

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



**Département du Génie Electrique
Spécialité Automatique**

Projet de fin d'études

**Pour l'obtention du diplôme
d'Ingénieur d'Etat en Automatique**

THÈME

**Synthèse et application de lois de commande
non linéaires sur un pendule inversé**

Etudié par :

Proposé et dirigé par :

**Abdelhak DJOUDI
Tassadit BENABDALLAH**

**Prof. D. BOUKHETALA
Prof. F. BOUDJEMA**

Juin 2008

*Laboratoire de Commande des Processus
Ecole Nationale Polytechnique, 10, AV. Hassen Badi, El-Harrach, Algérie*

ملخص:

انصب اهتمامنا في هذه المذكرة، على تطبيق قوانين التحكم اللاخطي على نظام مشغل داخليا (sous- actionné) لاخطي و غير مستقر في حالة الحلقة المفتوحة: و هو النابض المقلوب. بداية، نعطي بعض المفاهيم الأساسية و تعريفات حول أنظمة النوابض المقلوبة، و بالنسبة لموضوع بحثنا نأخذ نوعا واحدا من النوابض و هو النابض المقلوب البسيط (بذراع واحدة)، و لأجل تحصيل آليات التحكم اللاخطي الثلاثة التي نقترحها لاحقا لكي يستقر النظام ، ينبغي علينا نمذجة هذا الأخير قبل ذلك التحكم الأول هو تحكم بنمط الانزلاق. و لأجل الحصول على فوائد أكبر نقترح طريقة ثانية و هي التحكم الهجين: التحكم الغامض مع الانزلاق، و دائما في إطار نتائج تجارب التحكم الهجين، نقترح الطريقة الثالثة و هي الخطية و رجوع الهيئة الجزئي مع التحكم المبني على الطاقة و الاستكانة. إن نتائج تجارب المحاكاة لهذه الطرق الثلاث تبثت مدى نجاعة هذه القوانين و فعاليتها.

كلمات المفتاح:

النابض المقلوب، نمط الانزلاق، المنطق الغامض، الخطية و رجوع الهيئة الجزئي مع التحكم المبني على الطاقة و الاستكانة، تحكم هجين.

Abstract:

In this work, we focused on the application of three non linear control methods on an under actuated, non linear and instable system in case of open circle: inverted pendulum.

First, some basic notions on the inverted pendulum systems are presented. But just the simple inverted pendulum (one armed) is dealt with. Before synthesizing the three methods for the stabilization of the system, this latter should, first, be modeled.

The first method is the sliding mode control. For better advantages, a second method is proposed: the hybrid control, a fuzzy logic and sliding mode. The final mode is the Partial feed back linearization with energy and passivity based control

The simulation test results of these three methods show their performance and robustness.

Key words:

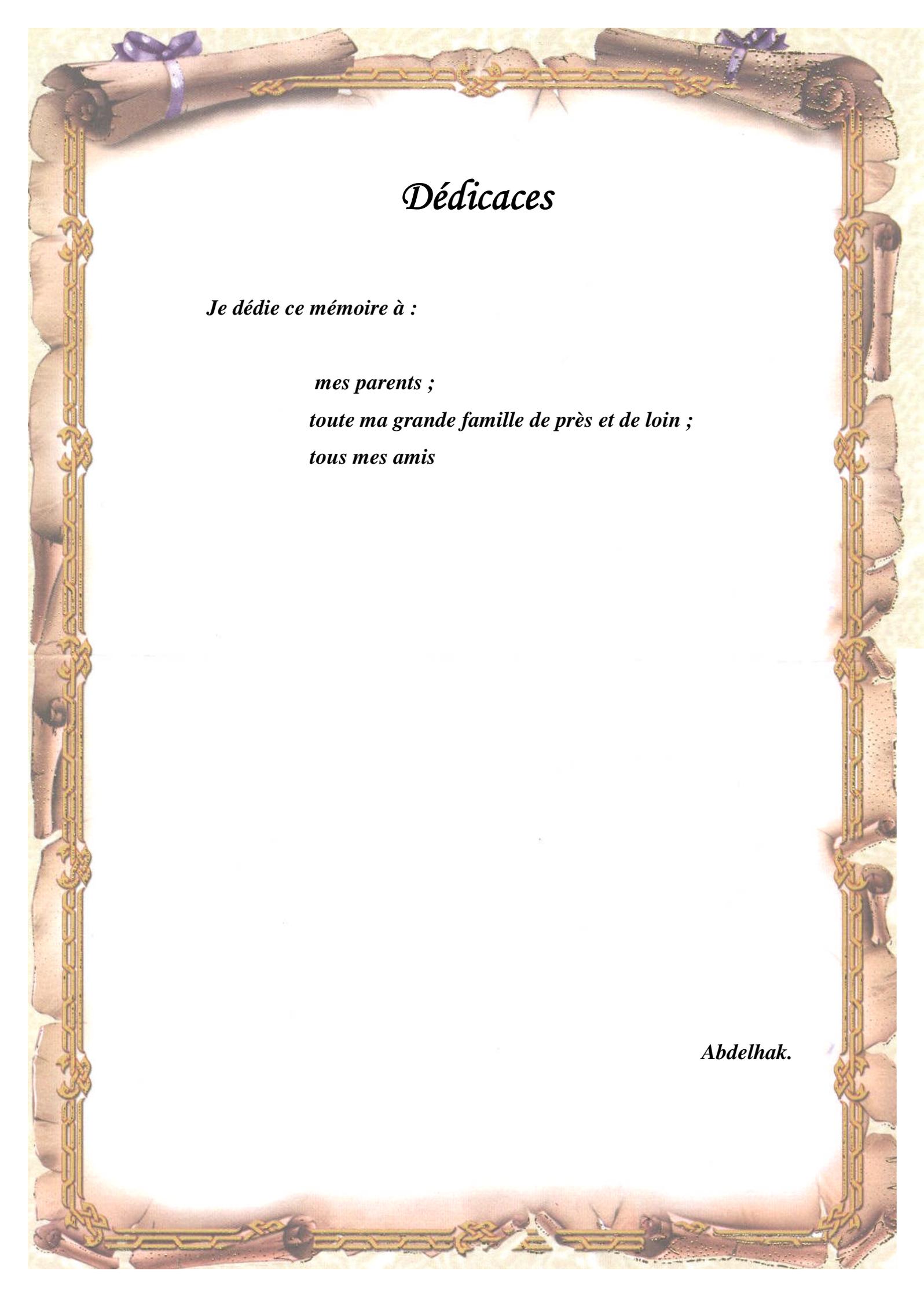
Inverted pendulum, sliding mode, fuzzy logic, the way rolling system structure variable partial return of state, hybrid control.

Résumé:

Dans le présent travail, nous nous intéressons à l'application des lois de commande non linéaires sur un système sous actionné, non linéaire et instable en boucle ouverte : le pendule inversé. D'abord, nous donnons quelques notions de bases et de généralités sur les systèmes de pendules inversés. Dans notre cas, nous prenons un seul type de pendule inversé, c'est le pendule inversé simple (un seul bras). Afin de synthétiser les trois lois de commandes non linéaires que nous allons proposer pour stabiliser le système, nous devons d'abord le modéliser. La première commande est la commande par mode de glissement. Pour obtenir plus d'avantages, nous proposons une deuxième commande, la commande hybride, c'est la commande par logique floue et mode glissant. En restant toujours dans le cadre des commandes hybrides, nous proposons la troisième commande « linéarisation et retour d'état partiel avec la contrôle basé sur l'énergie et la passivité ». Les résultats de simulation de test de ces trois commandes vont nous montrer leurs performances et robustesses.

Mots Clés :

Pendule inversé, mode de glissement, logique floue, système à structure variable, retour d'état partiel, commande hybride



Dédicaces

Je dédie ce mémoire à :

*mes parents ;
toute ma grande famille de près et de loin ;
tous mes amis*

Abdelhak.

Dédicaces

Je dédie ce mémoire à mes très chers parents, ma mère Malika et mon père Rabah, dont je suis et je serais pleinement reconnaissant pour m'avoir soutenu durant tout mon parcours, ainsi qu'à :

Ma sœur Dalila ;

Mes frère Said et Hafidh ;

Ma grande mère Messaouda

Mes oncles et tantes ;

Mes cousins et cousines ;

Toute ma grande famille de près et de loin ;

Ainsi qu'à mon binôme Abd elhak, et bien évidemment à tous mes amis de l'ENP notamment : LiLa, Naima, Nabila, Rima, Karima(1), Karima(2), Amina, Hakima, Nacéra, Nesrine, Saliha, Farida, Kahina, Said, Hacem, Rabeh, Bousaad, Hachemi et tous les étudiant de l'ENP.

A mes amies de la cité : Linda, Roukaia, Sarah, Houda ,Ahlem, Rezkia, wassila, soussou,...

A mes meilleurs amies de Bordj Menaiel, Nesrine, Amel, Hacina Haciba, Amel, Yasmine ,...

Tassadit.

Remerciement

Nous tenons à remercier en premier lieu ALLAH, le tout puissant, qui nous a donné le courage et la volonté pour bien mener ce modeste travail.

Ainsi, nous nous permettons d'exprimer ici nos sincères reconnaissances à nos promoteurs M^r : D.BOUKHETALA et M^r : F.BOUDJEMA, pour leurs pertinentes conseils et orientations.

A, M^r T.BOUREZG, charger de cours à l'ENP, pour son aide dans notre travail et pour sa disponibilité et ses orientations.

A, Mlle T.LALEG, ancienne étudiante à l'ENP, pour sa participation dans l'enrichissement de notre bibliographie.

Enfin, nous remercions tous ceux qui nous ont aidé à accomplir notre travail, de près comme de loin.

sommaire

Introduction générale.....	1
Chapitre 1 : Notions et Généralités sur les Pendules Inversés	
Introduction.....	
.	3
I.1 Constitution d'un banc d'essai.....	3
I.1.1. La chaîne d'actionneurs.....	3
I.1.2. La chaîne d'instrumentation.....	5
I.2. Les différents types de pendules inversés.....	6
I.2.1. Le pendule inversé simple.....	6
I.2.2. Le double pendule inversé en cascade.....	8
I.2.3. Le double pendule inversé en cascade couplé par deux ressorts.....	8
I.2.4. Le double pendule inversé parallèle.....	8
I.2.5. Le double pendule inversé parallèle couplé par un ressort.....	9
I.2.6. Le Pendule inversé simple avec une articulation sphérique.....	9
I.3. Intérêt de l'étude d'un pendule inversé.....	11
I.3.1. En médecine.....	11
I.3.2. En robotique.....	11
I.3.3. Dans l'aérospatiale.....	12
I.3.4. Dans la recherche.....	13
Conclusion.....	13
Chapitre 2 : Modélisation d'un Simple Pendule Inversé	
Introduction.....	14
II.1. le pendule inversé simple.....	14
II.2. Modélisation : application du formalisme Euler Lagrange.....	15
II.3. La représentation d'état.....	18
II.3.1. Représentation d'état sans frottements.....	18
II.3.2. Représentation d'état avec frottements.....	19
II.4. Simulations en boucle ouverte.....	20

II.4.1. Simulation du système libre.....	20
II.4.2. Simulation du système excité.....	21
Conclusion.....	21

Chapitre 3 : Commande par Mode Glissant

Introduction.....	
.	23
III.1 Système à structure variable.....	23
III.2 Conception de la commande par mode de glissement.....	24
III.2.1. Choix de la surface de glissement.....	24
III.2.2. Condition de convergence et d'existence.....	25
III.2.3. Calcul de la commande.....	25
III.3 Application sur le pendule inversé.....	26
III.3.2. La deuxième approche.....	28
III.4 Les simulations.....	29
III.5. Test des performances et de robustesses.....	31
III.5.1 Test des performances.....	31
III.5.2 Test de robustesse sans perturbations et sans frottements.....	35
III.5.3 Test de robustesse avec frottements et perturbations.....	43
III.5.4 Test de robustesse et de poursuite avec perturbations et frottements.....	47
Conclusion.....	49

Chapitre 4 : Commande par Logique Floue et Mode de Glissement

Introduction.....	50
IV.1. Principe fondamental de la logique floue.....	51
IV.2.1 Ensemble flou et fonction d'appartenance.....	52
IV.2.2. caractéristiques d'un ensemble flou.....	53
IV.2.3 Opérations sur les ensembles flous.....	54
IV.2.4 Variable linguistique.....	56
IV.3. Le contrôleur flou.....	57
IV.3.1 Principe de fonctionnement d'un contrôleur flou.....	57
IV.3.2 Présentation d'un contrôleur flou.....	57
IV.4. Application de commande par logique floue et mode glissant au pendule inversé	63

IV.4.1. La première étape : la commande par logique floue.....	64
IV.4.2 La deuxième étape : la commande par mode de glissement.....	65
IV.5 Les simulations.....	66
IV.6. Test des performances et des robustesses.....	68
IV.6.1 Test des performances.....	68
IV.6.2 Test de robustesse sans perturbations et sans frottements.....	71
IV.6.3 Test de robustesse avec frottements et perturbations.....	78
IV.6.4 Test de robustesse et de poursuite avec perturbations et frottements.....	82
Conclusion.....	85

Chapitre 5 : Commande par Retour d'Etat Partiel et Mode Glissant

Introduction :.....	
...	86
V.1 Le principe de la commande.....	86
V.1.1 La première partie.....	86
V.1.2 La deuxième partie: application du mode glissant.....	86
V.2. Application de la commande sur le pendule inversé.....	87
V.2.1. La première partie.....	87
V.2.2. La deuxième partie: application du mode glissant.....	89
V.3 Les simulations.....	90
V.4. Test des performances et de robustesse.....	92
V.4.1 Test des performances.....	92
V.4.3 Test de robustesse avec frottements et perturbations.....	98
V.4.4 Test de robustesse et de poursuite avec perturbations et frottements.....	102
Conclusion.....	104
Conclusion générale.....	106

Références bibliographiques

Introduction générale

Introduction générale

Nous avons tous essayé au moins une fois de maintenir en équilibre un bâton de bois sur notre index. Afin d'éviter la chute de celui-ci, nous devons déplacer notre doigt de façon à contrecarrer en permanence son basculement. C'est exactement le même principe de celui du pendule inversé que nous allons étudier. Alors que cet exercice semble assez simple et instinctif pour l'homme, il sera nécessaire de définir des stratégies précises pour assurer le maintien automatisé du pendule inversé. Bien évidemment, les performances obtenues grâce à un système automatisé sont de loin supérieures à celles qui seraient obtenues par l'homme.

Etant donné que le pendule inversé est un système non linéaire, instable en boucle ouverte et sous actionné, il constitue une importante plate forme de validation des techniques de commande moderne développées théoriquement. En effet, ce système est largement utilisé dans les laboratoires de recherche dans le monde et beaucoup de résultats sont disponibles dans la littérature concernant ses applications. [2] [22].

Le travail présenté dans ce mémoire rentre dans ce cadre. Ainsi, Plusieurs lois de commande seront synthétisées et appliquées sur un pendule inversé. Ce dernier est constitué d'un chariot mobile en translation supportant un pendule en rotation libre, cette plate-forme doit permettre une rotation du pendule de 360° autour de son articulation.

Le mémoire est organisé comme suit :

Dans le premier chapitre, nous donnons une description générale d'un exemple d'un banc d'essai d'un pendule inversé. Ensuite, nous donnons quelques notions de base sur les systèmes de pendules inversés. Ainsi différents types de pendules inversés seront décrits en expliquant leur fonctionnement et spécifiant leur domaine d'application.

Dans le second chapitre, nous élaborons le modèle mathématique d'un pendule inversé en nous basant sur le formalisme d'Euler-Lagrange et en négligeant les frottements. Ensuite, nous présentons le système dans l'espace d'état sans et avec frottements pour l'utilisation en

simulations. Les résultats en boucle ouverte seront donnés afin de valider le modèle et montrer l'instabilité du système.

Dans le troisième chapitre, nous donnons quelques notions fondamentales d'un système à structure variable, d'une commande à structure variable et sa conception. Ensuite, nous allons appliquer cette commande en deux approches sur le pendule inversé, et donner les résultats de simulations. Enfin, nous allons effectuer les tests de performances et de robustesses, et interpréter les résultats de simulations obtenues.

Dans le quatrième chapitre, nous présentons le principe de la logique floue, ses éléments théoriques et le principe du contrôleur par cette logique. Puis, nous introduisons une commande hybride qui combine les deux commandes : par mode de glissement et par logique floue. Ensuite, nous allons appliquer cette nouvelle commande sur le pendule inversé et donner les résultats de simulation des tests de performances et de robustesses.

Dans le dernier chapitre, et toujours dans le cadre des lois de commande hybride, nous proposons une autre commande combinant la commande « *partial feedback linearisation with energy and passivity based control* » (déjà appliquée sur le double pendule inversé, à l'université Christian-Albrechts en Allemagne) et la commande par mode glissant. Nous allons expliquer son principe, puis l'appliquer sur le pendule inversé et donner les résultats de simulations.

Enfin, Nous finissons notre travail par une conclusion générale dans laquelle est présentée notre méthodologie de travail, ainsi qu'une suggestion pour les travaux à venir sans oublier les difficultés rencontrées.

Chapitre I

Notions et Généralités sur les Pendules Inversés

Introduction

Avant d'entamer notre étude du pendule inversé simple (un seul bras), nous allons donner une description générale d'un exemple d'un banc d'essai d'un pendule inversé simple. Puis nous citerons quelques types de pendules inversés existants, ainsi que montrer leur intérêt en mentionnant quelques applications dans différents domaines.

I.1 Constitution d'un banc d'essai [1]

Les constituants qu'on va citer sont ceux d'une plate-forme d'essai d'un pendule inversé d'un axe de recherche.

La plate-forme d'essai est constituée d'un chariot en déplacement horizontal sur une raille de guidage, supportant un pendule libre en rotation. Pour faire l'asservissement de ce système en faisant une boucle fermée, il nous faut donc deux chaînes : la chaîne d'actionneurs et la chaîne d'instrumentations.

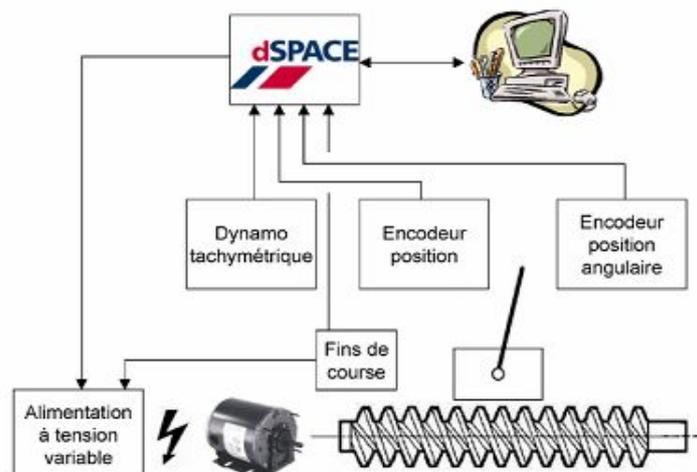


Figure I.1 constituants d'un banc d'essai.

I.1.1. La chaîne d'actionneurs

C'est la chaîne d'action, elle produit l'énergie nécessaire au chariot sous forme d'une force $F(t)$ afin de compenser les erreurs de régulation, elle est constituée :

- D'une alimentation à tension continue réglable analogiquement.
- D'un moteur à courant continu à aimants permanents.
- D'une vis sans fin transformant le couple du moteur en une force appliquée sur le chariot.

I.1.1.1. L'alimentation

Nous disposons d'un variateur triphasé WNTC 4105 de marque CEGELEC. Cependant, l'expérience a montré que ce variateur n'était pas indiqué pour l'application désirée et il a fallu se procurer une autre alimentation, un hacheur Junus JSP-180-10 de marque Copley Controls.

Avant de décrire plus en détails la nouvelle alimentation et son fonctionnement, nous allons établir les raisons pour lequel le comportement du variateur n'était pas satisfaisant.

- **Le variateur WNTC 4105 (redresseur)**

La tension de sortie du variateur est réalisée à partir d'un pont redresseur réversible constitué de thyristors commandés pour ne laisser passer qu'une fraction réglable des alternances du réseau électrique triphasé. Ce variateur peut être commandé aussi bien en tension qu'en courant et possède donc une boucle interne de régulation en courant. Ce type de variateur est prévu pour être alimenté par une tension triphasée allant de 220 V à 440 V et le courant nominal qu'il peut fournir est quant à lui de 105 A. Cependant, le moteur utilisé possède une tension d'alimentation maximale de 140 V et son courant d'armature ne peut dépasser les 13 A de façon transitoire et 2,5 A de façon continue. Le variateur est donc largement surdimensionné, donc il est obligatoire d'ajouter en cascade un hacheur (convertisseur continu - continu).

- **Le hacheur Junus JSP-180-10**

Comme son nom l'indique, ce hacheur supporte une alimentation continue de 180 V et fournit un courant pouvant atteindre 10 A. On remarque que ces valeurs sont du même ordre de grandeur que les valeurs nominales du moteur.

Cette alimentation peut aussi être commandée en courant. Une interface sur PC permet par ailleurs de configurer et d'optimiser automatiquement la boucle de régulation pour qu'elle soit adaptée au moteur qui lui est raccordé. Le régulateur utilisé est composé d'un terme proportionnel et d'un terme intégrateur (PD).

I.1.1.2. Le moteur

Le moteur utilisé pour entraîner la vis sans fin est un moteur à courant continu MT30E4 52 de marque SEM. L'armature de ce moteur peut être alimentée par une tension continue d'amplitude maximale de 140 V, tandis que son circuit d'excitation est formé d'aimants permanents.

I.1.1.3. La vis sans fin

La vis sans fin permet de transformer le mouvement de rotation de l'arbre moteur en un mouvement de translation du chariot. Le pas de vis est de **2 cm**.

I.1.2. La chaîne d'instrumentation

Elle est constituée d'organes de traitement et de la chaîne de réaction qui est constituée elle-même de capteurs de vitesse, de position, d'angle, et des fins de course.

I.1.2.1. L'organe de traitement

L'organe de traitement est muni du logiciel MATLAB et de son environnement temps réel SIMULINK. L'ordinateur est interfacé au système physique par le biais d'une carte d'acquisition dSPACEDS1102. Cette carte possède des entrées et sorties analogiques 0 - 10 V ainsi que des entrées numériques à impulsions.

Les entrées numériques sont utilisées pour recevoir les différents signaux provenant d'encodeurs à impulsions. Le résultat du traitement des signaux de chaque encodeur est un signal numérique qui porte des valeurs 0 ou 1, codé en 24 bits, 1 bit pour le signe et 23 bits pour l'amplitude.

Cela permet alors de retrouver un signal numérique identique à la grandeur observée.

I.1.2.2. Mesure de la position angulaire du pendule

Le capteur de position angulaire du pendule est un encodeur rotatif à impulsions (comme une petite roue codée en binaire à deux bits dans ce cas). Ce type de capteur est généralement très précis et présente une très bonne immunité au bruit. La plaque signalétique de cet encodeur nous indique une résolution de 1024 impulsions par tour. Dans les faits, il fournit deux signaux A et B évoluant en fonction de l'angle $\theta(t)$ comme indiqué sur la figure suivante.

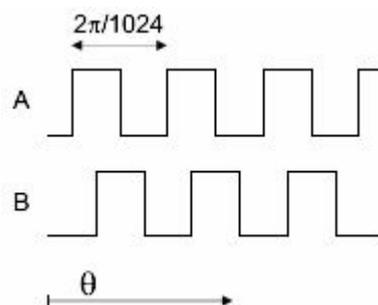


Figure I.2 : Configuration des signaux du capteur à 2 bits

Les signaux A et B forment donc un compteur 2 bits. Ceci permet à la carte dSPACE, en réactualisant la mesure de l'angle $\theta(t)$ lors de chaque franc montant ou descendant de A ou de B, de quadrupler la résolution de l'encodeur. La résolution réelle de ce capteur est donc de 4096 impulsions par tour de pendule, ce qui correspond à un pas de quantification de 0,0879. Cette valeur semble largement suffisante pour l'application.

I.1.2.3. Mesure de la position du chariot

La position du chariot est mesurée indirectement par le biais d'une mesure de la rotation de l'arbre moteur. Le capteur effectuant cette mesure est tout à fait similaire à celui utilisé pour la mesure de la position angulaire du pendule, à la différence près qu'il présente une résolution indiquée de 1000 impulsions par tour. En rappelant que la vis sans fin présente un pas de 2 cm, la résolution réelle du capteur est donc de $4000/0,02 = 200000$ impulsions par mètre, ce qui correspond à un pas de quantification de 5 μm . Là encore, la valeur obtenue semble plus que suffisante.

I.1.2.4. Mesure de la vitesse du chariot

Cette mesure est effectuée grâce à une dynamo tachymétrique associée au moteur à courant continu. Le signal obtenu est donc un signal analogique proportionnel à la vitesse de rotation de l'arbre, et donc à la vitesse du chariot.

I.1.2.5. Les interrupteurs de fin de course

Quatre interrupteurs de fin de course sont câblés au dispositif, deux à chaque extrémité de la vis sans fin. Les deux interrupteurs extérieurs servent à garantir l'intégrité du dispositif. Ils sont reliés à l'alimentation et, lorsque le chariot les actionne, coupent instantanément toute tension appliquée au moteur, parce que la longueur de vis sans fin est limitée et il ne faut pas la dépasser. Les interrupteurs intérieurs permettent quant à eux de réinitialiser le dispositif simplement et en toute sécurité.

I.2. Les différents types de pendules inversés

I.2.1. Le pendule inversé simple

I.2.1.1. Description

Comme cela a été précisé à l'introduction générale, ce modèle consiste en un chariot supportant un pendule articulé. Ce chariot peut se déplacer horizontalement et librement sur

une raille de guidage à l'aide d'un moteur d'entraînement. Comme l'indique la figure suivante :

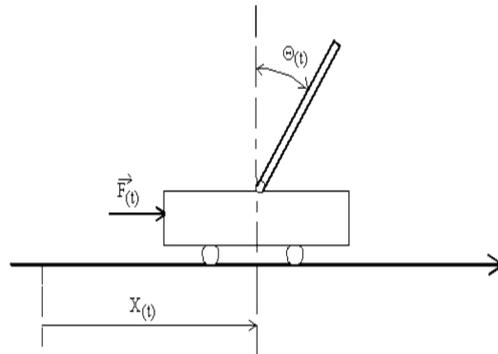


Figure I.3 : Schéma du pendule inversé [24].

I.2.1.2. Fonctionnement

Quand le moteur tourne avec un couple quelconque, cela engendre une force $F(t)$ appliquée sur le chariot qui peut se déplacer linéairement sur un axe horizontal, et donc son déplacement $X(t)$ par rapport à l'origine choisie, et une déviation du pendule par rapport à la verticale d'un angle $\theta(t)$, alors c'est un système à deux degrés de liberté.

Le système est multi variable, dont l'entrée est la force $F(t)$, et les sorties sont la position $X(t)$ et l'angle $\theta(t)$.

Il existe d'autres modèles de pendules inversés simples (un seul bras), on cite par exemple celui avec un chariot en mouvement circulaire autour d'un axe vertical comme l'indique la figure suivante :



Figure I.4 : Pendule inversé simple rotatif en action [4].

I.2.2. Le double pendule inversé en cascade

I.2.2.1. Description

Comme le pendule inversé simple, le double pendule inversé en cascade est constitué d'un chariot supportant un pendule mais cette fois ci avec deux tiges articulées, en rotation libre par rapport à la verticale, ce qui fait une sortie en plus, est l'angle $\theta_2(t)$ comme le montre la figure suivante :

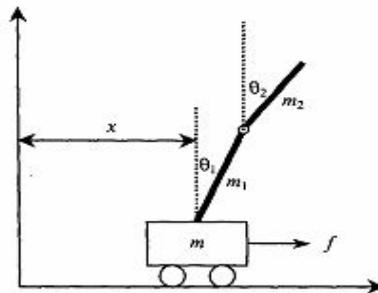


Figure I.5 : Double pendule inversé [5].

I.2.3. Le double pendule inversé en cascade couplé par deux ressorts

Même principe que le précédent, mais cette fois ci les deux tiges sont couplées à l'aide de deux ressorts, et le système à une entrée et trois sorties ;comme le montre le schéma suivant :

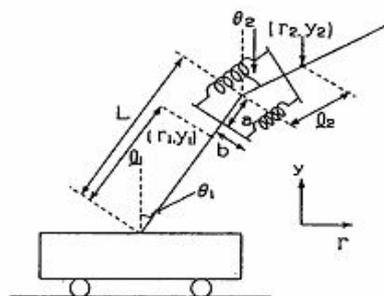


Figure I.6 : Double pendule inversé couplé [3].

I.2.4. Le double pendule inversé parallèle

Dans ce modèle, il existe deux tiges en rotation libre au lieu d'une seule tige du pendule inversé (un seul bras), une sortie alors en plus, c'est l'angle de déviation de la deuxième tige par rapport à la verticale, nous avons alors trois sorties : θ_1 , θ_2 et $x(t)$.

Le schéma suivant montre l'illustration de ce système :

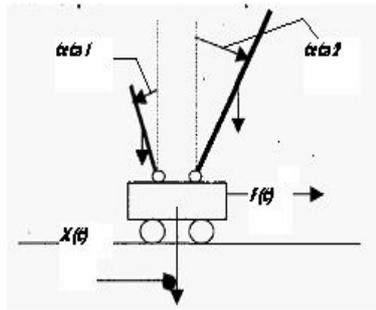


Figure I.7 : Double pendule inversé parallèle.

I.2.5. Le double pendule inversé parallèle couplé par un ressort

Il est obtenu à base du modèle précédent mais dont les deux tiges sont reliées par un ressort. Une extrémité du ressort est fixée sur une tige tant dis que l'autre se déplace librement autour de centre de la deuxième tige, et le nombre de sorties ne change pas par rapport au précédent (une entrée et trois sorties), comme le schéma suivant l'indique :

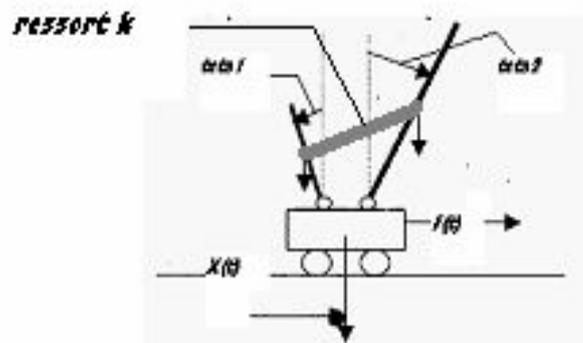


Figure I.8 : double pendule inversé parallèle couplé

I.2.6. Le Pendule inversé simple avec une articulation sphérique [6]

Dans ce type, le pendule est lié au chariot supérieur de telle manière qu'il peut faire une rotation sphérique dans l'espace (OXYZ), comme on le voit sur la figure suivante:

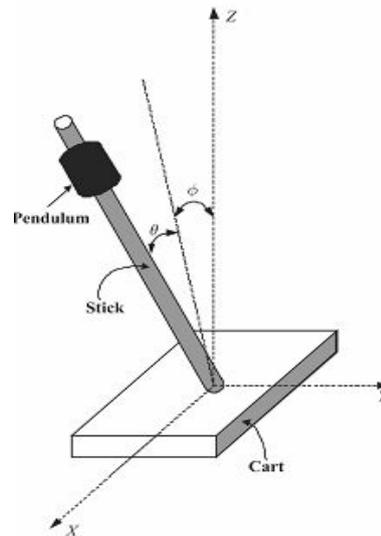


Figure I.9

D'après le schéma précédent le pendule est conçu de telle manière qu'il peut se tourner librement dans le demi plan supérieur, nous avons alors : $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ et $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$.

Pour ce qui est des chariots, on en a deux superposés, dont l'un peut se déplacer en translation suivant l'axe (OX), et l'autre suivant l'axe (OY) à l'aide de deux moteurs d'entraînement, donc c'est un système à deux entrées (les deux forces $F_x(t)$, et $F_y(t)$), et quatre sorties (les deux positions suivant X et suivant Y, et les deux angles), comme c'est indiqué dans la figure suivante :

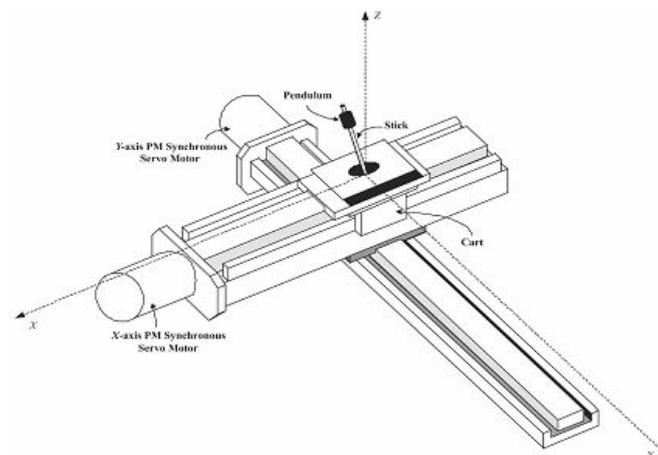


Figure I.10

Nous limitons notre étude au modèle du **pendule inversé simple** afin de lui appliquer des lois de commande non linéaires

I.3. Intérêt de l'étude d'un pendule inversé

On n'étudie pas le pendule inversé par plaisir. Son importance est illustrée à partir des exemples d'application cités ci-dessous.

I.3.1. En médecine

L'homme est vu comme un double pendule inversé en série, dont les deux axes de rotations principales sont les chevilles et les hanches. Quand nous sommes en position debout, nos articulations travaillent sans arrêt pour nous y maintenir. Les spécialistes qui travaillent à la réalisation de prothèses (remplacement chirurgical d'un organe ; la pièce ou l'appareil de remplacement : prothèse dentaire) pour les hanches sont amenés à utiliser le modèle de double pendule inversé pour calculer l'ensemble des contraintes qui sont soumises à la prothèse, comme le montre la figure suivante.



Figure I.11 Calcul des contraintes

Le premier pendule est articulé à la cheville et représente les membres inférieurs considérés groupés. Le second pendule est articulé à la hanche et représente la partie supérieure du corps. On accélère en se penchant en avant et on ralentit en se penchant en arrière. Le système est le même que le pendule inversé.

I.3.2. En robotique

Dans le même ordre d'idée, un robot est vu comme un pendule inversé. Pour maintenir le robot en équilibre il suffit de stabiliser le pendule inversé correspondant à sa position verticale au cours de son déplacement et en présence d'autres perturbations. A l'occasion

nous citons quelques exemples des robots qui sont déjà étudiés et conçus à base de ce principe :

- *Le robot BIPED* : peut se présenter par deux doubles pendules inversé en série, dont les deux pendules sont couplés par une tige avec deux articulations.

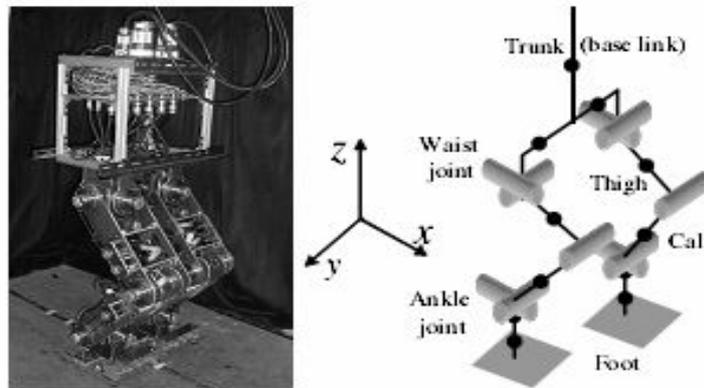
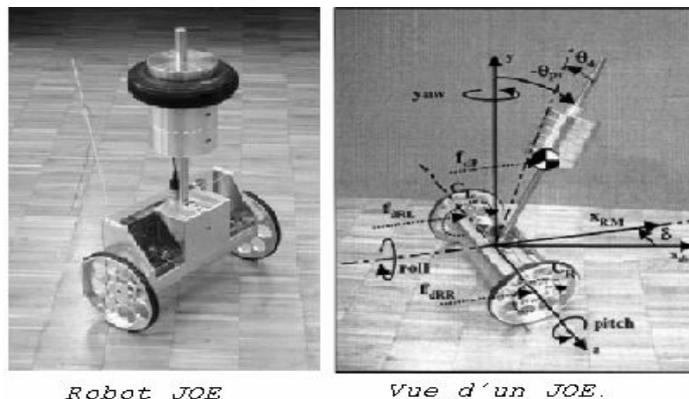


Fig. 1. Overview of "Tomas-k" Fig. 2. 3D-model

Figure I.12 : Le robot BIPED et sa représentation 3D [2]

- *Le robot JOE* : Il est vu comme un pendule inversé simple (une seule tige) se déplaçant à l'aide de deux roues.



Robot JOE

Vue d'un JOE.

Figure I.13 : Le robot JOE et sa représentation 3D

I.3.3. Dans l'aérospatiale

Dans ce domaine aussi, l'étude des pendules inversés a une grande importance, par exemple pour commander et stabiliser l'attitude du satellite, le lancement des fusées...etc.

- *Pour stabiliser l'attitude d'un satellite par les actionneurs gyroscopiques [23]*
Les actionneurs gyroscopiques également appelés girodynes (CMG : Control Moment Gyro) constituent un nouveau système d'actionneurs qui permettent de générer des couples dynamiques de commande de basculement d'attitude d'un

satellite. L'expérience consiste à le rappeler vers la position d'équilibre (instable), donc il est vu comme un pendule inversé.



Figure I.14 : Pendule gyroscopique inversé.

- *Pour le lancement des fusées :*

Lors de son lancement, une fusée est vue comme un pendule inversé simple, donc il faut maintenir sa position verticale par rapport à la terre, et pour cela, des moteurs à propulsion sont installés dans les deux cotés de la fusée (gauche et droite).

I.3.4. Dans la recherche

Vu sa complexité, le pendule inversé est considéré comme l'un des meilleurs systèmes pour tester des lois de commande modernes.

Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre une description d'un exemple d'un banc d'essai d'un pendule inversé, son fonctionnement, quelques types de pendules inversés, ainsi que l'intérêt de leur application dans différents domaines. Vu cet important intérêt, plusieurs labos de recherche dans le monde entier font des études et des essais d'implémentation des lois de commandes non linéaires sur ces systèmes, on cite l'exemple du laboratoire d'automatique de l'EPFL.

Afin de réaliser l'asservissement de pendule inversé, on va proposer puis synthétiser des commandes non linéaires dans les chapitres suivants.

Chapitre II

Modélisation d'un Simple Pendule Inversé

Introduction

Le problème de commande exige la recherche du modèle mathématique du système à commander, donc une phase de modélisation est nécessaire pour permettre l'étude en simulation.

La modélisation consiste à représenter les aspects importants du système en décrivant les relations entre ses différentes grandeurs par des équations mathématiques. L'ensemble de ces relations constitue le modèle de ce système.

Dans ce chapitre, nous allons tout d'abord représenter le pendule inversé et les exigences de son choix. Ensuite, nous allons développer son modèle dynamique qui sera présenté sous forme d'équations différentielles en se basant sur le formalisme d'Euler-Lagrange qui constitue une approche systématique simple à mettre en œuvre, en négligeant les frottements situés au niveau de l'axe de rotation et ceux dus au déplacement du chariot. Puis, nous présenterons ce système dans l'espace d'état dans les deux circonstances ; premièrement frottements négligeables, deuxièmement pris en considération. Finalement, Nous ferons une présentation des résultats de simulation numérique effectuée en boucle ouverte sur le modèle non linéaire du pendule inversé sans frottements, afin de mettre en évidence le comportement dynamique et son instabilité.

II.1. le pendule inversé simple

Pour ce système, le mouvement du chariot doit maintenir le pendule dans sa position d'équilibre instable (masse dirigée vers le haut) avec un déplacement qu'il ne faut pas dépasser -0.5 ou + 0.5 mètres.

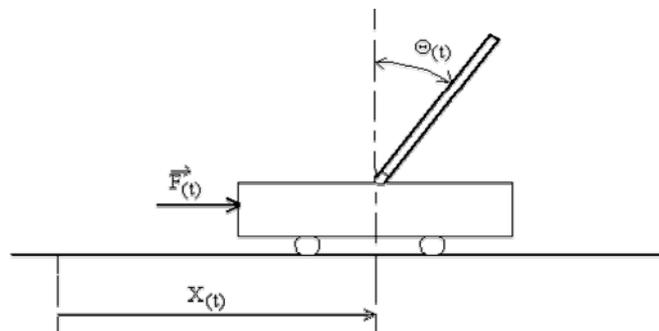


Fig. II.1 : Schéma du Pendule Inversé simple [7]

Le choix de ce système devra répondre à deux exigences préliminaires :

- permettre une rotation du bras de 360° , afin de prendre en compte toutes les conditions initiales possibles.
- disposer d'une course de déplacement du chariot suffisante pour permettre au pendule de se relever à partir des conditions initiales les plus défavorables.

II.2. Modélisation : application du formalisme Euler Lagrange

Le pendule de longueur $2l$ et de masse m dont l'axe de suspension est lié au chariot de masse M , peut se déplacer sur un axe horizontal. Initialement le système est au repos, les frottements situés au niveau de l'axe de rotation et ceux dues au déplacement du chariot sont négligés.

Ce système a une entrée $F(t)$ et deux sorties x et Θ .

