



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

P0018/05B

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département de Génie Electrique

PROJET DE FIN D'ETUDES

En vue de l'obtention du diplôme
d'ingénieur d'état en Automatique

Promotion 2005



Thème

**Commande du Robot PUMA 560 en
Force/Position par la Méthode
de L'Impédance.**

Proposé et Dirigé par :

Mr. H. CHEKIREB

Etudié par :

Rafik MEBARKI

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département de Génie Electrique

PROJET DE FIN D'ETUDES

En vue de l'obtention du diplôme
d'ingénieur d'état en Automatique
Promotion 2005

Thème

Commande du Robot PUMA 560 en Force/Position par la Méthode de L'Impédance.

Proposé et Dirigé par :
Mr. H. CHEKIREB

Etudié par :
Rafik MEBARKI

Dédicace



Je dédie ce modeste travail à mes très chers parents, qui m'ont apporté leur amour au long de ma vie, qui m'ont toujours apporté leur aide et qui se sont montrés compréhensifs au long de ce parcours.

A mes très chers frères Ramzi Walid et Iheb.

A tous mes amis, et à tous ceux qui m'ont aidé d'une manière ou d'une autre dans la vie.

A tous les étudiants de l'Ecole Nationale Polytechnique.

A tous ceux que j'ai connus.

A tous ceux qui n'ont pas eu la chance d'étudier pour une raison ou une autre.

Remerciements



Le travail présenté dans ce mémoire a été mené à l'Ecole Nationale Polytechnique. Il a été proposé et dirigé par monsieur H. Chekireb à qui je témoigne gratitude et respect pour son dévouement à transmettre le savoir et à la confiance qu'il m'a donnée au long de ce parcours.

Je remercie l'ensemble de nos enseignants d'automatique.

Je tenais à remercier toute personne qui m'a aidé de près ou de loin pour la réalisation de ce travail.

Table des Matières

Introduction Générale	1
Chapitre 1. Commande et génération du mouvement	4
1.1. Introduction	4
1.2. Coordonnées opérationnelles selon le Système d'angle d'Euler	7
1.2.1. Système d'angles d'Euler	8
1.2.2. Vitesses et accélérations réelles de l'effecteur	9
1.2.3. Vitesses et accélérations selon la représentation d'Euler	13
1.3. Génération du mouvement	15
1.3.1. Loi Bang-Bang avec palier de vitesse (loi trapèze)	16
1.3.2. Présentation et modélisation de la trajectoire.....	17
1.3.2.1. Présentation.....	17
1.3.2.2. Positionnement	18
1.3.2.3. Angles d'Euler correspondant à l'orientation	19
1.3.3. Génération de la trajectoire conique désirée	20
1.4. Commande des Mouvements	24
Commande par découplage non linéaire	25
1.5. Résultats de la simulation	29
1.5.1. Cas idéale : sans erreurs de modélisation ni perturbations	30
1.5.2. Présence de perturbation et erreurs de modélisation de 50%	35
1.6. Conclusion	39
Chapitre 2. Commande hybride externe	47
2.1. Introduction	40
2.2. Commande en impédance	42
2.2.1. Loi de commande	42

2.2.2. Résultats de la simulation	50
2.2.2.1. Sans perturbation ni erreurs de modélisation et sans prise en compte des frottements	51
2.2.2.2. Avec erreurs de modélisation de 50% , présence de perturbations et des frottements	54
2.3. Commande hybride externe	59
2.3.1. Loi de commande	59
2.3.2. Résultats de la simulation	63
2.3.2.1. Cas idéale : les frottements ne sont pas pris en compte, absence de frottements et de perturbations	63
2.3.2.2. Prises en compte des frottements, erreurs de modélisation de 50% et présence de perturbations	67
2.3.2.3. Prises en compte des frottements, erreurs de modélisation de 100% et présence de perturbations.....	71
2.3.2.4 Prises en compte des frottements, erreurs de modélisation de 20% et présence de perturbations, raideur sinusoïdale	75
2.3.2.5. Prises en compte des frottements, erreurs de modélisation de 20% et présence de perturbations, force désirée sinusoïdale	77
2.3.2.6. Prises en compte des frottements, erreurs de modélisation de 20% et présence de perturbations, force désirée sinusoïdale et raideur sinusoïdale.....	78
2.4. Conclusion	80
Chapitre3. Commande en impédance adaptative.....	72
3.1. Introduction.....	82
3.2. Développement de la loi de Commande	83
3.3. Résultats de la simulation	94
3.3.1. Surface représentée uniquement par une raideur.....	95
3.3.1.1. Cas idéale : les frottements ne sont pas pris en compte, absence de frottements et de perturbations	95
3.3.1.2. Prises en compte des frottements, erreurs de modélisation de 50% et présence de perturbations	99

3.3.2. Surface représentée par une masse, amortissement et une raideur	103
3.3.2.1. Cas idéale : les frottements ne sont pas pris en compte, absence de frottements et de perturbations	103
3.3.2.2. Prises en compte des frottements, erreurs de modélisation de 20% et présence de perturbations	107
3.3.2.3. Prises en compte des frottements, erreurs de modélisation de 20% et présence de perturbations , raideur sinusoïdale	111
3.3.2.4. Prises en compte des frottements, erreurs de modélisation de 20% et présence de perturbations , force sinusoïdale	114
3.3.2.5. Prises en compte des frottements, erreurs de modélisation de 20% et présence de perturbations , référence en force sinusoïdale , raideur sinusoïdale	115
3.4. Comparaison et conclusion	117
Conclusion Générale	119
Annexes	121
Annexe A. Transformations Mathématiques	122
A.1. Transformations homogènes	122
A.1.1. Transformations des repères	122
A.1.2. Quelques propriétés	123
A.2. La matrice antisymétrique	123
A.3. Solution du modèle de référence de la commande en impédance adaptative	124
Annexe B. Modèle géométrique direct et inverse du robot PUMA 560	125
B.1. Modèle géométrique direct (MGD) du Robot PUMA 560	125
B.2. Modèle géométrique inverse (MGI) du Robot PUMA 560	127

Annexe C. Modèle cinématique du Robot PUMA 560	129
C.1. Modèle cinématique du premier ordre	129
C.1.1. Définition	129
C.1.2. Calcul du Jacobien de Base	130
C.2. Calcul des valeurs singulières	133
C.3. Modèle cinématique du second ordre	136
Annexe D. Modèle Dynamique du Robot PUMA 560	139
Annexe E. Buttées du Robot PUMA 560	142
Annexe F. Notations utilisées en simulation	143
F.1. Variables articulaires	143
F.2. Coordonnées opérationnelles désirées	143
F.3. Coordonnées opérationnelles	143
F.4. Vitesses opérationnelles désirées	144
F.5. Vitesses opérationnelles	144
F.6. Accélérations opérationnelles désirées	144
F.7. Accélérations opérationnelles	144
Bibliographie	145

Introduction générale

Un robot industriel est un manipulateur, reprogrammable, polyvalent, à plusieurs degrés de liberté, capable de manipuler des matériaux, des pièces, des outils et des dispositifs spécialisés, au cours de mouvements variables et programmés pour l'exécution d'une variété de tâches. Il a souvent l'apparence d'un ou plusieurs bras se terminant par un poignet. Son unité de commande utilise, notamment, un dispositif de mémoire et éventuellement de perception et d'adaptation à l'environnement et aux circonstances. Ces machines polyvalentes sont généralement étudiées pour effectuer la même fonction de façon cyclique et peuvent être adaptées à d'autres fonctions sans modification permanente du matériel.

Ces tâches peuvent être définies dans l'espace libre (peinture, ...), dans l'espace contraint (assemblage, polissage, ...), ou, en alternant entre les deux.

Dans l'espace libre, le robot peut se mouvoir sans rencontrer le moindre obstacle, ainsi, il n'y aurait aucune force d'interaction avec son environnement. Par contre dans l'espace contraint, l'effecteur entre en contact avec une surface rigide ou déformable, fermant, ainsi, la chaîne cinématique du robot sur cet environnement, produisant des efforts élevés à la moindre petite variation de position du point terminal du fait de la raideur de l'ensemble.

Ainsi, un système de commande d'une chaîne cinématique ouverte, parfaitement stable lors de mouvements dans l'espace libre, peut devenir instable en présence d'un contact, avec apparition de rebonds et détérioration de l'effecteur ou de l'environnement. Ceci nous amène à distinguer entre la commande en effort de la commande en mouvement.

En outre, l'automatisation de certaines tâches nécessitent l'exécution de succession de mouvements libres et de mouvements contraints, exigeant ainsi, si le robot est contrôlé en position, de disposer de robots infiniment précis avec une connaissance parfaite des pièces, ce

qui ne s'accorde pas en pratique. Ainsi, les systèmes de commande développés pour réaliser l'interaction entre le robot et son environnement doivent, aussi, s'adapter dans l'espace libre.

L'objectif de ce travail est de développer ce genre de systèmes de commande. Ainsi, sont développés trois types de commande en effort : la commande en impédance, la commande hybride externe et la commande en impédance adaptative. Toutes ces commandes représentent une extension de la commande en impédance présentée par Hogan [Hogan 85] et [Hogan 87].

Bien que la plupart des robots industriels actuels soit encore conçue à partir des théories de l'automatique linéaire, des méthodes plus avancées, tenant compte du caractère non linéaire des structures articulés, doivent être envisagées pour les applications exigeant de grandes performances dynamiques (rapidité, précision...).

Ainsi, la loi de commande utilisée dans ce travail et la commande par découplage non linéaire (Computed Torque).

Le système et sa commande sont supposés continus. Dans la pratique, la commande étant réalisée par ordinateur, il faut tenir compte d'un retard pour l'acquisition des informations et pour le calcul des consignes. L'effet de ces retards sur le comportement du robot relève de la théorie des systèmes discrets et sort du cadre de ce travail. Ce problème peut être négligé en prenant une période d'échantillonnage suffisamment petite par rapport à la bande passante mécanique. Pour pouvoir fixer un ordre de grandeur, une grandeur autour de 1000 Hz a été utilisée dans le cas du robot ACMA SR400 [Restrepo 96]. On note aussi que le choix d'une fréquence élevée permet de rendre la commande plus robuste [Samson 87].

On a considéré que les vitesses et positions articulaires sont disponibles. En général les robots sont équipés de capteur de haute précision pour la mesure des variables articulaires. Les génératrices tachymétriques utilisées pour la mesure des vitesses articulaires fournissent des signaux entachés d'un bruit de mesure souvent considérable. La solution la plus simple pour résoudre ce problème consiste à obtenir le signal de vitesse par une différentiation numérique du signal de position. D'autres techniques plus sophistiquées consistent à construire un observateur qui estime la vitesse en fonction des couples appliqués au

actionneurs et les position articulaires [Canudas de Wit 92], [Nicosia 90], [Berghuis 93], [Khelfi 95], [Cherki 96].

Ce mémoire est organisé comme suit :

Dans le **chapitre 1** est présentée la commande et la génération du mouvement. On commencera par modéliser la trajectoire que la pointe du robot doit suivre dans l'espace tridimensionnel, et les outils nécessaires pour la générer. Ensuite on présentera la commande par découplage non linéaire avec correction PD dans l'espace opérationnel, utilisée pour réaliser la poursuite en position et orientation que devra effectuer la pointe du robot dans l'espace libre (pas de contraintes).

Ce chapitre est terminé en présentant une simulation sur le robot PUMA 560 afin de montrer la validité de notre étude.

Dans le **chapitre 2** est présentée la commande en effort du robot PUMA 560 dans l'espace tridimensionnel, en développant la commande en impédance et la commande hybride externe. Là où la pointe du robot est en contact avec une surface tout en suivant une trajectoire définie dans l'espace tridimensionnel. La trajectoire en question est celle qui est présentée dans le chapitre 2. Après chaque développement d'une loi de commande, des tests par simulation sont présentés dans le cas du robot PUMA 560, afin de valider notre étude.

Dans le **chapitre 3** est présentée la commande en impédance adaptative. Le robot est amené à réaliser la même tâche que celle présentée dans la chapitre 2. On commence cette partie par le développement de la loi de commande adaptative, en proposant un modèle de référence sur l'erreur en force, lui attribuant une fonction de Lyapunov particulière, permettant, ainsi, de synthétiser les régulateurs adaptatifs. Ce travail est achevé par une étude comparative des commandes développées, après l'application de tests par simulation dans le cas du robot PUMA 560 en utilisant la commande en impédance adaptative.

Chapitre 1

Génération et commande du mouvement

1.1. Introduction

Dans ce chapitre, on traite le problème de la commande du robot dans l'espace libre, en lui faisant suivre une trajectoire définie dans l'espace opérationnel. La pointe du robot doit tracer une courbe définie par la surface d'un cône.

La commande utilisée pour réaliser la poursuite en position et orientation, est la commande par découplage non linéaire (DNL) dans l'espace opérationnel avec correction du type PD (proportionnel dérivé).

On a commencé ce chapitre par la présentation d'une méthode de génération de mouvement, qui est la loi Bang-Bang avec palier de vitesse (loi trapèze), ensuite on a modélisé notre trajectoire désirée (position et orientation) que le robot doit suivre. Le système utilisé pour

décrire l'orientation est celui des angles d'Euler du type ZYZ. Finalement, la commande par DNL est synthétisée dans l'espace opérationnel afin de commander le bras PUMA 560 en position et orientation.

Pour commander un robot ou pour simuler son comportement on doit disposer de modèles. Plusieurs niveaux de modélisation sont possibles selon les objectifs, les contraintes de la tâche et les performances recherchées : modèles géométriques, cinématiques et dynamiques. Ces modèles, qu'il soient utilisés en simulation ou en commande, doivent représenter le comportement géométrique, cinématique ou dynamique du robot de façon réaliste.

Le modèle géométrique direct et inverse et le modèle cinématique du premier (Matrice Jacobienne) et du second ordre du robot PUMA 560 utilisés dans ce travail sont tirés de [Mébarki 05], en utilisant la notation de Denavit-Hartenberg.

Le modèle dynamique utilisé dans ce travail pour simuler le comportement dynamique du robot PUMA 560 est celui proposé par [Armstrong 86].

Le robot PUMA 560 (figure 1.1) est un bras manipulateur à chaîne ouverte simple à 6 articulations rotoides, de porteur anthropomorphe (RRR) et poignet rotule (poignet à 3 axes concourants) figure 1.2. Disposant, ainsi, de 6 degrés de libertés (6 DOF) lui permettant, pourvu qu'il ne sorte pas de son espace de travail, de positionner et d'orienter son organe terminal (3 degrés de liberté pour le positionnement, les 3 autres pour l'orientation) dans n'importe quelle configuration dans l'espace tridimensionnel, où il est non redondant.

Le terme PUMA signifie Programmable Universal Machine for Assembly.

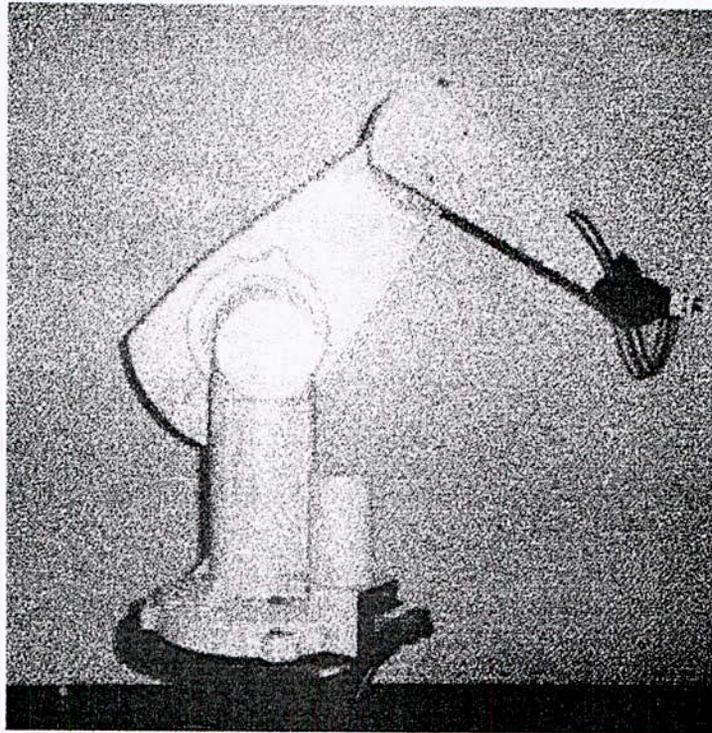


Figure 1.1. Vue générale du Robot PUMA 560

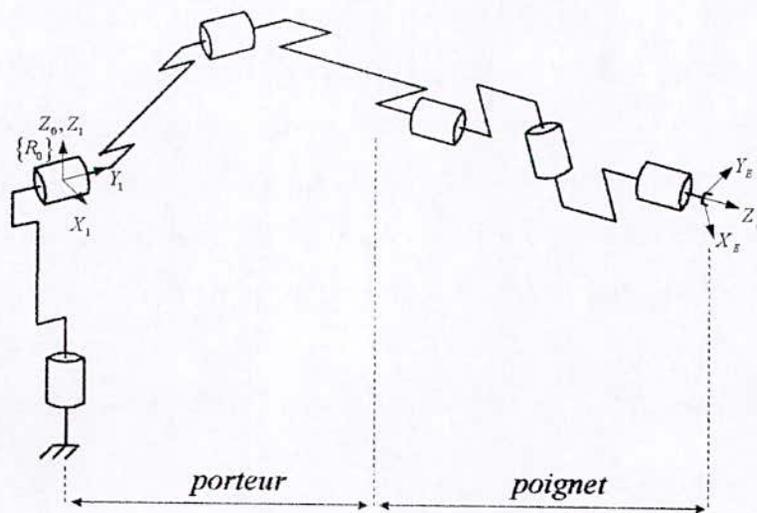


Figure 1.2. manipulateur de bras anthropomorphe et poignet rotule

1.2. Coordonnées opérationnelles selon le Système d'angle d'Euler

La pointe du robot est repérée (position et orientation) dans l'espace cartésien par le vecteur des coordonnées opérationnelles X , fonction de la configuration articulaire de robot suivant la relation :

$$X = f(q) \quad (1.1)$$

où, f représente le modèle géométrique direct du robot et q est le vecteur des variables articulaires tel que :

$$q = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6]^T \quad (1.2)$$

Il existe plusieurs possibilités pour le choix des coordonnées opérationnelles. Pour l'ensemble de ce travail, elles sont choisies :

$$X = [P_x \ P_y \ P_z \ \alpha \ \beta \ \gamma]^T \quad (1.3)$$

$[P_x \ P_y \ P_z]^T$ étant la position cartésienne de l'organe terminal par rapport au repère de la base $\{R_0\}$, alors que $[\alpha \ \beta \ \gamma]^T$ représente les angles d'Euler selon la représentation ZYZ correspondants à l'orientation du repère lié à l'organe terminal par rapport à celui lié à la base.

On cherche à présent, les relation entre le vecteur des vitesses opérationnelles \dot{X} , qui est égale à $\frac{dX}{dt}$, où X est défini par (1.3), et les vecteurs vitesses 0V_6 et ${}^0\omega_6$ du repère $\{R_6\}$ exprimées dans la repère de la base $\{R_0\}$, et ainsi, sa relation avec les positions et vitesses articulaires.

1.2.1. Système d'angles d'Euler

Comme ça a été présenté précédemment, la méthode de description des orientations est celle utilisant les systèmes d'angles d'Euler. Dans ce système l'orientation du repère R_n dans le repère R_0 est déterminé par la spécification de trois angles, α , β et γ correspondant à trois rotations successives (figure 1.3). Le plan (X_n, Y_n) coupe le plan (X_0, Y_0) suivant la ligne nodale N , perpendiculaire aux axes Z_0 et Z_n tel que $\vec{N} = \alpha_0 \times \alpha_n$. Les angles d'Euler selon la représentation ZYZ sont définis de la façon suivante :

- α : angle entre les axes Y_0 et N correspondant à une rotation autour de Z_0 ;
- β : angle entre les axes Z_0 et Z_n correspondant à une rotation autour de N ;
- γ : angle entre les axes N et Y_n correspondant à une rotation autour de Z_n ;

Donc, la matrice définissant l'orientation du repère R_n dans le repère R_0 est :

$${}^0R_n = Rot(z, \alpha) Rot(y, \beta) Rot(z, \gamma) \quad (1.4)$$

$$= \begin{bmatrix} C\alpha & -S\alpha & 0 \\ S\alpha & C\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\beta & 0 & S\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\beta & 0 & C\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\gamma & -S\gamma & 0 \\ S\gamma & C\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

on trouve :

$${}^0R_n = \begin{bmatrix} C\alpha C\beta C\gamma - S\alpha S\gamma & -C\alpha C\beta S\gamma - S\alpha C\gamma & C\alpha S\beta \\ S\alpha C\beta C\gamma + C\alpha S\gamma & -S\alpha C\beta S\gamma + C\alpha C\gamma & S\alpha S\beta \\ -S\beta C\gamma & S\beta S\gamma & C\beta \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

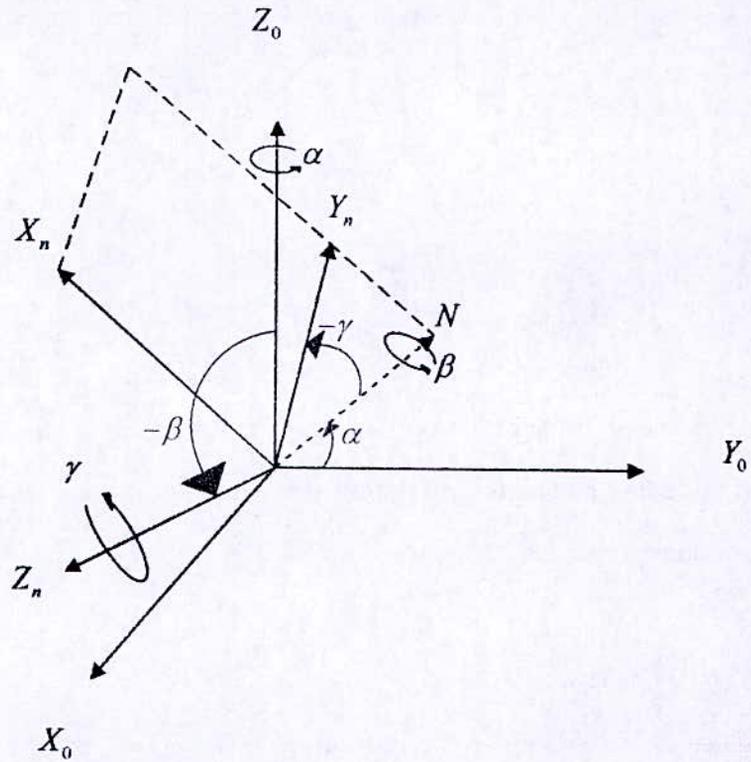


Figure 1.3. Euler ZYZ

1.2.2. Vitesses et accélérations réelles de l'effecteur

Le repère outil $\{R_E\}$ du robot est obtenu par une simple translation d'une distance l_6 de l'origine O_6 le long de l'axe Z_6 (figure 1.4), qui est représenté par la matrice de transformation homogène :

$${}^6T_E = \begin{bmatrix} I_3 & {}^6P_E \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.6}$$

avec :

$${}^6P_E = [0 \ 0 \ l_6]^T \tag{1.7}$$

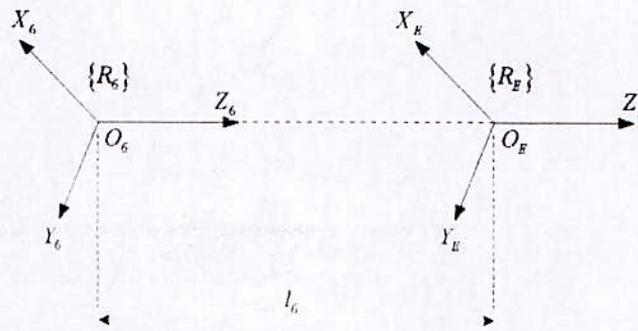


Figure 1.4. Situation du repère outil par rapport au repère $\{R_6\}$.

La matrice de transformation homogène représentant la situation du repère outil par rapport au repère de la base est notée 0T_E , tel que :

$${}^0T_E(q) = {}^0T_6(q) {}^6T_E \quad (1.8)$$

Soit ω_E et V_E les vitesses de translation et de rotation réelles du repère $\{R_E\}$ lié à l'effecteur par rapport au repère $\{R_0\}$;

$$\dot{X}_E = \begin{bmatrix} V_E \\ \omega_E \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

Soit la jacobienne 0J_E donnant les vitesses opérationnelles réelles de l'effecteur :

$$\dot{X}_E = {}^0J_E(q) \dot{q} \quad (1.10)$$

On a, d'après la théorie des vitesses :

$$\begin{cases} V_E = V_6 + \omega_6 \times {}^0P_{6,E} \\ \omega_E = \omega_6 \end{cases} \quad (1.11)$$

où ${}^0P_{6,E}$ est la projection de 6P_E (donné par (1.7)) dans le repère de la base donné par :

$${}^0P_{6,E} = {}^0R_6 {}^6P_E \quad (1.12)$$

$$\begin{cases} V_E = V_6 - {}^0P_{6,E} \times \omega_6 = V_6 - \hat{P} \omega_6 \\ \omega_E = \omega_6 \end{cases} \quad (1.13)$$

où \hat{P} est la matrice antisymétrique du vecteur ${}^0P_{6,E}$, donnée par :

$$\hat{P} = l_6 \cdot \begin{bmatrix} 0 & -r_{33} & r_{23} \\ r_{33} & 0 & -r_{13} \\ -r_{23} & r_{13} & 0 \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

En mettant (1.13) sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} V_E \\ \omega_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3 & -\hat{P} \\ 0 & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_6 \\ \omega_6 \end{bmatrix}$$

d'où :

$$\dot{X}_E = M_E \dot{X}_6 \quad (1.15)$$

avec :

$$M_E = \begin{bmatrix} I_3 & -\hat{P} \\ 0 & I_3 \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

En remplaçant \dot{X}_6 par son expression donnée par (C.5), on a :

$$\dot{X}_E = M_E {}^0J_6(q) \dot{q} \quad (1.17)$$

d'où :

$$\dot{X}_E = J_E(q)\dot{q} \quad (1.18)$$

avec :

$$J_E(q) = M_E^{-1} J_6(q) \quad (1.19)$$

Les accélérations opérationnelles réelles de l'effecteur par rapport au repère $\{R_0\}$ sont obtenues en dérivant l'équation (1.18), on a :

$$\ddot{X}_E = J_E(q)\ddot{q} + \dot{J}_E(q)\dot{q} \quad (1.20)$$

avec :

$$\dot{J}_E = \frac{dJ_E(q)}{dt}$$

en dérivant (1.20), on trouve l'expression de \dot{J}_E comme suit :

$$\dot{J}_E = M_E^{-1} \dot{J}_6(q) + \dot{M}_E^{-1} J_6(q) \quad (1.21)$$

avec:

$$\dot{M}_E = \begin{bmatrix} 0_3 & -\dot{\hat{P}} \\ 0_3 & 0_3 \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

où

$$\dot{\hat{P}} = I_6 \begin{bmatrix} 0 & -\dot{r}_{33} & \dot{r}_{23} \\ \dot{r}_{33} & 0 & -\dot{r}_{13} \\ -\dot{r}_{23} & \dot{r}_{13} & 0 \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

1.2.3. Vitesses et accélérations selon la représentation d'Euler

Soit ω et V les vitesses de translation et de rotation du repère $\{R_E\}$, suivant la représentation du système d'angles d'Euler, par rapport au repère $\{R_0\}$, tel que :

$$\omega = [\dot{\alpha} \quad \dot{\beta} \quad \dot{\gamma}]^T \quad (1.24)$$

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} V \\ \omega \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

Ces vitesses sont reliées aux vitesses réelles par [Craig 89] :

$$\begin{cases} V = V_E \\ \omega = E^{-1} \omega_E \end{cases} \quad (1.26)$$

où :

$$E = \begin{bmatrix} 0 & -S\alpha & C\alpha S\beta \\ 0 & C\alpha & S\alpha S\beta \\ 1 & 0 & C\beta \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

En écrivant l'équation (1.26) sous une forme matricielle, on a :

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} I_3 & 0_3 \\ 0_3 & E^{-1} \end{bmatrix} \dot{X}_E \quad (1.28)$$

qui devient en remplaçant par (1.18) et (1.19) :

$$\dot{X} = M {}^0 J_6(q) \dot{q} \quad (1.29)$$

avec :

$$M = \begin{bmatrix} I_3 & -\hat{P} \\ 0_3 & E^{-1} \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

On obtient finalement :

$$\dot{X} = J(q)\dot{q} \quad (1.31)$$

avec :

$$J(q) = M^{-1} J_6(q) \quad (1.32)$$

L'accélération de l'effecteur selon la représentation d'Euler est obtenue en dérivant l'équation (1.31) :

$$\ddot{X} = J(q)\ddot{q} + \dot{J}(q)\dot{q} \quad (1.33)$$

En dérivant (1.32), on a :

$$\dot{J} = M^{-1} \dot{J}_6(q) + \dot{M}^{-1} J_6(q) \quad (1.34)$$

avec :

$$\dot{M} = \begin{bmatrix} 0_3 & -\dot{\hat{P}} \\ 0_3 & \frac{d}{dt} E^{-1} \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

Comme $E E^{-1} = I_3$, sa dérivée donne : $\dot{E} E^{-1} + E \cdot \frac{d}{dt} E^{-1} = 0_3$, d'où :

$$\frac{d}{dt} E^{-1} = -E^{-1} \dot{E} E^{-1} \quad (1.36)$$

Finalement, en remplaçant dans (1.35), on trouve :

$$\dot{M} = \begin{bmatrix} 0_3 & -\dot{P} \\ 0_3 & -E^{-1}\dot{E}E^{-1} \end{bmatrix} \quad (1.37)$$

\dot{E} est obtenue en dérivant (1.27), on trouve :

$$\dot{E} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\alpha}C\alpha & -\dot{\alpha}S\alpha S\beta + \dot{\beta}C\alpha C\beta \\ 0 & -\dot{\alpha}S\alpha & \dot{\alpha}C\alpha S\beta + \dot{\beta}S\alpha C\beta \\ 0 & 0 & -\dot{\beta}S\beta \end{bmatrix} \quad (1.38)$$

1.3. Génération du mouvement

La génération de mouvements consiste à calculer les consignes de référence en position, vitesse et accélération qui sont fonction du temps et qui assurent le passage du robot par une trajectoire désirée, définie par une suite de situations de l'organe terminal ou de configuration articulaires [Khalil 99].

La génération de mouvement peut se faire soit dans l'espace articulaire (espace des configurations) soit dans l'espace opérationnel. Chaque approche présente des avantages et des inconvénients, et possède ses propres limites, inhérentes au fait que les contraintes sont exprimées soit dans l'espace articulaire (vitesses, couples, butées) soit dans l'espace opérationnel (précision, obstacles). Ainsi, le choix d'une méthode de génération de mouvement dépend de l'application considérée.

La méthode utilisée dans ce travail pour générer la trajectoire désirée est la loi Bang-Bang avec palier de vitesse (loi trapèze).

1.3.1. Loi Bang-Bang avec palier de vitesse (loi trapèze)

La loi trapèze est la loi optimale en temps parmi celles qui assurent la continuité en vitesse [Khalil 99].

Considérons une variable x de valeur initial x^i à l'instant $t = t_0$ et de valeur final x^f à l'instant $t = t_f$. Décrire l'évolution de x en fonction de temps pour $t_0 \leq t \leq t_f$ en utilisant la loi trapèze est comme suit (figure 1.5) :

$$\begin{cases} x(t) = x^i + \frac{1}{2}(t-t_0)^2 k_a \operatorname{sign}(D) & \text{pour } t_0 \leq t \leq t_0 + \tau \\ x(t) = x^i + (t-t_0 - \frac{\tau}{2}) k_v \operatorname{sign}(D) & \text{pour } t_0 + \tau \leq t \leq t_f - \tau \\ x(t) = x^f - \frac{1}{2}(t_f - t)^2 k_a \operatorname{sign}(D) & \text{pour } t_f - \tau \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (1.39)$$

avec :

$$\begin{cases} D = x^f - x^i \\ k_v = \frac{|D|}{t_f - t_0 - \tau} \\ k_a = \frac{k_v}{\tau} \end{cases} \quad (1.40)$$

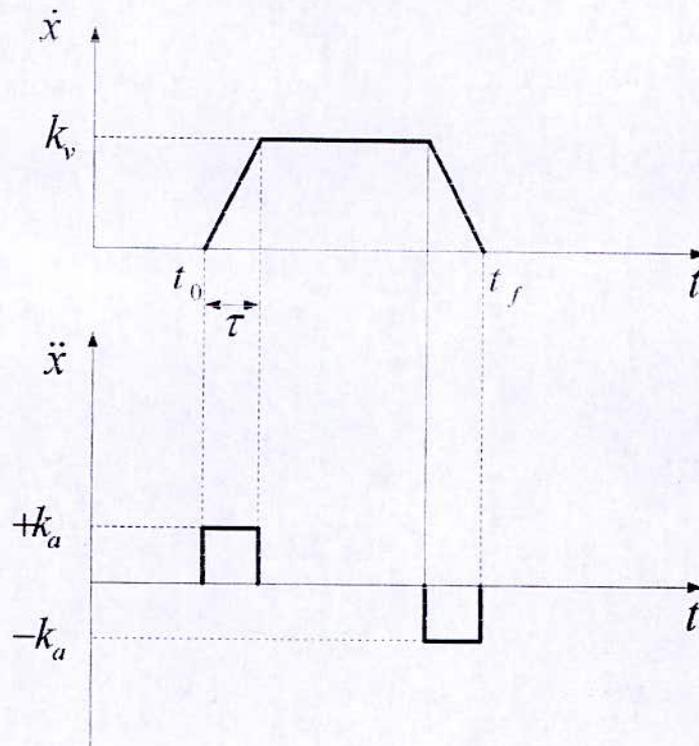


Figure 1.5. Evolution de la vitesse et de l'accélération de la variable x avec une loi trapèze

1.3.2. Présentation et modélisation de la trajectoire

1.3.2.1. Présentation

Le mouvement de la pointe du robot consiste à suivre une courbe, bornée par deux points, sur la surface d'un cône tout en restant perpendiculaire à cette surface comme indiqué à la figure 1.6.

On note qu'on n'impose pas de points intermédiaires le long de ce mouvement. Néanmoins, cette trajectoire ne doit pas sortir de la surface du cône.

Le cône est défini par sa hauteur H , le rayon de sa base R et son centre O_c , tel que :

$$O_c = [x_c \quad y_c \quad z_c]^T \quad (1.41)$$

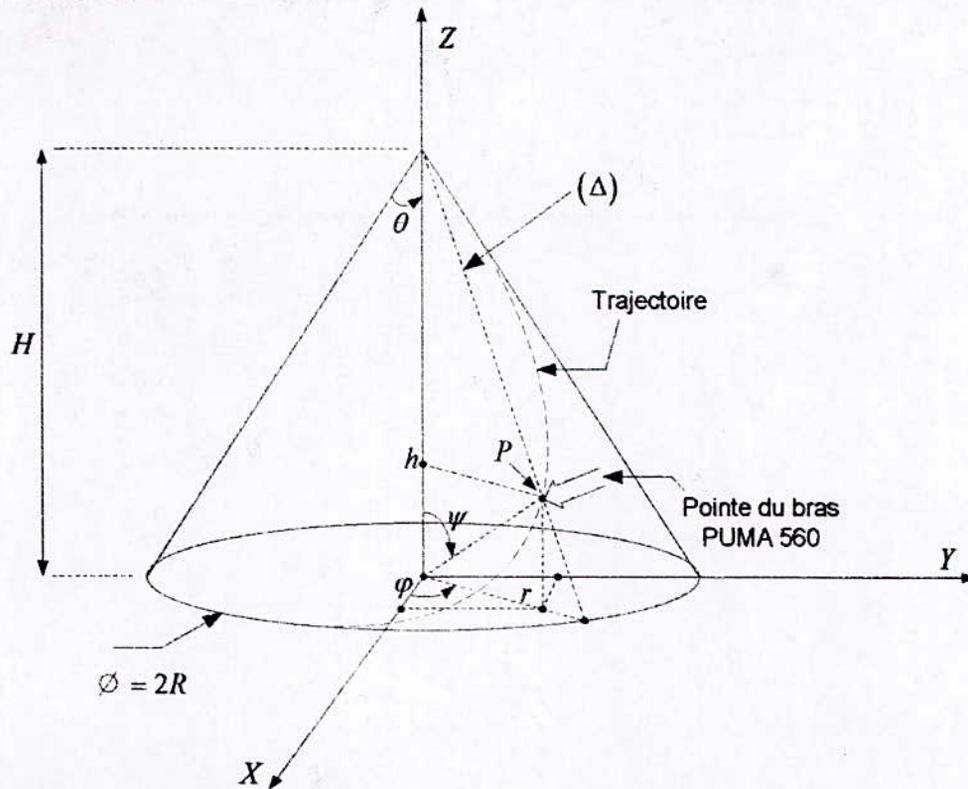


Figure 1.6. Trajectoire conique

Afin de modéliser notre trajectoire, considérant un point P quelconque de celle-ci, comme indiqué sur la figure 2.2, point de passage de la pointe du robot tout en étant perpendiculaire à la surface du cône.

1.3.2.2. Positionnement

La position du point P est repérée par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} P_x = x_c + r \cos \varphi \\ P_y = y_c + r \sin \varphi \\ P_z = z_c + h \end{cases} \quad (1.42)$$

On a:

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\theta = \frac{R}{H} \\ \operatorname{tg}\theta = \frac{r}{H-h} \end{cases} \quad (1.43)$$

En combinant les deux équations de (1.43), on tire :

$$r = (H-h) \frac{R}{H} \quad (1.44)$$

et :

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{R}{H} \quad (1.45)$$

1.3.2.3. Angles d'Euler correspondant à l'orientation

La pointe du bras doit être perpendiculaire à la surface du cône au point P signifie que Z_E est perpendiculaire à la droite (Δ) comme indiqué sur la figure 1.7. Le point P se trouve sur le plan de coupe repéré par l'angle φ comme indiqué sur les figures 1.6 et 1.7, alors,

l'angle $\alpha = \varphi$. Pour qu'on ait $Z_E \perp (\Delta)$, la condition sur l'angle β , est alors : $\beta = -\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$.

De plus, l'angle γ peut être quelconque.

D'où l'orientation avec les angles d'Euler selon la représentation ZYZ est :

$$\begin{cases} \alpha = \varphi \\ \beta = -\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \\ \gamma = \text{quelconque} \end{cases} \quad (1.46)$$

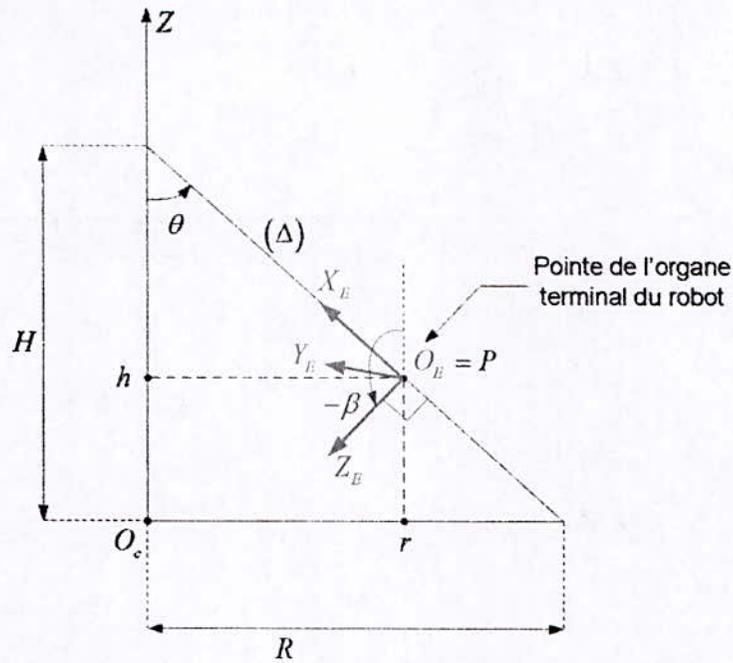


Figure 1.7. plan de coupe

Ainsi, de (1.42) (1.44) et (1.46) on conclue que la position et l'orientation désirées de la pointe du robot s'expriment seulement avec les valeurs instantanées de l'angle φ et de la hauteur h .

Donc, générer la trajectoire revient à générer h et φ . Et puisque celle-ci ne comporte pas de points intermédiaires, on peut imposer à φ d'évolue linéairement en fonction de h .

Finalement, on a à générer q'une seule variable : h ou φ .

Par conséquent, on peut prendre comme variable indépendante soit h ou φ .

1.3.3. Génération de la trajectoire conique désirée

On choisit de générer h pour l'obtention des données sur la trajectoire désirée.

