

M0023/94B

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département de Génie électrique

Option : Automatique

THESE DE MAGISTER

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

Présentée par :

HAMOUCHE MOHAMED SAÏD

Ingénieur d'état en électrotechnique (U.S.T.H.B)

THEME

SYNTHESE DE STRUCTURES DE REGULATION

PAR APPROCHE STRUCTURELLE

Application à un générateur de vapeur

Soutenue le 02 Juillet 1994 devant le Jury composé de :

Mr N. Louam	Maitre de conférences	(ENP)	Président
Mr A. Belmehdi	Chargé de cours	(INH)	Rapporteur
Mr M.C. Souami	Maitre de conférences	(ENP)	Examineur
Mr B. Hamici	Chargé de cours	(ENP)	Examineur
Mr R. Illoul	Chargé de cours	(ENP)	Examineur
Mr D. Boukhetala	Maître assistant	(ENP)	Invité

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département de Génie électrique

Option : Automatique

THESE DE MAGISTER

Présentée par :

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

HAMOUCHE MOHAMED SAÏD

Ingénieur d'état en électrotechnique (U.S.T.H.B)

THEME

SYNTHESE DE STRUCTURES DE REGULATION

PAR APPROCHE STRUCTURELLE

Application à un générateur de vapeur

Soutenue le 02 Juillet 1994 devant le Jury composé de :

Mr N. Louam	Maitre de conférences	(ENP)	Président
Mr A. Belmehdi	Chargé de cours	(INH)	Rapporteur
Mr M.C. Souami	Maitre de conférences	(ENP)	Examineur
Mr B. Hamici	Chargé de cours	(ENP)	Examineur
Mr R. Illoul	Chargé de cours	(ENP)	Examineur
Mr D. Boukhetala	Maître assistant	(ENP)	Invité

Dédicace

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

A ma mère

A mon père

A mon frère, mes soeurs,

mes neveux et nièces

Et à tous ceux qui me sont chers

REMERCIEMENTS

الدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

En tout premier lieu, je tiens à remercier Monsieur A. Belmehdi, directeur de thèse, de m'avoir aidé à réaliser ce travail. Ses orientations et ses conseils m'ont été très utiles dans la définition du sujet et dans le cheminement qui s'en est suivi. Son soutien intellectuel et moral m'a été d'un grand apport.

Je remercie vivement Monsieur N. Louam, Maître de conférence à l'ENP pour l'honneur qu'il me fait d'être le président du jury et pour les remarques qu'il m'a prodiguées après lecture de cette thèse.

Que Messieurs M.C. Souami et B. Hamici Enseignants à l'ENP trouvent l'expression de ma gratitude pour avoir bien voulu juger ce travail et participer au jury.

Mes remerciements vont également à Messieurs R. Illoul et D. Boukhetala, Enseignements à l'ENP pour avoir accepté d'être membre de jury.

Je n'oublie pas non plus ce que je dois à tous mes proches pour m'avoir soutenu au cours de toute cette période, en particulier mes parents.

Enfin, j'exprime ma profonde reconnaissance à tous ceux qui, directement ou indirectement m'ont aidé à la réalisation de ce travail.

TABLE DES MATIERES

Pages

Chapitre 0 : Introduction générale

01 : Introduction	5
02 : Présentation des chapitres	8

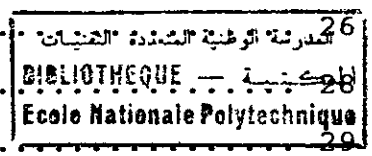
Chapitre 1 : Préliminaires et notation

1.1 : Graphes	10
1.1.1: Quelques définitions et caractéristiques des graphes ..	10
1.1.2: Chemin et plus court chemin dans un graphe	11
1.1.3: Accessibilité d'un graphe	12
1.2 : Les systèmes structurés dans l'approche d'état	12
1.3 : Représentation graphique d'un système structuré	14
1.4 : Commandabilité et observabilité structurelle	15
1: Rang générique d'une matrice structurée	15
2: Commandabilité structurelle	16
3: Observabilité structurelle	18
4: Commandabilité structurelle de sortie	19
1.5: Structure finie et infinie d'un système linéaire	20
1.5.1 Forme de Smith Mc Millan	20
1.5.2 Poles et zéros finis et infinis d'un système	21
1.6 : Découplage par retour d'état statique d'un système linéaire	22
1.6.1 Découplage sans stabilité	22
1.6.2 Découplage avec stabilité	23

Chapitre 2 : Modélisation et représentation graphique de la chaudière.

2.1 : Introduction	25
--------------------------	----

2.2 : Description et fonctionnement de la chaudière	25
2.2.1: Description de la chaudière	26
2.2.2: Fonctionnement de la chaudière	28
2.3 : Analyse de la dynamique de la chaudière	29
2.3.1: Choix des variables d'états	29
2.3.2: Choix des variables d'entrées	31
2.3.3: Modèle structurel de la chaudière	31
2.4 : Modélisation graphique	34
2.4.1: Matrice structurée et graphe associés de la chaudière .	34
2.4.2: Choix des variables de sorties	35
2.5 : Conclusion	37



Chapitre 3 : Recherche des structures de régulation faisables.

3.1 : Introduction	38
3.2 : Méthdologie de synthèse	38
3.3 : Application au modèle de la chaudière	41
3.3.1: Cas où les variables de sorties sont la pression et la température	41
3.3.2: Cas où les variables de sorties sont le niveau et la température	46
3.3.3: Cas où les variables de sorties sont la pression, le niveau et la température	49
3.4 : Conclusion	50

**Chapitre 4 : Découplage par retour d'état de la chaudière
et calcul de la commande.**

4.1 : Introduction	52
4.2 : Etude de la découplabilité du système	52
4.2.1: Recherche des matrices de transfert	53
a: Cas du niveau Ne et de la température Tvs	53

b: Cas de la pression P et de la température Tvs	54
c: Cas du niveau, de la pression et de la température ..	54
4.2.2: Découplabilité par retour d'état statique sans stabilité	55
4.2.3: Découplabilité avec stabilité	59
4.3 : Recherche des matrices de retour d'état	60
4.3.1: Obtention de la représentation d'état de la chaudière .	61
4.3.2: Calcul du retour d'état	64
4.3.3: Résultats de simulation	66
4.4: Conclusion	80
CONCLUSION GENERALE	81

Bibliographie

ANNEXE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

CHAPITRE 0

**INTRODUCTION
GENERALE**

L'automatisation des systèmes complexes est une opération assez délicate et pose souvent des problèmes quant à leur contrôle. Ces systèmes peuvent représenter des réseaux électriques ou des processus industriels tels que les chaudières. Ces problèmes sont liés surtout à leur taille qui se mesure au nombre de variables, à leur structure dans l'espace et à leur structure temporelle Titli (1979).

La complexité accrue des processus étudiés et de la fonction de commande a motivé ces dernières années le développement de la théorie de commande des systèmes linéaires multivariables. De nombreux chercheurs se sont penchés sur ce problème dans le but de trouver des méthodes de commande propres à ces systèmes. On peut citer les travaux de Lasdon (1970) et Shoeffler (1971) sur l'optimisation des grands systèmes, Mesarovich et Al (1979), Feindersen et Al (1979) sur la commande hiérarchisée des systèmes complexes, Lu et Al (1983) sur la stabilité des grands systèmes en utilisant la commande optimale décentralisée, Liu (1987) sur la synthèse des systèmes multimachines par les caractéristiques de découplage et Lu et Al (1988) sur la commande optimale des systèmes multimachines non linéaires.

Pour l'étude du comportement dynamique et statique d'un processus, nous devons passer par l'étape de représentation mathématique du système, c'est à dire trouver un système d'équations dont la résolution fournit des résultats ou des prévisions conformes à l'observation. Les systèmes de commande automatique pourront alors être élaborés sur la base de ce modèle mathématique. Pour obtenir ce dernier une bonne modélisation du système à commander est un préalable important.

Pour mener à bien cette opération, une connaissance suffisante de la nature et de la structure d'un modèle proche de la réalité physique est nécessaire. Une classe de systèmes qui tient compte de ce fait est celle des systèmes structurés Lin (1974), Linnemann (1981).

Cette catégorie de systèmes suppose la non connaissance des paramètres du système, seuls les éléments fixés à zéros de par leur structure sont connus, ce qui nous permet d'envisager la phase de modélisation d'une manière structurelle.

Cette modélisation par l'approche structurelle nous permet d'établir un modèle du système décrit par des équations explicites et qui est parfaitement représenté par un graphe orienté dont l'exploitation peut nous renseigner sur le comportement dynamique du système. REINSCHKE (1984).

La théorie des graphes Berge (1970), Minoux (1979) s'avère être un outil important dans la modélisation des systèmes réels. Elle est largement utilisée dans l'analyse et la décomposition des systèmes complexes Titli et Al (1979).

Parmi les problèmes que pose la conduite de systèmes complexes, la recherche de structures de commandes et en particulier les structures de régulation est un problème réel qui a fait l'objet de nombreux travaux, Foss et (1976), Barton et Al (1984), Kestenbaum et Al (1976).

Toutes les théories disponibles supposent que les variables de sorties et d'entrées sont sélectionnées d'une manière empirique comme c'est le cas de la régulation classique, Klefenz (1974), Guy de Livois (1979).

Les procédures empiriques et les expériences guident le concepteur à choisir les entrées et sorties sans une procédure systématique; ceci ne garantit pas que toutes les alternatives

de structures de régulation sont explorées et que la meilleure structure est choisie. Le manque de techniques solides pour la solution de ces problèmes est dû souvent à l'absence de formulation mathématique propre et à une description claire des objectifs, car le but essentiel de la commande d'un processus complexe est le développement d'une structure dynamique d'entrées - sorties tels que certains objectifs de traitement soient satisfaits continuellement, G ovind et Power (1976), Umeda et Al (1978).

Une des méthodes solutionnant ce problème est celle mis en oeuvre par Morari et Stephanopoulos (1980) qui permet l'obtention des structures de régulation d'une manière systématique par une approche purement structurelle des systèmes. Cette méthode basée sur un algorithme de synthèse, permet de mettre un système structuré décrit par des équations explicites reliant les différents états aux entrées choisies, sous forme de blocs matriciels ne contenant que des éléments non nuls. Ainsi on peut déterminer le nombre maximum de commandes à éliminer sans affecter le rang generique du système qui doit être plein.

Le problème auquel on s'interesse dans ce mémoire concerne l'application de cette méthode de synthèse sur un générateur de vapeur à circulation naturelle et illustrer une procédure théorique qui peut être utilisée pour améliorer les procédures empiriques.

Mais la détermination des boucles de régulation n'est pas suffisante il est nécessaire de les synthétiser et vérifier leur stabilité. Pour ce faire et vu que le processus étudié est

un système multivriable, l'une des techniques appropriées pour ce problème est le découplage par retour d'état Wolovich (1967, 1969), Hautus et Heymann (1983) et E.J Gilbert (1969).

Cette théorie permet de ramener le système global à des systèmes monovariables entièrement découplés où une entrée n'agit que sur une seule sortie et où une sortie n'est influencée que par une seule entrée. Ces derniers peuvent être dès lors traités par les méthodes classiques et le réglage pourra alors être fait chaîne par chaîne sans que l'on ait à modifier les autres boucles.

2-Présentation des chapitres :

Dans le chapitre un, on présentera certaines bases mathématiques nécessaires à la compréhension du sujet. On rappellera ainsi les notions de graphes, de systèmes structurés, de commandabilité structurelle, ainsi que celles de zéros et de pôles d'une matrice de transfert qui constituent la structure finie et infinie du système.

Dans le second chapitre, on s'intéressera à l'analyse et à la modélisation par une approche purement structurelle de la chaudière. On établira le modèle structurel ainsi que sa représentation par graphe à partir duquel nous déterminerons les différentes boucles de régulation faisables sur le procédé.

L'obtention de ces structures de régulation fera l'objet du troisième chapitre dans lequel nous allons appliquer l'algorithme de synthèse de Morari.

Le dernier chapitre sera consacré à la synthèse des boucles de régulation. On examinera dans une première étape la solubilité du problème de découplabilité sans stabilité et avec stabilité, puis dans une seconde étape, on calculera le retour d'état d'une des boucles de régulation pour lequel nous vérifierons la stabilité et les performances du système découplé par simulation.

CHAPITRE 1

**PRELIMINAIRES
ET NOTATION**

Dans ce chapitre, on rappelle d'abord certaines bases de la théorie des graphes. On étudie ensuite la notion de systèmes structurés dans l'approche d'état, et sa représentation par graphe orienté. Certaines définitions de commandabilité propres à ces systèmes seront également présentées. En fin de ce chapitre, on rappellera quelques définitions sur la structure finie et infinie des systèmes linéaires qui nous permettront d'aborder facilement le problème du découplage étudié au chapitre 4.

1.1- Graphes

Dans ce paragraphe, on rappelle certains éléments et concepts de base de la théorie des graphes qui s'avère être un outil performant dans la modélisation des systèmes réels. [1] , [28].

1.1.1- Quelques définitions et caractéristiques des graphes.

Définition 1.1

Un graphe $G (X, U)$ est donné par:

- Un ensemble X dont les éléments sont appelés sommets ou noeuds
- D'un ensemble U dont les éléments sont appelés arcs qui sont des couples ordonnés de sommets.

Exemple 1.1

Soit le graphe $G (X, U)$ représenté sur la figure 1.1

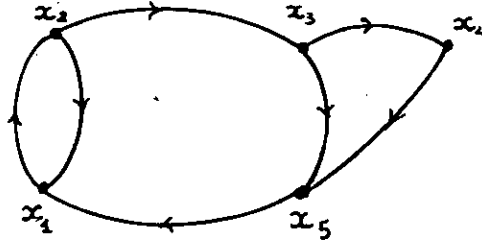


Figure 1.1: Graphe orienté

$$X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$$

$$U = \{(x_1, x_2), (x_2, x_3), (x_2, x_1), (x_3, x_4), (x_3, x_5), (x_4, x_5), (x_5, x_1)\}$$

1.1.2 Chemin et plus court chemin dans un graphe

Définition 1.2

Un chemin dans un graphe $G(X, U)$ est une séquence d'arcs (u_1, u_2, \dots, u_q) telle que l'extrémité terminale d'un arc u_i coïncide avec l'extrémité initiale de l'arc u_{i+1} .

Dans le graphe de l'exemple précédent (fig 1.1)

$P_1 = \{(x_1, x_2), (x_2, x_3), (x_3, x_4), (x_4, x_5)\}$ est un chemin

Définition 1.3

Un plus court chemin est un chemin de longueur minimale (la longueur d'un chemin étant la somme des arcs qui le composent). Ainsi, la longueur du chemin P_1 de l'exemple précédent (allant de x_1 à x_5) est égale à 4. Ce chemin n'est pas le plus court car il existe un chemin P_2 de longueur 3.

$$P_2 = (x_1, x_2), (x_2, x_3), (x_3, x_5)$$

1.1.3 Accessibilité d'un graphe

Définition 1.4 [29]

Un sommet x_0 du graphe $G(X,U)$ est dit accessible aux autres sommets de G si et seulement si il existe un chemin d'arcs orientés du sommet x_0 à tous les autres sommets de $G(X,U)$

Exemple 1.2

Soit le graphe $G(X,U)$ donné par la figure 1.2

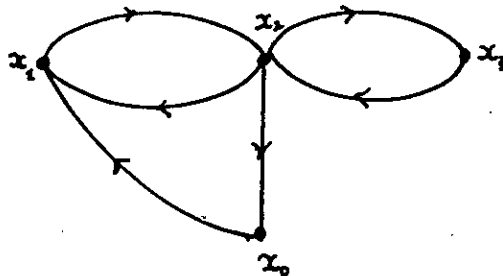


Figure 1.2: illustration de l'accessibilité d'un graphe

On remarque qu'il existe un chemin d'arc orienté de x_0 à tous les sommets de G

Remarque:

Le noeud x_i n'est pas accessible par le noeud x_j , s'il n'existe pas de chemin reliant x_j à x_i

1.2 - Les systèmes structurés dans l'approche d'état

Soit le système linéaire défini par:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= Ax + Bu \\ Y &= Cx \end{aligned} \tag{1.1}$$

Où $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$ avec A, B, C des matrices réelles constantes, de dimensions appropriées.

Définition 1.5 [21]

Si chacune des matrices A, B, C a ses éléments fixés à zéros dans certaines positions et arbitraires dans les autres, et les éléments non nuls supposés mutuellement indépendants, elle seront dites structurées. D'autres définitions similaires sont données par Morari et Stephanopoulos [29] Shield et Pearson [35], Glover et Silvermann [15] et Brisk et Barton [4].

Définition 1.6 [3]

Le triplet (A, B, C) forme un système structuré si les matrices A, B, C sont structurées et mutuellement indépendantes, c'est à dire si la matrice élargie

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & O \end{bmatrix} \text{ est structurée.}$$

Exemple 1.3

Soit: $A(\alpha)$, $B(\alpha)$, $C(\alpha)$ des matrices supposées structurées données par:

$$A(\alpha) = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 \\ \alpha_4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B(\alpha) = \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{pmatrix}$$

$$C(\alpha) = [\alpha_7 \ 0 \ \alpha_8]$$

Alors : le triplet (A, B, C) donné par la matrice:

$$M = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 & \alpha_5 \\ \alpha_4 & 0 & 0 & \alpha_6 \\ \alpha_7 & 0 & \alpha_8 & 0 \end{bmatrix}$$

est structuré si les paramètres $\alpha_i (i = 1, \dots, 8)$ de la matrice M sont indépendants entre eux.

1.3 - Représentation graphique d'un système structuré [2],[29]

On associe à un système structuré donné par ses équations d'état (éq.1.1) un graphe orienté pondéré par les paramètres non nuls de la manière suivante:

- les sommets représentent l'ensemble des entrées U , des états X et sorties Y .
- Un arc correspond à un élément non nul dans la matrice structurée M du système et sera pondéré par le paramètre α_i .

Exemple 1.4

Pour le système structuré de l'exemple précédent (exp 1.3), le graphe associé à ce système est donné sur la figure 1.3 .

