

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



*DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE
LABORATOIRE DE COMMANDE DES PROCESSUS*

PROJET DE FIN D'ETUDES

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR D'ETAT EN

AUTOMATIQUE

Commande par mode de glissement d'une suspension active d'un véhicule

Proposé et dirigé par :

M^r. D. BOUKHETALA
M^r. F. BOUDJEMA

Etudié par :

BOUKHELKHAL Abdelouahab
HACHEMI Ahmed Adel

Promotion : Juin 2006

بِسْمِ اللَّهِ

الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

إهداء

" يا معشر الجن و الإنس إن استطعتم أن تنفذوا من أقطار السموات و الأرض
فانفذوا لا تنفذون إلا بسلطان " .

إلى كل من سقانا من سلطان العلم بقليل أو كثير , من قريب أو بعيد , إلى من
رفعوا أيديهم إلى السماء بالدعاء لأجلنا , إلى من امتلأت قلوبهم بحبنا و سهرت
عيونهم لراحتنا , إلى أصدقاء الدرب عادل , وهاب , مصطفى ,
يحي , أمين , منير , نوار , بشير , علي و إبراهيم , إلى هؤلاء جميعا نهدي ثمرة
هذا العمل .

عمر شنتير رابع

Dédicaces

Je dédie ce travail aux deux plus chères personnes au monde qui sont mes parents, pour tous leurs amours, encouragements, conseils, sacrifices, patience et confiance.

Je le dédie également à la mémoire de mes grands parents paternels, qu'ils reposent en paix.

Je le dédie bien sur à mon frère Islam, ma sœur Sara, ma sœur Amira et son fils Anis, à mes grands parents maternels, à tous mes oncles, tantes, cousins et cousines et à toute ma famille.

Je le dédie à tous mes amis de Constantine, de Polytech, de l'ENITA, de la cité Bouraoui, et à tous ceux qui me sont chers.

Abdelouahab

Je dédie ce travail à mes très chers parents, pour leurs sacrifices et encouragements durant toutes ces années d'études, pour leurs conseils et orientations dans ma vie. Sans eux, je ne serais pas ce que je suis aujourd'hui.

Je dédie ce travail également,

A mes deux, très chers, frères, Rabah et Nassim, ma sœur unique Zohra pour leur soutien, leur aide, leurs encouragements.

A la mémoire de mes regrettés grands pères. A mes deux grand-mères, à tous mes oncles, tantes, cousins et cousines.

A mes amis surtout Hibou, Mustapha, Rabah et Yahia, mes amis de Blida, de l'EMP, de Bouraoui, de l'ENP surtout la promo de l'automatique.

Adel

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au sein du laboratoire de Commande des processus (LCP) de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger sous la direction des Messieurs FARES BOUDJEMA et DJAMEL BOUKHETALA, professeurs à l'ENP.

Nous les remercions pour avoir assumés la lourde responsabilité de nous encadrer, nous orienter et de nous conseiller tout au long de la réalisation de ce travail ainsi pour la confiance qu'ils nous ont accordé.

Nous exprimons notre profonde gratitude à Mr. BOUCHERIT, professeur à l'ENP pour l'honneur qu'il nous fait en présidant le jury, ainsi qu'à Mr. BERKOUK, professeur à l'ENP, pour avoir accepté de faire partie du jury et de nous avoir donné tous les moyens nécessaires pour l'aboutissement de ce travail.

Nos remerciements vont également à nos camarades et amis de la promotion et que tous nos enseignants qui ont contribué à notre formation du primaire à l'universitaire reçoivent l'expression de notre profonde gratitude, et en particulier les enseignants de notre spécialité.

Enfin, Nous remercions tous ceux qui ont de près ou de loin contribué à l'aboutissement et l'amélioration de ce travail.

LISTE DES FIGURES

Figure I.1 : Eléments de la suspension	7
Figure I.2 : Mouvements linéaires et angulaires du véhicule dans l'espace.....	8
Figure I.3 : Modélisation d'un système de suspension passive.....	10
Figure I.4 : Modélisation d'une suspension semi-active.....	10
Figure I.5 : modélisation d'une suspension active.....	11
Figure I.6 : Modèle quart de véhicule (susp. passive).....	13
Figure I.7 : Modèle quart de véhicule (susp. active).....	14
Figure I.8 : Actionneur hydraulique.....	15
Figure I.9 : Modèle demi véhicule du type bicyclette (susp. passive).....	17
Figure I.10 : Modèle demi véhicule du type bicyclette (susp. active).....	23
Figure I.11 : Modèle complet du véhicule (susp. passive).....	25
Figure I.12 : Modèle complet du véhicule (susp. active).....	29
Figure I.13 : Passage sur un trottoir de 20 cm, à une vitesse de 10 Km/h (quart, sans actionneur)	36
Figure I.14 : Passage sur un dos d'âne de 20 cm, à une vitesse de 10 Km/h (quart, sans actionneur).....	37
Figure I.15 : Passage sur un trottoir de 20 cm, à une vitesse de 20 Km/h et $U=0$ (quart, avec actionneur).....	37
Figure I.16 : Passage sur un dos d'âne de 20 cm, à une vitesse de 10 Km/h et $U=0$ (quart, avec actionneur).....	38
Figure I.17 : Passage sur un dos d'âne de 50 cm, à une vitesse de 10 Km/h (demi , linéaire et non linéaire)	40
Figure I.18 : Passage sur un trottoir de 50 cm, à une vitesse de 10 Km/h (demi, linéaire et non linéaire).....	41
Figure I.19 : Passage sur un dos d'âne de 20 cm, à une vitesse de 10 Km/h et $U=0$ (demi, avec actionneur).....	43
Figure I.20 : Passage sur un trottoir de 20 cm, à une vitesse de 10 Km/h et $U=0$ (demi, avec actionneur).....	44
Figure I.21 : Passage des deux roues arrière et avant gauche sur un trottoir de 1 m, à une vitesse de 20 Km/h (complet, linéaire et non linéaire).....	46
Figure I.22 : Passage des quatre roues sur un dos d'âne, à une vitesse de 10 Km/h (complet, linéaire et non linéaire).....	48
Figure I.23 : Passage sur un trottoir de 20 cm, à une vitesse de 20 Km/h et $U_i=0$ (complet avec actionneur).....	49
Figure II.1 : Structure de régulation par commutation au niveau de l'organe de commande.....	52

Figure II.2 : Structure de régulation par commutation au niveau de la contre réaction d'état.....	53
Figure II.3 : Structure de régulation par ajout de la commande équivalente.....	54
Figure II.4-a : Glissement idéal.....	54
Figure II.4-b : Glissement réel.....	55
Figure II.5 : Grandeur de la commande équivalente u_{eq} comme valeur moyenne lors de la commutation entre u_{max} et u_{min}	58
Figure II.6 : Représentation de la commande discontinue.....	60
Figure II.7 : Loi de commande par bande continue au voisinage de la surface de glissement.....	65
Figure II.8 : Loi de commande continue de lissage au voisinage de la surface de glissement.....	66
Figure III.1 : Structure de régulation pour le modèle quart de véhicule.....	72
Figure III.2 : Structure de régulation pour le modèle demi véhicule.....	76
Figure III.3 : Schémas de la structure de commande décentralisée.....	82
Figure III.4 : Structure de régulation pour un sous-système i.....	84
Figure III.5 : Passage sur dos d'âne avec $\mathcal{E}=30$ et $V=10$ km/h (quart de véhicule).....	88
Figure III.6 : Montée sur trottoir avec $\mathcal{E}=30$ et $V=10$ km/h (quart de véhicule).....	89
Figure III.7 : Passage sur dos d'âne avec $\varepsilon=5$ et $V=10$ km/h (quart de véhicule).....	90
Figure III.8 : Montée sur trottoir avec $\varepsilon=5$ et $V=10$ km/h (quart de véhicule).....	91
Figure III.9 : Passage sur dos d'âne avec $\varepsilon=0.1$ et $V=10$ km/h (quart de véhicule).....	92
Figure III.10 : Montée sur trottoir avec $\varepsilon=0.1$ et $V=10$ km/h (quart de véhicule).....	93
Figure III.11 : montée sur trottoir avec $\Delta m=200$ Kg et $\varepsilon=30$ (quart de véhicule).....	95
Figure III.12 : passage sur dos d'âne avec $\mathcal{E}=30$ et $V=10$ km/h (demi-véhicule).....	98
Figure III.13 : montée sur trottoir avec $\mathcal{E}=30$ et $V=10$ km/h (demi-véhicule).....	100
Figure III.14 : passage sur dos d'âne avec $\mathcal{E}=0.1$ et $V=10$ km/h (demi-véhicule).....	102
Figure III.15 : montée sur trottoir avec $\mathcal{E}=0.1$ et $V=10$ km/h (demi-véhicule).....	104
Figure III.16 : montée sur trottoir avec $\Delta m=200$ Kg et $\varepsilon=30$ (demi-véhicule).....	106
Figure III.17 : montée sur trottoir avec $\mathcal{E}=30$ et $V=10$ km/h (Modèle complet).....	110
Figure III.18 : montée sur trottoir avec $\mathcal{E}=0.1$ et $V=10$ km/h (Modèle complet).....	112
Figure III.19 : montée sur trottoir avec $\Delta m=500$ Kg et $\varepsilon=30$ (Modèle complet).....	115
Figure III.20 : Forme du dos d'âne.....	116
Figure III.21 : Passage sur dos d'âne avec pour $\dot{S} = -q \operatorname{sgn} S - k S$ et $\varepsilon=30$ (Modèle complet)	119
Figure III.22 : Passage sur dos d'âne pour $\dot{S} = -k \operatorname{cont}(s) - k S$ (Modèle complet)	122

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE	1
 CHAPITRE I. MODELISATION ET ANALYSE DES SUSPENSIONS DE VEHICULES	
I.1 Introduction.....	7
I.2 SUSPENSION PASSIVE, SEMI-ACTIVE ET ACTIVE	9
I.2.1 Suspension passive.....	9
I.2.2 Suspension semi-active.....	10
I.2.3 Suspension active.....	11
I.3 DIFFERENTS MODELES DE VEHICULES.....	12
I.3.1 Représentation du modèle quart de véhicule.....	12
<i>I.3.1.1 modèle linéaire.....</i>	13
<i>I.3.1.2 modèle non linéaire.....</i>	14
I.3.2 Représentation du modèle demi-véhicule.....	16
<i>I.3.2.1 modèle linéaire.....</i>	17
<i>I.3.2.2 modèle non linéaire.....</i>	20
I.3.3 Représentation du modèle complet du véhicule.....	24
<i>I.3.3.1 modèle linéaire.....</i>	25
<i>I.3.3.2 modèle non linéaire.....</i>	28
I.4 SIMULATION EN BOUCLE OUVERTE.....	35
I.4.1 Modèle quart de véhicule.....	36
I.4.2 Modèle demi véhicule.....	38
I.4.3 Modèle complet du véhicule.....	45
I.5 CONCLUSION.....	50
 CHAPITRE II. CONCEPT GENERAL DE LA COMMANDE PAR MODE GLISSEMENT	
II.1 Introduction.....	51
II. 2 SYSTEME A STRUCTURE VARIABLE.....	52
II.2.1 Structure par commutation au niveau de l'organe de Commande.....	52
II.2.2 Structure par commutation au niveau d'une contre-réaction d'état.....	53

II.2.3 Structure par commutation au niveau de l'organe de commande, avec ajout de la commande équivalente.....	53
II.3. NOTION DE BASES.....	54
II.3.1 Régime glissant idéal.....	54
II.3.2 Régime glissant réel.....	55
II.4 CONCEPTION DE LA COMMANDE PAR MODE GLISSANT.....	55
II.4.1 choix de la surface de glissement.....	55
II.4.2 conditions d'existence et de convergence.....	56
II.4.2.1 La fonction discrète de commutation.....	56
II.4.2.2 La fonction de LYAPUNOV	57
II.4.3 Calcul de la commande.....	57
II.5 FORMALISATION PAR LA GEOMETRIE DIFFERENTIELLE POUR L'ANALYSE ET LA SYNTHÈSE DES RÉGIMES GLISSANTS.....	60
II.5.1 Mode de glissement.....	60
II.5.2 La commande équivalente et la condition d'invariance.....	61
II.5.3 Condition d'existence et unicité de la commande équivalente (condition de Transversalité).....	62
II.6 LOI D'ARRIVÉE POUR LA CONCEPTION DE LA COMMANDE PAR MODE GLISSANT.....	62
II.6.1 Loi d'arrivée avec une vitesse d'arrivée constante.....	63
II.6.2 Loi d'arrivée avec vitesse d'arrivée constante et proportionnelle.....	63
II.6.3 Loi d'arrivée avec puissance vitesse d'arrivée.....	63
II.7 LE BROUITEMENT.....	64
II.7.1 La fonction $\text{sat}(S)$	64
II.6.2 La fonction $\text{cont}(S)$	65
II.8 SYNTHÈSE DES MODES GLISSANT PAR LA MÉTHODE DU BACKSTEPPING.....	66
II.9 CONCLUSION.....	67
 CHAPITRE III. SYNTHÈSE DE LA COMMANDE PAR LE MODE GLISSANT	
III.1 INTRODUCTION.....	68
III.2 CRITÈRES DE PERFORMANCE POUR LES SUSPENSIONS.....	68
III.2.1 Confort.....	69

III.2.2 Tenue de route.....	69
III.2.3 Débattement de la suspension.....	69
III.3 CRITERES POUR LE QUART DE VEHICULE.....	70
III.4 CRITERES POUR LE DEMI VEHICULE.....	70
III.5 CRITERES POUR LE VEHICULE COMPLET.....	71
III.6 STRATEGIE DE COMMANDE.....	71
III.6.1 Modèle quart de véhicule.....	71
III.6.2 Modèle demi véhicule.....	75
III.6.3 Modèle complet de véhicule.....	82
III.7 SIMULATION.....	87
III.7.1 Modèle quart de véhicule.....	87
<i>III.7.1.1 Etude de la performance.....</i>	<i>88</i>
<i>III.7.1.2 Etude de la robustesse.....</i>	<i>94</i>
III.7.2 Modèle demi-véhicule.....	96
<i>III.7.2.1 Etude de la performance.....</i>	<i>97</i>
<i>III.7.2.2 Etude de la robustesse.....</i>	<i>106</i>
III.7.3 Modèle complet de véhicule.....	107
<i>III.7.3.1 Etude de la performance.....</i>	<i>108</i>
<i>III.7.3.2 Etude de la robustesse.....</i>	<i>113</i>
III.8 CONCLUSION.....	123
CONCLUSION GENERALE.....	124
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	126

INTRODUCTION

GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Il devient évident que les développements récents dans la technologie de l'informatique ont révolutionné et continuent de révolutionner de façon marquante et parfois, il faut le dire, spectaculaire bon nombre d'industries, particulièrement en ce qui concerne notre thème, l'industrie de l'automobile qui fait l'objet d'une très forte demande sur le marché mondial. L'automobile est un ensemble d'organes composant un système .Ce système est soumis aux sollicitations du conducteur (angle volant, pression sur les pédales) et de l'environnement (profil de route, adhérence, vent,...).Donc, le client exige le confort et la sécurité du véhicule. Or, le confort et la sécurité du véhicule sont directement et intimement liés à son système de suspension.

En général, la suspension est un système conçu pour faire suspendre le corps du véhicule à travers les essieux et les roues, de façon à ce que celui-ci, soit isolé des différents chocs, qui se produisent quand le véhicule circule sur une surface inégale. En plus un système de suspension est utilisé pour supporter un poids qui est au dessus et lui donner une direction fixe sur la route ou la piste et éviter les vibrations et les chocs causés par les forces de vent, les forces freinantes et l'irrégularité de la surface de la route. Donc elle permet de fournir certain confort aux passagers, mais elle influence aussi le comportement des roues et donc la tenue de route du véhicule.

Il faut concevoir une suspension assurant à la fois, un bon confort de roulement et maintenir le contact le plus harmonieux possible entre le sol et les pneus assurant ainsi une adhérence qui doit s'effectuer tout de même dans des conditions maximum de sécurité autant que possible ce sont les bonnes caractéristiques de tenue de route. C'est la qu'on a crée la suspension active remplaçant la suspension passive puisque elle joue deux rôles : une suspension souple qui favorise un roulement en douceur et confortable, une suspension ferme qui assure une bonne tenue de route. Le but de l'automatique est de chercher une meilleure

approche ou commande de la suspension afin d'atteindre un équilibre entre la sécurité et le confort dans tous les cas [13,14].

Les systèmes de suspension qui lient les roues et le corps de véhicule sont classés en : des systèmes passifs (PSS : Passive Suspension Systems), des systèmes semi actifs (SASS : Semi Active Suspension Systems) et des systèmes actifs (ASS : Active Suspension Systems).

Lorsque la suspension est passive, ses caractéristiques sont fixées une fois pour toutes et ne varient qu'avec l'usure des éléments (ressort, amortisseur). La force développée par la suspension dépend alors uniquement du débattement de la suspension et de sa vitesse. Dans ce cas rien n'est commandable, hormis un changement des éléments [2,3].

Lorsque la suspension est semi-active, ses caractéristiques peuvent être choisies parmi un éventail discret, ou bien de façon continue, dans un intervalle. Cependant, la force développée dépend toujours du débattement de la suspension et de sa vitesse. Dans la pratique, pour des raisons de coût, seul l'amortisseur est semi-actif (amortisseur piloté). Dans ce cas la force développée peut être commandée dans la limite d'un éventail ou d'un intervalle qui dépend encore de la vitesse de débattement de la suspension.

Dans le cas d'une suspension active, les éléments sont des pompes ou des pistons qui fournissent alors une force indépendante du débattement de la suspension ou de sa vitesse. Mais la bande passante de ces actionneurs est limitée ou bien cela demande beaucoup trop d'énergie pour une voiture de tourisme. Par conséquent, l'ASS fournit de meilleurs confort et sécurité de conduite par rapport aux systèmes conventionnels de suspension [16].

Proposer plus de confort et de sécurité aux passagers du véhicule particulièrement lorsque les non linéarités et les perturbations deviennent fortes, on fait appel dans ce cas à des commandes spécifiques réputées robustes. On peut ainsi recourir à une classe particulière de systèmes de commande, appelés Systèmes à structure variable. Ces systèmes ont fait l'objet de nombreux travaux depuis 1962, en ex-Union Soviétique notamment dans l'équipe du professeur Emelyanov, à partir des résultats d'études théoriques du mathématicien A.F.Philipov sur les équations différentielles à second membre discontinu.

Les systèmes à structure variable, sont des systèmes dans lesquels les paramètres du régulateur peuvent varier par à coups, afin d'obtenir une stabilité et une précision supérieures à celles généralement obtenues avec les régulateurs linéaires classiques. Ceci permet sous

certaines conditions, de maintenir dans l'espace des phases le point représentatif de l'évolution du système sur une hypersurface choisie a priori. Nous dirons alors que le système bouclé est en régime glissant sur la surface considérée, il jouit alors de la propriété d'indépendance vis-à-vis des perturbations extérieures et des variations des paramètres de la partie commandée. Quand l'état du système évolue sur l'hypersurface choisie, la dynamique du système est dite plongée dans l'état d'un système réduit et libre, c'est-à-dire que le système évolue sur une sous variété de dimension inférieure d'une unité à la dimension du système.

Les coefficients de l'hypersurface de commutation déterminent complètement la dynamique et le mode de stabilisation du système, ils représentent les coefficients de l'équation caractéristique du système réduit. La commande est calculée à partir de la condition de glissement; les gains du correcteur dépendent du système à commander, de la dynamique imposée au système bouclé et du mode de fonctionnement.

De la propriété de l'invariance vis-à-vis des variations paramétriques et des perturbations extérieures, ces systèmes ne nécessitent pas une grande précision dans l'identification des paramètres du processus commandé. Cependant, l'utilisation de cette technique de commande a été longtemps limitée par les oscillations liées à des commutations de la commande : à ces commutations correspondent des oscillations de part et d'autre de l'hypersurface de glissement qui peuvent se manifester jusque dans les grandeurs asservies (Broutement). Diverses extensions technologiques ont permis de donner à la composante discontinue de la commande une forme telle que le broutement peut être diminué, la stabilité maintenue, la robustesse conservée et la précision rétablie en régime permanent.

Notre objectif dans ce travail est la modélisation ensuite la synthèse de la commande par le mode du glissement d'une suspension active d'automobile pour trouver le meilleur compromis entre confort et sécurité.

Plusieurs travaux ont été élaborés dans ce cadre, on cite entre autres, le travail de *Ramerez Mendoza* publiés en 1997 sur la modélisation et la commande de véhicule automobile, portant principalement sur le contrôle du comportement latérale du véhicule, le travail de *Alvares-Salas*, lors de son DEA sur la modélisation de suspension automobile, en 1998 et portant notamment, sur le modèle demi véhicule de type essieu, la thèse de doctorat de *Damien Sammier*, [7], présentée en 2001 portant sur la modélisation et la commande de véhicules automobiles, le travail de *Gobbi et al* en 1999, qui présentent une méthode pour

optimiser un modèle complet de véhicule prenant en compte, notamment, les modèles de pneu, les couples moteur ou de freinage sur chaque roue, la géométrie des suspension ainsi que le siège du conducteur, et bien d'autres qu'on présentera ultérieurement en citant les différents modèles de suspensions.

Plusieurs techniques de commandes, utilisées pour le contrôle des suspensions automobiles, existent dans la littérature, on cite entre autres :

- La commande non linéaire, utilisée par *Fialho & Balas* en 2002, pour développer un correcteur non linéaire, visant, soit le débattement de la suspension, soit le mouvement de la caisse, selon que l'écrasement de la suspension est proche ou non de ses limites.
- La commande Skyhook, synthétisée par *Emura et al* en 1995, pour contrôler l'amortisseur semi actif d'une suspension, en utilisant un modèle quart de véhicule à $3ddl$. A leur part, *Autran et al*, ont utilisé cette approche à fin de synthétiser une loi de commande pour les modèles, quart de véhicule à $1ddl$ et véhicule complet à $3ddl$ (les mouvements des roues sont négligés).
- La commande LQG : développée par *Elbeheiry et al* en 1996, pour contrôler les suspensions d'un modèle complet de véhicule à $7ddl$, synthétisée aussi, par *Thompson et Chaplin* en 1996, pour le contrôle des modèles quart de véhicule. De sa part, *Ramirez Mendoza* (1997) a utilisé la commande LQG, pour contrôler la suspension d'un modèle quart de véhicule à $2ddl$.
- La commande par placement de pôles, utilisée pour contrôler les oscillations longitudinales d'un véhicule, par *Richard et al* en 1997.
- La commande par logique floue, appliquée par *Cherry et Jones* en 1995, au contrôle d'un modèle quart de véhicule d'une suspension semi active (la commande est appliquée à l'amortisseur actif), elle est aussi développée, pour le contrôle d'une suspension active d'un modèle quart de véhicule, par *Titli et Boverie* en 1995.

Nous allons d'abord commencer dans ce travail par la modélisation de différents types de suspension pour les trois modèles quart, demi et complet véhicule. Puis nous parlerons du mode de glissement et ses propriétés, ensuite nous ferons une synthèse de la commande par le mode de glissement. A la fin nous donnerons nos appréciations et conclusions qui concerneront les critères de sécurité et confort et nous terminerons par une conclusion générale et quelques perspectives.

Pour cela notre travail s'articule en trois chapitres :

Chapitre1 : Modélisation des suspensions automobiles.

Chapitre2 : Concept général de la commande par mode de glissement.

Chapitre3 : Synthèse de la commande par le mode glissant.

Conclusion générale.

Le premier chapitre est consacré à la présentation des modèles, utilisés pour présenter la suspension linéaire et non linéaire d'un véhicule dans un objectif de commande. Nous présenterons trois modèles horizontaux différents disponibles dans la littérature.

Nous exposerons alors les modèles de véhicule (1/4, 1/2 et complet) dans l'ordre croissant du nombre de mouvements pris en compte, puis nous donnerons les équations décrivant un modèle de véhicule de type considéré.

Ainsi, nous détaillerons pour le quart de véhicule les différents types de modèles de suspension. La suspension peut être passive, semi-active ou active selon les éléments qui la constituent en donnant les équations du modèle, de même que pour le modèle demi-vehicule de type bicyclette et pour le modèle complet de véhicule.

Dans le deuxième chapitre, nous parlerons du mode glissant et ses définitions, ses propriétés qui nous aident à décrire quelques algorithmes en fournissant quelques rappels sur les différentes méthodologies de commande que nous appliquons dans le chapitre 3,[1,4].

Dans le troisième chapitre, nous synthétiserons la commande par le mode glissant pour assurer les critères de la stabilité en boucle fermée et l'appliquer sur les différents modèle de véhicule quart, demi et complet, [6,8,12], en présentant à la fin les résultats de simulations. Nous avancerons alors quelques remarques et analyses en fonction des figures obtenues ainsi que des critères de confort, de sécurité et de commande.

Enfin nous terminerons avec une conclusion générale à propos de notre travail. Cette conclusion générale nous permettra de mettre en avant quelques remarques et mettra l'accent notamment sur les perspectives d'évolution future de la théorie du mode de glissement, que se soit aussi bien sur le plan d'une plus grande théorisation ou alors dans le domaine des possibilités d'application dans différents secteurs et plus particulièrement dans l'industrie.

CHAPITRE I

MODELISATION ET ANALYSE

DES SUSPENSIONS

DE VEHICULES

CHAPITRE I

MODELISATION ET ANALYSE DES SUSPENSIONS DE VEHICULES

I.1 INTRODUCTION

La modélisation est une étape très importante pour une bonne simulation. La modélisation d'un système de suspension d'un véhicule est défini comme une méthode qui repose sur l'élaboration des modèles mathématiques de la dite suspension, ces derniers doivent être les plus précis possible pour arriver à trouver la loi de commande appropriée. Rechercher donc la précision mais tout en évitant la complexité. La modélisation de notre système de suspension consiste généralement en un groupement d'éléments passifs tels qu'amortisseurs et ressort: tel est le cas de la suspension passive. Cette modélisation intègre nécessairement dans le cas d'une suspension active un élément actif qui génère bien évidemment une force par consommation d'énergie.

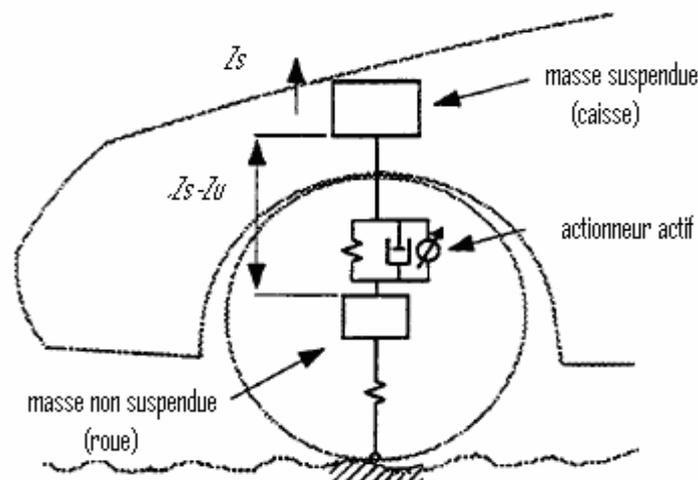


Figure I.1 : Eléments de la suspension.

En ce qui concerne le pneu, il est généralement modélisé par un simple ressort monté en parallèle avec un amortisseur. Ce dernier en fait le plus souvent est négligé dans la théorie. En pratique, l'amortissement est faible afin d'éviter l'échauffement. Toutefois, il n'est pas nul. En fait, le pneu est un élément complexe soumis à de fortes pressions et à des sollicitations diverses ainsi qu'à de grandes variations de température. Le comportement de ce pneumatique peut s'exprimer et être représenté à travers deux modèles, l'un vertical et l'autre horizontal.

Dans ce premier chapitre nous présentons les trois types de suspension, passive, semi-active et active, et les trois modèles différents de suspension de véhicule, qui sont le modèle quart de véhicule ou mono roue, le modèle demi-véhicule du type bicyclette et le modèle complet du véhicule à trois dimension. Le choix d'un modèle de suspension de véhicule, dépend des mouvements auxquels on s'intéresse. Les principaux mouvements généralement pris en compte, sont les déplacements verticaux, latéraux, longitudinaux, le roulis, le lacet et le tangage des différents éléments constituant le système de suspension d'un véhicule.

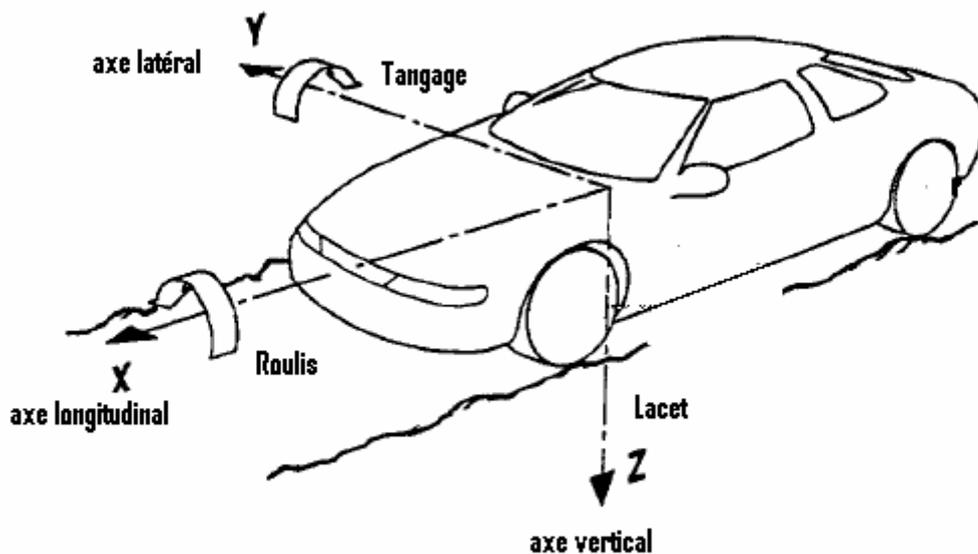


Figure I.2 : Mouvements linéaires et angulaires du véhicule dans l'espace.

Les modèles sont présentés dans l'ordre croissant de complexité. Les points communs aux différents modèles seront donc détaillés dans le paragraphe traitant du modèle le plus

simple, et simplement, rappelés dans les autres paragraphes. De plus, pour chaque type de modèle de véhicule, nous utilisons des notations différentes afin de ne pas confondre les différentes variables.

I. 2 SUSPENSION PASSIVE, SEMI-ACTIVE ET ACTIVE, [2,3,7]

Les suspensions peuvent être classées selon l'apport externe de force ou bien d'énergie. Pour comprendre les fondations des suspensions de véhicule et pour démontrer l'arrangement nouvellement suggéré de suspension, un modèle simple (à un degré de liberté) est considéré.

Nous distinguons trois types de suspension: suspension passive, suspension semi-active, et suspension active.

I.2.1 Suspension passive

D'une manière générale, ceci concerne un support parallèle d'un ressort et d'un amortisseur. La suspension passive est linéaire en nature. Elle est basée sur le principe de la dissipation d'énergie par l'amortisseur. La force agissant sur le corps de voiture résulte du mouvement relatif et de la vitesse relative de la suspension.

Traditionnellement, l'isolement de vibration est accompli par l'insertion de l'élément linéaire de rigidité (le ressort) et d'un élément d'atténuation linéaire (l'amortisseur) entre la source de vibration et le système exigeant la protection (Figure I.3). Dans le cas de la suspension passive, la rigidité et l'amortissement des caractéristiques d'élément, à savoir k et c , ne peuvent pas être changées une fois choisie. Par conséquent, il est nécessaire de choisir les composants soigneusement afin de fournir la meilleure performance.

Malgré que ce type de suspension soit couramment employé par la plupart des fabricants, ces derniers ne donnent pas une satisfaction au point de vue confort de véhicule routier. On a démontré que l'augmentation du coefficient d'amortissement de la suspension passive augmente le confort de véhicule. Ce qui provoque l'augmentation de débattements de roue, Cela conduit à la diminution de la qualité du contact de route/pneu. Ces limitations sur la performance de suspension passive ont mené à l'exécution d'autre type des systèmes de suspension.

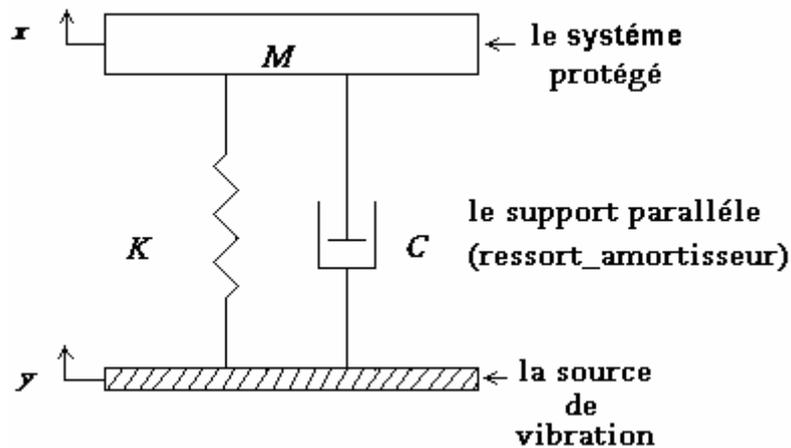


Figure I.3 : Modélisation d'un système de suspension passive.

I.2.2 Suspension semi-active

Le système de suspension semi active est similaire au système passif tant que tous les éléments (ressort et amortisseur) génèrent respectivement leur propre force, toutes fois on considère que le coefficient d'amortissement peut être changé instantanément.

L'amortisseur semi actif est un organe qui fournit instantanément une force contrôlable (modulable) dont, la variation et l'intensité dépendent du type de la suspension semi-active désirée.

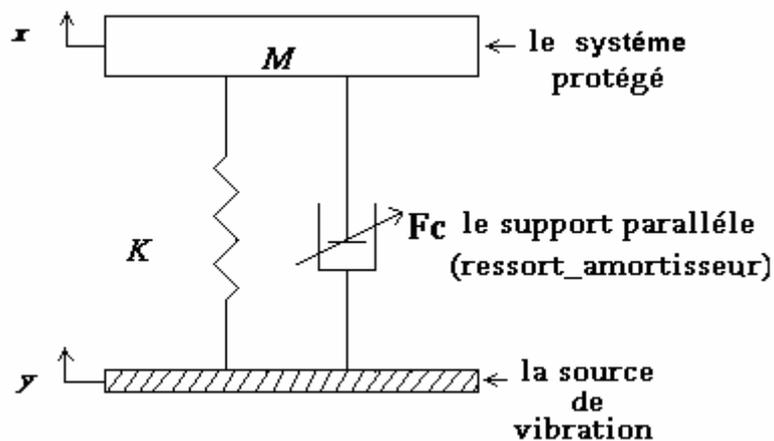


Figure I.4 : Modélisation d'une suspension semi-active.

Le choix de ce système est motivé par le désir d'améliorer partiellement les performances des suspensions passives mais avec un minimum de matériel, l'inconvénient dans ce type de suspension est le coût qu'il faut payer ainsi que les désagréments causés par l'usure et l'obligation et la nécessité de changer notre amortisseur dont la durée de vie est écourtée.

L'amortisseur semi actif est représenté par le même symbole qu'un amortisseur visqueux, mais avec une flèche qui indique que la force d'amortissement produite est variable (Figure I.4).

I.2.3 Suspension active

En raison des limitations des systèmes de suspension passive et semi active mentionnés dans les sections précédentes, une suspension active peut être employée.

La suspension active est caractérisée par le besoin de source extérieure d'énergie. Cette énergie permet d'activer le système de contrôle qui contrôlera sans interruption la force produite par le système de suspension. Très souvent, le système de contrôle réagit aux paramètres de véhicule (des vitesses et des déplacements). Ces systèmes de suspension active sont en fait des systèmes dans lesquels les ressorts et les amortisseurs sont remplacés partiellement ou totalement par des actionneurs. La force développée par ces derniers est produite en conformité et en concordance bien sûr (Figure I.5), avec une loi de commande qui utilise des données des différents capteurs attachés au véhicule. Ces capteurs peuvent comporter des accéléromètres, des capteurs de déplacement qui peuvent renseigner par exemple sur la déflexion de la suspension, des gyroscopes, ...etc.

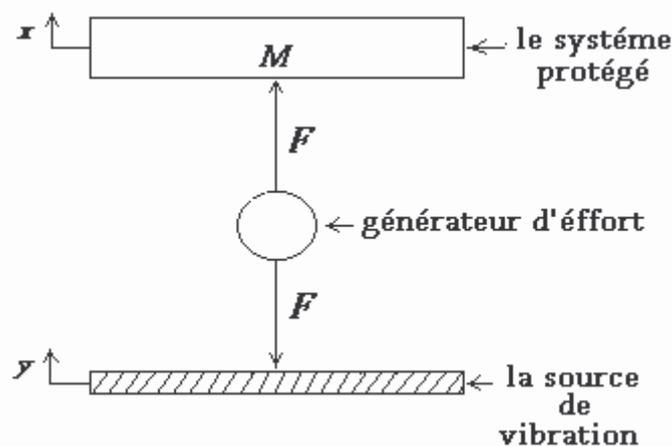


Figure I.5 : Modélisation d'une suspension active.

La suspension hydractive (Citroën) par exemple permet, en faisant varier à l'aide d'une pompe, la pression du fluide dans la suspension hydraulique, de générer une force indépendante des positions relatives de la caisse et de la roue.

Beaucoup de chercheurs ont travaillé sur la suspension active afin d'avancer la recherche dans ce domaine. Karnopp(1989,1992) , Thompson(1969,1989) et d'autre (Crolla, 1992;Hrovat,1991;Goodall et Korum,1983;Yi et Hedrick,1992) ont démontré qu'il est possible d'appliquer le principe de la suspension active dans le secteur des véhicules routiers.

Thompson a démontré que la performance de la suspension active est certainement supérieure à celle des suspensions classiques. Mais d'un point de vue technique, une suspension active ne peut pas être appliquée sans foule de mesures paramétriques comprenant les vitesses et les débattements, qui complique l'exécution de tels système, comme en dépit de sa performance, s'ajouter une source extérieure d'énergie complique le système et augmente le coût par rapport au modèle classique. Cependant, la suspension active peut employer divers algorithmes de contrôle, et des différentes variables peuvent être mesurées et combinées pour dicter la force de contrôle entre le corps et la roue.

I.3 DIFFERENTS MODELES DE VEHICULES

I.3.1 Représentation du modèle quart de véhicule [2,3]

Le modèle le plus simple est le modèle dit quart de véhicule, qui ne prend en compte que le mouvement vertical de la caisse. Lorsqu'on s'intéresse au confort, on peut ne prendre en compte que le déplacement vertical de la caisse et pas celui de la roue.

Ce modèle, appelé modèle quart de véhicule à un degré de liberté (1ddl) (Figure I.3).

Si de plus, la tenue de route étudiée, il convient de tenir compte aussi du mouvement vertical de la roue. Ce modèle, appelé modèle quart de véhicule à 2ddl (Figure I.6).

Pour ce modèle on va utiliser deux types de modélisation, linéaire et non linéaire.

Pour la modélisation linéaire on choisit des valeurs constantes des raideurs et des amortissements de la suspension et du pneumatique, on ne prend pas en compte, aussi, la dynamique non linéaire des actionneurs.

Dans les deux figures ci-dessous (Figure I.6 et I.7) les variables m_s, m_{us}, k_s, k_u et B_s représentent, respectivement, la masse, la raideur et l'amortissement, correspondant aux masses suspendues et non suspendues (châssis et de la roue.). Les variables Z_s, Z_u et Z_r sont

les déplacements de la caisse (châssis), de la roue et le profil de la route (perturbation), F_a représente la force générée par l'actionneur hydraulique.

I.3.1.1 modèle linéaire

La figure ci-dessous (Figure I.6) présente un modèle quart de véhicule d'un système de suspension passive dans lequel la roue est connectée au châssis de véhicule à travers une combinaison ressort-amortisseur. Le pneu quant à lui est modélisé par un simple ressort sans amortisseur.

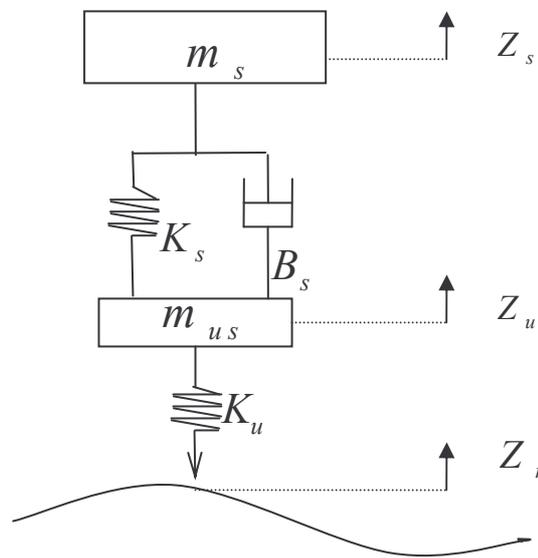


Figure I.6 : Modèle quart de véhicule (susp. passive).

La dynamique linéaire de ce modèle est décrite par les équations suivantes :

$$m_s \cdot \dot{Z}_s = k_s \cdot (Z_u - Z_s) + B_s \cdot (\dot{Z}_u - \dot{Z}_s) \quad (\text{I.1})$$

$$m_{us} \cdot \dot{Z}_u = k_u \cdot (Z_r - Z_u) - k_s \cdot (Z_u - Z_s) - B_s \cdot (\dot{Z}_u - \dot{Z}_s) \quad (\text{I.2})$$

La représentation d'état associée aux équations précédentes est donc, la suivante:

$$\dot{X} = A \cdot X + b_d d \quad (\text{I.3})$$

Où $X = [Z_s, \dot{Z}_s, Z_u, \dot{Z}_u]^T$ et $d = Z_r$ est le profil de la route (perturbation).

Si on ajoute une force de commande $U = F_a$, La suspension devient active (Figure I.7) et la représentation d'état du système devient :

$$\dot{X} = AX + BU + B_d.d \quad (\text{I.4})$$

Les matrices d'état sont, alors données par :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{B_s}{m_s} & \frac{k_s}{m_s} & \frac{B_s}{m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_{us}} & \frac{B_s}{m_{us}} & -\frac{k_s + k_u}{m_{us}} & -\frac{B_s}{m_{us}} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad b_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_u}{m_s} \end{bmatrix}$$

1.3.1.2 modèle non linéaire

Nous allons à présent faire un modèle non linéaire et ceci en introduisant dans la modélisation, les dynamiques des actionneurs utilisés pour générer les commandes cherchées, il sera donc, nécessaire de connaître les concepts de base de la dynamique de l'actionneur utilisé, [16]. La caractéristique non linéaire de l'actionneur relève de plusieurs facteurs tels que la relation non linéaire entre le débit et la pression, la compressibilité du fluide, la friction, ...etc.

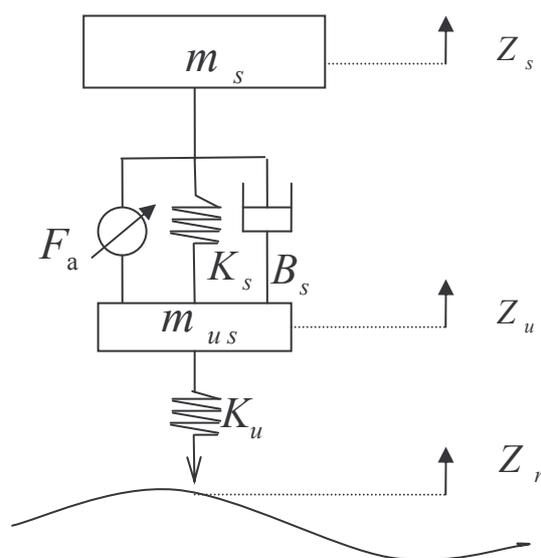


Figure I.7 : Modèle quart de véhicule (susp. active).

L'actionneur actif utilisé, est une servovalve hydraulique. Elle est représentée par la figure ci dessous :

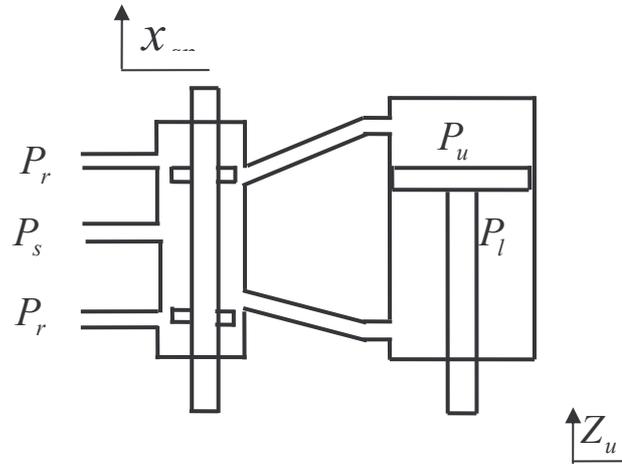


Figure I.8 : Actionneur hydraulique.

La commande générée par l'actionneur est donnée par

$$U_a = A.P_L \quad (I.5)$$

Ou :

A est la surface du piston et P_L est la chute de pression dans le piston.

D'après [11], le flux hydraulique du liquide utilisé, et la chute de pression dans le piston, satisfont les équations suivantes :

$$\frac{V_t}{4.\beta_e}.\dot{P}_L = Q - C_p.P_L - A.(\dot{Z}_s - \dot{Z}_u) \quad (I.6)$$

$$Q = \text{sgn}[P_s - \text{sgn}(x_v).P_L].C_d.\omega.x_v.\sqrt{\frac{1}{\rho}|P_s - \text{sgn}(x_v).P_L|} \quad (I.7)$$

$$\dot{x}_v = \frac{1}{\tau}.(u - x_v) \quad (I.8)$$

En tenant compte de ces relations, et des équations précédentes, et en posant :

$$\alpha = \frac{4\beta_e}{V_t}, \beta = \alpha.C_p, \gamma = \alpha.C_d.\omega.\sqrt{\frac{1}{\rho}},$$

$X_1 = Z_s,$	déplacement de la caisse.	$X_2 = \dot{Z}_s,$	Vitesse de la caisse.
$X_3 = Z_u,$	déplacement de la roue.	$X_4 = \dot{Z}_u,$	Vitesse de la roue.
$X_5 = P_L$	Pression développée par le piston hydraulique		

$X_6 = X_{SP} = X_v$. déplacement de la soupape. $U = k_{SV}.I_{SV}$ entrée de commande.

On obtient le système d'état suivant :

$$\begin{aligned}
 \dot{X}_1 &= X_2. \\
 \dot{X}_2 &= -\frac{1}{m_s} \{k_s.(X_1 - X_3) + B_s.(X_2 - X_4) - A.X_5\} \\
 \dot{X}_3 &= X_4. \\
 \dot{X}_4 &= \frac{1}{m_{us}} \{k_s.(X_1 - X_3) + B_s.(X_2 - X_4) - k_u.(X_3 - Z_r) - A.X_5\}. \\
 \dot{X}_5 &= -\beta.X_5 - \alpha.A.(X_2 - X_4) + \gamma\omega_3.X_6 \\
 \dot{X}_6 &= \frac{1}{\tau}(u - X_6).
 \end{aligned} \tag{I.9}$$

$$\text{Avec } \omega_3 = \text{sgn}[P_s - \text{sgn}(X_6).X_5] \cdot \sqrt{|P_s - \text{sgn}(X_6).X_5|}. \tag{I.10}$$

Le système est de la forme :

$$\dot{X} = f(X) + g(X) \cdot u \tag{I.11}$$

Où :

$$f(X) = \begin{bmatrix} X_2 \\ -\frac{1}{m_s} [k_s.(X_1 - X_3) + B_s.(X_2 - X_4) - A.X_5] \\ X_3 \\ \frac{1}{m_{us}} [k_s.(X_1 - X_3) + B_s.(X_2 - X_4) - k_u.(X_3 - Z_r) - A.X_5] \\ -\beta.X_5 - \alpha.A.(X_2 - X_4) + \gamma.\omega_3.X_6 \\ -\frac{1}{\tau} X_6 \end{bmatrix} \text{ et } g(X) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix}$$

I.3.2 Représentation du modèle demi-véhicule [2,3,14]

Le modèle demi-véhicule regroupe deux quarts de véhicule connectés entre eux par un châssis considéré comme homogène. Si on s'intéresse au mouvement vertical et au tangage, on choisira le modèle demi-véhicule de type bicyclette (Figure I.9), qui permet notamment de visualiser les reports de charge entre le train avant et le train arrière lors d'une accélération,

d'un freinage ou du passage sur un nid de poule par exemple, sachant par ailleurs qu'il y a d'autres modèles (par exemple modèle demi-véhicule de type essieu qui s'intéresse en plus des mouvements verticaux, aux mouvements de roulis de la caisse et de l'essieu).