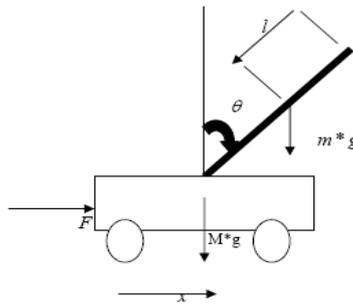


Fig. II.2 Pendule inversé simple [7]

Pour établir les équations différentielles de ce système, nous calculons le lagrangien L et nous appliquons le formalisme d'Euler-Lagrange.

$$L = T - U \quad (\text{II.1})$$

L'énergie cinétique du système (T):

$$T = T_1 + T_2 \quad (\text{II.2})$$

T_1 : l'énergie cinétique de chariot.

T_2 : l'énergie cinétique de pendule.

$$T_1 = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \quad (\text{II.3})$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} j \dot{\Theta}^2 \quad (\text{II.4})$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m [(l \cos(\Theta) \dot{\Theta} + \dot{x})^2 + (l \sin(\Theta) \dot{\Theta})^2] + \frac{1}{2} [\frac{1}{12} m (2l)^2] \dot{\Theta}^2 \quad (\text{II.5})$$

Et donc l'énergie cinétique total de système est :

$$T = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m [(l \cos(\Theta) \dot{\Theta} + \dot{x})^2 + (l \sin(\Theta) \dot{\Theta})^2] + \frac{1}{2} [\frac{1}{12} m (2l)^2] \dot{\Theta}^2$$

$$T = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m [(l \cos(\Theta) \dot{\Theta} + \dot{x})^2 + (l \sin(\Theta) \dot{\Theta})^2] + \frac{1}{2} (\frac{1}{3} m l^2) \dot{\Theta}^2 \quad (\text{II.6})$$

L'énergie potentielle du système (U) :

$$U = U_M + U_m$$

(III.7)

U_M : l'énergie potentielle de chariot.

U_m : l'énergie potentielle de pendule.

Nous avons que les énergies gravitationnelles :

$U_M = 0$ (pas de déplacement sur l'axe vertical)

$$U_m = - \int \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad ; \quad \vec{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ -m g \end{pmatrix} \quad ; \quad d\vec{r} = d \vec{OG} \quad (\text{II.8})$$

$$\vec{OG} = \begin{cases} x + l \sin(\Theta) \\ l \cos(\Theta) \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

$$U = m g l (\cos(\Theta) - 1) \quad (\text{II.10})$$

Le Lagrangien du système : $L = T - U$

$$L = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m [(l \cos(\Theta) \dot{\Theta} + \dot{x})^2 + (l \sin(\Theta) \dot{\Theta})^2] + \frac{1}{2} (\frac{1}{3} m l^2) \dot{\Theta}^2$$

$$- m g l (\cos(\Theta) - 1) \quad (\text{II.11})$$

$$L = 1/2 (m + M) \dot{x}^2 + 1/2 m l^2 \dot{\Theta}^2 + l m \dot{x} \dot{\Theta} \cos(\Theta) + 1/6 m l^2 \dot{\Theta}^2 - m g l (\cos(\Theta)-1)$$

$$L = 1/2 (m + M) \dot{x}^2 + 2/3 m l^2 \dot{\Theta}^2 + l m \dot{x} \dot{\Theta} \cos \Theta - m g l (\cos(\Theta)-1) \quad (II.12)$$

Les équations de mouvement du système :

Les équations de Lagrange de ce système sont : $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_1} = F_{q_1}$ (II.13)

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_2} = F_{q_2} \quad (II.14)$$

On a :

$$q_1 = x \quad q_2 = \Theta \quad F_{q_1} = F \quad F_{q_2} = 0$$

Donc :

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = (M+m) \dot{x} + m l \cos(\Theta) \dot{\Theta} \quad (II.15)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 \quad (II.16)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\Theta}} = m l \cos(\Theta) \dot{x} + \frac{4}{3} m l^2 \dot{\Theta} \quad (II.17)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \Theta} = -m l \sin(\Theta) \dot{x} \dot{\Theta} + m g l \sin(\Theta) \quad (II.18)$$

En conséquence, les équations de mouvement régissant ce système sont :

$$(M+m) \ddot{x} + m l (\cos(\Theta) \ddot{\Theta} - \sin(\Theta) \dot{\Theta}^2) = F \quad (II.19)$$

$$\frac{4}{3} m l^2 \ddot{\Theta} + m l (\cos(\Theta) \ddot{x} - g \sin(\Theta)) = 0 \quad (II.20)$$

II.3. La représentation d'état

Les équations qui régissent le système sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} (M + m)\ddot{x} + ml(\cos(\Theta)\ddot{\Theta} - \sin(\Theta)(\dot{\Theta})^2) = F \\ \frac{4}{3}ml^2\ddot{\Theta} + ml(\cos(\Theta)\ddot{x} - g \sin(\Theta)) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{II.21})$$

En posant le vecteur d'état suivant :

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Theta \\ \dot{\Theta} \\ x \\ \dot{x} \end{bmatrix} \quad (\text{II.23})$$

Et donc :

$$\dot{X} = \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \dot{\Theta} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \dot{x} \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

II.3.1. Représentation d'état sans frottements

En remplaçant dans les deux équations (II.21) et (II.22), nous obtenons la représentation d'état suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{3 \sin(x_1)((M + m)g - ml.x_2^2 \cos(x_1))}{4(M + m)l - 3ml \cos^2(x_1)} + \frac{-3 \cos(x_1)}{4(M + m)l - 3ml \cos^2(x_1)} u \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{ml \sin(x_1)(4lx_2^2 - 3g \cos(x_1))}{4(M + m)l - 3ml \cos^2(x_1)} + \frac{l}{4(M + m)l - 3ml \cos^2(x_1)} u \end{array} \right. \quad (\text{II.25})$$

$$u = F$$

Nous pouvons écrire les équations d'état (II.25) d'une autre manière plus simple [18] :

$$\ddot{\Theta} = \frac{3}{4L}(g \sin(\Theta) - \ddot{x} \cos(\Theta)) \quad (\text{II.26})$$

$$\ddot{x} = \frac{m(l \sin(\Theta)(\dot{\Theta})^2 - \frac{3}{8} g \sin(2\Theta)) + u}{M + m(1 - \frac{3}{4} \cos^2(\Theta))} \quad (\text{II.27})$$

Si nous écrivons les équations (II.26) et (II.27) sous la forme :

$$\ddot{\Theta} = h1 - h2\ddot{x} \quad (\text{II.28})$$

$$\ddot{x} = \frac{f1 + u}{f2} \quad (\text{II.29})$$

la représentation d'état sera :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = h1 - h2 \frac{f1}{f2} - \frac{h2}{f2} u \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{f1 + u}{f2} \end{cases} \quad (\text{II.30})$$

Avec :

$$h1 = \frac{3}{4l} g \sin(\Theta) \quad (\text{II.31})$$

$$h2 = \frac{3}{4l} \cos(\Theta) \quad (\text{II.32})$$

$$f1 = m(l \sin(\Theta)\dot{\Theta}^2 - \frac{3}{8} g \sin(2\Theta)) \quad (\text{II.33})$$

$$f2 = M + m(1 - \frac{3}{4} \cos^2(\Theta)) \quad (\text{II.34})$$

II.3.2. Représentation d'état avec frottements

Nous considérons que les frottements dus au déplacement du chariot.

Nous avons les mêmes équations que précédemment sauf que : **[18]**

$$f1 = m(l \sin(\Theta)\dot{\Theta}^2 - \frac{3}{8} g \sin(2\Theta)) - f\dot{x} \quad (\text{II.35})$$

f : Coefficient de frottement. $f = 0.5Kg / s$

II.4. Simulations en boucle ouverte

Les paramètres du système que nous avons pris sont [18] :

- $l=0.25\text{m}$,
- $m=100\text{g}$,
- $M=1\text{kg}$.

II.4.1. Simulation du système libre

Nous relâchons le pendule d'une position angulaire quelconque sans vitesse initiale et sans

appliquer aucune force au chariot ($u=0$). Les conditions initiales sont : $[\Theta, \dot{\Theta}, x, \dot{x}] = [\frac{\pi}{4}, 0, 0, 0]$

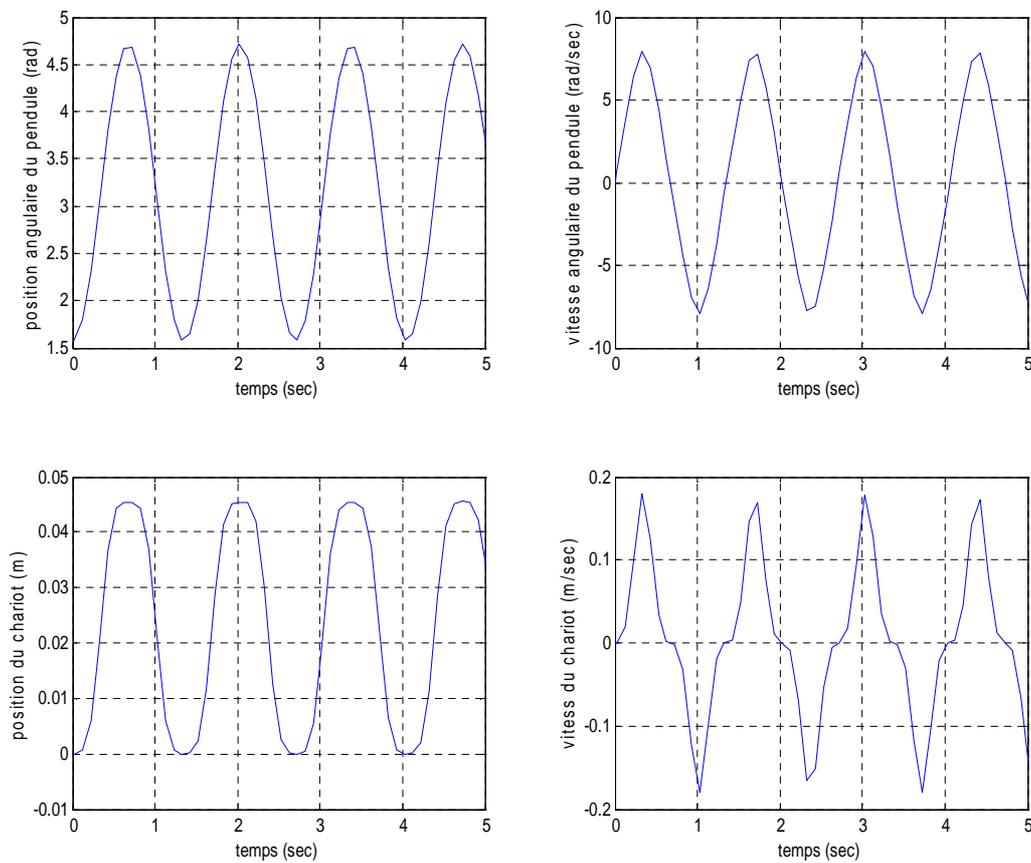


Fig. II.3: Résultats de simulations en boucle ouverte sans frottements

Avec conditions initiales $[\Theta, \dot{\Theta}, x, \dot{x}] = [\frac{\pi}{4}, 0, 0, 0]$

L'état du système évolue dans le temps et ne revient pas à son état d'équilibre.

II.4.2. Simulation du système excité

Nous appliquons une impulsion d'une amplitude 0.1 et d'une durée 0.1 Sec.

Nous prenons les conditions initiales $[\Theta, \dot{\Theta}, x, \dot{x}] = [0,0,0,0]$ (la position d'équilibre instable).

Les résultats de simulation sont les suivant :

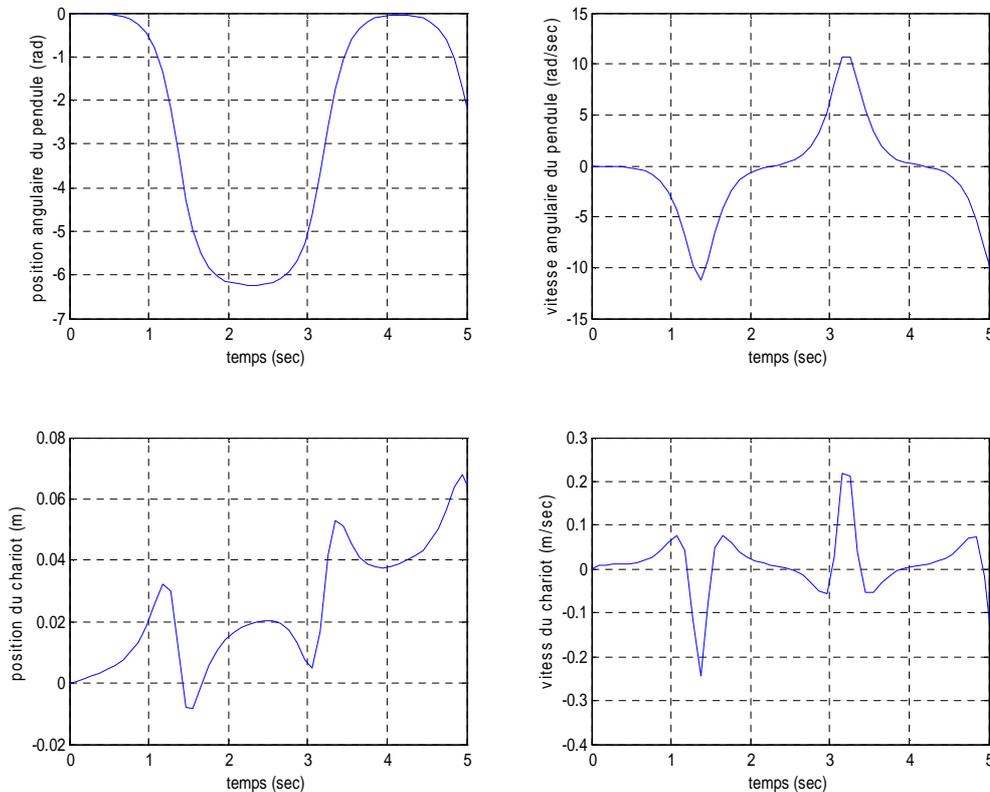


Fig. II.4 : Résultats de simulations en boucle ouverte
 Entrée impulsion d'une durée 0.1 s et amplitude 0.1 (N)
 Conditions initiales $[\Theta, \dot{\Theta}, x, \dot{x}] = [0,0,0,0]$
 (Sans frottements)

Les résultats de simulation montrent que la position $[\Theta, \dot{\Theta}, x, \dot{x}] = [0,0,0,0]$ est un point d'équilibre instable.

Conclusion

Le modèle dynamique explicite du pendule inversé est obtenu à base de formalisme d'Euler Lagrange. Ce modèle nous a bien montré que le système est multi variable et présente de fortes non-linéarités, ce qui engendre la difficulté de commande pour ce type de système. Les simulations en positions et en vitesses effectuées en boucle ouverte sur le pendule inversé

nous ont permis de constater l'instabilité de celui-ci. D'où le choix du pendule inversé comme un système de test des lois de commande modernes et l'application de ces lois afin de stabiliser ce système autour de son point d'équilibre instable. Dans les chapitres suivants, trois commandes seront proposées.

Chapitre III

Commande par Mode Glissant

Introduction

De nombreux systèmes réels présentent en plus des perturbations extérieures, des non linéarités, et des erreurs paramétriques. Le recours à des algorithmes de commande robuste est donc souhaitables aussi bien en stabilisation qu'en poursuite de trajectoire. [7]

La commande à structure variable (CSV), qui est par sa nature une commande non linéaire, possède cette robustesse. Elle est basée sur la commutation de fonctions de variables d'état, utilisées pour créer une variété ou hypersurface de glissement, dont le but est de forcer la dynamique du système à correspondre avec celle définie par l'équation de l'hypersurface. Quand les états sont maintenus sur cette hypersurface, le système se trouve en régime glissant. Sa dynamique est alors insensible aux perturbations extérieures et aux variations paramétriques (dans une gamme qui reste plus large par rapport à celle des approches classiques de l'automatique) tant que les conditions du régime glissant sont assurées. [7]

Dans ce chapitre nous allons donner quelques notions fondamentales sur un système à structure variable, puis sur la conception de la commande à structure variable, ensuite l'application de cette stratégie de commande sur le pendule inversé.

III.1 Système à structure variable [22]

Un système à structure variable est un système dont la structure change pendant son fonctionnement. Il est caractérisé par le choix d'une fonction et d'une logique de commutation. Ce choix permet au système de commuter d'une structure à une autre à tout instant.

Dans la commande à structure variable, la trajectoire d'état est amenée vers une surface. Puis elle est forcée à rester au voisinage de celle-ci à l'aide de la loi de commutation. Cette surface est appelée surface de glissement et le mouvement le long de laquelle se produit est appelé mouvement de glissement.

La trajectoire dans le plan de phase est constituée de trois parties distinctes :

- ✓ Le mode de convergence (MC) : c'est le mode durant lequel la variable à régler se déplace à partir de n'importe quel point initial dans le plan de phase et tend vers la surface de glissement $S(X, Y) = 0$.

- ✓ Le mode de glissement (MG) : c'est le mode durant lequel la variable d'état a atteint la surface de glissement et tend vers l'origine du plan de phase. La dynamique de ce mode est caractérisée par le choix de la surface de glissement $S(X, Y) = 0$.
- ✓ Le mode du régime permanent (MRP) : Ce mode interprète la réponse du système autour de son point d'équilibre (origine du plan de phase), il est caractérisé par la qualité et les performances de la commande.

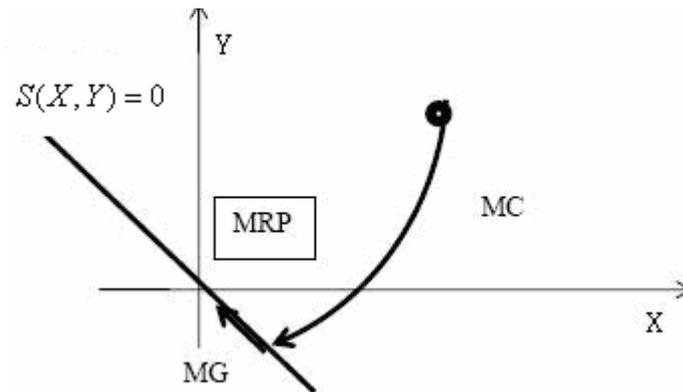


Fig. III.1: Différents modes pour la trajectoire dans le plan de phase

III.2 Conception de la commande par mode de glissement [22]

Les avantages de la commande par mode glissant sont importants et multiples : la haute précision, la bonne stabilité, la simplicité, l'invariance et les performances, la robustesse... etc. Ceci lui permet d'être particulièrement adaptée pour les systèmes ayant un modèle imprécis.

La conception de la commande peut être effectuée en trois étapes principales très dépendantes l'une de l'autre :

- Choix de la surface.
- L'établissement des conditions d'existence.
- Détermination de la loi de commande.

III.2.1. Choix de la surface de glissement

Le choix de la surface de glissement concerne le nombre nécessaire ainsi que la forme. Ces deux facteurs sont en fonction de l'application et l'objectif visé.

Soit le système défini par l'équation d'état suivante :

$$\dot{X}(t) = A(X, t) + B(X, t)u(t) \quad (\text{III.1})$$

Il faut choisir m surfaces de glissement pour un vecteur u de dimension m . En ce qui concerne la forme de la surface, plusieurs formes qui sont proposées, linéaires et non linéaires. Parmi les surfaces linéaires, nous citons la surface de Slotine.

$$S(X) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda_X \right)^{r-1} e \quad (\text{III.2})$$

X : vecteur d'état

e : l'erreur de poursuite de la sortie $e = Y - Y_d$

λ_x : une constante positive qui interprétera la dynamique de la surface

r : le degré relatif de système.

$S(X) = 0$ est une équation différentielle linéaire dont l'unique solution est $e=0$ pour un choix convenable du gain λ_X .

III.2.2. Condition de convergence et d'existence

Les conditions d'existence et de convergence sont les critères qui permettent aux différentes dynamiques du système de converger vers la surface de glissement et d'y rester indépendantes de la perturbation. Il existe plusieurs considérations pour assurer le mode de convergence, à condition d'assurer :

$$\dot{S}(X) > 0 \text{ Si } S(X) < 0 \quad (\text{III.3})$$

$$\dot{S}(X) < 0 \text{ Si } S(X) > 0 \quad (\text{III.4})$$

III.2.3. Calcul de la commande

L'obtention d'un régime de glissement suppose une commande discontinue. La surface de glissement devrait être attractive. De ce fait, si cette commande discontinue est indispensable, il n'empêche nullement qu'une partie continue lui soit ajoutée.

En effet, La partie continue est amenée à réduire autant que nous voulons l'amplitude de la partie discontinue. En présence d'une perturbation, la partie discontinue a essentiellement pour but de vérifier les conditions d'attractivité. Dans ce cas, la structure d'un contrôleur par mode de glissement est constituée de deux parties : une concernant la linéarisation exacte (U_{eq}) et l'autre la stabilisation (U_n).

$$u = u_{eq} + u_n \quad (\text{III.5})$$

→ u_{eq} correspond à la commande proposée par FILIPOV, elle sert à maintenir la variable à contrôler sur la surface de glissement $S(X)=0$. La commande équivalente est déduite en considérant que la surface est nulle et nous aurons $\dot{S}(X)=0$. Elle peut être interprétée, autrement, comme étant une valeur moyenne que prend la commande lors de la commutation rapide entre les valeurs u_{max} et u_{min} .

→ u_n est déterminée pour vérifier la condition de convergence.

$$\text{En général : } u_{eq} = -\left(\frac{\partial S}{\partial X} B(X, t)\right)^{-1} \cdot \frac{\partial S}{\partial X} A(X, t), u_n = K_S \text{sign}(S(X, t)) \quad (\text{III.6})$$

III.3 Application sur le pendule inversé

III.3.1 La première approche

Dans cette approche, la surface de glissement est :

$$S = (x_1 \text{sign}(x_1) + x_2 \text{sign}(x_2)) + \lambda \frac{d}{dt} (x_1 \text{sign}(x_1) + x_2 \text{sign}(x_2)) \quad (\text{III.7})$$

Nous aurons alors les résultats suivants :

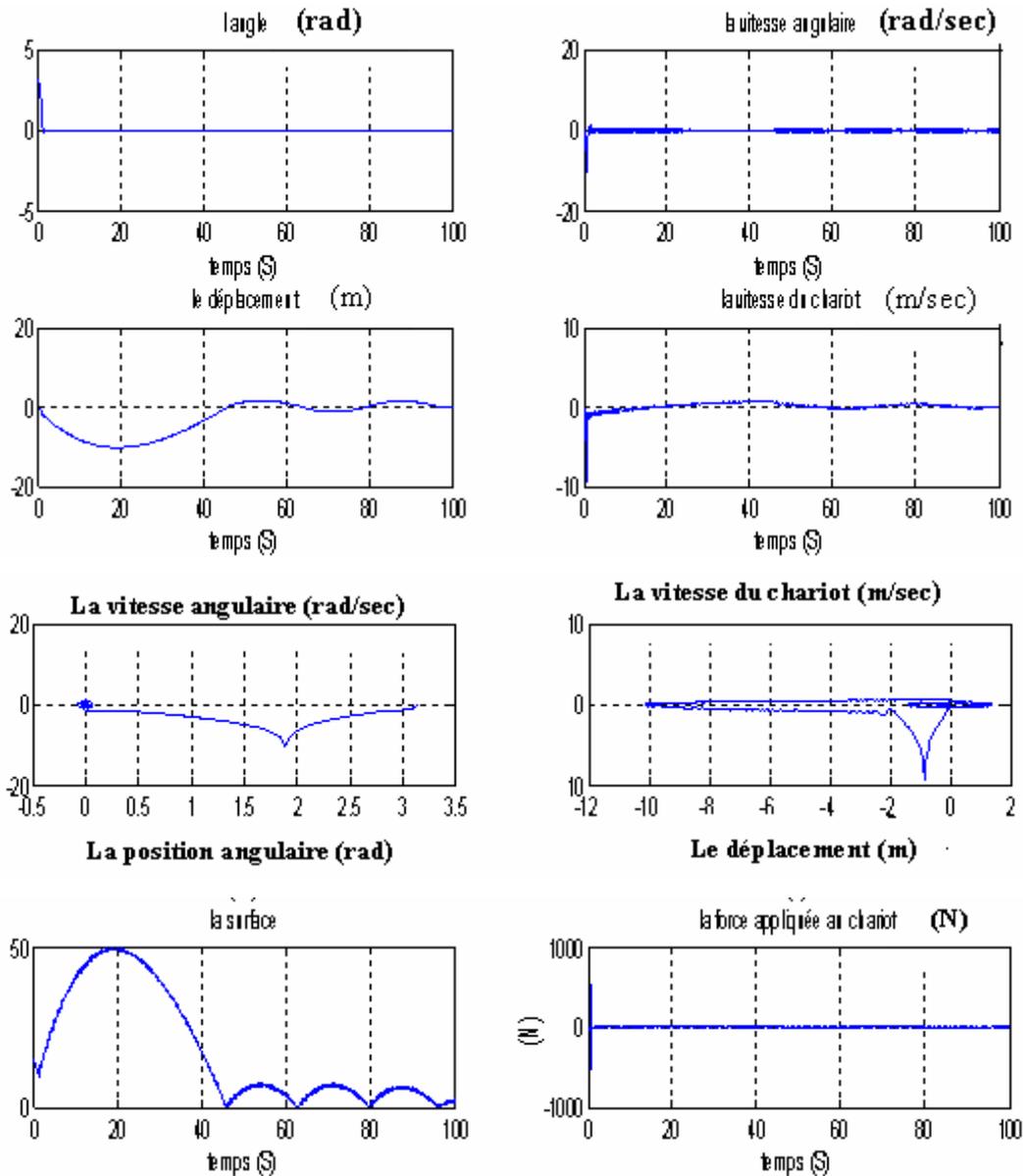


Fig. III.2 : Résultats de simulation pour la commande de glissement (première approche)

$$\lambda = 4.9, K_S = 4.9, x_0 = (\pi, 0, 0, 0)$$

(Sans frottements)

D’après les figures :

- ✓ Le temps de réponse est de certaines secondes (~2Sec).
- ✓ La commande est très énergétique et impossible de l’implémenter.
- ✓ Le déplacement du chariot dépasse les limites désirées.
- ✓ Les dynamiques des sous systèmes pendule et chariot ne sont pas tolérables.

D’où la deuxième approche.

III.3.2. La deuxième approche

Dans cette approche, deux surfaces de glissement sont choisies, l'une permet l'élévation du pendule aux voisinages de point d'équilibre instable en le laissant répondre en boucle ouverte, et l'autre assure la convergence des états de système vers les états désirés.

III.3.2.1. La première étape

Sert à asservir la position du chariot tout en suivant une référence, dont la trajectoire sinusoïdale est choisie de telle sorte à donner une énergie nécessaire au pendule pour atteindre les voisinages de la position verticale haute.

La surface de glissement dans cette étape est donnée par :

$$S_1 = \lambda(x_3 - x_{3d}) + x_4 \quad (\text{III.8})$$

III.3.2.2. La deuxième étape

Sert à asservir la position du chariot et du pendule vers les états désirés. La surface de glissement à base de retour d'états autour de point d'équilibre instable, sera alors appliquée.

Dans ce cas la surface de glissement est :

$$S_2 = KX \quad (\text{III.9})$$

K est déterminé par placement de pôles sur le système linéarisé autour du point d'équilibre instable.

III.4 Les simulations

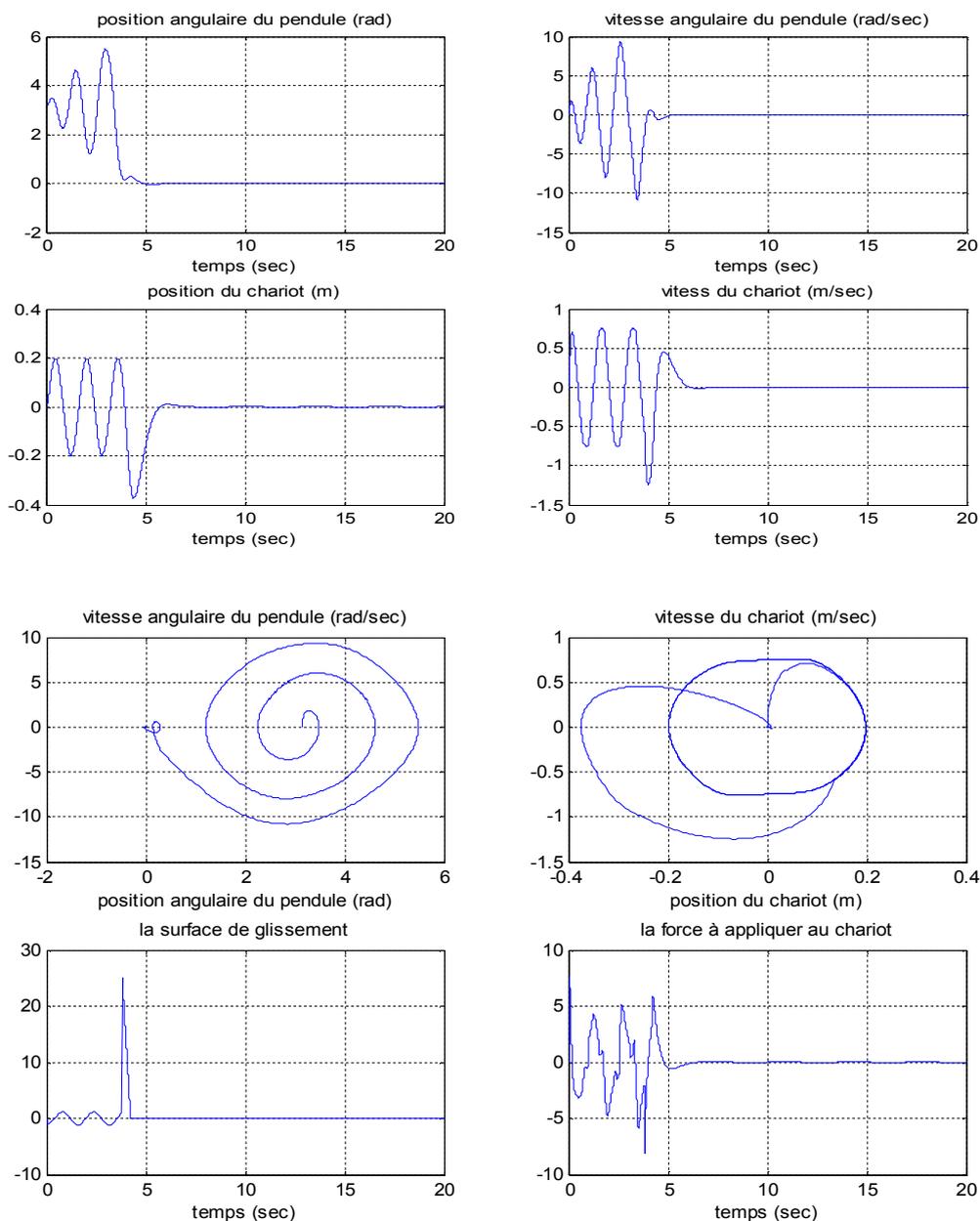


Fig. III.3 : Résultats de simulation pour la commande de glissement (deuxième approche)

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), \lambda = 30, K_{s1} = 15, K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Sans frottement)

En comparant aux résultats de la première approche, on trouve :

- ✓ Le temps de réponse est de 5 Sec pour le pendule et de 7 Sec pour le chariot.
- ✓ La commande n'est pas énergétique et réalisable pratiquement.
- ✓ Le déplacement du chariot ne dépasse pas les limites.
- ✓ Les dynamiques des sous systèmes pendule et chariot sont tolérables.

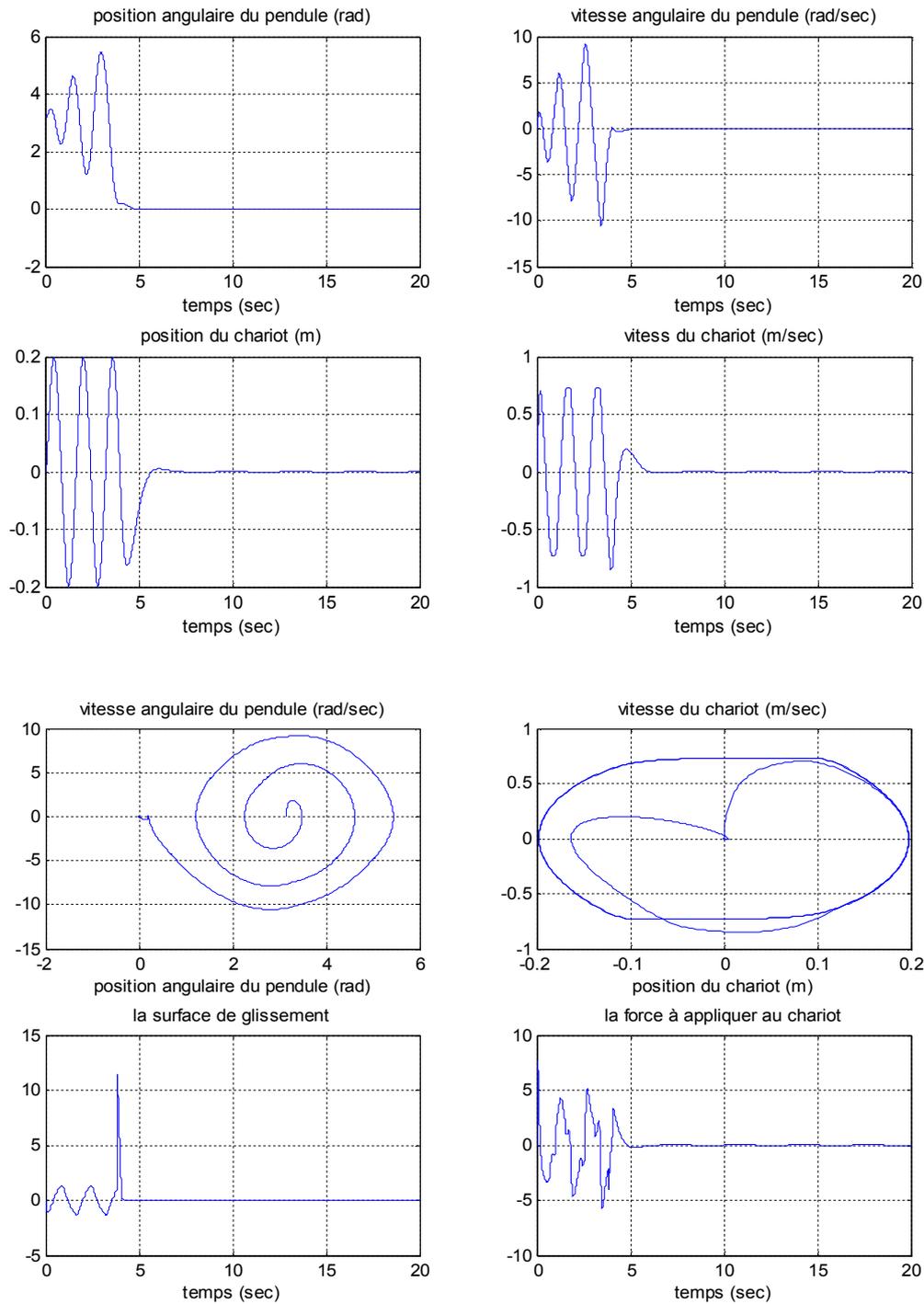


Fig. III.4 : Résultats de simulation pour la commande de glissement (deuxième approche)

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), \lambda = 30, K_{s1} = 15, K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Avec un coefficient de frottement de 0.5kg/s)

Nous enregistrons les mêmes remarques que précédemment à part que le déplacement du chariot dans la deuxième étape de la commande arrive au maximum à -0.15 mètres au lieu de -0.4 mètres. Cela est dû aux frottements.