En appliquant la loi trapèze définie par (1.39) et (1.40) sur la variable h , qui est considéré comme variable indépendante, on a :

$$\begin{cases} h(t) = h^i + \frac{1}{2}(t-t_0)^2 k_a \operatorname{sign}(D) \text{ pour } t_0 \leq t \leq t_0 + \tau \\ h(t) = h^i + (t-t_0 - \frac{\tau}{2}) k_v \operatorname{sign}(D) \text{ pour } t_0 + \tau \leq t \leq t_f - \tau \\ h(t) = h^f - \frac{1}{2}(t_f - t)^2 k_a \operatorname{sign}(D) \text{ pour } t_f - \tau \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (1.47)$$

avec

$$\begin{cases} D = h^f - h^i \\ k_v = \frac{|D|}{t_f - t_0 - \tau} \\ k_a = \frac{k_v}{\tau} \end{cases} \quad (1.48)$$

Les variables φ et r s'écrivent :

$$\begin{cases} \varphi(t) = k_1 h(t) + k_2 \\ r(t) = (H - h(t)) \frac{R}{H} \end{cases} \quad (1.49)$$

avec les conditions du point initial et final sur l'angle φ suivantes :

$$\begin{cases} \varphi^i = k_1 h^i + k_2 \\ \varphi^f = k_1 h^f + k_2 \end{cases}$$

d'où :

$$\begin{cases} k_1 = \frac{\varphi^f - \varphi^i}{h^f - h^i} \\ k_2 = \frac{h^f \varphi^i - h^i \varphi^f}{h^f - h^i} \end{cases} \quad (1.50)$$

En dérivant (1.47) et (1.49) par rapport au temps on obtient :

$$\begin{cases} \dot{h}(t) = (t-t_0)k_a \operatorname{sign}(D) & \text{pour } t_0 \leq t \leq t_0 + \tau \\ \dot{h}(t) = k_v \operatorname{sign}(D) & \text{pour } t_0 + \tau \leq t \leq t_f - \tau \\ \dot{h}(t) = (t_f - t)k_a \operatorname{sign}(D) & \text{pour } t_f - \tau \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (1.51)$$

et :

$$\begin{cases} \dot{\phi}(t) = k_1 \dot{h}(t) \\ \dot{r}(t) = -\dot{h}(t) \frac{R}{H} \end{cases} \quad (1.52)$$

En dérivant (1.51) et (1.52) par rapport au temps on obtient :

$$\begin{cases} \ddot{h}(t) = k_a \operatorname{sign}(D) & \text{pour } t_0 \leq t \leq t_0 + \tau \\ \ddot{h}(t) = 0 & \text{pour } t_0 + \tau \leq t \leq t_f - \tau \\ \ddot{h}(t) = -k_a \operatorname{sign}(D) & \text{pour } t_f - \tau \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (1.53)$$

et :

$$\begin{cases} \ddot{\phi}(t) = k_1 \ddot{h}(t) \\ \ddot{r}(t) = -\ddot{h}(t) \frac{R}{H} \end{cases} \quad (1.54)$$

Finalement, les coordonnées opérationnelles représentant la position et l'orientation désirées de l'organe terminal du robot, selon la représentation d'Euler ZYZ, sont données à tout instant, en utilisant (1.42) et (1.46), par le système d'équation (1.55) :

$$\begin{cases} P_x = x_c + r \cos \varphi \\ P_y = y_c + r \sin \varphi \\ P_z = z_c + h \\ \alpha = \varphi \\ \beta = -\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \\ \gamma = 0 \end{cases} \quad (1.55)$$

qui sont représentées par le vecteur des coordonnées opérationnelles désiré :

$$X_d(t) = [P_x \ P_y \ P_z \ \alpha \ \beta \ \gamma]^T \quad (1.56)$$

on note que l'angle γ est pris égale à zéro par mesure de simplification.

Les vitesses opérationnelles désirées sont obtenues en dérivant (1.55) par rapport au temps, on a :

$$\begin{cases} \dot{P}_x = \dot{r} \cos \varphi - r \dot{\varphi} \sin \varphi \\ \dot{P}_y = \dot{r} \sin \varphi + r \dot{\varphi} \cos \varphi \\ \dot{P}_z = \dot{h} \\ \dot{\alpha} = \dot{\varphi} \\ \dot{\beta} = 0 \\ \dot{\gamma} = 0 \end{cases} \quad (1.57)$$

lesquelles sont représentées par le vecteur des vitesses opérationnelles désiré :

$$\dot{X}_d(t) = [\dot{P}_x \ \dot{P}_y \ \dot{P}_z \ \dot{\alpha} \ \dot{\beta} \ \dot{\gamma}]^T \quad (1.58)$$

Les accélérations opérationnelles désirées sont obtenues en dérivant (1.57) par rapport au temps, on a :

$$\begin{cases} \ddot{P}_x = \ddot{r} \cos \varphi - 2\dot{r}\dot{\varphi} \sin \varphi - r\ddot{\varphi} \sin \varphi - r\dot{\varphi}^2 \cos \varphi \\ \ddot{P}_y = \ddot{r} \sin \varphi + 2\dot{r}\dot{\varphi} \cos \varphi + r\ddot{\varphi} \cos \varphi - r\dot{\varphi}^2 \sin \varphi \\ \ddot{P}_z = \ddot{h} \\ \ddot{\alpha} = \ddot{\varphi} \\ \ddot{\beta} = 0 \\ \ddot{\gamma} = 0 \end{cases} \quad (1.59)$$

lesquelles sont représentées par le vecteur des accélérations opérationnelles désiré :

$$\ddot{X}_d(t) = [\ddot{P}_x \quad \ddot{P}_y \quad \ddot{P}_z \quad \ddot{\alpha} \quad \ddot{\beta} \quad \ddot{\gamma}]^T \quad (1.60)$$

1.4. Commande des mouvements

La commande des robots-manipulateurs a fait l'objet de nombreux travaux. Les principales approches utilisées sont :

- la commande classique de type PID ;
- la commande par découplage non linéaire ;
- la commande passive ;
- la commande fondée sur une fonction de Lyapunov ;
- la commande adaptative ;
- la commande robuste à structure variable.

La commande utilisé dans ce travail est la commande par découplage non linéaire connue aussi sous le nom de *commande dynamique* (ou "couple calculé", *computed torque* dans la littérature anglo-saxonne) . Cette méthode est considérée comme la solution théorique idéale pour la commande des robots-manipulateurs [Khalil 99].

L'application de la commande par découplage non linéaire constitue une bonne approche pour les applications exigeant des évolutions rapides du robot et une grande précision dynamique, en prenant en compte, tout ou partie des forces d'interactions dynamiques.

La mise en œuvre de cette méthode exige le calcul du modèle dynamique du robot et la connaissance des valeurs numériques des paramètres inertiels et de frottements. Cette condition ne constitue pas un réel obstacle, et ceci, grâce aux méthodes de modélisation modernes, au développement des techniques d'identification et aux évolutions technologiques en micro-informatique qui permettent d'avoir un temps de calcul négligeable devant la dynamique du robot.

La commande par découplage non linéaire consiste à transformer par retour d'état le problème de commande d'un système non linéaire en un problème de commande d'un système linéaire, dont l'élaboration est simplifiée pour le cas des robot manipulateurs rigides, où, le nombre d'actionneurs est égale au nombre des variables articulaires et que la modèle dont on dispose est un modèle inverse qui exprime l'entrée du robot en fonction du vecteur d'état, composé de q , \dot{q} et de \ddot{q} .

Puisque le mouvement est défini dans l'espace opérationnel, alors, la commande est élaborée dans cet espace. Dans ce cas, deux solutions se présentent pour réaliser la commande du système par découplage non linéaire :

- la correction se fait dans l'espace articulaire après une transformation du mouvement défini dans l'espace opérationnel en un mouvement défini dans l'espace articulaire. Le signal d'erreur à minimiser est alors exprimé dans le l'espace articulaire ;
- la correction se fait directement dans l'espace opérationnel, où le signal d'erreur à minimiser est exprimé dans cet espace.

On présente dans ce travail la deuxième solution où la commande s'écrit directement dans l'espace opérationnel.

Commande par découplage non linéaire dans l'espace opérationnel avec correction dans l'espace opérationnel :

L'équation du modèle dynamique du robot-manipulateur PUMA 560 est celle définie par l'équation (D.1). Et puisque on est dans l'espace libre, c'est-à-dire, qu'il n'y a pas de forces

d'interaction entre le robot et l'environnement (i.e. $F_e = 0$), alors, le comportement dynamique du robot dans l'espace articulaire est régi par l'équation suivante :

$$\Gamma = A(q)\ddot{q} + B(q)[\dot{q}\dot{q}] + C(q)[\dot{q}^2] + g(q) \quad (1.61)$$

ou, sous une forme plus compacte :

$$\Gamma = A(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) \quad (1.62)$$

avec $H(q, \dot{q})$ définie par (D.4).

L'accélération articulaire est donnée par l'équation (1.33), on a :

$$\ddot{X} = J\ddot{q} + \dot{J}\dot{q}$$

d'où :

$$\ddot{q} = J^{-1}(\ddot{X} - \dot{J}\dot{q}) \quad (1.63)$$

Le comportement dynamique du robot dans l'espace opérationnel est alors régi par la relation suivante, obtenue en substituant dans la relation (1.62) \ddot{q} par l'équation (1.63) :

$$\Gamma = AJ^{-1}(\ddot{X} - \dot{J}\dot{q}) + H(q, \dot{q}) \quad (1.64)$$

Soit \hat{A} et \hat{H} les estimations respectives de A et H . En supposant que les positions et vitesses articulaires sont mesurables et que les mesures ne sont pas bruitées, et en prenant Γ comme entrée de commande du système, alors, la loi de commande qui linéarise et découple les équations dans l'espace opérationnel est donnée par [Khalil 99] :

$$\Gamma = \hat{A}J^{-1}(w(t) - \dot{J}\dot{q}) + \hat{H}(q, \dot{q}) \quad (1.65)$$

Avec cette loi et en supposant un modèle parfait $\hat{A} = A$ et $\hat{H} = H$, alors le système est régi, dans l'espace opérationnel, par l'équation du double intégrateur suivante :

$$w(t) = \ddot{X}(t) \quad (1.66)$$

Plusieurs schémas de commande sont alors possibles. On propose la correction PD (proportionnel dérivé), avec un mouvement complètement spécifié. On pose alors :

$$w(t) = \ddot{X}^d + K_v (\dot{X}^d - \dot{X}) + K_p (X^d - X) \quad (1.67)$$

Avec cette loi et les hypothèses précédentes, et partant d'erreurs initiales nulles, le comportement du robot est décrit par l'équation différentielle linéaire du second ordre :

$$\ddot{e}_x + K_v \dot{e}_x + K_p e_x = 0 \quad (1.68)$$

avec e_x représentant l'erreur de poursuite de la trajectoire dans l'espace opérationnel, tel que :

$$e_x(t) = X^d(t) - X(t) \quad (1.69)$$

en reformulant l'équation (1.68) dans le plan de Laplace, on a :

$$s^2 + K_v s + K_p = 0 \quad (1.70)$$

On impose un modèle qui régit l'erreur de poursuite de la forme :

$$s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2 = 0 \quad (1.71)$$

qui représente un système du second ordre, exponentiellement stable, avec ξ et ω représentant respectivement son facteur d'amortissement et sa pulsation.

ce qui revient à prendre :

$$\begin{cases} K_v = 2\xi\omega \\ K_p = \omega^2 \end{cases} \quad (1.72)$$

et ainsi, l'erreur e_x tend exponentiellement vers zéros.

Le schéma de commande correspondant est représenté sur la figure 2.4.

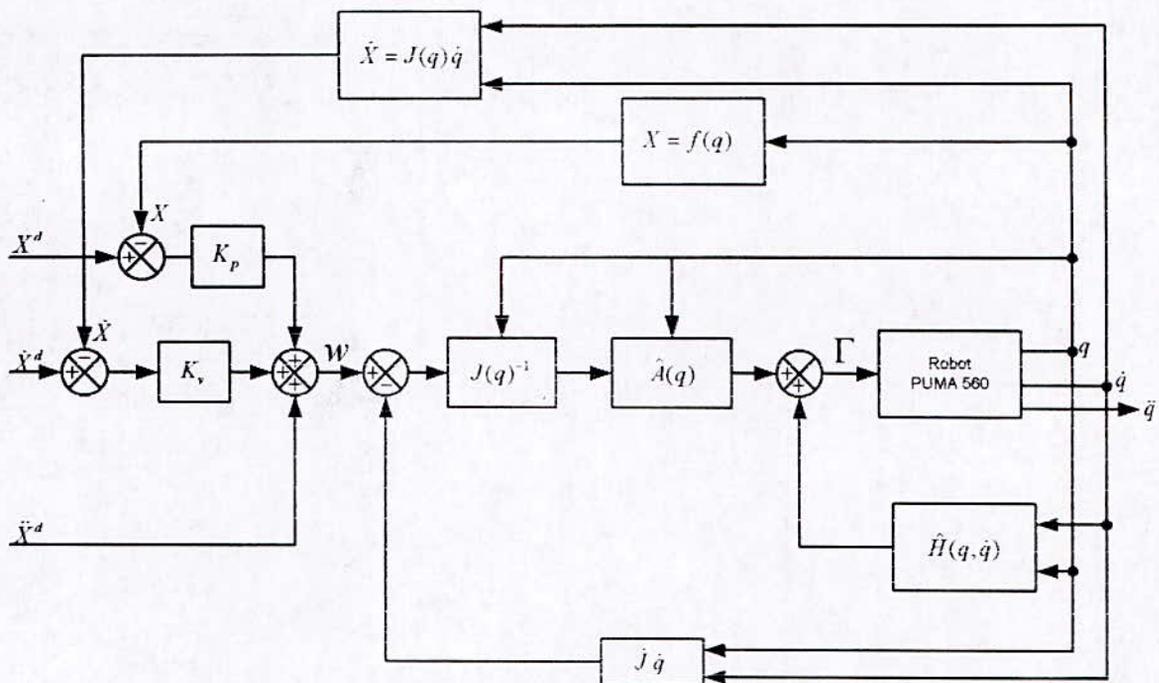


Figure 1.8. Commande des mouvements par découplage non linéaire dans l'espace opérationnel

1.5. Résultats de la simulation

Pour tout ce qui suit, les frottements sont modélisé selon la relation (1.143), et les paramètres de frottement sec et visqueux sont pris en suivant ceux donnés par [Jung 99].

Ainsi, on prend :

$$\begin{cases} F_s = [5 \ 5 \ 5 \ 3 \ 3 \ 3]^T \text{ Nm} \\ F_v = [8 \ 8 \ 8 \ 6 \ 6 \ 6]^T \text{ Nm s/rad} \end{cases} \quad (2.35)$$

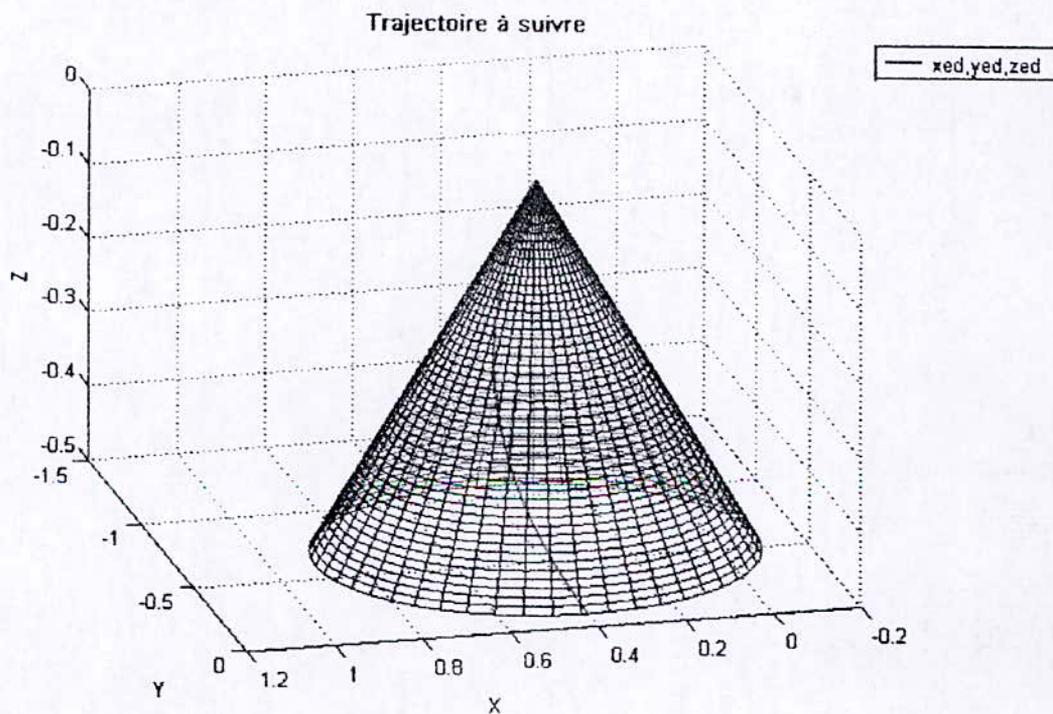


Figure 1.9. Trajectoire à suivre par la pointe du robot

Le temps de simulation est de 4 sec, tel que $t \in [0, 4]$ sec ;

Le pas d'échantillonnage est : $p = 10 \text{ ms}$;

Pour réaliser la loi trapèze : $\tau = 1.5 \text{ sec}$.

1.5.1. Cas idéal : sans erreurs de modélisation ni perturbations

$$\begin{cases} w_0 = 90 \\ \xi = 0.7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_p = \text{diag}(8100) \\ K_v = \text{diag}(126) \end{cases}$$

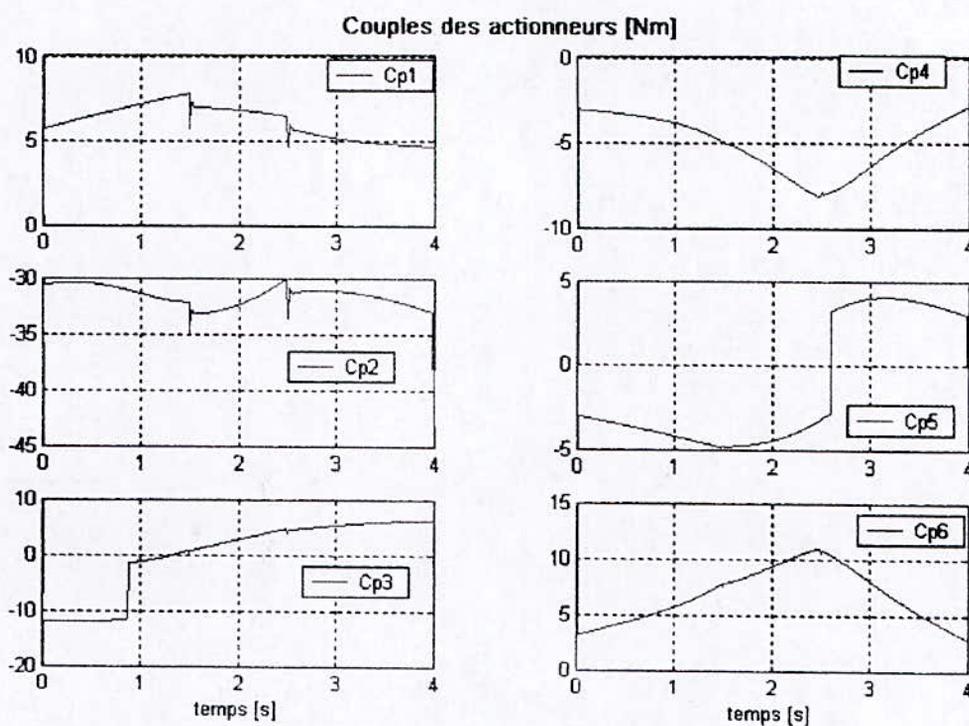


Figure 1.10.1

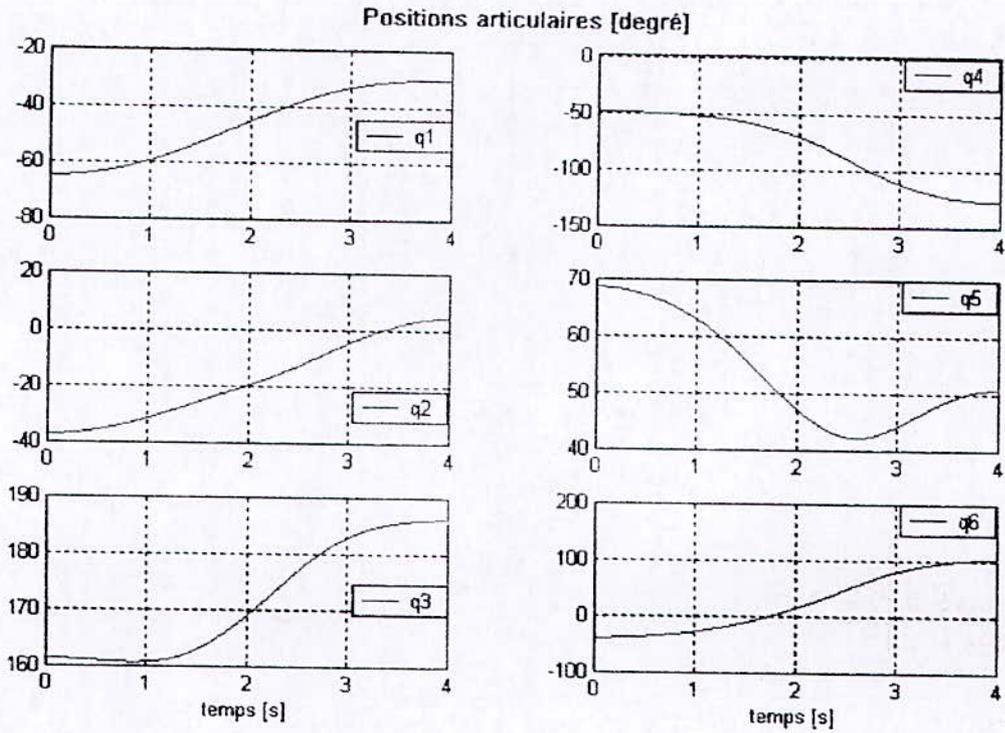


Figure 1.10.2

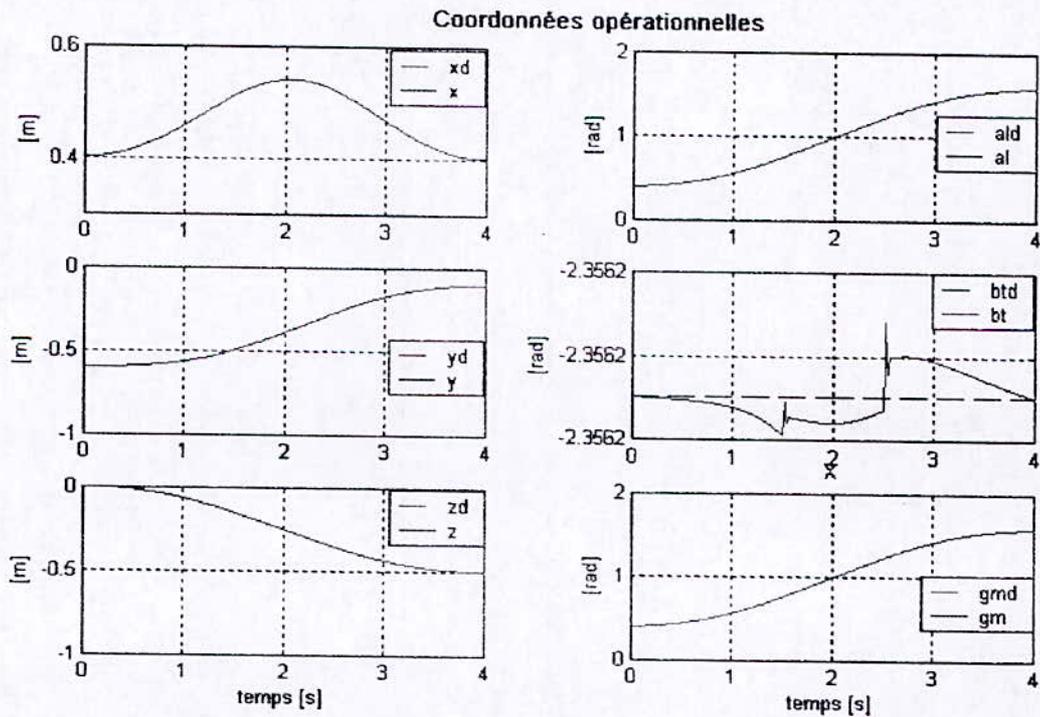


Figure 1.10.3

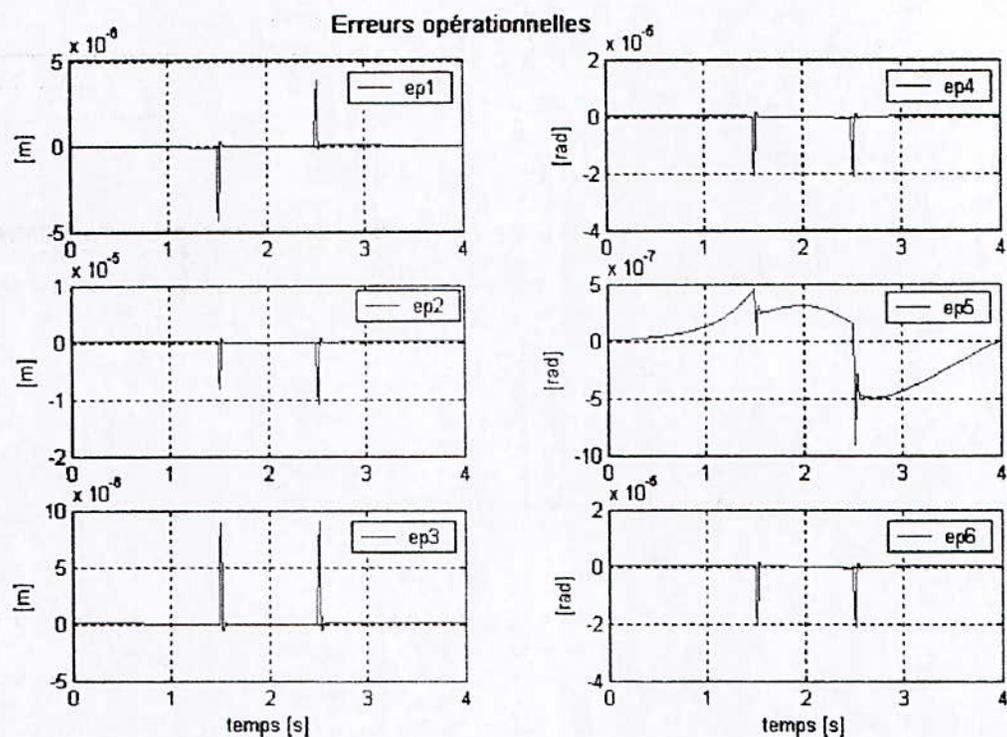


Figure 1.10.4

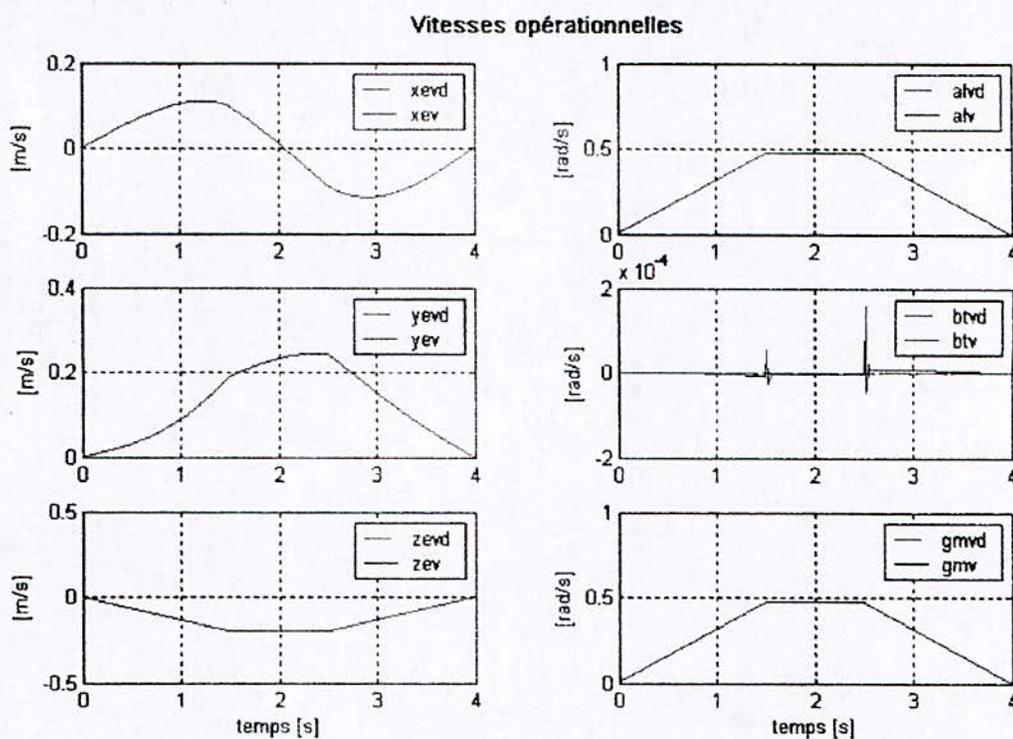


Figure 1.10.5

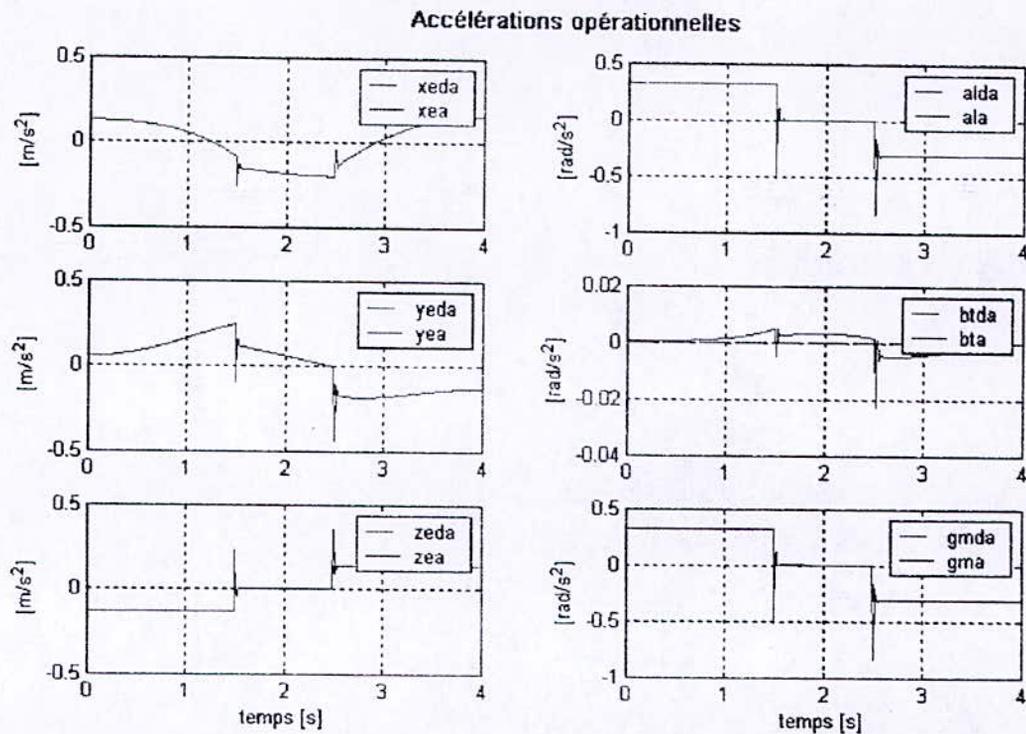


Figure 1.10.6

Les différentes configurations du robot PUMA 560 au long de ce mouvement sont données par les figures ci-dessous :

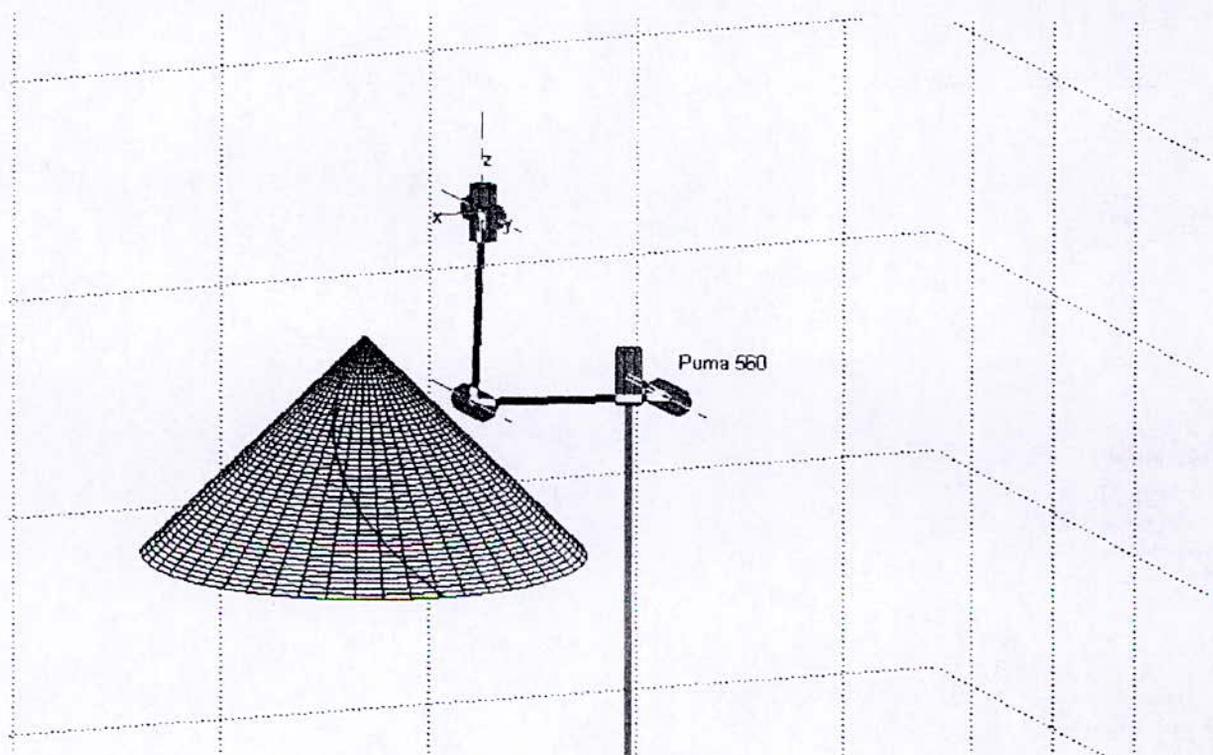


Figure 1.11.1

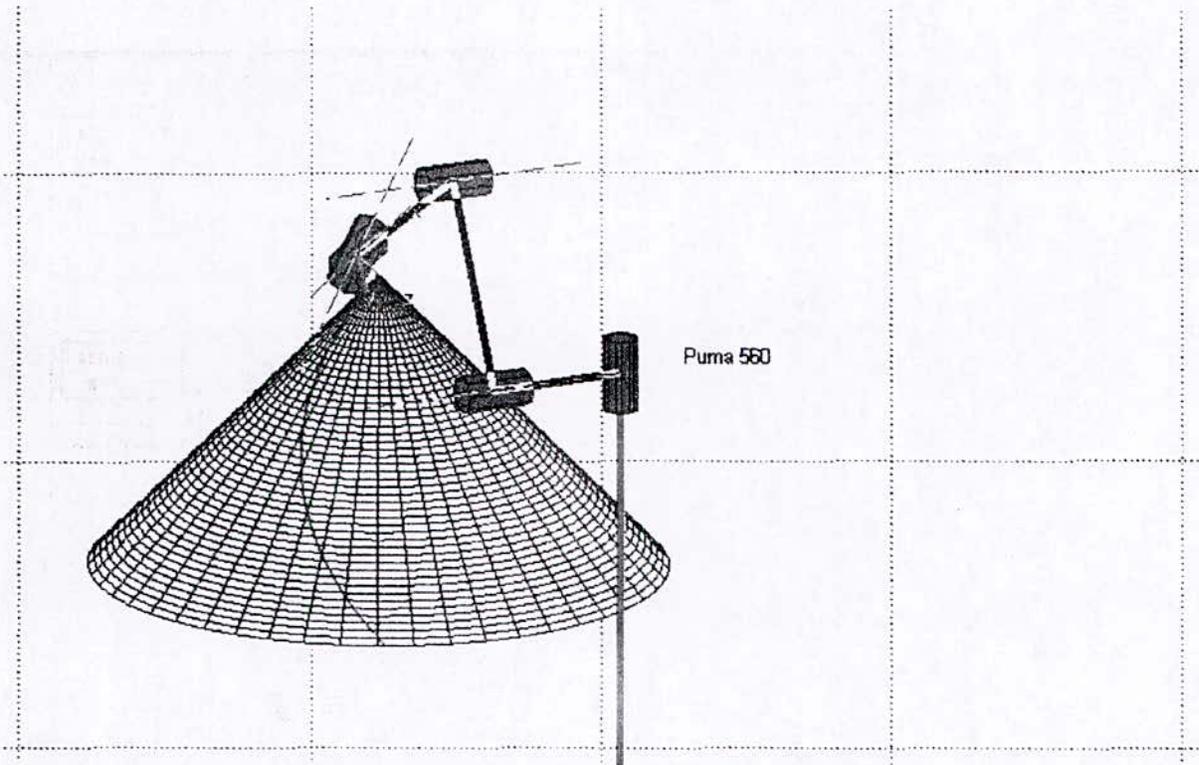


Figure 1.11.2

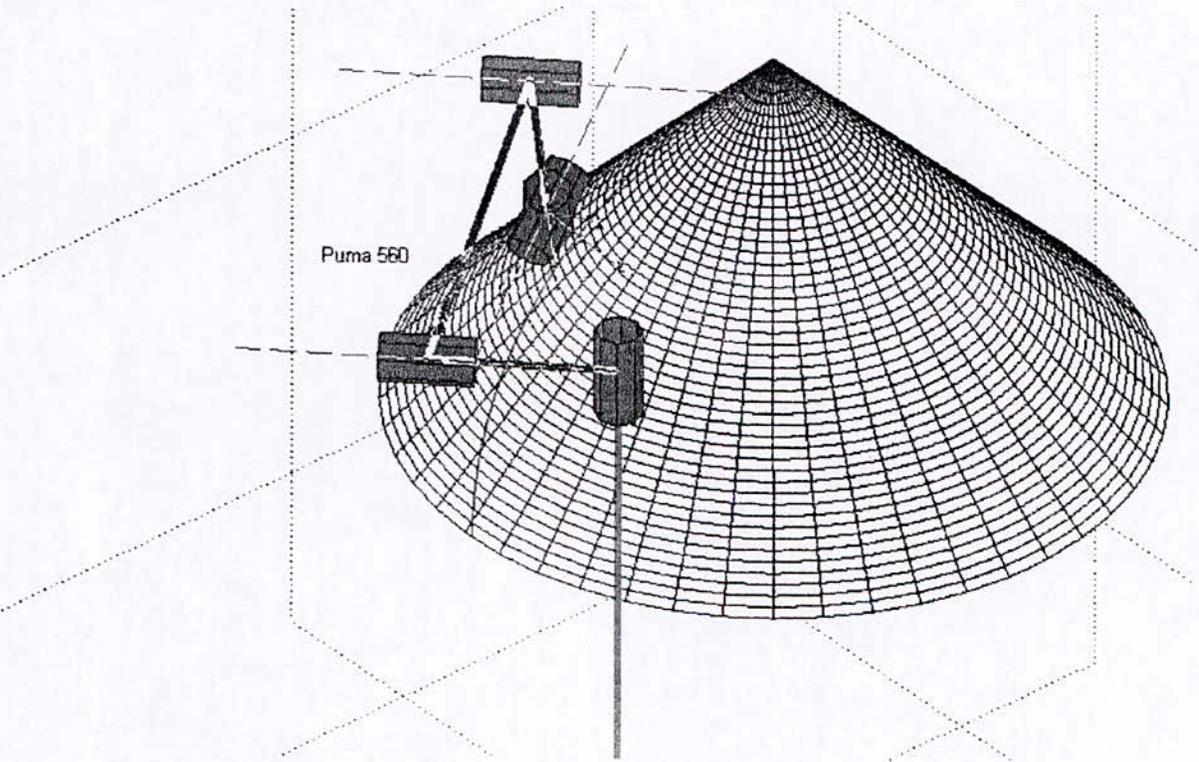


Figure 1.11.3

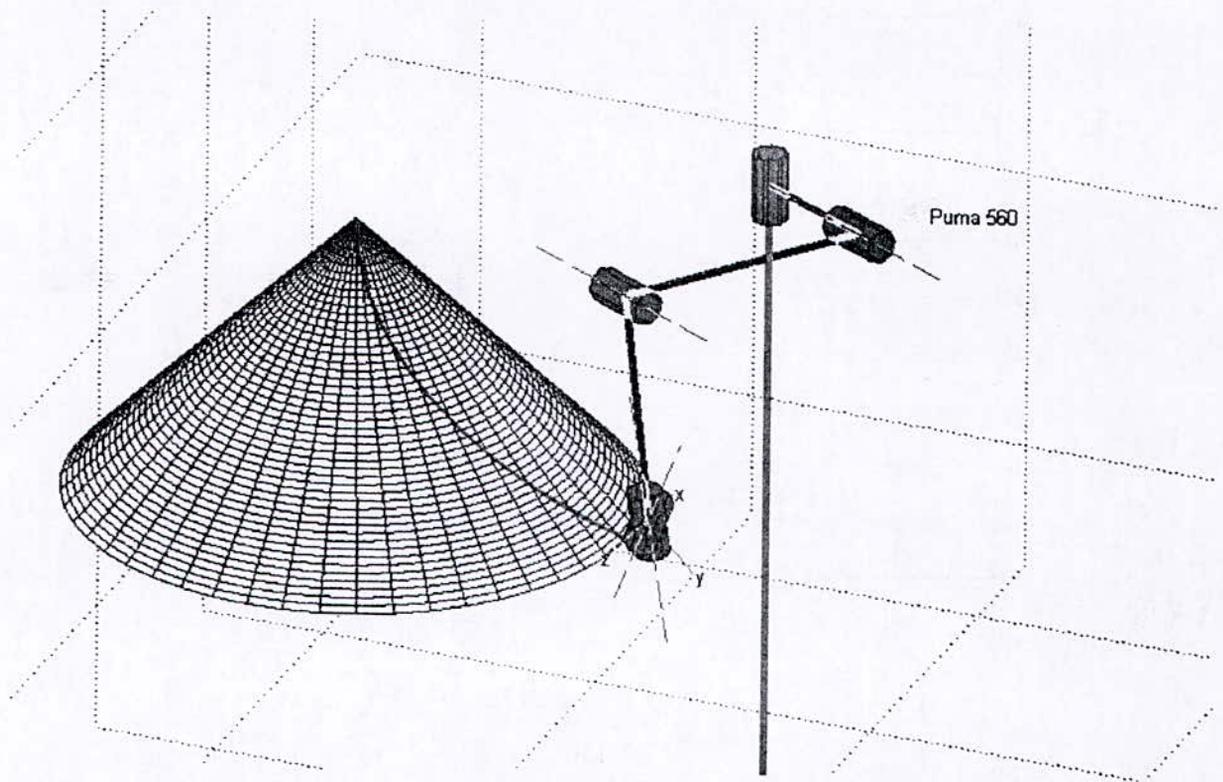


Figure 1.11.4

1.5.2. présence de perturbation et erreurs de modélisation de 50%

La perturbation est un signal carré introduit sur l'accélération articulaires (signal de sortie du système), de magnitude égale à 0.3 rad/s^2 , à l'instant $t = 2 \text{ sec}$ et de durée égale à 1 sec .

