

M0009/00B

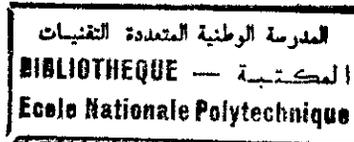
République Algérienne démocratique et populaire  
Ministère de l'enseignement supérieur et la recherche scientifique

**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**

Département Electronique

Thèse de Magister

OPTION : Télécommunication.



**Etude de l'aspect photonique des radars modernes :  
Réseaux phasés à balayage électronique.**

Par

**Fouad BENALI**

Ingénieur d'Etat , E.N.P. – ALGER.

Soutenue publiquement le : 06 – 06 – 2000 .

Devant le jury composé de :

<b>M<sup>cr</sup> R. AKSAS</b>	<b>Maître de conférence , ENP</b>	<b>Président</b>
<b>A. ZERGUERRAS</b>	<b>Professeur , ENP</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>D. BERKANI</b>	<b>Professeur , ENP</b>	<b>Examineur</b>
<b>M. BARKAT</b>	<b>Professeur , Université de Constantine</b>	<b>”</b>
<b>B. ATROUZ</b>	<b>Docteur d'Etat , EMP</b>	<b>”</b>

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

*A mon père*

*A ma mère*

*A mes sœurs*

*A mes frères*

*Fouad BENALI*



## REMERCIEMENTS

Cette thèse a été élaborée sous la bienveillante direction de Monsieur le professeur Ahmed ZERGUERRAS qui a bien voulu encadrer ce travail.

Par sa patience, son attention et ses conseils toujours avisés, il m'a amplement facilité la tâche. Qu'il en soit ici très vivement remercié et qu'il veuille bien trouver l'expression de ma sincère gratitude.

Je n'oublierai pas de remercier également l'ensemble du personnel de la bibliothèque centrale de l'école nationale polytechnique, et tous ceux qui ont contribué directement ou indirectement à la réalisation de cette thèse.

## Résumé

Les réseaux phasés formeurs de faisceaux à balayage électronique, pour avoir une bonne directivité avec des lobes secondaires de niveau très bas sinon nul, passent obligatoirement par une alimentation à distribution non uniforme. Pour obtenir celle - ci, la technique photonique semble un moyen très approprié aux avantages bien supérieurs aux possibilités classiques, du moins en ce qui concerne la flexibilité d'emploi, la légèreté et la miniaturisation.

Dans ce travail, l'accent est mis sur les dispositifs photoniques du type acousto - optique et en démontre les performances particulièrement recherchées pour les applications dans les radars récents ou en cours de développement.

Mots clés : réseaux phasés, dispositif acousto - optique (A.O.), balayage électronique.

## Summary

For high directivity with very low side lobe level otherwise null, the electronic scanning phased array beam former are inevitably supplied with nonuniform distribution. In this way, the photonic technique appears the appropriate mean of advantages well higher than classical possibilities, at least with regard to the use flexibility, lightness and miniaturization.

This work is based on photonic devices of acousto - optic type, and demonstrates their performances especially in great demand for new or in fast expanding radars applications.

Key words : phased array, acousto - optic device, electronic scanning.

## ملخص

من أجل إتجاه تفضيلي جيد و فصوص ثانوية ذات مستوى منخفض و إلا معدوم ، يجب استعمال مولد ذو توزيع غير منتظم في شبكة الهوائيات المتوافقة الصفحة ، مكونات الحزمة ، ذات المسح الإلكتروني .

لهذا، تعتبر التقنية الفوتونية وسيلة جد ملائمة ذات ميزات عالية بالنسبة إلى الإمكانيات الكلاسيكية، على الأقل فيما يخص مرونة الإستعمال، الخفة و النمنمة.

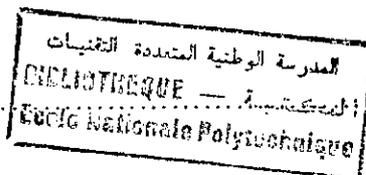
في هذا العمل، ينحصر الإهتمام حول الأجهزة الفوتونية من النوع صوت - بصري ، و يتم البرهان على تجلياتها، خاصة تلك المطلوبة للتطبيقات داخل أجهزة الرادار الحديثة أو في طور الإنجاز .

المفتاح: شبكة متوافقة الصفحة ، جهاز صوت - بصري ، مسح إلكتروني .

## Sommaire

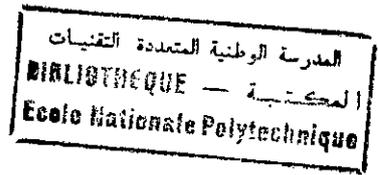


- Introduction.....	1
- CHAPITRE 1 : Etat de l'art.....	2
1- Historique.....	2
2- La photonique et la télécommunication.....	5
3- L'application de la technologie optique au radar.....	7
- CHAPITRE 2 : Présentation des systèmes photoniques.....	15
- Introduction.....	15
2.1- Le laser.....	15
2.2- Les modulateurs spatiaux de lumière.....	19
2.3- Les détecteurs photovoltaïques.....	20
2.4- Conclusion. ....	23
- CHAPITRE 3 : Propagation d'onde acoustique dans un cristal.....	24
- Introduction. ....	24
3.1- Les déformations dans un solide.....	24
3.2- Les ondes élastiques.....	26
3.3- Elasticité des cristaux.....	27
3.4- Conclusion.....	39
- CHAPITRE 4 : Propagation d'une onde optique dans un cristal.....	40
- Introduction.....	40
4.1- Le déphasage subit par l'onde lumineuse.....	40
4.2- Les conditions de diffraction.....	41
4.3- L'indicatrice optique (l'ellipsoïde de l'onde).....	46
4.4- Formule de Fresnel pour la propagation de la lumière dans les cristaux.....	49



4.5- Conclusion.....	53
- <b>CHAPITRE 5 : L'effet acousto – optique</b> .....	54
- Introduction.....	54
5.1- Variation de l'indice de réfraction du cristal sous l'influence d'une onde élastique.....	54
5.2- Caractéristiques du signal dans un phénomène acousto – optique. ...	57
5.3- La cellule de Bragg (cellule acousto – optique).....	66
- <b>CHAPITRE 6 : Réseau phasé à balayage électronique de type photonique (avec faisceau à forme contrôlée)</b> .....	71
6.1- Principe du R.P.B.E.....	71
6.2- L'alimentation photonique du réseau phasé.....	85
6.3- Application au réseau 2D.....	89
6.4- Aspect expérimental .....	99
6.5- Comparaison des performances avec les alimentations conventionnelles.....	113
- <b>CONCLUSION</b> .....	116
<b>GLOSSAIRE</b> .....	118
- <b>ANNEXE 1 : Réduction des coefficients élasto- optiques par symétrie</b> .....	119
- <b>ANNEXE 2 : Conception de l'alimentation photonique pour un R.P.B.E</b> .....	122
- <b>ANNEXE 3 : Caractérisation d'un R.P.B.E</b> .....	137
- <b>ANNEXE 4 : Traitement optique du plan incliné</b> .....	145
- <b>BIBLIOGRAPHIE</b> .....	150

## INTRODUCTION



La photonique est une technologie en plein développement. Son domaine ne cesse de s'élargir à toutes les applications électroniques civiles et militaires, domestiques et professionnelles. Depuis les systèmes de télécommunications à base de fibres optiques jusqu'aux lasers de grande puissance (employés dans les systèmes de défense), la technologie optique offre des capacités irréalisables autrement.

Un autre domaine où la photonique réalise des contributions significatives est celui du traitement parallèle du signal à grande vitesse, convenant particulièrement à la demande des besoins sophistiqués du traitement du signal à grande vitesse, nécessaire au radar.

Le niveau de maturité auquel la technologie des composants optiques est parvenue, augure que la prochaine génération des systèmes radars contiendra des processeurs optiques au niveau des sous-systèmes.

Depuis les années soixante dix, la photonique étend son champ d'application à d'autres dispositifs radars ou autre, en particulier à ceux réalisant les fonctions implémentées auparavant par des circuits analogiques ou des circuits numériques.

Les contraintes budgétaires de tout ordre, le souci de réduction des coûts de production, de la multiplication des services demandés à chaque dispositif ainsi que le besoin de miniaturisation, d'allègement et de fiabilité de chacun d'eux ont été les facteurs essentiels dans le développement de la photonique. D'autant plus que ces dispositifs exigent pour leur fonctionnement de faibles énergies.

Cette thèse est consacrée à l'étude des dispositifs photoniques (en particulier, les modulateurs acousto – optiques), et leurs applications dans les réseaux phasés à balayage électronique.

# **CHAPITRE 1**

## **Etat de l'art**

### **1- Historique :**

Plus d'un demi-siècle après son apparition, le radar s'est imposé comme le capteur universel des installations de surveillance. Tout au long de cette période, il a été l'objet de progrès considérables, autorisés certes par des avancées technologiques, mais aussi par les principes et techniques nouveaux qu'il a fallu développer, pour satisfaire les besoins opérationnels dans un environnement de plus en plus sévère.

### **1.1 - Les grandes étapes technologiques :**

Les grandes avancées technologiques, qui ont marqué l'évolution des radars aéroportés, sont présentées soit dans «l'ère de l'analogique » qui se situe avant la décennie 70, soit dans «l'ère du numérique » depuis la décennie 70 ; enfin, pour la décennie 2000, les principales évolutions envisagées ou engagées seront mentionnées dans la prochaine section.

#### **1.1.1 - L'ère de l'analogique : ([5], [12])**

Les radars de l'ère analogique dont certains sont encore opérationnels, ne disposaient pas d'importants moyens de traitements, ils n'ont donc pu exploiter toutes les possibilités de la cohérence «émission - réception » et en particulier celles de l'effet doppler.

Cette ère est principalement caractérisée par l'emploi :

- d'antennes paraboliques, puis paraboliques à miroir tournant, ensuite paraboliques avec voies monopulse, dont le pointage est assuré par des servomécanismes électromécaniques ou hydrauliques
- d'émetteur mono-fréquence à magnétron, qui se comporte comme un oscillateur déclenché, fonctionnant sur sa fréquence propre avec un facteur de forme de l'ordre du millièème ( $P_m/P_c$ ) ; à la mise sous tension, sa dérive en fréquence est importante (ex : 10MHz) et elle doit être compensée par action sur l'oscillateur local à l'aide d'un CAF (contrôle automatique de fréquence). Ce type d'émetteur possède de nombreuses limitations :

- puissance crête, durée d'impulsion, facteur de forme : quasi imposés,
- non-cohérence de phase entre impulsions hyperfréquences émises,
- fréquence émise fixe et unique, dérivant en température,
- pureté spectrale très médiocre, ...
- d'oscillateurs locaux à klystron, asservis en fréquence à  $f_i$  près, à la fréquence du magnétron  $f_0$ ; les dérives en fréquence des klystrons et magnétron, étant compensées par une commande automatique en fréquence (CAF) agissant sur la tension reflex du klystron.
- de circuits hyperfréquences, à liaisons par guide d'onde ou coaxiaux,
- de récepteurs  $f_i$  à une ou plusieurs voies,
- de traitements se subdivisant en quatre fonctions de natures différentes :
  - servomécanismes,
  - programmes de balayage de l'antenne en recherche et en modèle de la cible en poursuite,
  - poursuites distances et directions,
  - calculateurs de navigations d'interception.

Ces traitements analogiques, ainsi que les chaînes d'amplifications  $f_i$  ont utilisé chronologiquement des tubes miniatures, puis subminiatures, puis enfin des semi-conducteurs.

Associés à ces composants actifs, les servomécanismes, modèle et programmes de balayage sont réalisés également avec des composants électromécaniques tels que : moteurs, résolveurs, accéléromètres, ...

### **1.2.2- L'ère du numérique : ([23], [12], [29])**

Lors de la décennie 70, les circuits intégrés numériques « militaires » devenus disponibles, se sont progressivement imposés dans les traitements au dépend des circuits intégrés analogiques aux possibilités limitées (contraintes de volume, d'énergie, de conditionnement).

Les possibilités accrues de traitement, en particulier de traitement de signal, ont permis de réaliser des modes « radars » nouveaux mettant en œuvre en particulier :

l'effet doppler, la cohérence émission – réception, et des formes d'ondes variées.

Cette ère est principalement caractérisée par l'emploi :

- d'antennes monopulse, avec ou sans axe mécanique en roulis de type :
  - parabolique cassegrain ou cassegrain inversé,
  - plate à fentes,
  - plate à fentes à balayage (ou pointage) mécanique dans un plan et balayage électronique passif dans l'autre plan.

- de circuits hyperfréquence équipés en amont des mélangeurs, et sur chacune des voies de réception, de préamplificateurs à large bande et grande dynamique linéaire (80 dB) et à facteur de bruit de qualité ( $<3\text{dB}$ ) ;

- d'émetteurs pilotés, constitués d'un ou deux étages d'amplification de puissance, équipés de tubes à ondes progressives (TOP) :

ce type d'émetteur à tubes amplificateurs, constitué généralement de deux étages amplificateurs en cascade, de gain global de 70 à 80dB, permet de s'affranchir des limitations de l'émetteur à magnétron et ainsi de satisfaire aux exigences des radars cohérents doppler.

Ainsi, cet émetteur qui amplifie l'onde  $f_0$  provenant du pilote de fréquences, permet en fonction «mode radar » :

- d'émettre sur différentes fréquences dans une bande de quelques pour cent,
- de choisir aisément les puissances moyennes et crêtes émises, donc les formes d'onde HFR, MFR, BFR (haute, moyenne, basse fréquence de récurrence),
- de délivrer des puissances moyennes importantes ( $>1\text{ kW}$ ),
- d'assurer la cohérence de phase émission – réception,
- d'obtenir une pureté spectrale voisine de celle du pilote de fréquences,
- de limiter le spectre, afin de réduire les interactions entre radars, en jouant sur la forme des impulsions émises.

Les tubes hyperfréquences d'émission utilisés, sont le plus souvent des tubes à ondes progressives (TOP) à cavités couplées ou à hélice dont le rendement ( $>40\%$ ) et la durée de vie ( $>1000\text{ h}$ ) sont excellents.

Ce type d'émetteur peut délivrer des puissances moyennes, avec des densités de l'ordre de 10 à 20 w/litre qui dépendent des THT utilisées (50 à 20 kv).

Un autre type d'émetteur : l'émetteur à l'état solide (E.E.S), réalisé avec des semiconducteurs (AsGa), est bien adapté pour délivrer de faibles puissances dans une large bande (ex : 15 %) ; plus apte à fournir des puissances moyennes que des puissances crêtes, il nécessite l'emploi de facteurs de forme élevés ( $>0.1$ ) bien adaptés à une forme d'onde HFR ou à une forme d'onde BFR avec compression d'impulsion. L'E.E.S d'antennes actives disposé à l'entrée de l'élément rayonnant, minimise les pertes.

Cette évolution des principales caractéristiques de l'analogique à l'ère du numérique est fondée sur :

La puissance crête, la puissance moyenne, la largeur de bande, le bruit, la consommation de l'énergie et la rapidité apportées par les circuits numériques ainsi que la durée de vie.

Il reste une autre caractéristique, c'est la tenue aux radiations.

Les équipements de satellite et aéroportés sont soumis à plusieurs types de radiations ionisantes, ayant des effets sur les matériaux :

- le rayonnement cosmique (ions de cent à un million de Mev),
- le vent solaire (protons et électrons <100 ev),
- les éruptions solaires (protons,  $\alpha$ , ions lourds),
- les explosions nucléaires (radiations initiales et radiations résiduelles), ...

Ces différentes radiations ont des effets très variables, mais il existe toujours des interactions rayonnement – matière qui dégradent considérablement les performances des composants électroniques, et en particulier les circuits intégrés très denses ainsi que les isolants.

Les deux principales interactions ont lieu avec des électrons des couches périphériques, et se traduisent par l'ionisation ou par des déplacements atomiques par collision. Ces interactions entraînent des dégradations transitoires (l'ionisation provoque un photo-courant, le déplacement provoque un «recuit rapide» de la durée de vie), et des dégradations permanentes (l'ionisation provoque la génération de charges, des effets mécaniques ; le déplacement provoque des contraintes et dilatations, une diminution de la densité des porteurs, de la mobilité, de la durée de vie et une augmentation de la densité des défauts).

Pour annuler ou atténuer les effets des radiations, il convient de «durcir» l'électronique par :

- une conception spécifique,
- le choix des composants passifs et des matériaux,
- l'introduction d'écrans et blindages éliminant les radiations à faible énergie dont les flux sont importants,
- l'emploi de semi-conducteurs et surtout de circuits intégrés peu denses, réalisés dans des filières durcies ou peu sensibles aux radiations telle que :  
SOS, CMOS/SOS, CMOS/SOI, MESFET AsGa, etc....

## **2- La photonique et la télécommunication :**

La photonique est une technologie en plein développement en raison de son impact dans des domaines variés, allant des produits de consommation aux équipements professionnels.

La fibre optique, en un quart de siècle, a vu ses performances grandement améliorées, ce qui explique la généralisation de son utilisation depuis quelques années et particulièrement durant la décennie des années 90.

Cet engouement soudain est dû surtout à l'introduction du multiplexage en longueur d'onde (WDM), qui exploite la dimension de la longueur d'onde. Cette évolution technique résulte de plusieurs facteurs :

- une accélération de l'accroissement du débit de transmission, fortement influencée par la croissance rapide des communications de données, et de l'Internet en particulier ;
- la nécessité d'utiliser au maximum les réseaux de fibres optiques existants ;
- l'évolution de l'environnement concurrentiel conséquent aux changements de réglementation.

La technique WDM est née de l'idée d'injecter simultanément dans la même fibre, plusieurs trains de signaux numériques à la même vitesse de modulation, mais chacun à une longueur d'onde propre différente. On multiplexe ainsi à l'émission  $n$  canaux au débit nominal  $D$ , et on démultiplexe à la réception le signal global au débit  $n \times D$  en  $n$  canaux nominaux.

Le multiplexage/démultiplexage est fréquentiel et repose sur l'association de chaque canal à une longueur d'onde précise à l'émission.

C'est dans les réseaux de télécommunication longue distance que les systèmes de transmission à multiplexage de longueurs d'onde ont commencé à prouver tout leur intérêt, en particulier pour les transmissions à haut débit à 2.5 Gbit/s.

Cette technique permet d'augmenter la capacité globale de transmission de la fibre installée tout en conservant l'infrastructure existante. On couple 4, 8, 16 ou 32 signaux d'émission à 2.5 Gbit/s sur la même fibre, faisant passer ainsi le débit nominal de la ligne à 10, 20, 40 ou 80 Gbit/s. La limite au processus n'est liée qu'au nombre possible de sources à longueurs d'onde contrôlée dans la fenêtre de transmission (norme internationale : 1528-1565 nm).

L'utilisation du multiplexage en longueur d'onde (à  $4 \times 2.5$  Gbit/s par exemple) en supplément du multiplexage temporel (à 10 Gbit/s par exemple), s'avère la solution la plus économique dans de nombreux cas. De nos jours, grâce au procédé WDM, les équipements commerciaux peuvent atteindre une capacité de transmission supérieure à 100 Gbit/s sur une seule fibre optique. En 1998, des laboratoires de recherche ont commencé à étudier les débits en téra-bit/s. Cependant, la haute capacité de la transmission WDM n'est que la première étape de l'évolution de cette technique.

Les applications les plus intéressantes de la photonique dans les télécommunications, qui sont liées au concept de réseau optique, commencent seulement à émerger.

Les réseaux WDM ne sauraient exister sans les composants dédiés afférents, en particulier les composants optoélectroniques. Alcatel a été une des premières entreprises à maîtriser la fabrication des lasers WDM. Les fibres optiques sont non seulement utilisées dans les applications WDM du réseau de base mais aussi, depuis un certain temps, dans les applications de la télévision par câble (CATV).

Les amplificateurs optiques (basés sur des fibres optiques spéciales dopées à l'erbium, la puissance est fournie par une source optique très puissante appelée laser à pompe), déjà utilisés par les applications de réseaux sous-marins, commencèrent à apparaître aux Etats-Unis dans les applications terrestres au début des années 90, en tant qu'amplificateurs de puissance. Ils étaient placés à l'extrémité source d'une liaison de transmission pour augmenter la puissance optique d'une station terminale de régénération (réseaux optiques synchrones : SONET).

Les amplificateurs optiques étaient surtout utilisés dans les applications où les barrières géographiques, telles que les lacs, les marais, les mers ou les montagnes constituaient un obstacle au déploiement d'un site régénérateur. On atteignit des liaisons de 200 kilomètres sans régénérateur par le biais de cette technique. Dans les années 94-95, les amplificateurs en ligne (ILA) commencèrent à remplacer les régénérateurs SONET sur des liaisons monovoies. Les ILA étaient moins complexes, et donc moins onéreux que les régénérateurs, mais amplifiaient uniquement la puissance optique (sans remise en forme et synchronisation des signaux). En les associant aux améliorations apportées à la technologie laser, dont la voie a été ouverte par Alcatel Optronics, il devint possible de réaliser des liaisons sans régénérateurs pouvant atteindre jusqu'à 600 kilomètres. En 96-97, le déploiement de systèmes DWDM (multiplexage dense en longueur d'onde) à 16 canaux commença, rendant encore plus sensibles les avantages économiques liés à l'utilisation des amplificateurs optiques, et permit de remédier au problème croissant de la congestion des fibres.

Grâce aux nouvelles technologies, telles que les amplificateurs optiques et le DWDM, le coût de l'infrastructure des réseaux a chuté considérablement. Lorsqu'ils sont utilisés conjointement à la technique DWDM, les amplificateurs optiques permettent de réduire le coût de régénération par un facteur 40 comparativement aux réseaux optiques synchrones. Ceci, bien évidemment, permet aux fournisseurs de services d'offrir des services à grande largeur de bande (accès rapide à l'Internet et visioconférence), à un marché beaucoup plus étendu, qui en retour réclame plus de capacité de la part des réseaux le desservant. Le principe économique simple de l'offre et de la demande est le cœur de cette croissance en raison du coût de plus en plus faible du transport de l'information.

### **3- L'application de la technologie optique au radar :**

Le développement de la technologie optique a ouvert la porte à une implémentation à coût réduit, des antennes à balayage électronique.

Les processeurs optiques sont à très large bande de fréquence, autorisant ainsi un traitement rapide [28], [29].

L'application du traitement optique du signal pour les antennes à alignements phasés a été introduite dès les années soixante par Lambert et al. [33]. Ils ont proposé une technique de traitement de signal pour l'extraction de l'information (angle/doppler) sur la cible, à partir des échos multiples fournis par les alignements phasés. Cette approche était limitée par un traitement des signaux reçus seulement et ne pouvait être utilisée pour générer les signaux pilotes pour fournir la forme et la direction du faisceau.

L'importance de l'implémentation du système optique d'un radar à alignements phasés, est de réaliser des fonctions de contrôle du réseau, qui fournissent l'information sur la phase et les pondérations de l'amplitude pour chaque élément de l'alignement. Par conséquent, l'information du signal, normalement transmise par une alimentation RF, peut maintenant être transférée le long des fibres optiques pondérées lumineusement. Ceci ne réduit pas seulement le poids du réseau, mais augmente aussi l'efficacité du système et permet de construire des réseaux conformés à la surface sur laquelle ils sont montés. Cette efficacité provient du fait que les fibres optiques ont une immunité inhérente aux sources externes d'interférences électromagnétiques [10].

Les systèmes optiques ont traditionnellement fourni l'implémentation initiale des processeurs à très grande vitesse. Aussi, avec la découverte de processeurs numériques de grande vitesse, les processeurs optiques courants fournissent une vitesse de traitement deux fois plus grande, pour le même poids, dimension et consommation de puissance que les systèmes purement électroniques[6].

Une des exigences spéciales pour les systèmes de traitement optique à grande vitesse, est le besoin d'une stabilité mécanique précise à cause de la longueur d'onde courte de la lumière. Cette exigence fait en sorte que le processeur optique aura une bonne conception mécanique, et un contrôle précis de la température. Ces exigences peuvent quelquefois rendre le processeur optique aussi encombrant et aussi délicat que les dispositifs classiques dans les systèmes aéroportés et spatiaux, ou à des stations terrestres sujet à des chocs et vibrations mécaniques sévères. Certains radars utilisent des guides d'ondes optiques pour distribuer les différents types des signaux radars [9], [11]. Ces signaux sont analogiques à ondes centimétriques et millimétriques, tout comme les signaux BF, de contrôle et de commande. Les caractéristiques spécifiques de ces signaux, telles que la fréquence, la bande passante, les caractéristiques de modulation, le niveau de puissance dépendent aussi bien des applications du radar que de son architecture.

Les signaux HF analogiques sont exigés pour la porteuse, l'oscillateur local et la distribution du signal FI, et peuvent avoir une gamme de fréquences allant du Mhz aux 300 Ghz.

Les liaisons analogiques de fibres optiques distribuent ces signaux, avec des gains de liaison supérieurs à 50 dB sous faible bruit [17].

D'autre part, les signaux de contrôle et commande peuvent être analogiques ou numériques, et sont exigés pour des fonctions telles que la synchronisation, la modulation et la direction du faisceau des alignements phasés. Les fibres optiques ont été utilisées pour distribuer les signaux analogiques de contrôle aux contrôleurs micro-onde du gain [13], aux circuits déphaseurs [16] et aux commutateurs.

Les fibres optiques guides d'ondes sont extrêmement flexibles. Un rayon de courbure de l'ordre de quelques millimètres peut facilement être atteint, ce qui permet à la fibre optique à être dirigée facilement pour empêcher l'interférence physique avec les différents sous-systèmes du radar, tels que les systèmes de refroidissement, les réseaux micro-ondes de distribution et de puissance, et les supports structurels.

L'utilisation des réseaux à fibres optiques pour la distribution du signal est particulièrement attractive pour les applications des alignements phasés, pouvant avoir des milliers d'éléments fonctionnels, sans eux la distribution du signal en sera très difficile et particulièrement aux HF où l'espace inter – éléments est petit.

Les fibres optiques guides d'ondes de transmission s'emploient aussi comme diviseurs passifs de puissance [27], ou comme dispositifs actifs telles que des fibres amplificateurs [24] et fibres lasers [25].

La fibre optique de forme cylindrique, de matériau diélectrique, comprend une région interne d'indice de réfraction  $n_1$ , entourée par un revêtement d'indice de réfraction  $n_2$  plus bas.

L'analyse de la fibre optique comme toute structure guide d'onde, implique la résolution des équations de Maxwell sous les conditions aux limites appropriées. Cependant, l'analyse en utilisant les lois optiques des rayons lumineux est aussi utile pour comprendre le phénomène de la propagation dans ces dispositifs, et les effets de l'accumulation de la lumière [10].

Il existe des guides d'ondes intégrés optiques, on peut en citer par exemple, les structures de semi-conducteurs. Leur utilisation a ouvert la porte à la possibilité de l'intégration des circuits photoniques et micro-ondes monolithiquement, sur le même substrat.

Les fibres optiques sont aussi utilisées comme éléments de base de mélangeurs RF-IF pour convertir les signaux d'entrée et de sortie des liaisons, dans le but d'optimiser la performance totale des radars aux fréquences RF.

Il y a plusieurs méthodes de mélange à bande de base ou mélange de l'information IF avec la fréquence de l'oscillateur local, pour la translater dans la bande RF désirée. Globalement, ces méthodes sont équivalentes à l'architecture CDM (central data mixing) ou RDM (remote data mixing) [7].

La différence entre les deux architectures est la position à laquelle le mélange RF-IF est réalisé, et le nombre de liaisons fibres optiques dans chacune. Tandis que l'architecture CDM exige deux liaisons fibres optiques pour réaliser l'interface T/R (transmission/réception) bidirectionnel à un alignement phasé, l'architecture RDM en exige trois [29].

Différentes technologies sont utilisées pour fabriquer les guides d'ondes optiques. La silice est utilisée pour fabriquer les guides fibres optiques, tandis qu'une large variété de matériaux englobant le verre, le niobate de lithium ( $\text{LiNbO}_3$ ) et différents semi-conducteurs ont été utilisés pour fabriquer les guides d'ondes optiques intégrés. Dans tous les cas, il est désirable de réduire les pertes optiques à travers le guide d'onde, qui peuvent avoir lieu par absorption, dispersion et rayonnement.

Les guides d'ondes en verre sont réalisés à partir de silice de grande pureté ( $\text{SiO}_2$ ).

Différents types de dopants peuvent être utilisés pour produire la variation de l'indice de réfraction exigée entre le noyau et le revêtement : germanium, bore, phosphore et titane.

Des fibres avec des pertes inférieures à 0.2 dB/km ont été fabriquées.

Les guides d'ondes intégrés optiques utilisent des matériaux tels que le  $\text{Si}_3\text{N}_4$  (silicon nitride) et  $\text{SiO}_2$  (silicon dioxide) pour former les structures du noyau et revêtement. Les guides d'ondes en verre peuvent être déposés sur un substrat semi-conducteur qui offre un potentiel pour une intégration hybride.

En ce qui concerne les guides d'ondes à base de niobate de lithium, ce dernier est une matière cristalline très transparente, utilisée généralement dans les guides d'ondes optiques intégrés.

Ce matériau présente aussi un fort effet électro-optique, et est utilisé pour construire les modulateurs et les commutateurs [19].

D'autres guides d'ondes sont réalisés à partir d'une variété de matériaux et composés semi-conducteurs (silicium, semi-conducteur III-V, composé  $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ , ...).

Le principal avantage d'utiliser un semi-conducteur comme guide d'onde, est l'intégration monolithique avec les lasers et détecteurs, ce qui augmente la fiabilité et la précision tout en diminuant le coût, si on compare par rapport aux circuits hybrides.

Mais il faut que le guide d'onde optique semi-conducteur soit transparent aux signaux optiques, réalisé à partir de matériaux similaires à ceux des lasers et détecteurs qui émettent et

absorbent la lumière respectivement. Les matériaux semi-conducteurs largement utilisés dans les guides d'ondes sont le GaAs, InP et le silicium.

On s'intéresse aussi aux circuits intégrés optoélectroniques, dans lesquels les composants optiques et électroniques sont combinés sur le même substrat.

Il y a aussi les circuits intégrés photoniques, dont les composants sont constitués de dispositifs électro-optiques, acoustiques et même des dispositifs magnéto - optiques, ainsi que des guides d'ondes optiques passifs [29].

Le domaine des circuits optiques intégrés s'étend avec la possibilité de combinaison de plusieurs sortes de composants optiques, pour réaliser une variété de fonctions de traitement optique du signal [27], [29].

Les circuits intégrés optoélectroniques se divisent généralement en deux catégories :

- (1)- les émetteurs optiques constitués de diodes lasers et des circuits dérivés ;
- (2)- les récepteurs optiques : les photodiodes et les circuits électroniques préamplificateurs.

Ces circuits intégrés s'appliquent aussi à la commutation et la logique optique [24], [29].

L'intégration monolithique a été très satisfaisante dans les technologies optoélectroniques InP et GaAs. L'un des exemples courant est l'émetteur WDM (multiple laser réglable à puits quantique). Bien que les circuits optoélectroniques basés sur la technologie au silicium soient à leur début, l'intégration monolithique des circuits électroniques à base de silicium et SiGe, avec des circuits photoniques à base de SiGe, SiC et SiGeC est prévue dans les dix années à venir [26].

Les polymères organiques électro - optiques, avec une vitesse de modulation autour de 100 Ghz, jouent un rôle important et compétitif dans les circuits intégrés micro-ondes.

L'élan du développement des circuits à base du semi-conducteur II-VI a été donné par les résultats de 1992 sur les diodes lasers bleu - vert qui offrent une détection facile, plus d'autres avantages qui vont résulter vers l'an 2000.

Les radars à alignements phasés ont bénéficié des circuits intégrés optoélectroniques, où l'expérience de Richard et al.[2] est un bon exemple de la distribution optique des signaux de contrôle dans un réseau d'antennes à alignements phasés, commandé électroniquement :

Une onde lumineuse modulée par les données est envoyée à travers une fibre, à un circuit intégré optoélectronique hybride GaAs, où le signal lumineux est démultiplexé sur le «chip» (micro - plaquette) en seize signaux parallèles de sortie, qui contrôlent les circuits déphaseurs micro-ondes monolithiques GaAs d'un alignement phasé. Par cette opération de déphasage, le diagramme de l'antenne a été reconfiguré en 2.3 ms, et en principe, le circuit optoélectronique peut être intégré avec les circuits déphaseurs [2], [15].

Nous allons maintenant aborder le cas des radars à ouverture synthétique (SAR), car ils constituent un exemple d'un système qui utilise les concepts de la reconstruction cohérente du front d'onde, ou l'holographie.

L'holographie est la mémorisation de l'information sur l'amplitude et la phase de la lumière réfléchiée par un objet. Lee [18] s'est basé sur les résultats de Vanderlugt qui a trouvé la façon d'écrire la fonction complexe  $A = |A| e^{j\phi}$  sur un milieu sensible à l'énergie : un film photographique. La méthode proposée était l'holographie, une source lumineuse illumine l'objet dont l'hologramme est désiré. Pour enregistrer l'information sur la phase, une partie de l'onde lumineuse doit être utilisée comme faisceau de référence. Cette référence ainsi que la lumière réfléchiée à partir de l'objet, sont mises à s'interférer sur un milieu de mémorisation. Cette matière contient alors l'information sous forme de fonction de transmittance qui peut être traitée pour former l'image de l'objet [8]. Avant l'opération de l'enregistrement, le signal reçu par le radar est transformé en signal optique par un transducteur convenable, tel qu'un tube à rayon cathodique [6], [15].

Le traitement holographique du SAR a quelques défauts qui demandent l'utilisation d'un système de lentilles anamorphiques pour donner une image correcte.

Une lentille anamorphique possède des propriétés focales qui sont différentes dans les deux dimensions latérales. L'exemple le plus général est les verres de lunettes qui corrigent l'astigmatisme en ayant différentes propriétés focales dans les directions horizontale et verticale [22].

Plusieurs systèmes optiques ont été proposés pour produire des images non aberrantes, sans distorsion et bien focalisées. Le plus ancien, largement utilisé, est un système simple de trois lentilles : une sphérique, une cylindrique et une autre conique [6]. Ce système a été remplacé après quelques années par le processeur à plan incliné, qui est basé sur les propriétés du télescope [6], [22].

Cependant, la technologie numérique de calcul est devenue plus puissante, et des techniques de traitement numérique ont été appliquées progressivement au traitement de données du SAR.

Les systèmes de traitement optique du SAR sont limités par rapport à ceux numériques.

La méthode optique est particulièrement restreinte aux opérations linéaires [18].

Les méthodes numériques ont offert dans les années 80, une grande flexibilité dans la correction de distorsion et l'amélioration de l'image, et d'autres améliorations de capacités, standards au répertoire du traitement numérique de l'image. Pendant ce temps, les bandes magnétiques ont été améliorées par rapport à leur densité d'enregistrement, et sont devenues

supérieures aux films photographiques comme milieu de mémorisation pour les données du SAR.

Malgré la domination du traitement numérique, la méthode optique retient l'avantage de la vitesse et du coût.

Parmi les applications du traitement optique au radar, il y a la réception du signal, l'analyse et l'identification. Un récepteur radar doit fournir l'amplitude, la fréquence, la direction et le temps d'arrivée de tous les signaux sur une large gamme d'amplitudes et de fréquences, avec près de 100 % de probabilité d'interception [18].

L'application du traitement acousto-optique à ces récepteurs fournit des avantages importants à propos de la dimension, ce qui est bénéfiques aux applications aéroportées. Ceci se réalise à l'aide de la capacité du traitement parallèle de l'acousto-optique, qui le rend potentiellement convenable pour ces applications [4].

Les récepteurs radars conventionnels basés sur la technologie micro-onde s'étendent des simples récepteurs de mesure instantanée de fréquence (IFM), super - hétérodyne, aux architectures plus sophistiquées tels que les récepteurs canalisés. Chacun de ces récepteurs a ses avantages et ses limitations. Le choix doit être fait selon les exigences du système.

Tout ces récepteurs ont pour fonction d'analyser le signal reçu, en se basant sur la détection spectrale, comme c'est le cas du récepteur compressif par exemple (compressive receiver), dont les circuits (convertisseurs de fréquence micro-onde – RF, mélangeur, ...) donnent à la sortie la transformée de fourrier du signal d'entrée. Ce circuit est capable de faire la résolution en fréquence de plusieurs signaux qui coïncident dans le temps.

Pour le récepteur canalisé, la sortie indique la présence du signal ainsi que les amplitudes du créneau détecté [4].

Malgré la performance de ces récepteurs, la complexité du matériel associée au coût élevé demeurent un problème majeur. Pour y remédier, plusieurs chercheurs ont utilisé le phénomène acousto-optique comme outil d'analyse spectrale pour réaliser des récepteurs équivalents à ceux cités auparavant, car en plus de la simplicité du matériel et de la réduction du coût, on obtient une grande largeur de bande instantanée (la bande passante nécessaire au passage du signal) [3], [21]. L'analyse spectrale est obtenue par l'intermédiaire d'une ou plusieurs cellules de Bragg acousto-optiques, des lentilles ainsi qu'un réseau de photo - détecteurs. Ce dernier mesure la puissance spectrale instantanée du signal d'entrée.

Sur la base de ce principe, les récepteurs canalisés acousto-optiques ont été réalisés ; le système le plus simple contient un laser, des circuits de formation et collimateurs de faisceau, cellule de Bragg, lentilles, photo-détecteurs [3].

Sauf que ces récepteurs ont quelques caractéristiques désavantageuses, qui consistent en des interférences des modules individuels des photo-détecteurs, ainsi qu'une faible sensibilité aux impulsions courtes. Pour y remédier, une technique a été adoptée, elle consiste à utiliser un réseau de fibres optiques pour coupler la lumière diffractée par les cellules de Bragg aux photodétecteurs. Cette approche a l'avantage d'optimiser la sensibilité [20].

Certains récepteurs se caractérisent par une faible gamme dynamique, qui reste un inconvénient majeur. Pour rendre cette gamme plus grande, des chercheurs ont introduit la détection spectrale interférométrique, proposée au début par King [29]. Le courant de sortie est proportionnel à l'amplitude du spectre du signal RF, et non à la puissance RF comme on vient de le mentionner. Ainsi, la dynamique sera presque doublée.

Cette approche est basée sur l'interféromètre de Mach-Zehnder, connue aussi sous le nom de détection cohérente [5], [29].

Récemment, les efforts ont été dirigés vers l'utilisation des techniques optiques pour la génération et le contrôle des signaux des alignements phasés.

Actuellement, certains chercheurs orientent leurs travaux vers la commande optique du faisceau radar, en utilisant des modulateurs optiques intégrés.

Le concept de la commande optique d'un faisceau est fondé sur l'interférence de plusieurs sources optiques. Selon ces chercheurs, ce principe serait utile au développement de la commutation optique [30].

D'autres chercheurs ont réalisé des circuits pour la formation d'impulsions (pulse-shaping). Ces circuits sont implémentés dans un MMIC (circuit micro-onde monolithique intégré), et sont conçus pour être utilisés dans les systèmes d'ondes lumineuses à très grande vitesse [31].

D'autres travaux se basent sur la réalisation de mélangeurs photoniques qui transposent la fréquence du signal dans une liaison de fibres, pour remplacer les mélangeurs électroniques conventionnels. Ces mélangeurs photoniques sont pilotés par la moitié de la fréquence intermédiaire, et sont réalisés à l'aide de composants optiques et micro-ondes à faible coût. Ce type de circuits introduit une très faible perte de conversion, autour de 3.2 dB, et est utile dans la communication par satellite, et dans le changement à distance de la fréquence de l'antenne [32].

Compte tenu de ce qui précède, ce travail a pour objet l'étude et l'application des dispositifs acousto-optiques dans les systèmes de traitement optique du signal, et en particulier ceux destinés au balayage et au façonnage électronique – photonique des faisceaux des alignements phasés. Cette conception se base sur l'utilisation mixte de composants électroniques et photoniques, en particulier, des cellules acousto-optiques.

## CHAPITRE 2

### Présentation des systèmes photoniques

#### Introduction:

Dans ce chapitre, nous allons présenter les composants photoniques de base, qui sont susceptibles de nous aider à la conception d'un système de façonnage de faisceau pour un radar à alignements phasés.

Certains composants photoniques (laser, photodiodes) seront abordés d'une manière générale, sans entrer dans les détails, car ce sont des composants usuels, mais le circuit principal (modulateur acousto-optique de lumière) sera étudié avec plus de détails dans les prochains chapitres(5&6), alors que dans ce chapitre, nous en aborderons uniquement les caractéristiques principales.

#### 2.1-Le laser :

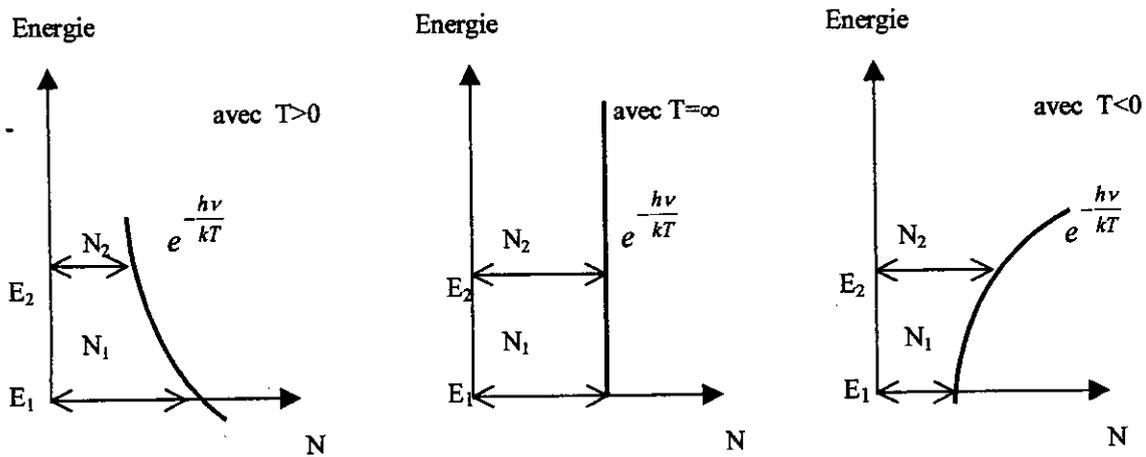
C'est un système d'amplification des ondes lumineuses, par émission stimulée (ou induite).

##### 2.1.1-L'émission stimulée :

Soit un atome constitué par un noyau et des électrons périphériques. Un de ces électrons peut sauter d'une orbite inférieure à une orbite supérieure sous l'action d'une sollicitation extérieure à l'atome. Ce passage à un niveau supérieur (état excité), demande une certaine énergie qui peut être fournie à l'atome sous diverses formes, en particulier, électrique ou optique.

Donc, si un milieu atomique est soumis à un champ électromagnétique, un photon absorbé d'énergie  $E_2 - E_1 = h\nu_{21}$ , excite l'atome en le faisant passer du niveau  $E_1$  à l'état excité  $E_2$  ( $E_1 < E_2$  implique une population d'atomes  $N_1 > N_2$  à température  $T > 0$ . Si  $N_2 > N_1$  à température  $T < 0$ , on a une inversion de population).

L'atome émet spontanément un second photon dont, non seulement la fréquence mais toutes les autres caractéristiques (direction, phase, polarisation,...) sont identiques à celles du photon "inducteur". Le système atomique en émission stimulée (par un photon d'énergie  $E_2 - E_1 = h\nu_{21}$ ) en fournit un second : il agit donc en amplificateur de rayonnement.



**Fig.2-1** :Inversion de population (notion de température).

### 2.1.2-Principe de fonctionnement :

Ayant identifié le processus de base, l'émission stimulée, on peut déduire que le laser est une source de rayonnement dans lequel, un photon émis par un atome excité est contraint d'extraire de l'énergie des autres atomes excités, créant par-là même, d'autres photons et augmentant ainsi l'amplitude du champ électromagnétique originel. Il faut donc disposer d'un grand nombre d'atomes excités qui soient susceptible d'être stimulés.

Comme tout oscillateur, trois éléments sont donc simultanément nécessaires :

- Un milieu actif,
- Un pompage produisant l'inversion de population,
- Une cavité résonnante.

Précisons la nature de ces éléments.

#### 2.1.2.1-Le milieu actif :

C'est un milieu qui possède une structure appropriée de niveaux d'énergie discrets s'excitant facilement et possédant la capacité de stocker l'énergie reçue de l'extérieur.

L'émission laser se fait à une longueur d'onde déterminée par deux états d'énergie de cette structure. La probabilité qu'un groupe donné d'atomes puisse interagir par absorption ou émission stimulée avec un champ électromagnétique donné, est notée  $g(\nu)d\nu$ .

La fonction  $g(\nu)$  est appelée profil de la raie, elle incorpore tous les mécanismes d'élargissement de la transition. Autour de la fréquence centrale  $\nu_0$  de la raie, la fonction  $g(\nu)$  est étalée sur une largeur de l'ordre de  $\Delta\nu$ .

#### 2.1.2.2-Le pompage : (création d'une inversion de population)

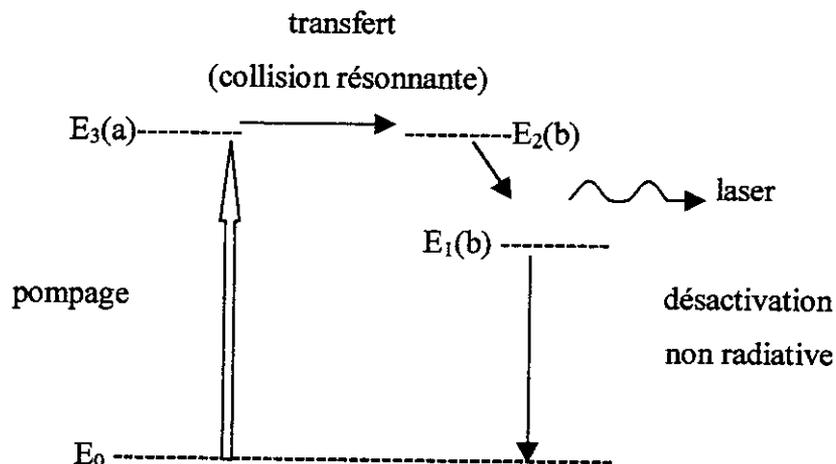
Dans les lasers à gaz, on rencontre des systèmes à transfert résonnant d'énergie.

Ex: le laser atomique He-Ne .Lorsque deux espèces gazeuses libellées ici (a) et (b) possèdent deux niveaux d'énergie élevés, situés en coïncidence, c'est à dire dans lesquels  $E_3(a)$  et  $E_2(b)$  sont très voisins, on dit qu'ils présentent des niveaux "résonnants».

Si on soumet le mélange à un pompage extérieur tel qu'une décharge électrique par exemple, les niveaux supérieurs  $E_3(a)$  et  $E_2(b)$  des deux espèces sont peuplés. On choisit toujours l'espèce (a) pour que  $E_3(a)$  soit un niveau métastable (dans lequel le temps de désexcitation est long à l'échelle atomique) : les atomes ou les molécules de ce gaz servent alors de réservoir de stockage d'énergie.

En effet, lorsque ces atomes stockés au niveau  $E_3(a)$  entrent en collision avec les atomes de l'autre espèce (b), dont la quasi-totalité se trouve dans l'état fondamental  $E_0$ , ils échangent directement par résonance leur énergie. On montre en mécanique quantique que la probabilité de ces transferts résonnants est très élevée : l'espèce (a) se désexcite portant l'autre espèce dans l'état excité résonnant  $E_2(b)$ . Les atomes ou molécules du gaz (b) sont ainsi portés dans le niveau supérieur de la transition, alors que le niveau  $E_1(b)$  reste pratiquement vide car il se désexcite rapidement :

l'inversion de population désirée est ainsi automatiquement réalisée.



**Fig.2-2** : processus de pompage, de désexcitation et émission laser (laser à gaz).

Dans le laser He-Ne, les atomes métastables d'hélium transfèrent ainsi leur énergie d'excitation au néon, et l'activation laser a lieu sur les transitions inférieures de l'atome de néon.

### Méthode de pompage (décharge électrique) :

Cette méthode de pompage est aussi efficace en décharge impulsionnelle qu'en décharge continue. Le principe consiste à créer d'abord des électrons dans le milieu gazeux destiné à l'amplification : c'est l'ionisation. Ensuite, on accélère les électrons présents dans ce plasma

par l'intermédiaire d'un champ électrique appliqué entre deux électrodes : le processus s'appelle l'excitation. Dans leur cheminement entre la cathode et l'anode, les électrons effectuent des collisions avec les atomes et transfèrent tout ou partie de l'énergie cinétique acquise dans le champ, aux atomes du milieu actif, qu'ils portent ainsi dans leurs états excités.

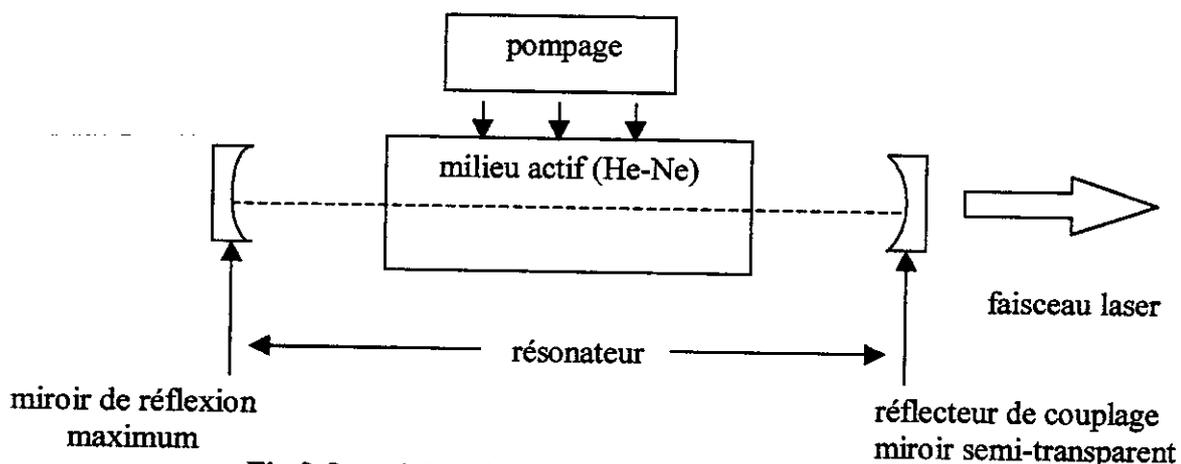
### 2.1.2.3-Le résonateur : «réaction optique»

Jusqu'à présent, nous avons considéré un milieu actif ayant la possibilité d'amplifier, lors de son passage, un rayonnement de fréquence appropriée introduit dans le milieu lui-même. Tel quel, ce milieu ne peut devenir le siège d'une oscillation électromagnétique stationnaire, mais si ce "milieu amplificateur" est placé dans une cavité optique résonnante accordée à la fréquence  $\nu$ , cette "boucle de réaction optique" provoquera l'apparition d'une oscillation à la même fréquence, pour autant que le gain optique du milieu amplificateur excède les pertes de la cavité. Ce processus est l'analogue des boucles de réaction ou "feed-back" des oscillateurs électroniques. Une telle réaction est obtenue en fabriquant un résonateur optique constitué de deux miroirs hautement réfléchissants parallèles placés face à face : ces réflecteurs renvoient l'onde électromagnétique en de multiples passages aller et retour dans le milieu actif, amplifiant ainsi le champ électromagnétique dans la cavité. Le couplage optique vers l'extérieur s'effectue en rendant semi-transparent l'un des miroirs ou encore en perçant un orifice dans l'un des miroirs : ce couplage constitue une "perte" utile inévitable.

Nous disposons maintenant de trois éléments consécutifs d'un laser :

- le pompage,
- le milieu actif,
- le résonateur,

ce qui permet de construire un schéma de principe :



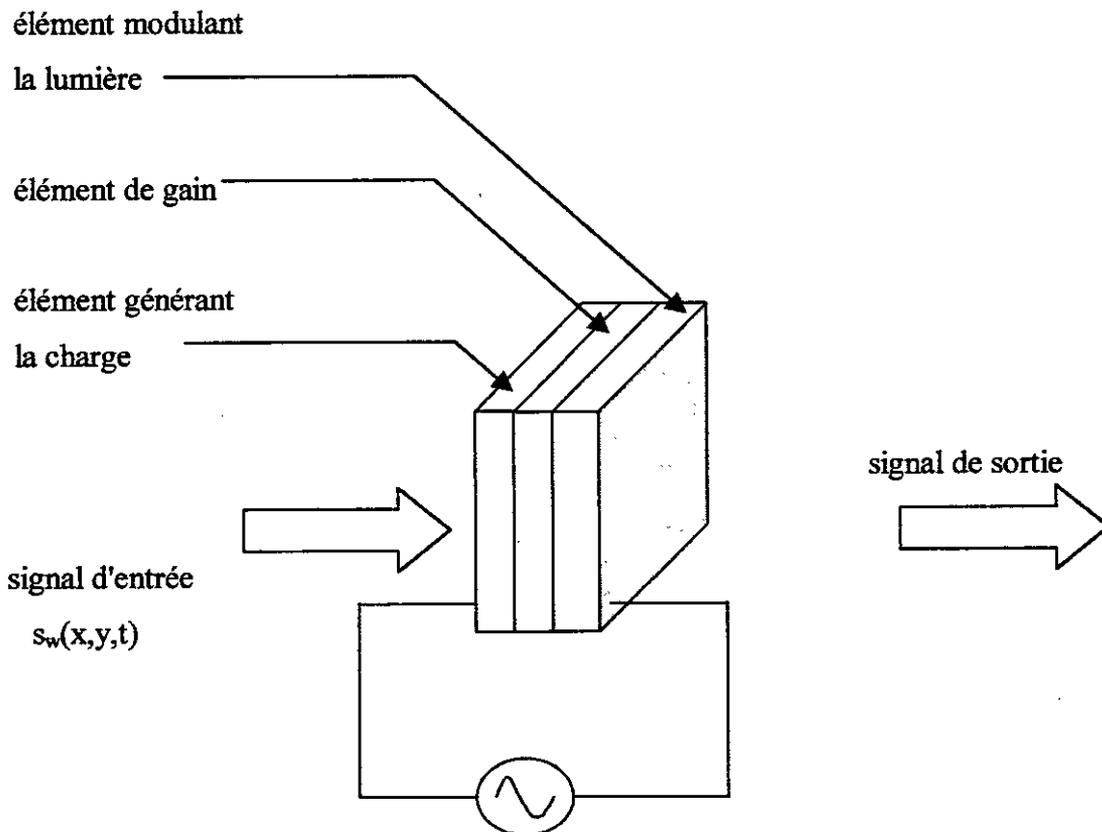
**Fig.2-3** : schéma de principe d'un laser à gaz

## 2.2-Les modulateurs spatiaux de lumière :

Ces modulateurs sont des systèmes de traitement optique de l'information. Ils modifient la polarisation, la phase et /ou l'amplitude du faisceau lumineux de sortie, en réponse à un signal pilote électrique ou optique.

La structure d'un modulateur de lumière typique est constituée d'un élément générant la charge, un élément optionnel de gain et d'un élément modulant la lumière.

L'élément générant la charge et l'élément de gain agissent comme un système de mise en forme du signal pour attaquer l'élément modulant la lumière.



**Fig.2.4** : structure d'un modulateur spatial de lumière.

Pour les modulateurs pilotés optiquement, l'élément générant la charge contient des photoconducteurs, photodiodes, phototransistors et photocathodes. Pour les modulateurs pilotés par un signal électrique, l'élément générant la charge peut être un réseau d'électrodes ou autres circuits électriques. Les éléments de gain peuvent être des amplificateurs à transistors (modulateurs pilotés par des VLSI). Ce gain peut être introduit par l'élément générant la charge.

