité.

Liaison	I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}	I_{moteur}
Liaison 1	-	-	0.35	1.14 (± 0.27)
Liaison 2	0.130 ($\pm 3\%$)	0.524 ($\pm 5\%$)	0.539 ($\pm 3\%$)	4.71 (± 0.54)
Liaison 3	0.066	0.0125	0.086	0.83 (± 0.09)
Liaison 3 avec poignet	0.192 ($\pm 4\%$)	0.0154 ($\pm 5\%$)	0.212 ($\pm 4\%$)	-
Liaison 4	$1.80 \cdot 10^{-3}$	$1.80 \cdot 10^{-3}$	$1.30 \cdot 10^{-3}$	0.200 (± 0.016)
Liaison 5	$0.30 \cdot 10^{-3}$	$0.30 \cdot 10^{-3}$	$0.40 \cdot 10^{-3}$	0.179 (± 0.014)
Liaison 6	$0.15 \cdot 10^{-3}$	$0.15 \cdot 10^{-3}$	$0.04 \cdot 10^{-3}$	0.193 (± 0.015)

Tableau 5 Termes d'inertie diagonaux des liaisons et inertie des actionneurs

	Art 1	Art 2	Art 3	Art 4	Art 5	Art 6
Rapport de réduction	62.61	107.36	53.69	76.01	71.91	76.73
Couple maximal [N-m]	97.6	186.4	89.4	24.2	20.1	21.3
Couple minimal [N-m]	6.3	5.5	2.6	1.3	1.0	1.2

Tableau 6 Paramètres des actionneurs

Les couples actionneurs maximaux et minimaux d'action et le rapport de réduction des engrenages sont donnés dans le tableau 6.

Les termes de frottements secs et visqueux sont décrits selon [Arm 88], pour l'articulation i , comme suit :

$$F_i(t) = \begin{cases} S_i^- + V_i^- \dot{q}_i, & \text{si } \dot{q}_i < 0 \\ S_i^+ + V_i^+ \dot{q}_i, & \text{si } \dot{q}_i > 0 \end{cases} \quad (1.8)$$

\dot{q}_i est la vitesse angulaire de l'articulation i . Lorsque la vitesse articulaire est nulle $S_i = 1$ [Cra 86] ce qui implique que $F_i = 1$ puisque les frottements visqueux sont nuls. Les frottements secs S_i et visqueux V_i des trois premières articulations sont donnés ci-après :

$$\begin{array}{lll} S_1^- = -8.26 & ; & S_2^- = -11.34 & ; & S_3^- = -5.57 & ; \\ S_1^+ = 8.43 & ; & S_2^+ = 12.77 & ; & S_3^+ = 5.93 & ; \\ \\ V_1^- = 3.45 & ; & V_2^- = 8.53 & ; & V_3^- = 3.02 & ; \\ V_1^+ = 4.94 & ; & V_2^+ = 7.67 & ; & V_3^+ = 3.27 & ; \end{array}$$

L'indice supérieur (- ou +) indique le signe de la vitesse articulaire correspondante.

L'environnement consiste en un panneau dont la surface est lisse (mouvement sans frottement) composé d'une boîte en carton et d'une plaque d'aluminium qui repose dessus, le tout fixé sur une table immobile d'une raideur considérablement élevée par rapport à celle du panneau. L'environnement est incliné d'un angle φ_0 et présente des caractéristiques vérifiant le modèle donné dans la relation (1.2) où la raideur est donnée par $k_e = 13000$ [N/m], l'amortissement $b_e = 26.3$ [N*s/m] et la masse $m_e = 1.6$ Kg.

1.4. Description de la Tâche et Génération des Trajectoires

La tâche consiste à accomplir une phase de mouvement libre de bas en haut autour d'un demi-cercle de centre $^0(0.6459, 0.1501, 0.2184)$ et de rayon $r = 0.15$ m décrit dans le plan vertical (XOZ) où $^0y = d_2 + d_3 = 0.1501$, puis une deuxième phase de haut en bas le long de la surface du panneau qui relie les deux extrémités du demi-cercle (figure 1.2).

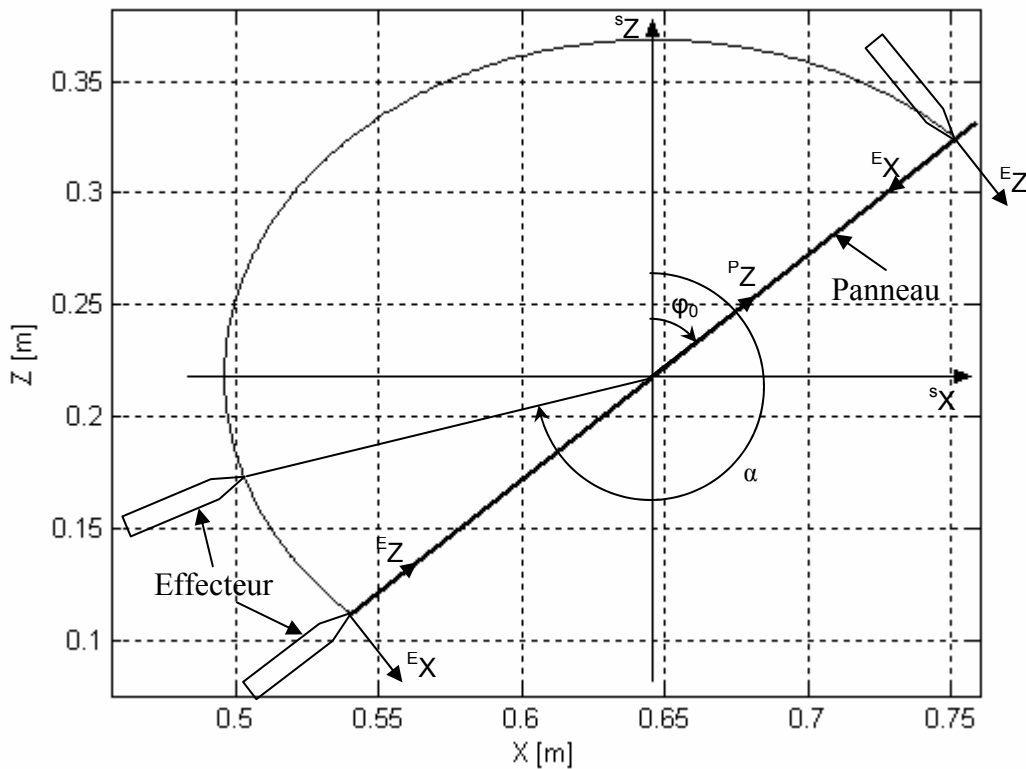


Figure 1.2 Trajectoire à parcourir

La trajectoire est décrite dans l'espace cartésien par rapport au repère de la base pour les deux phases selon une loi polynomiale du troisième degré.

Dans la première phase l'orientation de l'organe terminal et la position de son extrémité sont données en fonction d'un angle α tel que décrit dans la figure (1.2). Initialement l'orientation de l'effecteur est telle que l'organe terminal soit parallèlement aligné avec la surface de contact, et selon une loi linéaire par rapport à α , l'orientation varie pour qu'à la fin de la première phase l'effecteur soit perpendiculaire à la surface de contact :

$$\left(\varphi \in \left[\varphi_0, \varphi_0 + \frac{\pi}{2} \right] \right).$$

L'orientation de l'effecteur par rapport au repère de la base est décrite par :

$$\varphi = \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}(\varphi_0 - \pi) \quad (1.9)$$

La position cartésienne par rapport au repère de la base est donnée par :

$$\begin{aligned} x &= x_{\text{Sorg}} + r \sin(\alpha) \\ y &= y_{\text{Sorg}} = d_2 + d_3 \\ z &= z_{\text{Sorg}} + r \cos(\alpha) \end{aligned} \quad (1.10)$$

L'angle α est une fonction polynomiale cubique du temps ayant des valeurs entre $[\varphi_0 + \pi, \varphi_0 + 2\pi]$:

$$\alpha(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (1.11)$$

$$\text{Avec : } a_0 = \varphi_0 + \pi, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = 3 \frac{\pi}{t_1^2}, \quad a_3 = -2 \frac{\pi}{t_1^3}.$$

t_1 marque le temps final de la première phase.

Les vitesses et les accélérations sont obtenues par dérivation par rapport au temps :

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}(t) &= a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 \\ \ddot{\alpha}(t) &= 2a_2 + 6a_3 t \end{aligned} \quad (1.12)$$

Pour les vitesses et les accélérations cartésiennes de l'effecteur :

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} &= \frac{1}{2}\dot{\alpha} & \ddot{\varphi} &= \frac{1}{2}\ddot{\alpha} \\ \dot{x} &= r \dot{\alpha} \cos(\alpha) ; & \ddot{x} &= r \ddot{\alpha} \cos(\alpha) - r \dot{\alpha}^2 \sin(\alpha) ; \\ \dot{y} &= 0 & \ddot{y} &= 0 \\ \dot{z} &= -r \dot{\alpha} \sin(\alpha) & \ddot{z} &= -r \ddot{\alpha} \sin(\alpha) - r \dot{\alpha}^2 \cos(\alpha) \end{aligned}$$

Dans la deuxième phase on voudrait que l'organe terminal reste perpendiculaire à la surface jusqu'à la fin de la tâche. L'axe de déplacement est orienté par le vecteur ${}^P Z$. Le déplacement le long de la surface est régi par une loi polynomiale cubique comme dans la première phase ayant des valeurs entre $[r, -r]$:

$$z_p(t) = b_0 + b_1(t - t_1) + b_2(t - t_1)^2 + b_3(t - t_1)^3 \text{ avec } : t \geq t_1. \tag{1.13}$$

Où : $b_0 = r$, $b_1 = 0$, $b_2 = -6 \frac{r}{t_2^2}$, $b_3 = 4 \frac{r}{t_2^3}$ et t_2 est la durée de la deuxième phase.

Les vitesses et les accélérations sont :

$$\begin{aligned} \dot{z}_p(t) &= b_1 + 2b_2(t - t_1) + 3b_3(t - t_1)^2 \\ \ddot{z}_p(t) &= 2b_2 + 6b_3(t - t_1) \end{aligned} \tag{1.14}$$

La cinématique des grandeurs génératrices α , z_p et leurs dérivées sont données en figure (1.3).

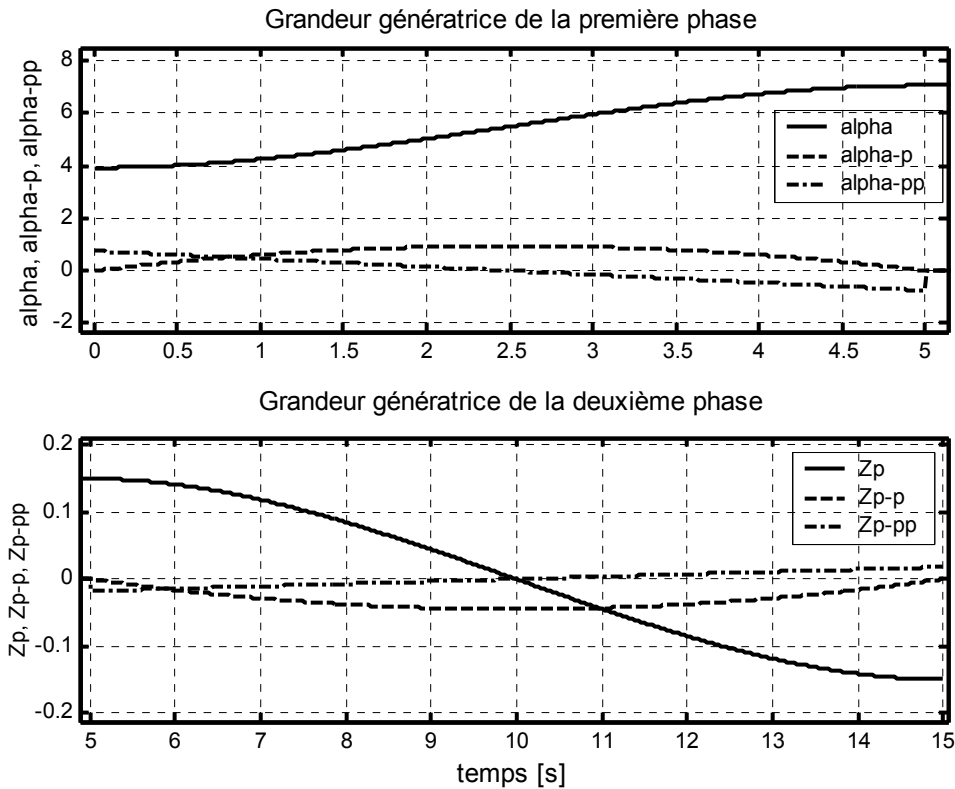


Figure 1.3 Grandeurs génératrices de la trajectoire des deux phases ($\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}$ et $z_p, \dot{z}_p, \ddot{z}_p$)

L'orientation désirée étant constante, ses dérivées sont nulles :

$$\varphi = \varphi_0 + \frac{\pi}{2} ; \quad \dot{\varphi} = 0 ; \quad \ddot{\varphi} = 0.$$

Les positions, les vitesses et les accélérations de l'organe terminal sont données par :

$$\begin{aligned} x &= x_{\text{Sorg}} + z_p \sin(\varphi_0) & \dot{x} &= \dot{z}_p \sin(\varphi_0) & \ddot{x} &= \ddot{z}_p \sin(\varphi_0) \\ y &= d_2 + d_3 & \dot{y} &= 0 & \ddot{y} &= 0 \\ z &= z_{\text{Sorg}} + z_p \cos(\varphi_0) & \dot{z} &= \dot{z}_p \cos(\varphi_0) & \ddot{z} &= \ddot{z}_p \cos(\varphi_0) \end{aligned}$$

Les positions, vitesses et accélérations cartésiennes désirées durant les deux phases sont présentées à la figure (1.4).

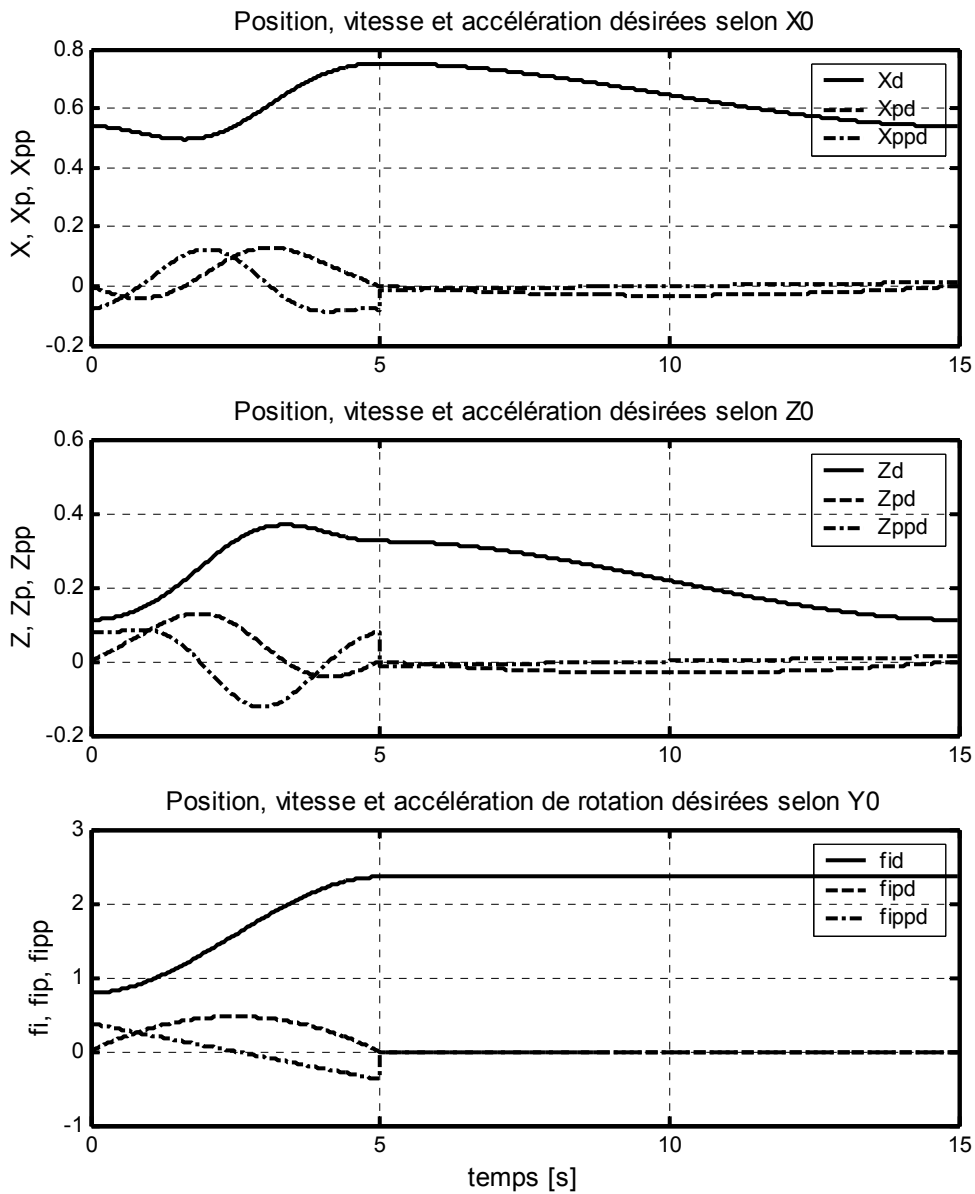


Figure 1.4 Trajectoire cartésienne désirée

1.5. Géométrie et Cinématique Inverses

Souvent, il est commode de décrire la trajectoire désirée dans l'espace articulaire pour effectuer une correction en position et/ou en vitesse. Aussi, le recours aux modèles géométrique et cinématique inverses est nécessaire.

Du fait que le mouvement désiré figure (1.2) est contenu dans un plan vertical et pour éviter que le robot ne soit redondant vis à vis de la tâche, il suffit de verrouiller les articulations 1, 4 et 6 (i.e., $q_1=q_4=q_6=0$). Dans ce cas, le problème est planaire et les transformations décrivant le MGD se réduisent à :

$$\begin{aligned} {}^0T_6 &= {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4 {}^4T_5 {}^5T_6 \\ {}^0T_E &= {}^0T_6 {}^6T_E \end{aligned} \quad (1.15)$$

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad {}^1T_2 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ -s_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad {}^2T_3 = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & a_2 \\ s_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3T_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & -1 & -d_4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad {}^4T_5 = \begin{bmatrix} c_5 & -s_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_5 & -c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad {}^5T_6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^6T_E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0T_6 = \begin{bmatrix} c_{235} & 0 & s_{235} & a_3 c_{23} + d_4 s_{23} + a_2 c_2 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 + d_3 \\ -s_{235} & 0 & c_{235} & -a_3 s_{23} + d_4 c_{23} - a_2 s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

$${}^0T_E = \begin{bmatrix} c_{235} & 0 & s_{235} & l_6 s_{235} + a_3 c_{23} + d_4 s_{23} + a_2 c_2 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 + d_3 \\ -s_{235} & 0 & c_{235} & l_6 c_{235} - a_3 s_{23} + d_4 c_{23} - a_2 s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

Les deux dernières transformations (1.16) et (1.17) montrent que l'orientation de l'organe terminal correspond à une rotation autour de 0Y d'un angle φ et que les rotations autour de 0X et 0Z sont nulles :

$$\varphi = q_2 + q_3 + q_5 \quad (1.18)$$

Nous tirons aussi la relation entre la position de l'extrémité de l'effecteur et l'origine du repère attaché au poignet $\{W\}$:

$$\begin{aligned} x_{Worg} &= x_E - l_6 \sin(\varphi) \\ y_{Worg} &= y_E = d_2 + d_3 \\ z_{Worg} &= z_E - l_6 \cos(\varphi) \end{aligned} \quad (1.19)$$

Le MGD permet de transformer la position du robot de l'espace articulaire vers l'espace opérationnel. L'opération inverse (i.e., exprimer une position décrite dans l'espace opérationnel dans l'espace articulaire) est réalisée en utilisant le modèle géométrique inverse (MGI). En utilisant la méthode développée par Pieper [Khal 99], les résultats obtenus sont les suivants :

La position de la 3^{ème} articulation est donnée par :

$$q_3 = \text{atan2}\left(K, \sqrt{a_3^2 + d_4^2 - K^2}\right) - \text{atan2}(a_3, d_4) \quad (1.20)$$

Où :

$$K = \frac{x_{Worg}^2 + z_{Worg}^2 - a_2^2 - a_3^2 - d_4^2}{2a_2}$$

Celle de la 2^{ème} articulation correspond à :

$$q_2 = \text{atan2}\left(K_2 x_{Worg} - K_1 z_{Worg}, K_1 x_{Worg} + K_2 z_{Worg}\right) \quad (1.21)$$

Où :

$$\begin{aligned} K_1 &= -a_3 \cos(q_3) + d_4 \sin(q_3) + a_2 \\ K_2 &= d_4 \cos(q_3) - a_3 \sin(q_3) \end{aligned}$$

Et finalement la position de la 5^{ème} articulation est déterminée par :

$$q_5 = \varphi - (q_2 + q_3) \quad (1.22)$$

A la figure (1.5) sont représentées les positions articulaires issues de la trajectoire désirée décrite dans l'espace opérationnel (voir figure 1.2).

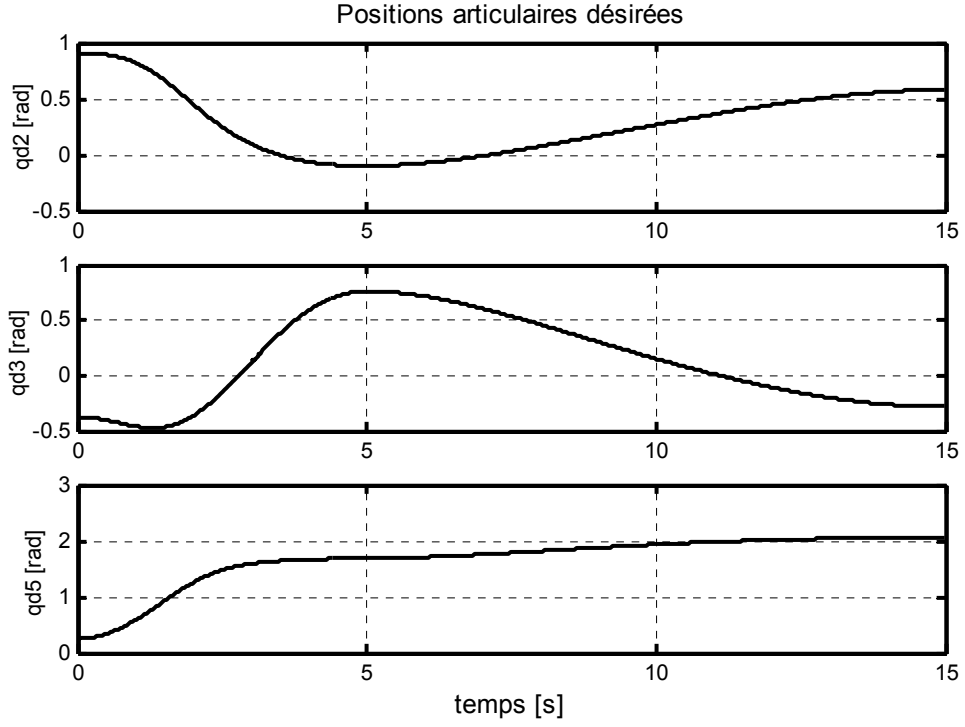


Figure 1.5 Positions articulaires désirées

Le modèle cinématique direct décrit les vitesses opérationnelles en fonction des vitesses articulaires. Il est défini par :

$$\dot{X} = J(q)\dot{q} \quad (1.23)$$

Où $J(q)$ désigne la matrice jacobienne du robot. Le problème revient au calcul du jacobien, lequel est obtenu en dérivant le modèle géométrique direct. De l'expression de 0T_E , il est directement déduit que :

$$\begin{aligned} x_E &= l_6 s_{235} + a_3 c_{23} + d_4 s_{23} + a_2 c_2 \\ y_E &= d_2 + d_3 \\ z_E &= l_6 c_{235} - a_3 s_{23} + d_4 c_{23} - a_2 s_2 \\ \varphi &= q_2 + q_3 + q_5 \end{aligned} \quad (1.24)$$

En dérivant ces équations il vient :

$$\begin{aligned} \dot{x}_E &= [-(a_2 s_2 + a_3 s_{23}) + d_4 c_{23} + l_6 c_{235}] \dot{q}_2 + [-a_3 s_{23} + d_4 c_{23} + l_6 c_{235}] \dot{q}_3 + l_6 c_{235} \dot{q}_5 \\ \dot{y}_E &= 0 \\ z_E &= -[a_2 c_2 + a_3 c_{23} + d_4 s_{23} + l_6 s_{235}] \dot{q}_2 - [a_3 c_{23} + d_4 s_{23} + l_6 s_{235}] \dot{q}_3 - l_6 s_{235} \dot{q}_5 \\ \dot{\varphi} &= \dot{q}_2 + \dot{q}_3 + \dot{q}_5 \end{aligned} \quad (1.25)$$

En mettant cette relation sous forme matricielle on obtient :

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_E \\ \dot{Z}_E \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(a_2 s_2 + a_3 s_{23}) + d_4 c_{23} + l_6 c_{235} & -a_3 s_{23} + d_4 c_{23} + l_6 c_{235} & l_6 c_{235} \\ -[a_2 c_2 + a_3 c_{23} + d_4 s_{23} + l_6 s_{235}] & -[a_3 c_{23} + d_4 s_{23} + l_6 s_{235}] & -l_6 s_{235} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_5 \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

La dimension du jacobien est réduite à (3×3) du fait que les articulations 1, 4 et 6 sont bloquées (i.e, le déplacement selon 0Y est nul ainsi que les rotations autour, respectivement, de 0X et 0Z). Pour les calculs où on n'utilise pas la matrice l'inverse du jacobien, on peut compléter ce dernier pour atteindre les dimensions de l'espace articulaire (6×6) :

$$J(q) = \begin{bmatrix} 0 & -(a_2 s_2 + a_3 s_{23}) + d_4 c_{23} + l_6 c_{235} & -a_3 s_{23} + d_4 c_{23} + l_6 c_{235} & 0 & l_6 c_{235} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -[a_2 c_2 + a_3 c_{23} + d_4 s_{23} + l_6 s_{235}] & -[a_3 c_{23} + d_4 s_{23} + l_6 s_{235}] & 0 & -l_6 s_{235} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

Le problème inverse est d'exprimer les vitesses articulaires en fonction des vitesses opérationnelles. Ceci est réalisé, dans le cas régulier (i.e., le jacobien est carré et défini), en inversant la matrice jacobienne telle que :

$$\dot{q} = J^{-1}(q) \dot{X} \quad (1.28)$$

Dans notre cas la matrice inverse du jacobien $J^{-1}(q)$ vérifie la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_5 \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} \frac{-(a_3 c_{23} + d_4 s_{23})}{a_2} & \frac{a_3 s_{23} - d_4 c_{23}}{a_2} & \frac{l_6(a_3 c_5 - d_4 s_5)}{a_2} \\ \frac{a_2 c_2 + a_3 c_{23} + d_4 s_{23}}{a_2} & \frac{-(a_2 s_2 + a_3 s_{23} - d_4 c_{23})}{a_2} & \frac{-l_6(a_2 c_{35} + a_3 c_5 - d_4 s_5)}{a_2} \\ -c_2 & s_2 & -a_3 s_3 + d_4 c_3 + l_6 c_{35} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_E \\ \dot{Z}_E \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

Où Δ est le déterminant du jacobien :

$$\Delta = -a_3 s_3 + d_4 c_3 \quad (1.30)$$

Le jacobien est singulier lorsque le bras est replié sur lui-même, i.e, l'angle q_3 vaut :

$$q_3 = \tan^{-1}\left(\frac{d_4}{a_3}\right) = -87.3560^\circ$$

Les vitesses articulaires correspondant aux vitesses opérationnelles désirées sont représentées à la figure (1.6).

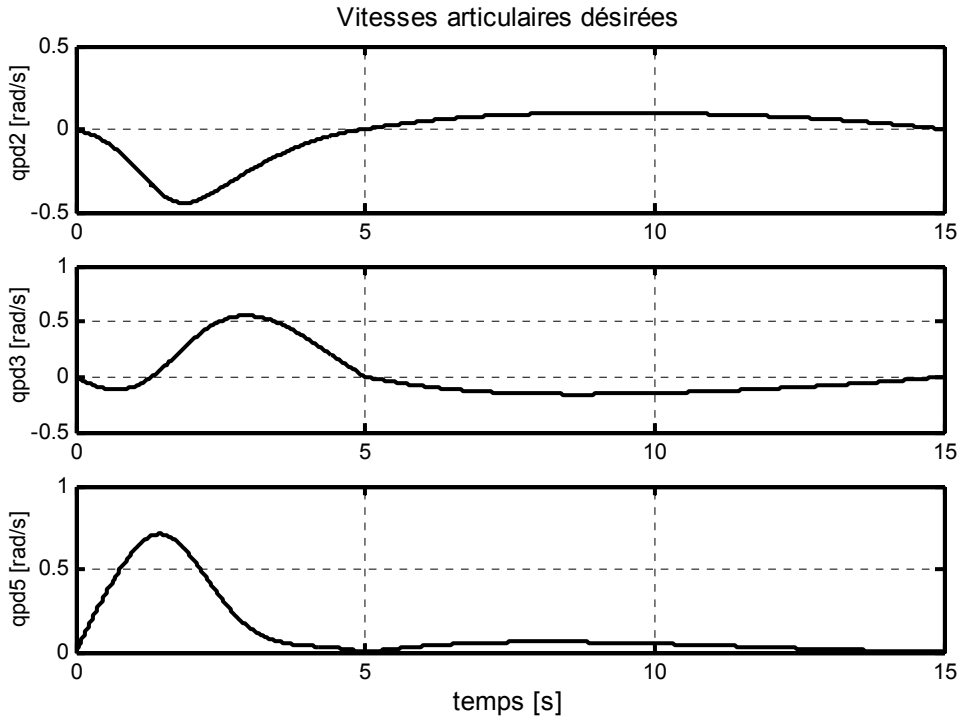


Figure 1.6 Vitesses articulaires désirées

1.6. Insuffisance des Commandes en Espace Libres pour les Tâches Compliantes

Comme il a été cité plus haut les commandes en mouvements libres qui assurent une stabilité en absence de contact avec l'environnement peuvent déstabiliser le robot dans l'accomplissement des tâches compliantes.

Les insuffisances des commandes en mouvements libres pour accomplir des tâches compliantes, sont illustrées par quelques exemples développés par simulation.

Pour commencer, est considérée une commande en position par simple correction de type PID. Le modèle du robot est celui donné par la relation (1.3).

Les couples de commande sont déterminés par :

$$\Gamma = K_p(q_d - q) + K_v(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_I \int_{t_0}^t (q_d - q) d\tau + G \quad (1.31)$$

Où K_p , K_v et K_i sont des matrices diagonales définies positives de dimension $(n \times n)$ dont les éléments représentent respectivement les gains proportionnels, dérivés et intégraux des articulations. q_d et \dot{q}_d sont les vecteurs des positions et vitesses articulaires désirées et G représente le vecteur de compensation de la gravité. Le schéma de cette commande est présenté à la figure (1.7), et les résultats de simulation aux figures (1.8) et (1.9).

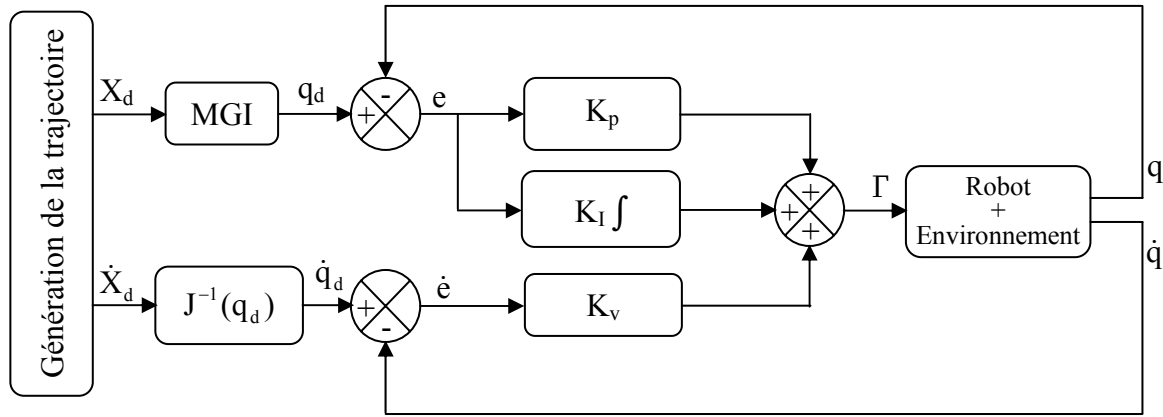


Figure 1.7 Schéma de principe de la commande par correction PID.

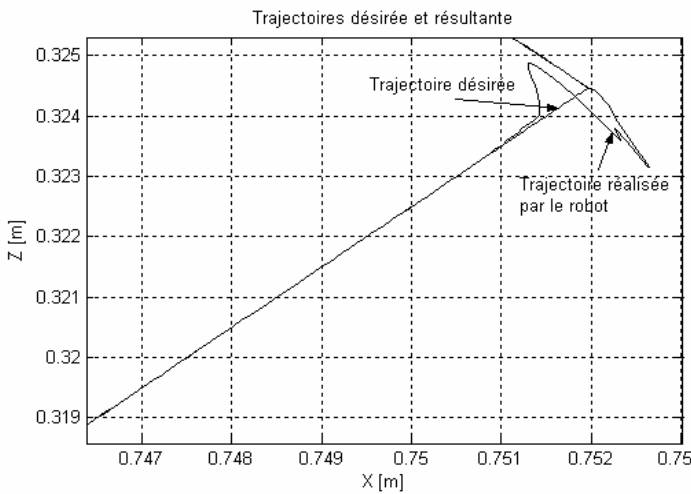


Figure 1.8 Poursuite de la trajectoire avec une correction de type PID

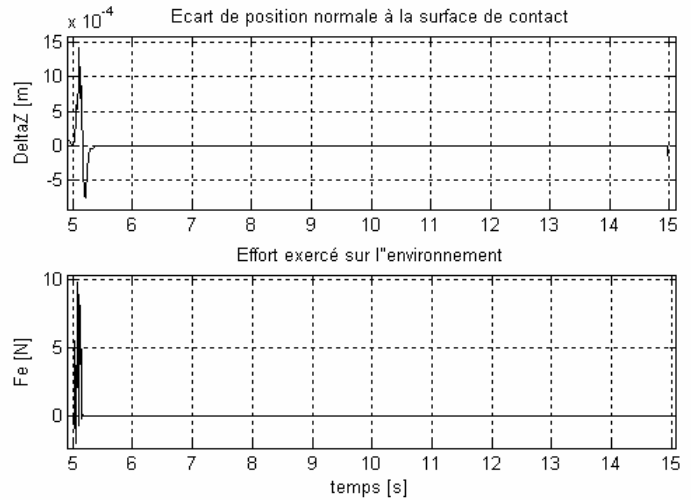


Figure 1.9 Ecart normal à la surface de contact et effort exercé sur l'environnement.

La figure (1.9) montre, en sachant que l'effort exercé sur l'environnement ne dépend que de l'erreur et des dérivées de la position de l'outil aux moments où ce dernier est supposé adhérer à l'environnement, que dès que le contact est rompu l'effort d'interaction est nul, et le robot est en mouvement libre.

En effet, le contact établi avec l'environnement au moment de l'impact n'est pas maintenu, le robot réalise des rebonds sur l'environnement (figure 1.8), ces rebonds sont dus à la dynamique de l'interaction (i.e., l'accélération et la vitesse du robot) au moment du contact.

Néanmoins, ces rebonds diminuent progressivement en amplitude jusqu'à ce que vers la fin de la tâche, le robot réalise complètement un « décollage » ou une perte du contact.

On se propose maintenant d'appliquer une correction proportionnelle dérivée (PD), c'est-à-dire qu le terme intégral est éliminé de la loi de commande précédente. Le vecteur des couples actionneurs est donné par :

$$\Gamma = K_p(q_d - q) + K_v(\dot{q}_d - \dot{q}) + G \quad (1.32)$$

Les résultats obtenus sont présentés aux figures (1.10) et (1.11).

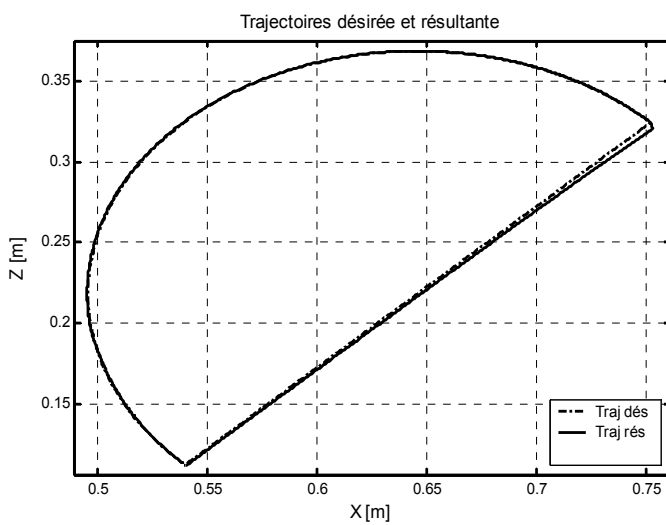


Figure 1.10 Poursuite de la trajectoire avec une correction de type PD

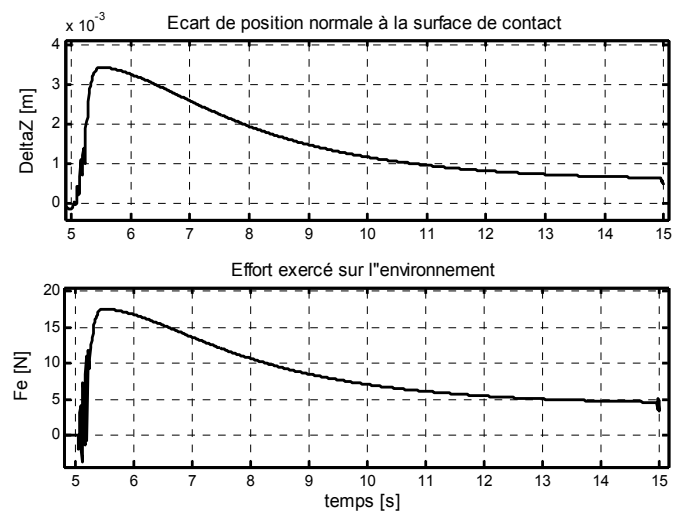


Figure 1.11 Ecart normal à la surface de contact et effort exercé sur l'environnement.

Nous remarquons au début de la deuxième phase un seul petit rebond, le contact est ensuite maintenu jusqu'à la fin de la tâche. Ceci est dû à l'absence de **l'action intégrale** qui aurait éliminé l'écart statique ce qui annulerait l'effort d'interaction, par conséquent le contact serait rompu comme dans le cas précédent.

La simulation a montré aussi qu'en présence du contact, la tentative de donner une précision supérieure (réduire le dépassement initial) à celle montrée sur la figure (1.11) induirait une instabilité du système traduite par des rebonds plus fréquents et plus importants.

Cela veut dire que si on veut garantir la stabilité dans la phase de contact avec une commande en mouvements libres on en perd la précision. Ou encore, qu'une telle commande qui est stable en espace libre ne garantit pas la stabilité en présence de contact à moins d'en perdre la précision

Pour une commande par découplage non linéaire les couples de commande sont donnés par :

$$\Gamma = \hat{A}(q)w(t) + \hat{H}(q, \dot{q}) \quad (1.33)$$

Où :

$$\hat{H}(q, \dot{q}) = \hat{C}(q, \dot{q}) + \hat{G}(q) \quad (1.34)$$

\hat{A} , \hat{C} et \hat{G} désignent l'estimation des différents termes de la dynamique du robot, les termes de frottement sont supposés inconnus. $w(t)$ est une entrée auxiliaire qui décrit la dynamique désirée du robot. Dans le cas où l'erreur de modélisation est nulle on a :

$$\ddot{q} = w(t) \quad (1.35)$$

On pourrait choisir pour $w(t)$ une action proportionnelle dérivée (PD) par exemple :

$$w(t) = \ddot{q}_d + K_p(q_d - q) + K_v(\dot{q}_d - \dot{q}) \quad (1.36)$$

\ddot{q}_d peut être obtenu par dérivation numérique du vecteur des vitesses articulaires désirées. K_p et K_v sont deux matrices diagonales représentant les gains proportionnels et dérivés. Le comportement du système en boucle fermée est régi par l'équation linéaire suivante :

$$\ddot{e} + K_v\dot{e} + K_p e = 0 \quad (1.37)$$

Etant découplée, cette équation peut être mise aussi bien pour chaque articulation comme suit :

$$\ddot{e}_i + k_{vi}\dot{e}_i + k_{pi}e_i = 0 \quad (1.38)$$

Où $e_i = q_{di} - q_i$. La solution de cette équation est globalement exponentiellement stable. Les gains k_{vi} et k_{pi} sont choisis pour imposer à l'axe i la dynamique désirée d'amortissement ξ_i et de pulsation ω_i quelle que soit la configuration du robot :

$$\begin{aligned} k_{pi} &= \omega_i^2 \\ k_{vi} &= 2\xi_i\omega_i \end{aligned} \quad (1.39)$$

On choisit en général un amortissement égal à 1 pour avoir une réponse sans dépassement. ω_i est choisie la plus grande possible, toutefois elle ne devra pas être supérieure à la fréquence de résonance ω_{ri} correspondant au mode de vibration mécanique afin de ne pas déstabiliser le système. La valeur $\omega_i = \omega_{ri}/2$ représente un bon compromis. La loi de commande comporte trois parties : la première constitue une compensation des termes de Coriolis, centrifuges, de gravité et de frottements, la deuxième est une correction de position et de vitesse à gains variables représentée par $\hat{A}K_p$ et $\hat{A}K_v$, tandis que la troisième partie constitue une anticipation des forces d'accélération désirées $\hat{A}\ddot{q}_d$ [Khal 99].

Le schéma de principe de cette commande est représenté en figure (1.12) et les résultats sont donnés par les figures (1.13) et (1.14).

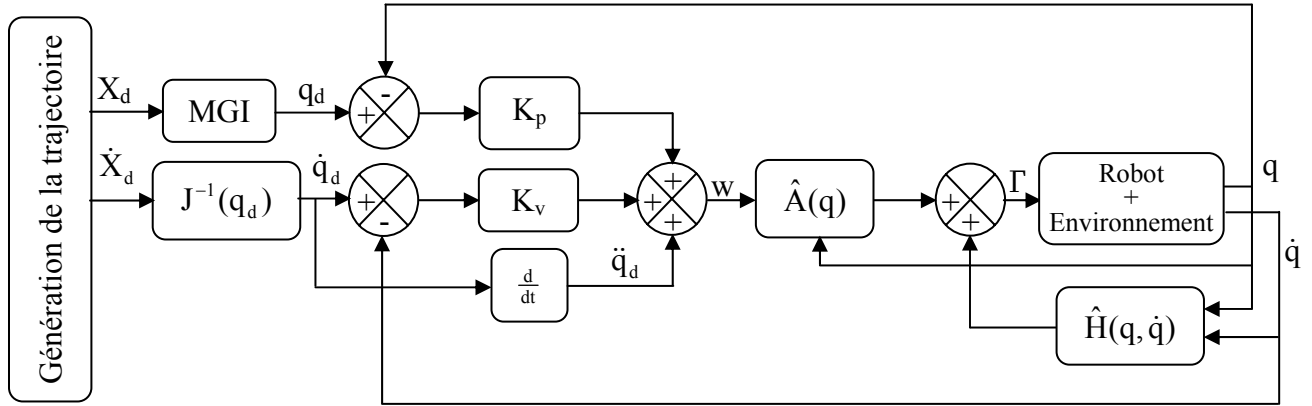


Figure 1.12 Schéma de principe de la commande par découplage non linéaire avec correction dans l'espace articulaire.

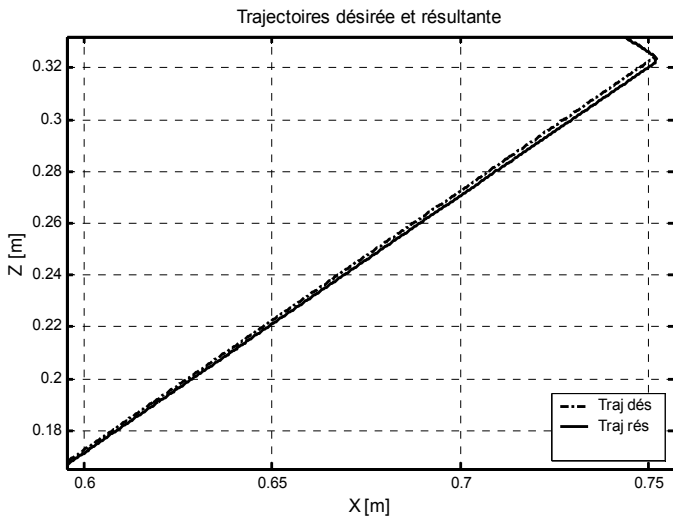


Figure 1.13 Poursuite de la trajectoire

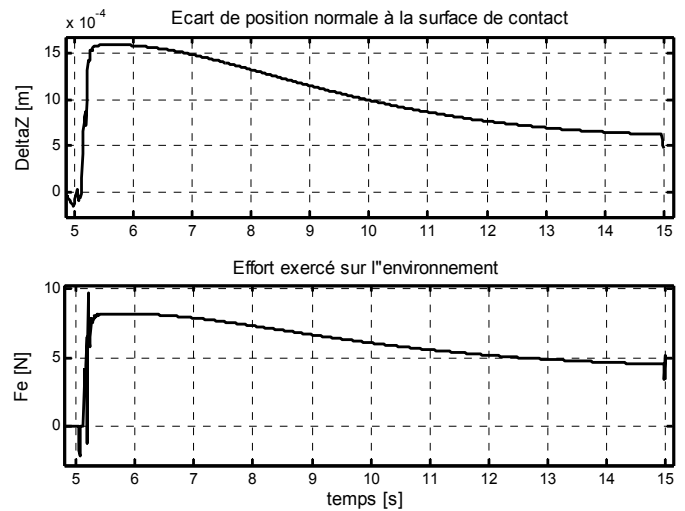


Figure 1.14 Erreur de position normale à la surface de contact et effort exercé sur l'environnement.

La figure (1.14) représente l'écart normal à la surface de contact et l'effort exercé par le robot sur l'environnement. Les résultats sont semblables à ceux obtenus précédemment sauf que dans ce cas, on remarque une meilleure précision, un effort d'interaction plus faible et l'impact (i.e., régime transitoire) est moins dynamique. Cependant, le problème reste entièrement posé puisque la stabilité du système dépend de sa précision, c'est-à-dire que si une précision plus élevée est recherchée la stabilité est perdue et vice versa.

1.7. Conclusion

Nous avons montré que les commandes conçues pour accomplir des tâches en espace libre sont incapables de conduire le robot en présence d'interactions matérielles avec l'environnement. Il est clair que la précision de positionnement n'est pas suffisante pour équilibrer le système et tenir compte de ces interactions. En général, une erreur aussi petite soit-elle induirait des efforts d'interaction considérables.

En outre, l'objectif essentiel n'est pas souvent et seulement d'assurer la stabilité du système mais de réaliser une précision qui n'admet pas de compromis, et de maintenir un effort d'interaction bien contrôlé pour assurer une stabilité pendant toute la durée de la tâche.

Afin d'atteindre ces objectifs et de contourner le problème des tâches compliantes, nombreuses techniques plus orientées vers le contrôle du contact d'une manière directe ou indirecte ont été envisagées.

Etat de l'Art des Commandes en Effort des Robots Manipulateurs

2.1. Introduction

Une recherche intensive est consacrée au problème de la commande en effort des robots manipulateurs et plusieurs techniques ont vu le jour durant ces trente dernières années, les premiers travaux concernent la commande en amortissement due à Whitney en 1977 [Whi 77], la commande par raideur active de Salisbury en 1980 [Sal 80], la commande hybride force/position de Raibert et Craig en 1981 [Rai 81], la commande en impédance par Hogan en 1984 [Hog 84, 85, 87] et bien d'autres travaux existant dans la littérature. Dans cette partie nous exposons les architectures les plus courantes de commande en effort.

2.2. Etat de l'art des commandes en effort

Les commandes en efforts existantes sont classées surtout selon la présence ou l'absence d'une consigne en effort en plus d'une consigne en position [Kha 99]. Cependant, il est à noter qu'il y a des structures de commande où une consigne d'effort est présente avec l'absence de toute consigne en position [Whi 85]. En somme il existe trois classes de commande en effort : celle où seule une consigne en position est présente (commande en effort implicite ou indirecte), celle où seule une consigne en effort est présente (commande en effort directe ou explicite) et celle où deux consignes l'une en position et l'autre en effort sont présentes, c'est le cas des structures hybrides. Mais la classification la plus courante donne lieu de deux classes : les commandes implicites définies ci-dessus et les commandes explicites englobant la commande explicite proprement dite et les commandes hybrides.

2.2.1. Commande Implicite en Effort

Dans cette classe de commande en effort le robot est asservi en position, cependant, un retour d'effort peut être éventuellement présent, pour pouvoir le régler d'une manière indirecte.

