

Ecole Nationale Polytechnique



المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
Ecole Nationale Polytechnique

Département de Génie Mécanique

Mémoire de Magister
en Génie Mécanique option Energétique

Présenté par :

NESSIL Mohamed Abdelbasset
Ingénieur d'Etat en Génie Mécanique

Pour obtenir le titre de:

Magister

Thème

**Analyse de la lubrification Thermohydrodynamique
des Paliers fluides utilisant des Fluides non Newtoniens**

Membres du Jury

| | |
|--|--------------------------|
| M. AIT ALI Mohand Ameziane, Pr. | Président ENP |
| M. LARBI Salah, MC | Promoteur ENP |
| M. BELHANECHÉ Hacène, C. C | Co- promoteur ENP |
| M. BOUHDJAR Amor, M. R | Examineur CDER |
| M. KEBLI Belkacem, M. C | Examineur ENP |
| M. LARIBI Merzak, M. C | Examineur ENP |
| M. BOUBENDIR Sid Ali, C. C | Invité USTHB |

2005- 2006

Dedicace

Je profite à cette occasion pour dédier cette modeste étude

à:

*À celle qui m'est chère et qui m'a appris
beaucoup....Ma mère ;*

*À celui qui ma appris comment affronter la
vie en souriant... Mon père ;*

À Ma tante ;

À ma grande mère ;

À Mes frères et sœurs ;

À toute la famille et mes proches

Remerciements

Je remercie sincèrement monsieur S.LARBI, maître de conférence à l'ENP et monsieur H.BELHANECHÉ, chargé de cours à l'ENP, pour leur disponibilité, leurs précieux conseils et tous les efforts qui ont mené à l'achèvement de cette étude.

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à monsieur le professeur M.AIT ALI de l'ENP, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de cette étude.

Je tiens à exprimer ma gratitude à messieurs A.BOUHDJAR, B.KEBLI et M.LARIBI, maîtres de conférence à l'ENP, en acceptant d'examiner ce travail et de faire partie du jury de cette mémoire.

Je remercie également monsieur S.BOUBENDIR, chargé de cours à l'USTHB, pour les discussions que nous avons eues sur ce sujet, et pour m'avoir consacré une partie de son temps pour examiner ce travail.

Enfin, je remercie vivement tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'accomplissement de ce travail.

1.1 1 0.9

:

1

:

1

:

Résumé

Le travail présenté dans ce mémoire est relatif à une étude thermo hydrodynamique d'un palier lisse utilisant un lubrifiant à comportement non Newtonien en loi puissance.

Les caractéristiques de performance sont obtenues, en considérant trois valeurs d'indice de structure « n » de la loi de comportement en puissance du fluide non Newtonien, qui sont prises égales à : 0.9, 1 et 1.1. Les résultats numériques obtenues montrent que : pour les fluides dilatant ($n > 1$), la charge, le couple, la température et la pression ont des allures croissantes, tandis que pour les fluides pseudo plastiques ($n < 1$), les allures sont décroissantes. L'effet thermique est plus significatif pour les grandes valeurs d'indice de structure 'n'.

La comparaison de nos résultats à ceux de la littérature a montré un bon accord entre les deux.

Mots clés : Palier lisse, lubrifiant non Newtonien, solution thermohydrodynamique.

Summary

This work presents a thermohydrodynamic study of a journal bearing by using a non Newtonian lubricant, which is described by a power-law model.

The performance characteristics are obtained for various values of the non Newtonian power-law index 'n' that are equal to: 0.9, 1 and 1.1. Numerical results indicate that the dilatant fluids ($n > 1$), the load-carrying capacity, pressure, temperature, and frictional force may be greatly increased, while for the pseudoplastic fluids ($n < 1$), they all decrease. The thermal effects are found to be more pronounced at higher values of the flow behaviour index 'n'.

The results were compared to those obtained by other researchers. A good agreement was noted

Key words: journal bearings, non Newtonian lubricant, thermohydrodynamic solution.

Nomenclature

| | |
|---|---|
| C | Jeu radial [m] |
| C_a | Couple de frottement [m.N] |
| C_p, C_v | Chaleur spécifique [J/Kg.K] |
| $D_m(t)$ | Domaine matériel |
| t | Temps [s] |
| $fD_m(t)$ | Frontière de $D_m(t)$ |
| e | Excentricité absolue [m] |
| E | Energie interne [J/Kg] |
| f | Forces massiques extérieurs [N/Kg] |
| h | Epaisseur du film [m] |
| h_a | Coefficient d'échange convectif à la surface de l'arbre [W/m ² .K] |
| h_c | coefficient d'échange convectif à la surface de coussinet [W/m ² .K] |
| F, G, I, J, I ₂ , J ₂ | Intégrales fonction de la viscosité |
| K_h | Conductivité thermique du lubrifiant [W/m.K] |
| K_a | Conductivité thermique de l'arbre [W/m.K] |
| K_c | Conductivité thermique du coussinet [W/m.K] |
| n | L'indice de structure |
| n_0 | L'indice de structure pour $T = T_0$ |
| m(T) | La consistance de viscosité, fonction de température |
| m_0 | La consistance pour $T = T_0$ |
| P | Pression [N/m ²] |
| Qv | Débit [m ³ /s] |
| R | Rayon [m] |
| T | Température [°C] |
| THL | Lubrification Thermo Hydrodynamique |
| u, v, w | Composantes de la vitesse [m/s] |
| W | Charge [N] |
| x | Variables de l'espace [m] |
| S | Surface [m ²] |

Symboles grecques :

| | |
|---------------------|---|
| $\delta_{i,j}$ | Symbole de Knoneccker |
| ω | Vitesse angulaire [rd/s] |
| ρ | Masse volumique du fluide [Kg/m ³] |
| $\sigma_{i,j}$ | Tenseur des contraintes |
| $\tau_{i,j}$ | Contraintes de cisaillement [N/m ²] |
| $\varepsilon_{i,j}$ | Tenseur des taux de déformations |
| ε | Excentricité relative |
| Φ | Fonction de dissipation [W/m] |
| φ | Angle de calage [rd] |
| β | Coefficient de thermo viscosité |
| $\eta = R_a/L$ | Nombre adimensionnel d'espace |
| μ_a | Viscosité apparente [Pa.s] |
| θ | Coordonnée angulaire [rd] |

Les nombres adimensionnels

| | |
|--------------|--------------------------|
| P_e | Nombre de Peclet |
| N_d | Nombre de dissipation |
| Bi_c, Bi_a | Nombres de Biot |
| Re | Nombre de Reynolds moyen |

Indices

| | |
|-----|------------------------|
| i | coordonnées |
| a | arbre |
| c | coussinet |
| amb | ambiance |
| 0 | référence |
| m | moyenne |
| f | fixe |
| se | l'entrée de convergent |
| r | recyclé |

SOMMAIRE

| | |
|--|----|
| Introduction générale | 1 |
| CHAPITRE I : Etude bibliographique | 4 |
| CHAPITRE II : Propriétés rhéologiques des lubrifiants | |
| II – 1 Introduction..... | 12 |
| II – 2 Equation rhéologique d'état..... | 12 |
| II – 3 Rhéogramme..... | 13 |
| II – 4 La viscosité..... | 13 |
| II – 5 Lois de comportement des fluides..... | 14 |
| II – 5 - 1 Les fluides Newtoniens..... | 14 |
| II – 5 - 2 Les fluides Non Newtoniens..... | 15 |
| II – 5 - 2 – 1 Les fluides de types loi de puissance..... | 15 |
| II – 5 - 2– 1 – 1 Les fluides fluidifiants (Pseudo plastiques) | 16 |
| II – 5 - 2– 1 – 2 Les fluides épaississants (Dilatants)..... | 17 |
| II –5– 2– 2 Les fluides plastiques de Bingham..... | 17 |
| II –5– 2– 3 Les fluides viscoélastiques..... | 18 |
| II –5– 2– 3– 1 Les fluides de Maxwell..... | 18 |
| II – 6 – La viscoélasticité et les forces normales..... | 21 |
| II – 7 – Essais sur palier d'huiles avec des additifs de viscosité | 21 |
| CHAPITRE III : Equations fondamentales de la lubrification thermohydrodynamique | |
| III – 1 – Introduction | 22 |
| III – 2 – Equations générales de la mécanique des milieux continus..... | 22 |
| III – 2 – 1 – Loi de conservation de la masse | 22 |
| III – 2 – 2 – Loi de conservation de la quantité de mouvement..... | 23 |

| | |
|---|----|
| III – 2 – 3 – Loi de conservation de l'énergie | 24 |
| III – 2 – 4 – Loi de comportement du fluide utilisé | 24 |
| III – 3 – L'équation de Reynolds généralisée | 25 |
| III – 3 – 1 – Interprétation physique des différents termes de l'équation..... | 28 |
| III – 4 – L'équation de l'énergie dans le film mince visqueux..... | 29 |
| III – 5 – Propriétés physico chimiques des lubrifiants..... | 29 |
| III – 6 – Equation de la chaleur dans les massifs | 30 |
| Conclusion | 32 |

CHAPITRE IV : Application aux paliers lisses

| | |
|---|----|
| IV- 1- Introduction | 33 |
| IV- 2- Géométrie cinématique des surfaces | 33 |
| IV- 3- Equation de Reynolds généralisée appliquée aux paliers lisses | 35 |
| IV- 4 – Conditions aux limites sur la pression | 37 |
| IV- 5 – Equation de l'énergie dans le film | 39 |
| IV- 6- Equation de la chaleur dans le coussinet..... | 40 |
| IV-7 - Equation de la chaleur dans l'arbre | 40 |
| IV- 8 - Conditions aux limites sur la température..... | 41 |
| IV - 8 – 1- Conditions aux limites sur la surface externe du coussinet..... | 41 |
| IV – 8 - 2- Conditions aux limites à l'interface entre le film et le coussinet | 43 |
| IV – 8 - 3- Les Conditions aux limites à l'interface entre le film et l'arbre..... | 44 |
| IV – 8- 4- Conditions aux limites aux deux extrémités de l'arbre..... | 44 |
| IV – 8- 5- Conditions aux limites dans la section d'entrée du film | 46 |
| IV-9- Caractéristiques statiques | 48 |
| IV-9-1- Charge et angle de calage: | 48 |
| IV-9-2- Débit | 48 |
| IV-9-3- Le couple de frottement..... | 49 |
| IV-10 – Conclusion | 49 |

CHAPITRE V : Résolution numérique

| | |
|---|----|
| V-1- Introduction..... | 50 |
| V-2- Discrétisation des équations..... | 52 |
| V-2-1- Calcul du champ de vitesses dans le film..... | 52 |
| V-2-2- L'équation de Reynolds..... | 53 |

| | |
|--|----|
| V-2-3-L'équation de la chaleur dans les solides..... | 53 |
| V-2-4-L'équation de l'énergie dans le film..... | 54 |
| V-3- Schéma de résolution..... | 57 |

CHAPITRE VI : Résultats et interprétation

| | |
|--|----|
| VI-1- Caractéristiques du palier et propriétés des lubrifiant..... | 59 |
| VI -2- Répartition de la pression | 60 |
| VI -3- Détermination de la température dans le film | 66 |
| VI- 4- Détermination de la température des solides..... | 71 |
| VI- 5- Etude paramétrique | 74 |
| VI- 6 - Validation des résultants..... | 76 |
| VI- 7- Conclusion | 78 |
| Conclusion générale | 80 |

Références bibliographiques

Introduction générale

La théorie classique de la lubrification [1, 2], développée en 1886 par Reynolds pour le cas isotherme et reprise par Kinsbury en 1933 avec la prise en compte de l'aspect thermique, suppose que le lubrifiant se comporte comme un fluide visqueux et Newtonien. Cependant, dans certains mécanismes, des fluides à comportements non Newtoniens sont utilisés dans le but d'augmenter l'indice de viscosité des lubrifiants par l'utilisation d'additifs tels que les polymères. La loi de comportement de ces fluides est non linéaire, ce qui a pour conséquence la non validité de l'équation de Reynolds utilisée en lubrification hydrodynamique classique.

Plusieurs travaux ont été élaborés sur les caractéristiques non Newtoniennes des lubrifiants ces dernières décennies [3-53] et divers modèles mathématiques ont été proposés pour décrire le comportement de ces fluides. Parmi ces modèles, le modèle en loi de puissance dans lequel la contrainte de cisaillement varie en loi de puissance de la vitesse de cisaillement a été largement développé. L'exposant « n » de cette loi est appelé : indice de structure. Pour $n = 1$, le fluide a un comportement de fluide Newtonien. Pour $n < 1$, il a un comportement de fluide pseudo plastique et pour $n > 1$, il a un comportement de fluide dilatant. Ces dernières années, ce modèle de fluide a été largement employé dans différents problèmes de lubrification et l'équation de Reynolds modifiée pour le modèle en loi de puissance a été utilisée.

Il est bien évident que, de façon générale, l'aspect thermique ne pourra pas être dissocié de l'aspect hydrodynamique dans ces problèmes de lubrification. En effet, l'évolution des machines avec des conditions de fonctionnement sévères, suite à des vitesses de rotation de plus en plus élevées et des arbres fortement chargés a pour conséquence une dissipation d'énergie par cisaillement dans le film lubrifiant de plus en plus importante, ce qui engendrera une élévation de sa température et par voie de conséquence la diminution de la viscosité du fluide, de la portance du mécanisme et une usure prématurée des matériaux utilisés.

En dépit de l'importance de la connaissance de la variation des propriétés des lubrifiants à comportement non Newtonien avec la pression et la température, il y a peu d'information dans les travaux publiés qui prennent en considération le couplage thermo hydrodynamique dans les paliers fluides utilisant des lubrifiants à comportement en loi de puissance [8, 22, 23, 31, 38]. Notons que, dans ces travaux, seule une équation de Reynolds modifiée a été utilisée pour décrire l'équation du film mince.

L'objectif de notre travail est relatif à l'analyse thermo hydrodynamique des lubrifiants à comportement non Newtonien (de type loi de puissance) sur les paramètres d'écoulement. Notons que nous avons utilisé l'équation de Reynolds pour décrire l'équation du film mince à la place de celle utilisée par les auteurs qu'est une équation modifiée.

Dans ce contexte, nous présenterons au chapitre I, une étude bibliographie détaillée, qui montrera, en premier lieu, l'historique de l'étude concernant le problème thermo hydrodynamique et en second lieu, les principaux travaux effectués sur la lubrification utilisant les fluides non Newtoniens.

Le chapitre II, est consacré à la présentation rhéologique de quelque modèles de fluides non Newtoniens, principalement le modèle en loi de puissance.

Au chapitre III, nous aborderons les équations de base de la mécanique des milieux continus que nous appliquerons à la mécanique des films minces visqueux. Nous insisterons plus particulièrement sur la mise en forme de l'équation de Reynolds généralisée qui prendra en compte le comportement non Newtonien de type : loi de puissance.

Au chapitre IV, nous appliquerons la théorie générale de la lubrification thermo hydrodynamique aux fluides non Newtoniens, décrits par le modèle en loi de puissance aux paliers lisses, en précisant pour cette configuration l'ensemble des conditions aux limites sur les températures utilisées.

Le chapitre V, sera consacré à la présentation de la méthode numérique choisie pour la résolution du système d'équations décrivant le problème étudié, en particulier, la discrétisation de l'équation d'énergie dans le film lubrifiant, en se basant sur le modèle proposé par Boncompain [66, 67].

Le chapitre VI sera consacré à la présentation des résultats théoriques obtenus, à leur interprétation et à leur comparaison avec ceux issus de la littérature.

Enfin, une conclusion sera présentée, pour synthétiser les résultats obtenus et les perspectives entrevues pour la suite de ce travail.

Chapitre I

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Dans ce chapitre, nous présentons en premier lieu, l'état de l'art sur la théorie classique de la lubrification utilisant les fluides à comportement visqueux et Newtoniens, en second lieu, nous présentons, les travaux publiés sur le comportement non Newtoniens des lubrifiants.

La théorie isotherme de la lubrification est largement utilisée pour le calcul des performances des butées et des paliers hydrodynamiques. Cependant, des exigences technologiques de plus en plus sévères, telles que l'accroissement des charges et des vitesses de rotation, conduisent à une augmentation de l'énergie dissipée dans les mécanismes lubrifiés [48].

La première approche de l'aspect thermique a été proposée par Kingsbury [2] en 1933 afin de prendre en compte la variation de température à travers l'épaisseur du film. La méthode de résolution appliquée au cas d'un viscosimètre à manchon conique est une méthode graphique. Dans son étude, Kingsbury a montré que la contrainte de cisaillement à la paroi du coussinet est de l'ordre de 40% de la contrainte calculée dans le cas isotherme. Il en déduit alors que l'échauffement du film provoque une réduction de la charge supportée par l'arbre de 60% par rapport à la charge calculée par la théorie isotherme pour des conditions de fonctionnement semblables.

En 1944, Hagg [49] a proposé une solution analytique au problème de Kingsbury en supposant que la conductivité thermique est indépendant de la température et en choisissant une loi de variation de la viscosité avec la température. D'autres approches de l'aspect thermique ont été proposées pour expliquer le phénomène de la portance découvert par Fogg [50] dans le cas du blochet à faces parallèles et pour justifier les écarts entre les résultats expérimentaux et théoriques dans les situations où la vitesse et la charge sont élevées.

En 1949, Cope [52], a fait intervenir l'équation de l'énergie pour obtenir la température du film. Il a pris en compte les variations de la masse volumique et de la viscosité le long du film tout en négligeant les effets thermiques à travers l'épaisseur du film.

En 1963, Dowson et Hudson [53,54] ont pris en considération la conduction de la chaleur à travers les solides et ont utilisé des conditions d'égalité du flux de chaleur aux frontières. Ils ont aussi montré que les effets dus à la variation de la densité du lubrifiant sont négligeables comparés à ceux dus à la viscosité.

En 1974, Tipei et Degueurce [55] ont présenté une solution thermo hydrodynamique au problème de la lubrification pour une épaisseur du film lubrifiant variant de façon exponentielle ce qui a permis de découpler l'équation de l'énergie de l'équation généralisée de Reynolds en présentant une relation entre la viscosité et l'épaisseur du film.

Ferron et Frene [56,57] et par suite Ferron [58], ont construit une machine d'essai permettant de mesurer la pression dans le film, la température de la surface de l'arbre et du coussinet, la charge, la vitesse de rotation, le débit du fluide et le positionnement relatif de l'arbre par rapport au coussinet.

Boncompain, s'est intéressé aux aspects thermiques [59,60], en 1984, l'auteur avait présenté une étude numérique utilisant la méthode des différences finies [61] pour modéliser l'écoulement thermo hydrodynamique dans un palier lisse.

En 1985, Boussaid [62] a présenté une étude sur l'application de la méthode des éléments finis aux paliers hybrides.

En 1986, Masato et al [63] ont étudié expérimentalement la distribution de la température dans un palier circulaire, en particulier la position de la température maximale dans les solides.

En 1996, Fillon et al. [64] ont présenté une approche globale sur les effets thermiques, en prenant en compte différents phénomènes : la déformation thermique des solides, la cavitation et la généralisation des conditions aux limites. Dans la même année, une étude expérimentale sur les effets thermiques dans les paliers circulaires et elliptiques a fait l'objet des études de Mt et al [65].

De cette première revue bibliographique sur la théorie de la lubrification utilisant les fluides Newtoniens, nous pouvons noter les conclusions suivantes, relevées par les auteurs :

- La relation viscosité- température a une grande influence sur la distribution de la température ;
- La variation de la température à travers le film est importante ;
- Pour des conditions de fonctionnement normales, le gradient axial de température est négligeable ;
- La conduction de chaleur vers les parois du palier doit être prise en compte ;
- Les conditions aux limites sur la température peuvent être très variables : elles dépendent de l'environnement et de l'implantation du palier.

Notons, que la théorie classique de la lubrification (travaux des Reynolds) suppose que le lubrifiant se comporte comme un fluide visqueux et Newtonien. Néanmoins, des comportements non Newtoniens de lubrifiants ont été observés dans divers procédés de lubrification.

Durant les quatre dernières décennies, l'intérêt pour les lubrifiants à comportement non Newtonien a pris de l'ampleur et un certain nombre de travaux ont été présentés.

D'après [40], Dubois, Ocvirk et Wehe en 1960, ont comparé le comportement d'huiles minérales et des huiles améliorées de type VI dans les paliers lisses sous des charges statiques. Ils ont employé des paliers à vitesse élevée et ont mesuré la capacité de charge, le frottement et l'excentricité. Leurs résultats ont indiqué une performance supérieure pour les fluides non Newtonien. En utilisant les deux huiles avec la même force de frottement et la même excentricité, l'huile améliorée de type VI a montré une plus grande capacité de charge. L'utilisation de données expérimentales a montré que l'augmentation de la capacité de charge de l'huile améliorée de type VI devient plus grande à mesure que l'excentricité augmente.

D'après [17], Saibel et ses co-auteurs Ng en 1962 ainsi que Hsu en 1965 ont résolu le problème du palier infiniment long en utilisant deux relations simples et spécifiques non linéaires entre la contrainte de cisaillement et la vitesse de déformation.

D'après [17], Taner en 1963, a développé les équations de la lubrification en démontrant que l'effet de contrainte normale pour le fluide utilisé est habituellement négligeable (hypothèse souvent employée par les premiers chercheurs). Il a appliqué son équation pour l'analyse du palier court, les aspects thermiques ont également été analysés par l'auteur.

D'après [40], Okrent (1961-1964), Savage et Bowman (1961), ont trouvé moins de frottement et d'usure dans un palier en charge dynamique dans une bielle de moteur, lubrifié avec des huiles épaisses au polymère comparées au palier lubrifié aux huiles régulières.

Na, T. Y. [41] en 1966, a étudié l'écoulement dans le film mince avec lubrifiant non Newtonien, le modèle utilisé est de type : loi de puissance.

D'après [40], Tao et Philippoff en 1967 et Harnoy et Philippoff en 1976, ont effectué des expériences sur un palier lisse à des vitesses relativement faibles en utilisant des huiles à temps de relaxation beaucoup plus long que celui des huiles améliorées de type VI commerciales. Les résultats trouvés ont montré que l'élasticité du fluide a augmenté la capacité de charge du palier. Les auteurs ont souligné l'existence d'un petit composant viscoélastique supplémentaire de la force du palier, perpendiculaire au composant Newtonien, qui tend à augmenter l'épaisseur de film minimum et qui peut contribuer à la stabilité du l'arbre.

Ramanaiah [42] en 1967 a étudié les effets d'inertie dans le film mince non Newtonien. L'auteur a employé la méthode d'inertie ramenée à une moyenne, mais, il n'a pas inclus l'inertie locale et une partie de l'inertie convective dans l'équation de quantité de mouvement.

D'après [17], Marnell et Elrod en 1973, ont utilisé une approximation de la loi de comportement du fluide par une loi en puissance pour le fluide synovial dans leur étude du comportement tribologique de la hanche humaine.

D'après [69], Harnoy et Hanin en 1974, et par suite Harnoy et Philippo en 1976, ont étudié l'écoulement d'un fluide de deuxième degré dans un palier fluide.

Hayashi et Sano [43], en 1974, ont calculé la distribution de pression dans les paliers circulaires parallèles lubrifiés avec des fluides pseudo plastiques dont la relation entre la contrainte de cisaillement et la vitesse de déformation est donnée approximativement par une équation cubique. Néanmoins, les chercheurs, n'ont pas considéré les effets des forces d'inertie du fluide dans leur étude.

D'après [17], Rao, Prabhu et Swamy en 1975 ainsi que Rajalingham en 1979, ont obtenu des courbes de performance pour un palier lisse dans un article principalement basé sur des fondements théoriques.

Elkouch [7] en (1976) a analysé les effets des forces d'inertie dans les films minces non Newtoniens en employant un modèle en loi de puissance.

D'après [17], Harnoy, en 1978, a examiné le comportement viscoélastique dans le palier de sommerfeld. D'autres développements théoriques additionnels ont été introduits par Horowitz et Steidler en 1961 et par Safar en 1979. Des travaux expérimentaux sur le comportement non Newtonien des fluides dans les paliers lisses ont été effectués par Wada et Hayashi en 1974. Les auteurs ont également présenté un travail théorique, qu'ils ont comparé à une étude expérimentale.

Elkouch, Nigro et Liou [44] en 1982, ont analysé le problème de l'écoulement laminaire d'un film mince non Newtonien entre surfaces annulaires plates. Le modèle utilisé est de type loi de puissance.

P. Sinha et Singh [16,45] entre 1982 et 1983, ont analysé théoriquement le problème de la lubrification des roulements. Dans leur article, les auteurs ont considéré deux régions dans lesquelles les gradients de pression : $dp/dx < 0$ et $dp/dx > 0$ ont différentes équations de Reynolds. Leur solution a été limitée aux roulements de disque rigides et aux problèmes de charges faibles.

Bourgin et Hay en 1983 ont employé un modèle semblable à celui élaboré par Ng et Saibel en 1962 pour étudier le comportement de l'écoulement dans le palier.

I. K. Dien et H. G. Elrod [17] en 1983 ont développé la forme modifiée de l'équation de Reynolds en utilisant un modèle en loi de puissance qu'ils ont utilisé pour analyser la performance d'un palier lisse.

Buckholz, en 1985, a utilisé un modèle en loi de puissance pour le lubrifiant non Newtonien utilisé dans un palier glisseur.

Elkouch, Nigro, et Glowacz [18] en 1986, ont généralisé l'analyse présentée dans [46] pour inclure l'effet de la différence dans les pressions aux frontières internes et externes.

H. Hashimoto et S Wada [19] en 1986, dans leur étude, ont utilisé l'équation généralisée de la lubrification en considérant les effets des forces d'inertie et les caractéristiques pseudo plastiques des lubrifiants pour le calcul du film mince des paliers circulaires parallèles, les distributions de pression sont calculées pour le cas du mouvement sinusoïdal du film.

D'après [69], Kacou et autres, en 1987, ont étudié l'écoulement d'un fluide dans un palier et ont présenté une solution de perturbation. Le travail a été repris par les mêmes auteurs (Kacou et al. en 1988 en incluant les effets thermiques.

Wang, Hua et Zhang [25], en 1988, ont utilisé une équation de Reynolds dérivée pour toute la zone de contact. L'effet piézo- visqueux du lubrifiant et la déformation des surfaces du disque ont été pris en considération. Une solution numérique de la lubrification élasto-hydrodynamique de l'équation de Reynolds et de l'équation élastique a été présentée par les auteurs.

D. Prasad, P. Singh et P Sinha [24], en 1988, dans leur travail consacré à l'analyse de l'effet thermique dans la lubrification de roulements cylindriques par un fluide compressible de type loi de puissance. Ils ont utilisé les conditions aux limites de cavitation et ils ont supposé que :

- La densité varie avec la pression et la température ;
- la consistance (m) est une fonction exponentielle de la pression et de la température ;
- l'indice de structure « n » est indépendant de la pression et de la température.

D'après [47], Rastogi et Gupta entre 1990 et 1991 et par suite Paranjpe en 1992, ont étudié le problème de la charge dynamique des paliers lisses dans des conditions isothermes avec effet viscoélastique pour la surface lisse.

D'après [46], Tichy a étudié le comportement des fluides non Newtoniens de type plastique de Bingham ainsi que l'effet du seuil de cisaillement sur le film dans la lubrification hydrodynamique. Tichy, en 1991 et Dorier et Tichy, en 1992, ont utilisé une fonction

mathématique continue et une équation de Reynolds généralisée pour résoudre les problèmes de la lubrification en montrant l'influence du paramètre de contrainte.

D'après [47], Zhang et al, en 1998, ont étudié le problème de la charge dynamique des paliers lisses dans les conditions isothermes, avec prise en compte de l'effet viscoélastique pour la lubrification mixte.

Yur. Usoy et Pakdemirli, en 1999, ont étudié l'écoulement d'un fluide spécial dans un palier glisseur.