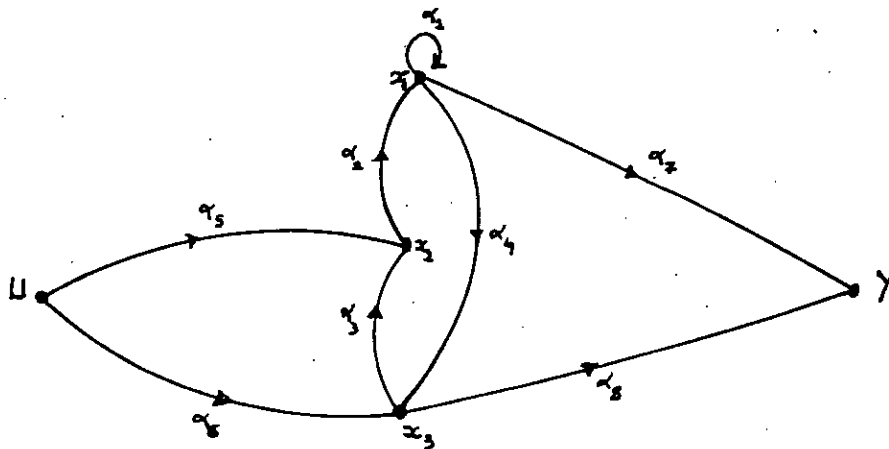


figure 1.3: représentation graphique d'un système structuré

1.4 - Commandabilité et observabilité structurelles.

La commandabilité et l'observabilité au sens de Kalman sont des notions importantes pour la solution de problèmes de commande. Dans le cas de systèmes structurés Lin [21] a introduit la notion de commandabilité structurelle pour un système linéaire monovarié. Elle a été étendue au cas multivarié par Shield et Pearson [35], Glover et Silvermann [15].

Rappelons d'abord une des conditions de commandabilité structurelle qui est la notion de rang-générique.

1. - Rang-générique d'une matrice structurée

Définition 1.6 [29]

Le rang-générique d'une matrice structurée est le rang maximum qu'on peut obtenir pour cette matrice comme fonction de ses éléments non nuls.

Définition 1.7 [15]

Une matrice structurée M_s a un rang-générique plein si et seulement si, il existe une matrice admissible par rapport à M_s de rang plein.

Remarque:

Une matrice est dite admissible, si on peut fixer les éléments non nuls de la matrice structurée à des valeurs bien déterminées.

Des algorithmes de calcul du rang-générique ont été obtenus par Morari et Stephanopoulos [29], Shield et Pearson [35], Barton et Brisk [4], EJ Davisson [5].

Exemple 1.5

Soit la paire structurée (A_s, B_s) données par:

$$A_s = \begin{pmatrix} x & x & 0 \\ x & 0 & 0 \\ x & x & x \end{pmatrix} \quad B_s = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Où les croix représentent des éléments non nuls.

Une matrice admissible de A_s est $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Le rang de la matrice admissible A_1 est plein et égal à 3, d'où $\text{rang-g de } A_s = n = 3$.

2. - Commandabilité structurelle

Définition 1.9 [15], [35]

Une paire (A_s, B_s) est structurellement commandable s'il existe une paire admissible (A_1, B_1) qui est commandable au sens de Kalman.

Exemple 1.6

Soit la paire structurée (A_s, B_s) de l'exemple précédent.

Une paire admissible est $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Cette paire est commandable ($\text{Rg}(B_1, A_1 B_1) = 3$) d'où la commandabilité structurelle de la paire (A_s, B_s) .

L'interprétation graphique de la commandabilité est donnée par le théorème suivant:

Théorème 1.1 [29]

La paire structurée (A_s, B_s) est commandable si et seulement si:

- 1) Chaque noeud correspondant à un état est accessible par au moins un noeud correspondant à une entrée.
- 2) Rang-générique de la paire $(A_s, B_s) = n$

Exemple 1.7

Reprenons la paire structurée (A_s, B_s) de l'exemple 1.5:

$$A_s = \begin{pmatrix} x & x & 0 \\ x & 0 & 0 \\ x & x & x \end{pmatrix} \quad B_s = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Le graphe associé à cette paire est donné par la figure ci-dessous.

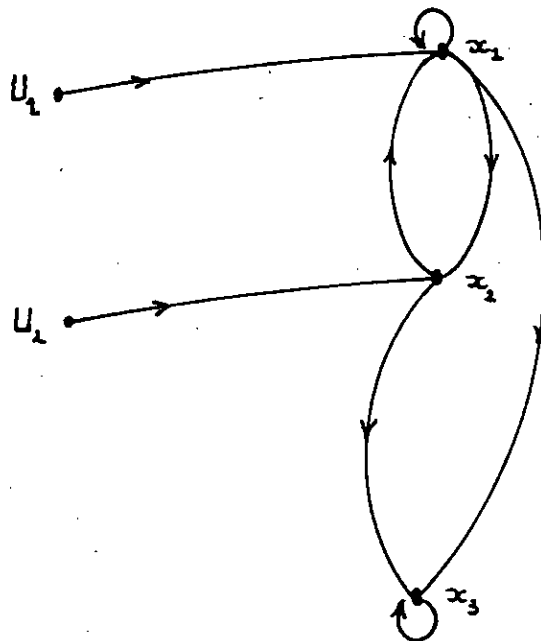


fig. 1.4: graphe associé à la paire (A_s, B_s)

- 1) On remarque que la première condition est satisfaite puisque à partir de U_2 , on peut accéder à n'importe quel état.

2) Rang-g $(A_s, B_s) = 3 = n$ car il y a 3 lignes indépendantes

Donc la paire (A_s, B_s) est commandable structurellement.

3 - Observabilité structurelle

L'observabilité étant connue comme le dual de la commandabilité, sa définition pour un système structuré est la suivante:

Définition 1.10 [29]

La paire (C, A) est structurellement observable si et seulement si la paire (A_s^T, C_s^T) est structurellement commandable.

C'est à dire vérifie les deux conditions suivantes:

1- Le graphe associé à la paire (A_s^T, C_s^T) est accessible aux sorties.

2- Rang-g $(A_s^T, C_s^T) = n$

Exemple 1.8

Soit la paire structurée (A_s, C_s) donnée par:

$$A_s = \begin{pmatrix} x & x & 0 \\ x & 0 & 0 \\ x & x & x \end{pmatrix} \quad C_s = [0 \ 0 \ x]$$

Le graphe associé à la paire (A_s^T, C_s^T) est donné par la figure ci-dessous

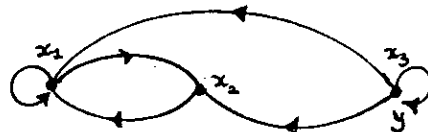


fig. 1.5 Graphe associé à (A_s^T, C_s^T)

- On remarque que la première condition est satisfaite puisque l'état x_3 correspondant à la sortie Y atteint les autres états du graphe.

- Rang-g $(A_s^T, C_s^T) = n = 3$

4 - Commandabilité structurelle de sortie

La commandabilité fonctionnelle ou de sortie a été introduite par Rosenbrock, [33] et met en évidence la matrice d'observation du système.

Théorème 1.2

Soit un système donné par le triplet (A,B,C) , ce dernier est fonctionnellement commandable si et seulement si:
 $\dim U \geq \dim Y$ et $\det. G(p) \neq 0$ avec $G(p) = C(pI-A)^{-1}B$

Dans le cas des systèmes structurés, la commandabilité fonctionnelle est donnée par les théorèmes suivants:

Théorème 1.3 [31]

Le système (A_s, B_s, C_s) est structurellement et fonctionnellement commandable si et seulement si:

Rang-g $(C_s B_s, C_s A_s B_s, \dots, C_s A_s^{n-1} B_s) = n$

Théorème 1.4 [4],[29]

La paire structurée $\begin{bmatrix} A & 0 & B \\ C & 0 & 0 \end{bmatrix}$ est fonctionnellement commandable si seulement si:

1) (A,B) est structurellement commandable

2) Rang-g $\begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + r$ où $r = \dim(y)$ et $n = \dim(x)$

Exemple 1.9

Soit le triplet (A_s, B_s, C_s) donné par:

$$A_s = \begin{pmatrix} x & x & 0 \\ x & 0 & 0 \\ x & x & x \end{pmatrix} \quad B_s = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad C_s = (0, 0, x)$$

La première condition est vérifiée, (voir exemple 1.7) et le rang générique est égal à 4 d'où la commandabilité structurelle de sortie du système.

1.5 - Structure finie et infinie d'un système linéaire

Préliminaire:

La notion de structure finie et infinie est très importante pour la solution de problèmes de commandes tels que le découplage ou le rejet de perturbation. Les pôles et zéros (finis et infinis) peuvent être déterminés soit à partir de la forme de Smith Mc Millan de la matrice de transfert, [33], soit par d'autres méthodes, [27],[7].

1.5.1: Forme de Smith Mc Millan

La forme de Smith Mc Millan d'un système de matrice de transfert $T(p)$ avec $T(p) \in \mathcal{R}^{p \times m}(p)$ des matrices $p \times m$ dont les éléments sont des fractions rationnelles, est donnée par:

$$M(p) = \left[\begin{array}{c|c} \psi(p) & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] \quad \text{où } \psi(p) = \text{diag} \left(\frac{n_1}{d_1}, \frac{n_2}{d_2}, \dots, \frac{n_r}{d_r} \right)$$

r est le rang de la matrice de transfert $T(p)$.

n_i et d_i ($i = 1, 2, \dots, r$) sont des polynômes normalisés premiers entre eux satisfaisant les conditions de divisibilité c'est-à-dire: n_i divise n_{i+1} et d_{i+1} divise d_i .

Remarque :

Les éléments de la diagonale peuvent être obtenus de la manière suivante:

soit $(PGCD)_i$ le PGCD des mineurs d'ordre i de $T(p)$

$$\text{On a } \frac{n_i}{d_i} = \frac{(PGCD)_i}{(PGCD)_{i-1}} \quad \text{avec} \quad (PGCD)_0 = 1$$

1.5.2 Poles et zéros finis et infinis d'un système [3],[33]

Définition 1.11

Les pôles finis de $T(p)$ sont donnés par les racines du dénominateur d_i et les zéros finis par les racines du numérateur n_i de $\psi(p)$.

Définition 1.12

La matrice rationnelle $T(p)$ possède un zéro(rep.pôle) à l'infini d'ordre q lorsque $T(1/\omega)$ possède un zéro (resp pôle) fini d'ordre q en $\omega = 0$ (forme de Smith Mc Millan à l'infini).

Exemple 1.10

Soit le système de matrice de transfert

$$T(p) = \begin{pmatrix} \frac{1}{p+1} & \frac{1}{p+8} \\ \frac{1}{p+2} & \frac{1}{p+4} \end{pmatrix}$$

La forme de Smith Mc Millan est donnée par:

$$M(p) = \begin{pmatrix} \frac{1}{Dc} & 0 \\ 0 & \frac{5p+12}{1} \end{pmatrix} \quad \text{avec } Dc = (p+1)(p+2)(p+4)(p+8)$$

a) Pôles et zéros finis

On a quatre pôles stables d'ordre 1 et un zéro stable d'ordre 1 en $-12/5$

b) Pôles et zéros infinis

Ils sont obtenus par la forme de Smith Mc Millan de $T(1/\omega)$ en $\omega = 0$

On a alors:

$$T(1/\omega) = \frac{1}{D(\omega)} \begin{pmatrix} \omega & 0 \\ 0 & \omega^2(12\omega + 5) \end{pmatrix}$$

avec $D(\omega) = (\omega+1)(2\omega+1)(4\omega+1)(8\omega+1)$

On a donc un zéro infini d'ordre 1 et un zéro infini d'ordre 2

1.6- Découplage par retour d'état statique d'un système linéaire

Nous rappelons dans cette section deux résultats importants de découplabilité d'un système sans et avec stabilité [6]

1.6.1 Découplage sans stabilité

Théorème 1.5

Un système est dit découplable par retour d'état statique sans stabilité si et seulement si:

les zéros infinis par ligne ZIL sont égaux aux zéros infinis globaux ZIG de la matrice de transfert du système.

Remarque :

un zéro infini d'une ligne i est égal au minimum des différences $p_i - q_i$ des degrés de $d_i(p)$ et $n_i(p)$ $i = 1, \dots, r$.

1.6.2 Découplage avec stabilité

Théorème 1.6

Le découplage par retour d'état avec stabilité est faisable si et seulement si:

Les zéros finis instables par ligne de la matrice de transfert $T(p)$ sont égaux aux zéros finis instables de $T(p)$. (Forme de Smith Mc Millan).

Une autre méthode de calcul des zéros à l'infini globaux ZIG est la suivante: [7*] , [33]

n_1 = ordre du ZI des mineurs d'ordre (1)

n_2 = ordre du ZI des mineurs d'ordre (2) - n_1

⋮

n_i = ordre du ZI des mineurs d'ordre(i) - $\sum_{j=1}^{i-1} n_j$

Pour l'exemple précédent et en utilisant la méthode citée ci-dessus les zéros infinis globaux sont obtenus de la manière suivante:

n_1 = ordre du ZI des mineurs d'ordre(1) = 1

n_2 = ordre du ZI des mineurs d'ordre(2) - n_1

ordre du zéro infini des mineurs d'ordre(2) = ordre du det. de $T(p) = 3$ d'où $n_2 = 2$. Donc ZIG = $(n_1, n_2) = (1, 2)$

On a bien un zéro infini d'ordre 1 et un zéro infini d'ordre 2.

CHAPITRE 2

**MODELISATION
ET
REPRESENTATION GRAPHIQUE
DE LA CHAUDIERE**

2.1 - Introduction

Dans ce chapitre, on s'intéresse à la modélisation d'un système physique complexe qui est un générateur de vapeur à circulation naturelle d'un point de vue purement structurelle. Ceci nous permettra d'établir les équations d'états du système en sélectionnant au préalable les variables d'états et d'entrées, puis de donner les liaisons physiques qui existent entre-elles [16],[18],[37].

2.2 - Description et fonctionnement de la chaudière

Dans une centrale thermique à vapeur, on réalise une transformation de l'énergie brute latente en énergie électrique, en utilisant une transformation intermédiaire en énergie calorifique véhiculée par la vapeur d'eau.

L'énergie brute est tout d'abord transformée en énergie calorifique dans une chaudière (générateur de vapeur) puis transportée vers une turbine par la vapeur. Là elle subit une nouvelle transformation en énergie mécanique qui est à son tour transformée par l'alternateur en énergie électrique (voir fig.2.1)

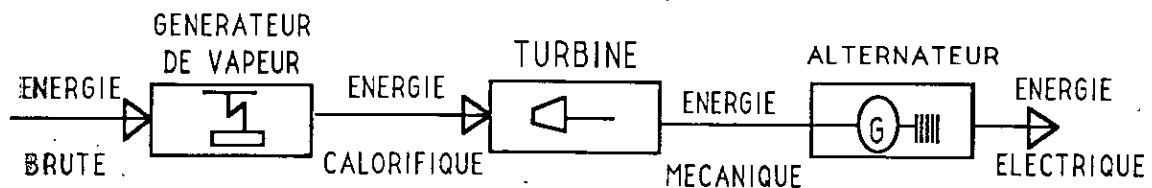


fig. 2.1 Centrale thermique schématisée

Remarque :

Dans ce qui va suivre, on se limitera à la partie "générateur de vapeur".

2.2.1 - Description de la chaudière

Le générateur de vapeur est un ensemble d'échangeurs conçus pour transformer de l'eau en vapeur et délivrer celle-ci à une pression et une température déterminée en utilisant une source de chaleur définie. Le schéma descriptif d'un générateur de vapeur à circulation naturelle à ballon est donné par la figure 2.2.

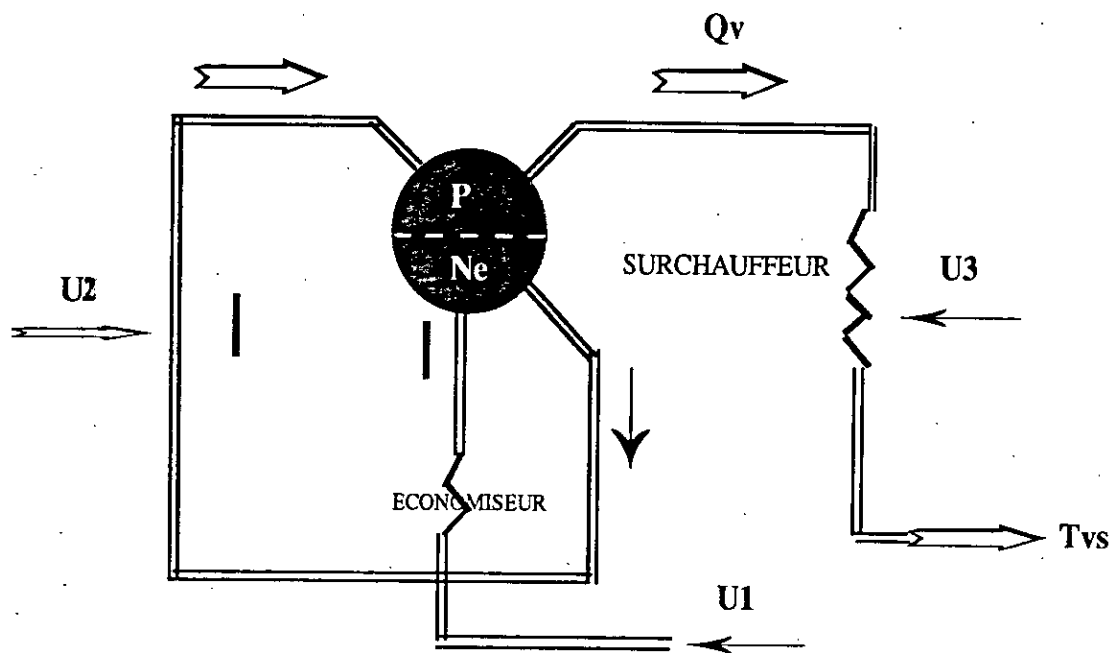


fig. 2.2: Schéma descriptif d'une chaudière

Avec :

U_1 : Débit d'eau d'alimentation

U_2 : Source de chaleur ou débit calorifique

U_3 : Injection d'eau

Ne : Niveau d'eau dans le ballon

P : Pression dans le ballon

Qv : Débit de vapeur

Tvs : Température de la vapeur surchauffée.

La chaudière à niveau est constituée:

a) D'un réservoir ou ballon qui sert de séparateur au mélange vapeur-eau.

b) D'un tube par lequel l'eau d'alimentation arrive pour se déverser dans le ballon, grâce à un tube crépiné parcourant la totalité de la longueur du ballon, et orienté de sorte que les trous injectent l'eau d'alimentation dans la masse du ballon. Généralement cette eau est réchauffée à travers l'économiseur.

c) D'un circuit d'émulsion destiné à vaporiser l'eau préalablement portée à sa température de saturation. Ce circuit est constitué de tubes dans lesquels un mélange d'eau et de vapeur en proportion variable circule et ces tubes reçoivent le flux calorifique nécessaire à la vaporisation. La séparation eau-vapeur s'effectue dans le ballon grâce à un dispositif de séparateur et de séchage de la vapeur.

d) De tubes de retour par lesquels revient une partie de l'eau du ballon. IL s'établit alors une circulation naturelle dans ces tubes ainsi que dans les tubes d'évaporation.

e) D'un circuit de vapeur sèche, constitué par le surchauffeur, c'est un organe qui est appelé à atteindre les températures les plus élevées.

