

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

Département Génie Electrique  
Laboratoire de Commande des Processus

**MEMOIRE DE MAGISTER EN AUTOMATIQUE**  
Option : Commande et Conduite des Systèmes d'Energie Electrique

THEME

---

**COMMANDE DES SYSTEMES D'ENERGIE DE  
PUISSANCE PAR DES  
APPROCHES HEURISTIQUES MODERNES**

---

Présenté par

**M. Abdelmadjid TOLBA**  
Ingénieur d'Etat en Electrotechnique de l'USTHB

Soutenu le 12 Janvier 2005 devant le jury composé de messieurs :

F. BOUDJEMA	Professeur à l'ENP	Président
A. HELLAL	Professeur à l'ENP	Rapporteur
D. BOUKHETALA	Maître de Conférences à l'ENP	Examineur
M. BOUDOUR	Maître de Conférences à l'USTHB	Examineur
O. STIHI	Chargé de Cours à l'ENP	Examineur



## ملخص

تتناول هذه الرسالة استعمال الخوارزميات الجينية في تعيين محددات مثبتات القوة في الأنظمة الكهربائية المتعددة الآلات. إضافة مثبت قوة , كملحق لنظام الإثارة في المولد لتوهين الذبذبات الإلكتروميكانيكية , يحسن من استقرار الحركات الصغيرة لمجمل النظام الكهربائي. و بالتالي , فيجب على المثبت أن يكون فعال بحيث نضمن توهين جيد و مرض. لهذا الغرض , تقام دراسة استقرار الحركات الصغيرة و التي تتركز على حساب القيم الهامة للنظام. هذه الدراسة تفترض تكوين نموذج خطي للنظام حول نقطة تشغيل معينة. الخوارزميات الجينية تقنيات بحث تتركز على آليات الاختيار الفطري , الوراثة و النشوء. لقد أثبتوا أنهم وسيلة فعالة في ميدان التفعيلة , و هم مطبقون في هذه الدراسة لتعيين محددات المثبت.

**كلمات مفتاحية :** الخوارزميات الجينية , الأنظمة الكهربائية , استقرار الحركات الصغيرة , مثبتات القوة , القيم الهامة.

## Résumé

*Cette thèse présente l'utilisation des algorithmes génétiques (AG) pour la synthèse des paramètres des stabilisateurs de puissance (PSS) dans les systèmes électriques multimachine. L'ajout d'un stabilisateur de puissance, comme auxiliaire du système d'excitation du générateur pour amortir les oscillations électromécaniques, améliore la stabilité en petit mouvement de l'ensemble du système électrique. Par conséquent, les paramètres du PSS sont optimisés afin d'assurer un amortissement satisfaisant. Pour cela, une analyse de la stabilité en petit mouvement basée sur les valeurs propres est effectuée. Cette analyse suppose un modèle linéarisé du système autour d'un point de fonctionnement. Les algorithmes génétiques sont des techniques de recherches basées sur les mécanismes de la sélection naturelle, de la génétique et de l'évolution. Ils ont prouvé qu'ils peuvent fournir des outils puissants dans le domaine de l'optimisation, et sont appliqués dans cette étude pour déterminer les paramètres du PSS.*

**Mots-clés :** Algorithmes Génétiques, Systèmes Electriques, Stabilité en Petit Mouvement, Stabilisateurs de Puissance, Valeurs Propres.

## Abstract

*This thesis presents the use of genetic algorithms (GA) for the synthesis of power system stabilizer (PSS) parameters in mulimachine power systems. Adding a power system stabilizer, as a supplementary excitation control for damping electromechanical oscillations, enhance the overall system small signal stability. Thus, the PSS parameters are optimized to ensure a satisfactory damping. For this purpose, an eigenvalue-based small signal stability analysis is performed. This analysis assumes a linearized model of the power system around an operating point. Genetic algorithms consist in search techniques based on the mechanics of natural selection, genetics and evolution. They have proved that they can provide powerful tools for optimization, and they are applied in this study to determine the PSS parameters.*

**Keywords:** Genetic Algorithms, Power Systems, Small Signal Stability, Power System Stabilizers, Eigenvalues.



# DÉDICACE

*Dédié*

*à*

*ma Famille, ma Fiancée*

*et*

*mes Amis*



# REMERCIEMENTS

Je remercie monsieur Abdelhafid HELLAL, Directeur de cette thèse, pour le sérieux avec lequel il a suivi ce travail, pour son aide et ses précieux conseils, mais aussi pour la confiance, la patience et la compréhension qu'il m'a toujours manifesté. Qu'il trouve ici l'expression de toute ma gratitude.

Mes remerciements vont ensuite aux membres du jury :

A monsieur BOUDJEMA pour avoir accepté de présider cette thèse, et à messieurs BOUKHETALA, BOUDOUR et STIHI qui m'ont fait l'honneur de juger ce travail. Je leur en suis particulièrement reconnaissant.

Mes plus vifs remerciements vont à tous les enseignants du Laboratoire de Commande des Processus pour m'avoir accueilli au sein de ce laboratoire.

Sans oublier les étudiants de l'option Automatique, particulièrement messieurs Rabah DAHMANE et Kamal DAHMANE à qui je souhaite un avenir prometteur et riche en expérience.

J'aimerais remercier du fond du cœur mes proches pour leur présence et disponibilité dans les moments difficiles et pour le soutien moral qu'ils m'ont apporté...

*“Une personne qui n'a jamais commis d'erreurs...  
... n'a jamais tenté d'innover”  
Albert Einstein*





# PUBLICATION

Dans le cadre de ce travail, un article a été présenté à la 5<sup>ème</sup> conférence régionale des comités CIGRE des pays arabes, qui s'est tenue à Alger en Juin 2004. Cet article a pour titre : *"Synthèse des Paramètres des Stabilisateurs dans les Réseaux Electriques par les Algorithmes Génétiques"*.



# TABLE DES MATIÈRES

<b>Résumé</b>	
<b>Dédicace</b>	
<b>Remerciements</b>	
<b>Publication</b>	
<b>Table des Matières</b>	<b>i</b>
<b>Liste des Figures</b>	<b>v</b>
<b>Liste des Tableaux</b>	<b>vii</b>
<b>Liste des Symboles et Acronymes</b>	<b>ix</b>
	<b>Page</b>
<b>Chapitre 1</b>	
<b>Introduction Générale</b>	<b>1</b>
1.1 Introduction . . . . .	1
1.2 Les méthodes heuristiques modernes . . . . .	2
1.3 Stabilité des systèmes électriques . . . . .	4
1.4 Objectif et organisation de la thèse . . . . .	5
<b>Chapitre 2</b>	
<b>Algorithmes Génétiques</b>	<b>7</b>
2.1 Introduction . . . . .	7
2.2 Présentation des algorithmes génétiques . . . . .	8
2.3 Description des algorithmes génétiques . . . . .	9
2.3.1 Codage et initialisation . . . . .	9
2.3.2 Evaluation . . . . .	10
2.3.3 Sélection . . . . .	10
2.3.3.1 <i>Méthode de la roulette de loterie</i> . . . . .	11
2.3.3.2 <i>Méthode du tournoi</i> . . . . .	11
2.3.4 Recombinaison . . . . .	12
2.3.4.1 <i>Croisement</i> . . . . .	12
2.3.4.2 <i>Mutation</i> . . . . .	13
2.3.5 Critère d'arrêt . . . . .	14

2.4 Réglage des paramètres d'un AG	14
2.5 Exemples d'application	15
2.5.1 Exemple 1	15
2.5.2 Exemple 2	21
2.5.3 Exemple 3	26
2.6 Avantages et inconvénients	30
2.7 Conclusion	31

### **Chapitre 3**

## **Modèles des Systèmes Electriques de Puissance 33**

3.1 Introduction	33
3.2 Référentiel commun	34
3.3 Modèle du générateur	35
3.3.1 Hypothèses simplificatrices	36
3.3.2 Equations électriques	36
3.3.3 Equations mécaniques	38
3.4 Modèles des systèmes de régulation	39
3.4.1 Régulation de la vitesse	40
3.4.2 Régulation de la tension	40
3.5 Modèle des transformateurs	41
3.6 Modèle des lignes de transmission	43
3.7 Modèle des charges	43
3.8 Modèle du réseau de transmission	44
3.9 Simulation dynamique d'un défaut	45
3.10 Conclusion	47

### **Chapitre 4**

## **Stabilité en Petit Mouvement 49**

4.1 Introduction	49
4.2 Linéarisation	50
4.3 Analyse de stabilité	56
4.3.1 Valeurs propres	56
4.3.2 Vecteurs propres	57
4.3.3 Facteurs de contribution	58
4.4 Les stabilisateurs de puissance	59
4.5 Test sur un système monomachine	60
4.6 Conclusion	66

**Chapitre 5**

<b>Application et Résultats</b>	<b>67</b>
5.1 Introduction . . . . .	67
5.2 Formulation de la fonction objective . . . . .	68
5.3 Application au système monomachine . . . . .	69
5.4 Application au système 9 nœuds 3machines . . . . .	71
5.4.1 Description du système . . . . .	71
5.4.2 Application de la procédure d'optimisation . . . . .	72
5.5 Application au système 2 zones 4 machines . . . . .	79
5.5.1 Description du système . . . . .	79
5.5.2 Application de la procédure d'optimisation . . . . .	80
5.6 Conclusion . . . . .	87

**Chapitre 6**

<b>Conclusion Générale</b>	<b>89</b>
----------------------------	-----------

<b>Appendice A - Données des Systèmes Etudiés</b>	<b>93</b>
---	-----------

<b>Appendice B - Matrice Admittance Réduite d'un Réseau Electrique</b>	<b>99</b>
--	-----------

<b>Appendice C - Systèmes Dynamiques et Linéarisation</b>	<b>101</b>
---	------------

<b>Bibliographie</b>	<b>107</b>
----------------------	------------



# LISTE DES FIGURES

	<b>Page</b>
<b>1.1</b> Classification de la stabilité des systèmes électriques .....	4
<b>2.1</b> Organigramme d'un algorithme génétique simple.....	8
<b>2.2</b> Exemple d'un chromosome en codage binaire .....	10
<b>2.3</b> Sélection par la méthode de la roue de loterie .....	11
<b>2.4</b> Croisement multipoints ( $p = 2$ ) en codage binaire .....	13
<b>2.5</b> Croisement uniforme en codage binaire .....	13
<b>2.6</b> Mutation dans le cas d'un codage binaire.....	13
<b>2.7</b> Tracé de la fonction objective.....	15
<b>2.8</b> Représentation des individus de la population initiale sur le tracé de la fonction objective ....	16
<b>2.9</b> L'opération de sélection par la méthode de la roulette .....	18
<b>2.10</b> Sélection des individus pour former la population intermédiaire .....	18
<b>2.11</b> Représentation des individus de la génération 1 sur le tracé de la fonction objective.....	20
<b>2.12</b> Représentation des individus de la dernière génération sur le tracé de la fonction objective...21	21
<b>2.13</b> Représentation des individus de la population initiale sur le tracé de la fonction objective ....	22
<b>2.14</b> Sélection des individus pour former la population intermédiaire .....	23
<b>2.15</b> Représentation des individus de la génération 1 sur le tracé de la fonction objective.....	25
<b>2.16</b> Représentation des individus de la dernière génération sur le tracé de la fonction objective...26	26
<b>2.17</b> Représentation des individus de la population initiale sur le tracé de la fonction objective ....	27
<b>2.18</b> Représentation des individus de la génération 1 sur le tracé de la fonction objective.....	28
<b>2.19</b> Représentation des individus de la dernière génération sur le tracé de la fonction objective...29	29
<b>2.20</b> Projection de la surface de la fonction objective sur le plan XZ et le plan YZ .....	29
<b>3.1</b> Représentation d'un système électrique multimachine.....	34
<b>3.2</b> Représentation d'un vecteur dans deux repères différents.....	34
<b>3.3</b> Représentation du circuit électrique d'une machine synchrone, et le circuit équivalent dans le repère de Park .....	36
<b>3.4</b> Diagramme des phaseurs relatifs à la $i^{\text{ème}}$ machine d'un système multimachine .....	37
<b>3.5</b> Couples mécanique et électrique agissant sur l'arbre d'un générateur .....	38
<b>3.6</b> Schéma montrant les différentes actions des régulateurs sur une unité de production.....	39
<b>3.7</b> Modèle du régulateur de vitesse et de la turbine.....	40
<b>3.8</b> Modèle simplifié de l'excitation .....	41
<b>3.9</b> Transformateur avec rapport de transformation variable.....	42
<b>3.10</b> Schéma équivalent en $\pi$ du transformateur.....	42
<b>3.11</b> Schéma en $\pi$ représentant une ligne reliant le nœud $i$ au nœud $j$ .....	43

<b>3.12</b>	Représentation d'une charge par son admittance équivalente .....	43
<b>3.13</b>	Les différentes étapes de protection contre les courts-circuits .....	46
<b>4.1</b>	Étapes de l'analyse de la stabilité en petit mouvement.....	50
<b>4.2</b>	Représentation par fonctions de transfert d'un sous-système ( $i, j = 1, \dots, n$ et $i \neq j$ ).....	55
<b>4.3</b>	Modèle du stabilisateur de puissance.....	59
<b>4.4</b>	Système monomachine nœud infini.....	60
<b>4.5</b>	Tracé des valeurs propres critiques dans le plan complexe du système en boucle ouverte.....	62
<b>4.6</b>	Déviation de la vitesse du rotor du système monomachine nœud infini suite à une faible perturbation .....	63
<b>4.7</b>	Déviation de l'angle du rotor du système monomachine nœud infini suite à une faible perturbation .....	63
<b>4.8</b>	Représentation d'état du système en boucle fermée .....	64
<b>4.9</b>	Tracé des valeurs propres du système en boucle fermée dans le plan complexe.....	65
<b>4.10</b>	Déviation de la vitesse rotorique du système monomachine nœud infini avec stabilisateur de puissance .....	65
<b>4.11</b>	Déviation de l'angle rotorique du système monomachine nœud infini avec stabilisateur de puissance .....	66
<b>5.1</b>	Tracé des valeurs propres critiques du système monomachine sur le plan complexe .....	70
<b>5.2</b>	Comparaison des déviations de la vitesse rotorique du système sans PSS, avec PSS non optimisé, et avec PSS optimisé .....	70
<b>5.3</b>	Schéma unifilaire du réseau 9 nœuds 3 machines.....	71
<b>5.4</b>	Tracé des valeurs propres sur le plan complexe .....	72
<b>5.5</b>	Déviations de la vitesse rotorique des 3 générateurs pour 3 points de fonctionnement lors d'un défaut triphasé près du nœud 4.....	73
<b>5.6</b>	Comparaison entre les déviations de la vitesse des générateurs lors d'un défaut triphasé : sans PSS et avec PSS pour une charge nominale.....	76
<b>5.7</b>	Comparaison entre les déviations de la vitesse des générateurs lors d'un défaut triphasé : sans PSS et avec PSS pour une charge forte.....	77
<b>5.8</b>	Comparaison entre les déviations de la vitesse des générateurs lors d'un défaut triphasé : sans PSS et avec PSS pour une charge faible .....	78
<b>5.9</b>	Schéma unifilaire du réseau 2 zones 4 machines .....	79
<b>5.10</b>	Déviations de la vitesse du système sans PSS suite à un défaut triphasé .....	81
<b>5.11</b>	Tracé des modes dominants sur le plan complexe.....	83
<b>5.12</b>	Comparaison des déviations de la vitesse dans le cas du 1 <sup>er</sup> état de figure système sans PSS, avec 2 PSS et avec 4 PSS.....	85
<b>5.13</b>	Comparaison des déviations de la vitesse dans le cas du 2 <sup>ème</sup> état de figure système sans PSS, avec 2 PSS et avec 4 PSS.....	86
<b>A.1</b>	Schéma unifilaire du réseau 9 nœuds 3 machines.....	94
<b>A.2</b>	Schéma unifilaire du réseau 2 zones 4 machines .....	97



# LISTE DES TABLEAUX

	<b>Page</b>
<b>2.1</b> Population initiale et résultats de l'évaluation des individus.....	17
<b>2.2</b> Chromosomes de la population intermédiaire .....	19
<b>2.3</b> Croisement simple à un point.....	19
<b>2.4</b> Population de la génération 1 .....	20
<b>2.5</b> Procédure de sélection par la méthode du tournoi ( $k = 2, m = 5$ ) .....	23
<b>2.6</b> Chromosomes de la population intermédiaire .....	23
<b>2.7</b> Croisement à deux points.....	24
<b>2.8</b> Opération de mutation.....	24
<b>2.9</b> Population de la génération 1 .....	25
<b>2.10</b> Chromosomes de la population initiale.....	27
<b>2.11</b> Croisement uniforme.....	28
<b>2.12</b> Population après mutation (génération 1) .....	28
<b>4.1</b> Paramètres du système monomachine nœud infini.....	61
<b>4.2</b> Valeurs propres, amortissements et fréquences du système .....	61
<b>4.3</b> Facteurs de contribution des modes du système .....	62
<b>5.1</b> Paramètres d'optimisation.....	69
<b>5.2</b> Paramètres du PSS obtenus après optimisation .....	69
<b>5.3</b> Points de fonctionnement en [p.u] .....	72
<b>5.4</b> Modes dominants du système .....	74
<b>5.5</b> Facteurs de contribution des générateurs .....	74
<b>5.6</b> Paramètres d'optimisation.....	75
<b>5.7</b> Paramètres des stabilisateurs obtenus après optimisation.....	75
<b>5.8</b> Modes dominants du système sans PSS.....	80
<b>5.9</b> Contribution des générateurs dans les modes électromécaniques .....	82
<b>5.10</b> Paramètres d'optimisation.....	82
<b>5.11</b> Paramètres des stabilisateurs obtenus après optimisation.....	82



# LISTE DES SYMBOLES ET ACRONYMES

$A$	matrice d'état du système
$B$	matrice de commande
$\Gamma$	matrice de perturbation ( <i>gamma</i> )
$\underline{X}$	vecteurs d'état
$\underline{U}$	vecteur de commande
$\underline{P}$	vecteur de perturbation
$\Delta$	indique une petite perturbation ou déviation d'une variable
$\underline{\Delta}$	vecteur des déviations
$[v]$	matrice diagonale d'un vecteur $v$
$K_1 \dots K_6$	matrices de linéarisation
$\lambda$	valeur propre
$\xi$	facteur d'amortissement ( $\xi$ )
$s$	opérateur de Laplace
$P_c$	probabilité de croisement
$P_m$	probabilité de mutation
$\omega$	vitesse angulaire
$\omega_0$	vitesse de synchronisme
$\delta$	angle du rotor
$P_e$	puissance électrique active
$Q_e$	puissance électrique réactive
$P_m$	puissance mécanique
$T_e$	couple électrique
$T_m$	couple mécanique
$\bar{v}$	désigne un vecteur dans l'espace
$V$	tension terminale du générateur
$V_d, V_q$	composante directe et en quadrature de la tension terminale
$E'_q$	f.é.m transitoire d'axe en quadrature
$E_{fd}$	tension d'excitation
$I$	courant d'armature du générateur
$I_d, I_q$	composante directe et en quadrature du courant d'armature
$Y_r$	matrice admittance réduite
$H$	constante d'inertie
$D$	coefficient d'amortissement
$X_d, X_q$	réactance synchrone d'axe direct et en quadrature

---

## LISTE DES SYMBOLES ET ACRONYMES

---

$X'_d$	réactance transitoire d'axe direct
$T'_{d0}$	constante de temps transitoire d'axe direct
$K_a$	gain de l'AVR
$T_a$	constante de temps de l'AVR
$K$	gain du PSS
$T_\omega$	constante de temps du filtre du PSS
$T_1...T_4$	constantes de temps du PSS
$f$	fréquence
$t$	temps
$[ ]^T$	transposée
AG	Algorithmes Génétiques
AVR	Automatic Voltage Regulator (régulateur de tension)
PSS	Power System Stabilizer (Stabilisateur de Puissance)
[p.u]	per unit (unité relative)
[s]	Secondes

---

## INTRODUCTION GÉNÉRALE

### 1.1 INTRODUCTION

Un réseau électrique se compose de plusieurs éléments individuels qui, interconnectés, forment un système large et complexe capable de générer, de transmettre et de distribuer l'énergie électrique à travers de vastes étendues. Pour éviter toute ambiguïté, on désignera dans ce mémoire par *système électrique de puissance*, plutôt que réseau, l'ensemble des réseaux proprement dit (incluant lignes, câbles, transformateurs), des moyens de production de l'énergie active et réactive et des consommations.

L'énergie électrique étant très difficilement stockable, il doit y avoir en permanence équilibre entre la production et la consommation. Cependant, avec le développement des interconnexions, les systèmes électriques deviennent de plus en plus larges et complexes rendant difficile le maintien de cet équilibre. De ce fait, il faut en permanence surveiller le système afin, d'assurer la qualité du service (problème de conduite) et de garantir sa sécurité (problème de protection) et sa stabilité (problème de réglage).

Plus particulièrement, la stabilité fut reconnue comme élément important du bon fonctionnement d'un système électrique à partir des années 1920 [Kundur<sup>1</sup> *et al.*]. Depuis, les chercheurs ont eu recours à des approches dites traditionnelles ou classiques liées à la théorie de la commande, pour régler les problèmes de stabilité. À partir des années 1960 sont apparues des approches dites intelligentes afin d'essayer de régler ces problèmes devenus plus complexes et difficiles à résoudre. Toutefois, elles n'ont réellement vu leur application qu'au début des années 1990 encouragées par le développement des calculateurs et micro-ordinateurs. Ces approches simulent des phénomènes physiques, le comportement humain, ou l'évolution des êtres vivants et sont appelées *méthodes heuristiques modernes* [Nara, 2000].

Ce chapitre donne une vue globale, d'une part sur les techniques heuristiques actuellement utilisées, et d'autre part sur les différents types de stabilité des systèmes électriques.

## 1.2 LES MÉTHODES HEURISTIQUES MODERNES

Les méthodes heuristiques modernes sont un ensemble de techniques d'optimisation stochastiques inspirées de phénomènes naturels et biologiques. Ces techniques peuvent être classées en deux groupes : les méthodes à population de solutions connues sous le nom d'*algorithmes évolutionnaires* comme les algorithmes génétiques, les stratégies d'évolution, la programmation évolutionnaire ou les algorithmes à essaim de particules, et les méthodes à solution unique comme la recherche tabou ou le recuit simulé [Jourdan, 2003].

- **Les Algorithmes Génétiques (Genetic Algorithms)**

Les algorithmes génétiques (AG) sont des méthodes basées sur les mécanismes biologiques et simulent le processus d'évolution d'une population. A partir d'une population de  $N$  solutions du problème représentant des individus, on applique des opérateurs simulant les interventions sur le génome telle que le croisement (cross-over) ou la mutation pour arriver à une population de solutions de mieux en mieux adaptée au problème. Cette adaptation est évaluée grâce à une fonction coût (fitness function). La particularité de ces algorithmes est qu'ils n'opèrent pas directement sur les paramètres à optimiser mais plutôt sur des paramètres codés. Traditionnellement, les algorithmes génétiques utilisent un codage binaire sous forme de chaîne de caractères appelée *chromosome* par analogie à la génétique biologique.

- **Les Stratégies d'Evolution (Evolution Strategies)**

Les stratégies d'évolution (SE) ressemblent beaucoup aux algorithmes génétiques dans leur principe d'exécution. Les principales différences entre ces deux algorithmes sont : les SE opèrent directement sur des vecteurs de réelles ou d'entiers, alors que les AG classiques opèrent sur des chaînes de caractères binaires ; les AG reposent sur l'opérateur de croisement plus que sur l'opérateur de mutation pour explorer l'espace de recherche, alors que les SE utilisent la mutation comme opérateur dominant.

- **La Programmation Evolutionnaire (Evolutionary Programming)**

La méthode de programmation évolutionnaire (PE) est souvent confondue avec la méthode des stratégies d'évolution (bien qu'elles aient été créées indépendamment) du fait qu'elles ont pratiquement la même approche algorithmique. La raison fondamentale qui permet de distinguer entre ces deux algorithmes est le fait que la PE pure n'utilise pas d'opérateurs de croisement et repose uniquement sur la mutation.

- **Algorithme à Essaim de particules (Particle Swarm)**

Les algorithmes d'optimisation par essaim de particules ont été introduits en 1995 par Kennedy et Eberhart [Kennedy *et al.*] comme une alternative aux algorithmes génétiques standard. Ces algorithmes sont inspirés des essaims d'insectes (ou des bancs de poissons ou des nuées d'oiseaux)

et de leurs mouvements coordonnés. En effet, tout comme ces animaux se déplacent en groupe pour trouver de la nourriture ou éviter les prédateurs, les algorithmes à essaim de particules recherchent des solutions pour un problème d'optimisation. Les individus de l'algorithme sont appelés *particules* et la population est appelée *essaim*. Dans cet algorithme, une particule décide de son prochain mouvement en fonction de sa propre expérience, qui est dans ce cas la mémoire de la meilleure position qu'elle a rencontré, et en fonction de son meilleur voisin. Les nouvelles vitesse et direction de la particule seront définies en fonction de trois tendances : la propension à suivre son propre chemin, sa tendance à revenir vers sa meilleure position atteinte et sa tendance à aller vers son meilleur voisin.

### ▪ **La Recherche Tabou (Tabu Search)**

La recherche Tabou a été introduite par F. Glover [[Glover, 1986](#)] et a montré sa performance sur de nombreux problèmes d'optimisation. Elle n'a aucun caractère stochastique et utilise la notion de mémoire pour éviter de tomber dans un optimum local. Le principe de l'algorithme est le suivant : à chaque itération, le voisinage de la solution courante est examiné et la meilleure solution est sélectionnée. En appliquant ce principe, la méthode autorise de remonter vers des solutions qui semblent moins intéressantes mais qui ont peut être un meilleur voisinage. Pour éviter les phénomènes de cyclage entre deux solutions, la méthode a l'interdiction de visiter une solution récemment visitée. Pour cela, une liste taboue contenant les attributs des dernières solutions visitées est tenue à jour. Chaque nouvelle solution considérée enlève de cette liste la solution la plus anciennement visitée. Ainsi, la recherche de la solution suivante se fait dans le voisinage de la solution actuelle sans considérer les solutions appartenant à la liste taboue.

### ▪ **Le Recuit Simulé (Simulated Annealing)**

Cette méthode s'inspire du recuit des métaux en métallurgie : un métal refroidi trop vite présente de nombreux défauts microscopiques, c'est l'équivalent d'un optimum local pour un problème d'optimisation. Si on le refroidit lentement, les atomes se réarrangent, les défauts disparaissent, et le métal a alors une structure très ordonnée, équivalente à un optimum global. La méthode du recuit simulé, appliquée aux problèmes d'optimisation, considère une solution initiale et recherche dans son voisinage une autre solution de façon aléatoire. Au début de l'algorithme, un paramètre  $T$ , apparenté à la température, est déterminé et décroît tout au long de l'algorithme pour tendre vers 0. De la valeur de ce paramètre va dépendre la probabilité d'acceptation des solutions détériorantes (plus la température  $T$  est élevée, plus cette probabilité sera forte).

L'état de l'art de l'application de ces différents algorithmes dans le domaine des systèmes électriques (répartition économique, programmation de maintenance, l'engagement de turbines,...etc.) est présenté dans [[Nara, 2000](#)]. D'autres techniques moins connues existent et sont décrites dans [[Jourdan, 2003](#)].

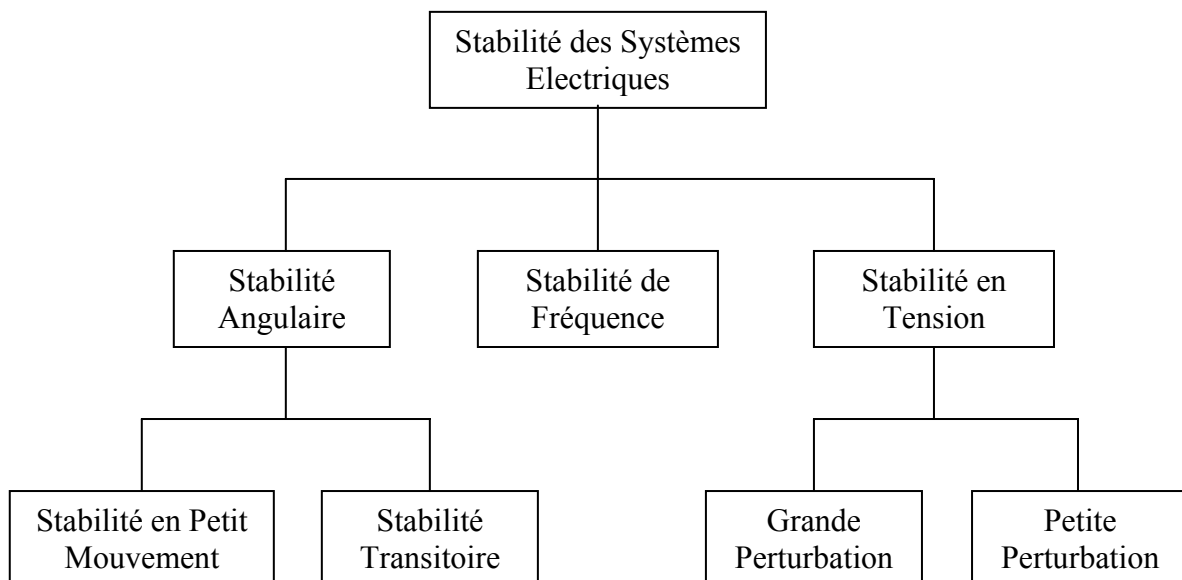
### 1.3 STABILITÉ DES SYSTÈMES ÉLECTRIQUES

Les problèmes de stabilité dans les systèmes électriques ont depuis longtemps reçu une très grande attention. En effet, un système électrique en fonctionnement peut subir une grande variété de perturbations ou d'incidents [Meyer *et al.*], tels que:

- La variation de la charge au cours de la journée.
- La manœuvre d'un ouvrage de couplage.
- Le déclenchement d'une unité de production ou d'une charge.
- La foudre atteignant une ligne.
- Un court-circuit en réseau.

Ces phénomènes dynamiques mettent en jeu des constantes de temps très différentes allant de la microseconde à l'heure. Cette caractéristique est d'une grande aide et permet de classer la stabilité des systèmes électriques en plusieurs catégories (cf. figure 1.1). Mais d'abord, entendons nous sur la définition de la stabilité [Kundur<sup>2</sup> *et al.*] :

*La stabilité d'un système électrique est l'aptitude de celui-ci, pour un point de fonctionnement donné, à retrouver un état d'équilibre après avoir subi une perturbation physique, sans que les variables du système ne violent leurs contraintes de limite, de telle sorte que l'ensemble du système reste intact.*



**Figure 1.1** Classification de la stabilité des systèmes électriques.



Notre travail étant axé sur la stabilité angulaire (ou synchrone), cette dernière est décrite dans ce qui suit :

Les incidents et les variations excessives de la charge d'un système électrique peuvent provoquer un accroissement important de l'angle entre les champs magnétiques du rotor et du stator des alternateurs. Dans ces conditions, le couplage électromagnétique entre rotor et stator peut diminuer jusqu'à provoquer des oscillations de puissance mal amorties, voire le décrochage de certains rotors lorsque l'angle dépasse une valeur critique (perte de stabilité). Le rotor cesse alors de tourner au synchronisme avec le champ stator, et l'on observe un glissement des pôles du rotor. Lorsque les pôles repassent dans les zones de stabilité du champ du stator, les forces de couplage tendent à rétablir le synchronisme. La machine est soumise à de violents efforts électromécaniques transitoires et le réseau est le siège d'oscillations importantes de la puissance et de la tension [Bornard *et al.*].

Conventionnellement, on distingue la stabilité transitoire et la stabilité en petit mouvement (ou stabilité statique).

On dit qu'un système électrique est **stable en régime transitoire** si, partant d'un point de fonctionnement stable en régime statique, il revient à un point de fonctionnement stable en régime statique, après avoir été soumis à une perturbation donnée (éventuellement de grande amplitude et susceptible de provoquer des comportements non linéaires).

On dit qu'un système électrique est **stable en petit mouvement** (ou en régime statique) s'il revient au point de fonctionnement initial après avoir été soumis à une petite perturbation (régime linéaire). La stabilité statique est donc une condition nécessaire de fonctionnement. Par extension, l'étude de la stabilité statique vise aussi à améliorer les conditions d'amortissement des oscillations induites par les petites perturbations.

### 1.4 OBJECTIF ET ORGANISATION DE LA THÈSE

Par le passé, un système qui était stable dans les toutes premières secondes suivant une perturbation sévère, était sûr d'être stable suite à de faibles perturbations. Cela s'est avéré faux dans les systèmes actuels vu le développement grandissant que connaissent les systèmes électriques [Kundur<sup>1</sup> *et al.*]. Aujourd'hui on s'intéresse à la stabilité en petit mouvement au même titre que la stabilité transitoire.

Contrairement à la stabilité transitoire, qui nécessite un modèle non linéaire du système électrique, la stabilité en petit mouvement s'étudie sur un modèle préalablement linéarisé autour d'un point de fonctionnement. Ainsi, nous pouvons analyser la stabilité en petit mouvement en utilisant les méthodes d'analyse des systèmes linéaires. Cette analyse est basée sur l'identification des valeurs propres du système.

Un moyen efficace et économique d'améliorer la stabilité en petit mouvement d'un système électrique est d'équiper les régulateurs de tension, des générateurs, de dispositifs de stabilisation appelés *stabilisateurs de puissance* (Power System Stabilizers) [Zhang *et al.*]. Ces stabilisateurs, avec un choix adéquat de leurs paramètres, aident à amortir les oscillations induites par les petites perturbations, ainsi qu'à améliorer la stabilité de l'ensemble du système.

Ce mémoire a pour objectif, l'application des algorithmes génétiques dans la synthèse des paramètres des stabilisateurs de puissance afin d'améliorer la stabilité en petit mouvement de l'ensemble d'un système électrique. Il s'articule en quatre parties.

Le **chapitre deux** est une présentation des algorithmes génétiques. Nous exposerons quelques concepts fondamentaux relatifs à ces algorithmes et nous traiterons trois cas simples d'optimisation.

Le **chapitre trois** porte sur la modélisation des systèmes électriques, indispensable pour toute étude de phénomènes dynamiques. Nous décrirons dans ce chapitre les modèles dont nous aurons besoin dans la suite de notre travail.

Le **chapitre quatre** est une présentation plus détaillée de la stabilité en petit mouvement. Nous décrirons les étapes d'analyse de cette stabilité, que nous appliquerons sur un système monomachine. Nous montrerons aussi comment, grâce aux stabilisateurs de puissance, la stabilité en petit mouvement est améliorée.

Le **chapitre cinq** présentera notre approche d'optimisation des paramètres des stabilisateurs de puissance par les algorithmes génétiques. Cette approche sera appliquée d'abord sur le système monomachine puis sur deux systèmes multimachine.

Nous terminerons ce mémoire par une discussion sur l'ensemble des résultats obtenus et nous donnerons quelques perspectives de recherche qui nous semblent intéressantes pour prolonger ce travail.

---

## ALGORITHMES GÉNÉTIQUES

### 2.1 INTRODUCTION

Les algorithmes génétiques (AG) sont des techniques de recherche et d'optimisation stochastiques dérivées de la génétique et des mécanismes de la sélection naturelle et de l'évolution. Leurs champs d'application sont très vastes : économie, finance, optimisation de fonction, planification, et bien d'autres domaines. La raison de ce grand nombre d'application est claire : simplicité et efficacité.

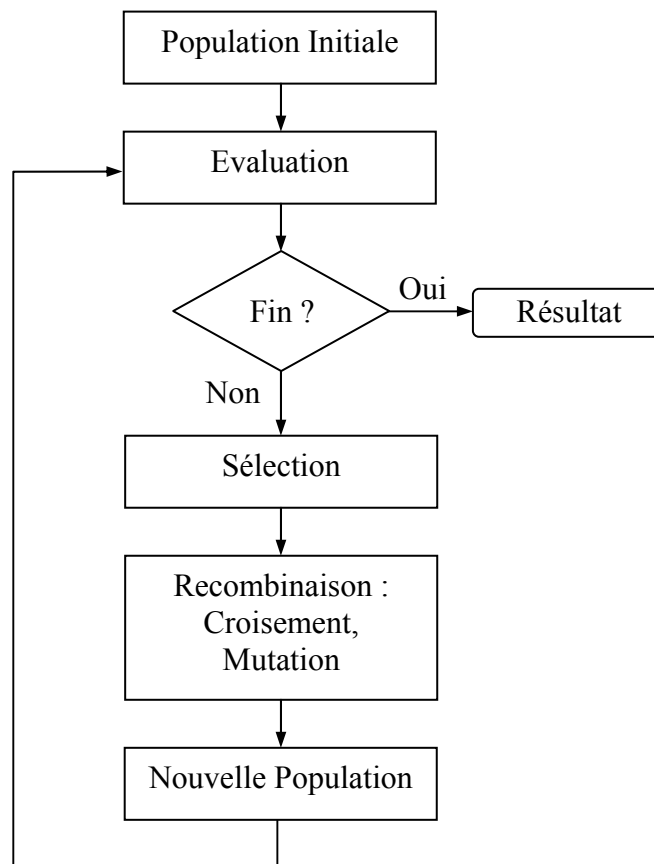
Les premiers travaux sur les algorithmes génétiques ont commencé dans les années cinquante, lorsque plusieurs biologistes américains ont simulé des structures biologiques sur ordinateur. Puis, entre 1960 et 1970 John Holland [[Holland, 1975](#)], sur la base des travaux précédents, développe les principes fondamentaux des algorithmes génétiques dans le cadre de l'optimisation mathématique. A cette époque, l'informatique n'avait pas encore connu de développement et ses travaux n'ont pas pu être appliqués sur des problèmes réels de grande taille. La parution en 1989 de l'ouvrage de référence écrit par D. E. Goldberg [[Goldberg, 1989](#)], qui décrit l'utilisation de ces algorithmes dans le cadre de résolution de problèmes concrets, a permis de mieux faire connaître ces derniers dans la communauté scientifique et a marqué le début d'un nouvel intérêt pour cette technique d'optimisation.

