



Ecole Nationale Polytechnique
Département de Génie Electrique
Laboratoire de Commande des processus



Thèse de Doctorat en Automatique

Option : Automatique

Présenté par :
Haouari Fouad
Magister en Automatique de l'ENP

Développement de Commandes Robustes pour des Applications en Robotique

Soutenu publiquement le 01/07/2015 devant le jury composé de :

Président :	B. HEMICI	MCA à l'ENP
Rapporteur :	M.S BOUCHERIT	Professeur à l'ENP
Rapporteur :	M. TADJINE	Professeur à l'ENP
Examineurs :	H. SAARI	Professeur à l'INSM Bousmail
	A. FERDJOUNI	MCA à l'USDB, Blida
	A. NAIT SEGHIR	MCA à l'USTHB
Invité :	N. Bali	Professeur à l'USTHB

ENP 2015

Remerciement

Je remercie particulièrement mes rapporteurs de thèse Pr. M.S Boucherit et Pr. M. Tadjine pour leurs grandes disponibilités, leurs apports scientifiques indéniables et la qualité exceptionnelle de leurs encadrements tout au long de l'élaboration de ma thèse, profitant de leurs précieux et nombreux conseils. Je leur demeure reconnaissant pour leur qualités humaines qui m'ont accompagné jusqu'à la réussite de cette thèse.

Je tiens particulièrement à remercier tous les membres du Jury pour avoir accepté d'évaluer mes travaux. Un grand merci à Dr. B. Hemici d'avoir accepté de présider le Jury. Je tiens à remercier également Pr. H. Saari, Dr. A. Ferdjouni, Dr. A. Nait Seghir et Pr. N. Bali pour avoir acceptés de faire partie de mon jury de thèse.

Enfin, mes remerciements les plus chaleureux vont à mes parents, ainsi qu'à toute ma famille pour leur soutien moral et leurs encouragements.

Dédicace

Je dédie ce modeste travail à ma chère
mère, à mon cher père, qui m'ont soutenus et
encouragé durant toutes mes études et nulle
chose ne récompensera leurs sacrifices ainsi
qu'à tous mes amis les plus proches.

Sommaire

SOMMAIRE

Introduction générale	1
Chapitre 1 : Commandes par la méthode de diagramme des coefficients	
1.1 Introduction.....	3
1.2 Développement de la commande : méthode de diagramme des coefficients	3
1.3 Le polynôme caractéristique de système en boucle fermé	3
1.4 Le diagramme de coefficients.....	5
1.5 Les conditions de stabilité et de robustesse.....	6
1.6 La forme standard de CDM	7
1.7 Algorithme de commande CDM	7
1.8 Application de la commande CDM au robot manipulateur PUMA.....	7
1.8.1 Modèle dynamique de robot PUMA.....	7
1.8.2 Résultats de simulation.....	10
1.9 Conclusion.....	21
Chapitre 2 : Commandes PID-Backstepping et CDM-Backstepping	
2.1 Introduction.....	22
2.2. Méthodes de Lyapunov.....	22
2.2.1 Première méthode de Lyapunov.....	22
2.2.2 Deuxième méthode de Lyapunov.....	23
2.2.3 Méthode générale de synthèse récursive par backstepping.....	23
2.3 Commande PID non-linéaire par Backstepping	26
2.3.1 Représentation d'état de robot manipulateur	26
2.3.2 Objectif de commande.....	26
2.3.3 Algorithme de commande PID-Backstepping.....	28
2.4 Résultats de simulation	32
2.5 Développement de la commande CDM-Backstepping.....	42
2.5.1 Algorithme de commande CDM-Backstepping.....	43
2.6 Résultats de simulations	47
2.7 Conclusion.....	58
Chapitre 3 : Commande par la méthode de diagramme de carrée des coefficients	
3.1 Introduction.....	59
3.2 La commande LQR.....	59
3.2.1 La matrice Hamiltonienne et la solution de Riccati.....	60
3.2.2 Stabilité de la boucle fermée.....	61
3.2.3 Générations de la commande et choix des pondérations.....	62
3.3 Le polynôme caractéristique de la commande SCDM.....	63
3.4 Implémentation de la commande SCDM	64
3.5 Application de la commande SCDM au robot manipulateur.....	65
3.5.1 Résultat de simulation.....	66

3.6 Conclusion	77
Chapitre 4 : Etude comparative des commandes développées	
4.1. Introduction.....	78
4.2. Comparaison des lois de commande.....	78
4.3 Conclusion.....	90
Conclusion générale.....	91
Annexe.....	92
Référence.....	95

Introduction Générale

Introduction Générale

L'élaboration d'une loi de commande pour un procédé physique nécessite la prise en compte de certaines performances telles que le suivi de la consigne, le rejet de la perturbation et une marge de robustesse vis-à-vis de certaines performances de procédé à piloter. La littérature propose une multitude de structure de commande. Chacune d'elle possède son application et également des propriétés. Commander un processus, c'est déterminer les commandes à lui appliquer, de manière à assurer aux variables d'états ou aux sorties qui nous intéressent un comportement précisé par un cahier des charges.

En 1998 la technique de commande méthode de diagramme des coefficients (CDM) a été introduite par MANABE [1-4], complétée en 2002 [5-7], la synthèse de la loi de commande est basée sur l'utilisation d'un outil appelé diagramme des coefficients [8]. Il permet de choisir judicieusement le polynôme caractéristique en boucle fermée, Ce polynôme assure de bonnes performances statiques et dynamiques, robustesse vis-à-vis de variations paramétriques et l'incertitude paramétrique [9]. L'application de la commande CDM au modèle de robot manipulateur PUMA a montré que malgré la dynamique imposée par le modèle de robot en boucle ouverte [10-14], de très bons résultats ont été obtenu et ceci par un choix convenable des paramètres de synthèse de CDM [15-23].

La deuxième technique de commande étudiée est la commande PID-Backstepping [24], il s'agit de trouver une fonction de Lyapunov qui permet de déduire une loi de commande pour le système tout en montrant la stabilité globale. Un problème majeur existe dans le développement de cette approche dite Backstepping. La difficulté est dans le nombre des paramètres inconnus qui augmente avec chaque étape du processus de développement de l'algorithme de PID-Backstepping. L'application de la commande PID-Backstepping au robot manipulateur PUMA a donnée de bons résultats [25-27].

La technique de commande CDM-Backstepping est développée par la combinaison de la technique de backstepping et l'algorithme de commande CDM. Elle utilise de manière essentielle la fonction de Lyapunov pour démontrer la stabilité de système [28-34].

Dans la technique de commande SCDM [35-36], nous allons nous attacher à d'écrire une stratégie linéaire de commande de robot, pour cela, il est indispensable de procéder à une linéarisation dite linéarisation exacte, en réécrivant le système sous forme d'équation polynomiale et en déterminant les matrices de pondération de critère de performance qui sont en relation avec le polynôme caractéristique de système a contrôlé par CDM, la robustesse de la commande SCDM est validée sur le robot PUMA.

Outre l'introduction et la conclusion générales, cette thèse est organisée en quatre chapitres répartis comme suit :

Le chapitre un traite la technique de commande CDM. Nous présentons le diagramme des coefficients qui est un outil d'analyse des performances et permet d'apporter des modifications nécessaires pour améliorer davantage les résultats. L'efficacité de l'algorithme est testée sur le robot manipulateur.

Dans le chapitre deux, nous présentons toute la méthodologie de la logique de conception de loi de commande PID-Backstepping et CDM-Backstepping en position ainsi que leur applications au robot. En préliminaire à ces conceptions, une représentation d'état du modèle dynamique est nécessaire. Aussi, nous présentons tous les schémas bloc de commande liés à ces lois de commande. L'efficacité de ces algorithmes est testée sur le robot.

Le chapitre trois portera sur la description de la commande LQR et la résolution de problème de sélections des pondérations par l'utilisation de l'algorithme SCDM et son application sur le robot manipulateur.

Le chapitre quatre est relative à l'étude comparative des performances et de robustesse de différentes lois de commandes afin de régler les positions angulaires de robot manipulateur PUMA. Cette étude comparative est basée sur quatre tests et les résultats de la simulation vont nous permettre de faire la comparaison.

Nous clôturons cette thèse par une conclusion générale qui permet de fixer les idées sur certains points qui concernent les commandes développées dans ce travail.

Chapitre 1

Commande par la méthode de diagramme des coefficients

1.1 Introduction

Le principe de la commande robuste repose sur la structure de commande à contre-réaction et sur les modèles linéaires à temps invariant (LTI) des systèmes dynamiques. Le principe de la commande à contre-réaction est au cœur des théories classiques et modernes de la commande et définit une structure de commande très générale fondée sur la comparaison entre l'information supportée par un ensemble de signaux de sorties mesurés par des capteurs et l'information supportée par un ensemble de signaux de référence souhaités. Les différences constatées lors de cette comparaison sont traitées par le système de commande afin d'élaborer d'un signal de commande affectant le système.

La sensibilité des algorithmes de commande classique (PID) aux variations paramétriques du procédé à contrôler oblige la recherche des performances plus élevées qui conduit à explorer de nouvelles techniques de commande permettant de dépasser les limites d'autres techniques. La nouvelle méthode de commande utilisée est la méthode de diagramme des coefficients qui est basée sur un outil d'analyse des performances appelée diagramme des coefficients [1-17].

1.2 Développement de la commande : méthode de diagramme des coefficients

La méthode de diagramme des coefficients est classée dans les méthodes d'approche algébriques appliquées pour les boucles polynomiales, Elle est classée entre les méthodes classiques et la théorie de contrôle moderne. Un diagramme spécial nommé diagramme des coefficients est utilisé pour le choix des meilleures performances. La simplicité de la structure du contrôleur (RST) rend la commande CDM très puissante pour la commande des systèmes.

Les performances de la CDM sont spécifiées dans la fonction de transfert en boucle fermée et ont une relation avec les paramètres algébriques du contrôleur. La commande par CDM garde l'équilibre entre l'exactitude des performances et la complexité du contrôleur [2]. Le principe fondamental de la CDM est illustré par l'équation caractéristique en boucle fermée.

1.3 Polynôme caractéristique du système en boucle fermée

La forme générale de polynôme caractéristique d'un système linéaire en boucle fermée donnée par la figure 1.1 est comme suit :

$$P(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = \sum_{i=0}^n a_i s^i \quad (1.1)$$

Tel que : a_i sont les coefficients du polynôme caractéristique

Les indices de stabilité γ_i la constante de temps équivalente τ et les limites de stabilité γ_i^* sont exprimées en fonction de l'équation (1.1), Ceci est nécessaire pour le développement de la commande CDM

$$\gamma_i = \frac{a_i}{a_{i+1} a_{i-1}} \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \quad \gamma_0 = \gamma_n = \infty \quad (1.2)$$

$$\tau = \frac{a_1}{a_0} = \frac{t_s}{\lambda} \quad (1.3)$$

Tel que : t_s est le temps de réponse désiré pour le système global et λ une constante comprise dans l'intervalle [2.5 3]

$$\gamma_i^* = \frac{1}{\gamma_{i-1}} + \frac{1}{\gamma_{i+1}} \quad (1.4)$$

La relation entre ces paramètres est défini par les équations (1.5) et (1.6)

$$\frac{a_{i+1}}{a_i} = \frac{a_j}{a_{j-1}} \frac{1}{\gamma_i \gamma_{i-1} \gamma_{j+1} \gamma_j} \quad i > j \quad (1.5)$$

$$a_i = \frac{a_0 \tau^i}{\gamma_{i-1} \gamma_{i-2}^2 \dots \gamma_2^{i-2} \cdot \gamma_1^{i-1}} \quad (1.6)$$

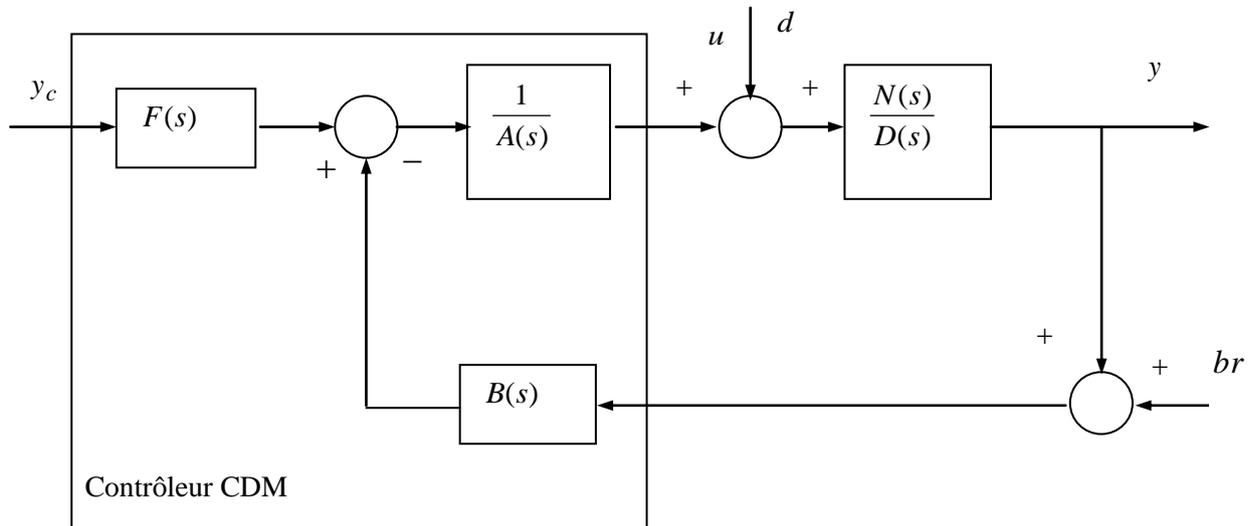


Fig. 1.1 schéma block de commande d'un système par CDM

Tel que : $A(s)$, $B(s)$ et $F(s)$ sont les polynômes de contrôleur CDM, br le bruit de mesure et d la perturbation.

Le polynôme caractéristique donné par l'équation (1.1) doit être exprimé en fonction des paramètres a_0 , τ et γ_i comme suit :

$$P(s) = a_0 \left[\sum_{i=2}^n \left(\prod_{j=1}^{i-1} \frac{1}{\gamma_{i-j}} \right) (\tau_0 s)^i \right] + \tau_0 s + 1 \quad (1.7)$$

La constante de temps équivalente de l'ordre i dépend de celle de l'ordre zéro comme suit :

$$\tau_i = \frac{a_{i+1}}{a_i} = \frac{\tau_0}{\gamma_i \dots \gamma_2 \gamma_1} \quad (1.8)$$

Les indices de stabilité d'un système de quatrième ordre sont donnés par rapport de premier ordre comme suit :

$$\gamma_{ij} = \frac{a_i^2}{a_{i+j}a_{i-j}} = \prod_{k=1}^{j-1} (\gamma_{i+j-k}\gamma_{i-j+k})^k \gamma_i^j \quad (1.9)$$

Les indices de stabilité de deuxième ordre donnent de bonne performance [3].

Les polynômes $A(s)$, $B(s)$ et $F(s)$ de contrôleur CDM, sont choisis comme suit :

$$\begin{cases} A(s) = \sum_{i=1}^{m_1} l_i s^i \\ B(s) = \sum_{i=1}^{m_2} k_i s^i \\ F(s) = \frac{P(s)|_{s=0}}{N(s)} \end{cases} \quad (1.10)$$

En absence de perturbations le degré des deux polynômes $A(s)$ et $B(s)$ sont égale à $\deg(D(s)) - 1 = n - 1$, c'est à dire $m_1 = m_2 = n - 1$, par contre, en présence de perturbations ou du bruit de mesure, les degrés m_1 et m_2 sont choisis de telle sorte à minimiser l'effet de perturbation et de bruit [8].

1.4 Diagramme des coefficients

Les performances de la commande CDM, indice de stabilité γ_i , la constante de temps équivalente τ et la limite de stabilité γ_i^* sont indiquées dans la partie droite de diagramme des coefficients tandis que les paramètres de polynôme caractéristique a_i sont représentés sur la partie gauche de diagramme, la constante τ d'ordre zéro est représentée par une ligne liant la valeur 1 par τ [4].

$$G(s) = \frac{2}{1 + 3s + 4s^2} \quad (1.11)$$

La figure 1.2 représente le diagramme des coefficients de système de l'équation (1.11) en boucle fermée ayant le polynôme caractéristique suivant :

$$P(s) = 0.5s^5 + 1.8s^4 + 2.5s^3 + 2.5s^2 + 1.5s + 0.4 \quad (1.12)$$

Les paramètres de la commande CDM

$$\gamma_i = [2 \ 2 \ 2 \ 2.5] \quad (1.13)$$

$$\tau = \frac{a_1}{a_0} = 3.75 \quad (1.14)$$

$$\gamma_i^* = [0.5 \ 1 \ 0.9 \ 0.5] \tag{1.15}$$

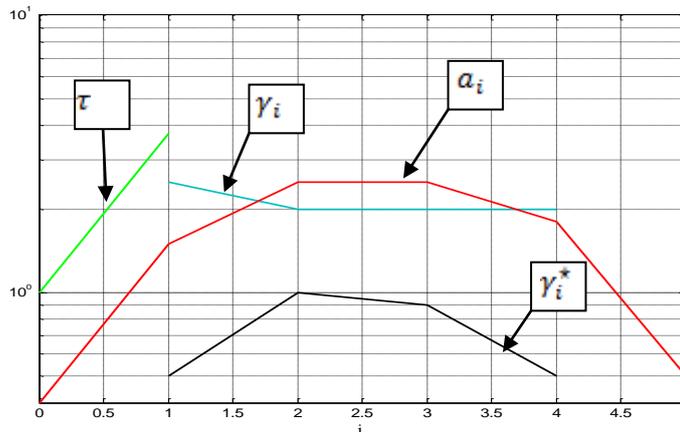


Fig. 1.2 le diagramme des coefficients de système donné par l'équation (1.11)

Le degré de convexité de la courbe tracée à partir des coefficients du polynôme caractéristique nous renseigne sur la robustesse de notre contrôleur [5]. L'inclinaison de la partie de la courbe des a_i nous donne la constante de temps équivalente, en conséquence cette pente donne des renseignements sur la rapidité de système en boucle fermée.

1.5 Les conditions de stabilité et de robustesse

La stabilité et la robustesse de commande CDM est étudiées par une série de recherche de critère de ROUTH-HURWITZ [6].

La condition de stabilité de système d'ordre 3 est comme suit :

$$a_2 a_1 \succ a_0 a_3 \rightarrow \gamma_1 \gamma_2 \succ 1 \tag{1.16}$$

La condition de stabilité pour un système d'ordre quatre est donnée par :

$$a_2 \succ \frac{a_1 a_4}{a_3} + \frac{a_0 a_3}{a_1} \rightarrow \gamma_2 \succ \gamma_2^* \tag{1.17}$$

La condition de stabilité et de l'instabilité de système d'ordre 5 et plus est donnée comme suit

$$\gamma_i \succ 1.12 \gamma_i^* \quad i = 2, \dots, (n-2) \tag{1.18}$$

$$\gamma_i \gamma_{i+1} \leq 1 \quad i = 2, \dots, (n-2) \tag{1.19}$$

Ainsi la condition de robustesse est donné par $\gamma_i \succ 1.5 \gamma_i^*$ aux lieux de $\gamma_1 = 2.5, \gamma_2 = \gamma_3 = 2$ et $\gamma_4 \approx \gamma_{n-1} = 2$.

1.6 La forme standard de CDM

La forme standard de CDM (forme de MANABE) [8] recommandée est de choisir les indices de stabilités suivantes : $\gamma_i = [2 \ 2 \ 2 \ 2.5]$, $i = 1, \dots, (n-1)$, $\gamma_0 = \gamma_n = \infty$, elle donne de bonne

performance, dépassement propre, temps de réponse rapide, la réponse unitaire ne dépend pas de l'ordre de polynôme caractéristique, les pôles dominantes d'un système d'ordre supérieur se trouvent dans le secteur de 49,5 degrés de l'axe des réels négative.

1.7 Algorithme de commande CDM

On considère le système en boucle fermée donnée par la figure 1.1, tel que y est la sortie de système, u est la commande, y_c est la consigne, d est la perturbation aléatoire et b est le bruit, le numérateur et le dénominateur de système sont $N(s)$ et $D(s)$, respectivement, $A_c(s)$, $B_c(s)$ et $F_c(s)$ sont les polynômes de contrôleur.

La sortie de système à contrôlée est :

$$y = \frac{N(s)F(s)}{P(s)}r + \frac{A(s)N(s)}{P(s)}d - \frac{N(s)B(s)}{P(s)}b \quad (1.20)$$

Où $P(s)$ est le polynôme caractéristique et donné comme suit :

$$P(s) = D(s)A(s) + N(s)B(s) = \sum_{i=0}^n a_i s^i \quad (1.21)$$

Les performances sont reliées à 3 entrées r , d et b où sont donnés par l'équation (1.20).

Les étapes à réaliser pour choisir les paramètres de contrôleur CDM sont :

- les polynômes $A(s)$, $B(s)$ et $F(s)$ sont choisis convenablement pour l'élimination de la perturbation.
- la constante de temps équivalente τ .
- les indices de stabilité γ_i pour un système d'ordre supérieur et les limites de stabilité γ_i^* .
- le diagramme des coefficients de système en boucle fermée en faisant un petit ajustement pour satisfaire les performances exigées.

1.8 Application de la commande CDM pour le robot manipulateur

1.8.1 Modèle dynamique de robot PUMA

Le modèle dynamique [18-21] de robot PUMA est donné comme suit

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

avec $\alpha = \frac{1}{3}l^2(m_1 + 4m_2 + 3m_2 \cos(q_2))$, $\beta = m_2l^2(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\cos(q_2))$, $\gamma = \frac{1}{3}m_2l^2$

$$f_1 = -m_2 l^2 \dot{q}_2 \sin(q_2) \left(\frac{1}{2} \dot{q}_2 + \dot{q}_1 \right) \quad f_2 = \frac{1}{2} m_2 \sin(q_2) l^2 \dot{q}_1^2$$

$$g_1 = \frac{1}{2} m_1 g l \cos(q_1) + m_2 g l \left(\frac{1}{2} \cos(q_1 + q_2) + \cos(q_1) \right) \quad \text{et} \quad g_2 = \frac{1}{2} m_2 g l \cos(q_1 + q_2)$$

Tel que : b_1 et b_2 sont les termes de frottement visqueux, l_1 et l_2 longueurs des deux liaisons et m_1 et m_2 sont les masses des deux liaisons.

Les valeurs numériques des différents paramètres de robot sont [3] :

$$l_1 = 1 \text{ m}, l_2 = 1 \text{ m}, m_1 = 10 \text{ kg}, m_2 = 10 \text{ kg}, b_1 = 75 \text{ N/rad/s}, b_2 = 40 \text{ N/rad/s}, g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$$

q_1 et q_2 : les variables d'articulations

T_1 et T_2 : les couples fournis par les actionneurs.

b_1 et b_2 : frottement visqueux des actionneurs.

l_1 et l_2 : longueurs des deux liaisons.

m_1 et m_2 : masses des deux liaisons

On détermine alors la forme d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{\left[\frac{(T_1 - f_1 - g_1 - b_1 x_2)}{\alpha} + (-T_2 + f_2 + g_2 + b_2 x_4) \frac{\beta}{\alpha \gamma} \right]}{\left[1 - \frac{\beta^2}{\alpha \gamma} \right]} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{\left[\frac{(T_2 - f_2 - g_2 - b_2 x_4)}{\alpha} + (-T_1 + f_1 + g_1 + b_1 x_2) \frac{\beta}{\alpha \gamma} \right]}{\left[1 - \frac{\beta^2}{\alpha \gamma} \right]} \end{cases} \quad (23)$$

Tel que $(x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4)^T = (q_1 \ \dot{q}_1 \ q_2 \ \dot{q}_2)^T$

La linéarisation exacte de modèle de robot manipulateur PUMA est donnée par le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = v_1 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = v_2 \end{cases} \quad (1.24)$$

Le modèle linéarisé sous forme de fonction transfert est donné comme suit [22] :

$$\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{s^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad (1.25)$$

La caractéristique importante de CDM est la simplicité, la robustesse et l'élimination de perturbation nécessaire au robot manipulateur, pour illustrés les résultats précédents, cette technique de commande est appliquée sur le robot PUMA.

$$A(s) = l_1 s \quad (1.26)$$

$$B(s) = k_0 + k_1 s + k_2 s^2 \quad (1.27)$$

$$F(s) = a_0 \quad (1.28)$$

Où l_1, k_0, k_1 et k_2 sont les paramètres des deux contrôleurs

Les polynômes caractéristiques en boucle fermée et en fonction des paramètres ont la forme suivante :

$$P_j(s) = a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 \quad j = 1, 2 \quad (1.29)$$

La forme standard de CDM nous donne les indices de stabilité suivante:

$$\begin{cases} \gamma_1 = 2.5 \\ \gamma_2 = 2 \\ \gamma_0 = \gamma_3 = \infty \end{cases} \quad (1.30)$$

Donc

$$\gamma_i = [2.5 \ 2]$$

(1.31)

Et les limites de stabilité sont: $\gamma_i^* = [0.5 \ 0.4]$

On prend

$$t_s = 1 \text{ s} \quad (1.32)$$

Donc

$$\tau = 0.4 \text{ s} \quad (1.33)$$

Les paramètres des deux contrôleurs sont choisis comme suit :

$$l_i = [1.28 \ 0] \quad (1.34)$$

$$k_i = [3.2 \ 4 \ 2] \quad (1.35)$$

Finalement on obtient le polynôme caractéristique suivant :

$$P(s) = 1.28s^3 + 3.2s^2 + 4s + 2 \tag{1.36}$$

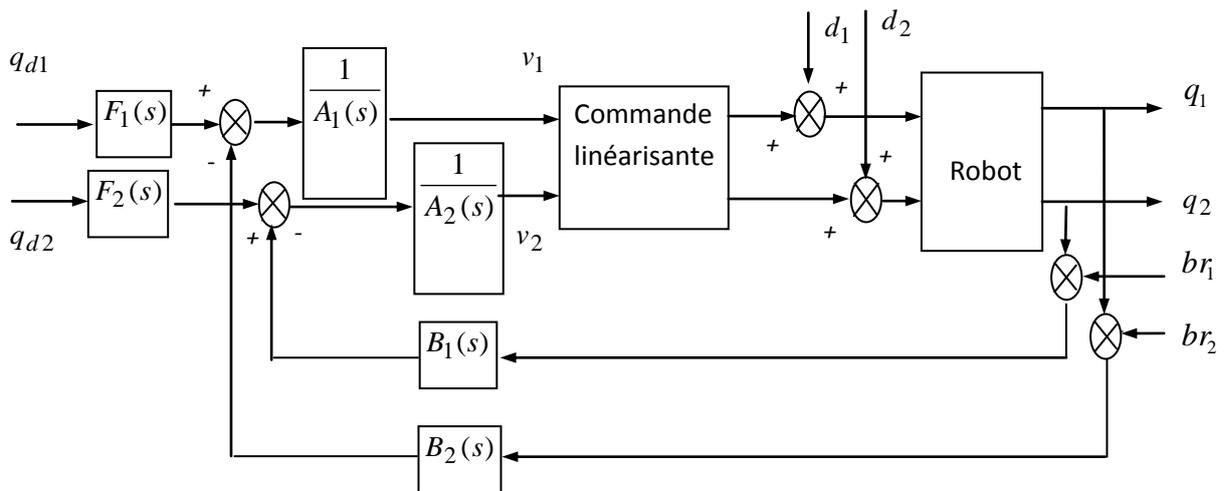


Fig. 1.3 Schéma bloc de la commande CDM d'un robot manipulateur PUMA

Tel que : d_1 et d_2 sont les perturbations et br_1 et br_2 sont les bruits de mesure.

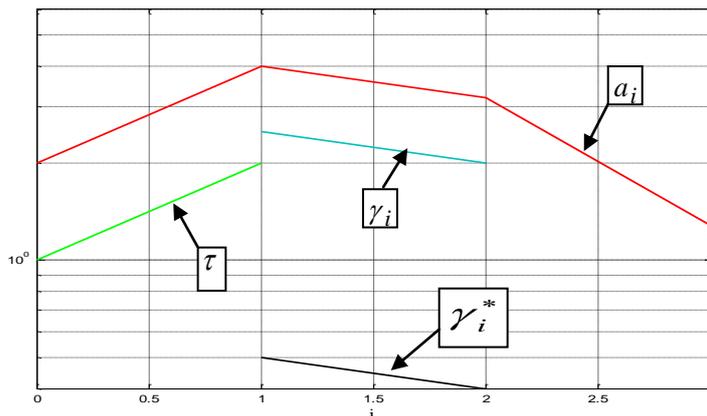


Fig. 1.4 le diagramme des coefficients de commande de robot PUMA

1.8.1 Résultat de simulation

Après avoir étudié en détail le développement et les performances de la commande CDM, nous proposons dans cette partie l'application de l'algorithme de CDM au modèle de robot PUMA après l'utilisation de la technique de linéarisation exacte. Le modèle de robot a été simulé avec un pas de calcul de $dt = 10^{-3} s$, en utilisant la méthode de R.K du quatrième ordre. La trajectoire imposée au robot est une trajectoire circulaire dans l'espace, L'étude par simulation nous montrera la puissance et les capacités de l'algorithme de commande qui donne une bonne poursuite de trajectoire. Tous les résultats sont présentés sur des figures dont chacun comporte, les positions et les positions désirées, les commandes et la trajectoire parcourue.

Le diagramme des coefficients correspondant au correcteur CDM est déterminé et représenté sur la figure 1.4, après l'interprétation du diagramme des coefficients donné précédemment en s'intéresse au convexité de courbe des a_i , on remarque que la commande est

robuste et assure la rapidité désiré, les réponses temporelles de système sont représentées dans la figures 1.5, 1.6, 1.7 et 1.8 qui montrent que les paramètres de régulateur choisis sont capable de commander le robot en présence de perturbation, de bruit, de variation paramétrique et de changement de trajectoire désirée, ainsi le contrôleur est robuste, ça montre que la boucle fermée réalise les performances désirées.

Test 1 : cas idéal

La figure 1.5 montre les performances de commande obtenues dans le cas de trajectoire circulaire, sans perturbation externe, sans variations paramétriques et sans bruit, Nous obtenons, une bonne précision de poursuite et nous remarquons que, dans ce cas, la poursuite s'effectue sans aucun dépassement et montrent la convergence des positions angulaire vers zéro, Egalement, les signaux de commande obtenus sont satisfaisants.

Test 2 : robustesse aux perturbations externe

Dans ce test nous avons appliqués des perturbations externes d'amplitudes 20° , Nous avons également considéré des trajectoires circulaires. Les performances de commande obtenues sont illustrées par la figure 1.6.

Nous remarquons qu'il y a une bonne poursuite de trajectoire. Cependant, des augmentations de temps de réponses sont observées

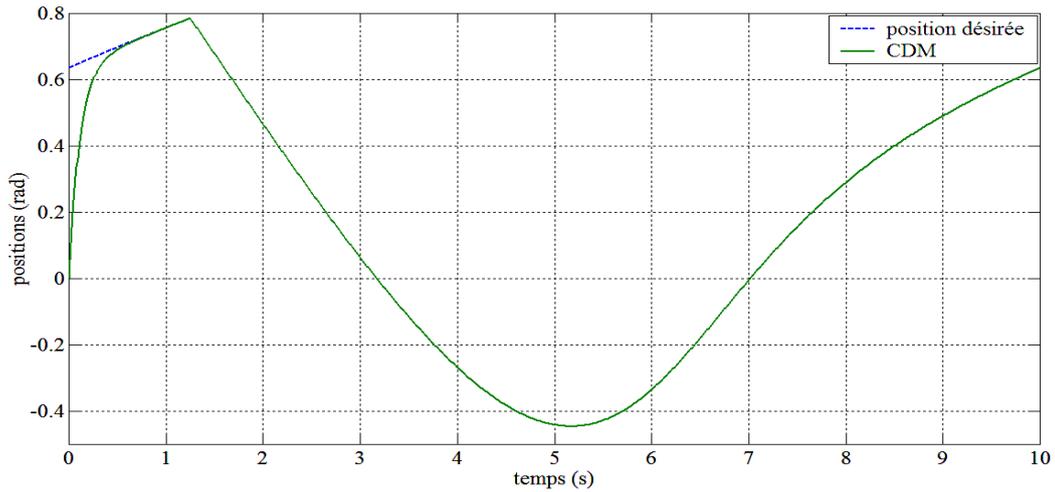
Test 3: robustesse aux bruits, perturbations externe et variations paramétriques

Pour conclure sur la robustesse de cette technique de commande vis-à-vis de bruits blancs d'espérance nulles et de covariances $\text{cov}=0,5$ qui sont ajoutés aux variables mesurées, des perturbations externe d'amplitudes 20° et des variations paramétriques aux paramètres de robot, tel que la masse de la deuxième liaison de $m=5\text{ kg}$ et de la longueur de $l=0.1\text{ m}$ et des frottements visqueuses et des frottements de coulomb sont ajoutées pour chaque articulation de robot, ils sont donnés par $b_{1f} = b_{2f} = 2x_2(t) + 1.5\text{sign}(x_2(t))$

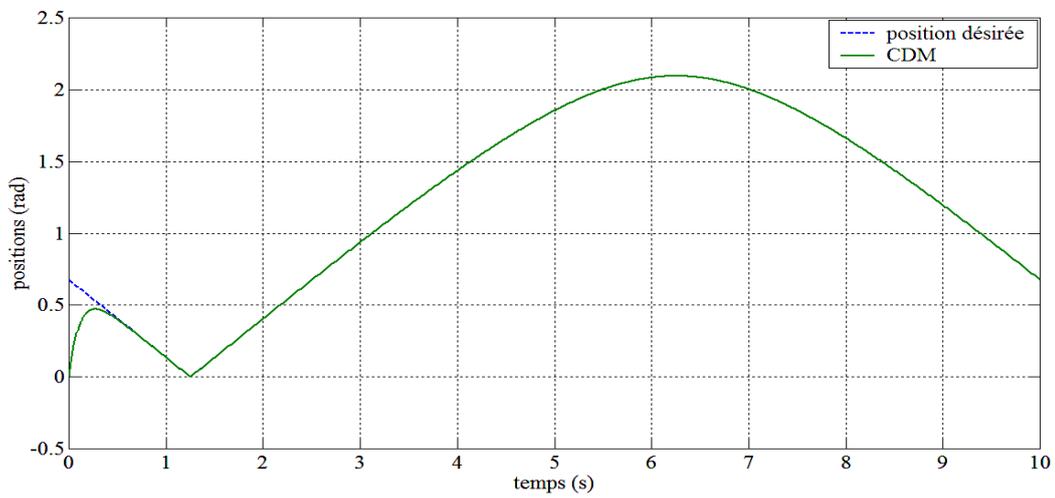
D'après les résultats de simulation illustrés par la figure 1.7, il apparaît clairement que les erreurs de poursuite sont acceptables et les dépassements sont nuls. En outre, les temps de réponses, qui caractérisent le régime transitoire, sont plus grands par rapport aux tests précédents. Les figures montrent que les signaux de commande sont dans les limites physiques.

Test 4: Changement de trajectoire désirée

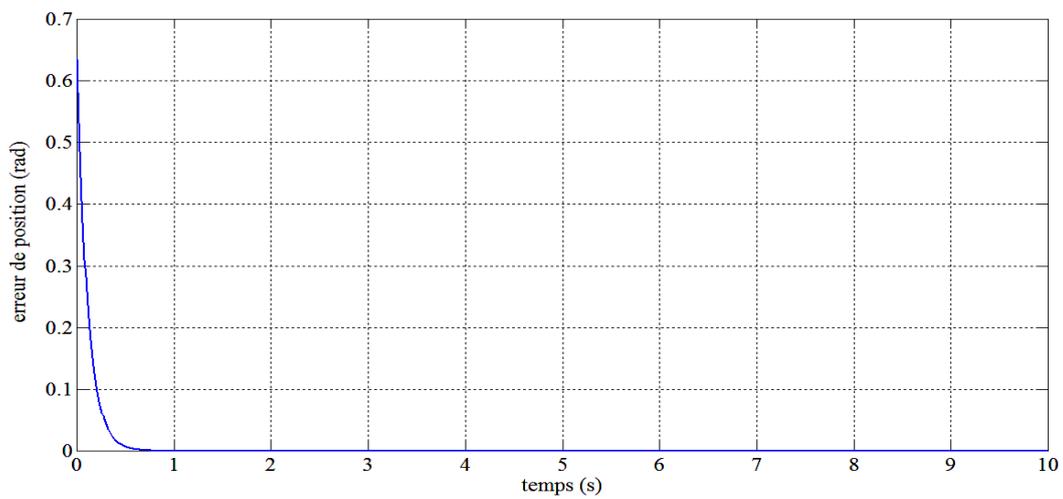
Les résultats obtenus de la figure 1.8 sont satisfaisants. En particulier, nous avons obtenu une bonne précision de poursuite de trajectoire de forme (butterfly shape), les dépassements sont nuls et les temps de réponse sont admissibles d'environ 1 s , Pour conclure sur la robustesse des loi de commande développée, nous avons utilisés le test 3 avec le changement de trajectoire. Nous pouvons constater, sur cette figure, que les performances de commande ne sont pas affectées par le changement de trajectoire.



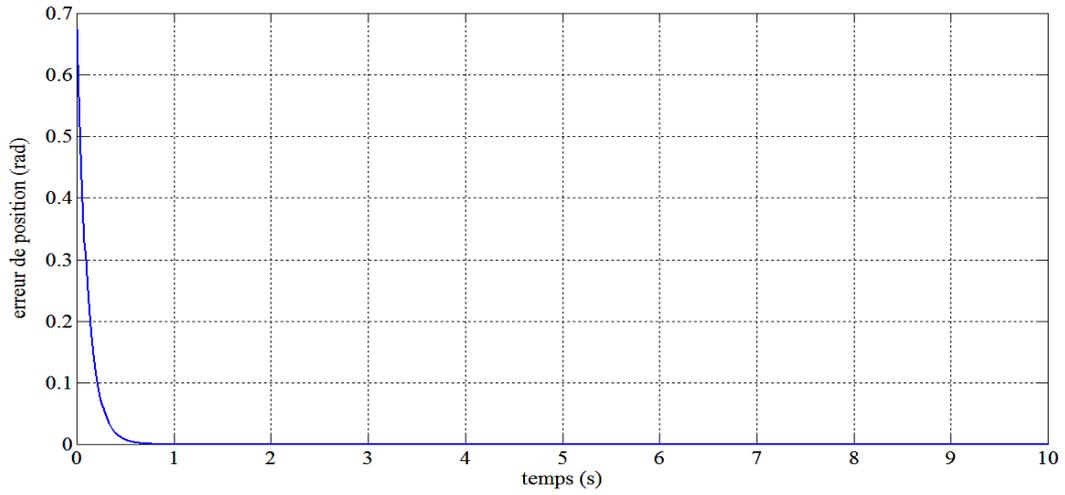
(a) Position désiré et position actuel de la première articulation



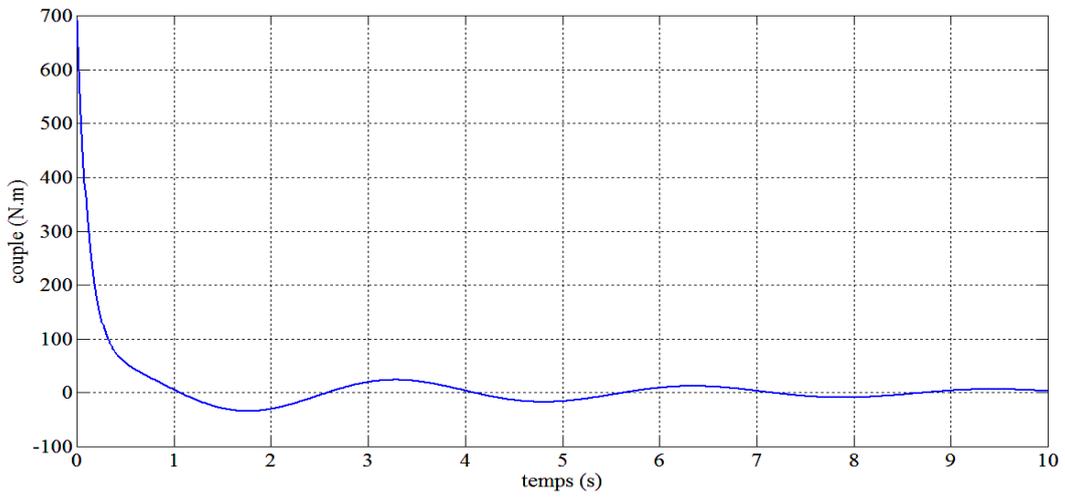
(b) Position désiré et position actuel de la deuxième articulation



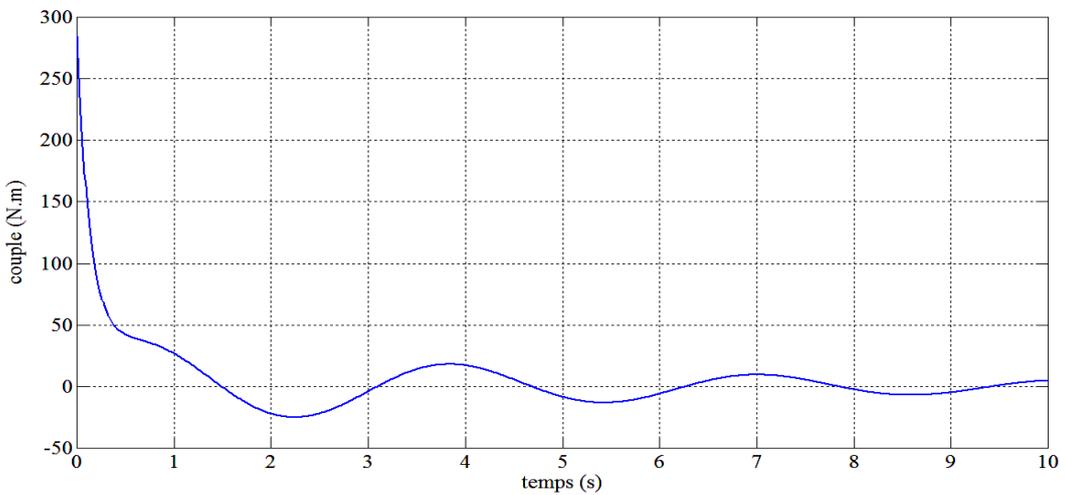
(c) erreur de position de la première articulation



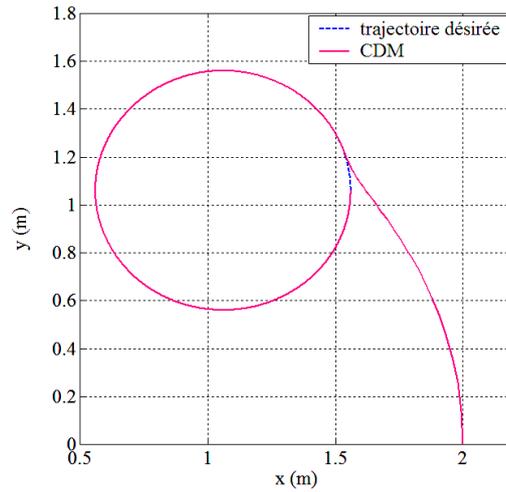
(d) erreur de position de de la deuxième articulation