Zhang et Cheng [47], en 2000, ont présenté une analyse thermo hydrodynamique en régime transitoire pour un fluide non Newtonien, de la charge dynamique d'un palier lisse dans la lubrification mixte.

Kim et Seireg [46], en 2000, dans leur article, ont présenté une étude sur l'analyse thermo hydrodynamique d'un problème de lubrification qui incorpore une équation de vitesse modifiée caractérisée par l'inclusion d'un modèle rhéologique non Newtonien. Le modèle plastique de Bingham a été employé pour décrire la réaction rhéologique de cisaillement de lubrifiant.

Muhammet Yürüsoy [69], en 2003, a étudié un palier glisseur lubrifié par un fluide non Newtonien, le modèle utilisé est le modèle de Powell-Eyring.

Conclusion

Des articles présentés, nous pouvons retenir que malgré le fait que le comportement du lubrifiant non Newtonien et la variation des propriétés du lubrifiant avec la pression et la température sont importantes, il y a peu de travaux publiés [8, 22, 23, 31, 38] sur les effets thermiques dans les paliers fluides utilisant des lubrifiants non Newtoniens. Dans les articles précédemment cités, les auteurs ont utilisé différents modèles mathématiques pour décrire l'équation du film mince mais pas l'équation de Reynolds généralisée.

L'objectif de ce travail est d'analyser l'influence d'utilisation de la loi de comportement non Newtonienne du lubrifiant avec la variation des propriétés de ce lubrifiant avec la température. Le modèle de comportement rhéologique du fluide non Newtonien utilisé, est le

modèle en loi de puissance ; l'équation utilisée pour décrire l'équation du film mince est celle de Reynolds généralisée.

Chapitre II

PROPRIETES RHEOLOGIQUES DES LUBRIFIANTS

II- 1-Introduction

La rhéologie est la science qui étudie les lois de comportement des fluides, c'est-à-dire les relations qui existent entre les contraintes appliquées à un corps et les déformations qu'il subit. La connaissance des propriétés rhéologiques des lubrifiants est d'une importance capitale dans l'utilisation de ces lubrifiants [67]. Car, de ces propriétés rhéologiques dépendent :

- La portance dans les paliers ;
- L'énergie dissipée dans les films d'huiles ;
- L'évacuation des calories des régions subissant de l'échauffement dans les machines ;
- La stabilité des films d'huile et leur efficacité anti- usure.

II- 2- Equation rhéologique d'état

Tout système mécanique obéit à une équation fondamentale qui établit une relation entre les grandeurs dynamiques responsables du mouvement et les grandeurs cinématiques décrivant ce mouvement. A titre d'exemple, la loi fondamentale de la dynamique du point matériel, donnée par :

$$\vec{F} = m \cdot \vec{\gamma} \quad (\text{II-1})$$

Il en est ainsi en rhéologie, où existe une relation entre la déformation « ε » et la contrainte « τ », relation, qui dépend des propriétés du matériau. Nous noterons cette relation :

$$\varepsilon = F[\tau] \quad \text{ou} \quad \dot{\varepsilon} = g[\tau] \quad (\text{II-2})$$

La connaissance de cette loi de comportement, permet de déterminer toutes les propriétés rhéologiques du matériau. C'est pourquoi le but de la rhéologie est relatif à l'établissement (à l'aide de rhéomètres) de cette loi de comportement donnée par l'équation (II-2).

Remarque

L'équation rhéologique ne dépend pas seulement de la nature et des propriétés du

matériau mais, elle dépend aussi de la température « T » et de la pression « P ». Il est ainsi plus correct d'écrire:

$$\varepsilon = f[\tau, P, T] \quad (\text{II-3})$$

Il est ainsi naturel que « ε », à un instant « t » donné, dépende de la contrainte « τ ». Il peut paraître également plus surprenant que « $\varepsilon(t)$ » dépende également des contraintes qu'ont été appliquées au matériau antérieurement à « t ». C'est pourtant le cas pour un très grand nombre de substances.

II- 3- Rhéogrammes

Les courbes qui traduisent graphiquement l'équation rhéologique d'état sont appelées rhéogrammes. Les rhéogrammes les plus fréquemment utilisés sont :

- Les graphes « τ , ε », à pression et à température extérieures constantes ;
- Les graphes « τ , $\dot{\varepsilon}$ », à pression et à température extérieures constantes ;
- Les graphes « ε , t », traduisant l'évolution de « ε » au cours de temps, à pression et à température extérieures constantes, lorsque la contrainte est appliquée à l'instant initial « t=0 » et maintenue constante (expérience de fluage)
- Les graphes « τ , t », traduisant l'évolution de « τ » en fonction du temps, à pression et à température constantes, lorsqu'une déformation est imposée à l'instant initial « t=0 » et maintenue constante (expérience de relaxations)

Dans notre étude nous ne nous intéresserons qu'aux deux premiers. Puisque nous choisissons d'ignorer l'effet du temps.

II- 4- La viscosité

Les coefficients de viscosité sont des grandeurs physiques qui jouent un rôle essentiel en rhéologie. Leur connaissance suffit parfois à caractériser de façon précise le comportement rhéologique du matériau. Le rapport de la contrainte « τ » par la vitesse de déformation « $\dot{\varepsilon}$ », donnera la viscosité dynamique, appelée également viscosité apparente et définie par la relation :

$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\varepsilon}} \quad (\text{II-4})$$

L'équation dimensionnelle de μ est :

$$[\mu] = [M][L]^{-1} [T]$$

Son unité est la poise « P » dans le système CGS et le Pascal second « Pa.s » dans le système MKSA.

Il est clair que « μ » est une fonction de la température « T » et de la pression « P » extérieures, mais aussi de la contrainte de cisaillement « τ » où encore, de la vitesse de cisaillement « $\dot{\varepsilon}$ » : $\mu = F[T, P, \tau]$ ou $\mu = G[T, P, \dot{\varepsilon}]$.

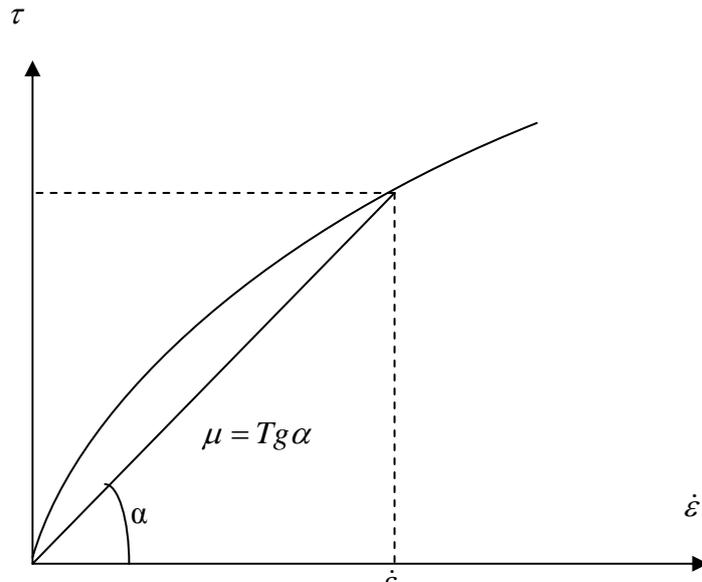


Figure. II-1. Rhéogramme $\tau, \dot{\varepsilon}$

En se référant au rhéogramme « $\tau, \dot{\varepsilon}$ » donné par la figure II-1, on remarque que pour une valeur de « τ » donnée (ou de $\dot{\varepsilon}$), « μ » est égale à la pente de la droite considérée.

II- 5- Lois de comportement des fluides

II- 5-1- Les fluides Newtoniens

Les fluides Newtoniens sont des fluides visqueux qui obéissent à la loi de Newton reproduite ci-dessous. Pour un fluide Newtonien, la contrainte de cisaillement est proportionnelle à la vitesse de déformation : le coefficient de viscosité « μ » est une constante :

$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\varepsilon}} = Cte \quad (\text{II-5})$$

La viscosité « μ » est donc indépendante de « τ » et de « $\dot{\varepsilon}$ ». Elle n'est fonction que de la température et de la pression [68].

Le comportement d'un liquide Newtonien peut se caractériser par les diagrammes suivants :

- 1- le rhéogramme « τ , $\dot{\epsilon}$ », est une droite de pente $\mu = \text{tg } \alpha$;
- 2- la viscosité dynamique en fonction de la vitesse de déformation est représentée par une droite horizontale.

II- 5-2-Les fluides non Newtoniens

Pour ces fluides, le rapport de la contrainte de cisaillement « τ » par la vitesse de déformation « $\dot{\epsilon}$ » varie avec « τ » ou « $\dot{\epsilon}$ » et avec le temps. Dans ces conditions, on ne peut plus définir une viscosité absolue. On parle néanmoins de viscosité apparente pour « τ » ou « $\dot{\epsilon}$ » donnée et on la note « μ » :

$$\mu_a = \left[\frac{\tau}{\dot{\epsilon}} \right]_{\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0} \quad (\text{II-6})$$

II- 5-2- 1-Loi de Puissance (power law)

Une des lois empiriques fréquemment utilisée en rhéologie pour les fluides visqueux incompressibles est celle d'Oswald, proposée pour la première fois par l'auteur en 1925 et qui a pour l'expression

$$\tau = m \cdot \dot{\epsilon}^n \quad (\text{II-7})$$

D'après cette loi le coefficient de viscosité apparent μ_a a pour expression

$$\mu_a = \frac{m}{\dot{\epsilon}^{(1-n)}} = m \cdot \dot{\epsilon}^{(n-1)} \quad (\text{II-8})$$

Où : n désigne l'indice de structure et m désigne la consistance ($n > 0$, $m > 0$).

Quand on se réfère à la loi de puissance, on préfère tracer les rhéogrammes expérimentaux en coordonnées log- log, car la loi de puissance nous permet d'écrire en effet:

$$\log \tau = \log m + n \cdot \log \dot{\epsilon} \quad (\text{II-9})$$

La pente de la droite expérimentale permet de déterminer directement l'exposant « n », l'ordonnée à l'origine fournit la consistance « m ».

Suivant la valeur de « n », on pourra distinguer deux types de fluides :

- pour : $0 < n < 1$, le fluide a un comportement pseudoplastique ;
- pour : $n > 1$, le fluide a un comportement dilatant ;

II- 5-2-1-1- Les fluides Pseudoplastiques

Ces fluides correspondent à tous les corps dont les rhéogrammes sont des courbes passant par l'origine et dont la concavité est tournée vers le bas (figure II-2). Le coefficient de viscosité apparente n'est pas constant mais diminue avec la vitesse de déformation figure (II-3).

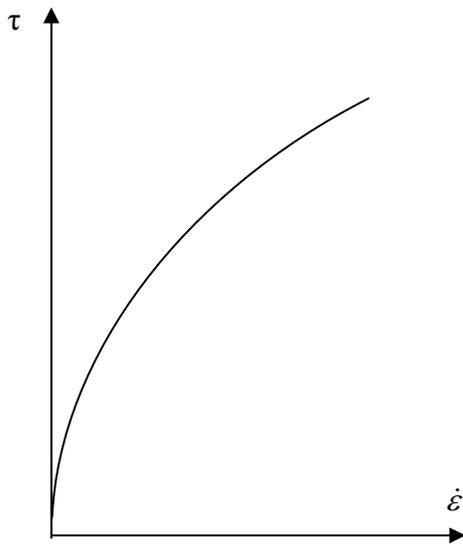


Figure II-2. Rhéogramme $\tau, \dot{\epsilon}$

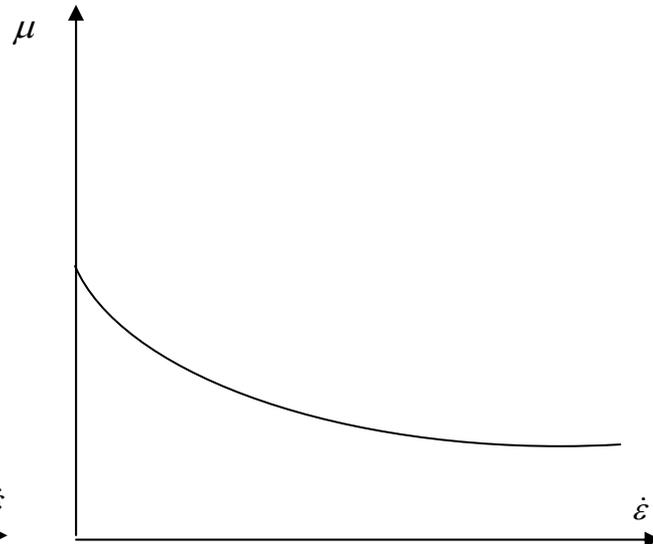


Figure II-3. Diagramme $\mu (\dot{\epsilon})$

Une interprétation moléculaire simple consiste à admettre que les molécules ou les unités structurales s'alignent progressivement dans le sens de l'écoulement au fur et à mesure que la vitesse de cisaillement augmente, favorisant ainsi l'écoulement des différentes couches de fluide. Une autre interprétation moléculaire consiste à envisager une modification de structure du fluide (déstructuration par rupture de liaisons) en fonction de la vitesse de cisaillement [68].

Aucune équation mathématique ne peut prétendre décrire exactement et rigoureusement le comportement pseudoplastique le plus général. Ainsi, de nombreuses équations ont été proposées. L'équation la plus utilisée est celle de la loi de puissance, donnée par :

$$\tau = m \dot{\epsilon}^n \quad (\text{II-10})$$

Où : n , désigne un exposant à déterminer, dont la valeur est inférieure à 1 et qui traduit l'écart avec le comportement Newtonien pour lequel $n=1$.

II- 5-2-1-2-Les fluides dilatants

Ils correspondent à l'ensemble de tous les corps dont les rhéogrammes sont des courbes passant par l'origine et dont la concavité est tournée vers le haut (figure II-4). Le coefficient de viscosité apparente n'est pas constant mais augmente avec la vitesse de déformation (figure II-5).

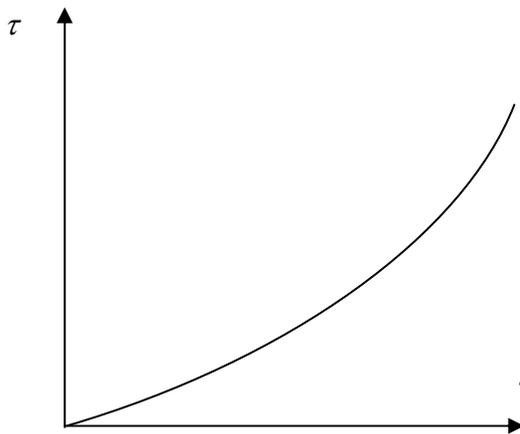


Figure II-4. Rhéogramme $\tau, \dot{\epsilon}$

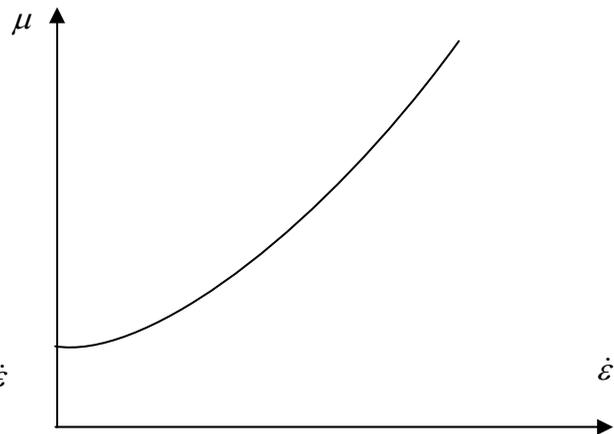


Figure II-5. Diagramme $\mu (\dot{\epsilon})$

Les fluides dilatants sont en général décrits par une simple loi de puissance :

$$\tau = m \dot{\epsilon}^n \quad (\text{II-11})$$

Lorsque l'exposant « n » a une valeur supérieure à 1, ceci traduit l'écart avec le comportement Newtonien.

II- 5 - 2- 2- Les fluides plastiques de Bingham

Ce sont les fluides qui ne s'écoulent qu'à partir d'une certaine valeur de la contrainte, notée τ_c et appelée : seuil d'écoulement (déformabilité). Elle représente l'ordonnée à l'origine des rhéogrammes (figure II-6). Au delà du seuil d'écoulement, τ_c , ces fluides se comportent comme des fluides Newtoniens : toute augmentation de τ se traduit par une augmentation proportionnelle à $\dot{\epsilon}$.

L'équation rhéologique d'état s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Pour : } \tau < \tau_c & \quad \dot{\epsilon} = 0 \\ \text{et pour : } \tau > \tau_c & \quad \tau = \tau_c + \alpha \dot{\epsilon} \end{aligned} \quad (\text{II-13})$$

Où : α : désigne la viscosité plastique .

L'interprétation la plus communément admise d'un tel comportement revient à supposer que le matériau considéré possède, au repos, une structure tridimensionnelle rigide représentée par exemple par un ensemble de « particules » emboîtées les unes dans les autres. Le seuil d'écoulement correspond à la force nécessaire pour les séparer, c'est-à-dire de vaincre les forces de cohésion du type Van der Waals, et provoquer l'écoulement. Au-delà de ce seuil, la structure rigide est détruite et l'écoulement s'effectue sous l'effet de la contrainte effective $\tau - \tau_c$ [68].

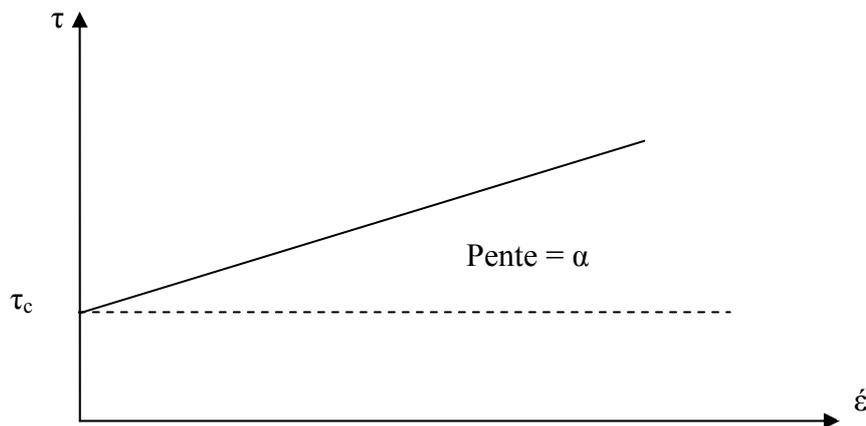


Figure. II-6. Rhéogramme d'un corps de Bingham

II-5-2- 3-Les fluides viscoélastiques

Un fluide soumis à une contrainte très brève peut réagir comme un corps solide élastique, alors que sous une contrainte prolongée, il s'écoule. Les propriétés des fluides viscoélastiques sont très complexes et de nombreux modèles ont été proposés. Nous étudierons le plus simple d'entre eux : le fluide de Maxwell qui illustre les caractéristiques essentielles des fluides viscoélastiques.

II- 5-2- 3-1- Les fluides de Maxwell

Selon Maxwell, tous les corps sont viscoélastiques. Un liquide réagit comme un solide quand l'impulsion qu'on lui applique est extrêmement brève. Sous l'effet d'une contrainte, le fluage et l'écoulement n'apparaissent qu'au bout d'un certain temps, celui-ci correspond au temps de relaxation qui sépare « en gros » le temps de passage du phénomène élastique au phénomène visqueux. La figure II-7 montre la réponse d'un fluide à l'application d'une contrainte de cisaillement, où, il se produit immédiatement une déformation élastique suivie du

fluage. La déformation élastique se fait durant un temps très court et elle est récupérée lorsque la contrainte cesse.

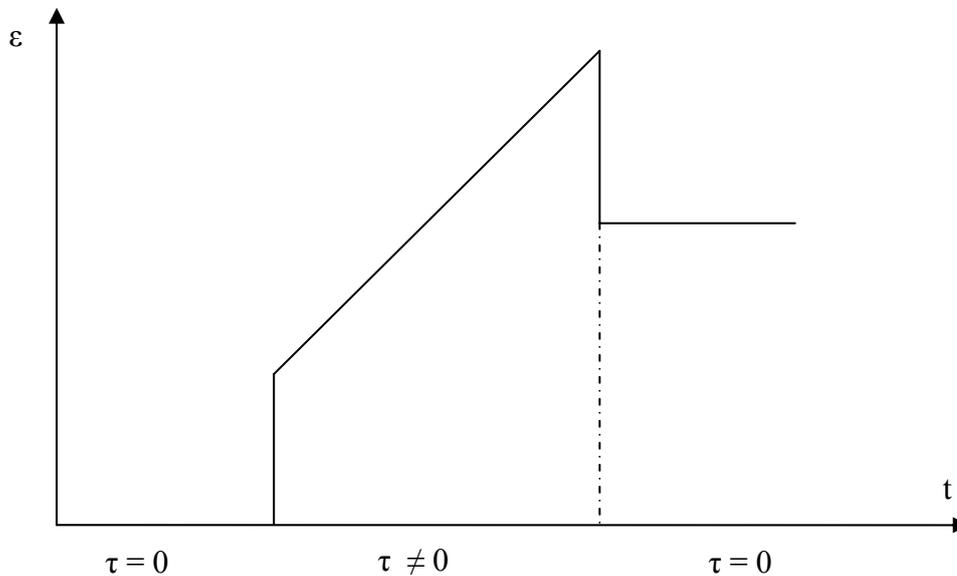


Figure. II-7. Courbe de fluage d'un fluide viscoélastique.

La manière la plus simple d'envisager ce phénomène est décrite par Maxwell [67] qui a supposé que la déformation est considérée comme étant la somme de deux termes :

1- Un terme élastique ε_1 dans le quel la déformation est proportionnelle à la contrainte de cisaillement suivant la loi de Hooke (solide élastique parfait)

$$\tau(t) = \frac{1}{J} \cdot \varepsilon_1(t) \quad (\text{II-14})$$

Où : τ : désigne la contrainte de cisaillement ; ε_1 : la déformation et $G = 1/J$: le module de rigidité [N/m^2]

La dérivation de ce terme donne :

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt} = J \cdot \frac{d\tau}{dt} \quad (\text{II-15})$$

De la loi de Hooke on tire les conclusions suivantes [68]:

- Dès qu'une contrainte est appliquée, instantanément, une déformation prend naissance et elle est proportionnelle à cette contrainte. Inversement, si la contrainte est ramenée au zéro, immédiatement la déformation s'annule : on dit que la déformation élastique est instantanée et récupérable ;
- Le comportement est bien un comportement solide : soumis à une contrainte constante, le matériau atteint instantanément un état d'équilibre.

- La fonction fluage a pour expression :

$$f(t) = J \quad \text{pour} \quad t \geq 0$$

Un solide élastique parfait sera symbolisé en rhéologie par un ressort de coefficient de complaisance élastique J .

2- Un terme visqueux ε_2 suivant la loi de Newton (Cas du fluide visqueux et Newtonien).

L'équation rhéologique du fluide visqueux et Newtonien est donnée sous la forme suivante [68] :

$$\tau(t) = \mu \frac{d\varepsilon_2(t)}{dt} \quad (\text{II-17})$$

En tenant compte des conditions initiales :

$$t < 0 ; \quad \tau(t) = 0 ; \quad \varepsilon(t) = 0$$

L'équation (II .17) sera après intégration :

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{\mu} \int_0^t \tau(t') \cdot dt' \quad (\text{II-18})$$

- Le liquide visqueux Newtonien se « souvient » et intègre toutes les contraintes qui lui ont été imposées dans le passé : l'expression de $\varepsilon(t)$ dépend de toutes les valeurs prises par la contrainte τ de 0 à t ;

- Si la contrainte est ramenée à zéro à un certain instant, la déformation demeure constante et égale à la valeur qu'elle possédait au même instant, la déformation est irrécupérable ;

- Le comportement est bien un comportement liquide. Soumis à une contrainte constante τ_0 , la déformation croît linéairement avec le temps et le matériau s'écoule indéfiniment.

$$\varepsilon(t) = \frac{\tau_0}{\mu} t \quad (\text{II-19})$$

L'expression de la fonction fluage est obtenue en remplaçant, dans l'équation (II.19), τ_0 par

l'unité : $f(t) = \frac{1}{\mu}$, représente l'évolution en fonction du temps de la fonction fluage.

Le fluide visqueux Newtonien sera symbolisé en rhéologie par un amortisseur de coefficient de viscosité μ .

La déformation totale ε_t est la somme des deux déformations ε_1 et ε_2 , données par :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon_1}{dt} + \frac{d\varepsilon_2}{dt} \quad (\text{II-20})$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = J \frac{d\tau}{dt} + \frac{1}{\mu} \tau \quad (\text{II-21})$$

Le fluide de Maxwell est ainsi constitué par l'association en série d'un ressort de complaisance élastique J et d'un amortisseur de coefficient de viscosité μ (figure II-8).

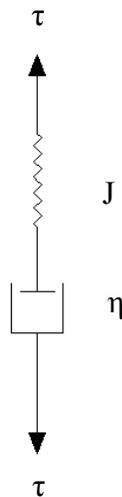


Figure. II-8. Association en série d'un ressort et amortisseur.

II- 6- La viscoélasticité et les forces normales. (Effet Weissenberg)

Les fluides viscoélastiques présentent des forces normales aux surfaces de cisaillement lorsqu'ils sont soumis à des déformations. Ce phénomène a été observé avec les contenants des additifs de viscosité bien que leur importance dans la lubrification soit encore discutée [67].

II- 7- Essais sur palier d'huiles avec des additifs de viscosité

Un palier expérimental a été mis au point à L'I.F.P. en vue de rechercher l'effet de la viscoélasticité des huiles lubrifiantes contenant des additifs de viscosité. Sur ce palier, on mesure entre autres paramètres, l'épaisseur minimale de film dans sa partie active.

Les expériences sont menées en comparant une huile minérale pure et une huile avec additif de viscosité ayant même viscosité, à la température moyenne du palier.

En effet, il a été constaté dans les essais, que le passage aux huiles avec additifs provoquait une diminution du couple moteur appliqué et donc une diminution de l'énergie dissipée au sein du film d'huile [67].

CHAPITRE III

EQUATIONS FONDAMENTALES

DE LA LUBRIFICATION THERMOHYDRODYNAMIQUE

III – 1 – Introduction

Les relations permettant l'analyse thermohydrodynamique d'un contact lubrifié sont déduites des équations de la mécanique des milieux continus et de la loi de comportement rhéologique du lubrifiant utilisé (en tenant compte de la forme particulière du film lubrifiant pour lequel l'épaisseur est très faible devant la largeur et la longueur du contact). Nous les présentons succinctement, puis nous les appliquons au cas particulier de la lubrification en ne prenant en compte que les termes prépondérants, ce qui permettra de définir les équations locales de la mécanique du film mince visqueux.

III – 2 – Equations générales de la mécanique des milieux continus

Les équations générales de la mécanique de milieux continus traduisent les lois de conservations suivantes :

- La loi de conservation de la masse.
- La loi de conservation de la quantité de mouvement.
- La loi de conservation de l'énergie.

Par ailleurs, il faudra ajouter à ces lois de conservation, des lois de comportement spécifique aux milieux et aux phénomènes étudiés.