2.2.1.1. Compliance Passive

La compliance passive consiste à interposer un dispositif mécanique déformable entre l'organe terminal et le robot. La déformation d'un tel dispositif sous l'action des efforts d'interaction permet un positionnement précis et bref et donc de dissiper ces efforts non compensés sans recourir à des stratégies complexes de commande. La conception du dispositif déformable est basée sur la relation entre les déformations et les efforts suivante :

$$dX = C \cdot \mathcal{F} \quad (2.1)$$

C est dite matrice de compliance qui est définie diagonale par rapport à un point appelé centre de compliance de la tâche [Khal 99]. Cela veut dire qu'un tel dispositif est conçu dans la plupart des cas pour réaliser une seule tâche appropriée ce qui constitue un véritable inconvénient pour les applications industrielles. Un exemple en est le RCC (Remote Compliance Center) utilisé dans l'assemblage des pièces cylindriques à alésage (figure 2.1).

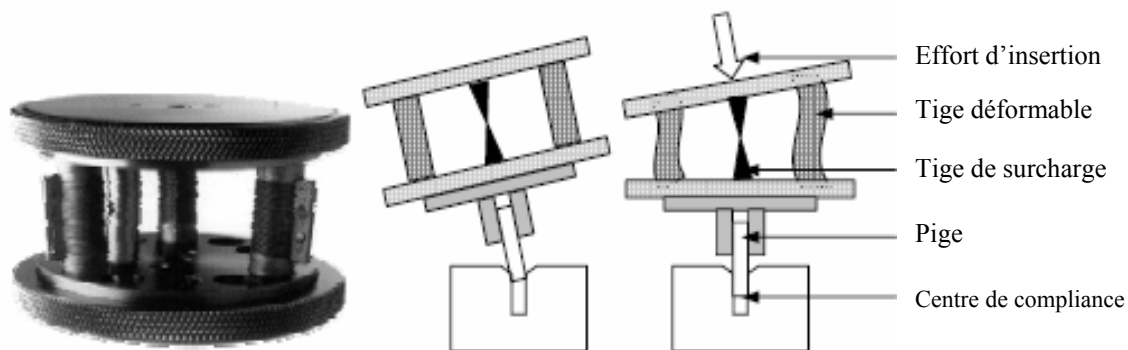


Figure 2.1 Exemple de *Remote Center Compliance* (ATI Industrial Automation) et son principe [Duc 02]

On trouve cependant des dispositifs appelés VRCC (Variable Remote Center Compliance) qui sont dotés de raidisseurs ajustables sur les tiges déformables ce qui permet de modifier la position du centre de compliance, ainsi on arrive à accomplir plusieurs tâches avec un même dispositif [Duc 02].

2.2.1.2. Commande par Raideur Active

Cette méthode consiste à donner au robot le comportement d'un ressort à raideur programmable pour résoudre le problème des tâches compliantes posé en termes d'un problème de commande en position [Khal 99]. La loi de commande par raideur active a la forme suivante :

$$\Gamma = {}^c J^T {}^c K {}^c J (q_d - q) + K_v (\dot{q}_d - \dot{q}) + G \tag{2.2}$$

Il s'agit bien d'une commande en position avec correction proportionnelle-dérivée et une compensation de la gravité représentée par le terme G (figure 2.2). Le terme proportionnel est une transcription de la raideur désirée dans l'espace articulaire (raideur articulaire : ${}^c J^T {}^c K {}^c J$) [Craig 89], où ${}^c J$ est le jacobien du robot écrit dans le repère de compliance. La matrice ${}^c K$ est aussi exprimée dans le repère de compliance et elle lui est diagonale et ses éléments sont choisis en imposant des valeurs élevées pour les directions commandées en position et de faibles valeurs pour les directions commandées en effort.

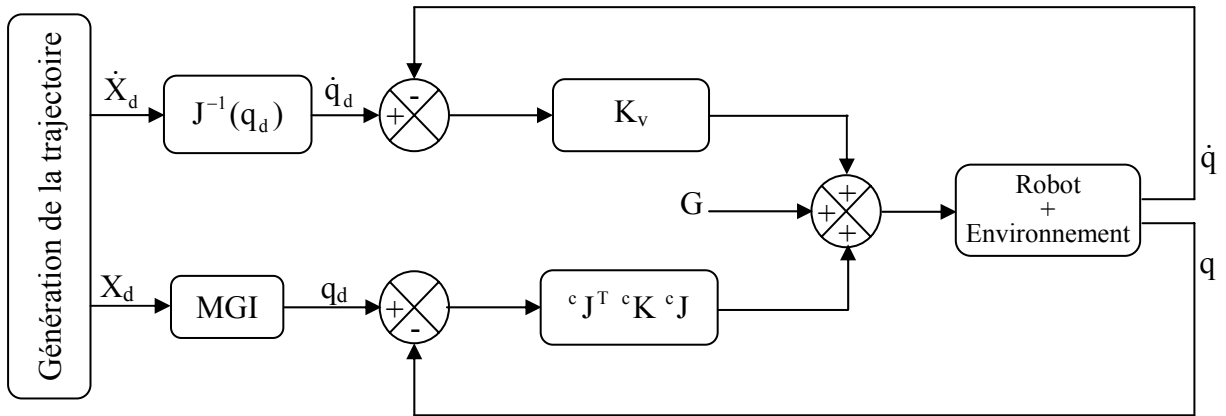


Figure 2.2 schéma de principe de la commande par raideur active

Le vecteur d'effort opérationnel ${}^c F$ correspondant au terme proportionnel des couples de commande est donné par :

$${}^c F = {}^c K {}^c dX \tag{2.3}$$

Comme ${}^c dX$ est lié à dq par :

$${}^c dX = {}^c J dq \tag{2.4}$$

Il vient :

$${}^c F = {}^c K {}^c J dq \tag{2.5}$$

De plus, le vecteur des couples actionneurs articulaires Γ_F est lié à l'effort par :

$$\Gamma_F = {}^c J^T {}^c \mathcal{F} = {}^c J^T {}^c K J dq \quad (2.6)$$

Le terme dérivé dans la relation (2.2) joue un rôle d'amortissement représenté par la matrice K_v qui est également diagonale mais par rapport à l'espace articulaire.

L'implémentation de cette commande est simple mais elle peut poser des problèmes de stabilité et de précision puisqu'elle ne prend pas en considération la dynamique du robot [Yos 00].

2.2.1.3. Commande en Raideur par Retour d'Effort

La figure (2.3) présente le schéma de principe de cette commande (dite aussi commande par matrice de raideur). Elle présente en plus d'une correction proportionnelle-dérivée classique un réglage **implicite** de l'effort grâce à la matrice K_f qui correspond à l'inverse de la matrice de raideur désirée du robot [Whi 85]. Les éléments de cette matrice sont fixés en imposant des valeurs faibles pour les directions non contraintes et des valeurs élevées pour les directions contraintes.

La correction de la position tient compte du déplacement dX dû à l'effort à travers la raideur souhaitée du robot selon la relation :

$$dX = {}^c K_f F \quad (2.7)$$

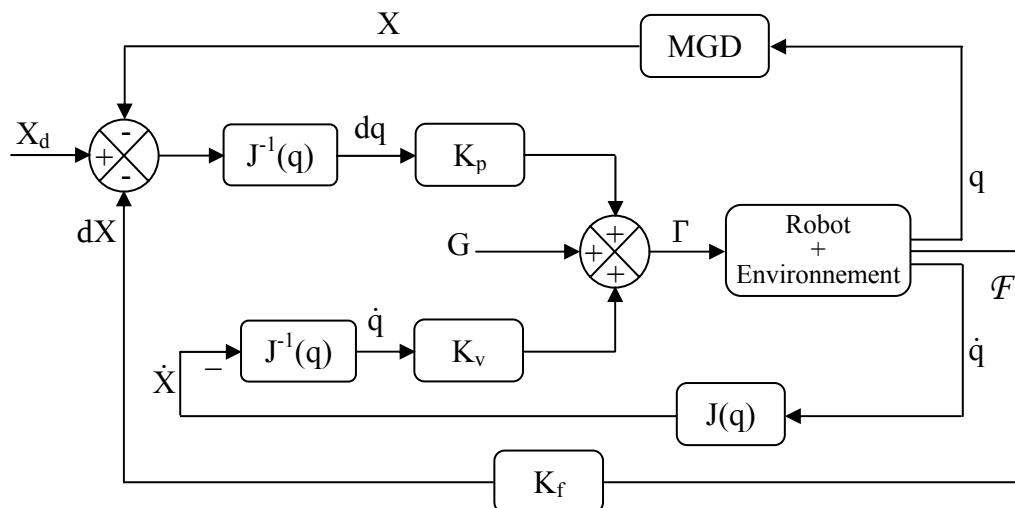


Figure 2.3 Schéma de principe de la commande en raideur par retour d'effort

2.2.1.4. Commande par Matrice d'Amortissement

Cette méthode est semblable à la précédente sauf que dans ce cas le problème de réglage de l'effort est posé en terme de commande en vitesse (figure 2.4) [Whi 85]. L'effort mesuré est multiplié par la matrice K_{vf} qui représente l'inverse de l'amortissement que l'on désire du robot. Ses éléments sont choisis en imposant des valeurs élevées pour les directions non contraintes et de faibles valeurs dans les directions où l'on attend un contact. L'objectif est d'atteindre l'état où l'effort soit :

$$F = K_{vf}^{-1} \dot{X}_d \quad (2.8)$$

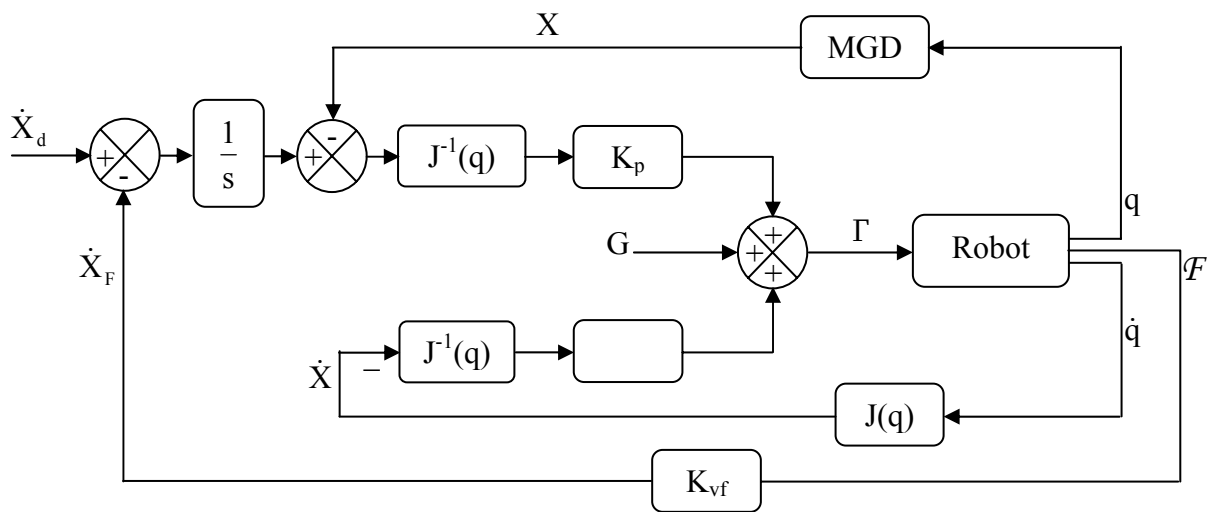


Figure 2.4 Schéma de principe de la commande en amortissement par retour d'effort

2.2.1.5. Commande en Impédance sans Mesure d'Effort

Dans la commande en impédance le problème de manipulation n'est posé ni en terme de mouvement ni en terme d'effort mais en terme de la relation entre mouvement et effort, en d'autres termes, l'objectif est de moduler et de réguler non pas la position du robot ni l'effort qu'il exerce sur l'environnement mais l'impédance de sortie du robot. Cette méthode est une extension et une combinaison entre la commande en raideur et la commande en amortissement. Ces dernières essaient de commander respectivement la raideur et l'amortissement du robot qui ne sont que respectivement, le terme statique et le terme d'amortissement de l'impédance de sortie du robot. La commande en impédance inclut le terme d'inertie [Hog 87]. Ceci implique la forme générale de l'impédance exprimée dans le domaine de Laplace :

$$Z(s) = Ms^2 + Bs + K \quad (2.9)$$

Où M est la matrice d'inertie désirée du robot, B la matrice d'amortissement et K la matrice de raideur. Et le problème est formulé comme suit :

$$F(s) = Z(s)dX(s) \tag{2.10}$$

Où $dX(s)$ est le déplacement dans l'espace opérationnel dû à l'effort F .

Deux types de commande en impédance sont possibles **selon qu'on utilise ou non un capteur d'effort**.

Un exemple du premier type est un asservissement par action proportionnelle-dérivée dans l'espace opérationnel dont la loi de commande est donnée par :

$$\Gamma = {}^c J^T [{}^c B ({}^c \dot{X}_d - {}^c \dot{X}) + {}^c K ({}^c X_d - {}^c X)] + G \tag{2.11}$$

Les matrices ${}^c B$ et ${}^c K$ sont diagonales par rapport au repère de complianc et jouent respectivement le rôle d'une matrice d'amortissement et de raideur. Le schéma de principe de cette commande est présenté à la figure (2.5).

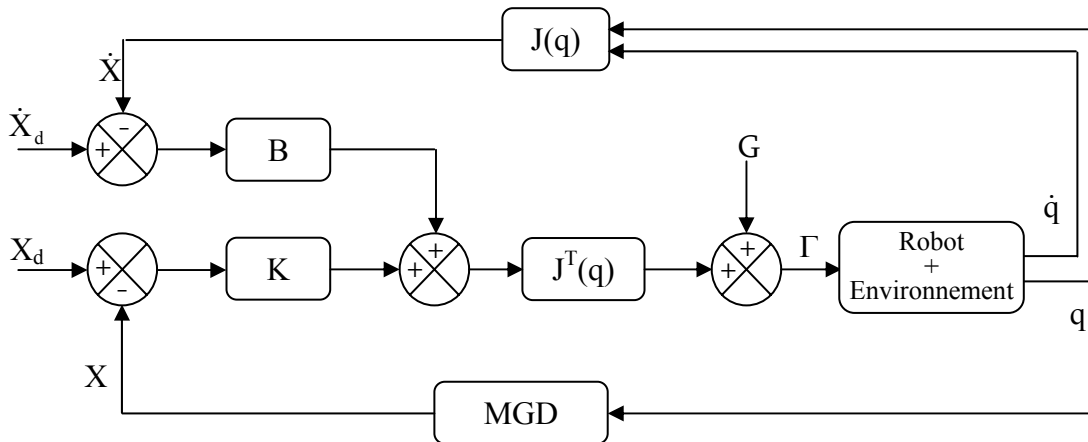


Figure 2.5 Commande en impédance sans mesure d'effort avec asservissement PD dans l'espace opérationnel

Il est à noter que l'efficacité de la commande en impédance réside dans l'imposition d'une matrice d'inertie comme c'est le cas dans la commande sans mesure d'effort avec découplage non linéaire à l'aide du modèle dynamique dans l'espace opérationnel qui se trouve dans [Khal 99].

2.2.1.6. Commande en Impédance avec retour d'effort

Le deuxième type de la commande en impédance nécessite un capteur d'effort, on s'intéresse ici à l'approche par découplage non linéaire [Khal 99].

Le modèle du robot en contact donné en (1.3) est mis sous la forme :

$$A(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) + J^T \mathcal{F} = \Gamma \quad (2.12.a)$$

Où H représente le vecteur incluant les couples centrifuges, de Coriolis, de frottements et les termes de la gravité. \mathcal{F} est le vecteur de l'effort exercé par le robot sur l'environnement.

Du fait que :

$$\ddot{q} = J^{-1}(\ddot{X} - \dot{J}\dot{q}) \quad (2.12.b)$$

En substituant (2.12.b) dans (2.12.a), il vient :

$$\Gamma = A(q)J^{-1}(\ddot{X} - \dot{J}\dot{q}) + H(q, \dot{q}) + J^T \mathcal{F} \quad (2.13)$$

Le modèle de comportement désiré est celui donné en (2.10) :

$$M(\ddot{X}_d - \ddot{X}) + B(\dot{X}_d - \dot{X}) + K(X_d - X) = \mathcal{F} \quad (2.14)$$

Ce qui conduit à :

$$\ddot{X}(t) = \ddot{X}_d + M^{-1}[B(\dot{X}_d - \dot{X}) + K(X_d - X) - \mathcal{F}] \quad (2.15)$$

Vu la relation (2.12.b), la commande par découplage non linéaire est réalisée en choisissant les couples de commande suivants :

$$\Gamma = \hat{A}(q)J^{-1}(\ddot{w}(t) - \dot{J}\dot{q}) + \hat{H}(q, \dot{q}) + J^T \mathcal{F} \quad (2.16.a)$$

Où \hat{A} et \hat{H} sont les estimations de A et H . $w(t)$ est un nouveau vecteur de commande qui ramène le problème à une commande de n systèmes linéaires découplés du second ordre. Dans le cas où le modèle est supposé parfait le vecteur $w(t)$ peut être choisi comme suit :

$$w(t) = \ddot{X}(t) \quad (2.16.b)$$

Si $w(t)$ est imposé tel que (2.15), l'expression (2.16.a) des couples actionneurs devient :

$$\Gamma = \hat{A}(q)J^{-1}\{\ddot{X}_d + M^{-1}[B(\dot{X}_d - \dot{X}) + K(X_d - X) - \mathcal{F}] - \dot{J}\dot{q}\} + \hat{H}(q, \dot{q}) + J^T \mathcal{F} \quad (2.17)$$

Et en mettant à part les termes de compensation et de réaction de l'effort on a :

$$\Gamma = \hat{A}(q)J^{-1}\{\ddot{X}_d + M^{-1}[B(\dot{X}_d - \dot{X}) + K(X_d - X)] - \dot{J}\dot{q}\} + \hat{H}(q, \dot{q}) + (J^T - \hat{A}(q)J^{-1}M^{-1})\mathcal{F} \quad (2.18)$$

Le schéma de principe de cette commande est présenté en figure (2.6). La correction peut être effectuée dans le repère de la base ou dans le repère de compliancé. Dans ce dernier cas, quelques transformations doivent intervenir pour décrire les vecteurs de positions et vitesses cartésiennes dans le repère de compliancé.

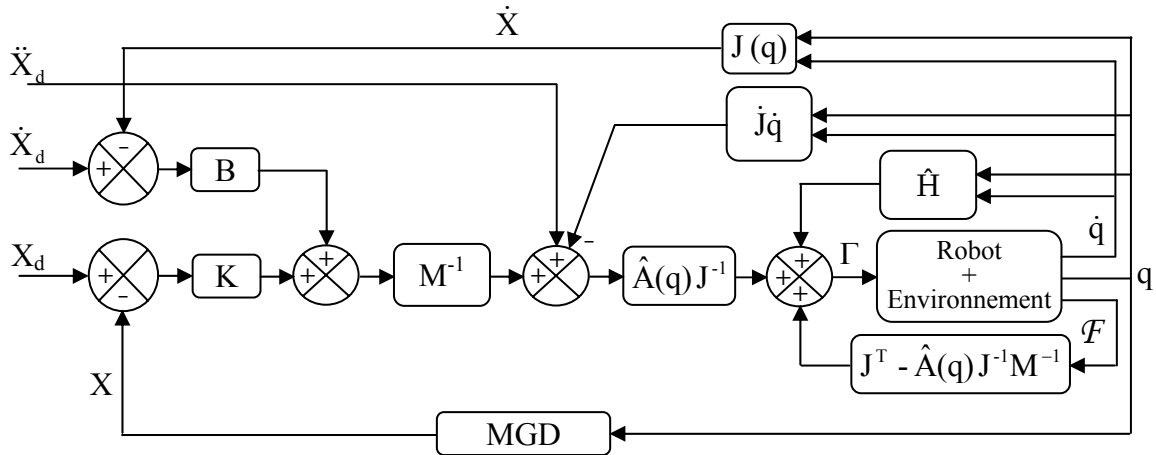


Figure 2.6 Commande en impédance par découplage non linéaire avec retour d'effort

2.2.2. Commande Explicite en Effort

Dans cette classe de commande en effort, le réglage de l'effort est effectué d'une manière directe à l'aide d'un capteur d'effort. Le régulateur peut être à ce moment d'une structure classique (de la famille PID par exemple) ou avancée (commande robuste par exemple) mais il n'y a pas de consigne en position ou en vitesse. Le schéma général de cette classe est présenté à la figure (2.7) [Whi 85].

Une loi de commande de l'effort de type PI est exprimée par :

$$\Gamma = J^T [K_f (\mathcal{F}_d - \mathcal{F}) - K_v \dot{X} + K_n \int (\mathcal{F}_d - \mathcal{F}) dt] + G \tag{2.19}$$

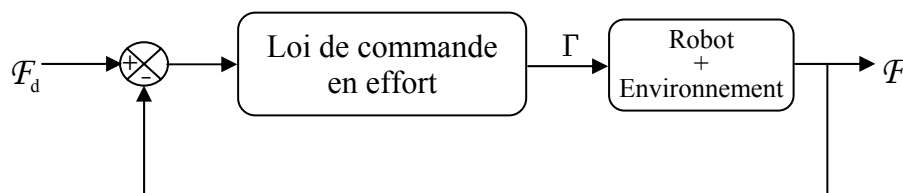


Figure 2.7 Schéma de principe de la commande explicite en effort

Une autre architecture de cette classe de commande est la commande explicite en effort avec une boucle interne en position dite dans la littérature anglo-saxonne (position-based explicit force control) [Vol 90]. Elle est due à la présence d'une boucle interne de position qui, dans la plupart des cas, est implantée par le constructeur. La boucle externe qui a pour consigne l'effort d'interaction désiré fournit une consigne en position pour la boucle interne (figure 2.8).

Le premier bloc à gauche est une admittance (inverse de l'impédance) qui transforme l'erreur d'effort en une consigne de position laquelle est comparée à la position courante du robot. Le bloc du milieu est une loi de commande en position (LCP).

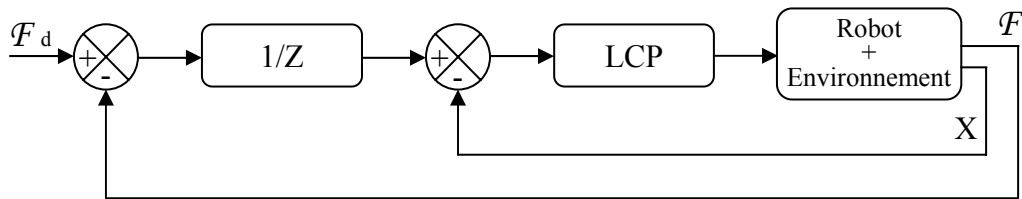


Figure 2.8 Commande explicite en effort avec boucle interne en position

2.2.3. Structures Hybrides de Commande en Effort

Les commandes de cette classe sont essentiellement caractérisées par la présence de deux consignes ; l'une en position l'autre en effort. Il existe deux groupes d'architectures dans cette classe : architectures en boucles parallèles et architectures de boucles en série (en cascade).

2.2.3.1. Les Structures Parallèles

Cette famille renferme à son tour plusieurs types de commandes :

2.2.3.1.1. Commande Parallèle Force/Position

Cette commande n'est que la commande par raideur active augmentée d'une boucle parallèle corrigeant d'une manière explicite l'effort d'interaction grâce à un retour de l'effort mesuré (figure 2.9) [Chi 99].

La loi de commande globale est alors la suivante :

$$\Gamma = {}^c J^T {}^c K {}^c J (q_d - q) + K_v (\dot{q}_d - \dot{q}) + J^T \left[F_d + K_f (F_d - F) + K_{\Pi} \int (F_d - F) dt \right] + G \quad (2.20)$$

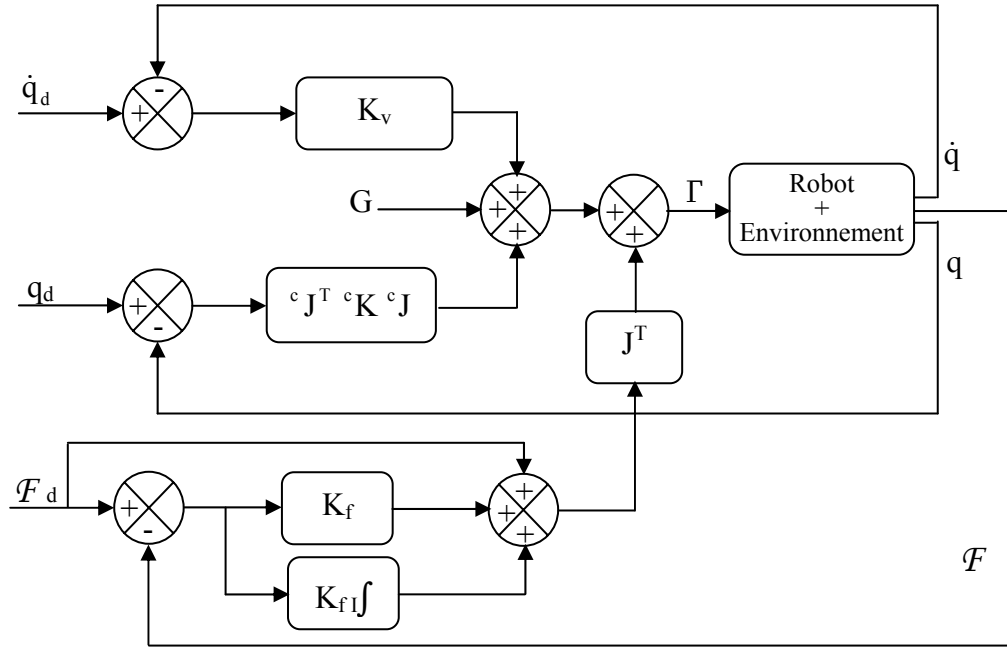


Figure 2.9 Schéma de principe de la commande par raideur active avec réglage explicite de l'effort

La boucle de commande en effort consiste en une action proportionnelle d'un gain K_f , une action intégrale d'un gain K_{fI} et une action anticipatrice unitaire.

2.2.3.1.2. Commande Hybride Force/Position

Ce type de commande a été proposé par Raibert et Craig en 1981. Elle consiste à asservir le robot à la fois en position et en effort, ceci en divisant l'espace de compliance en deux sous-espaces tels qu'un degré de liberté soit commandé **exclusivement** en effort ou en position : *les directions (degrés de liberté) contraintes en position sont commandées en effort et celles contraintes en effort sont commandées en position ou en vitesse* [Khal 99]. Cette séparation est réalisée à l'aide d'une matrice de sélection S qui détermine les directions qui seront commandées en position et de son complément à I_6 (pour un robot à 6 degrés de liberté) qui détermine les directions commandées en effort :

$$S = \text{Diag}(s_1, s_2, \dots, s_6)$$

Le terme s_i est égale à 1 si la direction i est commandée en position, à 0 si elle est commandée en effort. Le schéma de principe de cette architecture est présenté en figure (2.10).

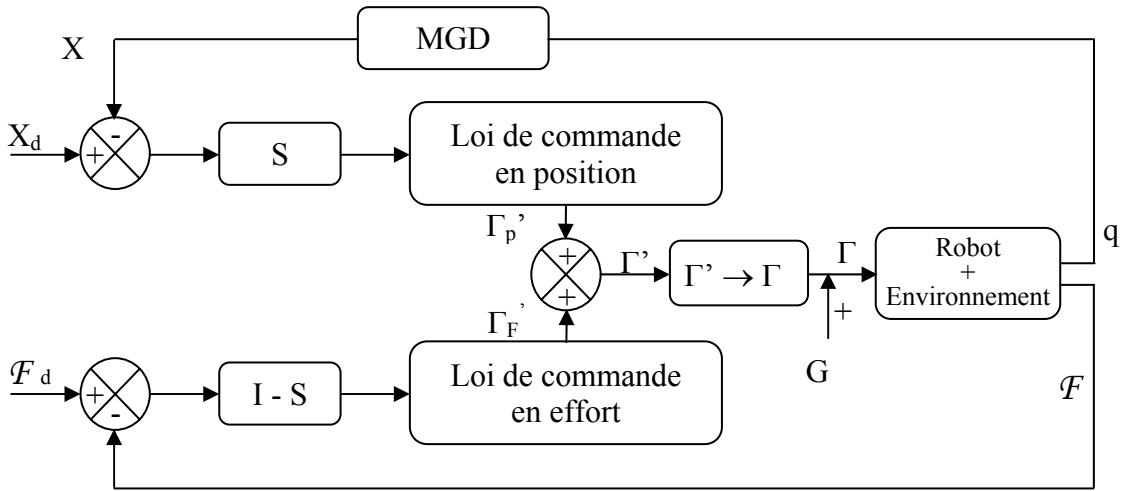


Figure 2.10 Schéma général d'une commande hybride force/position

Comme le montre ce schéma, les lois de commande des deux boucles ne sont pas spécifiées. Aussi, l'utilisateur est libre de choisir la technique qui conviendrait à son application.

Pour une commande en position articulaire on peut par exemple utiliser un PID classique pour avoir les couples articulaires suivant :

$$\Gamma'_p = K_p (q_d - q) + K_v (\dot{q}_d - \dot{q}) + K_i \int_{t_0}^t (q_d - q) d\tau \quad (2.21)$$

Pour une commande en position cartésienne nous aurons par exemple :

$$\Gamma'_p = J^T \left[K_p (X_d - X) + K_v (\dot{X}_d - \dot{X}) + K_i \int_{t_0}^t (X_d - X) d\tau \right] \quad (2.22)$$

Et pour la loi de commande en effort on peut opter pour :

$$\Gamma'_F = J^T \left[\mathcal{F}_d + K_f (\mathcal{F}_d - \mathcal{F}) - K_{fv} \dot{X} + K_{fi} \int_{t_0}^t (\mathcal{F}_d - \mathcal{F}) d\tau \right] \quad (2.23)$$

Dans la relation (2.23) intervient dans le terme dérivé, la vitesse cartésienne au lieu de la dérivée de l'effort à cause du bruit de mesure associé au capteur d'effort [Khal 99], de plus pour un environnement modélisé par un ressort linéaire, la dérivée de l'effort est proportionnelle à la vitesse cartésienne [Tar 96].

Il est à noter qu'un terme de compensation de la gravité G est ajouté aux couples actionneurs dans la cas où la commande n'utilise pas le modèle dynamique du robot.

Selon la nature des grandeurs Γ' qui est la somme des sorties des deux boucles on distingue trois types de commande hybride force/position :

- a. Commande avec somme des couples articulaires.
- b. Commande avec somme des efforts cartésiens.
- c. Commande avec somme des déplacements ou vitesses.

a. Commande hybride force/position avec somme des couples articulaires

C'est précisément ce qui a été proposé par Raibert et Craig (figure 2.11).

Dans ce cas nous avons une loi de commande en position articulaire LCPA et une loi de commande en effort LCF, la somme ne subit aucune transformation sauf une addition d'un terme de compensation de la gravité G .

$$\Gamma = \Gamma' + G \tag{2.24}$$

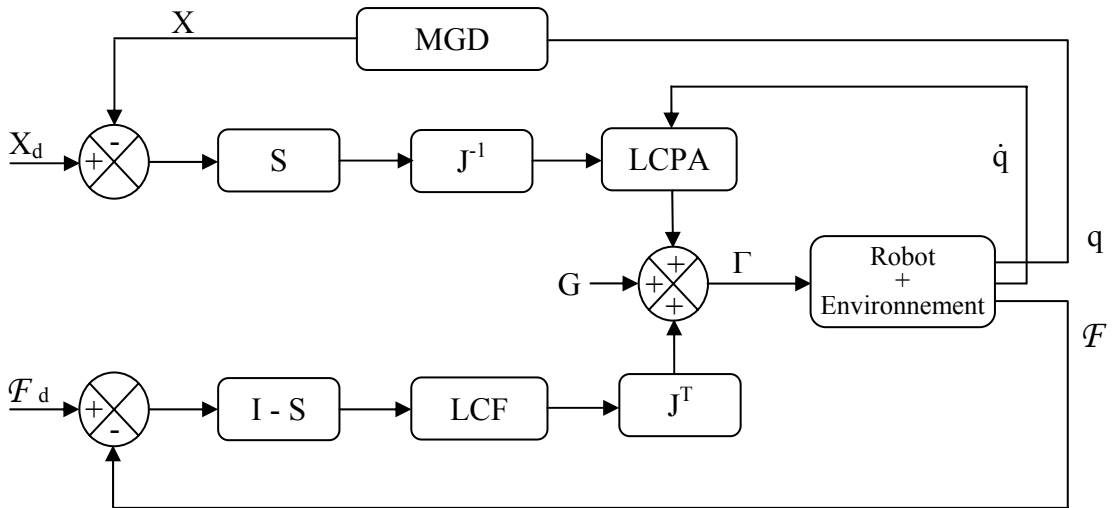


Figure 2.11 Commande hybride force/position avec somme des couples articulaires d'après Craig et Raibert

b. Commande hybride force/position avec somme des efforts cartésiens

Dans ce cas les couples actionneurs sont obtenus en transformant la somme des efforts cartésiens en les multipliant par la transposée de la matrice jacobienne du robot (figure 2.12) :

$$\Gamma = J^T F + G \tag{2.25}$$

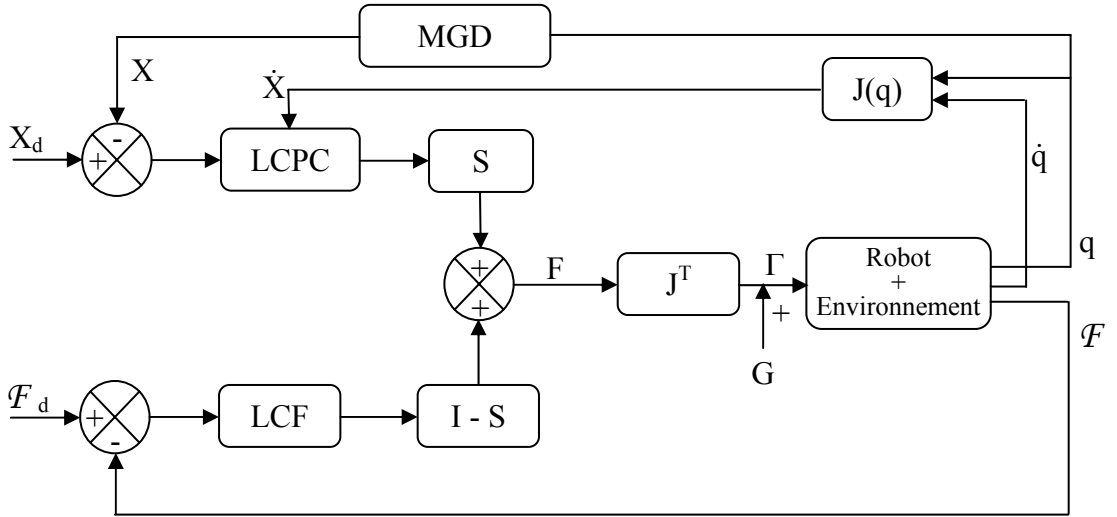


Figure 2.12 Commande hybride force/position avec somme des efforts

Une version de cette commande qui exploite le modèle dynamique dans l'espace opérationnel du robot est donnée dans [Khat 86, 87] où la boucle de commande en position est une loi de commande par découplage non linéaire. La boucle de commande en effort ne présente aucune particularité par rapport aux autres architectures sauf si l'application l'exige.

Le modèle dynamique du robot/environnement est donné dans l'espace opérationnel est :

$${}^c A_x(q) {}^c \ddot{X} + {}^c C_x(q, \dot{q}) + {}^c G_x(q) + {}^c F = {}^c J^{-T} \Gamma \quad (2.26)$$

Où : ${}^c J^{-T}$ désigne l'inverse de ${}^c J^T$.

${}^c A_x(q)$ est la matrice d'inertie cartésienne égale à ${}^c J^{-T} A(q) {}^c J^{-1}$.

${}^c C_x(q, \dot{q})$ est le vecteur des forces de Coriolis et des forces centrifuges cartésienne égal à $({}^c J^{-T} C(q, \dot{q}) - {}^c A_x(q) {}^c \dot{J}\dot{q})$.

${}^c G_x(q) = {}^c J^{-T} G(q)$ est le vecteur des forces de la gravité cartésiennes.

Remarquons que toutes les grandeurs sont écrites dans le repère de compliance.

La loi de commande découplée est :

$$\Gamma = {}^c J^T ({}^c A_x(q) w(t) + {}^c C_x(q, \dot{q}) + {}^c G_x(q) + {}^c F) \quad (2.27)$$

L'accent circonflexe indique une grandeur estimée. On pose :

$${}^c \hat{H}_x(q, \dot{q}) = {}^c \hat{C}_x(q, \dot{q}) + {}^c \hat{G}_x(q) + {}^c F \quad (2.28)$$

Si l'entrée auxiliaire est choisie de type PD, alors :

$$w(t) = {}^c \ddot{X}_d + {}^c K_v ({}^c \dot{X}_d - {}^c \dot{X}) + {}^c K_p ({}^c X_d - {}^c X) \quad (2.29)$$

Les couples actionneurs dus à la boucle de position sont donc :

$$\Gamma'_p = {}^c J^T \left\{ {}^c \hat{A}_x(q) S \left[{}^c \ddot{X}_d + {}^c K_v ({}^c \dot{X}_d - {}^c \dot{X}) + {}^c K_p ({}^c X_d - {}^c X) \right] + {}^c \hat{H}_x(q, \dot{q}) \right\} \quad (2.30)$$

Pour la détermination des couples de la boucle de commande en effort, est appliquée la relation suivante :

$$\Gamma'_F = {}^c J^T \left\{ (I-S) \left[{}^c \mathcal{F}_d + K_f ({}^c \mathcal{F}_d - {}^c \mathcal{F}) - K_{fv} {}^c \dot{X} + K_{fl} \int_{t_0}^t ({}^c \mathcal{F}_d - {}^c \mathcal{F}) d\tau \right] - {}^c \hat{A}_x(q) (I-S) {}^c K_{vf} {}^c \dot{X} \right\} \quad (2.31)$$

Cette commande est schématisée par la figure (2.13).

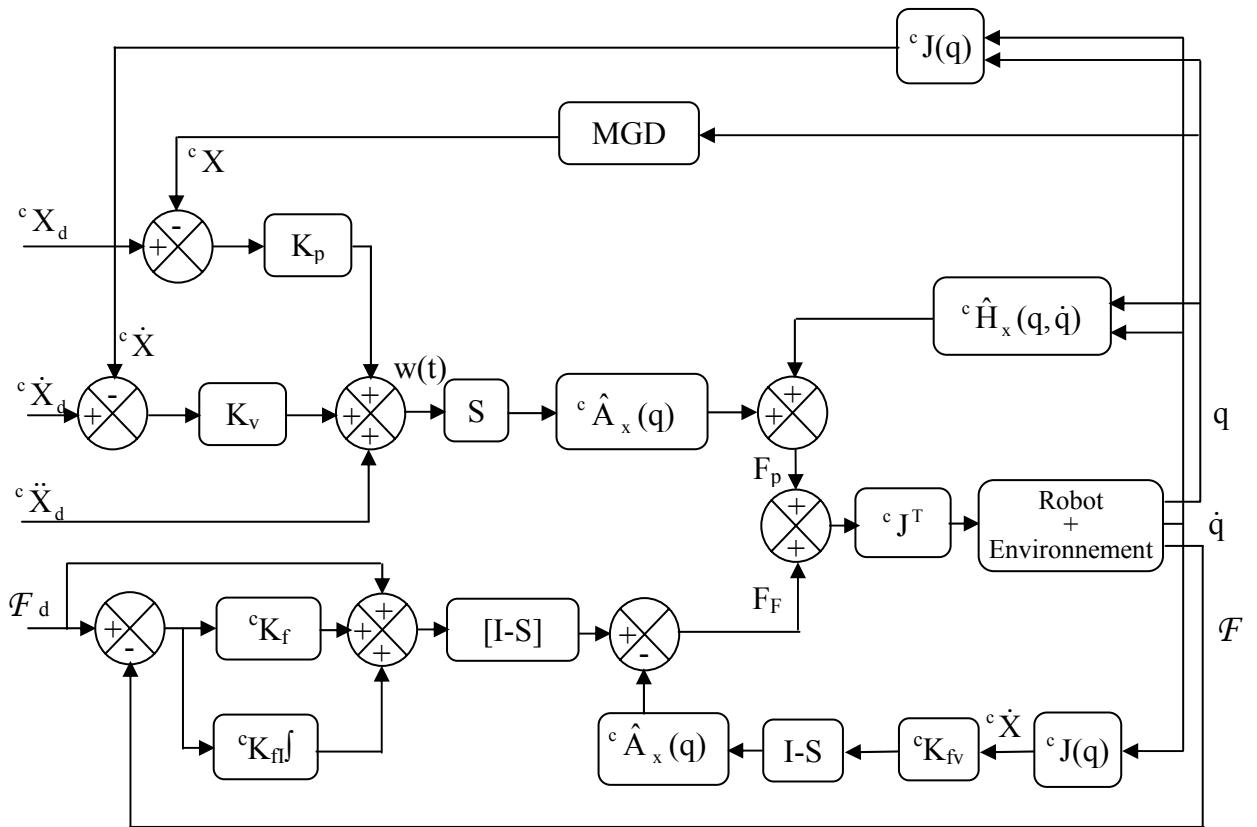


Figure 2.13 Commande hybride force/position avec somme des efforts par découplage non linéaire

c. Commande hybride force/position avec somme des déplacements cartésiens

Dans cette architecture la boucle de position comprend une simple sélection des directions commandées en position tandis que l'autre boucle fournit un effort de commande qui est

multiplié par l'inverse de la matrice de raideur estimée de l'environnement \hat{K}_e^{-1} , pour donner le déplacement correspondant. La somme des déplacements est transformée vers l'espace articulaire à l'aide de la matrice jacobienne inverse puis une loi de commande de position articulaire donne les couples actionneurs de commande (figure 2.14).

Il a été montré dans [An 87] que dans les structures des figures (2.11) et (2.12) qui utilisent la matrice inverse du jacobien, une instabilité est générée par l'interaction entre la matrice d'inertie et la matrice inverse du jacobien même dans les cas où cette dernière est bien définie (configurations non singulières), ce qui est dû à la réduction de l'espace opérationnel du manipulateur comme c'est le cas dans la commande hybride.

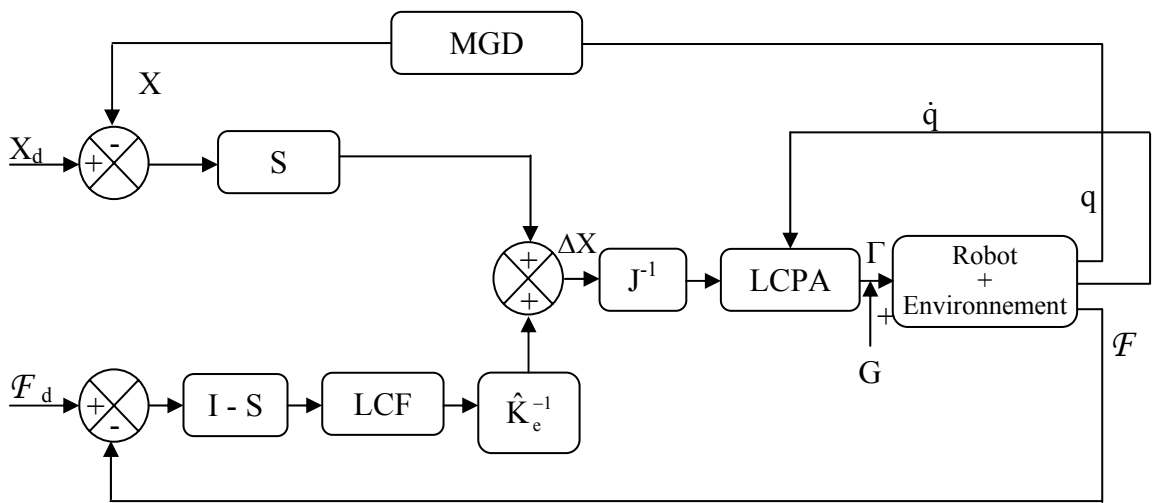


Figure 2.14 Commande hybride force/position avec somme des déplacements cartésiens

Selon Fisher et Mutjaba [Fis 92], cette instabilité est due à la formulation erronée de la projection de l'erreur opérationnelle dans l'espace articulaire dans cette architecture. Dans la figure (2.11), pour projeter l'erreur dans l'espace articulaire on a utilisé la relation suivante :

$$SdX = (SJ)dq \tag{2.32}$$

La solution qui a été proposée est d'utiliser la matrice pseudo-inverse du jacobien notée $J^\#$ pour résoudre la cinématique inverse du robot :

$$dq = (SJ)^\# dX \tag{2.33}$$

La matrice pseudo inverse du jacobien est définie par :

$$J^\# = (J^T J)^{-1} J^T \tag{2.34}$$

Plusieurs méthodes de calcul existent pour le calcul de la matrice pseudo inverse. Nous avons utilisé celle proposée par Greville [Khal 99]. Il s'agit d'un processus itératif exposé en annexe 2.

Cette solution est illustrée par la figure (2.15).

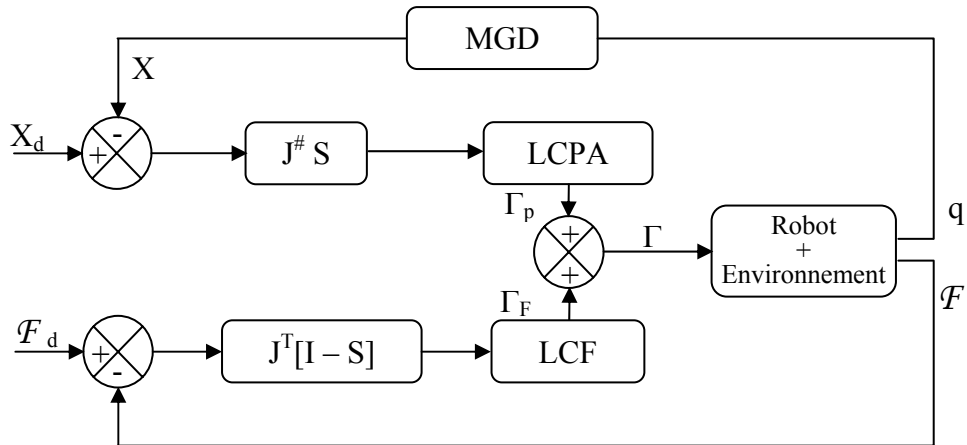


Figure 2.15 Schéma général d'une commande hybride force/position d'après Fisher et Mutjaba

Remarque : Le passage d'un mode de commande à un autre est réalisé par la modification des éléments de la matrice de sélection. Cette commutation peut exiger également une modification des gains ce qui est difficile à mettre en œuvre surtout en présence de termes intégraux.

2.2.3.2. Les Structures en Série (Commande Hybride Externe)

Cette structure effectue, comme la structure hybride force/position, un asservissement à la fois en force et en position. Cependant, elle diffère de cette dernière dans le fait que les boucles de commande en effort et en position sont imbriquées : la boucle interne effectue un asservissement en position avec une consigne désirée en position et une autre entrée issue de la boucle externe qui, elle, correspond à un asservissement explicite de l'effort terminal, le schéma de principe de cette architecture est donné en figure (2.16).

Il est à remarquer que la boucle de commande en position est toujours active et que, seule la loi de commande en effort est affectée par la modification des éléments de la matrice de sélection.

La commande hybride externe convient bien lorsque l'environnement est mal spécifié. L'asservissement en effort à une valeur voisine de zéro est source d'instabilité [Khal 99].

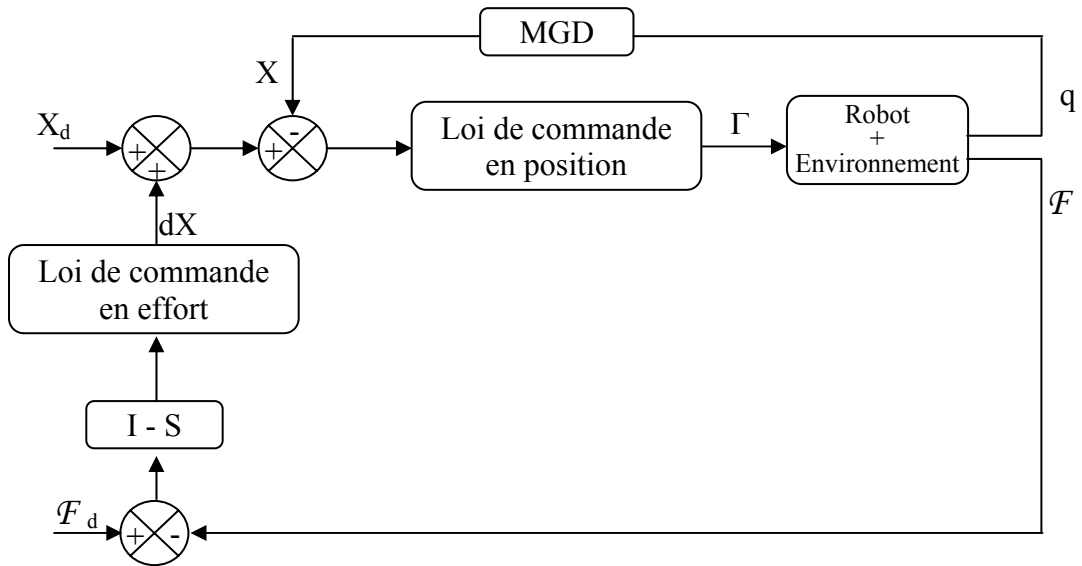


Figure 2.16 Schéma de principe de la commande hybride externe

Selon que la correction des positions soit réalisée dans l'espace articulaire ou dans l'espace cartésien, on distingue deux types de commande hybride externe [Per 91] :

2.2.3.2.1. Commande Hybride Externe avec Correction Articulaire de la Position

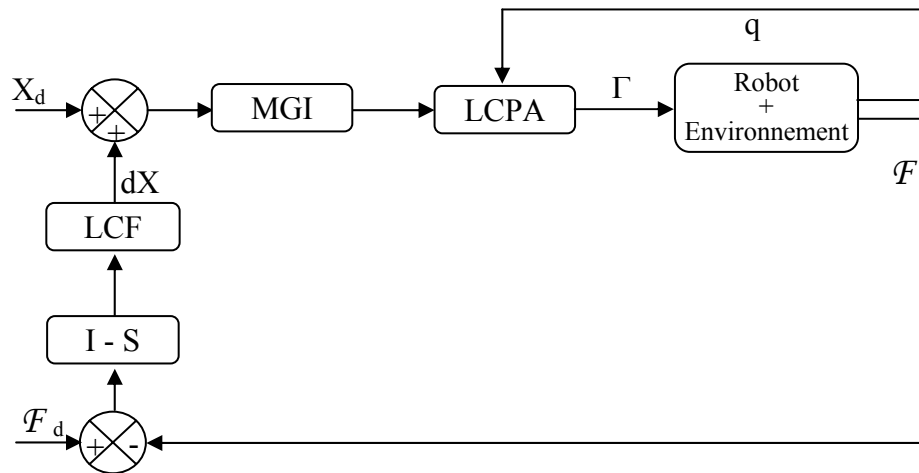


Figure 2.17 Commande hybride externe avec correction de la position articulaire et addition des déplacements cartésiens

Le schéma le plus courant de cette commande est illustré dans la figure (2.17) où les consignes : celle en position pure et celle issue de la boucle externe sont additionnées dans l'espace cartésien puis transformées vers l'espace articulaire à l'aide du modèle géométrique inverse pour effectuer la correction.