III.5. Test des performances et de robustesses

III.5.1 Test des performances

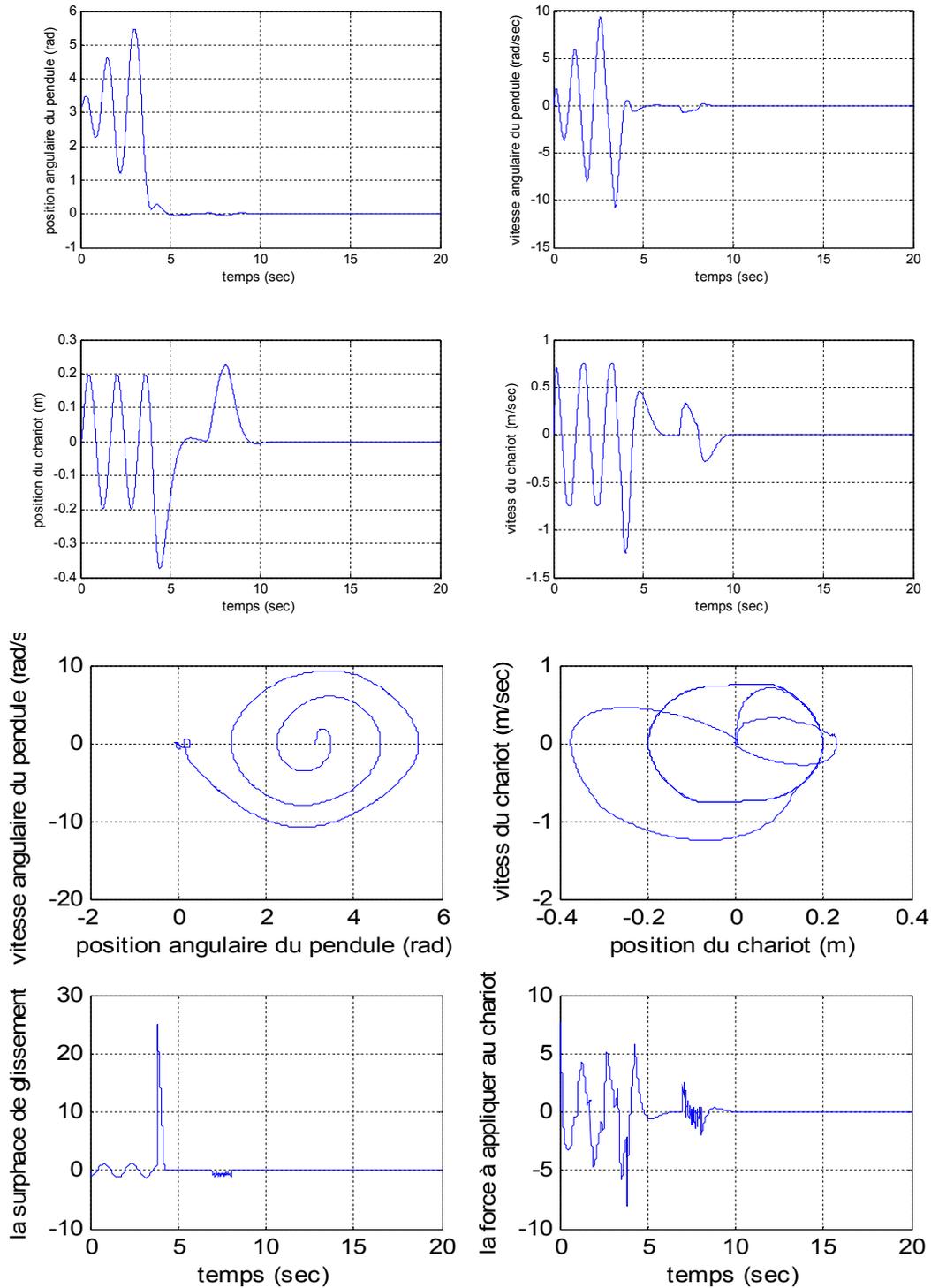


Fig.III.5 : Résultats de simulation pour la commande de glissement (deuxième approche) $x_0 = (\pi, 0, 0, 0)$, $\lambda = 30$, $K_{s1} = 15$, $K_{s2} = 60$, $K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$ une perturbation aléatoire d'une durée 1 Sec, appliquée à l'instant 7 Sec, sur le pendule (Sans frottement)

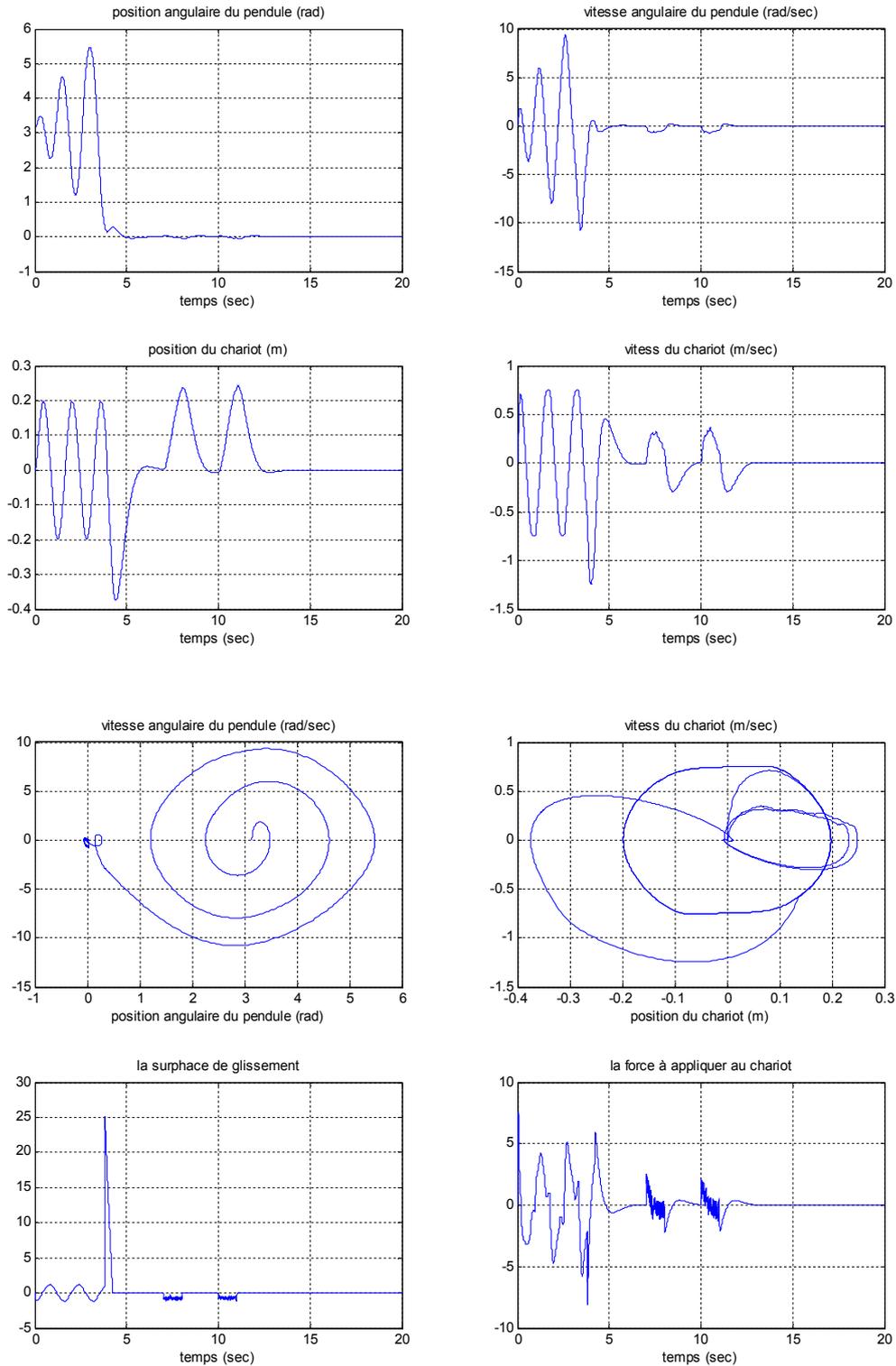


Fig.III.6 : Résultats de simulation pour la commande de glissement (deuxième approche) deux perturbations aléatoires d'une durée 1 Sec, d'amplitude maximal 1, appliquées aux instants 7 Sec et 10 Sec sur le pendule

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), \quad \lambda = 30, K_{s1} = 15, K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Sans frottement)

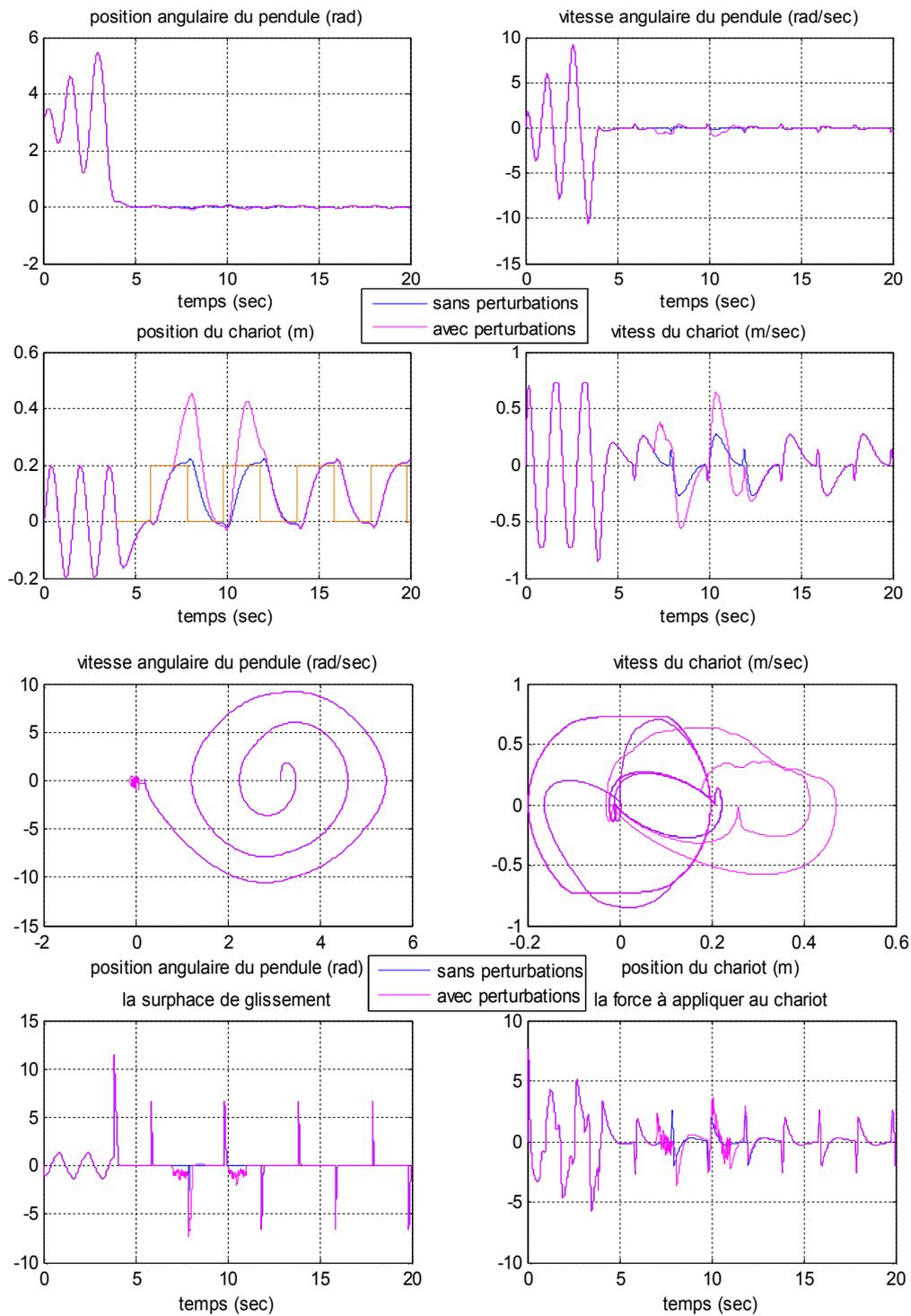


Fig. III.7 : Résultats de simulation pour la commande de glissement (deuxième approche) une référence rectangulaire pour le déplacement du chariot avec des perturbations aléatoires appliquées sur le pendule, aux instants 7 Sec et 10 Sec $x_0 = (\pi, 0, 0, 0)$, $\lambda = 30$, $K_{s1} = 15$, $K_{s2} = 60$, $K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$ (Avec un coefficient de frottement de 0.5kg/s)

Dans les deux cas d'application d'une ou de deux perturbations sur le pendule sans frottements :

- Lors des perturbations, le système répond : oscillation très faible ou très négligeable du pendule et le déplacement du chariot de 0.2 mètres par rapport à la référence.
- Le régulateur réagit et corrige ces perturbations d'une énergie tolérable et stabilise le système après 3 (s) de la disparition des perturbations
- Les dynamiques des sous systèmes pendule et chariot sont tolérables.
- La surface de glissement est stable.

Dans les deux cas où une référence rectangulaire est donnée au chariot avec considération des frottements ; Premièrement sans perturbations (en bleu) et deuxièmement avec perturbations (en rouge), nous notons :

- La stabilisation du pendule avec des petites oscillations dues à la trajectoire du chariot.
- La poursuite de la référence rectangulaire sans dépassement des limites.
- Commande acceptable et réalisable pratiquement.
- La stabilité de la surface de glissement.
- La tolérance des dynamiques des sous systèmes pendule et chariot.

La différence entre les deux cas est la réaction du système aux moments de la survenue des perturbations, elle apparaît clairement dans le déplacement du chariot par son éloignement de la référence jusqu'à 0.4575 mètres. Dans les autres réponses, elle apparaît très légèrement.

Le chariot suit à nouveau la référence dès la disparition des perturbations.

III.5.2 Test de robustesse sans perturbations et sans frottements

➤ Erreurs paramétriques sur la masse (m) du pendule

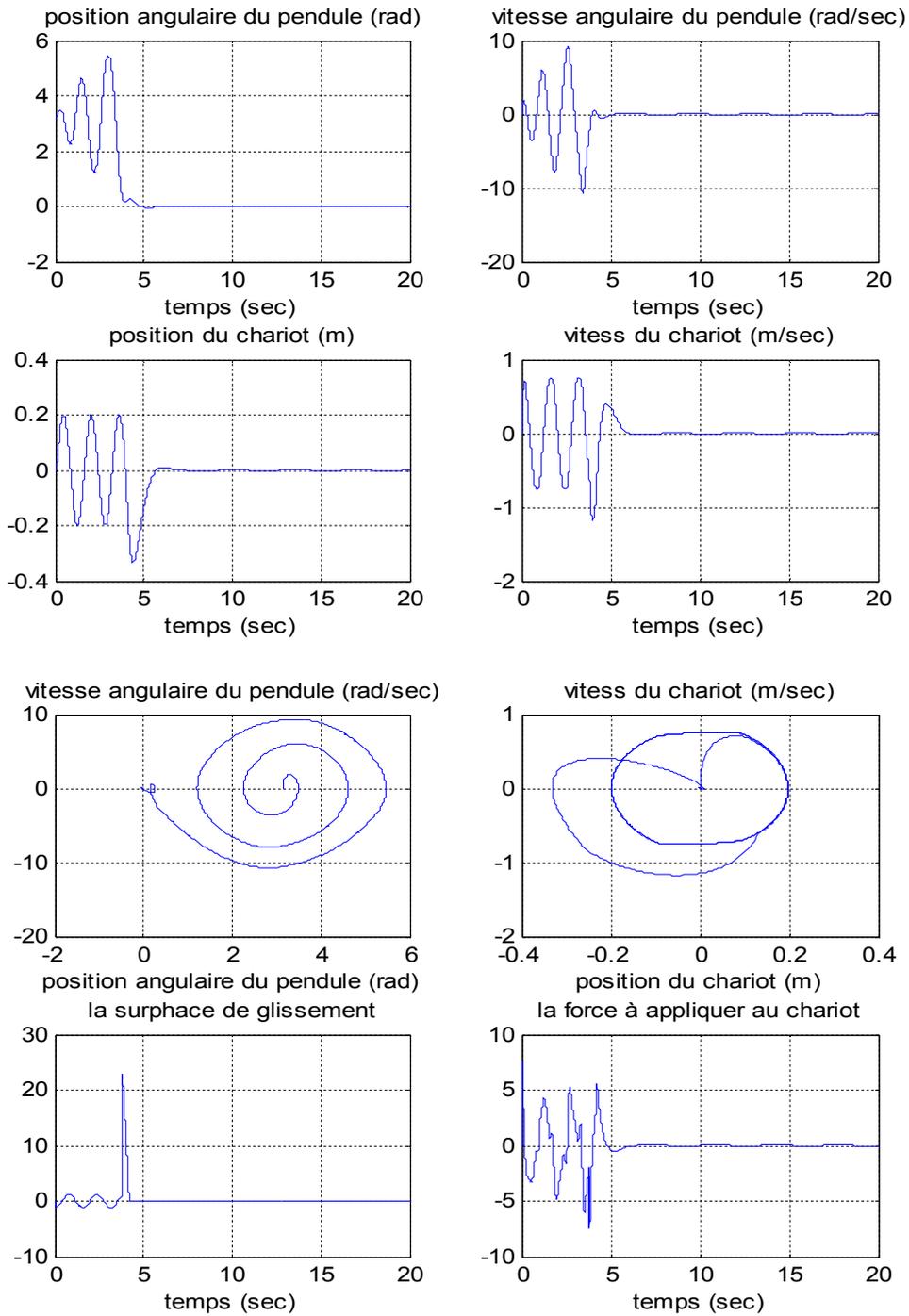


Fig. III.8 : Résultats de simulation pour la commande de glissement (deuxième approche),

pour une erreur paramétrique de 5 % sur m

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), \lambda = 30, K_{s1} = 15, K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Sans frottement)

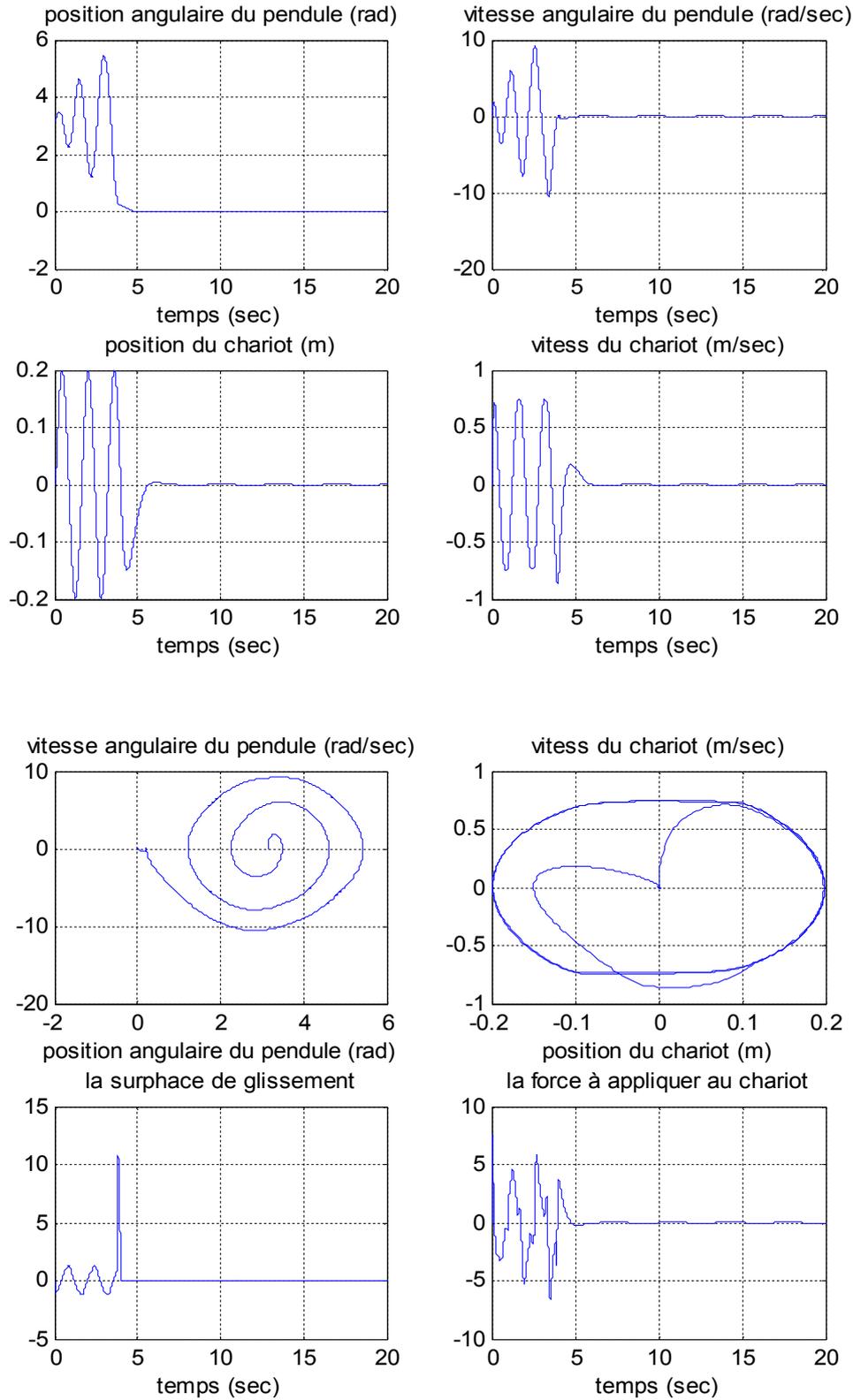


Fig. III.9 : Résultats de simulation pour la commande de glissement (deuxième approche), pour une erreur paramétrique de 25 % sur m

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), \lambda = 30, K_{s1} = 15, K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Sans frottement)

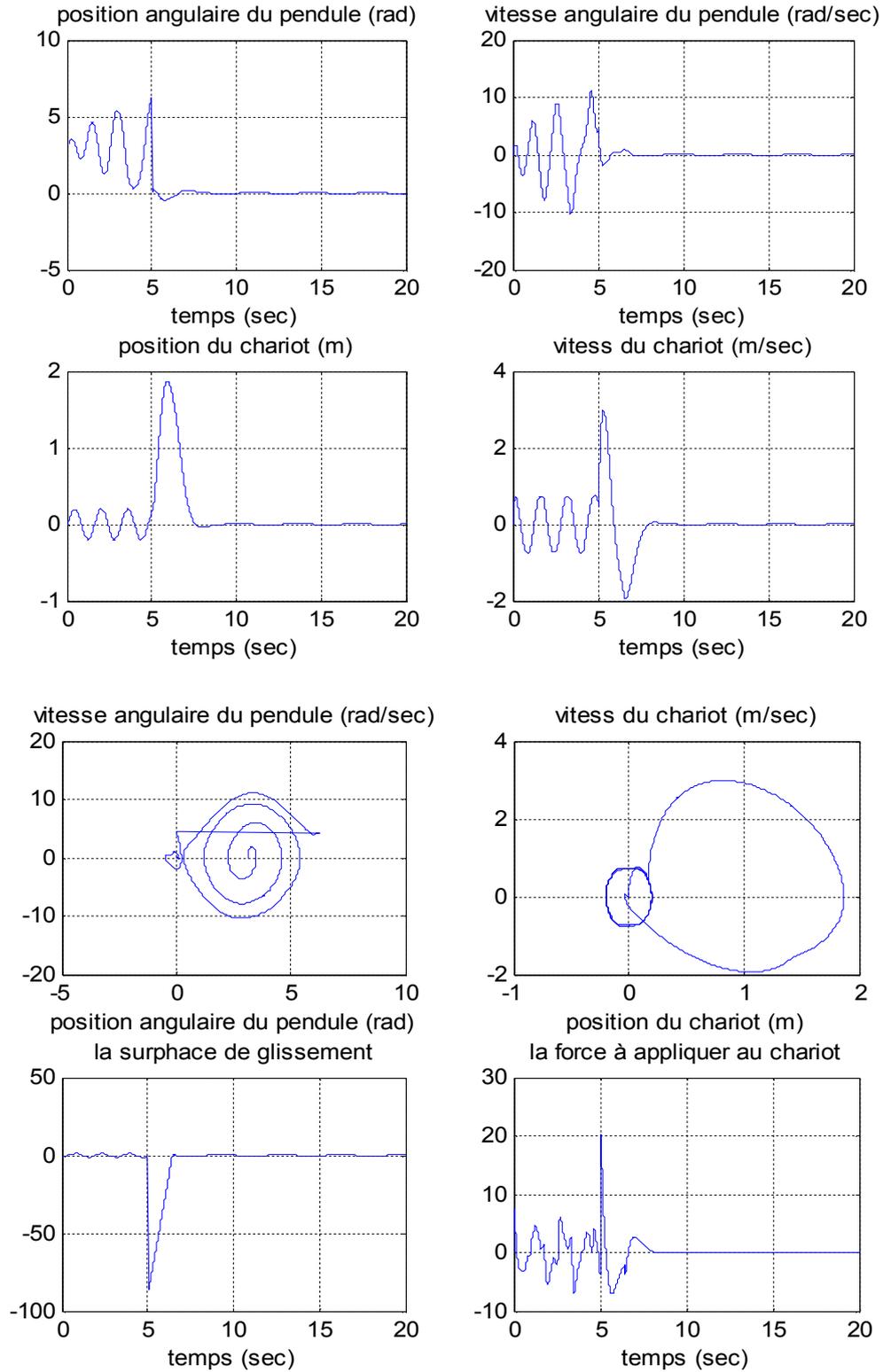


Fig. III.10 : Résultats de simulation pour la commande de glissement (deuxième approche), pour une erreur paramétrique de 40 % sur m

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), \quad \lambda = 30, K_{s1} = 15, K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Sans frottement)

➤ Erreurs paramétriques sur la masse (M) du chariot

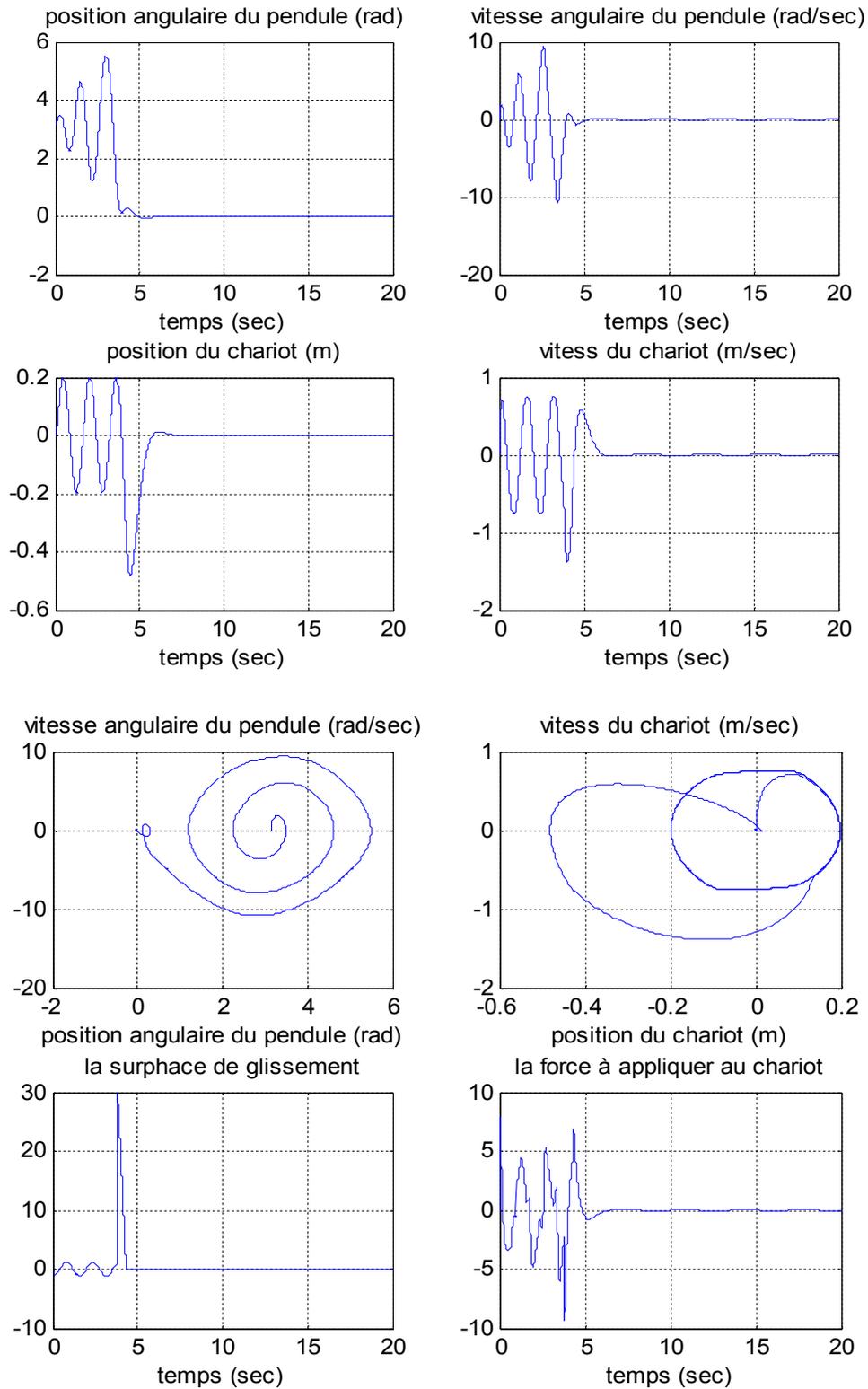


Fig. III.11 : Résultats de simulation pour la commande de glissement (deuxième approche),

pour une erreur paramétrique de 5 % sur M

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), \lambda = 30, K_{s1} = 15, K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Sans frottement)

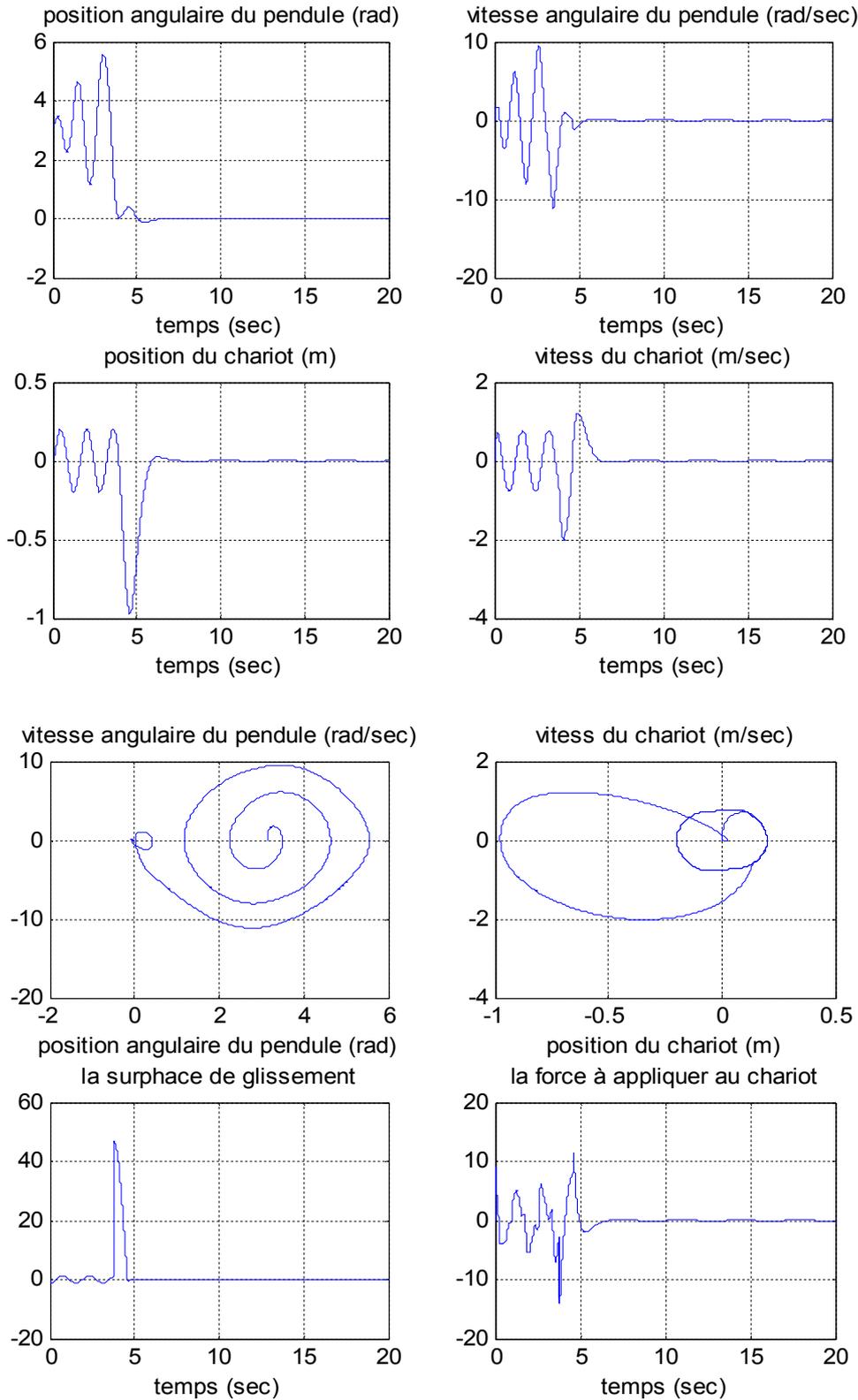


Fig. III.12 : Résultats de simulation pour la commande de glissement (deuxième approche), pour une erreur paramétrique de 25 % sur M

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), \lambda = 30, K_{s1} = 15, K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Sans frottement)

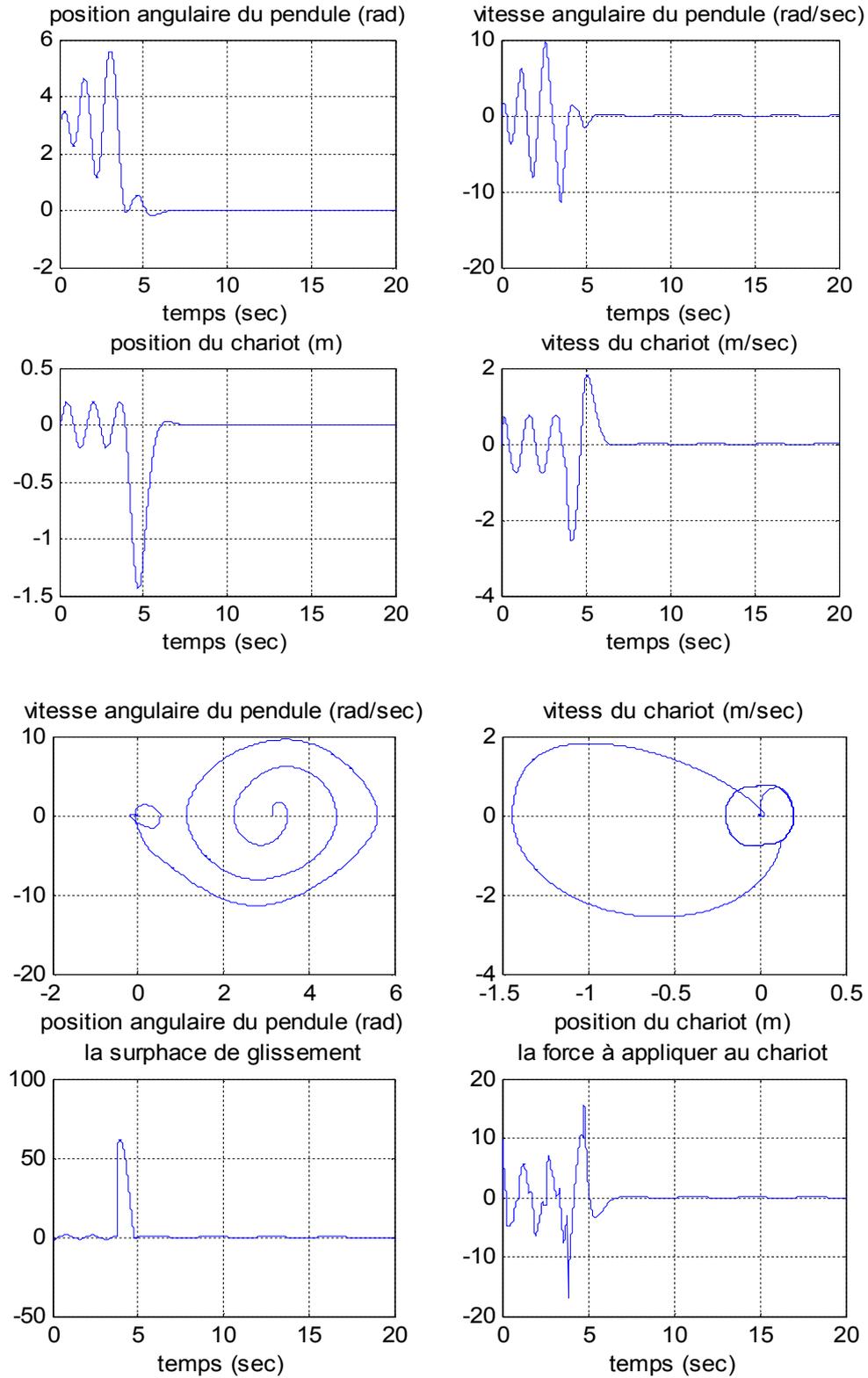


Fig. III.13 : Résultats de simulation pour la commande de glissement (deuxième approche), pour une erreur paramétrique de 40 % sur M

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), \lambda = 30, K_{s1} = 15, K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Sans frottement)

➤ Erreur paramétriques de la longueur du pendule (l)

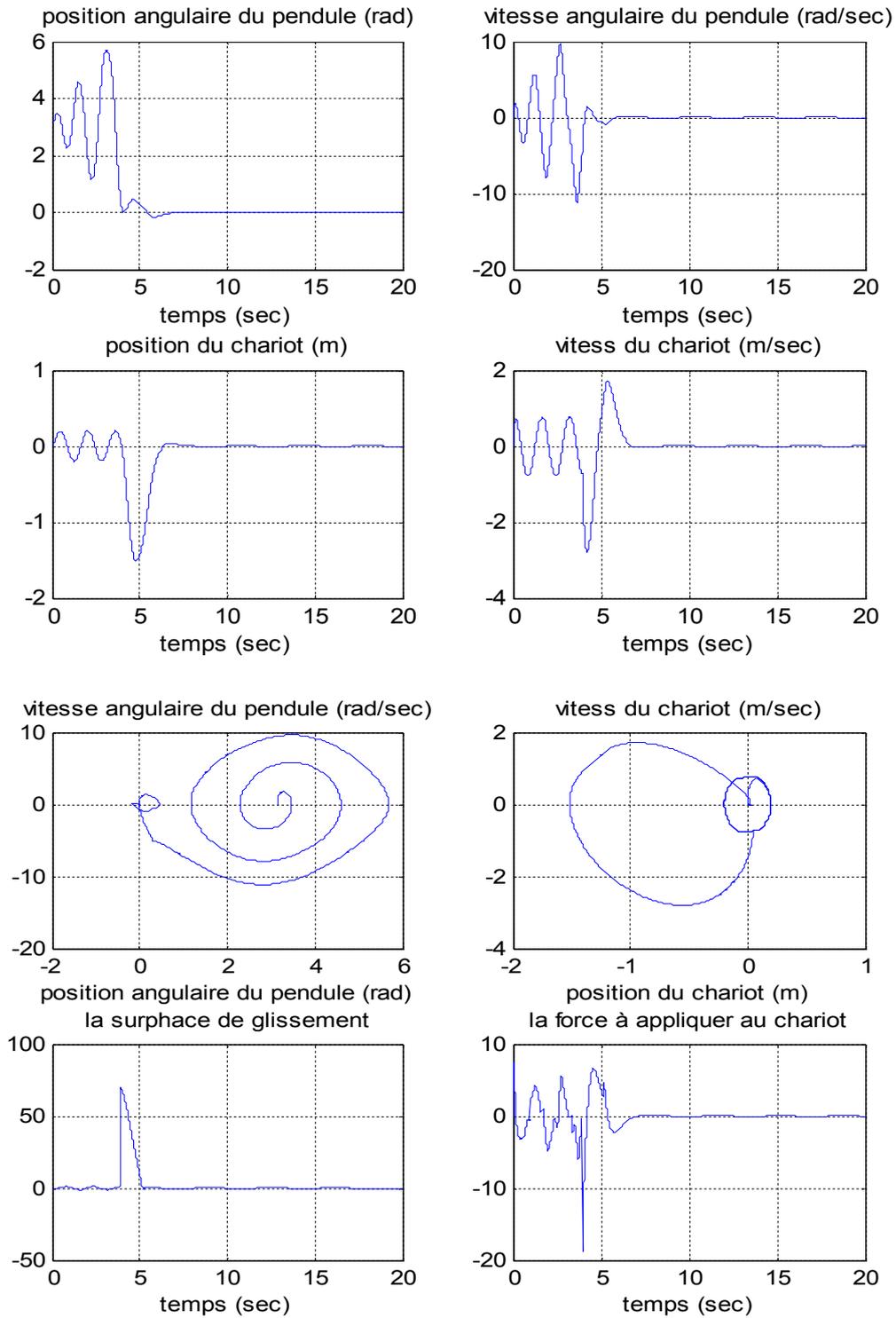


Fig. III.14 Résultats de simulation pour la commande de glissement (deuxième approche)

pour une erreur paramétrique de 5 % sur l

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), \lambda = 30, K_{s1} = 15, K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Sans frottement)

❖ Dans le cas des erreurs paramétriques sur la masse du pendule (**m**) :

Dans les trois cas (5%,25%,40%) des erreurs, nous enregistrons la stabilité du système et de la surface de glissement.

Dans les deux cas : 5% et 25%, nous avons presque les mêmes résultats :

- ✓ Le temps de réponse est de 6 Sec.
- ✓ La tolérance dynamique des sous systèmes (le pendule et le chariot).
- ✓ La commande tolérable et réalisable pratiquement (amplitude maximale : 7.66 (N) et non présence du broutement).
- ✓ Le non dépassement des limites désirées pour le chariot.

Dans le cas de 40% des erreurs, Nous notons :

- ✓ Le temps de réponse est de 8 Sec.
- ✓ La commande deviendrait énergétique à l'instant 5 (s) tel qu'une commutation s'effectue très rapidement de -3(N) à 20.33 (N).
- ✓ Le chariot dépasse les limites désirées.

❖ Dans le cas des erreurs paramétriques sur la masse du chariot (**M**) :

Dans les trois cas (5%,25%,40%) des erreurs, nous enregistrons :

- ✓ La stabilité du système et le même temps de réponse 6 Sec.
- ✓ La dynamique tolérable des sous systèmes ; pendule et chariot.
- ✓ La stabilité de la surface de glissement.

Pour 25% et 40%, nous notons le dépassement des limites.

❖ Dans le cas des erreurs paramétriques sur la longueur (*l*) du pendule :

Nous notons des bons résultats, mais avec un dépassement des limites désirées pour le chariot.

Plus l'erreur paramétrique est minime :

- ✓ plus la dynamique du système plus en particulier le chariot atteindrait la surface de glissement plus rapidement.
- ✓ le déplacement du chariot sera bien limité.
- ✓ La commande sera moins énergétique.