Ce chapitre sera divisé en deux parties. La première partie concerne la présentation de quelques concepts fondamentaux sur les algorithmes génétique. La deuxième partie traitera, étape par étape, des exemples d'application simples afin de mieux comprendre le déroulement d'un algorithme génétique.

## 2.2 PRÉSENTATION DES ALGORITHMES GÉNÉTIQUES

D'une manière globale, un algorithme génétique manipule les solutions potentielles d'un problème donné afin d'atteindre la solution optimale ou une solution jugée satisfaisante. L'algorithme est organisé en plusieurs étapes et fonctionne de manière itérative. La figure 2.1 représente l'algorithme génétique le plus simple introduit par Holland [Holland, 1975]. Celui-ci met en œuvre différents opérateurs qui seront décrits dans la section suivante. Mais avant, il est nécessaire de définir quelques termes de base rencontrés dans la littérature :

- **Individu** : solution potentielle du problème.
- **Chromosome** : solution potentielle du problème sous une forme codée, c.-à-d. une suite (chaîne) de caractères.
- **Population** : ensemble fini d'individus (de solutions).
- **Gène** : partie élémentaire (caractère) non divisible d'un chromosome.
- **Fitness** : terme anglo-saxon qui désigne la fonction d'évaluation d'un individu. Cette fonction est liée à la fonction à optimiser et permet de définir le degré de performance d'un individu (donc d'une solution) vis-à-vis du problème.



**Figure 2.1** Organigramme d'un algorithme génétique simple.

## 2.3 DESCRIPTION DES ALGORITHMES GÉNÉTIQUES

Dans ce qui suit, nous allons décrire plus en détail les différentes étapes du simple algorithme génétique de la figure 2.1.

### 2.3.1 Codage et initialisation

La première étape dans la procédure d'un algorithme génétique est le codage des paramètres du problème afin de constituer les chromosomes. Le type de codage le plus utilisé est le codage binaire, mais d'autres types peuvent être utilisés [Chipperfield *et al.*], par exemple le codage ternaire, entier, réel etc. Le passage de la représentation réelle à la représentation codée se fait grâce à des fonctions de codage et décodage.

Par exemple, dans le cas d'un codage binaire d'une variable réelle  $x$  définie dans un intervalle  $[x_{min}, x_{max}]$ , on discrétise l'espace de recherche en  $g_{max} = 2^n - 1$  valeurs discrètes où  $n$  représente le nombre de bits sur lequel la variable est codée. Ensuite, on associe à la variable  $x$  l'entier  $g$  défini par :

$$g = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} g_{max} \quad (2.1)$$

Il suffit de convertir l'entier  $g$  en binaire pour trouver la valeur binaire du paramètre  $x$ . Pour revenir à la représentation réelle, il faut d'abord convertir la représentation binaire en décimale (obtenir l'entier  $g$ ), puis calculer  $x$  par la formule suivante :

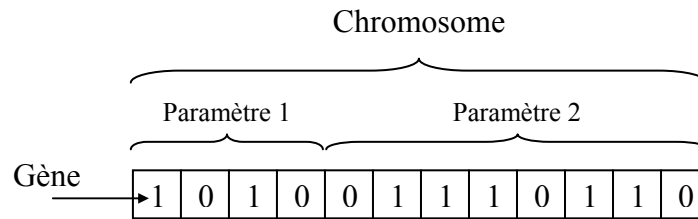
$$x = x_{min} + (x_{max} - x_{min}) \frac{g}{g_{max}} \quad (2.2)$$

Tous les paramètres du problème sont codés de la même manière puis associés pour former un chromosome comme le montre la figure 2.2. Il est à noter que les paramètres n'ont pas, obligatoirement, le même nombre de gènes.

Une fois les fonctions de codage et décodage établies, on initialise la population de départ de l'algorithme. Cette population est formée par un nombre fixe d'individus (chromosomes). Le choix de ces individus se fait sur la base d'une connaissance à priori, sinon ils sont générés aléatoirement.

#### ▪ Remarques

1. Dans la figure 2.2, nous avons défini un gène formé par un seul bit, ce qui est le cas dans de nombreux travaux. Cela veut dire que tous les bits peuvent être manipulés indépendamment. Cependant, on peut définir un gène par un ensemble de bits et c'est cet ensemble qui sera manipulé par l'algorithme (voir [Negnevitsky *et al.*]).
2. La fonction de codage est inutile dans le cas où la population est initialisée aléatoirement. En effet, on peut tirer au hasard les individus directement dans leur représentation codée. Par contre, la fonction de décodage est nécessaire pour l'évaluation de ces individus.



**Figure 2.2** Exemple d'un chromosome en codage binaire.

### 2.3.2 Evaluation

L'évaluation consiste à mesurer la performance de chaque individu de la population. On utilise pour cela une fonction directement liée à la fonction objective (fonction à optimiser) appelée fonction fitness. C'est une fonction réelle positive qui reflète la force de l'individu. Un individu ayant une grande valeur fitness représente une bonne solution au problème, alors qu'un individu ayant une faible valeur fitness représente une solution médiocre. Ainsi, quel que soit le problème traité, l'algorithme génétique tend à maximiser la fonction fitness des individus. Dans le cas d'un problème de minimisation, la fonction fitness peut être obtenue en utilisant une des manières suivantes :

- $Fit(x) = N - F_{obj}(x)$  si  $F_{obj}(x) \geq N$ , sinon  $Fit(x) = 0$  ( $N$  est une constante positive).
- $Fit(x) = \frac{1}{F_{obj}(x)}$
- $Fit(x) = -F_{obj}(x)$

Contrairement aux méthodes d'optimisation classiques, aucune condition liée à la dérivabilité, à la continuité, à la convexité ou à la concavité n'est requise pour la fonction objective. Il suffit juste qu'elle fournisse une valeur numérique finie pour chaque individu. Cela donne aux algorithmes génétiques un caractère très attrayant pour la résolution de problèmes dont les propriétés mathématiques sont méconnues ou très délicates à déterminer.

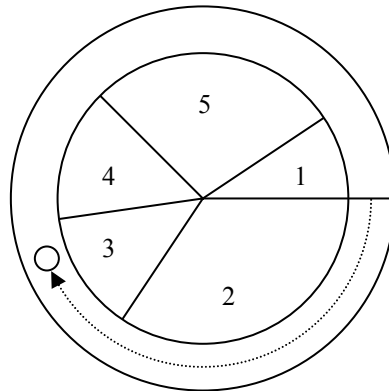
### 2.3.3 Sélection

La sélection, dans les algorithmes génétiques, joue le même rôle que la sélection naturelle. Elle suit le principe Darwinien sur la survie des individus les plus adaptés [Darwin, 1859]. Elle décide, en quelque sorte, quels sont les individus qui survivent et quels sont ceux qui disparaissent en se basant sur leurs fonctions fitness. Une population dite *intermédiaire* est alors formée par les individus sélectionnés.

Il existe plusieurs méthodes de sélection [Blickle *et al.*]. Nous ne citerons que deux des plus connues :

### 2.3.3.1 Méthode de la roulette de loterie

C'est une méthode classique de sélection qui consiste à dupliquer chaque individu de la population proportionnellement à sa fonction d'adaptation. Son principe est d'associer à chaque individu une portion d'une roue dont la surface dépend uniquement de sa valeur fitness [Chipperfield *et al.*]. Un individu présentant une valeur fitness nulle ne sera pas représenté sur la roue, il n'aura donc aucune chance d'être sélectionné. Les individus ayant une grande valeur fitness auront une grosse portion et auront, par conséquent, plus de chance d'être sélectionnés.



**Figure 2.3** Sélection par la méthode de la roue de loterie.

Pour réaliser la sélection, il suffit de faire tourner la roue autant de fois que le nombre d'individus. La figure 2.3 illustre un exemple de roue de loterie. Les numéros de 1 à 5 représentent les numéros des individus.

### 2.3.3.2 Méthode du tournoi

Le principe de cette méthode est de tirer aléatoirement un groupe de  $k$  individus parmi la population, et de sélectionner le meilleur d'entre eux. Ce processus est répété jusqu'à ce que le nombre d'individus de la population intermédiaire soit égal au nombre total d'individus formant la population initiale. Nous avons trouvé dans la littérature deux versions différentes de cette méthode, notamment, au niveau de la façon dont les groupes sont formés.

Selon [Coello, 1996], la population est divisée en groupes de  $k$  individus. Ensuite, on sélectionne le meilleur de chaque groupe. Il faut  $k$  itérations pour remplir la population intermédiaire parce qu'à chaque fois  $m$  individus sont sélectionnés où  $m$  est défini par :

$$m = \frac{\text{Taille de la population}}{k} \quad (2.3)$$

Selon [Blickle *et al.*] et [Luke, 2000], la procédure est la suivante : on tire  $k$  fois un individu avec remplacement (chaque tirage inclut tous les individus y compris ceux déjà sélectionnés). Ensuite, on sélectionne celui qui présente la plus grande valeur fitness pour le placer dans la population intermédiaire. Si  $N$  est le nombre total d'individus formant la population alors il faut  $N$  itérations pour remplir la population intermédiaire.

La seule différence que nous avons pu constater, c'est que la deuxième version ne fait pas obligatoirement participer tous les individus, et par conséquent, elle n'assure pas que le meilleur individu soit présent dans la population intermédiaire.

### 2.3.4 Recombinaison

La recombinaison agit directement sur la structure des chromosomes en modifiant leurs gènes pour obtenir les nouveaux chromosomes d'une nouvelle population. On dira alors, qu'une nouvelle *génération*<sup>1</sup> d'individus est née. Lors du passage d'une génération à l'autre, le meilleur individu est supposé évoluer afin d'atteindre l'optimum recherché correspondant à une très bonne solution à notre problème. Il existe deux catégories d'opérateurs de recombinaison : l'opérateur de croisement et l'opérateur de mutation.

#### 2.3.4.1 Croisement

Le croisement permet à un couple d'individus, parmi ceux qui sont sélectionnés, d'échanger leurs informations génétiques c.-à-d. leurs gènes. Son principe est simple : deux individus sont pris au hasard et sont appelés parents, ensuite, on tire aléatoirement un nombre  $P$  dans l'intervalle  $[0, 1]$  qu'on compare à une certaine probabilité de croisement  $P_c$ .

- Si  $P > P_c$  le croisement n'aura pas lieu et les parents sont copiés dans la nouvelle génération.
- Si  $P \leq P_c$  le croisement se produit et les chromosomes des parents sont croisés pour donner deux enfants qui remplaceront leurs parents dans la nouvelle génération.

Il existe différents types de croisement, les plus connus sont le croisement multipoints (figure 2.4) et le croisement uniforme (figure 2.5).

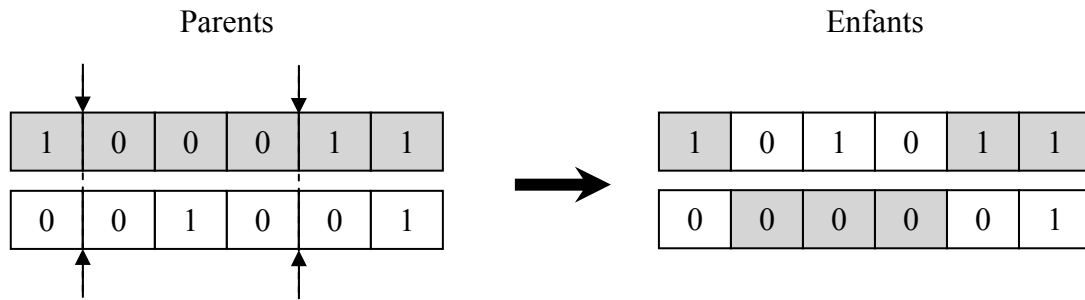
Pour le **croisement multipoints**,  $p$  positions de croisement, avec  $p \in [1, 2, \dots, l - 1]$  où  $l$  représente la taille du chromosome, sont choisies aléatoirement pour chaque couple. Ensuite, les gènes entre deux points de croisement successifs sont échangés entre les deux parents produisant deux nouveaux individus appelés enfants. Les valeurs typiques de  $p$  sont : 1 (croisement à 1 point) et 2 (croisement à 2 points).

Le **croisement uniforme** est une généralisation du croisement multipoints. Ici, chaque gène du chromosome peut constituer un point de croisement. Un chromosome nommé *masque*, de taille identique à celle des parents, est créé aléatoirement et la valeur des gènes du masque indique de quel parent l'enfant recevra-t-il son gène [Chipperfield *et al.*].

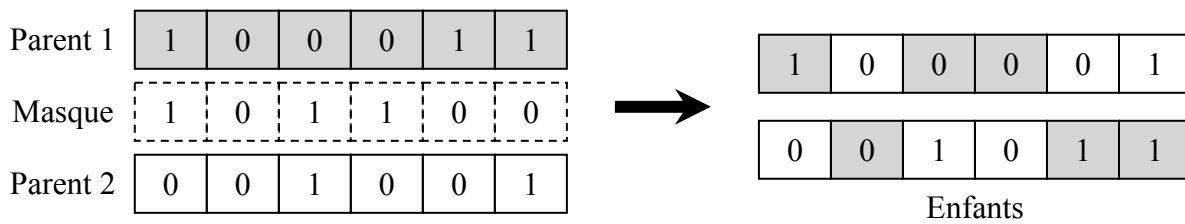
---

<sup>1</sup> dans les AG, le terme générations remplace le terme itérations.





**Figure 2.4** Croisement multipoints ( $p = 2$ ) en codage binaire.

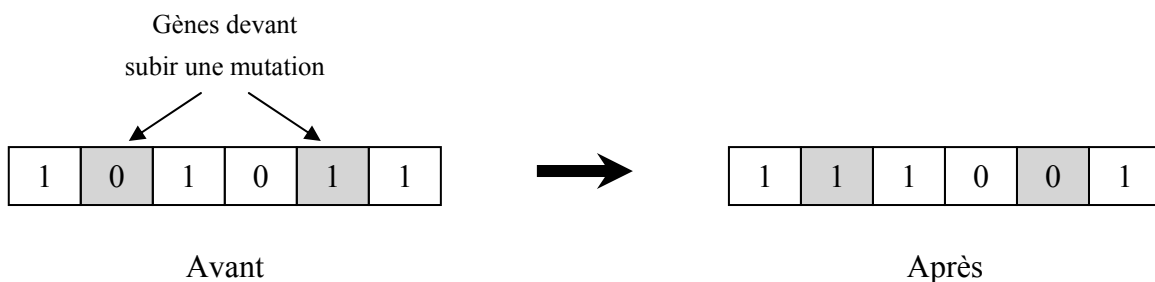


**Figure 2.5** Croisement uniforme en codage binaire.

### 2.3.4.2 Mutation

L'opérateur de mutation permet d'explorer de nouveaux points dans l'espace de recherche et il assure la possibilité de quitter les optimums locaux. La mutation s'applique sur chaque gène de chaque individu avec une probabilité de mutation  $P_m$  en suivant le même principe que pour le croisement.

- Si  $P > P_m$  la mutation n'aura pas lieu et le gène reste tel qu'il est.
- Si  $P \leq P_m$  la mutation se produit, et le gène sera remplacé par un autre gène tiré aléatoirement parmi les différentes valeurs possibles. Dans le cas d'un codage binaire, cela revient tout simplement à remplacer un 0 par un 1 et vice versa, comme le montre la figure 2.6.



**Figure 2.6** Mutation dans le cas d'un codage binaire.

Contrairement à l'opérateur de croisement, la mutation est souvent considérée comme secondaire ayant pour rôle de restaurer des informations génétiques perdues [Srinivas *et al.*] [Lerman *et al.*]. Par exemple, si tous les chromosomes d'une population convergent vers un 0 à un emplacement donné, et que la solution optimale possède un 1 à cet emplacement, l'opérateur de croisement ne pourra pas faire apparaître le 1, par contre il est possible que l'opérateur de mutation le fasse.

### 2.3.5 Critère d'arrêt

Comme dans tout algorithme itératif, il faut définir un critère d'arrêt. Celui-ci peut être formulé de différentes façons parmi lesquelles nous pouvons citer :

- Arrêt de l'algorithme lorsque le résultat atteint une solution satisfaisante.
- Arrêt s'il n'y a pas d'amélioration pendant un certain nombre de générations.
- Arrêt si un certain nombre de générations est dépassé.

## 2.4 RÉGLAGE DES PARAMÈTRES D'UN AG

L'élaboration d'un algorithme génétique nécessite le réglage de certains paramètres. Ce réglage a une influence sur la convergence de l'algorithme et les résultats obtenus. Cependant, il n'existe pas de règle spécifique pour ajuster les paramètres d'un AG, et ils sont souvent choisis de manière empirique. Quelques remarques sont alors à soulever :

- Probabilité de croisement : la probabilité de croisement a une influence considérable sur la vitesse de convergence d'un algorithme génétique. Plus elle est grande et plus elle favorise la recombinaison des individus tout en favorisant de tomber dans un optimum local. Les valeurs classiques pour ce paramètre varient de 0.6 à 0.95.
- Probabilité de mutation : elle doit être assez faible par rapport à celle du croisement de manière à ne pas perturber l'évolution de l'algorithme. Une valeur élevée transformera l'algorithme en une recherche aléatoire, alors qu'une valeur très faible rendra impossible l'extraction des optimums locaux. Les valeurs classiques pour ce paramètre varient de 0.001 à 0.2.
- Taille de la population : augmenter la taille de la population permet d'augmenter sa diversité et réduit la probabilité d'une convergence prématurée vers un optimum local, mais en même temps elle augmente le temps nécessaire pour converger vers les régions optimales de l'espace de recherche [Srinivas *et al.*].

## 2.5 EXEMPLES D'APPLICATION

Un exemple d'application simple semble être la meilleure façon de comprendre les concepts de base des algorithmes génétiques. Nous avons vu précédemment, qu'implémenter un AG revient à évaluer des individus et à manipuler des chromosomes. Dans ce qui suit, nous allons suivre étape par étape le déroulement d'un AG, à travers trois exemples.

### 2.5.1 Exemple 1

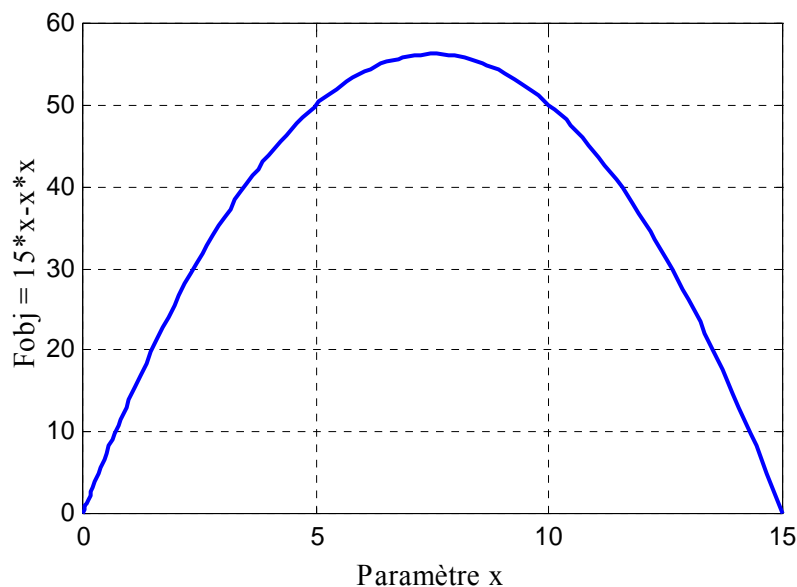
Pour ce premier exemple, nous avons considéré le cas simple d'une fonction à une variable  $x$  appartenant à l'ensemble des entiers naturels. La figure 2.7 représente l'allure de cette fonction. Le problème peut être formulé de la manière suivante :

$$\text{Maximiser } F_{obj} = 15x - x^2 \quad (2.4)$$

$$\text{Sujet à } 0 \leq x \leq 15 \quad (2.5)$$

- **Codage et initialisation**

Le codage choisi est un codage binaire sur 4 bits. L'espace de recherche est alors discrétisé en  $g_{\max} = 15$  valeurs discrètes. Autrement dit, en recherche l'entier  $x$  dans l'intervalle  $[0,15]$  qui maximise la fonction objective. Le chromosome lié à  $x = 0$  est  $\{0,0,0,0\}$  et celui lié à  $x = 15$  est  $\{1,1,1,1\}$ . Toute autre combinaison décodée donnera une valeur de  $x$  dans l'espace de recherche considéré. Par exemple, le chromosome  $\{0,1,1,1\}$  décodé donne  $x = 7$ .



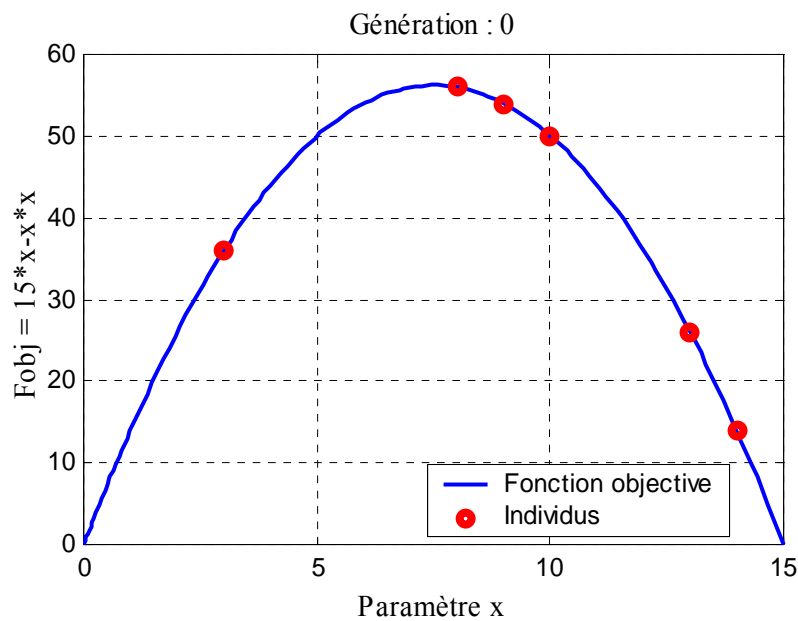
**Figure 2.7** Tracé de la fonction objective.

Ensuite, on doit décider du nombre d'individus qui formeront la population initiale. Généralement, le nombre d'individus varie entre 30 et 100, mais pour simplifier nous avons pris une population réduite à 6 individus. Un générateur de nombres aléatoires est utilisé pour assigner un 0 ou un 1 à chaque gène de chacun des individus.

- **Evaluation**

Après initialisation de la population, les individus sont évalués à travers la fonction fitness. Etant donné que le problème est un problème de maximisation d'une fonction positive, alors c'est la fonction objective qui constituera la fonction fitness. Il suffit donc de décoder les chromosomes et de résoudre l'équation (2.4).

La figure 2.8 met en évidence les individus de la population initiale après évaluation. Les résultats numériques sont donnés par le tableau 2.1.



**Figure 2.8** Représentation des individus de la population initiale sur le tracé de la fonction objective.

- **Sélection**

La sélection consiste à former une nouvelle population (la population intermédiaire) à partir des individus de la population actuelle, en se basant sur leur fonction fitness. Pour cet exemple nous avons utilisé la méthode de la roulette de loterie.

La première étape de la méthode de la roulette est de normaliser la fonction fitness, puis calculer la somme cumulée des valeurs de fitness, comme le montre le tableau 2.1.

**Tableau 2.1** Population initiale et résultats de l'évaluation des individus.

N° individu	Chromosome	x	fitness	fit <sub>norm</sub>	fit <sub>cum</sub>
1	1 1 0 1	13	26	0.1102	0.1102
2	1 0 0 1	9	54	0.2288	0.3390
3	1 0 1 0	10	50	0.2119	0.5508
4	1 1 1 0	14	14	0.0593	0.6102
5	0 0 1 1	3	36	0.1525	0.7627
6	1 0 0 0	8	56	0.2373	1.0000

La fonction fitness normalisée d'un individu  $i$  est calculée par la formule :

$$fit_{norm}(i) = \frac{fitness(i)}{\sum_{j=1}^{N_{ind}} fitness(j)} \quad N_{ind} : \text{nombre d'individus} \quad (2.6)$$

La somme des valeurs fitness du tableau 2.1 donne : 236.

Pour l'individu N°1, par exemple, la valeur fitness normalisée est :  $\frac{26}{236} = 0.1102$ .

▪ **Remarque**

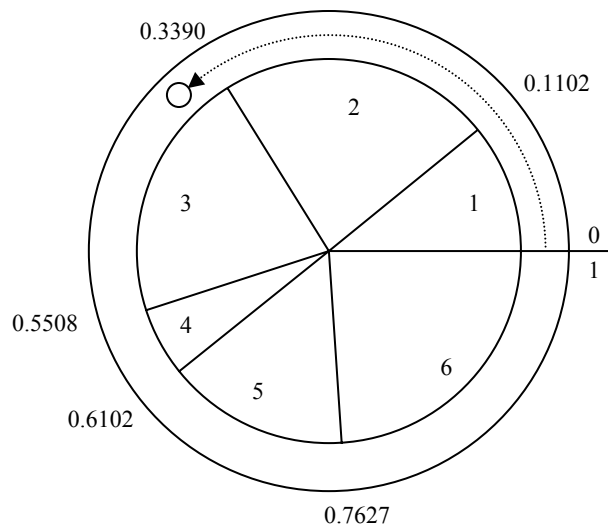
La somme des valeurs fitness normalisées des individus est toujours égale à 1.

La fonction fitness cumulée correspondant à l'individu  $i$  est calculée par :

$$\begin{cases} fit_{cum}(i) = fit_{cum}(i-1) + fit_{norm}(i) \\ fit_{cum}(0) = 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N_{ind} \quad (2.7)$$

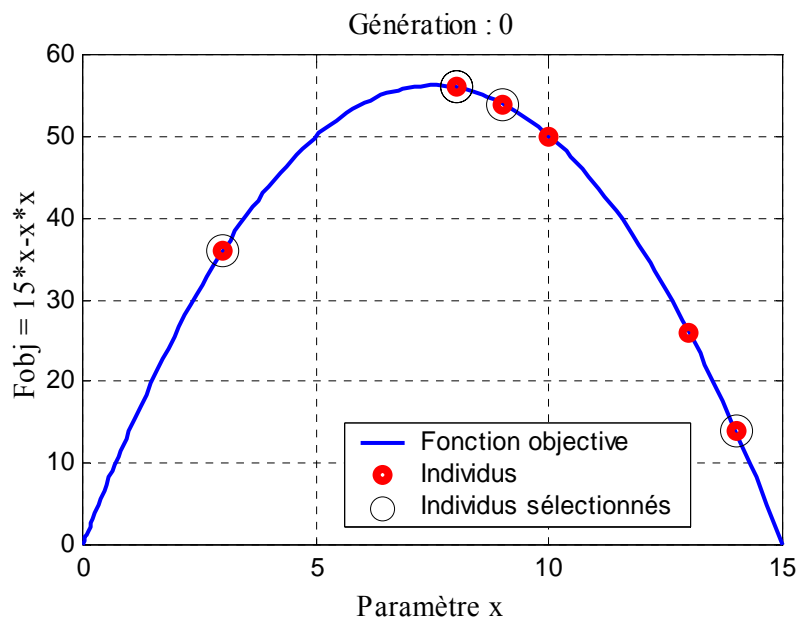
A partir du tableau 2.1, nous pouvons représenter les individus de la population initiale sur la roulette de la figure 2.9. D'après cette figure, nous remarquons que les individus qui ont une grande valeur fitness (en l'occurrence les individus 2, 3 et 6), ont une portion plus importante que les autres.

La sélection se fait en tournant la roulette autant de fois que le nombre d'individus, c.-à-d. 6 fois. Cette tâche est effectuée en générant 6 nombres aléatoires entre 0 et 1. Si un nombre se trouve entre 0 et 0.1102, l'individu 1 est sélectionné. Si un autre se trouve entre 0.1102 et 0.3390 l'individu 2 est sélectionné, et ainsi de suite.



**Figure 2.9** L'opération de sélection par la méthode de la roulette.

La figure 2.10 et le tableau 2.2 montrent les individus qui sont sélectionnés pour former la population intermédiaire. Certains ont été sélectionnés plusieurs fois alors que d'autres n'ont pas du tout été sélectionnés. Notons la présence du meilleur individu et du mauvais individu. En effet, la méthode de la roulette est basée sur des règles probabilistes. Il est donc possible, bien que peu probable, que la population intermédiaire contient uniquement les mauvais individus. Il est aussi possible qu'elle ne contient que les meilleurs individus. Ces deux cas de figure ne sont pas souhaitables dans un AG, au contraire, la diversité de la population est ce qu'on recherche.



**Figure 2.10** Sélection des individus pour former la population intermédiaire.

**Tableau 2.2** Chromosomes de la population intermédiaire.

N° individu	Chromosome	$x$	$fitness$
6	1 0 0 0	8	56
2	1 0 0 1	9	54
6	1 0 0 0	8	56
6	1 0 0 0	8	56
4	1 1 1 0	14	14
5	0 0 1 1	3	36

• **Croisement**

Après la sélection vient l'opération de croisement. Ce processus ne tient compte que des chromosomes issus de la population intermédiaire. Pour cet exemple, nous avons utilisé un croisement simple (à un point) avec une probabilité de croisement  $P_c = 0.7$ .

D'abord, les individus sont mélangés : l'ordre du tableau 2.2 devient (4, 6, 2, 6, 6, 5). Puis, deux individus successifs forment une paire de parents, cela donne les couples suivants :  $\{(4, 6), (2, 6), (6, 5)\}$ . Ensuite, pour chaque paire un nombre aléatoire entre 0 et 1 est généré et comparé à la probabilité de croisement  $P_c$ . Si ce nombre est supérieur à  $P_c$  la paire ne subit pas de croisement. Si il est inférieur le croisement est appliqué. Pour déterminer la position du point de croisement, un nombre entier aléatoire entre 1 et 3 est généré. Les gènes se trouvant après le point de croisement sont échangés entre les deux parents. Le tableau 2.3 résume la procédure de croisement.

**Tableau 2.3** Croisement simple à un point.

		Parents		Enfants	
		N° indiv.	2		
Paire 1	4	1 1	<b>1 0</b>	1 1	0 0
	6	1 0	<b>0 0</b>	1 0	1 0
		Pas de croisement			
Paire 2	2	1 0 0 1		1 0 0 1	
	6	1 0 0 0		1 0 0 0	
		Pas de croisement			
Paire 3	6	1 0 0 0		1 0 0 0	
	5	0 0 1 1		0 0 1 1	

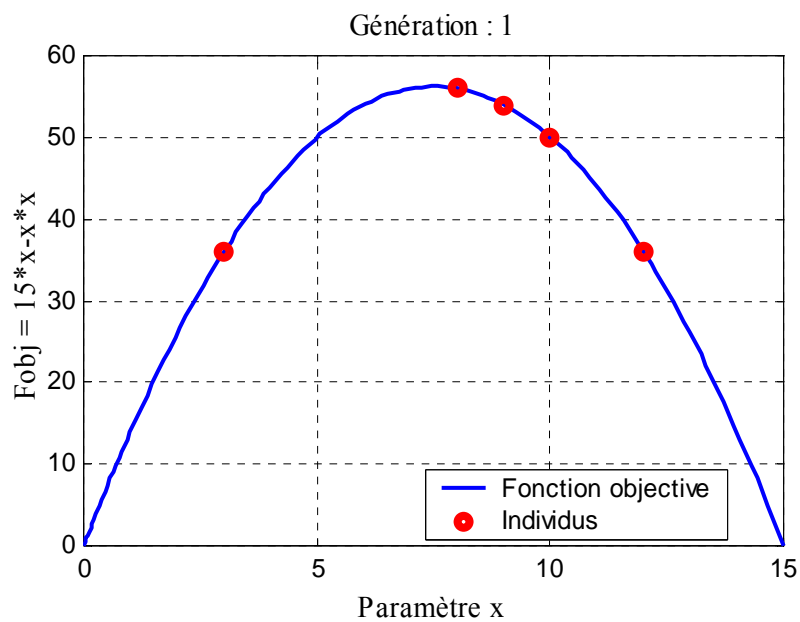
• **Mutation**

Le dernier opérateur dans un AG simple est l'opérateur de mutation. Pour cet exemple, la mutation ne s'est pas produite lors de la génération initiale, elle sera décrite dans le deuxième exemple.

Les chromosomes obtenus forment la population de la génération 1. Les individus de cette nouvelle population sont à leur tour numérotés et évalués. Le tableau 2.4 et la figure 2.11 montrent les résultats de l'évaluation. Notons que, dès la première génération l'objectif a été atteint grâce aux individus N°4 et N°5. Il n'est donc pas nécessaire de continuer l'exécution de l'algorithme. Cependant, l'algorithme est programmé pour s'arrêter après un certain nombre de générations. Il ne s'arrêtera alors que lorsque il arrive à la dernière génération qui, dans cet exemple, est égale à 10.

**Tableau 2.4** Population de la génération 1.

N° individu	Chromosome	$x$	$fitness$
1	1 1 0 0	12	36
2	1 0 1 0	10	50
3	1 0 0 1	9	54
<b>4</b>	<b>1 0 0 0</b>	<b>8</b>	<b>56</b>
<b>5</b>	<b>1 0 0 0</b>	<b>8</b>	<b>56</b>
6	0 0 1 1	3	36

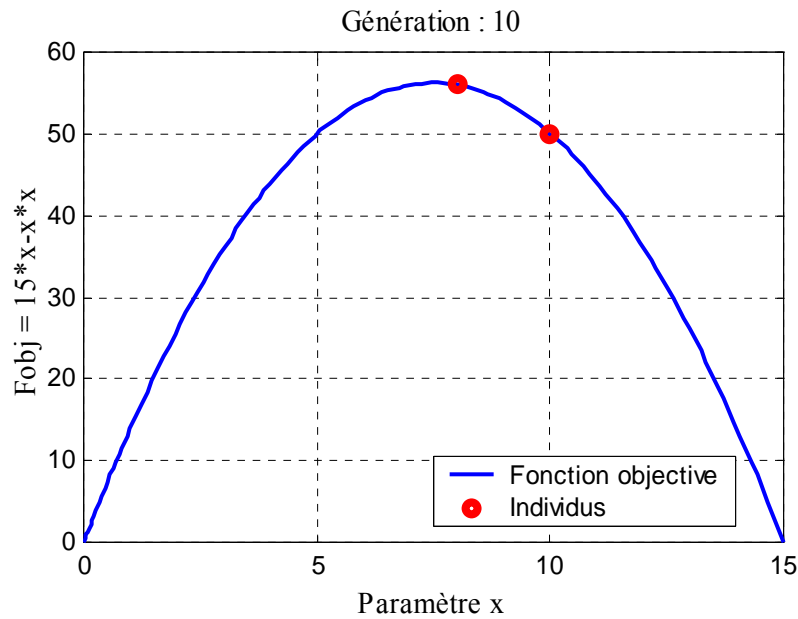


**Figure 2.11** Représentation des individus de la génération 1 sur le tracé de la fonction objective.

- **Convergence des AG**

La convergence des AG est caractérisée par une uniformisation croissante de la population. Après un certain nombre de générations, une concentration nette des individus est observée autour de la meilleure solution, comme le montre la figure 2.12.





**Figure 2.12** Représentation des individus de la dernière génération sur le tracé de la fonction objective.

### 2.5.2 Exemple 2

Cet exemple est un problème d'optimisation qui consiste à trouver le maximum d'une fonction à une variable réelle. Le problème peut être formulé de la manière suivante :

$$\text{Maximiser } F_{obj} = 4 * \sin(x) + x \quad (2.8)$$

$$\text{Sujet à } 0 \leq x \leq 30 \quad (2.9)$$

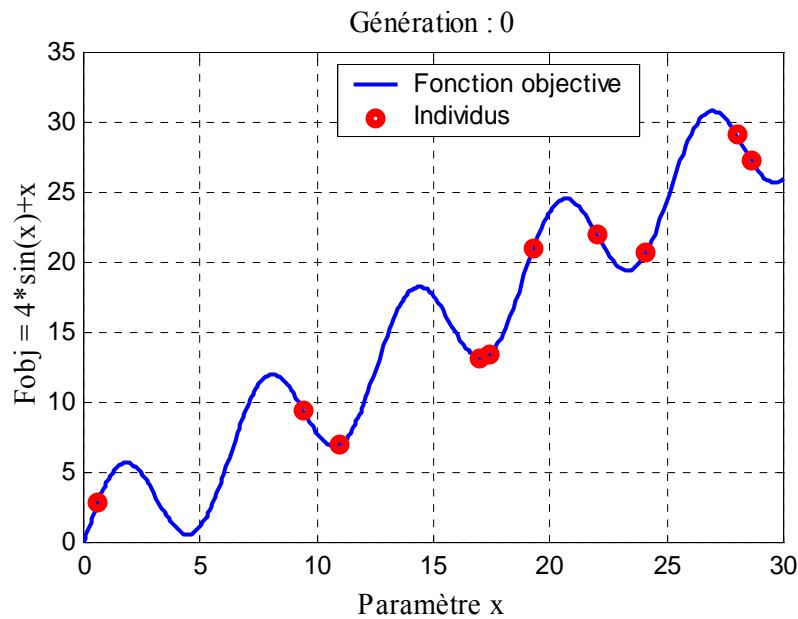
L'allure de la fonction objective est représentée sur la figure 2.13. Cette fonction a été choisie parce qu'elle présente plusieurs optimums locaux. Nous allons montrer que les algorithmes génétiques, de part leur propriété de recherche simultanée, peuvent surmonter ces difficultés avec une très grande simplicité.

- **Codage, initialisation et évaluation**

Nous avons choisi un codage binaire sur 8 bits. L'espace de recherche est, cette fois, discrétisé en  $g_{max} = 255$  valeurs discrètes. Autrement dit, nous recherchons parmi 256 valeurs possibles de  $x$ , la valeur qui maximise la fonction objective dans l'intervalle  $[0,30]$ . Le chromosome lié à  $x = 0$  est  $\{0,0,0,0,0,0,0,0\}$  et le chromosome lié à  $x = 30$  est  $\{1,1,1,1,1,1,1,1\}$ . Toute autre combinaison, décodée, donne une valeur de  $x$  dans l'espace de recherche considéré.