III –2– 1 – Loi de conservation de la masse

Soit $D_m(t)$, un domaine matériel de S (système étudié) que l'on suit dans son mouvement. Chaque point de sa frontière $\partial D_m(t)$ a donc la vitesse \vec{u} de la particule avec laquelle il coïncide à l'instant t . Pour ce domaine, la loi de conservation de la masse se traduit par l'équation :

$$\frac{d}{dt} \int_{D_m(t)} \rho \, dv = 0 \quad \text{(III-1)}$$

En modifiant cette équation à l'aide du théorème de transport appliqué à l'équation de conservation de la masse, on aura :

$$\frac{d}{dt} \int_{D_m(t)} \rho \, dv = \int_{D_m(t)} \frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot dv + \int_{D_m(t)} \rho \, \vec{u} \cdot \vec{n} dA = 0 \quad (\text{III-2})$$

Le théorème de la divergence permet de transformer l'intégrale de surface du second membre, et la relation (III-2) devient :

$$\frac{d}{dt} \int_{D_m(t)} \rho \, dv = \int_{D_m(t)} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) \right] \cdot dv = 0 \quad (\text{III-3})$$

Cette relation est valable pour tout domaine $D_m(t)$. En supposant ρ et \vec{u} continus ainsi que leurs dérivées premières, on obtient :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0 \quad (\text{III-4})$$

Cette expression représente la forme locale de principe de conservation de la masse. Elle s'écrit aussi sous la forme :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (\text{III-5})$$

III -2- 2 – Loi de conservation de la quantité de mouvement

La loi de conservation de la quantité de mouvement écrite sur le domaine matériel $D_m(t)$ prélevé de S se traduit par l'équation :

$$\frac{d}{dt} \int_{D_m(t)} \rho \, u_i \, dv = \int_{D_m(t)} f_i \, dv + \int_{D_m(t)} \sigma_{ij} \cdot n_j \, dA \quad (\text{III-6})$$

Cette relation exprime que le taux de variation de la quantité de mouvement de $D_m(t)$ est égal à la résultante des forces appliquées sur ce domaine.

Dans cette relation, σ_{ij} représente le tenseur des contraintes s'appliquant sur $D_m(t)$ et f_i les forces volumiques agissant sur ce même domaine.

Le théorème de transport appliqué à l'équation de conservation de la quantité de mouvement et celui de la divergence permettent de transformer (III-6), en :

$$\int_{D_m(t)} \left[\rho \frac{du_i}{dt} - f_i - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \right] \cdot dv = 0 \quad (\text{III-7})$$

Comme le domaine $D_m(t)$ est arbitraire et l'intégrale est supposée continue, on peut écrire :

$$\rho \frac{du_i}{dt} = f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{III-8})$$

Cette dernière relation est la forme locale de la loi de conservation de la quantité de mouvement.

III –2– 3 – Loi de conservation de l'énergie

La troisième loi de conservation de la mécanique des milieux continus exprime la conservation de l'énergie qui découle du premier principe de la thermodynamique. Cette loi sera appliquée successivement aux trois milieux physiques rencontrés dans notre problème : le film lubrifiant, l'arbre et le coussinet.

La loi de conservation d'énergie des fluides compressibles simples (en négligeant les effets électriques, électromagnétiques et chimiques) [61], s'écrit sous la forme :

$$\rho \cdot C_p \frac{dT}{dt} = T \cdot \beta \frac{dP}{dt} - \frac{P}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[K \frac{\partial T}{\partial x_i} \right] + \sigma_{ij} \cdot D_{ij} \quad (\text{III-9})$$

Cette forme d'équation d'énergie est plus particulièrement utilisée lorsque la masse volumique ρ du lubrifiant est variable (cas des gaz).

III –2– 4 – Loi de comportement du fluide utilisé

Dans cette étude, nous considérons le cas des fluides purement visqueux, dont le comportement rhéologique peut être décrit par le modèle de la loi de puissance (modèle Ostwald) [3-39]. Cette loi est donnée par :

$$\sigma_{ij} = 2 \cdot \mu_a \cdot D_{ij} \quad (\text{III-10})$$

Où : D_{ij} désigne le tenseur des vitesses de déformation et μ_a : la viscosité apparente dont l'expression est donnée par :

$$\mu_a = m \cdot [2 \cdot I_2]^{(n-1)/2} \quad (\text{III-11})$$

Où : n : désigne l'indice de structure ; m : la consistance et I_2 : le deuxième invariant du tenseur des vitesses de déformation. Il est donné par l'expression suivante.

$$I_2 = \text{trace}(\overline{\overline{D}}^2) \quad (\text{III-12})$$

III – 3 – L'équation de Reynolds généralisée

En mécanique des films minces visqueux, le milieu étudié est formé de deux solides, séparés par un film mince de lubrifiant, dont l'épaisseur très faible devant les autres dimensions du contact est privilégiée par rapport aux deux autres, moyennant les hypothèses simplificatrices :

- L'écoulement est laminaire ;
- Les forces massiques extérieures sont négligeables ;
- Les forces d'inertie sont négligeables devant les forces de viscosité ;
- Il n'y a pas de glissement entre le fluide et les parois du contact ;

En combinant les équations de conservation de la quantité du mouvement (III-8) avec l'équation de comportement non Newtonien du lubrifiant (III-10), on aboutit à [3-35] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \\ \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{avec } \tau_{xy} = \mu_a (I_2) \frac{\partial u}{\partial y} \\ \\ \text{avec } \tau_{zy} = \mu_a (I_2) \frac{\partial w}{\partial y} \end{array} \quad \text{(III-13)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_a \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_a \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{array} \right. \quad \text{(III-14)}$$

Ces équations auxquelles s'ajoute l'équation de conservation de la masse (III-5) permettent de déterminer (compte tenu des conditions aux limites et après intégration) le champ de vitesse, la pression et les contraintes de cisaillement dans le film.

Afin d'intégrer les équations données par la relation (III-14), on doit avoir les conditions aux limites sur les vitesses. Nous supposons par ailleurs que la vitesse d'une paroi de contact est

tangente à cette paroi (cas fréquent en lubrification), ce qui permet de placer l'origine du système d'axes sur cette paroi et obtenir ainsi des équations plus simples (fig. (III-1)). Les conditions aux limites sur la vitesse s'écrivent :

- Sur la paroi 1 : pour $y = 0$: $u = U_1$; $v = 0$; $w = W_1$
- Sur la paroi 2 : pour $y = h$: $u = U_2$; $v = V_2$; $w = W_2$

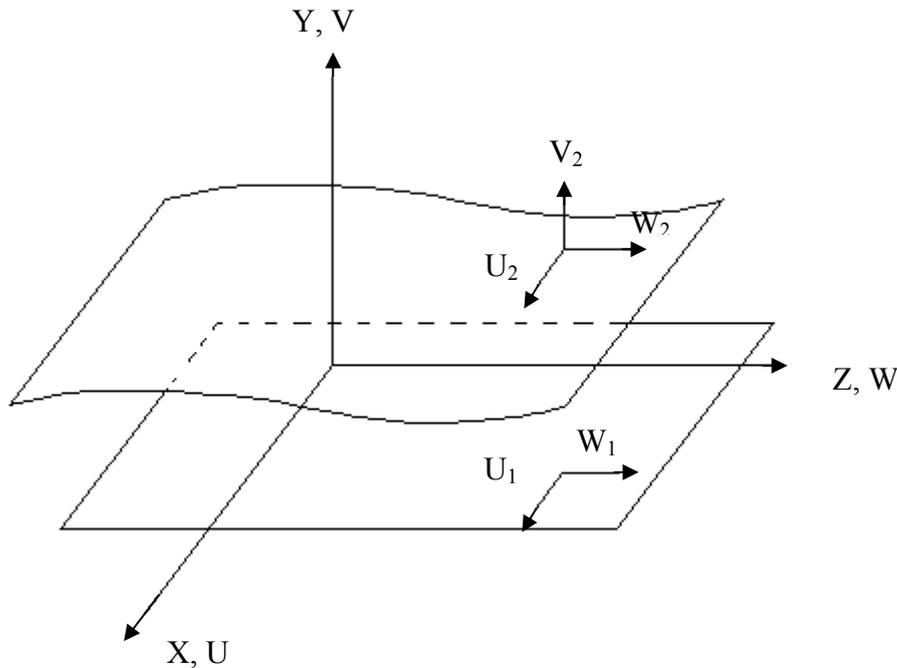


Figure. (III-1). Système d'axes utilisé

Remarquons que le choix du système d'axe impose à la vitesse V_1 de la paroi "1" dans la direction "y" d'être identiquement nulle.

L'intégration de l'équation (III-14) permet d'obtenir le champ de vitesse :

$$\begin{cases} u = \frac{\partial P}{\partial x} \left(I - I_2 \frac{J}{J_2} \right) + \frac{u_2 - u_1}{J_2} J + u_1 \\ w = \frac{\partial P}{\partial z} \left(I - I_2 \frac{J}{J_2} \right) + \frac{w_2 - w_1}{J_2} J + w_1 \end{cases} \quad (\text{III-15})$$

D'après l'équation de continuité (III-1) :

$$v = - \int_0^y \frac{\partial y}{\partial x} d\zeta - \int_0^y \frac{\partial w}{\partial x} d\zeta + V_1 \quad (\text{II-16})$$

$$\begin{aligned}
 I &= \int_0^y \frac{\zeta}{\mu_a} d\zeta & J &= \int_0^y \frac{d\zeta}{\mu_a} \\
 \text{Avec :} & & & \\
 I &= \int_0^h \frac{y}{\mu_a} dy & J &= \int_0^h \frac{dy}{\mu_a}
 \end{aligned} \tag{III-17}$$

Des expressions précédentes, on peut déduire les contraintes de cisaillement dans le film :

$$\left\{ \begin{aligned}
 \tau_{xy} &= \mu_a \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial x} \left(y - \frac{I_2}{J_2} \right) + \frac{U_2 - U_1}{J_2} \\
 \tau_{z,y} &= \mu_a \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial z} \left(y - \frac{I_2}{J_2} \right) + \frac{W_2 - W_1}{J_2}
 \end{aligned} \right. \tag{III-18}$$

L'intégration de l'équation de conservation de la masse à travers l'épaisseur du film donne :

$$\int_{H_1}^{H_2} \frac{\partial P_{ui}}{\partial x_j} dy_2 + \int_{H_1}^{H_2} \frac{\partial P}{\partial t} dx_2 = 0 \tag{III-19}$$

En tenant compte de la relation (III-16), on abouti à l'équation de la mécanique des films minces visqueux généralisée, qui s'écrit sous la forme [48] :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial x} \left(G \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(G \frac{\partial P}{\partial z} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} [U_2 (R_2 - F) + U_1 \cdot F] - \rho_2 \cdot U_2 \frac{\partial h}{\partial x} \\
 &+ \frac{\partial}{\partial z} [W_2 (R_2 - F) + W_1 \cdot F] - \rho_2 \cdot W_2 \frac{\partial h}{\partial z} \\
 &+ \frac{\partial R_2}{\partial t} - \rho_2 \frac{\partial h}{\partial t} + \rho_2 \cdot v_2
 \end{aligned} \tag{III-20}$$

Avec R, F, G et R₂ définies par :

$$\left\{ \begin{aligned}
 R &= \int_0^y \rho(x, \varepsilon, z, t) d\zeta \\
 F &= \frac{1}{J_2} \int_0^h \frac{R}{\mu_a} dy \\
 G &= \int_0^R \frac{Ry}{\mu_a} dy - I_2 F \\
 R_2 &= \int_0^h \rho dy
 \end{aligned} \right. \tag{III-21}$$

L'équation (III-20) est la forme la plus générale de l'équation de Reynolds. Sa résolution nécessite la connaissance de la distribution de la masse volumique et de la viscosité à l'intérieur du film. Ces paramètres sont obtenus en utilisant l'équation de conservation d'énergie ainsi que l'évolution de la loi de comportement du fluide avec la température, la pression et la vitesse de déformation.

III – 3– 1 – Interprétation physique des différents termes de l'équation

Dans l'équation (III-20) :

- Le terme : $\frac{\partial}{\partial x}[U_2 \cdot (R_2 - F) + U_1 \cdot F] - \frac{\partial}{\partial x}\left(G \cdot \frac{\partial P}{\partial x}\right)$, représente la variation de débit massique dans la direction x pour une section de dimension h suivant y et unité suivant z.
- Le terme : $\frac{\partial}{\partial z}[W_2 \cdot (R_2 - F) + W_1 \cdot F] - \frac{\partial}{\partial z}\left(G \cdot \frac{\partial P}{\partial z}\right)$, représente la variation de débit massique dans la direction z pour une section de dimension h suivant y et unité suivant x.

Dans les deux expressions ci-dessus, le premier terme correspond au débit dû au déplacement des parois (écoulement de **COUETTE**). Le second terme correspond au débit dû au gradient de pression (écoulement de **POISEUILLE**).

- Le terme : $-\rho_2 \left(U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + W_2 \frac{\partial h}{\partial z} - V_2 \right)$, représente la variation du débit massique dans la direction y. Les trois termes de cette expression caractérisent respectivement l'effet de l'inclinaison dans la direction x, de l'inclinaison dans la direction z et de la vitesse dans la direction y.
- Le terme : $\frac{\partial R_2}{\partial t} - \rho_2 \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$, caractérise le régime transitoire dû à la compressibilité du fluide.

III – 4 – L'équation d'énergie dans le film mince visqueux

Si l'on tient compte de la variation des propriétés du lubrifiant avec la température, l'équation de Reynolds généralisée doit être résolue simultanément avec l'équation d'énergie dans le film.

La loi de conservation d'énergie en tenant compte la loi de comportement rhéologique non Newtonien de type loi de puissance du lubrifiant (III-10), et dans le cas d'un écoulement en régime permanent et isovolume, l'équation de conservation d'énergie devient [8, 21, 30, 39] :

$$\rho \cdot C_p \left[u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right] = \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \Phi \quad (\text{III-22})$$

Avec :
$$\Phi = \mu_a \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]$$

Dans l'équation (III-22) :

- Le terme : $\rho \cdot C_p \left[u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right]$, correspond au transfert thermique convectif ;
- Le terme : $\frac{\partial}{\partial y} \left[k \frac{\partial T}{\partial y} \right]$, correspond transfert thermique conductif ;
- Le terme : $S = \mu_a \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]$, représente les dissipations visqueuses.

III – 5 – Propriétés physico chimiques des lubrifiants

Les propriétés physico chimiques des huiles lubrifiantes varient en fonction de nombreux paramètres. Les paramètres les plus souvent retenus sont : la température, la pression et le taux de cisaillement [61].

1 - Masse volumique

Le fluide étant supposé incompressible, de masse volumique ne dépendant que de la température. D'après les travaux de Dawson et al. [53,54], la variation de la densité du lubrifiant

avec la température est négligeable comparée à celle de la viscosité. Nous supposons pour notre étude que la masse volumique est constante.

2 - Viscosité

Dans les contacts faiblement chargés tels que les paliers et les butées, les variations de la viscosité avec la pression (effet piezovisqueux) sont négligeables devant les effets de la température.

La viscosité des fluides non Newtoniens de type loi de puissance dépend de la température, et du taux de cisaillement elle est donnée par la relation suivante :

$$\mu_a = m(t) \cdot \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{(n-1)}{2}} \quad (\text{III-23})$$

2-1- La consistance

La consistance $m(t)$ du lubrifiant varie avec la température suivant une loi exponentielle [8, 21, 22, 23, 28, 30, 39] sous le forme :

$$m(t) = m_0 \cdot \exp(\beta_f \cdot (T - T_0)) \quad (\text{III-24})$$

2-2- L'indice de structure

La variation d'indice de structure « n » en fonction de la température suit une loi linéaire sous la forme :

$$n = n_0 + \gamma \cdot (T - T_0) \quad (\text{III-25})$$

Les paramètres m_0 , n_0 , β_f , et γ sont déterminé expérimentalement. L'expérience montre que γ est en général faible de sorte que l'on suppose le plus souvent que « n » est constant [69].

III – 6 – Equation de la chaleur dans les solides

L'équation de la chaleur dans un solide s'écrit sous la forme générale suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[k_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] = \rho \cdot C_v \frac{\partial T}{\partial t} - T \cdot \beta_{ij} \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} \quad (\text{III-26})$$

Avec : k_{ij} : représente le tenseur symétrique de la conductivité thermique du milieu ;

C_v : capacité calorifique à volume constant ;

β_{ij} : les coefficients de dilatation du matériau ;

Dans la relation précédente :

- Le terme : $\frac{\partial}{\partial x_i} \left[k_{ij} \cdot \frac{\partial T}{\partial x_j} \right]$, représente le terme de conduction de la chaleur dans le milieu ;
- Le terme : $\rho \cdot C_v \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$, correspond à un terme d'accumulation de chaleur dans ce milieu ;
- Le terme : $-T \cdot \beta_{ij} \cdot \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt}$, représente la puissance dissipée pour échauffer le solide, dont une partie est récupérée sous forme mécanique par les contraintes dues à la dilatation.

L'équation générale de la chaleur regroupe les relations d'élasticité ainsi que la conduction de la chaleur. Les problèmes faisant intervenir ces deux théories sont en générale difficiles à résoudre. Cependant, dans la plus part des applications, on peut omettre le terme de couplage entre élasticité et conduction de la chaleur sans cela introduire d'erreurs appréciables [71].

Moyennant cette hypothèse, les problèmes de conduction de la chaleur et de la thermoélasticité deviennent distincts. Ainsi, nous n'aurons pas besoin des équations d'élasticité pour obtenir la répartition des températures dans les solides.

L'équation de la chaleur devient ainsi :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[k_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] = \rho \cdot C_v \cdot \frac{dT}{dt} \quad (\text{III-27})$$

Dans notre étude, les matériaux sont considérés isotropes :

$$k_{ij} = k \delta_{ij}$$

Où : k, est la conductivité thermique du matériau.

Notons qu'en général les caractéristiques des matériaux tel que la conductivité thermique k, la capacité calorifique C_v et la masse volumique ρ sont peu dépendantes de la température et que le régime est supposé permanent.

Avec ces hypothèses, la relation (III-27) se réduit dans un référentiel (x, y, z) à :

$$k \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] = \rho \cdot C_v \cdot \left[u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right] \quad (\text{III-28})$$

Conclusion

Les équations de la thermo hydrodynamique des films minces visqueux peuvent s'appliquer à n'importe quel type de contact lubrifié par un fluide non Newtonien de type loi de puissance. Cependant, le problème général fait intervenir un grand nombre de paramètres qu'il est difficile de prendre en compte dans toute leur généralité : géométrie et cinématique du contact, conditions aux limites, propriétés physiques des composants ...etc.

Ainsi, nous limiterons l'étude au cas particulier important du palier lisse à longueur finie.

Chapitre IV

APPLICATION AUX PALIERS LISSES

IV- 1- Introduction

Dans un palier hydrodynamique, un film fluide sépare totalement l'arbre du coussinet (Figure. IV-1). En fonctionnement, les centres du coussinet et de l'arbre ne coïncident pas, il existe un coin d'huile convergent- divergent. Le lubrifiant est entraîné dans cet espace convergent par la rotation de l'arbre ; il y a création d'un champ de pression qui s'oppose à la charge et assure l'équilibre. Au démarrage et à faible vitesse, la portance hydrodynamique est très faible, il peut y avoir contact entre l'arbre et le coussinet. Dans ce cas le palier fonctionne en régime de lubrification semi- fluide ou mixte.

Dans cette étude, nous nous limiterons au régime hydrodynamique établi et nous supposerons que l'écoulement du fluide à travers le palier est laminaire. Par ailleurs, nous prendrons en compte le comportement non Newtonien de type loi de puissance du lubrifiant.

IV- 2-Géométrie cinématique des surfaces

Un palier lisse (Figure IV-1) est constitué de deux éléments : un coussinet en bronze ou en acier régulé de centre O_c , de rayon intérieure R_c , et de longueur L et un arbre généralement en acier de centre O_a et de rayon R_a . Sous l'action de la charge, les centres O_c et O_a ne coïncident pas, et la distance $O_a O_c$ est appelée l'excentricité absolue "e".

L'angle que fait la ligne des centres $O_a O_c$ avec la direction de la charge est l'angle de calage Φ . Si les axes du coussinet et de l'arbre sont parallèles (palier aligné) et si l'on néglige les déformations élastiques des surfaces sous l'effet de la température et de la pression, ces deux paramètres sont suffisants pour repérer le positionnement de l'arbre à l'intérieure du coussinet. Les rayons R_c et R_a étant très voisins ($R_c / (R_c - R_a) \approx 0.001$), on peut négliger la courbure du film en développant le coussinet et en l'assimilant à un plan (Fig IV-2). Compte tenu de ces hypothèses, l'épaisseur du film aura pour expression :

$$h = C(1 + \varepsilon \cdot \cos \theta) \quad (\text{IV-1})$$

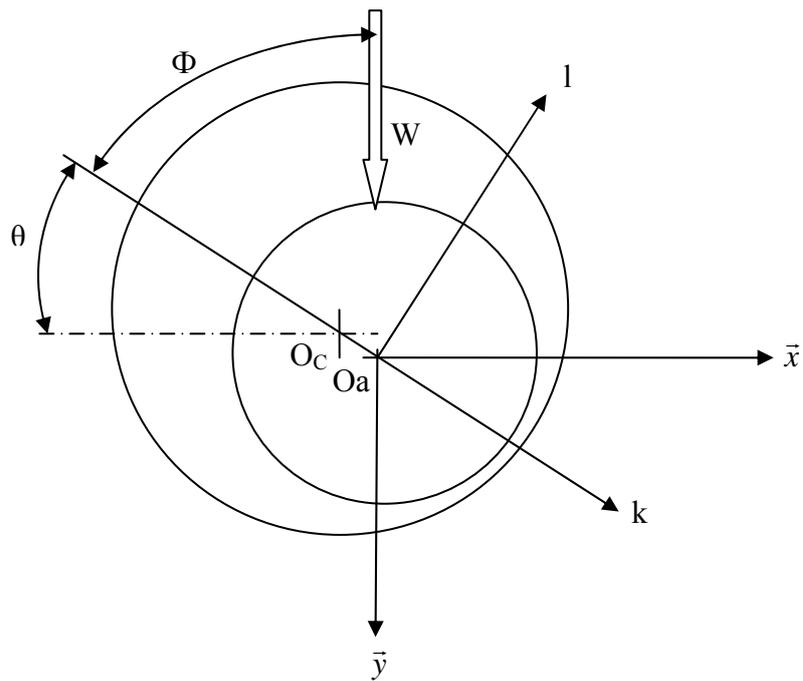


Figure. (IV-1). Schéma simplifié d'un palier lisse.

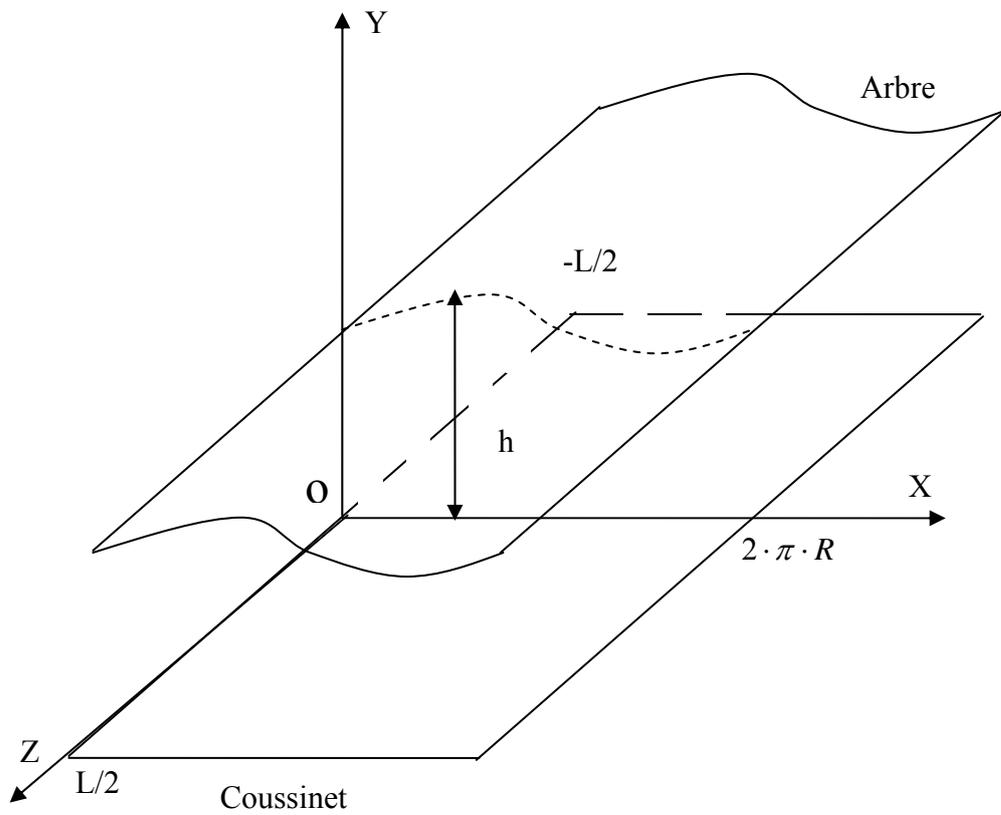


Figure. (IV-2). Schéma d'un palier développé.

Soit sous forme adimensionnelle :

$$\bar{h} = \frac{h}{C} = 1 + \varepsilon \cdot \cos \theta \quad (\text{IV-2})$$

Où ; $C = R_c - R_a$, le jeu radial imposé par l'usinage ;

$$\varepsilon = \frac{e}{C}, \text{ l'excentricité relative ;}$$

$$\theta = \frac{x}{R}, \text{ la coordonnée angulaire ;}$$

Dans le repère associé à la figure (IV-2), dont le plan "XOZ" est confondu avec la surface développée du coussinet et en considérant qu'il n'y a pas de glissement entre le fluide et les parois, les conditions aux limites sur les vitesses s'écrivent :

$$\text{Sur le coussinet : pour } y = 0 ; \quad u_1 = v_1 = w_1 = 0$$

$$\text{Sur l'arbre : pour } y = h ; \quad u_2 = U = W R_a ; \quad v_2 = W \frac{dh}{d\theta} ; \quad W_2 = 0$$

IV – 3- Equation de Reynolds généralisée appliquée aux paliers lisse

Pour les conditions de géométrie et de vitesse définies précédemment et dans le cas d'un régime stationnaire établi, l'équation de Reynolds généralisée (III-20), avec prise en compte du comportement non Newtonien de type loi de puissance s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(G \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(G \frac{\partial P}{\partial z} \right) = \rho \cdot u \frac{\partial}{\partial x} \left[h - \frac{I_2}{J_2} \right] \quad (\text{IV-3})$$

Où : les intégrales G , I_2 et J_2 ont été définies précédemment par les relations (III- 17) et (III-21).

Afin de donner de façon simple les conditions aux limites sur la pression et faciliter les calculs, il est intéressant de transformer le domaine d'étude réel en un parallélépipède rectangle. L'emploi de variables sans dimensions permet la généralisation du problème [48].

On posera ainsi :

$$x = R_a \theta;$$

$$y = h \bar{y};$$

$$z = L \bar{z};$$

$$h = c \bar{h}$$

$$\eta = \frac{R_a}{L};$$

$$u = \bar{u} \cdot W R_a;$$

(IV-4)

$$w = \bar{w} W R_a;$$

$$v = \bar{v} c W$$

$$\mu_a = \bar{\mu}_a \bar{\mu}_{a0};$$

$$P = \mu_{a0} W \left[\frac{R_a}{c} \right]^2 \bar{P}$$

Avec : $\theta \in [0, 2\pi]$

$$\bar{y} \in [0, 1]$$

$$\bar{z} \in [0, 1]$$

Où : $\bar{\mu}_{a0}$, désigne la viscosité du lubrifiant à une température T_0 , et des vitesses des déformations $\varepsilon_{z_0}^0$ et $\varepsilon_{x_0}^0$, prises comme références.

Tel que $\varepsilon_{x_0}^0 = \varepsilon_{z_0}^0 = \frac{U}{C}$

$$\text{Où : } \bar{\mu}_{a0} = m_0 \left[2 \cdot \left(\frac{U}{C} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}}$$

Avec : $m_0 = m(T_0)$

Dans ces conditions, l'équation (IV-3) devient :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[\bar{h}^{-3} \bar{G} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \theta} \right] + \eta^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[\bar{h}^{-3} \bar{G} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} \right] = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\bar{h} \left(1 - \frac{\bar{I}_2}{J_2} \right) \right] \quad (\text{IV-5})$$

$$\bar{G} = \int \frac{\bar{y}}{\bar{\mu}_a} \left[\bar{y} - \frac{\bar{I}_2}{J_2} \right] d\bar{y}$$

Avec :

$$\bar{I}_2 = \int_0^1 \frac{\bar{y}}{\bar{\mu}_a} d\bar{y} \quad (\text{IV - 6})$$

$$\bar{J}_2 = \int_0^1 \frac{d\bar{y}}{\bar{\mu}_a}$$

L'équation (IV-5) est une équation aux dérivées partielles du second ordre de type elliptique dont l'inconnue principale est la pression.