Le surchauffeur est alimenté en vapeur saturée sèche depuis le réservoir et il est capable de chauffer cette vapeur produite jusqu'à la température de surchauffé demandée.

2.2.2 - Fonctionnement de la chaudière

Dans une chaudière, les étapes les plus importantes sont:

- a) Echauffement de l'eau.
- b) Vaporisation de l'eau chauffée.
- c) Surchauffe de la vapeur d'eau.

Remarques :

Deux conditions doivent être satisfaites avant de démarrer une chaudière:

- Que celle-ci soit suffisamment remplie d'eau .
- Le circuit de fumée doit être suffisamment ventilé afin d'éviter le mélange de gaz détonnant au niveau de l'allumage.

Les étapes de fonctionnement se résument comme suit:

La pompe alimentaire refoule l'eau d'alimentation vers le ballon à travers l'économiseur, il s'établit alors une circulation par les tubes de retour puis par le faisceau de l'évaporateur où l'eau se vaporise en partie. L'émulsion d'eau et de vapeur revenant dans le ballon, le mélange est séparé à ce niveau.

Le ballon constitue le point de départ de la circulation, le débit en circulation descend par le circuit de retour sous forme d'eau et remonte par le circuit de l'évaporateur vers le réservoir sous forme d'une émulsion de plus en plus chargée de vapeur au fur et à mesure qu'elle absorbe de la chaleur le long de son parcours. Les tubes de vapeurs sont de ce fait remplis de bulles de vapeur qui forment une émulsion et la vapeur est séparée de l'eau dans le ballon. Celle-ci passe par les étapes dites de séchage et est conduite vers le surchauffeur en une vapeur saturée sèche. Cependant que l'eau retourne dans le

circuit de vaporisation en circulation naturelle, la vapeur ainsi produite atteint à la sortie du surchauffeur la température de surchauffe demandée qui est ensuite transportée vers la turbine en une vapeur sèche.

2.3 - Analyse de la dynamique de la chaudière

Cette analyse nous permettra de sélectionner les variables d'état et d'entrées d'un point de vue purement structurel. Nous essayerons ensuite d'établir les liaisons existantes entre elles, ce qui nous permettra d'écrire les équations d'état du modèle sous forme explicite.

2.3.1 - Choix des variables d'état

Le choix de ces grandeurs est motivé par des considérations purement techniques, à savoir la bonne marche de la centrale. IL faut obtenir durant tout le fonctionnement un équilibre entre la demande et la production de vapeur.

La variation de certains paramètres de la chaudière entraîne des problèmes, tel que l'usure au niveau de la chaudière qui se répercutera automatiquement sur la turbine d'où la nécessité de les maintenir constants à leur valeur de consigne .

a) Le niveau d'eau N_e dans le ballon est une grandeur représentative de la quantité d'eau à introduire dans la chaudière et cette hauteur du plan d'eau forme une image parfaite des besoins en eau d'alimentation. Ce niveau est limité entre deux bornes supérieures et inférieures admissibles. Le manque d'eau entraîne la détérioration des parois métalliques non refroidies, tandis qu'un niveau trop haut favorise les entraînements d'eau dans la vapeur et fait

chuter ainsi les caractéristiques de vapeur qui ne répondent plus au besoin de l'utilisateur. D'où la nécessité de considérer le niveau d'eau N_e comme état de la chaudière.

b) Le meilleur critère d'équilibre entre la production et la consommation de vapeur est la constance de la pression. La rupture de cet équilibre se traduit par un écart de la pression par rapport à celle de consigne, qui se répercute sur l'apport calorifique. Le second état à sélectionner est donc la pression de fonctionnement de la chaudière, P_f

Remarque:

La pression est uniforme dans toute la chaudière aux pertes de charges prés. (Ces pertes sont généralement négligeables) d'où $P_f = P$

c) A la suite de l'appel de vapeur, le débit de vapeur augmente, ce qui entraîne une chute de pression et une rupture de l'équilibre production - consommation de la vapeur, ainsi qu'une variation du niveau d'eau dans le ballon (gonflement ou tassement du niveau). IL est donc nécessaire de considérer le débit de vapeur Q_v comme un état du système.

d) Un quatrième état pouvant être sélectionné, est la température de vapeur à la sortie du surchauffeur: T_{vs} . Cette température doit être maintenue constante à la valeur de consigne pour éviter des variations importantes d'énergie stockée dans la chaudière en fonction des variations de pression qu'ils subissent et la détérioration des parois métalliques qui vont engendrer des dommages à la chaudière, (par conséquent à toute la centrale).

2.3.2 Choix des variables d'entrées

Dans les chaudières, trois grandeurs d'entrée sont généralement utilisées:

- Première entrée U_1 : il s'agit du débit d'alimentation Q_a qui sert à maintenir le niveau d'eau constant afin de s'assurer que les tubes foyer soient constamment recouvert d'eau.
- Deuxième entrée U_2 : C'est le débit calorifique Q_c qui intéresse la vaporisation de l'eau dans le faisceau évaporateur. Ce même débit peut intéresser aussi la surchauffe de la vapeur, afin d'assurer l'équilibre thermique de la surchauffe.
- Troisième entrée U_3 : C'est le débit d'injection d'eau Q_i prélevée sur le circuit d'alimentation de la chaudière par le refoulement de la pompe alimentaire et qui sert au contrôle de la température de la vapeur surchauffée.

Remarque :

La source de chaleur (Q_c) peut atteindre de très grandes températures afin de vaporiser l'eau se trouvant dans le circuit de l'évaporateur en quantité suffisante dans le but d'assurer l'équilibre production - consommation de vapeur.

2.3.3 - Modèle structurel de la chaudière

Après avoir sélectionné les variables d'états et les grandeurs d'entrée, nous allons rechercher maintenant les dépendances entre ces grandeurs, ce qui nous permettra de représenter le modèle du système à l'aide d'une matrice structurée dans le paragraphe qui suivra:

La forme générale de l'équation d'état s'écrit:

$$\dot{X}_i = f_i(\underline{X}, \underline{U})$$

$$\text{Avec } \underline{X}: \text{ vecteur de variables d'état} = \begin{pmatrix} N_e \\ P \\ Q_v \\ T_{vs} \end{pmatrix}$$

$$\underline{U}: \text{ vecteur de variables d'entrée} = \begin{pmatrix} Q_a \\ Q_c \\ Q_i \end{pmatrix}$$

a) Equation d'état du niveau: N_e

Le niveau d'eau est influencé par deux grandeurs:

* L'eau d'alimentation: Lors d'un apport supplémentaire d'eau relativement froide Q_a , la quantité de vapeur en émulsion dans l'eau de la chaudière diminue par condensation, le volume d'eau totale subit donc un tassement.

* Le débit de vapeur: lors d'une augmentation du débit de vapeur Q_v et par suite à la baisse de pression correspondante, une plus grande quantité de bulles de vapeur se forme dans l'eau de la chaudière et le niveau d'eau dans le réservoir se soulève (gonflement).

Il est à noter que plus l'action sur l'apport calorifique Q_c est vive, plus le gonflement ou le tassement est important.

- Une diminution du débit de vapeur entraîne elle aussi le phénomène de tassement.

- Une variation de pression est suivie de fluctuation de niveau.

Donc la variation du niveau est fonction des paramètres Q_a , Q_c , P et Q_v ce qui s'écrit par l'équation $\dot{N}_e = f_1(Q_a, Q_c, Q_v, P)$

b) Equation d'état de la pression de vapeur P

La pression augmente selon la charge de la turbine. En

effet une augmentation de la charge due à un appel des consommateurs fait chuter la pression, ce qui entraîne une augmentation du combustible Q_c demandé par le régulateur de pression dans le but de ramener cette pression à sa valeur de consigne. Il est à noter qu'une variation du niveau d'eau entraîne une variation du débit de vapeur donc de la pression P

Remarque :

Pour faire varier la charge de la turbine, on dispose de deux moyens:

Soit par variation du débit de vapeur, soit par la variation de pression. Généralement on rencontre les deux, d'où :

l'équation d'état de la pression $\dot{P} = f_2 (Q_c, N_e, Q_v)$

c) Equation d'état du débit de vapeur Q_v

La production de la vapeur dépend essentiellement du débit calorifique qui y entre mais pas du débit d'eau. Par contre un niveau d'eau trop haut fera chuter les caractéristiques de vapeur et favorisera les entrainements d'eau dans la vapeur. En outre, une élévation de la pression correspondra à une réduction du débit de vapeur alors qu'une chute de pression correspondra à un appel de vapeur.

D'où l'équation d'état du débit de vapeur $\dot{Q}_v = f_3 (Q_c, N_e, P)$

d) Equation d'état de la température de vapeur.

Les variations de charges de grandes amplitudes sont accompagnées de celles de la température. Ainsi la première influence vient du débit de vapeur et de la pression. Le débit calorifique qui intéresse la surchauffe de la vapeur influe également sur la température T_{vs} .

L'autre influence vient de l'injection en eau Q_i ce qui permet de maintenir la température de vapeur T_{vs} à sa valeur de consigne.

L'équation d'état de la température de vapeur est $\dot{T}_{vs} = f_4 (Q_c, Q_i, P, Q_v)$

2.4 - Modélisation graphique [29]

Après avoir obtenu les relations régissant chaque variable d'état du système, on construit la matrice structurée de ce dernier à partir des liaisons des états considérés et des entrées de la manière suivante:

Lorsqu'il existe une liaison entre les grandeurs, on la symbolise par une croix "x" sinon on mettra un zéro "0".

Une fois la matrice structurée construite, on la représentera par un graphe dans le but d'étudier l'accessibilité de ce dernier. Une sélection adéquate des grandeurs de sorties (à réguler) pourra ainsi être obtenue.

2.4.1 - Matrice structurée et graphe associé de la chaudière

Soient les différentes équations décrivant les quatre états choisis pour la chaudière.

$$\begin{aligned}\dot{N}_e &= f_1 (Q_a, Q_c, Q_v, P) \\ \dot{P} &= f_2 (Q_c, N_e, Q_v) \\ \dot{Q}_v &= f_3 (Q_c, N_e, P) \\ \dot{T}_{vs} &= f_4 (Q_c, Q_i, P, Q_v)\end{aligned}\tag{2.1}$$

La matrice structurée du système s'écrit:

	Ne	P	Qv	Tvs	Qa	Qc	Qi
\dot{N}_e	0	x	x	0	x	x	0
\dot{P}	x	0	x	0	0	x	0
\dot{Q}_v	x	x	0	0	0	x	0
\dot{T}_{vs}	0	x	x	0	0	x	x

As (4x4)
Bs (4x3)

Où As est la matrice des états et Bs est la matrice de commande.

Le graphe associé à cette matrice structurée est donné par:

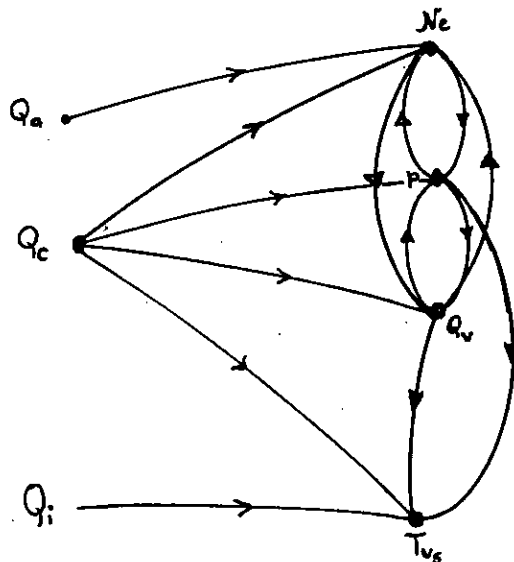


fig. 2.3: graphe associé à la matrice structurée

2.4.2 - Choix des variables de sortie

Le choix de ces grandeurs est motivé par l'équilibre entre la production et la consommation de vapeur. L'obtention de cet équilibre peut se faire par le choix de la pression P comme variable de sortie, du niveau d'eau Ne ou des deux grandeurs à la fois. Examinons les différents cas :

a) Cas où la sortie est la pression : P

La matrice d'observation du système est dans ce cas $C_{sa} = (0 \ x \ 0 \ 0)$. D'après le graphe précédent (fig.2.3) on remarque que la température de vapeur T_{vs} n'est pas accessible à la sortie P. Il est donc nécessaire d'augmenter cette matrice de sortie à la variable T_{vs} .

La nouvelle matrice d'observation est $C_{sa}^* = \begin{pmatrix} 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x \end{pmatrix}$

Ainsi l'accessibilité aux états est obtenue totalement.

b) Cas où la sortie est le niveau d'eau: Ne

On remarque que dans ce cas (voir fig.2.3) T_{vs} n'atteint pas la sortie Ne. La matrice d'observation C_{sb} sera donc élargie à T_{vs} .

$$C_{sb}^* = \begin{pmatrix} x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x \end{pmatrix}$$

c) Cas où les sorties sont : P et Ne

Dans ce cas, l'état T_{vs} est non accessible aux sorties P et Ne (fig.2.3), on augmentera la matrice d'observation à trois (3) variables, ce qui donne :

$$C_s^* = \begin{pmatrix} x & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x \end{pmatrix}$$

2.5 - Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons procédé à la modélisation d'un système physique qui est un générateur de vapeur d'un point de vue purement structurel, cette modélisation nous a permis de déterminer le modèle structurel du système ainsi que sa représentation par graphe. Cette approche structurelle a le mérite de mieux situer les systèmes de leur réalité physique et leur description par graphe est simple à réaliser.

CHAPITRE 3

**RECHERCHE
DES
STRUCTURES DE REGULATION
FAISABLES**

3.1 - Introduction

Dans ce chapitre, on s'intéresse à l'obtention de structures de régulation faisables sur le procédé étudié dans le chapitre deux. La méthodologie de synthèse est basée sur un algorithme mis en oeuvre par Morari et Stephanopoulos [29]. L'algorithme consiste à former à partir de la matrice structurée des blocs matriciels ne contenant que des éléments non nuls dont l'exploitation permet de trouver le nombre maximum de commande à éliminer sans affecter le rang générique du système.

3.2 - Méthodologie de synthèse

Après avoir établi la matrice structurée du système (2.4.1), nous allons passer à l'obtention des structures de régulation faisables, en suivant les étapes ci-dessous :

Etape 1 : Sélectionner un ensemble de variables d'observation répondant aux exigences préconisées et sera représenté par la matrice C_s , soit $y = C_s x$.

Etape 2 : Tester l'accessibilité aux états en utilisant les sorties choisies en 1. Si l'accessibilité aux états sorties n'est pas satisfaite, augmenter la matrice d'observation C_s jusqu'à ce que l'accessibilité soit obtenue totalement (2.4.2). Soit C_s^* la matrice d'observation augmentée, $y^* = C_s^* x$.

Etape 3 : Former la matrice structurée

$$S = \begin{pmatrix} A_s & B_s \\ C_s^* & 0 \end{pmatrix}$$

Etape 6 : Former la matrice \bar{R}_i , $i = 1, 2, \dots, l$

$$\bar{R}_i = \begin{bmatrix} R1 \\ X & R2 \\ X & X \\ X \\ \vdots \\ X & X \end{bmatrix} \quad \bar{R}_i$$

Etape 7 : Calculer l'indice rang $(RI)_i$ de \bar{R}_i

$$(RI)_i = \sum_{k=1}^i (m_k - n_k) \quad \begin{array}{l} m_k : \text{nombre de colonnes du kieme bloc de } \bar{R}_i \\ n_k : \text{nombre de lignes du kieme bloc de } \bar{R}_i \end{array}$$

Où $(RI)_i$ est le nombre maximum de colonnes de \bar{R}_i qu'on peut éliminer sans affecter le rang-générique de S.

Etape 8 : Construction de l'arbre d'élimination des commandes de B_s à partir du résultat obtenu en 7. Soit \bar{B}_s la matrice formée par les variables de commandes restantes et qui doivent correspondre au nombre de variables d'observation sélectionnées à l'étape 2.

Etape 9 : Tester l'accessibilité du graphe associée à la paire (A_s, \bar{B}_s) . Si l'accessibilité n'est pas satisfaite, l'ensemble de variables de commandes sélectionné est rejeté sinon, la sélection de variables de commande est retenu pour l'étape suivante.

Etape 10 : Tester si rang $g \begin{bmatrix} A_s & \bar{B}_s \\ C_s^* & 0 \end{bmatrix}$ est plein

Si le test est affirmatif, la sélection des variables de sorties correspondant aux lignes de C_s^* et la sélection des commandes correspondant aux colonnes de \bar{B}_s représente les structures de régulation faisables.

Remarque :

- Si $\text{rang-g}(S) < n$, les $n - \text{Rg}(S)$ lignes sont structurellement dépendantes

3.3 - Application au modèle de la chaudière

3.3.1- Cas où les variables de sorties sont la pression P et la température Tvs

La matrice structurée du système S est donnée par :

	Ne	P	Qv	Tvs	Qa	Qc	Qi
\dot{N}_e	0	x	x	0	x	x	0
\dot{P}	x	0	x	0	0	x	0
\dot{Q}_v	x	x	0	0	0	x	0
\dot{T}_{vs}	0	x	x	0	0	x	x
C_{sa}^*	0	x	0	0	0	0	0
C_{sa}	0	0	0	x	0	0	0

Etape de synthèse

L'application de l'algorithme de Morari donne:

a) Réorganisation suivant les lignes:

Cette réorganisation se fait par la sélection dans une première étape des lignes de la matrice structurée par ordre croissant d'éléments non nuls.

On choisit ainsi la ligne ayant le nombre minimum d'éléments non nuls et on lui associe l'indice 1, soit la ligne correspondant à \dot{Q}_v (3 éléments non nuls).

La seconde ligne d'indice 2 est la ligne correspondant à \dot{P} (3 éléments).

la ligne correspondante à \dot{Tvs} est affectée de l'indice 3. Elle possède 4 éléments non nuls.

Enfin l'indice 4 sera associé à la ligne correspondant à \dot{Ne} (4 éléments).

Remarque :

Quand deux ou plusieurs lignes ont le même nombre d'éléments non nuls, le choix du classement des lignes est arbitraire.

Les ligne de la matrice S seront donc marquées par les indices respectifs (4,2,1,3) comme c'est montré ci-dessous.