Par exemple, le chromosome  $\{0,1,1,1,0,1,0,1\}$  sera décodé comme suit :

La conversion de la séquence 01110101 en décimal donne  $g = 117$ .



**Figure 2.13** Représentation des individus de la population initiale sur le tracé de la fonction objective.

En appliquant l'équation (2.2) on trouve :

$$x = x_{\min} + (x_{\max} - x_{\min}) \frac{g}{g_{\max}} = 13.7647$$

Ainsi, le chromosome  $\{0,1,1,1,0,1,0,1\}$  est lié à  $x = 13.7647$ .

Le nombre d'individus étant de 10, chacun est évalué à travers la fonction objective qui représente la fonction fitness du problème. La figure 2.13 montre les individus de la population initiale après évaluation.

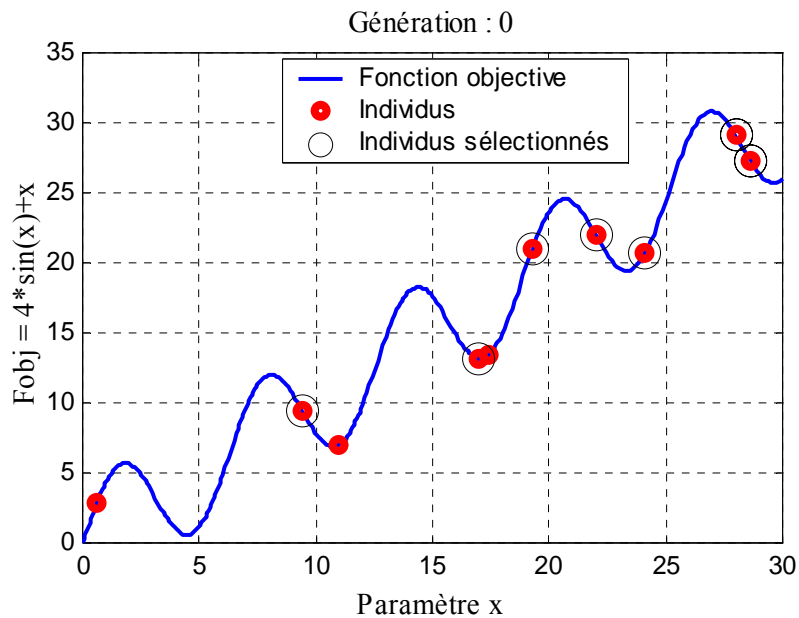
- **Sélection**

Nous avons utilisé la méthode du tournoi [Coello, 1996], avec  $k = 2$  individus/groupe. Ainsi, il faut 2 itérations pour compléter la procédure de sélection. Chaque itération permettra de sélectionner  $m = 5$  individus qui est aussi le nombre de groupes.

D'abord, des groupes de 2 individus sont formés aléatoirement. Ensuite, leurs fonctions fitness sont comparées, et le meilleur d'entre eux sera placé dans la population intermédiaire. A la fin de la première itération, la population intermédiaire sera à moitié remplie. Cette procédure est répétée lors de la deuxième itération afin de terminer le remplissage de la population. Ceci est décrit par le tableau 2.5. Les individus sélectionnés sont donnés sur la figure 2.14 et le tableau 2.6.

**Tableau 2.5** Procédure de sélection par la méthode du tournoi ( $k = 2, m = 5$ ).

Itération 1		Itération 2	
Chromosome ( <i>fitness</i> )	½ Population intermédiaire	Chromosome ( <i>fitness</i> )	½ Population intermédiaire
0 1 0 1 1 1 0 1 (06.9471) 1 0 0 1 0 0 0 0 (13.1669)	1 0 0 1 0 0 0 0	1 0 1 1 1 0 1 1 (21.9646) 0 1 0 1 1 1 0 1 (06.9471)	1 0 1 1 1 0 1 1
1 0 1 0 0 1 0 0 (21.0144) 1 1 1 1 0 0 1 1 (27.3531)	1 1 1 1 0 0 1 1	1 1 0 0 1 1 0 1 (20.7195) 1 1 1 1 0 0 1 1 (27.3531)	1 1 1 1 0 0 1 1
1 1 0 0 1 1 0 1 (20.7195) 0 0 0 0 0 1 0 1 (02.8078)	1 1 0 0 1 1 0 1	1 0 0 1 0 0 0 0 (13.1669) 1 0 1 0 0 1 0 0 (21.0144)	1 0 1 0 0 1 0 0
1 1 1 0 1 1 1 0 (29.0836) 1 0 0 1 0 1 0 0 (13.4471)	1 1 1 0 1 1 1 0	0 1 0 1 0 0 0 0 (09.4638) 0 0 0 0 0 1 0 1 (02.8078)	0 1 0 1 0 0 0 0
1 0 1 1 1 0 1 1 (21.9646) 0 1 0 1 0 0 0 0 (09.4638)	1 0 1 1 1 0 1 1	1 0 0 1 0 1 0 0 (13.4471) 1 1 1 0 1 1 1 0 (29.0836)	1 1 1 0 1 1 1 0



**Figure 2.14** Sélection des individus pour former la population intermédiaire.

**Tableau 2.6**  
Chromosomes de la population intermédiaire.

Chromosome	$x$	<i>fitness</i>
1 0 0 1 0 0 0 0	16.9412	13.1669
1 1 1 1 0 0 1 1	28.5882	27.3531
1 1 0 0 1 1 0 1	24.1176	20.7195
1 1 1 0 1 1 1 0	28.0000	29.0836
1 0 1 1 1 0 1 1	22.0000	21.9646
1 0 1 1 1 0 1 1	22.0000	21.9646
1 1 1 1 0 0 1 1	28.5882	27.3531
1 0 1 0 0 1 0 0	19.2941	21.0144
0 1 0 1 0 0 0 0	9.4118	9.4638
1 1 1 0 1 1 1 0	28.0000	29.0836

• **Croisement**

Pour cet exemple, nous avons utilisé un croisement à deux points avec une probabilité de croisement  $P_c = 0.9$ . C'est la même procédure décrite dans l'exemple précédent, sauf qu'ici, un couple d'individus sera deux fois croisé. Le tableau 2.7 résume la procédure de croisement à deux points.

**Tableau 2.7** Croisement à deux points.

	Parents				Enfants			
	2		6					
Paire 1	1 1	1 1 0 0	1 1		1 1	1 1 1 0	1 1	
	1 0	1 1 1 0	1 1		1 0	1 1 0 0	1 1	
	Pas de croisement							
Paire 2	1 0 0 1 0 0 0 0				1 0 0 1 0 0 0 0			
	1 1 0 0 1 1 0 1				1 1 0 0 1 1 0 1			
Paire 3	1	0 1 1 1 0	1 1		1 1	1 0 1 1	1 1	
	1	1 1 0 1 1	1 0		1 0	1 1 1 0	1 0	
Paire 4	1	1 1 1 0	0 1 1		1 1	1 0 1 0	1 1	
	1	1 1 0 1	1 1 0		1 1	1 1 0 1	1 0	
Paire 5	0 1 0	1 0 0	0 0		0 1 0	0 0 1 0	0 0	
	1 0 1	0 0 1	0 0		1 0 1	1 0 0 0	0 0	

• **Mutation**

La mutation est beaucoup plus facile à implémenter, car il suffit de générer autant de valeurs aléatoires entre 0 et 1 que le nombre global de gènes formant la population. Chaque valeur sera alors comparée à la probabilité de mutation  $P_m$  pour déterminer si le gène subit ou non une mutation. Dans cet exemple nous avons utilisé une probabilité de mutation  $P_m = 0.1$ . Les résultats de cette opération sont donnés par le tableau 2.8.

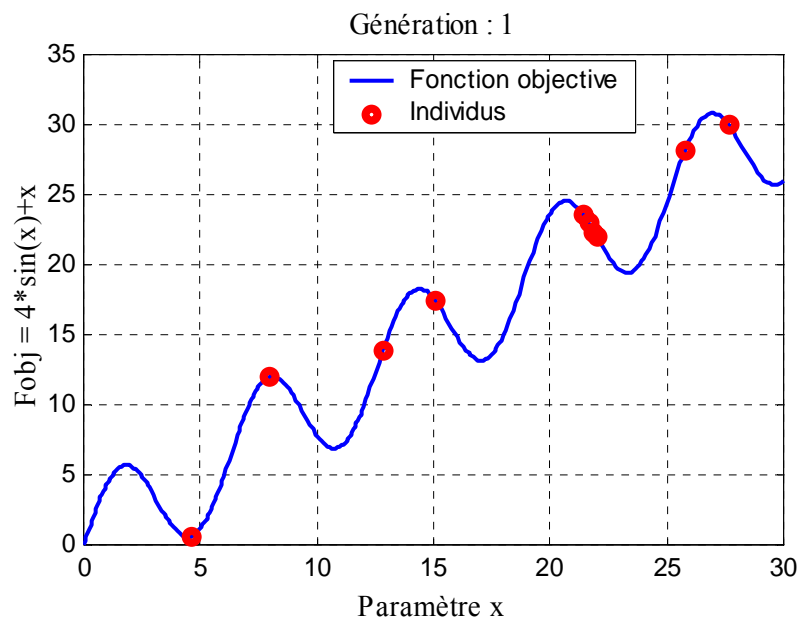
**Tableau 2.8** Opération de mutation.

Nombres aléatoires	Avant mutation	Après mutation
.950 .615 <b>.057</b> .496 .176 .838 .193 .727	1 1 <b>1</b> 1 1 0 1 1	1 1 <b>0</b> 1 1 0 1 1
.606 .921 .813 .445 <b>.068</b> .302 .821 .309	1 0 1 1 <b>0</b> 0 1 1	1 0 1 1 <b>1</b> 0 1 1
.486 .738 .818 <b>.031</b> .379 .541 .644 .838	1 0 0 <b>1</b> 0 0 0 0	1 0 0 <b>0</b> 0 0 0 0
<b>.009</b> .891 <b>.015</b> .138 .466 .831 .150 .568	<b>1</b> 1 <b>0</b> 0 1 1 0 1	<b>0</b> 1 <b>1</b> 0 1 1 0 1
<b>.076</b> <b>.045</b> .202 .418 <b>.018</b> .697 .660 .370	<b>1</b> <b>1</b> 1 0 <b>1</b> 1 1 1	<b>0</b> <b>0</b> 1 0 <b>0</b> 1 1 1
.456 .935 .846 .709 .378 .681 .342 .702	1 0 1 1 1 0 1 0	1 0 1 1 1 0 1 0
.502 .916 .603 .525 .428 .860 .289 .546	1 1 1 0 1 0 1 1	1 1 1 0 1 0 1 1
.410 <b>.097</b> .272 .202 .304 .853 .341 .444	1 <b>1</b> 1 1 0 1 1 0	1 <b>0</b> 1 1 0 1 1 0
.444 .893 .198 .672 .189 .593 .534 .694	0 1 0 0 0 1 0 0	0 1 0 0 0 1 0 0
.231 .791 .352 .746 <b>.019</b> .621 .682 .899	1 0 1 1 <b>0</b> 0 0 0	1 0 1 1 <b>1</b> 0 0 0

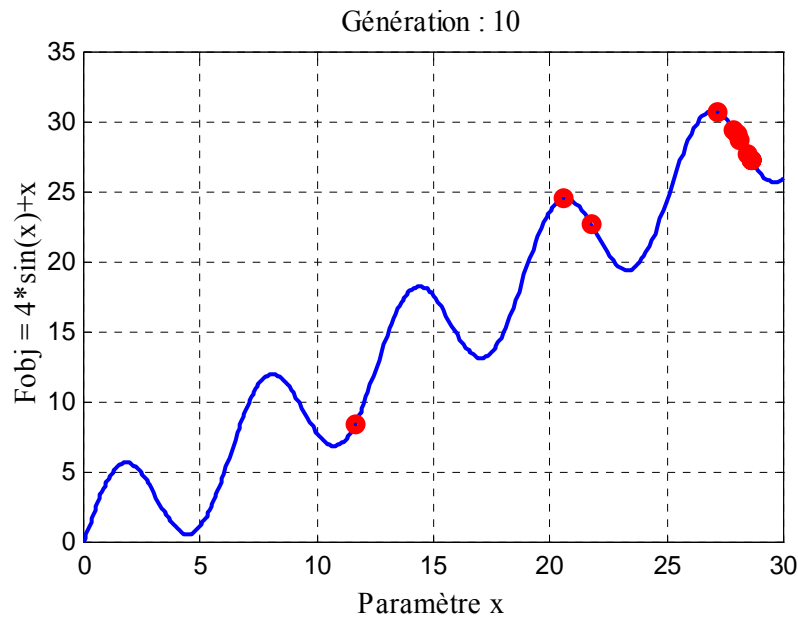
Les chromosomes obtenus après mutation forment la population de la génération 1. Le tableau 2.9 et la figure 2.15 montrent les résultats de l'évaluation lors de la génération 1, alors que la figure 2.16 montre les individus de la dernière génération. Comme pour l'exemple précédent, nous pouvons constater la concentration des individus autour de la meilleure solution.

**Tableau 2.9** Population de la génération 1.

Chromosome	$x$	$fitness$
1 1 0 1 1 0 1 1	25.7647	28.1276
1 0 1 1 1 0 1 1	22.0000	21.9646
1 0 0 0 0 0 0 0	15.0588	17.4768
0 1 1 0 1 1 0 1	12.8235	13.8409
0 0 1 0 0 1 1 1	4.5882	0.6190
1 0 1 1 1 0 1 0	21.8824	22.3167
1 1 1 0 1 0 1 1	27.6471	29.9948
1 0 1 1 0 1 1 0	21.4118	23.6018
0 1 0 0 0 1 0 0	8.0000	11.9574
1 0 1 1 1 0 0 0	21.6471	22.9964



**Figure 2.15** Représentation des individus de la génération 1 sur le tracé de la fonction objective.



**Figure 2.16** Représentation des individus de la dernière génération sur le tracé de la fonction objective.

### 2.5.3 Exemple 3

Dans ce dernier exemple, nous considérons le cas d'une fonction multivariable. La fonction à optimiser se présente sous la forme suivante :

$$\text{Maximiser } F_{obj} = (1-x)^2 e^{-x^2-(y+1)^2} - (x-x^3 - y^5) e^{-x^2-y^2} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \text{Sujet à} \\ -3 \leq x \leq +3 \\ -3 \leq y \leq +3 \end{aligned} \quad (2.11)$$

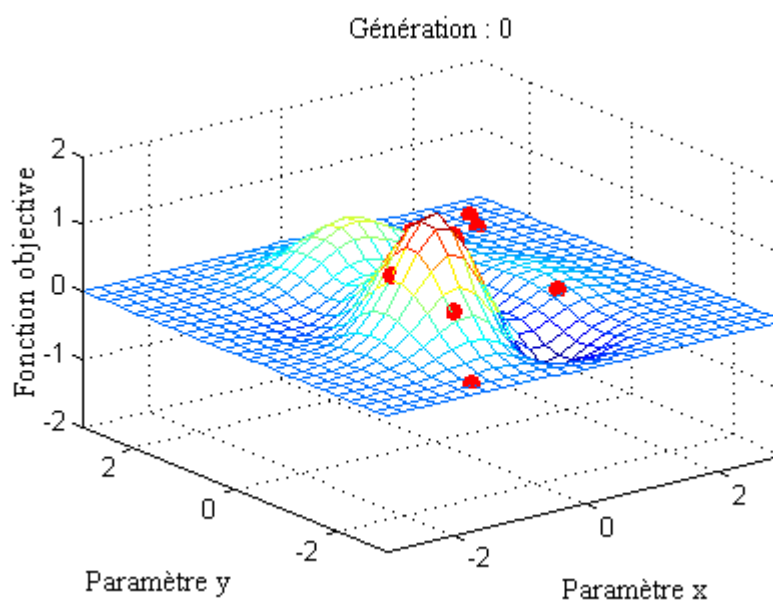
Dans ce cas, l'espace de recherche est une surface sur laquelle nous devons chercher une combinaison optimale d'un  $x$  et un  $y$ , qui maximise la fonction objective. Cette surface est représentée en 3D sur la figure 2.17.

- **Codage, initialisation et évaluation**

Le principe du codage des paramètres d'un problème multivariable reste le même que pour un problème monovariable. Dans notre cas, chaque chromosome résulte d'une association de deux sous-chromosomes, l'un lié à la variable  $x$  et l'autre à la variable  $y$ . Nous avons utilisé un codage sur 8 bits, mais comme nous avons 2 paramètres, la taille du chromosome sera de 16 bits, comme le montre le tableau 2.10.

**Tableau 2.10** Chromosomes de la population initiale.

N° individus	$x$	$y$	Chromosomes	
1	1.7294	1.8706	1 1 0 0 1 0 0 1	1 1 0 0 1 1 1 1
2	1.4235	2.2941	1 0 1 1 1 1 0 0	1 1 1 0 0 0 0 1
3	-1.2118	-0.7412	0 1 0 0 1 1 0 0	0 1 1 0 0 0 0 0
4	2.2235	2.0353	1 1 0 1 1 1 1 0	1 1 0 1 0 1 1 0
5	1.6118	1.6824	1 1 0 0 0 1 0 0	1 1 0 0 0 1 1 1
6	-1.5176	-2.7412	0 0 1 1 1 1 1 1	0 0 0 0 1 0 1 1
7	1.3529	-0.6941	1 0 1 1 1 0 0 1	0 1 1 0 0 0 1 0
8	-0.9765	-1.6824	0 1 0 1 0 1 1 0	0 0 1 1 1 0 0 0
9	2.4353	2.4588	1 1 1 0 0 1 1 1	1 1 1 0 1 0 0 0
10	0.8824	0.2471	1 0 1 0 0 1 0 1	1 0 0 0 1 0 1 0



**Figure 2.17** Représentation des individus de la population initiale sur le tracé de la fonction objective.

• **Sélection, croisement et mutation**

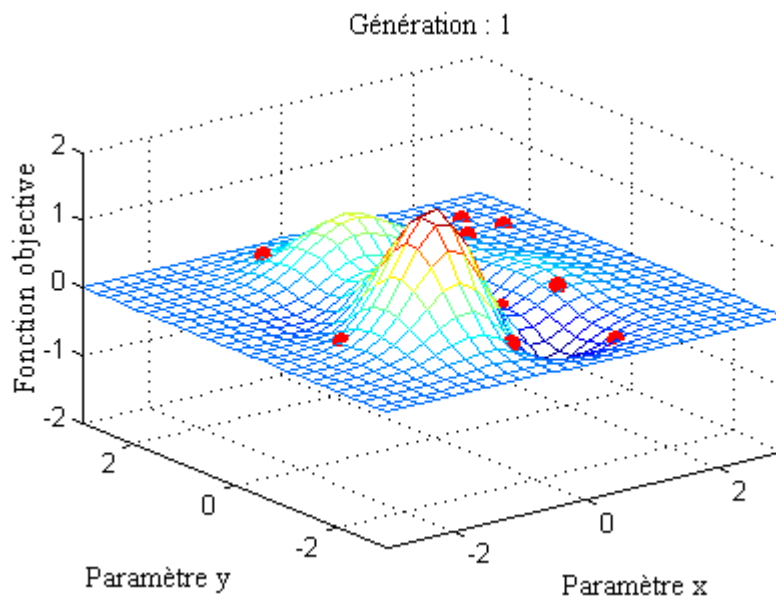
Les méthodes de sélection et de mutation ( $P_m = 0.01$ ) utilisées sont les mêmes que dans l'exemple précédent, elles ne seront donc pas décrites ici. Pour le croisement, nous avons utilisé un croisement uniforme avec une probabilité de croisement  $P_c = 0.7$ . Des couples d'individus sont formés aléatoirement, puis pour chaque couple un nombre aléatoire est généré indiquant si le croisement s'effectue ou pas. Pour les couples devant être croisés, un chromosome masque est créé aléatoirement. Chaque bit du masque indiquera de qui le chromosome enfant recevra-t-il son gène. Si le bit est de valeur 1, l'enfant (1) recevra son gène du parent (1) et l'enfant (2) recevra son gène du parent (2). Si le bit est de valeur 0, l'enfant (1) recevra son gène du parent (2) et l'enfant (2) recevra son gène du parent (1). La procédure complète du croisement uniforme est donnée sur le tableau 2.11.

**Tableau 2.11** Croisement uniforme.

Parents	masque	Enfants
1 0 1 1 1 0 0 1 0 1 1 0 0 0 1 0 1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 1 1 1	Pas de croisement	1 0 1 1 1 0 0 1 0 1 1 0 0 0 1 0 1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 1 1 1
1 0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0	0001000111110110	0 1 0 1 1 1 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1
0 1 0 1 0 1 1 0 0 0 1 1 1 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 1 0 1 1 0 0 0 1 0	0011011000110111	1 0 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 1 0
1 1 1 0 0 1 1 1 1 1 1 0 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 1 1 1	0001110000100100	1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 1 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 1 0 0 1 1 0 0
0 1 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 1 0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1	0110001101101110	1 1 0 1 1 1 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0

**Tableau 2.12** Population après mutation (génération 1).

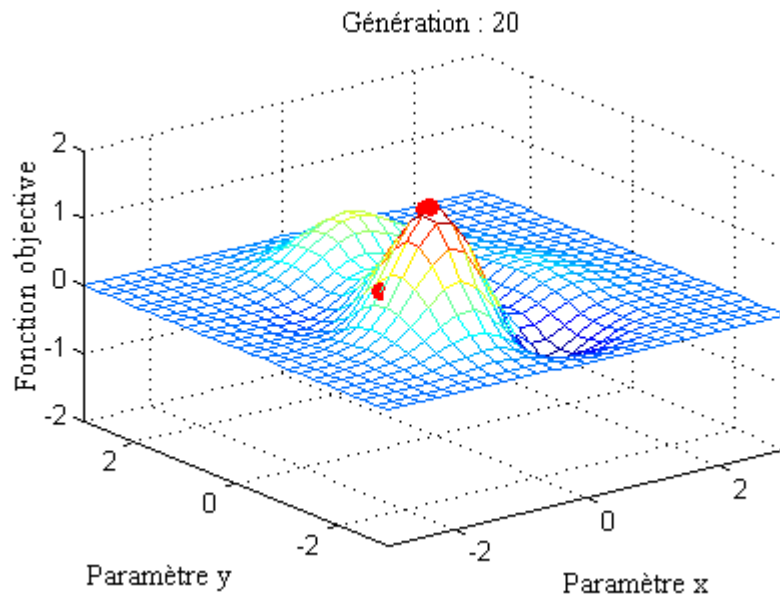
Chromosome	x	y
1 0 1 1 1 0 0 1 0 1 1 0 0 0 1 0	1.3529	-0.6941
1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 1 1 1	1.6118	1.6824
0 1 0 1 1 1 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0	-0.8353	2.2706
1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1	1.0471	-0.7176
1 0 0 1 1 1 1 1 1 0 1 1 1 0 0 0 0	0.7412	-0.3647
0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 1 0	-0.3647	-2.0118
1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 1 0 0 0 1 1	1.6118	2.3412
1 1 1 0 0 1 1 1 1 1 1 0 0 1 1 0 0	2.4353	1.8000
1 1 0 1 1 1 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1	2.1765	2.2941
0 0 1 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0	-1.9647	-0.7412



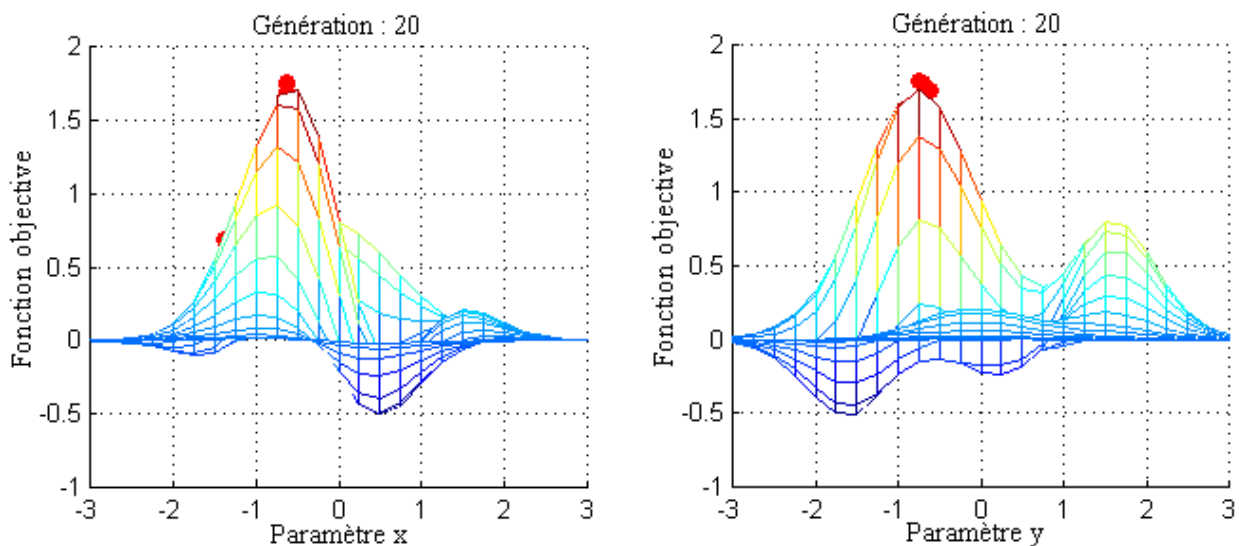
**Figure 2.18** Représentation des individus de la génération 1 sur le tracé de la fonction objective.



Contrairement au deux exemples précédents, la génération 1 (figure 2.18) ne renferme que les mauvais individus. Mais le plus important dans un AG, c'est qu'il doit être capable à travers plusieurs générations d'évoluer vers une solution optimale (figures 2.19 et 2.20).



**Figure 2.19** Représentation des individus de la dernière génération sur le tracé de la fonction objective.



**Figure 2.20** Projection de la surface de la fonction objective sur le plan XZ (à gauche) et le plan YZ (à droite).

## 2.6 AVANTAGES ET INCONVENIENTS

Cette description des algorithmes génétiques nous permet de noter les principaux points qui les différencient des techniques classiques d'optimisation :

- Ils opèrent sur une population de points (solutions potentielles) au lieu d'un point unique.
- Utilisation directe de la fonction à optimiser, et non de ses dérivées ou d'une autre connaissance relative.
- Utilisation de règles de transition (croisement, mutation) probabilistes, non déterministes.
- Ils offrent la possibilité de travailler sur des paramètres codés et non sur les paramètres eux-mêmes.

En contrepartie, les développements théoriques sur la convergence des algorithmes génétiques sont actuellement limités. Par ailleurs, la détermination des paramètres nécessaires à leur fonctionnement est basée généralement sur l'empirisme et le savoir-faire des chercheurs.

La représentation binaire traditionnelle peut être inadaptée à certains problèmes d'optimisation de grandes dimensions. Par exemple, avec 100 variables appartenant au domaine  $[-500, 500]$  et dont une précision de 6 chiffres après la virgule est requise, la taille du chromosome est 3000. Cela, en retour, génère un espace de recherche d'environ  $10^{1000}$ . Pour de tels problèmes, les algorithmes génétiques basés sur des représentations binaires ont de faibles performances. Une des améliorations majeures consiste alors à se servir de nombres réels directement. En utilisant le codage réel, notre individu n'est alors plus qu'un chiffre à valeurs réelles dans l'espace des valeurs permises. L'opérateur de sélection reste identique à celui de la roulette de loterie ou du tournoi. En revanche, il existe d'autres opérateurs de croisement et de mutation (voir [Michalewicz *et al.*] pour plus de détails sur le codage réel et ces différents opérateurs de recombinaison).

L'étape d'évaluation constitue l'étape la plus importante en terme de temps de calcul. La majeure partie de ce temps est, en effet, due à l'exécution de la fonction objective. Cela peut s'avérer problématique lorsqu'on travaille sur des fonctions plus complexes. Dans un cas pareil, on est souvent amené à réduire la taille de la population pour diminuer le nombre d'exécutions de la fonction objective et par conséquent d'accélérer un peu le processus.

Dans les exemples traités dans ce chapitre, chaque point de l'espace de recherche constitue une solution admissible (réalisable). Cependant, dans beaucoup de problèmes d'optimisation, l'espace de recherche est constitué de deux sous-espaces disjoints : l'espace des solutions admissibles et l'espace des solutions non admissibles. A tout moment, en cherchant un optimum faisable, l'algorithme génétique peut au cours du processus de recherche créer des solutions non admissibles (solutions qui violeraient au moins une des contraintes du problème). Les AG règlent ce problème en incorporant dans l'algorithme une fonction dite *fonction de pénalité* qui traite les solutions non admissibles. Le choix de cette fonction dépend des avantages que ces solutions peuvent offrir. Par exemple, la fonction de pénalité peut tout simplement les éliminer de la population, ou les remplacer par des solutions admissibles, ou encore les utiliser pour passer entre deux solutions admissibles...etc., [Michalewicz, 1995].

## 2.7 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté quelques techniques de base pour réaliser un algorithme génétique simple. Résoudre un problème en utilisant les AG revient à représenter les solutions sous forme de chromosomes, définir une fonction fitness pour évaluer la performance d'un chromosome et appliquer les opérateurs de sélection, de croisement et de mutation.

Comme nous l'avons dit précédemment, les algorithmes génétiques sont des outils efficaces pour une classe de problèmes très large. De plus, ils permettent de traiter des problèmes où la fonction à optimiser ne présente aucune propriété de continuité ou de dérivabilité, par exemple.

Le contexte dans lequel se développent les algorithmes génétiques fait qu'ils sont en constante évolution. Ainsi, à l'heure actuelle, il existe une énorme gamme de variantes de l'algorithme génétique de base, en particulier en ce qui concerne les opérateurs génétiques. Leur énumération complète s'avérerait ici fastidieuse et sans lien direct avec l'objet de notre étude.



## MODÈLES DES SYSTÈMES ELECTRIQUES DE PUISSANCE

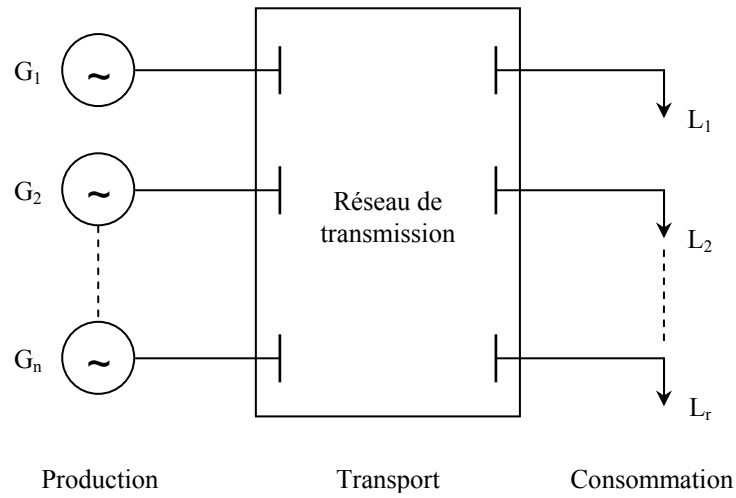
### 3.1 INTRODUCTION

La taille, la complexité et le nombre de sous-systèmes d'un système multimachine, comme celui de la figure 3.1, rendent la modélisation de celui-ci pratiquement impossible. Bien que théoriquement possible, un modèle qui décrit tous les phénomènes apparaissant dans un système électrique n'offre pas beaucoup d'avantages qu'un modèle simplifié. Premièrement, un tel modèle nécessiterait une très grande base de données et de paramètres. Deuxièmement, les résultats obtenus seront difficiles à analyser et interpréter vu le nombre de phénomènes entrant en jeu.

Toutefois, et comme nous l'avons introduit dans le chapitre 1, les phénomènes physiques dans un système électrique de puissance, sont caractérisés par des constantes de temps ou des fréquences très différentes. C'est sur ce découplage entre différents phénomènes que l'ingénieur se base pour définir un modèle nécessaire et suffisant pour résoudre son problème.

Dans le cadre de cette étude, nous nous intéresserons aux oscillations rotoriques de faibles amplitudes. Les modèles décrits dans ce chapitre concerneront :

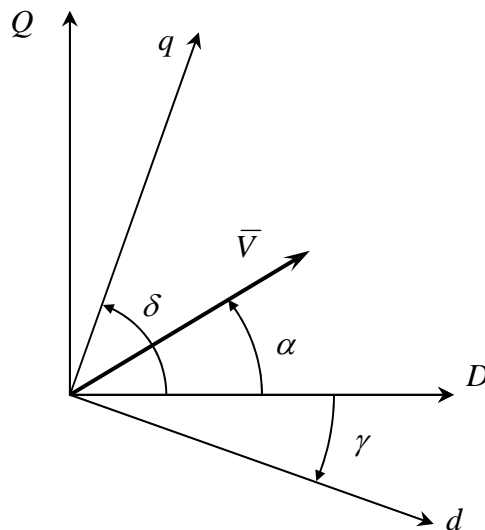
- le générateur, son système d'excitation et l'ensemble turbine/régulateur pour les unités de production,
- les transformateurs et les lignes de transmission pour le réseau de transport et de distribution,
- et enfin les charges pour la partie consommation.



**Figure 3.1** Représentation d'un système électrique multimachine.

### 3.2 RÉFÉRENTIEL COMMUN

Afin d'établir les équations décrivant le comportement du système global, il est nécessaire de ramener les grandeurs de chaque générateur dans un seul repère commun à tous les générateurs.



**Figure 3.2** Représentation d'un vecteur dans deux repères différents.

Soit  $\bar{V}$  un vecteur dans l'espace. Dans le repère  $(DQ)$ , il s'écrit :

$$\bar{V}_{(DQ)} = Ve^{j\alpha} \quad (3.1)$$

Alors que dans le repère  $(dq)$ , il s'écrit :

$$\bar{V}_{(dq)} = Ve^{j(\alpha-\gamma)} \quad (3.2)$$

Sachant que  $\gamma = \delta - 90^\circ$ , la relation (3.2) devient :

$$\bar{V}_{(dq)} = Ve^{j\alpha} e^{-j(\delta-90^\circ)} \quad (3.3)$$

Ainsi, le passage d'un repère à l'autre s'effectue par une simple rotation comme l'exprime l'équation suivante :

$$\bar{V}_{(dq)} = \bar{V}_{(DQ)} e^{-j(\delta-90^\circ)} \quad (3.4)$$

### 3.3 MODÈLE DU GÉNÉRATEUR

Le générateur constitue l'élément le plus important lors de l'étude des oscillations électromécaniques. Comme leur nom l'indique, les oscillations électromécaniques impliquent les deux phénomènes électrique et mécanique. Par conséquent, il est nécessaire d'avoir les deux modèles qui décrivent ces phénomènes.

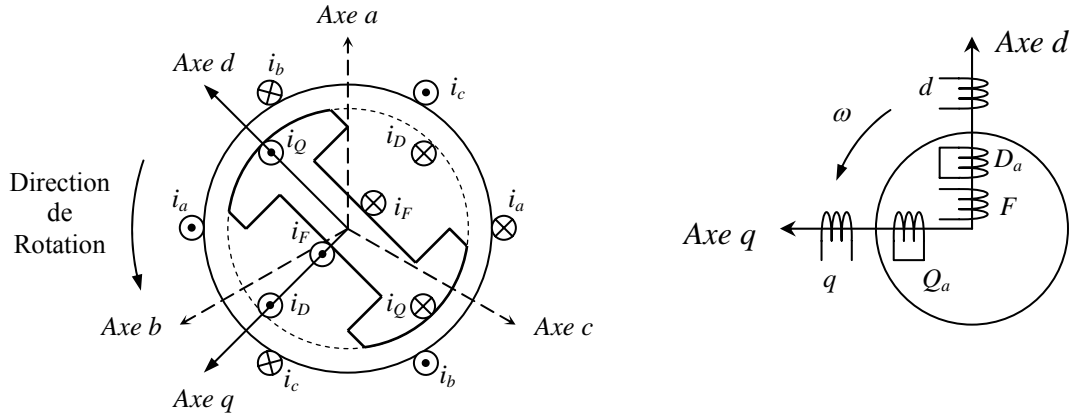
Le modèle électrique est basé sur la très connue transformation de Park. Cette transformation, appelée aussi transformation- $dq$ , transforme les trois phases statoriques en un système biphasé<sup>1</sup> lié au rotor et mieux adapté à l'analyse de la machine synchrone. Ainsi, deux axes orthogonaux sont définis : l'un suivant la direction du flux généré par le courant traversant les enroulements du rotor et sera désigné par *axe direct* ou la lettre  $d$ , et l'autre qui lui est perpendiculaire et sera désigné par *axe en quadrature* ou la lettre  $q$  [Andersson, 2000]. Nous ne reviendrons pas sur le développement des équations de cette transformation très largement décrite dans la littérature.

La figure 3.3 montre schématiquement les enroulements et les sens des courants dans une machine synchrone, ainsi que le modèle équivalent dans le repère de Park. Les différents enroulements sont les suivants :

- Les trois enroulements statoriques notés  $a$ ,  $b$  et  $c$ , et leurs enroulements équivalents notés  $d$  et  $q$ .
- L'enroulement rotorique noté  $F$ .
- Les deux enroulements amortisseurs court-circuités notés  $D_a$  et  $Q_a$ .

---

<sup>1</sup> en réalité, il existe une troisième composante dite homopolaire qui, pour un système équilibré, est toujours nulle.



**Figure 3.3** À gauche, représentation du circuit électrique d'une machine synchrone, et à droite le circuit équivalent dans le repère de Park.

### 3.3.1 Hypothèses simplificatrices

Il existe plusieurs modèles pour le générateur, allant du plus simple qui est le modèle mécanique au plus complexe celui du huitième ordre. L'ordre du modèle est défini selon le nombre d'équations dynamiques qui le décrivent. Dans cette étude, nous avons considéré le modèle le plus simple pour l'étude des oscillations électromécaniques qui est le modèle du troisième ordre. Ce modèle est établi en considérant que [Andersson, 1999] :

- Toutes les résistances sont négligées.
- Aucun enroulement amortisseur n'est considéré.
- Le courant au rotor génère un flux suivant l'axe  $d$ , par conséquent la f.é.m induite  $E$  aura une seule composante dans la direction de l'axe  $q$ .
- L'angle mécanique du rotor coïncide avec l'angle de la tension interne du générateur.