Plusieurs matériaux et phénomènes physiques sont utilisés pour réaliser les éléments modulant la lumière :

- l'effet électro-optique dans des matériaux non organiques tels que le  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ ,  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ , et  $\text{LiNbO}_3$ , et dans des matériaux organiques tels que le MNA et DAST .
- l'effet photoréfractif dans le  $\text{BaTiO}_3$ ,  $\text{LiNbO}_3$  et le GaAs par exemple.
- l'alignement moléculaire via l'application de champs électriques dans les cristaux liquides.
- L'effet acousto-optique dans des matériaux tels que  $\text{LiNbO}_3$  et  $\text{TeO}_2$ .
- ∴

Certains modulateurs emploient des matériaux qui changent leur indices de réfraction, en réponse à un champ électrique appliqué (modulateurs électro-optiques).

D'autres modulateurs utilisent des matériaux photoréfractifs : leur indices de réfraction changent si on les expose à des radiations lumineuses, ex : Inp.

Dans le contexte de la figure (2.3), l'onde optique de sortie est donnée par :

$$E_r(x,y,t) = \text{Re}\{E_r(x,y) \cdot \exp(j\omega t)\} \quad (2.1)$$

où la partie spatiale de l'onde est donnée par :

$$E_r(x,y) = e_r(x,y) \cdot A_r(x,y) \cdot \exp(j \cdot p_r(x,y)). \quad (2.2)$$

Ici,  $e_r$  est le vecteur polarisation,

$A_r(x,y)$  est l'amplitude,

$p_r(x,y)$  est la phase du faisceau de sortie à la face du modulateur.

Les modulateurs sont classés comme :

- modulateurs d'amplitude seulement.
- modulateurs de phase seulement.
- modulateurs de polarisation.
- modulateurs d'intensité.

Les modulateurs de phase seulement sont les plus utilisés, ils offrent une grande résolution, une grande vitesse de traitement et une large gamme dynamique de la phase.

Nous allons focaliser notre étude sur les modulateurs acousto-optiques (cellules acousto-optiques de Bragg), qui utilisent les ondes élastiques (sonores) pour changer l'indice de réfraction du matériau afin de moduler la phase du signal optique. Ce type de modulateur sera étudié dans les prochains chapitres.

### **2.3-Les détecteurs photovoltaïques :**

Un détecteur photovoltaïque est obtenu à partir d'une jonction pn. L'absorption de photons d'énergie  $h\nu \geq E_g$ , crée des paires électron-trou. Ces paires sont séparées par le champ électrique qui règne dans la zone de transition.

Si le détecteur est un circuit ouvert, les porteurs libres drainés vers les extrémités, développent une différence de potentiel. L'extrémité de type p devient positive, l'extrémité de type n devient négative.

Si le circuit est fermé sur une charge passive, un photocourant est créé dans le circuit.

En effet, à tout électron qui pénètre dans la région n, est associé un électron cédé par cette région au circuit extérieur. De l'autre côté, il y a sortie d'un trou hors de la zone p, ce qui équivaut à l'entrée d'un électron dans cette zone : il y a donc établissement d'un courant.

Pour une jonction polarisée, le courant total est :

$$I = I_s (\exp(q.v_a/n.k.t) - 1) - I_{ph} \quad (2.3)$$

avec 
$$I_{ph} = \eta q E_e A / (h\nu). \quad (2.4)$$

$I_{ph}$  : courant dû au flux lumineux reçu.

$I_s$  : courant de saturation.

A : surface de la jonction.

h : constante de Plank.

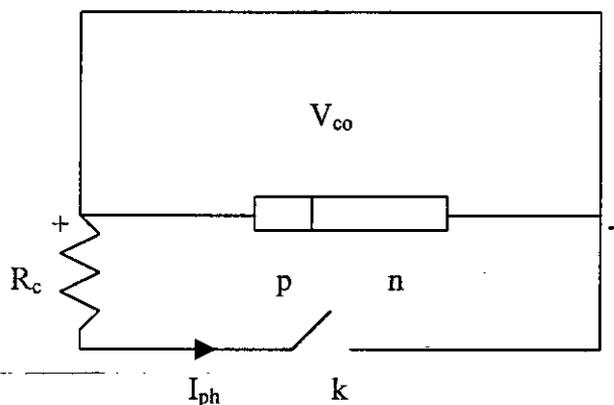
n : facteur d'idéalité compris entre 1 et 2.

$v_a$  : tension appliquée à la jonction.

$E_e$  : éclairement énergétique.

$\eta$  : rendement quantique.

q : charge de l'électron.



k ouvert :  $V = V_{co}$ .

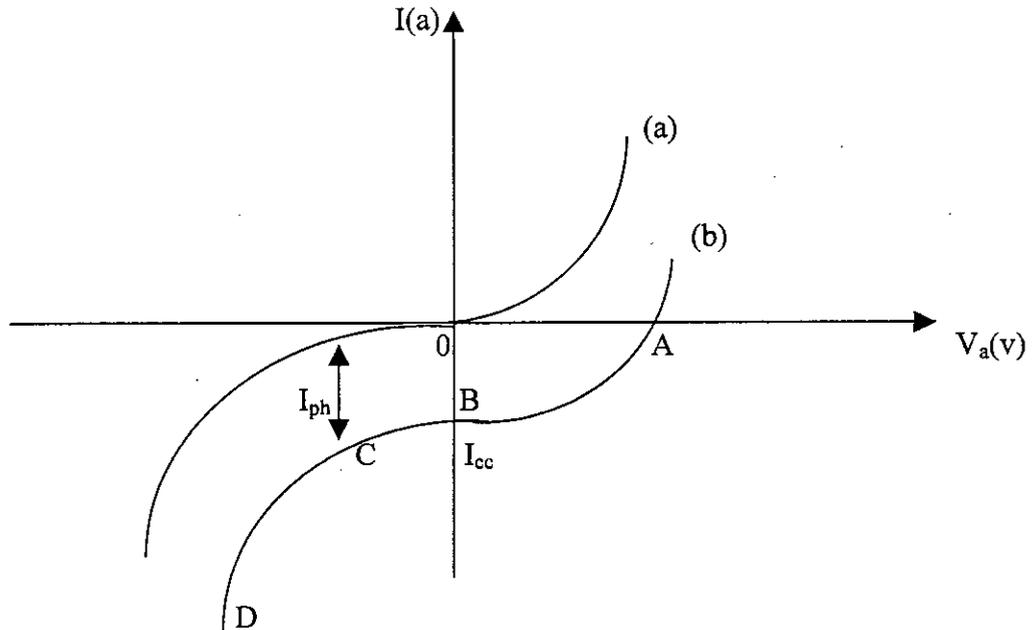
k fermé :  $I_{ph} = I_{cc}$ .

**Fig.2.5** : Schéma équivalent d'une jonction pn.

On peut donc déduire la caractéristique  $I(V)$  d'une jonction pn :

(a) : à l'obscurité.

(b) : à l'éclairement.



**Fig.2.6 :** Caractéristiques d'une jonction pn.

Les différentes utilisations d'un détecteur photovoltaïque sont définies par les points de fonctionnement A, B, C, D de la caractéristique  $I(V)$  sous l'éclairement.

En circuit ouvert ( $I = 0$ ), le point de fonctionnement est A. Le détecteur est appelé cellule photovoltaïque. Dans ce cas là, la tension de circuit ouvert est donnée par :

$$V_{co} = (n.k.T/q) \ln(1 + (I_{ph} / I_s)) \quad (2.5)$$

En circuit fermé, sur une faible résistance de charge, le point de fonctionnement est B.

Le courant de court-circuit est donné par :

$$I_{cc} = I_{ph}, \quad (2.6)$$

il est donc proportionnel au flux lumineux reçu.

La photopile est le détecteur photovoltaïque dont le point de fonctionnement est situé entre A et B.

En polarisation inverse, le point de fonctionnement est C. Le détecteur fonctionne comme un dispositif générateur de courant, où le courant de sortie  $I$  varie linéairement avec l'intensité lumineuse :

$$I = - (I_s + I_{ph}), \quad (2.7)$$

c'est l'utilisation en photodiode.

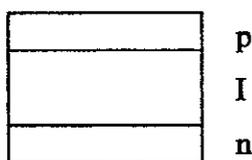
Pour des polarisations inverses suffisamment élevées proches du claquage, le point de fonctionnement est D, il y a apparition des phénomènes de multiplication des porteurs, ce qui amène à une amplification du photocourant des porteurs générés. Ceci accroît la sensibilité de la détection des signaux optiques reçus. Ce mode de fonctionnement est celui des photodiodes à avalanche.

Les photodiodes sont conçues pour la détection des signaux faibles et rapidement variables, de ce fait elles ont des aires sensibles relativement petites. Les matériaux de base sont le silicium et le germanium dont la préparation est relativement facile, ils se distinguent des autres semi-conducteurs utilisés dans l'industrie de l'électronique, par un facteur d'absorption  $\alpha$  qui croît lentement avec l'énergie des photons, et par la durée de vie  $\tau$  élevée.

Les technologies de mise en œuvre (création de jonction, de contacts, de couches d'isolement), du silicium surtout, permettent de créer des structures complexes. On trouve également des structures conçues pour les grandes vitesses de détection, utilisant une région non ou peu dopée (I pour intrinsèque, II pour légèrement de type p) entre les régions n et p. La zone extrinsèque éclairée doit être très mince, de façon que l'absorption se fasse essentiellement dans la zone centrale intrinsèque.

Les photodiodes sont utilisées pour convertir un signal optique, en une autre forme d'énergie stockable, plus facilement amplifiable, électrique le plus souvent. La valeur instantanée de l'excitation est intégralement recueillie, dans l'aire sensible de la photodiode.

Dans le circuit de façonnage de faisceau qu'on va concevoir, on aura besoin d'un réseau de photodiodes.



**Fig.2.7** : Structure d'une photodiode à grande vitesse de détection.

## **2.4- Conclusion :**

Les circuits photoniques que nous venons d'aborder, seront utilisés comme éléments de base de la conception d'un système de façonnage de faisceau d'un radar à alignements phasés.

On a aussi besoin d'éléments photoniques passifs telles que des lentilles, pour l'orientation et le couplage efficace des ondes lumineuses, à travers les différents circuits photoniques actifs.

## CHAPITRE 3

### Propagation d'onde acoustique dans un cristal

#### Introduction:

La conception d'un système de façonnage de faisceau est basée sur l'utilisation des modulateurs spatiaux de la phase de l'onde lumineuse, appelés des cellules acousto-optiques. (Ce sont des cristaux dans lesquels, un phénomène acousto-optique est réalisé).

A cet effet, étudions la propagation des ondes sonores dans les cristaux, son contrôle et leur génération par une onde électrique.

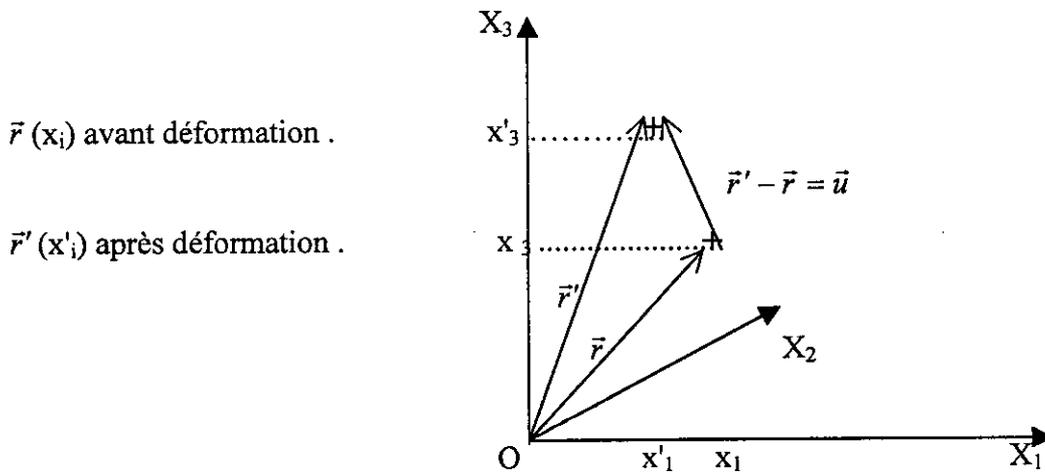
#### 3.1- Les déformations dans un solide :

##### 3.1.1- Déplacement d'un point :

Soumis à des forces, les corps solides changent de forme et de volume. Pour la description mathématique de la déformation d'un corps, on procède comme suit :

Chaque point du corps est déterminé par son rayon vecteur  $\vec{r}$  de composantes ( $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$ ,  $x_3 = z$ ) dans un système de coordonnées.

Lorsque le corps se déforme, tous ses points se déplacent. Soient  $\vec{r}$  et  $\vec{r}'$  le rayon vecteur d'un point avant et après déformation respectivement.



**Fig.3.1** : Représentation de la déformation.

Le déplacement du point du corps au cours de la déformation, est alors représenté par le vecteur  $\vec{r}' - \vec{r}$  noté  $\vec{u}$ , de composantes  $u_i$ ,  $i = \overline{1,3}$ .  $\vec{u}$  est le vecteur déplacement de l'atome :  $u_i = x'_i - x_i$ ,  $i = \overline{1,3}$ . Les coordonnées  $x'_i$  du point déplacé sont évidemment fonctions de celles  $x_i$ , du même point avant déplacement. Par conséquent, le vecteur déformation  $\vec{u}$  est lui aussi fonction des  $x_i$ . Trouver  $\vec{u}$  en fonction des  $x_i$  détermine complètement la déformation du corps.

### 3.2.1- Déformation du corps :

Au cours de la déformation du corps, les distances entre ses points varient. Soient deux points quelconques, infiniment voisins. Si  $dx_i$  était le rayon vecteur entre ces deux points avant déformation, il devient après déformation :  $d\vec{x}'_i = d\vec{x}_i + d\vec{u}_i$ .

La distance entre les deux points était elle-même avant déformation :

$$dl = \sqrt{dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2}$$

elle devient :

$$dl' = \sqrt{dx_1'^2 + dx_2'^2 + dx_3'^2}$$

$$dl^2 = \sum_{i=1}^3 dx_i^2$$

$$dl'^2 = \sum_{i=1}^3 dx_i'^2 = \sum_{i=1}^3 (dx_i + du_i)^2 = \sum_{i=1}^3 (dx_i^2 + du_i^2 + 2dx_i du_i)$$

avec  $du_i = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial u_i}{\partial x_k} dx_k$ , ce qui implique :

$$\begin{aligned} dl'^2 &= \sum_{i=1}^3 \left( dx_i + \sum_{k=1}^3 \frac{\partial u_i}{\partial x_k} dx_k \right)^2 \\ &= \sum_{i=1}^3 dx_i^2 + \sum_{i=1}^3 du_i^2 + 2 \sum_{i=1}^3 dx_i du_i \\ &= dl^2 + 2 \sum_{i=1}^3 \left( dx_i \sum_{k=1}^3 \frac{\partial u_i}{\partial x_k} dx_k \right) + \sum_{i=1}^3 du_i^2 \\ &= dl^2 + 2 \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \frac{\partial u_i}{\partial x_k} dx_i dx_k + \sum_{i=1}^3 \left( \sum_{k=1}^3 \frac{\partial u_i}{\partial x_k} dx_k \sum_{l=1}^3 \frac{\partial u_i}{\partial x_l} dx_l \right) \\ &= dl^2 + 2 \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \frac{\partial u_i}{\partial x_k} dx_i dx_k + \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_l} dx_k dx_l. \end{aligned}$$

$i, k, l$  étant des indices muets, on peut faire des inversions pour arranger la forme de  $dl'^2$  :

$$\begin{aligned}
 dl'^2 &= dl^2 + \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \frac{\partial u_i}{\partial x_k} dx_i dx_k + \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \frac{\partial u_k}{\partial x_i} dx_i dx_k + \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \left( \sum_{l=1}^3 \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \frac{\partial u_l}{\partial x_i} \right) dx_i dx_k \\
 &= dl^2 + \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \sum_{l=1}^3 \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \frac{\partial u_l}{\partial x_i} \right) dx_i dx_k \\
 &= dl^2 + 2 \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \sum_{l=1}^3 \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \frac{\partial u_l}{\partial x_i} \right) dx_i dx_k \\
 &= dl^2 + 2 \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 S_{ik} dx_i dx_k
 \end{aligned}$$

avec :

$$S_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \sum_{l=1}^3 \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \frac{\partial u_l}{\partial x_i} \right).$$

Si on néglige le terme du second ordre (car les déformations sont très petites), on a alors le tenseur de déformation :

$$S_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right), \quad i, k = \overline{1,3} \quad (3.1)$$

Par construction,  $S_{ik} = S_{ki}$ , on obtient :

$$\begin{aligned}
 S_{11} &= \frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \quad S_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2}, \quad S_{33} = \frac{\partial u_3}{\partial x_3}, \quad S_{12} = S_{21} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right), \\
 S_{13} &= S_{31} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right), \quad S_{23} = S_{32} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right).
 \end{aligned}$$

Le tenseur déformation a donc six composantes indépendantes.

### **3.2- Les ondes élastiques :**

En l'absence de déformation, le solide est en position d'équilibre, définie par les coordonnées  $(x_1, x_2, x_3)$ . Une onde élastique se propageant dans le solide, déplace chaque point de sa position d'équilibre. Le vecteur de déplacement ayant trois composantes :  $u_1, u_2, u_3$ , parallèles aux axes cartésiens, et chaque composante est fonction du temps et des coordonnées spatiales  $x_1, x_2$  et  $x_3$ , du point considéré.

On considère un déplacement infinitésimal (petit changement de dimension ou du volume élémentaire, toute rotation d'élément élémentaire est négligée). La mesure de déformation de l'élément de volume est donnée par le tenseur symétrique de déformation :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.2). \text{ (voir relation (3.1)).}$$

Si une onde plane se propage dans la direction  $x_1$  seulement, avec une vitesse de phase  $v$ , une fréquence angulaire  $\Omega$  et un vecteur d'onde  $k = \Omega / v$ , le déplacement est donné par :

$$u_1 = \alpha \exp(jk[x_1 - vt]), \quad u_2 = u_3 = 0 \quad (3.3)$$

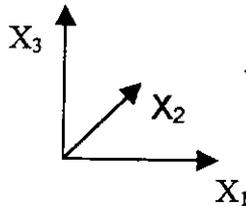
et la seule composante de déformation dans cette onde «compressionale» ou «longitudinale» est  $S_{11} = jk u_1$ , en quadrature de phase avec le déplacement.

D'autre part, si la seule composante de déplacement dans une onde plane uniforme se propageant le long de  $x_1$ , dans une direction transverse  $x_2$ , est :

$$u_1 = 0, \quad u_2 = \beta \exp(jk[x_1 - vt]), \quad u_3 = 0 \quad (3.4),$$

on a alors une onde transverse ou ("shear"), et le tenseur de déformation a deux composantes diagonales :

$$S_{12} = S_{21} = \frac{1}{2} jk u_2 \quad (3.5).$$



**Fig.3.2 :** Système de coordonnées spatiales.

### 3.3- Elasticité des cristaux :

#### 3.3.1- L'équation d'élasto-dynamique :

Soit un élément de volume  $v$  limité par la surface  $s$ . Si sur chaque élément de surface  $ds$ , agit une force :  $p.ds$ , où :

$$p = \sigma n, \quad p_i = \sigma_{ij} n_j$$

$\sigma_{ij}$  : tenseur de deuxième ordre appelé tenseur de contrainte.

$n$  : vecteur normal à la surface.

Si sur chaque élément de volume  $v$ , agit une force :

$$p.ds = \sigma.n.ds,$$

Alors, sur le volume en bloc, agit la force :

$$F = \oint_s p.ds = \oint_s \sigma.n.ds, \quad F_i = \oint_s p_i ds = \oint_s \sigma_{ik} n_k ds.$$

L'intégrale sur une surface fermée, selon le théorème de Gauss-Ostrogradski, peut être transformée en une intégrale par rapport au volume limité par cette surface :

$$F = \oint_s \sigma n ds = \int_v \text{Div } \sigma^* dv, \quad F_i = \oint_s \sigma_{ik} n_k ds = \int_v \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} dv \quad (3.6)$$

$\sigma^*$  : tenseur transposé.

D'autre part, selon la deuxième loi de Newton :

$$F = \int_v \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dv, \quad F_i = \int_v \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} dv \quad (3.7)$$

$\rho$  : densité de masse du solide.

En comparant (3.7) avec (3.6), il vient :

$$\int_v \text{Div } \sigma^* dv = \int_v \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dv, \quad \int_v \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} dv = \int_v \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} dv.$$

Cette égalité se vérifiant pour tout volume  $v$ , les expressions sous le signe de l'intégrale doivent être égales :

$$\text{Div } \sigma^* = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (3.8)$$

Ce sont les équations du mouvement d'un corps élastique, appelées :

Equations élasto-dynamiques ou équations de Cauchy.

Les équations d'équilibre d'un corps élastique ou équations élasto-statiques sont :

$$\text{Div } \sigma^* = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} = 0 \quad (3.9).$$

Si le corps est encore soumis à une force volumique  $F$  (la dimension de ce vecteur est force/volume), cette dernière doit être additionnée aux premiers membres des équations (3.8) et (3.9) :

$$\text{Div } \sigma^* + F = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + F_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (3.10).$$

### **3.3.2- Loi de Hooke généralisée** :

Si sous l'action de forces extérieures  $p$ , les points de la surface d'un corps élastique de volume  $v$ , subissent de petits déplacements  $\delta u$ , le travail est alors :

$$\delta A = \oint_s \delta u \cdot p ds = \oint_s \delta u_i \cdot p_i ds$$

où  $n$  est un vecteur unité de la normale extérieure à la surface  $s$ ,  $p = \sigma \cdot n$ .

On a :

$$\delta A = \oint_s \delta u_i \sigma_{ij} n_j ds = \oint_s \delta u_i \sigma_{ij} n_j ds.$$

Transformons l'intégrale de surface en intégrale de volume (théorème de Gauss - Ostrogradski) :

$$\delta A = \int_v \text{div}(\delta u_i \sigma_{ij}) dv = \int_v \frac{\partial(\delta u_i \sigma_{ij})}{\partial x_j} dv.$$

Selon la règle de dérivation d'un produit :

$$\delta A = \int_v \frac{\partial \delta u_i}{\partial x_j} \sigma_{ij} dv + \int_v \delta u_i \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} dv$$

on a :  $\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \rightarrow$  déformation  $S_{ij}$  (voir section 3.1), d'où, la première intégrale se réduit à

$$\int_v \delta S_{ij} \sigma_{ij} dv.$$

Considérons la seconde intégrale. En vertu de l'équation (3.8) d'élasto-dynamique :

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho \ddot{u}_i, \text{ tandis que } \delta u_i \text{ peut être assimilé à } \dot{u}_i \delta t, \text{ où } \delta t \text{ est le temps durant lequel}$$

s'effectue le déplacement  $\delta u$ . Ensuite :

$$\delta u_i \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \dot{u}_i \delta t \rho \ddot{u}_i = \rho \ddot{u}_i \dot{u}_i \delta t = \frac{1}{2} \rho \frac{\partial(\dot{u}_i \dot{u}_i)}{\partial t} \delta t,$$

mais c'est une variation de l'énergie cinétique de l'unité de volume durant le temps  $\delta t$  (dans l'approximation de la théorie des petites déformations, la densité  $\rho$  demeure constante au cours de la déformation). La seconde intégrale s'avère ainsi une variation de l'énergie cinétique totale  $K$  d'un corps élastique. Ainsi, le travail des sollicitations extérieures est égal à

$$\delta A = \int_v \sigma_{ij} \delta S_{ij} dv + \delta K$$

de sorte qu'une partie du travail, dépensée à la communication à l'unité de volume du corps d'une petite déformation  $\delta S_{ij}$  (ou, plus généralement, pour modifier la déformation de l'unité de volume d'une petite quantité de  $S_{ij}$ ), s'avère égale à :

$$\delta R = \sigma_{ij} \delta S_{ij} \quad (3.11)$$

Les corps élastiques (plutôt, linéairement élastiques) se caractérisent par le fait que les contraintes y sont proportionnelles aux déformations.

Appliqués aux cristaux, cela signifie que le tenseur des contraintes est linéairement dépendant du tenseur des déformations, et cette dépendance linéaire :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} S_{kl} \quad , \quad \sigma = C.S \quad (3.12)$$

est définie par le tenseur matériel C ; on l'appelle tenseur de coefficients d'élasticité ou des coefficients de rigidité, et on l'exprime en kg.f/cm<sup>2</sup>, dyn/cm<sup>2</sup> ou N/m<sup>2</sup>.

**Remarque :**

La relation (3.12) est empirique.

Pour obtenir le travail nécessaire à une variation finie de la déformation d'un volume unitaire d'un corps élastique anisotrope, d'une valeur S<sup>(0)</sup> à une valeur S<sup>(1)</sup>, il faut intégrer l'expression (3.11) en tenant compte de (3.12) :

$$R = \int_{S^{(0)}}^{S^{(1)}} C_{ijkl} S_{kl} dS_{ij}$$

Soit la fonction W(S) telle que :

$$C.S = \frac{\partial W}{\partial S} \quad , \quad C_{ijkl} S_{kl} = \frac{\partial W}{\partial S_{ij}} \quad (3.13).$$

Alors, le travail de déformation élastique par l'unité de volume est égal à :

$$R = \int_{S^{(0)}}^{S^{(1)}} C_{ijkl} S_{kl} dS_{ij} = W(S^{(1)}) - W(S^{(0)})$$

de sorte que la fonction W(S) devient la densité d'énergie de déformation élastique.

Dans l'hypothèse naturelle de W(0) = 0, il vient :

$$W = \frac{1}{2} C_{ijkl} S_{ij} S_{kl} = \frac{1}{2} S.C.S,$$

il s'ensuit également de (3.13) que :

$$C_{ijkl} = \frac{\partial^2 W}{\partial S_{ij} \partial S_{kl}} \quad , \quad C = \frac{\partial^2 W}{\partial S \partial S}.$$

Or, cela signifie que C<sub>ijkl</sub> = C<sub>klij</sub>. Compte tenu également de la symétrie interne du tenseur S (S<sub>ij</sub> = S<sub>ji</sub>) [voir section 3.2.1, équation (3.1)], on en tire que si la relation (3.13) est satisfaite, la symétrie interne du tenseur C vaut alors :

$$C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{klij}$$

La relation (3.12) peut être inversée en exprimant les déformations comme des fonctions des contraintes :

$$S_{ij} = q_{ijkl} \sigma_{kl} \quad , \quad S = q \cdot \sigma \quad , \quad S_\lambda = q_{\lambda\mu} \sigma_\mu \quad (3.14).$$

$q$  est le tenseur des coefficients des déformations élastiques (ou des modules d'élasticité), sa symétrie interne est évidemment la même que celle du tenseur  $C$  ; il s'exprime en  $\text{cm}^2/\text{kg.f}$ ,  $\text{cm}^2/\text{dyn}$  ou  $\text{m}^2/\text{N}$ .

$$\lambda = ij \quad , \quad \mu = kl.$$

Les relations (3.12) et (3.14) constituent la loi de Hooke généralisée pour des milieux anisotropes. S'il est nécessaire de tenir compte de la dilatation thermique, elles sont complétées par des termes thermiques.

### 3.3.3- Les équations de constitutions :

La relation (3.11) montre que le travail accompli par des contraintes mécaniques par unité de volume du cristal vaut :

$$\delta R_{méc} = \sigma_{ij} dS_{ij} = \sigma_\lambda dS_\lambda = \sigma \cdot dS$$

pour le champ électrique : 
$$\delta R_{el} = \frac{1}{4\pi} E_i dD_i = \frac{1}{4\pi} E \cdot dD \quad (3.15).$$

Soit  $\tilde{D} = \frac{D}{4\pi}$ , alors la variation totale de l'énergie interne de l'unité de volume du cristal sous des contraintes thermiques, mécaniques et électriques infiniment petites, peut être écrite sous la forme :

$$dU = T d\gamma + E_i d\tilde{D}_i + \sigma_\lambda dS_\lambda \quad (3.16).$$

( $T$  étant la température absolue,  $\gamma$  l'entropie de l'unité de volume).

On convient d'appeler l'entropie, le déplacement électrique, les composantes de déformation : coordonnées thermodynamiques généralisées, tandis que la température, la tension du champ électrique, les contraintes mécaniques sont dénommées forces thermodynamiques généralisées. L'équation (3.16) a la forme de :

$$dU = X_A dx_A,$$

ce qui implique que toute force généralisée :  $X_A = \frac{\partial U}{\partial x_A}$ .

Le potentiel thermodynamique (ou énergie de Gibbs) exprimé en force généralisée est décrit par :

$$\phi = U - T\gamma - E_i \tilde{D}_i - \sigma_\lambda \varepsilon_\lambda = U - X_A x_A,$$

dont la différentielle totale vaut :  $d\phi = -\gamma dT - \tilde{D}_i dE_i - \varepsilon_\lambda d\sigma_\lambda = -x_A dX_A$ .

Toute coordonnée généralisée :  $x_A = -\frac{\partial \phi}{\partial X_A}$ .

Développons cette expression en série de Taylor au voisinage d'un point quelconque

$X_B = X_B^{(0)}$ , c'est à dire : à l'état de départ arbitraire du cristal caractérisé par des valeurs fixées  $X_B^{(0)}$  de forces thermodynamiques généralisées, en se limitant aux termes de 1<sup>er</sup> ordre :

$$x_A = -\left(\frac{\partial\phi}{\partial X_A}\right)_0 - \left(\frac{\partial^2\phi}{\partial X_A \partial X_B}\right)_0 (X_B - X_B^{(0)}) \quad (3.17)$$

Le terme  $-\left(\frac{\partial\phi}{\partial X_A}\right)_0 = x_A^{(0)}$  est la valeur de la coordonnée thermodynamique généralisée

appropriée du cristal à l'état de départ, quand toutes les forces thermodynamiques généralisées

valent  $X_B^{(0)}$ , et  $-\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial X_A \partial X_B}\right)_0$  est la valeur de sa dérivée dans les mêmes conditions.

En guise d'état de référence, il est commode de choisir l'état des contraintes du cristal en l'absence d'un champ électrique :

Tous les  $\sigma_\lambda = 0$  quand tous les  $E_i = 0$ .

Donc, parmi les valeurs initiales des forces thermodynamiques n'est différentes de zéro que

$X_0^{(0)} = T_0$ , qui est la température initiale du cristal.

Soient les notations :

Thermique	Electrique			mécanique					
$\gamma$	$\tilde{D}_1$	$\tilde{D}_2$	$\tilde{D}_3$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$
$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$
T	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_4$	$\sigma_5$	$\sigma_6$
$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$	$X_9$

où les  $x_A$  englobent les déplacements mécaniques, électriques et thermiques ( $S, D, \gamma$ ) et les  $X_A$  englobent les forces mécaniques, électriques et thermiques ( $\sigma, E, T$ ).

**Remarque :**

En ce qui concerne les notations données, le déplacement électrique s'effectue suivant les trois axes cristallographiques, d'où le nombre trois de ses composantes.

On a vu dans la section 3.1 que la déformation ( $s$ ) a six composantes indépendantes, ce qui conduit à la conclusion que la contrainte a aussi six composantes indépendantes (grâce à la loi de Hooke).

Notons les écarts de la température et de l'entropie de leurs valeurs initiales :

$$T - T_0 = \Theta \quad , \quad \gamma - \gamma_0 = \Sigma ,$$

et introduisons à coté de  $x_A$  et  $X_A$ :

$$y_A = \begin{cases} \Sigma & \text{pour } A = 0 \\ x_A & \text{pour } A = 1, \dots, 9 \end{cases} \quad Y_A = \begin{cases} \Theta & \text{pour } A = 0 \\ X_A & \text{pour } A = 1, \dots, 9 \end{cases}$$

L'équation (3.17) peut donc s'écrire sous la forme :

$$y_A = - \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y_A \partial Y_B} \right)_0 Y_B = M_{AB} Y_B \quad (3.18)$$

avec  $M_{AB} = - \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y_A \partial Y_B} \right)_0 = - \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial X_A \partial X_B} \right)_0$  comme valeurs des dérivées appropriées si tous

les  $Y_B = 0$ .

D'après l'expression précédente,  $M_{AB} = M_{BA}$ .

L'écriture détaillée de l'équation (3.18) est donc :

$$\Sigma = - \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial T^2} \right)_0 \Theta - \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial T \partial E_k} \right)_0 E_k - \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial T \partial \sigma_\mu} \right)_0 \sigma_\mu \quad , \quad (\text{déplacement thermique}).$$

$$\tilde{D}_i = - \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial E_i \partial T} \right)_0 \Theta - \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial E_i \partial E_k} \right)_0 E_k - \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial E_i \partial \sigma_\mu} \right)_0 \sigma_\mu \quad , \quad (\text{déplacement électrique}). \quad (3.19)$$

$$S_\lambda = - \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial \sigma_\lambda \partial T} \right)_0 \Theta - \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial \sigma_\lambda \partial E_k} \right)_0 E_k - \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial \sigma_\lambda \partial \sigma_\mu} \right)_0 \sigma_\mu \quad , \quad (\text{déplacement mécanique}).$$

Le système d'équations précédent représente la matrice du potentiel thermodynamique ( $\phi$ ).

Pour éclaircir le sens physique de la dérivée  $\left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial T^2} \right)_0$ , évaluons la variation de l'entropie

de l'unité de volume du cristal avec l'élévation de la température  $\Theta$  en l'absence du champ électrique et des contraintes mécaniques :

$$\Sigma = - \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial T^2} \right)_0 \Theta .$$

Dans ce cas, l'unité de volume du cristal absorbe une chaleur  $Q = C_p \cdot \Theta$

Où  $C_p$  est la chaleur spécifique rapportée à l'unité de volume du cristal, le champ électrique et les contraintes mécaniques demeurant constants.

D'autre part, puisque  $\Theta/T \ll 1$  (sinon on n'aurait pas pu se limiter dans les développements au premier terme de la température), cette chaleur vaut à peu près  $Q = T_0 \Sigma$ , d'où :

$$-\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial T^2}\right)_0 = \frac{C_p}{T_0} \quad (3.20).$$

les autres termes de la matrice du potentiel thermodynamique ( $\phi$ ) possèdent les appellations et les notations suivantes :

$$* \tilde{\varepsilon}_{ik} = \frac{1}{4\pi} \varepsilon_{ik} = -\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial E_i \partial E_k}\right)_0, \quad \frac{1}{4\pi} \varepsilon = -\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial E \partial E}\right)_0 \quad (3.21)$$

coefficients de la constante diélectrique.

$$* q_{\lambda\mu} = -\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \sigma_\lambda \partial \sigma_\mu}\right)_0, \quad q = -\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \sigma \partial \sigma}\right)_0 \quad (3.22)$$

coefficients de déformation élastique.

$$* P_i = -\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial E_i \partial T}\right)_0, \quad P = -\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial E \partial T}\right)_0 \quad (3.23)$$

coefficients pyro - électriques.

$$* \alpha_\lambda = -\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \sigma_\lambda \partial T}\right)_0, \quad \alpha = -\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \sigma \partial T}\right)_0 \quad (3.24)$$

coefficients de dilatation thermique.

$$* d_{i\mu} = -\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial E_i \partial \sigma_\mu}\right)_0, \quad d = -\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial E \partial \sigma}\right)_0 \quad (3.25)$$

coefficients piézo - électriques.

Donc, les équations (3.19) s'écrivent :

$$\Sigma = \left(\frac{C_p}{T_0}\right) \Theta + P_k E_k + \alpha_\mu \sigma_\mu \quad (3.26.a)$$

$$\tilde{D}_i = P_i \Theta + \tilde{\varepsilon}_{ik} E_k + d_{i\mu} \sigma_\mu \quad (3.26.b)$$

$$S_\lambda = \alpha_\lambda \Theta + d_{k\lambda} E_k + q_{\lambda\mu} \sigma_\mu \quad (3.26.c)$$

ou sous une forme non attachée à des coordonnées :

$$\Sigma = \left(\frac{C_p}{T_0}\right) \Theta + P E + \alpha \sigma \quad (3.26.a')$$

$$\tilde{D} = P \Theta + \tilde{\varepsilon} E + d \sigma \quad (3.26.b')$$

$$S = \alpha \Theta + E d + q \sigma \quad (3.26.c')$$

Partons d'un système de coefficients thermodynamiques engendré par le potentiel thermodynamique  $\phi$ , c'est à dire défini par les équations 26(a, b, c).

Les coefficients  $\varepsilon_{ik}, q_{\lambda\mu}, d_{i\mu}$ , sont mesurés à une température constante.

Calculons les valeurs de ces coefficients mesurés dans des conditions adiabatiques au lieu d'isothermiques.

Dans un processus adiabatique, l'entropie demeure constante, tandis que la température varie.

Ses variations se déterminent sans peine à partir de l'équation (3.26.a) :

$$\Theta = \frac{T_0}{C_p} \Sigma - \frac{T_0}{C_p} P_k E_k - \frac{T_0}{C_p} \alpha_\mu \sigma_\mu \quad (3.27.a).$$

(Pour plus de généralité, on n'admet pas ici que  $\Sigma = 0$ , en posant que l'entropie peut demeurer constante sans être égale à  $\gamma_0$ ).

Partons de la valeur obtenue de  $\Theta$  dans les équations 3.26(b, c) :

$$D_i = \frac{T_0}{C_p} P_i \Sigma + \underbrace{\left( \frac{1}{4\pi} \varepsilon_{ik} - \frac{T_0}{C_p} P_i P_k \right)}_{\tilde{\varepsilon}_{ik}^{(\gamma)}} E_k + \underbrace{\left( d_{i\mu} - \frac{T_0}{C_p} P_i \alpha_\mu \right)}_{d_{i\mu}^{(\gamma)}} \sigma_\mu \quad (3.27.b)$$

$$S_\lambda = \frac{T_0}{C_p} \alpha_\lambda \Sigma + \underbrace{\left( d_{k\lambda} - \frac{T_0}{C_p} P_k \alpha_\lambda \right)}_{d_{k\lambda}^{(\gamma)}} E_k + \underbrace{\left( q_{\lambda\mu} - \frac{T_0}{C_p} \alpha_\lambda \alpha_\mu \right)}_{q_{\lambda\mu}^{(\gamma)}} \sigma_\mu \quad (3.27.c)$$

où  $\tilde{\varepsilon}_{ik}^{(\gamma)}, d_{i\mu}^{(\gamma)}$  et  $q_{\lambda\mu}^{(\gamma)}$  sont les valeurs adiabatiques des coefficients.

**Remarque :**

Les formules (3.27) définissent en fait la matrice thermodynamique de l'enthalpie :

$$H = \phi + T \gamma$$

qui est le potentiel thermodynamique par rapport aux variables  $\Sigma, E, \sigma$ .

Soit à calculer la matrice inverse de  $q_{\lambda\mu}^{(\gamma)}$  de (3.27), autrement dit, résoudre le système d'équations :

$$\left[ q_{\lambda\mu} - \left( \frac{T_0}{C_p} \right) \alpha_\lambda \alpha_\mu \right] C_{\mu\varepsilon}^{(E)} = \delta_{\lambda\varepsilon} \quad (3.28)$$

où  $\delta_{\lambda\varepsilon}$  est la matrice unité.

Le système doit être résolu par rapport à  $C_{\mu\varepsilon}^{(E)}$ , c'est à dire des coefficients d'élasticité adiabatiques pour une intensité constante du champ électrique. Cela nous permet de résoudre par rapport à  $\sigma_\lambda$  les équations (3.27.c).

$$\sigma_\lambda = -\left(\frac{T_0}{C_p}\right) C_{\lambda\mu}^{(E)} \alpha_\mu \Sigma - C_{\lambda\mu}^{(E)} d_{k\mu}^{(\gamma)} E_k + C_{\lambda\mu}^{(E)} S_\mu \quad (3.29.c)$$

Les coefficients associés à  $\Sigma, E_k, S_\mu$  composent les six lignes inférieures de la matrice d'enthalpie électrique. Ses autres éléments s'obtiennent en portant (3.29.c) dans (3.27.a) et (3.27.b), et en rassemblant les coefficients associés à  $\Sigma, E_k$  et  $S_\mu$  :

$$\Theta = \left(\frac{T_0}{C_p}\right) \left[ 1 + \left(\frac{T_0}{C_p}\right) \alpha_\lambda C_{\lambda\mu}^{(E)} \alpha_\mu \right] \Sigma - \left(\frac{T_0}{C_p}\right) (P_k - \alpha_\lambda C_{\lambda\mu}^{(E)} d_{k\mu}^{(\gamma)}) E_k - \left(\frac{T_0}{C_p}\right) \alpha_\lambda C_{\lambda\mu}^{(E)} S_\mu \quad (3.29.a)$$

$$\tilde{D}_i = \left(\frac{T_0}{C_p}\right) (P_i - d_{i\lambda}^{(\gamma)} C_{\lambda\mu}^{(E)} \alpha_\mu) \Sigma + (\tilde{\varepsilon}_{ik}^{(\gamma)} - d_{i\lambda}^{(\gamma)} C_{\lambda\mu}^{(E)} d_{k\mu}^{(\gamma)}) E_k + d_{i\lambda}^{(\gamma)} C_{\lambda\mu}^{(E)} S_\mu \quad (3.29.b)$$

Au cours d'un processus adiabatique,  $\Sigma = 0$ , donc les équations (3.29.b,c) deviennent :

$$\begin{aligned} \tilde{D}_i &= \tilde{\varepsilon}_{ik}^{(\gamma,S)} E_k + e_{i\mu} S_\mu \\ \sigma_\lambda &= -e_{k\lambda} E_k + C_{\lambda\mu}^{(E)} S_\mu \end{aligned} \quad (3.30)$$

Ce système représente les équations de constitution de l'onde élastique dans un cristal.

( $\tilde{\varepsilon}_{ik}, e_{i\mu}, C_{\lambda\mu}$  étant les éléments des tenseurs diélectrique, piézo-électrique et élastique).

Les coefficients thermodynamiques introduits de nouveau, sont liés aux dérivées secondes du potentiel thermodynamique par les relations (3.28) et :

$$\tilde{\varepsilon}_{ik}^{(\gamma,S)} = \varepsilon_{ik} - d_{i\lambda} C_{\lambda\mu}^{(E)} d_{k\mu} - \left(\frac{T_0}{C_p}\right) P_i P_k + \left(\frac{T_0}{C_p}\right) (P_i \alpha_\lambda C_{\lambda\mu}^{(E)} d_{k\mu} + d_{i\lambda} C_{\lambda\mu}^{(E)} \alpha_\mu P_k) - \left(\frac{T_0}{C_p}\right)^2 P_i \alpha_\lambda C_{\lambda\mu}^{(E)} \alpha_\mu P_k \quad (3.31)$$

(mesuré à température et déformation constantes  $(\gamma, S)$ ).

$$e_{i\mu} = \left[ d_{i\lambda} - \left(\frac{T_0}{C_p}\right) P_i \alpha_\lambda \right] C_{\lambda\mu}^{(E)} \quad (3.32).$$

### **3.3.4- Ondes élastiques dans les cristaux piézo-électriques :**

Pour l'étude des particularités de propagation d'ondes élastiques (sonores) dans les cristaux piézo-électriques, il est nécessaire d'examiner les solutions du système lié d'équations de l'élastodynamique et d'équations de l'électrostatique.

Le système à résoudre est le suivant :

$$(3.8) \Rightarrow \text{Div } \sigma = \rho \ddot{u} \quad (3.33)$$

$$\text{div } D = 0 \quad (3.34), \text{ (pas de charge libre dans un piézo-électrique).}$$

On a : 
$$E_k = -\frac{\partial\varphi}{\partial x_k}, \varphi \text{ étant le potentiel.}$$

La déformation  $S = \frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $u$  étant le déplacement mécanique (des atomes du cristal).

On peut alors écrire le système (3.30) sous la forme :

$$D_i = -\varepsilon_{ik}^{(\gamma,S)} \frac{\partial\varphi}{\partial x_k} + 4\pi e_{ikl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \quad (3.35)$$

$$\sigma_{ij} = e_{kij} \frac{\partial\varphi}{\partial x_k} + C_{ijkl}^{(E)} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \quad (3.36)$$

avec :

$D$ : déplacement électrique.

$\varphi$  : potentiel électrique.

$\sigma$  : contrainte mécanique.

$u$  : déplacement mécanique.

$\varepsilon_{ik}$  : éléments du tenseur diélectrique.

$e_{ijl}$  : éléments du tenseur piézo-électrique.

$C_{ijkl}$  : éléments du tenseur élastique.

$\frac{\partial u}{\partial x}$  : déformation (S).

$-\frac{\partial\varphi}{\partial x}$  : champ électrique (E).

En portant les expressions (3.35) et (3.36) dans les équations (3.33) et (3.34) respectivement, on obtient le système d'équations différentielles aux dérivées partielles d'ordre deux, par rapport aux fonctions  $u_i(r,t)$  (onde de déplacement ou onde sonore) et  $\varphi(r,t)$  (la tension appliquée) :

$$C_{ijkl}^{(E)} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_l} + e_{kij} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_k \partial x_l} = \rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} \quad (3.37)$$

$$-\varepsilon_{ik}^{(\gamma,S)} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial x_k} + 4\pi e_{ikl} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_l} = 0 \quad (3.38)$$

Afin de contrôler la propagation de l'onde sonore à l'intérieur du cristal, on peut lui imposer la même amplitude et polarisation ainsi que le même vecteur d'onde, que ceux de la tension appliquée (onde électrique). Donc, les ondes planes des déplacements et de potentiel sont rigidement liées entre elles :

$$u = A p \exp \left[ \left( \frac{2\pi i}{\lambda} \right) (\bar{m}\bar{r} - v t) \right] \quad (3.39), \text{ (onde sonore),}$$

$$\varphi = A \xi \exp \left[ \left( \frac{2\pi i}{\lambda} \right) (\bar{m}\bar{r} - v t) \right] \quad (3.40), \text{ (onde électrique),}$$

avec :

A : l'amplitude.

m : direction des deux ondes (la même).

p, ξ : polarisations.

En portant les équations (3.39), (3.40) dans (3.37) et (3.38), il vient :

$$\begin{aligned} p_k (C_{ijkl} m_i m_l) + \xi (e_{kjl} m_k m_l) &= \rho v^2 p_j \\ M_{jk} &g_j \\ -\xi (\varepsilon_{il} m_i m_l) + 4\pi (e_{ikl} m_i m_l) p_k &= 0 \\ K &g_k \end{aligned}$$

et on obtient :

$$M p + \xi g = \rho v^2 p \quad (3.41)$$

$$-\xi K + 4\pi g p = 0 \quad (3.42)$$

avec :

$$M = m C m \quad , \quad g = m e m \quad , \quad K = m \varepsilon m \quad , \quad (\rho : \text{densité de masse}).$$

M étant le tenseur de Christoffel (élastique) , le vecteur g (piézo-électrique) et le scalaire K (diélectrique) lui sont analogues.

A partir de (3.42), on déduit :

$$\xi = \frac{4\pi}{K} g_k p_k = \frac{4\pi}{K} g p \quad (3.43)$$

ξ : vecteur de polarisation de l'onde élastique.

K: tenseur diélectrique.

g<sub>k</sub>: tenseur piézo-électrique.

p<sub>k</sub> : vecteur polarisation de l'onde électrique.

En portant (3.43) dans (3.41), on aura :

$$\left( M_{jk} + \frac{4\pi}{K} g_j g_k \right) p_k = \rho v^2 p_j \quad , \quad \left( M + \frac{4\pi}{K} g g \right) p = \rho v^2 p \quad (3.44).$$

Il est tout naturel d'appeler ce système d'équations, équations de Christoffel pour un cristal piézo-électrique.

**Remarque :**

Si le cristal n'est pas piézo-électrique, le terme  $\frac{4\pi}{K} g_j g_k \rightarrow 0$ , et on aura :

$$M_{jk} p_k = \rho v^2 p_j \text{ comme équation de Christoffel.}$$

Le tenseur M dépend non seulement du tenseur matériel C (élasticité), mais aussi de la direction de propagation de l'onde (m), (c'est à dire du vecteur d'onde K).

On utilise souvent le tenseur réduit des coefficients d'élasticité  $\lambda_{ijkl} = \frac{C_{ijkl}}{\rho}$  et le tenseur de

Christoffel se réduit aux équations de Christoffel  $\Lambda_{ij} p_j = v^2 p_i$ .

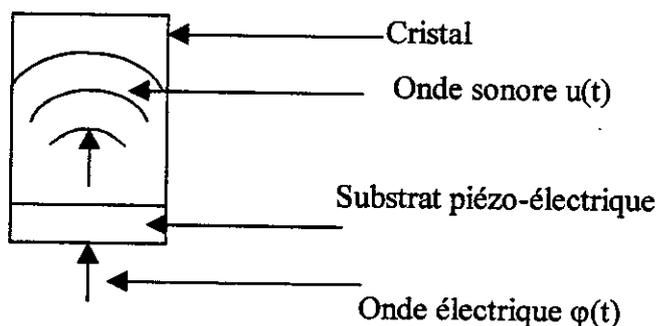
Ces équations aux valeurs propres  $\rho v^2$  et aux vecteurs propres p indiquent que les vecteurs de polarisation d'ondes élastiques, se propagent dans le cristal dans la direction m (vecteur d'onde). Dans le cas de M(m), ce tenseur possède trois valeurs propres distinctes, i.e. dans la direction donnée m peuvent se propager trois ondes isonormales perpendiculaires entre elles, la vitesse de phase  $v_{(k)}$  de chacune d'elles se déterminant par la valeur propre  $\rho v_{(k)}^2$  associée au vecteur propre donné  $p_{(k)}$ .

**3.4- Conclusion :**

A partir des équations de constitution, on constate que:

Ayant une onde électrique, on peut engendrer une onde élastique (sonore) à partir d'un substrat piézo-électrique, en lui appliquant une différence de potentiel qui, par l'effet piézo-électrique, causera des vibrations dont la forme est proportionnelle à l'onde électrique appliquée.

A l'intérieur du cristal, l'onde élastique peut avoir la même direction, phase, et fréquence que l'onde électrique.



**Fig.3.3:** Obtention d'une onde sonore à partir d'une onde électrique.

## CHAPITRE 4

### Propagation d'une onde lumineuse dans un cristal

#### Introduction :

L'étude de la propagation des ondes lumineuses dans les cristaux est nécessaire à la compréhension de l'effet acousto-optique. Ce chapitre s'y consacre.

#### 4.1-Le déphasage subit par l'onde lumineuse :

Soit une onde lumineuse plane, se propageant dans la direction  $z$ , dans le vide (dont l'indice de réfraction est  $n_0 = 1$ ) :

$$V(t) = A \exp[j(\omega t - k_0 z)]$$

$k_0$ : vecteur d'onde dans le vide,  $k_0 = 2\pi / \lambda_0 = \omega / c$ .

Si  $V(t)$  est une onde incidente sur la surface d'un milieu, dont l'indice de réfraction est  $n$ , il y aura un phénomène de réfraction caractérisé par un changement de direction et de vitesse de propagation  $v$ :

$$V(t) = A \exp[j(\omega t - kz)].$$

On a :

$$\frac{v}{v_0} = \frac{v}{c} = \frac{n_0}{n} \Rightarrow \frac{k_0}{k} = \frac{n_0}{n} \Rightarrow k = nk_0. \quad (\text{puisque } v_0 = c, n_0 = 1, v = c/n).$$

Donc dans un milieu d'indice de réfraction  $n$ , l'onde plane aura la forme suivante :

$$V(t) = A \exp[j(\omega t - k_0 n z)]$$

$k_0$  : vecteur d'onde dans le vide.

$n$  : l'indice de réfraction du milieu.

$z$  : distance parcourue par l'onde dans le milieu.

Soit une onde plane incidente à partir du vide sur un cristal d'épaisseur  $L$  et d'indice  $n$  :

$$V_i(t) = A \exp(j\omega t),$$

à la sortie du cristal, cette onde subira un déphasage tel que:

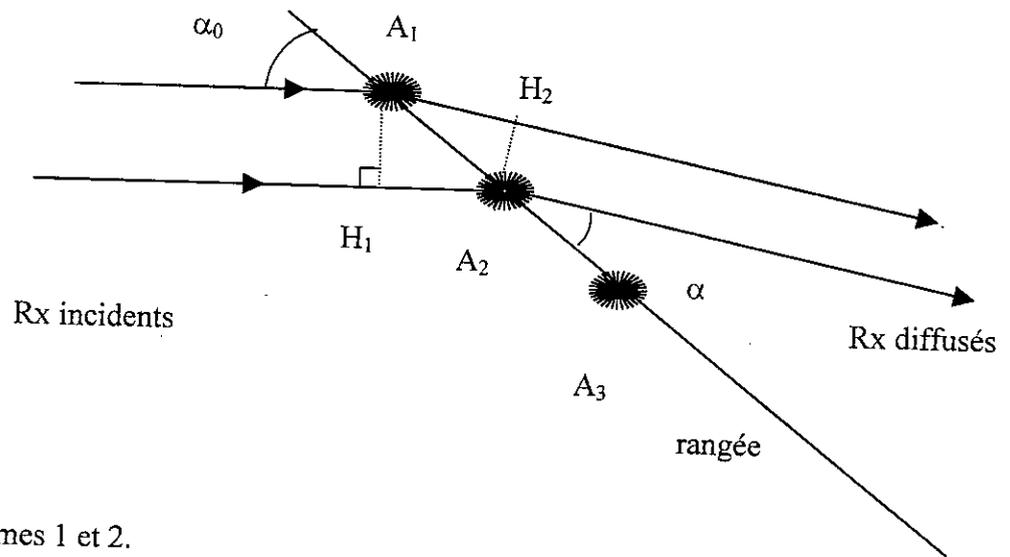
$$V_o(t) = A \exp[j(\omega t - k_0 n L)]$$

## 4.2- Les conditions de diffraction :

On va étudier le phénomène de diffraction des rayons x par un réseau cristallin, afin de pouvoir commander la direction du faisceau lumineux de sortie, d'après l'angle d'incidence sur la surface du cristal.

### 4.2.1- Equations de Laue :

Elles permettent de déterminer les directions de diffraction. Appelons  $\alpha_0$  l'angle de la rangée considérée (d'atomes) et des rayons x incidents.



$A_1, A_2$  : atomes 1 et 2.

**Fig.4.1:** Diffraction des Rx par les atomes du réseau cristallin.

Dans une direction de diffraction formant l'angle  $\alpha$  avec la rangée, la différence de marche de deux rayons diffusés par deux atomes consécutifs  $A_1$  et  $A_2$  s'écrit :

$$\Delta = A_1 H_2 - A_2 H_1$$

( En dehors de cette portion, les trajets des rayons sont parallèles ).

Soit, en posant :

$$A_1 A_2 = a \text{ (période de la rangée) ,}$$

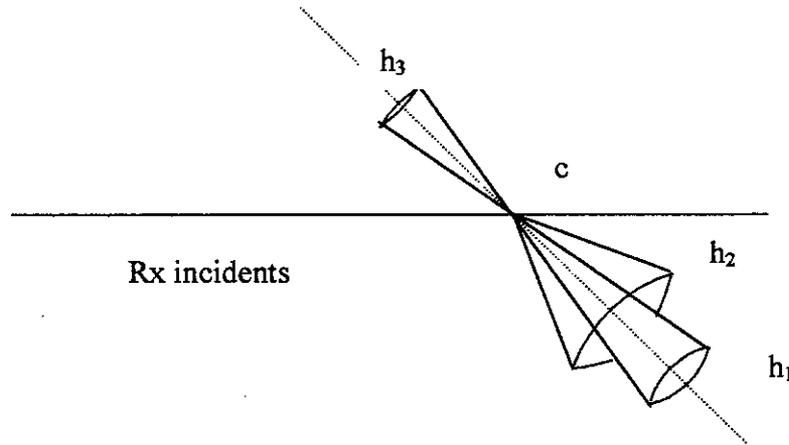
$$\Delta = a ( \cos(\alpha_0) - \cos(\alpha) ) \quad (4.1).$$

Pour que les deux rayons diffusés soient en phase et puissent s'additionner, cette différence de marche doit être un nombre entier  $h$  de longueurs d'onde:

$$(4.1) \Rightarrow a(\cos \alpha_0 - \cos \alpha) = h \lambda \quad (4.2)$$

On voit ainsi que pour  $a$  et  $\alpha_0$  donnés, à chaque ordre  $h$  correspond un angle  $\alpha$  .