La somme des deux consignes peut être effectuée dans l'espace articulaire en transformant la consigne en position pure vers l'espace articulaire en utilisant le modèle géométrique inverse. Quant à la consigne issue de la boucle en effort est transformée vers l'espace articulaire en utilisant le modèle différentiel (cinématique) inverse (figure 2.18) [Duc 02].

Dans le cas où la consigne désirée en position est la vitesse cartésienne, il est alors adopté le schéma illustré par la figure (2.19), où les consignes sont sommées dans l'espace cartésien puis transformées en grandeurs articulaires à l'aide du modèle cinématique inverse.

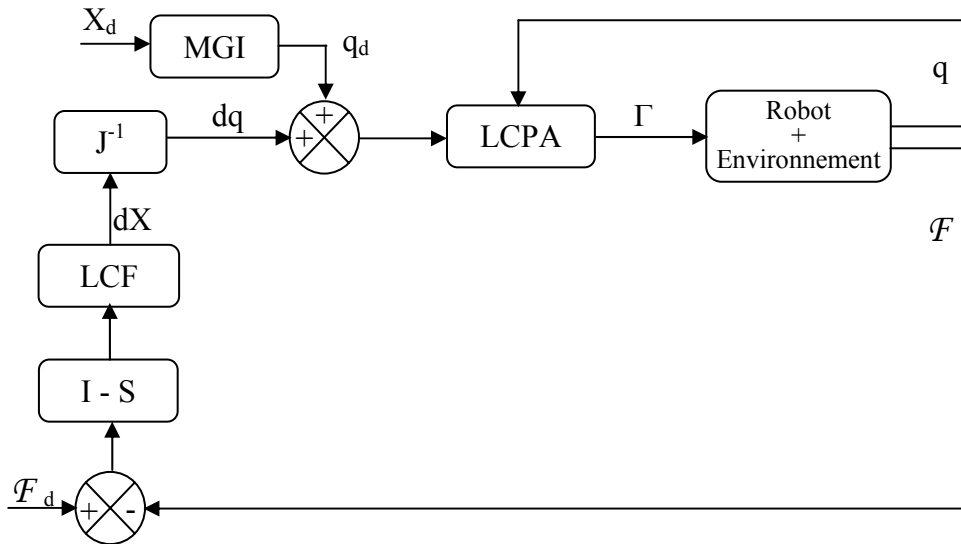


Figure 2.18 Commande hybride externe avec correction de la position articulaire et addition des déplacements articulaires

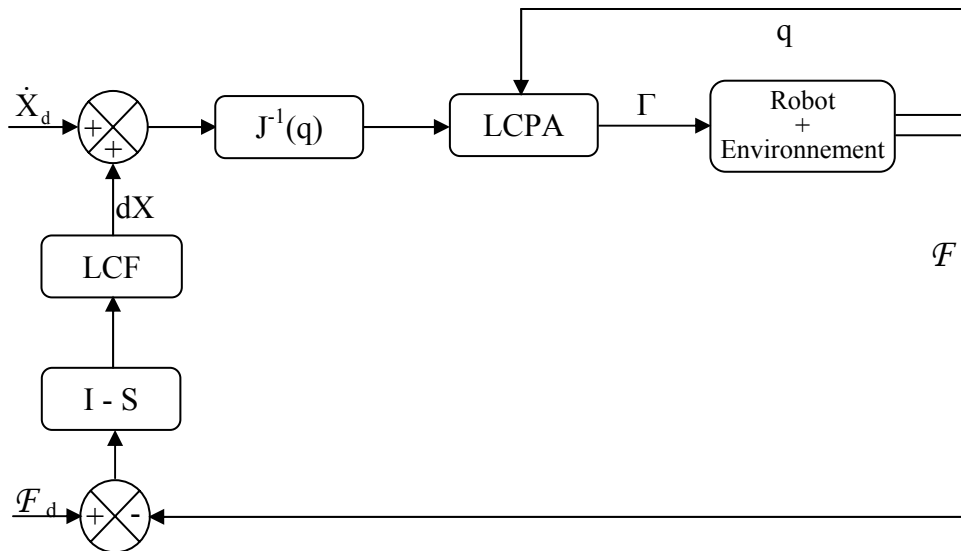


Figure 2.19 Commande hybride externe avec correction de la position articulaire et addition des « vitesses » cartésiennes

2.2.3.2.2. Commande Hybride Externe avec Correction Cartésienne de la Position

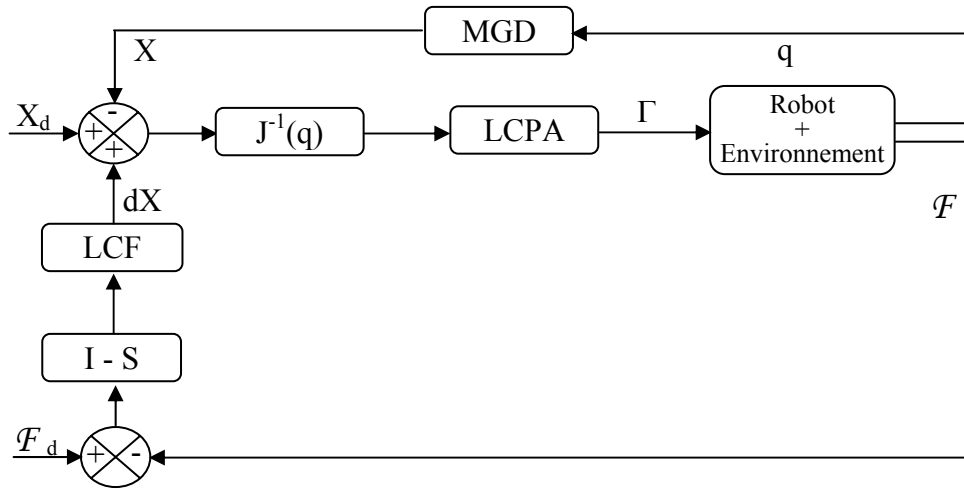


Figure 2.20 Commande hybride externe avec correction de la position cartésienne et addition des déplacements cartésiens

Dans ce cas, la correction de la position est effectuée dans l'espace cartésien en transformant la position articulaire courante en position cartésienne à l'aide du modèle géométrique direct. Les consignes sont sommées dans l'espace cartésien. La loi de commande en position articulaire affectera l'erreur cartésienne transformée en grandeur articulaire à l'aide de l'inverse de la matrice jacobienne (figure 2.20).

2.3. Conclusion

Nous avons exposé dans ce chapitre les structures de commande en effort et les différentes techniques qui y sont utilisées.

Les commandes implicites telle que la commande en raideur active, la commande par matrice de raideur et la commande par matrice d'amortissement peuvent être englobées par la commande en impédance qui en est une combinaison qui joue à la fois le rôle de chacune d'elles.

Les commandes explicites sont diverses et différentes mais apparemment les plus courantes sont les structures hybrides à savoir : la commande parallèle force/position, la commande hybride force/position et la commande hybride externe notamment la commande en impédance généralisée que nous verrons en détail dans le chapitre 4.

D'autres techniques plus avancées sont envisageables telle que la commande robuste à structure variable, la commande adaptative, la technique du backstepping etc.

Dans les chapitres qui suivent nous verrons quelques applications des commandes vues dans cette partie.

Commandes Implicites en Effort

3.1. Introduction

Nous allons dans ce chapitre présenter quelques applications des commandes implicites en effort qu'on a exposé de manière générale dans le chapitre précédent. Ici nous allons appliquer ces méthodes pour le cas exposé dans le chapitre 1.

3.2. Commande par Raideur Active

Dans notre application nous avons deux phases de mouvements : celle dans l'espace libre ayant pour trajectoire un demi-cercle et une deuxième phase de mouvement contraint le long d'un panneau présentant les caractéristiques données dans le premier chapitre. La trajectoire dans cette deuxième phase est une ligne droite. Le passage de la première vers la deuxième phase rend certaines directions contraintes par le contact avec le panneau, ce qui nécessite une commande spécifique pour chaque phase :

Pour la phase de mouvement en espace libre la commande est une loi proportionnelle dérivée comme celle vue dans le chapitre 1. Pour la phase de contact on a appliqué la commande par raideur active telle que décrite dans le chapitre précédent :

$$\Gamma = {}^c J^T {}^c K {}^c J (q_d - q) + K_v (\dot{q}_d - \dot{q}) + G \quad (3.1)$$

Le schéma de cette commande est identique à celui donné en figure (2.2). La matrice ${}^c K$ est diagonale par rapport au repère de compliance qui coïncide avec le repère lié à l'extrémité de l'effecteur qu'on notera $\{C\}$. Les degrés de liberté non contraints sont la translation selon ${}^c X$ et la rotation selon ${}^c Y$. Une seule direction est contrainte c'est la translation selon ${}^c Z$ qui est perpendiculaire par rapport au panneau durant la deuxième phase tel qu'indiqué en figure (1.2). La matrice jacobienne est écrite dans le repère de compliance en utilisant la transformation suivante :

$${}^c J(q) = \begin{bmatrix} {}^c R_0 & 0_3 \\ 0_3 & {}^c R_0 \end{bmatrix} {}^0 J(q) \quad (3.2)$$

Où ${}^c R_0$ est la matrice de rotation du repère $\{0\}$ par rapport au repère de compliance $\{C\}$, ce dernier coïncidant avec le repère $\{E\}$ lié à l'extrémité de l'organe terminal (voir figure 1.2). La matrice 0_3 est la matrice nulle de dimension (3×3) . ${}^0 J(q)$ est le jacobien écrit dans le repère de la base et défini dans la relation (1.26).

La tâche étant située dans le plan correspondant à la profondeur ${}^0 y = d_2 + d_3$, les articulations 1, 4 et 6 sont bloquées. La matrice ${}^c K$ est alors de la forme :

$${}^c K = \text{diag}(k_x, 0, k_z, 0, k_y, 0) \quad (3.3)$$

Cette matrice est choisie comme suit : ${}^c K = \text{diag}(40000, 0, 40000, 0, 400, 0)$. La matrice de gains de l'action dérivée est : $K_v = \text{diag}(0, 690, 105, 0, 16, 0)$. Les résultats sont illustrés par les figures (3.1), (3.2) et (3.3).

Ces résultats présentent un mouvement transitoire long et vibratoire avec un effort de faible valeur (< 7 N), le système reste stable et les couples actionneurs sont réalisables par le robot. On ne remarque cependant, aucune supériorité de la commande en raideur active par rapport à la commande PD classique encore moins par rapport à la commande dynamique avec une difficulté particulière à fixer les gains de la matrice de raideur cartésienne. Une remarque a été faite au chapitre 2 concernant la possibilité d'instabilité de cette commande puisqu'elle ne tient pas compte de la dynamique du robot.

Notons que les valeurs des gains des différentes directions n'ont aucun lien de comparaison entre elles, mais elles ont un rapport avec la bande passante du robot pour les directions non contraintes et le comportement de l'environnement pour les directions contraintes. Cette remarque peut aider à fixer les gains de la matrice de raideur cartésienne.

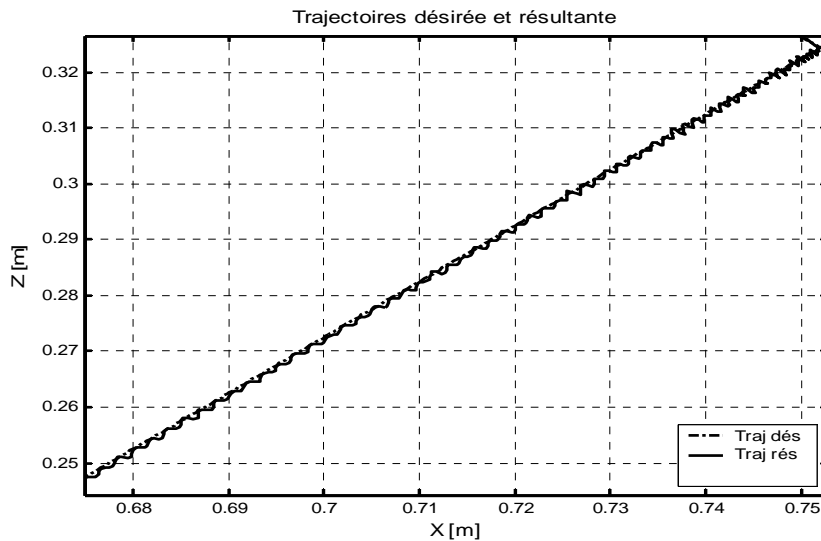


Figure 3.1 Poursuite de la trajectoire

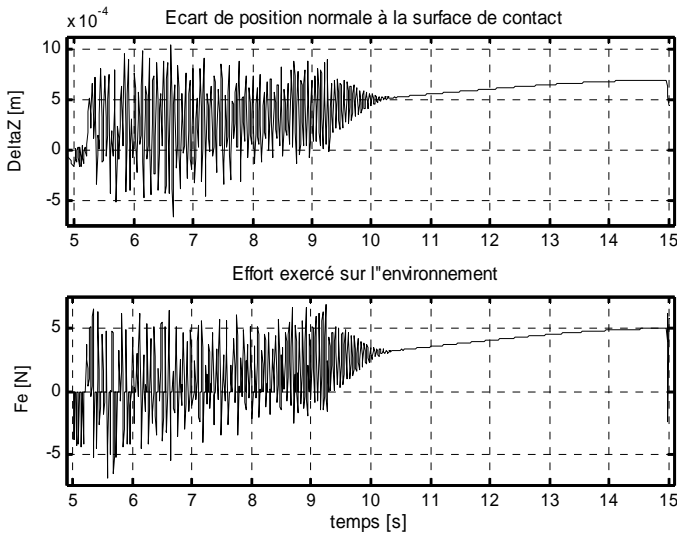


Figure 3.2 Ecart par rapport à la position d'équilibre et effort exercé sur l'environnement.

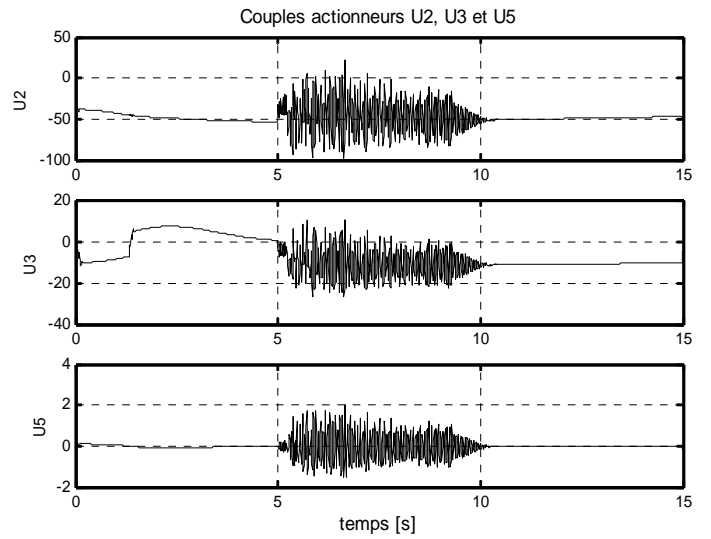


Figure 3.3 Couples actionneurs fournis

3.3. Commande par Matrice de Raideur

L'application de cette commande permet d'introduire le modèle dynamique du robot. La **correction est effectuée dans l'espace cartésien** précisément dans le repère de la base. La commande découplante avec compensation du terme ${}^c J^T {}^c \mathcal{F}$ exploitant la mesure de l'effort est la suivante :

$$\Gamma = \hat{A}(q) {}^0 J^{-1} (w(t) - {}^0 \dot{j}\dot{q}) + \hat{H}(q, \dot{q}) + {}^c J^T {}^c \mathcal{F} \quad (3.4)$$

$w(t)$ est une entrée auxiliaire. Si on suppose que les erreurs de modélisation sont nulles on a :

$${}^0 \ddot{X} = w(t) \quad (3.5)$$

$w(t)$ est choisie telle que :

$$w(t) = {}^0 \ddot{X}_d + {}^0 K_p ({}^0 X_d - {}^0 X - {}^0 dX) + {}^0 K_v ({}^0 \dot{X}_d - {}^0 \dot{X}) \quad (3.6)$$

Où K_p et K_v sont les matrices de gains respectivement proportionnels et dérivés. Elles sont diagonales par rapport au repère de la base.

Nous savons d'après la relation (2.6) que :

$${}^0 dX = {}^0 K_f {}^0 \mathcal{F} \quad (3.7)$$

Il est à noter que dans la relation (3.7) la correction s'effectue dans le repère de la base et les grandeurs de positions, vitesses et accélérations y sont décrites, or l'effort est mesuré dans le repère lié à l'extrémité de l'effecteur {E} qui est aussi le repère de compliance {C}, pour le décrire (l'effort) dans le repère de la base on effectue une simple projection dans le repère de la base selon la relation suivante :

$${}^0\mathcal{F} = \begin{bmatrix} {}^0R_c & 0_3 \\ 0_3 & {}^0R_c \end{bmatrix} {}^c\mathcal{F} \tag{3.8}$$

L'effort ayant la forme :

$${}^c\mathcal{F} = [0,0, {}^cF_z, 0,0,0]^T \tag{3.9}$$

Qui est écrit dans le repère de la base d'après (3.8) :

$${}^0\mathcal{F} = [{}^0F_x, 0, {}^0F_z, 0,0,0]^T \tag{3.10}$$

Ce qui attribue à 0K_f la forme suivante :

$${}^0K_f = \text{Diag}(k_{fx}, 0, k_{fz}, 0,0,0) \tag{3.11}$$

On a fixé une même valeur pour tous les éléments à 0.0001 qui correspond à l'inverse de la raideur désirée du robot selon chaque direction (ddl) de l'espace opérationnel repéré par le système de coordonnées {0}. Les résultats obtenus sont présentés aux figures (3.5), (3.6), (3.7) et (3.8).

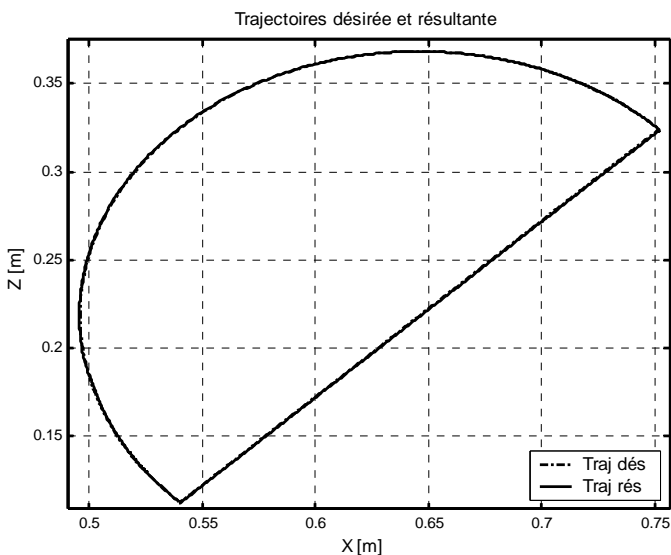


Figure 3.5 Poursuite de la trajectoire

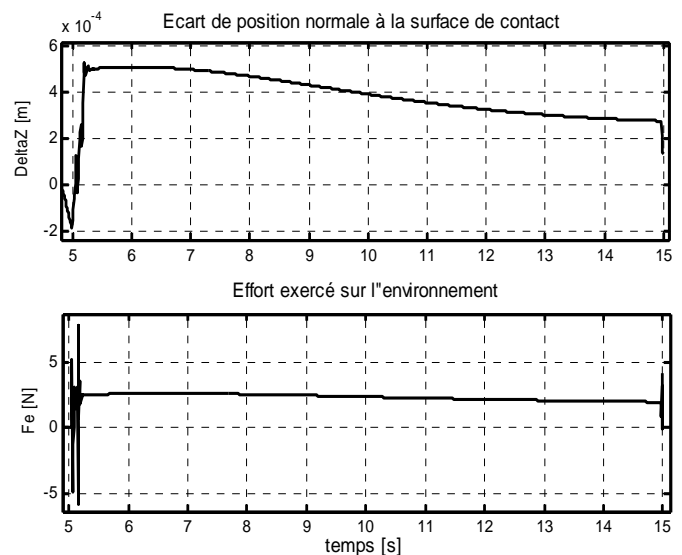


Figure 3.6 Ecart normal à la surface de contact et effort exercé sur l'environnement

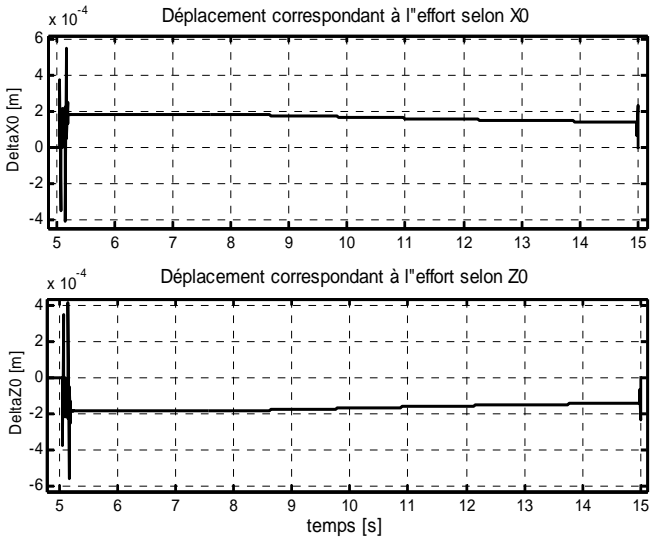


Figure 3.7 Déplacements virtuels correspondants à l’effort à travers la raideur désirée selon les directions du repère de la base.

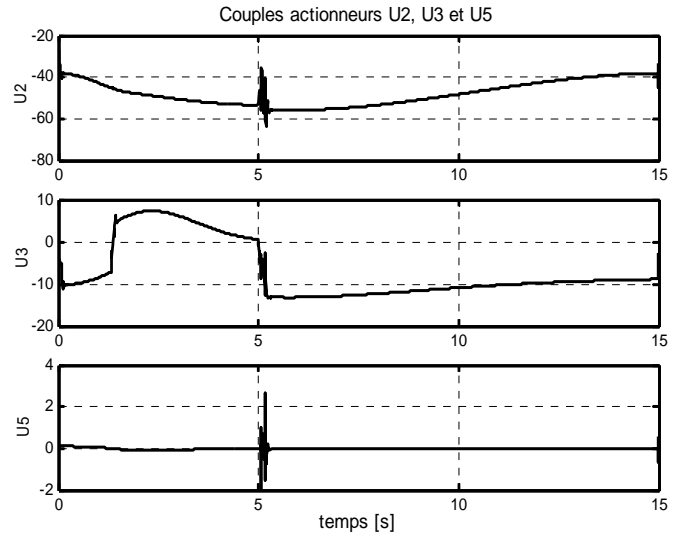


Figure 3.8 Couples actionneurs fournis

La figure (3.5) représente la poursuite durant les deux phases, et la précision de cette poursuite est illustrée par la figure (3.6) qui montre une erreur inférieure à 1 mm et un effort inférieur à 8 N. La figure (3.7) montre le déplacement élémentaire selon les directions du repère de la base correspondant à l’effort mesuré qui est exercé sur l’environnement, et cela relativement à la raideur que l’on désire du robot ${}^0 K_f^{-1}$.

Ces résultats montrent un effort d’interaction faible et une précision à moins d’un millimètre près. On peut dire a priori que l’utilisation d’une mesure d’effort et une loi de commande dynamique facilite le control de l’interaction.

On peut procéder autrement en effectuant la **correction dans le repère de compliance**. Les couples actionneurs sont les mêmes que dans la relation (3.4) sauf qu’ici les grandeurs cartésiennes sont décrites dans le repère de compliance :

$$\Gamma = \hat{A}(q) {}^c J^{-1} (w(t) - {}^c \dot{J} \dot{q}) + \hat{H}(q, \dot{q}) + {}^c J^T {}^c \mathcal{F} \tag{3.12}$$

La matrice jacobienne, sa dérivée et sa transposée sont toutes décrites dans le repère de compliance. La relation (3.5) devient :

$${}^c \ddot{X} = w(t) \tag{3.13}$$

Quant à $w(t)$ elle est choisie telle que :

$$w(t) = {}^c \ddot{X}_d + K_p ({}^c X_d - {}^c X - {}^c dX) + K_v ({}^c \dot{X}_d - {}^c \dot{X}) \tag{3.14}$$

Il est à noter que la trajectoire est décrite dans le repère de compliance. La génération des trajectoires étant réalisée dans le repère de la base, quelques transformations sont effectuées pour la décrire dans le repère de compliance.

Une fois décrites dans le repère de la base $\{0\}$ à l'aide du MGD, les positions cartésiennes courantes sont ensuite écrites dans le repère de compliance au même titre que les positions cartésiennes désirées en utilisant la transformation suivante :

$${}^c\mathbf{X} = \begin{bmatrix} {}^c\mathbf{R}_0 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & {}^c\mathbf{R}_0 \end{bmatrix} {}^0\mathbf{X} \quad (3.15)$$

La matrice utilisée dans cette transformation est de dimension (6×6) où la matrice ${}^c\mathbf{R}_0 = {}^0\mathbf{R}_c^T$ est la matrice de rotation du repère de la base par rapport au repère de compliance.

Pour les vitesses courantes on utilise le jacobien écrit dans le repère de l'outil obtenu par la relation (3.2) :

$${}^c\dot{\mathbf{X}} = {}^c\mathbf{J}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (3.16)$$

Les vitesses désirées sont écrites dans le repère de compliance selon la formule suivante :

$${}^c\dot{\mathbf{X}}_d = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_d) & -\sin(\varphi_d) & 0 \\ \sin(\varphi_d) & \cos(\varphi_d) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} {}^0\dot{\mathbf{X}}_d \quad (3.17)$$

Les deux vecteurs ${}^0\dot{\mathbf{X}}_d$ et ${}^c\dot{\mathbf{X}}_d$ regroupent la vitesse désirée : de translation selon X, de translation selon Z et de rotation selon Y, correspondants respectivement, aux repères de la base et de compliance. φ_d est obtenue par la relation (1.9), le modèle géométrique inverse n'est donc pas utilisé pour effectuer ces transformations.

Les accélérations cartésiennes désirées peuvent être déduites par dérivation numérique des vitesses cartésiennes désirées.

Le vecteur ${}^c d\mathbf{X}$ image de l'effort, a 5 composantes tous le temps nulles et une seule qui ne l'est pas. C'est la troisième composante correspondant au rapport de l'effort selon ${}^c\mathbf{Z}$ à la raideur désirée du robot selon cette direction. Ce qui s'écrit :

$${}^c d\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ {}^c dz \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & & \\ & & k_{fz} & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 & \\ & & & & 0 & 0 \\ 0 & \dots & & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ {}^c \mathcal{F}_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

La matrice K_f représente l'inverse de la raideur désirée. Les résultats sont présentés aux figures (3.9), (3.10) et (3.11).

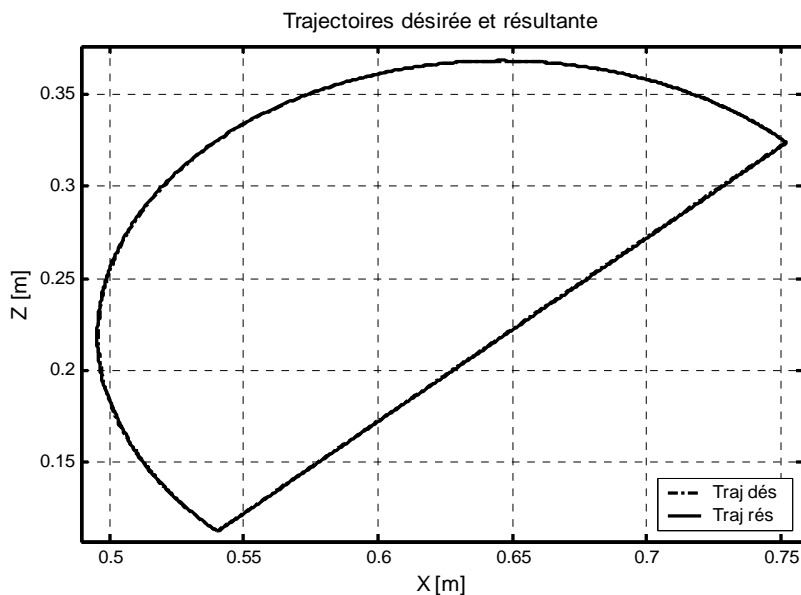


Figure 3.9 Poursuite de la trajectoire

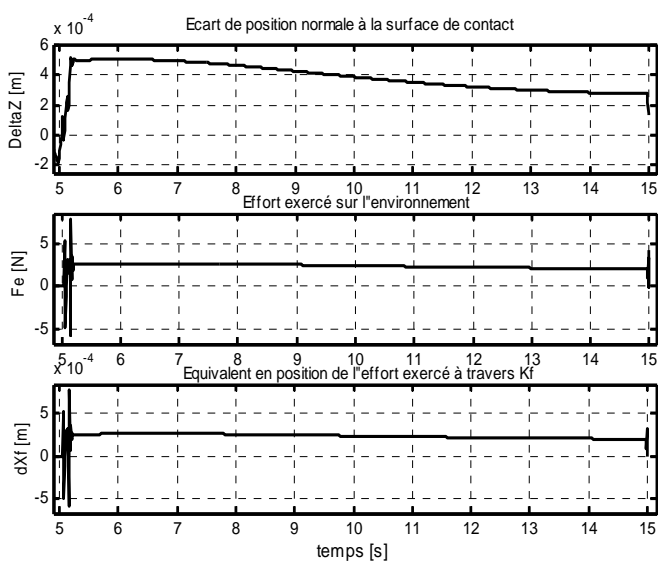


Figure 3.10 Ecart normal à la surface de contact, effort exercé sur l'environnement et déplacement virtuel correspondant à travers la raideur désirée

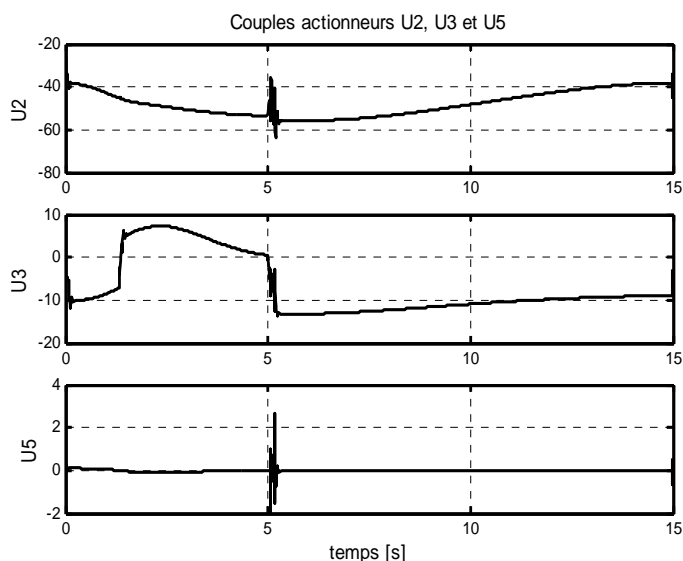


Figure 3.11 Couples actionneurs fournis

Les résultats obtenus sont presque identiques à ceux obtenus dans le cas de la correction dans le repère de la base (figure 3.8). Néanmoins, la correction dans le repère de compliance présente l'avantage, du point de vue implémentation, de n'avoir à régler qu'une seule variable alors que précédemment deux variables sont à régler.

Il y a lieu de dire aussi qu'il est préférable de traiter l'effort selon la direction qu'il affecte directement pour éviter l'influence des erreurs éventuelles qui seraient dues à la projection de l'effort du repère de compliance vers le repère de la base.

Il est également possible d'effectuer la **correction dans l'espace articulaire** telle que le déplacement correspondant à l'effort exercé sur l'environnement, après l'avoir calculé dans le repère de compliance, soit transformé vers l'espace articulaire en utilisant la matrice inverse du jacobien décrite dans le repère de compliance. Nous avons donc :

$$dq = {}^c J^{-1} {}^c dX \tag{3.19}$$

Et la loi de commande est, dans le cas d'une correction proportionnelle dérivée (PD), le suivant :

$$\Gamma = K_p (q_d - q - dq) + K_v (\dot{q}_d - \dot{q}) + G \tag{3.20}$$

Le schéma de principe de cette commande est présenté à la figure (3.12) et les figures (3.13) et (3.14) et (3.15) représentent les résultats obtenus par cette méthode.

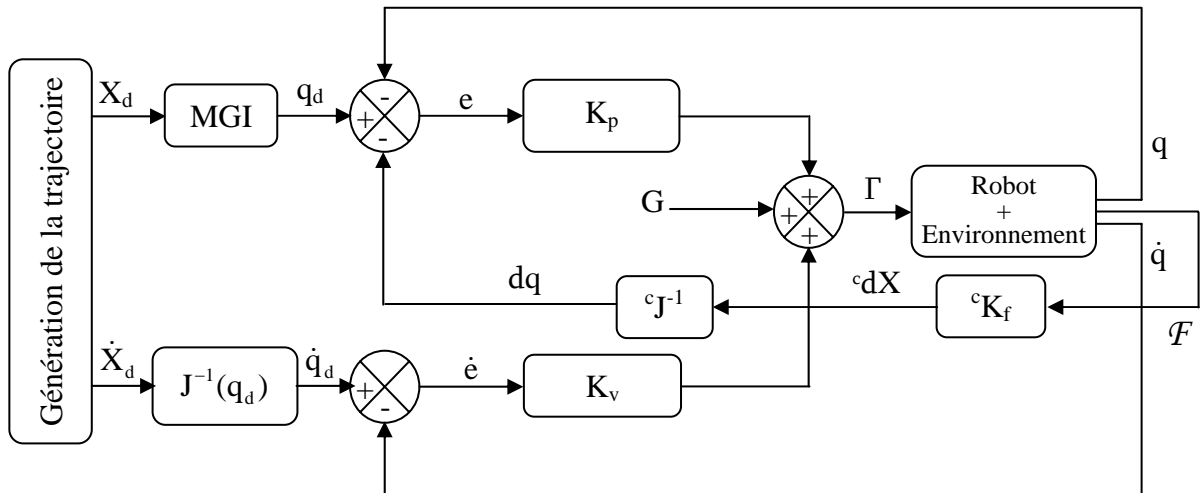


Figure 3.12 Schéma de principe de la commande en raideur par retour d'effort

Bien qu'elle n'utilise pas le modèle dynamique, cette commande assure une précision de moins de 1 mm et l'effort d'interaction est faible avec maintien du contact. La raideur désirée retenue selon la direction ${}^c Z$ est : $1/k_{zf} = 10000 \text{ N/m}$.

Figure 3.13 Poursuite de la trajectoire

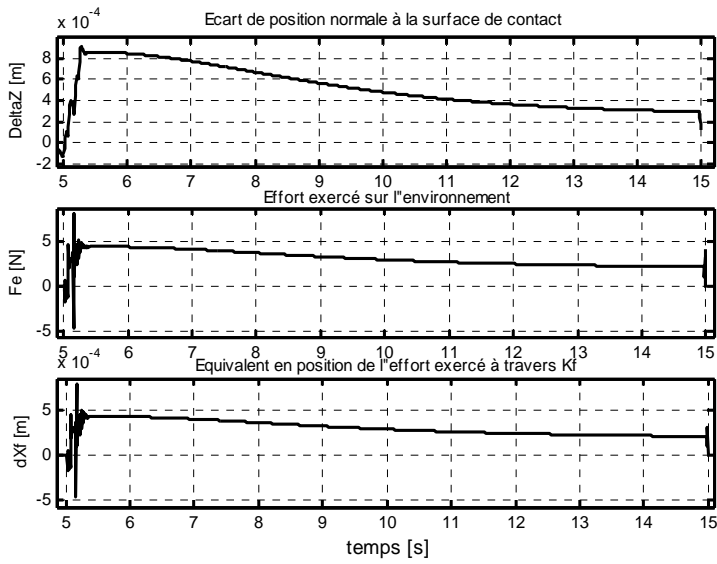
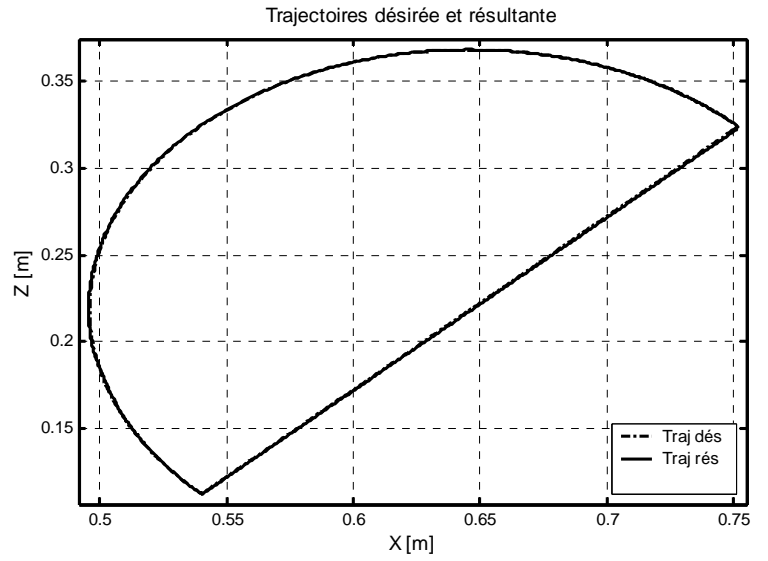
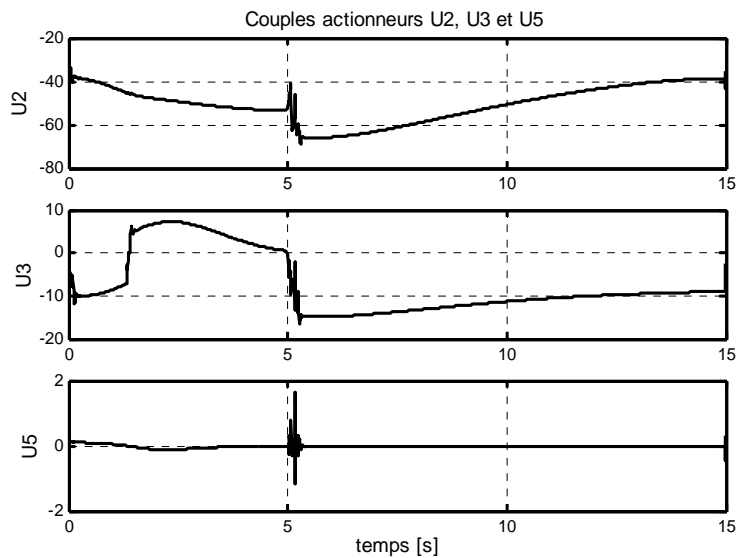


Figure 3.14 Ecart normal à la surface de contact, effort exercé sur l'environnement et déplacement virtuel correspondant à travers la raideur désirée.

Figure 3.15 Couples actionneurs fournis.



3.4. Commande en Impédance

Pour la commande en impédance nous avons appliqué la version qui exploite le modèle dynamique du robot avec retour de l'effort. La loi de commande a été développée dans le §2.2.1.6. Rappelons la relation (2.16) qui exprime les couples actionneurs :

$$\Gamma = \hat{A}(q) {}^c J^{-1} \left\{ {}^c \ddot{X}_d + {}^c M^{-1} \left[{}^c B \left({}^c \dot{X}_d - {}^c \dot{X} \right) + {}^c K \left({}^c X_d - {}^c X \right) - {}^c \mathcal{F} \right] - {}^c J \dot{q} \right\} + \hat{H}(q, \dot{q}) + {}^c J^T {}^c \mathcal{F} \quad (3.21)$$

Toutes les grandeurs cartésiennes sont décrites dans le repère de compliance $\{C\}$. Les éléments des matrices de raideur, d'amortissement et d'inertie désirées sont choisies comme suit :

Pour la matrice de raideur sont fixées des valeurs élevées relatives aux directions non contraintes pour obtenir une bonne précision, et des valeurs faibles relatives aux directions contraintes pour réduire l'effort de contact.

Dans le cas de la matrice d'amortissement sont imposées des valeurs élevées aux directions contraintes pour amortir le contact, et des valeurs faibles aux directions libres.

Enfin, concernant la matrice d'inertie sont attribuées des valeurs élevées aux directions contraintes pour diminuer la dynamique (la mobilité) du robot, tandis qu'aux directions libres sont imposées des valeurs faibles.

La matrice d'inertie contient 6 éléments non nuls pour permettre son inversion. Les éléments qui n'interviennent pas dans la commande en l'occurrence $m_y = {}^c M_{22}$, $m_{rx} = {}^c M_{44}$ et $m_{rz} = {}^c M_{66}$ ont obligatoirement l'unité comme valeur pour ne pas influencer les autres directions qui, elles, interviennent dans la tâche. Les matrices utilisées sont fixées comme suit :

$${}^c K = \text{diag}(17000, 0, 13000, 0, 17000, 0).$$

$${}^c B = \text{diag}(100, 0, 220, 0, 100, 0).$$

$${}^c M = \text{diag}(1.2, 1, 2.6, 1, 1.2, 1).$$

Le schéma de commande est celui de la figure (2.6). Les résultats obtenus par cette méthode sont présentés aux figures (3.16), (3.17) et (3.18).

On remarque une bonne poursuite de la trajectoire et une précision de moins d'un millimètre. L'effort exercé par le robot est maintenu sans dépasser les 5 N et les couples sont facilement réalisables par les actionneurs.

L'avantage de cette commande est qu'elle est aussi bien valable pour la phase libre que pour la phase de contact.

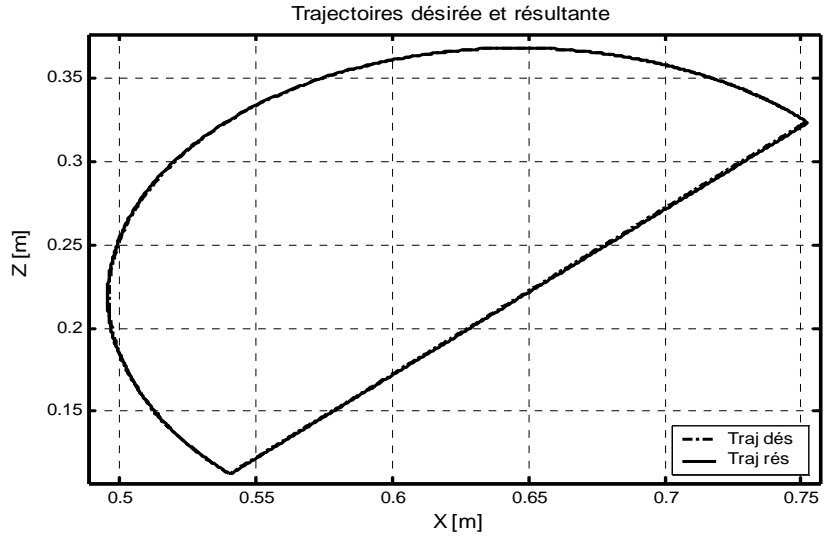


Figure 3.16 Poursuite de la trajectoire

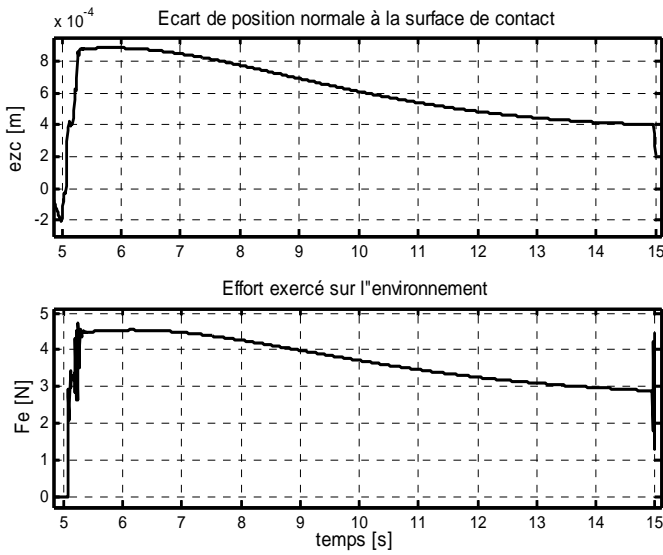


Figure 3.17 Ecart normal à la surface de contact et effort exercé sur l'environnement.

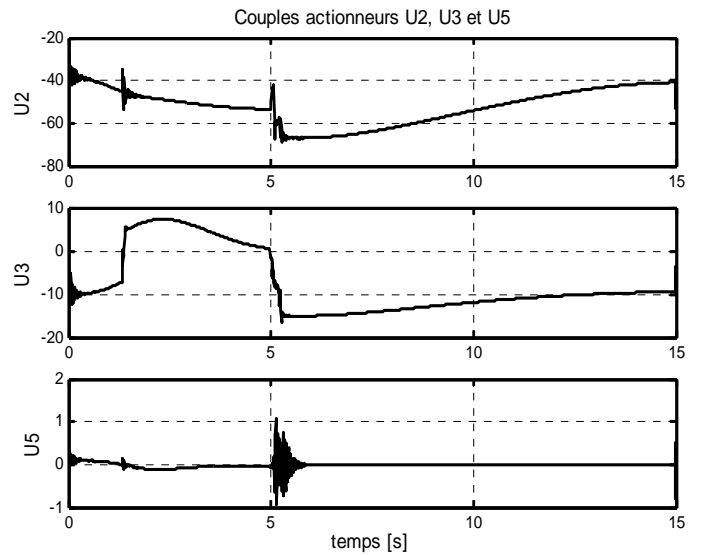


Figure 3.18 Couples actionneurs fournis

Lorsque le terme d'inertie de l'impédance désirée est inhibé en mettant ${}^cM = I_6$, la loi de commande devient :

$$\Gamma = \hat{A}(q) {}^cJ^{-1} \left\{ {}^c\ddot{X}_d + I_6 \left[{}^cB({}^c\dot{X}_d - {}^c\dot{X}) + {}^cK({}^cX_d - {}^cX) - {}^cF \right] - {}^cJ\dot{q} \right\} + \hat{H}(q, \dot{q}) + {}^cJ^T {}^cF \quad (3.22)$$

Dans ce cas la tâche devient extrêmement difficile du moins dans le cas où la surface de contact est inclinée. Les résultats sont présentés aux figures (3.19), (3.30) et (3.31).

Les couples actionneurs correspondants à ces résultats ne sont plus lisses et sont bien plus élevés que ceux admissibles par les actionneurs, ce qui veut dire que la commande est déstabilisante et il n'est pas recommandé de l'utiliser pour accomplir cette tâche. Les valeurs assignées aux matrices de raideur et d'amortissement sont :

$${}^c K = \text{diag}(12500, 0, 4000, 0, 12500, 0).$$

$${}^c B = \text{diag}(80, 0, 180, 0, 80, 0).$$

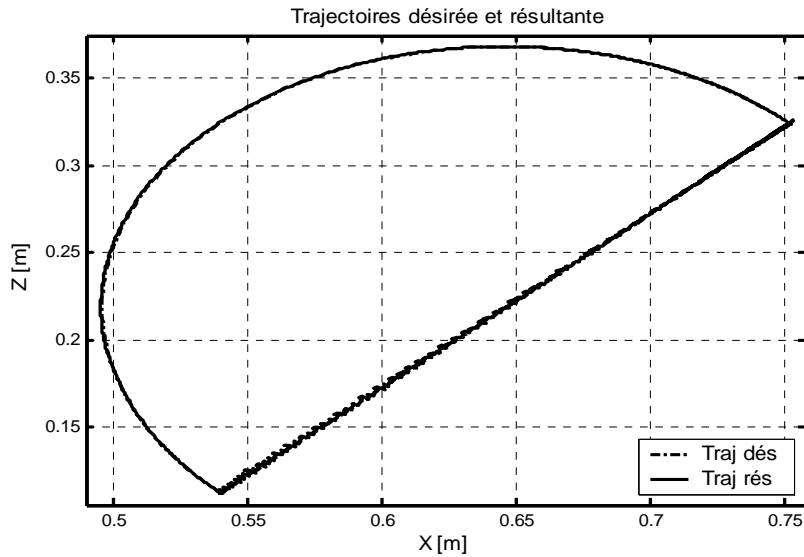


Figure 3.29 Poursuite de la trajectoire.

