

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



Département du Génie Electrique
Spécialité Automatique

Projet de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme
d'Ingénieur d'Etat
en
Automatique

Intitulé :

**DESATURATION DES ROUES A REACTION ET
COMMANDE D'ATTITUDE D'UN MICRO-
SATELLITE**

Etudié par :
AMR CHENTIR Rabah
SEBA Bachir

Proposé et dirigé par :
Pr. F. BOUDJEMA
Dr. N. HORRI

JUIN 2006

إهداء

" يا معشر الجن و الإنس إن استطعتم أن تنفذوا من أقطار السموات و الأرض
فانفذوا لا تنفذون إلا بسلطان " .

إلى كل من سقانا من سلطان العلم بقليل أو كثير , من قريب أو بعيد , إلى من
رفعوا أيديهم إلى السماء بالدعاء لأجلنا , إلى من امتلأت قلوبهم بحبنا و سهرت
عيونهم لراحتنا , إلى أصدقاء الدرب عادل , وهاب , مصطفى ,
يحي , أمين , منير , نوار , بشير , علي و إبراهيم , إلى هؤلاء جميعا نهدي ثمرة
هذا العمل .

عمر شنتير رابع

Dédicace

A qui puis je dédier cet humble travail si ce n'est à mes très chers parents, dont le sacrifice, la tendresse, l'amour, la patience, le soutien, l'aide et les encouragements sont l'essence de ma réussite. Sans eux, je ne serais pas ce que je suis aujourd'hui.

Je dédie ce travail également

A mes chers frères et soeurs, pour leur soutien, leur aide, leurs encouragements.

A tout mes oncles, tantes, cousins et cousines, et leurs familles, spécialement à Alger.

A tout mes enseignants, du primaire au niveau supérieur.

A tout mes amis qui étaient avec moi dès le début de mon parcours (Salih, Nadir, Mounir, Belhadj, Taha, Hadj Daoued, Brahim, Yacine.....), sans oublier mes fidèles amis de Polytech (Rabah, Mounir, Nouar, Wahab, Adel...).

Bachir SEBA

Remerciements

Nous tenons à remercier les personnes les plus chères à nos cœurs, à ceux qui nous devons tout et même plus encore, à nos familles d'exceptions pour leur soutien moral et leur présence permanente.

Nous tenons à remercier Messieurs : Pr. BOUDJEMA et Dr. BOUKHETALA pour leur encadrement et pour l'intérêt qu'ils ont manifesté à notre travail.

Nous tenons à remercier également Dr. HORRI qui a été à l'origine de ce projet, pour sa rigueur, son suivi et ses précieux conseils.

On exprime notre profonde reconnaissance à tous nos professeurs du laboratoire d'Automatique Mr TADJINE, Mr CHEKIREB, Mr BOUCHRIT, Mr ILLOUL, Mr BERKOUK, Mr HIMICI...pour tout ce qui nous ont appris Durant ces trois dernières années.

LISTE DES FIGURES

INTRODUCTION GENERALE

Figure (1) : Principe de la commande d'attitude du satellite.....4

CHAPITRE I :

Figure (I.1) : Couple de gradient de gravité.....14

Figure (I.2) : Orientation des roues cinétiques17

Figure (I.3) : Champ magnétique terrestre.....18

CHAPITRE II :

Figure (II.1) : Repère inertiel.20

Figure (II.2) : Repère orbital.21

Figure (II.3) : Repère satellite.22

Figure (II.4) : Orientation de l'orbite.23

Figure (II.5): Forme de l'orbite.23

Figure (II.6) : Les angles d'Euler.28

CHAPITRE IV :

Figure (IV.1) : Réponse du système en boucle ouverte..... 43

Figure (IV.2) : Moment cinétique et énergie de la roue (CCPL).45

Figure (IV.3) : Dipôle magnétique et le couple de la commande (CCPL).45

Figure (IV.4) : Moment cinétique et énergie de la roue (CCPL).46

Figure (IV.5) : Dipôle magnétique et le couple de la commande (CCPL).46

Figure (IV.6) : Moment cinétique et énergie de la roue (LQR).49

Figure (IV.7) : Dipôle magnétique et couple de commande (LQR).49

Figure (IV.8) : Moment cinétique et énergie de la roue (ILQR).51

Figure (VI.9) : Dipôle magnétique et couple de commande (ILQR).51

Figure (IV.10) : Moment cinétique et énergie de la roue (ILQR).52

Figure (IV.11) Dipôle magnétique et couple de commande (ILQR).52

Figure (IV.12) : Moment cinétique et énergie de la roue (MEC).56

Figure (IV.13) : Dipôle magnétique et couple de commande (MEC).	56
Figure (IV.14) : Comparaison entre les lois (CCPL), (LQR), (ILQR) et (MEC).	57
Figure (IV.15) : Moment cinétique et énergie de la roue (ILQR).	58
Figure (IV.16) : Le couple de commande (ILQR).	59
Figure (IV.17) : Moment cinétique et énergie de la roue (ILQR).	59
Figure (IV.18) : Le couple de commande (ILQR).	60
Figure (IV.19) : Comparaison entre les 2 actionneurs (commande ILQR).	60
Figure (IV.20) : La configuration du couple magnétique $N_M(k)$	62
Figure (VI.21) : Couple de commande.	63
Figure (IV.22) : Moment et énergie de la roue.	64
Figure (IV.23) : Couple de commande.	64
Figure (IV.24) : Moment et énergie de la roue.	65

CHAPITRE V :

Figure (V.1) : Structure du régulateur.	69
Figure (V.2) : Le couple de commande.	72
Figure (V.3) : L'attitude représentée par les quaternions.	72
Figure (V.4) : Les vitesses angulaires.	73
Figure (V.5) : La commande.	74
Figure (V.6) : L'attitude représentée par les quaternions.	74
Figure (V.7) : Quaternion d'erreur.	75
Figure (V.8) : Erreur de poursuite.	75
Figure (V.9) : Les vitesses angulaires.	76
Figure (V.10) : La commande de la loi 1.	77
Figure (V.11) : Moment cinétique.	78
Figure (V.12) : Quaternion d'attitude.	78
Figure (V.13) : La commande d'attitude.	79
Figure (V.14) : L'attitude représentée par les quaternions.	80
Figure (V.15) : Moment cinétique.	80
Figure (V.16) : Attractivité et invariance.	82
Figure (V.22) : Comparaison entre les 2 commandes par (retour d'état et glissement)	87
Figure (V.23) : Robustesse de la commande par mode de glissement.	87

LISTE DES TABLEAUX

CHAPITRE I :

Tableau (I.1) : Précision de quelques Capteurs.....	8
Tableau (I.2): Couples maximum de perturbation.....	16

CHAPITRE II :

Tableau (II.1): Description de l'ensemble des éléments de Kepler.....	23
---	----

CHAPITRE IV :

Tableau (IV.1) : Comparaison entre les magnétocoupleurs et les Tuyères.....	40
Tableau (IV.2) : Paramètres de simulation-UoSAT12.....	44

CHAPITRE V :

Tableau (V.1) : Comparaison entre les deux lois de commande d'attitude.....	88
---	----

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE.....	2
CHAPITRE 1 : CAPTEURS ET ACTIONNEURS D'UN SATELLITE.....	5
I.1 LES CAPTEURS.....	6
I.1.1 CAPTEURS DE LA TERRE.....	6
I.1.2 CAPTEURS SOLAIRES	7
I.1.3 CAPTEURS D'ETOILES	7
I.1.4 LES MAGNETOMETRES	7
I.1.5 CAPTEURS GYROSCOPIQUES (GYROMETRES)	8
I.1.6 GPS (GLOBAL POSITIONING SYSTEM)	8
I.2 LES ACTIONNEURS.....	9
I.2.1 STRATEGIE DES ACTIONNEURS.....	10
I.2.2 LES ACTIONNEURS ACTIFS.....	10
I.2.2.1 TUYERES (THRUSTERS)	10
I.2.2.2 Dispositifs d'échange du moment cinétique.....	11
I.2.3 LES ACTIONNEURS PASSIFS.....	12
I.2.3.1 Gradient de gravité.....	12
I.2.3.2 Dipôle Magnétique.....	12
I.2.3.3 Stabilisation Aérodynamique.....	12
I.2.3.4 Rayonnement Solaire.....	13
I.2.4 LIMITATIONS DES COUPLES GENERES PAR MAGNETOCOUPLEURS.....	13
I.3 L'ENVIRONNEMENT SPATIAL	14
I.3.1 COUPLE DE GRADIENT DE GRAVITEE.....	14
I.3.2 COUPLE DE RAYONNEMENT.....	15
I.3.3 RESISTANCE AERODYNAMIQUE.....	15
I.4 LES ROUES CINETIQUES OU A REACTION.....	16
I.4.1 CONFIGURATION DES ROUES CINETIQUES.....	16
I.4.2 ORIENTATION.....	16
I.5 MODELE DU CHAMP MAGNETIQUE TERRESTRE.....	17
I.5.1 LE MODELE DE DIPOLE.....	17
I.5.2 LE MODELE IGRF (INTERNATIONAL GEOMAGNETIC REFERENCE FIELD).....	18
CHAPITRE II : LA REPRESENTATION D'ATTITUDE D'UN SATELLITE.....	19
II.1 SYSTEME DE COORDONNEES (CS).....	20
II.1.1 REPERE INERTIEL (ECI)	20
II.1.2 LE REPERE ECF (EARTH CENTRED EARTH FIXED)	21
II.1.3 REPERE ORBITAL.....	21
II.1.4 LE REPERE SATELLITE.....	21
II.2 MOUVEMENT ORBITAL DU SATELLITE.....	22
II.3 REPRESENTATION D'ATTITUDE.....	24
II.3.1 DEFINITION ET NOTATION.....	24
II.3.1.1 Matrice de rotation.....	24
II.3.1.2 Quaternion unité.....	25
II.3.1.3 Matrice d'inertie.....	27
II.3.2 ANGLES D'EULER –MATRICE DE ROTATION.....	27

CHAPITRE III : EQUATION DU MOUVEMENT D'UN SATELLITE.....	31
III.1 MODELE DYNAMIQUE.....	32
III.2 MODELE CINEMATIQUE.....	33
III.3 LINEARISATION DES EQUATIONS DU MOUVEMENT.....	34
CHAPITRE IV : DESATURATION DES ROUES A REACTION.....	38
IV.1 MODELE DU SATELLITE A ROUES CINETIQUES.....	39
IV.2 COMMANDE PAR MAGNETOCOUPLEURS.....	44
IV.2.1 LA LOI PRODUIT VECTORIEL : CCPL (COMMON CROSS- PRODUCT LAW).....	44
IV.2.2 REGULATEUR QUADRATIQUE LINEAIRE (LQR).....	47
IV.2.3 REGULATEUR QUADRATIQUE LINEAIRE INFINI (ILQR)	50
IV.2.4 REGULATEUR POUR CRITERE ENERGIE MINIMALE (MEC)	53
IV.2.5 COMPARAISON ENTRE LES LOIS CCPL, LQR, ILQR ET MEC.....	57
IV.3 COMMANDE PAR TUYERES.....	58
IV.3.1 REGULATEURS ILQR.....	58
IV.4 LOI DE COMMANDE COMBINEE (MAGNETOCOUPLEURS + TUYERES).....	61
CHAPITRE V : COMMANDE D'ATTITUDE.....	66
V.1 SYNTHESE DE LA LOI DE COMMANDE.....	67
V.1.1 DETERMINATION DES GAINS K ET D	70
V.2 IMPLEMENTATION SUR SUNSAT.....	71
V.3 COMMANDE SIMULTANEE DE L'ATTITUDE ET DE LA ROUE CINETIQUE.....	77
V.4 COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT.....	81
V.4.1 PRINCIPE DE LA COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT.....	81
V.4.2 CALCUL DE LA COMMANDE.....	82
V.4.3 ELIMINATION DU PHENOMENE DU CHATTERING.....	83
V.4.4 CALCUL DE LA COMMANDE U PAR MODE DE GLISSEMENT.....	84
CONCLUSION GENERALE.....	90

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

La détermination d'attitude est le processus de calcul et de prédiction de l'orientation du satellite (Mouvement du satellite autour de son centre d'inertie) par rapport à une référence donnée tel que la terre. La commande d'attitude vise à compenser les couples de perturbation agissant sur le véhicule spatial.

Ceci comporte fondamentalement les mesures des capteurs et une informatique basée sur les modèles dynamiques et cinématiques du véhicule spatial. L'exactitude est généralement déterminée par une combinaison des capteurs (matériel) et des algorithmes (logiciel).

Pour le cas des micro-satellites des nouvelles techniques de détermination et de commande d'attitude peuvent être appliquées, les capteurs et les actionneurs sur ces derniers ont une précision limitée dues aux contraintes physiques des micro-satellites comme la masse, la puissance et le volume. Ceci limite les méthodes employées réellement pour la commande. En raison de ces contraintes, les capteurs et les Actionneurs doivent être légers et petits (magnétocoupleurs et roues à réaction), donc, pour augmenter les performances, on doit augmenter la capacité de la partie software, c'est-à-dire augmenter le rendement du matériel (hardware) existant en s'appuyant sur des Algorithmes de commande plus sophistiqués, Mais il faut annoncer que les algorithmes seuls ne peuvent pas traiter tous les problèmes du matériel insuffisant.

La plupart des nouveaux algorithmes de commande développés ont été conçus pour des orbites basses (LEO) et pour un pointage satellite-terre (l'axe $-Z$ ou Nadir pointing mode). On assume que l'orbite est circulaire ou légèrement elliptique.

Pour la stabilisation, des méthodes passives peuvent être employées, mais pour certaines conditions de mission comme celles exigeant un pointage satellite-terre, une commande active d'attitude est nécessaire. Dans le cas où on applique seulement les méthodes passives (magnétocoupleurs) la génération des couples de commande est limitée. La rotation et la variation angulaire autour de l'axe du satellite parallèle au vecteur de champ magnétique

terrestre ne peuvent pas être commandés. Le champ magnétique produit par ces magnétocoupleurs réagit avec le champ magnétique terrestre et donne des couples sur le satellite. Ces couples sont employés pour compenser les couples perturbateurs.

Cette conception complique la synthèse de régulateurs par le fait que le système n'est pas contrôlable mathématiquement à tout instant. Des couples peuvent seulement être produits dans le plan normal au vecteur du champ magnétique terrestre.

Pour les satellites d'imagerie par exemple, une grande précision et résolution sont exigées, d'où le recours aux méthodes actives, avec généralement 3-roues à réaction sur les 3-axes du satellite pour atteindre les objectifs.

Durant toute cette thèse on supposera que les informations concernant l'attitude sont disponibles. Cette thèse est constituée de 5 chapitres :

1. Capteurs et actionneurs d'un satellite.
2. La représentation d'attitude d'un satellite.
3. Les équations du mouvement d'un satellite.
4. Désaturation de la roue à réaction en utilisant différents algorithmes et lois de commandes optimales.
5. La commande d'attitude en utilisant les roues à réaction.

A titre d'exemple, un micro-satellite d'observation de la terre pourra être lancé à une orbite polaire circulaire basse (LEO) avec une altitude d'environ 600-800 kilomètres. Après le lancement, le satellite sera séparé du lanceur et il sera activé cinq minutes après la séparation. Après la séparation du lanceur, le satellite pourrait avoir des vitesses angulaires de jusqu'à 0.1 rad/s sur toutes les axes. Après la réduction des vitesses angulaires à une valeur de 0.01 rad/s, le début d'acquisition d'attitude commence, une mission de pointage sera l'objectif de la commande d'attitude car la caméra doit pointer vers le centre de la terre (au nadir) durant toute la mission. La condition est que les axes des senseurs aient une déviation de 5 degrés maximum.

Pour bien comprendre l'objectif de ce travail, la figure (1) explique le rôle des 3 principaux actionneurs utilisés :

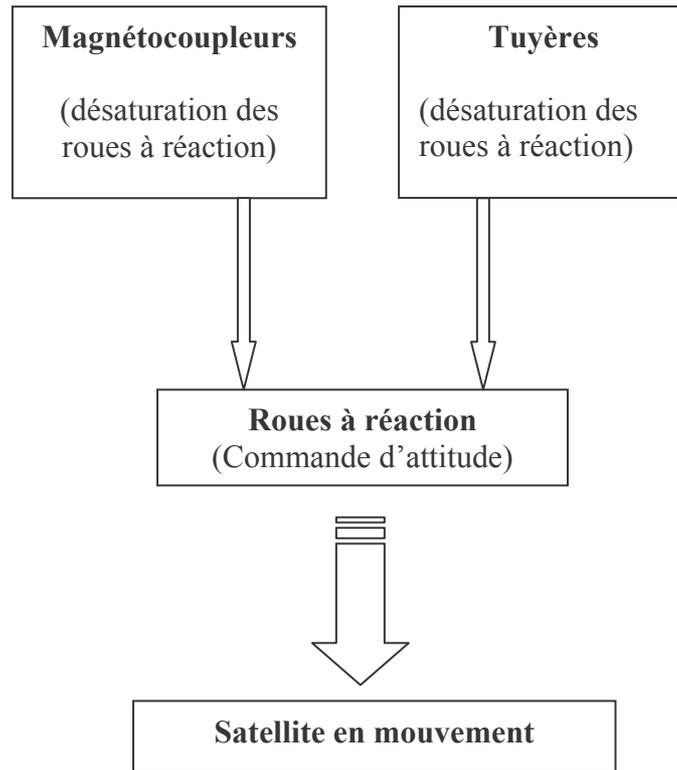


Figure (1) : Principe de la commande d'attitude du satellite.

Pour aboutir à une commande d'attitude, les deux premiers actionneurs (Magnétocoupleurs et Tuyères) sont utilisés pour désaturer les roues en cas de saturation, si cet objectif est atteint alors les roues cinétiques peuvent commander l'attitude du satellite.

CHAPITRE I

CAPTEURS ET ACTIONNEURS D'UN SATELLITE

CAPTEURS ET ACTIONNEURS D'UN SATELLITE

Ce chapitre fournira une brève vue d'ensemble au sujet des techniques courantes utilisées pour la détermination et la commande d'attitude (ADCS) d'un véhicule spatial(S /C), la configuration des capteurs, des Actionneurs et de tout autre matériel est discutée et présentée ainsi que les perturbations qui peuvent agir sur le système [1].

La position du satellite en orbite doit être connue pour employer l'information mesurée et pour la corrélérer avec les vecteurs de référence. Elle peut être mesurée en utilisant un récepteur GPS, par effet doppler, ou elle est estimée en intégrant les équations orbitales du mouvement à partir d'un état initial connu. La position du S/C peut être corrigée régulièrement en utilisant des mesures de l'orbite à partir de la terre. Avec la connaissance de la position orbitale, le satellite peut calculer un vecteur de référence \vec{r}_i , sa position exprimée dans le repère lié au satellite \vec{m}_i est donnée par:

$${}^b\vec{m}_i = {}^rDCM . {}^r\vec{r} \quad (I.1)$$

I.1 Les Capteurs

Les principaux capteurs utilisés sur des satellites sont:

I.1.1 Capteurs de la Terre

Le principe de détection est basé sur la variation thermique de l'élément sensible dans la bande spectrale où la terre est vue comme un disque uniforme. La direction de visée de ces capteurs vers la terre permet d'obtenir deux angles d'attitude du satellite. Un senseur d'horizon terrestre comprend généralement quatre parties:

- un mécanisme de visée, un système optique, un détecteur de luminance, une électronique de traitement du signal [2].

I.1.2 Capteurs solaires

On distingue les capteurs solaires analogiques (grossiers) et les capteurs digitaux (précis). Ils sont employés soit pour détecter la présence du soleil, soit pour fournir un angle d'attitude. L'élément sensible pour le premier type est une cellule solaire au silicium dont l'énergie reçue est une en fonction de la position du soleil. Il permet de donner la direction du soleil par rapport à sa normale à partir d courant de sortie I . pour le deuxième type on distingue les capteurs à barrettes photodétecteurs de type DTC qui reçoit l'image du soleil a travers un objectif et une fonte et les capteurs à matrice DTC où le centre du soleil est déterminé par le calcul barycentrique de pixels touchés par l'image du soleil [2].

I.1.3 Capteurs d'étoiles

Les sondes d'étoile prennent une photo du ciel et calculent l'attitude en comparant l'image prise à une carte d'étoile stockée dans le bord de l'électronique du traqueur d'étoile. Une image d'étoile $10^\circ \times 10^\circ$ est projetée sur une matrice de 376×291 pixel (CCD), Les traqueurs d'étoile n'ont pas besoin d'un autre vecteur de mesure. Ils fournissent directement l'attitude du satellite puisque la mesure de trois étoiles fournit déjà toutes les mesures nécessaires pour la pleine détermination d'attitude. Les traqueurs d'étoile fournissent une précision très élevée [3].

I.1.4 Les magnétomètres

Les Magnétomètres mesurent le vecteur et l'intensité du champ magnétique à la position actuelle du satellite. Si la position orbitale est connue et un modèle précis de champ magnétique est stocké dans l'ordinateur de bord du satellite, le vecteur peut être employé pour la détermination d'attitude dont la qualité dépend fortement du modèle de champ magnétique stocké dans l'ordinateur de bord et des événements courants dans l'ionosphère, par exemple l'orage magnétique [2].

I.1.5 Capteurs gyroscopiques (gyromètres)

Ils ne sont pas utilisés pour mesurer l'attitude du satellite mais plutôt sa vitesse angulaire. Les gyroscopes modernes emploient des techniques optiques de laser pour mesurer une variation angulaire du satellite. On distingue plusieurs types :

- les gyromètres mécaniques.
- les gyromètres optiques.
- les gyromètres vibrants.

I.1.6 GPS (Global Positioning System)

Le GPS est la sonde de positionnement la plus précise. Il permet une communication avec les satellites pour calculer la position et la vitesse courantes. L'attitude du satellite peut être calculée en utilisant la différence entre les mesures de deux sondes ou plus. Cependant le prix d'un récepteur de GPS qualifié pour le spatial est relativement élevé [3].

Un bref sommaire de toutes les sondes est donné dans le tableau ci-dessous [1]:

Capteur	Précision	Avantage	Désavantage
Capteur de la terre	0.05 - 1 deg	Taille moyenne	Dépend de l'orbite
Capteur solaire	0.1 – 3 deg	Petit, léger	problèmes d'éclipse
Capteur d'étoile	0.0001 deg	Précision élevée	Grand, lourd, complexe
Magnétomètre	0.5 – 5 deg	Pas chair, petit, léger	basses altitudes, précis
GPS	1 cm -50 m	précis	chère

Tableau (I.1) : Précision de quelques Capteurs.

En raison du poids élevé des traqueurs d'étoile, ceux-ci ne peuvent pas être employés sur des micro-satellites. Pour les mêmes raisons il est difficile de mettre en application les capteurs d'horizon terrestre. Des tentatives sont faites par différents groupes de développement aux universités partout dans le monde pour rendre ces capteurs également disponibles sur des

micro-satellites. Toutefois le développement de nouveaux capteurs n'est généralement pas essentiel, vu que la combinaison d'un capteur solaire et d'un magnétomètre fournira les informations nécessaires à la détermination d'attitude.

I.2 Les Actionneurs

L'attitude d'un satellite peut être commandée activement ou passivement :

- La commande active consiste en un régulateur qui calcule les couples nécessaires de commande agissant sur le satellite pour ajuster son attitude sur une position désirée en utilisant des actionneurs actifs, par exemple les Tuyères.
- La commande passive d'attitude consiste en l'emploi de couples externes issus de l'interaction du satellite avec l'environnement (architecture du satellite). Ces derniers ne peuvent pas être évités et agissent normalement sur le satellite (comme les perturbations externes).

Exemple : le satellite peut être construit de telle manière que le gradient de gravité va stabiliser le satellite en mode de pointage Terre.

Le but de la commande d'attitude est d'ajuster les axes principaux du satellite suivant la direction des axes de référence ou du repère cible. Ce genre de stabilisation s'appelle la stabilisation 3-axes. Cependant en utilisant la commande passive d'attitude, le plus souvent, seulement un axe peut être ajusté. Nous parlons alors de la stabilisation 1-axe.

Une autre méthode employée est la stabilisation par spin ou par giration, c'est une méthode de stabilisation 1-axe, il suffit de mettre en rotation le satellite avec une vitesse suffisamment élevée, puis de le laisser libre; il y'a création d'un moment cinétique important qui permet au satellite d'être moins perturbé par les couples externes.