Les lieux géométriques des rayons diffractés sont des cônes de demi-angle au sommet  $\alpha$  .



**Fig.4.2:** 3 cônes correspondant aux valeurs  $h_1$ ,  $h_2$  et  $h_3$  pour une rangée ponctuelle .  
( cristal unidimensionnel ).

Considérons maintenant un cristal bidimensionnel. On peut le décomposer en deux types de rangées, l'une à paramètre  $a$ , l'autre à paramètre  $b$ . La même analyse que précédemment va conduire à deux séries de cônes axés, les uns sur  $a$ , les autres sur  $b$ . Les génératrices communes à ces cônes constituent les directions de diffraction du réseau.

A trois dimensions, il y aura trois séries de cônes correspondant chacune à l'un des paramètres  $a$ ,  $b$  et  $c$ . Les directions de diffraction par le cristal doivent satisfaire simultanément les trois équations correspondantes :

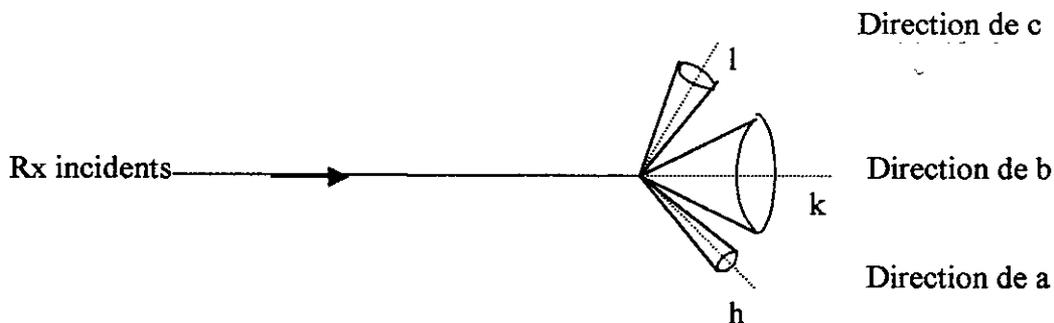
$$(4.2) \Rightarrow a(\cos \alpha - \cos \alpha_0) = h\lambda \quad (4.3)$$

$$b(\cos \beta - \cos \beta_0) = k\lambda \quad (4.4)$$

$$c(\cos \gamma - \cos \gamma_0) = l\lambda \quad (4.5)$$

Un rayon diffracté est une génératrice commune à trois cônes  $h$ ,  $k$  et  $l$ .

Les équations (4.3), (4.4) et (4.5) sont appelées équations de Laue .

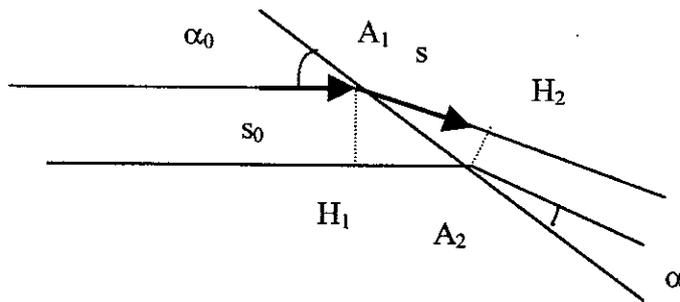


**Fig.4.3 :** Les directions de diffraction dans un cristal.

**\* Utilisation d'une notation vectorielle :**

Du fait qu'on étudie des rayons bien définis en direction et en sens, l'utilisation de vecteurs est souvent commode pour abréger les expressions et simplifier les calculs.

Portons un vecteur unitaire  $\vec{s}_0$  sur les rayons incidents, et un vecteur unitaire  $\vec{s}$  sur les rayons diffusés dans la direction  $\alpha$ . Désignons par  $a$  le vecteur  $A_1A_2$ .



La différence de marche  $\Delta$  :

$$\begin{aligned} \Delta &= A_1H_2 - A_2H_1 = \vec{a}\vec{s} - \vec{a}\vec{s}_0 \\ &= \vec{a}(\vec{s} - \vec{s}_0) \\ &(|\vec{s}_0| = |\vec{s}| = 1). \end{aligned}$$

D'où, l'équation de Laue en notation vectorielle :

$$\vec{a}(\vec{s} - \vec{s}_0) = h\lambda$$

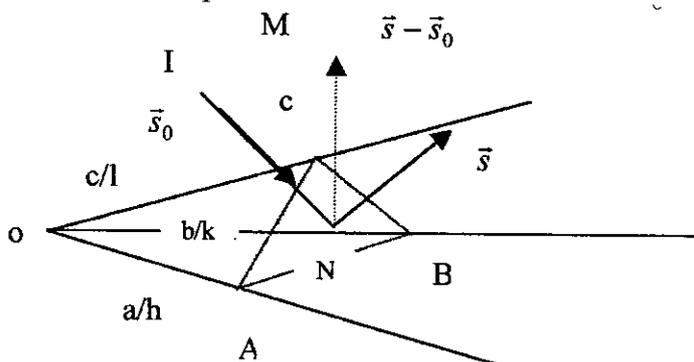
**Remarque :**

Le raisonnement sur des cônes de diffraction n'est pas commode, on préfère une autre méthode équivalente qui fait intervenir les plans réticulaires et qu'on doit à W.H. Bragg et son fils W.L. Bragg.

**4.2.2- Relation de Bragg :**

**4.2.2.1- "Réflexion" des rayons x par les plans réticulaires :**

Le plan réticulaire (h k l) le plus voisin de l'origine coupe les directions de a, b et c en A, B et C aux coordonnées a/h, b/k et c/l respectivement.



Les équations de Laue pour les paramètres  $a, b, c$  et pour les ordres  $h, k, l$  s'écrivent :

$$\bar{a}(\bar{s} - \bar{s}_0) = h\lambda \quad (4.6)$$

$$\bar{b}(\bar{s} - \bar{s}_0) = k\lambda \quad (4.7)$$

$$\bar{c}(\bar{s} - \bar{s}_0) = l\lambda \quad (4.8)$$

On divise (4.6) par  $h$  et (4.7) par  $k$  et on les soustrait l'une de l'autre :

$$\left(\frac{\bar{a}}{h} - \frac{\bar{b}}{k}\right)(\bar{s} - \bar{s}_0) = 0 \quad (4.9)$$

On a :

$$\frac{\bar{a}}{h} - \frac{\bar{b}}{k} = o\bar{A} - o\bar{B} = \bar{B}\bar{A}$$

et  $\bar{s} - \bar{s}_0$  c'est NM, bissectrice de l'angle  $(-\bar{s}_0, \bar{s})$ , il résulte de (4.9) que NM est orthogonal à AB. Si on fait la même opération que ci-dessus sur les relations (4.6) et (4.8) par exemple, on démontre de la même façon que NM est orthogonal à AC. Par conséquent, NM est perpendiculaire au plan ABC.  $\bar{s}_0$  et  $\bar{s}$  étant symétriques par rapport à NM, leur plan est normal au plan ABC et ils sont également inclinés sur ce plan. Nous trouvons ici les lois de la réflexion plane. I N est le rayon incident  $\bar{s}_0$ , N R le rayon réfléchi  $\bar{s}$ . Tout se passe comme si le rayon diffracté d'ordre  $h k l$  était réfléchi par le plan (A B C).

#### 4.2.2.2- Conditions de réflexion :

Appelons  $\theta$  l'angle du plan (A B C) et de  $\bar{s}_0$  (ou de  $\bar{s}$ ) et soit H, K et L les coordonnées dans le réseau réciproque du vecteur  $\frac{\bar{s} - \bar{s}_0}{\lambda}$ .

$$\text{On a : } \frac{\bar{s} - \bar{s}_0}{\lambda} = H\bar{a}^* + K\bar{b}^* + L\bar{c}^* \quad (* : \text{ désigne le réseau réciproque}).$$

Or, d'après la première équation de Laue:

$$\bar{a} \frac{\bar{s} - \bar{s}_0}{\lambda} = h \quad , \text{ par suite, } h \text{ s'identifie à } H.$$

Les deux autres équations de Laue permettent de déduire:  $k = K$  et  $l = L$ , d'où :

$$\frac{\bar{s} - \bar{s}_0}{\lambda} = h\bar{a}^* + k\bar{b}^* + l\bar{c}^*.$$

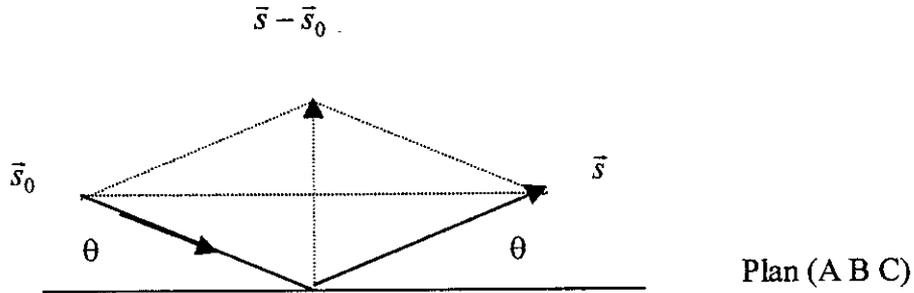
L'extrémité du vecteur  $\frac{\vec{s} - \vec{s}_0}{\lambda}$ , issue de l'origine se trouve au nœud  $h k l$  du réseau

réiproque, par suite:

$$\frac{|\vec{s} - \vec{s}_0|}{\lambda} = \frac{1}{d_{hkl}} \quad \text{et} \quad |\vec{s} - \vec{s}_0| = \frac{\lambda}{d_{hkl}} \quad (4.10)$$

$d_{hkl}$  : distance interréticulaire, sera décrite  $d$  pour alléger l'écriture.

La figure suivante permet de déduire la valeur du vecteur  $\vec{s} - \vec{s}_0$  en fonction de  $\theta$  :



En notant que:

$$|\vec{s}| = |\vec{s}_0| = 1, \text{ on déduit:}$$

$$|\vec{s} - \vec{s}_0| = 2 \sin \theta$$

Comparant les deux valeurs de  $|\vec{s} - \vec{s}_0|$ , il résulte que:

$$(4.10) \Rightarrow \frac{\lambda}{d} = 2 \sin \theta \quad \text{où} \quad \lambda = 2 d \sin \theta \quad (4.11)$$

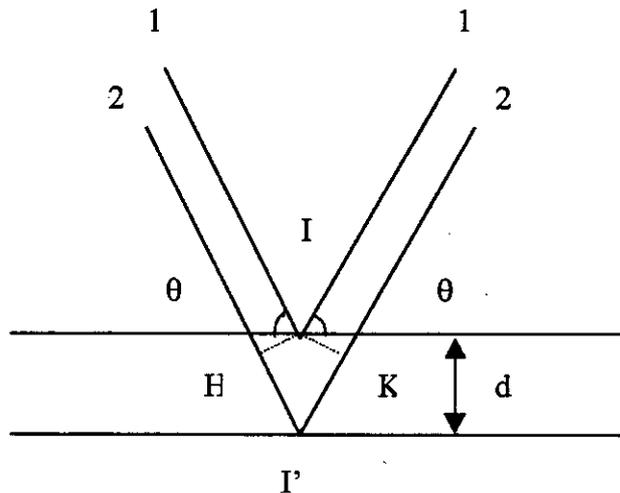
Cette relation qui lie la longueur d'onde, la distance interréticulaire et l'angle de diffraction, est appelée relation de Bragg.

La réflexion n'a pas lieu comme dans un miroir plan pour la lumière .

Seules certaines valeurs de  $\theta$  fonctions de la longueur d'onde et de la distance interréticulaire, sont concernées par la "réflexion" des rayons x.

### **Remarque 1 :**

On peut retrouver la relation de Bragg en considérant les différences de marche entre les ondes provenant des plans  $(h k l)$  consécutifs, distants de  $d$ , et en écrivant la condition de superposition de ces ondes:



**Fig.4.4 :** Réflexion par deux plans consécutifs.

Pour un angle d'incidence  $\theta$  donné, la différence de marche des rayons (1) et (2) est :

$$\Delta = IH + I'K = 2I'H = 2d \sin \theta$$

qui doit être un nombre entier de longueurs d'onde:

$$2d \sin \theta = n \lambda$$

pour  $n = 1$ , on retrouve la relation de Bragg  $\lambda = 2d \sin \theta$ .

Pour  $n > 1$ , il suffit de considérer les plans fictifs ( $nh, nk, nl$ ) de distance interréticulaire

$d' = \frac{d}{n}$  pour retrouver cette relation:

$$2 \frac{d}{n} \sin \theta = \lambda \quad \text{ou} \quad 2d' \sin \theta = \lambda$$

on retrouve les conclusions précédentes .

**Remarque 2:**

Si on attaque la surface du cristal avec un angle de Bragg  $\theta$  négatif, le rayon de sortie sera vers le bas (à l'inverse du premier cas) .

**4.3- L'indicatrice optique (l'ellipsoïde de l'onde):**

Cette partie est utile pour l'étude de l'effet acousto-optique dans le prochain chapitre. (Au niveau de la variation de l'indice de réfraction du milieu, en la présence d'une onde acoustique).

### 4.3.1- Le tenseur diélectrique d'un milieu anisotrope :

On suppose que le milieu cristallin est homogène, non-conducteur ( $\sigma = 0$ ), et magnétiquement isotrope<sup>\*</sup>, mais permet une anisotropie électrique, c'est à dire on considère des matières dont les excitations électriques dépendent de la direction du champ électrique. Pour un comportement anisotrope, chaque composante du vecteur de déplacement  $\vec{D}$  est linéairement liée aux composantes du champ électrique  $\vec{E}$  par:

$$\begin{aligned} D_x &= \epsilon_{xx} E_x + \epsilon_{xy} E_y + \epsilon_{xz} E_z \\ D_y &= \epsilon_{yx} E_x + \epsilon_{yy} E_y + \epsilon_{yz} E_z \\ D_z &= \epsilon_{zx} E_x + \epsilon_{zy} E_y + \epsilon_{zz} E_z \end{aligned} \quad (4.12)$$

Les neuf quantités  $\epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{yy}$ , ... sont les constantes du milieu, et constituent le tenseur diélectrique; le vecteur  $\vec{D}$  est donc le produit de ce tenseur et du champ  $\vec{E}$ .

$$(4.12) \Rightarrow D_k = \sum_l \epsilon_{kl} E_l \quad (4.13)$$

Soit la densité d'énergie électrique :

$$W_e = \frac{1}{4\pi} \vec{E} \cdot \vec{D} = \frac{1}{8\pi} \sum_{kl} E_k \epsilon_{kl} E_l \quad (4.14)$$

et magnétique :

$$W_m = \frac{1}{8\pi} \vec{B} \cdot \vec{H} = \frac{1}{8\pi} \mu H^2 \quad (4.15)$$

et le vecteur de poynting :

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} (\vec{E} \wedge \vec{H}) \quad (4.16)$$

« \* Puisque l'effet de magnétisation sur le phénomène optique (oscillations rapides) est petit, l'anisotropie magnétique peut être négligée. La perméabilité magnétique ( $\mu$ ) doit être cependant retenue, dans le but de préserver la symétrie des formules ».

D'après le principe de conservation d'énergie, on a :

$$\text{Div } \vec{S} = \frac{d(W_e + W_m)}{dt}$$

(4.14), (4.15) et (4.16)  $\Rightarrow$

$$-c \text{Div}(\vec{E} \wedge \vec{H}) = \vec{E} \frac{d\vec{D}}{dt} + \vec{B} \frac{d\vec{H}}{dt} = \sum_{kl} E_k \epsilon_{kl} \dot{E}_l + \frac{1}{2} \frac{d(\mu H^2)}{dt} \quad (4.17)$$

Si on divise les deux cotés de l'équation (4.17) par  $4\pi$ , le deuxième terme à droite représente le taux de variation de l'énergie magnétique par unité de volume, mais le premier terme à droite ne représente le taux de variation de la densité d'énergie électrique que si :

$$\frac{1}{4\pi} \sum_{kl} E_k \varepsilon_{kl} \dot{E}_l = \frac{dW_e}{dt} = \frac{1}{8\pi} \sum_{kl} \varepsilon_{kl} (E_k \dot{E}_l + E_l \dot{E}_k) \quad (4.18)$$

$$\text{d'où : } \sum_{kl} \varepsilon_{kl} (E_k \dot{E}_l - \dot{E}_k E_l) = 0$$

$k, l$  étant des indices muets, l'expression ne sera pas modifiée si on les interchange :

$$\sum_{kl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{lk}) E_k \dot{E}_l = 0 \quad , \text{ quelle que soit la valeur du champ, d'où :}$$

$$\varepsilon_{kl} = \varepsilon_{lk} \quad , \text{ ce qui signifie que le tenseur diélectrique doit être symétrique, il a donc}$$

six composantes indépendantes au lieu de neuf.

La symétrie du tenseur  $\varepsilon$  simplifie l'énergie électrique  $W_e$  en une expression, qui comporte seulement les carrés des composantes du champ, et non le produit entre deux composantes différentes.

On considère dans l'espace  $x, y, z$ , la surface de deuxième degré :

$$\varepsilon_{xx}x^2 + \varepsilon_{yy}y^2 + \varepsilon_{zz}z^2 + 2\varepsilon_{yz}yz + 2\varepsilon_{xz}xz + 2\varepsilon_{xy}xy = \text{const} > 0 \quad (4.19)$$

Le coté gauche de l'équation (4.19) doit être défini positif, car si on remplace  $x, y, z$  par les composantes du champ  $E$ , l'expression devient égale à  $8\pi W_e$ , et l'énergie  $W_e$  doit être positive quelle que soit la valeur du champ  $E$ . L'équation (4.19) représente un ellipsoïde, ce dernier peut être transformé selon ses axes principaux ; donc, il existe un système de coordonnées fixe dans le cristal tel que l'ellipsoïde se réduise à :

$$\varepsilon_x x^2 + \varepsilon_y y^2 + \varepsilon_z z^2 = \text{const} \quad (4.20) .$$

Dans ce système d'axes diélectriques principaux, on a :

$$D_x = \varepsilon_x E_x \quad , \quad D_y = \varepsilon_y E_y \quad , \quad D_z = \varepsilon_z E_z \quad (4.21)$$

$$W_e = \frac{1}{8\pi} (\varepsilon_x E_x^2 + \varepsilon_y E_y^2 + \varepsilon_z E_z^2) = \frac{1}{8\pi} \left( \frac{D_x^2}{\varepsilon_x} + \frac{D_y^2}{\varepsilon_y} + \frac{D_z^2}{\varepsilon_z} \right) \quad (4.22)$$

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  : constantes diélectriques principales.

On voit d'après ces formules que  $D$  et  $E$  ont des directions différentes, à moins que  $E$  ne coïncide dans la direction avec l'un des axes principaux, ou que les constantes diélectriques principales soient égales ( $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z \Rightarrow$  l'ellipsoïde devient une sphère).

### **4.3.2- L'ellipsoïde de l'onde :**

Les composantes du vecteur  $\vec{D}$  de l'équation (4.22) peuvent être données par :

$$\frac{D_x^2}{\varepsilon_x} + \frac{D_y^2}{\varepsilon_y} + \frac{D_z^2}{\varepsilon_z} = C \quad (4.23)$$

$$(C = 8\pi W = \vec{E}\vec{D})$$

On pose :

$$x = \frac{D_x}{\sqrt{C}}, \quad y = \frac{D_y}{\sqrt{C}}, \quad z = \frac{D_z}{\sqrt{C}}, \quad \text{et on considère ces coordonnées cartésiennes}$$

dans l'espace, alors :

$$(4.23) \Rightarrow \frac{x^2}{\varepsilon_x} + \frac{y^2}{\varepsilon_y} + \frac{z^2}{\varepsilon_z} = 1 \quad (4.24)$$

Cette équation représente un ellipsoïde, ses demi-axes sont égaux aux racines carrées des constantes diélectriques principales, et coïncident en direction avec les axes diélectriques principaux. On appelle cet ellipsoïde, l'ellipsoïde de l'onde ou l'indicatrice optique.

(Elle permet de trouver les vitesses de phase).

### **4.4- Formule de Fresnel pour la propagation de la lumière dans les cristaux :**

Soit une onde plane se propageant dans un cristal :

$$\begin{aligned} \vec{E}(r,t) &= E_0 \exp(j\vec{k}\cdot\vec{r} - j\omega t) \\ \vec{D}(r,t) &= D_0 \exp(j\vec{k}\cdot\vec{r} - j\omega t) \\ \vec{H}(r,t) &= H_0 \exp(j\vec{k}\cdot\vec{r} - j\omega t) \end{aligned} \quad (4.25)$$

$\vec{k}$  : vecteur d'onde perpendiculaire au front d'onde.

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{m} = \frac{\omega}{v_p} \vec{m}$$

$$\vec{k} = \frac{\omega}{c} n \vec{m}$$

$\vec{m}$  : vecteur unitaire perpendiculaire au front d'onde.

$v_p$  : vitesse de phase.

$n = c/v_p$  : indice de réfraction.

« \* Puisque l'effet de magnétisation sur le phénomène optique (oscillations rapides) est petit, l'anisotropie magnétique peut être négligée. La perméabilité magnétique ( $\mu$ ) doit être cependant retenue, dans le but de préserver la symétrie des formules ».

Dans un milieu anisotrope, on a :

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad \text{rot } \vec{E} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \qquad (4.26)$$

$$\text{Div } \vec{D} = 0 \qquad \text{Div } \mu \vec{H} = 0 \qquad (4.27)$$

L'action sur les fonctions vectorielles exponentielles de la forme (4.25) d'opérations  $\text{rot}$ ,  $\text{Div}$  et  $\frac{d}{dt}$  se réduit respectivement à des multiplications vectorielle et scalaire par  $j\mathbf{k}$  et à la multiplication par  $-j\omega$  :

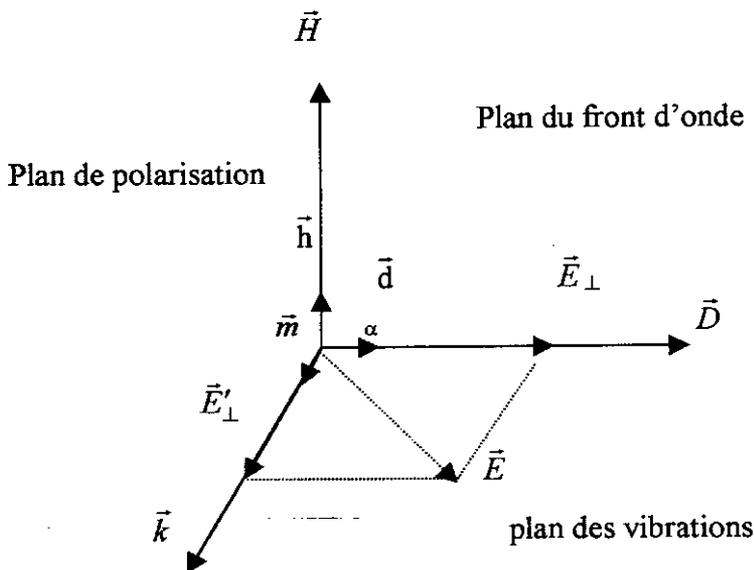
$$(4.26) \Rightarrow \vec{k} \wedge \vec{H} = -\frac{\omega}{c} \vec{D} \qquad \vec{k} \wedge \vec{E} = \frac{\omega}{c} \mu \vec{H} \qquad (4.28)$$

$$(4.27) \Rightarrow \vec{k} \vec{D} = 0 \qquad \vec{k} \vec{H} = 0 \qquad (4.29)$$

Les équations (4.29) montrent que  $\vec{D}$  et  $\vec{H}$  sont perpendiculaires au vecteur d'onde  $\vec{k}$ .  $\vec{D}$  et  $\vec{H}$  se situent dans le plan du front d'onde : c'est à quoi aboutit la transversalité des ondes électromagnétiques dans des milieux anisotropes.

Soit le repère de la figure suivante :

(dans un milieu anisotrope,  $\vec{E}$  et  $\vec{D}$  ont des directions différentes, sauf quand  $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z$ ).



On multiplie (4.28) par  $\frac{c}{\omega}$  :

$$\frac{c\vec{k}}{\omega} \wedge \vec{H} = -\vec{D} \qquad \frac{c\vec{k}}{\omega} \wedge \vec{E} = \mu \vec{H} \ , \qquad \text{avec } \vec{k} = \frac{\omega}{v_p} \vec{m}$$

L'indice de réfraction  $n = \frac{c}{v_p} \Rightarrow c = nv_p$ , d'où :

$$n\vec{m} \wedge \vec{H} = -\vec{D} \quad (4.30)$$

$$n\vec{m} \wedge \vec{E} = \mu\vec{H} \quad (4.31)$$

En remplaçant  $\vec{H}$  de (4.31) dans (4.30), on aura :

$$n\vec{m} \wedge (n\vec{m} \wedge \vec{E}) = -\mu\vec{D}$$

$$n^2\vec{m} \wedge (\vec{m} \wedge \vec{E}) = -\mu\vec{D}$$

$$\vec{m} \wedge (\vec{m} \wedge \vec{E}) = -\frac{\mu}{n^2}\vec{D}$$

Soit  $\vec{E} = E_{\perp}\vec{d} + E'_{\perp}\vec{m}$  , donc :

$$\begin{aligned} \vec{m} \wedge (\vec{m} \wedge \vec{E}) &= \vec{m} \wedge [\vec{m} \wedge (E_{\perp}\vec{d} + E'_{\perp}\vec{m})] \\ &= \vec{m} \wedge [\vec{m} \wedge E_{\perp}\vec{d} + \vec{m} \wedge E'_{\perp}\vec{m}] \\ &= \vec{m} \wedge [E_{\perp}\vec{h}] \\ &= -E_{\perp}\vec{d} = -[\vec{E} - E'_{\perp}\vec{m}] = -[\vec{E} - \vec{m}\vec{m}\vec{E}] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{\mu\vec{D}}{n^2} = [\vec{E} - \vec{m}(\vec{m}\vec{E})] \quad (4.32).$$

La formule (4.32) est la conséquence des équations de Maxwell uniquement, et donc indépendante des propriétés du milieu.

On va combiner cette équation avec celles du matériau (4.21).

$$(4.21) \text{ dans } (4.32) \Rightarrow \mu\epsilon_k E_k = n^2 [E_k - m_k (\vec{E}\vec{m})] \quad (4.33), \quad k = x, y, z.$$

L'équation (4.33) représentant trois équations linéaires homogènes en  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$ , peut être satisfaite par des valeurs non nulles de ces composantes, seulement si le déterminant associé s'annule. Cela implique qu'une certaine relation doit être satisfaite par l'indice de réfraction  $n$ , le vecteur direction  $\vec{m}$  ( $m_x$ ,  $m_y$ ,  $m_z$ ) et les constantes diélectriques principales  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$ ,  $\epsilon_z$ .

Cette relation peut être dérivée en écrivant (4.33) sous la forme :

$$E_k = \frac{n^2 m_k (\vec{E}\vec{m})}{n^2 - \mu\epsilon_k} \quad (4.34) , \quad \text{qu'on multiplie par } m_k :$$

$$E_x . m_x = \frac{n^2 m_x^2 (\vec{E} . \vec{m})}{n^2 - \mu \epsilon_x}$$

$$E_y . m_y = \frac{n^2 m_y^2 (\vec{E} . \vec{m})}{n^2 - \mu \epsilon_y}$$

$$E_z . m_z = \frac{n^2 m_z^2 (\vec{E} . \vec{m})}{n^2 - \mu \epsilon_z}$$

On fait la somme de ces trois équations :

$$E_x . m_x + E_y . m_y + E_z . m_z = n^2 (\vec{E} . \vec{m}) \left[ \frac{m_x^2}{n^2 - \mu \epsilon_x} + \frac{m_y^2}{n^2 - \mu \epsilon_y} + \frac{m_z^2}{n^2 - \mu \epsilon_z} \right].$$

$$\text{Or, } \vec{E} . \vec{m} = E_x . m_x + E_y . m_y + E_z . m_z \Rightarrow \frac{m_x^2}{n^2 - \mu \epsilon_x} + \frac{m_y^2}{n^2 - \mu \epsilon_y} + \frac{m_z^2}{n^2 - \mu \epsilon_z} = \frac{1}{n^2} \quad (4.35).$$

Cette formule peut être réécrite en une forme légèrement différente, en la multipliant par  $n^2$ ,

$$\text{avec le fait que :} \quad m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 = 1 \quad (4.36) .$$

$$(4.35) \times n^2 - (4.36) \Rightarrow$$

$$m_x^2 \left[ \frac{\mu \epsilon_x}{n^2 - \mu \epsilon_x} \right] + m_y^2 \left[ \frac{\mu \epsilon_y}{n^2 - \mu \epsilon_y} \right] + m_z^2 \left[ \frac{\mu \epsilon_z}{n^2 - \mu \epsilon_z} \right] = 0$$

on aura finalement :

$$\frac{m_x^2}{\frac{n^2}{\mu \epsilon_x} - 1} + \frac{m_y^2}{\frac{n^2}{\mu \epsilon_y} - 1} + \frac{m_z^2}{\frac{n^2}{\mu \epsilon_z} - 1} = 0 \quad (4.37).$$

$$\text{Comme } n^2 = \left( \frac{c}{v_p} \right)^2 ; \frac{n^2}{\mu \epsilon_i} = \frac{n^2}{n_i^2} = \frac{\epsilon}{\epsilon_i} = \left( \frac{v_i}{v_p} \right)^2, \quad i = x, y, z .$$

On définit alors les trois vitesses principales de propagation :

$$v_x = \frac{c}{\sqrt{\mu \epsilon_x}}, \quad v_y = \frac{c}{\sqrt{\mu \epsilon_y}}, \quad v_z = \frac{c}{\sqrt{\mu \epsilon_z}}, \text{ la vitesse de phase étant } v_p = \frac{c}{n}.$$

$$(c = v_i n_i = v_p n. \quad i = x, y, z).$$

Les équations (4.34) et (4.37) prennent la forme suivante :

$$E_k = \frac{\frac{c^2}{v_p^2} . m_k (\vec{E} . \vec{m})}{\frac{c^2}{v_p^2} - \mu \epsilon_k} = \frac{v_k^2}{v_k^2 - v_p^2} . m_k (\vec{E} . \vec{m}) \quad (4.38), \quad (k = x, y, z).$$

$$(4.34) \Rightarrow \frac{m_x^2}{v_p^2 - v_x^2} + \frac{m_y^2}{v_p^2 - v_y^2} + \frac{m_z^2}{v_p^2 - v_z^2} = 0 \quad (4.39).$$

Les équations (4.35), (4.37) et (4.39) sont des formes équivalentes de l'équation de Fresnel de l'onde. C'est une équation quadratique en  $v_p^2$ , car :

$$(4.39) \Rightarrow (v_p^2 - v_y^2)(v_p^2 - v_z^2)m_x^2 + (v_p^2 - v_x^2)(v_p^2 - v_z^2)m_y^2 + (v_p^2 - v_x^2)(v_p^2 - v_y^2)m_z^2 = 0.$$

Donc, à chaque direction  $m$ , correspond deux vitesses de phase  $v_p$  (les deux vitesses  $\pm v_p$  correspondant à une valeur quelconque  $v_p^2$  sont comptées comme une seule, car elles sont de sens opposé seulement).

Avec chaque valeur de  $v_p$ , l'équation (4.38) peut alors être résolue par rapport à  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ .

### **Résultat :**

La structure d'un milieu anisotrope permet la propagation de deux ondes planes monochromatiques, avec des polarisations linéaires différentes et deux vitesses différentes dans une direction donnée.

### **4.5- Conclusion :**

La propagation de la lumière dans les cristaux s'effectue comme suit :

Un déphasage est introduit par le cristal, et à chaque faisceau incident sur la surface du cristal avec un angle d'incidence spécifique (angle de Bragg), correspondent deux faisceaux réfractés (deux vitesses de phase), dont l'un ressort avec un angle de diffraction correspondant à celui de Bragg. La nature de ces faisceaux sera établie lors de l'étude du phénomène acousto-optique. Le fait d'avoir deux faisceaux réfractés, conduit au phénomène connu sous le nom de biréfringence (double réfraction).

## CHAPITRE 5

### L'effet acousto-optique

#### Introduction:

Le phénomène acousto-optique est une interaction entre une onde acoustique et une onde optique.

L'effet acousto-optique se traduit par un changement dans l'indice de réfraction du cristal, en résultat à la contrainte induite par l'onde acoustique. Ce changement d'indice de réfraction explique les caractéristiques des signaux produits lors de ce phénomène.

Le but du chapitre est de comprendre le fonctionnement des cellules acousto-optiques (cellules de Bragg), que nous allons utiliser pour la conception du système de façonnage de faisceau (S.F2).

#### 5.1-Variation de l'indice de réfraction du cristal sous l'influence d'une onde élastique :

Soit un cristal cubique non déformé, traversé par une onde lumineuse ; si on se réfère aux axes diélectriques principaux, l'ellipsoïde de l'onde a pour équation :

$$\frac{x^2}{\epsilon_x} + \frac{y^2}{\epsilon_y} + \frac{z^2}{\epsilon_z} = 1 \quad (5.1)$$

En appliquant une déformation (onde élastique) dont les composantes sont  $P_{xx}, P_{yy}, \dots$ ,

Cet ellipsoïde se transforme en une autre qui peut être de la forme :

$$a_{xx}x^2 + a_{yy}y^2 + a_{zz}z^2 + a_{yz}yz + a_{zx}zx + a_{xy}xy = 1 \quad (5.2)$$

On suppose que les changements dans les composantes du tenseur diélectrique sont linéairement liés aux six composantes de déformation, et donc aussi aux six composantes de contraintes.

Par notre supposition, chaque coefficient  $a_{ki}$  de (5.2) diffère des coefficients correspondants de (5.1) par une fonction linéaire des composantes  $P_{ij}$ . On aura donc les six relations :

$$\begin{aligned}
a_{xx} - \frac{1}{\varepsilon_x} &= q_{11}P_{xx} + q_{12}P_{yy} + q_{13}P_{zz} + q_{14}P_{yz} + q_{15}P_{zx} + q_{16}P_{xy} \\
a_{yy} - \frac{1}{\varepsilon_y} &= q_{21}P_{xx} + q_{22}P_{yy} + q_{23}P_{zz} + q_{24}P_{yz} + q_{25}P_{zx} + q_{26}P_{xy} \\
a_{zz} - \frac{1}{\varepsilon_z} &= q_{31}P_{xx} + q_{32}P_{yy} + q_{33}P_{zz} + q_{34}P_{yz} + q_{35}P_{zx} + q_{36}P_{xy} \\
a_{yz} &= q_{41}P_{xx} + q_{42}P_{yy} + q_{43}P_{zz} + q_{44}P_{yz} + q_{45}P_{zx} + q_{46}P_{xy} \\
a_{zx} &= q_{51}P_{xx} + q_{52}P_{yy} + q_{53}P_{zz} + q_{54}P_{yz} + q_{55}P_{zx} + q_{56}P_{xy} \\
a_{xy} &= q_{61}P_{xx} + q_{62}P_{yy} + q_{63}P_{zz} + q_{64}P_{yz} + q_{65}P_{zx} + q_{66}P_{xy}
\end{aligned} \tag{5.3}$$

$q_{ij}$  : coefficients d'optico-déformation (élasto-optiques).

Les équations (5.3) prennent une forme plus simple, s'il y a symétrie dans la structure du cristal. Pour les cristaux à système cubique, les trois axes principaux sont équivalents (x, y, z), et des relations s'établissent entre les coefficients élasto-optiques par cause de symétrie :

\* Par rotation de  $120^\circ$  autour de l'axe ternaire passant par l'origine :

$$\begin{aligned}
q_{11} &= q_{22} = q_{33} = q \\
q_{12} &= q_{21} = q_{23} = q_{32} = q_{13} = q_{31} = q_1 \\
q_{44} &= q_{55} = q_{66} = q_2
\end{aligned} \tag{5.4}$$

- On obtient l'annulation des autres coefficients par une rotation de  $120^\circ$  autour d'un autre axe d'ordre 3. (voir l'annexe 1).

Le système d'équation (5.3) est alors réduit au suivant :

$$(5.4) \Rightarrow \begin{pmatrix} a_{xx} - \frac{1}{\varepsilon_x} \\ a_{yy} - \frac{1}{\varepsilon_y} \\ a_{zz} - \frac{1}{\varepsilon_z} \\ a_{yz} \\ a_{zx} \\ a_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q & q_1 & q_1 & 0 & 0 & 0 \\ q_1 & q & q_1 & 0 & 0 & 0 \\ q_1 & q_1 & q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{xx} \\ P_{yy} \\ P_{zz} \\ P_{yz} \\ P_{zx} \\ P_{xy} \end{pmatrix} \tag{5.5}$$

### **Remarques :**

1- Pour les cristaux cubiques, on a :

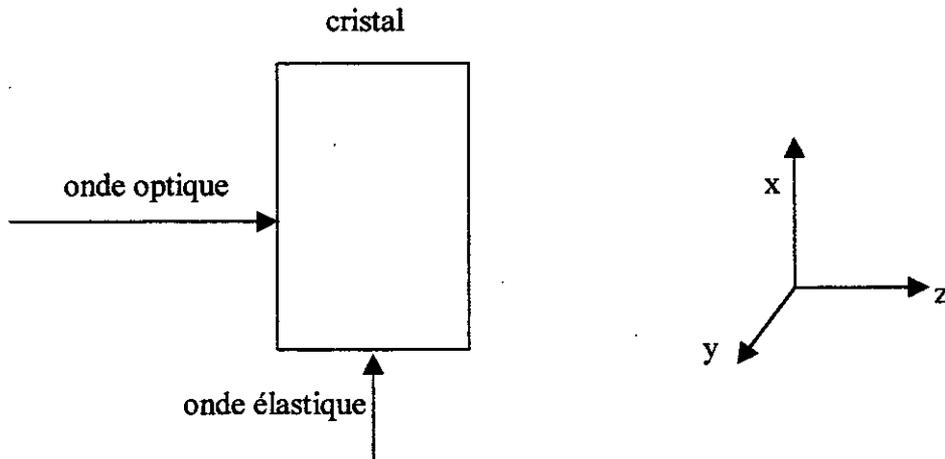
Les trois directions sont équivalentes cristallographiquement, mutuellement orthogonales, elles coïncident évidemment avec les axes diélectriques principaux, et on a :

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \varepsilon$$

(le cristal est optiquement isotrope et équivalent à un corps amorphe).

2- Soit une déformation uni-axiale appliquée parallèlement à un axe cubique (ox), d'après  
La première remarque, on obtient :

$$(6.5) \Rightarrow \begin{cases} a_{xx} - \frac{1}{\varepsilon} = qP_{xx} \\ a_{yy} - \frac{1}{\varepsilon} = q_1 P_{xx} \\ a_{zz} - \frac{1}{\varepsilon} = q_1 P_{xx} \\ a_{yz} = a_{zx} = a_{xy} = 0 \end{cases} \quad (5.6)$$



**Fig.(5.1) :** L'effet acousto-optique dans un cristal.

Pour obtenir la variation de l'indice de réfraction, écrivons :

$$a_{xx} = \frac{1}{n_1^2} \text{ avec } n_1 \text{ proche de } n, \text{ où } n^2 = \varepsilon \text{ (} \mu = 1 \text{)} ; \text{ donc :}$$

$$a_{xx} - \frac{1}{\varepsilon} = \Delta a_{xx} = -\left(\frac{2}{n_1^3}\right) \Delta n_1.$$

Sans commettre d'erreur importante, on peut remplacer  $n_1$  par  $n$ , ce qui donne :

$$(5.6) \Rightarrow \begin{cases} \Delta n_1 = -\frac{1}{2} n^3 \Delta a_{xx} = -\frac{1}{2} n^3 q P_{xx} \\ \Delta n_2 = -\frac{1}{2} n^3 q_1 P_{xx} \\ \Delta n_3 = -\frac{1}{2} n^3 q_1 P_{xx} \end{cases} \quad (5.7)$$

Par définition, la biréfringence (double réfraction) de la lumière est donnée par :

$$\Delta n = n_{\text{par}} - n_{\text{per}} \quad (5.8)$$

$n_{\text{par}}$  : variation de l'indice de réfraction parallèlement à la direction de la contrainte.

$n_{\text{per}}$  : variation de l'indice de réfraction perpendiculairement à la direction de la contrainte.

Si par exemple, la lumière se propage selon oz :

$$(5.7) \text{ et } (5.8) \Rightarrow \Delta n_1 - \Delta n_3 = -\frac{1}{2} n^3 (q - q_1) P_{xx} \quad (5.9)$$

où :

$q - q_1$  : coefficient élasto-optique absolu (qu'on note C).

$P_{xx}$  : déformation causée par une onde élastique S(t).

n : indice de réfraction du cristal.

A partir de l'équation (5.9), on constate que la variation de l'indice de réfraction du cristal est proportionnelle à l'onde élastique qui le pénètre.

Pour une onde élastique  $S(t) = A \cos(Kx - \Omega t)$ , on a :

$$(5.9) \Rightarrow \Delta n = -\frac{1}{2} n^3 C P_{xx} \quad (5.10)$$

où C est très petit (car les coefficients élasto-optiques sont petits).

On peut traduire la variation de  $\Delta n$  en fonction de  $P_{xx}$  comme suit :

$$\Delta n = -n' \cos(Kx - \Omega t) \quad (5.11)$$

où  $n'$  est une constante proportionnelle à  $\frac{1}{2} n^3 C$ .

Donc, une onde élastique S(t) se propageant dans un cristal, cause la variation de son indice de réfraction dont la forme est la suivante :

$$\begin{aligned} n'' &= n \pm \Delta n \\ n'' &= n + n' \cos(Kx - \Omega t) \quad (5.12) \\ \text{avec } n' &\ll n. \end{aligned}$$

De même, la permittivité diélectrique du cristal obéit à une loi analogue :

$$\begin{aligned} \epsilon'' &= \epsilon + \epsilon' \cos(Kx - \Omega t) \quad (5.13) \\ \epsilon' &\ll \epsilon. \end{aligned}$$

## **5.2- Caractéristiques du signal dans un phénomène acousto-optique :**

Dans un cristal (non dispersif) parcouru par une onde ultra sonore progressive, se propageant suivant les  $x > 0$ , la permittivité diélectrique du cristal obéit à la loi (5.13) :

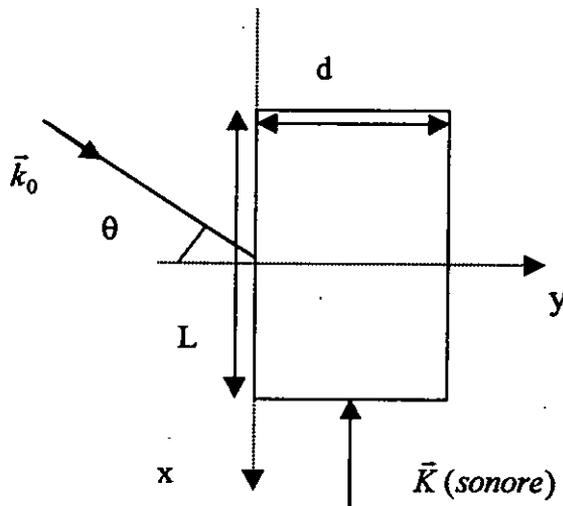
$$\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 \cos(Kx - \Omega t) \quad (5.14)$$

$\Omega$  étant la pulsation de l'onde ultrasonore et  $K$  est le module de son vecteur d'onde, avec  $\varepsilon_2 \ll \varepsilon_1$ .

Le cristal est un parallélépipède rectangle de dimension  $d$ ,  $L$ ,  $z_0$ .

On fait arriver sur le cristal, une onde plane lumineuse dont le champ électrique  $\vec{E}_0$  est parallèle à l'axe  $oz$ , de longueur d'onde  $\lambda$ . Sa pulsation est  $\omega$ , et son vecteur d'onde  $\vec{k}_0$ , repéré dans le système d'axes  $oxyz$ , est tel que  $k_{oz} = 0$ ,  $k_{ox} > 0$ ,  $k_{oy} > 0$ .

L'angle d'incidence  $\theta$  sur la surface du cristal est supposé petit.



**Fig.(5.2) :** Etude de l'effet acousto-optique.

- On montre, par un calcul d'ordre de grandeur, qu'on peut considérer le système des ondes ultrasonores comme stationnaire, c'est à dire figé à un instant donné, vis-à-vis de la propagation de la lumière dans le cristal :

Calculons une valeur approximative du temps de transit  $\tau$  de l'onde lumineuse dans le cristal, en prenant pour vitesse de l'onde, celle de la lumière dans le vide,

$$\tau \approx \frac{d(\text{mm})}{c} \approx \frac{10^{-3}}{3 \cdot 10^8} = 0,33 \cdot 10^{-11} \text{ s.}$$

Pendant ce temps, la phase de l'onde ultrasonore ne varie que de la quantité :

$$\Omega \tau \cong 2 \cdot 10^{-4} \text{ qui reste très petite devant } 2\pi.$$

Nous pouvons donc considérer que le système d'ondes ultrasonores reste pratiquement stationnaire vis-à-vis de la propagation de la lumière dans le cristal, et prendre :

$$(5.14) \Rightarrow \varepsilon(x) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \cos(Kx) \quad (5.15).$$

- Recherche directe des solutions de l'équation de propagation :

L'équation de propagation du champ électrique dans le cristal est donnée par :

$$\Delta \bar{E} = \mu_0 \varepsilon \frac{\delta^2 E}{\delta t^2} = \mu_0 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \cos(Kx)) \frac{\delta^2 E}{\delta t^2} \quad (5.16).$$

On s'intéresse uniquement à des solutions monochromatiques, de pulsation  $\omega$ , polarisées réctilignement suivant oz, qu'on peut écrire comme une superposition d'ondes planes.

Le champ électrique total s'écrit donc :

$$\bar{E} = \sum_i \bar{A}_i \exp(j(\omega t - \bar{k}_i \bar{r})) \quad (5.17)$$

$\bar{r}(x, y, z)$  désigne un point intérieur du cristal,  $\bar{k}_i$  admet pour composantes  $(k_{ix}, k_{iy}, 0)$ ,

$\bar{A}_i$  est un vecteur constant parallèle à oz.

Cherchons une solution de la forme (5.17).

Si l'on désigne par  $\bar{z}$  le vecteur unitaire de l'axe oz, il vient :

$$\bar{E} = E \bar{z} \quad \text{avec} \quad E(x, y) = \sum_i A_i \exp(j(\omega t - k_{ix} x - k_{iy} y))$$

et l'équation de propagation s'écrit, en projection sur l'axe oz :

$$(5.16) \Rightarrow \Delta E = -\varepsilon(x) \mu_0 \omega^2 E(x, y) = -\varepsilon_1 \mu_0 \omega^2 E(x, y) - \varepsilon_2 \mu_0 \omega^2 \cos(Kx) E(x, y) \quad (5.18).$$

On cherche à résoudre l'équation précédente par approximations successives aux différents ordres en  $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$ , avec une solution de la forme :

$$E = E_0 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} E_1 + \dots \quad (5.19).$$

(L'onde incidente s'écrit  $E_0 = A_0 \exp(j(\omega t - \bar{k}_0 \bar{r}))$ ).

Donc, posons :  $E(x, y) = E_0(x, y) + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} E_1(x, y) + \dots$

Il vient en se limitant aux termes d'ordre 0 et 1 en  $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$  (les autres ordres  $\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)^2, \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)^3, \dots$ ,

sont négligeables, puisque  $\varepsilon_2 \ll \varepsilon_1$ , et l'énergie reste concentrée à plus de 90% dans les ordres 0 et 1) :

$$(5.18) \text{ et } (5.19) \Rightarrow \Delta E = \Delta E_0 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \Delta E_1 + \dots$$

$$= -\varepsilon_1 \mu_0 \omega^2 E_0 - \varepsilon_2 \mu_0 \omega^2 \cos(Kx) E_0 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \left( -\varepsilon_1 \mu_0 \omega^2 E_1 - \varepsilon_2 \mu_0 \omega^2 \cos(Kx) E_1 \right)$$

0 (2<sup>nd</sup> ordre)

$$\Delta E = -\varepsilon_1 \mu_0 \omega^2 \left[ E_0 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} (E_0 \cos(Kx) + E_1) + \dots \right] \quad (5.20).$$

(a)- Identifions les termes d'ordre zéro:

$$(5.20) \Rightarrow \Delta E_0 = -\varepsilon_1 \mu_0 \omega^2 E_0.$$

Donc, l'onde plane monochromatique incidente :

$$E_0 = A_0 \exp(j(\omega t - \vec{k}_0 \cdot \vec{r})) \quad (5.21)$$

en est solution si :  $k_0^2 = \varepsilon_1 \mu_0 \omega^2$  (5.22).

(b)- Identifions les termes d'ordre 1 :

L'équation vérifiée par  $E_1$  obtenue, en négligeant les termes en  $\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)^2$ , et en

remplaçant  $E_0$  par l'expression précédente :

$$(5.20) \Rightarrow \Delta E_1 = -\varepsilon_1 \mu_0 \omega^2 (E_0 \cos(Kx) + E_1). \quad (5.23).$$

En remplaçant  $E_0$  par (5.21), on aura :

$$\Delta E_1 = -\varepsilon_1 \mu_0 \omega^2 \left[ A_0 \exp(j(\omega t - k_{0x}x - k_{0y}y)) \cos(Kx) + E_1 \right] \quad (5.24).$$

Sachant que :

$$\cos(Kx) = \frac{\exp(jKx) + \exp(-jKx)}{2}, \text{ il vient :}$$

$$(5.24) \Rightarrow \Delta E_1 + \varepsilon_1 \mu_0 \omega^2 E_1 = -\varepsilon_1 \mu_0 \omega^2 \frac{A_0}{2} \exp[j(\omega t - (k_{0x} + K)x - k_{0y}y)] - \varepsilon_1 \mu_0 \omega^2 \frac{A_0}{2} \exp[j(\omega t - (k_{0x} - K)x - k_{0y}y)] \quad (5.25).$$

C'est une équation aux dérivées partielles vérifiée par  $E_1(x, y)$ .

©- Cherchons une solution particulière de l'équation différentielle (5.25) sous la forme :

$$E_{11} = A^+ \exp(j(\omega t - \vec{k}^+ \cdot \vec{r})) + A^- \exp(j(\omega t - \vec{k}^- \cdot \vec{r})) \quad (5.26).$$

**Remarque :**

$A^+ \exp(j(\omega t - \bar{k}^+ \cdot \bar{r}))$  est relatif au faisceau diffracté quand l'angle de Bragg est positif, même chose pour  $A^- \exp(j(\omega t - \bar{k}^- \cdot \bar{r}))$  quand l'angle de Bragg est négatif, car la solution doit comprendre les deux cas (voir 4.2.2.2 de la propagation des ondes lumineuses dans les cristaux).

$$(5.22) \text{ et } (5.23) \Rightarrow \Delta E_{11} = -(k^+)^2 A^+ \exp(j(\omega t - \bar{k}^+ \cdot \bar{r})) - (\bar{k}^-)^2 A^- \exp(j(\omega t - \bar{k}^- \cdot \bar{r})) \quad (5.27)$$

(car on a :  $\Delta E_{11} + k^2 E_{11} = 0 \Rightarrow \Delta E_{11} = -k^2 E_{11}$  ).

En remplaçant (5.26) dans (5.25), en tenant compte de (5.27) :

$$\begin{aligned} & [\varepsilon_1 \mu_0 \omega^2 - (k^+)^2] A^+ \exp(j(\omega t - \bar{k}^+ \cdot \bar{r})) + [\varepsilon_1 \mu_0 \omega^2 - (\bar{k}^-)^2] A^- \exp(j(\omega t - \bar{k}^- \cdot \bar{r})) \\ & = -\varepsilon_1 \mu_0 \omega^2 \frac{A_0}{2} \exp(j[\omega t - (k_{0x} + K)x - k_{0y}y]) - \varepsilon_1 \mu_0 \omega^2 \frac{A_0}{2} \exp(j[\omega t - (k_{0x} - K)x - k_{0y}y]) \end{aligned} \quad (5.28)$$

Cette relation devant être vérifiée quels que soient x, y et t, il suffit d'identifier les termes deux à deux, d'où :

$$\bar{k}^+ \cdot \bar{r} = (k_{0x} + K)x + k_{0y}y \quad \bar{k}^- \cdot \bar{r} = (k_{0x} - K)x + k_{0y}y \quad (5.29)$$

(vecteurs d'ondes diffractées).

$$\begin{aligned} A^+ &= \frac{A_0}{2} \frac{\varepsilon_1 \mu_0 \omega^2}{(k^+)^2 - \varepsilon_1 \mu_0 \omega^2} = \frac{A_0}{2} \frac{k_0^2}{(k^+)^2 - k_0^2} \\ A^- &= \frac{A_0}{2} \frac{\varepsilon_1 \mu_0 \omega^2}{(\bar{k}^-)^2 - \varepsilon_1 \mu_0 \omega^2} = \frac{A_0}{2} \frac{k_0^2}{(\bar{k}^-)^2 - k_0^2} \end{aligned}$$

(d)- Comme les champs  $E_1$  et  $E_{11}$  sont des solutions particulières de l'équation (5.25), on cherche la solution homogène de l'équation :

$$\Delta E_{12} + \varepsilon_1 \mu_0 \omega^2 E_{12} = 0 \Rightarrow E_{12} = \sum_m a_m \exp(j(\omega t - \bar{k}_m \cdot \bar{r})) \quad (5.30)$$

avec  $k_m^2 = \varepsilon_1 \mu_0 \omega^2 = k_0^2$ .

Finalement, la solution générale de l'équation (5.25) est :

$$E_1 = A^+ \exp(j(\omega t - \bar{k}^+ \cdot \bar{r})) + A^- \exp(j(\omega t - \bar{k}^- \cdot \bar{r})) + \sum_m a_m \exp(j(\omega t - \bar{k}_m \cdot \bar{r})) \quad (5.31)$$

et le champ total dans le cristal s'écrit :

$$E = E_0 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} E_1 = A_0 \exp(j(\omega t - \vec{k}_0 \cdot \vec{r})) + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} E_1 \quad (5.32).$$

- On cherche à former la solution du problème qui satisfait aux conditions de propagation imposées :

Propagation vers les  $y > 0$ , et  $E_1 = 0$  pour  $y = 0$ , c'est à dire sur la face d'entrée du cristal. (Tant que le faisceau ne pénètre pas le cristal,  $E_1$  n'existe pas).

### **Remarque :**

On doit imposer  $E_1(y = 0) = 0$  car, le champ électrique, qui est tangent à la surface de séparation  $y = 0$ , doit être continu à la traversée de celle-ci. En particulier, il doit y avoir identité des phases des champs incident  $E_0$  et transmis ( $E_0 + (\varepsilon_2 / \varepsilon_1)E_1$ ), quel que soit le point de la surface de séparation.

Cette condition est réalisée pour le terme  $E_0$  (qui a le même vecteur d'onde que l'onde incidente), mais ne l'est pas pour le terme  $E_1$ . Aussi faut-il prendre  $E_1(y = 0) = 0$ .

- Explicitons le champ  $E_1$  en  $y = 0$  :

$$E_1(x, 0) = \left( A^+ \exp(-jk_x^+ x) + A^- \exp(-jk_x^- x) + \sum_m a_m \exp(-jk_{mx} x) \right) \exp(j\omega t).$$

Celui-ci sera nul quel que soit  $x$ , si l'on prend :

$$a_m = 0 \quad \text{pour} \quad k_{mx} \neq k_x^+ \text{ et } k_x^-.$$

$$a_m^+ = -A^+ \quad \text{pour} \quad k_{mx} = k_x^+.$$

$$a_m^- = -A^- \quad \text{pour} \quad k_{mx} = k_x^-.$$

(Toutes les amplitudes  $a_m$  sont nulles à l'exception de deux d'entre elles).