	Ne	P	Qv	Tvs	Qa	Qc	Qi
(4) \dot{Ne}	0	x	x	0	x	x	0
(2) \dot{P}	x	0	x	0	0	x	0
(1) \dot{Qv}	x	x	0	0	0	x	0
(3) \dot{Tvs}	0	x	x	0	0	x	x
	0	x	0	0	0	0	0
	0	0	0	x	0	0	0

Dans une seconde étape, on réécrit la matrice avec les indices croissants de haut en bas pour les lignes, ce qui donne

	1	3	5	2	4		
	Ne	P	Qv	Tvs	Qa	Qc	Qi
(1) \dot{Qv}	x	x	0	0	0	x	0
(2) \dot{P}	x	0	x	0	0	x	0
(3) \dot{Tvs}	0	x	x	0	0	x	x
(4) \dot{Ne}	0	x	x	0	x	x	0
	0	x	0	0	0	0	0
	0	0	0	x	0	0	0

Une fois la réorganisation suivant les lignes obtenue, nous allons marquer toutes les colonnes ayant des éléments non nuls appartenant à ces lignes, de la manière suivante :

Remarque :

Les colonnes correspondant aux états sorties ne sont pas prises en considération.

b) Réorganisation suivant les colonnes:

- *Pour la première ligne :*

On remarque que cette ligne comprend 2 éléments non nuls correspondant à N_e et Q_c , donc ces deux colonnes seront affectées des indices 1 et 2 respectivement.

- *Pour la deuxième ligne :*

Le nombre d'éléments non nuls dans cette ligne est égale à 3 et correspond aux colonnes N_e , Q_v et Q_c . Mais les colonnes N_e et Q_c sont déjà marquées, donc la seule colonne à marquer est la colonne Q_v et sera associée à l'indice 3.

- *Pour la troisième ligne :*

On a 3 éléments non nuls correspondant aux colonnes Q_v , Q_c et Q_i . Les colonnes Q_v et Q_c ont été sélectionnées précédemment, seule la colonne correspondant à Q_i n'est pas encore marquée, cette dernière aura donc l'indice 4.

- *Pour la quatrième ligne :*

Dans cette ligne seule la colonne Q_a n'a pas été encore sélectionnée, celle ci aura donc l'indice 5.

Après avoir marqué toutes les colonnes ayant des éléments non nuls dans les lignes, on réécrit la matrice cette fois ci avec les indices croissants de gauche à droite pour les colonnes, ce qui donne :

		1	2	3	4	5	
		Ne	Qc	Qv	Qi	Qa	
\overline{R}_i	=	1	\dot{Q}_v	x	x	0 0 0	
		2	\dot{P}	x	x	x	0 0
		3	\dot{T}_{vs}	0	x	x	x 0
		4	\dot{N}_e	0	x	x	0 style="border: 1px solid black;">x

C'est la construction de la matrice \overline{R}_i

c) Construction des sous matrices \overline{R}_i

$$\overline{R}_1 = \begin{pmatrix} \text{Ne} & \text{Qc} \\ \boxed{x} & \boxed{x} \end{pmatrix}_{R1}$$

$$\overline{R}_2 = \begin{pmatrix} \text{Ne} & \text{Qc} & \text{Qv} \\ \boxed{x} & \boxed{x} & 0 \\ x & x & \boxed{x} \end{pmatrix}_{R2}$$

$$\overline{R}_3 = \begin{pmatrix} \text{Ne} & \text{Qc} & \text{Qv} & \text{Qi} \\ \boxed{x} & \boxed{x} & 0 & 0 \\ x & x & \boxed{x} & 0 \\ 0 & x & x & \boxed{x} \end{pmatrix}_{R3}$$

$$\overline{R}_4 = \begin{pmatrix} \text{Ne} & \text{Qc} & \text{Qv} & \text{Qi} & \text{Qa} \\ \boxed{x} & \boxed{x} & 0 & 0 & 0 \\ x & x & \boxed{x} & 0 & 0 \\ 0 & x & x & \boxed{x} & 0 \\ 0 & x & x & 0 & \boxed{x} \end{pmatrix}_{R4}$$

d) Calcul de l'indice rang (RI)_i de \overline{R}_i

Une fois les différents blocs \overline{R}_i construits, on calcule l'indice rang (RI)_i de la manière suivante :

$$(RI)_i = \sum_{k=1}^i (m_k - n_k)$$

m_k : nombre de colonnes du k ieme bloc de \overline{R}_i
 n_k : nombre de lignes du k ieme bloc de \overline{R}_i

Où $(RI)_i$ est le nombre maximum de colonnes qu'on peut éliminer sans réduire le rang générique du système.

$$\text{Pour } \bar{R}_1, (RI)_1 = m_1 - n_1 = 2 - 1 = 1$$

$$\text{Pour } \bar{R}_2, (RI)_2 = (m_2 - n_2) + (m_1 - n_1) = (2 - 1) + (1 - 1) = 1$$

$$\text{Pour } \bar{R}_3, (RI)_3 = (m_3 - n_3) + (m_2 - n_2) + (m_1 - n_1) = 1$$

$$\text{Pour } \bar{R}_4, (RI)_4 = (m_4 - n_4) + (m_3 - n_3) + (m_2 - n_2) + (m_1 - n_1) = 1$$

$$\text{Donc } (RI)_1 = 1, (RI)_2 = 1, (RI)_3 = 1, (RI)_4 = 1$$

e) Arbre d'élimination :

Après avoir calculé les indices rang, on peut dire que le nombre maximum de colonnes correspondant aux entrées qu'on peut éliminer est égal à un (1) et ce sans affecter le rang générique de S qui doit être plein et égal à six. Ainsi nous pouvons éliminer au plus une commande de \bar{R}_1 ou de \bar{R}_2 ou de \bar{R}_3 ou de \bar{R}_4 puisque $(RI)_i = 1$. Cette simple propriété des sous matrices structurées \bar{R}_i nous permet de construire graphiquement l'arbre d'élimination de la commande comme suit :

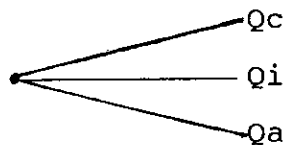


fig.3.1 : Arbre d'élimination de commandes

On déduit de cet arbre trois (3) possibilités d'élimination d'une commande parmi les trois (3) commandes. Les trois (3) paires envisageables pour la régulation de la pression P et de la température T_{vs} sont:

$$(Q_c, Q_i) , (Q_c, Q_a) , (Q_i, Q_a)$$

Remarque :

a - La question d'accessibilité de ces paires ne se pose pas puisqu'elles atteignent toutes, les états sortis comme le montre le graphe ci-dessous.

b - Le rang génériques est plein après élimination d'une des commandes, $Rg-g = \text{six (6)}$

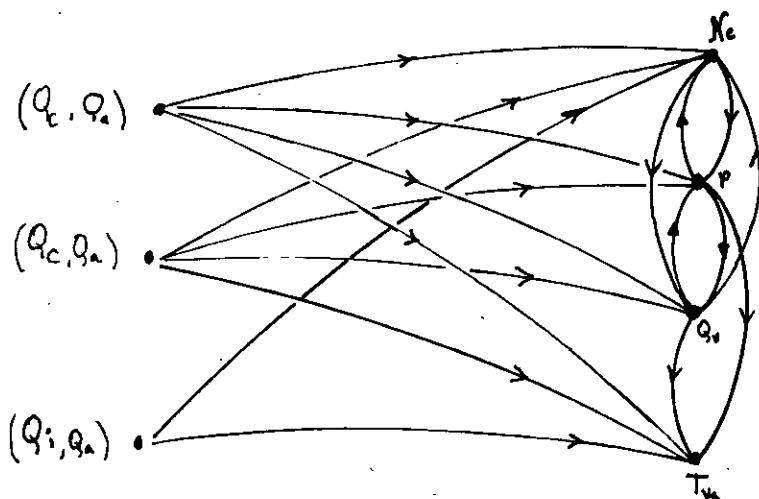


fig 3.2: Accessibilité des paires de commandes.

3.3.2 - Cas où les variables de sorties sont le niveau N_e et la température T_{vs} :

La matrice structurée du système dans ce cas est:

	Ne	P	Qv	Tvs	Qa	Qc	Qi
$\dot{N}e$	0	x	x	0	x	x	0
\dot{P}	x	0	x	0	0	x	0
$\dot{Q}v$	x	x	0	0	0	x	0
$\dot{T}vs$	0	x	x	0	0	x	x
<hr/>							
$\dot{C}sb^*$	x	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	x	0	0	0

Etapas de synthèse

De la même manière que précédemment, nous allons appliquer l'algorithme de synthèse pour ce nouveau cas.

a) Réorganisation suivant les lignes

	P	Qv	Qa	Qc	Qi
$\dot{Q}v$	x	0	0	x	0
\dot{P}	0	x	0	x	0
$\dot{T}vs$	x	x	0	x	x
$\dot{N}e$	x	x	x	x	0

b) Réorganisation suivant les colonnes

	P	Qc	Qv	Qi	Qa
$\dot{Q}v$	x	x	0	0	0
\dot{P}	0	x	x	0	0
$\dot{T}vs$	x	x	x	x	0
$\dot{N}e$	x	x	x	0	x

c) Construction des blocs matriciels \overline{R}_i

$$\overline{R}_1 = \begin{pmatrix} P & Qc \\ \boxed{x} & \boxed{x} \end{pmatrix} \quad \overline{R}_2 = \begin{pmatrix} P & Qc & Qv \\ \boxed{x} & \boxed{x} & 0 \\ 0 & x & \boxed{x} \end{pmatrix}$$

$$\bar{R}_3 = \begin{matrix} & P & Qc & Qv & Qi \\ \begin{pmatrix} \boxed{x} & \boxed{x} & 0 & 0 \\ 0 & x & \boxed{x} & 0 \\ x & x & x & \boxed{x} \end{pmatrix} \end{matrix} \quad \bar{R}_4 = \begin{matrix} & P & Qc & Qv & Qi & Qa \\ \begin{pmatrix} \boxed{x} & \boxed{x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x & \boxed{x} & 0 & 0 \\ x & x & x & \boxed{x} & 0 \\ x & x & x & 0 & \boxed{x} \end{pmatrix} \end{matrix}$$

d) Calcul de l'indice rang $(Ri)_i$ de \bar{R}_i

$$(Ri)_1 = m_1 - n_1 = 2 - 1 = 1, \quad (Ri)_2 = (m_1 - n_1) + (m_2 - n_2) = 1 + 0 = 1$$

$$(Ri)_3 = (m_1 - n_1) + (m_2 - n_2) + (m_3 - n_3) = 1 + 0 + 0 = 1$$

$$(Ri)_4 = (Ri)_3 + (m_4 - n_4) = 1$$

e) Arbre d'élimination

Après avoir calculé $(Ri)_i$, on remarque que le nombre maximum de colonnes correspondant aux entrées à éliminer est égal à un, puisque $(Ri)_i = 1$

L'arbre d'élimination de la commande est donnée ci-dessous

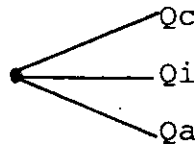


figure 3.3 Arbre d'élimination

On a à notre disposition 3 paires de commandes pouvant contrôler les sorties N_e (niveau) et T_{vs} (Temperature), il s'agit de :

$$(Qc, Qi), (Qc, Qa), (Qi, Qa)$$

Remarque

* Toutes ces paires atteignent les états sorties, elles peuvent donc être retenues pour commander le système.

* Le rang générique après élimination de la commande est plein et égal à 6.

3.3.3 Cas où les variables de sorties sont le niveau Ne, la pression P et la température Tvs

La matrice structurée du système dans ce cas est donnée par:

	Ne	P	Qv	Tvs	Qa	Qc	Qi
\dot{N}_e	0	x	x	0	x	x	0
\dot{P}	x	0	x	0	0	x	0
\dot{Q}_v	x	x	0	0	0	x	0
\dot{T}_{vs}	0	x	x	0	0	x	x
*	x	x	0	0	0	0	0
Cs	0	0	0	x	0	0	0

De la même manière que dans les cas précédents, l'application de l'algorithme donne les blocs matriciels suivants.

	Qc	Qv	Qi	Qa
\dot{Q}_v	x	0	0	0
\dot{P}	x	x	0	0
\dot{T}_{vs}	x	x	x	0
\dot{N}_e	x	x	0	x

Remarque :

- On remarque que tous les blocs R_i sont de même dimension (1,1) ce qui annule l'indice rang $(R_i)_i$ donc aucune colonne ne peut être éliminée. Le vecteur de commande sera donc le triplet (Q_a, Q_c, Q_i) qui est accessible aux sorties choisies.

- Le rang générique du système est plein et égal à 6.

3.4 - Conclusion :

En guise de conclusion, on remarque que dans les trois cas étudiés, l'ensemble des commandes choisies peut être retenu. Les sorties et les commandes forment ainsi des structures de régulation faisables.

Pour montrer la justesse de cet algorithme sur le choix des boucles de régulation, on rappelle les différentes régulations classiques qui se font sur une chaudière [19] .

- Dans le cas de la régulation du niveau, la grandeur réglante la plus utilisée est le débit d'eau d'alimentation Q_a .

- La pression est régulée généralement à l'aide de l'apport calorifique Q_c .

- Quant à la température, la commande utilisée couramment est le débit d'injection d'eau Q_i .

On remarque, donc, que toutes ces paires données empiriquement se retrouvent parmi les solutions données par l'application de l'algorithme de Morari.

Cet algorithme peut être donc utilisé pour déterminer le rang générique d'une matrice structurée ou adapté pour éliminer les colonnes en excès dans cette même matrice. Cependant, les alternatives de structures de régulation peuvent exister seulement si le nombre de colonnes dépasse le nombre de lignes de S et que les conditions d'accessibilité du graphe associé à (A_s, \bar{B}_s) et de rang générique plein de \bar{S} soient satisfaites.

CHAPITRE 4

**DECOUPLAGE PAR RETOUR
D'ETAT DE LA CHAUDIERE ET
CALCUL DE LA COMMANDE**

4.1 - Introduction

Dans ce chapitre, on étudie une méthode de synthèse qui est le découplage par retour d'état statique. Cette méthode résulte parfois du désir de simplifier la chaîne de commande. En effet une fois le découplage obtenu, le système multivariable se transforme en un ensemble de systèmes monovariabiles entièrement découplés qui peuvent être dès lors traités par les méthodes classiques. Des résultats propres à ce problème ont été donnés par Falb et Wolowich [8], Gilbert [13] sur la base de représentation d'état, Hautus et Heymann [18] par l'approche matrice de transfert.

Dans une première étape, on vérifie le découplabilité du système en utilisant les résultats de Descuse et Dion [6] basés d'une part sur l'égalité des structures à l'infini par lignes et globale pour le cas sans stabilité et d'autre part sur l'égalité ses structures finies instables par lignes et globale de la matrice de transfert du système (voir page 17).

Ensuite nous calculerons le retour d'état qui nous découple le système avec placement de pôles.

4.2 - Etude de la découplabilité du système

Dans ce paragraphe, on a besoin de connaître la structure de la matrice de fonction de transfert du système. Par structure, on entend les zéros à l'infini des différents éléments de la matrice, c'est à dire les différents degrés entre numérateurs et dénominateurs. Pour les déterminer, on s'est basé sur les schémas fonctionnels des systèmes réglés [19].

4.2.1 - Recherche des matrices de transfert

a) Cas du niveau Ne et de la température Tvs.

Soient les différentielles de commandes données comme suit :

$$\underline{U}_1 = \begin{pmatrix} Q_c \\ Q_i \end{pmatrix} \quad \underline{U}_2 = \begin{pmatrix} Q_c \\ Q_a \end{pmatrix} \quad \underline{U}_3 = \begin{pmatrix} Q_i \\ Q_a \end{pmatrix}$$

Et le vecteur de sortie $\underline{Y}_1 = \begin{pmatrix} Ne \\ Tvs \end{pmatrix}$

En se limitant à la seule connaissance des zéros à l'infini des éléments des différentes matrices de transfert, on obtient:

$$- G_1(p) = \begin{pmatrix} \frac{Ne(p)}{Q_c} & \frac{Ne(p)}{Q_i} \\ \frac{Tvs(p)}{Q_c} & \frac{Tvs(p)}{Q_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^{-2} \alpha_{11}(p) & P^{-2} \alpha_{12}(p) \\ P^{-1} \alpha_{21}(p) & P^{-2} \alpha_{22}(p) \end{pmatrix}$$

$$- G_2(p) = \begin{pmatrix} \frac{Ne(p)}{Q_c} & \frac{Ne(p)}{Q_a} \\ \frac{Tvs(p)}{Q_c} & \frac{Tvs(p)}{Q_a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^{-2} \alpha'_{1.1}(p) & P^{-1} \alpha'_{1.2}(p) \\ P^{-1} \alpha'_{2.1}(p) & P^{-2} \alpha'_{2.2}(p) \end{pmatrix}$$

$$- G_3(p) = \begin{pmatrix} \frac{Ne(p)}{Q_i} & \frac{Ne(p)}{Q_a} \\ \frac{Tvs(p)}{Q_i} & \frac{Tvs(p)}{Q_a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^{-2} \alpha''_{11}(p) & P^{-1} \alpha''_{12}(p) \\ P^{-2} \alpha''_{21}(p) & P^{-2} \alpha''_{22}(p) \end{pmatrix}$$

Remarque :

$G_1(p)$, $G_2(p)$ et $G_3(p)$ sont les matrices de transferts du système ayant comme sortie:

$\underline{Y}_1 = \begin{pmatrix} Ne \\ Tvs \end{pmatrix}$ et comme entrées les vecteurs \underline{U}_1 , \underline{U}_2 et \underline{U}_3 respectivement.

b) Cas de la pression P et de la température Tvs :

De la même manière que précédemment, on établit les matrices de fonctions de transfert correspondant aux sorties pression et température. Le vecteur de sortie est :

$$\underline{Y}_2 = \begin{pmatrix} P \\ Tvs \end{pmatrix} \quad \text{Ce qui donne :}$$

$$- \underline{G}_1'(p) = \begin{pmatrix} \frac{P}{Qc}(p) & \frac{P}{Qi}(p) \\ \frac{Tvs}{Qc}(p) & \frac{Tvs}{Qi}(p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^{-2} \beta_{11}(p) & P^{-2} \beta_{12}(p) \\ P^{-1} \beta_{21}(p) & P^{-2} \beta_{22}(p) \end{pmatrix}$$

$$- \underline{G}_2'(p) = \begin{pmatrix} \frac{P}{Qc}(p) & \frac{P}{Qa}(p) \\ \frac{Tvs}{Qc}(p) & \frac{Tvs}{Qa}(p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^{-2} \beta_{11}'(p) & P^{-2} \beta_{12}'(p) \\ P^{-1} \beta_{21}'(p) & P^{-2} \beta_{22}'(p) \end{pmatrix}$$

$$- \underline{G}_3'(p) = \begin{pmatrix} \frac{P}{Qi}(p) & \frac{P}{Qa}(p) \\ \frac{Tvs}{Qi}(p) & \frac{Tvs}{Qa}(p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^{-2} \beta_{11}''(p) & P^{-2} \beta_{12}''(p) \\ P^{-2} \beta_{21}''(p) & P^{-2} \beta_{22}''(p) \end{pmatrix}$$

Remarque: $\underline{G}_1'(p)$, $\underline{G}_2'(p)$ et $\underline{G}_3'(p)$ sont les matrices de fonctions de transfert du système ayant comme sortie

$$\underline{Y}_2 = \begin{pmatrix} P \\ Tvs \end{pmatrix} \quad \text{et comme entrées les vecteurs } \underline{U}_1, \underline{U}_2 \text{ et } \underline{U}_3$$

respectivement .

c) Cas du niveau Ne, de la pression P et de la température Tvs

Le vecteur de sortie est $\underline{Y} = \begin{pmatrix} Ne \\ P \\ Tvs \end{pmatrix}$ et le vecteur de

$$\text{commande } \underline{U} = \begin{pmatrix} Q_a \\ Q_c \\ Q_i \end{pmatrix}$$

Dans ce cas, la matrice de transfert (3x3) est donnée par :

$$G(p) = \begin{pmatrix} \frac{Ne(p)}{Q_a} & \frac{Ne(p)}{Q_c} & \frac{Ne(p)}{Q_i} \\ \frac{P(p)}{Q_a} & \frac{P(p)}{Q_c} & \frac{P(p)}{Q_i} \\ \frac{Tvs(p)}{Q_a} & \frac{Tvs(p)}{Q_c} & \frac{Tvs(p)}{Q_i} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} P^{-1} \delta_{11}(p) & P^{-2} \delta_{12}(p) & P^{-2} \delta_{13}(p) \\ P^{-2} \delta_{21}(p) & P^{-2} \delta_{22}(p) & P^{-2} \delta_{23}(p) \\ P^{-2} \delta_{31}(p) & P^{-1} \delta_{32}(p) & P^{-2} \delta_{33}(p) \end{pmatrix}$$

Remarque finale :

- Les fonctions de transfert $\alpha_{ij}(p)$, $\beta_{ij}(p)$ et $\delta_{ij}(p)$ sont des transferts propres et d'inverses propres (dépourvus de structures à l'infini).