I.3.2.1 modèle linéaire

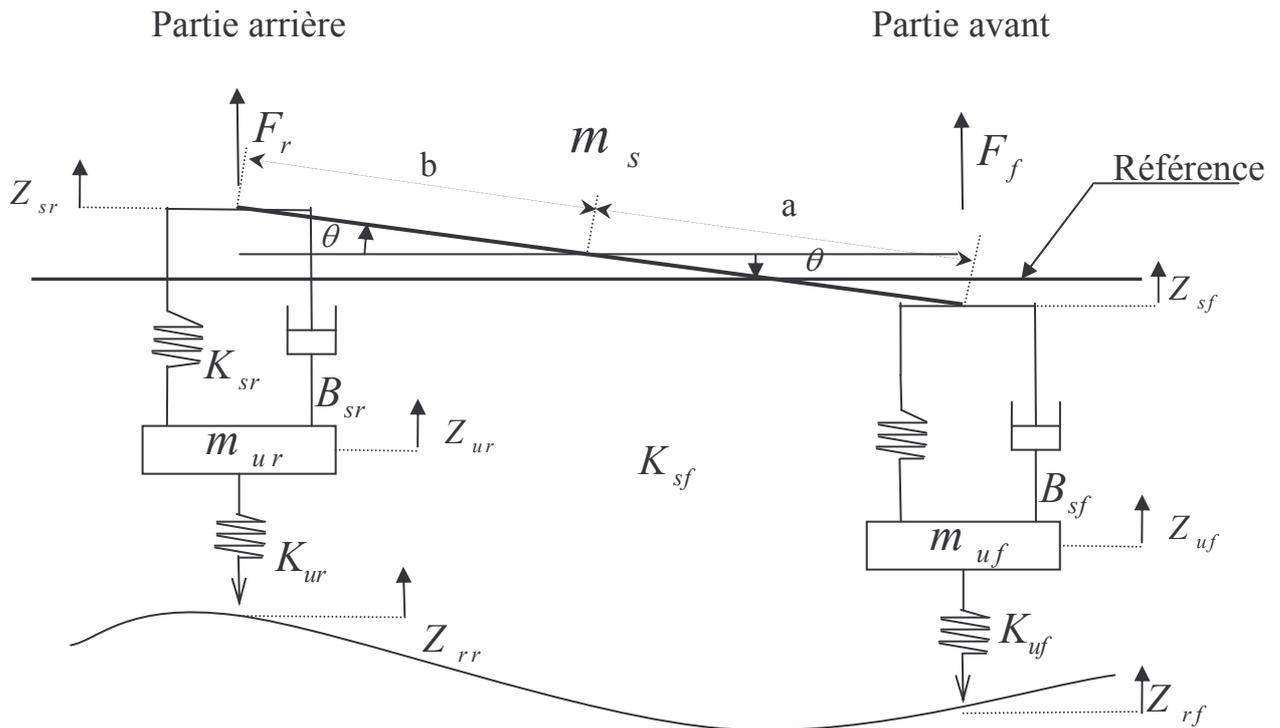


Figure I.9 : Modèle demi véhicule du type bicyclette (susp. passive).

Pour simplifier les calculs, on considère que les angles de tangage sont assez petits. La masse de la caisse est m_s , son moment d'inertie est I_y . Les masses non suspendues avant et arrière sont respectivement, m_{uf} et m_{ur} , Z_{rr} et Z_{rf} sont les profils de la route (perturbations affectant les roues arrière et avant).

A partir de la figure (I.9), on peut voir que les déplacements de la caisse sont donnés par :

$$\text{Partie avant : } Z_{sf} = Z - a.\sin(\theta) \approx Z - a.\theta \quad (\text{I.12})$$

$$\text{Partie arrière : } Z_{sr} = Z + b.\sin(\theta) \approx Z + b.\theta \quad (\text{I.13})$$

Les forces équivalentes des deux cotés sont les suivantes :

Partie avant :

$$F_f = -k_{sf} \cdot (Z_{sf} - Z_{uf}) - B_{sf} \cdot (\dot{Z}_{sf} - \dot{Z}_{uf}) = -k_{sf} \cdot (Z - a \cdot \theta - Z_{uf}) - B_{sf} \cdot (\dot{Z} - a \dot{\theta} - \dot{Z}_{uf}) \quad (I.14)$$

Partie arrière :

$$F_r = -k_{sr} \cdot (Z_{sr} - Z_{ur}) - B_{sr} \cdot (\dot{Z}_{sr} - \dot{Z}_{ur}) = -k_{sr} \cdot (Z + b \cdot \theta - Z_{ur}) - B_{sr} \cdot (\dot{Z} + b \dot{\theta} - \dot{Z}_{ur}) \quad (I.15)$$

En appliquant la deuxième lois de Newton, et en considérant la position d'équilibre statique, comme origine des déplacements linéaires et angulaires du centre de gravité, on aura :

$$\ddot{Z} = \frac{1}{m_s} \left\{ \begin{array}{l} -(k_{sf} + k_{sr}) \cdot Z - (B_{sf} + B_{sr}) \cdot \dot{Z} + (a \cdot k_{sf} - b \cdot k_{sr}) \cdot \theta + (a \cdot B_{sf} - b \cdot B_{sr}) \cdot \dot{\theta} + \\ k_{sf} \cdot Z_{uf} + k_{sr} \cdot Z_{ur} + B_{sf} \cdot \dot{Z}_{uf} + B_{sr} \cdot \dot{Z}_{ur} \end{array} \right\} \quad (I.16)$$

Pour le mouvement angulaire, on aura :

$$\begin{aligned} I_y \cdot \ddot{\theta} &= -F_f \cdot a \cdot \cos(\theta) + F_r \cdot b \cdot \cos(\theta) = -F_f \cdot a + F_r \cdot b \\ &= \left(\begin{array}{l} a \cdot k_{sf} \cdot (Z - a \cdot \theta - Z_{uf}) + a \cdot B_{sf} \cdot (\dot{Z} - a \cdot \dot{\theta} - \dot{Z}_{uf}) - b \cdot k_{sr} \cdot (Z + b \cdot \theta - Z_{ur}) - \\ b \cdot B_{sr} \cdot (\dot{Z} + b \cdot \dot{\theta} - \dot{Z}_{ur}) \end{array} \right) \end{aligned}$$

Posons $I_y = m_s \cdot r_y^2$ ou r_y est le rayon de giration.

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{m_s \cdot r_y^2} \left(\begin{array}{l} (a \cdot k_{sf} - b \cdot k_{sr}) \cdot Z + (a \cdot B_{sf} - b \cdot B_{sr}) \cdot \dot{Z} - (a^2 \cdot k_{sf} + b^2 \cdot k_{sr}) \cdot \theta - (a^2 \cdot B_{sf} + b^2 \cdot B_{sr}) \cdot \dot{\theta} - \\ a \cdot k_{sf} \cdot Z_{uf} + b \cdot k_{sr} \cdot Z_{ur} - a \cdot B_{sf} \cdot \dot{Z}_{uf} + b \cdot B_{sr} \cdot \dot{Z}_{ur} \end{array} \right) \quad (I.17)$$

En appliquant la deuxième loi de Newton aux masses non suspendues (roues), on aura :

Roue avant :

$$\begin{aligned} m_{uf} \cdot \ddot{Z}_{uf} &= B_{sf} \cdot (\dot{Z}_{sf} - \dot{Z}_{uf}) + k_{sf} \cdot (Z_{sf} - Z_{uf}) - k_{uf} \cdot (Z_{uf} - Z_{rf}) \\ &= B_{sf} \cdot (\dot{Z} - a \cdot \dot{\theta} - \dot{Z}_{uf}) + k_{sf} \cdot (Z - a \cdot \theta - Z_{uf}) - k_{uf} \cdot (Z_{uf} - Z_{rf}) \\ &= B_{sf} \cdot (\dot{Z} - a \cdot B_f \cdot \dot{\theta} - \dot{Z}_{uf}) + (k_{sf} + k_{uf}) \cdot (Z_{sf} - Z_{uf}) - k_{uf} \cdot Z + k_{uf} \cdot a \cdot \theta + k_{uf} \cdot Z_{rf} \end{aligned} \quad (I.18)$$

Roue arrière :

$$\begin{aligned}
m_{ur} \ddot{Z}_{ur} &= B_{sr} \cdot (\dot{Z}_{sr} - \dot{Z}_{ur}) + k_{sr} (Z_{sr} - Z_{ur}) - k_{ur} (Z_{ur} - Z_{rr}) \\
&= B_{sr} (\dot{Z} + b \dot{\theta} - \dot{Z}_{ur}) + k_{sr} \cdot (Z + b \theta - Z_{ur})_r - k_{ur} \cdot (Z_{ur} - Z_{rr}) \\
&= B_{sr} (\dot{Z} + b \dot{\theta} - \dot{Z}_{ur}) + (k_{sr} + k_{ur}) \cdot (Z_{sr} - Z_{ur}) - k_{ur} \cdot Z - k_{ur} \cdot b \theta + k_{ur} \cdot Z_{rr}
\end{aligned} \tag{I.19}$$

On définit l'espace d'état comme suit :

$$\begin{aligned}
X_1 &= Z. & X_2 &= \dot{Z}. & X_3 &= \theta. & X_4 &= \dot{\theta}. \\
X_5 &= Z_{sf} - Z_{uf}. & X_6 &= \dot{Z}_{uf}. & X_7 &= Z_{sr} - Z_{ur}. & X_8 &= \dot{Z}_{ur}.
\end{aligned}$$

La représentation d'état associée aux équations précédentes, est la suivante :

$$\begin{aligned}
\dot{X}_1 &= X_2. \\
\dot{X}_2 &= -\frac{B_{sf} + B_{sr}}{m_s} X_2 + \frac{aB_{sf} - bB_{sr}}{m_s} X_4 - \frac{k_{sf}}{m_s} X_5 + \frac{B_{sf}}{m_s} X_6 - \frac{k_{sr}}{m_s} X_7 + \frac{B_{sr}}{m_s} X_8 \\
\dot{X}_3 &= X_4. \\
\dot{X}_4 &= \frac{a \cdot B_{sf} - b B_{sr}}{m_s \cdot r_y^2} X_2 - \frac{a^2 B_{sf} + b^2 B_{sr}}{m_s \cdot r_y^2} X_4 + \frac{a K_{sf}}{m_s \cdot r_y^2} X_5 - \frac{a B_{sf}}{m_s \cdot r_y^2} X_6 - \frac{b k_{sr}}{m_s \cdot r_y^2} X_7 + \frac{b B_{sr}}{m_s \cdot r_y^2} X_8 \\
\dot{X}_5 &= X_2 - a \cdot X_4 - X_6 \\
\dot{X}_6 &= -\frac{k_{uf}}{m_{uf}} X_1 + \frac{B_{sf}}{m_{uf}} X_2 + \frac{a k_{uf}}{m_{uf}} X_3 - \frac{a B_{sf}}{m_{uf}} X_4 + \frac{k_{sf} + k_{uf}}{m_{uf}} X_5 - \frac{B_{sf}}{m_{uf}} X_6 + \frac{k_{uf}}{m_{uf}} Z_{rf} \\
\dot{X}_7 &= X_2 + b \cdot X_4 - X_8. \\
\dot{X}_8 &= -\frac{k_{ur}}{m_{ur}} X_1 + \frac{B_{sr}}{m_{ur}} X_2 - \frac{b k_{ur}}{m_{ur}} X_3 + \frac{b B_{sr}}{m_{ur}} X_4 + \frac{k_{sr} + k_{ur}}{m_{ur}} X_7 - \frac{B_{sr}}{m_{ur}} X_8 + \frac{k_{ur}}{m_{ur}} Z_{rr}.
\end{aligned} \tag{I.20}$$

$$\text{On obtient la même forme que (I.3) : } \quad \dot{X} = AX + B_d \cdot d \tag{I.3}$$

$$d = \begin{bmatrix} Z_{rf} & Z_{rr} \end{bmatrix} \quad \text{sont les deux profils de la route (perturbations)}$$

De la même façon que le modèle quart de véhicule, si on ajoute une force de commande $U = F_a$ pour chaque roue, La suspension devient active (Figure I.10) et la représentation d'état du système devient :

$$\dot{X} = AX + BU + B_d \cdot d \tag{I.4}$$

I.3.2.2 modèle non linéaire

On va faire à présent le modèle non linéaire et cela sans tenir en compte des dynamiques non linéaires des actionneurs, et sans tenir en compte aussi de l'approximation de l'angle de tangage. Les déplacements de la caisse sont donnés par :

$$\text{Partie avant : } Z_{sf} = Z - a.\sin(\theta) \quad (\text{I.21})$$

$$\text{Partie arrière : } Z_{sr} = Z + b.\sin(\theta) \quad (\text{I.22})$$

Les forces équivalentes des deux cotés sont les suivantes ;

Partie avant :

$$\begin{aligned} F_f &= -k_{sf}.(Z_{sf} - Z_{uf}) - B_{sf}.(\dot{Z}_{sf} - \dot{Z}_{uf}) + f_f \\ &= -k_{sf}.(Z - a.\sin(\theta) - Z_{uf}) - B_{sf}.(\dot{Z} - a\dot{\theta}.\cos(\theta) - \dot{Z}_{uf}) + f_f \end{aligned} \quad (\text{I.23})$$

Partie arrière :

$$\begin{aligned} F_r &= -k_{sr}.(Z_{sr} - Z_{ur}) - B_{sr}.(\dot{Z}_{sr} - \dot{Z}_{ur}) + f_r \\ &= -k_{sr}.(Z + b.\sin(\theta) - Z_{ur}) - B_{sr}.(\dot{Z} + b\dot{\theta}.\cos(\theta) - \dot{Z}_{ur}) + f_r \end{aligned} \quad (\text{I.24})$$

En appliquant la deuxième lois de Newton, et en considérant la position d'équilibre statique comme origine des déplacements linéaires et angulaires du centre de gravité, on aura :

$$\ddot{Z} = \frac{1}{m_s} \left\{ \begin{aligned} &-(k_{sf} + k_{sr}).Z - (B_{sf} - B_{sr}).\dot{Z} + (a.k_{sf} - b.k_{sr}).\sin(\theta) + (a.B_{sf} - b.B_{sr}).\dot{\theta}.\cos(\theta) + \\ &k_{sf}.Z_{uf} + k_{sr}.Z_{ur} + B_{sf}.\dot{Z}_{uf} + B_{sr}.\dot{Z}_{ur} + f_f + f_r \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.25})$$

Pour le mouvement angulaire, on aura :

$$\begin{aligned} J_y.\ddot{\theta} &= -F_f.a.\cos(\theta) + F_r.b.\cos(\theta) \\ &= \left(\begin{aligned} &a.k_{sf}.(Z - a.\sin(\theta) - Z_{uf}).\cos(\theta) + a.B_{sf}.(\dot{Z} - a\dot{\theta}.\cos(\theta) - \dot{Z}_{uf}).\cos(\theta) - \\ &b.k_{sr}.(Z + b.\sin(\theta) - Z_{ur}).\cos(\theta) - b.B_{sr}.(\dot{Z} + b\dot{\theta}.\cos(\theta) - \dot{Z}_{ur}).\cos(\theta) - \\ &a.\cos(\theta).f_f + b.\cos(\theta).f_r \end{aligned} \right) \end{aligned}$$

Posons $J_y = m_s \cdot r_y^2$ ou r_y est le rayon de giration.

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{m_s \cdot r_y^2} \left(\begin{array}{l} (a \cdot k_{sf} - b \cdot k_{sr}) \cdot Z \cdot \cos(\theta) + (a \cdot B_{sf} - b \cdot B_{sr}) \cdot \dot{Z} \cdot \cos(\theta) - (a^2 \cdot k_{sf} + b^2 \cdot k_{sr}) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) - \\ (a^2 \cdot B_{sf} + b^2 \cdot B_{sr}) \cdot \dot{\theta} \cdot \cos^2(\theta) - a \cdot k_{sf} \cdot \cos(\theta) \cdot Z_{uf} + b \cdot k_{sr} \cdot \cos(\theta) \cdot Z_{ur} - \\ a \cdot B_{sf} \cdot \cos(\theta) \cdot \dot{Z}_{uf} + b \cdot B_{sr} \cdot \cos(\theta) \cdot \dot{Z}_{ur} - a \cdot \cos(\theta) \cdot f_f + b \cdot \cos(\theta) \cdot f_r \end{array} \right) \quad (I.26)$$

En appliquant la deuxième loi de Newton aux masses non suspendues (roues), on aura :

Roue avant :

$$m_{uf} \cdot \ddot{Z}_{uf} = (B_{sf} \cdot (\dot{Z} - a \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\theta) - \dot{Z}_{ur}) + k_{sf} \cdot (Z - a \cdot \sin(\theta) - Z_{uf}) - f_f - k_{uf} \cdot (Z_{uf} - Z_{rf})) \quad (I.27)$$

Roue arrière :

$$m_{ur} \cdot \ddot{Z}_{ur} = (B_{sr} \cdot (\dot{Z} + b \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\theta) - \dot{Z}_{ur}) + k_{sr} \cdot (Z + b \cdot \sin(\theta) - Z_{ur}) - f_r - k_{ur} \cdot (Z_{ur} - Z_{rr})) \quad (I.28)$$

En choisissant les variables d'états suivantes :

$$\begin{array}{llll} X_1 = Z. & X_2 = \dot{Z}. & X_3 = \theta. & X_4 = \dot{\theta}. \\ X_5 = Z_{uf}. & X_6 = \dot{Z}_{uf}. & X_7 = Z_{ur}. & X_8 = \dot{Z}_{ur}. \end{array}$$

On aura :

$$\begin{array}{l} \dot{X}_1 = X_2. \\ \dot{X}_2 = \left(\begin{array}{l} -\frac{k_f + k_r}{m_s} X_1 - \frac{B_f + B_r}{m_s} X_2 + \frac{a k_f - b k_r}{m_s} \sin(X_3) + \frac{a B_f - b B_r}{m_s} \cos(X_3) \cdot X_4 + \\ \frac{k_f}{m_s} X_5 + \frac{B_f}{m_s} X_6 + \frac{k_r}{m_s} X_7 + \frac{B_r}{m_s} X_8 + \frac{f_f + f_r}{m_s}. \end{array} \right) \end{array}$$

$$\dot{X}_3 = X_4.$$

$$\dot{X}_4 = \left(\begin{array}{l} \frac{a \cdot k_{sf} - b \cdot k_{sr}}{m_s \cdot r_y^2} X_1 \cdot \cos(X_3) + \frac{a \cdot B_{sf} - b \cdot B_{sr}}{m_s \cdot r_y^2} X_2 \cdot \cos(X_3) - \frac{a^2 \cdot k_{sf} + b^2 \cdot k_{sr}}{2 \cdot m_s \cdot r_y^2} \sin(2 \cdot X_3) - \\ \frac{a^2 \cdot B_{sf} + b^2 \cdot B_{sr}}{m_s \cdot r_y^2} X_4 \cdot \cos^2(X_3) - \frac{a \cdot k_{sf}}{m_s \cdot r_y^2} X_5 \cdot \cos(X_3) - \frac{a \cdot B_{sf}}{m_s \cdot r_y^2} X_6 \cdot \cos(X_3) + \\ \frac{b \cdot k_{sr}}{m_s \cdot r_y^2} X_7 \cdot \cos(X_3) + \frac{b \cdot B_{sr}}{m_s \cdot r_y^2} X_8 \cdot \cos(X_3) - \frac{a \cdot f_f - b \cdot f_r}{m_s \cdot r_y^2} \cdot \cos(X_3). \end{array} \right)$$

$$\dot{X}_5 = X_6.$$

$$\dot{X}_6 = \begin{pmatrix} \frac{k_{sf}}{m_{uf}} X_1 + \frac{B_{sf}}{m_{uf}} X_2 - \frac{ak_{sf}}{m_{uf}} \sin(X_3) - \frac{aB_{sf}}{m_{uf}} X_4 \cdot \cos(X_3) - \frac{k_{sf} + k_{uf}}{m_{uf}} X_5 - \frac{B_{sf}}{m_{uf}} X_6 - \\ \frac{f_f}{m_{uf}} + \frac{k_{uf}}{m_{uf}} Z_{rf} \end{pmatrix} \quad (I.29)$$

$$\dot{X}_7 = X_8.$$

$$\dot{X}_8 = \begin{pmatrix} \frac{k_{sr}}{m_{ur}} X_1 + \frac{B_{sr}}{m_{ur}} X_2 + \frac{bk_{sr}}{m_{ur}} \sin(X_3) + \frac{bB_{sr}}{m_{ur}} X_4 \cdot \cos(X_3) - \frac{k_{sr} + k_{ur}}{m_{ur}} X_7 - \frac{B_{sr}}{m_{ur}} X_8 - \\ \frac{f_r}{m_{ur}} + \frac{k_{ur}}{m_{ur}} Z_{rr} \end{pmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} u_f \\ u_r \end{bmatrix} \text{ est la commande.} \quad d = \begin{bmatrix} Z_{rf} & Z_{rr} \end{bmatrix} \text{ est le profil de la route.}$$

Introduisant maintenant les dynamiques non linéaires des actionneurs dans notre modèle (on considère les mêmes actionneurs que le cas d'un quart de véhicule) et sans prendre en considération les approximations des angles, [16].

En choisissant les variables d'états suivantes :

$$\begin{aligned} X_1 = Z, & \quad X_2 = \dot{Z}, & X_3 = \theta, & \quad X_4 = \dot{\theta}, & X_5 = Z_{uf}, & \quad X_6 = \dot{Z}_{uf}, \\ X_7 = Z_{ur}, & \quad X_8 = \dot{Z}_{ur}, & X_9 = P_{L1}, & \quad X_{10} = P_{L2}, & X_{11} = X_{v1}, & \quad X_{12} = X_{v2}, \end{aligned}$$

Ou :

X_{v1} et X_{v2} Représentent les positions des deux pistons des deux actionneurs, et P_{L1} et P_{L2} les chutes de pressions dans les deux pistons des roues avant et arrière.

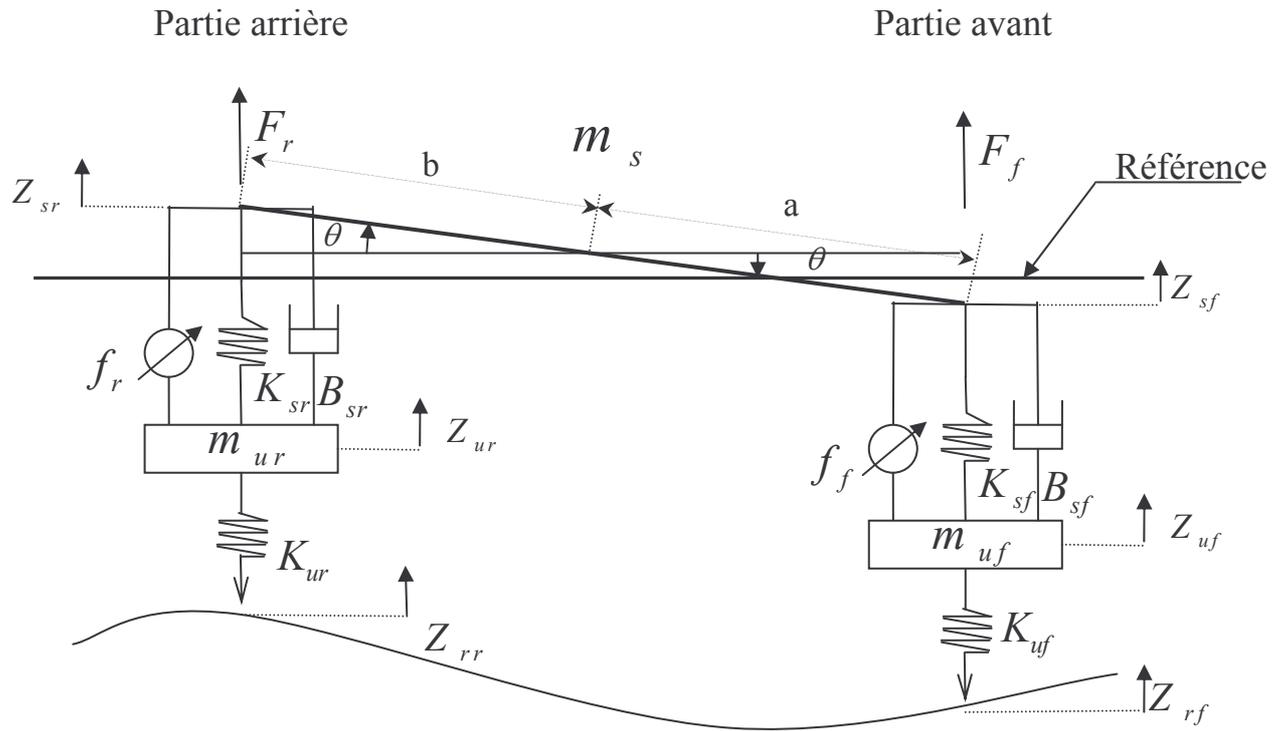


Figure I.10 : Modèle demi véhicule du type bicyclette (susp. active).

On aura :

$$\dot{X}_1 = X_2.$$

$$\dot{X}_2 = \left(\begin{array}{l} -\frac{k_f + k_r}{m_s} X_1 - \frac{B_f + B_r}{m_s} X_2 + \frac{ak_f - bk_r}{m_s} \sin(X_3) + \frac{aB_f - bB_r}{m_s} \cos(X_3) \cdot X_4 + \\ \frac{k_f}{m_s} X_5 + \frac{B_f}{m_s} X_6 + \frac{k_r}{m_s} X_7 + \frac{B_r}{m_s} X_8 + A_p \cdot \frac{X_9 + X_{10}}{m_s}. \end{array} \right)$$

$$\dot{X}_3 = X_4.$$

$$\dot{X}_4 = \left(\begin{array}{l} \frac{ak_{sf} - bk_{sr}}{m_s \cdot r_y^2} X_1 \cdot \cos(X_3) + \frac{aB_{sf} - bB_{sr}}{m_s \cdot r_y^2} X_2 \cdot \cos(X_3) - \frac{a^2 k_{sf} + b^2 k_{sr}}{2 \cdot m_s \cdot r_y^2} \sin(2 \cdot X_3) - \\ \frac{a^2 B_{sf} + b^2 B_{sr}}{m_s \cdot r_y^2} X_4 \cdot \cos^2(X_3) - \frac{aK_{sf}}{m_s \cdot r_y^2} X_5 \cdot \cos(X_3) - \frac{aB_{sf}}{m_s \cdot r_y^2} X_6 \cdot \cos(X_3) + \\ \frac{bk_{sr}}{m_s \cdot r_y^2} X_7 \cdot \cos(X_3) + \frac{bB_{sr}}{m_s \cdot r_y^2} X_8 \cdot \cos(X_3) - A_p \cdot \frac{a \cdot X_9 - b \cdot X_{10}}{m_s \cdot r_y^2} \cdot \cos(X_3). \end{array} \right)$$

$$\begin{aligned} \dot{X}_5 &= X_6. \\ \dot{X}_6 &= \left(\begin{array}{l} \frac{k_{sf}}{m_{uf}} X_1 + \frac{B_{sf}}{m_{uf}} X_2 - \frac{ak_{sf}}{m_{uf}} \sin(X_3) - \frac{aB_{sf}}{m_{uf}} X_4 \cdot \cos(X_3) - \frac{k_{sf} + k_{uf}}{m_{uf}} X_5 - \frac{B_{sf}}{m_{uf}} X_6 - \\ \frac{A_p \cdot X_9}{m_{uf}} + \frac{k_{uf}}{m_{uf}} Z_{rf} \end{array} \right) \\ \dot{X}_7 &= X_8. \\ \dot{X}_8 &= \left(\begin{array}{l} \frac{k_{sr}}{m_{ur}} X_1 + \frac{B_{sr}}{m_{ur}} X_2 + \frac{bk_{sr}}{m_{ur}} \sin(X_3) + \frac{bB_{sr}}{m_{ur}} X_4 \cdot \cos(X_3) - \frac{k_{sr} + k_{ur}}{m_{ur}} X_7 - \frac{B_{sr}}{m_{ur}} X_8 - \\ \frac{A_p \cdot X_{10}}{m_{ur}} + \frac{k_{ur}}{m_{ur}} Z_{rr}. \end{array} \right) \end{aligned} \quad (I.30)$$

$$\dot{X}_9 = -\beta_f \cdot X_9 - \alpha_f \cdot A_p \cdot (X_2 - a \cdot X_4 \cdot \cos(X_3) - X_6) + \omega_f \cdot \gamma_f \cdot X_{11}.$$

$$\dot{X}_{10} = -\beta_r \cdot X_{10} - \alpha_r \cdot A_p \cdot (X_2 + b \cdot X_4 \cdot \cos(X_4) - X_8) + \omega_r \cdot \gamma_r \cdot X_{12}.$$

$$\dot{X}_{11} = \frac{1}{\tau} \cdot (u_f - X_{11}).$$

$$\dot{X}_{12} = \frac{1}{\tau} \cdot (u_r - X_{12}).$$

$$\text{avec } \omega_f = \text{sgn} \left[P_{sf} - \text{sgn}(X_{11}) \cdot X_9 \right] \cdot \sqrt{|P_{sf} - \text{sgn}(X_{11}) \cdot X_9|}.$$

$$\omega_r = \text{sgn} \left[P_{sr} - \text{sgn}(X_{12}) \cdot X_{10} \right] \cdot \sqrt{|P_{sr} - \text{sgn}(X_{12}) \cdot X_{10}|}.$$

(I.31)

$U = \begin{bmatrix} u_f \\ u_r \end{bmatrix}$ est l'entrée de commande.

$d = \begin{bmatrix} Z_{rf} & Z_{rr} \end{bmatrix}$ est la sollicitation de la route.

I.3.3 Représentation du modèle complet du véhicule

Dans le cas où le mouvement vertical, le tangage et le roulis sont à étudier ainsi que leur couplage, un modèle complet du véhicule à 7ddl (au minimum) est nécessaire (Figure I.11). Ce modèle peut être complété par la prise en compte d'autres mouvements comme les mouvements latéraux, longitudinaux et le lacet (rotation autour de l'axe vertical), en

particulier si on veut appréhender la dynamique complète du véhicule (freinage, tenue de route).

I.3.3.1 modèle linéaire [7,13]

La masse de la caisse est m_s , ses moments d’inertie sont I_{yy} et I_{xx} . Les masses non suspendues avant arrière pour les deux cotés gauche et droite sont respectivement, m_{ufl} , m_{ufr} et m_{url} , m_{urf} . Z_{rrl} , Z_{rrr} et Z_{rfl} , Z_{rfr} sont les profils de la route (perturbations affectant les roues arrière et avant pour les deux cotés gauche et droite).

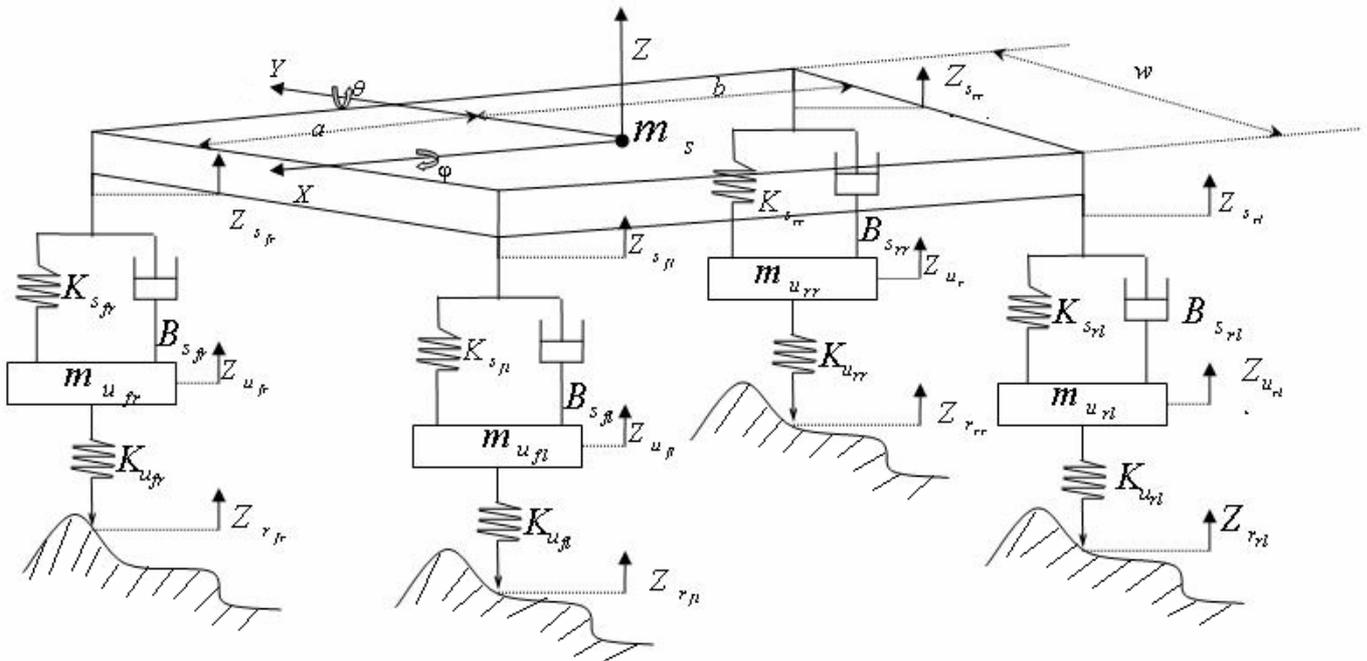


Figure I.11 : Modèle complet du véhicule (susp. passive).

A partir de la figure (I.11), on peut voir que les déplacements de la caisse sont donnés par :

$$\begin{aligned}
 \text{Partie avant gauche : } & Z_{sfl} = Z - a\theta + 0.5w\phi \\
 \text{Partie avant droite : } & Z_{sfr} = Z - a\theta - 0.5w\phi \\
 \text{Partie arrière gauche : } & Z_{srl} = Z + b\theta + 0.5w\phi \\
 \text{Partie arrière droite : } & Z_{srl} = Z + b\theta - 0.5w\phi
 \end{aligned}
 \tag{I.32}$$

En appliquant la deuxième lois de Newton, et en considérant la position d'équilibre statique, comme origine des déplacements linéaires et angulaires du centre de gravité, on aura :

$$\begin{aligned}
m_s \ddot{Z} &= -(2K_{sf} + 2K_{sr})Z - (2B_{sf} + 2B_{sr})\dot{Z} + (2aK_{sf} - 2bK_{sr})\theta + (2aB_{sf} + 2bB_{sr})\dot{\theta} + \\
&\quad K_{sf}Z_{ufl} + B_{sf}\dot{Z}_{ufl} + K_{sf}Z_{ufr} + B_{sf}\dot{Z}_{ufr} + K_{sr}Z_{url} + B_{sr}\dot{Z}_{url} + K_{sr}Z_{urr} + B_{sr}\dot{Z}_{urr} \\
I_{yy} \ddot{\theta} &= (2aK_{sf} - 2bK_{sr})Z + (2aB_{sf} - 2bB_{sr})\dot{Z} - (2a^2K_{sf} + 2b^2K_{sr})\theta - (2a^2B_{sf} + 2b^2B_{sr})\dot{\theta} - \\
&\quad aK_{sf}Z_{ufl} - aB_{sf}\dot{Z}_{ufl} - aK_{sf}Z_{ufr} - aB_{sf}\dot{Z}_{ufr} + bK_{sr}Z_{url} + bB_{sr}\dot{Z}_{url} + bK_{sr}Z_{urr} + bB_{sr}\dot{Z}_{urr} \\
I_{xx} \ddot{\phi} &= -0.25w^2(2K_{sf} + 2K_{sr})\phi - 0.25w^2(2B_{sf} + 2B_{sr})\dot{\phi} + 0.5wK_{sf}Z_{ufl} + 0.5wB_{sf}\dot{Z}_{ufl} - \\
&\quad 0.5wK_{sf}Z_{ufr} - 0.5wB_{sf}\dot{Z}_{ufr} + 0.5wK_{sr}Z_{url} + 0.5wB_{sr}\dot{Z}_{url} - 0.5wK_{sr}Z_{urr} - 0.5wB_{sr}\dot{Z}_{urr} \\
m_u \ddot{Z}_{ufl} &= K_{sf}Z + B_{sf}\dot{Z} - aK_{sf}\theta - aB_{sf}\dot{\theta} + 0.5wK_{sf}\phi + 0.5wB_{sf}\dot{\phi} - \\
&\quad (K_{sf} + K_u)Z_{ufl} - B_{sf}\dot{Z}_{ufl} + K_u Z_{rfl} \\
m_u \ddot{Z}_{ufr} &= K_{sf}Z + B_{sf}\dot{Z} - aK_{sf}\theta - aB_{sf}\dot{\theta} - 0.5wK_{sf}\phi - 0.5wB_{sf}\dot{\phi} - \\
&\quad (K_{sf} + K_u)Z_{ufr} - B_{sf}\dot{Z}_{ufr} + K_u Z_{rfr} \\
m_u \ddot{Z}_{url} &= K_{sr}Z + B_{sr}\dot{Z} + bK_{sr}\theta + bB_{sr}\dot{\theta} + 0.5wK_{sr}\phi + 0.5wB_{sr}\dot{\phi} - \\
&\quad (K_{sr} + K_u)Z_{url} - B_{sr}\dot{Z}_{url} + K_u Z_{rrl} \\
m_u \ddot{Z}_{urr} &= K_{sr}Z + B_{sr}\dot{Z} + bK_{sr}\theta + bB_{sr}\dot{\theta} - 0.5wK_{sr}\phi - 0.5wB_{sr}\dot{\phi} - \\
&\quad (K_{sr} + K_u)Z_{urr} - B_{sr}\dot{Z}_{urr} + K_u Z_{rrr}
\end{aligned} \tag{I.33}$$

On définit l'espace d'état comme suit :

$$\begin{aligned}
x_1 &= z && \text{déplacement vertical du centre de masse} \\
x_2 &= \dot{z} && \text{vitesse du CDG} \\
x_3 &= \theta && \text{angle de tangage} \\
x_4 &= \dot{\theta} && \text{vitesse angulaire de tangage} \\
x_5 &= \phi && \text{angle de roulis} \\
x_6 &= \dot{\phi} && \text{vitesse angulaire de roulis} \\
x_7 &= Z_{rfl} && \text{déplacement roue avant gauche}
\end{aligned}$$

$x_8 = \dot{Z}_{rfl}$	vitesse roue avant gauche
$x_9 = Z_{rfr}$	déplacement roue avant droite
$x_{10} = \dot{Z}_{rfr}$	vitesse roue avant droite
$x_{11} = Z_{rrl}$	déplacement roue arriere gauche
$x_{12} = \dot{Z}_{rrl}$	vitesse roue arriere gauche
$x_{13} = Z_{rrr}$	déplacement roue arriere droite
$x_{14} = \dot{Z}_{rrr}$	vitesse roue arriere droite

La représentation d'état associée aux équations précédentes, est la suivante :

$$\begin{aligned}
\dot{X}_1 &= X_2 \\
\dot{X}_2 &= \left(\begin{array}{l} -\frac{(2k_{sf} + 2k_{sr})}{m_s} X_1 - \frac{(2B_{sf} + 2B_{sr})}{m_s} X_2 + \frac{(2ak_{sf} - 2bk_{sr})}{m_s} X_3 + \frac{(2aB_{sf} - 2bB_{sr})}{m_s} X_4 + \\ \frac{k_{sf}}{m_s} X_7 + \frac{B_{sf}}{m_s} X_8 + \frac{k_{sf}}{m_s} X_9 + \frac{B_{sf}}{m_s} X_{10} + \frac{k_{sr}}{m_s} X_{11} + \frac{B_{sr}}{m_s} X_{12} + \frac{k_{sr}}{m_s} X_{13} + \frac{B_{sr}}{m_s} X_{14} \end{array} \right) \\
\dot{X}_3 &= X_4 \\
\dot{X}_4 &= \left(\begin{array}{l} \frac{(2ak_{sf} - 2bk_{sr})}{I_{yy}} X_1 + \frac{(2aB_{sf} - 2bB_{sr})}{I_{yy}} X_2 - \frac{(2a^2k_{sf} + 2b^2k_{sr})}{I_{yy}} X_3 - \frac{(2a^2B_{sf} + 2b^2B_{sr})}{I_{yy}} X_4 - \\ \frac{ak_{sf}}{I_{yy}} X_7 - \frac{aB_{sf}}{I_{yy}} X_8 - \frac{ak_{sf}}{I_{yy}} X_9 - \frac{aB_{sf}}{I_{yy}} X_{10} + \frac{bk_{sr}}{I_{yy}} X_{11} + \frac{bB_{sr}}{I_{yy}} X_{12} + \frac{bk_{sr}}{I_{yy}} X_{13} + \frac{bB_{sr}}{I_{yy}} X_{14} \end{array} \right) \\
\dot{X}_5 &= X_6 \\
\dot{X}_6 &= \left(\begin{array}{l} -\frac{w^2(2k_{sf} + 2k_{sr})}{I_{xx}} X_5 - \frac{w^2(2B_{sf} + 2B_{sr})}{I_{xx}} X_6 + \frac{wk_{sf}}{2I_{xx}} X_7 + \frac{wB_{sf}}{2I_{xx}} X_8 - \frac{wk_{sf}}{2I_{xx}} X_9 - \\ \frac{wB_{sf}}{2I_{xx}} X_{10} + \frac{wk_{sr}}{2I_{xx}} X_{11} + \frac{wB_{sr}}{2I_{xx}} X_{12} - \frac{wk_{sr}}{2I_{xx}} X_{13} - \frac{wB_{sr}}{2I_{xx}} X_{14} \end{array} \right) \\
\dot{X}_7 &= X_8 \\
\dot{X}_8 &= \left(\begin{array}{l} \frac{K_{sf}}{m_u} X_1 + \frac{B_{sf}}{m_u} X_2 - \frac{ak_{sf}}{m_u} X_3 - \frac{aB_{sf}}{m_s} X_4 + \frac{wk_{sf}}{2m_u} X_5 + \frac{wB_{sf}}{2m_u} X_6 - \\ \frac{(k_{sf} + K_u)}{m_u} X_7 - \frac{B_{sf}}{m_u} X_8 + \frac{K_u}{m_u} Z_{rfl} \end{array} \right) \\
\dot{X}_9 &= X_{10}
\end{aligned} \tag{I.34}$$

$$\dot{X}_{10} = \begin{pmatrix} \frac{K_{sf}}{m_u} X_1 + \frac{B_{sf}}{m_u} X_2 - \frac{ak_{sf}}{m_u} X_3 - \frac{aB_{sf}}{m_s} X_4 - \frac{wk_{sf}}{2m_u} X_5 - \frac{wB_{sf}}{2m_u} X_6 - \\ \frac{(k_{sf} + K_u)}{m_u} X_9 - \frac{B_{sf}}{m_u} X_{10} + \frac{K_u}{m_u} Z_{rfr} \end{pmatrix}$$

$$\dot{X}_{11} = X_{12}$$

$$\dot{X}_{12} = \begin{pmatrix} \frac{K_{sr}}{m_u} X_1 + \frac{B_{sr}}{m_u} X_2 + \frac{bk_{sr}}{m_u} X_3 + \frac{bB_{sr}}{m_u} X_4 + \frac{wk_{sr}}{2m_u} X_5 + \frac{wB_{sr}}{2m_u} X_6 - \\ \frac{(k_{sr} + K_u)}{m_u} X_{11} - \frac{B_{sr}}{m_u} X_{12} + \frac{K_u}{m_u} Z_{rrl} \end{pmatrix}$$

$$\dot{X}_{13} = X_{14}$$

$$\dot{X}_{14} = \begin{pmatrix} \frac{K_{sr}}{m_u} X_1 + \frac{B_{sr}}{m_u} X_2 + \frac{bk_{sr}}{m_u} X_3 + \frac{bB_{sr}}{m_u} X_4 - \frac{wk_{sr}}{2m_u} X_5 - \frac{wB_{sr}}{2m_u} X_6 - \\ \frac{(k_{sr} + K_u)}{m_u} X_{13} - \frac{B_{sr}}{m_u} X_{14} + \frac{K_u}{m_u} Z_{rrr} \end{pmatrix}$$

On obtient :

$$\dot{X}(t) = AX(t) + B_d d(t) \quad (I.3)$$

$$d(t) = [Z_{rfl}(t) \quad Z_{rfr}(t) \quad Z_{rrl}(t) \quad Z_{rrr}(t)] \quad \text{est le profil de la route}$$

I.3.3.2 modèle non linéaire

Nous allons à présent traiter le modèle représenté si dessous (Figure I.12) et cela sans tenir en compte les dynamiques non linéaires des actionneurs hydrauliques.

Les déplacements de la caisse sont donnés par :

$$\text{Partie avant gauche : } Z_{sfl} = Z - a \sin(\theta) + 0.5w \sin(\varphi)$$

$$\text{Partie avant droite : } Z_{sfr} = Z - a \sin(\theta) - 0.5w \sin(\varphi) \quad (I.35)$$

$$\text{Partie arrière gauche : } Z_{srl} = Z + b \sin(\theta) + 0.5w \sin(\varphi)$$

$$\text{Partie arrière droite : } Z_{srr} = Z + b \sin(\theta) - 0.5w \sin(\varphi)$$

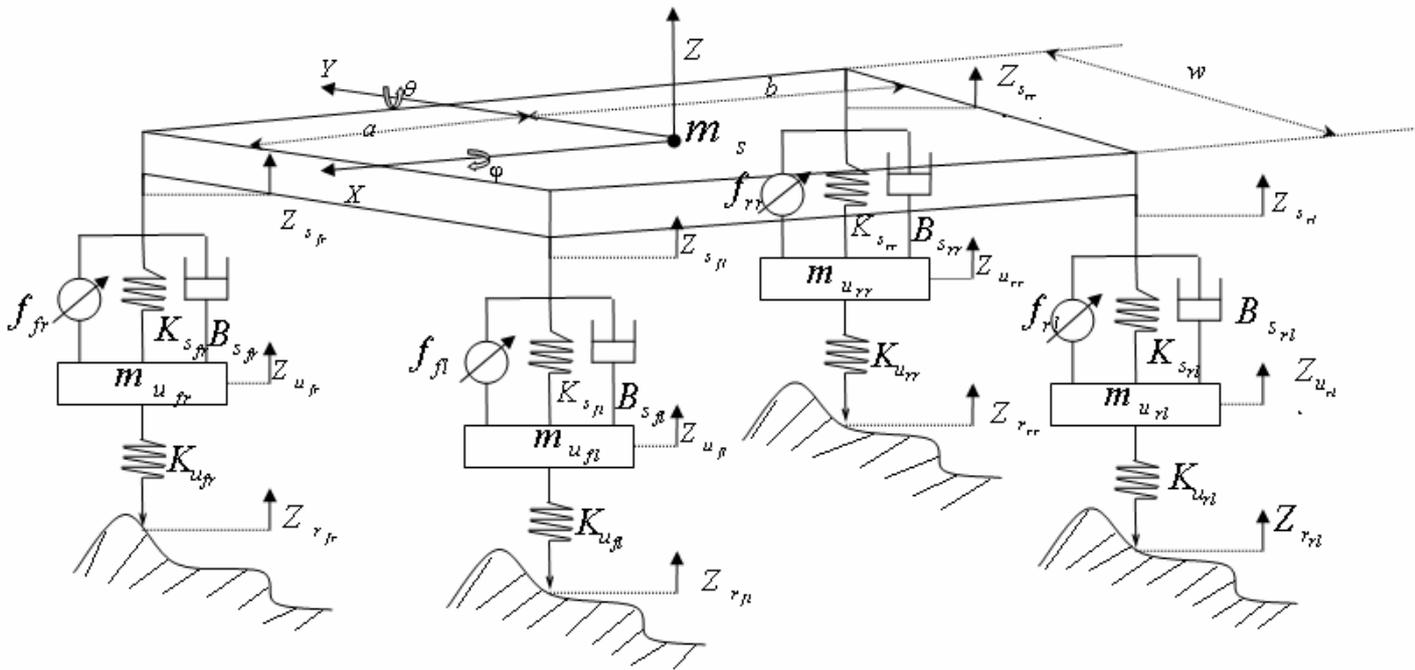


Figure I.12 : Modèle complet du véhicule (susp. active).