Le champ  $E_1$  s'écrit finalement sous la forme :

$$E_1(x, y) = B^+(y) \cdot \exp(j(\omega t - k_x^+ x)) + B^-(y) \cdot \exp(j(\omega t - k_x^- x)) \quad (5.33)$$

avec :

$$B^+(y) = \frac{A_0}{2} \frac{k_0^2}{(k^+)^2 - k_0^2} \left( \exp(-jk_y^+ y) - \exp(-jk_{my}^+ y) \right) \quad (5.34)$$

$$B^-(y) = \frac{A_0}{2} \frac{k_0^2}{(k^-)^2 - k_0^2} \left( \exp(-jk_y^- y) - \exp(-jk_{my}^- y) \right) \quad (5.35)$$

et :

$$\bar{k}^+ \begin{cases} k_x^+ = k_{0x} + K \\ k_y^+ = k_{0y} \\ 0 \end{cases} \quad \bar{k}^- \begin{cases} k_x^- = k_{0x} - K \\ k_y^- = k_{0y} \\ 0 \end{cases}$$

$$\bar{k}_m^+ \begin{cases} k_{mx}^+ = k_x^+ \\ k_{my}^+ = \sqrt{k_0^2 - (k_x^+)^2} > 0 \\ 0 \end{cases} \quad \bar{k}_m^- \begin{cases} k_{mx}^- = k_x^- \\ k_{my}^- = \sqrt{k_0^2 - (k_x^-)^2} > 0 \\ 0 \end{cases}$$

- On va considérer maintenant l'incidence particulière  $\theta_B$  définie par :

$$\sin(\theta_B) = \frac{\lambda}{2\Lambda} = \frac{K}{2k_0} \quad (\text{relation de Bragg}).$$

$\lambda$  : longueur d'onde lumineuse,

$\Lambda$  : longueur d'onde sonore,

et considérons successivement les termes  $B^-(y)$  et  $B^+(y)$ .

(a)- Calcul de  $B^-(y)$  :

Plaçons-nous à une incidence  $\theta$  voisine de  $\theta_B$  et posons :

$$\theta = \theta_B + \varepsilon \quad , \quad (\varepsilon \ll \theta_B).$$

Déterminons les composantes des vecteurs d'onde  $\bar{k}_0, \bar{k}^-, \bar{k}_m^-$  (pour  $\theta_B$  petit) :

$$\bar{k}_0 \begin{cases} k_{0x} = k_0 \sin(\theta_B + \varepsilon) \approx k_0 [\sin(\theta_B) + \varepsilon \cos(\theta_B)] \\ k_{0y} = k_0 \cos(\theta_B + \varepsilon) \approx k_0 [\cos(\theta_B) - \varepsilon \sin(\theta_B)] \\ 0 \end{cases}$$

$$\bar{k}^- \begin{cases} k_x^- = k_{0x} - K \approx k_0 [\sin(\theta_B) + \varepsilon \cos(\theta_B)] - 2k_0 \sin(\theta_B) = k_0 [-\sin(\theta_B) + \varepsilon \cos(\theta_B)] \\ k_y^- = k_{0y} \approx k_0 [\cos(\theta_B) - \varepsilon \sin(\theta_B)] \\ 0 \end{cases}$$

$$\bar{k}_m^- \begin{cases} k_{mx}^- = k_x^- \approx k_0 [-\sin(\theta_B) + \varepsilon \cos(\theta_B)] \\ k_{my}^- = \sqrt{k_0^2 - (k_x^-)^2} \approx k_0 [\cos(\theta_B) + \varepsilon \sin(\theta_B)] \\ 0 \end{cases}$$

Nous en déduisons  $B^-(y)$  dans (5.35) :

$$B^-(y) = \frac{A_0}{2} \frac{k_0^2}{(k^-)^2 - k_0^2} \left( \exp(-jk_y^- y) - \exp(-jk_{my}^- y) \right)$$

$$\approx \frac{A_0}{2} \frac{1}{-4\varepsilon \cos(\theta_B) \sin(\theta_B)} \exp[-jk_0 \cos(\theta_B) y] \left( \exp[jk_0 \varepsilon \sin(\theta_B) y] - \exp[-jk_0 \varepsilon \sin(\theta_B) y] \right)$$

d'où :

$$B^-(y) \approx -\frac{A_0}{4} \frac{jk_0 y}{\cos(\theta_B)} \exp[-jk_0 \cos(\theta_B) y]$$

$$B^-(y) = \frac{A_0}{4} \frac{k_0 y}{\cos(\theta_B)} \exp\left(-j \left[ k_0 \cos(\theta_B) y + \frac{\pi}{2} \right]\right)$$

Nous constatons ainsi que l'amplitude  $B^-(y)$  est proportionnelle à l'épaisseur  $y$  du cristal traversé.

(b)- Calcul de  $B^+(y)$  :

A l'incidence  $\theta_B$ , les composantes des vecteurs d'onde  $\vec{k}^+$  et  $\vec{k}_m^+$  sont :

$$\vec{k}^+ \begin{cases} k_x^+ = k_{0x} + K \approx k_0 \sin(\theta_B) + 2.k_0 \sin(\theta_B) = 3k_0 \sin(\theta_B) \\ k_y^+ = k_{0y} \approx k_0 \cos(\theta_B) \\ 0 \end{cases}$$

$$\vec{k}_m^+ \begin{cases} k_{mx}^+ = k_x^+ \approx 3k_0 \sin(\theta_B) \\ k_{my}^+ = \sqrt{k_0^2 - (k_x^+)^2} \approx k_0 \sqrt{1 - 9 \sin^2(\theta_B)} \quad , \quad \left( \sin(\theta_B) = \frac{\lambda}{2\Lambda} \ll \frac{1}{9} \right) \\ 0 \end{cases}$$

D'où, nous déduisons  $B^+(y)$  :

$$B^+(y) = \frac{A_0}{2} \frac{k_0^2}{(k^+)^2 - (k_0)^2} \left( \exp(-jk_y^+ y) - \exp(-jk_{my}^+ y) \right)$$

$$= \frac{A_0}{2} \frac{1}{8 \sin^2(\theta_B)} \left( \exp[-jk_0 \cos(\theta_B) y] - \exp\left[-jk_0 \sqrt{1 - 9 \sin^2(\theta_B)} y\right] \right)^2$$

que l'on peut encore écrire :

$$B^+(y) = \frac{A_0}{16 \sin^2(\theta_B)} \left( 1 - \exp\left( jk_0 y \left[ \cos(\theta_B) - \sqrt{1 - 9 \sin^2(\theta_B)} \right] \right) \right) \exp[-jk_0 \cos(\theta_B) y]$$

Le module des exponentielles étant égal à l'unité,  $B^+(y)$  est majoré par  $\frac{A_0}{8 \sin^2(\theta_B)}$ .

©- On va estimer l'ordre de grandeur du rapport  $\frac{|B^+|}{|B^-|}$  pour un cristal d'épaisseur  $d = 1\text{ mm}$ .

### Remarque :

Dans l'application numérique suivante, nous ferons un calcul plus précis, en tenant compte du module du coefficient  $\left(1 - \exp\left(jk_0 y \left[\cos(\theta_B) - \sqrt{1 - 9 \sin^2(\theta_B)}\right]\right)\right)$ .

$$\frac{|B^+|}{|B^-|} = \frac{A_0}{16 \sin^2(\theta_B)} \frac{4 \cos(\theta_B)}{A_0 k_0 d} \left|1 - \exp\left(jk_0 d \left[\cos(\theta_B) - \sqrt{1 - 9 \sin^2(\theta_B)}\right]\right)\right|.$$

On prend :  $\Omega$  (sonore) =  $6 \cdot 10^7$  rad/s ,

$V$  (phase) = 1100 m/s ,

$\lambda$  (optique) = 0,5  $\mu\text{m}$  ,

$d = 1$  mm.

Pour  $\sin(\theta_B) = \frac{\lambda}{2\Lambda} = 2,17 \cdot 10^{-3}$  ,  $\cos(\theta_B) \approx 1$ , on a :

- $\frac{A_0}{16 \sin^2(\theta_B)} \frac{4 \cos(\theta_B)}{A_0 k_0 d} \approx \frac{\Lambda^2}{2\pi d \lambda} = 4,22$ .
- $\left|1 - \exp\left(jk_0 d \left[\cos(\theta_B) - \sqrt{1 - 9 \sin^2(\theta_B)}\right]\right)\right| \approx 0,24$  ;

d'où :

$$\frac{|B^+|}{|B^-|} \approx 1 \quad , \quad |B^+| \text{ et } |B^-| \text{ sont du même ordre de grandeur.}$$

### Conclusion :

Nous constatons que la lumière diffusée par le cristal soumis à une onde ultrasonore, est composée de trois ondes :

- L'une, la plus intense, correspond au faisceau incident qui traverse le cristal sans déviation.
- Deux autres, beaucoup plus faibles (leur amplitude étant proportionnelle à  $\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$ ), sont

diffusées dans deux directions pratiquement symétriques par rapport à l'onde incidente.

- L'onde  $\frac{A_0 k_0 y}{4 \cos(\theta_B)} \exp\left(-j\left[-k_x^- \sin(\theta_B)x + k_0 \cos(\theta_B)y + \frac{\pi}{2}\right]\right)$  est diffusée dans la direction du vecteur  $\vec{k}^-$  défini par  $2\Lambda \sin(\theta_B) = \lambda$ . Cette relation constitue la loi de Bragg :

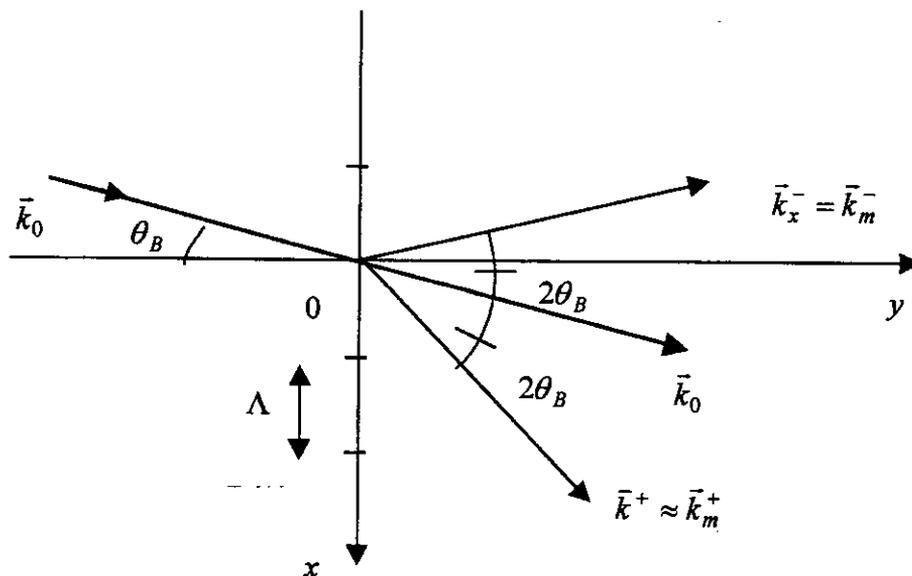
L'onde incidente s'est réfléchiée sur une famille de plans parallèles au plan  $oyz$  et distants de  $\Lambda$  (comme les rayons  $x$  qui se réfléchissent sur les plans réticulaires d'un cristal).

- Dans la mesure où  $\theta_B$  est petit, on peut confondre les directions de  $\vec{k}^+$  et de  $\vec{k}_m^+$ , et l'onde :

$$\frac{A_0}{16 \sin^2(\theta_B)} \left(1 - \exp\left(jk_0 y \left[\cos(\theta_B) - \sqrt{1 - 9 \sin^2(\theta_B)}\right]\right)\right) \exp(-j[3k_0 \sin(\theta_B)x + k_0 \cos(\theta_B)y])$$

est pratiquement diffusée dans une direction symétrique de l'onde précédente, par rapport à la direction incidente.

- Les amplitudes des deux ondes diffusées sont ici sensiblement identiques. Il est possible, en augmentant l'épaisseur du cristal par exemple, d'augmenter l'amplitude de l'une des deux ondes.



**Fig.(5.3) :** Les directions des faisceaux obtenus dans un phénomène A.O.

### **5-3- La cellule de Bragg (cellule acousto-optique) :**

Une cellule de Bragg est constituée d'un cristal, muni d'un transducteur piézo-électrique d'entrée. Le transducteur transforme le signal RF d'entrée en une onde acoustique, et l'envoie

à l'intérieur du cristal. Ce transducteur est constitué d'un matériau piézo-électrique, en sandwich entre deux couches métalliques. La couche métallique de base ne sert pas uniquement comme électrode, mais aussi comme agent liant les matériaux piézo-électrique et acousto-optique (cristal) de part et d'autre. La couche métallique du sommet sert comme électrode, et sa longueur et sa largeur dimensionnent la colonne du son.

Un film mince d'oxyde de zinc (zno) ou une plaquette de niobate de lithium ( $\text{LiNbO}_3$ ), sont utilisés comme matières piézo-électriques pour les transducteurs des cellules de Bragg.

Le plus grand coefficient de couplage et une plus grande largeur de bande fractionnelle sont obtenus avec le  $\text{LiNbO}_3$ , d'où son emploi en tant que transducteur.

Le champ électrique (signal RF) appliqué à travers la matière piézo-électrique, va générer une vibration mécanique qui, par l'effet de couplage, pénètre le cristal.

Pour favoriser le transfert de l'énergie dans le dispositif acousto-optique, la source du signal RF d'entrée est adaptée au dipôle constitué par les deux conducteurs. L'impédance d'entrée du transducteur est plutôt basse, un circuit électrique est utilisé pour adapter l'impédance du dispositif acousto-optique à celle de la source ( $50\Omega$ ).

L'adaptation de l'impédance  $Z_S$  de la source à celle de la cellule  $Z_{BC}$  a lieu quand

$Z_{BC} = Z_S^*$ . Autrement, une partie de l'énergie de la source est réfléchiée par le dispositif acousto-optique, créant ainsi des ondes stationnaires.

Un circuit d'adaptation d'impédance typique est montré par la figure (5.4). Ici, des éléments résistifs, inductifs et capacitifs sont placés en série et en parallèle.

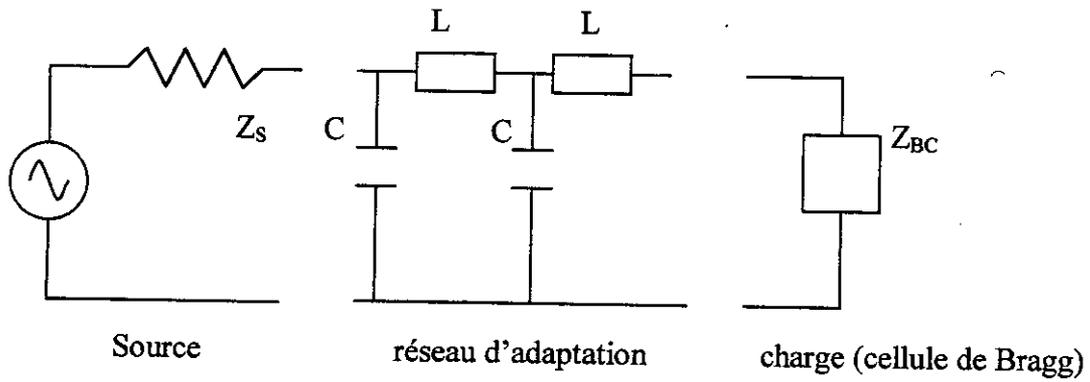
Aux fréquences basses ( $< 400$  MHz), ces éléments sont souvent des composants discrets .

Aux hautes fréquences, les impédances parasites limitent le rendement et la largeur de bande de l'élément discret. Des techniques de ligne de transmission microruban sont utilisées aux HF, pour atteindre une adaptation effective d'impédance.

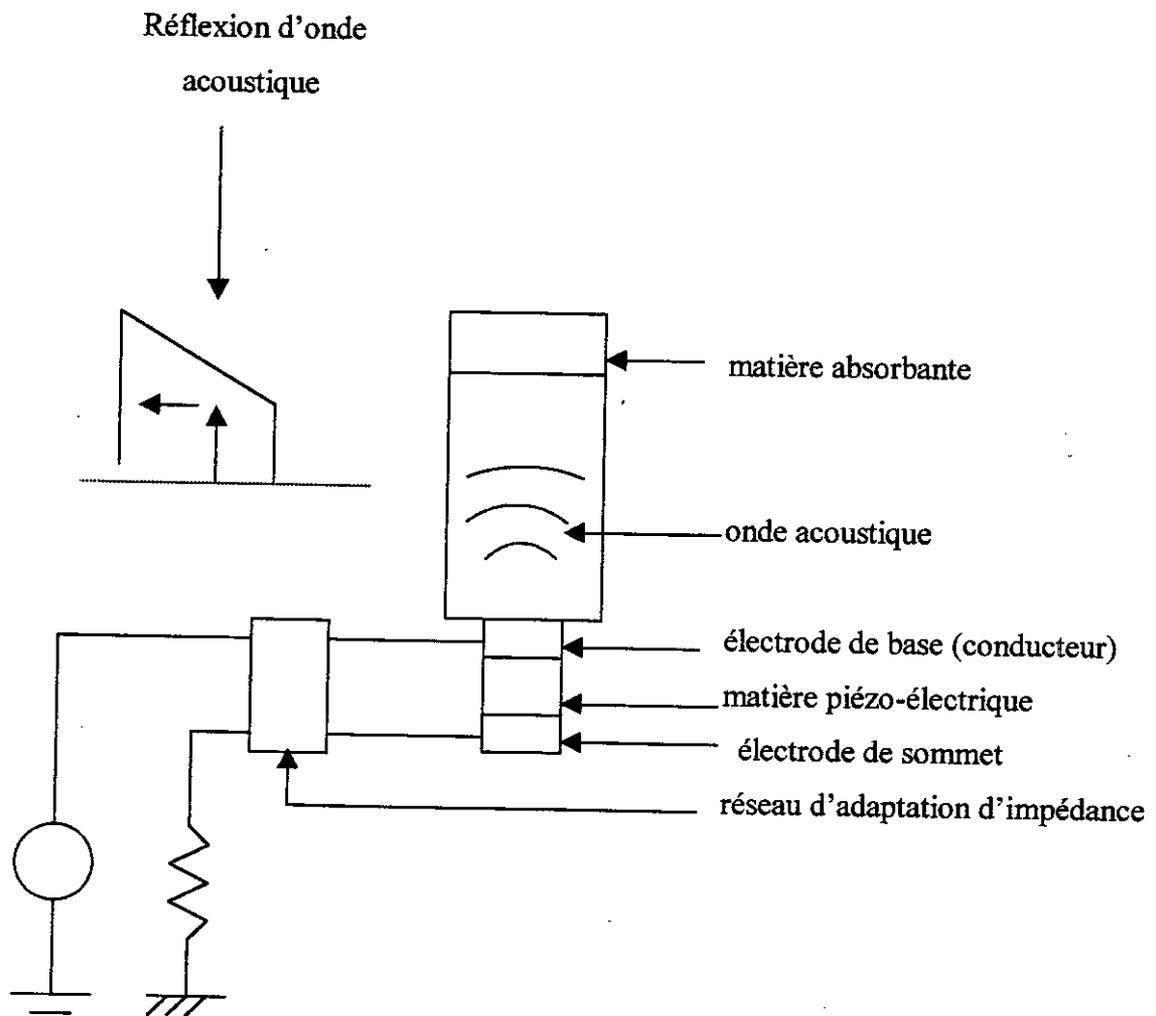
Sur la face opposée du cristal, il y a une matière absorbante qui empêche la réflexion de l'onde acoustique vers le transducteur. Cette fonction peut être accomplie en coupant ce côté de la cellule (lors de la fabrication), sous un angle telle que l'onde acoustique réfléchiée se propage dans une direction différente de celle du transducteur.

A cause de la suppression des ondes acoustiques réfléchiées, on voit que les cellules de Bragg sont à ondes progressives plutôt que stationnaires, pour le traitement optique du signal.

Une cellule de Bragg avec un réseau d'adaptation d'impédance est montrée dans la figure (5.5).



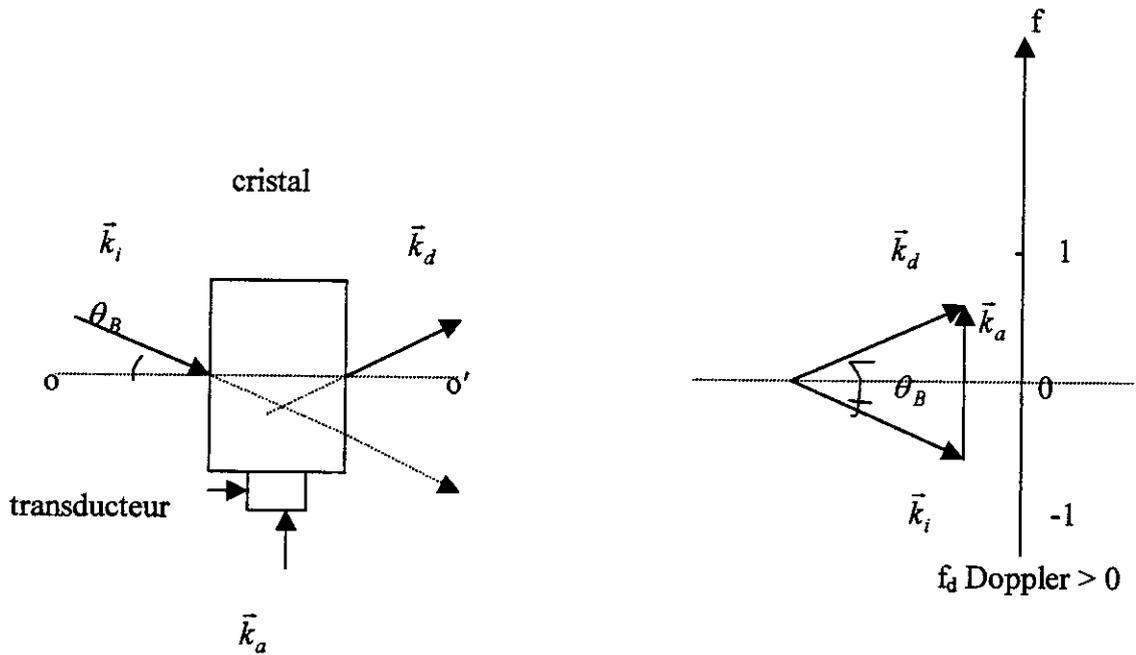
**Fig.(5.4) :** réseau d'adaptation d'impédance.



**Fig.(5.5) :** Cellule de Bragg avec un réseau d'adaptation d'impédance.

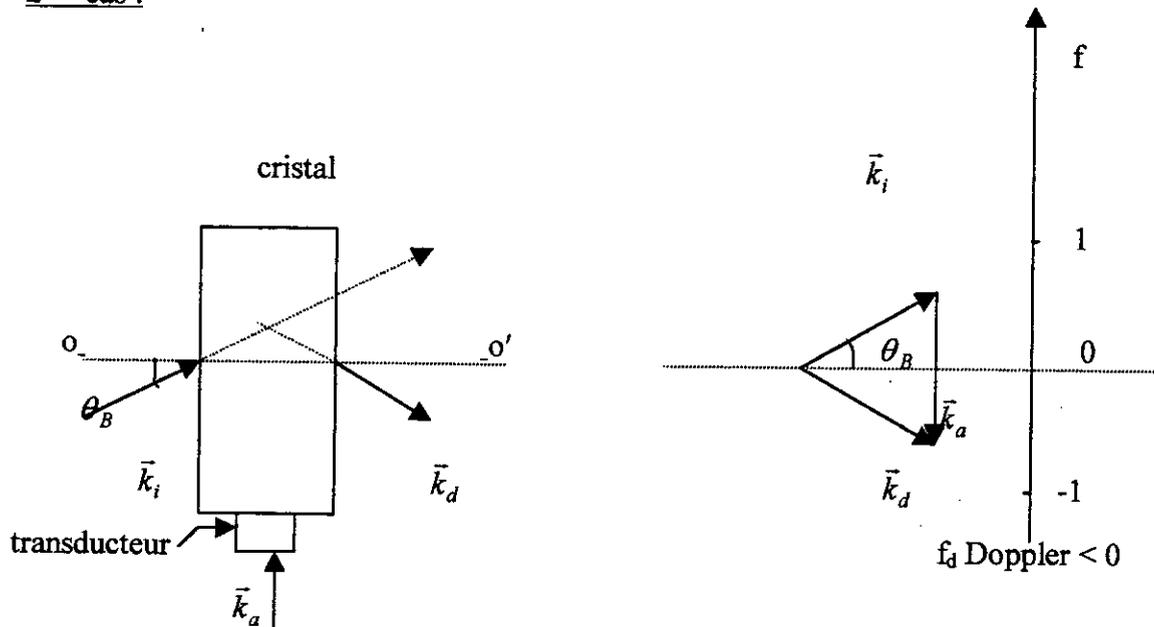
Et à partir de l'étude faite sur la diffraction des rayons x par les plans réticulaires du cristal, on peut conclure que la cellule de Bragg peut fonctionner en diffraction modale.

1<sup>er</sup> cas :



-(a)-

2<sup>ème</sup> cas :



-(b)-

$\vec{k}_i$  : vecteur d'onde incidente.

$\vec{k}_d$  : vecteur d'onde diffractée.

$\vec{k}_a$  : vecteur d'onde acoustique.

**Fig.(5.6)** : (a)- Diffraction sous un angle de Bragg positif.

(b)- Diffraction sous un angle de Bragg négatif.

En prenant comme origine de fréquences spatiales l'axe (oo'), on va réaliser dans le premier cas un décalage positif de fréquence (fréquence doppler > 0).

Dans le deuxième cas, c'est un décalage négatif de fréquence.

Si on considère par exemple le premier cas, on a :

$$\vec{k}_d = \vec{k}_a + \vec{k}_i.$$

Cette équation constitue le principe d'une interaction non linéaire entre une onde acoustique et une onde optique, selon le principe de conservation d'énergie :

Soit  $\hbar\omega_i$  l'énergie du photon, et  $\hbar\omega_a$  l'énergie du phonon ( $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ),

$$\hbar\omega_i + \hbar\omega_a = \hbar\omega_d \Rightarrow \vec{k}_i + \vec{k}_a = \vec{k}_d, \text{ (on retrouve l'équation précédente).}$$

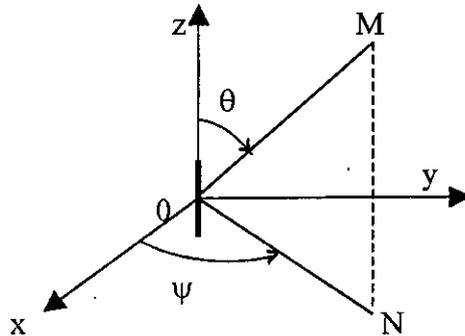
Puisque la longueur d'onde du faisceau optique incident est typiquement 400 à 1000 nm, tandis que celle de l'onde acoustique varie entre 1000 et 10000 nm, donc l'amplitude de  $\vec{k}_d$  est approximativement égale à celle de  $\vec{k}_i$ .

## CHAPITRE 6

### Réseau phasé à balayage électronique (RPBE)

#### 6.1- Principe du RPBE [34] :

##### 6.1.1- Le doublet de longueur dl :



La fonction caractéristique de rayonnement du doublet isolé est donnée par :

$$g_i(\theta) = \frac{\pi dl}{\lambda} \sin(\theta), \text{ puisque :}$$

$$|E(\theta)| = 60 \frac{I}{r} |g_i(\theta)|.$$

Il y a une symétrie de révolution relativement à l'azimut  $\psi$  (toutes les directions  $\psi$  sont équivalentes).

##### 6.1.2- L'antenne rectiligne (A.R.) :

a) L'A.R isolée :

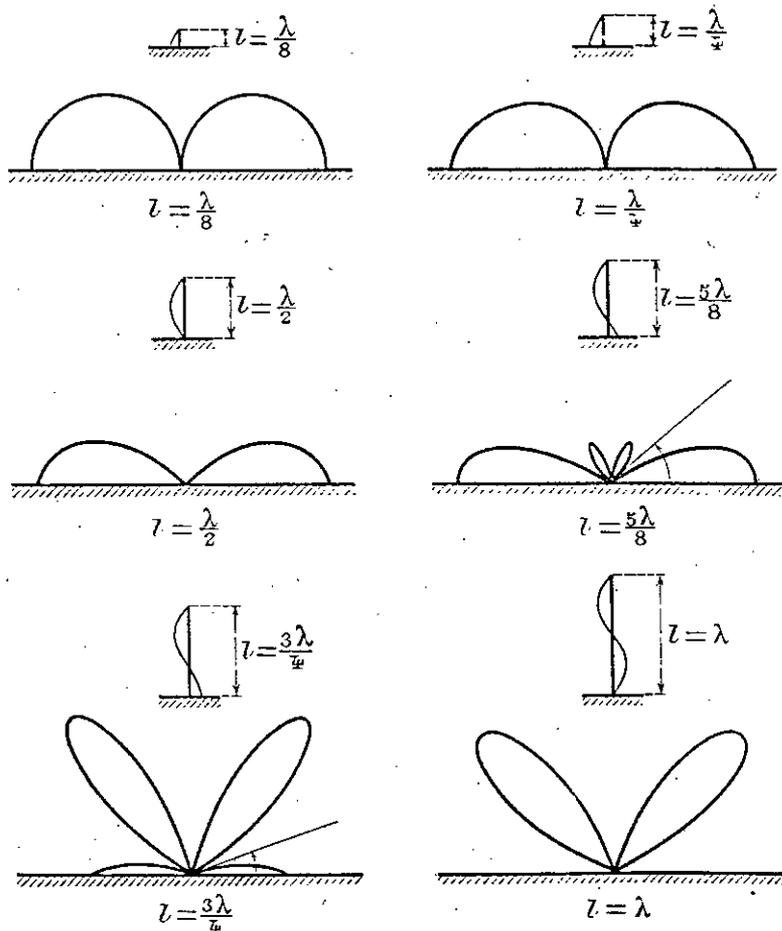
a-1- Verticale (perpendiculaire au sol), de longueur l :

La fonction caractéristique de L'A.R isolée est :

$$g_i(\theta) = \begin{cases} \frac{\cos\left[\left(2m+1\right)\frac{\pi}{2}\cos\theta\right]}{\sin\theta} & \text{si } l = (2m+1)\frac{\lambda}{2}. \\ \frac{\sin\left[\left(2m\frac{\pi}{2}\right)\cos\theta\right]}{\sin\theta} & \text{si } l = m\lambda. \end{cases}$$

Pour l'A.R avec centre placé à la distance  $h = \frac{l}{2} + d$  du sol, compte tenu de l'effet du sol, la caractéristique de rayonnement de l'A.R. isolée est :

$$g(\theta) = g_i(\theta) * 2 \begin{cases} \cos[\beta h \cos\theta] & \text{si } l = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \\ \sin[\beta h \cos\theta] & \text{si } l = m\lambda \end{cases}, \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

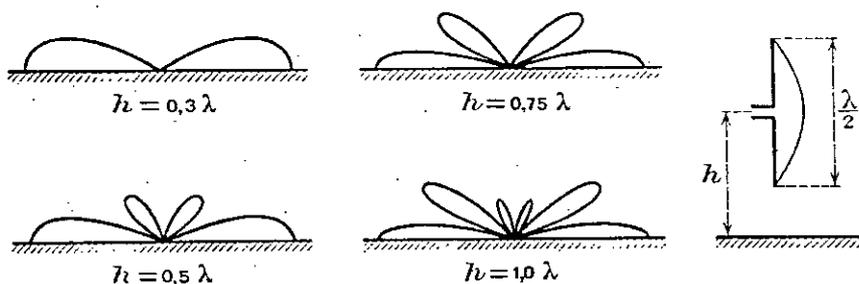


**Figure 6.1 :** effet de  $l$  croissant de  $\lambda/8$  à  $\lambda$  sur le diagramme de rayonnement (D.R.) dans un plan vertical d'une antenne à  $h = \frac{l}{2}, d = 0$ . [34].

a-2- L'A.R. isolée, symétrique, verticale, de longueur  $2l$  :

$$\text{On a : } g_i(\theta) = \begin{cases} \frac{\cos\left[(2m+1)\frac{\pi}{2}\cos\theta\right]}{\sin\theta} & \text{si } l = (2m+1)\frac{\lambda}{4} \\ \frac{\cos[(2m+1)\pi\cos\theta] + 1}{\sin\theta} & \text{si } l = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \end{cases}$$

et  $g(\theta) = g_i(\theta)2\cos[\beta h\cos\theta]$  en tenant compte du sol.

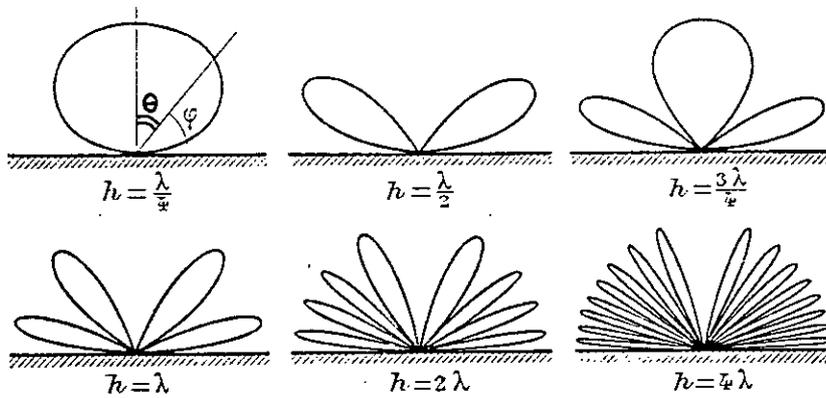


**Figure 6.2 :** Effet de  $h/\lambda$  croissant de 0.3 à 1 sur le D.R. d'une antenne demi-onde perpendiculaire au sol conducteur dans un plan méridien contenant l'antenne. [34].

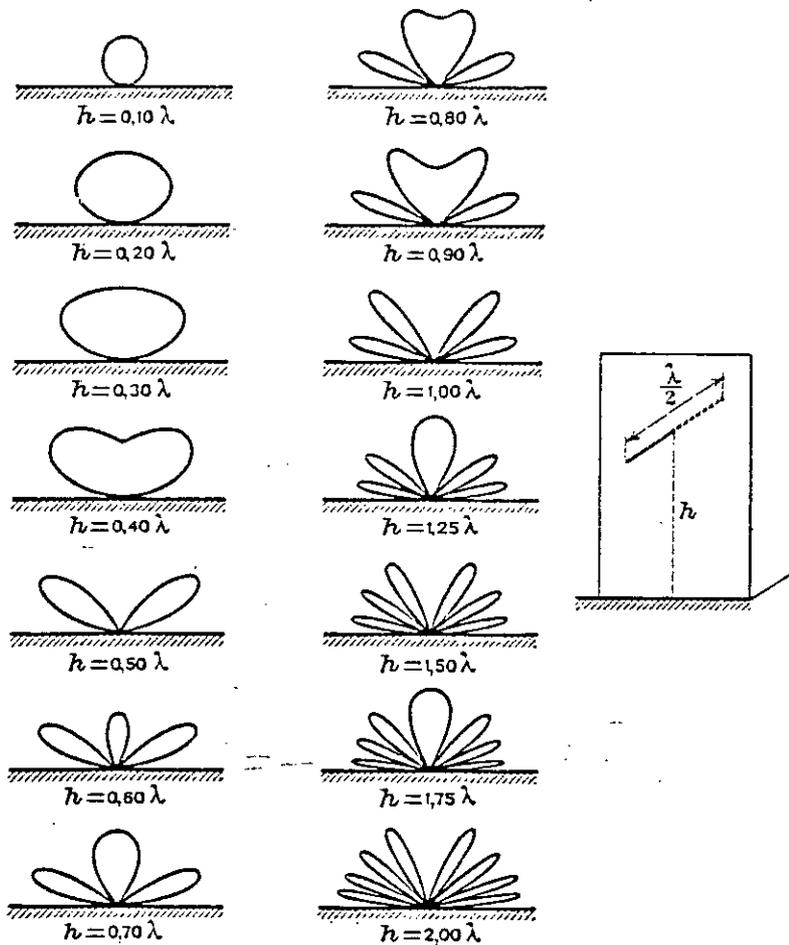
a-3- L'A.R. isolée, horizontale (parallèle au sol) de longueur  $l$ , à distance  $h$  du sol :

On a ici :  $g(\theta) = g_i(\theta) 2 \sin[\beta h \cos \theta]$

$g(\theta) = 0$  pour  $h = 0$  (antenne au sol).



**Figure 6.3 :** Effet de  $h/\lambda$  croissant de 0.25 à 4 sur le diagramme du facteur  $2\sin(\beta h \cos \theta)$ . [34].



**Figure 6.4 :** Effet de  $h/\lambda$  croissant de 0.10 à 2 sur le D.R. d'une antenne demi-onde parallèle au sol conducteur dans un plan vertical perpendiculaire à l'axe de l'antenne. [34].

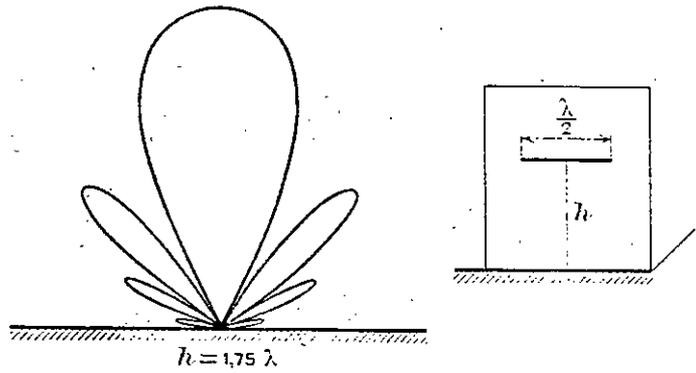
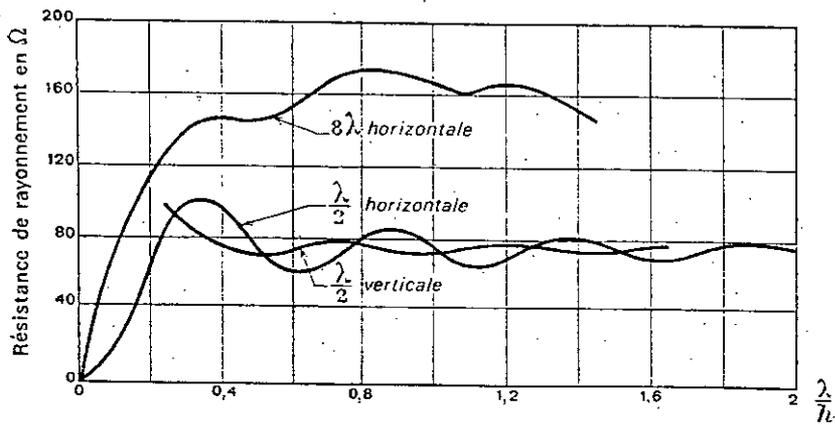


Diagramme de rayonnement d'une antenne demi-onde parallèle au sol conducteur dans un plan vertical qui comprend l'axe de l'antenne



Hauteur du centre de l'antenne, en longueurs d'onde, au-dessus du sol (antenne fonctionnant en ondes stationnaires et de longueur  $\frac{\lambda}{2}$  et  $8\lambda$ )

**Figure 6.5** [34].

b) L'alignement uniforme d'A.R. verticales :

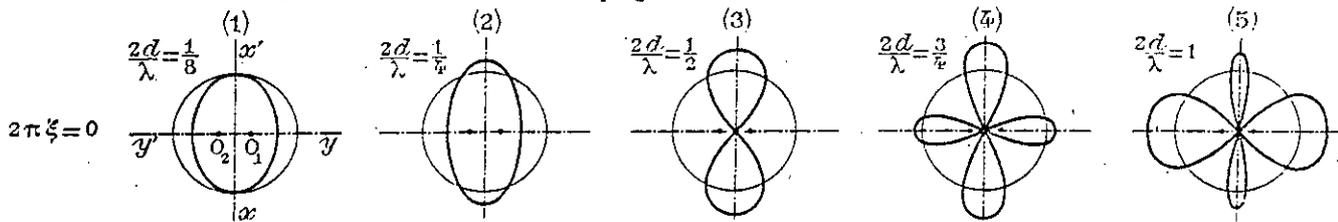
La fonction caractéristique de rayonnement (F.C.R.) du groupement de deux antennes verticales distantes de  $2d$  est déphasée de  $2\pi\xi$  est :

$$f_{2v}(\theta, \psi) = 2 \cos(\beta d \cos \psi \sin \theta + \pi \xi), \quad \text{avec } \beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

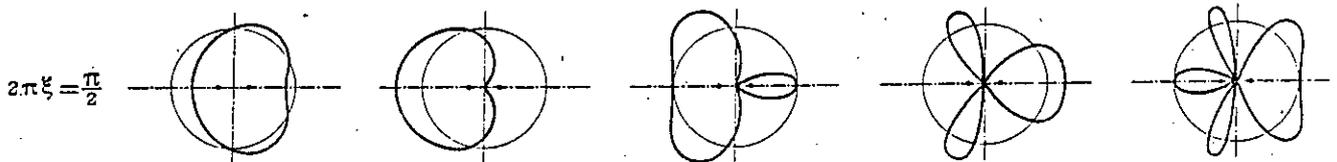
soit  $s = 2\beta d \cos \psi \sin \theta + 2\pi \xi$ , il vient :  $f_{2v}(\theta, \psi) = 2 \cos(s/2)$ .

$2\pi\xi$  représente l'avance de phase du courant de  $O_1$  par rapport à celui de  $O_2$ .

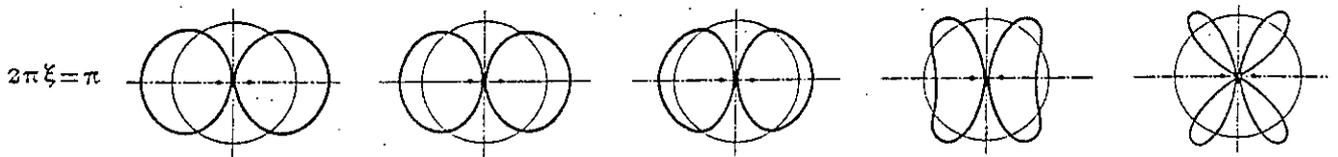
( $O_1$  et  $O_2$  : centres respectifs des deux A.R.,  $\overline{O_1O_2} = 2d$ ).



Les deux antennes sont en phase. Pour  $2d < (\lambda/4)$ , le D.R. s'écarte peu du cercle; ensuite, des folioles apparaissent; le rayonnement est bidirectionnel pour  $2d = \lambda/2$ .



Les deux antennes sont en quadrature. Pour  $2d = \lambda/4$ , le champ s'annule sur  $Oy$  et il est doublé suivant  $Oy'$ . Le rayonnement est unidirectionnel. L'antenne  $O_2$  est appelée directeur et  $O_1$  réflecteur.



Les deux antennes sont en opposition de phase. Dans tous les cas, le champ est nul suivant  $x'x$ . Pour  $2d/\lambda$  très petit, le D.R. est en double cercle. L'extinction précise, qui correspond aux deux zéros, est utilisée en radiogoniométrie.

**Figure 6.6 :** D.R. du groupement de deux doublets verticaux dans le plan horizontal, [34].

(On a représenté sur le même diagramme le cercle diagramme du doublet de même puissance).

Pour un alignement de  $n$  antennes (1.D) il vient : 
$$f_{nv}(\theta, \psi) = \frac{\sin\left(n\frac{s}{2}\right)}{\sin\left(\frac{s}{2}\right)}$$

$s = 0$  donne  $f_{nv}(\theta, \psi)$  maximale =  $n$ .

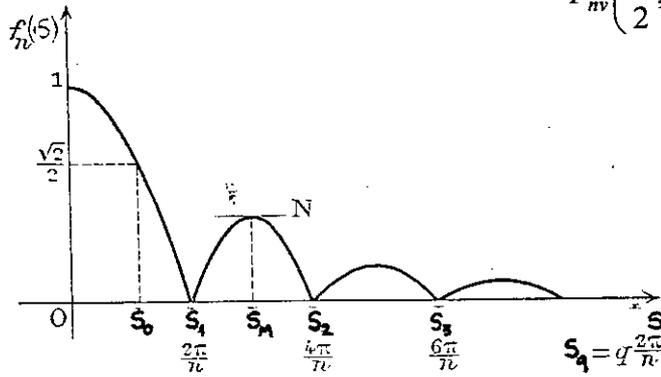
Le D.R. de l'alignement aura donc toujours un lobe principal de grande amplitude et des lobes secondaires :  $F_{nv}(\theta, \psi) = g(\theta) \cdot f_{nv}(\theta, \psi)$

Pour un déphasage nul  $2\pi\xi = 0$ , on a  $\frac{s}{2} = \beta d \sin \theta \cos \psi$  et

$$F_{nv}(\theta, \psi) = g(\theta) \frac{\sin(\beta nd \sin \theta \cos \psi)}{\sin(\beta d \sin \theta \cos \psi)}$$
 qui donne 
$$F_{nv}\left(\theta, \frac{\pi}{2}\right) = g(\theta) \cdot n$$

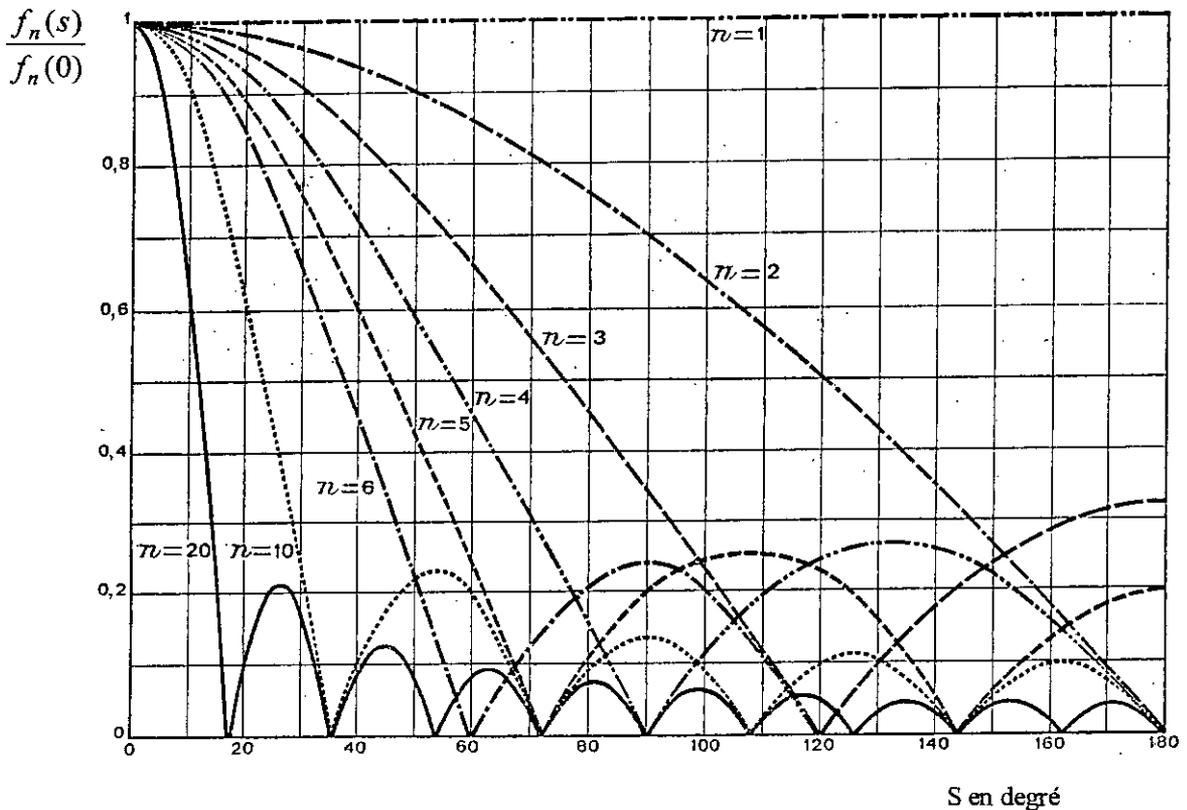
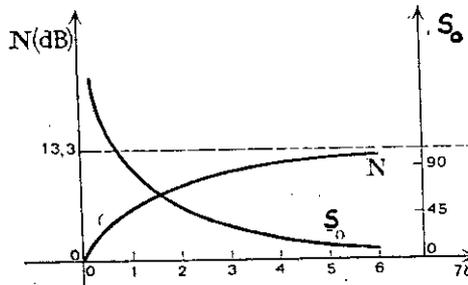
De plus 
$$F_{nv}\left(\frac{\pi}{2}, \psi\right) = g\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \frac{\sin(\beta nd \cos \psi)}{\sin(\beta d \cos \psi)}$$

La F.C.R. normalisée (ou réduite) est : 
$$\tilde{F}_{nv}\left(\frac{\pi}{2}, \psi\right) = \frac{F_{nv}\left(\frac{\pi}{2}, \psi\right)}{F_{nv}\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{1}{n} \left| \frac{\sin\left(n\frac{s}{2}\right)}{\sin\left(\frac{s}{2}\right)} \right|$$



**Figure 6.7 :** Diagramme de la F.C.R. normalisée. [34].

n	S <sub>0</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>M</sub>	N(dB)
2	90,0°	180°	-	-
3	55,9°	120°	180,0°	9,5
4	41,0°	90°	131,8°	11,5
5	32,4°	72°	104,4°	12,0
6	27,0°	60°	85,6°	12,4
10	16,0°	36°	51,6°	13,0
20	8,0°	18°	25,8°	13,2



**Figure 6.8 :** l'augmentation de n réduit la largeur du faisceau au prix d'une multiplication des lobes secondaires [34].





Influence de la longueur  $2L$  du réseau pour un écartement  $2d = \frac{\lambda}{4}$

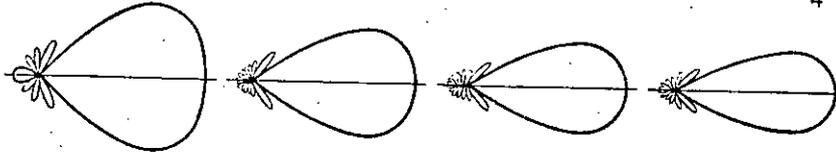


Diagramme de rayonnement dans le plan horizontal

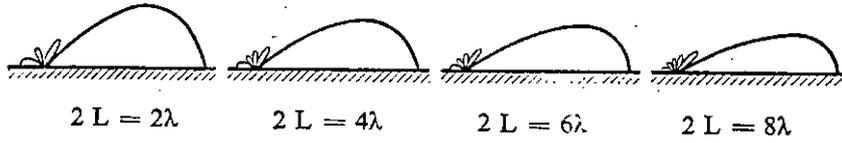


Diagramme de rayonnement dans le plan vertical

Influence de l'écartement  $2d$  pour une longueur du réseau  $2L = 3\lambda$

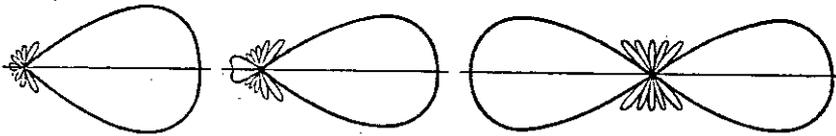


Diagramme de rayonnement dans le plan horizontal

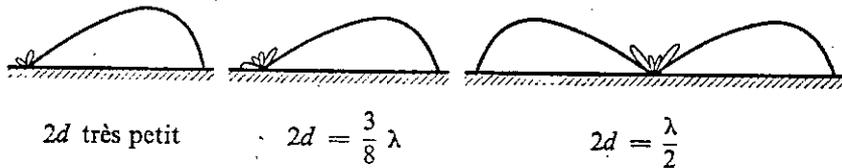


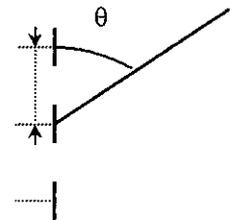
Diagramme de rayonnement dans le plan vertical  
(réseau isolé du sol)

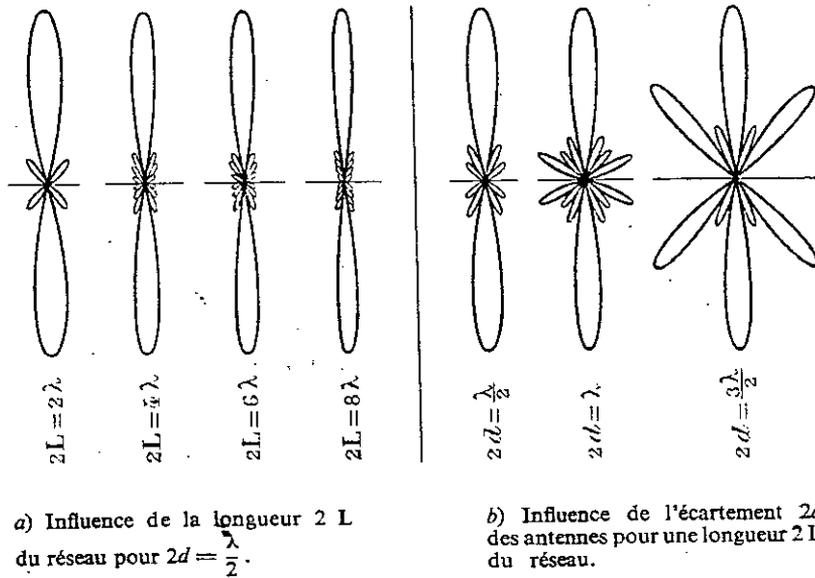
**Figure 6.12 :** Réseau d'antennes  $\lambda/2$  à rayonnement longitudinal  $2\pi\xi = 2\beta d$ . [34].

d) L'alignement colinéaire d'A.R. - Réseau de Franklin-Marconi :

L'axe de l'alignement est donc de révolution est  $F_n(\theta, \psi) = \frac{\sin\left(n\frac{s}{2}\right)}{\sin\left(\frac{s}{2}\right)}$ , d

avec :  $s = 2\beta d \cos\theta + 2\pi\xi$ .





**Figure 6.13 :** D.R. d'un réseau colinéaire dans un plan contenant la direction de l'alignement [34].

e) Le centre de phase de l'alignement :

Si l'alignement d'A.R. est suivant la direction oy, l'élément central de celui-ci se trouverait donc à  $y_0 = \frac{(n-1)}{2}(2d)$ .

Le centre géométrique  $y_0$  de l'alignement représente le centre de phase de l'alignement.

f) Rideau d'antennes :

Si l'alignement 1D a comme fonction caractéristique  $F_n(\theta, \psi) = \frac{\sin\left(\frac{n s}{2}\right)}{\sin\left(\frac{s}{2}\right)}$  avec

$s = 2\beta d_y \cos \psi \sin \theta + 2\pi \xi_y$ . L'alignement de ceux ci suivant ox donnera :

$$F_{n,m}(\theta; \psi) = F_n(\theta, \psi) \cdot \frac{\sin\left(\frac{m s'}{2}\right)}{\sin\left(\frac{s'}{2}\right)} \text{ avec } s' = 2\beta d_x \cos \psi' \sin \theta + 2\pi \xi_x, \text{ où } \psi + \psi' = \frac{\pi}{2}$$

et  $s' = 2\beta d_x \sin \psi \sin \theta + 2\pi \xi_x$ .

**6-1-3 Alimentation non uniforme d'antenne réseau phasé [34] :**

Le réseau phasé uniforme accroît la directivité sans réduire au delà de 13,3 db les lobes secondaires. Cet aléa peut être évité par une alimentation non uniforme.

a) Répartition binomiale des amplitudes du courant d'alimentation :

L'espacement entre deux groupes d'A.R. doit rester inférieur à  $\lambda/2$ , si l'on veut éliminer les lobes secondaires.