(e) La commande de la première articulation

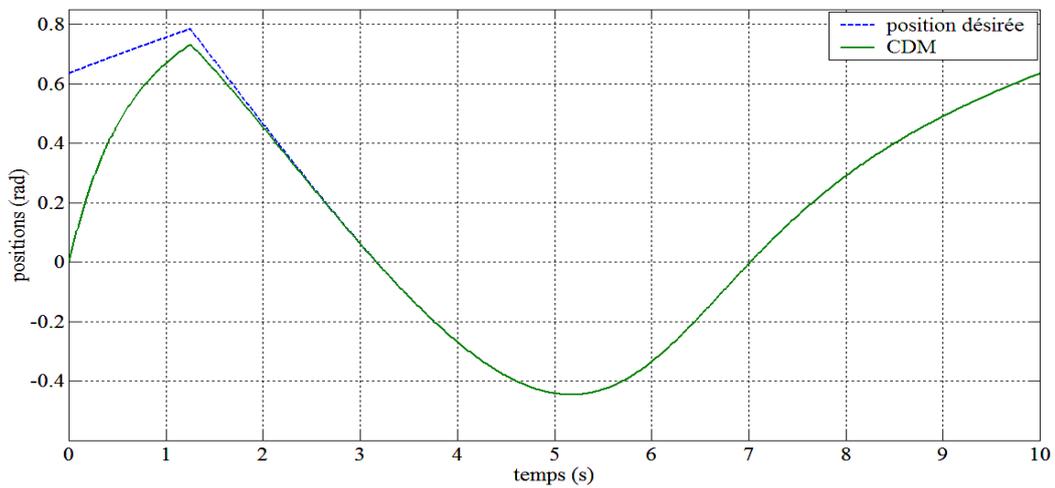


(f) La commande de la deuxième articulation

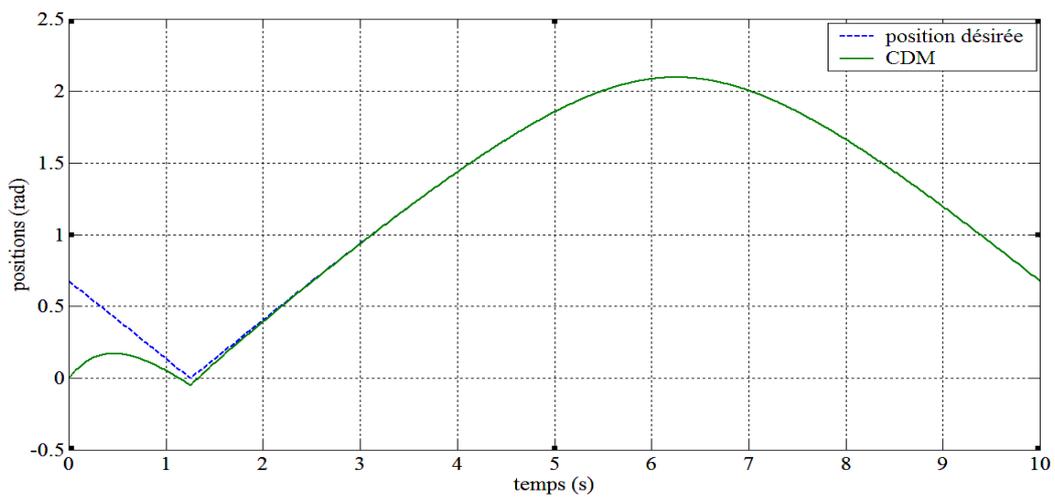


(g) Poursuite de trajectoire

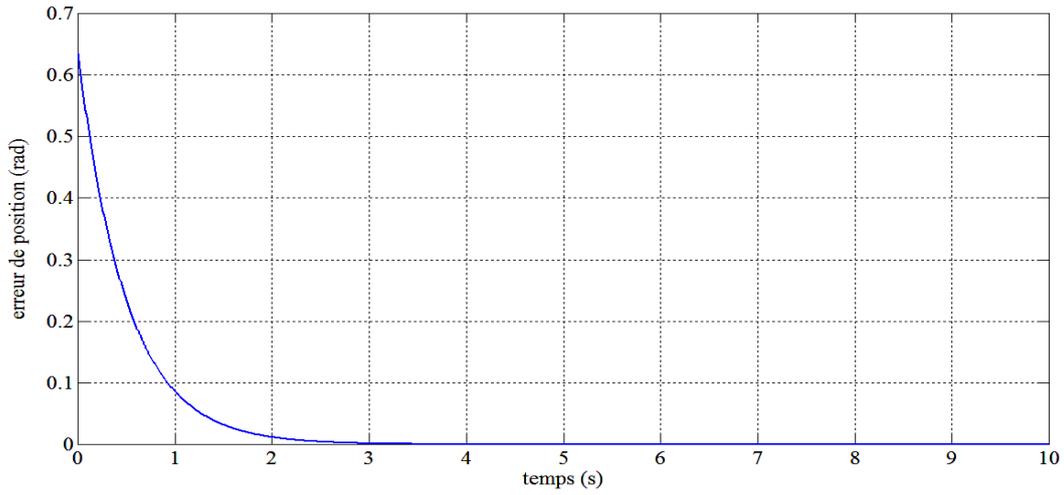
Fig. 1.5 résultat de simulation de contrôleur CDM pour le cas idéal



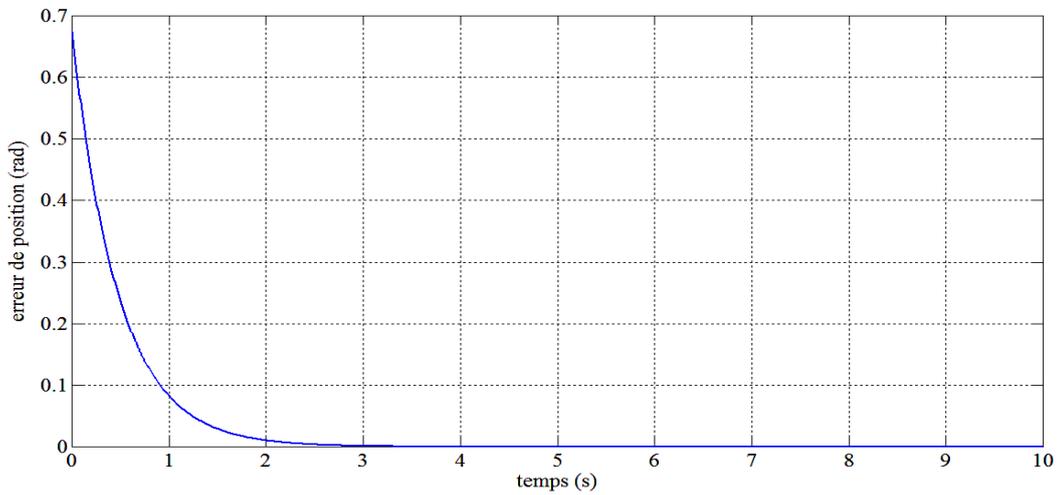
(a) Position désiré et position actuel de la première articulation



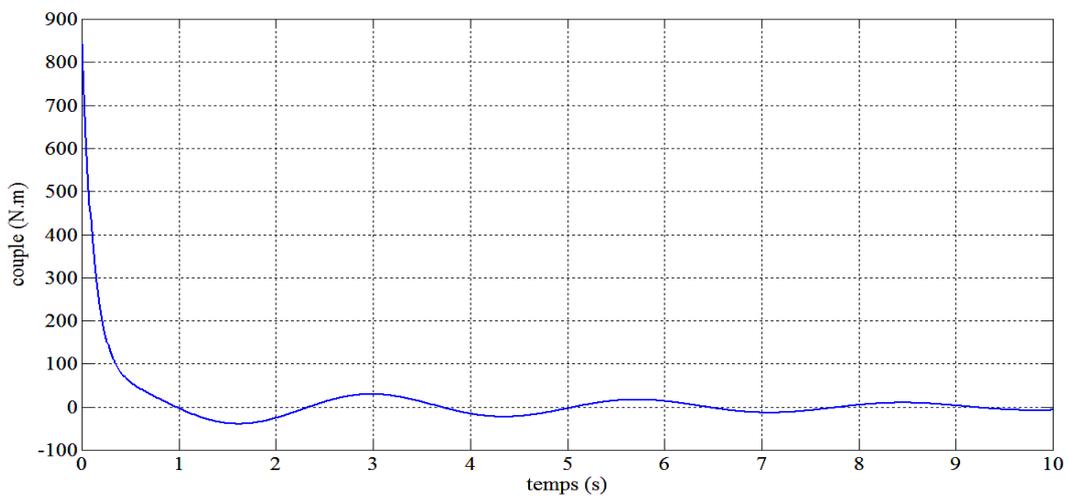
(b) Position désiré et position actuel de la deuxième articulation



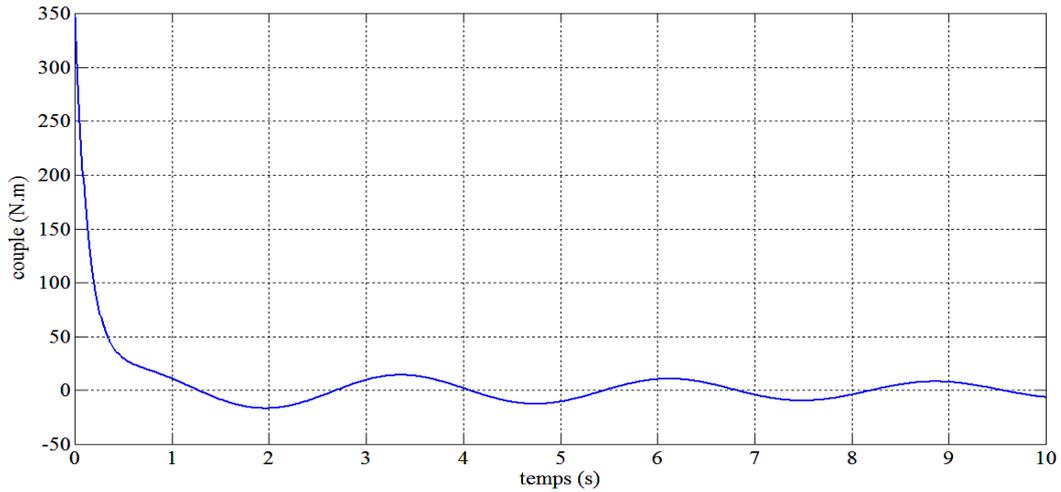
(c) erreur de position de la première articulation



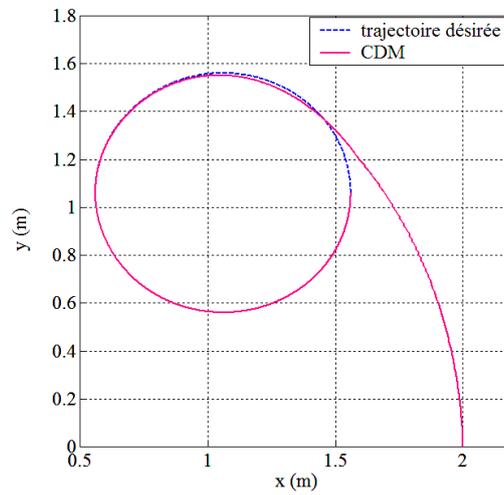
(d) erreur de position de la deuxième articulation



(e) La commande de la première articulation

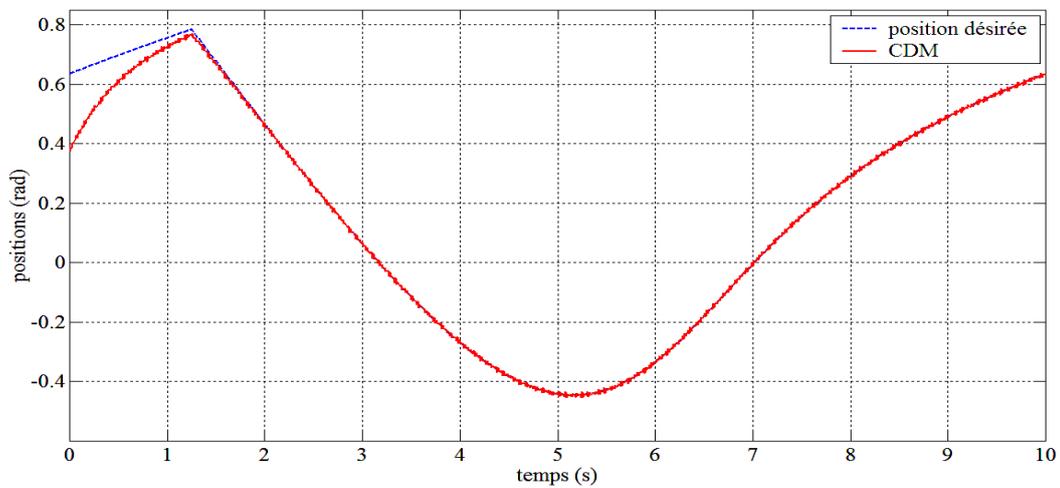


(f) La commande de la deuxième articulation

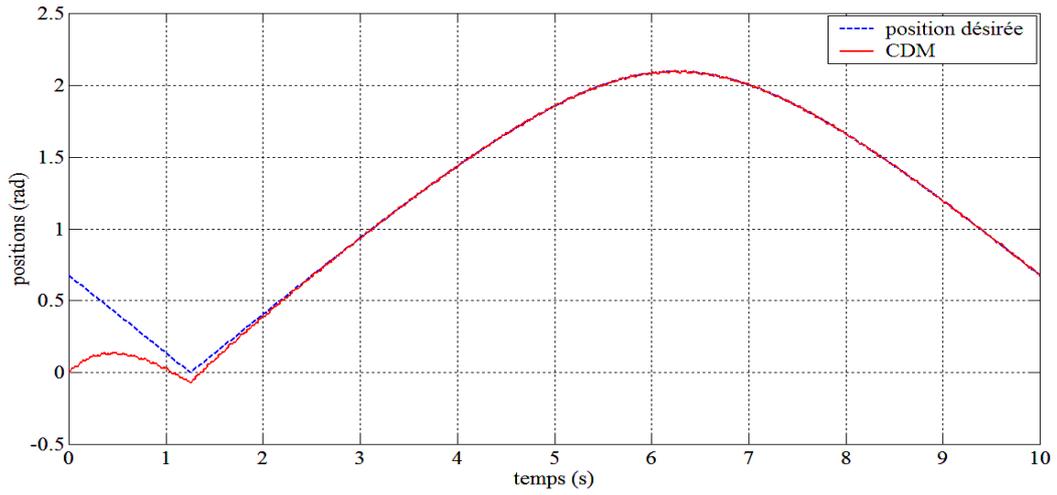


(g) Poursuite de trajectoire

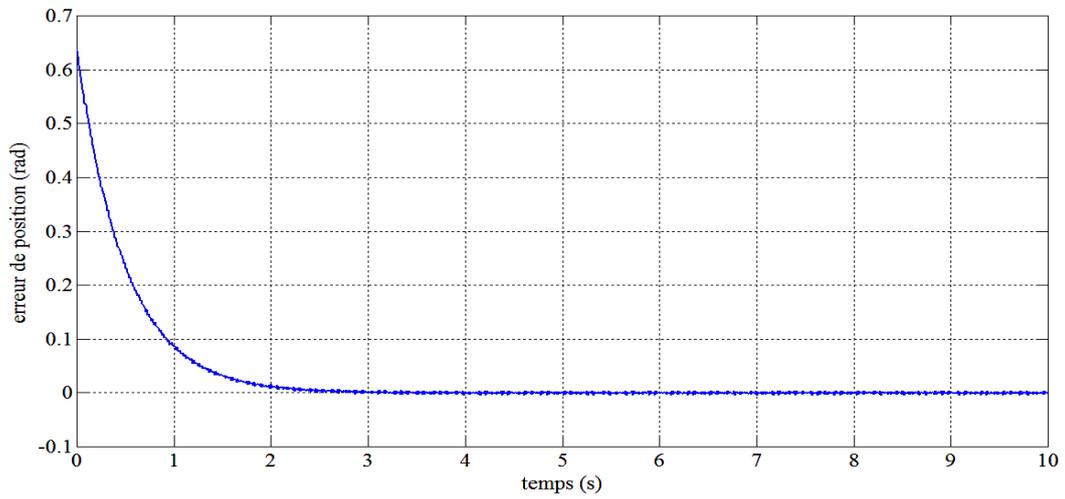
Fig. 1.6 résultat de simulation de contrôleur CDM avec perturbation



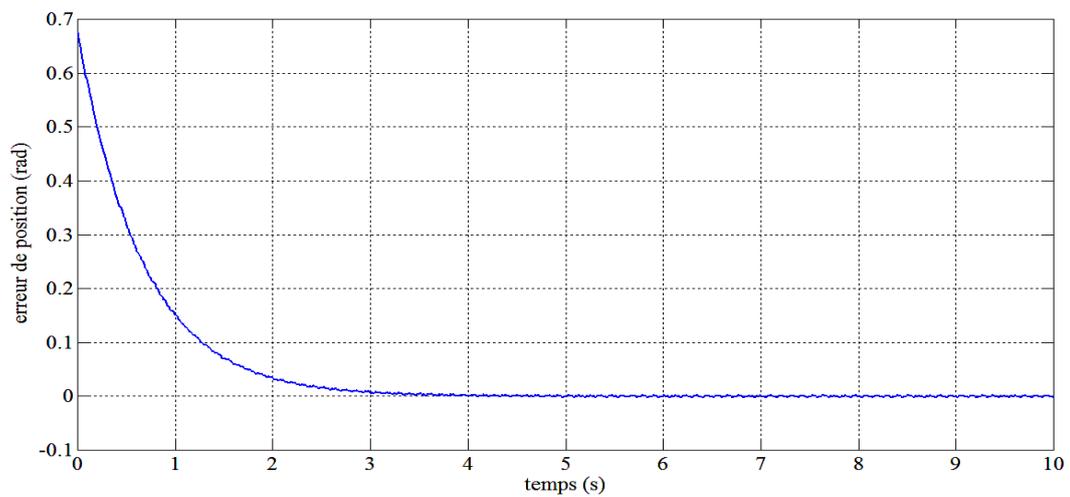
(a) Position désiré et position actuel de la première articulation



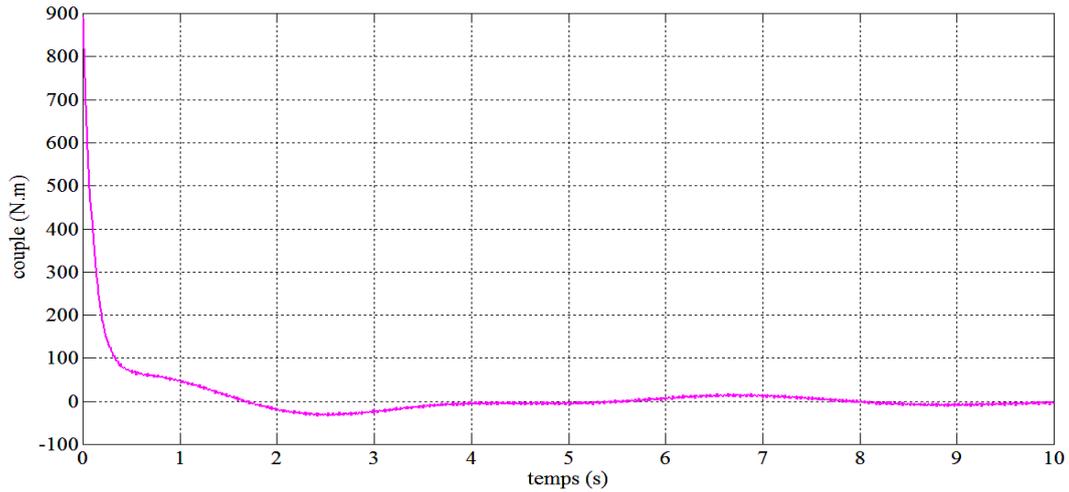
(b) Position désiré et position actuel de la deuxième articulation



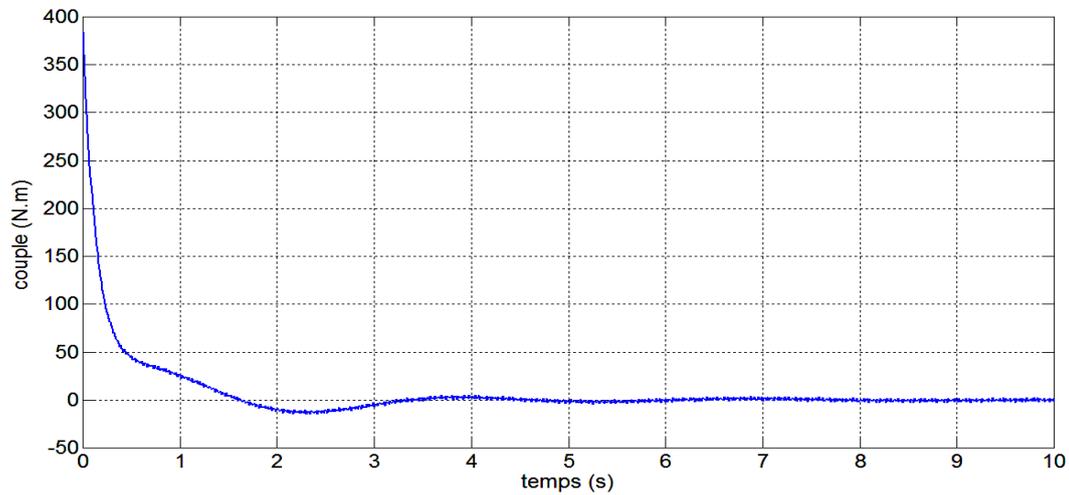
(c) erreur de position de la première articulation



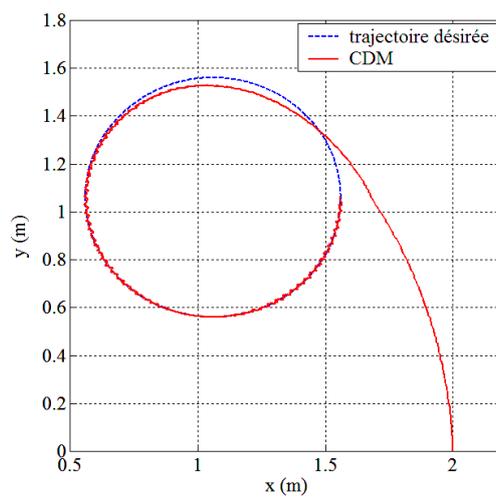
(d) erreur de position de la deuxième articulation



(e) La commande de la première articulation

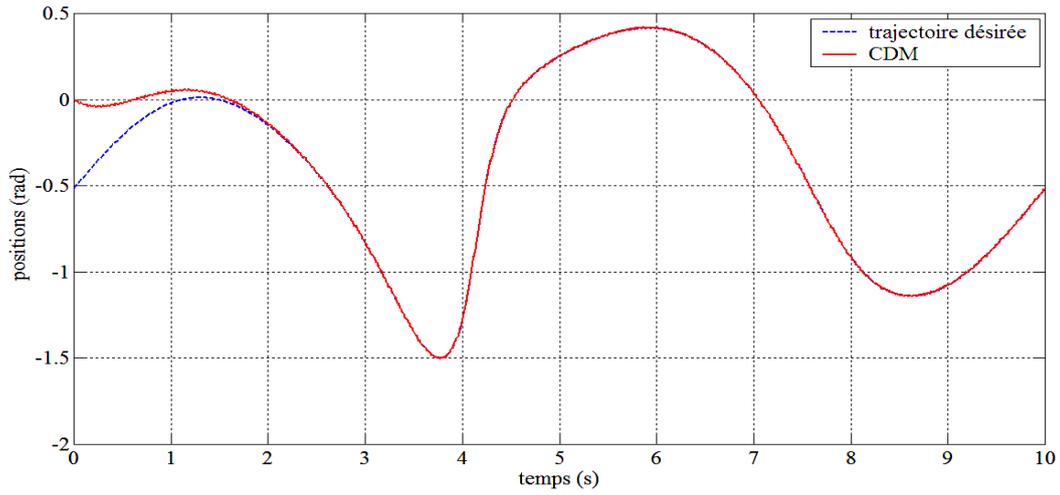


(f) La commande de la deuxième articulation

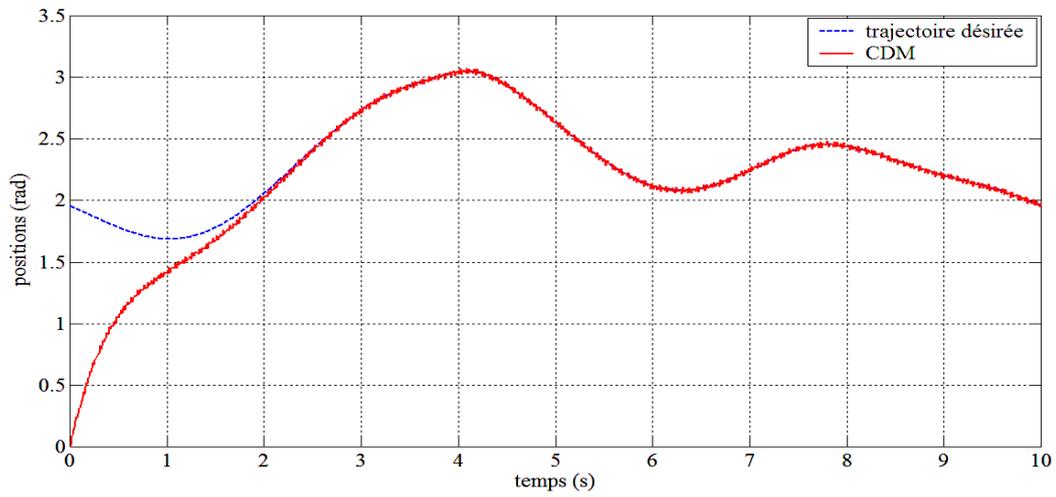


(g) Poursuite de trajectoire

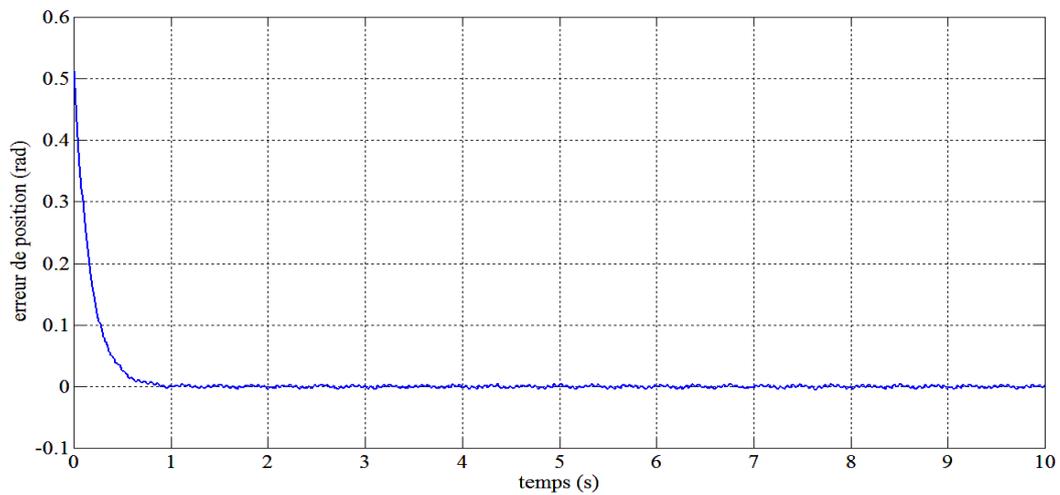
Fig. 1.7 Résultat de simulation de contrôleur CDM avec bruit de mesure, Perturbations et variations paramétriques



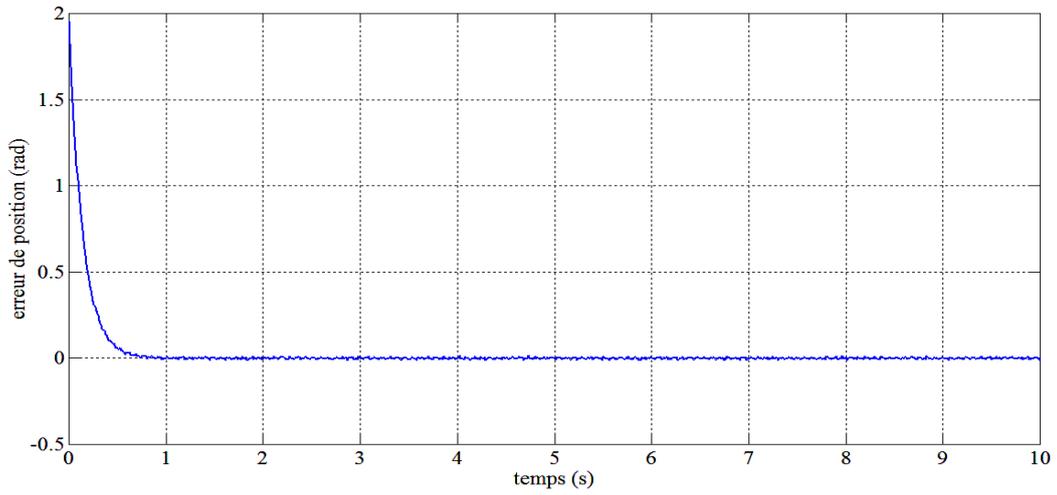
(a) Position désiré et position actuel de la première articulation



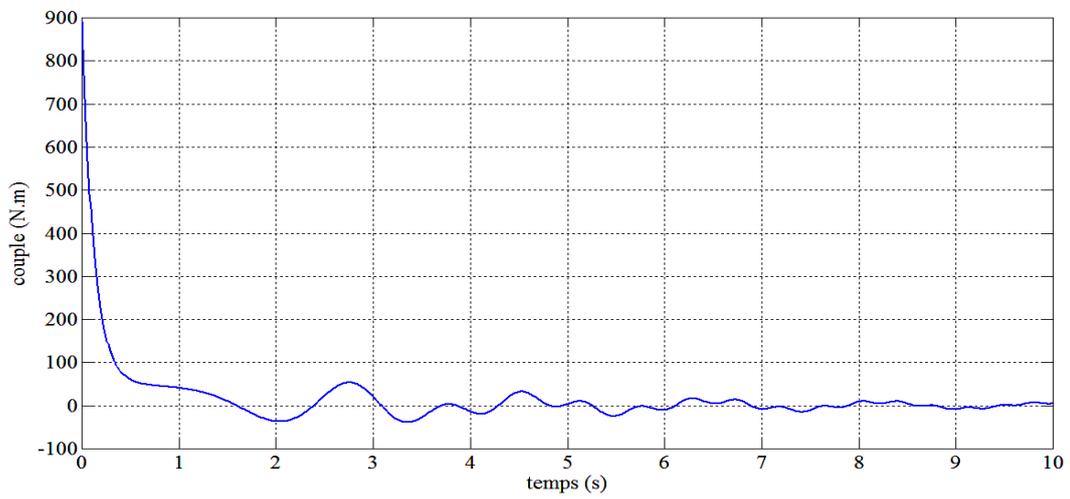
(b) Position désiré et position actuel de la deuxième articulation



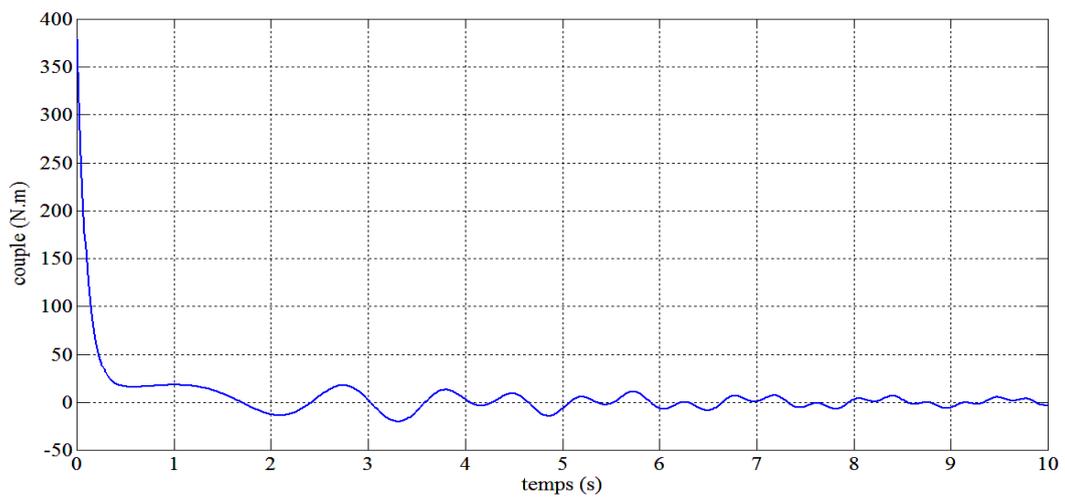
(c) erreur de position de la première articulation



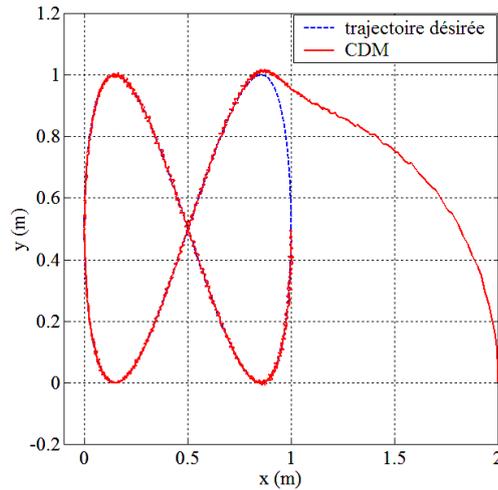
(d) erreur de position de la deuxième articulation



(e) La commande de la première articulation



(f) La commande de la deuxième articulation



(g) Poursuite de trajectoire

Fig. 1.8 Résultat de simulation de contrôleur CDM avec changement de trajectoire

1.17 Conclusion

Dans ce chapitre, après avoir présenté les fondements théoriques de la commande par CDM, nous avons considéré la commande d'un robot PUMA utilisant un modèle sous forme de fonction de transfert de ce système linéarisé par la technique de linéarisation exacte. Les résultats de simulation de la commande CDM ont donné de meilleures précisions, sans dépassement et de bonne robustesse en présence de perturbation, bruits, variations paramétriques et de poursuite de trajectoire.

Chapitre 2

Commandes PID-Backstepping et CDM-Backstepping

2.1 Introduction

Depuis quelques années, beaucoup de progrès ont été faits dans le domaine de la commande des systèmes non linéaires. La technique du backstepping fait partie de ces nouvelles percées dans ce domaine [23-24]. Elle propose une méthode de synthèse systématique destinée à la classe des systèmes non linéaires ayant une forme triangulaire. Elle est basée sur la décomposition du système entier de commande, qui est généralement multivariable (MIMO) et d'ordre élevé en une cascade de sous-systèmes de commande du premier ordre. Pour chaque sous système, une loi de commande dite virtuelle est calculée. Cette dernière servira comme référence pour le sous-système suivant jusqu'à l'obtention de la loi de commande pour le système complet. Par ailleurs, cette technique à l'avantage de conserver les non linéarités utiles pour la performance et la robustesse de la commande, contrairement aux méthodes de linéarisation. La détermination des lois de commande qui découle de cette approche est basée sur l'emploi des fonctions de Lyapunov de commande.

Parmi les avantages de la technique de backstepping, c'est qu'on peut l'associer d'autres méthodes de l'automatique classique et moderne dont l'objectif est d'améliorer les performances de système à contrôler.

La commande PID et par la méthode de diagramme des coefficients sont des méthodes qui s'associent à la technique de backstepping avec une procédure très simple. Le modèle d'état des positions d'un robot manipulateur est un système multivariable sous la forme cascade triangulaire. Les deux approches proposées sont basées sur la combinaison de la technique backstepping et d'un contrôleur PID ou CDM, où les matrices de gains sont définies non linéaires et basées sur une fonction de Lyapunov permettant d'assurer la stabilité de la loi de commande globale.

2.2 Méthodes de Lyapunov

La commande des systèmes non linéaires s'appuie sur deux approches possibles. La première vise à linéariser le système à commander, afin de profiter des techniques consacrées aux systèmes linéaires. La deuxième approche consiste à trouver une fonction de commande de Lyapunov garantissant certaines performances pour le système en boucle fermée. De telles fonctions peuvent être très difficiles à trouver pour un système non linéaire d'ordre élevé. La technique du backstepping permet de réduire avantageusement cette complexité.

L'analyse de la stabilité dans le cadre de l'utilisation du backstepping est basée sur les méthodes Lyapunov qui constituent un outil très puissant pour tester et trouver les conditions suffisantes à la stabilité des systèmes dynamiques, sans avoir à résoudre explicitement les équations différentielles les décrivant.

2.2.1 Première méthode de Lyapunov

Cette méthode permet d'analyser la stabilité, d'un système à partir de l'étude de la stabilité locale par linéarisation de la dynamique autour d'un point d'équilibre. Cette méthode est d'une importance limitée, car elle ne permet d'étudier que la stabilité locale et ne donne pas

d'information sur le domaine de stabilité globale [25]. De plus, dû aux approximations du premier degré (linéarisation), il n'est pas possible de tenir compte de tous les types de phénomènes non-linéaires. En fait, l'étude locale est surtout intéressante pour justifier ou non la poursuite de l'étude de la stabilité. Si on trouve que le système linéarisé est instable, le système non linéaire le sera nécessairement aussi.

2.2.2 Deuxième méthode de Lyapunov

Cette méthode est basée sur le concept d'énergie dans un système. Le principe de cette méthode consiste à analyser la stabilité du système, sans même résoudre les équations différentielles non linéaires qui le régissent. La stabilité dépend uniquement de l'étude des variations (signe de la dérivée) de l'énergie, ou d'une fonction qui lui est équivalente, le long de la trajectoire du système. L'étude de la stabilité d'un système caractérisé par un vecteur d'état x consiste alors à chercher une fonction $V(x)$ (représentative de l'énergie) de signe défini positif, dont la dérivée dV/dt est semi-définie et de signe opposée dans le même domaine.

2.2.3 Méthode générale de synthèse récursive par backstepping

Cette méthode s'applique à des systèmes ayant une forme dite triangulaire, telle que l'indique la représentation suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_0(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_1(x_1, x_2)x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{x}_n = f_n(x_1, \dots, x_n) + g_n(x_1, \dots, x_n)u \end{array} \right. \quad (2.1)$$

avec $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in R^n$, $u \in R$

Afin d'illustrer la procédure récursive de la méthode backstepping, on considère que la sortie du système désirée $y = x_1$ suivre le signal de référence y_{ref} . Le système étant d'ordre n , la mise en œuvre s'effectue en n étapes.

Etape 1 :

On commence par la première équation du système (2.1), où x_2 sera considérée comme une commande virtuelle intermédiaire. La première référence désirée est notée :

$$(x_1)_d = \alpha_0 = y_{ref} \quad (2.2)$$

Ce qui conduit à l'erreur de régulation suivante :

$$e_1 = x_1 - \alpha_0 \quad (2.3)$$

Ainsi sa dérivée est :

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{\alpha}_0 = f_1(x_1) + g_0(x_1)x_2 - \dot{\alpha}_0 \quad (2.4)$$

Pour un tel système, nous construisons d'abord la fonction de Lyapunov V_1 sous une forme quadratique :

$$V_1 = \frac{1}{2}e_1^2 \quad (2.5)$$

Sa dérivée temporelle est :

$$\dot{V}_1 = e_1\dot{e}_1 = e_1[f_1(x_1) + g_0(x_1)x_2 - \dot{\alpha}_0] \quad (2.6)$$

Un choix judicieux de x_2 rendrait \dot{V}_1 négative et assurerait la stabilité pour la dynamique de (2.4). Pour cela, prenons : $x_2 = \alpha_1$ telle que :

$$f_1(x_1) + g_0(x_1)\alpha_1 - \dot{\alpha}_0 = -k_1e_1 \quad (2.7)$$

Où $k_1 > 0$ est une constante de conception.

Ainsi, la loi de commande pour le système (2.4) sera donnée par :

$$\alpha_1 = \frac{1}{g_0(x_1)}[-k_1e_1 + \dot{\alpha}_0 - f_1(x_1)] \quad (2.8)$$

Ce qui implique :

$$\dot{V}_1 = -k_1e_1^2 \leq 0 \quad (2.9)$$

Etape 2 :

Maintenant, la nouvelle référence désirée sera la variable de commande pour le sous-système précédent (2.4) :

$$(x_2)_d = \alpha_1 \quad (2.10)$$

D'où l'erreur de régulation :

$$e_2 = x_2 - \alpha_1 \quad (2.11)$$

Sa dérivée est :

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 = f_2(x_1, x_2) + g_1(x_1, x_2)x_3 - \dot{\alpha}_1 \quad (2.12)$$

Pour le système (2.12), la fonction de Lyapunov étendue est :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}e_2^2 = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2) \quad (2.13)$$

Dont la dérivée est :

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 = -k_1 e_1^2 + e_2 [f_2(x_1, x_2) + g_1(x_1, x_2)x_3 - \dot{\alpha}_1] \quad (2.14)$$

Le choix de x_3 qui stabilisera la dynamique du système (2.12), et rendra \dot{V}_2 négative est :

$$x_3 = \alpha_2 \quad (2.15)$$

Telle que :

$$f_2(x_1, x_2) + g_1(x_1, x_2)x_3 - \dot{\alpha}_1 = -k_2 e_2 \quad (2.16)$$

Où $k_2 > 0$ est une constante de conception.

Ainsi, la loi de commande pour le système (2.12) sera donnée par :

$$\alpha_2 = \frac{1}{g_1(x_1, x_2)} [-k_2 e_2 + \dot{\alpha}_1 - f_2(x_1, x_2)] \quad (2.17)$$

Avec

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{g_0(x_1)[-k_1 \dot{e}_1 + \ddot{\alpha}_0 - \dot{f}_1(x_1)] - [-k_1 e_1 + \dot{\alpha}_0 - f_1(x_1)]\dot{g}_0(x_1)}{g_0^2(x_1)} \quad (2.18)$$

Un tel choix implique que :

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 \leq 0 \quad (2.19)$$

Etape n :

De la même façon, pour cette étape la référence à suivre sera :

$$(x_n)_d = \alpha_{n-1} \quad (2.20)$$

D'où l'erreur de régulation :

$$e_n = x_n - \alpha_{n-1} \quad (2.21)$$

Sa dérivée est :

$$\dot{e}_n = \dot{x}_n - \dot{\alpha}_{n-1} = f_n(x_1, \dots, x_n) + g_n(x_1, \dots, x_n)u - \dot{\alpha}_{n-1} \quad (2.22)$$

Pour le système (2.22), la fonction de Lyapunov étendue est :

$$V_n = V_1 + V_2 + \dots + \frac{1}{2} e_n^2 = \frac{1}{2} [e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_n^2] \quad (2.23)$$

Sa dérivée est :

$$\dot{V}_n = \dot{V}_1 + \dots + e_n \dot{e}_n = -k_1 e_1^2 + \dots + e_n [f_n(x_1, \dots, x_n) + g_n(x_1, \dots, x_n)u - \dot{\alpha}_{n-1}] \quad (2.24)$$

Dans cette dernière étape, on est arrivé à déduire la loi de commande pour le système entier.

Un bon choix doit satisfaire :

$$f_n(x_1, \dots, x_n) + g_n(x_1, \dots, x_n)u - \dot{\alpha}_{n-1} = -k_n e_n \quad (2.25)$$

Où $k_n > 0$ est une constante de conception.

Ainsi, la loi de commande pour le système entier sera donnée par :

$$u = \frac{1}{g_n(x_1, \dots, x_n)} [-k_n e_n + \dot{\alpha}_{n-1} - f_n(x_1, \dots, x_n)] \quad (2.26)$$

Ce qui garantit la négativité de la dérivée de la fonction de Lyapunov étendue :

$$\dot{V}_n = -k_1 e_1^2 - \dots - k_n e_n^2 \leq 0 \quad (2.27)$$

2.3 Commande PID non-linéaire par Backstepping

Dans cette section, la technique de commande backstepping basée sur un contrôleur PID sera présentée. Le modèle d'état des positions d'un robot manipulateur présenté dans le chapitre un est un système multivariable sous la forme cascade triangulaire. L'approche proposée est basée sur la combinaison de la technique backstepping et d'un contrôleur non linéaire PID, où les matrices de gains sont définies non linéaires. Le développement de la loi de commande PID-backstepping se fait avec les mêmes étapes de la commande backstepping mais on introduit les actions PID au niveau de la commande virtuelle de la première étape [26]

2.3.1 Représentation d'état d'un modèle de robot manipulateur

La représentation d'état d'un modèle de robot manipulateur à n ddl est donnée par l'équation (1.23) et peut s'écrire sous forme suivante

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = F_1(x) + G_1(x)T \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = F_2(x) + G_2(x)T \\ \vdots \\ \dot{x}_{2n-1} = x_{2n} \\ \dot{x}_{2n} = F_n(x) + G_n(x)T \end{cases} \quad (2.28)$$

Avec, $T = (T_1 \ T_2 \ \dots \ T_n)^T$

$F_1(x), F_2(x) \dots$ et $F_n(x)$ sont des fonctions non linéaire en fonction des états de système

$G_1(x), G_2(x)$ et $G_n(x)$ sont des vecteur ligne de fonctions non linéaire

2.3.2 Objectif de commande

On utilise l'algorithme PID-Backstepping pour développer la loi de contrôle des positions qui

convergent exponentiellement aux positions désirées.