Une erreurs de modélisation de 50% signifie que :

$$\begin{cases} \hat{A} = 1.5 A \\ \hat{H} = 1.5 H \end{cases}$$

Le régulateur par DNL est comme suit :

$$\begin{cases} w_0 = 90 \\ \xi = 0.7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_p = \text{diag}(8100) \\ K_v = \text{diag}(126) \end{cases}$$

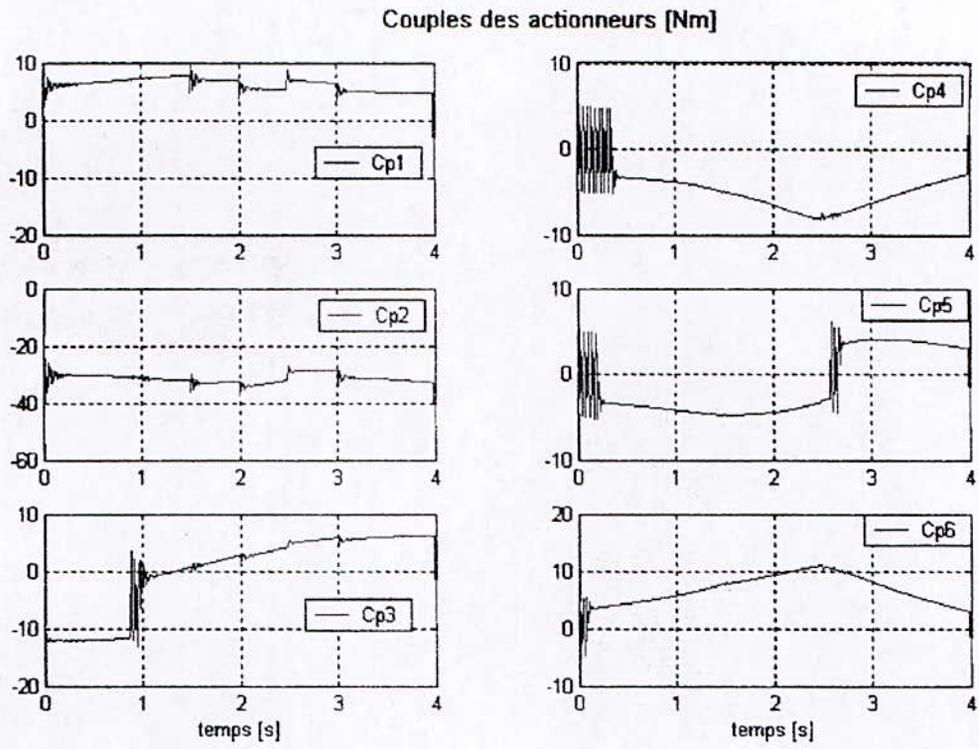


Figure 1.12.1

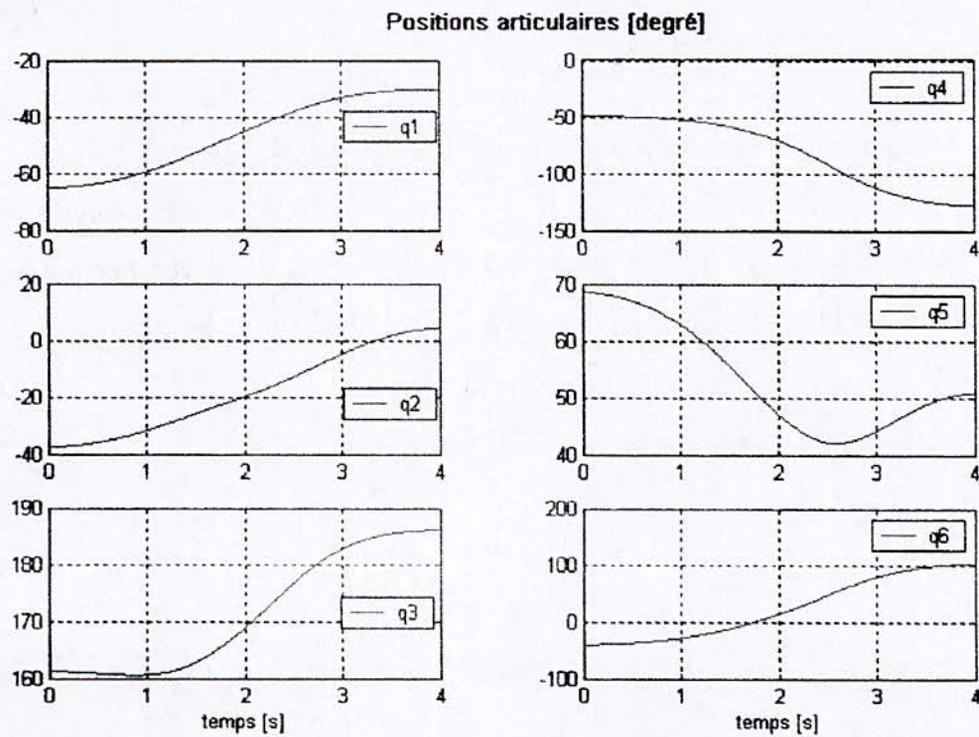


Figure1.12.2

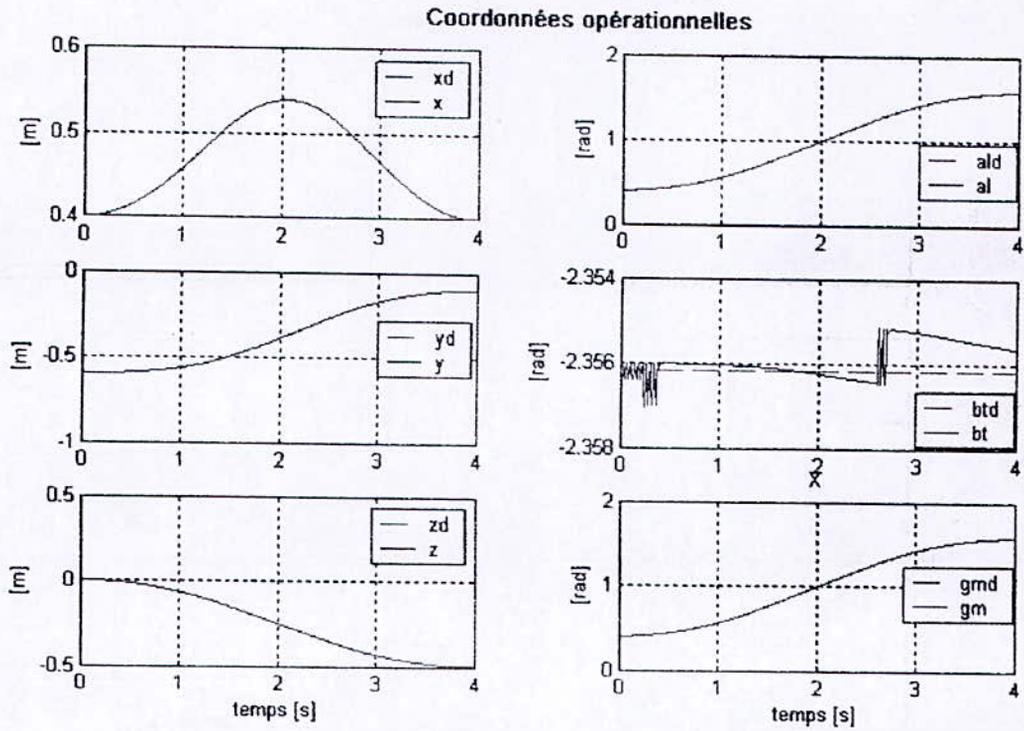


Figure 1.12.3

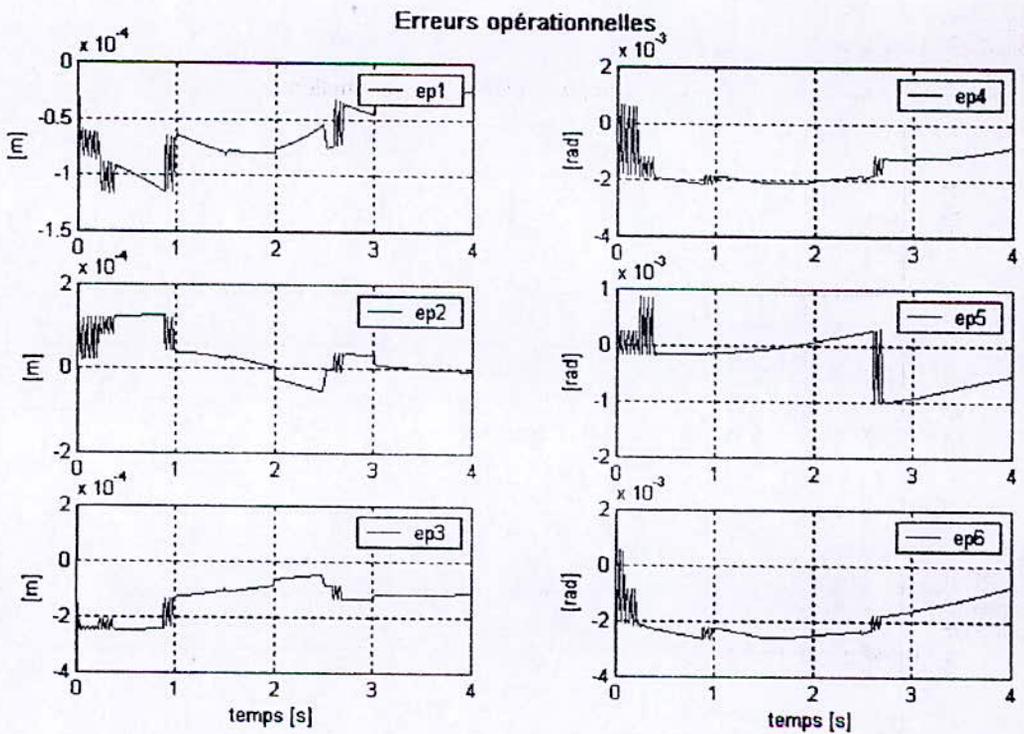


Figure 1.12.4

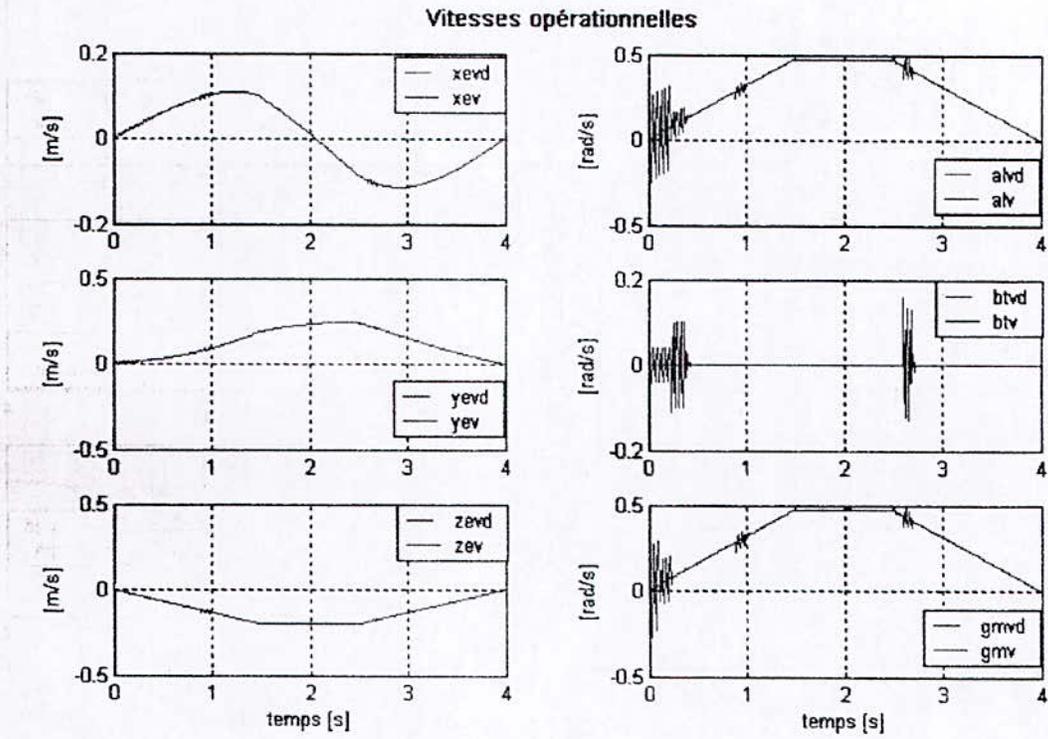


Figure 1.12.5

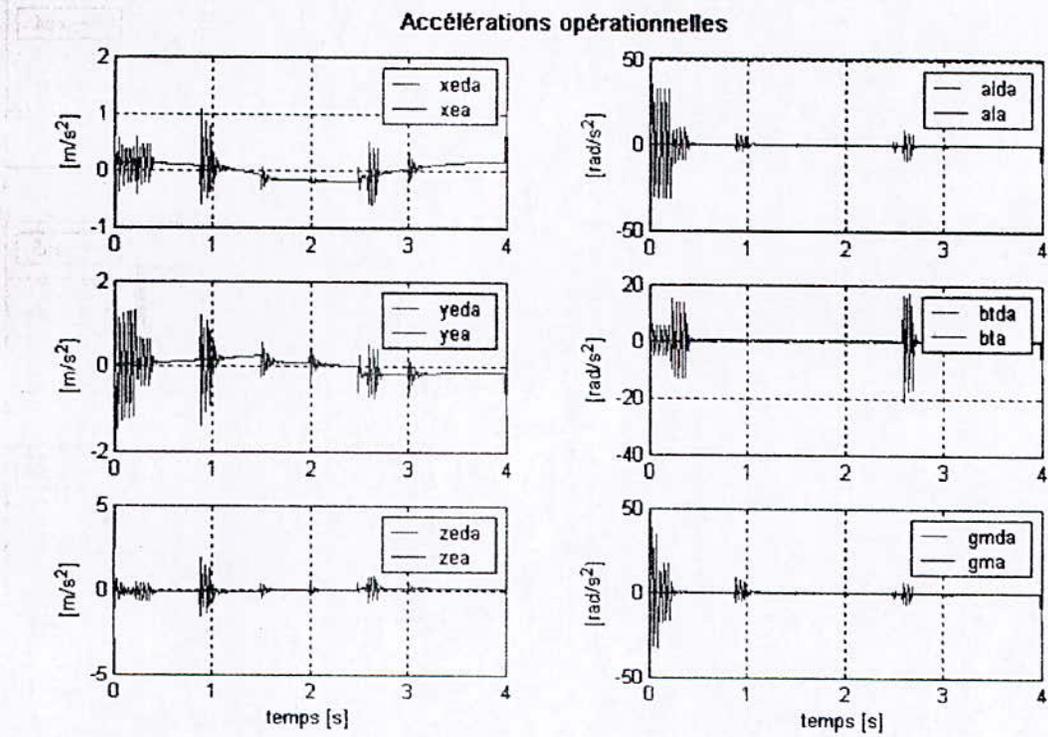


Figure 1.12.6

1.6. Conclusion

Dans ce chapitre, a été traité le problème de la commande et la génération du mouvement. Le robot a été amené à suivre une courbe sur la surface d'un cône dans l'espace libre (pas de contact avec une quelconque surface). La loi utilisée pour générer cette trajectoire est la loi trapèze, et la commande utilisée est la loi par découplage non linéaire dans l'espace opérationnel.

Des tests par simulation sur la robot PUMA 560 ont été réalisés pour valider le travail fait jusqu'ici, achevant, ainsi, ce chapitre.

Chapitre 2

Commande Hybride Externe

2.1. Introduction

Lorsque l'effecteur en mouvement entre en contact avec une surface rigide ou déformable, toute faible variation de position du point terminal peut induire des efforts élevés déstabilisant complètement le robot. Ainsi, un système de commande d'une cinématique ouverte, parfaitement stable lors de mouvements dans l'espace libre peut devenir instable en présence d'un contact, avec apparition de rebonds et détérioration de l'effecteur ou de l'environnement.

Ce comportement nous conduit à distinguer la commande en effort de la commande en mouvement : lorsque le robot s'écarte de la trajectoire de consigne, la loi de commande en

mouvement tend à minimiser l'erreur, indépendamment de l'origine de la perturbation. Mais si cette dernière est due à l'interaction entre le robot et l'environnement, cette loi de commande tendra à accroître les efforts d'interaction pour s'y opposer, ceci d'autant plus que la raideur de l'environnement est élevée.

Les notions de commande en position et de commande en effort s'excluent mutuellement : on ne peut contrôler simultanément une force et un déplacement suivant la même direction.

Or, certaines tâches automatisées nécessitent l'exécution de succession de mouvements libres et de mouvements contraints, exigeant ainsi, si le robot est contrôlé en position, de disposer de robots infiniment précis avec une connaissance parfaite des pièces, ce qui ne s'accorde pas en pratique. Ceci nous oblige à développer des systèmes de commande pouvant s'adapter dans l'espace libre ou l'espace contraint tout en alternant entre les deux, et c'est l'objet de ce chapitre.

Pratiquement une tâche compliant est définie dans un repère, appelé repère de compliance, disposant en général de 3 degrés de liberté pour la position et 3 autres pour l'orientation. Pour chaque degré de liberté, on spécifie soit une position (ou une rotation), soit une force (couple). Ce repère peut être, suivant la tâche, associé à l'organe terminal, à l'environnement ou à l'objet manipulé.

Deux approches sont possibles pour la commande d'un robot au contact [Khalil 99] selon que :

- le robot est asservi en position sans recevoir de consignes en effort, où on distingue :
 - Commande passive ;
 - Commande par raideur active ;
 - Commande en impédance.

- le robot est équipé d'un capteur d'effort et asservi en effort et en position, où on distingue :
 - Commande hybride ;
 - Commande hybride externe.

Dans ce chapitre, on présente la commande en impédance et la commande hybride externe.

2.2. Commande en impédance

2.2.1. Loi de commande

Avec la commande en impédance, on ne spécifie pas explicitement l'effort à exercer par le robot sur son environnement mais on commande la relation entre cet effort et la position de l'effecteur. C'est-à-dire que la commande en impédance consiste à réguler l'impédance de sortie du robot.

Hogan a formalisé la notion d'impédance en la définissant comme une fonction de transfert Z , tel que dans le plan de Laplace, on a :

$$F_c(S) = Z(S) dX(S) \quad (2.1)$$

où dX est un déplacement opérationnel à partir d'une position nominale, F_c est la force qu'exerce le robot sur son environnement produite en réponse au déplacement dX (figure 2.1).

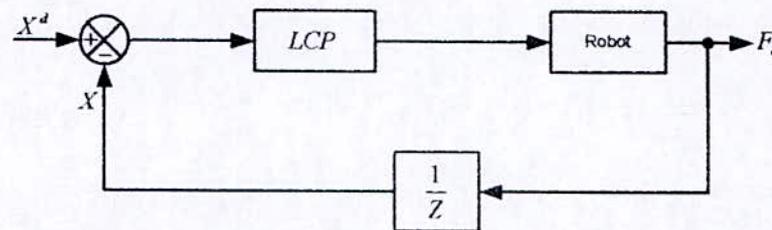
Donc, on impose au robot de se comporter comme un système mécanique d'impédance Z variable en fonction des différentes phases de la tâche. En général, on impose au robot un comportement d'un système masse – amortissement – ressort (mass – spring - damping) du second ordre définie par l'impédance Z qui s'exprime dans le repère de compliance comme suit :

$$Z(S) = M_d S^2 + B_d S + K_d \quad (2.2)$$

Où M_d B_d K_d représentent respectivement, la masse, l'amortissement et la raideur. Dans le repère de compliance, ces matrices sont diagonales, de plus elles sont définies positives. Les valeurs de ces paramètres sont choisies en fonction des performances souhaitées :

- on donne à M_d des valeurs élevées dans les directions où l'on attend un contact afin de diminuer la dynamique du robot ;
- on donne à B_d des valeurs importantes dans les directions où il est nécessaire d'amortir le choc ;

- la raideur K_d représente la précision avec laquelle on espère satisfaire la commande en position, ou en d'autres termes, la force qu'on désire appliquer sur l'environnement : dans les directions commandées en effort, la raideur doit être faible pour limiter les forces de contact ; inversement, dans les directions commandées en position la raideur doit être importante pour avoir un positionnement précis de l'effecteur.



LCP : loi de commande en position

Figure 2.1. Principe de la commande en impédance avec mesure d'effort

Pour réaliser la commande en impédance, on va utiliser la loi de commande par découplage non linéaire dans l'espace opérationnel avec correction dans l'espace opérationnel.

La reformulation de (2.1) dans l'espace d'état suivant la relation (2.2) avec une projection dans le repère de compliance est donnée par :

$${}^c F_e - {}^c F^d = M_d {}^c \ddot{e}_x + B_d {}^c \dot{e}_x + K_d {}^c e_x \quad (2.3)$$

qui représente le comportement désiré du robot, et où ${}^c e_x$, ${}^c F_e$, ${}^c F^d$ sont respectivement l'erreur opérationnelle, la force qu'exerce le robot sur son environnement, la force de contact désirée, projetées dans le repère de compliance $\{\mathcal{R}_c\}$.

La projection de (2.3) dans le repère de la base donne le comportement désiré du robot exprimé dans le repère de la base :

$$F_e - F^d = M_X (\ddot{X}^d - \ddot{X}) + B_X (\dot{X}^d - \dot{X}) + K_X (X^d - X) \quad (2.4)$$

Où M_X B_X K_X représentent les matrices de masse, d'amortissement et de raideur respectivement, projetées dans le repère de la base .

Il faut noter que F^d ne représente pas une consigne de force que devra exécuter le robot au contact, mais elle est considérée comme un paramètre de réglage qui affecte d'une manière implicite cette force F_e .

L'équation régissant le comportement dynamique du robot dans l'espace articulaire est celle donnée par (D.1), qu'on réécrit sous la forme compacte suivante (D.2) et (D.4) :

$$\Gamma = A(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) + J_E^T F_e \quad (2.5)$$

Le comportement dynamique du robot dans l'espace opérationnel est obtenu en substituant dans (2.5) \ddot{q} par sa relation donnée par (1.63), on a :

$$\Gamma = A J^{-1} (\ddot{X} - \ddot{J} \dot{q}) + H(q, \dot{q}) + J_E^T F_e \quad (2.6)$$

De l'équation (2.4), on tire :

$$\ddot{X} = \ddot{X}^d + M_X^{-1} \left[F^d - F_e + B_X (\dot{X}^d - \dot{X}) + K_X (X^d - X) \right] \quad (2.7)$$

Avec les mêmes suppositions prises au § 1.4, la loi de commande qui linéarise et découple les équations dans l'espace opérationnel est donnée par :

$$\Gamma = \hat{A}(q) J^{-1} (\dot{w}(t) - \dot{J} \dot{q}) + \hat{H}(q, \dot{q}) + J_E^T F_e \quad (2.8)$$

Avec cette loi et en supposant un model parfait $\hat{A} \approx A$ et $\hat{H} \approx H$, alors le système est régi par l'équation du double intégrateur dans l'espace opérationnel suivante :

$$w(t) = \ddot{X}(t) \tag{2.9}$$

On propose :

$$w = \ddot{X}^d + M_X^{-1} \left[F^d - F_e + B_X (\dot{X}^d - \dot{X}) + K_X (X^d - X) \right] \tag{2.10}$$

Alors, avec les suppositions mises en avant, l'équation (2.4) sera satisfaite.

Le schéma bloc correspondant à cette commande est représenté sur la figure 2.2.

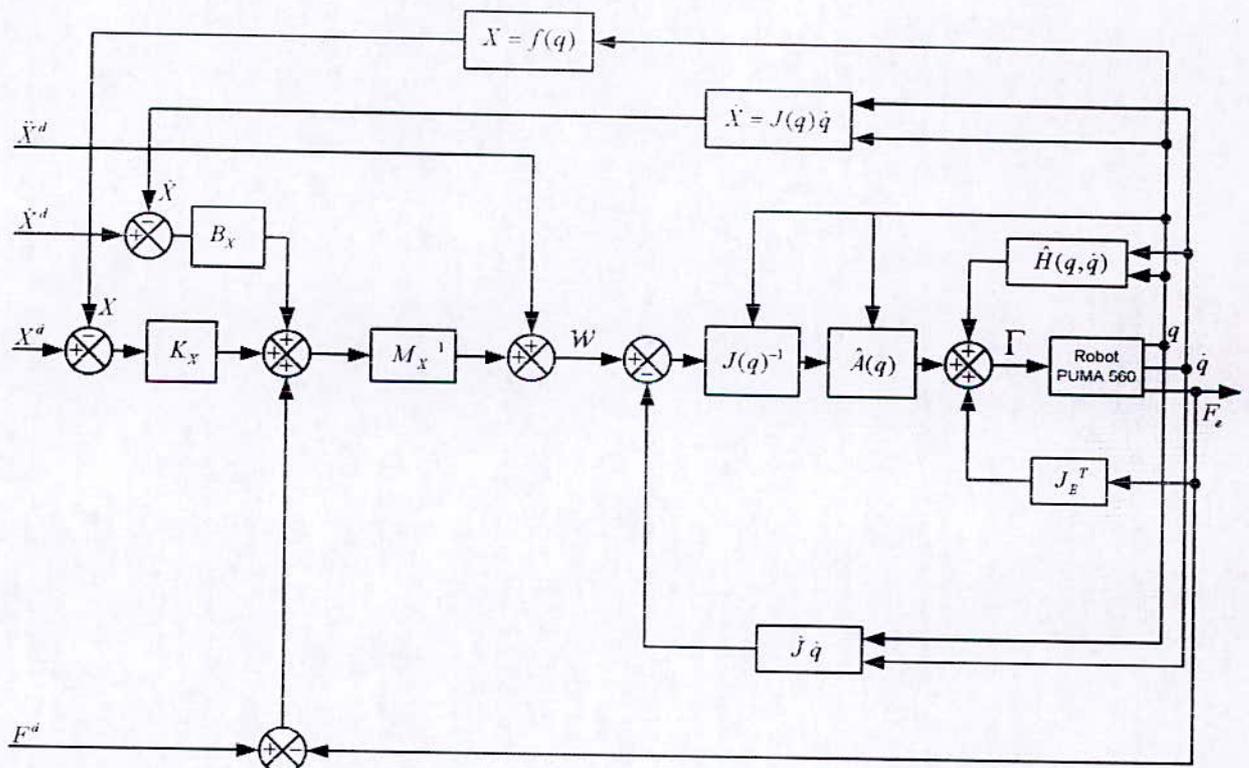


Figure 2.2. Commande en impédance avec correction dans l'espace opérationnel

Pour réaliser la commande définie par (2.10), les matrices M_x , B_x et K_x doivent être identifiées. Ainsi, la détermination de ces matrices est présentée ci-dessous.

La projection de (2.4) dans le repère de compliance $\{R_c\}$ donne :

$$\begin{bmatrix} {}^c R_0 & 0_3 \\ 0_3 & {}^c R_0 \end{bmatrix} (F_e - F^d) = \begin{bmatrix} {}^c R_0 & 0_3 \\ 0_3 & {}^c R_0 \end{bmatrix} M_x \begin{bmatrix} {}^0 R_c & 0_3 \\ 0_3 & {}^0 R_c \end{bmatrix} {}^c \ddot{e}_x + \begin{bmatrix} {}^c R_0 & 0_3 \\ 0_3 & {}^c R_0 \end{bmatrix} B_x \begin{bmatrix} {}^0 R_c & 0_3 \\ 0_3 & {}^0 R_c \end{bmatrix} {}^c \dot{e}_x + \begin{bmatrix} {}^c R_0 & 0_3 \\ 0_3 & {}^c R_0 \end{bmatrix} K_x \begin{bmatrix} {}^0 R_c & 0_3 \\ 0_3 & {}^0 R_c \end{bmatrix} {}^c e_x \quad (2.11)$$

où :

$${}^c F_e - {}^c F^d = \begin{bmatrix} {}^c R_0 & 0_3 \\ 0_3 & {}^c R_0 \end{bmatrix} (F_e - F^d) \quad (2.12)$$

et

$${}^c e_x^{(k)} = \begin{bmatrix} {}^c R_0 & 0_3 \\ 0_3 & {}^c R_0 \end{bmatrix} e_x^{(k)} \quad (2.13)$$

$k = \overline{0, 2}$

Pour la simplicité de notation, on pose :

$$R_s = \begin{bmatrix} {}^0 R_c & 0_3 \\ 0_3 & {}^0 R_c \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

et

$$R_c = {}^0 R_c = \begin{bmatrix} C\alpha C\beta C\gamma - S\alpha S\gamma & -C\alpha C\beta S\gamma - S\alpha C\gamma & C\alpha S\beta \\ S\alpha C\beta C\gamma + C\alpha S\gamma & -S\alpha C\beta S\gamma + C\alpha C\gamma & S\alpha S\beta \\ -S\beta C\gamma & S\beta S\gamma & C\beta \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

où, α , β et γ représentent les angles d'Euler correspondant à l'orientation désirée de l'effecteur (i.e. repère $\{R_E\}$) dans le repère de la base $\{R_0\}$.

en identifiant (2.11) à (2.3), on trouve :

$$\begin{cases} M_d = R_g^{-1} M_X R_g \\ B_d = R_g^{-1} B_X R_g \\ K_d = R_g^{-1} K_X R_g \end{cases}$$

d'où on tire :

$$\begin{cases} M_X = R_g M_d R_g^{-1} \\ B_X = R_g B_d R_g^{-1} \\ K_X = R_g K_d R_g^{-1} \end{cases} \quad (2.16)$$

on a :

$$R_g^{-1} = \begin{bmatrix} {}^0R_C & 0_3 \\ 0_3 & {}^0R_C \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} {}^0R_C^{-1} & 0_3 \\ 0_3 & {}^0R_C^{-1} \end{bmatrix}$$

et comme $R_C^{-1} = R_C^T$, on trouve :

$$R_g^{-1} = \begin{bmatrix} {}^0R_C^T & 0_3 \\ 0_3 & {}^0R_C^T \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} {}^0R_C & 0_3 \\ 0_3 & {}^0R_C \end{bmatrix}^T$$

d'où :

$$R_g^{-1} = R_g^T \quad (2.17)$$

Finalement en remplaçant (2.17) dans (2.15), on trouve :

$$\begin{cases} M_x = R_g M_d R_g^T \\ B_x = R_g B_d R_g^T \\ K_x = R_g K_d R_g^T \end{cases} \quad (2.18)$$

il est clair aussi que :

$$M_x^{-1} = R_g M_d^{-1} R_g^T \quad (2.19)$$

L'implémentation de la commande en impédance avec découplage non linéaire et correction dans l'espace opérationnel est représentée sur la figure 2.3, où la matrice R_g doit être calculé avec les paramètres de l'orientation (angles d'Euler) désiré à l'instant considéré suivant la relation (2.15).

Pour avoir une poursuite de la consigne en effort F^d en utilisant la commande en impédance, on doit non seulement connaître la position de l'environnement avec une grande précision à chaque instant, mais de plus, une modélisation parfaite de ce dernier est indispensable, chose qui serait pratiquement très difficile voir impossible à mettre en oeuvre.

C'est dans ce contexte et dans le but d'avoir une poursuite en effort et en position, on va développer d'autre type de commandes, qui représentent une extension de la commande en impédance présentée dans cette partie. On commencera avec la commande hybride externe, et on terminera ce travail avec la commande en impédance adaptative.

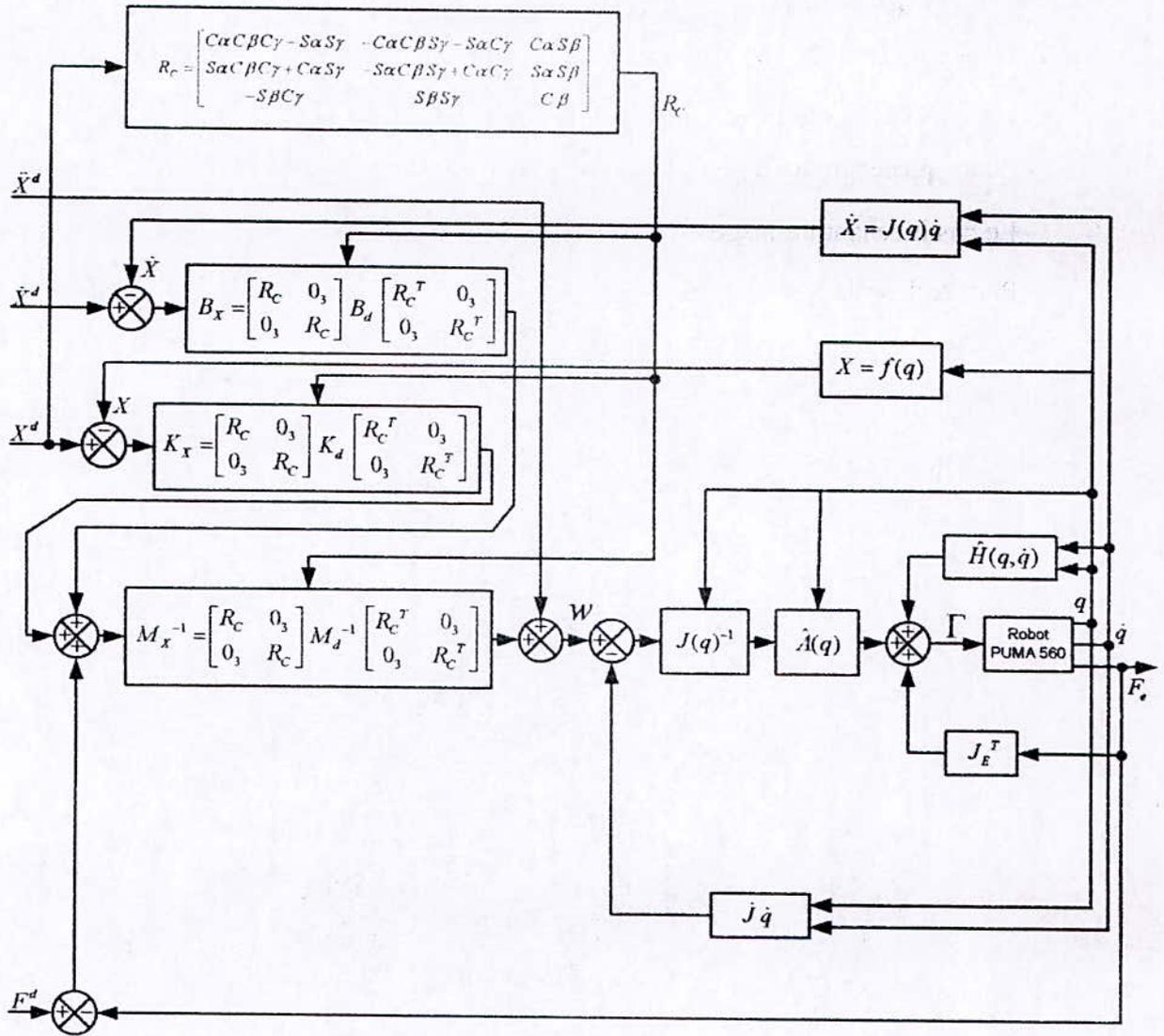


Figure 2.3. Implémentation de la commande en impédance avec correction dans l'espace opérationnel

2.2.2. Résultats de la simulation

- Le temps de simulation est de 6 sec, tel que $t \in [0, 6]$ sec ;
- Le pas d'échantillonnage est : $p = 10\text{ms}$;
- Pour réaliser la loi trapèze : $\tau = 1.5\text{sec}$.

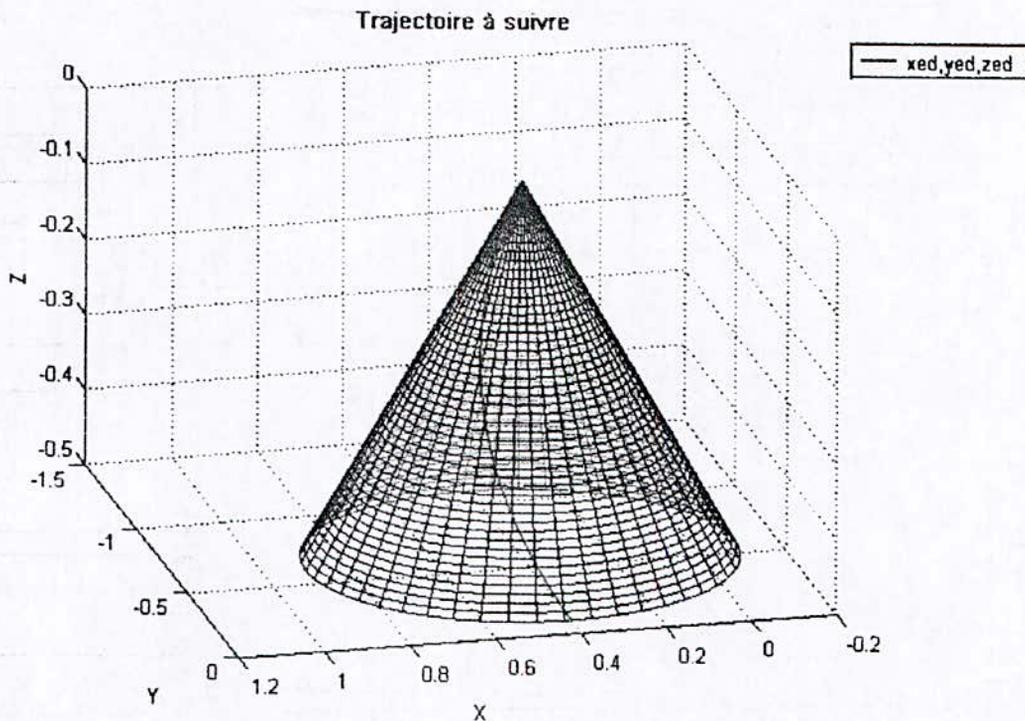


Figure 2.4. Trajectoire à suivre par la pointe du robot tout en restant normale à cette surface.

La surface est caractérisée par une raideur $K_e = 40000\text{ Nm}^{-1}$, un amortissement $B_e = 26\text{ Nsm}^{-1}$ et une masse $M_e = 1.6\text{ Kg}$.

L'impédance désirée est :

$$M_d = \text{diag}[12, 12, 23, 1, 1, 1] ; B_d = \text{diag}[800, 800, 1800, 50, 50, 50] ;$$

$$K_d = \text{diag}[12500, 12500, 10000, 100, 100, 100].$$

2.2.2.1 Sans perturbation ni erreurs de modélisation et sans prise en compte des frottements

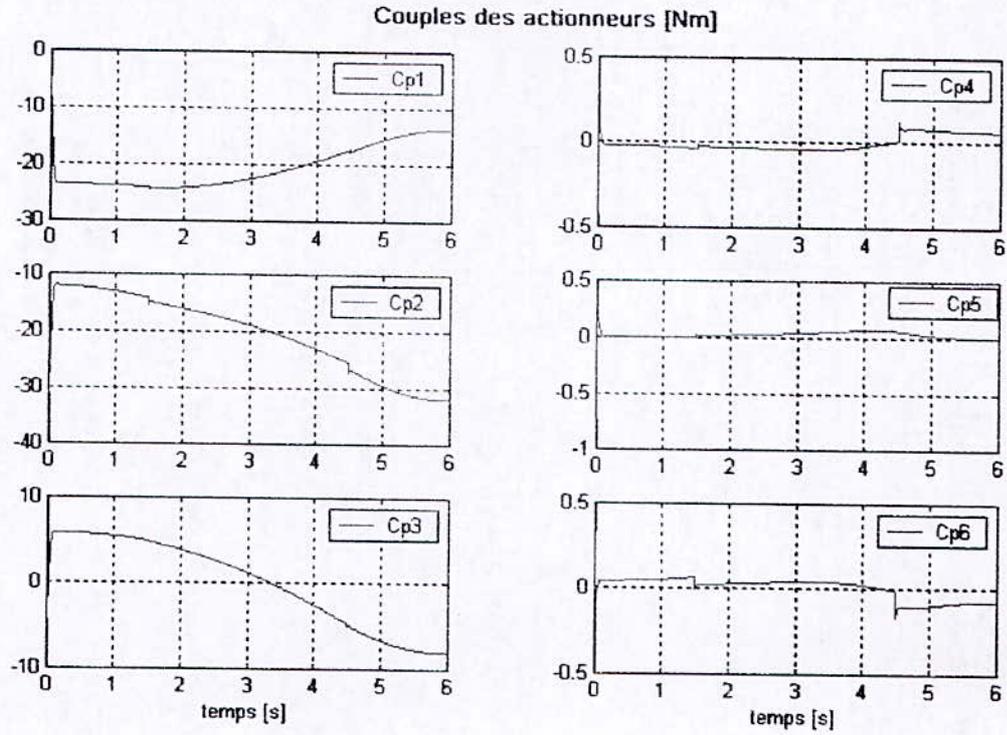


Figure 2.5.1.

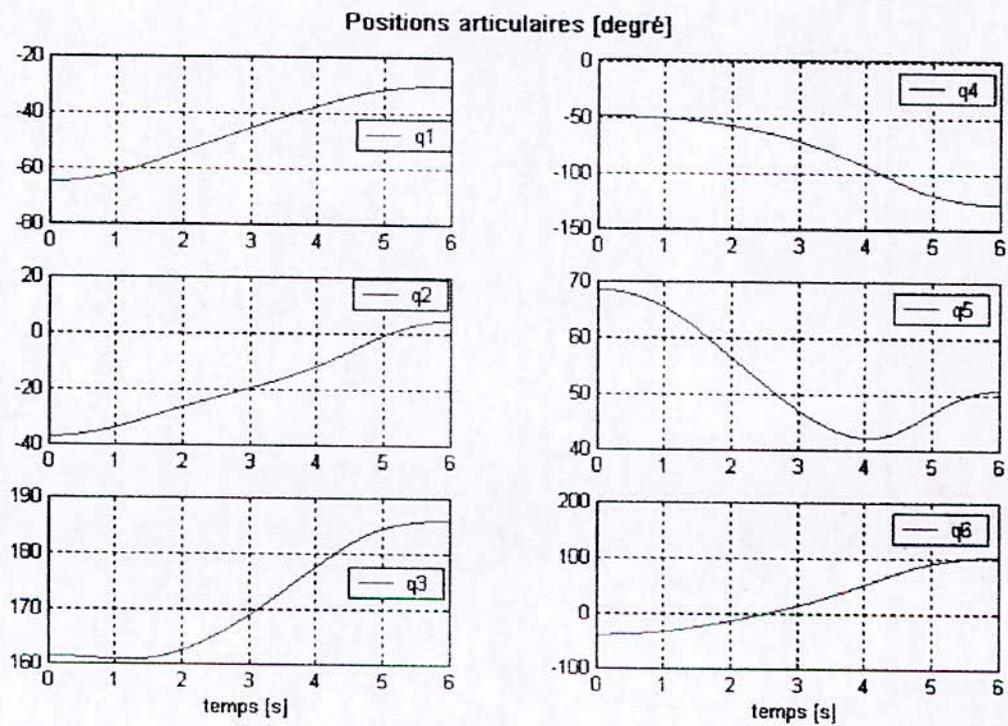


Figure 2.5.2.