Dans une alimentation binomiale d'un alignement de  $(n+1)$  éléments, le coefficient de l'antenne de rang  $r$  est :  $C_n^r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ , où la première antenne a pour rang  $r = 0$ .

La répartition binomiale de John Stone Stone élimine les lobes secondaires, malheureusement au prix d'une diminution de la directivité. De plus pour  $n$  grand,  $C_n^r$  pourrait donner des courants trop inégaux qui compliqueraient la réalisation pratique.

b) Répartition de Dolph-Tchebychev :

Pour éviter ces deux inconvénients, on peut chercher une distribution offrant un compromis entre les niveaux des lobes secondaires et la largeur du lobe principal; tel qu'une distribution suivant les polynômes de Tchebychev qui donne les champs :

Pour  $n$  impair :  $E = 2 \sum_{j=0}^{\frac{(n-1)}{2}} A_j T_{2j}(x)$ , avec  $\cos \frac{s}{2} = x$ ,

$T_k(x) = \cos(k \frac{s}{2})$  : polynôme de Tchebychev

et  $s = 2\beta d \cos\psi \sin\theta$  en prenant  $\xi = 0$ .

Pour  $n$  pair :  $E = 2 \sum_{j=0}^{\frac{(n-2)}{2}} A_j T_{2j+1}(x)$ .

Selon Dolph – Tchebychev, une telle distribution maximise le rapport :

$R = (\text{Amplitude maximale du lobe principal}) / (\text{amplitude maximale du 1}^{\text{er}} \text{ lobe secondaire})$ , tout en maximisant la directivité.

R.C. Hansen ([43], 1998) détaille au chapitre 3 sur la façon d'opérer pour infléchir les lobes secondaires tout en augmentant la directivité. Le P.F.E. ([44], 1988) donne également des indications intéressantes à ce sujet.

**6-1-4- L'antenne plaque micro-ruban (A.P.M.) [35] :**

Pour pouvoir disposer de gain élevé, le R.P.B.E. d'A.P.M. doit être structuré à cet effet que les éléments composants soient identiques ou distincts, distribués uniformément ou non dans un espace linéaire 2D ou même 3D (volumique).

a) L'A.P.M. isolé :

a-1) Le dipôle I dx placé sur un substrat d'épaisseur h, de permittivité  $\epsilon_r$  :

La F.C.R. de l'A.P.M. est :  $g_\theta(\theta, \psi) = e^{jk_0 h \cos\theta} \frac{[\cos\theta + U]}{1 + jV}$  avec :

$T = \sqrt{\epsilon_r - \sin^2\theta}$  ;  $h < \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$ .

$U(\theta) = \frac{(\epsilon_r - 1) \sin^2\theta}{\epsilon_r} \frac{1}{[\cos\theta + jT \tan(k_0 h T)]}$  ; donc  $U(0) \approx 0$ .

$V = \frac{T}{\cos\theta} \cot g(k_0 h T)$  et  $g_\psi(\theta, \psi) = \frac{e^{jk_0 h \cos\theta}}{V}$ .

Selon [36] (page 411) on a :

$$E_\theta = -j \left( \frac{z_0}{\lambda_0} \right) \cos \psi \cdot g_\theta(\theta) e^{-j \frac{(k_0 \bar{r})}{r}}$$

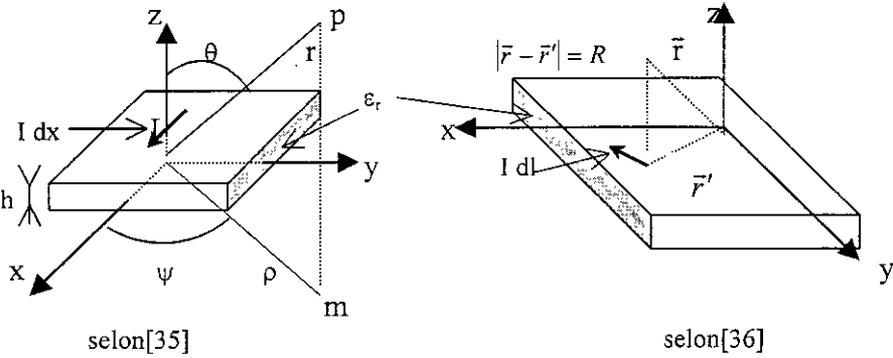
$$E_\psi = j \left( \frac{z_0}{\lambda_0} \right) \sin \psi \cdot g_\psi(\theta) e^{-j \frac{(k_0 \bar{r})}{r}}, \text{ avec } z_0 \cong 120\pi, z > 0.$$

$$E_r = 0, \quad (\text{développement asymptotique}).$$

d'où :

$$g_\theta(\theta) = \frac{T \cos \theta}{[1 - j \epsilon_r \cos \theta \cot g(k_0 h T)]}$$

$$g_\psi(\theta) = \frac{\cos \theta}{[\cos \theta - j T \cot g(k_0 h T)]}$$



pour  $\bar{r}' = 0$  on a  $I dl = I dx$  (suivant  $ox$ ),  $|\bar{r} - \bar{r}'| = R = z$ . La projection  $\bar{m}$  de  $\bar{r}$  sur  $(xoy)$  donne :

$$\psi = (\overline{ox}, \bar{m}) \quad \theta = (\overline{oz}, \bar{r}).$$

**Figure 6.14 :** Système de coordonnées pour dipôle sur substrat selon [35] et [36].

a-2) L'A.P.M. rectangulaire (L, W) [35] :

La F.C.R. de l'A.P.M. rectangulaire de longueur L, de largeur W et d'épaisseur h est :

$$g(\theta, \psi) = \text{sinc} \left( k_0 \frac{h}{2} \sin \theta \cos \psi \right) \text{sinc} \left( k_0 \frac{W}{2} \cos \theta \right) \sin \theta$$

Dans le plan E, ( $\theta = \pi/2$ ) :

$$g \left( \frac{\pi}{2}, \psi \right) = \text{sinc} \left( k_0 \frac{h}{2} \cos \psi \right).$$

Dans le plan H, ( $\psi = \pi/2$ ) :

$$g \left( \theta, \frac{\pi}{2} \right) = \text{sinc} \left( k_0 \frac{W}{2} \cos \theta \right) \sin \theta.$$

Pour les fentes (W, h) espacées de L, on a :

Dans le plan E :

$$g_T \left( \frac{\pi}{2}, \psi \right) = \text{sinc} \left( k_0 \frac{h}{2} \cos \psi \right) \cos \left( k_0 \frac{L}{2} \cos \psi \right).$$

Dans le plan H :

$$g_T \left( \theta, \frac{\pi}{2} \right) = \text{sinc} \left( k_0 \frac{W}{2} \cos \theta \right) \sin \theta.$$

Selon Owens ([36] p.830), l'approximation asymptotique donne :

Dans le plan E :  $g(\theta') = \cos\left(\frac{\pi L}{\lambda_0} \cdot \sin \theta'\right) \quad \psi' = \frac{\pi}{2}$ .

Dans le plan H :  $g(\theta') = \text{sinc}\left(\frac{\pi W}{\lambda_0} \cdot \sin \theta'\right) \cdot \cos \theta' \quad \psi' = 0$ .

Le système de référence de [36] a ses axes ( $o\bar{x}'$  parallèle à  $o\bar{z}$ ;  $o\bar{y}' \parallel o\bar{y}$ ;  $o\bar{z}'$  parallèle à  $o\bar{x}$ ) tournés de  $\frac{\pi}{2}$  par rapport à la direction fixe  $o\bar{y}$ , relativement à ceux de [35].

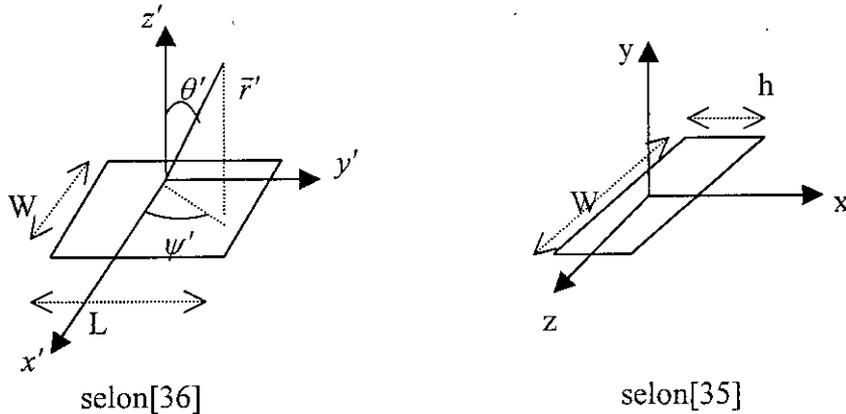
Donc  $\psi' = \frac{\pi}{2} = (o\bar{x}', o\bar{y}') = (o\bar{z}, o\bar{y})$ , il correspond  $\theta = \frac{\pi}{2}$  à  $\theta'$  quelconque. (i.e. on a le plan E).

Pour  $\psi' = 0 = (o\bar{x}', o\bar{x}') = (o\bar{z}, o\bar{z})$ ,  $\bar{\rho}$  et  $\bar{\rho}'$  sont orthogonaux puisque :

$\bar{\rho}' \parallel o\bar{x}' \parallel o\bar{z}$  et  $\bar{\rho} \parallel o\bar{x} \parallel o\bar{z}'$ , donc  $\psi = \frac{\pi}{2}$  et  $\theta$  quelconque. (i.e. on a le plan H).

On remarque que  $\theta' = (o\bar{z}', \bar{r}') = (o\bar{x}, \bar{r}') = \frac{\pi}{2} - \psi$  ;  $\theta' = \frac{\pi}{2} - \theta$  d'où :

$\cos \theta = \sin \theta'$ ;  $\cos \psi = \sin \theta'$ ;  $\sin \theta = \cos \theta'$ . (Les résultats de [35] et [36] concordent donc).



**Figure 6.15 :** Système de coordonnées pour A.P.M. selon [35] et [36].

a-3) L'A.P.M. disque de rayon a, de diélectrique d'épaisseur h et permittivité  $\epsilon_r$  [35]:

Dans le cas d'une source électrique, en mode  $TM_{nm}$  la F.C.R. est :

$$g_\theta(\theta, \psi) = \cos n\psi \cdot [J_{n+1}(k_0 a \sin \theta) - J_{n-1}(k_0 a \sin \theta)]$$

$$g_\psi(\theta, \psi) = \cos \theta \cdot \sin n\psi [J_{n+1}(k_0 a \sin \theta) + J_{n-1}(k_0 a \sin \theta)]$$

Dans le cas d'une source magnétique, les valeurs précédentes seront multipliées par  $F = \text{sinc}(k_0 h \sin \theta)$ . Comme  $k_0 h \ll 1$ , on a  $F \approx 1$ .

b) L'alignement d'A.P.M. (1D) [35]:

Pour des dipôles micro-ruban la F.C.R. de l'aérien (1D) est :

$$F_n(\theta, \psi) = \begin{cases} g_\theta(\theta, \psi) \\ g_\psi(\theta, \psi) \end{cases} \tilde{f}_n(\theta, \psi) \quad \text{avec} \quad \tilde{f}_n(\theta, \psi) = \frac{1}{n} \frac{\sin\left(n \frac{s}{2}\right)}{\sin\left(\frac{s}{2}\right)} \quad \text{et} \quad s = k_0 d (\cos \theta_0 - \cos \theta_m), \quad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

Pour des éléments uniformément séparés ( $z = 0, d, 2d, \dots, (n-1)d$ ),  $\cos\theta_m = -\frac{\beta_m}{mk_0d} = -\frac{\beta_0\lambda_0}{2\pi d}$

avec  $\beta_m = m\beta_0$  et  $m = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$ . En prenant  $s = \pm 2\pi m$ , on a  $s = s_{Max}$ .

$\theta_0$  correspond à  $s = 0$  et donne la direction du lobe principal.

$\theta_m$  correspond à  $s = \pm 2\pi m$ ,  $m = 1, 2, \dots$  et donne les lobes secondaires que l'on peut éliminer en choisissant  $d < \lambda_0$ .

Comme

$$s_0 = k_0d(\cos\theta_0 - \cos\theta_m) = \frac{2\pi m}{n}, \sin\left(n\frac{s_0}{2}\right) = 0, \text{ i.e. } \cos\theta_0 - \cos\theta_m = \frac{m\lambda_0}{nd}, m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Pour  $\theta_m = \frac{\pi}{2}$  le premier zéro apparaît à  $\cos\theta_0 = \frac{\lambda_0}{nd}$  et pour  $\theta_m = 0$ , il apparaît à  $\cos\theta_0 = 1 - \left(\frac{\lambda_0}{nd}\right)$

Le faisceau à 3db (i.e. à mi-puissance) est obtenu pour  $\tilde{f}_n^2(s_1) = 1/2$ , soit :

$s_1 = k_0d(\cos\theta_1 - \cos\theta_m)$ , d'où  $\theta_1$  puis la largeur du faisceau pour un rayonnement latéral :

$\theta_{BL} = 2\left(\frac{\pi}{2} - \theta_1\right)$  et pour un rayonnement longitudinal (i.e. bout de feu)  $\theta_{BF} = 2\theta_1$ .

La localisation des lobes secondaires s'obtient avec  $\frac{d\tilde{f}_n(s)}{ds} = 0$  soit  $n \cdot \text{tang}\left(\frac{s}{2}\right) = \text{tang}\left(n\frac{s}{2}\right)$ .

La directivité maximale est donnée par  $D_{Max} = 41253/(\theta_{BE} \cdot \theta_{BH})$  où  $\theta_{BE}$  et  $\theta_{BH}$  sont les largeurs de faisceau à 3dB (mi - puissance) dans les plans E et H respectivement, exprimées en degrés.

Evidemment, la prise en compte de  $g_{\theta,\psi}(\theta, \psi)$  affecte quelque peu ces minima et maxima, quoique de façon moindre qu'elle n'affecte le gain, le D.R., la directivité, etc.

### c) Le réseau d'A.P.M. (2D) :

#### c-1) Le réseau d'A.P.M. rectangulaire placé dans le plan (xoy) :

Ce réseau a  $(2N_x+1)$  éléments suivant l'axe ox, avec un espacement  $d_x$  et  $(2N_y+1)$  éléments parallèles à l'axe oy, avec un espacement  $d_y$ .

Pour le champ lointain on a :  $E(\theta, \psi) = g(\theta, \psi) \cdot f_{nx}(\theta, \psi) \cdot f_{ny}(\theta, \psi)$ ,

où  $f_{nx} \cdot f_{ny} = f_{nxny}$  est le facteur de l'alignement 2D, et  $g(\theta, \psi)$  la F.C.R. de chaque élément isolé.

$$f_{nx}(\theta, \psi) = \sum_{m=-N_x}^{N_x} I_{m0} e^{js_x m} \quad \text{avec } s_x m = mk_0 d_x \sin\theta \cos\psi + \beta_x$$

$$f_{ny}(\theta, \psi) = \sum_{n=-N_y}^{N_y} I_{n0} e^{js_y n} \quad \text{avec } s_y n = nk_0 d_y \sin\theta \sin\psi + \beta_y$$

et  $I_{mn} = I_{m0} \cdot I_{n0}$  (multiplication des diagrammes)

$$\left(\frac{\beta_x}{k_0 d_x}\right)^2 + \left(\frac{\beta_y}{k_0 d_y}\right)^2 = 1 \quad (\text{éléments uniformément phasés à la fois suivant } ox \text{ et } oy).$$

$$\text{La directivité est : } D = \frac{4\pi |E(\theta_m, \psi_m)|^2}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi |E(\theta, \psi)|^2 \sin \theta d\theta d\psi}$$

La largeur de faisceau, la localisation des lobes et l'évaluation de leur niveau se déterminent comme pour les réseaux linéaires. La procédure peut être étendue à d'autres réseaux tels que ceux à éléments disques ou elliptiques ou même volumique. [voir [29] chapitre 10-pp 277 à 296].

Pour un réseau à balayage électronique, on peut jouer sur quatre techniques de base :

### **La phase, le retard, la fréquence et la commutation électronique.**

On s'attend à voir le gain dépendre de l'angle de balayage. De plus l'espacement inter – éléments détermine la localisation des lobes. Un espacement supérieur à  $\lambda/2$  peut conduire à des lobes secondaires de même niveau que le lobe principal.

Pour  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , on choisit  $d_x = \frac{\lambda_0}{(1 + \sin \theta_{Max})}$ , où  $\theta_{Max}$  est l'angle de balayage maximal du réseau normal.  $\theta_{Max}$  a en général  $5^\circ$  à  $10^\circ$  de plus que le  $\theta_{Max}$  utilisable.

Le déphasage inter – éléments est choisi égal à  $\beta_0 = \frac{2\pi d_x}{\lambda_0} \sin \theta$ . (6.1)

Pour le cas d'un réseau 2D on a :  $\beta_x = \frac{2\pi d_x}{\lambda_0} \sin \theta \cos \psi$      $\beta_y = \frac{2\pi d_y}{\lambda_0} \sin \theta \sin \psi$ ,

i.e. un réseau N.M est piloté par la phase  $\varphi_{nm} = n\beta_x + m\beta_y$  (modulo  $2\pi$ ), où :

$n = 1, 2, \dots, N$  lignes,

$m = 1, 2, \dots, M$  colonnes, soit :

$$\beta_{nm} = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n d_x \sin \theta \cos \psi + m d_y \sin \theta \sin \psi) \quad (6.2)$$

et la tension appliquée à chaque élément étant  $V_{nm} = |V_{nm}| e^{-j\beta_{nm}}$ .

## **6-2- L'alimentation photonique du réseau phasé :**

### **6-2-1- La cellule acousto – optique de Bragg :**

Par ce dispositif le R.P.B.E, plus exactement chaque alignement 1D uniforme ou non, une commande programmée peut l'alimenter efficacement. Le balayage azimut nécessite la variation de la phase  $2\pi\xi = 2\beta d$  de  $-4\pi d/\lambda$  à  $4\pi d/\lambda$  pour  $\theta = \pi/2$ . Pour  $0 < \theta < \pi/2$ ,  $2\pi\xi$  varie de  $-4\pi d \cdot \sin \theta / \lambda$  à  $4\pi d \cdot \sin \theta / \lambda$ , i.e.  $s = 2\Phi + 2\pi\xi$  avec  $\Phi = \beta d \cdot \cos \psi$  va varier de  $4\pi d(\cos \psi - \sin \theta) / \lambda$  à  $4\pi d(\cos \psi + \sin \theta) / \lambda$ .

Dans le cas du radar, on suppose que le signal écho reste corrélable avec la forme du signal émis, à sa réception.

Le déphasage uniforme entre deux éléments consécutifs est donné par :

$$\beta_0 = \frac{2\pi d_x}{\lambda_0} \sin \theta$$

pour l'alignement 1D suivant ox.

Dans le cas du R.P.B.E.-2D, la phase pilotante est  $\varphi_{nm} = n\beta_x + m\beta_y$  (modulo  $2\pi$ ) où :

$n = 1, 2, \dots, N$  lignes,  $m = 1, 2, \dots, M$  colonnes, avec :

$$\beta_x = \frac{2\pi d_x}{\lambda_0} \sin \theta \cos \psi \quad \text{et} \quad \beta_y = \frac{2\pi d_y}{\lambda_0} \sin \theta \sin \psi .$$

La cellule acousto – optique de Bragg constitue un moyen commode pour alimenter les éléments d'un R.P.B.E. Ces sources de courant peuvent être du type  $i_n(t) = A \cos(\omega t - n\varphi)$ .

Une fréquence pilote  $f$  du signal RF de commande, induit dans la cellule de Bragg une onde acoustique de longueur d'onde  $\Lambda = \frac{v_a}{f} = \frac{1}{\alpha}$ , où  $\alpha$  est la fréquence spatiale,  $v_a$  est la vitesse acoustique.

La distance d'échantillonnage requise est  $d = \frac{\Lambda}{2} = \frac{1}{2\alpha}$ . (distance inter - réticulaire).

L'angle physique de diffraction (déflexion du faisceau) est :  $\theta = \frac{\lambda}{2d} = \frac{\lambda}{\Lambda} = \lambda \frac{f}{v_a}$ .

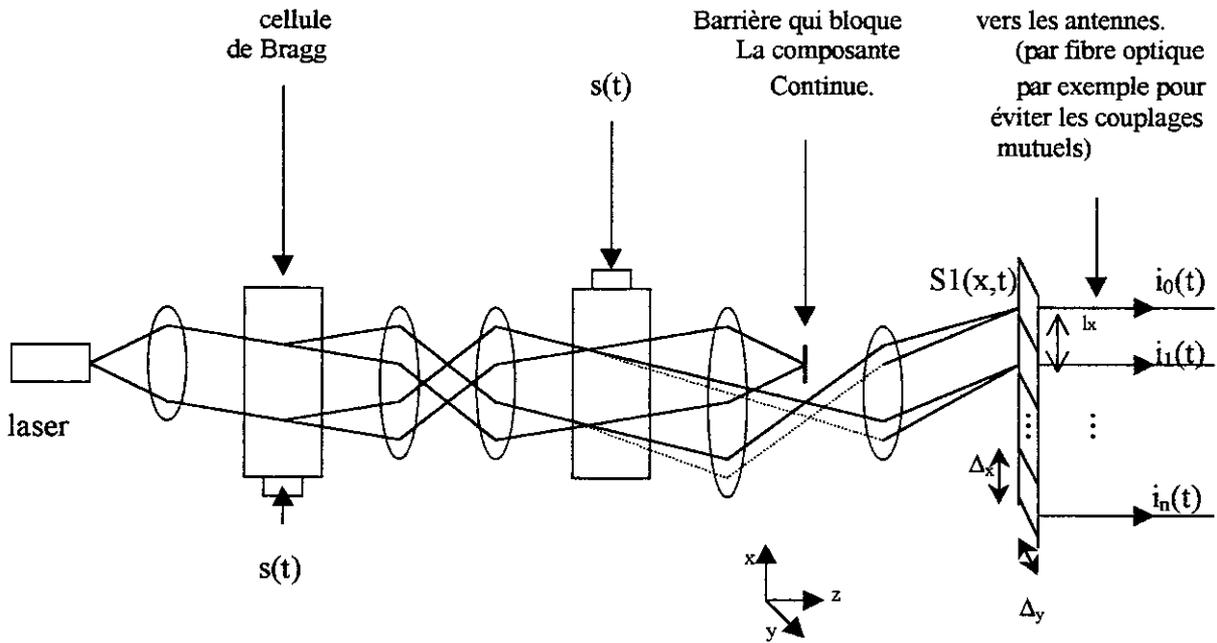
L'angle de déflexion maximal correspond à la déviation maximale de la fréquence de façon linéaire :  $\Delta\theta = \frac{\lambda}{v_a} \Delta f$  où  $\Delta f = W$  est la largeur de bande de la cellule.

La résolution angulaire  $M = \Delta\theta.L/\lambda$  où  $L = v_a T$ .

$L$  est la largeur du faisceau de lumière, et  $T$  est le temps de passage de l'onde acoustique à travers le faisceau optique.

### **6-2-2- Application au réseau 1D :**

Notre but est de concevoir un système photonique de sources de courants déphasés, alimentant un alignement 1D d'antennes pour faire un balayage électronique. Pour avoir la forme désirée du courant, une seule cellule de Bragg ne suffit pas, il faut alors faire la combinaison de deux cellules, alimentées par un signal modulant de commande  $s(t)$  (acoustique), et traversées par un rayon laser (optique). Les lentilles constituent des éléments de couplage et d'orientation des rayons lumineux. Comme les photodétecteurs sont proportionnels à l'énergie, le signal à leur niveau est obtenu par le calcul de  $|S1(x,t)|^2$ . (voir annexe 2).



**Figure 6.16 :** Schéma de conception du système photonique (voir annexe 2).

Le détecteur est composé de photodiodes, chacune ayant une surface sensible  $\sigma = \Delta x \Delta y$  ( $\Delta x$  : hauteur,  $\Delta y$  : largeur), et distantes les unes des autres de  $l_x$  (par rapport à leur centre). Ainsi la phase  $n$  n'est pas affectée par la dimension du détecteur.

Le courant au niveau des photodétecteurs est donné par :

$$i_n(t) \approx G \cos \left( 2\omega_c t - \frac{2n\omega_0 l_x}{v_a} \right)$$

$v_a$  : vitesse de l'onde acoustique.

$l_x$  : distance entre deux photodétecteurs du réseau.

$\omega_c$  : pulsation de la porteuse.

$\omega_0$  : pulsation du signal de commande  $s(t)$ .

Ainsi, la phase photonique 
$$\varphi_n^x = \frac{2n\omega_0^x l_x}{v_a} \quad (6.4),$$

n'est pas affectée par la dimension  $\sigma = \Delta x \Delta y$  du détecteur.

$$\varphi_n^x = \frac{4\pi f_0^x n l_x}{v_a} = \frac{4\pi n l_x}{\Lambda_0}$$

$\Lambda_0$  étant la longueur d'onde acoustique.

L'utilisation de deux cellules de Bragg multiplie la fréquence porteuse par deux :

$$\omega_r = 2\omega_c \quad \text{donc} \quad \lambda_r = \frac{\lambda_c}{2}$$

A partir de la théorie des alignementsphasés, la position du faisceau à un angle  $\theta = \theta_0$  signifie que :

$$\varphi_1^x = \beta_0 + 2m\pi. \quad (\beta_0 \text{ étant donné par (6.1)}).$$

$$\varphi_1^x = 2\pi \left( \frac{d'_x}{\lambda_r} \right) \sin \theta_0 \cos \psi + 2m\pi \quad (6.5),$$

(phase du système classique),

où  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Pour un fonctionnement analogue entre les systèmes photonique et classique, les phases sont équivalentes. En remplaçant la valeur de  $\varphi$  de (6.4) dans (6.5), on obtient :

$$2\pi \left( \frac{d'_x}{\lambda_r} \right) \sin \theta_0 \cos \psi = \frac{2\omega_0^x l_x}{v_a} - 2m\pi,$$

$l_x$  : espacement inter – fibres du réseau photonique.

$d'_x$  : espacement inter – éléments du réseau classique.

(cette égalité représente le passage d'un système classique vers un système photonique).

$$\sin \theta_0 \cos \psi = \left( \frac{\lambda_r}{d'_x} \right) \left( \frac{2f_0^x l_x}{v_a} - m \right) \quad (6.6).$$

(6.6) représente l'équation de conception d'un système photonique de balayage électronique.

La position  $\theta_0$  du faisceau pour  $\psi = 0$  et une fréquence de contrôle  $f_0$  est donnée par :

$$\theta_0 = \sin^{-1} \left[ \left( \frac{\lambda_r}{d'_x} \right) \left( \frac{2f_0^x l_x}{v_a} - m \right) \right] \quad (6.7).$$

L'équation précédente peut avoir une autre forme :

$$f_0^x = \left[ \left( \frac{d'_x}{\lambda_r} \right) \sin \theta_0 + m \right] \frac{v_a}{2l_x} \quad (6.8).$$

### 6-2-3- Application au réseau 2D :

Dans ce cas, il faut effectuer un traitement A.O. du signal à deux dimensions. Le principe est le même que celui du cas 1D, il suffit d'ajouter deux autres cellules de Bragg de sorte que la propagation de l'onde acoustique s'effectue aussi suivant oy (elles sont en quadrature de phase par rapport à celles de l'alimentation 1D). ces cellules sont pilotées par un signal de pulsation  $\omega'_0$ . L'alignement 1D est remplacé par un rideau d'antennes NxM (voir la section 6-4, figures 6.35 et 6.36). Soient  $l_x$  et  $l_y$  les distances inter – fibres (dans le réseau photonique) suivant ox et oy respectivement. On obtient ainsi une alimentation à base de quatre cellules A.O., qui envoie aux photodétecteurs le signal :

$$I_{nm}(x, y, t) = a \cdot \cos\left(4\omega_c t - \frac{2\omega_0 x}{v_a} - \frac{2\omega'_0 y}{v_a}\right). \quad \omega_r = 4\omega_c \quad , \quad \lambda_r = \frac{\lambda_c}{4}$$

D'après les expériences réalisées par Riza [46] (section 6-4), le signal précédent reste théorique mais, en pratique, les lentilles qui orientent et focalisent la lumière en un plan image au niveau des photodétecteurs, sont placées de façon à réaliser une atténuation latérale de l'image (normale à l'axe optique) pour la rendre proportionnelle à la dimension du réseau photodétecteur. Par ce traitement, la totalité de l'énergie contenue dans le signal optique sera reçue sur la surface photodéetectrice.

Donc le signal lumineux arrive avec des atténuations  $M_x$  suivant ox et  $M_y$  suivant oy. Ce traitement influe sur l'angle d'inclinaison du plan image (annexe 5) donc modifie la phase par les deux facteurs  $M_x$  et  $M_y$ . On obtient :

$$I_{nm}(x, y, t) = a \cdot \cos\left(4\omega_c t - \frac{2\omega_0 x}{M_x v_a} - \frac{2\omega'_0 y}{M_y v_a}\right).$$

Soient  $\Delta_{xn}$  et  $\Delta_{ym}$  les dimensions de chaque photodiode du réseau (la surface  $\sigma_{nm} = \Delta_{xn} \times \Delta_{ym}$ ).

L'intensité générée par les photodiodes est donnée par :

$$i_{nm}(t) = \int_{-0.5\Delta_{ym}+ml_y}^{0.5\Delta_{ym}+ml_y} \int_{-0.5\Delta_{xn}+nl_x}^{0.5\Delta_{xn}+nl_x} I_{nm}(x, y, t) dx dy$$

Un calcul analogue à celui du cas 1D donne un courant (après intégration) :

$$i_{nm}(t) = a \frac{\sigma_{nm}}{4} \cos\left(4\omega_c t - \frac{2\omega_0 nl_x}{M_x v_a} - \frac{2\omega'_0 ml_y}{M_y v_a}\right)$$

a : constante.

$\sigma_{nm}$  : surface de la nm<sup>ième</sup> photodiode.

$\omega_c$  : pulsation de la porteuse.

$\omega_0$  : pulsation du signal de commande des cellules orientées suivant ox.

$\omega'_0$  : pulsation du signal de commande des cellules en quadrature de phase (suivant oy).

Par identification de la phase du courant  $i_{nm}(t)$  avec celle donnée par (6.2), on arrive à la condition qui permet au réseau photonique de faire un balayage 2D :

$$\frac{2\omega_0 l_x}{M_x v_a} = \frac{2\pi}{\lambda_r} d'_x \sin \theta \cos \psi + 2p\pi$$

$$\frac{2\omega'_0 l_y}{M_y v_a} = \frac{2\pi}{\lambda_r} d'_y \sin \theta \sin \psi + 2q\pi \quad , \quad p, q = 0, 1, 2, \dots$$

$$\lambda_r = \frac{\lambda_c}{4} \quad (\lambda_c : \text{longueur d'onde porteuse})$$

$d'_x$  et  $d'_y$  : distances inter – éléments dans le réseau conventionnel.

On aura selon le tableau ci-dessous les fréquences de Bragg

suisant ox :

$$f_0 = \left[ \left( \frac{d'_x}{\lambda_r} \right) \sin \theta \cos \psi + p \right] \frac{M_x v_a}{2l_x} ,$$

et suisant oy :

$$f'_0 = \left[ \left( \frac{d'_y}{\lambda_r} \right) \sin \theta \sin \psi + q \right] \frac{M_y v_a}{2l_y} .$$

$f_0$  : variation de la fréquence des deux cellules de Bragg orientées suisant ox.

$f'_0$  : variation de la fréquence des deux cellules de Bragg orientées suisant oy.

$q, p = 0, 1, 2, \dots$

### Grandeurs équivalentes

Déphasage	Photonique	Classique	Fréquence de Bragg équivalente.
Selon ox	$\frac{2\omega_0 l_x}{M_x v_a}$	$\frac{2\pi}{\lambda_r} d'_x \sin \theta \cos \psi$	$f_0 = \left[ \left( \frac{d'_x}{\lambda_r} \right) \sin \theta \cos \psi + p \right] \frac{M_x v_a}{2l_x}$
Selon oy	$\frac{2\omega'_0 l_y}{M_y v_a}$	$\frac{2\pi}{\lambda_r} d'_y \sin \theta \sin \psi$	$f'_0 = \left[ \left( \frac{d'_y}{\lambda_r} \right) \sin \theta \sin \psi + q \right] \frac{M_y v_a}{2l_y}$

Pour étudier le système, on prend  $d'_x = d'_y = \frac{\lambda_r}{2}$  (éviter les lobes d'ambiguïté), et on utilise les données expérimentales de Riza [46] :

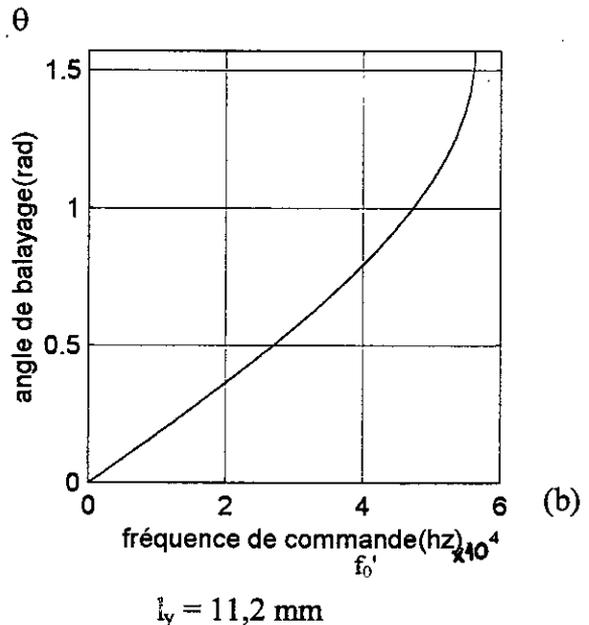
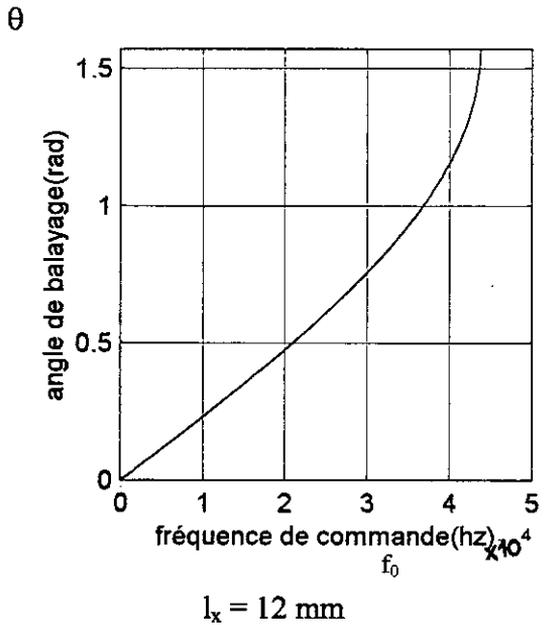
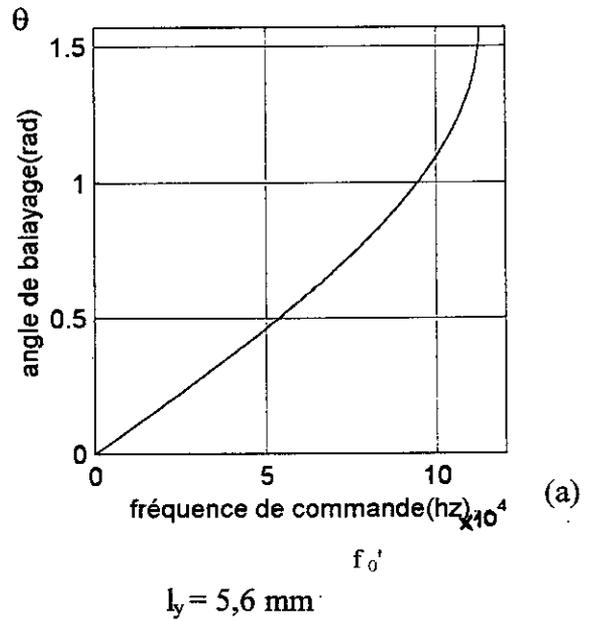
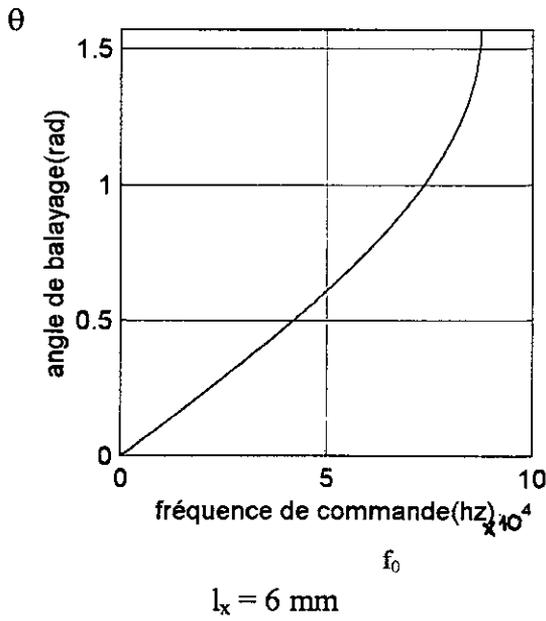
$$f_0 = \left[ \sin \theta \cos \psi + 2p \right] \frac{M_x v_a}{4l_x} \quad (6.9)$$

$$f'_0 = \left[ \sin \theta \sin \psi + 2q \right] \frac{M_y v_a}{4l_y} \quad (6.10)$$

#### a) Effet de la fréquence de commande sur l'angle de balayage :

La figure 6.18 représente cet effet pour des espacements inter – fibres différents.

(avec  $p = q = 0$  dans (6.9) et (6.10)).



$$\theta = \arcsin\left(\frac{4f_0 l_x}{M_x v_a \cos \psi}\right)$$

$$\theta = \arcsin\left(\frac{4f_0' l_y}{M_y v_a \sin \psi}\right)$$

$\psi \rightarrow \frac{\pi}{2}$  réduit l'échelle de variation de  $f_0$

$\psi \rightarrow 0$  réduit l'échelle variation de  $f_0'$

$M_x = 0.5$  ,  $M_y = 0.6$   
 $q = p = 0$  ,  $\psi = \pi / 4$   
 $v_a = 4200 \text{ m/s}$

$f_0$  : fréquence de commande des cellules de Bragg parallèles à l'axe ox.

$f_0'$  : fréquence de commande des cellules de Bragg parallèles à l'axe oy.

**Figure 6.18** : Effet de la fréquence de commande sur l'angle de balayage site ( $\theta$ ).

Pour réaliser un balayage site, les fréquences  $f_0$  et  $f'_0$  de 42 KHz et 46 KHz respectivement orientent le faisceau à 0,5 rad par rapport à la normale du réseau (6.18-a), alors que si on double les espacements inter – fibres, le même angle de balayage est atteint pour des fréquences inférieures de la moitié par rapport aux précédentes (6.18-b).

b) Effet de la fréquence de commande sur le déphasage :

D'après la figure 6.19, il y a une linéarité entre la fréquence des signaux pilotes et le déphasage. Si on veut réaliser un déphasage de  $\pi/2$  entre les éléments du réseau, les fréquences  $f_0$  et  $f'_0$  doivent être égales à 45 KHz et 60 KHz respectivement (figure 6.19-a), ce qui coïncide à quelques centaines de hertz près, aux résultats de Riza [46].

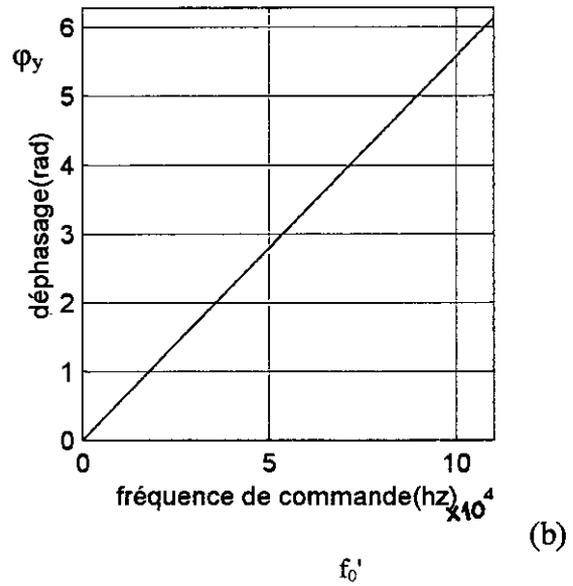
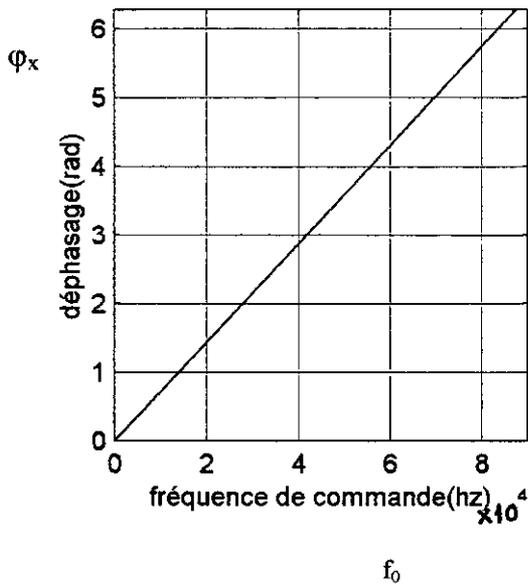
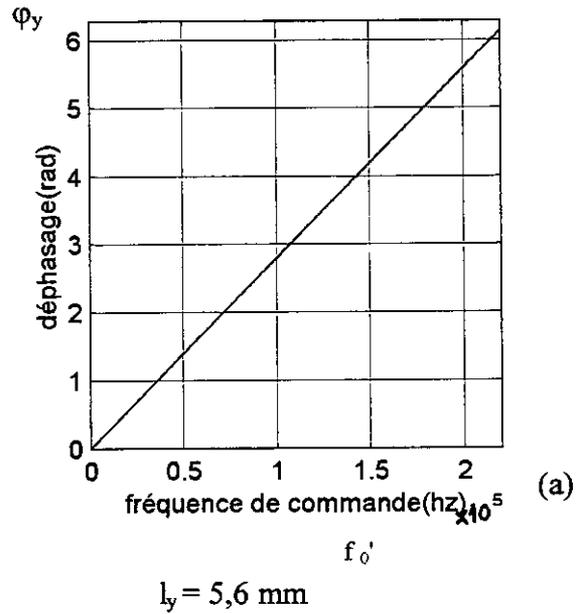
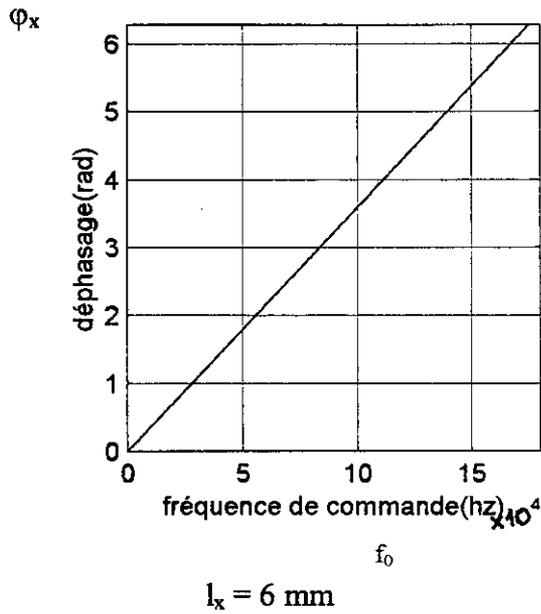
Si on double l'espacement inter – fibres, le même déphasage est obtenu pour la moitié des fréquences précédentes (6.19-b).

Remarque :

Il y a donc un compromis à faire entre la bande de fréquences disponible des signaux de commande et l'espacement inter – fibres :

Supposons que le signal de commande soit limité dans sa bande de fréquence pour atteindre le déphasage désiré, il suffit dans ce cas d'augmenter la distance inter – fibres jusqu'à ce que les fréquences disponibles balayent la totalité de l'intervalle de déphasage.

D'autre part, les fréquences  $f_0$  et  $f'_0$  sont indépendantes, ce qui implique que le faisceau des réseaux 2D peut être orienté dans les directions site et/ou azimut.



$$\varphi_x = \frac{4\pi f_0 l_x}{v_a M_x} = \pi \sin \theta \cos \psi$$

$$\varphi_y = \frac{4\pi f_0' l_y}{v_a M_y} = \pi \sin \theta \sin \psi$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\varphi_y}{\varphi_x} = \left(\frac{f_0'}{f_0}\right) \left(\frac{l_y}{l_x}\right) \left(\frac{M_x}{M_y}\right) = 0.777 \left(\frac{f_0'}{f_0}\right) \quad , \quad \theta = \operatorname{arc} \sin \left(\frac{\varphi_x}{\pi \cos \psi}\right) = \operatorname{arc} \sin \left(\frac{\varphi_y}{\pi \sin \psi}\right)$$

$$d_x' = d_y' = \frac{\lambda_r}{2} = \frac{\lambda_c}{8} \quad , \quad q = p = 0 \quad , \quad \psi = \pi / 4 .$$

$$M_x = 0.5 \quad , \quad M_y = 0.6 \quad , \quad v_a = 4200 \text{ m/s} .$$

$f_0$  : fréquence de commande des cellules de Bragg parallèles à l'axe  $ox$  ;  $\left(\frac{l_x}{M_x}\right)$  permet d'ajuster la plage de variation de  $f_0$ .

$f_0'$  : fréquence de commande des cellules de Bragg parallèles à l'axe  $oy$  ;  $\left(\frac{l_y}{M_y}\right)$  permet d'ajuster la plage de variation de  $f_0$ .

**Figure 6.19 :** Effet de la fréquence de commande sur le déphasage.

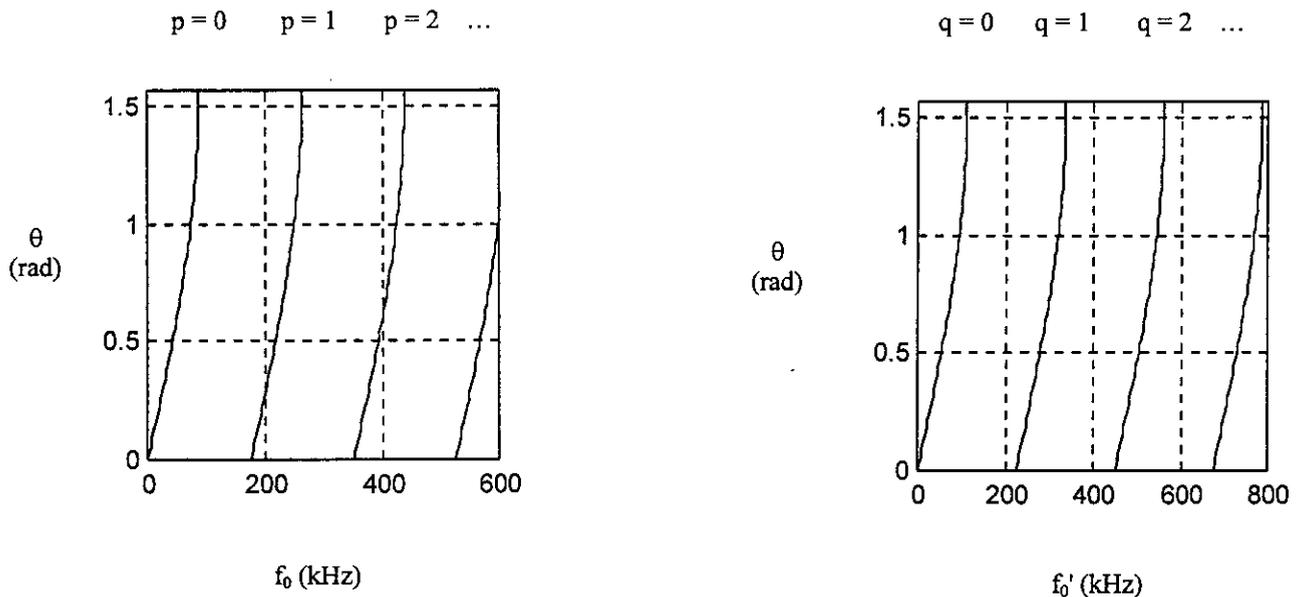
c) Effet de la largeur de bande des signaux de commande sur l'angle de balayage :

Soit le graphe représentant les équations (6.9) et (6.10) pour p, q variables (figure 6.20).

On remarque qu'on peut avoir le même angle de balayage pour différentes valeurs des fréquences de commande.

Ex :  $\theta = 0.5 \text{ rad}$  pour  $(f_0 - f'_0)_{\text{kHz}} = (43 - 59), (216 - 281), (384 - 504), (551 - 726), \dots$

Cela dote le système d'une immunité contre le brouillage, et plus la gamme de fréquence des signaux de commande est grande, plus le nombre de paires  $(f_0 - f'_0)$  croit, ce qui laisse au système une plus grande marge de manœuvre contre les brouilleurs.



$$\theta = \arcsin \left( \left( \frac{4 f_0 l_x}{M_x v_a} - 2 p \right) \frac{1}{\cos \psi} \right) = \arcsin \left( \left( \frac{4 f'_0 l_y}{M_y v_a} - 2 q \right) \frac{1}{\sin \psi} \right)$$

$l_x = 6 \text{ mm}$  ,  $l_y = 5.6 \text{ mm}$  ,  $\psi = \pi / 4$

$M_x = 0.5$  ,  $M_y = 0.6$  ,  $v_a = 4200 \text{ m/s}$

$f_0$  : fréquence de commande des cellules de Bragg parallèles à l'axe ox.

$f'_0$  : fréquence de commande des cellules de Bragg parallèles à l'axe oy.

**Figure 6.20 :** Effet de la largeur de bande des signaux de commande sur l'angle de balayage site ( $\theta$ ).

Une autre caractéristique importante de la figure 6.20, est celle de la génération de faisceaux multiples simultanés, favorables à des applications telles que la poursuite de plusieurs cibles.

d) Cas d'un alignement non uniforme :

- Application du modèle de Dolph – Tchébychev :

L'amplitude du courant obtenu par le système photonique dépend de la dimension des photodiodes ( $\sigma = \Delta_x \Delta_y$ ). Pour avoir la pondération des amplitudes nécessaires, il suffit de modifier la dimension des photodiodes(longueur ou largeur).

Exemple :

On considère un alignement conventionnel 1D de quatre antennes colinéaires distantes de  $\lambda/2$ , dont le diagramme de rayonnement est donné par la figure 6.21-a. On veut que le rapport R des amplitudes du maximum principal et du premier maximum secondaire soit égal à 9, ce qui correspond à 19.08 db.

Après avoir effectuer les calculs, La répartition des amplitudes des courants est la suivante :

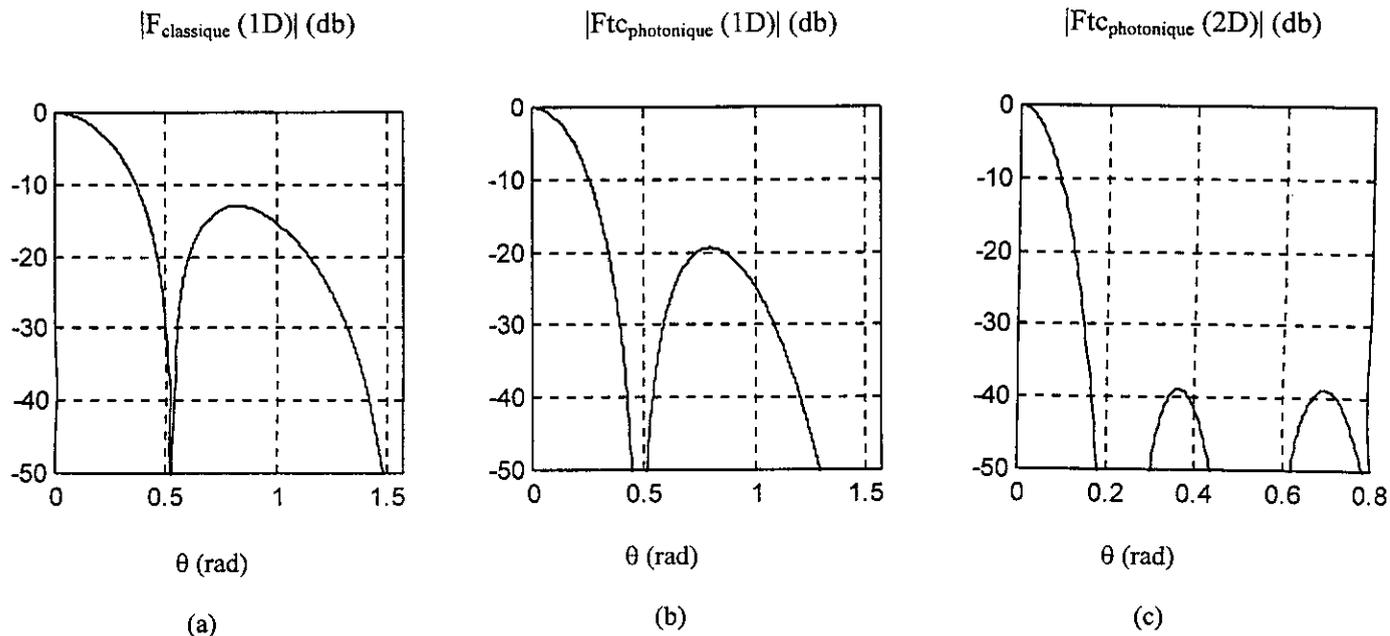
$$A_0 = 1, A_1 = 1.667, A_2 = 1.667, A_3 = 1.$$

Donc dans la figure (6-16), la surface photosensible des deuxième et troisième photodiodes doit être 1.667 fois supérieure à celle des première et quatrième(il est préférable d'avoir des photodiodes avec des surfaces photosensibles réglables en longueur ou en largeur).

(Voir la figure 6.21-b).

Dans le cas 1D, l'application de la méthode de Dolph - Tchébychev réduit les niveaux des lobes secondaires de 7 db par rapport à ceux du cas uniforme 1D, au prix d'une légère dégradation de la directivité. Ces lobes secondaires sont atténués de 39 db par le réseau photonique 2D (tout en renforçant la directivité), en arrangeant les surfaces des photodiodes selon les pondérations des amplitudes (figure 6.21-c).

Conclusion : Le système photonique s'adapte aux alignements uniformes et non uniformes sans avoir à modifier l'ensemble de l'alimentation ou la distribution du signal.



$$F_{\text{classique}}(1D) = \frac{\sin(n \phi_c / 2)}{n \sin(\phi_c / 2)}, \quad n = 4.$$

$$F_{\text{c photonique}}(1D) = (1/5.334) * (1 + 1,667 e^{j\phi_p} + 1,667 e^{2j\phi_p} + e^{3j\phi_p})$$

$$F_{\text{c photonique}}(2D) = (1/5.334)^2 * (1 + 1,667 e^{j\phi_p} + 1,667 e^{2j\phi_p} + e^{3j\phi_p}) * (1 + 1,667 e^{j\phi'_p} + 1,667 e^{2j\phi'_p} + e^{3j\phi'_p})$$

$$\phi_c = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta \cos \psi, \quad d = \frac{\lambda}{2}$$

$$\phi_p = \frac{4\pi f_0 l_x}{M_x v_a}, \quad M_x = 0.5, \quad l_x = 6 \text{ mm}$$

$$\phi'_p = \frac{4\pi f'_0 l_y}{M_y v_a}, \quad M_y = 0.6, \quad l_y = 5.6 \text{ mm}, \quad v_a = 4200 \text{ m/s}$$

$$f_0 = \frac{M_x v_a}{4 \times l_x} (\sin \theta \cos \psi + 2p), \quad p = 0.$$

$$f'_0 = \frac{M_y v_a}{4 \times l_y} (\sin \theta \sin \psi + 2q), \quad q = 0.$$

**Figure 6.21 :** Diagramme de réseau, rayonnement suivant l'angle de site (coupe horizontale) :

- (a)- Réseau conventionnel uniforme 1D.
- (b)- Réseau photonique non uniforme 1D (Tchébychev).
- (c)- Réseau photonique non uniforme 2D (Tchébychev).

e) Effet de la technique photonique sur la dimension du réseau :

Considérons un réseau conventionnel 2D, avec  $d_x$  et  $d_y$  les espacements inter – éléments.