Les expressions des erreurs de positions sont données comme suit.

$$\begin{cases} e_1 = q_1 - q_1^d = x_1 - q_1^d \\ e_2 = q_2 - q_2^d = x_3 - q_2^d \\ \vdots \\ e_n = q_n - q_n^d = x_{2n} - q_n^d \end{cases} \quad (2.29)$$

Leurs dérivées sont

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \dot{q}_1 - \dot{q}_1^d = x_2 - \dot{q}_1^d \\ \dot{e}_2 = \dot{q}_2 - \dot{q}_2^d = x_4 - \dot{q}_2^d \\ \vdots \\ \dot{e}_n = \dot{q}_n - \dot{q}_n^d = x_{2n} - \dot{q}_n^d \end{cases} \quad (2.30)$$

On pose

$$\zeta = (x_2 \ x_4 \ \dots \ x_{2n})^T = (\zeta_1 \ \zeta_2 \ \dots \ \zeta_n)^T \quad (2.31)$$

Sa dérivée est donnée comme suit

$$\dot{\zeta} = F(x) + G(x)T. \quad (2.32)$$

Tel que

$$\begin{cases} G(x) = (G_1(x) \ G_2(x) \ \dots \ G_n(x))^T \\ F(x) = (F_1(x) \ F_2(x) \ \dots \ F_n(x))^T \end{cases} \quad (2.33)$$

il est claire que les erreurs des positions e_1, e_2, \dots et e_n peuvent être contrôlées par les variables auxiliaires ζ_1, ζ_2, \dots et ζ_n respectivement, lesquels peuvent être contrôlées par le signal de commande T .

On laisse $\zeta_1^d, \zeta_2^d, \dots$ et ζ_n^d occupent les valeurs de ζ_1, ζ_2, \dots et ζ_n respectivement lesquels assurent la stabilisation des erreurs de positions e_1, e_2, \dots et e_n , ces valeurs désirés sont déterminées par l'utilisation de l'approche Lyapouov et la dynamique des erreurs de positions e_1, e_2, \dots et e_n , on conséquence $e_{n+1} = \zeta_1 - \zeta_1^d$ et $e_{n+2} = \zeta_2 - \zeta_2^d, \dots, e_{2n} = \zeta_n - \zeta_n^d$ avec $E = (e_{n+1} \ e_{n+2} \ \dots \ e_{2n})^T$.

Le signal de commande $T = (T_1 \ T_2 \ \dots \ T_n)^T$ qui oblige la convergence des erreurs e_{n+1}, e_{n+2}, \dots et e_{2n} aux zéros est :

$$T(t) = K_p(x)E(t) + K_i(x) \int_0^t E(t)dt + K_d(x)\dot{E}(t) \quad (2.34)$$

Où K_p, K_i and K_d sont des matrices de fonctions non linéaire et indique les gains proportionnelle, intégrale et dérivative respectivement de contrôleur PID-Backstepping [27].

Pour déterminer les matrices de gains qui assurent la stabilité exponentielle des erreurs de position. On utilise la procédure de backstepping suivante.

2.3.3 Algorithme de commande PID-Backstepping

Etape 1: on définit les commandes virtuelles $\zeta_1^d, \zeta_2^d \dots$ et ζ_n^d , tel que leurs erreurs des positions convergent asymptotiquement vers zéros.

Etape 2: on choisit les matrices de gains K_p, K_i and K_d par l'utilisation de la fonction candidate de Lyapunov qui oblige les erreurs vers la convergence exponentielle.

Proposition 1: les erreurs de positions $e_1, e_2 \dots$ et e_n sont exponentiellement stable avec la condition suivante

$$\begin{cases} \zeta_1^d = -\lambda_1 e_1 + \dot{q}_1^d \\ \zeta_2^d = -\lambda_2 e_2 + \dot{q}_2^d \\ \vdots \\ \zeta_n^d = -\lambda_n e_n + \dot{q}_n^d \end{cases} \quad (2.35)$$

Preuve : la formule de Lyapunov est donnée comme suit :

$$V_1 = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 + \dots + \frac{1}{2}e_n^2 \quad (2.36)$$

Sa dérivée est donnée comme suit :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + \dots + e_n \dot{e}_n \quad (2.37)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov doit être négative parce que les commandes virtuels $\zeta_1, \zeta_2 \dots$ et ζ_n prennent les valeurs désirées données par l'équation (2.35)

$$\dot{V}_1 \leq -\lambda_1 e_1^2 - \lambda_2 e_2^2 + \dots - \lambda_n e_n^2 \quad (2.38)$$

Donc

$$\dot{V}_1 \leq -\Gamma V_1 \quad (2.39)$$

Avec Γ est une constante positive.

Donc la stabilité exponentielle peut être réalisée pour les erreurs $e_1, e_2 \dots$ et e_n .

Les matrices des gains données dans l'équation (2.34) sont choisies comme suit :

$$\begin{cases} K_p(x) = -G(x)^{-1}k_p \\ K_i(x) = -G(x)^{-1}k_i \\ K_d(x) = -G(x)^{-1}k_d \end{cases} \quad (2.40)$$

Où k_p, k_i et k_d sont des matrices d'éléments constants

De l'équation (2.34), on remplace T dans l'équation (2.32), on obtient :

$$\dot{\zeta} = F(x) - k_p E(t) - k_i \int_0^t E(t)dt - k_d \dot{E}(t) \quad (2.41)$$

La dynamique de l'erreur est donnée par l'équation :

$$E = \zeta_d - \zeta \quad (2.42)$$

Dont la dérivée est :

$$\dot{E} = \dot{\zeta}_d - \dot{\zeta} \quad (2.43)$$

On tire $\dot{\zeta}$ de l'équation (2.43) et on remplace leur expression dans l'équation (4.41), on aura

$$\dot{\zeta}_d - \dot{E} = F(x) - k_p E(t) - k_i \int_0^t E(t)dt - k_d \dot{E}(t) \quad (2.44)$$

Donc :

$$\dot{E} = (I - k_d)^{-1}(\dot{\zeta}_d - F(x) + k_p E(t)) + (I - k_d)^{-1}k_i \int_0^t E(t)dt \quad (2.45)$$

On prend :

$$\begin{cases} k_i = \begin{bmatrix} k_{i1} \text{sign}(z_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_{i2} \text{sign}(z_2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_{in} \text{sign}(z_n) \end{bmatrix} \\ z_i = e_{i+1} \int_0^t e_{i+1}(\theta) d\theta \quad i = n+1, \dots, n+2 \end{cases} \quad (2.46)$$

Et :

$$k_i = \begin{bmatrix} k_{p1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_{p2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_{pn} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

$$k_d = \begin{bmatrix} k_{d1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_{d2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_{dn} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Les gains $k_{p1}, k_{p2}, \dots, k_{pn}, k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{in}, k_{d1}, k_{d2}$ et k_{dn} sont choisis positifs et vérifient l'inégalité suivante :

$$\begin{cases} \left| k_{i1} \int_0^t e_{n+1}(\theta) d\theta \right| > \Omega_1 & \text{avec } \Omega_1 \geq \left| \dot{\zeta}_1^d - F_1(x) \right| \\ \left| k_{i2} \int_0^t e_{n+2}(\theta) d\theta \right| > \Omega_2 & \text{avec } \Omega_2 \geq \left| \dot{\zeta}_2^d - F_2(x) \right| \\ \vdots \\ \left| k_{in} \int_0^t e_{2n}(\theta) d\theta \right| > \Omega_n & \text{avec } \Omega_n \geq \left| \dot{\zeta}_n^d - F_n(x) \right| \end{cases} \quad (2.49)$$

On substitue l'équation (2.45) dans la dérivée de la fonction de Lyapunov augmentée, on a alors

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + E^T ((I - k_d)^{-1} (\dot{\zeta}_d - F(x) + k_p E(t)) + (I - k_d)^{-1} k_i \int_0^t E(t) dt) \quad (2.50)$$

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + E^T ((I - k_d)^{-1} k_p E(t)) + \kappa(t) \quad (2.51)$$

Avec :

$$\kappa(t) = E^T (((I - k_d)^{-1} (\dot{\zeta}_d - F(x)) + (I - k_d)^{-1} k_i \int_0^t E(t) dt)) \quad (2.52)$$

Tenant en compte que \dot{V}_1 et le terme $E^T ((I - k_d)^{-1} k_p E(t))$ sont négatifs par le choix convenable de gain k_d , il est nécessaire de démontrer que le terme $\kappa(t)$ est négative.

On pose :

$$(I - k_d)^{-1} = \begin{bmatrix} k_{d11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_{d22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_{dnn} \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

Et

$$\kappa(t) = E^T \begin{bmatrix} Q_1(x) \\ Q_2(x) \\ \vdots \\ Q_n(x) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{d11} k_{i1} z_1 \text{sign}(z_1) \\ k_{d22} k_{i2} z_2 \text{sign}(z_2) \\ \vdots \\ k_{dnn} k_{in} z_n \text{sign}(z_n) \end{bmatrix}$$

(2.54)

Avec

$$\begin{cases} Q_1(x) = k_{d11}(\dot{\zeta}_1^d - F_1(x)) \\ Q_2(x) = k_{d22}(\dot{\zeta}_2^d - F_2(x)) \\ \vdots \\ Q_n(x) = k_{dnn}(\dot{\zeta}_n^d - F_n(x)) \end{cases} \quad (2.55)$$

Pour assurer la négativité de \dot{V}_2 , le choix des gains $k_{p1}, k_{p2}, \dots, k_{pn}, k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{in}, k_{d1}, k_{d2}$ et k_{dn} doit vérifier l'inégalité (2.49), en conséquence, on peut conclure que :

$$\dot{V}_2 \leq 0 \quad (2.56)$$

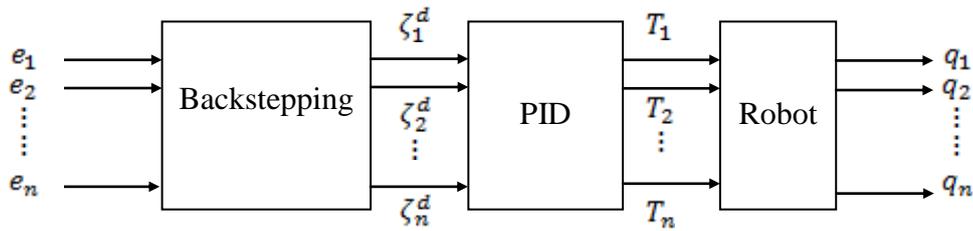


Fig. 2.1 Schéma de contrôleur PID-Backstepping

Pour le robot manipulateur PUMA à 2 *dll* on a

$$F_1(x) = \frac{(-f_1 - g_1 - b_1 x_2)}{\alpha} + \frac{(f_2 + g_2 + b_2 x_4) \frac{\beta}{\alpha\gamma}}{\left(1 - \frac{\beta}{\alpha\gamma} \beta\right)}. \quad (2.57)$$

$$F_2(x) = \frac{(-f_2 - g_2 - b_2 x_4)}{\alpha} + \frac{(f_1 + g_1 + b_1 x_2) \frac{\beta}{\alpha\gamma}}{\left(1 - \frac{\beta}{\alpha\gamma} \beta\right)}. \quad (2.58)$$

$$G_1(x) = \begin{pmatrix} \frac{k_1}{\alpha} & -k_2 \frac{\beta}{\alpha\gamma} \\ \left(1 - \frac{\beta}{\alpha\gamma} \beta\right) & \left(1 - \frac{\beta}{\alpha\gamma} \beta\right) \end{pmatrix}. \quad (2.59)$$

$$G_2(x) = \begin{pmatrix} -k_1 \frac{\beta}{\alpha\gamma} & \frac{k_2}{\alpha} \\ \left(1 - \frac{\beta}{\alpha\gamma} \beta\right) & \left(1 - \frac{\beta}{\alpha\gamma} \beta\right) \end{pmatrix}. \quad (2.60)$$

Les valeurs des gains sont choisies comme suit :

$$\begin{cases} (k_{p1}, k_{p2}) = (100, 150) \\ (k_{i1}, k_{i2}) = (200, 210) \\ (k_{d1}, k_{d2}) = (15, 20) \end{cases} \quad (2.61)$$

On peut conclure que la dynamique de système est stable asymptotiquement

2.4 Résultats de simulation

Nous allons présenter dans cette partie les résultats de simulation obtenus avec les différents tests concernant les bruits de mesures, les perturbations externes et les variations paramétriques de robot.

Test 1 : cas idéale

Pour ce test nous allons simulés nos commandes en absence des bruits de mesures, sans perturbations externes et sans variations paramétriques, alors la figure 2.2 présente les résultats obtenus. On peut remarquer la convergence de ces positions vers leurs valeurs de référence et avec des erreurs de positions nulle.

Test 2: robustesse aux perturbations externe

Pour ce test on applique des perturbations externes. Les résultats de simulation de ce test est donnée par la figure 2.3. Des convergences souhaitées de positions angulaires sont présentées, mais avec des temps de réponses considérables et de fortes commandes.

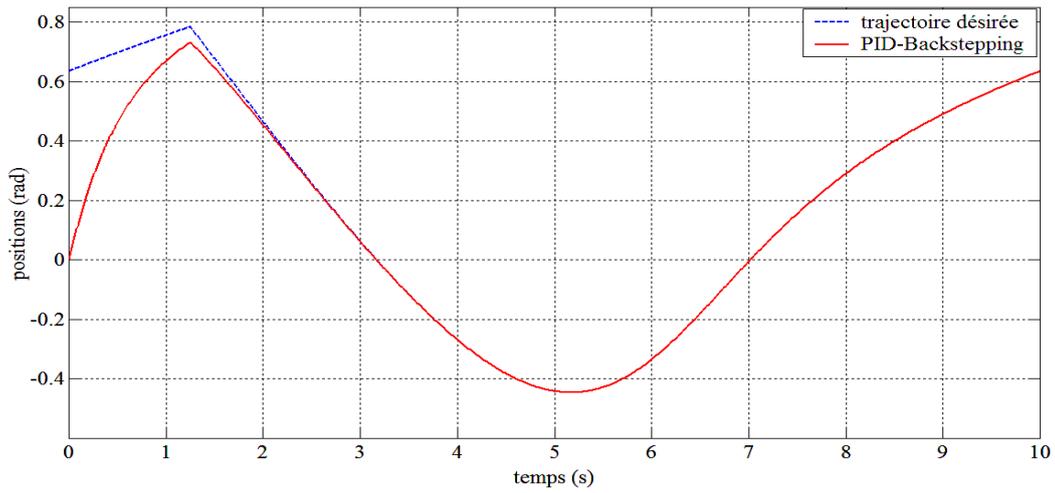
Test 3: robustesse aux bruits, perturbations externe et variations paramétriques

On ajoute au test précédent des bruits blancs d'espérances nulles, et de covariances $cov = 0,5$ et on applique des variations paramétriques dans les paramètres mécaniques de robot.

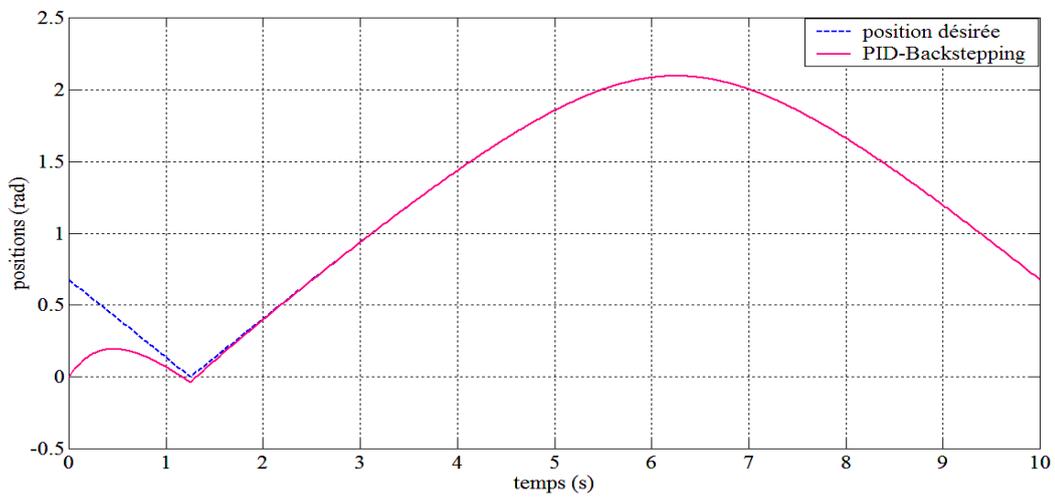
La figure 2.4 montre les performances de la commande obtenue et montre que cette approche ne présente pas la robustesse vis-à-vis des variations paramétriques, telles que la masse et de la longueur de la deuxième liaison et les variations des coefficients des frottements visqueux et coulomb.

Test 4: changement de trajectoire

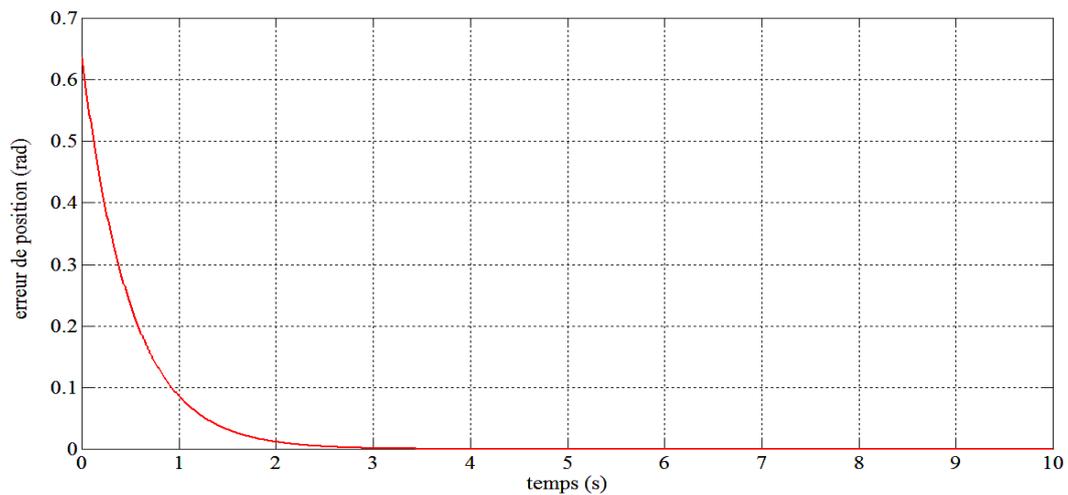
Le même test 3 sera fait mais pour une trajectoire de forme (butterfly shape), les résultats obtenus montrent que notre contrôleur n'assure pas la robustesse en cas de changement de trajectoire et le robot ne suit pas sa trajectoire, figure (2.5).



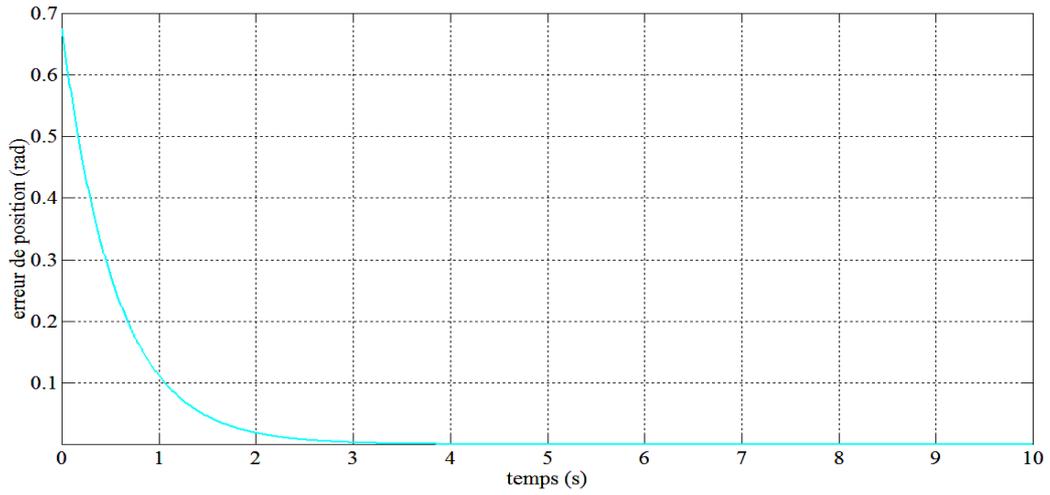
(a) Position désirée et position actuelle de la première articulation



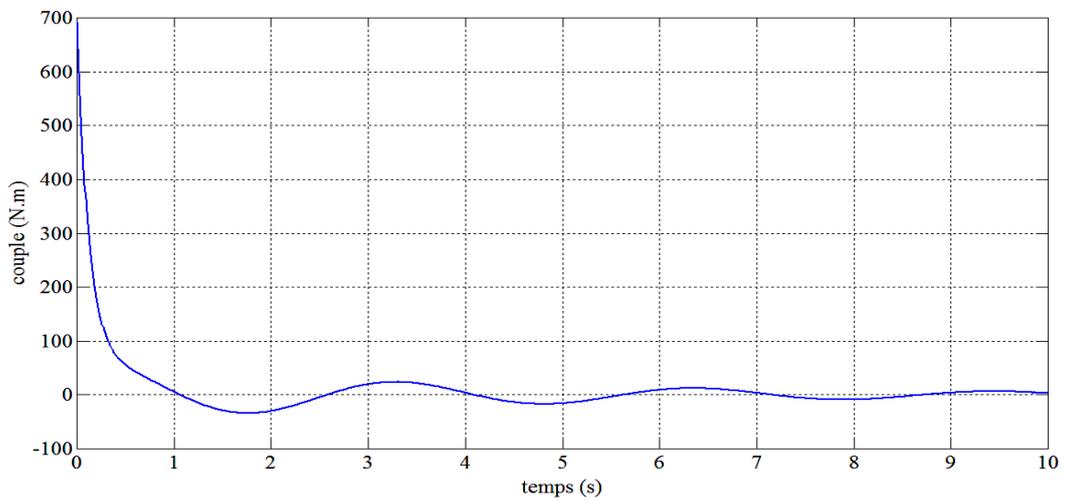
(b) Position désirée et position actuelle de la deuxième articulation



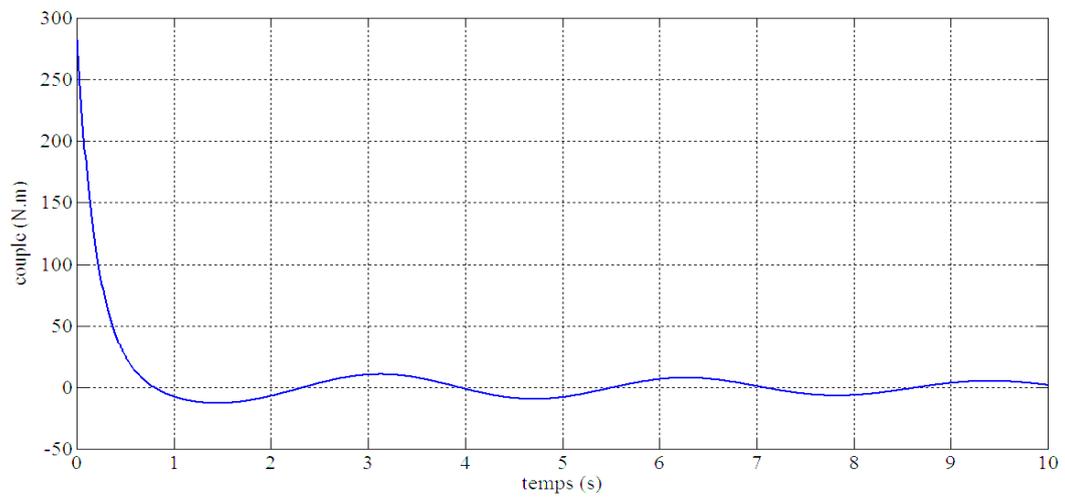
(c) erreur de position de la première articulation



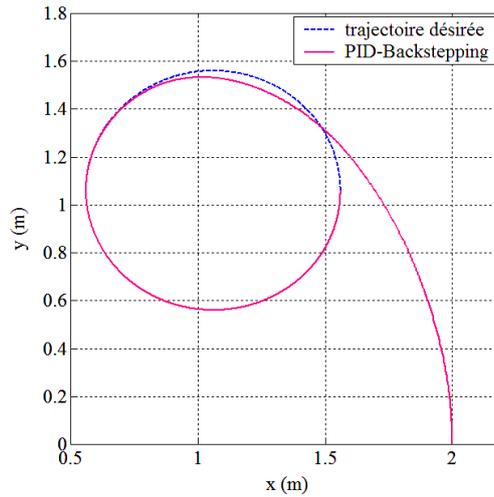
(d) erreur de position de la deuxième articulation



(e) La commande de la première articulation

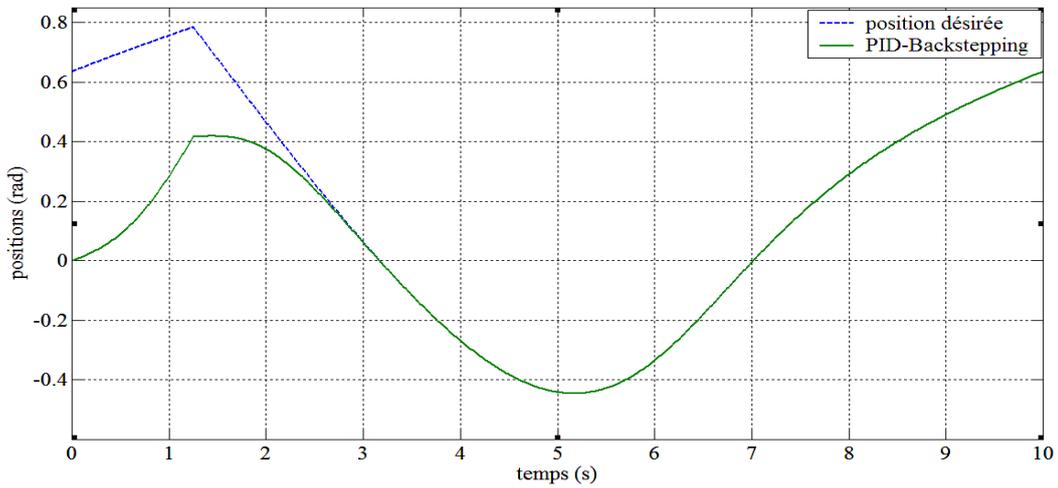


(f) La commande de la deuxième articulation

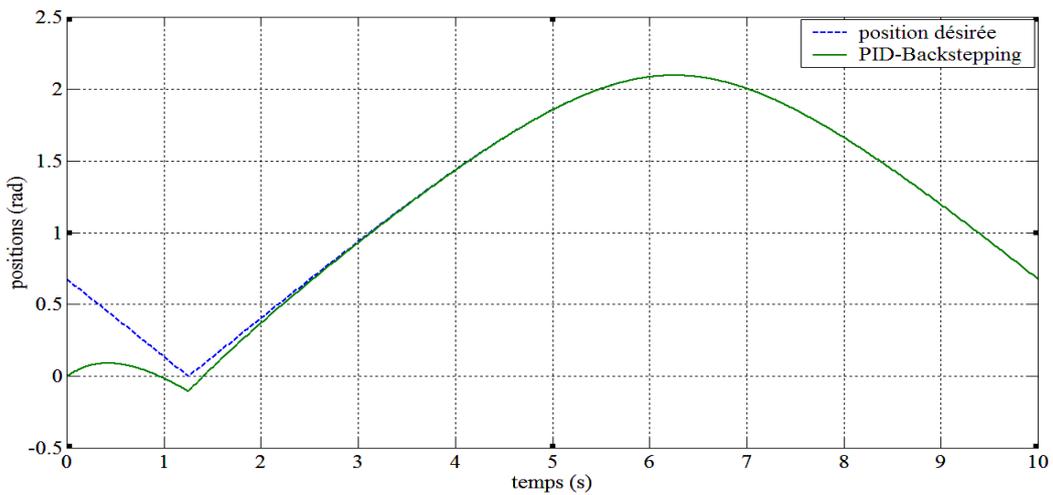


(g) Poursuite de trajectoire

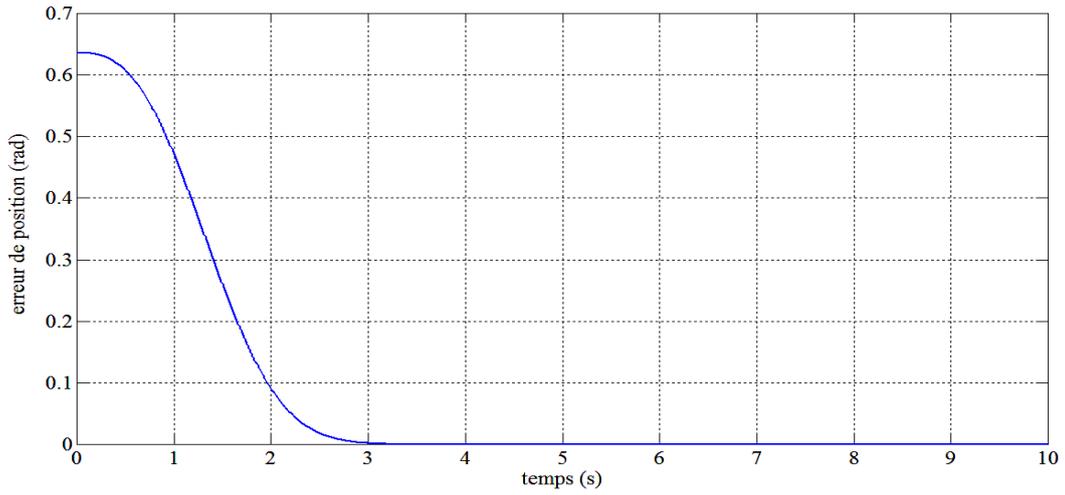
Fig. 2.2 Résultat de simulation de contrôleur PID-Backstepping pour le cas idéal



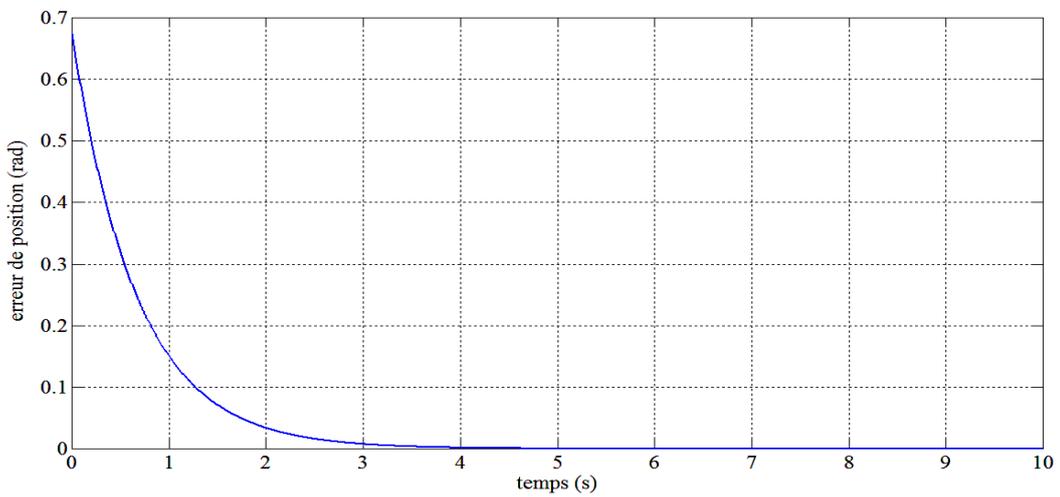
(a) Position désirée et position actuelle de la première articulation



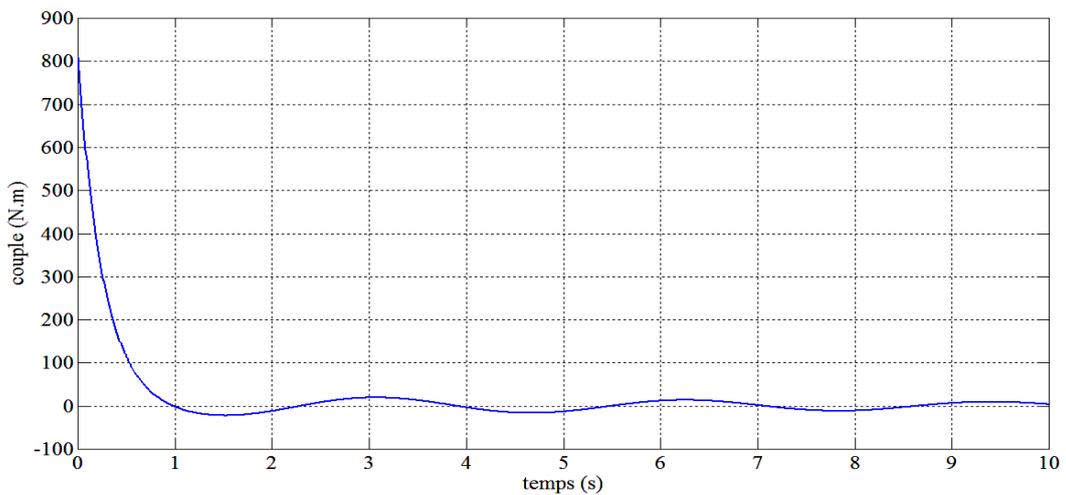
(b) Position désirée et position actuelle de la deuxième articulation



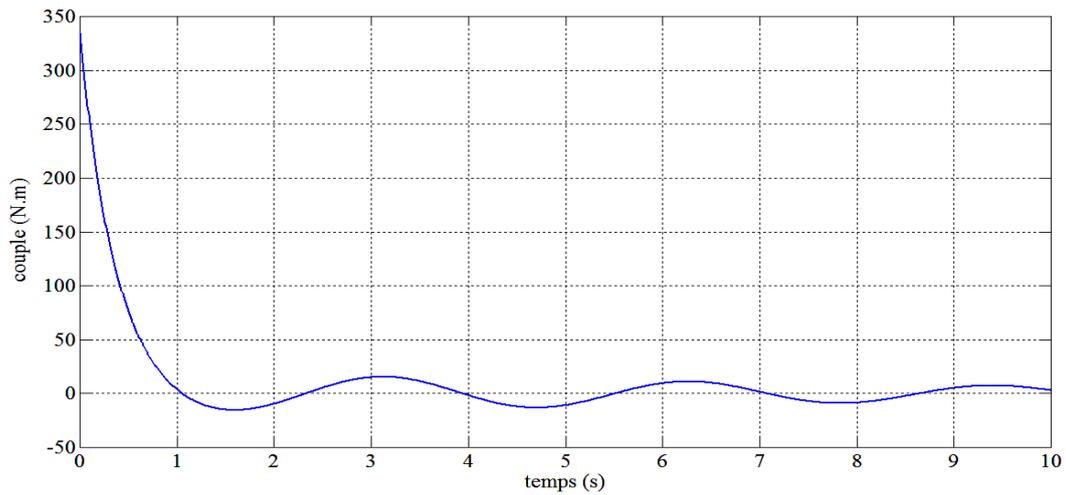
(c) erreur de position de la première articulation



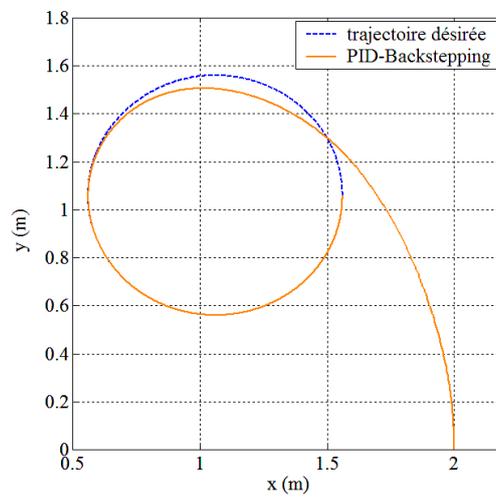
(d) erreur de position de la deuxième articulation



(e) La commande de la première articulation

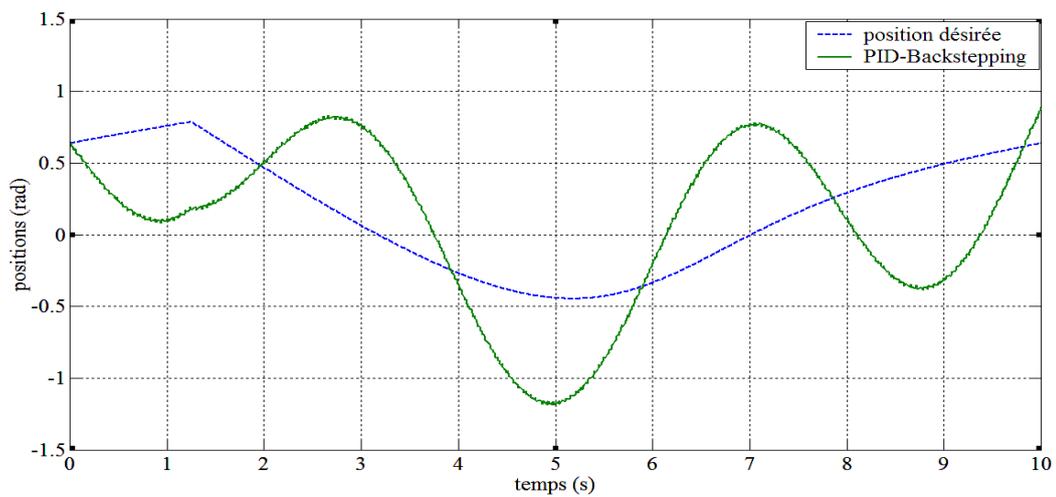


(f) La commande de la deuxième articulation

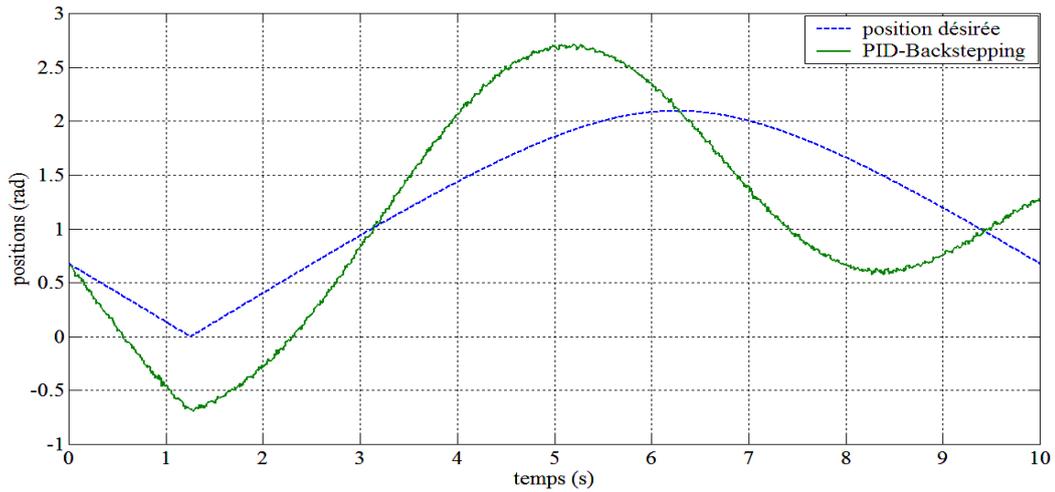


(g) Poursuite de trajectoire

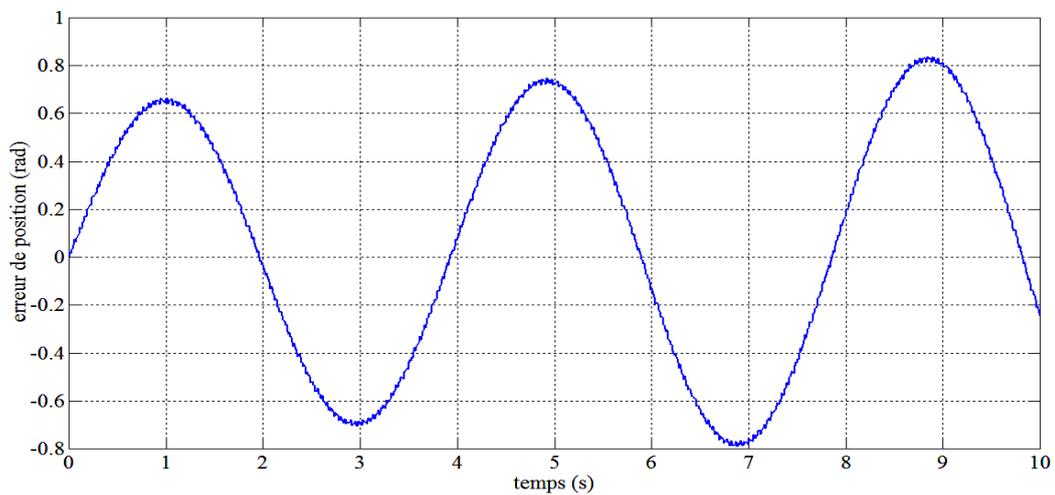
Fig. 2.3 Résultat de simulation de contrôleur PID-Backstepping avec perturbations



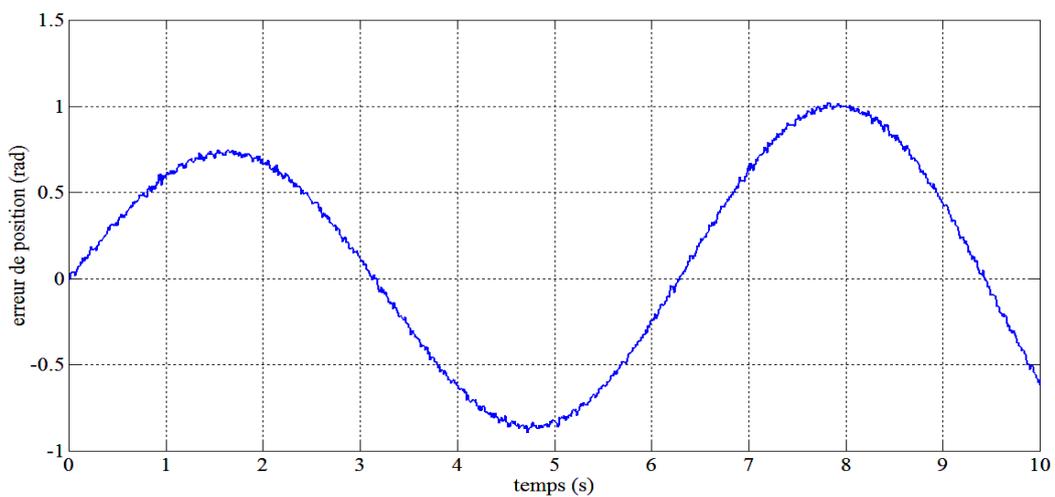
(a) Position désirée et position actuelle de la première articulation