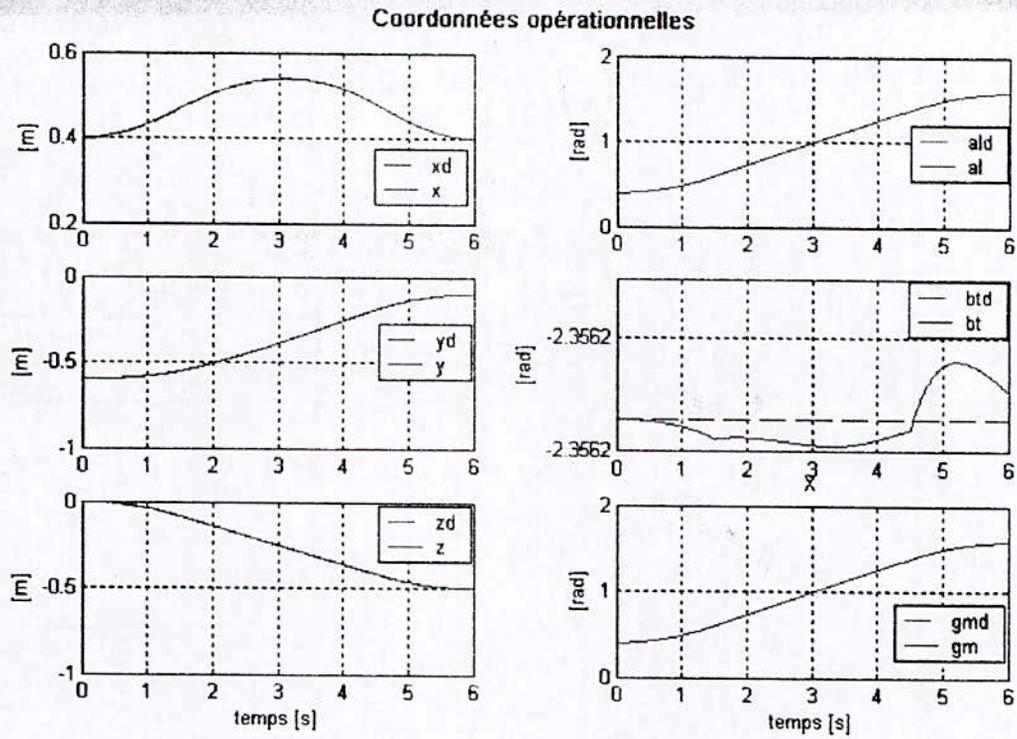


Figure 2.5.3.

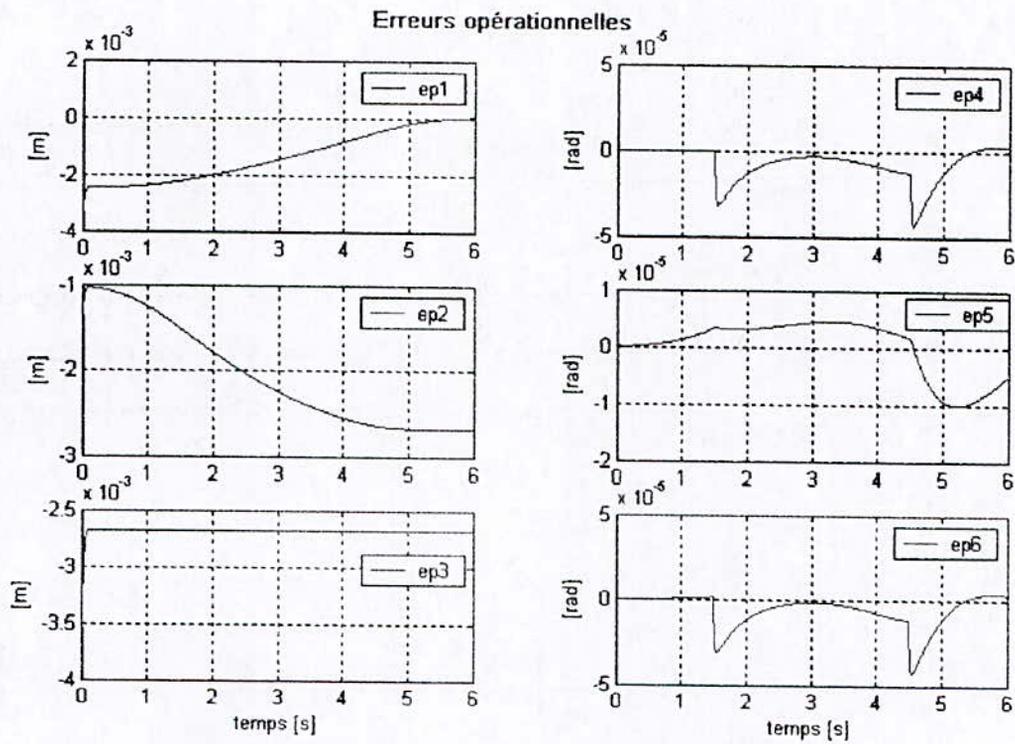


Figure 2.5.4.

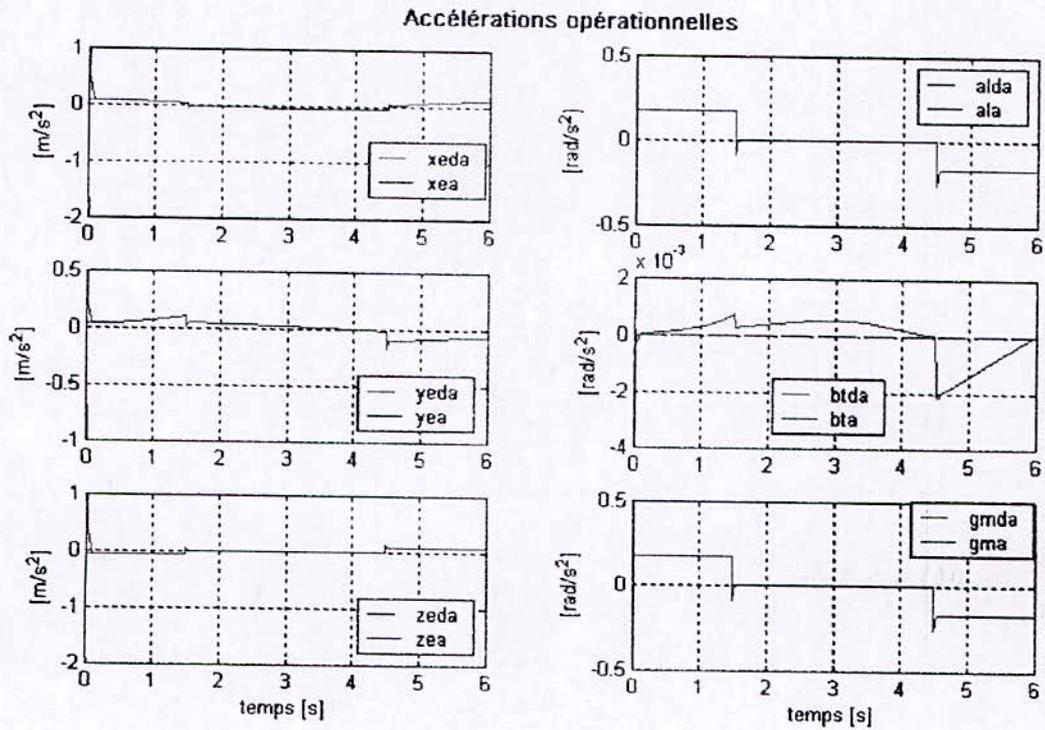


Figure 2.5.5.

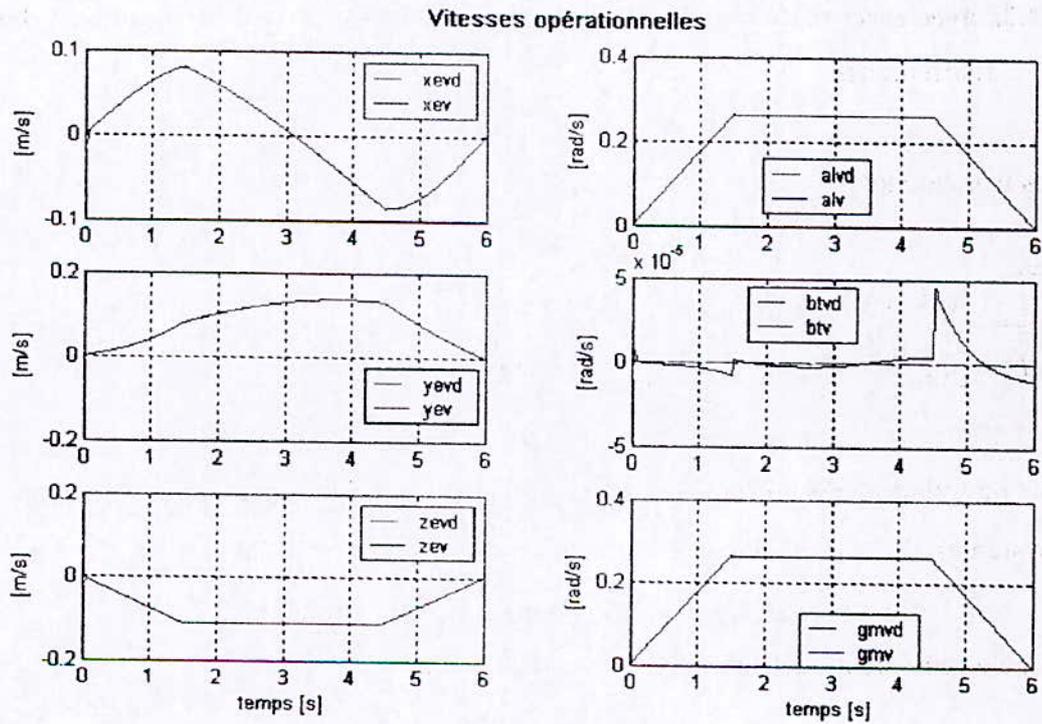


Figure 2.5.6.

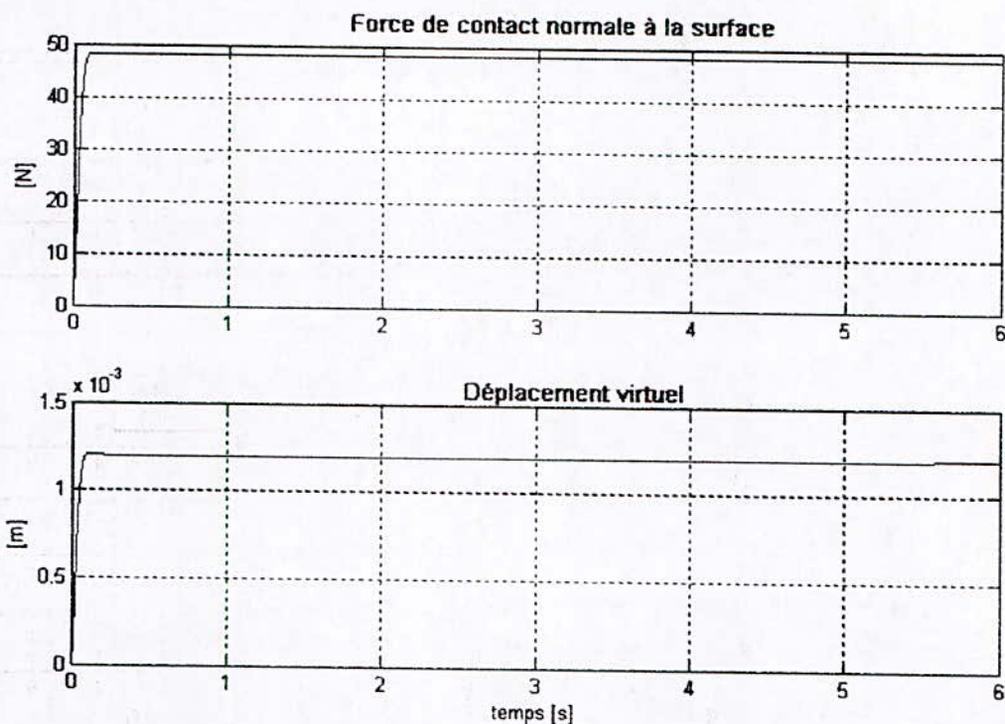


Figure 2.5.7.

2.2.2.2. avec erreurs de modélisation de 50% , présence de perturbations et des frottements

Les frottements :

$$\begin{cases} F_s = [0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T \text{ Nm} \\ F_v = [0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T \text{ Nm s rad}^{-1} \end{cases}$$

La perturbation est un signal carré introduit sur l'accélération articulaires (signal de sortie du système), de magnitude égale à 0.3 rad/s^2 , à l'instant $t = 2 \text{ sec}$ et de durée égale à 1 sec .

Une erreurs de modélisation de 50% signifie que :

$$\begin{cases} \hat{A} = 1.5 A \\ \hat{H} = 1.5 H \end{cases}$$

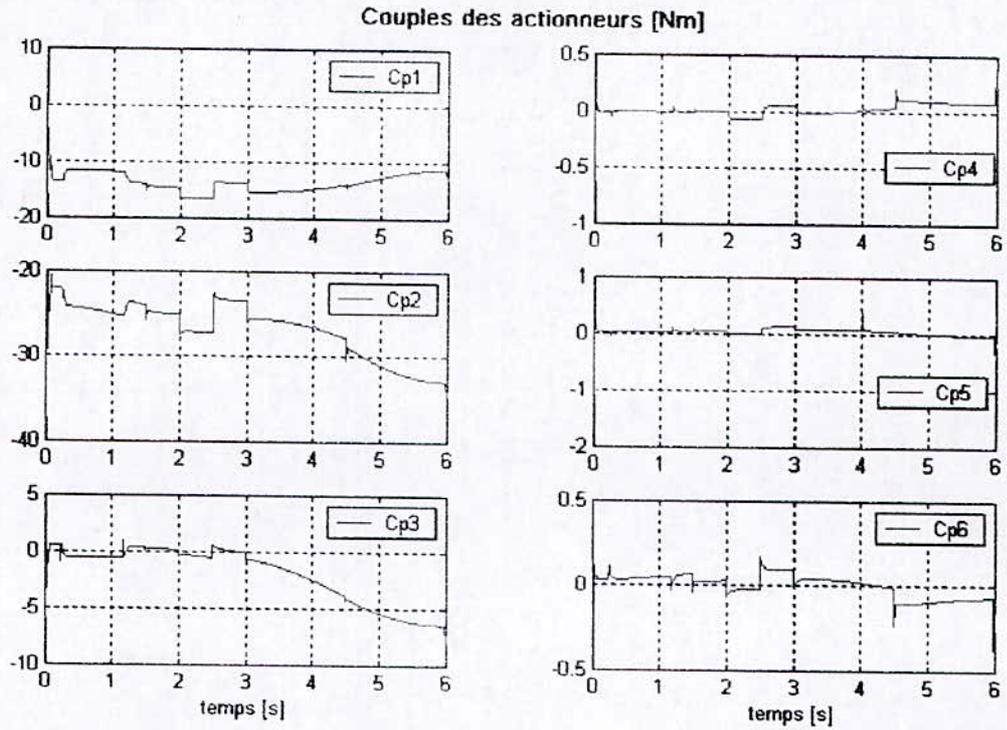


Figure 2.6.1.

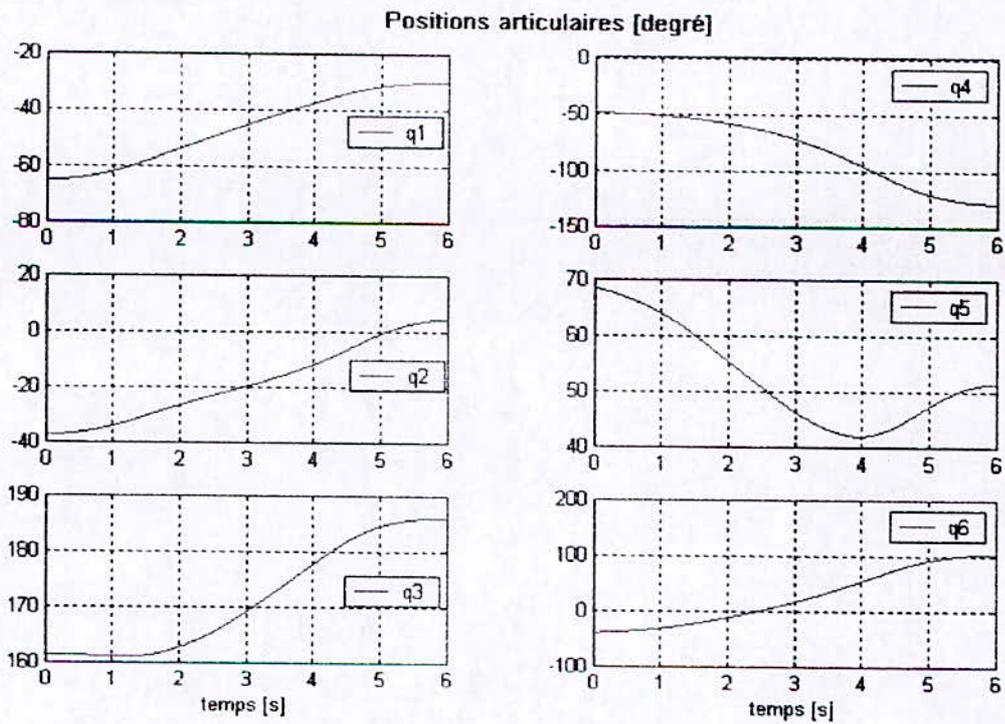


Figure 2.6.2.

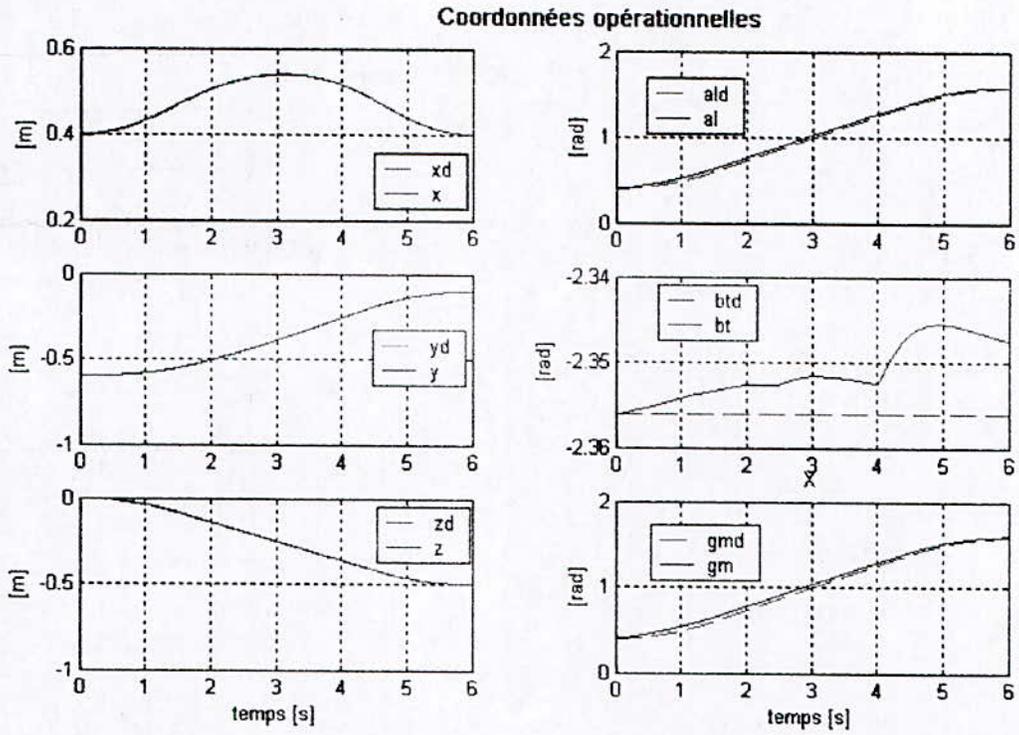


Figure 2.6.3.

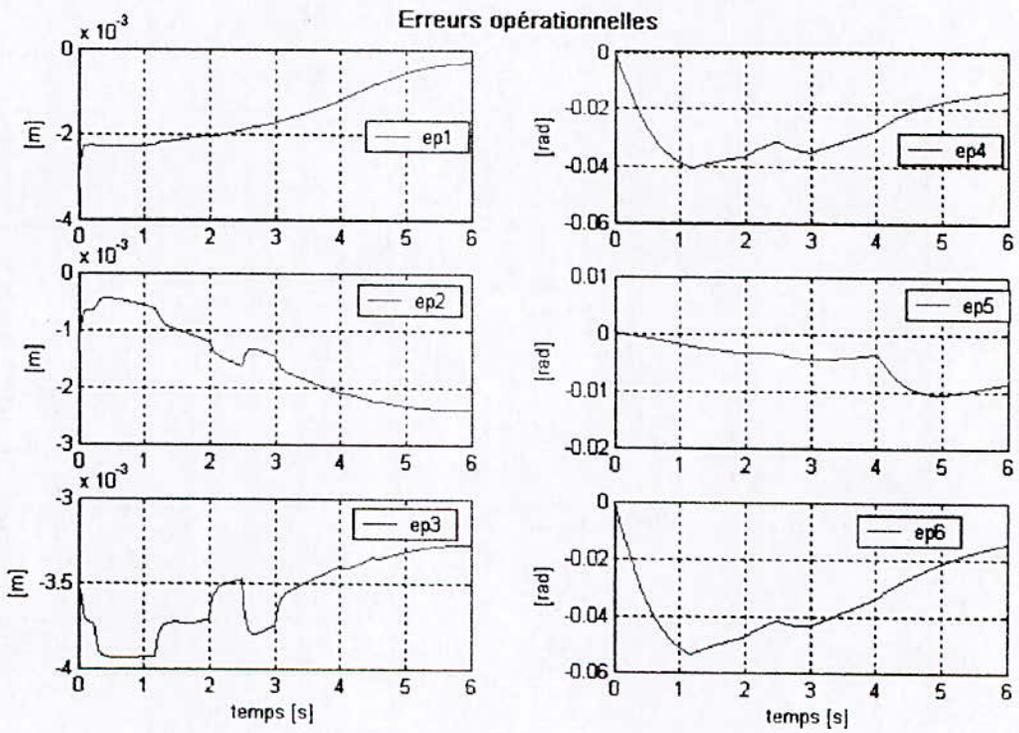


Figure 2.6.4.

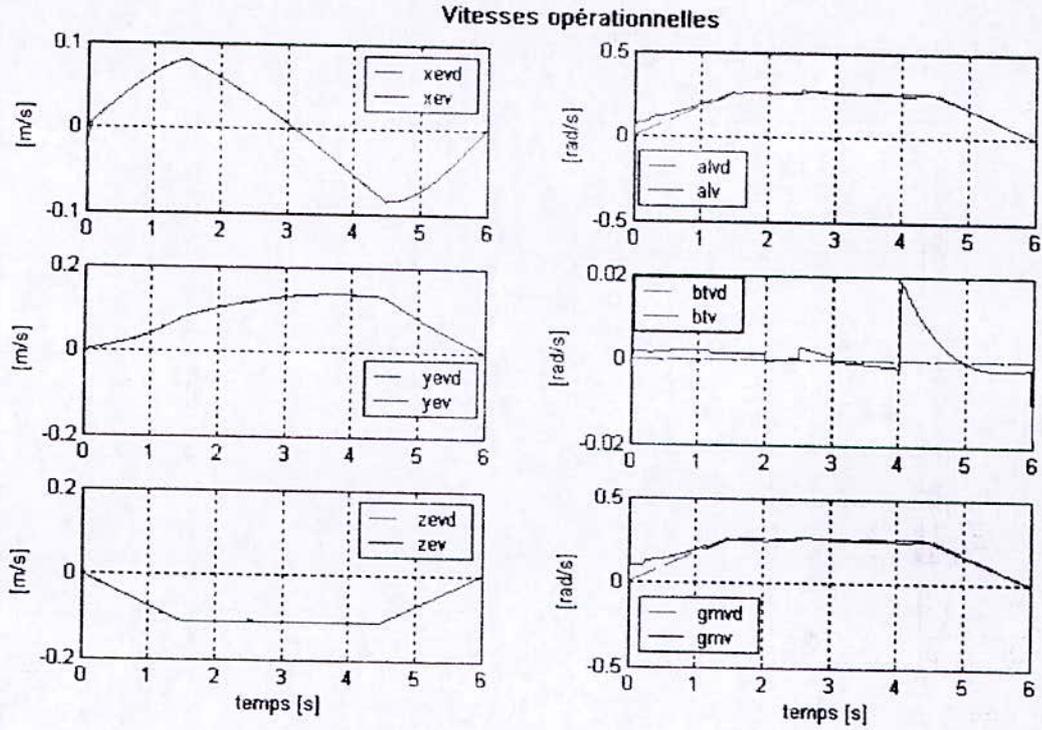


Figure 2.6.5.

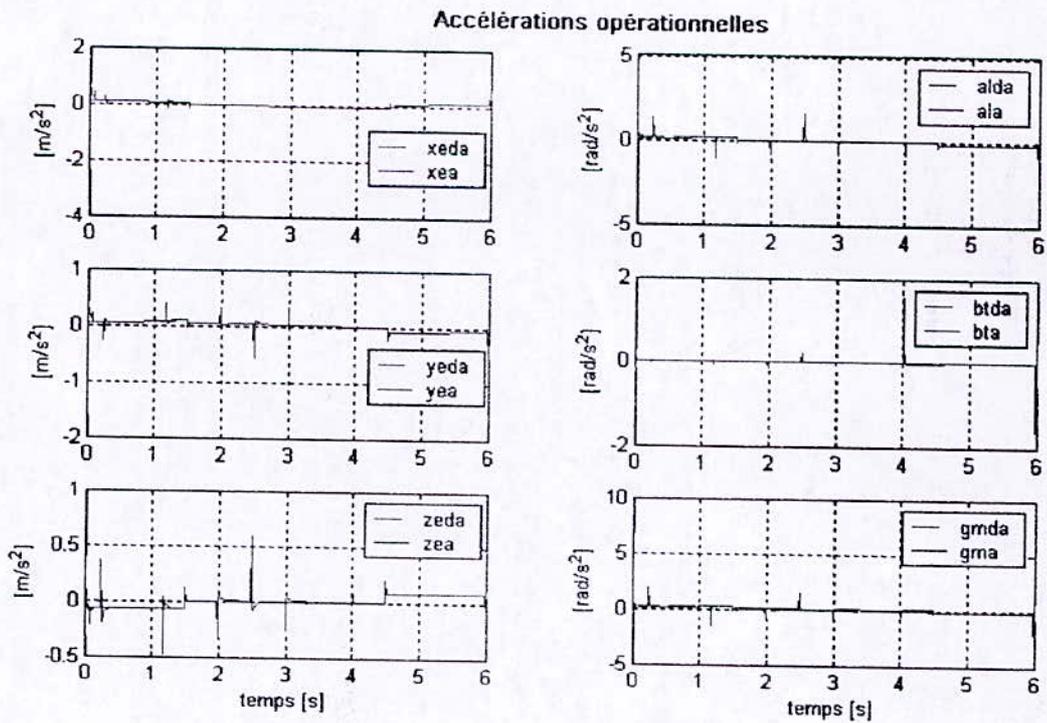


Figure 2.6.6.

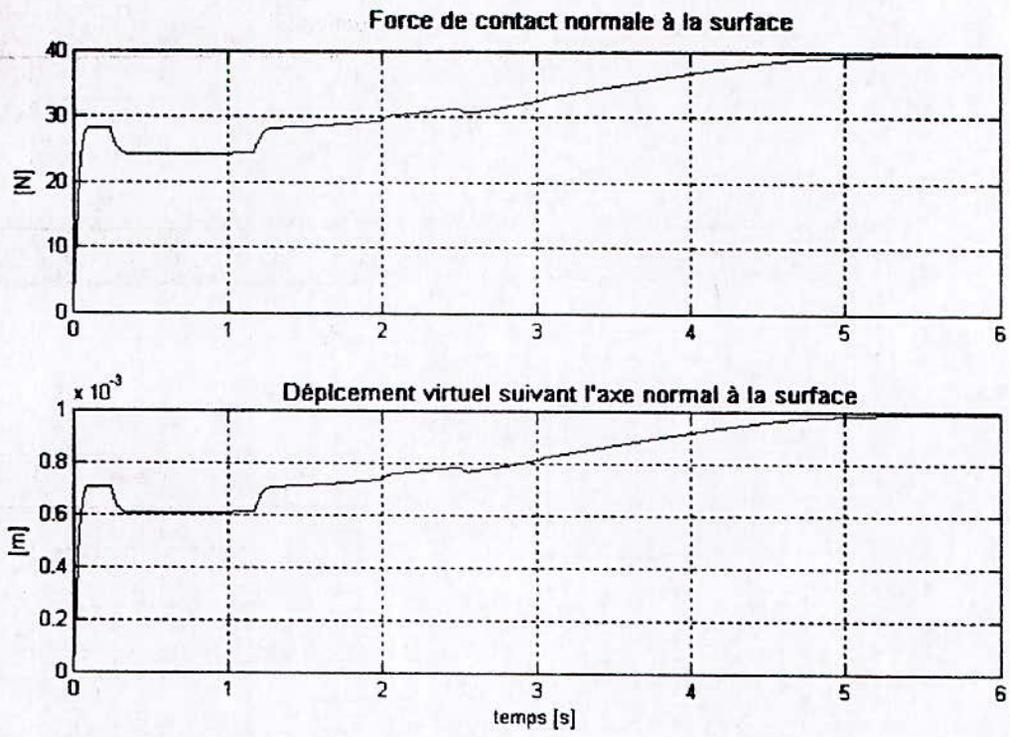
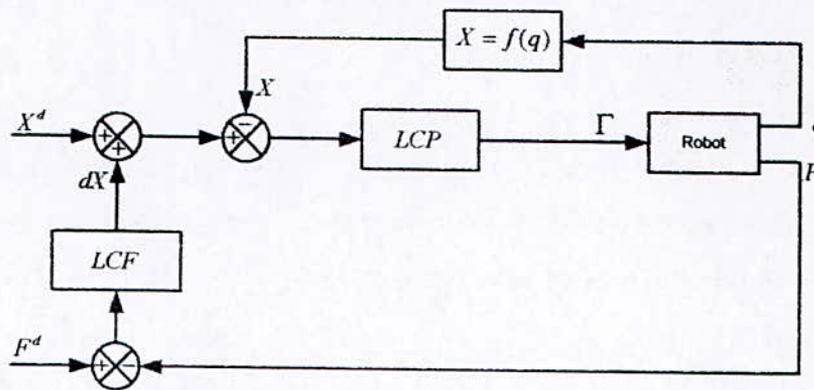


Figure 2.6.7.

2.3. Commande Hybride externe

2.3.1. Loi de commande

La commande hybride externe permet d'asservir à la fois des déplacements et des efforts, elle se caractérise par deux boucles de commande imbriquées : la boucle externe correspond à un asservissement en effort, la boucle interne à un asservissement de position (figure 2.7). La sortie de la boucle externe est transformée en consigne de position pour la boucle interne. Le déplacement résultant permet d'exercer l'effort désiré sur l'environnement.



LCP : loi de commande en position ; LCF : loi de commande en force

Figure 2.7. Principe de la commande hybride externe (impédance généralisée)

Dans cette partie, nous développons la commande hybride externe avec une loi de commande par découplage non linéaire et correction dans l'espace opérationnel.

Le comportement désiré de la pointe du robot exprimé dans l'espace opérationnel, selon la commande hybride externe, est défini par la relation suivante :

$$M_x (\ddot{X}^d - \ddot{X}) + B_x (\dot{X}^d - \dot{X}) + K_x (X^d - X) + K_f (F^d - F_e) + K_p \int_{t_0}^t (F^d - F_e) d\tau = 0 \quad (2.20)$$

On remarque que la seule différence qui existe entre la commande en impédance simple et la commande hybride externe (i.e. entre l'équation (2.20) et l'équation (2.4) est qu'on a substitué dans la relation (2.4) le terme de l'erreur sur la force $(F^d - F_e)$ par le terme :

$$K_f (F^d - F_e) + K_{\int} \int_{t_0}^t (F^d - F_e) d\tau$$

Où K_f et K_{\int} représentent respectivement l'action proportionnelle et l'action intégrale de la boucle externe.

Le gain intégrale force l'erreur statique en effort à zéro quelle que soit la consigne en position, considérée ici comme une perturbation. Ce terme intégrale permet à la boucle de commande en effort d'être hiérarchiquement supérieur à la boucle de position en régime permanent.

Si l'on connaît parfaitement la dynamique du robot (les hypothèses avancées précédemment), la loi de commande qui découple et linéarise le système est celle donnée par (2.8). Le système obtenu est régi par l'équation (2.9)

De la relation (2.20), on tire :

$$\ddot{X} = \ddot{X}^d + M_X^{-1} \left[B_X (\dot{X}^d - \dot{X}) + K_X (X^d - X) + K_f (F^d - F_e) + K_{\int} \int_{t_0}^t (F^d - F_e) d\tau \right]$$

ainsi, en posant w , qui est considérée comme une commande, comme suit :

$$w = \ddot{X}^d + M_X^{-1} \left[B_X (\dot{X}^d - \dot{X}) + K_X (X^d - X) + K_f (F^d - F_e) + K_{\int} \int_{t_0}^t (F^d - F_e) d\tau \right] \quad (3.21)$$

alors, en considérant (2.9), l'équation (2.20) sera satisfaite, c'est-à-dire que le comportement dynamique du robot est le même que celui régi par l'équation (2.20).

Le schéma-bloc correspondant est représenté sur la figure 2.8.

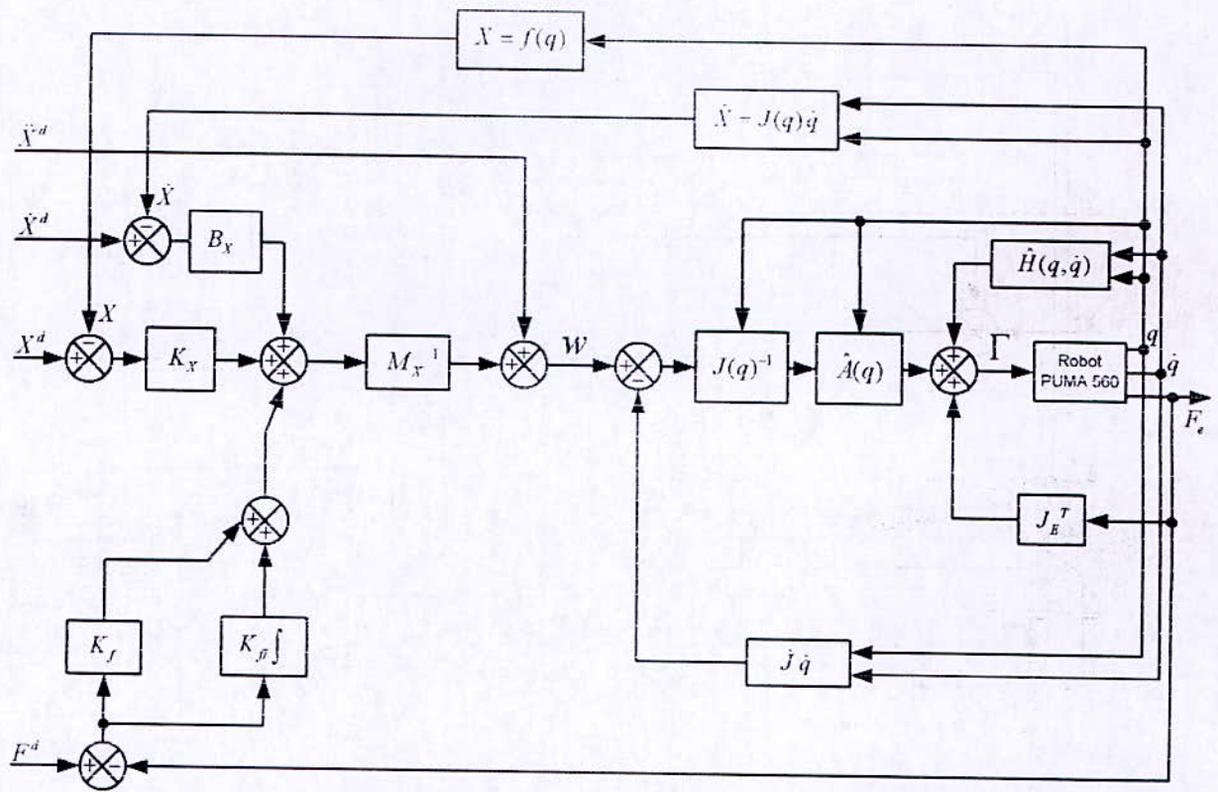


Figure 2.8. Commande Hybride externe dans l'espace avec correction dans l'espace opérationnel

L'implémentation cette commande est représenté sur la figure 2.9.

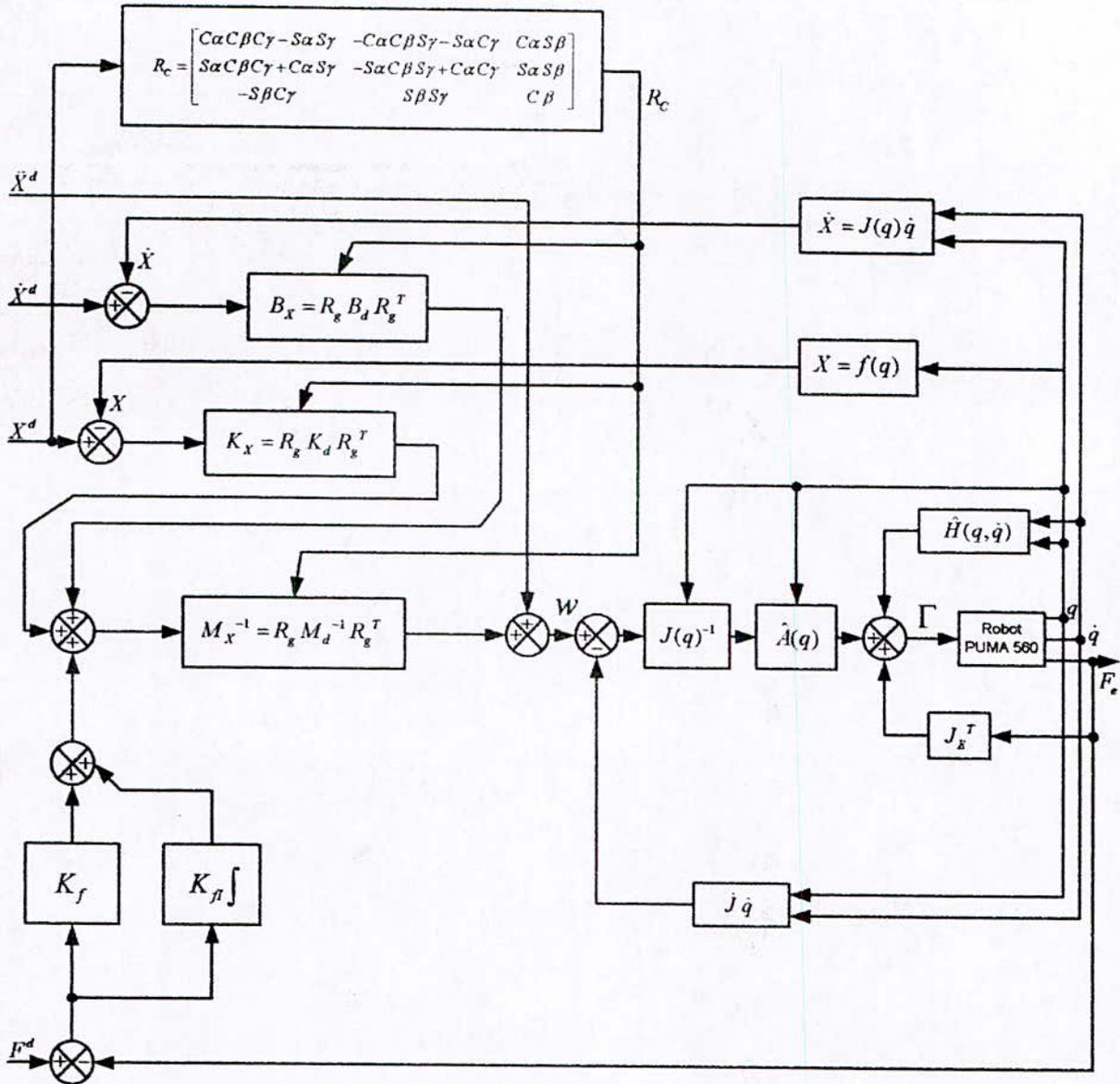


Figure 2.9. Implémentation de la commande en impédance généralisée avec correction dans l'espace opérationnel

La commande hybride externe est relativement facile à mettre en œuvre et nécessite peu de calcul si on la compare à la commande hybride force/position .

2.3.2. Résultats de la simulation

La trajectoire à suivre par la pointe du robot est donnée sur la figure 2.4.

La surface est caractérisée par une raideur $K_e = 40000 \text{ Nm}^{-1}$, un amortissement $B_e = 26 \text{ Nsm}^{-1}$ et une masse $M_e = 1.6 \text{ Kg}$.

L'impédance désirée est :

$$M_d = 2 \text{ diag}[12, 12, 23, 1, 1, 1] ; B_d = 2 \text{ diag}[800, 800, 1800, 50, 50, 50] ;$$

$$K_d = \text{diag}[12500, 12500, 10000, 100, 100, 100].$$

Le régulateur PI de la boucle externe est :

$$K_f = 2I_6 , K_{\beta} = 15I_6 .$$

2.3.2.1. Cas idéale : les frottements ne sont pas pris en compte, absence de frottements et de perturbations :

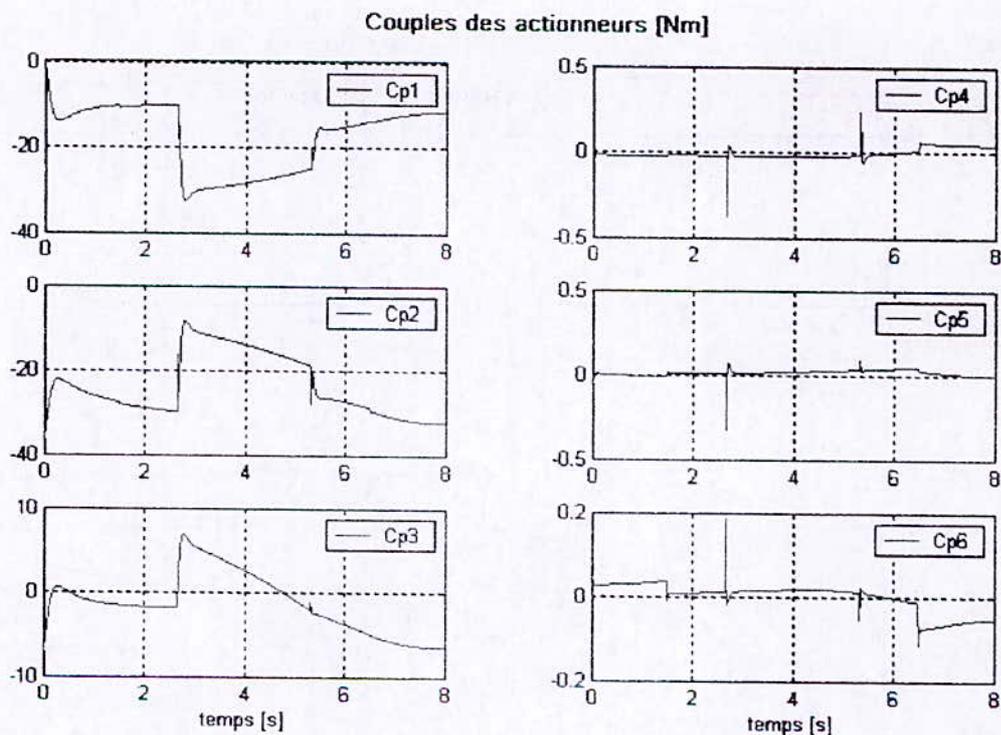


Figure 2.10.1.