### 3.3.2 Equations électriques

On considère la  $i^{\text{ème}}$  machine d'un système électrique multimachine. Les grandeurs électriques de cette machine sont représentées sur la figure 3.4. Le repère  $(dq)_i$  concerne la machine  $i$  seule, alors que le repère  $(DQ)$  est commun à toutes les machines du système. L'angle  $\delta_i$  représente la position du repère  $(dq)$  de la machine  $i$  par rapport au repère commun  $(DQ)$ .

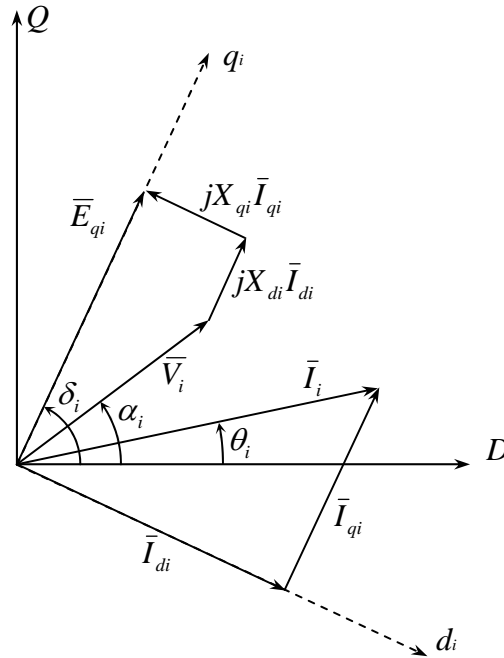
D'après la figure 3.4 nous avons :

$$\bar{V}_i = \bar{E}_{qi} - jX_{di}\bar{I}_{di} - jX_{qi}\bar{I}_{qi} \quad (3.5)$$

Par rapport au repère  $(DQ)$  on peut écrire :

$$V_i e^{j\alpha_i} = E_{qi} e^{j\delta_i} - X_{di} I_{di} e^{j\delta_i} - X_{qi} I_{qi} e^{j(\delta_i + 90^\circ)} \quad (3.6)$$





**Figure 3.4** Diagramme des phaseurs relatifs à la  $i^{\text{ème}}$  machine d'un système multimachine.

Qui devient après arrangement :

$$V_i e^{-j(\delta_i - \alpha_i)} = E_{qi} - X_{di} I_{di} - jX_{qi} I_{qi} \quad (3.7)$$

Si nous dissocions la partie réelle et la partie imaginaire nous obtenons l'expression de  $V_d$  et  $V_q$  :

$$\begin{cases} V_i \sin(\delta_i - \alpha_i) = X_{qi} I_{qi} = V_{di} \\ V_i \cos(\delta_i - \alpha_i) = E_{qi} - X_{di} I_{di} = V_{qi} \end{cases} \quad (3.8)$$

Lors d'une perturbation, le système d'équations (3.8) n'est plus valable, car il faut prendre en compte la réactance et la f.é.m transitoires [Andersson, 1999]. Supposant que la machine est à l'état stable avant qu'elle ne subisse une perturbation causant des oscillations au niveau du rotor. Les courants et tensions deviennent alors (l'exposant 0 indique l'état stable) :

$$\begin{aligned} I_{di} &= I_{di}^0 + \Delta I_{di} \\ I_{qi} &= I_{qi}^0 + \Delta I_{qi} \end{aligned} \quad (3.9)$$

et

$$\begin{aligned} V_{di} &= V_{di}^0 + \Delta V_{di} = X_{qi} I_{qi} \\ V_{qi} &= V_{qi}^0 + \Delta V_{qi} = E_{qi} - X_{di} I_{di}^0 - X'_{di} \Delta I_{di} \\ V_{qi} &= E_{qi} - (X_{di} - X'_{di}) I_{di}^0 - X'_{di} I_{di} = E'_{qi} - X'_{di} I_{di} \end{aligned} \quad (3.10)$$

On en déduit que :

$$E'_{qi} = E_{qi} - (X_{di} - X'_{di})I_{di}^0 \quad (3.11)$$

Les puissances électriques sont données par :

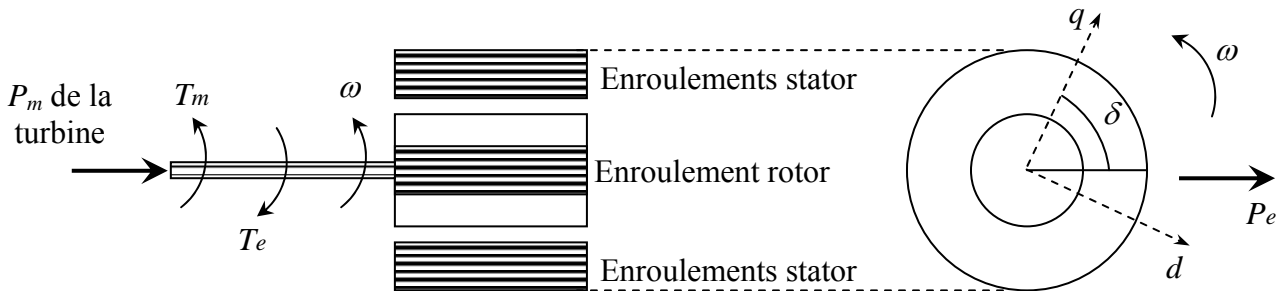
$$\begin{aligned} \bar{S}_i &= P_{ei} + jQ_{ei} = \bar{V}_i \bar{I}_i^* = (V_{di} + jV_{qi})(I_{di} - jI_{qi}) \\ &= (V_{di}I_{di} + V_{qi}I_{qi}) + j(V_{qi}I_{di} - V_{di}I_{qi}) \\ P_{ei} &= V_{di}I_{di} + V_{qi}I_{qi} \\ Q_{ei} &= V_{qi}I_{di} - V_{di}I_{qi} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Ainsi, la puissance électrique active s'écrit :

$$P_{ei} = E'_{qi}I_{qi} + (X_{qi} - X'_{di})I_{di}I_{qi} \quad (3.13)$$

### 3.3.3 Equations mécaniques

Le fonctionnement de la machine synchrone en générateur implique la conversion d'une énergie mécanique en une énergie électrique. L'énergie mécanique provient d'une turbine qui, solidaire de l'arbre de la machine, entraîne la rotation de celle-ci.



**Figure 3.5** Couples mécanique et électrique agissant sur l'arbre d'un générateur.

L'équation régissant le mouvement mécanique du rotor apparaît sous plusieurs formes dans la littérature, selon le système d'unité utilisé. Pour de faibles oscillations autour de la vitesse de synchronisme ( $\omega_i \approx \omega_0$ ), en considérant l'amortissement au rotor et en unité relative (per unit) elle s'écrit [Andersson, 2000] [Milano, 2004]:

$$\dot{\omega}_i = \frac{1}{2H_i}(P_{mi} - P_{ei} - D_i(\omega_i - 1)) \quad (3.14)$$

L'angle rotorique est donné par :

$$\dot{\delta}_i = \omega_0(\omega_i - 1) \quad (3.15)$$

Avec :

$\omega_i$  : Vitesse angulaire du rotor de la  $i^{\text{ème}}$  machine en p.u.

$\omega_0$  : Vitesse de synchronisme (vitesse de base) en rad/s.

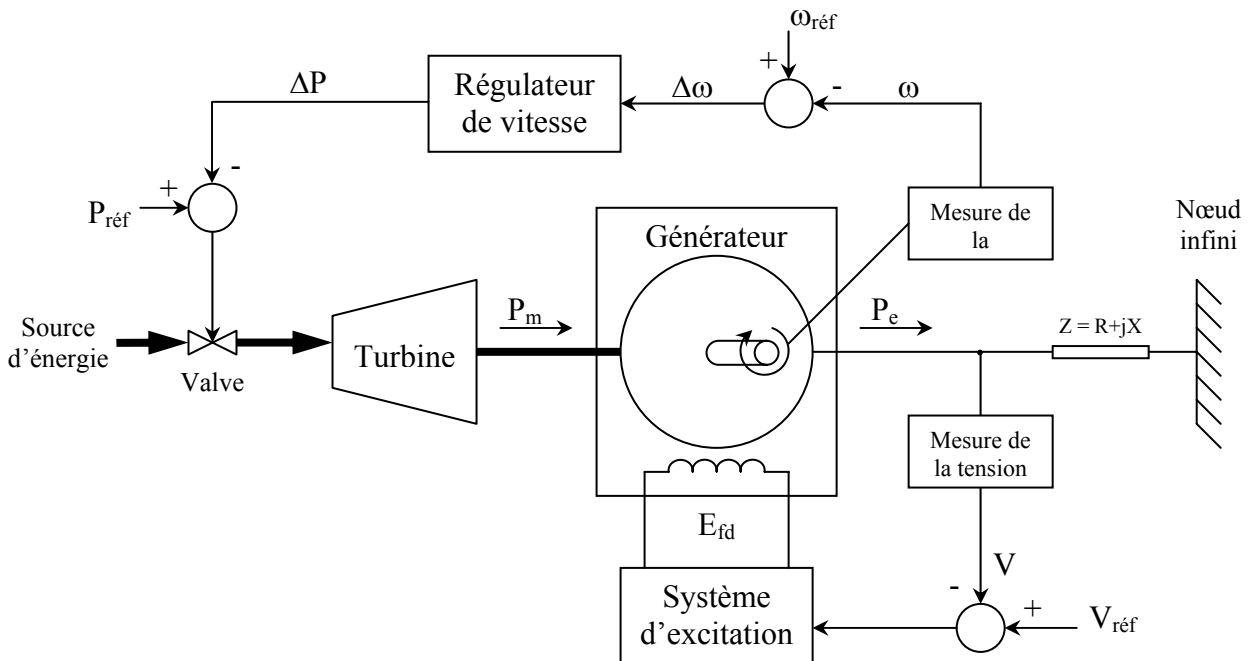
$P_{mi}, P_{ei}$  : Puissances mécanique et électrique respectivement en p.u.

$H_i$  : Constante d'inertie en seconde.

$D_i$  : Constante d'amortissement en p.u.

### 3.4 MODÈLES DES SYSTÈMES DE RÉGULATION

Les générateurs sont équipés de différents systèmes de régulation ayant chacun son rôle. La tâche principale de ces régulateurs est de maintenir l'équilibre entre la puissance électrique produite par les générateurs et la puissance consommée par les charges y compris les pertes. À cela vient s'ajouter le fait que l'électricité délivrée doit répondre à un certain critère de qualité : la forme de la tension, son amplitude et sa fréquence doivent être maintenues dans leurs limites autorisées [Andersson, 2003]. La tension et la fréquence apparaissent donc comme des paramètres fondamentaux du fonctionnement de tout système d'énergie électrique. La figure 3.6 schématise une unité de production liée au reste du réseau (représenté par un nœud de puissance infinie) à travers une impédance. Elle montre les actions des deux régulateurs principaux, à savoir, le régulateur de la vitesse angulaire (donc de la fréquence) et le régulateur de la tension terminale du générateur.



**Figure 3.6** Schéma montrant les différentes actions des régulateurs sur une unité de production.

### 3.4.1 Régulation de la vitesse

Le rôle de la turbine est d'entraîner le rotor du générateur à la vitesse synchrone. Selon la source d'énergie utilisée, la turbine peut être à vapeur, à gaz, hydraulique...etc. L'amplitude de la vitesse de rotation (donc la fréquence) est maintenue constante grâce au régulateur de vitesse. Celui-ci, ajuste l'entrée de la valve afin de régler la puissance mécanique de la turbine et ainsi contrôler la fréquence du système [Andersson, 2000].

Le modèle de l'ensemble régulateur/turbine utilisé en simulation dynamique est représenté sur la figure 3.7 [Milano, 2004].

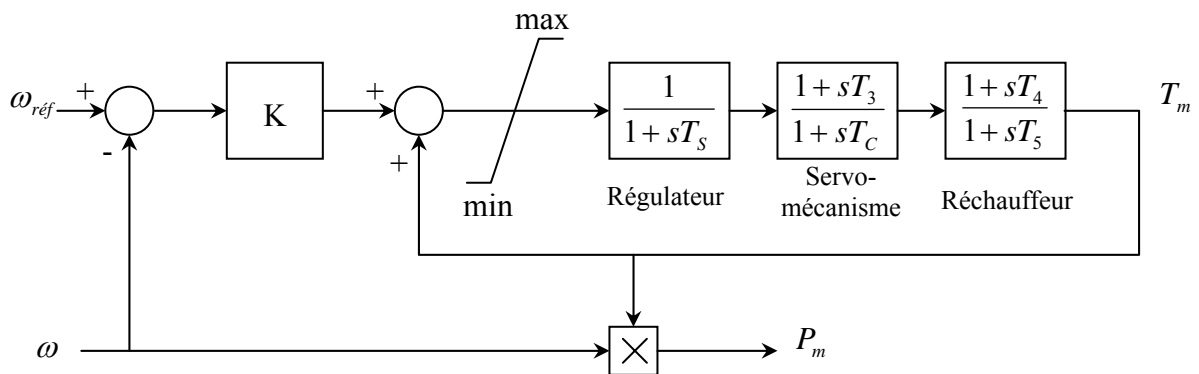


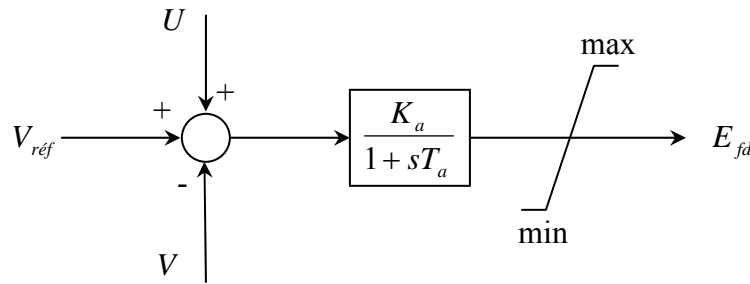
Figure 3.7 Modèle du régulateur de vitesse et de la turbine.

### 3.4.2 Régulation de la tension

Les machines synchrones nécessitent une alimentation en courant continu de leur inducteur. Ce courant est obtenu à partir d'un ensemble appelé système d'excitation comportant, dans la majorité des cas :

- La *source de puissance* proprement dite, fournissant la puissance d'excitation ; par exemple une excitatrice à courant continu, (se référer à [Wetzer, 1997]).
- Le régulateur de tension (AVR: Automatic Voltage Regulator), servomécanisme ayant, dans le cas le plus simple, pour grandeur de sortie une tension commandant la puissance délivrée par la source d'excitation et, pour grandeur d'entrée, l'écart entre la tension aux bornes de la machine synchrone et une tension de consigne.

Nous considérerons, dans cette étude, un modèle très simple du régulateur de tension. Celui-ci est donné sur la figure 3.8. L'entrée  $U$  est une entrée de commande issue de certains dispositifs supplémentaires de commande comme les stabilisateurs de puissance (PSS). L'absence de ces dispositifs implique tout simplement que  $U$  est nulle.



**Figure 3.8** Modèle simplifié de l'excitation.

Le fonctionnement de l'excitation est décrit par deux équations :

$$\dot{E}_{fd} = \frac{1}{T_a} (K_a (V_{ref} - V + U) - E_{fd}) \quad (3.16)$$

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{d0}} (E_{fd} - (X_d - X'_d)I_d - E'_q) \quad (3.17)$$

La première équation correspond au modèle du régulateur de tension. La deuxième équation décrit la relation entre la tension d'excitation et la tension interne du générateur qui, elle-même, est liée à la tension terminale (système d'équations 3.10).

### 3.5 MODÈLE DES TRANSFORMATEURS

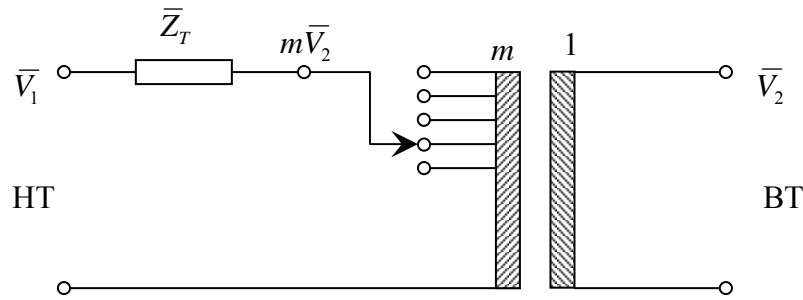
Les transformateurs sont généralement placés entre les unités de production et le réseau de transport en fonctionnement élévateur, et entre le réseau de transport et les réseaux de distribution en fonctionnement abaisseur. La figure 3.9 montre le schéma équivalent du transformateur sans circuit magnétique. L'impédance  $Z_T$  correspond à l'impédance équivalente formée par l'impédance du primaire et celle du secondaire ramenée au primaire. Ce transformateur est doté de plusieurs prises (côté haute tension) qui permettent de modifier le nombre de spires du primaire, et par conséquent, de faire varier le rapport de transformation.

Le changement de prise peut être effectué :

- Soit manuellement, en fonctionnement à vide.
- Soit automatiquement grâce à des dispositifs appelés *régleurs en charge*<sup>1</sup>.

Dans le deuxième cas, les régleurs en charge permettront de maintenir la tension de distribution sensiblement constante, quels que soient les écarts constatés sur la tension du réseau de transport (qui varie normalement dans la plage autorisée), et de régler cette dernière avec souplesse de façon à assurer un bon fonctionnement du système électrique [Bomard *et al.*].

<sup>1</sup> Ces régleurs équipent généralement les transformateurs abaisseurs qui alimentent les réseaux de distribution et ils constituent une des méthodes de réglage de la tension.



**Figure 3.9** Transformateur avec rapport de transformation variable.

Si  $N_1$  est le nombre de spires côté haute tension et  $N_2$  le nombre de spires côté basse tension, le rapport de transformation  $m$  est défini par :

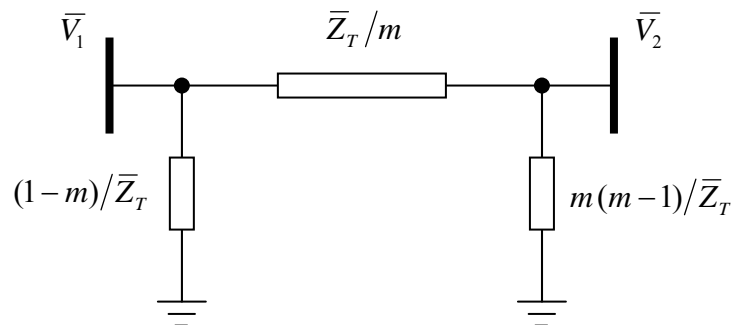
$$m = \frac{N_1}{N_2} \quad (3.18)$$

La relation entre la tension du côté primaire  $V_1$  et la tension du côté secondaire  $V_2$  à vide est :

$$V_2 = \frac{V_1}{m} \quad (3.19)$$

Si la tension du primaire diminue, la tension du secondaire peut être maintenue constante en diminuant le rapport  $m$ , c.-à-d. en effectuant un changement de prise du côté primaire. En charge, l'équation (3.19) n'est plus applicable à cause de l'impédance du transformateur  $Z_T$ , mais le principe de fonctionnement reste le même [Andersson, 1999].

La figure 3.10 représente le schéma équivalent en  $\pi$  du transformateur sans circuit magnétique [Milano, 2004]. Dans le cadre de cette étude, les régulateurs en charge ne sont pas modélisés, ainsi le rapport de transformation reste fixe pendant les simulations dynamiques. Toutefois, il est réglé lors du calcul d'écoulement de puissance, de manière à ce que les tensions restent dans leurs limites autorisées et d'assurer la convergence de l'algorithme.



**Figure 3.10** Schéma équivalent en  $\pi$  du transformateur.

### 3.6 MODÈLE DES LIGNES DE TRANSMISSION

Pour des raisons économiques (effet de taille...) ou techniques (localisation des réserves hydrauliques et des sources froides...), les unités de production sont souvent géographiquement très concentrées. Par contre, la consommation est beaucoup plus dispersée. Les réseaux de transport et d'interconnexion assurent la liaison entre les centres de production et les grandes zones de consommation [Borard *et al.*]. Constitués principalement de nœuds reliés par des lignes de transmission, ils permettent d'acheminer la puissance disponible sur les lieux d'exploitation. Ces lignes de transmission sont représentées par un modèle classique qui est le modèle en  $\pi$  donné sur la figure 3.11.

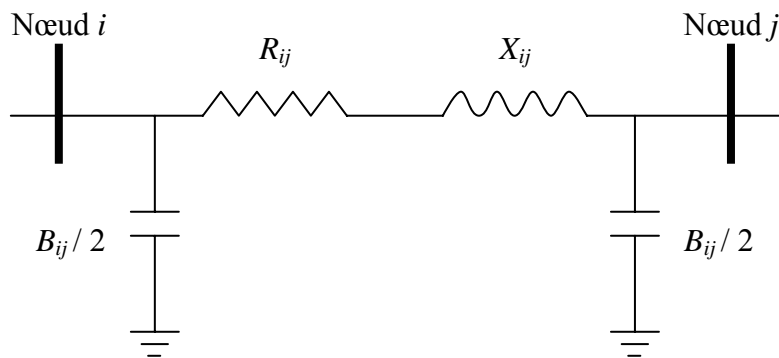


Figure 3.11 Schéma en  $\pi$  représentant une ligne reliant le nœud  $i$  au nœud  $j$ .

### 3.7 MODÈLE DES CHARGES

Les charges, dans cette étude, sont des charges statiques représentées par des admittances constantes. Après avoir effectué le calcul d'écoulement de puissance et obtention de la tension au nœud de charge, l'admittance équivalente est calculée :

$$\bar{Y}_L = \frac{P_L}{V_L^2} - j \frac{Q_L}{V_L^2} \quad (3.20)$$

puis connectée au nœud de charge comme le montre la figure 3.12.

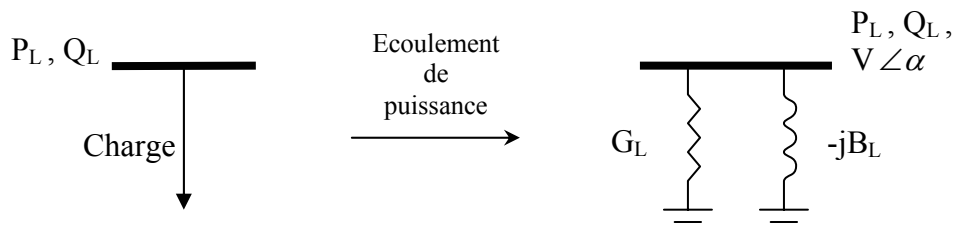


Figure 3.12 Représentation d'une charge par son admittance équivalente.

### 3.8 MODÈLE DU RÉSEAU DE TRANSMISSION

Dans cette section, nous allons établir le modèle du réseau de transmission. Celui-ci comprend le modèle des transformateurs, le modèle des lignes de transmission et les admittances équivalentes aux charges. Connaissant les tensions terminales aux nœuds générateurs et la matrice admittance réduite  $\bar{Y}_r$  du réseau (voir l'appendice B pour le calcul de cette matrice), le réseau de transmission est décrit par l'équation :

$$\bar{I} = \bar{Y}_r \cdot \bar{V} \quad (3.21)$$

Sachant que :  $V_i e^{j\alpha_i} = E_{qi} e^{j\delta_i} - X_{di} I_{di} e^{j\delta_i} - X_{qi} I_{qi} e^{j(\delta_i+90^\circ)}$

et que :  $E_{qi} = E'_{qi} + (X_{di} - X'_{di}) I_{di}$

nous avons :

$$\bar{V}_i = (E'_{qi} - X'_{di} I_{di} - jX_{qi} I_{qi}) e^{j\delta_i} \quad (3.22)$$

Sachant aussi que :

$$\bar{I} = \bar{I}_d + \bar{I}_q = I_d e^{j(\delta-90^\circ)} + I_q e^{j\delta} \Rightarrow I_d = \bar{I} e^{-j(\delta-90^\circ)} - jI_q$$

L'équation (3.22) devient :

$$\bar{V}_i = E'_{qi} e^{j\delta_i} - jX'_{di} \bar{I}_i + j(X'_{di} - X_{qi}) I_{qi} e^{j\delta_i} \quad (3.23)$$

En représentation matricielle :

$$\bar{V} = [e^{j\delta}] E'_q - j[X'_d] \bar{I} + j[X'_d - X_q] [e^{j\delta}] I_q \quad (3.24)$$

$[e^{j\delta}]$ ,  $[X'_d]$ ,  $[X'_d - X_q]$  sont des matrices diagonales et  $\bar{V}$ ,  $E'_q$ ,  $\bar{I}$ ,  $I_q$  sont des vecteurs colonne.

Remplaçons (3.24) dans (3.21) et après arrangement nous obtenons :

$$\bar{I} = \bar{Y}_m \left( [e^{j\delta}] E'_q + j[X'_d - X_q] [e^{j\delta}] I_q \right) \quad (3.25)$$

avec :  $\bar{Y}_m = [\bar{Y}_r^{-1} + j[X'_d]]^{-1}$

Le courant dans la  $i^{\text{ème}}$  machine s'écrit :

$$\bar{I}_i = \sum_{j=1}^n Y_{mij} e^{j\beta_{ij}} \left( e^{j\delta_j} E'_{qj} + j(X'_{dj} - X_{qj}) e^{j\delta_j} I_{qj} \right) \quad (3.26)$$



Sur le référentiel  $(dq)_i$  de la machine  $i$  nous avons :

$$\bar{I}_{dqi} = \bar{I}_i e^{-j(\delta_i - 90^\circ)} = \sum_{j=1}^n Y_{mij} e^{j(\beta_{ij} + \delta_{ij})} (jE'_{qj} + (X_{qj} - X'_{dj})I_{qj}) \quad (3.27)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \bar{Y}_m &= Y_m e^{j\beta} \\ \delta_{ij} &= \delta_j - \delta_i \end{aligned}$$

On pose

$$\begin{aligned} C_{ij} &= \cos(\beta_{ij} + \delta_{ij}) \\ S_{ij} &= \sin(\beta_{ij} + \delta_{ij}) \end{aligned}$$

Nous obtenons les expressions du courant de la  $i^{\text{ème}}$  machine suivant l'axe direct et celui en quadrature :

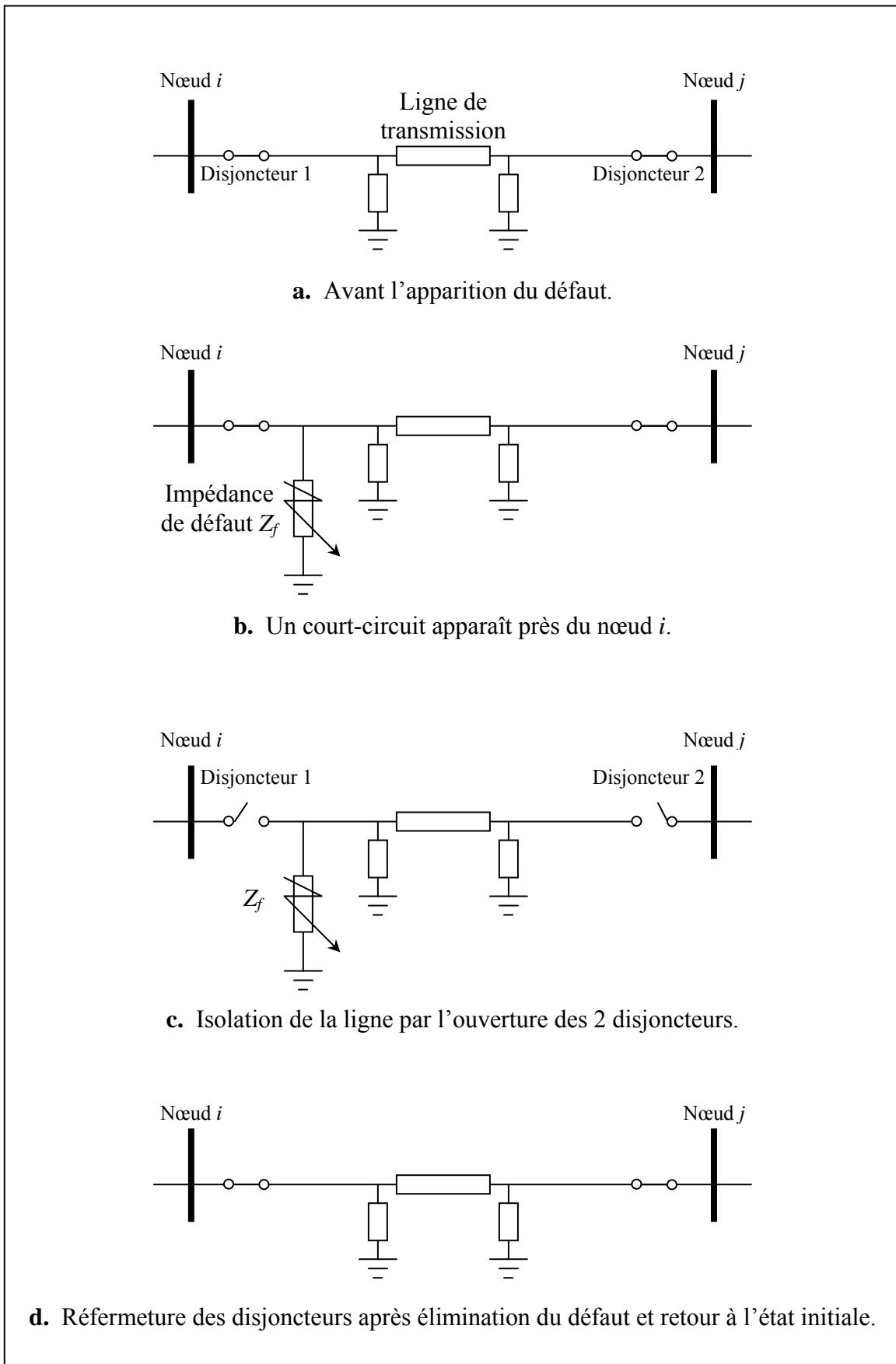
$$\begin{aligned} I_{di} &= \text{Re}(\bar{I}_{dqi}) = \sum_{j=1}^n Y_{mij} (-S_{ij}E'_{qj} + (X_{qj} - X'_{dj})C_{ij}I_{qj}) \\ I_{qi} &= \text{Im}(\bar{I}_{dqi}) = \sum_{j=1}^n Y_{mij} (C_{ij}E'_{qj} + (X_{qj} - X'_{dj})S_{ij}I_{qj}) \end{aligned} \quad (3.28)$$

### 3.9 SIMULATION DYNAMIQUE D'UN DÉFAUT

On simule le comportement de protections sur une ligne de transmission, lors de l'apparition d'un défaut de court-circuit, avec ouverture et réenclenchement automatique des disjoncteurs. Les protections, situées à chaque extrémité de la ligne (figure 3.13.a), détectent le défaut (figure 3.13.b) et commandent l'ouverture des disjoncteurs 1 et 2 afin d'isoler la ligne en question et d'éviter la propagation du phénomène sur le réseau (figure 3.13.c). Les disjoncteurs s'ouvrent et le court-circuit, qui était fugitif, s'élimine de lui-même. Avec la disparition du court-circuit, les disjoncteurs sont refermés automatiquement (figure 3.13.d) [Meyer *et al.*].

Il existe plusieurs types de défaut de court-circuit : phase-terre, biphasé, biphasé-terre, triphasé...etc. Chaque type est caractérisé par sa propre impédance de défaut [Chow, 2000]. Le défaut triphasé est caractérisé par une impédance infiniment petite ( $Z_f = 0 + j10^{-7}$  en simulation) et il a la réputation d'être le plus dévastateur. Par conséquent, il est le plus souvent utilisé en simulation dynamique pour tester la stabilité des systèmes électriques et la robustesse de leurs régulateurs.

Avant de démarrer la simulation dynamique, un précalcul des matrices admittances est réalisé afin d'anticiper des changements de topologie du réseau. Chaque matrice admittance correspondant à un état est stockée à l'initialisation et est utilisée en cours de simulation lorsque l'événement survient.



**Figure 3.13** Les différentes étapes de protection contre les courts-circuits.

### 3.10 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons établi les modèles des composants d'un système électrique multimachine, en vue d'étudier le phénomène des oscillations rotoriques. Ces modèles concernent le générateur et ses dispositifs de réglage de la fréquence et de la tension, ainsi que le réseau de transmission formé par les transformateurs, les lignes de transport et les charges.

Le système d'équations qui en résulte, montre qu'un système électrique est régi par des équations dynamiques et des équations algébriques. Ces équations nous permettent par la suite, de linéariser le système et d'analyser sa stabilité lors de faibles perturbations, d'une part, et de procéder à des simulations dynamiques de défaut, d'autre part.

---

# STABILITÉ EN PETIT MOUVEMENT

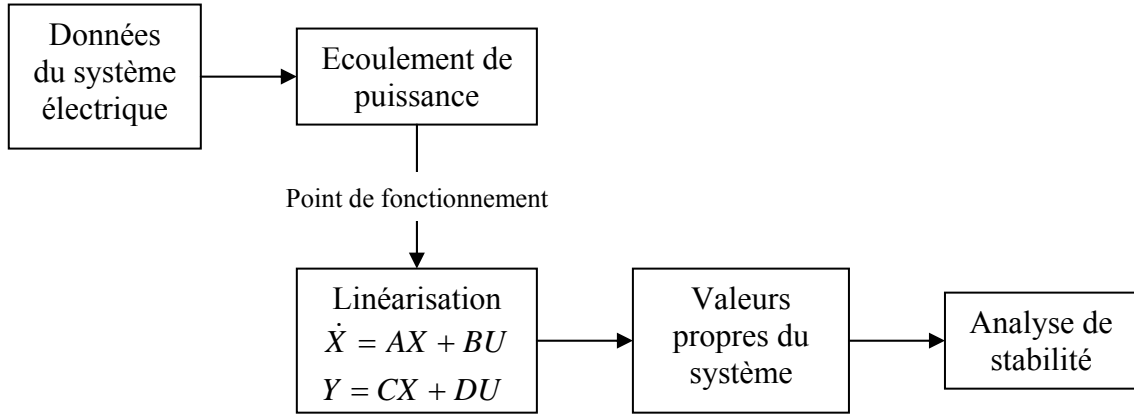
## 4.1 INTRODUCTION

Comme nous l'avons introduit dans le chapitre 1, la stabilité des systèmes électriques apparaît sous différentes formes. Dans le cadre de cette étude, nous nous intéressons beaucoup plus à la stabilité en petit mouvement, sujet de ce présent chapitre.

On définit la stabilité en petit mouvement d'un système électrique, ou sa stabilité statique, comme sa capacité de retrouver, après avoir subi n'importe quelle « petite perturbation », un état d'équilibre identique ou très proche de son état initial. La stabilité en petit mouvement s'étudie principalement par les techniques d'analyse linéaire appliquées au modèle mathématique préalablement linéarisé autour du point de fonctionnement du système électrique [[Meyer et al.](#)].

La première étape dans l'analyse de la stabilité en petit mouvement (cf. figure 4.1), est donc de déterminer les conditions initiales d'équilibre du système électrique à travers le calcul d'écoulement de puissance. Ensuite, le modèle mathématique non linéaire décrivant son comportement est linéarisé autour de ces conditions d'équilibre et la représentation d'état du système est formée. Enfin, la matrice d'état permettra de calculer les vecteurs propres et les valeurs propres du système. Ces derniers nous informeront sur la stabilité du système [[Singhvi, 2002](#)].

Dans ce chapitre, nous développerons un modèle linéaire du système électrique à partir des équations établies dans le chapitre précédent. Ensuite, nous définirons la notion de valeurs propres, de vecteurs propres et de facteurs de contribution. Nous concluons ce chapitre par une présentation des stabilisateurs de puissance (PSS) et leur rôle dans l'amélioration de la stabilité en petit mouvement des systèmes électriques, appuyée d'un exemple sur un système monomachine connecté à un nœud de puissance infinie.



**Figure 4.1** Etapes de l'analyse de la stabilité en petit mouvement.

## 4.2 LINÉARISATION

Nous avons vu dans le chapitre précédent, qu'un système électrique est décrit par des équations différentielles et des équations algébriques. Ces équations montrent la non linéarité du système dont nous voulons étudier la stabilité. Etant donné que nous nous intéressons à la stabilité du système lorsqu'il subit des perturbations rapides et qui ne l'éloignent pas trop de son point de fonctionnement, nous pouvons alors linéariser ces équations autour de ce point de fonctionnement. Nous rappelons ici les principales équations devant être linéarisées :

$$\begin{cases} \dot{\omega}_i = \frac{1}{2H_i}(P_{mi} - P_{ei} - D_i(\omega_i - 1)) \\ \dot{\delta}_i = \omega_0(\omega_i - 1) \\ \dot{E}'_{qi} = \frac{1}{T'_{d0i}}(E_{fdi} - (X_{di} - X'_{di})I_{di} - E'_{qi}) \\ \dot{E}_{fdi} = \frac{1}{T_{ai}}(K_{ai}(V_{refi} - V_i + U_i) - E_{fdi}) \end{cases} \quad (4.1)$$

$$\begin{cases} P_{ei} = E'_{qi}I_{qi} + (X_{qi} - X'_{di})I_{di}I_{qi} \\ I_{di} = \text{Re}(\bar{I}_{dqi}) = \sum_{j=1}^n Y_{mij}(-S_{ij}E'_{qj} + (X_{qj} - X'_{dj})C_{ij}I_{qj}) \\ I_{qi} = \text{Im}(\bar{I}_{dqi}) = \sum_{j=1}^n Y_{mij}(C_{ij}E'_{qj} + (X_{qj} - X'_{dj})S_{ij}I_{qj}) \\ V_{di} = X_{qi}I_{qi} \\ V_{qi} = E'_{qi} - X'_{di}I_{di} \\ V_i = \sqrt{V_{di}^2 + V_{qi}^2} \end{cases} \quad (4.2)$$

La linéarisation des équations du système (4.1) donne (voir appendice C) :

$$\begin{cases} \Delta \dot{\omega}_i = \frac{1}{2H_i} (\Delta P_{mi} - \Delta P_{ei} - D_i \Delta \omega_i) \\ \Delta \dot{\delta}_i = \omega_0 \Delta \omega_i \\ \Delta \dot{E}'_{qi} = \frac{1}{T'_{d0i}} (\Delta E_{fdi} - (X_{di} - X'_{di}) \Delta I_{di} - \Delta E'_{qi}) \\ \Delta \dot{E}_{fdi} = \frac{1}{T_{ai}} (-K_{ai} \Delta V_i + K_{ai} \Delta U_i - \Delta E_{fdi}) \end{cases} \quad (4.3)$$

Afin de former l'équation d'état du système, les équations du système (4.3) doivent s'exprimer uniquement en fonction des variables d'état.