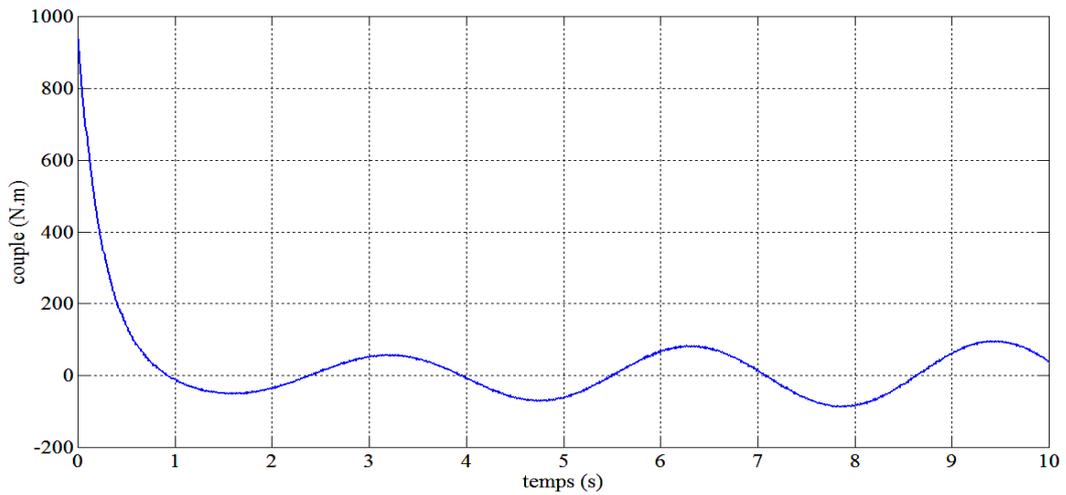
(b) Position désirée et position actuelle de la deuxième articulation



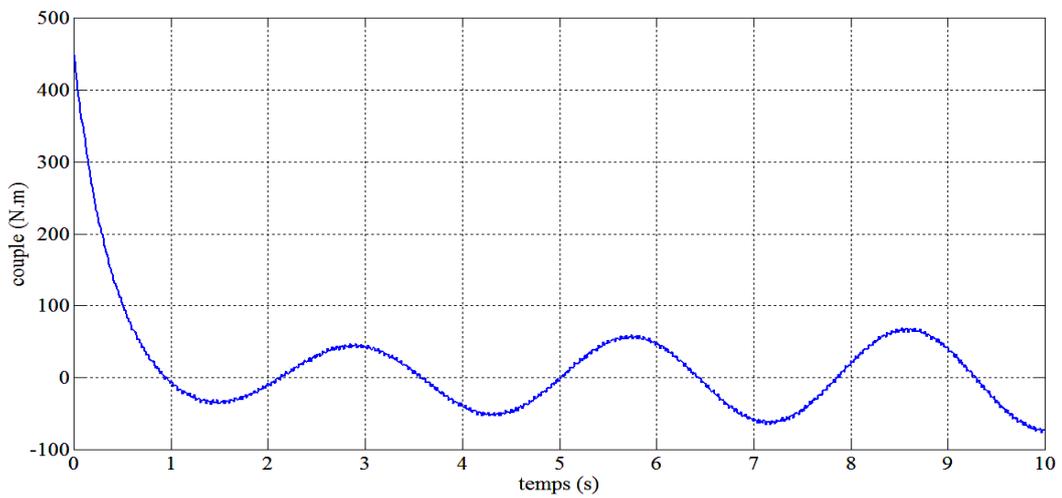
(c) erreur de position de la première articulation



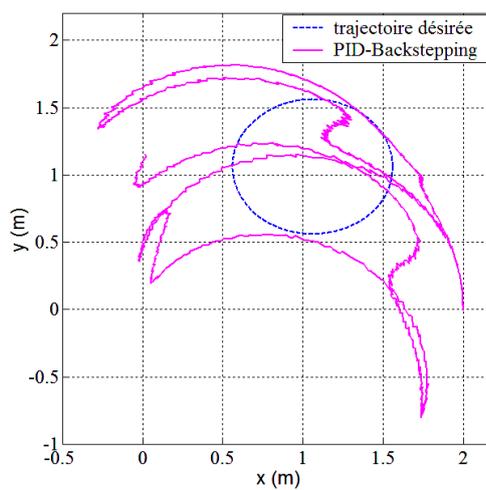
(d) erreur de position de la deuxième articulation



(e) La commande de la première articulation

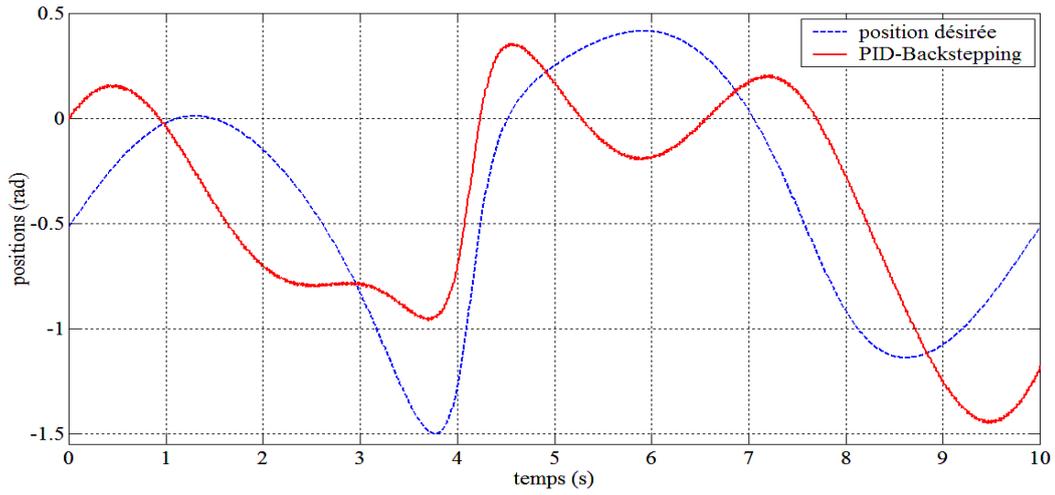


(f) La commande de la deuxième articulation

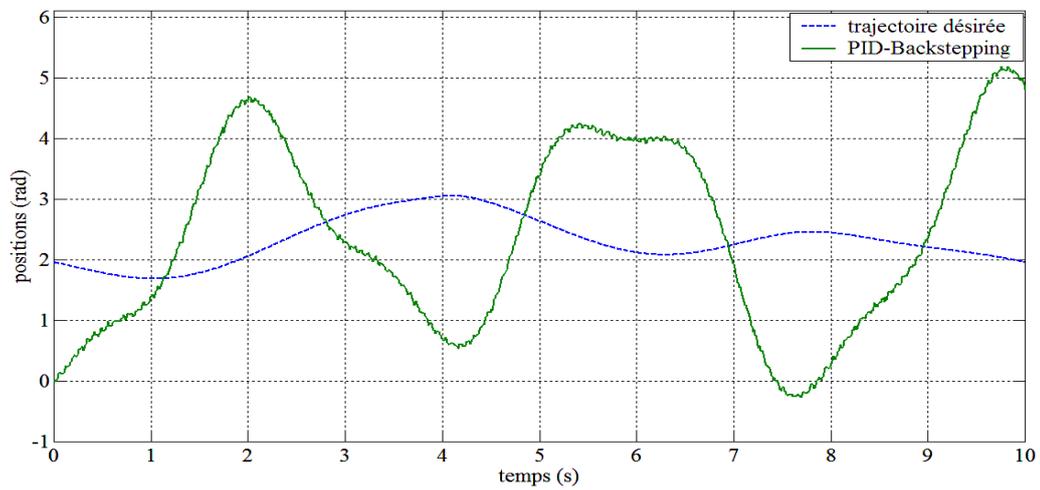


(g) Poursuite de trajectoire

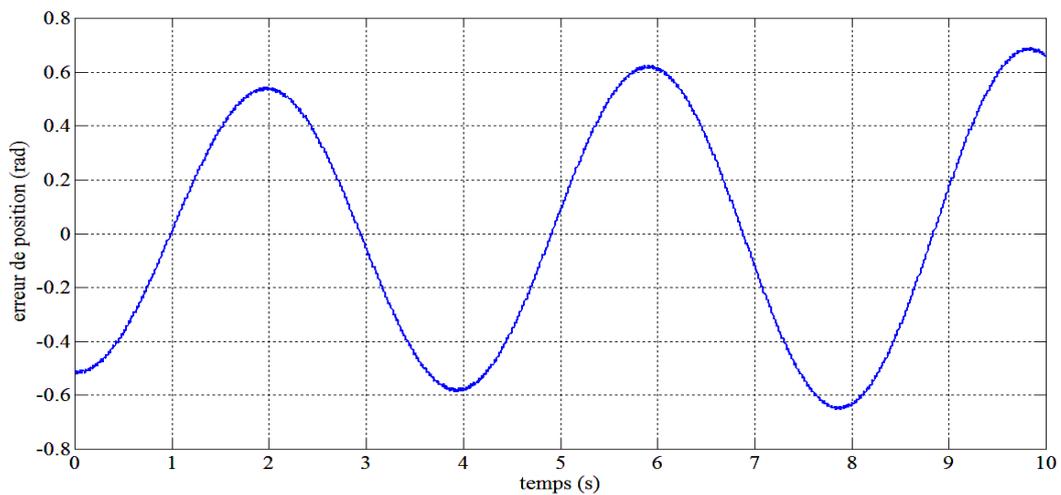
Fig. 2.4 Résultat de simulation de contrôleur PID-Backstepping avec perturbations, bruits et variations paramétriques



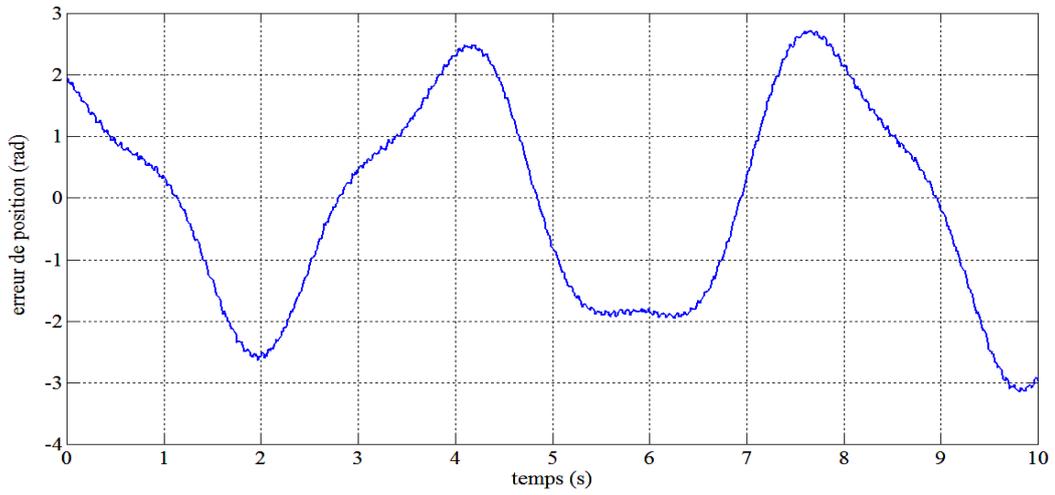
(a) Position désirée et position actuelle de la première articulation



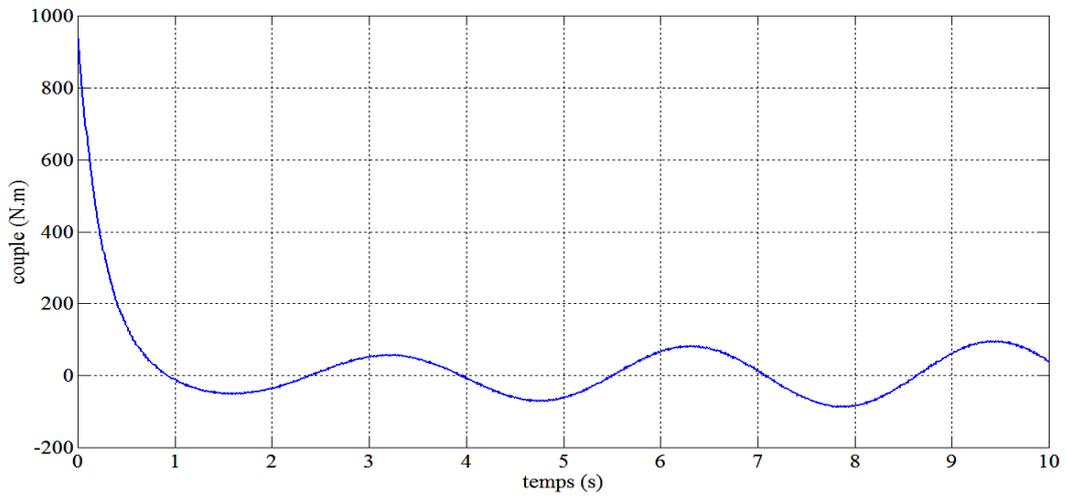
(b) Position désirée et position actuelle de la deuxième articulation



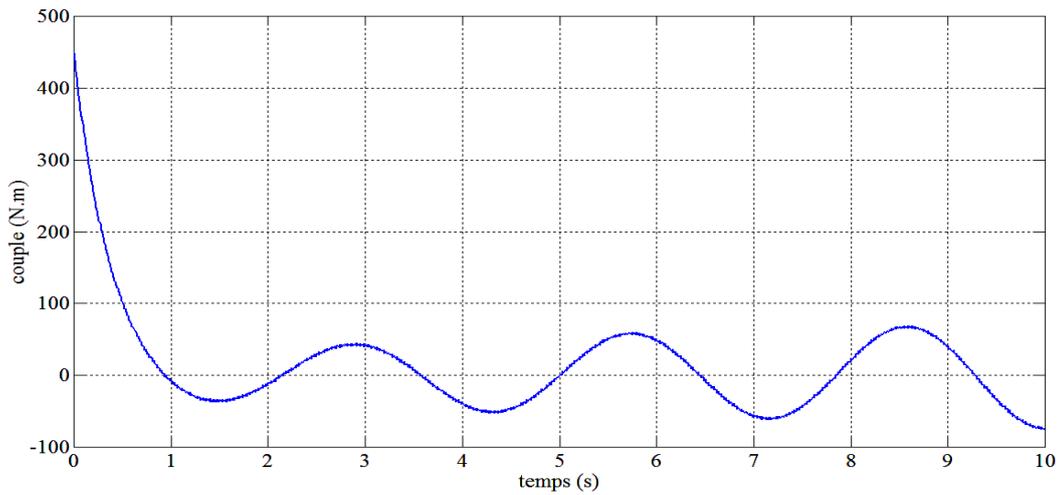
(c) erreur de position de la première articulation



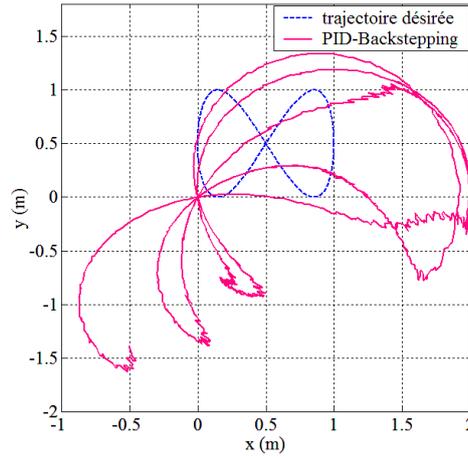
(d) erreur de position de la deuxième articulation



(e) La commande de la première articulation



(f) La commande de la deuxième articulation



(g) Poursuite de trajectoire

Fig. 2.5 Résultat de simulation de contrôleur PID-Backstepping avec changement de trajectoire

2.5 Développement de la commande CDM-Backstepping

Parmi les avantages de la technique de backstepping, c'est qu'on peut l'associer à d'autres méthodes de l'automatique dans l'objectif est d'améliorer les performances du système à contrôler. La commande par la méthode de diagramme des coefficients CDM est l'une des méthodes qui s'associe à la technique de backstepping avec une procédure très simple par l'utilisation de la notion de fonction de Lyapunov.

Dans cette section, on utilise l'algorithme CDM-Backstepping pour développer la loi de control des positions. Ces positions convergent exponentiellement aux références.

Les erreurs de positions sont définit comme suit.

$$\begin{cases} e_1 = q_1 - q_1^d = x_1 - q_1^d \\ e_2 = q_2 - q_2^d = x_3 - q_2^d \\ \vdots \\ e_n = q_n - q_n^d = x_{2n} - q_n^d \end{cases} \quad (2.62)$$

Dont les dérivées sont

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \dot{q}_1 - \dot{q}_1^d = x_2 - \dot{q}_1^d \\ \dot{e}_2 = \dot{q}_2 - \dot{q}_2^d = x_4 - \dot{q}_2^d \\ \vdots \\ \dot{e}_n = \dot{q}_n - \dot{q}_n^d = x_{2n} - \dot{q}_n^d \end{cases} \quad (2.63)$$

On pose

$$\zeta = (x_2 \ x_4 \ \dots \ x_{2n})^T = (\zeta_1 \ \zeta_2 \ \dots \ \zeta_n)^T \quad (2.64)$$

Sa dérivée est donnée par

$$\dot{\zeta} = F(x) + G(x)T. \quad (2.65)$$

Avec

$$\begin{cases} G(x) = (G_1(x) \ G_2(x) \ \dots \ G_n(x))^T \\ F(x) = (F_1(x) \ F_2(x) \ \dots \ F_n(x))^T \end{cases} \quad (2.66)$$

On peut conclure que les erreurs des positions e_1, e_2, \dots et e_n peuvent être contrôlées par l'utilisation des variables auxiliaires ζ_1, ζ_2, \dots et ζ_n respectivement, lesquels peuvent être contrôlées par l'utilisation de signal de commande T .

On laisse $\zeta_1^d, \zeta_2^d, \dots$ et ζ_n^d occupent les valeurs de ζ_1, ζ_2, \dots et ζ_n respectivement lesquels assurent la stabilisation des erreurs de positions e_1, e_2, \dots et e_n , ces valeurs désirées sont déterminées par l'utilisation de l'approche Lyapunov et la dynamique des erreurs de positions e_1, e_2, \dots et e_n , on conséquence $e_{n+1} = \zeta_1 - \zeta_1^d, e_{n+2} = \zeta_2 - \zeta_2^d, \dots, e_{2n} = \zeta_n - \zeta_n^d$ avec $E = (e_{n+1} \ e_{n+2} \ \dots \ e_{2n})^T$.

Le signal de commande T assure la relation suivante :

$$A_1(x)T + A_2(x)\frac{dT}{dt} = E(t) \quad (2.67)$$

Tel que :

$$E(t) = C_0(x)\zeta^d - B_0(x)\zeta - B_1(x)\dot{\zeta} - B_2(x)\ddot{\zeta} \quad (2.68)$$

$A_1(x), A_2(x), C_0(x), B_0(x)$ et $B_1(x)$ sont des matrices non linéaire de gains qui caractérisent le contrôleur non linéaire CDM.

Une procédure de backstepping est proposée pour la détermination des matrices de gains qui assurent la stabilité exponentielle des erreurs de positions.

2.5.1 Algorithme de commande CDM-Backstepping

Etape 1: on désigne les commandes virtuelles $\zeta_1^d, \zeta_2^d, \dots$ et ζ_n^d , il faut que leurs erreurs de positions convergent asymptotiquement vers zéros.

Etape 2: on choisit les matrices de gains $A_1(x), A_2(x), C_0(x), B_0(x)$ et $B_1(x)$ par l'utilisation de la fonction candidate de Lyapunov qui oblige la convergence exponentielle des erreurs de positions [28-29].

Proposition 1: les erreurs de positions e_1, e_2, \dots et e_n sont exponentiellement stables avec la condition suivante :

$$\begin{cases} \zeta_1^d = -\lambda_1 e_1 + \dot{q}_1^d \\ \zeta_2^d = -\lambda_2 e_2 + \dot{q}_2^d \\ \vdots \\ \zeta_n^d = -\lambda_n e_n + \dot{q}_n^d \end{cases} \quad (2.69)$$

Preuve : la formulation de Lyapunov peut être écrite comme suit, [30-31]

$$V_1 = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 + \dots + \frac{1}{2}e_n^2 \quad (2.70)$$

Dont leur dérivée est représentée comme suit

$$\dot{V}_1 = e_1\dot{e}_1 + e_2\dot{e}_2 + \dots + e_n\dot{e}_n \quad (2.71)$$

Puisque que les commandes virtuelles ζ_1, ζ_2, \dots et ζ_n suivent les valeurs désirées données par l'équation (2.69), la dérivée de la fonction de Lyapunov doit être négative et prend la forme suivante

$$\dot{V}_1 \leq -\lambda_1 e_1^2 - \lambda_2 e_2^2 + \dots - \lambda_n e_n^2 \quad (2.72)$$

Donc

$$\dot{V}_1 \leq -\Gamma V_1 \quad (2.73)$$

Avec Γ est une constante positive

On conclure que la stabilité exponentielle peut être réalisée pour les erreurs e_1, e_2, \dots et e_n .

Le signal de commande $T = (T_1 \ T_2 \ \dots \ T_n)^T$ qui oblige la convergence des erreurs e_{n+1}, e_{n+2}, \dots et e_{2n} aux zéros, est déduit comme suit

On prend

$$A_1(x) = -K \frac{dG(x)}{dt} \quad (2.74)$$

Et

$$A_2(x) = -KG(x) \quad (2.75)$$

Où K est une matrice d'éléments constants

L'équation (2.67) devient

$$E(t) = -K \frac{dG(x)}{dt} \tau - KG(x) \frac{d\tau}{dt} \quad (2.76)$$

La dérivée de l'équation (2.65) est donnée par

$$\ddot{\zeta} = \dot{F}(x) + \frac{dG(x)}{dt} \tau + G(x) \frac{d\tau}{dt} \quad (2.77)$$

La comparaison des deux équations (2.76) et (2.77) nous donne

$$\ddot{\zeta} = \dot{F}(x) + K_1 E(t) \quad (2.78)$$

Avec

$$K_1 = -K^{-1} \quad (2.79)$$

Pour trouver la solution, Les matrice de gain non linéaire $C_0(x)$, $B_0(x)$, $B_1(x)$ et $B_2(x)$ doivent être choisis comme suit

$$C_0(x) = C_0 = \begin{bmatrix} \rho_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \rho_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \rho_n \end{bmatrix}, B_0(x) = B_0 = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mu_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mu_n \end{bmatrix}, B_1(x) = B_2(x) = [0]_{n \times n} \quad (2.80)$$

Donc la dérivée de l'équation (2.68) est donnée comme suit

$$\dot{E}(t) = C_0 \dot{\zeta}^d(t) - B_0 \dot{\zeta}(t) \quad (2.81)$$

Sa seconde dérivée est donnée comme suit

$$\ddot{E}(t) = C_0 \ddot{\zeta}^d(t) - B_0 \ddot{\zeta}(t) \quad (2.82)$$

Donc

$$\ddot{E}(t) = C_0 \ddot{\zeta}^d(t) - B_0 (\dot{F}(x) + K_1 E(t)) \quad (2.83)$$

Dont une simple intégration permet de trouver \dot{E}

$$\dot{E}(t) = C_0 \dot{\zeta}^d(t) - B_0 (F(x) - K_1 \int_0^t E(\theta) d\theta) \quad (2.84)$$

Ou bien

$$\dot{E}(t) = H(x) - K_2 \int_0^t E(\theta) d\theta \quad (2.85)$$

Avec

$$H(x) = C_0 \dot{\zeta}^d(t) - B_0 F(x) \quad (2.86)$$

Tel que

$$K_2 = B_0 K_1 \quad (2.87)$$

Et

$$\zeta^d = (\zeta_1^d \quad \zeta_2^d \quad \cdots \quad \zeta_n^d)^T \quad (2.88)$$

Et on prend

$$\left\{ \begin{array}{l} K_2 = \begin{bmatrix} \delta_1 \text{sign}(z_1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \delta_2 \text{sign}(z_2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \delta_n \text{sign}(z_n) \end{bmatrix} \\ z_n = e_{i+1} \int_0^t e_{i+1}(\theta) d\theta \quad i = n, \dots, 2n-1 \end{array} \right. \quad (2.89)$$

Proposition 2: on considère la dynamique de robot manipulateur donnée par l'équation (2.89), en boucle fermée avec le contrôleur multivariable CDM (2.67) et (2.68), et on suppose que les gains $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n, \rho_1, \rho_2, \dots$ et ρ_n sont choisis tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \delta_1 \text{sign}(z_1) \int_0^t e_{n+1}(\theta) d\theta \right| > \Omega_1 \quad \text{avec} \quad \Omega_1 \geq |\rho_1 \dot{\zeta}_1^d - \mu_1 F_1(x)| \\ \left| \delta_2 \text{sign}(z_2) \int_0^t e_{n+2}(\theta) d\theta \right| > \Omega_2 \quad \text{avec} \quad \Omega_2 \geq |\rho_2 \dot{\zeta}_2^d - \mu_2 F_2(x)| \\ \vdots \\ \left| \delta_n \text{sign}(z_n) \int_0^t e_{2n}(\theta) d\theta \right| > \Omega_n \quad \text{avec} \quad \Omega_n \geq |\rho_n \dot{\zeta}_n^d - \mu_n F_n(x)| \end{array} \right. \quad (2.90)$$

Alors, les erreurs $e_1, e_2, \dots, e_n, e_{n+1}, e_{n+2}, \dots$ et e_{2n} sont exponentiellement stable.

Preuve 2 : On considère la fonction de Lyapunov augmentée [32]

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} E^T E. \quad (2.91)$$

Leur dérivation est donnée par l'équation suivante

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + E^T \dot{E}. \quad (2.92)$$

Le changement de la dynamique de E par (2.85) et le signal de commande par (2.67), nous donne

$$v(t) = E^T \begin{bmatrix} H_1(x) \\ H_2(x) \\ \vdots \\ H_n(x) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \delta_1 z_1 \text{sign}(z_1) \\ \delta_2 z_2 \text{sign}(z_2) \\ \vdots \\ \delta_n z_n \text{sign}(z_n) \end{bmatrix}.$$

(2.93)

Avec

$$H(x) = (H_1(x) \ H_2(x) \ \cdots \ H_n(x))^T$$

(2.94)

En outre, pour garantir la négativité de \dot{V}_2 , il faut utiliser l'inégalité (2.90) pour choisir les gains $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n, \rho_1, \rho_2, \dots$ et ρ_n à cause que $z_i S(z_i) > 0$ et $v(t) \leq 0$.

Donc, on peut conclure que

$$\dot{V}_2 \leq 0. \quad (2.95)$$

Ça implique que la dynamique de système est de stabilité exponentielle selon le théorème de stabilité de Lyapunov.

La limitation de vecteur d'état $x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots, x_{2n})$ est garantie par la convergence asymptotique des erreurs [33].

q_1^d et q_2^d sont bornés et les erreurs e_1 et e_2 sont exponentiellement stable, dont le vecteur d'état $\sigma = (x_2, x_4, \dots, x_{2n})$ est borné, et ainsi le vecteur d'état $\eta = (x_1, x_3, \dots, x_{2n-1})$ est borné; ça prouve que l'origine de subsystème $\sigma = \dot{\eta}$ est stable.

Remarque 2: on note que la connaissance complète des limites Δ_i et les fonctions F_i est n'est pas exigés. Les limitations peuvent être employées pour ces variables pour assurer un contrôleur non linéaire robuste sous l'effet de perturbations, bruits et de variations paramétriques. Les gains de la matrice K_2 doit être suffisamment grands pour valider l'équation (2.90). Les gains de contrôleur CDM sont choisis par l'utilisation de la proposition 2.

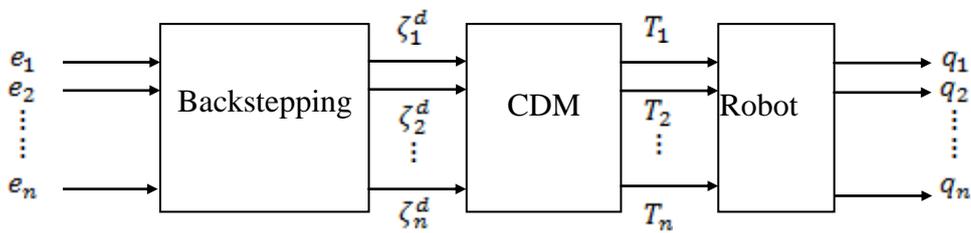


Fig. 2.6 Schéma de contrôleur CDM-Backstepping

2.6 Résultats de simulations

Pour montrer la validité de l'approche proposée, l'algorithme de commande est implémenté en simulation pour la commande de robot manipulateur PUMA à 2 *dll*. Les valeurs des paramètres de son modèle sont prises les mêmes que dans le chapitre 1. Les matrices des gains sont positives et choisies diagonales:

$$\begin{cases} (\delta_1, \delta_2) = (100, 112) \\ (\mu_1, \mu_2) = (0.8, 0.5) \\ (\rho_1, \rho_2) = (0.5, 0.7) \end{cases} \quad (2.96)$$

Les gains $\delta_1, \delta_2, \mu_1, \mu_2, \rho_1$ et ρ_2 sont choisis positifs et vérifient les inégalités (2.90), ils sont ajustés par tâtonnement jusqu'à l'obtention de bonnes performances des trajectoires de sorties.

Les valeurs initiales des positions angulaires de robot sont nulles, Les résultats obtenus pour la commande de positions du robot sont donnés dans les figures 2.7, 2.8, 2.9 et 2.10.

On peut voir sur les courbes que, le contrôleur assure une bonne convergence.

Test 1 cas idéale

A travers la figure 2.7 qui présente les résultats de simulations de la loi de commande CDM-Backstepping en absence de perturbations, sans bruits de mesures et sans d'incertitudes paramétriques, nous constatons que l'approche assure un bon suivi de trajectoire sans dépassement et avec des commandes variant dans les limites physiques.

Test 2 : robustesse aux perturbations externes

Le contrôleur sera sujet à des entrées de perturbations qui seront ajoutées au vecteur de position angulaire. Les perturbations sont ajoutées aux positions au début de test. L'amplitude de ces perturbations sera prise 20° , ou bien $d_1(t) = 0.3491$ rad. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 2.8. Les positions angulaires de sorties sont presque similaires au cas idéal présenté dans la figure 2.7, alors qu'une légère augmentation de temps de réponse et une faible élévation de la commande. Les résultats de simulation indique que notre contrôleur CDM-Backstepping est capable de garantir les meilleures performances pour chaque articulation, de suivre exponentiellement la trajectoire désirée et rejet rapidement les perturbations.

Test 3: robustesse aux bruits, perturbations externe et variations paramétriques

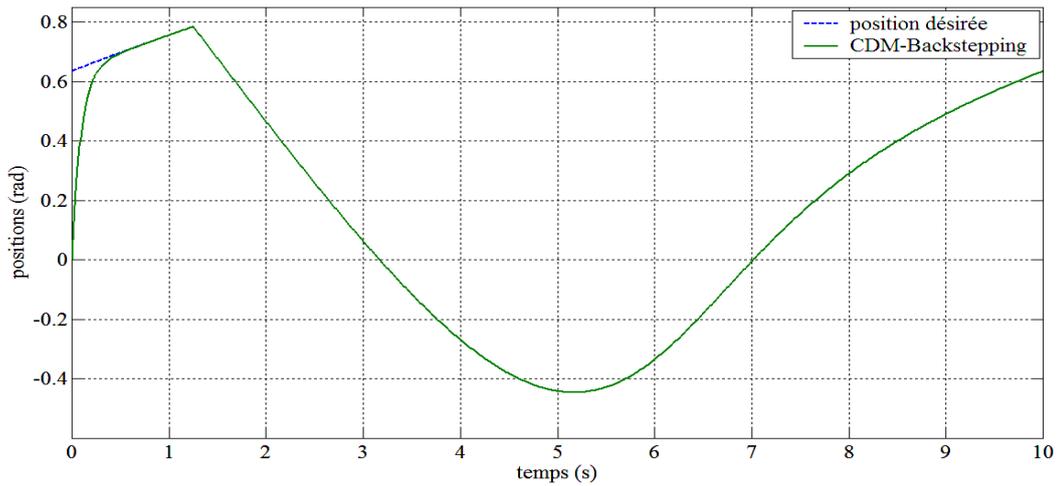
Dans le troisième test d'évaluations de la robustesse de ce contrôleur, on ajoute au dernier test, des bruits blancs d'espérances nulles, et de covariances $cov = 0,5$ et les variations paramétriques suivantes

- des variations paramétriques sont introduites dans la deuxième liaison de masse $m = 5$ kg et de longueur $l = 0.1$ m
- les frottements visqueuses et les frottements de coulomb sont ajoutées pour chaque articulation de robot, ils sont donnés par $b_{1f} = b_{2f} = 2x_2(t) + 1.5\text{sign}(x_2(t))$

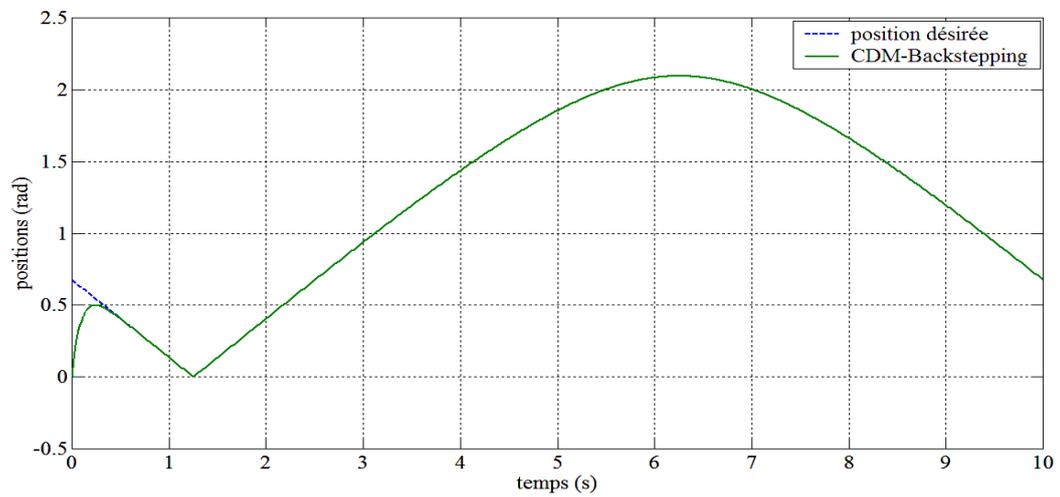
Les résultats de simulations données par la figure 2.9 indiquent la forte robustesse de notre contrôleur aux bruits, perturbations externe et des variations paramétriques qui affectent les paramètres mécaniques de notre robot manipulateur.

Test 4: changement de trajectoire désirée

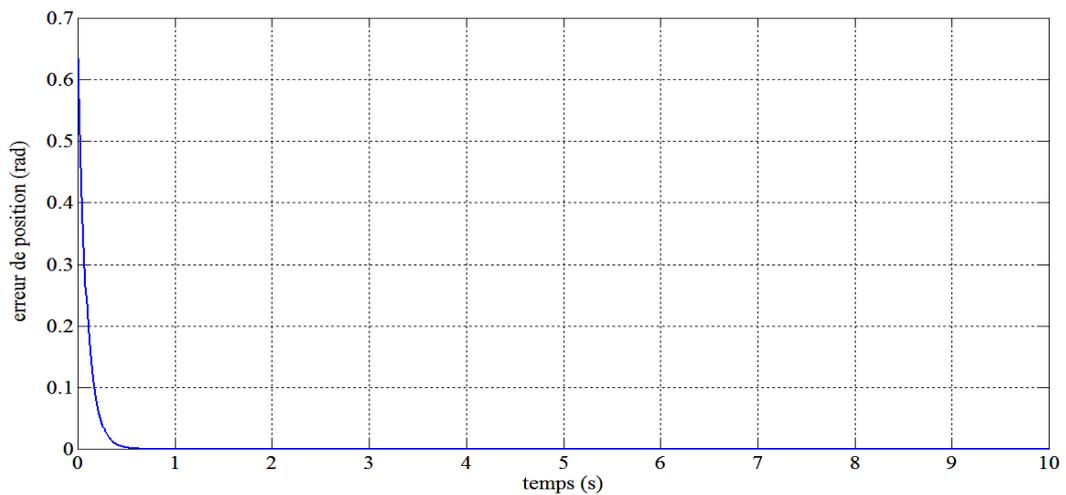
Pour tester la robustesse de la commande, les simulations sont exécutées sur le test 3 mais pour une trajectoire de forme (butterfly shape). A travers la figure 2.10 qui présente la poursuite de trajectoire sous différents perturbations, nous constatons que la trajectoire parcourue suit celle de référence. En effet les positions angulaires sont dans leurs domaines admissibles, nous pouvons observer des dépassements nuls au régime transitoire est des erreurs relativement faible, on peut dire que cette commande donne de bonne réponse en poursuite de trajectoire.



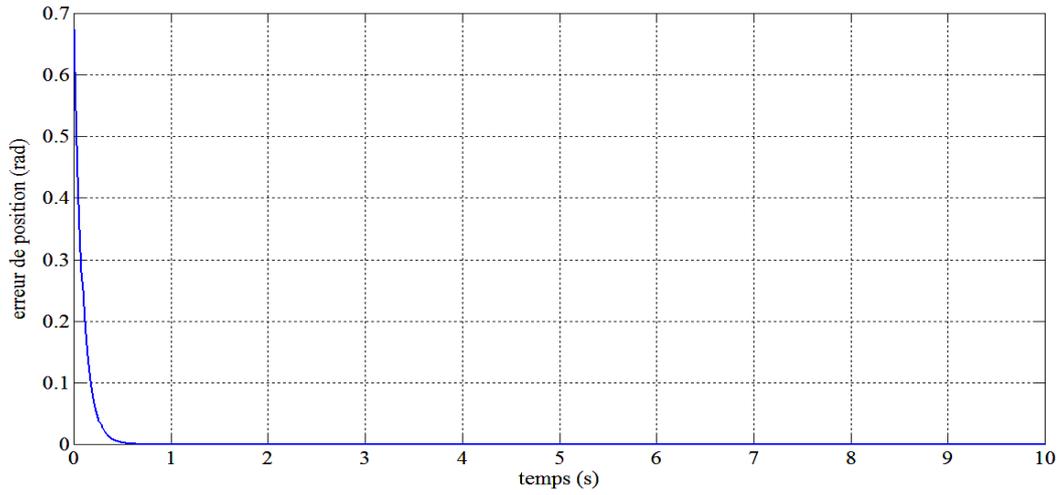
(a) Position désirée et position actuelle de la première articulation



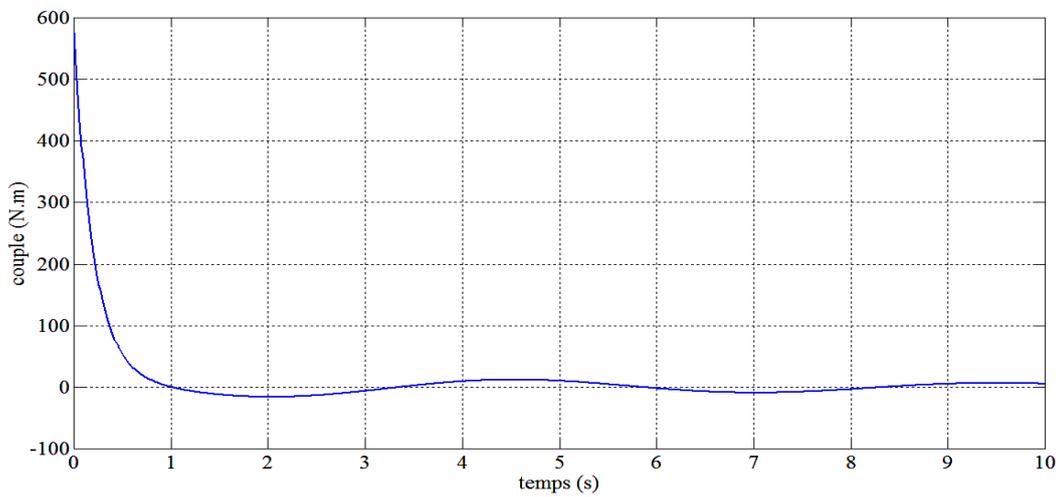
(b) Position désirée et position actuelle de la deuxième articulation



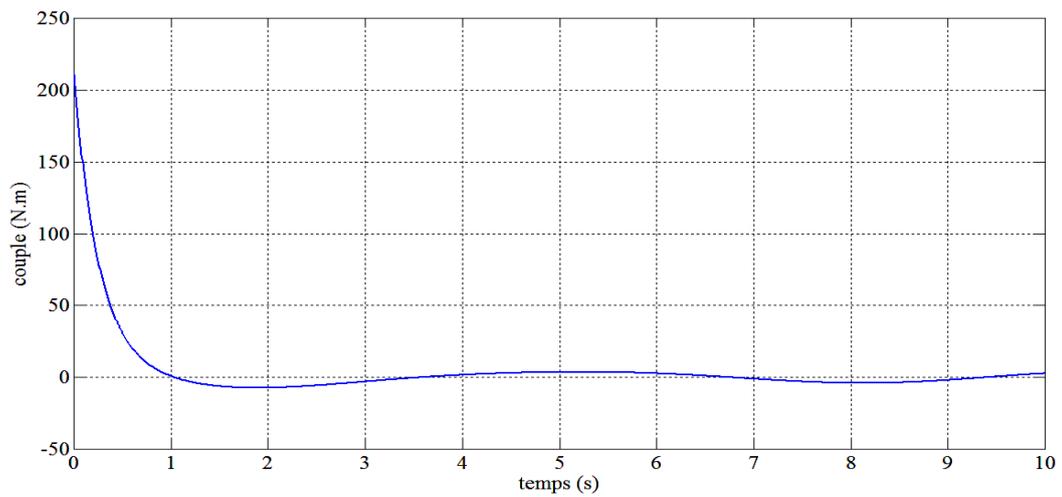
(c) erreur de position de la première articulation



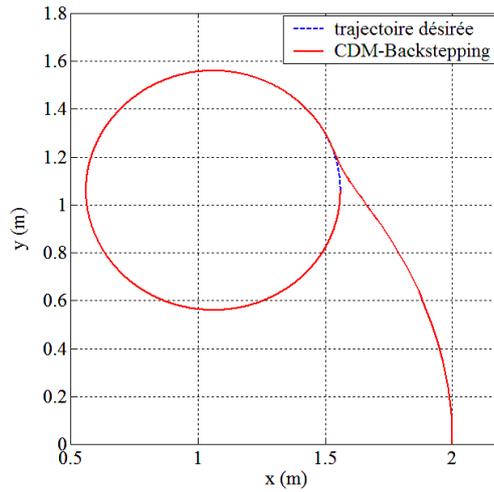
(d) erreur de position de la deuxième articulation