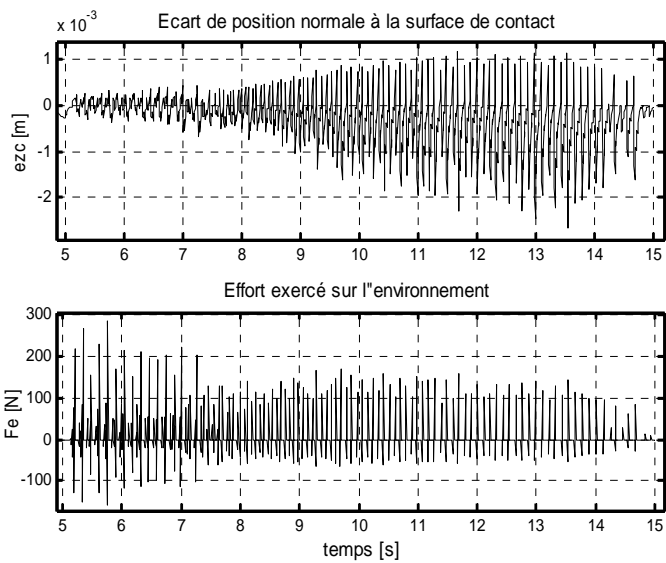


Figure 3.30 Ecart normal à la surface de contact et effort exercé sur l'environnement.

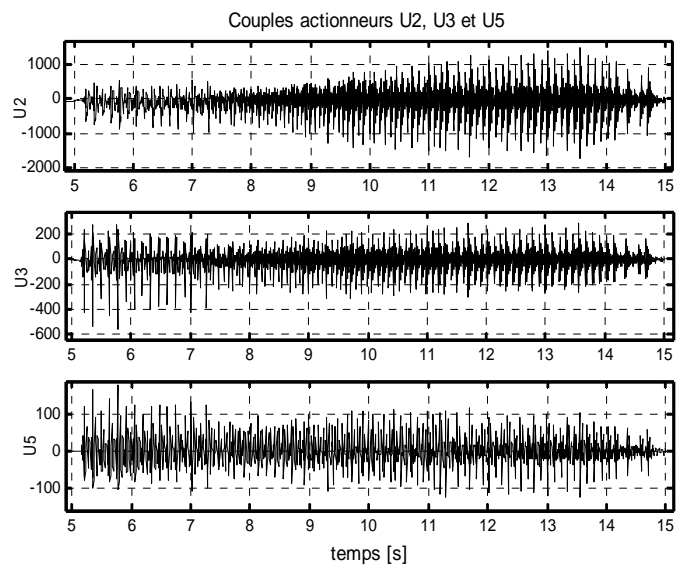


Figure 3.31 Couples actionneurs à fournir

Dans le cas où la surface de contact est verticale, les résultats se sont un peu améliorés mais l'instabilité réside toujours. Les couples actionneurs présentent des valeurs élevées telles que les actionneurs ne puissent les fournir. De plus, les grandes variations de l'effort et la perte de contact sont tous signes d'instabilité (figures 3.32, 3.33 et 3.34).

Ces deux derniers tests montrent l'importance du terme d'inertie et son effet positif dans la commande en impédance.

L'avantage que représente la commande en impédance est qu'elle est utilisée dans les deux phases avec les mêmes gains et sans recourir à aucun autre réglage.

Les valeurs assignées aux matrices de raideur et d'amortissement dans le cas où le panneau est vertical sont :

$${}^c K = \text{diag}(11000, 0, 4000, 0, 11000, 0).$$

$${}^c B = \text{diag}(90, 0, 160, 0, 90, 0).$$

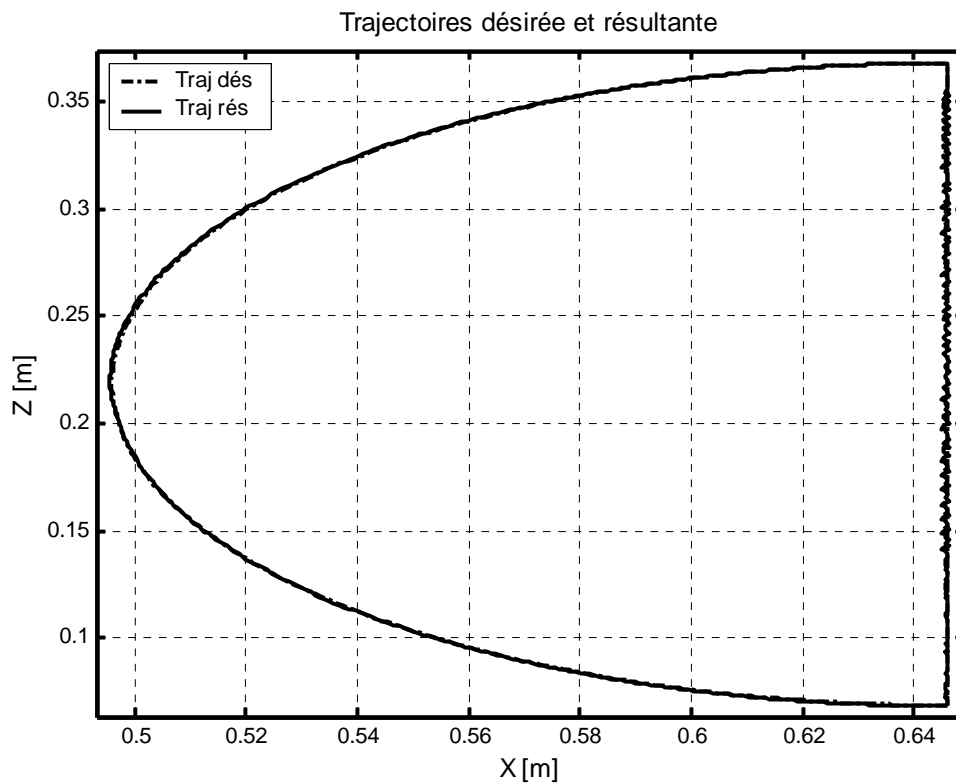


Figure 3.32 Poursuite de la trajectoire en absence de terme inertiel dans l'impédance désirée avec une inclinaison nulle.

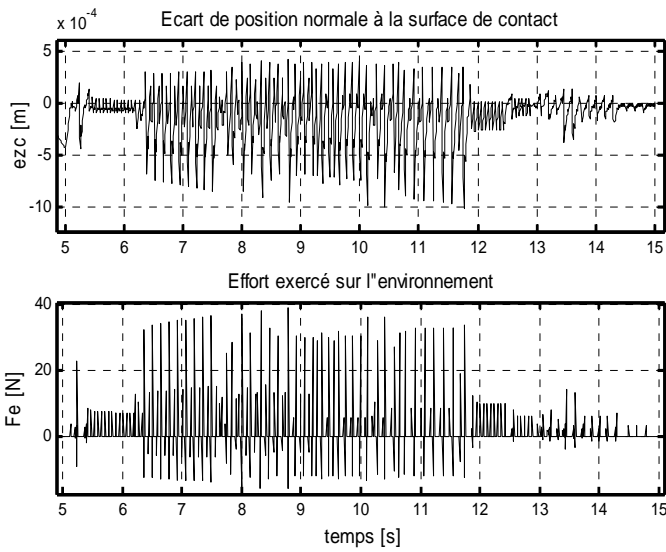


Figure 3.33 Ecart normal à la surface de contact et effort exercé sur l'environnement.

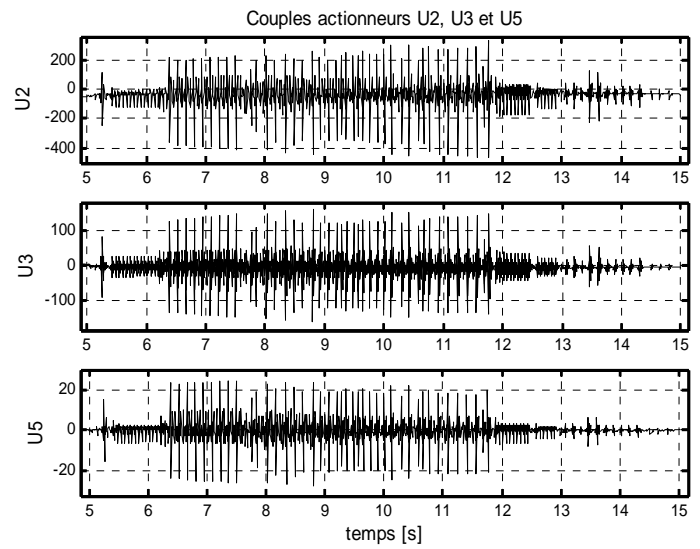


Figure 3.34 Couples actionneurs fournis

3.5. Problème d'Asservissement de l'Effort

Dans les simulations précédentes, l'objectif était de maintenir un contact tout au long de la deuxième phase en assurant la stabilité du système. Il a été remarqué que l'effort exercé sur l'environnement n'atteint pas une valeur statique puisque l'effort décroît légèrement au fur et à mesure. Ceci est dû aux termes d'amortissement et d'inertie de l'environnement. L'introduction d'une consigne implicite en effort est possible en ajoutant une erreur statique désirée exprimée dans la relation (3.23) qui va au delà de la position d'équilibre de l'environnement (position désirée dans les cas précédents) :

$$\Delta_{stat} = \frac{\text{effort désiré}}{k_e} \tag{3.23}$$

Où k_e est la raideur de l'environnement. Cet écart statique peut être obtenu en utilisant une action intégrale qui force le robot à atteindre la position désirée modifiée (augmentée de Δ_{stat}). Cependant, un effort statique n'est toujours pas obtenu pour les mêmes raisons qu'en l'absence d'écart statique désiré comme le montrent les résultats obtenus en appliquant la **commande par découplage non linéaire avec entrée auxiliaire de type PID** (figures 3.35, 3.36, 3.37 et 3.38).

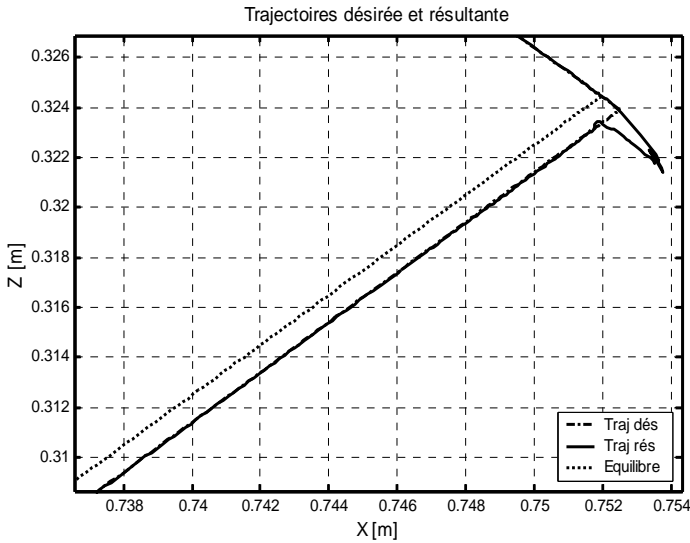


Figure 3.35 Poursuite de la trajectoire

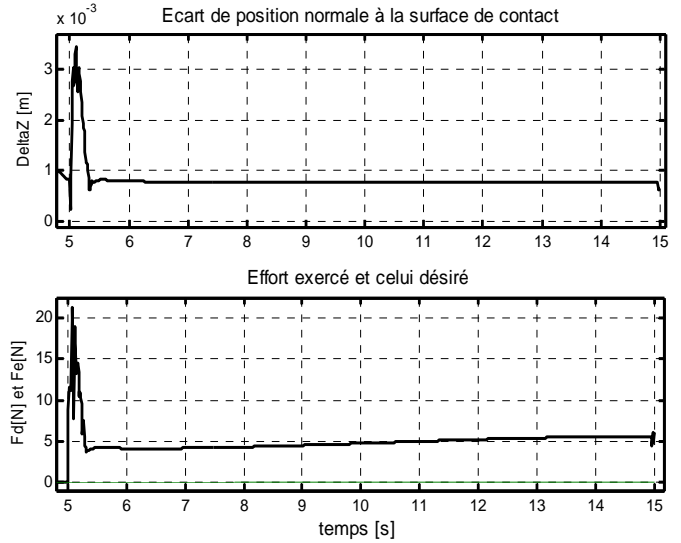


Figure 3.36 Ecart normal à la surface de contact et effort de contact

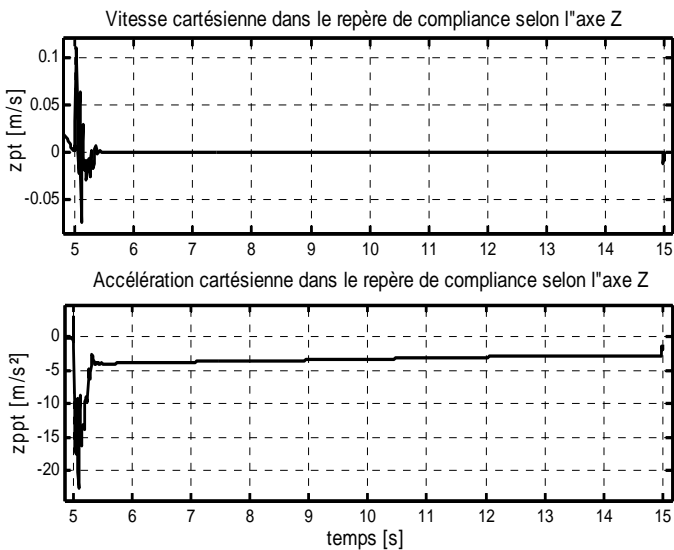


Figure 3.37 Vitesse et accélération selon la direction de contact cZ .

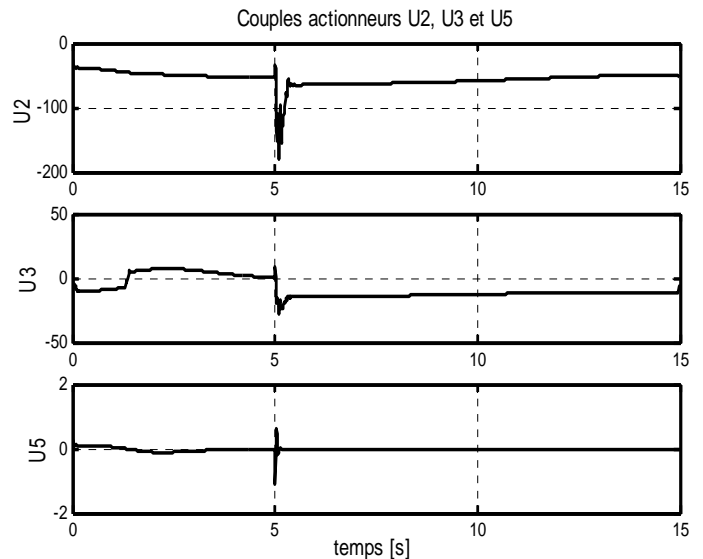


Figure 3.38 Couples actionneurs fournis

Ces résultats montrent un écart statique en position dû à l'action intégrale qui force le robot à suivre la trajectoire après ajout d'un écart statique désiré de 0.77 mm, celui-ci correspond à un effort de 10 N tel que désiré. L'effort par contre n'atteint pas une valeur statique puisqu'il n'est pas fonction uniquement de la position du robot mais aussi de sa vitesse et surtout de son accélération qui ne s'annulent pas. L'erreur d'effort est ainsi autour du demi de l'effort désiré.

Remarquons aussi le pic de 3.5 mm correspondant à peut près à 20 N qui est le double de l'effort désiré. Ce pic correspond aussi à un pic de couple actionneur qui apparaît nettement

pour l'articulation 2 qui atteint 180 N-m inférieur tout de même à la valeur maximale. Les couples actionneurs sont donc réalisables.

Dans le cas d'une **commande en impédance par découplage non linéaire avec retour d'effort**, aussi les deux grandeurs force et position n'atteignent pas une valeur statique : pour la position, cela est dû à l'absence d'une action intégrale qui aurait forcé le robot à suivre la nouvelle trajectoire qui présente un écart statique par rapport à la position d'équilibre de l'environnement comme c'est fait dans le cas précédent. Pour la force, la cause est les termes d'amortissement et d'accélération de l'environnement qui ne s'annulent pas.

Par ailleurs, la commande en impédance présente un mouvement transitoire doux et une erreur d'effort faible, ceci par rapport à la commande précédente (la commande PID dynamique), ce qui peut être toléré dans certains cas.

Les résultats sont illustrés par les figures (3.39), (3.40) et (3.41).

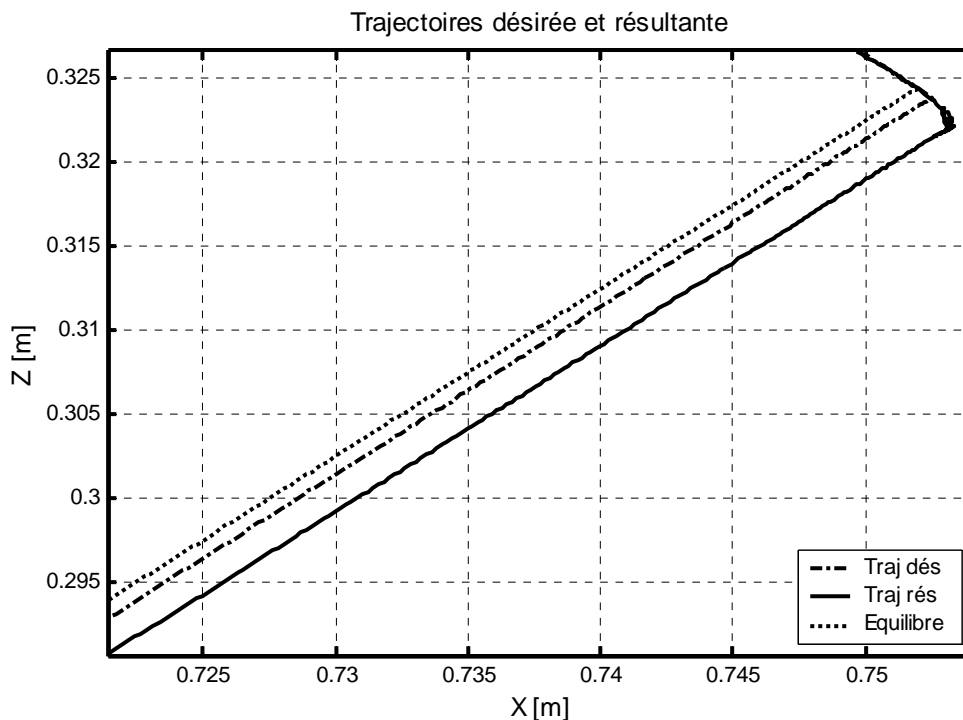


Figure 3.39 Poursuite de la trajectoire

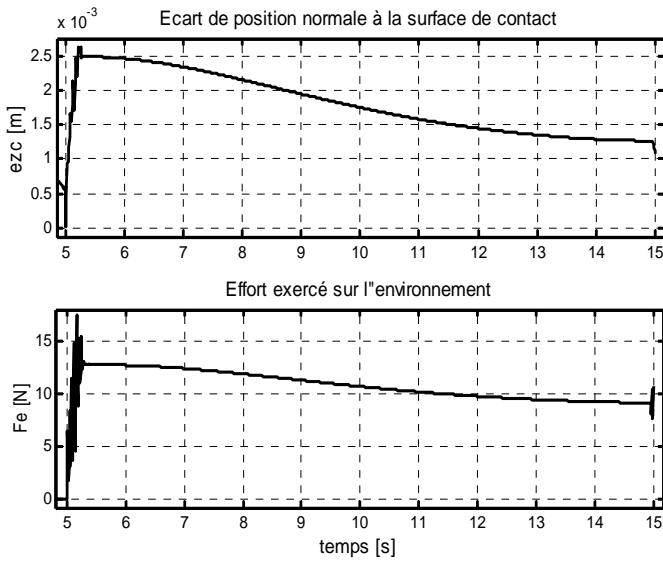


Figure 3.40 Ecart normal à la surface de contact et effort d'interaction

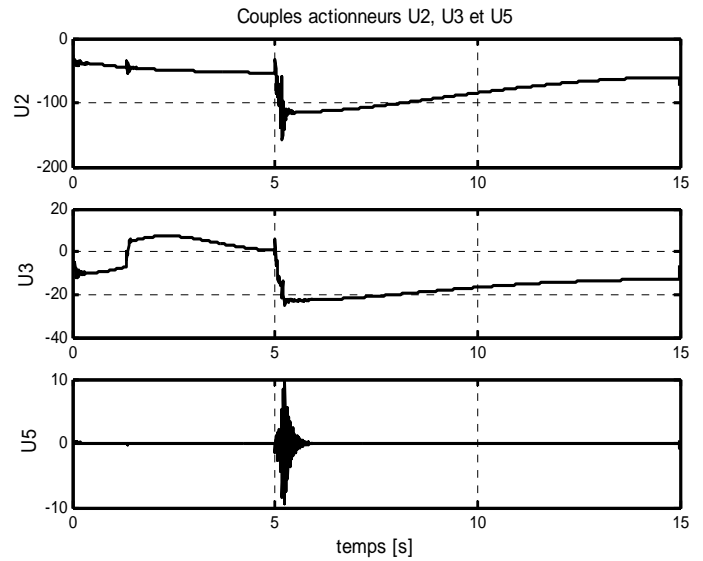


Figure 3.41 Couples actionneurs fournis

3.6. Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre quelques applications des commandes en effort qui permettent uniquement de maintenir le contact avec l'environnement et de stabiliser le système. Nous avons ensuite essayé de contrôler implicitement l'effort.

Retenons seulement que la commande la plus intéressante parmi celles que nous venons d'explorer soit pour stabiliser le système ou dans le control implicite de l'effort est sans conteste la commande en impédance vue les différents avantages qu'elle présente à savoir : le mode transitoire doux qu'elle induit et sa capacité de conduire le robot en espace libre et en contact sans changement des gains en plus de l'erreur faible qu'elle présente dans le cas de la commande implicite de l'effort.

Cette approche implicite peut être envisagée dans le cas où l'exigence sur l'effort à exercer n'est pas stricte, mais dans le cas contraire, pour un environnement modélisé comme un système masse-amortissement-ressort, la seule méthode pour obtenir une valeur stationnaire de l'effort est d'asservir ce dernier d'une manière explicite en utilisant l'une des méthodes de commande explicite en effort présentées dans le chapitre précédent. Ces méthodes explicites de commande en effort font l'objet de la suite de ce travail.

Structures Hybrides Force/Position de Commande des Robots Manipulateurs

4.1. Introduction

Nous avons dans le chapitre 2 présenté les différentes structures de commande hybride Force/Position des robots. Nous savons qu'une commande de cette classe possède deux boucles d'asservissement ; l'une pour la correction de la position et l'autre pour la correction de l'effort. Mais selon que les directions commandées en effort soient séparées de celles commandées en position **d'une manière exclusive ou non**, on verra dans ce chapitre deux variantes de la commande hybride parallèle force/position. Nous finirons ce chapitre par l'application d'une commande hybride externe en impédance appelée encore commande en impédance généralisée.

La commande hybride parallèle exclusive sépare les directions commandées en effort de celles commandées en position d'une manière exclusive, c'est le principe même de la commande hybride force/position. Nous la qualifions d'exclusive pour la distinguer d'une autre variante qui sépare les directions commandées en effort de celles commandées en position mais de manière que les directions commandées en effort sont à la fois commandées en effort mais aussi en position. Autrement dit, la boucle de commande en position sera toujours active pour toutes les directions. Sur ce point, elle ressemble à la commande hybride externe mais cette dernière diffère de part sa structure de boucles imbriquées. Nous verrons les détails de toutes ces différences au cours de ce chapitre.

4.2. Commande Hybride Force/Position Exclusive avec Somme des Couples Articulaires

Dans ce paragraphe, pour la boucle d'asservissement de la position est appliquée la commande par découplage non linéaire avec correction dans l'espace cartésien qui a fait l'objet de plusieurs publications [Yos 86, 87, 00] [Tar 96] etc. Concernant la boucle d'asservissement de l'effort est adoptée une correction classique de type PID.

Le vecteur des couples articulaires issu de la boucle de position est :

$$\Gamma_p = \hat{A}(q) {}^c J^{-1} \left\{ S \left[{}^c \ddot{X}_d + K_v ({}^c \dot{X}_d - {}^c \dot{X}) + K_p ({}^c X_d - {}^c X) \right] - {}^c J \dot{q} \right\} + \hat{H}(q, \dot{q}) + {}^c J^T F \quad (4.1)$$

Où :

$$\hat{H}(q, \dot{q}) = \hat{C}(q, \dot{q}) + \hat{G}(q)$$

Et les couples issus de la boucle de commande en effort sont :

$$\Gamma_F = {}^c J^T (I-S) \left[K_f (F - F) + K_{fl} \int_{t_0}^t (F_d - F) d\tau \right] - \hat{A}(q) {}^c J^{-1} (I-S) K_{fv} {}^c \dot{X} \quad (4.2)$$

Le schéma de cette commande est présenté à la figure (4.1).

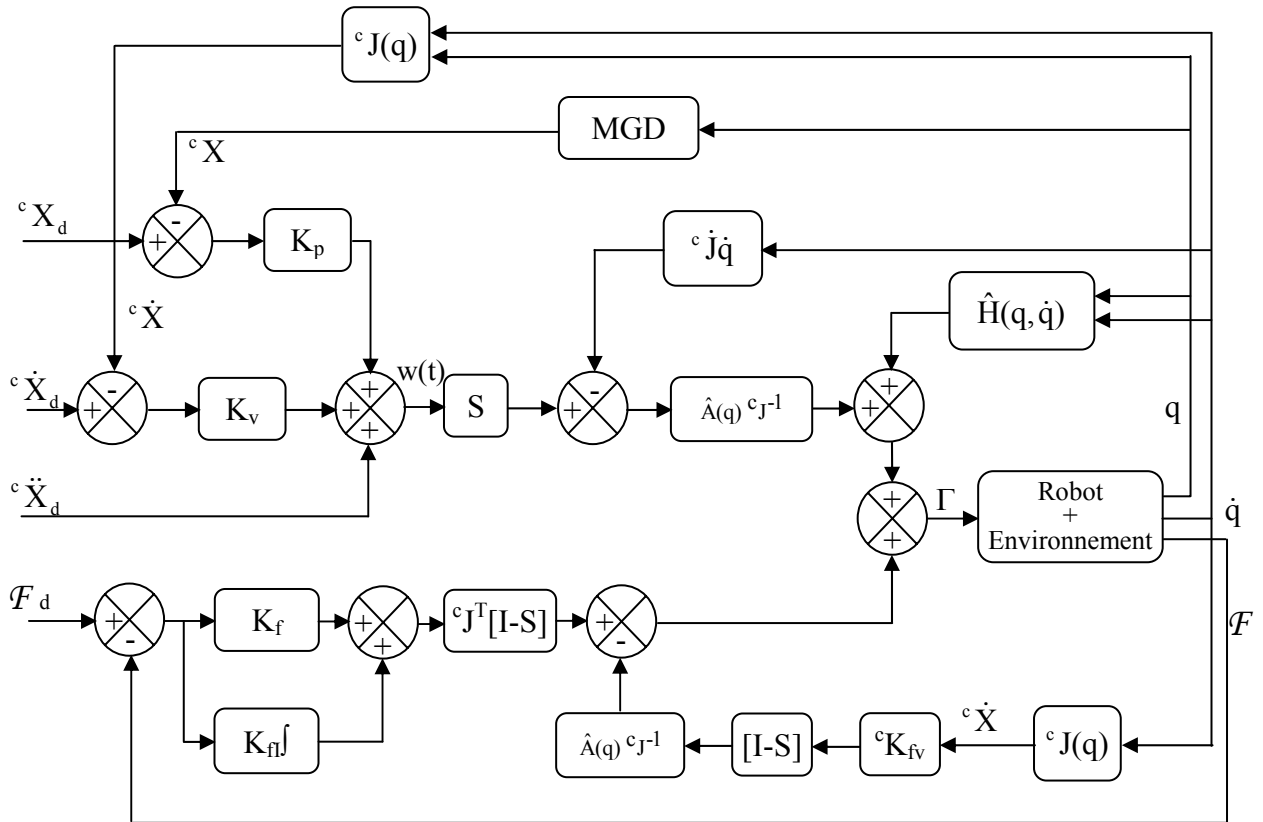


Figure 4.1 Commande hybride force/position exclusive avec somme des efforts par découplage non linéaire

Le deuxième terme du second membre de (4.2) est un terme d'amortissement qui intervient durant la phase transitoire qui est le moment de l'impact. En effet, une large quantité d'énergie peut être impliquée dû à l'effort d'interaction qui est une fonction de la géométrie du contact, des vitesses normales et des raideurs des deux parties [Khat 86, 87]. Ce

terme est donc très important dans une commande en effort pour éviter les rebondissements et les vibrations. Cependant, même si le premier objectif est facile à assurer le second ne l'est pas à cause de la difficulté à fixer les gains.

Le vecteur des couples articulaires global est :

$$\Gamma = \Gamma_p + \Gamma_F \quad (4.3)$$

Notons que la boucle en effort n'intervient que dans la phase de contact. Ceci est réalisé en commutant la 3^{ème} composante de la matrice de sélection de 1 à 0 qui correspond à la direction de translation selon ^cZ au moment de la détection du contact.

Notons aussi qu'il n'est pas nécessaire d'utiliser la matrice pseudo inverse du jacobien car il n'y a aucune amélioration des résultats en l'utilisant.

La trajectoire est décrite dans le repère de compliance. Les trajectoires étant générées dans le repère de la base, quelques transformations sont à effectuer pour la décrire dans le repère de compliance.

Les positions cartésiennes courantes et désirées dans le repère de compliance sont obtenues en utilisant la transformation donnée en (3.15) :

$${}^c\mathbf{X} = \begin{bmatrix} {}^c\mathbf{R}_0 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & {}^c\mathbf{R}_0 \end{bmatrix} {}^0\mathbf{X} \quad (4.4)$$

La matrice ${}^c\mathbf{R}_0 = {}^0\mathbf{R}_c^T$ est la matrice de rotation du repère de la base par rapport au repère de compliance.

Pour déterminer les vitesses courantes, est utilisé, comme dans la relation (3.16), le jacobien défini dans le repère de l'outil obtenu par la relation (3.2) :

$${}^c\dot{\mathbf{X}} = {}^c\mathbf{J}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (4.5)$$

Les vitesses désirées sont écrites dans le repère de compliance selon la formule donnée en (3.17), donc :

$${}^c\dot{\mathbf{X}}_d = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_d) & -\sin(\varphi_d) & 0 \\ \sin(\varphi_d) & \cos(\varphi_d) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} {}^0\dot{\mathbf{X}}_d \quad (4.6)$$

Les accélérations cartésiennes désirées peuvent être déduites par dérivation numérique des vitesses cartésiennes désirées.

Concernant l'effort désiré nous allons utiliser trois signaux de consigne différents :

1- Un échelon de 20 N avec un régime transitoire désiré à poursuivre pour adoucir l'impact du choc et réduire au maximum les couples des actionneurs afin de respecter les limites de ces derniers :

$$\mathcal{F}_d = 0, \text{ si } t < t_c \quad \text{et} \quad \mathcal{F}_d = 20 \left[1 - \exp\left(\frac{-(t-t_c)}{\tau}\right) \right], \text{ si } t \geq t_c. \quad (4.7)$$

Où t_c est l'instant d'entrée en contact. τ est la constante de temps correspondant approximativement au 1/3 du temps de réponse désiré dont la valeur est fixée à $\tau = 0.3$ s.

2- Une suite de trois échelons notés : $S_{Fd1} = 20$ N, $S_{Fd2} = 10$ N et $S_{Fd3} = 30$ N avec un régime transitoire, comme dans le cas du premier signal, pour chaque transition :

$$\mathcal{F}_{d1} = 0, \text{ si } t < t_c \quad \text{et} \quad \mathcal{F}_{d1} = S_{Fd1} \left[1 - \exp\left(\frac{-(t-t_c)}{\tau}\right) \right], \text{ si } t \geq t_c. \quad (4.8)$$

$$\mathcal{F}_{d2} = 0, \text{ si } t < t_{F2} \quad \text{et} \quad \mathcal{F}_{d2} = (S_{Fd2} - S_{Fd1}) \left[1 - \exp\left(\frac{-(t-t_{F2})}{\tau}\right) \right], \text{ si } t \geq t_{F2} \quad (4.9)$$

$$\mathcal{F}_{d2} = 0, \text{ si } t < t_{F3} \quad \text{et} \quad \mathcal{F}_{d3} = (S_{Fd3} - S_{Fd2}) \left[1 - \exp\left(\frac{-(t-t_{F3})}{\tau}\right) \right], \text{ si } t \geq t_{F3} \quad (4.10)$$

Où t_{F2} est l'instant d'application du 2^{ème} échelon et t_{F3} est l'instant d'application du 3^{ème} échelon. Le signal de consigne est la superposition de ces trois signaux :

$$\mathcal{F}_d = \mathcal{F}_{d1} + \mathcal{F}_{d2} + \mathcal{F}_{d3}$$

3- Le 3^{ème} signal est une superposition d'un échelon de 20N et d'un signal sinusoïdal d'amplitude 2,5 N pour voir la capacité de poursuivre un effort désiré variable, le tout modulé par une exponentielle « complément » à l'unité pour imposer un régime transitoire désiré :

$$\mathcal{F}_d = 0, \text{ si } t < t_c \quad \text{et} \quad \mathcal{F}_d = [20 + 2.5 \sin(2\pi f(t-t_c))] \left[1 - \exp\left(\frac{-(t-t_c)}{\tau}\right) \right], \text{ si } t \geq t_c. \quad (4.11)$$

Où f est la fréquence du signal que nous fixerons selon la relation suivante :

$$f = \frac{N}{t_{\text{final}} - t_c}. \quad \text{Où } N \text{ est le nombre de périodes du signal sur l'intervalle de temps } [t_c, t_{\text{final}}].$$

Les gains de correction pour les trois consignes sont choisis comme suit : $K_p = \text{diag}(5618, 0, 5618, 0, 5618, 0)$ et $K_v = \text{diag}(73, 0, 73, 0, 73, 0)$ pour les gains de commande en position, $K_{fz} = 1.2$, $K_{vfz} = 86.1$ et $K_{flz} = 510$ pour les gains de commande en effort selon la direction contrainte cZ . Le nombre de périodes $N=10$ pour le 3^{ème} signal. Les résultats obtenus par cette commande sont présentés aux figures (4.2),..., (4.13).

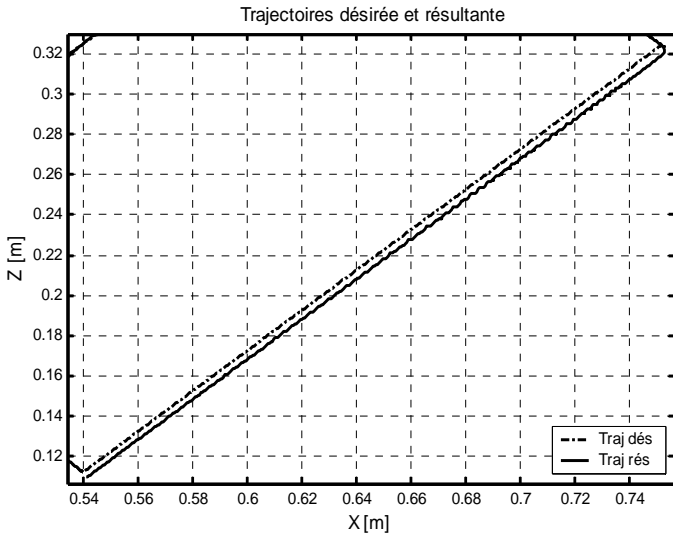


Figure 4.2 Poursuite de la trajectoire

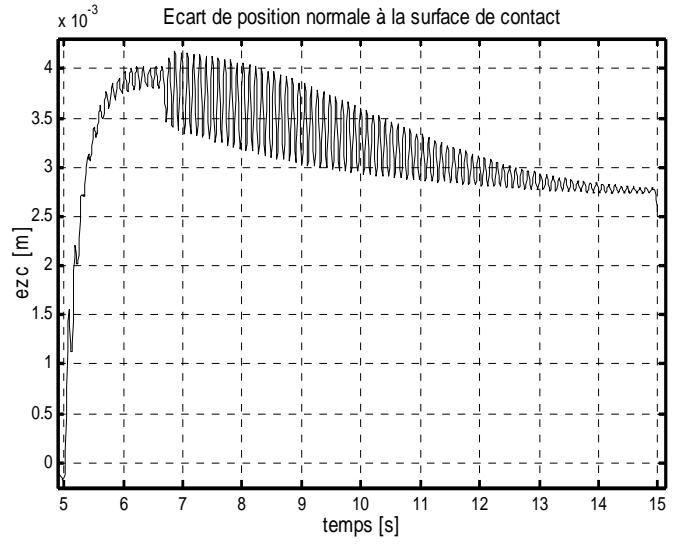


Figure 4.3 Ecart normal à la surface de contact

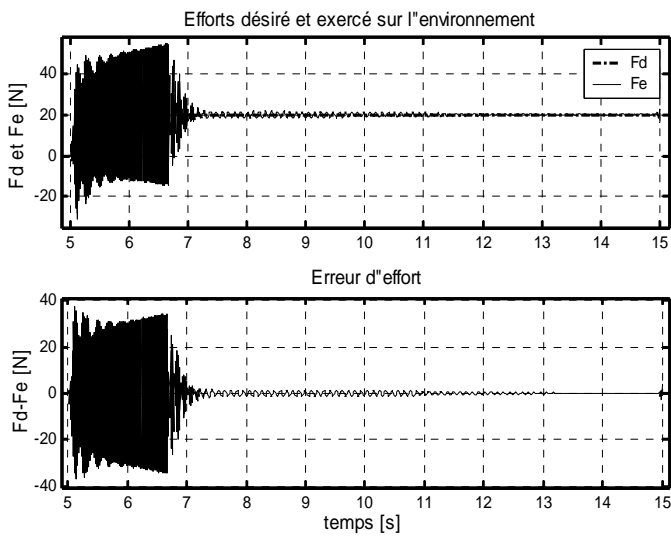


Figure 4.4 Poursuite et erreur d'effort

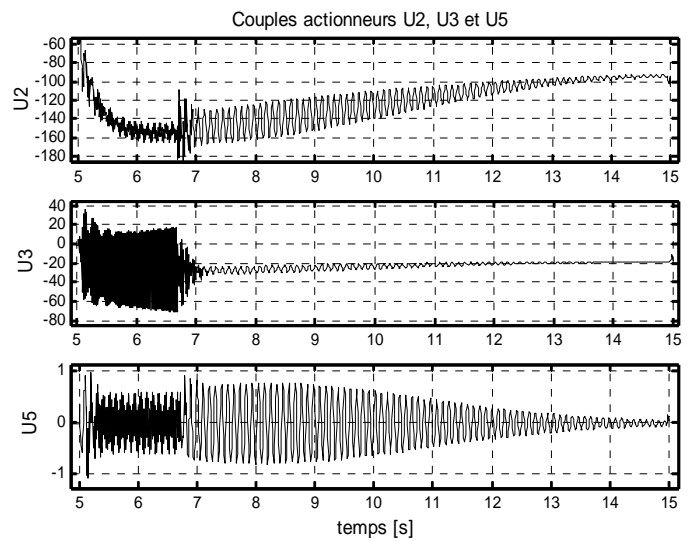


Figure 4.5 Couples actionneurs fournis

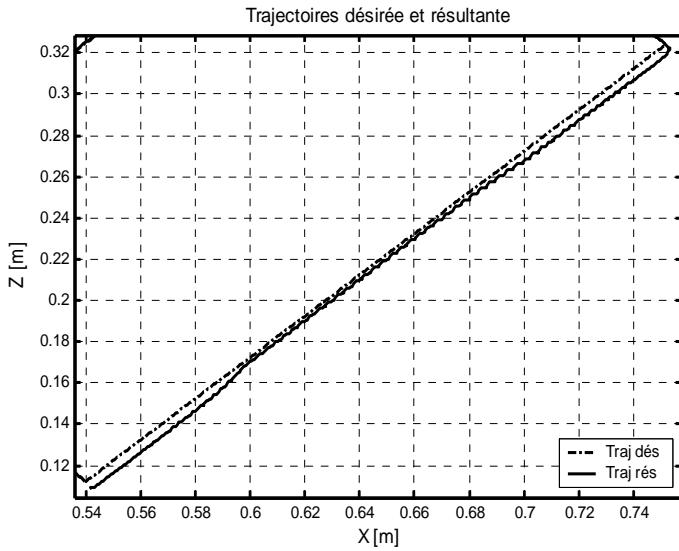


Figure 4.6 Poursuite de la trajectoire

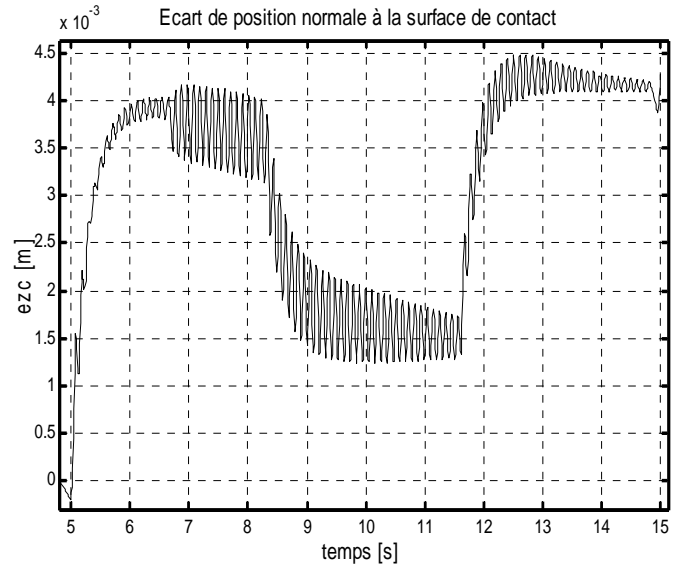


Figure 4.7 Ecart normal à la surface de contact

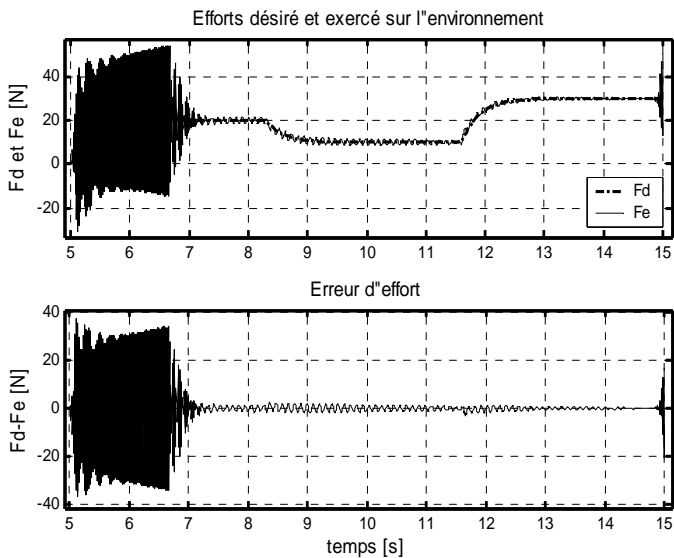


Figure 4.8 Poursuite et erreur d'effort

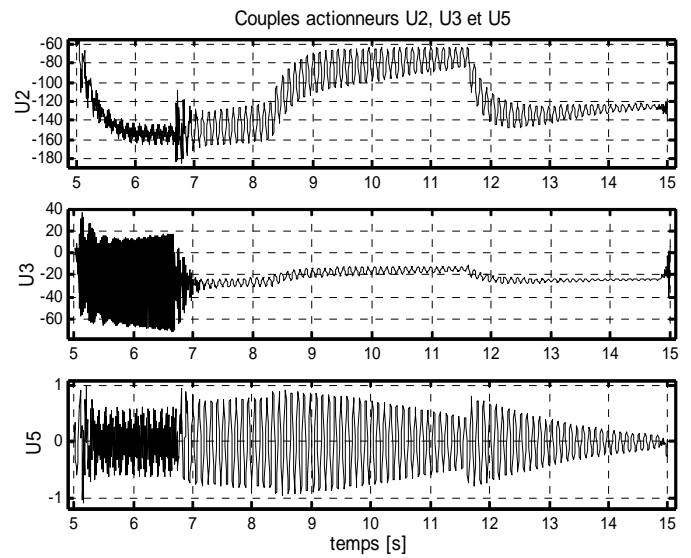


Figure 4.9 Couples actionneurs fournis

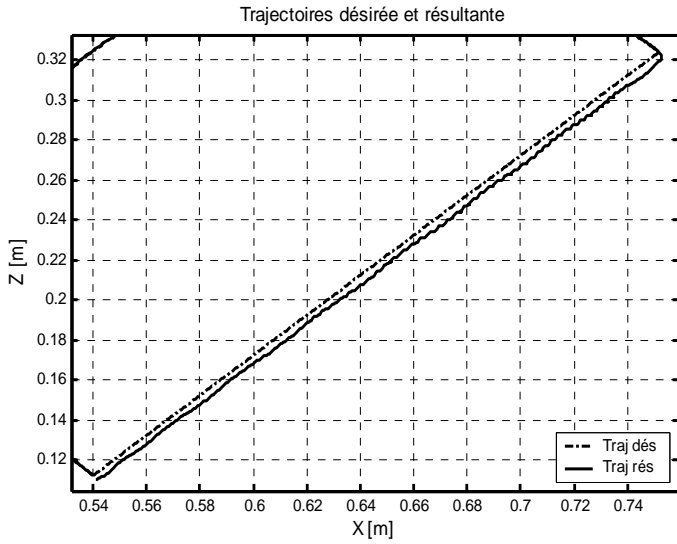


Figure 4.10 Poursuite de la trajectoire

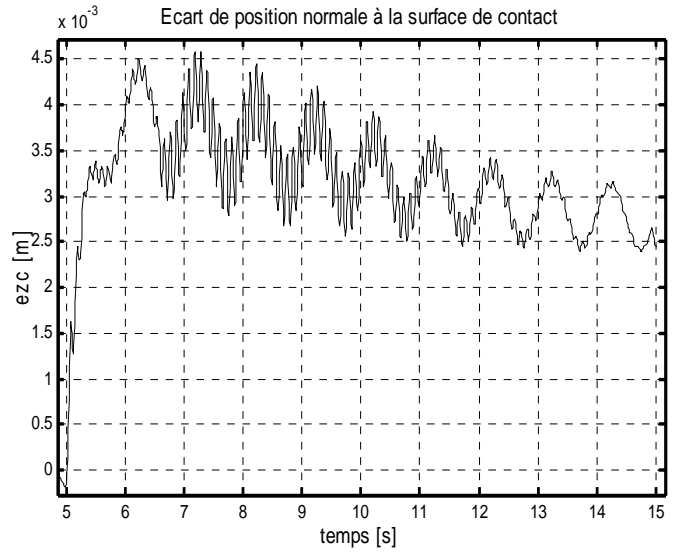


Figure 4.11 Ecart normal à la surface de contact

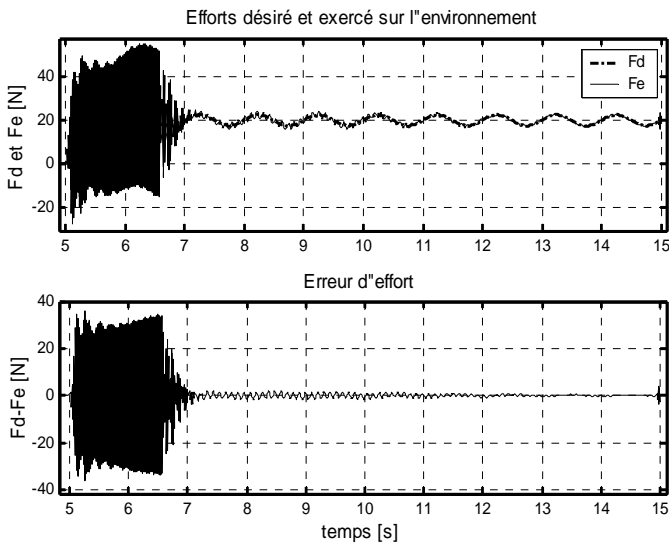


Figure 4.12 Poursuite et erreur d'effort

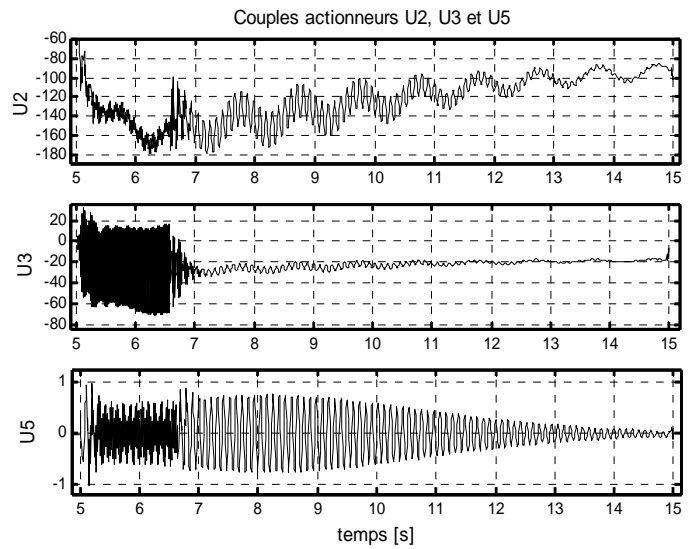


Figure 4.13 Couples actionneurs fournis

Après avoir observé ces résultats on peut remarquer que le régime transitoire (l'impact) est de longue durée accompagné de fortes oscillations, de plus, la valeur de l'effort exercé sur l'environnement ne se stabilise pas à la valeur désirée mais elle oscille autour, ceci traduit un maintien du contact avec vibration de l'effecteur, ces vibrations tendent à des petites valeurs après 02 secondes de l'impact. Cette observation est valable pour les trois signaux de consigne.