En appliquant la deuxième loi de Newton, et en considérant la position d'équilibre statique, comme origine des déplacements linéaires et angulaires du centre de gravité, on aura (Figure I.12) :

$$\begin{aligned}
 m_s \ddot{Z} &= -(2K_{sf} + 2K_{sr})Z - (2B_{sf} + 2B_{sr})\dot{Z} + (2aK_{sf} - 2bK_{sr})\sin(\theta) + (2aB_{sf} + 2bB_{sr})\dot{\theta}\cos(\theta) + \\
 &\quad K_{sf}Z_{ufl} + B_{sf}\dot{Z}_{ufl} + K_{sf}Z_{ufr} + B_{sf}\dot{Z}_{ufr} + K_{sr}Z_{url} + B_{sr}\dot{Z}_{url} + K_{sr}Z_{urr} + B_{sr}\dot{Z}_{urr} + \\
 &\quad f_{fl} + f_{fr} + f_{rl} + f_{rr} \\
 I_{yy} \ddot{\theta} &= (2aK_{sf} - 2bK_{sr})Z + (2aB_{sf} - 2bB_{sr})\dot{Z} - (2a^2K_{sf} + 2b^2K_{sr})\sin(\theta) - (2a^2B_{sf} + 2b^2B_{sr})\dot{\theta}\cos(\theta) - \\
 &\quad aK_{sf}Z_{ufl} - aB_{sf}\dot{Z}_{ufl} - aK_{sf}Z_{ufr} - aB_{sf}\dot{Z}_{ufr} + bK_{sr}Z_{url} + bB_{sr}\dot{Z}_{url} + bK_{sr}Z_{urr} + bB_{sr}\dot{Z}_{urr} - \\
 &\quad af_{fl} - af_{fr} + bf_{rl} + bf_{rr} \\
 I_{xx} \ddot{\phi} &= -0.25w^2(2K_{sf} + 2K_{sr})\sin(\phi) - 0.25w^2(2B_{sf} + 2B_{sr})\dot{\phi}\cos(\phi) + 0.5wK_{sf}Z_{ufl} + 0.5wB_{sf}\dot{Z}_{ufl} - \\
 &\quad 0.5wK_{sf}Z_{ufr} - 0.5wB_{sf}\dot{Z}_{ufr} + 0.5wK_{sr}Z_{url} + 0.5wB_{sr}\dot{Z}_{url} - 0.5wK_{sr}Z_{urr} - 0.5wB_{sr}\dot{Z}_{urr} + \\
 &\quad 0.5wf_{fl} - 0.5wf_{fr} + 0.5wf_{rl} - 0.5wf_{rr} \\
 m_u \ddot{Z}_{ufl} &= K_{sf}Z + B_{sf}\dot{Z} - aK_{sf}\sin(\theta) - aB_{sf}\dot{\theta}\cos(\theta) + 0.5wK_{sf}\phi + 0.5wB_{sf}\dot{\phi} - \\
 &\quad (K_{sf} + K_u)Z_{ufl} - B_{sf}\dot{Z}_{ufl} + K_u Z_{rfl} - f_{fl}
 \end{aligned} \tag{I.36}$$

$$m_u \ddot{Z}_{uf_r} = K_{sf} Z + B_{sf} \dot{Z} - aK_{sf} \sin(\theta) - aB_{sf} \dot{\theta} \cos(\theta) - 0.5wK_{sf} \sin(\varphi) - 0.5wB_{sf} \dot{\varphi} \cos(\varphi) - (K_{sf} + K_u)Z_{uf_{lr}} - B_{sf} \dot{Z}_{uf_{lr}} + K_u Z_{r_{flr}} - f_{fr}$$

$$m_u \ddot{Z}_{ur_l} = K_{sr} Z + B_{sr} \dot{Z} + bK_{sr} \sin(\theta) + bB_{sr} \dot{\theta} \cos(\theta) + 0.5wK_{sr} \sin(\varphi) + 0.5wB_{sr} \dot{\varphi} \cos(\varphi) - (K_{sr} + K_u)Z_{ur_{rl}} - B_{sr} \dot{Z}_{ur_{rl}} + K_u Z_{r_{rrl}} - f_{rl}$$

$$m_u \ddot{Z}_{ur_r} = K_{sr} Z + B_{sr} \dot{Z} + bK_{sr} \sin(\theta) + bB_{sr} \dot{\theta} \cos(\theta) - 0.5wK_{sr} \sin(\varphi) - 0.5wB_{sr} \dot{\varphi} \cos(\varphi) - (K_{sr} + K_u)Z_{ur_{rr}} - B_{sr} \dot{Z}_{ur_{rr}} + K_u Z_{r_{rrr}} - f_{rr}$$

On prend le même espace d'état que le modèle linéaire et on aura le modèle d'état suivant :

$$\dot{X}_1 = X_2$$

$$\dot{X}_2 = \begin{pmatrix} -\frac{(2k_{sf} + 2k_{sr})}{m_s} X_1 - \frac{(2B_{sf} + 2B_{sr})}{m_s} X_2 + \frac{(2ak_{sf} - 2bk_{sr})}{m_s} \sin(X_3) + \frac{(2aB_{sf} - 2bB_{sr})}{m_s} X_4 \cos(X_3) + \\ \frac{k_{sf}}{m_s} X_7 + \frac{B_{sf}}{m_s} X_8 + \frac{k_{sf}}{m_s} X_9 + \frac{B_{sf}}{m_s} X_{10} + \frac{k_{sr}}{m_s} X_{11} + \frac{B_{sr}}{m_s} X_{12} + \frac{k_{sr}}{m_s} X_{13} + \frac{B_{sr}}{m_s} X_{14} + \\ \frac{1}{m_s} f_{fl} + \frac{1}{m_s} f_{fr} + \frac{1}{m_s} f_{rl} + \frac{1}{m_s} f_{rr} \end{pmatrix}$$

$$\dot{X}_3 = X_4$$

$$\dot{X}_4 = \begin{pmatrix} \frac{(2ak_{sf} - 2bk_{sr})}{I_{yy}} X_1 + \frac{(2aB_{sf} - 2bB_{sr})}{I_{yy}} X_2 - \frac{(2a^2k_{sf} + 2b^2k_{sr})}{I_{yy}} \sin(X_3) - \\ \frac{(2a^2B_{sf} + 2b^2B_{sr})}{I_{yy}} X_4 \cos(X_3) - \frac{ak_{sf}}{I_{yy}} X_7 + \frac{aB_{sf}}{I_{yy}} X_8 - \frac{ak_{sf}}{I_{yy}} X_9 - \frac{aB_{sf}}{I_{yy}} X_{10} + \\ \frac{bk_{sr}}{I_{yy}} X_{11} + \frac{bB_{sr}}{I_{yy}} X_{12} + \frac{bk_{sr}}{I_{yy}} X_{13} + \frac{bB_{sr}}{I_{yy}} X_{14} - \frac{a}{I_{yy}} f_{fl} - \frac{a}{I_{yy}} f_{fr} + \frac{b}{I_{yy}} f_{rl} + \frac{b}{I_{yy}} f_{rr} \end{pmatrix}$$

$$\dot{X}_5 = X_6$$

$$\dot{X}_6 = \begin{pmatrix} -\frac{w^2(2k_{sf} + 2k_{sr})}{I_{xx}} \sin(X_5) - \frac{w^2(2B_{sf} + 2B_{sr})}{I_{xx}} X_6 \cos(X_5) + \frac{wk_{sf}}{2I_{xx}} X_7 + \frac{wB_{sf}}{2I_{xx}} X_8 - \\ \frac{wk_{sf}}{2I_{xx}} X_9 - \frac{wB_{sf}}{2I_{xx}} X_{10} + \frac{wk_{sr}}{2I_{xx}} X_{11} + \frac{wB_{sr}}{2I_{xx}} X_{12} - \frac{wk_{sr}}{2I_{xx}} X_{13} - \frac{wB_{sr}}{2I_{xx}} X_{14} + \\ \frac{w}{2I_{xx}} f_{fl} - \frac{w}{2I_{xx}} f_{fr} + \frac{w}{2I_{xx}} f_{rl} - \frac{w}{2I_{xx}} f_{rr} \end{pmatrix}$$

$$\dot{X}_7 = X_8$$

$$\dot{X}_8 = \left(\begin{array}{l} \frac{K_{sf}}{m_u} X_1 + \frac{B_{sf}}{m_u} X_2 - \frac{ak_{sf}}{m_u} \sin(X_3) - \frac{aB_{sf}}{m_s} X_4 \cos(X_3) + \frac{wk_{sf}}{2m_u} \sin(X_5) + \\ \frac{wB_{sf}}{2m_u} X_6 \cos(X_5) - \frac{(k_{sf} + K_u)}{m_u} X_7 - \frac{B_{sf}}{m_u} X_8 - \frac{1}{m_u} f_{fl} + \frac{K_u}{m_u} Z_{rfl} \end{array} \right) \quad (I.37)$$

$$\dot{X}_9 = X_{10}$$

$$\dot{X}_{10} = \left(\begin{array}{l} \frac{K_{sf}}{m_u} X_1 + \frac{B_{sf}}{m_u} X_2 - \frac{ak_{sf}}{m_u} \sin(X_3) - \frac{aB_{sf}}{m_s} X_4 \cos(X_3) - \frac{wk_{sf}}{2m_u} \sin(X_5) - \\ \frac{wB_{sf}}{2m_u} X_6 \cos(X_5) - \frac{(k_{sf} + K_u)}{m_u} X_9 - \frac{B_{sf}}{m_u} X_{10} - \frac{1}{m_u} f_{fr} + \frac{K_u}{m_u} Z_{rfr} \end{array} \right)$$

$$\dot{X}_{11} = X_{12}$$

$$\dot{X}_{12} = \left(\begin{array}{l} \frac{K_{sr}}{m_u} X_1 + \frac{B_{sr}}{m_u} X_2 + \frac{bk_{sr}}{m_u} \sin(X_3) + \frac{bB_{sr}}{m_u} X_4 \cos(X_3) + \frac{wk_{sr}}{2m_u} \sin(X_5) + \\ \frac{wB_{sr}}{2m_u} X_6 \cos(X_5) - \frac{(k_{sr} + K_u)}{m_u} X_{11} - \frac{B_{sr}}{m_u} X_{12} - \frac{1}{m_u} f_{rl} + \frac{K_u}{m_u} Z_{rrl} \end{array} \right)$$

$$\dot{X}_{13} = X_{14}$$

$$\dot{X}_{14} = \left(\begin{array}{l} \frac{K_{sr}}{m_u} X_1 + \frac{B_{sr}}{m_u} X_2 + \frac{bk_{sr}}{m_u} \sin(X_3) + \frac{bB_{sr}}{m_u} X_4 \cos(X_3) - \frac{wk_{sr}}{2m_u} \sin(X_5) - \\ \frac{wB_{sr}}{2m_u} X_6 \cos(X_5) - \frac{(k_{sr} + K_u)}{m_u} X_{13} - \frac{B_{sr}}{m_u} X_{14} - \frac{1}{m_u} f_{rr} + \frac{K_u}{m_u} Z_{rrr} \end{array} \right)$$

On obtient :

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BF(t) + B_d d(t) \quad (I.38)$$

$$F(t) = [f_{fl}(t) \ f_{fr}(t) \ f_{rl}(t) \ f_{rr}(t)]^T \quad \text{est l'entrée de commande}$$

$$d(t) = [Z_{rfl}(t) \ Z_{rfr}(t) \ Z_{rrl}(t) \ Z_{rrr}(t)] \quad \text{est le profil de la route}$$

On va faire à présent le modèle non linéaire en tenant compte des dynamiques non linéaires des actionneurs (on considère les mêmes actionneurs que le cas d'un quart de véhicule) et sans prendre en considération les approximations des angles, [16].

En choisissant les variables d'états suivantes :

$X_1 = z$	déplacement vertical du centre de masse	
$X_2 = \dot{z}$	vitesse du CDG	
$X_3 = \theta$	angle de tangage	
$X_4 = \dot{\theta}$	vitesse angulaire de tangage	
$X_5 = \varphi$	angle de roulis	
$X_6 = \dot{\varphi}$	vitesse angulaire de roulis	
$X_7 = Z_{rfl}$	déplacement roue avant gauche	
$X_8 = \dot{Z}_{rfl}$	vitesse roue avant gauche	
$X_9 = Z_{rfr}$	déplacement roue avant droite	
$X_{10} = \dot{Z}_{rfr}$	vitesse roue avant droite	
$X_{11} = Z_{rrl}$	déplacement roue arriere gauche	
$X_{12} = \dot{Z}_{rrl}$	vitesse roue arriere gauche	(I.39)
$X_{13} = Z_{rrr}$	déplacement roue arriere droite	
$X_{14} = \dot{Z}_{rrr}$	vitesse roue arriere droite	

$X_{15} = P_{lfl}$	$X_{16} = P_{lfr}$	Pression développée par le piston hydraulique pour les quatres cotés
$X_{17} = P_{lrl}$	$X_{18} = P_{lrr}$	
$X_{19} = X_{vfl}$	$X_{20} = X_{vfr}$	déplacement de la soupape pour les quatres cotés
$X_{21} = X_{vrl}$	$X_{22} = X_{vrr}$	

On aura le modèle d'état suivant :

$$\dot{X}_1 = X_2$$

$$\dot{X}_2 = \left(\begin{array}{l} -\frac{(2k_{sf} + 2k_{sr})}{m_s} X_1 - \frac{(2B_{sf} + 2B_{sr})}{m_s} X_2 + \frac{(2ak_{sf} - 2bk_{sr})}{m_s} \sin(X_3) + \frac{(2aB_{sf} - 2bB_{sr})}{m_s} X_4 \cos(X_3) + \\ \frac{k_{sf}}{m_s} X_7 + \frac{B_{sf}}{m_s} X_8 + \frac{k_{sf}}{m_s} X_9 + \frac{B_{sf}}{m_s} X_{10} + \frac{k_{sr}}{m_s} X_{11} + \frac{B_{sr}}{m_s} X_{12} + \frac{k_{sr}}{m_s} X_{13} + \frac{B_{sr}}{m_s} X_{14} + \\ \frac{A_p}{m_s} X_{15} + \frac{A_p}{m_s} X_{16} + \frac{A_p}{m_s} X_{17} + \frac{A_p}{m_s} X_{18} \end{array} \right)$$

$$\dot{X}_3 = X_4$$

$$\dot{X}_4 = \left(\begin{array}{l} \frac{(2ak_{sf} - 2bk_{sr})}{I_{yy}} X_1 + \frac{(2aB_{sf} - 2bB_{sr})}{I_{yy}} X_2 - \frac{(2a^2k_{sf} + 2b^2k_{sr})}{I_{yy}} \sin(X_3) - \\ \frac{(2a^2B_{sf} + 2b^2B_{sr})}{I_{yy}} X_4 \cos(X_3) - \frac{ak_{sf}}{I_{yy}} X_7 + \frac{aB_{sf}}{I_{yy}} X_8 - \frac{ak_{sf}}{I_{yy}} X_9 - \frac{aB_{sf}}{I_{yy}} X_{10} + \\ \frac{bk_{sr}}{I_{yy}} X_{11} + \frac{bB_{sr}}{I_{yy}} X_{12} + \frac{bk_{sr}}{I_{yy}} X_{13} + \frac{bB_{sr}}{I_{yy}} X_{14} - \frac{aA_p}{I_{yy}} X_{15} - \frac{aA_p}{I_{yy}} X_{16} + \frac{bA_p}{I_{yy}} X_{17} + \frac{bA_p}{I_{yy}} X_{18} \end{array} \right)$$

$$\dot{X}_5 = X_6$$

$$\dot{X}_6 = \left(\begin{array}{l} -\frac{w^2(2k_{sf} + 2k_{sr})}{I_{xx}} \sin(X_5) - \frac{w^2(2B_{sf} + 2B_{sr})}{I_{xx}} X_6 \cos(X_5) + \frac{wk_{sf}}{2I_{xx}} X_7 + \frac{wB_{sf}}{2I_{xx}} X_8 - \\ \frac{wk_{sf}}{2I_{xx}} X_9 - \frac{wB_{sf}}{2I_{xx}} X_{10} + \frac{wk_{sr}}{2I_{xx}} X_{11} + \frac{wB_{sr}}{2I_{xx}} X_{12} - \frac{wk_{sr}}{2I_{xx}} X_{13} - \frac{wB_{sr}}{2I_{xx}} X_{14} + \\ \frac{wA_p}{2I_{xx}} X_{15} - \frac{wA_p}{2I_{xx}} X_{16} + \frac{wA_p}{2I_{xx}} X_{17} - \frac{wA_p}{2I_{xx}} X_{18} \end{array} \right)$$

$$\dot{X}_7 = X_8$$

$$\dot{X}_8 = \left(\begin{array}{l} \frac{K_{sf}}{m_u} X_1 + \frac{B_{sf}}{m_u} X_2 - \frac{ak_{sf}}{m_u} \sin(X_3) - \frac{aB_{sf}}{m_s} X_4 \cos(X_3) + \frac{wk_{sf}}{2m_u} \sin(X_5) + \\ \frac{wB_{sf}}{2m_u} X_6 \cos(X_5) - \frac{(k_{sf} + K_u)}{m_u} X_7 - \frac{B_{sf}}{m_u} X_8 - \frac{A_p}{m_u} X_{15} + \frac{K_u}{m_u} Z_{rfl} \end{array} \right)$$

$$\dot{X}_9 = X_{10}$$

$$\dot{X}_{10} = \left(\begin{array}{l} \frac{K_{sf}}{m_u} X_1 + \frac{B_{sf}}{m_u} X_2 - \frac{ak_{sf}}{m_u} \sin(X_3) - \frac{aB_{sf}}{m_s} X_4 \cos(X_3) - \frac{wk_{sf}}{2m_u} \sin(X_5) - \\ \frac{wB_{sf}}{2m_u} X_6 \cos(X_5) - \frac{(k_{sf} + K_u)}{m_u} X_9 - \frac{B_{sf}}{m_u} X_{10} - \frac{A_p}{m_u} X_{16} + \frac{K_u}{m_u} Z_{rfr} \end{array} \right)$$

$$\dot{X}_{11} = X_{12}$$

$$\dot{X}_{12} = \left(\begin{array}{l} \frac{K_{sr}}{m_u} X_1 + \frac{B_{sr}}{m_u} X_2 + \frac{bk_{sr}}{m_u} \sin(X_3) + \frac{bB_{sr}}{m_u} X_4 \cos(X_3) + \frac{wk_{sr}}{2m_u} \sin(X_5) + \\ \frac{wB_{sr}}{2m_u} X_6 \cos(X_5) - \frac{(k_{sr} + K_u)}{m_u} X_{11} - \frac{B_{sr}}{m_u} X_{12} - \frac{A_p}{m_u} X_{17} + \frac{K_u}{m_u} Z_{rrl} \end{array} \right) \quad (I.40)$$

$$\dot{X}_{13} = X_{14}$$

$$\dot{X}_{14} = \left(\begin{array}{l} \frac{K_{sr}}{m_u} X_1 + \frac{B_{sr}}{m_u} X_2 + \frac{bk_{sr}}{m_u} \sin(X_3) + \frac{bB_{sr}}{m_u} X_4 \cos(X_3) - \frac{wk_{sr}}{2m_u} \sin(X_5) - \\ \frac{wB_{sr}}{2m_u} X_6 \cos(X_5) - \frac{(k_{sr} + K_u)}{m_u} X_{13} - \frac{B_{sr}}{m_u} X_{14} - \frac{A_p}{m_u} X_{18} + \frac{K_u}{m_u} Z_{rrr} \end{array} \right)$$

$$\dot{X}_{15} = -\beta_{fl} X_{15} - \alpha_{fl} A(X_2 - aX_4 \cos(X_3) + 0.5wX_6 \cos(X_5)) + \gamma w_{fl} X_{19}$$

$$\dot{X}_{16} = -\beta_{fr} X_{16} - \alpha_{fr} A(X_2 - aX_4 \cos(X_3) - 0.5wX_6 \cos(X_5)) + \gamma w_{fr} X_{20}$$

$$\dot{X}_{17} = -\beta_{rl} X_{17} - \alpha_{rl} A(X_2 + bX_4 \cos(X_3) + 0.5wX_6 \cos(X_5)) + \gamma w_{rl} X_{21}$$

$$\dot{X}_{18} = -\beta_{rr} X_{18} - \alpha_{rr} A(X_2 + bX_4 \cos(X_3) - 0.5wX_6 \cos(X_5)) + \gamma w_{rr} X_{22}$$

$$\dot{X}_{19} = \frac{1}{\tau} \cdot (u_{fl} - X_{19})$$

$$\dot{X}_{20} = \frac{1}{\tau} \cdot (u_{fr} - X_{20})$$

$$\dot{X}_{21} = \frac{1}{\tau} \cdot (u_{rl} - X_{21})$$

$$\dot{X}_{22} = \frac{1}{\tau} \cdot (u_{rr} - X_{22})$$

$$\text{avec} \quad \omega_{fl} = \text{sgn} [P_s - \text{sgn}(X_{19}) \cdot X_{15}] \cdot \sqrt{|P_s - \text{sgn}(X_{19}) \cdot X_{15}|}$$

$$\omega_{fr} = \text{sgn} [P_s - \text{sgn}(X_{20}) \cdot X_{16}] \cdot \sqrt{|P_s - \text{sgn}(X_{20}) \cdot X_{16}|}$$

$$\omega_{rl} = \text{sgn} [P_s - \text{sgn}(X_{21}) \cdot X_{17}] \cdot \sqrt{|P_s - \text{sgn}(X_{21}) \cdot X_{17}|}$$

$$\omega_{rr} = \text{sgn} [P_s - \text{sgn}(X_{22}) \cdot X_{18}] \cdot \sqrt{|P_s - \text{sgn}(X_{22}) \cdot X_{18}|}$$

(I.41)

$$U = \begin{bmatrix} u_{fl} \\ u_{fr} \\ u_{rl} \\ u_{rr} \end{bmatrix}$$

est l'entrée de commande

$$d = [Z_{rfl} \ Z_{rfr} \ Z_{rrl} \ Z_{rrr}]$$

est la sollicitation de la route

I.4 SIMULATION EN BOUCLE OUVERTE

Les tests temporels en boucle ouverte pour les différents modèles vus précédemment, sont représentés pour chaque type de modèle.

La simulation des modèles linéaires consiste à représenter le comportement de la suspension passive aux variations-types du profil de la chaussée (trottoir, dos d'âne), par contre pour les modèles non linéaires, elle consiste à représenter le comportement de la suspension active en prenant une commande nulle à l'entrée de l'actionneur.

Les perturbations de la route les plus courantes et qui vont être utilisées dans nos simulations sont les dos d'âne, les montées sur trottoir, [2,3].

Les trottoirs sont modélisés par des échelons, tandis que les dos d'âne le sont par une portion de sinusoïde et plus exactement le demi d'une période. Le profil de cette perturbation dépend bien sûr du dos d'âne (amplitude, longueur, etc...) mais aussi de la vitesse du véhicule. On modélise notre perturbation comme ceci :

$$r(t) = a \sin\left(v \frac{\pi}{L} t\right) \quad [\text{m}] \quad (\text{I.42})$$

Où a est l'amplitude de notre dos d'âne [m].

v est la vitesse du véhicule [m/s].

L est la longueur du dos d'âne [m].

t est le temps [s].

$\pi = 3.14$

I.4.1 Modèle quart de véhicule

Les valeurs des paramètres utilisés dans nos simulations sont (Figures : I.6 ; I.7) :

- $M_s = 300\text{kg}$: Masse de la caisse (un quart de la masse de la caisse).
- $M_{us} = 50\text{kg}$: Masse de la roue.
- $K_s = 35000\text{N/m}$: Constante de raideur du ressort caisse. (I.43)
- $K_u = 190\,000\text{N/m}$: Constante de raideur du ressort pneu
- $B_s = 1000\text{Ns/m}$: L'amortissement de la suspension.

Les résultats suivants, sont obtenus pour le modèle quart de véhicule sans considération de la dynamique de l'actionneur.

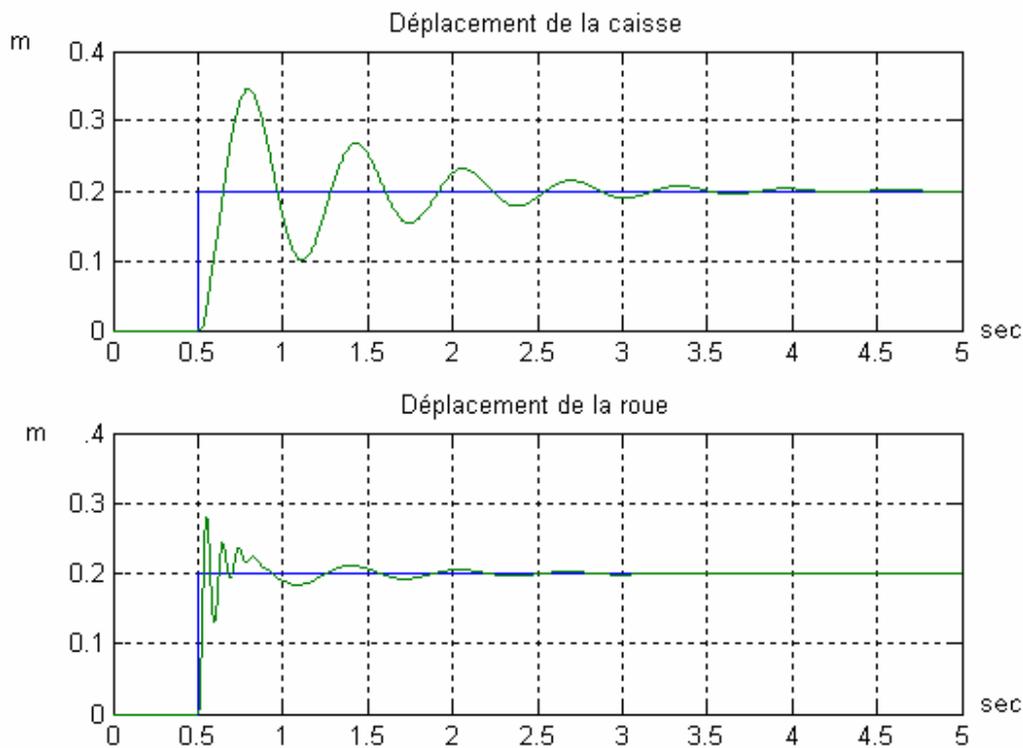


Figure I.13 : Passage sur un trottoir de 20 cm, à une vitesse de 10 Km/h.
(quart, sans actionneur)

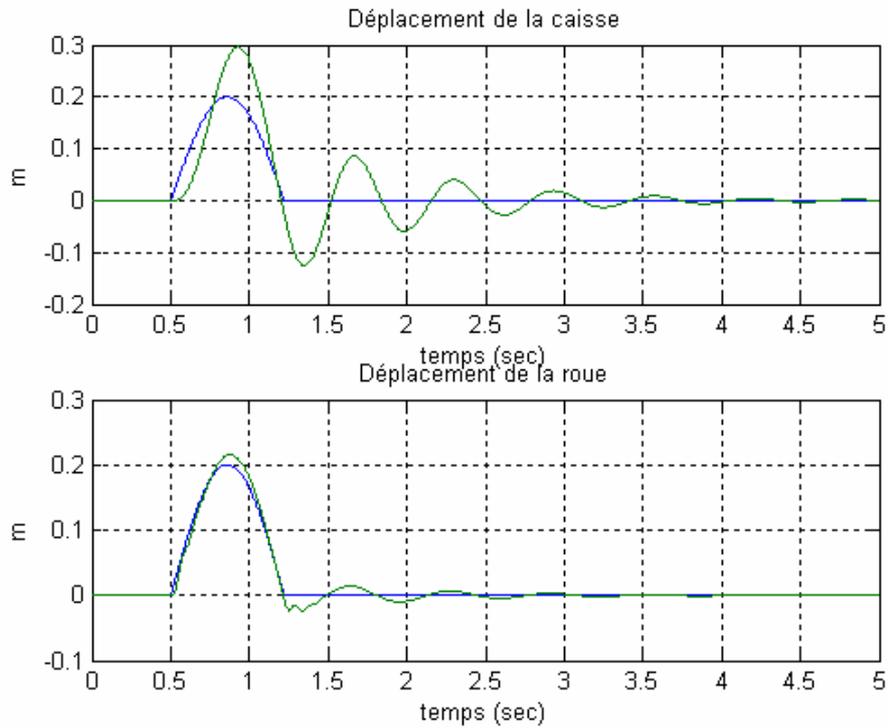


Figure I.14 : Passage sur un dos d'âne de 20 cm, à une vitesse de 10 Km/h.
(quart, sans actionneur)

Les résultats suivants, sont obtenus pour le modèle quart de véhicule avec prise en compte de la dynamique de l'actionneur.

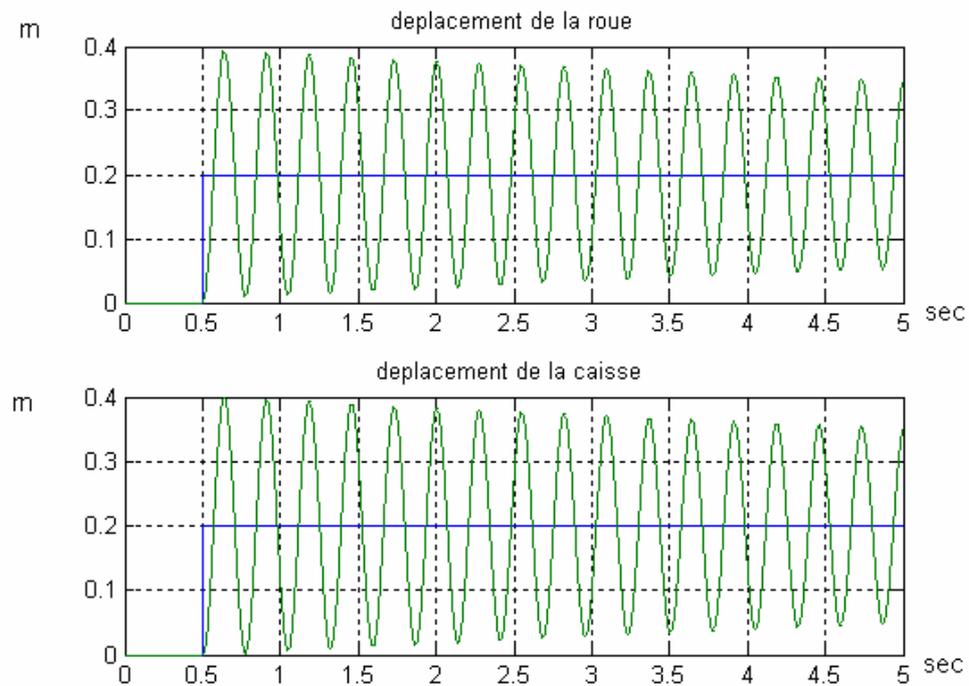


Figure I.15 : Passage sur un trottoir de 20 cm, à une vitesse de 20 Km/h et $U=0$
(quart, avec actionneur)

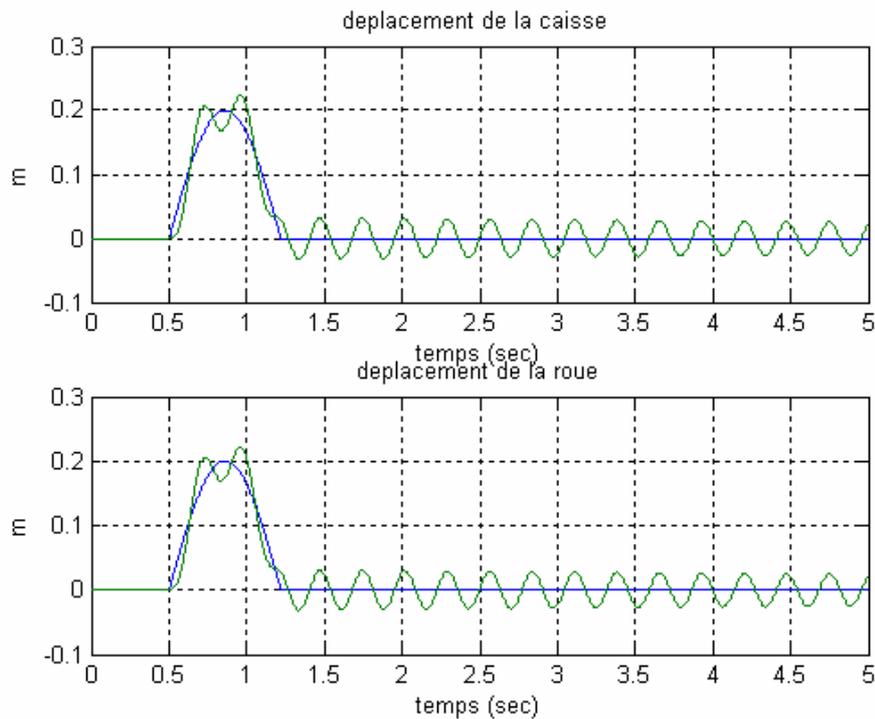


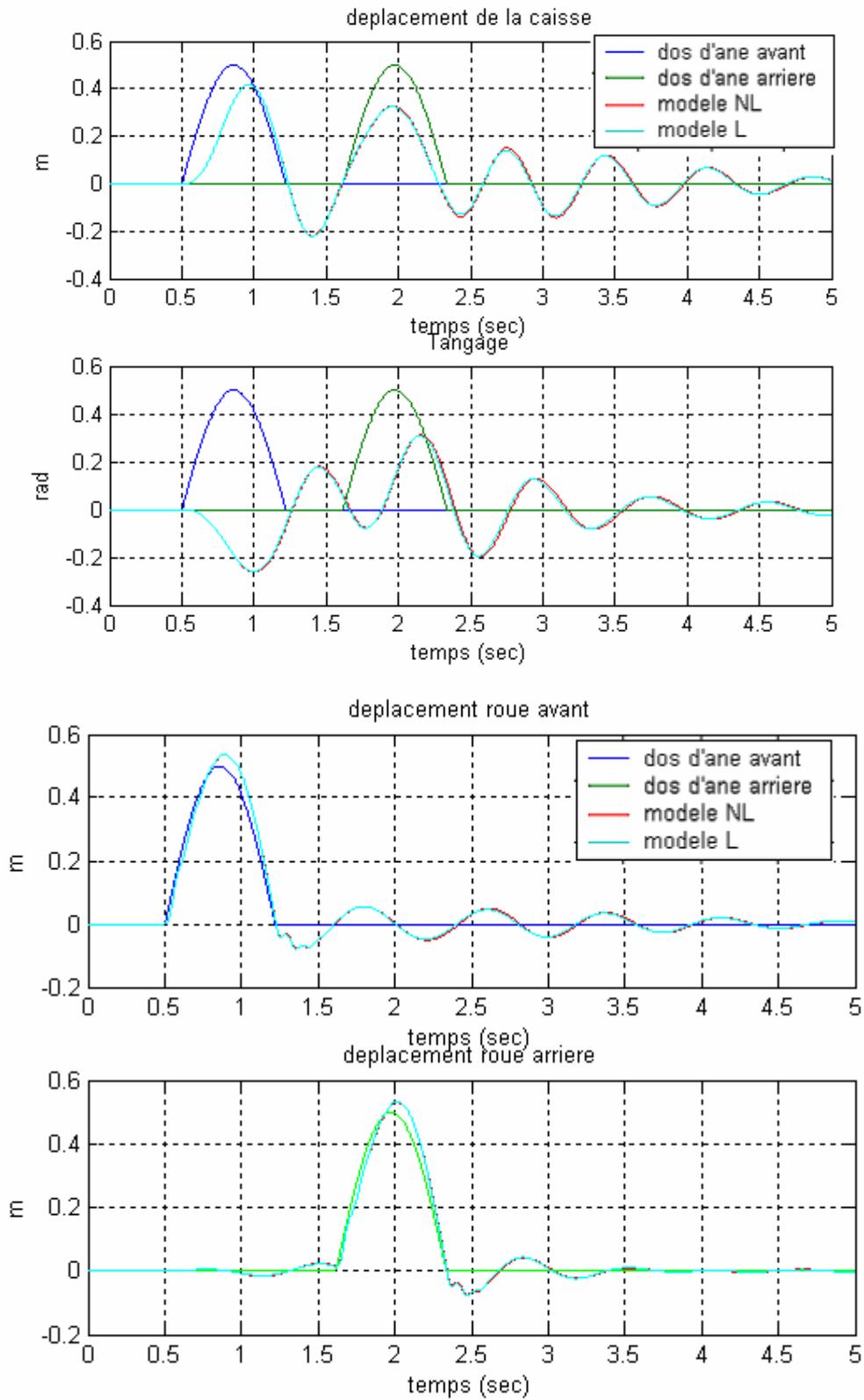
Figure I.16 : Passage sur un dos d'âne de 20 cm, à une vitesse de 10 Km/h et $U=0$.
(quart, avec actionneur)

I.4.2 Modèle demi véhicule

Les valeurs des paramètres utilisés dans nos simulations sont (Figures : I.9 ; I.10) :

- $M_{uf}, M_{ur} = 59$ kg chacune : Masses des roues.
- $K_{sf} = 35000$ N/m : Constante de raideur de ressort avant.
- $K_{sr} = 38000$ N/m : Constante de raideur de ressort arrière.
- $K_{uf}, K_{ur} = 190\,000$ N/m : Constantes de raideur des ressorts pneu. (I.44)
- $B_{sf}, B_{sr} = 1000$ Ns/m : Coefficients d'amortissement.
- $M_s = 350 \times 2 = 700$ Kg : Masse de notre châssis.
- $a = 1.4$ m $b = 1.7$ m : Distance entre les extrémités et le centre de gravité.

Les résultats suivants, sont obtenus pour le modèle demi-véhicule dans le cas linéaire et non linéaire sans considération de la dynamique l'actionneur.



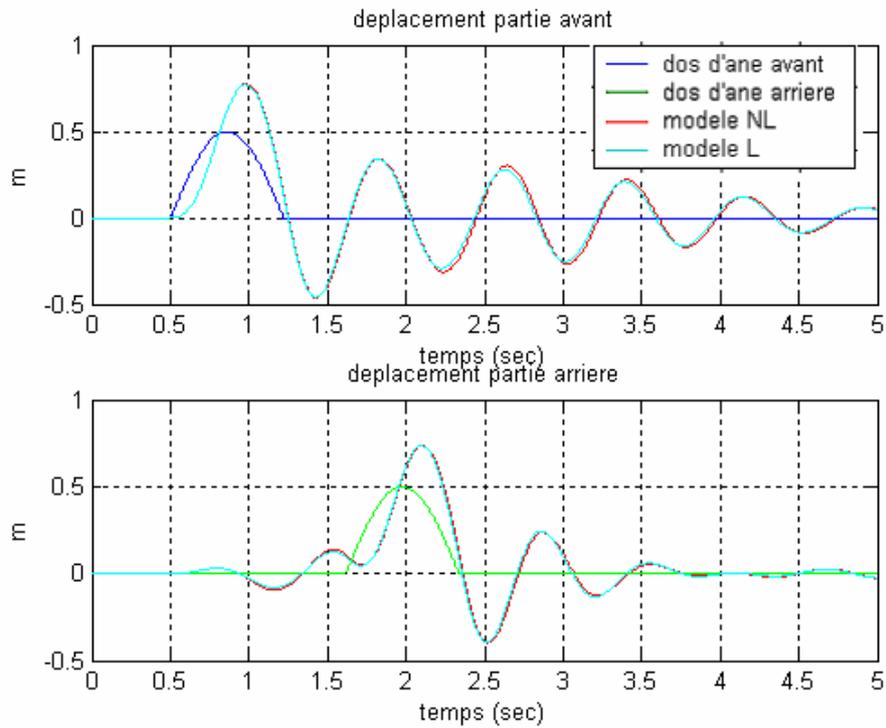
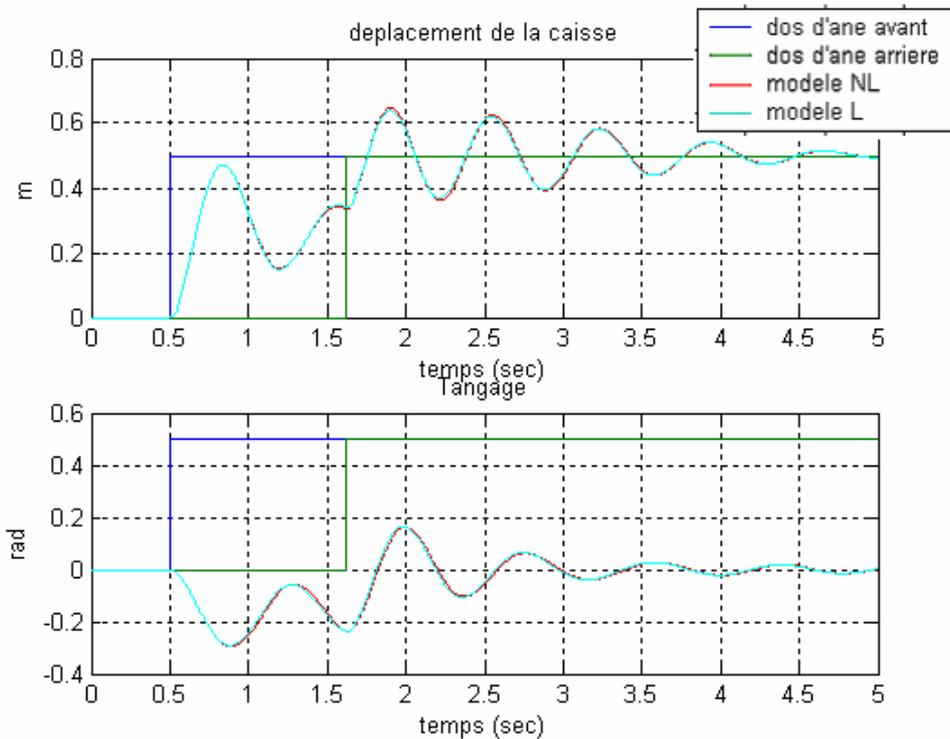


Figure I.17 : Passage sur un dos d'âne de 50 cm, à une vitesse de 10 Km/h (demi, linéaire et non linéaire)



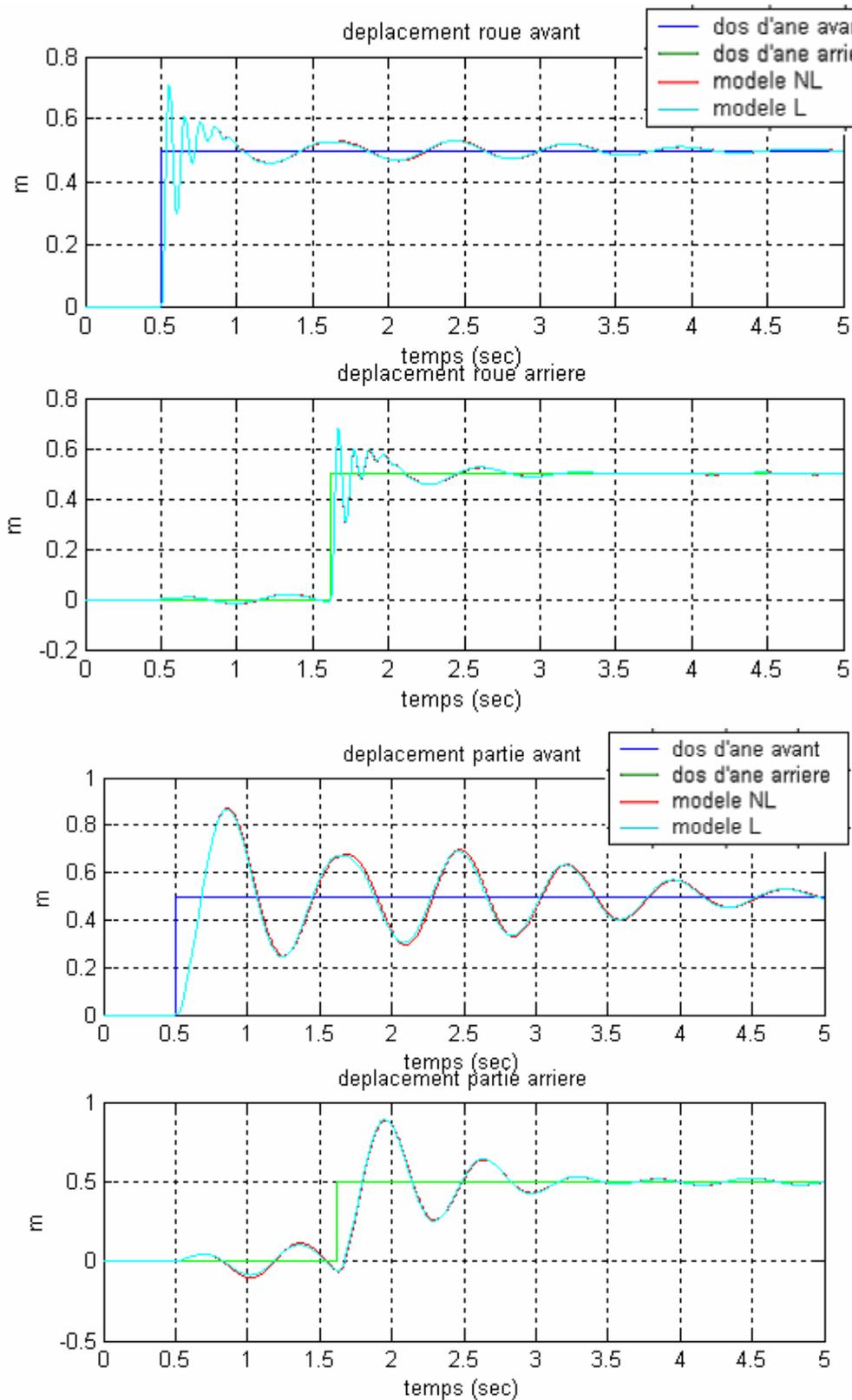
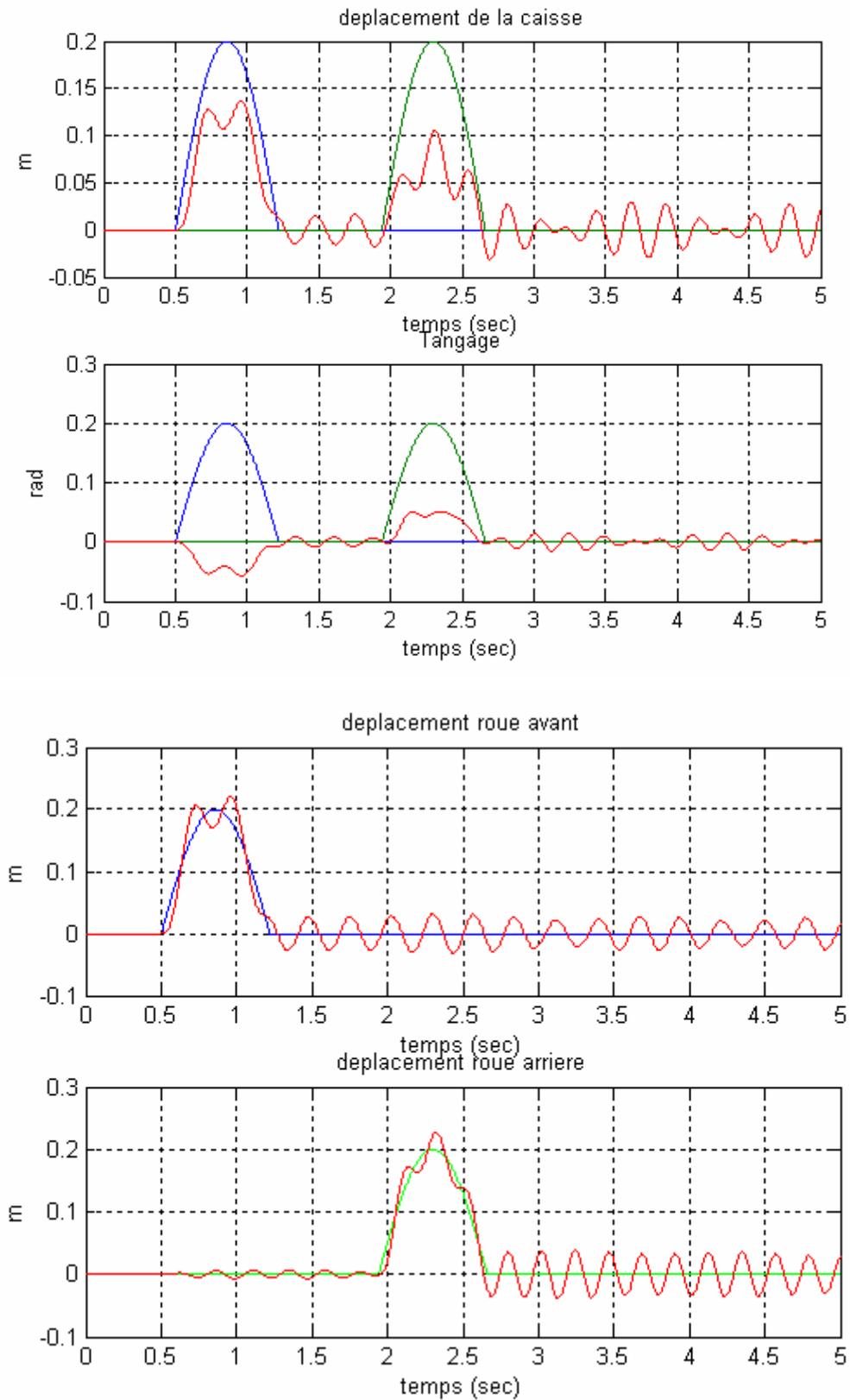


Figure I.18 : Passage sur un trottoir de 50 cm, à une vitesse de 10 Km/h (demi, linéaire et non linéaire).

Les résultats suivants, sont obtenus pour le modèle demi véhicule dans le cas non linéaire avec prise en compte de la dynamique de l'actionneur.