(e) La commande de la première articulation

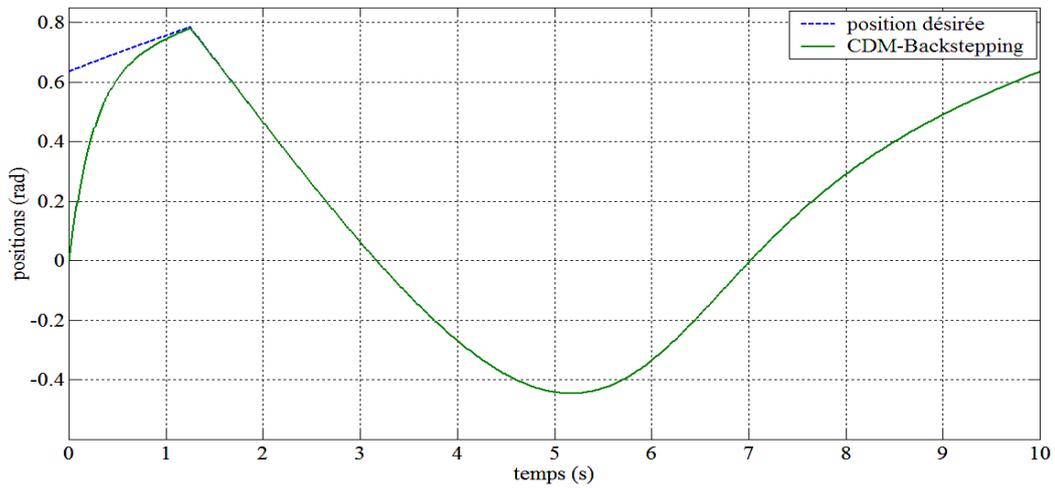


(f) La commande de la deuxième articulation

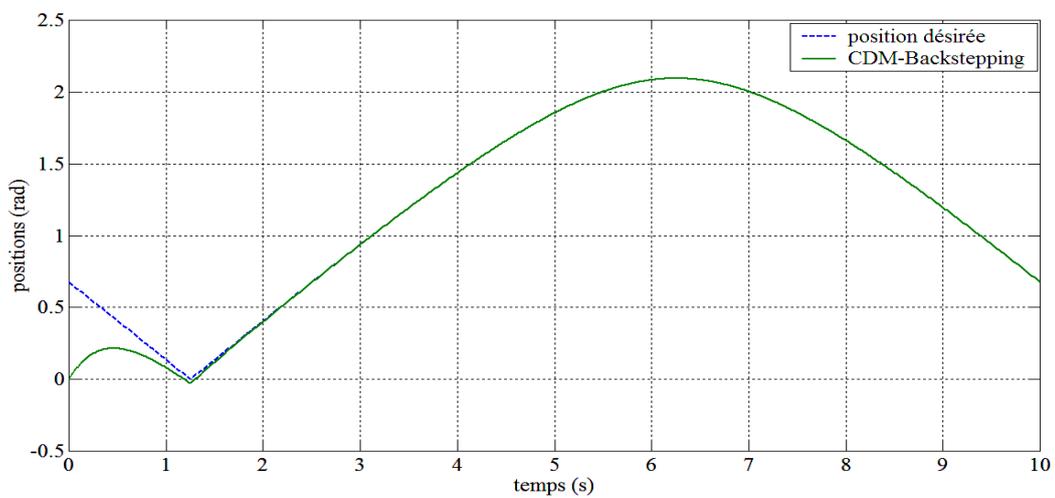


(g) Poursuite de trajectoire

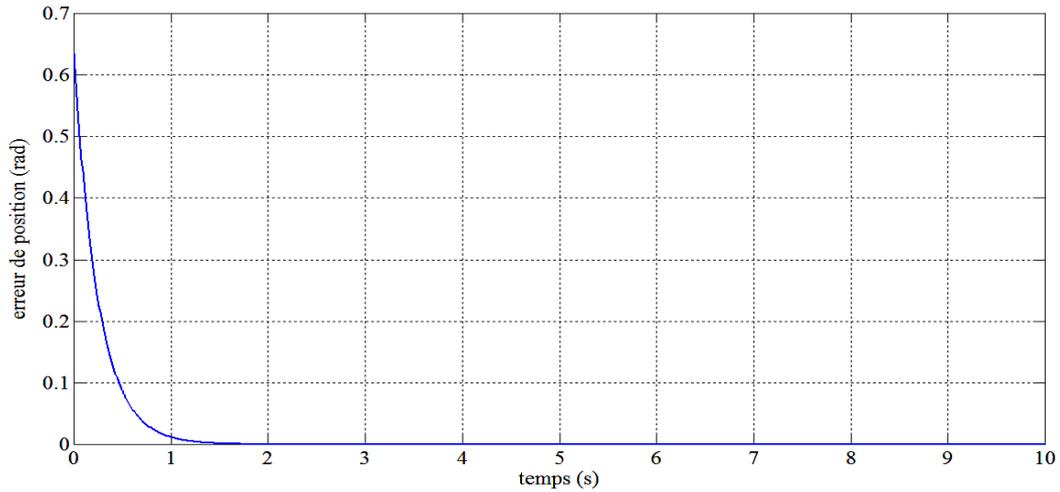
Fig. 2.7 Résultat de simulation de contrôleur CDM-Backstepping pour le cas idéal



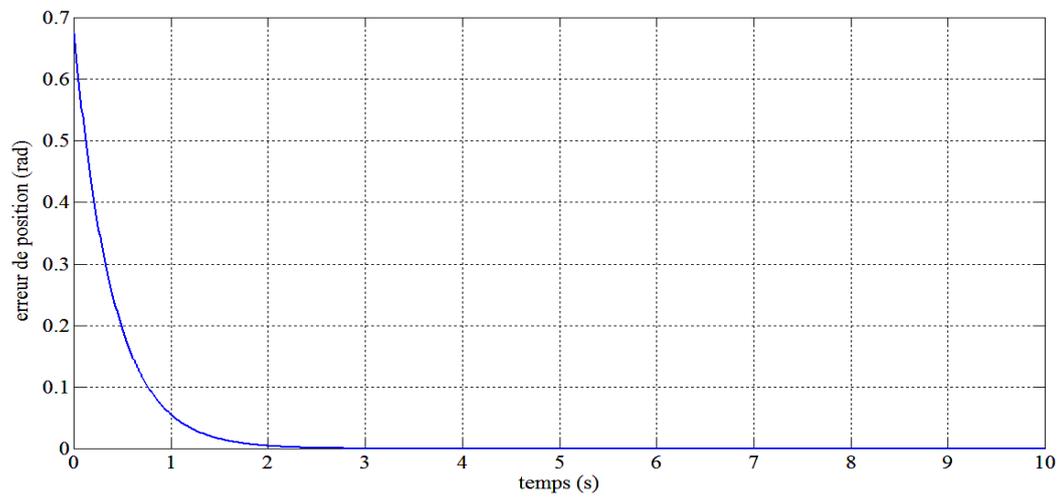
(a) Position désirée et position actuelle de la première articulation



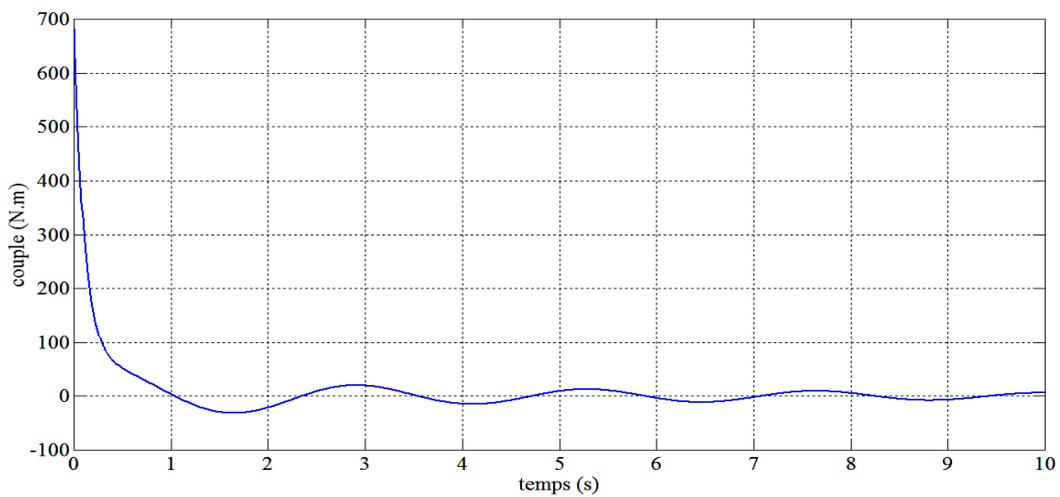
(b) Position désirée et position actuelle de la deuxième articulation



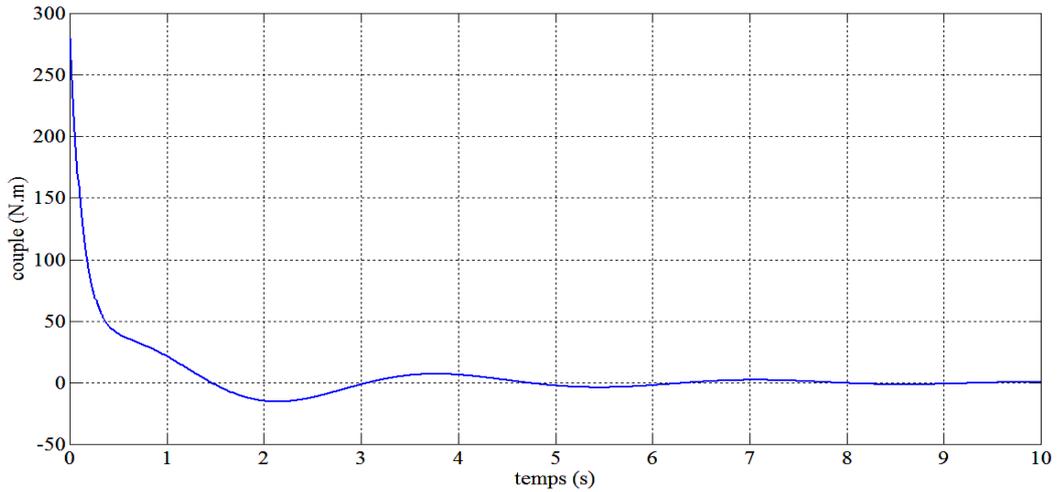
(c) erreur de position de la première articulation



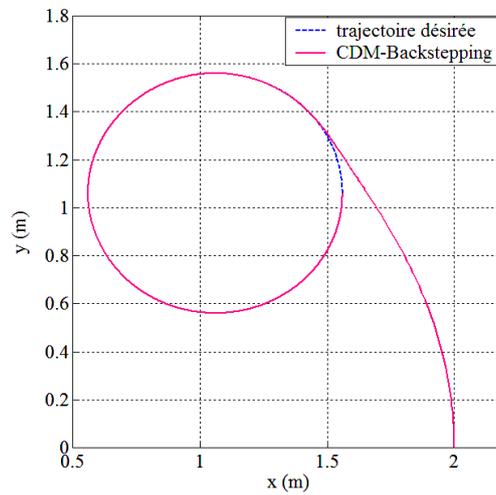
(d) erreur de position de la deuxième articulation



(e) La commande de la première articulation

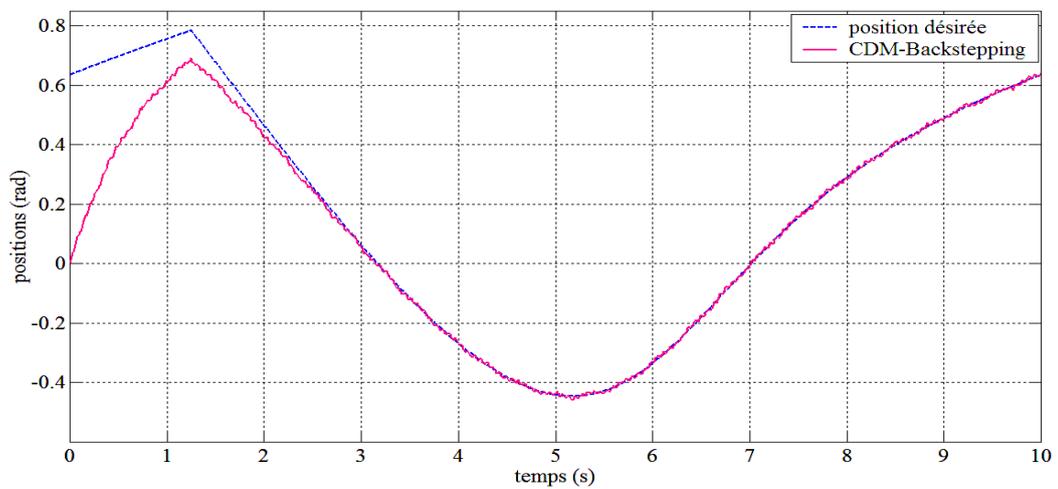


(f) La commande de la deuxième articulation

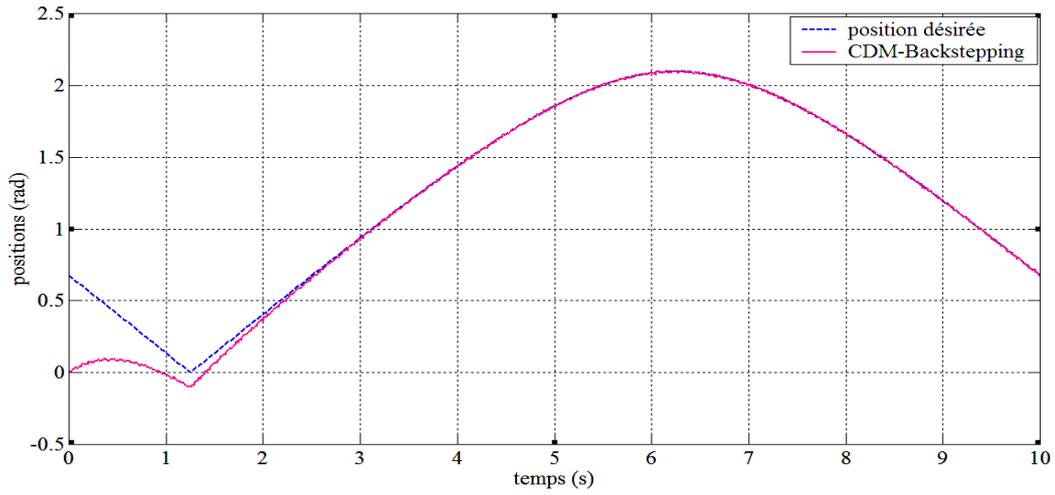


(g) Poursuite de trajectoire

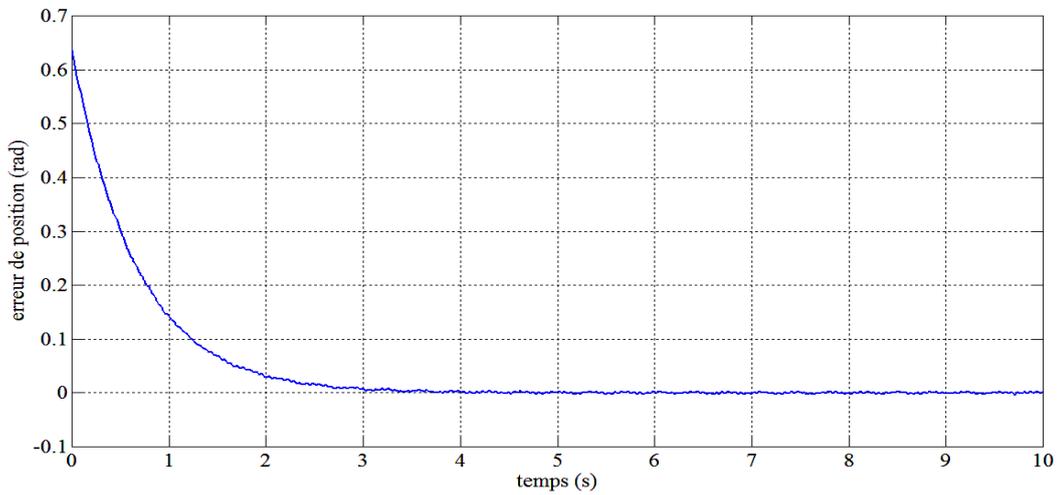
Fig. 2.8 Résultat de simulation de contrôleur CDM-Backstepping avec perturbations



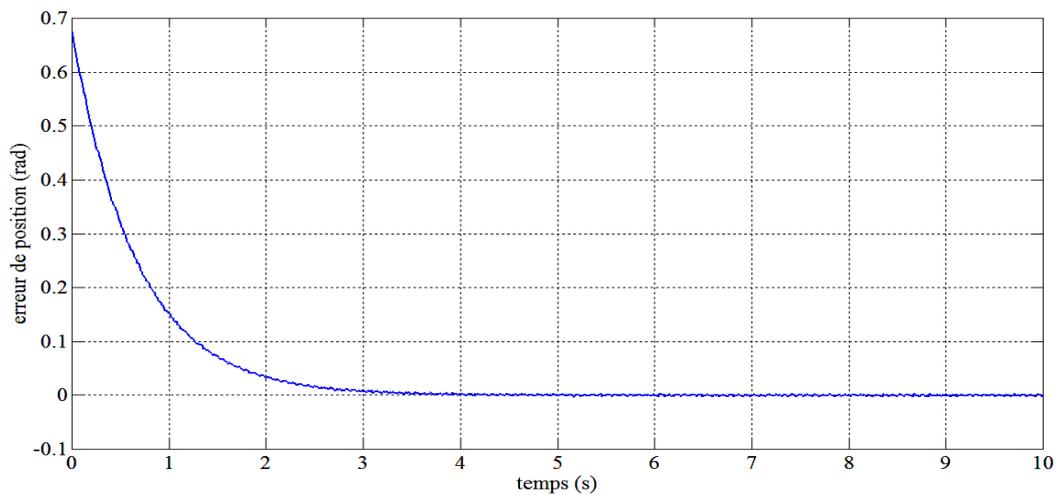
(a) Position désirée et position actuelle de la première articulation



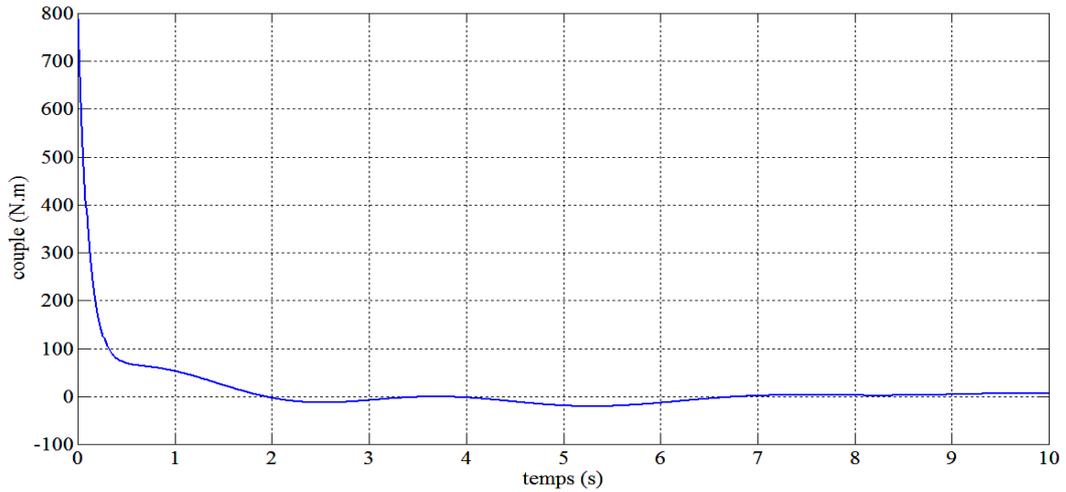
(b) Position désirée et position actuelle de la deuxième articulation



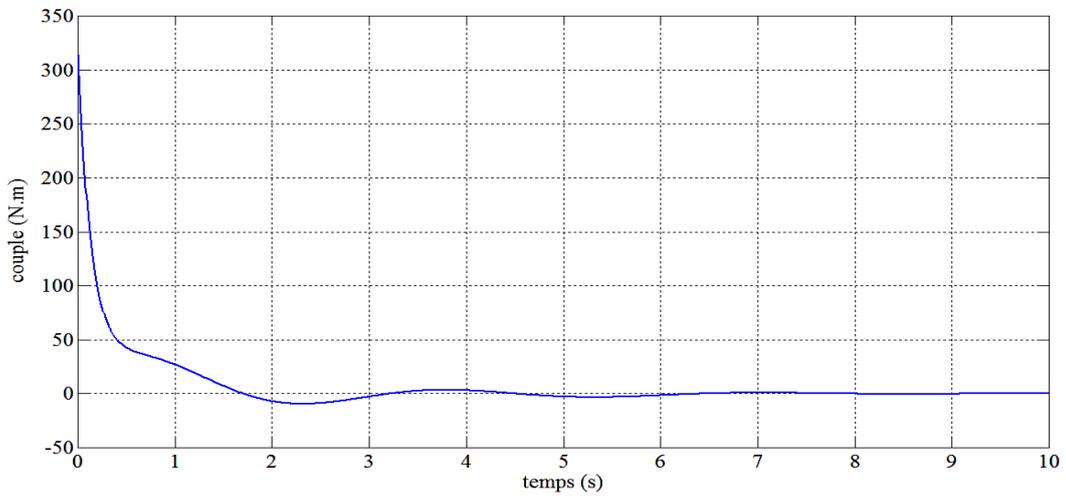
(c) erreur de position de la première articulation



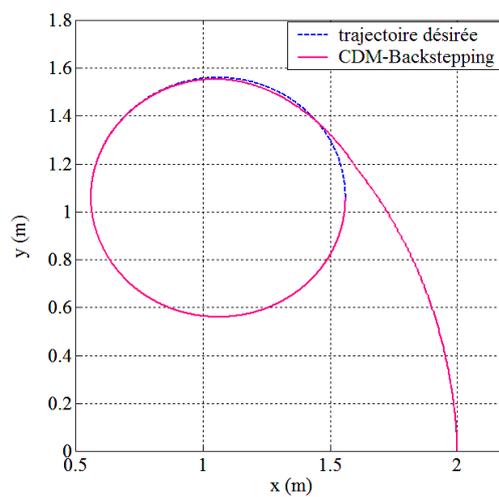
(d) erreur de position de la deuxième articulation



(e) La commande de la première articulation

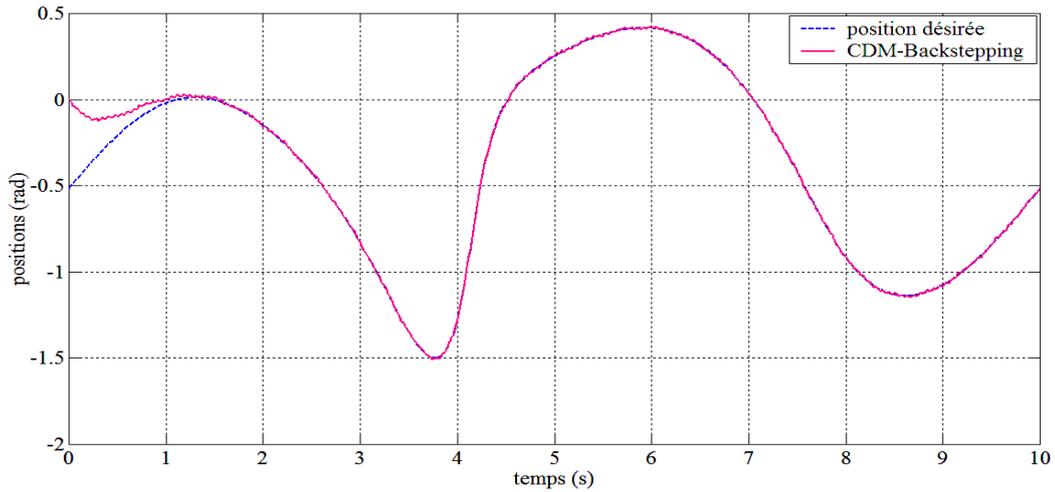


(f) La commande de la deuxième articulation

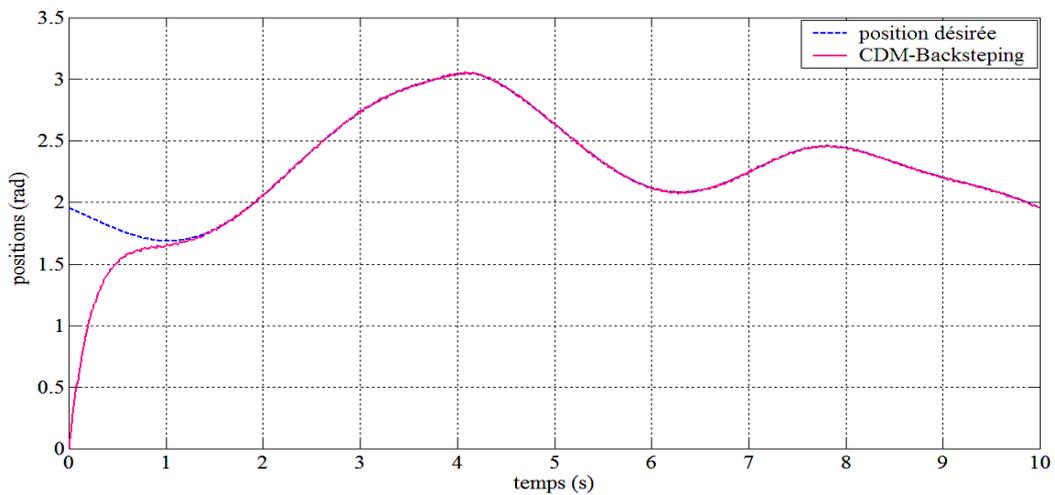


(g) Poursuite de trajectoire

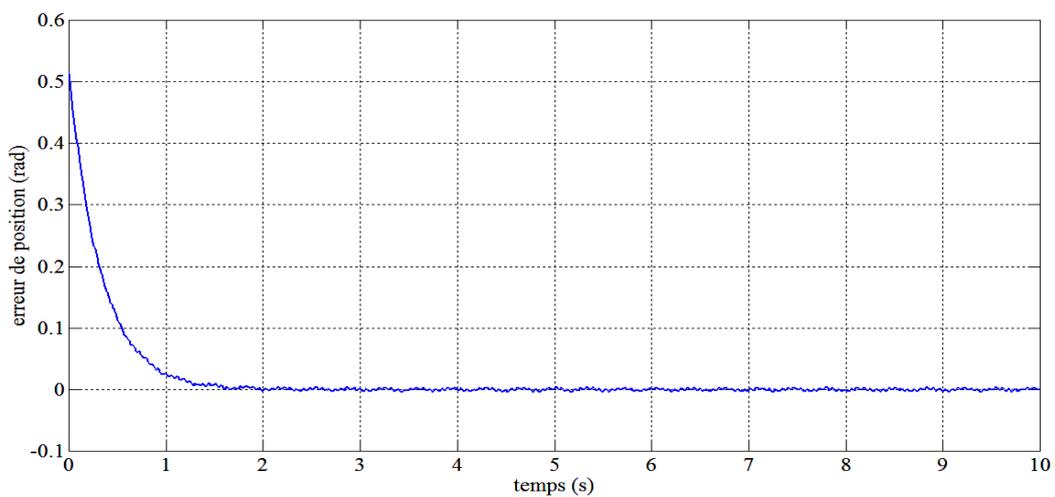
Fig. 2.9 Résultat de simulation de contrôleur CDM-Backstepping avec perturbations, bruits et des variations paramétriques



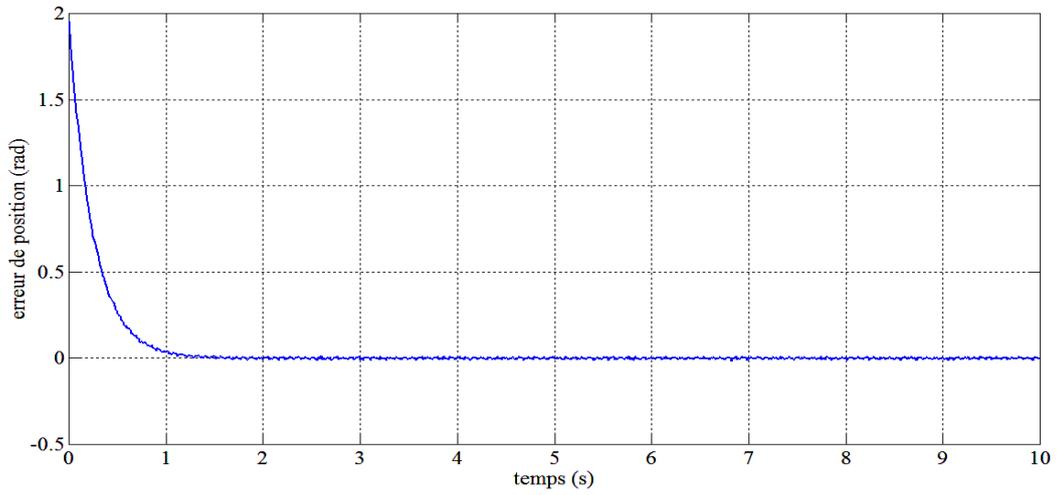
(a) Position désirée et position actuel de la première articulation



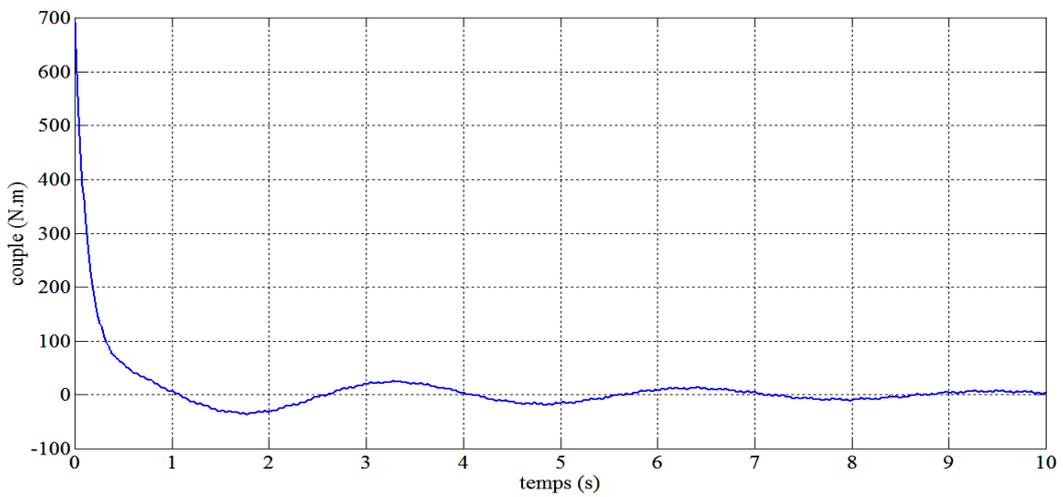
(b) Position désirée et position actuelle de la deuxième articulation



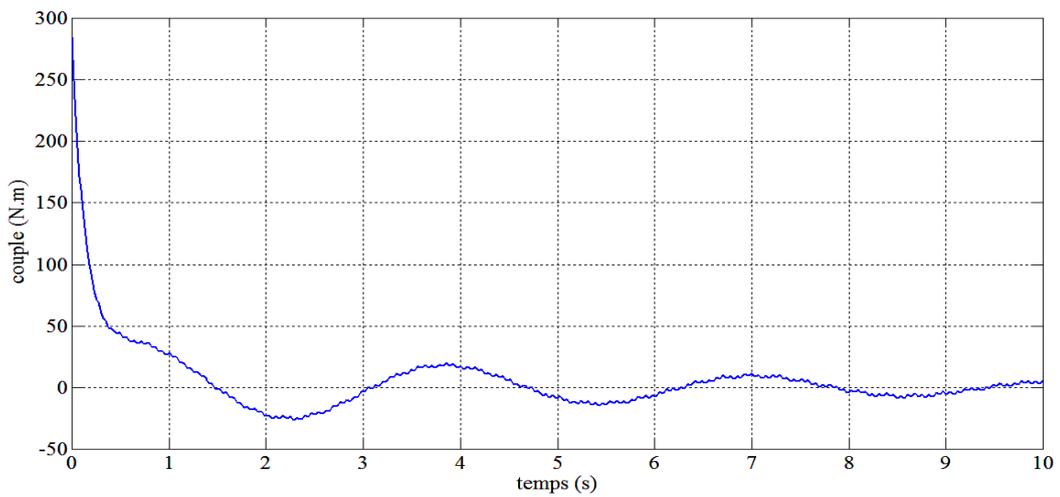
(c) erreur de position de la première articulation



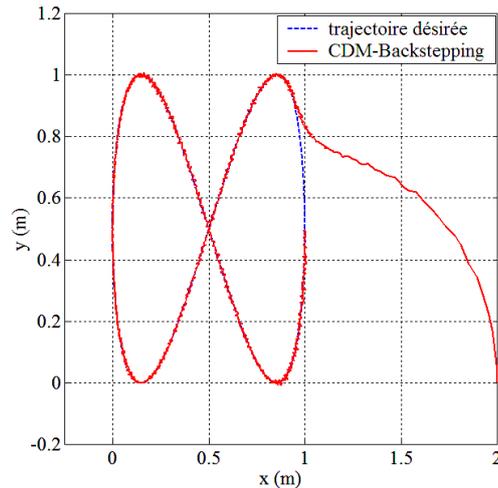
(d) erreur de position de la deuxième articulation



(e) La commande de la première articulation



(f) la commande de la deuxième articulation



(g) Poursuite de trajectoire

Fig. 2.10 Résultat de simulation de contrôleur CDM-Backstepping avec changement de trajectoire

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présentés la technique de backstepping puis, nous avons développée l'idée de combiner deux techniques de commande pour améliorer les performances et d'assurer la robustesse. Plus précisément, nous avons considéré l'association des commandes PID non linéaire et la commande par backstepping puis la commande CDM non linéaires et la commande par backstepping.

Pour tester ces deux techniques nous l'avons appliquées sur un robot à deux degrés de liberté, la technique de PID-Backstepping montre son efficacité dans le cas de présence de perturbation externe, les résultats obtenus sont encourageants et les erreurs de suivi sont acceptables, La commande est relativement élevée. Mais dans le cas de présence de variations paramétriques, les résultats de simulation ont montrés la limitation en performance de cette technique et une réponse instable est apparue.

En vue d'améliorer les performances de cette approche nous proposons de remplacer le contrôleur PID par un contrôleur de type CDM pour assurer la robustesse contre les variations paramétriques.

Les résultats de simulation de la commande de robot manipulateur ont montré l'efficacité de l'approche CDM-Backstepping. En effet, la commande par CDM-Backstepping obtenue présente une bonne robustesse vis-à-vis de perturbations externes, bruits, le biais des paramètres et la poursuite de trajectoire. En plus, cette technique offre une méthode systématique pour garantir la stabilité exponentielle du système.

Chapitre 3

Commande par la méthode diagramme de carrée des coefficients

3.1 Introduction

La motivation de cette approche est la limitation des techniques de commandes linéaires quadratiques LQR/LQG existantes, ces méthodes permettent de piloter un système linéaire à l'aide d'une combinaison linéaire des états du système, L'idée de ces approches est de positionner les valeurs propres du système en boucle fermée afin qu'un critère de performance quadratique soit minimisé [34]. Ce critère traduit l'énergie contenue dans l'état du système et dans sa commande.

Le problème fondamentale de la commande LQR/LQG est la sélection des pondérations de critère de performance, en plus, quelquefois LQR et LQG ne fournit pas un contrôleur robuste pour la commande des systèmes. Dans ce qui suit, la commande par la méthode diagramme de carré des coefficients SCDM est proposée conjointement avec LQ dans laquelle la sélection des pondérations est présentée, la robustesse de contrôle sera testée en présence des perturbations, de bruits de mesures, de variations paramétriques de système et par le changement de trajectoire.

3.2 La commande LQR

La synthèse linéaire quadratique dénommée LQ ou LQR (Linear Quadratic Regulator) consiste en la recherche d'une matrice gain K_g , telle que la commande par retour d'état

$u(t) = -K_g x$ Stabilise le système et minimise le critère quadratique

On considère le système linéaire continu, invariant, régi par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (3.1)$$

Où x est le vecteur d'état de dimension n et u est un vecteur d'entrée, A est la matrice d'état ou d'évolution, B est la matrice de d'entrée ou de commande et C la matrice de sortie ou de mesure.

L'élaboration de la commande LQR se fait par la minimisation d'un critère de performance J donné par la formule suivante :

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (3.2)$$

Où R est une matrice symétrique de taille $n \times n$ et définit positive. Le signe de la matrice symétrique Q n'est pas nécessaire, le premier terme représente les performances à poursuivre et le deuxième terme indique la minimisation de la puissance de commande.

La matrice gain K_g optimale est donnée par :

$$K_g = -R^{-1} B^T P \quad (3.3)$$

Où P est la solution de l'équation algébrique de Riccati

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (3.4)$$

L'obtention du gain K_g passe donc par la recherche de la solution P symétrique définie positive

de l'équation de Riccati qui doit être reportée dans l'équation (3.3).

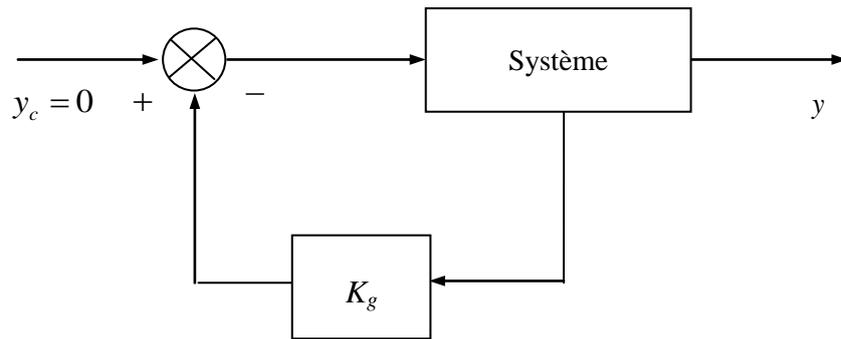


Fig. 3.1 schéma block de commande d'un système par LQR

Le problème de sélection des matrices de pondérations Q et R est résolu par l'utilisation de l'algorithme de commande SCDM

3.2.1 La matrice Hamiltonienne et la solution de Riccati

Les pôles de système en boucle fermée avec retour d'état représentent les valeurs propres stables de la matrice Hamiltonienne H [35] donnée par l'expression suivante :

$$H = \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Avec H est une matrice de taille $2n \times 2n$

On suppose que les valeurs propres de la matrice Hamiltonienne H ne sont pas dans l'axe imaginaire, et elle a de n valeurs propre dans la partie gauche et n valeurs propre dans la partie droite de plan S . les n racines stable de polynôme caractéristique $P(s)$ de système en boucle fermée corresponde aux n valeurs propres de la matrice H qui se trouve dans la partie gauche de plan S .

Soit λ une valeur propre et V un vecteur propre associé à droite :

$$HV = H \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Avec $V = (v_1 \ v_2)^T$, $\dim v_1 = n \times 1$ et $\dim v_2 = n \times 1$

Alors le couple $\{-\lambda; (v_2^T, -v_1^T)\}$ est un couple de valeur propre et vecteur propre à gauche associé à la matrice H , c'est-à-dire:

$$[v_2^T, -v_1^T]H = -\lambda[v_2^T, -v_1^T] \quad (3.7)$$

Vérification :

$$\begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda v_1 \\ \lambda v_2 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

C.à.d

$$Av_1 - BR^{-1}B^T v_2 = \lambda v_1 \quad (3.9)$$

$$-Qv_1 - A^T v_2 = \lambda v_2 \quad (3.10)$$

Et

$$[v_2^T \quad -v_1^T] \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} = [v_2^T A + v_1^T Q \quad -v_2^T BR^{-1}B^T + v_1^T A^T] \quad (3.11)$$

$$[v_2^T \quad -v_1^T] \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} = [-v_2^T \lambda \quad v_1^T \lambda] \quad (3.12)$$

Les $2n$ valeurs propres du système H sont symétriques 2 à 2 par rapport à l'axe imaginaire (si λ_1 est valeur propre, alors $-\lambda_1$ l'est aussi)

Si aucune des valeurs propres n'est imaginaire pure, il y a n valeurs propres à partie réelle négative et n valeurs propres à partie réelle positive.

Soit Λ la matrice diagonale de taille $(n \times n)$ dont les éléments $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n)$ sont les valeurs propres à partie réelle négative.

Soit X une matrice composée des vecteurs propres à droite associés à ces n valeurs propres, X est une matrice de dimension $2n \times n$:

$$HX = X\Lambda \quad (3.13)$$

$$\begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \Lambda \quad (3.14)$$

Donc

$$\begin{cases} AX_1 - BR^{-1}B^T X_2 = X_1 \Lambda \\ -QX_1 - A^T X_2 = X_2 \Lambda \end{cases} \quad (3.15)$$

Soit

$$P = X_2 X_1^{-1} \quad (3.16)$$

Alors

$$-Q - A^T P = X_2 (X_1^{-1} X_1) \Lambda X_1^{-1} = (X_2 X_1^{-1}) (X_1 \Lambda) X_1^{-1} = P (X_1 \quad -BR^{-1}B^T X_2) X_1^{-1} \quad (3.17)$$

C'est-à-dire que P vérifie l'équation de Riccati

$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (3.18)$$

3.2.2 Stabilité de la boucle fermée

Le système linéaire de l'équation (3.1), auquel on utilise le gain K_g décrit à l'équation (3.3) devient le système dynamique homogène suivant :

$$\dot{x}(t) = (A - BR^{-1}B^T P) x(t) \quad (3.19)$$

Qui est stable si et seulement si toutes les valeurs propres de sa matrice d'évolution sont dans le

demi-plan complexe gauche.

De l'équation (3.14) on obtient :

$$AX_1 - BR^{-1}B^T X_2 = X_1 \Lambda \quad (3.20)$$

$$X_1^{-1} (A - BR^{-1} - B^T P) X_1 = \Lambda \quad (3.21)$$

$$A - BR^{-1} - B^T P = X_1 \Lambda X_1^{-1} \quad (3.22)$$

Les valeurs propres de la matrice d'évolution de la boucle fermée sont donc les coefficients $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n)$ de la matrice diagonale Λ .

Ces coefficients sont les valeurs propres à partie réelle négative de la matrice hamiltonienne, donc le système est stable en boucle fermée.

3.2.3 Générations de la commande et choix des pondérations

Après avoir défini les matrices A, B, Q et R dans MATLAB, la commande $lqr(A, B, Q, R)$ génère le calcul de la matrice K ; du moment que les performances de la commande dépendent fortement des valeurs numériques des coefficients des matrices de pondération, Le choix des matrices de pondération Q et R dans l'équation (3.2) se fait en fonction du comportement souhaité du système en boucle fermée. Plus la pondération Q sera grande, plus l'énergie de l'état x sera minimisée au bénéfice de l'énergie de la commande u qui sera donc maximisée, et plus la dynamique de la boucle fermée sera rapide. Au contraire, plus la pondération R sera grande, plus l'énergie de la commande u sera minimisée, et plus la dynamique de la boucle fermée sera lente.

Il est intéressant de remarquer d'abord que la multiplication des pondérations Q et R par un même scalaire laisse inchangé le gain K . En effet, soit P la solution de l'équation (3.4) et soit le nouveau problème basé sur les pondérations $Q' = \rho Q$ et $R' = \rho R$. On vérifie que $P' = \rho P$ est solution de l'équation de Riccati, il est nécessaire de tenir compte de ce phénomène pour ne pas tourner en rond dans le processus de choix des pondérations. Sans restriction, les pondérations peuvent être choisies symétriques. Elles sont généralement choisies diagonales. Ainsi, on se ramène au choix de n scalaires pour l'état et de l scalaires pour la commande. Voici une méthode simple de choix et de modification des pondérations en vue d'aboutir à un correcteur satisfaisant.

1. Au départ, on choisit généralement des pondérations égales aux matrices identité.
2. Dans une seconde étape, on accélère ou décélère globalement le système en multipliant la matrice Q par un scalaire ρ (accélération avec $\rho > 1$ et décélération avec $\rho < 1$), jusqu'à obtenir une dynamique moyenne adaptée.
3. Dans le cas où certains états auraient des dynamiques trop lentes par rapport à d'autres, on peut choisir d'augmenter la pondération de Q correspondant aux premiers.
4. Dans le cas où certains actionneurs seraient trop sollicités par rapport à d'autres, on peut choisir d'augmenter la pondération de R leur correspondant.

Les étapes 2, 3 et 4 peuvent être répétées dans l'ordre souhaité jusqu'à obtenir un correcteur satisfaisant le cahier des charges.

3.3 Le polynôme caractéristique de la commande SCDM

Le polynôme caractéristique de la commande CDM d'un système en boucle fermée est donné par l'équation suivante :

$$P(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 \quad (3.23)$$

On obtient la relation suivante :

$$\frac{P(-s).P(s)}{a_n^2} = (-1)^n \det(s.I_{2n} - H) \quad (3.24)$$

Par conséquent si $P(s)$ est désigné par CDM, la matrice de pondération Q peut être trouvée.

Également, si Q est spécifiée et la commande LQ est réalisée, $P(s)$ peut être obtenu.

Pour un polynôme caractéristique $P(s)$ donné, $P(-s) \times P(s)$ est un polynôme en fonction de $-s^2 = \omega$ et désigné par $PP(\omega)$ sera appelé le polynôme carré (squared polynomial) de $P(s)$, et $P(s)$ sera appelé le polynôme originale (squared root polynomial) de $PP(\omega)$.

$$P(-s)P(s) = PP(-s^2) = PP(\omega) \quad (3.25)$$

Si $PP(\omega)$ n'as pas de racines réelles et positives, il existe un seul polynôme originale $P(s)$ stable [36].