I.2.1 Stratégie des Actionneurs

Pour pouvoir commander l'attitude, au moins un Actionneur est nécessaire. Les actionneurs doivent pouvoir causer une accélération angulaire du satellite. Selon l'équation (I.2) ils doivent assurer un couple :

$$N = I \dot{\omega} \quad (I.2)$$

Comme le couple est la dérivée du moment cinétique, l'actionneur doit changer le moment cinétique du satellite, qui selon la loi de Newton doit être constant quand le véhicule spatial n'est pas affecté par les forces externes. En conséquence il y a seulement deux manières de changer l'attitude du satellite [4].

1. En transférant le moment cinétique à un objet externe.
2. En transférant le moment cinétique à une autre pièce du satellite.

Ceci peut être réalisé par différents Actionneurs:

I.2.2 Les actionneurs actifs

Les actionneurs standard sont :

I.2.2.1 Tuyères (Thrusters)

L'utilisation de tuyères commandées est un moyen de stabilisation relativement simple. Une tuyère est un actionneur "TOUT ou RIEN", donnant une poussée égale à sa valeur maximale. Pour ne pas perturber la trajectoire du véhicule, il ne faut pas créer de résultante et donc générer uniquement un couple pur. Pour cela on associe les tuyères 2 par 2 en position symétrique sur le satellite, ceci donne des poussées opposées. [4]

Différents types de Tuyères sont normalement employés pour la commande d'attitude

a) Tuyère ou éjecteur chimique

Les éjecteurs chimiques utilisent une réaction chimique qui accélère un carburant et l'expulse du satellite. En d'autres termes, le moment est transféré à partir du véhicule spatial au propulseur, ainsi les éjecteurs chimiques appartiennent au deuxième groupe d'actionneurs.

Ils peuvent être employés pour exercer un couple sur le véhicule mais ils ont une période opérationnelle limitée qui dépend de la quantité du combustible.

b) Tuyère ou éjecteur d'ion

Les éjecteurs d'ion expulsent un carburant ionisé accéléré par un champ électrique. Ceci rend les éjecteurs d'ion plus économiques en combustible que les éjecteurs chimiques, mais avec une poussée moindre.

Les éjecteurs chimiques et l'éjecteur d'ion appartiennent au deuxième groupe d'actionneurs car le moment cinétique du satellite est transféré au carburant ionisé.

I.2.2.2 Dispositifs d'échange du moment cinétique

a) Actionneurs gyroscopiques

Ces dispositifs contiennent des roues à réaction. L'orientation ou le variation de rotation de la roue peut être changée. Le principe est que le moment cinétique du satellite comprenant ces dispositifs ne change pas en absence des couples externes. Si des couples externes de perturbation agissent sur le vaisseau, le moment cinétique de système satellite change et les roues peuvent être employées pour compenser ces couples en produisant des couples internes sur le reste du satellite et en stockant le changement du moment cinétique provoqué par les couples externes de perturbation.

Si une variation maximale de rotation est atteinte, la roue doit être désaturée à l'aide d'un actionneur. Une explication mieux détaillée sur les roues à réaction fera l'objet de la partie (2.4)

b) Magnétocoupleurs

Les magnétocoupleurs sont des dispositifs qui produisent un moment magnétique dans une direction désirée. Si le satellite est dans une orbite basse (LEO), le moment magnétique produit par le Magnétocoupleurs peut interagir avec le champ magnétique terrestre et des couples externes peuvent être produits. Ils peuvent être utilisés pour réduire la déviation à 1 degré pour une orbite circulaire [3], la variation des angles de roulis et de tangage sont principalement provoqués par des couples de perturbation de gradient de gravité et d'aérodynamique, le couple magnétique des magnétocoupleur a un dipôle magnétique de

20 Am^2 par axe qu'ont il générer en parallèle (perpendiculairement au champ magnétique terrestre).

Le couple Maximum est de 10^{-3} Nm dans une région polaire, principalement utilisé pour la commande des angles de roulis et de tangage. Il est de $5 \times 10^{-4} \text{ Nm}$ à une région équatoriale, principalement utilisé pour la commande de l'angle de lacet.

I.2.3 Les Actionneurs passifs

L'attitude du satellite peut également être contrôlé en employant des effets physiques des perturbations agissant sur le vaisseau. En général l'exactitude de pointage des satellites stabilisé par des actionneurs passifs est mauvaise, Ainsi des dispositifs additionnels de dissipation d'énergie devraient être installés. [1]

I.2.3.1 Gradient de gravité

L'effet utilisé est que la force de la gravité diminue avec le carré de la distance. Ainsi, les parties des satellites les plus éloignés du centre de la terre sont soumises à une force plus petite que les parties qui sont plus proches. En construisant le satellite dans une certaine configuration, cet effet peut être employé pour produire des couples qui l'ajustent sur une certaine position.

I.2.3.2 Dipôle Magnétique

L'installation d'un fort dipôle magnétique constant sur le satellite (aimant permanent) causera un ajustement de l'axe de dipôle installé avec l'axe du vecteur du champ magnétique terrestre. Cette méthode de stabilisation fonctionne seulement dans les orbites basses (LEO), puisque le champ magnétique terrestre doit être présent.

I.2.3.3 Stabilisation Aérodynamique

La forme géométrique du satellite peut être établie de telle manière que les forces sur ce dernier provoqué par l'atmosphère résiduelle produisent des couples pour ajuster sa position. Toutefois c'est seulement possible pour les orbites basses (LEO), puisque l'atmosphère résiduelle doit être présente. En outre cette méthode de stabilisation peut

seulement être employée pour des missions courtes en temps parce que la résistance due à l'atmosphère influe sur l'altitude du satellite et forcera une réentrée.

I.2.3.4 Rayonnement Solaire

Semblable à la stabilisation aérodynamique, le rayonnement solaire peut être employé pour produire des couples sur le satellite. L'orientation serait alors sur un axe qui pointe vers le soleil.

L'utilisation de la commande passive d'attitude n'est pas appropriée à la plupart des missions de véhicule spatial dues au manque d'exactitude.

En conclusion : les couples passifs peuvent être employés pour aider le système de commande actif d'attitude et pour gagner de la puissance.

I.2.4 Limitations des couples générés par Magnétocoupleurs

La génération des couples de commande employant des magnétocoupleurs seulement est limitée. On va essayer avec les exemples suivants d'expliquer pourquoi cette limitation existe?

Le satellite peut produire un dipôle magnétique arbitraire mais pas dans n'importe quelle direction, généralement il produira un couple perpendiculaire au vecteur champ magnétique présent,

$$\vec{N}_{control} = \vec{m}_{satellite} \times \vec{B}_{earth} \quad (I.3)$$

\vec{m} : est la position du satellite.

Supposons que le vecteur du champ magnétique terrestre est dans le plan $y-z$ (x est dans le plan normal au plan $y-z$). Si un couple est exigé sur l'axe des abscisses $\vec{N}_{exigé-x}$ il peut être produit parce que le vecteur couple est perpendiculaire au vecteur de champ magnétique. Mais si un couple est exigé sur l'axe des y $\vec{N}_{exigé-y}$?

Ce couple ne peut pas être produit, parce que le couple exigé n'est pas perpendiculaire au vecteur de champ magnétique. Néanmoins un couple $\vec{N}_{exigé-y}$ peut être produit mais il doit

avoir une composante de couple désiré sur l'axe des z donc on aura un couple additionnel sur l'axe z , ce couple peut être vu en tant que couple interne de perturbation sur cet axe. Selon l'angle entre le couple désiré et le vecteur de champ magnétique, la composante additionnelle ou cette perturbation interne peut être plus grande que le couple désiré lui-même. Il est évident que produire un tel couple $\vec{N}_{exigé-y}$ n'est pas désirable.

I.3 L'Environnement Spatial

Cette partie fournira une vue d'ensemble au sujet de l'environnement et des principaux couples de perturbation agissant sur le satellite dans son orbite [4]. [1]

I.3.1 Couple de gradient de gravité

Un objet non symétrique est toujours le sujet d'un couple due à la variation de la force de gravité agissant sur l'objet. Cette variation de la force s'appelle le gradient de gravité. Ceci est expliqué sur le schéma 2.1 pour un satellite se composant de deux éléments de masse équivalents m_1 et m_2 qui sont reliés par un faisceau sans masse.

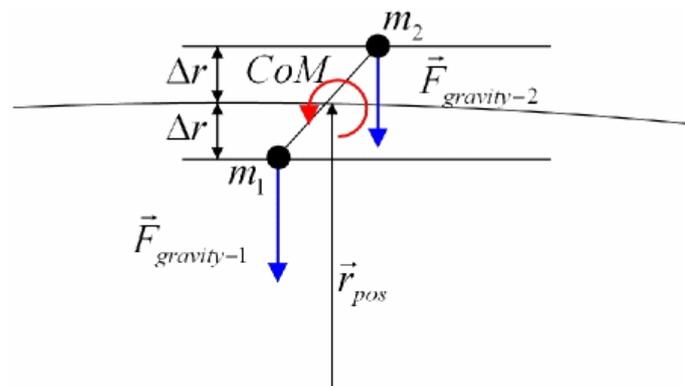


Figure (I.1) : Couple de gradient de gravité.

Puisque l'élément de masse m_1 est plus proche du centre de la terre, la force de gravité lui appliqué est plus grande que sur l'élément de masse m_2 . Puisque le centre de masse du satellite est au milieu du faisceau, les deux forces ont la même distance du centre. Ainsi, le

gradient de gravité sur le satellite a comme conséquence un couple autour du centre de masse centre de masse du satellite et aligne l'axe du satellite le long du vecteur radial.

Le couple agissant sur le satellite est :

$$\vec{N}_{GG} = \frac{3\mu}{|R_s|^3} \left[\vec{k}_0 \times (I \vec{k}_0) \right] \quad (I.4)$$

I.3.2 Couple de Rayonnement

Le rayonnement incident sur une surface du satellite induit une force sur cette surface. Si cette force ne traverse pas le centre de la masse du satellite, le rayonnement causera un couple perturbateur. Ce couple dépend de l'intensité et de la distribution spectrale du rayonnement incident, de la géométrie et des propriétés optiques de la surface et de la position du soleil en ce qui concerne la surface traitée. Les trois sources principales de rayonnement sont le rayonnement solaire, le rayonnement d'albédo de la terre et le rayonnement de la terre lui-même. Tandis que le rayonnement solaire sur un satellite est presque constant, les dernières deux sources dépendent fortement de l'altitude du satellite et des conditions environnementales. Des éclipses dans l'orbite du satellite doivent être prises en considération. Une éclipse se produit quand la terre est alignée entre le satellite et le soleil.

I.3.3 Résistance Aérodynamique

Pour les orbites basses (LEO), l'effet de l'atmosphère résiduelle sur le satellite peut être élevé. Même si la densité de l'atmosphère est très basse, la pression dynamique peut avoir une valeur significative puisque la vitesse du satellite dans son orbite est grande. En essayant de calculer le couple réel provoqué par l'atmosphère résiduelle, quelques problèmes surgissent. La densité dans l'atmosphère supérieure n'est pas constante et dépend de plusieurs facteurs comme la position du S/C, du temps local à cette position (jour/nuit) ou de l'activité du soleil pendant le dernier jour.

Le tableau suivant donnera une idée sur l'ordre de grandeur des couples maximums de perturbations dans une orbite circulaire de 700 Km. Les couples de perturbations sont calculées en assumant la section maximale du micro-satellite (CASSat).

Couples de Perturbation	Grandeur
Couple aérodynamique	$2.681 \cdot 10^{-9}$ Nm
Couple de Rayonnement	$3.157 \cdot 10^{-9}$ Nm
Couple de Gradient de gravité	$3.688 \cdot 10^{-10}$ Nm

Tableau (I.2): Couples maximum de perturbation.

I.4 Les roues cinétiques ou à réaction

Les roues à réaction sont employées pour exercer des couples relativement petits à une précision élevée. Chacune se compose d'un moteur et une roue. Quand la roue est accélérée par le moteur, elle aura un moment cinétique qui sera transféré à partir du système satellite. Avec trois roues, il est possible de transférer le moment cinétique du satellite, elle appartient donc au deuxième groupe d'actionneurs. On peut également employer une seule roue dans une suspension gyroscopique. [4]

Toutefois il y a une limitation du moment cinétique qui peut être transféré aux roues car tout moteur a un seuil de saturation. Les roues cinétiques sont des très bons actionneurs pour ajuster l'attitude surtout pour des micro-satellites car il est possible de trouver des moteurs de petite taille adéquats.

I.4.1 Configuration des roues cinétiques

Pour concevoir un système de commande d'attitude à l'aide des roues cinétiques, il est important de considérer soigneusement le placement et l'orientation des roues avant la conception de contrôleur. Au moins trois roues sont nécessaires pour exécuter la commande d'attitude sur les 3-axes. Certains satellites utilisent une quatrième roue de sécurité en cas de panne en assurant un contrôle des 3-axes qui exige la capacité de produire un moment cinétique dans n'importe quelle direction dans le système satellite.

I.4.2 Orientation

Pour réaliser la commande 3-axes, les axes de rotation des roues doivent inclure chacune des trois dimensions de l'espace. C'est possible dans beaucoup de configurations, mais le manque de la connaissance de la distribution de masse et par conséquent les

moments d'inertie du véhicule spatial impose une seule solution : c'est l'alignement orthogonal.

La Figure (I.2) montre la configuration où les roues sont parallèlement alignées aux axes géométrique du satellite.

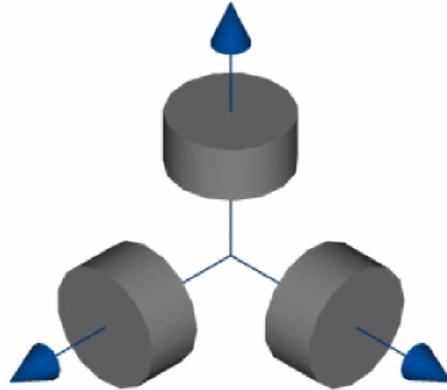


Figure (I.2) : *Orientation des roues cinétiques.*

Remarque

Si une variation maximale de rotation est atteinte, la roue doit être désaturée à l'aide d'un autre actionneur qui est en générale un magnétocoupleur ou une Tuyère, la partie désaturation est traitée en détail dans le chapitre IV.

I.5 Modèle du champ magnétique terrestre

La mesure du champ magnétique terrestre est essentielle pour la commande d'attitude des satellites, la valeur du champ varie entre 25000 nT aux niveaux des régions équatoriales et de 70000 nT aux régions polaires. Il existe deux principaux modèles: [1], [6].

I.5.1 Le modèle de dipôle

On assimile le champ magnétique terrestre à celui d'un dipôle magnétique placé suivant l'axe Nord-Sud de la terre et présentant ainsi une symétrie de révolution autour de l'axe de rotation de la terre, 90% de tout le champ magnétique terrestre peut être représenté par ce modèle.

I.5.2 Le modèle IGRF (International geomagnetic reference field)

Créer par le IAGA (International Association of Geomagnetism and Aeronomy), le modèle IGRF définit le champ magnétique de la terre. Les coefficients qui permettent de définir ce modèle sont ajustés chaque 50 ans pour s'adapter au changement du champ magnétique terrestre.

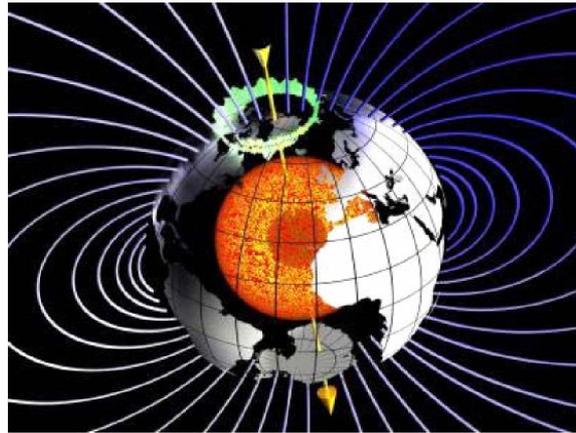


Figure (I.3) : Champ magnétique terrestre.

Conclusion

La détermination d'attitude se fait à l'aide de différents senseurs qui donnent des vecteurs de mesure qui peuvent être utilisés par la suite pour calculer la commande nécessaire à stabiliser le satellite. L'exécution de cette commande se fait à l'aide de plusieurs types d'actionneurs, le choix de capteur ou de l'actionneur dépend du véhicule spatial et des objectifs de la mission à accomplir.

CHAPITRE II

LA REPRESENTATION D'ATTITUDE D'UN SATELLITE

LA REPRESENTATION D'ATTITUDE DU SATELLITE

Ce chapitre traite en premier lieu les systèmes de coordonnées et la paramétrisation du mouvement orbital. Ensuite il met en évidence les définitions et l'outil mathématique permettant de représenter l'attitude. Il construit une introduction à la partie modélisation du mouvement du satellite. [1]. [4].

II.1 Système de coordonnées (CS)

Tout calcul effectué doit se faire par rapport à un repère de référence donné. Certains calculs peuvent être beaucoup plus faciles à faire dans un système de coordonnées adapté au problème que dans un autre.

Voici les différents (CS) utilisés ainsi qu'une description de leur application :

II.1.1 Repère inertiel (ECI)

Le repère inertiel (Earth Centred Inertiel) a comme origine le centre de la terre. L'axe- x des abscisses est dans le plan équatorial et pointe l'équinoxe vernal, l'axe- z se dirige vers le pôle nord de la terre et il est parallèle à son axe de rotation. L'axe- y complète les deux autres axes pour avoir un repère direct.

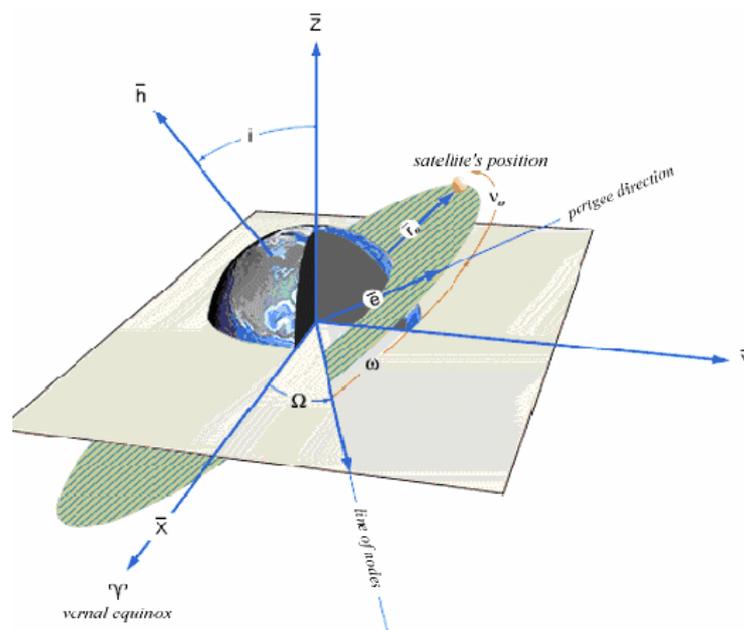


Figure (II.1) : Repère inertiel.

Le système ECI est employé comme système de référence pour la plupart des applications pendant la commande d'attitude. Les quaternions d'attitude sont calculés par rapport à ce repère.

II.1.2 Le Repère ECF (Earth Centred Earth Fixed)

Même chose que pour le (ECI) mais l'axe des x pointe le méridien de Greenwich.

Le système ECF est très important pour le calcul des temps de vue ou la position actuelle de cible.

II.1.3 Repère orbital

L'origine du repère orbital est le centre de masse du satellite (CoM). L'axe-z se dirige vers la direction opposée au vecteur position du satellite dans le système (ECI) (pointage Terre). L'axe des y est perpendiculaire au plan orbital et l'axe -x complète le système pour avoir un repère orthogonal direct, c'est à dire:

- L'axe x dit de roulis, unitaire de la vitesse orbitale, tangent à l'orbite.
- L'axe y de tangage, unitaire du moment cinétique, normal à la trajectoire.
- L'axe z de lacet, suivant la géocentrique.

Le repère orbital est utilisé comme référence pour les régulateurs d'attitude. Pour le mode de pointage Terre parfait on veut que les axes géométriques du satellite (repère satellite) coïncident avec le repère orbital.

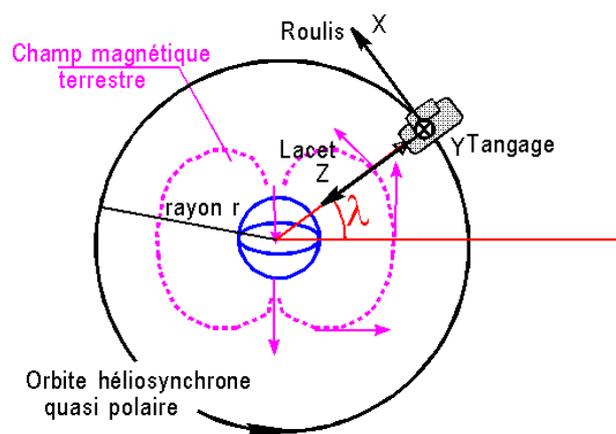


Figure (II.2) : Repère orbital.

II.1.4 Le repère satellite

L'origine du repère est le centre de masse du satellite (CoM). Les axes sont les principaux axes géométriques du satellite, de sorte que la matrice d'inertie soit diagonale.

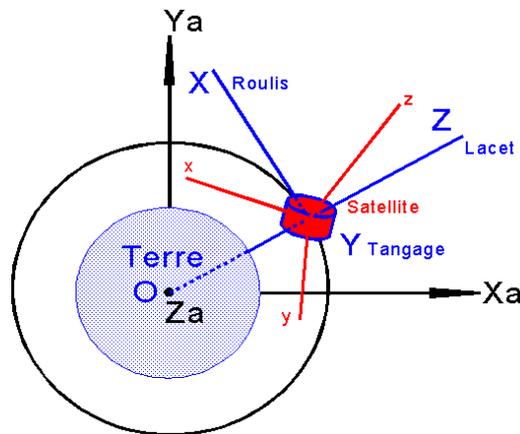


Figure (II.3) : Repère satellite.

II.2 Mouvement Orbital du Satellite

La position du satellite joue un rôle important pour le contrôle d'attitude. Tout d'abord, la position orbitale du satellite doit être connue pour la détermination d'attitude. Les forces et les couples de perturbation dépendent fortement de la position de satellite par rapport à la terre, sa position relative au soleil et à d'autres corps célestes. Par exemple, le couple de gradient de gravité diminue avec la troisième puissance de la distance au centre de la terre.

Une représentation très descriptive peut être celle qui suit les lois de Kepler, l'orbite du satellite est décrite par cinq paramètres. Un sixième paramètre décrit sa position dans son orbite. Les six éléments de Kepler sont récapitulés dans le tableau ci-dessous et leur signification géométrique peut être vue dans les figures (3.4) et (3.5).

Symbole	Nom	Signification
Demi axe majeur	a	Forme de l'orbite
Excentricité	e	Forme de l'orbite
Inclinaison	i	Orientation de l'orbite
Longitude du nœud ascendant	Ω	Orientation de l'orbite
Argument de périégée	ω	Orientation de l'orbite
Anomalie vraie	θ	Position du (satellite) dans l'orbite

Tableau (II.1): Description de l'ensemble des éléments de Kepler.

En utilisant les paramètres géométriques donnés sur la figure (II.5) l'excentricité peut être calculée en utilisant l'une ou l'autre des équations suivantes :

$$e = \frac{c}{a} \quad \text{ou bien} \quad e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \tag{II.1}$$

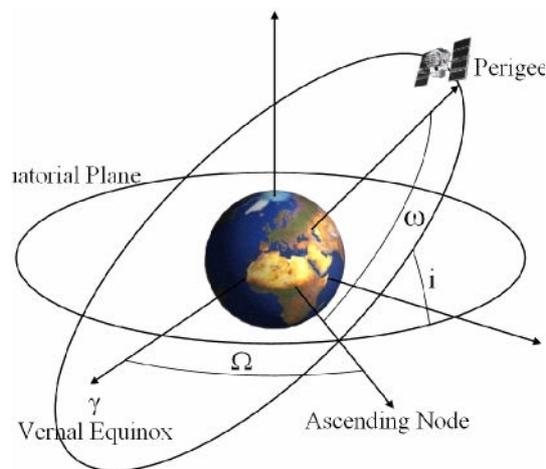


Figure (II.4) : Orientation de l'orbite.