A partir de l'équation du courant d'axe direct du système (4.2) et après linéarisation nous obtenons :

$$\underline{\Delta I}_d = N_d \underline{\Delta \delta} + O_d \underline{\Delta E}'_q + M_d \underline{\Delta I}_q \quad (4.4)$$

avec :

$$N_{dij} = -Y_{mij} (C_{ij}^0 E'_{qj}{}^0 + S_{ij}^0 (X_{qj} - X'_{dj}) I_{qj}^0)$$

$$N_{dii} = -\sum_{j \neq i}^n N_{dij}$$

(L'exposant 0 indique les conditions initiales)

$$O_{dij} = -Y_{mij} S_{ij}^0$$

$$M_{dij} = Y_{mij} C_{ij}^0 (X_{qj} - X'_{dj})$$

De même pour le courant d'axe en quadrature nous avons :

$$\underline{\Delta I}_q = N_q \underline{\Delta \delta} + O_q \underline{\Delta E}'_q + M_q \underline{\Delta I}_q \quad (4.5)$$

qui devient :

$$L_q \underline{\Delta I}_q = N_q \underline{\Delta \delta} + O_q \underline{\Delta E}'_q \quad (4.6)$$

avec :

$$N_{qij} = Y_{mij} (-S_{ij} E'_{qj}{}^0 + C_{ij} (X_{qj} - X'_{dj}) I_{qj}^0)$$

$$N_{qii} = -\sum_{j \neq i}^n N_{qij}$$

$$O_{qij} = Y_{mij} C_{ij}$$

$$M_{qij} = Y_{mij} S_{ij} (X_{qj} - X'_{dj})$$

$$L_q = 1 - M_q \quad \text{où } 1 = \text{matrice identité}$$

Remplaçons (4.6) dans (4.4) :

$$\begin{cases} \underline{\Delta I}_d = (N_d + M_d L_q^{-1} N_q) \underline{\Delta \mathcal{S}} + (O_d + M_d L_q^{-1} O_q) \underline{\Delta E}'_q \\ \underline{\Delta I}_q = L_q^{-1} N_q \underline{\Delta \mathcal{S}} + L_q^{-1} O_q \underline{\Delta E}'_q \end{cases} \quad (4.7)$$

On pose :

$$\begin{aligned} F_q &= L_q^{-1} N_q \\ Y_q &= L_q^{-1} O_q \\ F_d &= N_d + M_d F_q \\ Y_d &= M_d Y_q \end{aligned}$$

Enfin, nous aurons :

$$\begin{aligned} \underline{\Delta I}_d &= F_d \underline{\Delta \mathcal{S}} + Y_d \underline{\Delta E}'_q \\ \underline{\Delta I}_q &= F_q \underline{\Delta \mathcal{S}} + Y_q \underline{\Delta E}'_q \end{aligned} \quad (4.8)$$

A partir de l'expression de la puissance électrique active nous obtenons :

$$\underline{\Delta P}_e = K_1 \underline{\Delta \mathcal{S}} + K_2 \underline{\Delta E}'_q \quad (4.9)$$

avec :

$$\begin{aligned} K_1 &= O_t F_q + W_t F_d \\ K_2 &= O_t Y_q + W_t Y_d + [I_q^0] \\ O_t &= [X_q - X'_d][I_d^0] + [E_q'^0] \\ W_t &= [X_q - X'_d][I_q^0] \end{aligned}$$

A partir de la dynamique de  $E'_q$  nous avons :

$$(1 + [T'_{d0}]s) \underline{\Delta E}'_q = \underline{\Delta E}_{fd} - [X_d - X'_d] \underline{\Delta I}_d \quad (4.10)$$

Nous remplaçons  $\underline{\Delta I}_d$  par son expression (4.8), l'équation (4.10) s'écrit :

$$(1 + [T'_{d0}]s) \underline{\Delta E}'_q = \underline{\Delta E}_{fd} - [X_d - X'_d] (F_d \underline{\Delta \mathcal{S}} + Y_d \underline{\Delta E}'_q) \quad (4.11)$$

Développons (4.11) pour la  $i^{\text{ème}}$  machine :

$$(1 + (X_{di} - X'_{di})Y_{dii} + sT'_{d0i}) \underline{\Delta E}'_{qi} = \underline{\Delta E}_{fdi} - (X_{di} - X'_{di}) \left( \sum_{j=1}^n F_{dij} \underline{\Delta \mathcal{S}}_j - \sum_{j \neq i}^n Y_{dij} \underline{\Delta E}'_{qj} \right) \quad (4.12)$$

et nous posons :

$$\begin{aligned} K_{3ij} &= (X_{di} - X'_{di})F_{dij} \\ K_{4ii} &= 1 + (X_{di} - X'_{di})Y_{dii} \\ K_{4ij} &= (X_{di} - X'_{di})Y_{dij} \end{aligned}$$

A partir des équations des tensions :

$$\begin{cases} V_{di} = X_{qi}I_{qi} \\ V_{qi} = E'_{qi} - X'_{di}I_{di} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta V_{di} = X_{qi}\Delta I_{qi} \\ \Delta V_{qi} = \Delta E'_{qi} - X'_{di}\Delta I_{di} \end{cases} \quad (4.13)$$

$$V_i = \sqrt{V_{di}^2 + V_{qi}^2} \Rightarrow \Delta V_i = \frac{1}{V_i^0} (V_{di}^0 \Delta V_{di} + V_{qi}^0 \Delta V_{qi}) \quad (4.14)$$

Nous aurons enfin :

$$\underline{\Delta V} = K_5 \underline{\Delta \delta} + K_6 \underline{\Delta E}'_q \quad (4.15)$$

Avec :

$$\begin{aligned} K_5 &= D_v[X_q]F_q - O_v[X'_d]F_d \\ K_6 &= D_v[X_q]Y_q - O_v[X'_d]Y_d + O_v \\ D_v &= \left[ \frac{1}{V^0} \right] [V_d^0] \\ O_v &= \left[ \frac{1}{V^0} \right] [V_q^0] \end{aligned}$$

Ainsi, les équations différentielles décrivant la dynamique de la machine sont réécrites sous une forme linéaire.

A partir des équations (4.8), (4.9) et (4.15) le système (4.3) devient :

$$\begin{cases} \Delta \dot{\omega}_i = \frac{1}{2H_i} \left( \Delta P_{mi} - \sum_{j=1}^n (K_{1ij} \Delta \delta_j) - \sum_{j=1}^n (K_{2ij} \Delta E'_{qj}) - D_i \Delta \omega_i \right) \\ \Delta \dot{\delta}_i = \omega_0 \Delta \omega_i \\ \Delta \dot{E}'_{qi} = \frac{1}{T'_{d0i}} \left( \Delta E_{fdi} - \sum_{j=1}^n (K_{3ij} \Delta \delta_j) - \sum_{j=1}^n (K_{4ij} \Delta E'_{qj}) \right) \\ \Delta \dot{E}_{fdi} = \frac{1}{T_{ai}} \left( -K_{ai} \sum_{j=1}^n (K_{5ij} \Delta \delta_j) - K_{ai} \sum_{j=1}^n (K_{6ij} \Delta E'_{qj}) - \Delta E_{fdi} + K_{ai} \Delta U_i \right) \end{cases} \quad (4.16)$$



Le système d'équations (4.16) est la représentation d'état de la  $i^{\text{ème}}$  machine d'un système multimachine. Pour un système électrique à  $n$  générateurs l'équation d'état s'écrit sous la forme :

$$\frac{d}{dt} \underline{X}(t) = A \cdot \underline{X}(t) + B \cdot \underline{U}(t) + \Gamma \cdot \underline{P}(t) \quad (4.17)$$

Les vecteurs  $\underline{X}(t)$ ,  $\underline{U}(t)$  et  $\underline{P}(t)$  sont les vecteurs d'état, de commande et de perturbation respectivement, avec :

$$\underline{X}(t) = [\Delta\omega_1 \ \Delta\omega_2 \ \dots \ \Delta\omega_n \ \Delta\delta_1 \ \Delta\delta_2 \ \dots \ \Delta\delta_n \ \Delta E'_{q1} \ \Delta E'_{q2} \ \dots \ \Delta E'_{qn} \ \Delta E_{fd1} \ \Delta E_{fd2} \ \dots \ \Delta E_{fdn}]^T$$

$$\underline{U}(t) = [\Delta U_1 \ \Delta U_2 \ \dots \ \Delta U_n]^T, \quad \underline{P}(t) = [\Delta P_{m1} \ \Delta P_{m2} \ \dots \ \Delta P_{mn}]^T$$

$A$  est la matrice d'état de dimension  $4n \times 4n$ ,  $B$  la matrice de commande de dimension  $4n \times n$  et  $\Gamma$  la matrice de perturbation de dimension  $4n \times n$ , avec :

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-D_1}{2H_1} & 0 & 0 & \frac{-K_{111}}{2H_1} & \dots & \frac{-K_{11n}}{2H_1} & \frac{-K_{211}}{2H_1} & \dots & \frac{-K_{21n}}{2H_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \frac{-D_n}{2H_n} & \frac{-K_{1n1}}{2H_n} & \dots & \frac{-K_{1nm}}{2H_n} & \frac{-K_{2n1}}{2H_n} & \dots & \frac{-K_{2nm}}{2H_n} & 0 & \dots & 0 \\ \hline \omega_0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \omega_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \hline 0 & \dots & 0 & \frac{-K_{311}}{T'_{d01}} & \dots & \frac{-K_{31n}}{T'_{d01}} & \frac{-K_{411}}{T'_{d01}} & \dots & \frac{-K_{41n}}{T'_{d01}} & \frac{1}{T'_{d01}} & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{-K_{3n1}}{T'_{d0n}} & \dots & \frac{-K_{3nm}}{T'_{d0n}} & \frac{-K_{4n1}}{T'_{d0n}} & \dots & \frac{-K_{4nm}}{T'_{d0n}} & 0 & 0 & \frac{1}{T'_{d0n}} \\ \hline 0 & \dots & 0 & \frac{-K_{a1}K_{511}}{T_{a1}} & \dots & \frac{-K_{a1}K_{51n}}{T_{a1}} & \frac{-K_{a1}K_{611}}{T_{a1}} & \dots & \frac{-K_{a1}K_{61n}}{T_{a1}} & \frac{-1}{T_{a1}} & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{-K_{an}K_{5n1}}{T_{an}} & \dots & \frac{-K_{an}K_{5nm}}{T_{an}} & \frac{-K_{an}K_{6n1}}{T_{an}} & \dots & \frac{-K_{an}K_{6nm}}{T_{an}} & 0 & 0 & \frac{-1}{T_{an}} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \hline \frac{K_{a1}}{T_{a1}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{K_{a2}}{T_{a2}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{K_{an}}{T_{an}} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \Gamma = \begin{bmatrix} \frac{1}{2H_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{2H_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{2H_n} \\ \hline 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

La figure 4.2 est la représentation du système (4.16) sous la forme de fonctions de transfert. Elle met en évidence l'interaction qui existe entre les différentes machines du système électrique à travers les matrices  $K$ . Ces matrices sont des matrices carrées d'ordre  $n$ . Les éléments diagonaux de  $K_1 \dots K_6$  expriment les dynamiques des machines alors que les éléments hors-diagonaux expriment l'interaction entre les machines.

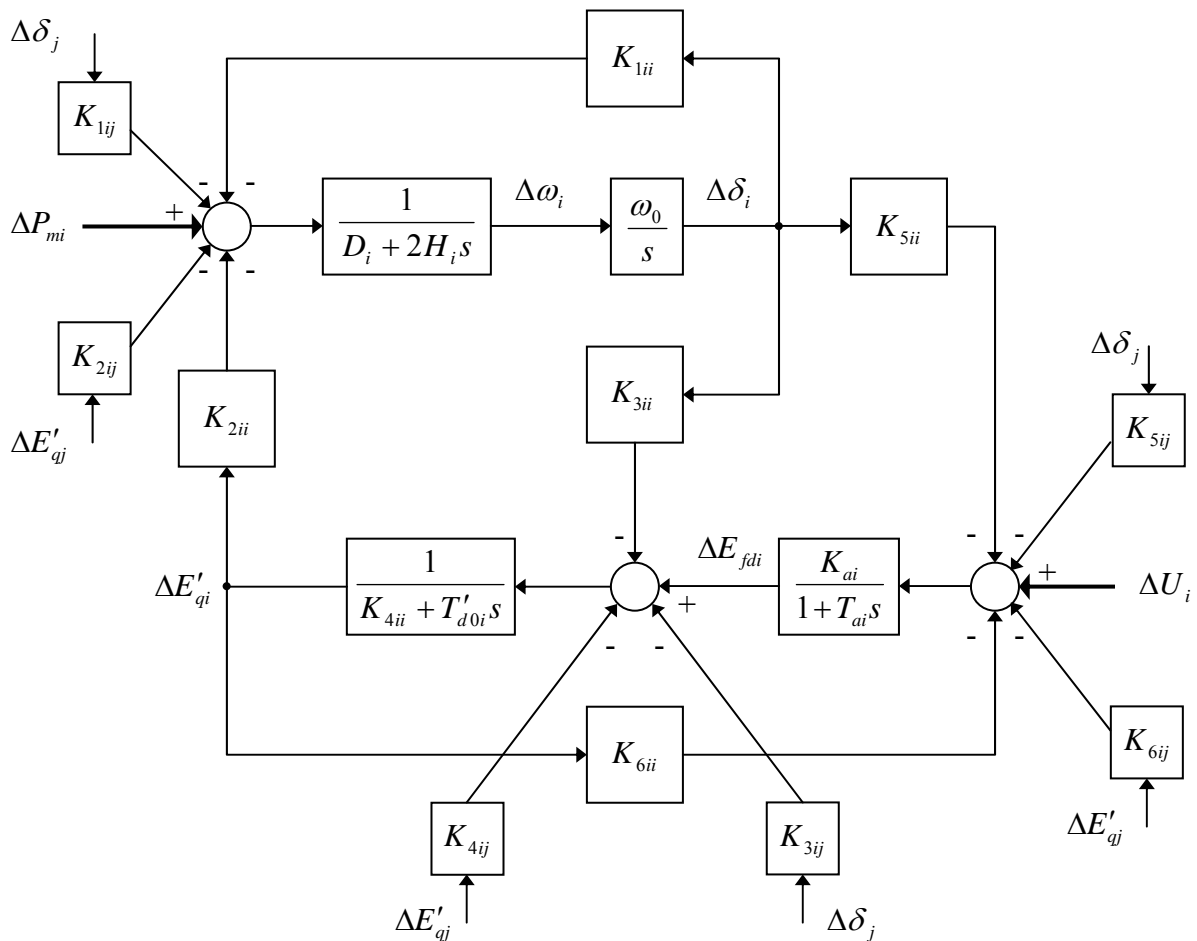


Figure 4.2 Représentation par fonctions de transfert d'un sous-système ( $i, j = 1, \dots, n$  et  $i \neq j$ ).

### 4.3 ANALYSE DE STABILITÉ

Une fois l'équation d'état du système électrique écrite sous la forme générale (4.17), la stabilité du système peut être étudiée. L'analyse de la stabilité est basée sur le calcul des valeurs propres et des vecteurs propres du système.

#### 4.3.1 Valeurs propres

Une valeur propre  $\lambda = \alpha \pm j\beta$  (ou pôle du système) est un nombre complexe qui vérifie l'égalité (4.18) appelée équation caractéristique de la matrice d'état  $A$ . Le nombre de valeurs propres d'un système est toujours égal à la dimension de sa matrice d'état.

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (I = \text{matrice identité}) \quad (4.18)$$

Chaque valeur propre  $\lambda_i$  contribue à la réponse transitoire du système à travers des fonctions élémentaires du temps :

- Chaque valeur propre réelle  $\lambda_i$  de multiplicité  $m_i$  donne une réponse transitoire :

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^{m_i} c_j t^{j-1} e^{\lambda_i t} \quad (4.19)$$

- Chaque paire de valeurs propres complexes conjuguées  $(\lambda_i, \lambda_i^*)$  de multiplicité  $m_i$  donne une réponse transitoire :

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^{m_i} t^{j-1} e^{\alpha_i t} (c_{1j} \cos(\beta_i t) + c_{2j} \sin(\beta_i t)) \quad (4.20)$$

où  $c_j$ ,  $c_{1j}$  et  $c_{2j}$  sont des coefficients.

La réponse transitoire globale du système est constituée par la combinaison linéaire de ces fonctions élémentaires. Dans cette combinaison linéaire, chaque fonction élémentaire du temps est appelée *mode* du système.

On constate que les modes sont fonctions d'exponentielles ; la convergence de la réponse peut être déterminée en étudiant les exposants des exponentielles qui ne sont rien d'autre que les valeurs propres du système. On distingue alors deux types de modes :

- Les valeurs propres réelles correspondent à des **modes apériodiques**.
- Les valeurs propres complexes conjuguées correspondent à des **modes oscillants**.

La caractéristique temporelle d'un mode correspondant à  $\lambda$  étant donnée par  $e^{\lambda t}$ , la stabilité du système est donc liée à l'emplacement des valeurs propres dans le plan complexe [Singhvi, 2002] :

1. Si toutes les valeurs propres ont une partie réelle négative, tous les modes décroissent dans le temps et le système est dit globalement stable.
2. Si une des valeurs propres est à partie réelle positive, le mode correspondant croît exponentiellement dans le temps et éventuellement domine le comportement du système. Un tel système est dit instable.
3. Si une des valeurs propres est à partie réelle nulle, le mode correspondant aura une réponse non amortie.

Pour les modes oscillatoires [Snyder, 1997], les oscillations sont caractérisées par la fréquence oscillatoire en Hertz donnée par :

$$f = \frac{\beta}{2\pi} \quad (4.21)$$

et le facteur d'amortissement donné par :

$$\xi = \frac{-\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \quad (4.22)$$

### 4.3.2 Vecteurs propres

Pour chaque valeur propre  $\lambda_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ), le vecteur colonne  $\Phi_i$  de dimension  $n$ , qui satisfait l'équation (4.23), est appelé vecteur propre de droite de  $A$  associé à  $\lambda_i$ .

$$A\Phi_i = \lambda_i\Phi_i \quad (4.23)$$

De même, le vecteur ligne  $\Psi_i$  de dimension  $n$ , qui satisfait l'équation (4.24), est appelé vecteur propre de gauche de  $A$  associé à  $\lambda_i$ .

$$\Psi_i A = \lambda_i \Psi_i \quad (4.24)$$

Les vecteurs propres de droite montrent la distribution des modes à travers les variables d'état. Alors que les vecteurs propres de gauche, avec les conditions initiales du vecteur d'état du système, déterminent l'amplitude des modes [Singhvi, 2002].

Les vecteurs propres peuvent être normalisés tel que leur produit donne :

$$\Psi_i \Phi_i = 1 \quad (4.25)$$

Il est à noter aussi que le produit d'un vecteur propre de droite et un vecteur propre de gauche associés à deux valeurs propres différentes vaut 0, c.-à-d. :

$$\Psi_j \Phi_i = 0 \quad \text{pour } i \neq j \quad (4.26)$$

### 4.3.3 Facteurs de contribution

Une matrice appelée *matrice de contribution*, notée  $P$ , donne une mesure sur la relation entre les variables d'état et les modes du système [Snyder, 1997]. Elle est définie par :

$$P = [P_1 \quad P_2 \quad \dots \quad P_n] \quad (4.27)$$

avec :

$$P_i = \begin{bmatrix} p_{1i} \\ p_{2i} \\ \vdots \\ p_{ni} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{1i} \Psi_{i1} \\ \Phi_{2i} \Psi_{i2} \\ \vdots \\ \Phi_{ni} \Psi_{in} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

L'élément  $p_{ki} = \Phi_{ki} \Psi_{ik}$  est appelé *facteur de contribution*, et mesure la contribution de la  $k^{\text{ème}}$  variable d'état dans le  $i^{\text{ème}}$  mode. En général, les facteurs de contribution sont très utiles dans l'identification des variables d'état ayant une grande influence sur un mode donné. La matrice suivante explique ce raisonnement :

$$P = \begin{bmatrix} & \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_4 \\ x_1 : & p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ x_2 : & p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ x_3 : & p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} \\ x_4 : & p_{41} & p_{42} & p_{43} & p_{44} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Pour chaque mode  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  et  $\lambda_4$ , la matrice de contribution montre le degré d'implication de chaque variable d'état  $x_1, x_2, x_3$  et  $x_4$ .

Les facteurs de contribution sont sans unité, ils ne dépendent donc pas des unités des variables d'état. Aussi, la somme des éléments de chaque ligne de  $P$  et la somme des éléments de chaque colonne de  $P$  vaut 1 :

$$\sum_{j=1}^n p_{ji} = \sum_{i=1}^n p_{ji} = 1 \quad (4.30)$$

Une autre propriété intéressante est la contribution des sous-systèmes [Rouco, 1998]. Elle est donnée par la valeur absolue de la somme des facteurs de contribution des variables d'état qui décrivent un sous-système dans un mode :

$$P_{Si} = \left| \sum_{j \in S} P_{ji} \right| \quad (4.31)$$

#### 4.4 LES STABILISATEURS DE PUISSANCE

La performance des systèmes d'excitation et des régulateurs de tension joue un rôle déterminant dans le maintien de la stabilité et l'amortissement des oscillations électromécaniques observées sur le rotor des générateurs. L'ajout d'un stabilisateur de puissance comme auxiliaire du système d'excitation aide à amortir ces oscillations ainsi qu'améliorer la stabilité de l'ensemble du système.

La structure du stabilisateur de puissance donnée sur la figure 4.3 est une structure classique largement utilisée dans la littérature. Elle consiste en un gain, un filtre passe-haut et un ou plusieurs blocs de compensation de phase. La sortie du stabilisateur est une tension qui s'additionne à la tension d'entrée du système d'excitation. Une telle structure utilise souvent la déviation de la vitesse synchrone  $\Delta\omega$  comme entrée, mais dans certains cas, d'autres signaux comme la puissance ou une combinaison vitesse/puissance sont utilisés [Chow *et al.*] [Larsen *et al.*].

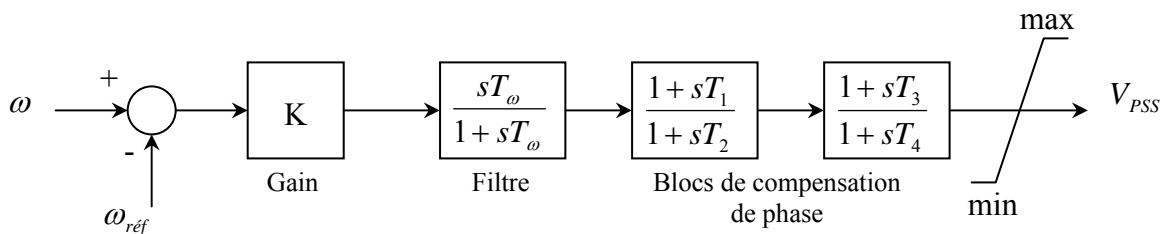


Figure 4.3 Modèle du stabilisateur de puissance.

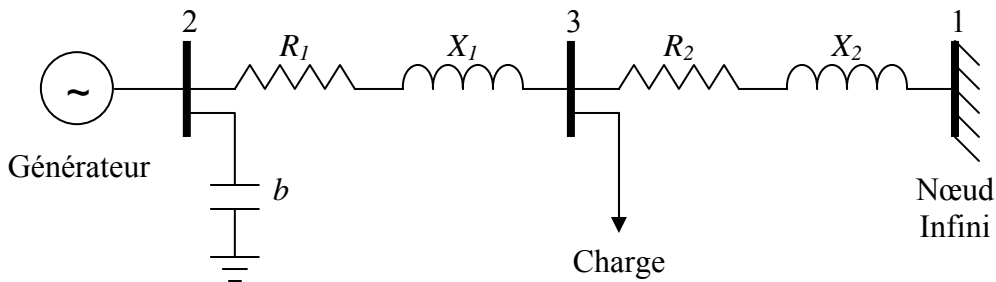
Pour apporter l'amortissement nécessaire, le stabilisateur doit produire une composante de couple électrique en phase avec la variation de la vitesse. Par conséquent, sa fonction de transfert doit avoir des caractéristiques d'avance de phase adéquates afin de compenser le retard de phase entre l'entrée de l'excitation et le couple électrique du générateur. L'étude effectuée par [do Bomfim *et al.*] a montré qu'un seul bloc de compensation de phase était insuffisant pour garantir la stabilité du système. Généralement, deux à trois blocs suffisent pour que le stabilisateur puisse jouer son rôle.

Le rôle du filtre est d'atténuer les fréquences indésirables (inférieures à 0.1 Hz) du signal d'entrée. Ainsi, le stabilisateur n'affectera que le signal utile correspondant aux oscillations rotoriques. Du point de vue de la stabilité en petit mouvement, la valeur de la constante de temps  $T_\omega$  du filtre n'est pas critique et est généralement prise entre 1 et 20s [Kundur<sup>3</sup> *et al.*].

Les PSS ont souvent des effets indésirables sur la stabilité transitoire. Lors de grandes perturbations, le stabilisateur risquerait de saturer le système d'excitation et par conséquent d'affecter la régulation de la tension. Il est alors indispensable de limiter la sortie du PSS afin de réduire son influence durant les phases transitoires [Larsen *et al.*] [Hiskens, 2002].

#### 4.5 TEST SUR UN SYSTÈME MONOMACHINE

Le système monomachine de la figure 4.4 consiste en un générateur, un nœud de puissance infinie et une charge intermédiaire. Les paramètres de ce système [Ranjan, 1992] sont donnés sur le tableau 4.1.



**Figure 4.4** Système monomachine nœud infini.

Ce système, après linéarisation, s'écrit en représentation d'état comme suit :

$$\frac{d}{dt} \underline{X}(t) = A \cdot \underline{X}(t) + B \cdot \Delta U(t) + \Gamma \cdot \Delta P_m(t) \quad (4.32)$$

Avec :

$$\underline{X}(t) = [\Delta\omega \ \Delta\delta \ \Delta E'_q \ \Delta E_{fd}]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{K_1}{2H} & -\frac{K_2}{2H} & 0 \\ \omega_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_3}{T'_{d0}} & -\frac{K_4}{T'_{d0}} & \frac{1}{T'_{d0}} \\ 0 & -\frac{K_a K_5}{T_a} & -\frac{K_a K_6}{T_a} & -\frac{1}{T_a} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_a}{T_a} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \Gamma = \begin{bmatrix} \frac{1}{2H} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Nous rappelons que  $\Delta U$  est une entrée de commande et  $\Delta P_m$  une entrée de perturbation.

**Tableau 4.1** Paramètres du système monomachine nœud infini.

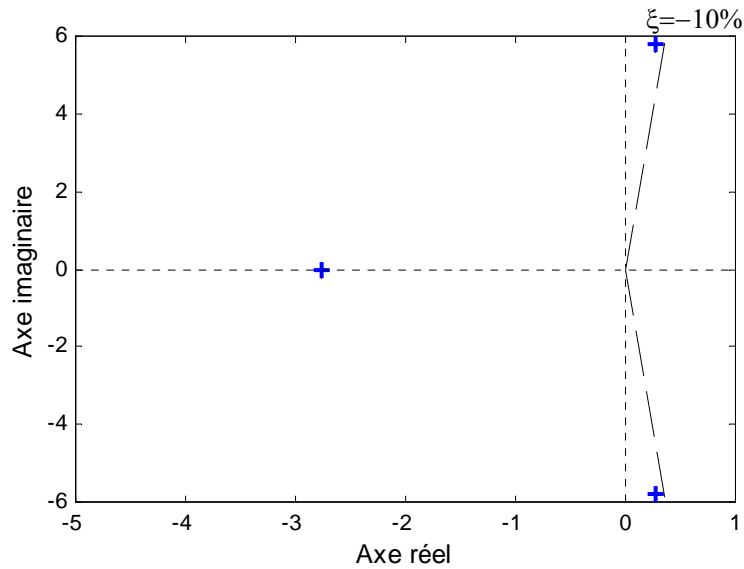
Données des nœuds				
Nœud	V (p.u)	$\alpha$ (degré)	P (p.u)	Q (p.u)
1 – Référence	1.0	0.0	–	–
2 – Générateur	1.0007	–	0.9	–
3 – Charge	–	–	-0.5	-0.3
Données des lignes				
$R_l$ (p.u)	$X_l$ (p.u)	$R_2$ (p.u)	$X_2$ (p.u)	$b$ (p.u)
0.012	0.3	0.012	0.3	0.066
Données du générateur				
$X_d$	$X'_d$	$X_q$	$T'_{d0}$	
1.72 (p.u)	0.45 (p.u)	0.45 (p.u)	6.30 (sec)	
$H$	$f$	$K_a$	$T_a$	
4.00 (sec)	60 (Hz)	20	0.03 (sec)	

Le tableau 4.2 montre les valeurs propres du système en boucle ouverte ainsi que les valeurs de l'amortissement des modes oscillatoires et leurs fréquences. Ces résultats montrent que le système est en équilibre instable et qu'une petite perturbation suffirait à le déstabiliser. Cela est dû à la présence d'une paire de valeurs propres conjuguées dans la partie positive du plan complexe, comme le montre la figure 4.5.

**Tableau 4.2** Valeurs propres, amortissements et fréquences du système.

N°	Valeur propre	Amortissement	Fréq. (Hz)
1	-31.4619 + 0.0000i	1.0000	–
<u>2</u>	0.2651 + 5.7958i	<u>-0.0457</u>	0.9224
<u>3</u>	0.2651 - 5.7958i	<u>-0.0457</u>	0.9224
4	-2.7547 + 0.0000i	1.0000	–





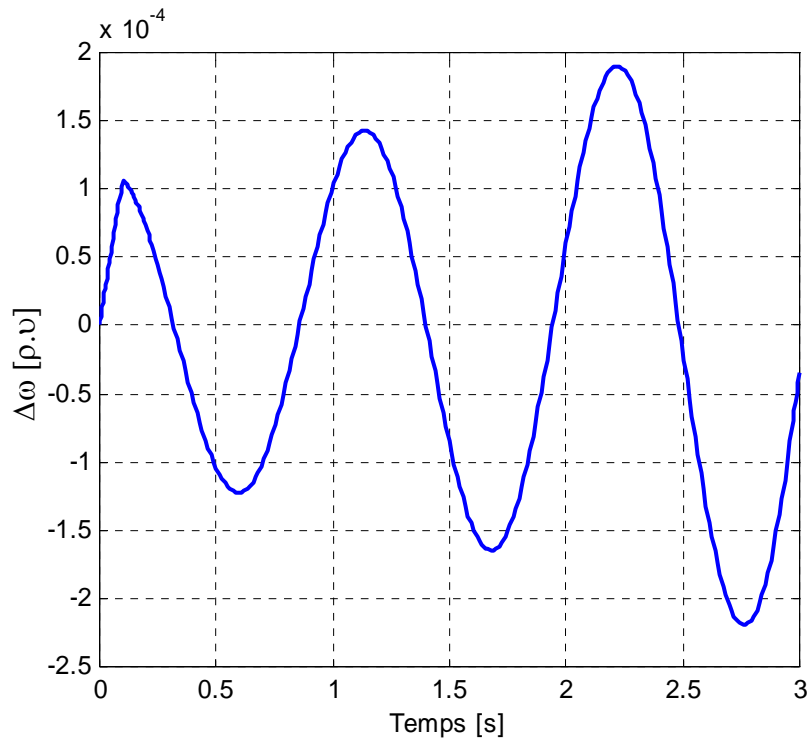
**Figure 4.5** Tracé des valeurs propres critiques dans le plan complexe du système en boucle ouverte.

Afin d’associer chaque valeur propre à la variable d’état qui lui est le plus liée, la méthode des facteurs de contribution a été appliquée et les résultats sont donnés sur le tableau 4.3. Nous pouvons constater que les variables d’état qui participent aux modes oscillatoires sont celles liées au rotor de la machine. Ce sont donc les oscillations rotoriques qui provoquent cette instabilité.

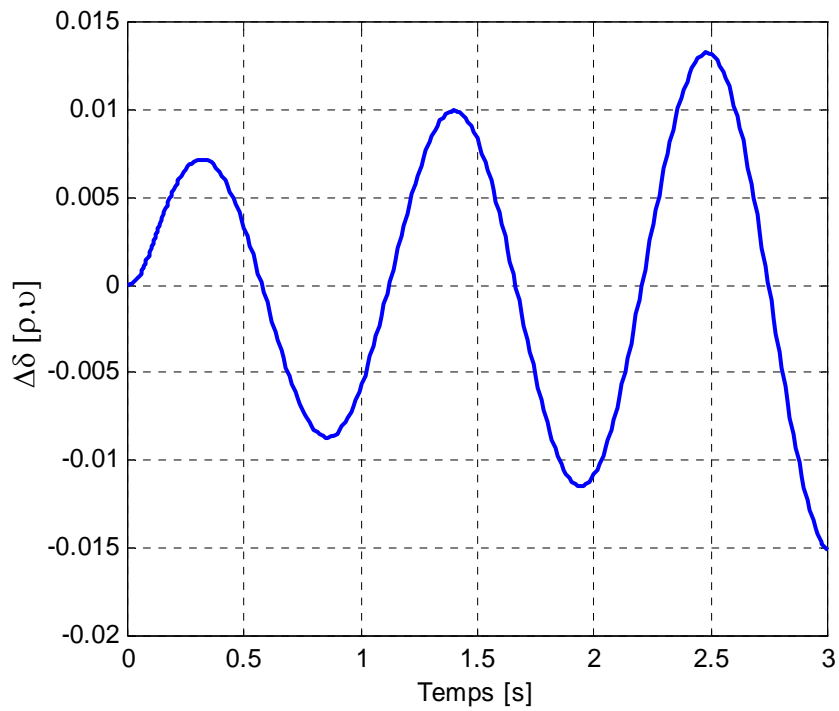
**Tableau 4.3** Facteurs de contribution des modes du système.

N° Valeur propre	Variables d’état		
	Au rotor $\Delta\delta, \Delta\omega$	Au stator $\Delta E'_q$	A l’excit. $\Delta E_{fd}$
1	0.0017	0.0641	1.0658
<b><u>2,3</u></b>	<b><u>0.9654</u></b>	0.0435	0.0096
4	0.0719	1.0119	0.0838

Pour vérifier cette instabilité dans le domaine temporel, nous avons considéré la réponse du système en boucle ouverte, à une augmentation de 1% de la puissance mécanique du générateur ( $P_m = P_e = 0.9$  p.u) pendant une période de 0.1s. Les figures 4.6 et 4.7 montrent la déviation de la vitesse et la déviation de l’angle interne respectivement. Evidemment, le système présente des oscillations divergentes autour de son point d’équilibre. Il est alors nécessaire de placer un dispositif comme le PSS pour amortir ces oscillations et retourner le plus rapidement possible à un état stable.



**Figure 4.6** Déviation de la vitesse du rotor du système monomachine nœud infini suite à une faible perturbation.

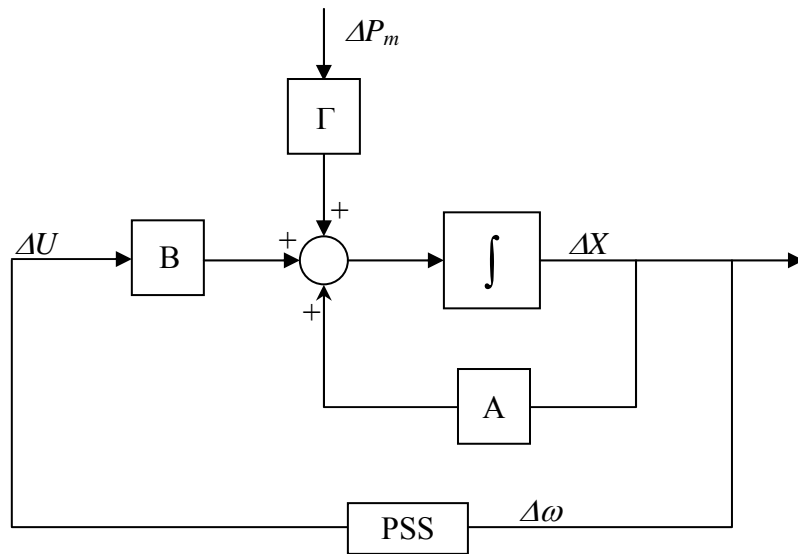


**Figure 4.7** Déviation de l'angle du rotor du système monomachine nœud infini suite à une faible perturbation.

A titre de démonstration, nous avons introduit au niveau du générateur un stabilisateur de puissance. Ses paramètres ont été choisis par tâtonnement et sont :

$$K = 100, T_{\omega} = 10 \text{ sec.}, T_1 = 0.08 \text{ sec.}, T_3 = 0.1 \text{ sec.}, T_2 = T_4 = 0.05 \text{ sec.}$$

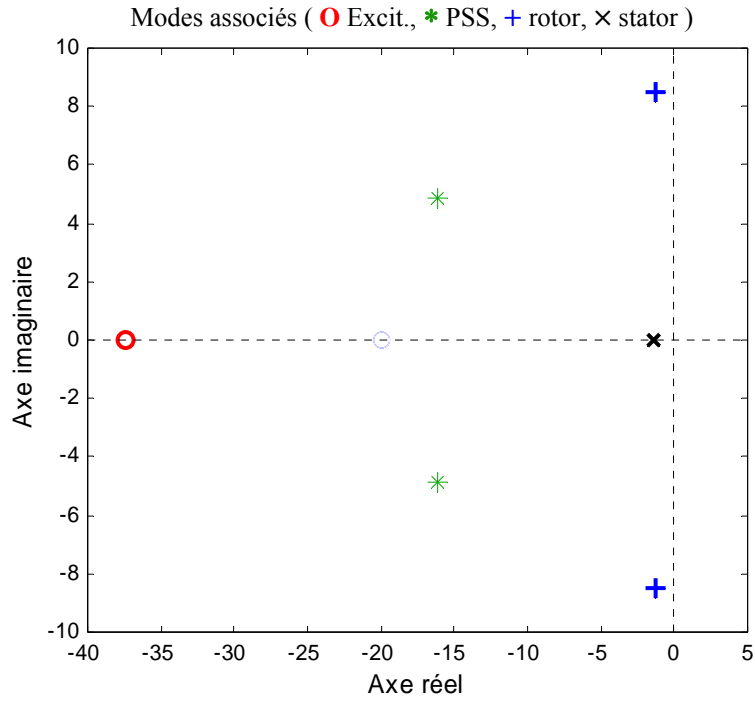
La représentation d'état du système en boucle fermée montrant l'action du stabilisateur de puissance est donnée sur la figure 4.8.