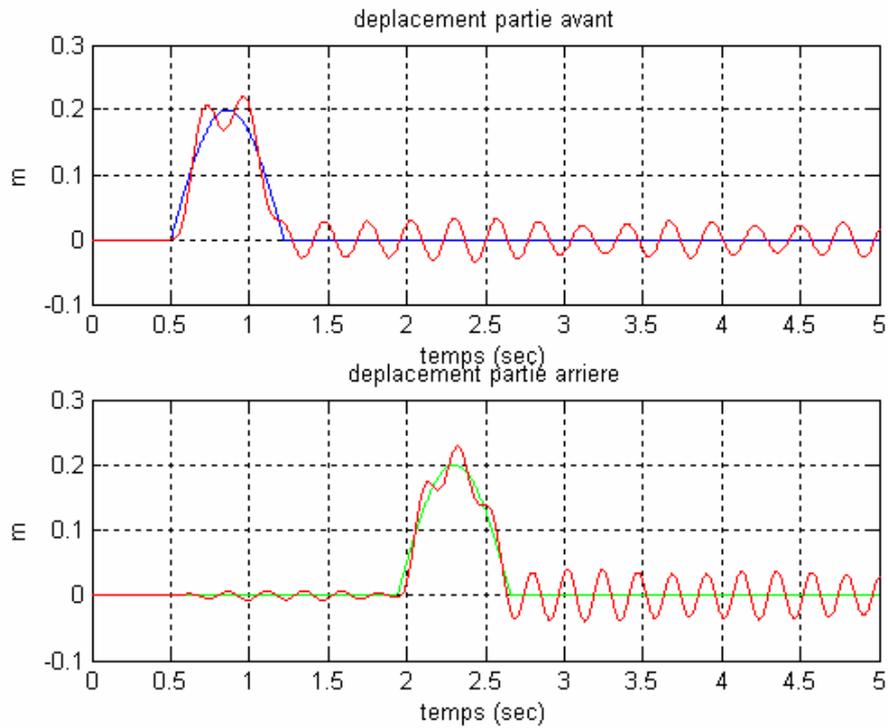
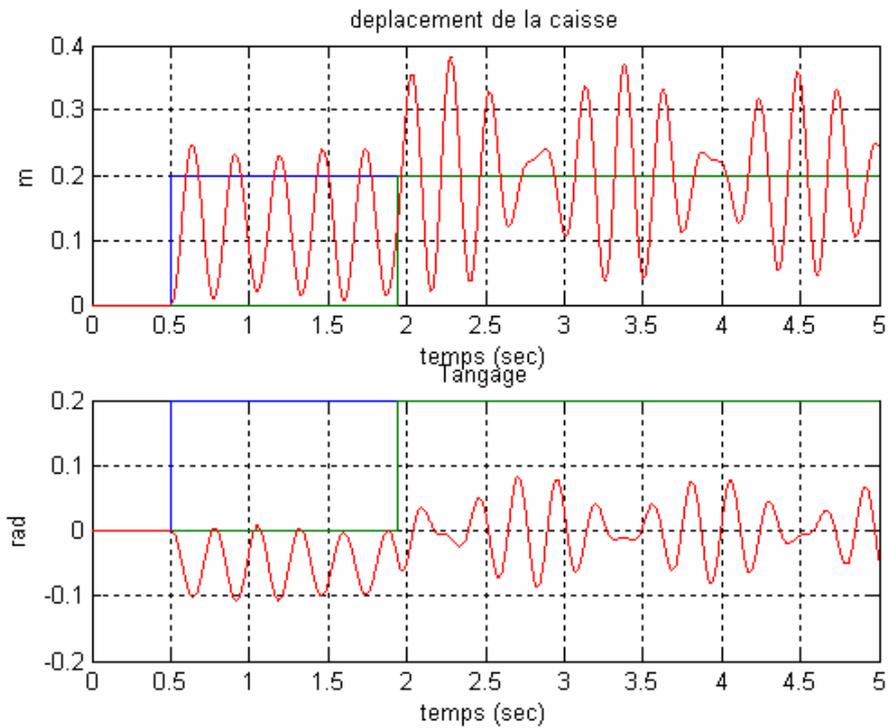


Figure I.19 : Passage sur un dos d'âne de 20 cm, à une vitesse de 10 Km/h et $U=0$
(demi, avec actionneur)



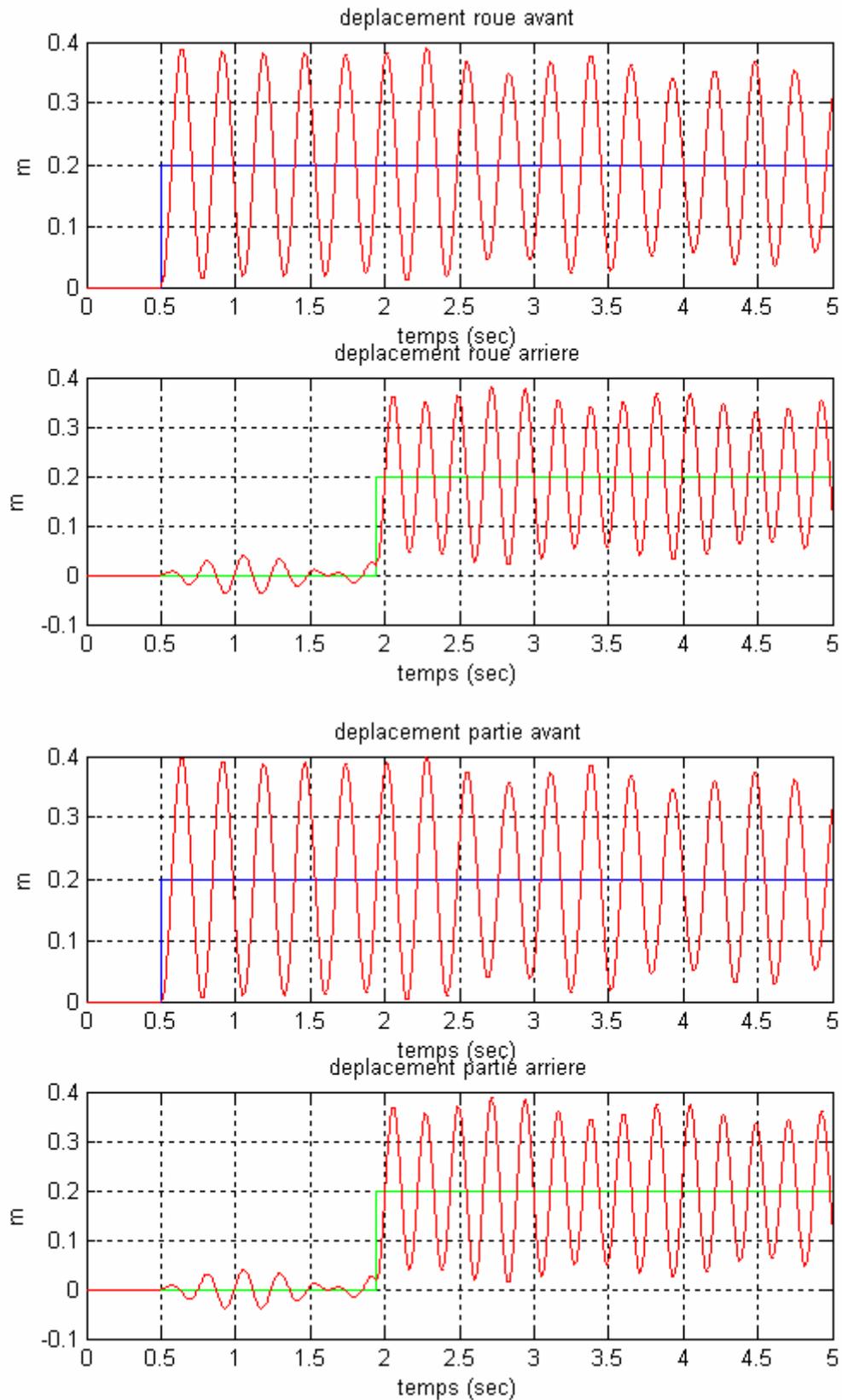


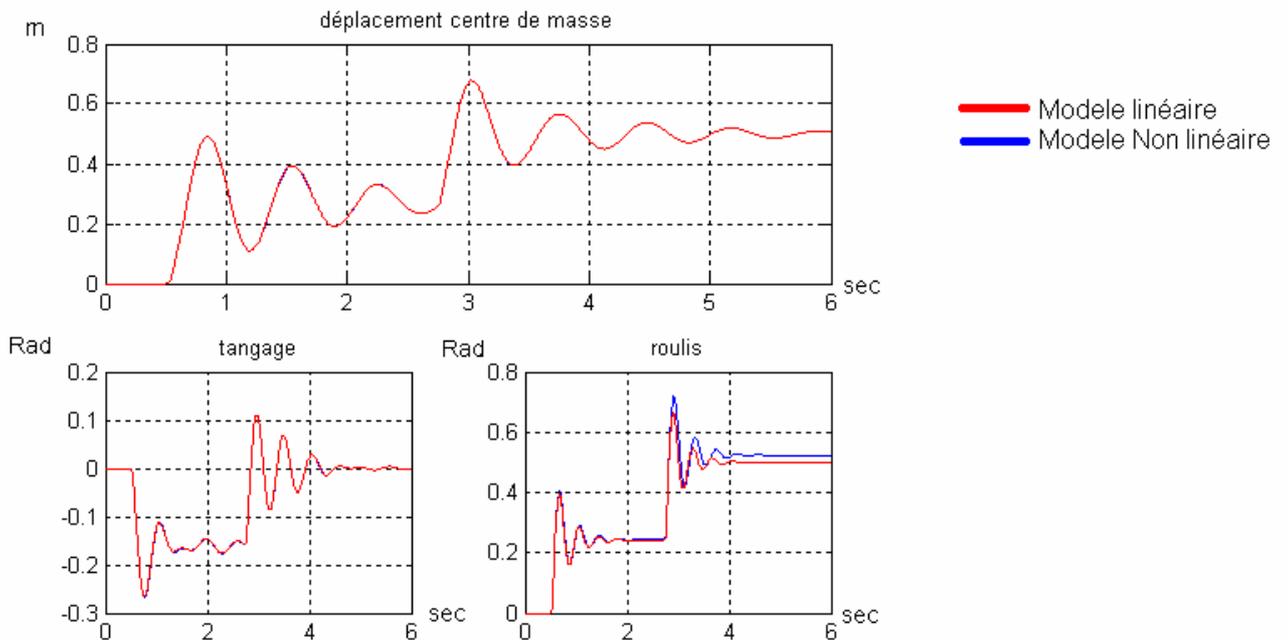
Figure I.20 : Passage sur un trottoir de 20 cm, à une vitesse de 10 Km/h et $U=0$
(demi, avec actionneur)

I.4.3 Modèle complet du véhicule

Les valeurs des paramètres utilisés dans nos simulations sont (Figures : I.11 ; I.12) :

- $M_u = 59$ kg chacune : Masses des roues.
- $K_{sfl}, K_{sfr} = 35000$ N/m : Constantes de raideur de ressort avant.
- $K_{srl}, K_{srr} = 38000$ N/m : Constantes de raideur de ressort arrière.
- $K_{ufl}, K_{ufr}, K_{url}, K_{urr} = 190\,000$ N/m : Constantes de raideur des ressorts pneu.
- $B_{sfl}, B_{sfr} = 1000$ Ns/m : Coefficients d'amortissement avant. (I.45)
- $B_{srl}, B_{srr} = 1100$ Ns/m : Coefficients d'amortissement arrière.
- $M_s = 1500$ Kg : Masse de notre châssis.
- $a = 1.4$ m $b = 1.7$ m : Distance entre les extrémités et le centre de gravité.
- $w = 2$ m : largeur du véhicule.

Les résultats suivants, sont obtenus pour le modèle complet du véhicule dans le cas linéaire et non linéaire sans considération de la dynamique de l'actionneur.



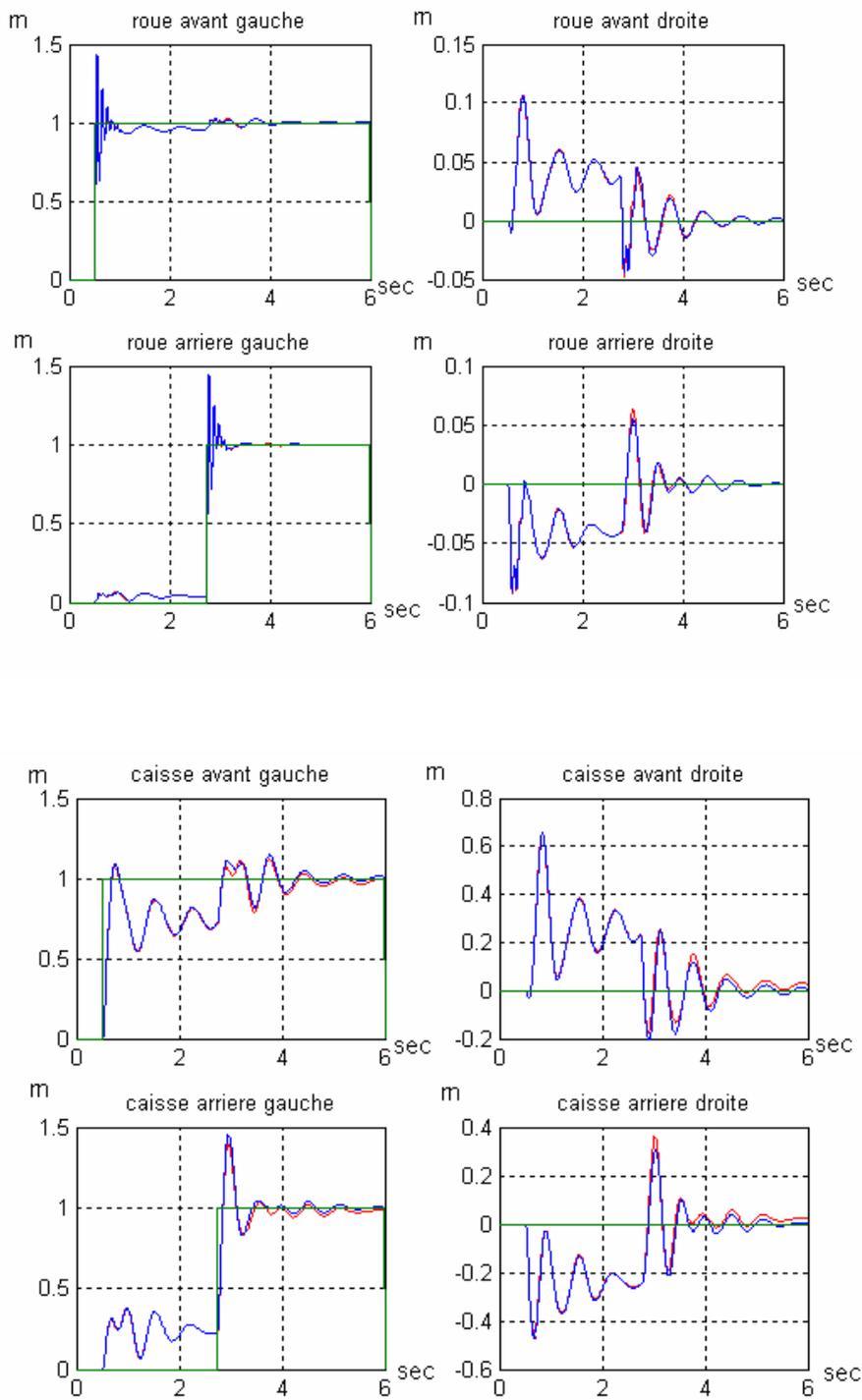
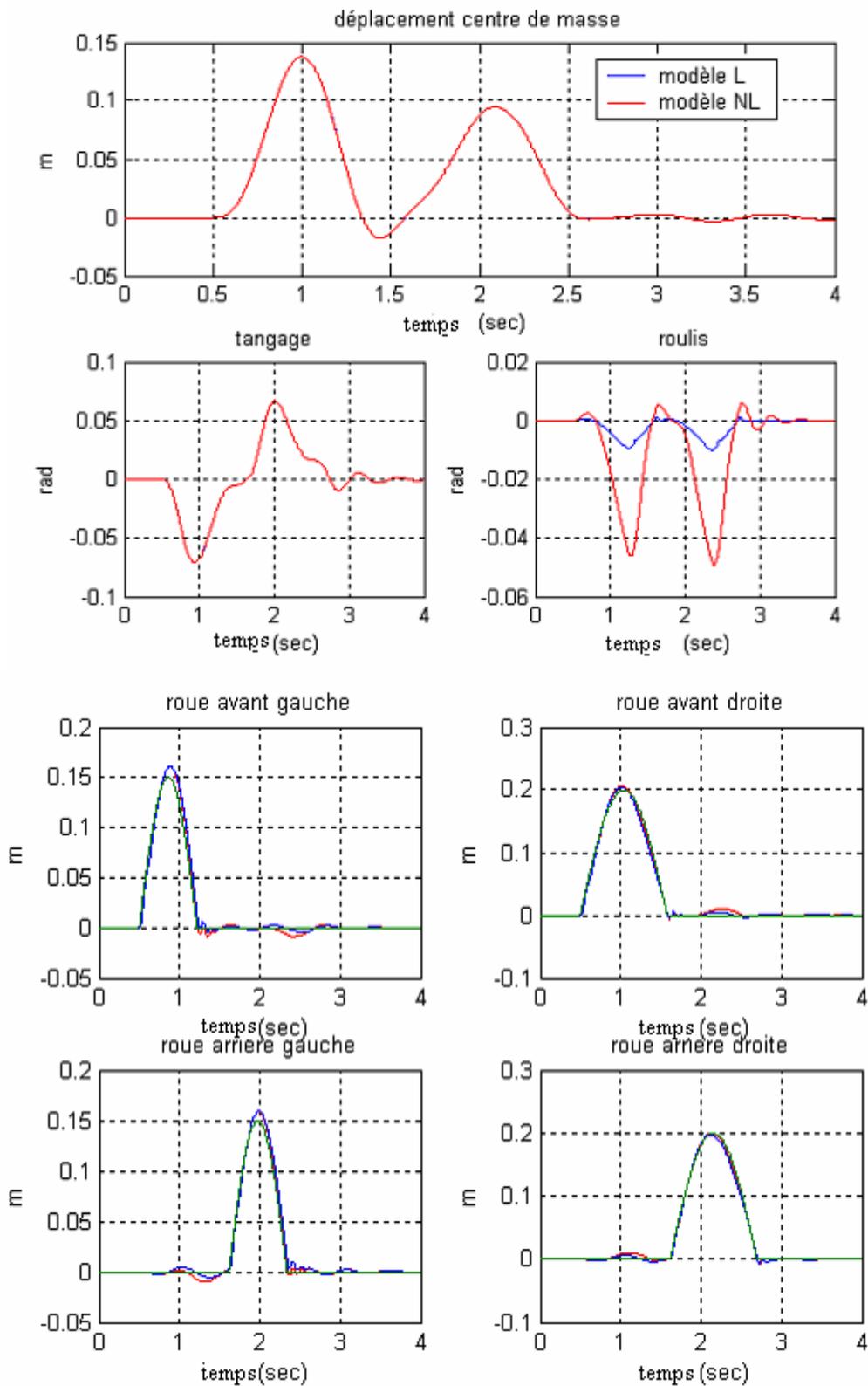


Figure I.21 : Passage des deux roues arrière et avant gauche sur un trottoir de 1 m, à une vitesse de 20 Km/h (complet, linéaire et non linéaire).



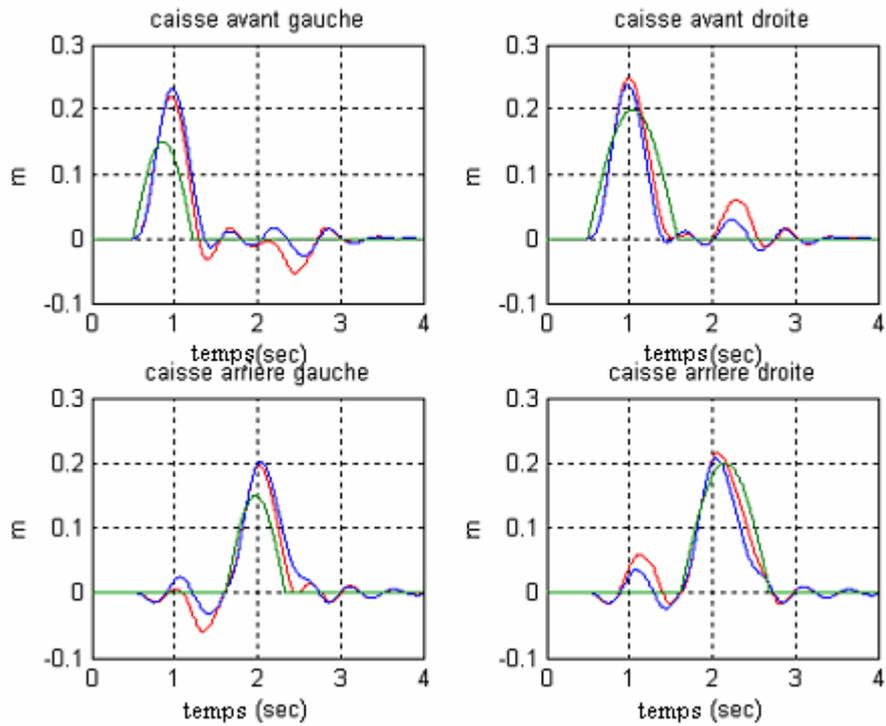
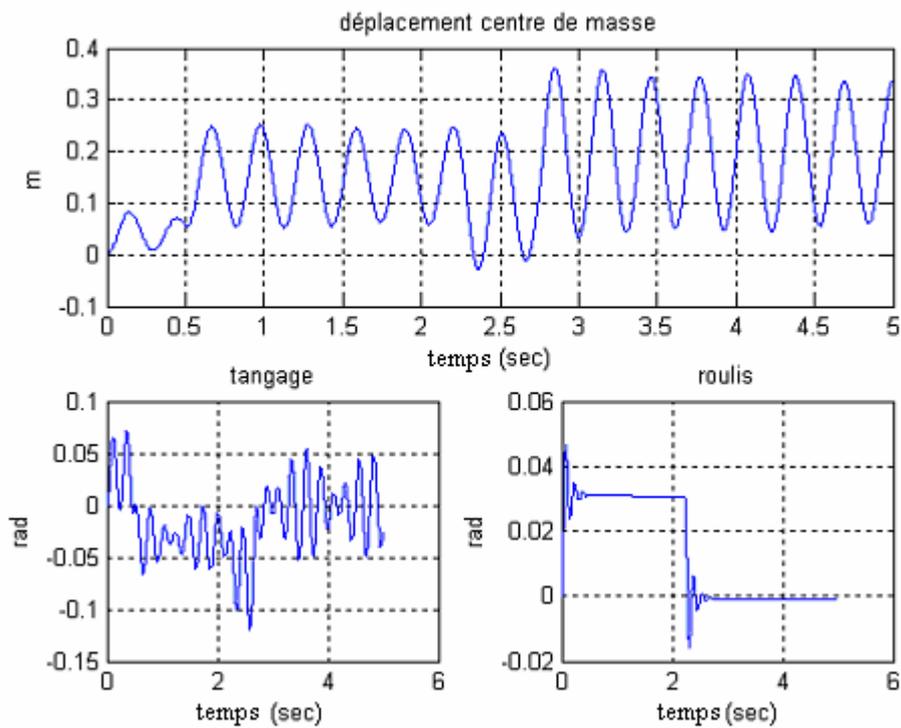


Figure I.22 : Passage des quatre roues sur un dos d'âne, à une vitesse de 10 Km/h (complet, linéaire et non linéaire).

Les résultats suivants, sont obtenus pour le modèle complet du véhicule dans le cas non linéaire avec prise en compte de la dynamique de l'actionneur.



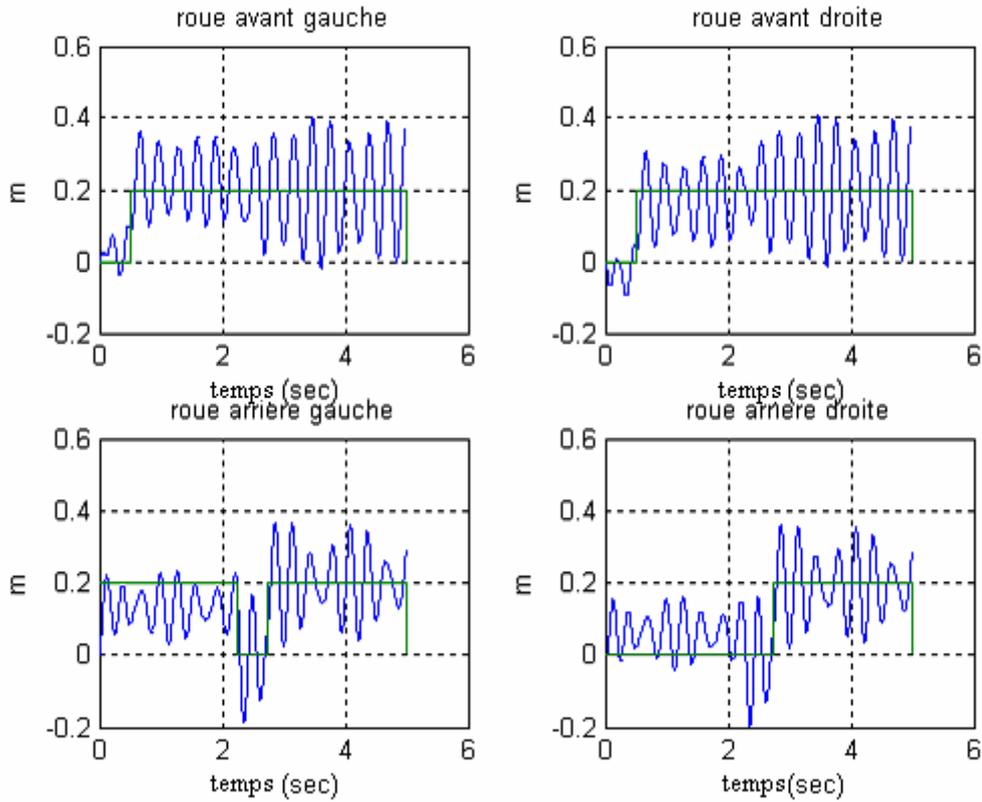


Figure I.23 : Passage sur un trottoir de 20 cm, à une vitesse de 20 Km/h et $U_i=0$ (complet avec actionneur).

Analyse des résultats :

A partir des résultats des simulations en boucle ouverte précédents, nous constatons que :

- Les réponses obtenues par le modèle linéaire (avec approximation des angles de rotations) et le modèle non linéaire (les non linéarités des cosinus et des sinus) sont proches (Figures : I.17 ; I.18 ; I.21 ; I.22).
- L'application d'une commande nulle à l'actionneur hydraulique cause des fortes sollicitations dans les organes de véhicule lors du passage par un obstacle (Figures : I.16 ; I.19 ; I.20 ; I.23).

I.5 CONCLUSION

Dans ce premier chapitre nous avons représenté les trois modèles, quart, demi et complet du véhicule et les différents types de la suspension d'un véhicule, en négligeant dans un premier temps, et en tenant compte dans un second temps, des dynamiques des actionneurs hydrauliques utilisés. L'application du modèle non linéaire nous rapproche plus à la réalité mais on peut appliquer la commande à un modèle linéaire (avec approximations des angles) qui est plus simple car les réponses des deux modèles sont proches.

Dans le prochain chapitre nous allons parler de la technique de commande par mode de glissement qui sera utilisée par la suite dans la partie application.

CHAPITRE II

CONCEPT GENERAL

DE LA COMMANDE

PAR MODE DE GLISSEMENT

CHAPITRE II

CONCEPT GENERAL DE LA COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT

II.1 INTRODUCTION

La suspension automobile est un système dont le comportement dynamique est fortement non linéaire, ce qui le rend très difficile à commander avec précision. Donc une commande classique (PID par exemple) ne peut être satisfaisante pour ce type de système, car ces commandes classiques ne donnent des bons résultats que dans le cas des systèmes linéaires à paramètres constants. La solution réside donc, dans l'application de nouvelles techniques de commande insensibles aux perturbations extrêmes, aux non linéarités et aux variations des paramètres à commander, par le recours aux algorithmes de **commande robuste**.

Cette technique de commande robuste est une classe particulière des systèmes à structure variable basée sur la théorie des structures variables. La théorie du réglage par mode de glissement a été développée depuis plusieurs années déjà, les premiers travaux ont été réalisés en ex-Union Soviétique, pour être repris et poursuivis dans d'autres pays.

Ce type de commande présente plusieurs avantages tels que robustesse, précision importante, stabilité, simplicité et un faible temps de réponse. Ceci lui permet d'être particulièrement adaptée pour traiter les systèmes qui ont des modèles mal connus, soit à cause de problèmes d'identifications des paramètres, soit à cause de simplification sur le modèle du système.

Dans ce chapitre, nous présenterons le concept général de la commande des systèmes à structure variable.

II. 2 SYSTEME A STRUCTURE VARIABLE

Le réglage par mode de glissement est un mode de fonctionnement particulier des systèmes à structure variable. La théorie donc des systèmes à structure variable et les modes glissants associés (en anglais : sliding mode), est une technique de commande non linéaire, elle est caractérisée par la discontinuité de la commande aux passages par une surface de commutation appelée surface de glissement, [1,9].

La technique des modes glissants consiste à amener la trajectoire d'un état d'un système vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement.

Dans les systèmes à structure variable utilisant la commande par mode de glissement, on peut trouver trois configurations de base pour la synthèse des différentes commandes. La première correspond à la structure la plus simple où la commutation a lieu au niveau de l'organe de commande lui même. On l'appellera, structure par commutation au niveau de l'organe de commande. La deuxième structure fait intervenir la commutation au niveau d'une contre réaction d'état. Et enfin, la dernière structure est une structure par commutation au niveau de l'organe de commande avec ajout de la "commande équivalente". Cette dernière structure est retenue pour la suite de notre étude.

II.2.1 Structure par commutation au niveau de l'organe de Commande, [1]

Le schéma d'une structure par commutation au niveau de l'organe de commande est donné sur la (Figure II.1). Cette structure de commande est la plus classique et la plus usitée.

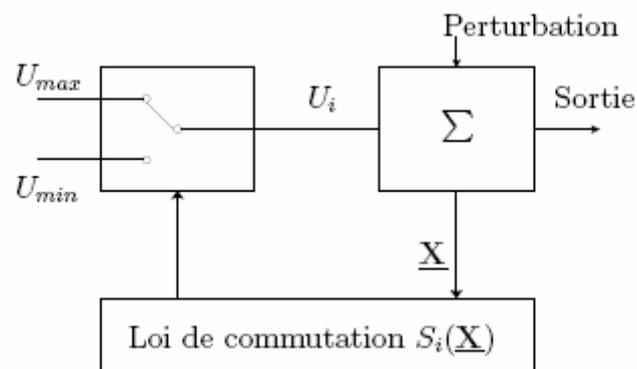


Figure II.1 : Structure de régulation par commutation au niveau de l'organe de commande.

Elle correspond au fonctionnement tout ou rien des interrupteurs de puissance associés dans une grande majorité d'application aux variateurs de vitesse.

II.2.2 Structure par commutation au niveau d'une contre-réaction d'état, [9]

Nous pourrions consulter le schéma d'une telle structure sur la (Figure II.2). D'après les études menées précédemment, c'est la structure la moins exigeante au niveau de la sollicitation de la commande. Elle s'appuie sur la commande par contre réaction d'état classique où le réglage de la dynamique du système est réalisé par les gains de réglage. La non linéarité provient de la commutation entre les gains donc on crée une commutation au niveau de la dynamique du système.

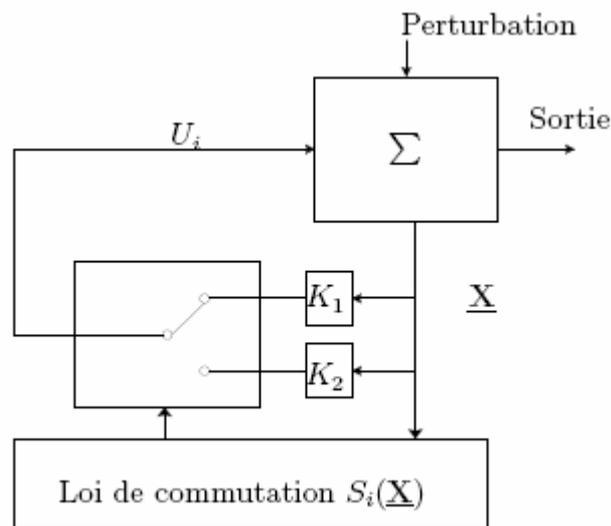


Figure II.2 : Structure de régulation par commutation au niveau de la contre réaction d'état

II.2.3 Structure par commutation au niveau de l'organe de commande, avec ajout de la commande équivalente, [9]

Une telle structure dont le principe est montré sur la (Figure II.3), présente un réel avantage. Elle permet de prépositionner l'état futur du système grâce à la commande équivalente qui n'est rien d'autre que la valeur désirée du système en régime permanent. L'organe de commande est beaucoup moins sollicité, mais on est plus dépendant des variations paramétriques du fait de l'expression de cette commande équivalente.

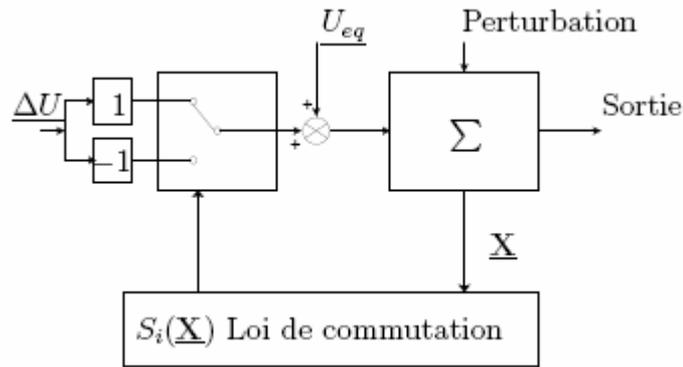


Figure II.3 : Structure de régulation par ajout de la commande équivalente

II.3. NOTIONS DE BASES

Avant d'entamer les méthodes utilisées dans la synthèse de système de contrôle par mode de glissement, nous allons expliquer quelques notions de bases du régime glissant.

II.3.1 Régime glissant idéal

En théorie l'organe de commutation est supposé insensible aux bruits, et la trajectoire en régime glissant décrit parfaitement l'équation $S(x)=0$. Le régime glissant idéal correspond à une oscillation de fréquence infinie et d'amplitude nulle, le point représentatif de l'évolution du système glisse parfaitement sur l'hypersurface de commutation S .

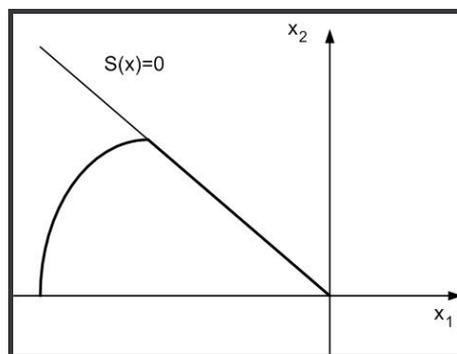


Figure II.4-a : Glissement idéal

II.3.2 Régime glissant réel

En pratique l'organe de commutation est réalisé à partir de relais qui présentent des imperfections comme les retards de commutations, dans ce cas la trajectoire de phase du régime glissant reste au voisinage de la surface de commutation donnant naissance à des oscillations indésirables qui éliminent la précision du système et néanmoins sa stabilité.

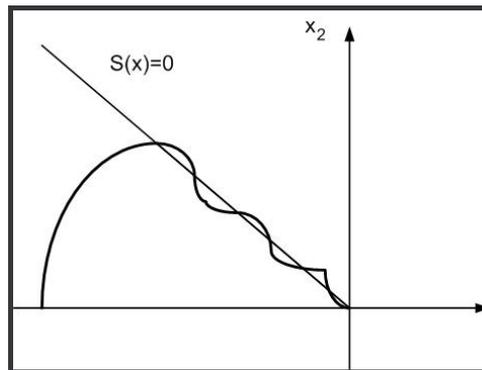


Figure II.4-b : Glissement réel

II.4 CONCEPTION DE LA COMMANDE PAR MODE GLISSANT, [9]

La conception de la commande peut être effectuée en trois étapes principales très dépendantes l'une de l'autre.

- Choix de la surface.
- L'établissement des conditions d'existence.
- Détermination de la loi de commande.

II.4.1 choix de la surface de glissement

Le choix de la surface de glissement concerne le nombre et la forme des fonctions nécessaires. Ces deux facteurs dépendent de l'application et de l'objectif visé.

Pour un système défini par l'équation (II.1), le vecteur de surface σ à la même dimension que le vecteur de commande u .

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t) + g(x, t) \cdot u \quad (\text{II.1})$$

La surface de glissement est une fonction scalaire telle que la variable à régler glisse sur cette surface et tend vers l'origine du plan de phase.

La forme non linéaire est une fonction de l'erreur sur la variable à régler x , elle est donnée par:

$$S(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{r-1} e(x) \quad (\text{II.2})$$

Avec:

$e(x)$: est l'écart entre la variable à régler et sa référence.

λ : est une constante positive.

r : est un degré relatif, il présente le nombre de fois qu'il faut dériver la surface pour faire apparaître la commande.

L'objectif de la commande est de maintenir la surface à zéro. Cette dernière est une équation différentielle linéaire dont l'unique solution est $e(x)=0$ pour un choix convenable du paramètre, ceci revient à un problème de poursuite de trajectoire qui est équivalent à une linéarisation exacte de l'écart tout en respectant la condition de convergence.

II.4.2 conditions d'existence et de convergence

Les conditions d'existence et de convergence sont les critères qui permettent aux différentes dynamiques du système de converger vers la surface de glissement et d'y rester indépendamment de la perturbation. Il existe deux considérations pour assurer le mode de convergence.

II.4.2.1 La fonction discrète de commutation

C'est la première condition de convergence, elle est proposée et étudiée par EMILYANOV et UTKIN. Il s'agit de donner à la surface une dynamique convergente vers zéro. Elle est donnée par:

$$\begin{aligned} \dot{S}(x) &> 0 \text{ si } S(x) < 0 \\ \dot{S}(x) &< 0 \text{ si } S(x) > 0 \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

Cette condition peut être formulée comme suit:

$$\dot{S}(x)S(x) < 0 \quad (\text{II.4})$$

II.4.2.2 La fonction de LYAPUNOV

La fonction de LYAPUNOV est une fonction scalaire positive ($V(x) > 0$) pour les variables d'état du système. La loi de commande doit faire décroître cette fonction ($\dot{V}(x) < 0$). L'idée est de choisir une fonction scalaire $S(x)$ pour garantir l'attraction de la variable à contrôler vers sa valeur de référence et de concevoir une commande u tel que le carré de la surface correspond à une fonction de LYAPUNOV.

Nous définissons la fonction de LYAPUNOV comme suit:

$$V(x) = \frac{1}{2} S^2(x) \quad (\text{II.5})$$

La dérivée de cette fonction est:

$$\dot{V}(x) = S(x) \cdot \dot{S}(x) \quad (\text{II.6})$$

Pour que la fonction $V(x)$ puisse décroître, il suffit d'assurer que sa dérivée soit négative. Ceci n'est vérifiée que si la condition (II.4) est vérifiée.

L'équation (II.5) explique que le carré de la distance entre un point donné du plan de phase et la surface de glissement exprime par $S^2(x)$ diminue tout le temps, contraignant la trajectoire du système à se diriger vers la surface à partir des deux côtés de cette dernière. Cette condition suppose un régime glissant idéal ou la fréquence de commutation est infinie.

II.4.3 Calcul de la commande

Lorsque le régime glissant est atteint, la dynamique du système est indépendante de la loi de commande qui n'a pour but de maintenir les conditions de glissement (l'attractivité de la surface), c'est pour cette raison que la surface est déterminée indépendamment de la commande. Maintenant, il reste à déterminer la commande nécessaire pour attirer la

trajectoire d'état vers la surface et ensuite vers son point d'équilibre en maintenant les conditions d'existence du mode de glissement.

L'obtention d'un régime de glissement suppose une commande discontinue. La surface de glissement devrait être attractive des deux côtés. De ce fait, si cette commande discontinue est indispensable, il n'empêche nullement qu'une partie continue lui soit ajoutée. La partie continue en effet amener à réduire autant que nous voulons l'amplitude de la partie discontinue. En présence d'une perturbation, la partie discontinue a essentiellement pour but de vérifier les conditions d'attractivité. Dans ce cas, la structure d'un contrôleur par mode de glissement est constituée de deux parties, une concernant la linéarisation exacte (u_{eq}) et l'autre stabilisante (u_n).

$$u = u_{eq} + u_n \quad (\text{II.7})$$

- u_{eq} correspond donc à la commande proposée par FILIPOV et UTKIN, elle sert à maintenir la variable à contrôler sur la surface de glissement $S(x)=0$. La commande équivalente est déduite en considérant que la surface est nulle $\dot{S}(x)=0$. Elle peut être interprétée comme étant un retour d'état particulier jouant le rôle d'un signal de commande appliqué sur le système à commander. Elle peut être aussi interprétée autrement comme étant une valeur moyenne que prend la commande lors de la commutation rapide entre les valeurs u_{max} et u_{min} , [1].

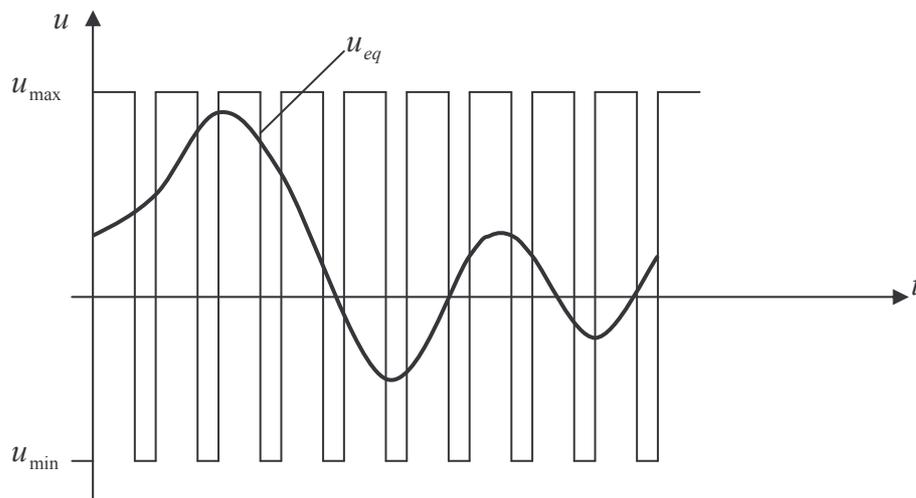


Figure II.5 : Grandeur de la commande équivalente u_{eq} comme valeur moyenne lors de la commutation entre u_{max} et u_{min} .

- u_n est déterminée pour vérifier la condition de convergence.

Pour mettre en évidence le développement précédent, nous considérons un système défini dans l'espace d'état par l'équation (II.1). Il s'agit de trouver l'expression analogique de la commande u .

Un vecteur de commande équivalente u_{eq} est défini pour obtenir les équations du régime glissant idéal (ni seuil, ni retard, ni hystérésis). Ce régime ayant lieu sur $S(x,t)=0$, on exprime que :

$$\frac{dS(x,t)}{dt} = 0 \quad (II.8)$$

Et cette équation est utilisée pour obtenir u_{eq}

$$\frac{dS(x,t)}{dt} = \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^T \frac{dx}{dt} + \frac{\partial S}{\partial t} = \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^T [f(x,t) + g(x,t)u_{eq}] + \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \quad (II.9)$$

D'où

$$u_{eq}(x,t) = - \left[\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^T g(x,t) \right]^{-1} \left\{ \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^T f(x,t) + \frac{\partial S}{\partial t} \right\} \quad (II.10)$$

Avec la condition d'existence

$$\left[\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^T g(x,t) \right] \neq 0 \quad (II.11)$$

En portant l'expression de $u_{eq}(x,t)$ dans l'équation (II.11), la trajectoire d'état $x(t)$ décrivant le système en régime glissant est solution de :

$$\frac{dx}{dt} = \left\{ I - g(x,t) \left[\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^T g(x,t) \right]^{-1} \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^T \right\} f(x,t) - g(x,t) \left[\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^T g(x,t) \right]^{-1} \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^T \quad (II.12)$$

La forme la plus simple que peut prendre la commande discrète u_n est celle d'un relais de la (Figure II.6)

$$u_n = -K \cdot \text{sign}(S(x,t)) \quad \text{avec } K > 0. \quad (II.13)$$

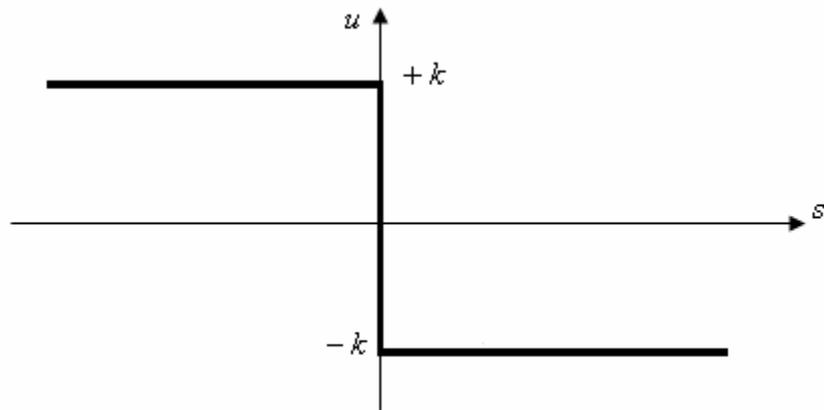


Figure II.6 : Représentation de la commande discontinue

II.4.5 FORMALISATION PAR LA GEOMETRIE DIFFERENTIELLE POUR L'ANALYSE ET LA SYNTHÈSE DES REGIMES GLISSANTS

Dans cette formalisation nous utilisons des outils de base de la géométrie différentielle pour la synthèse des régimes glissants (mode de glissement, commande équivalente et invariance des régimes glissants face aux perturbations).

II.4.5.1 Mode de glissement [5,6]

Soit le système dynamique non linéaire décrit par l'équation (II.1) mais dans lequel le temps ne figure pas explicitement :

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + g(x)u \quad (\text{II.14})$$

Où $x \in X$ un ouvert de \mathbb{R}^n , $f(x)$ et $g(x)$ des champs de vecteurs définie dans \mathbb{R}^n , avec $g(x) \neq 0$

$$\forall x \in X \quad f(x) = [f_1, f_2, \dots, f_n]^t, \quad g(x) = [g_1, g_2, \dots, g_n]^t.$$

La fonction commande u est définie dans \mathbb{R} , ($u : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$). Supposons que la fonction commande subisse une discontinuité de premier ordre sur une surface définie par une fonction continue $S : X \rightarrow \mathbb{R}$ dont le gradient est non nul sur X . L'ensemble ci-dessous S :

$$S = \{x \in \mathbb{R}^n : S(x) = 0\} \quad (\text{II.15})$$

Définit une hypersurface (variété de dimension $(n-1)$), appelée **surface de glissement**.

On sait que dans un système de commande à structure variable, la condition de régime glissant entraîne l'introduction dans le régulateur d'une commutation de la commande entre deux valeurs différentes suivant le signe de $S(x)$:

$$u = \begin{cases} u^+(x) & \text{si } S(x) > 0 \\ u^-(x) & \text{si } S(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

Désignons avec H.Sira Ramirez par $L_h \sigma$, la dérivée directionnelle de la fonction scalaire σ suivant le champ de vecteur h . [SIR-87]

A l'aide de la commande u donnée en (II.16), la commutation d'une valeur à l'autre s'effectue à la traversée d'une hypersurface de l'espace des phases du système de façon à contraindre le point représentatif du mouvement du système est en régime glissant sur S chaque fois que :

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} L_{f+g.u^+} S < 0 \quad \text{et} \quad \lim_{s \rightarrow 0^-} L_{f+g.u^-} S > 0 \quad (\text{II.17})$$

Puisque que ∇S désigne le gradient de $S(x)$ et $\langle \cdot, \cdot \rangle$ désigne le produit scalaire de deux vecteurs la condition (II.17) s'écrit :

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \langle \nabla S, f + g.u^+ \rangle < 0 \quad \text{et} \quad \lim_{s \rightarrow 0^-} \langle \nabla S, f + g.u^- \rangle > 0 \quad (\text{II.18})$$

Cette condition est équivalente à la condition classique d'attractivité.

II.4.5.2 La commande équivalente et la condition d'invariance

Le mouvement glissant idéal est décrit en utilisant les conditions d'invariance suivantes:

$$S(x) = 0 \quad \text{et} \quad L_{f+g.u_{eq}} S = \langle \nabla S, f + g.u_{eq} \rangle = 0 \quad (\text{II.19})$$

Où u_{eq} est une loi de commande pour laquelle S est une variété locale invariante.