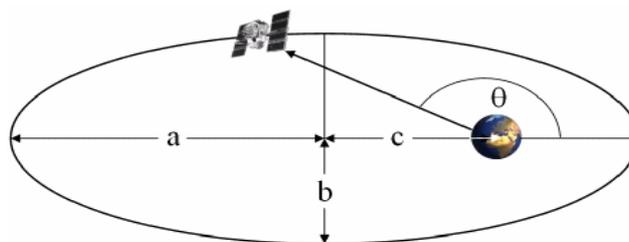


Figure (II.5): Forme de l'orbite.

II.3 Représentation d'attitude

L'attitude du satellite correspond au mouvement du repère lié au satellite par rapport à un deuxième repère qui peut être l'un des deux repères orbital ou inertiel. Il y a trois principales représentations :

- Les angles d'Euler.
- Matrice directe de cosinus (DCM).
- Quaternion.

II.3.1 Définition et Notation

II.3.1.1 Matrice de rotation

La matrice de rotation $\mathfrak{R} \in SO(3)$ entre deux repères a et b est notée par \mathfrak{R}_a^b .

$SO(3)$ [6] est l'ensemble défini par :

$$SO(3) = \{ \mathfrak{R} / \mathfrak{R} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, \mathfrak{R} \text{ orthogonal, est } \det \mathfrak{R} = 1 \} \quad (\text{II.2})$$

La matrice de rotation est employée dans le cas de rotation entre deux repères, mais elle peut être utilisée pour la rotation dans le même repère. Ainsi pour le premier cas (rotation entre deux repères) on note:

$$r^{vers} = \mathfrak{R}_{de^r}^{vers} \quad (\text{II.3})$$

Définition 1

Le produit vectoriel \times est défini par :

$$\lambda \times a = S(\lambda)a \quad (\text{II.4})$$

Avec $S \in S(3)$ tel que :

$$S(\lambda) = -S^T(\lambda) = \begin{bmatrix} 0 & -\lambda_3 & \lambda_2 \\ \lambda_3 & 0 & -\lambda_1 \\ -\lambda_2 & \lambda_1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

La paramétrisation de l'angle d'un axe de la matrice de rotation $\mathfrak{R}_{\lambda,\theta}$, correspondant à une rotation θ autour de l'axe λ tel que :

$$\mathfrak{R}_{\lambda,\theta} = I_{3 \times 3} + \sin \theta . S(\lambda) + (1 - \cos \theta) . S^2(\lambda) \quad (\text{II.6})$$

Définition 2 (équation différentiel de la matrice de rotation)

La dérivé par rapport au temps de la matrice de rotation entre le repère a et le repère b est :

$$\dot{\mathfrak{R}}_b^a = \mathfrak{R}_b^a S(\omega_{ba}^a) \quad (\text{II.7})$$

ω_{ba}^a est la vitesse angulaire de a par rapport à b exprimé en a .

II.3.1.2 Quaternion unité

En vue de singularités qui peuvent se produire en utilisant les angles d'Euler on fait recours à la notion de quaternion q où q est un nombre complexe avec une partie réelle q_4 et trois parties imaginaires indiquées par le vecteur $q_{vec} = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$:

$$\begin{aligned} q_1 &= e_x \sin \frac{\Phi}{2} \\ q_2 &= e_y \sin \frac{\Phi}{2} \\ q_3 &= e_z \sin \frac{\Phi}{2} \\ q_4 &= \cos \frac{\Phi}{2} \end{aligned} \quad \text{et} \quad q = \begin{bmatrix} q_{vec} \\ q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (\text{II.8})$$

Où Φ est une rotation autour le vecteur unitaire e .

Le quaternion d'unité satisfait $q^T q = 1$, l'ensemble de quaternions d'unité est :

$$Q = \left\{ q / q^T q = 1 \text{ et } [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T \in \mathbb{R}^4 \right\} \quad (\text{II.9})$$

ce qui signifie également que :

$$q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1 \quad (\text{II.10})$$

On définit la dérivée du quaternion q par :

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \Omega q = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 & \omega_1 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 & \omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 & \omega_3 \\ -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (\text{II.11})$$

L'équation de l'erreur d'attitude en quaternion est défini par:

$$\begin{bmatrix} q_{1e} \\ q_{2e} \\ q_{3e} \\ q_{4e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{4c} & q_{3c} & -q_{2c} & -q_{1c} \\ -q_{3c} & q_{4c} & q_{1c} & -q_{2c} \\ q_{2c} & -q_{1c} & q_{4c} & -q_{3c} \\ q_{1c} & q_{2c} & q_{3c} & q_{4c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (\text{II.12})$$

q_{ic} est le quaternion de référence.

Définition 3 La matrice de rotation entre l'orbite et le repère satellite est donnée par :

$$\mathfrak{R}_o^b = I_{3 \times 3} + 2q_4 S(q_{vec}) + 2S^2(q_{vec}) \quad (\text{II.13})$$

En définit la matrice de rotation dans la direction oppose par:

$$\mathfrak{R}_o^b = (\mathfrak{R}_o^b)^T \quad (\text{II.14})$$

La matrice \mathfrak{R}_o^b peut être écrite:

$\mathfrak{R}_o^b = \begin{bmatrix} c_1^b & c_2^b & c_3^b \end{bmatrix}$ Où $c_i^b = \begin{bmatrix} c_{ix}^b & c_{iy}^b & c_{iz}^b \end{bmatrix}^T$ est un vecteur colonne c_1^b , c_2^b et c_3^b sont les projection x_o, y_o et z_o dans le repère satellite. La déviation entre le l'axe z_b et l'axe z_o et c_{iz}^b , si c_{iz}^b est égale à ± 1 , les axes sont alignées. La vitesse angulaire ω_{ob}^b peut être trouvée avec :

$$\omega_{ob}^b = \omega_{ib}^b - \omega_o c_1^b = \omega_{ib}^b - \mathfrak{R}_o^b \omega_{io}^o \quad (3.15)$$

L'équation (3.15) peut être réécrite sous la forme simplifiée $\omega_b^o = \omega_b^I - {}^b DCM_o . \omega_o$ où ${}^b DCM_o = \mathfrak{R}_o^b$, cette notation sera adoptée par la suite.

II.3.1.3 Matrice d'inertie

La matrice d'inertie $I_0 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ autour de l'origine O (origine arbitraire) est définie par :

$$I_0 = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix}, I_0 = I_0^T \quad (\text{II.16})$$

Où I_x, I_y et I_z sont les moments d'inertie autour des axes x_b, y_b et z_b et

$I_{xy} = I_{yx}, I_{xz} = I_{zx}, I_{yz} = I_{zy}$ sont les produits d'inertie définis comme :

$$I_x = \int_v (y^2 + z^2) \rho_m dv, \quad I_y = \int_v (x^2 + z^2) \rho_m dv, \quad I_z = \int_v (x^2 + y^2) \rho_m dv \quad (\text{II.17})$$

$$I_{xy} = I_{yx} = \int_v (xy) \rho_m dv, \quad I_{xz} = I_{zx} = \int_v (xz) \rho_m dv, \quad I_{yz} = I_{zy} = \int_v (yz) \rho_m dv \quad (\text{II.18})$$

Si les axes géométrique du satellite coïncide avec les axes du repère liés au satellite dont on a calculé les moments d'inerties, alors la matrice d'inertie se réduit à :

$$I_0 = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (\text{II.19})$$

II.3.2 Angles d'Euler – Matrice de rotation

Les angles d'Euler expriment l'attitude du satellite (repère lié au satellite) par rapport un repère de référence (inertiel ou orbital) par un ensemble de trois rotations. Puisque l'ordre de la rotation n'est pas défini et peut être choisi arbitrairement, différentes séquences peuvent être trouvés dans la littérature. Pour notre cas on va choisir la séquence **3-2-1** implémenter en MATLAB. [1], [3]

Pour transformer un vecteur donné dans le repère satellite $(^b x, ^b y, ^b z)$ vers un repère de référence $(^r x, ^r y, ^r z)$, le vecteur est d'abord tourné autour de l'axe de référence $^r z$ d'un angle de lacet ψ , le nouveau repère sera $(^1 x, ^1 y, ^1 z)$. La prochaine rotation est autour de l'axe $^1 y$ d'un angle de tangage θ , le nouveau repère sera $(^2 x, ^2 y, ^2 z)$. La dernière rotation sera autour de l'axe $^2 x$ d'un angle ϕ de roulis. Ces rotations peuvent être alors exprimées par:

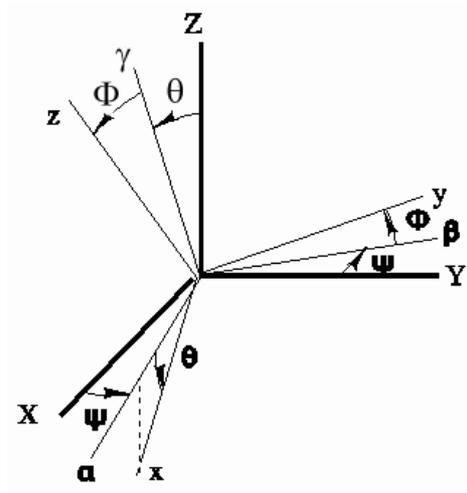


Figure (II.6) : Les angles d'Euler.

$$\begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} \quad (\text{II.20})$$

Les angles d'Euler ont l'avantage qu'ils sont plus faciles à visualiser par rapport aux autres paramétrisations. Leur inconvénient principal est que les équations différentielles des angles d'Euler ont une singularité pour $\theta = 90^\circ$. Par conséquent cette représentation n'est pas appropriée au calcul concernant l'attitude du Satellite.

Un vecteur peut être facilement transformé d'un repère référence vers un repère cible par une simple multiplication par Matrice de rotation, comme il a été mentionné dans le paragraphe précédent.

Cette matrice de rotation s'appelle aussi la matrice directe de cosinus (*DCM*). Les éléments du *DCM* sont les cosinus de direction des vecteurs unités respectifs entre les repères cible et

référence. Alors les colonnes de la DCM sont les axes de référence exprimés dans le repère cible.

$$\begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} = {}^t DCM \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} \quad (\text{II.21})$$

Pour la séquence de rotations **3-2-1** des angles d'Euler, la matrice de rotation est calculée à partir de l'équation (3.20) :

$$DCM = \begin{pmatrix} \cos \theta \cdot \cos \psi & \cos \theta \cdot \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \phi \cdot \sin \theta \cdot \cos \psi - \cos \phi \cdot \sin \psi & \sin \phi \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi + \cos \phi \cdot \cos \psi & \sin \phi \cdot \cos \theta \\ \cos \phi \cdot \sin \theta \cdot \cos \psi + \sin \phi \cdot \sin \psi & \cos \phi \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi - \sin \phi \cdot \cos \psi & \cos \phi \cdot \cos \theta \end{pmatrix} \quad (\text{II.22})$$

Comme mentionné précédemment, les colonnes de la DCM sont les axes du repère de référence $[i_r \ j_r \ k_r]$ exprimés dans le repère cible. Ces vecteurs peuvent également être exprimés en utilisant la paramétrisation de quaternion :

$$DCM = \begin{bmatrix} q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_1 q_2 + q_3 q_4) & 2(q_1 q_3 - q_2 q_4) \\ 2(q_1 q_2 - q_3 q_4) & -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_2 q_3 + q_1 q_4) \\ 2(q_1 q_3 + q_2 q_4) & 2(q_2 q_3 - q_1 q_4) & -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.23})$$

Sachant que le passage des angles d'Euler vers les quaternions se fait par :

$$\begin{aligned} \phi &= \arctan 4 \left\{ \frac{-DCM_{32}}{DCM_{33}} \right\} \\ \theta &= \arcsin \{ DCM_{31} \} \\ \psi &= \arctan 4 \left\{ \frac{-DCM_{21}}{DCM_{11}} \right\} \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

Pour combiner deux rotations, une du système A vers B et l'autre du système B vers le système C l'emploi de l'équation (II.22) exige 27 multiplications.

$${}^C DCM = {}^C DCM \cdot {}^B DCM \quad (\text{II.25})$$

En utilisant la paramétrisation des quaternions, seulement 16 multiplications sont nécessaires.

$${}^A_C q = \begin{bmatrix} {}^C_B q_4 & {}^C_B q_3 & -{}^C_B q_2 & {}^C_B q_1 \\ -{}^C_B q_3 & {}^C_B q_4 & {}^C_B q_1 & {}^C_B q_2 \\ {}^C_B q_2 & -{}^C_B q_1 & {}^C_B q_4 & {}^C_B q_3 \\ -{}^C_B q_4 & -{}^C_B q_4 & -{}^C_B q_4 & {}^C_B q_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^B_A q_1 \\ {}^B_A q_2 \\ {}^B_A q_3 \\ {}^B_A q_4 \end{bmatrix} \quad (\text{II,26})$$

Conclusion

Ce chapitre permet de donner les notions et les outils mathématiques essentiels et nécessaires pour traiter n'importe quel problème concernant le mouvement d'un satellite dans son orbite et son attitude qui peut être défini comme le mouvement d'un repère lié au satellite par rapport à un autre, ce mouvement est représenté soit par les 3 angles d'Euler ϕ , θ et ψ , soit par quaternions, qui sont plus commode aux calculs, car l'utilisation des quaternions a plusieurs avantages par rapport aux angles d'Euler, le calcul des éléments de la matrice de rotation par quaternion comporte seulement l'utilisation des relations algébriques au lieu de l'utilisation des fonctions trigonométriques dans les équations (3.22). Par conséquent, le calcul des éléments est beaucoup plus rapide. Un autre avantage majeur des quaternions est l'inexistence de singularités. L'inconvénient de cette paramétrisation est l'absence d'une interprétation physique évidente.

CHAPITRE III

EQUATIONS DU MOUVEMENT D'UN SATELLITE

EQUATIONS DU MOVEMENT D'UN SATELLITE

Ce chapitre concerne la partie modélisation du mouvement, les équations dynamiques du mouvement relient les couples agissant sur le satellite à ses vitesses angulaires dans un repère inertiel. Les équations cinématiques relient les vitesses angulaires du satellite à son attitude. A la fin de ce chapitre, une linéarisation des équations du mouvement est présentée comme première approche simplifiée des équations du mouvement.

III.1 Modèle dynamique

D'après les lois de la mécanique générale et le théorème du moment cinétique, l'équation dynamique du satellite est donnée par : [1], [3], [4]

$$\dot{\vec{h}} + \vec{\omega} \times \vec{h} = \vec{N}_{ext} \quad (\text{III.1})$$

Avec :

$$\vec{h} = I \cdot \vec{\omega} \quad (\text{III.2})$$

\vec{h} : Le moment Cinétique du satellite

I : Matrice d'inertie

$\vec{\omega}$: La vitesse angulaire du satellite (repère satellite) par rapport au repère inertiel

D'après les équations (III.1) et (III.2), on a l'équation suivante :

$$I \cdot \dot{\vec{\omega}} + \dot{I} \cdot \vec{\omega} + \vec{\omega} \times (I \cdot \vec{\omega}) = \vec{N}_{ext} \quad (\text{III.3})$$

A partir de l'équation (III.3), l'équation dynamique pour la dérivation de la vitesse angulaire peut être obtenue en supposant que la matrice d'inertie I est constante.

$$\dot{\vec{\omega}} = I^{-1} \cdot [\vec{N}_{ext} - \vec{\omega} \times (I \cdot \vec{\omega})] \quad (\text{III.4})$$

$$\text{Ou bien} \quad \begin{cases} I_x \dot{\bar{\omega}}_1 = (I_y - I_z) \bar{\omega}_2 \bar{\omega}_3 + \bar{N}_x \\ I_y \dot{\bar{\omega}}_2 = (I_z - I_x) \bar{\omega}_1 \bar{\omega}_3 + \bar{N}_y \\ I_z \dot{\bar{\omega}}_3 = (I_x - I_y) \bar{\omega}_1 \bar{\omega}_2 + \bar{N}_z \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

$$\bar{N}_{ext} = \bar{N}_{commande} + \bar{N}_{GG} + \bar{N}_{perturbation} \quad (\text{III.6})$$

\bar{N}_{GG} : est le couple du gradient de gravité.

L'équation (III.4) peut être intégrée pour obtenir $\bar{\omega}$. Le résultat peut alors être substitué dans les équations cinématiques suivantes pour obtenir l'attitude du satellite.

III.2 Modèle Cinématique

Les équations cinématiques du mouvement dépendent de la représentation choisie de l'attitude. Ceci peut être une matrice de rotation *DCM* par les angles d'Euler ou la représentation par quaternion. Si on choisit la représentation par quaternion, les équations correspondantes seront données à partir de l'équation (II.11) qui peut être réécrite pour obtenir l'équation cinématique suivante:

$$\begin{bmatrix} \dot{\cdot} \\ q_1 \\ \dot{\cdot} \\ q_2 \\ \dot{\cdot} \\ q_3 \\ \dot{\cdot} \\ q_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 & q_1 \\ q_3 & q_4 & -q_1 & q_2 \\ -q_2 & q_1 & q_4 & q_3 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 & q_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.7})$$

Le modèle général décrivant le mouvement du satellite et son attitude est obtenu en rassemblant les équations dynamiques et cinématiques, on obtient le système non linéaire suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\omega}_1 = \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \omega_2 \omega_3 + \frac{N_x}{I_x} \\ \dot{\omega}_2 = \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \omega_1 \omega_3 + \frac{N_y}{I_y} \\ \dot{\omega}_3 = \frac{(I_x - I_y)}{I_z} \omega_1 \omega_2 + \frac{N_z}{I_z} \\ \dot{q}_1 = \frac{1}{2} (\omega_3 q_2 - \omega_2 q_3 + \omega_1 q_4) \\ \dot{q}_2 = \frac{1}{2} (-\omega_3 q_1 + \omega_1 q_3 + \omega_2 q_4) \\ \dot{q}_3 = \frac{1}{2} (\omega_2 q_1 - \omega_1 q_2 + \omega_3 q_4) \\ \dot{q}_4 = \frac{1}{2} (-\omega_1 q_1 - \omega_2 q_2 - \omega_3 q_3) \end{array} \right. \quad (\text{III.8})$$

III.3 Linéarisation des équations du mouvement

La conception de Régulateur pour le contrôle d'attitude est basée soit sur la théorie de commande non-linéaire, soit sur la commande linéaire. Cette partie permet dans le deuxième cas de linéariser les équations du mouvement. [1]

Puisque les équations du mouvement décrites dans l'équation (V.6) sont non-linéaires, une linéarisation autour d'un point d'équilibre pourra se faire comme suit :

Pour le cas d'un pointage de l'axe-z du repère satellite vers la terre (Nadir pointing mode), on veut que les axes géométriques du satellite coïncident avec les axes du repère orbital. Vu d'un repère inertiel, le repère orbital tourne avec la vitesse angulaire $\vec{\omega}_{orbitale} = \vec{\omega}_o$. Ainsi la linéarisation des équations des mouvements est autour du point de fonctionnement suivant:

$${}^o\vec{\omega}_{o/i} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad {}^b\vec{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.9})$$

L'équation (III.5) devient:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_x = \frac{N_x}{I_x} + \omega_y \omega_z \sigma_x \\ \dot{\omega}_y = \frac{N_y}{I_y} + \omega_x \omega_z \sigma_y \\ \dot{\omega}_z = \frac{N_z}{I_z} + \omega_x \omega_y \sigma_z \end{cases} \quad (III.10)$$

Avec

$$\sigma_x = \frac{I_y - I_z}{I_x}, \sigma_y = \frac{I_z - I_x}{I_y}, \sigma_z = \frac{I_x - I_y}{I_z} \quad (III.11)$$

Les derniers termes de l'équation (III.10) sont maintenant linéarisés autour du point (III.9)

$$\begin{bmatrix} \omega_y \omega_z \sigma_x \\ \omega_x \omega_z \sigma_y \\ \omega_x \omega_y \sigma_z \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} -\sigma_x \omega_0 \delta\omega_z \\ 0 \\ -\sigma_z \omega_0 \delta\omega_x \end{bmatrix} \quad (III.12)$$

où $\delta\omega = [\delta\omega_x \quad \delta\omega_y \quad \delta\omega_z]^T$ est une petite variation autour du point de fonctionnement.

Pour les orbites circulaires :

$$\omega_o^2 = \frac{\mu}{|R_s|^3} \quad (III.13)$$

Avec R_s : est la distance au centre de la terre.

Le couple de gradient de gravité est:

$$T_{GG} = 3\omega_o^2 [\vec{k}_0 \times (I \cdot \vec{k}_0)] \quad (III.14)$$

A partir de l'équation (II.23), le vecteur \vec{k}_0 peut être remplacé par le quaternion d'attitude correspondant :

$$t_{k_r} = \begin{bmatrix} 2(q_1 q_3 - q_2 q_4) \\ 2(q_2 q_3 + q_1 q_4) \\ -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix} \quad (III.15)$$

$$T_{GG} = 3\omega_o^2 \begin{bmatrix} 2(q_1 q_3 - q_2 q_4) \\ 2(q_2 q_3 + q_1 q_4) \\ -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix} \times \left(I \cdot \begin{bmatrix} 2(q_1 q_3 - q_2 q_4) \\ 2(q_2 q_3 + q_1 q_4) \\ -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix} \right) \quad (\text{III.16})$$

L'équation (III.16) peut maintenant être linéarisée. Ceci donne le résultat suivant pour le couple de gradient de gravité:

$$T_{GG} = 6\omega_o \begin{bmatrix} (I_z - I_y)\delta q_1 \\ (I_z - I_x)\delta q_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.17})$$

Et $\delta q = [\delta q_1 \quad \delta q_2 \quad \delta q_3 \quad \delta q_4]^T$ est une petite variation autour du point de linéarisation.

La linéarisation de l'équation cinématique (III.7) donne :

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 & q_1 \\ q_3 & q_4 & -q_1 & q_2 \\ -q_2 & q_1 & q_4 & q_3 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 & q_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ 0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}\omega_o \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\omega_o & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\omega_1 \\ \delta\omega_2 \\ \delta\omega_3 \\ \delta q_1 \\ \delta q_2 \\ \delta q_3 \end{bmatrix} \quad (\text{III.18})$$

Le système non linéaire de l'équation (III.8) devient :

$$\begin{cases} \dot{\omega}_1 = \frac{1}{I_x} (N_{comdx} + N_{extx} + 6\omega_o(I_z - I_y)\delta q_1) - \sigma_x \omega_o \delta\omega_x \\ \dot{\omega}_2 = \frac{1}{I_y} (N_{comdy} + N_{exty} + 6\omega_o(I_z - I_x)\delta q_2) \\ \dot{\omega}_3 = \frac{1}{I_z} (N_{comdz} + N_{extz}) - \sigma_z \omega_o \delta\omega_x \\ \dot{q}_1 = \frac{1}{2} \delta\omega_1 + \frac{1}{2} \omega_o \delta q_3 \\ \dot{q}_2 = \frac{1}{2} \delta\omega_2 \\ \dot{q}_3 = \frac{1}{2} \delta\omega_3 - \frac{1}{2} \omega_o \delta q_1 \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

Il faut noter que l'équation cinématique linéarisée ne contient pas une équation pour la partie q_4 , mais il peut être calculé par l'équation:

$$q_4 = \sqrt{1 - q_1^2 - q_2^2 - q_3^2} \quad (\text{III.20})$$

Conclusion

Les deux équations dynamique et cinématique permettent de décrire le mouvement du satellite ainsi que son attitude. La partie linéarisation du système non linéaire de l'équation (III.8) peut être utile dans le cas de la synthèse d'une loi de commande linéaire. Dans notre cas, on utilisera le système non linéaire qui est plus proche de la réalité, et on synthétisera des lois de commande permettant de contrôler l'attitude du satellite.

CHAPITRE IV

DESATURATION DE LA ROUE A REACTION

DESATURATION DES ROUES A REACTION

Les satellites en pointage terre ont comme but le maintien d'attitude sur une direction fixe, dans le repère orbital local, en présence des perturbations environnementales, ceci exige un système de roues à réaction pour échanger le moment cinétique de façon continue avec le satellite. La roue peut alors atteindre sa vitesse maximale (saturation), la désaturation se fait par des couples de commande générés avec des magnétocoupleurs et des tuyères amènent le moment cinétique des roues vers zéro (ou vers une valeur admissible) .