III.5.3 Test de robustesse avec frottements et perturbations

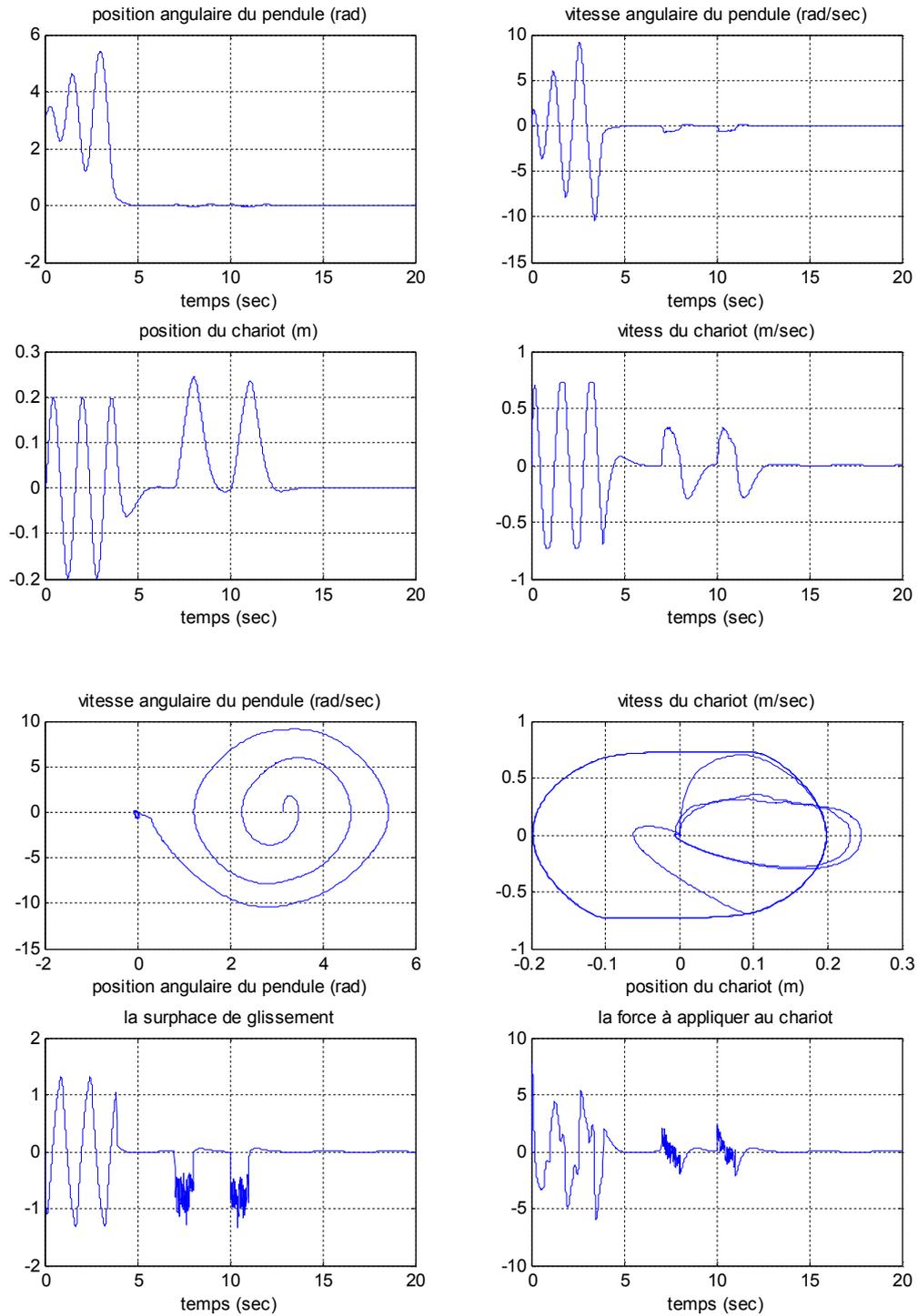


Fig. III.15 : Résultats de simulation pour la commande de glissement (deuxième approche), pour une erreur paramétrique de 10 % sur m

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), \lambda = 30, K_{s1} = 15, K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Avec frottements (0.5 kg/s) et perturbations)

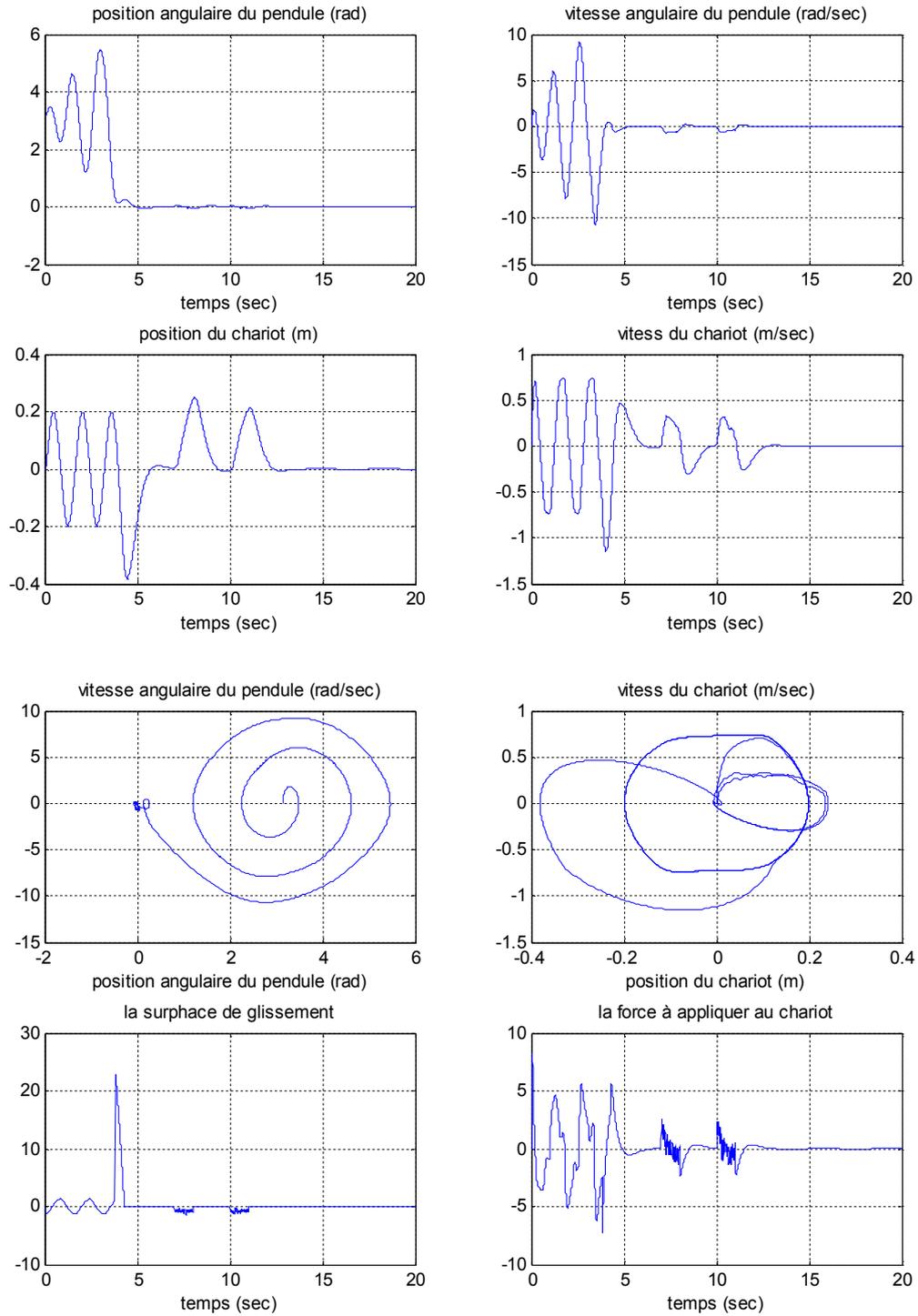


Fig. III.16 : Résultats de simulation pour la commande de glissement (deuxième approche)

pour une erreur paramétrique de 10 % sur M

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), \lambda = 30, K_{s1} = 15, K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Avec frottements (0.5 kg/s) et perturbations)

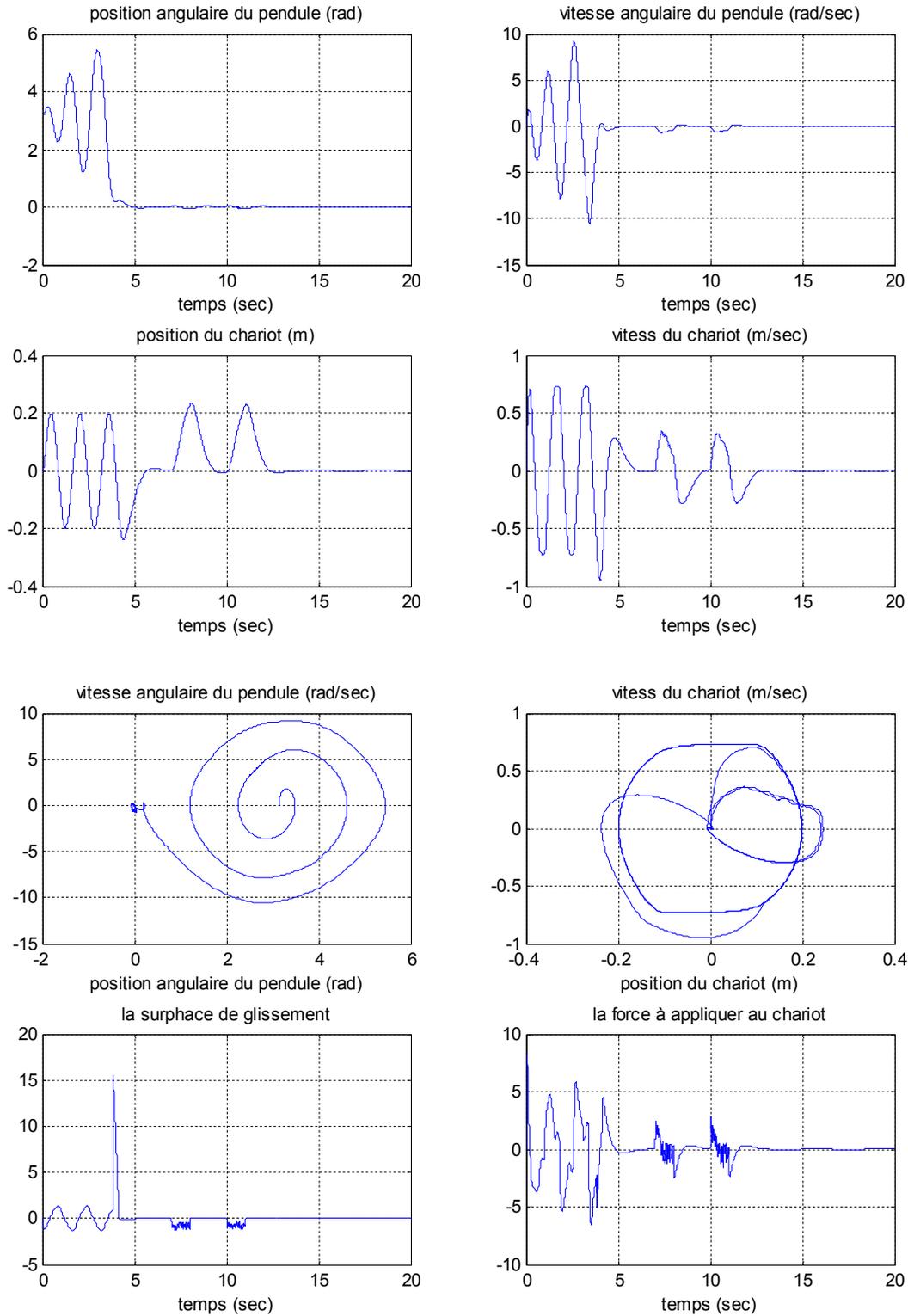


Fig. III.17 : Résultats de simulation pour la commande de glissement (deuxième approche), pour des erreurs paramétriques de 10 % sur m et de 10% sur M
 $x_0 = (\pi, 0, 0, 0)$, $\lambda = 30$, $K_{s1} = 15$, $K_{s2} = 60$, $K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$
 (Avec frottements (0.5kg/s) et perturbations)

*erreurs paramétriques : de (30%) sur M , de (30%) sur m et de 2% sur l .

*perturbations aléatoires d'une durée une seconde et d'amplitude 1, appliquées à l'instant 10 Sec sur le pendule et à l'instant 13 Sec sur le chariot.

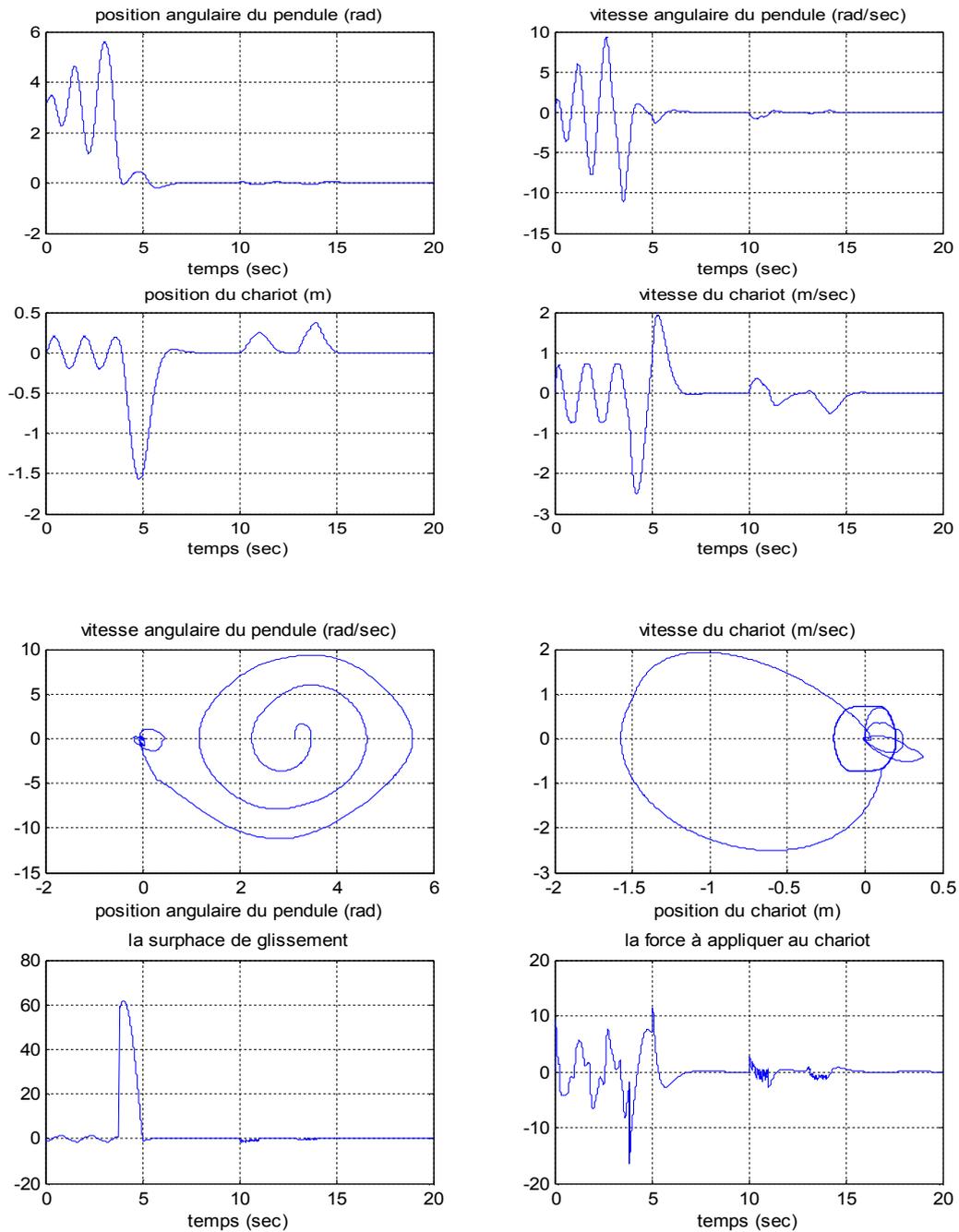


Fig. III.18 : Résultats de simulation pour la commande de glissement (deuxième approche),

pour une erreur paramétrique de 30 % sur M , de 30% sur m et de 2% sur l

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), \lambda = 30, K_{s1} = 15, K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Avec frottements (0.5 kg/s) et perturbations sur le pendule et le chariot)

III.5.4 Test de robustesse et de poursuite avec perturbations et frottements

*erreurs paramétriques de (10%) sur M et de 10% sur m.

*deux perturbations aléatoires durant une seconde et d'amplitude 1, appliquées aux instants : 7 Sec et 10 Sec sur le pendule.

*poursuite d'une référence rectangulaire d'amplitude max 0.2 (m) dans la deuxième partie de la commande.

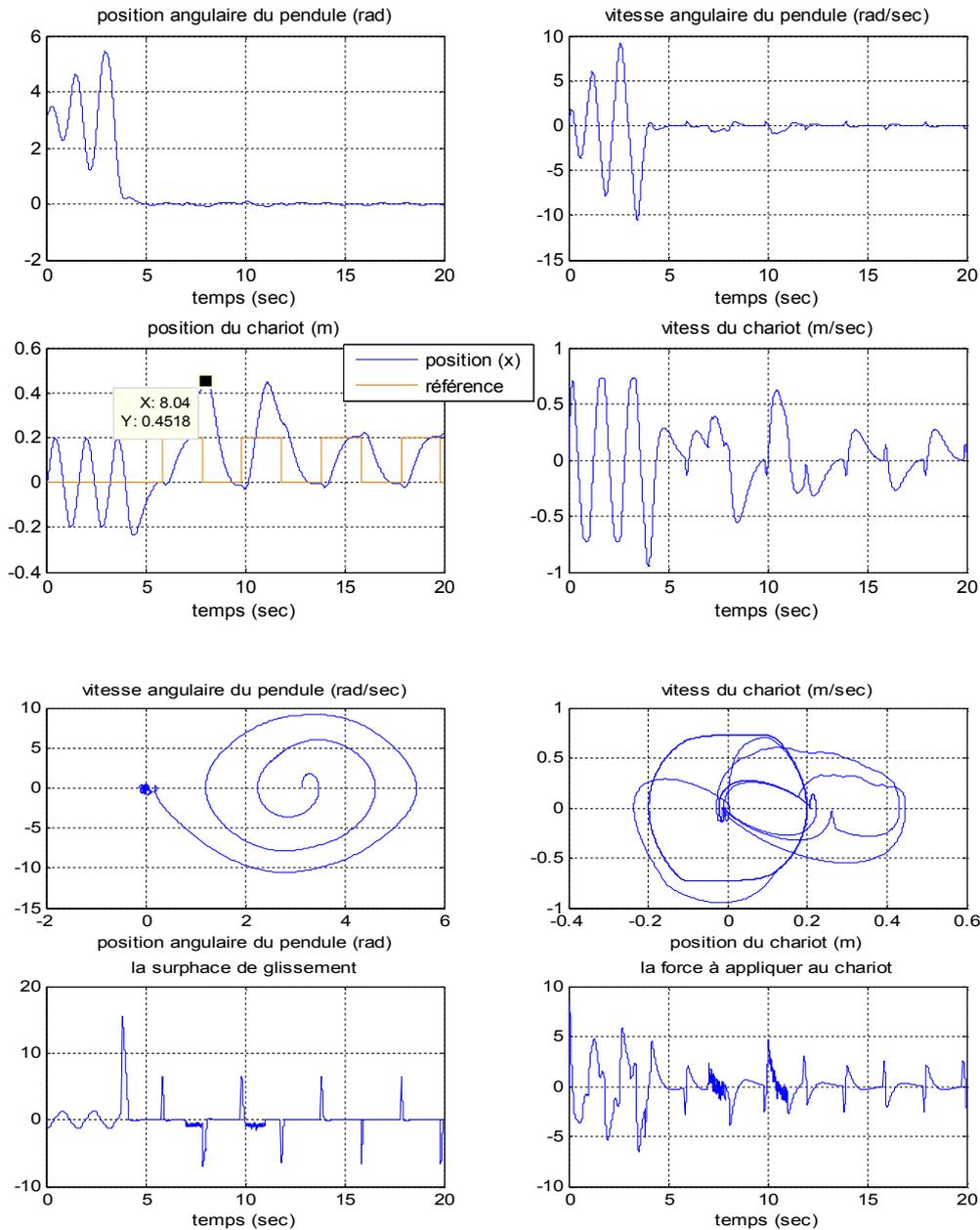


Fig. III.19 : Résultats de simulation pour la commande de glissement (deuxième approche),

pour des erreur paramétriques de 10 % sur M et de 10% sur m

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), \lambda = 30, K_{s1} = 15, K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Avec frottements (0.5 kg/s) et perturbations et poursuite d'une trajectoire carrée)

*erreurs paramétriques de (10%) sur M et de 10% sur m.

*perturbations aléatoires durant une seconde et d'amplitude 1, à l'instant 10 Sec sur le pendule et à l'instant 13 Sec sur le chariot.

*poursuite d'une référence rectangulaire d'amplitude max 0.2 (m) dans la deuxième partie de la commande.

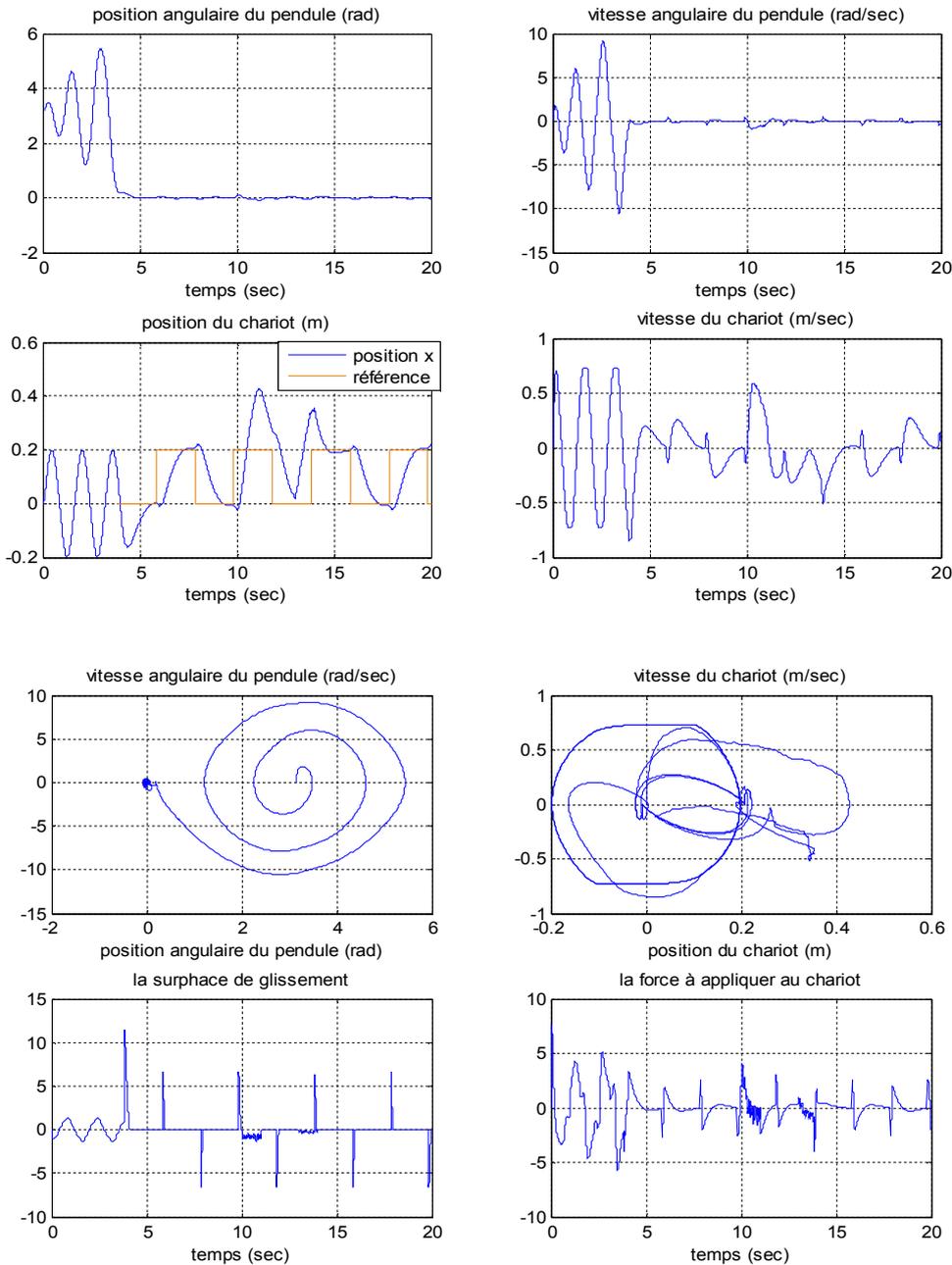


Fig. III.20 : Résultats de simulation pour la commande de glissement (deuxième approche), pour des erreurs paramétriques de 10 % sur M et de 10% sur m

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), \lambda = 30, K_{s1} = 15, K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Avec frottements (0.5 kg/s) et perturbations et poursuite d'une trajectoire carrée)

Conclusion

D'après les résultats obtenus, nous concluons la robustesse et la performance de la commande par mode glissant, en particulier la deuxième approche que nous avons proposé pour le système étudié, Nous notons :

- ✓ La stabilisation du sous système sous actionné avec précision admissible et avec une commande acceptable et réalisable pratiquement.
- ✓ Le rejet des perturbations.
- ✓ la poursuite d'une trajectoire.
- ✓ La robustesse face aux frottements.
- ✓ la robustesse face aux erreurs paramétriques tolérables et donc la robustesse vis-à-vis des incertitudes du modèle du système. Nous notons aussi, pour une erreur de 2% sur la longueur de la tige avec de grands erreurs sur les masses m et M , le déplacement du chariot peut dépasser 0.5 mètres.

Ces avantages ne seraient obtenus que si nous choisissons la bonne surface ou l'hypersurface de glissement (en fonction du nombre d'entrées du système). Ce choix est la première étape à effectuer dans la commande vu son importance. Elle est difficile à obtenir pour un système sous actionné.

Le phénomène de chattering ou broutement provoqué par la partie discontinue de cette commande et qui peut avoir un effet néfaste sur les actionneurs peut être réduit en remplaçant la composante discontinue par une composante continue. Dans notre cas, nous avons utilisé la fonction saturation.

Chapitre IV

Commande par Logique Floue et Mode de Glissement

Introduction

Les problèmes du monde réel doivent tenir compte d'informations imprécises et incertaines, c'est le cas par exemple des airbags dans un véhicule où ils doivent se déclencher avec la détection d'un choc fort. La difficulté ici réside dans l'interprétation des variables linguistiques comme fort, faible, minime, etc. Nous voyons très vite apparaître des notions imprécises ou floues. De plus le choc mesuré peut être plus ou moins incertain, cela concerne directement la fiabilité des capteurs.

Nous trouvons de même ces difficultés dans les systèmes industriels complexes à commander, où la difficulté de modélisation par des équations mathématiques, les non-linéarités, ainsi que les variations paramétriques se présentent d'une façon éminente.

Face à ces problèmes et les besoins de traitement de données imprécises et entachées d'incertitudes, une nouvelle approche fut développée à partir de 1965 par l'iranien Lotfi ZADEH, professeur à l'Université de Berkeley en Californie, basée sur la théorie des « sous-ensembles flous »[9]. Cette approche permet de définir une appartenance partielle à un ensemble. En fait, la théorie des ensembles flous est une généralisation de celle des ensembles classiques pour laquelle un élément appartient ou n'appartient pas à un ensemble, ou d'une autre manière, une proposition est vraie ou fausse sans nuances. Cette nouvelle théorie considère que le tiers n'est plus exclu, c'est-à-dire il existe une vérité intermédiaire entre le vrai et le faux. Le degré d'une vérité est plus important que la vérité elle-même. D'où l'introduction de la notion de degré d'appartenance à un ensemble prenant ses valeurs dans l'intervalle 0 (n'appartient pas) à 1 (appartient totalement).

Des expériences, dans le domaine de la commande des systèmes physiques, ont montré qu'un régulateur par logique floue (RLF) est plus robuste qu'un régulateur classique conventionnel.

Une des applications les plus remarquables est l'automatisation du métro de Sendaï en 1987 à base de logique floue. Le métro est capable par exemple d'accélérer avec une grande douceur en économisant une part d'énergie non négligeable [9].

Dans ce chapitre, nous présentons les concepts de la logique floue et décrivons les aspects méthodologiques nécessaires à la compréhension de cette technique. En suite nous

abordons la commande hybride (commande par logique floue et mode glissant) et terminons par l'application de cette technique sur le pendule inversé.

IV.1. Principe fondamental de la logique floue

Afin de le mettre en évidence, nous présentons un exemple simple, celui de la classification des personnes en trois ensembles « jeune », « entre deux âges » et « âgé ».

Selon la logique classique (logique de boule) qui n'admet pour les variables que les deux valeurs 0 et 1. Toutes les personnes âgées de moins de 30 ans sont alors considérées comme appartenant à l'ensemble « jeune » et toutes les personnes âgées de plus de 50 ans comme appartenant à l'ensemble « âgé ». Cependant, une telle logique de classification n'est même pas logique.

Pourquoi une personne, lorsqu'elle a eu 50 ans, doit-elle être considérée comme appartenant à l'ensemble « âgé » ? En réalité, un tel passage se fait progressivement.

La logique floue, dont les variables peuvent prendre n'importe quelle valeur entre 0 et 1 (nous parlons alors de fonction d'appartenance μ), permet de tenir compte de cette réalité.

La figure (IV.1) montre une classification possible pour l'exemple précédent, cette fois, à l'aide de la logique floue, une personne de 25 ans appartient à l'ensemble «jeune» avec une valeur de 0.75 de la fonction d'appartenance et à l'ensemble « entre deux âgés » avec $\mu = 0.25$.

Une personne de 30 ans appartient avec le même degrés d'appartenance ; $\mu = 0.5$ à l'ensemble «jeune » et à l'ensemble « entre deux âgés ». Par contre, une personne de 50 ans appartient avec une valeur $\mu = 1$ de la fonction d'appartenance à l'ensemble «entredeux âgés » et une personne de 70 ans appartient avec une valeur $\mu = 1$ de la fonction d'appartenance à l'ensemble « âgé ». Evidemment, la forme des fonctions d'appartenance n'est pas rigide et peut dépendre du contexte envisagé, à savoir professionnel, sportif ou autre.

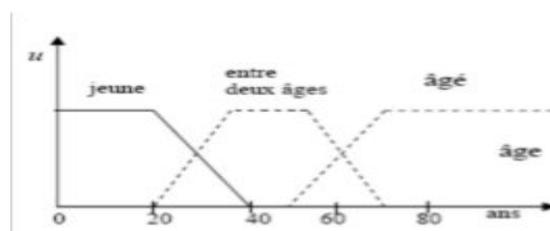


Fig. IV.1 : Classification des personnes en trois ensembles selon la logique floue [7]

IV.2. Eléments théoriques de logique floue

IV.2.1 Ensemble flou et fonction d'appartenance [8]

soit un univers de discours U . Un ensemble flou F est caractérisé par une fonction d'appartenance μ_F prenant des valeurs dans l'intervalle $[0,1]$ qui détermine le degré d'appartenance, aussi appelé possibilité ou coefficient d'appartenance, de l'élément u à l'ensemble F .

F est représenté par un ensemble de paires ordonnées (élément générique, degré d'appartenance)

$$\mu_F : \begin{array}{l} U \rightarrow [0,1] \\ u \rightarrow \mu_F(u) \end{array} \quad (\text{IV.1})$$

$$F = \{(u, \mu_F(u)) / u \in U\} \quad (\text{IV.2})$$

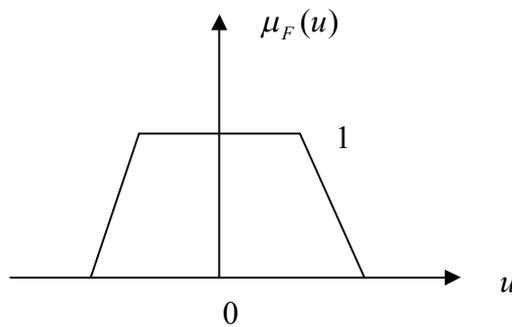


Figure (IV.2) : fonction d'appartenance trapézoïdale

L'élément u (ou les éléments) de U pour lequel le degré d'appartenance $\mu_F(u)$ est maximal, est appelé centre de l'ensemble flou. Si pour cet élément le degré d'appartenance est égal à 1, l'ensemble flou est dit normal. [7]

Plusieurs formes de fonctions d'appartenances sont utilisées. Le choix de l'une ou l'autre dépend du problème posé. Les plus usuelles sont les suivantes : [10]

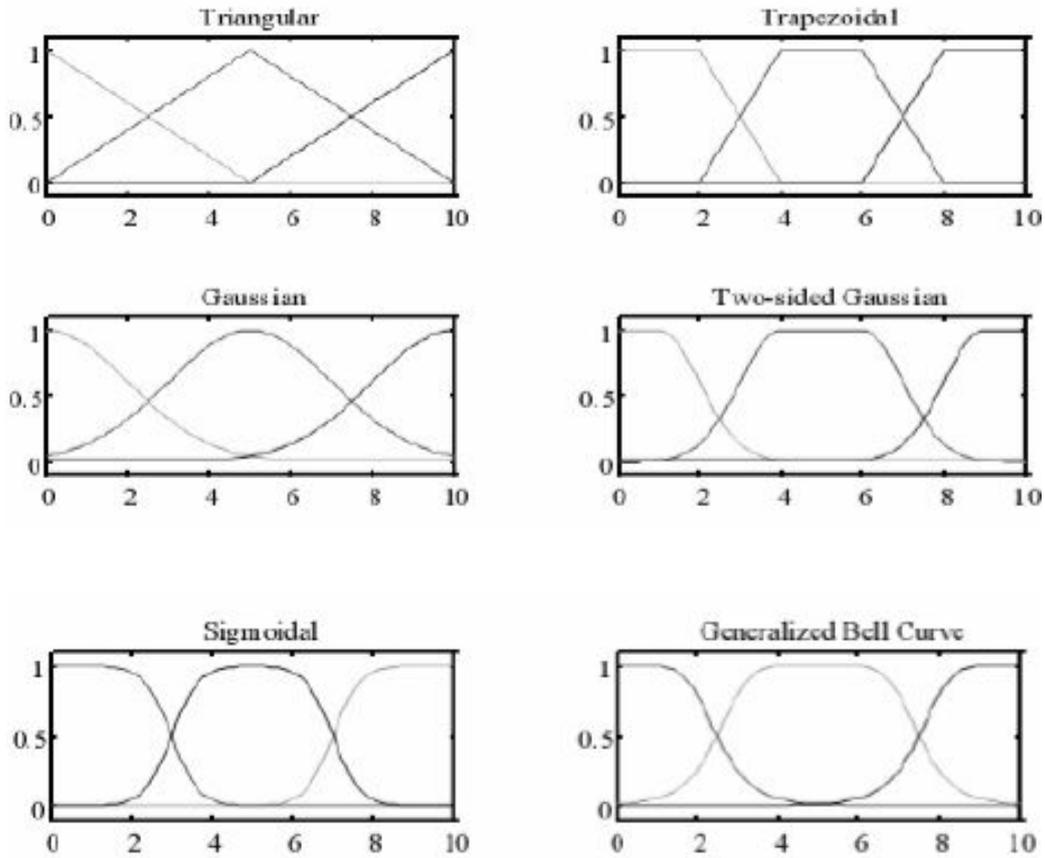


Fig. IV.3 : les fonctions d'appartenance usuelles

IV.2.2. caractéristiques d'un ensemble flou [8]

Soit un ensemble flou F dans U qui est défini par la fonction d'appartenance :

$$\mu_F : U \rightarrow [0,1] \tag{IV.3}$$

Le support : c'est l'ensemble des points u dans U , tels que $\mu_F(u) \geq 0$

$$\text{supp}(F) = \{u \in U / \mu_F(u) \geq 0\} \tag{IV.4}$$

Le noyau : c'est l'ensemble des points u de U tels que $\mu_F(u) = 1$

$$\text{noy}(F) = \{u \in U / \mu_F(u) = 1\} \tag{IV.5}$$

L'ensemble flou vide : est noté Φ , il est défini par

$$\mu_\Phi(u) = 0 \quad \forall u \in U \tag{IV.6}$$

Le plus grand ensemble flou sur U : est noté 1_u , il est défini par

$$\mu_{1_u}(u) = 1 \quad \forall u \in U \tag{IV.7}$$

Le point de commutation : c'est le cas particulier où l'élément u de U est tel que

$$\mu_F(u) = 0.5 \quad (\text{IV.8})$$

Un singleton : a une fonction d'appartenance telle que

$$\begin{cases} \mu_F(u) = 1 & \text{qd } u = u_0 \\ \mu_F(u) = 0 & \text{qd } u \neq u_0 \end{cases} \quad (\text{IV.9})$$

C'est un ensemble flou correspondant à une variable exacte u_0 .

IV.2.3 Opérations sur les ensembles flous [8]

Les opérations d'union, d'intersection et de complémentation dans les ensembles flous sont définies à l'aide de leur fonction d'appartenance.

Egalité :

$$A = B \Leftrightarrow \forall x \in U, f_A(x) = f_B(x). \quad (\text{IV.10})$$

Inclusion :

$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x \in U, f_A(x) \leq f_B(x). \quad (\text{IV.11})$$

La disjonction floue, 'OU' ou union :

La fonction d'appartenance $\mu_{A \cup B}$ est définie, pour tout $u \in U$, par :

$$\text{Mamdani :} \quad \mu_{A \cup B}(u) = \max\{\mu_A(u), \mu_B(u)\} \quad (\text{IV.12})$$

$$\text{Sugeno :} \quad \mu_{A \cup B}(u) = \mu_A(u) + \mu_B(u) - \mu_A(u) \cdot \mu_B(u) \quad (\text{IV.13})$$

La conjonction floue, 'ET' ou intersection :

La fonction d'appartenance $\mu_{A \cap B}$ est définie, pour tout $u \in U$, par :

$$\text{Mamdani :} \quad \mu_{A \cap B}(u) = \min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\} \quad (\text{IV.14})$$

$$\text{Sugeno :} \quad \mu_{A \cap B}(u) = \mu_A(u) \cdot \mu_B(u) \quad (\text{IV.15})$$

La complémentation, négation ou inverse :

La fonction d'appartenance $\mu_{\bar{A}}$ du complément d'un ensemble A est définie, pour tout $u \in U$, dans les deux cas par :

$$\mu_{\bar{A}} = 1 - \mu_A(u) \quad (\text{IV.16})$$

Produit cartésien :

Si F_1, F_2, \dots, F_n sont des ensembles flous dans U_1, U_2, \dots, U_n respectivement, le produit cartésien de F_1, F_2, \dots, F_n est un ensemble flou dans l'espace produit $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ ayant pour fonction d'appartenance :

$$\mu_{F_1, \dots, F_n}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \min\{\mu_{F_1}(u_1), \mu_{F_2}(u_2), \dots, \mu_{F_n}(u_n)\} \quad (IV.17)$$

ou bien,

$$\mu_{F_1, \dots, F_n}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \prod_{i=1}^n \mu_{F_i}(u_i) \quad (IV.18)$$

Relation floue :

Une relation floue d'ordre n est un ensemble flou dans $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ et est exprimé comme

$$R_{U_1 * U_2 * \dots * U_n} = \{((u_1, u_2, \dots, u_n), \mu_R(u_1, u_2, \dots, u_n)) / (u_1, u_2, \dots, u_n) \in U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n\} \quad (IV.19)$$

Composition « Sup-Star »

Si R et S sont deux relations floues dans $U \times V$ et $V \times W$ respectivement, la composition de R et S est une relation floue dénotée par $R \circ S$ et définie par

$$R \circ S = \{(u, w), \sup_V (\mu_R(u, v) * \mu_S(v, w)) / u \in U, v \in V, w \in W\} \quad (IV.20)$$

***Exemples [9] :**

Nous considérons l'ensemble flou « personnes ayant une vingtaine d'années » et l'ensemble « personnes majeures » en pointillés sur la figure (IV.4) suivante :

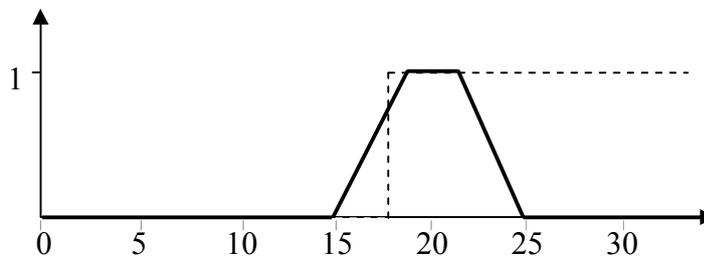


Figure IV.4 : Fonctions d'appartenance des sous-ensembles flous considérés

L'intersection :

En utilisant la définition déjà vue de l'intersection, on obtient la fonction d'appartenance de l'ensemble flou « personnes ayant une vingtaine d'années et la majorité » représentée sur la figure (IV.5) suivante :

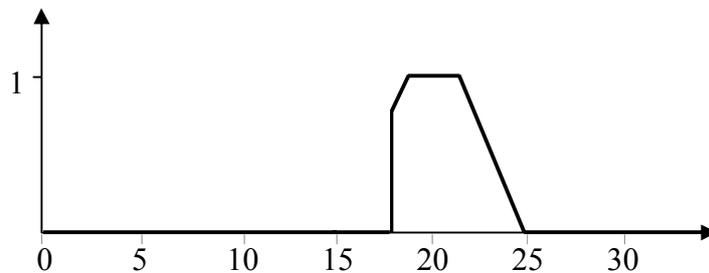


Figure IV.5 : Fonction d'appartenance de l'intersection

L'union :

Avec la définition précédente de l'union, on obtient la fonction d'appartenance de l'ensemble flou « personnes ayant une vingtaine d'années ou la majorité », elle est représentée sur la figure (IV.6).

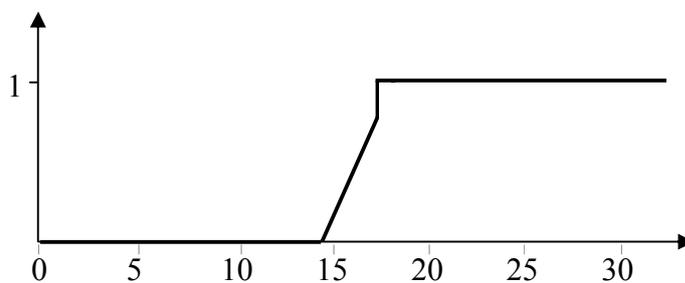


Figure IV.6 : Fonction d'appartenance de l'union

IV.2.4 Variable linguistique

C'est une variable dont les valeurs sont définies en termes linguistique et chaque valeur linguistique est un nombre flou de l'univers de discours.

La vitesse par exemple est une variable linguistique qui peut prendre les valeurs : *grande*, *moyenne* ou *faible*.

L'erreur faite sur un objet peut prendre les valeurs : *négative grande (NG)*, *zéro (Z)*, *positive petite (PP)*...

Une variable linguistique est définie par un triplet (V, U, Tv) où V représente une variable classique (vitesse, température,...) définie sur l'univers de discours U . Tv désigne les sous-ensembles flous repérés par leur label A_i : nous écrivons ainsi $Tv = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, par exemple [7] :

Pour la vitesse, $Tv = (grande, moyenne, faible)$.

Les valeurs : *grande, moyenne, faible, négative grande...*, sont appelés des **nombre flous**.