4.2.2 Decouplabilité par retour d'état statique sans stabilité

Une fois les matrices de transfert établies, on vérifie la découplabilité de ces matrices en utilisant la condition de découplabilité [6] donné dans le chapitre 1.

Mais il nous faut au préalable, calculer les zéros à l'infini par lignes et globaux des différentes matrices de transfert examinées précédemment.

a) Cas de la régulation du niveau Ne et la temperature Tvs

Il y a trois matrices de transfert, selon qu'on utilise les vecteurs de commandes $\underline{U}_1, \underline{U}_2$ ou \underline{U}_3

$$i) \quad G_1(p) = \begin{pmatrix} \frac{Y_1}{U_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^{-2} \alpha_{11}(p) & P^{-2} \alpha_{12}(p) \\ P^{-1} \alpha_{21}(p) & P^{-2} \alpha_{22}(p) \end{pmatrix}$$

Calcul des zéros à l'infini par ligne : $Z_{\infty} L$

$Z_{\infty 1} = 2$, $Z_{\infty 2} = 1$ d'où la paire de zéros à l'infini par ligne est $Z_{\infty} L = (2, 1)$

Calcul des zéros à l'infini globaux du système : $Z_{\infty} G$

$n_1 = 1$, $n_2 =$ ordre du zéro à l'infini du mineur d'ordre $2 - n_1 = 2$ avec ordre du Z_{∞} d'ordre 2 du système = Ordre de det. $G_1(p) = 3$ d'où $Z_{\infty} G = (n_1, n_2) = (1, 2)$

Le système de matrice de transfert $G_1(p)$ est donc découplable par retour d'état statique.

$$ii) \quad G_2(p) = \begin{pmatrix} \frac{Y_1}{U_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^{-2} \alpha'_{11}(p) & P^{-1} \alpha'_{12}(p) \\ P^{-1} \alpha'_{21}(p) & P^{-2} \alpha'_{22}(p) \end{pmatrix}$$

Calcul des $Z_{\infty} L$

$Z_{\infty 1} = 1$, $Z_{\infty 2} = 1$ d'où la paire de zéros à l'infini par lignes est $Z_{\infty} L = (1, 1)$

Calcul des $Z_{\infty} G$

$n_1 = 1$, $n_2 =$ ordre du zéro à l'infini du mineur d'ordre $2 - n_1 = 2 - 1 = 1$ d'où $Z_{\infty} G = (1, 1)$

Puisque $Z_{\infty} L = Z_{\infty} G$ $G_2(p)$ est découplable par retour d'état statique.

$$iii) \quad G_3(p) \begin{pmatrix} \frac{Y_1}{U_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^{-2} \alpha''_{11}(p) & P^{-1} \alpha''_{12}(p) \\ P^{-2} \alpha''_{21}(p) & P^{-2} \alpha''_{22}(p) \end{pmatrix}$$

Calcul des $Z_{\infty} L$

$Z_{\infty} 1 = 1$, $Z_{\infty} 2 = 2$ d'où la paire de zéros à l'infini par lignes est $Z_{\infty} L = (1, 2)$

Calcul des $Z_{\infty} G$

$n_1 = 1$, $n_2 =$ ordre du zéro à l'infini du mineur d'ordre $2 - n_1 = 3 - 1 = 2$ donc $Z_{\infty} G = (1, 2)$ d'où la découplabilité de $G_3(p)$ par retour d'état statique.

b) Cas de la régulation de la pression et de la température

Il y a également trois matrices de transfert

$$i) \mathbf{G}_1(p) = \begin{pmatrix} \frac{Y_2}{U_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^{-2} \beta_{11}(p) & P^{-2} \beta_{12}(p) \\ P^{-1} \beta_{21}(p) & P^{-2} \beta_{22}(p) \end{pmatrix}$$

Calcul des $Z_{\infty} L$

$Z_{\infty} 1 = 2$, $Z_{\infty} 2 = 1$ d'où la paire de zéros à l'infini par lignes est $Z_{\infty} L = (2, 1)$.

Calcul des $Z_{\infty} G$

$n_1 = 1$, $n_2 =$ ordre du zéro à l'infini du mineur d'ordre $2 - n_1 =$ ordre du det. $\mathbf{G}_1(p) - n_1 = 3 - 1 = 2$ donc $Z_{\infty} G = (1, 2)$

Puisque $Z_{\infty} L = Z_{\infty} G$ le système de matrice de transfert $\mathbf{G}_1(p)$ est découplable par retour d'état statique.

$$ii) \mathbf{G}_2(p) = \begin{pmatrix} \frac{Y_2}{U_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^{-2} \beta'_{11}(p) & P^{-2} \beta'_{12}(p) \\ P^{-1} \beta'_{21}(p) & P^{-2} \beta'_{22}(p) \end{pmatrix}$$

Calcul des $Z_{\infty} L$

$Z_{\infty} 1 = 2$, $Z_{\infty} 2 = 1$, d'où la paire de zéros à l'infini par lignes est $Z_{\infty} L = (2, 1)$

Calcul des $Z_{\infty} G$

$n_1 = 1$, $n_2 =$ ordre du zéro à l'infini du mineur d'ordre 2 - $n_1 = 3 - 1 = 2$ d'où la paire de $Z_{\infty} G$ est (1,2) donc $G_2(p)$ est découplable par retour d'état statique.

$$\text{iii) } G_3'(p) = \left[\frac{Y_2}{U_3} \right] = \begin{bmatrix} P^{-2} \beta_{11}''(p) & P^{-2} \beta_{12}''(p) \\ P^{-2} \beta_{21}''(p) & P^{-2} \beta_{22}''(p) \end{bmatrix}$$

Calcul des $Z_{\infty} L$

$Z_{\infty} 1 = 2$, $Z_{\infty} 2 = 2$, d'où la paire $Z_{\infty} L = (2,2)$

Calcul des $Z_{\infty} G$

$n_1 = 2$, $n_2 =$ ordre du zéro à l'infini du mineur d'ordre 2 - $n_1 = 4 - 2 = 2$ donc la paire de $Z_{\infty} G$ est (2,2) d'où la découplabilité de $G_3(p)$ par retour d'état statique.

C) Cas de la régulation du niveau de la pression et de la température

On utilise dans ce cas comme commande le vecteur $\underline{U} = \begin{bmatrix} Q_a \\ Q_c \\ Q_i \end{bmatrix}$

on a :

$$G(p) = \left[\frac{Y}{U} \right] = \begin{bmatrix} P^{-1} \delta_{11}(p) & P^{-2} \delta_{12}(p) & P^{-2} \delta_{13}(p) \\ P^{-2} \delta_{21}(p) & P^{-2} \delta_{22}(p) & P^{-2} \delta_{23}(p) \\ P^{-2} \delta_{31}(p) & P^{-1} \delta_{32}(p) & P^{-2} \delta_{33}(p) \end{bmatrix}$$

En utilisant la même méthode que précédemment, on obtient :

$$Z_{\infty} L = (1,2,1)$$

$$Z_{\infty} G = (1,1,2)$$

On remarque que les zéros infinis globaux du système sont égaux à ceux par lignes, d'où la découplabilité par retour d'état statique du système à trois (3) entrées et trois (3) sorties.

Conclusion

Les différents cas étudiés nous ont montré que toutes les matrices de transfert sont découplables par retour d'état statique, ce qui nous permet d'envisager le problème de la découplabilité avec stabilité.

4.2.3 Découplabilité avec stabilité

Dans cette partie, on examinera le problème du découplage avec stabilité. Pour cela, il est nécessaire de connaître les zéros finis instables qui dépendent forcément des paramètres des matrices de transfert données précédemment. A ce stade d'étude, il est difficile voir impossible d'identifier tous les paramètres des matrices de transfert. On se limitera donc au transfert relatif à la pression et la température dont les paramètres sont approximativement connus [19]. La matrice de transfert $G_2'(p)$ reliant la pression et la température au couple de commande Q_c et Q_a est la suivante :

$$G_2'(p) = \begin{bmatrix} \frac{P(p)}{Q_c} & \frac{P(p)}{Q_a} \\ \frac{T_{vs}(p)}{Q_c} & \frac{T_{vs}(p)}{Q_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{p(1+30p)} & \frac{1+115p}{p(1+56p)^2} \\ \frac{1}{(1+120p)} & \frac{1}{(1+56p)^2} \end{bmatrix}$$

Remarque :

Le gain des différents transfert monovariabiles est pris égal à 1, ce qui est approximativement assez proche de la réalité physique [19].

1) Calcul des zéros finis instables (transmission) de $G_2'(p)$ à partir de la forme de smith Mc. Millan

$$G_2'(p) = \frac{1}{D_c} \begin{bmatrix} (1+56p)^2(1+120p) & (1+120p)(1+30p)(1+115p) \\ (1+56p)^2(1+30p)p & (1+120p)(1+30p)p \end{bmatrix} = \frac{Z(p)}{D_c(p)}$$

avec $D_c = p(1+120p)(1+30p)(1+56p)^2$

La forme de Smith Mc Millan s'écrit :

$$M(p) = \frac{1}{D_c(p)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{\text{PGCD}(2)}{\text{PGCD}(1)} \end{bmatrix}$$

où : $\frac{\text{PGCD}(2)}{\text{PGCD}(1)} = \det \frac{Z(p)}{1}$

$$D_c(p) = p(1+120p)(1+30p)(1+56p)^2$$

On obtient :

$$M(p) = \begin{bmatrix} \frac{1}{p(1+120p)(1+30p)(1+56p)^2} & 0 \\ 0 & -25p(138p+1) \end{bmatrix}$$

La propriété de divisibilité est vérifiée et le système considéré possède deux zéros finis stables d'ordre 1 en $-1/138$ et en 0.

2) Calcul des zéros finis instables par lignes de $G_2'(p)$.

Dans la matrice $G_2'(p)$, il existe un zéro fini stable d'ordre 1 en $-1/115$.

Le système est donc découplable par retour d'état statique avec stabilité du fait de la non existence de zéros finis instables dans les deux cas.

4.3 Recherche des matrices de retour d'état

Pour le calcul du retour d'état, on travaillera avec la

représentation d'état du système où le calcul revient à une simple manipulation de matrices réelles. Pour ce faire, nous utiliserons une méthode de passage de la matrice de transfert à la représentation d'état donnée par Gilbert. [12] (voir annexe).

4.3.1 : Obtention de la représentation d'état de la chaudière

Soit la matrice de transfert donnée par :

$$T(p) = \frac{1}{Dc} \begin{pmatrix} (1+56p)^2(1+120p) & (1+120p)(1+30p)(1+115p) \\ (1+56p)^2(1+30p)p & (1+120p)(1+30p)p \end{pmatrix}$$

$$\text{avec } Dc = p(1+120p)(1+30p)(1+56p)^2$$

On désire passer à une représentation d'état de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{X} &= Ax + Bu \\ Y &= Cx \end{aligned} \quad \text{où l'on posera } B = \begin{pmatrix} B_1 \\ \dots \\ B_m \end{pmatrix} \text{ et } C = [C_1 \dots C_p]$$

On remarque qu'on a trois pôles simples qui sont :

$$\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -1/30, \lambda_3 = -1/120 \text{ et un pôle double } \lambda_4 = -1/56$$

D'où la décomposition de la matrice sous la forme suivante :

$$T(p) = \frac{M_1}{(p-\lambda_1)} + \frac{M_2}{(p-\lambda_2)} + \frac{M_3}{(p-\lambda_3)} + \frac{M_4}{(p-\lambda_4)^2}$$

a) Pour les pôles simples ($\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -1/30, \lambda_3 = -1/120$)

- Calcul des matrices M_i

$$M_1 = \lim_{p \rightarrow \lambda_1} (p-\lambda_1)T(p) = \lim_{p \rightarrow 0} pT(p) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

D'où le rang de $M_1 = 1$

$$- M_2 = \lim_{p \rightarrow \lambda_2} (p-\lambda_2) T(p) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

D'où le rang de $M_2 = 1$

$$- M_3 = \lim_{p \rightarrow \lambda_3} (p - \lambda_3) T(p) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1/120 & 0 \end{pmatrix}$$

D'où le rang de $M_3 = 1$

Remarque :

Le rang de M_i détermine la multiplicité du pôle dans la matrice d'état A

- Calcul des matrices colonnes C_i de C et lignes B_i de B

Soit $M_i = C_i B_i$

$$M_1 = C_1 B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} [1, 1]$$

$$M_2 = C_2 B_2 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} [-1, 0]$$

$$M_3 = C_3 B_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1/120 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \left[\frac{-1}{120}, 0 \right]$$

b) Cas de pôles multiples

La matrice s'écrit comme suit :

$$T(p) = \frac{1}{(1+56p)^2} \quad G(p) = \frac{1}{(1+56p)^2} \begin{pmatrix} \frac{(1+56p)^2}{p(1+30p)} & \frac{(1+115p)}{p} \\ \frac{(1+56p)^2}{(1+120p)} & 1 \end{pmatrix}$$

$G(p)$ se décompose en une somme de matrices de rang 1, ce qui donne :

$$G(p) = \frac{1}{(56)^2} \begin{pmatrix} \frac{(1+56p)^2}{p(1+30p)} \\ \frac{(1+56p)^2}{(1+120p)} \end{pmatrix} [1, 0] + \frac{1}{(56)^2} \begin{pmatrix} \frac{(1+115p)}{p} \\ 1 \end{pmatrix} [0, 1]$$

A chaque terme de cette somme correspond un sous système décrit par une représentation d'état ,où $A(i)$ est un bloc de Jordan associé à la valeur propre $\lambda_4 = -1/56$ de degré $\mu = 2$

$$A(i) = \begin{bmatrix} \frac{-1}{56} & 1 \\ 0 & \frac{-1}{56} \end{bmatrix}$$

- Détermination des colonnes C_j de C_s et des lignes B_j de B_s

On a $C = [C(1), C(2)]$

$$C(1) = [C_1, C_2] = [\phi(-\lambda), \dot{\phi}(-\lambda)/1!] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C(2) = \begin{bmatrix} 0.0188 & -1 \\ 0.0003 & 0 \end{bmatrix}$$

Et $B = [B(1) , B(2)]^T$ avec :

$$B(1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad B(2) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

D'où la représentation d'état du sous système associé au pôle multiple donnée par :

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} A(1) & 0 \\ 0 & A(2) \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} B(1) \\ B(2) \end{bmatrix} u$$

$$Y = [C(1) , C(2)] X$$

Réduction de la représentation d'état du sous système

La réalisation obtenue n'est pas minimale. Il faut donc la réduire pour éliminer les parties non commandables et/ou non observables. La procédure de réduction est présentée dans l'annexe.

En suivant les règles de réduction, la représentation minimale du sous système associé à $-1/56$ est donnée par :

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} -1/56 & 1 \\ 0 & -1/56 \end{pmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \bar{C} = \begin{pmatrix} 0,0188 & -1 \\ 0,0003 & 0 \end{pmatrix}$$

L'équation d'état de système globale est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{X} &= Ax + Bu \\ Y &= Cx \end{aligned} \quad (4.1)$$

Où :

$$A = \begin{pmatrix} -1/56 & 1 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/56 & | & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & 0 & -1/30 & 0 \\ 0 & 0 & & 0 & 0 & -1/120 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0,0 \\ \hline 0 & 1,0 \\ 0 & 1,00 \\ -1 & 0 \\ -1/120 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0,0188 & -1 & | & 1 & 1 & 0 \\ \hline 0,0003 & 0 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4.3.2 Calcul du retour d'état

Avant d'aborder cette phase de calcul, rappelons la condition nécessaire et suffisante du découplage par retour d'état [8], [34] lorsque le système est décrit par sa représentation d'état.

Théorème :

Soit le système carré (nombre de sorties égal au nombre d'entrées $m=p$) défini par ses équations d'état et de sortie :

$$\dot{X} = A x + B u, \quad Y = C x \quad \text{avec} \quad A(n, n), \quad B(n, m), \quad C(p, n)$$

et soit la loi de commande $u = K x + H v$, (H , régulière).