Un certain nombre d'études appropriées ont été présentées pour faire face à la saturation, des techniques à coût minimal peuvent être implémentées en utilisant des magnétocoupleurs. D'autres techniques à réponse rapide mais avec des coûts plus élevés peuvent être mises en oeuvre en utilisant des Tuyères. A cet effet, plusieurs approches de commandes optimales sont présentées

IV.1 Modèle du satellite à roues cinétiques

Au début, on donne un tableau de comparaison entre les deux principaux actionneurs utilisés lors des manœuvres de désaturation :

Actionneur	avantages	inconvénients
Magnétocoupleur	<ul style="list-style-type: none"> - Ne génère pas des forces additionnelles qui perturbent le satellite en orbite. - Ne consomme pas de carburant. 	<ul style="list-style-type: none"> - Les couples produits sont relativement petits, donc le temps de désaturation du moment cinétique est lent. - Le couple de magnétocoupleur est toujours perpendiculaire au vecteur du champ magnétique B
Tuyère	<ul style="list-style-type: none"> - Peut réaliser rapidement la désaturation du moment cinétique. 	<ul style="list-style-type: none"> - Consommation de fuel considérable. - Peut générer des forces qui perturbent le satellite en orbite.

Tableau (IV.1) : Comparaison entre les magnétocoupleurs et les Tuyères.

Revenons à l'équation (III.1) et (III.2) qui donne le modèle dynamique du satellite :

$$\dot{\vec{h}}_{sate} + \vec{\omega} \times \vec{h}_{sate} = \vec{N} \quad \text{tel que} \quad \vec{h}_{sate} = I \cdot \vec{\omega} \quad (\text{IV.1})$$

Dans le cas où on ajoute au satellite les roues à réaction 3-axes comme actionneur, on obtient

$$\vec{h}_{total} = \vec{h}_{sate} + \vec{h}_{roue} = I \vec{\omega} + \vec{h}_{roue} \quad (\text{IV.2})$$

$\vec{h}_{roue} = \vec{h}$: est le moment cinétique de la roue.

\vec{h}_{sate} : est le moment cinétique du satellite.

Le modèle dynamique du satellite, en utilisant les roues à réaction 3-axes comme actionneur de couple interne, les magnétocoupleurs et les tuyères comme actionneurs de couples externes, et en ignorant les petits changements de la matrice d'inertie du satellite dus aux tuyères devient :[4][7]

$$\begin{aligned} I \dot{\vec{\omega}} + \dot{\vec{h}} + \vec{\omega} \times (I \vec{\omega} + \vec{h}) &= \vec{N}_T + \vec{N}_M + \vec{N}_{GG} + \vec{N}_D \\ &= \vec{N}_T + \vec{N}_M + \vec{N}_{EXT} \end{aligned} \quad (\text{IV.3})$$

$$\dot{\vec{h}} = \vec{N}_T + \vec{N}_M + \vec{N}_{GG} + \vec{N}_D - \vec{\omega} \times (I \vec{\omega} + \vec{h}) - I \dot{\vec{\omega}} \quad (\text{IV.4})$$

Où :

I : La Matrice d'inertie

$\vec{\omega} = \omega_b^I$: La vitesse angulaire du satellite dans un repère inertiel

\vec{N}_T : Couple généré par les Tuyères

\vec{N}_M : Couple généré par les Magnétocoupleurs

\vec{N}_{GG} : Couple de gradient de gravité

\vec{N}_D : Couple de perturbations aérodynamique et solaire

En supposant que le satellite est stabilisé sur les 3-axes dans un orbite circulaire, sa vitesses angulaire absolue dans le repère satellite, exprimée dans un repère inertiel est données par l'équation (II.15) :

$$\omega_b^I = \omega_b^o + {}^b DCM \cdot \omega_o \quad (\text{IV.5})$$

Avec

ω_b^o : La vitesse angulaire relative du satellite par rapport au repère orbital.

$\omega_o = \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_o \\ 0 \end{bmatrix}$: Vecteur de vitesse angulaire orbitale.

b_oDCM : La matrice de rotation du repère orbital au repère satellite défini dans le chapitre 3 par l'équation (II.23) et qu'on peut l'écrire sous la forme :

$$DCM = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (IV.6)$$

On définit :

1- N_E comme un couple environnemental net incluant le couple gyroscopique :

$$N_E = -\omega_b^I \times I \omega_b^I + N_{GG} \quad (IV.7)$$

Où $\omega_b^I \times I \omega_b^I$ est le couple gyroscopique.

2- Le couple magnétique N_M qui peut être défini à partir du produit vectoriel du dipôle magnétique M généré par les bobines des magnétocoupleurs et le champ magnétique terrestre B mesuré par les magnétomètres montés sur les 3-axes du satellite :

$$N_M = M \times B = Q.M \quad (IV.8)$$

Avec

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & B_z(t) & -B_y(t) \\ -B_z(t) & 0 & B_x(t) \\ B_y(t) & -B_x(t) & 0 \end{bmatrix} \quad (IV.9)$$

Le champ magnétique terrestre B dans le repère du satellite peut être donné par :

$$B = DCM B_o \quad (IV.10)$$

B_o : est le vecteur du champ géomagnétique dans le repère orbital.

Hypothèse

- On suppose que l'attitude est acquise, c'est-à-dire qu'on a un pointage terre parfait et on s'intéresse uniquement au problème de désaturation.

- On suppose que les couples de perturbations sont négligeables devant les couples de commande.

- Dans le cas d'un pointage terre parfait les axes du repère satellite sont alignés avec les axes du repère orbital, donc la vitesse du satellite par rapport au repère orbital dans ce cas est nulle :

$$\omega_b^o = \begin{bmatrix} \omega_{oz} \\ \omega_{oy} \\ \omega_{ox} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.11})$$

Dans ce cas :

$$\omega_b^l = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + DCM \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_o \\ 0 \end{bmatrix} = A = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_o a_{32} & \omega_o a_{22} \\ \omega_o a_{32} & 0 & -\omega_o a_{12} \\ -\omega_o a_{22} & \omega_o a_{12} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.12})$$

- Pour la même hypothèse, les 3 angles ϕ , θ et ψ sont nuls, alors la matrice de

rotation devient $DCM = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ et $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \omega_o \\ 0 & 0 & 0 \\ -\omega_o & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (IV.13)

- Ainsi : $N_{EXT} = N_E = 0$

•

Selon les définitions et l'hypothèse ci-dessous, on aboutit au système d'état suivant : [3][7][8]

$$\dot{h} = Ah + [N_T + QM]$$

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_x(t) \\ \dot{h}_y(t) \\ \dot{h}_z(t) \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \omega_o \\ 0 & 0 & 0 \\ -\omega_o & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x(t) \\ h_y(t) \\ h_z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_{tx}(t) \\ N_{ty}(t) \\ N_{tz}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B_z(t) & -B_y(t) \\ -B_z(t) & 0 & B_x(t) \\ B_y(t) & -B_x(t) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x(t) \\ M_y(t) \\ M_z(t) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.14})$$

Le système d'équations d'état est de la forme $\dot{h} = Ah + Bu$, où la matrice B dépend du temps.

Remarque

Tout le travail est basé sur l'hypothèse dans le paragraphe précédent, qui peut sembler impropre au lecteur; mais il faut noter que ceci est fait pour simplifier les calculs et montrer que les algorithmes de désaturation donnent des bons résultats selon cette hypothèse. On verra que les lois de commandes synthétisées sous cette hypothèse conviennent également dans le cas réel (attitude contrôlée de façon imparfaite).

Pour valider ces algorithmes en présence des perturbations, le chapitre V de la commande d'attitude avec désaturation des roues va traiter ce problème.

Voici une illustration du comportement des roues en boucle ouverte pour la condition initiale $h = [3 \ 2 \ -1]$ (Nm).

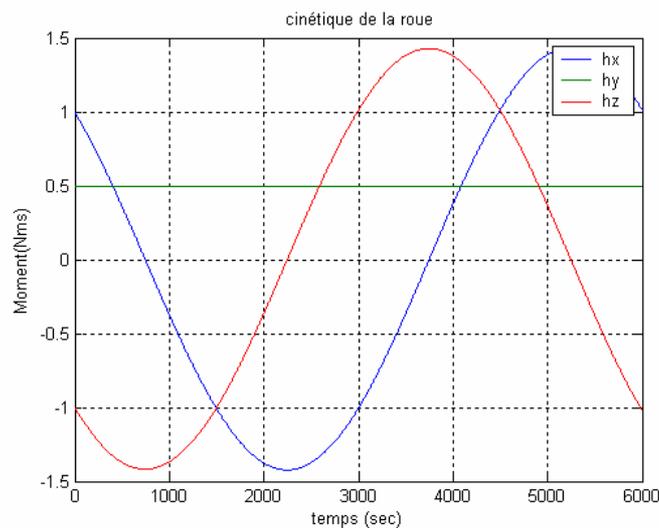


Figure (IV.1) : Réponse du système en boucle ouverte.

La partie suivante est basée sur la théorie des lois de commandes optimales de type (LQR) et d'autres à minimum d'énergie (MEC) qui seront exécutés par des magnétocoupleurs et des tuyères séparément en premier lieu. Ensuite, une nouvelle loi combinée est présentée en utilisant les deux actionneurs simultanément.

Paramètres de simulation : satellite UoSAT-12

La simulation est effectuée pour visualiser les performances du système avec les différentes commandes optimales de désaturation des roues à réaction par

magnétocoupleurs, le micro satellite UoSAT-12 est utilisé comme une référence pour les paramètres de simulation :

Temps d'échantillonnage	5 seconds
Moment cinétique initial	$h(0) = [1, 2, -1]$
Orbite circulaire	Hauteur $\cong 50$ km, inclinaison $\cong 64.6^\circ$
La période d'orbite	$\cong 6000$ seconds
Roues à réaction	Couple maximum=0.015Nm Moment maximum= 4Nms
Magnétocoupleurs	Moment magnétique maximum $\cong 20 \text{ Am}^2$
Moment d'inertie	$I = \begin{bmatrix} 40.45 & 0 & 0 \\ 0 & 42.09 & 0 \\ 0 & 0 & 40.36 \end{bmatrix} \text{ kgm}^2$
Modèle du champ géomagnétique	modèle de dipôle

Tableau (IV.2) : Paramètres de simulation-UoSAT12.

IV.2 Commande par magnétocoupleurs

Dans cette section, les commandes de désaturation utilisent les magnétocoupleurs uniquement. Le modèle utilisé se base sur l'équation (IV.14) sans le terme du couple de tuyère N_T .

IV.2.1 La loi produit vectoriel : CCPL (common cross-product law)

La loi produit vectoriel est largement utilisé dans la littérature [8][9][10][11]

Cette loi est définie par:

$$M = k_m \frac{(h \times B)}{\|B\|} \quad (\text{IV.15})$$

k_m : gain $\in \mathbb{R}$ détermine les performances de la réponse du système.

Les figures (IV.2), (IV.3) et (IV.4), (IV.5) représentent la réponse du système pour les gains

$k_m = 4 \cdot 10^{-4}$ $k_m = 5 \cdot 10^{-3}$ respectivement.

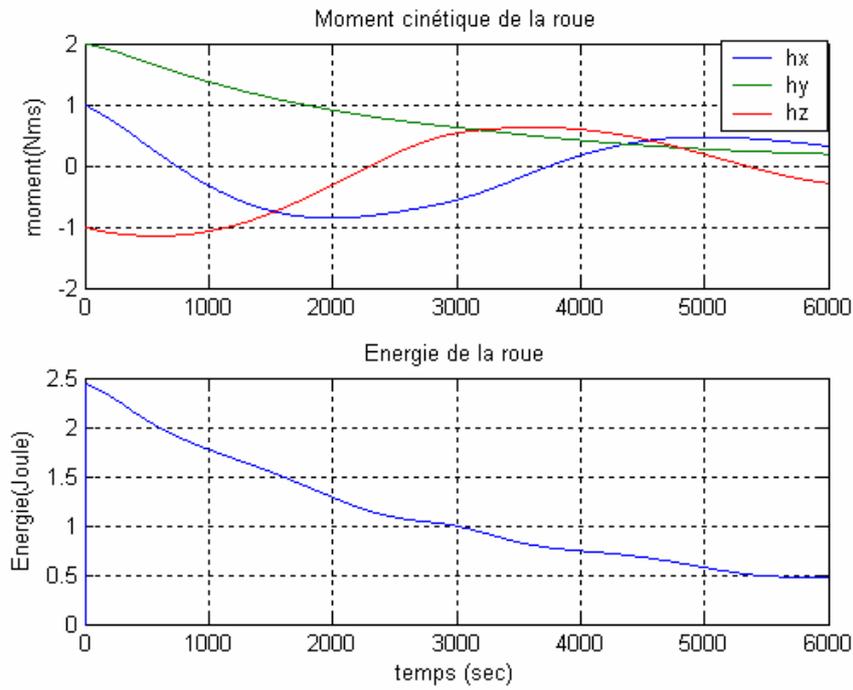


Figure (IV.2) : Moment cinétique et énergie de la roue (CCPL).

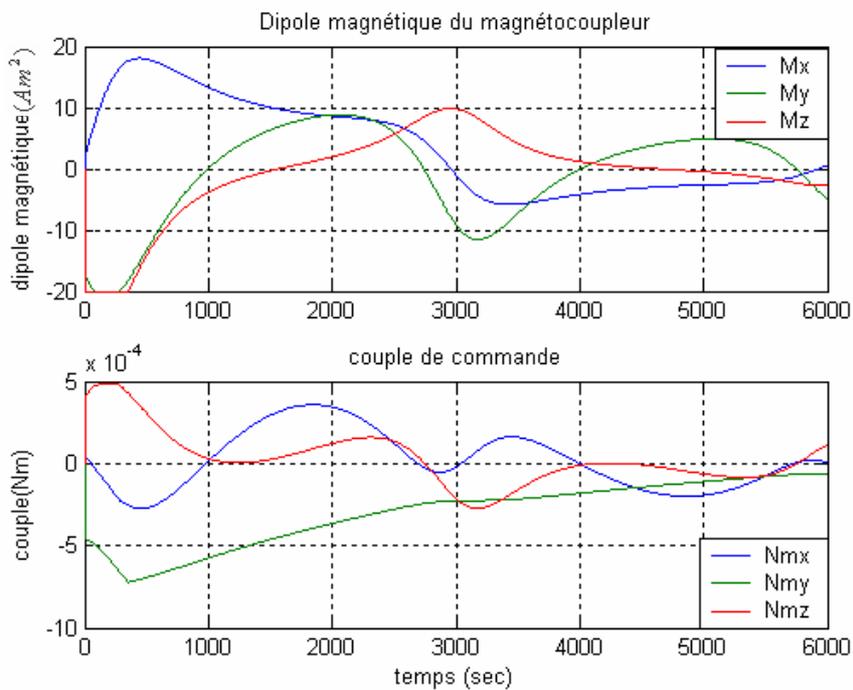


Figure (IV.3) : Dipôle magnétique et le couple de la commande (CCPL).

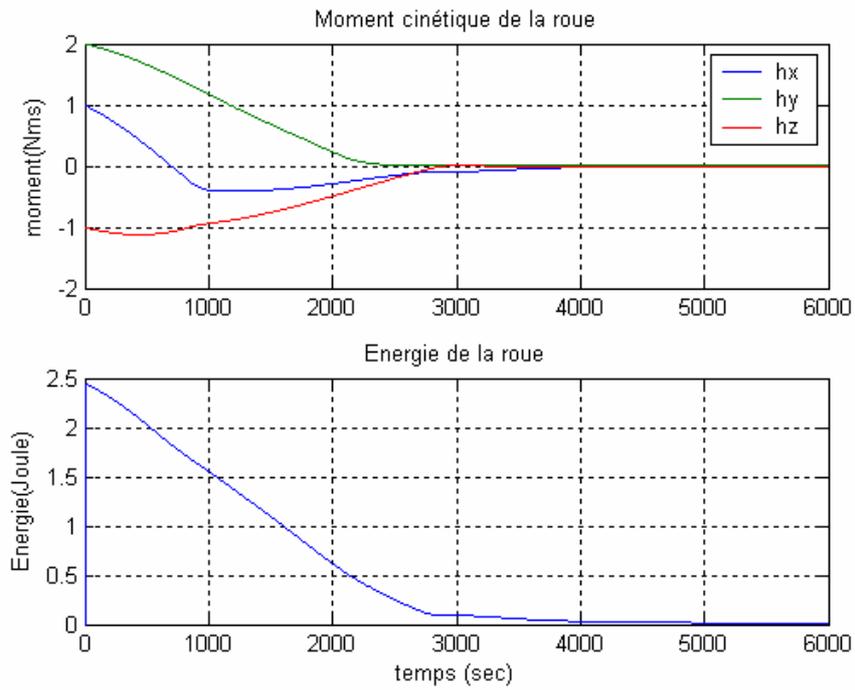


Figure (IV.4) : Moment cinétique et énergie de la roue (CCPL).

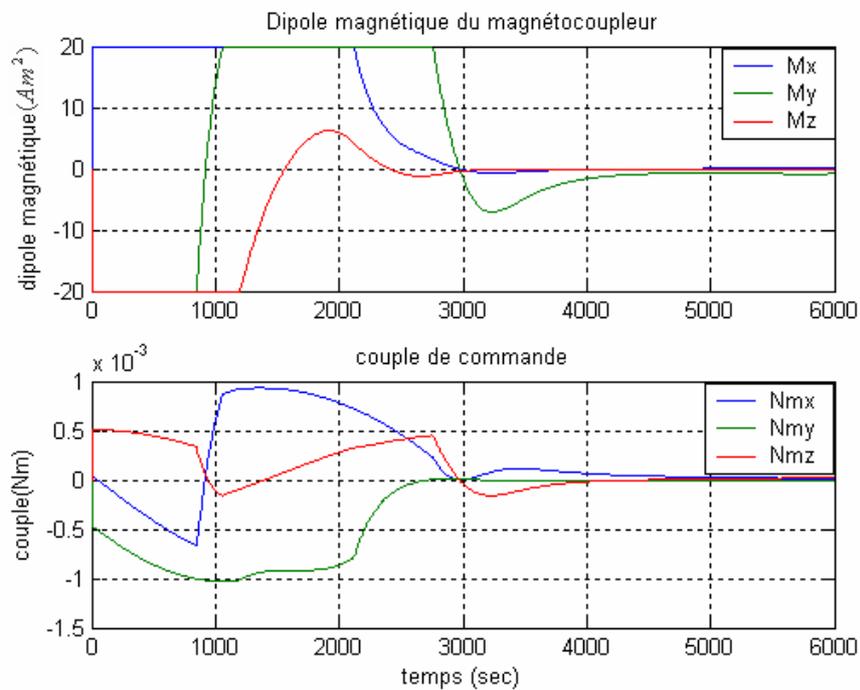


Figure (IV.5) : Dipôle magnétique et le couple de la commande (CCPL).

La valeur du gain k_m détermine la vitesse de désaturation des roues. Si la valeur de k_m est petite, la réponse du système est lente et les roues ne se désaturent qu'après une période de révolution complète du satellite, par contre si on augmente la valeur de k_m , la réponse du système est rapide et notre actionneur produit un effort de commande élevé, ceci est un inconvénient car les bobines du magnétocoupleur seront immédiatement saturées et le système peut devenir instable. Donc, une valeur adéquate de k_m peut être déterminé durant la simulation pour garantir une réponse relativement rapide sans saturer les bobines des magnétocoupleurs.

IV.2.2 Régulateur quadratique linéaire (LQR)

Différents algorithmes de désaturation utilisant des magnétocoupleur 3-axes pour le cas de pointage parfait dans l'équation (IV.14) sont développés, des lois de commande par retour d'état optimal auront comme objectif de faire tendre le vecteur des moments cinétiques de chacune des 3 roues vers zéro. Soit le critère quadratique suivant : [3], [7], [8]

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \{h^T F h + M^T R M\} dt \quad (IV.16)$$

Où t_f est l'instant final d'intégration, F et R sont deux matrices symétriques définies positives de dimension (3×3) . Ces matrices sont supposées diagonales. En augmentant le poids de F ou en réduisant celui de R , où vice versa, on peut faire varier la réponse du système (rapidité et précision).

Les valeurs de F et R vont être déterminées par simulation, d'habitude on fixe l'une des deux matrices et on essaye de varier l'autre graduellement jusqu'à l'obtention des performances désirées.

Pour minimiser la fonction coût (IV.16) avec la contrainte du modèle de l'équation (IV.14) sans le terme de N_T , nous avons la fonction Hamiltonienne suivante :

$$H = \frac{1}{2} (h^T F h + M^T R M) + \Psi^T [A h + Q M] \quad (IV.17)$$

Avec

$\Psi = [\psi_1 \quad \psi_2 \quad \psi_3]^T$ Vecteur adjoint d'Hamilton dépendant du temps.

Selon le principe de pontryaguine de la théorie de la commande optimale, on a :

L'équation de la commande : $\frac{\partial H}{\partial u} = \frac{\partial H}{\partial M} = 0$

$$\Rightarrow M = -R^{-1} Q^T \Psi \quad (\text{IV.18})$$

Et l'équation du vecteur adjoint :

$$\dot{\Psi} = -\frac{\partial H}{\partial h} = -F h - A^T \Psi \quad (\text{IV.19})$$

Tel que :

$$\Psi = K h - g \quad (\text{IV.20})$$

$K = K(t)$ Matrice gains (3×3)

$g = g(t)$ Vecteur (3×1)

En utilisant les équations (IV.14), (IV.18), (IV.19) et (IV.20), on peut trouver :

$$\left[\dot{K} + K A + F + A^T K - K Q R^{-1} Q^T K \right] h + \left[K Q R^{-1} Q^T g + K N_E - \dot{g} - A^T g \right] = 0 \quad (\text{IV.21})$$

Si l'équation (5.21) est vraie pour chaque valeur de h , on peut donc avoir l'équation de Riccati ;

$$\dot{K} = -K A - A^T K - F + K Q R^{-1} Q^T K \quad (\text{IV.22})$$

Et l'équation différentielle :

$$\dot{g} = -\left[A^T - K Q R^{-1} Q^T \right] g \quad (\text{IV.23})$$

Le but est de trouver une solution précise pour une orbite [3], [7]. Les deux équations différentielles (IV.22) et (IV.23) peuvent être résolues par la méthode d'intégration appelée (backwards intégration). Le but est de trouver une solution K où $K(0) = K(t_f)$. Ça fournit une solution orbitale qui correspond à la nature cyclique du champ magnétique B et donc $Q(t)$. Une deuxième méthode [5], [13] consiste à trouver la solution de l'équation de Riccati en utilisant la méthode de Runge-Kulta de résolution des équations différentielles ou ODE45 en MATLAB avec une erreur relative et absolue de 10^{-3} et 10^{-6} respectivement sur chaque composant de la matrice K .

Simulation

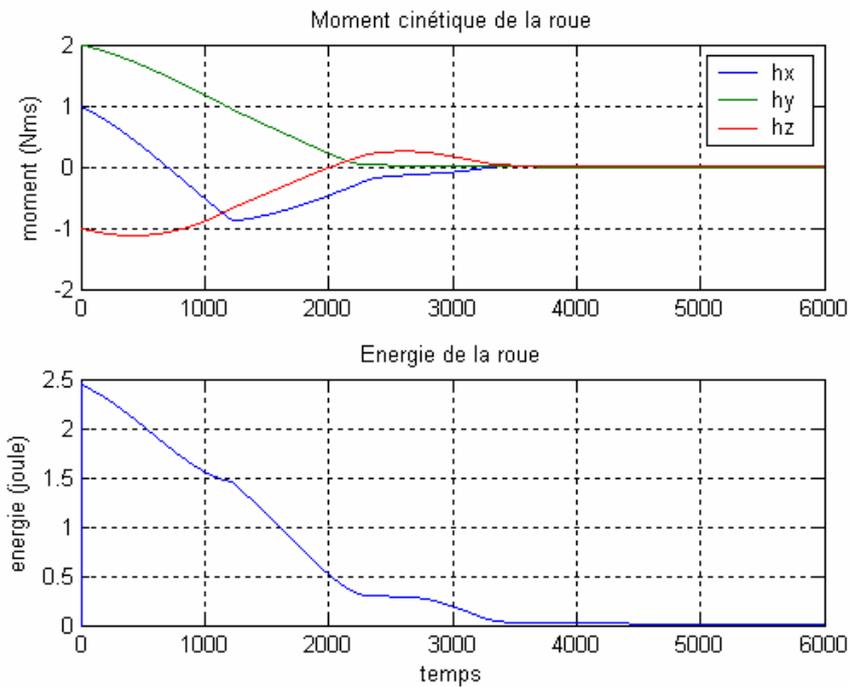


Figure (IV.6) : Moment cinétique et énergie de la roue (LQR).