IV- 4 – Conditions aux limites sur la pression

Dans le cas d'un fluide incompressible, les conditions aux limites portent sur la pression d'alimentation et sur les extrémités du palier. Elle s'expriment comme suit :

- Dans la rainure d'alimentation parallèle à l'axe du palier qui est généralement située à l'intérieur d'un domaine angulaire défini par : $\theta_a \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$.

On écrira : $P(\theta_a, z) = P_a$

Avec : P_a , la pression d'alimentation.

- sur les bords du coussinet : $P(\theta, -L/2) = P(\theta, L/2) = P_{amb}$

Par ailleurs, il y a lieu de tenir compte des conditions d'écoulement du lubrifiant. Trois solutions sont généralement proposées [48], elles sont données par :

- Solution de Sommerfeld (film complet)

Cela suppose qu'il n'y a pas de rupture du film, c'est-à-dire que la pression reste toujours supérieure à la pression de vapeur saturante. Cette hypothèse n'est acceptable que dans le cas où les paliers immergés dans un film pressurisé, ou dans celui de paliers très faiblement chargés. Le champ de pression obtenu après résolution est conservé sans modification.

- Solution de Gumbel ou demi- Sommerfeld

Cela suppose qu'il y a rupture du film, c'est-à-dire que la pression peut s'annuler. La résolution numérique du champ de pression est effectuée comme pour la condition de Sommerfeld, la partie du champ de pression qui est inférieure à zéro (pression du vapeur

saturante prise comme référence) est tout simplement négligée. Cette solution donne lieu à une discontinuité du débit sur la frontière de rupture du film.

- Solution de Swift- Stieber ou de Reynolds

Elle permet de prendre en compte la conservation du débit à la rupture du film. Cette solution est plus proche de la réalité et stipule qu'à la frontière de rupture du film lubrifiant, la pression ainsi que sa dérivée s'annulent. Elle se traduit par:

$$P(\theta_s, z) = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial \theta}(\theta_s, z) = 0 \quad (\text{IV-7})$$

Dans la zone de cavitation l'écoulement est dû uniquement à la rotation de l'arbre et il est de type Couette. D'où :

$$M^* = \rho \cdot h^* \frac{w \cdot R}{2}$$

Où : h^* est l'épaisseur du film pour $\theta = \theta_s$ (début de la zone de cavitation) ; et M^* débit massique

Sans condition adéquate à la formation du film lubrifiant, le film est supposé se former au point d'épaisseur maximale, $\theta = 0$ et la pression y est imposée. Ce qui peut refléter la présence d'une rainure axiale d'alimentation du film lubrifiant dans la zone où l'épaisseur du film est maximale.

La condition ainsi obtenue est totalement satisfaisante dans un grand nombre de configurations de fonctionnement d'un palier.

Nous appliquons les conditions de Swift- Stieber systématiquement sauf dans le cas du film complet où nous employons la condition de Sommerfeld.

Avec l'hypothèse de non glissement entre le fluide et les parois du contact, le champ des vitesses dans le film s'écrit :

$$\begin{cases} \bar{u} = \bar{h}^2 \frac{\partial \bar{P}}{\partial \theta} \left[\bar{I} - \frac{\bar{I}_2}{\bar{J}_2} \bar{J} \right] + \frac{\bar{J}}{\bar{J}_2} \\ \bar{v} = -\bar{h} \int_0^{\bar{y}} \left[\frac{\partial \bar{U}}{\partial \theta} - \frac{\bar{y}}{\bar{h}} \cdot \frac{d\bar{h}}{d\theta} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + \eta \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} \right] \cdot d\xi \\ \bar{w} = \eta \cdot \bar{h}^2 \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} \left[\bar{I} - \frac{\bar{I}_2}{\bar{J}_2} \bar{J} \right] \end{cases} \quad (\text{IV-8})$$

IV – 5 – Equation d'énergie dans le film

L'application de l'équation d'énergie donnée par (III-22) au cas d'un palier lisse donné par la figure (IV-1) en supposant que :

- le lubrifiant est un fluide non Newtonien de type loi de puissance ;
- la variation de la masse volumique avec la température est négligeable ;
- la conductivité thermique k est constante.

Dans le cas d'un système de coordonnées cartésiennes, l'équation d'énergie se réduit à :

$$\rho \cdot C_p \left[u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right] = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \mu_a \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (\text{IV-9})$$

Afin de pouvoir écrire simplement les conditions aux limites sur la température et de faciliter les calculs numériques ultérieurs, on transformera le domaine fluide réel (Figure (IV-2)) en un parallélépipède rectangle. Compte tenu des équations (IV-4) et (IV-8), on obtiendra :

$$P_e \left[\bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta^*} + \frac{\bar{v}}{h} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} + \eta \bar{w} \frac{\partial \bar{T}}{\partial Z} \right] = \frac{1}{h^2} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} + N_d \frac{\bar{\mu}_a}{h^2} \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (\text{IV-10})$$

Avec : $\bar{T} = \frac{T}{T_0}$; T_0 , température de référence ;

$$P_e = \frac{\rho \cdot C_p W c^2}{k} \quad : \quad \text{représente le nombre de Peclet ;}$$

$$N_d = \frac{\mu_{a0} W^2 R^2}{K T_0} \quad : \quad \text{représente le nombre de dissipation ;}$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta^*} = \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{\bar{y}}{h} \frac{d\bar{h}}{d\theta} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \quad : \quad \text{opérateur différentiel.}$$

Le nombre de dissipation peut encore s'exprimer en fonction du nombre d'Eckert E_c , du nombre de Reynolds modifié R_e^* et du nombre du Peclet par :

$$N_d = \frac{P_e \cdot E_c}{R_e^*}, \quad E_c = \frac{R \cdot W}{C_p \cdot T_0}, \quad R_e^* = \frac{\rho_0 \cdot W \cdot C^2}{\mu_{a0}}$$

IV – 6- Equation de la chaleur dans le coussinet

Au sein du coussinet, les phénomènes thermiques sont régis par l'équation d'énergie dans laquelle il faut annuler le champ des vitesses. On aura alors :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \Delta T \quad (\text{IV-11})$$

Compte tenu de la forme cylindrique du coussinet, il est recommandé d'écrire cette équation en coordonnées cylindriques, soit :

$$\rho \cdot C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (\text{IV-12})$$

En régime permanent ($\frac{\partial T}{\partial t} = 0$) l'équation précédente se traduit à :

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial r^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \theta^2} + \eta^2 \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{IV-13})$$

Avec :

$$\eta = \frac{R_c}{L}$$

$$r = \bar{r} R_c$$

$$Z = \bar{Z} L$$

$$T = \bar{T} \cdot T_0$$

η : désigne un coefficient caractérisant la géométrie de palier.

IV- 7 - Equation de la chaleur dans l'arbre

Au sein de l'arbre, les transferts thermiques sont aussi régis par l'équation d'énergie en régime permanent.

En accord avec les résultats expérimentaux de Dawson, la température de l'arbre en rotation rapide est indépendante de la coordonnée angulaire θ . Dans ces conditions, l'équation de la chaleur sans dimension s'écrit [61] :

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} + \eta^2 \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{z}^2} = 0 \quad (\text{IV- 14})$$

Les équations d'énergie et de chaleur, sont des équations aux dérivées partielles du second ordre dont l'inconnue est la température. Pour résoudre ces équations, il est nécessaire de définir les conditions aux limites sur la température approchant aux mieux la réalité physique.

IV- 8 - Conditions aux limites sur la température

IV- 8 – 1- Conditions aux limites sur la surface externe du coussinet

Sur les surfaces externes du coussinet Sr et S1c (voir figure (IV-3)), trois types de conditions aux limites peuvent être employées:

1- la température T_f de la surface est maintenue constante, d'où :

$$- \quad \bar{T} \Big|_{\bar{r}=\bar{R}_2} = \frac{T_f}{T_0} \quad \text{pour la Surface "Sr"} \quad (\text{IV- 15})$$

$$- \quad \bar{T} \Big|_{\bar{z}=0} = \bar{T} \Big|_{\bar{z}=1} = \frac{T_f}{T_0} \quad \text{pour la Surface "S1c"} \quad (\text{IV- 16})$$

-

C'est un cas idéal qui suppose que cette surface est maintenue à cette température T_f par un écoulement externe au palier.

2- il y a convection et rayonnement sur Sr et S1c. On regroupe alors ces deux phénomènes dans le coefficient d'échange global h_c équivalent et l'on peut écrire sur Sr par exemple:

$$K_c \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} \Big|_{r=R_e} = -h_c [T|_{r=R_e} - T_b] \quad (\text{IV- 17})$$

Sous une forme adimensionnelle, on aura:

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} \Big|_{\bar{r}=\bar{R}_e} = -\frac{h_c R_c}{K_c} [\bar{T} \Big|_{\bar{r}=\bar{R}_e} - \bar{T}_b] = -2Bi_c [\bar{T} \Big|_{\bar{r}=\bar{R}_e} - \bar{T}_b] \quad (\text{IV- 18})$$

Où: K_c , la conductivité thermique du coussinet ;

h_c , le coefficient global d'échange que l'on considère comme constant ;

R_c , rayon interne du coussinet ;

\bar{T}_b , température ambiante réduite ;

\bar{T} , température à la paroi ;

Avec : $Bi_c = \frac{h_c \cdot R_c}{2K_c}$, désigne nombre de Biot ;

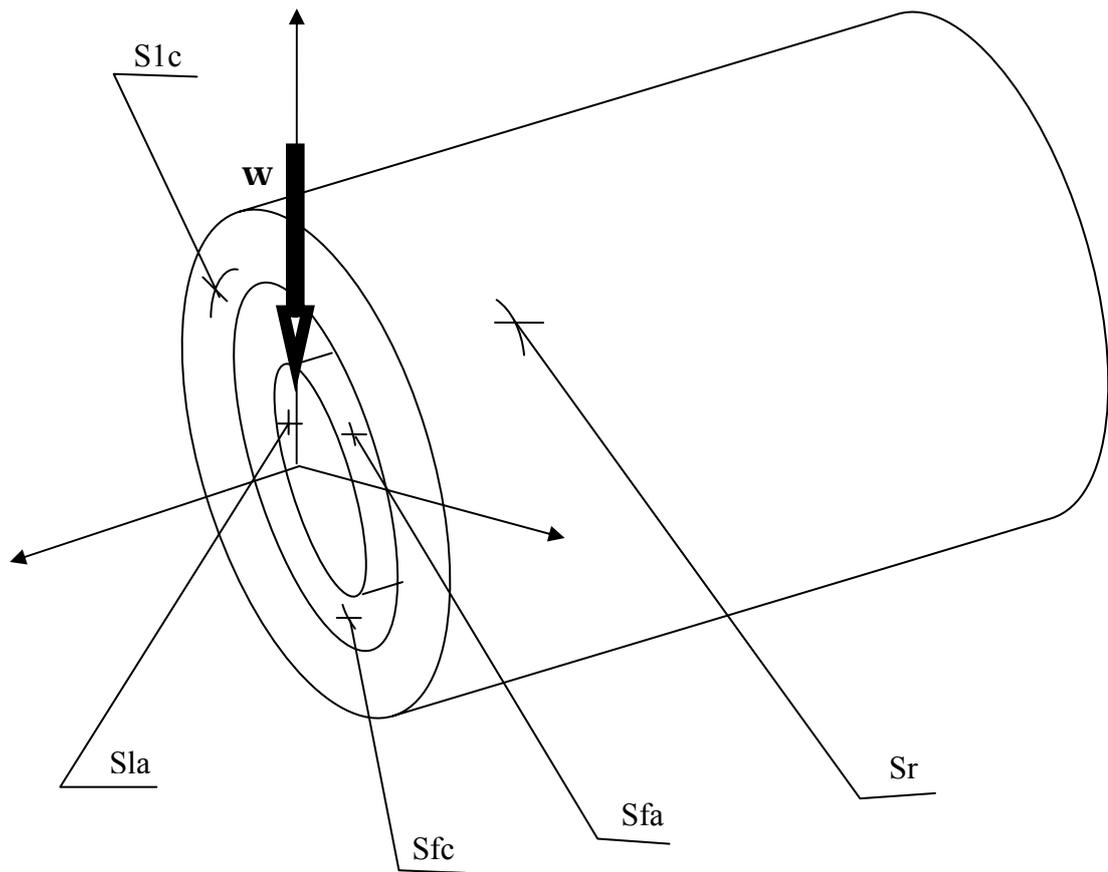


Figure. (IV-3). Différentes surfaces du palier

Le même raisonnement peut être étendu à la surface S_{1c} , on aura:

$$\left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \right|_{\bar{z}=0} = -\frac{h_c \cdot L}{K_c} \left[\bar{T} \Big|_{\bar{z}=0} - \bar{T}_b \right] \quad (\text{IV-19})$$

$$\left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \right|_{\bar{z}=1} = -\frac{h_c \cdot L}{K_c} \left[\bar{T} \Big|_{\bar{z}=1} - \bar{T}_b \right] \quad (\text{IV-20})$$

3- Les surfaces S_r et S_{1c} peuvent être considérées isolées.

C'est le cas limite du deuxième cas pour lequel h_c tend vers zéro. On aura une condition de type adiabatique:

$$\left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial n} \right| = 0 \quad (\text{IV-21})$$

Où: n , représente la coordonnée normale à la paroi.

Naturellement, ces trois conditions peuvent être combinées pour une paroi donnée afin d'approcher au mieux la situation réelle.

IV – 8- 2- Conditions aux limites à l'interface entre le film et le coussinet

L'interface Sfc entre le film et le coussinet est baignée par le film lubrifiant: totalement dans la zone active du film et en partie seulement dans la zone inactive où règne un mélange de lubrifiant à vapeur saturante et d'air [61].

Sur cette interface, différents types de condition aux limites ont été écrites, nous les classerons par groupes:

- Le premier groupe comprend toutes les conditions aux frontières qui ne nécessitent pas la résolution de l'équation de la chaleur dans le coussinet: ce sont chronologiquement les premières qui ont été écrites.

- Le second groupe prend en compte les conditions qui nécessitent la résolution de l'équation de la chaleur.

IV- 8 - 2 – 1- Première groupe des conditions aux limites

-Sur la surface Sfc la température est maintenue à une valeur T_i constante, d'où :

$$\bar{T}\Big|_{\bar{r}=1} = \frac{T_i}{T_0} \quad (\text{IV- 22})$$

Cette condition est la plus simple à la mettre en œuvre. C'est pourquoi, elle a été employée par les premiers chercheurs qui ont analysé le problème thermohydrodynamique [61].

-Sur la surface Sfc, le gradient de température est nul, d'où la condition dite "adiabatique", donnée par:

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}}\Big|_{\bar{y}=0} = 0 \quad (\text{IV- 23})$$

Le gradient de température normal à la paroi est calculé dans le film. Certains auteurs se sont servis largement de cette condition. Elle suppose qu'en chaque point de l'interface, aucun flux de chaleur ne pénètre dans le coussinet, considéré comme parfaitement isolé.

IV- 8 - 2 – 2- Deuxième groupe de conditions aux limites

Pour ce type de conditions, on introduit la continuité du flux de chaleur. Comme l'épaisseur du film est très faible, l'écoulement est tout entier situé à l'intérieur de la couche limite thermique et on peut admettre que seule la transmission de chaleur par conduction intervient. Dans ces conditions, on peut écrire:

$$K_h \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = -K_c \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_c} \quad (\text{IV- 24})$$

Sous une forme sans dimension, on obtient:

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} \Big|_{\bar{r}=1} = -\frac{K_h}{K_c} \frac{R}{C} \frac{1}{h} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} \Big|_{\bar{y}=0} \quad (\text{IV- 25})$$

IV – 8- 3-Les Conditions aux limites à l'interface entre le film et l'arbre

Pour cet interface, les conditions présentées précédemment de types température imposée et d'isolation de surface (adiabatique) ont été utilisées. La condition de continuité du flux de chaleur transmis par conduction est plus réaliste.

Cependant, l'arbre étant en rotation rapide, ce flux est indépendant de la coordonnée angulaire θ , on doit donc intégrer le flux de chaleur sortant du film sur une couronne de rayon égal au rayon de l'arbre et de largeur dz (figure IV-4), on aura alors :

$$K_a \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_a} 2\pi \cdot R_a dz = -K_n \cdot dz \int_0^{2\pi} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=h} R_a d\theta \quad (\text{IV- 26})$$

Ce qui s'écrit sous forme adimensionnelle :

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} \Big|_{\bar{r}=1} = -\frac{1}{2\pi} \frac{K_h}{K_a} \frac{R_a}{C} \int_0^{2\pi} \frac{1}{h} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} \Big|_{\bar{y}=1} d\theta \quad (\text{IV- 27})$$

Où: K_a , désigne la conductivité thermique de l'arbre.

IV – 8- 4-Conditions aux limites aux deux extrémités de l'arbre

Aux deux extrémité de l'arbre, on peut supposer que la température est connue et égale à une température légèrement supérieure à celle du lubrifiant froid entrant dans le palier, afin de tenir compte du réchauffement du fluide rejeté sur les faces latérales du paliers. Avec :

$$\bar{T}\Big|_{\bar{z}=0} = \bar{T}\Big|_{\bar{z}=1} = 1.1 \quad \text{à} \quad 1.2 \quad (\text{IV-27})$$

Cela signifie que la température des faces latérales de l'arbre est de 10 à 20% supérieure à celle du fluide d'alimentation [61].

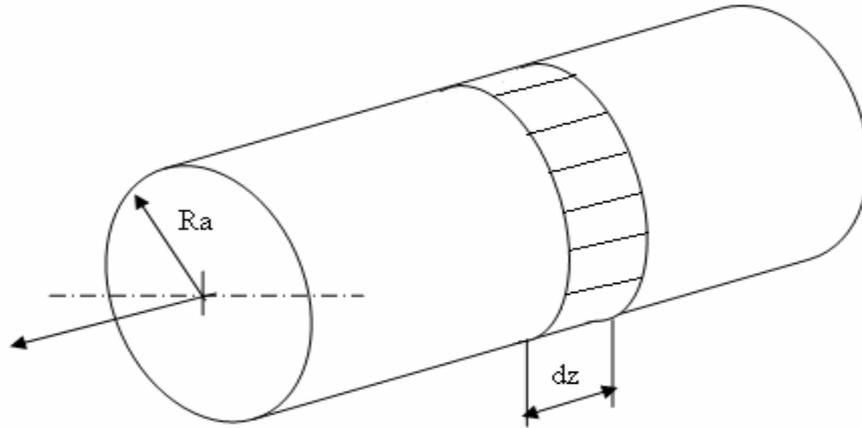


Figure. (IV-4). Couronne d'intégration sur l'arbre.

La condition écrite ci-dessus a l'inconvénient d'être trop rigide. La température des extrémités de l'arbre est figée, quelles que soient les conditions de fonctionnement. Il vaut mieux se servir d'une condition de type convection, même si le choix de la valeur de coefficient de convection "ha" pose quelques problèmes. On écrira alors:

$$K_a \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0,l} = -h_a [T|_{z=0,l} - T_b] \quad (\text{IV-28})$$

Sous la forme adimensionnelle, on aura:

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=0,1} = -\frac{h_a L}{K_a} [\bar{T}|_{\bar{z}=0,1} - \bar{T}_b] = -2Bi_a [\bar{T}|_{\bar{z}=0,1} - \bar{T}_b] \quad (\text{IV-29})$$

- Où:
- K_a , représente la conductivité thermique de l'arbre ;
 - h_a , le coefficient d'échange global que l'on considère comme constant ;
 - L : la longueur de l'arbre ;
 - \bar{T}_b : La température ambiante ;
 - \bar{T} : Température à la paroi ;
 - $Bi_a = \frac{h_a \cdot R_a}{2K_a}$; le nombre de Biot ;

IV – 8- 5-Conditions aux limites dans la section d'entrée du film (recirculation)

L'alimentation du palier se fait par l'intermédiaire d'une rainure (figure (IV-5)). Une partie de lubrifiant entrant dans la zone convergente n'est pas évacuée latéralement, mais fait le tour du palier en s'échauffant et en se mélangeant avec le lubrifiant froid d'alimentation : c'est le phénomène de recirculation qui tient compte de la partie du film recyclée. Ainsi, la température effective du fluide entrant dans la zone convergente est généralement supérieure à celle du lubrifiant d'alimentation.

L'étude de l'écoulement dans la rainure d'alimentation est très complexe. Boncompain [61] a considéré la conservation du débit et de la quantité de chaleur au niveau de la rainure d'alimentation:

$$Q_{v_{se}} = Q_{v_e} + Q_{v_r} \quad (IV-30)$$

Où : $Q_{v_{se}}$, le débit de fluide à l'entrée de la zone convergente.

Q_{v_e} , le débit d'entrée du lubrifiant froid.

Q_{v_r} , le débit de fluide recyclé à la sortie du film.

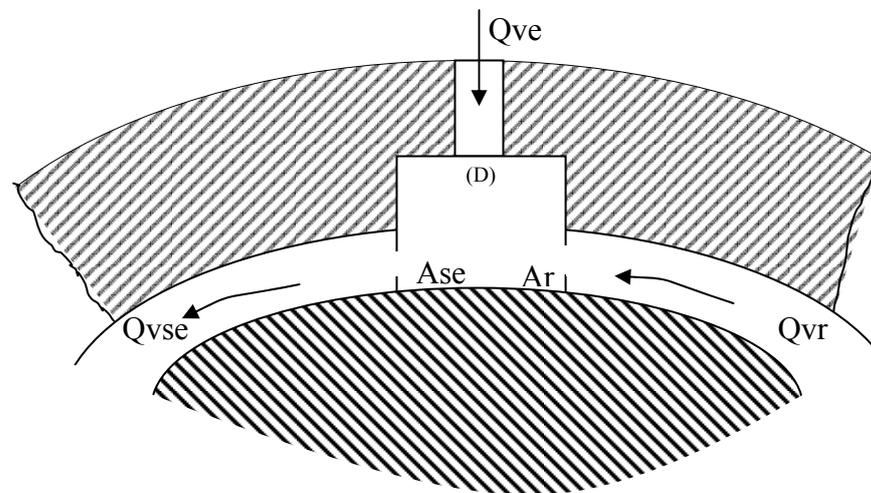


Figure. (IV-5). Schéma de la rainure

Selon Boncompain [61], en utilisant la loi de conservation de flux de chaleur et en négligeant la production de chaleur par dissipation dans la rainure d'alimentation, ainsi que le transfert par conduction, on abouti à :

$$Q_{vse} \cdot T_{se} = Q_{ve} \cdot T_0 + Q_{vr} \cdot T_r \quad (IV-31)$$

Où: T_r , la valeur moyenne de la température du fluide recyclé ;

T_{se} , la température du fluide à l'entrée du convergent ;

T_0 , la température d'alimentation ;

La combinaison des équations (IV-29) et (IV-30), nous donne :

$$T_{se} = \frac{Q_{vr}}{Q_{vse}} T_r + \left(1 - \frac{Q_{vr}}{Q_{vse}}\right) \cdot T_0 \quad (IV-32)$$

Cette condition suppose que la température est constante dans la section d'entrée du film. On crée ainsi deux discontinuités de température selon l'épaisseur du film. En effet, pour l'abscisse 0 sur l'axe des y (figure IV-6), on trouve le coussinet à une température $T_c(0, z)$ puis le film à température T_{se} et enfin pour $y = h(\theta)$ l'arbre à la température T_a .

Afin d'éliminer ces discontinuités, on peut choisir une variation parabolique selon y pour T_{se} et écrire dans le plan médian du palier ($z = 0$) [48].

$$T_{se}(y) = a \cdot y^2 + b \cdot y + c \quad (IV-33)$$

Avec : $T_{se}(0) = T_c$

$$T_{se}(h_0) = T_a$$

La troisième condition est donnée par la conservation du flux de chaleur, soit :

$$Q_{ve} \cdot T_0 + Q_{vr} \cdot T_r - \int_{A_{se}} u(y) \cdot T_{se}(y) \cdot dA = 0$$

$$Q_{ve} \cdot T_0 + Q_{vr} \cdot T_r - \int_{A_{se}} u(y) \cdot [a \cdot y^2 + b \cdot y + c] \cdot dA = 0$$

L'intégrale ci-dessus ne peut se calculer que numériquement. Au voisinage de la rainure d'alimentation, on peut écrire avec une bonne approximation [61]:

$$u(y) = R \cdot W \frac{y}{h_0}$$

Et l'on obtient :

$$Q_{ve} \cdot T_0 + Q_{vr} \cdot T_r - \frac{R \cdot W \cdot L \cdot h_0}{12} [3ah_0^2 + 4bh_0 + 6c] = 0 \quad (IV-34)$$

Où : h_0 , est l'épaisseur du film dans la section d'entrée.

Pour déterminer $T_{se}(y)$ on doit alors résoudre le système linéaire en a, b, et c :

$$\begin{cases} 3ah_0^2 + 4bh_0 + 6c = \frac{12(Q_{ve} \cdot T_0 + Q_{vr} \cdot T_r)}{R \cdot W \cdot L \cdot h_0} \\ ah_0^2 + bh_0 + c = T_a \\ c = T_c \end{cases} \quad (\text{IV-35})$$

Cependant, il faut souligner que dans un palier, la longueur du film est très grande devant son épaisseur, aussi la répartition de température retenue dans la section d'entrée n'a qu'une faible influence sur les caractéristiques globales du palier. Cependant, afin de ne pas fausser les bilans thermiques, nous nous sommes servi du modèle de répartition parabolique.

IV-9- Caractéristiques statiques

VI-9-1- Charge et angle de calage

La charge et l'angle de calage sont obtenus par intégration du champ de pression sur la surface du palier. A l'équilibre, dans le système repère (o, k, l) (Fig. (IV.1)), on a :

$$W_k = - \int_s P \cdot \cos \theta \cdot ds = W \cdot \cos \phi \quad (\text{IV-36a})$$

$$W_l = - \int_s P \cdot \sin \theta \cdot ds = -W \cdot \sin \phi \quad (\text{IV-36b})$$

$$\text{D où : } W = \sqrt{W_k^2 + W_l^2} \quad (\text{IV-37})$$

$$\phi = \arctg \left(- \frac{W_l}{W_k} \right) \quad (\text{IV-38})$$

VI-9-2- Débit

Le débit est obtenu en intégrant la vitesse normale à la frontière le long de la section de sortie. En considérant la symétrie du mécanisme, les débits volumiques Q_{v1} et Q_{v2} sortant des deux surfaces du palier sont égaux. Ainsi, on ne détermine que le débit Q_{v2} sortant de la face correspondant à l'abscisse $x=L$. En intégrant la composante W de la vitesse du fluide suivant la surface $x=L$, on obtient :

$$Q_{v2} = \int_0^{2\pi} \int_0^h W|_{z=L} dy \cdot dx \quad (\text{IV-39})$$

Le débit axial total Q_v vaut le double de Q_{v2} : $Q = 2 \cdot Q_{v2}$ (IV-40)

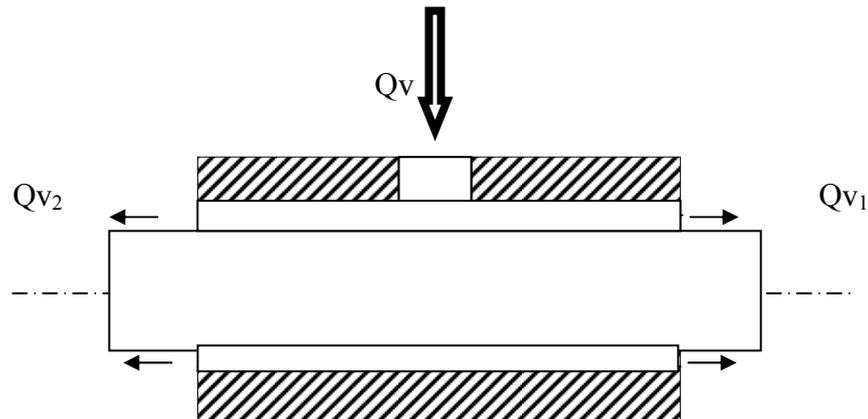


Figure (IV-6). Schéma montrant le bilan des débits.