Puisque que le polynôme $PP(\omega)$ est stable les coefficients de ces polynômes sont choisis comme suit :

$$P(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = \sum_{i=0}^n a_i s^i \quad (3.26)$$

$$PP(\omega) = a_{qn} \omega^n + a_{q_{n-1}} \omega^{n-4} + \dots + a_{q_1} \omega + a_{q_0} = \sum_{i=0}^n a_{qi} \omega^n \quad (3.27)$$

$$a_{qn} = a_n^2 \quad (3.28)$$

$$a_{qi} = a_i^2 - 2a_{i-1}a_{i+1} + \dots = a_i^2 + 2 \sum_{i=j}^m (-1)^n a_{i-1}a_{i+1} = \mu a_i^2 \quad (3.29)$$

$$\mu = 1 + 22 \sum_{i=j}^m \frac{(-1)^n}{\gamma_{ij}} \quad (3.30)$$

Avec $m = \min(i, n - i)$

Les coefficients a_{qi} de $PP(\omega)$ sont exprimées en fonction des coefficients a_i et les indices de stabilité d'ordre supérieur γ_{ij} sont exprimés en fonction des indices de stabilité γ_i .

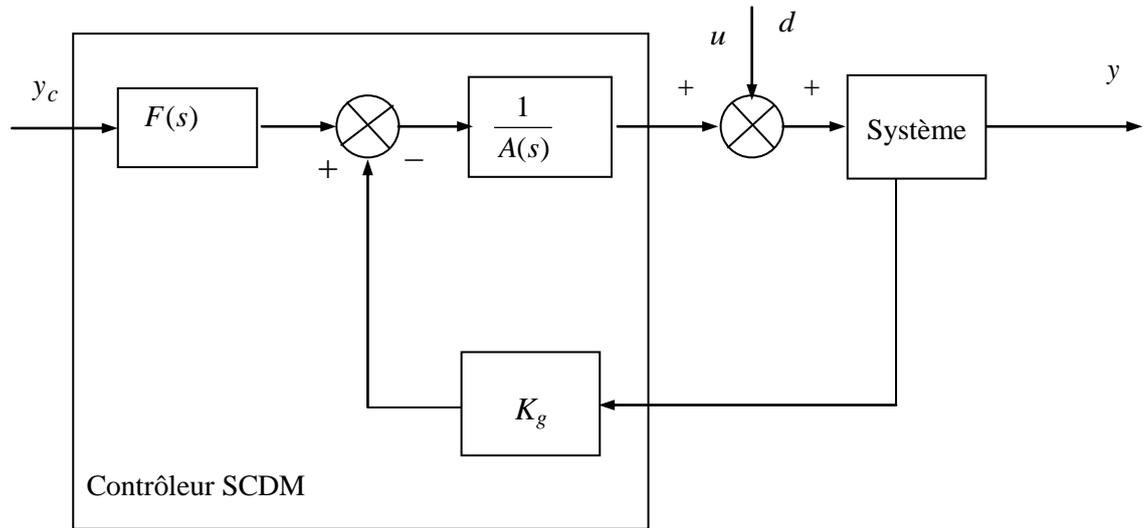


Fig. 3.2 schéma block de commande d'un système par SCDM

3.4 Implémentation de la commande SCDM

L'implémentation de la commande SCDM, pour la commande d'un système nécessite la réécriture de système sous forme d'équation polynomiale suivante [36].

$$A_p(s)y = B_p(s)u \tag{3.31}$$

Avec $s^{nc}u = u_{nc}$

L'objectif de la commande LQR est de minimiser toute déviation avec un effort de commande minimale, il est formulé par la fonction de cout suivante :

$$J = \int_0^{\infty} (\sum_{i=0}^{nc} q_{u_i} u_i^2 + \sum_{i=0}^{np-1} q_{y_i} y_i^2) dt \tag{3.32}$$

Où q_{u_i} et q_{y_i} sont des scalaires constantes et np est l'ordre de $A_p(s)$. La pondération de la matrice Q est exprimé par :

$$Q = \text{diag}(q_{u_{nc}} \quad q_{u_{nc-2}} \quad \dots \quad q_{u_1} \quad q_{u_0} \quad q_{y_{np-1}} \quad q_{y_{np-2}} \quad \dots \quad q_{y_1} \quad q_{y_0}) \tag{3.33}$$

Les matrices de pondération de poids sont données comme suit :

$$PP(\omega) = Q_u(\omega)AA_p(\omega) + Q_y(\omega)BB_p(\omega) \tag{3.34}$$

$$PP(\omega) = P(-s)P(s) = \sum_{i=0}^{nc+np} a_{q_i} \omega^i \tag{3.35}$$

$$AA(\omega) = A_p(-s)A_p(s) = \sum_{i=0}^{np} ap_{q_i} \omega^i \tag{3.36}$$

$$BB(\omega) = B_p(-s)B_p(s) = \sum_{i=0}^{mp} b_{q_i} \omega^i \tag{3.37}$$

$$Q_u(\omega) = \sum_{i=0}^{nc} q_{u_i} \omega^i \quad (3.38)$$

$$Q_y(\omega) = \sum_{i=0}^{np-1} q_{y_i} \omega^i \quad (3.39)$$

Tel que, mp est l'ordre de numérateur $B(s)$ de la fonction de transfert de système. Dans cette approche, si $PP(\omega)$ est obtenu par l'application de la commande SCDM, les polynômes des pondérations $Q_u(\omega)$ et $Q_y(\omega)$ peuvent être obtenus.

3.5 Application de la commande SCDM au robot manipulateur

Le polynôme caractéristique pour les deux contrôleurs de robot après l'application de la commande CDM est donné comme suit :

$$P(s) = 1.28s^3 + 3.2s^2 + 4s + 2 \quad (3.40)$$

Dans la structure de commande SCDM, les expressions de polynôme carré caractéristique de robot en boucle fermée sont donnée par

$$PP(\omega) = -1.63\omega^3 + 0.17\omega^2 - 3.2\omega + 4 \quad (3.41)$$

L'algorithme de CDM nous donne la relation suivante

$$u = \frac{1}{A(s)} (-B(s)y) \quad (3.42)$$

Donc on peut déterminer les polynômes $A_p(s)$ et $B_p(s)$ comme suit :

$$A_p(s) = -B(s) = -(k_0 + k_1s + k_2s^2) = -(2 + 4s + 3.2s^2) \quad (3.43)$$

$$B_p(s) = A(s) = l_1s = 1.28s \quad (3.44)$$

Et ainsi, on détermine les polynômes $AA_p(s)$ et $BB_p(s)$

$$AA_p(\omega) = 4 - 3.2\omega + 10.24\omega^2 \quad (3.45)$$

$$BB_p(\omega) = -1.6384\omega \quad (3.46)$$

Donc

$$\begin{cases} n_p = 2 \\ m_p = 1 \\ n_c = 1 \end{cases} \quad (3.47)$$

$$Q_u(\omega) = q_{u_0} + q_{u_1} \omega \quad (3.48)$$

$$Q_y(\omega) = q_{y_0} + q_{y_1} \omega \quad (3.49)$$

$$PP(\omega) = q_{u_0}(4 - 3.2\omega + 10.24\omega^2) + (q_{y_0} + q_{y_1}\omega)(-1.6384\omega) \quad (3.50)$$

En utilisant la formule (3.41) et leur comparaison par l'équation (3.50), on trouve la matrice Q

$$\begin{cases} 4q_{u_0} = 4 \\ -3.2q_{u_0} + 4q_{u_0} - 1.6384q_{y_0} = -3.2 \\ 10.24q_{u_0} - 3.2q_{u_1} - 1.6384q_{y_1} = 0.17 \\ 10.24q_{u_1} = -1.63 \end{cases} \quad (3.51)$$

On trouve les coefficients de la matrice de pondération

$$\begin{cases} q_{u_0} = 1 \\ q_{u_1} = -0.1592 \\ q_{y_0} = -0.3886 \\ q_{y_1} = 6.4571 \end{cases} \quad (3.52)$$

Donc la matrice Q est donnée comme suit

$$Q = \begin{bmatrix} 6.4571 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.3886 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1592 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

3.5.1 Résultat de simulation

Les performances sont évaluées par le biais d'une simulation numérique dans les mêmes conditions de fonctionnement présentées dans les sections précédentes sous l'environnement Matlab/Simulink.

Dans cette partie, nous présentons les résultats de simulation relatifs à l'application de lois de commande développée ci-dessus à la commande du modèle dynamique du robot. Les valeurs des paramètres du modèle, utilisées dans les différentes simulations sont celles données dans le chapitre 1. Nous avons effectué quatre simulations en imposant des trajectoires de référence circulaire dans les trois premiers tests illustrés par les figures 3.3, 3.4 et 3.5, et de trajectoire de référence sous forme (butterfly shape) dans le quatrième test, figure 3.6.

Test 1 : cas idéal

Le premier test simulé est réalisé en l'absence de perturbations externe, sans variations paramétriques et sans bruits.

Comme nous pouvons le constater sur la figure 3.3, la commande par SCDM a permis d'optimisée considérablement la commande selon son critère de performance tout en préservant les avantages principaux de la commande CDM à savoir : la précision, le temps de réponse imposé, une commande optimale et la stabilité et la robustesse. En effet, nous avons obtenu une bonne précision dans la poursuite des trajectoires de référence, réponses rapides et des dépassements nuls.

Test 2 : robustesse aux perturbations externes

Pour mettre en évidence la robustesse de ce type de commande nous avons ajoutés des perturbations externes au robot. La figure 3.4 montre que cette augmentation n'a pas d'effet considérable sur les performances de commande. Cette figure montre une poursuite de trajectoire satisfaisante avec des erreurs de faibles valeurs, donc le robot tend vers ces positions désirées.

Test 3: robustesse aux bruits, perturbations externe et variations paramétriques

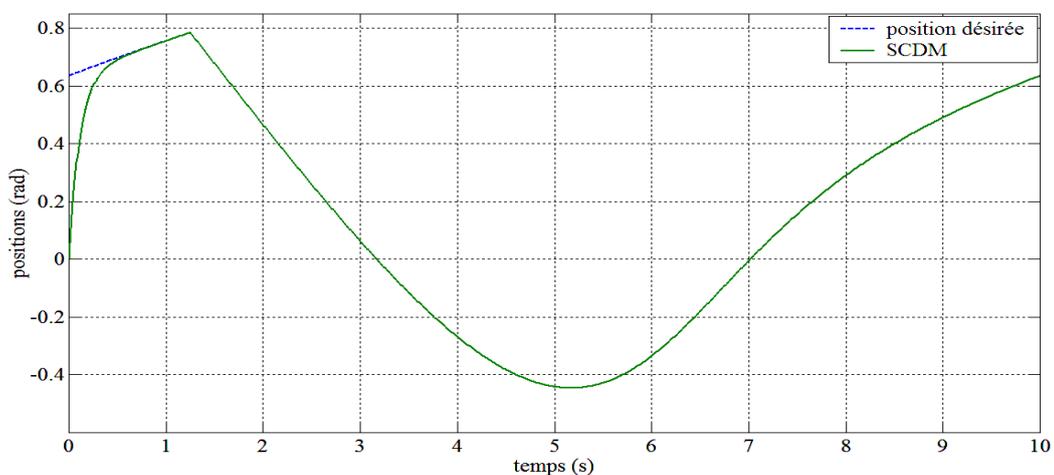
Afin de tester la robustesse vis à vis des bruits, des perturbations externes et de variations paramétriques, on présente les résultats de simulation du comportement dynamique des positions pour les cas suivants

- Introduction des bruits blancs d'espérances nulles, et de covariances $cov=0,5$, et des perturbations externe de 20^0 aux positions angulaire
- Variation de la masse et de la longueur de la deuxième liaison de $m = 5 \text{ kg}$ et de longueur $l = 0.1 \text{ m}$ respectivement
- Variation des frottements visqueuses et des frottements coulomb des deux articulations avec $b_{1f} = b_{2f} = 2x_2(t) + 1.5\text{sign}(x_2(t))$

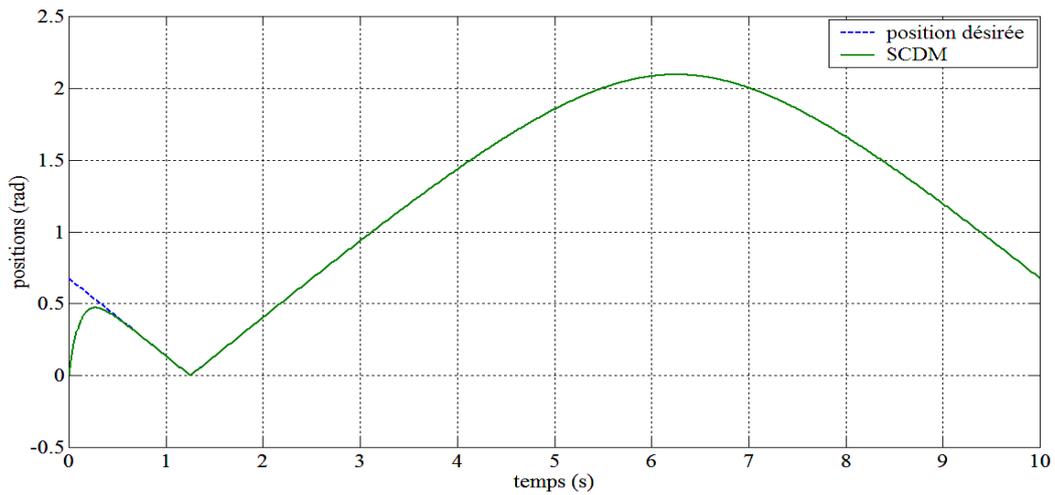
La variation de la masse, la longueur et les frottements influent légèrement sur la dynamique des positions et la poursuite de trajectoire. On constate que ce régulateur est très robuste.

Test 4: changement de trajectoire désirée

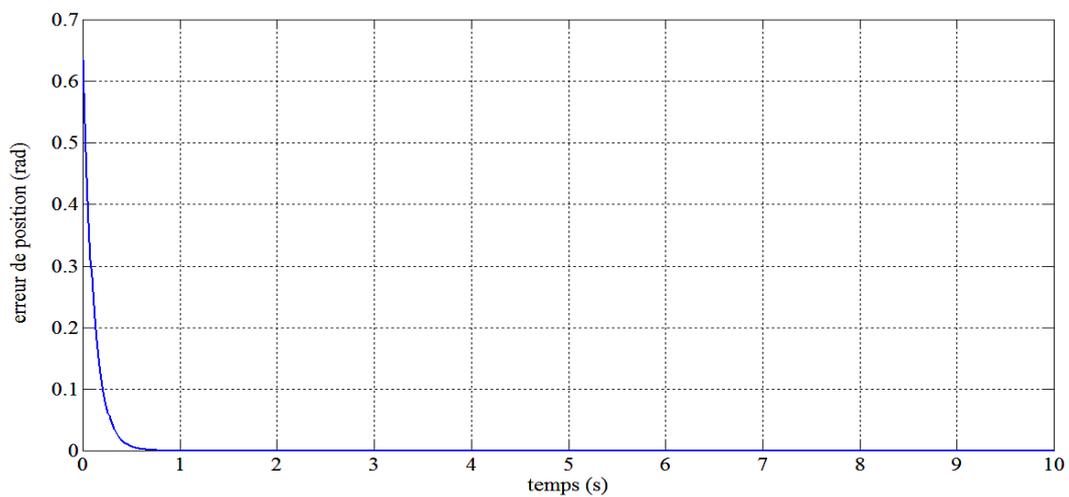
Dans ce test, nous nous intéressons à la robustesse de contrôleur SCDM et sa capacité d'assurer la stabilité du système au changement de trajectoire par une trajectoire de forme (butterfly shape) avec plusieurs types de perturbations, soit au niveau des signaux mesurés (bruits), soit au niveau du modèle mathématique considéré (variations paramétriques) et des perturbations externes. La figure 3.6 montre les performances de contrôleur SCDM lors de changement de trajectoire et l'utilisation de test 3, Les courbes de positions montrent que toutes les grandeurs se stabilisent après un temps de réponse satisfaisant, sans présence de dépassements et faible erreurs de poursuite. On remarque que les réponses sont très satisfaisantes et que les commandes sont optimales.



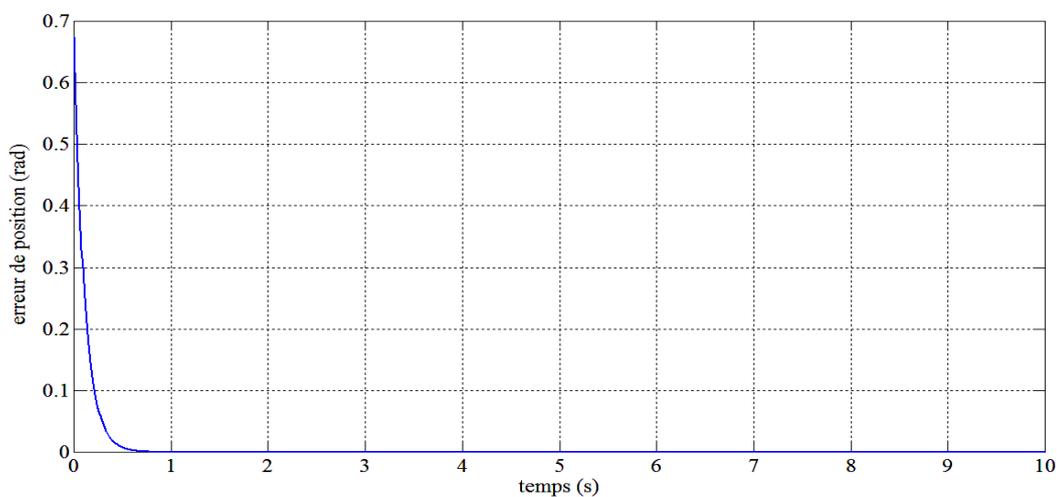
(a) Position désirée et position actuelle de la première articulation



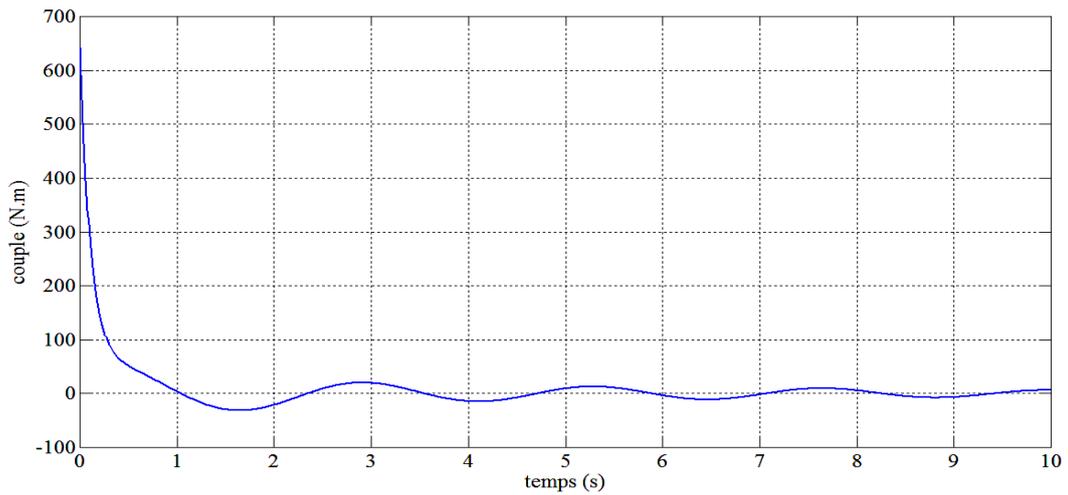
(b) Position désirée et position actuelle de la deuxième articulation



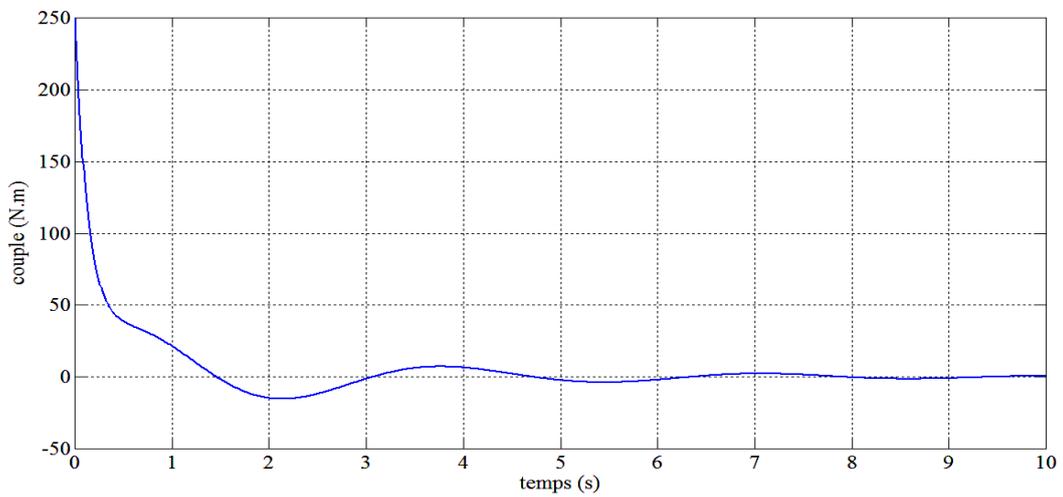
(c) erreur de position de la première articulation



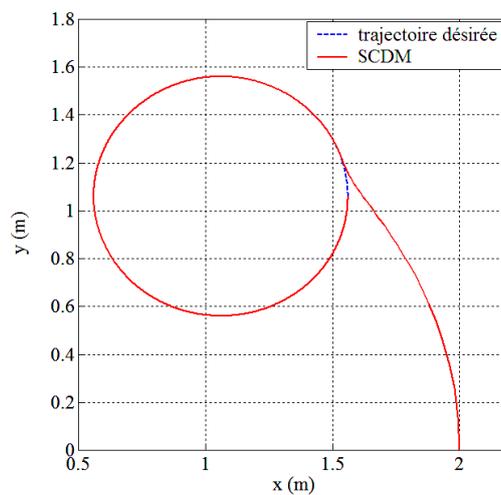
(d) erreur de position de la deuxième articulation



(e) La commande de la première articulation

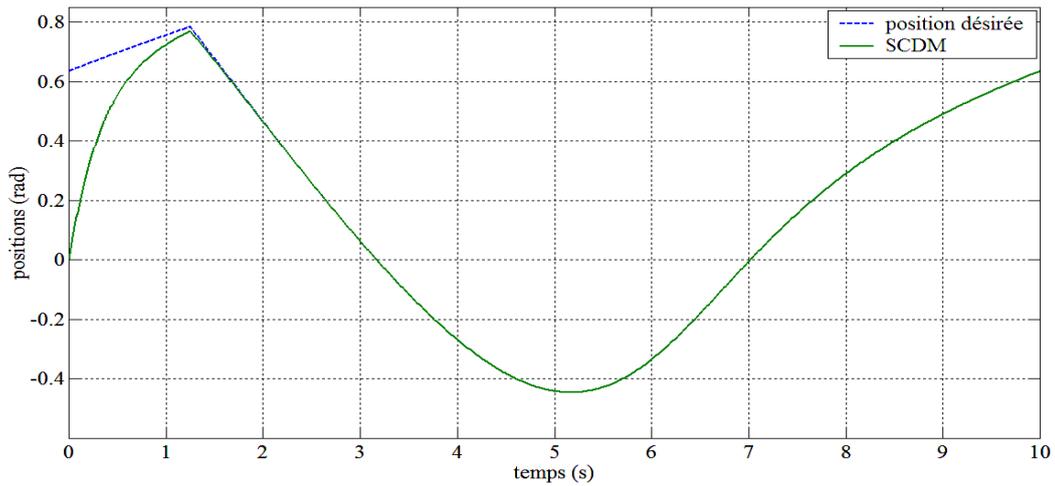


(f) La commande de la deuxième articulation

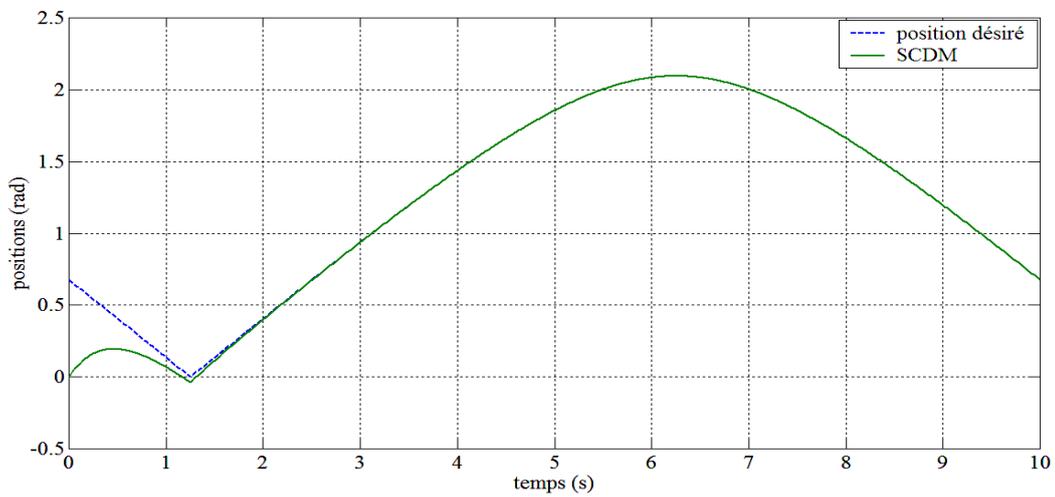


(g) Poursuite de trajectoire

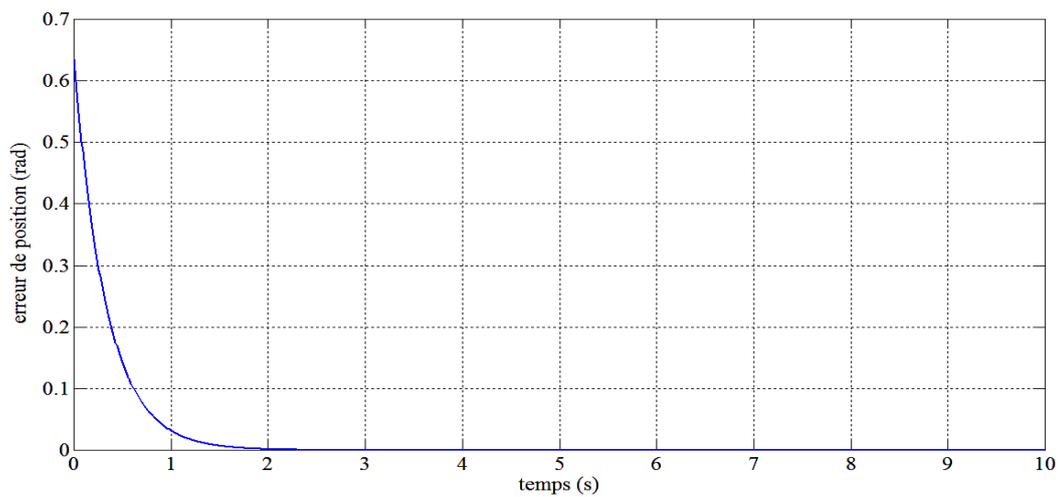
Fig. 3.3 Résultat de simulation de contrôleur SCDM pour le cas idéal



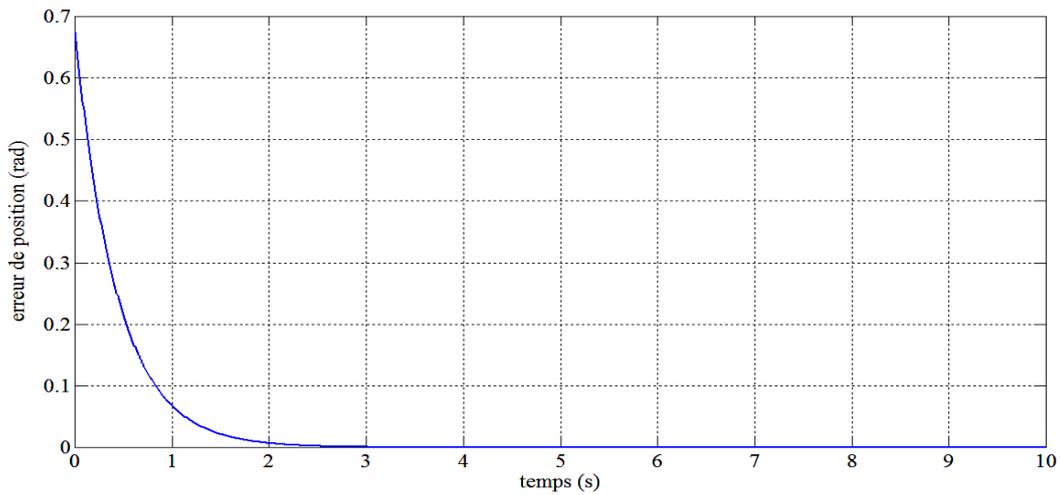
(a) Position désirée et position actuelle de la première articulation



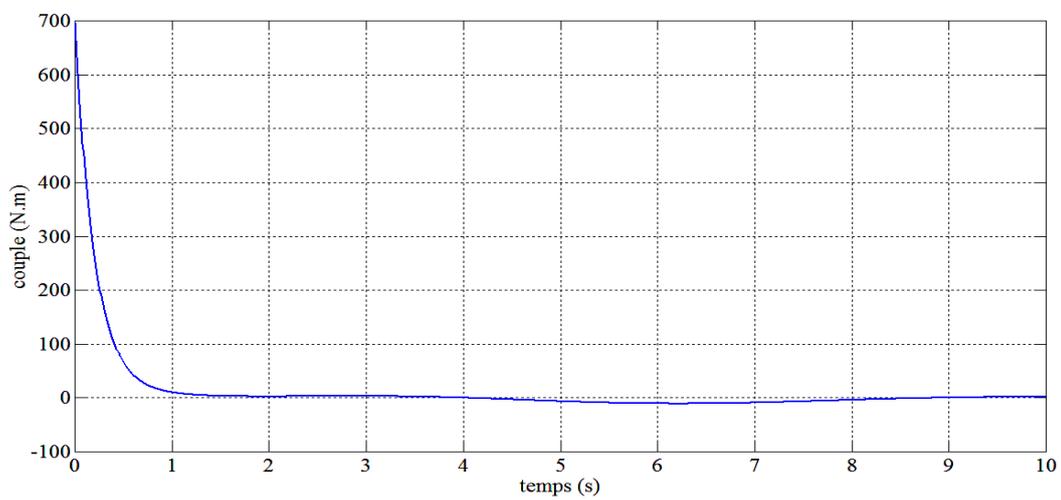
(b) Position désirée et position actuelle de la deuxième articulation



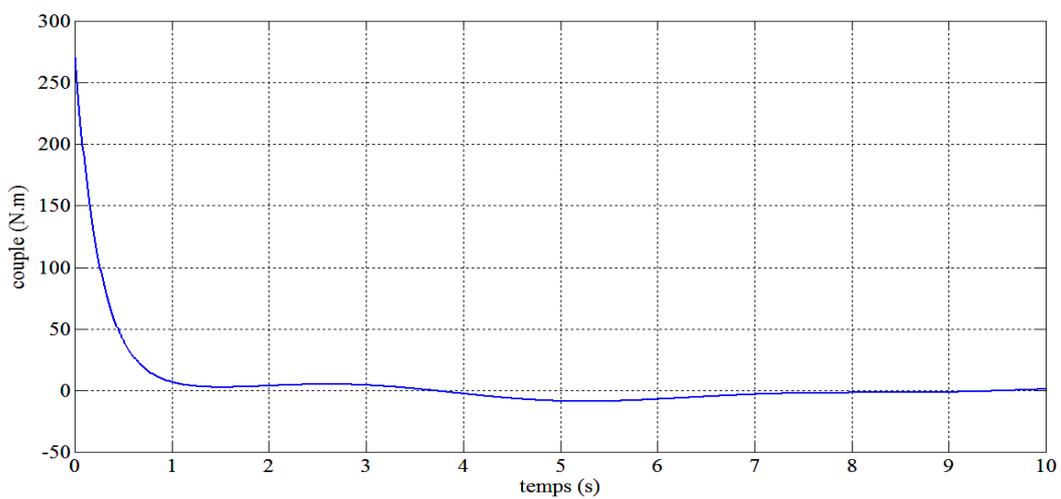
(c) erreur de position de la première articulation



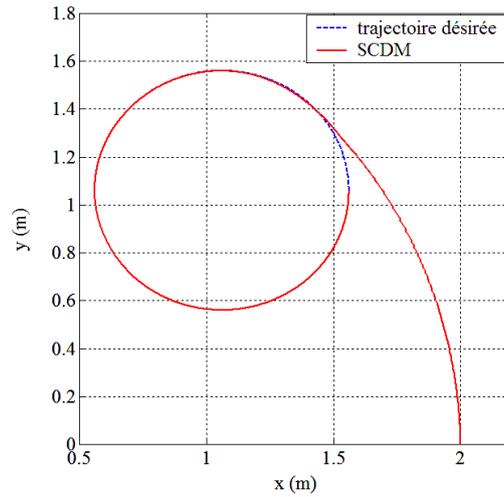
(d) erreur de position de la deuxième articulation



(e) La commande de la première articulation

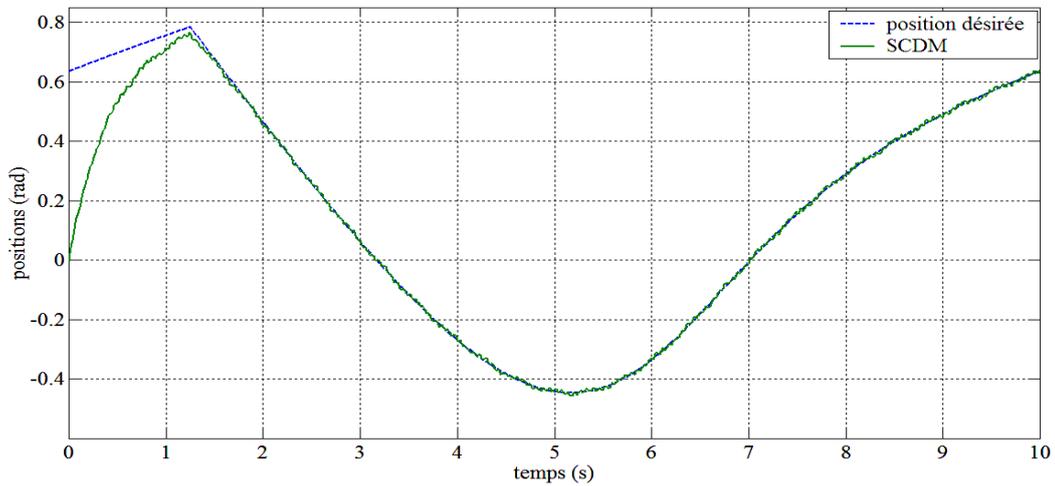


(f) La commande de la deuxième articulation

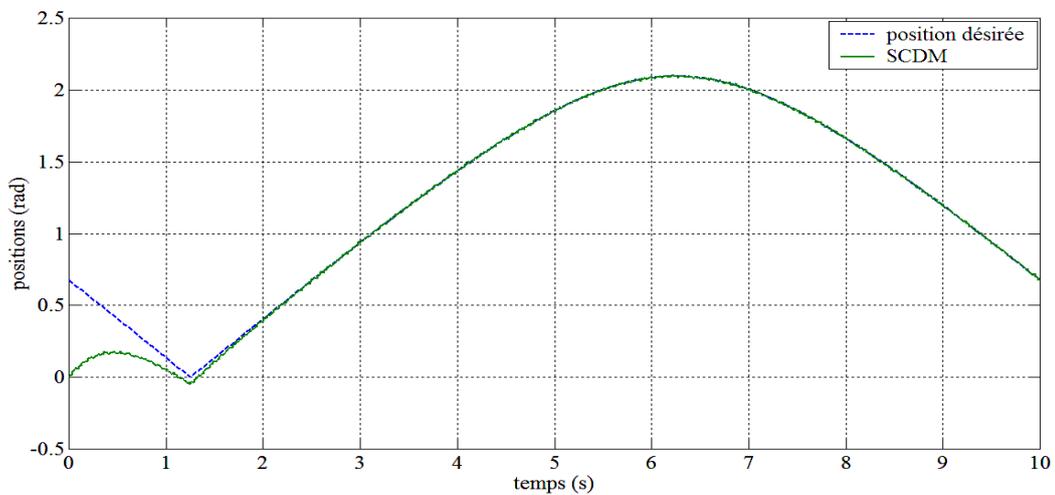


(g) Poursuite de trajectoire

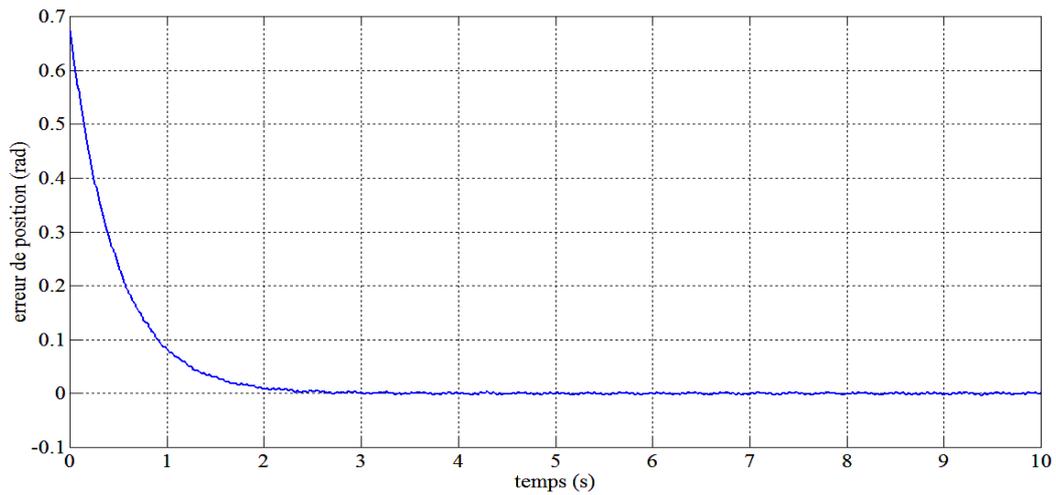
Fig. 3.4 Résultat de simulation de contrôleur SCDM avec perturbations



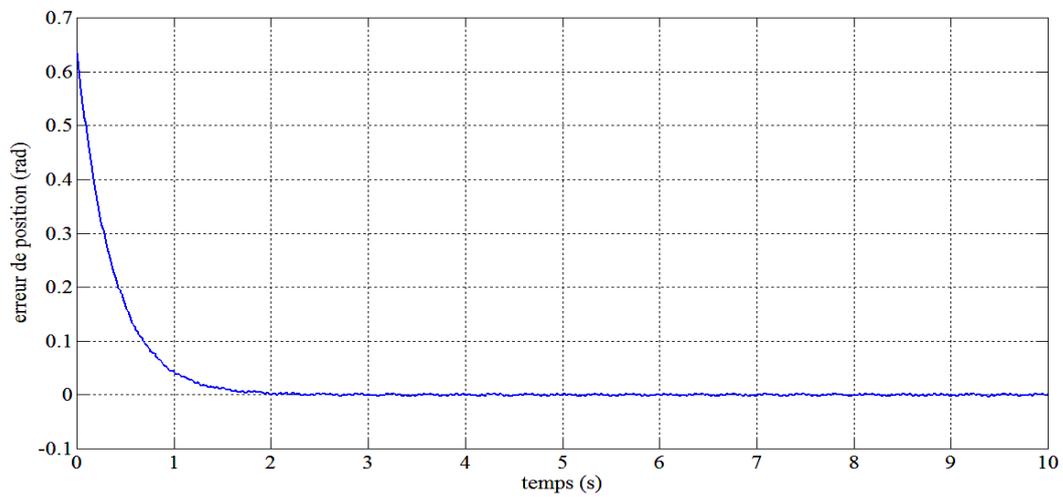
(a) Position désirée et position actuelle de la première articulation



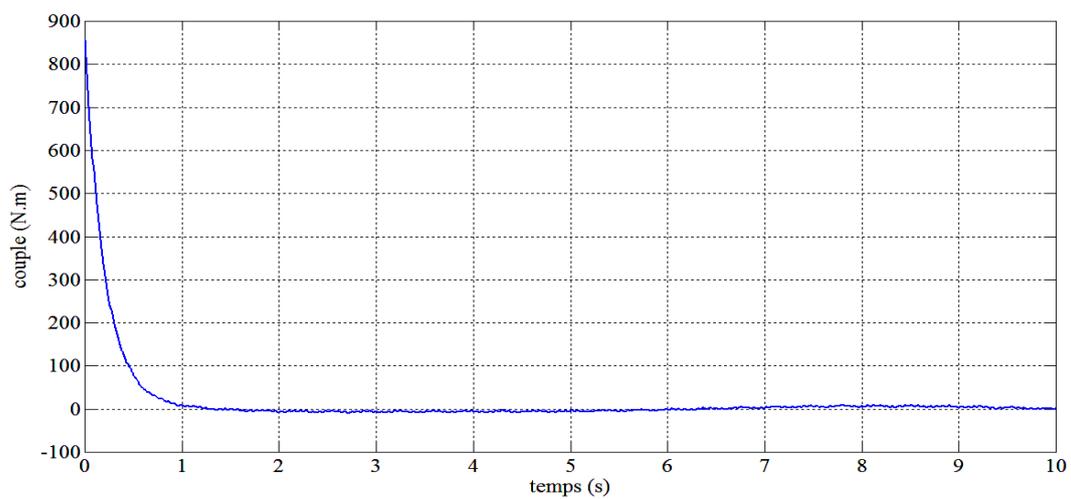
(b) Position désirée et position actuelle de la deuxième articulation



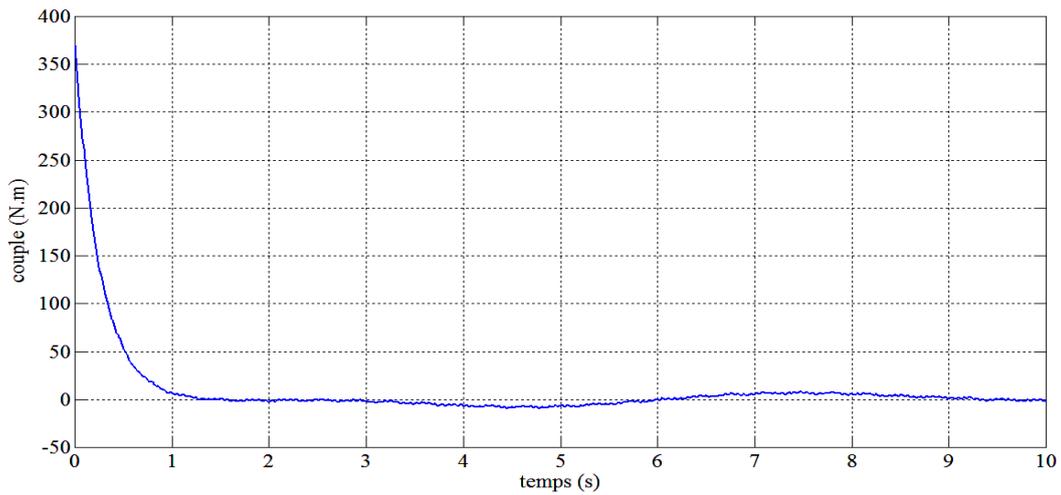
(c) erreur de position de la première articulation



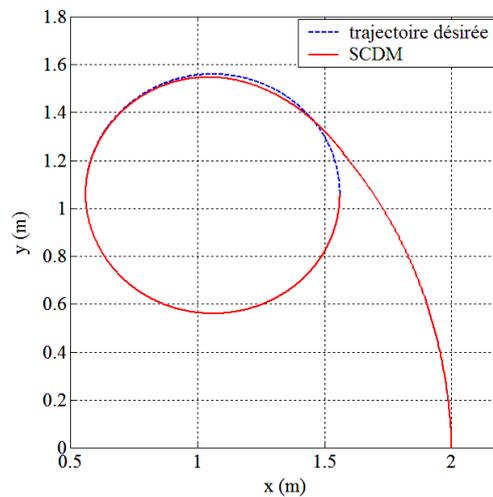
(d) erreur de position de la deuxième articulation