Alors, il existe deux matrices K et H qui diagonalisent le système si et seulement si :

$$\text{La matrice } J = \begin{bmatrix} C_1 & A^{d_1} & B \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C_m & A^{d_m} & B \end{bmatrix} \text{ est non singulière.}$$

Où K et H sont des matrices constantes de dimensions respectives (m,n) et (m,m), et l'indice d_i est défini comme étant la plus petite puissance telle que $C_i A^{d_i} B$ soit différent de 0.

Notons que cet indice est appelé degré relatif lié aux zéros infini ni par lignes de la matrice de transfert du système par la relation suivante : $n_i = d_i + 1$.

La matrice de retour d'état $K = -J^{-1}L$ et la matrice $H=J^{-1}$

$$\text{où } L = \begin{bmatrix} C_1 A^{d_1+1} + \sum_{j=0}^{d_1} f_{j(1)} C_1 A^j \\ \vdots \\ C_m A^{d_m+1} + \sum_{j=0}^{d_m} f_{j(m)} C_m A^j \end{bmatrix}$$

La matrice de fonction de transfert du système découplé est :

$$Gf(p) = C(pI - A - BK)^{-1} . BH = \begin{bmatrix} \frac{1}{p^{d_1+1} + f_{d_1,1} p^{d_1} + \dots + f_{0,1}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{p^{d_m+1} + f_{d_m,1} p^{d_m} + \dots + f_{0,m}} \end{bmatrix}$$

4.3.3 Résultats de simulation

Soit la représentation d'état obtenue en 4.1, en utilisant l'algorithme de calcul développé à l'aide du logiciel Matlab, nous avons obtenu les résultats suivants :

a) Calcul de H

Degré relatif du système

$$d_1 = 1, d_2 = 0$$

La matrice J est :

0,0333	0,0367
-0,0083	0

La matrice de commande régulière H est :

$$H = J^{-1} = \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & -120 \\ \hline 27,28 & 109,12 \\ \hline \end{array}$$

Puisque la matrice J est inversible, la forme de la matrice de transfert en boucle fermée peut être ramenée à :

$$Gf(p) = \begin{pmatrix} \frac{1}{p^2 + f_2 p + f_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{p + f_3} \end{pmatrix}$$

Où Y11 est un transfert du second ordre et Y22 est un transfert de premier ordre.

b) Calcul de K

Pour le calcul de la matrice de retour d'état K, la connaissance des paramètres f_i de l'équation caractéristique du système est nécessaire.

Sachant que les grandeurs exprimant la performance d'un système de second ordre sont le rapport d'amortissement ζ et la fréquence non amortie ω_n du système et puisque Y_{11} est un transfert de second ordre, nous allons donc choisir ces paramètres à partir de ces deux grandeurs.

Choix des coefficients de l'équation caractéristique.

Soit le tableau ci-dessous donnant les différents paramètres f_i correspondant aux différentes valeurs de ζ à ω_n fixés.

ω_n	$\sqrt{2}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{5}$	1	1
ζ	1,7	0,2	0,45	0,6	0,7
f_1	2	7	5	1	1
f_2	5	1	2	1,2	1,4
f_3	2,5	1,5	1	1	1

Avant d'étudier ces différents cas, examinons d'abord le cas sans placement de pôles, c'est-à-dire pour $f_1 = f_2 = f_3 = 0$

La matrice de retour d'état K est :

-0,0007	0,0372	0	0	-1
0,0004	-0,0068	0	-0,0303	-0,9093

La matrice de fonction de transfert en boucle fermée est donnée par :

$$Gf(p) = \begin{pmatrix} \frac{p^3 + 0,075p^2 + 0,0005p}{p^5 + 0,075p^4 + 0,0005p^3} & 0 \\ 0 & \frac{p^4 + 0,075p^3 + 0,0005p^2}{p^5 + 0,075p^4 + 0,0005p^3} \end{pmatrix}$$

Les réponses indicielles sont données par la figure 4.1

Les réponses correspondantes sont des courbes instables et divergentes. En effet, les réponses indicielles Y_{11} et Y_{22} sont respectivement une parabole qui tend vers l'infini et une fonction en pente non bornée de gain infini. Pour ce qui est des réponses Y_{12} et Y_{21} , on remarque que l'influence des entrées U_1 et U_2 sur les sorties Y_2 et Y_1 respectivement est très faible de l'ordre de 10^{-16} ce qui confirme le découplage par retour d'état puisque le système multivariable est transformé en un ensemble de systèmes monovariabiles entièrement découplés donné par Y_{11} et Y_{22} où l'entrée U_i affecte seulement la sortie Y_i .

Examinons maintenant les différents cas cités précédemment (voir tableau)

$$1) f_1 = 2, f_2 = 5, f_3 = 2,5$$

$$K = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 0,0365 & 0,0372 & 0 & 0 & 119 \\ \hline -1,0133 & 49,55 & -54,56 & -50 & -108,2 \\ \hline \end{array}$$

$$Gf(p) = \begin{pmatrix} \frac{p^3 + 1,076p^2 + 0,076p + 0,000572}{p^5 + 6,076p^4 + 7,456p^3 + 2,53p^2 + 0,155p + 0,00114} & 0 \\ 0 & \frac{p^4 + 5,076p^3 + 2,38p^2 + 0,154p + 0,00114}{p^5 + 6,076p^4 + 7,456p^3 + 2,53p^2 + 0,155p + 0,00114} \end{pmatrix}$$

Les réponses indicielles pour ce cas sont données par la figure 4.2

Sur cette figure, on remarque, de même que pour le cas précédent, la faible influence des entrées U_1 , U_2 sur les sorties Y_2 et Y_1 qui est de l'ordre de 10^{-12} . Quant à Y_{11} ,

c'est une réponse très amortie et d'autant plus lente que le rapport d'amortissement est grand. En effet pour $\xi = 1.7$ on a obtenu une courbe stable mais très amortie avec une erreur statique très grande puisque la courbe n'atteint que 50% de la valeur finale désirée. Le temps de montée ne peut être calculée du fait que la réponse n'atteint pas la valeur bornée de l'échelon unitaire. Les pôles dans ce cas sont réels négatifs donnés par $p_{1,2} = -\xi \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}$.

La réponse indicielle Y_{22} est une courbe stable mais de faible amplitude qui correspond à $1/f_3$ ce qui entraîne une erreur statique très grande de l'ordre de 60% ce qui est néfaste pour un contrôle désiré.

2) $f_1=7, f_2=1, f_3=1,5$

K =

0,055	0,037	0	0	179
-3,63	189,9	-191	-190	-162,77

$$Gf(p) = \begin{pmatrix} \frac{p^3 + 1,57p^2 + 0,01144p + 0,0008578}{p^5 + 2,57p^4 + 8,69p^3 + 11,5p^2 + 0,8p + 0,006} & 0 \\ 0 & \frac{p^4 + 1,076p^3 + 7,076p^2 + 0,53p + 0,004}{p^5 + 2,57p^4 + 8,69p^3 + 11,5p^2 + 0,8p + 0,006} \end{pmatrix}$$

Les réponses indicielles correspondantes sont données par la figure 4.3

Dans ce cas de figure la réponse indicielle Y_{11} obtenue est une courbe oscillante à long régime transitoire. Ces oscillations diminuent avec le temps et tend à se stabiliser autour de la valeur 0.15 ce qui donne une erreur statique très grande qui est de l'ordre de 70% ce qui influe négativement sur les performances du système découplé. Les temps de montée, de retard ainsi que le dépassement ne peuvent être calculé puisque l'amplitude maximale de la première harmonie est égale à 0.2. Les pôles dans ce cas ($\xi < 1$) sont deux racines négatives complexes conjuguées données par $-\xi \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$. Quant à Y_{22} , c'est une réponse stable d'amplitude égale à 0.65 ce qui implique une erreur statique de l'ordre de 35% de la valeur finale désirée. Pour ce qui est des réponses Y_{21} et Y_{12} le même phénomène que pour les cas précédents est observé à savoir une très faible influence des entrées U_1 et U_2 sur les sorties respectives Y_2 et Y_1

3) $f_1 = 5$, $f_2 = 2$, $f_3 = 1$

K =

0,0365	0,0372	0	0	119
-2,58	134,39	-136,4	-134,6	-108,21

$$Gf(p) = \begin{pmatrix} \frac{p^3 + 1,076p^2 + 0,076p + 0,000572}{p^5 + 3,076p^4 + 7,22p^3 + 5,53p^2 + 0,383p + 0,00286} & 0 \\ 0 & \frac{p^4 + 2,076p^3 + 5,152p^2 + 0,38p + 0,00286}{p^5 + 3,076p^4 + 7,22p^3 + 5,53p^2 + 0,383p + 0,00286} \end{pmatrix}$$

Sur la figure 4.4 sont données les réponses indicielles de $Gf(p)$.

Sur cette figure, on remarque que la réponse indicielle Y11 est une réponse stable à une seule harmonie d'amplitude égale à 0.25 qui se stabilise ensuite autour de la valeur 0.2 ce qui implique une erreur statique très grande du fait que la réponse Y11 ne dépasse pas le seuil de 25% de la valeur finale désirée qui est l'unité. De ce fait les temps de montée, de retard et le dépassement ne peuvent être calculés. Ces résultats ne nous garantissent pas une bonne performance du système découplé tant que l'erreur statique n'est pas éliminée.

Pour ce qui est de Y22 c'est une réponse stable de gain égal à 1, elle atteint la valeur finale de l'échelon en un temps $t \approx 4$ s, ainsi l'erreur statique observée précédemment est éliminée ce qui nous permet d'obtenir une réponse assez performante du système monovariante.

Le même cas de figure que précédemment est observé pour les réponses Y12 et Y21.

$$4) f_1 = 1, \quad f_2 = 1,2, \quad f_3 = 1$$

$$K =$$

0,0365	0,0372	0	0	119
-0,5353	26,073	-27,28	-26,22	-108,2

$$Gf(p) = \begin{pmatrix} \frac{p^3 + 1,076p^2 + 0,0764p + 0,000572}{p^5 + 2,276p^4 + 2,367p^3 + 1,168p^2 + 0,077p + 0,000572} & 0 \\ 0 & \frac{p^4 + 1,272p^3 + 1,09p^2 + 0,0765p + 0,000572}{p^5 + 2,276p^4 + 2,367p^3 + 1,168p^2 + 0,077p + 0,000572} \end{pmatrix}$$

Les réponses correspondantes sont données par la figure 4.5 .

Dans ce cas de figure, on remarque une nette amélioration des performances du système découplé. En effet, pour un rapport d'amortissement $\xi = 0.6$ la réponse indicielles Y_{11} obtenue possède un léger dépassement et revient ensuite à la valeur finale désirée qui est l'unité pour se stabiliser. L'erreur statique observée précédemment est éliminée, le dépassement d est égal à 10%, le temps de montée $t_m \simeq 2$ s et le temps de stabilisation t_s (5%) $\simeq 5$ s. Quant à la réponse Y_{22} elle est identique au cas précédent c'est une courbe stable de gain égal à 1, l'erreur statique est nulle et la réponse du régime permanent est une fonction échelon d'amplitude égale à 1. Ainsi pour ce choix de paramètres, nous avons pu obtenir des résultats qui nous ont permis d'améliorer les performances du système découplé.

Pour les réponses Y_{21} et Y_{12} , le même cas de figure que précédemment est observé.

$$5) f_1 = 1, f_2 = 1,4, f_3 = 1$$

$$K = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 0,0365 & 0,0372 & 0 & 0 & 119 \\ \hline -0,533 & 25,87 & -27,28 & -26,03 & -108,21 \\ \hline \end{array}$$

$$Gf(p) = \begin{pmatrix} \frac{p^3 + 1,076p^2 + 0,0764p + 0,000572}{p^5 + 2,476p^4 + 2,583p^3 + 1,183p^2 + 0,0772p + 0,000572} & 0 \\ 0 & \frac{p^4 + 1,476p^3 + 1,1p^2 + 0,0766p + 0,000572}{p^5 + 2,476p^4 + 2,583p^3 + 1,183p^2 + 0,0772p + 0,000572} \end{pmatrix}$$

Les réponses indicielles dans ce cas sont données par la figure 4.6

Sur cette figure les réponses indicielles obtenues sont presque identiques au cas précédent sauf que la réponse Y11 possède un dépassement inférieur, ce qui améliore encore plus les performances du système. En effet, le dépassement d est égal à 5%, la réponse se stabilise à la valeur finale désirée qui est l'unité, le temps de montée $t_m \simeq 2$ s et le temps de stabilisation t_s (5%) $\simeq 4$ s. Pour ce qui est de la réponse Y22 elle est identique au cas précédent d'où les mêmes résultats.

Ainsi l'ensemble des paramètres qui nous a permis l'obtention de ces résultats ($\xi=0.7$) représente un choix optimal pour un contrôle désiré comme l'indique les réponses Y11 et Y22.