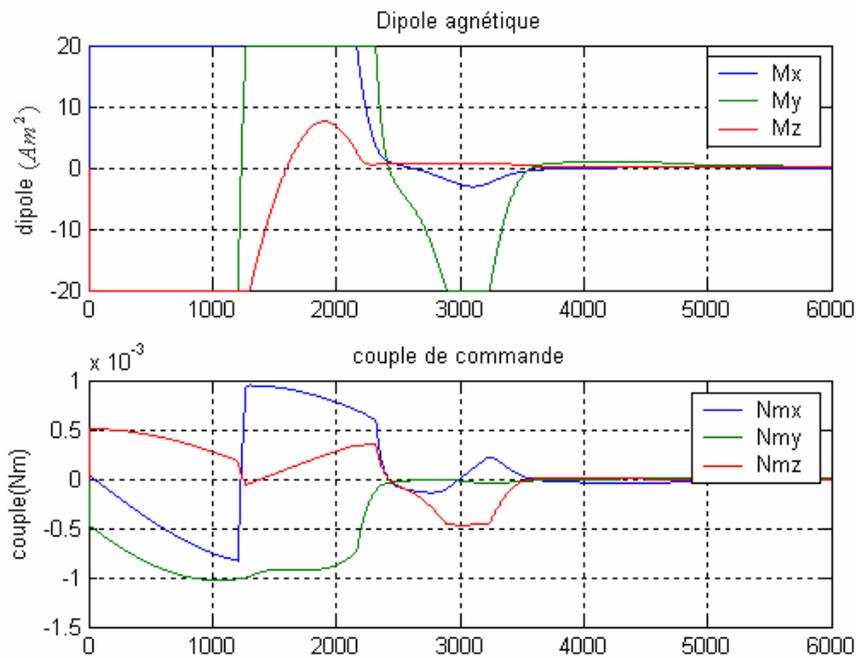


Figure (IV.7) : Dipôle magnétique et couple de commande (LQR).

Les simulations ont été faites pour $F = \text{diag}[1 \ 1 \ 1]$ et $R = \text{diag}[0.001 \ 0.001 \ 0.001]$.

Il faut noter que l'équation de Riccati doit être résolue OFF-LINE afin d'utiliser la solution K (un tableau de valeurs) pour calculer la commande de désaturation. Pour le choix des matrices F et R , si on privilégie la minimisation la valeur du moment cinétique h afin d'avoir une réponse rapide, les magnétocoupleurs sont alors plus fortement sollicités pour produire le moment de commande $M(k)$. Ceci va induire une saturation au niveau des bobines de l'actionneur. Dans le cas où on réduit F ou on augmente R , les magnétocoupleurs vont par contre utiliser moins d'énergie pour la commande et il n'y a pas de saturation des bobines mais la réponse du système est plus lente.

IV.2.3 Régulateur quadratique linéaire infini (ILQR)

Une méthode basée sur des approximations exploite le fait que le champ géomagnétique B_o varie lentement. Dans ce cas, une commande ILQR peut être calculée en générant une solution immédiate de K pour chaque point d'orbite. Ceci est fait sans recourir à la « LQR backwards integration » et sans résoudre l'équation de Riccati OFF-LINE.

Pour chaque instant d'échantillonnage, on peut résoudre l'équation de Riccati suivante [3], [7], [8] :

$$0 = -K_{\infty} A - A^T K_{\infty} - F + K_{\infty} Q R^{-1} Q^T K_{\infty} \quad (\text{IV.24})$$

Simulation des résultats :

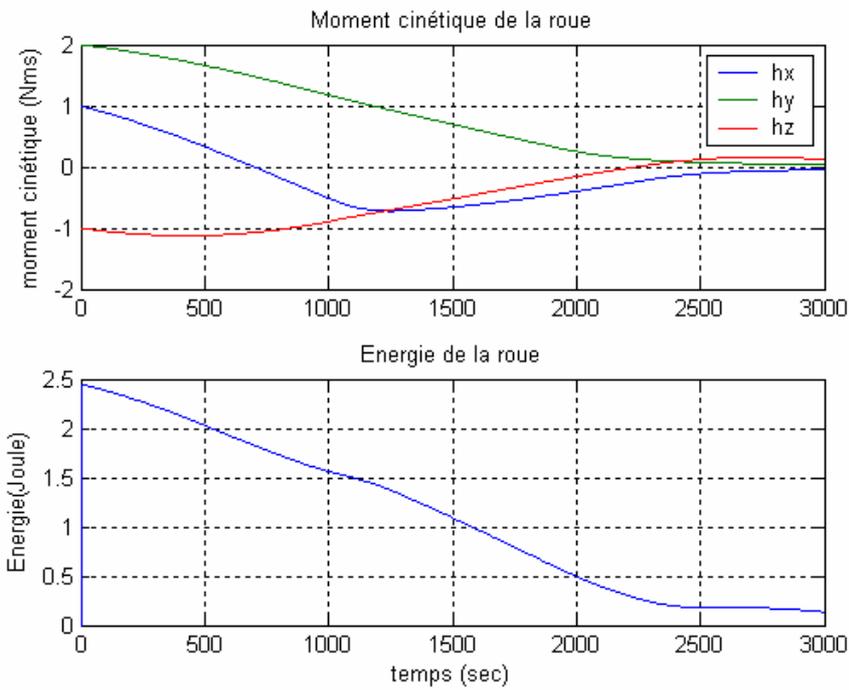


Figure (IV.8) : Moment cinétique et énergie de la roue (ILQR).

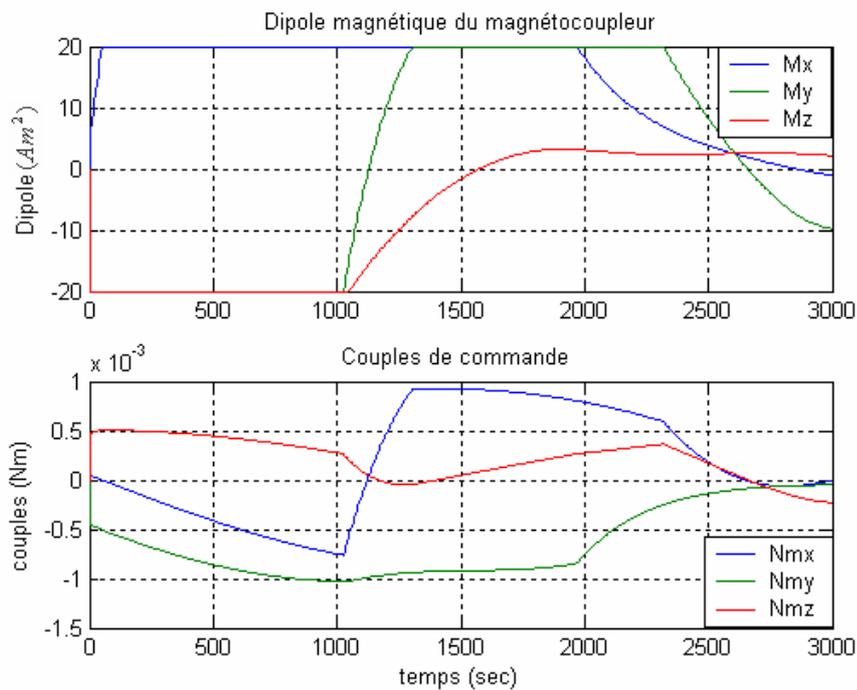


Figure (VI.9) : Dipôle magnétique et couple de commande (ILQR).

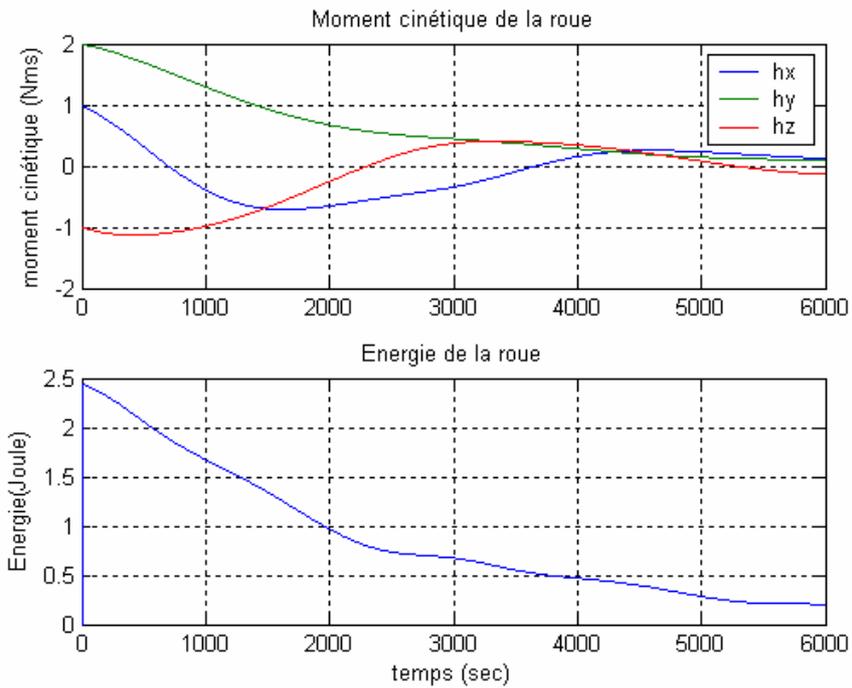


Figure (IV.10) : Moment cinétique et énergie de la roue (ILQR).

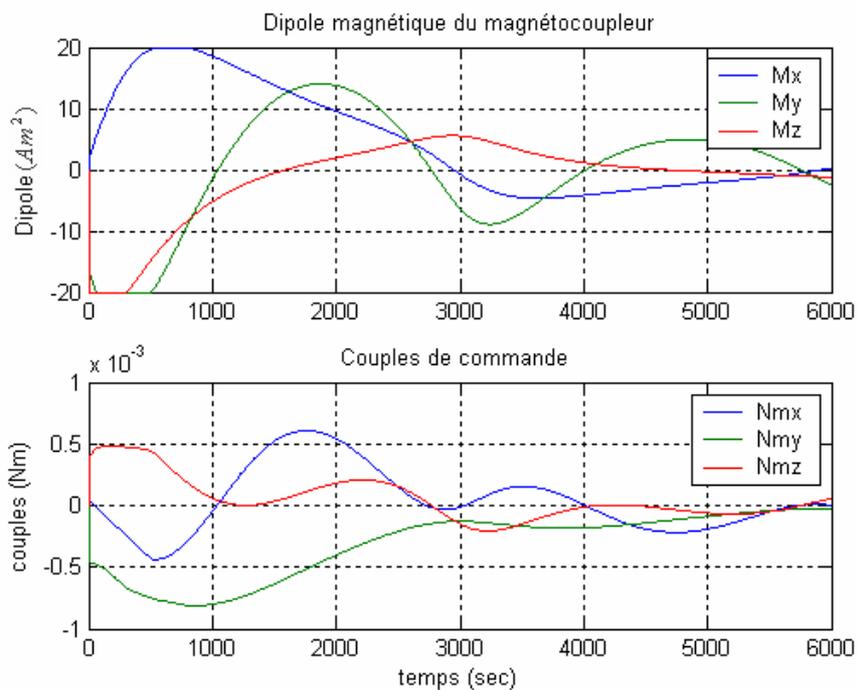


Figure (IV.11) Dipôle magnétique et couple de commande (ILQR).

Nous fixons $F = \text{diag}[1 \ 1 \ 1]$ et $R = \text{diag}[0.0002 \ 0.0002 \ 0.0002]$ pour le cas des figures (IV,8) et (IV.9), on remarque que les magnétocoupleurs sont assez fortement sollicités pour produire le moment magnétique de commande $M(k)$ qui est proportionnel au courant des bobines, car on s'intéresse à avoir une réponse rapide du système (faire tendre h très rapidement vers zéro) la désaturation est atteinte après $\frac{1}{2}$ de la période T de révolution du satellite. Ceci va induire une saturation au niveau de ces bobines. En réduisant F ou augmentant R tel que $R = \text{diag}[0.005 \ 0.005 \ 0.005]$ pour le cas des figures (IV.10) et (IV.11), les magnétocoupleurs vont utiliser moins d'énergie pour la commande et ils n'y a pas de saturation des bobines, mais la réponse du système est plus lente. La désaturation est achevée en une durée de une période de révolution $T = 6000$ sec .

IV.2.4 Régulateur pour critère Energie minimale (MEC)

Une approche alternative est d'ignorer le coût du moment cinétique et de considérer uniquement l'énergie de notre actionneur qu'ont doit optimiser sous la contrainte de l'équation (IV.14) sans le terme N_T . [3], [7] , [8]

Le critère d'optimisation d'énergie est :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} M^T M dt \quad (\text{IV.25})$$

La fonction coût de l'équation (IV.25) correspond à l'énergie globale de la commande M du magnétocoupleurs. Dans ce cas, la fonction Hamiltonienne est :

$$H = \frac{1}{2} M^T M + \psi^T [Ah + QM] \quad (\text{IV.26})$$

Sous les conditions initiales et finales $h(0)$ et $h(t_f) = 0$. Le vecteur adjoint est donné par :

$$\dot{\psi} = -\frac{\partial H}{\partial h} = -A^T \psi = A \psi \quad (\text{IV.27})$$

C'est une équation linéaire qui admet comme solution analytique :

$$\psi = e^{At} \psi(0) \quad (\text{IV.28})$$

Et sachant que :

$$\frac{\partial H}{\partial u} = \frac{\partial H}{\partial M} = 0 \Rightarrow M = -R^{-1} Q^T \Psi \Rightarrow M = -Q^T \psi \quad (\text{IV.29})$$

Avec $R = \text{Identité}_{3 \times 3}$, alors :

$$M = -Q^T e^{At} \psi(0) \quad (\text{IV.30})$$

Remarque

Il faut noter que les valeurs propres de A sont $(0.001i, -0.001i, 0)$, la solution de (IV.28) est donc oscillatoire, cependant en introduisant la commande M minimisant le critère énergie minimale dans le modèle général de l'équation (IV.14), on doit vérifier la stabilité du système et la convergence des moments cinétiques des roues.

En remplaçant l'équation (IV.30) dans l'équation (IV.14), on a :

$$\dot{h} = Ah - QQ^T e^{At} \psi(0) \quad (\text{IV.31})$$

Le problème maintenant est de trouver la bonne valeur de $\psi(0)$, La variation de la méthode extrémale [kirk 1970], [steyn 1995] peut être utilisé.

Voici les étapes à suivre :

- 1- supposer une valeur initiale de $h(0)$ et $\psi(0)$.
- 2- Résoudre h par intégration numérique de l'équation (IV.31) de t_0 à t_f , en utilisant $h(0)$ et $\psi(0)$ comme condition initiales. Ainsi, trouver ψ_h et ψ_ψ appelées matrices fonction influence par l'intégration numérique.

Où

$$\psi_h = \frac{dh}{d\psi(0)} \quad \psi_h(0) = [0] \quad (\text{identité } 3 \times 3)$$

$$\psi_\psi = \frac{d\psi}{d\psi(0)} \quad \psi_\psi(0) = [1] \quad (\text{identité } 3 \times 3)$$

Et

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_h &= \frac{\partial^2 H}{\partial \psi \partial h} \psi_h + \frac{\partial^2 H}{\partial \psi^2} \psi_\psi = A\psi_h + QQ\psi_\psi \\ \dot{\psi}_\psi &= -\frac{\partial^2 H}{\partial h^2} \psi_h - \frac{\partial^2 H}{\partial h \partial \psi} \psi_\psi = A\psi_\psi \end{aligned} \quad (\text{IV.32})$$

3- Ajuster $\psi(0)$ en basant sur la méthode de Newton

$$\psi^{i+1}(0) = \psi^i(0) - [\psi_h^i(t_f)]^{-1} h^i(t_f) \quad (\text{IV.33})$$

4- Répéter les étapes 2 et 3, jusqu'à $\|h^i(t_f)\| < \varepsilon$ où ε est une petite constante qui représente l'erreur sur h .

En se basant sur l'algorithme ci-dessus, la solution de $\psi(0)$ sera finalement atteinte. Le moment M de commande dépend de $\psi(0)$ dans l'équation (IV.30), ce calcul peut se faire off line pour trouver la bonne matrice $\psi(0)$ et l'utiliser en temps réel.

Simulation : on prend comme erreur $\varepsilon \approx 10^{-3}$

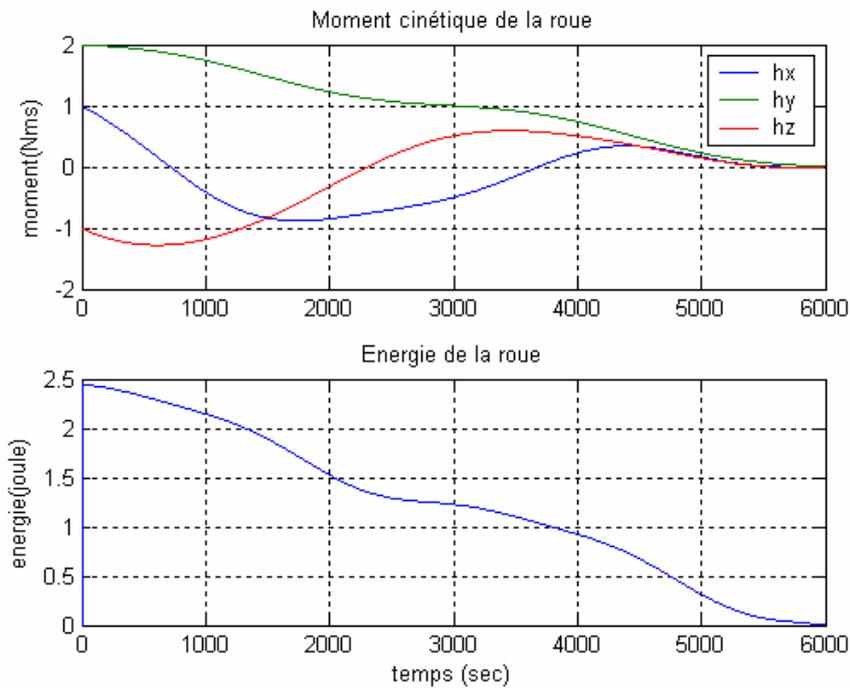


Figure (IV.12) : Moment cinétique et énergie de la roue (MEC).

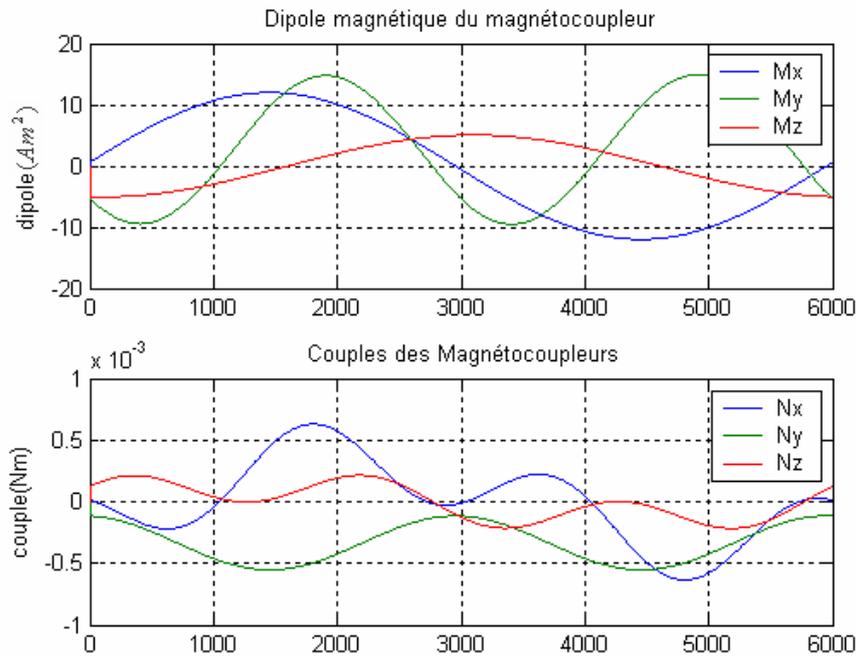


Figure (IV.13) : Dipôle magnétique et couple de commande (MEC).

Le critère à énergie minimale (MEC) permet la minimisation de l'énergie de la commande M du magnétocoupleur, c'est donc normal qu'on n'ait pas de saturation au niveau des bobines

de notre actionneur vu qu'on économise l'énergie, la réponse du système est cependant très lente comparée avec les lois de commande précédentes CCPL et LQR, ILQR.

IV.2.5 Comparaison entre les lois CCPL, LQR, ILQR et MEC

Les nouvelles lois de commandes optimales (LQR, ILQR) présentées ci-dessus présentent des performances globalement meilleures par rapport à la loi (CCPL), ainsi elles permettent de diminuer la saturation des magnétocoupleurs qui sont utilisés comme actionneurs pour désaturer les roues cinétiques en jouant sur les poids des critères.

Les deux lois LQR et ILQR ont le même comportement, vu leur nature (retour d'état), et sont plus commodes à implémenter en temps réel quand la minimisation d'énergie n'est pas l'objectif principal car elles présentent une robustesse vis-à-vis des erreurs de modélisation et des perturbations extérieures.

La loi de commande MEC est la moins consommatrice en énergie comme prévu, mais la réponse du système est très lente. Comme elle est utilisée en boucle ouverte, elle reste moins performante.

La figure (IV.14) montre le comportement des 4 lois sur une période de révolution du satellite.

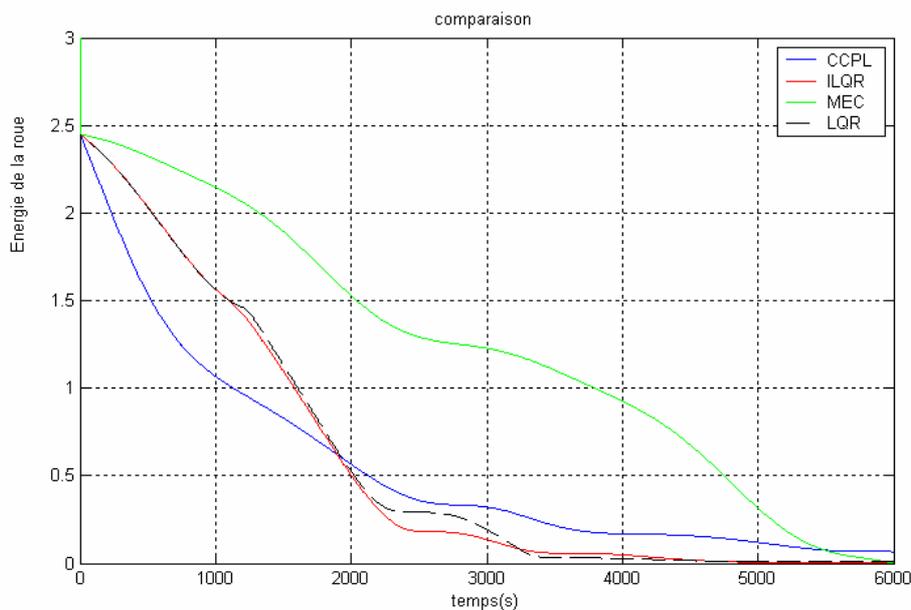


Figure (IV.14) : Comparaison entre les lois (CCPL), (LQR), (ILQR) et (MEC).

IV.3 Commande par tuyères

Les tuyères peuvent être employées pour désaturer les roues plus rapidement que les magnétocoupleurs mais elle consomme en parallèle une quantité importante de fuel.

Le modèle de l'équation (IV.14) devient :

$$\dot{h} = Ah + N_T \quad (\text{IV.34})$$

IV.3.1 Régulateurs ILQR

Si la loi ILQR est adoptée, en utilisant le critère de l'équation (IV.16), la matrice de gain K et le vecteur g peuvent être obtenus par :

$$0 = -K_\infty A - A^T K_\infty - F + K_\infty R^{-1} K_\infty \quad (\text{IV.35})$$

$$0 = -[A^T - K_\infty R^{-1}] g_\infty + K_\infty N_E \quad (\text{IV.36})$$

La commande ILQR permet de générer une solution immédiate de K , le choix des matrices F et R détermine la réponse du système. L'avantage de cette méthode est qu'on n'a pas besoin de résoudre l'équation de Riccatti Off Line.