VI-9-3- Le couple de frottement

On s'intéresse particulièrement au couple de frottement sur l'arbre, puisqu'il permet de déterminer la puissance dissipée par le palier. Le couple de frottement est obtenu par intégration des contraintes de cisaillement à la surface de l'arbre [48].

$$C_a = R^2 \cdot L \cdot \int_0^{2\pi} \tau_{xy(y=h)} \cdot d\theta \quad (\text{IV-42})$$

Avec :

$$\tau_{xy} = \left[y - \frac{I_2}{J_2} \right] \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{U}{J_2} \quad (\text{IV-41})$$

Conclusion

L'équations de Reynolds généralisée, de conservation de l'énergie dans le film et de la chaleur dans les massifs, permettant d'étudier le comportement thermo hydrodynamique d'un contact lubrifié. Ces équations n'admettent pas de solutions analytiques. Seules, les méthodes numériques permettent de les résoudre et nous avons choisi la méthode des différences finies.

Chapitre V

RESOLUTION NUMERIQUE

V-1- Introduction

Le comportement thermo hydrodynamique d'un palier fluide en régime permanent (si l'on suppose que l'arbre et le coussinet sont indéformables), est complètement déterminé par le système d'équations ci-dessous, auquel il faut ajouter les conditions aux limites associées:

- L'équation de Reynolds généralisée, munie des conditions aux limites (IV-7) ;
- L'équation d'énergie des films minces visqueux ;
- L'équation de la chaleur dans le coussinet ;
- L'équation de la chaleur dans l'arbre ;
- L'équation définissant l'épaisseur du film d'huile ;
- La loi de la variation de la viscosité en fonction de la température et de la vitesse de déformation ;

Avec les hypothèses considérées précédemment, ces équations s'écrivent sous la forme adimensionnelle suivante:

- Pour l'équation de Reynolds généralisée :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[\bar{h}^3 \bar{G} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \theta} \right] + \eta^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[\bar{h}^3 \bar{G} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} \right] = \frac{d}{d\theta} \left[\bar{h} \left(1 - \frac{\bar{I}_2}{J_2} \right) \right] \quad (\text{V-1})$$

Avec :

$$\bar{G} = \int \frac{\bar{y}}{\mu_a} \left[\frac{\bar{y}}{y} - \frac{\bar{I}_2}{J_2} \right] d\bar{y}$$

$$\bar{I}_2 = \int_0^1 \frac{\bar{y}}{\bar{\mu}_a} d\bar{y}; \quad (\text{V-2})$$

$$\bar{J}_2 = \int_0^1 \frac{d\bar{y}}{\mu_a}$$

$$\bar{\mu}_a = \frac{m(t)}{\mu_{a0}} \cdot \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{(n-1)}{2}} \quad (\text{V-3})$$

Avec le champ de vitesse:

$$\begin{cases} \bar{u} = \bar{h}^2 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \left[\bar{I} - \frac{\bar{I}_2}{\bar{J}_2} \bar{J} \right] + \frac{\bar{J}}{\bar{J}_2} \\ \bar{v} = -\bar{h} \int_0^{\bar{y}} \left[\frac{\partial \bar{U}}{\partial \theta} - \frac{\bar{y}}{\bar{h}} \cdot \frac{d\bar{h}}{d\theta} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + \eta \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} \right] \cdot d\xi \\ \bar{w} = \eta \cdot \bar{h}^2 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \left[\bar{I} - \frac{\bar{I}_2}{\bar{J}_2} \bar{J} \right] \end{cases} \quad (\text{V-4})$$

- Pour l'équation d'énergie :

$$P_e \left[\bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta^*} + \frac{\bar{v}}{\bar{h}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} + \eta \bar{w} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \right] = \frac{1}{\bar{h}^2} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2} + N_d \frac{\bar{\mu}_a}{\bar{h}_2} \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} \right)^2 \right] \quad (\text{V-5})$$

- Pour l'équation de la chaleur dans le coussinet :

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \theta^2} + \eta^2 \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{z}^2} = 0 \quad (\text{V-6})$$

- Pour l'équation de la chaleur dans l'arbre :

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} + \eta^2 \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{z}^2} = 0 \quad (\text{V-7})$$

Les quatre équations aux dérivées partielles sont liées par la température de façon explicite ou implicite et par la loi de variation de la viscosité en fonction de la température. La solution du problème thermohydrodynamique nécessite la résolution simultanée de toutes ces équations, compte tenu des conditions aux limites choisies.

Le changement de variables (IV-4) permet de transformer le domaine occupé par le film en un domaine parallélépipédique. Etant donné que l'arbre et le coussinet ont des géométries simples, la méthode des différences finies est bien adaptée à la résolution numérique de ce système d'équations [61].

V-2-Discretisation des équations

V-2-1-Calcul du champ de vitesses dans le film

La résolution de l'équation de Reynolds et l'équation d'énergie impose la connaissance du champ de vitesse dans le film. Les composantes u , v , w de la vitesse sont données par les relations (V-4).

Les calculs numériques de u et w ne posent pas de problème particulier, par contre, le calcul de la vitesse v du fluide dans la direction de l'épaisseur du film à l'aide de la relation (V-4) est plus délicat.

Les résultats montrent que les erreurs de troncature ne permettent pas d'obtenir :

$$\bar{v}(\theta, 1, \bar{z}) = 0$$

Ce qui pose un problème d'un point de vue physique, car la surface du coussinet est immobile.

Deux méthodes sont possibles pour remédier à ces difficultés :

- 1- certains auteurs proposent une estimation de v à partir de considérations géométriques [61].
- 2- une deuxième méthode que nous avons proposée consiste à calculer la dérivée seconde de \bar{v} par rapport à \bar{y} . C'est à dire:

$$\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2} = -\bar{h} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} - \frac{\bar{y}}{\bar{h}} \frac{d\bar{h}}{d\theta} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + \eta \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} \right) \quad (\text{V-8})$$

On impose les deux conditions aux limites suivantes :

$$\bar{v}(0) = \bar{v}(1) = 0$$

Le deuxième membre de (V-8) est connu, il s'agit donc de résoudre un problème aux limites. On peut procéder par la méthode des différences finies ou par la méthode des séries de Fourier qui donne des résultats équivalents [61].

Les deux méthodes évoquées conduisent toutes les deux à respecter les conditions aux limites sur v . La première méthode est simple, mais approchée ; la seconde, plus lourde à mettre en œuvre, permet de respecter la loi de conservation de la masse, c'est cette méthode que nous avons utilisée [61].

V-2-2-Equation de Reynolds

L'équation de Reynolds généralisées (V-1) est une équation aux dérivées partielles elliptiques, elle est discrétisée à l'aide d'un schéma aux différences finies centrées et résolu par la méthode de Gauss-Seidel avec coefficient de sur-relaxation. La zone active du film est déterminée par la méthode de Christopherson [70] qui consiste à annuler les pressions négatives une fois le programme numérique est mis en œuvre.

V-2-3-Equation de la chaleur dans les solides

Les équations de la chaleur dans le coussinet (V-6) et dans l'arbre (V-7) sont des équations aux dérivées partielles elliptiques. Dans le coussinet, l'équation de la chaleur est tridimensionnelle et dans l'arbre, cette équation est bidimensionnelle et les symétries permettent de limiter la résolution à un quart de plan axial de l'arbre (Figure V-1) [61].

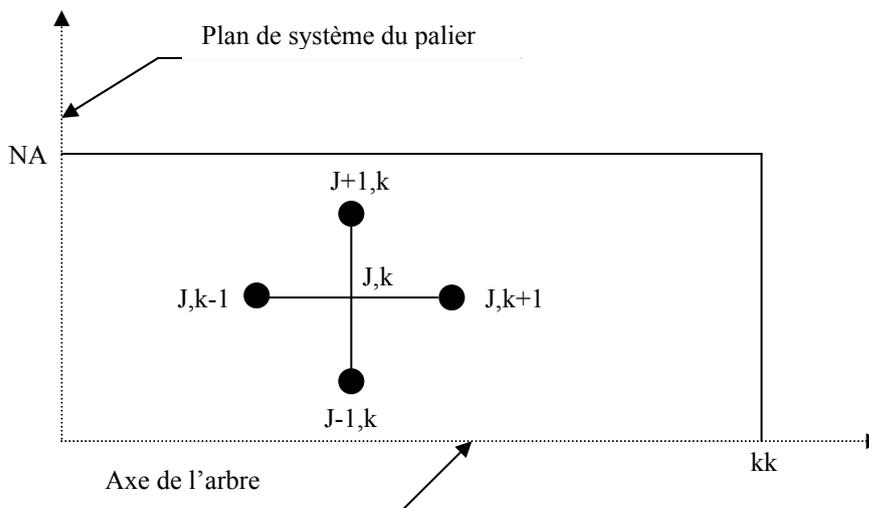


Fig. (V.1) schéma de discrétisation d'un quart de plan axial de l'arbre

Pour ces deux équations, un schéma aux différences finies centrées (Figure V-2) est utilisé et la résolution du système linéaire est effectuée à l'aide de la méthode de Gauss-Seidel avec coefficient de sur-relaxation.

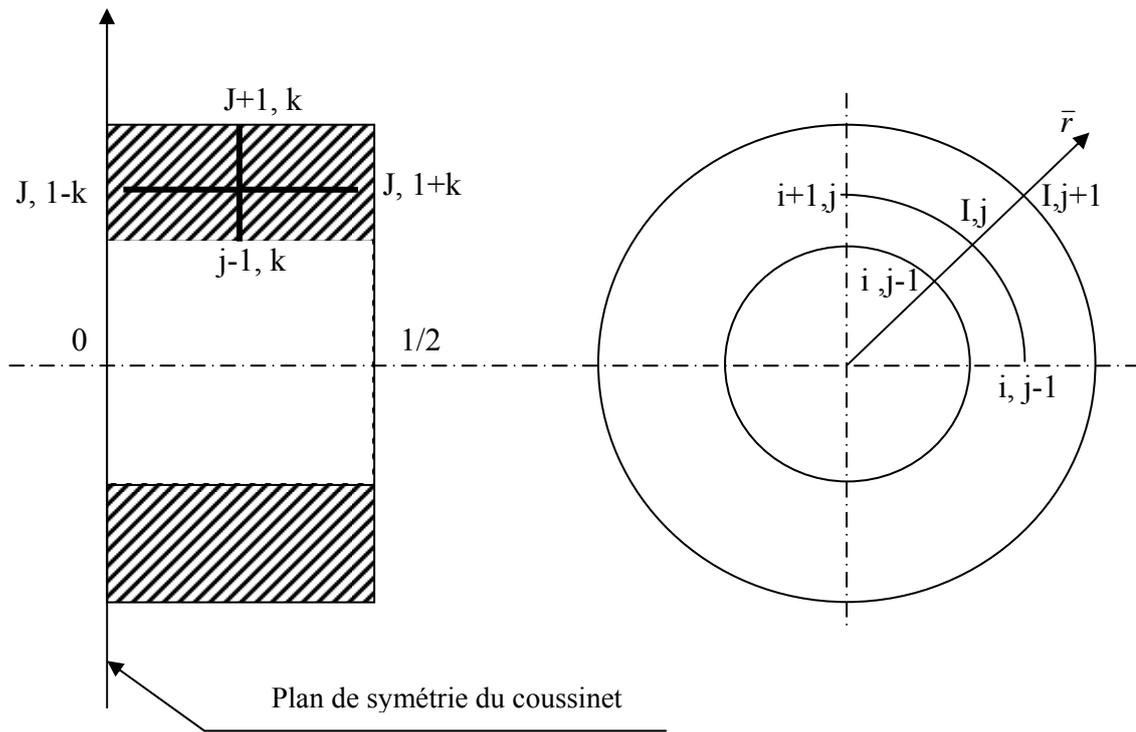


Figure. (V-2). Schéma de discrétisation du coussinet

V-2-4-Equation d'énergie dans le film

L'équation d'énergie (V-4) est une équation aux dérivées partielles paraboliques à valeur initiale dans laquelle la coordonnée angulaire θ joue le rôle du temps dans les problèmes non stationnaires. Boncompain [61] propose ; compte tenu des conditions aux frontières, l'emploi des schémas aux différences finies, suivant :

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta} = \frac{1}{\Delta \theta} [\bar{T}(I, J, K) - \bar{T}(I-1, J, K)] \quad (\text{V-9})$$

Où : $\Delta \theta = \frac{2 \cdot \pi}{M}$, représente le pas suivant θ et M, le nombre de points suivant la direction de l'écoulement.

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial Z} = \frac{1}{\Delta Z} [\bar{T}(I, J, K) - \bar{T}(I, J, K-1)] \quad (\text{V-10})$$

Où : $\Delta Z = \frac{0.5}{KK-1}$, est le pas en Z;

KK, le nombre de points suivant la demi largeur du palier.

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} = \frac{1}{2\Delta \bar{y}} [\bar{T}(I, J+1, K) - \bar{T}(I, J-1, K)] \quad (\text{V-11})$$

$$\text{Et } \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2} = \frac{1}{(\Delta \bar{y})^2} [\bar{T}(I, J+1, K) - 2 \cdot \bar{T}(I, J, K) + \bar{T}(I, J-1, K)] \quad (\text{V-12})$$

Où : $\Delta \bar{Z} = \frac{1}{N-1}$, représente le pas suivant y;

N : le nombre de points suivant l'épaisseur du film.

En remplaçant ces expressions dans la relation (V-3) et posant :

$$UM = P_e \cdot \bar{u} / (\Delta \theta)$$

$$VH = P_e (\bar{v} + \varepsilon \cdot \text{Sin} \theta \cdot \bar{u} \bar{y}) / (2\bar{h} \cdot \Delta \bar{y})$$

$$HN = 1 / (\bar{h} \cdot \Delta \bar{y})^2$$

$$WM = 0.5 \cdot P_e \cdot \bar{v} \cdot \bar{w} / \Delta \bar{z}$$

$$A = -(UM - 2 \cdot HM + WM)$$

$$B = VH - HN$$

$$C = -(VH + HN)$$

$$D = -UM$$

$$E = -WM$$

$$AI = -N_d \cdot \frac{\bar{\mu}_a}{h^2} \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} \right)^2 \right] \quad (\text{V-13})$$

Les coefficients A, B, C, D, AI sont fonctions de (I, J, K) l'équation (V-3) discrétisée s'écrit alors :

$$-A \cdot \bar{T}(I, J, K) + B \cdot \bar{T}(I, J+1, K) + C \cdot \bar{T}(I, J-1, K) + D \cdot \bar{T}(I-1, J, K) + E \cdot \bar{T}(I, J, K-1) + AI = 0 \quad (\text{V-14})$$

Faisons le changement de variables :

$$TT(I, J, K) = \bar{T}(I, J, K) - T(I, 1, K) \quad (\text{V-15})$$

Où $T(I, 1, K)$ représente la température de surface du coussinet et $TT(I, 1, K) = 0$

L'équation (V-11) devient :

$$-A \cdot TT(I, J, K) + B \cdot TT(I, J+1, K) + C \cdot TT(I, J-1, K) + = -F \cdot (I, J, K) \quad (\text{V-16})$$

$$\text{Avec: } F(I, J, K) = \bar{T}(I, J, K) [-A + B + C] + D \cdot \bar{T}(I-1, J, K) + E \cdot \bar{T}(I, J, K-1) + AI \quad (\text{V-17})$$

On définit alors deux nouvelles variables G et GG , fonctions de (I, J, K) de sorte que l'équation (V-13) s'écrit sous la forme :

$$TT(I, J, K) = G(I, J, K) \cdot TT(I, J + 1, K) + GG(I, J, K) \quad (V-18)$$

Explicitons le sens de ce changement de variables : Fixons les indices I et K , seul J peut varier et le point générique décrit l'épaisseur du film allant à J croissant de la surface du coussinet à celle de l'arbre. La relation (V-18) montre alors que, connaissant la température au point $J+1$, on peut calculer celle du point J . Ainsi le problème de recherche de la température suivant l'épaisseur de film qui, à l'origine est un problème aux limites a été transformé en problème à valeur initiale. Les coefficients G et GG contiennent la seconde condition aux limites. Afin de les calculer, écrivons la relation (V.17) pour $J=J-1$:

$$TT(I, J - 1, K) = G(I, J - 1, K) \cdot TT(I, J, K) + GG(I, J - 1, K) \quad (V-19)$$

On reportant (V-19) dans (V-17), ce qui permet d'éliminer $TT(I, J - 1, K)$ de cette équation, on aura :

$$TT(I, J - 1, K) = \frac{B}{A - C \cdot G(I, J - 1, K)} \cdot TT(I, J - 1, K) + \frac{C \cdot GG(I, J - 1, K) + F}{A - C \cdot G(I, J - 1, K)} \quad (V-20)$$

En identifiant alors (V.20) à (V.18), on obtient deux relations de récurrence qui définissent $G(I, J, K)$ et $GG(I, J, K)$:

$$G(I, J, K) = \frac{B}{A - C \cdot G(I, J - 1, K)} \quad (V-21a)$$

$$GG(I, J, K) = \frac{C \cdot GG(I, J - 1, K) + F}{A - C \cdot G(I, J - 1, K)} \quad (V-21b)$$

De plus : pour $J=1$, la relation (V-18) s'écrit, en tenant compte du changement de variable (V-15), sous la forme :

$$G(I, 1, K) \cdot TT(I, 2, K) + GG(I, 1, K) = 0$$

Une solution de ce système d'équations est donnée par :

$$G(I, 1, K) = 0 \quad (V-22a)$$

$$GG(I, 1, K) = 0 \quad (V-22b)$$

Les relations (V-22) et (V-20) définissent complètement $G(I, J, K)$ et $GG(I, J, K)$. Connaissant les coefficients A, B, C et F qui sont calculés à partir des vitesses, de la géométrie du film et de la température $T(I, 1, K)$ du coussinet.

Le calcul des coefficients G et GG se fait pour J croissant de J=2 à J=N-1.

L'équation (V-20) permet de calculer la température TT dans le film. Le calcul se fait pour J décroissant en commençant par J = N-1. Pour cette valeur de J, l'équation (V.18) s'écrit :

$$TT(I, N-1, K) = G(I, N-1, K) \cdot TT(I, N, K) + GG(I, N-1, K)$$

On remarque par ailleurs que dans le coefficient F défini par la relation (V-18), intervient la température $T(I-1, J, K)$.

Pour calculer $T(I, J, K)$ il faut donc, connaître $T(I-1, J, K)$. Le calcul s'effectuera donc pour I croissant en commençant par :

I = 2 jusqu'à I = M.

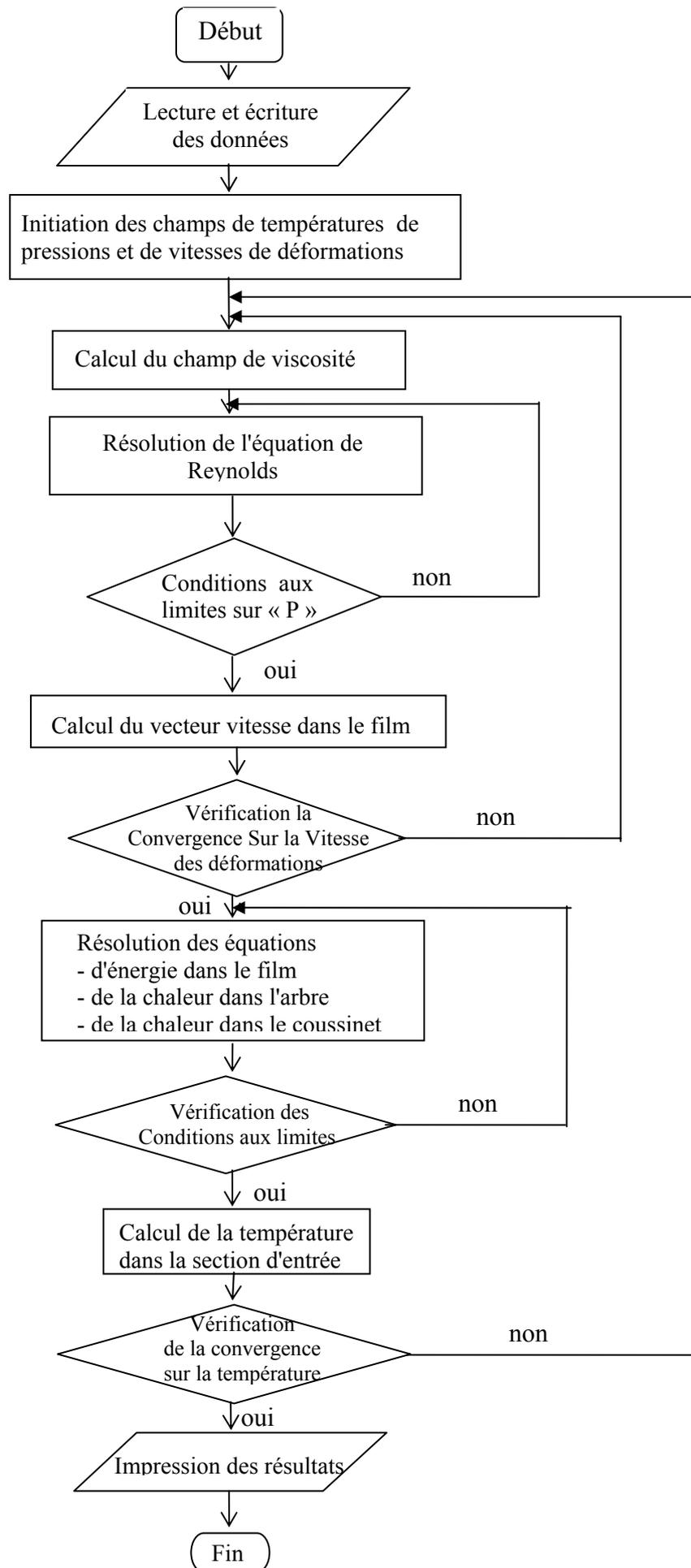
De même le calcul s'effectuera pour K croissant de K = 1 à K= KK.

V-3-Schema de résolution du problème thermohydrodynamique

Les équations aux dérivées partielles étant liées implicitement ou explicitement par la température, seul un processus itératif permet la résolution.

On fixe donc à priori un champ de température initial et des vitesses des déformations initiales, ce qui permet en particulier de déterminer la viscosité en tous points du film.

L'équation de Reynolds généralisée peut alors être résolue à partir d'un champ de pression initial $p(\theta, z)$. On peut alors calculer le champ des vitesses. Un nouveau champ de température est calculé par la résolution des équations d'énergie et de la chaleur. Ces nouvelles valeurs de la température sont alors utilisées pour l'itération suivante. Le processus est arrêté lorsque la différence relative entre les températures obtenues pour deux itérations successives est inférieure à 0.01%. La convergence est assez rapide. L'organigramme schématique est donné par la figure (V-5).



Chapitre VI

RESULTATS ET INTERPRETATIONS

Dans ce version, nous présentons les résultats théoriques obtenus à l'aide de notre code de calcul (Fortran) élaboré au cours de cette étude, où on étudiera le comportement des paliers lisses suivant la nature du fluide utilisé (fluide non Newtonien), ensuite on les compare aux résultats théoriques obtenus par Sheau-Ming Ju et Cheng-I Weng [38].

Nous analysons ensuite, l'influence des paramètres : excentricité relative, vitesse de rotation, jeu radial, pour différentes valeurs d'indice de structure ($n = 0.9$: fluide pseudo plastique ; $n = 1$: fluide Newtonien et $n = 1.1$: fluide dilatant), sur les caractéristiques statiques de fonctionnement telles que la pression, la température, la portance, le couple et l'angle de calage.

VI-1- Caractéristiques du palier et propriétés des lubrifiant

Le palier utilisé est celui de Sheau-Ming Ju et Cheng-I Weng [38], est constitué de deux éléments l'un représentant l'arbre et l'autre le coussinet.

Le palier est alimenté en lubrifiant par l'intermédiaire d'orifices qui débouchent dans une rainure axiale, les autres données expérimentales sont les suivantes:

| | |
|-------------------------------------|---|
| Longueur du palier | $L = 10^{-1} \text{ m}$ |
| Rayon de l'arbre | $R_a = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ |
| Rayon extérieur de coussinet | $R_c = 10^{-1} \text{ m}$ |
| Jeu radial | $C = 10^{-4} \text{ m}$ |
| La température ambiante | $T_a = 40 \text{ }^\circ\text{C}$ |
| La température d'alimentation | $T_{al} = 36.8 \text{ }^\circ\text{C}$ |
| La viscosité apparente à T0 | $m_0 = 0.0323 \text{ Pa s}^n$ |
| La viscosité de référence | $\mu_{a0} = 0.0323 \text{ Pa s}$ |
| Coefficient thermo viscosité | $\beta = 0.037 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ |
| Pression d'alimentation | $P_a = 70 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ |
| Masse volumique du lubrifiant | $\rho = 860 \text{ Kg / m}^3$ |
| Chaleur spécifique du lubrifiant | $C_p = 2000 \text{ J / Kg m}^3$ |
| Conductivité thermique de coussinet | $K_c = 50.84 \text{ W / m }^\circ\text{C}$ |
| Conductivité thermique de l'arbre | $K_a = 50.84 \text{ W / m }^\circ\text{C}$ |

| | |
|---------------------------------------|---|
| Conductivité thermique du film | $K_f = 0.13 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$ |
| Le coefficient d'échange de coussinet | $h_c = 80 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ |
| Le coefficient d'échange de l'arbre | $h_a = 100 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ |
| La vitesse de rotation | $N = 2000 \text{ tr/min}$ |

Considérons le cas de fonctionnement pour lequel l'excentricité relative est : $\varepsilon = 0.6$ et la vitesse de rotation est : $N = 2000 \text{ tr/min}$.

VI-2- Répartition de la pression

Les figures (VI-1) et (VI-2) représentent la variation de la pression dans le film en fonction de la coordonnée circonférentielle et axiale pour différentes valeurs d'indice de structure « n ». Nous remarquons que la pression augmente avec l'augmentation de l'indice de structure « n ». Cette dernière devient plus importante dans les cas des grandes valeurs d'indice de structure « n ». Ce fait traduit la grande influence de la vitesse de déformation sur la viscosité et par conséquent sur la pression.

L'utilisation du fluide dilatant donne une augmentation de la pression de charge qui atteint jusqu'à 122% la valeur obtenue par l'utilisation du fluide Newtonien pour les mêmes conditions de fonctionnement.