Il est très important de noter que s'il n'y avait pas un terme d'amortissement relatif à la vitesse cartésienne, comme celui utilisé ici, et qui constitue le seul lien entre la commande d'une même direction simultanément en effort et en position, ce qui fait que les directions en question ne sont pas entièrement séparées, l'instabilité complète de la commande serait observée.

4.3. Commande Hybride Force/Position Inclusive avec Somme des Couples Articulaires

La simulation suivante nous apprend quelque chose sur les causes des inconvénients observés dans la commande hybride ci-dessus. Ces inconvénients seraient dus à la séparation exclusive des directions commandées en position de celles commandées en effort qui est le principe même de la commande hybride parallèle force/position.

En effet, la matrice de sélection est supprimée de la boucle de position et la commande est plus facile à mettre en œuvre. C'est-à-dire qu'après la détection du contact, les directions commandées en effort seront commandées aussi et simultanément en position, ceci est réalisé par une simple superposition des commandes issues des deux boucles. Par contre, les directions commandées en position ne sont pas commandées en effort grâce au complément à I_6 de la matrice de sélection.

La loi de commande en position est alors de la forme :

$$\Gamma_p = \hat{A}(q) {}^c J^{-1} \left[{}^c \ddot{X}_d + K_v ({}^c \dot{X}_d - {}^c \dot{X}) + K_p ({}^c X_d - {}^c X) - {}^c J \dot{q} \right] + \hat{H}(q, \dot{q}) + {}^c J^T \mathcal{F} \quad (4.12)$$

Remarquons l'absence de la matrice de sélection dans cette première boucle. Quant à la loi de commande en effort, elle est alors la suivante :

$$\Gamma_f = {}^c J^T (I-S) \left[K_f (\mathcal{F}_d - \mathcal{F}) - K_{vf} {}^c \dot{X} + K_{\eta} \int_{t_0}^t (\mathcal{F}_d - \mathcal{F}) dt \right] \quad (4.13)$$

Remarquons bien que cette dernière loi n'affecte que les directions commandées en effort.

Le schéma de commande est représenté à la figure (4.14). Les résultats obtenus par cette méthode sont illustrés par les figures (4.15, ..., 4.30).

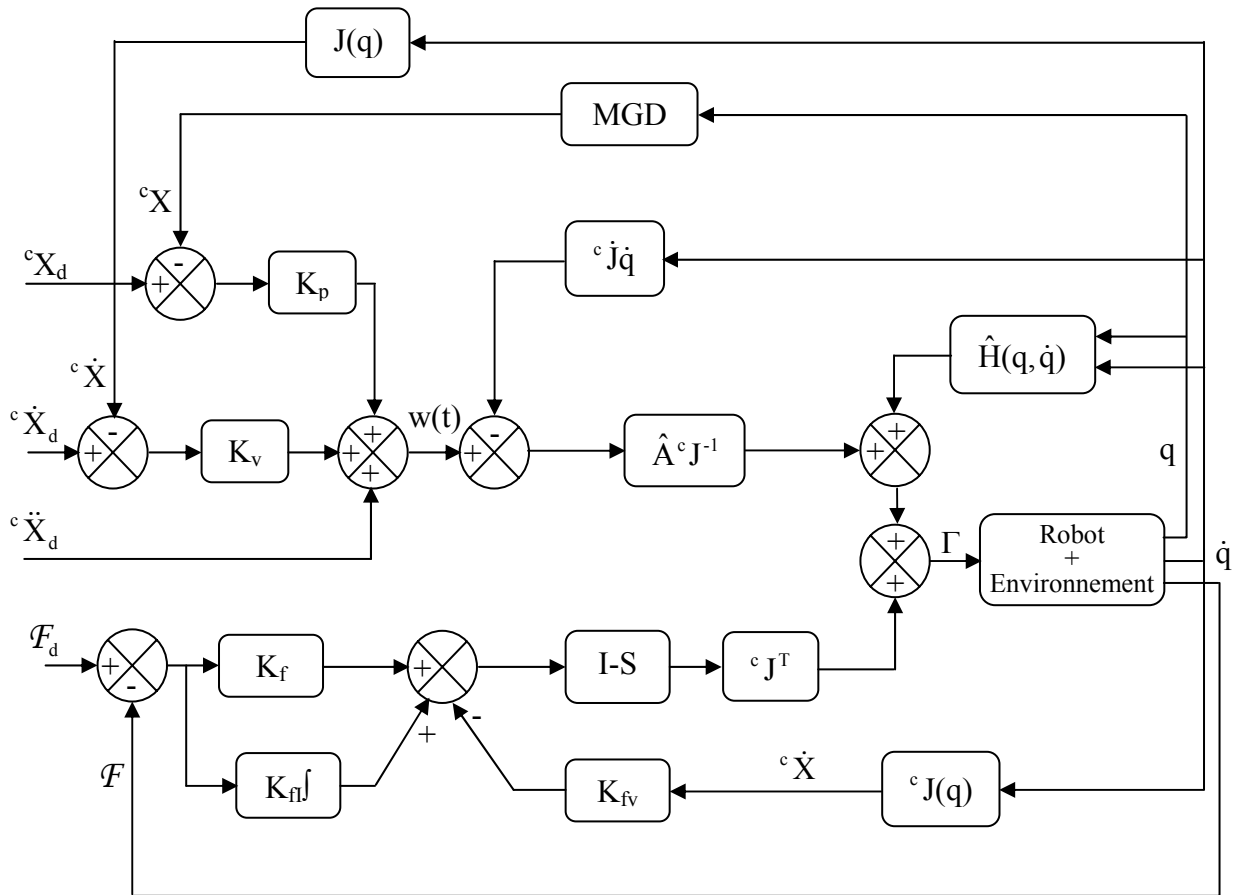


Figure 4.14 Commande hybride force/position inclusive par découplage non linéaire avec superposition des couples articulaires.

Les gains de correction pour le 1^{er} et le 2^{ème} signal sont : $K_p = \text{diag}(5618, 0, 5618, 0, 5618, 0)$ et $K_v = \text{diag}(73, 0, 73, 0, 73, 0)$ pour les gains de commande en position, et $K_{fz} = 1.2$, $K_{vfz} = 22$ et $K_{flz} = 35$ selon la direction contrainte ${}^c Z$.

Concernant le 3^{ème} signal, les gains de la boucle de commande en effort sont fixés tels que : $K_{vfz} = 0.5$ et $K_{flz} = 80$.

Pour pouvoir atteindre un effort de 40 N, un 4^{ème} signal de consigne est appliqué. Il s'agit de 03 échelons successifs comme dans le cas du 2^{ème} signal, sauf qu'ici les trois échelons ont des valeurs successivement croissantes telles que : $S_{Fd1} = 20$ N, $S_{Fd2} = 30$ N et $S_{Fd3} = 40$ N. les gains de commande en position et en effort sont les mêmes que dans le cas du 1^{er} et du 2^{ème} signal.

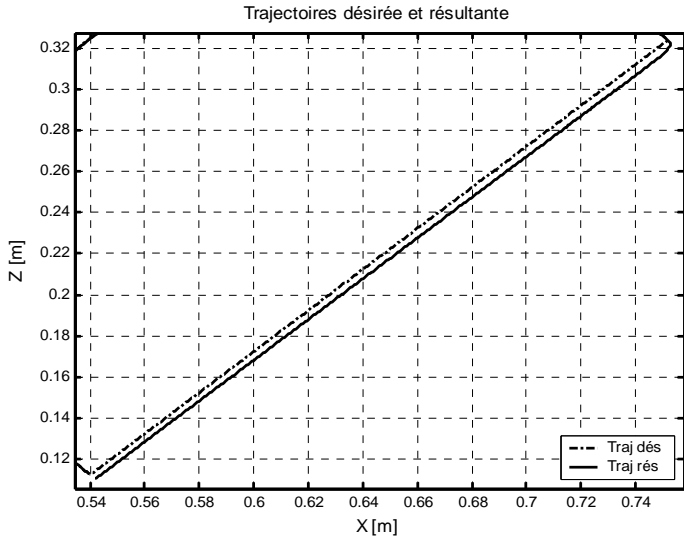


Figure 4.15 Poursuite de la trajectoire

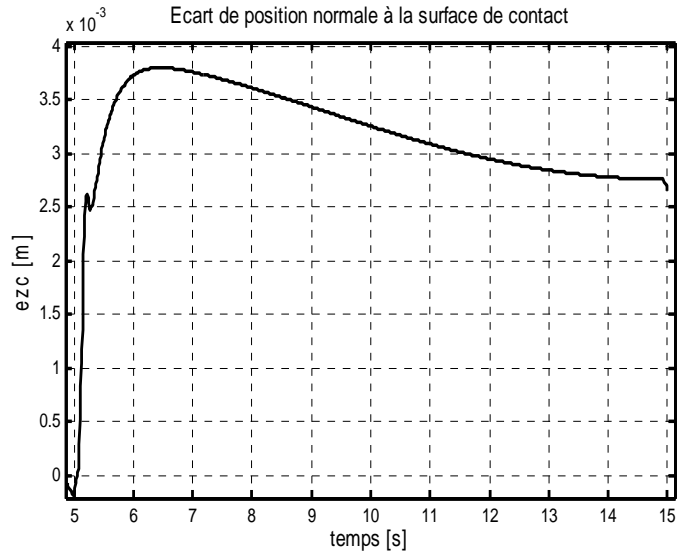


Figure 4.16 Ecart normal à la surface de contact

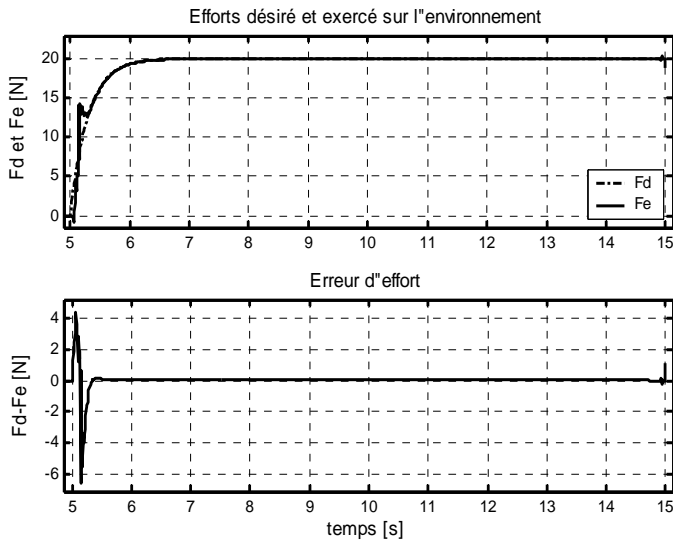


Figure 4.17 Poursuite et erreur d'effort

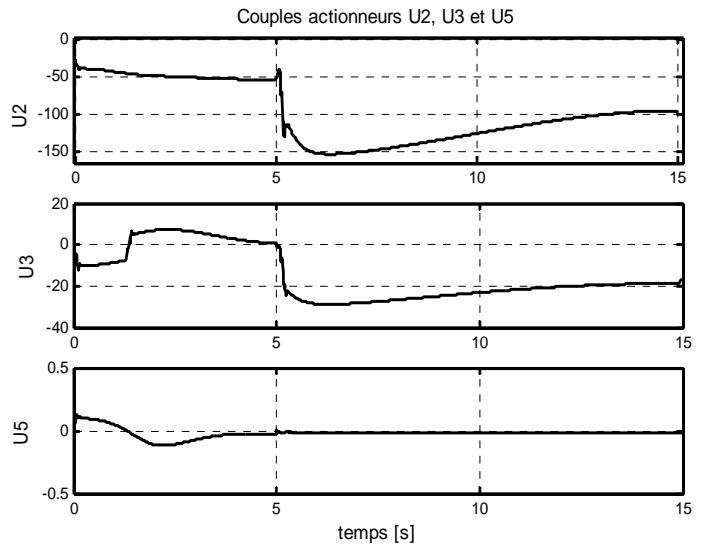


Figure 4.18 Couples actionneurs fournis

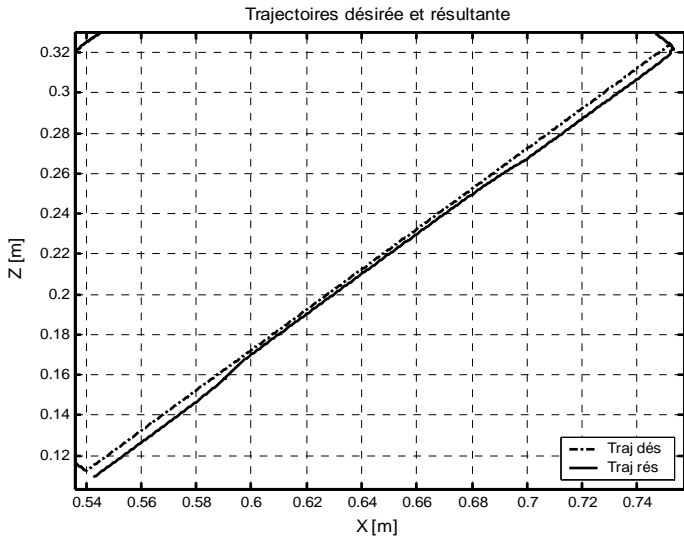


Figure 4.19 Poursuite de la trajectoire.

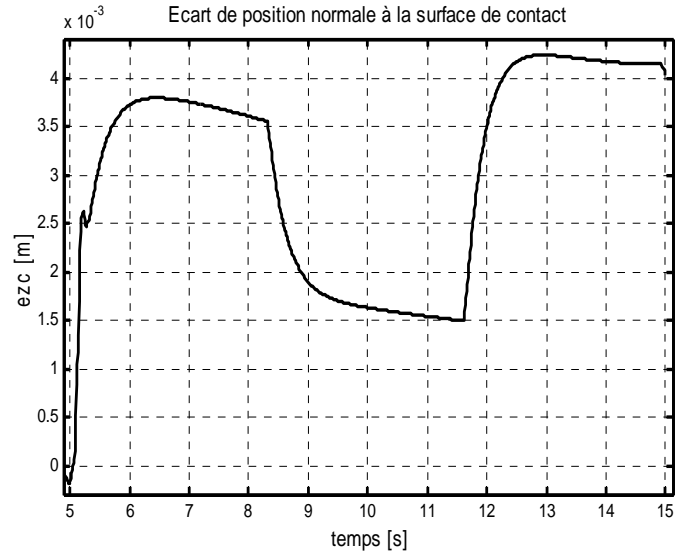


Figure 4.20 Ecart normal à la surface de contact

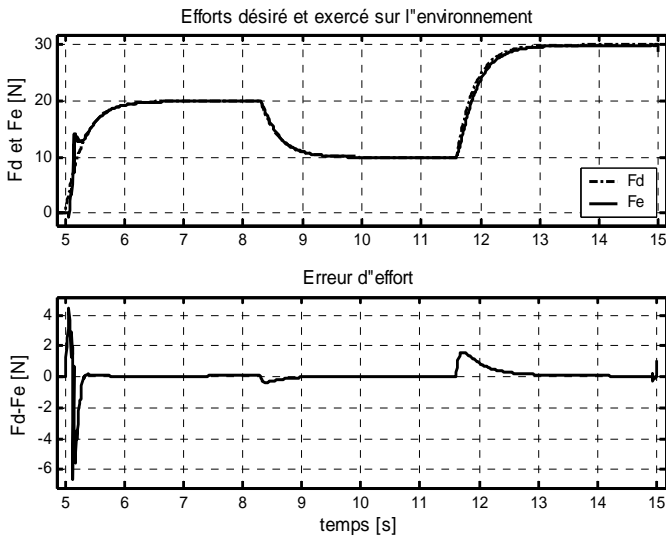


Figure 4.21 Poursuite et erreur d'effort

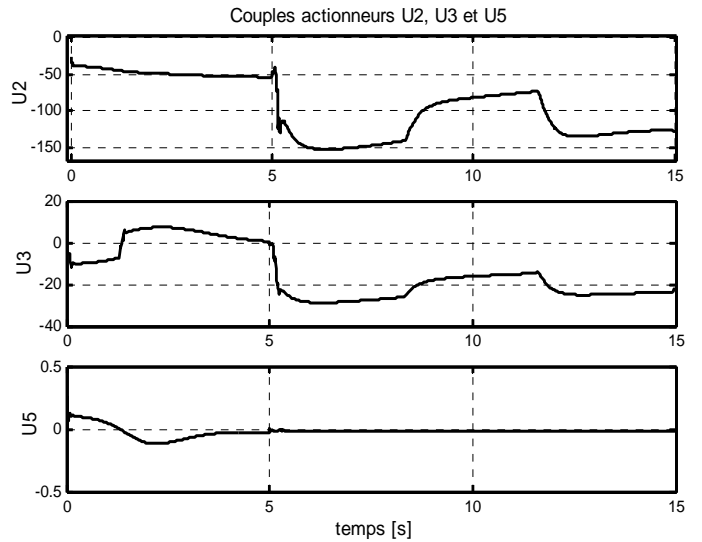


Figure 4.22 Couples actionneurs fournis

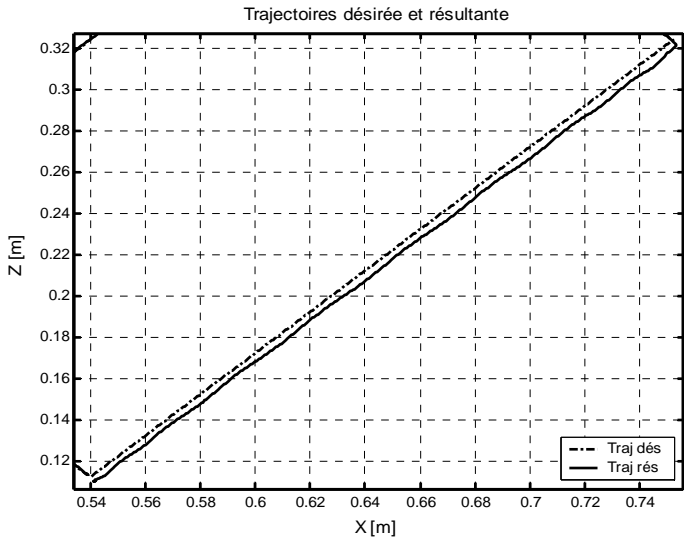


Figure 4.23 Poursuite de la trajectoire

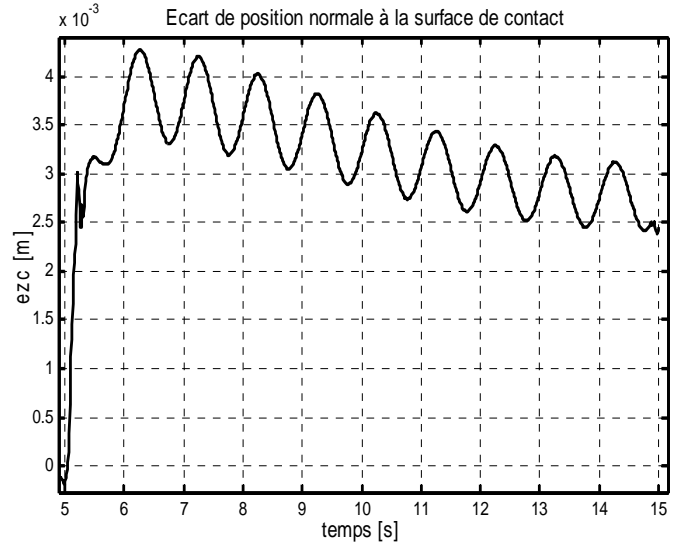


Figure 4.24 Ecart normal à la surface de contact

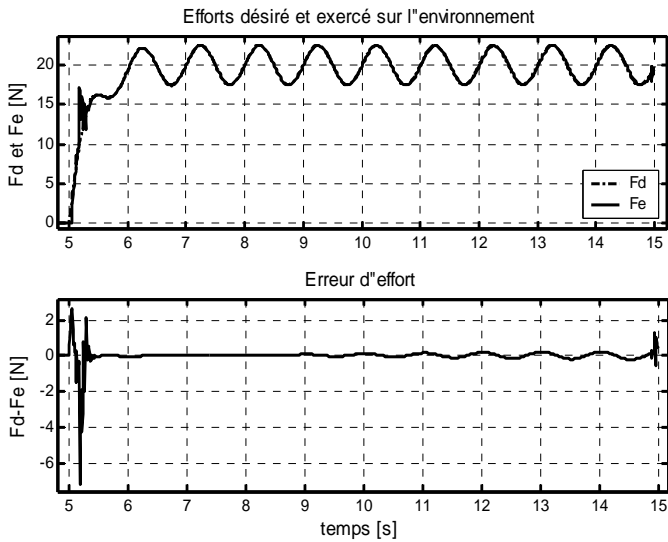


Figure 4.25 Poursuite et erreur d'effort

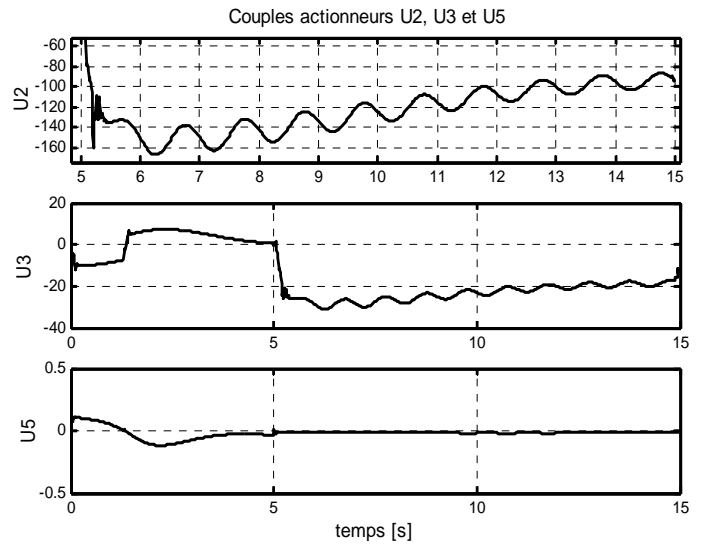


Figure 4.26 Couples actionneurs fournis

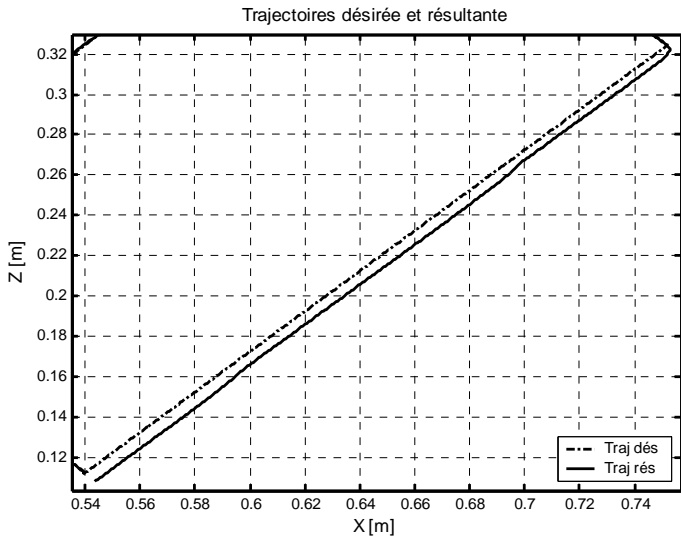


Figure 4.27 Poursuite de la trajectoire

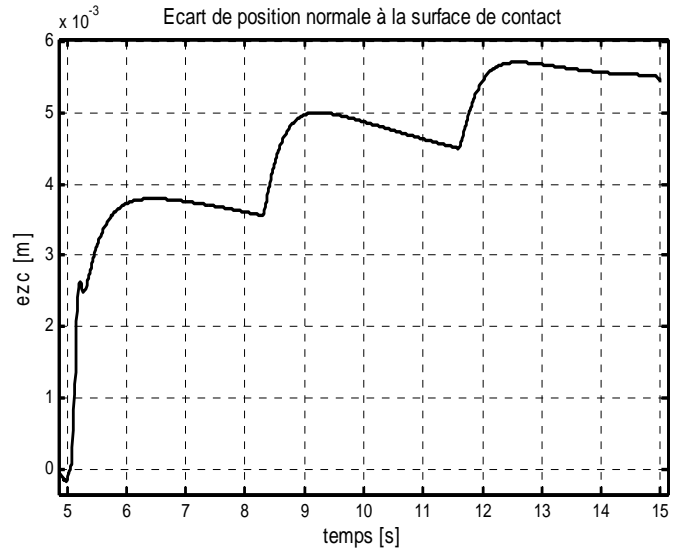


Figure 4.28 Ecart normal à la surface de contact

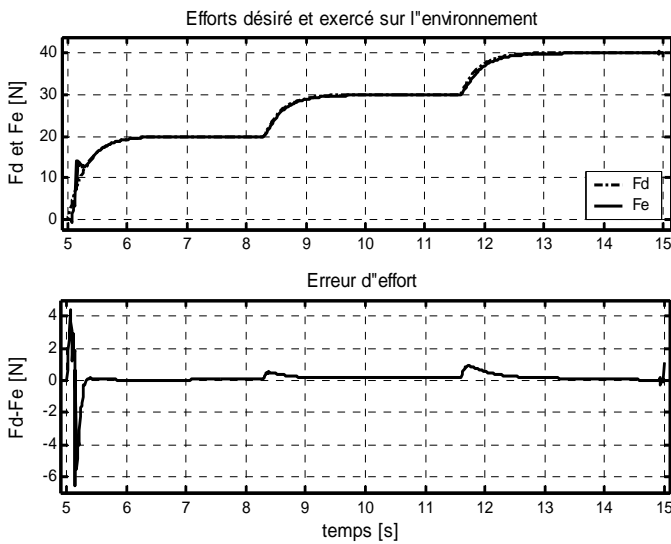


Figure 4.29 Poursuite et erreur d'effort

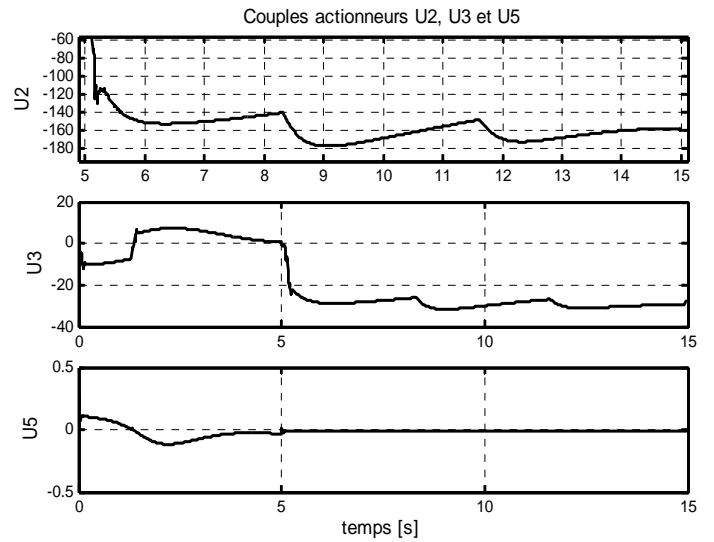


Figure 4.30 Couples actionneurs Fournis

L'observation des résultats révèle que cette commande est plus performante que la commande hybride originale c'est-à-dire : dans le cas où la commande en position n'affecte que les directions commandées en position.

Dans la phase de transition du mode libre vers le mode contraint, l'impact est adouci grâce à la contribution de la boucle de position dans la direction contrainte, contrairement au cas précédent où seule un terme impliquant la vitesse est introduit dans la boucle d'effort.

L'imposition d'un régime transitoire désiré au lieu d'un échelon brusque a contribué à la réduction de l'effort durant l'impact, ce qui permet de respecter les limites des actionneurs et rend la tâche ainsi réalisable. Il est à noter ici que les oscillations sont éliminées et les couples sont lisses.

Dans le même sens, il est à noter que vu la raideur élevée de l'environnement, un effort désiré considérable n'est pas envisageable dès le premier contact, mais il est possible de procéder par paliers comme le montrent les figures (4.27),..., (4.30) pour un quatrième signal consistant en 03 paliers successifs de 20, 30 et 40 N. Cependant, une limite d'effort est toujours existante à cause des limites des actionneurs et de l'environnement qui pourrait être endommagé.

4.4. Commande en Impédance Généralisée (Commande Hybride Externe en Impédance)

Nous allons exposer maintenant une commande hybride externe ayant comme commande en position celle par découplage non linéaire en utilisant le modèle dynamique du robot dans l'espace articulaire. Cette commande utilise aussi une matrice d'inertie désirée ; c'est une commande en impédance avec correction explicite de l'effort. C'est ce qui a été rapporté dans [Chan 96] sous le nom de Commande en Impédance Généralisée.

Nous avons vu dans le paragraphe précédent qu'une loi de commande par découplage non linéaire est réalisée par la relation suivante :

$$\Gamma = \hat{A}(q) {}^c J^{-1} (w(t) - {}^c J \dot{q}) + \hat{H}(q, \dot{q}) + {}^c J^T \mathcal{F} \quad (4.14)$$

Le problème revient à choisir l'entrée auxiliaire $w(t)$. Pour la commande en impédance par découplage non linéaire avec retour d'effort présentée au § 3.3 nous avons choisi :

$$w(t) = {}^c \ddot{X}_d + M^{-1} [B({}^c \dot{X}_d - {}^c \dot{X}) + K({}^c X_d - {}^c X) - \mathcal{F}] \quad (4.15)$$

Où M , B et K sont des matrices définies positives et diagonales par rapport au repère de compliance représentant respectivement, les matrices d'inertie, d'amortissement et de raideur désirées du robot.

L'absence de consigne en effort dans cette commande empêche d'asservir l'effort de contact. Cette commande a été étendue et généralisée pour pouvoir suivre une trajectoire désirée en effort.

Dans ce cas le modèle de comportement désiré est :

$$M({}^c\ddot{X}_d - {}^c\ddot{X}) + B({}^c\dot{X}_d - {}^c\dot{X}) + K({}^cX_d - {}^cX) = -K_f(\mathcal{F}_d - \mathcal{F}) \quad (4.16)$$

K_f est une matrice définie positive et diagonale par rapport au repère de complianc. L'entrée auxiliaire est, dans le cas où l'erreur de modélisation est nulle :

$$w(t) = {}^c\ddot{X}_d + M^{-1} \left[B({}^c\dot{X}_d - {}^c\dot{X}) + K({}^cX_d - {}^cX) + K_f(\mathcal{F}_d - \mathcal{F}) \right] \quad (4.17)$$

La stabilité du système en boucle fermée dépend des paramètres de l'impédance et ceux de l'environnement. L'impédance désirée (4.16) doit être spécifiée d'une manière que lorsqu'elle est combinée avec la dynamique de l'environnement, la stabilité du système en boucle fermée soit préservée et un effort de contact adéquat puisse être obtenu.

Soit un environnement modélisé comme dans (1.2) :

$$M_e {}^c\ddot{X} + B_e {}^c\dot{X} + K_e ({}^cX - {}^cX_e) = \mathcal{F} \quad (4.18)$$

Où M_e , B_e et K_e sont les matrices d'inertie, d'amortissement et de raideur de l'environnement. La dynamique globale du système robot/environnement est obtenue en combinant (4.16) avec (4.18) :

$$\begin{aligned} & (M + K_f M_e) {}^c\ddot{X} + (B + K_f B_e) {}^c\dot{X} + (K + K_f K_e) {}^cX \\ & = M {}^c\ddot{X}_d + B {}^c\dot{X}_d + K {}^cX_d + K_f \mathcal{F}_d + K_f K_e {}^cX_e \end{aligned} \quad (4.19)$$

Qui est asymptotiquement stable si M , B , K et K_f sont choisies diagonales définies positives [Cha 96].

Dans [Khal 99] cette commande est augmentée d'une action intégrale sur l'effort. En posant l'entrée auxiliaire $w(t)$ égale à la somme de deux termes $w_X(t)$ et $w_F(t)$ définis comme suit :

$$w(t) = w_X(t) + w_F(t) \quad (4.20)$$

$$w_X(t) = {}^c\ddot{X}_d + M^{-1} \left[B({}^c\dot{X}_d - {}^c\dot{X}) + K({}^cX_d - {}^cX) \right] \quad (4.21)$$

$$w_F(t) = M^{-1} (I - S) \left[K_f(\mathcal{F}_d - \mathcal{F}) + K_n \int_{t_0}^t (\mathcal{F}_d - \mathcal{F}) d\tau \right] \quad (4.22)$$

En substituant ces relations dans (4.14), il vient :

$$\begin{aligned} \Gamma = \hat{A}(q) {}^c J^{-1} & \left\{ {}^c\ddot{X}_d + M^{-1} \left[B({}^c\dot{X}_d - {}^c\dot{X}) + K({}^cX_d - {}^cX) + (I - S) \left(K_f(\mathcal{F}_d - \mathcal{F}) + K_n \int_{t_0}^t (\mathcal{F}_d - \mathcal{F}) d\tau \right) \right] - {}^c J \dot{q} \right\} \\ & + \hat{H}(q, \dot{q}) + {}^c J^T \mathcal{F}. \end{aligned} \quad (4.23)$$

K_{fl} est la matrice diagonale définie positive représentant les gains intégraux de la boucle externe. Ce dernier terme force l'erreur statique en effort à zéro quelle que soit la consigne en position ce qui rend la boucle externe (en effort) hiérarchiquement supérieure à la boucle interne en régime permanent [Puj 95].

Remarquons également que la loi de commande en position est toujours active comme dans la commande hybride « non exclusive ».

Le schéma de principe de cette commande est donné à la figure (4.31). Les résultats obtenus par cette méthode sont illustrés par les figures (4.32),..., (4.43).

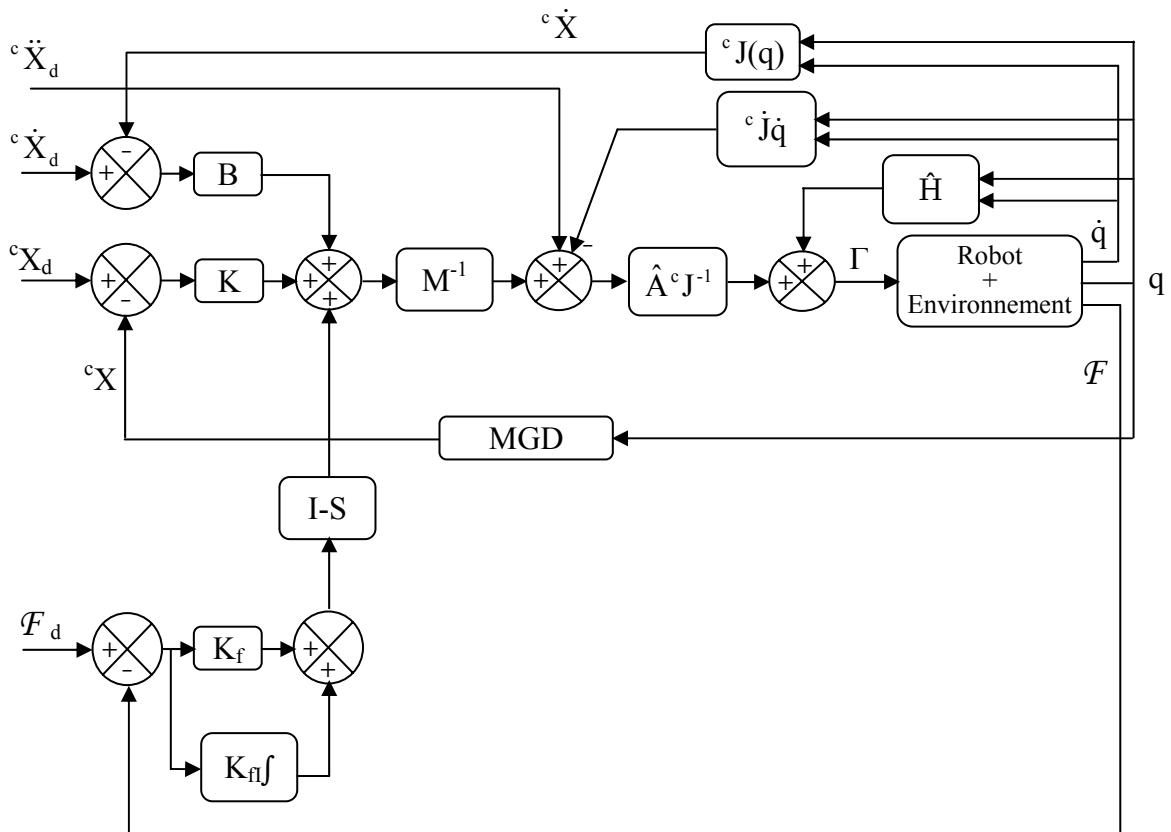


Figure 4.31 Commande en Impédance Généralisée

Les signaux appliqués sont :

* D'abord, le 1^{er} signal de consigne avec les gains $K = \text{diag}(17000, 0, 12000, 0, 17000, 0)$, $B = \text{diag}(100, 0, 100, 0, 100, 0)$ et $M = \text{diag}(1.1, 0, 2.2, 0, 1.1, 0)$ pour la boucle interne de commande en position, et $K_{fz} = 1.2$ et $K_{flz} = 22$ pour la boucle externe de commande en effort.

* Ensuite, le 4^{ème} signal de consigne à 03 échelons successifs de 20, 30 et 40 N avec les mêmes gains que pour le 1^{er} signal.

* Et enfin, le 3^{ème} signal de consigne avec les mêmes gains sauf pour : $K_{flz} = 14,4$.

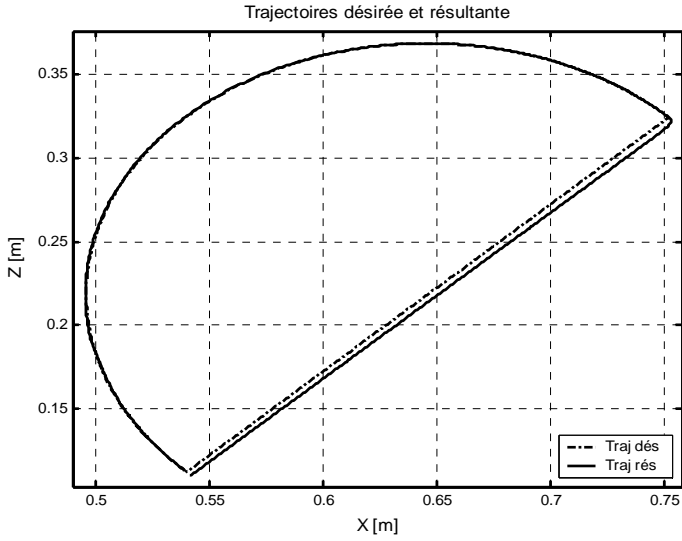


Figure 4.32 Poursuite de la trajectoire

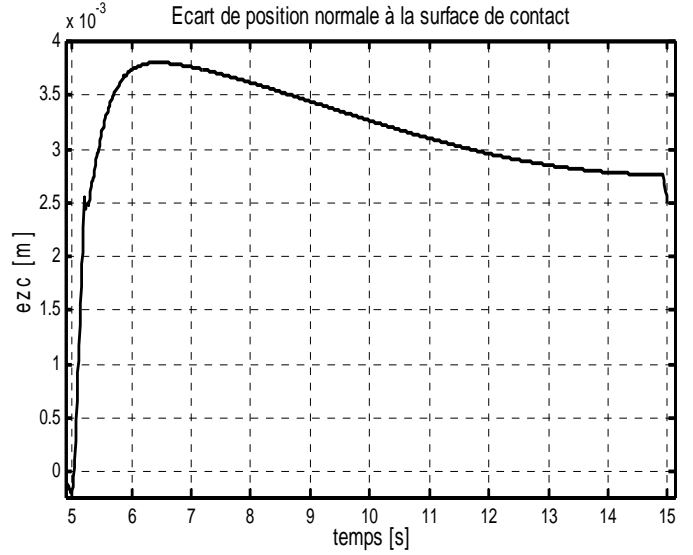


Figure 4.33 Ecart normal à la surface de contact

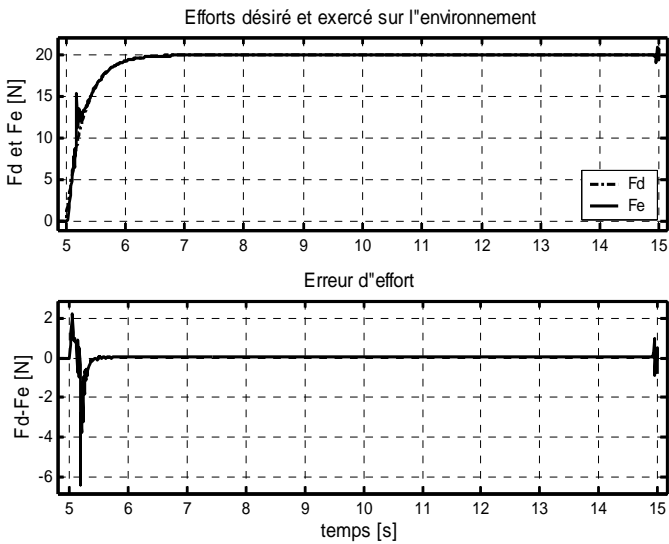


Figure 4.34 Poursuite et erreur d'effort

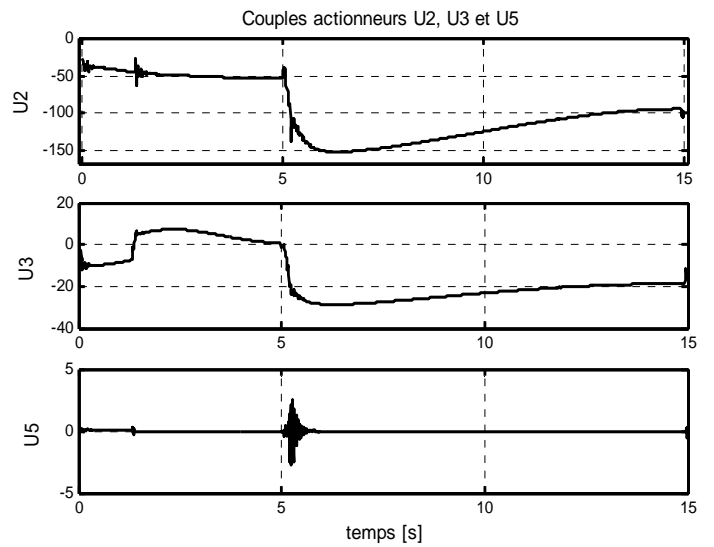


Figure 4.35 Couples actionneurs fournis

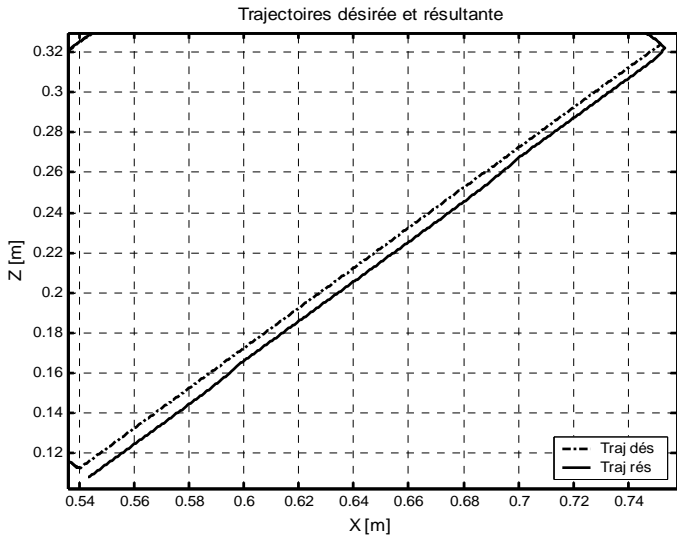


Figure 4.36 Poursuite de la trajectoire

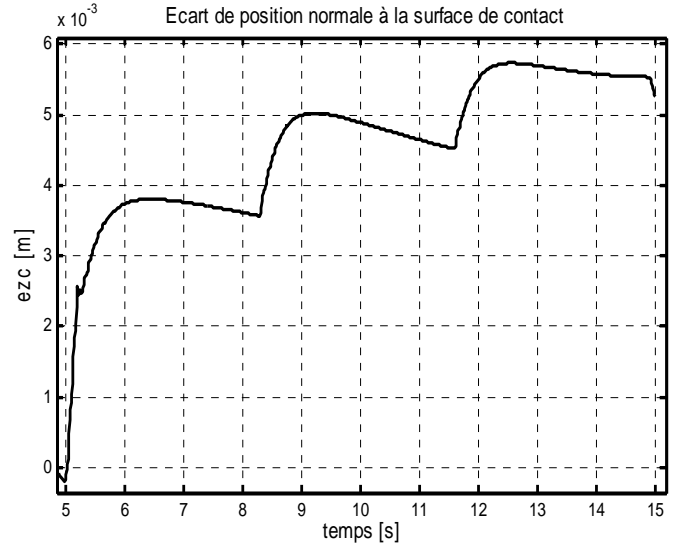


Figure 4.37 Ecart normal à la surface de contact

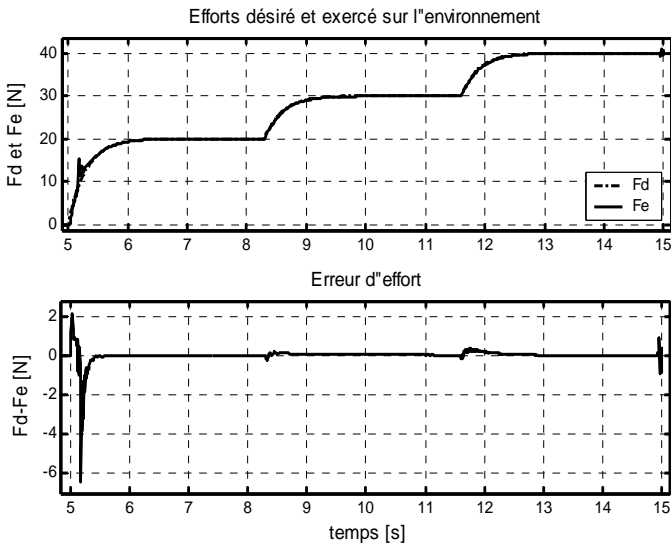


Figure 4.38 Poursuite et erreur d'effort

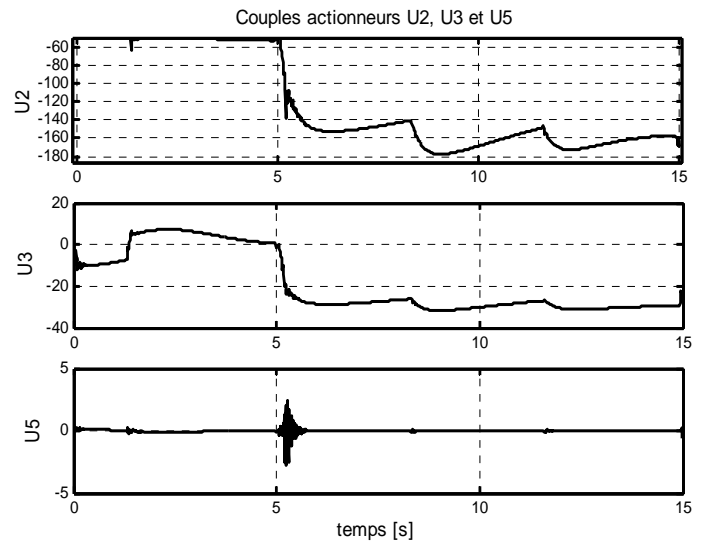


Figure 4.39 Couples actionneurs fournis

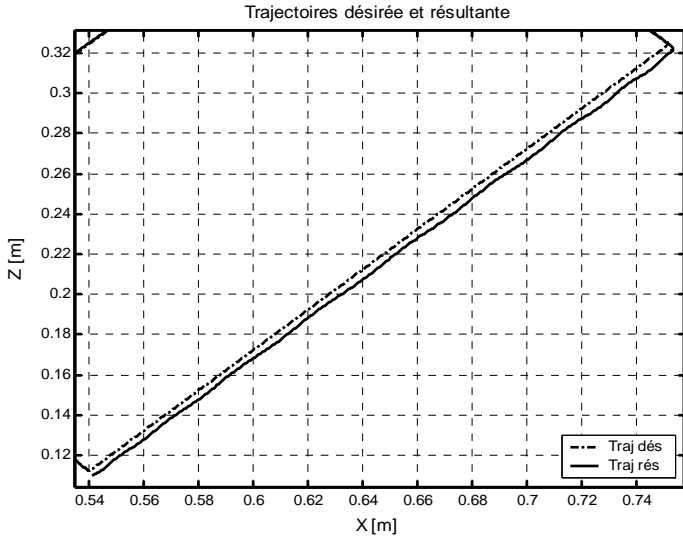


Figure 4.40 Poursuite de la trajectoire

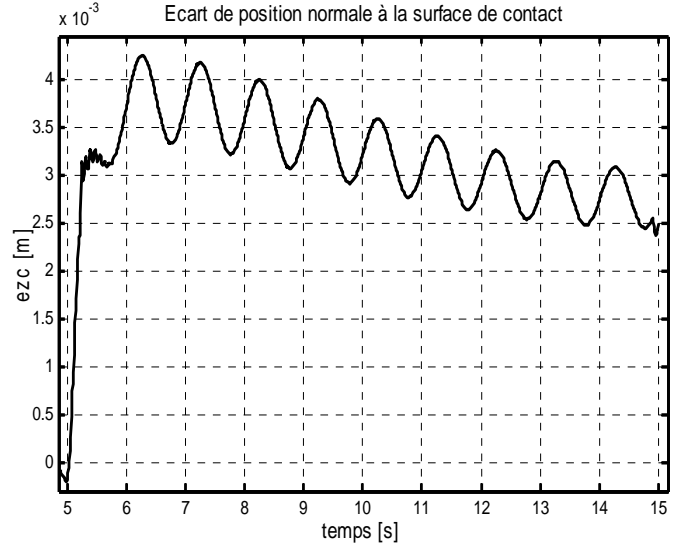


Figure 4.41 Ecart normal à la surface de contact

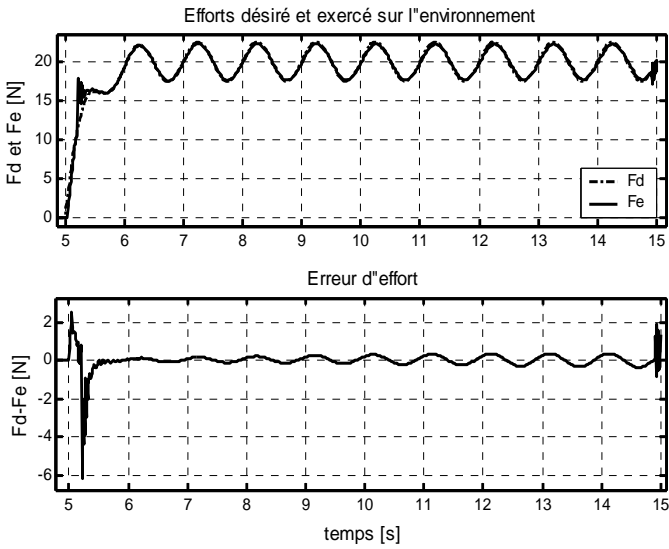


Figure 4.42 Poursuite et erreur d'effort

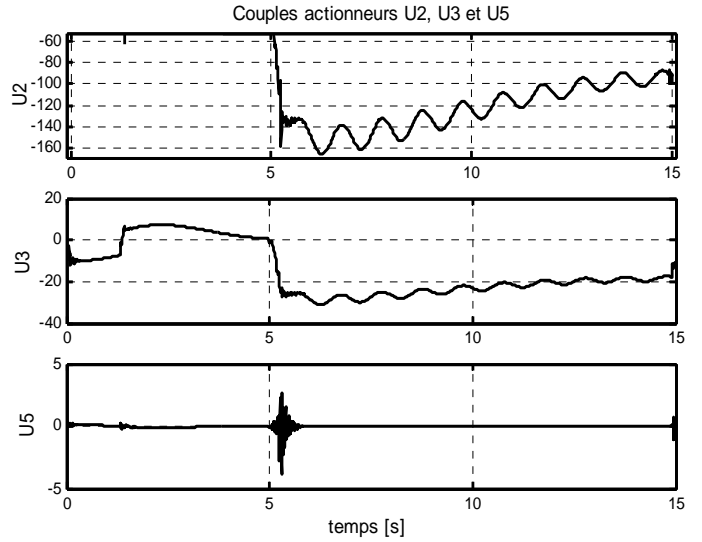


Figure 4.43 Couples actionneurs fournis

Les résultats obtenus par la commande en impédance généralisée sont aussi satisfaisants que ceux obtenus par la commande hybride parallèle « non exclusive » et par conséquent, meilleure que la commande hybride parallèle « exclusive » ceci pour la même raison que la boucle de commande en position contribue toujours dans les directions commandées en effort.