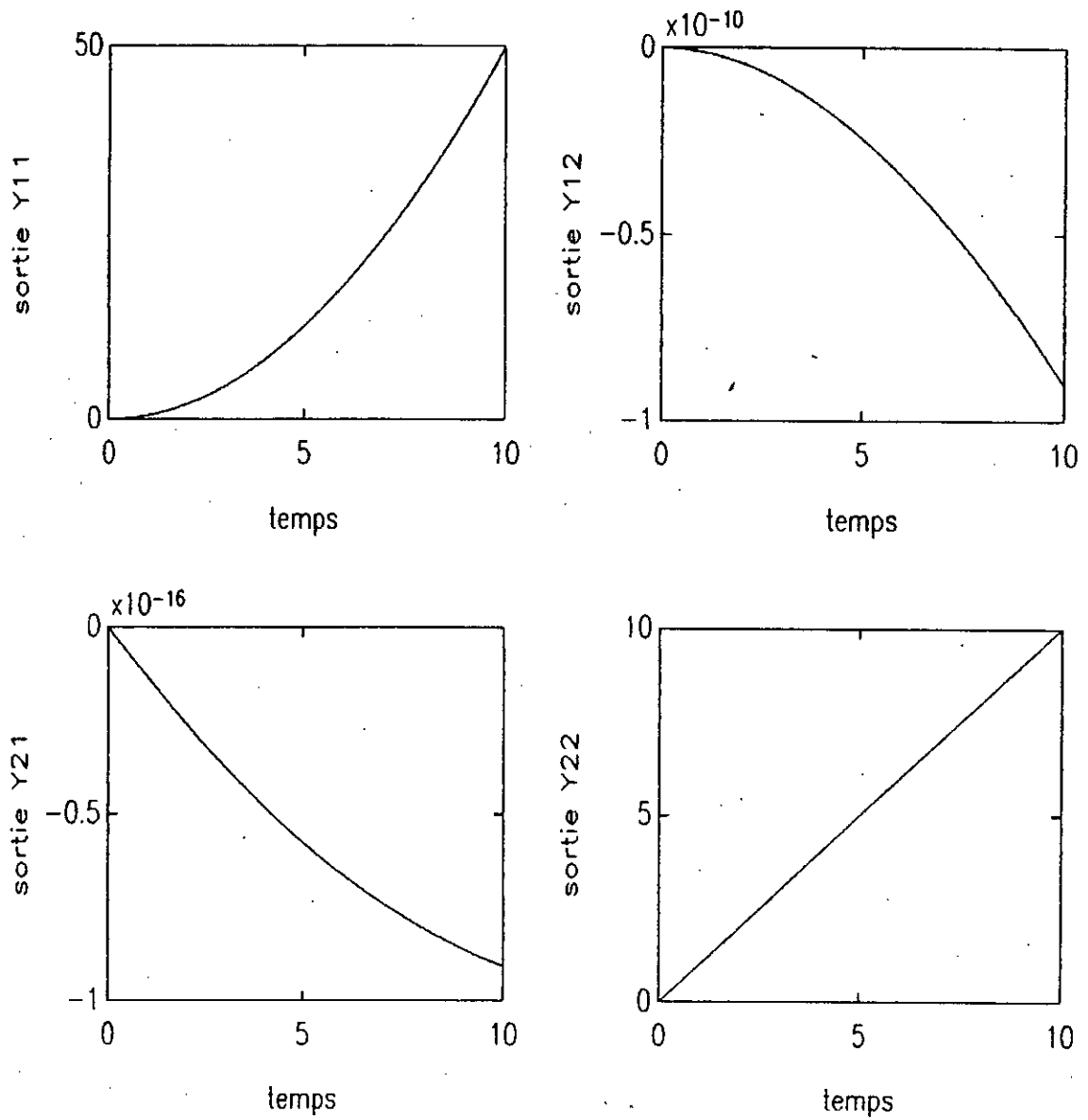


Fig. 4.1 Reponses indicielles du système découplé

f1 = 0
 f2 = 0
 f3 = 0

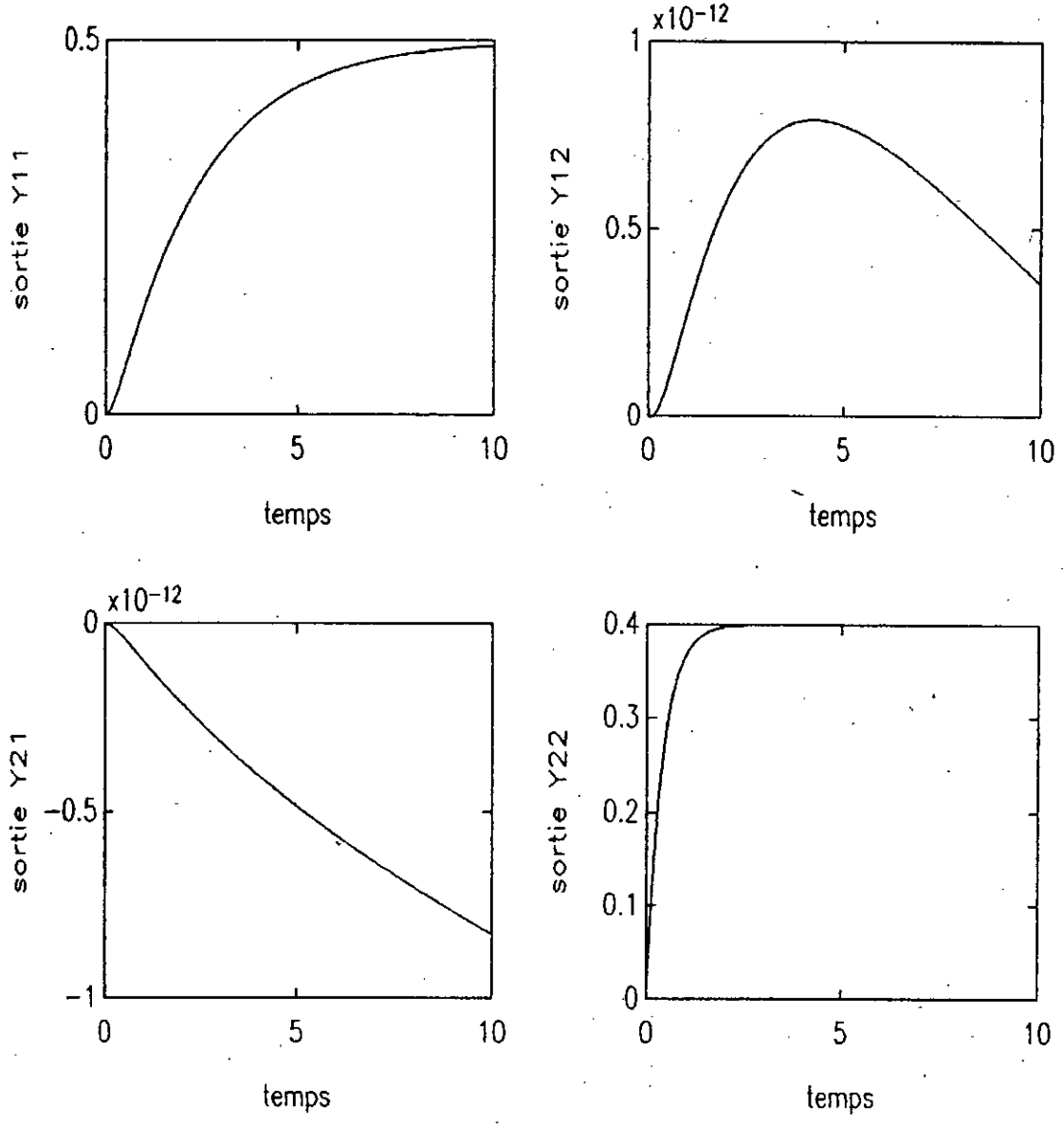


Fig. 4.2 Reponses indicielles du système découplé

- f1 = 2
- f2 = 5
- f3 = 2.5

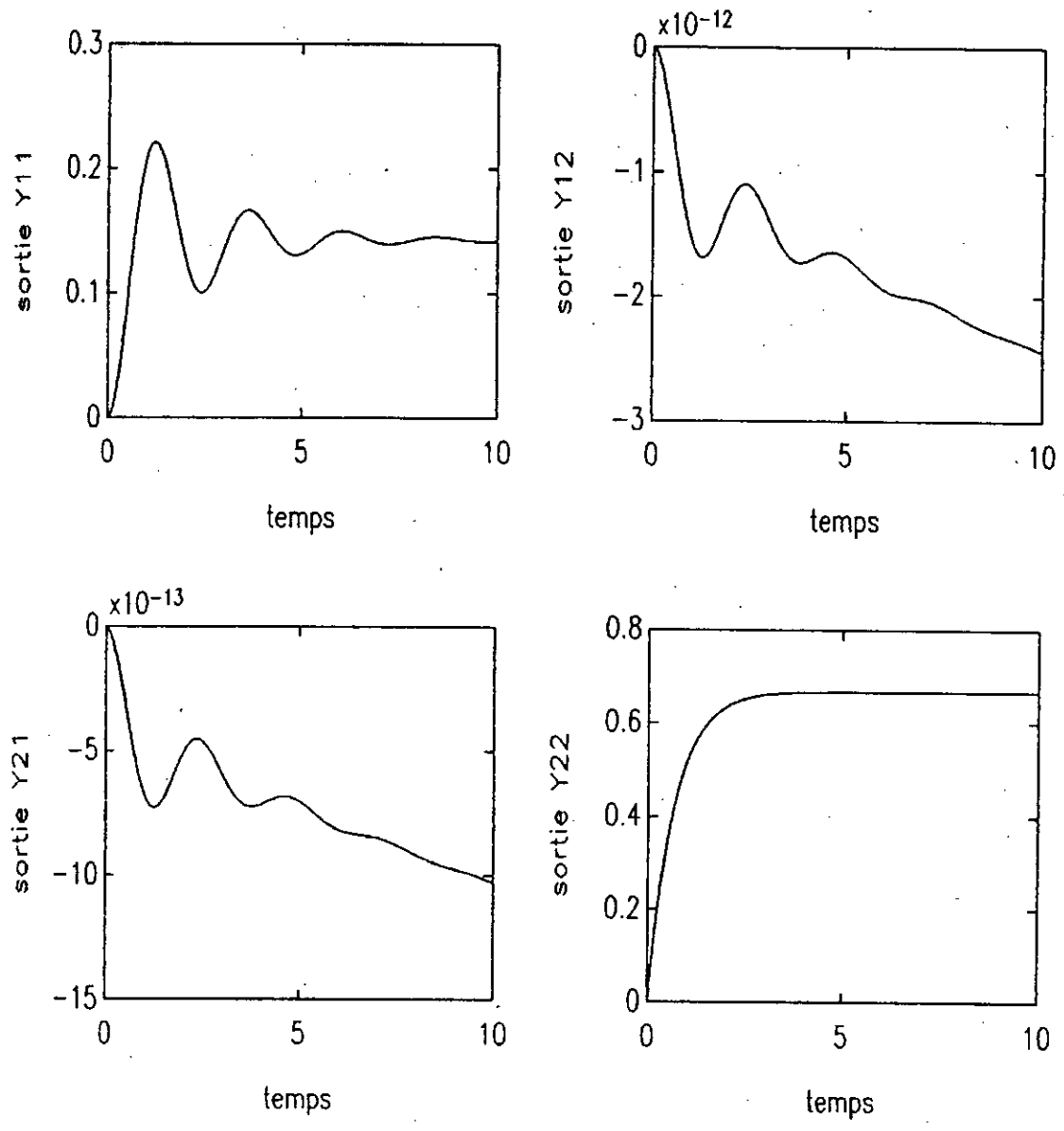


Fig. 4.3 Reponses indicielles du système découplé

f1 = 7
 f2 = 1
 f3 = 1.5

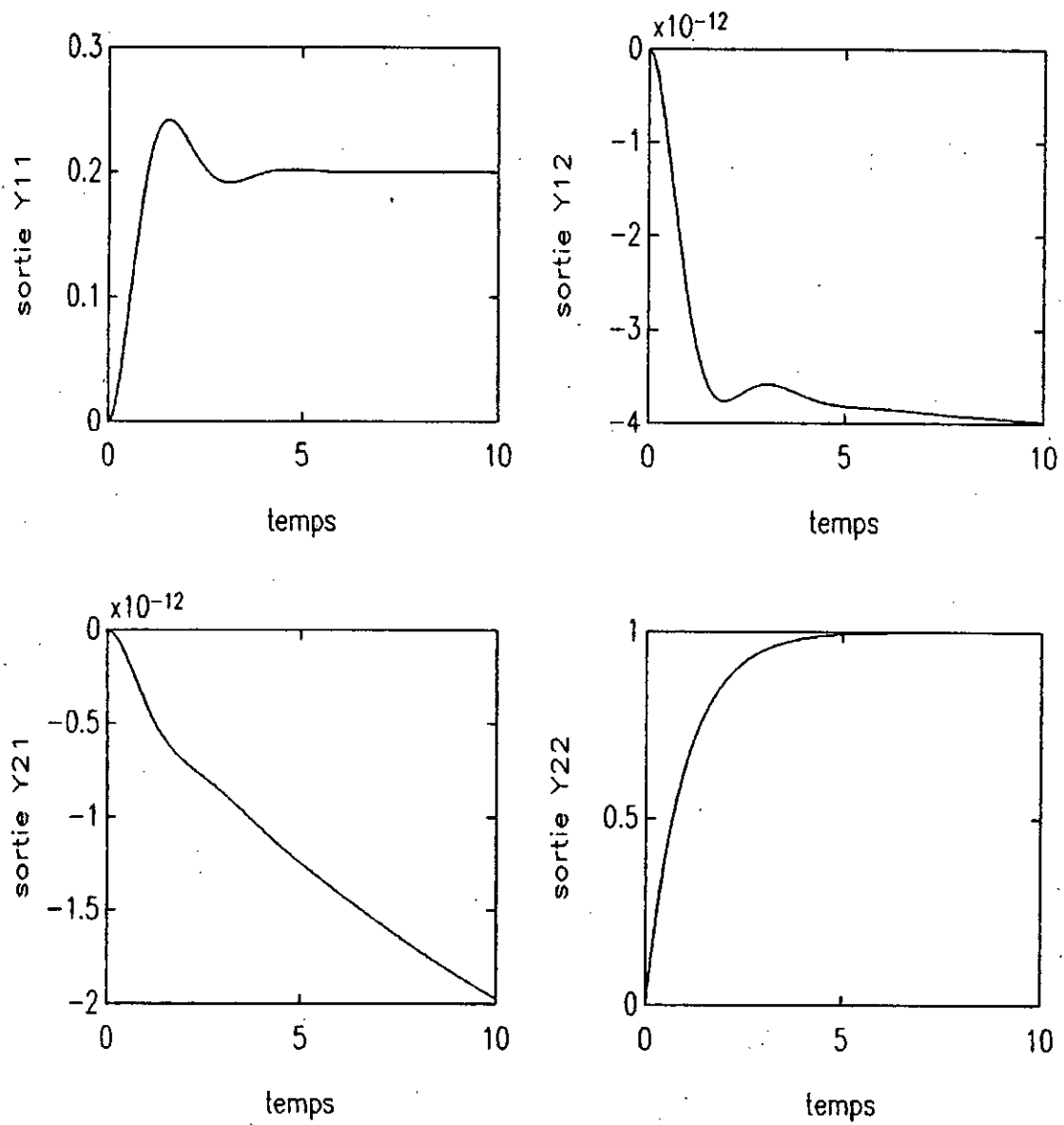


Fig. 4.4 Reponses indicielles du système découplé

f1 = 5
 f2 = 2
 f3 = 1

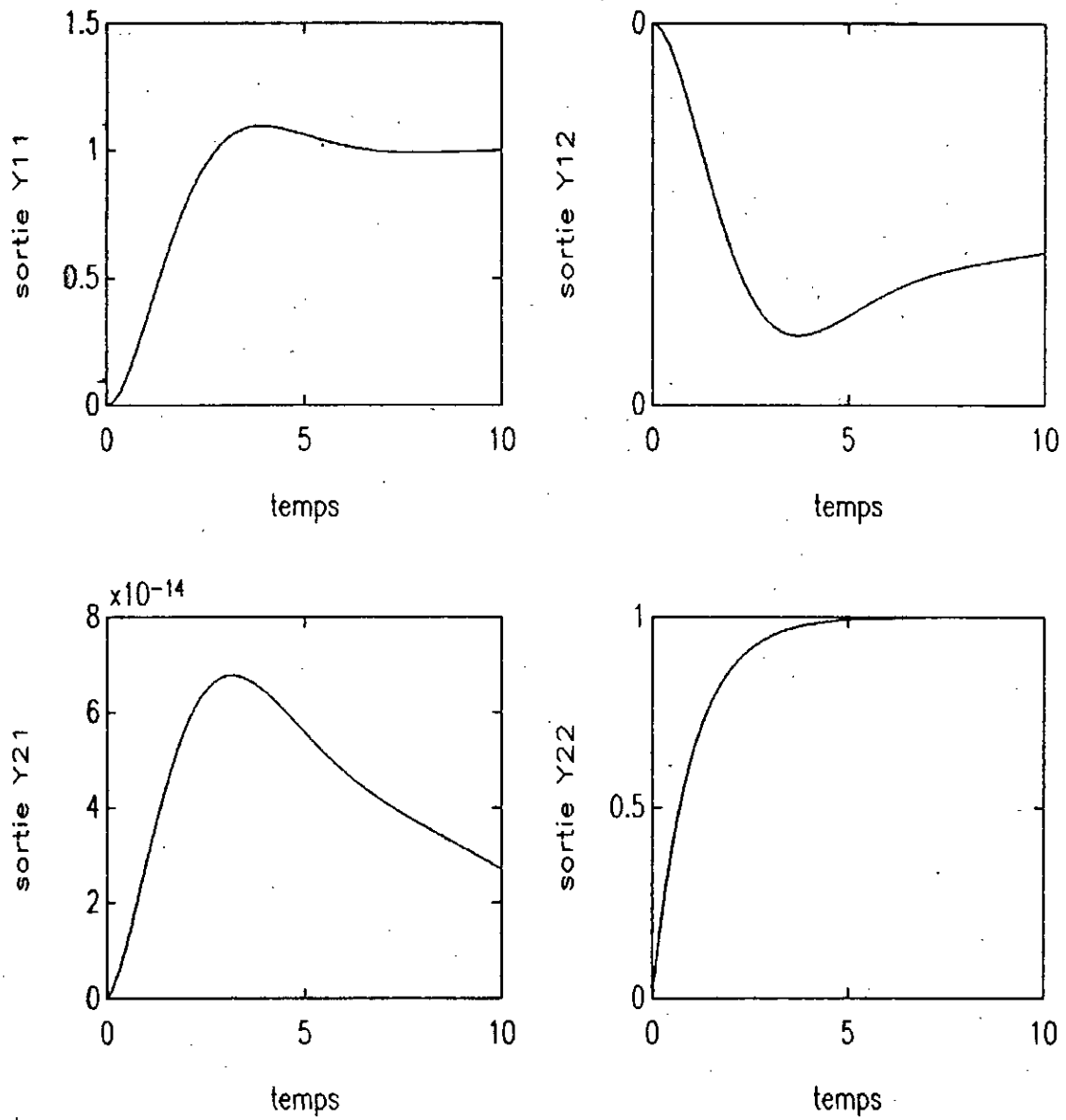


Fig. 4.5 Reponses indicielles du système découplé

f1 = 1
 f2 = 1.2
 f3 = 1

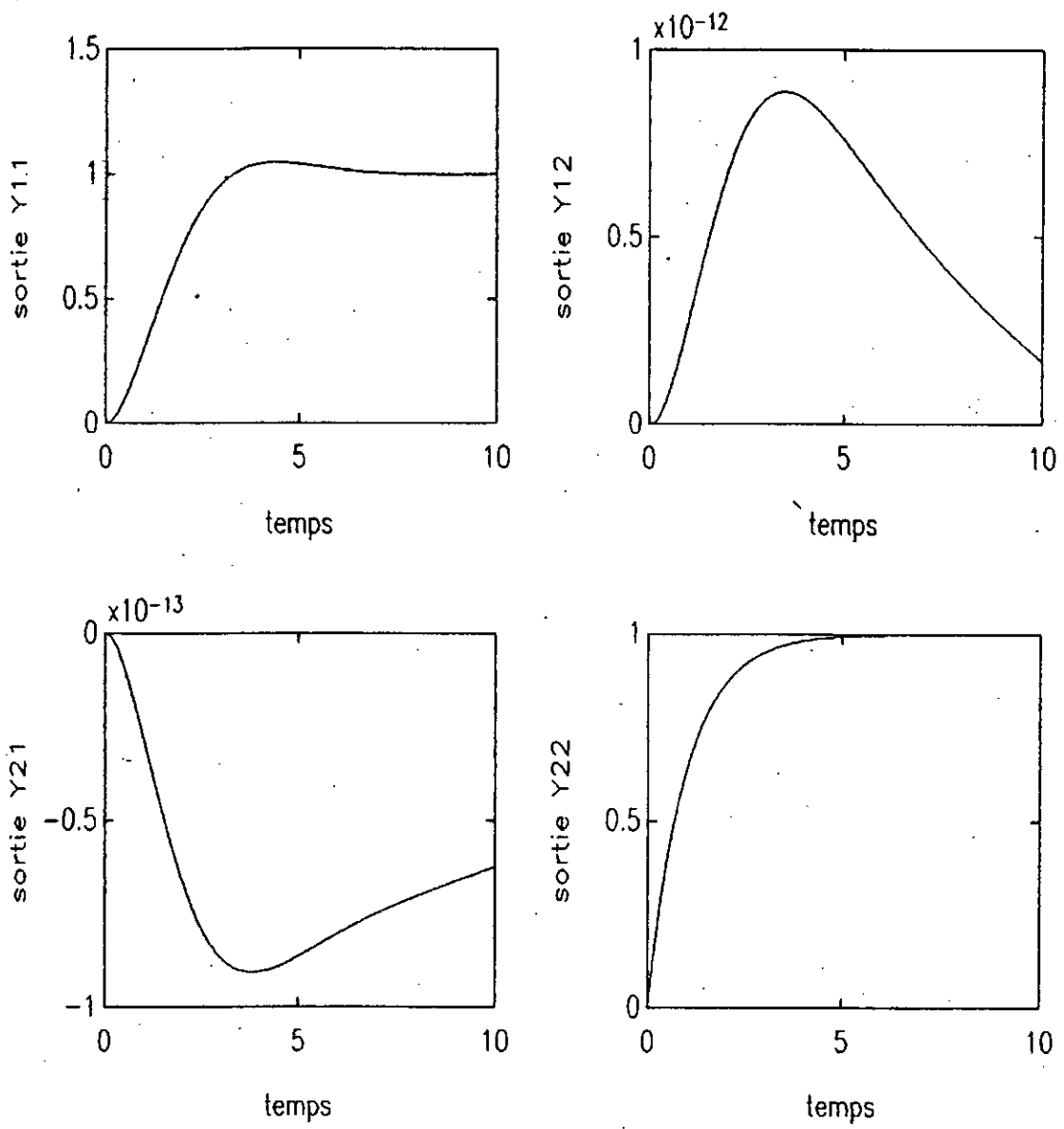


Fig. 4.6 Reponses indicielles du système découplé

f1 = 1
 f2 = 1.4
 f3 = 1

4.4 - Conclusion

De cette simulation, on a pu voir l'influence du choix des paramètres sur les différentes réponses du système. Ces paramètres déterminent la pulsation propre et l'amortissement qui sont les deux nombres exprimant la performance d'un système du second ordre à prendre en considération, il est donc important de bien les choisir. Les réponses Y_{12} et Y_{21} nous ont bien montré la faisabilité du découplage.

Les différents cas étudiés nous ont donc permis de sélectionner un ensemble de paramètres optimal correspondant à un rapport d'amortissement égal à 0,7 améliorant ainsi les performances du système.

**CONCLUSION
GENERALE**

Dans ce travail nous nous sommes intéressés à l'obtention de structures de régulation sur un procédé réel complexe qui est un générateur de vapeur (chaudière) à circulation naturelle. Cette étude a été faite par une approche purement structurelle du système. La synthèse des boucles de régulation a été également examinée.