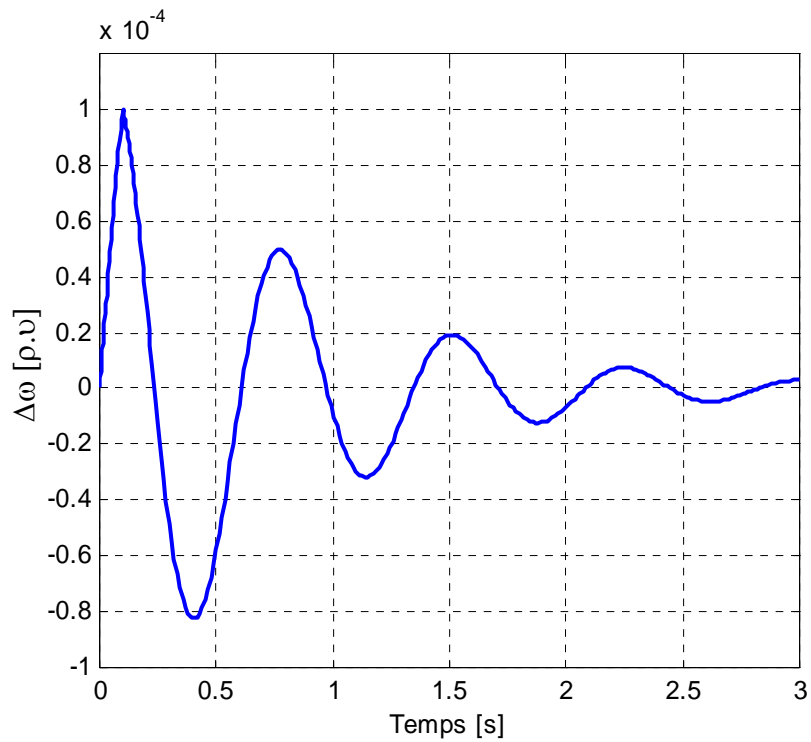
**Figure 4.8** Représentation d'état du système en boucle fermée.

Les valeurs propres du système en boucle fermée sont représentées sur la figure 4.9. Ces résultats, comparés à ceux du système en boucle ouverte, montrent bien l'effet du PSS sur la répartition des valeurs propres du système. Nous pouvons constater que toutes les valeurs propres sont placées du côté gauche du plan complexe, ce qui signifie que le système est stable.

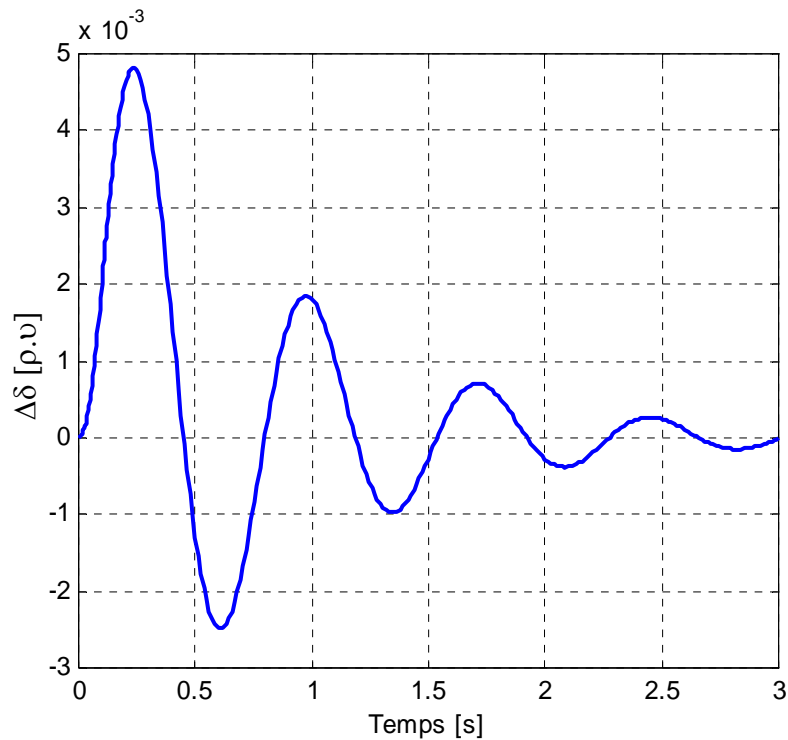
Comme pour le système en boucle ouverte, les réponses temporelles du système avec PSS sont données sur les figures 4.10 et 4.11. De ces figures nous pouvons constater que les oscillations, qui en boucle ouverte étaient divergentes, sont bien amorties grâce au PSS.



**Figure 4.9** Tracé des valeurs propres du système en boucle fermée dans le plan complexe.



**Figure 4.10** Déviation de la vitesse rotorique du système monomachine nœud infini avec stabilisateur de puissance.



**Figure 4.11** Déviation de l'angle rotorique du système monomachine nœud infini avec stabilisateur de puissance.

## 4.6 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons établi un modèle linéaire du système électrique sous la forme de représentation d'état. La représentation d'état est plus adaptée dans l'analyse de la stabilité en petit mouvement. Des notions liées à cette analyse ont été définies : les valeurs propres et les vecteurs propres d'un système, la notion de mode du système et la matrice des facteurs de contribution. Nous avons montré, à travers un système monomachine connecté à un nœud infini, que sans stabilisateur de puissance le système devient instable lors d'une faible perturbation. L'application du stabilisateur de puissance a rendu le système stable et cela sans un réglage précis de ses paramètres. Cette stabilité pourra être considérablement améliorée si une approche adéquate était établie pour un réglage optimal des paramètres du stabilisateur, sujet qui sera traité dans le chapitre suivant.

---

## APPLICATION ET RÉSULTATS

### 5.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre, un algorithme d'optimisation des paramètres des stabilisateurs de puissance, basé sur les algorithmes génétiques, sera implémenté et appliqué, d'abord sur le système monomachine, puis sur deux systèmes électriques multimachine. Le premier système multimachine est caractérisé par des modes oscillatoires locaux et le deuxième par des modes oscillatoires locaux et interzonaux. Les oscillations dites locales sont associées au balancement entre un groupe de générateurs et le reste du système électrique. Ces oscillations sont caractérisées par des fréquences allant de 0.8 à 2.0 Hz. Les oscillations dites interzonales sont associées au balancement entre plusieurs générateurs d'une partie du système par rapport aux générateurs d'autres parties. Ces oscillations sont caractérisées par des fréquences allant de 0.1 à 0.7 Hz [Kundur<sup>3</sup> *et al.*].

L'objectif recherché est de trouver les paramètres optimaux des stabilisateurs de puissance, qui assurent un amortissement satisfaisant des oscillations rotoriques, tout en garantissant la stabilité globale du système et cela pour différents points de fonctionnement. Ces conditions se résument dans ce qui suit :

1. Toutes les valeurs propres du système doivent se trouver du côté gauche du plan complexe.
2. Le facteur d'amortissement des modes oscillatoires électromécaniques doit être supérieur au plus petit facteur d'amortissement acceptable.

Le nombre de stabilisateurs à installer n'est pas toujours égal au nombre de générateurs. Par conséquent, il faut prendre en considération le choix de l'emplacement optimal des stabilisateurs qui offre un meilleur rendement. Ce problème est réglé grâce à la matrice des facteurs de contribution qui permettra d'identifier l'emplacement idéal des stabilisateurs de puissance.

## 5.2 FORMULATION DE LA FONCTION OBJECTIVE

Dans cette section, une procédure d'optimisation des paramètres de plusieurs PSS simultanément sera décrite. Les PSS doivent stabiliser le système quel que soit son point de fonctionnement. Pour chaque point de fonctionnement considéré un modèle linéaire du système électrique est obtenu.

L'équation (5.1) décrit le modèle linéaire d'un système électrique établi autour d'un point de fonctionnement  $k$  suivant la procédure décrite dans le chapitre précédent.

$$\dot{\underline{X}}(t) = A_k \cdot \underline{X}(t) + B_k \cdot \underline{U}(t) + \Gamma_k \cdot \underline{P}(t) \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (5.1)$$

$m$  est le nombre de points de fonctionnement considérés.

L'ensemble des points de fonctionnement est décrit, non pas par un seul système, mais par une famille de systèmes linéaires.

Soit  $l$  le nombre de stabilisateurs installés. Ils sont décrits par leur fonction de transfert donnée par :

$$U_i(s) = K_i \frac{sT_{\omega i}}{1 + sT_{\omega i}} \left( \frac{1 + sT_{1i}}{1 + sT_{2i}} \right) \left( \frac{1 + sT_{3i}}{1 + sT_{4i}} \right) \Delta\omega_i(s) \quad i = 1, 2, \dots, l \quad (5.2)$$

Comme nous l'avons mentionné dans le chapitre précédent, la constante de temps du filtre  $T_\omega$  est fixe pendant la procédure d'optimisation. Les paramètres à optimiser sont donc le gain  $K$  et les constantes de temps des blocs de compensation de phase  $T_1, T_2, T_3$  et  $T_4$ .

Soit  $\lambda_{kj}$  la  $j^{\text{ème}}$  valeur propre du système en boucle fermée (avec PSS) pour le  $k^{\text{ème}}$  point de fonctionnement et  $\xi_{kj}$  le facteur d'amortissement associé défini par :

$$\begin{cases} \lambda_{kj} = \alpha_{kj} \pm i\beta_{kj} \\ \xi_{kj} = -\frac{\alpha_{kj}}{\sqrt{\alpha_{kj}^2 + \beta_{kj}^2}} \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots, m ; j = 1, 2, \dots, n \quad (5.3)$$

$n$  représente l'ordre du système en boucle fermée.

Nous regroupons tous les facteurs d'amortissement du  $k^{\text{ème}}$  point de fonctionnement dans le vecteur  $\underline{\Xi}_k$ . L'objectif est de chercher dans un domaine limité les paramètres des stabilisateurs assurant un amortissement acceptable pour tous les points de fonctionnement. Pour cela il faut s'assurer que tous les facteurs soient supérieurs à une valeur acceptable.

Nous pouvons alors formuler le problème de la manière suivante :

$$\begin{aligned} &\text{Maximiser} && \min(\min(\Xi_k)) && k= 1,2,\dots,m && (5.4) \\ &\text{Sujet à} && && && \end{aligned}$$

$$\begin{cases} K_{i\min} \leq K_i \leq K_{i\max} \\ T_{ri\min} \leq T_{ri} \leq T_{ri\max} \end{cases} \quad r = 1,\dots,4 ; i = 1,2,\dots,l \quad (5.5)$$

Le problème ainsi défini est un problème d'optimisation complexe car la fonction objective dépend des valeurs propres d'une large matrice, il est donc difficile de le résoudre en utilisant les méthodes conventionnelles [do Bomfim *et al.*]. Dans la section suivante, le problème sera résolu en utilisant les algorithmes génétiques.

### 5.3 APPLICATION AU SYSTÈME MONOMACHINE

La procédure décrite précédemment a été appliquée sur le système monomachine nœud infini du chapitre précédent. Les paramètres de l'algorithme sont donnés sur le tableau 5.1 et les paramètres du PSS obtenus après optimisation sont montrés sur le tableau 5.2.

**Tableau 5.1** Paramètres d'optimisation.

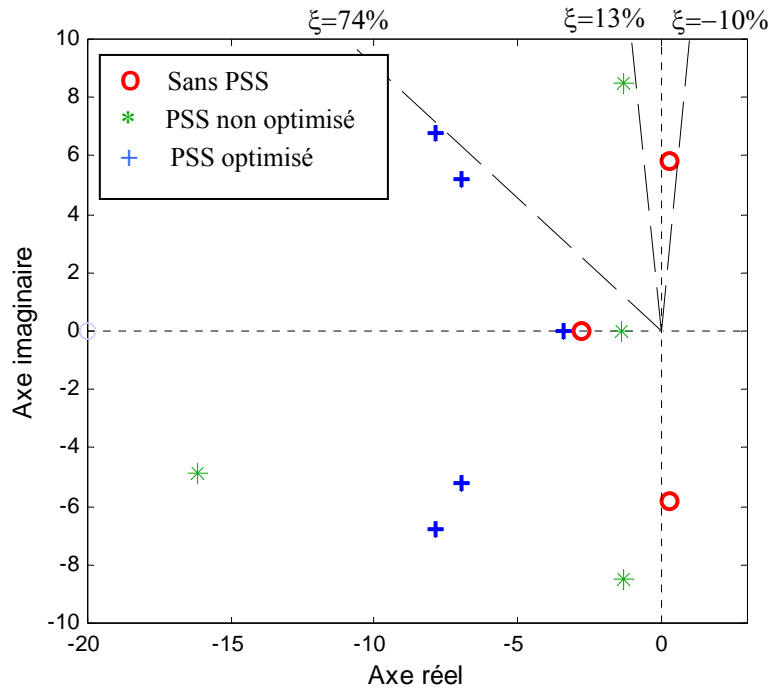
Paramètres de l'AG		Espace de recherche
Type de codage	Binaire	$0.1 \leq K \leq 100$
Taille de la population	100	
Probabilité de croisement	0.9	$0.01 \leq T_1 \leq 1$
Points de croisement	2	
Probabilité de mutation	0.1	$0.01 \leq T_3 \leq 1$
Nombre de générations	50	

**Tableau 5.2** Paramètres du PSS obtenus après optimisation.

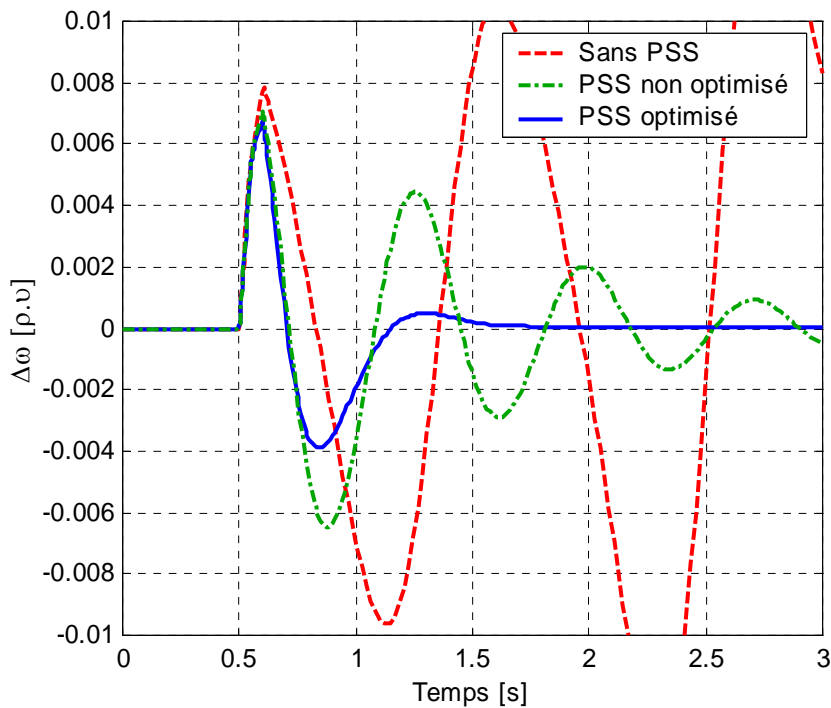
K	T <sub>ω</sub> [s]	T <sub>1</sub> [s]	T <sub>2</sub> [s]	T <sub>3</sub> [s]	T <sub>4</sub> [s]
43.5859	10	0.0721	0.05	0.4332	0.05

La figure 5.1 compare les valeurs propres critiques (modes oscillatoires) des trois cas du système monomachine : Le cas où le système est en boucle ouverte (sans PSS), le cas où le PSS n'est pas optimisé (paramètres du chapitre 4), et le cas où le PSS est optimisé par les AG. Ce dernier présente d'excellents résultats du point de vue stabilité en petit mouvement vu que les modes oscillatoires ont été repoussés loin du côté gauche du plan complexe.





**Figure 5.1** Tracé des valeurs propres critiques du système monomachine sur le plan complexe.



**Figure 5.2** Comparaison des déviations de la vitesse rotorique du système sans PSS, avec PSS non optimisé, et avec PSS optimisé.

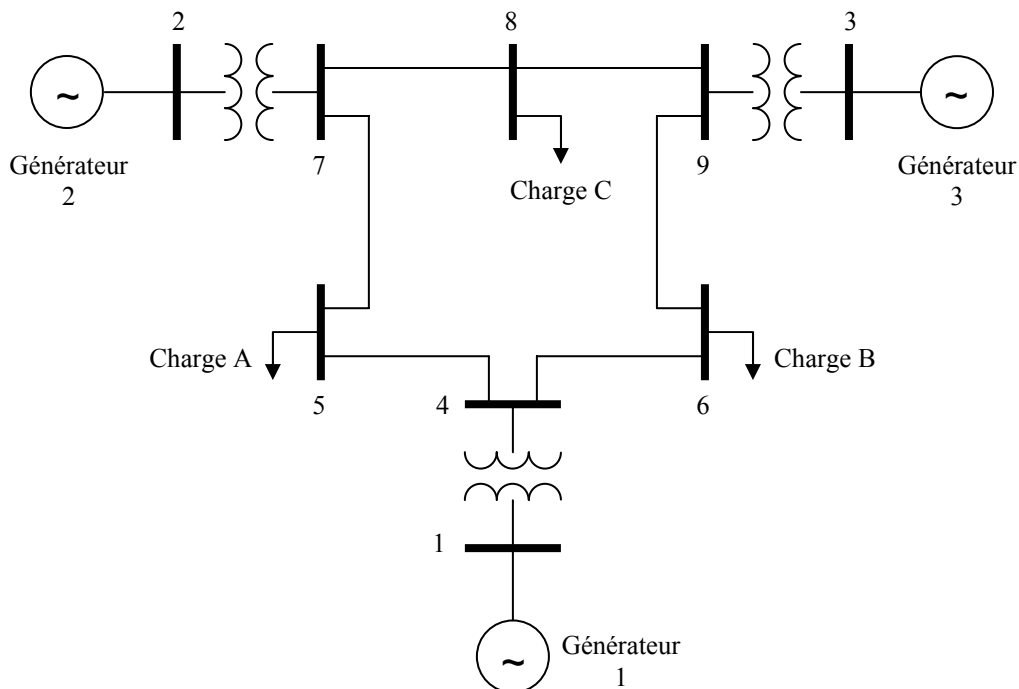
Identiquement au chapitre précédent, nous avons considéré la réponse du système à une augmentation de 1% de la puissance mécanique du générateur pendant une période de 0.1s.

Les résultats de simulation donnés par la figure 5.2, montrent la grande efficacité des algorithmes génétiques en optimisation. Le système avec PSS optimisé, après avoir été perturbé, retourne à son état d'équilibre initial au bout de 1s. Cela signifie que les conditions établies au début de ce chapitre, c.-à-d. régler les paramètres du PSS afin d'avoir un maximum d'amortissement, ont été satisfaites grâce aux algorithmes génétiques.

## 5.4 APPLICATION AU SYSTÈME 9 NŒUDS 3 MACHINES

### 5.4.1 Description du système

La figure 5.3 montre le schéma unifilaire du réseau WSCC (Western System Coordinating Council) 9 nœuds 3 machines [Milano, 2004]. C'est un réseau local formé par 3 générateurs alimentant 3 charges statiques. Les données de ce système se trouvent dans l'appendice A.



**Figure 5.3** Schéma unifilaire du réseau 9 nœuds 3 machines.

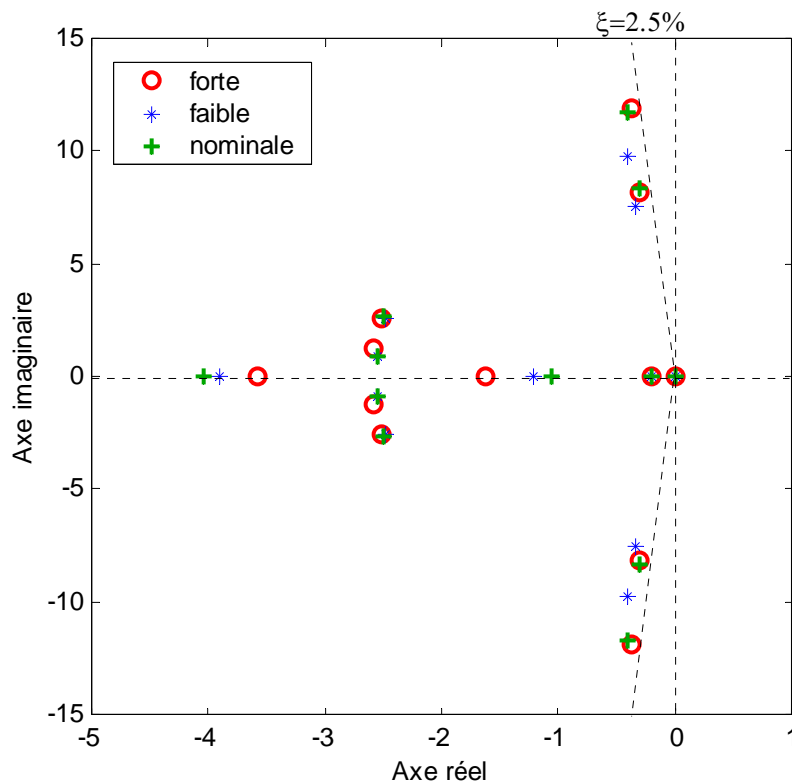
Trois points de fonctionnement sont considérés afin de couvrir un large domaine de variation de la charge :

**Tableau 5.3** Points de fonctionnement en [p.u].

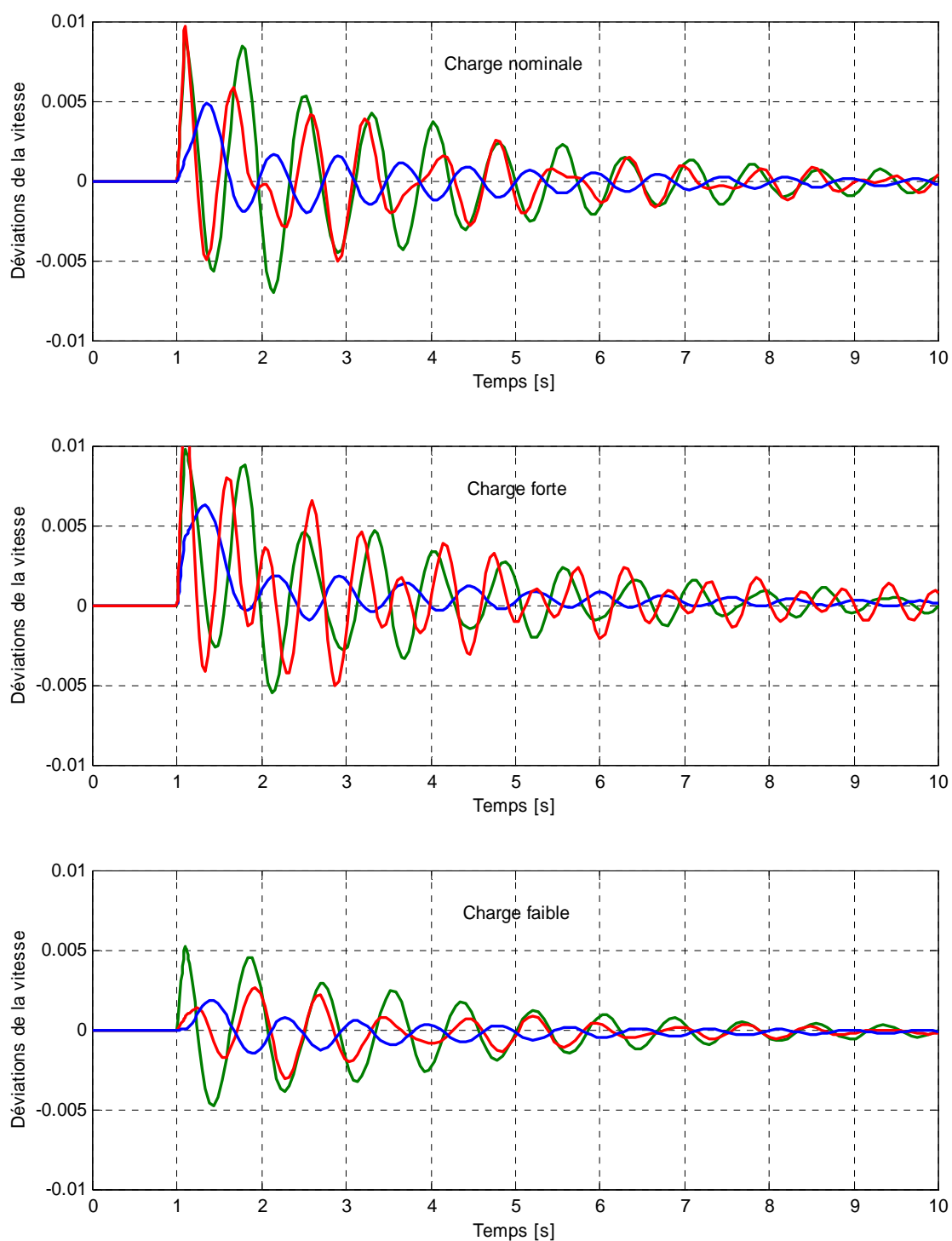
Charge	G1		G2		G3	
	P	Q	P	Q	P	Q
Nominale	0.72	0.27	1.63	0.07	0.85	-0.11
Forte	2.21	1.09	1.92	0.57	1.28	0.36
Faible	0.36	0.16	0.8	-0.11	0.45	-0.2

### 5.4.2 Application de la procédure d'optimisation

Pour chaque point de fonctionnement, un système linéaire est obtenu après linéarisation. L'étude des valeurs propres (figure 5.4) montre que le système est stable mais très mal amorti. Afin de vérifier cela dans le domaine temporel, un défaut triphasé près du nœud 4 sur la ligne 4-5 est simulé (figure 5.5). Le défaut survient à  $t = 1s$  et la ligne est ouverte à  $t = 1.09s$ , puis elle se referme après élimination du défaut à  $t = 1.1s$ . Nous constatons qu'effectivement le système est mal amorti car il met beaucoup de temps à revenir à son état stable.



**Figure 5.4** Tracé des valeurs propres sur le plan complexe.



**Figure 5.5** Déviations de la vitesse rotorique des 3 générateurs pour 3 points de fonctionnement lors d'un défaut triphasé près du nœud 4.

Les modes dominants correspondent aux valeurs propres les plus proches de l'axe imaginaire. Ces modes ainsi que leurs amortissements et leurs fréquences sont donnés par le tableau 5.4.

**Tableau 5.4** Modes dominants du système.

Charge	Mode dominant	Amortiss. $\xi$ (%)	Fréq. (Hz)
Nominale	$-0.406 \pm 11.745i$	3.46	1.8693
	$-0.308 \pm 8.306i$	3.71	1.3219
Forte	$-0.364 \pm 11.930i$	3.05	1.8987
	$-0.308 \pm 8.204i$	3.75	1.3057
Faible	$-0.401 \pm 9.757i$	4.11	1.5529
	$-0.335 \pm 7.539i$	4.43	1.1999

La méthode des facteurs de contribution a été appliquée et les résultats sont montrés sur le tableau 5.5. Ces résultats indiquent que l'emplacement idéal des PSS est au niveau des générateurs 2 et 3.

**Tableau 5.5** Facteurs de contribution des générateurs.

Charge	Mode	G1	G2	G3
Nominale	$-0.406 \pm 11.745i$	0.0085	0.1520	<b>0.8291</b>
	$-0.308 \pm 8.306i$	0.2561	<b>0.6559</b>	0.0838
Forte	$-0.364 \pm 11.930i$	0.0097	0.1466	<b>0.8389</b>
	$-0.308 \pm 8.204i$	0.2371	<b>0.6777</b>	0.0831
Faible	$-0.401 \pm 9.757i$	0.0138	0.1318	<b>0.8349</b>
	$-0.335 \pm 7.539i$	0.2269	<b>0.6819</b>	0.0694

Les paramètres des stabilisateurs sont optimisés afin d'apporter un maximum d'amortissement. Cependant, les paramètres inconnus (hormis  $T_\omega$ ) sont le gain et les 4 constantes de temps des blocs de compensation de phase, ce qui fait 5 paramètres à régler. Le nombre de paramètres multiplié par le nombre de PSS rend pratiquement impossible l'optimisation. Le nombre de paramètres est généralement réduit à 3 en admettant certaines considérations. Ainsi, dans [Abdel-Magid *et al.*] les constantes de temps du dénominateur sont égales et sont fixes pendant l'optimisation  $T_2=T_4=0.05s$ . Seul le gain  $K$  et les constantes de temps  $T_1$  et  $T_3$  seront variés pendant l'algorithme de recherche.

Nous avons procédé à quelques modifications par rapport aux algorithmes génétiques décrits dans le chapitre 2 :

- Quant au choix de la population initiale, nous avons jugé qu'il était important de diversifier les individus dès le départ pour mieux occuper l'espace de recherche.

- Nous avons introduit dans l'algorithme la stratégie élitiste (ou l'éllitisme) qui est un mécanisme qui assure la présence du meilleur individu dans la génération future. Pour cela nous avons utilisé une autre méthode de sélection qui est la méthode de classement. Son principe est très simple, les individus sont classés en fonction de leur fonction fitness, puis les individus de la moitié inférieure sont éliminés. La moitié supérieure sera d'abord directement copiée dans la génération suivante, à laquelle une autre moitié, issue des opérateurs de croisement et de mutation, sera ajoutée.

Les paramètres d'optimisation ainsi que la définition de l'espace de recherche sont donnés par le tableau 5.6. La méthode de croisement utilisée est la méthode multipoints.

**Tableau 5.6** Paramètres d'optimisation.

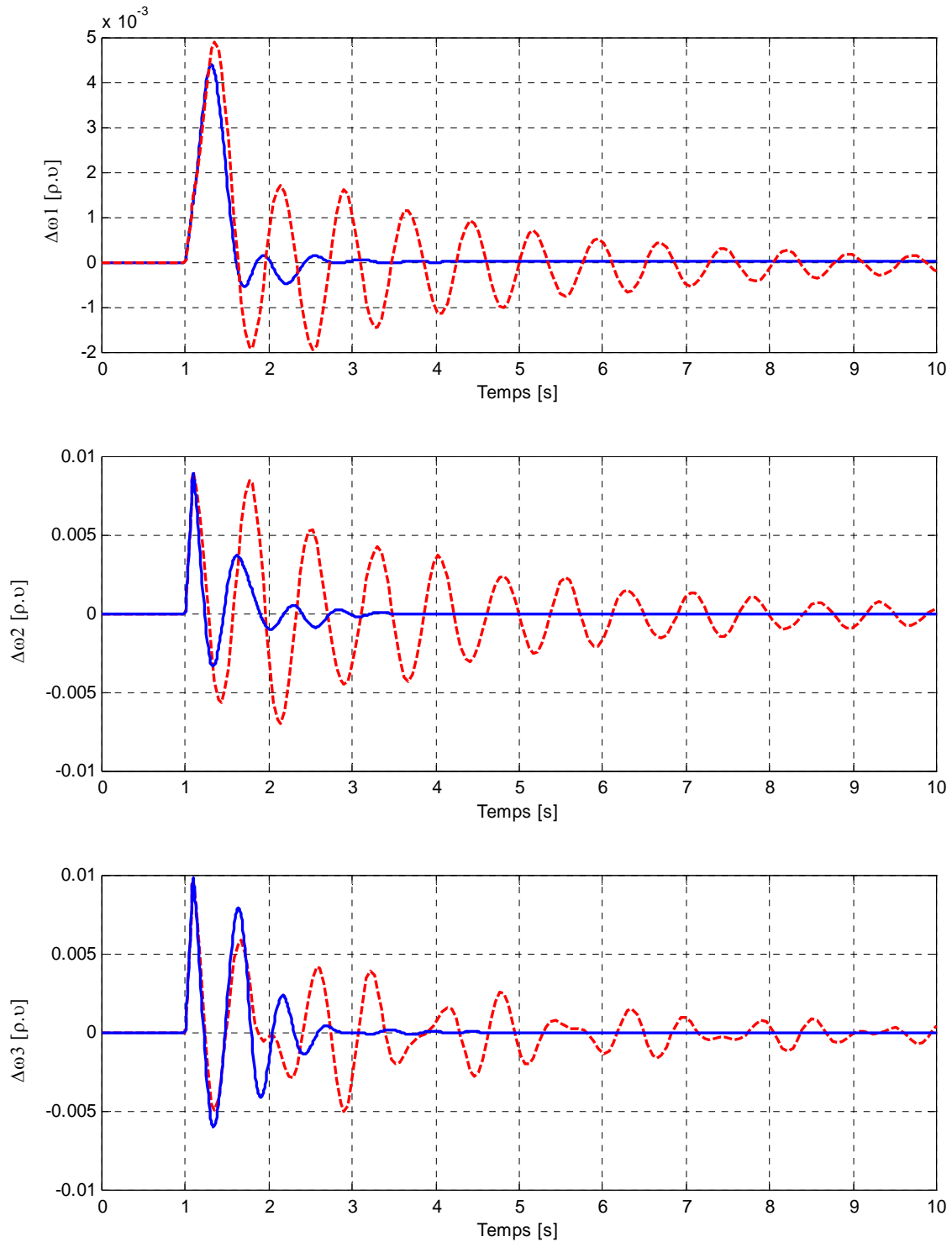
Paramètres de l'AG		Espace de recherche
Type de codage	Binaire	$0.1 \leq K \leq 20$
Taille de la population	128	
Probabilité de croisement	0.9	$0.1 \leq T_1 \leq 2$
Points de croisement	2	
Probabilité de mutation	0.1	$0.1 \leq T_3 \leq 2$
Nombre de générations	20	

Après plusieurs essais, les paramètres offrant le meilleur amortissement (14.4%) sont obtenus. Ils sont regroupés dans le tableau 5.7.

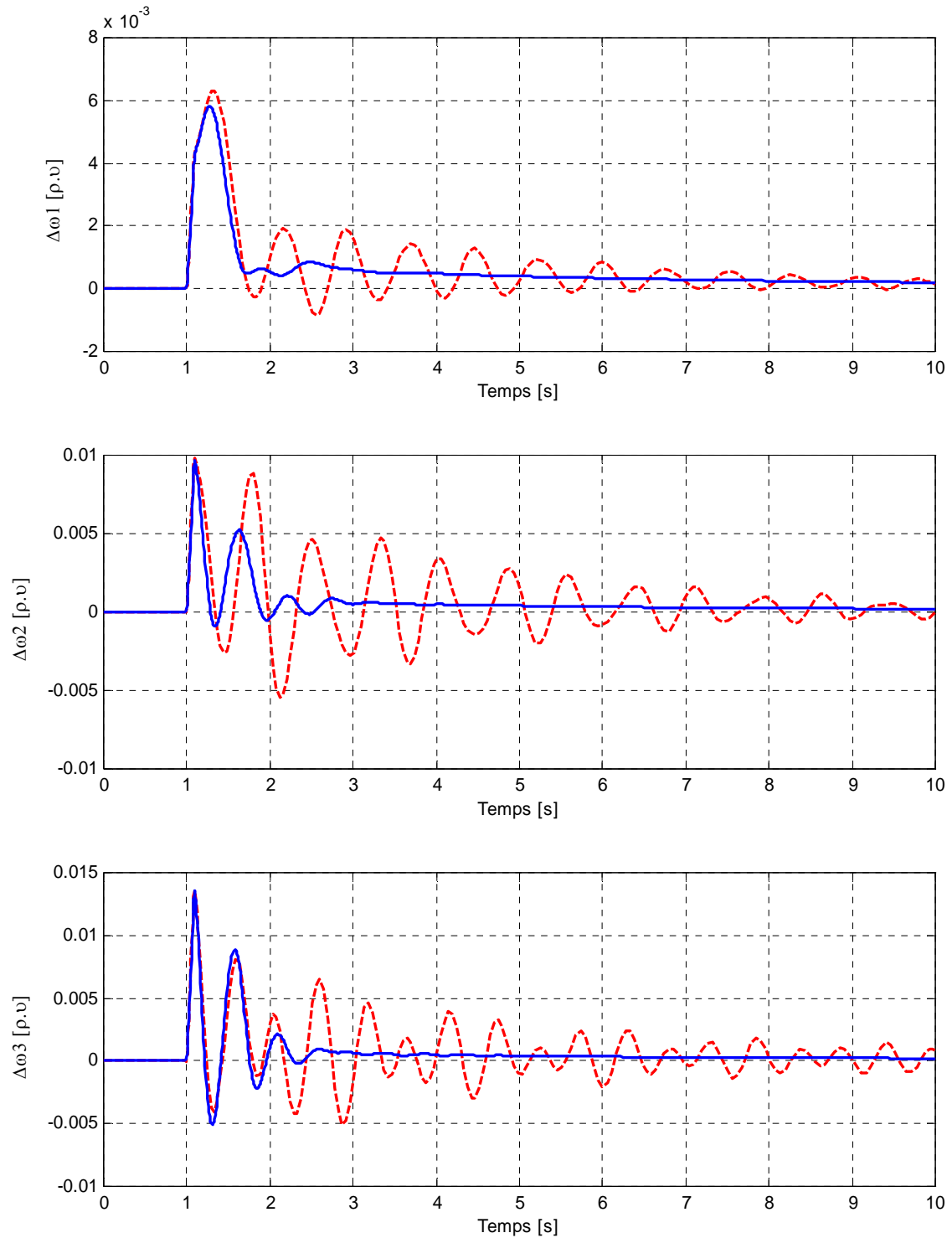
Les figures 5.6, 5.7 et 5.8 comparent les déviations de la vitesse de chaque générateur sans stabilisateurs et avec stabilisateurs optimisés. Le défaut simulé est le même que celui appliqué précédemment. Ces résultats indiquent que tous les générateurs ont un amortissement nettement amélioré quel que soit le point de fonctionnement. Le système est plus stable car il revient rapidement à son état initial.