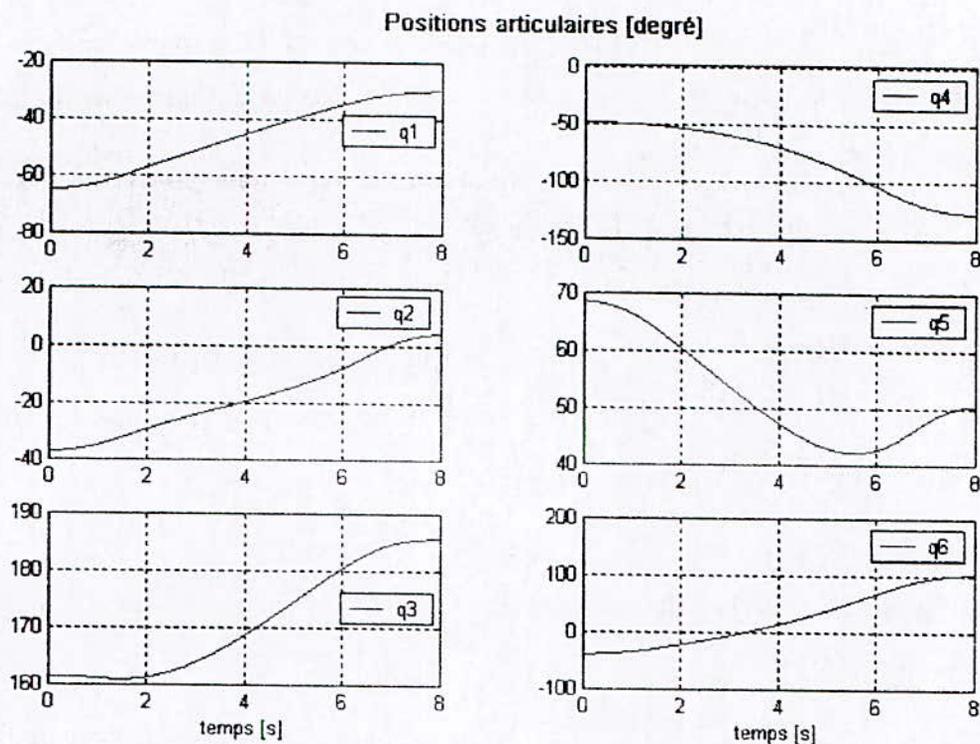


Figure 2.10.2.

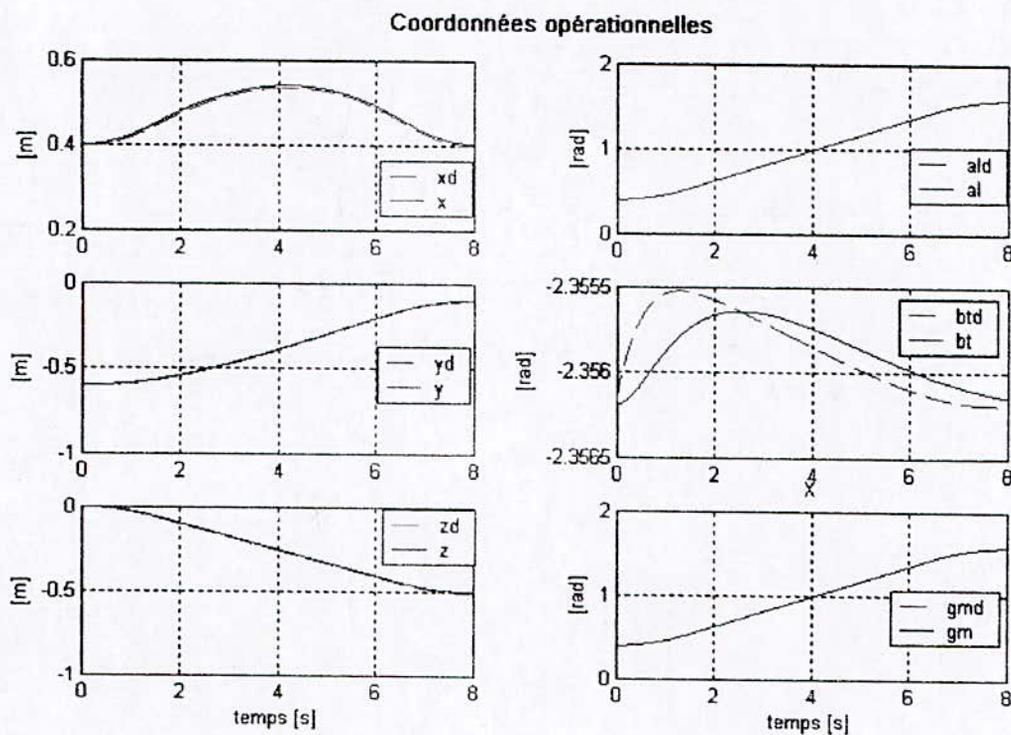


Figure 2.10.3.

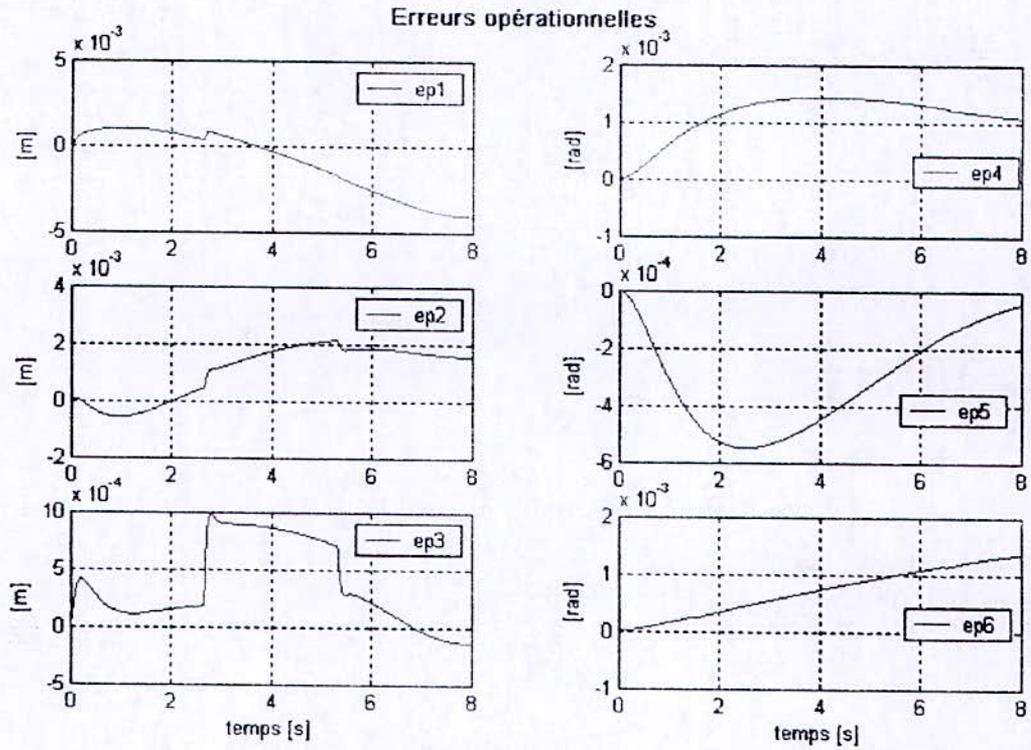


Figure 2.10.4.

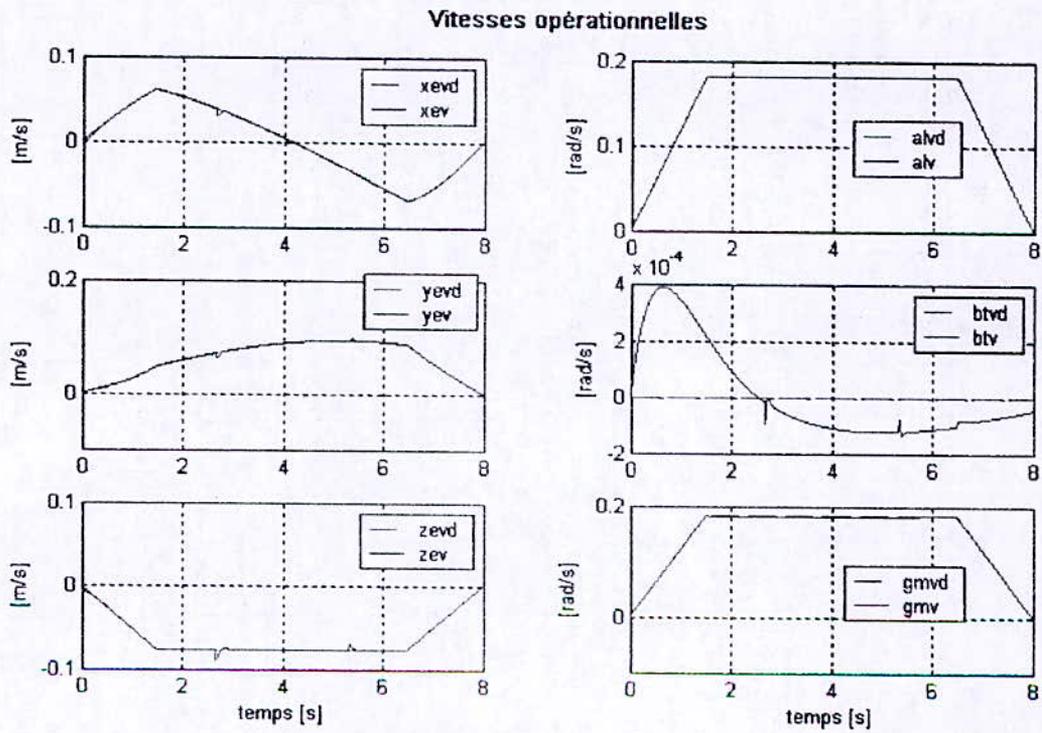


Figure 2.10.5.

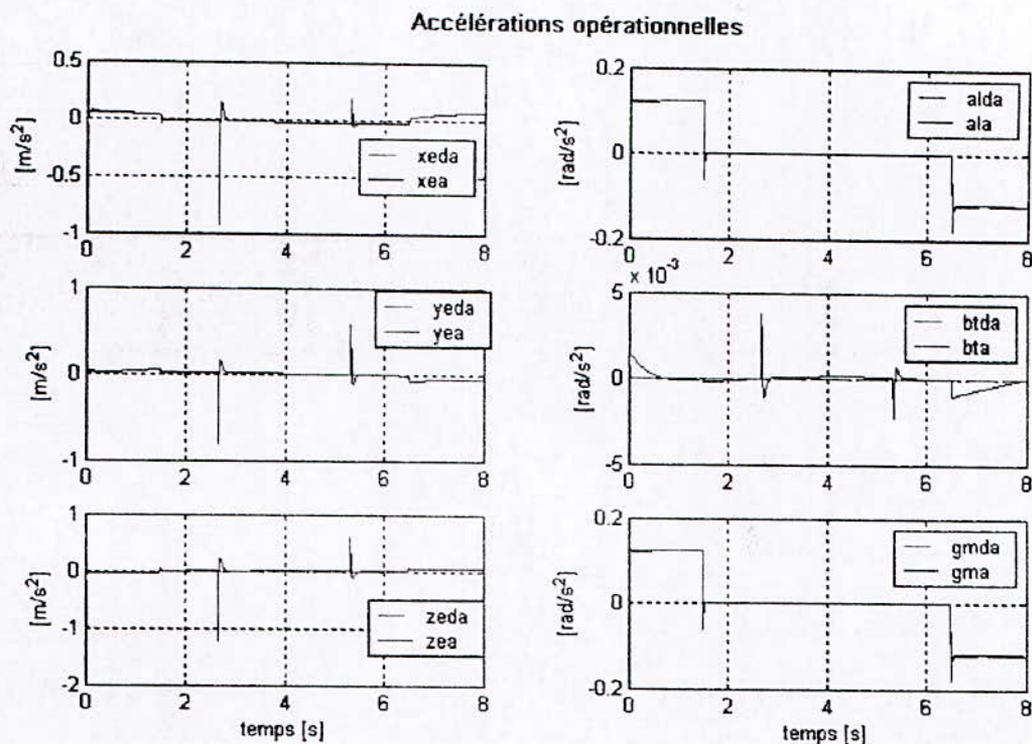


Figure 2.10.6.

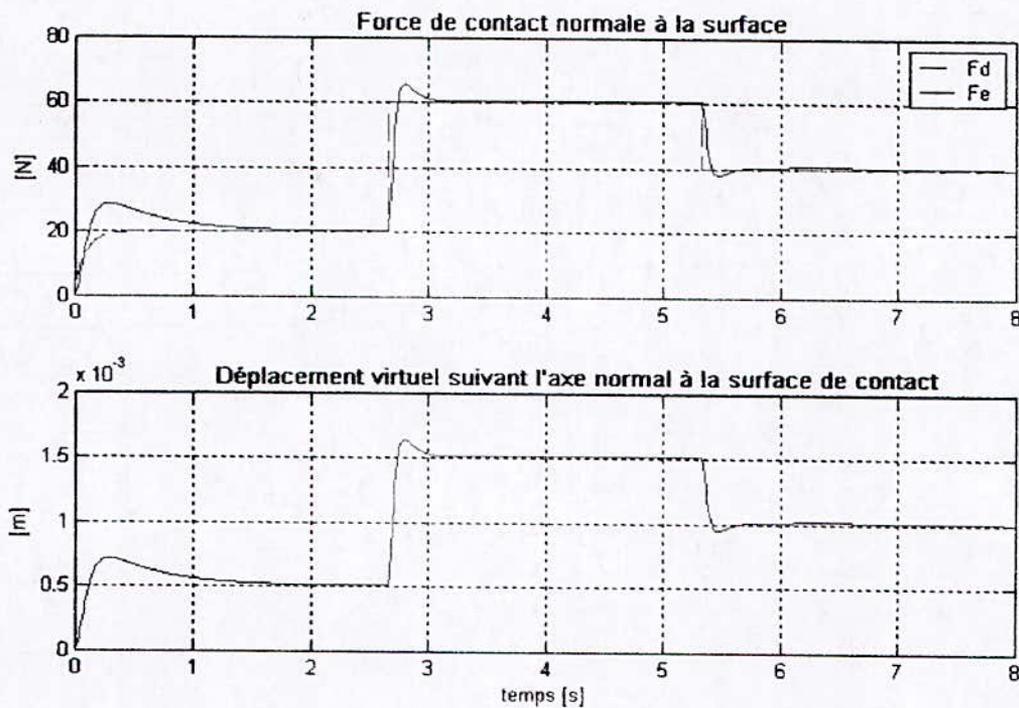


Figure 2.10.7.

2.3.2.2. Prises en compte des frottements, erreurs de modélisation de 50% et présence de perturbations :

Les frottements :

$$\begin{cases} F_s = [0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T \text{ Nm} \\ F_v = [0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T \text{ Nm s/rad} \end{cases}$$

La perturbation est un signal carré introduit sur l'accélération articulaires (signal de sortie du système), de magnitude égale à 0.3 rad/s^2 , à l'instant $t = 2 \text{ sec}$ et de durée égale à 1 sec .

Une erreurs de modélisation de 50% signifie que :

$$\begin{cases} \hat{A} = 1.5 A \\ \hat{H} = 1.5 H \end{cases}$$

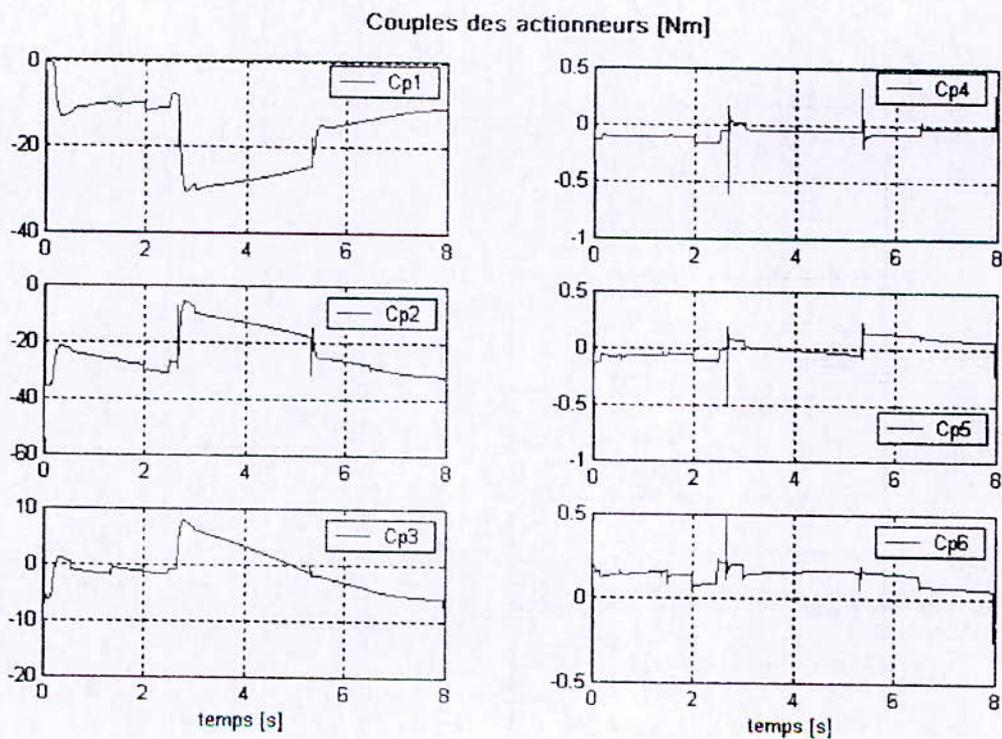


Figure 2.11.1.

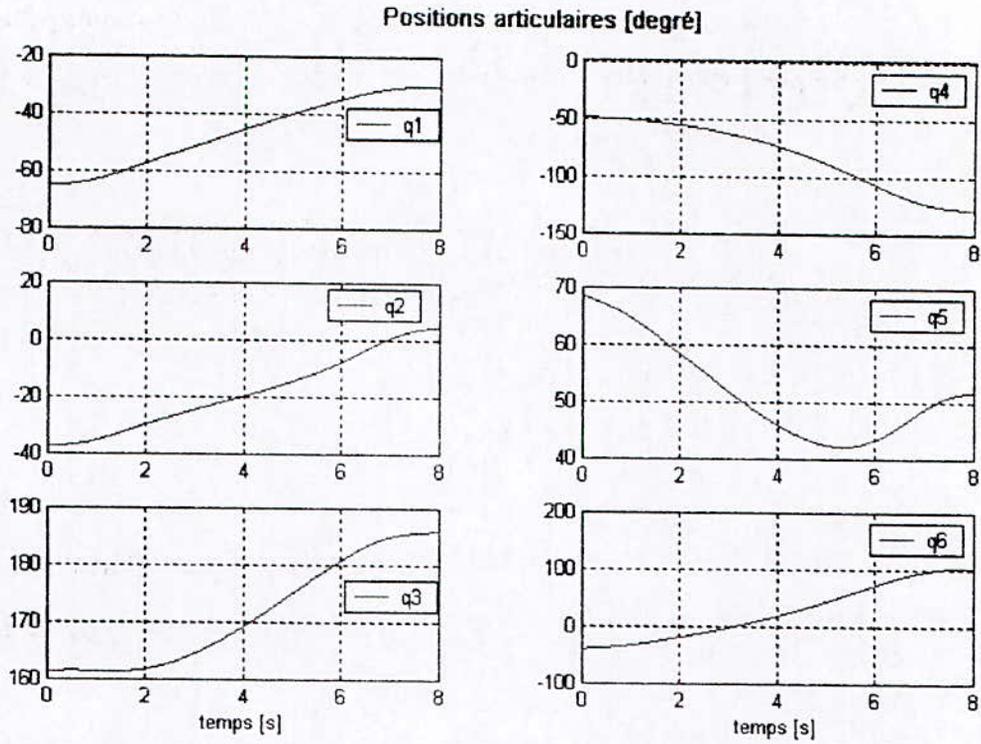


Figure 2.11.2.

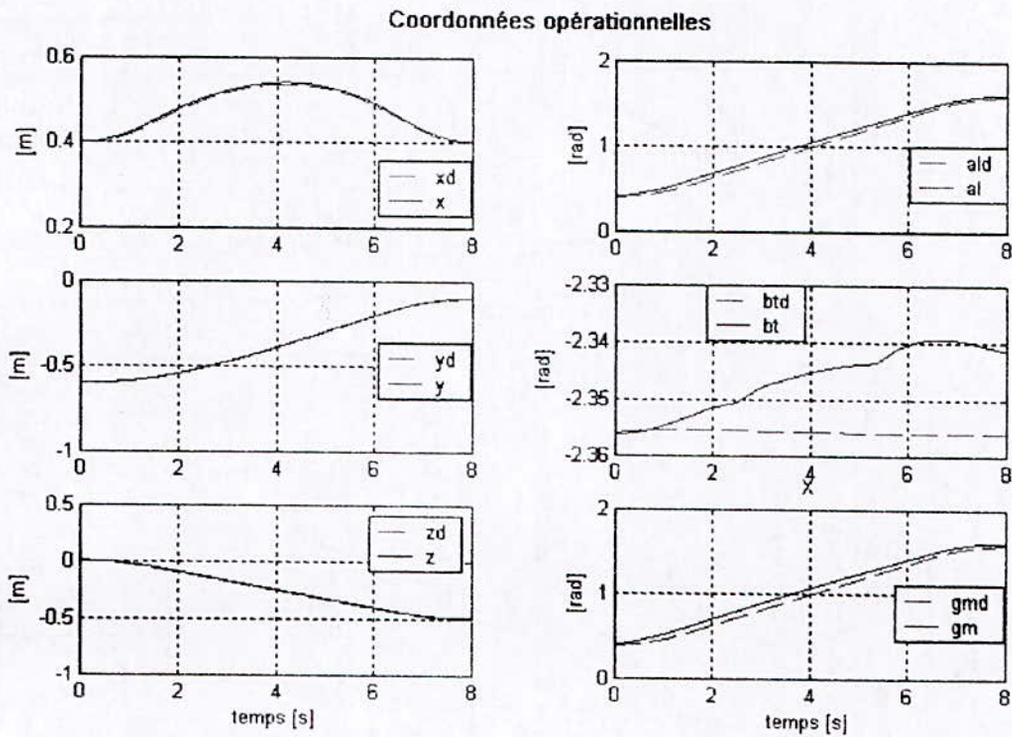


Figure 2.11.3.

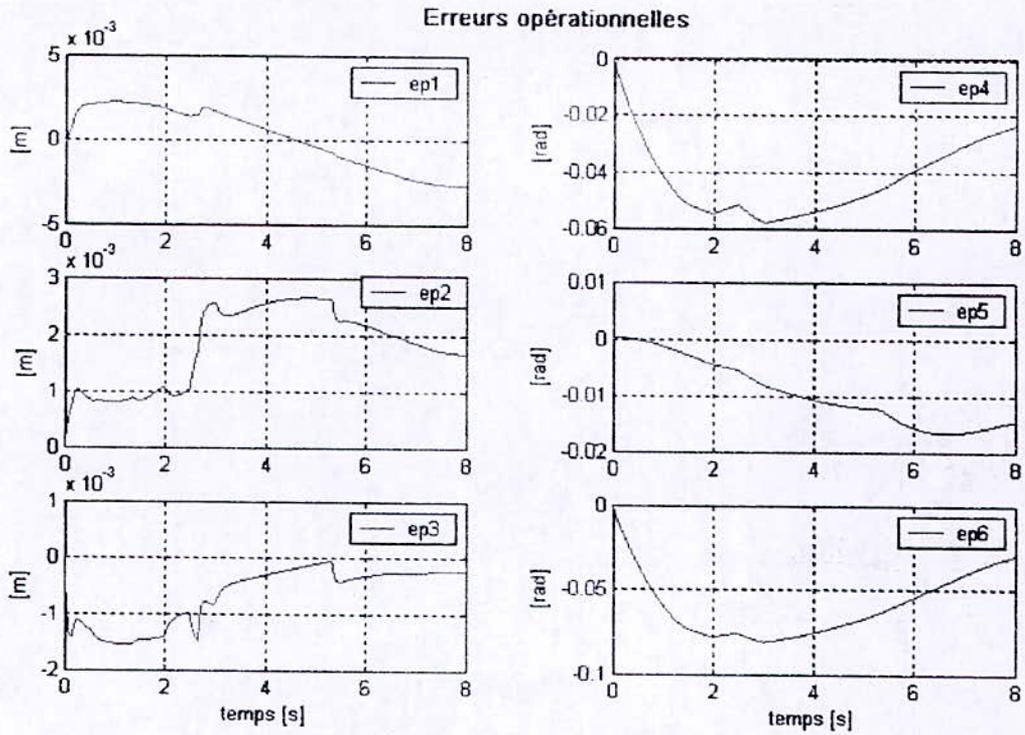


Figure 2.11.4.

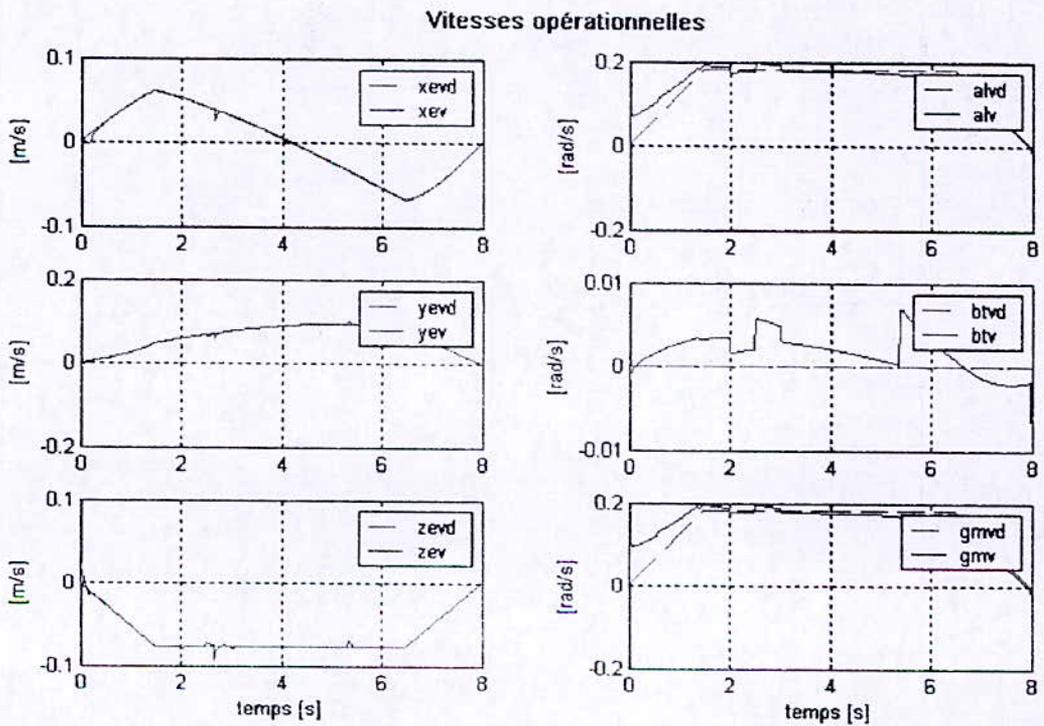


Figure 2.11.5.

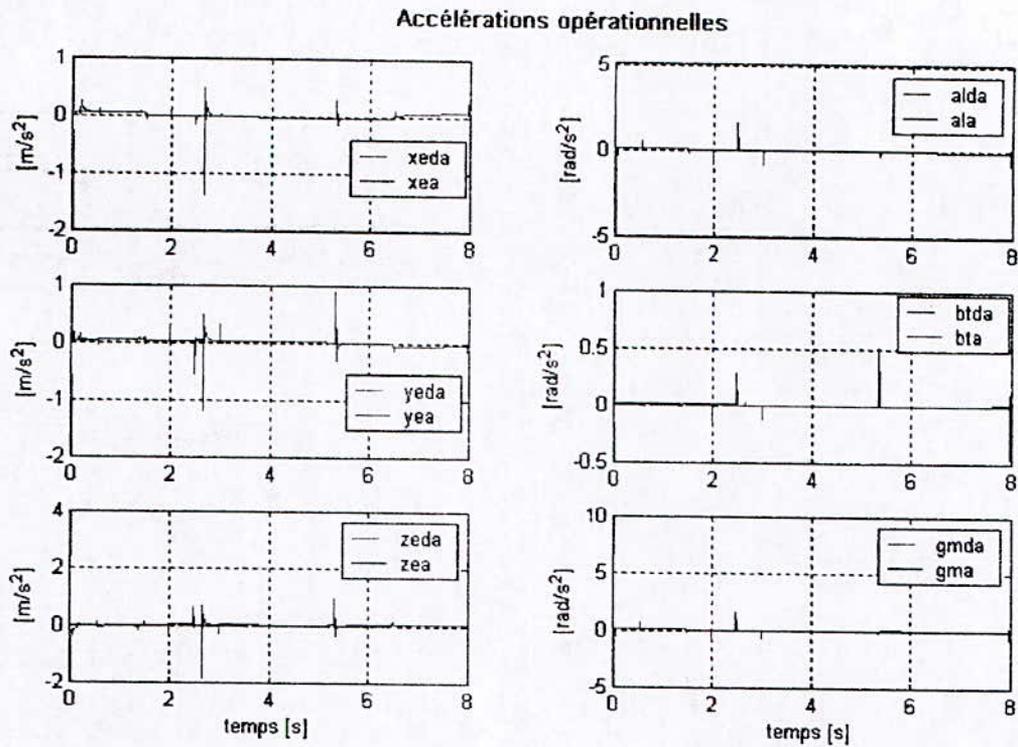


Figure 2.11.6.

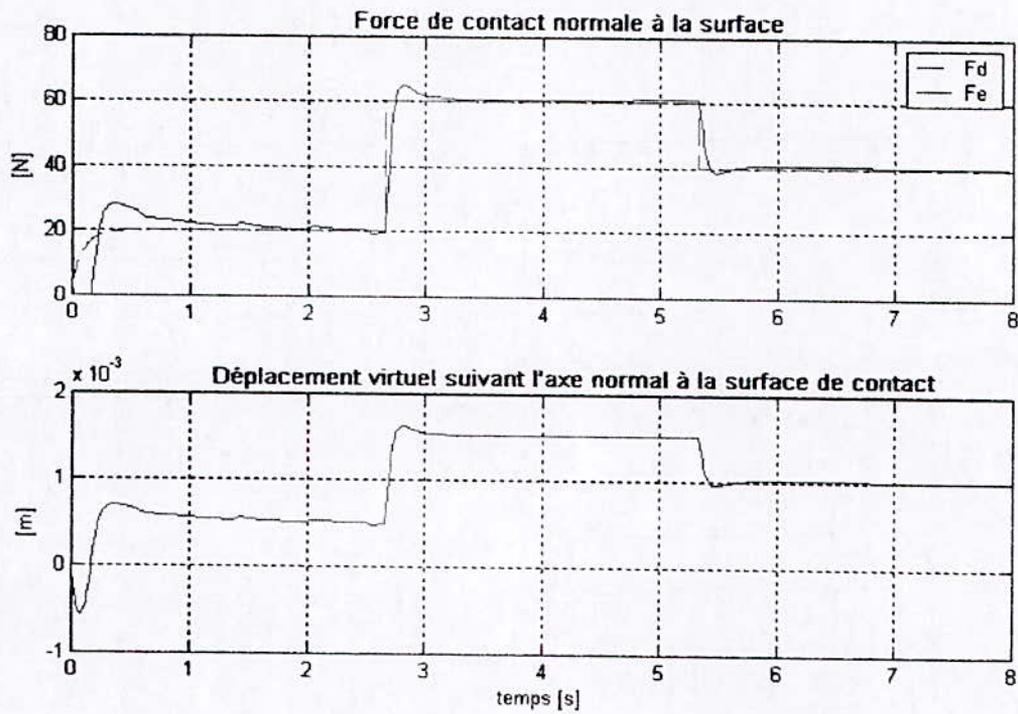


Figure 2.11.7.

2.3.2.3. Prises en compte des frottements, erreurs de modélisation de 100% et présence de perturbations :

Les frottements :

$$\begin{cases} F_s = [0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T \text{ Nm} \\ F_v = [0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T \text{ Nm s/rad} \end{cases}$$

La perturbation est un signal carré introduit sur l'accélération articulaires (signal de sortie du système), de magnitude égale à 2 rad/s^2 , à l'instant $t = 2 \text{ sec}$ et de durée égale à 1 sec .

Une erreurs de modélisation de 100% signifie que :

$$\begin{cases} \hat{A} = 2A \\ \hat{H} = 2H \end{cases}$$

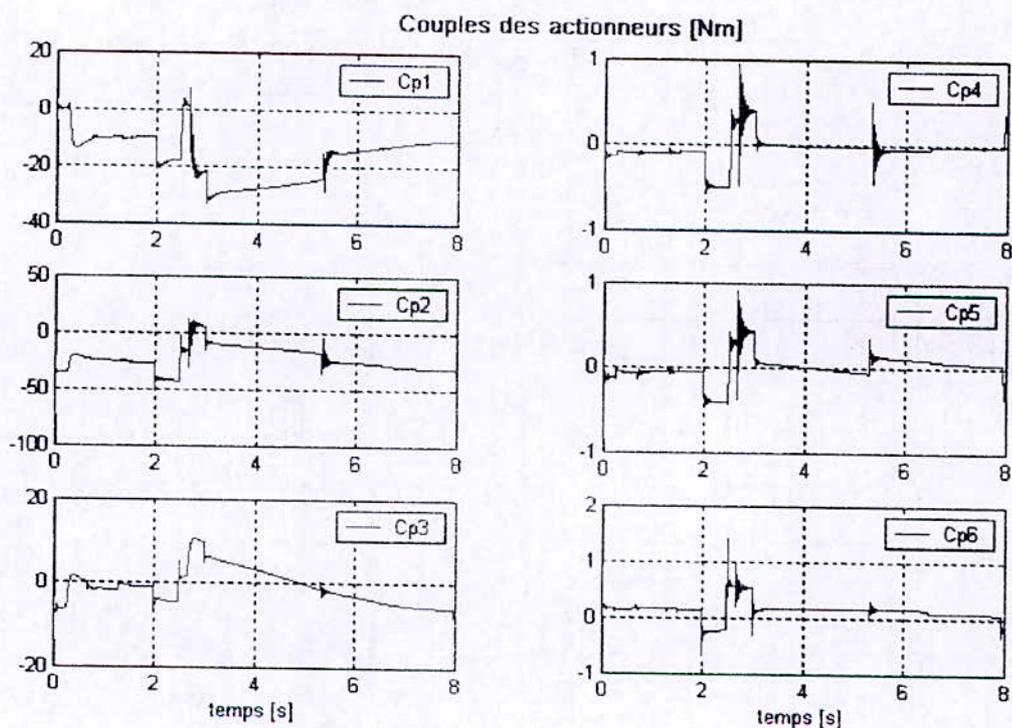


Figure 2.12.1.

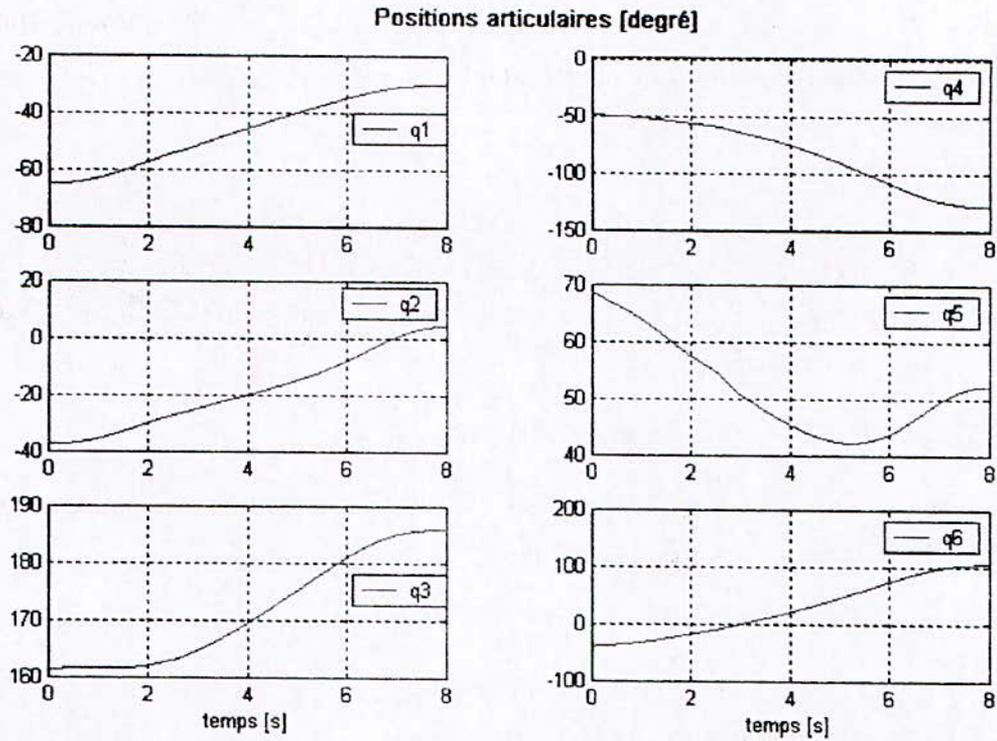


Figure 2.12.2.

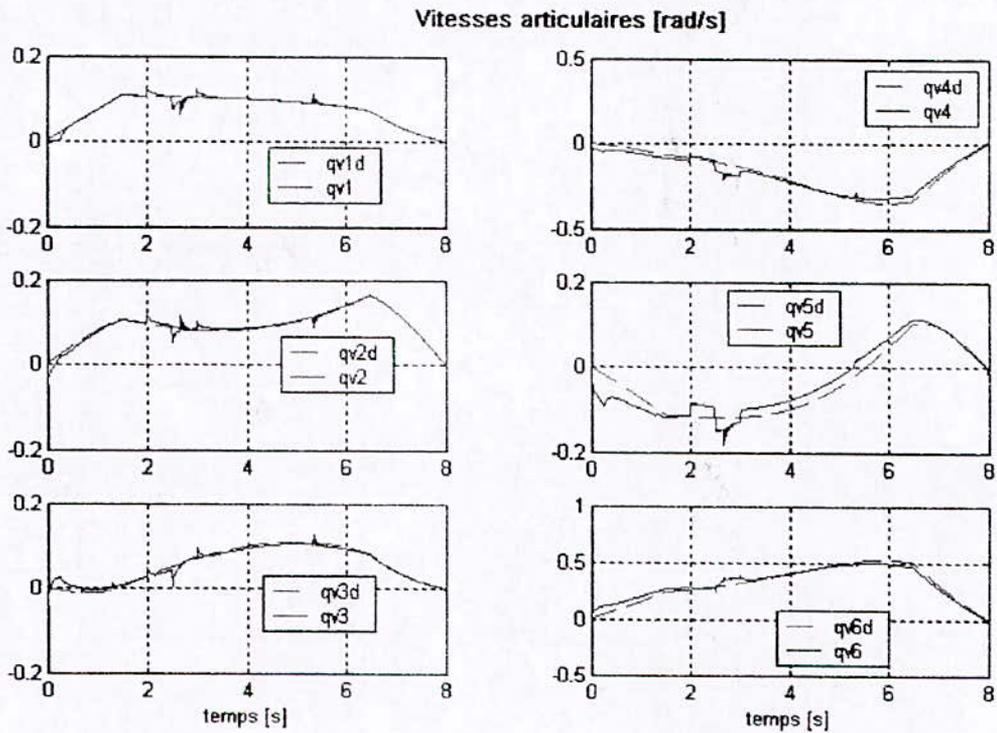


Figure 2.12.3.

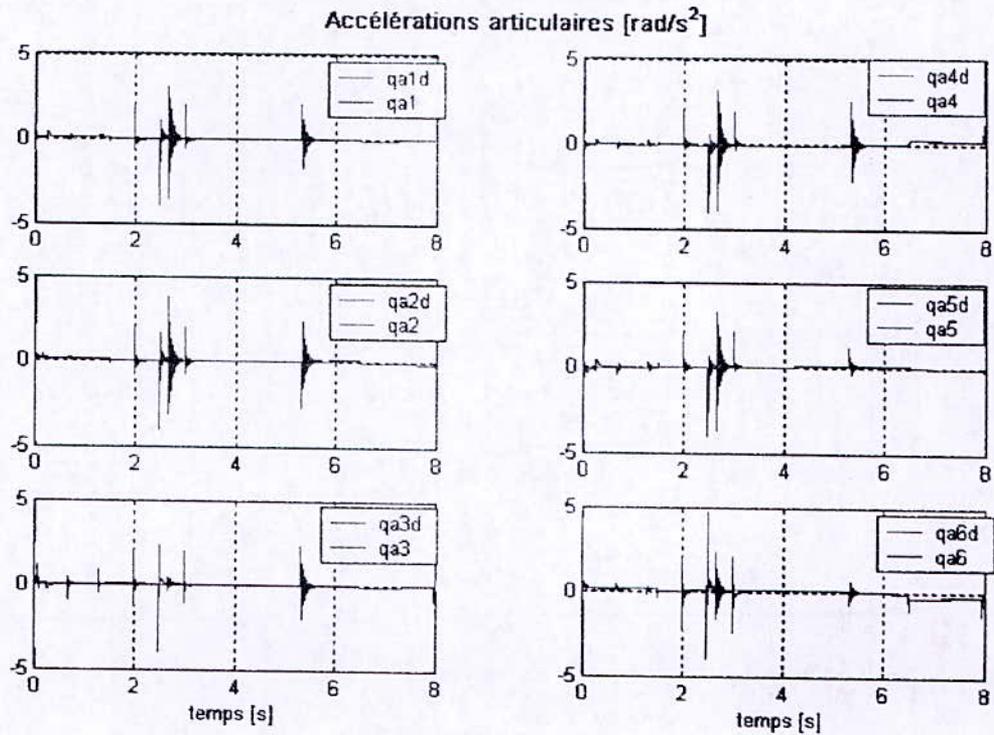


Figure 2.12.4.