De l'équation (II.19), on déduit la commande équivalente :

$$u_{eq} = - \frac{\langle \nabla S, f \rangle}{\langle \nabla S, g \rangle} = - \frac{L_f S}{L_g S} \quad (\text{II.20})$$

Cette expression pour la commande équivalente est en effet égale à l'expression de l'équation (II.10).

La dynamique du système commandé en mode de glissement idéal est alors décrite par :

$$\frac{dx}{dt} = f + g.u_{eq}(x) \quad (\text{II.21})$$

Cette dynamique ne dépend que des coefficients de $S=0$, hypersurface sur laquelle se trouve tracée la trajectoire $x(t)$ solution de (II.19).

II.4.5.3 Condition d'existence et unicité de la commande équivalente (condition de transversalité)

Une condition nécessaire et suffisante pour définir une commande équivalente est que la condition de transversalité :

$$L_g S = \langle \nabla S, g \rangle \neq 0 \quad (\text{II.22})$$

Soit localement satisfaite sur S .

Donc à partir de l'expression de la commande équivalente, donnée par (II.20) et (II.11) le mouvement du système sur S , dû à la commande équivalente, est gouverné par :

$$\dot{x} = f(x) + g(x).u_{eq}(x) = [I - g(x)(\langle \nabla S, g(x) \rangle)^{-1} \cdot (\nabla S)]f(x) \quad (\text{II.23})$$

II.6 LOI D'ARRIVÉE POUR LA CONCEPTION DE LA COMMANDE PAR MODE GLISSANT

Dans cette approche la loi d'arrivée est directement une équation différentielle spécifiant la dynamique de la fonction de commutation, cette équation de $s(x)$ asymptotiquement stable est la même que la condition de glissement, de plus, les caractéristiques dynamiques du système dans le mode d'arrivée peut être contrôlées, par un choix des paramètres de l'équation différentielle.

La forme générale de la loi d'arrivée est :

$$\dot{s} = -Q \cdot \text{signe}(s) - K \cdot h(s). \tag{II.24}$$

Où : $Q = \text{diag}[q_1, q_2, \dots, q_m], q_i > 0,$

$$\text{signe}(s) = [\text{signe}(s_1), \text{signe}(s_2), \dots, \text{signe}(s_m)]^T,$$

$$K = \text{diag}[k_1, k_2, \dots, k_m], k_i > 0,$$

$$h(s) = [h_1(s_1), h_2(s_2), \dots, h_m(s_m)]^T.$$

Avec : $s_i h_i(s_i) > 0$ et $h_i(0) = 0$.

Trois cas spéciaux pratiques de (II.24) sont données ci dessous :

II.6.1 Loi d'arrivée avec une vitesse d'arrivée constante

La loi d'arrivée dans ce cas est donnée par :

$$\dot{s} = -Q \text{signe}(s). \tag{II.25}$$

Cette loi force la fonction de commutation $s(x)$ à atteindre l'hyperplan de commutation s à une vitesse de commutation $|\dot{s}_i| = -q_i$. L'avantage de cette loi est sa simplicité, cependant, comme il sera montré plus loin, si q_i est trop petit, le temps d'arrivée sera trop long. D'autre part, un q_i assez grand, causera un broutement sévère.

II.6.2 Loi d'arrivée avec vitesse d'arrivée constante et proportionnelle

La loi d'arrivée dans ce cas est donnée par :

$$\dot{s} = -Q \text{signe}(s) - K s. \tag{II.26}$$

Evidemment, par l'addition du terme proportionnelle de vitesse, l'état du système est forcé à atteindre l'hyperplan de commutation rapidement quand s est importante.

II.6.3 Loi d'arrivée avec puissance vitesse d'arrivée

La loi dans ce cas c'est :

$$\dot{s}_i = -k_i |s_i|^\alpha \text{sign}(s_i), \quad 0 < \alpha < 1, i = 1 \text{ à } m. \tag{II.27}$$

Cette loi d'arrivée augmente la vitesse quand l'état du système est loin de l'hyperplan de commutation, et la réduit lorsque l'état en est près. Par conséquent un mode d'arrivée rapide et avec moins de broutement.

II.7 LE BROUITEMENT

Une des hypothèses fondamentales dans l'analyse et la conception des systèmes à structure variable est que la commande peut commuter entre une valeur et une autre suivant le signe d'une fonction de commutation, avec une fréquence infinie. Cependant, dans les systèmes réels, il est impossible de réaliser une telle commutation de la commande, pour des différentes raisons, nous en citons quelques unes :

- ✓ La présence d'un retard de temps fini pendant le calcul de la commande.
- ✓ Les limitations des actionneurs.

Il est pratiquement impossible de faire commuter la commande à une fréquence infinie car la commutation peut exciter les dynamiques non modélisées ce qui conduit à des oscillations du vecteur d'état et de la commande à une fréquence finie. Ce phénomène est appelé brouitement (*chattering* en Anglais), et il engendre plusieurs effets indésirables sur la qualité de la commande et sur le système, en effet il peut :

- ✓ Diminuer la précision.
- ✓ Produire l'échauffement des machines électriques.
- ✓ Provoquer des usures voire des casses sur les parties mécaniques mobiles du robot.

Le phénomène de brouitement est considéré comme un obstacle réel pour l'application de la commande à structure variable, pour y remédier plusieurs solutions ont été proposées. Dans cette section nous présentons deux solutions analytiques, la première proposition est celle de Slotine en 1985 et elle consiste à approximer la commande discontinue par une loi continue au voisinage de la surface de glissement, la deuxième proposition est celle de Harashima [HAR 86] qui a remplacé la commande discontinue par une fonction appelée 'cont'.

II.7.1 La fonction $\text{sat}(S)$

Dans cette approche, Slotine a proposé de remplacer la fonction signe (dans le voisinage de la surface de commutation) de la commande :

$$u = -k \text{sign}(s). \quad (\text{II.28})$$

Par une fonction appelée ' $\text{sat}(s)$ '.

La commande discontinue devient alors :

$$u = -k \text{ sat}(s). \tag{II.29}$$

Où :

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} \frac{s}{\Phi} & \text{si } |s| \leq \Phi, \\ \text{sign}(s) & \text{si } |s| > \Phi. \end{cases} \tag{II.30}$$

Qui peut être donnée sur la figure suivante:

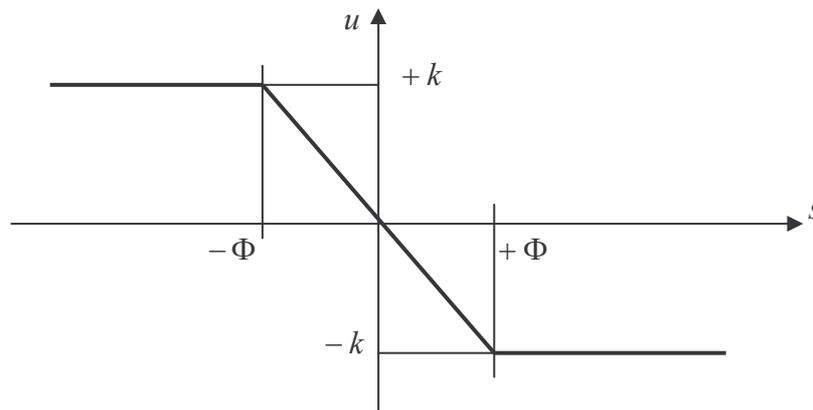


Figure II.7 : Loi de commande par bande continue au voisinage de la surface de

II.6.2 La fonction cont(S)

Ici, la fonction discontinue est remplacée dans la bande $|s| \leq \Phi$ par une fonction appelée ‘cont(s)’. La commande discontinue est alors prend la forme :

$$u = -k \text{ cont}(s). \tag{II.31}$$

Où

$$\text{cont}(s) = \begin{cases} \frac{s}{|s| + \delta} & \text{si } |s| \leq \Phi \quad (\delta > 0), \\ \text{sign}(s) & \text{si } |s| > \Phi. \end{cases} \tag{II.32}$$

Et qui peut être représentée sur la figure suivante :

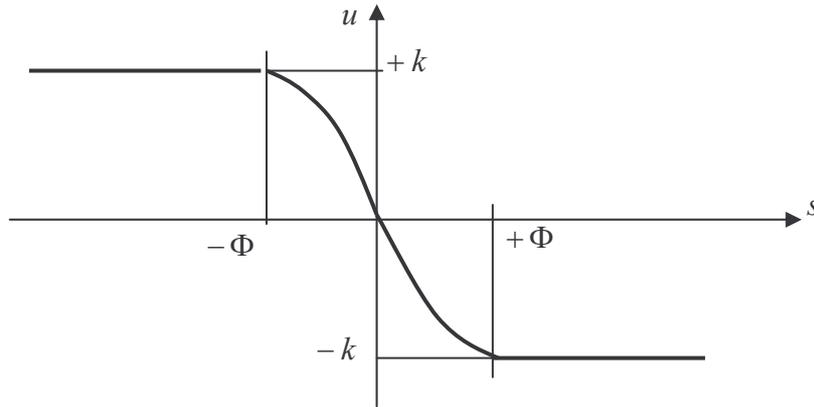


Figure II.8 : Loi de commande continue de lissage au voisinage de la surface de glissement.

II.8 SYNTHÈSE DES MODES GLISSANT PAR LA MÉTHODE DU BACKSTEPPING, [6]

L'approche du BACKSTEPPING peut être utilisée dans la synthèse des modes glissants, et cela en prenant la dernière erreur à réguler comme une surface de glissement dans la dernière étape où apparaisse la commande. Cela peut être illustré par un simple exemple :

Soit le modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases} \quad (\text{II.33})$$

En utilisant l'approche de Backsteeping on aura :

Etape 1 :

Soit la fonction de Lyapunov : $V_1 = \frac{1}{2} x_1^2$ (II.34)

La dérivée de cette fonction de Lyapunov est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= x_1 \dot{x}_1 \\ &= x_1 x_2 \end{aligned} \quad (\text{II.35})$$

On choisit la première commande virtuelle :

$$\phi_1 = -c_1 x_1 \quad (\text{II.36})$$

$$\text{Ce qui donne } \dot{V}_1 = -c_1 x_1^2 < 0 \quad \text{avec } c_1 > 0. \quad (\text{II.37})$$

$$\text{On pose : } S = x_2 - \phi_1 \quad (\text{II.38})$$

Où S est la surface de glissement de notre système.

Etape 2 :

$$\text{On prend la fonction globale de Lyapounov, } V_2 = \frac{1}{2} x_1^2 + \frac{1}{2} S^2 \quad (\text{II.39})$$

$$\text{Donc ; } \dot{V}_2 = x_1 \dot{x}_1 + S \dot{S} \quad (\text{II.40})$$

$$\text{Si on pose } \dot{S} = -q \text{sign}S - k S \text{ avec } q, k > 0 \quad (\text{II.41})$$

La condition $S \cdot \dot{S} < 0$ est toujours vérifiée

Sachant que :

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \dot{x}_2 - \dot{\phi}_1 \\ &= u - \dot{\phi}_1 \end{aligned} \quad (\text{II.42})$$

$$\text{On assure donc que } \dot{V}_2 < 0$$

Enfin La loi de commande résultante par mode de glissement est de la forme :

$$\begin{aligned} u &= u_{\text{équivalente}} + u_{\text{attractivité}} \\ &= \dot{\phi}_1 + \dot{S} \end{aligned} \quad (\text{II.43})$$

$$\text{Avec } \dot{\phi}_1 = -c_1 x_2$$

II.9 CONCLUSION

Dans ce chapitre, il a été question de présenter les aspects théoriques concernant la commande par mode de glissement, d'où découlera les fondements de bases. Nous nous sommes intéressés, par la suite, à la synthèse des régimes glissants par la géométrie différentielle et les différentes lois d'arrivée pour la conception de la commande, nous avons ensuite parler du phénomène de broutement et les solutions prises pour la diminution de son effet, et a la fin nous avons introduit la technique du backstepping dans la synthèse des modes glissant car elle sera appliquée aux différents modèles de suspension pour l'obtention des surfaces de glissement appropriées, chose qui sera le point dans le prochain chapitre .

CHAPITRE III

SYNTHESE DE LA COMMANDE

PAR LE MODE

GLISSANT

CHAPITRE III

SYNTHESE DE LA COMMANDE PAR LE MODE GLISSANT

III.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre nous essayons d'appliquer la technique de commandes par mode de glissement pour les différents modèles de véhicules étudiés dans le premier chapitre et avec prise en considération de la dynamique non linéaire des actionneurs hydrauliques. Pour cela nous introduisons la technique de commande par Backstepping pour obtenir les surfaces de glissement et pour synthétiser une loi de commande permettant de stabiliser le système en boucle fermée ; le même travail va se faire pour le modèle complet avec l'utilisation d'une structure de commande décentralisée ; en d'autre terme on va décomposer notre système (modèle complet) en quatre sous systèmes (modèle quart de véhicule), et pour chaque sous-système, on associe une commande locale totalement indépendante des autres commandes.

Mais avant d'entamer la commande nous essayons de définir quelques critères de performances et de stabilité à satisfaire pour les suspensions automobiles.

Les critères de stabilité sont satisfaits car la suspension est un système stable en boucle ouverte (la suspension passive)

III.2 CRITERES DE PERFORMANCE POUR LES SUSPENSIONS, [7]

Dans la conception des systèmes à suspension active, deux critères majeurs sont pris en considération : le confort, par exemple, pourrait être exprimé par l'absence des vibrations mécaniques dans le véhicule ou les accélérations sur le passager, tandis que la sécurité signifie l'aptitude pour le véhicule de garder les roues en contact permanent avec le sol, autrement dit le tenue de route.

D'un point de vue technique, il est évident que le confort et la sécurité ne peuvent pas être améliorés sans limitations. N'importe quel système de suspension, lors de sa conception, est limité par la distance $Z_{caisse} - Z_{roue}$ appelée débattement de la suspension.

III.2.1 Confort

L'amélioration de confort des passagers dans un véhicule englobe plusieurs facteurs tels que par exemple les différents mouvements de la caisse, la qualité des sièges et leur design, la ventilation, la température, l'espace interne du véhicule, la manière de conduire du chauffeur ... etc.

Pour notre travail, améliorer le confort revient à diminuer et à minimiser le mouvement et l'accélération verticale de la caisse, les mouvements de roulis et de tangages sont aussi des sources de malaise, la diminution de ces mouvements améliore alors le confort.

III.2.2 Tenue de route

La suspension constitue l'élément fondamental pour la tenue de route, car c'est elle qui détermine la qualité de l'adhérence des pneus à la route, autrement dit de la tenue de route.

Donc la tenue de route peut se lier à la capacité du système à fournir une force horizontale, longitudinale (en cas d'accélération ou de freinage) et latérale (en cas de virage) entre le pneu et la route.

Dans notre cas, il n'y a que les profils verticaux sur les roues, qui sont pris en compte, cela revient donc, à vouloir que la roue suive le profil de la route.

III.2.3 Débattement de la suspension

Comme on a dit au début de ce paragraphe, les éléments constituant la suspension, possèdent un débattement limité. Il est donc important de prendre en compte, le débattement de la suspension dans la synthèse d'une loi de commande. Cependant, le débattement est nécessaire pour réaliser l'objectif de confort de la caisse.

III.3 CRITERES POUR LE QUART DE VEHICULE

Pour le modèle quart de véhicule la seule entrée de perturbation considérée est le profil vertical de la route. Les critères à satisfaire sont :

Le confort est directement étudié dans le déplacement vertical du châssis et l'accélération de ce déplacement. Ainsi un bon confort est obtenue en limitant au maximum le déplacement de la caisse Z_{caisse} (nul dans le cas idéal). Même chose pour l'accélération de la caisse \ddot{Z}_{caisse} , et l'allongement de cette accélération.

La tenue de route est caractérisée de la même façon pour les différents modèles (quart, demi et complet), Ce critère est exprimé par le déplacement vertical de la roue. Ainsi une meilleure adhérence, vérifiée en minimisant au maximum l'écrasement du pneu, on cherchera à annuler l'écart $Z_{roue} - Z_{sol}$ entre le déplacement du sol et celui de la roue.

En fin le problème de débattement de la suspension consiste à maintenir ce débattement entre des limites, on cherche alors à limiter le terme $Z_{caisse} - Z_{roue}$ de la suspension.

III.4 CRITERES POUR LE DEMI VEHICULE

Dans le cas du modèle demi véhicule, les critères de performances s'appliquent pour les déplacements linéaires et aussi pour les déplacements angulaires de la caisse (mouvement de tangage).

Un bon confort est obtenu en limitant au maximum les deux déplacements de la caisse, vertical Z_{caisse} , et angulaire θ_{caisse} . Même chose pour l'accélération vertical \ddot{Z}_{caisse} , et angulaire $\ddot{\theta}_{caisse}$ de la caisse.

Un tenue de route idéal, correspond à un écart nul entre le déplacement vertical de nos roues et celui de la route. Donc on cherche à minimiser ces écarts pour les roues avant $Z_{roue_f} - Z_{sol_f}$ et arrière $Z_{roue_r} - Z_{sol_r}$.

Le débattement est similaire au modèle quart de véhicule, c'est-à-dire $Z_{caisse_f} - Z_{roue_f}$ et $Z_{caisse_r} - Z_{roue_r}$ sont limités.

III.5 CRITERES POUR LE VEHICULE COMPLET

Pour ce modèle, on va prendre en considération le mouvement vertical, le roulis et le tangage de la caisse.

Un bon confort est obtenu par la limitation de déplacement vertical Z_{caisse} , le tangage θ_{caisse} et le roulis φ_{caisse} , et la même chose pour leurs accélérations.

Comme pour les modèles précédent, une bonne tenue de route se traduit par l'annulation de l'écart entre sol et roue ($Z_{roue_i} - Z_{sol_i}$ pour $i = 1$ à 4).

La même chose pour le débattement ($Z_{caisse_i} - Z_{roue_i}$ pour $i = 1$ à 4) qui sera limité pour chaque suspension.

III.6 STRATEGIE DE COMMANDE

Avant d'entamer la synthèse de notre commande, il faut d'abord choisir les variables à réguler et justifier ce choix.

Le but à viser c'est d'avoir un bon confort et une bonne tenue de route en même temps, donc de réaliser un compromis entre les deux critères.

Pour cela on va prendre comme variable à réguler, une version filtrée du débattement de la suspension. La justification de ce choix sera détaillée pour chaque type de suspension.

III.6.1 Modèle quart de véhicule, [6]

On va utiliser la technique de commandes par Backstepping pour obtenir une surface de glissement stable, et appropriée à notre système.

La variable à réguler adéquate qui nous permettrait d'atteindre les objectifs recherchés, tout en ayant une commande stable est la suivante :

$$z_1 = X_1 - \tilde{X}_3 \quad (\text{III.1})$$

Où X_1 est le déplacement du châssis et \tilde{X}_3 est la version filtrée du déplacement de la roue X_3 :

$$\tilde{X}_3 = \frac{\varepsilon}{s + \varepsilon} X_3 \quad (\text{Choisie pour avoir un signal de commande stable}). \quad (\text{III.2})$$

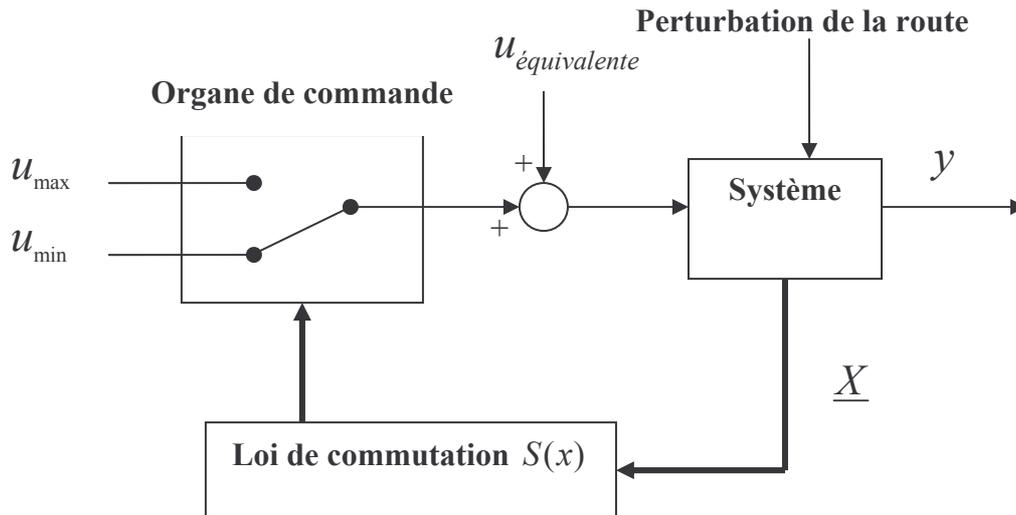


Figure III.1 : Structure de régulation pour le modèle quart de véhicule

La valeur de ε affecte évidemment la régulation :

Pour de petites valeurs d' ε , on obtient un filtrage de X_3 par un filtre passe-bas, donc la valeur régulée z_1 est essentiellement égale à X_1 (déplacement du châssis) tant que nous avons des perturbations de hautes fréquences, qui sont rejetées par le filtre, mais à très basses fréquences (des changements légers de la route) ; la valeur z_1 devient alors identique à la déflexion de la suspension $X_1 - X_3$. Dans ce cas précis, l'accent est mis sur l'aspect confort.

Si la valeur de ε est grande, des fréquences de plus en plus grandes peuvent passer à travers le filtre. La valeur régulée se rapproche de la déflexion de la suspension. Dans ce cas, on s'intéresse plutôt à la déflexion de la suspension qu'on cherche à minimiser et non au déplacement du châssis. Autrement dit, le confort n'est pas notre première préoccupation, de limiter la déflexion dans l'intervalle défini en la réduisant au maximum, [15].

On procède alors comme suit :

Etape1 :

Soit la fonction de Lyapunov $V_1 = \frac{1}{2} z_1^2$ (III.3)

La dérivée de cette fonction de Lyapunov est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1 \dot{z}_1 \\ &= z_1 (X_2 - \varepsilon (X_3 - \tilde{X}_3)) \\ &= z_1 (X_2 - \varepsilon X_3 + \varepsilon X_1 - \varepsilon z_1) \end{aligned} \quad (III.4)$$

On choisit la première commande virtuelle $\phi_1 = -c_1 z_1 - \varepsilon(X_1 - X_3)$ (III.5)

Ce qui donne $\dot{V}_1 = -(c_1 + \varepsilon).z_1^2 < 0$

On pose $z_2 = X_2 - \phi_1$ Donc $\dot{z}_1 = -(c_1 + \varepsilon)z_1 + z_2$ (III.6)

Etape 2 :

On prend la deuxième fonction de Lyapunov, $V_2 = \frac{1}{2}z_1^2 + \frac{1}{2}z_2^2$ (III.7)

La dérivée de cette fonction de Lyapunov est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= z_1(-c_1 + \varepsilon)z_1 + z_2(\dot{X}_2 - \dot{\phi}_1) \\ &= -(c_1 + \varepsilon)z_1^2 + z_1 z_2 + z_2 \left(-\frac{1}{m_s}(k_s(X_1 - X_3) + c_s(X_2 - X_4) - AX_5) - \dot{\phi}_1 \right) \end{aligned} \quad (III.8)$$

On choisit la deuxième commande virtuelle :

$$\phi_2 = \frac{m_s}{A}(-z_1 - c_2 z_2 + \frac{k_s}{m_s}(X_1 - X_3) + \frac{B_s}{m_s}(X_2 - X_4) + \dot{\phi}_1) \quad (III.9)$$

$$\text{avec } \dot{\phi}_1 = -c_1 \dot{z}_1 - \varepsilon(X_2 - X_4) \quad (III.10)$$

On assure alors que $\dot{V}_2 < 0$

On pose $z_3 = X_5 - \phi_2$ donc $\dot{z}_2 = \frac{A}{m_s}z_3 - z_1 - c_2 z_2$ (III.11)

Etape 3 :

On prend la troisième fonction de Lyapunov $V_3 = \frac{1}{2}z_1^2 + \frac{1}{2}z_2^2 + \frac{1}{2}z_3^2$ (III.12)

Ce qui donne

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 + z_3 \dot{z}_3 \\ &= -(c_1 + \varepsilon)z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_3 \left(\dot{z}_3 + \frac{A}{m_s} z_2 \right) \end{aligned} \quad (III.13)$$

$$\text{Avec } \dot{z}_3 = -\beta X_5 - \alpha A(X_2 - X_4) + \gamma w_3 X_6 - \dot{\phi}_2 \quad (III.14)$$

On choisit la troisième commande virtuelle :

$$\phi_3 = \frac{1}{\gamma w_3}(\beta X_5 + \alpha A(X_2 - X_4) + \dot{\phi}_2 - \frac{A}{m_s} z_2 - c_3 z_3) \quad (III.15)$$

Sachant que

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_2 &= \frac{A}{m_s}(-\dot{z}_1 - c_2 \dot{z}_2 + \frac{k_s}{m_s}(X_2 - X_4) + \frac{B_s}{m_s} w_1 + \ddot{\phi}_1) ; \\ w_1 &= -m_t(k_s(X_1 - X_3) + B_s(X_2 - X_4) - AX_5) + \frac{k_{us}}{m_{us}} X_3 ; \\ m_t &= \frac{1}{m_s} + \frac{1}{m_{us}} ; \\ \ddot{\phi}_1 &= -c_1(-(c_1 + \varepsilon)\dot{z}_1 + \dot{z}_2) - \varepsilon w_1 .\end{aligned}\tag{III.16}$$

On assure donc que $\dot{V}_3 < 0$

$$\text{On pose } S = X_6 - \phi_3 \quad \text{donc} \quad \dot{z}_3 = \gamma w_3 S - \frac{A}{m_s} z_2 - c_3 z_3\tag{III.17}$$

S est la surface de glissement pour la commande stabilisante.

Etape 4 :

$$\text{On choisit la fonction globale de Lyapounov } V_4 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} z_3^2 + \frac{1}{2} S^2\tag{III.18}$$

$$\text{Donc } \dot{V}_4 = z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 + z_3 \dot{z}_3 + S \dot{S}$$

$$\text{Si on pose } \dot{S} = -q \operatorname{sgn} S - k S \quad \text{avec} \quad q, k > 0\tag{III.19}$$

Sachant que :

$$\begin{aligned}\dot{S} &= \dot{X}_6 - \dot{\phi}_3 \\ &= \frac{1}{\tau}(u - X_6) - \dot{\phi}_3\end{aligned}\tag{III.20}$$

On assure donc que $\dot{V}_4 < 0$

Enfin La loi de commande résultante par mode de glissement est de la forme :

$$u = \tau(\dot{S} + \dot{\phi}_3) + X_6\tag{III.21}$$

Avec

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_3 &= \frac{1}{\gamma w_3}(\beta \dot{X}_5 + \alpha A w_1 + \ddot{\phi}_2 - \frac{A}{m_s} \dot{z}_2 - c_3 \dot{z}_3) \\ \ddot{\phi}_2 &= \frac{m_s}{A} \left[(c_1 + \varepsilon + c_2) \dot{z}_1 - (1 - c_2^2) \dot{z}_2 - c_2 \frac{A}{m_s} \dot{z}_3 + \frac{k_s}{m_s} w_1 + \frac{c_s}{m_s} \dot{w}_1 + \ddot{\phi}_1 \right]\end{aligned}$$

$$\dot{w}_1 = -m_t \left(k_s (X_2 - X_4) + B_s w_1 - A \dot{X}_5 \right) + \frac{k_{us}}{m_{us}} X_4 \quad (\text{III.22})$$

$$\ddot{\phi}_1 = -c_1 (c_1 + \varepsilon)^2 \dot{z}_1 + c_1 (c_1 + \varepsilon) \dot{z}_1 + c_1 c_2 \dot{z}_2 + c_1 \dot{z}_1 - \frac{c_1 A}{m_s} \dot{z}_3 - \varepsilon \dot{w}_1$$

Les termes c_1, c_2, c_3 sont des constantes positives.

III.6.2 Modèle demi véhicule, [6]

Dans ce cas on a deux variables à réguler :

1) la première variable est z_1 tel que :

$$z_1 = X_1 - aX_3 - \tilde{X}_5 \quad (\text{III.23})$$

Où $X_1 - aX_3$ est le déplacement de la partie avant de la caisse et \tilde{X}_5 est la version filtrée du déplacement de la roue avant X_5 :

$$\tilde{X}_5 = \frac{\varepsilon}{s + \varepsilon} X_5 \quad (\text{Choisie pour avoir un signal de commande stable}). \quad (\text{III.24})$$

2) la deuxième variable z_4 tel que

$$z_4 = X_1 + bX_3 - \tilde{X}_7 \quad (\text{III.25})$$

Où $X_1 + bX_3$ est le déplacement de la partie arrière de la caisse et \tilde{X}_7 est la version filtrée du déplacement de la roue arrière X_7 :

$$\tilde{X}_7 = \frac{\varepsilon}{s + \varepsilon} X_7 \quad (\text{Choisie pour avoir un signal de commande stable}). \quad (\text{III.26})$$

Le choix de la valeur de ε dépend des objectifs recherchés ; si ε est grand l'accent est mis sur l'aspect confort. Si ε est petit on s'intéresse plutôt à la déflexion de la suspension, [15].

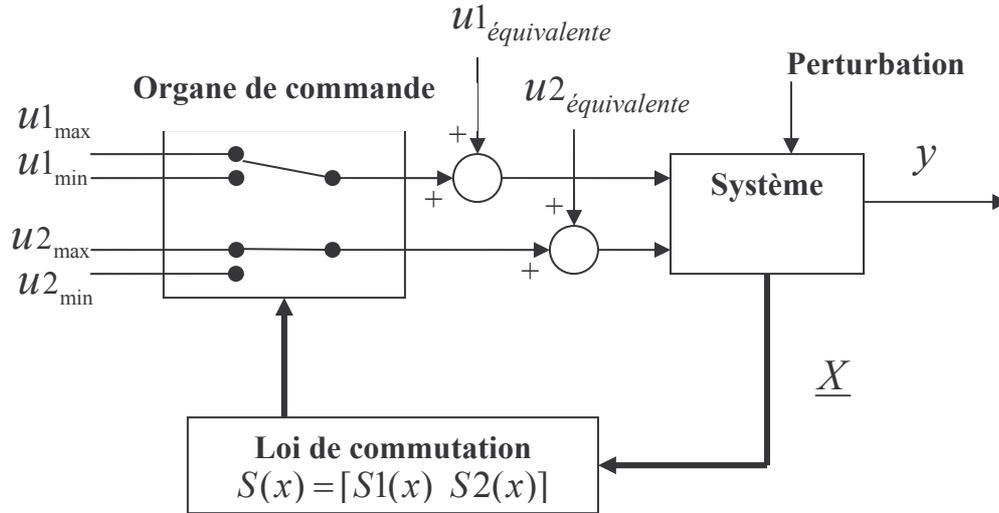


Figure III. 2 : Structure de régulation pour le modèle demi véhicule

On procède alors comme suit :

Etape 1 :

Soit la fonction de Lyapunov $V_1 = \frac{1}{2} z_1^2$ (III.27)

La dérivée de cette fonction de Lyapunov est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1 \dot{z}_1 \\ &= z_1 (X_2 - aX_4 - \varepsilon X_5 + \varepsilon (X_1 - aX_3) - \varepsilon z_1) \end{aligned} \quad (III.28)$$

On choisit la première commande virtuelle $\phi_1 = -c_1 z_1 - \varepsilon (X_1 - aX_3 - X_5)$ (III.29)

Ce qui donne $\dot{V}_1 = -(c_1 + \varepsilon) z_1^2 < 0$

On pose $z_2 = X_2 - aX_4 - \phi_1$ Donc $\dot{z}_1 = -(c_1 + \varepsilon) z_1 + z_2$ (III.30)

Etape 2 :

On prend la deuxième fonction de Lyapunov, $V_2 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2$ (III.31)

La dérivée de cette fonction de Lyapunov est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= z_1 (-(c_1 + \varepsilon) z_1 + z_2) + z_2 (\dot{X}_2 - a\dot{X}_4 - \dot{\phi}_1) \\ &= -(c_1 + \varepsilon) z_1^2 + z_1 z_2 + z_2 \left[\alpha_1 - a\alpha_2 + \left(\frac{A_p}{m_s} + a^2 \frac{A_p}{I_{yy}} \right) X_9 + \left(\frac{A_p}{m_s} - ab \frac{A_p}{I_{yy}} \right) X_{10} - \dot{\phi}_1 \right] \end{aligned} \quad (III.32)$$

On choisit la deuxième commande virtuelle :

$$\phi_2 = -z_1 - c_2 z_2 - \alpha_1 + a\alpha_2 + \dot{\phi}_1 \quad (\text{III.33})$$

avec $\dot{\phi}_1 = -c_1 \dot{z}_1 - \varepsilon(X_2 - aX_4 - X_6)$

$$\begin{aligned} \alpha_1 = & -\frac{k_{sf} + k_{sr}}{m_s} X_1 - \frac{B_{sf} + B_{sr}}{m_s} X_2 + \frac{ak_{sf} - bk_{sr}}{m_s} X_3 + \frac{aB_{sf} - bB_{sr}}{m_s} X_4 \\ & + \frac{k_{sf}}{m_s} X_5 + \frac{B_{sf}}{m_s} X_6 + \frac{k_{sr}}{m_s} X_7 + \frac{B_{sr}}{m_s} X_8 \\ \alpha_2 = & \frac{ak_{sf} - bk_{sr}}{I_{yy}} X_1 + \frac{aB_{sf} - bB_{sr}}{I_{yy}} X_2 - \frac{a^2 k_{sf} + b^2 k_{sr}}{I_{yy}} X_3 \\ & - \frac{a^2 B_{sf} + b^2 B_{sr}}{I_{yy}} X_4 - \frac{aK_{sf}}{I_{yy}} X_5 - \frac{aB_{sf}}{I_{yy}} X_6 + \frac{bk_{sr}}{I_{yy}} X_7 + \frac{bB_{sr}}{I_{yy}} X_8 \end{aligned} \quad (\text{III.34})$$

On assure alors que $\dot{V}_2 < 0$

On pose $z_3 = c_{f9} X_9 + c_{f10} X_{10} - \phi_2$ (III.35)

Tels que :

$$\begin{aligned} c_{f9} &= \frac{A_p}{m_s} + a^2 \frac{A_p}{I_{yy}} \\ c_{f10} &= \frac{A_p}{m_s} - ab \frac{A_p}{I_{yy}} \end{aligned} \quad (\text{III.36})$$

donc $\dot{z}_2 = z_3 - z_1 - c_2 z_2$ (III.37)

Etape 3 :

On prend la troisième fonction de Lyapunov $V_3 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} z_3^2$ (III.38)

Ce qui donne

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 + z_3 \dot{z}_3 \\ &= -(c_1 + \varepsilon) z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_3 (\dot{z}_3 + z_2) \end{aligned} \quad (\text{III.39})$$

avec $\dot{z}_3 = c_{f9} \alpha_{2f} + c_{f10} \alpha_{2r} + c_{f11} X_{11} + c_{f12} X_{12} - \dot{\phi}_2$ (III.40)

et $\alpha_{2f} = -\beta_f X_9 - \alpha_f A_p (X_2 - aX_4 - X_6)$

$$\alpha_{2r} = -\beta_r X_{10} - \alpha_r A_p (X_2 + bX_4 - X_6) \quad (\text{III.41})$$

$$c_{f11} = c_{f9} w_f \gamma_f$$

$$c_{f12} = c_{f10} w_r \gamma_r$$

On choisit la troisième commande virtuelle :

$$\phi_3 = -c_{f9}\alpha_{2f} - c_{f10}\alpha_{2r} + \dot{\phi}_2 - z_2 - c_3 z_3 \quad (\text{III.42})$$

Sachant que

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_2 &= -\dot{z}_1 - c_2 \dot{z}_2 - \dot{\alpha}_1 + a\dot{\alpha}_2 + \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_1 &= -c_1 \ddot{z}_1 - \varepsilon(\dot{X}_2 - a\dot{X}_4 - \dot{X}_6) \\ \ddot{z}_1 &= ((c_1 + \varepsilon)^2 - 1)z_1 - (c_1 + c_2 + \varepsilon)z_2 + z_3 \end{aligned} \quad (\text{III.43})$$

On assure donc que $\dot{V}_3 < 0$

$$\text{On pose } S_1 = c_{f11}X_{11} + c_{f12}X_{12} - \phi_3 \quad \text{donc} \quad \dot{z}_3 = S_1 - z_2 - c_3 z_3 \quad (\text{III.44})$$

S_1 est la première surface de glissement pour la commande stabilisante.

Etape 4 :

$$\text{On choisit la quatrième fonction de Lyapunov } V_4 = \frac{1}{2}z_1^2 + \frac{1}{2}z_2^2 + \frac{1}{2}z_3^2 + \frac{1}{2}S_1^2 \quad (\text{III.45})$$

$$\text{Et donc ; } \dot{V}_4 = z_1\dot{z}_1 + z_2\dot{z}_2 + z_3\dot{z}_3 + S_1\dot{S}_1$$

$$\text{Si on pose } \dot{S}_1 = -q_1 \text{sgn } S_1 - k_1 S_1 \quad \text{avec } q_1, k_1 > 0 \quad (\text{III.46})$$

Sachant que :

$$\dot{S}_1 = \frac{c_{f11}}{\tau}(u_f - X_{11}) + \frac{c_{f12}}{\tau}(u_r - X_{12}) - \dot{\phi}_3 \quad (\text{III.47})$$

On assure donc que $\dot{V}_4 < 0$

Enfin La première équation à résoudre pour les deux commandes est de la forme :

$$c_{f11}u_f + c_{f12}u_r = \tau(\dot{S}_1 + \dot{\phi}_3) + c_{f11}X_{11} + c_{f12}X_{12} \quad (\text{III.48})$$

Avec

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_3 &= -c_{f9}\dot{\alpha}_{2f} - c_{f10}\dot{\alpha}_{2r} + \ddot{\phi}_2 - \dot{z}_2 - c_3\dot{z}_3 \\ \ddot{\phi}_2 &= -\ddot{z}_1 - c_2\ddot{z}_2 - \ddot{\alpha}_1 + a\ddot{\alpha}_2 + \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{z}_2 &= (c_1 + c_2 + \varepsilon)z_1 + (c_2^2 - 2)z_2 - (c_2 + c_3)z_3 + S_1 \\ \ddot{\phi}_1 &= -c_1\ddot{z}_1 - \varepsilon(\ddot{X}_2 - a\ddot{X}_4 - \ddot{X}_6) \\ \ddot{z}_1 &= -(c_1 + \varepsilon)\ddot{z}_1 + \ddot{z}_2 \end{aligned} \quad (\text{III.49})$$

Etape 5 :

Soit la cinquième fonction de Lyapunov $V_5 = V_4 + \frac{1}{2}z_5^2$ (III.50)

La dérivée de cette fonction de Lyapunov est :

$$\begin{aligned}\dot{V}_5 &= \dot{V}_4 + z_4\dot{z}_4 \\ &= \dot{V}_4 + z_4(X_2 + bX_4 - \varepsilon X_7 + \varepsilon(X_1 + bX_3) - \varepsilon z_4)\end{aligned}$$
 (III.51)

On choisit la quatrième commande virtuelle $\phi_4 = -c_4 z_4 - \varepsilon(X_1 + bX_3 - X_7)$ (III.52)

Ce qui donne $\dot{V}_5 < 0$

On pose $z_5 = X_2 + bX_4 - \phi_4$ Donc $\dot{z}_4 = -(c_4 + \varepsilon)z_4 + z_5$ (III.53)

Etape 6 :

On prend la sixième fonction de Lyapunov, $V_6 = V_4 + \frac{1}{2}z_4^2 + \frac{1}{2}z_5^2$ (III.54)

La dérivée de cette fonction de Lyapunov est :

$$\dot{V}_6 = \dot{V}_4 - (c_4 + \varepsilon)z_4^2 + z_4 z_5 + z_5 \left[\alpha_1 + b\alpha_2 + \left(\frac{A_p}{m_s} - ab \frac{A_p}{I_{yy}} \right) X_9 + \left(\frac{A_p}{m_s} b^2 \frac{A_p}{I_{yy}} \right) X_{10} - \dot{\phi}_4 \right]$$
 (III.55)

On choisit la cinquième commande virtuelle :

$$\phi_5 = -z_4 - c_5 z_5 - \alpha_1 - b\alpha_2 + \dot{\phi}_4$$
 (III.56)

avec $\dot{\phi}_4 = -c_4 \dot{z}_4 - \varepsilon(X_2 + bX_4 - X_8)$ (III.57)

On assure alors que $\dot{V}_6 < 0$

On pose $z_6 = c_{r9} X_9 + c_{r10} X_{10} - \phi_5$ (III.58)

Tels que

$$\begin{aligned}c_{r9} &= \frac{A_p}{m_s} - ab \frac{A_p}{I_{yy}} \\ c_{r10} &= \frac{A_p}{m_s} + b^2 \frac{A_p}{I_{yy}}\end{aligned}$$
 (III.59)

donc $\dot{z}_5 = z_6 - z_4 - c_5 z_5$ (III.60)

Etape 7 :

On prend la septième fonction de Lyapunov $V_7 = V_4 + \frac{1}{2}z_4^2 + \frac{1}{2}z_5^2 + \frac{1}{2}z_6^2$ (III.61)

Ce qui donne

$$\begin{aligned}\dot{V}_7 &= \dot{V}_4 + z_4\dot{z}_4 + z_5\dot{z}_5 + z_6\dot{z}_6 \\ &= -(c_4 + \varepsilon)z_4^2 - c_5z_5^2 + z_6(\dot{z}_6 + z_5)\end{aligned}\quad (III.62)$$

$$\text{avec} \quad \dot{z}_6 = c_{r9}\alpha_{2f} + c_{r10}\alpha_{2r} + c_{r11}\dot{X}_{11} + c_{r12}\dot{X}_{12} - \dot{\phi}_5 \quad (III.63)$$

$$\begin{aligned}\text{et} \quad c_{r11} &= c_{r9}W_f\gamma_f \\ c_{r12} &= c_{r10}W_r\gamma_r\end{aligned}\quad (III.64)$$

On choisit la sixième commande virtuelle :

$$\phi_6 = -c_{r9}\alpha_{2f} - c_{r10}\alpha_{2r} + \dot{\phi}_5 - z_5 - c_6z_6 \quad (III.65)$$

Sachant que

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_5 &= -\dot{z}_4 - c_5\dot{z}_5 - \dot{\alpha}_1 - b\dot{\alpha}_2 + \ddot{\phi}_4 \\ \ddot{\phi}_4 &= -c_4\ddot{z}_4 - \varepsilon(\dot{X}_2 + b\dot{X}_4 - \dot{X}_8) \\ \ddot{z}_4 &= ((c_4 + \varepsilon)^2 - 1)z_4 - (c_4 + c_5 + \varepsilon)z_5 + z_6\end{aligned}\quad (III.66)$$

On assure donc que $\dot{V}_7 < 0$

$$\text{On pose } S_2 = c_{r11}\dot{X}_{11} + c_{r12}\dot{X}_{12} - \phi_6 \quad \text{donc} \quad \dot{z}_6 = S_2 - z_5 - c_6z_6 \quad (III.68)$$

S_2 est la deuxième surface de glissement pour la commande stabilisante.

Etape 8 :

Enfin on choisit la fonction globale de Lyapunov

$$V_8 = V_4 + \frac{1}{2}z_4^2 + \frac{1}{2}z_5^2 + \frac{1}{2}z_6^2 + \frac{1}{2}S_2^2 \quad (III.69)$$

$$\text{Et donc ; } \dot{V}_8 = \dot{V}_4 + z_4\dot{z}_4 + z_5\dot{z}_5 + z_6\dot{z}_6 + S_2\dot{S}_2$$

$$\text{Si on pose } \dot{S}_2 = -q_2 \operatorname{sgn} S_2 - k_2 S_2 \text{ avec } q_2, k_2 > 0 \quad (III.70)$$

Sachant que :

$$\dot{S}_2 = \frac{c_{r11}}{\tau}(u_f - X_{11}) + \frac{c_{r12}}{\tau}(u_r - X_{12}) - \dot{\phi}_6 \quad (III.71)$$

On assure donc que $\dot{V}_8 < 0$

Enfin, la deuxième équation à résoudre pour les deux commandes est de la forme :

$$c_{r11}u_f + c_{r12}u_r = \tau(\dot{S}_2 + \dot{\phi}_6) + c_{r11}X_{11} + c_{r12}X_{12} \quad (\text{III.72})$$

Avec

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_6 &= -c_{r9}\dot{\alpha}_{2f} - c_{r10}\dot{\alpha}_{2r} + \ddot{\phi}_5 - \dot{z}_5 - c_6\dot{z}_6 \\ \ddot{\phi}_5 &= -\ddot{z}_4 - c_5\ddot{z}_5 - \ddot{\alpha}_1 - b\ddot{\alpha}_2 + \ddot{\phi}_4 \\ \ddot{z}_5 &= (c_4 + c_5 + \varepsilon)z_4 + (c_5^2 - 2)z_5 - (c_5 + c_6)z_6 + S_2 \\ \ddot{\phi}_4 &= -c_4\ddot{z}_4 - \varepsilon(\ddot{X}_5 + b\ddot{X}_4 - \ddot{X}_8) \\ \ddot{z}_4 &= -(c_4 + \varepsilon)\ddot{z}_4 + \ddot{z}_5 \end{aligned} \quad (\text{III.73})$$

On peut avoir la commande stabilisante $u = \begin{bmatrix} u_f \\ u_r \end{bmatrix}$ par mode de glissement comme suit :

$$u = \begin{bmatrix} c_{f11} & c_{f12} \\ c_{r11} & c_{r12} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \tau(\dot{S}_1 + \dot{\phi}_3) + c_{f11}X_{11} + c_{f12}X_{12} \\ \tau(\dot{S}_2 + \dot{\phi}_6) + c_{r11}X_{11} + c_{r12}X_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{III.74})$$

Les termes $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$ sont des constantes positives.

III.6.3 Modèle complet de véhicule

Dans ce cas de modèle, nous avons essayé de synthétiser une loi de commande par backstepping basé sur une système centralisé, mais la complexité de calculs et le nombre élevé des étapes (16 étapes) nous ont empêché d'arriver à des bons résultats.

Nous avons décomposé alors le système globale en quatre sous systèmes qui représentent évidemment quatre quarts de véhicule (Figure III. 3), afin d'avoir une structure de commande décentralisée (DVSC), [8,12].

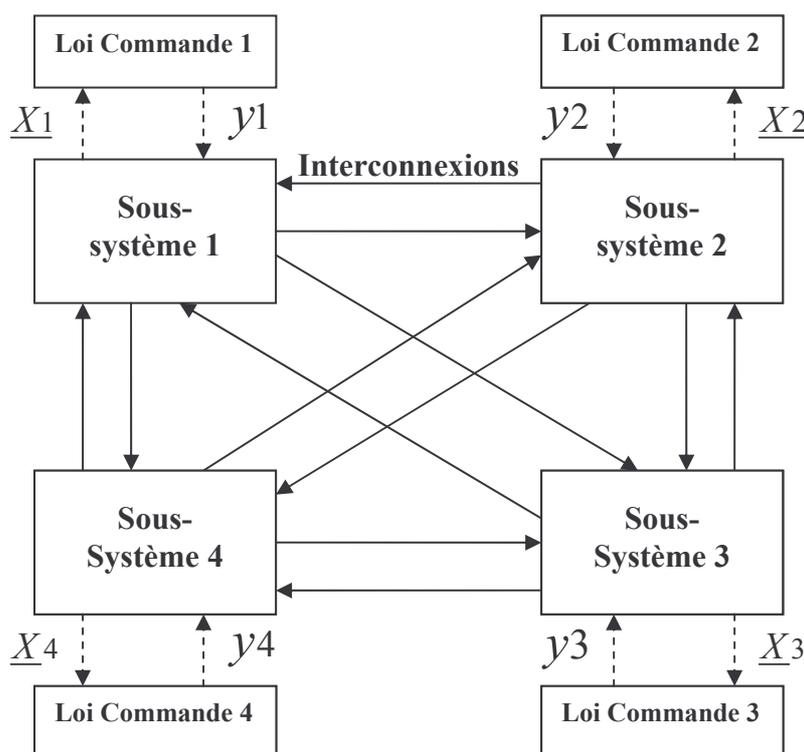


Figure III. 3 : Schémas de la structure de commande décentralisée.

Le modèle complet de véhicule représente un exemple idéal pour les systèmes à structure décentralisé car il contient quatre sous systèmes identiques (mono roue), et chaque sous système est commandé indépendamment des autres sous systèmes.