- Pour $F = \text{diag} [0.01, 0.01, 0.01]$ et $R = \text{diag} [10, 10, 10]$

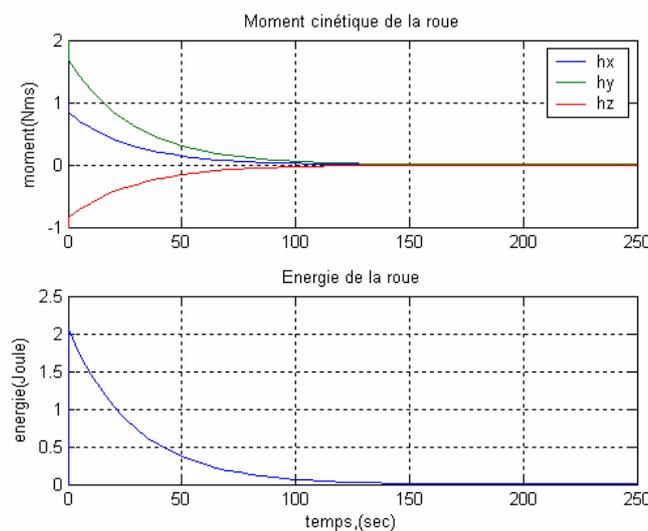


Figure (IV.15) : Moment cinétique et énergie de la roue (ILQR).

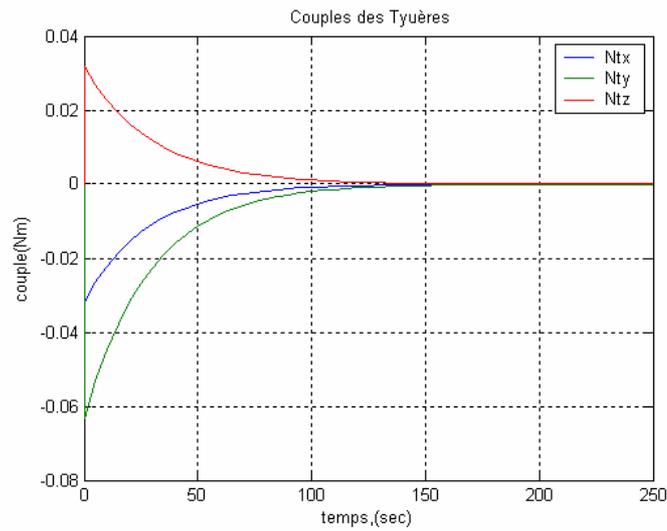


Figure (IV.16) : Le couple de commande (ILQR).

$$F = \text{diag} [0.01, 0.01, 0.01] \text{ et } R = \text{diag} [1, 1, 1]$$

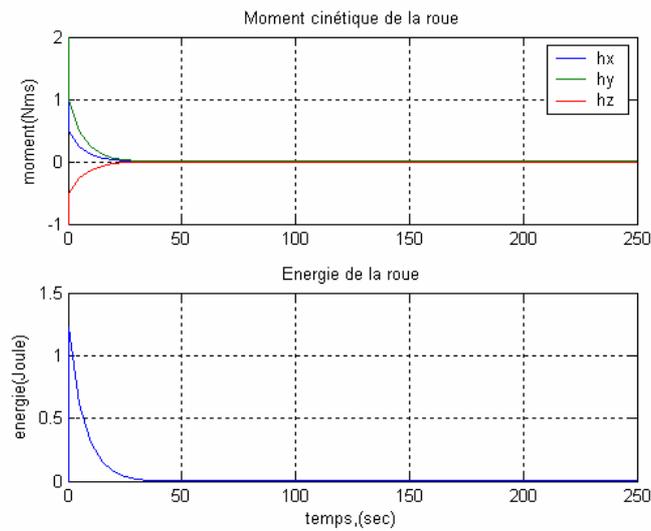


Figure (IV.17) : Moment cinétique et énergie de la roue (ILQR).

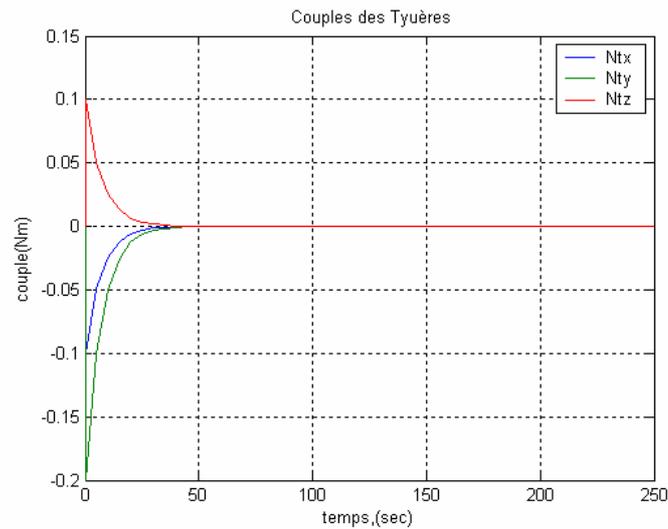


Figure (IV.18) : Le couple de commande (ILQR).

En augmentant le poids de F ou en réduisant celui de R , la réponse du système est rapide et la consommation de carburant par les tuyères est plus forte. Au contraire, en réduisant F et en augmentant R la réponse est lente et les tuyères sont moins sollicitées. En pratique, on fixe la valeur de F et fait varier celle de R graduellement pour obtenir les performances désirées.

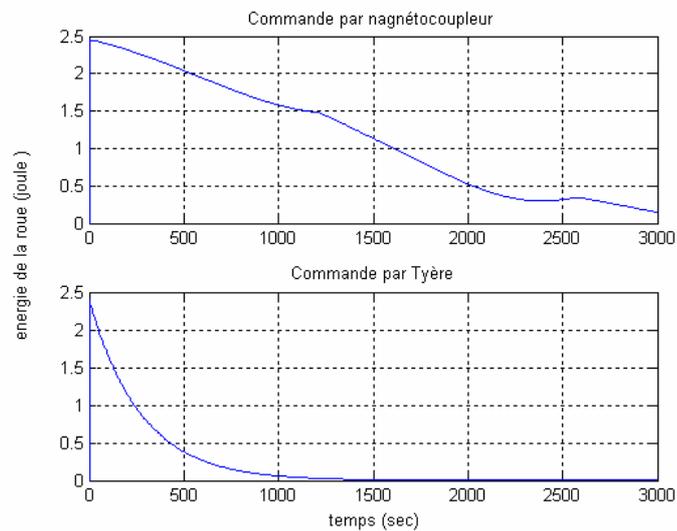


Figure (IV.19) : Comparaison entre les 2 actionneurs (commande ILQR).

Voici une comparaison entre les 2 actionneurs utilisés avec la commande ILQR, pour un choix de $F = \text{diag} [1,1,1]$ et $R = \text{diag} [2.10^{-10}, 2.10^{-10}, 2.10^{-10}]$ pour le magnétocoupleur où on cherche à avoir la réponse la plus rapide possible et avec le choix $F = \text{diag} [0.0001, 0.0001, 0.0001]$ et $R = \text{diag} [7.5, 7.5, 7.5]$ pour les tuyères où on veut avoir une réponse lente, malgré ces choix les tuyères permettent de désaturer les roues très rapidement par rapport au 1^{er} actionneur.

Remarque

Comme les tuyères sont moins utilisées dans les micro-satellites et en vu de leur consommation de fuel coûteux dans le cas général, on a utilisé une seule loi ILQR de désaturation contrairement aux magnétocoupleurs où on a développé différentes lois.

IV.4 Loi de commande combinée (magnétocoupleurs + tuyères)

Dans la section précédente, on a discuté la désaturation par des commandes optimales (LQR, ILQR et MEC) en utilisant un seul actionneur à la foi. Cette section présente un nouvel concept, l'implémentation d'un régulateur utilisant la combinaison des magnétocoupleurs et des tuyères. Il est bien connu que la consommation de fuel par les tuyères est significative pour un satellite. On va présenter un algorithme combiné visant à réduire la consommation du fuel des tuyères. [7] [8]

Si on suppose que le couple N calculé dans la section IV.1 à chaque instant peut être généré simultanément par les tuyères et les magnétocoupleurs, on peut donc définir :

$$N = N_T + Q(t)M \quad (\text{IV.37})$$

Avec $N = [N_x \quad N_y \quad N_z]$

N_T : est le couple des tuyères sur les 3 axes.

M : est le couple des magnétocoupleurs sur les 3 axes.

$Q(t)$: définit dans la partie IV.1

L'équation (VI.37) peut être écrite sous la forme :

$$N = D N_{MT} \quad (\text{IV.38})$$

Où

$$D = \begin{bmatrix} 0 & B_z(t) & -B_y(t) & 1 & 0 & 0 \\ -B_z(t) & 0 & B_x(t) & 0 & 1 & 0 \\ B_y(t) & -B_x(t) & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.39})$$

$$\text{Et } N_{MT} = [M_x \quad M_y \quad M_z \quad N_{Tx} \quad N_{Ty} \quad N_{Tz}]^T$$

Pour arriver à la formulation d'un régulateur optimal combiné, la fonction de coût suivante est proposée pour minimiser l'énergie de commande des tuyères et de magnétocoupleurs à chaque pas d'échantillonnage :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} N_{MT}^T S N_{MT} dt \quad (\text{IV.40})$$

λ est le vecteur de Lagrange (3×1) et S est une matrice (6×6) diagonale définit positive et constante. $S = \text{diag}(a, a, a, b, b, b)$, où a et b sont des grandeurs scalaires positives, le couple magnétique actif N_M doit être dans le plan P_B normale au vecteur B montré dans la figure (IV.20). Par conséquent, quand le poids b devient plus en plus petit, M atteindra graduellement une limite, qui fera que l'erreur entre N_M N sera petite. Dans ce cas, M peut être décrit comme suit:

$$M = -\frac{(N \times B)}{\|B\|^2} \quad (\text{IV.41})$$

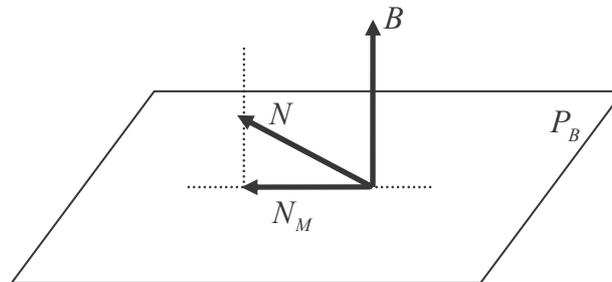


Figure (IV.20) : La configuration du couple magnétique N_M .

Les valeurs de a et b doivent être déterminées par simulation pour atteindre les performances désirée. Afin de minimiser J . On dérive l'équation du critère augmenté par rapport à N_{MT} en posant $\frac{\partial \bar{J}}{\partial N_{MT}} = 0$, on obtient :

$$N_{MT} = S^{-1} D^T \lambda \quad (IV.42)$$

En se basant sur l'éq. (IV.38) et (IV.42), on a :

$$N_{MT} = S^{-1} D^T [D S^{-1} D^T]^{-1} N \quad (IV.43)$$

L'équation (IV.43) répartit le couple nécessaire N de façon optimale vers deux parties. Une partie générée par les magnétocoupleurs et l'autre par les tuyères. Le premier couple doit être évidemment réduit afin de limiter la consommation de fuel des tuyères.

Simulation :

Les figures (IV.21), (IV.22) et (IV.23), (IV.24) sont obtenues

pour $S = \text{diag}[1 \ 1 \ 1 \ 500 \ 500 \ 500]^T$ et

$S = \text{diag}[1 \ 1 \ 1 \ 5.10^9 \ 5.10^9 \ 5.10^9]^T$ respectivement.

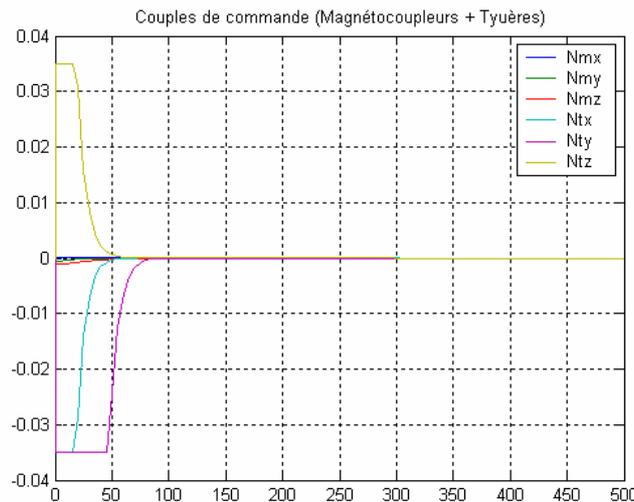


Figure (VI.21) : Couple de commande.

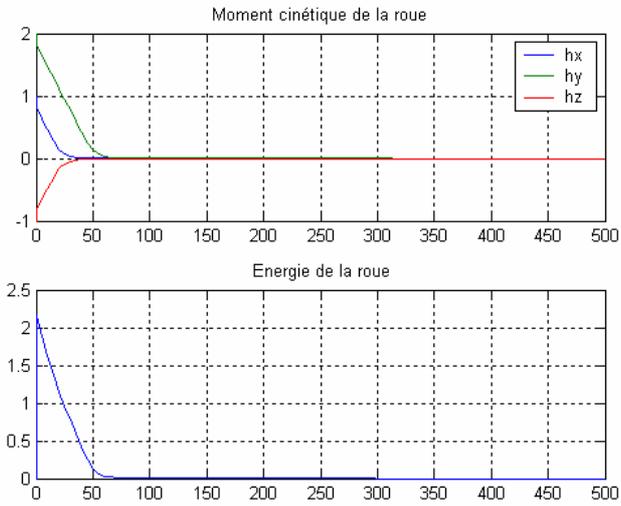


Figure (IV.22) : Moment et énergie de la roue.

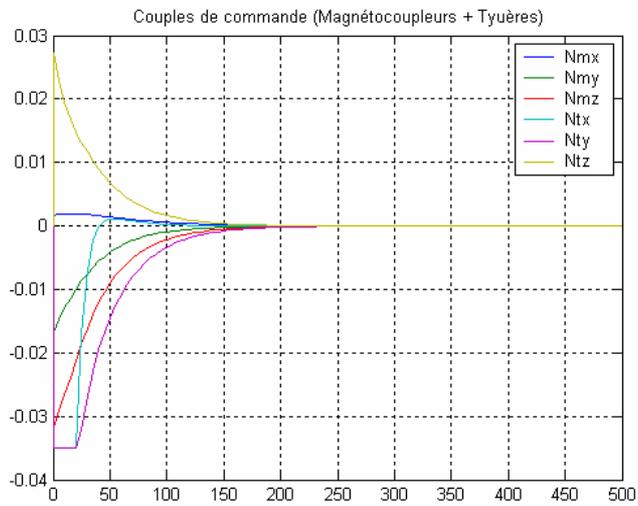


Figure (IV.23) : Couple de commande.

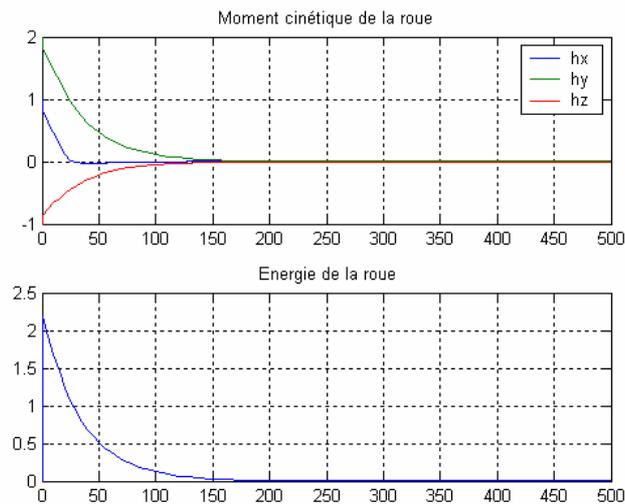


Figure (IV.24) : Moment et énergie de la roue.

En augmentant le poids a du moment magnétique de commande M , M conduit à la réduction l'énergie de commande des magnétocoupleurs. Dans ce cas, les tuyères assureront une plus importante contribution au couple de commande jusqu'à leur seuil max ($0.0335 Nm$) et la réponse du système est très rapide. De même, si le poids b pour la commande de tuyères est augmenté, N_T tendra à employer moins d'effort de commande (la réponse du système sera lente) et $N_M = N_{\perp} + N_{//}$ devra fournir plus d'effort. Malheureusement le couple des magnétocoupleurs ne pourra être produit que dans la direction normale au champ magnétique terrestre figure (5.20) donc la valeur N_M calculée à partir de l'équation (IV.43) ne peut pas être produite réellement, seule la valeur N_{\perp} sera générée et permettra la minimisation de l'effort des tuyères, limitant ainsi la consommation du précieux carburant.

Conclusion

La désaturation des roues cinétiques a été étudié en utilisant plusieurs lois de commande optimales à l'aide des magnétocoupleurs et des tuyères. Etant donné que le 1^{er} actionneur consomme moins d'énergie, 4 lois de commande lui on été associées dans cette étude, tandis que pour l'utilisation des tuyères qui nécessite une consommation du fuel moins utilisé pour le contrôle d'attitude des micro-satellites, une seule loi a été étudiée. Enfin, une nouvelle loi combinée a été présentée. Ces lois ont prouvé leur efficacité selon certaines hypothèses.

CHAPITRE V

COMMANDE D'ATTITUDE

COMMANDE D'ATTITUDE

Une manière de commander l'attitude d'un satellite sur les 3 axes est d'utiliser un système de 3 roues à réaction. Par conservation du moment cinétique, si des couples externes de perturbation agissent sur le satellite, le moment cinétique total du système (satellite et roues) change et les roues peuvent être employées pour compenser ces couples en produisant des couples internes sur le reste du satellite et en compensant le changement du moment cinétique provoqué par les couples externes.

Si une variation maximale de rotation est atteinte, la roue doit être désaturée. Par conséquent, si la roue, à partir du repos, effectue une rotation d'un angle θ puis s'arrête, le reste du satellite (si les couples externes sont équilibrés) tournera par un angle $k\theta$, où k est le rapport entre le moment d'inertie de la roue et celui du satellite. Pour des raisons de redondance une quatrième roue est normalement ajoutée pour maintenir la contrôlabilité lorsqu'une roue tombe en panne. La configuration standard de la NASA ajoute une quatrième roue sur un axe incliné par rapport aux 3 axes des autres roues. Sur le satellite SUNSAT les trois premières roues sont alignées avec les axes géométriques du satellite X , Y et Z , et la quatrième roue de secours est également alignée sur l'axe Z .

V.1 Synthèse de la loi de commande

Dans cette partie, on présente une loi de commande d'attitude très utilisée en pratique quand l'attitude du satellite est décrite en terme de quaternion. Comme mentionné auparavant, les quaternions ne présentent aucune singularité contrairement aux angles d'Euler.

En revenant à l'équation dynamique (III.3) et à l'équation cinématique (III.7) du mouvement dans le chapitre III, l'équation dynamique est : [3], [7], [13], [14]

$$\begin{aligned}
 I \dot{\omega} + \dot{h} + \omega \times (I \omega + h) &= N_{EXT} \\
 \Rightarrow I \dot{\omega} + \omega \times I \omega &= -\omega \times h - \dot{h} + N_{EXT}
 \end{aligned}
 \tag{V.1}$$

La quantité $\dot{h} = N_{roue}$ est le couple net appliqué aux roues par le satellite. Par la troisième loi de Newton du mouvement, $-\dot{h}$ est le couple appliqué au satellite par les roues.

L'équation cinématique est donnée par :

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 & \omega_1 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 & \omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 & \omega_3 \\ -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (\text{V.2})$$

Le modèle général sera :

$$\left\{ \begin{array}{l} I_x \dot{\omega}_1 = (I_y - I_z)\omega_2\omega_3 + \omega_3h_2 - \omega_2h_3 + N_x - \dot{h}_1 \\ I_y \dot{\omega}_2 = (I_z - I_x)\omega_1\omega_3 - \omega_3h_1 + \omega_1h_3 + N_y - \dot{h}_2 \\ I_z \dot{\omega}_3 = (I_x - I_y)\omega_1\omega_2 + \omega_2h_1 - \omega_1h_2 + N_z - \dot{h}_3 \\ \dot{q}_1 = \frac{1}{2}(\omega_3q_2 - \omega_2q_3 + \omega_1q_4) \\ \dot{q}_2 = \frac{1}{2}(-\omega_3q_1 + \omega_1q_3 + \omega_2q_4) \\ \dot{q}_3 = \frac{1}{2}(\omega_2q_1 - \omega_1q_2 + \omega_3q_4) \\ \dot{q}_4 = \frac{1}{2}(-\omega_1q_1 - \omega_2q_2 - \omega_3q_3) \end{array} \right. \quad (\text{V.3})$$

Remarque

Pour les perturbations on peut borner N_{ext} à une valeur maximale et l'utiliser pour les simulations, sachant qu'on possède du tableau (IV.2), on peut prendre $N_{ext} \leq 10^{-4}(N.m)$

Trois lois de commande par retour d'état employant les quaternions d'erreur sur l'attitude peuvent être utilisées, la stabilité au sens de Liapunov de la boucle fermée pour des manoeuvres triaxiales a été démontrée par Bong Wie et Jianbo Lu [1989].

Le quaternion d'erreur est défini par :

$$\begin{bmatrix} q_{1e} \\ q_{2e} \\ q_{3e} \\ q_{4e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{4c} & q_{3c} & -q_{2c} & -q_{1c} \\ -q_{3c} & q_{4c} & q_{1c} & -q_{2c} \\ q_{2c} & -q_{1c} & q_{4c} & -q_{3c} \\ q_{1c} & q_{2c} & q_{3c} & q_{4c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (\text{V.4})$$

Où q_{ic} est le quaternion de commande (de référence)

Toutefois, si le quaternion courant et les quaternions de référence coïncident ($q = q_c$), le quaternion d'erreur $q_e = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$.

Les 3 lois de commandes sont :

$$\text{Loi 1: } N_{control} = -Kq_{vec} - D\omega_B^I$$

$$\text{Loi 2: } N_{control} = -K \frac{q_{vec}}{q_{4e}} - D\omega_B^I \quad (\text{V.5})$$

$$\text{Loi 3: } N_{control} = -\text{sign}(q_{4e})Kq_{vec} - D\omega_B^I$$

$q_{vec} = [q_{1e} \ q_{2e} \ q_{3e}]^T$ est un quaternion d'erreur (3×1)

$K = \text{diag}[k \ k \ k]$ et $D = \text{diag}[d_1 \ d_2 \ d_3]$ deux matrices de gains de commande définies positives.

Les trois lois présentées ci-dessus sont analogues à une loi de commande par retour d'état conventionnelle parce que le couple de commande est une fonction de la position et des vitesses angulaires.

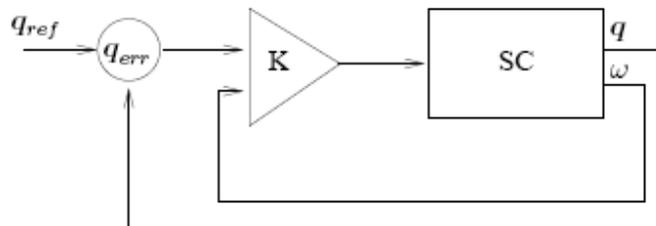


Figure (V.1) : Structure du régulateur.

Pour le quaternion $q_{4e} > 0$, les lois 1 et 3 sont identiques, mais quand l'angle d'erreur d'attitude est plus grand que 180 degré ($q_{4e} < 0$), la loi 3 prend le plus court chemin de rotation.