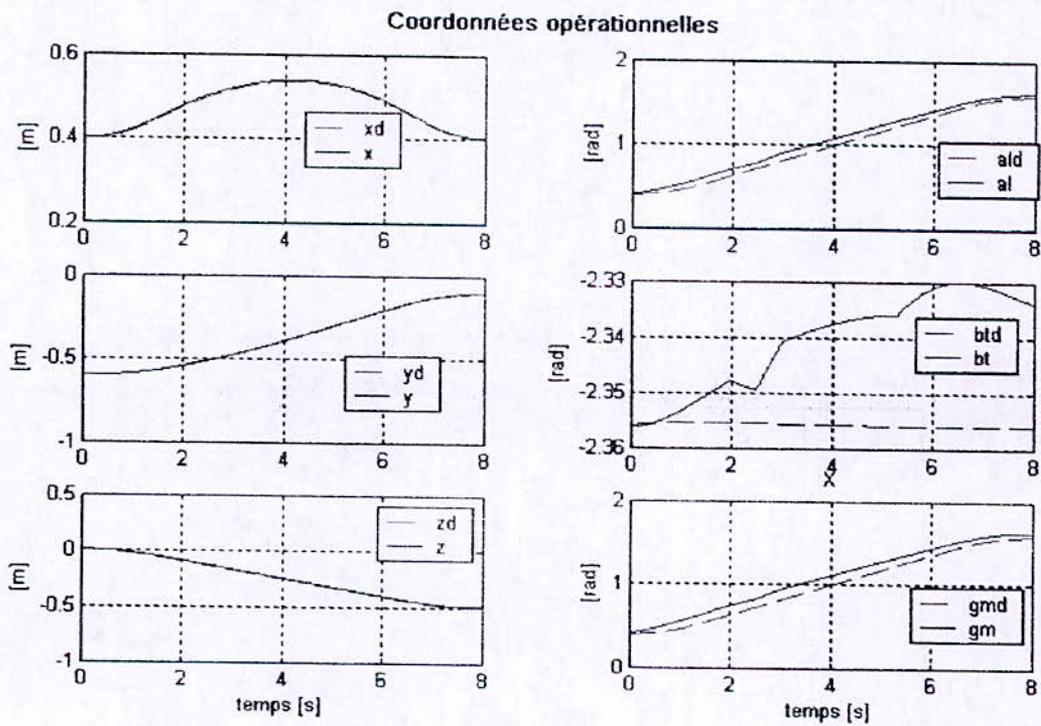


Figure 2.12.5.

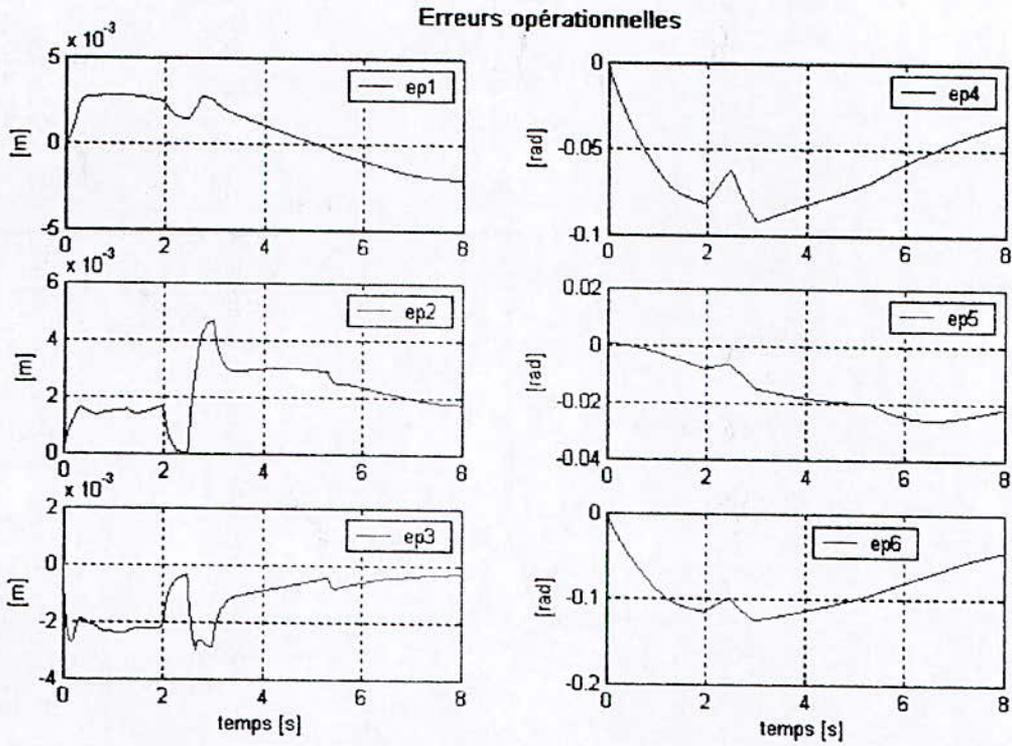


Figure 2.12.6.

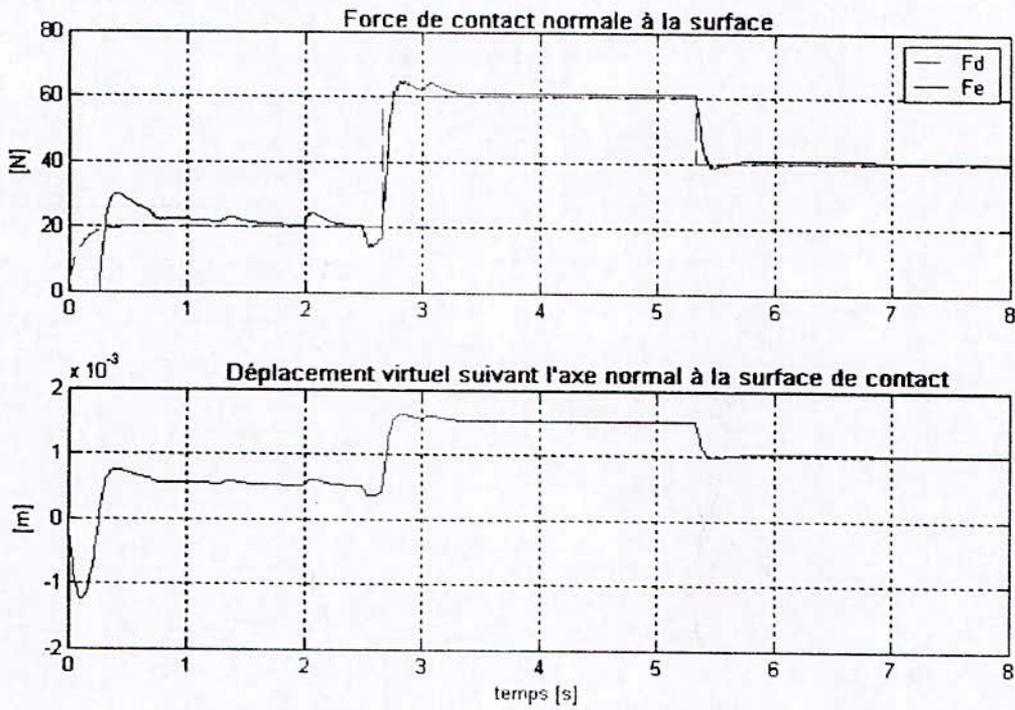


Figure 2.12.7.

2.3.2.4. Prises en compte des frottements, erreurs de modélisation de 20% et présence de perturbations, raideur sinusoïdale :

Avec les mêmes frottements et perturbations que précédemment.

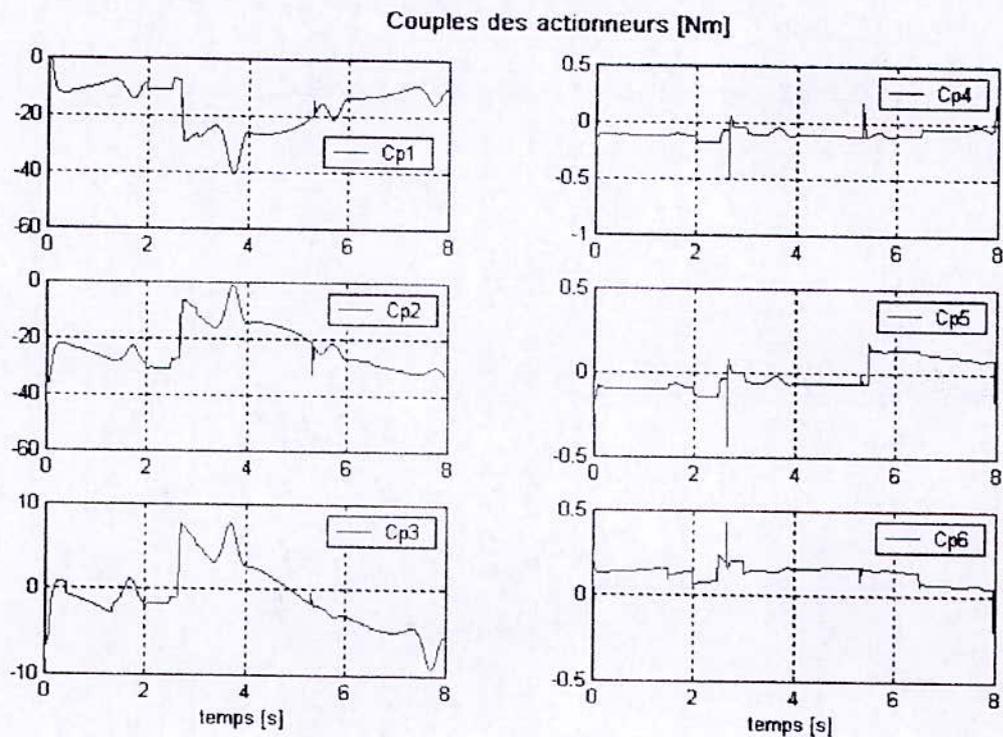


Figure 2.13.1.

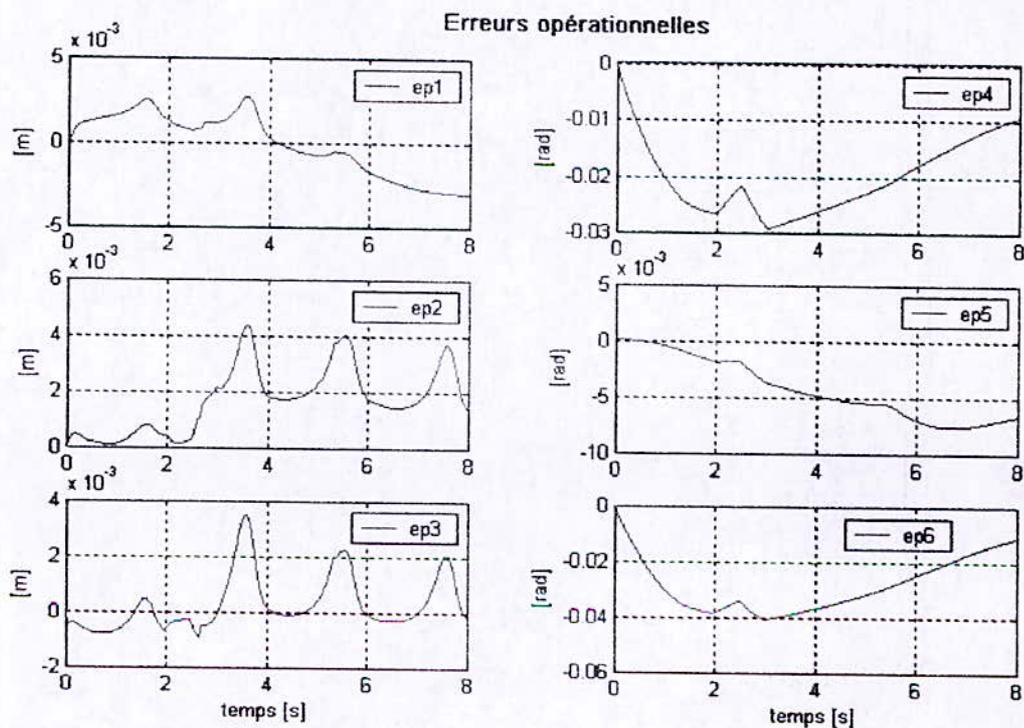


Figure 2.13.2.

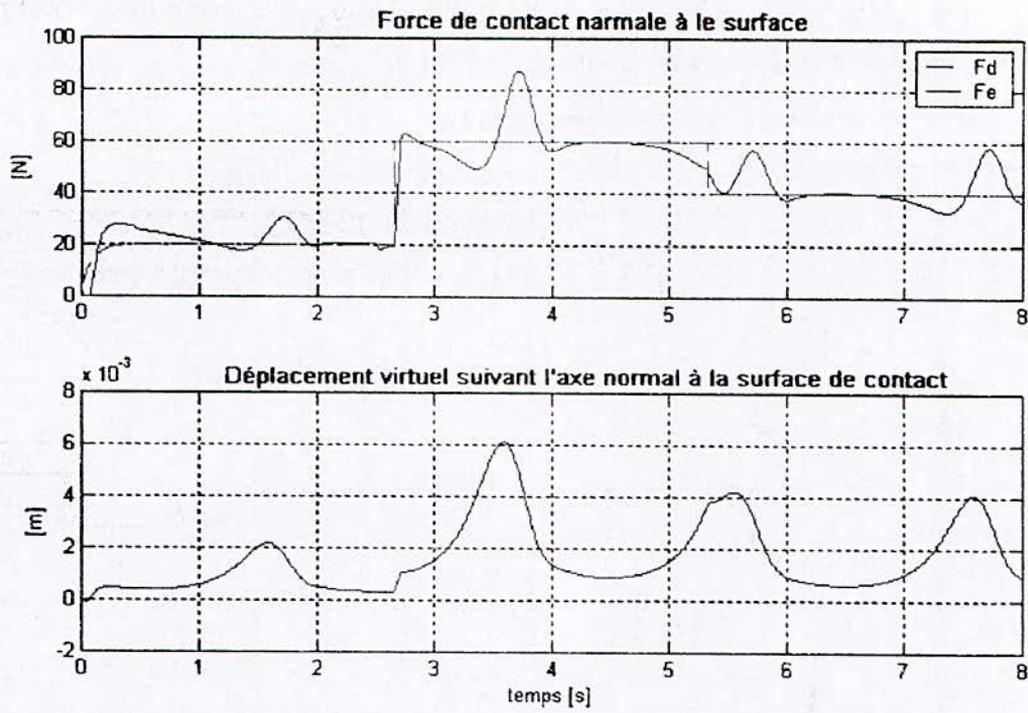


Figure 2.13.3.

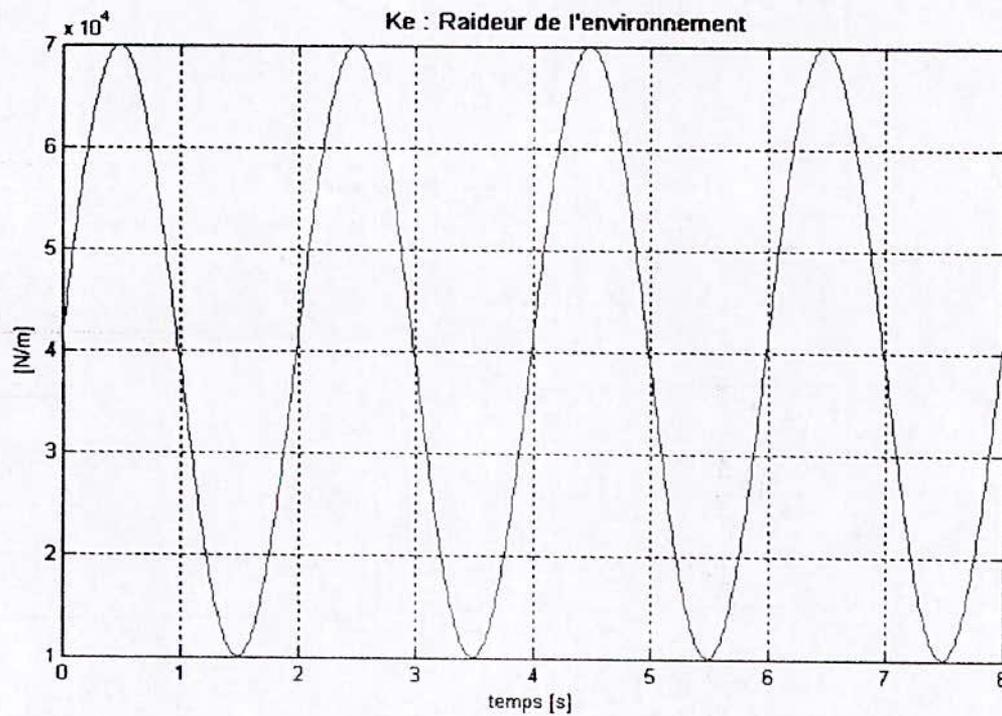


Figure 2.13.4. Variation de la raideur de l'environnement au long de la trajectoire.

2.3.2.5. Prises en compte des frottements, erreurs de modélisation de 20% et présence de perturbations, force désirée sinusoïdale :

Avec les mêmes frottements et perturbations que précédemment.

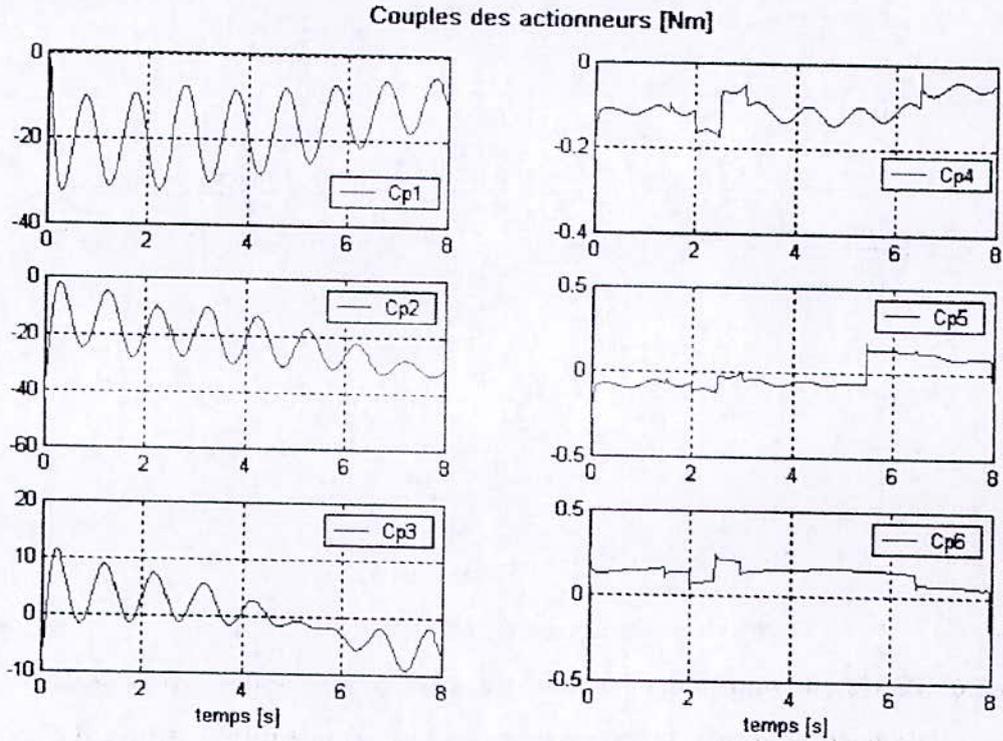


Figure 2.14.1.

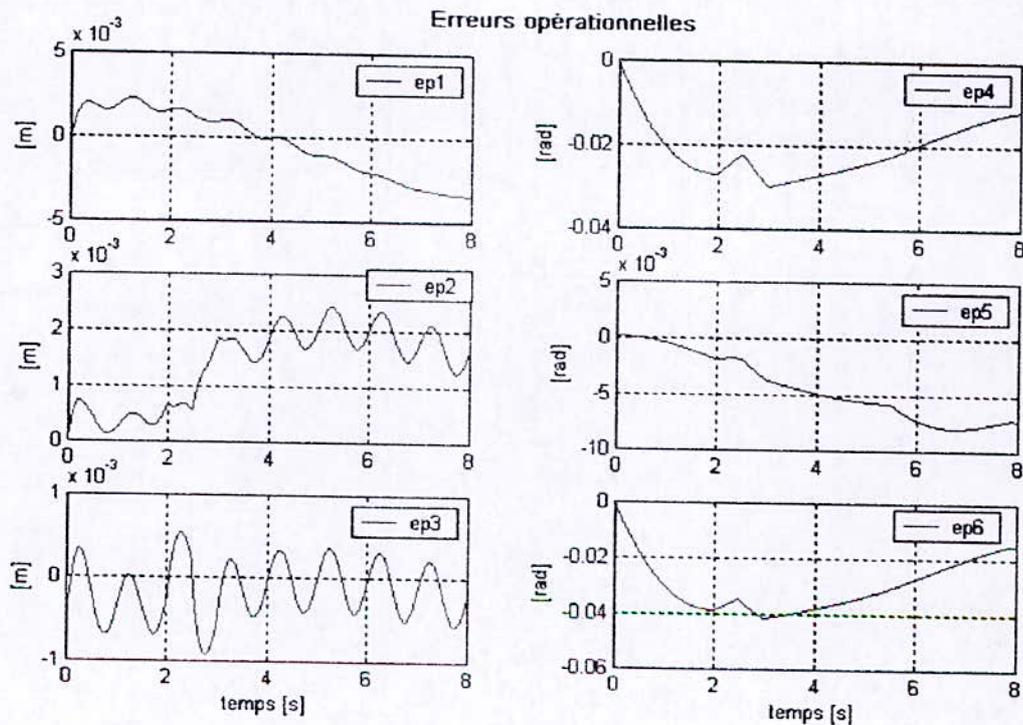


Figure 2.14.2.

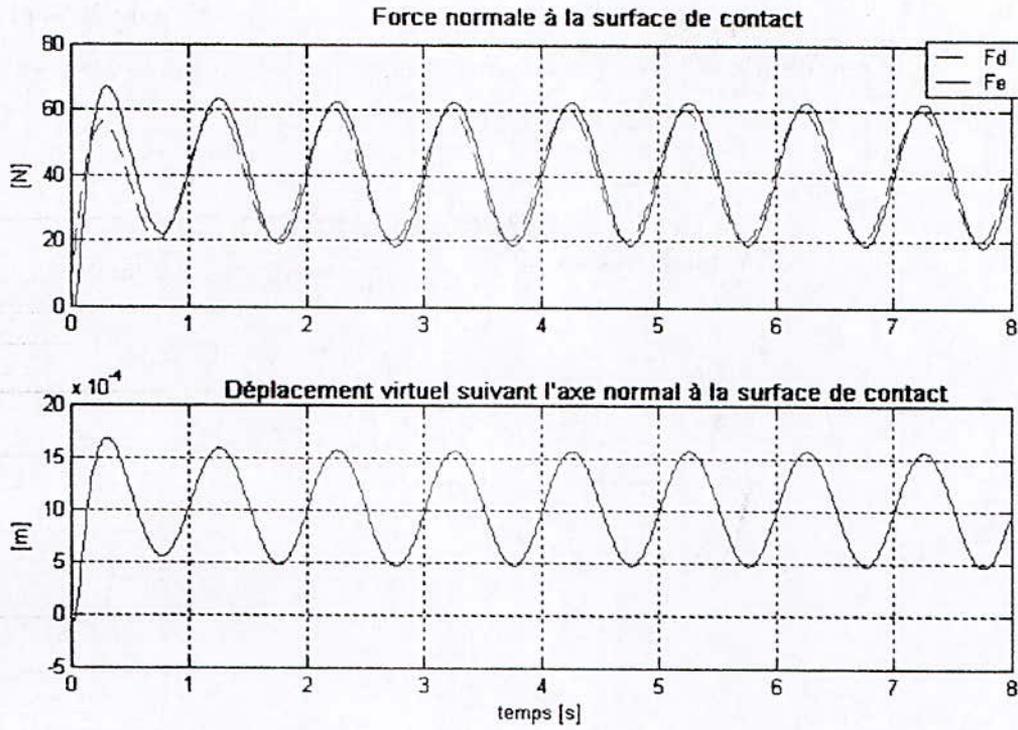


Figure 2.14.3.

2.3.2.6. Prises en compte des frottements, erreurs de modélisation de 20% et présence de perturbations, force désirée sinusoïdale et raideur sinusoïdale :

Avec les mêmes frottements et perturbations que précédemment.

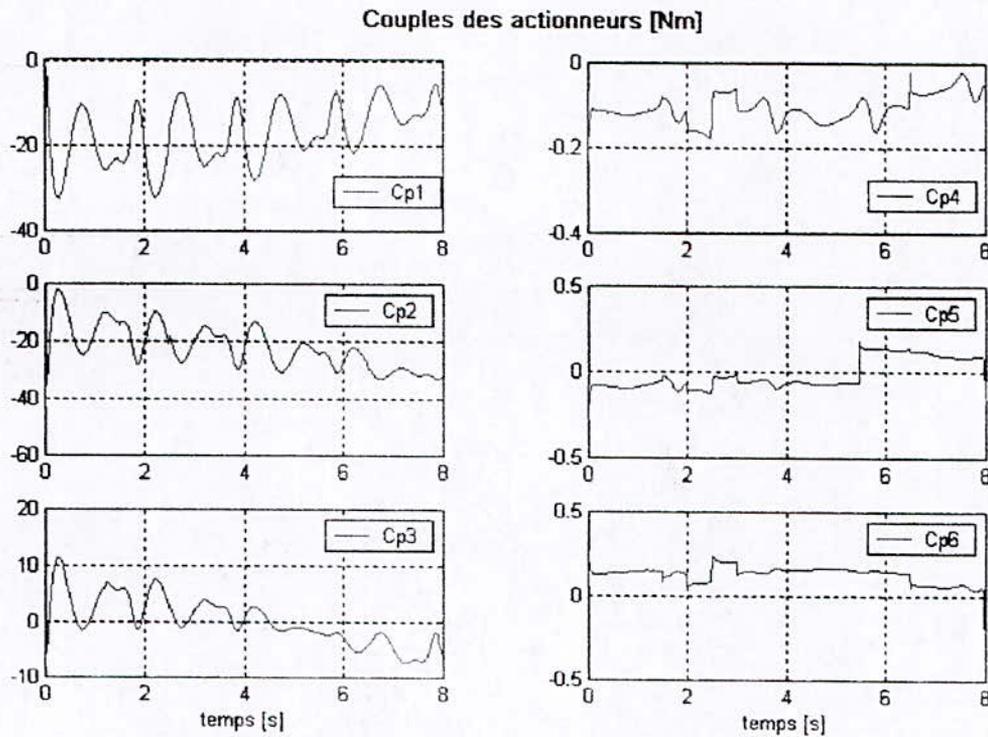


Figure 2.15.1.

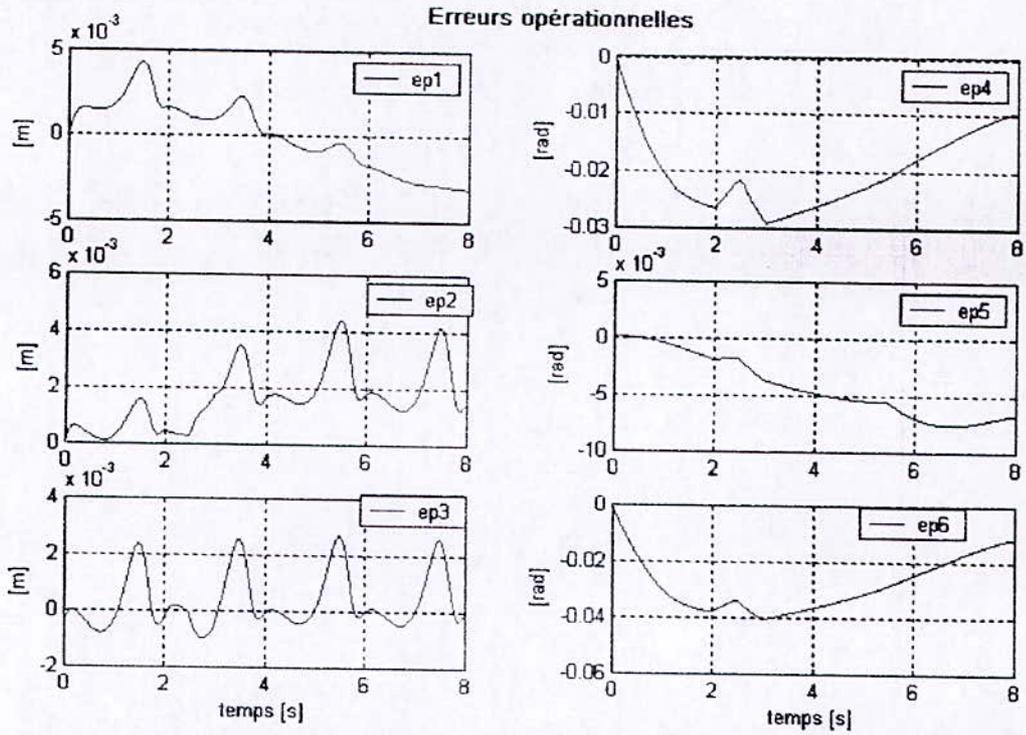


Figure 2.15.2.

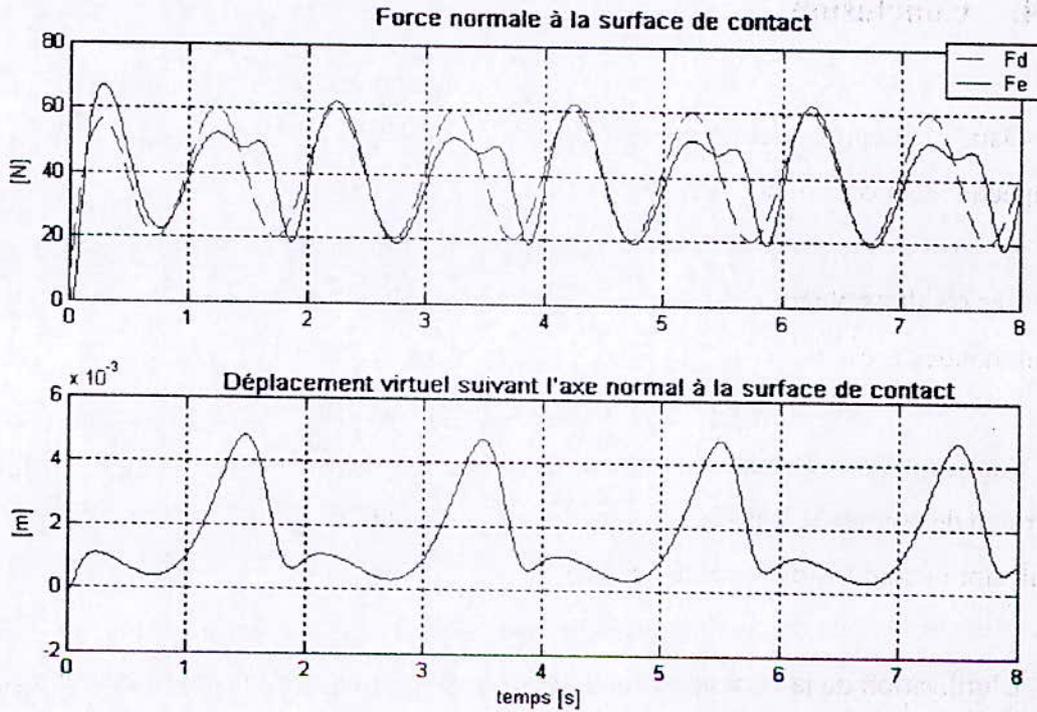


Figure 2.15.3.

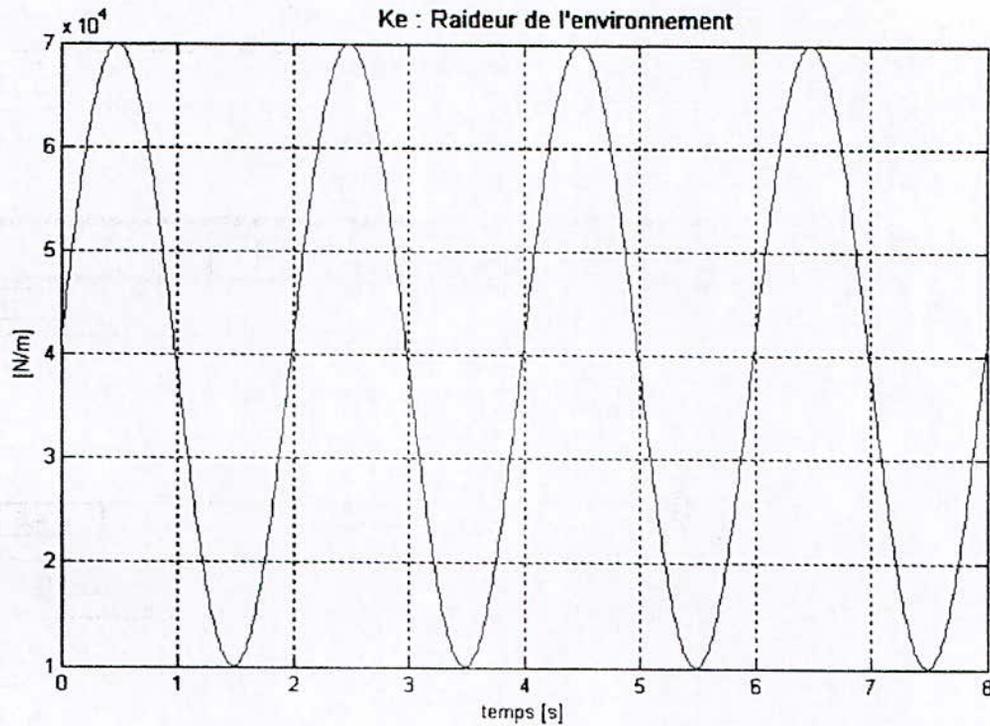


Figure 2.15.4. *Variation de la raideur de l'environnement au long de la trajectoire.*

2.4. Conclusion

Dans ce chapitre, a été traité deux type de commande en effort : la commande en impédance, la commande hybride externe.

Les résultats obtenus valident notre étude sur la commande en effort avec les deux types de commandes présentées.

Ainsi, on a eu une bonne poursuite de la consigne en effort suivant l'axe normale à la surface de contact le long de la trajectoire conique définie dans l'espace tridimensionnel en utilisant la commande hybride externe.

L'utilisation de la commande en impédance a permis seulement la poursuite en position orientation tout en appliquant une force de contact, normale à la surface, sans qu'il y ait une

poursuite de la consigne en effort, puisque, l'objectif de cette commande est de réguler l'impédance de sortie du robot et non la poursuite de la consigne en effort.

En terme de robustesse, la commande hybride externe est une commande très robuste aux erreurs de modélisation et aux perturbations et de plus elle n'exige pas une connaissance parfaite de la position de l'environnement, chose qui est indispensable dans un environnement mal spécifié. De plus, cette commande reste stable et assure la poursuite force/position lorsque la pointe du robot est en contact avec un environnement dont la raideur est variable.

Ainsi, pour cette commande, une bonne poursuite de la consigne en effort est réalisée malgré une erreur de modélisation de 100% et une perturbation sur le signal de sortie (accélérations articulaires) d'amplitude égale à 2 rad/s^2 et en prenant en compte les frottements au niveau des articulations.

Les performances de cette commande s'expliquent par la présence de deux boucles de commandes imbriquées tout en ajoutant l'action intégrale dans la boucle externe.

Pour simuler un environnement variable, on a fait varier la raideur sinusoidalement, au long de la trajectoire, de la valeur minimale 10000 N/m à la valeur maximale 70000 N/m avec une période égale à 2 sec.

Pour les deux commandes, la présence de perturbations ou d'erreurs de modélisation affectent principalement l'orientation comparé au positionnement de l'effecteur et à la poursuite en force.

Il faut noter, que la commande hybride externe représente une extension de la commande en impédance, utilisant la loi par découplage non linéaire dans l'espace opérationnel.

On n'a pas traité le problème de l'impacte, qui se produit lors de l'entrée en contact de la pointe du robot avec la surface de l'environnement. Néanmoins, ce fait peut être minimisé lorsque le robot atteint la surface de contact avec une vitesse très faible (quasi nulle).

Chapitre 3

Commande en Impédance Adaptative

3.1. Introduction

Comme il a été avancé au § 2.2, l'utilisation de la commande en impédance permet seulement de commander la position et sa relation (impédance mécanique) avec la force de contact.

Dans cette partie, on cherche à réaliser le suivi de la consigne d'effort en développant une commande adaptative du type direct, dont le principe est celui donné par [Matko 99], tout en imposant un comportement désiré (impédance mécanique) entre la position de la pointe de l'effecteur et la force appliquée sur l'environnement.

Ce principe consiste à d'utiliser comme entrée de commande, pour réaliser le suivi de la consigne en effort, la référence en position, qui est au dessous de l'environnement. C'est-à-dire, que le problème réside à trouver à chaque instant le dépassement désiré, au dessous de l'environnement, pour qu'il y'ait suivie de la consigne en effort.

Ce Problème peut se résoudre à l'aide de la commande adaptative directe, dont le rôle est d'adapter la consigne de position de manière à réaliser cet objectif, en imposant à l'erreur en effort de tendre vers zéro selon un modèle de référence bien déterminé.

La commande adaptative que j'ai développée se distingue de celle donnée par [Matko 99] par le choix du modèle du référence, par la formulation de la fonction de Lyapunov qui permet la synthèse du régulateur adaptatif du type direct, ainsi que par la proposition de la loi de commande adaptative, tout en imposant une impédance, entre la position du robot et la force de contact avec l'environnement, d'ont la forme est donnée par la relation (2.3).

3.2. Développement de la loi de Commande

Dans cette partie est développée la commande en impédance adaptative, comme suit :

Le comportent désiré de la pointe du robot est :

$${}^c F_e - {}^c F^d = M_d ({}^c \ddot{X}^d - {}^c \ddot{X}) + B_d ({}^c \dot{X}^d - {}^c \dot{X}) + K_d ({}^c X^d - {}^c X) \quad (3.1)$$

L'environnement est modélisé par un ressort linéaire avec une raideur K_e . Ainsi, les forces de contact mesurées dans le repère de compliance peuvent être calculés suivant la relation :

$${}^c F_e = K_e ({}^c X - X_e) \quad (3.2)$$

avec :

X_e : la position initial de l'environnement .

Le comportement dynamique du robot dans l'espace des configurations est :

$$\Gamma = A(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) + J_E^T F_e \quad (3.3)$$

qui s'écrit dans l'espace opérationnel :

$$\Gamma = A J^{-1} (\ddot{X} - \dot{J}\dot{q}) + H(q, \dot{q}) + J_E^T F_e \quad (3.4)$$

L'écriture de (3.1) dans le repère de la base $\{R_0\}$ est :

$$F_e - F^d = M_X (\ddot{X}^d - \ddot{X}) + B_X (\dot{X}^d - \dot{X}) + K_X (X^d - X) \quad (3.5)$$

Soit l'erreur en force dans le repère de compliance :

$$e(t) = {}^c F^d - {}^c F_e \quad (3.6)$$

de l'équation (3.2), on a :

$${}^c F_e = K_e (X - X_e) = K_e ({}^c X - {}^c X_e)$$

en la remplaçant dans (3.6) :

$$e = {}^c F^d - {}^c F_e = {}^c F^d - K_e ({}^c X - {}^c X_e)$$

d'où on tire :

$${}^c X = {}^c X_e + K_e^{-1} ({}^c F^d - e) \quad (3.7)$$

En supposant que la force désirée F^d et la raideur de l'environnement sont constants par morceau, alors en dérivant l'équation (3.7), on a :

$${}^c \dot{X} = -K_e^{-1} \dot{e} \quad (3.8)$$

et

$${}^c \ddot{X} = -K_e^{-1} \ddot{e} \quad (3.9)$$

En remplaçant (3.7) (3.8) (3.9) dans (3.1), le comportement désiré du robot s'écrit alors comme suit :

$$\begin{aligned} \ddot{e} + M_d^{-1} B_d \dot{e} + M_d^{-1} (K_e + K_d) e - M_d^{-1} K_d K_e X_e + \\ M_d^{-1} K_e (K_d K_e^{-1} {}^c F^d - M_d {}^c \ddot{X}^d - B_d {}^c \dot{X}^d) + M_d^{-1} K_d K_e {}^c X^d = 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

Le principe de la commande en impédance adaptative consiste à choisir ${}^c X^d$ comme entrée de commande $u(t)$, ainsi, le comportement désiré du robot devient :

$$\begin{aligned} \ddot{e} + M_d^{-1} B_d \dot{e} + M_d^{-1} (K_e + K_d) e - M_d^{-1} K_d K_e X_e + \\ M_d^{-1} K_e (K_d K_e^{-1} {}^c F^d - M_d {}^c \ddot{X}^d - B_d {}^c \dot{X}^d) + M_d^{-1} K_d K_e u(t) = 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

donc, le problème consiste à adapter la commande u pour que e tende vers zéros suivant la relation (3.11).