IV.3. Le contrôleur flou

Le contrôleur par logique floue est chargé de calculer à chaque instant la commande réelle u (non floue) à appliquer au système afin de réaliser l'objectif du contrôle qui est l'annulation de l'erreur de réglage $e = y - r$ (la sortie mesurée – la référence)

Les entrées de réglage sont en général :

- La valeur réelle de l'erreur e
- La dérivée de l'erreur \dot{e}

IV.3.1 Principe de fonctionnement d'un contrôleur flou

1. procéder à la partition en sous ensembles flous des différents univers de discours que le système impose, et transformer les variables réelles en variables floues (fuzzification)
2. déterminer la base de règle qui va caractériser le fonctionnement désiré du système
3. utiliser les variables floues dans un mécanisme d'inférence qui crée et détermine les variables floues de sortie, en utilisant des opérations sur les fonctions d'appartenance
4. opérer à la défuzzification qui consiste à extraire une valeur réelle de sortie de la fonction d'appartenance du sous-ensemble flou de sortie établi par le mécanisme d'inférence

IV.3.2 Présentation d'un contrôleur flou

L'architecture typique d'un contrôleur logique floue est présentée sur la figure (IV.7) suivante

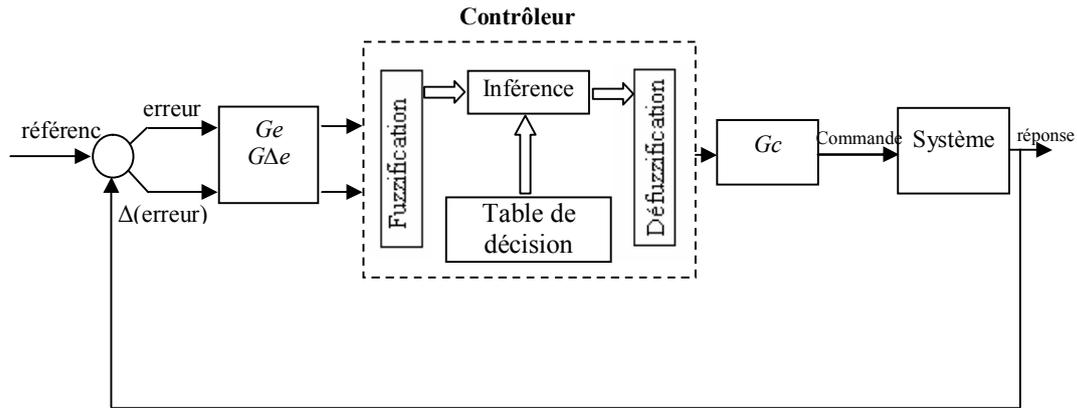


Figure IV.7 : Architecture d'un contrôleur par logique floue [9]

G_e : gain de l'erreur,

$G_{\Delta e}$: gain de la dérivée de l'erreur

G_c : gain de la sortie.

L'erreur $e(i)$ est prise à chaque i -eme instant d'échantillonnage.

La variation de l'erreur est calculée par la formule suivante:

$$\Delta e = \frac{e(n) - e(n-1)}{T}$$

$e(n)$ étant la valeur de l'erreur au $n^{\text{ième}}$ instant d'échantillonnage et $e(n-1)$ la valeur de l'erreur au $(n-1)^{\text{ième}}$ instant. T est la période d'échantillonnage.

Les variables du contrôleur : Les variables linguistiques sont l'erreur (e), la variation de l'erreur (Δe) et la commande (c). Chacune d'elle a ses propres valeurs linguistiques et son univers de discours.

Le choix du nombre de sous ensembles flous (valeurs linguistiques) à utiliser pour chaque variable linguistique influe sur la performance du contrôleur.

Le choix des ensembles flous : suivant la plage de variation des entrées et sorties, la dynamique du système à commander, la fréquence de traitement..., la nature et le nombre d'ensembles flous peut varier. Il est souvent conseillé d'utiliser des fonctions triangulaires car le nombre de règles actives à la fois sera considérablement réduit et les calculs seront relativement simples. [10]

Les gains de normalisation

Les gains des entrées Ge et $G\Delta e$ ont un rôle de normalisation des variables linguistique en vue de leurs utilisations par le contrôleur flou. Ces gains affectent aussi les performances de la réponse du système en régime transitoire.

Le choix de ces gains peut se faire d'une manière subjective (essais /erreurs) de sorte a obtenir la meilleure performance possible. [9]

IV.3.2.1 Fuzzification

La fuzzification assure la transformation des grandeurs physiques (entrées) en valeurs linguistiques qui peuvent êtres traitées ensuite par le mécanisme d'inférence et ce, grâce aux fonctions d'appartenances des valeurs linguistiques concernées par la valeur physique.

- **Exemple de fuzzification** (voir Figure IV.8) :

Si l'erreur physique en entrée est égale à 0.1

Après fuzzification l'erreur est égal à Z (zéro) avec un degré 0.8 et est égale aussi à PM (positif moyen) avec un degré 0.2.

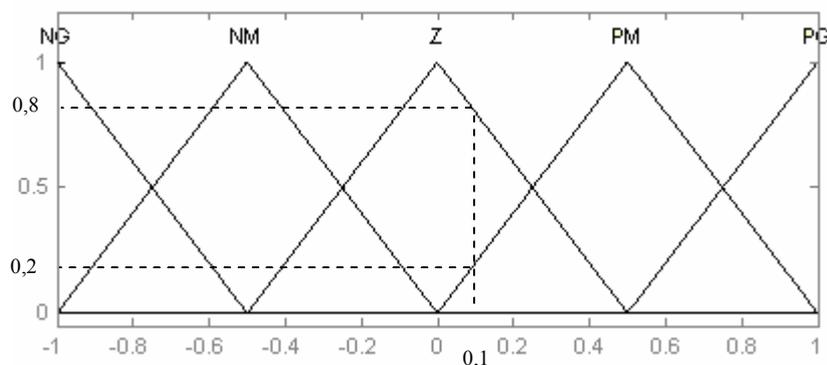


Figure IV.8 : Exemple de fuzzification [9]

IV.3.2.2 Table de décision

La table de décision contient l'ensemble des règles floues nécessaire à la commande du système. Le choix des règles à utiliser est difficile à déterminer. L'obtention de cette table provient d'un expert, de l'expérience ou même de l'apprentissage. C'est la partie la plus importante pour le contrôle.

Nous donnons l'exemple de celle de Mac Vicar-Whelan [9]

$\Delta e \backslash e$	NG	NM	Z	PM	PG
NG	NG	NG	NM	NM	Z
NM	NG	NM	NM	Z	PM
Z	NM	NM	Z	PM	PM
PM	NM	Z	PM	PM	PG
PG	Z	PM	PM	PG	PG

Figure IV.9 : Table de décision standard de Mac Vicar-Whelan à 5 ensembles flous.

Les règles floues de cette table peuvent être écrites sous la forme suivante :

Si $e=NG$ ET $\Delta e=NG$ Alors $c=NG$

SI $e=NG$ ET $\Delta e=Nm$ Alors $c=NG$

.....

Si $e=PG$ ET $\Delta e=PG$ Alors $c=PG$

Dans cet exemple la sortie de chaque règle est floue, le système flou est dit du type **Mendel-Wang-Mamdani**. D'autres systèmes flous, où la sortie de chaque règle est numérique, sont dits de type **Takagi-Sugeno-Kang**.

IV.3.2.3 Mécanisme d'inférence

A partir des valeurs fuzzifiées, le mécanisme permet en utilisant les fonctions d'appartenance de chaque variable linguistique, les entrées ainsi que les règles floues, d'obtenir les conclusions des règles avec leurs degrés d'activation, donc les fonctions d'appartenance des sous ensembles flous solutions de la commande.

Agrégation

L'agrégation détermine la manière de combiner les sorties des différentes règles pour donner une seule valeur numérique dans le cas d'un système **Takagi-Sugeno** ou de construire un seul ensemble flou dans la conséquence pour un système **Mamdani**.

Le résultat de l'agrégation est obtenu par plusieurs méthodes (généralement par : min pour le ET, max pour le OU).

IV.3.2.3.1 Système flou Takagi-Sugeno-Kang (TSK) [10]

Pour chaque règle est associée une fonction linéaire ou pas des entrées, pour obtenir une sortie y^i numérique comme suit :

$$\text{Si } x_1 \text{ est } A_1^i \text{ et ...et } x_n \text{ est } A_n^i \text{ alors } y^i = f^i(x_1, x_2, \dots, x_n) \tag{V.21}$$

En général on utilise des fonctions linéaires avec des coefficients de pondération C_k^i propres à chaque règle i :

$$y^i = c_0^i + \sum_{k=1}^n c_k^i x_k \tag{V.22}$$

Pour un produit avec n sous ensembles flous A_i , nous obtenons :

$$w_i(x) = \prod_{i=1}^n \mu_{A_i}(x), i = 1, \dots, n. \tag{V.23}$$

$y^i, w_i(x), i = 1, \dots, n$: sorties de l'inférence.

Agrégation

L'agrégation de toutes les règles permet d'avoir la sortie définitive y :

$$y(x) = \frac{\sum_{i=1}^m w_i(x) y^i(x)}{\sum_{i=1}^m w_i(x)} \tag{V.24}$$

IV.3.2.3.2 Système flou Mendel-Wang-Mamdani

➤ **Interface de défuzzification**

Elle convertit l'ensemble flou résultant de l'agrégation en une seule valeur physique exploitable (valeur numérique) dans le but de donner plus de certitude à la sortie du système d'inférence flou.

Il existe plusieurs méthodes pour réaliser cette opération, parmi lesquelles nous citons :

La méthode du maximum [9] : Elle consiste à choisir comme solution défuzzifiée l'abscisse du maximum de la fonction d'appartenance des solutions. Si plusieurs maximums existent, il faut prendre un choix ou bien utiliser une variante de cette méthode en prenant la moyenne des maximums.

Cette technique est simple à appliquer, mais peu employée étant donné qu'elle est basée sur l'opérateur maximum qui privilégie une seule règle parmi celles qui sont présentes.

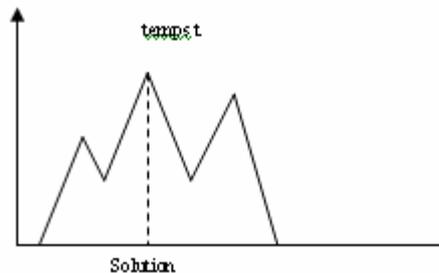


Figure IV.10 : Méthode du maximum

La méthode du centre de gravité (centroïde) [9]

Cette méthode donne généralement de bons résultats. Elle génère, comme solution, l'abscisse du centre de gravité de la surface engendrée par la fonction d'appartenance de l'ensemble flou agrégé (voir figure IV.11).

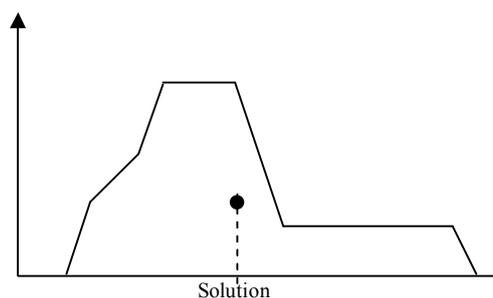


Figure IV.11 : Méthode du centre de gravité

Cette méthode est très efficace mais en contrepartie nécessite un temps de calcul important.

La commande par logique floue permet d'obtenir une loi de réglage souvent très efficace sans devoir faire des études théoriques approfondies. Sa spécificité est qu'elle n'a pas besoin d'un modèle mathématique explicite et précis. Son utilisation est donc recommandée lorsque le système à piloter est mal connu ou présente des incertitudes d'identification. Nous trouvons aussi ses avantages dans sa rapidité, la facilité de sa mise en œuvre, la bonne poursuite de la trajectoire et les performances vis-à-vis des perturbations externes [7], [9],...

Cependant, la commande par logique floue présente des inconvénients entre autre, on énumère : la difficulté de définir la base des règles, le nombre de ces dernières qui est assez grand, le nombre et la forme des ensembles flous, la difficulté de choisir les gains de normalisation et le manque en outils théoriques fondés sur la stabilité du système à commander. [7], [9]...

Nous avons vu dans le chapitre précédent que la commande par mode glissant a largement prouvé son efficacité : sa robustesse, sa performance vis-à-vis des erreurs paramétriques et des perturbations, la bonne poursuite de la trajectoire...etc. Toutefois cette technique présente aussi des inconvénients ; nous citons la difficulté de choisir la surface ou l'hyper surface de glissement avec ces paramètres, notamment pour les systèmes sous actionnés, ce choix qui est important dans la synthèse d'une commande avec une énergie tolérable.

En vue de l'obtention d'une complémentarité des avantages de ces deux types de commande et en évitant leurs inconvénients, nous allons utiliser une nouvelle stratégie, qui a prouvé son efficacité considérable dans pas mal de travaux, c'est la commande hybride qui consiste à combiner deux lois de commandes et bénéficier de leurs avantages. Dans notre cas, nous hybridons le flou pour sa rapidité et sa facilité de mise en œuvre ; et le régime glissant pour ses fondements théoriques rassurant du point de vue stabilité, robustesse et la haute précision n'étant pas assurée par la logique floue.

Pour notre système, nous allons suivre la même logique que celle que nous avons appliquée dans la commande par mode de glissement. La seule différence est que dans la première étape, nous allons appliquer la commande floue avec asservissement des états du système au voisinage du zéro. La deuxième étape, nous la laissons telle qu'elle est.

IV.4. Application de la commande par logique floue et mode glissant au pendule inversé

Après avoir vu le fondement théorique de la commande floue-glissement, nous nous intéressons ici à son application sur le pendule inversé.

IV.4.1. La première étape : la commande par logique floue [7]

IV.4.1.1. Fuzzification

Le régulateur floue utilisé est de type mamdani dont les entrées sont : l'angle Θ , et la vitesse angulaire du pendule $\dot{\Theta}$, ainsi le déplacement x , et la vitesse \dot{x} du chariot. Pour le choix de la forme des fonctions d'appartenance, nous avons pris les formes triangulaire et trapézoïdale. (voir figure IV.12)

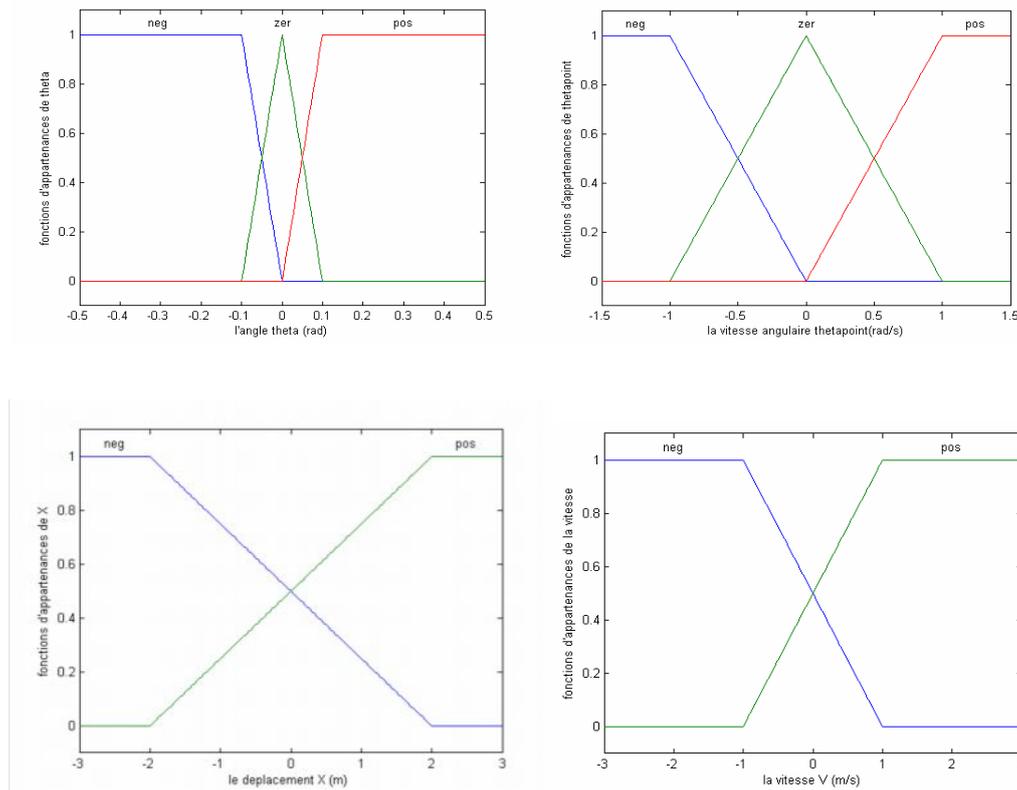


Figure IV.12 : Fuzzification des entrées Θ , $\dot{\Theta}$, x et \dot{x}

IV.4.1.2. Mécanisme d'inférence

En général, plusieurs valeurs de variables linguistiques, convenablement définies par des fonctions d'appartenance, sont liées entre elles par des règles. Afin de tirer des conclusions, nous parlons alors de déductions floues, ou inférences. Pour notre application nous avons utilisé la base des règles données par le tableau de la figure (IV.13).

Pour le choix de la méthode d'inférence, nous avons opté pour la méthode max-min, du fait qu'elle est facile à implanter et donne de bons résultats.

U	x est Neg	θ			U	x est Neg	θ		
	x' est Neg	Neg	EZ	Pos		x' est Pos	Neg	EZ	Pos
	Neg	NG	NM	NP		Neg	NM	NP	EZ
θ'	EZ	NM	NP	EZ	θ'	EZ	NP	EZ	PP
	Pos	NP	EZ	PP		Pos	EZ	PP	PM

U	x est Pos	θ			U	x est Pos	θ		
	x' est Neg	Neg	EZ	Pos		x' est Pos	Neg	EZ	Pos
	Neg	NM	NP	EZ		Neg	NP	EZ	PP
θ'	Ez	NP	EZ	PP	θ'	Zer	EZ	PP	PM
	Pos	EZ	PP	PM		Pos	PP	PM	PG

Figure IV.13 : Table des règles de décision floue

Désignations

Neg: négatif, **EZ** : environ zéro, **Pos** : positif, **P** : petit, **M** : moyen, **G** : grand, **NP** : négatif petit, **NM** : négatif moyen, **NG** : négatif grand, **PP** : positif petit, **PM** : positif moyen, **PG** : positif grand.

IV.4.1.3. Défuzzification

Dans notre étude, notre choix est porté sur la méthode la plus utilisée pour la défuzzification, il s'agit de la défuzzification par centre de gravité. Les fonctions d'appartenance de la sortie U sont de la forme triangulaire (figure IV.14)

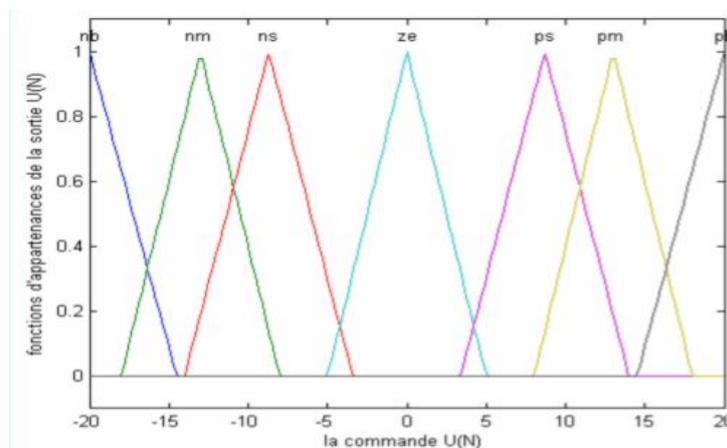


Figure IV.14 : Fonctions d'appartenance pour la commande

IV.4.2 La deuxième étape : la commande par mode de glissement

C'est la même étape appliquée dans le chapitre précédent

IV.5 Les simulations

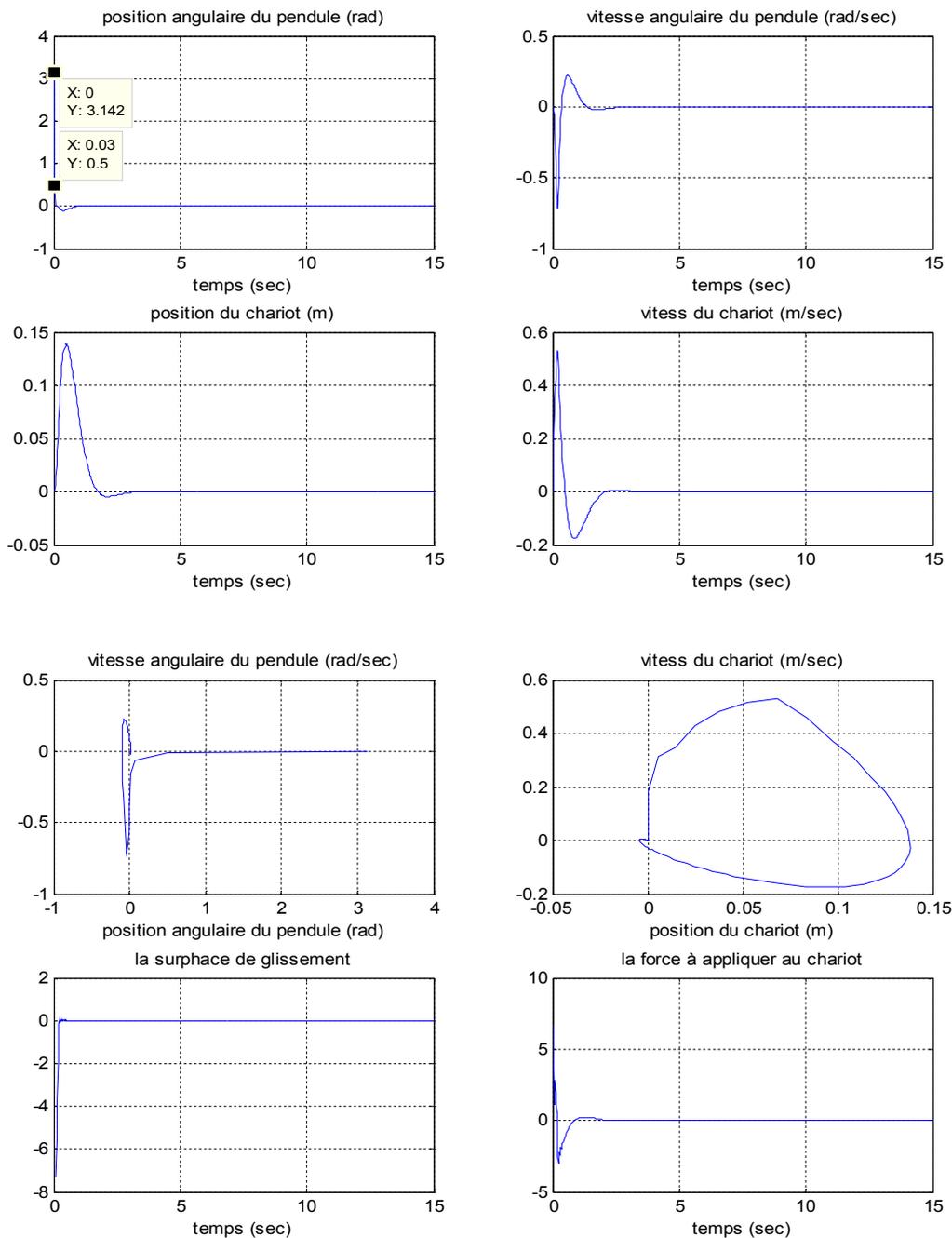


Fig. IV.15 : Résultats de simulation pour la commande par logique floue et mode glissant,

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), K_{s_2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Sans frottement)

- ✓ Le temps de réponse est de 3 secondes.
- ✓ L'instant de commutation est $t_c = 0.09$ Sec
- ✓ La commande est acceptable et réalisable pratiquement, son max est 6.67 (N)
- ✓ Le déplacement du chariot ne dépasse pas les limites.
- ✓ Les dynamiques des sous systèmes pendule et chariot sont tolérables.

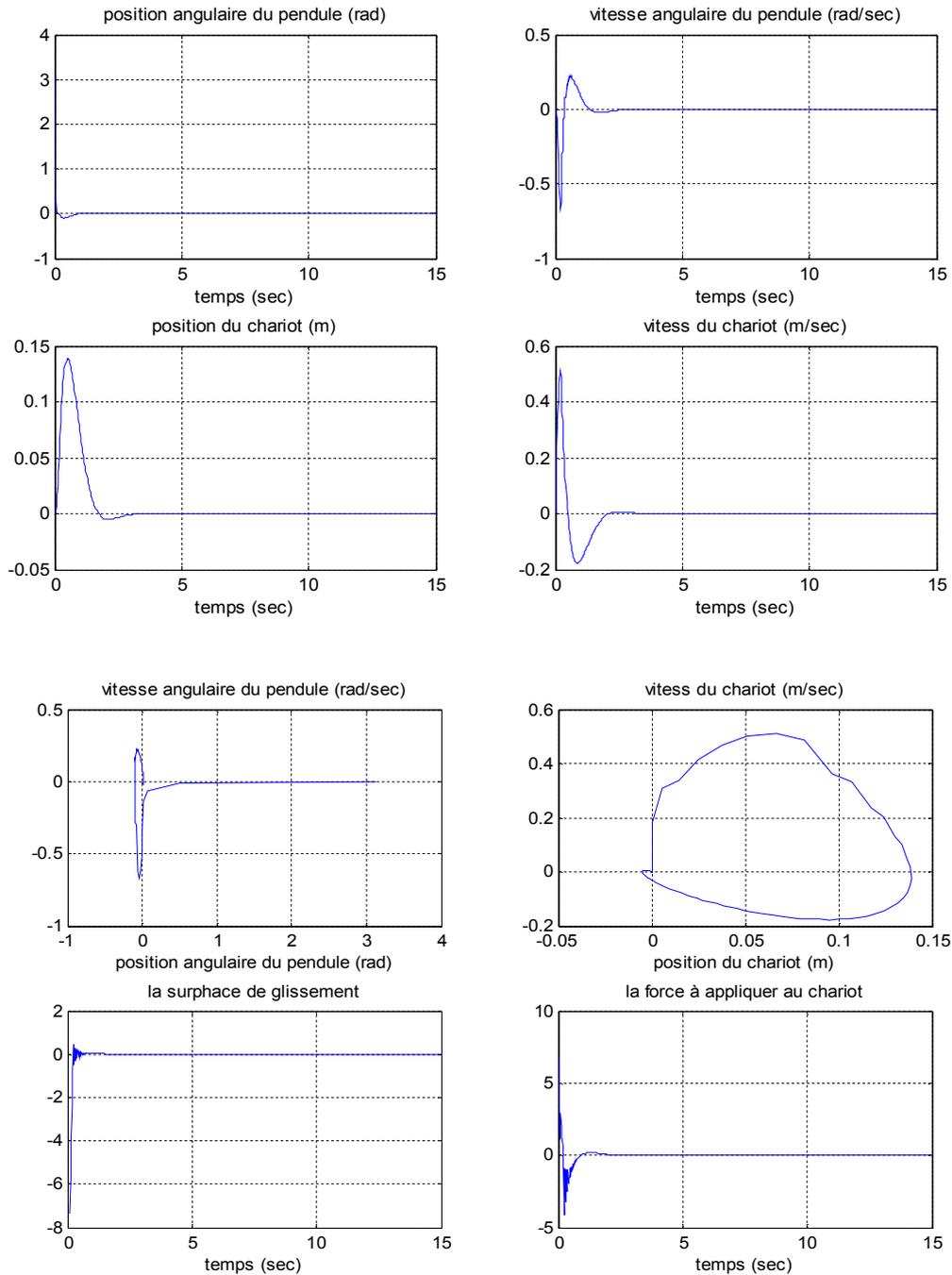


Fig. IV.16 : Résultats de simulation pour la commande par logique floue et mode glissant,

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), K_{s_2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Avec un coefficient de frottement de 0.5kg/s)

Nous remarquons que la différence entre les résultats sans frottement et celles avec frottements est très négligeable, et nous avons toujours le même temps de réponse et même temps de commutation avec garantie de la stabilité et non dépassement des limites pour le chariot.

IV.6. Test des performances et des robustesses

IV.6.1 Test des performances

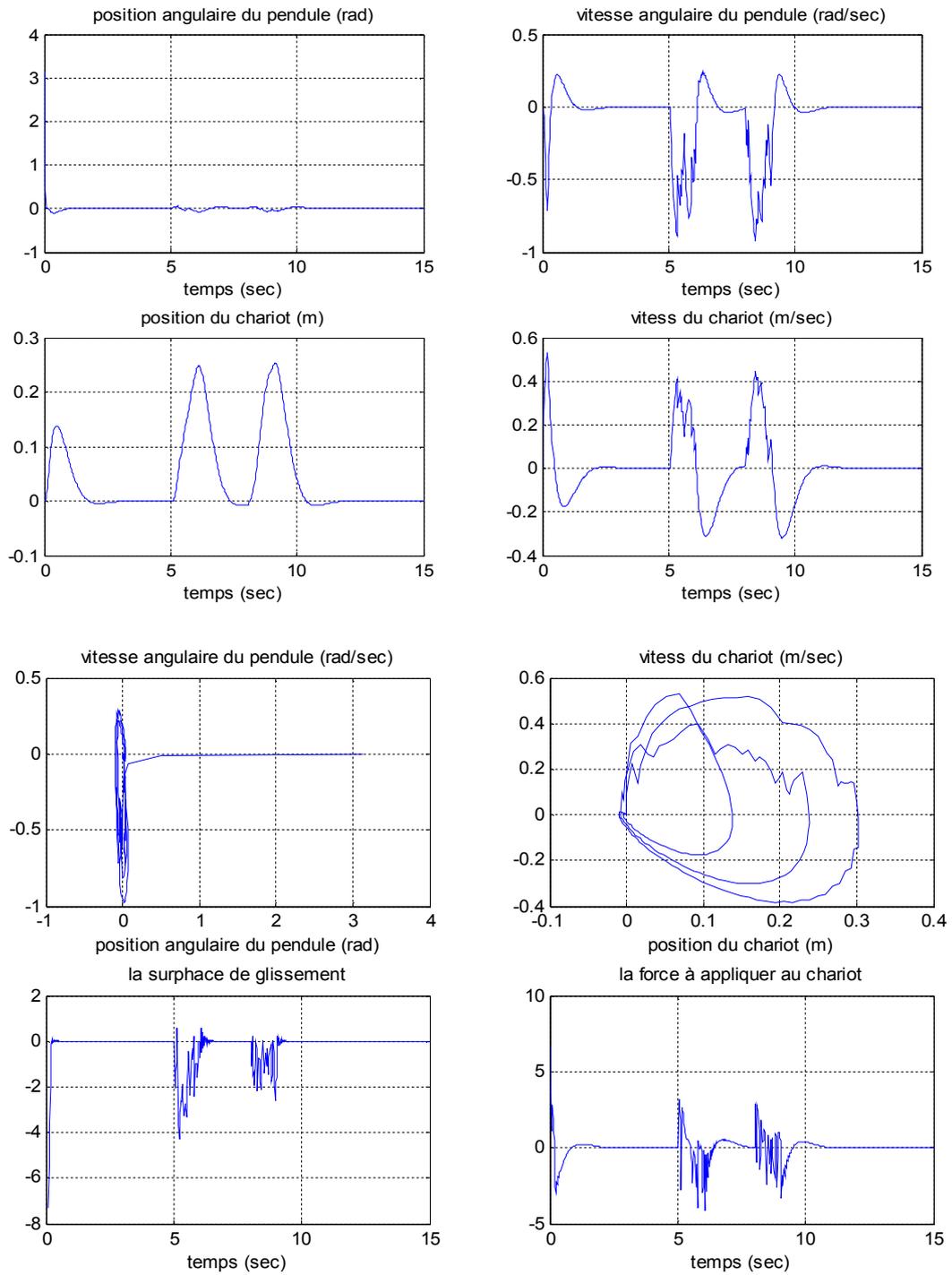


Fig. IV.17 : Résultats de simulation pour la commande par logique floue et mode glissant, deux perturbations aléatoires d'une durée 1sec, aux instants 5 Sec et 8 Sec sur le pendule

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

Sans frottements

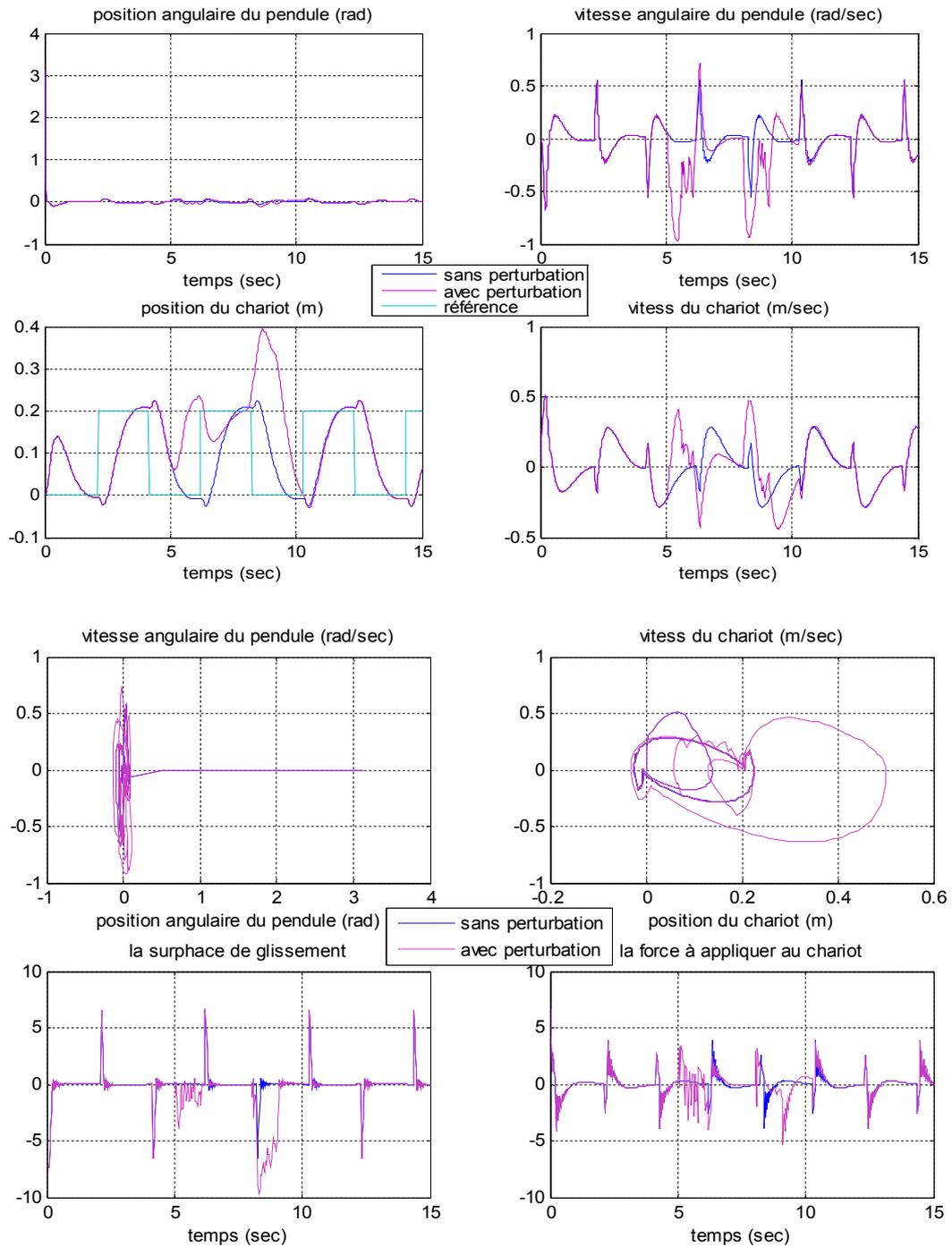


Fig. IV.18 : Résultats de simulation pour la commande par logique floue et mode glissant, une référence rectangulaire pour le déplacement du chariot

deux perturbations aléatoires d'une durée 1sec, aux instants 5 Sec et 8 Sec sur le pendule

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), K_{s_2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Avec frottements (0.5 kg/s) et perturbations)

Nous notons :

- Le rejet des perturbations avec non dépassement des limites pour le chariot
- La stabilisation du pendule avec des petites oscillations dues à l'allé retour du chariot.
- La poursuite de référence rectangulaire pour le chariot sans dépassement des limites.
- La commande acceptable et réalisable pratiquement.
- La stabilité de la surface de glissement.
- La tolérance des dynamiques des sous systèmes pendule et chariot.

La différence entre les deux cas d'applications et non application des perturbations, est la réaction du système aux moments de la survenue des celles ci, elle apparaît clairement dans le déplacement du chariot où l'éloignement de ce dernier de la référence jusqu'à 0.44mètres. Dans les autres réponses, la différence est très faible.

Le chariot suit à nouveau la référence dès la disparition des perturbations.