Si on utilise une porteuse de longueur d'onde  $\lambda_c$ , la phase est donnée par :

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda_c} (d_x \sin \theta \cos \psi + d_y \sin \theta \sin \psi)$$

Pour éviter les lobes d'ambiguïté dans le diagramme de rayonnement (sur un intervalle de  $2\pi$ , on obtient uniquement un seul lobe principal et des lobes secondaires), on prend généralement

$$d_x = d_y = \frac{\lambda_c}{2}$$

En utilisant la même porteuse pour le système photonique 2D, la phase devient :

$$\phi' = \frac{2\pi}{\lambda_r} (d'_x \sin \theta \cos \psi + d'_y \sin \theta \sin \psi)$$

où  $\lambda_r = \frac{\lambda_c}{4}$ ,

$d'_x$  et  $d'_y$  sont les espacements inter – éléments suivant  $ox$  et  $oy$  respectivement dans le réseau photonique.

(Dans un réseau 2D (1D), les quatre (deux) cellules de Bragg multiplient la fréquence porteuse par quatre (deux)).

Pour obtenir les mêmes caractéristiques de rayonnement que celles obtenues par le réseau conventionnel, il faut prendre :

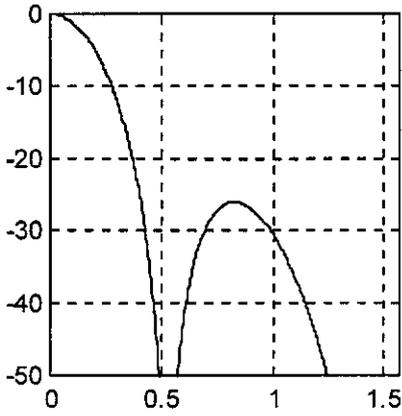
$$d'_x = \frac{\lambda_r}{2} = \frac{\lambda_c}{8}$$
$$d'_x = d'_y = \frac{d_x}{4}$$

On constate que pour des caractéristiques de rayonnement données, la dimension du réseau photonique est seize fois plus réduite que celle du réseau purement électronique (fig. 6.22).

En ce qui concerne l'effet de la variation du nombre d'éléments du réseau ou de l'espacement inter – éléments sur le diagramme de rayonnement, l'étude a déjà été effectuée dans le début du chapitre (section 6-1) et les résultats restent valables pour le réseau photonique.

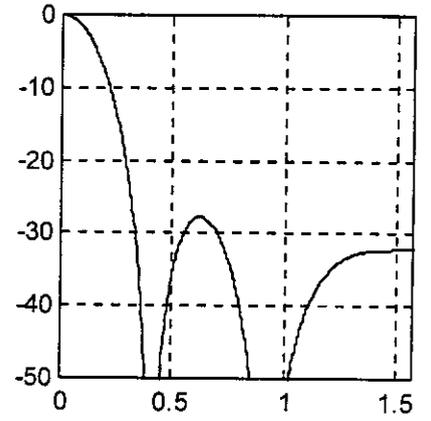
La figure (6.22) illustre le gain en dimension du cas photonique par rapport au cas conventionnel, et on constate bien que si on augmente le nombre d'éléments, la directivité croît avec une réduction du niveau des lobes secondaires.

$n = m = 4$   
 $|F_c|$  (db)



$\theta$  (rad)

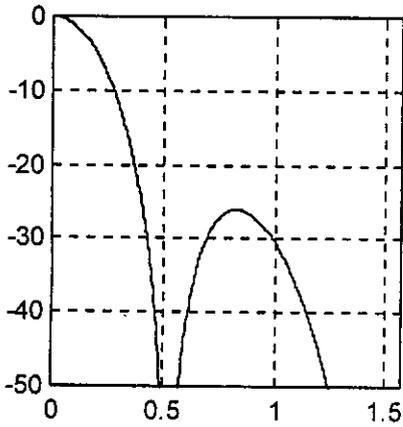
$n = m = 5$   
 $|F_c|$  (db)



$\theta$  (rad)

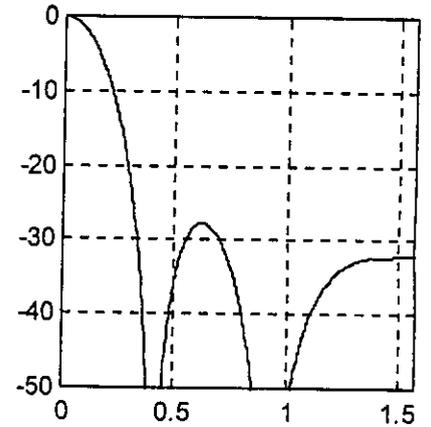
(a)-  $d_x = d_y = \frac{\lambda_c}{2}$

$|F_p|$  (db)



$\theta$  (rad)

$|F_p|$  (db)



$\theta$  (rad)

(b)-  $d_x = d_y = \frac{\lambda_c}{8}$

$$F_c = \frac{\sin(n \phi_c / 2)}{n \sin(\phi_c / 2)} \times \frac{\sin(m \phi'_c / 2)}{m \sin(\phi'_c / 2)}, \quad \phi_c = \frac{2\pi}{\lambda_c} d_x \sin \theta \cos \psi, \quad \phi'_c = \frac{2\pi}{\lambda_c} d_y \sin \theta \sin \psi \quad (\text{classique})$$

$$F_p = \frac{\sin(n \phi_p / 2)}{n \sin(\phi_p / 2)} \times \frac{\sin(m \phi'_p / 2)}{m \sin(\phi'_p / 2)}, \quad \phi_p = \frac{4\pi f_0 l_x}{M_x v_a}, \quad \phi'_p = \frac{4\pi f'_0 l_y}{M_y v_a} \quad (\text{photonique})$$

$$M_x = 0.5, \quad l_x = 6 \text{ mm}, \quad M_y = 0.6, \quad l_y = 5.6 \text{ mm}, \quad v_a = 4200 \text{ m/s}, \quad \psi = \pi/4.$$

$$f_0 = \frac{M_x v_a}{4 \times l_x} (\sin \theta \cos \psi + 2p), \quad p = 0, \quad f'_0 = \frac{M_y v_a}{4 \times l_y} (\sin \theta \sin \psi + 2q), \quad q = 0.$$

**Figure 6.22 :** Diagramme de réseau, rayonnement suivant l'angle de site (coupe horizontale) :

(a)- Réseau classique ; (b)- Réseau photonique.

**6-4- Aspect expérimental :**

**Retards acousto – optiques pour alignementsphasés selon Kumar [45] :**

**Introduction :**

Le traitement optique du signal est utilisé pour le balayage électronique du faisceau des réseaux phasés à large bande. La nature parallèle de la lumière facilite la densification de l'intégration des composants, tout en permettant un traitement parallèle recherché dans les applications où l'on doit agir en temps réel, comme cela se fait avec les radars. L'orientation du faisceau par commande numérique peut s'avérer relativement lente, vis à vis de celle obtenue par les techniques A.O.

**Fondements de l'A.O :**

Le mode de Bragg est utilisé pour moduler la lumière par une cellule acoustique.

Pour la diffraction Raman – Nath, le paramètre acoustique  $Q = \frac{2\pi}{n} \frac{\lambda L}{\Lambda^2} \leq 0,3$ .

$\lambda$  : est la longueur d'onde de la lumière dans l'espace libre.

$\Lambda$  : est la longueur de l'onde acoustique.

$n$  : est l'indice de réfraction effective du milieu.

$L$  : est l'ouverture de l'onde acoustique.

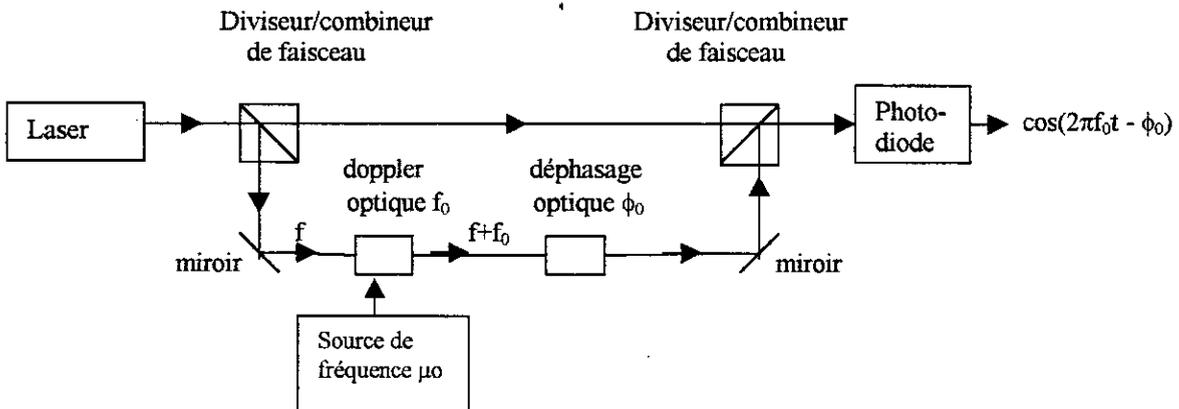
Dans la diffraction de Bragg :  $Q \geq 4\pi$ .

Brillouin [49] avait prédit un décalage Doppler égal à la fréquence du son, qui s'est avéré comme étant à la base des applications du traitement de signal moderne.

La diffraction de Bragg permet d'avoir les largeurs de bande et les gammes dynamiques les plus grandes.

**Le concept de ligne à retard :**

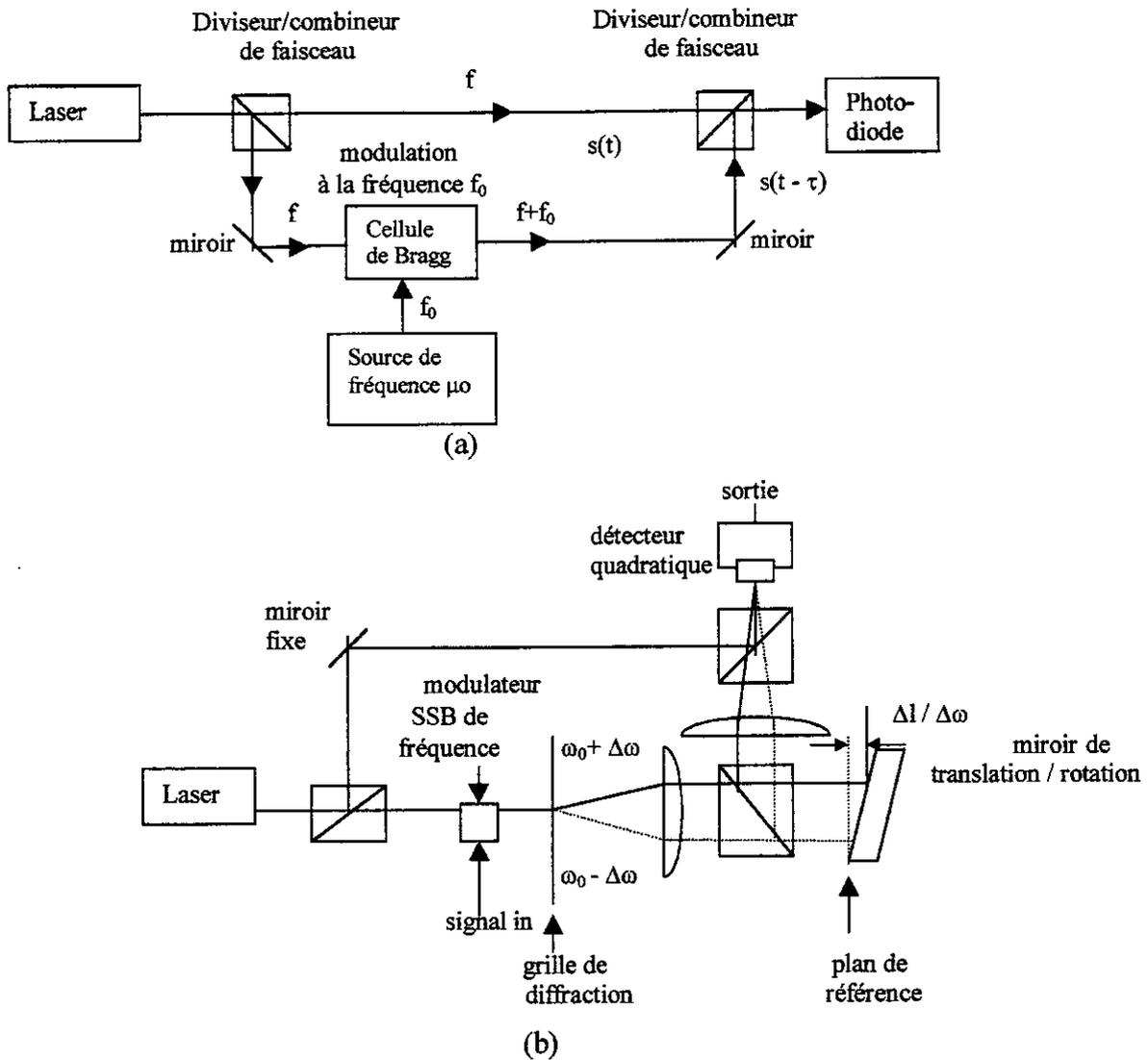
Le déphasage RF/micro – onde par traitement optique est un hétérodynage optique qui avait été utilisé pour l'émission numérique des signaux T.V avec fibres optiques.



**Figure 6-23 :** Concept de ligne à retard optique.[45].

L'hétérodynage optique sert comme convertisseur de phase optique en phase RF/micro-onde domaine dans lequel il est aisé de réaliser des déphasages jusqu'à  $2\pi$ .

**Théorie de la ligne à retard :**



**Figure 6.24 :** (a)- ligne à retard utilisant une cellule de Bragg. (b)- Hétérodynage par compensation de fréquence. [45].

Le retard est donné par 
$$\Delta t = \beta \frac{\Delta l(\omega_M)}{\omega_M}$$

Où  $\beta = \frac{(\omega_0 + \omega_M)}{c} \approx \frac{\omega_0}{c}$  est la constante de propagation pour la fréquence angulaire optique  $\omega_0$ .

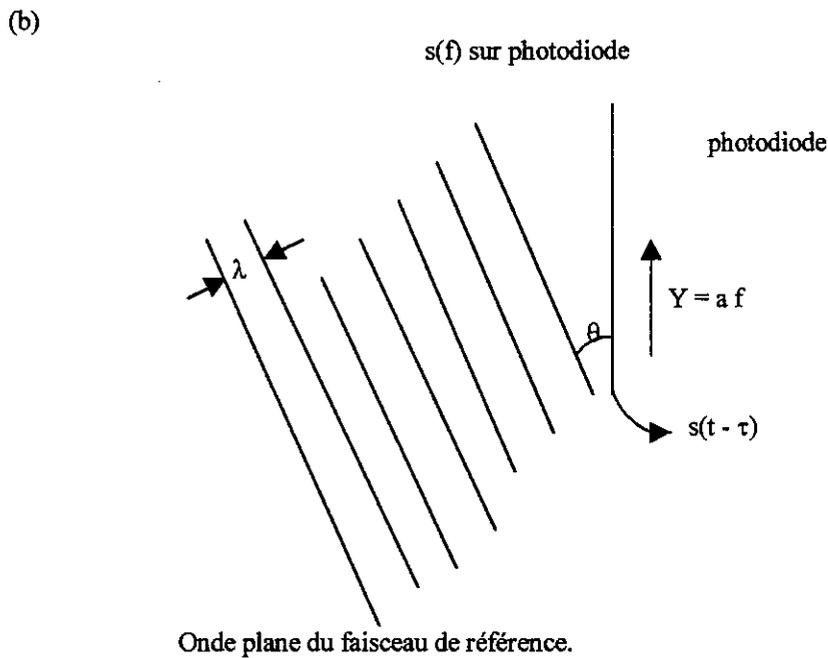
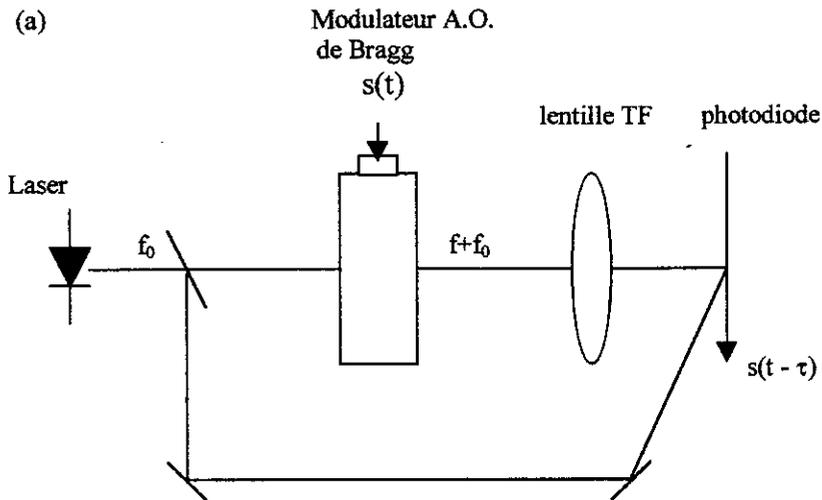
$\omega_M$  : est la fréquence angulaire R.F./ $\mu$ .onde.

$\Delta l$  : est la différence de marche optique, c'est une fonction de  $\omega_M$  qui donne un vrai retard indépendant de  $\omega_M$  comme désiré.

$c$  : est la vitesse de la lumière dans le milieu.

Le retard selon l'optique géométrique est 
$$T = \frac{f}{v} \text{tg}(2\theta) \quad (*)$$

Où  $\theta$  est l'angle d'inclinaison du miroir.  
 $f$  est la distance focale de la lentille.  
 $v$  est la vitesse acoustique dans la cellule de Bragg.



**Figure 6.25 :** (a)- Système pratique de ligne à retard.  
 (b)- Onde plane de référence et spectre du signal sur la photodiode [45].

Suivant l'une des deux voies, le signal optique est modulé par la cellule A.O. de Bragg, puis traverse une lentille réalisant une transformation de fourier avant de passer par la photodiode. L'onde plane de référence au niveau du photodétecteur est donnée par :

$$r(t, y) = e^{j\omega_0 \left( t - \frac{y}{c} \sin \theta \right)} \quad \text{avec} \quad \omega_0 = 2\pi f_0 \quad , \quad f_0 = \frac{c}{\lambda}$$

$t$  est le temps,  $y$  est la distance physique le long de la diode photodéetectrice,  
 $\lambda$  est la longueur d'onde optique du faisceau de référence,

$f_0$  est la fréquence porteuse,  $c$  est la vitesse de la lumière.

Dans la figure (6-25- a), le signal optique de la première voie est modulé par le spectre du signal RF/ $\mu$ .onde  $s(t)$  et ses harmoniques. Le faisceau optique modulé est :

$$s(f)e^{j(\omega+\omega_0)t} \quad \omega = 2\pi f \quad \text{et} \quad \omega_0 = 2\pi f_0.$$

La variation du signal RF/ $\mu$ .onde incident à la cellule A.O. de Bragg est donnée par :  $e^{j\omega t}$

et le retard par :  $\tau = -\frac{y}{c} \frac{f_0}{f} \sin \theta$

i.e.:  $r(t, f) = e^{j2\pi(f \tau + f_0 t)}$ .

La sortie  $d(t)$  de la diode photodéetectrice quadratique est :

$$d(t) = \int |r(t, f) + s(f)e^{j(\omega+\omega_0)t}|^2 df = \int |e^{j2\pi(f \tau + f_0 t)} + s(f)e^{j(\omega+\omega_0)t}|^2 df$$

$$d(t) = \text{biais} + 2R \left[ \int s(f)e^{j2\pi f(t-\tau)} df \right] = \text{biais} + 2R[s(t-\tau)]$$

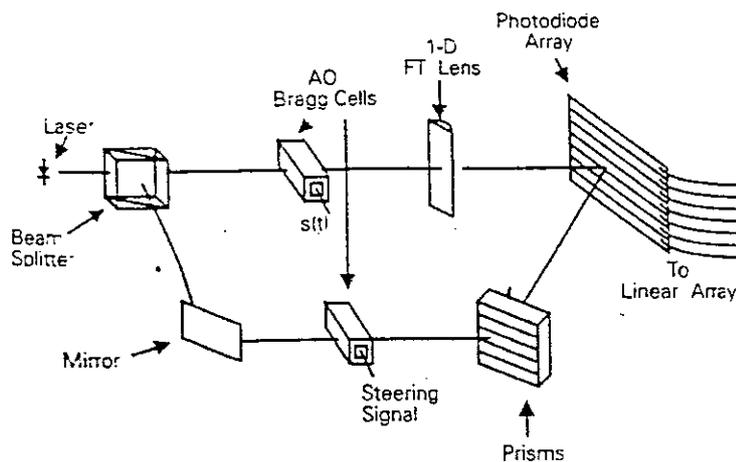
$s(t)$  est réel, et le biais est défini par :  $\text{biais} = \int (1 + |s(f)|^2) df$ .

### Détermination des retards pour les alignementsphasés :

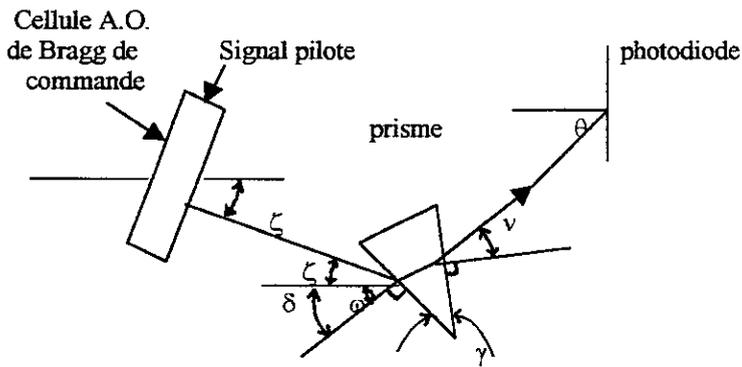
Chaque photodiode a son élément du réseau, donc son retard. Chacune de ces photodiodes doit être illuminée par une onde plane sous un angle d'incidence différent afin de générer les retards nécessaires à l'orientation du faisceau. Pour balayer le faisceau formé, les variations des retards doivent rester proportionnelles d'un élément à l'autre, avec les constantes de proportionnalité déterminées par la séparation entre les éléments du réseau.

Les miroirs mobiles ou les cellules de Bragg multicanaux sont utilisés pour piloter l'orientation des ondes planes de référence et maintenir les relations de proportionnalité entre les variations du retard.

### Cas des alignementsphasés d'émission :



**Figure 6.26 :** Temps de retard pour un réseau d'émission [45].



**Figure 6.27 :** Commande du faisceau optique par cellule de Bragg/prisme. [45].

La cellule de Bragg dévie la direction du signal sortant d'un angle  $\zeta$  tel que :

$$\sin \frac{\zeta}{2} = \frac{\lambda}{v_a} f \quad \text{où } v_a \text{ est la vitesse du signal acoustique.}$$

$n_1$  est l'indice de réfraction du prisme,  $n_2$  celui de l'air.

$$\omega = \zeta + \delta \quad \text{conformément à la figure 6-27.}$$

Le signal de sortie du prisme fait un angle  $\nu$  avec la normale à la face de sortie du prisme et

$$\text{tel que :} \quad \sin \nu = -\sin \omega - \gamma$$

Où  $\gamma$  est l'angle au sommet du prisme.

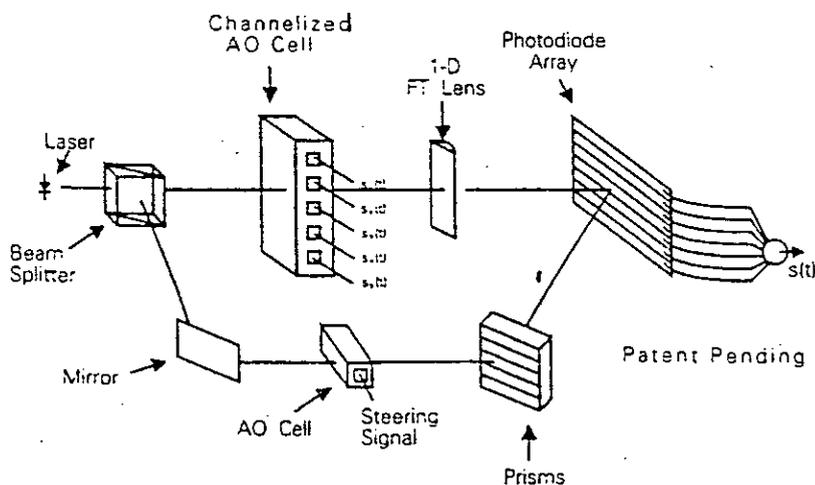
Le signal optique sortant du prisme, tombe sous une incidence  $\theta$  sur la photodiode tel que :

$$\theta = \nu - (\gamma - \delta)$$

La direction de propagation d'un faisceau formé par l'alignement est donnée par  $\alpha$  tel que :

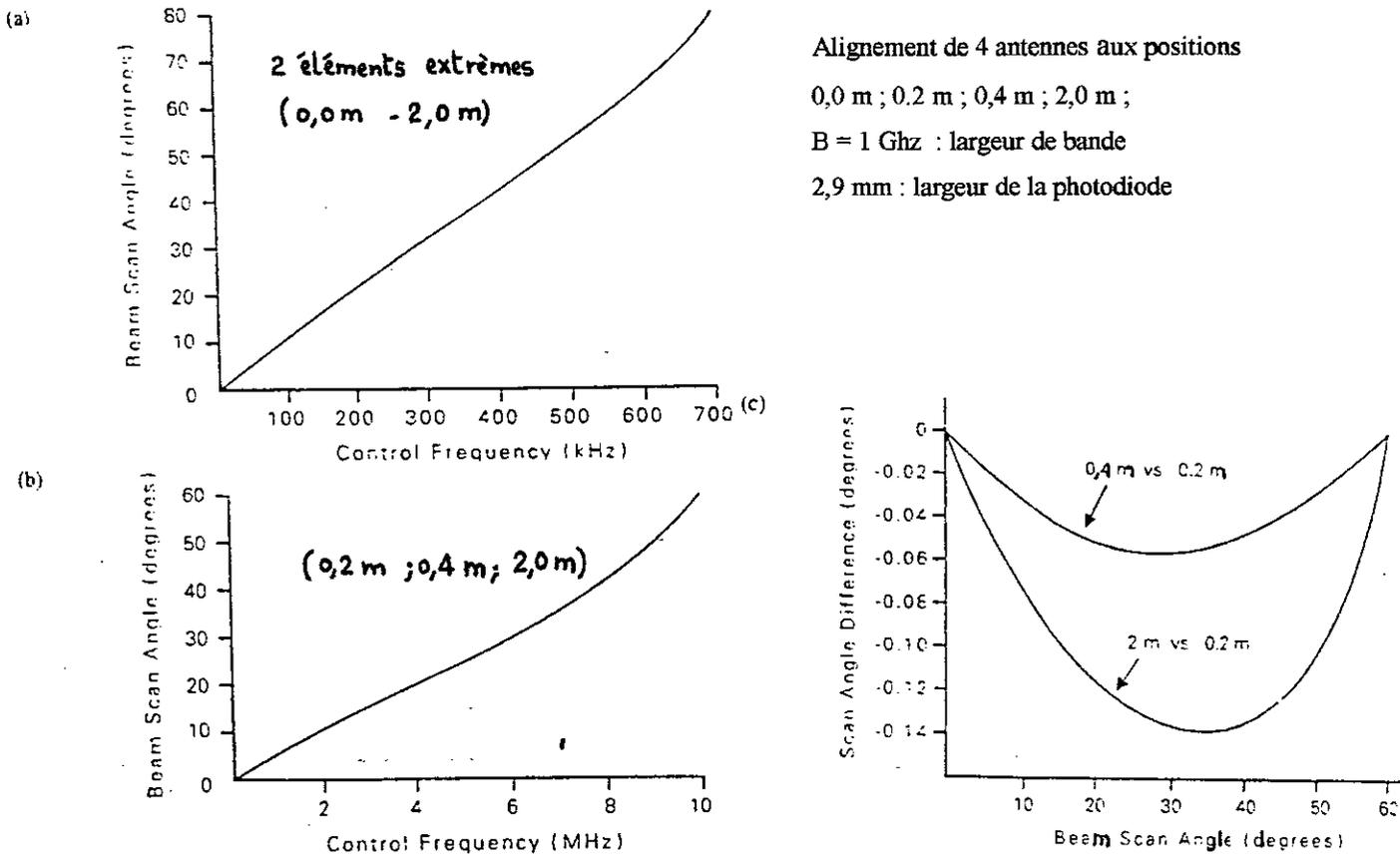
$$\sin \alpha = \frac{c\tau}{b} \quad \text{avec} \quad c\tau = -y \frac{f_0}{f} \sin \alpha \quad \text{et} \quad b = -y \frac{f_0}{f}.$$

**Cas d'une antenne réseau de réception :**



**Figure 6.28 :** Temps de retard pour un réseau de réception [45].

Le retard entre éléments est déterminé par leur espacement et l'angle de site. Le principe de la réception est le même que celui de l'émission, sauf qu'en réception la cellule de Bragg comporte autant de canaux que l'alignement d'éléments.



**Figure 6.29 :** Angle de balayage en fonction de la fréquence de commande : (a)- sans prisme, (b)- avec prisme, (c)- déviation dans l'angle de propagation à partir des paires d'éléments différents. [45].

**Résultats expérimentaux sur les retards et antennes réseau phasé:**

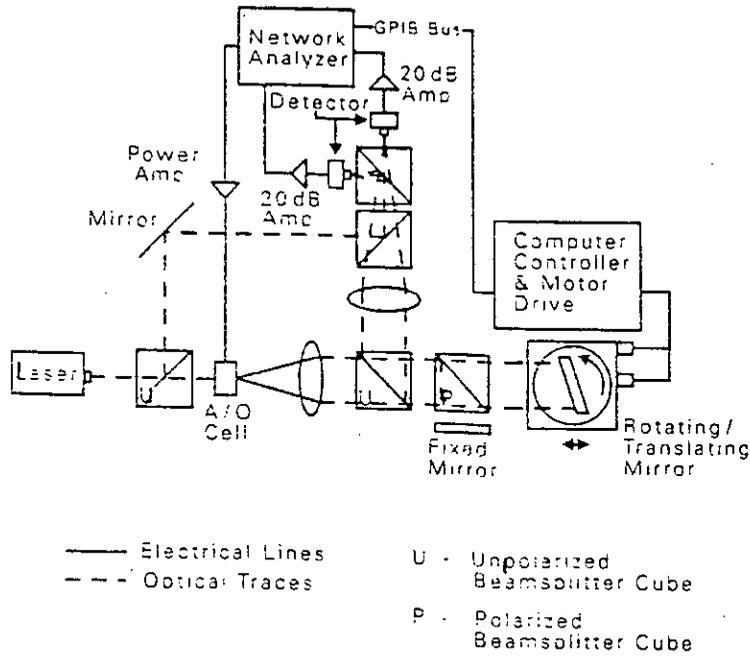
Des mesures expérimentales ont été faites en utilisant les éléments suivants :

Laser He - Ne à 5 mW,  $\lambda = 632,8 \cdot 10^{-9}m$ .

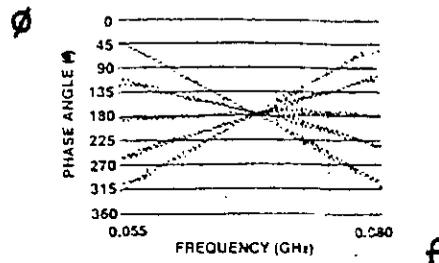
Modulateur A.O. : 70 Mhz avec une modulation de largeur 25 Mhz.

Miroir commandé par deux moteurs - avec une précision de  $25 \cdot 10^{-9}m$  pour la translation.

- avec une précision de  $0,175 \cdot 10^{-3} rad$  pour la rotation.

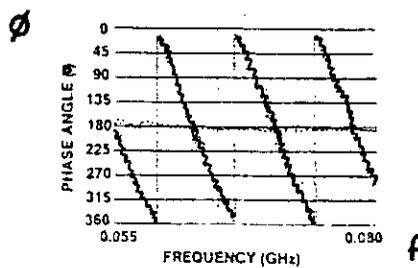


**Figure 6.30 :** Réalisation expérimentale d'un système hétérodyne à fréquence compensée [45].

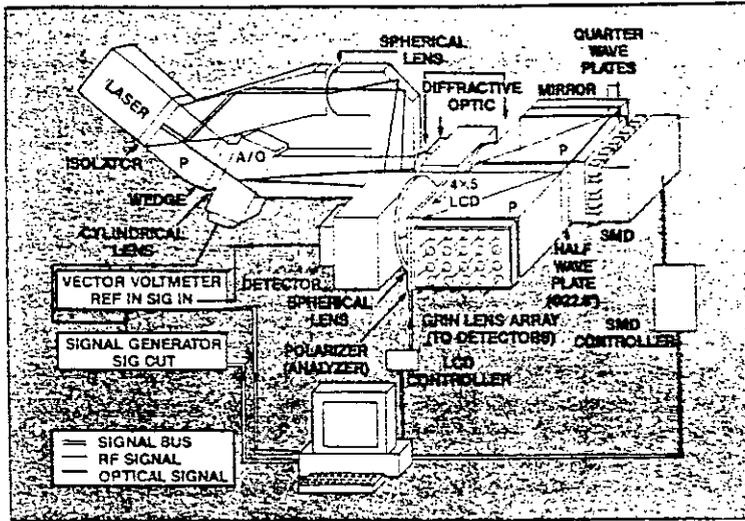


**Figure 6.31 :** Phase mesurée en fonction de la fréquence pour différentes inclinaisons du miroir (i.e. différents retards) [45].

Le retard est donné par  $\frac{\Delta\phi}{\Delta\omega}$  (voir(\*)), qui est plus grand quand l'inclinaison du miroir croît.



**Figure 6.32 :** Phase en fonction de la fréquence pour des retards plus grands [45].



**Figure 6-33 :** Un réseau phasé photonique/micro – onde de 20 éléments [45].

Le facteur d'alignement 1D de sources ponctuelles isotropiques espacées d'une distance  $d$  est

$$F_1 = \sum_m A_m e^{j(\varphi + m d \sin \theta (\omega_c + \Delta \omega) / c)}$$

$\omega_c$  est la fréquence angulaire de la porteuse R.F.

$\Delta \omega$  est la modulation en fréquence RF/  $\mu$ .onde.

$\theta$  est l'angle de site,  $\varphi$  est le déphasage R.F requis pour le  $m^{\text{ième}}$  élément

$A_m$  est l'amplitude du  $m^{\text{ième}}$  élément.

La direction du faisceau principal est  $\theta_0$  tel que :

$$\sin \theta_0 = - \frac{md(\omega_c + \Delta \omega)}{\Delta l \cdot \omega_0}$$

$\Delta l$  est la différence de marche ( $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta l = \frac{\omega_0}{c} \Delta l$ ),  $\omega_0$  est la fréquence angulaire optique.

### **Pilotage du faisceau d'antenne réseau 2D:**

Le pilotage du faisceau se fait par deux signaux de commande analogiques indépendants à travers deux cellules de Bragg A.O. croisées. La commande du déphasage positionne le faisceau en site et azimut ( $\theta, \psi$ ). Selon Van Aulock (1960), pour une position désirée on a:

$$\cos \alpha_x = \sin \theta \cos \phi$$

$$\cos \alpha_y = \sin \theta \sin \phi$$

$$i_{mn}(t) = A_{mn} \cos[\omega_r t + m\phi_x + n\phi_y]$$

$i_{mn}(t)$  est le signal dans le  $(m, n)^{\text{ième}}$  élément du réseau localisé à  $(mD_x, nD_y)$ .

$A_{mn}$  est l'amplitude de ce signal,  $\omega_r$  est la fréquence angulaire de la porteuse,

$\phi_x$  est le déphasage entre deux éléments consécutifs de l'axe  $ox$  espacés de  $D_x$ .

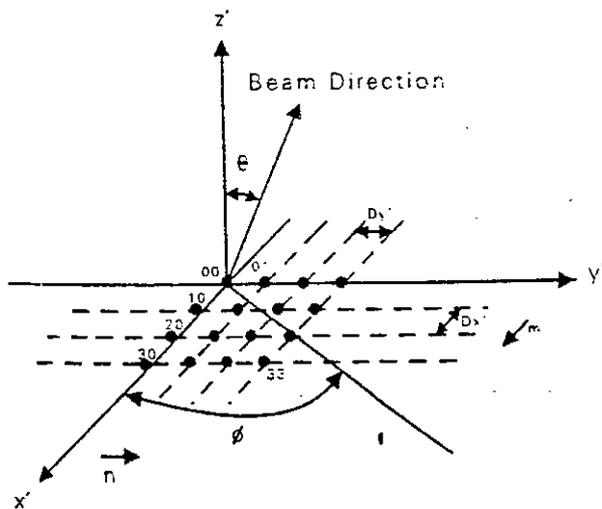
$\phi_y$  est le déphasage entre deux éléments consécutifs parallèlement à l'axe  $oy$ , espacés de  $D_y$ .

$$\phi_x = \frac{2\pi}{\lambda_r} D_x \cos \alpha_{xs} \quad , \quad \phi_y = \frac{2\pi}{\lambda_r} D_y \cos \alpha_{ys}$$

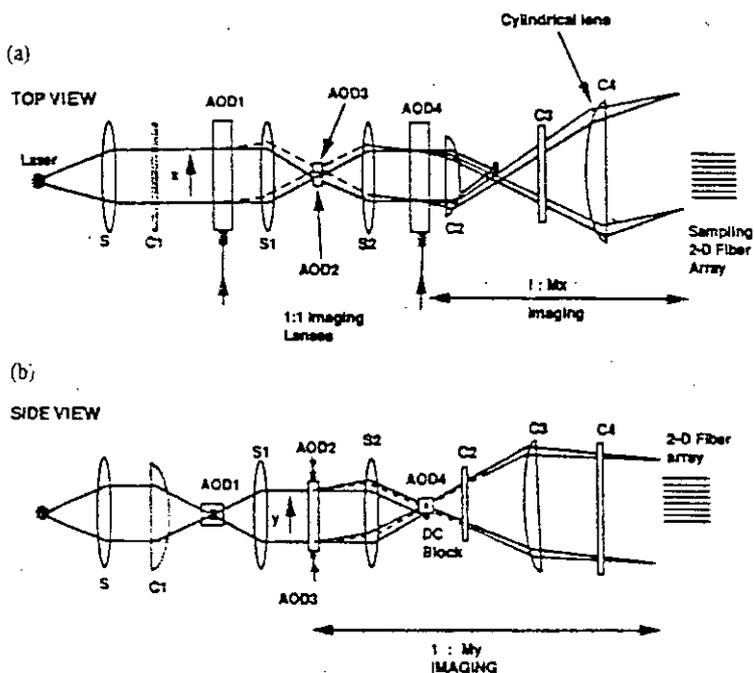
$\lambda_r$  est la longueur d'onde de la porteuse.

Le faisceau est positionné en coordonnées sphériques à  $(\theta_s, \phi_s)$  avec:

$$\sin(\theta_s) = \frac{\cos \alpha_{xs}}{\cos \phi_s} \quad , \quad \text{tg}(\phi_s) = \frac{\cos \alpha_{ys}}{\cos \alpha_{xs}}$$



**Figure 6.34 :** Réseau planaire [45].



**Fig. 6.35 :** Balayage par technique A.O. d'un réseau phasé à deux dimensions: (a) vue de dessus, (b) vue de coté. [45].

Le signal R.F/ $\mu$ .onde alimentant AOD1 est :  $s_{AOD1} = a \cos(\omega_c + \omega_1) t$

Où  $a$  est son amplitude,  $\omega_c$  sa fréquence angulaire porteuse,  $\omega_1$  sa fréquence angulaire de commande.

Les cellules de Bragg AOD2 et AOD3 sont orthogonales à la direction de AOD1, leur fente reçoit les rayons de lumière (diffracté et non diffracté) issus de AOD1.

Les alimentations de AOD2 et AOD3 sont :  $s_{AOD2} = a \cos(\omega_c - \omega_2) t$

$$s_{AOD3} = a \cos(\omega_c + \omega_2) t$$

$\omega_2$  est la fréquence angulaire RF de commande de l'orientation du faisceau dans l'autre direction ou la direction orthogonale à  $(\theta_s, \phi_s)$ .

la lumière non diffractée de AOD3 est bloquée dans le plan de AOD4, seule la lumière diffractée passe à travers AOD4. Le signal alimentant AOD4 (RF/ $\mu$ .onde) est :

$$s_{AOD4} = a \cos(\omega_c - \omega_1) t.$$

Les faisceaux émanants de AOD4 interfèrent sur le réseau 2D des diodes photodéectrices, lesquelles génèrent les signaux nécessaires au pilotage 2D du faisceau du réseau phasé.

Les signaux sont amplifiés  $M_x$  fois suivant  $ox$ , et  $M_y$  fois suivant  $oy$  et donnent :

$$i_{mn}(t) = G \cos(\omega_r t - m\psi_x - n\psi_y) \quad \text{au } (m, n)^{\text{ième}} \text{ élément.}$$

$\omega_r = 4\omega_c$  (i.e. 4 fois la porteuse  $\omega_c$  RF/ $\mu$ .onde).

$G$  est une constante ou fixée à une valeur  $G_{mn}$  pour chaque couple  $(m, n)$  dans le cas d'une distribution non uniforme.

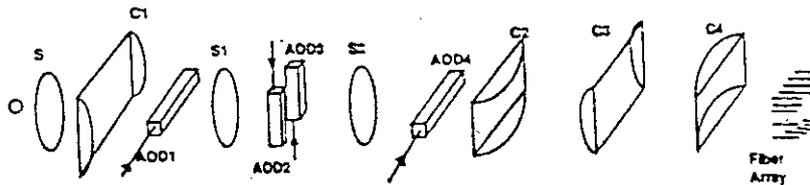
$$\psi_x = \frac{2\omega_1 l_x}{M_x v_a} \quad , \quad \psi_y = \frac{2\omega_2 l_y}{M_y v_a}$$

$l_x$  et  $l_y$  sont les espacements entre deux fibres consécutives suivant les directions  $ox$  et  $oy$  respectivement.

$m = 0, 1, 2, \dots, M$  et  $n = 0, 1, 2, \dots, N$ .

Les deux conditions nécessaires à un positionnement  $(\theta, \phi)$  sont :

$$\begin{aligned} \psi_x = \phi_x + p.2\pi &= \frac{2\pi}{\lambda_r} D_x \cos\alpha_{x_s} + p.2\pi \\ \psi_y = \phi_y + q.2\pi &= \frac{2\pi}{\lambda_r} D_y \cos\alpha_{y_s} + q.2\pi \end{aligned} \quad p, q = 0, +1, +2, \dots$$



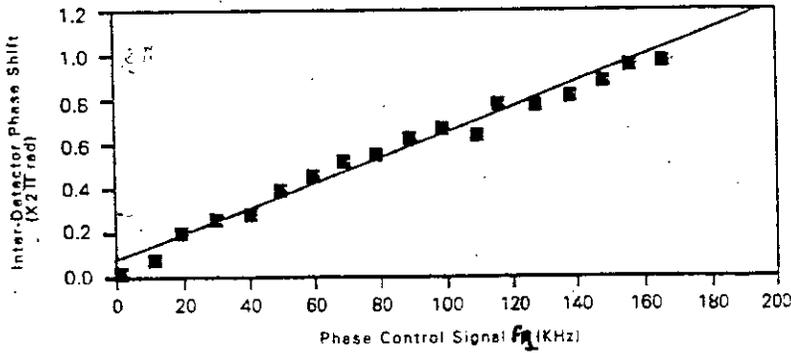
**Figure 6-36 :** Système de commande de balayage à deux dimensions. [45].

composants	Caractéristiques
1 Laser	$\lambda = 514 \text{ nm}$ , puissance = 20 mW
2 diamètre du trou de la photodiode	25 $\mu\text{m}$
3 lentille sphérique (S)	Distance focale = 15 cm, diamètre du faisceau optique = 22 mm
4 lentille cylindrique ( $C_1$ )	Distance focale = 30 cm
5 A.O.D (dispositif acousto – optique)	Dispositif en verre de silice, fréquence centrale = 70 MHz, largeur de bande = 40 MHz, temps d'ouverture = 10 $\mu\text{ sec}$ , hauteur du faisceau acoustique = 4 mm , distance entre AOD2 et AOD3 $\leq 0,2 \text{ mm}$
6 lentilles sphériques (S1 et S2)	Longueur focale = 50 cm , $S_2$ réalise une atténuation de $M = 0,6$ le long de oy.
7 Lentille cylindrique ( $C_2$ )	Distance focale = 20 cm.
8 Lentille cylindrique ( $C_3$ )	Distance focale = 30 cm.
9 Lentille cylindrique ( $C_4$ )	Distance focale = 10 cm
10 Lentilles cylindriques ( $C_2$ et $C_4$ )	Réalisent une atténuation de $M = 0.5$ le long de ox.

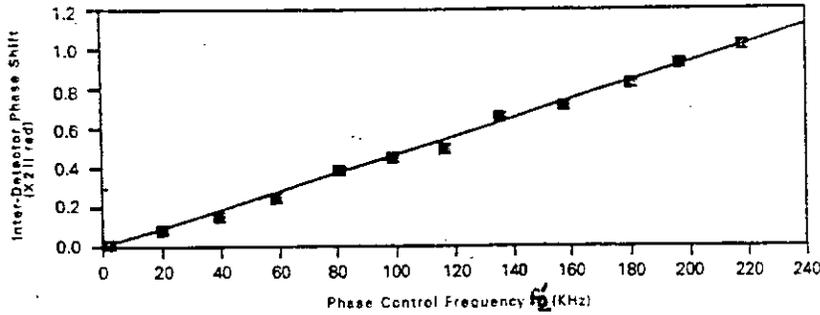
Riza [46] a utilisé un réseau de photodétecteurs composé de photodiodes à avalanche (modèle Hamamatsu S2381 fonctionnant avec une tension de polarisation de 159 v), avec des espacements  $l_x = 6 \text{ mm}$  et  $l_y = 5.6 \text{ mm}$ . Les cellules de Bragg AOD1 et AOD4 sont pilotées par des signaux RF de 70 MHz (amplitude = 10,15 v). AOD2 et AOD3 sont pilotées par un signal RF de 75 MHz (amplitude = 11.35 v).

Les figures 6.37 et 6.38 montrent le déphasage mesuré en fonction des fréquences de commande pour un réseau 2D, suivant les directions ox et oy respectivement.

Cette démonstration montre qu'un déphasage désiré peut être obtenu le long des directions indépendantes (ox et oy) de façon à orienter le faisceau des réseaux planaires dans les directions site et azimuth.

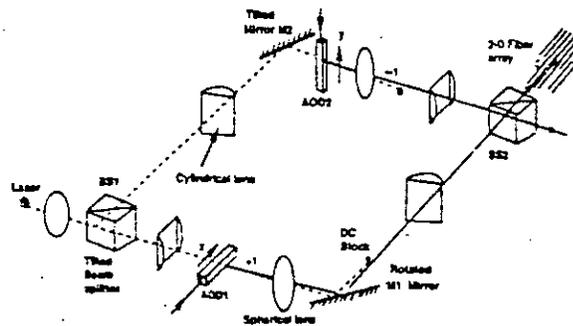


**Figure 6-37 :** Variation du déphasage mesuré en fonction de la fréquence de commande  $f_1$  [45].



**Figure 6-38 :** variation du déphasage mesuré en fonction de la fréquence de commande  $f_2$  [45].

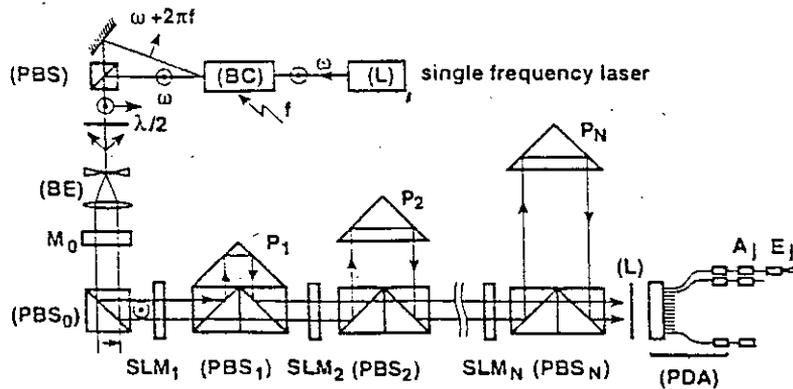
**- Architecture de Mach – Zehnder (méthode interférométrique):**



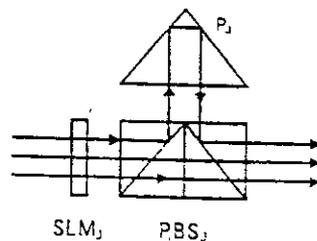
**Figure 6-39 :** Architecture de Mach – Zehnder pour un balayage 2D [45].

Cette méthode réalise un balayage 2D en utilisant deux cellules de Bragg croisées comme le montre la figure 6-39. Le faisceau laser est colmaté par une lentille sphérique puis divisé par deux par un diviseur de faisceau ( $BS_1$ ). La lumière arrive sous un angle de Bragg sur la cellule de Bragg AOD1, cette dernière produit un faisceau diffracté qui est defléchié le long de la direction  $ox$ . Un miroir reflecteur  $M_1$  est ajusté pour éliminer la deflexion due à la porteuse suivant  $ox$ , tel que le faisceau diffracté soit incident sur le diviseur/ combineur de faisceau ( $BS_2$ ). La moitié du signal passe à travers le miroir  $M_2$ , qui est ajuster pour éliminer la deflexion verticale suivant  $oy$  du faisceau d'ordre  $-1$ , diffracté par la cellule AOD2 tel qu'il soit incident (normal) sur le diviseur/ combineur de faisceau  $BS_2$  et les deux faisceaux apparaissent colinéaires aux ports de sortie de  $BS_2$ .

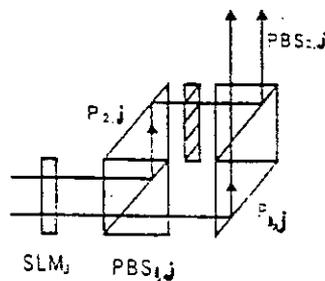
- Architecture de Dolfi et al. [50] 1979, [47] 1992 :



**Figure 6-40 :** Retards de phase et temporel pour réseau phasé : (BC) = cellule de Bragg à décalage fréquentiel ; (PBS<sub>i</sub>) = diviseurs/ combineurs et polariseurs de faisceau ; (M<sub>0</sub>) = modulateur spatial de lumière ; (cellule à cristal liquide utilisée en mode biréfringent) ; (SLM<sub>i</sub>) = modulateurs spatiaux de lumière pilotés électriquement ; (P<sub>i</sub>) = prismes ; (L) = réseau de lentilles ; (PDA) = réseau de photodiodes reliées à des fibres ; (A<sub>j</sub>) = amplificateurs μ -ondes ; (E<sub>j</sub>) = éléments rayonnants [45].



**Figure 6-41 :** Principe de fonctionnement des modules de retard en fonction de la position P<sub>j</sub> [45].



**Figure 6-42 :** Principe de fonctionnement des modules de retard en fonction de l'épaisseur du verre [45].

Dans ce cas, les faisceaux émis et diffractés sont polarisés croisés et recombinaés sans pertes sur un polariseur diviseur /combineur de faisceau (PBS) afin de donner une porteuse optique bi – fréquence du signal RF /μ. onde.

Le faisceau bi – fréquence passe à travers une plaque demi – onde où la polarisation de la lumière subit une rotation de 45° puis le faisceau passe à travers un amplificateur de faisceau (beam expander). Le faisceau amplifié rencontre M<sub>0</sub> qui est un modulateur spatial de la

lumière (SLM), à base d'un cristal liquide mnématique, de  $p \times p$  pixels. La polarisation du faisceau à la fréquence  $f_0$  coïncide avec l'orientation des molécules du cristal liquide. Le faisceau bi – fréquence rencontre un ensemble de SLMs, PBSs, et de prismes Ps à la sortie de  $M_0$  comme le montre la figure 6-40. Chaque SLM est constitué d'un réseau de  $p \times p$  pixels, et la polarisation du faisceau pivote de  $0^\circ$  à  $90^\circ$  proportionnellement à la tension appliquée sur chaque pixel.

Les figures 6-41 et 6-42 montrent les principes de fonctionnement des modules à retard.

Le  $PBS_i$  est transparent pour le faisceau polarisé horizontal et réfléchissant pour le faisceau polarisé vertical.

La position du prisme  $P_i$  donne le retard dans le battement du signal, lequel peut aller de 0 à  $2^{N-1} \tau$  avec un pas égal à  $\tau$ . L'amplitude du signal de battement de chaque diode photodéectrice (d.p.d) est donnée par :

$$i_k(t) = i_0 \cos 2\pi f \left( t + \sum_{j=1}^N \varepsilon_k \tau 2^{j-1} + \frac{e}{c} \Delta n(v_k) \right)$$

$\lambda = c / f$  est la longueur d'onde laser ;  $i_0 = \sqrt{i_\omega \cdot i_{\omega+2\pi f}}$

$i_\omega$  est le photo – courant délivré par la (d.p.d) du faisceau laser à la fréquence  $\omega / 2\pi$ , et

$i_{\omega+2\pi f}$  celui délivré par la (d.p.d) du faisceau laser à la fréquence  $(\omega / 2\pi) + f$  seule.

$$\Delta n(v_k) = n(v_k) - n_0 ;$$

$v_k$  est la tension appliquée à chaque pixel.

$n$  est l'indice de réfraction.

$e$  est l'épaisseur du cristal liquide.

Les polarisations à la sortie du  $SLM_j$  sont  $\varepsilon_{kj} = 1$  quand le  $PBS_j$  reflète la partie détectée du faisceau "collimaté", détecté par la photodiode  $k$  ( $1 \leq k \leq p^2$ ), et  $\varepsilon_{kj} = 0$  quand le  $PBS_j$  est transparent. Cette technique présente  $p \times p$  canaux indépendants,  $2^N$  retards et une commande de phase continue du signal RF/  $\mu$ .onde entre 0 et  $2\pi$ , assurant que  $e \cdot (n_e - n_0) \geq \lambda$ .

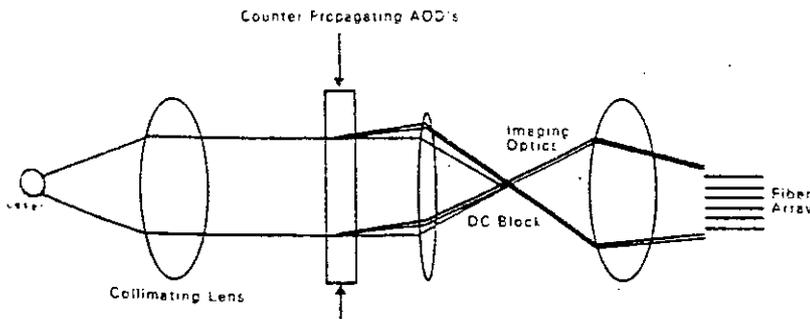
Dolfi et al. [47] ont opéré sur un réseau à 32 éléments pouvant balayer sur trois modes différents (retard de phase pur, retard temporel pur, et combinaison des deux types de retard).

## Résumé des résultats du balayage d'un alignement antennes

Mode utilisé	Faisceau dépointé	Lobes latéraux
Retards de phase	Faisceau dépointé à 7°	Pas d'augmentation
Retards temporels	Pas de faisceau dépointé	Pas d'augmentation
Retards de phase et temporels	Pas de faisceau dépointé	L'augmentation du lobe latéral à cause des lobes d'ambiguïté du sous-réseau.