Les variables d'état de chaque sous système sont définis comme suit :

1) pour le sous système s_1 (quart de véhicule avant gauche) on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{11} = X_1 - aX_3 + 0.5wX_5 \\ x_{12} = X_2 - aX_4 + 0.5wX_6 \\ x_{13} = X_7 \\ x_{14} = X_8 \\ x_{15} = X_{15} \\ x_{16} = X_{19} \end{array} \right. \quad (\text{III.75})$$

2) pour le sous système s_2 (quart de véhicule avant droite) on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{21} = X_1 - aX_3 - 0.5wX_5 \\ x_{22} = X_2 - aX_4 - 0.5wX_6 \\ x_{23} = X_9 \\ x_{24} = X_{10} \\ x_{25} = X_{16} \\ x_{26} = X_{20} \end{array} \right. \quad (\text{III.76})$$

3) pour le sous système s_3 (quart de véhicule arrière gauche) on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{31} = X_1 + bX_3 + 0.5wX_5 \\ x_{32} = X_2 + bX_4 + 0.5wX_6 \\ x_{33} = X_{11} \\ x_{34} = X_{12} \\ x_{35} = X_{17} \\ x_{36} = X_{21} \end{array} \right. \quad (\text{III.77})$$

4) pour le sous système s_4 (quart de véhicule arrière droite) on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{41} = X_1 + bX_3 - 0.5wX_5 \\ x_{42} = X_2 + bX_4 - 0.5wX_6 \\ x_{43} = X_{13} \\ x_{44} = X_{14} \\ x_{45} = X_{18} \\ x_{46} = X_{22} \end{array} \right. \quad (\text{III.78})$$

Avec les X_i et $i = 1, \dots, 22$ sont des variables d'état pour le modèle complet (équation (I.39)).

Pour synthétiser la commande décentralisée par mode de glissement on utilise les résultats obtenus dans le cas du modèle quart de véhicule (équations III.3...III.22), [6,15].

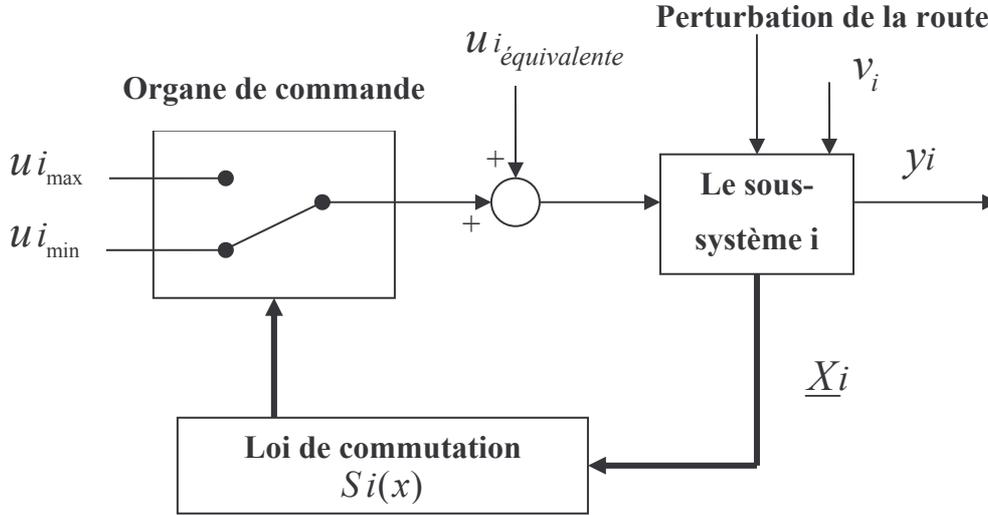


Figure III. 4 : Structure de régulation pour un sous-système i

Donc on procède comme suit :

Pour $i = 1, 2, 3, 4$

Le modèle d'état est le suivant :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{i1} &= x_{i2} \\
 \dot{x}_{i2} &= -\frac{1}{m_{Si}} \{ k_{is} \cdot (x_{i1} - x_{i3}) + B_{is} \cdot (x_{i2} - x_{i4}) - A_p \cdot x_{i5} \} + v_i \\
 \dot{x}_{i3} &= x_{i4} \\
 \dot{x}_{i4} &= \frac{1}{m_{us}} \{ k_{is} \cdot (x_{i1} - x_{i3}) + B_{is} \cdot (x_{i2} - x_{i4}) - k_{uf} \cdot (x_{i3} - Z_{ri}) - A_p \cdot x_{i5} \} \\
 \dot{x}_{i5} &= -\beta \cdot x_{i5} - \alpha \cdot A_p \cdot (x_{i2} - x_{i4}) + \gamma \omega_i \cdot x_{i6} \\
 \dot{x}_{i6} &= \frac{1}{\tau} (u_i - x_{i6}).
 \end{aligned} \tag{III.79}$$

$$avec \quad \omega_i = \operatorname{sgn} [P_s - \operatorname{sgn}(x_{i6}) \cdot x_{i5}] \cdot \sqrt{|P_s - \operatorname{sgn}(x_{i6}) \cdot x_{i5}|}.$$

$$\frac{1}{m_{s1}} = \frac{1}{m_{s2}} = \frac{1}{m_s} + \frac{a^2}{I_{yy}} + \frac{w^2}{4I_{xx}}$$

$$\frac{1}{m_{s3}} = \frac{1}{m_{s4}} = \frac{1}{m_s} + \frac{b^2}{I_{yy}} + \frac{w^2}{4I_{xx}}$$

$$\begin{aligned}
v_1 = & \left(-\frac{1}{m_s} - \frac{a^2}{I_{yy}} + \frac{w^2}{4I_{xx}} \right) \left[k_{sf}(x_{21} - x_{23}) + b_{sf}(x_{22} - x_{24}) - A_p x_{25} \right] \\
& + \left(-\frac{1}{m_s} + \frac{ab}{I_{yy}} - \frac{w^2}{4I_{xx}} \right) \left[k_{sr}(x_{31} - x_{33}) + b_{sr}(x_{32} - x_{34}) - A_p x_{35} \right] \\
& + \left(-\frac{1}{m_s} + \frac{ab}{I_{yy}} + \frac{w^2}{4I_{xx}} \right) \left[k_{sr}(x_{41} - x_{43}) + b_{sr}(x_{42} - x_{44}) - A_p x_{45} \right]
\end{aligned} \tag{III.80}$$

$$\begin{aligned}
v_2 = & \left(-\frac{1}{m_s} - \frac{a^2}{I_{yy}} + \frac{w^2}{4I_{xx}} \right) \left[k_{sf}(x_{11} - x_{13}) + b_{sf}(x_{12} - x_{14}) - A_p x_{15} \right] \\
& + \left(-\frac{1}{m_s} + \frac{ab}{I_{yy}} + \frac{w^2}{4I_{xx}} \right) \left[k_{sr}(x_{31} - x_{33}) + b_{sr}(x_{32} - x_{34}) - A_p x_{35} \right] \\
& + \left(-\frac{1}{m_s} + \frac{ab}{I_{yy}} - \frac{w^2}{4I_{xx}} \right) \left[k_{sr}(x_{41} - x_{43}) + b_{sr}(x_{42} - x_{44}) - A_p x_{45} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_3 = & \left(-\frac{1}{m_s} + \frac{ab}{I_{yy}} - \frac{w^2}{4I_{xx}} \right) \left[k_{sf}(x_{11} - x_{13}) + b_{sf}(x_{12} - x_{14}) - A_p x_{15} \right] \\
& + \left(-\frac{1}{m_s} + \frac{ab}{I_{yy}} + \frac{w^2}{4I_{xx}} \right) \left[k_{sf}(x_{21} - x_{23}) + b_{sf}(x_{22} - x_{24}) - A_p x_{25} \right] \\
& + \left(-\frac{1}{m_s} - \frac{b^2}{I_{yy}} + \frac{w^2}{4I_{xx}} \right) \left[k_{sr}(x_{41} - x_{43}) + b_{sr}(x_{42} - x_{44}) - A_p x_{45} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_4 = & \left(-\frac{1}{m_s} + \frac{ab}{I_{yy}} + \frac{w^2}{4I_{xx}} \right) \left[k_{sf}(x_{11} - x_{13}) + b_{sf}(x_{12} - x_{14}) - A_p x_{15} \right] \\
& + \left(-\frac{1}{m_s} + \frac{ab}{I_{yy}} - \frac{w^2}{4I_{xx}} \right) \left[k_{sf}(x_{21} - x_{23}) + b_{sf}(x_{22} - x_{24}) - A_p x_{25} \right] \\
& + \left(-\frac{1}{m_s} - \frac{b^2}{I_{yy}} + \frac{w^2}{4I_{xx}} \right) \left[k_{sr}(x_{31} - x_{33}) + b_{sr}(x_{32} - x_{34}) - A_p x_{35} \right]
\end{aligned}$$

v_i contient les paramètres d'interconnexion (variables états des autres sous-systèmes), il est pris donc comme une perturbation.

$$\text{Donc avec le choix de : } \dot{S}_i = -q_i \operatorname{sgn} S_i - k_i S_i \quad \text{où} \quad k_i, q_i > 0 \tag{III.81}$$

La commande résultante est :

$$u_i = \tau(\dot{S}_i + \dot{\phi}_{i3}) + x_{i6} \quad (\text{III.82})$$

Tels que :

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{i3} &= \frac{\varepsilon}{s + \varepsilon} x_{i3} \\ z_{i1} &= x_{i1} - \tilde{x}_{i3} \\ z_{i3} &= x_{i5} - \phi_{i2} \\ z_{i2} &= x_{i2} - \phi_{i1} \\ \dot{z}_{i1} &= -(c_{i1} + \varepsilon)z_{i1} + z_{i2} \\ \dot{z}_{i2} &= \frac{A_p}{m_{si}} z_{i3} - z_{i1} - c_{i2}z_{i2} \\ \dot{z}_{i3} &= \gamma w_i S_i - \frac{A_p}{m_{si}} z_{i2} - c_{i3}z_{i3} \\ \phi_{i1} &= -c_{i1}z_{i1} - \varepsilon(x_{i1} - x_{i3}) \\ \dot{\phi}_{i1} &= -c_{i1}\dot{z}_{i1} - \varepsilon(x_{i2} - x_{i4}) \\ \ddot{\phi}_{i1} &= -c_{i1}(c_{i1} + \varepsilon)^2 \dot{z}_{i1} + c_{i1}(c_{i1} + \varepsilon)\dot{z}_{i1} + c_{i1}c_{i2}\dot{z}_{i2} + c_{i1}\dot{z}_{i1} - \frac{c_{i1}A_p}{m_{si}} \dot{z}_{i3} - \varepsilon\dot{w}_{i1} \\ \phi_{i2} &= \frac{m_{si}}{A_p} (-z_{i1} - c_{i2}z_{i2} + \frac{k_{is}}{m_{si}}(x_{i1} - x_{i3}) + \frac{B_{is}}{m_{si}}(x_{i2} - x_{i4}) + \dot{\phi}_{i1}) \\ \ddot{\phi}_{i2} &= \frac{m_{si}}{A_p} \left[(c_{i1} + \varepsilon + c_{i2})\dot{z}_{i1} - (1 - c_{i2}^2)\dot{z}_{i2} - c_{i2}\frac{A_p}{m_{si}}\dot{z}_{i3} + \frac{k_{is}}{m_{si}}w_{i1} + \frac{B_{is}}{m_{si}}\dot{w}_{i1} + \ddot{\phi}_{i1} \right] \\ w_{i1} &= -m_{ii}(k_{is}(x_{i1} - x_{i3}) + B_{is}(x_{i2} - x_{i4}) - A_p x_{i5}) + \frac{k_{us}}{m_{us}}x_{i3} \\ \dot{w}_{i1} &= -m_{ii}(k_{is}(x_{i2} - x_{i4}) + B_{is}w_{i1} - A_p \dot{x}_{i5}) + \frac{k_{us}}{m_{us}}x_{i4} \\ \dot{\phi}_{i3} &= \frac{1}{\gamma w_i} (\beta \dot{x}_{i5} + \alpha A_p w_{i1} + \ddot{\phi}_{i2} - \frac{A_p}{m_{si}} \dot{z}_{i2} - c_{i3} \dot{z}_{i3}) \\ m_{ii} &= \frac{1}{m_{si}} + \frac{1}{m_{us}} \\ k_{1s} &= k_{2s} = k_{sf} \\ k_{3s} &= k_{4s} = k_{sr} \end{aligned} \quad (\text{III.83})$$

Les termes c_{ij} avec $j = 1, \dots, 4$ sont des constantes positives.

III.7 SIMULATION

Dans cette partie, nous simulerons les réponses temporelles de la suspension active basée sur un modèle non linéaire avec actionneur hydraulique, et commandée par mode de glissement. Les résultats obtenus seront comparés avec un régulateur PID et la suspension passive. Les perturbations utilisées sont les plus communes et les plus rencontrées dans la vie quotidienne (dos d'âne, trottoirs), [2,3,7].

Les tests de robustesse vis-à-vis aux variations des paramètres du système seront basés sur la variation de la charge de notre véhicule. Ainsi que les tests concernant les critères de performance (confort, tenue de route) seront effectués en fonction de la variation du paramètre ε .

Ces simulations concernent les trois modèles de véhicule déjà traités dans le premier chapitre.

Il faut noter que les résultats qui suivent peuvent être améliorée en cherchant des valeurs optimales pour nos constantes et nos paramètres, cela peut être illustré par l'ajout d'algorithmes plus complexes.

III.7.1 Modèle quart de véhicule

Les simulations suivantes sont effectuées à une vitesse de 10Km/h pour trois valeurs différentes de ε , puis pour une variation de la charge de véhicule Δm , et cela en utilisant les deux types de perturbations, trottoir et dos d'âne définis comme suit :

- Le trottoir est simulé par un échelon d'amplitude = 0.2m.
- Le dos d'âne est simulé par une demi sinusoïde d'amplitude = 0.2m et de largeur de 2m.

Dans toutes les simulations effectuées, les courbes seront représentées comme suit :

- ⇒ La couleur **verte** pour les courbes obtenues avec le régulateur PID.
- ⇒ La couleur **rouge** pour les courbes obtenues par la suspension passive.
- ⇒ La couleur **bleue** pour les courbes obtenues par le régulateur à mode glissant.

III.7.1.1 Etude de la performance

Pour $\varepsilon = 30$, les résultats obtenus sont les suivants :

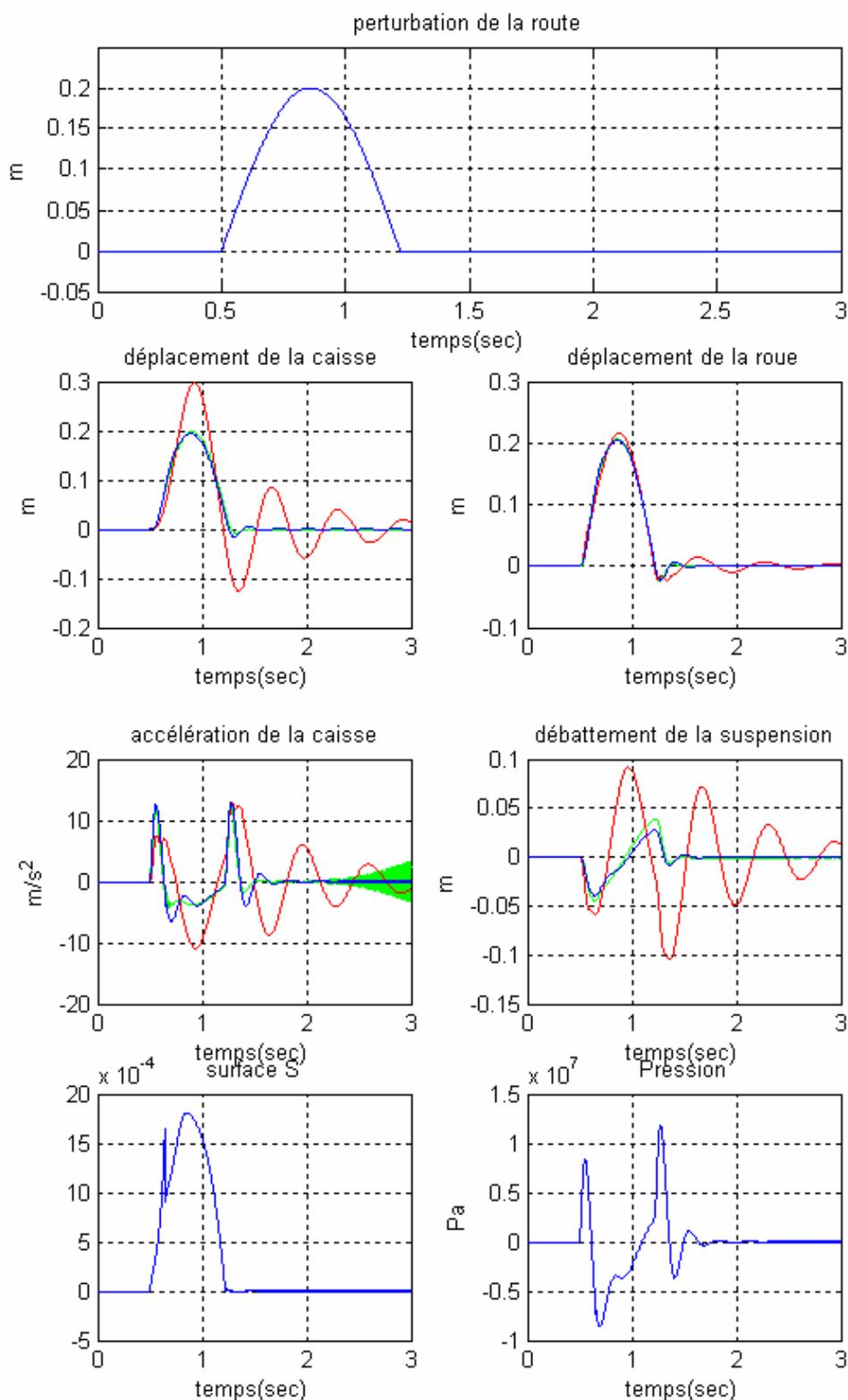


Figure III.5 : Passage sur dos d'âne avec $\varepsilon = 30$ et $V = 10$ km/h (quart de véhicule).

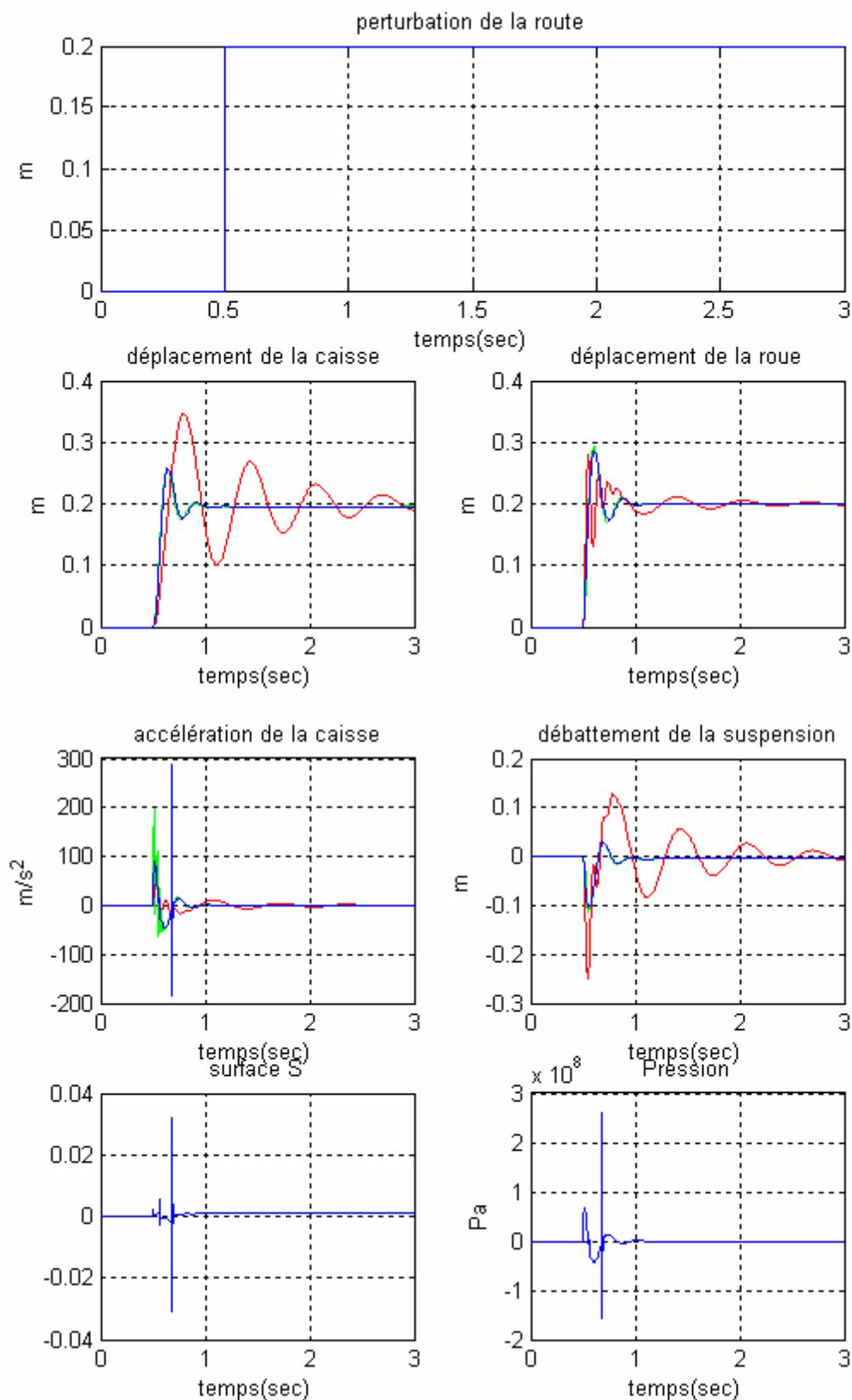


Figure III.6 : Montée sur trottoir avec $\varepsilon=30$ et $V=10$ km/h (quart de véhicule).

Pour $\varepsilon=5$, les résultats obtenus sont les suivant :

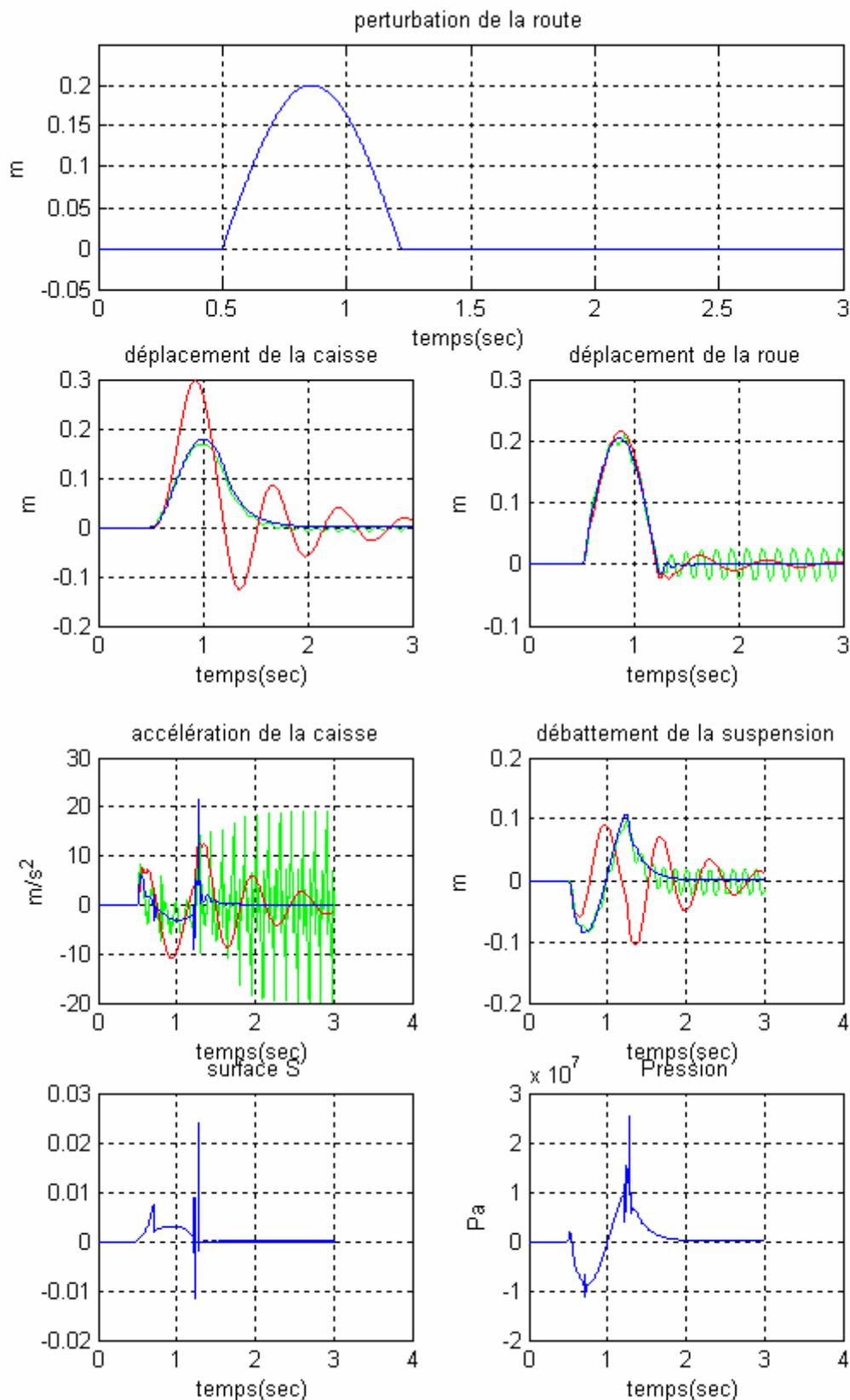


Figure III.7 : Passage sur dos d'âne avec $\varepsilon=5$ et $V=10\text{km/h}$ (quart de véhicule).

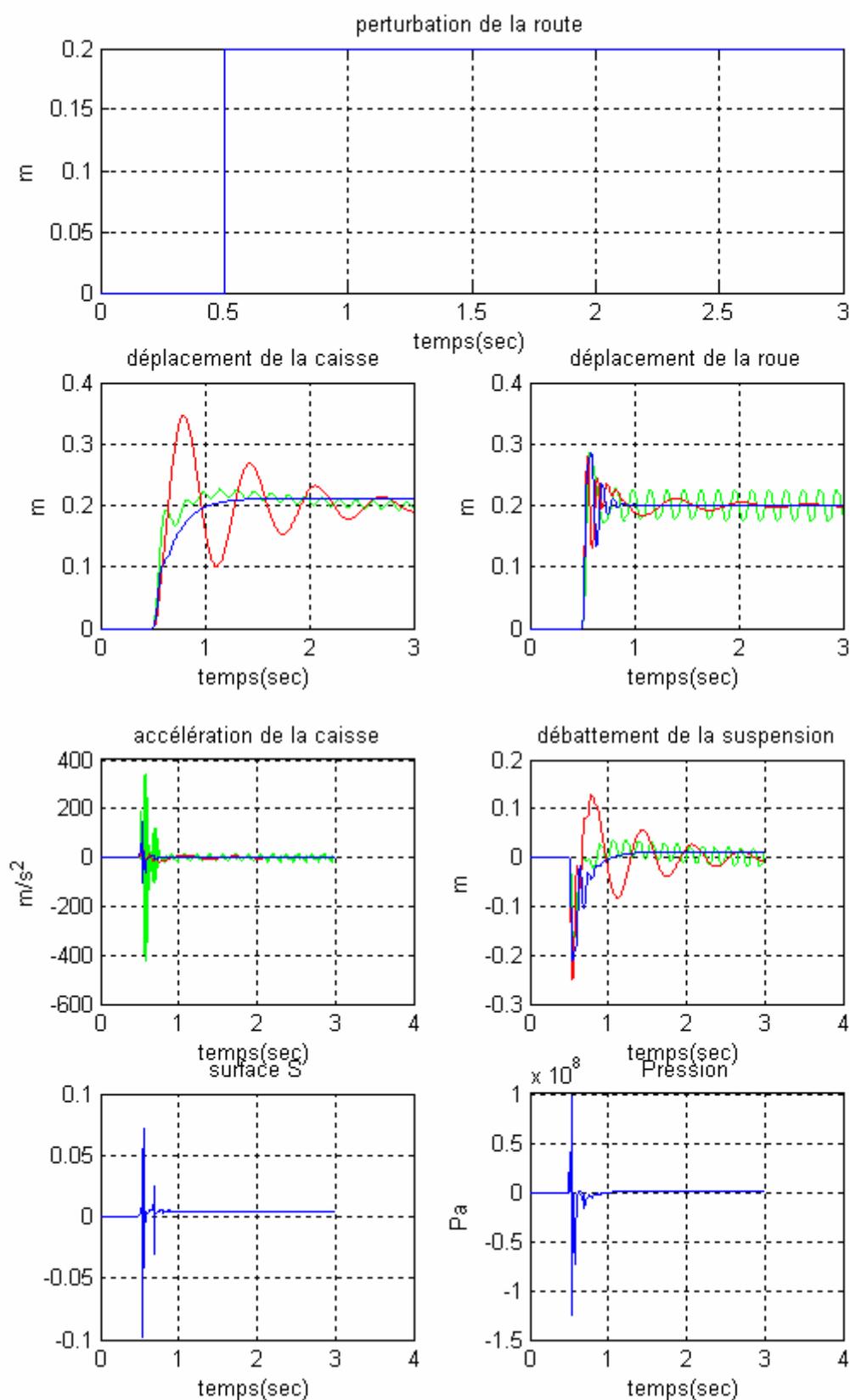


Figure III.8 : Montée sur trottoir avec $\varepsilon = 5$ et $V = 10$ km/h (quart de véhicule).

Pour $\varepsilon=0.1$, les résultats obtenus sont les suivant :

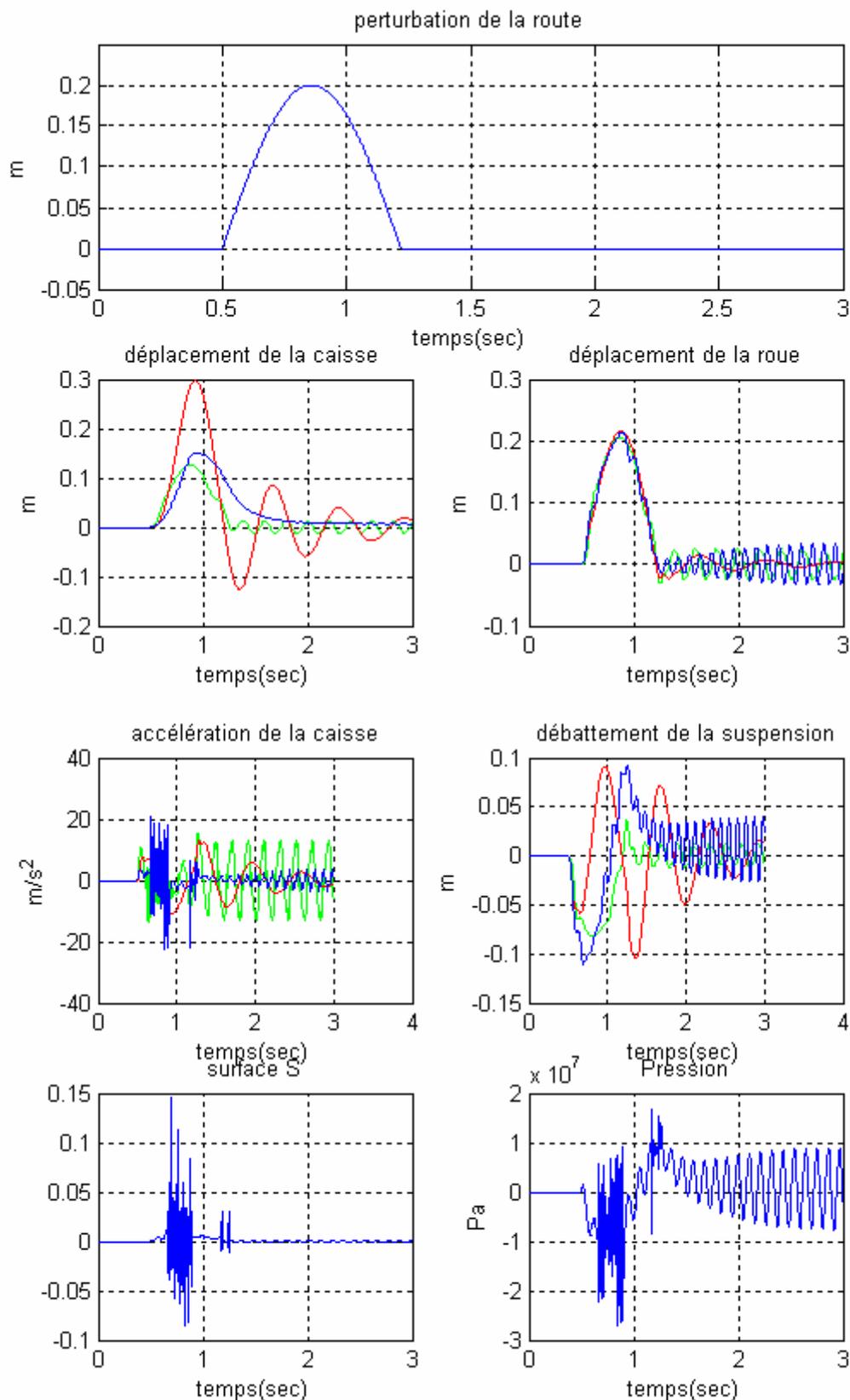


Figure III.9 : Passage sur dos d'âne avec $\varepsilon=0.1$ et $V=10$ km/h (quart de véhicule).

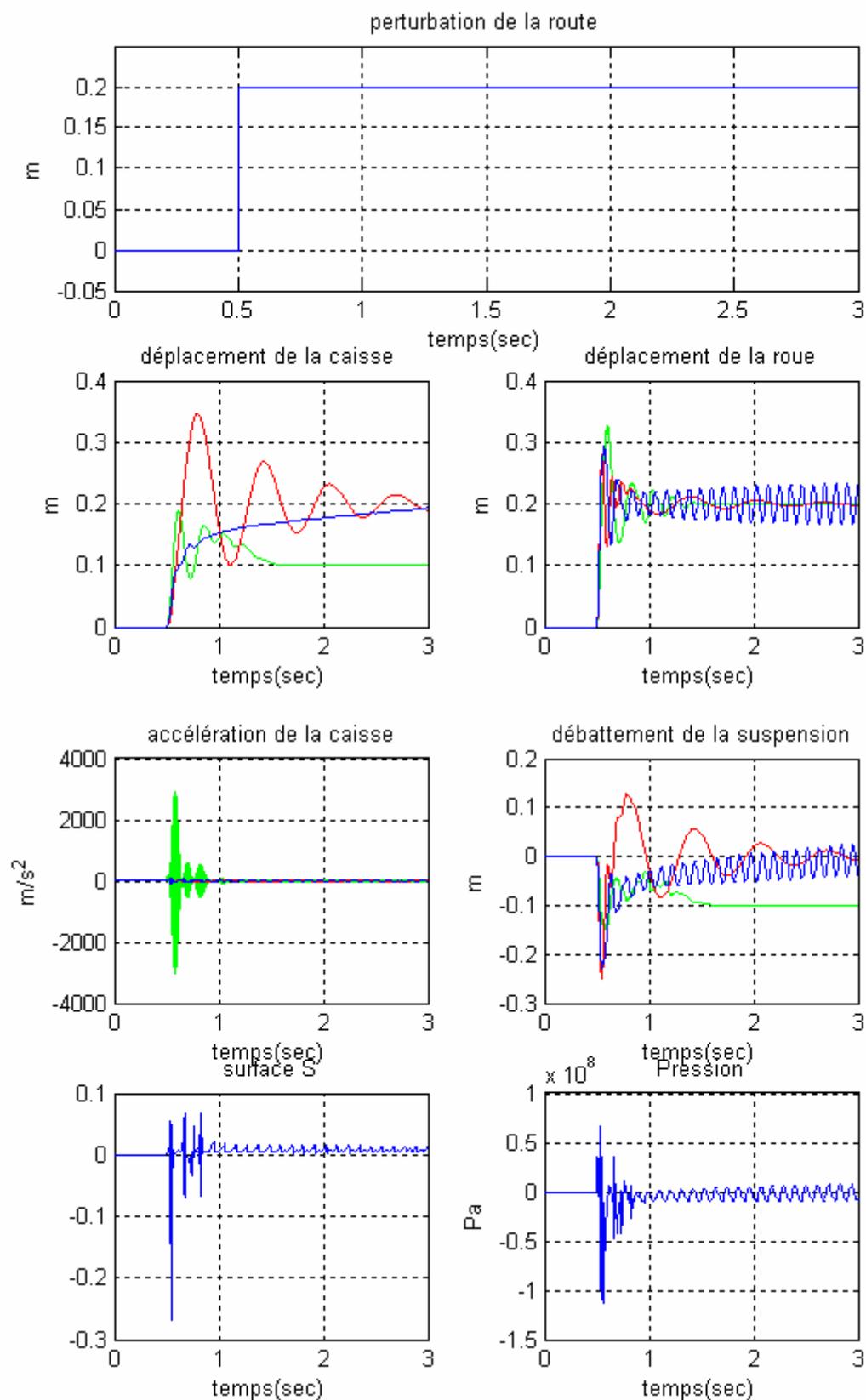


Figure III.10 : Montée sur trottoir avec $\varepsilon = 0.1$ et $V = 10 \text{ km/h}$ (quart de véhicule)

- **Analyse des résultats :**

En comparant les réponses du système passif, à celles du système actif commandé par glissement et par régulateur PID, on constate qu'une amélioration est obtenue au niveau du confort dans le cas de la suspension active (déplacement minime de la caisse, et retour sans oscillations à la position d'équilibre). Pour la sécurité, des meilleurs performance sont obtenus pour une grande valeur de ε , (pour $\varepsilon = 30$, l'écrasement de la roue suit le profil de la route), même constatation peut être tirée pour le débattement de la suspension (Figures III.5 , III.6).

Pour une petite valeur de ε , le confort est encore amélioré (retour en douceur à la position d'équilibre), contrairement à la tenue de route et au débattement qui perdent leurs performances (Figures III.9 , III.10) Ces résultats confirment alors les développements théoriques traités au début de ce chapitre (le compromis confort, sécurité).

Si on donne alors une valeur intermédiaire à ε (égale à 5), on va voir une bonne tenue de route, en gardant toujours un retour en douceur à la position d'équilibre qui caractérise le confort (Figures III.7 , III.8)

Pour la commande qui est présentée ici par la chute de pression dans l'actionneur, on peut dire qu'elle n'est pas sortie du domaine de fonctionnement de l'actionneur hydraulique.

Enfin on peut aussi dire que la suspension active commandée par mode glissant donne toujours de meilleurs résultats que la suspension active commandée par régulateur PID, ce dernier devient instable en diminuant la valeur de ε .

III.7.1.2 Etude de la robustesse

Les simulations seront faites pour $\Delta m = 200\text{Kg}$ et pour $\varepsilon = 30$, les résultats obtenus sont les suivant :

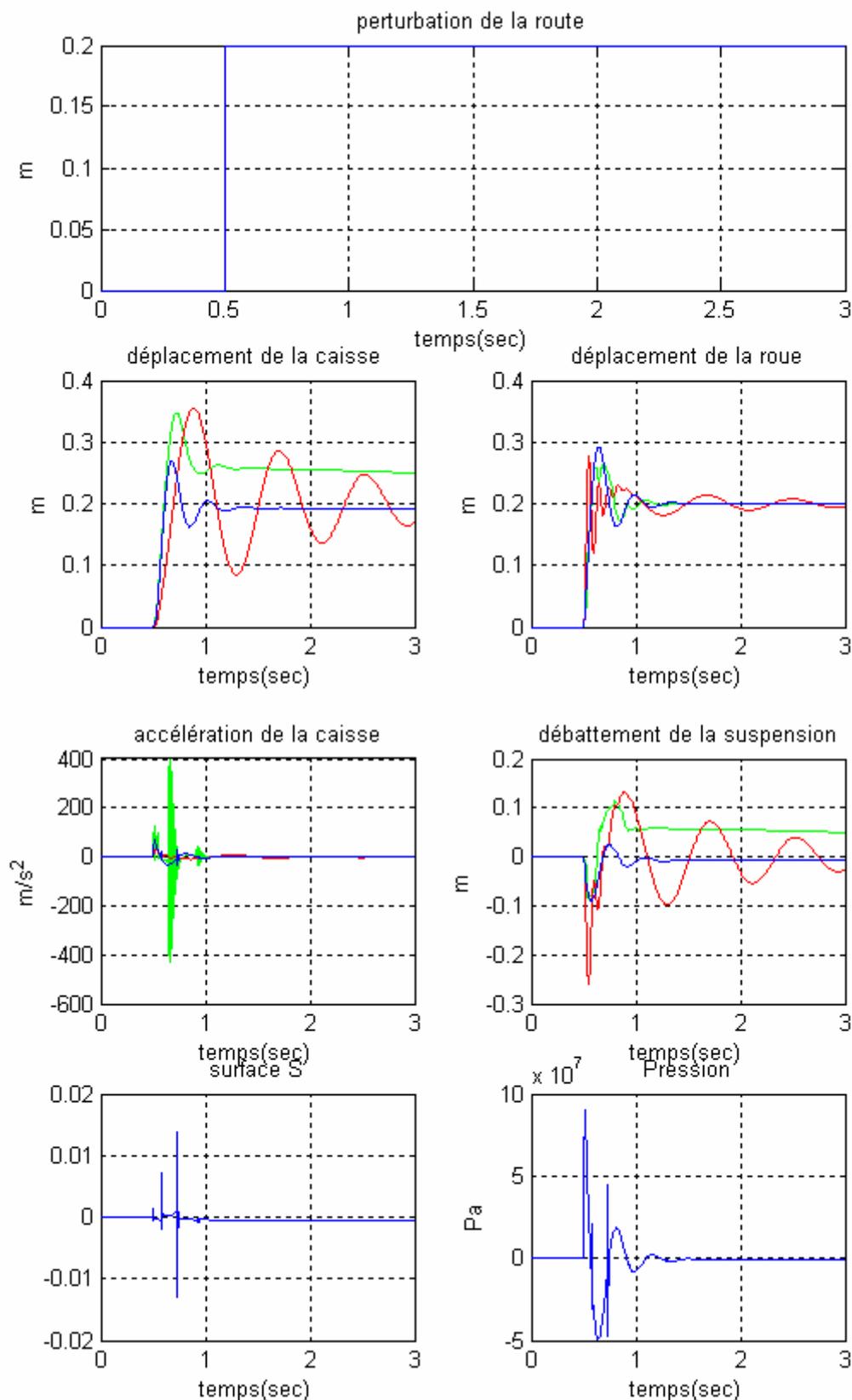


Figure III.11 : montée sur trottoir avec $\Delta m = 200$ Kg et $\varepsilon = 30$ (quart de véhicule).

- **Analyse des résultats :**

Les résultats obtenus avec une masse $\Delta m=200$ Kg (la masse du caisse devient $300+200 = 500$ Kg), montrent que la suspension active commandée par mode glissant offre des performances de même qualité que celles obtenues pour $\Delta m=0$ Kg (pas de changement dans les critères de confort, de sécurité et même dans la pression hydraulique), ce qui confirme sa robustesse, chose qui n'est pas réalisée pour le régulateur PID.

III.7.2 Modèle demi-véhicule

Les simulations suivantes sont effectuées à une vitesse de 10Km/h pour deux valeurs différents de ε , puis pour une variation de la charge de véhicule Δm , et cela en utilisant les deux types de perturbations, trottoir et dos d'âne définis comme suit :

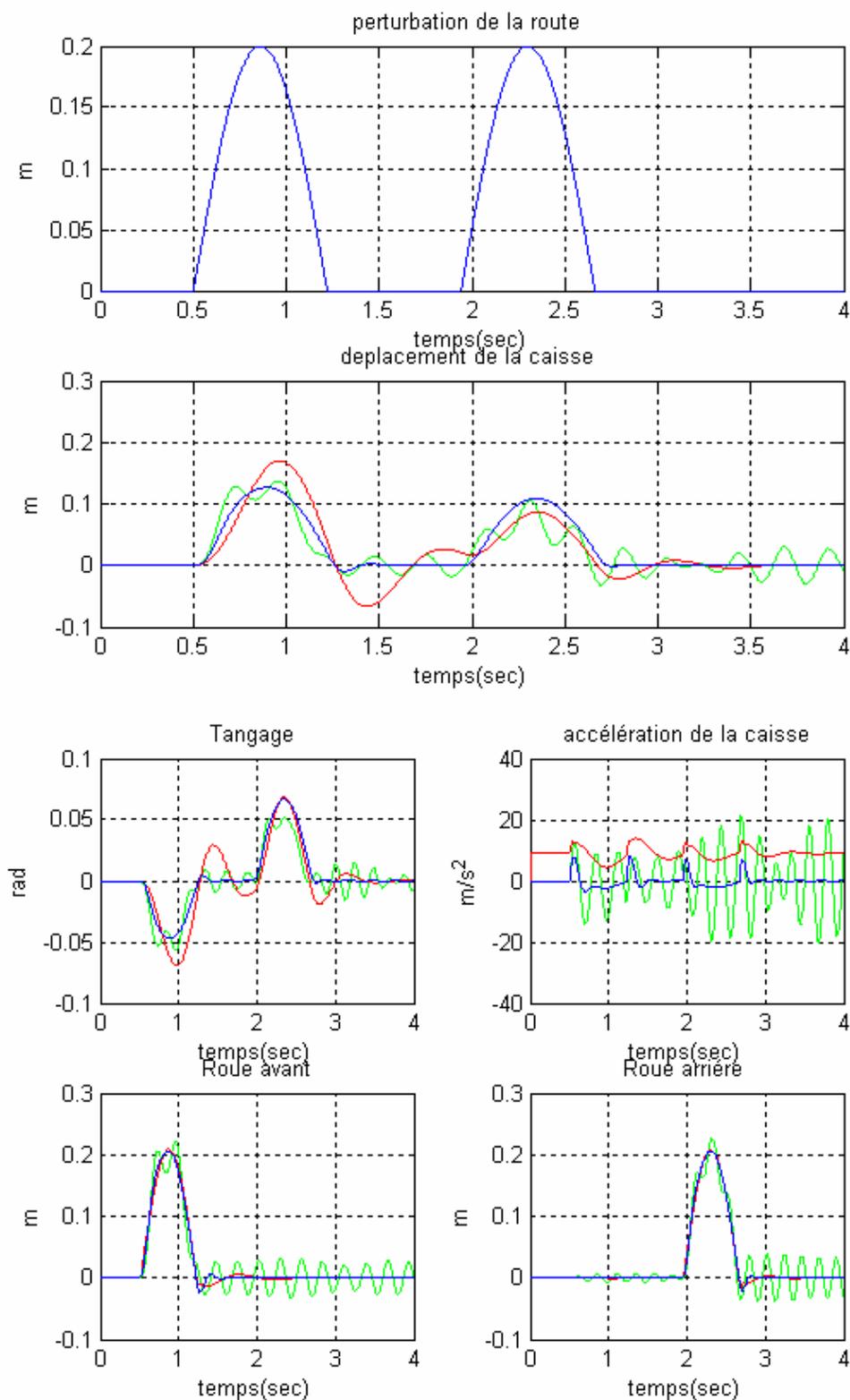
- Le trottoir est simulé par un échelon d'amplitude = 0.2m.
- Le dos d'âne est simulé par une demi sinusoïde d'amplitude = 0.2m et de largeur de 2m.
- Le retard de la roue arrière à celle de l'avant sera calculé par la longueur du véhicule divisé par sa vitesse $((a+b)/v)$.

Dans toutes les simulations effectuées, les courbes seront représentées comme suit :

- ⇒ La couleur **verte** pour les courbes obtenues avec le régulateur PID.
- ⇒ La couleur **rouge** pour les courbes obtenues par la suspension passive.
- ⇒ La couleur **bleue** pour les courbes obtenues par le régulateur à mode glissant.