(e) La commande de la première articulation

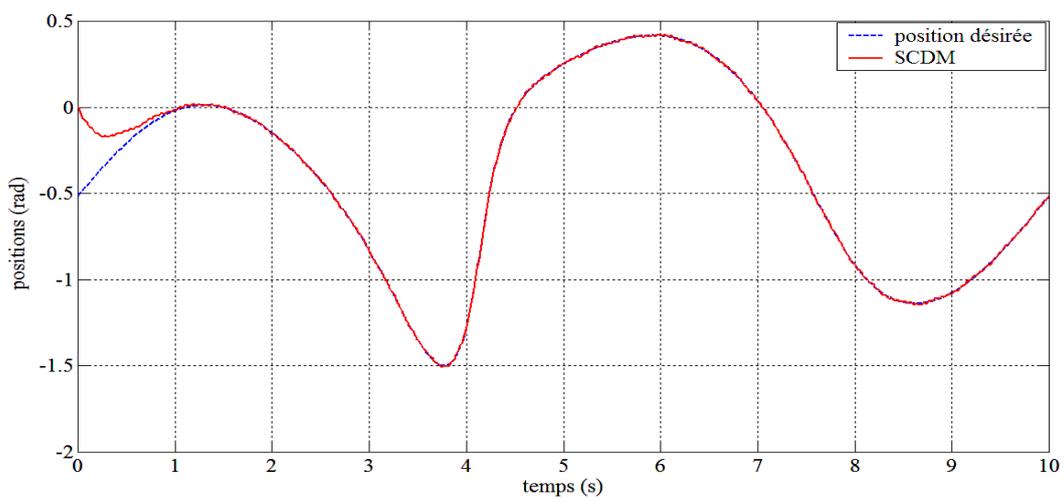


(f) La commande de la deuxième articulation

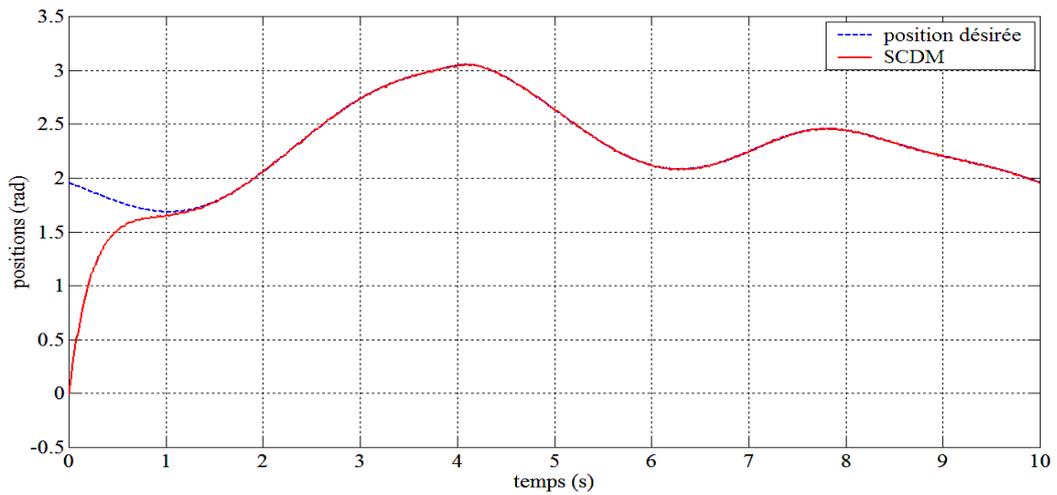


(g) Poursuite de trajectoire

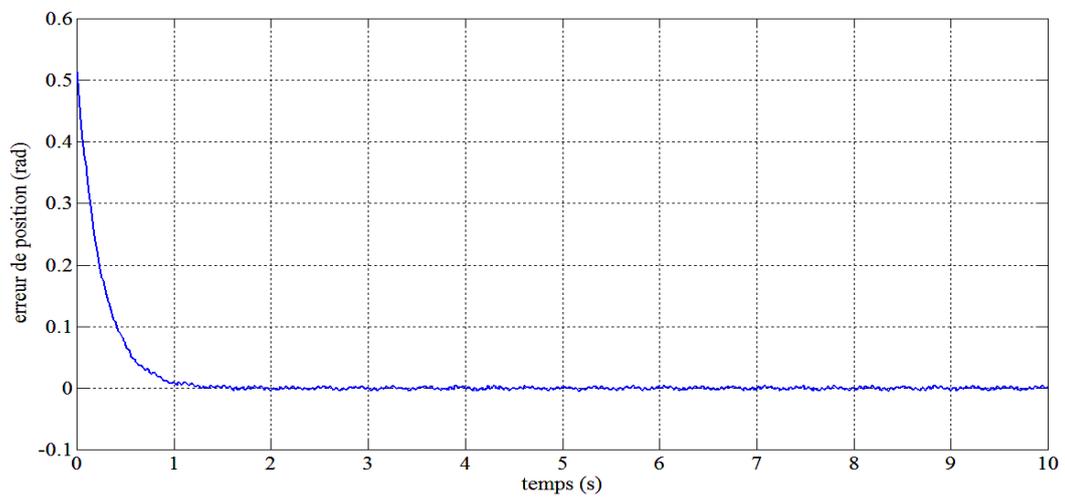
Fig. 3.5 Résultat de simulation de contrôleur SCDM avec perturbations, bruits et variations paramétriques



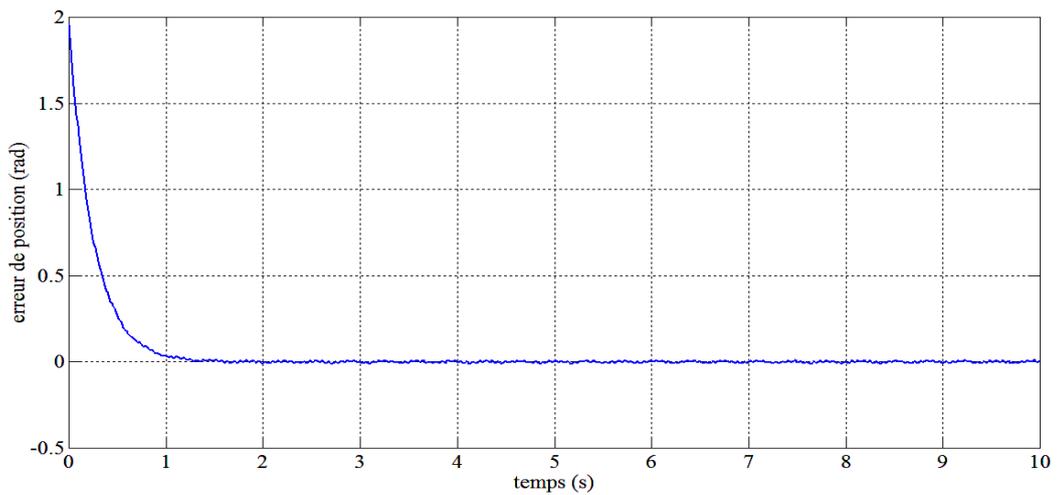
(a) Position désirée et position actuelle de la première articulation



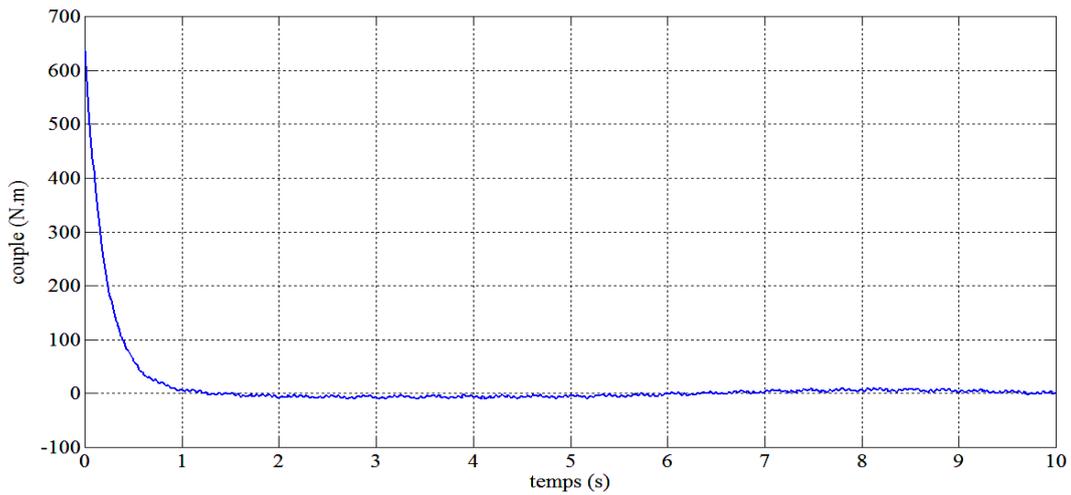
(b) Position désirée et position actuelle de la deuxième articulation



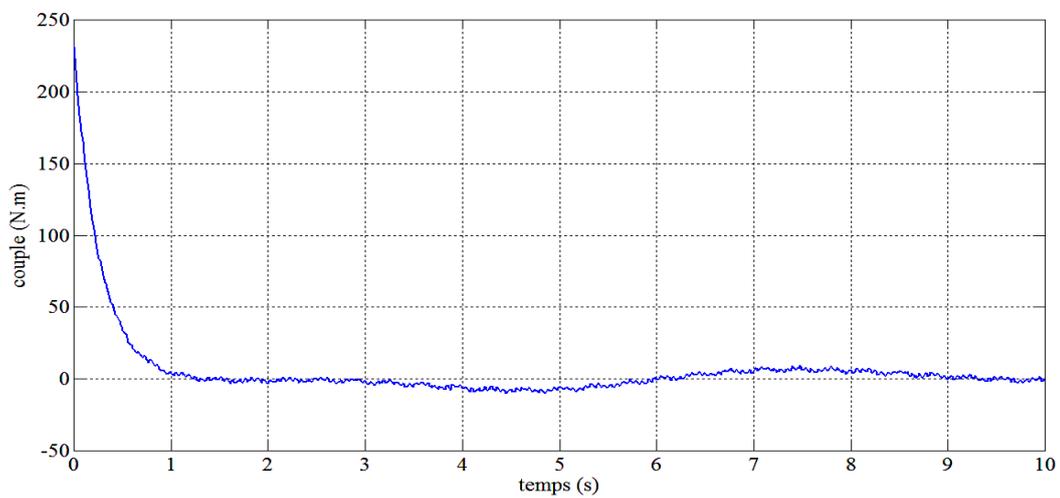
(c) erreur de position de la première articulation



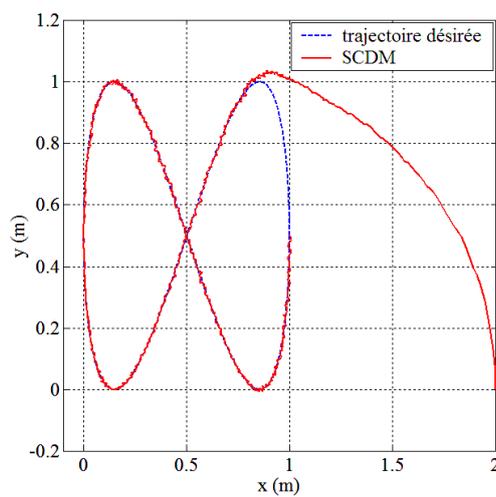
(d) erreur de position de la deuxième articulation



(e) La commande de la première articulation



(f) La commande de la deuxième articulation



(g) Poursuite de trajectoire

Fig. 3.6 Résultat de simulation de contrôleur SCDM avec changement de trajectoire

3.6 Conclusion

Cette étude présente la formulation de la commande de robot par la structure de l'approche algébrique. Dans cette approche la conception de contrôleur tient en considération la spécification des performances et la contrainte imposée au contrôleur. Dans la commande CDM, la spécification des performances se traduit par quelques paramètres comme l'indice de stabilité γ_i , la limite de stabilité γ_i^* et la constante de temps τ , ces paramètres de commande déterminent les coefficients de polynôme caractéristique qui sont en relation avec les paramètres de contrôleur de forme algébrique.

L'extension de la commande CDM à la forme carrée SCDM se fait par l'introduction de la structure LQR, la structure proposée assure la stabilité, la robustesse et l'optimalité de la commande et validé par l'application des perturbations externe, de bruits, de variation paramétrique et de changement de trajectoire sur le robot manipulateur.

Chapitre 4

Etude comparative des commandes développées

4.1. Introduction

Dans ce chapitre nous allons présenter les résultats des simulations issus des approches de commande en présence de différentes perturbations. Nous faisons ensuite une interprétation et une étude comparative des résultats de simulation de ces commandes.

Toutes les simulations ont été faites à l'aide du logiciel de programmation Matlab qui reste un outil de calcul très puissant.

4.2. Comparaison des lois de commande

Dans un but comparatif, les différentes approches de commande étudiées auparavant sont testées sur le modèle du robot manipulateur PUMA en présence de différentes perturbations. La procédure de comparaison consiste à comparer les performances de ces lois de commandes [36].

La considération de ces performances, se résume dans les quatre tests suivants :

Les paramètres associés aux commandes, sont déterminés en simulation par ajustement. Un choix convenable de ces paramètres assure la stabilité du système en boucle fermée.

Les essais de simulation qui suivent sont effectués dans les mêmes conditions pour chaque technique de commande. Plusieurs remarques sont à faire au sujet des résultats de simulations, ces derniers sont donnés sur le Tableau 4.1 et 4.2.

La considération de ces performances, se résume dans les quatre tests suivants :

Test 1

Les résultats de simulations de toutes les techniques de commande sont représentés sur les figures 4.1. On constate que les consignes de positions sont atteintes en 1 s, 1.2 s, 1.3 s et 1.5 s pour les commandes CDM-Backstepping, SCDM, CDM et PID-Backstepping respectivement.

Les techniques de commande linéaire CDM et SCDM donnent des commandes fortes lorsque le temps de réponse choisi est faible et vice versa, tandis que les commandes non linéaires CDM-Backstepping puis PID-Backstepping montrent des commandes satisfaisantes qu'il est impossible d'obtenir par les approches classiques.

Les résultats ont montré que la commande CDM-Backstepping donne de très bonne performance (dépassement nul, réponse rapide, erreur très faible et stabilité exponentielle).

L'un des objectifs de l'approche CDM-Backstepping est ainsi atteint. L'intégration de Backstepping avec CDM a permis d'éviter les commandes puissantes obtenues par l'utilisation de la commande CDM.

Test 2

La figure 4.2 montre que même en présence de perturbation due à une augmentation de 20° de la position angulaire, les techniques de commande arrivent à commander le robot avec une augmentation dans le temps de réponse et de la puissance de commande.

On conclure que la commande CDM-Backstepping garde les meilleures performances

Test 3

Nous présentons les résultats de simulations de ce test après l'introduction au test 2 des variations paramétriques sur la deuxième liaison, on ajoute une masse de $m=5\text{ kg}$ et on augmente la longueur de $l=0.1\text{ m}$ ensuite des frictions visqueuses et des frictions coulomb sont ajoutées pour chaque articulation de robot, ils sont donnés par l'équation $b_{1f} = b_{2f} = 2x_2(t) + 1.5\text{sign}(x_2(t))$.

La commande CDM-Backstepping est la plus robuste et la commande SCDM est plus robuste par rapport à CDM, La commande PID-Backstepping présente une réponse instable lorsque le robot subisse ces variations paramétriques.

Test 4

Les techniques de commande sont testées dans une situation de changement de trajectoire circulaire par une trajectoire de forme (butterfly shape) et on applique les différents perturbations, de variation paramétrique et de bruit donnés dans le test 3.

Dans cette situation, on constate que la loi de commande CDM-Backstepping donne les meilleures performances par rapport aux commande SCDM CDM, cependant La commande PID-Backstepping présente une réponse instable.

on peut conclure bien l'apport bénéfique de la commande CDM-Backstepping en régime transitoire qu'en permanent. l'allure de la commande est nettement la plus satisfaisante si nous la comparons par les autres allures. Cette commande présente de réponse rapide sans dépassement et présente la stabilité exponentielle.

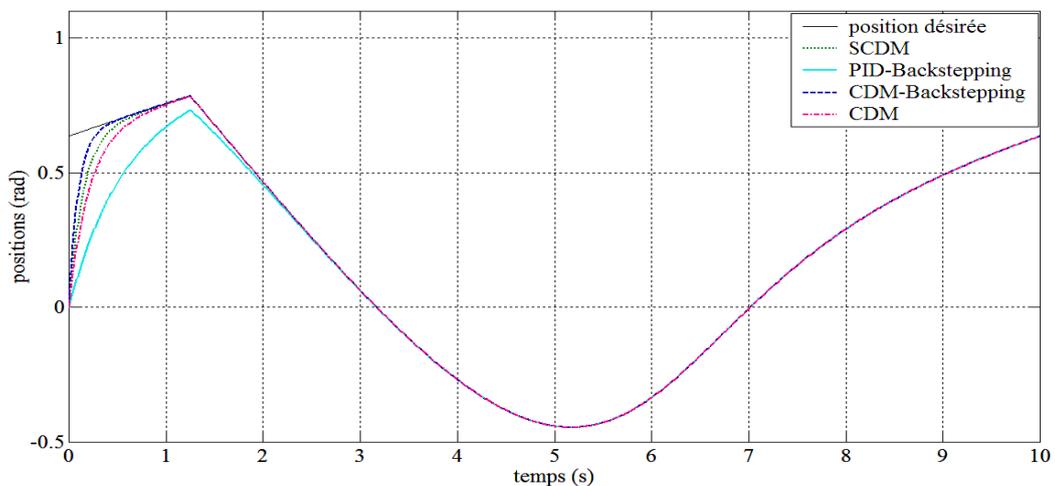
Ces tableau résume la comparaison entre différentes commandes selon leurs performance et robustesse:

Commande \ Critère	Temps de réponse	Erreur de trajectoire	énergie	dépassement	stabilité
CDM	Rapide $1,3\text{ s}$	Faible	Grande	Nulle	Asymptotique
PID-Backstepping	Assez rapide $1,5\text{ s}$	Faible	Faible	Nulle	Asymptotique
CDM-Backstepping	Très rapide 1 s	Très faible	Faible	Nulle	Exponentielle
SCDM	Rapide $1,2\text{ s}$	Faible	Moyenne	Nulle	Asymptotique

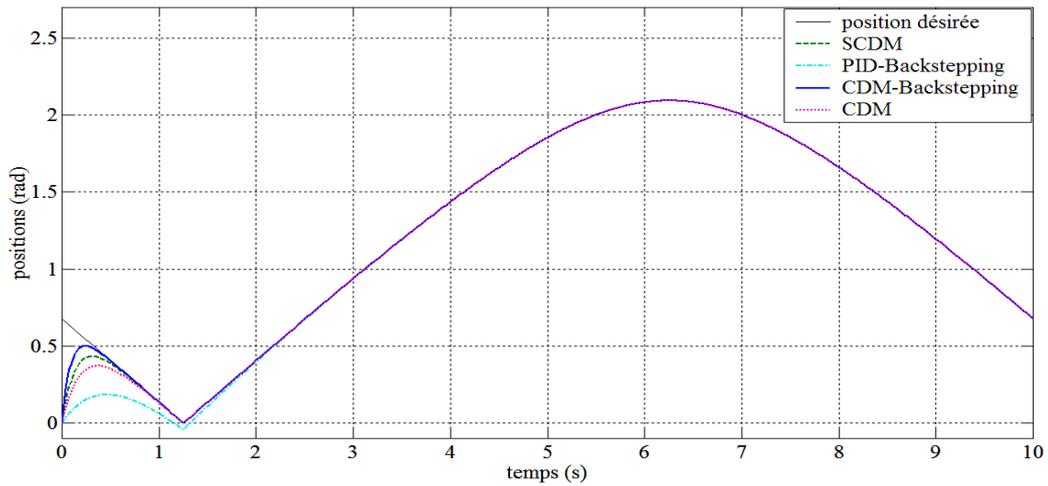
Tableau 4.1 Comparaison des différent commandes selon leur performance

Test \ Commande	Perturbations externe	Bruits de mesure	Variations paramétriques	changement de trajectoire
CDM	rejet réponse rapide	rejet	rejet Forte commande	Poursuite
PID-Backstepping	rejet	rejet	Instabilité	Instabilité
CDM-Backstepping	rejet faible commande réponse rapide	rejet faible commande	rejet	poursuite
SCDM	rejet réponse rapide	rejet	rejet forte commande	poursuite

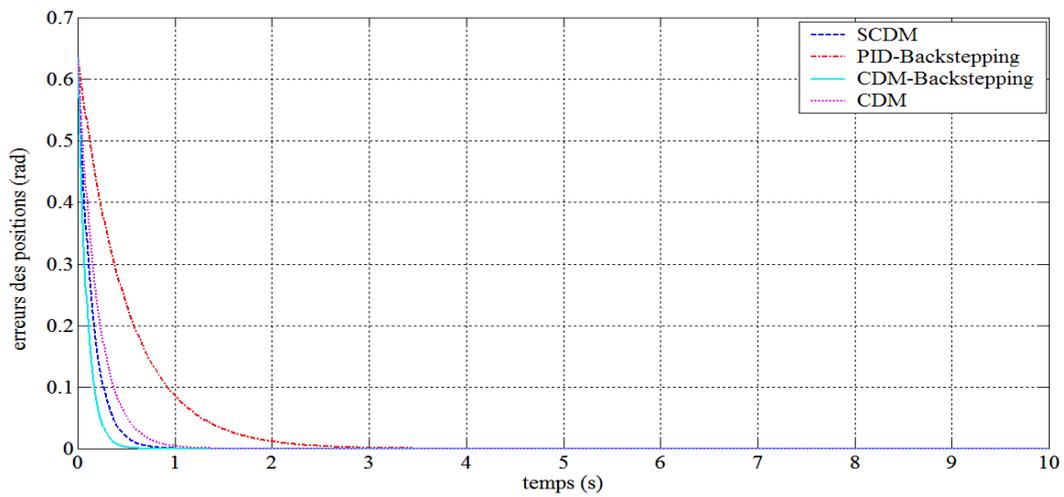
Tableau 4.2 Comparaison de différentes commandes selon leur robustesse



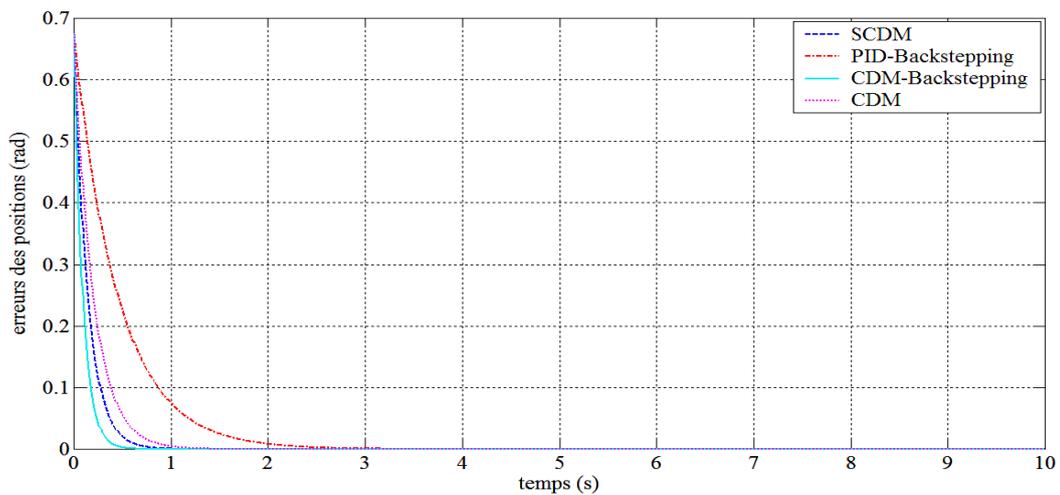
(a) Positions de la première articulation pour les différents contrôleurs



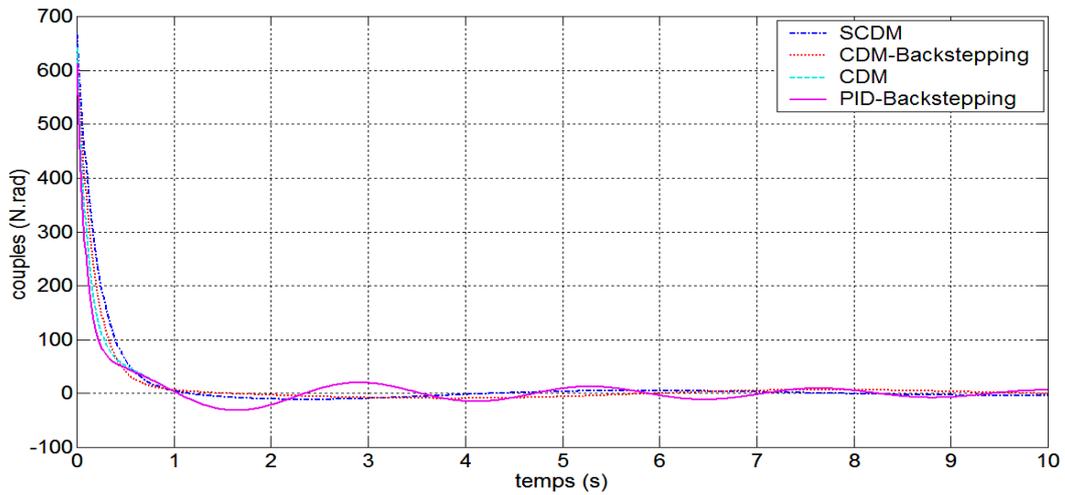
(b) Positions de la deuxième articulation pour les différents contrôleurs



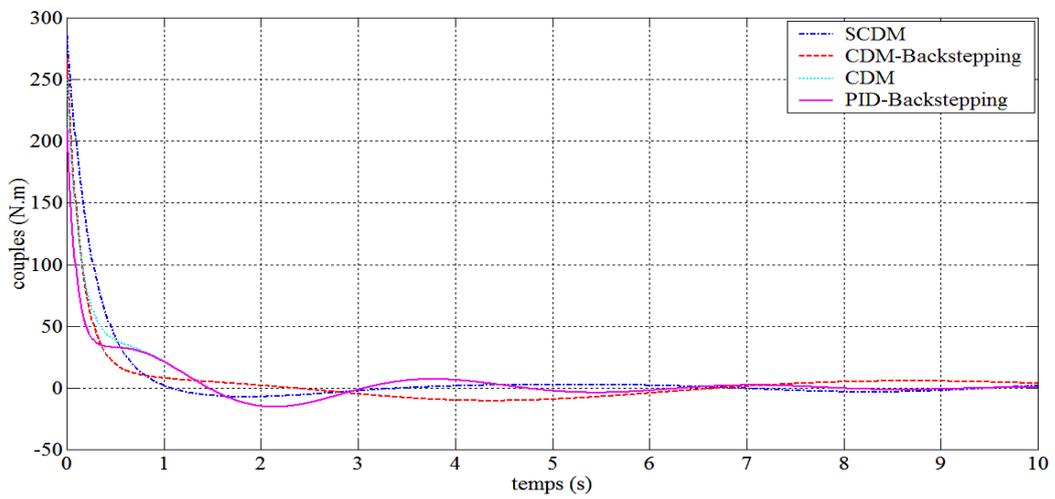
(c) erreurs de positions de la première articulation pour les différents contrôleurs



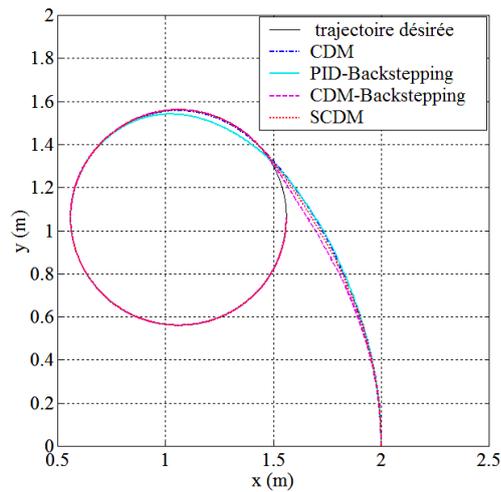
(d) erreurs de positions de la deuxième articulation pour les différents contrôleurs



(e) les commandes de la première articulation pour les différents contrôleurs

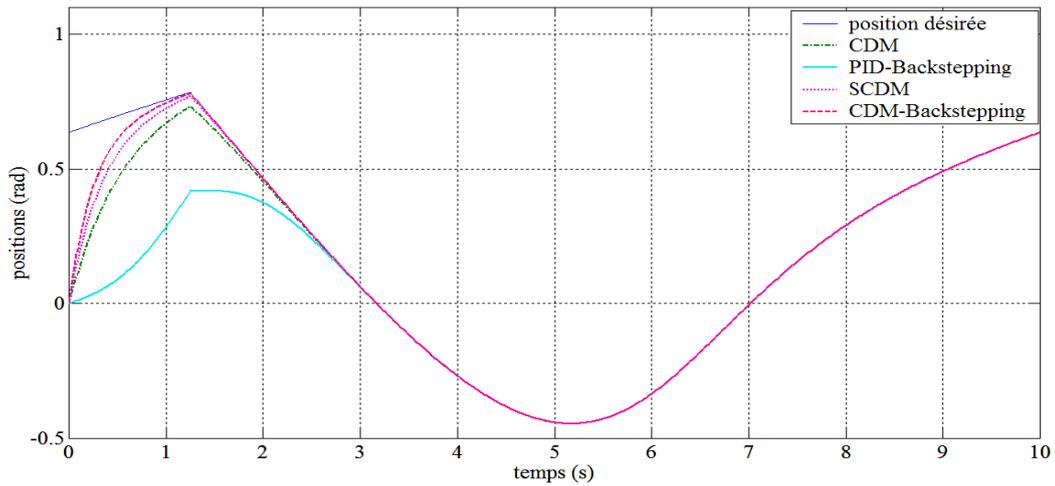


(f) les commandes de la deuxième articulation pour les différents contrôleurs

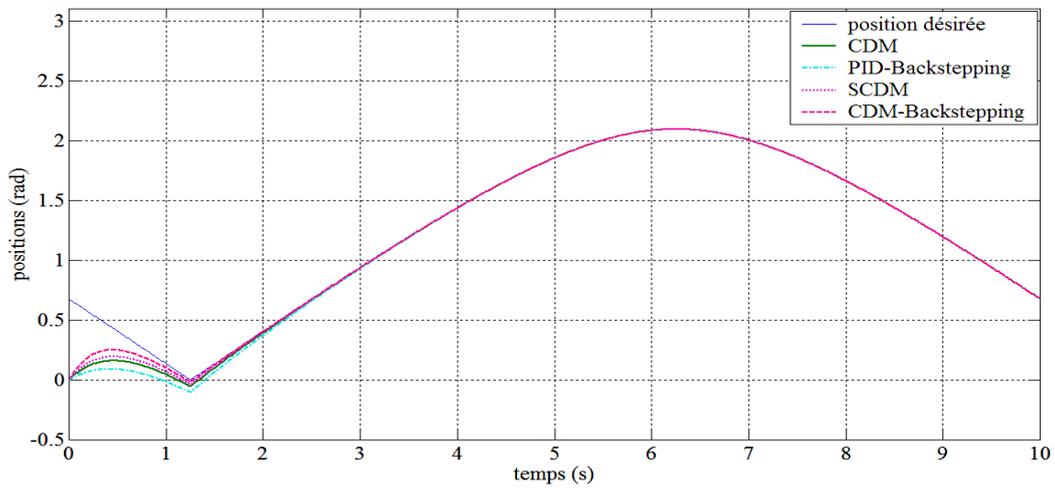


(g) Poursuite de trajectoire pour les différents contrôleurs

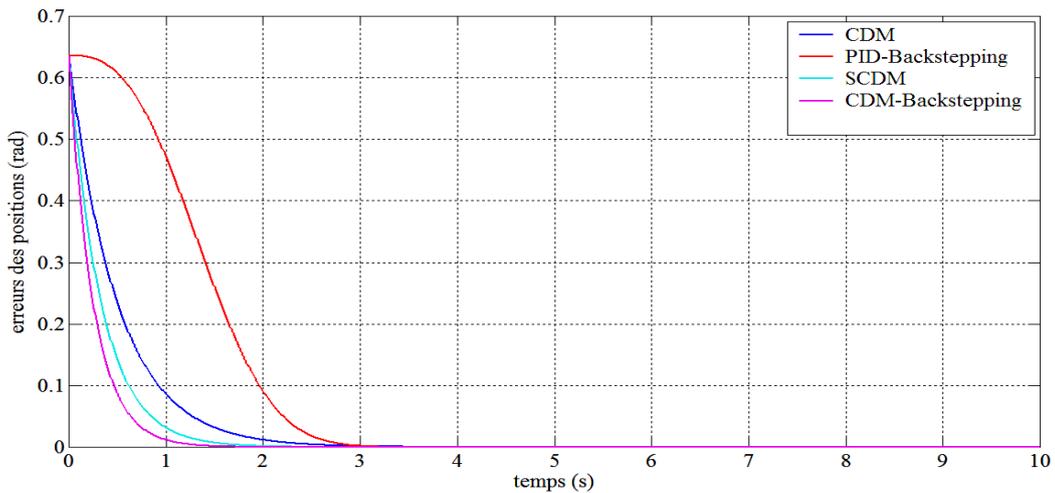
Fig. 4.1 résultat de simulation de cas idéal pour les différents contrôleurs



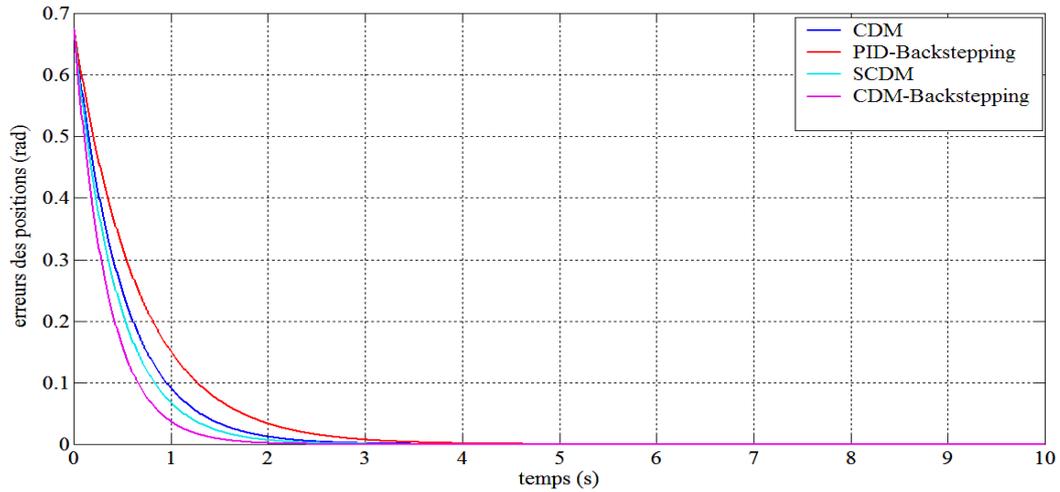
(a) Positions de la première articulation pour les différents contrôleurs



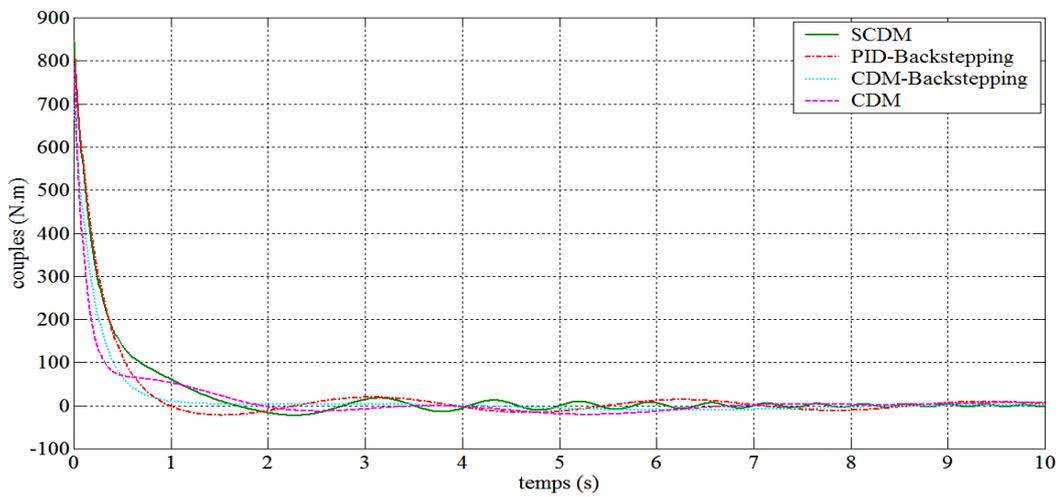
(b) Positions de la deuxième articulation pour les différents contrôleurs



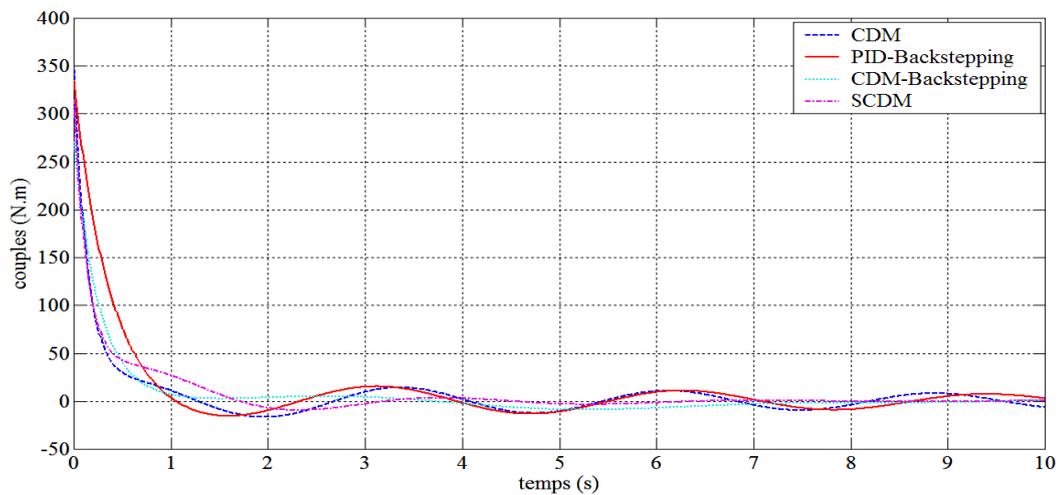
(c) erreurs de positions de la première articulation pour les différents contrôleurs



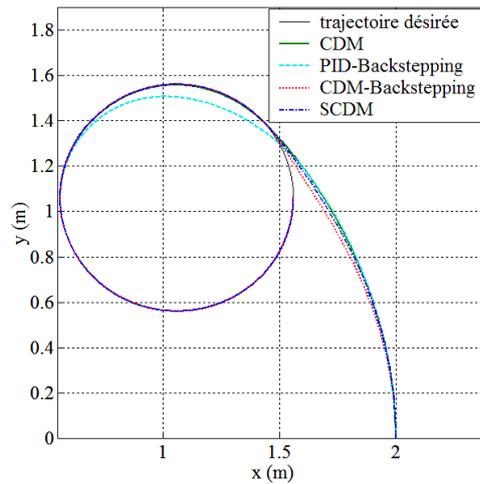
(d) erreurs de positions de la deuxième articulation pour les différents contrôleurs



(e) les commandes de la première articulation pour les différents contrôleurs

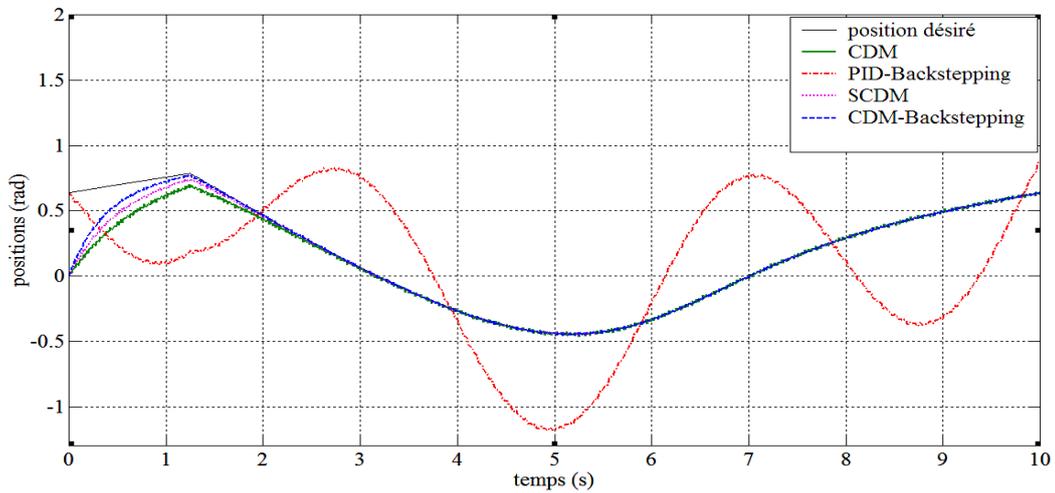


(f) les commandes de la première articulation pour les différents contrôleurs

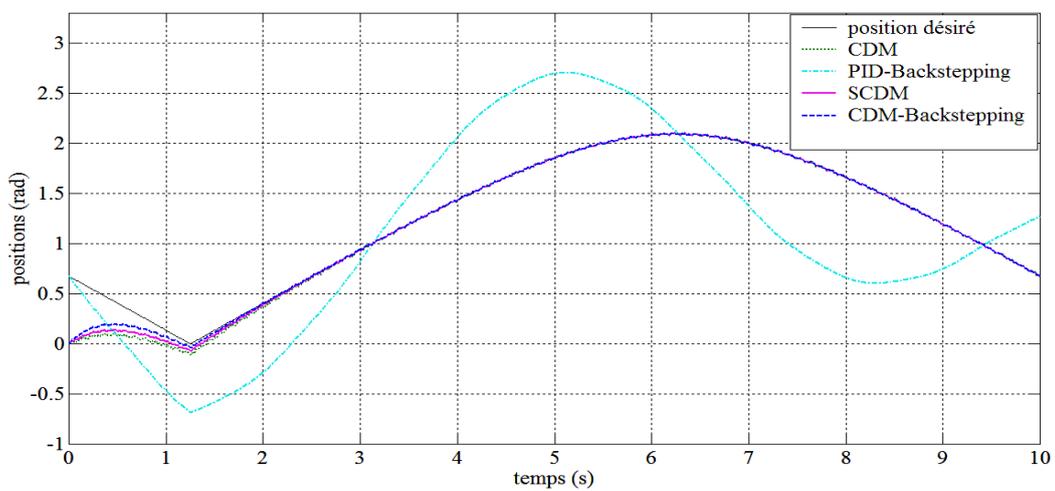


(g) Poursuite de trajectoire pour les différents contrôleurs

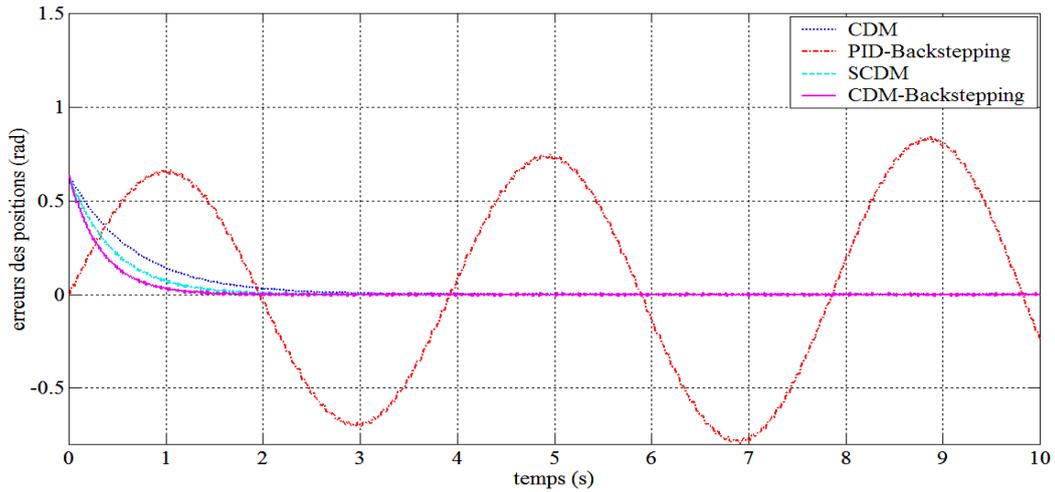
Fig. 4.2 résultat de simulation avec perturbations pour les différents contrôleurs