IV.6.2 Test de robustesse sans perturbations et sans frottements

➤ Erreurs paramétriques sur la masse (m) du pendule

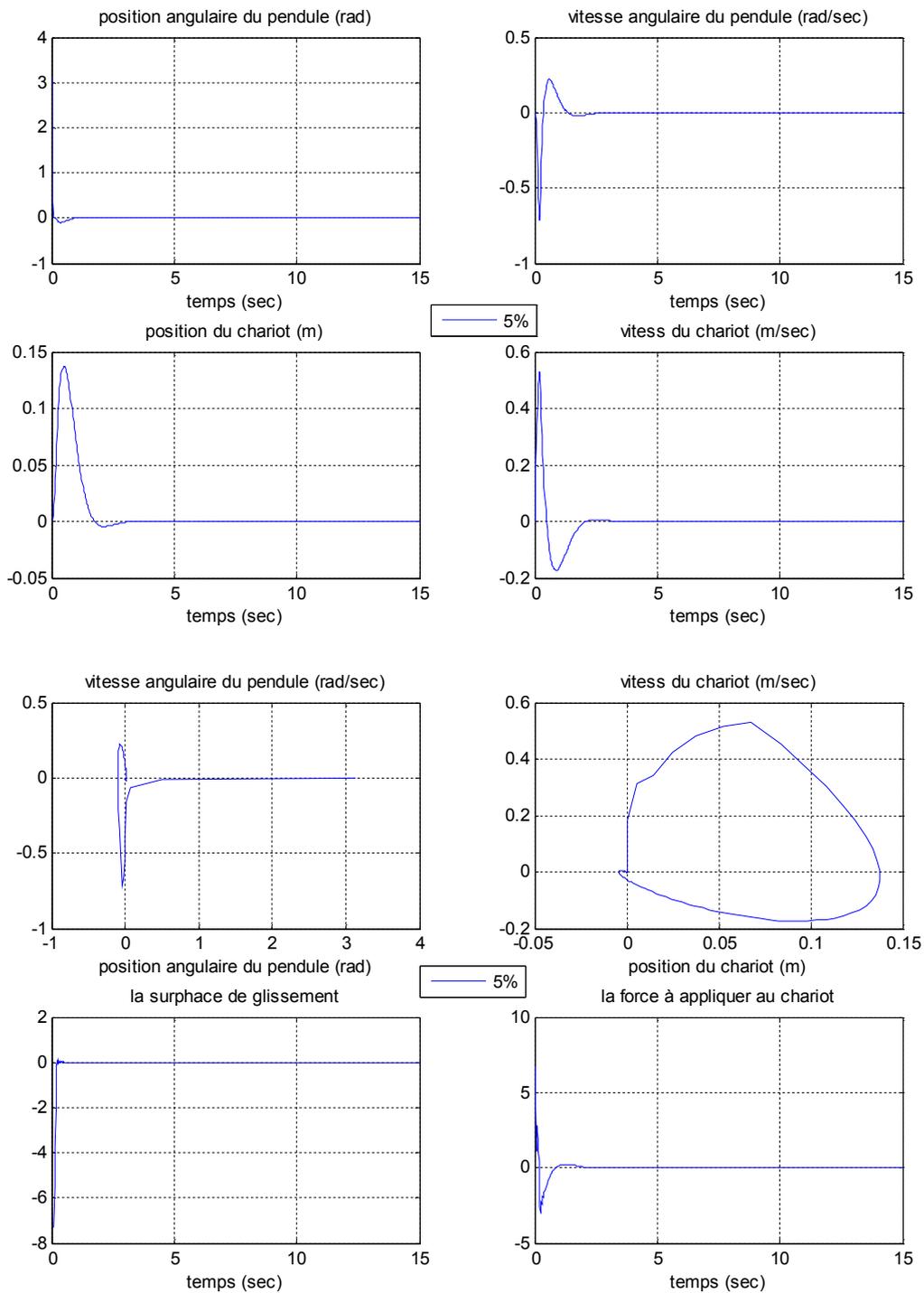


Fig. IV.19 : Résultats de simulation pour la commande par logique floue et mode glissant,

pour une erreur paramétrique de 5 % sur m

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Sans frottement)

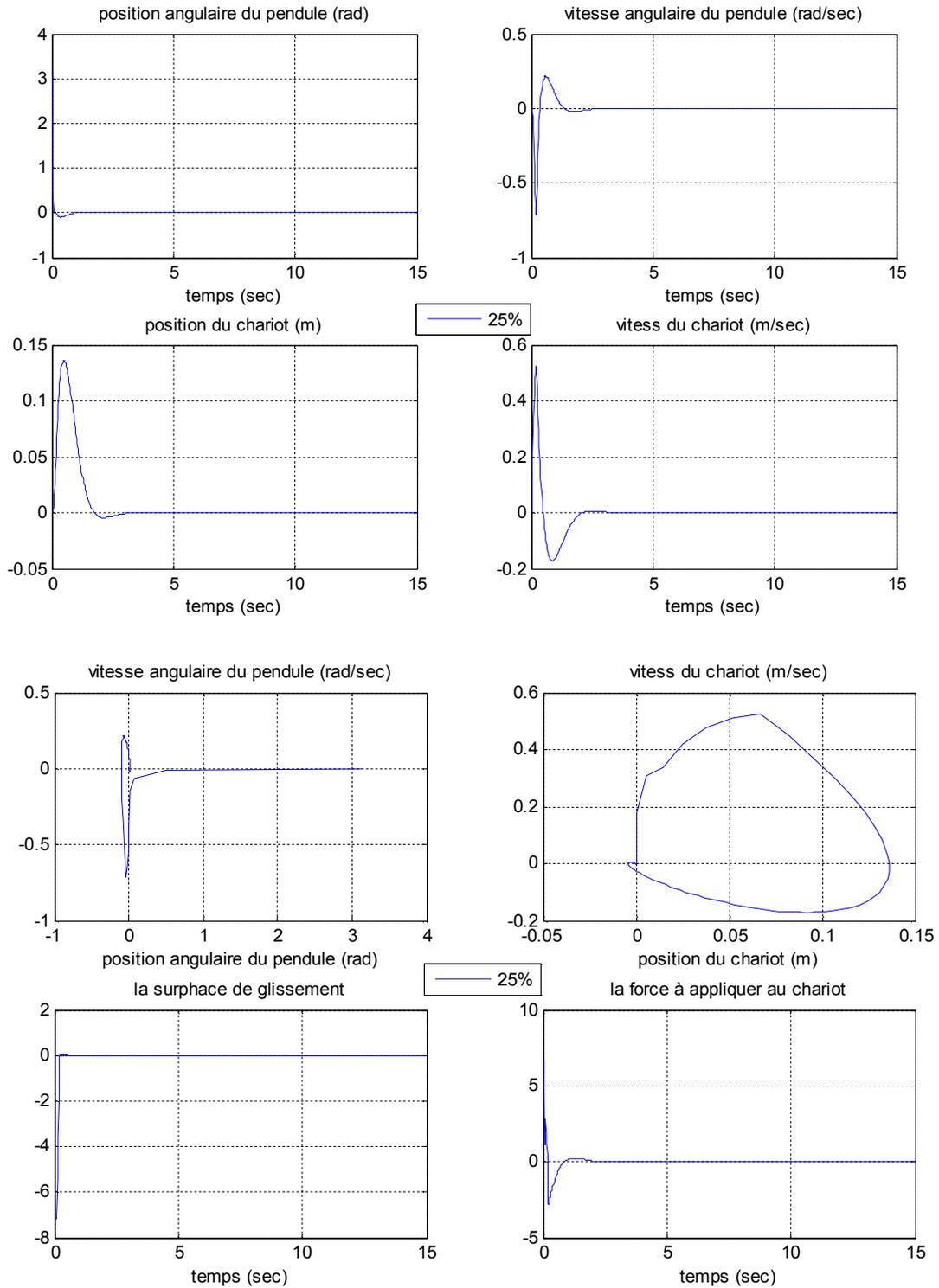


Fig. IV.20 : Résultats de simulation pour la commande par logique floue et mode glissant, pour une erreur paramétrique de 25 % sur m

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Sans frottement)

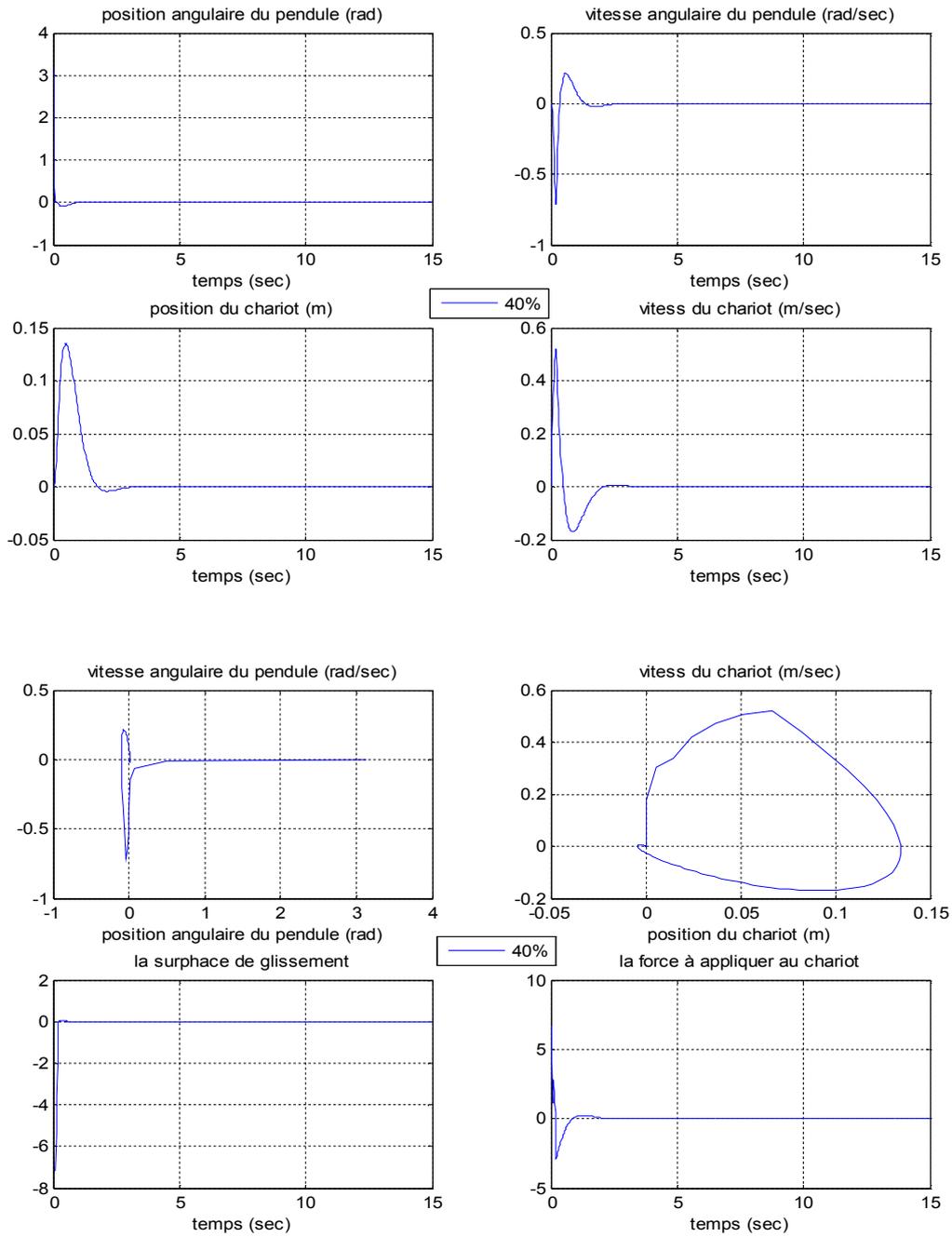


Fig. IV.21 : Résultats de simulation pour la commande par logique floue et mode glissant, pour une erreur paramétrique de 40 % sur m

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), K_{s_2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Sans frottement)

Nous notons que quelque soit l'erreur paramétrique sur m , nous enregistrons les mêmes robustesses tel que stabilité, non dépassement des limites et la commande tolérable et réalisable pratiquement.

➤ Erreurs paramétriques sur la masse (M) du chariot

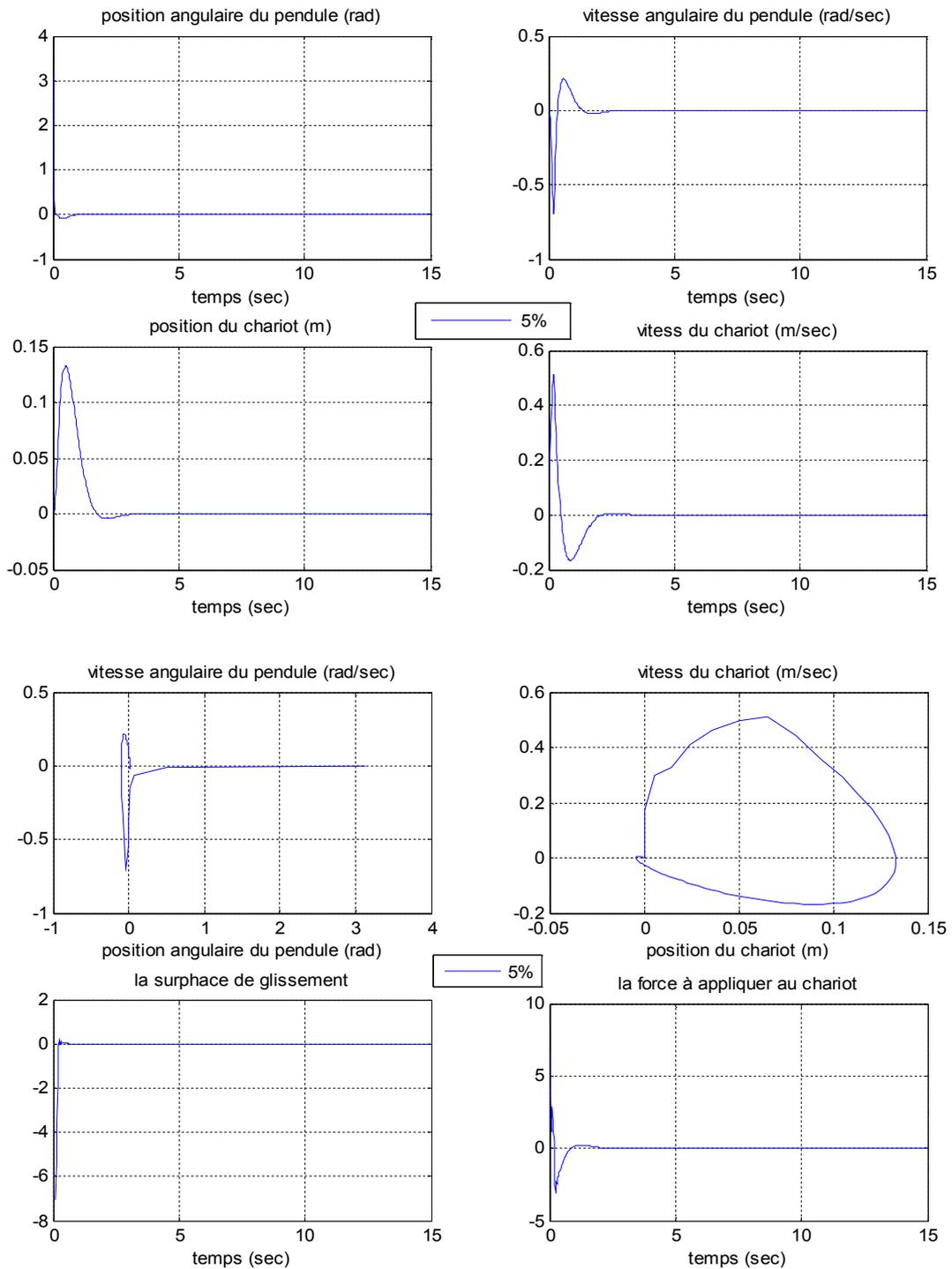


Fig. IV.22 : Résultats de simulation pour la commande par logique floue et mode glissant, pour une erreur paramétrique de 5 % sur M

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), K_{s_2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Sans frottement)

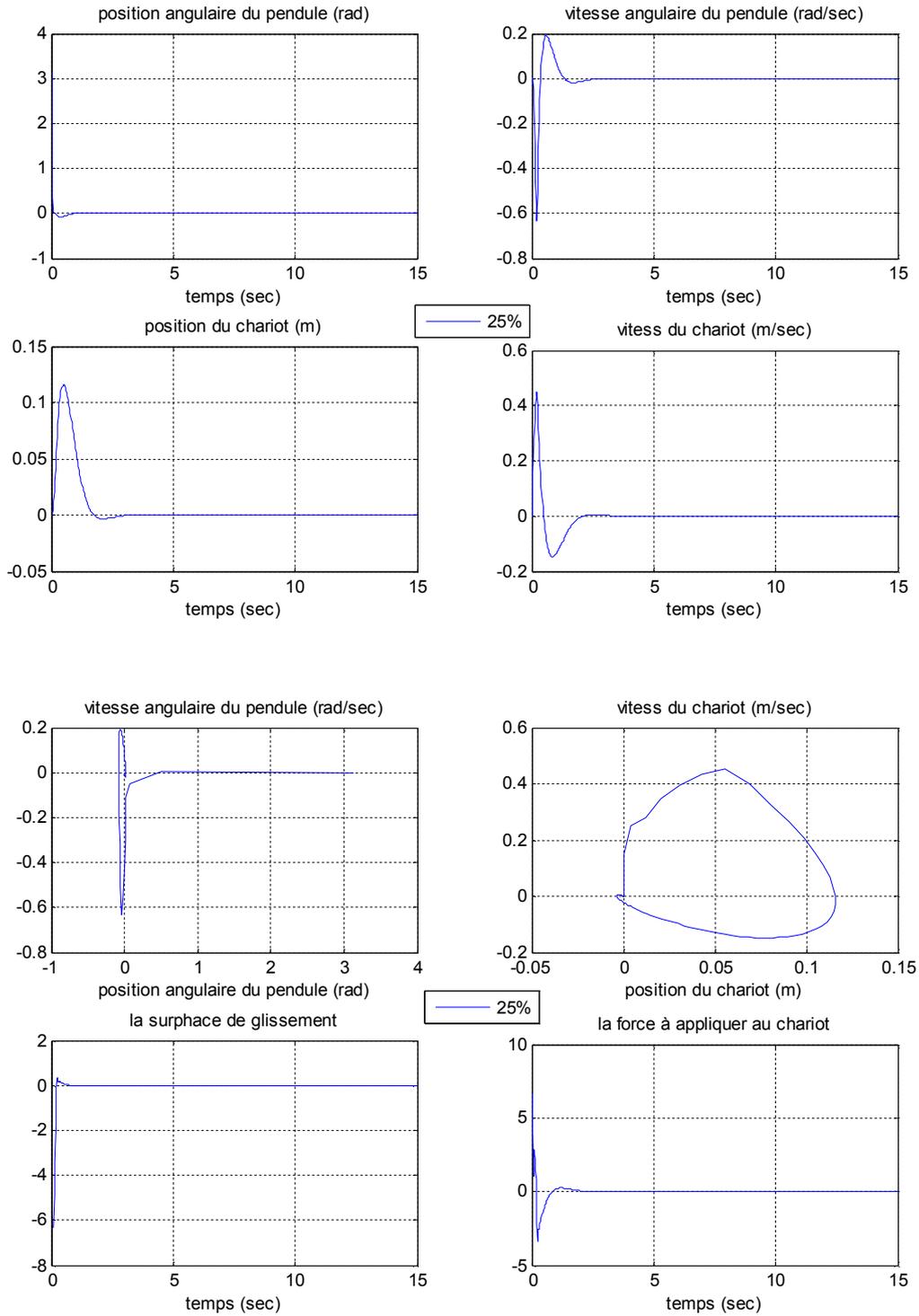


Fig. IV.23 : Résultats de simulation pour la commande par logique floue et mode glissant, pour une erreur paramétrique de 25 % sur M

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), K_{s_2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Sans frottement)

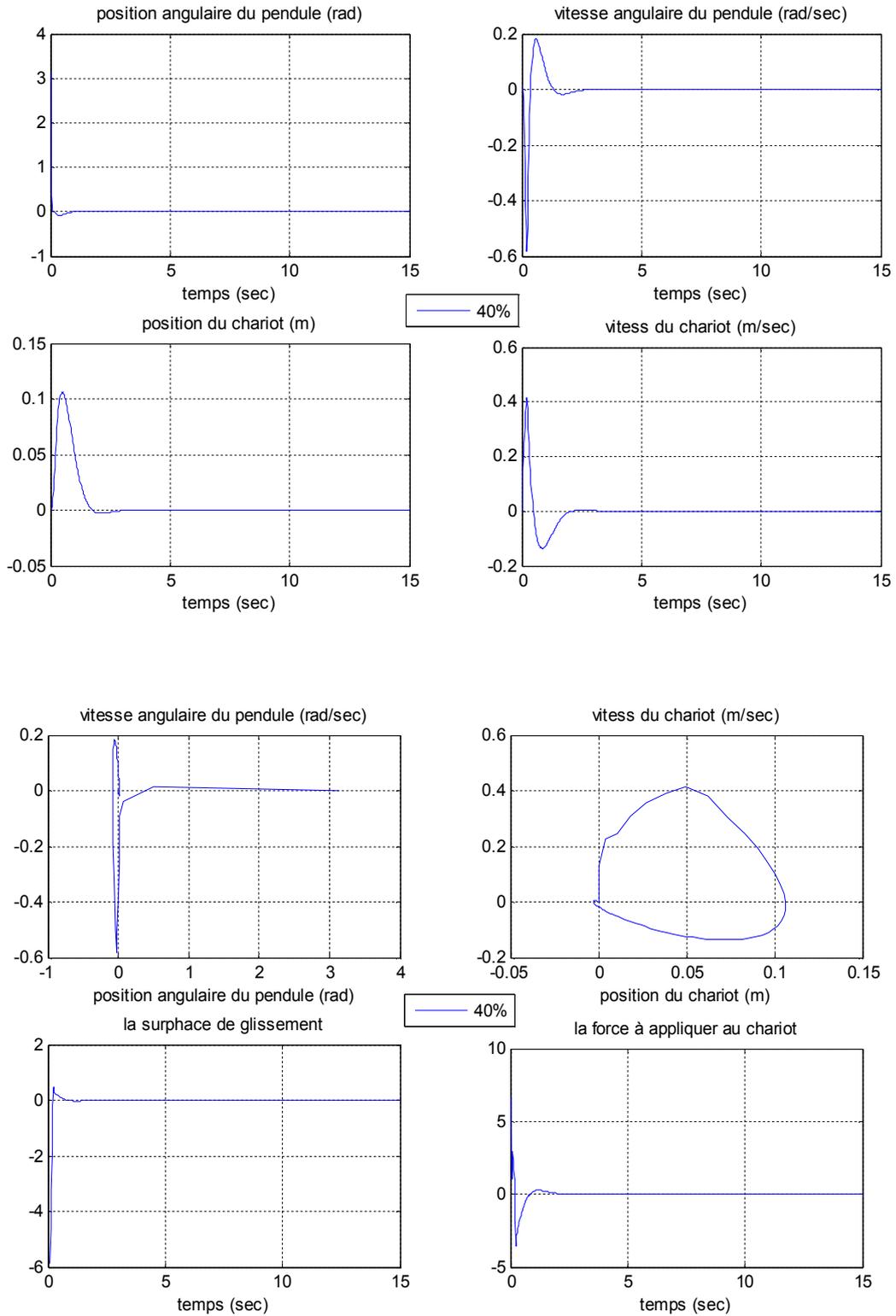


Fig. IV.24 : Résultats de simulation pour la commande par logique floue et mode glissant, pour une erreur paramétrique de 40 % sur M

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), K_{s_2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Sans frottement)

➤ Erreurs paramétriques sur la longueur du pendule (l)

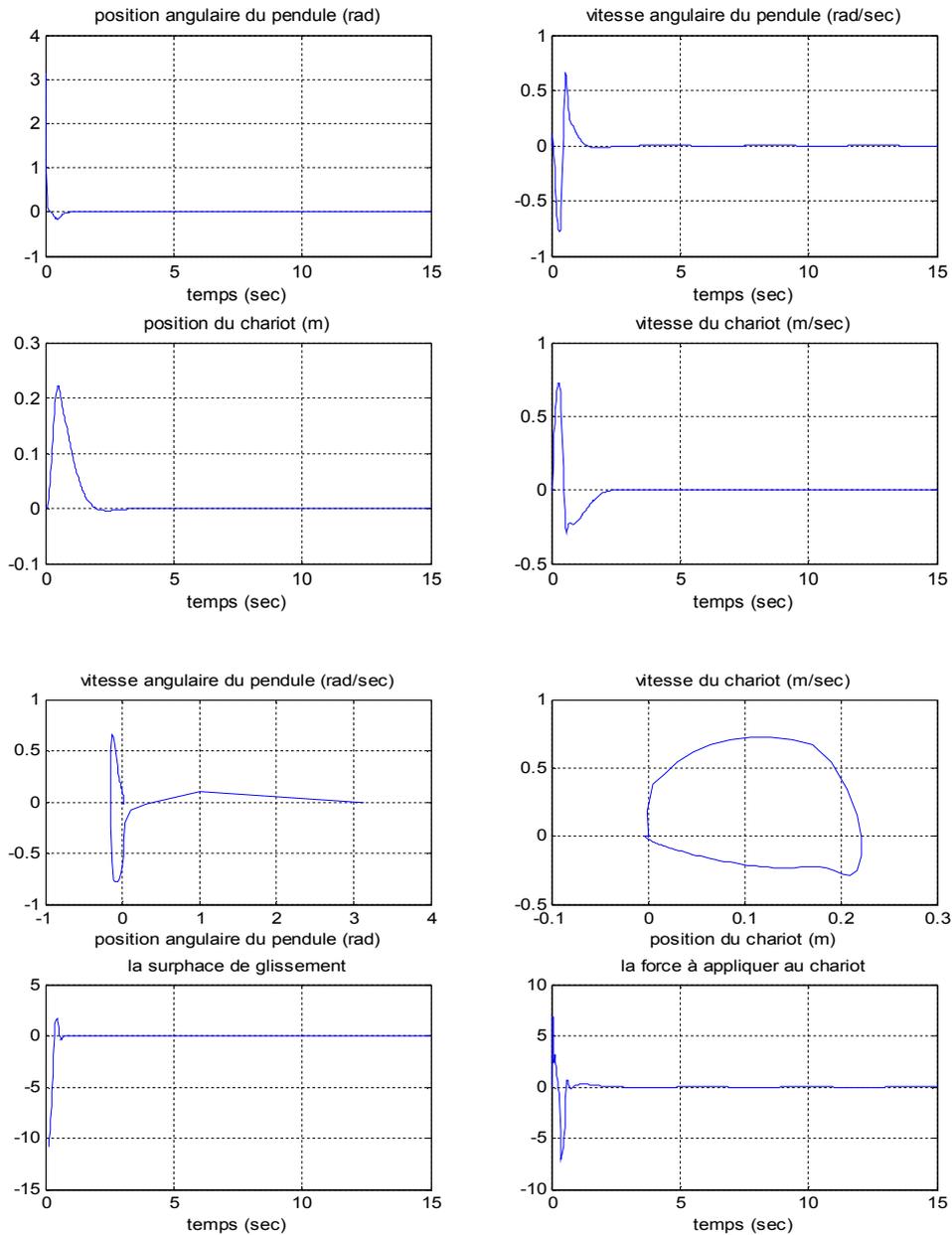


Fig. IV.25 : Résultats de simulation pour la commande par logique floue et mode glissant, pour une erreur paramétrique de 5 % sur l

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), K_{s_2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Sans frottement)

Nous notons que même pour des erreurs paramétriques considérables sur m ou M ou l , nous enregistrons les mêmes robustesses tel que stabilité, non dépassement des limites et la commande tolérable et non énergétique.

IV.6.3 Test de robustesse avec frottements et perturbations

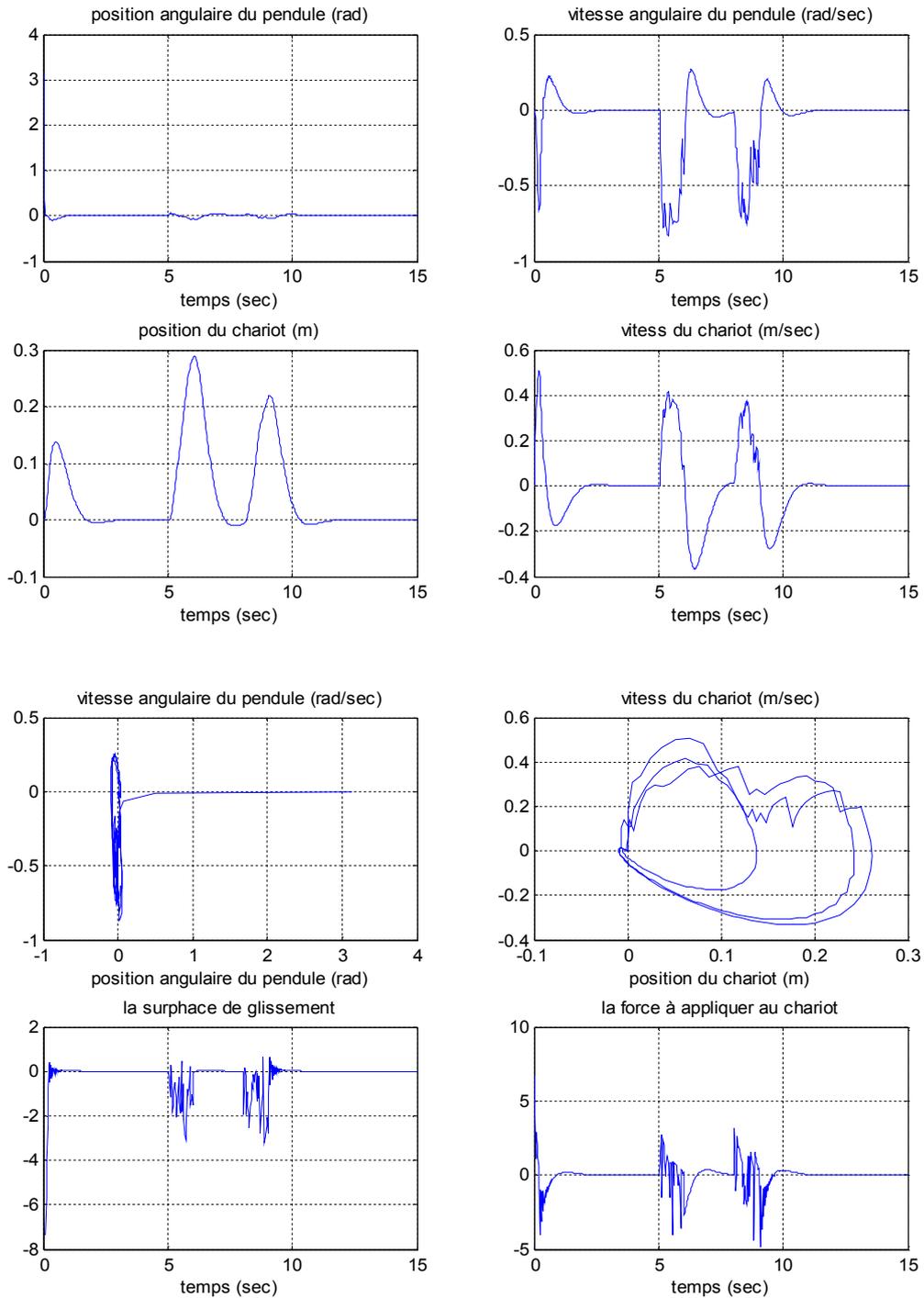


Fig. IV.26 : Résultats de simulation pour la commande par logique floue et mode glissant, pour une erreur paramétrique de 10 % sur m

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), K_{s_2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Avec frottements (0.5 kg/s) et perturbations)

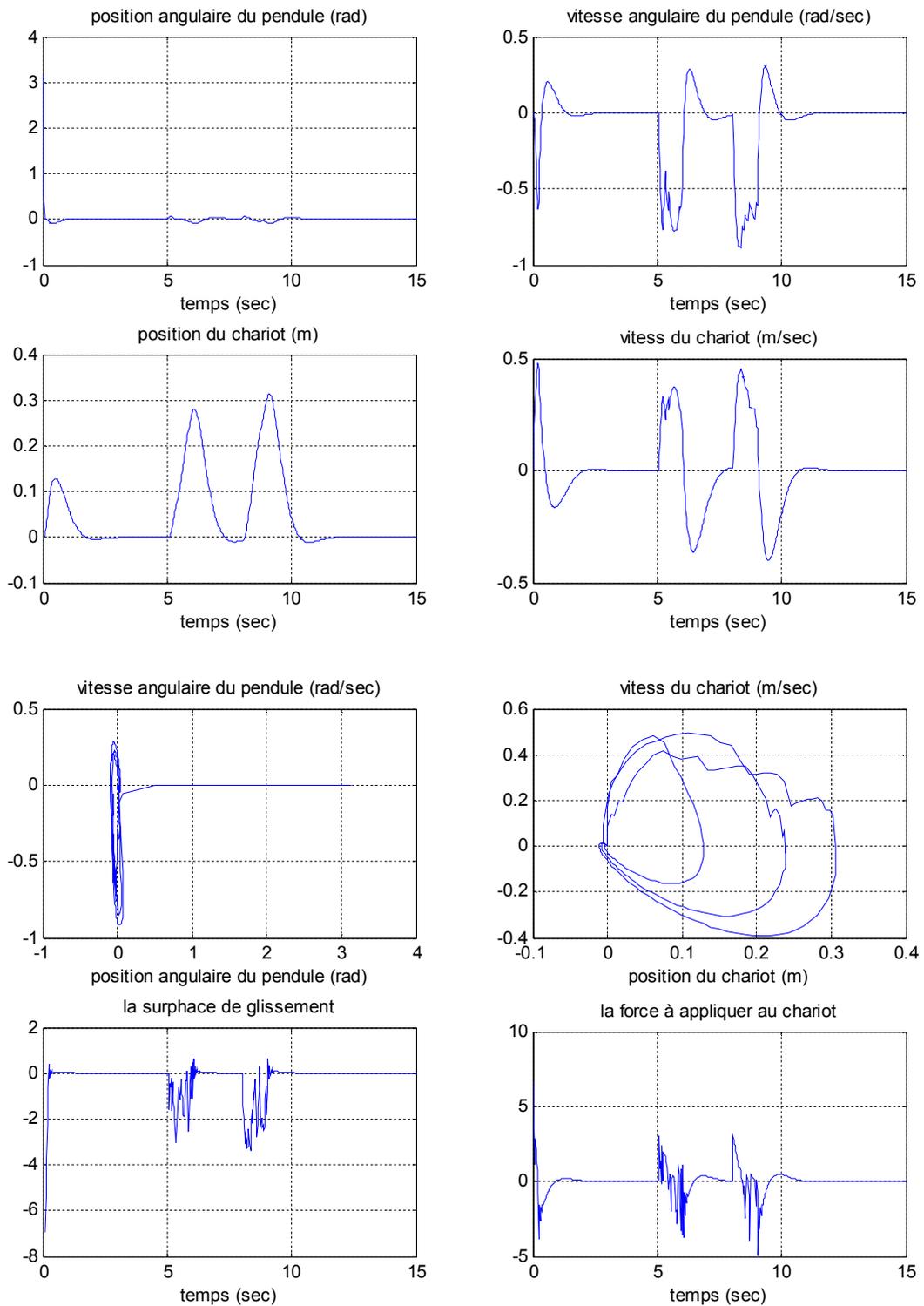


Fig. IV.27 : Résultats de simulation pour la commande par logique floue et mode glissant,

pour une erreur paramétrique de 10 % sur M

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Avec frottements (0.5 kg/s) et perturbations)

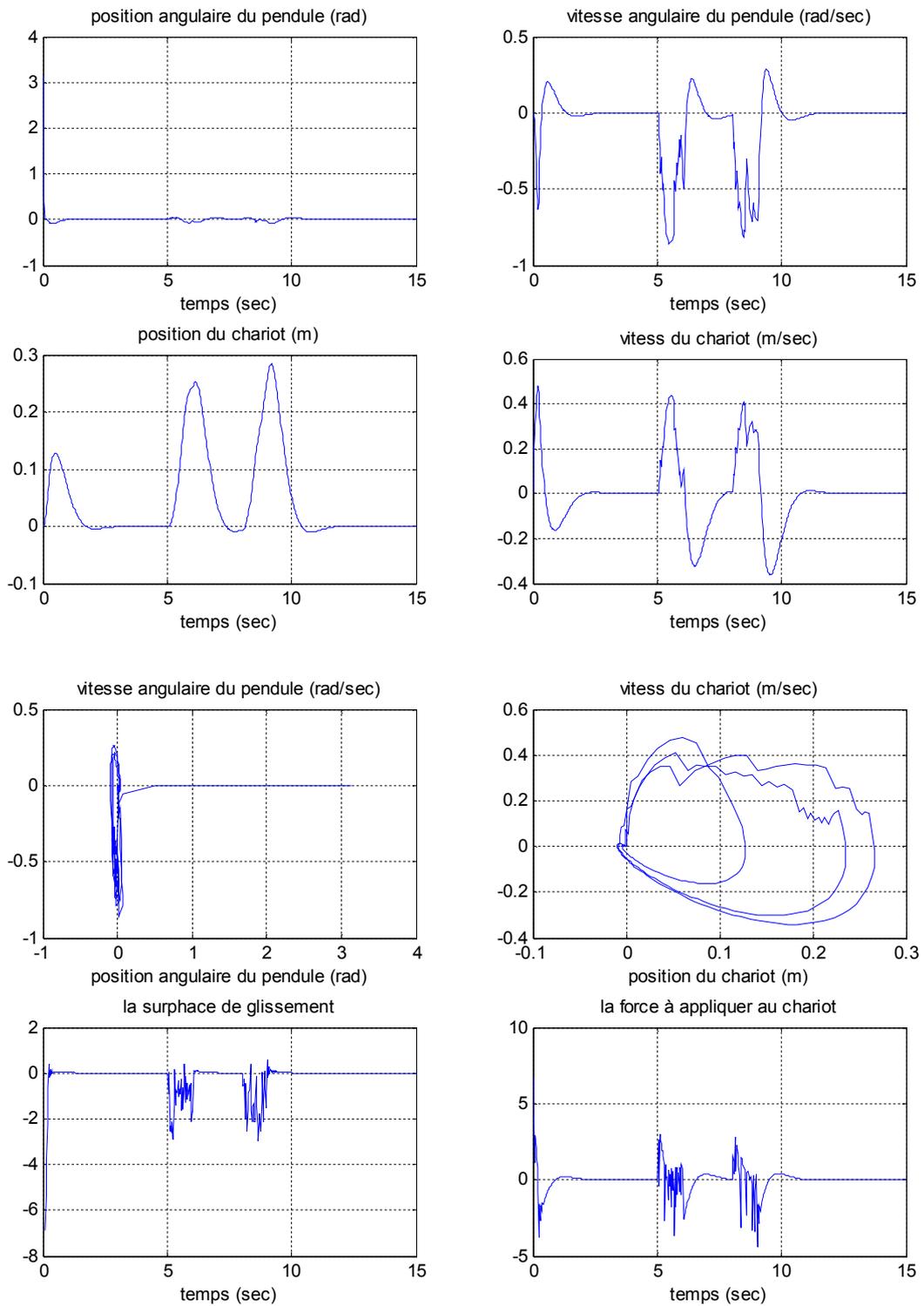


Fig. IV.28 : Résultats de simulation pour la commande par logique floue et mode glissant,

pour une erreur paramétrique de 10 % sur m et de 10% sur M

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), K_{s_2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Avec frottements (0.5kg/s) et perturbations)

*erreurs paramétriques de 50% sur m, de 50 % sur M et de 10% sur l.

*perturbations aléatoires d'une durée une seconde et d'amplitude 1, appliquées à l'instant 5 Sec sur le pendule et à l'instant 9 Sec sur le chariot.

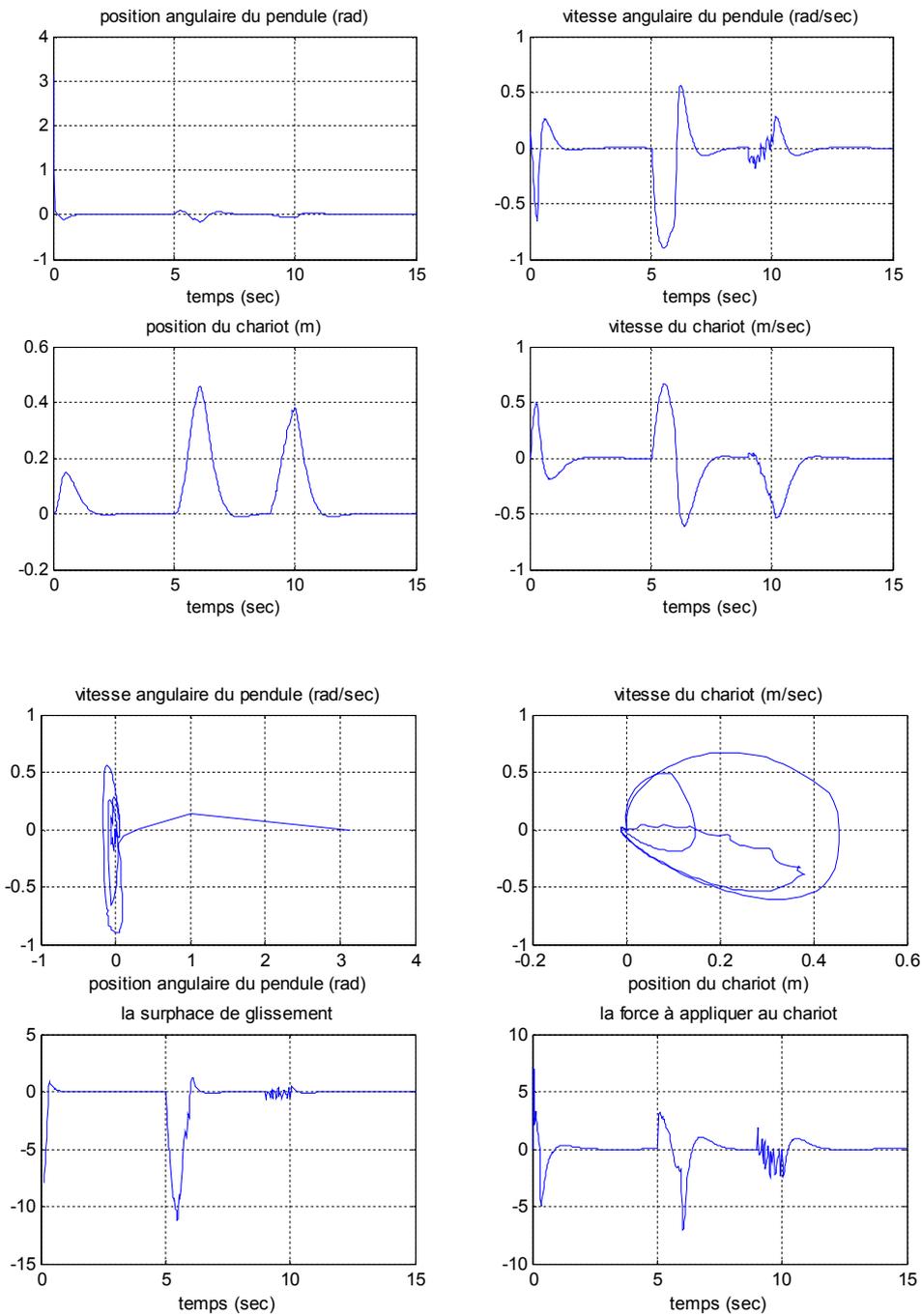


Fig. IV.29 : Résultats de simulation pour la commande par logique floue et mode glissant,

pour une erreur paramétrique de 50 % sur m, de 50 % sur M et de 10% sur l

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), K_{s_2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

Avec frottements (0.5 kg/s) et perturbations sur le pendule et sur le chariot

Nous notons dans les trois cas des erreurs paramétriques sur la masse m ou sur la masse M ou sur les trois M , m et l avec présence des frottements et des perturbations :

- La stabilisation du système avec un temps de réponse de 3 Sec et un temps de commutation de 0.09 Sec.
- Le non dépassement des limites pour le chariot.
- La commande acceptable et réalisable pratiquement.
- La stabilité de la surface de glissement.
- La tolérance des dynamiques des sous systèmes pendule et chariot.
- Le rejet des perturbations.

IV.6.4 Test de robustesse et de poursuite avec perturbations et frottements

*erreurs paramétriques de 10% sur M et de 10% sur m .

*perturbations aléatoires d'une durée une seconde et d'amplitude 1, appliquées sur le pendule, aux instants 5 Sec et 7 Sec.

*poursuite d'une référence rectangulaire d'amplitude max 0.2 (m) dans la deuxième partie de la commande.