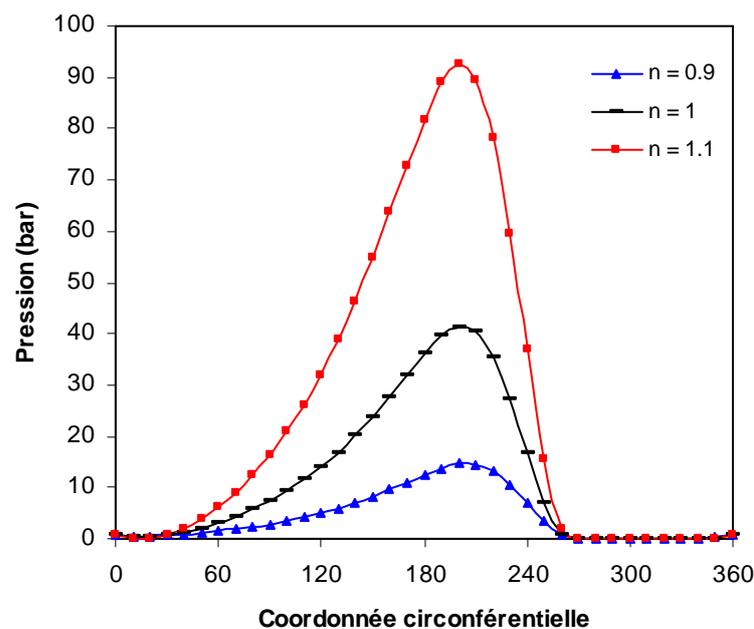


Figure (VI-1). Variation de la pression en fonction de la coordonnée circonférentielle.

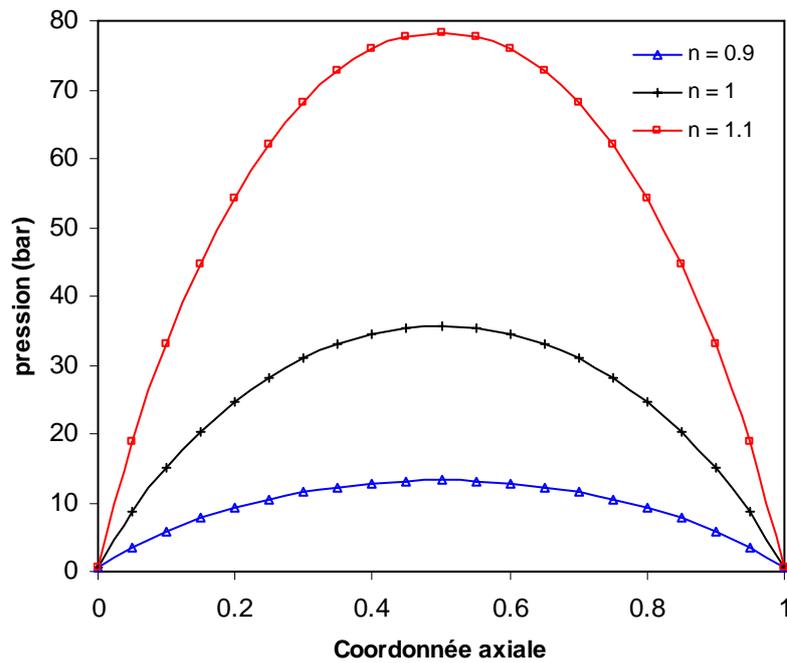


Figure (VI-2). Variation de la pression en fonction de la coordonnée axiale.

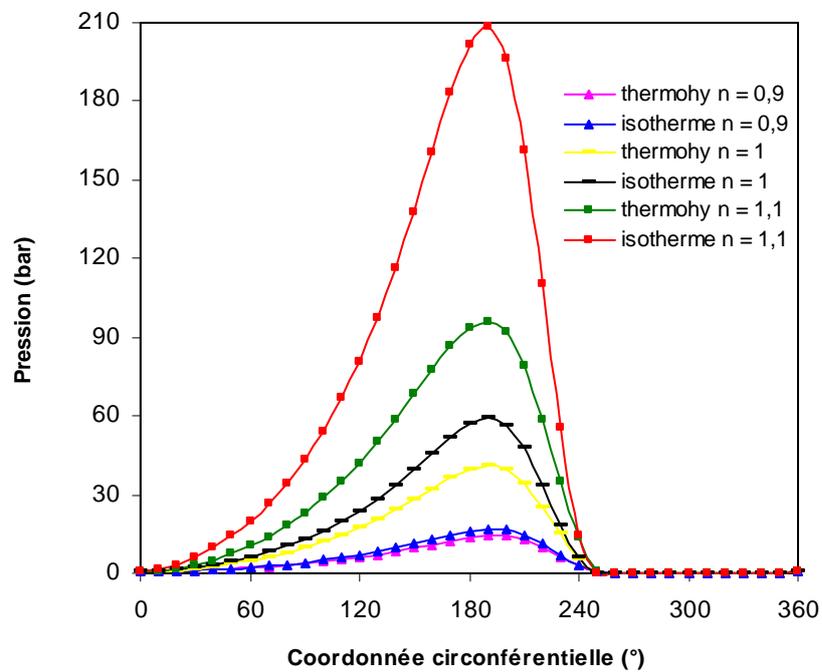


Figure (VI-3). Variation de la pression en fonction de la coordonnée circonférentielle.

La figure (VI-3) représente la variation de la pression dans le film en fonction de la coordonnée circonférentielle pour différentes valeurs d'indice de structure et pour deux cas différents (thermo hydrodynamique et isotherme). Nous remarquons que l'écart de la pression entre l'isotherme et le thermo hydrodynamique augmente avec l'augmentation de l'indice de structure. Nous constatons que l'effet thermique est plus marquant pour les fluides dilatants où l'écart des résultats entre les deux cas, isotherme et thermo hydrodynamique, est très grand (atteint jusqu'à 116%); d'où l'importance de l'étude thermo hydrodynamique dans le cas de tels fluides. Cependant, pour le fluide pseudoplastique, l'écart est très faible donc l'étude thermo hydrodynamique n'a pas un grand intérêt.

La figure (VI-4) représente la variation de la pression en fonction de la coordonnée circonférentielle pour différentes vitesses de rotation et pour différentes valeurs de « n ». Nous remarquons que la pression augmente avec l'augmentation de la vitesse de rotation. Cette augmentation devient plus importante dans le cas des grandes valeurs d'indice de structure « n ». Ce fait se traduit par l'évolution de la viscosité en fonction de la vitesse de déformation qu'est en loi puissance de « n ». Nous remarquons que l'augmentation de pression engendrée par l'utilisation du fluide dilatant est plus grande que celle engendrée par l'augmentation de la vitesse de rotation.

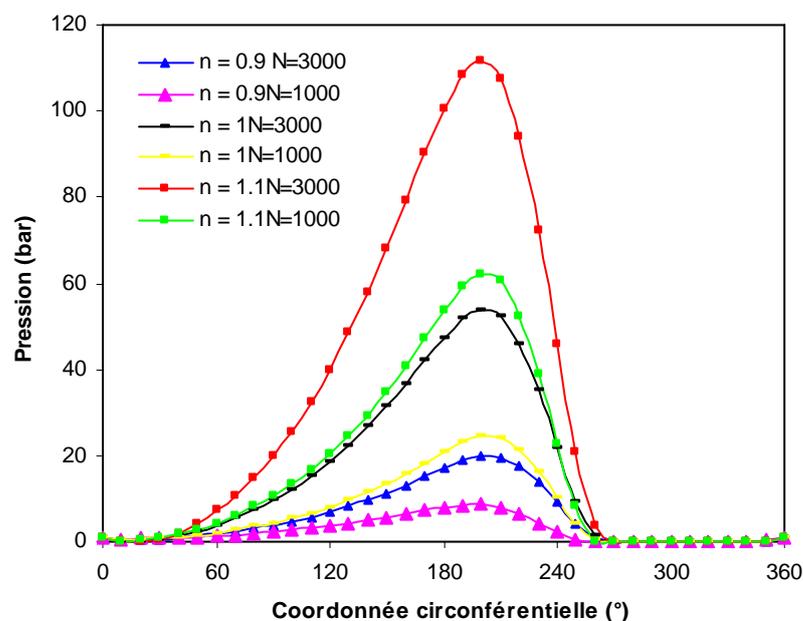


Figure (VI-4). Variation de la pression en fonction de la coordonnée circonférentielle pour différentes vitesses de rotation.

La figure (VI-5) représente la variation de la pression en fonction de la coordonnée circonférentielle pour différents jeux radiaux et pour différentes valeurs de « n ». Nous remarquons que la pression augmente avec la diminution du jeu radial. Cette augmentation devient plus importante dans le cas des grandes valeurs d'indice de structure « n ». Ce fait se traduit par l'évolution de la viscosité en fonction de la vitesse de déformation qu'est en loi puissance de « n ». Nous remarquons que l'augmentation de la pression engendrée par l'utilisation du fluide dilatant est plus grande que celle engendrée par la diminution du jeu radial.

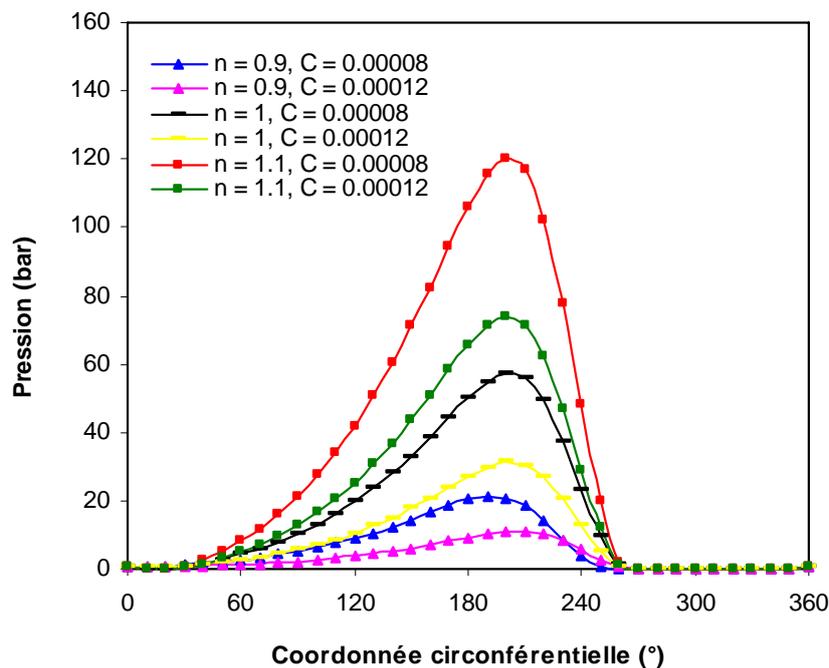
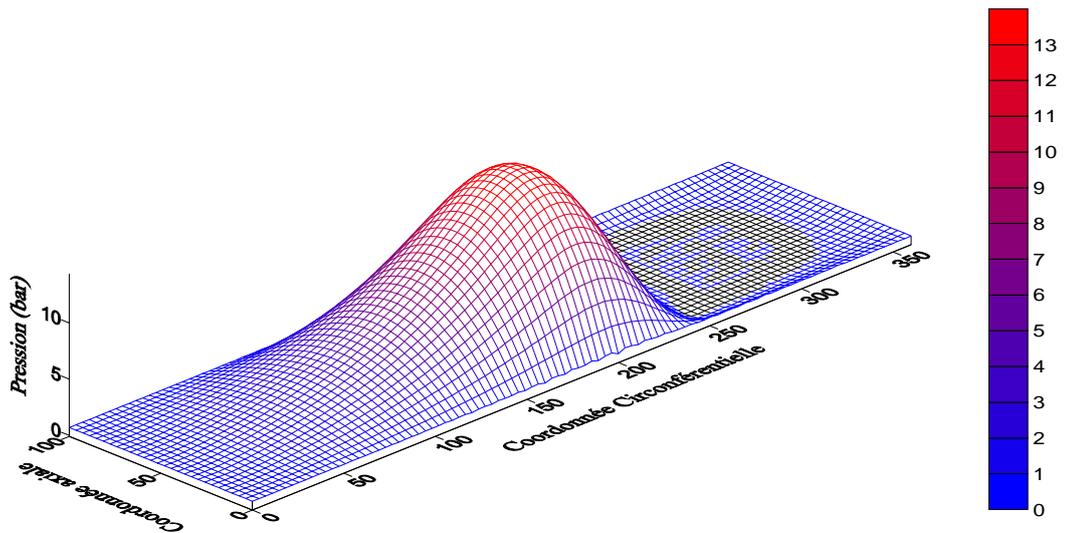
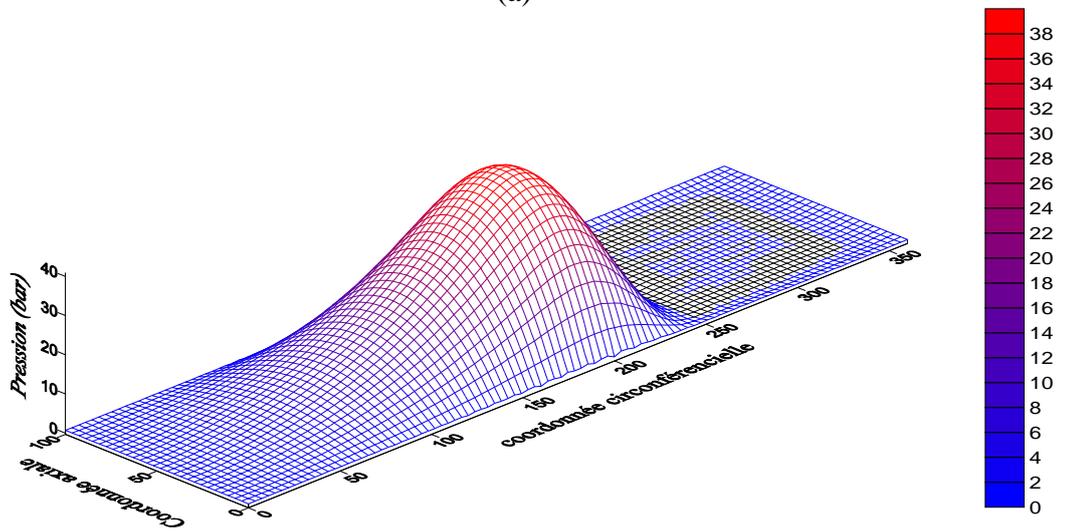


Figure (VI-5). Variation de la pression en fonction de la coordonnée circonférentielle pour différents jeux radiaux

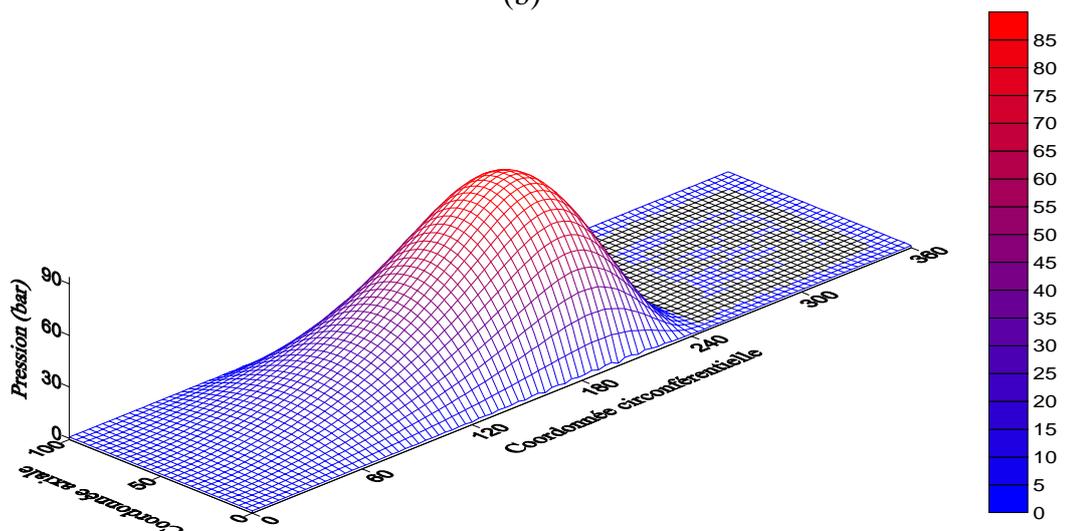
Les figures (VI-6) (a, b et c) représentent les profils de pression pour les coordonnées axiale et circonférentielle et pour différents indices de structure « n ». Nous remarquons que pour les valeurs de « n », les profils de pression ont la même allure. Nous en déduisons que l'indice de structure n'a aucun effet sur l'allure de profil de pression.



(a)



(b)



(c)

Figures (VI-6), (a, b, et c). Evolution des Profiles de pression en fonction des coordonnées axiale et circumférentielle pour différents indices de structure ((a) : $n = 0.9$, (b) : $n = 1$, (c) : $n = 1.1$).

La figure (VI-7) représente la variation de la pression en fonction de la coordonnée circonférentielle pour différentes excentricités relatives et pour différentes valeurs de « n ». On constate que la pression augmente avec l'augmentation de l'excentricité relative. Cette augmentation devient plus importante dans le cas des grandes valeurs d'indice de structure « n ». Ce fait se traduit par l'évolution de la viscosité en fonction de la vitesse de déformation qu'est en loi puissance de « n ». Nous remarquons que l'augmentation de pression engendrée par l'utilisation du fluide dilatant est plus grande que celle engendrée par l'augmentation de l'excentricité relative. On remarque aussi que la position de la pression maximale se déplace à des valeurs inférieures, ce fait est traduit par la diminution de l'angle de calage.

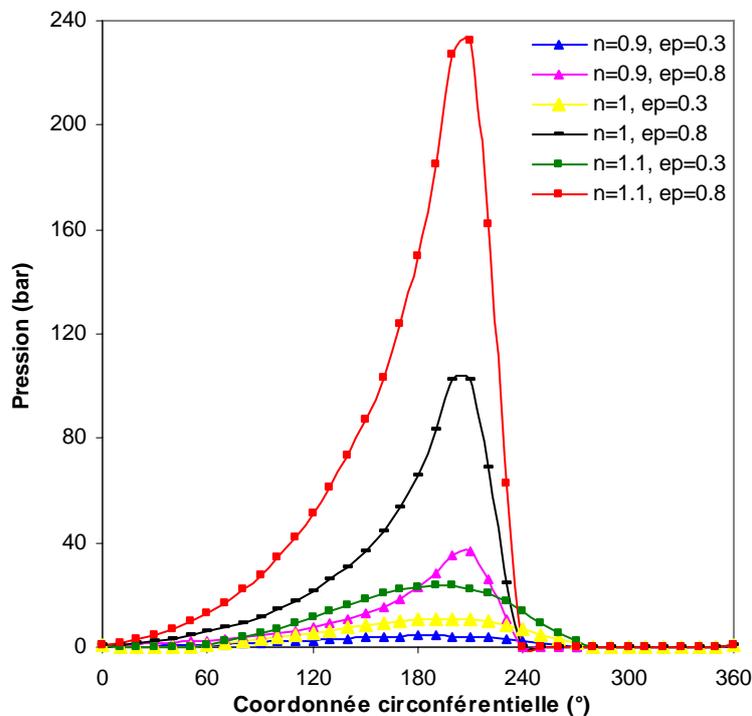


Figure (VI-7). Variation de la pression en fonction de la coordonnée circonférentielle pour différentes excentricités relatives.

Dans les figures précédentes on remarque que:

- quelque soit la dimension du palier et les conditions de fonctionnement, l'augmentation de l'indice de structure engendre toujours une augmentation de pression. Cette augmentation devient plus importante pour le cas du fluide dilatant.

- la pression maximale du film se trouve au niveau de l'épaisseur minimale du film.

VI - 3- Détermination de la température dans le film

On présente sur les figures (VI-8) à (VI-10) les cartes d'isothermes du film dans le plan médian du palier pour différentes conditions de fonctionnement, où on fait varier en particulier les dimensions du palier et les conditions de fonctionnement.

La figure (VI-8) montre les cartes d'isothermes pour différentes vitesses de rotation et pour différentes valeurs de « n » prises égales à : 0.9, 1 et 1.1. Nous constatons que la température du film augmente avec l'augmentation de la vitesse de rotation et que cet écart de température augmente considérablement avec l'augmentation d'indice de structure « n ». Ce fait se traduit par l'évolution de la viscosité en fonction de la vitesse de déformation qu'est en loi puissance de « n ». La chaleur générée par le cisaillement du film est plus importante dans le cas des paliers tournant à grande vitesse. Si nous comparons entre les figures (VI-8-c) et (VI-8-d), et entre les figures (VI-8-c) et (VI-8-e), nous remarquons que l'augmentation de la température engendrée par l'augmentation de la vitesse de rotation est plus grande que celle engendrée par l'utilisation du fluide dilatant.

On présente sur la figure (VI-9) les cartes d'isothermes pour différentes excentricités relatives. On constate que la température du film augmente avec l'augmentation de l'excentricité relative. Ce résultat est prévisible vu que les paliers à grande excentricité relative sont des paliers fortement chargés. On remarque aussi que la position de la température maximale se déplace dans le sens des aiguilles d'une montre, ce fait est traduit la diminution de l'angle de calage. Si nous comparons les figures (VI-9-c) et (VI-9-d), et les figures (VI-9-c) et (VI-9-e), nous remarquons que l'augmentation de la température engendrée par l'utilisation du fluide dilatant est plus grande que celle engendrée par l'augmentation de l'excentricité relative.

Dans la figure (VI-10), on présente les cartes d'isothermes pour différents jeux de fonctionnement, on constate que la température du film est inversement proportionnelle au jeu radial. Plus les jeux de fonctionnement sont faibles, plus la vitesse de déformation augmente, on aura donc une grande quantité de chaleur générée. Si nous comparons entre les figures (VI-10-c) et (VI-10-d), et entre (VI-10-c) et les figures (VI-10-e), nous remarquons que l'augmentation de la température engendrée par l'utilisation du fluide dilatant est plus grande de celle engendrée par la diminution du jeu de fonctionnement.

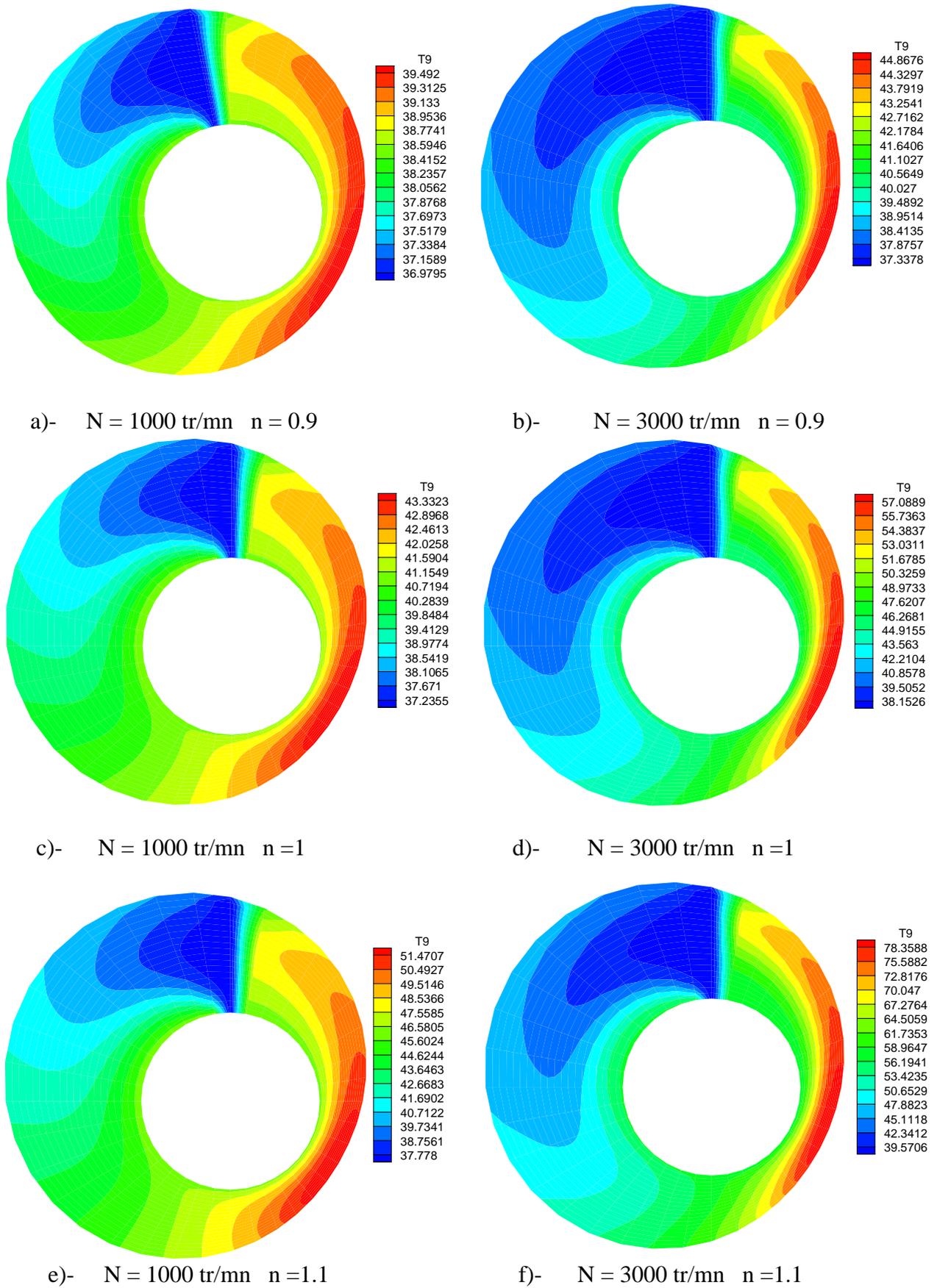
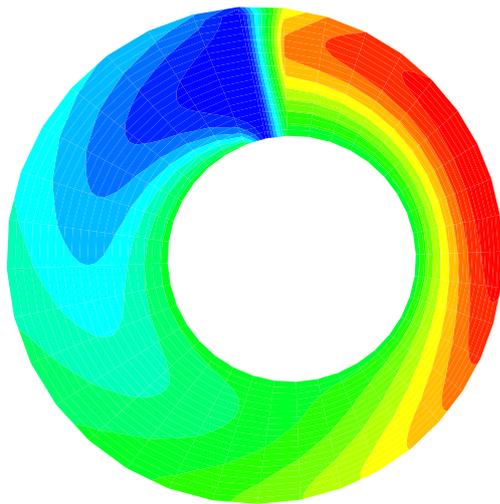


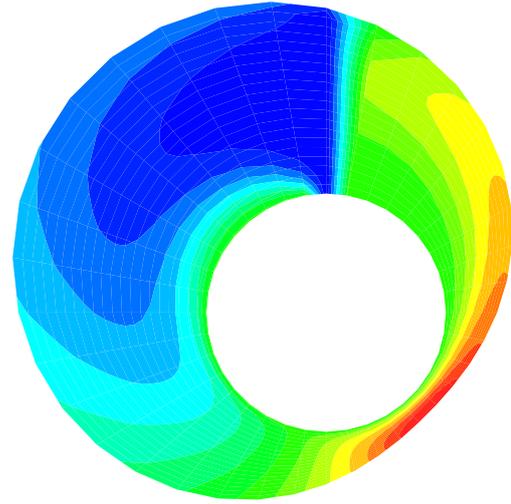
Figure (VI-8). Cartes d'isothermes dans le plan médian du palier pour différentes vitesses de rotation.