Au voisinage d'un point d'équilibre ($q_{4e} \approx 1$) les trois lois de commande donne les mêmes performances. Concernant cette thèse, la loi 1 est choisit pour contrôler l'attitude et discuter les performances.

$$N_{control} = -Kq_{vec} - D\omega_B^I \quad (V.6)$$

V.1.1 Détermination des gains K et D

En considérant une rotation sur un seul axe. Par exemple, l'axe x , à partir de l'équation (V.2)

On a :

$$I_x \dot{\omega}_1 = (I_y - I_z)\omega_2\omega_3 + \omega_3h_2 - \omega_2h_3 + N_x - \dot{h}_1 \quad (V.7)$$

A partir des équations (V.6), (V.7) et sachant que $\dot{\Phi} = \omega_x$, on abouti au résultat :

$$I_{xx} \ddot{\Phi} + d_1 \dot{\Phi} + k \sin\left(\frac{\Phi}{2}\right) = 0 \approx I_{xx} \ddot{\Phi} + d_1 \dot{\Phi} + k \Phi \quad (V.8)$$

pour Φ petit.

L'équation (V.8) est semblable à une équation non linéaire d'un pendule simple. Quand cette équation est linéarisée autour d'un point d'équilibre, elle est comparée a un système du second ordre avec:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{2I_{xx}}}, \quad \zeta = \frac{d_1}{\sqrt{2kI_{xx}}}, \quad \zeta\omega_n = \frac{d_1}{2I_{xx}} \quad (V.9)$$

Le temps de stabilisation (vitesse) et la précision désirés peuvent donc être obtenus par un bon choix des constantes d_i et k et donc ζ .

Remarque

Cette méthode de détermination des paramètres K et D a été adoptée pour des petites manoeuvres. Pour les grandes manoeuvres, la loi 1 reste valable mais ses paramètres doivent être déterminés par simulation.

V.2 Implémentation sur SUNSAT

Les roues à réaction de SUNSAT seront utilisées avec la loi de commande 1 sauf que le calcul de commande sera dans le repère orbital et non dans le repère inertiel y compris les valeurs des vitesses angulaires et le quaternion d'erreur, dans ce cas on a recours à la matrice de rotation ou DCM définie dans l'équation (II,22) tel que

$$\omega_i = \omega_o - DCM \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_o \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.10})$$

La loi 1 devient :

$$N_{roue} = Kq_{vec} + D\omega_B^O \quad (\text{V.11})$$

Avec

$$K = \text{diag}[0.05 \quad 0.05 \quad 0.025]$$

$$D = \text{diag}[2 \quad 2 \quad 1]$$

Simulation

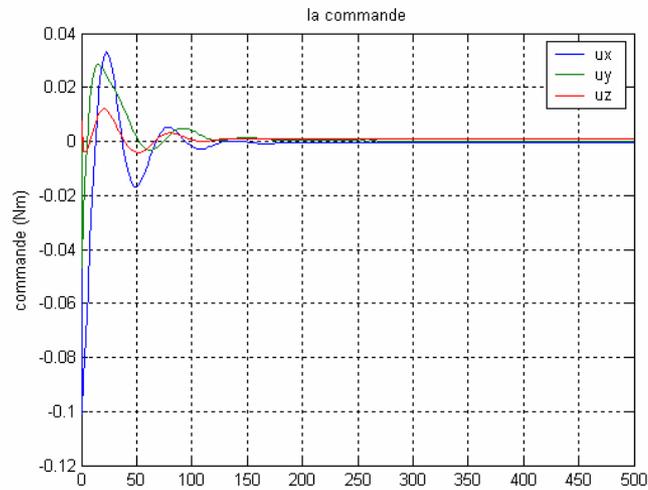


Figure (V.2) : Le couple de commande.

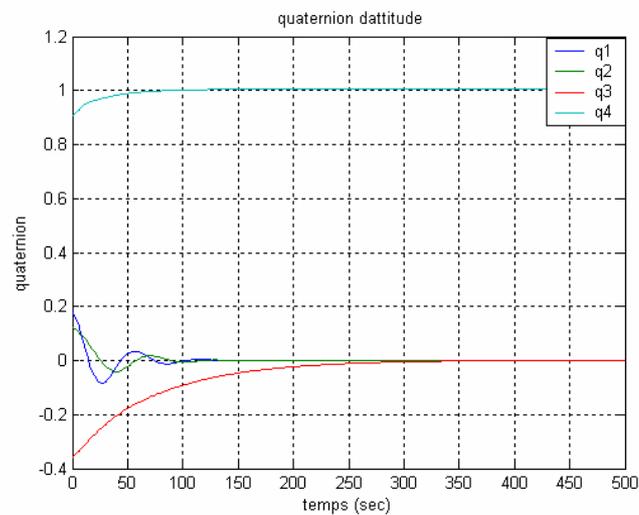


Figure (V.3) : L'attitude représentée par les quaternions.

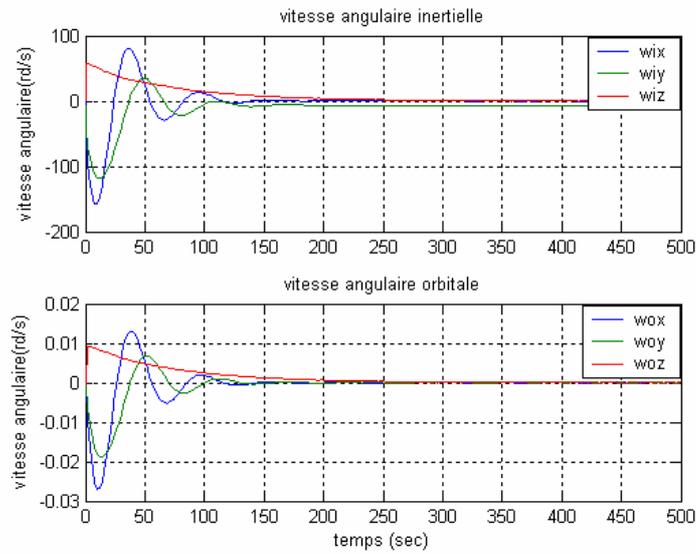


Figure (V.4) : Les vitesses angulaires.

Si l'objectif de la commande est un pointage terre parfait de l'axe $-z$ (Nadir pointing mode), on n'aura pas besoin de l'équation (V.4) car $q_e = q$ puisque les angles d'Euler ϕ , θ et ψ seront nulle qui veut dire que $q_c = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$, ceci veut dire aussi que la vitesse angulaire orbitale exprimée dans le repère satellite et qui exprime bien l'attitude doit être égale à zéro, par contre la vitesse angulaire exprimée dans le repère inertiel devra être égale à $[0 \ -\omega_0 \ 0]^T$. Ces données sont validées dans les figures ci-dessus.

Pour une poursuite d'une cible ou référence $[\phi \ \theta \ \psi]^T = [20 \ -10 \ 25]^T$ deg ou bien en terme de quaternion : $q_c = [0.015 \ -0.086 \ 0.17 \ 0.9816]^T$ l'utilisation de l'éq.(6.4) est nécessaire :

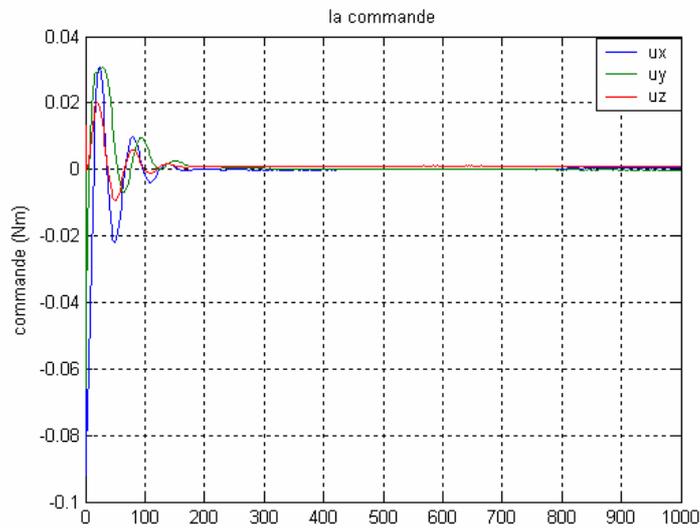


Figure (V.5) : La commande.

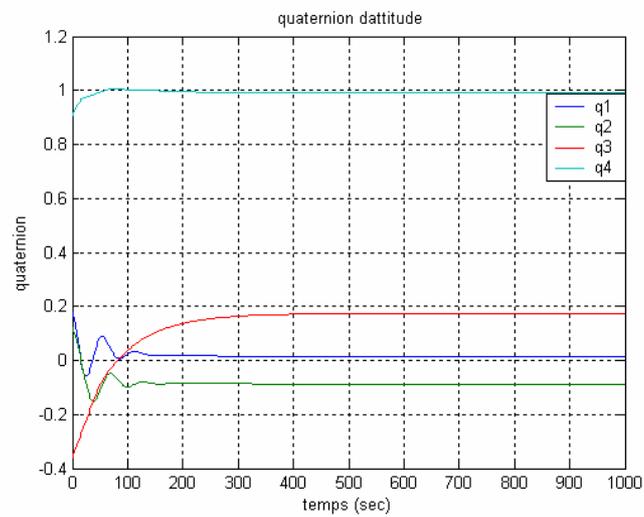


Figure (V.6) : L'attitude représentée par les quaternions.

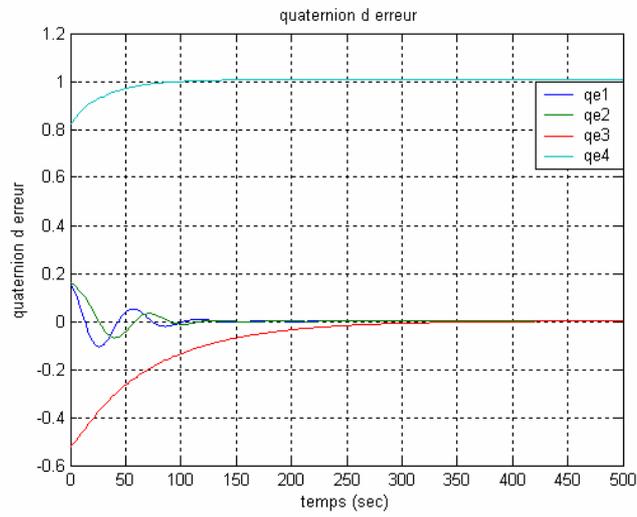


Figure (V.7) : Quaternion d'erreur.

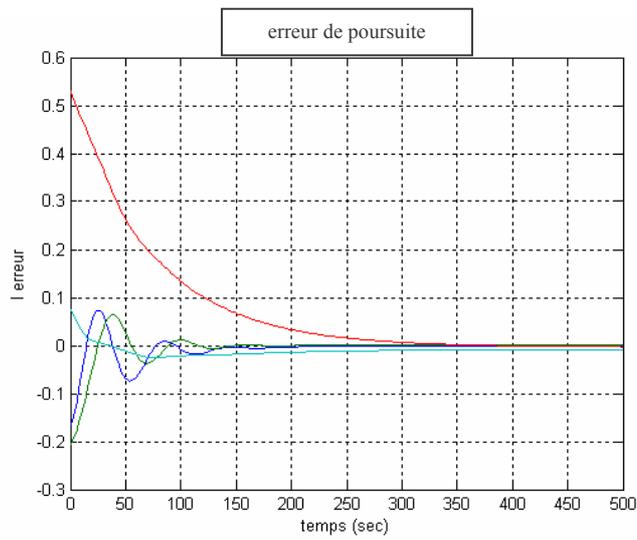


Figure (V.8) : Erreur de poursuite.

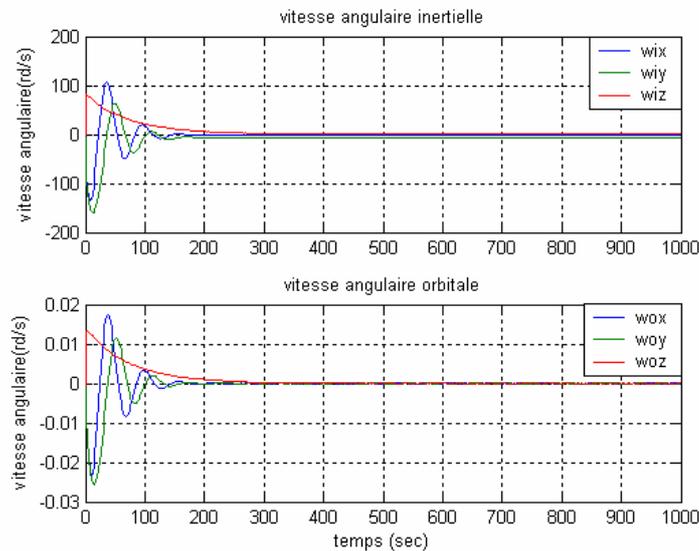


Figure (V.9) : Les vitesses angulaires.

Conclusion

La loi de commande par retour d'état utilisée pour contrôler l'attitude du satellite permet de stabiliser le système très rapidement et d'atteindre les performances désirées en jouant sur le choix des gains du régulateur, ainsi elle présente une robustesse en présence des perturbations. Cependant, il ne faut pas oublier que l'utilisation des roues comme organe d'exécution de la commande en présence de ces perturbations va induire une saturation de ces dernières.

Dans ce cas, il faut non seulement s'intéresser au problème d'attitude mais aussi au contrôle des roues pour éviter le problème de saturation.

La partie suivante va faire l'objet d'une étude concernant les deux commandes simultanément (Attitude+ Désaturation) pour envisager une solution au problème.

V.3 Commande simultanée de l'attitude et de la roue cinétique

1^{ère} méthode

Elle consiste à désaturer les roues avant chaque manœuvre de commande d'attitude, on suppose qu'on s'intéresse plus à contrôler l'attitude dans la 1^{ère} phase et que les roues sont déjà saturées tel que $h = [2 \ 4 \ 0.2]^T$, pour le faire une commande optimale LQR est implémentée pour désaturer les roues à l'aide des magnétocoupleurs, ensuite la loi de commande par retour d'état du paragraphe V.2 est utilisée pour que le quaternion d'erreur d'attitude soit égale à $q_e = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$.

Simulation

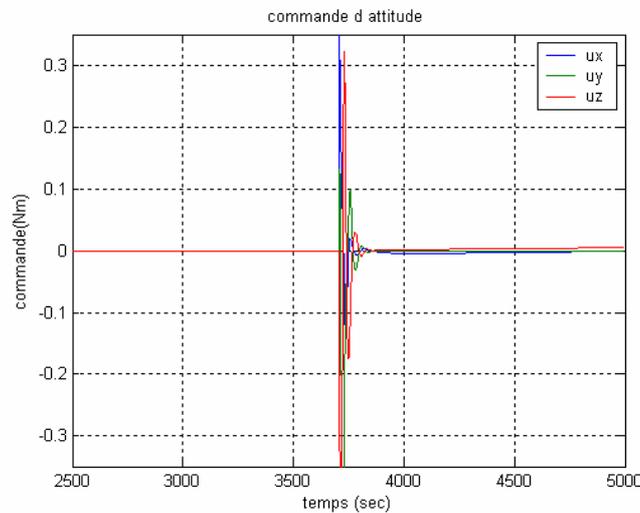


Figure (V.10) : La commande de la loi 1.

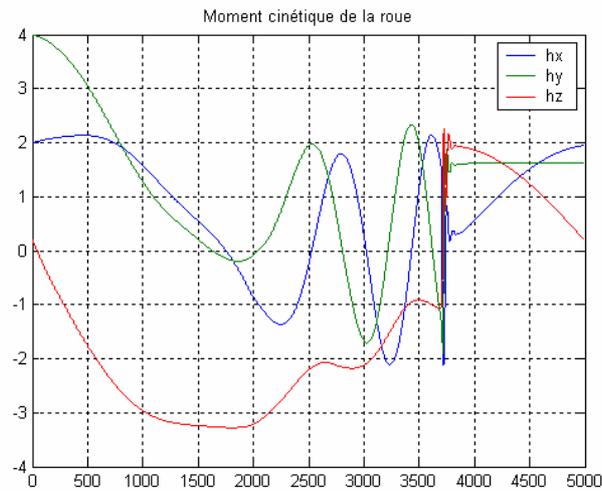


Figure (V.11) : Moment cinétique.

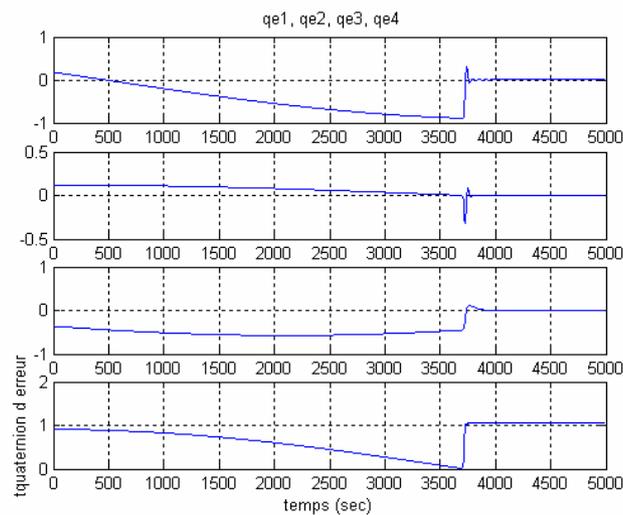


Figure (V.12) : Quaternions d'attitude.

Conclusion

La dernière figure montre clairement que pour $t \in [0, 3700]$ sec les roues sont contrôlées d'une manière à ne pas atteindre une valeur seuil de saturation $\approx 2 \text{ Nms}$, le contrôle d'attitude concerne uniquement la 2^{ème} phase. Pour cette méthode, il faut remarquer que même si on ne s'intéresse pas au contrôle d'attitude pendant la 1^{ère} phase et qu'on veut le faire à partir du 2^{ème} intervalle, il faut fournir un effort de commande considérable pour réorienter le satellite de nouveau. Ceci est un inconvénient de plus.

2^{ème} méthode

Une solution au problème consiste à trouver une loi de commande qui permet de faire tendre les valeurs du moment cinétique h vers zéro, en utilisant les valeurs de h en même temps pour commande l'attitude. Pour ce faire, une loi CCPL (common cross product law) est appliquée à l'aide des magnétocoupleurs avec la valeur initiale $h = [2 \ 1 \ -2]^T$:

$$M = k_m \frac{(h \times B)}{\|B\|} \quad (\text{V.12})$$

Pour la commande d'attitude, on utilise loi 1 de commande indiquée dans la méthode 1.

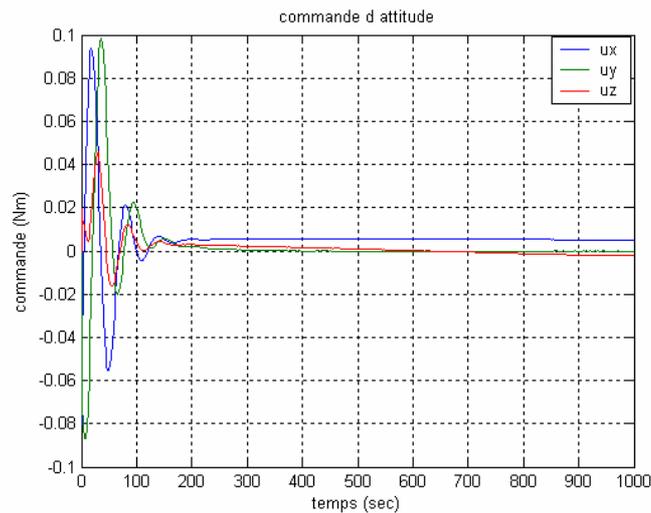


Figure (V.13) : La commande d'attitude.

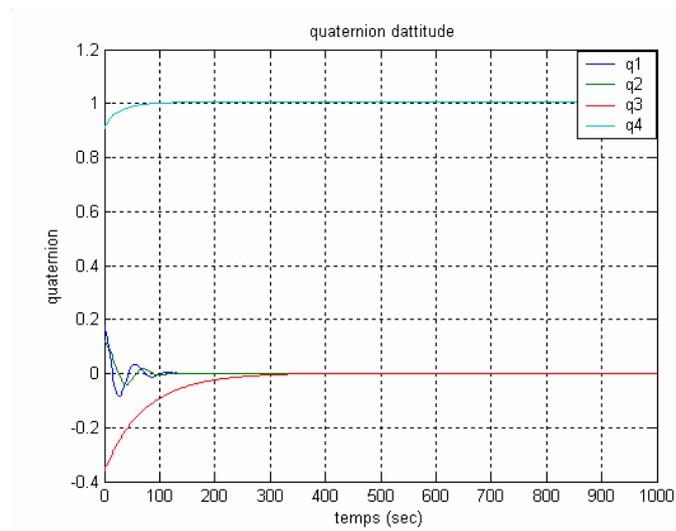


Figure (V.14) : L'attitude représentée par les quaternions.

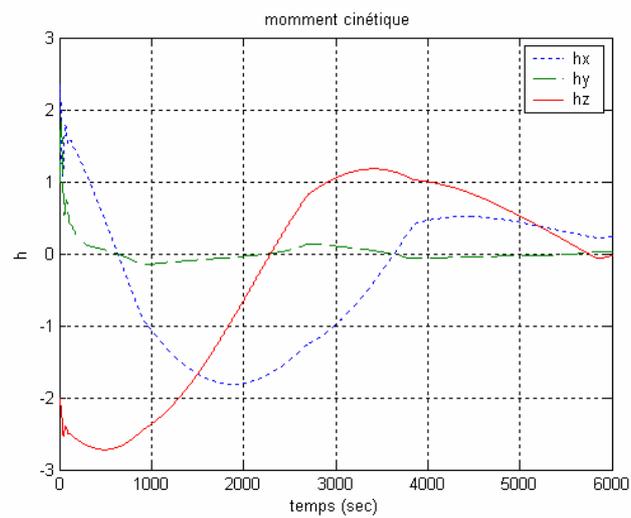


Figure (V.15) : Moment cinétique.

Conclusion

L'objectif de la 2^{ème} méthode été bien de contrôler simultanément la roue et l'attitude La figure (V.13) avec un temps de simulation $t \in [0, 1000]$ sec montre que le quaternion d'erreur converge bien vers $q_e = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$, l'attitude est alors commandée.

Pour la figure (V.14) où le temps de simulation $t \in [0, 6000]$ sec la roue se désature, le choix de $t_f = 6000$ sec est pour bien montrer que le moment cinétique de la roue h tend vers zéro et qu'il est commandé de tel façon à ne pas atteindre le seuil de saturation même dans l'intervalle $t \in [0, 1000]$ sec. Dans ce cas il y a une commande simultanée des roues et de l'attitude même si les roues ne se désaturent pas totalement dans la phase de commande d'attitude.

V.4 Commande par mode de glissement

Cette dernière partie va traiter le problème de la commande d'attitude avec les roues à réaction en se basant sur le calcul d'une commande par mode de glissement du système non linéaire défini dans le 5^{ème} chapitre. Etant donné que le quaternion d'attitude possède trois parties ou composantes indépendantes, ceci implique qu'on doit trouver trois surfaces de glissement qui s'écrivent en fonction de ces 3 paramètres, tout en assurant un contrôle d'attitude qui aura comme objectif la poursuite d'une cible définie par un quaternion de référence.

V.4.1 Principe de la commande par mode de glissement

Soit le système non linéaire :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)U \quad (\text{V.13})$$

tel que $x \in R^n$ et $U \in R^m$,

Le problème est de trouver la commande u qui peut stabiliser x [2].

Une des approches utilisée est de choisir une trajectoire dans l'espace d'état que nous appelons surface de glissement $S(x)$, sur laquelle l'objectif de la commande est réalisé, c'est-à-dire :

- Si $S(x)=0 \Rightarrow x=0$
- En calcul le signal de commande u pour ramener le vecteur d'état d'une position initiale quelconque vers la surface de glissement et le maintenir sur cette surface, le vecteur d'état glisse par la suite vers son point d'équilibre.

Autrement, la commande par mode de glissement peut être caractérisé par les deux points suivants :

$$1. \text{ L'attractivité : } S(x)\dot{S}(x) < 0 \quad (\text{V.14})$$

$$2. \text{ L'invariance : } \dot{S}(x) = 0 \text{ pour } S(x) = 0 \quad (\text{V.15})$$

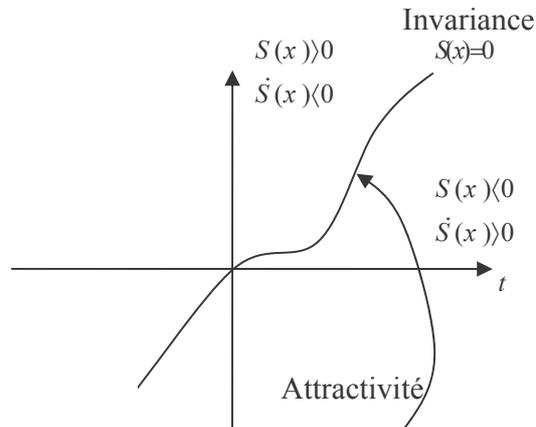


Figure (V.16) : Attractivité et invariance.