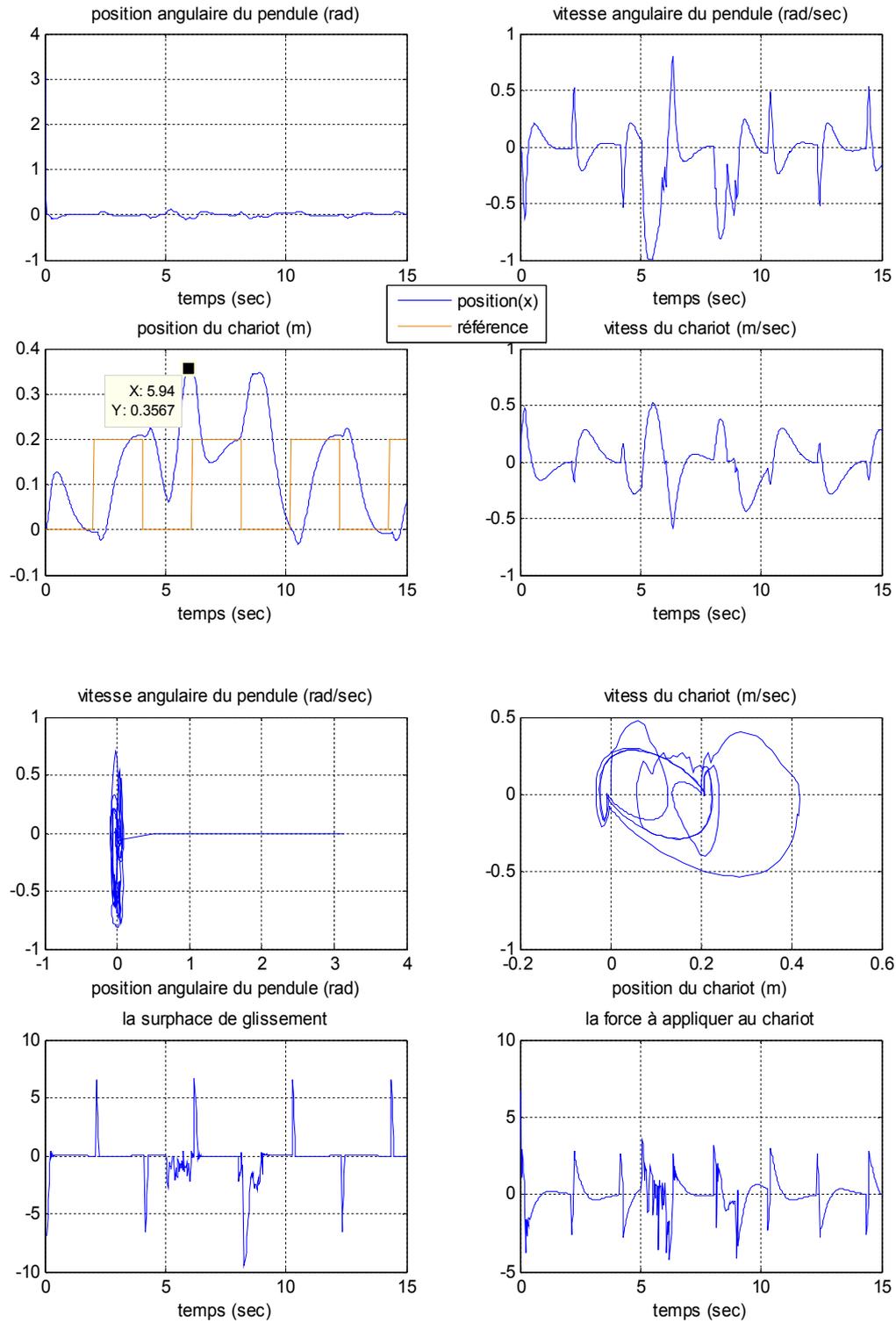


Fig. IV.30 : Résultats de simulation pour la commande par logique floue et mode glissant,

pour une erreur paramétrique de 10 % sur M et de 10% sur m

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Avec frottements (0.5 kg/s) et perturbations sur le pendule

et poursuite d'une trajectoire carrée)

*erreurs paramétriques de 50% sur M et de 50% sur m

*perturbations aléatoires d'une durée une seconde et d'amplitude 1, appliquées sur le pendule à l'instant 5 Sec et sur le chariot à l'instant 9 Sec.

*poursuite d'une référence rectangulaire d'amplitude max 0.2 (m) dans la deuxième partie de la commande.

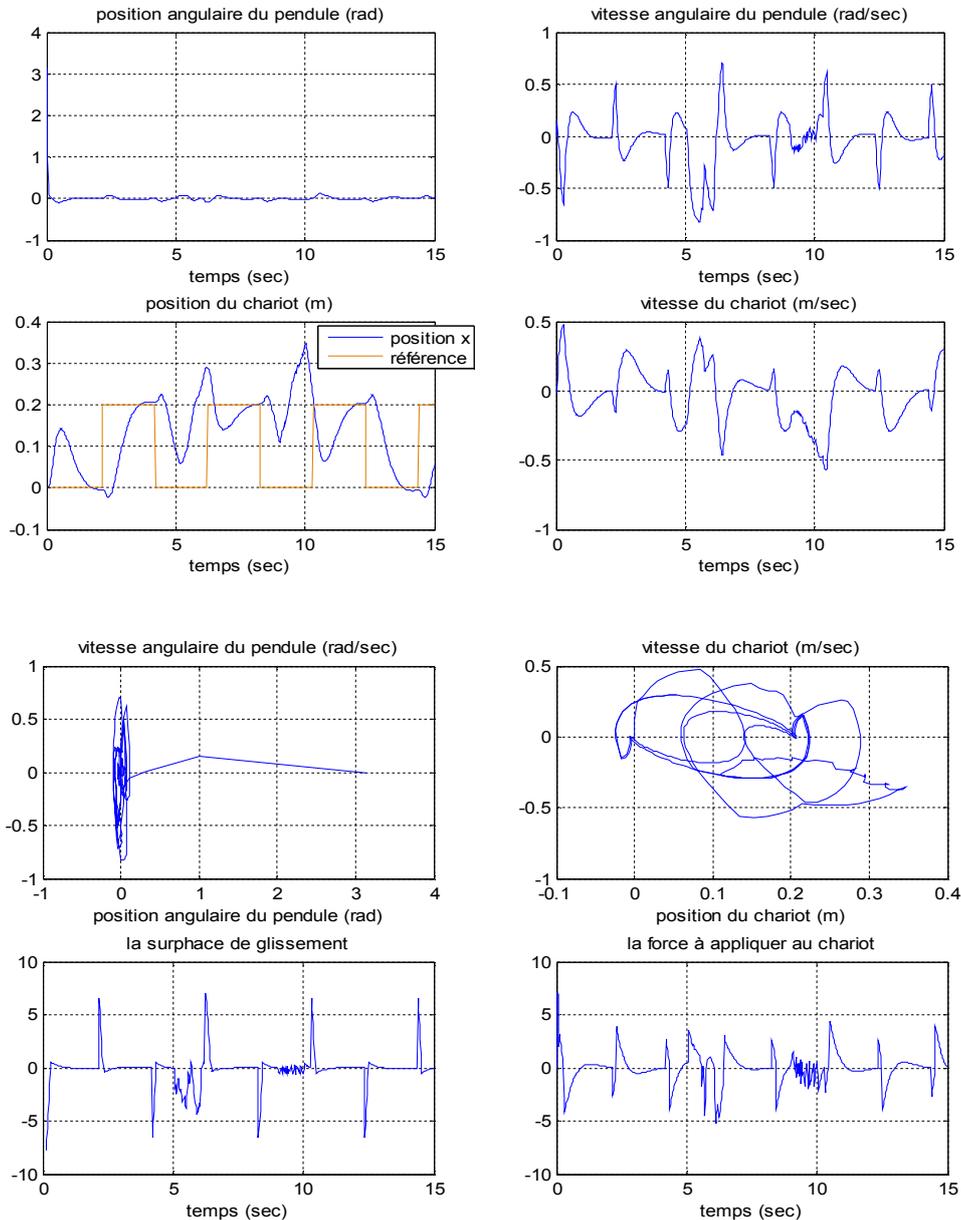


Fig. IV.31 : Résultats de simulation pour la commande par logique floue et mode glissant, pour une erreur paramétrique de 50 % sur M et de 50% sur m

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), K_{s2} = 60, K = [-85.9964 \quad -15.7238 \quad -32.9469 \quad -24.1087]$$

(Avec frottements (0.5 kg/s) et perturbations sur le pendule et sur le chariot et poursuite d'une trajectoire carrée)

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu la partie théorique de la logique floue et le principe de fonctionnement d'un contrôleur flou. Ainsi, Nous avons cité les avantages et les inconvénients de la commande par logique floue. Néanmoins, nous ne l'avons pas appliqué seule, sur le pendule inversé, mais nous avons appliqué la combinaison de cette commande avec la commande par mode de glissement, pour l'amélioration des avantages.

Le principe de cette nouvelle commande a été donné dans ce chapitre.

D'après les résultats obtenus, nous constatons les avantages qu'elle apporte cette nouvelle commande ; par la rapidité du temps de réponse, la commande moins énergétique, la meilleur limitation du déplacement du chariot et la très bonne robustesse vis-à-vis des erreurs paramétriques tel que même pour des erreurs de 50% sur les masses de pendule et du chariot avec une erreur de 10% sur la longueur, la commande garde ses robustesses et performances sans dépasser les limites de déplacement du chariot et avec une commande tolérable.

Chapitre V

Commande par Retour d'Etat Partiel et Mode Glissant

Introduction :

Toujours dans le cadre d'implémentation des lois de commande modernes, une autre commande est proposée.

L'application de cette commande, se fait en deux parties ; la première partie sert à ramener le pendule autour de son point d'équilibre instable, avec garantie d'une convergence du déplacement et de la vitesse du chariot vers zéro. La deuxième sert à la stabilisation du système. Cette stratégie a été déjà appliquée avec succès sur le double pendule inversé à l'université Christian-Albrechts de l'Allemagne, où ils ont utilisé la commande par retour d'état partiel avec control de l'énergie et de la stabilité dans la première partie et la commande optimale par retour d'état (LQR) dans la deuxième.

Nous, dans ce chapitre, nous allons appliquer la même stratégie, sauf que dans la deuxième partie, nous utiliserons la commande par mode glissant.

V.1 Le principe de la commande

V.1.1 La première partie [12]

La première partie est conçue de deux sous parties :

- **Partial feedback linéarization** : sert à stabiliser juste le sous système chariot de façon à assurer la convergence de son déplacement et sa vitesse vers zéro. Nous appliquons cette stratégie par retour d'état, en effectuant la linéarisation partielle (feedback linéarization) du système tel que linéariser juste le sous système chariot.
- **energy and passivity based control** : Dès que le chariot est stabilisé, cette partie est à appliquer pour ramener le pendule à la position haute. Elle force l'énergie du système à converger vers l'énergie où le pendule sera au voisinage de son point d'équilibre instable avec une vitesse angulaire, déplacement et vitesse du chariot proches de zéro, et ça tout en gardant la stabilité.

V.1.2 La deuxième partie: application du mode glissant

Elle sert à maintenir les états du système aux états désirés, c'est la même étape appliquée dans le chapitre précédent dans la commande hybride.

V.2. Application de la commande sur le pendule inversé

V.2.1. La première partie [12]

➤ feedback linéarization

Le pendule inversé est vu comme un système sous actionné, dont ses équations mécaniques peuvent s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} M_{11}\ddot{q}_1 + M_{12}\ddot{q}_2 + C_1(q, \dot{q}) + g_1(q) = 0 & (V.1) \\ M_{21}\ddot{q}_1 + M_{22}\ddot{q}_2 + C_2(q, \dot{q}) + g_2(q) = F & (V.2) \end{cases}$$

Avec : $q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$, et $q_1 = \Theta, q_2 = x$

Nous prenons :

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}, C(q) = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}, g(q) = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} \quad (V.3)$$

Où,

M : est une matrice d'inertie définie positive et symétrique.

C : contient les termes Coriolis et Centrifugal.

g : contient les termes des dérivées des énergies potentielles et autres termes.

F : représente la force appliquée au chariot.

Considérons l'équation (V.1) :

$$M_{11}\ddot{q}_1 + M_{12}\ddot{q}_2 + C_1(q, \dot{q}) + g_1(q) = 0 \quad (V.4)$$

Nous aurons alors :

$$\ddot{q}_1 = -M_{11}^{-1}(M_{12}\ddot{q}_2 + C_1 + g_1) \quad (V.5)$$

En remplaçant dans l'équation (V.2) :

$$\overline{M}_{22}\ddot{q}_2 + \overline{C}_2 + \overline{g}_2 = F \quad (V.6)$$

Où :

$$\begin{aligned} \overline{M}_{22} &= M_{22} - M_{21}M_{11}^{-1}M_{12} \\ \overline{C}_2 &= C_2 - M_{21}M_{11}^{-1}C_1 \\ \overline{g}_2 &= g_2 - M_{21}M_{11}^{-1}g_1 \end{aligned} \quad (V.7)$$

Nous prenons:

$$\ddot{q}_2 = u \quad (\text{V.8})$$

Donc

$$F = \overline{M}_{22} u + \overline{C}_2 + \overline{g}_2 \quad (\text{V.9})$$

Nous aurons alors :

$$\begin{cases} M_{11} \ddot{q}_1 + C_1 + g_1 = -M_{12} u & (\text{V.10}) \\ \ddot{q}_2 = u & (\text{V.11}) \end{cases}$$

Nous appliquons le retour d'état sur le sous système chariot (V.11) :

$$u = -k \begin{bmatrix} q_2 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

$$k = [k_1 \quad k_2] \Rightarrow u = -k_1 q_2 - k_2 \dot{q}_2 \quad (\text{V.12})$$

Où k est la matrice des gains de la commande par retour d'état.

➤ **energy and passivity based control**

Les équations (V.10), (V.11) peuvent être réécrites de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{\xi} = f(\xi) + g(x, \xi)u \\ \dot{X} = AX + Bu \end{cases}, \quad X = \begin{bmatrix} q_2 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}, \quad \xi = \begin{bmatrix} \Theta \\ \dot{\Theta} \end{bmatrix} \quad (\text{V.13})$$

$$f(\xi) = \begin{bmatrix} \dot{\Theta} \\ -M_{11}^{-1}(C_1 + g_1) \end{bmatrix}, \quad g(\xi) = \begin{bmatrix} 0 \\ -M_{11}^{-1}M_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{V.14})$$

L'énergie du système avec $x = \dot{x} = 0$ est :

$$E = ml^2 \dot{\Theta}_1^2 + m \lg \cos(\Theta_1) \quad (\text{V.15})$$

Si $x = \dot{x} = \Theta = \dot{\Theta} = 0$

$$E = E_{up_up} = m \lg \quad \text{l'énergie désirée.} \quad (\text{V.16})$$

Pour ramener l'énergie du système vers l'énergie désirée avec garantie de la stabilité du système, Nous ajoutons à la commande le terme: $k_3\ddot{u}$

Où :

$$k_3 = \check{k}_3 \check{E} \quad (\text{V.17})$$

\check{k}_3 constante positive.

$$\check{E} = E - E_{up_up}$$

$\ddot{u} = -L_g E$ La dérivée de lie par à port à g de E.

$$\ddot{u} = -L_g E = - \left[\frac{\partial E}{\partial \Theta} \quad \frac{\partial E}{\partial \dot{\Theta}} \right] g(\xi) = ml \cdot \dot{\Theta} \cos(\Theta) \quad (\text{V.18})$$

Donc :

$$k_3 \ddot{u} = \check{k}_3 \check{E} ml \dot{\Theta} \cos(\Theta) \quad (\text{V.19})$$

Et enfin

$$F = \overline{M}_{22} u + \overline{C}_2 + \overline{g}_2 \text{ avec } u = -k_1 x - k_2 \dot{x} + \check{k}_3 \check{E} ml \dot{\Theta} \cos(\Theta) \quad (\text{V.20})$$

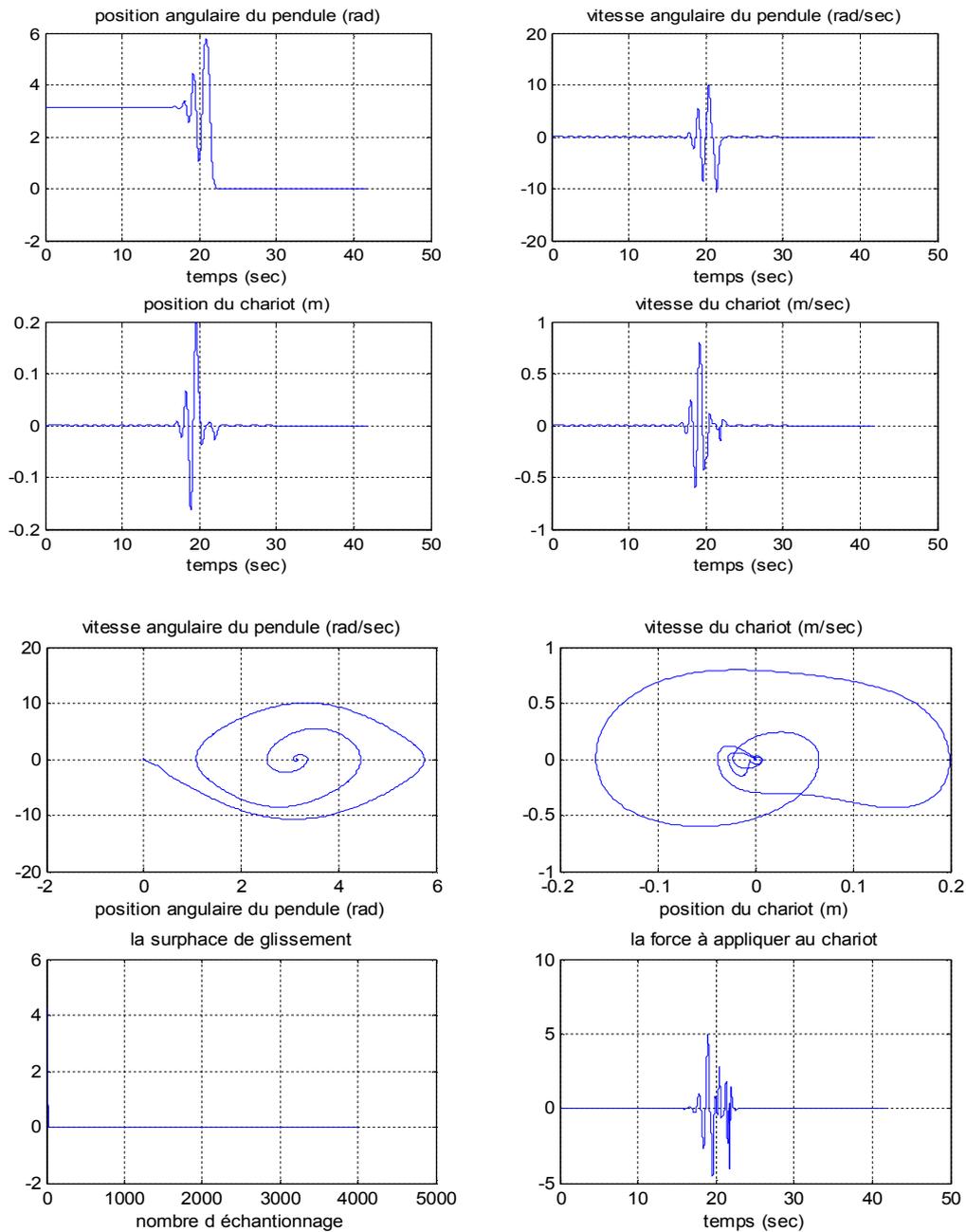
V.2.2. La deuxième partie: application du mode glissant

Nous prenons la même surface prise dans les chapitres précédents

$$S_2 = KX \text{ avec } K = [-209.0872 \quad -38.3032 \quad -165.9546 \quad -80.5717] \quad (\text{V.21})$$

NB : Dans les titres des figures qui suivent, nous notons la commande par retour d'état partiel et mode glissant par la commande par R.E.M.G

V.3 Les simulations



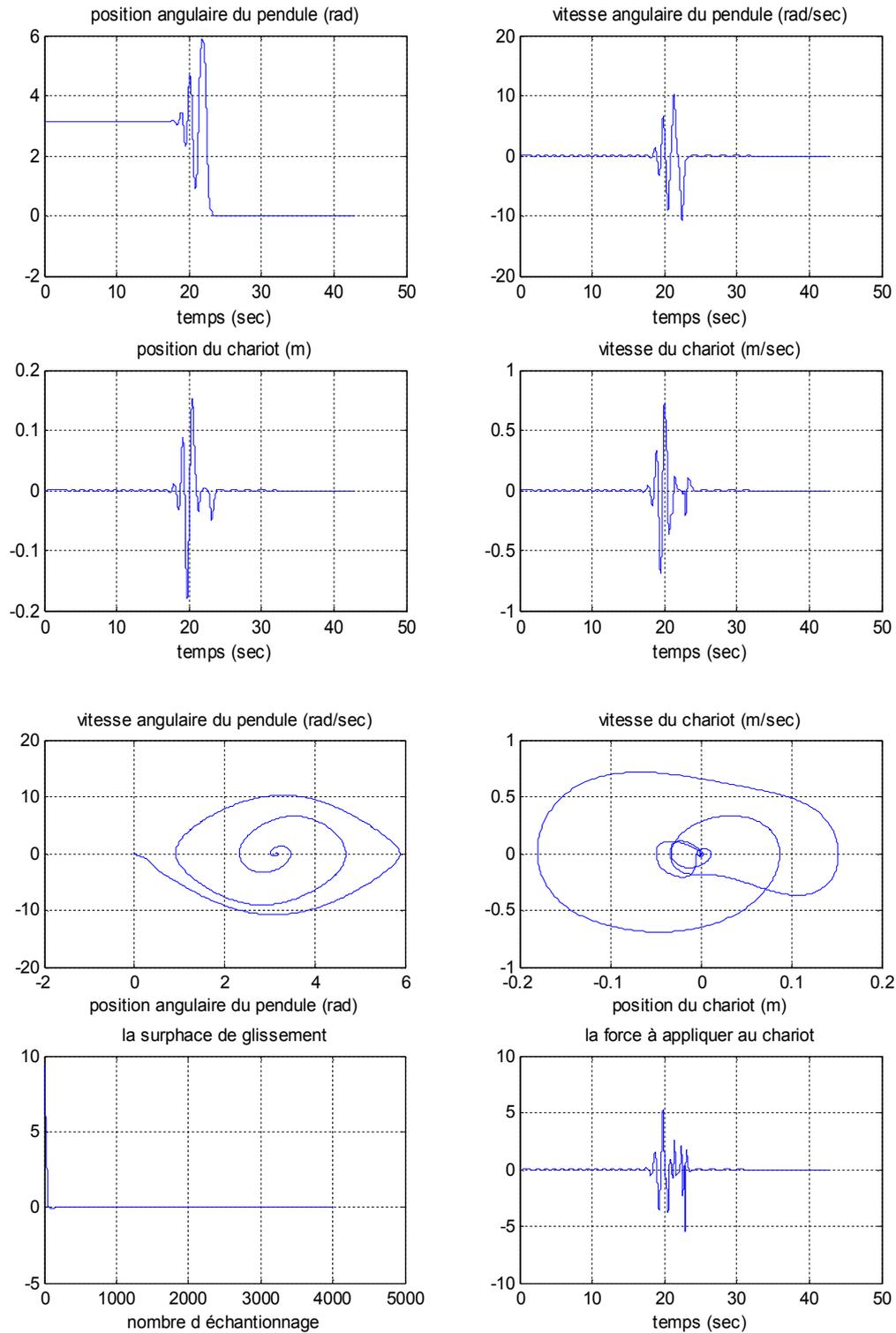
Fg V.1 : Résultats de simulations pour la commande par REMG,

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 100$$

$$K_s = 40, K = [-209.0872 \quad -38.3032 \quad -165.9546 \quad -80.5717]$$

(Sans frottement)

- ✓ Le temps de réponse est de 24 secondes.
- ✓ La commande est acceptable et réalisable pratiquement, son max est 5 N
- ✓ Le déplacement du chariot ne dépasse pas les limites tolérées.
- ✓ Les dynamiques des sous systèmes pendule et chariot sont tolérables.



Fg V.2 : Résultats de simulations pour la commande par REMG,

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 100$$

$$K_s = 40, K = [-209.0872 \quad -38.3032 \quad -165.9546 \quad -80.5717]$$

(Avec un coefficient de frottement de 0.5kg/s)

La seule différence ici est que les frottements retardent le temps de réponse par 2 secondes.

V.4. Test des performances et de robustesse

V.4.1 Test des performances

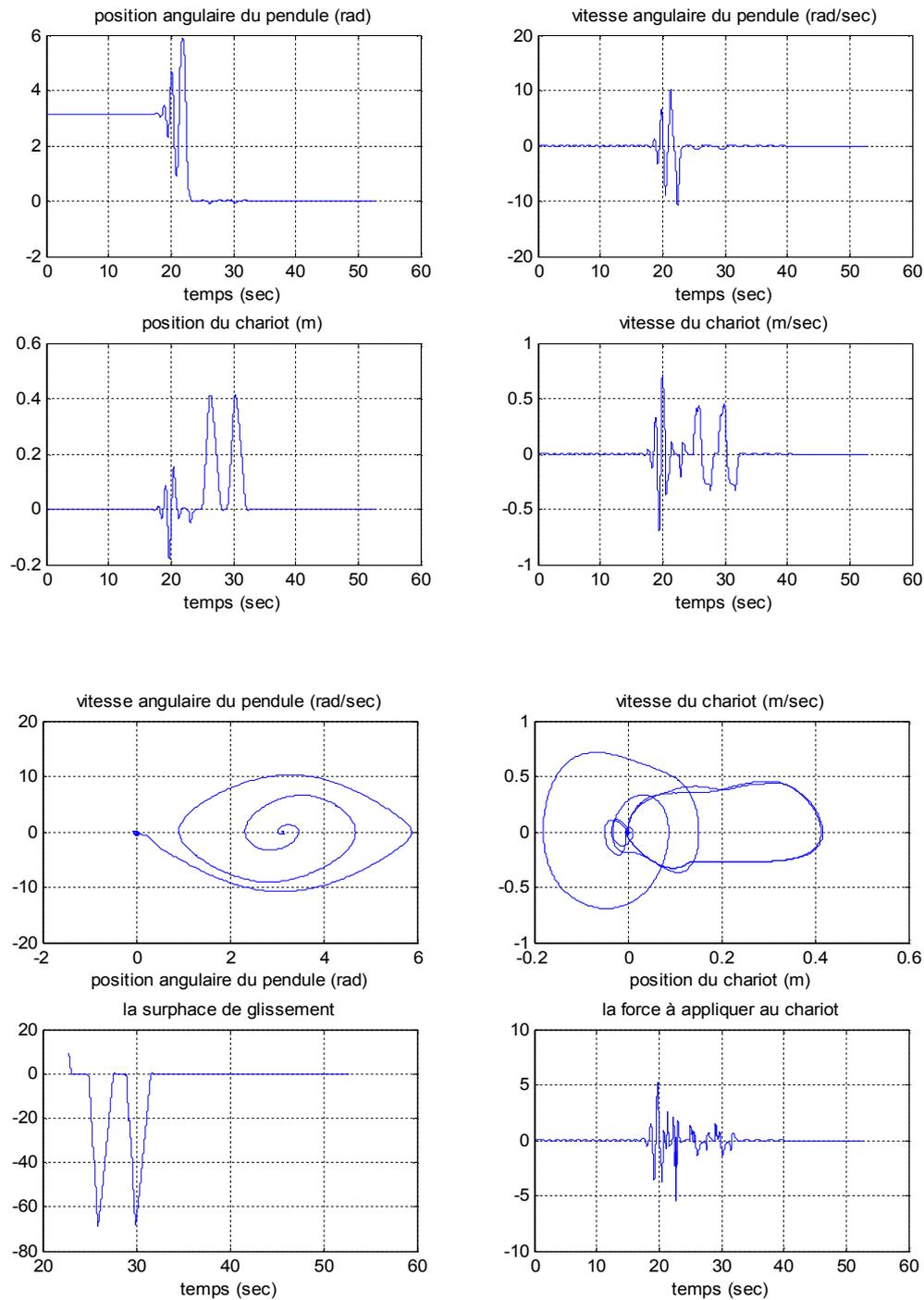


Fig. V.3 : Résultats de simulations pour la commande par REMG, pour des perturbations aléatoires d'une durée 1 second, aux instants 25 Sec et 29 Sec,

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 100$$

$$K_s = 40, K = [-209.0872 \quad -38.3032 \quad -165.9546 \quad -80.5717]$$

avec un coefficient de frottement de 0.5kg/s

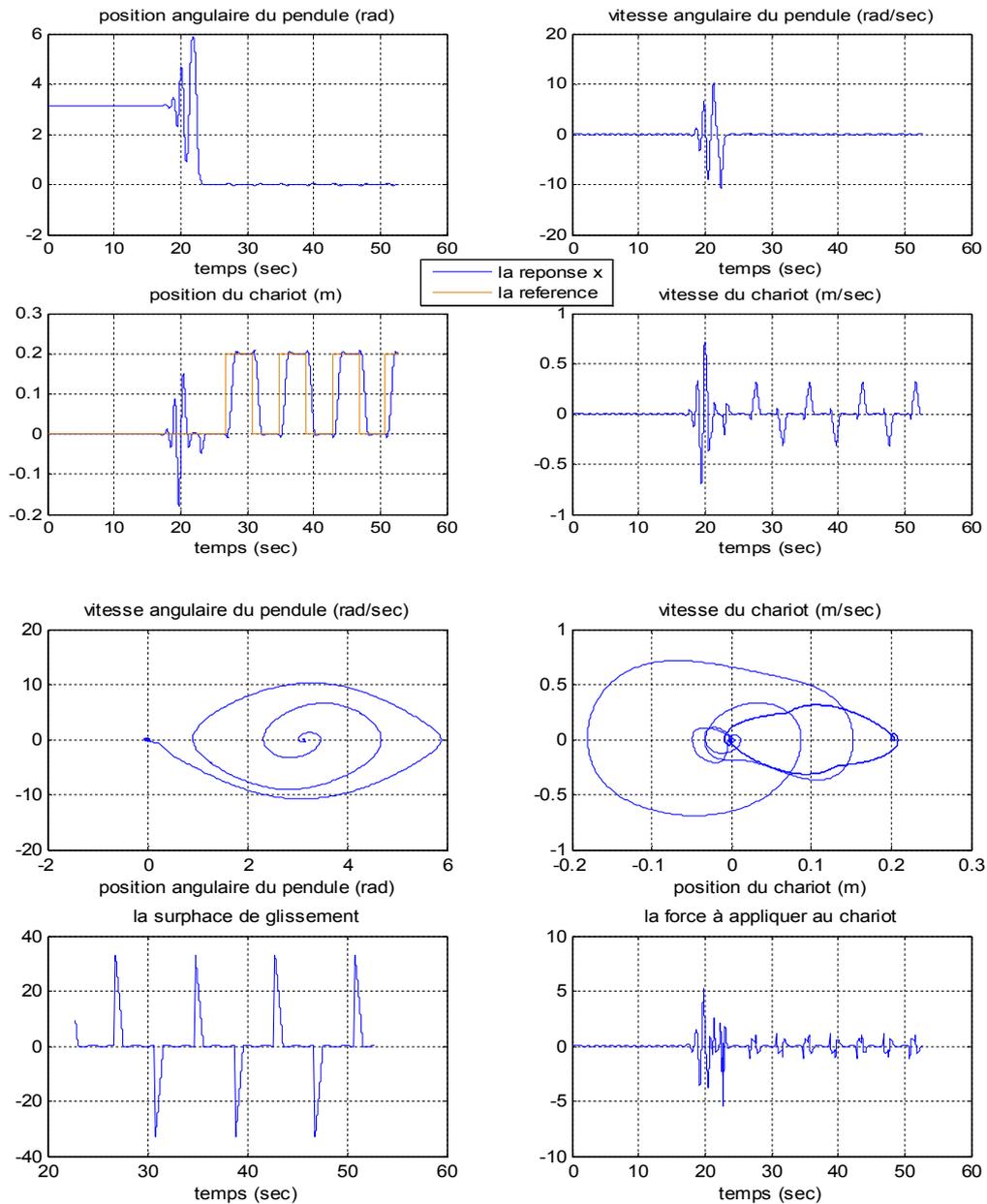


Fig. V.4 : Résultats de simulations pour la commande par REMG, pour une référence rectangulaire pour le déplacement du chariot avec un coefficient de frottement de 0.5kg/s et sans perturbations

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 100$$

$$K_s = 40, K = [-209.0872 \quad -38.3032 \quad -165.9546 \quad -80.5717]$$

La commande résultante est non énergétique. Ses performances : le rejet des perturbations et la bonne poursuite de la référence sont réalisés avec garantie de la stabilité du système et non dépassement des limites pour le chariot

V.4.2 Test de robustesse sans perturbations et sans frottements

➤ Erreurs paramétriques sur la masse (m) du pendule

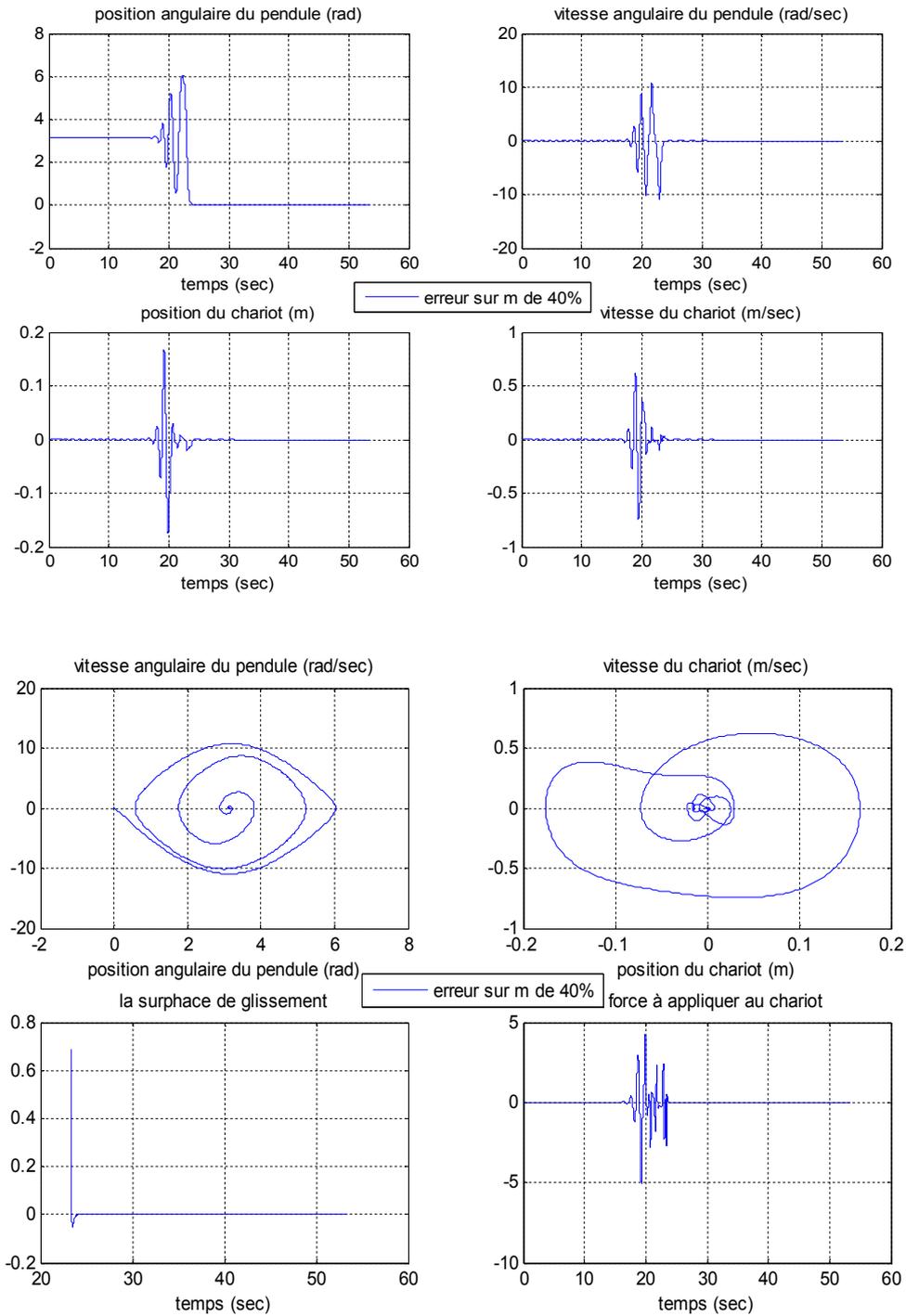


Fig.V.5 : Résultats de simulations pour la commande par REMG, pour une erreur paramétrique de 40% sur m et sans frottements

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 100$$

$$K_s = 40, K = [-209.0872 \quad -38.3032 \quad -165.9546 \quad -80.5717]$$

➤ Erreurs paramétriques sur la masse (M) du chariot

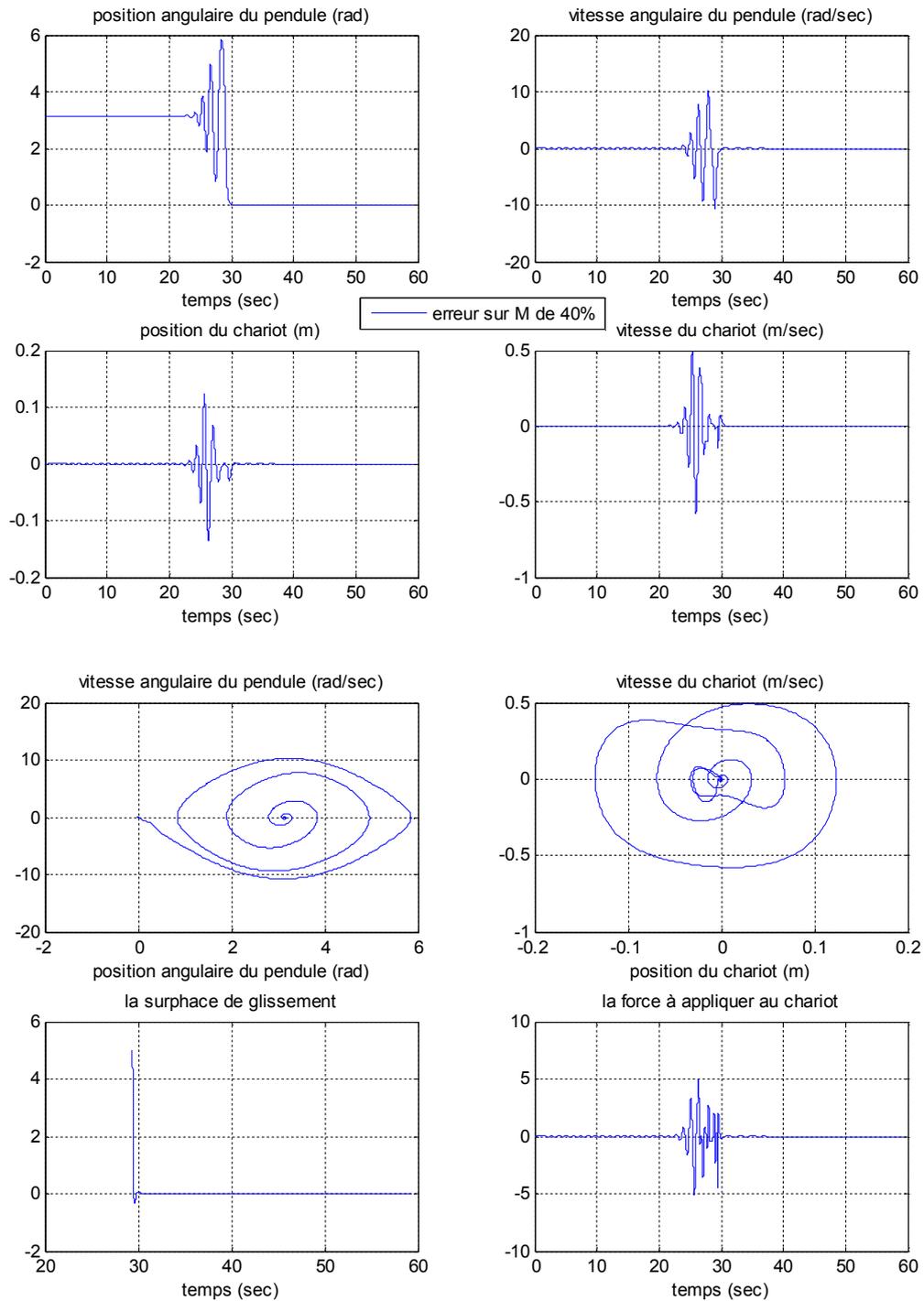


Fig. V.6 : Résultats de simulations pour la commande par REMG, pour une erreur paramétrique de 40 % sur M

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 100$$

$$K_s = 40, K = [-209.0872 \quad -38.3032 \quad -165.9546 \quad -80.5717]$$

Sans frottements

➤ Erreurs paramétriques sur la longueur du pendule (l)

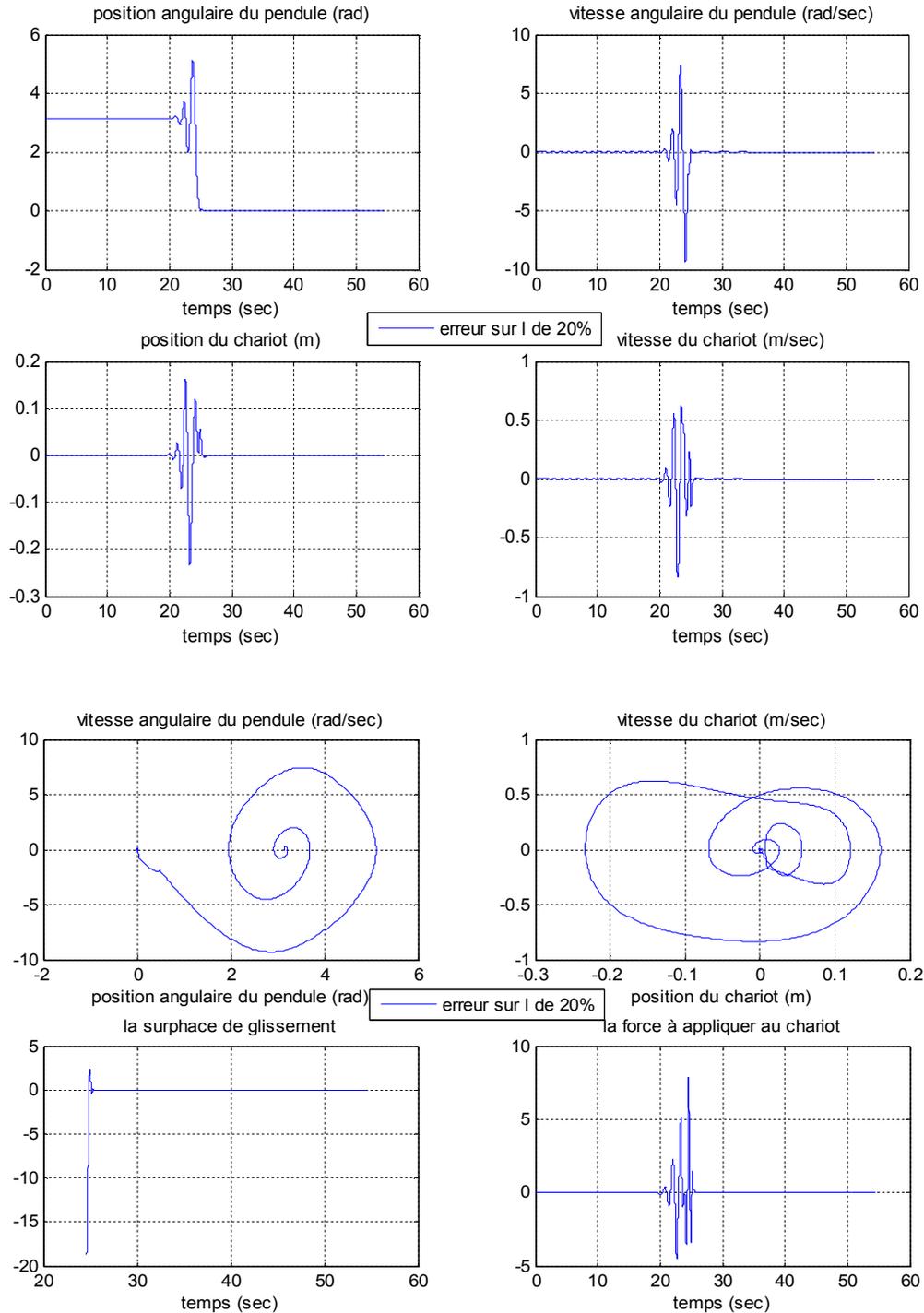


Fig. V.7 : Résultats de simulations pour la commande par REMG, pour une erreur paramétrique sur l de 20 %

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 100$$

$$K_s = 40, K = [-209.0872 \quad -38.3032 \quad -165.9546 \quad -80.5717]$$

Sans frottements

➤ Erreurs paramétriques sur M, m, l

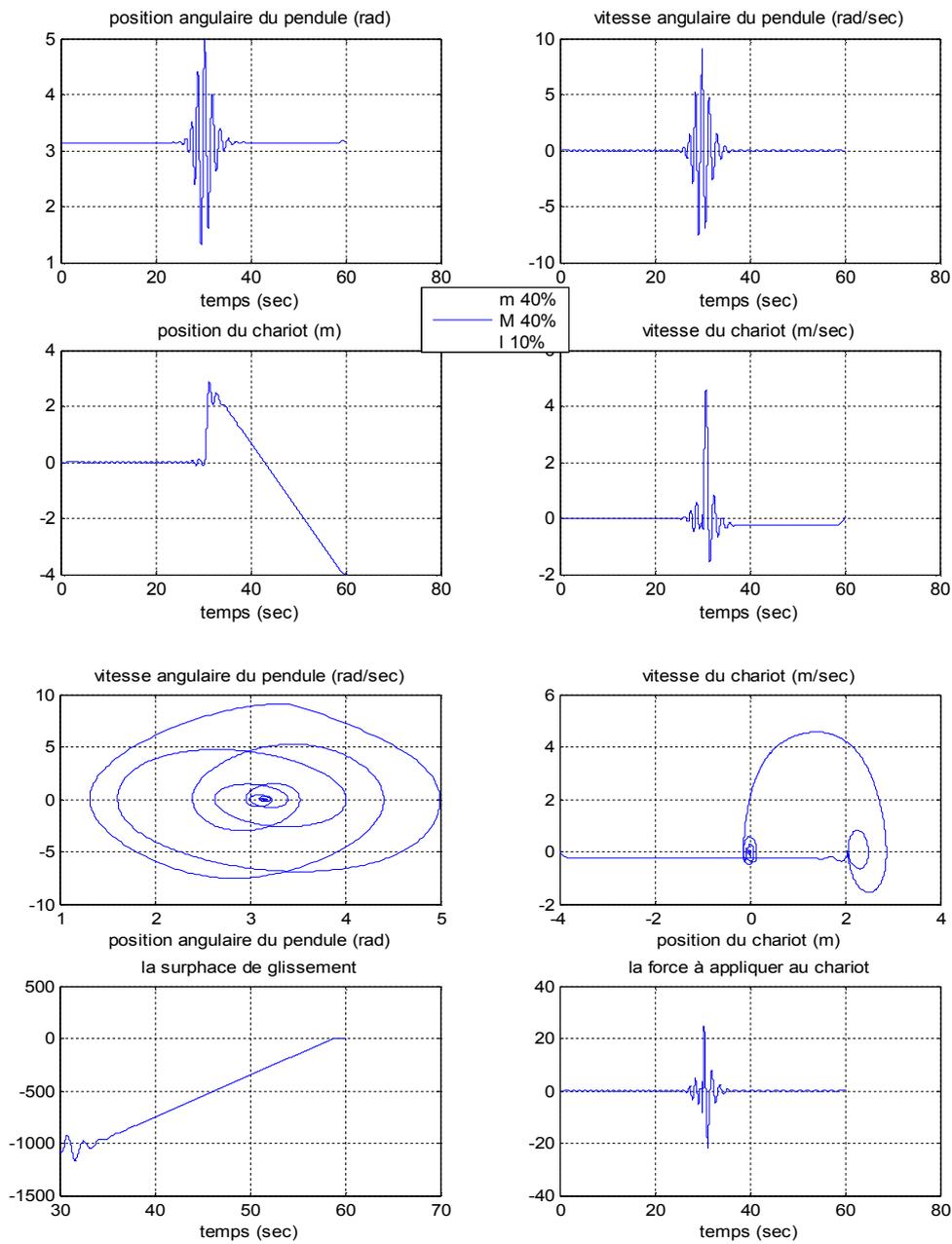


Fig. V.8 : Résultats de simulations pour la commande par REMG, pour des erreurs paramétriques de 40% sur M, de 40% sur m et de 10 % sur l

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 100$$

$$K_s = 40, K = [-209.0872 \quad -38.3032 \quad -165.9546 \quad -80.5717]$$

Sans frottements

Nous remarquons que pour certaines erreurs paramétriques, la commande garde sa robustesse tel que la stabilité du système, la commande non énergétique et le non dépassement des limites de déplacement, mais pour des erreurs considérables, le régulateur perd sa robustesse.