Il est aussi à noter qu'une commande hybride externe convient mieux dans les cas où l'environnement est mal spécifié.

Nous avons vu dans le chapitre 2 qu'il existe plusieurs architectures pour réaliser une commande hybride externe. Pour ce cas de commande en impédance nous avons vu au chapitre 3 la contribution avantageuse des termes de l'impédance celui notamment en rapport avec l'inertie.

4.5. Conclusion

Dans ce chapitre nous sommes parvenu à résoudre le problème d'asservissement de l'effort de contact. Cet objectif est réalisé en appliquant les commandes explicites en effort comme la commande hybride force/position exclusive et inclusive, cette dernière élimine les inconvénients et garde les avantages de la première. La commande hybride externe en impédance (ou commande en impédance généralisée) donne des résultats plus uniformes par rapport aux différentes situations, c'est d'ailleurs la plus intéressante de toutes ces commandes, vu son aspect général du fait qu'elle est valable aussi bien pour la commande en espace libre qu'en stabilisation du contact ainsi qu'en asservissement de l'effort, aussi convient-elle plus lorsque l'environnement est mal spécifié.

Nous avons remarqué des limitations dues aux couples fournis par les actionneurs qui, théoriquement, peuvent atteindre des valeurs supérieures à celles réalisables afin de suivre des consignes élevées en effort. Ces limites sont aussi en rapport avec la raideur de l'environnement qui induit des efforts importants pour contrer l'action du robot qui, à son tour, doit fournir des couples de plus en plus importants jusqu'à atteindre l'effort d'interaction désiré. On remarque juste après cela une diminution des couples actionneurs. Ces limitations des couples actionneurs impliquent donc une limitation sur la valeur de l'effort d'interaction désirable.

Une solution pour atteindre des efforts plus élevés consiste à procéder par plusieurs paliers en respectant le temps que met le robot à se stabiliser dans chaque palier et réduire ses couples actionneurs pour, ensuite, passer au palier supérieur.

Commande Hybride Force/Position à Structure Variable

5.1. Introduction

Admettons à présent que le modèle que nous possédons est imprécis, cela peut provenir des incertitudes sur les paramètres du système (**incertitudes paramétriques ou structurées**) ou des simplifications opérées lors de l'élaboration du modèle (**incertitudes non structurées**). Les commandes en effort que nous avons exposé jusqu'ici ne sont pas insensibles à ces incertitudes et ne peuvent rejeter des perturbations qui les auraient pour origine. L'utilisation des techniques robustes de commande telle que la commande par mode de glissement ou le Backstepping ou encore la commande adaptative constitue une bonne solution pour ce type de problème.

Dans cette partie nous nous intéressons à la commande par mode de glissement (ou Commande à Structure Variable). Cette commande a été proposée en premier en Union Soviétique par S.V. Emelyanov et fait l'objet de nombreux travaux de son équipe (Utkin, Taran, Kostyleva, etc.) à partir des travaux menés par le mathématicien A.F. Philippov sur les équations différentielles à second membre discontinu.

La commande par mode de glissement fournit une solution systématique pour le problème du maintien de la stabilité et celui d'assurer des performances élevées malgré les incertitudes que peut présenter le modèle adopté du système. Ce type de commande a été appliqué avec succès aux robots manipulateurs, nous verrons dans ce travail la qualité de cette commande lorsqu'on est en présence de contact entre le robot et son environnement.

5.2. Rappel sur la Commande à Structure Variable

5.2.1. Principe de la Commande à Structure Variable

La commande à structure variable est de nature non linéaire de type discontinue qui implique une modification intentionnelle de la topologie du système forçant ainsi la trajectoire d'états du système (forcer la dynamique du système) bouclé à commuter autour d'une hypersurface prédéfinie (désirée) dite de glissement et à glisser sur elle jusqu'au point d'équilibre grâce à un dispositif et une logique de commutation.

Lorsque le point représentatif du mouvement du système est maintenu sur la surface de glissement, le système est dit en **régime glissant** et il est alors plongé dans la dynamique d'un système réduit et libre. Ainsi, tant que **les conditions de glissement** sont assurées, la dynamique du système reste **insensible** aux incertitudes de modélisation, aux variations des paramètres du système et à certaines perturbations externes.

On rappelle dans ce paragraphe d'une manière succincte quelques notions inhérentes à la commande à structure variable.

5.2.2. Condition de Glissement

Soit le système dynamique non linéaire décrit par l'équation d'état suivante :

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t) + g(x, t) \cdot U \quad (5.1)$$

Où $x \in X$ un ouvert de \mathcal{R}^n est le vecteur d'état, $f(x)$ et $g(x)$ sont définis sur \mathcal{R}^n , avec $g(x) \neq 0 \forall x \in X$, $f(x) = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T$, $g(x) = [g_1, g_2, \dots, g_n]^T$. La fonction commande étant définie dans $\mathcal{R}, U : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$.

La condition de glissement peut être formulée en déterminant une fonction scalaire de Lyapunov $V(x) : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ qui soit positive ($V(x) > 0$) pour tout x de \mathcal{R} (soit x le vecteur d'état de notre système). La fonction de Lyapunov est choisie de façon à décroître dans le temps. L'idée est de trouver une commande qui assure cette décroissance en rendant négative la dérivée de la fonction de Lyapunov.

Soit :

$$V(x) = \frac{1}{2} S^2(x) \quad (5.2)$$

Où $S(x)$ décrit la distance du point x de la surface de glissement $S(x) = 0$, la fonction de Lyapunov est donc le carré de cette distance. Sa dérivée est :

$$\dot{V}(x) = S(x)\dot{S}(x) \quad (5.3)$$

Pour que la fonction de Lyapunov décroisse, nous devons assurer que :

$$\dot{V}(x) = S(x)\dot{S}(x) < 0 \quad (5.4)$$

Cette condition assure que la surface S soit attractive pour la trajectoire de phase : sous certaines conditions, le point représentatif de l'évolution du système dans l'espace de phase peut être maintenu sur la surface $S(x) = 0$ qui est choisie a priori. L'état du système bouclé est alors plongé dans l'état d'un système "réduit" de dimension inférieure et libre appelé **système équivalent**, dont les coefficients de son équation caractéristique sont identiques à ceux de cette surface.

Tant que la condition ci-dessus est vérifiée, la dynamique et la stabilité du système bouclé ne dépendent plus que des coefficients de la surface de glissement, ce qui explique l'**invariance** de la commande à structure variable par rapport aux perturbations ainsi que son applicabilité aux systèmes linéaires et non linéaires [Ham 93].

5.2.3. Choix des Surfaces de Glissement

La surface de glissement peut être linéaire ou non linéaire exprimée dans l'espace de phase ou d'état ou des erreurs :

Dans l'espace d'état [Utk 77] :

$$S(x) = \sum_{i=1}^n c_i x_i \quad \text{avec : } c_n=1. \quad (5.5)$$

Dans l'espace de phase [Slo 91] :

$$S(x) = \left[\frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right]^{n-1} \tilde{x} \quad \text{avec : } \tilde{x} = x_d - x \quad (5.6)$$

Où λ est une constante strictement positive et n : le plus petit entier positif tel que :

$$\frac{\partial \dot{S}}{\partial U} \neq 0 \quad \text{: Ceci assure la commandabilité.} \quad (5.7)$$

5.2.4. Synthèse par la Commande Equivalente Augmentée

Il existe dans la littérature trois méthodes pour fixer la structure et les paramètres de la CSV telle que la commande par relais, la commande par retour d'état linéaire à gains commutés et la commande équivalente augmentée que nous présentons ci-après :

Dans la réalité pratique, on est confronté à la présence de seuils, retards et hystérésis. Avec la seule commande équivalente (commande par mode glissant équivalente U_{eq} qui est déduite de la condition $\dot{S}(x) = 0$ durant le régime glissant permanent telle que la trajectoire du système reste sur la surface de glissement $S(x) = 0$), le point $x(t)$ reste seulement au voisinage de la surface $S(t) = 0$. Cette commande est alors augmentée pour constituer une combinaison de deux composantes : une composante de basse fréquence qu'est cette commande de linéarisation proposée par Philippov et Utkin, et une autre composante de haute fréquence U_{cm} qui est ajoutée en tant que commande auxiliaire pour garantir l'attractivité de la surface de glissement, ces deux composantes contribuent ensemble à la vérification de la condition (5.4) :

$$U = U_{eq} + U_{cm} \quad (5.8)$$

En portant l'expression de U dans l'équation (5.1), on obtient l'équation d'état du système commandé par la commande équivalente augmentée :

$$\frac{dx}{dt} = \left\{ I - g(x, t) \left[\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^T g(x, t) \right]^{-1} \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^T \right\} f(x, t) + g(x, t) U_{cm} \quad (5.9)$$

L'équation d'état du système en mode glissant est obtenue lorsqu'on est en régime glissant (i.e., $U_{cm} = 0$ pour $S(x) = 0$).

Le second terme de la commande U , est déterminé de manière à vérifier la condition d'attractivité. La forme généralement utilisée de U_{cm} est une commande par relais (figure 5.1) :

$$U_{cm} = K \operatorname{sgn}(S(x)) = \begin{cases} +K & \text{si } S(x) > 0 \\ -K & \text{si } S(x) < 0 \end{cases} \quad (5.10)$$

Avec : K un gain positif.

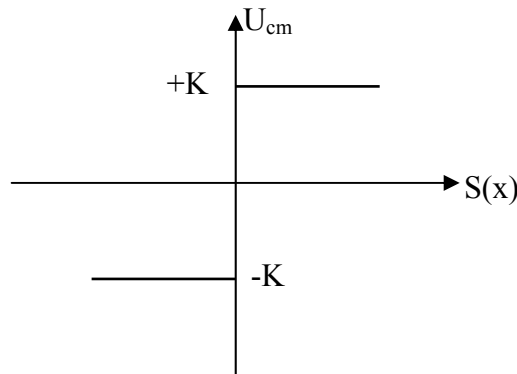


Figure 5.1 Fonction signe ou relais

5.2.5. Commande Intégrale

Si l'on veut une action intégrale dans notre commande il suffira de prendre la surface de glissement de la forme suivante :

$$S(x) = \left[\frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right]^{n-1} \left(\int_0^t \tilde{x} dt \right) \quad \text{avec : } \tilde{x} = x_d - x \quad (5.11)$$

Où λ est une constante strictement positive et n est l'ordre du système par rapport à $\left(\int_0^t \tilde{x} dt \right)$. Dans le cas où $n=3$ par exemple la surface de glissement aura la forme suivante :

$$S(x) = \left[\frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right]^2 \left(\int_0^t \tilde{x} dt \right) = \dot{\tilde{x}} + 2\lambda \tilde{x} + \lambda^2 \int_0^t \tilde{x} dt \quad (5.12)$$

5.2.6. Le phénomène du Chatterings

Dans une commande à structure variable, la commande discontinue nécessite une haute activité (commutations infiniment rapides) pour compenser la dynamique non modélisée. En pratique, cette commutation n'est pas instantanée et la commande n'est ainsi pas aussi rapide qu'il est exigé, à cause du temps mis dans le calcul de la commande et les limitations technologiques des dispositifs de commutation [Hun 93]. De plus, la valeur de $S(x)$ n'est pas connue avec une précision infinie. Cette limite sur la rapidité de commutation conduit à l'apparition d'oscillations indésirables de haute fréquence (couramment appelées chatterings) autour de la surface de glissement. Ces oscillations peuvent servir de source d'excitation pour la dynamique de haute fréquence non modélisée du système [Slo 91]. Ce phénomène est d'autant plus important que les gains de la commande discontinue sont grands.

Pour réduire ces oscillations, la composante discontinue de la commande est adoucie afin **d'établir un compromis** entre la précision et la robustesse du système à la dynamique non modélisée. Ceci est réalisé, **dans certains cas**, par l'approximation de la fonction **signe** par une fonction continue au voisinage de la surface de glissement telle qu'une fonction de saturation non linéaire (figure 5.2) définie comme suit :

$$U_{cm} = K \text{ sat}(S(x)) = \begin{cases} +K & \text{si } S(x) > \Phi \\ K \frac{S(x)}{\Phi} & \text{si } |S(x)| \leq \Phi \\ -K & \text{si } S(x) < -\Phi \end{cases} \quad (5.13)$$

Cette fonction crée une **couche limitée** (boundary layer) autour de la surface de glissement où l'état du système peut se situer en présentant une marge d'erreur de position notée ε telle que :

$$\varepsilon = \frac{\Phi}{\lambda^{n-1}} \quad \text{avec : } n = 2 \quad (5.14)$$

Où Φ est l'épaisseur de la bande limitée, ε sa largeur et λ est la pente de la surface de glissement dans l'espace d'état (figure 5.3).

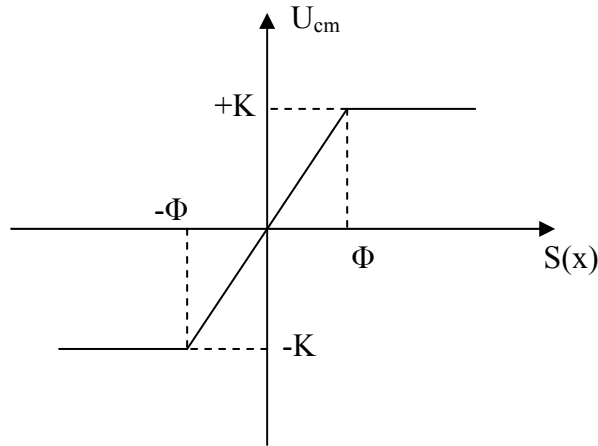


Figure 5.2 Fonction saturation

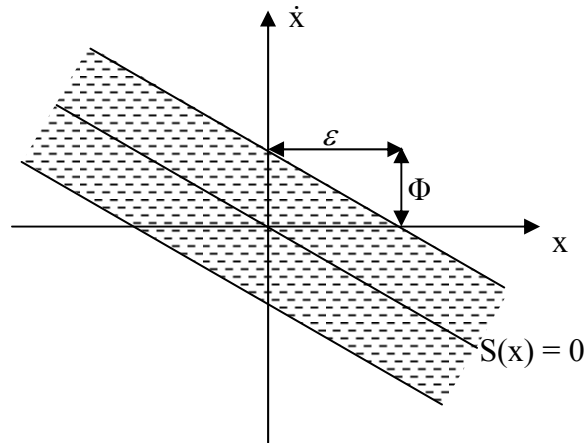


Figure 5.3 Couche ou bande limitée

Une conséquence de cet adoucissement est que le système perd son invariance mais possède une robustesse qui est fonction de la largeur de la bande limitée [Hun 93]. Malgré cela, la **commande douce** est nettement plus performante que la commande par relais (voir [Slo 91]).

Une autre fonction peut être utilisée pour réduire les chatterings, c'est la fonction voisine de la fonction signe (figure 5.4) :

$$U_{cm} = \begin{cases} +K & \text{si } S(x) > \Phi \\ K \frac{S(x)}{|S(x)| + \delta} & \text{si } |S(x)| \leq \Phi \\ -K & \text{si } S(x) < -\Phi \end{cases} \quad \text{Où } \delta > 0 \text{ rend la fonction continue.} \quad (5.15)$$

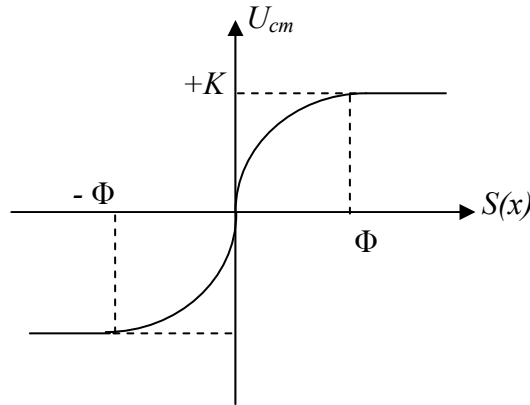


Figure 5.2 Fonction sigmoïde

Dans la suite de ce travail, nous nous intéresserons à la commande à structure variable par linéarisation et découplage non linéaire.

5.3. Application de la CSV à la Commande en Effort du Robot PUMA 560

L'application de la commande à structure variable via un découplage non linéaire donne lieu de deux boucles imbriquées comme on l'a déjà vu précédemment dans les commandes non robustes : la boucle interne consiste en la linéarisation et au découplage de la dynamique du système, cette boucle est complétée par une boucle externe de commande à structure variable qui prend une forme applicable à un système linéaire multivariable découplé.

Nous allons essayer de bénéficier de la robustesse de la commande à structure variable par rapport aux perturbations paramétriques. Pour l'asservissement en effort nous procéderons comme dans le chapitre précédent. Dans ce qui va suivre nous allons progresser par étapes jusqu'à arriver à l'objectif qui est la commande à structure variable de la position et de l'effort.

On commencera par la commande de la position sans commander l'effort, on traitera ensuite le problème du chattering. Nous introduirons ensuite une boucle de commande en effort d'un type vu précédemment (commande en impédance généralisée). Nous terminerons par l'introduction d'une commande à structure variable en effort à la place de la commande en impédance généralisée.

5.3.1. Commande à Structure Variable en Présence de Contact sans Réglage de l'Effort

Rappelons le modèle général d'un robot manipulateur :

$$\Gamma = A(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) + {}^c J^T {}^c \mathcal{F} \quad (5.16)$$

Où :

$$H(q, \dot{q}) = C(q, \dot{q}) + G(q) + F(q, \dot{q}) \quad (5.17)$$

Et le terme ${}^c J^T {}^c \mathcal{F}$ représente l'effort cartésien exercé par le robot sur l'environnement projeté dans l'espace articulaire grâce à la matrice jacobienne du robot écrite dans le repère de compliance.

Le modèle estimé du système est le suivant :

$$\Gamma = \hat{A}(q)\ddot{q} + \hat{H}(q, \dot{q}) + {}^c J^T {}^c \mathcal{F} \quad (5.18)$$

Le découplage non linéaire du système donne lieu de m sous-systèmes linéaires monovariabiles dont la dynamique en boucle fermée, dans le cas où les erreurs de modélisation et de mesure sont nulles, est représentée sous la forme vectorielle suivante :

$$\ddot{q} = w(t) \quad (5.19)$$

Où $w(t)$ est une entrée auxiliaire qui décrit la dynamique désirée du robot.

L'application de la commande par mode de glissement pour un système multivariable implique le choix d'un ensemble de surfaces de glissement qui doivent supporter la trajectoire du système dans l'espace des erreurs. Dans le cas d'un ensemble de m sous-systèmes linéaires comme décrit dans (5.19), on définit un vecteur de surfaces dont les éléments sont décrits par :

$$S_i(q) = \left[\frac{\partial}{\partial t} + \lambda_1 \right]^{n-1} \tilde{q}_i \quad i = 1, \dots, m \quad (5.20)$$

Où $\tilde{q}_i = q_{di} - q_i$ et n correspond à l'ordre du sous-système i qui est égal à 2 dans le cas d'un robot manipulateur. Par conséquent, chaque surface aura la forme suivante :

$$S_i(q) = \dot{\tilde{q}}_i + \lambda_1 \tilde{q}_i \quad (5.21)$$

Durant le mode de glissement ($S_i(q) = 0$) on a :

$$\dot{S}_i(q) = 0 \quad (5.22)$$

$$\Rightarrow \ddot{\tilde{q}}_i + \lambda_1 \dot{\tilde{q}}_i = 0 \Leftrightarrow \ddot{q}_{di} - \ddot{q}_i + \lambda_1 \dot{\tilde{q}}_i = 0 \Leftrightarrow \ddot{q}_i = \ddot{q}_{di} + \lambda_1 \dot{\tilde{q}}_i \quad (5.23)$$

Cette expression correspond à la dynamique désirée en régime glissant du robot introduite dans la commande (5.18) par le vecteur d'entrée auxiliaire $w(t)$ du système (5.19) dont les éléments $w_i(t)$ s'écrivent :

$$\hat{w}_i(t) = \ddot{q}_{di} + \lambda_i \dot{\tilde{q}}_i \quad (5.24)$$

Si le système reste sur la surface de glissement choisie, l'erreur de poursuite tendra asymptotiquement vers 0 $\forall t \geq 0$. Mais comme on l'a vu au § 5.2.4, la commande globale rassemblant les relations (5.18), (5.19) et (5.23) correspondant à la commande équivalente, n'assure les conditions de glissement sur les surfaces que dans le cas idéal considéré jusqu'ici :

$$\Gamma_{eq} = \hat{A}(q)\hat{w}(t) + \hat{H}(q, \dot{q}) + {}^c J^T {}^c \mathcal{F} \quad (5.25)$$

Dans le cas réel, des incertitudes commises sur le modèle dynamique viennent s'ajouter aux limites technologiques de mesure. Les erreurs d'estimation des termes de la dynamique $\hat{A}(q)$, et $\hat{H}(q, \dot{q})$ sont supposées bornées par des fonctions connues :

$$\begin{aligned} \|\hat{A}^{-1}(q)A(q)\| &= \|\Lambda\| \leq \beta(q) \\ \|\hat{H}(q, \dot{q}) - \hat{H}(q, \dot{q})\| &= \|\Delta C(q, \dot{q}) + \Delta G(q) + \Delta F(q, \dot{q})\| = \|\Delta H(q, \dot{q})\| \leq \delta(q, \dot{q}) \\ \Delta C(q, \dot{q}) &= C(q, \dot{q}) - \hat{C}(q, \dot{q}) \\ \Delta G(q) &= G(q) - \hat{G}(q) \\ \Delta F(q, \dot{q}) &= F(q, \dot{q}) - \hat{F}(q, \dot{q}) \end{aligned} \quad (5.26)$$

Où $\|\cdot\|$ représente la norme euclidienne d'un vecteur ou d'une matrice, Λ est une matrice diagonale définie positive et β est une fonction scalaire définie telle que $0 < \frac{1}{\beta} \leq 1$ et δ est une fonction scalaire.

Pour assurer les conditions d'attractivité et de glissement en dépit des incertitudes citées ci-dessus, il faudra ajouter une composante discontinue de haute fréquence dans la commande :

$$w(t) = \hat{w}(t) + K \operatorname{sgn}(S) \quad (5.27)$$

Où $K = \operatorname{diag}(k_i)$ avec $i = 1, \dots, m$ est une matrice diagonale de gains positifs choisis de manière à satisfaire les conditions de glissement (5.4) qu'on peut écrire comme suit [Slo 91] :

$$S^T \dot{S} \leq -\eta^T |S| \Leftrightarrow S^T \dot{S} + \eta^T |S| \leq 0 \quad (5.28)$$

Où η est un vecteur à éléments constants et positifs. En substituant \ddot{q} , Γ_{eq} et $w(t)$ par leurs expressions dans \dot{S} , on obtient :

$$\begin{aligned}
\dot{S} &= \ddot{q}_d - A^{-1} \left[(\hat{A}w + \hat{H} + {}^c J^T \mathcal{F}) - H - {}^c J^T \mathcal{F} \right] + \lambda \dot{q} \\
\dot{S} &= -A^{-1} \hat{A} (\hat{w} + K \operatorname{sgn}(S)) + A^{-1} (H - \hat{H}) + \hat{w} \\
\dot{S} &= -\Lambda^{-1} (\hat{w} + K \operatorname{sgn}(S)) + A^{-1} \Delta H + \hat{w} \\
\dot{S} &= (I - \Lambda^{-1}) \hat{w} + A^{-1} \Delta H - \Lambda^{-1} K \operatorname{sgn}(S)
\end{aligned} \tag{5.29}$$

En utilisant (5.29), la condition (5.28) devient alors :

$$\begin{aligned}
S^T \left\{ (I - \Lambda^{-1}) \hat{w} + A^{-1} \Delta H - \Lambda^{-1} K \operatorname{sgn}(S) \right\} + \eta^T |S| &\leq 0 \\
\Leftrightarrow \sum_{i=1}^m S_i \left[\hat{w}_i - \sum_{j=1}^m \Lambda_{ij}^{-1} \hat{w}_j + \sum_{j=1}^m A_{ij}^{-1} \Delta H_j - \sum_{j=1}^m \Lambda_{ij}^{-1} K_{jj} \operatorname{sgn}(S_j) \right] + \eta_i |S_i| &\leq 0
\end{aligned} \tag{5.30}$$

Sachant que $S_i = \operatorname{sgn}(S_i) |S_i|$ et en divisant la relation (5.30) par $|S_i|$, il vient :

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^m \operatorname{sgn}(S_i) \left[\hat{w}_i - \sum_{j=1}^m \Lambda_{ij}^{-1} \hat{w}_j + \sum_{j=1}^m A_{ij}^{-1} \Delta H_j - \sum_{j=1}^m \Lambda_{ij}^{-1} K_{jj} \operatorname{sgn}(S_j) \right] + \eta_i &\leq 0 \\
\sum_{i=1}^m \operatorname{sgn}(S_i) \sum_{j=1}^m \Lambda_{ij}^{-1} K_{jj} \operatorname{sgn}(S_j) \geq \sum_{i=1}^m \operatorname{sgn}(S_i) \left[\hat{w}_i - \sum_{j=1}^m \Lambda_{ij}^{-1} \hat{w}_j + \sum_{j=1}^m A_{ij}^{-1} \Delta H_j \right] + \eta_i &
\end{aligned} \tag{5.31}$$

En réécrivant cette inégalité de nouveau sous forme matricielle, il vient :

$$\operatorname{sgn}(S)^T \Lambda^{-1} K \operatorname{sgn}(S) \geq \operatorname{sgn}(S)^T \left[(I - \Lambda^{-1}) \hat{w} + A^{-1} \Delta H \right] + u^T \eta \tag{5.32}$$

u est un vecteur unité (1cm). La matrice Λ^{-1} est supposée être diagonale définie positive, le membre de gauche de l'inégalité est donc positif. En multipliant l'inégalité par Λ , on obtient :

$$u^T K u \geq \operatorname{sgn}(S)^T \left[(\Lambda - I) \hat{w} + \Lambda A^{-1} \Delta H \right] + u^T \eta \tag{5.33}$$

Pour avoir une solution vérifiant la condition (5.28) le membre de droit de (5.32) doit être positif. Plusieurs choix peuvent être considérés. En vertu des relations (5.26), la solution choisie pour les k_i assurant la condition (5.28) est la suivante :

$$k_i \geq |\beta - 1| \|\hat{w}\| + \beta \left(\|A^{-1}\| \delta + \eta_i \right) \quad i = 1, \dots, m. \tag{5.34}$$

Avec :

$$\|A^{-1}\| = \frac{1}{\beta} \|\hat{A}^{-1}\| \tag{5.35}$$

Cette commande est schématisée à la figure (5.5).

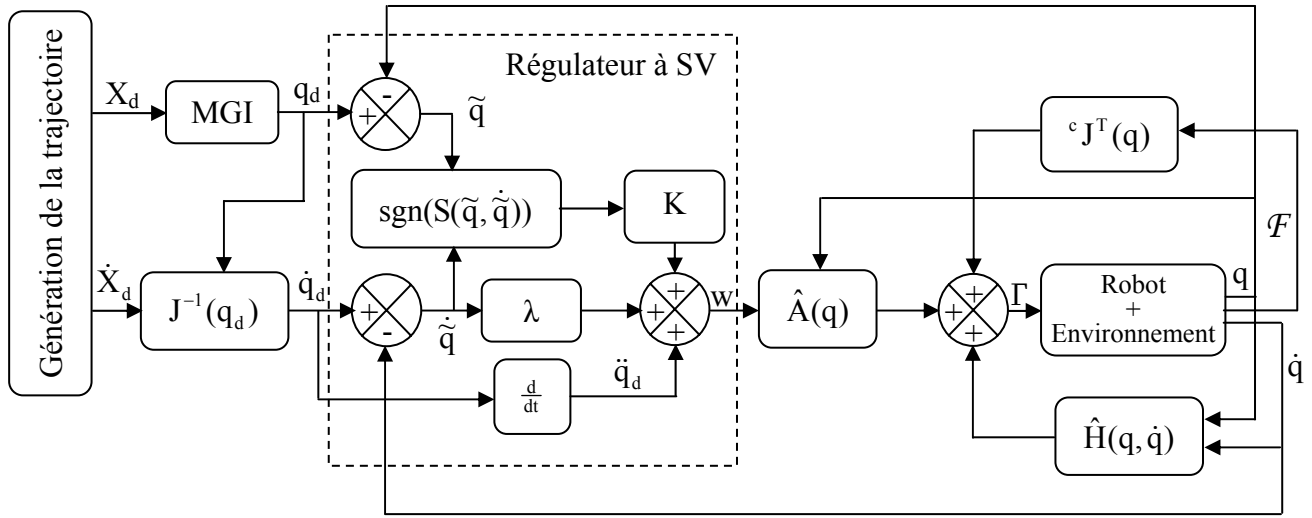


Figure 5.5 Schéma de la commande à structure variable via un découplage non linéaire avec correction dans l'espace articulaire

De la même manière il est possible de formuler une commande à structure variable avec correction dans l'espace opérationnel.

D'une part, les surfaces de glissement auront la forme incluant le terme intégral telle que dans la relation (5.11) :

$$S(x) = \left[\frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right]^2 \left(\int_0^t \tilde{x} dt \right) \quad (5.36)$$

où $\tilde{x} = {}^c X_d - {}^c X$, et chaque surface S_i aura la forme suivante :

$$S_i = \dot{\tilde{x}}_i + 2\lambda_1 \tilde{x}_i + \lambda_1^2 \int_{t_0}^t \tilde{x}_i dt \quad (5.37)$$

Durant le mode de glissement ($S_i(x) = 0$) on a :

$$\dot{S}_i(x) = 0 \quad (5.38)$$

$$\Rightarrow \ddot{\tilde{x}}_i + 2\lambda_1 \dot{\tilde{x}}_i + \lambda_1^2 \tilde{x}_i = 0 \Leftrightarrow \ddot{X}_{di} - \ddot{X}_i + 2\lambda_1 \dot{\tilde{x}}_i + \lambda_1^2 \tilde{x}_i = 0$$

$$\ddot{X}_i = \ddot{X}_{di} + 2\lambda_1 \dot{\tilde{x}}_i + \lambda_1^2 \tilde{x}_i \quad (5.39)$$

Cette expression correspond à la dynamique du système au moment de glissement.

D'autre part, la loi de commande par découplage non linéaire avec correction dans l'espace opérationnel est la suivante :

$$\Gamma_{eq} = \hat{A}(q) {}^c J^{-1}(\hat{w}(t) - {}^c J\dot{q}) + \hat{H}(q, \dot{q}) \quad (5.40)$$

Cette expression correspond à la commande équivalente qui conduit le robot en régime glissant où le vecteur de commande auxiliaire est composé des éléments tels que :

$$\hat{w}_i(t) = \ddot{X}_i \quad (5.41)$$

En ajoutant le terme de haute fréquence, il vient :

$$w(t) = \hat{w}(t) + K \operatorname{sgn}(S) \quad (5.42)$$

Les gains de commutation K sont fixés de manière à assurer les conditions de glissement (5.28) et de la même manière que précédemment :

$$k_i \geq |\beta - 1| \|\hat{w} - {}^c J\dot{q}\| + \beta (\|{}^c J A^{-1}\| \delta + \eta_i) \quad i = 1, \dots, m. \quad (5.43)$$

Les k_i sont regroupés dans un vecteur \bar{k} tel que : $K = \operatorname{diag}(\bar{k})$

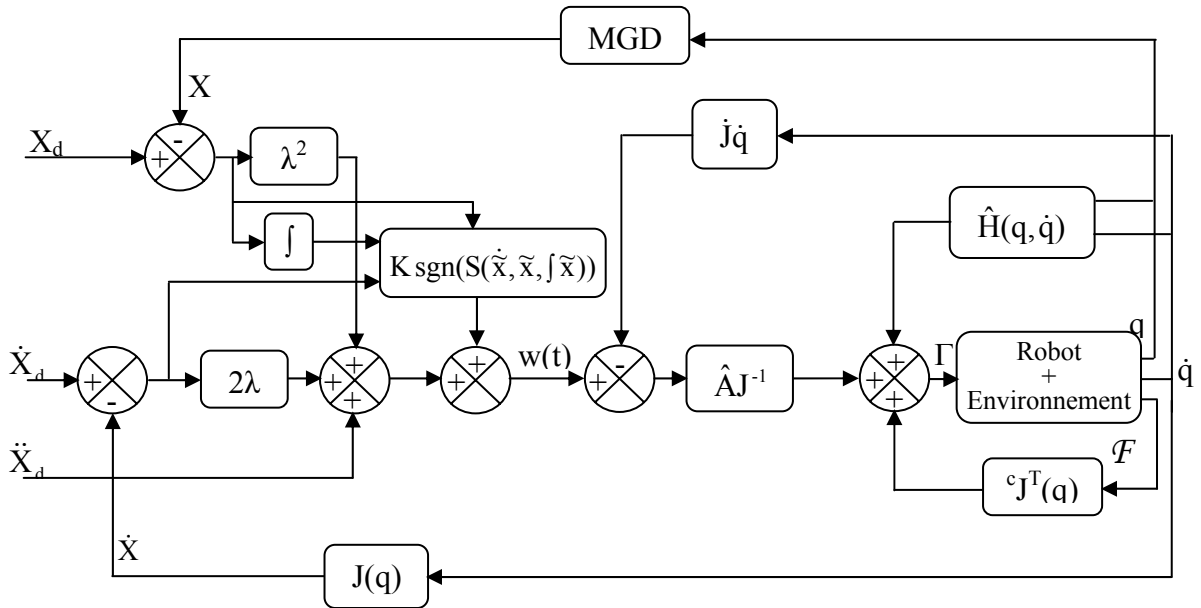


Figure 5.6 CSV par découplage non linéaire avec correction dans l'espace opérationnel.

Dans le cas où le robot entre en contact avec l'environnement, la commande est synthétisée en considérant l'effort d'interaction comme perturbation externe inconnue en

l'absence d'un capteur d'effort mais dont la valeur est donnée par une fonction estimée ${}^cF(\ddot{x}, \dot{x}, x)$ bornée selon :

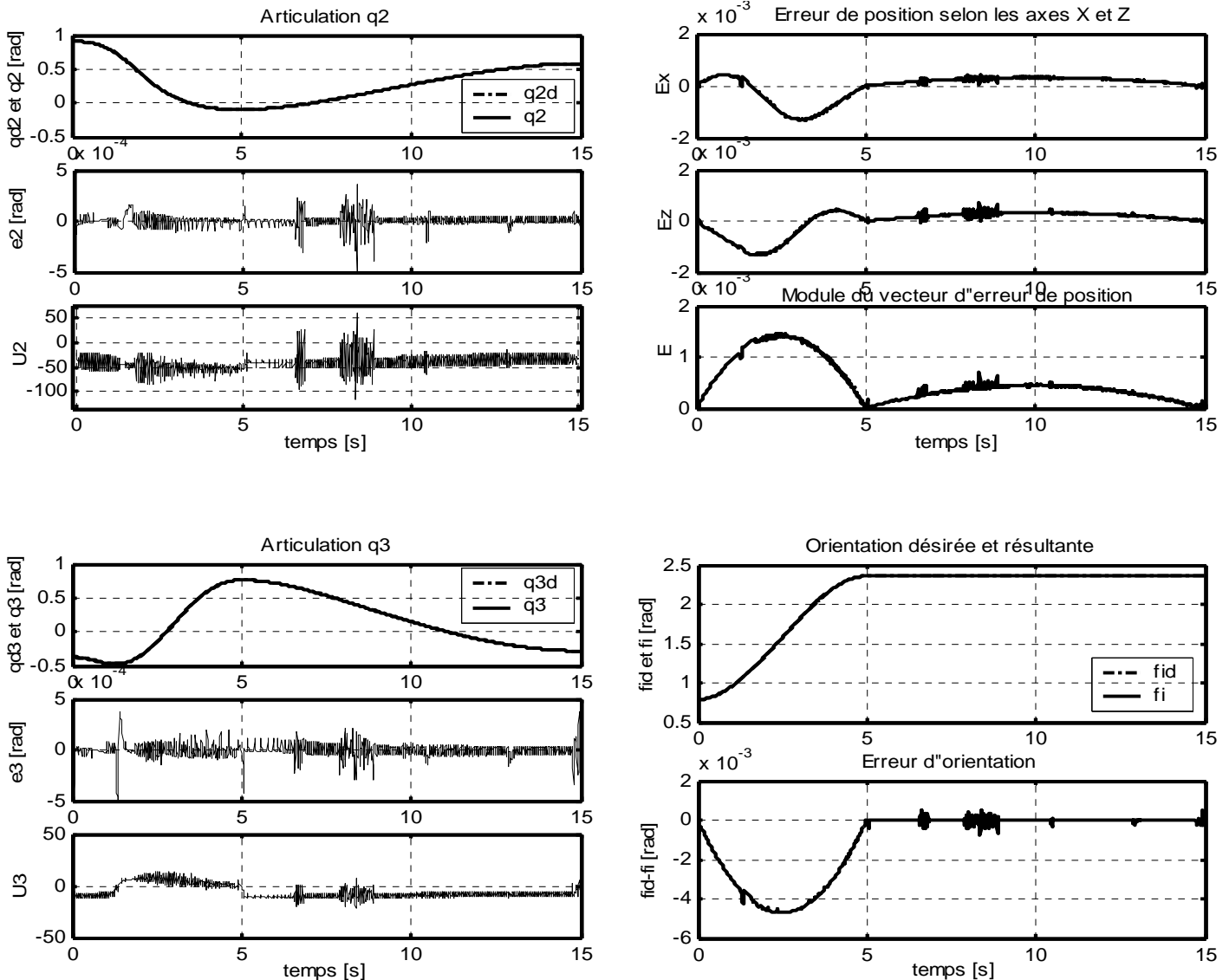
$$\|{}^cJ^T(q) {}^cF(\ddot{x}, \dot{x}, x)\| \leq D \tag{5.44}$$

Les gains de glissement deviennent :

$$k_i \geq |\beta - 1| \|\hat{w} - {}^cJ\dot{q}\| + \beta \left(\|{}^cJA^{-1}\|(\delta + D) + \eta_i \right) \tag{5.45}$$

Le schéma récapitulant cette commande avec correction dans l'espace opérationnel est représenté à la figure (5.6).

Les résultats de simulation de cette commande sont présentés aux figures (5.7). Pour les coefficients $\lambda = \text{diag}(72, 0, 72, 0, 72, 0)$, $\eta = 0.01$. Les différents paramètres de configuration sont supposés connus avec une erreur d'estimation et une erreur de mesure de $\pm 10\%$.



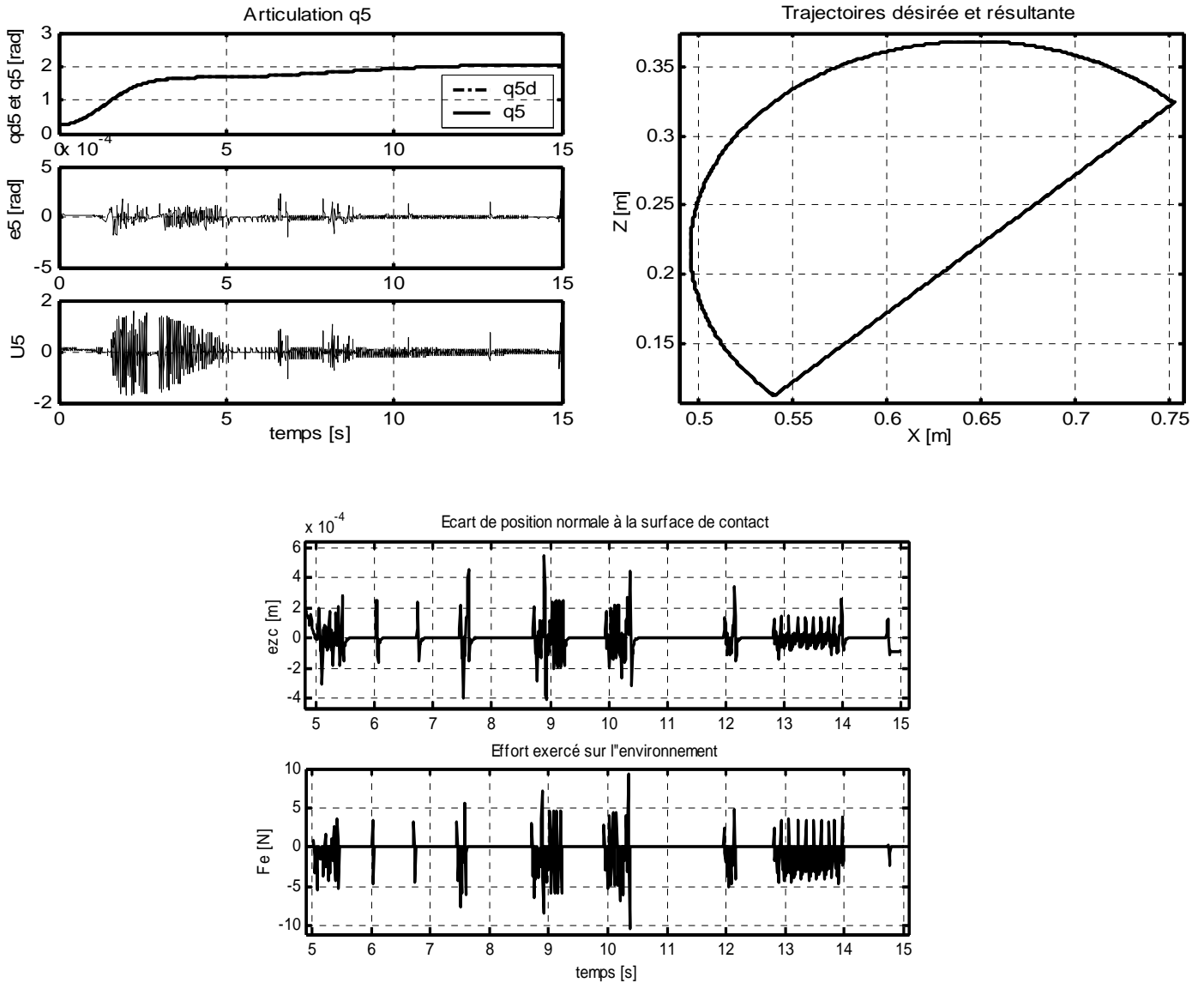


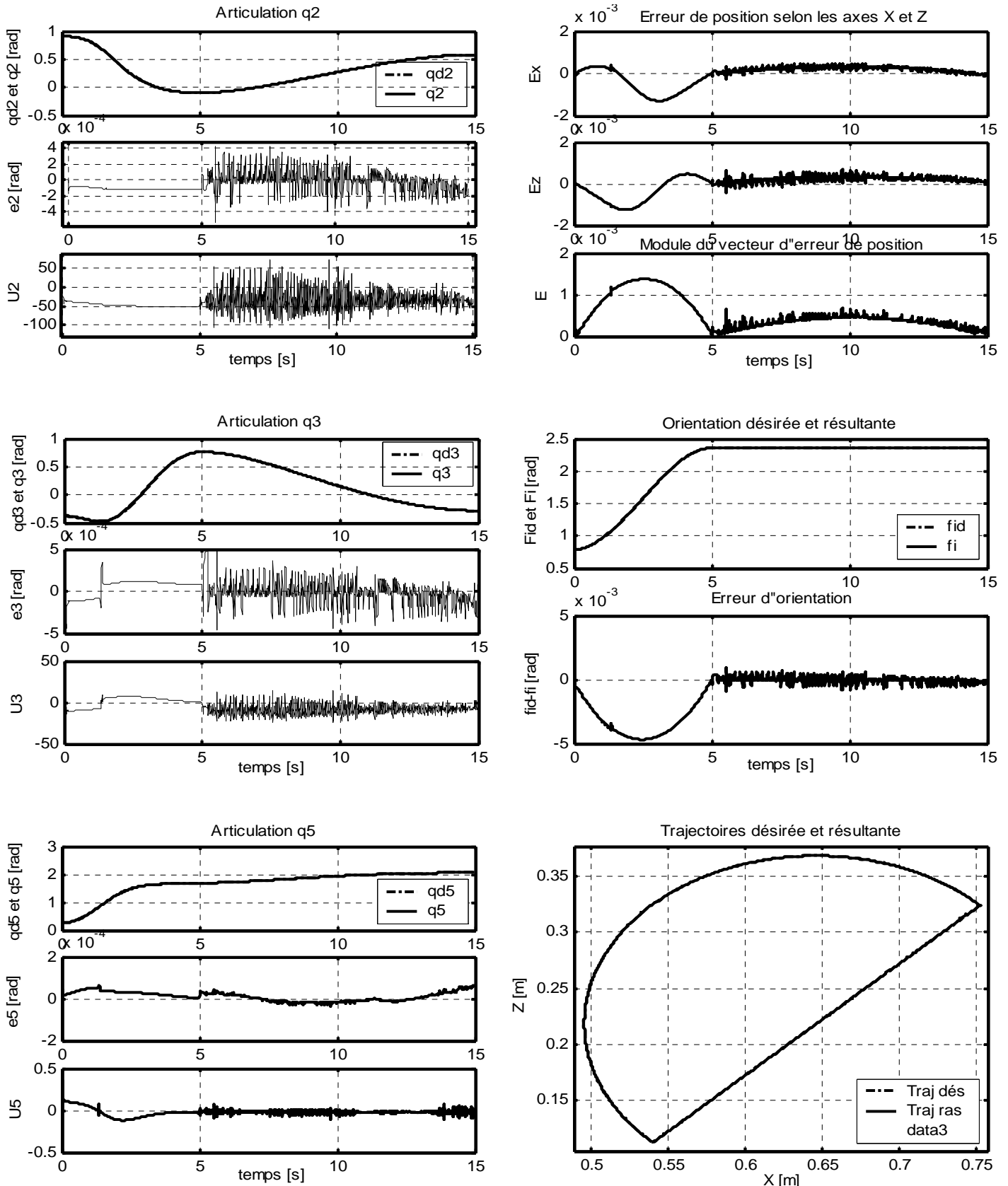
Figure 5.7 Résultats de la CSV en espace libre et en contact sans commande de l'effort

Les résultats montrent que cette commande est insensible aux perturbations paramétriques et aux perturbations externes même si aucune information sur ces dernières n'est disponible.

En effet, dans l'espace libre on observe une très bonne poursuite de la trajectoire malgré les erreurs d'estimations. L'augmentation de l'erreur d'estimation est souvent surmontée en modifiant les paramètres de la surface de glissement.

Lorsque le robot entre en contact avec l'environnement la poursuite de trajectoire est assurée car le robot revient sur la surface à chaque fois qu'il la quitte et l'erreur de poursuite est très faible et ceci tout au long de la phase de contact. Les efforts d'interaction ne déstabilisent pas le robot comme c'est le cas pour les commandes classiques (PID...). Ceci est vrai même si l'effort d'interaction est supposé être nul par la commande en mettant en l'occurrence $D=0$. Ceci démontre la robustesse de la commande à structure variable par rapport aux perturbations externes.