III.7.2.1 Etude de la performance

Pour $\varepsilon = 30$, les résultats obtenus sont les suivants :



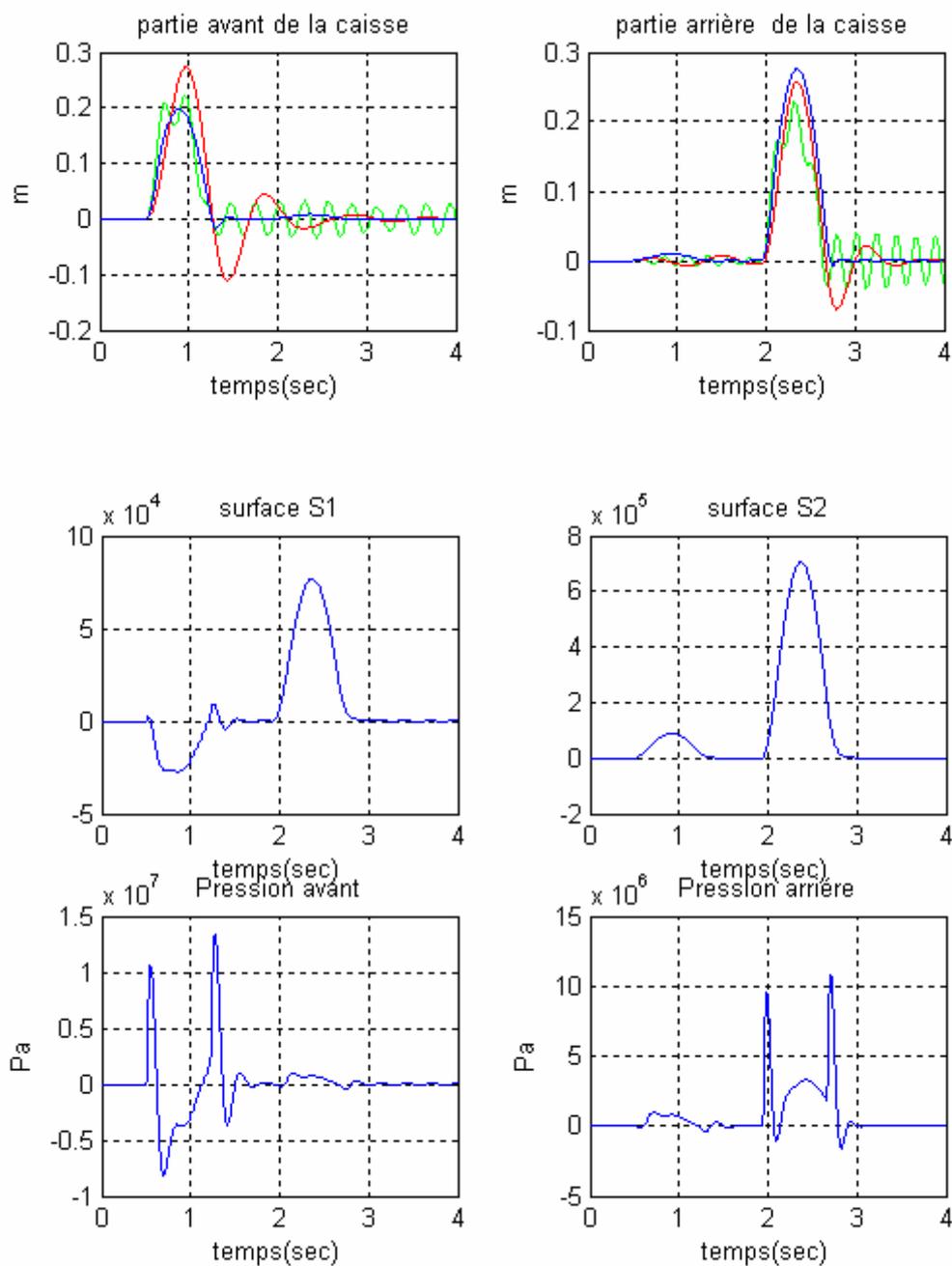
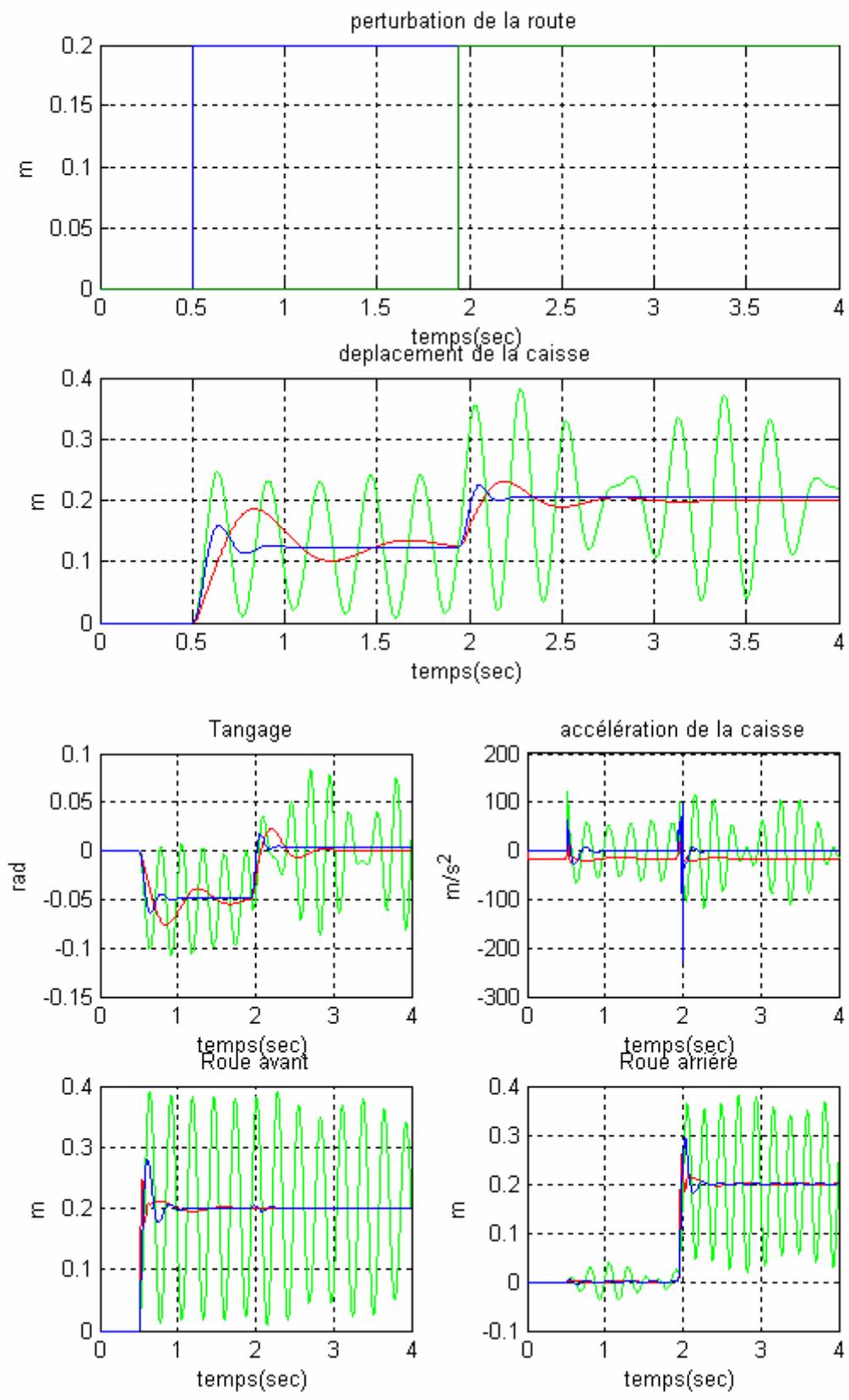


Figure III.12 : passage sur dos d'âne avec $\mathcal{E}=30$ et $V=10\text{km/h}$ (demi-véhicule).



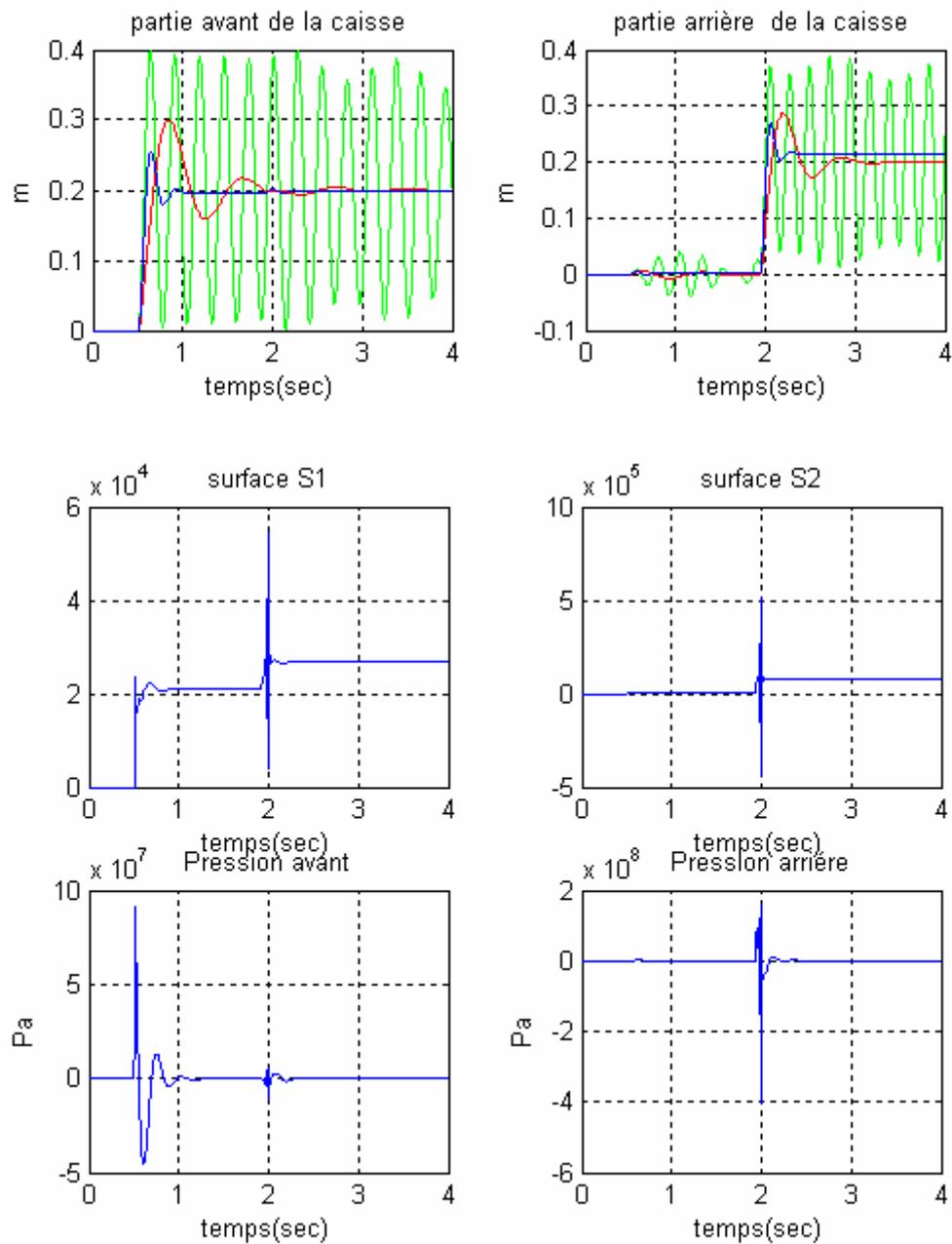
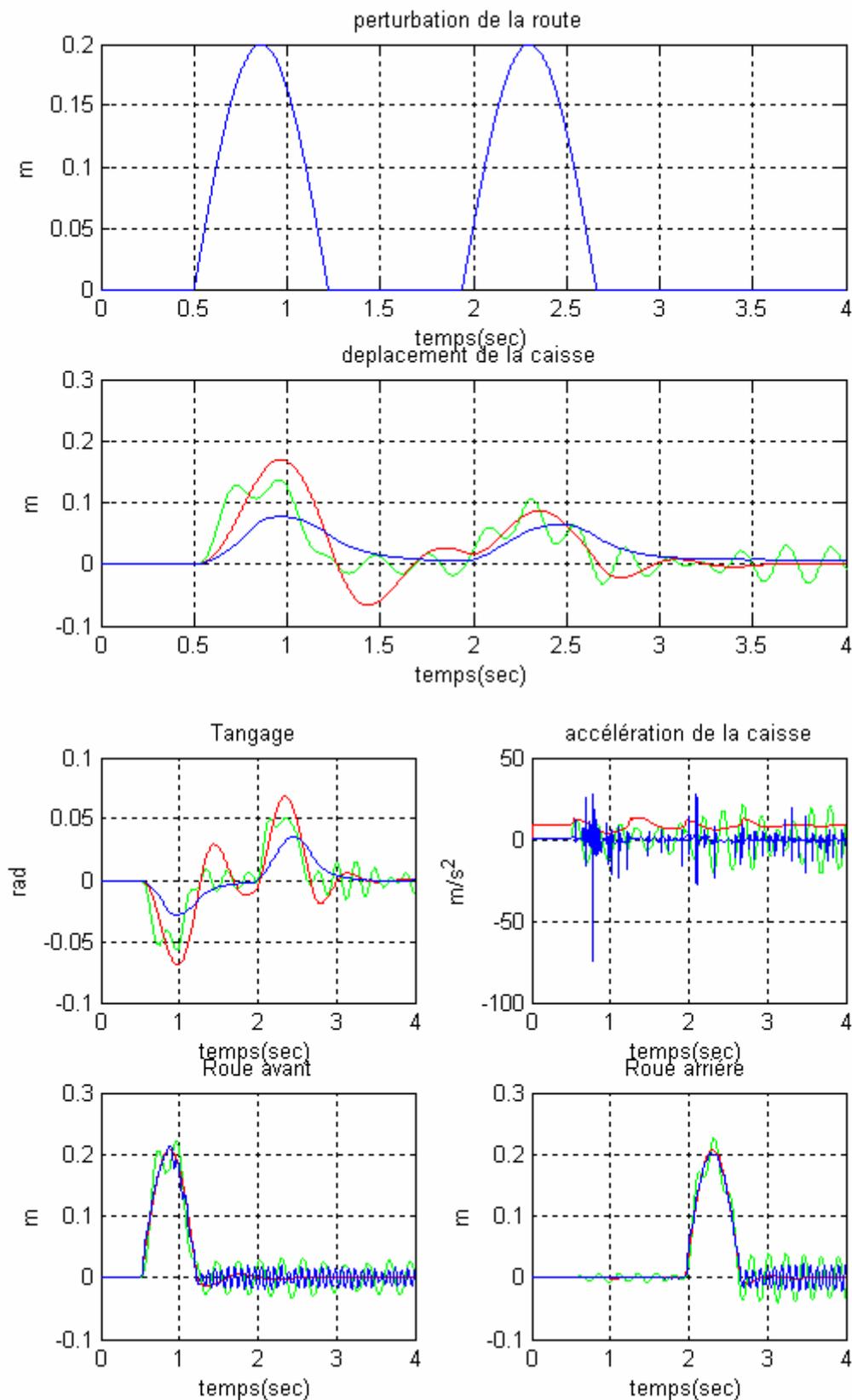


Figure III.13 : montée sur trottoir avec $\varepsilon = 30$ et $V = 10 \text{ km/h}$
(demi-véhicule).

Pour $\varepsilon = 0.1$, les résultats obtenus sont les suivants :



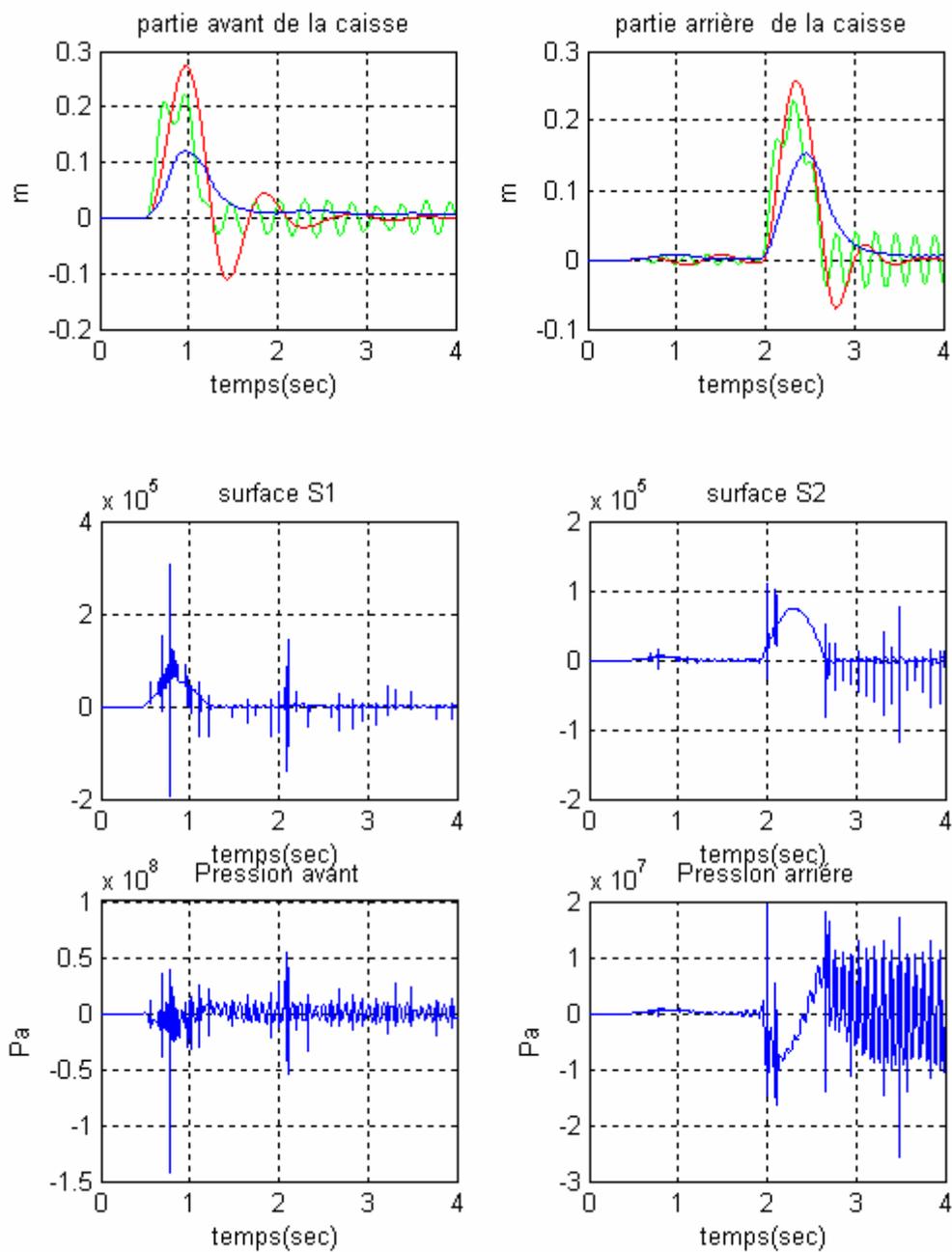
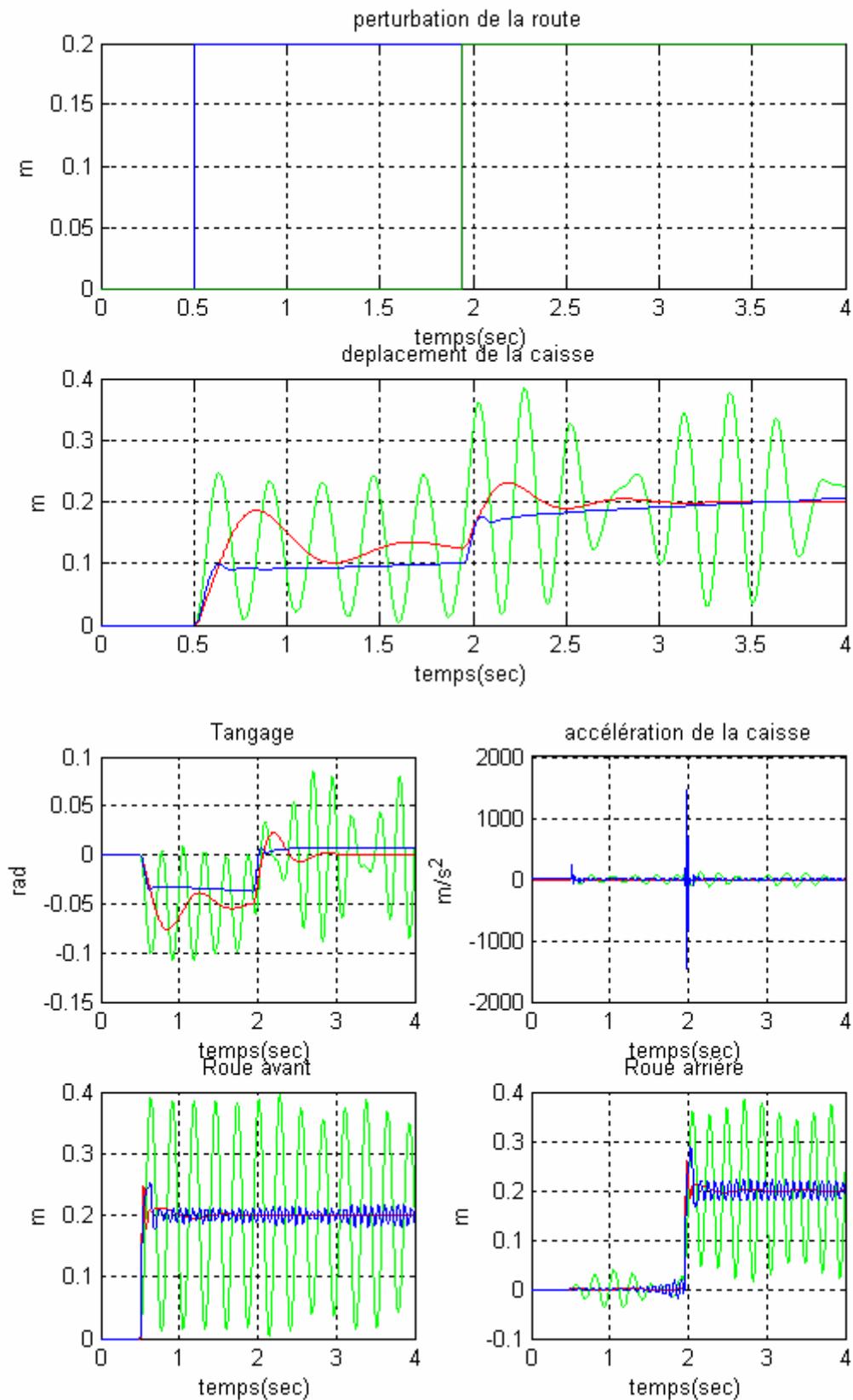


Figure III.14 : passage sur dos d'âne avec $\varepsilon=0.1$ et $V=10\text{km/h}$ (demi-véhicule).



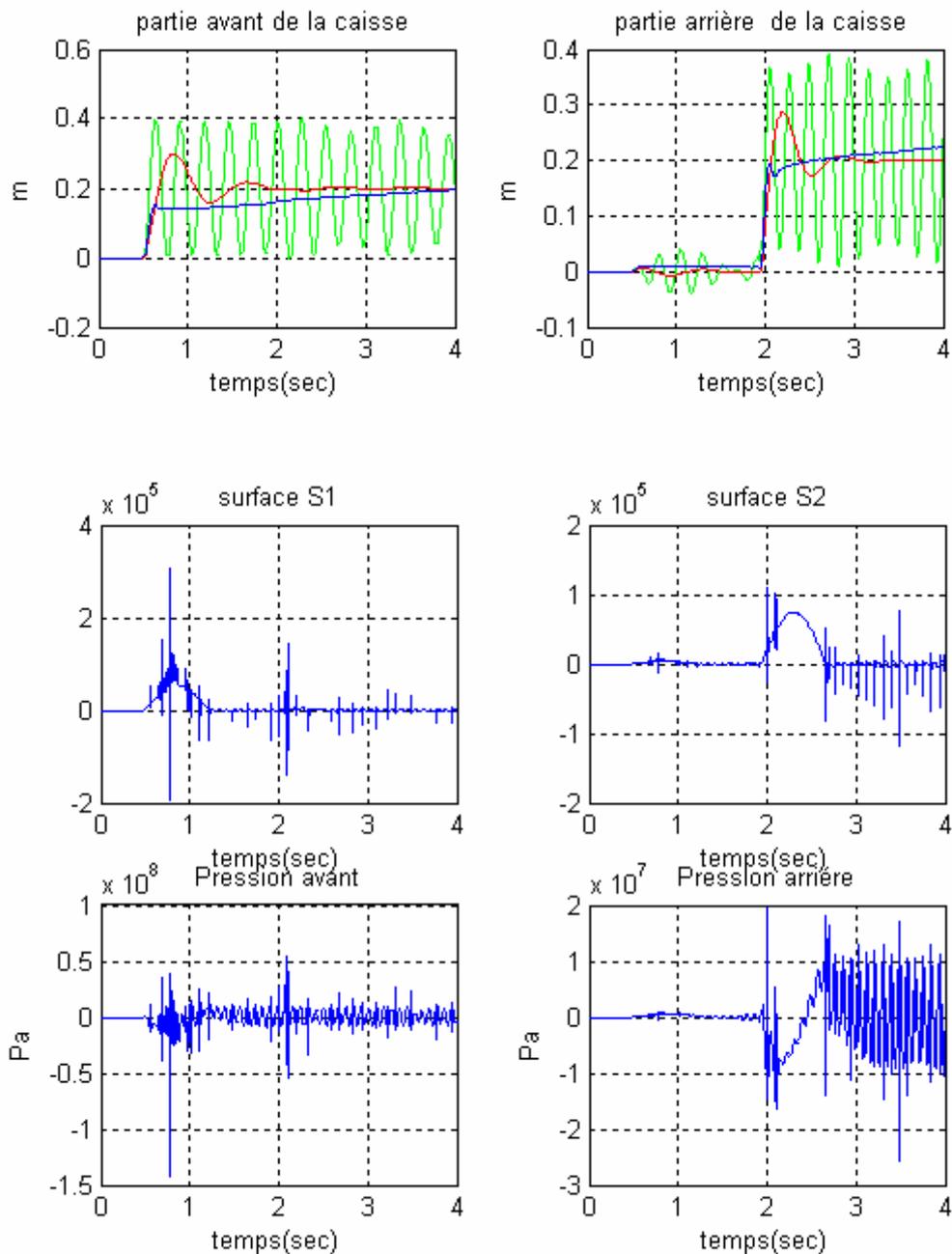


Figure III.15 : montée sur trottoir avec $\varepsilon = 0.1$ et $V = 10 \text{ km/h}$ (demi-véhicule).

- **Analyse des résultats :**

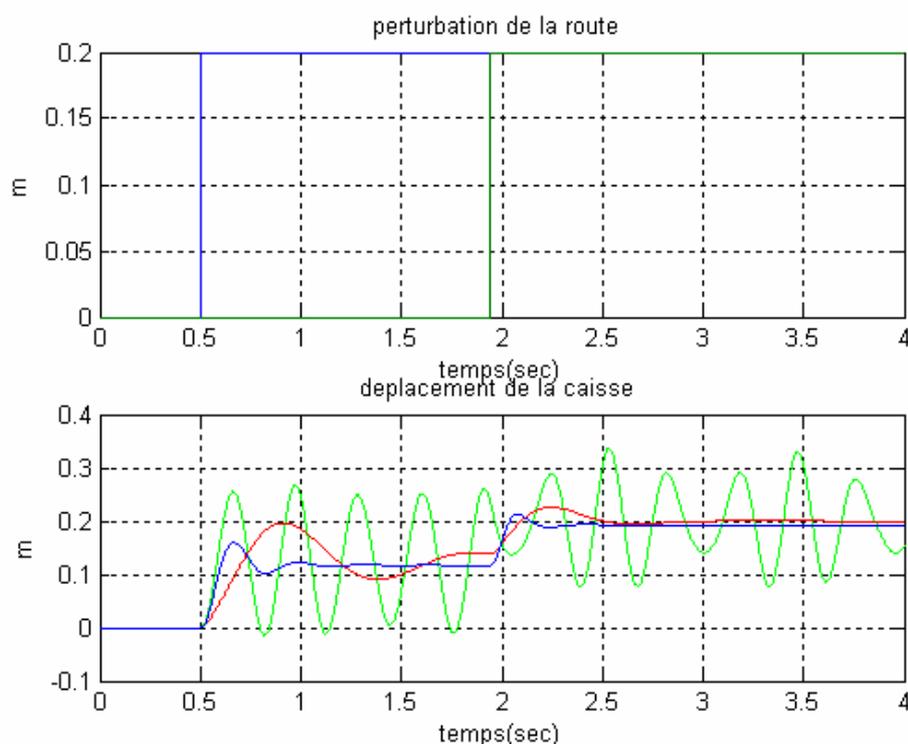
En comparant les réponses du système passif, à celles du système actif commandé par mode de glissement et par régulateur PID, les mêmes constatations que le cas du modèle quart de véhicule peuvent être tirées : amélioration du confort avec écrasement minimal du pneu, diminution des amplitudes maximales de l'accélération et du débattement de la suspension et vérification du domaine de fonctionnement des actionneurs.

La chose nouvelle pour ce modèle c'est le mouvement du tangage (oscillation au tour de l'axe transversal du véhicule), dans notre cas une amélioration est apportée par la suspension active avec régulateur à mode glissant, en comparaison avec la suspension passive.

Enfin, et comme le modèle quart de véhicule la suspension active commandée par mode glissant donne toujours de meilleurs résultats que la suspension active commandée par régulateur PID, ce dernier devient instable en diminuant la valeur de ε .

III.7.2.2 Etude de la robustesse

Les simulations seront faites pour $\Delta m = 300\text{Kg}$ et pour $\varepsilon = 30$. On va prendre comme perturbation la montée sur trottoir, les résultats obtenus sont :



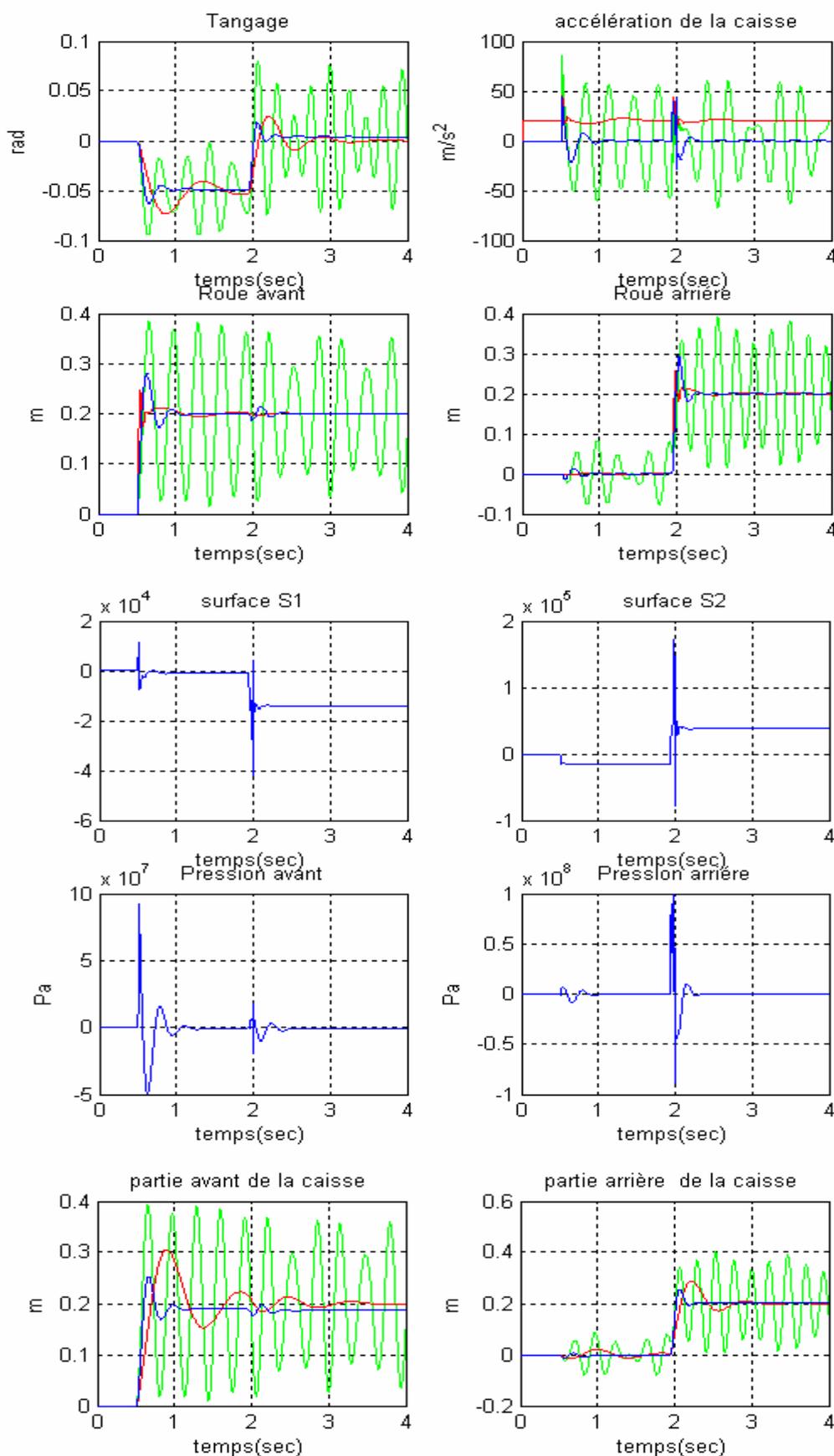


Figure III.16 : montée sur trottoir avec $\Delta m = 200$ Kg et $\varepsilon = 30$ (demi-véhicule).

- **Analyse des résultats :**

A partir des résultats obtenus avec une masse $\Delta m=300$ Kg (la masse du caisse devient $600+300 = 900$ Kg), on peut donner les mêmes constatations que le cas du modèle quart de véhicule : la suspension active commandée par mode glissant offre des performances de même qualité que celles obtenues pour $\Delta m=0$ Kg (pas de changement dans les critères de confort, de sécurité et même dans la pression hydraulique), ce qui confirme sa robustesse, chose qui n'est pas réalisée pour le régulateur PID.

III.7.3 Modèle complet de véhicule

Les simulations suivantes sont effectuées à une vitesse de 10Km/h pour deux valeurs différentes de ε , puis pour une variation de la charge du véhicule Δm , et cela en utilisant comme perturbations une montée sur trottoir qui est défini par un échelon d'amplitude égale à 0.2m.

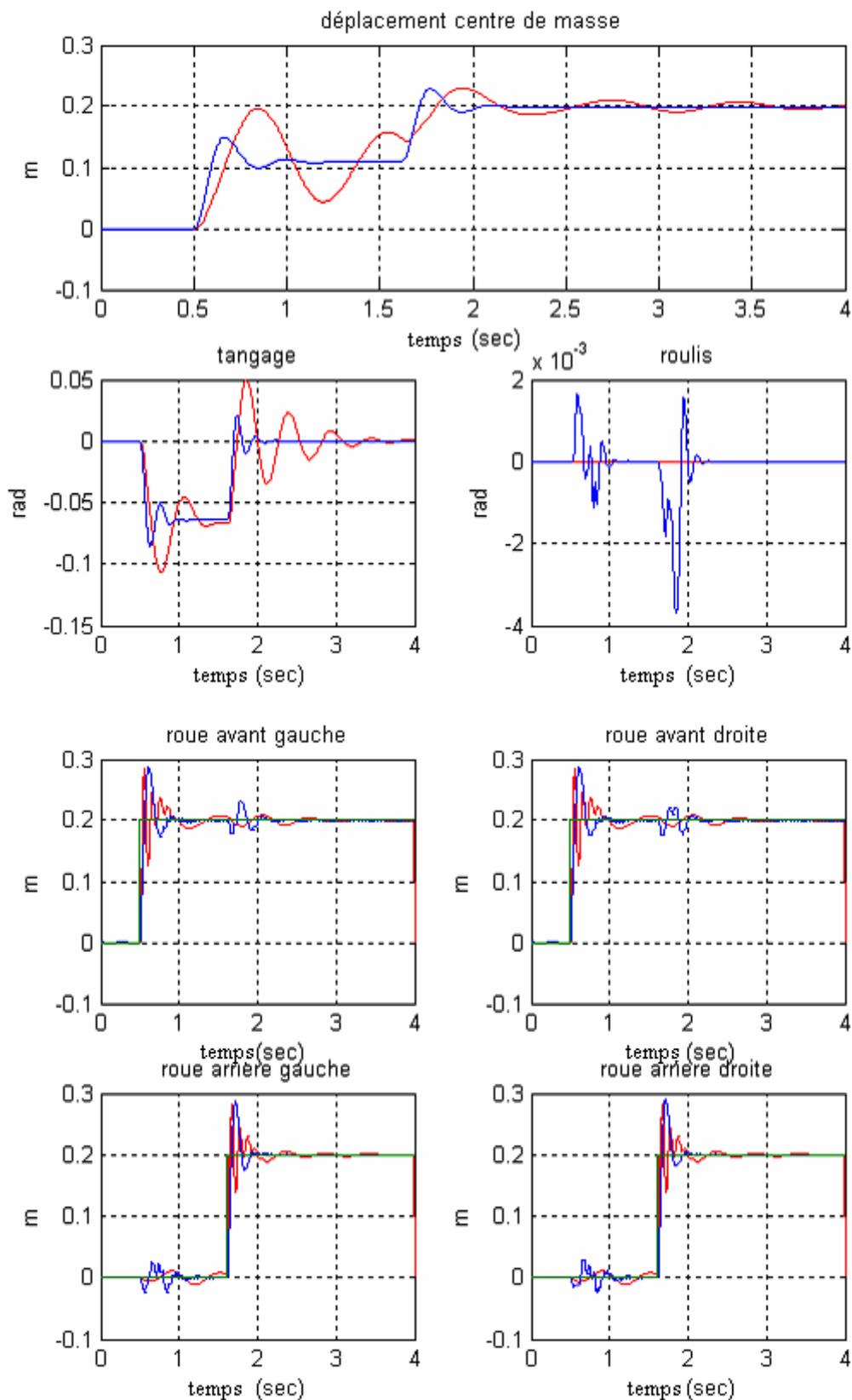
Les retards des roues arrières à celles des roues avants seront calculés par la longueur du véhicule divisée par sa vitesse $((a+b)/v)$.

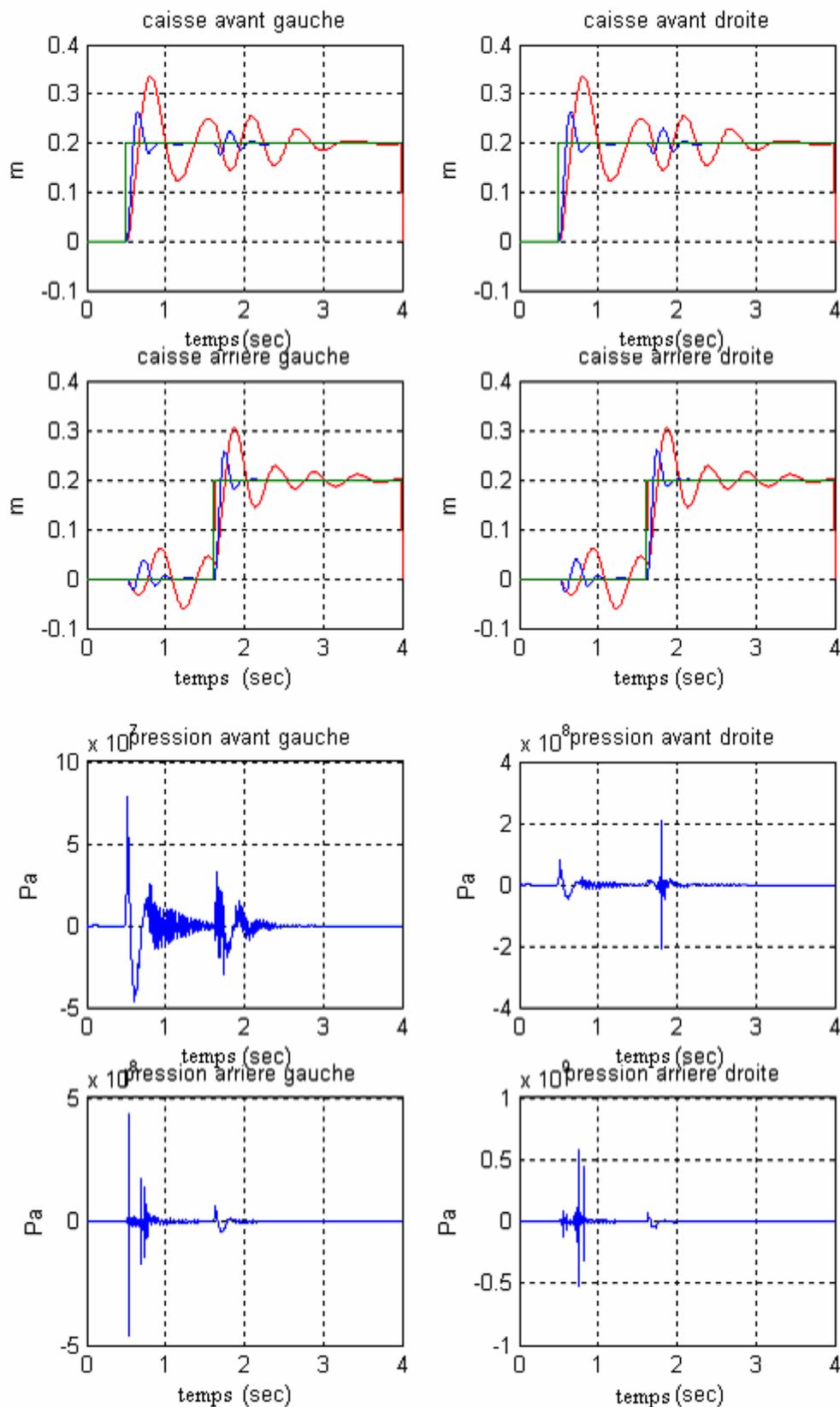
Dans toutes les simulations effectuées, les courbes seront représentées comme suit :

- ⇒ La couleur **rouge** pour les courbes obtenues par la suspension passive.
- ⇒ La couleur **bleue** pour les courbes obtenues par le régulateur à mode glissant.

III.7.3.1 Etude de la performance

Pour $\varepsilon = 30$, les résultats obtenus sont les suivants :





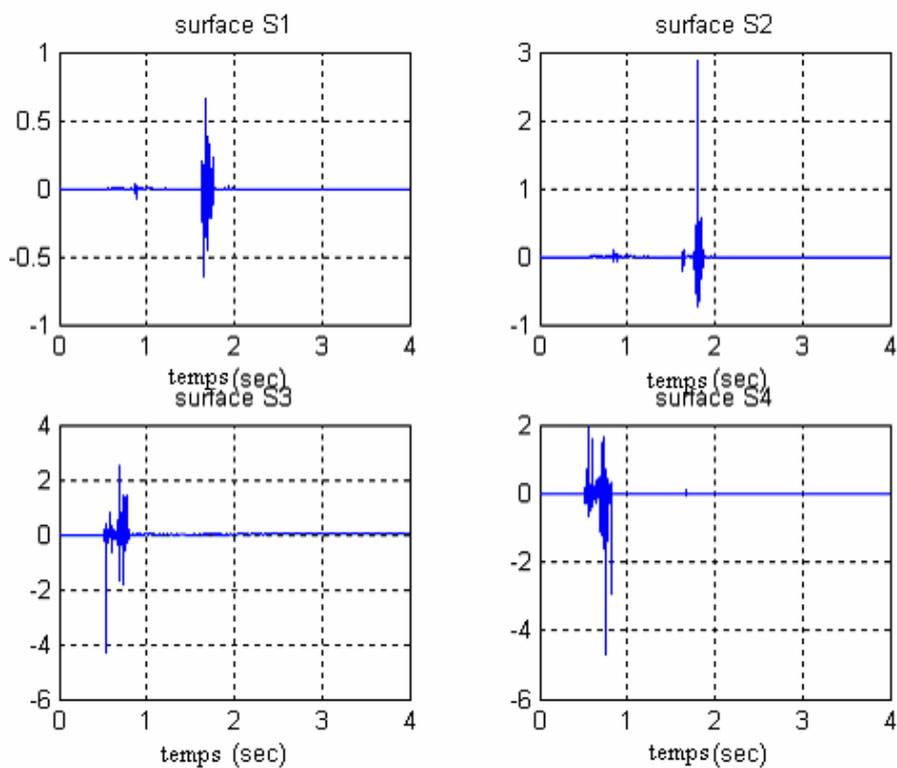
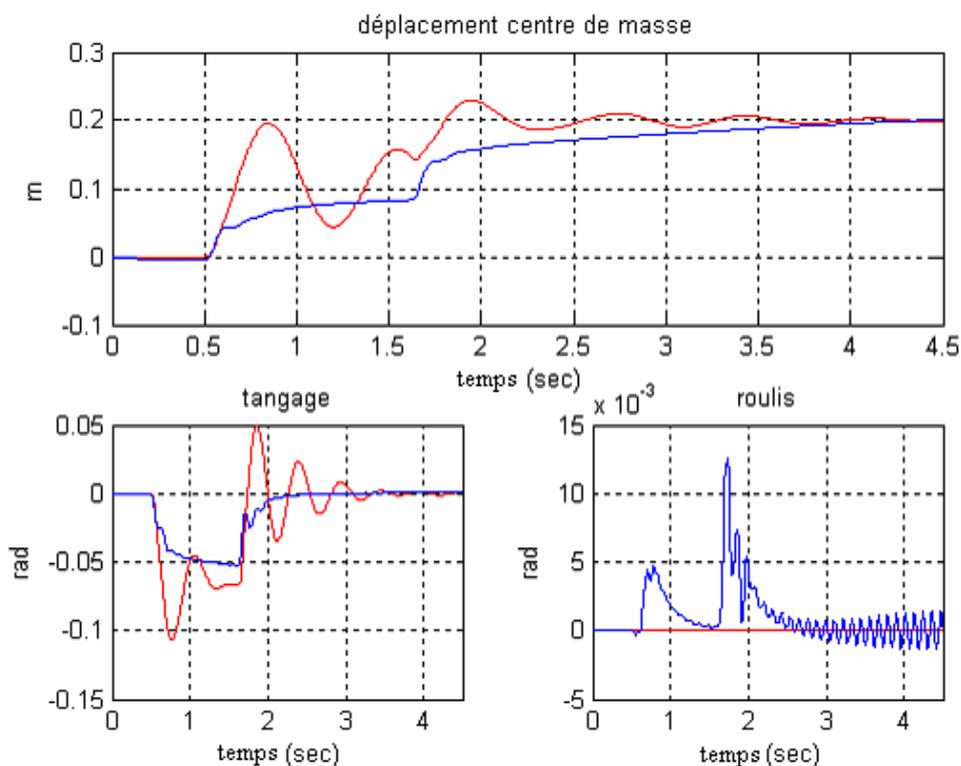
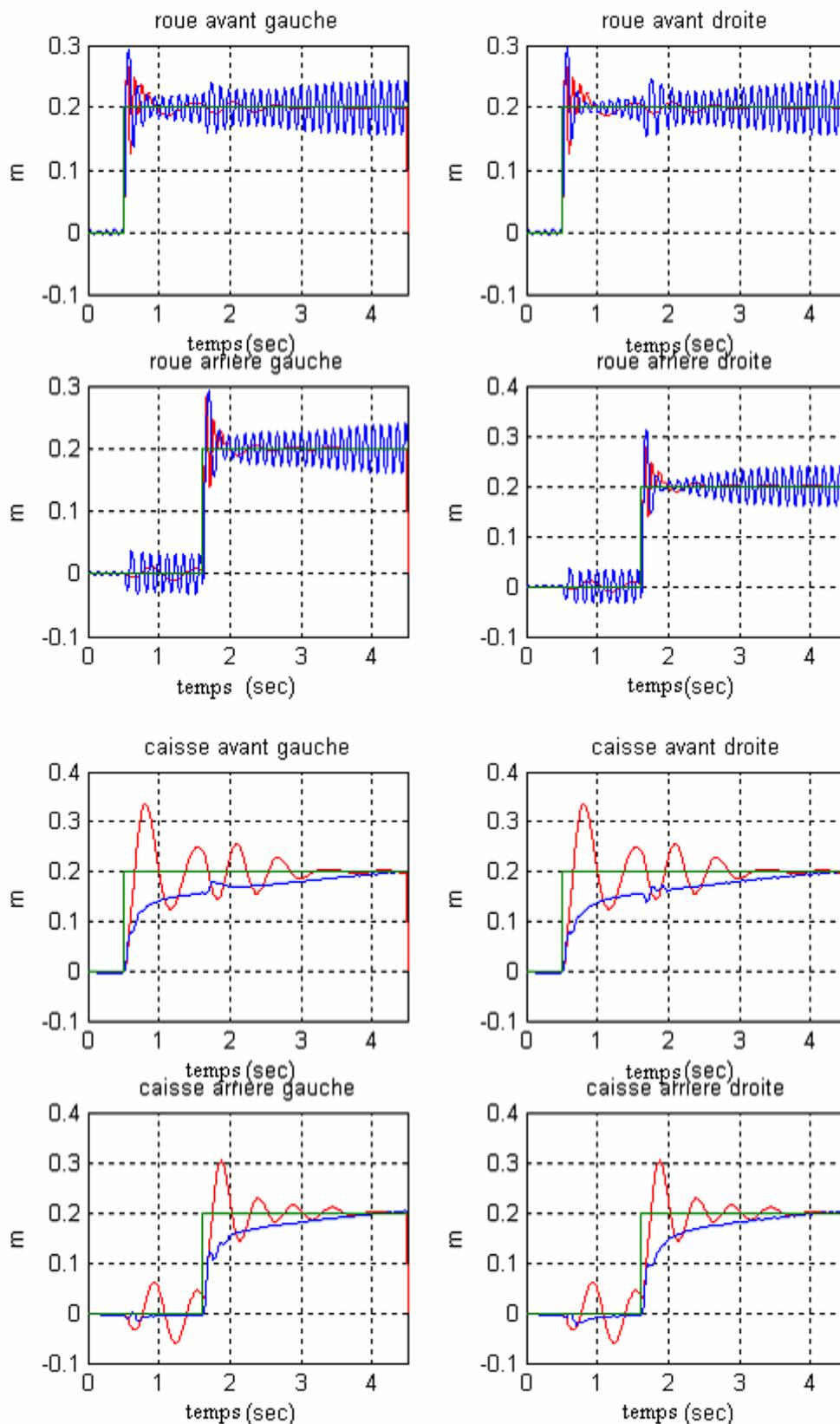


Figure III.17 : montée sur trottoir avec $\mathcal{E}=30$ et $V=10\text{km/h}$ (Modèle complet).