### Conclusion :

L'élimination du grand nombre de déphaseurs électroniques et de leurs signaux multiples de commande, aussi bien au niveau du hardware que du logiciel milite en faveur de la technique A.O. contre la technique classique. La cellule de Bragg pilotant le balayage dépend de la fréquence porteuse de l'antenne.



**Figure 6-43 :** Architecture compacte en ligne pour un réseau linéaire [46], [48].

### Rendement optique obtenu par les différentes techniques A.O.

Architecture	Rendement optique
Balayage à une dimension	20% à 25%
Balayage par A.O.D. à une dimension	10% à 15%
Balayage par A.O.D. à deux dimensions	2% à 5%
Balayage 2D par la technique de Mach – Zehnder	5% à 7%

La technologie A.O. convient aux grands réseaux phasés aéroportés et aux applications satellites.

### 6-5- Comparaison des performances avec les alimentations conventionnelles :

Les caractéristiques désirées d'un déphaseur sont :

- Un déphasage indépendant de la fréquence de la bande opératoire.
- Un dispositif à comportement réciproque.
- Des pertes d'insertion faibles.

- d) Une désadaptation la plus faible possible dans la bande opératoire.
- e) Une commutation rapide (faible temps de commutation).
- f) Un coût faible, un poids et des dimensions réduites.

Le premier type des déphaseurs connus a été en ferrite, suivi du déphaseur à commutation diode PIN.

La perméabilité du ferrite n'affecte pas la fréquence radio du signal, mais dépend des grandes déviations du champ magnétique. La commande de ce dernier, commande donc le déphasage pratiquement sur  $360^\circ$ , avec des structures petites sous des champs magnétiques faibles ( $<100$ cersted) et avec de faibles pertes d'insertion.

La ferrite permet des puissances élevées et des commutations de l'ordre de la micro – seconde. Malheureusement les ferrites déphaseurs sont sujets à l'hystérésis et sont sensibles à la température.

Les diodes déphaseurs sont des éléments localisés à impédance variable, chacune sous tension constante. Même pour des fréquences micro – ondes faibles, la diode PIN permet la compacité du dispositif. Cependant, lorsque la fréquence opératoire de la diode déphaseuse croît, les pertes augmentent et la puissance utile décroît à l'opposé de la ferrite qui a en plus l'avantage d'être peu sensible aux radiations nucléaires.

Pour les avantages et désavantages des réseaux phasés [voir [35] p.295 à 297].

L'alimentation photonique se base sur le traitement acousto – optique du signal au niveau des cellules de Bragg. Elles peuvent fonctionner comme modulateurs de phase offrant une bonne résolution, une grande vitesse de traitement (modulation en temps réel), une large gamme dynamique de phase par la variation du signal de commande ainsi qu'un bon rendement (transmission, diffraction), ce qui en fait des dispositifs de choix pour plusieurs applications du traitement optique. Cependant, le traitement A.O peut être sujet au bruit dû à l'effet de dispersion de la cellule et la diffraction des rayons lumineux indésirables, quand plusieurs fréquences se trouvent simultanément dans la cellule (cas d'une cellule ayant un réseau de transducteurs : cellule à plusieurs signaux de commande). Le bruit optique peut être minimisé lors de la fabrication par l'utilisation de matériaux A.O. d'une bonne qualité optique, par l'utilisation d'une couche de protection (anti – réflexion) et on peut atteindre une atténuation du bruit de 60dB par rapport au maximum de la lumière diffractée. En plus du bruit, le signal de sortie peut être altéré par des produits d'inter – modulation.

- **Avantages des réseaux phasés :**

- 1- Ils sont capables d'opérer avec des puissances importantes (Crête et moyenne).
- 2- Ils sont mécaniquement fixes d'où une bonne résolution angulaire, un pilotage du balayage du faisceau rapide et continu.
- 3- Ils peuvent générer plusieurs faisceaux indépendants fixes et diversement mobiles en même temps, et opérer en multi – mode (multi – fonction).
- 4- Ils sont capables d'élaborer une distribution d'ouverture particulière directement, mieux que ne le ferait une lentille ou un réflecteur, ainsi l'amplitude et la phase de chaque élément peuvent être commandées individuellement.
- 5- L'absence d'un rayonnement arrière (spill – over) leur donne un rendement élevé.
- 6- Avec les faisceaux multiples et les temps de réaction très court, bien des performances sont possibles.
- 7- L'introduction des ordinateurs et des microprocesseurs dans leur gestion permet de nouvelles applications, l'amélioration des performances des anciennes, la mise en œuvre de procédures d'auto – dépannage.
- 8- La redondance des composants confère au réseau une bonne fiabilité.

- **Inconvénients des réseaux phasés :**

- 1- Des directions aveugles peuvent amener à limiter la couverture de l'espace surveillé.
- 2- Une bonne directivité implique des réseaux de dimensions importantes, donc des coûts de production élevés et une complexité accrue du système.
- 3- La stabilité en phase dépend des conditions ambiantes.

## CONCLUSION

Après avoir présenté les différents domaines de la photonique (en particulier l'acousto-optique) et les différents composants utilisés, en mettant en évidence les avantages de cette technologie, surtout en radar, où quelques améliorations peuvent être apportées.

L'effet A-O a été exposé pour éclairer la démarche de conception qui prend en compte les performances désirées.

Il est possible d'améliorer le balayage électronique en ayant recours à une technique acousto-optique simple et puissante, pour le traitement de signal et le contrôle dans les radars à alignements phasés. Cette approche élimine le besoin des circuits déphaseurs, généralement utilisés dans les systèmes électroniques conventionnels, ce qui rend la structure moins complexe et par voie de conséquence, moins coûteuse, fiable et d'une plus grande durée de vie. Par l'utilisation d'un signal de commande unique, valable pour tout réseau uniforme ou non.

Autre avantage apporté par la photonique se concrétise par l'utilisation des cellules de Bragg : En plus de la rapidité du traitement, l'effet doppler dans les deux cellules double la fréquence du signal d'entrée (dans le cas des réseaux 2D, l'effet doppler multiplie la fréquence du signal d'entrée par quatre), cette caractéristique permet l'utilisation d'une source dont la fréquence est la moitié de la fréquence porteuse de l'antenne. Donc, l'oscillateur a une fréquence plus basse, il est plus stable, moins cher et facile à maintenir qu'un générateur de plus hautes fréquences. On constate alors que la solution proposée offre de réels avantages du fait de sa souplesse et de sa capacité à l'adaptation aux diverses contraintes imposées par la conception d'un système plus performant.

Dans cette optique, les améliorations suivantes peuvent être apportées :

Sachant que les signaux optiques transférés par fibres sont à l'abri de toutes interférences électromagnétiques, on peut utiliser les fibres aussi bien pour réaliser des retards, des commutations que des déphasages en temps réel [29]:

- La structure PADEL (parallel fiber optic delay – line) utilisant R segments de F.O. de longueur fixe et R-1 commutateurs optiques pour avoir R-1 déphasages différents. Le déphasage est obtenu par commutation sur la fibre appropriée.
- La structure BIFODEL (binary fiber optic delay – line) dont la dimension est plus réduite que celle de la structure précédente. Les N commutateurs sont commandés numériquement pour générer  $2^N-1$  signaux de déphasage.

L'utilisation des F.O. permet l'introduction de la technique W.D.M. afin de minimiser le nombre de lignes alimentant le maximum d'antennes.

Le système étudié peut être aussi sujet à une possible intégration sur substrat convenable tel que le  $\text{LiNbO}_3$ , car un système intégré est préférable pour les applications aéroportées.

La photonique offre donc bien des possibilités de recherche pour des applications nouvelles ou des améliorations techniques à des coûts toujours plus bas. Ce travail confirme cette perspective en permettant des intégrations de dispositifs plus denses et des miniaturisations encore plus réduites.

## Glossaire

- A.O : acousto – optique.
- A.O.D : acousto – optic device (dispositif acousto – optique).
- A.P.M. : antenne plaque micro – ruban.
- A.R. : antenne rectiligne.
- B.C. : Bragg cell (cellule de Bragg).
- B.F.R. : basse fréquence de récurrence.
- B.S. : beam splitter (diviseur/combineur de faisceau).
- C.A.F. : contrôle automatique de fréquence.
- C.D.M. : mélange central (central data mixing).
- D.R. : diagramme de rayonnement.
- D.W.D.M. : multiplexage dense en longueur d'onde(dense wavelenght division multiplexing).
- E.E.S. : émetteur à état solide.
- F.C.R. : fonction caractéristique de rayonnement.
- F.I. : fréquence intermédiaire.
- F.O. : fibre optique.
- F.R. : facteur du réseau.
- H.F. : hautes fréquences.
- H.F.R. : haute fréquence de récurrence.
- I.F.M. : mesure instantanée de fréquence.
- I.L.A. : amplificateur en ligne (in-line amplifier).
- M.M.I.C. : circuit micro – onde monolithique intégré.
- M.F.R. : moyenne fréquence de récurrence.
- P.B.S. : polarizer beam splitter (diviseur/ combineur polariseur de faisceau).
- R.D.M. : mélange à distance (remote data mixing).
- R.P.B.E. : réseau phasé à balayage électronique.
- S.A.R. : radar à ouverture synthétique (synthetic aperture radar).
- S.F<sub>2</sub> : système façonneur de faisceau ou système formeur de faisceau.
- S.L.M. : spatial light modulator ( modulateur spatial de lumière).
- SONET : réseau optique synchrone (synchrone optical network).
- T.O.P. : tube à ondes progressives.
- W.D.M. : multiplexage en longueur d'onde (wavelenght division multiplexing).

## ANNEXE 1

- Réduction des coefficients élasto-optiques par symétrie :

Soit le système d'équations :

$$a_{xx} - \frac{1}{\varepsilon_x} = q_{11}P_{xx} + q_{12}P_{yy} + q_{13}P_{zz} + q_{14}P_{yz} + q_{15}P_{zx} + q_{16}P_{xy} \quad (1)$$

$$a_{yy} - \frac{1}{\varepsilon_y} = q_{21}P_{xx} + q_{22}P_{yy} + q_{23}P_{zz} + q_{24}P_{yz} + q_{25}P_{zx} + q_{26}P_{xy} \quad (2)$$

$$a_{zz} - \frac{1}{\varepsilon_z} = q_{31}P_{xx} + q_{32}P_{yy} + q_{33}P_{zz} + q_{34}P_{yz} + q_{35}P_{zx} + q_{36}P_{xy} \quad (3) \quad - 1-$$

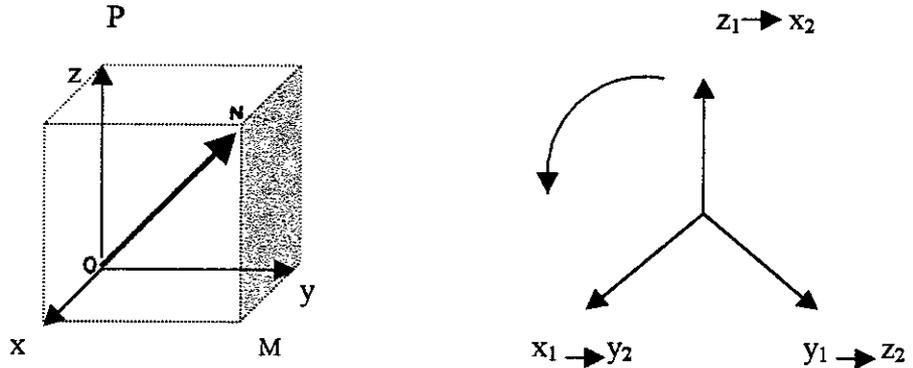
$$a_{yz} = q_{41}P_{xx} + q_{42}P_{yy} + q_{43}P_{zz} + q_{44}P_{yz} + q_{45}P_{zx} + q_{46}P_{xy} \quad (4)$$

$$a_{zx} = q_{51}P_{xx} + q_{52}P_{yy} + q_{53}P_{zz} + q_{54}P_{yz} + q_{55}P_{zx} + q_{56}P_{xy} \quad (5)$$

$$a_{xy} = q_{61}P_{xx} + q_{62}P_{yy} + q_{63}P_{zz} + q_{64}P_{yz} + q_{65}P_{zx} + q_{66}P_{xy} \quad (6)$$

Par rotation autour de l'axe ternaire ON de 120° :

l'axe ox devient oy, l'axe oy devient oz et l'axe oz devient ox.



On obtient un nouveau système d'équations :

$$a_{yy} - \frac{1}{\varepsilon_y} = q_{11}P_{yy} + q_{12}P_{zz} + q_{13}P_{xx} + q_{14}P_{zx} + q_{15}P_{xy} + q_{16}P_{yz} \quad (7)$$

$$a_{zz} - \frac{1}{\varepsilon_z} = q_{21}P_{yy} + q_{22}P_{zz} + q_{23}P_{xx} + q_{24}P_{zx} + q_{25}P_{xy} + q_{26}P_{yz} \quad (8)$$

$$a_{xx} - \frac{1}{\varepsilon_x} = q_{31}P_{yy} + q_{32}P_{zz} + q_{33}P_{xx} + q_{34}P_{zx} + q_{35}P_{xy} + q_{36}P_{yz} \quad (9) \quad -2-$$

$$a_{zx} = q_{41}P_{yy} + q_{42}P_{zz} + q_{43}P_{xx} + q_{44}P_{zx} + q_{45}P_{xy} + q_{46}P_{yz} \quad (10)$$

$$a_{xy} = q_{51}P_{yy} + q_{52}P_{zz} + q_{53}P_{xx} + q_{54}P_{zx} + q_{55}P_{xy} + q_{56}P_{yz} \quad (11)$$

$$a_{yz} = q_{61}P_{yy} + q_{62}P_{zz} + q_{63}P_{xx} + q_{64}P_{zx} + q_{65}P_{xy} + q_{66}P_{yz} \quad (12)$$

Donc pour un système cubique symétrique, on aura :

$$\begin{aligned}
(1) = (9) &\Rightarrow q_{11} = q_{33}, q_{12} = q_{31}, q_{13} = q_{32}, q_{14} = q_{36}, q_{15} = q_{34}, q_{16} = q_{35}, \\
(2) = (7) &\Rightarrow q_{21} = q_{13}, q_{22} = q_{11}, q_{23} = q_{12}, q_{24} = q_{16}, q_{25} = q_{14}, q_{26} = q_{15}, \\
(3) = (8) &\Rightarrow q_{31} = q_{23}, q_{32} = q_{21}, q_{33} = q_{22}, q_{34} = q_{26}, q_{35} = q_{24}, q_{36} = q_{25}, \\
(4) = (12) &\Rightarrow q_{41} = q_{63}, q_{42} = q_{61}, q_{43} = q_{62}, q_{44} = q_{66}, q_{45} = q_{64}, q_{46} = q_{65}, \\
(5) = (10) &\Rightarrow q_{51} = q_{43}, q_{52} = q_{41}, q_{53} = q_{42}, q_{54} = q_{46}, q_{55} = q_{44}, q_{56} = q_{45}, \\
(6) = (11) &\Rightarrow q_{61} = q_{53}, q_{62} = q_{51}, q_{63} = q_{52}, q_{64} = q_{56}, q_{65} = q_{54}, q_{66} = q_{55},
\end{aligned}$$

Des égalités précédentes, on tire :

$$\begin{aligned}
q_{11} = q_{22} = q_{33}, & \quad q_{15} = q_{34} = q_{26}, \quad q_{43} = q_{62} = q_{51}, \\
q_{12} = q_{31} = q_{23}, & \quad q_{16} = q_{35} = q_{24}, \quad q_{44} = q_{66} = q_{55}, \\
q_{13} = q_{32} = q_{21}, & \quad q_{41} = q_{63} = q_{52}, \quad q_{45} = q_{64} = q_{56}, \\
q_{14} = q_{36} = q_{25}, & \quad q_{42} = q_{61} = q_{53}, \quad q_{46} = q_{65} = q_{54},
\end{aligned}$$

- Par rotation autour d'un deuxième axe ternaire MP de  $120^\circ$  (vers la gauche) :

l'axe ox devient (-oz), l'axe oy devient ox, l'axe oz devient (-oy).

On aura alors à partir du système -1- :

$$\begin{aligned}
a_{zz} - \frac{1}{\varepsilon_z} &= q_{11}P_{zz} + q_{12}P_{xx} + q_{13}P_{yy} + q_{14}P_{x(-y)} + q_{15}P_{yz} + q_{16}P_{(-z)x} \\
a_{xx} - \frac{1}{\varepsilon_x} &= q_{21}P_{zz} + q_{22}P_{xx} + q_{23}P_{yy} + q_{24}P_{x(-y)} + q_{25}P_{yz} + q_{26}P_{(-z)x} \\
a_{yy} - \frac{1}{\varepsilon_y} &= q_{31}P_{zz} + q_{32}P_{xx} + q_{33}P_{yy} + q_{34}P_{x(-y)} + q_{35}P_{yz} + q_{36}P_{(-z)x} \\
a_{x(-y)} &= q_{41}P_{zz} + q_{42}P_{xx} + q_{43}P_{yy} + q_{44}P_{x(-y)} + q_{45}P_{yz} + q_{46}P_{(-z)x} \\
a_{yz} &= q_{51}P_{zz} + q_{52}P_{xx} + q_{53}P_{yy} + q_{54}P_{x(-y)} + q_{55}P_{yz} + q_{56}P_{(-z)x} \\
a_{(-z)x} &= q_{61}P_{zz} + q_{62}P_{xx} + q_{63}P_{yy} + q_{64}P_{x(-y)} + q_{65}P_{yz} + q_{66}P_{(-z)x}
\end{aligned}$$

On a :

$$P_{x(-y)} = -P_{xy},$$

$$a_{x(-y)} = -a_{xy} \Rightarrow a_{xy} = -(-a_{x(-y)}) ,$$

(même chose pour les autres coefficients), d'où :

$$a_{zz} - \frac{1}{\varepsilon_z} = q_{11}P_{zz} + q_{12}P_{xx} + q_{13}P_{yy} - q_{14}P_{xy} + q_{15}P_{yz} - q_{16}P_{zx} \quad (13)$$

$$a_{xx} - \frac{1}{\varepsilon_x} = q_{21}P_{zz} + q_{22}P_{xx} + q_{23}P_{yy} - q_{24}P_{xy} + q_{25}P_{yz} - q_{26}P_{zx} \quad (14)$$

$$a_{yy} - \frac{1}{\varepsilon_y} = q_{31}P_{zz} + q_{32}P_{xx} + q_{33}P_{yy} - q_{34}P_{xy} + q_{35}P_{yz} - q_{36}P_{zx} \quad (15)$$

$$a_{xy} = -q_{41}P_{zz} - q_{42}P_{xx} - q_{43}P_{yy} + q_{44}P_{xy} - q_{45}P_{yz} + q_{46}P_{zx} \quad (16)$$

$$a_{yz} = q_{51}P_{zz} + q_{52}P_{xx} + q_{53}P_{yy} - q_{54}P_{xy} + q_{55}P_{yz} - q_{56}P_{zx} \quad (17)$$

$$a_{zx} = -q_{61}P_{zz} - q_{62}P_{xx} - q_{63}P_{yy} + q_{64}P_{xy} - q_{65}P_{yz} + q_{66}P_{zx} \quad (18)$$

Pour un système cubique symétrique, on aura :

$$(1) = (14) \Rightarrow q_{11} = q_{22}, \quad q_{12} = q_{23}, \quad q_{13} = q_{21}, \quad q_{14} = q_{25}, \quad q_{15} = -q_{26}, \quad q_{16} = -q_{24},$$

$$(2) = (15) \Rightarrow q_{21} = q_{32}, \quad q_{22} = q_{33}, \quad q_{23} = q_{31}, \quad q_{24} = q_{35}, \quad q_{25} = -q_{36}, \quad q_{26} = -q_{34},$$

$$(3) = (13) \Rightarrow q_{31} = q_{12}, \quad q_{32} = q_{13}, \quad q_{33} = q_{11}, \quad q_{34} = q_{15}, \quad q_{35} = -q_{16}, \quad q_{36} = -q_{14},$$

$$(4) = (17) \Rightarrow q_{41} = q_{52}, \quad q_{42} = q_{53}, \quad q_{43} = q_{51}, \quad q_{44} = q_{55}, \quad q_{45} = -q_{56}, \quad q_{46} = -q_{54},$$

$$(5) = (18) \Rightarrow q_{51} = -q_{62}, \quad q_{52} = -q_{63}, \quad q_{53} = -q_{61}, \quad q_{54} = -q_{65}, \quad q_{55} = q_{66}, \quad q_{56} = q_{64},$$

$$(6) = (16) \Rightarrow q_{61} = -q_{42}, \quad q_{62} = -q_{43}, \quad q_{63} = -q_{41}, \quad q_{64} = -q_{45}, \quad q_{65} = q_{46}, \quad q_{66} = q_{44},$$

Des égalités précédentes, on tire :

$$q_{11} = q_{22} = q_{33}, \quad q_{15} = -q_{26} = q_{34}, \quad q_{43} = q_{51} = -q_{62},$$

$$q_{12} = q_{23} = q_{31}, \quad q_{16} = -q_{24} = -q_{35}, \quad q_{44} = q_{55} = q_{66},$$

$$q_{13} = q_{21} = q_{32}, \quad q_{41} = q_{52} = -q_{63}, \quad q_{45} = -q_{56} = -q_{64},$$

$$q_{14} = q_{25} = -q_{36}, \quad q_{42} = q_{53} = -q_{61}, \quad q_{46} = -q_{54} = q_{65},$$

et par comparaison avec les résultats de la première symétrie, on aura :

$$q_{11} = q_{22} = q_{33}, \quad q_{14} = q_{25} = q_{36} = 0, \quad q_{42} = q_{53} = q_{61} = 0,$$

$$q_{12} = q_{23} = q_{31}, \quad q_{15} = q_{26} = q_{34} = 0, \quad q_{43} = q_{51} = q_{62} = 0,$$

$$q_{13} = q_{21} = q_{32}, \quad q_{16} = q_{24} = q_{35} = 0, \quad q_{45} = q_{56} = q_{64} = 0,$$

$$q_{44} = q_{55} = q_{66}, \quad q_{41} = q_{52} = q_{63} = 0, \quad q_{46} = q_{54} = q_{65} = 0,$$

Finalement, le système -1- devient :

$$a_{xx} - \frac{1}{\varepsilon_x} = q_{11}P_{xx} + q_{12}P_{yy} + q_{13}P_{zz}$$

$$a_{yy} - \frac{1}{\varepsilon_y} = q_{13}P_{xx} + q_{11}P_{yy} + q_{12}P_{zz}$$

$$a_{zz} - \frac{1}{\varepsilon_z} = q_{12}P_{xx} + q_{13}P_{yy} + q_{11}P_{zz}$$

$$a_{yz} = q_{44}P_{yz}$$

$$a_{zx} = q_{44}P_{zx}$$

$$a_{xy} = q_{44}P_{xy}$$

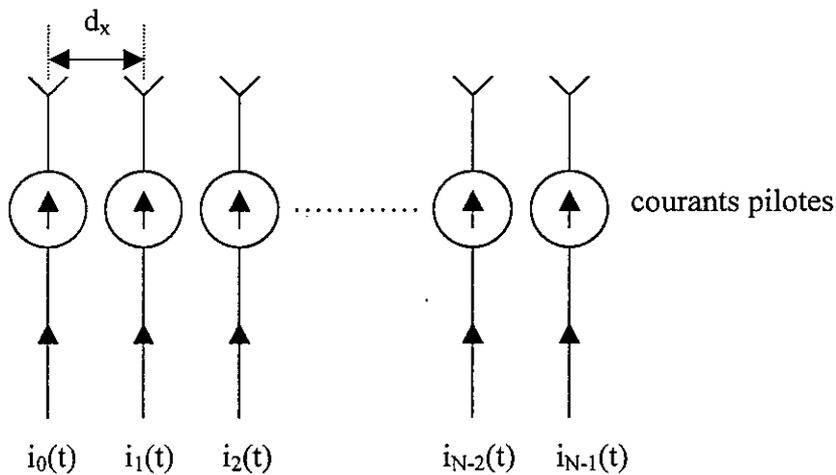
## ANNEXE 2

### Conception de l'alimentation photonique

#### Pour un R.P.B.E.

##### 1- Rappel et position du problème :

On considère un alignement phasé de N éléments équidistants, chacun étant équivalent à une source uniformément rayonnante dans toutes les directions.



**Fig.1 :** Configuration d'une antenne à alignements phasés.

Pour émettre un signal (énergie) sous un angle  $\theta$  par rapport à la direction normale au plan du réseau, le déphasage des signaux pilotant les éléments adjacents doit être égal à :

$$\phi(\alpha) = 2\pi \left( \frac{d_x}{\lambda} \right) \sin(\theta) \quad (A2.1)$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde d'émission.

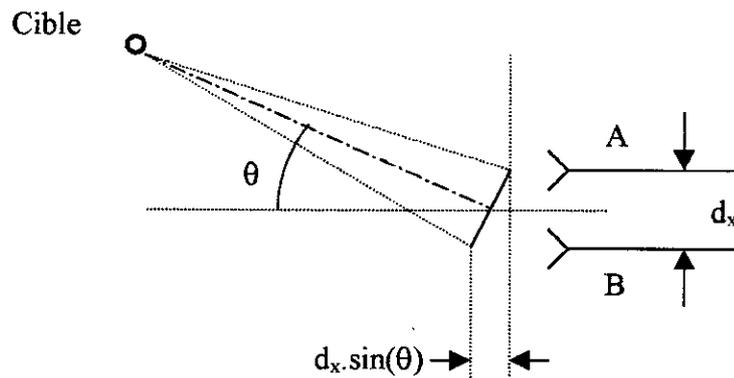
Donc, les signaux pilotes sont conditionnés par le déphasage (A2.1).

Afin de le vérifier, on va établir la forme du signal que doivent émettre les éléments des alignements phasés, ce signal étant produit par le système de façonnage de faisceau (sf2).

Si l'on admet que le signal écho conserve pour l'essentiel la forme du signal émis, une réception corrélant ces deux signaux est donc fondée.

On considère un signal  $s(t)$  détecté par deux éléments d'antenne (on prend deux éléments pour simplifier le calcul). Soit «  $d_x$  » la distance qui les sépare.

Les signaux reçus sont  $s_a(t)$  au niveau de l'élément A, et  $s_b(t)$  au niveau de l'élément B (voir figure 2).



**Fig.2 :** Etablissement du signal de réception.

L'énergie RF arrive à l'élément B avec un retard, par rapport à l'élément A, tel que :

$$s_b(t) = s_a(t - \tau) \quad (A2.2)$$

Puisque l'effet d'un signal retardé sur la transformée de Fourier se traduit par un facteur linéaire de phase, on cherche le moyen de mesurer la phase ainsi que l'amplitude dans le plan de Fourier.

Soient  $s_a(\alpha, t)$  et  $s_b(\alpha, t)$  les spectres associés à  $s_a(t)$  et  $s_b(t)$ . L'intensité au niveau des antennes est donc :

$$I(\alpha, t) = |s_a(\alpha, t) + s_b(\alpha, t) \exp(j2\pi f_d t)|^2 \quad (A2.3)$$

où l'exponentielle montre que la fréquence de la branche supérieure a été décalée de  $+f_d$ .

Elle peut aussi être décalée de  $-f_d$  sans modifier les résultats.

Pour l'équation (6.2) on a :

$$s_b(\alpha, t) = s_a(\alpha, t) \cdot \exp(-j2\pi \alpha \nu \tau) \quad (A2.4).$$

C'est à dire que le spectre  $s_b(\alpha, t)$  est identique à  $s_a(\alpha, t)$ , à l'exception du terme de la phase

$\Phi(\alpha) = 2\pi \alpha \nu \tau$ , qui contient l'information sur l'angle d'arrivée.

L'intensité devient alors :

$$I(\alpha, t) = |s_a(\alpha, t)|^2 \{1 + \cos[2\pi f_d t - \phi(\alpha)]\} \quad (A2.5).$$

La variation de  $\phi(\alpha)$  implique la variation de  $\theta$ , et donc de la position de la cible.

L'intégrale de cette énergie par rapport à  $\alpha$ , nous donne le courant au niveau de chaque élément  $n$  de l'antenne, qui est de la forme :

$$i_n(t) = A \cos(\omega t - n\phi) \quad (A2.6). \text{ (réception et émission).}$$

$n$  indique le  $n^{\text{ième}}$  élément, et  $n\phi$  indique le déphasage par rapport au courant dans l'élément de référence.

L'amplitude de ces courants peut être choisie convenablement pour produire les formes désirées du faisceau radar. Pour simplifier l'analyse, on considère que toutes les amplitudes sont égales à l'unité. L'élément 0 de la figure (1) est pris comme antenne de référence, avec un courant pilote à phase nulle.

Chaque élément rayonne son propre diagramme, et le rayonnement observé du champ lointain à un angle  $\theta$ , qui est dû à tous les éléments du réseau, est approximativement proportionnel à la somme :

$$E = \sum_{n=0}^{N-1} \sin(\omega t + n\phi) = \sin\left(\omega t + (N-1)\frac{\phi}{2}\right) \frac{\sin\left(N\frac{\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)} \quad (A2.7).$$

Le premier terme constitue la porteuse, dont la fréquence est  $\omega$ , et la phase est  $(N-1)\phi/2$ .

Le deuxième terme constitue le diagramme de rayonnement. Le faisceau principal peut être orienté en variant le déphasage  $\phi = 2\pi \frac{d_x}{\lambda} \sin(\theta)$ , des signaux pilotant le réseau.

Donc, pour un système d'émission, il suffit de disposer au niveau de chaque élément d'antenne, d'une source de courant déphasée par rapport aux courants des éléments voisins, et la variation de la phase implique le balayage électronique du faisceau radar, afin de détecter les cibles.

Dans les alignements phasés conventionnels, le retard (déphasage) introduit au niveau de chaque élément (source de courant) est réalisé par différentes méthodes, on peut en citer, les circuits déphaseurs (commandés par des programmes), les lignes à retard, ...

Cela rend le réseau plus encombrant, et l'éloigne d'un traitement en temps réel.

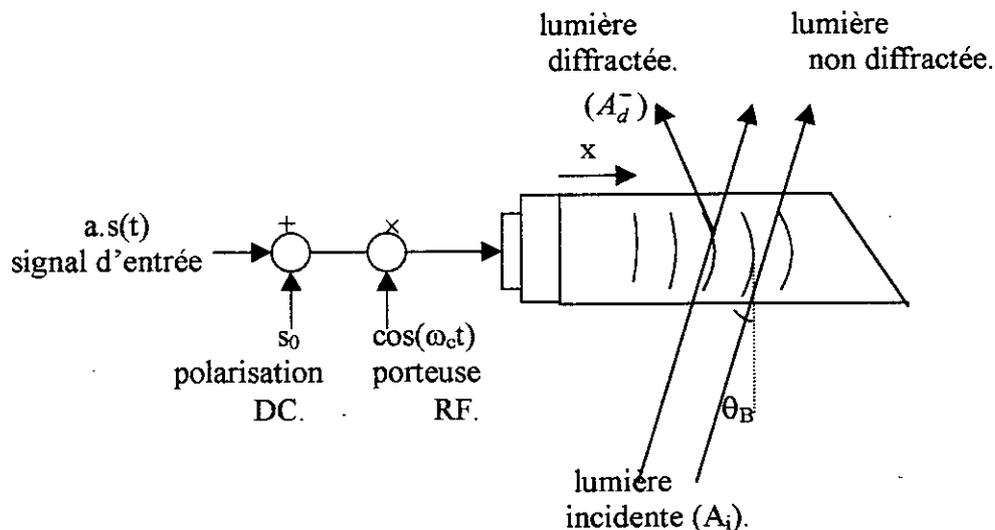
Pour y remédier, on va concevoir des sources de courant à phases commandées, pilotant les antennes à alignements phasés, par l'utilisation de composants photoniques tels que le laser, le modulateur de lumière, le photodétecteur, qui se caractérisent par leurs dimensions réduites et leur fonctionnement rapide.

## **2- La cellule acousto-optique de Bragg :**

### **a-Fonctionnement :**

Les cellules acousto-optiques de Bragg nous fournissent le moyen de l'encodage d'un faisceau optique, par l'information contenue dans un signal RF en temps réel.

Le fonctionnement typique d'une cellule de Bragg comme système de traitement optique du signal, est illustré dans la figure suivante :



**Figure.3** :Fonctionnement d'une cellule de Bragg.

Le signal  $s(t)$  portant l'information d'amplitude  $a$ , est ajouté à une composante continue, puis mélangé avec une porteuse RF de fréquence  $\omega_c$ , et finalement envoyé à l'intérieur de la cellule de Bragg. Le niveau de la composante continue contrôle le fonctionnement linéaire du dispositif, et la bande de fréquence de la cellule est déterminée selon la nature du matériau, l'interaction acousto-optique et les dimensions du transducteur (voir les caractéristiques dans la prochaine section).

Les dispositifs acousto-optiques ont une bande de fréquence de 30Mhz à 6Ghz.

Les signaux analogiques à l'intérieur de la bande fréquentielle de la cellule, sont introduits directement sans le besoin de les mélanger avec une porteuse.

Les signaux analogiques à l'extérieur de la bande fréquentielle aussi bien que les signaux numériques, sont traités en les mélangeant avec une porteuse RF appropriée tel que le signal résultant soit à l'intérieur de la bande fréquentielle de la cellule.

Le transducteur de la cellule génère une onde acoustique qui se propage dans le matériau acousto-optique, dans la direction  $x$ , avec une vitesse acoustique  $v$ .

A une position quelconque à l'intérieur de la cellule, le signal acoustique est modulé par le signal d'entrée retardé dans le temps par  $t = x / v$ .

Le signal à l'intérieur de la cellule peut donc être représenté par  $s(t - x / v)$ , et la perturbation correspondant au signal acoustique (en négligeant l'atténuation acoustique du matériau) est :

$$s(x, t) = \left[ s_0 + a.s \left( t - \frac{x}{v} \right) \right] \cos \left[ \omega_c \left( t - \frac{x}{v} \right) \right] \quad (A2.8)$$

où  $s_0$  est la polarisation DC.

Comme on a vu dans le chapitre 5, l'onde acoustique induit une variation  $\Delta n$  de l'indice de réfraction, donnée par (voir 5-1) :

$$\Delta n = \frac{1}{2} n^3 C s(x, t) = \frac{1}{2} n^3 C \left[ s_0 + a.s \left( t - \frac{x}{v} \right) \right] \cos \left[ \omega_c \left( t - \frac{x}{v} \right) \right] \quad (A2.9)$$

$n$  : indice de réfraction.

$\Delta n$  : très petite variation de l'indice.

$C$  : coefficient photo-élastique.

Un faisceau optique traversant une longueur  $L$  d'un champ acoustique, subit un déphasage donné par :

$$\varphi = -kL(n_0 + \Delta n) \quad (A2.10), \quad (\text{voir 4-1})$$

où  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  est le vecteur d'onde en espace libre.

Soit un faisceau optique de la figure (3), incident, de la forme :

$$A_i(z=0, t) = A_0 \exp(j\omega_0 t) \quad (A2.11).$$

A la sortie de la cellule, le faisceau obtenu aura la forme de :

$$\begin{aligned} A_{ex}(z=L, t) &= A_0 \exp(j\omega_0 t) \exp[-jkL(n_0 + \Delta n)] \\ &= A_0 \exp(j\omega_0 t) \exp(-jkLn_0) \exp(-jkL\Delta n) \end{aligned} \quad (A2.12).$$

Puisque la variation  $\Delta n$  est très petite, on peut utiliser le développement limité de  $\exp(-jkL\Delta n)$ , en négligeant les ordres supérieurs, et on aura :

$$\begin{aligned} A_{ex}(x, z=L, t) &= A_0 \exp(j\omega_0 t) \exp(-jkLn_0) \times \{Y\} \\ \{Y\} &= \left\{ 1 + j \frac{p}{2} \left[ s_0 + a.s \left( t - \frac{x}{v} \right) \right] \times \left[ \exp \left( j\omega_c \left( t - \frac{x}{v} \right) \right) + \exp \left( -j\omega_c \left( t - \frac{x}{v} \right) \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (A2.13)$$

$$\text{où } p = \frac{kLn^3 C}{2}.$$

On remarque que l'équation (A2.13) coïncide avec le résultat de la section 5-2 :

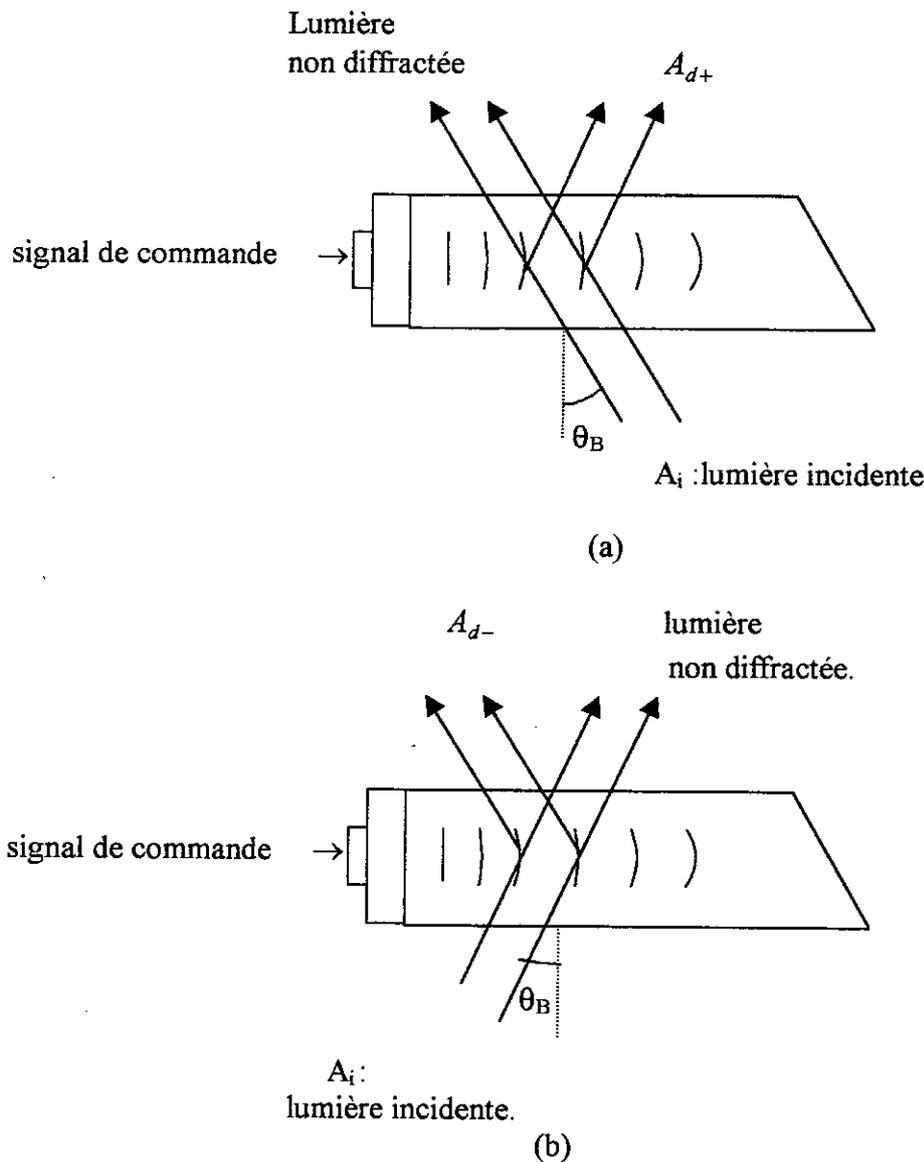
A la sortie de la cellule acousto-optique, il y a globalement trois faisceaux :

- le premier est non diffracté,  $A_0 \exp(j\omega_0 t) \exp(-jkLn_0)$ , il a la même direction que le faisceau incident.
- Deux faisceaux diffractés :

$$A_{d\pm}(x, t) = jp' \left[ s_0 + a.s \left( t - \frac{x}{v} \right) \right] \exp \left( \pm j\omega_c \left( t - \frac{x}{v} \right) \right) \quad (A2.14),$$

dont l'un correspond à un angle de Bragg positif, et l'autre à un angle de Bragg négatif. (voir figure 4).

$$p' = \frac{P}{2} A_0 \exp(j\omega_0 t) \exp(-jkLn_0)$$



**Figure.4 :** Les modes de diffractions :  
 (a) angle de Bragg négatif    (b) angle de Bragg positif.

**b- Caractéristiques de la cellule de Bragg :**

**b-1- Fonction de transfert dynamique :**

Un paramètre clé de la performance, associés aux cellules acousto-optiques, est la quantité de lumière diffractée, de 1<sup>ère</sup> ordre, qui doit être linéaire en intensité ou en amplitude avec le signal d'entrée. La fonction de transfert d'intensité électrique / optique, pour un transducteur de dimensions L, H est :

$$\frac{I_d}{I_i} = \sin^2 \left( \frac{\pi}{\sqrt{2}\lambda_0} \sqrt{M_2 P \frac{L}{H}} \right) \quad (A2.15)$$

H : hauteur du transducteur.

L : longueur du transducteur.

P : puissance acoustique ( $P = P_a L H$ ).

Dans le fonctionnement à faible puissance acoustique, la fonction de transfert est proportionnelle à la racine carrée de la puissance, et donc linéairement proportionnelle à l'amplitude du signal électrique d'entrée.

$M_2$  (figure de mérite), défini par :  $M_2 = \frac{n^6 C_{eff}^2}{\rho \cdot v^3}$ , avec :

$C_{eff}$  : constante photo-élastique effective d'un matériau, pour une configuration particulière d'interaction acousto-optique.

v : vitesse acoustique.

n : indice de réfraction.

$\rho$  : densité du matériau.

$M_2$  combine les paramètres du matériau dans une seule constante, pour montrer l'efficacité du matériau pour les applications acousto-optiques.

Exemple : caractéristiques des matériaux acousto-optiques utilisés.

	Transmission optique ( $\mu m$ )	Indice de réfraction (n)	Densité $\rho$ ( $g/cm^3$ )	Anisotropie (b)	Vitesse acoustique ( $\times 10^5 cm/s$ )	$M_2$	Atténuation $db/\mu s/GHz^2$
GaAs	1.0 - 11.0	3.37	5.34		5.15	104.0	15.5
LiNbO <sub>3</sub>	0.4 - 4.5	2.2	4.64	-0.55	6.57	7.0	1.0
TeO <sub>2</sub>	0.35-5.0	2.26	6	0.2	4.2	34.5	6.3

### b-2- Pilotage fréquentiel de la déflexion du faisceau :

Pour une fréquence pilote f donnée du signal RF, on trouve que la longueur d'onde acoustique à l'intérieur de la cellule est :

$$\Lambda = \frac{v}{f}$$

La fréquence spatiale est donc :  $\alpha = \frac{1}{\Lambda}$ ,

qui donne une relation importante entre la fréquence spatiale et la fréquence temporelle :

$$\alpha = \frac{f}{v} = \frac{1}{\Lambda}$$

La fréquence spatiale est générée par la cellule acousto-optique, pour chaque fréquence temporelle du signal RF appliqué.

La « distance d'échantillonnage » (période) exigée pour un signal dans la cellule est :

$$d = \frac{1}{2\alpha} \text{ . (distance interréticulaire).}$$

L'angle physique de diffraction (déflexion du faisceau), est lié à la fréquence spatiale et temporelle par :

$$\theta = \frac{\lambda}{2d} = \lambda\alpha = \frac{\lambda f}{v} = \frac{\lambda}{\Lambda} \text{ ,} \quad (\Lambda = 2d).$$

Donc, la déflexion du faisceau est possible par la variation de la fréquence du signal RF d'entrée. L'angle de déflexion maximum est déterminé par la déviation maximum de la fréquence :

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{v} \Delta f \quad (A2.16),$$

tel que l'angle de déflexion soit linéaire avec la fréquence appliquée.

### b-3- Largeur de bande et résolution angulaire :

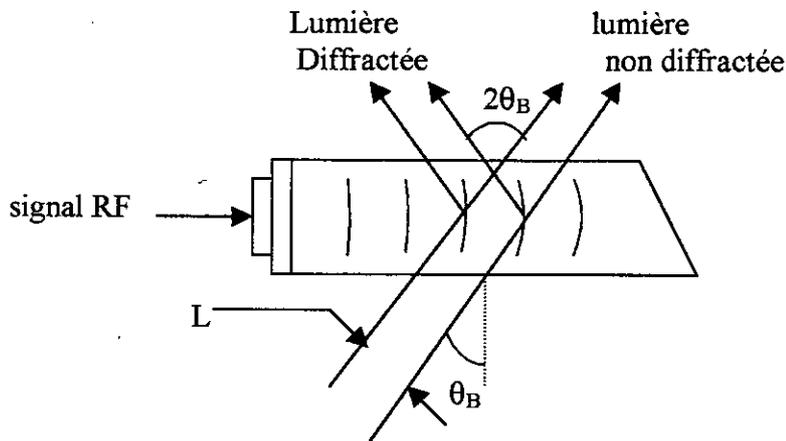
Un paramètre important dans le traitement du signal, est le produit largeur de bande- temps, qui nous donne l'information sur la qualité du système optique. Il est égal à la résolution angulaire M produite par la cellule. M étant le rapport de l'angle de déflexion totale par la résolution angulaire.

Soit L la largeur du faisceau de lumière, alors :  $M = \frac{\Delta\theta}{\lambda/L}$ ,

$$(A2.16) \Rightarrow M = \frac{\lambda \Delta f / v}{\lambda / L} = \frac{L}{v} \Delta f = T \Delta f = T.w \quad (A2.17)$$

où  $L/v = T$  est le temps de passage de l'onde acoustique à travers le faisceau optique.

$w = \Delta f$  : largeur de bande de la cellule.



**Figure5 :**Caractéristiques de diffraction d'un faisceau.

#### 4- L'alimentation photonique du réseau phasé :

Ayant déterminées toutes les caractéristiques spécifiques de la cellule acousto-optique, cela nous permet de faire un meilleur choix du composant pour le bon fonctionnement du système. Notre but est de concevoir un système photonique de sources de courants déphasés, alimentant un alignement d'antennes permettant de faire un balayage électronique. Ces sources de courants doivent être de la forme de (A2.6) :

$$i_n(t) = A \cdot \cos(\omega t - n\varphi).$$

Considérons un laser He-Ne, qui produit un faisceau optique de la forme :

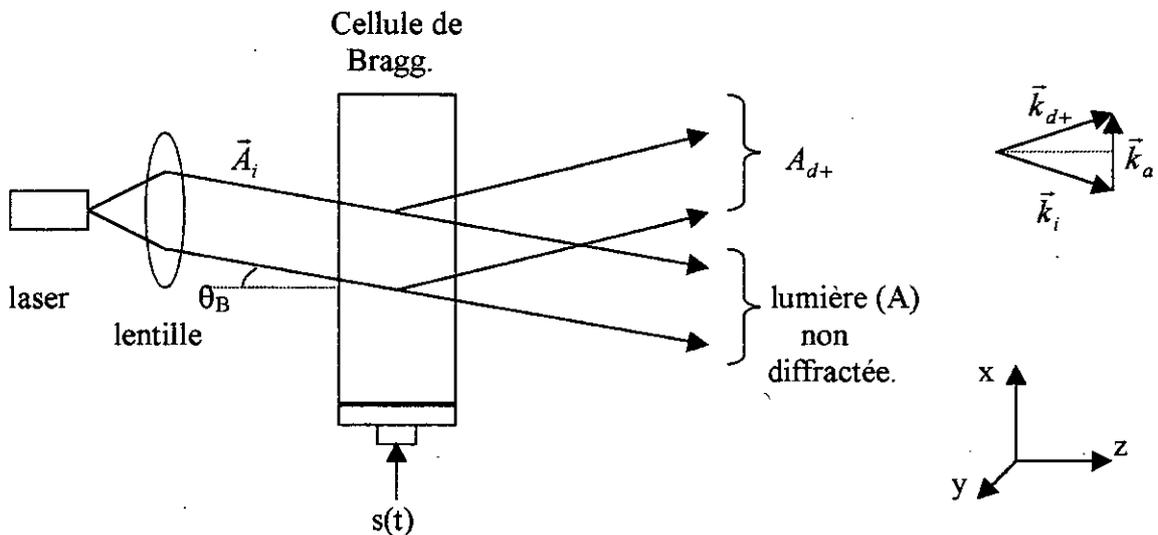
$$A_i(z = 0, t) = A_i \exp(j\omega_i t) \quad (A2.18),$$

et soit le signal électrique pilotant la cellule acousto-optique :

$$s(t) = \cos[(\omega_c + \omega_0)t] \quad (A2.19),$$

$\omega_0$  : pulsation de commande.

$\omega_c$  : pulsation de la porteuse.



**Figure.6 :**Principe de base pour la conception.

Si le laser illumine la cellule acousto-optique avec un angle de Bragg négatif, on aura à la sortie de la cellule [29] :

$$A_{ex} = A + A_{d+} = A_i \exp(j\omega_i t) \exp(-jkLn_0) \left\{ 1 + j \frac{P}{2} \exp \left[ j(\omega_c + \omega_0) \left( t - \frac{x}{v} \right) \right] \right\} \quad (A2.20),$$

avec :

$$P = kLn^3 \frac{C}{2},$$

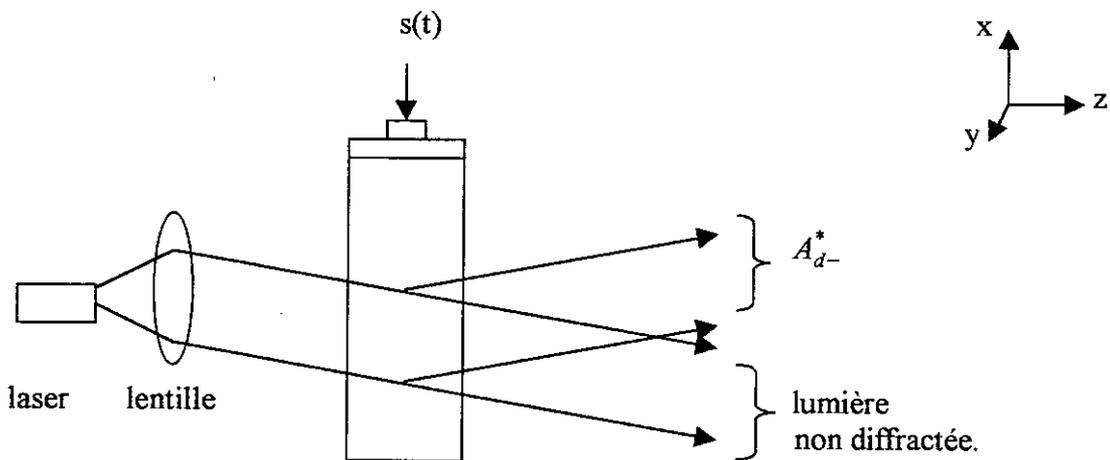
$$A = A_i \exp(j\omega_i t) \exp(-jkLn_0),$$

$$A_{d+} = jA_i \exp(j\omega_i t) \exp(-jkLn_0) \frac{P}{2} \exp \left[ j(\omega_c + \omega_0) \left( t - \frac{x}{v} \right) \right].$$

$$A_{d+} = jA \frac{P}{2} \exp \left[ j(\omega_c + \omega_0) \left( t - \frac{x}{v} \right) \right]$$

Mais Ce signal obtenu ne correspond pas au courant de l'équation (A2.6). Cette dernière peut être obtenue par un artifice de calcul, et en usant de composants photoniques.

Mathématiquement, l'équation (A2.6) est obtenue en faisant la somme de deux signaux conjugués ; et pratiquement, on peut avoir un signal conjugué, en inversant la cellule par rapport à l'axe de propagation du son (x), et en attaquant la cellule avec une lumière incidente sous un angle de Bragg positif, ce qui nous donne d'après la section 2, le faisceau  $A_{d-}^*$  :



**Figure .6.7 :** Obtention d'un signal conjugué.

D'après la section 2, et selon la position de la cellule par rapport au repère (propagation du son vers les x négatifs), on aura :

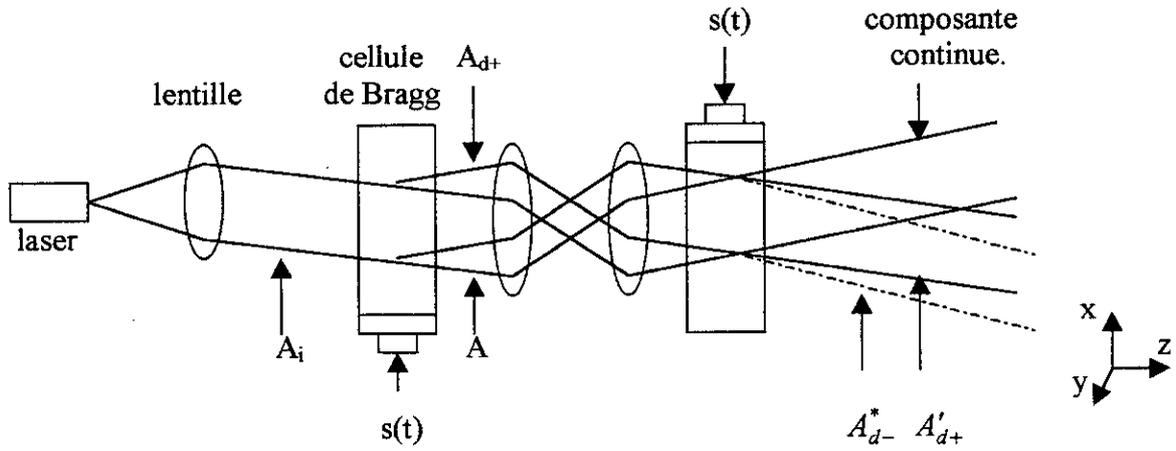
$$A_{d-}^* = jA_l \exp(j\omega_l t) \exp(-jkLn_0) \frac{P}{2} \exp \left[ -j(\omega_c + \omega_0) \left( t + \frac{x}{v} \right) \right] \quad (A2.21).$$

On remarque à partir des figures (6.6) et (6.7), (équations (6.20) et (6.21)) qu'on a obtenu deux signaux conjugués, notre préoccupation est donc de les combiner en une seule figure.

Considérons la figure (A2.6) ; avec le faisceau  $(A + A_{d+})$  sortant de la cellule de Bragg, on attaque une deuxième cellule sous un angle de Bragg négatif (pour avoir  $A'_{d-}$ ), par

l'utilisation de lentilles facilitant l'orientation de la lumière.