Le phénomène de chattering apparaît nettement durant la première phase. Pour éliminer ces oscillations on utilise la fonction sat définie plus haut. On fixera $\lambda = \text{diag}(95, 0, 95, 0, 95, 0)$. Et $\varepsilon = 0.001$. L'erreur d'estimation est de 10%. On obtient les résultats de la figure (5.8).



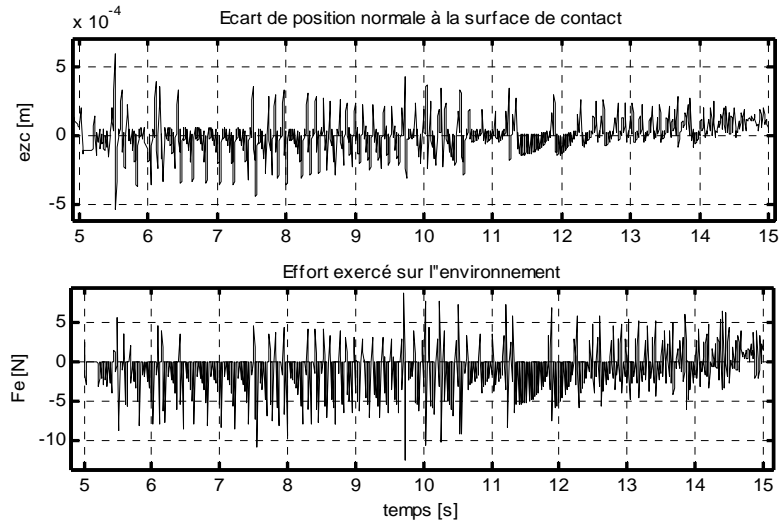


Figure 5.8 Résultats de la CSV sans commande de l'effort avec fonction Saturation

Les résultats montrent effectivement la disparition des chatterings durant les deux phases. La précision et la robustesse de la commande par rapport aux perturbations paramétriques et externes sont préservées.

5.3.2. Commande Hybride à Structure Variable avec Commande en Impédance Généralisée de l'Effort

Nous avons vu que la commande à structure variable est robuste par rapport aux perturbations paramétriques et aux perturbations externes. Il est possible de combiner cette méthode comme il a été fait pour les commandes de position en espace libre, avec une commande explicite en effort pour accomplir des tâches combinées en espace libre et en contact.

L'objet est à nouveau la commande hybride mais cette fois-ci, la boucle de commande en effort est complètement séparée de la boucle de commande en position, c'est-à-dire que la commande en position (la CSV) n'est appliquée qu'aux directions commandées en position.

Nous avons montré au chapitre précédent que la commande hybride parallèle « non exclusive » c'est-à-dire : celle qui utilise pour les directions contraintes une loi de commande simultanément en effort et en position tandis que les directions libres ne sont affectées que par une loi de commande en position, donne de meilleurs résultats que la commande hybride originale.

L'application de la commande à structure variable en tant que commande en position dans la commande hybride non exclusive rend le système instable parce que la commande à structure variable considère la boucle de commande en effort comme source de perturbation ce qui implique un conflit entre les deux boucles surtout lors de la présence d'une action intégrale sur l'effort dans la boucle de commande en effort.

Il va falloir appliquer chaque type de commande pour la direction cartésienne concernée. Cependant, pour assurer simultanément une poursuite précise de la trajectoire et une poursuite stable de l'effort exercé sur l'environnement, il faudrait une loi de commande en position « moins stricte » à côté de la loi de commande en effort pour les directions contraintes.

On rappelle que dans le chapitre précédent nous avons utilisé pour les directions contraintes une loi de commande en effort en plus d'une commande de type PD par découplage non linéaire ou une commande en impédance généralisée. Cette dernière sera utilisée ici uniquement pour les directions commandées en effort.

Concernant la commande, il s'agit d'une loi de commande hybride parallèle exclusive où les directions cartésiennes séparées en celles libres et celles contraintes : une commande en impédance généralisée pour la boucle en effort et une loi de commande à structure variable pour la boucle de commande en position. Ajoutons à cela qu'elle exploite le modèle dynamique du robot, les couples actionneurs sont alors :

$$\Gamma = \hat{A}(q) {}^c J^{-1} (\dot{W}(t) - {}^c \dot{J} \dot{q}) + \hat{H}(q, \dot{q}) + {}^c J^T(q) {}^c \mathcal{F} \quad (5.46)$$

L'entrée auxiliaire est définie ainsi :

$$W(t) = w_p(t) + w_F(t) \quad (5.47)$$

Avec :

$$w_p(t) = S_p (\hat{w}(t) + K_s \text{sgn}(S)) \quad (5.48)$$

Où S_p est la matrice dont les élément à 1 désignent les directions commandées en position et S est le vecteur des surfaces de glissement des différents sous systèmes. La commande qui assure la conduite du système au moment du glissement est définie comme dans (5.39) :

$$\hat{w}(t) = {}^c \ddot{X}_d + 2\lambda {}^c \dot{\tilde{x}} + \lambda^2 {}^c \tilde{x} \quad (5.49)$$

Les surfaces de glissement ont la forme suivante :

$$S = {}^c \dot{\tilde{x}} + 2\lambda {}^c \tilde{x} + \lambda^2 \int_0^t {}^c \tilde{x} dt \quad (5.50)$$

Les gains de glissement seront alors :

$$k_i \geq |\beta - 1| \| \hat{w} - {}^c \dot{J} \dot{q} \| + \beta \left(\| {}^c J A^{-1} \| (\delta + D) + \eta_i \right) \quad (5.51)$$

Regroupés dans un vecteur \bar{k} tel que : $K_s = \text{diag}(\bar{k})$.

La loi de commande en effort est :

Les simulations sont effectuées pour les mêmes signaux d'effort désiré que ceux utilisés au chapitre 4, les résultats obtenus sont illustrés par les figures (5.10),..., (5.21).

La fonction de commutation utilisée dans les simulations est la fonction de saturation où le facteur ϵ est fixé à 0.001, les coefficients des surfaces sont tels que $\lambda = \text{diag}(90, 0, 90, 0, 90, 0)$. L'erreur d'estimation est de 10%. Les gains de la boucle d'effort sont : $K_f = 1.3$, $K_{fl} = 20$, $K = \text{diag}(0, 0, 12000, 0, 0, 0)$, $B = \text{diag}(0, 0, 100, 0, 0, 0)$ et $M = \text{diag}(1, 1, 2.2, 1, 1, 1)$.

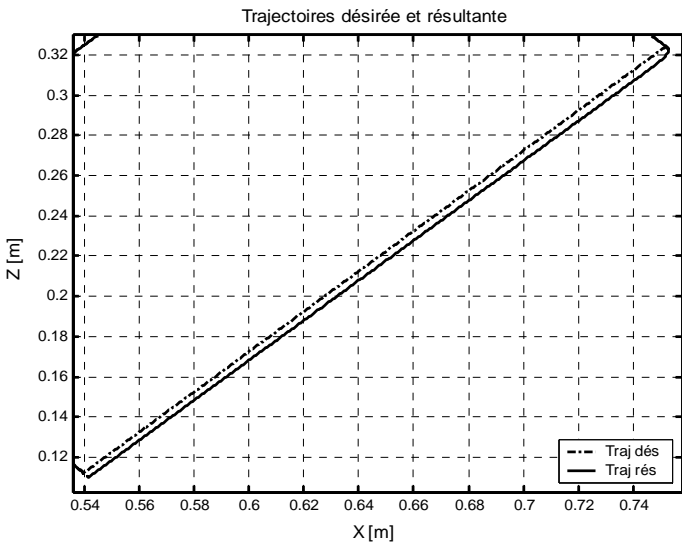


Figure 5.10 Poursuite de la trajectoire

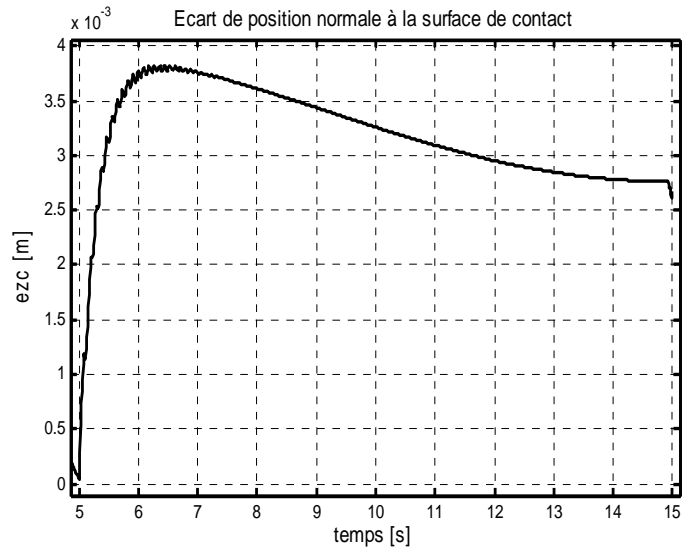


Figure 5.11 Ecart normal à la surface de contact

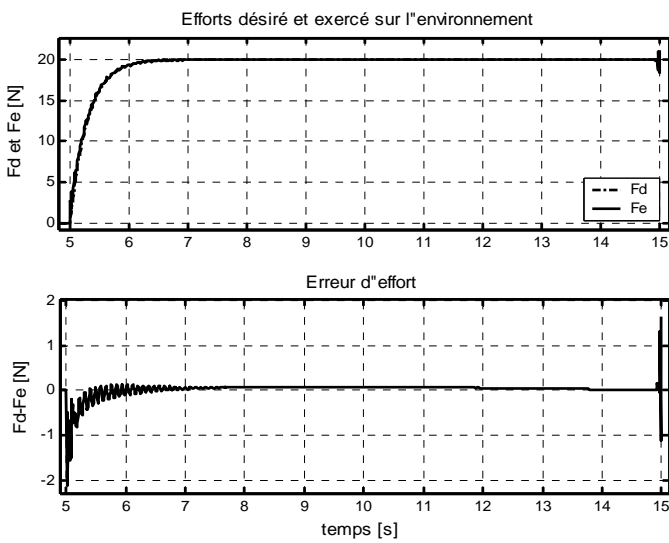


Figure 5.12 Poursuite et erreur d'effort

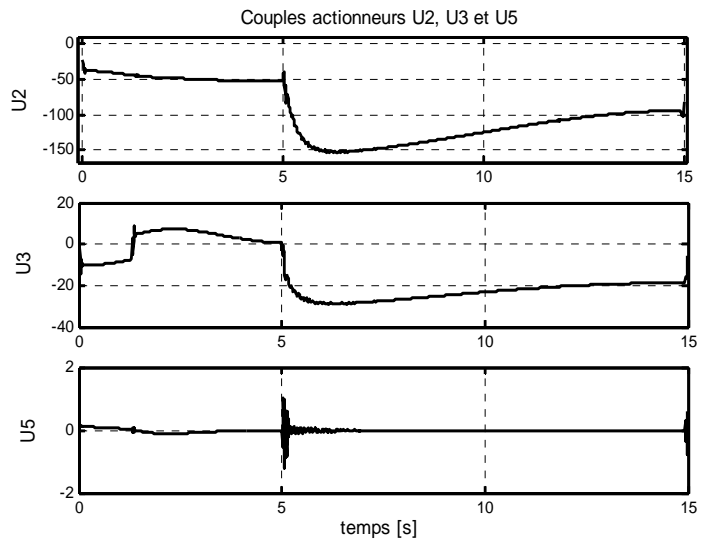


Figure 2.13 Couples actionneurs fournis

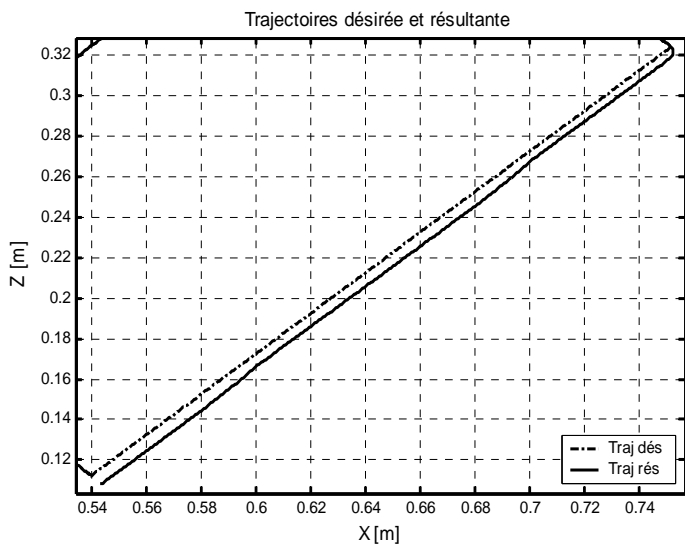


Figure 5.14 Poursuite de la trajectoire

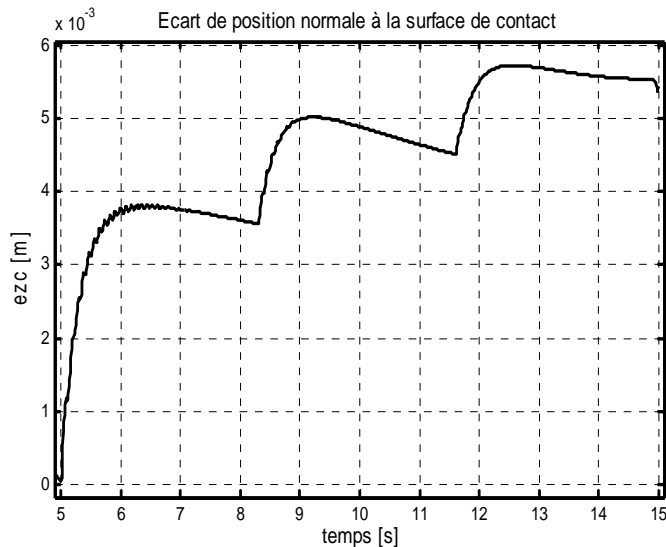


Figure 5.15 Ecart normal à la surface de contact

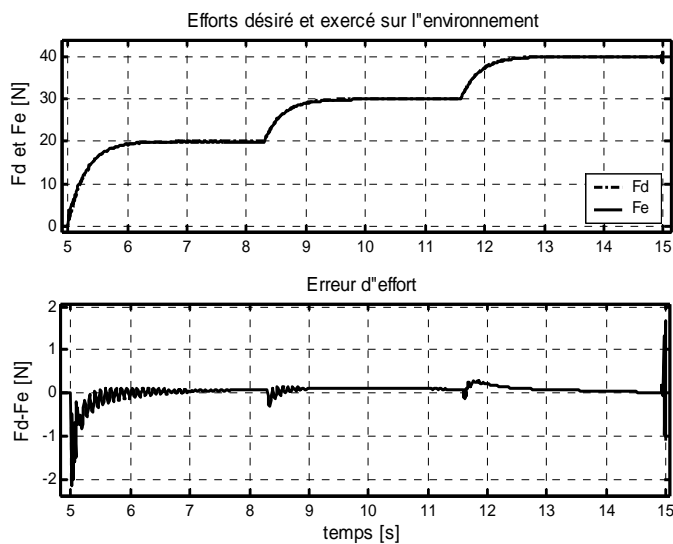


Figure 5.16 Poursuite et erreur d'effort

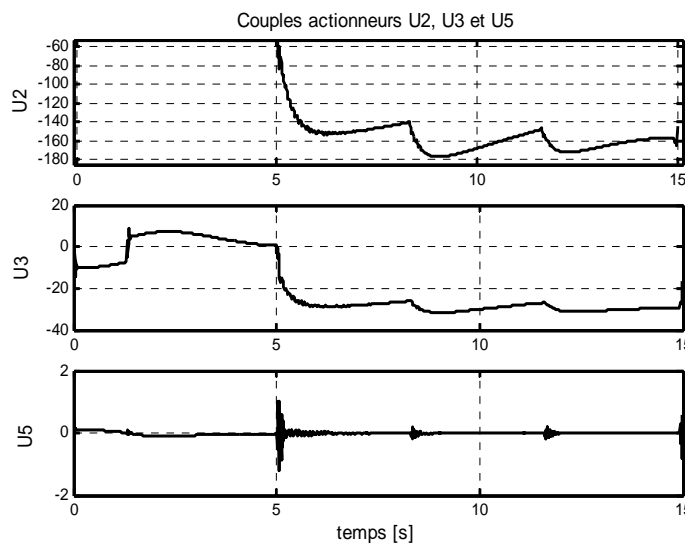


Figure 5.17 Couples actionneurs fournis

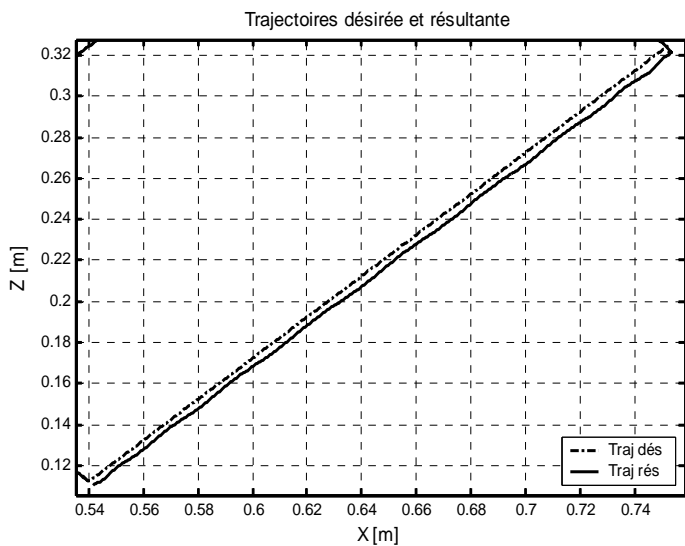


Figure 5.18 Poursuite de la trajectoire

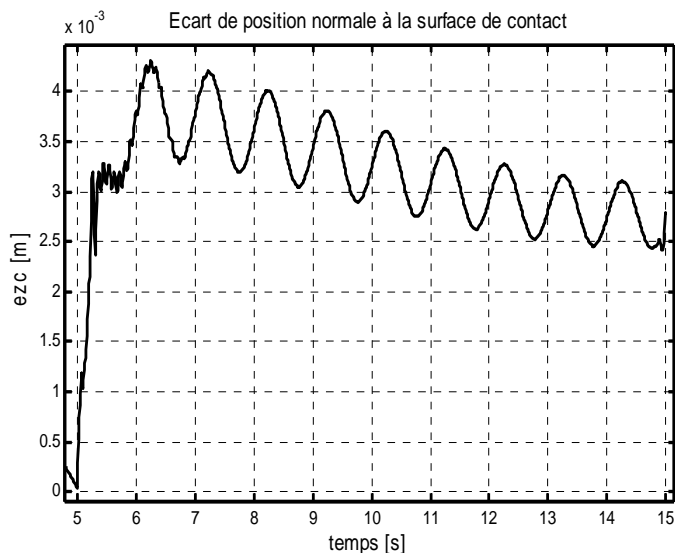


Figure 5.19 Ecart normal à la surface de contact

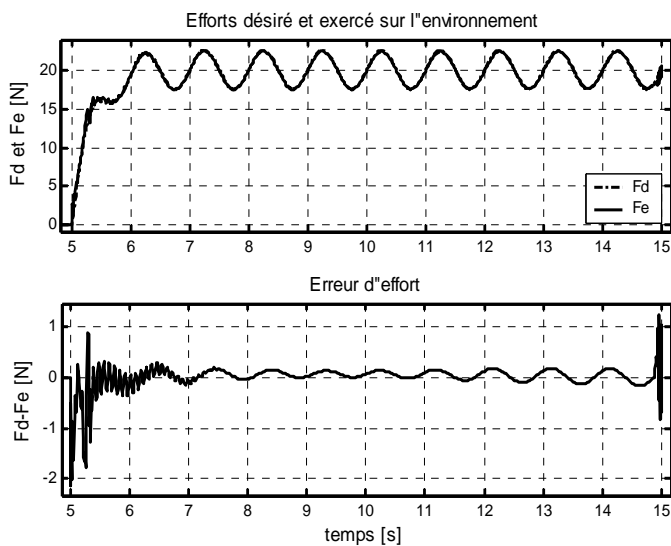


Figure 5.20 Poursuite et erreur d'effort

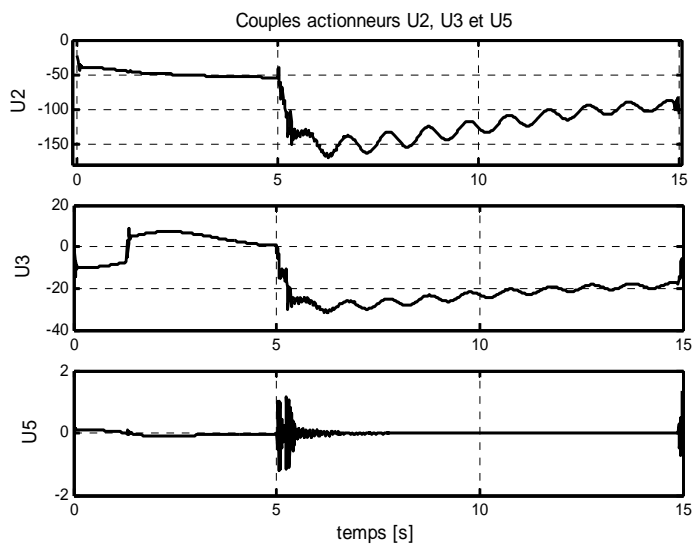


Figure 5.21 Couples actionneurs fournis

Nous observons à travers ces résultats une bonne poursuite de la trajectoire et de l'effort. Le mode transitoire est plus doux que dans le chapitre précédent (commandes hybrides) puisqu'on n'observe aucun pic durant l'impact. Les couples actionneurs sont de loin inférieurs aux couples maximaux des actionneurs, ce qui permet la réalisation de cette commande.

5.3.3. Commande Hybride Force/Position à Structure Variable

L'effort peut être aussi commandé par mode de glissement en choisissant une surface de glissement telle que :

$$S_F = {}^c \ddot{\tilde{X}} + K_d {}^c \dot{\tilde{X}} + K_p \int_{t_c}^t {}^c \tilde{X} dt + K_f \int_{t_c}^t \tilde{F} dt + K_{\Pi} \int_{t_c}^t \int_{t_c}^t \tilde{F} dt \quad (5.54)$$

Cette surface ne prend pas la forme proposée par Slotine mais le principe de dérivation de la loi de commande en régime glissant est respecté. En dérivant la relation (5.54) il vient :

$$\dot{S}_F = {}^c \ddot{\tilde{X}} + K_d {}^c \dot{\tilde{X}} + K_p {}^c \tilde{X} + K_f \tilde{F} + K_{\Pi} \int_{t_c}^t \tilde{F} dt = 0 \quad (5.55)$$

La loi de commande en régime glissant de la direction commandée en effort est alors prise identique à celle donnée en (5.53) :

$$\hat{w}_F(t) = (I - S) \left({}^c \ddot{X}_d + K_d ({}^c \dot{X}_d - {}^c \dot{X}) + K_p ({}^c X_d - {}^c X) + K_f (F_d - F) + K_{\Pi} \int_{t_0}^t (F_d - F) d\tau \right) \quad (5.56)$$

Où S définit la matrice de sélection des directions non contraintes.

La loi de commande en position en régime glissant des directions commandées en position est la suivante :

$$\hat{w}_P(t) = S \cdot ({}^c \ddot{X}_d + 2\lambda {}^c \dot{\tilde{X}} + \lambda^2 {}^c \tilde{X}) \quad (5.57)$$

Les surfaces de glissement correspondantes ont la forme proposée par Slotine :

$$S_p = {}^c \dot{\tilde{X}} + 2\lambda {}^c \tilde{X} + \lambda^2 \int_{t_0}^t {}^c \tilde{X} dt \quad (5.58)$$

La loi de commande auxiliaire globale hybride est :

$$\hat{w} = S ({}^c \ddot{X}_d + 2\lambda {}^c \dot{\tilde{X}} + \lambda^2 {}^c \tilde{X}) + (I - S) \left({}^c \ddot{X}_d + K_d ({}^c \dot{X}_d - {}^c \dot{X}) + K_p ({}^c X_d - {}^c X) + K_f (F_d - F) + K_{\Pi} \int_{t_0}^t (F_d - F) d\tau \right) \quad (5.59)$$

En ajoutant le terme de commutation, la commande auxiliaire devient :

$$w = \hat{w} + K_s \text{sgn}(S) \tag{5.60}$$

Où les surfaces sont définies selon les directions à commander soit en position ou en effort :

$$S_{FP}(x, F) = S \cdot S_p(x) + (I - S) \cdot S_f(x, F) \tag{5.61}$$

Et K_s est une matrice diagonale de gains positifs calculés selon la même relation donnée en (5.51) :

$$k_i \geq |\beta - 1| \|\hat{w} - {}^c J \dot{q}\| + \beta \left(\|{}^c J A^{-1}\| (\delta + D) + \eta_i \right) \tag{5.62}$$

Où \bar{k} est un vecteur regroupant les éléments k_i tel que : $K_s = \text{diag}(\bar{k})$. Il faudra tenir compte aussi de :

$$\|A^{-1}\| = \frac{1}{\beta} \|\hat{A}^{-1}\| \tag{5.63}$$

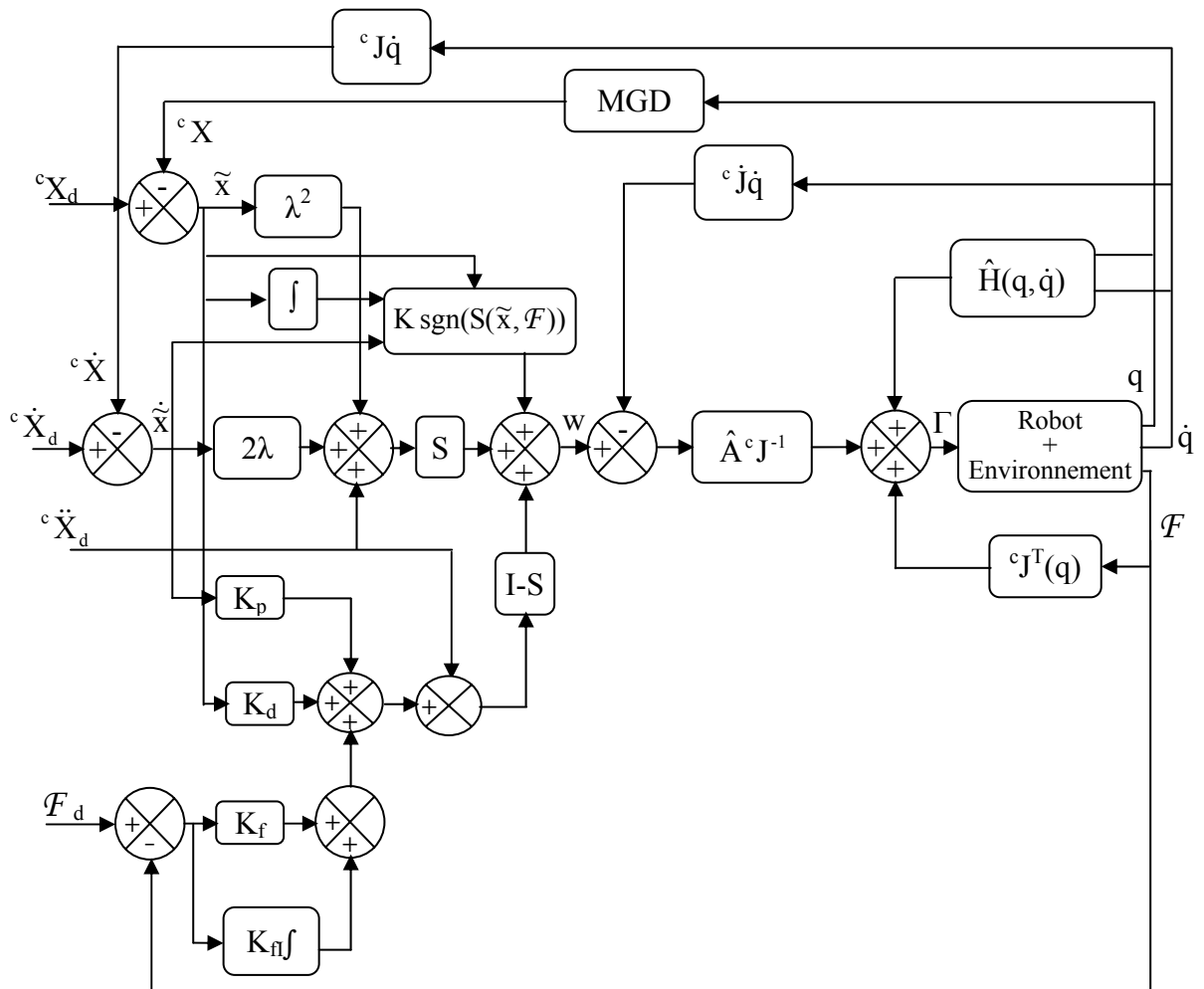


Figure 5.22 Commande hybride force/position par mode de glissement

Le schéma de la figure (5.22) récapitule les différentes relations de la commande hybride force/position à structure variable.

Les tests de simulation sont conduits dans le cas où les erreurs d'estimation sur le modèle du robot est de 10%, la commande incorpore la fonction saturation pour éliminer les chatterings avec une bande d'erreur de $\varepsilon=0.0005$. Les différents gains sont fixés tels que : $\lambda=\text{diag}(72, 0, 72, 0, 72, 0)$, $K_f = 0.5$, $K_{ff}=18$, $K_p = \text{diag}(0, 0, 6000, 0, 0, 0)$ et $K_d = \text{diag}(0, 0, 65, 0, 0, 0)$. Les résultats correspondants sont présentés aux figures (5.23),..., (5.34).

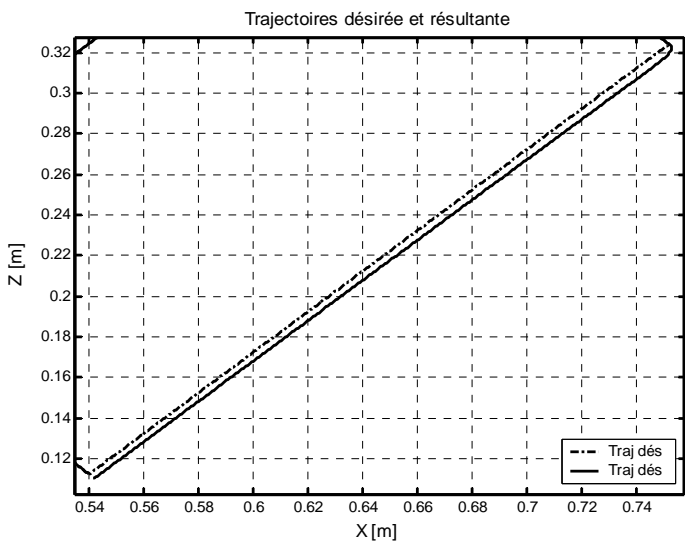


Figure 5.23 Poursuite de la trajectoire

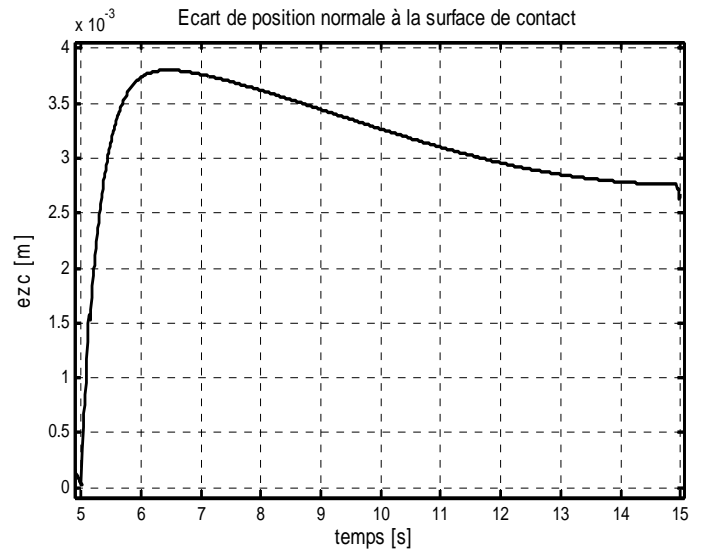


Figure 5.24 Ecart normal à la surface de contact

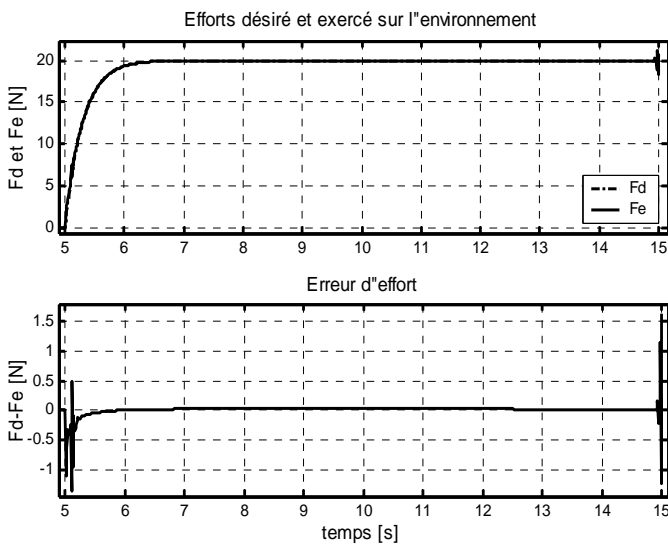


Figure 5.25 Poursuite et erreur d'effort

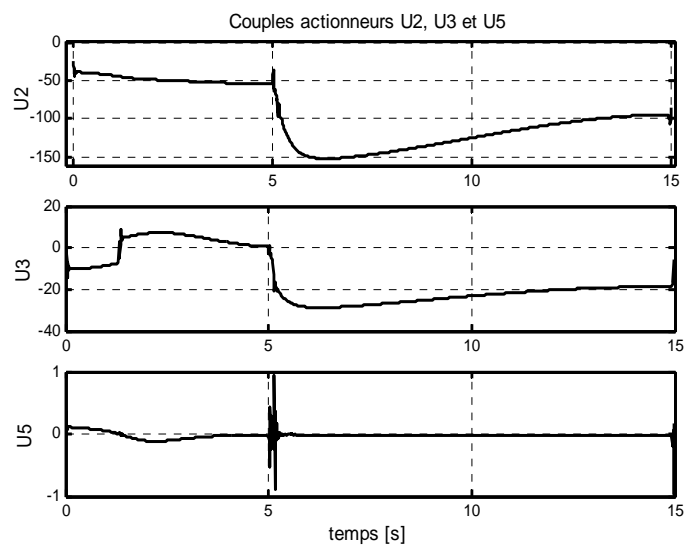


Figure 5.26 Couples actionneurs fournis

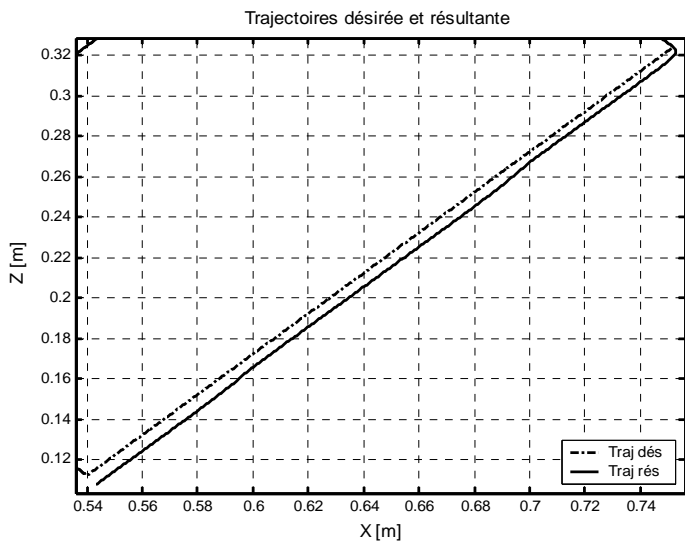


Figure 5.27 Poursuite de la trajectoire

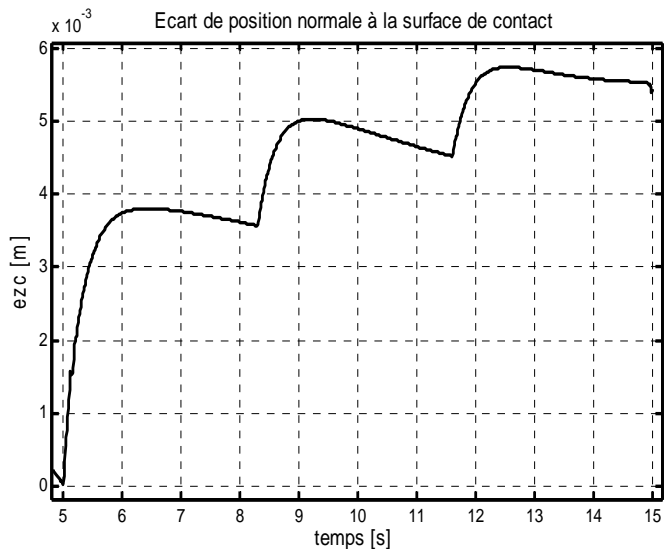


Figure 5.28 Ecart normal à la surface de contact

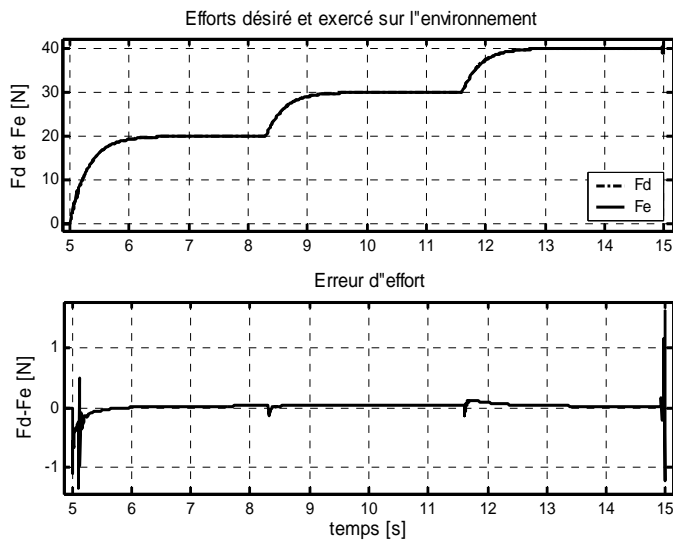


Figure 5.29 Poursuite et erreur d'effort

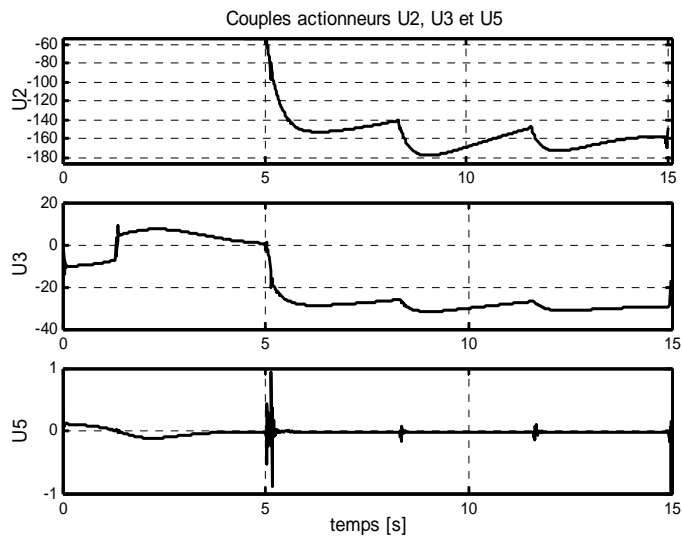


Figure 5.30 Couples actionneurs fournis

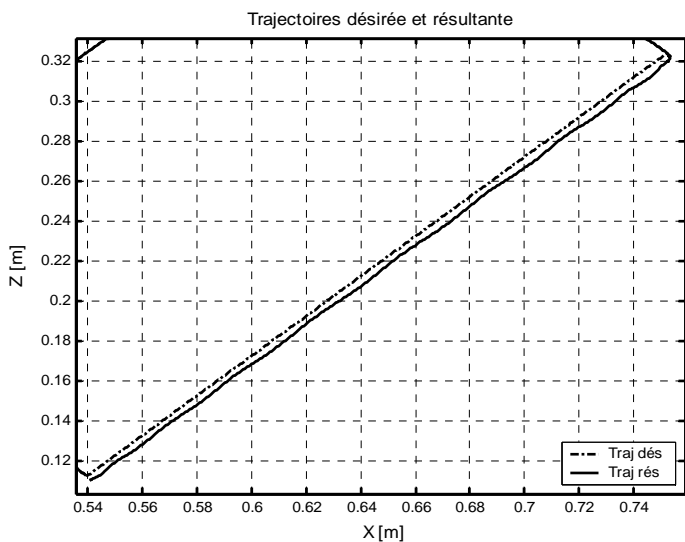


Figure 5.31 Poursuite de la trajectoire

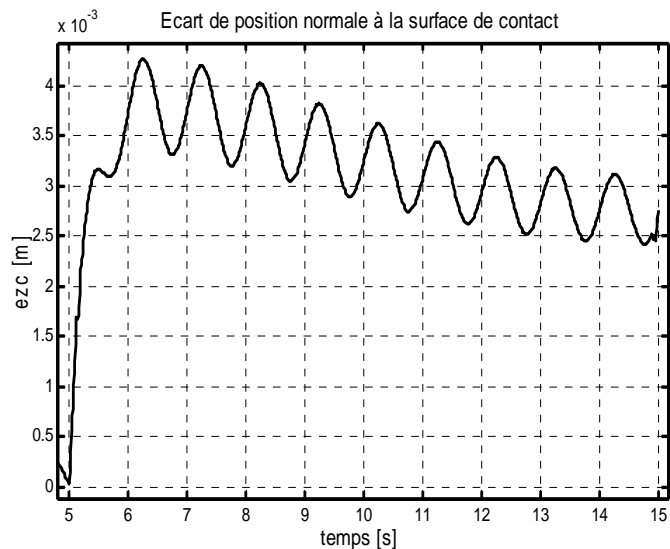


Figure 5.32 Ecart normal à la surface de contact

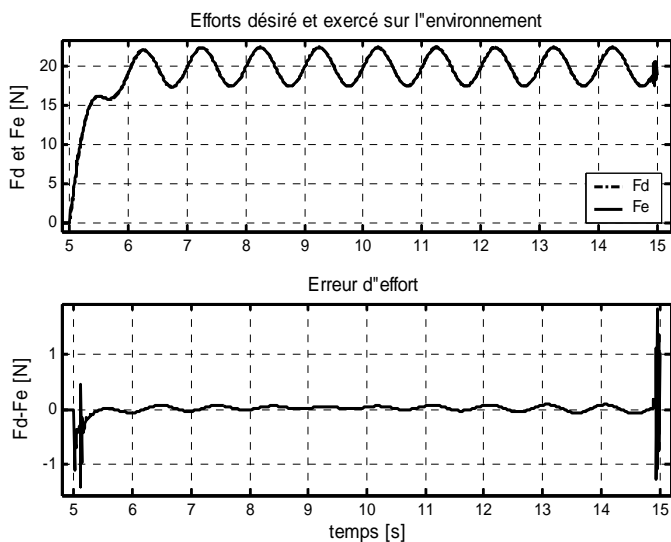


Figure 5.33 Poursuite et erreur d'effort

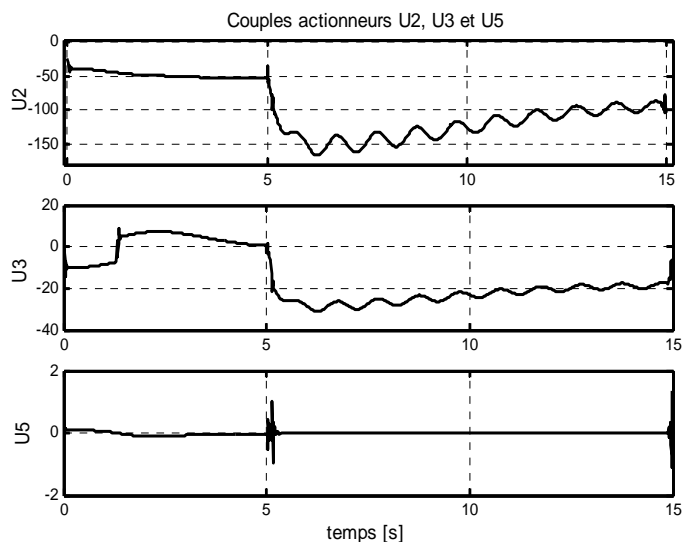


Figure 5.34 Couples actionneurs fournis

Les résultats de la commande hybride force/position à structure variable sont très satisfaisants. On observe une très bonne poursuite de la trajectoire et de l'effort. La supériorité de cette commande apparaît surtout dans le régime transitoire où il est le plus doux et suit sans la moindre vibration le régime transitoire désiré. De plus, les commandes sont pratiquement lisses.

5.4. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons vu une approche hybride force/position de commande en effort mettant à profit la propriété de robustesse de la commande à structure variable par rapport aux perturbations paramétriques et externes.

Nous avons considéré le cas où la commande à structure variable est appliquée uniquement aux directions commandées en position. Une commande en impédance généralisée est ensuite introduite pour les directions commandées en effort.

En plus de la bonne poursuite de la trajectoire et de l'effort, la commande à structure variable présente une robustesse par rapport aux perturbations paramétriques et externes ce qui n'est pas le cas des commandes vues au chapitre précédent.

Nous avons ensuite vu une commande hybride force/position à structure variable appliquée aux directions commandées en position et celles commandées en effort. Les résultats sont très satisfaisants.

L'avantage de la commande à structure variable dans cette commande est sa robustesse par rapport aux perturbations paramétriques et externes ce qui est d'un grand intérêt surtout concernant les axes commandées en effort.

Conclusion Générale

Les différentes parties et étapes de ce travail nous amène à tirer les conclusions suivantes :

Les commandes conçues pour conduire un robot manipulateur en mouvements dans l'espace libre sont incapables de le conduire en présence de contact avec l'environnement. Ceci est dû à la négligence des efforts d'interaction mis en jeu ainsi une erreur, aussi, petite soit-elle peu induire l'instabilité complète du système robot/environnement.

Les commandes conçues pour contourner ce problème sont réparties en deux grandes classes : les commandes implicites en effort et les commandes explicites en effort. La première classe contient la commande à compliance passive où la dissipation des efforts déstabilisateurs du système est assurée par l'interposition d'un dispositif déformable entre l'organe terminal et le robot. Les autres commandes implicites en effort peuvent être englobées par la commande en impédance puisqu'elles ne sont que des cas spéciaux (des sous-classes de la commande en impédance) et moins élaborées que la commande en impédance dont la spécificité est de moduler et de réguler non pas la position du robot ni l'effort qu'il exerce sur l'environnement mais l'impédance de sortie du robot. Cette méthode assure, dans les cas où l'exigence sur la régulation de l'effort n'est pas stricte, des performances acceptables à savoir qu'elle maintient la stabilité du contact. Cette commande peut conduire le robot en contact aussi bien qu'en espace libre sans modification des gains.

La deuxième classe qui représente les commandes explicites en effort nécessitent deux consignes, l'une en position, l'autre en effort. Elles sont réparties en deux sous-classes principales : la commande hybride parallèle et la commande hybride externe. La commande hybride force/position parallèle avec sélection des directions commandées en position qu'on a appelé exclusive présente quelques inconvénients notamment les vibrations du robot au moment de l'impact (mode transitoire) et durant toute la phase de contact malgré le maintien du contact durant cette phase. Ces inconvénients sont annulés par la commande hybride parallèle sans sélection des directions commandées en position qu'on a appelé inclusive. Dans le cas où l'environnement est mal spécifié il convient d'utiliser la commande hybride externe. La commande hybride externe en impédance ou commande en impédance généralisée constitue quant à elle une commande générale en effort.

Les incertitudes paramétriques et les perturbations externes constituent un élément déstabilisant pour le système, d'où le besoin de recourir parfois à des commandes capables de rejeter ces perturbations, cette propriété est appelée robustesse. On a vu dans le chapitre 5 une commande robuste très efficace dite à structure variable. Deux manières sont possible pour l'application de cette commande pour les tâches compliantes : soit uniquement les directions commandées en position sont affectées par la commande à structure variable, soit elle est appliquée aussi bien aux directions commandées en position qu'à celle commandées en effort, dans les deux cas les deux boucles de commande sont séparées d'une manière exclusive. Les

résultats sont très satisfaisants sur tout dans le cas où la commande à structure variable est appliquée aux deux boucles. Ces résultats ont mis en évidence la supériorité et l'efficacité de la commande à structure variable par sa propriété de robustesse vis-à-vis des perturbations paramétriques et externes.

Nous avons ainsi traité quelques problèmes inhérents à la commande des robots manipulateurs en présence de contact tels que la stabilisation du système, l'asservissement de l'effort et le rejet des perturbations. Cependant, d'autres problèmes sont souvent rencontrés à cause de la méconnaissance de l'environnement. La commande à structure variable permet de compenser les incertitudes de modélisation du robot et de rejeter certaines mais pas toutes les perturbations externes. Ces perturbations sont de nature aléatoires et dépendent des paramètres de l'environnement, aussi pour résoudre ce problème, la commande adaptative est utilisée pour estimer les paramètres de l'environnement et d'en tenir compte dans la synthèse de la commande.

Pour finir, d'autres techniques peuvent être introduites pour aboutir à des performances de plus en plus meilleures, citons la technique de backstepping, les réseaux de neurones artificiels et les ensembles neuro-flous.