**Tableau 5.7** Paramètres des stabilisateurs obtenus après optimisation.

Gén.	K	$T_{\omega}$ [s]	$T_1$ [s]	$T_2$ [s]	$T_3$ [s]	$T_4$ [s]
2	2.4272	10	0.9728	0.05	0.8417	0.05
3	0.3666	10	0.9303	0.05	1.5315	0.05

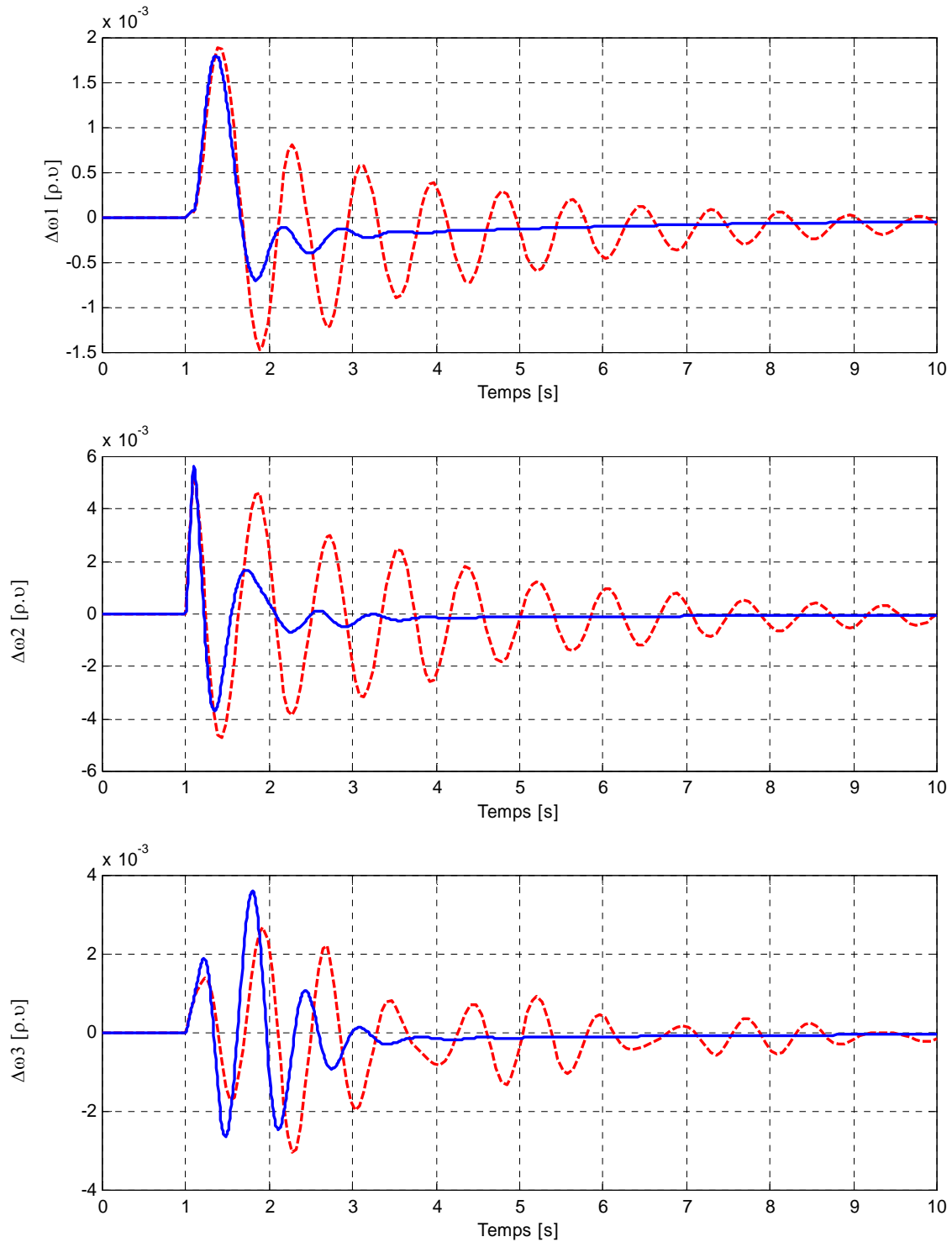


**Figure 5.6** Comparaison entre les déviations de la vitesse des générateurs lors d'un défaut triphasé, sans PSS (---) et avec PSS (—) pour une charge nominale.



**Figure 5.7** Comparaison entre les déviations de la vitesse des générateurs lors d'un défaut triphasé, sans PSS (---) et avec PSS (—) pour une charge forte.



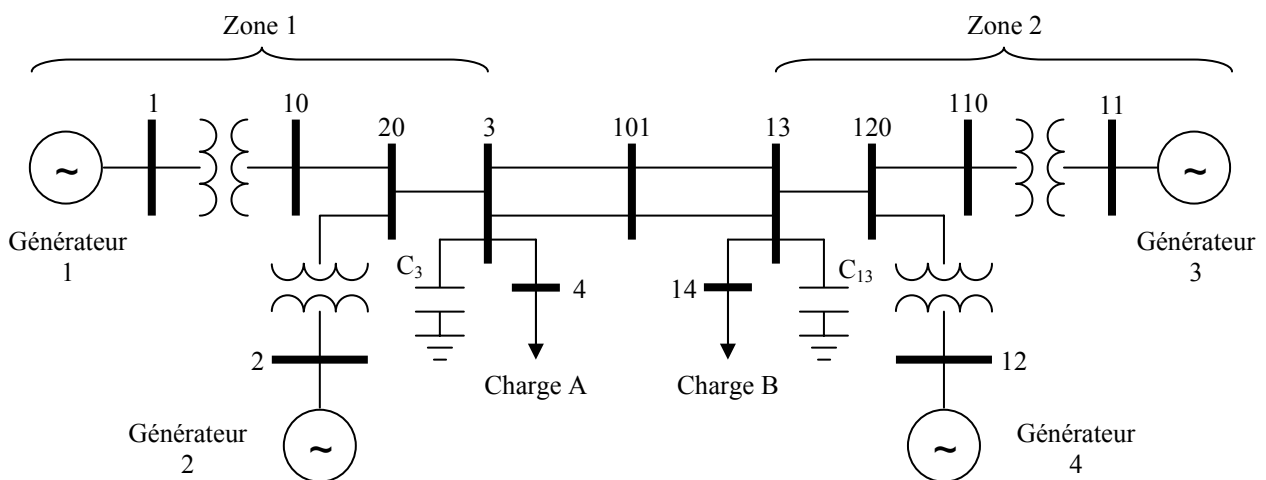


**Figure 5.8** Comparaison entre les déviations de la vitesse des générateurs lors d'un défaut triphasé, sans PSS (---) et avec PSS (—) pour une charge faible.

## 5.5 APPLICATION AU SYSTÈME 2 ZONES 4 MACHINES

### 5.5.1 Description du système

Le système étudié dans cette section est le réseau à deux zones dont le schéma unifilaire est montré sur la figure 5.9. Ce système, introduit par [Klein *et al.*], a été créé dans le but d'étudier le phénomène des oscillations électromécaniques entre différentes zones de production. Le système est constitué de deux zones reliées à travers une ligne de 220 km. Les deux zones sont symétriques et chacune comporte deux générateurs. Tous les générateurs ont les mêmes paramètres. Les données du système se trouvent dans l'appendice A, [Hasanović, 2001].



**Figure 5.9** Schéma unifilaire du réseau 2 zones 4 machines.

Deux états de figures sont considérés :

- Premier état de figure : 400 MW de puissance s'écoule de la zone 1 vers la zone 2.
- Deuxième état de figure : 400 MW de puissance s'écoule de la zone 2 vers la zone 1.

Pour chaque état, deux topologies sont envisagées :

- Topologie 1 : 2 lignes entre le nœud 3 et le nœud 101.
- Topologie 2 : 1 ligne entre le nœud 3 et le nœud 101.

Considérer différentes topologies du système électrique, au lieu de points de fonctionnement, est dû au fait que les PSS doivent aussi être capable de stabiliser le système, même si celui-ci change de topologie (perte d'une ligne par exemple).

### 5.5.2 Application de la procédure d'optimisation

La procédure d'optimisation par les AG tient compte uniquement du premier état de figure avec ses deux topologies. Le deuxième sera utilisé afin de tester la robustesse des PSS optimisés.

En linéarisant le système autour des deux topologies du premier état de figure, les modes dominants sont obtenus et classés dans l'ordre ascendant suivant leur facteur d'amortissement dans le tableau 5.8. Nous constatons que le système est instable et mal amorti du fait qu'il existe, dans les deux conditions de fonctionnement, des valeurs propres à partie réelle positive. Cela implique que toute perturbation, même petite, provoquera l'instabilité du système.

**Tableau 5.8** Modes dominants du système sans PSS.

Mode	Amortiss. $\xi$ (%)	Fréq. (Hz)	Mode	Amortiss. $\xi$ (%)	Fréq. (Hz)
$0.068 \pm 3.713i$	-1.84	0.5910	$0.046 \pm 2.901i$	-1.59	0.4618
$-0.217 \pm 5.989i$	3.63	0.9531	$-0.183 \pm 5.999i$	3.06	0.9547
$-0.229 \pm 6.016i$	3.81	0.9576	$-0.188 \pm 5.987i$	3.15	0.9529

(a) Topologie 1

(b) Topologie 2

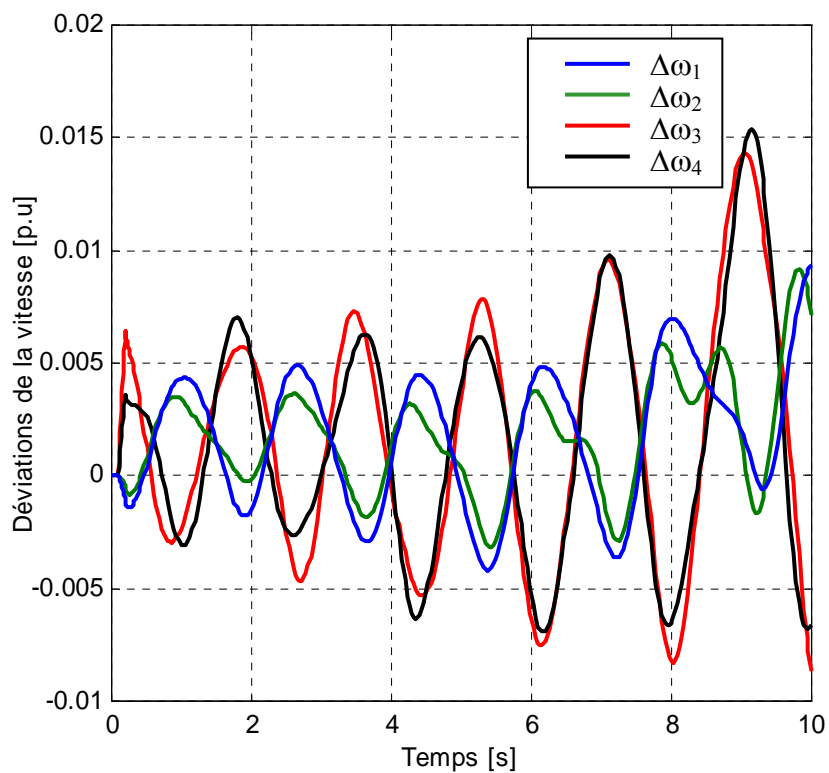
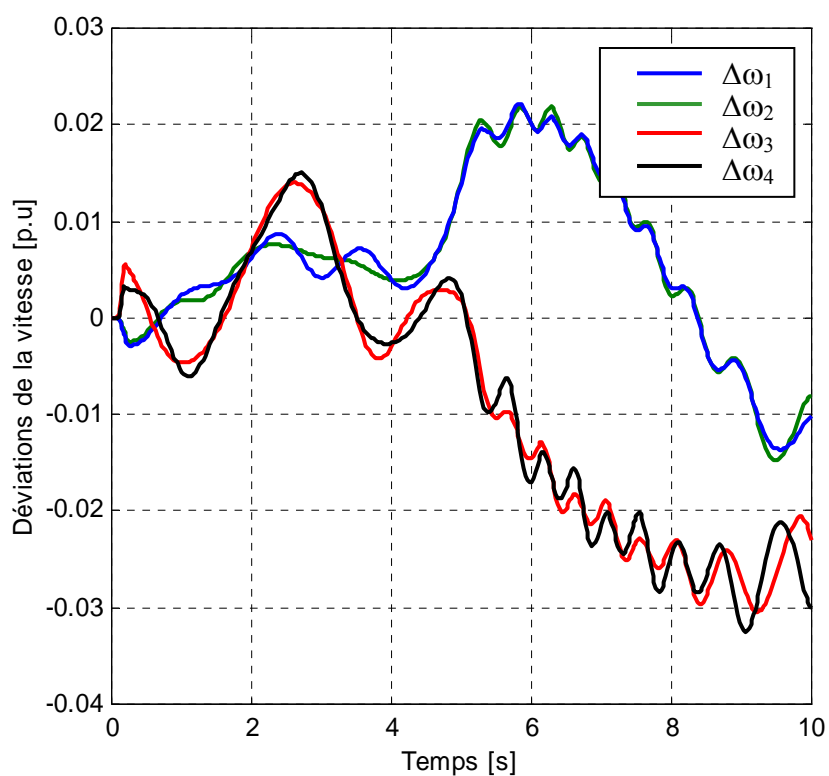
Nous avons simulé un défaut triphasé près du nœud 3 sur la ligne 3-101 survenu à  $t = 0.1s$ . La ligne est ouverte à  $t = 0.19s$  et le défaut disparaît, puis elle est refermée à  $t = 0.2s$ .

Les figures 5.10.a et 5.10.b montrent la déviation de la vitesse des 4 générateurs pour la première et la seconde topologie, respectivement.

Il apparaît clairement que le système sans PSS présente des oscillations électromécaniques divergentes. Il est alors nécessaire de placer des stabilisateurs pour accroître la stabilité de l'ensemble du système.

Le tableau 5.9 montre les facteurs de contribution des générateurs dans les modes oscillatoires électromécaniques pour les deux topologies.

La deuxième topologie est un exemple typique d'oscillations interzonales. Nous pouvons remarquer que le mode  $(-0.183 \pm 5.999i)$  est dominé par les générateurs G1 et G2, alors que le mode  $(-0.188 \pm 5.987i)$  est dominé par les générateurs G3 et G4. Ces deux modes correspondent à des modes locaux et caractérisent l'interaction entre les générateurs d'une même zone. Le mode  $(0.046 \pm 2.901i)$  correspond à un mode interzonal et caractérise l'interaction entre les générateurs d'une zone par rapport aux générateurs d'une autre zone.

**a.** Topologie 1.**b.** Topologie 2.**Figure 5.10** Déviations de la vitesse du système sans PSS suite à un défaut triphasé.

**Tableau 5.9** Contribution des générateurs dans les modes électromécaniques.

Topol.	Modes	G1	G2	G3	G4
1	$0.068 \pm 3.713i$	0.2414	0.1296	<b>0.3381</b>	0.2869
	$-0.217 \pm 5.989i$	0.2248	0.2613	<b>0.3180</b>	<b>0.3271</b>
	$-0.229 \pm 6.016i$	0.2753	<b>0.3670</b>	0.1992	0.2899
2	$-0.183 \pm 5.999i$	<b>0.5095</b>	<b>0.5945</b>	0.1526	0.1881
	$-0.188 \pm 5.987i$	0.1592	0.1803	<b>0.5363</b>	<b>0.5701</b>
	$0.046 \pm 2.901i$	<b>0.1413</b>	<b>0.0738</b>	<b>0.4095</b>	<b>0.3835</b>

Les résultats de ce tableau nous permettent aussi d'identifier l'emplacement optimal des PSS. Deux cas sont analysés :

- Cas de 2 stabilisateurs comme dans [Hasanović *et al.*], l'un sur le générateur 2 et l'autre sur le générateur 3.
- Cas où chaque générateur est équipé d'un stabilisateur.

Les paramètres d'optimisation par les algorithmes génétiques ainsi que la définition de l'espace de recherche, pour les deux cas, sont donnés par le tableau 5.10. Pour ce cas, les deux blocs de compensation du PSS sont identiques c.-à-d.  $T_1 = T_3$  et  $T_2 = T_4$ . Le tableau 5.11 montre les paramètres des PSS obtenus après optimisation.

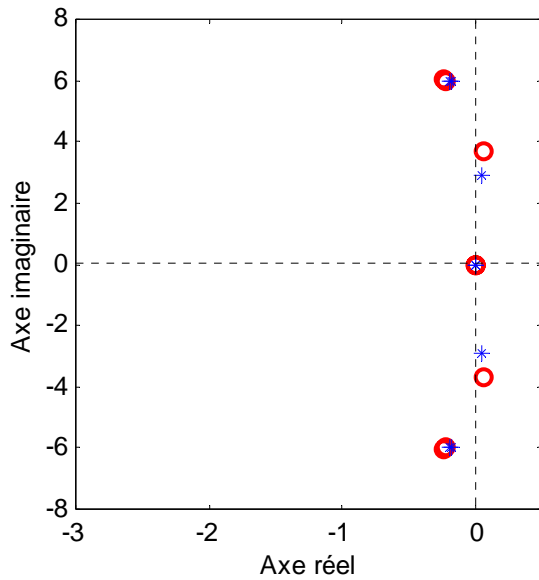
**Tableau 5.10** Paramètres d'optimisation.

Paramètres de l'AG		Espace de recherche
Type de codage	Binaire	$0.1 \leq K \leq 100$
Taille de la population	50	
Taille du chromosome	96	$0.1 \leq T_1 \leq 1$
Probabilité de croisement	0.7	
Points de croisement	2	$0.01 \leq T_2 \leq 0.1$
Probabilité de mutation	0.1	
Nombre de générations	50	

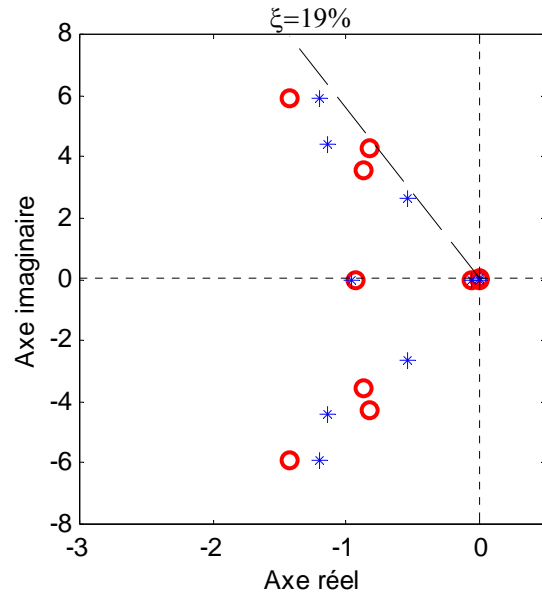
**Tableau 5.11** Paramètres des stabilisateurs obtenus après optimisation.

Cas 1 : 2 stabilisateurs					Cas 2 : 4 stabilisateurs				
N° Gén.	K	$T_\omega$	$T_1$	$T_2$	N° Gén.	K	$T_\omega$	$T_1$	$T_2$
G2	11.6455	20	0.1306	0.0894	G1	83.9376	20	0.2235	0.0714
					G2	23.2141	20	0.3682	0.0202
G3	27.1047	20	0.2177	0.0866	G3	67.0918	20	0.3224	0.0301
					G4	100	20	0.1671	0.0121

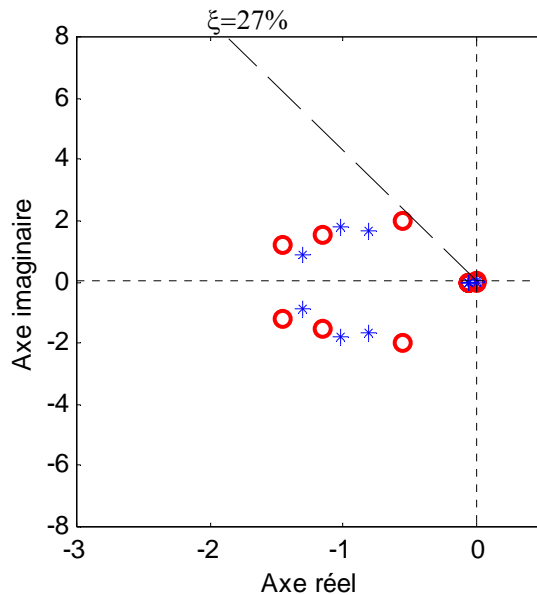
Le tracé des valeurs propres sur le plan complexe (figures 5.11.a, 5.11.b et 5.11.c), montre que dans les deux cas, les valeurs propres ont été repoussées vers la partie négative du plan. Par conséquent, leur facteur d'amortissement associé a augmenté améliorant ainsi la stabilité du système. Toutefois, le cas ou 4 stabilisateurs sont installés présente un meilleur amortissement avec un facteur d'amortissement minimum de 27% contre 19% pour l'autre cas.



a. Sans stabilisateur.



b. Cas de 2 stabilisateurs.



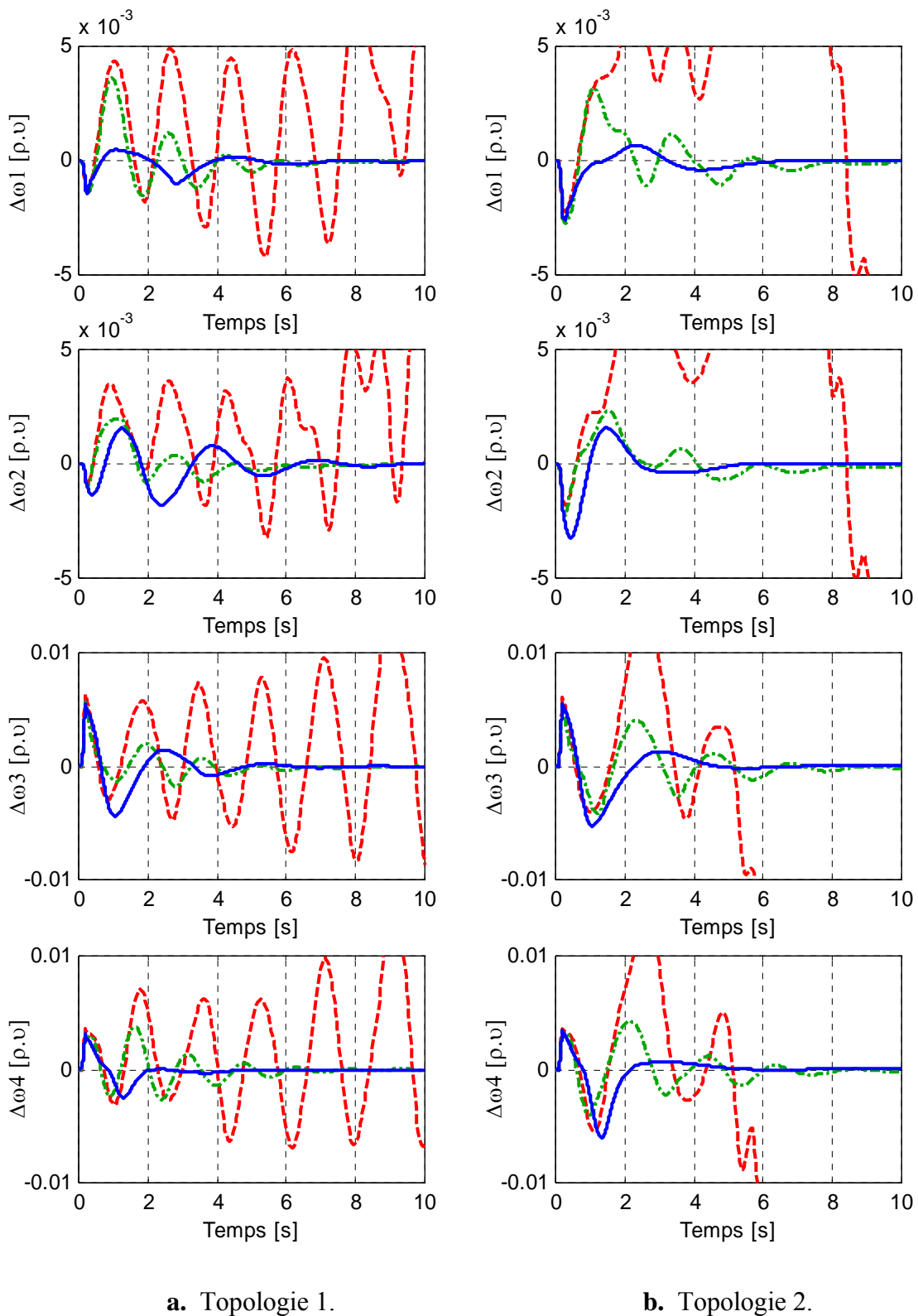
c. Cas de 4 stabilisateurs.

**Figure 5.11** Tracé des modes dominants sur le plan complexe (o : Topologie1 ; \* : Topologie 2).

Le même défaut triphasé appliqué au début de cette section est appliqué aux systèmes avec PSS. La figure 5.12 compare les différentes déviations de la vitesse rotorique et confirme les résultats de l'analyse linéaire précédemment commentée ; c.-à-d. que le système est plus stable avec 4 PSS qu'avec 2 PSS seulement. Le choix final du nombre de PSS à installer, revient à l'utilisateur lui-même et repose sur les possibilités économiques qui lui sont offertes.

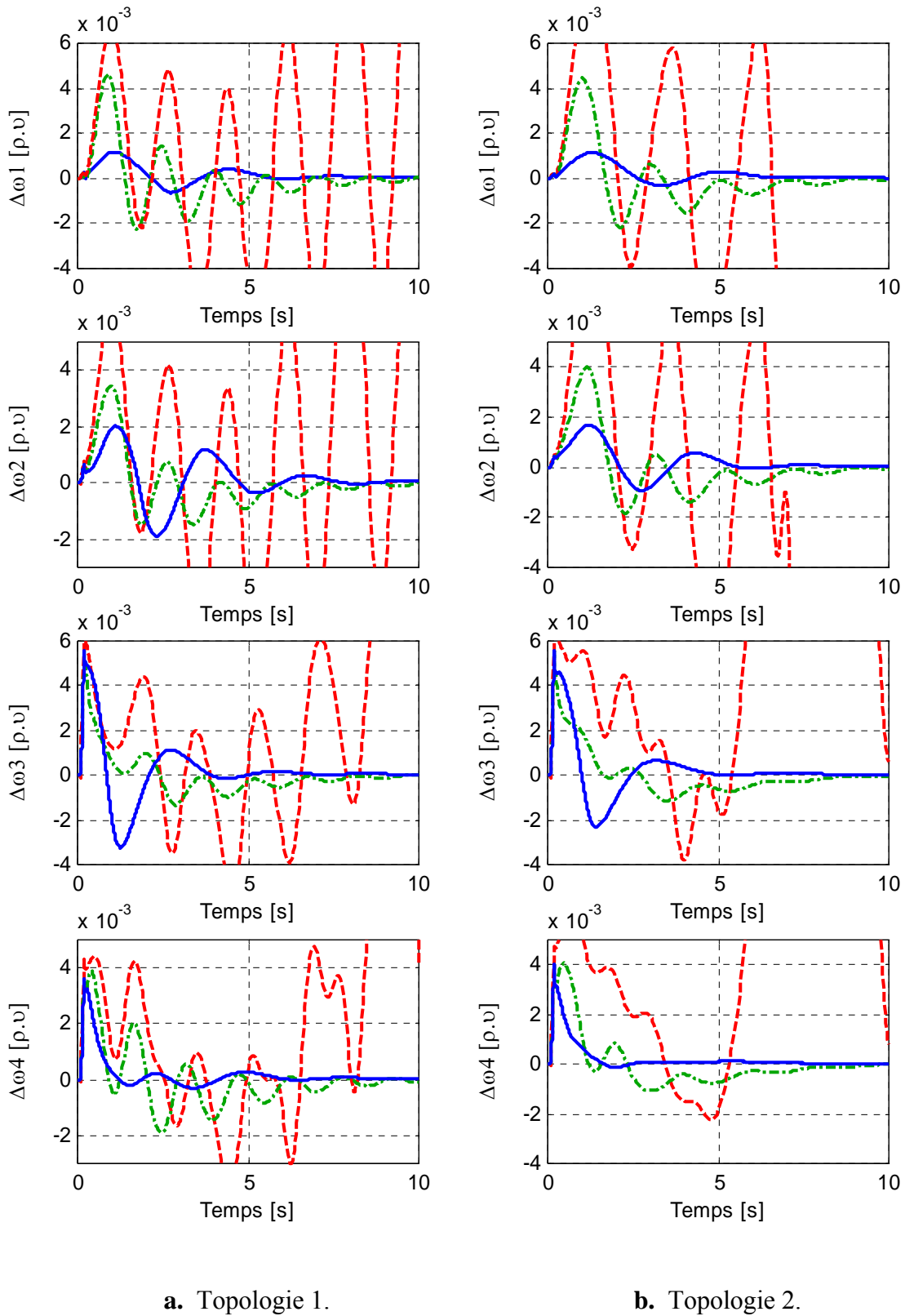
Afin de tester la robustesse des PSS optimisés par les AG, nous avons effectué les mêmes simulations pour les mêmes topologies en considérant le deuxième cas de figure ; c.-à-d. une puissance de 400 MW s'écoule de la zone 2 vers la zone 1.

La figure 5.13 compare les déviations de la vitesse rotorique du système sans PSS, du système avec 2 PSS, et du système avec 4 PSS. Bien que les conditions de fonctionnement, donnant ces résultats, n'aient pas été prises en considération dans la procédure d'optimisation par les AG, le système est stable et les PSS présentent une parfaite robustesse.



**Figure 5.12** Comparaison des déviations de la vitesse dans le cas du 1<sup>er</sup> état de figure système sans PSS (---), avec 2 PSS (-.-) et avec 4 PSS (—).





**Figure 5.13** Comparaison des déviations de la vitesse dans le cas du 2<sup>ème</sup> état de figure système sans PSS (---), avec 2 PSS (-.-) et avec 4 PSS (—).

## 5.6 CONCLUSION

Dans ce chapitre, l'optimisation des paramètres des stabilisateurs de puissance par les algorithmes génétiques a été abordée. Il a été montré que, le problème d'instabilité dans les systèmes électriques pouvait être traduit sous la forme d'un simple problème d'optimisation, avec une fonction objective basée sur le facteur d'amortissement des modes oscillatoires. L'algorithme proposé permet de déterminer les paramètres des stabilisateurs de manière à augmenter l'amortissement du système, quelles que soient les conditions de son fonctionnement ou sa topologie. Les résultats de simulation montrent que grâce à cette technique la stabilité est considérablement améliorée. Les algorithmes génétiques ont facilité la procédure d'optimisation parce qu'ils utilisent directement la fonction objective et non une de ses dérivées ou autre connaissance relative. L'avantage est que l'on peut aisément modifier la fonction objective en y ajoutant d'autres contraintes.



# CONCLUSION GÉNÉRALE

L'étude présentée dans ce mémoire porte sur, l'application des algorithmes génétiques (AG) dans la synthèse et l'optimisation des paramètres des stabilisateurs de puissance (PSS). Le rôle de ces stabilisateurs est d'apporter l'amortissement nécessaire aux oscillations électromécaniques des générateurs, lorsque le système électrique est sujet à de petites perturbations autour de son point de fonctionnement.

Afin d'atteindre cet objectif, nous sommes passés par plusieurs étapes :

D'abord, il fallait maîtriser les puissantes propriétés des algorithmes génétiques. Pour cela nous avons commencé par réaliser de petits programmes d'optimisation à base d'AG appliqués à des fonctions simples à une puis deux variables. Nous avons constaté, que les AG représentent un outil puissant et efficace dans la résolution des problèmes d'optimisation. Leur simplicité et leur flexibilité permettent une grande liberté dans le choix des objectifs à atteindre et des contraintes à satisfaire.

Ensuite, comme dans toute étude de systèmes dynamiques réels, nous avons procédé à la modélisation des systèmes électriques en vue d'étudier leur stabilité en petit mouvement. Les modèles ont été choisis selon les données des systèmes que nous avons en notre possession. Pour le générateur surtout, nous avons considéré un modèle du 3<sup>ème</sup> ordre qui est décrit par 3 équations différentielles. Celui-ci correspond au modèle minimum requis pour pouvoir simuler de réelles perturbations. Dans cette partie de notre travail, nous avons établi les équations différentielles et algébriques qui décrivent le comportement d'un système électrique.

La stabilité en petit mouvement s'étudie, principalement, en considérant un modèle linéaire du système électrique. Dans cette étape, nous avons d'abord effectué une linéarisation des équations du système autour d'un point de fonctionnement afin d'obtenir la représentation d'état du système. Puis, nous avons décrit la procédure d'analyse de la stabilité en petit mouvement appliquée au modèle linéaire obtenu. Cette procédure est basée sur la répartition des valeurs propres du système dans le plan complexe. Le système est dit stable si toutes ses valeurs propres se trouvent du côté gauche du plan complexe ; c.-à-d. qu'elles sont toutes à partie réelle négative.

Par la suite, nous avons présenté et décrit le modèle du PSS considéré dans cette étude. Nous avons aussi montré, à travers le système monomachine nœud infini, l'action d'un PSS dont les paramètres étaient non optimisés. Nous avons constaté, que déjà les résultats étaient satisfaisants vu que sans PSS le système était instable. L'introduction du PSS a rendu le système stable mais il restait quand même mal amorti.

La dernière étape concernait l'approche entreprise pour la synthèse des paramètres des PSS en utilisant les algorithmes génétiques. Une des plus importantes conditions pour une parfaite procédure d'optimisation, est que le PSS qui en résulte soit suffisamment robuste à d'éventuelles variations dans les conditions de fonctionnement du système électrique. L'algorithme proposé, du fait de la simplicité des algorithmes génétiques, permet de considérer différents points de fonctionnement ou topologies afin d'assurer, à tout instant, une parfaite stabilité de l'ensemble du système.

La procédure d'optimisation a été appliquée à trois systèmes électriques :

**Sur le système monomachine :** nous avons montré qu'avec le PSS optimisé la stabilité du système était considérablement améliorée, comparée à celle du système sans PSS ou avec PSS non optimisé.

**Sur le système 3 machines 9 nœuds :** ce système est un exemple de problème d'oscillations locales entre un groupe de générateurs. Le but était d'optimiser les paramètres de 2 PSS pour satisfaire les conditions de stabilité en petit mouvement quelle que soit la charge au niveau de la consommation. Pour cela, nous avons considéré dans l'algorithme 3 points de fonctionnement couvrant un large domaine de variation de la charge ; c.-à-d. une charge faible, une charge nominale, et une charge forte. Les résultats obtenus sont très satisfaisants du point de vue stabilité et temps de réponse du système.

**Sur le système à 2 zones :** ce système est un exemple de problème d'oscillations interzonales entre deux groupes de générateurs. Ce type de problème diminue les performances des systèmes électriques en limitant le transfert de puissance d'une zone à l'autre. Pour ce système, nous avons considéré deux topologies représentant la perte d'une ligne avec un transfert de puissance de la zone 1 vers la zone 2. Nous avons aussi considéré le cas où 2 PSS sont installés et le cas où 4 PSS sont installés. Les résultats obtenus montre que, pour les deux cas, le système présente de bonne performances dynamiques, avec un meilleur amortissement observé dans le cas de 4 PSS. Le choix du nombre de générateurs à équiper d'un PSS dépend d'un compromis économie/stabilité.

Nous avons testé la robustesse des PSS optimisés en considérant les mêmes topologies mais avec un transfert de puissance dans le sens inverse. Nous avons obtenu les mêmes performances dynamiques que précédemment, bien que cette condition de fonctionnement n'était pas prise en considération dans la procédure d'optimisation par les algorithmes génétiques.

### **PERSPECTIVES**

Cette étude, nous a permis de concevoir une procédure d'optimisation des paramètres des PSS, basée sur les algorithmes génétiques. Nous avons pu atteindre les objectifs tracés en obtenant des PSS performants et robustes. Cela ouvre beaucoup de perspectives de recherche à la fois dans le domaine des techniques d'optimisation et dans le domaine des systèmes électriques, dont nous proposons quelques unes :

- Nous avons choisi les algorithmes génétiques comme méthode heuristique de base pour notre travail, il serait très intéressant de comparer d'autres méthodes heuristiques modernes comme celles définies dans le chapitre 1, en les appliquant dans le même cadre que cette étude aux systèmes électriques.
- Le modèle du PSS considéré est un modèle classique de stabilisateurs. Dans la continuité de ce travail, nous pouvons envisager le cas des dispositifs intelligents à base de logique floue ou de réseau de neurones.
- Les PSS ne sont pas les seuls dispositifs améliorant l'amortissement dans les systèmes électriques, nous pouvons citer d'autres dispositifs qui sont à base d'électronique de puissance, comme les contrôleurs FACTS (*Flexible Alternative Current Transmission Systems*), ou les systèmes de transmission HVDC (*High Voltage Direct Current*).