Pour l'obtention de ces structures nous avons procédé à une analyse détaillée du système à partir de sa structure interne afin de trouver un modèle structurel de la chaudière. Une fois que nous l'avons obtenu, ce modèle a été utilisé pour illustrer l'algorithme de synthèse développé par Morari et Stephanopoulos. Nous avons pu ainsi sélectionner toutes les variables de commandes nécessaires et d'une façon systématique, améliorant ainsi les procédures empiriques utilisées fréquemment. Nous avons également fait la synthèse d'une boucle de régulation, par une méthode de découplage par retour d'état. Nous avons exploité la structure finie et infinie du système afin de savoir si ce dernier est découplable ou pas. Nous avons donc vérifié la découplabilité du système avec stabilité, par la suite, nous nous sommes intéressés au calcul de ce retour.

L'application de l'algorithme de Morari et Stephanopoulos révèle une efficacité certaine pour la synthèse des structures de régulation et son utilisation nécessite la connaissance de certaines exigences telles que la modélisation, les variables de commandes et les variables de sorties. Les résultats obtenus de cette application reflètent assez bien la réalité des exigences préconisées.

Par ailleurs, nous avons développé un algorithme de calcul qui permet de trouver la matrice de retour d'état qui découple le système. Cet algorithme repose sur la connaissance du degré relatif du système qui est à une unité près identique au zéro à

l'infini. Ainsi , on a pu établir les différentes matrices de transfert en boucles fermées et vérifier leur stabilité par simulation graphique.

La méthode du découplage a été préférée à d'autres pour les avantages qu'elle présente tels que :

- La simplification de la chaîne de commande.
- Le maintien de certaines sorties constantes alors que d'autres peuvent être délibérément modifiées.
- Stabilité et amélioration de la performance du système, si les paramètres sont correctement choisis.

L'originalité de ce travail se situe essentiellement dans l'utilisation de l'approche structurelle pour l'étude et la modélisation des systèmes complexes.

Cette approche nous permet de définir une certaine classe de systèmes qui sont schématisés simplement par graphe orienté, et qui donne à ces systèmes une bonne représentation de leur évolution.

Parmi les problèmes rencontrés pour mener à bien ce travail figure le manque de données expérimentales. Le problème des paramètres de la chaudière a été des plus importants, ces grandeurs sont presque inexistantes dans les ouvrages et même au niveau de la centrale électrique de Cap djenet où j'ai puisé toutes les données.

Parmi les problèmes ouverts, on peut citer la synthèse de structures optimales dans les systèmes déterministes , et Stochastiques, le problème de commande lié au rejet de perturbation ou à la poursuite du modèle.

BIBLIOGRAPHIE

- 1) Berge. C(1970)
"Graphes et hypergraphes" .Dunod - Paris

- 2) Belmehdi. A(1986)
"Représentation par graphe des système structurés - colloque $\Sigma\infty$
propriétés structurelles des systèmes multivariables
-application à des problèmes de commande "CNRS,PARIS,JUIN"

- 3) Belmehdi. A(1987)
"Sur la stabilisation et le découplage structurel des systèmes
linéaires" Thèse de docteur ingénieur -INP- Grenoble.

- 4)Barton W et AL (1984)
"Détermination of the generic rank of structural matrices"
Int.J Control Vol 40,n°2 pp. 257-264

- 5)Davision E.J (1977)
"Connectability and structural controllability of composite
systems" Automatica, vol 13 pp, 109-123.

- 6) Descusse J et Dion (1982)
"On the structure at infinity of linear systems"
IEEE trans. Auto. Control, vol. AC-27, pp.971-974.

- 7) Dion J et Commault (1982)
"Smith Mc Millan factorisation at Infinity of Rational matrix
function and their control interpretation"
syst and control letters, vol 1, n°5, march, pp312-320

BIBLIOGRAPHIE

7*) Dion J et Commault (1990)

"Feedback decoupling of structured systems"

Internal note L A G .90-88 oct 1990

8) Falb P.L, W.A Wolowich (1967)

"Decoupling in the design of multivariable control"

IEEE-trans auto control vol AC-12 pp 651-659

9) Falb P, W wolwich (1969)

"In decoupling of Multivariable System"

Proceeding of the joint Auto control, conf philadelph.

10) Feindersen W et Al (1976)

"Control and coordination in Hierarchical Systems"

Intern Institut For applied systems analysis-Australia

11) Foss A, Denn (1976)

"Chemical process control" AICHE Symp pp 159.52

12) Fossard A (1972)

"Commande des systèmes multidimensionnels" Dunod-Paris"

13) Gilbert E G (1969)

"The decoupling of multivariable systems by state Feedback"

SIAM journal control, vol 7 n°1 pp 50-53

- Gilbert (1963)

"Controllability and observability in Multivariable control Systems" SIAM Journal on control pp 128-151

14) Govind R, GJ Power (1976)

"Control system synthesis strategies"

AICHE 82 nd National Meeting - N - J

15) Glover K et Sileverman (1976)

"Characterisation of structural controllability", IEEE trans
Auto Control AC 31 pp 534-537

16) Guy de LIVOIS (1979)

"Régulation des générateurs de vapeurs et des centrales
thermiques" Bordas - Paris

17) Hamouche M.S, Belmehdi A (1992)

"Synthèse de structure de régulation : application à un
générateur de vapeur"

SSA'92 Séminaire national sur les signaux, systèmes et
Automatisme. Blida Dec 1992.

18) Hautus M.L, Heymann M (1983)

"Linear Feedback Decoupling : transfer function analysis"

IEEE trans. Auto. Control, vol AC-28, pp 823-832.

19) G.Klefenz G (1974)

"Régulation dans les centrales thermiques" Edition
Eyrolles-Paris

20) Kestenbaum A et AL (1976)

"Design Concepts for process control" Ind. Eng. Chem. Proc 15.2

21) LIN CT. (1974)

"Structural controllability", IEEE trans Auto - Control

AC - 19, pp.201-208

22) Lasdon.L (1970)

"Optimisation theory for large systems"

Mc Millan Co, NY pp 396-459

23) Linnemann. A (1981)

"Decoupling of structured systems" systems and control letters,
vol 1 pp 71-86.

24) Liu. C (1987)

"Using decoupled characteristic in the synthesis of stabilizers
in multimachine systems" IEEE trans on power systems vol pwr 2
N° 1.

25) Lu. Q et Al (1988)

"Nonlinear optimal excitation control for mulimachine systems"
IFAC symposium power systems modelling control applications -
pp 111-116 Brussels.

26) Lu: Q , S.Y.Sun (1983)

"Stabilization of large scale power systems by means of
decentralized optimal control" IFAC symp 38-83 , 311- Florence.

27) Mac FARLANE A, KARCANIAS N (1976)

"Poles and zéros of linéaire multivariable systems"
Inter.J.of.control.Vol.24,pp.33- 74

28) Minoux M, Gondran (1979)

"Graphe et Algorithme" Collection de la Direction des Etudes et
Recherches d'électricité de France - Eyrollès - Paris.

29) Morari M, Stephanopoulos (1980)

"Structural aspects and the synthesis of alternative feasible
control schemes"

PII, AICHE Journal Vo 26 N°2 pp 232-246

30) Mesavorich M.D et AL (1970)

"Theory of Hierchical Multilevel systems"

Academic press - N .Y pp 85 - 106.

31) Rech C. (1988)

"Commandabilité et Observabilié des systèmes interconnectés"

Thèse de docteur ingénieur - Lille (1988)

32) Reinschke. K.J (1984)

"Graph theoritic characterization of structured properties by means of paths and cycls famillies" Prepin IFAC july 84-vol 8 pp 77-81.

33) Rosenbrock H.H (1970)

"State space and multivariable théorie",Wiley -Interscience-N.Y

* Rosenbrok H.H (1974)

"Computer and control system desing" Academic Pre5s.

34) Mufti I.H (1969)

"On the observability of decoupled systems"

IEEE Trans Auto. Control, vol AC 14 N° 1 pp.75- 77

35) Shied R, Pearson J (1976)

"Structural controllability of multiinput systems", IEEE trans. Auto. Control, AC21 pp 203- 212.

36) Shoeffler JD (1971)

"Optimization Methods for large scale systems".

In D.A Wismer (ed). Mc Graw Hill Inc. NY pp 1.46

37) Rubrique Techniques de l'ingénieur:

"Mécanique et chaleur"

38) Titli A (1979)

"Commande Hierarchisée et Optimisation des systemes complexes".

Ed Dunod Paris

39) Titli et AL (1979)

"Analyse et Commande des systemes Complexes "Monographie AFCET

Cepadues Editions

40) Umeda T. et AL (1978)

" A logical structure of Process Control synthesis "Proc IFAC

Congress HELSINKI

ANNEXE
PASSAGE DE LA
MATRICE DE TRANSFERT
A LA REPRESENTATION D'ETAT
(méthode de Gilbert)

Passage de la matrice de transfert à la représentation d'état

A. Fossard (1972)

"Commande des systèmes multidimensionnels" Dunod - Paris.

a) Cas de pôles simples

Dans le cas où tous les pôles de la matrice de transfert sont simples et réels, Gilbert a donné une méthode permettant de trouver très simplement une réalisation complètement commandable et observable.

Etant donné la matrice rationnelle $T(p)$ dont les éléments ont un nombre fini de pôles simples $P = \lambda_i$, $i = 1, 2, \dots, r$, on décompose $T(p)$ en éléments simples sous la forme:

$$T(p) = \sum_{i=1}^r \frac{M_i}{p - \lambda_i} + D$$

Avec

$$M_i = \lim_{p \rightarrow \lambda_i} (p - \lambda_i)T(p) \text{ et } D = \lim_{p \rightarrow \infty} T(p)$$

Si le rang n_i du pôle λ_i est défini comme la rang de M_i , $T(p)$ admet une représentation minimale d'ordre $n = \sum n_i$.

Et les matrices de sortie C_i et d'entrée B_i sont déterminées par $M_i = C_i \cdot B_i$

b) Cas de pôles multiples

$$\text{Soit la matrice } G(p) = \frac{M(p)}{(p+\lambda)^\mu}$$

* Réalisation par la méthode matricielle (par décomposition)

Une décomposition en matrice de rang 1 de $G(p)$ en isolant par exemple les lignes ou les colonnes de M selon:

$$M = [{}_1M, {}_2M, \dots, {}_mM] = {}_1M[1, 0, 0, \dots, 0] + \dots + {}_iM[0, \dots, 1, \dots, 0] + \dots + {}_mM[0, \dots, 1]$$

Supposons donc $G(p)$ écrit sous la forme suivante:

$$G(p) = \sum_{i=1}^m \frac{M_i(p)}{(p+\lambda)^\mu} = \sum_{i=1}^m G_i = \frac{M(p)}{(p+\lambda)^\mu}$$

où $M_i(p)$ est une matrice polynomiale de rang 1 de la forme:

$$M_i(p) = i\varphi(p) i\beta(p)$$

avec $i\varphi(p) = iM(p)$ une colonne polynomiale et $i\beta(p)$ une ligne polynomiale égale à $[0, \dots, 1, 0, \dots, 0]$.

Et cherchons une réalisation de l'une quelconque des matrices

$M_i(p)/(p+\lambda)^\mu$ qui sera dans la suite, dénotée simplement par :

$$M(p)/(p+\lambda)^\mu$$

Si on développe la matrice $M(p)$ en série de Taylor (limité à l'ordre $\mu-1$) sous la forme.

$$M(p) = M(-\lambda) + \frac{(p+\lambda)}{1!} M'(-\lambda) + \dots + \frac{(p+\lambda)^{\mu-1}}{(\mu-1)!} M^{(\mu-1)}(-\lambda)$$

$$\text{On a } G(p) = \frac{M(-\lambda)}{(p+\lambda)^\mu} + \frac{M'(-\lambda)}{(p+\lambda)^{\mu-1}} + \dots + \frac{M^{(\mu-1)}(-\lambda)}{(\mu-1)! (p+\lambda)} \quad (1)$$

** Réalisation d'un espace cyclique

Soit $J(-\lambda, \mu)$ un bloc de Jordan, de valeur propre $-\lambda$ et d'ordre μ

$$J(-\lambda, \mu) = A(i) = \begin{bmatrix} -\lambda & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 1 & \\ & & & 1 \\ 0 & & & -\lambda \end{bmatrix}$$

Si on définit la matrice N comme la matrice de dimension (μ, μ) dont tous les éléments sont nuls sauf ceux situés sur la diagonale d'index $(\mu-1)$ par rapport à la diagonale principale,

on aura :

$$N_1 = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \quad N_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ & & & 0 \end{bmatrix} \quad N_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & 1 \\ & & & \ddots & 0 \\ & & & & 0 \end{bmatrix}$$

et on peut écrire $J(-\lambda, \mu) = -\lambda N_1 + N_2$

on a d'autre part :

$$(Ip - J)^{-1} = A = \begin{bmatrix} 1/(p+\lambda) & 1/(p+\lambda)^2 & \dots & \dots & 1/(p+\lambda)^\mu \\ 0 & 1/(p+\lambda) & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 1/(p+\lambda)^2 \\ 0 & & & \ddots & 1/(p+\lambda) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Faisons apparaître les μ colonnes de C et les μ lignes de B sous la forme :

$$C = [C_1, C_2, \dots, C_\mu] \quad \text{et} \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_\mu \end{bmatrix}$$

telles que (A,B,C) correspondent à une réalisation de G
i.e $C.A.B = G$

si on écrit l'équation (2) sous la forme :

$$A = \frac{N_1}{(p+\lambda)} + \frac{N_2}{(p+\lambda)^2} + \dots + \frac{N_\mu}{(p+\lambda)^\mu}$$

On remarque que la multiplication par N_μ correspond à un décalage des lignes de B ou des colonnes de C

$$C = [C_1, C_2, \dots, C_\mu] \quad , \quad CN_2 = [0, C_1, C_2, \dots, C_{\mu-1}] , \dots \\ \dots, \quad CN_\mu = [0, 0, \dots, C_1]$$

on a :

$$G = C\bar{A}B = \frac{CN_1B}{(p+\lambda)} + \frac{CN_2B}{(p+\lambda)^2} + \dots + \frac{CN_\mu B}{(p+\lambda)^\mu}$$

d'où :

$$G = \frac{C_1B_1 + \dots + C_\mu B_\mu}{(p+\lambda)} + \dots + \frac{C_1B_{\mu-1} + C_2B_\mu}{(p+\lambda)^{\mu-1}} + \frac{C_1B_\mu}{(p+\lambda)^\mu} \quad (3)$$

La similitude des développements obtenus sous (1) et (3) permet d'envisager une identification simple des deux formes :

Il suffit en effet de trouver C_1, C_2, \dots, C_μ et B_1, B_2, \dots, B_μ tels que :

$$C_1B_\mu = \mathbb{M}(-\lambda)$$

$$C_1B_{\mu-1} + C_2B_\mu = \mathbb{M}(-\lambda)$$

.....

$$C_1B_1 + C_2B_2 + \dots + C_\mu B_\mu = \mathbb{M}(-\lambda) / (\mu-1) !$$

On constate que la forme des numérateurs de G évoque la dérivée d'un produit selon la formule de Leibnitz, une solution particulière est :

$$\begin{array}{ll} C_1 = \varphi(-\lambda) & B_1 = \frac{\beta(-\lambda)}{(\mu-1)!} \\ C_2 = \dot{\varphi}(-\lambda)/1! & \vdots \\ \dots & \vdots \\ C_\mu = \varphi^{(\mu-1)}(-\lambda) / (\mu-1)! & B_\mu = \beta(-\lambda) \end{array}$$

Remarque:

Si on fixe $i\beta = [0, \dots, 1, 0, \dots, 0]$ on obtient une forme canonique de type commandable qui correspond à une décomposition suivant les colonnes.

Si par contre on fixe $i\varphi$, on obtient une forme canonique de type observable qui correspond à une décomposition suivant les lignes.

A chaque matrice M_i correspond une réalisation de la forme :

$$A(i) \quad , \quad B(i) \quad , \quad C(i)$$

En regroupant les blocs , on obtient une réalisation de la matrice de fonction de transfert.

$$A = \begin{bmatrix} A(1) & & & \\ & A(2) & & \\ & & \ddots & \\ & & & A(m) \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} B(1) \\ \vdots \\ B(m) \end{bmatrix}$$

$$C = [C(1), C(2), \quad C(m)]$$

$$\text{Avec } B(i) = \begin{bmatrix} \beta \frac{(\mu-1)}{(\mu-1)!} \\ \vdots \\ \beta (-\lambda) \end{bmatrix} \quad \text{et } C(i) = [\varphi(-\lambda), \dots, \frac{\varphi(-\lambda)}{(\mu-1)!}]$$

Remarque:

Une telle réalisation sera en général non minimale en raison de l'existence de parties non commandables et non observables ne figurant pas dans la matrice $G(p)$.

- Réduction:

Les règles de réduction énoncées ci-dessous sont relatives à la matrice B , mais elles se transposent d'une manière évidente pour C (en remplaçant les lignes par les colonnes et la dernière ligne par la première colonne).

Règle N°1: Si $\mu_B = 0$ (ou $\mu_C = 0$) on peut rayer cette ligne et la colonne d'indice correspondante pour C, soit μ_C (ou μ_B).

Règle N°2: On peut effectuer sur les blocs $B_{(i)}$ de B (ou de C) des combinaisons linéaires sous réserve de modifier de façon correspondante les blocs $C_{(i)}$ de C (ou de B). Ceci permettra de faire apparaître des dernières lignes (ou des premières colonnes) nulles dans les blocs $B_{(i)}$ ou $C_{(i)}$, réduisant ainsi l'ordre du système en appliquant ensuite la règle N°1.

Supposons en effet que la matrice des lignes B_{μ} soit de rang inférieur à ρ . Il existe donc une combinaison linéaire entre ces divers lignes de telle sorte que la matrice :

$$B(1) + \lambda_2 B(2) + \dots + \lambda_r B(r)$$

ait une dernière ligne nulle.

Soit $G = C(1) \Delta B(1) + \dots + C(r) \Delta B(r)$

On peut écrire $G = C(1) \Delta [B(1) + \lambda_2 B(2) + \dots + \lambda_r B(r)] + [C(2) - \lambda_2 C(1)] \Delta B(2) + \dots + [C(r) - \lambda_r C(1)] \Delta B(r)$.

On pourra donc remplacer le bloc $B(1)$ par

$B(1) + \lambda_2 B(2) + \dots + \lambda_r B(r)$ sans modifier G à condition de remplacer $C(2), \dots, C(r)$ par $C(2) - \lambda_2 C(1), \dots, C(r) - \lambda_r C(1)$.

Règle N°3: la règle précédente ne peut s'appliquer qu'à des blocs de dimensions égales.