V.4.2 Calcul de la commande

On a :

$$\dot{S}(x) = \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^T (f(x) + g(x)U) = 0 \quad \text{pour} \quad S(x) = 0$$

$$\Rightarrow U = U_{eq} = - \left(\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^T g(x) \right)^{-1} \left\{ \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^T f(x) \right\} \quad (\text{V.16})$$

U_{eq} peut être considéré comme la valeur moyenne continue que prend la commande lors d'une commutation rapide entre deux valeurs U_{max} et U_{min} .

Pour vérifier la condition d'attractivité, on doit mettre U sous la forme

$$U = -\left(\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^T g(x)\right)^{-1} \left\{ \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^T f(x) \right\} - K \text{sign}(S(x)) \quad (\text{V.17})$$

Tel que $K = \text{diag}(k_1, \dots, k_m) / k_i > 0$ et $\det\left[\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^T g(x)\right] \neq 0$, dans ce cas on peut vérifier que

que $\dot{S}(x) = -K \text{sign}(S(x))$ et que $S(x) \dot{S}(x) < 0$

V.4.3 Elimination du phénomène du chattering

L'un des principaux inconvénients du réglage par mode de glissement est le phénomène du chattering, car il peut endommager les actionneurs par les sollicitations et influe sur les performances du système. Dans le but d'éliminer ce phénomène, on peut remplacer la fonction *sign* par une fonction de saturation caractérisée par un ou deux seuils, ou bien par une fonction de *Smooth*.

$$\text{sat}(S) = \begin{cases} -1 & \text{si } S < -\varepsilon \\ \frac{S}{\varepsilon} & \text{si } |S| < \varepsilon \\ 1 & \text{si } S > \varepsilon \end{cases}$$

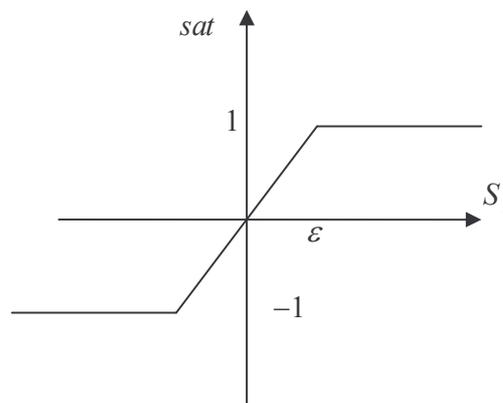


Figure (V.17) : Fonction *Sat*.

la fonction de *Smooth* :

$$Smooth(S) = \frac{S}{|S| + \mu} \quad (\text{V.18})$$

V.4.4 Calcul de la commande U par mode de glissement

L'équation dynamique du mouvement du satellite (III.3) permet d'écrire [12] :

$$I \dot{\omega} + \omega \times I \omega = -\omega \times h - \dot{h} + N_{EXT} \quad (\text{V.19})$$

soit $U = -\dot{h} - \omega \times h$ le couple de commande généré par les 3 roues pour stabiliser le système.

Comme seuls les 3 premiers composantes $(q_1 \ q_2 \ q_3)$ du quaternion q sont indépendants, il suffit de trouver 3 surfaces de glissement pour ramener le quaternion q vers une attitude désirée puisque la 4^{ème} composante q_4 est directement liée aux autres composantes par la relation (III.7).

A partir de l'équation cinématique du mouvement (III.20), on a :

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 & q_1 \\ q_3 & q_4 & -q_1 & q_2 \\ -q_2 & q_1 & q_4 & q_3 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 & q_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{qui peut être réécrite sous la forme } \dot{q} = D \omega \quad (\text{V.20})$$

tel que D est une matrice (4×3) définie par : $D = \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_4 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 \end{bmatrix}$ et $\omega = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T$.

Soit la surface de glissement $S = \dot{q}_e + W q_e$ (V.21)

Avec $q_e = q_c q$ où $q_c = \begin{bmatrix} q_{4c} & q_{3c} & -q_{2c} & -q_{1c} \\ -q_{3c} & q_{3c} & q_{1c} & -q_{2c} \\ q_{2c} & -q_{1c} & q_{4c} & -q_{3c} \end{bmatrix}$ et W est une matrice diagonale (3×3)

représentant la dynamique des 3 surfaces de glissement.

Donc

$$\begin{aligned}
 S &= q_c \dot{q} + W q_e \\
 \Rightarrow \dot{S} &= \dot{q}_e + W \dot{q}_e = q_c \ddot{q} + W \dot{q}_e \\
 &= q_c \ddot{q} + W q_c \dot{q}
 \end{aligned} \tag{V.22}$$

$$\dot{S} = 0 \Rightarrow q_c \ddot{q} = -W q_c \dot{q} \tag{V.23}$$

D'habitude, la commande est directement calculée à partir de l'équation (V.16), mais comme notre système non linéaire (V.3) est différent de la forme de (V.13)

Alors on doit dériver l'équation (V.20) pour avoir une relation qui lie la commande au vecteur d'état, on obtient:

$$\begin{aligned}
 \ddot{q} &= \dot{D} \omega + D \dot{\omega} \\
 \ddot{q} &= \dot{D} \omega + D I^{-1} (-\omega \times I \omega + U_{eq} + N_{ext})
 \end{aligned} \tag{V.24}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(V.23) et (V.24)} \quad &\Rightarrow q_c \dot{D} \omega + q_c D I^{-1} (-\omega \times I \omega + U_{eq} + N_{ext}) = -W q_c \dot{q} \\
 &\Rightarrow -(q_c D I^{-1}) U_{eq} = q_c \dot{D} \omega + W q_c \dot{q} + q_c D I^{-1} (N_{ext} - \omega \times I \omega)
 \end{aligned}$$

On obtient finalement la commande :

$$U = \underbrace{-(q_c D I^{-1})^{-1} \left[q_c \dot{D} \omega + W q_c \dot{q} + q_c D I^{-1} (N_{ext} - \omega \times I \omega) \right]}_{U_{eq}} - K \text{sign}(S) \tag{V.25}$$

Le dernier terme $-K \text{sign}(S)$ avec K une matrice diagonale (3×3) permet de vérifier la condition d'attractivité $S \dot{S} < 0$. Les valeurs de K et W peuvent être déterminé par minimisation d'un critère quadratique des 3 composantes $(q_1 \ q_2 \ q_3)$, cette méthode est utilisée en pratique dans le domaine de robotique, on peut aussi les trouver par simulation.

Pour éliminer le phénomène de broutement ou chattering la fonction $\text{sign}(S)$ est remplacée par une fonction smooth $(\pi/2) \text{atan}(S)$

Simulation : UoSat-12, valeurs initiales :

$$h = [1; 2; -1];$$

$q_{actuel} = [0.18; 0.12; -0.36; 0.9075]$ qui correspond à un angle = $[-40; 20; 15]$ degré.

$q_{ref} = [0.015; -0.086; 0.17; 0.9816]$ qui correspond à un angle = $[20; -10; 25]$ degré.

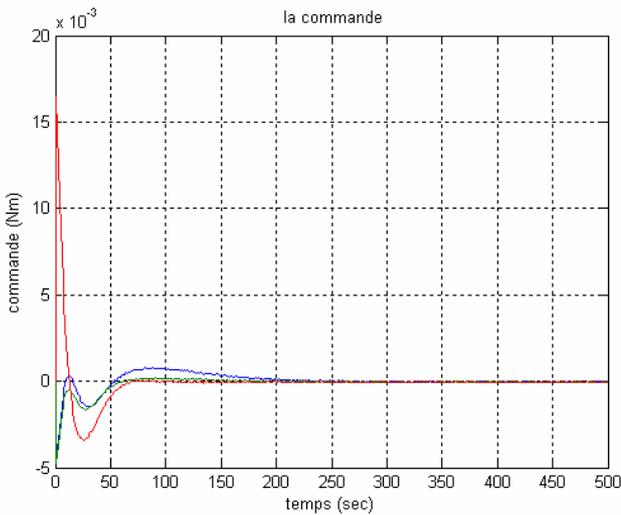


Figure (V.19) : La commande

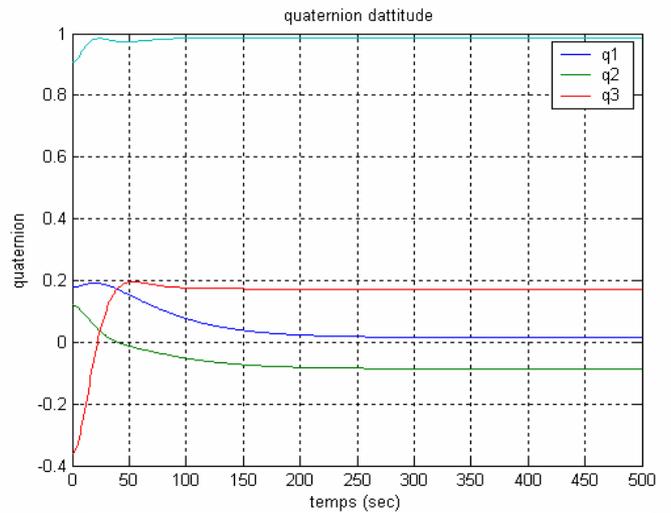


Figure (V.18) : Quaternion d'attitude.

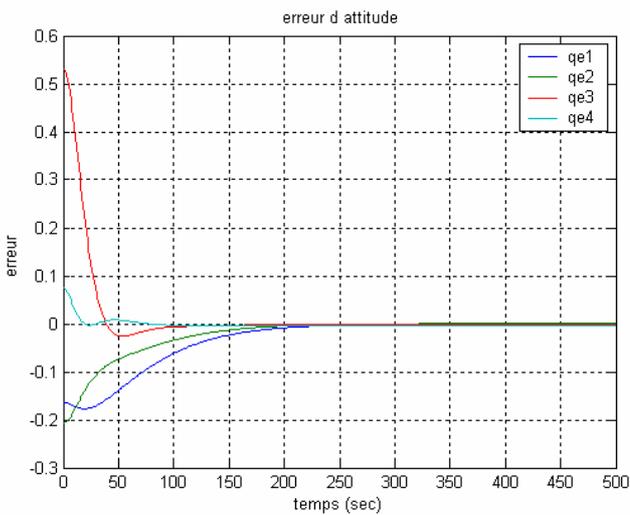


Figure (V.21) : Erreur de poursuite

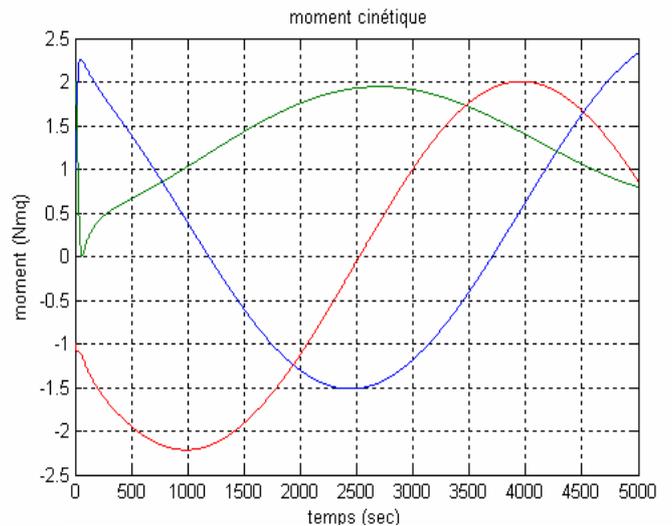


Figure 20 : Moment cinétique de la roue.

Les 4 figures ci-dessus montrent que la commande par mode de glissement permet de contrôler l'attitude du satellite en utilisant les roues cinétiques. Avec des conditions pouvant à priori mener vers une saturation sous l'effet des perturbations avec des lois de commande conventionnelles, le moment cinétique des roues n'a pas atteint une valeur de saturation et il demeure, après presque une orbite, dans une bande acceptable.

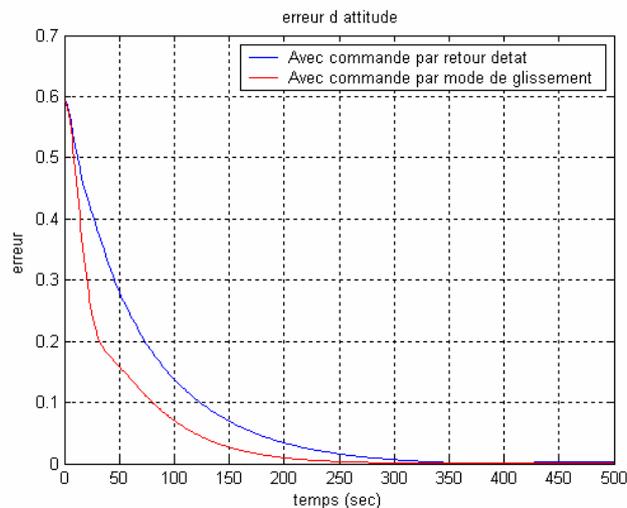


Figure (V.22) : Comparaison entre les 2 commandes par (retour d'état et glissement)

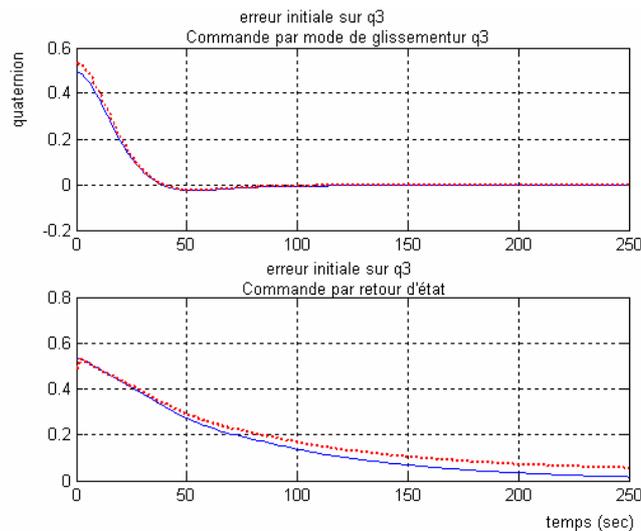


Figure (V.23) : Robustesse de la commande par mode de glissement.

Les figures (V.21) et (V.22) constituent une comparaison entre la loi 1 (commande par retour d'état) de la partie V.1 et la commande par mode de glissement qui donne une réponse plus rapide du système, en plus elle est plus robuste par rapport au 1^{er} loi, sa robustesse est montrée en faisant une erreur sur la condition initiale de q_3 (condition initiale perturbée) où l'erreur est rapidement compensée contrairement à la commande par retour d'état.

voici un tableau de comparaison des 2 lois :

	Avantages	Inconvénients
Commande par retour d'état	-Simplicité d'implémentation. -Paramètres du régulateur ajustable au cours de la mission.	-moins rapide. -moins robuste.
Commande par mode de glissement	-Rapidité. -Robustesse.	-Phénomène de chattering. -Plus de calcul pour la commande.

Tableau (V.1) : Comparaison entre les deux lois de commande d'attitude.

Conclusion

Les lois de commande d'attitude présentées dans ce chapitre permettent le contrôle de l'orientation du satellite en présence des perturbations, on note aussi qu'en parallèle, il ne faut pas oublier qu'on doit désaturer l'actionneur (roues) qui exécute ces lois.

La 1^{ère} loi par retour d'état répond aux besoin du système vis à vis les performances de robustesse et temps de réponse mais la commande par mode de glissement confirme sa supériorité pour la rapidité et la robustesse en présence des perturbations et les erreurs de modélisation. Cependant, la 1^{ère} loi est utilisée en pratique à bord des micro-satellites tandis que la 2^{ème} lois reste théorique.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion Générale

Le développement d'un système de détermination et de commande d'attitude pour les micro-satellites représente un véritable défi en raison des limites géométriques, électriques et de puissance. Ceci limite les méthodes employées pour la commande. Pour des tels satellites les capteurs et les actionneurs doivent être légers et petits, tout en assurant une commande d'attitude qui peut se faire par des méthodes passives ou actives.

En raisons de ces contraintes l'utilisation des roues à réaction permet d'avoir un contrôle rapide et précis de l'orientation du satellite sur les 3 axes. Pour le bon fonctionnement de cet actionneur, des nouvelles lois de désaturation autres que la loi CCPL ont été présentées (ILQR, LQR MEC et la loi COMBINÉE).

Sous l'hypothèse d'un pointage parfait vers le centre de la terre, les résultats de simulations ont démontré l'efficacité de ces lois sans prendre en considération l'effet des perturbations. Ensuite ces lois ont été appliquées dans le cas général en la présence de couples perturbateurs pour empêcher les roues d'atteindre le seuil de saturation, tout en les utilisant pour la commande d'attitude. Le choix de la loi de désaturation dépend de l'objectif désiré. Si on veut une réponse rapide, on peut utiliser la commande ILQR ou LQR, mais si l'objectif est de minimiser la consommation du carburant, la commande MEC sera meilleure. La loi combinée permet d'avoir une solution optimale aux deux objectifs précédents.

Dans le cas où les roues sont contrôlées, on peut s'intéresser à la commande et la réorientation du satellite, une loi de commande par retour d'état qui utilise les quaternions permet d'atteindre les objectifs de la commande en stabilisant le système non linéaire sans aucune linéarisation, l'utilisation des quaternions est plus appropriée vu sa simplicité, le temps des calculs et l'absence des singularités contrairement aux angles d'Euler.

Une deuxième loi de commande d'attitude par modes de glissements, et qui a fait l'objet de la dernière partie de cette thèse, a démontré de meilleures performances en termes de rapidité et de robustesse en présence des erreurs de modélisation et des perturbations.

Comme perspective, une étude plus détaillée avec un degré de complexité plus élevé peut se faire en prenant en considération d'autres contraintes telles que la variation du moment d'inertie du satellites au cours des manœuvres de stabilisation en utilisant une commande adaptative. De nouveaux algorithmes de désaturation peuvent aussi être proposés avec le modèle du champ magnétique terrestre IGRF, ainsi que des nouvelles lois de commande par logique floue ou par les réseaux de neurones pour la commande d'attitude.

Un autre problème qui pourrait être étudié est le pointage du satellite vers une cible terrestre stationnaire ou mobile au cours de sa révolution en orbite.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Florian Renk, “Attitude Control for a Micro-Satellite using only Magnetic Coils and Target Pointing for Multiple Satellites”. *Diploma thesis, Australian Centre for Field Robotics, The University of Sydney 2005*.
- [2] Bezzaoucha Souad, Arioua Leyla, “Modélisation et commande d’attitude de satellites artificiels”. *PFE ENP 2005*,
- [3] W.H. Steyn, “A multi-mode Attitude Determination and Control System for Small satellites”, *PHD thesis, Department of Electronics Engineering, University of Stellenbosch December 1995*.
- [4] Daniel René Pederson, Jacob Deleuran Grunnet, Jesper Abildgaard Larsen, Ewa Kolakowska, Isaac Pineda Amo, “Attitude Control System for AAUST-II”. *Institute of Electronics Systems. Aalborg University, IAS8, February 2nd – June 2nd 2004*.
- [5] Dr. Herman Steyn. “A multi-mode Attitude Determination and Control System for SUNSAT”, *University of Stellenbosch, December 1995*.
- [6] Eli Jerpseth Overby, “Attitude control for the Norwegian student satellite nCube”. , *Master thesis, Norwegian University of science and Technology, Department of Engineering Cybernetics, TRONDHEIM, May 31, 2004*.
- [7] Xiaojiang Chen, “A Study of Combined Spacecraft Attitude control systems”, *PHD thesis, Surrey Space Centre, School of Electronic Engineering, Information Technology and mathematics, University of Surrey 2000*.
- [8] Xiaojiang Chen, “Optimal Combined Reaction-Wheel Momentum Management for LEO Earth-Pointing Satellites”. *12th AIAA/USU Conference on small satellites, Centre for Satellites Engineering research, University of Surrey, Guildford, UK*.

- [9] Dr. Arezki Mohamed SI MOHMMED, "An attitude Determination and Control System of the ALSAT-1 First Algerian Microsatellite". *Centre National des Techniques Spatiales, Lab. Instrumentation Spatiale. 0-7803-8142-4-03/ IEEE 2003* .
- [10] Sun Zhouwei, Geng Yunhai, Xu Gudong, "He Ping The combined control algorithm for large-angle maneuver of HITSAT-1 small satellite". *Harbin Institute of Technology, Research Centre of Satellites Engineering and Technology. ACTA ASTRONOTICA, 10 June 2003*.
- [11] WH Steyn, YHashida V Lappas, "An Attitude control system and commissioning Results of the SNAP-1 Nanosatellite". *14th AIAA/USU Conference on small satellites, Surrey Space Centre, University of Surrey, Guildford 2000*.
- [12] Rush D. Robinett and Gordon G. Parker, "Spacecraft Euler Parameter Tracking for Large-Angle Maneuvers via sliding Mode Control ". *Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol.19, No. 3. May 1996*.
- [13] Rafal Wisniewski and F. Landis Markley, "Optimal Magnetic Attitude Control", *Aalborg University department of Control Engineering, NASA Goddard Space and Flight Centre, Greenbelt, Maryland*.
- [14] Bong Wie and Jianbo Lu, "Feedback Control Logic for Spacecraft Eigenaxis Rotations Under Slew Rate and control Constraints". *Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol.18, No.6. May 1995*,
- [15] B. Wie, H. Weiss and A. Arapostathis, "Quaternion Feedback Regulator for Spacecraft Eigenaxis Rotations ". *Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 12, No.3. May -June 1989*.
- [16] S.R. Vadali, "Variable -Structure Control of Spacecraft large-Angle Maneuvers ". *Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 9, No.2. March-April 1986*
- [17] ME232 Advance control 1, "Optimal Linear Quadratic Regulator (LQR) Continuous Time". *ME232 Class Notes pp.121-128* .

ملخص

تتضمن هذه الأطروحة آليات التحكم المثالي في منفذات القمر الصناعي ذات 3 أقراص برد الفعل و المركبة على المحاور الثلاث من أجل تجنب حالة التشبع بعد مقدمة موجزة عن الأقمار الصناعية و كذا مختلف أنواع اللواقط و المنفذات المستعملة من أجل التحكم في وضعية القمر الصناعي، ثم استعمال الكواترنيون الذي يتميز بغياب النقاط الغير المعرفة على عكس زوايا أولار، مع استعمال طريقة التحكم برجوع الحالة و التحكم عن طريق النمط الانزلاقي من أجل الحصول على نظام مستقر في الحلقة المغلقة.

كلمات مفتاحية: منفذات، لواقط، حركيات وتحريك القمر الصناعي، الأقراص ذات رد الفعل، تخفيف العزم، قانون رجوع الحالة، النمط الانزلاقي، التحكم في الوضعية.

Abstract

This work analyses the optimal control laws for the management of 3-axis reaction wheel momentum dumping of rigid earth pointing satellites after a short outline on the artificial satellites and their different sensors and actuators used in practice. For the attitude control and determination, the spacecraft orientation is described in terms of quaternion which has no geometrical singularity as opposed to Euler angles. A feedback and a sliding mode control laws subject to considerable disturbing torques have been implemented in order to achieve fast and accurate stabilization of the closed-loop system. Simulations were proposed to support the stated results.

Key words: actuators, sensors, satellite dynamics and Kinematics, reaction wheels, momentum dumping, feedback control law, sliding mode control. Attitude control .

Résumé

Ce travail analyse les commandes optimales de désaturation des roues à réaction sur les trois axes des satellites en pointage terre après un bref aperçu sur les satellites artificiels et leurs différents capteurs et actionneurs utilisés dans la pratique. Pour la commande et la détermination d'attitude, l'orientation du véhicule spatial est décrite en terme de quaternion qui n'a aucune singularité géométrique contrairement aux angles d'Euler. Des lois de commande par retour d'état et par mode de glissements, soumises à des couples de perturbations considérables ont été mises en application afin de réaliser une stabilisation rapide et précise du système en boucle fermée. Les simulations ont été présentées afin de valider les résultats énoncés.

Mots clés : Actionneurs, capteurs, Satellite, modélisation dynamique et cinématique, roues à réaction, désaturation, commande optimale, modes glissants, commande d'attitude.