# APPENDICE A

## DONNÉES DES SYSTÈMES ÉTUDIÉS

### A.1 DONNÉES DU SYSTÈME 9 NŒUDS 3 MACHINES

```
% Fichier de données du système 9-Noeuds 3-machines

Sbase = 100 ;      % Puissance apparente de base en MVA

% Format de la matrice des noeuds
% Col1 : numéro du nœud
% Col2 : amplitude de la tension V(pu)
% Col3 : angle de la tension  $\alpha$ (degré)
% Col4 : puissance active générée Pg(pu)
% Col5 : puissance réactive générée Qg(pu)
% Col6 : puissance active de charge Pl(pu)
% Col7 : puissance réactive de charge Ql(pu)
% Col8 : conductance du shunt additionnel Gshunt(pu)
% Col9 : susceptance du shunt additionnel Bshunt(pu)
% Col10 : Type du nœud
%      1 - nœud de référence (slack bus)
%      2 - nœud générateur (PV bus)
%      3 - nœud de charge (PQ bus)
%
%      Point de fonctionnement #1 : Charge nominale
%      =====
%
%      col1  col2  col3  col4  col5  col6  col7  col8  col9  col10
%      -----
Bus = [ 1  1.040  0  0.00  0  0.00  0.00  0  0  1 ;
        2  1.025  0  1.63  0  0.00  0.00  0  0  2 ;
        3  1.025  0  0.85  0  0.00  0.00  0  0  2 ;
        4  1.000  0  0.00  0  0.00  0.00  0  0  3 ;
        5  1.000  0  0.00  0  1.25  0.50  0  0  3 ;
        6  1.000  0  0.00  0  0.90  0.30  0  0  3 ;
        7  1.000  0  0.00  0  0.00  0.00  0  0  3 ;
        8  1.000  0  0.00  0  1.00  0.35  0  0  3 ;
        9  1.000  0  0.00  0  0.00  0.00  0  0  3 ];
```



## Appendice A

```

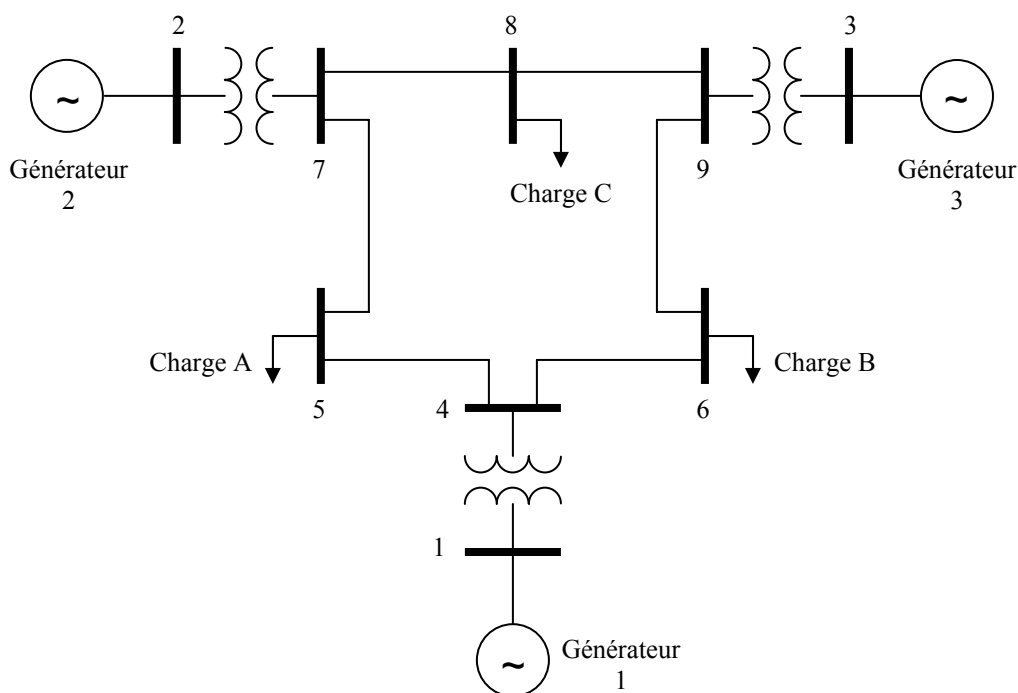
%
%
% Point de fonctionnement #2 : Charge forte
% =====
%
%
% coll1  col2  col3  col4  col5  col6  col7  col8  col9  coll10
%
Bus = [
1   1.040  0    0.00  0    0.0  0.0  0    0    1 ;
2   1.025  0    1.92  0    0.0  0.0  0    0    2 ;
3   1.025  0    1.28  0    0.0  0.0  0    0    2 ;
4   1.000  0    0.00  0    0.0  0.0  0    0    3 ;
5   1.000  0    0.00  0    2.0  0.8  0    0    3 ;
6   1.000  0    0.00  0    1.8  0.6  0    0    3 ;
7   1.000  0    0.00  0    0.0  0.0  0    0    3 ;
8   1.000  0    0.00  0    1.5  0.6  0    0    3 ;
9   1.000  0    0.00  0    0.0  0.0  0    0    3 ];

```

```

%
%
% Point de fonctionnement #3 : Charge faible
% =====
%
%
% coll1  col2  col3  col4  col5  col6  col7  col8  col9  coll10
%
Bus = [
1   1.040  0    0.00  0    0.00  0.00  0    0    1 ;
2   1.025  0    0.80  0    0.00  0.00  0    0    2 ;
3   1.025  0    0.45  0    0.00  0.00  0    0    2 ;
4   1.000  0    0.00  0    0.00  0.00  0    0    3 ;
5   1.000  0    0.00  0    0.65  0.55  0    0    3 ;
6   1.000  0    0.00  0    0.45  0.35  0    0    3 ;
7   1.000  0    0.00  0    0.00  0.00  0    0    3 ;
8   1.000  0    0.00  0    0.50  0.25  0    0    3 ;
9   1.000  0    0.00  0    0.00  0.00  0    0    3 ];

```



**Figure A.1** Schéma unifilaire du réseau 9 nœuds 3 machines.

```

%
% Format de la matrice des lignes de transmission
% Col1 : numéro du nœud de départ
% Col2 : numéro du nœud d'arrivée
% Col3 : résistance de la ligne R(pu)
% Col4 : réactance de la ligne X(pu)
% Col5 : susceptance de la ligne B(pu)
% Col6 : rapport de transformation (tap ratio)
%
%
%          col1   col2   col3   col4   col5   col6
% -----
Line = [  1     4     0.0    0.0576  0.000    1.0 ;
         2     7     0.0    0.0625  0.000    1.0 ;
         3     9     0.0    0.0586  0.000    1.0 ;
         4     5     0.0100  0.0850  0.176    1.0 ;
         4     6     0.0170  0.0920  0.158    1.0 ;
         5     7     0.0320  0.1610  0.306    1.0 ;
         6     9     0.0390  0.1700  0.358    1.0 ;
         7     8     0.0085  0.0720  0.149    1.0 ;
         8     9     0.0119  0.1008  0.209    1.0 ];

```

```

%
% Format de la matrice des générateurs
% Col1 : numéro du nœud
% Col2 : résistance d'armature Ra(pu)
% Col3 : réactance synchrone d'axe direct Xd(pu)
% Col4 : réactance transitoire d'axe direct X'd(pu)
% Col5 : constante de temps transitoire d'axe direct T'do(s)
% Col6 : réactance synchrone d'axe en quadrature Xq(pu)
% Col7 : constante d'inertie H(s)
% Col8 : coefficient d'amortissement D(pu)
% Col9 : gain de l'AVR Ka
% Col10 : constante de temps de l'AVR Ta(s)
% Col11 : limite inférieure de la sortie de l'AVR Efdmin(pu)
% Col12 : limite supérieure de la sortie de l'AVR Efdmax(pu)
% Col13 : fréquence f(Hz)
%
%
%          1  2  3      4      5      6      7      8  9  10  11  12  13
% -----
Gen = [  1  0  0.1460  0.0608  8.9600  0.0969  23.64  9.6  20  0.2 -10  10  60 ;
        2  0  0.8958  0.1198  6.0000  0.8645  6.40  2.5  20  0.2 -10  10  60 ;
        3  0  1.3125  0.1813  5.8900  1.2578  3.01  1.0  20  0.2 -10  10  60 ];

```

## A.2 DONNEES DU SYSTEME 2 ZONES 4 MACHINES

```

% Fichier de données du système 2-zones 4-machines

Sbase = 100 ;      % Puissance apparente de base en MVA

% Format de la matrice des noeuds
% Col1 : numéro du nœud
% Col2 : amplitude de la tension V(pu)
% Col3 : angle de la tension  $\alpha$ (degré)
% Col4 : puissance active générée Pg(pu)
% Col5 : puissance réactive générée Qg(pu)
% Col6 : puissance active de charge Pl(pu)

```

## Appendice A

```

% Col7 : puissance réactive de charge Ql(pu)
% Col8 : conductance du shunt additionnel Gshunt(pu)
% Col9 : susceptance du shunt additionnel Bshunt(pu)
% Col10 : Type du nœud
%         1 - nœud de référence (slack bus)
%         2 - nœud générateur (PV bus)
%         3 - nœud de charge (PQ bus)
% Col11 : limite inférieure de la tension Vmin(pu)
% Col12 : limite supérieure de la tension Vmax(pu)
%
% Premier état de figure - Ecoulement de puissance de la zone 1 vers 2
%
%         1      2      3      4      5      6      7      8      9     10     11     12
% -----
Bus = [  1   1.030   0.0   7.00   1.85   0.0   0.0   0.0   0.0   1   0.9   1.1 ;
        2   1.010   0.0   7.00   2.35   0.0   0.0   0.0   0.0   2   0.9   1.1 ;
       11   1.030   0.0   7.19   1.76   0.0   0.0   0.0   0.0   2   0.9   1.1 ;
       12   1.010   0.0   7.00   2.02   0.0   0.0   0.0   0.0   2   0.9   1.1 ;
       10   1.0103  0.0   0.0    0.0    0.0   0.0   0.0   0.0   3   0.5   1.5 ;
       20   0.9876  0.0   0.0    0.0    0.0   0.0   0.0   0.0   3   0.5   1.5 ;
      110   1.0125  0.0   0.0    0.0    0.0   0.0   0.0   0.0   3   0.5   1.5 ;
      120   0.9938  0.0   0.0    0.0    0.0   0.0   0.0   0.0   3   0.5   1.5 ;
         3   0.9781  0.0   0.0    2.0    0.0   0.0   0.0   0.0   3   0.5   1.5 ;
      101   1.000   0.0   0.0    0.0    0.0   0.0   0.0   1.6   3   0.5   1.5 ;
         13   0.9899  0.0   0.0    3.5    0.0   0.0   0.0   0.0   3   0.5   1.5 ;
         4   0.9500  0.0   0.0    0.0    9.76   1.0   0.0   0.0   3   0.95  1.05 ;
        14   0.9500  0.0   0.0    0.0   17.67   1.0   0.0   0.0   3   0.95  1.05 ];

%
% Deuxième état de figure - Ecoulement de puissance de la zone 2 vers 1
%
%         1      2      3      4      5      6      7      8      9     10     11     12
% -----
Bus = [  1   1.030   0.0   7.00   1.85   0.0   0.0   0.0   0.0   1   0.9   1.1 ;
        2   1.010   0.0   7.00   2.35   0.0   0.0   0.0   0.0   2   0.9   1.1 ;
       11   1.030   0.0   7.19   1.76   0.0   0.0   0.0   0.0   2   0.9   1.1 ;
       12   1.010   0.0   7.00   2.02   0.0   0.0   0.0   0.0   2   0.9   1.1 ;
       10   1.0103  0.0   0.0    0.0    0.0   0.0   0.0   0.0   3   0.5   1.5 ;
       20   0.9876  0.0   0.0    0.0    0.0   0.0   0.0   0.0   3   0.5   1.5 ;
      110   1.0125  0.0   0.0    0.0    0.0   0.0   0.0   0.0   3   0.5   1.5 ;
      120   0.9938  0.0   0.0    0.0    0.0   0.0   0.0   0.0   3   0.5   1.5 ;
         3   0.9781  0.0   0.0    2.0    0.0   0.0   0.0   0.0   3   0.5   1.5 ;
      101   1.000   0.0   0.0    0.0    0.0   0.0   0.0   1.6   3   0.5   1.5 ;
         13   0.9899  0.0   0.0    3.5    0.0   0.0   0.0   0.0   3   0.5   1.5 ;
         4   0.9500  0.0   0.0    0.0   17.67   1.0   0.0   0.0   3   0.95  1.05 ;
        14   0.9500  0.0   0.0    0.0    9.76   1.0   0.0   0.0   3   0.95  1.05 ];

%
% Format de la matrice des lignes de transmission
% Col1 : numéro du nœud de départ
% Col2 : numéro du nœud d'arrivée
% Col3 : résistance de la ligne R(pu)
% Col4 : réactance de la ligne X(pu)
% Col5 : susceptance de la ligne B(pu)
% Col6 : rapport de transformation (tap ratio)
% Col7 : pas du rapport de transformation
%
%

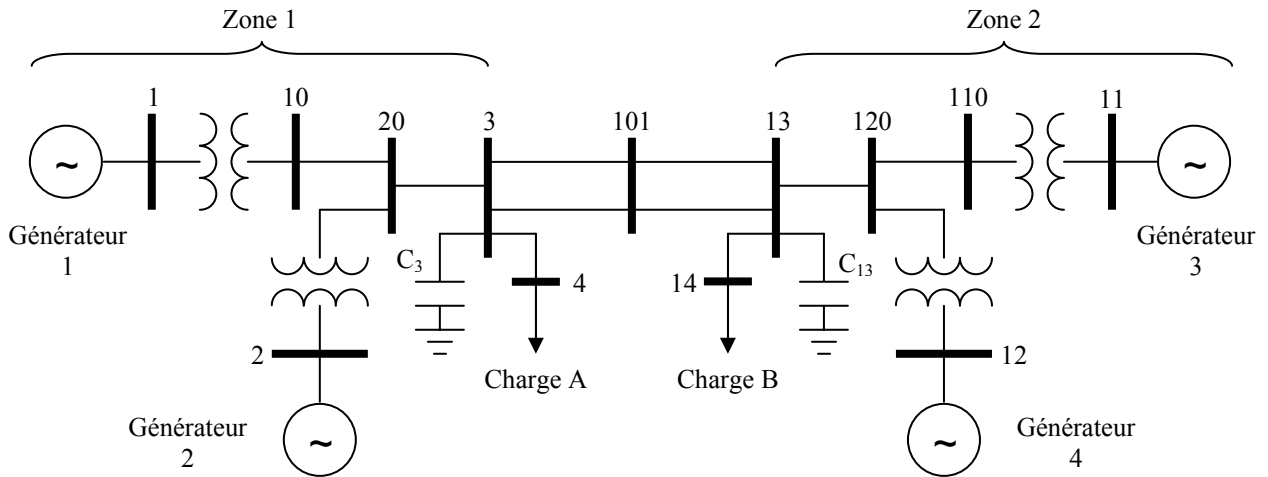
```

## DONNEES DES SYSTEMES ETUDIES

```

% Topologie #1 : Deux lignes entre le noeud 3 et le noeud 101
% =====
%
%
%      col1   col2   col3   col4   col5   col6   col7
% -----
Line = [  1    10    0.0    0.0167  0.0    1.0    0.0 ;
         2    20    0.0    0.0167  0.0    1.0    0.0 ;
        11   110    0.0    0.0167  0.0    1.0    0.0 ;
        12   120    0.0    0.0167  0.0    1.0    0.0 ;
         3     4    0.0    0.005   0.0    1.0    0.05 ;
        13   14    0.0    0.005   0.0    1.0    0.05 ;
        10    20   0.0025  0.025   0.0437  1.0    0.0 ;
        20     3   0.0010  0.010   0.0175  1.0    0.0 ;
         3    101   0.0110  0.110   0.1925  1.0    0.0 ;
         3    101   0.0110  0.110   0.1925  1.0    0.0 ;
       101    13   0.0110  0.110   0.1925  1.0    0.0 ;
       101    13   0.0110  0.110   0.1925  1.0    0.0 ;
        13    120   0.0010  0.010   0.0175  1.0    0.0 ;
       120    110   0.0025  0.025   0.0437  1.0    0.0 ];

%
% Topologie #2 : Une ligne entre le noeud 3 et le noeud 101
% =====
%
%
%      col1   col2   col3   col4   col5   col6   col7
% -----
Line = [  1    10    0.0    0.0167  0.0    1.0    0.0 ;
         2    20    0.0    0.0167  0.0    1.0    0.0 ;
        11   110    0.0    0.0167  0.0    1.0    0.0 ;
        12   120    0.0    0.0167  0.0    1.0    0.0 ;
         3     4    0.0    0.005   0.0    1.0    0.05 ;
        13   14    0.0    0.005   0.0    1.0    0.05 ;
        10    20   0.0025  0.025   0.0437  1.0    0.0 ;
        20     3   0.0010  0.010   0.0175  1.0    0.0 ;
         3    101   0.0110  0.110   0.1925  1.0    0.0 ;
       101    13   0.0110  0.110   0.1925  1.0    0.0 ;
       101    13   0.0110  0.110   0.1925  1.0    0.0 ;
        13    120   0.0010  0.010   0.0175  1.0    0.0 ;
       120    110   0.0025  0.025   0.0437  1.0    0.0 ];
    
```



**Figure A.2** Schéma unifilaire du réseau 2 zones 4 machines.

## Appendice A

---

```
%
% Format de la matrice des générateurs
% Col1 : numéro du nœud
% Col2 : résistance d'armature Ra(pu)
% Col3 : réactance synchrone d'axe direct Xd(pu)
% Col4 : réactance transitoire d'axe direct X'd(pu)
% Col5 : constante de temps transitoire d'axe direct T'do(s)
% Col6 : réactance synchrone d'axe en quadrature Xq(pu)
% Col7 : constante d'inertie H(s)
% Col8 : coefficient d'amortissement D(pu)
% Col9 : gain de l'AVR Ka
% Col10 : constante de temps de l'AVR Ta(s)
% Col11 : limite inférieure de la sortie de l'AVR Efdmin(pu)
% Col12 : limite supérieure de la sortie de l'AVR Efdmax(pu)
% Col13 : fréquence f(Hz)
% Col14 : puissance apparente de base du générateur (MVA)
%
%      1   2   3   4   5   6   7   8   9  10  11  12  13  14
% -----
Gen = [ 1  0.0  1.8  0.3  8.0  1.7  6.5  0.0  200  0  -10  10  60  900 ;
        2  0.0  1.8  0.3  8.0  1.7  6.5  0.0  200  0  -10  10  60  900 ;
        11 0.0  1.8  0.3  8.0  1.7  6.5  0.0  200  0  -10  10  60  900 ;
        12 0.0  1.8  0.3  8.0  1.7  6.5  0.0  200  0  -10  10  60  900 ];

%
% Format de la matrice des régulateurs de vitesse (governors)
% Col1 : numéro du nœud
% Col2 : vitesse de référence wref(pu)
% Col3 : gain k(pu)
% Col4 : limite inférieure du couple mécanique Tmin(pu)
% Col5 : limite supérieure du couple mécanique Tmax(pu)
% Col6 : constante de temps du régulateur Ts(s)
% Col7 : constante de temps du servomécanisme Tc(s)
% Col8 : constante de temps T3(s)
% Col9 : constante de temps T4(s)
% Col10 : constante de temps T5(s)
%
%      1   2   3   4   5   6   7   8   9   10
% -----
Gov = [ 1  1  25.0  0  1.0  0.1  0.5  0  1.25  5.0 ;
        2  1  25.0  0  1.0  0.1  0.5  0  1.25  5.0 ;
        11 1  25.0  0  1.0  0.1  0.5  0  1.25  5.0 ;
        12 1  25.0  0  1.0  0.1  0.5  0  1.25  5.0 ];
```

## APPENDICE $\mathcal{B}$

---

# MATRICE ADMITTANCE RÉDUITE D'UN RÉSEAU ÉLECTRIQUE

### B.1 MATRICE ADMITTANCE D'UN RÉSEAU

Le réseau de transmission d'un réseau électrique est constitué d'impédances complexes liant des nœuds entre eux et des nœuds à la terre. Après conversion des impédances en admittances, le vecteur des courants injectés aux nœuds est lié au vecteur des tensions à travers la matrice admittance  $\bar{Y}$  tel que :

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \vdots \\ \bar{I}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & \cdots & \bar{Y}_{1m} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} & \cdots & \bar{Y}_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{Y}_{m1} & \bar{Y}_{m2} & \cdots & \bar{Y}_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \vdots \\ \bar{V}_m \end{bmatrix} \quad m : \text{nombre de nœuds} \quad (\text{B.1})$$

La formation de la matrice admittance  $\bar{Y}$  suit les règles suivantes :

- Les éléments de la diagonale de la matrice sont calculés comme suit :

$$\bar{Y}_{ii} = \sum_{j \neq i} y_{ij} + y_{ig} \quad (\text{B.2})$$

- Les éléments hors diagonaux de la matrice admittance sont calculés comme suit :

$$\bar{Y}_{ij} = -y_{ij} \quad (\text{B.3})$$

Où  $y_{ij}$  est l'admittance de la ligne  $ij$  si celle-ci existe et  $y_{ig}$  est la somme de toutes les admittances liant le nœud  $i$  à la terre.

## B.2 RÉDUCTION DE LA MATRICE ADMITTANCE

Après avoir effectué le calcul d'écoulement de puissance, les admittances équivalentes aux charges sont connectées entre les nœuds de charge et le nœud de référence, et la matrice admittance du réseau est recalculée en tenant compte de ces nouvelles admittances. La charge étant statique, son admittance équivalente est calculée par la formule :

$$\bar{Y}_L = \frac{P_L}{V_L^2} - j \frac{Q_L}{V_L^2} \quad (\text{B.4})$$

Soit  $n$  l'indice des nœuds connectés aux générateurs et  $r$  l'indice des nœuds restants. Nous avons alors  $m = n + r$  et nous pouvons écrire :

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_n \\ \dots \\ \bar{I}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{nn} & \bar{Y}_{nr} \\ \dots & \dots \\ \bar{Y}_{rn} & \bar{Y}_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_n \\ \dots \\ \bar{V}_r \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

La réduction de la matrice admittance consiste à éliminer, mathématiquement parlant, les nœuds non générateurs. La dimension de la matrice admittance passe de  $m*m$  à  $n*n$ . Pour cela, nous utilisons le fait que les  $r$  nœuds non générateurs ont un courant injecté nul. En développant (B.5), nous obtenons le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \bar{I}_n = \bar{Y}_{nn} \cdot \bar{V}_n + \bar{Y}_{nr} \cdot \bar{V}_r \\ 0 = \bar{Y}_{rn} \cdot \bar{V}_n + \bar{Y}_{rr} \cdot \bar{V}_r \end{cases} \quad (\text{B.6})$$

À partir duquel nous pouvons écrire :

$$\bar{I}_n = (\bar{Y}_{nn} - \bar{Y}_{nr} \cdot \bar{Y}_{rr}^{-1} \cdot \bar{Y}_{rn}) \cdot \bar{V}_n \quad (\text{B.7})$$

La matrice admittance réduite du réseau  $\bar{Y}_r$  est alors :

$$\bar{Y}_r = \bar{Y}_{nn} - \bar{Y}_{nr} \cdot \bar{Y}_{rr}^{-1} \cdot \bar{Y}_{rn} \quad (\text{B.8})$$

# APPENDICE C

---

## SYSTÈMES DYNAMIQUES ET LINÉARISATION

### C.1 REPRÉSENTATION D'UN SYSTÈME DYNAMIQUE

Le comportement d'un système dynamique peut être décrit par  $n$  équations différentielles non linéaires du 1<sup>er</sup> ordre de la forme suivante :

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_r, t) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{C.1})$$

où  $n$  est l'ordre du système et le nombre de ses variables d'état  $x_i$ , et  $r$  est le nombre des signaux d'entrée. Sous la forme de vecteur, (C.1) s'écrit :

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (\text{C.2})$$

avec :

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_r \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}$$

$x$  est le vecteur d'état,  $u$  est le vecteur d'entrée et  $f$  est un vecteur de  $n$  fonctions non linéaires reliant les signaux d'entrée et les variables d'état aux dérivées temporelles  $\dot{x}_i$ .



Si les dérivées des variables d'état ne sont pas, explicitement, fonction du temps, c.-à-d.  $\dot{x}_i$  n'est fonction que des variables d'état et des entrées, on peut alors exclure  $t$  de (C.2) qui devient :

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{C.3}$$

Dans ce cas le système est dit *invariant*<sup>1</sup>.

• **Définition d'un système invariant**

Si un système  $S$  a la même réponse temporelle à un signal d'entrée indépendamment de l'instant où celui-ci survient, le système est dit invariant, c.-à-d. :

$$u(t) \xrightarrow{S} y(t) \Rightarrow u(t-T) \xrightarrow{S} y(t-T)$$

quelle que soit la valeur de  $T \in \mathfrak{R}$ . ■

Les signaux de sortie d'un système dynamique peuvent être exprimés en fonction des signaux d'entrée et des variables d'état comme suit :

$$y = g(x, u) \tag{C.4}$$

avec :

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} \qquad g = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_m \end{bmatrix}$$

$y$  est le vecteur de sortie, et  $g$  est un vecteur de  $m$  fonctions non linéaires reliant les signaux d'entrée et les variables d'état aux variables de sortie  $y_i$ .

## C.2 LINÉARISATION

Si l'équation (C.3) est égale à zéro :

$$\dot{x} = f(x, u) = 0 \tag{C.5}$$

le système est dit en équilibre car toutes les variables sont constantes et ne varient pas dans le temps.

---

<sup>1</sup>  $\dot{x}$ ,  $x$  et  $u$  continuent de varier dans le temps.

Soit  $x_0$  le vecteur d'état et  $u_0$  le vecteur d'entrée correspondants à l'état d'équilibre du système, nous avons alors :

$$\dot{x}_0 = f(x_0, u_0) = 0 \quad (\text{C.6})$$

Si on perturbe le système autour de son point d'équilibre :

$$x = x_0 + \Delta x \quad (\text{C.7})$$

$$u = u_0 + \Delta u \quad (\text{C.8})$$

on peut écrire :

$$\dot{x} = \dot{x}_0 + \Delta \dot{x} = f(x_0 + \Delta x, u_0 + \Delta u) \quad (\text{C.9})$$

Pour de petites déviations, la fonction non linéaire  $f(x, u)$  dans (C.9) peut être développée en série de Taylor.

Le développement en série de Taylor d'une fonction scalaire à une variable  $f(x)$  autour d'un point  $x_0$  est :

$$\begin{aligned} f(x) = & f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!} (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} (x - x_0)^2 + \dots \\ & \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n + R_{n+1}(x) \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

avec :

$$R_{n+1}(x) = \int_{x_0}^x \frac{(x-t)^n}{n!} f^{(n+1)}(t) dt$$

en éliminant les ordres supérieurs à 1 nous avons :

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \quad (\text{C.11})$$

Pour une variable d'état  $x_i$  l'équation (C.9), en appliquant (C.11), devient :

$$\begin{aligned} \dot{x}_i = & \dot{x}_{i0} + \Delta \dot{x}_i = f_i(x_0 + \Delta x, u_0 + \Delta u) \\ = & f_i(x_0, u_0) + \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \Delta x_n \\ & + \frac{\partial f_i}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial u_r} \Delta u_r \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

Sachant que :  $\dot{x}_{i0} = f_i(x_0, u_0) = 0$ , (C.12) devient :

$$\Delta \dot{x}_i = \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial f_i}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial u_r} \Delta u_r \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (C.13)$$

En suivant le même raisonnement pour les variables de sorties :

$$y = y_0 + \Delta y \quad (C.14)$$

l'équation (C.4) s'écrit :

$$y_0 + \Delta y = g(x_0 + \Delta x, u_0 + \Delta u) \quad (C.15)$$

ce qui donne après développement en série de Taylor :

$$\begin{aligned} y_{j0} + \Delta y_j &= g_j(x_0 + \Delta x, u_0 + \Delta u) \\ &= g_j(x_0, u_0) + \frac{\partial g_j}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial g_j}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial g_j}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial g_j}{\partial u_r} \Delta u_r \end{aligned} \quad (C.16)$$

Sachant que :  $y_{j0} = g_j(x_0, u_0)$ , (C.16) devient :

$$\Delta y_j = \frac{\partial g_j}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial g_j}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial g_j}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial g_j}{\partial u_r} \Delta u_r \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (C.17)$$

L'ensemble des équations (C.13) et (C.17) peuvent s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x} &= A \Delta x + B \Delta u \\ \Delta y &= C \Delta x + D \Delta u \end{aligned} \quad (C.18)$$

Avec :

$$A = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_r} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_r} \end{vmatrix}$$

$$C = \begin{vmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_m}{\partial x_n} \end{vmatrix} \quad D = \begin{vmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial u_r} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial g_m}{\partial u_r} \end{vmatrix}$$

$\Delta \mathbf{x}$  est le vecteur d'état de dimension  $n$ .

$\Delta \mathbf{u}$  est le vecteur d'entrée de dimension  $r$ .

$\Delta \mathbf{y}$  est le vecteur de sortie de dimension  $m$ .

$\mathbf{A}$  est la matrice d'état de dimension  $n \times n$ .

$\mathbf{B}$  est la matrice d'entrée de dimension  $n \times r$ .

$\mathbf{C}$  est la matrice de sortie de dimension  $m \times n$ .

$\mathbf{D}$  est la matrice de couplage entrée-sortie de dimension  $m \times r$ .

Le modèle linéaire obtenu peut être utilisé lors de l'analyse de la stabilité en petit mouvement autour d'un point d'équilibre (stabilité statique).

Le système (C.18) peut être transformé dans le domaine de Laplace :

$$\begin{aligned} s\Delta x(s) - \Delta x(0) &= A\Delta x(s) + B\Delta u(s) \\ \Delta y(s) &= C\Delta x(s) + D\Delta u(s) \end{aligned} \tag{C.19}$$

Ce qui donne :

$$(sI - A)\Delta x(s) = \Delta x(0) + B\Delta u(s) \tag{C.20}$$

Les valeurs de  $s$  pour lesquelles :

$$\det (sI - A) = 0 \tag{C.21}$$

sont les valeurs propres de la matrice  $A$ . L'équation (C.21) est l'équation caractéristique de la matrice  $A$ .



# BIBLIOGRAPHIE

---

- [Abdel-Magid *et al.*] Y.L. Abdel-Magid, M.A. Abido, S. Al-Baiyat and A.H. Mantawy, *Simultaneous Stabilization of Multimachine Power Systems Via Genetic Algorithms*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 14, No. 4, November 1999, pp. 1428-1439.
- [Andersson, 1999] G. Andersson, *Power System Dynamics and Stability: An Introduction*, Basic Course, Electric Power Systems, KTH, Zurich, September 1999.
- [Andersson, 2000] G. Andersson, *Dynamic Phenomena in Electric Power Systems*, Advanced Course, Electric Power Systems, KTH, Zurich, March 2000.
- [Andersson, 2003] G. Andersson, *Dynamics and Control of Electric Power Systems*, Lectures 35-528, Power Systems Laboratory, ETH, Zurich, March 2003.
- [Blickle *et al.*] T. Blickle and L. Thiele, *A Comparison of Selection Schemes used in Genetic Algorithms*, TIK-Report Nr. 11 (Version 2), December 1995, Switzerland.
- [Bornard *et al.*] P. Bornard et M. Pavard, *Réseaux d'Interconnexion et de Transport : Réglage et Fonctionnement*, Techniques de l'Ingénieur, D4-090, Traité Génie Electrique, 1993.
- [Chipperfield *et al.*] A. Chipperfield, P. Fleming, H. Pohlheim and C. Fonseca, *Genetic Algorithm Toolbox User's Guide*, Version 1.2, Department of Automatic Control and Systems Engineering, University of Sheffield.
- [Chow, 2000] J. Chow, *Power System Toolbox Version 2.0: Dynamic Tutorial and Functions*, Cherry Tree Scientific Software, Ontario, Canada, 2000.
- [Chow *et al.*] J.H. Chow, J.J. Sanchez-Gasca, H. Ren and S. Wang, *Power System Damping Controller Design Using Multiple Input Signals*, IEEE Control Systems Magazine, August 2000, pp 82-90.
- [Coello, 1996] C.A. Coello, *An Empirical Study of Evolutionary Techniques for Multiobjective Optimization in Engineering Design*, Ph.D. Dissertation, Department of Computer Science, Tulane University, 1996.

- [Darwin, 1859] C. Darwin, *On the Origin of Species by Means of Natural Selection, or the Preservation of Favored Races in the Struggle for Life*, 1859. Disponible sur <http://www.literature.org/authors/darwin-charles/the-origin-of-species/>
- [do Bomfim *et al.*] A.L.B. do Bomfim, G.N. Taranto and D.M. Falcão, *Simultaneous Tuning of Power System Damping Controllers Using Genetic Algorithms*, IEEE Trans. Power Systems, Vol. 15, No. 1, February 2000, pp. 163-169.
- [Glover, 1986] F. Glover, *Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence*, Computers and Operations Research, 13 :533–549, 1986.
- [Goldberg, 1989] D.E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, 1989.
- [Hasanović, 2001] A. Hasanović, *A Simulation and Analysis Toolbox for Power Systems and Genetic Algorithm Based Damping Controller Design*, Master's thesis, College of Engineering and Mineral Resources at West Virginia University, Morgantown, West Virginia, 2001.
- [Hasanović *et al.*] A. Hasanović and A. Feliachi, *Genetic Algorithm Based Inter-Area Oscillation Damping Controller Design Using MATLAB*, Proc. IEEE Power Eng. Society 2002 Summer Meeting, Chicago, IL, July.
- [Hiskens, 2002] I.A. Hiskens, *Systematic Tuning of Nonlinear Power System Controllers*, in Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Control Applications, Glasgow, Scotland, UK, September 2002.
- [Holland, 1975] J.H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press, 1975.
- [Jourdan, 2003] L. Jourdan, *Métaheuristiques pour l'Extraction de Connaissances : Application à la Génomique*, Thèse de Doctorat, USTL, Lille 1, 2003.
- [Kennedy *et al.*] J. Kennedy and R.C. Eberhart, *Particle Swarm Optimization*, In IEEE Service Center, editor, Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Neural Networks, pp 1942–1948, 1995.
- [Klein *et al.*] M. Klein, G.J. Rogers and P. Kundur, *A Fundamental Study of Inter-Area Oscillations in Power Systems*, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 6, No.3, August 1991.
- [Kundur<sup>1</sup> *et al.*] P. Kundur, G.J. Rogers, D.Y. Wong, L. Wang and M.G. Lauby, *A Comprehensive Computer Program Package for Small Signal Stability Analysis of Power Systems*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 5, No. 4, November 1990, pp. 1076-1083.
- [Kundur<sup>2</sup> *et al.*] P. Kundur, J. Paserba and S. Vitet, *Overview on Definition and Classification of Power System Stability*, On Behalf of IEEE/CIGRE Joint Task Force on Stability Terms and Definitions.

- [Kundur<sup>3</sup> *et al.*] P. Kundur, M. Klein, G.J. Rogers and M.S. Zywno, *Application of Power System Stabilizers for Enhancement of Overall System Stability*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 4, No. 2, May 1989.
- [Larsen *et al.*] E.V. Larsen and D.A. Swann, *Applying Power System Stabilizers Part I,II and III*, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, No. 6, June 1981, pp. 3017-3046.
- [Lerman *et al.*] I. Lerman et F. Ngouenet, *Algorithmes Génétiques Séquentiels et Parallèles pour une Représentation Affine des Proximités*, Projet REPCO, Rapport de recherche n° 2570, INRIA Rennes, 1995.
- [Luke, 2000] S. Luke, *Issues in Scaling Genetic Programming: Breeding Strategies, Tree Generation, and Code Bloat*, Ph.D. Dissertation, Department of Computer Science, University of Maryland, 2000.
- [Meyer *et al.*] B. Meyer, M. Jerosolimski et M. Stubbe, *Outils de Simulation Dynamique des Réseaux Electriques*, Techniques de l'Ingénieur, D4-120, Traité Génie Electrique, 1998.
- [Michalewicz *et al.*] Z. Michalewicz, T.D. Logan and S. Swaminathan, *Evolutionary Operators for Continuous Convex Parameter Spaces*, Proceedings of the 3rd Annual Conference on Evolutionary Programming, World Scientific Publishing, River Edge, NJ, 1994, pp. 84-97.
- [Michalewicz,1995] Z. Michalewicz, *A Survey of Constraint Handling Techniques in Evolutionary Computation Methods*, Proceedings of the 4th Annual Conference on Evolutionary Programming, MIT Press, Cambridge, MA, 1995, pp. 135-155.
- [Milano, 2004] F. Milano, *PSAT: Power System Analysis Toolbox*, Documentation for PSAT version 1.3.0, May 2004. <http://thunderbox.uwaterloo.ca/~fmilano>.
- [Nara, 2000] K. Nara, *State of the Arts of the Modern Heuristics Application to Power Systems*, IEEE PES Winter Meeting, January 2000, Vol. 2, pp. 1279-1283.
- [Negnevitsky *et al.*] M. Negnevitsky and G. Kelareva, *Genetic Algorithms for Maintenance Scheduling in Power Systems*, University of Tasmania, Australia, 1999.
- [Ranjan, 1992] R.K. Ranjan, *Parametric Approach to Steady-State Stability Analysis of Power Systems*, Master's thesis, Graduate College of the University of Illinois at Urbana-Champaign, 1992.
- [Rouco, 1998] L. Rouco, *Eigenvalue-based Methods for Analysis and Control of Power System Oscillations*, IEE Colloquium on Power Dynamics Stabilization, University of Warwick, Coventry, England, February 1998.
- [Singhvi, 2002] V. Singhvi, *Small Signal Stability of an Unregulated Power System*, Master's Thesis, Department of Electrical and Computer Engineering, Mississippi, December 2002.



- [Snyder, 1997] A.F. Snyder, *Inter-Area Oscillation Damping with Power System Stabilizers and Synchronized Phasor Measurements*, Master's Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1997.
- [Srinivas *et al.*] M. Srinivas and L.M. Patnaik, *Genetic Algorithms: A Survey*, IEEE Computer, Vol. 24, No. 6, pp. 17-26, June 1994.
- [Wetzer, 1997] P. Wetzer, *Machines Synchrones : Excitation*, Techniques de l'Ingénieur, D3-545, Traité Génie Electrique, 1997.
- [Zhang *et al.*] P. Zhang and A.H. Coonick, *Coordinated Synthesis of PSS Parameters in Multi-Machine Power Systems Using the Method of Inequalities Applied to Genetic Algorithms*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 15, No. 2, May 2000, pp. 811-816.