ANNEXES

Annexe 1

Cette annexe est consacrée pour les paramètres du modèle géométrique et dynamique du Puma 560 d'Unimation. On y trouve les constantes inertielles et gravitationnelles du robot qui sont utilisées dans le calcul des paramètres du modèle dynamique dans l'espace de configuration [Armstrong 86].

1. Les constantes inertielles

$$I_1 = I_{zz} + m_1 r_{y1}^2 + m_2 d_2^2 + (m_4 + m_5 + m_6) a_3^2 + m_2 r_{z2}^2 + (m_3 + m_4 + m_5 + m_6) (d_2 + d_3)^2 + I_{xx2} + I_{yy3} + 2 m_2 d_2 r_{z2} + m_2 r_{y2}^2 + m_3 r_{z3}^2 + 2 m_3 (d_2 + d_3) r_{z3} + I_{zz4} + I_{yy5} + I_{zz6} ;$$

$$\begin{aligned} I_2 &= I_{zz2} + m_2 (r_{x2}^2 + r_{y2}^2) + (m_3 + m_4 + m_5 + m_6) a_2^2 ; \\ I_3 &= -I_{xx2} + I_{yy2} + (m_3 + m_4 + m_5 + m_6) a_2^2 m_2 r_{x2}^2 - m_2 r_{y2}^2 ; \\ I_4 &= m_2 r_{x2} (d_2 + r_{z2}) + m_3 a_2 r_{a3} + (m_3 + m_4 + m_5 + m_6) a_2 (d_2 + d_3) ; \\ I_5 &= -m_3 a_2 r_{y3} + (m_4 + m_5 + m_6) a_2 d_4 + m_4 a_2 r_{z4} ; \\ I_6 &= I_{zz3} + m_3 r_{y3}^2 + m_4 a_3^2 + m_4 (d_4 + r_{z4})^2 + I_{yy4} + m_5 a_3^2 + m_5 d_4^2 + I_{zz5} + m_6 a_3^2 + m_6^2 + m_6 r_{z6}^2 + I_{xx6} ; \end{aligned}$$

$$I_7 = m_3 r_{y3}^2 + I_{xx3} - I_{yy3} + m_4 r_{z4}^2 + 2 m_4 d_4 r_{z4} + (m_4 + m_5 + m_6) (d_4^2 + a_3^2) + I_{yy4} - I_{zz4} + I_{zz3} - I_{yy5} + m_6 r_{z6}^2 - I_{zz6} + I_{xx6} ;$$

$$I_8 = -m_4 (d_2 + d_3) (d_4 + r_{z4}) - (m_5 + m_6) (d_2 + d_3) d_4 + m_3 r_{y3} r_{z3} + m_3 (d_2 + d_3) r_{y3} ;$$

$$I_9 = m_2 r_{y2} (d_2 + r_{z2}) ;$$

$$I_{10} = 2 m_4 a_3 r_{z4} + 2 (m_4 + m_5 + m_6) a_3 d_4 ;$$

$$I_{11} = -2 m_2 r_{x2} r_{y2} ;$$

$$I_{12} = (m_4 + m_5 + m_6) a_2 a_3 ;$$

$$I_{13} = (m_4 + m_5 + m_6) a_3 (d_2 + d_3) ;$$

$$I_{14} = I_{zz4} + I_{yy5} + I_{zz6} ;$$

$$I_{15} = m_6 d_4 r_{z6} ;$$

$$I_{16} = m_6 a_2 r_{z6} ;$$

$$I_{17} = I_{zz5} + I_{xx6} + m_6 r_{z6}^2 ;$$

$$I_{18} = m_6 (d_2 + d_3) r_{z6} ;$$

$$I_{19} = I_{yy4} - I_{xx4} + I_{zz5} - I_{yy5} + m_6 r_{z6}^2 + I_{xx6} - I_{zz6} ;$$

$$I_{20} = I_{yy5} - I_{xx5} - m_6 r_{z6}^2 + I_{zz6} - I_{xx6} ;$$

$$I_{21} = I_{xx4} - I_{yy4} + I_{xx5} - I_{zz5} ;$$

$$I_{22} = m_6 a_3 r_{z6} ; I_{23} = I_{zz6} ;$$

Les valeurs numériques de ces paramètres sont :

$I_1 = 1.43$	± 0.05	$I_2 = 1.75$	± 0.07
$I_3 = 1.38$	± 0.5	$I_4 = 6.9 \cdot 10^{-1}$	$\pm 0.20 \cdot 10^{-1}$
$I_5 = 3.72 \cdot 10^{-1}$	$\pm 0.31 \cdot 10^{-1}$	$I_6 = 3.33 \cdot 10^{-1}$	$\pm 0.16 \cdot 10^{-1}$
$I_7 = 2.98 \cdot 10^{-1}$	$\pm 0.29 \cdot 10^{-1}$	$I_8 = -1.34 \cdot 10^{-1}$	$\pm 0.14 \cdot 10^{-1}$
$I_9 = 2.38 \cdot 10^{-2}$	$\pm 1.20 \cdot 10^{-2}$	$I_{10} = -2.13 \cdot 10^{-2}$	$\pm 0.22 \cdot 10^{-2}$
$I_{11} = -1.42 \cdot 10^{-2}$	$\pm 0.70 \cdot 10^{-2}$	$I_{12} = -1.10 \cdot 10^{-2}$	$\pm 0.11 \cdot 10^{-2}$
$I_{13} = -3.79 \cdot 10^{-3}$	$\pm 0.90 \cdot 10^{-3}$	$I_{14} = 1.64 \cdot 10^{-3}$	$\pm 0.07 \cdot 10^{-3}$
$I_{15} = 1.25 \cdot 10^{-3}$	$\pm 0.30 \cdot 10^{-3}$	$I_{16} = 1.24 \cdot 10^{-3}$	$\pm 0.30 \cdot 10^{-3}$
$I_{17} = 6.42 \cdot 10^{-4}$	$\pm 3.00 \cdot 10^{-4}$	$I_{18} = 4.31 \cdot 10^{-4}$	$\pm 1.30 \cdot 10^{-4}$
$I_{19} = 3.00 \cdot 10^{-4}$	$\pm 14.0 \cdot 10^{-4}$	$I_{20} = -2.02 \cdot 10^{-4}$	$\pm 8.00 \cdot 10^{-4}$
$I_{21} = -1.00 \cdot 10^{-4}$	$\pm 6.00 \cdot 10^{-4}$	$I_{22} = -5.80 \cdot 10^{-5}$	$\pm 1.50 \cdot 10^{-5}$
$I_{23} = 4.00 \cdot 10^{-5}$	$\pm 2.00 \cdot 10^{-5}$		
$I_{m1} = 1.14$	± 0.27	$I_{m2} = 4.71$	± 0.54
$I_{m3} = 8.27 \cdot 10^{-1}$	$\pm 0.93 \cdot 10^{-1}$	$I_{m4} = 2.00 \cdot 10^{-1}$	$\pm 0.16 \cdot 10^{-1}$
$I_{m5} = 1.79 \cdot 10^{-1}$	$\pm 0.14 \cdot 10^{-1}$	$I_{m6} = 1.93 \cdot 10^{-1}$	$\pm 0.16 \cdot 10^{-1}$

2. Les constantes gravitationnelles

$$\begin{aligned} G_1 &= -g \left((m_3 + m_4 + m_5 + m_6) a_2 + m_2 r_{x2} \right) ; \\ G_2 &= g \left(m_3 r_{y3} - (m_4 + m_5 + m_6) d_4 - m_4 r_{z4} \right) ; \\ G_3 &= g m_2 r_{y2} ; \\ G_4 &= -g \left(m_4 + m_5 + m_6 \right) a_3 ; \\ G_5 &= -g m_6 r_{z6} ; \end{aligned}$$

Les valeurs numériques correspondantes sont :

$G_1 = -37.2$	± 0.50	$G_2 = -8.44$	± 0.20
$G_3 = 1.02$	± 0.50	$G_4 = 2.49 \cdot 10^{-1}$	$\pm 0.25 \cdot 10^{-1}$
$G_5 = -2.82 \cdot 10^{-2}$	$\pm 0.56 \cdot 10^{-2}$		

3. Les éléments de la matrice d'inertie (6 × 6)

L'unité des éléments est [Kg-m²].

*1^{ère} ligne :

$$\begin{aligned} a_{11} &= I_{m1} + I_1 + I_3 \cdot c_2^2 + I_7 \cdot s_{23}^2 + I_{10} \cdot s_{23} \cdot c_{23} + I_{11} \cdot s_2 \cdot c_2 + I_{20} \cdot (\sin(q_5))^2 \cdot (\sin(q_2 + q_3))^2 \cdot (1 + (\cos(q_4))^2) - 1) - \\ & 2 \cdot \sin(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_4) \cdot \sin(q_5) \cdot \cos(q_5)) + I_{21} \cdot \sin(q_2 + q_3)^2 \cdot \cos(q_4)^2 \\ & + 2 \cdot (I_5 \cdot \cos(q_2) \cdot \sin(q_2 + q_3) + I_{12} \cdot \cos(q_2) \cdot \cos(q_2 + q_3) + I_{15} \cdot (\sin(q_2 + q_3))^2 \cdot \cos(q_5) + \sin(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_4) \cdot \sin(q_5)) + I_{16} \cdot \cos(q_2) \cdot (\sin(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_5) + \cos(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_4) \cdot \sin(q_5)) + I_{18} \cdot \sin(q_4) \cdot \sin(q_5) + I_{22} \cdot (\sin(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_5) + \cos(q_2 + q_3)^2 \cdot \cos(q_4) \cdot \cos(q_5))) ; \\ & \approx 2.57 + 1.38 \cdot \cos(q_2)^2 + 0.30 \cdot \sin(q_2 + q_3)^2 + 7.44 \cdot 10^{-1} \cdot \cos(q_2) \cdot \sin(q_2 + q_3) ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{12} &= I_4 \cdot \sin(q_2) + I_8 \cdot \cos(q_2 + q_3) + I_9 \cdot \cos(q_2) + I_{13} \cdot \sin(q_2 + q_3) - \\ & I_{15} \cdot \cos(q_2 + q_3) \cdot \sin(q_4) \cdot \sin(q_5) + I_{16} \cdot \sin(q_2) \cdot \sin(q_4) \cdot \sin(q_5) + I_{18} \cdot (\sin(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_4) \cdot \sin(q_5) - \cos(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_5)) + I_{19} \cdot \sin(q_2 + q_3) \cdot \sin(q_4) \cdot \cos(q_4) \\ & + I_{20} \cdot \sin(q_4) \cdot (\sin(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_4) \cdot \cos(q_5)^2 + \cos(q_2 + q_3) \cdot \sin(q_5) \cdot \cos(q_5)) + I_{22} \cdot \sin(q_2 + q_3) \cdot \sin(q_4) \cdot \sin(q_5) ; \end{aligned}$$

$$\approx 6.90 \cdot 10^{-1} \cdot \sin(q_2) - 1.34 \cdot 10^{-1} \cdot \cos(q_2 + q_3) + 2.38 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(q_2);$$

$$\begin{aligned} a_{13} &= I_8 \cdot \cos(q_2 + q_3) + I_{13} \cdot \sin(q_2 + q_3) - \\ & I_{15} \cdot \cos(q_2 + q_3) + I_{19} \cdot \sin(q_2 + q_3) \cdot \sin(q_4) \cdot \cos(q_4) + I_{18} \cdot (\sin(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_4) \cdot \sin(q_5) - \\ & \cos(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_5)) + I_{22} \cdot \sin(q_2 + q_3) \cdot \sin(q_4) \cdot \sin(q_5) + I_{20} \cdot \sin(q_4) \cdot (\sin(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_4) \cdot \cos(q_5) \\ & ^2 + \cos(q_2 + q_3) \cdot \sin(q_5) \cdot \cos(q_5)); \\ & \approx -1.34 \cdot 10^{-1} \cdot \cos(q_2 + q_3) + -3.97 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(q_2 + q_3); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{14} &= I_{14} \cdot \cos(q_2 + q_3) + I_{15} \cdot \sin(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_4) \cdot \sin(q_5) + I_{16} \cdot \cos(q_2) \cdot \cos(q_4) \cdot \sin(q_5) + I_{18} \cdot \\ & \cos(q_2 + q_3) \cdot \sin(q_4) \cdot \sin(q_5) - \\ & I_{20} \cdot (\sin(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_4) \cdot \sin(q_5) \cdot \cos(q_5) + \cos(q_2 + q_3) \cdot \sin(q_5)^2) + I_{22} \cdot \cos(q_2 + q_3) \cdot \cos \\ & (q_4) \cdot \sin(q_5) \approx 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{15} &= I_{15} \cdot \sin(q_2 + q_3) \cdot \sin(q_4) \cdot \cos(q_5) + I_{16} \cdot \cos(q_2) \cdot \sin(q_4) \cdot \cos(q_5) + I_{17} \cdot \sin(q_2 + q_3) \cdot \sin \\ & (q_4) + I_{18} \cdot (\sin(q_2 + q_3) \cdot \sin(q_5) - \\ & \cos(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_4) \cdot \cos(q_5)) + I_{22} \cdot \cos(q_2 + q_3) \cdot \sin(q_4) \cdot \cos(q_5) \approx 0; \end{aligned}$$

$$a_{16} = I_{23} \cdot (\cos(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_5) - \sin(q_2 + q_3) \cdot \cos(q_4) \cdot \sin(q_5)) \approx 0;$$

*2ème ligne :

$$a_{21} = a_{12};$$

$$\begin{aligned} a_{22} &= I_{m_2} + I_2 + I_6 + I_{20} \cdot \sin(q_4)^2 \cdot \sin(q_5)^2 + I_{21} \cdot \sin(q_4)^2 + 2 \cdot (I_5 \cdot \sin(q_3) + I_{12} \cdot \cos(q_3) + I_{15} \cdot \\ & \cos(q_5) + I_{16} \cdot (\sin(q_3) \cdot \cos(q_5) + \cos(q_3) \cdot \cos(q_4) \cdot \sin(q_5)) + I_{22} \cdot \cos(q_4) \cdot \sin(q_5)); \\ & \approx 6.79 + 7.44 \cdot 10^{-1} \cdot \sin(q_3); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{23} &= I_5 \cdot \sin(q_3) + I_6 + I_{12} \cdot \cos(q_3) + I_{16} \cdot (\sin(q_3) \cdot \cos(q_5) + \cos(q_3) \cdot \cos(q_4) \cdot \sin(q_5)) + I_{20} \cdot \sin \\ & (q_4)^2 \cdot \sin(q_5)^2 + I_{21} \cdot \sin(q_4)^2 + 2 \cdot (I_{15} \cdot \cos(q_5) + I_{22} \cdot \cos(q_4) \cdot \sin(q_5)); \\ & \approx 0.333 + 3.72 \cdot 10^{-1} \cdot \sin(q_3) - 1.110 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(q_3); \end{aligned}$$

$$a_{24} = -I_{15} \cdot \sin(q_4) \cdot \sin(q_5) - I_{16} \cdot \sin(q_3) \cdot \sin(q_4) \cdot \sin(q_5) + I_{20} \cdot \sin(q_4) \cdot \sin(q_5) \cdot \cos(q_5) \approx 0;$$

$$a_{25} = I_{15} \cdot \cos(q_4) \cdot \cos(q_5) + I_{16} \cdot (\cos(q_3) \cdot \sin(q_5) + \sin(q_3) \cdot \cos(q_4) \cdot \cos(q_5)) \approx 0;$$

$$a_{26} = I_{23} \cdot \sin(q_4) \cdot \sin(q_5) \approx 0;$$

*3ème ligne :

$$a_{31} = a_{13};$$

$$a_{32} = a_{23};$$

$$\begin{aligned} a_{33} &= I_{m_3} + I_6 + I_{20} \cdot \sin(q_4)^2 \cdot \sin(q_5)^2 + I_{21} \cdot \sin(q_4)^2 + 2 \cdot (I_{15} \cdot \cos(q_5) + I_{22} \cdot \cos(q_4) \cdot \sin(q_5)); \\ & \approx 1.16; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{34} &= -I_{15} \cdot \sin(q_4) \cdot \sin(q_5) + I_{20} \cdot \sin(q_4) \cdot \sin(q_5) \cdot \cos(q_5); \\ & \text{ou } a_{34} = -1.25 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(q_4) \cdot \sin(q_5) \approx 0; \end{aligned}$$

$$a_{35} = I_{15} \cdot \cos(q_4) \cdot \cos(q_5) + I_{17} \cdot \cos(q_4) + I_{22} \cdot \sin(q_5) \approx 1.25 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(q_4) \cdot \cos(q_5);$$

$$a_{36} = I_{23} \cdot \sin(q_4) \cdot \sin(q_5) \approx 0;$$

*4ème ligne :

$$a_{41} = a_{14}; \quad a_{42} = a_{24}; \quad a_{43} = a_{34}; \quad a_{44} = I_{m_4} + I_{14} - I_{20} \cdot \sin(q_5)^2 \approx 0.20; \quad a_{45} = 0; \quad a_{46} = I_{23} \cdot \cos(q_5) \approx 0;$$

***5ème ligne :**

$$a_{51}=a_{15}; a_{52}=a_{25}; a_{53}=a_{35}; a_{54}=a_{45}; a_{55}=I_{m5}+I_{17} \approx 0.18; a_{56}=0;$$

***6ème ligne :**

$$a_{61}=a_{16}; a_{62}=a_{26}; a_{63}=a_{36}; a_{64}=a_{46}; a_{65}=a_{56}; a_{66}=I_{m6}+I_{23} \approx 0.19;$$

4. Eléments de la matrice de Coriolis (6 × 15)

L'unité des éléments [Kg-m²].

***1ère ligne :**

$$\begin{aligned} b_{112} &= 2 * (-I_3 * \sin(q_2) * \cos(q_2) + I_5 * \cos(q_2 + q_2 + q_3) + I_7 * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) - \\ & I_{12} * \sin(q_2 + q_2 + q_3) + I_{15} * (2 * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_5) + (1 - \\ & 2 * \sin(q_2 + q_3)^2) * \cos(q_4) * \sin(q_5)) + I_{16} * (\cos(q_2 + q_2 + q_3) * \cos(q_5) - \\ & \sin(q_2 + q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5)) + I_{21} * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4)^2 + I_{20} * ((1 + \cos(q_4) \\ & ^2) * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_5)^2 - (1 - \\ & 2 * \sin(q_2 + q_3)^2) * \cos(q_4) * \sin(q_5) * \cos(q_5)) + I_{22} * ((1 - 2 * \sin(q_2 + q_3)^2) * \cos(q_5) - \\ & 2 * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5))) + I_{10} * (1 - 2 * \sin(q_2 + q_3)^2) + I_{11} * (1 - 2 * \sin(q_2)^2); \\ & \approx -2.76 * \sin(q_2) * \cos(q_2) + 7.44 * 10^{-} \\ & 1 * \cos(q_2 + q_2 + q_3) + 0.60 * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) - 2.13 * 10^{-2} * (1 - 2 * \sin(q_2 + q_3)^2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{113} &= 2 * (I_5 * \cos(q_2) * \cos(q_2 + q_3) + I_7 * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) - \\ & I_{12} * \cos(q_2) * \sin(q_2 + q_3) + I_{15} * (2 * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_5) + (1 - \\ & 2 * \sin(q_2 + q_3)^2) * \cos(q_4) * \sin(q_5)) + I_{20} * ((1 + \cos(q_4)^2) * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_5) \\ & ^2 - (1 - 2 * \sin(q_2 + q_3)^2) * \cos(q_4) * \sin(q_5) * \cos(q_5)) + I_{22} * ((1 - \\ & 2 * \sin(q_2 + q_3)^2) * \cos(q_5) - 2 * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5))) + I_{10} * (1 - 2 * \sin(q_2 + q_3)^2); \\ & \approx 7.44 * 10^{-1} * \cos(q_2) * \cos(q_2 + q_3) + 0.60 * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) + 2.20 * 10^{-} \\ & 2 * \cos(q_2) * \sin(q_2 + q_3) - 2.13 * 10^{-2} * (1 - 2 * \sin(q_2 + q_3)^2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{114} &= 2 * (-I_{15} * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5) - \\ & I_{16} * \cos(q_2) * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5) + I_{18} * \cos(q_4) * \sin(q_5) - \\ & I_{20} * (\sin(q_2 + q_3)^2 * \sin(q_5)^2 * \sin(q_4) * \cos(q_4) - \\ & \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5) * \cos(q_5) - I_{22} * \cos(q_2 + q_3)^2 * \sin(q_4) * \sin(q_5) - \\ & I_{21} * \sin(q_2 + q_3)^2 * \sin(q_4) * \cos(q_4))); \\ & \approx -2.50 * 10^{-3} * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5) + 8.060 * 10^{-} \\ & 4 * \cos(q_4) * \sin(q_5) - 2.48 * 10^{-3} * \cos(q_2) * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{115} &= 2 * (I_{20} * (\sin(q_5) * \cos(q_5) * (\cos(q_4)^2 * (1 - \cos(q_2 + q_3)^2) - \cos(q_2 + q_3)^2) - \\ & \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * (1 - 2 * \sin(q_5)^2)) - I_{15} * (\sin(q_2 + q_3)^2 * \sin(q_5) - \\ & \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5)) - I_{16} * \cos(q_2) * (\sin(q_2 + q_3) * \sin(q_5) - \\ & \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5)) + I_{18} * \sin(q_4) * \cos(q_5) + I_{22} * (\cos(q_2 + q_3)^2 * \cos(q_4) * \cos(q_5) \\ &) - \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_5))); \\ & \approx -2.50 * 10^{-3} * (\sin(q_2 + q_3)^2 * \sin(q_5) - \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5)) - \\ & 2.48 * 10^{-3} * \cos(q_2) * (\sin(q_2 + q_3) * \sin(q_5) - \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5)) + 8.60 * 10^{-} \\ & 4 * \sin(q_4) * \cos(q_5); \end{aligned}$$

$$b_{116}=0;$$

$$\begin{aligned} b_{123} &= 2 * (-I_8 * \sin(q_2 + q_3) + I_{13} * \cos(q_2 + q_3) + I_{15} * \sin(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5) \\ & + I_{18} * (\cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5) + \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_5)) + I_{19} * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \cos(q_5) \\ & + I_{20} * \sin(q_4) * (\cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5)^2 - \sin(q_2 + q_3) * \sin(q_5) * \cos(q_5)) \\ & + I_{22} * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5)); \\ & \approx 2.67 * 10^{-1} * \sin(q_2 + q_3) - 7.58 * 10^{-3} * \cos(q_2 + q_3); \end{aligned}$$

$$b_{124} = -I_{18} * 2 * \sin(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5) + I_{19} * \sin(q_2 + q_3) * (1 - (2 * \sin(q_4) ^ 2)) + I_{20} * \sin(q_2 + q_3) * (1 - 2 * \sin(q_4) ^ 2 * \cos(q_5) ^ 2) - I_{14} * \sin(q_2 + q_3);$$

$$\approx 0;$$

$$b_{125} = I_{17} * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) + I_{18} * 2 * (\sin(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5) + \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_5)) + I_{20} * \sin(q_4) * (\cos(q_2 + q_3) * (1 - 2 * \sin(q_5) ^ 2) - \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * 2 * \sin(q_5) * \cos(q_5));$$

$$\approx 0;$$

$$b_{126} = I_{23} * (\sin(q_2 + q_3) * \cos(q_5) + \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5));$$

$$\approx 0;$$

$$b_{134} = b_{124}; \quad b_{135} = b_{125}; \quad b_{136} = b_{126};$$

$$b_{145} = 2 * (I_{15} * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5) + I_{16} * \cos(q_2) * \cos(q_4) * \cos(q_5) + I_{18} * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \cos(q_5) + I_{22} * \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5)) + I_{17} * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_4) - I_{20} * (\sin(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * (1 - 2 * \sin(q_5) ^ 2) + 2 * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_5) * \cos(q_5));$$

$$\approx 0;$$

$$b_{146} = I_{23} * \sin(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5);$$

$$\approx 0;$$

$$b_{156} = -I_{23} * (\cos(q_2 + q_3) * \sin(q_5) + \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5));$$

$$\approx 0;$$

*2^{ème} ligne :

$$b_{212} = 0; \quad b_{213} = 0;$$

$$b_{214} = I_{14} * \sin(q_2 + q_3) + I_{19} * \sin(q_2 + q_3) * (1 - (2 * \sin(q_4) ^ 2)) + 2 * (-I_{15} * \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5) + I_{16} * \sin(q_2) * \cos(q_4) * \sin(q_5) + I_{20} * (\sin(q_2 + q_3) * (\cos(q_5) ^ 2 * \cos(q_4) ^ 2 - 0.5) + \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5) * \cos(q_5)) + I_{22} * \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5));$$

$$\approx 1.64 * 10^{-3} * \sin(q_2 + q_3) - 2.50 * 10^{-3} * \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5) + 2.48 * 10^{-3} * \sin(q_2) * \cos(q_4) * \sin(q_5) + 0.30 * 10^{-3} * \sin(q_2 + q_3) * (1 - (2 * \sin(q_4) ^ 2));$$

$$b_{215} = 2 * (-I_{15} * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \cos(q_5) + I_{22} * \sin(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \cos(q_5) + I_{16} * \sin(q_2) * \sin(q_4) * \cos(q_5) - I_{17} * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) + I_{20} * (\cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * (1 - 2 * \sin(q_5) ^ 2) - 2 * \sin(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \cos(q_4) * \sin(q_5) * \cos(q_5));$$

$$\approx -2.50 * 10^{-3} * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \cos(q_5) + 2.48 * 10^{-3} * \sin(q_2) * \sin(q_4) * \cos(q_5) - 6.42 * 10^{-4} * \cos(q_2 + q_3) * \sin(q_4);$$

$$b_{216} = -b_{126};$$

$$b_{223} = 2 * (-I_{12} * \sin(q_3) + I_5 * \cos(q_3) + I_{16} * (\cos(q_3) * \cos(q_5) - \sin(q_3) * \cos(q_5) - \sin(q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5)));$$

$$\approx 2.20 * 10^{-2} * \sin(q_3) + 7.44 * 10^{-1} * \cos(q_3);$$

$$b_{224} = 2 * (-I_{16} * \cos(q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5) + I_{20} * \sin(q_4) * \cos(q_4) * \sin(q_5) ^ 2 + I_{21} * \sin(q_4) * \cos(q_4) - I_{22} * \sin(q_4) * \sin(q_5));$$

$$\approx -2.48 * 10^{-3} * \cos(q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5);$$

$$b_{225} = 2 * (-I_{15} * \sin(q_5) + I_{16} * (\cos(q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5) - \sin(q_3) * \sin(q_5)) + I_{20} * \sin(q_4) ^ 2 * \sin(q_5) * \cos(q_5) + I_{22} * \cos(q_4) * \cos(q_5));$$

$$\approx -2.50 * 10^{-3} * \sin(q_5) + 2.48 * 10^{-3} * (\cos(q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5) - \sin(q_3) * \sin(q_5));$$

$$b_{226} = 0; \quad b_{234} = b_{224}; \quad b_{235} = b_{225}; \quad b_{236} = 0;$$

$$b_{245}=2*(-I_{15}*\sin(q_4)*\cos(q_5)-I_{16}*\sin(q_3)*\sin(q_4)*\cos(q_5))-I_{17}*\sin(q_4)+I_{20}*\sin(q_4)*(1-2*\sin(q_5)^2);$$

$$\approx 0;$$

$$b_{246}=I_{23}*\cos(q_4)*\sin(q_5);$$

$$\approx 0;$$

$$b_{256}=I_{23}*\sin(q_4)*\cos(q_5);$$

$$\approx 0;$$

*3^{ème} ligne :

$$b_{312}=0; \quad b_{313}=0;$$

$$b_{314}=2*(-I_{15}*\cos(q_2+q_3)*\cos(q_4)*\sin(q_5)+I_{22}*\sin(q_2+q_3)*\sin(q_4)*\sin(q_5)+I_{20}*(\sin(q_2+q_3)*\cos(q_5)^2*\cos(q_4)^2-0.5)+\cos(q_2+q_3)*\cos(q_4)*\sin(q_5)*\cos(q_5))+I_{14}*\sin(q_2+q_3)+I_{19}*\sin(q_2+q_3)*(1-2*\sin(q_4)^2));$$

$$\approx -2.50*10^{-3}*\cos(q_2+q_3)*\cos(q_4)*\sin(q_5)+1.64*10^{-3}*\sin(q_2+q_3)+0.30*10^{-3}*\sin(q_2+q_3)*(1-2*\sin(q_4)^2);$$

$$b_{315}=2*(-I_{15}*\cos(q_2+q_3)*\sin(q_4)*\cos(q_5)+I_{22}*\sin(q_2+q_3)*\sin(q_4)*\cos(q_5))-I_{17}*\cos(q_2+q_3)*\sin(q_4)+I_{20}*\sin(q_4)*(\cos(q_2+q_3)*(1-2*\sin(q_5)^2)-2*\sin(q_2+q_3)*\cos(q_4)*\sin(q_5)*\cos(q_5));$$

$$\approx -2.50*10^{-3}*\cos(q_2+q_3)*\sin(q_4)*\cos(q_5)-6.42*10^{-4}*\cos(q_2+q_3)*\sin(q_4);$$

$$b_{316}=-b_{136}; \quad b_{323}=0;$$

$$b_{324}=2*(I_{20}*\sin(q_4)*\cos(q_4)*\sin(q_5)^2+I_{21}*\sin(q_4)*\cos(q_4)-I_{22}*\sin(q_4)*\sin(q_5)) \approx 0;$$

$$b_{325}=2*(-I_{15}*\sin(q_5)+I_{20}*\sin(q_4)^2*\sin(q_5)*\cos(q_5)+I_{22}*\cos(q_4)*\cos(q_5));$$

$$\approx -2.50*10^{-3}*\sin(q_5);$$

$$b_{326}=0; \quad b_{334}=b_{324}; \quad b_{335}=b_{325}; \quad b_{336}=0;$$

$$b_{345}=-I_{15}*2*\sin(q_4)*\cos(q_5)-I_{17}*\sin(q_4)+I_{20}*\sin(q_4)*(1-2*\sin(q_5)^2);$$

$$\approx -2.50*10^{-3}*\sin(q_4)*\cos(q_5);$$

$$b_{346}=b_{246}; \quad b_{356}=b_{256};$$

*4^{ème} ligne :

$$b_{412}=-b_{214}; \quad b_{413}=-b_{314}; \quad b_{414}=0;$$

$$b_{415}=-I_{20}*(\sin(q_2+q_3)*\cos(q_4)*(1-2*\sin(q_5)^2)+2*\cos(q_2+q_3)*\sin(q_5)*\cos(q_5))-I_{17}*\sin(q_2+q_3)*\cos(q_4);$$

$$\approx -6.42*10^{-4}*\sin(q_2+q_3)*\cos(q_4);$$

$$b_{416}=-b_{146}; \quad b_{423}=-b_{324}; \quad b_{424}=0;$$

$$b_{425}=I_{17}*\sin(q_4)+I_{20}*\sin(q_4)*(1-2*\sin(q_5)^2);$$

$$\approx 6.24*10^{-4}*\sin(q_4);$$

$$b_{426}=-b_{246}; \quad b_{434}=0; \quad b_{435}=b_{425}; \quad b_{436}=-b_{346};$$

$$b_{445}=-I_{20}*2*\sin(q_5)*\cos(q_5) \approx 0; \quad b_{446}=0; \quad b_{456}=-I_{23}*\sin(q_5) \approx 0;$$

***5^{ème} ligne :**

$$\begin{aligned}
b_{512} &= -b_{215}; & b_{513} &= -b_{315}; & b_{514} &= -b_{415}; & b_{515} &= 0; & b_{516} &= -b_{156}; \\
b_{523} &= -b_{325}; & b_{524} &= -b_{425}; & b_{525} &= 0; & b_{526} &= -b_{256}; \\
b_{534} &= b_{524}; & b_{535} &= 0; & b_{536} &= -b_{356}; \\
b_{545} &= 0; & b_{546} &= -b_{456}; \\
b_{556} &= 0;
\end{aligned}$$

***6^{ème} ligne :**

$$\begin{aligned}
b_{612} &= b_{126}; & b_{613} &= b_{136}; & b_{614} &= b_{146}; & b_{615} &= b_{156}; & b_{616} &= 0; \\
b_{623} &= 0; & b_{624} &= b_{246}; & b_{625} &= b_{256}; & b_{626} &= 0; \\
b_{634} &= b_{624}; & b_{635} &= b_{625}; & b_{636} &= 0; \\
b_{645} &= b_{456}; & b_{646} &= 0; & b_{656} &= 0;
\end{aligned}$$

5. Eléments de la matrice centrifuge (6 × 6)

L'unité des éléments [Kg-m²].

$$c_{11} = 0;$$

$$\begin{aligned}
c_{12} &= I_4 \cos(q_2) - I_8 \sin(q_2 + q_3) - \\
& I_9 \sin(q_2) + I_{13} \cos(q_2 + q_3) + I_{15} \sin(q_2 + q_3) \sin(q_4) \sin(q_5) + I_{16} \cos(q_2) \sin(q_4) \sin(q_5) \\
& + I_{18} (\cos(q_2 + q_3) \cos(q_4) \sin(q_5) + \sin(q_2 + q_3) \cos(q_5)) + I_{19} \cos(q_2 + q_3) \sin(q_4) \cos(q_5) \\
& + I_{20} \sin(q_4) (\cos(q_2 + q_3) \cos(q_4) \cos(q_5)^2 - \sin(q_2 + q_3) \sin(q_5) \cos(q_5)) \\
& + I_{22} \cos(q_2 + q_3) \sin(q_4) \sin(q_5); \\
& \approx 6.90 \cdot 10^{-1} \cos(q_2) + 1.34 \cdot 10^{-1} \sin(q_2 + q_3) - 2.38 \cdot 10^{-2} \sin(q_2);
\end{aligned}$$

$$c_{13} = 0.5 \cdot b_{123};$$

$$\begin{aligned}
c_{14} &= -I_{15} \sin(q_2 + q_3) \sin(q_4) \sin(q_5) - \\
& I_{16} \cos(q_2) \sin(q_4) \sin(q_5) + I_{18} \cos(q_2 + q_3) \cos(q_4) \sin(q_5) + I_{20} \sin(q_2 + q_3) \sin(q_4) \\
& \sin(q_5) \cos(q_5) - I_{22} \cos(q_2 + q_3) \sin(q_4) \sin(q_5) \approx 0;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{15} &= -I_{15} \sin(q_2 + q_3) \sin(q_4) \sin(q_5) - \\
& I_{16} \cos(q_2) \sin(q_4) \sin(q_5) + I_{18} (\sin(q_2 + q_3) \cos(q_5) + \cos(q_2 + q_3) \cos(q_4) \sin(q_5)) - \\
& I_{22} \cos(q_2 + q_3) \sin(q_4) \sin(q_5) \approx 0;
\end{aligned}$$

$$c_{16} = 0;$$

$$c_{21} = -2.1 \cdot b_{112};$$

$$c_{22} = 0;$$

$$c_{23} = 0.5 \cdot b_{223};$$

$$\begin{aligned}
c_{24} &= -I_{15} \cos(q_4) \sin(q_5) - I_{16} \sin(q_3) \cos(q_4) \sin(q_5) + I_{20} \cos(q_4) \sin(q_5) \cos(q_5) \\
& \approx 0;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{25} &= -I_{15} \cos(q_4) \sin(q_5) + I_{16} (\cos(q_3) \cos(q_5) - \sin(q_3) \cos(q_4) \sin(q_5)) \\
& + I_{22} \cos(q_5) \approx 0;
\end{aligned}$$

$$c_{26} = 0;$$

$$c_{31} = -0.5 \cdot b_{113};$$

$$c_{32} = -c_{23}; \quad c_{33} = 0;$$

$$\begin{aligned}
c_{34} &= -I_{15} \cos(q_4) \sin(q_5) + I_{20} \cos(q_4) \sin(q_5) \cos(q_5) \approx -1.25 \cdot 10^{-3} \cos(q_4) \sin(q_5);
\end{aligned}$$

$$c_{35} = -I_{15} \cos(q_4) \sin(q_5) + I_{22} \cos(q_5) \approx c_{34}; \quad c_{36} = 0;$$

$$\begin{aligned}c_{41} &= -0.5 * b_{114}; \\c_{42} &= -0.5 * b_{224}; \\c_{43} &= 0.5 * b_{423}; \\c_{44} &= 0; \quad c_{45} = 0; \quad c_{46} = 0;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}c_{51} &= -0.5 * b_{115}; \\c_{52} &= -0.5 * b_{225}; \\c_{53} &= 0.5 * b_{523}; \\c_{54} &= -0.5 * b_{445}; \\c_{55} &= 0; \quad c_{56} = 0; \quad c_{61} = 0; \quad c_{62} = 0; \quad c_{63} = 0; \quad c_{64} = 0; \quad c_{65} = 0; \quad c_{66} = 0;\end{aligned}$$

6. Les termes da la gravité

L'unité des éléments est (Newton-Mètre)

$$g_1 = 0;$$

$$g_2 = G_1 * \cos(q_2) + G_2 * \sin(q_2 + q_3) + G_3 * \sin(q_2) + G_4 * \cos(q_2 + q_3) + G_5 * (\sin(q_2 + q_3) * \cos(q_5) + \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5));$$

$$g_3 = G_2 * \sin(q_2 + q_3) + G_4 * \cos(q_2 + q_3) + G_5 * (\sin(q_2 + q_3) * \cos(q_5) + \cos(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \sin(q_5));$$

$$g_4 = -G_5 * \sin(q_2 + q_3) * \sin(q_4) * \sin(q_5);$$

$$g_5 = G_5 * (\cos(q_2 + q_3) * \sin(q_5) + \sin(q_2 + q_3) * \cos(q_4) * \cos(q_5));$$

$$g_6 = 0;$$

Annexe 2

Calcul de la matrice jacobienne pseudo inverse par la méthode de Greville [Khalil 99] :

Il s'agit d'un algorithme itératif fondé sur les propriétés de la pseudo-inverse d'une matrice partitionnée qui ne nécessite pas le calcul du rang. Soit W une matrice de rang quelconque et W_k une partition de la matrice W contenant les k premières colonnes. Si l'on partitionne W_k en faisant en sorte qu'une première partition regroupe les $(k-1)$ premières colonnes et que la $k^{\text{ième}}$ colonne w_k soit la seconde partition, alors :

$$W_k = [W_{k-1} : w_k]$$

La pseudo-inverse $W_k^{\#}$ se déduit de l'expression de $W_{k-1}^{\#}$ et de la $k^{\text{ième}}$ colonne de W . on initialise ce processus itératif en calculant $W_1^{\#}$ avec la relation suivante :

$$W_1^{\#} = w_1^{\#} = (w_1^T w_1)^{-1} w_1^T$$

Si $w_1=0$, on pose $W_1^{\#} = 0^T$

On calcul ensuite $W_k^{\#}$ avec les relations suivantes :

$$W_k^{\#} = \begin{bmatrix} W_{k-1}^{\#} - d_k & b_k \\ & b_k \end{bmatrix}$$

Avec :

$$d_k = W_{k-1}^{\#} w_k$$

Pour évaluer b_k , on pose :

$$c_k = w_k - W_{k-1}^{\#} w_k$$

Puis on calcul :

$$\begin{aligned} b_k &= c_k^{\#} = (c_k^T c_k)^{-1} c_k^T & \text{si } c_k \neq 0 \\ &= (1 + d_k^T d_k)^{-1} d_k^T W_{k-1}^{\#} & \text{si } c_k = 0 \end{aligned}$$

Annexe 3

Calcul de l'erreur de situation dans l'espace opérationnel [Khalil 99] :

La situation de l'extrémité de l'effecteur est décrite par la matrice de transformation homogène T_{0E} .

$$T_{0E} = T_{01} T_{12} \dots T_{06} T_{6E} = \begin{bmatrix} s_{0E} & n_{0E} & a_{0E} & P_{0E} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

P_{0E} est le vecteur de position de l'origine du repère de l'extrémité de l'effecteur et s , n et a sont les vecteurs colonne contenant les cosinus directeurs des axes x_E , y_E et z_E de ce repère.

De la même manière, la situation désirée de l'extrémité de l'effecteur est décrite par la matrice de transformation homogène T_{0Ed} .

$$T_{0Ed} = \begin{bmatrix} s_{0Ed} & n_{0Ed} & a_{0Ed} & P_{0Ed} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

L'erreur de situation décrite dans le repère $\{0\}$ est définie par :

$$e_{0X} = \begin{bmatrix} \Delta X_p \\ \Delta X_r \end{bmatrix}$$

$\Delta X_p = P_{0Ed} - P_{0E}$ correspond à l'erreur de position.

$\Delta X_r = u_0 \sin \theta$ correspond à l'erreur d'orientation où :

où u_0 et θ sont définis à partir de la relation suivante :

$$\text{rot}(u, \theta) R_{0E} = R_{0Ed}$$

On pose :

$$R_{0Ed} R_{0E}^T = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x \\ s_y & n_y & a_y \\ s_z & n_z & a_z \end{bmatrix}$$

Le vecteur de l'erreur d'orientation est alors donné par :

$$\Delta X_R = 1/2 \begin{bmatrix} \mathbf{n}_z - \mathbf{a}_y \\ \mathbf{a}_x - \mathbf{s}_z \\ \mathbf{s}_y - \mathbf{n}_x \end{bmatrix}$$

Cette erreur est décrite dans le repère $\{0\}$. Pour la décrire dans le repère lié à l'extrémité de l'effecteur on fait :

$$\mathbf{e}_{EX} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{E0} & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{R}_{E0} \end{bmatrix} \mathbf{e}_{0X}$$

Bibliographie

- [An 87] An C.H., Hollerbach J.M., "Kinematic Stability Issues in Force Control of Manipulators, Proc. IEEE Int. Conf. On Robotics and Automation, Raleigh, mars-avril 1987, p. 897-903.
- [Arm 86] Armstrong B., Khatib O., Burdick J., "The explicit dynamic model and inertial parameters of the PUMA 560 arm", Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, San Francisco, avril 1986, p. 510-518.
- [Arm 88] Armstrong B., "Dynamics for Robot Control : Friction Modelling and Ensuring Excitation During Parameter Identification", Ph. D Thesis, Dept. Electrical Engineering, Stanford University, May 1988.
- [Büh 88] Bühler H., Réglage par mode de glissement, Press polytechniques romandes, Lausanne Switzerland, 1988.
- [Bru 98] Bruni F., Caccavale F., Natale C., Villani L., "Experiments of Impedance Control on an Industrial Robot Manipulator with Joint Friction", Proceedings of the IEEE international Conference on Control Applications, pp. 205-210, Dearborn, September 15-18, 1998.
- [Cha 96] Chan S.P., Liaw H.C., "Generalized Impedance Control of Robot for Assembly Tasks Requiring Compliant Manipulation", IEEE Transactions. on Industrial Electronics, Vol. 43, No. 4. August 1996, p. 453-461.
- [Che 99] Chen Y-P., Chang J-J., "Sliding Mode Force Control of Manipulators", Proc. Nati. Sci. Coun. ROC(A), Vol. 23, No. 2, 1999, pp. 291-288.
- [Chi 93] Chiavirini S., Sciavicco L., "The Parallel Approach to Force/Position Control of Robotic Manipulators", IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 9, No. 4, pp. 361-373, August 1993.
- [Chi 99] Chiavirini S., Siciliano B., Villani L., "A Survey of Robot Interaction Control Schemes with Experimental Comparison", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 4, pp. 273-285, 1999.
- [Cra 89] Craig J.J., Introduction to Robotics Mechanics and control, 2nd Edition, Addison-Wesley Publishing Company, 1998.
- [Dec 88] De Carlo R. A., Zak S. H., Matthews G. P., "Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable Systems : A Tutorial", Proceedings of the IEEE, Vol. 76, No. 3, pp. 212-232, March 1988.

-
- [Duc 02] Du chemin G., "Commande et programmation d'un robot d'assistance au geste médical pour des tâches de suivi au contact de tissus mous", Thèses de Doctorat, Discipline. Génie Informatique, Automatique et Traitement du Signal, Université Montpellier II, Décembre 2002.
- [Epp 86] Eppinger S., Seering W., "On Dynamic Models of Robot Force Control", In Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation, pages 29-34, 1986.
- [Epp 87] Eppinger S., Seering W., "Understanding Bandwidth Limitations on Robot Force Control", In Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation, pages 904-909, Raleigh, N.C., 1987.
- [Fis 92] Fisher W.D. Mutjaba M.S., "Hybride Position/Force Control : A correct Formulation", The Int. Jour. Of Robotics Reaserch, Vol. 11, No. 4, 1992.
- [Ham 93] Hamerlain M., "Commande Hiérarchisée à Modèle de Référence et à Structure Variable d'un Robot Manipulateur à Muscle Artificiel", Thèse de Doctorat de l'INSA de Toulouse, Spécialité. Automatique, Informatique Industrielle, Janvier 1993.
- [Hog 84] Hogan N., "Impedance Control of Industrial Robots", Journal of Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 1(1): 97-113, 1984.
- [Hog 85] Hogan N., "Impedance Control : An Approach to Manipulation : Parts I, II, and III", Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, vol. 107, 1-24, March 1985.
- [Hog 87] Hogan N., "Stable Execution of Contact Tasks using Impedence Control", Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA), Raleigh, NC, Mars-Avril 1987, p. 1047-1054.
- [Hun 93] Hung J.Y., Gao W., Hung J.C., "Variable Structure Control : A Survey," IEEE Transactions on Industrial Electricis, Vol. 40, N°. 1, February 1993.
- [Kaz 86] Kazerooni H., Sheridan T., Houpt P., "Robust Compliant Motion for Manipulators, Parts I and II", IEEE Journal of Robotics and Automation, RA-2(2): 83-105, June 1986.
- [Khal 99] Khalil W., Dombre E., Modélisation, Identification et commande des Robots, 2^{ème} édition revue et augmentée, Hermès Science Publications, Paris, 1999.
- [Khat 86] Khatib O., Burdick J., "Motion and Force Control of Robot Manipulators", Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, 1986, p. 1381-1386.
- [Khat 87] Khatib O., "A Unified Approach for Motion and Force Control of Robot Manipulators : The Operational Space Formulation". IEEE Journal of Robotics and Automation, vol. RA-3, No. 1, p. 43-53, February 1987.
- [Lan 99] Lanzon A., Richards R. J., "Trajectory/Force Control for Robotic Manipulators using Sliding-Mode and Adaptive Control", Proceedings of the American Control Conference, San Diego, California, June 1999, pp. 1940-1944.

-
- [Mil 96] Mills J. K., "Simultaneous Control of Robot Manipulator Impedance and Generalized Force and Position", Elsevier Science Ltd, Mech. Mach. Theory, Vol. 31, No. 8, pp. 1069-1080, 1996.
- [Per 91] Perdereau V., "Contribution à la commande hybride force-position –Application à la coopération de deux robots", Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris, France, Février 1991.
- [Puj 95] Pujas A., "Etude de la robustesse de schéma de commande position/force pour robots à deux bras", Thèse de Doctorat, Université Montpellier II, Montpellier, France, Juin 1995.
- [Rai 81] Raibert M.H., Craig J.J., "Hybrid Force-Position Control of Manipulators", Trans. of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, vol. 103, June 1981, pp. 126-133.
- [Sal 80] Salisbury K., "Active Stiffness Control of a Manipulator in Cartesian Coordinates", Proc. 19th IEEE Conf. on Decision and Control, Albuquerque, NM, Décembre 1980, p. 95–100.
- [Slo 91] Slotine J.-J.E., Li W., Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, 1991.
- [Sir 88] Sira-Ramirez H., "Differential geometric methods in variable-structure control", Int. Jour. On Control, vol. 48, no. 4, pp. 1359-1390, 1988.
- [Tar 96] Tarn T.-J., Wu Y., Xi N., Isidori A., "Force Regulation and Contact Transition Control", IEEE Control Systems, February 1996, p. 32-40.
- [Tou 89] Youcef-Toumi K., Gutz D., "Impact and Force Control", In Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation, pages 410-416, 1989.
- [Utk 77] Utkin V.I., "Variable Structure Systems with Sliding Modes : A Survey", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-22, No. 2, April 1977, p. 212-222.
- [Utk 93] Utkin V.I., "Sliding Mode Control Design Principles and Applications to Electric Drives", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 40, No. 1, February 1993, p. 23-36.
- [Vol 90] Volpe R.A., "Real and Artificial Forces in the Control of Manipulators: Theory and Experiments", Ph. D Thesis, Dept. Physics, Department of Physics, The Robotics Institute, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, September 1990.
- [Whi 77] Whitney D. E., "Force feedback control of manipulators fine motions", Trans. ASME J. Dyn. Sys., Meas., Contr., Vol. , pp. 91-97, June 1977.
- [Whi 85] Whitney D. E., "Historical Perspective and State of the Art in Robot Force Control", In Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation, pages 262-268, 1985.

- [Whit 95] Whitcomb L. L., Arimoto S., Naniwa T., Ozaki F., "Adaptive Model-Based Hybride Control of Geometrically Constrained Robot Arms", IEEE Transactions on Robotics and Automation, submitted : january 26 1995, Revised : November 15 1995.
- [Yos 86] T. Yoshikawa, "Dynamic hybrid position/force control of robot manipulators : Description on hand constraint and calculation of joint driving force", in Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Automat., 1986, p. 1393–1398.7
- [Yos 87] Yoshikawa T., Sugie T., Tanaka M., "Dynamic hybrid position/force control of robot manipulators : controller design and experiment", in Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Automat., 1987, p. 262–268.
- [Yos 00] Yoshikawa T., "Force Control of Robot Manipulators", Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA), San Francisco, CA, Avril 2000, p. 220–226.
- [You 99] Young K. D., Utkin V. I., Özgüner Ü., "A Control Engineer's Guide to Sliding Mode Control", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 7, No. 3, May 1999.