T9

| |
|---------|
| 41.0794 |
| 40.7941 |
| 40.5088 |
| 40.2235 |
| 39.9382 |
| 39.6529 |
| 39.3676 |
| 39.0823 |
| 38.797 |
| 38.5117 |
| 38.2265 |
| 37.9412 |
| 37.6559 |
| 37.3706 |
| 37.0853 |

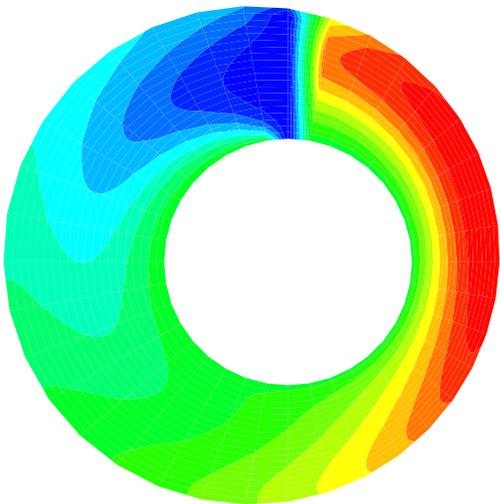
a)- $\epsilon = 0.3$ $n = 0.9$



T9

| |
|---------|
| 43.044 |
| 42.6277 |
| 42.2115 |
| 41.7952 |
| 41.3789 |
| 40.9627 |
| 40.5464 |
| 40.1301 |
| 39.7139 |
| 39.2976 |
| 38.8813 |
| 38.4651 |
| 38.0488 |
| 37.6325 |
| 37.2163 |

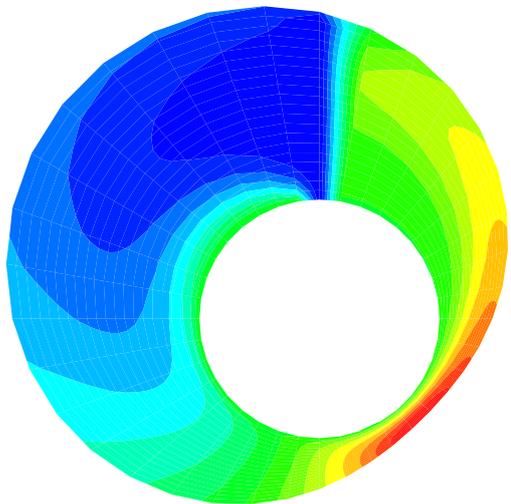
b)- $\epsilon = 0.8$ $n = 0.9$



T9

| |
|---------|
| 47.4766 |
| 46.7648 |
| 46.0531 |
| 45.3413 |
| 44.6295 |
| 43.9177 |
| 43.206 |
| 42.4942 |
| 41.7824 |
| 41.0706 |
| 40.3589 |
| 39.6471 |
| 38.9353 |
| 38.2235 |
| 37.5118 |

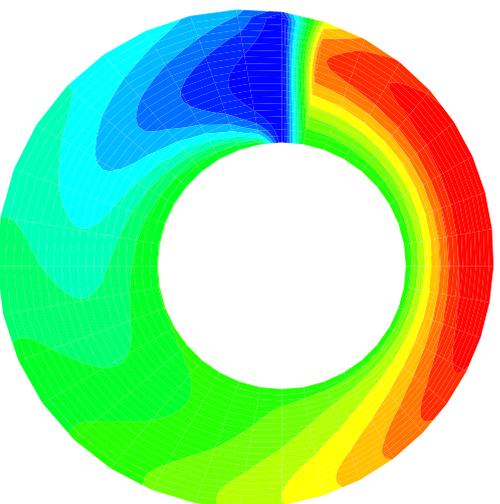
c)- $\epsilon = 0.3$ $n = 1$



T9

| |
|---------|
| 52.831 |
| 51.7623 |
| 50.6935 |
| 49.6248 |
| 48.5561 |
| 47.4873 |
| 46.4186 |
| 45.3499 |
| 44.2811 |
| 43.2124 |
| 42.1437 |
| 41.0749 |
| 40.0062 |
| 38.9375 |
| 37.8687 |

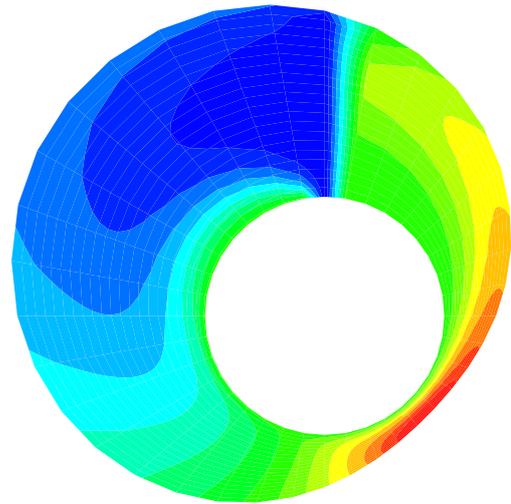
d)- $\epsilon = 0.8$ $n = 1$



T9

| |
|---------|
| 60.7485 |
| 59.1519 |
| 57.5554 |
| 55.9588 |
| 54.3622 |
| 52.7657 |
| 51.1691 |
| 49.5725 |
| 47.976 |
| 46.3794 |
| 44.7828 |
| 43.1863 |
| 41.5897 |
| 39.9931 |
| 38.3966 |

e)- $\epsilon = 0.3$ $n = 1.1$

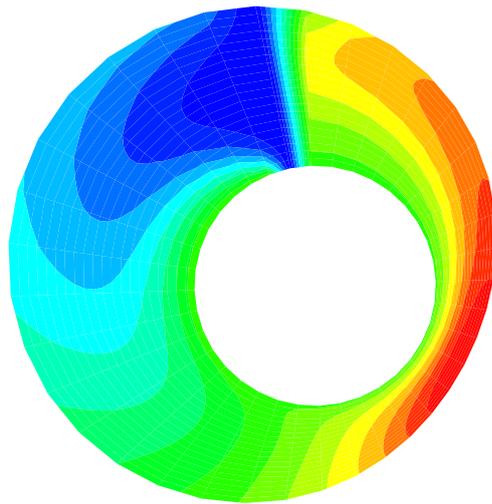


T9

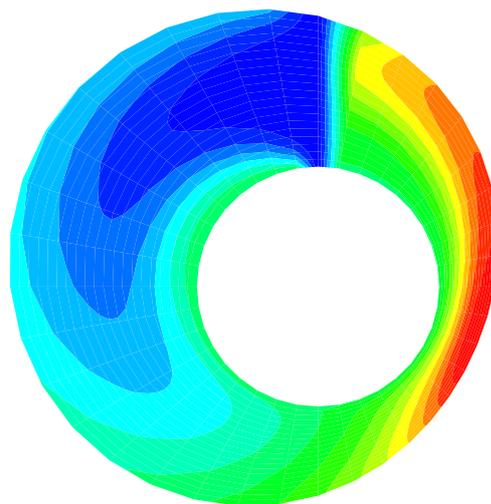
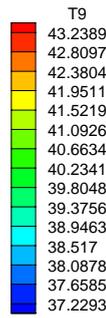
| |
|---------|
| 71.2131 |
| 68.9189 |
| 66.6247 |
| 64.3305 |
| 62.0363 |
| 59.742 |
| 57.4478 |
| 55.1536 |
| 52.8594 |
| 50.5652 |
| 48.271 |
| 45.9768 |
| 43.6826 |
| 41.3884 |
| 39.0942 |

f)- $\epsilon = 0.8$ $n = 1.1$

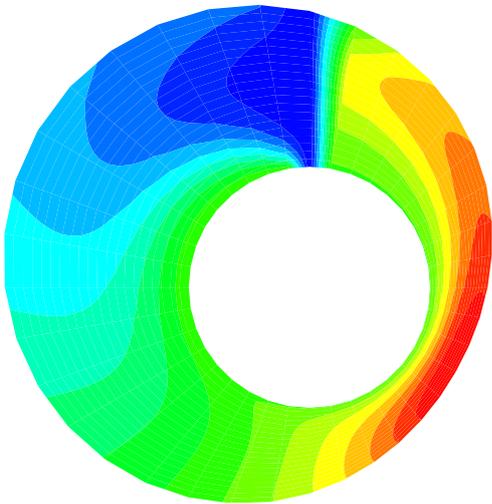
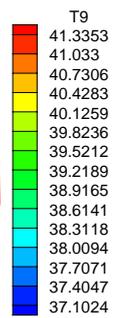
Figure (VI-9). Cartes d'isothermes dans le plan médian du palier pour différentes excentricités relatives.



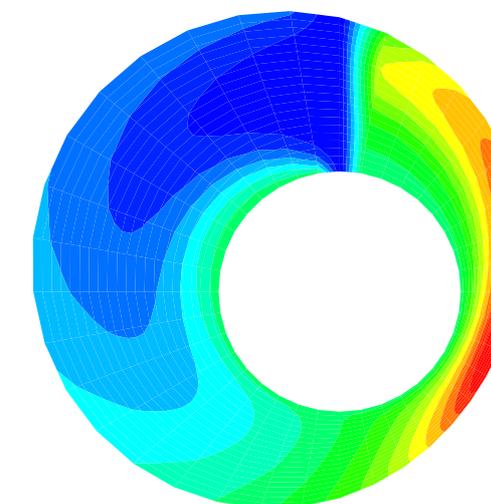
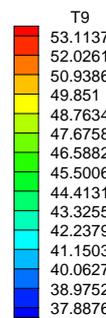
a)- $C = 0.08 \text{ mm}$ $n = 0.9$



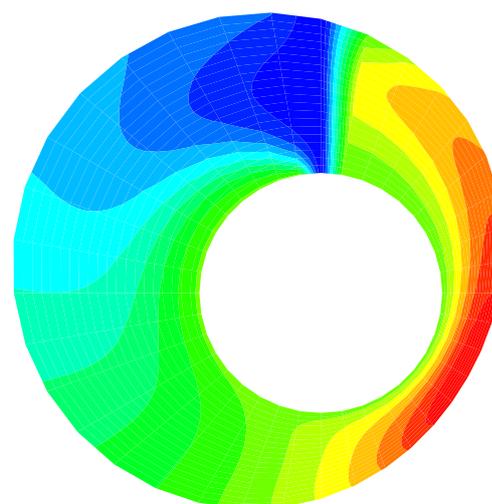
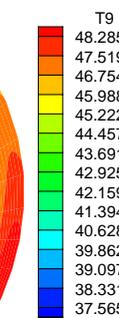
b)- $C = 0.12 \text{ mm}$ $n = 0.9$



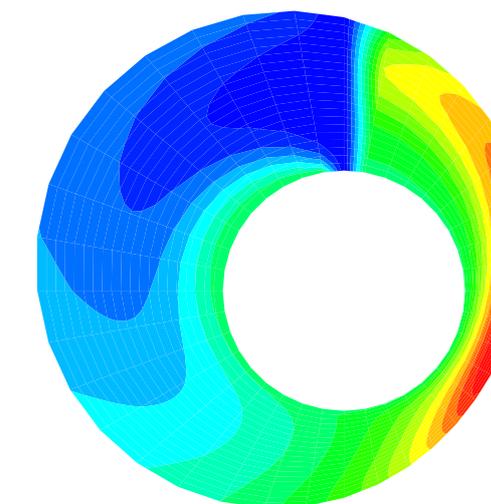
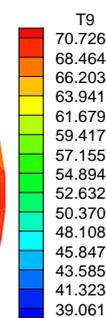
c)- $C = 0.08 \text{ mm}$ $n = 1$



d)- $C = 0.12 \text{ mm}$ $n = 1$



e)- $C = 0.08 \text{ mm}$ $n = 1.1$



f)- $C = 0.12 \text{ mm}$ $n = 1.1$

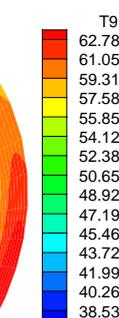


Figure (VI-10). Cartes d'isothermes dans le plan médian du palier pour différents jeux radiaux.

Les figures (VI-11) et (VI-12), montrent la variation de la température du film en fonction de la coordonnée circonférentielle et suivant l'épaisseur du film pour différentes valeurs d'indice de structure « n ». On constate sur la figure (VI-11) que la température du film augmente avec l'augmentation d'indice de structure « n ». Cet écart devient plus grand dans le cas où le fluide est dilatant, c'est à dire dans le cas des grandes valeurs de l'indice de structure « n ».

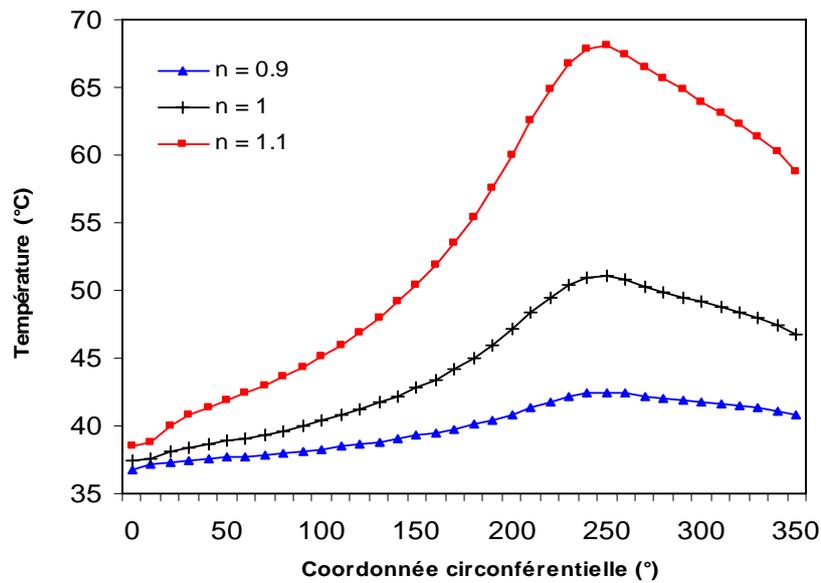


Figure (VI-11). Variation de la température du film en fonction de la coordonnée circonférentielle.

La figure (VI-12) montre le fort gradient thermique suivant l'épaisseur du film.

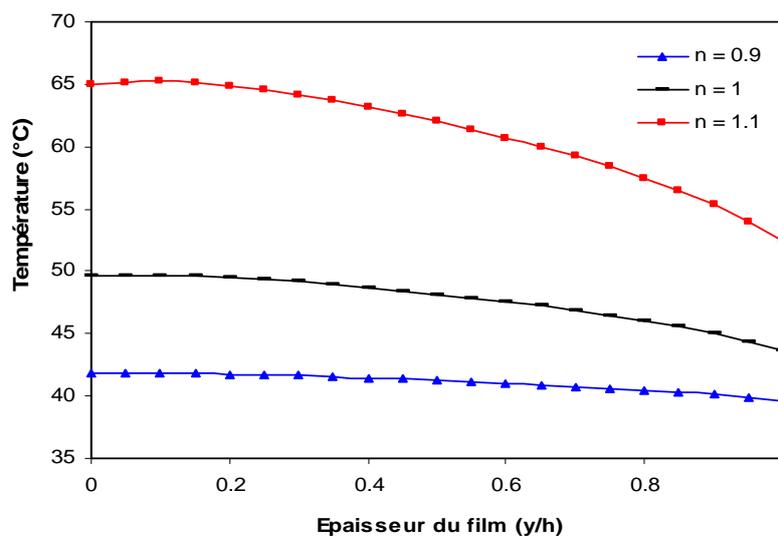


Figure (VI-12). Variation de la température maximale du film en fonction de son épaisseur pour différentes valeurs d'indice de structure « n ».

Dans les figures précédentes on remarque que :

Quelque soit les dimensions du palier et les conditions de fonctionnement, l'augmentation de l'indice de structure engendre toujours l'augmentation de la température. Cette augmentation devient plus importante pour les fluides dilatants.

Deux zones peuvent être distinguées dans le film, la première correspond à la partie la plus froide du film qui se situe au niveau de la rainure d'alimentation, où le film reçoit de la chaleur de l'arbre et du coussinet. La seconde correspond à la partie la plus chaude du film qui se trouve au niveau de l'épaisseur minimale du film, où le fluide cède de la chaleur à l'arbre et le coussinet. On peut ainsi conclure que la chaleur générée par cisaillement dans le film est transportée par les solides de la zone la plus chaude vers la zone la plus froide.

VI- 4- Détermination de la température des solides

La figure (VI-13) illustre la variation de la température du coussinet en fonction de la coordonnée circonférentielle et pour différentes valeurs d'indice de structure « n ». Nous remarquons que la température du coussinet augmente avec l'augmentation de l'indice de structure, ce fait se traduit par l'augmentation de la température du film. Notons aussi que les profils de température du coussinet et du film ont la même allure.

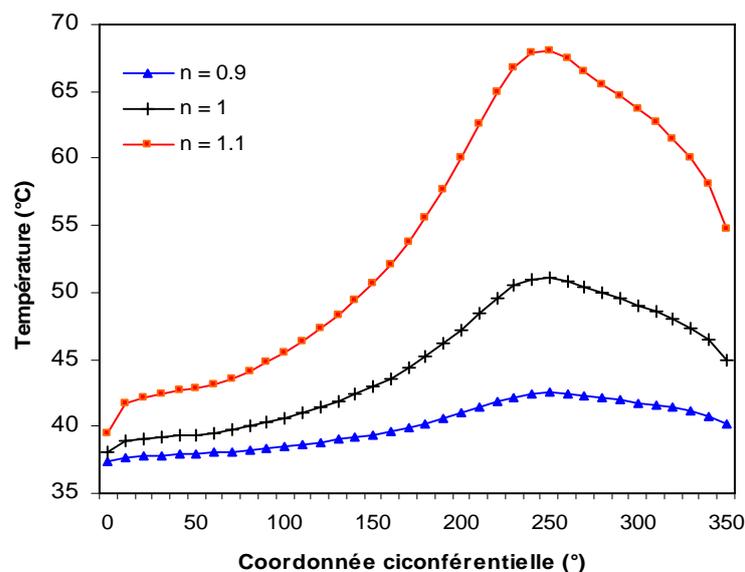


Figure (VI-13). Variation de la température de la surface interne du coussinet en fonction de la coordonnée circonférentielle.

La figure (VI-14) illustre les cartes d'isothermes dans le coussinet pour différentes vitesses de rotation pour différentes valeurs de « n » prises égales à : 0.9, 1 et 1.1. Nous constatons que la température du film augmente avec l'augmentation de la vitesse de rotation. On remarque aussi que cet écart de température augmente considérablement avec l'augmentation d'indice de structure « n », qui se traduit par l'augmentation de la température du film.

Les figures (VI-15) et (VI-16) présentent respectivement les variations des températures maximales atteintes par la surface interne du coussinet et la surface de l'arbre en fonction de l'excentricité relative pour différentes valeurs d'indice de structure « n ».

Il est à souligner que les variations des températures maximales sont plus grandes pour les fluides dilatants. On remarque aussi que les variations de la température de la surface de l'arbre en fonction de l'excentricité, sont relativement faibles, par contre la température maximale de la surface interne du coussinet croît nettement avec l'excentricité.

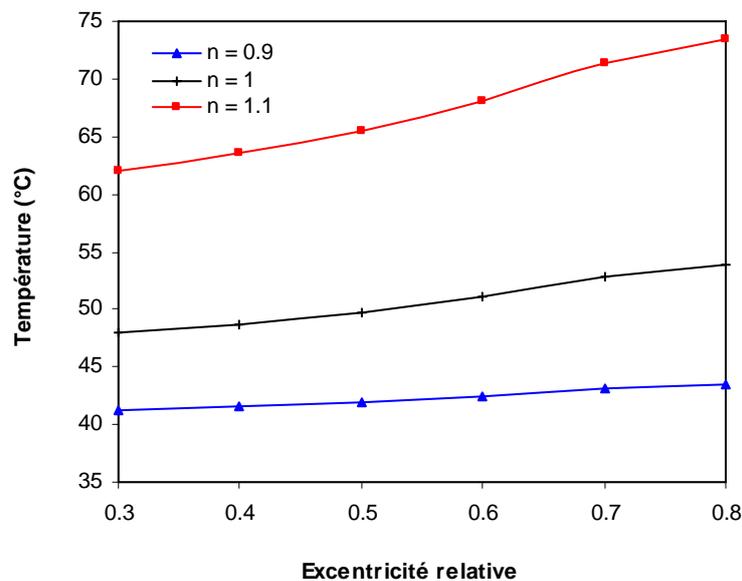


Figure (VI-15). Variation de la température maximale de la surface interne du coussinet en fonction de la coordonnée circonférentielle pour différentes excentricités relatives

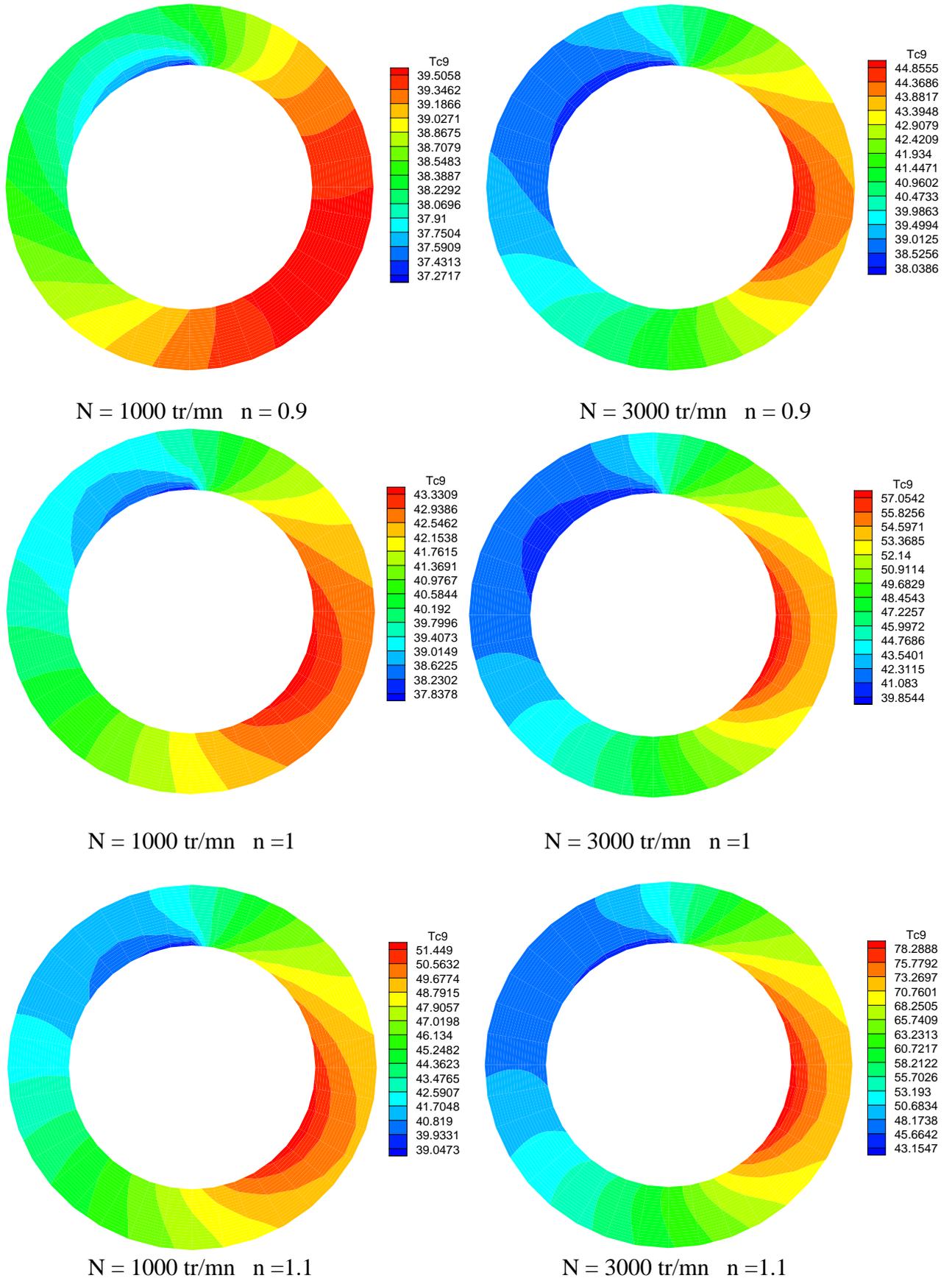


Figure (VI-14). Cartes d'isothermes dans le plan médian de la surface interne du coussinet pour différentes vitesses de rotation.

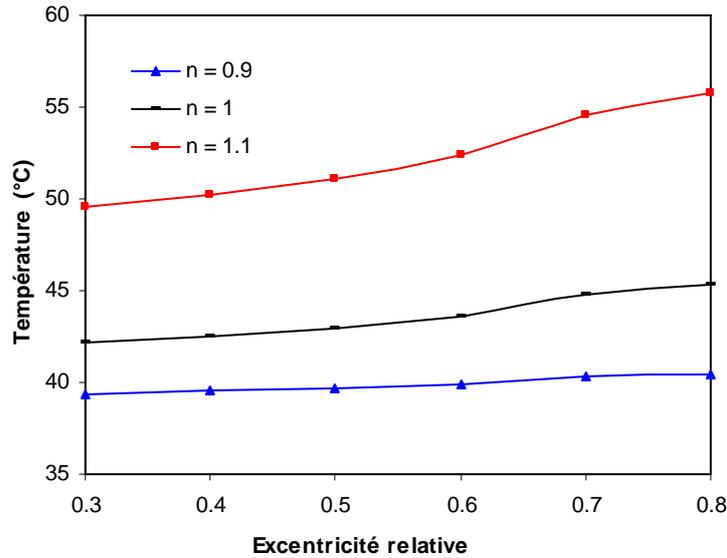


Figure (VI-16). Variation de la température maximale de la surface de l'arbre en fonction de la coordonnée circonférentielle pour différentes excentricités relatives.

VI- 5- Etude paramétrique

La figure (VI-17), présente l'évolution du couple de frottement en fonction de l'excentricité relative pour différentes valeurs de l'indice de structure « n ». On constate que le couple de frottement augmente considérablement pour les fluides dilatants (avec l'augmentation de l'indice de structure). Il devient plus important dans le cas de grandes excentricités relatives. Ce fait se traduit par l'évolution de la viscosité en fonction de la vitesse de déformation qui en loi puissance de « n ». D'où une croissance de la contrainte du cisaillement.

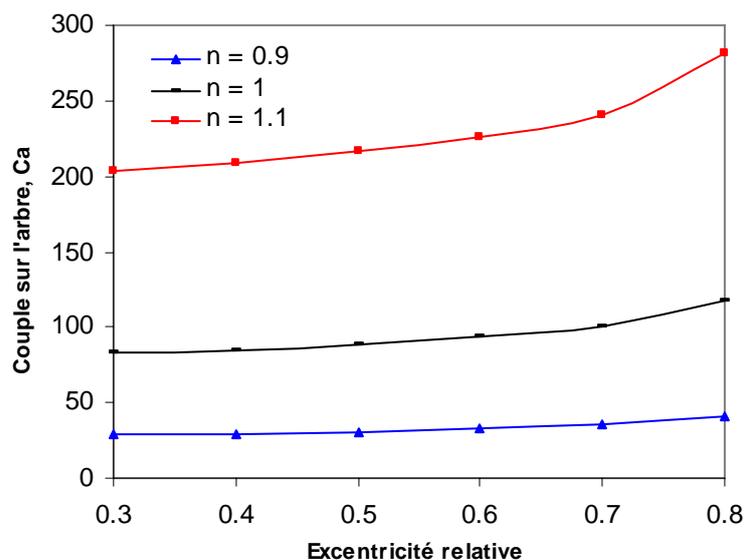


Figure (VI-17). Variation du couple sur l'arbre C_a en fonction de l'excentricité relative.

La figure (VI-18) montre la variation de la charge en fonction de l'excentricité relative pour différentes valeurs de l'indice de structure « n ». On constate que la charge augmente considérablement avec le fluide dilatant (avec l'augmentation d'indice de structure). Cette augmentation devient plus importante avec l'augmentation de l'excentricité relative. Ce fait se traduit par l'augmentation de la pression.

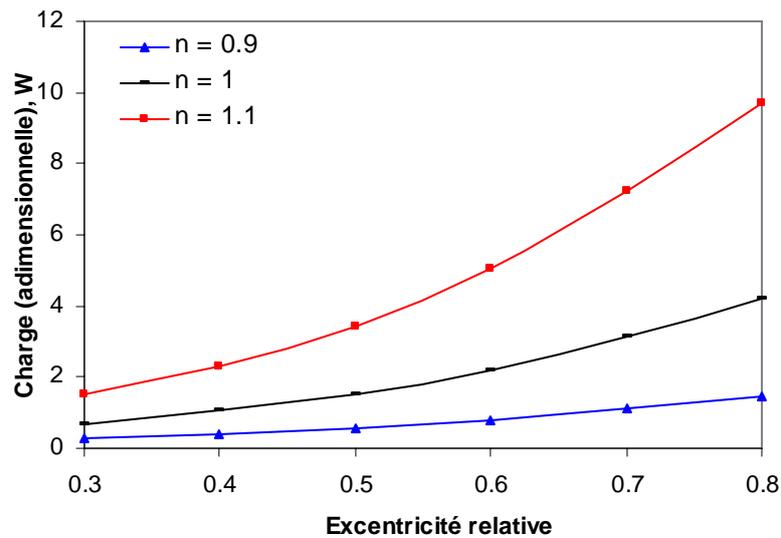


Figure (VI-18). Variation de la charge en fonction de l'excentricité relative.