Le modèle de référence proposé est le suivant :

$$\ddot{e}_m + 2\omega \dot{e}_m + \omega^2 e_m = 0 \quad (3.12)$$

avec $\omega > 0$

e_m représente l'erreur donnée par le modèle, que l'erreur en effort e doit suivre. $e_m(t)$ s'écrit à chaque instant en résolvant l'équation différentielle linéaire de second ordre (3.12), en supposant qu'à l'instant initial ($t = t_0$) $\frac{d}{dt} e_m(t_0) = 0$. D'où :

$$e_m(t) = e^{-\omega(t-t_0)} (1 + \omega(t-t_0)) e_m(t_0) \quad (3.13)$$

Pour qu'on ai le même modèle que celui donné par (3.12), la commande doit être comme suit :

$$u = (K_d K_e)^{-1} (2\omega M_d - B_d) \dot{e}(t) + (K_d K_e)^{-1} (\omega^2 M_d - K_d - K_e) e(t) + K_e^{-1} {}^C F^d + (K_d K_e)^{-1} [-M_d {}^C \ddot{X}^d - B_d {}^C \dot{X}^d] + {}^C X_e \quad (3.14)$$

qui s'écrit sous la forme :

$$u(t) = K_v^* \dot{e}(t) + K_p^* e(t) + K_f^* {}^C I^d + f^* + {}^C X_e(t) \quad (3.15)$$

Avec :

$$\begin{cases} K_v^* = (K_d K_e)^{-1} (2\omega M_d - B_d) \\ K_p^* = (K_d K_e)^{-1} (\omega^2 M_d - K_d - K_e) \\ K_f^* = K_e^{-1} \\ f^* = K_d^{-1} (K_d K_e^{-1} {}^C F^d - M_d {}^C \ddot{X}^d - B_d {}^C \dot{X}^d) \end{cases} \quad (3.16)$$

K_v^* , K_p^* , K_f^* sont des matrices diagonales semi définies positives appartenant à $\mathbb{R}^{6 \times 6}$, f^* est un vecteur appartenant à \mathbb{R}^6 .

La commande adaptative est donc comme suit :

$$u(t) = K_v(t) \dot{e} + K_p(t) e + K_f(t) {}^C I^d + f(t) + {}^C X_e \quad (3.17)$$

$K_v(t)$, $K_p(t)$ et $K_f(t)$ sont des matrices diagonales semi définies positives appartenant à $\mathbb{R}^{6 \times 6}$, $f(t)$ est un vecteur appartenant à \mathbb{R}^6 .

En injectant cette commande définie par (3.17) dans (3.11), tout en retranchant (3.12), on aura :

$$\begin{aligned} \ddot{e} + (B_d M_d^{-1} + K_d K_e M_d^{-1} K_v(t)) \dot{e} + [M_d^{-1} (K_d + K_e) + M_d^{-1} K_d K_e K_p(t)] e + \\ K_d K_e M_d^{-1} [K_f(t) - K_e^{-1}]^c F^d + K_d K_e M_d^{-1} [f(t) - K_d^{-1} (-M_d^c \ddot{X}^d - B_d^c \dot{X}^d)] - \\ [e_m + 2\omega e_m + \omega^2 e_m] = 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

En ajoutant et en retranchant $2\omega e(t) + \omega^2 e(t)$ à l'équation (3.18), on a :

$$\begin{aligned} (\ddot{e} - \ddot{e}_m) + 2\omega(\dot{e} - \dot{e}_m) + \omega^2(e - e_m) = \\ K_d K_e M_d^{-1} [(K_d K_e)^{-1} (B_d - 2\omega M_d) - K_v(t)] \dot{e}(t) + \\ K_d K_e M_d^{-1} [(K_d K_e)^{-1} (\omega^2 M_d - K_d - K_e) - K_p(t)] e(t) + \\ K_d K_e M_d^{-1} [K_e^{-1} - K_f(t)]^c F^d + K_d K_e M_d^{-1} [K_d^{-1} (-M_d^c \ddot{X}^d - B_d^c \dot{X}^d) - f(t)] \end{aligned} \quad (3.19)$$

Soit

$$\varepsilon = e - e_m \quad (3.20)$$

En remplaçant (3.20) et (3.16) dans (3.19) :

$$\begin{aligned} \ddot{\varepsilon} + 2\omega \dot{\varepsilon} + \omega^2 \varepsilon = K_d K_e M_d^{-1} [K_v^* - K_v(t)] \dot{e}(t) + \\ K_d K_e M_d^{-1} [K_p^* - K_p(t)] e(t) + K_d K_e M_d^{-1} [K_f^* - K_f(t)]^c F^d(t) + \\ K_d K_e M_d^{-1} [f^* - f(t)] \end{aligned} \quad (3.21)$$

Soit :

$$\begin{cases} \bar{K}_v = K_v^* - K_v(t) \\ \bar{K}_p = K_p^* - K_p(t) \\ \bar{K}_f = K_f^* - K_f(t) \\ \bar{f} = f^* - f(t) \end{cases} \quad (3.22)$$

Et soit :

$$\eta = K_d K_e M_d^{-1} \quad (3.23)$$

η est une matrice diagonale semi définie positive avec des paramètres inconnus, appartenant à $\mathbb{R}^{6 \times 6}$.

Alors l'équation (3.21) devient :

$$\ddot{\varepsilon} + 2\omega\dot{\varepsilon} + \omega^2\varepsilon = \eta\bar{K}_v \dot{e}(t) + \eta\bar{K}_p e(t) + \eta\bar{K}_f^c F^d(t) + \eta\bar{f} \quad (3.24)$$

Soit

$$e_\varepsilon = \dot{\varepsilon} + \omega\varepsilon \quad (3.25)$$

Il est clair que si $e_\varepsilon \rightarrow 0$ alors, $\varepsilon \rightarrow 0$ ceci s'explique par :

$e_\varepsilon = 0 \Rightarrow \dot{\varepsilon} + \omega\varepsilon = 0 \Rightarrow \dot{\varepsilon} = -\omega\varepsilon \Rightarrow \varepsilon(t) = \varepsilon_i e^{-\omega t}$, et comme $\omega > 0$, $\varepsilon(t)$ va tendre exponentiellement vers 0.

on a :

$$\begin{aligned} \ddot{\varepsilon} + 2\omega\dot{\varepsilon} + \omega^2\varepsilon &= \ddot{\varepsilon} + \omega\dot{\varepsilon} + \omega\dot{\varepsilon} + \omega^2\varepsilon \\ &= \frac{d}{dt}(\dot{\varepsilon} + \omega\varepsilon) + \omega(\dot{\varepsilon} + \omega\varepsilon) \end{aligned}$$

ainsi, en utilisant (3.25), on trouve :

$$\ddot{\varepsilon} + 2\omega\dot{\varepsilon} + \omega^2\varepsilon = \dot{e}_\varepsilon + \omega e_\varepsilon \quad (3.26)$$

d'où, l'équation (3.24) devient :

$$\dot{e}_\varepsilon + \omega e_\varepsilon = \eta\bar{K}_v \dot{e}(t) + \eta\bar{K}_p e(t) + \eta\bar{K}_f {}^C F^d(t) + \eta\bar{f} \quad (3.27)$$

finalement :

$$\dot{e}_\varepsilon = -\omega e_\varepsilon + \eta\bar{K}_v \dot{e}(t) + \eta\bar{K}_p e(t) + \eta\bar{K}_f {}^C F^d(t) + \eta\bar{f} \quad (3.28)$$

Le résultat de l'équation (3.28) est un vecteur, pour faciliter la manipulation, on va le réécrire sous une forme de matrice.

Ainsi, soient les notations suivantes :

$$\begin{cases} \tilde{e} = \text{diag}(e(i))_{i=1,6} \\ \tilde{e}_\varepsilon = \text{diag}(e_\varepsilon(i))_{i=1,6} \\ \tilde{F} = \text{diag}({}^C F^d(i))_{i=1,6} \\ \hat{f} = \text{diag}(\bar{f}(i))_{i=1,6} \end{cases} \quad (3.29)$$

alors, l'équation (3.28) s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$\dot{\tilde{e}}_\varepsilon = -\omega \tilde{e}_\varepsilon + \eta\bar{K}_v \tilde{e}(t) + \eta\bar{K}_p \tilde{e}(t) + \eta\bar{K}_f \tilde{F}(t) + \eta\hat{f} \quad (3.30)$$

Afin de synthétiser les régulateur, je propose la fonction matricielle suivante :

$$V = \frac{1}{2} \tilde{e}_\varepsilon^2 + \frac{\eta}{2\gamma_1} \bar{K}_v^2 + \frac{\eta}{2\gamma_2} \bar{K}_p^2 + \frac{\eta}{2\gamma_3} \bar{K}_f^2 + \frac{\eta}{2\gamma_4} \hat{f}^2 \quad (3.31)$$

Ainsi, les fonctions $V(i,i)_{i=1,6}$ représentent des fonctions de Lyapunov définies positives .

En dérivant la relation (3.31), on a :

$$\dot{V} = \dot{\tilde{e}}_c \dot{\tilde{e}}_c + \frac{\eta}{\gamma_1} \bar{K}_v (-\dot{K}_v(t)) + \frac{\eta}{\gamma_2} \bar{K}_p (-\dot{K}_p(t)) + \frac{\eta}{\gamma_3} \bar{K}_f (-\dot{K}_f(t)) + \frac{\eta}{\gamma_4} \hat{f} (-\dot{\hat{f}}(t)) \quad (3.32)$$

En remplaçant (3.30) dans (3.32), on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\omega \tilde{e}_c^2 + \eta \bar{K}_v \dot{\tilde{e}}(t) \tilde{e}_c + \eta \bar{K}_p \tilde{e}(t) \dot{\tilde{e}}_c + \eta \bar{K}_f \tilde{F}(t) \tilde{e}_c + \eta \hat{f} \tilde{e}_c - \\ & \frac{\eta}{\gamma_1} \bar{K}_v \dot{K}_v(t) - \frac{\eta}{\gamma_2} \bar{K}_p \dot{K}_p(t) - \frac{\eta}{\gamma_3} \bar{K}_f \dot{K}_f(t) - \frac{\eta}{\gamma_4} \hat{f} \dot{\hat{f}}(t) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Posant :

$$\begin{cases} \dot{K}_v(t) = \gamma_1 \dot{\tilde{e}}(t) \tilde{e}_c \\ \dot{K}_p(t) = \gamma_2 \tilde{e}(t) \dot{\tilde{e}}_c \\ \dot{K}_f(t) = \gamma_3 \tilde{F}(t) \tilde{e}_c \\ \dot{\hat{f}}(t) = \gamma_4 \tilde{e}_c \Rightarrow \dot{f}(t) = \gamma_4 e_c \end{cases} \quad (3.34)$$

Alors, (3.33) devient :

$$\dot{V} = -\omega \tilde{e}_c^2$$

Ainsi, $V(i, i)_{i=1,6}$ sont des fonctions semi définies négatives, qui assurent que $\tilde{e}_c \rightarrow 0$.

Alors, on aura les résultats suivants :

$$\tilde{e}_c = 0 \text{ (i.e. } e_c = 0 \text{)}$$

$$e_c = 0 \Rightarrow \varepsilon \rightarrow 0;$$

$$\varepsilon = 0 \Rightarrow e = e_m.$$

Comme $e_m \rightarrow 0 \Rightarrow e \rightarrow 0$

$$e = 0 \Rightarrow F_e = F^d$$

Ainsi, en prenant les régulateurs sous la forme donnée par (3.34), la poursuite en effort sera réalisée.

D'où le régulateur adaptatif :

$$u(t) = K_v(t)\dot{e} + K_p(t)e + K_f(t)^C F^d + f(t) + {}^C X_e \quad (3.35)$$

où :

$$\left\{ \begin{array}{l} K_v(t) = \gamma_1 \int_{t_0}^t \ddot{\tilde{e}}(t) \tilde{e}_e dt + K_v(t_0) \\ K_p(t) = \gamma_2 \int_{t_0}^t \dot{\tilde{e}}(t) \tilde{e}_e dt + K_p(t_0) \\ K_f(t) = \gamma_3 \int_{t_0}^t \tilde{F}(t) \tilde{e}_e dt + K_f(t_0) \\ f(t) = \gamma_4 \int_{t_0}^t e_e dt + f(t_0) \end{array} \right. \quad (3.36)$$

avec :

$$e_e = (\dot{e} - \dot{e}_m) + \omega(e - e_m) \quad (3.37)$$

Avec la commande définie par (3.35) et (3.36) on assure la poursuite en effort suivant le modèle donné par la relation (3.12), dans l'hypothèse que la pointe du robot se comporte suivant la relation (3.11) (i.e. la relation (3.1)), qu'il faut cependant imposer, en développant la commande suivante :

Le comportement du robot dans le repère de compliance est donné par (3.11), qui après une projection, s'exprime dans le repère de la base $\{R_0\}$ selon la relation suivante:

$$F_e - F^d = M_X (\ddot{X}^d - \ddot{X}) + B_X (\dot{X}^d - \dot{X}) + K_X (u_X(t) - X) \quad (3.38)$$

Avec :

$$u_x(t) = R_g u(t) \quad (3.39)$$

C'est-à-dire :

$$u_x(t) = X_e + R_g (K_v(t)\dot{e} + K_p(t)e + K_f(t)^c F^d + f(t)) \quad (3.40)$$

Notre commande Γ pour satisfaire la relation (3.38) est :

$$\Gamma = \hat{A}(q)J^{-1}(w(t) - j\hat{q}) + \hat{H}(q, \dot{q}) + J_E^T F_e \quad (3.41)$$

si

$$\hat{A} = A \quad \text{et} \quad \hat{H} = H$$

alors :

$$w = \ddot{X} \quad (3.42)$$

En posant :

$$w = \ddot{X}^d + M_X^{-1} \left[F^d - F_e + B_X (\dot{X}^d - \dot{X}) + K_X (u_X(t) - X) \right] \quad (3.43)$$

Alors, l'équation (3.38) (i.e. la relation (3.1)) sera satisfaite.

Le schéma de la commande est représenté sur la figure (3.1) :

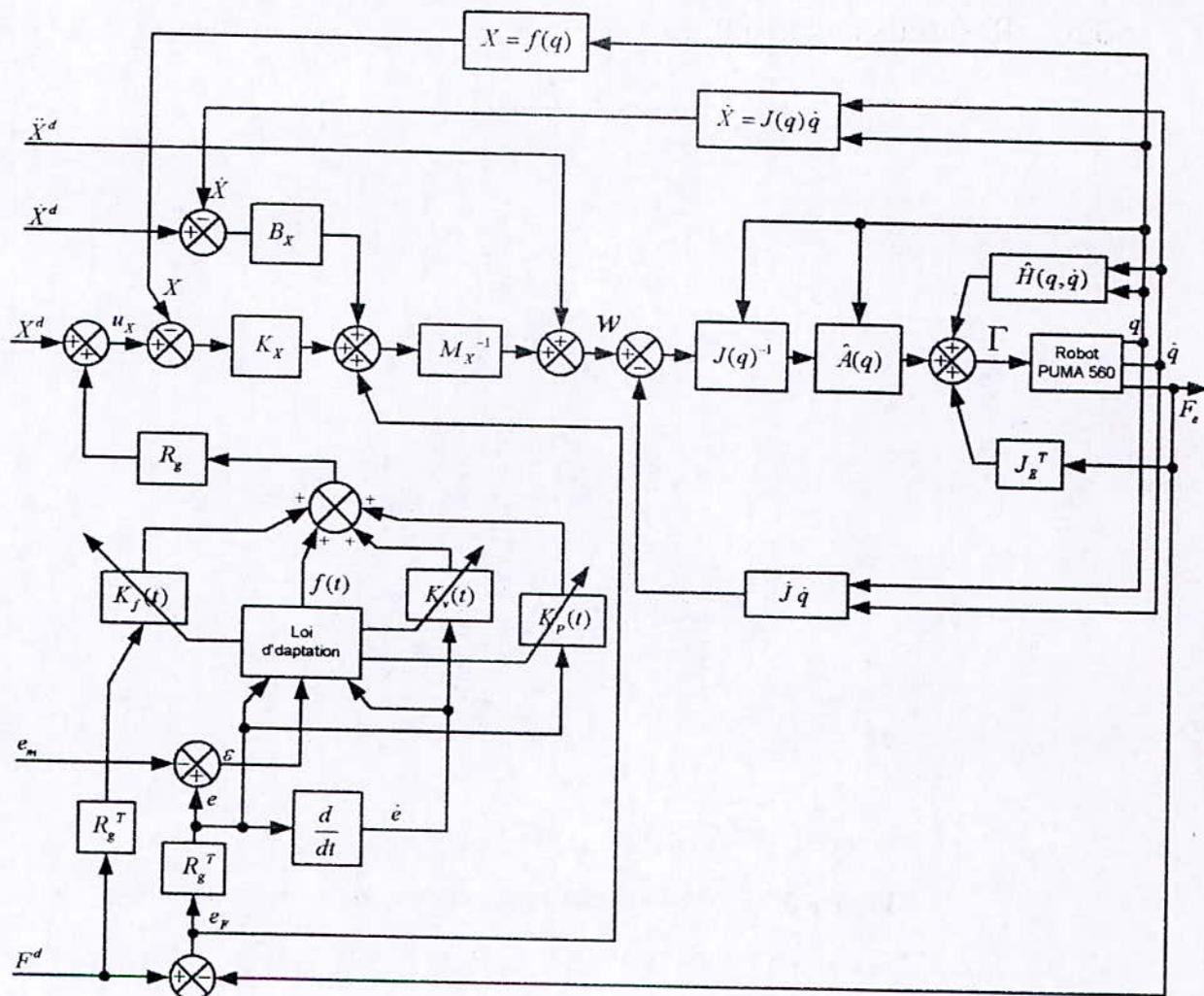


Figure 3.1. Commande en impédance adaptative

Il était possible de proposer comme loi de commande adaptative suivante, au lieu de celle qu'on a développée dans ce travail (i.e. la relation (3.17)) :

$$u(t) = K_v(t)\dot{e} + K_p(t)e + f(t) + {}^c X_e \tag{3.44}$$

mais, après avoir procédé à des tests de simulation, la commande définie par (3.44) s'est avérée moins robuste aux perturbations et aux erreurs de modélisation et ne réalisait pas une bonne poursuite de la consigne en effort comparée à la commande proposée dans ce travail.

3.3. Résultats de la simulation

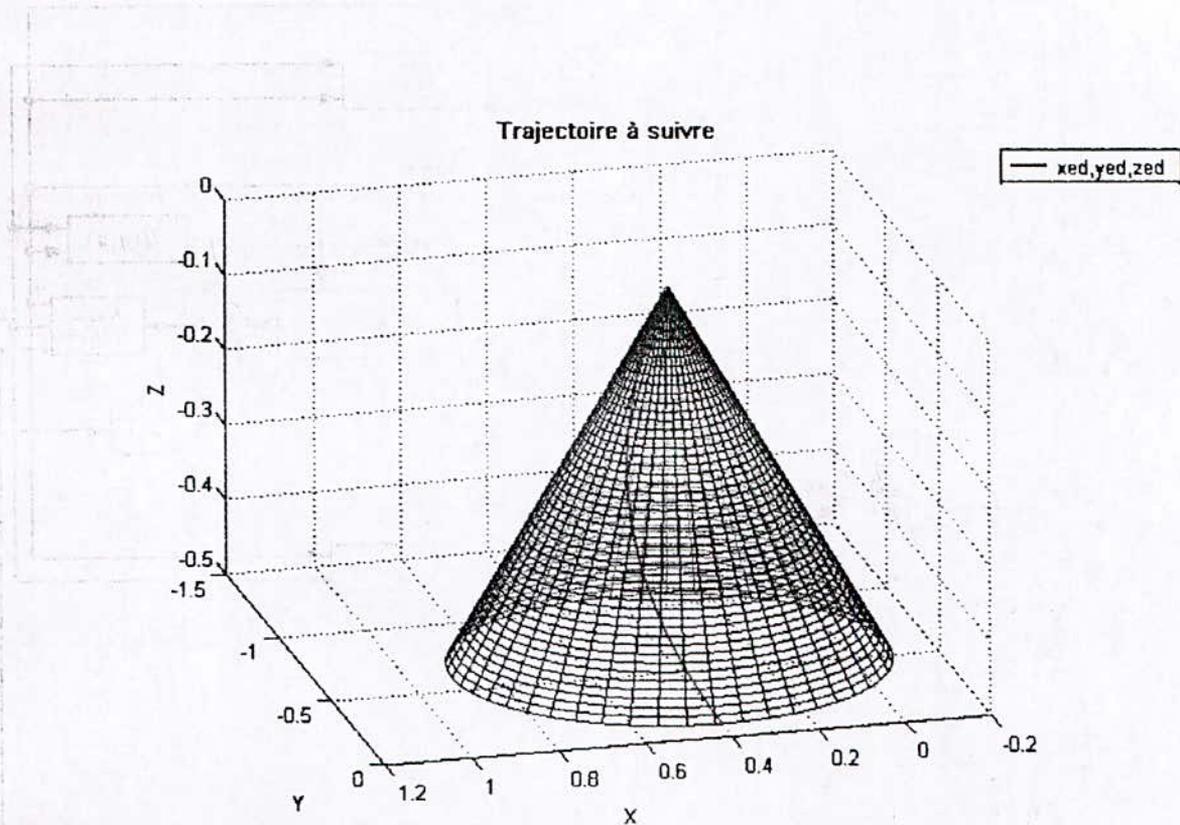


Figure 3.2. Trajectoire à suivre par la pointe du robot tout en restant normale à cette surface.

- Le temps de simulation est de 8 sec, tel que $t \in [0, 8]$ sec .
- Le pas d'échantillonnage est : $p = 10$ ms ;
- Pour réaliser la loi trapèze : $\tau = 1.5$ sec .

L'impédance désirée :

$$M_d = 10 \text{ diag}[12, 12, 23, 1, 1, 1] ; B_d = 10 \text{ diag}[800, 800, 1800, 50, 50, 50] ;$$

$$K_d = \text{diag}[12500, 12500, 10000, 100, 100, 100].$$

Le régulateur adaptatif :

$$\begin{cases} \gamma_1 = 10^{-10} \\ \gamma_2 = 10^{-7} \\ \gamma_3 = 10^{-8} \\ \gamma_4 = 10^{-7} \end{cases} \quad \omega = 250 \text{ s}^{-1}$$

3.3.1. Surface représentée uniquement par une raideur

La raideur : $K_e = 40000 \text{ Nm}^{-1}$

3.3.1.1. Cas idéale : les frottements ne sont pas pris en compte, absence de frottements et de perturbations :

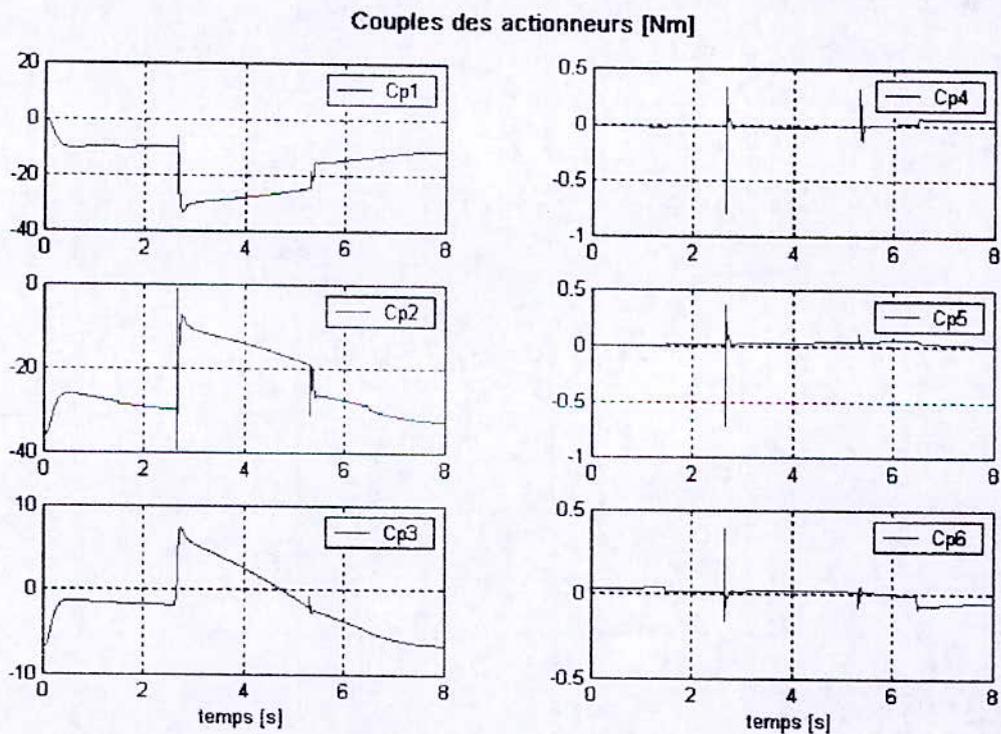


Figure 3.3.1.

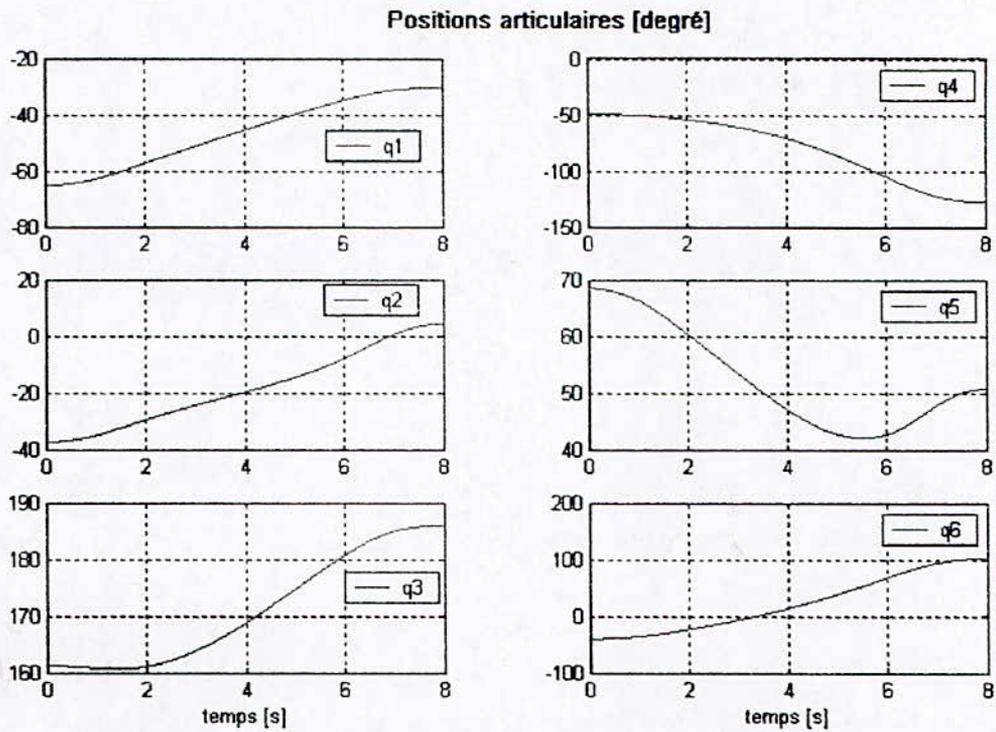


Figure 3.3.2.

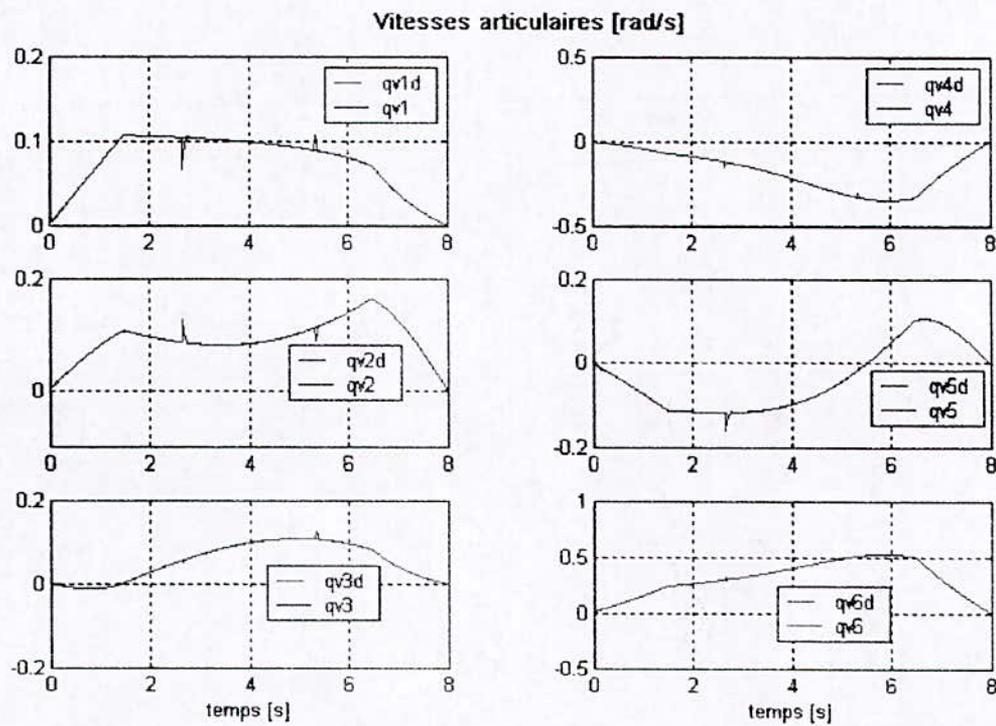


Figure 3.3.3.

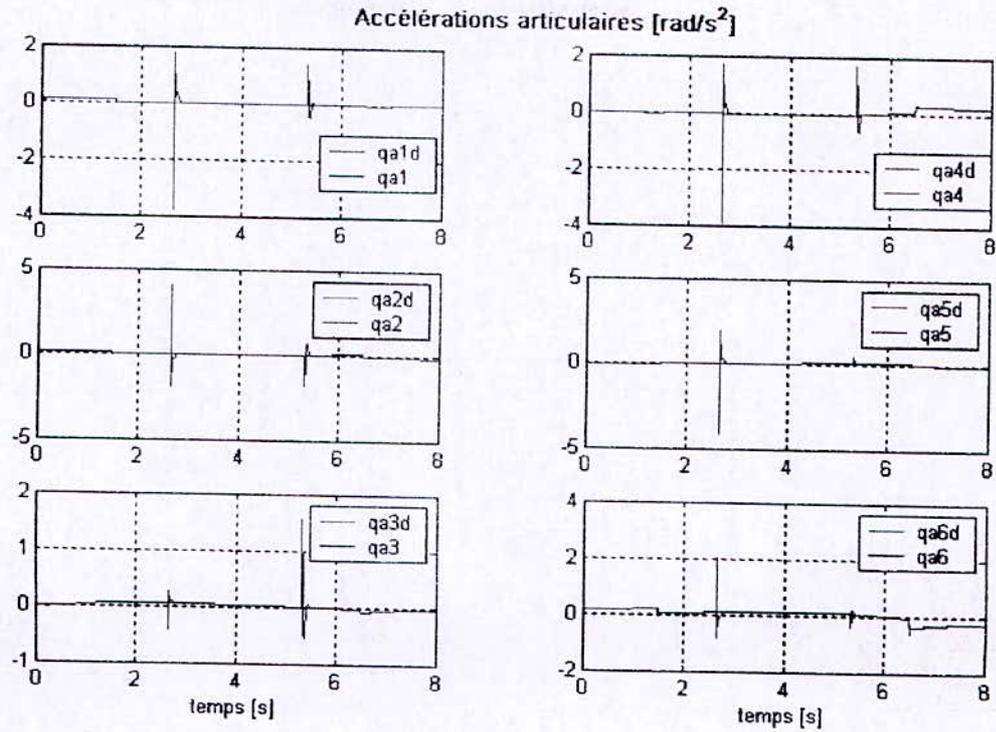


Figure 3.3.4.

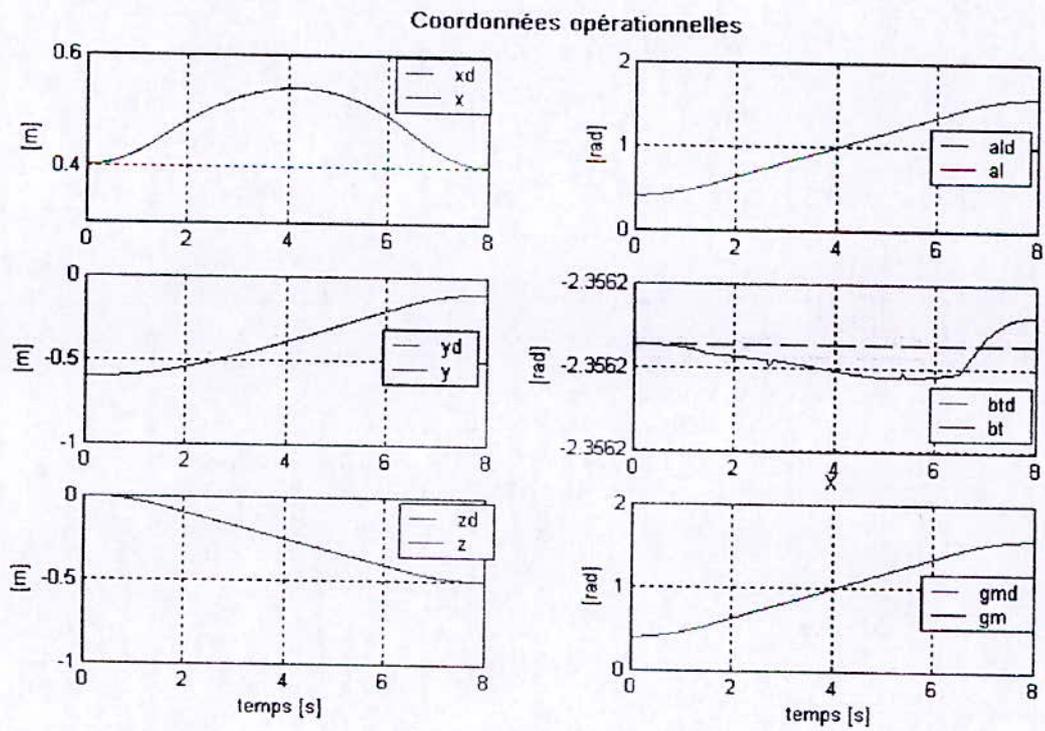


Figure 3.3.5.

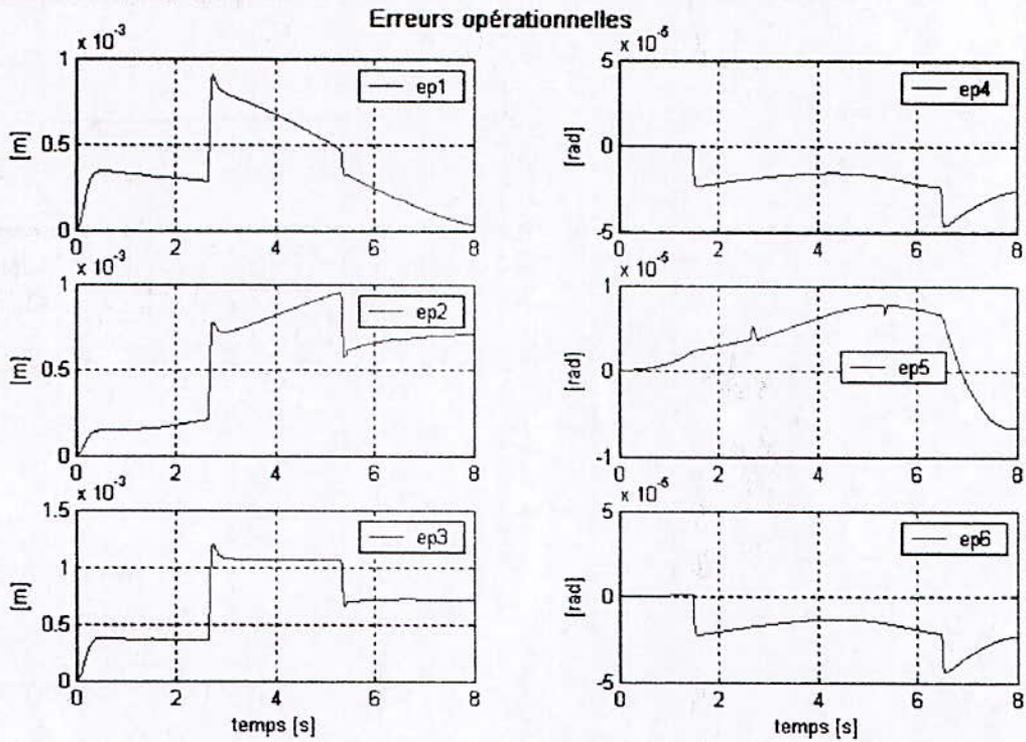


Figure 3.3.6.

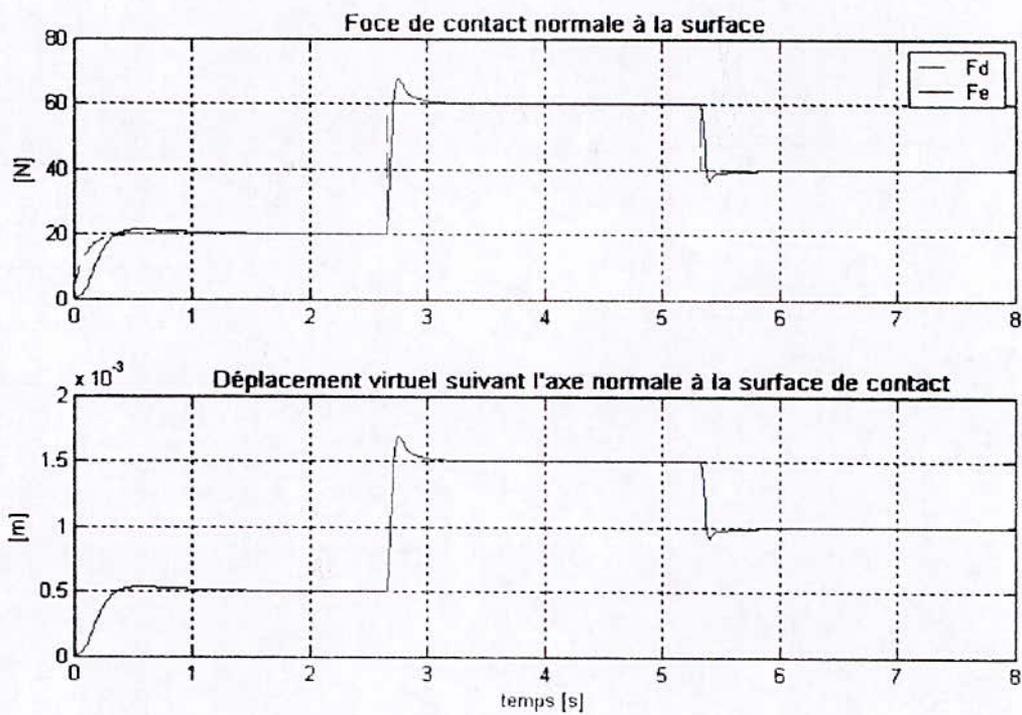


Figure 3.3.7.

3.3.1.2. Prises en compte des frottements, erreurs de modélisation de 50% et présence de perturbations :

Les frottements :

$$\begin{cases} F_s = [0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T \text{ Nm} \\ F_v = [0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T \text{ Nm} \end{cases}$$

La perturbation est un signal carré introduit sur l'accélération articulaires (signal de sortie du système), de magnitude égale à 0.3 rad/s^2 , à l'instant $t = 2 \text{ sec}$ et de durée égale à 1 sec .

Une erreurs de modélisation de 20% signifie que :

$$\begin{cases} \hat{A} = 1.2 A \\ \hat{H} = 1.2 H \end{cases}$$

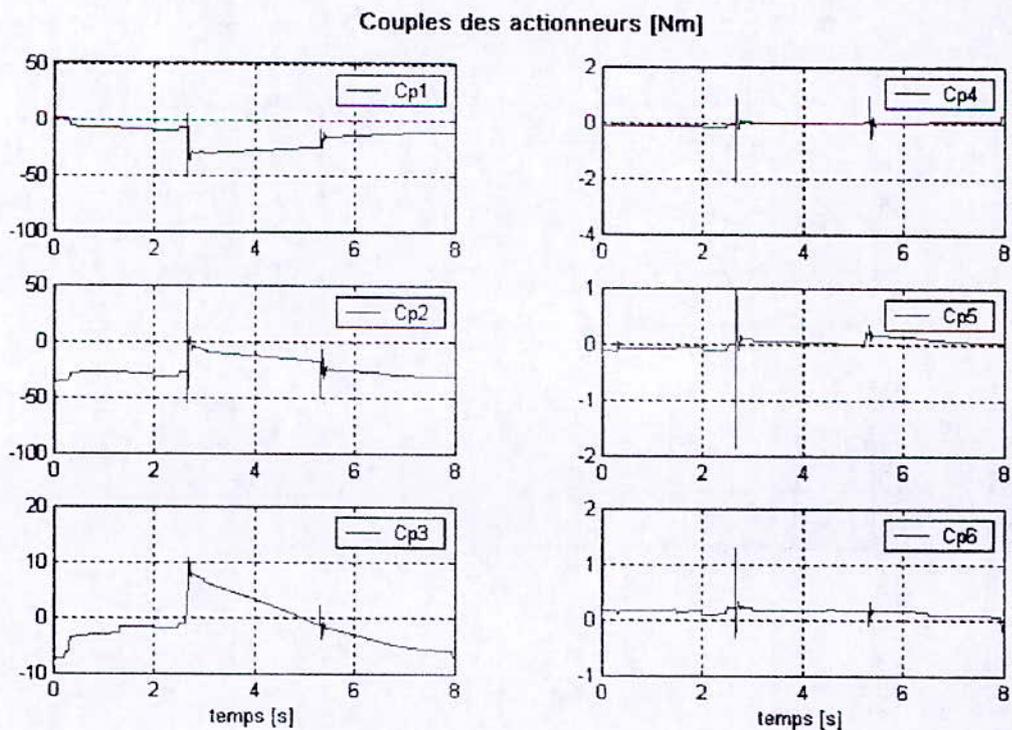


Figure 3.4.1.

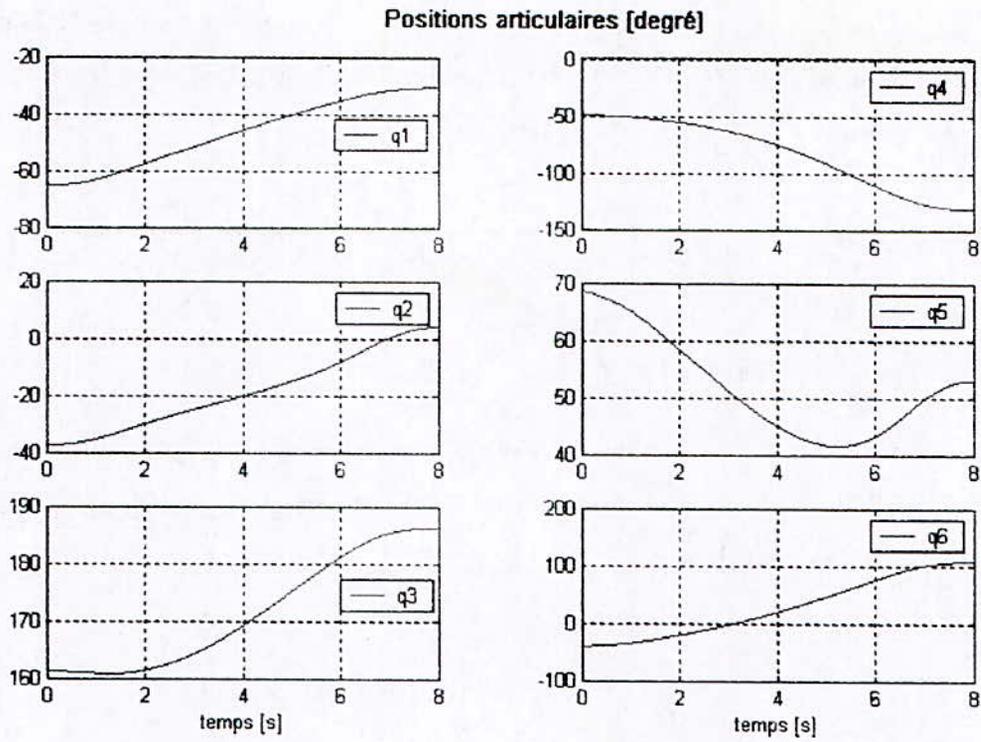


Figure 3.4.2.