V.4.3 Test de robustesse avec frottements et perturbations

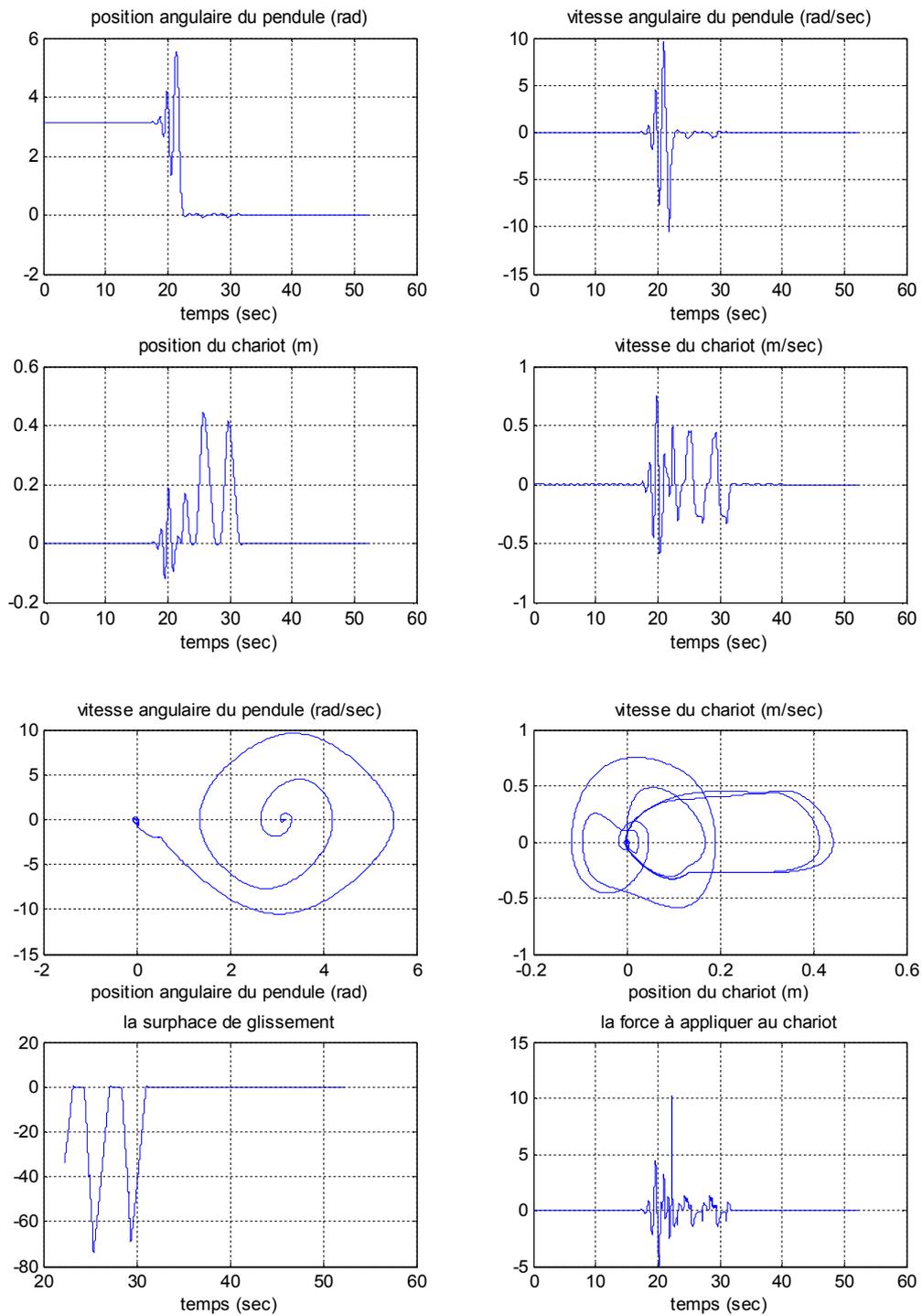


Fig. V.9 : Résultats de simulations pour la commande par REMG, pour une erreur paramétrique de 25 % sur m avec frottements et perturbations à 25 Sec et à 29 Sec

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 100$$

$$K_s = 40, K = [-209.0872 \quad -38.3032 \quad -165.9546 \quad -80.5717]$$

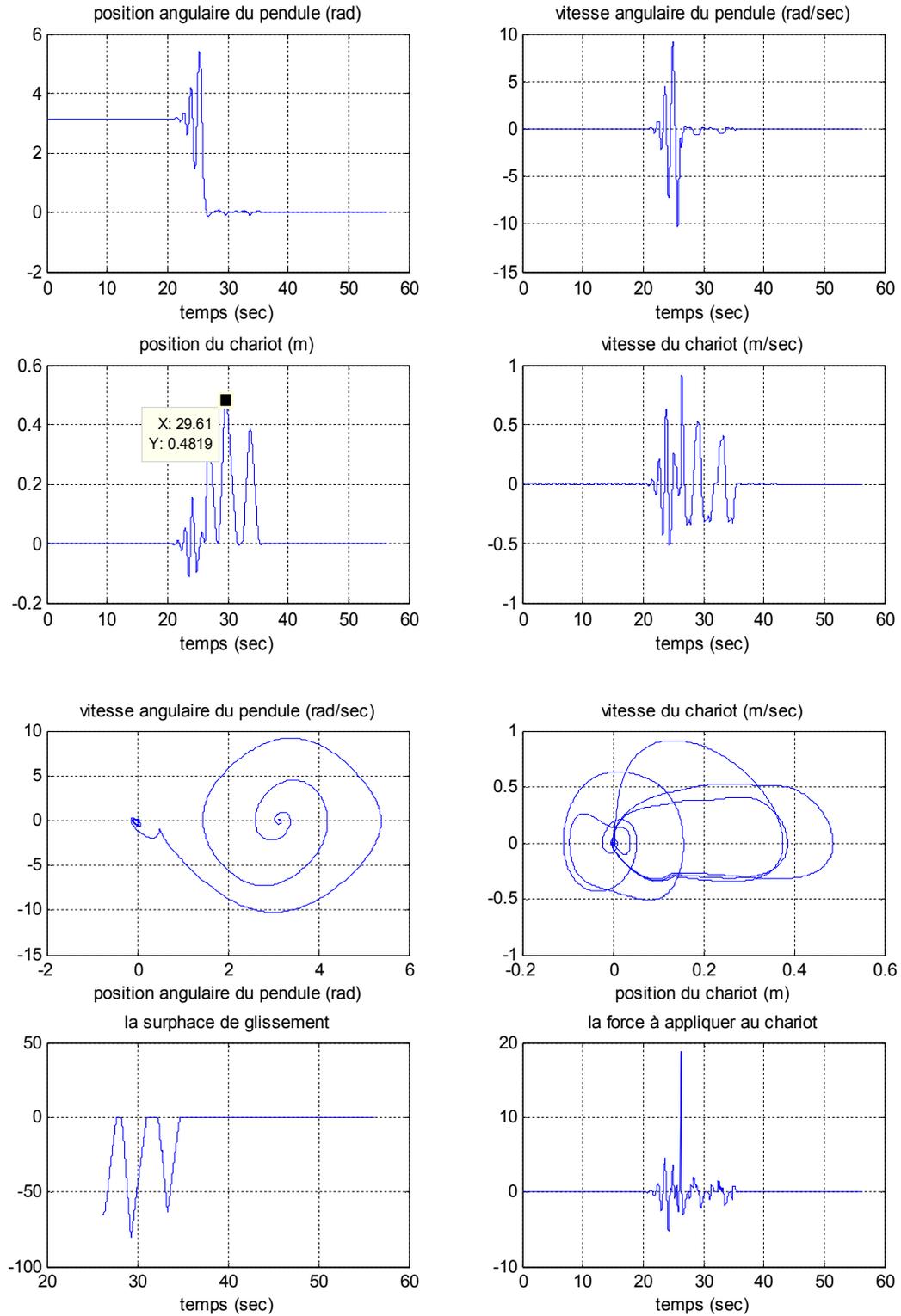


Fig. V.10 : Résultats de simulations pour la commande par REMG,

pour une erreur paramétrique de 25 % sur M

avec frottements et perturbations à 29 Sec et à 32 Sec, sur le pendule

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 100$$

$$K_s = 40, K = [-209.0872 \quad -38.3032 \quad -165.9546 \quad -80.5717]$$

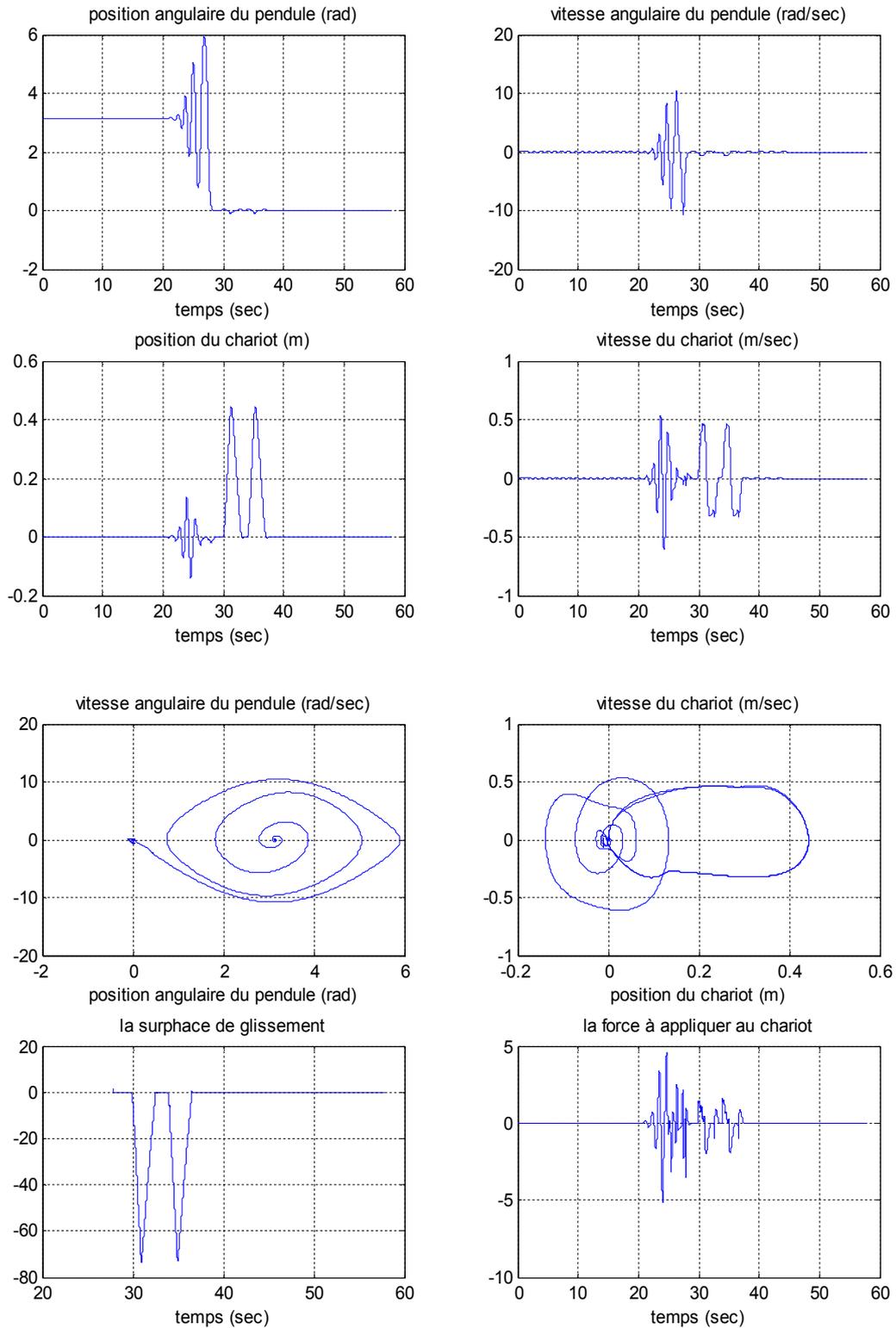


Fig. V.11 : Résultats de simulations pour la commande par REMG,

pour une erreur paramétrique de 25 % sur M et de 25% sur m

avec frottements et perturbations à 30 Sec et à 34 Sec

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 100$$

$$K_s = 40, K = [-209.0872 \quad -38.3032 \quad -165.9546 \quad -80.5717]$$

*erreurs paramétriques de 20% sur m , de 20% sur M et de 10% sur l

*perturbations aléatoires d'une durée une seconde et d'amplitude 1, appliquées à l'instant 40 Sec sur le pendule et à l'instant 46 Sec sur le chariot.

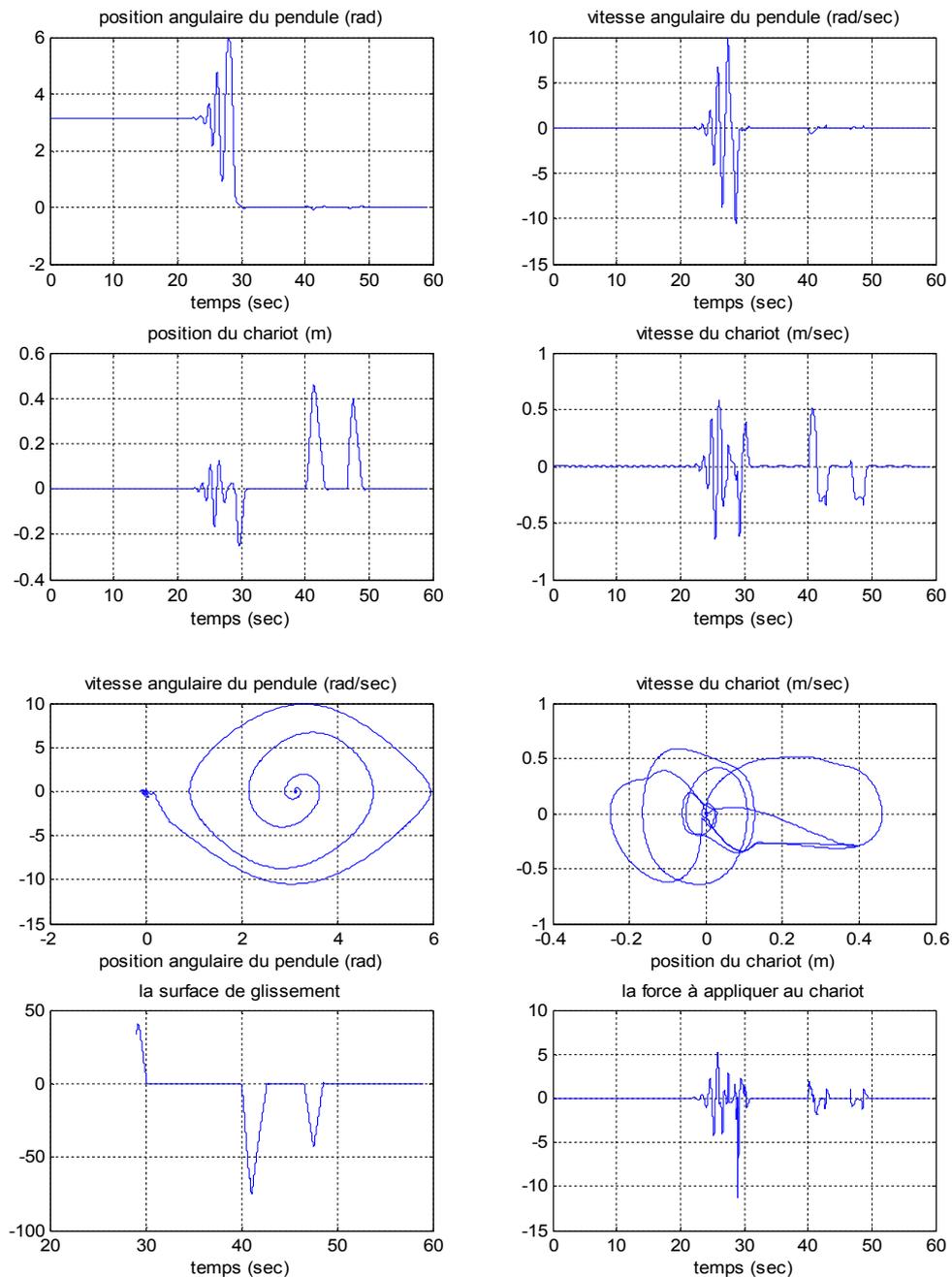


Fig. V.12 : Résultats de simulations pour la commande par REMG, pour des erreurs paramétriques de 20 % sur m , de 20% sur M et de 10% sur l (Avec frottements (0.5 kg/s) et perturbations sur le pendule et sur le chariot)

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 100$$

$$K_s = 40, K = [-209.0872 \quad -38.3032 \quad -165.9546 \quad -80.5717]$$

V.4.4 Test de robustesse et de poursuite avec perturbations et frottements

*erreurs paramétriques de 25% sur m et de 25% sur M

*perturbations aléatoires d'une durée une seconde et d'amplitude 1, appliquées aux instants 40 Sec sur le pendule et à et 46 Sec sur le chariot.

*poursuite d'une référence rectangulaire d'amplitude max 0.2 (m) dans la deuxième partie de la commande.

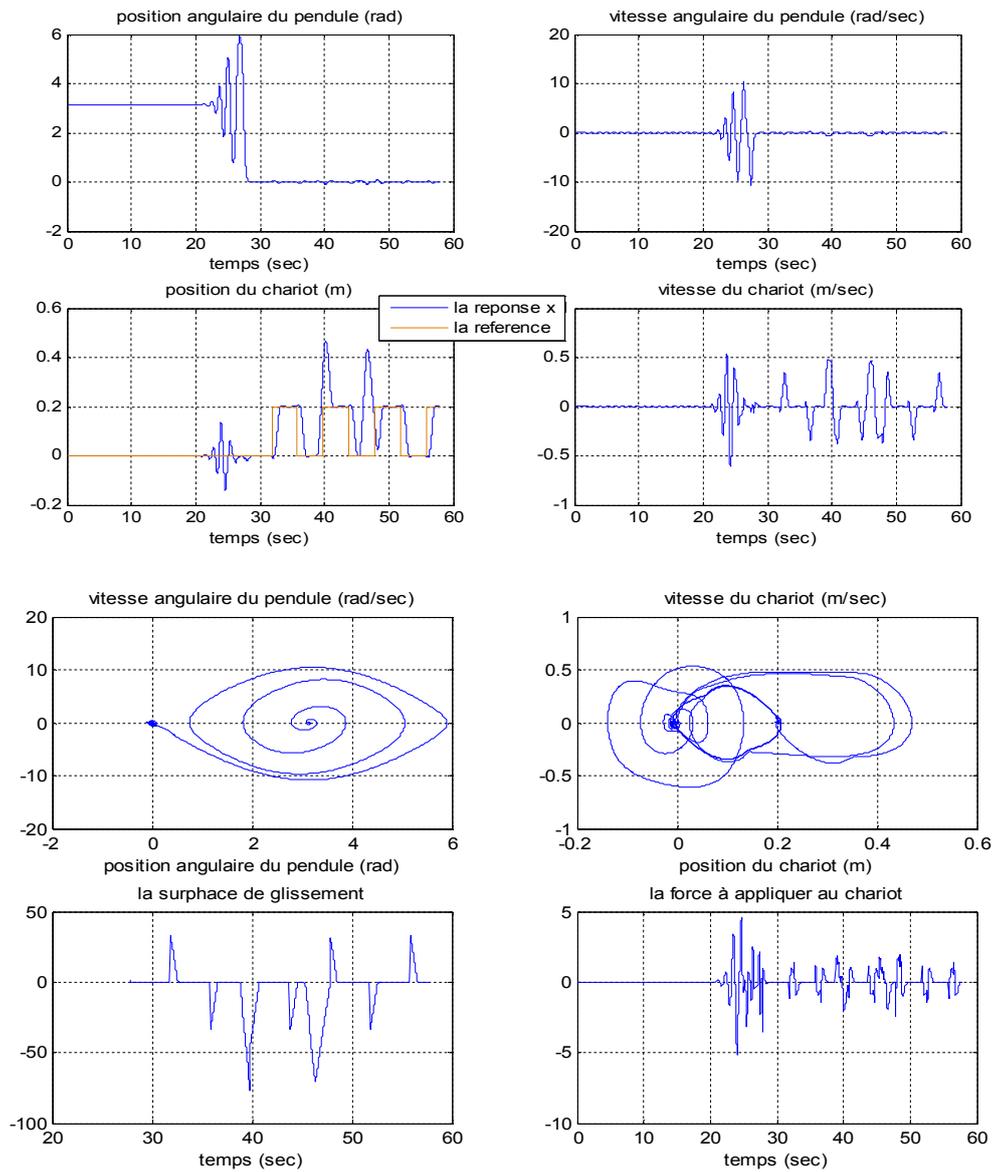


Fig. V.13 : Résultats de simulations pour la commande par REMG, pour une erreur paramétrique de 25% sur M et de 25% sur m (Avec frottements (0.5 kg/s) et perturbations sur le pendule et poursuite d'une trajectoire carrée)

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 100$$

$$K_s = 40, K = [-209.0872 \quad -38.3032 \quad -165.9546 \quad -80.5717]$$

*erreurs paramétriques de 40% sur M et de 40% sur m.

*perturbations aléatoires d'une durée une seconde et d'amplitude 1, appliquées à l'instant 40 Sec sur le pendule et à 46 Sec sur le chariot.

*poursuite d'une référence rectangulaire d'amplitude max 0.2 (m) dans la deuxième partie de la commande.

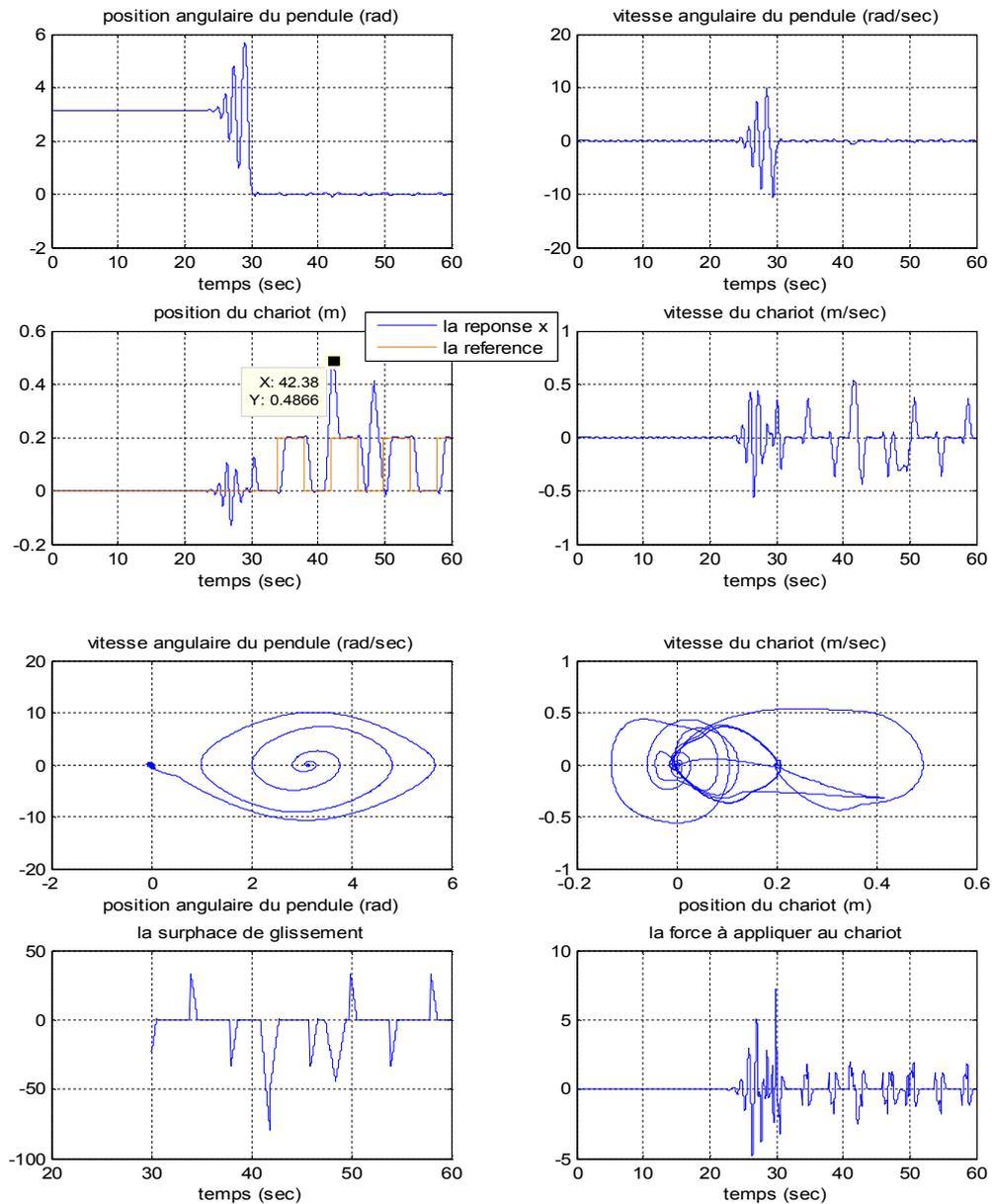


Fig. V.14 : Résultats de simulations pour la commande par REMG, pour une erreur paramétrique de 40 %, sur M et de 40% sur m avec frottements (0.5 kg/s) et perturbations sur le pendule et sur le chariot et poursuite d'une trajectoire carrée

$$x_0 = (\pi, 0, 0, 0), k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 100$$

$$K_s = 40, K = [-209.0872 \quad -38.3032 \quad -165.9546 \quad -80.5717]$$

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné quelques notions de base sur la commande par « *partial feedback linéarisation with energy and passivity based control* », puis nous l'avons appliqué avec le mode glissant pour avoir une commande hybride. L'application de cette commande sur le pendule inversé a permis de donner de bons résultats, tel que stabilisation du pendule dans sa position haute, convergence du chariot vers la position désirée tout en assurant son déplacement dans l'intervalle toléré, la commande non énergétique, les performances vis-à-vis des perturbations, notamment en terme de poursuite. La robustesse est assurée vis-à-vis des erreurs paramétriques tolérables. Mais pour des erreurs considérables, surtout sur la longueur du pendule, la commande perd sa robustesse, donc le pendule ne sera pas stabilisé et le chariot ne convergera pas vers la position désirée.

Conclusion générale

Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressés à l'application des commandes non linéaires sur un système d'un pendule inversé, vu ses applications intéressantes et sa complexité qui ont fait qu'il soit pris comme une plate forme d'essai et du test des performances et robustesses des loi de commande modernes.

Pour y parvenir, nous étions menés d'abord à connaître la constitution de ce système et comprendre son fonctionnement. La modélisation du système pendule inversé était nécessaire afin de synthétiser les lois de commandes nonlinéaires proposées dans notre travail. D'après la modélisation et les simulations en boucle ouverte, nous avons constaté l'instabilité de ce système, d'où l'implémentation des commandes non linéaires proposées.

Nous avons appliqué premièrement, la commande par mode glissant, en particulier la deuxième approche.

Nous savons bien que le problème majeur de mode glissant est le phénomène de chattering au niveau de la commande. Nous avons pensé à éviter ce problème par le remplacement de la partie discontinue par une partie continue, presque similaire, dans la commande. Cette idée a effectivement éliminé ce phénomène de broutement. Un autre point important qu'il nous faut mentionner, est que le système pendule inversé est un système sous actionné (une commande pour deux sorties), ce qui veut dire la grande difficulté de trouver en premier, l'expression mathématique de la surface de glissement qui assure la convergence des états du système en régime permanent. En second, trouver les paramètres de cette surface garantissant : un déplacement du chariot dans l'intervalle toléré, une commande tolérable en pratique et un temps de réponse acceptable. Vu ces difficultés que nous avons rencontrées tout le long de notre travail ; et les résultats non satisfaisants obtenus avec la surface que nous avons prise dans la première approche, nous avons pensé à une deuxième approche déjà expliquée dans le chapitre III, tout en restant dans le domaine de la commande par mode glissant. L'application de cette approche par mode glissant, a donné de bons résultats : les performances vis-à-vis des perturbations et des frottements, la bonne poursuite de la trajectoire et la bonne précision, avec une commande non énergétique, donc plus économique et moins coûteuse, enfin, la

robustesse vis-à-vis des erreurs paramétriques mais tolérables pour éviter au chariot tout dépassement de l'intervalle toléré.

La commande par logique floue présente plusieurs avantages telle que : la facilité de sa mise en œuvre, la rapidité et son caractère intelligent sur les systèmes complexes mal définis...etc. Compte tenu de ces caractéristiques, nous avons opté pour en profiter avec celles de la commande par mode glissant pour donner de meilleurs résultats.

En second lieu, nous avons appliqué la commande hybride par logique floue et mode glissant en combinant la commande par logique floue et la commande par mode glissant. Certainement, cette commande nous a donné de meilleurs résultats; du côté performances, robustesse, poursuite et stabilité. Elle nous a apporté la rapidité par un meilleur temps de réponse, une commande moins énergétique que celle faite seulement, par le mode glissant et une meilleure robustesse vis à vis des erreurs paramétriques tel que, même pour des erreurs considérables en présence de perturbations aléatoire, la stabilité demeure assurée et le déplacement du chariot reste dans l'intervalle toléré. La stabilité et la précision ont été assurées par la commande de glissement faite dans la deuxième partie de cette commande hybride n'étant pas assurés par la commande floue uniquement.

En troisième lieu, et toujours dans le cadre de la commande hybride, nous avons fait une autre combinaison entre les deux commandes : par mode glissant et de « *partial feedback linéarisation with energy and passivity based control* ». Notre but était de tester les performances et robustesses de cette dernière hybridée avec la commande par mode glissant sur le pendule inversé simple. A notre connaissance, cela n'a pas été fait auparavant sur un double pendule inversé. L'application de cette combinaison nous a aussi donné de bons résultats : une commande acceptable avec de bonnes performances, surtout en terme de poursuite. La robustesse est aussi assurée sans que le chariot ne dépasse l'intervalle toléré. A noter que, la commande perdrait sa robustesse au cas d'une erreur considérable sur la masse du chariot ou celle de la tige. De plus, le temps de réponse observé est long. Dans le cas des erreurs paramétriques avec une survenue d'une forte perturbation, le chariot peut dépasser les limites tolérées. Mais les fins de course réagissent pour maintenir la sécurité du système.

Prenons en considération les résultats obtenus du côté performances, robustesses et la commande non énergétique, donc plus économique et bénéfique pour le pays, nous proposons une application. Par exemple

Ce même système ne serait il pas aussi applicable dans le domaine de la marine pour régler le problème d'un navire en déséquilibre suite à un orage ou une surcharge ou bien un problème technique qui peut aller jusqu'au naufrage, en plaçant ce système sur la surface du bateau juste au milieu et s'il y a une perturbation, le déséquilibre serait dépasser par le faite de stabiliser le pendule ?

Finalement, nous souhaitons que notre travail soit pris en considération et soit amélioré afin d'appliquer les commandes que nous avons proposé parmi d'autres sur le système réel et prouver leurs efficacités. Ainsi, trouver d'autres propositions pour les applications importantes du système étudié (pendule inversé) et les réaliser.

Références bibliographiques

- [1] O. ORBAN, «Automatisation d'un pendule inversé», thèse d'état soutenue en 2006, Université libre de BRUXELLE.
- [2] Jong H. Park and Kyoung, « Biped robot walking using gravity-compensated inverted pendulum mode and computed torque control ». IEEE, (1998).
- [3] S. KAWAJI and K. KANAZAWA, « Control of double inverted pendulum with elastic joint ». IEEE, (1991).
- [4] A.S. Shiriay and A. Friesel and J. Perram «On stabilization of rotational modes of an inverted pendulum ».IEEE. 2000.
- [5] M. MIHELJ, M. Munih. « Double inverted pendulum optimal control-basis for unsupported standing in paraplegia » IEEE.
- [6] Rong-Jong Wai, Senior Member, and Li-Jung Chang« Stabilizing and Tracking Control of Nonlinear Dual-Axis Inverted-Pendulum System Using Fuzzy Neural Network ». IEEE, (2005).
- [7] OULD ABDOU Taleb Moustapha «Commande par Mode de Glissement Floue avec Observateur: Application à Différents Pendules Inversés».thèse Magister, ENP.
- [8] BOUNCEUR Nabila « Commande neuro-floue optimisée par un algorithme génétique, d'un bras manipulateur de robot flexible », Mémoire de fin d'études, ENP D'ALGER, (2005).
- [9] SALHI Yahia « Étude et application d'un contrôleur flou optimisé par algorithmes génétiques pour la commande d'un bras manipulateur de robot flexible » Mémoire de fin d'études, INI de Oued Smar, Alger, .promotion : 2006/2007.D'ALGER, (2006).
- [10] ADDAD Boussad «Application D'une Commande Floue A Apprentissage Optimisée Par Des Algorithmes Génétiques, Au Pilotage Latéral Et Longitudinal Automatique D'un Avion » Projet de fin d'étude, ENP D'ALGER, (juin 2007).
- [11] Harry N. Iordano, Brian W. Surgenor, Jeff K. Pieper «A Study on the Performance Improvement of Discrete Sliding Mode Control».IEEE 1995.

- [12] Wei Zhong and Helmut Rock « Energie and passivity Based Control of the Double Inverted Pendulum on a Cart ».IEEE 2001.
- [13] Paul G. Grossimon, Enrique Barbierie, Sergey Drakunov« Sliding Mode Control of an Inverted Pendulum».IEEE.
- [14] Ratchatin Chanchareon, Viboon Sangveraphunsiri, and Supavut Chantranuwath-ana «Tracking Control of an Inverted Pendulum Using Computed Feedback Linearizat-ion Technique».IEEE.
- [15] Paul G. Grossimon, Enrique Barbierie, Sergey Drakunov« Sliding Mode Control of an Inverted Pendulum».IEEE.
- [16] Rong Xu, B.S., M.S. «Optimal and Sliding Mode Control and Stabilization of Underactuated».Thèse d'état soutenue en 2007, The Ohio State University.
- [17] Faiçal Mnif «VSS Control for a Class of Underactuated Mechanical Systems».INTERNATIONAL JOURNAL OF COMPUTATIONAL COGNITION, VOL. 3, NO. 2, JUNE 2005.
- [18] Allon Guez, John Selinsky «A trainable Neuromorphic Controller».Journal of robotic systems, 5(4), 363-388 (1988).
- [19] Mario E. Magana and Frank Holzapfel «Fuzzy-Logic Control of an Inverted pendulum with Vision Feedback».IEEE 1998.
- [20] Mariagrazia Dotoli, Bruno Maione, David Naso and Biagio Turchiano«Fuzzy Sliding Mode Control for Inverted Pendulum Swing up with Restricted Travel».IEEE 2001.
- [21] Joseph Foran, Student ID: 51161001, « Optimisation of a Fuzzy Logic Controller Using Genetic Algorithms », M.Eng Project Report Summer 2002.
- [22] FARAH Faris, HACHID Faiçal «Synthèse et implémentation pratique de lois de commandes non linéaires : Application à un simulateur d'hélicoptère», PFE ENP en 2005.
- [23] Site Web: <http://www.onera.fr/dcsd/gyrodynes/>
- [24] Site Web: <http://www.univ-valenciennes.fr/LAMIH/pendule/>