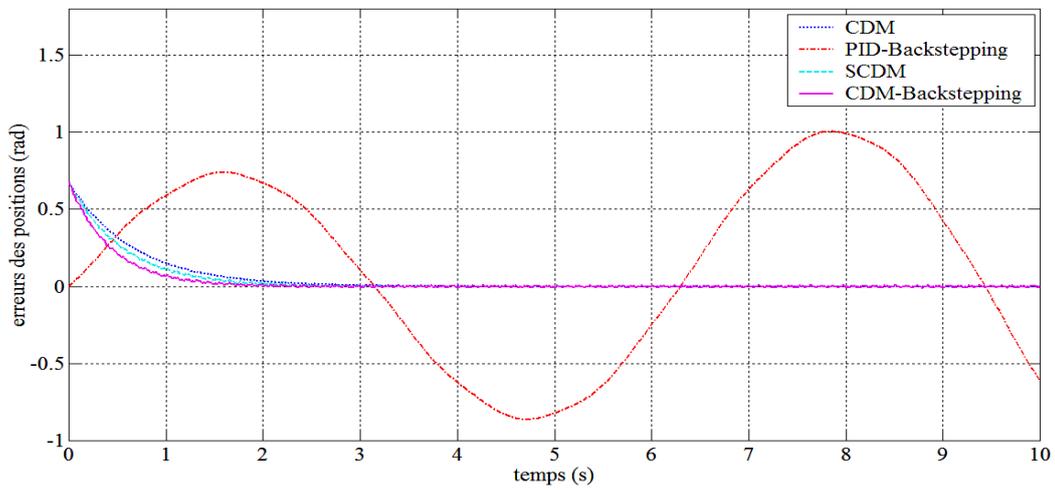
(a) Positions de la première articulation pour les différents contrôleurs



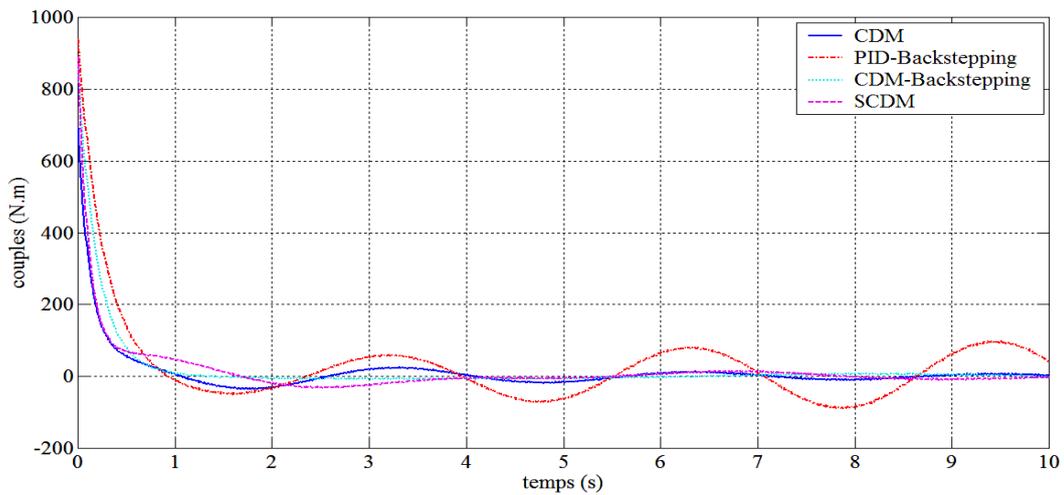
(b) Positions de la deuxième articulation pour les différents contrôleurs



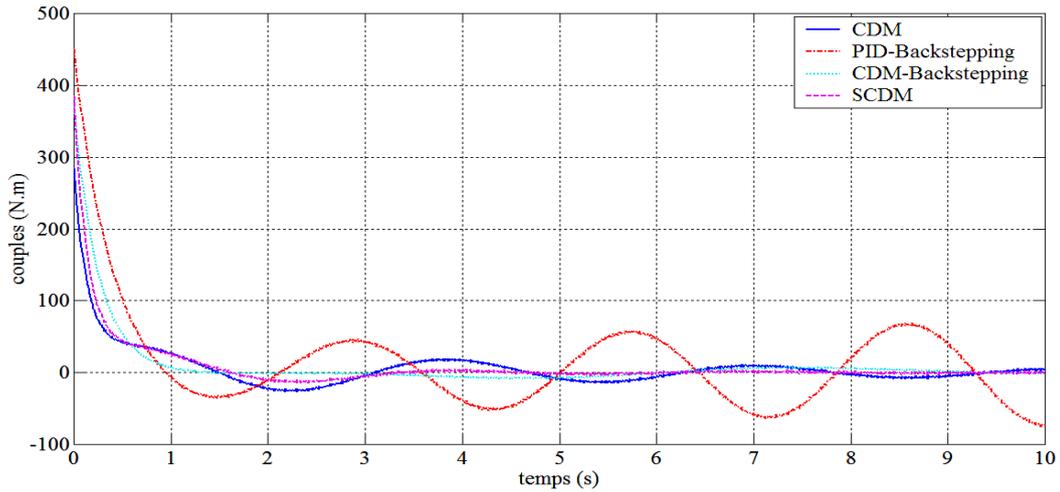
(c) erreurs de positions de la première articulation pour les différents contrôleurs



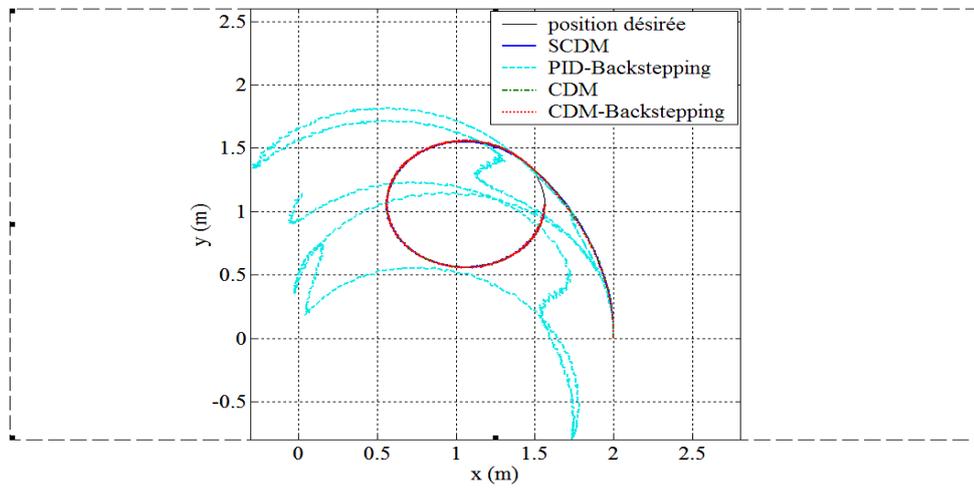
(d) erreurs de positions de la deuxième articulation pour les différents contrôleurs



(e) les commandes de la première articulation pour les différents contrôleurs

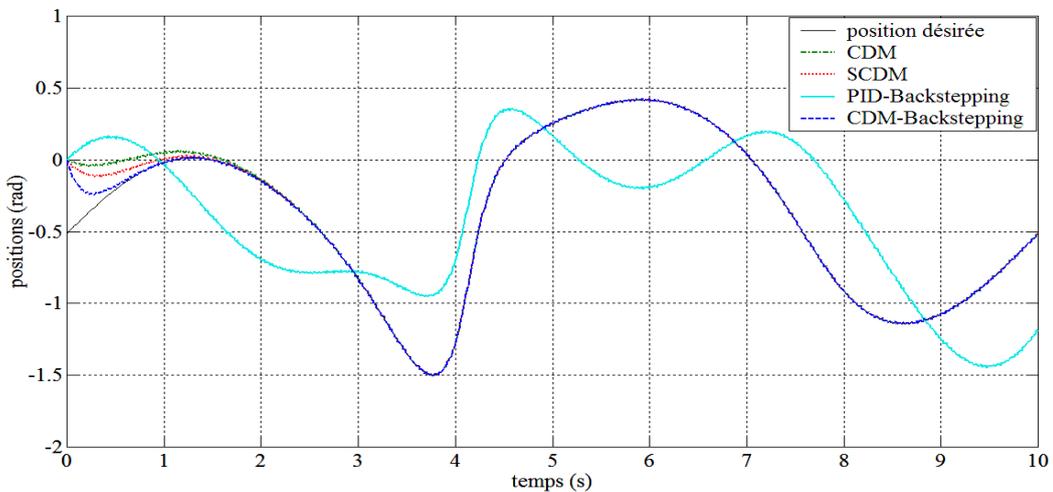


(f) les commandes de la deuxième articulation pour les différents contrôleurs

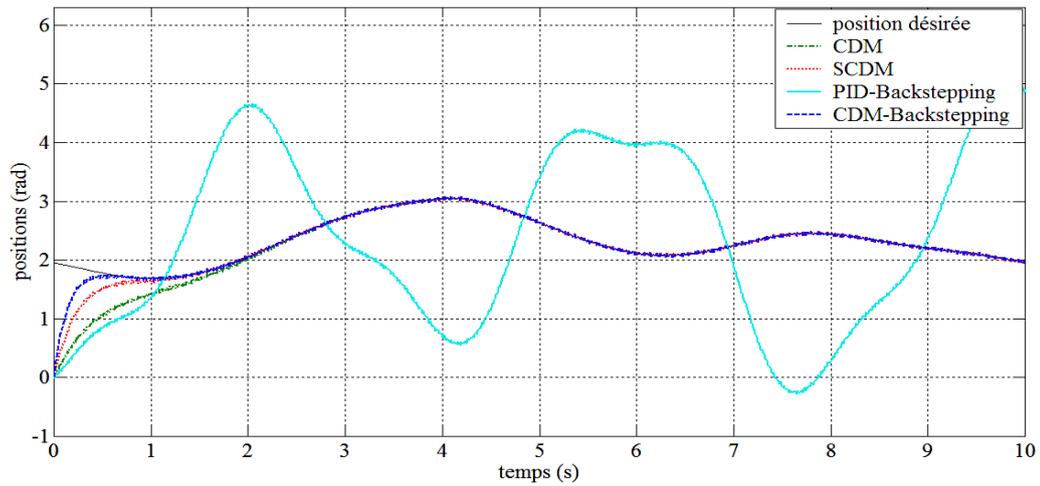


(g) Poursuite de trajectoire pour les différents contrôleurs

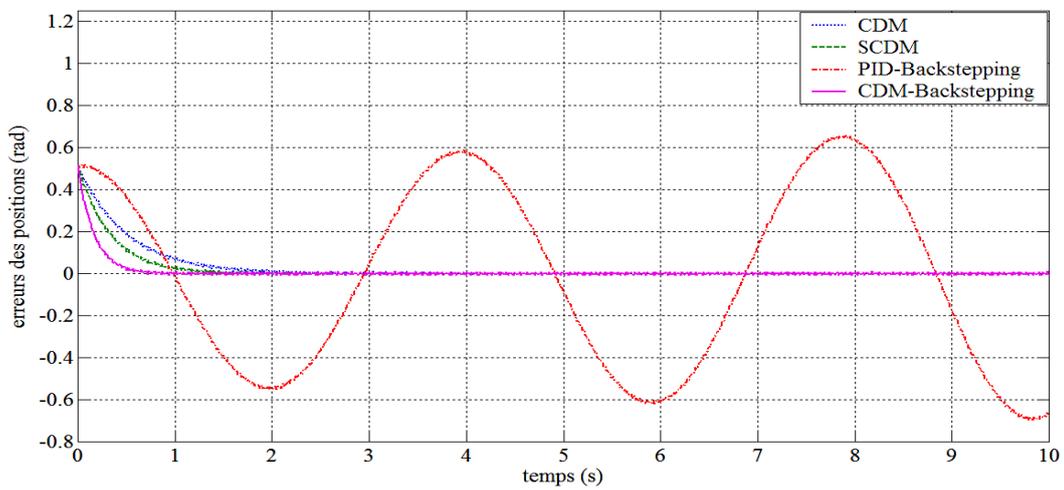
Fig. 4.3 résultat de simulation avec perturbations, bruits et variations paramétriques pour les différents contrôleurs



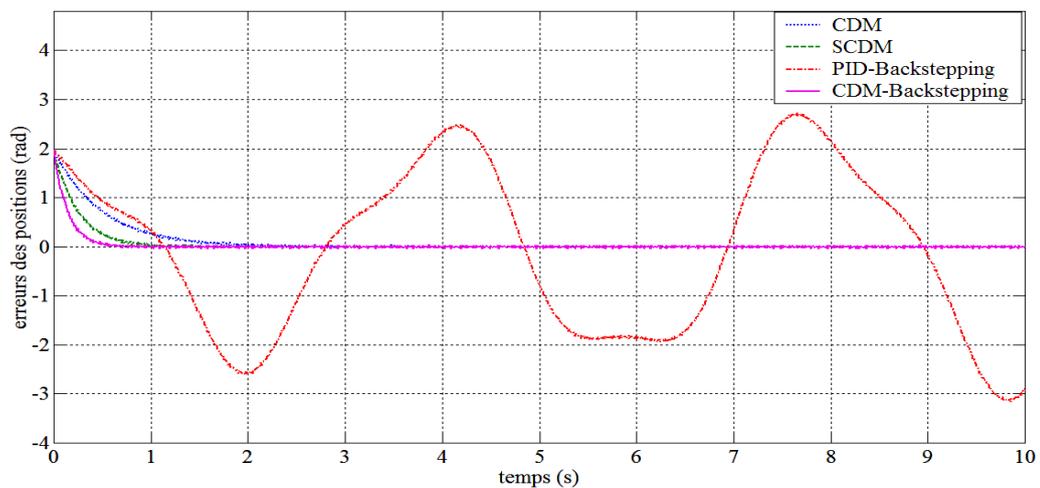
(a) Positions de la première articulation pour les différents contrôleurs



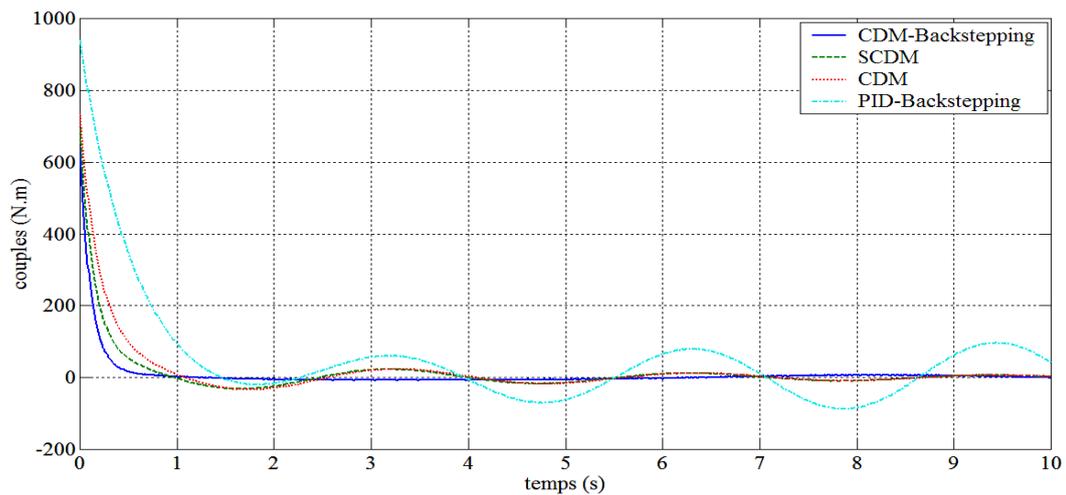
(b) Positions de la deuxième articulation pour les différents contrôleurs



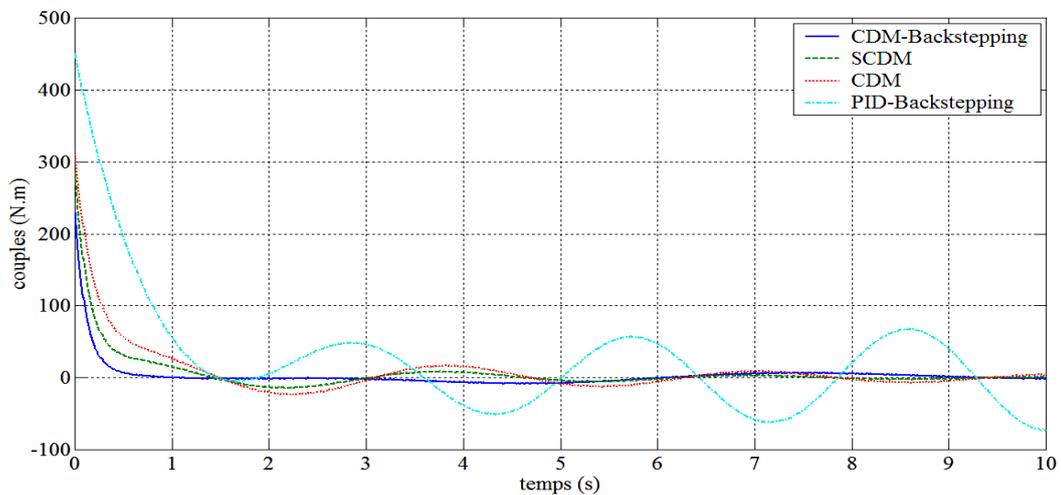
(c) erreurs de positions de la première articulation pour les différents contrôleurs



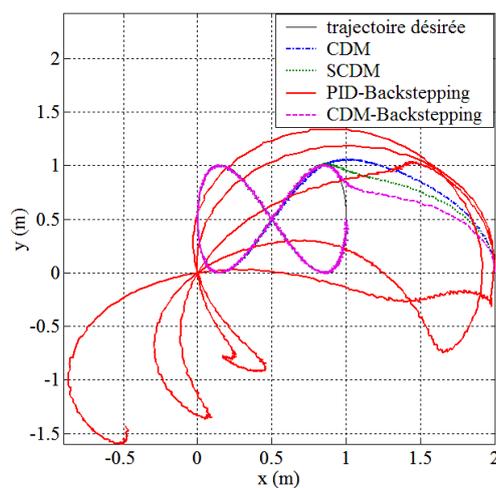
(d) erreurs de positions de la deuxième articulation pour les différents contrôleurs



(e) Les commandes de la première articulation pour les différents contrôleurs



(f) Les commandes de la deuxième articulation pour les différents contrôleurs



(g) Poursuite de trajectoire pour les différents contrôleurs

Fig. 4.4 résultat de simulation avec changement de trajectoires pour les différents contrôleurs

4.3 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les résultats de simulation des différentes approches de commande appliquées au robot PUMA en présence de perturbations, bruit variation, paramétrique et changement de trajectoire.

La comparaison entre ces résultats de simulation en se basant sur critères de performances et de robustesse, nous a montré que l'introduction de Backstepping dans la commande par la méthode de diagramme des coefficients ressemble les performances de CDM et de Backstepping et donne des performances meilleures et plus de robustesse en comparaison avec les autres commandes.

Conclusion Générale

Conclusion Générale

Nous avons fait le développement de différentes techniques de commandes linéaire et non linéaire, une linéarisation exacte de système a été élaborée pour réaliser les commandes CDM et SCDM qui sont conçus pour des systèmes linéaires.

On peut dire que toutes les commandes linéaires CDM et SCDM sont robustes contre les différentes perturbations et que la commande SCDM donne les meilleures performances par rapport à CDM et assure la stabilité, la robustesse et l'optimalité de la commande.

En prélude à la conception des différentes lois de commande par backstepping, une représentation d'état respective pour chaque conception s'est avérée nécessaire. Cette façon de faire est incontournable à notre avis car, c'est par ce biais que nous pouvons ressortir les formes du backstepping telles que nous avons voulu les exploiter. La conception des deux lois de commandes CDM-Backstepping et PID-Backstepping, qui tient absolument compte des formes précitées ci-dessus et, nous fait ressortir d'une manière ou d'une autre le caractère original de nos recherches comme cela est spécifié ci-dessous.

Ces deux lois de commande sont développées par la combinaison du backstepping et de l'algorithme de commande par la méthode de diagramme des coefficients et la commande proportionnelle, intégrale et dérivé PID respectivement. Ces méthodologies sont caractérisées par l'exploitation du backstepping et de l'introduction d'une fonction candidate de Lyapunov. Le fruit des différentes lois de commande obtenu a fait l'objet des simulations numériques. Les résultats des simulations obtenus dans son ensemble sont assez concluants, Le choix des matrices de gains de loi de commande CDM-Backstepping à permet le suivi de positions en présence de perturbation externe, bruits et avec des variations paramétriques, tandis que des limites sont observées au niveau de la deuxième loi de commande est que le système ne supporte pas des variations paramétriques et donne des réponses instables.

Par une étude comparative de ces techniques de commande, nous avons évalué les avantages et les inconvénients de chaque technique de commande. Ainsi, nous avons constaté que la technique de commande CDM-Backstepping présente les meilleures performances aussi bien que pour les tests classiques d'évaluation de la commande que pour les tests de robustesse.

Enfin, nous terminons ces travaux par la présentation d'axes de recherche très intéressants qui peuvent faire l'objet d'investigations dans le futur :

- L'optimisation des paramètres du contrôleur CDM-Backstepping,
- Le développement de la commande CDM/floue,
- Mise en œuvre expérimentale des techniques de commandes développées.

Annexe

Annexe

Théorèmes fondamentaux

1. Stabilité ordinaire : 1^{ère} théorème de Lyapunov

- **Enoncé**

La condition suffisante pour qu'un équilibre défini par $\dot{X} = F(X, t)$ avec $F(0, t) = 0$ soit stable est qu'il existe une fonction $V(X, t)$ définie positive, telle que sa dérivée totale par rapport au temps, $\dot{V}(X, t)$, ne soit pas positive.

- **Hypothèses**

- ✓ $V(X, t)$ définie positive
- ✓ $\dot{V}(X, t)$, non positive.

2. Stabilité asymptotique : 2^{ème} théorème de Lyapunov

- **Enoncé**

La condition suffisante pour qu'un équilibre défini par $\dot{X} = F(X, t)$ avec $F(0, t) = 0$ soit asymptotiquement stable est qu'il existe une fonction $V(X, t)$ définie positive et décroissante telle que sa dérivée totale par rapport au temps $\dot{V}(X, t)$, soit définie négative.

3. Stabilité asymptotique globale (théorème de Barbashin et Krasowski)

- **Enoncé**

La condition suffisante pour qu'un équilibre, défini par $\dot{X} = F(X, t)$ avec $F(0, t) = 0$ soit globalement asymptotiquement stable est qu'il existe une fonction de Lyapunov $V(X, t)$ définie positive dans tout l'espace des mouvements, décroissante et dont la dérivée totale par rapport au temps le long de la trajectoire soit définie négative.

4. Théorème de la Salle

- **Enoncé**

Soit $\dot{X} = F(X)$, l'équation d'état d'un système autonome, et $V(X)$ une fonction scalaire dont les dérivées premières partielles sont continues. Supposons que :

- Pour un nombre $l > 0$ quelconque, la région Ω_l définie par $V(X) < l$ soit limitée.
- $\dot{V} \leq l$ pour tout $X \in \Omega_l$.

Soit R , l'ensemble de tout les points de Ω_l ou $\dot{V}(X) = 0$, M la réunion de tous les ensembles invariants de R .

Alors toute solution $p(t, X_0, t_0)$ prenant naissance dans Ω_l tend vers M quand t tend vers l'infini.

Si de plus $\dot{V} \leq 0 \quad \forall X$ et $V(X) \rightarrow \infty$ avec $\|x\| \rightarrow \infty$, alors les trajectoires tendent globalement asymptotiquement vers M quand t tend vers l'infini.

5. Lemme de Barbalat

• Enoncé

Si une fonction dérivable $f(t)$ a une limite finie quand $t \rightarrow \infty$, et si $\dot{f}(t)$ est uniformément continue, alors (condition suffisante) :

$$\dot{f}(t) \rightarrow 0 \text{ si } t \rightarrow \infty$$

Application aux fonctions de Lyapunov

Si une fonction scalaire $V(X, t)$ satisfait :

- $V(X, t)$ limitée inférieurement
- $\dot{V}(X, t)$ semi-définie négative
- $\dot{V}(X, t)$ continue en t
alors $\dot{V}(X, t) \rightarrow 0$ si $t \rightarrow \infty$.

6. Théorèmes de Lyapunov sur l'instabilité

➤ Théorème 1 (espace d'état)

• Enoncé

La condition suffisante pour que l'équilibre défini par $\dot{X} = F(X, t)$ avec $F(0, t) = 0$ soit instable est qu'il existe une fonction $V(X)$ telle que :

- $V(X)$ soit continue ainsi que ses dérivées premières dans un voisinage h de l'origine
- $V(0) = 0$ à l'origine, non définie négative ou semi-définie positive dans h
- $\dot{V}(t)$ définie positive le long de la trajectoire

➤ Théorème 2 (espace d'état)

• Enoncé

La condition suffisante pour que l'équilibre défini par $\dot{X} = F(X, t)$ avec $F(0, t) = 0$ soit instable est qu'il existe une fonction $V(X)$ telle que :

- $V(X)$ s'annule à l'origine, $V(0) = 0$ et existe dans un voisinage h de l'origine.
- Le long de la trajectoire $\dot{V}(t)$ est de la forme $\dot{V}(t) = \lambda V(X) + W(X)$ ou $\lambda > 0$ et $W(X)$ semi-définie positive.
- $V(X)$ n'est pas définie ou semi-définie positive dans h .

7. Théorème de Persidski (espace des mouvements)

• Enoncé

La condition suffisante pour qu'un équilibre défini par $\dot{X} = F(X, t)$ avec $F(0, t) = 0$ soit instable est qu'il existe une fonction $V(X, t)$ telle que :

- $V(X, t)$ soit définie positive
- $\dot{V}(t)$ soit semi-définie positive le long de la trajectoire
- $V(X, t)$ décroissante uniformément avec t

8. **Théorème de Weierstrass:**

Soit $C([a,b])$ l'ensemble des fonctions à valeurs réelles définies et continues sur l'intervalle $[a,b]$, la norme utilisée de $f \in C([a,b])$ est donnée par $\|f\| = \max f(t)$ parfois appelée norme de convergence ou norme de Tchebycheff.

Soit P l'ensemble des polynômes de degré arbitraire qui forme un sous espace vectoriel de $C([a,b])$.

K. Weierstrass (1885) a démontré le théorème fondamental suivant:

Théorème:

Le sous espace P de polynômes est dense dans l'espace $C([a,b])$ des fonctions continues, $P \subset C([a,b])$

Autrement dit, pour toute fonction $f \in C([a,b])$ et pour tout $\varepsilon > 0$, il existe un polynôme $p \in P$ tel que

$$f(x) - p(x) \leq \varepsilon, \forall x \in [a,b].$$

Bibliographie

Bibliographie

- [1] D. Kumpanya, T. Benjanarasuth, J. Nagmawiwit and N. Komine, "FFC Designed for PI Flow Control System Designed by CDM, Proceedings of the 2001 International Conference on Control, Automation and Systems, Jeju, Korea, 2001, pp. 1052-1055
- [2] C. Mitsantisuk, M. Nandayapa, K. Ohishi, S. Katsura, "Design for sensorless force control of flexible robot by using resonance ratio control based on coefficients diagram method", *Automatika*, Vol. 54, No. 1, 2013, pp. 62-73.
- [3] M. Senthilkumar, S. A. Lincon, "Design of multiloop controller for multivariable system using coefficient diagram method", *International Journal of Advanced Research in Engineering and Technology*, Vol. 4, No. 4, 2013, pp. 253-261.
- [4] R. Ali, T. H. Mohamed, Y. S. Qudaih, Y. Mitani, "A new load frequency control approach in an isolated small power systems using coefficients diagram method", *Electrical Power and Energy Systems*, Vol. 56, No 2, 2014, pp. 110-116.
- [5] S. A. Budiyo, M. Kartidjo, A. Sugama, "Coefficient diagram method for the control of an unmanned underwater vehicle", *Indian Journal of Marine Sciences*, Vol. 38, No. 3, 2009, pp. 316-323.
- [6] S. Manabe, "Sufficient condition for stability and instability by lipatov and its application to the coefficient diagram method", 9th Workshop on Astrodynamics and Flight Mechanics, Sagamihara, ISAS, July 22-23, 1999, pp. 440-449.
- [7] M. Z. Bernard, T. H. Mohamed, Y. S. Qudaih, Y. Mitani, "Decentralized load frequency control in an interconnected power system using coefficients diagram method", *Electrical Power and Energy Systems*, Vol. 63, No. 2, 2014, pp. 165-172.
- [8] S. E. Hamamci, I. Kaya, and M. Koksak, "Improving performance for a class of processes using Coefficient Diagram Method", presented at the 9th Mediterrean Conference on Control, Dubrovnik, 2001, pp. 633-669.
- [9] Y.-B. Kang, H. Rho, H. Kim, "A New Approach for Transient Response Control via Characteristic Ratio Assignment Method", *International Journal of Control Automation and Systems*, Vol. 9, No. 4, 2011, pp. 659-664.
- [10] N. Komine, "FFC designed for PI flow control system designed by CDM", *Proceedings of the 2001 International Conference on Control, Automation and Systems*, Jeju, Korea, 2001, pp. 1052-10557.
- [11] D. Kumpanya, P. Photong, T. Benjanarasuth, N. Komine and J. Ngamwuwit, "Industrial controller design by CDM", *The Proceedings of ICMT'99*, Pusan, Korea, 1999, pp.140-144.
- [12] S. Manabe, "Coefficient Diagram Method", *The 14rd IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace as the plenary lecture on control theory*, S. Korea, 1998, pp.110-114.
- [13] S. Manabe, "Controller design of two-mass resonant system by coefficient diagram method", *I: ZEE japan*, vol. 1, No 1, 1998, pp. 58-66.
- [14] S. Manahe, and Y.C. Kim, "Recent development of coefficient diagram method", presented at the ASSC'2000 Asian Control Conference, Shanghai, 2000, pp. 64-68.
- [15] S.E. Hamamci, M. Koksak, and S. Manabe, "Robust position control of a radar antenna with the coefficient diagram method", in *Proc. 4th Asian Contr. Conference*, Singapore, 2002, pp. 78-84.

- [16] S. Manabe, "Application of coefficient diagram method to MIMO design in aerospace", IFAC 15th World Congress, Barcelona, Spain, 2002, pp. 87-92.
- [17] S. Manabe, "Brief tutorial and survey of coefficient diagram method", 4th Asian Control Conference, Singapore, September 25-27, 2002, pp. 1161-1166.
- [18] F. L. Lewis, C. T. Abdallah, D. M. Dawson, "Robot manipulator control theory and practice", New York: Marcel Dekker Inc, USA, 2004, ISBN: 0-8247-4072-6.
- [19] D. Stoten, "Modelling and control of elastic joint robot", ASME, Journal of dynamics system Measurement and control, Vol. 109, 1987, pp. 310-319.
- [20] J. Angeles, "Fundamentals of robotic mechanical systems: theory, methods, and algorithms", New York: Springer-Verlag, USA, 2003, ISBN: 0-387-95368-X.
- [21] Amestegui, M., Ortega, R, and Ibarra, J.M, "Adaptive linearizing-decoupling robot control: A comparative study", Proc. 5th Yale Workshop on Applications of Adaptive Systems Theory, Newhaven, 1987, pp. 112-117.
- [22] F. Haouari, "Commande Robuste d'un Robot Manipulateur PUMA Basée sur la Méthode du Diagramme des Coefficients et de la GPC", mémoire de magister, ENP Alger, 2006.
- [23] C.-H. Chiu, Y.-F. Peng, Y.-W. Lin, "Intelligent backstepping control for wheeled inverted pendulum", Expert Systems with Applications, Vol. 38, No. 4, 2011, pp. 3364-3371.
- [24] Z. Cheng-Du, W. Xi-Huai, X. Jian-Mei, "Ship dynamic positioning system based on backstepping control", Journal of Theoretical and Applied Information Technology, Vol. 51, No. 1, 2013, pp. 129-136.
- [25] J. Fu, T. Chai, C.-Y. Su, Y. Jin, "Motion/force tracking control of nonholonomic mechanical systems via combining cascaded design and backstepping", Automatica, Vol. 49, No. 12, 2013, pp. 3682-3686.
- [26] R.-J. Wai, C.-Y. Lin, W.-C. Wu, H.-N. Huang, "Design of backstepping control for high-performance inverter with stand-alone and grid-connected power-supply modes", IET Power Electronics, Vol. 6, No. 4, 2013, pp. 752-762.
- [27] S. Rudra, R. K. Barai, M. Maitra, "Nonlinear state feedback controller design for underactuated mechanical system: A modified block backstepping approach", ISA Transactions, Vol. 53, 2014, pp 317-326.
- [28] L. Long, J. Zhao "Robust stabilization of non-triangular multi-input switched non-linear systems and its application to a continuously stirred tank reactor system", IET Control Theory and Applications, Vol. 7, No. 5, 2013, pp. 697-706.
- [29] G.-D. Wang, R.-J. Wai, Y. Liao, "Design of backstepping power control for grid-side converter of voltage source converter-based high-voltage dc wind power generation system", IET Renewable Power Generation, Vol. 7, No. 2, 2013, pp 118-133.
- [30] L. Tan, L. Lu, G. Jin, "Attitude stabilization control of a quadrotor helicopter using integral backstepping", Proc. IEEE Conf.on Automatic Control and Artificial Intelligence, IET, Xiamen, CHINA, 2012, pp. 573-577.
- [31] T. K. Roy, M. Garratt, H. R. Pota, H. Teimoori, "Hover flight control of small helicopter using robust backstepping and PID", Proc. 10th IEEE Conf. on Intelligent Control and Automation, 2012, pp. 1688-1693.

- [32] M. N. Kamarudin, A. R. Husain and M. N. Ahmad, "Control of uncertain nonlinear systems using mixed nonlinear damping function and backstepping techniques", Proc. IEEE Conf. on Control System, Computing and Engineering, Penang, MALAYSIA, 2012, pp. 105-109.
- [33] M. A. Hamida, A. Glumineau, J. de Leon, "Robust integral backstepping control for sensorless IPM synchronous motor controllers", Journal of the Franklin Institute, Vol. 349, 2012, pp. 1734-1757.
- [34] N. Komine, K. Shibata, "Derivative State Constraint Controller Via CDM for Oscillation Systems", SICE, Nagoya, 2001, pp. 186-191
- [35] A. Budiyo, T. Sudiyanto "An Algebraic Approach for the MIMO Control of Small Scale Helicopter. ICIUC, Bali, Indonesia, 2007, pp. 64-72.
- [36] F. Haouari, N. Bali, M. Tadjine, and M.S. Boucherit "Comparative Study of CDM-Backstepping and PID-Backstepping Controllers for Robotic Manipulator", The Mediterranean Journal of Measurement and Control, Vol. 10. No 2, 2014, pp. 224-234.
- [37] L. N. Paquin, "Application du backstepping à une colonne de flottation" PhD thesis, Faculté des études supérieures de l'université Laval, 2000.
- [38] J. R. Azinheira, A. Moutinho, and E.C. De Paiva "Airship hover stabilization using a backstepping control approach" Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 29, No 4, 2006, pp. 903-914.
- [39] E. Frazzoli, M.A. Dahleh, and E. Feron. Trajectory tracking control design for autonomous helicopters using a backstepping algorithm. In American Control Conference, 2000, pp 4102-4107.
- [40] Smaoui, M., Brun, X. and Thomasset, D. A study on tracking position control of an electropneumatic system using backstepping design, Control Engineering Practice, Vol. 14, No. 8, 2006, pp. 923-933.
- [41] Bridges, M. M., D. M. Dawson and C.T. Abdallah "Control of rigid-link, flexible-joint robots: a survey of backstepping approaches". Journal of Robotic Systems, Vol. 12, No. 3, 1995. pp, 199-216.
- [42] A. Lotfazar, M. Eghtesad and M. Mohseni, "Integrator Backstepping Control of a 5 DOF of Robot Manipulator Incorporating Actuator Dynamics", Proc of IEEE Conf on Control Applications, London, 2003, pp 1007-1012.
- [43] Nganga-Kouya, D. Saad, M. and Lamarche, L "Backstepping adaptive Force/position Control for robotic manipulators", Applied Simulation and Modeling proceedings of the IASTED International Conference, Marbella, Spain, 2001, 279-284.
- [44] J. Campos, F. L. Lewis, L. Davis, and S. Ikenaga "Backstepping based fuzzy logic control of active vehicle suspension systems", In Proceedings of the 2000 IEEE American Control Conference, , Chicago, USA, 2000, Vol. 6, pp, 4030-4035.
- [45] J. Zhou, C. Wen and Y. Zhang, "Adaptive backstepping control of a class of uncertain nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis," IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, vol. 49, No. 10, pp. 1751-1757.
- [46] K. Chiman, and F.L. Lewis "Robust backstepping control of nonlinear systems using neural networks", Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans, IEEE Transactions, 2000, Vol. 30, No. 6, pp. 753-766.
- [47] H. Gao, and O. Kaynak, W. Sun, "Adaptive Backstepping Control for Active Suspension Systems With Hard Constraints", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2013.
- [48] M. F. Hadjmiloud, "Commande par backstepping avec observateur de la machine synchrone à aimant permanent", Mémoire de Magister, ENP Alger 2002.

- [49] A. Benaskeur, "Aspects de l'application du backstepping adaptatif à la commande décentralisée des systèmes non linéaires", Ph.D, Université Laval, Québec, 2000.
- [50] L. Douha, "Commande adaptative par backstepping en utilisant les réseaux de neurones", thèse de magister, Département d'électronique, Université de Batna, 2004.
- [51] F. Calugi, Q. Robertsson and R. Johansson, "Output Feedback Adaptive Control of Robot Manipulators Using Observer Backstepping", Proc. of the 2002 IEEE/RSJ, Conference on intelligent robots and Systems, 2002, pp. 2091-2096.
- [52] M. Mokhtari, "Commande Adaptative des Systèmes Non-Linéaires : «Backstepping»", thèse de magister, Département d'électronique, Université de Batna, 2003.
- [53] D. Nganga-Kouya, M. Saad, L. Lamarche C. Khairallah, "Backstepping Adaptive Position Control for Robotic Manipulators", Proc. of the American Control Conference, 2001, vol 1, pp 636-640.
- [54] A. Lotfazar, M. Eghtesad, "Application of Passivity Based and Integrator Backstepping Control Methods on a 5 DOF Robot Manipulator Incorporating Actuator Dynamics", Proc. of the International Conference on Control and Cybernetics, New York 2007, pp, 147-154.
- [55] S. Bouabdallah, R. Siegwart, "Backstepping and Sliding Mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor", In Proc. of the IEEE, International Conference on Robotics and Automation, Barcelona, Spain, 2005.
- [56] H. Bouadi, M. Bouchoucha, and M. Tadjine, "Modelling and stabilizing control laws design based on backstepping for an uav type-quadrotor", In Proc. Of IAV conference, IFAC, Toulouse France, 2007.
- [57] H. Bouadi, M. Bouchoucha, and M. Tadjine, "Sliding Mode Control based on Backstepping Approach for an UAV Type-Quadrotor", International Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences" Vol 4, pp,1305-5313.
- [58] A. Belhani, K. Belarbi, F. Mehazem : Design of multivariable backstepping controller using genetic algorithm. Conference, Automatic Control and System Engineering. Cairo. Egypt, 2005.
- [59] F. Mehazem, A. Reama, Y. Hamam and H. Benalla, "Real time Implementation of Backstepping Controller in Indirect field oriented control of Induction motor drive", Second International Conference on Power Engineering, Energy and Electrical Drives, Powereng, Lisbon, Portugal, 2009.
- [60] A. Laoufil, A. Hazzab, I. K. BousserhaneI, M. Rahli, " Direct Field-Oriented Control using Backstepping Technique for Induction Motor Speed Control", 2nd IEEE Conference on Information and Communication Technologies, 2006, Vol. 1, pp. 1422-1427.
- [61] J. t. Yu, J. Chang, "A New Adaptive Backstepping Design for Motion Control Systems", The 29th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, (IECON '03). 2003 Vol. 1, pp. 140- 144.
- [62] L. Yahui, L. Guozhong, Z. Xianyi and Q. Sheng, "Adaptive backstepping control for induction motor based on neural networks and dynamic surface technique", Proceedings of IEEE Conference on Control Applications, 2003, Vol. 2, pp. 826- 831.
- [63] H. Tan, J. Chang, "Field Orientation and Adaptative Backstepping for Induction Motor Control", Thirty-Fourth IAS Annual Meeting, IEEE Industry Applications Conference, 1999Vol. 4, pp. 2357–2363.
- [64] J. Soltani , R. Yazdanpanah, "Robust Backstepping Control of Induction Motor Drives Using Artificial Neural Networks", Proceedings of the 5th IEEE International Conference on Power Electronics and Motion Control, 2006, Vol. 2, pp. 1-5.
- [65] M. R Jovanovic, B. Bamieh, "Architecture Induced by Distributed Backstepping Design", IEEE Transactions on Automatic Control, 2007, Vol. 52, No 1, pp. 108 – 113.

ملخص

الهدف من هذه الأطروحة هو استعراض استخدام تقنيات التحكم القوي الخطية و اللاخطية للتحكم في الذراع الآلي من الدرجة الحرية الثانية, بعد تمثيل الذراع الآلي بالنموذج الديناميكي تم التحكم في وضعية الذراع الآلي و ذلك بتطبيق التحكم القوي بطريقة مخطط المعاملات, التحكم التراجعي التناسبي التكاملي الاشتقاقي, التحكم التراجعي بطريقة مخطط المعاملات و التحكم بطريقة مخطط المعاملات المربعة, النتائج المحصل عليه سمحت بتقييم مدى نجاعة هذه التقنيات و ذلك تحت تأثير المؤثرات الخارجية

كلمات مفتاحيه : الذراع الآلي, التحكم بطريقة مخطط المعاملات, التحكم التراجعي التناسبي التكاملي الاشتقاقي, التحكم التراجعي بطريقة مخطط المعاملات, التحكم بطريقة مخطط المعاملات المربعة.

Résumé

L'objectif de cette thèse est la synthèse des techniques de la commande robuste linéaire et non linéaire dans la commande d'un robot manipulateur de deux degrés de liberté. Après avoir modélisé le robot, nous avons commandé la position de robot. Ainsi nous avons appliqué la commande robuste par la méthode de diagramme des coefficients (CDM), PID-Backstepping CDM-Backstepping et la méthode de diagramme de carrée des coefficients (SCDM). Les résultats de simulation obtenus ont permis l'évaluation des performances de ces techniques pour le maintien des objectifs de réglage en présence de perturbations, de bruits et de variations paramétriques.

Mot clé : Robot, diagramme des coefficients, Backstepping, la commande proportionnelle intégrale et dérivative, diagramme de carrée des coefficients.

Abstract

The aim of this thesis is the synthesis of robust linear and non-linear control techniques in the control of the robot manipulator of second degree of freedom. We have controlled the position of the robot by coefficient diagram method controller, PID-Backstepping, CDM-Backstepping and squared coefficients diagram method. The obtained simulation results allowed highlighting the properties of the developed techniques in the presence of perturbations, noise and parametric variations.

Key word: Robot, coefficient diagram method, Backstepping, proportional integral and derivative controller, squared coefficients diagram method.