Pour $\mathcal{E}=0.1$, les résultats obtenus sont les suivants :





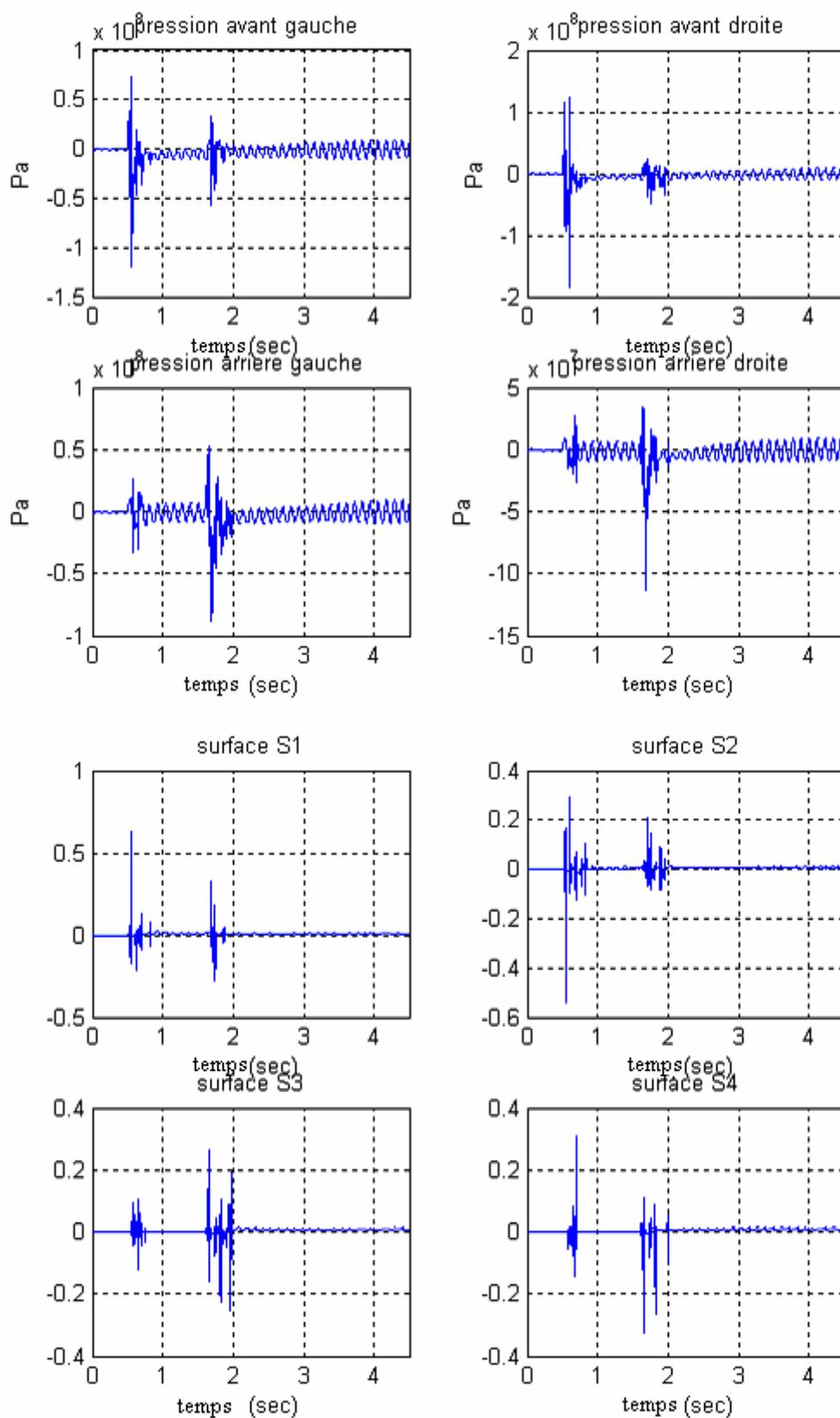


Figure III.18 : montée sur trottoir avec $\varepsilon=0.1$ et $V=10\text{km/h}$
(Modèle complet).

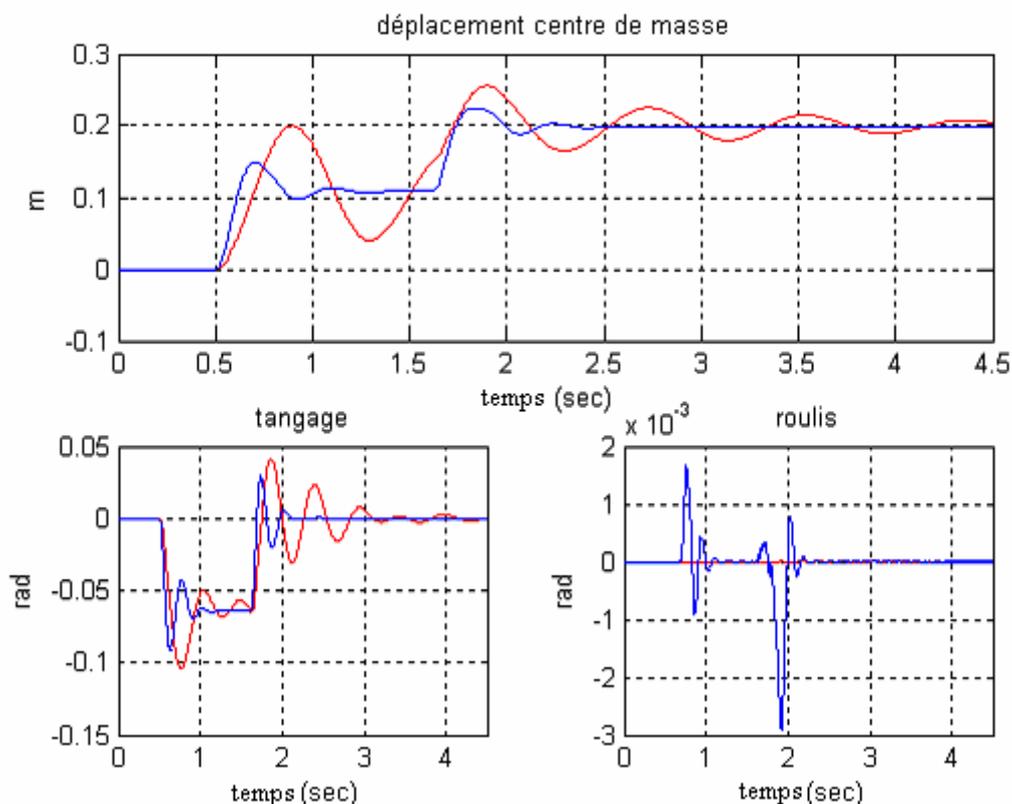
- **Analyse des résultats :**

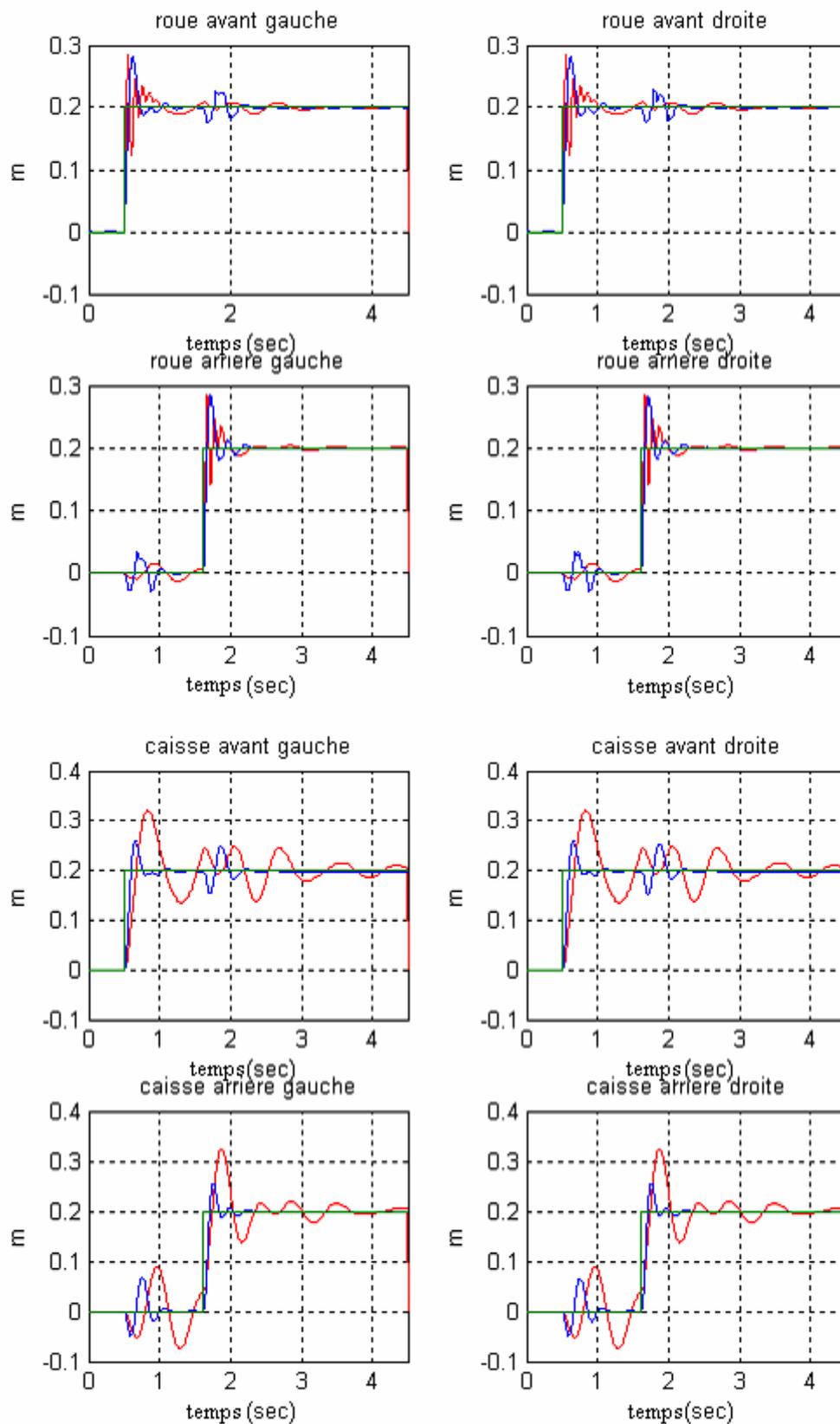
En comparant les réponses du système passif, à celles du système actif commandé par mode de glissement et par régulateur PID, les mêmes constatations que les deux modèles précédents peuvent être tirées : amélioration du confort pour une petite valeur de ε , et écrasement minimal du pneu pour une grande valeur de ε , de plus il y a une diminution des amplitudes maximales de l'accélération et du débattement de la suspension et vérification du domaine de fonctionnement des actionneurs.

La chose nouvelle pour ce modèle c'est le mouvement de roulis (oscillation au tour de l'axe longitudinal du véhicule), dans notre cas, nous n'avons pas eu des améliorations par la suspension active.

III.7.3.2 Etude de la robustesse

Les simulations seront faites pour $\Delta m = 500\text{Kg}$ et pour $\varepsilon = 30$. On va prendre comme perturbation la montée sur trottoir, les résultats obtenus sont les suivants :





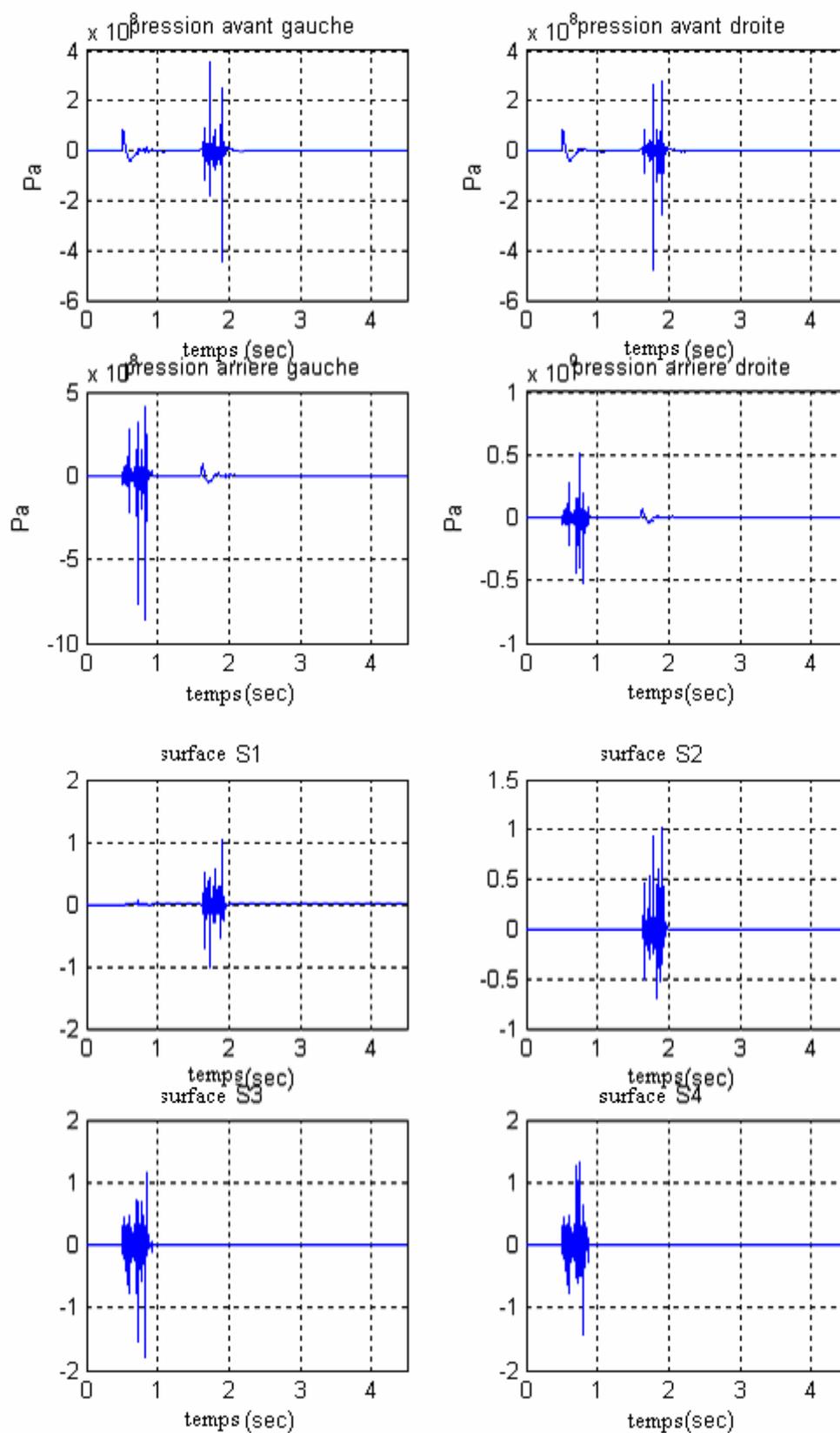


Figure III.19 : montée sur trottoir avec $\Delta m = 500$ Kg et $\varepsilon = 30$

(Modèle complet).

- **Analyse des résultats :**

A partir des résultats obtenus avec une masse $\Delta m = 500$ Kg (la masse de la caisse devient $1500+500 = 2000$ Kg), on peut donner les mêmes constatations que les deux modèles précédents : la suspension active commandée par mode glissant offre des performances de même qualité que celles obtenues pour $\Delta m=0$ Kg (pas de changement dans les critères de confort et de sécurité), ce qui confirme la robustesse de cette commande.

A présent on va prendre comme perturbation un dos d'âne de forme inégale représenté dans la figure (III. 20), ce modèle va nous permettre de visualiser l'effet de l'angle de roulis sur les réponses de notre système. La vitesse du véhicule est de 10Km /h. Pour les roues arrière, l'entrée de perturbation est une version retardée par rapport aux roues avant.

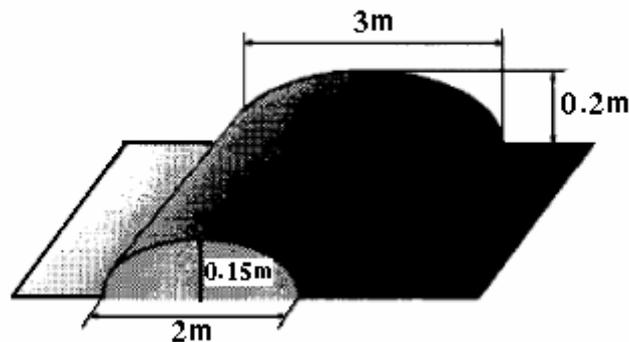
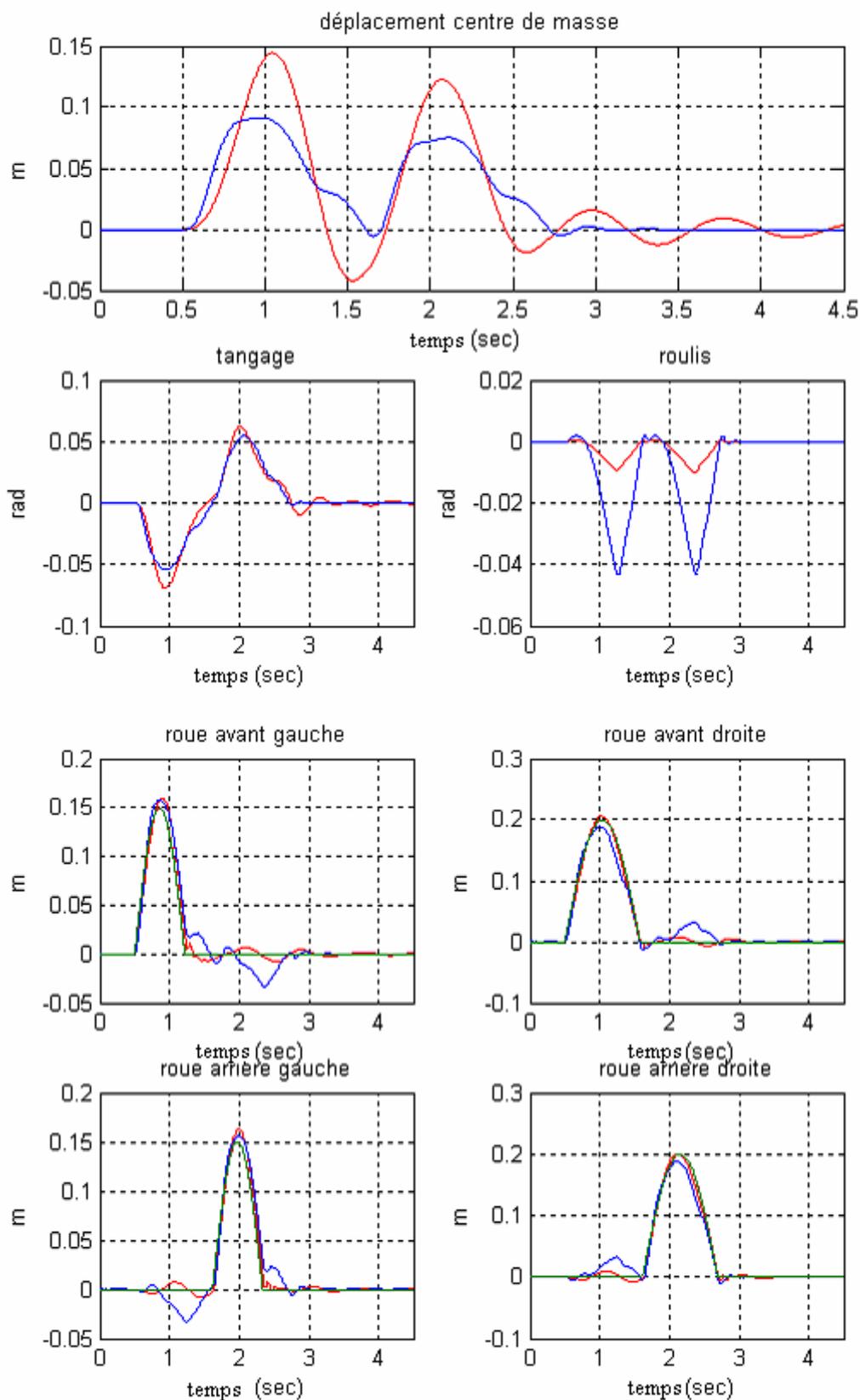
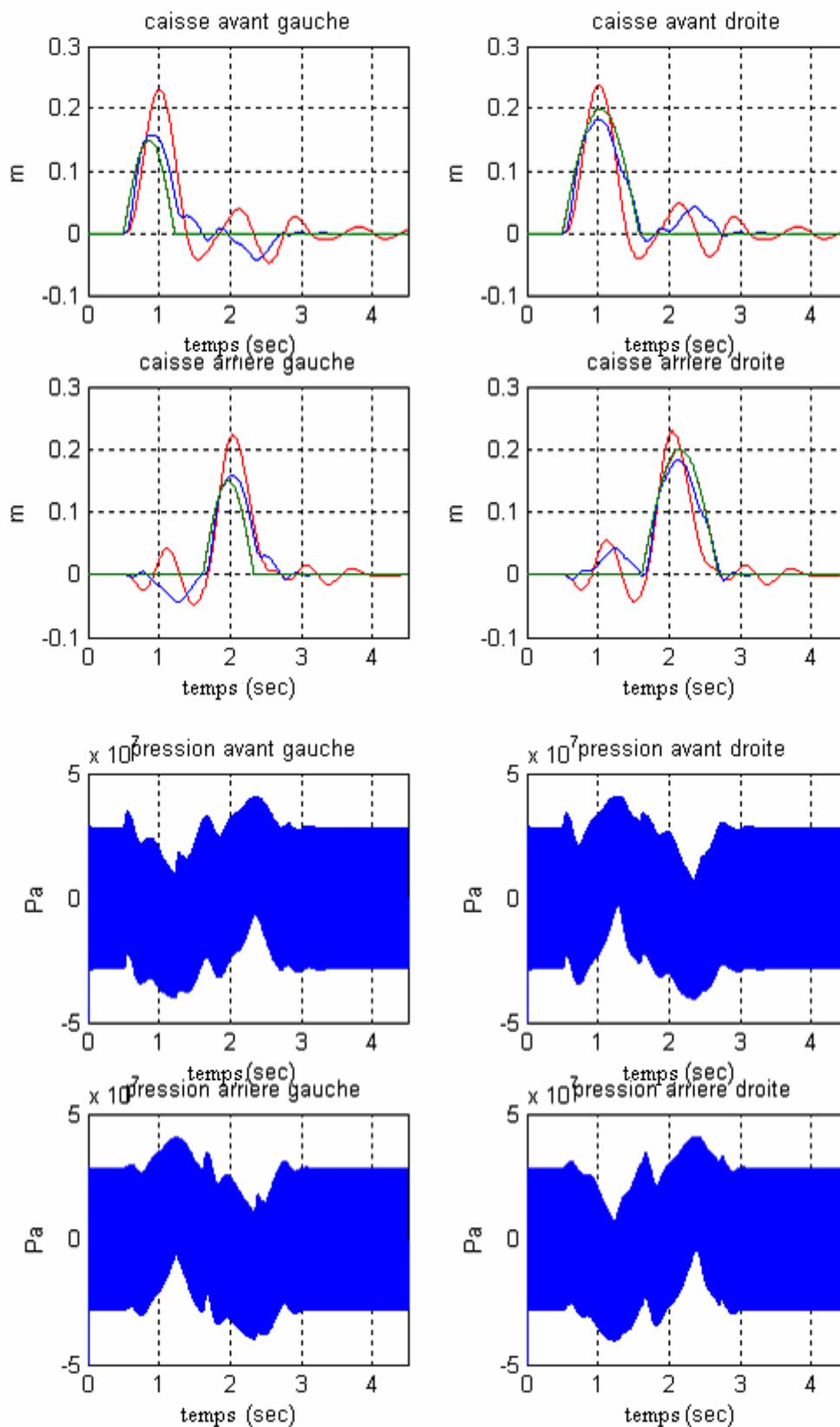


Figure III.20, [17] : Forme du dos d'âne.

Les résultats de simulations obtenus pour cette perturbation sont les suivants :





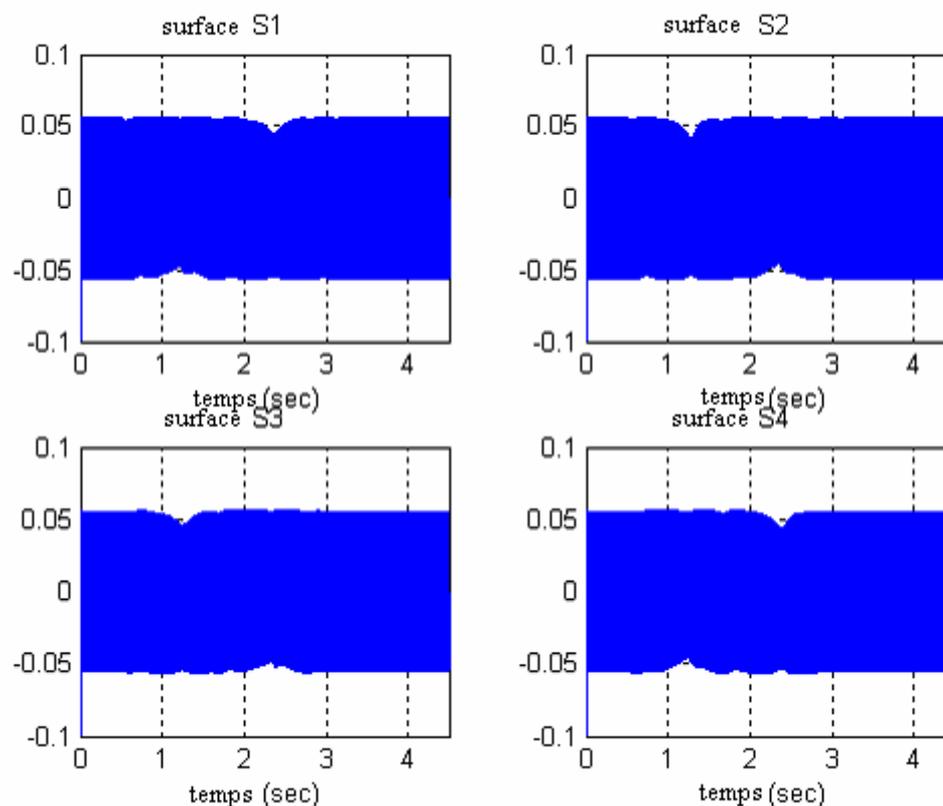


Figure III.21 : Passage sur dos d'âne pour $\dot{S} = -q \operatorname{sgn} S - k S$ et $\varepsilon = 30$
(Modèle complet).

- **Analyses des résultats :**

A partir des résultats obtenus pour ce dos d'âne inégal, on peut remarquer que le confort de la caisse est amélioré par rapport à la suspension passive, par contre la tenue de route a perdu partiellement sa performance (la roue s'enlève du sol lorsqu'une forte perturbation arrive à la deuxième roue du même côté).

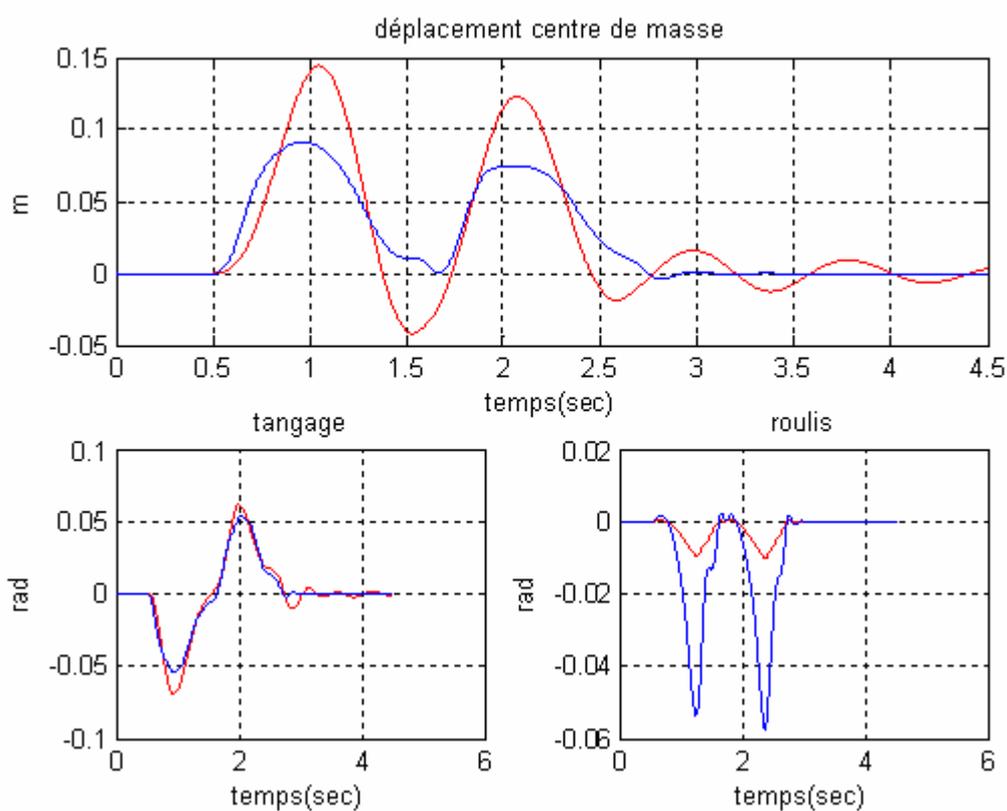
On remarque aussi les fortes oscillations des commandes et des surfaces de glissements, cela est dû aux choix des constantes k et q qui caractérise le terme discontinu de la commande, ($\dot{S} = -q \operatorname{sgn} S - k S$), ce phénomène peut mener à l'usure de notre organe de commande.

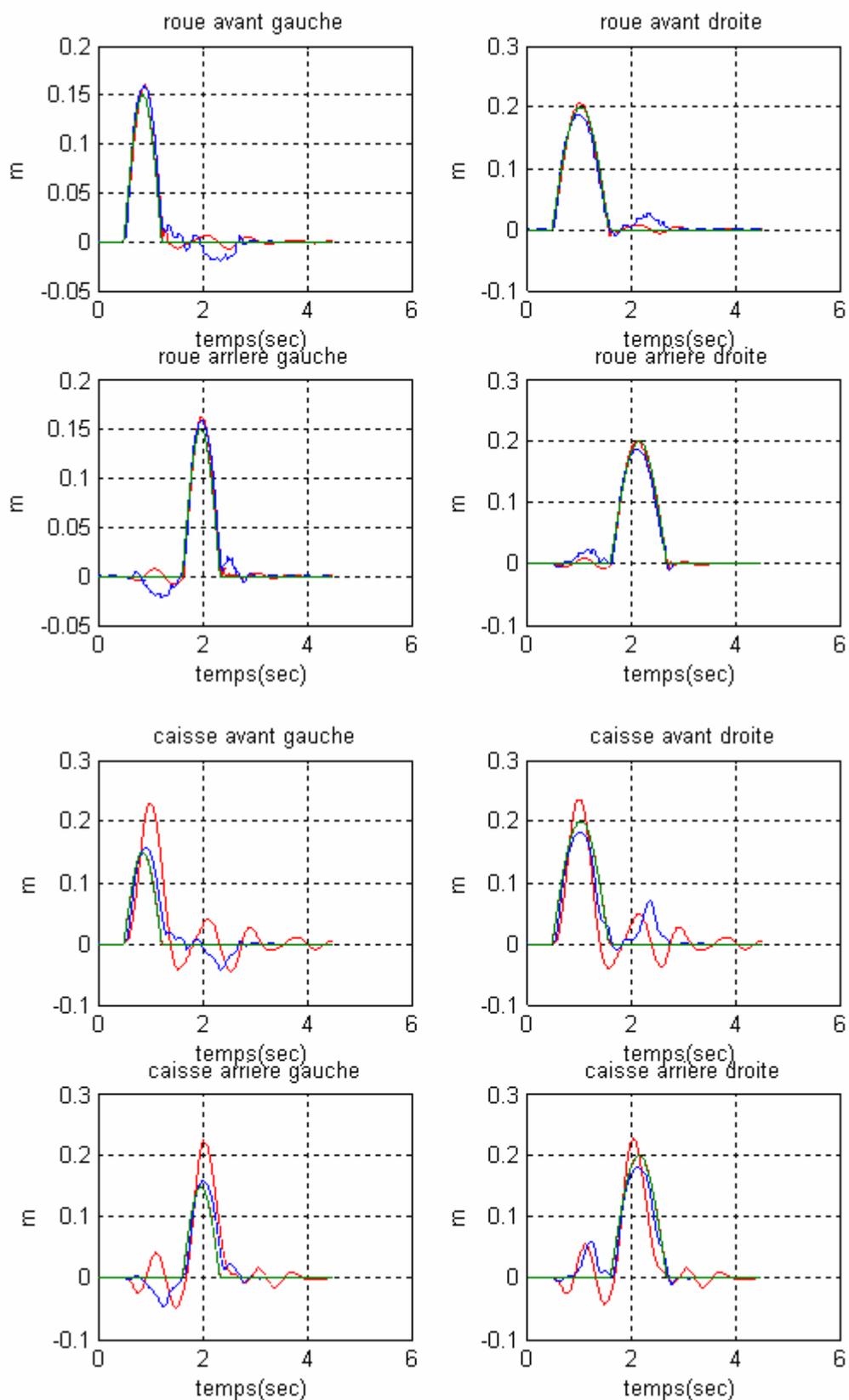
On rappelle toujours qu'un choix optimum des constantes peut donner des résultats meilleurs en matières d'optimisation de la commande et de l'énergie.

Ces résultats nous ont permis de visualiser l'effet d'un autre type de perturbation (l'influence des autres sous systèmes) sur le sous-système approprié, cette perturbation augmente par l'augmentation de l'angle de roulis.

Pour remédier à ce phénomène de fortes oscillations nous allons remplacer la commande discontinue $u = -q \operatorname{sgn} S - k S$, par une loi continue au voisinage de la surface de glissement de la forme $u = -k \operatorname{cont}(s) - k S$, avec la fonction $\operatorname{cont}(s)$ définie par l'équation (II.32) et la figure (II.8).

Les résultats de simulations pour cette loi de commande sont les suivant :





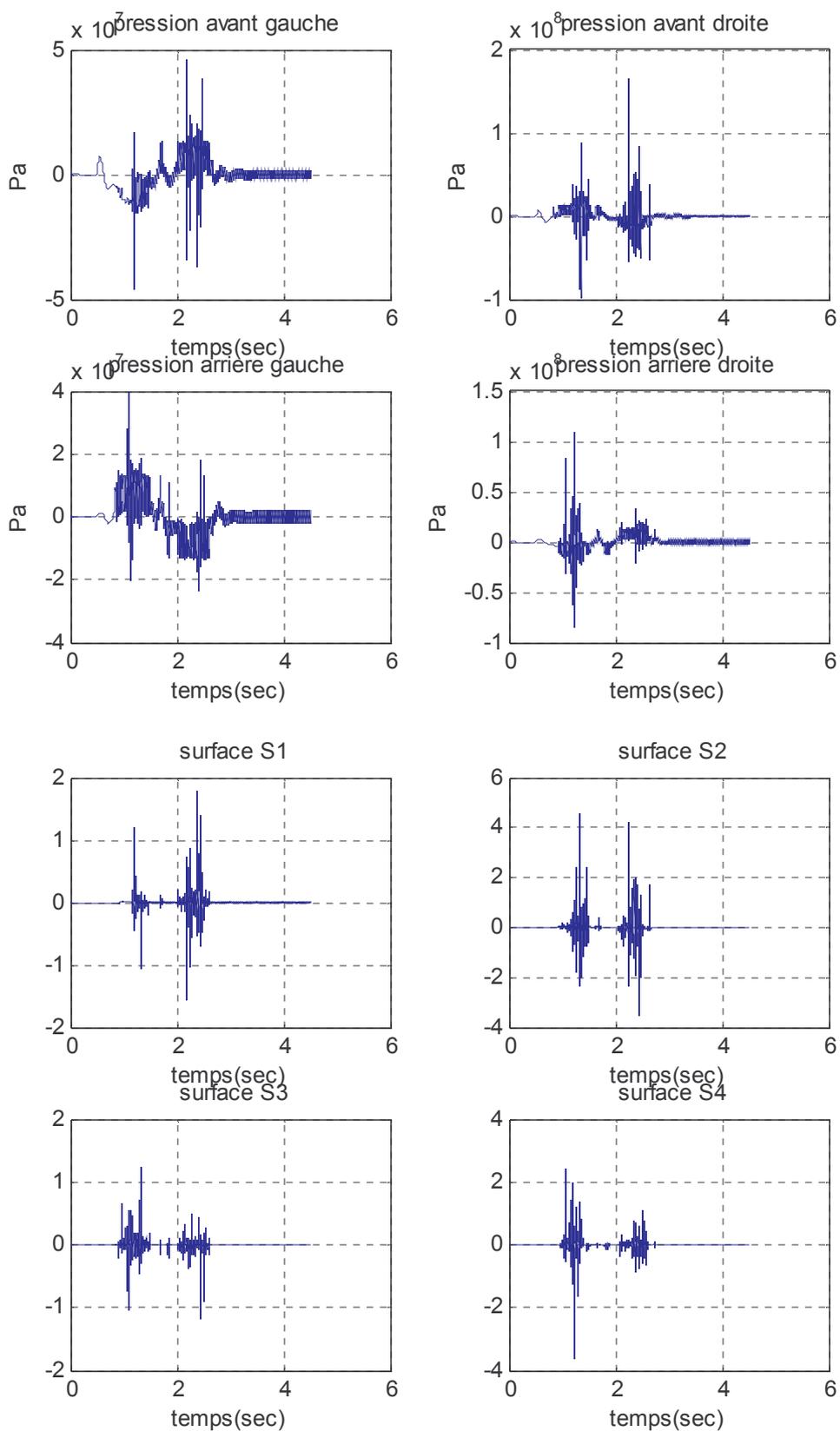


Figure III.22 : Passage sur dos d'âne pour $\dot{S} = -k \text{cont}(s) - k S$
(Modèle complet).

- **Analyses des résultats :**

A partir des résultats obtenus pour cette nouvelle loi de commande, nous remarquons que les critères de performances sont de même qualité que celles obtenues par la loi de commande précédente, mais cette fois avec une commande moins oscillante et donc moins énergétique.

III.8 CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons défini quelques critères de performances et de stabilité à satisfaire pour les suspensions automobiles, qui se base principalement sur le confort et la sécurité des passagers, après nous avons appliqué la technique de commandes par mode de glissement pour les trois modèles de véhicule déjà étudiés et avec prise en considération de la dynamique non linéaire des actionneurs hydrauliques. Pour ce faire, on a introduit la technique de commandes par Backstepping pour les modèles quart et demi, et une structure de commande décentralisée basée sur quatre sous systèmes identiques pour le modèle complet.

Dans la dernière partie de ce chapitre nous avons vu quelques simulations et réponses temporelles de la suspension active et comparé les performances ainsi obtenues, avec un régulateur PID et la suspension passive, ces résultats montre alors, les améliorations apportées par la suspension active par rapport à la suspension passive pour différents types de perturbations, confirment aussi la robustesse de la commande par mode glissant comparé à un régulateur PID pour une variation importante de la charge.

CONCLUSION

GENERALE

CONCLUSION GENERALE

A l'issu de ce mémoire et en récapitulatif de notre travail, nous nous proposons d'analyser les résultats obtenus dans les différentes phases de notre projet de fin d'étude, de les comparer, et enfin d'établir quelques lignes de perspectives.

Les travaux présentés dans ce mémoire ont conduit à la réalisation d'une étude des suspensions en particulier leur modélisation et leur commande dans un premier temps, la synthèse d'une commande par mode glissant pour la suspension active dans un second temps.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté successivement les modèles quart de véhicule, demi-véhicule de type bicyclette et complet. Pour chaque type de modèle de véhicule, nous avons donné les éléments le constituant ainsi que les équations décrivant un modèle du type considéré. On a terminé ce chapitre par des simulations en boucle ouverte en prouvant que les modèles approximés donnent les mêmes résultats que les modèles réels et cela pour les deux types de véhicules demi-vehicule et le complet.

Dans le deuxième chapitre, nous avons parlé de la technique à utiliser pour synthétiser la loi de commande pour les systèmes à structure variable, cette technique est le mode glissant. On a montré, en termes généraux, que le mode de glissement repose, à présent, sur des bases mathématiques solides qui permettent le réglage à structure variable, à travers les théorèmes cités. Cette commande va améliorer les performances du système, en termes de la stabilité, et de robustesse des lois de commandes.

Dans le troisième chapitre, nous avons présenté les critères de performances pour chaque type de modèle de véhicule (quart, demi, complet). Puis nous avons choisis le critère de débatement pour la suite de synthèse de la commande. Il s'agit en fait d'arriver

au meilleur compromis possible entre d'une part la recherche de la maximisation du confort et d'autre part le fait de contenir le débattement de la suspension dans l'espace disponible est de maîtriser l'aspect sécurité. Ensuite nous avons synthétisé une loi de commande par le mode glissant en utilisant la technique de Backsteeping pour avoir la surface de glissement, et cela pour les trois types de véhicules équipés de suspension active. En particulier nous avons utilisé la commande décentralisée pour le modèle complet de véhicule à cause de son ordre élevé dans le modèle d'état. Nous avons terminé ce chapitre par des simulations afin d'avoir plusieurs constatations et conclusions :

- La suspension active améliore substantiellement, l'aspect confort du passager, tout en préservant l'aspect sécurité du véhicule constant. Alors que la suspension passive améliore l'aspect de sécurité tandis que l'aspect confort est relativement dégradé.
- Il ne faut pas oublier, qu'en contre partie des bonnes performances que permet la suspension active (par le mode glissant), la consommation d'énergie et le coût financier sont plus importants que dans le cas de la suspension passive, ce qui peut constituer un obstacle à sa généralisation et à son application industrielle à une large échelle.
- D'une façon générale, on peut dire que le réglage par mode de glissement possède des avantages incontestables (robustesse vis-à-vis de paramètres variables), cette robustesse a été démontrée par les différents résultats de simulation, et comparaison avec d'autres approches de commande (PID). Cette méthode ne s'est pas introduite dans l'application pratique parce qu'il existe aussi des désavantages ; la nécessité d'utiliser la grandeur à régler et certains nombres de ses dérivées, selon l'ordre du système et la consommation de l'énergie lors de la sollicitation de l'organe de commande.

On peut améliorer notre travail en prenant en considération :

- Des autres dynamiques négligées, telles que les dynamiques latérales et longitudinales du pneu, permet d'aboutir à des modélisations plus réalistes.
- L'utilisation des algorithmes génétiques afin d'avoir des valeurs optimales concernant les constantes de régulation associées à la loi de commande par mode glissant.
- Elimination du broutement en utilisant la commande à structure variable généralisée.

REFERENCES

BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Hansruedi Buhler, Réglage par mode de glissement, *Presse polytechnique Romandes Lausanne*, 1986.PPR
- [2] Y. Moussous, « Modélisation et commande d'une suspension active par réseaux de neurones », *PFE en automatique à l'école nationale polytechnique*, juin 2004.
- [3] Y. Chakhchoukh , « Modélisation et commande par logique floue d'une suspension active d'un véhicule », *PFE en automatique à l'école nationale polytechnique*, juin 2004.
- [4] M.T.Alalouche, « commande par mode de glissement continu et discret d'un robot mobile », *PFE en automatique à l'école nationale polytechnique*, 1999/2000.
- [5] F. Boudjema, Exposé sur le mode de glissement, 4^{ème} année automatique à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger.
- [6] F. Boudjema, Cours sur la technique du backstepping, 1^{ème} année poste graduation à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger.
- [7] D. Sammier, « Sur la modélisation et la commande de suspensions de véhicules automobiles », *Thèse de doctorat de l'INPG*, Novembre 2001.
- [8] D. Boukhetala, F. Boudjema, T. Madani, M.S. Boucherit, N.K. M'Sirdi, « A New Decentralized Variable Structure Control for Robot Manipulators », *International Journal of ROBOTICS & AUTOMATION*, volume 18, Number 1, 2003.
- [9] Paul-Etienne VIDAL, « Commande non-linéaire d'une machine asynchrone à double alimentation », *Thèse de doctorat de l'institut national polytechnique de Toulouse*, Novembre 2001.

- [10] Ioan Ursu, Felicia Ursu, Tudor Sireteanu, "On anti-chattering synthesis for active and semi-active suspension systems", *Institute of Solid Mechanics of the Romanian Academy Str. Constantin Mille 15, 70703 Bucharest, Romania* (www.google.fr).
- [11] Nurkan YAGIZ, Ismail YUKSEK, "Robust Control of Active Suspensions Using Sliding Modes", *Department of Mechanical Engineering, Faculty of Mechanical Engineering, Yildiz Technical University, Istanbul-TURKEY, 22 juin 1999*.
- [12] Y.H. Chen, M.C. Han, "Decentralized Control Design for Interconnected Uncertain Systems", *Georgia Institute of Technology, Atlanta, USA*.
- [13] Scott Ikenaga, Frank L. Lewis, Javier Campos, "Active Suspension Control of Ground Vehicle based on a Full-Vehicle Model", *Automation & Robotics Research Institute, The University of Texas at Arlington*.
- [14] J. Campos, L. Davis, F.L. Lewis, S. Ikenaga, S. Scully, and M. Evans, "Active suspension control of ground vehicle heave and pitch motions", *Automation & Robotics Research Institute, The University of Texas at Arlington*.
- [15] J-S Lin et I. Kanellakopoulos, «Nonlinear design of active suspensions», *IEEE Control Systems Magazine*, vol.17, pp.45-49, 1995
- [16] R. Rajamani and J.K. Hedrick, "Performance of active automotive suspensions with hydraulic actuators: theory and experiment" *Proc. of the American control conference. Baltimore, Maryland. June 1994*
- [17] Jong H. Park and Young S. Kim, "Decentralized Variable Structure Control for Active Suspensions Based on a Full-Car Model", *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Control Applications Trieste, Italy 1-4 September 1998*.

ملخص

الراحة و الأمان تمثل الأهداف الأساسية لاستعمال نظام تعليق السيارات، استعمال نظام التعليق النشط يحسن هذين المعيارين، الطابع الغير خطي يببر استعمال خوارزميات التحكم المتين. المصححات ذات البنية المتغيرة المستعملة في النمط الانزلاقي تعتبر إحدى الحلول للتحكم في الأنظمة اللاخطية. في هذا المشروع نقدم طريقة التحكم بالنمط الانزلاقي مطبقة على ثلاثة نماذج للسيارة، مع استعمال التحكم اللامركزي في النموذج الكامل. النتائج المتحصل عليها تؤكد صحة هذه التقنية من حيث المتانة تجاه الاضطرابات و التغيرات في عوامل النظام.

كلمات مفتاحية: نظام غير خطي، نظام التعليق النشط ، النمط الانزلاقي، معايير التحسن، التحكم المتين، منفذ هيدروليكي، تحكم لامركزي .

Abstract

Comfort and security are principals objectives of vehicles suspensions, using an active suspension improve these two criteria. A nonlinear suspension character justifies the resort to robust control algorithms. A sliding mode is considered as a solution to control nonlinear systems. In this work we have synthesized sliding mode control for three vehicle models, with decentralized structure control for full car. The validity of these methods is confirmed by the results of the simulations which show its performance and its robustness in spite of perturbation and the variation of system's parameters.

Key words: Non linear system, active suspension, sliding mode, performances criteria, robust control, hydraulic actuator, decentralized control.

Résumé

Le confort, la sécurité sont les objectifs principaux visés par les suspensions d'automobiles, l'utilisation d'une suspension active améliore ces deux critères. Le caractère non linéaire des suspensions justifie le recours à des algorithmes de commande robuste. Les correcteurs à structure variable travaillant en mode de glissement sont une solution au problème de la commande des systèmes non linéaires. Nous présentons dans notre travail la commande par mode de glissement synthétisée pour trois modèles de véhicule, avec une structure de commande décentralisée dans le modèle complet. La validité de cette technique de commande est confirmée par les résultats de simulations qui montrent sa performance et sa robustesse vis-à-vis des perturbations et des variations des paramètres du système.

Mots clés : Système non linéaire, suspension active, mode de glissement, critères de performances, commande robuste, actionneur hydraulique, commande décentralisée.