On présente sur la figure (VI-19), la variation de l'angle de calage en fonction de l'excentricité relative pour différentes valeurs d'indice de structure. On constate que l'angle de calage est inversement proportionnelle à l'excentricité relative. On note aussi que l'indice de structure n'a pas une grande influence sur l'angle de calage, sauf dans le cas des petites excentricités relatives où les fluides pseudo plastiques ont un angle de calage plus grand que les autres.

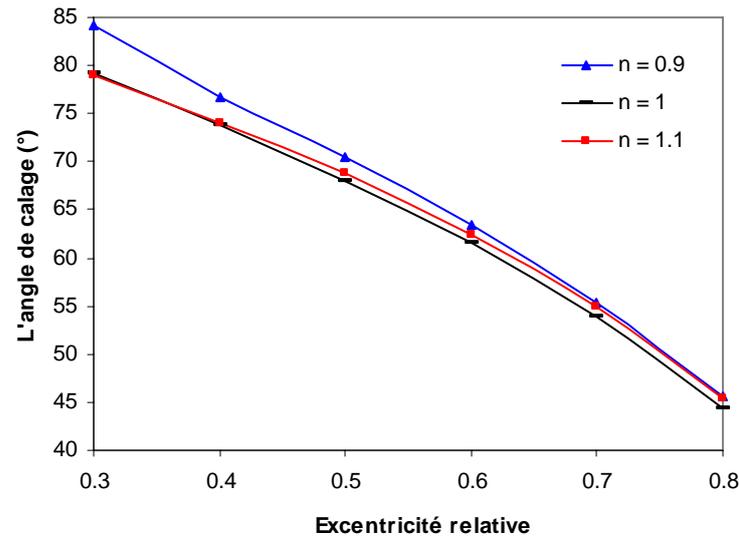


Figure (VI-19). Variation de l'angle de calage en fonction de l'excentricité relative.

IV- 6 - Validation des résultats

La comparaison de nos résultats avec ceux de Sheau-Ming Ju et Cheng-I Weng [38] qui ont fait une étude thermo hydrodynamique du palier lisse de longueur finie avec un fluide non Newtonien de type loi de puissance. Les caractéristiques statiques du palier sont les mêmes que ceux de [38].

Les figures, (VI-20), (VI-21) et (VI-22), présentent la comparaison de nos résultats à ceux de [38].

La figure (VI-20) présente la variation de la pression en fonction de la coordonnée circonférentielle, pour différentes valeurs d'indice de structure « n ».

La figure (VI-21) illustre la variation de la température du film en fonction la coordonnée circonférentielle, pour différentes valeurs d'indice de structure « n ».

La figure (VI-22) montre la variation de la charge en fonction de l'excentricité relative, pour différentes valeurs de l'indice de structure « n ».

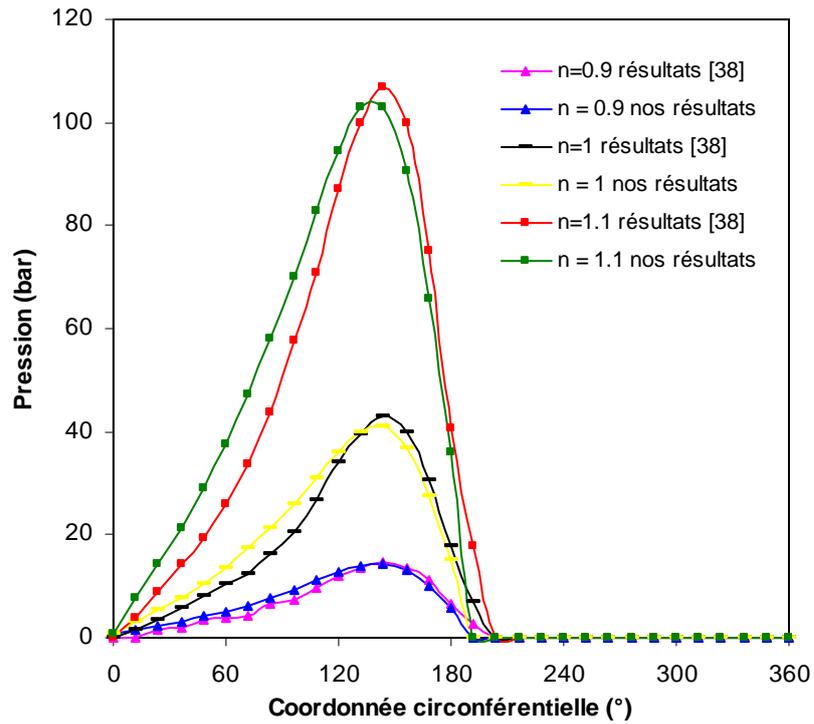


Figure (VI-20). Variation de la pression en fonction de la coordonné circumférentielle.

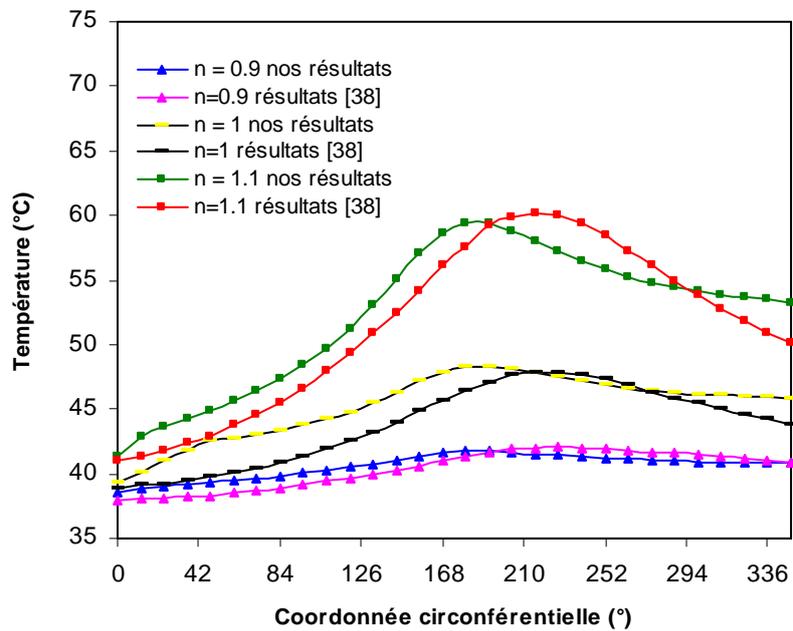


Figure (VI-21). Variation de la température du film en fonction de la coordonné circumférentielle.

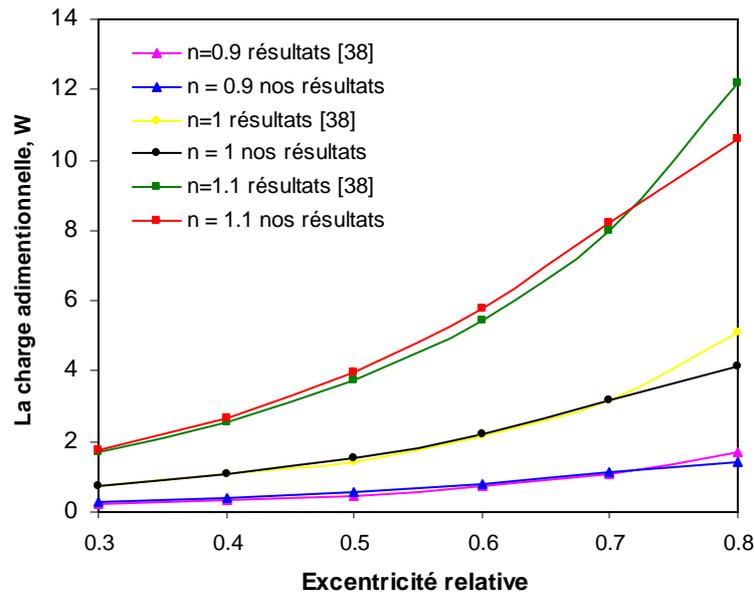


Figure (VI-22). Variation de la charge en fonction de l'excentricité relative.

L'étude comparative (fig. VI-20, VI-21, VI-22), montre que les résultats obtenus par notre code de calcul élaboré au cours de cette étude sont en bon accord avec ceux de Sheau-Ming Ju et Cheng-I Weng [38]. L'écart entre les résultats est dû principalement au modèle mathématique utilisée pour modéliser le phénomène physique étudié. En effet :

- Sheau-Ming Ju et Cheng-I Weng [38], a utilisé pour décrire l'équation de film mince, l'équation de Reynolds modifiée, démontre par I. k. Dien, et H. G. Elrod [17]. Mais dans notre cas, nous avons utilisé pour décrire l'équation de film mince l'équation de Reynolds généralisée.
- Sheau-Ming Ju et Cheng-I Weng [38], a considéré uniquement les vitesses de déformation dans la direction circonférentielle. Mais dans notre cas, nous avons considéré les vitesses de déformation dans la direction circonférentielle et axiale.

VI- 7- Conclusion

Les résultats de cette étude permettent d'affirmer que

- Quelque soit la dimension du palier et les conditions de fonctionnement, l'augmentation d'indice de structure engendre toujours une augmentation de la pression. Cette augmentation devient plus importante pour le cas des fluides dilatants.

- L'augmentation des paramètres engendrée par l'utilisation des fluides dilatants est plus grande que celle engendrée par n'importe quelle variation des conditions de fonctionnement.
- On trouve que pour le fluide dilatant ($n > 1$) les valeurs de la charge, la température et la pression sont plus importantes que celles des fluides Newtoniens.
- pour le fluide pseudo plastique ($n < 1$) les valeurs de la charge, la température et la pression sont moins importantes que celles des fluides Newtoniens.
- L'effet thermique est plus marquant pour les fluides dilatants où l'écart entre les résultats isotherme et thermo hydrodynamique, est très grand (jusqu'à 116%); d'où l'utilité et l'importance de l'étude thermo hydrodynamique dans le cas de tels fluides.

CONCLUSION GENERALE

Le travail présenté dans ce mémoire est relatif à une étude thermo- hydrodynamique d'un palier lisse utilisant un lubrifiant à comportement non Newtonien en loi puissance. Après avoir présenté brièvement les équations nécessaires à la détermination des différents champs dans le contact, un modèle de variation de la viscosité avec les vitesses de déformation (suivant la direction circonférentielle et axiale) et avec la température en loi exponentielle a été choisi et appliqué afin de résoudre le problème. Une validation du code de calcul a été faite grâce à une application particulière aux paliers lisses.

Les résultats présentés ont montré que :

- Quelque soit la dimension du palier et les conditions de fonctionnement, l'augmentation d'indice de structure « n » engendre toujours une augmentation de la pression. Cette augmentation devient plus importante pour le cas des fluides dilatants ;
- Pour les mêmes conditions de fonctionnement, l'augmentation d'indice de structure induit une augmentation de la pression, de la température et de la charge ;
- Pour les fluides dilatants ($n > 1$), la charge, la température et la pression sont plus importantes que pour les fluides Newtoniens ;
- Pour les fluides pseudo plastiques ($n < 1$), la charge, la température et la pression sont plus faibles que pour les fluides Newtoniens ;
- L'effet thermique est plus marquant pour les fluides dilatants. Notons que l'écart entre les résultats donnés dans les cas isotherme et thermo hydrodynamique, est très grand (jusqu'à 116%) ; ce qui justifie l'importance de l'étude thermo hydrodynamique dans le cas de tels fluides.

Il est à souligner qu'il existe un léger écart entre les résultats théoriques obtenus par Sheau-Ming Ju and Cheng-I Weng [38] et nos résultats. Cet écart peut s'expliquer par l'utilisation de modèles mathématiques différents. En effet, Sheau-Ming Ju [38], a utilisé une équation de Reynolds modifiée par I. K. Dien et H. G. Elrod [17], alors que nous avons utilisé l'équation de Reynolds généralisée. Notons que ces études ont considéré uniquement les vitesses de déformation dans la direction circonférentielle.

Comme complément logique à cette étude, nous proposons :

- Une étude élastothermohydrodynamique, par la prise en compte des déformations suite à des contraintes thermiques et mécaniques (pression) ;
- Une étude sur les effets d'inertie en lubrification non Newtonienne.

Bibliographie

- [1] **O. REYNOLDS** «On the theory of lubrication and its application to M. Beauchamp Tower's experiment ». Phil. Tran. Roy. London A177 PP. 157-234, 1886.
- [2] **A. Kingsbury**, « Heat effects in Lubricating Films, ». Mechanical Engineering journal, PP. 685-688, 1933.
- [3] **J. B. Shukla** « Conical Step Bearing Using a Power Law Lubricant ». *Wear* journal. Vol. 6, PP. 371-374, 1963.
- [4] **J. B. Shukla** « Load Capacity and Time Relation for Squeeze Films in Conical Bearings ». *Wear* journal. Vol. 7, PP. 368-371, 1964.
- [5] **J. B. Shukla and M. Isa** « Characteristics of Non-Newtonian Power Law Lubricants in Step Bearings and Hydrostatic Step Seals ». *Wear* journal, Vol. 30, PP. 51-71, 1974
- [6] **J. B. Shukla and M. Isa** « Externally Pressurised Porous Thrust Bearings With Power Law Lubricants ». *Wear* journal, Vol. 33, PP.85 – 92, 1975
- [7] **A. F. Elkouh**, « Fluid Inertia Effects in Non Newtonian Squeeze Film, ». ASME journal of lubrication technology, Vol. 98, PP. 409-411, 1976.
- [8] **J. B. Shukla, M. Isa and KH. Zaheeruddin** « Thermal Effects in Squeeze Films and Externally Pressurized Bearings with Power Law Lubricants ». *Wear* journal, Vol.51, PP. 237 – 251, 1978.
- [9] **Zeinab S. Safar** « Journal Bearings Operating with Non-Newtonian Lubricant Films » *Wear* journal, Vol. 53, PP. 95 – 100, 1979.
- [10] **Zeinab S. Safar** « Dynamically Loaded Bearings Operating with Non-Newtonian Lubricant Films ». *Wear* journal, Vol. 55, PP. 295 – 304, 1979.
- [11] **Z.S. Safar and G.S.A. Shawkit** « Performance of Thrust Bearings Operating with Non Newtonian lubricating films ». *Tribology International journal*, Vol. 12, PP. 31-33, 1979
- [12] **Prawal Sinha and Chandan Singh** « Non-Newtonian Squeeze Films in Spherical Bearings ». *Wear* journal, Vol. 68, PP. 133 – 140, 1981.
- [13] **Shandan Singh and Prawal Sinha** « Non-Newtonian Squeeze Films in Journal Bearings ». *Wear* journal, Vol.70, PP. 311 – 319, 1981.

- [14] **J. B. Shukla, k. R. Prasad and Peeuysh Chandra** « Effects of Consistency Variation of power Law Lubricants in Squeeze Films ». *Wear journal*, Vol.76, PP. 299 – 319, 1982.
- [15] **Prawal Sinha and Athisaya Raj** « Exponential Viscosity Variation in the Non Newtonian Lubrication of Rollers Considering Cavitation». *Wear journal*, Vol.87, PP. 29 – 38, 1983.
- [16] **P. Sinha, J. B. Shukla, K. R. Prasad et C. Singh** « Non Newtonian Power Law Fluid Lubrication of Lightly Loaded Cylinders With Normal and Rolling Motion, ». *Wear journal*, Vol. 89, pp. 313-322, 1983.
- [17] **I. K. Dien, et H. G. Elrod**, « A Generalized Steady-State Reynolds Equation for Non Newtonian Fluids, with Application to Journal Bearings ». *ASME Journal of Lubrication*, Vol. 105, PP.385-390, 1983.
- [18] **A. F. Elkouh, N. J. Nigro, et A. Glowacz**, « A Generalized Squeezing Flow of a Power-Law Fluid Between Two Plane Annuli ». *ASME journal of tribology*, Vol. 108, PP: 80-85, 1986.
- [19] **H. Hashimoto, et S. Wada**, « The Effects of Fluid Inertia Forces in Parallel Circular Squeeze Film Bearings Lubricated With Pseudo Plastic Fluids ». *ASME journal of tribology*, Vol. 108, PP: 282-287, 1986.
- [20] **Prawal Sinha, J. S. Kennedy and T. S. Nailwal** « Hydrostatic Pressure Effects in Misaligned Radial Face Seals with Non-Newtonian Fluids ». *Wear journal*, Vol. 116, PP. 329 – 342, 1987.
- [21] **Dhaneshwar Prasad, Punyatma Singh and Prawal Sinha** « Thermal and Squeezing Effects in Non-Newtonian Fluid Film Lubrication of Rollers ». *Wear journal*, Vol. 119, PP. 175 – 190, 1987.
- [22] **Jiin-Yuh Jang and Chong-Ching Chang** « Adiabatic Solutions for a Misaligned Journal Bearing with Non-Newtonian Lubricants ». *Tribology International journal*, Vol. 20, PP. 267-275, 1987.
- [23] **Jiin-Yuh Jang and Chong-Ching Chang** « adiabatic analysis of Finite width journal bearings with Non-Newtonian lubricants ». *Wear journal*, Vol.122, PP. 63 – 75, 1988.
- [24] **D. Prasad, P. Singh, and P. Sinha**, « Nonuniform Temperature in Non Newtonian compressible Fluid Film Lubrication of Rollers ». *ASME journal of tribology*, Vol. 110, PP. 653, 1988.

- [25] **S. H. Wang, D. Y. Hua, et H. H. Zhang**, « A Full Numerical EHL Solution for Line Contacts Under Pure Rolling Condition With a Non Newtonian Rheological Model». ASME journal of tribology, Vol. 110, PP. 583-586, 1988.
- [26] **Wang Jianming and Jin gaobing** « the optimum design of the Raleigh slider bearing with a power law fluid ». Wear journal, Vol. 129, PP. 1-11, 1989.
- [27] **J.-F. Lin, H.-W. Liu and W.-L. Li** « Isothermal analysis of finite width, Partial-arc journal bearing with new upstream boundary conditions: Part 1 ». Tribology International journal, Vol. 23, PP. 27-34, 1990.
- [28] **D. Prasad, J. B. Shukla, P. Singh, P. Sinha and R. P. Chhabra**, « Thermal effects in lubrication of asymmetrical rollers ». Tribology International journal, Vol. 24, PP. 239-246, 1991.
- [29] **Tsann-Rong Lin and Jen-Fin Lin** « Compressible Elastohydrodynamic Lubrication of Rolling and Sliding Contacts with a Power Law Fluid ». Wear journal, Vol.142, PP. 315-330, 1991.
- [30] **D. Prasad and R. P. Chhabra** « Thermal and Normal Squeezing Effects in Lubrication of Rollers by a Power-Law Fluid ». Wear journal, Vol.145, PP. 61-76, 1991.
- [31] **Tsann-Rong Lin** « Thermal Elastohydrodynamic Lubrication of Rolling and Sliding contacts with a Power Law Fluid » Wear journal, Vol.154, PP. 77-93, 1992.
- [32] **R. C. Bhattacharjee, and N. C. Dasts**, « Power Law Fluid Model Incorporated Into Elastohydrodynamic Lubrication Theory of Line Contact ». Tribology International journal, Vol. 29, PP. 405-413, 1996.
- [33] **M. HlavaEek** « A central Film Thickness Formula for Elastohydrodynamic Lubrication of Cylinders with Soft Incompressible Coatings and a Non-Newtonian Piecewise Power-Law Lubricant in Steady Rolling Motion ». Wear journal, Vol. 205, PP. 20-27, 1997.
- [34] **Abdallah A. Elsharkawy** « Magnetic Head-rigid Disk Interface Hydrodynamically Lubricated with a Power-Law Fluid ». Wear journal, Vol. 213, PP. 47-53, 1997.
- [35] **N.C. Das** , « A Study of Optimum Load Capacity of Slider Bearings Lubricated With Power Law Fluids ». Tribology International journal, Vol. 32, PP. 435-441, 1999.
- [36] **S. P. Tayal , R. Sinhasan and D. V. Singh** « Analysis of Hydrodynamic Journal Bearings with Non-Newtonian Power Law Lubricants by the Finite Element Method ». Wear journal, Vol.71, PP. 15 – 27, 1981.

- [37] **Surender Kumar, Umesh Chandra and T. V. Bal Subramanian** « An Analysis of Non-Newtonian Hydrodynamic Lubrication in the Plane Strain Forging Process ». *Wear journal*, Vol.71, PP. 293 – 305, 1981.
- [38] **Sheau-Ming Ju and Cheng-I Weng** « Thermohydrodynamic analysis of finite-width journal bearings with non-Newtonian lubricants ». *Wear journal*, Vol.171, PP. 41-49, 1994.
- [39] **J.-F. Lin and L.-Y. Wang** «Thermohydrodynamic Analysis of Finite-Width, Partial-arc Journal Bearings with Non-Newtonian Lubricants: Part II ». *Tribology International journal*, Vol. 23, PP. 211-215, 1990.
- [40] **A. Harnoy**, « An Analysis of Stress Relaxation in Elastico-Viscous Fluid Lubrication of Journal Bearings ». *ASME journal of lubrication Technology*, Vol. 100, PP. 287-293, 1978.
- [41] **T. Y. Na**, « The Non-Newtonian Squeeze Film ». *ASME journal of Basic Engineering*, Vol. 88, PP. 678-688, 1966.
- [42] **G. Ramanaiah**, « Effect of Lubricant Inertia in Bearings With A Non-Newtonian Lubricant, ». *Appl. Sci. Res.*, Vol. 18, PP. 183-192, 1967.
- [43] **H. Hayashi, et T. Sano**, « Hydrodynamic Lubrication With Visco- Elastic Fluids, » *Proc. JSME*, No. 740-15, PP. 141-144, 1974.
- [44] **A. F. Elkouh, N. J. Nigro, et Y. S. Liou**, « Non Newtonian Squeeze Film Between Two Plane Annuli, ». *ASME journal of lubrication technology*, Vol. 104, PP. 275-287, 1982.
- [45] **P. Sinha, et C. Singh** « Lubrication of a Cylinder on a plane With a Non Newtonian Fluid Considering Cavitation, ». *Trans. Mech. Eng Science*, Vol. 24, 1982.
- [46] **J. H. Kim, et A. A. Seireg**, « Thermo hydrodynamic Lubrication Analysis Incorporating Bingham Rheological Model ». *ASME journal of tribology*, Vol. 122, P, 137, 2000.
- [47] **C. Zhang, et H. S. Cheng**, « Transient Non-Newtonian Thermo-Hydrodynamic Mixed Lubrication of Dynamically Loaded Journal Bearings, ». *ASME journal of tribology*, Vol. 122, PP. 156-161, 2000.
- [48] **J. Frêne, D. Nicolas, B. Degueurce, D. Berthe, et M. Godet**, « Lubrification Hydrodynamique, Paliers et Butées, ». Paris ,1990.
- [49] **A. G. Hagg**, « Heat Effects in Lubricating Films, ». *Journal of Applied Mechanics* N° 11, 1944.

- [50] **A. Fogg**, « Fluid Film Lubrication of Parallel Thrust Surfaces, ». Proc. I.M.E. Vol. 155, PP. 49-53, 1946.
- [51] **D. Dowson**, « History of tribology, ». Longmans, PP. 451-459, 1979.
- [52] **W. F. Cope**, «The Hydrodynamical Theory of Film Lubrication ». Proc. Roy. Soc. London,
- [53] **D. Dawson, et J. D. Hudson**, « Thermohydrodynamic Analysis of the Infinite Slider Bearing: Part I: The Plain Inclined Slider Bearing ». Proc. I.M.E. Lubrication and Wear Convection, PP. 34-44, 1963.
- [54] **D. Dawson, et J. D. Hudson**, « Thermohydrodynamic Analysis of the Infinite Slider Bearing: Part II: The Parallel Surface Bearing ». Proc. I.M.E. Lubrication and Wear Convection, PP. 45-51, 1963.
- [55] **N. Tipei, et B. Degueurce**, « A Solution of the Thermohydrodynamic Problem for Exponential Films ». ASLE Trans., Vol. 17, PP. 84-91, 1974.
- [56] **J. Ferron, et J. Frêne**, « Etude Thermohydrodynamique des Paliers Lisses, Constructions d'une Machine d'essai ». DGRST- Décision N° 87-7-2235, 1980.
- [57] **J. Ferron, et J. Frêne**, « Etude Thermohydrodynamique des Paliers Lisses, Résultats expérimentaux, ». DGRST- Décision N° 80-7-0657, 1982.
- [58] **J. Ferron**, « Contribution à l'étude des Phénomènes Thermiques dans les Paliers Hydrodynamiques ». Thèse de 3^{ème} Cycle, Université de Poitiers, 1982.
- [59] **R. Boncompain, et J. Frêne**, « Modélisation de la Portance Due a L'effet Thermique dans les Paliers Lisses, Détermination des Cartes de Température ». Mécanique, Matériaux, Electricité, Revue du GAMI, PP. 465-474, 1978.
- [60] **R. Boncompain, et J. Frêne**, « Etude Thermohydrodynamique des Paliers Lisses, Détermination Thermique des Caractéristiques de Fonctionnement ». Compte rendu de fin d'étude d'une recherche financée par DGRS. Décision d'aide N° Mec 78-7-2236, 1980.
- [61] **R. Boncompain**, « Les Paliers Lisses en Régime Thermohydrodynamique, Aspects théoriques et expérimentaux ». Thèse de Doctorat es-sciences université de Poitiers, 1984.
- [62] **B. Boussaid**, « La Lubrification a Base Pression par la Méthode des Eléments Finis, Application aux Paliers Lisses ». Thèse de doctorat es-sciences université de Lyon, 1985.

- [63] **M. Tanaka, Y. Mitsui, et Y. Hori**, « An Expérimental Investigation, on the Temperature Distribution in Circulaire Journal Bearings ». *Journal of tribology*, Vol. 108, PP. 621-627, 1986.
- [64] **M. Fillon, H. Desbordes, J. Frêne, C. Han Hew Wai**, « A global Approach of Thermal Effects Including Pad Deformations in Tilting Pad Journal Bearings, Submitted to Unbalance Load ». *Journal of tribology*, Vol. 118, PP. 169-174, 1996.
- [65] **M. T. MT, C. M. Taylor, G. W. Stachowiak**, « An Experimental Investigation of Thermal Effects In Circulaire and Elliptical Plain Journal Bearings ». *Tribology International journal*, Vol. 29, PP.19-26, 1996.
- [66] **M. Mongkolwongrojn and I. Kangsanteer** « Static Characteristic of Infinitely Short Journal Bearing With Biodiesel- Based Oils ». *KKU Engineering Journal* Vol. 30, PP. 49-60, 2003.
- [67] **J. Briant, J. Denis et G. Parc** « Propriétés Rhéologiques des Lubrifiants». Editions Technip, Paris, 1985.
- [68] **G. Couarraze et J. L. Grossiord** « Initiation à la Rhéologie ». Edition TEC& DOC, Paris, 2000.
- [69] **Muhammet Yürüsoy** « A Study of Pressure Distribution of A Slider Bearing Lubricated with Powell-Eyring Fluid ». *Turkish J. Eng. Env. Sci.* Vol.27, PP. 299-304, 2003.
- [71] **D. G. Christopherson** « A New Mathematical Method for the Solution of Film Lubrication Problems ». *Proc. I.M.E.* Vol 146, PP 126-194, 1941.
- [72] **A. Floquet** « Températures de contact en frottement sec, déterminations Théoriques et expérimentale ». Thèse Docteur ingénieur, Lyon, 1978.