La deuxième cellule de Bragg sera inversée par rapport à la position de la première cellule, telle que l'expression de son signal de commande électrique (acoustique), nous permet d'avoir une avance de phase (pour avoir  $A_{d-}^{**}$ ) :



**Figure.6.8 :** Principe d'obtention de deux signaux conjugués.

Le signal lumineux incident sur la deuxième cellule, se comporte comme le laser avec la première cellule. On aura à la sortie de la deuxième cellule, d'après la section 2 (équations (A2.11) et (A2.12)) :

$$A_{ex2} = B(A + A_{d+}) \exp[-jkL(n_0 - \Delta n)] \quad (A2.22),$$

où B est une constante de phase introduite par les lentilles.

$$A_{ex2} = B \exp(-jkLn_0) \times (A + A_{d+}) \times \exp(jkL\Delta n)$$

$$\text{avec} \quad \Delta n = \frac{1}{2} n^3 C \cdot s(x, t) = \frac{1}{2} n^3 C \cdot \cos \left[ (\omega_c - \omega_0) \left( t + \frac{x}{v} \right) \right]$$

$$A_{ex2} = B \exp(-jkLn_0) \times (A + A_{d+}) \left\{ 1 + j \frac{kLn^3 C}{2} \cos \left[ (\omega_c - \omega_0) \left( t + \frac{x}{v} \right) \right] \right\}$$

$$= B \exp(-jkLn_0) \times (A + A_{d+}) \left\{ 1 + j \frac{P}{2} \left[ \exp \left[ j(\omega_c - \omega_0) \left( t + \frac{x}{v} \right) \right] + \exp \left[ -j(\omega_c - \omega_0) \left( t + \frac{x}{v} \right) \right] \right] \right\}$$

avec :

$$P = \frac{kLn^3 C}{2}, \quad A \text{ et } A_{d+} \text{ sont ceux de l'équation (6.20).}$$

$$A_{ex2} = B \exp(-jkLn_0) \times \left\{ \underbrace{A + jA \frac{P}{2} \exp \left[ j(\omega_c - \omega_0) \left( t + \frac{x}{v} \right) \right]}_{(a)} + \underbrace{jA \frac{P}{2} \exp \left[ -j(\omega_c - \omega_0) \left( t + \frac{x}{v} \right) \right]}_{(b)} \right.$$

$$+ \underbrace{jA \frac{P}{2} \exp \left[ j(\omega_c + \omega_0) \left( t - \frac{x}{v} \right) \right]}_{(c)} - \underbrace{A \frac{P^2}{4} \exp \left[ j(\omega_c + \omega_0) \left( t - \frac{x}{v} \right) \right] \exp \left[ j(\omega_c - \omega_0) \left( t + \frac{x}{v} \right) \right]}_{(d)}$$

$$\left. - \underbrace{A \frac{P^2}{4} \exp \left[ j(\omega_c + \omega_0) \left( t - \frac{x}{v} \right) \right] \exp \left[ -j(\omega_c - \omega_0) \left( t + \frac{x}{v} \right) \right]}_{(e)} \right\}$$

**Remarque :**

- Le terme (a) représente  $A'_{d+}$ , il est éliminé, car l'angle de Bragg est positif, impliquant :  

$$A'_{d+} = 0.$$
- Le terme (b) représente le faisceau diffracté  $A'_{d-}$ .
- Le terme (c) représente la lumière non diffractée.
- Les termes (d) et (e) représentent des faisceaux de deuxième ordre, mais puisque la cellule de Bragg fonctionne dans le mode de Bragg, plus de 95 % de la lumière est du premier ordre, les autres ordres sont négligeables (voir l'étude du phénomène acousto-optique, chapitre 5), donc on néglige (d) et (e) et on aura :

$$A'_{ex2} \approx AB \exp(-jkLn_0) \left\{ 1 + j \frac{P}{2} \left( \exp \left[ j(\omega_c + \omega_0) \left( t - \frac{x}{v} \right) \right] + \exp \left[ -j(\omega_c - \omega_0) \left( t + \frac{x}{v} \right) \right] \right) \right\} \quad (A2.23).$$

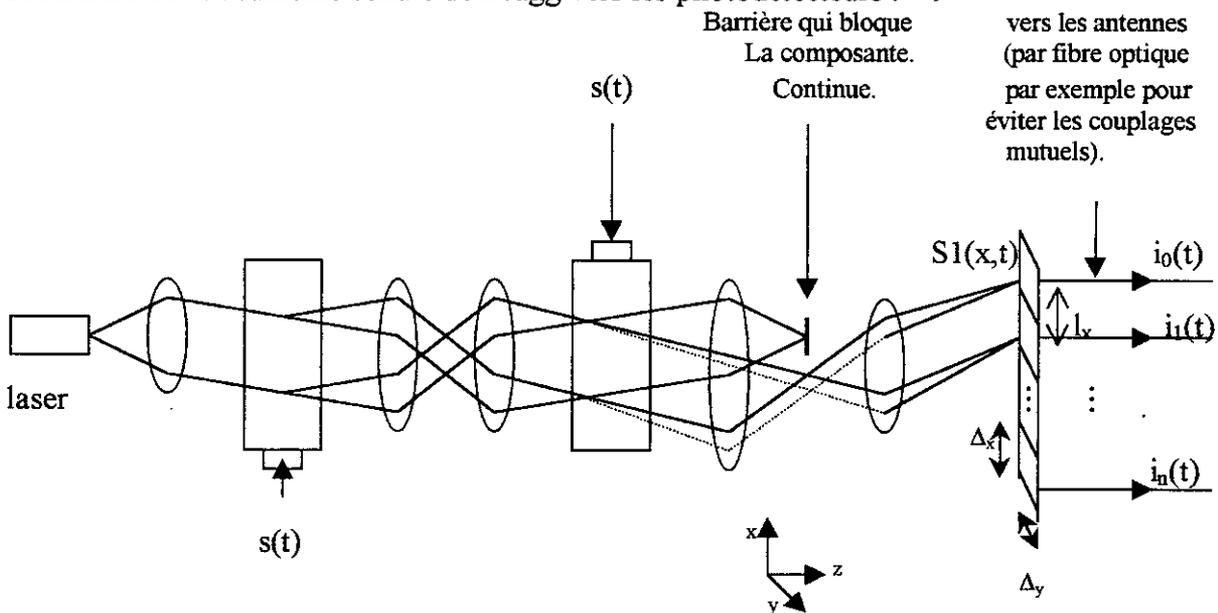
Pour avoir uniquement la somme de deux signaux conjugués, on utilise une «barrière» qui bloque le passage de la lumière relative à  $AB \exp(-jkLn_0)$ , (composante continue), c'est donc une opération de filtrage, et on obtient :

$$A'_{ex2} = AB \exp(-jkLn_0) \left\{ j \frac{P}{2} \left( \exp \left[ j(\omega_c + \omega_0) \left( t - \frac{x}{v} \right) \right] + \exp \left[ -j(\omega_c - \omega_0) \left( t + \frac{x}{v} \right) \right] \right) \right\} \quad (6.24).$$

C'est le signal qui nous intéresse, et qui provient d'une combinaison entre deux cellules de Bragg.

On va maintenant transformer ce signal optique en signal électrique, pour obtenir des sources de courant. Puisqu'il s'agit de plusieurs sources, on est contraint d'utiliser un réseau de photo-détecteurs (composé de plusieurs photodiodes).

On place ce réseau à une distance focale d'un système de lentilles, qui sert à orienter (coupler) la lumière de la deuxième cellule de Bragg vers les photodétecteurs :



**Figure.9 :** Schéma de conception d'un système de balayage électronique.

Comme les photodétecteurs sont proportionnels à l'énergie (l'intensité lumineuse, voir chapitre 2), le signal à leur niveau sera :

$$\begin{aligned}
 I_n &= |A'_{ex2}|^2 \\
 &= D \left\{ \left( \cos \left[ (\omega_c + \omega_0) \left( t - \frac{x}{v} \right) \right] + \cos \left[ (\omega_c - \omega_0) \left( t + \frac{x}{v} \right) \right] \right)^2 + \left( \sin \left[ (\omega_c + \omega_0) \left( t - \frac{x}{v} \right) \right] - \sin \left[ (\omega_c - \omega_0) \left( t + \frac{x}{v} \right) \right] \right)^2 \right\} \\
 I_n &= 2D \left[ 1 + \cos \left( 2\omega_c t - 2\omega_0 \frac{x}{v} \right) \right] = I_n(x, t) \quad (A2.25).
 \end{aligned}$$

### Fonctionnement du détecteur :

Idéalement, le réseau de détecteurs fonctionne comme un train d'impulsions spatiales, qui échantillonne les valeurs de la phase le long de la porteuse spatiale, générée optiquement dans la direction des x.

On va analyser les effets de la dimension finie des éléments du détecteur.

Soient  $\Delta_x$  et  $\Delta_y$  la hauteur et la largeur de la surface photosensible de chaque photodiode, et soit  $d$  la séparation entre deux photodiodes adjacentes.

L'intensité incidente sur le réseau 1D de photodétecteurs est donnée par :

$$I_n(x, t) = G_0 \cos \left( 2\omega_c t - 2\omega_0 \frac{x}{v_a} \right) \quad \text{après suppression de la composante continue.}$$

$v_a$  : c'est la vitesse acoustique  $v$ .

Le signal généré après l'intégration de l'intensité incidente sur la  $n^{\text{ième}}$  surface photosensible du détecteur est :

$$\begin{aligned}
 i_n(t) &= \int_0^{\Delta_y} \int_{-0.5\Delta_x + n.l_x}^{0.5\Delta_x + n.l_x} I_n(x, t) dx dy \\
 &= \int_0^{\Delta_y} \int_{-0.5\Delta_x + n.l_x}^{0.5\Delta_x + n.l_x} G_0 \cos \left( 2\omega_c t - 2\omega_0 \frac{x}{v_a} \right) dx dy + const
 \end{aligned}$$

On pose :

$$u_x = \frac{2f_0}{v_a}, \text{ ce qui donne :}$$

$$i_n(t) = \frac{G_0 \Delta_y}{2\pi u_x} \sin(\pi u_x \Delta_x) \cos(2\omega_c t - n.2\pi u_x l_x) + const$$

$$i_{n(t)} = \frac{G_0 \Delta_x \Delta_y}{2} \text{sinc}(\pi u_x \Delta_x) \cos(2\omega_c t - n.2\pi u_x l_x) + const$$

### **Remarque 1 :**

Il n'y a que l'amplitude du signal  $i_n(t)$  qui est affectée par la dimension du détecteur, par contre, la phase ne l'est pas.

### **Remarque 2 :**

1<sup>er</sup> cas :

Si  $u_x = 0$ , le courant :  $i_n(t) = \frac{G_0 \Delta_x \Delta_y}{2} \cos(2 \omega_c t) + const$ ,

Comme prévu, quand le signal de commande est absent sur le plan du détecteur, c'est uniquement le signal temporel qui est généré, sans le terme de phase.

2<sup>ème</sup> cas :

Si  $u_x d_x \ll 1$ , On peut utiliser l'approximation  $\sin(\alpha) \approx \alpha$ , pour les  $\alpha$  petits, ce qui implique :

$$i_n(t) = G \cos(2 \omega_c t - n.2\pi.u_x.I_x) + const \quad (A2.26)$$

où :

$$G = \frac{G_0 \Delta_x \Delta_y}{2}, u_x = \frac{2f_0}{v_a}$$

L'équation (A2.26) montre que la variation de la fréquence  $f_0$  du signal de commande, implique la variation de  $u_x$ , et donc de la phase de  $i_n(t)$ .

D'autre part, d'après la section A-3-2, la variation de  $f_0$  provoque aussi la déflexion du faisceau (variation de l'angle physique de diffraction :  $\Delta\theta$ ), on peut donc conclure que le faisceau va balayer le réseau de détecteurs (par déflexion), et à chaque photodiode correspond une phase donnée par :

$$\phi_x = \frac{2f_0}{v_a} 2\pi.I_x.n,$$

où  $n$  indique cette photodiode.

Chaque ligne (à droite de la figure 6.16) alimente une antenne. Le rayonnement de l'ensemble des antennes forme le faisceau radar, et la variation de  $f_0$  implique le balayage du faisceau.

## **5- Les éléments de la conception 1D :**

a- En ce qui concerne le choix des dispositifs de conception, on utilise des cellules de Bragg en dioxyde de Tellure ( $\text{TeO}_2$ ), des lentilles sphériques de collimation, des lentilles cylindriques de focalisation pour la première cellule. Pour la deuxième cellule, il faut disposer de lentilles sphériques, et une lentille pour le système d'amplification (voir fig.9).

Les cellules de Bragg sont caractérisées par :

- l'ouverture  $T_a = 70 \mu\text{s}$ .
- Fréquence centrale : 600 MHz.

- Largeur de bande : 30 MHz, donnant 2100 spots résolubles de déflexion.

Le réseau de photodétecteurs à grande vitesse peut être simulé par l'utilisation de photodiodes PIN-HR008 par exemple, avec un temps de montée de 3 ns.

Comme la cellule de Bragg fonctionne comme un défecteur de faisceau, avec un nombre fini de spots défléchis, la fréquence de contrôle doit être discrétisée, elle est donc donnée par :

$$f_0 = p \cdot \delta f,$$

avec :

$p = 0, 1, 2, \dots$  et  $\delta f = 1 / T_a$ .

$p$  : indice de la fréquence de commande.

$T_a$  : l'ouverture de la cellule.

### **6- Caractéristiques du système :**

La conception électronique et optique du système est relativement simple, elle exige un seul paramètre de contrôle, qui est la fréquence du signal, pour commander la position du faisceau dans l'espace.

Ce signal de contrôle étant analogique, permet une réponse graduelle de l'antenne (la réponse suit la variation du paramètre de commande).

On n'a pas besoin de plusieurs signaux de contrôle comme pour les systèmes à déphaseurs numériques. On remarque qu'il y a une alimentation parallèle directe, à partir de pilotes de courants individuels (photodiodes) vers les éléments respectifs des alignements phasés.

Cette alimentation parallèle rend le système plus fiable et augmente sa durée de vie, à l'inverse des systèmes conventionnels utilisant une structure complexe, qui demande des diviseurs micro-ondes de puissance pour la distribution du signal.

Le signal de déphasage pour les alignements est obtenu à partir d'un traitement global du signal, basé sur l'interférence entre faisceaux optiques, et non à partir de dispositifs locaux de déphasage.

### ANNEXE 3

#### Caractérisation d'un R.P.B.E

##### Précision – Directivité – Gain – Largeur de faisceau :

Le balayage électronique n'a pas l'inertie d'un balayage mécanique qui peut laisser échapper bien des observations utiles, en plus le balayage électronique peut modifier le diagramme de rayonnement (D.R.) à sa guise et d'agir sur le niveau des lobes secondaires, ce qui lui permet d'adopter des contre-mesures aux brouilleurs intentionnés ou non.

Si la bande de fréquence du radar est  $\Delta f$  et que le réseau phasé a une longueur  $L$ , une largeur  $l$ , une surface  $S = L l$ , et une diagonale  $D = \sqrt{L^2 + l^2}$ , le théorème de Huyghens – Fresnel n'est valable que pour  $D \cos \theta \ll \frac{c}{2 \Delta f}$ ,

à  $\theta = 45^\circ$ , il vient :  $D \sqrt{2} \ll \frac{c}{\Delta f}$ .

Ainsi pour contrôler le D.R., il est nécessaire de contrôler le retard entre les ondes émises (ou reçues) en les différents points de l'ensemble rayonnant (par des dispositifs à retard ou des déphaseurs ou la combinaison des deux). Il est strictement suffisant de contrôler la phase toutes les demi – longueurs d'onde.

Pour un pointage  $\theta = \theta_{Max}$  donné, l'espacement entre deux éléments rayonnants adjacents contrôlés en phase peut atteindre :

a-  $d_2 = \frac{\lambda}{2 \sin \theta_{Max}}$  si les lobes secondaires ne sont pas gênants.

b-  $d_1 < \frac{\lambda}{(1 + \sin \theta_{Max})}$  si ces lobes secondaires sont inacceptables.

Avec  $\theta = 30^\circ$ , il vient :  $d_2 = \lambda$  et  $d_1 < \frac{2\lambda}{3}$ .

Pour ce cas, le nombre total  $N$  de déphaseurs contrôlés est voisin de  $N = 3S / \lambda^2$  où  $S = L l$  est la surface du réseau rayonnant, et le gain maximal  $G$  de l'antenne correspond à  $G \cong 3N$  soit  $G(\text{db}) \cong 5 + 10 \log N$ .

Le contrôle de la phase se faisant sous une précision finie introduite par la quantification choisie qui est du type  $k\pi / 8$  ou  $k\pi / 16$ , avec  $k = 1, 2, \dots$

Si la phase est quantifiée avec  $P$  bits, l'erreur maximale introduite dans son évaluation est :

$$\delta\varphi_i = \pm \frac{\pi}{2^P} \text{ radians, et sa moyenne quadratique est :}$$

$$\overline{\delta\varphi_i^2} = \frac{\pi^2}{3 \times 4^P} \quad \text{i.e. on a une valeur efficace } \sqrt{\overline{\delta\varphi_i^2}} = \frac{\pi}{2^P \cdot \sqrt{3}}.$$

La directivité  $D(\theta_0)$  du réseau (ou gain en l'absence de perte) est :

$$D(\theta_0) = D_0 \cos \theta_0 \quad \text{avec} \quad D(0) = D_0 = \frac{4\pi S}{\lambda^2}.$$

Le gain réel est :

$$G = \sum_i a_i \cos(\delta\varphi_i) = \sum_i a_i \left(1 - \frac{\delta\varphi_i^2}{2}\right)$$

$$G = G_{\text{Max}} - \frac{\overline{\delta\varphi_i^2}}{2} G_{\text{Max}} = G_{\text{Max}} \left(1 - \frac{\overline{\delta\varphi_i^2}}{2}\right) = G_{\text{Max}} \left(1 - \frac{\pi^2}{2 \times 4^P \times 3}\right)$$

d'où  $G^2 = G_{\text{Max}}^2 \left(1 - \frac{\pi^2}{4^P \times 3}\right)$ , i.e. la perte de gain en décibels est :

$$\Delta G = -10 \log \left(1 - \frac{\pi^2}{3 \times 4^P}\right) = 4,34 \frac{\pi^2}{4^P \times 3} \cong \frac{14,3}{4^P} \text{ db.}$$

Pour  $P = 2, 3, 4$  bits on a respectivement :  $\Delta G = 0,9, 0,23, 0,06$  db.

De même l'erreur angulaire commise sur la largeur du faisceau  $\theta_{3\text{db}}$  est :

$$\Delta\theta_{3\text{db}} = \frac{1,4}{2^P} \times \frac{\theta_{3\text{db}}}{\sqrt{N}} \quad \text{puisque} \quad \Delta\theta_{3\text{db}} = \sqrt{\frac{\overline{\delta\varphi_i^2}}{N}} \times \theta_{3\text{db}}.$$

Si  $P = 2$  bits ;  $N = 2000$  ;  $\Delta\theta_{3\text{db}} \cong 0,008$  db.

Alors que  $\theta_{3\text{db}} \approx \frac{\lambda}{L \cos \theta_0}$  si  $\theta_0$  est petit et  $\theta_{3\text{db}} \approx 2\sqrt{\frac{\lambda}{L}}$  si  $\theta_0 \approx \frac{\pi}{2}$ .

### Lobes secondaires et effet des couplages inter – éléments du réseau :

L'erreur de phase introduite par la quantification produit en outre des lobes secondaires parasites, dont le niveau dépend de la loi d'illumination en amplitude du réseau rayonnant.

Approximativement on a pour un éclairage uniforme :

$$\frac{\overline{\delta\varphi_i^2}}{N} = \bar{L} = \frac{\pi^2}{3 \times N \times 4^P} \quad \text{soit} \quad \underline{L_{\text{db}}} = 10 \log N + 6P - 5,2.$$

$N = 2000$  et  $P = 2$  bits donnent  $L_{\text{db}} = \left(\frac{G_P}{G_{\text{Max}}}\right)_{\text{db}} \cong 40$  db.

$N = 1000$  et  $P = 6$  bits donnent  $L_{\text{db}} \cong 60,8$  db.

i.e. chaque fois qu'on multiplie par 4 le nombre de sources, on peut se permettre de diminuer d'une unité le nombre de bits. Exemple :

$N = 100$  et  $P = 4$  bits donnent  $L_{\text{db}} = 38,8$  db.

$N = 400$  et  $P = 3$  bits donnent  $L_{\text{db}} \cong 38,8$  db.

Le niveau absolu comparé à l'isotropique est  $S_{\text{db}} = 6(P - 2)$ .

$P = 2$  donne un niveau autour de l'isotropique.

$P = 6$  donne un niveau à 24 db en – dessous de l’isotropique.

Un radar terrestre nécessite au moins un  $L_{db} \approx 40$  db , alors que le radar aéroporté demande un  $L_{db} \geq 50$  db.

Dans les radars conventionnels, la loi de variation de la phase, et donc la direction du rayonnement principal, étaient obtenue par changement de la fréquence d’émission, ce qui était contraignant et peu avantageux comparativement au radar photonique actuel.

Les couplages inter – éléments du réseau produisent des directions aveugles rendant impossible toute émission ou réception, quoique certains couplages au contraire maintiennent le gain maximal à son niveau quand  $\theta$  croit [39]. On a un gain maximal du réseau pour le pointage  $\theta_0$  donné par :

$$G(\bar{u}) = G(\theta) = D_0 \cos \theta_0 (1 - |\rho(\bar{u})|^2) = N g(\bar{u}) = N g(\theta)$$

où  $D_0 \cos \theta_0$  est la directivité et  $\rho(\bar{u}) = \rho(\theta)$  est le coefficient de réflexion actif variable avec le gradient de phase imposée, mais identique pour toutes les sources.

$g(\bar{u}) = g(\theta) = g_0 \cos \theta \left[ 1 - |\rho(\bar{u})|^2 \right]$  est le gain d’une source élémentaire seule en présence des autres supposées terminées par des charges adaptées.

$$g_0 \cong \frac{4\pi d^2}{\lambda^2}, \text{ la f.c.r } f(\theta) \text{ est proportionnelle à } \sqrt{g(\theta)}.$$

### Calcul du coefficient de couplage actif :

Pour un alignement 1D, les ondes régressives sont liées aux ondes progressives par :

$$b_m = \sum_{n=1}^N C_{m,n} a_n$$

où les coefficients  $C_{m,n}$  caractérisent la matrice des coefficients de couplage. On a :

$$2\pi \xi = 2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta_0 = kd \sin \theta_0 = \Phi_0$$

$$a_n = a_0 e^{-jn\Phi_0} \quad \text{et} \quad b_m = a_0 \sum_{n=1}^N C_{m,n} e^{-jn\Phi_0}$$

d’où le coefficient de réflexion actif :

$$\rho_m(\theta) = \frac{b_m}{a_m} = \sum_{n=1}^N C_{m,n} e^{-j(n-m)\Phi_0}$$

$$\text{avec } C_{m,n} = \gamma(d|n-m|) e^{-j\beta_s d|n-m|}$$

ou  $\gamma$  est une fonction décroissante de la distance et  $\beta_s$  est voisin de  $k$  ou légèrement supérieur (onde lente). Finalement on a :

$$\rho_m(\theta_0) = \sum_{n=1}^N \gamma(d|n-m|) e^{-jd[\beta_s|n-m| + k \sin \theta_0 (n-m)]}$$

La mesure des coefficients de couplage  $C_{n,m}$  permet donc d’en déduire le coefficient de réflexion actif du réseau et par suite ses caractéristiques de rayonnement.

$|\rho_m(\theta_0)| = 1$  rend l’émission ou la réception impossible.

Ce phénomène d'aveuglement s'explique par l'existence d'onde de surface ou de fuite dont la constante de propagation est  $\beta_s$ .

On a :  $|\rho_m(\theta_0)|=1$  lorsque  $d[\beta_s |n-m| + k \sin \theta_0.(n-m)] = 2\pi K$  ( $K=1, 2, \dots$ )

Si  $K = (n-m) > 0$  il vient  $d(\beta_s + k \sin \theta_0) = 2\pi$ .

Si  $K = (n-m) < 0$  il vient  $d(-\beta_s + k \sin \theta'_0) = -2\pi$ .

Par suite  $\sin \theta_0 = \left(\frac{\lambda}{d} - 1\right) - \left(\frac{\beta_s}{k} - 1\right)$  ;  $\theta'_0 = -\theta_0$ .

On obtient donc une paire de directions symétriques ( $\pm \theta_0$ ) pour lesquelles le coefficient de réflexion est maximum ; donc le gain minimum.  $\theta_0$  est légèrement inférieur à  $\theta_M$  sous lequel apparaît le lobe principal.

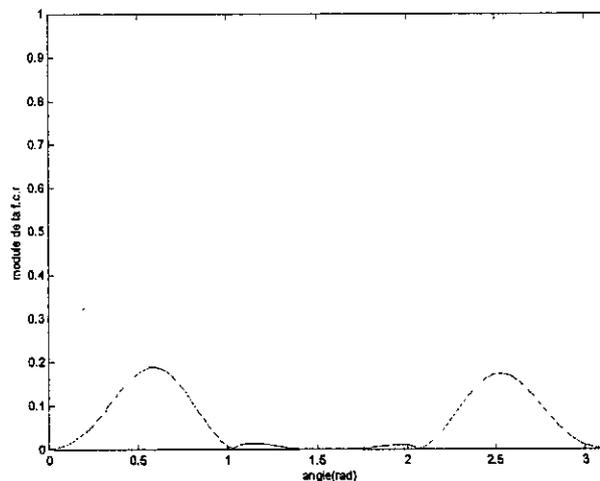


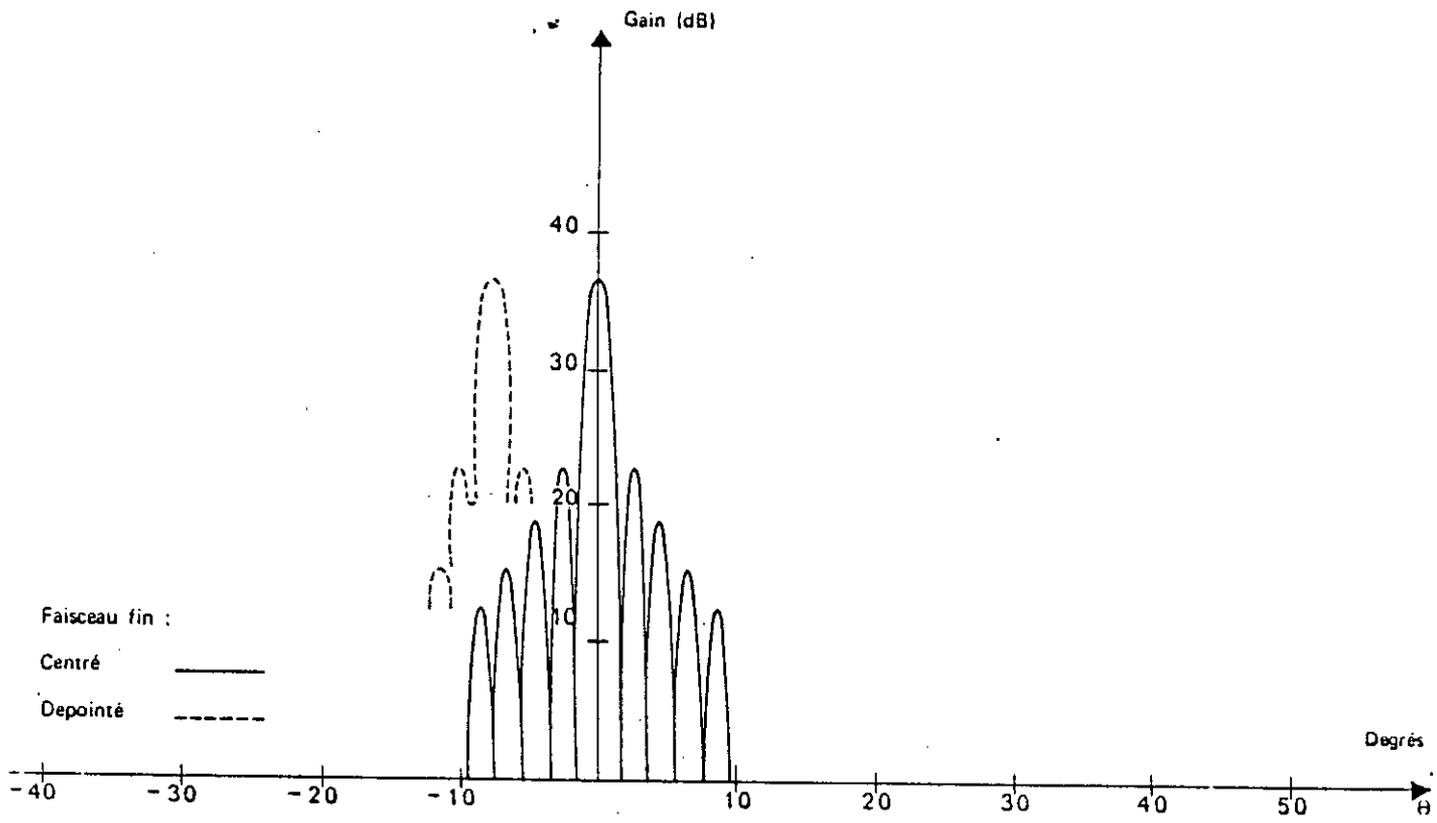
Diagramme de rayonnement d'un alignement 1D d'A.R. montrant une direction aveugle à  $\theta = 1.55$  rad.

**Types de D.R. de radars à balayage électronique [38] :**

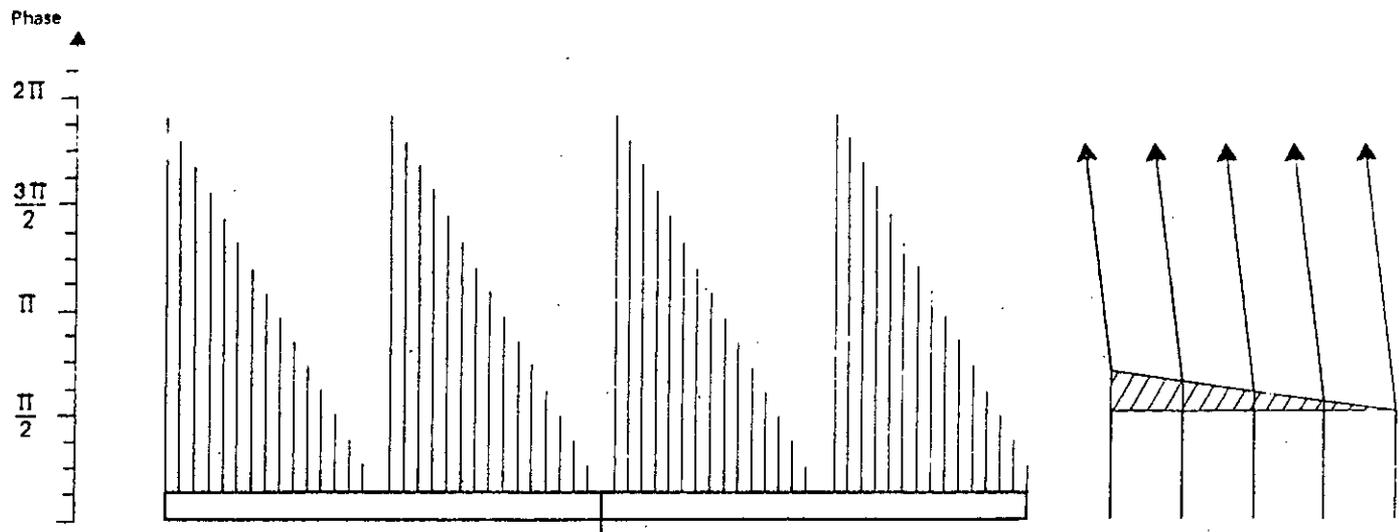
On a un R.P.B.E. avec  $N = 63$  éléments régulièrement espacés tous les  $\lambda/2$  avec éclairage uniforme et déphaseurs à 4 bits.

- Configuration des phases :

- Faisceau fin centré
  - Faisceau dépointé de  $7^\circ, 2$
- } Figures 1 - a et 1 - b.
- Faisceau élargi : Figures 2 - a et 2 - b.
  - Faisceau d'écartométrie monopulse : Figures 3 - a et 3 - b.
  - Antenne anti - brouillée : Figures 4 - a et 4 - b.

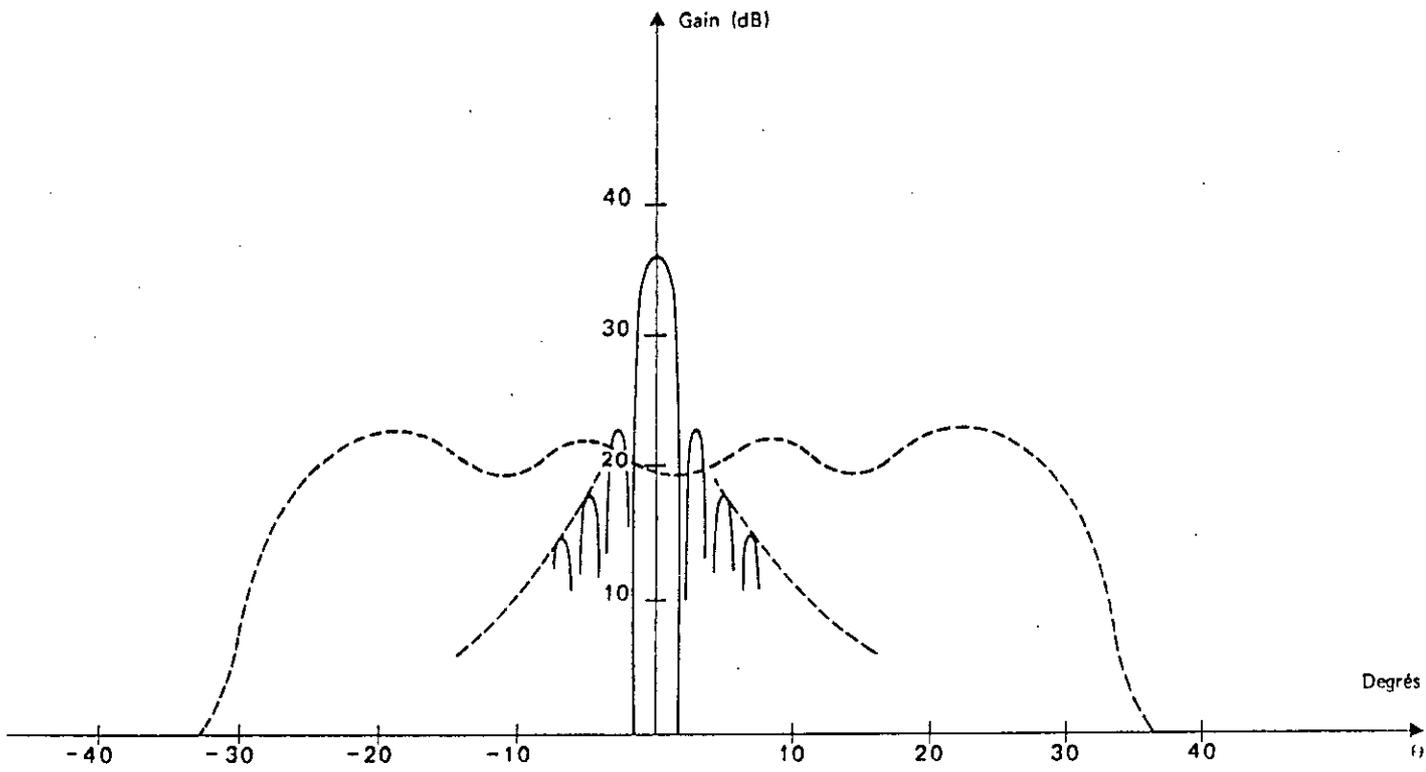


1-a



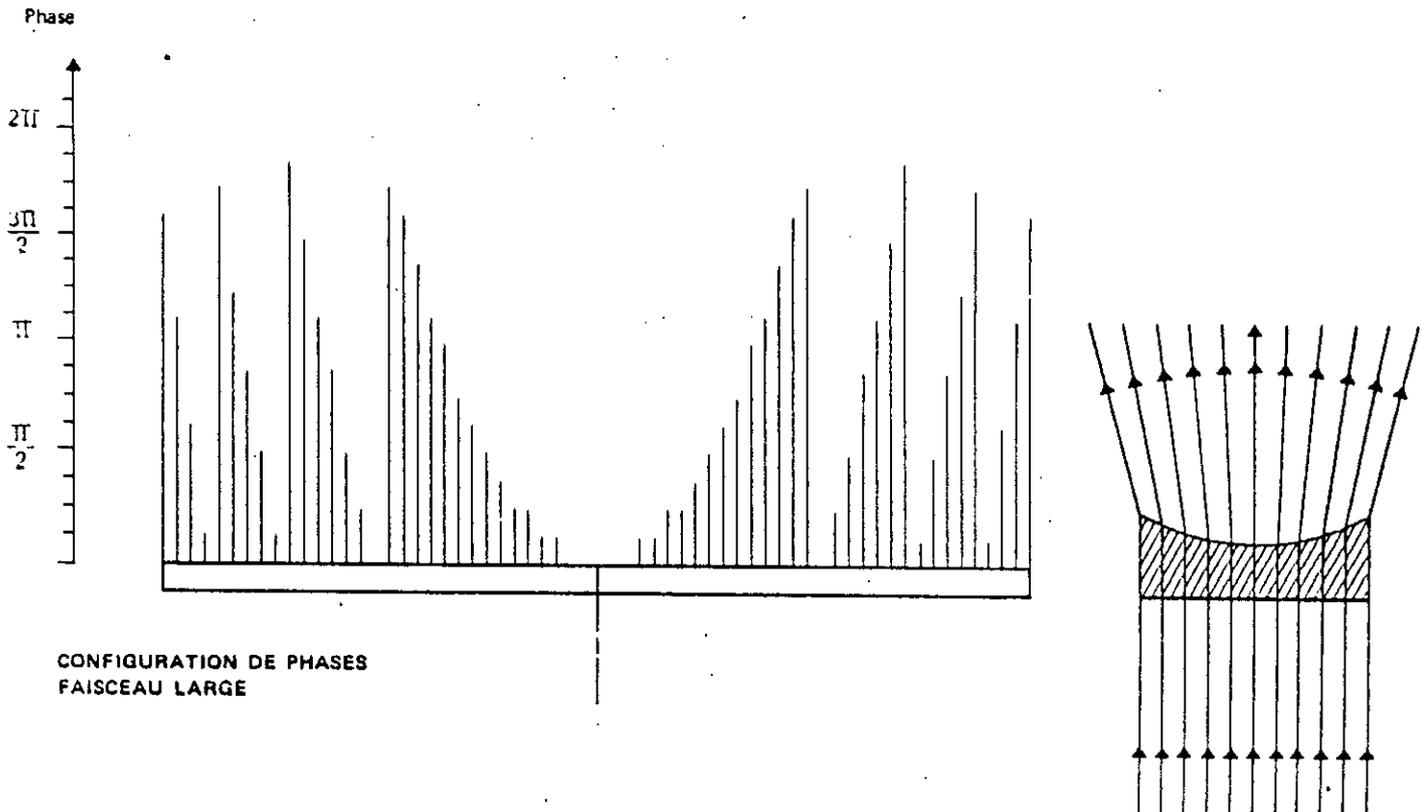
CONFIGURATION DES PHASES  
FAISCEAU FIN DEPOINTE

1-b

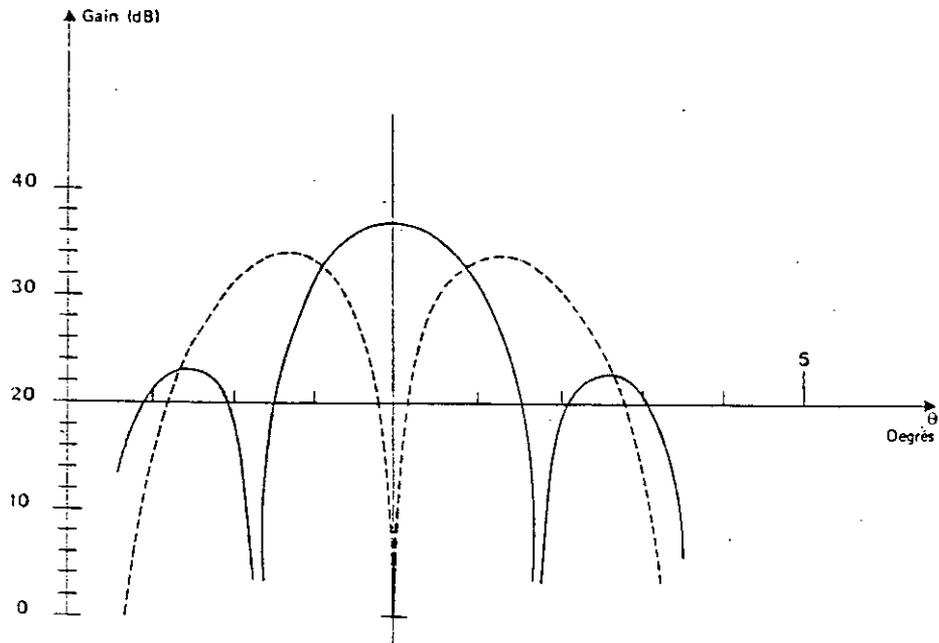


ELARGISSEMENT DU FAISCEAU

2-a

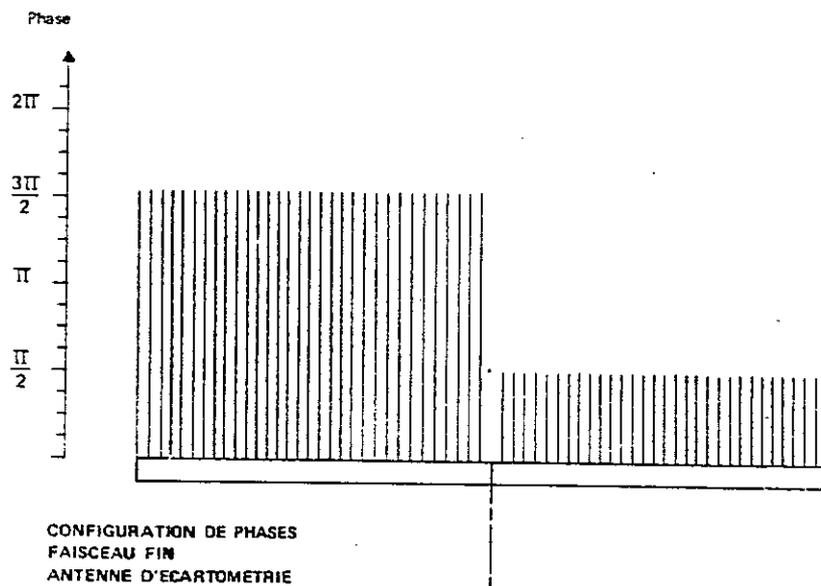


2-b



FAISCEAU FIN  
ANTENNE D'ECARTOMETRIE

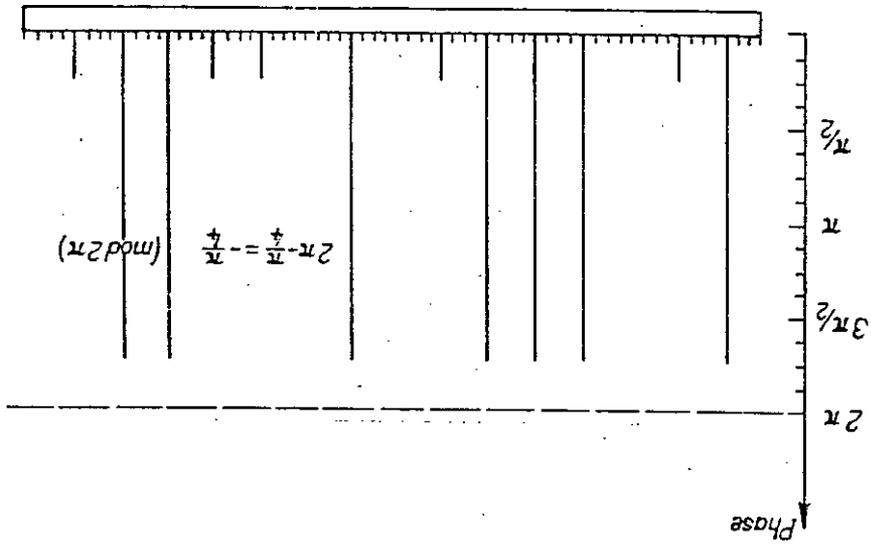
3-a



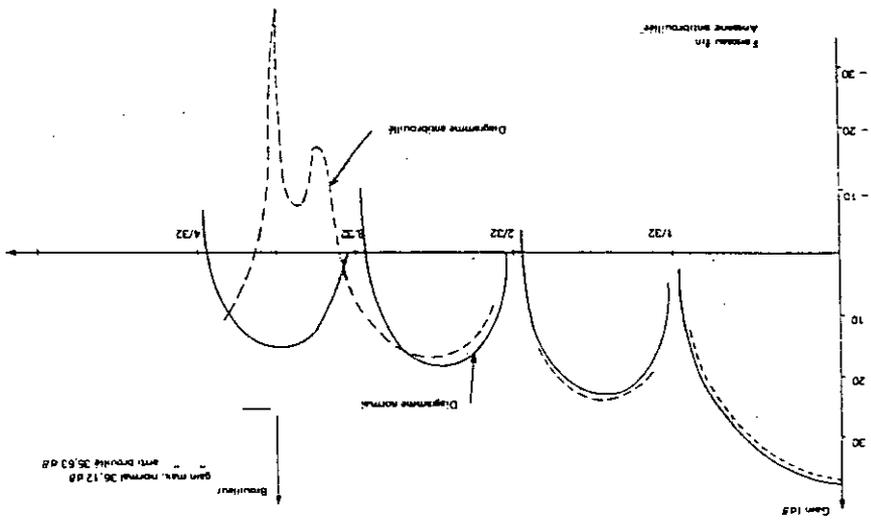
CONFIGURATION DE PHASES  
FAISCEAU FIN  
ANTENNE D'ECARTOMETRIE

3-b

4-b



4-a



## ANNEXE 4

### Traitement optique du plan incliné [29] :

Le concept du traitement optique du plan incliné se base sur les propriétés du télescope. Selon la configuration de la figure 1, la position de l'image est proportionnelle à celle de l'objet :

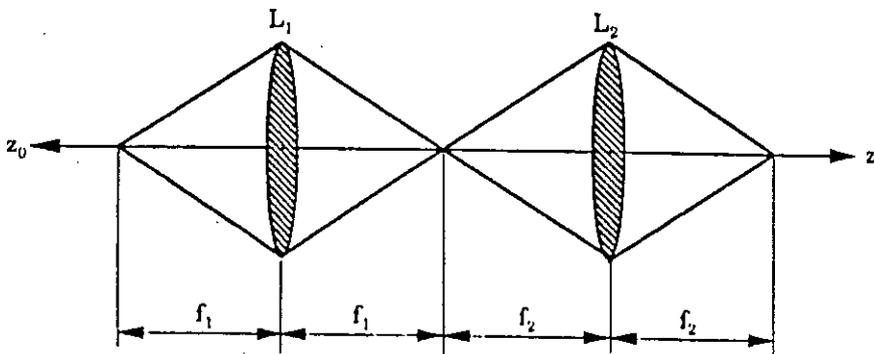
$$z_i = -\left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 z_0 \quad (\text{A5.1})$$

où  $z_0$  est la coordonnée axiale de l'objet, mesurée à partir du front du plan focal de la première lentille, et  $z_i$  est la coordonnée axiale de l'image, mesurée à partir de l'arrière plan focal de la deuxième lentille.

L'amplification latérale  $M_x$ , dans la direction normale à l'axe optique, est pour un télescope à deux lentilles le rapport des longueurs focales :

$$M_x = -\left(\frac{f_2}{f_1}\right) \quad (\text{A5.2})$$

où le signe ( - ) indique l'inversion de l'image.

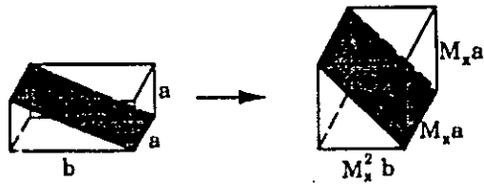


**Figure 1 :** Télescope simple avec lentilles  $L_1$  et  $L_2$  de distances focales  $f_1$  et  $f_2$ .

L'amplification longitudinale le long de l'axe optique (suivant la direction de propagation de la lumière), est le carré de l'amplification latérale :

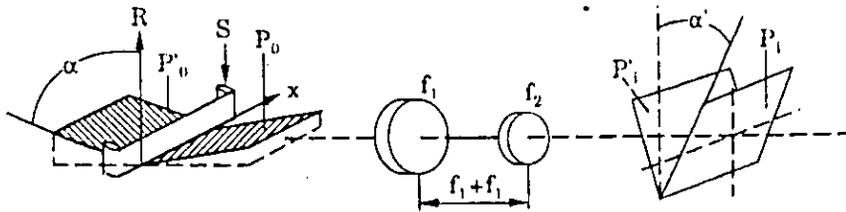
$$M_z = M_x^2 = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \quad (\text{A5.3})$$

$M_x$  et  $M_z$  sont indépendantes de la position de l'objet. Par conséquent, un parallélépipède rectangulaire est toujours imagé en un autre parallélépipède ayant généralement une forme différente. Un plan diagonal est inscrit à l'intérieur du parallélépipède, s'étend du bord supérieur gauche au bord inférieur droit. L'image du plan devient donc un autre plan, avec une inclinaison différente et une amplification  $M_x$  qui est uniforme sur la totalité du plan (fig. 2).



**Figure 2 :** Effet de l'atténuation sur le plan incliné.

Si  $f_1 > f_2$ , on obtient une atténuation, l'inclinaison du plan décroît. Donc l'amplification (atténuation) d'un signal lumineux influe sur la phase avec le facteur  $M_x$  ( $M_y$ ), par la variation des longueurs focales.



**Figure 3 :** Analyse géométrique du plan incliné, indiquant les plans objets  $p_0$  et  $p'_0$ , la portée  $R$ , l'azimut  $x$  et les lentilles de longueurs focales  $f_1$  et  $f_2$ .

## Bibliographie

- [1]- Edward Ackerman, Martin Marietta « FR fiber optic links » dans « Photonic aspects of modern radar » ch.12, pp 323-350, ed. A-H, 1994.
- [2]- J.L. Corral, J. Marti « True time-delay scheme for feeding optically controlled phased-array antennas using chirped-fiber gratings », IEEE photonics technology letters, vol.9, n°11, novembre 1997, pp 1529-1531.
- [3]- H. Cuhui « Bragg cell receivers », ch.9, pp 327-341, ed. Academic press, 1982.
- [4]- I.C. Chang « Acousto-optic processing for receiver technologies » dans « Photonic aspects of modern radar » ch.16, pp 429-444, ed. A-H, 1994.
- [5]- A. Rihaczek « Principles of high resolution radar » ed. Mc Graw Hill, 1969.
- [6]- L.J. Cutrona « Synthetic aperture radar » ch.23 dans radar handbook, 1<sup>ère</sup> édition, M.I.Skolnic. ed. New York, 1970.
- [7]- R.D. Esman « Microwave true-time-delay modulator using fiber-optic dispersion » Electronic letters : 24 septembre 1992, vol-28, n° 20, pp 1905-1907.
- [8]- Barry Fell « Radar fundamentals for optical engineers » dans « Photonic aspects of modern radar » ch.2, pp 3-7, ed. A-H, 1994.
- [9]- R. Fitterman, Y. Chang « Optically controlled serially fed phased-array transmitter » IEEE microwave and guided wave letters, vol.7, n°3, pp 69-71, mars 1997.
- [10]- Mike Gilmore « fiber optic cabling » ed. Newnes, 1994.
- [11]- J.M, Griffin and Wallington, A.R « Optical techniques for signal distribution in phased arrays » journal of light wave technology, n° 2, 1984.
- [12]- L. Harkness, G. Morris « Airborne pulsed doppler radar » ed. A-H, 1996.
- [13]- W.D. Jemison « Optical control of a digital phase shifter », IEEE photonics technology letters, vol.1, n° 1, mars 1988.
- [14]- W.D. Jemison, Arthur Paoletta « Optical waveguide » dans « Photonic aspects of modern radar » ch.8, pp 229-250, ed. A-H, 1994.
- [15]- Koepf, G.A « Optical processor for phased array antenna beamforming », proc. SPIE, vol. 477, pp 75-81, mai 1984.
- [16]- K. Rossi « Electro-acoustique » ed. presses polytechniques, Lausanne (Suisse), 1986.
- [17]- Lau, K.Y « Passive microwave fiber-optic links with gain and very low noise figure », IEEE photonics tech. lett., vol.3, pp.557-559, juin 1991.
- [18]- J.N. Lee « Acousto-optic signal processing and computing », proc.IEEE, vol.77, n°10, pp.1528-1557, octobre 1989.
- [19]- C.H. Lee « Picosecond optoelectronic devices », ed. Academic press, 1984.
- [20]- Chang. I.C « Acousto-optic channelized receiver » microwave j., p.141, mars 1986.
- [21]- D. Flannery « fourier optical signal processors », proc. IEEE, vol.77, n°10, pp.1511-1526, octobre 1989.
- [22]- Emmet N. Leht « Optical processing of synthetic aperture radar data » dans « Photonic aspects of modern radar » ch.14, ed. A-H, 1994.
- [23]- J.P. Hardange, P. Lacomme « Radars aéroportés et spatiaux », ed. Masson, 1995.
- [24]- B. Pedersen « The design of erbium-dopped fiber amplifiers », j. lightwave tech. vol.LT.3, pp.1125-1129, octobre 1985.
- [25]- T. Pfeiffer « Output power characteristics of erbium-dopped fiber ring laser », IEEE photonics tech.letter, vol.4, pp.847-849, août 1992.
- [26]- A.R. Soref « Silicon-based optical-microwave integrated circuits », microwave j. vol.35, n°5, pp.230-236, mai 1992.
- [27]- R.H. Stolen « Polarization-selective fiber directional coupler », j.lightwave technology, vol.LT.3, pp.1125-1129, octobre 1985.

- [28]- E.N. Touglian, H. Zmuda « Adaptive microwave signal processing : A photonic solution », *microwave j.*, février 1992.
- [29]- E.N. Touglian, H. Zmuda « Photonic aspects of modern radar », ed. A-H, 1994.
- [30]- C.K. Tang « Optical beamsteering using integrated optical modulators », *journal of lightwave technology*, vol.15, n°12, pp.2259-2263, décembre 1997.
- [31]- Y. Jamani « An active transversal filter MMIC for very high speed lightwave system », *IEEE photonics tech.lett.*, vol.9, n°6, pp.836-838, juin 1997.
- [32]- Keang Po Ho « Efficient photonics mixer with frequency doubling », *IEEE photonics tech.lett.*, vol.9, n°4, pp.511-513, avril 1997.
- [33]- L.B. Lambert, M. Arm, and A. Aimette, « Electro-optical signal processors for phased array antennas » dans *Optical information processing*, J. T. Tippett, D. A. Berkowitz, L.C.Clapp, eds.(MIT press, Cambridge, Mass., 1965), chap.38.
- [34]- Eyraud, Grange ohanessian « théorie et technique des antennes », Vuibert, 1973.
- [35]- J.Bahl et P.Bhartia « Microstrip antenna », ed. A-H, 1980, chap.7, pp.247-297.
- [36]- James et Hall « Handbook of microstrip antennas », Peter Perigrinus, 1989.
- [37]- Daniel Lauvois « L'électronique quantique », P. U. F, 1968.
- [38]- M. Carpentier « Radars base modernes », 6<sup>ème</sup> édition – 1990 – Masson.
- [39]- S. Drabowitch, C. Ancona « Antennes », volume 2 – applications – Masson – 1986.
- [40]- Y. Sirotine « Fondements de la physique des cristaux », ed. mir, 1984.
- [41]- H. Maillat « Le laser, principe et techniques d'application », ed. Lavoisier, 1990.
- [42]- Born Max « principles of optics », ed. Pergamon press, Oxford, 1970.
- [43]- R.C. Hansen « Phased array antennas », John Wiley & Sons Inc., 1998.
- [44]- Skoudarli et Abdellah « Synthèse des réseaux linéaires d'antennes à lobes secondaires réduits et très réduits », *Projet de Fin d'étude – ENP – Janvier 1988*.
- [45]- A. Kumar " Antenna design with fibers optics", chapitre 4, Artech – House, 1996.
- [46]- N. A. Riza " High speed two dimensionnal phased array antenna scanning using acousto-optics", *proc. SPIE*, vol. 1703, 1992, pp. 460 – 468.
- [47]- Dolfi, D., S. Bann, J.P. Huignard, and J. Roger, " Two-dimensional optical architecture for phase and time-delay beam forming in a phased array antenna", *Proc. SPIE*, Vol. 1703, 1992, pp. 481-489.
- [48]- Lin, S.C., and R.S. Boughton, "A-O multichannel programmable true time delay lines", *Proc. SPIE, optical tech. microwave appl. IV*, Vol. 1102, 1989, pp. 162-173.
- [49]- Brillouin, L. " Diffusion de la lumière et des rayons X par un corps transparent homogène", *Ann. Phys. (Paris)*, Vol. 17, 1922, pp. 88-122.
- [50]- Dolfi, D., J. P. Huignard, and M. Baril, " Optically controlled true time delays for phased array antenna", *Proc. SPIE optical tech. microwave appl. IV*, 1102, 1989, pp. 152-161.