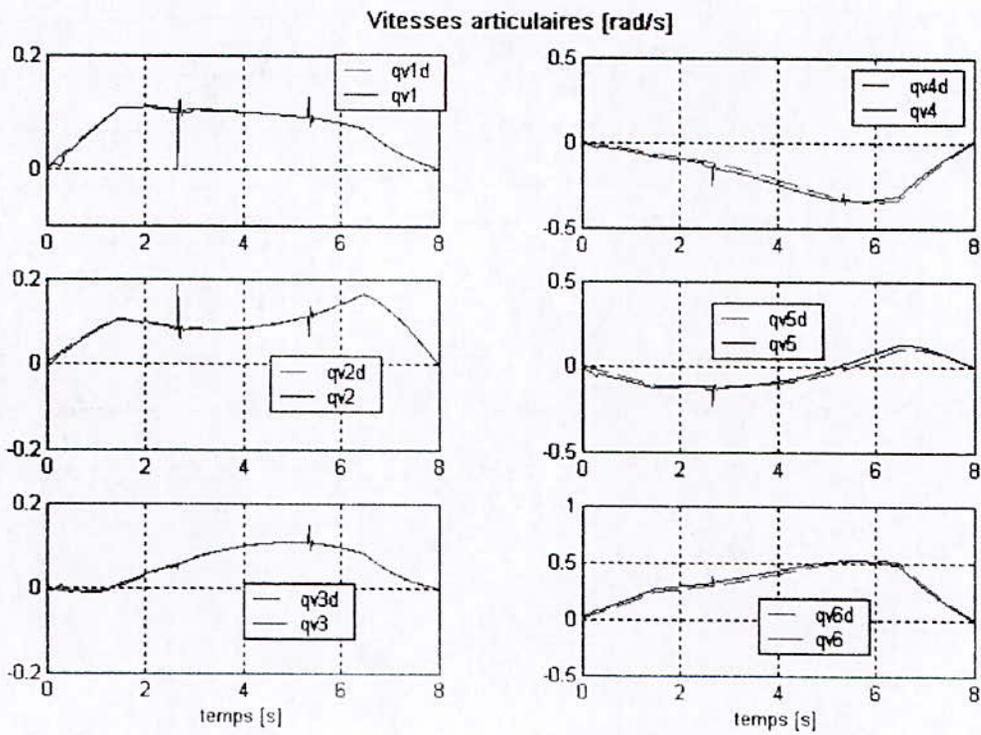


Figure 3.4.3.

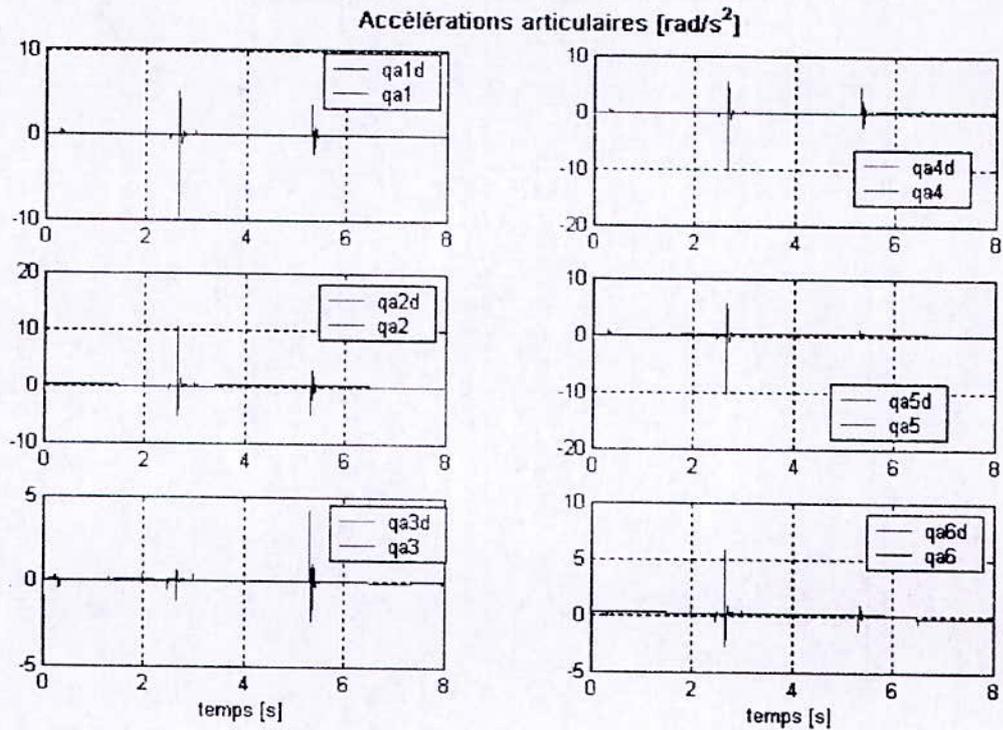


Figure 3.4.4.

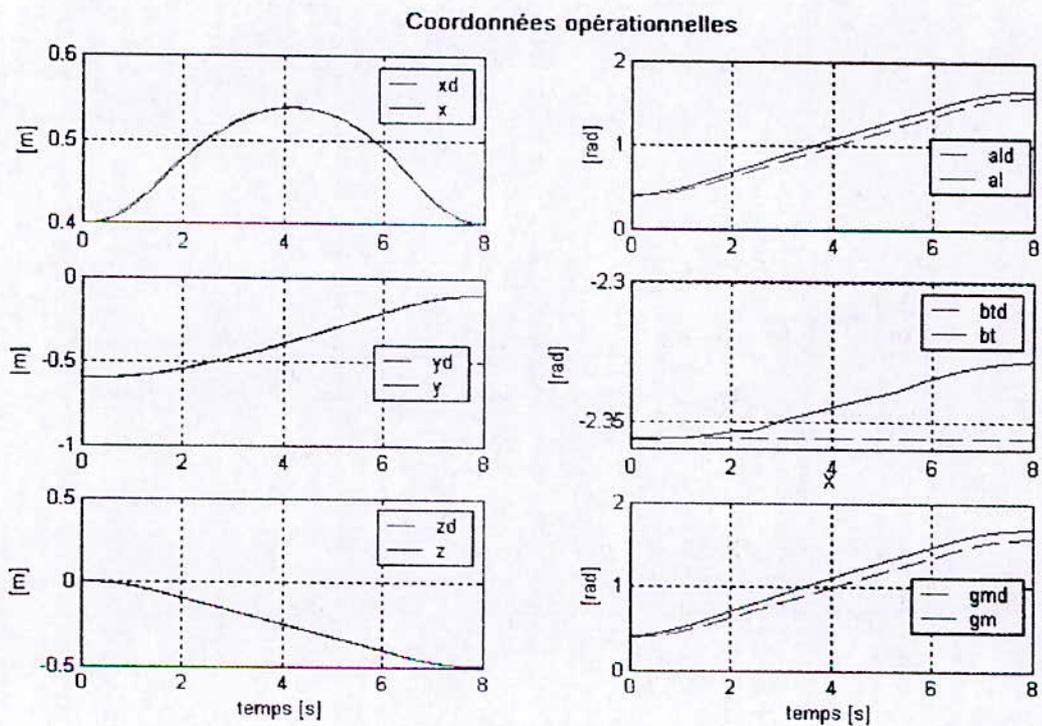


Figure 3.4.5.

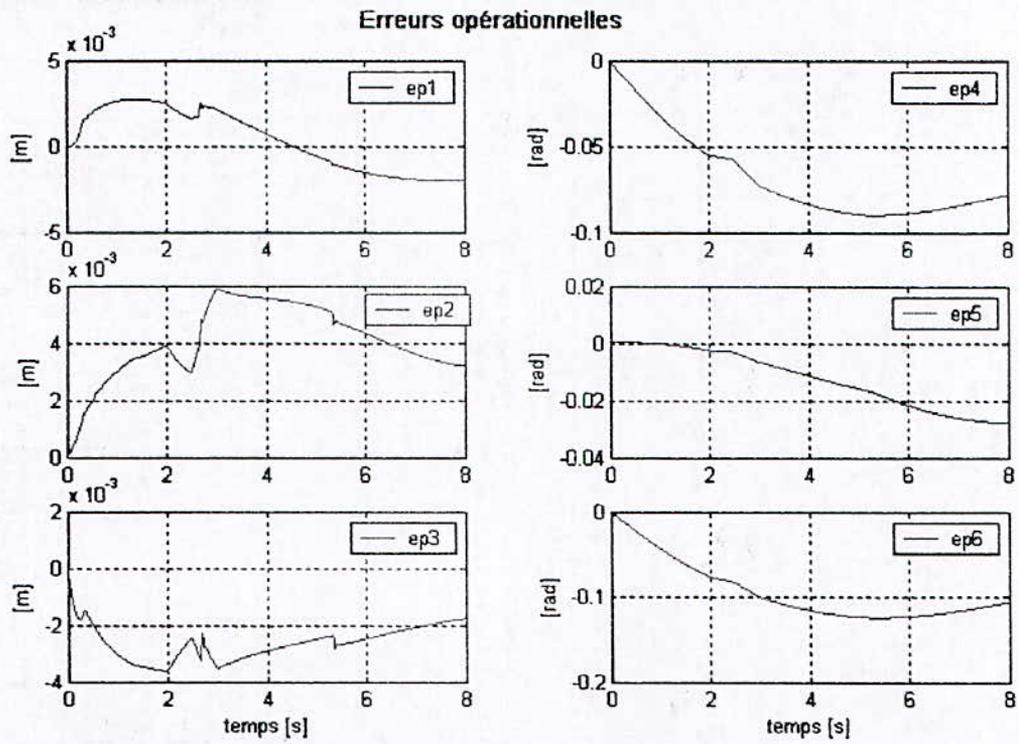


Figure 3.4.6.

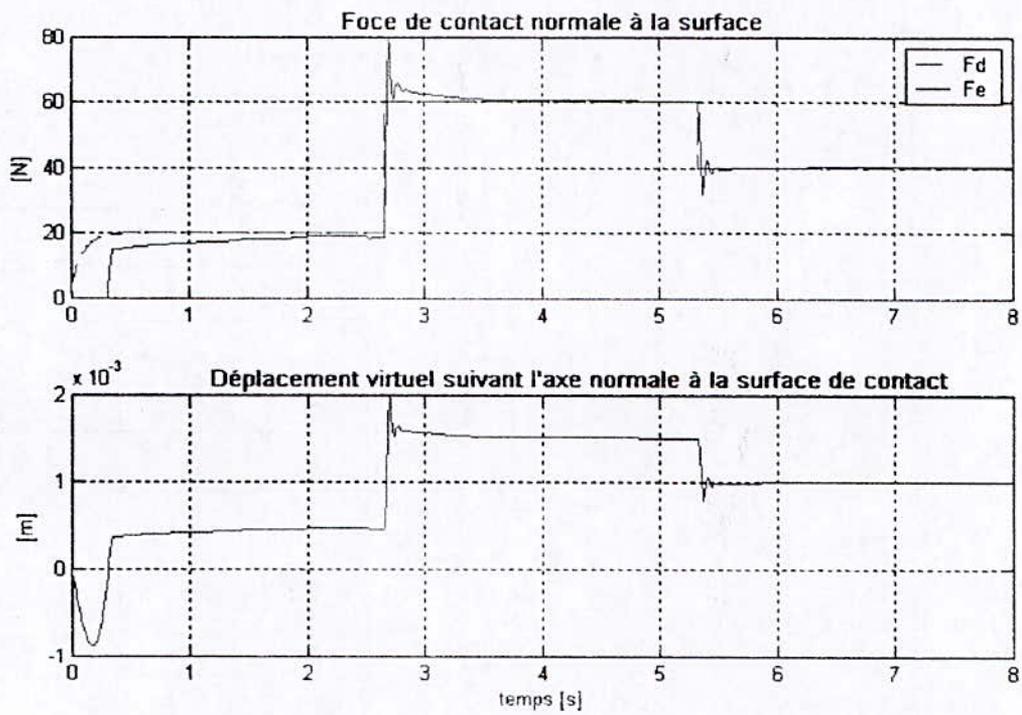


Figure 3.4.7.

3.3.2. Surface représentée par une masse, amortissement et une raideur

La une raideur $K_e = 40000 \text{ Nm}^{-1}$, un amortissement $B_e = 26 \text{ Nsm}^{-1}$ et une masse $M_e = 1.6 \text{ Kg}$.

3.3.2.1. Cas idéale : les frottements ne sont pas pris en compte, absence de frottements et de perturbations :

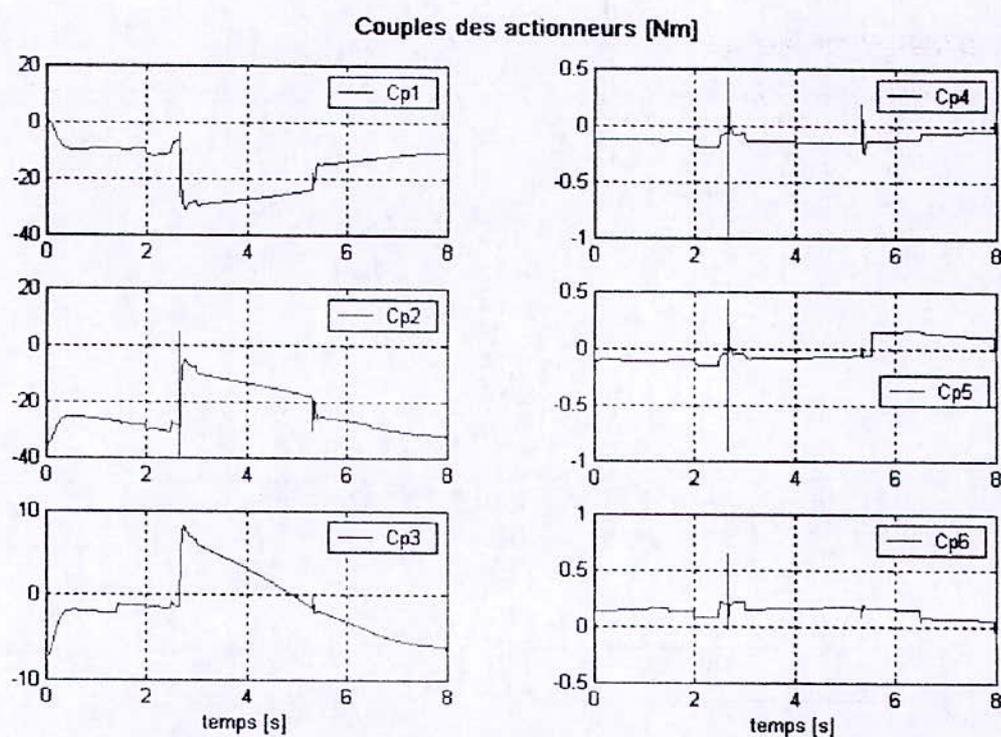


Figure 3.5.1.

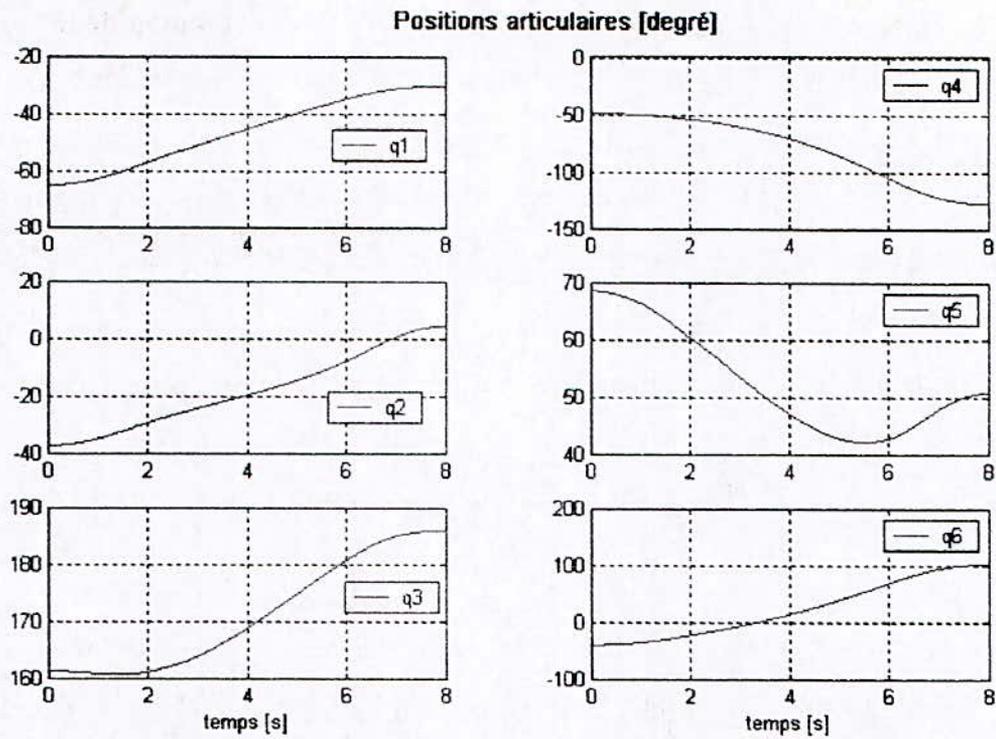


Figure 3.5.2.

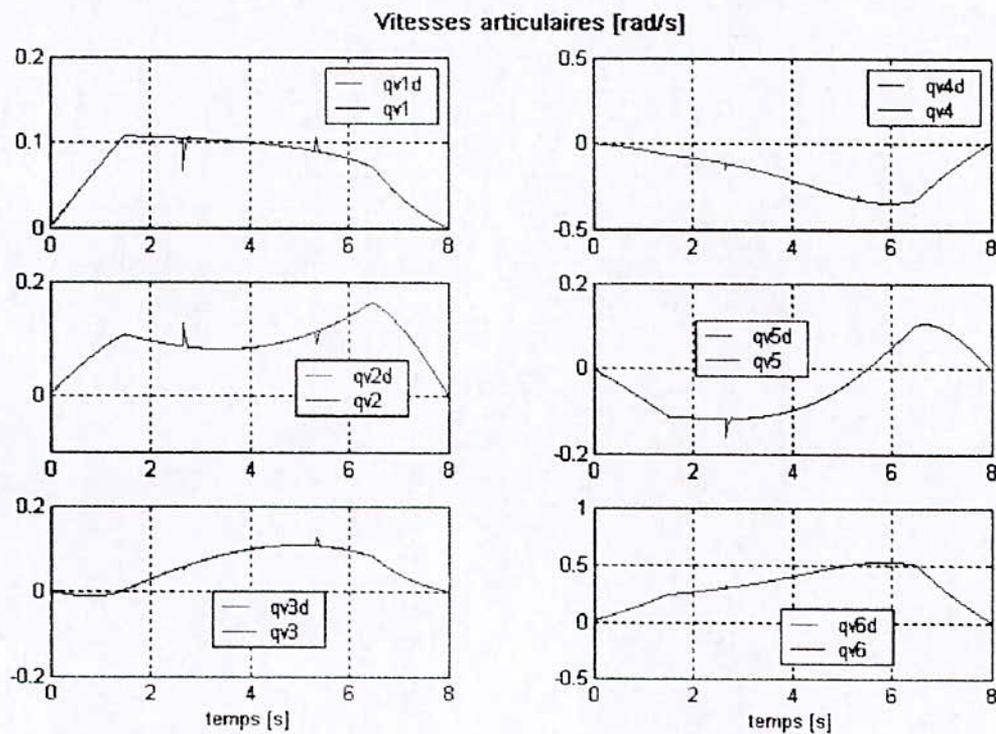


Figure 3.5.3.

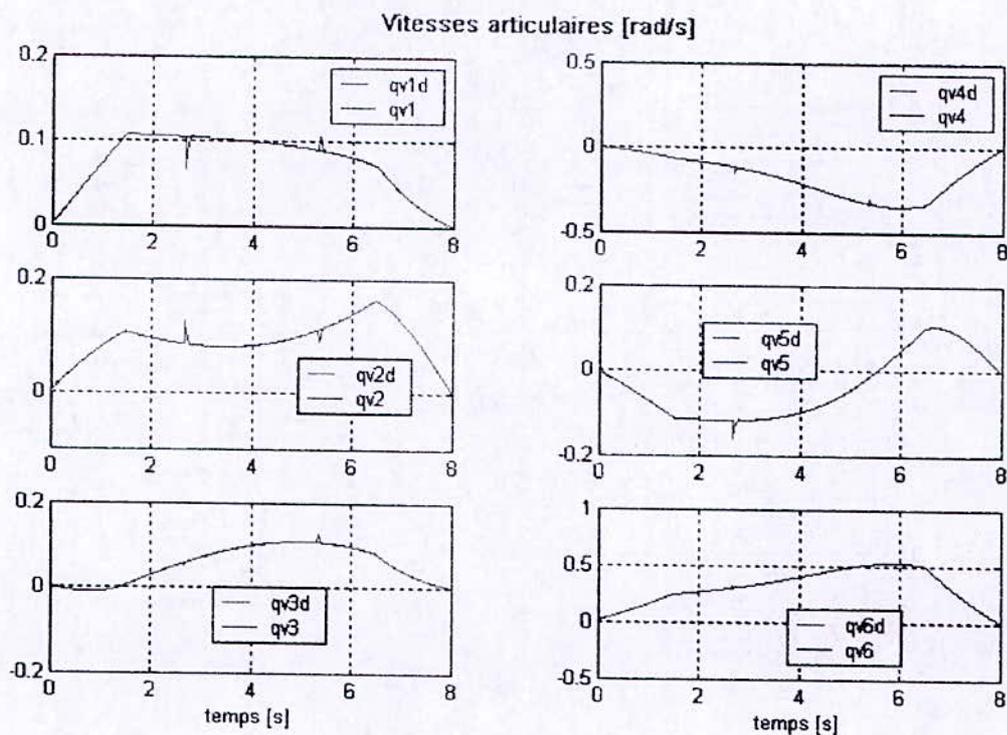


Figure 3.5.4.

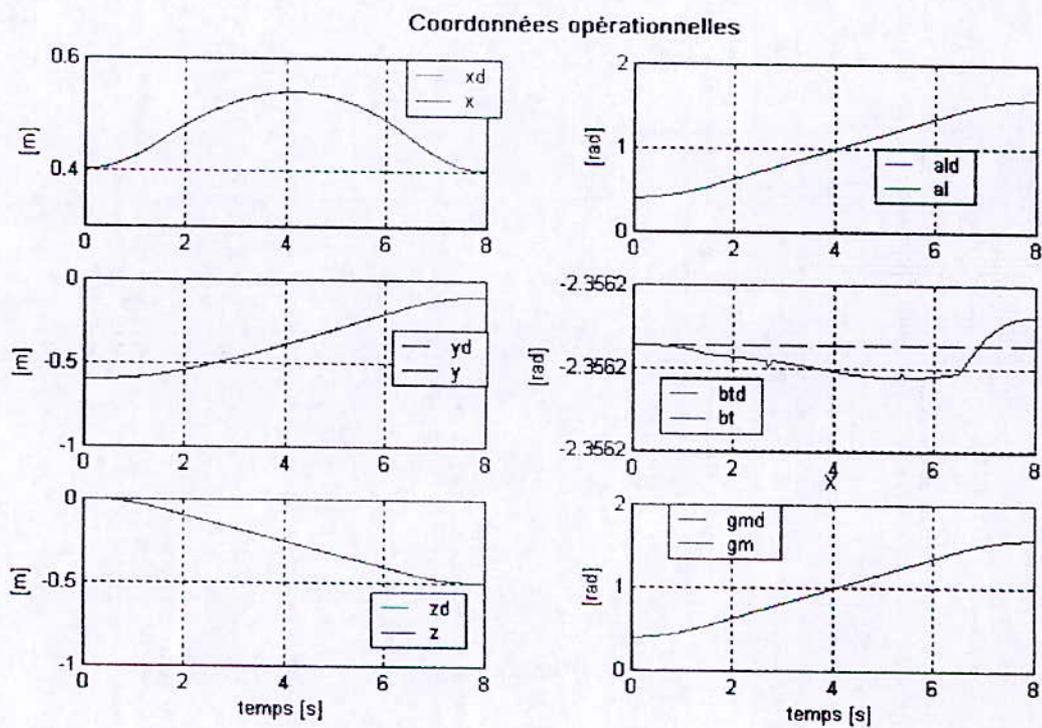


Figure 3.5.5.

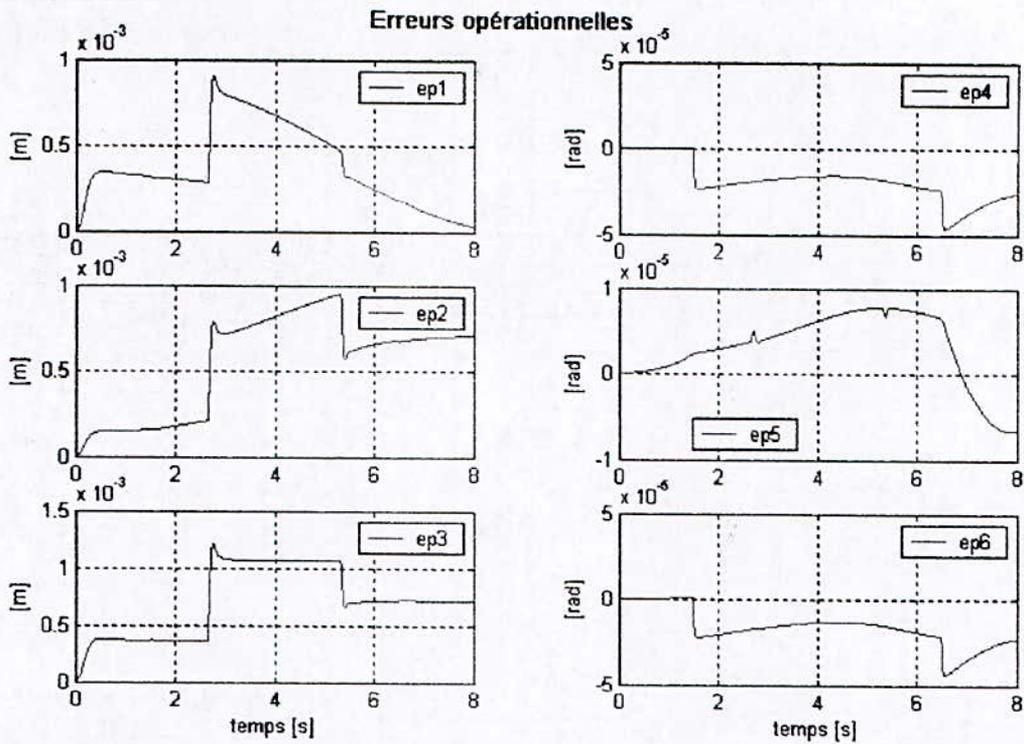


Figure 3.5.6.

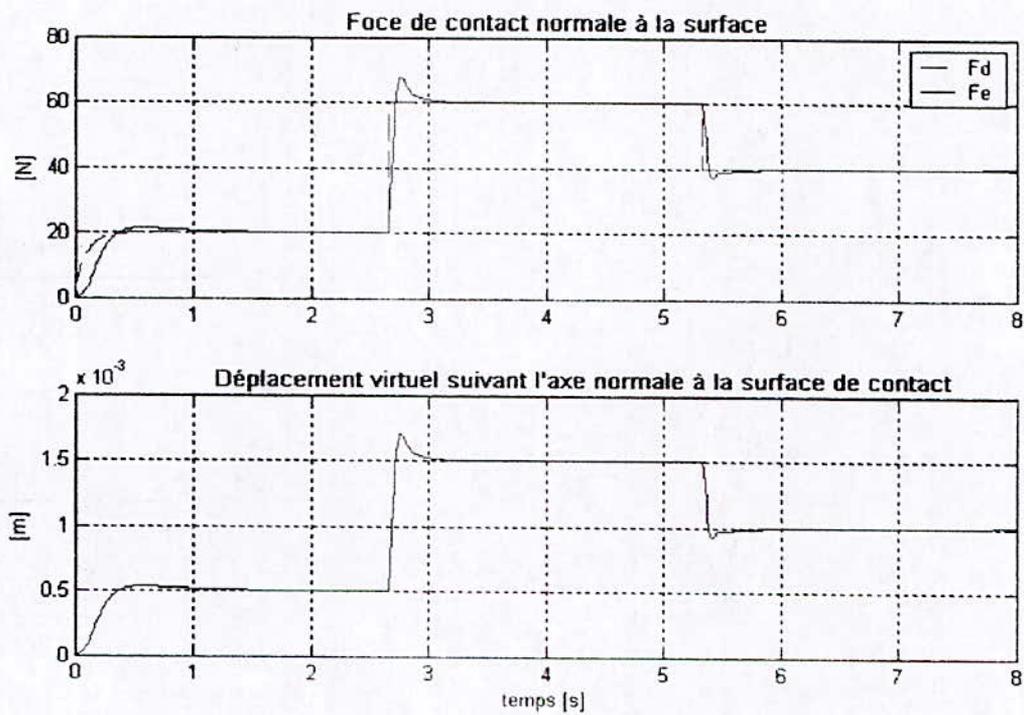


Figure 3.5.7.

3.3.2.2. Prises en compte des frottements, erreurs de modélisation de 20% et présence de perturbations :

Les frottements :

$$\begin{cases} F_s = [0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T \text{ Nm} \\ F_v = [0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T \text{ Nm} \end{cases}$$

La perturbation est un signal carré introduit sur l'accélération articulaires (signal de sortie du système), de magnitude égale à 0.3 rad/s^2 , à l'instant $t = 2 \text{ sec}$ et de durée égale à 1 sec .

Une erreurs de modélisation de 20% signifie que :

$$\begin{cases} \hat{A} = 1.2 A \\ \hat{H} = 1.2 H \end{cases}$$

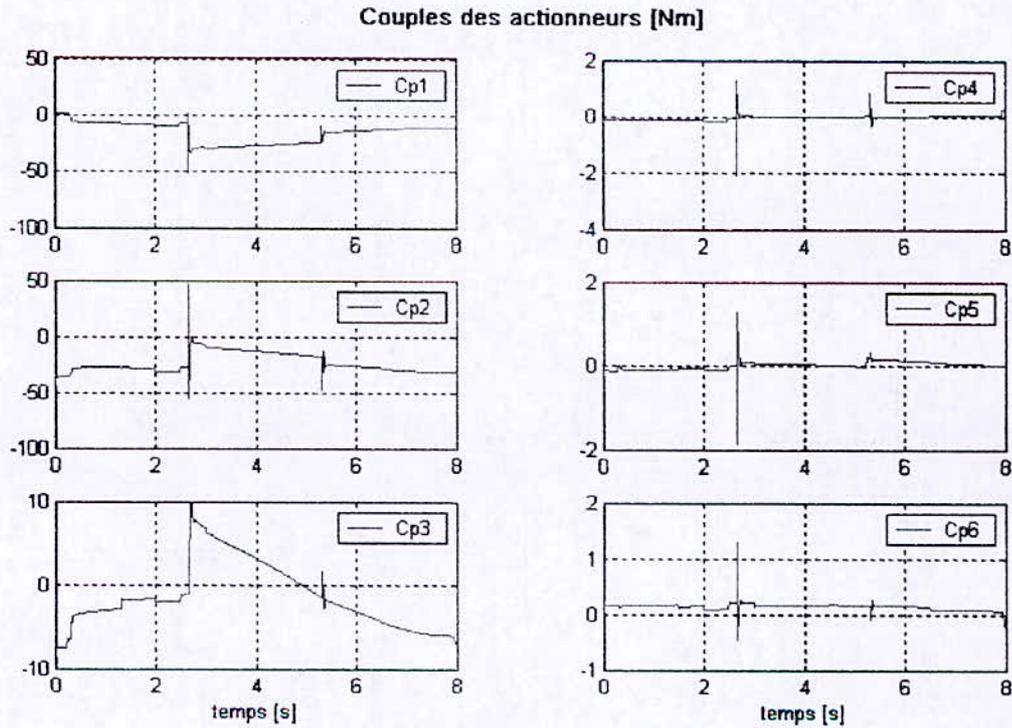


Figure 3.6.1.

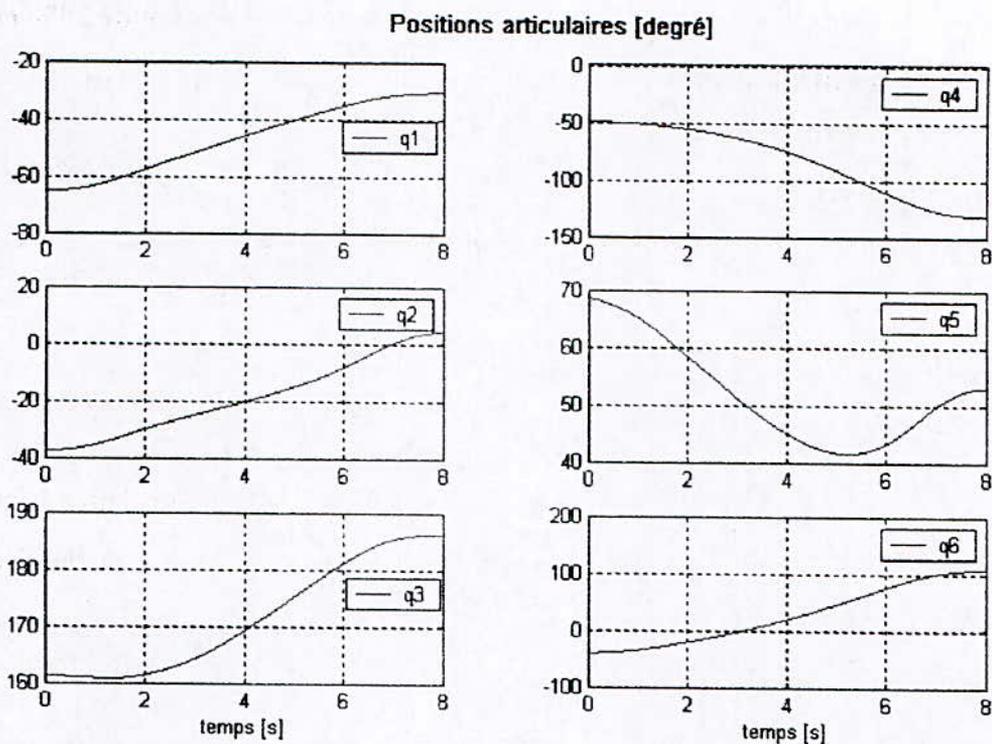


Figure 3.6.2.

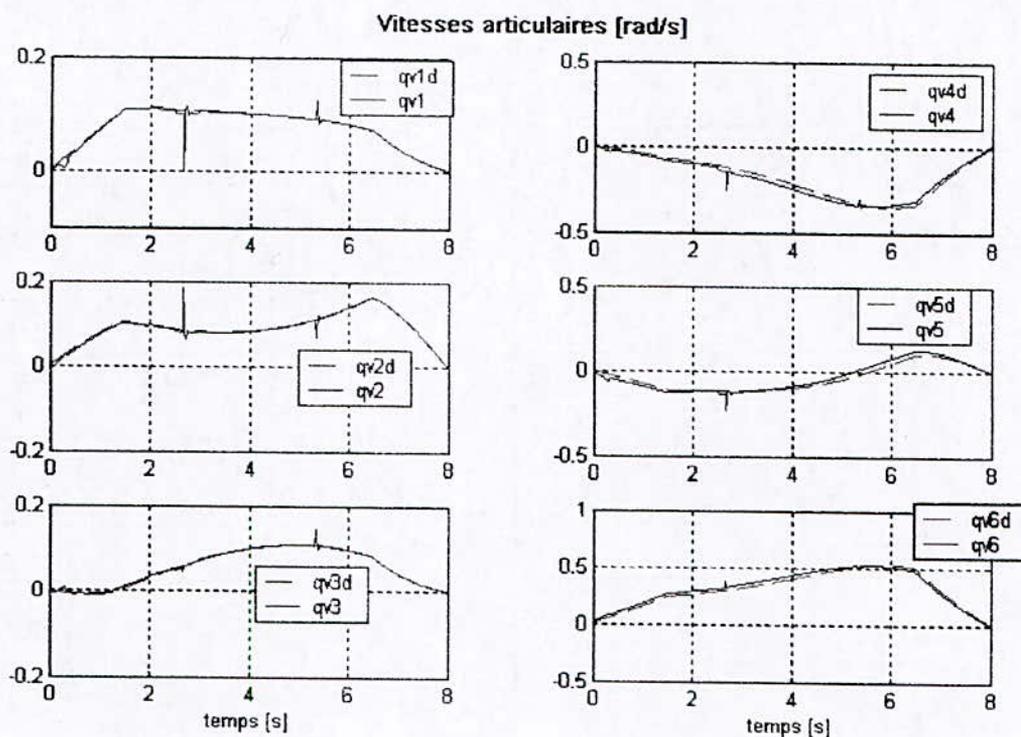


Figure 3.6.3.

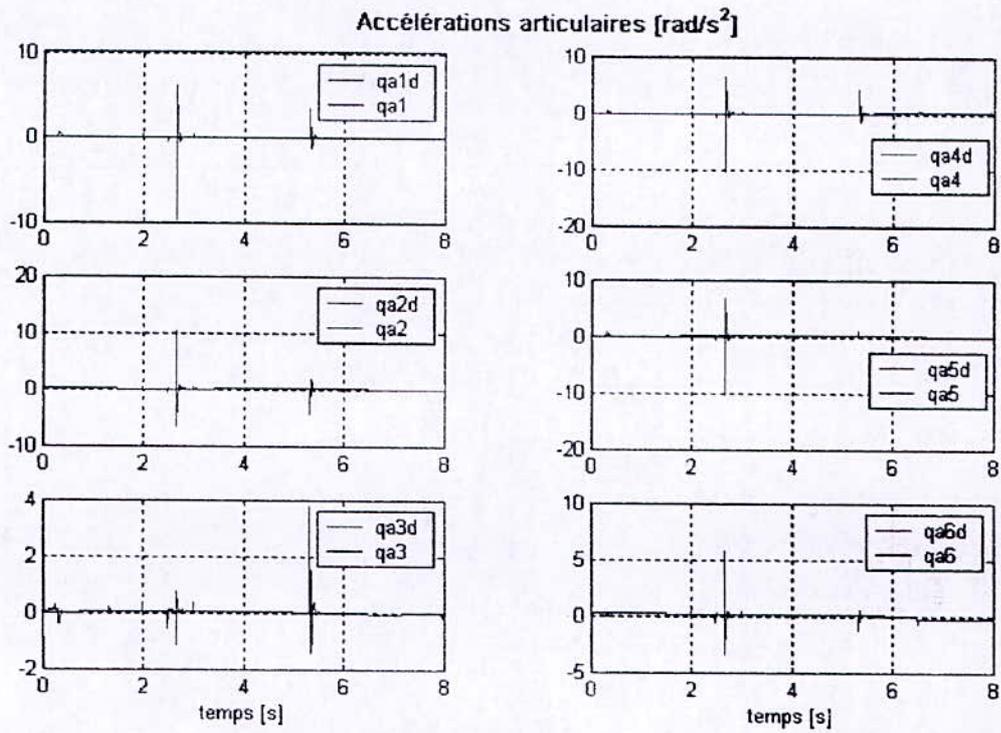


Figure 3.6.4.

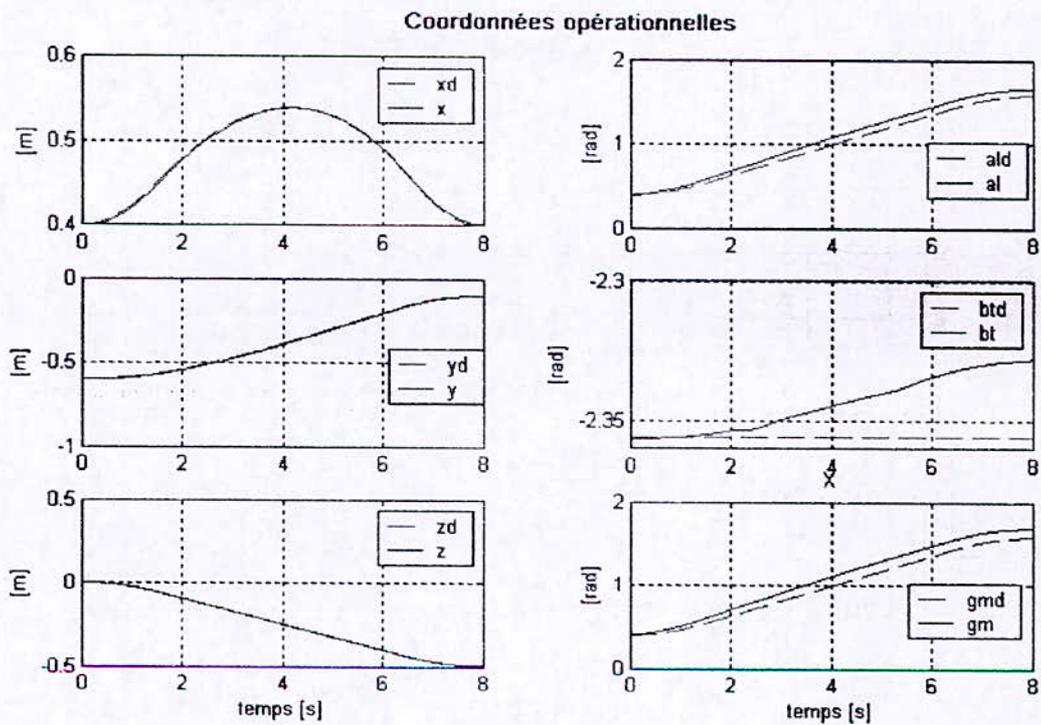


Figure 3.6.5.

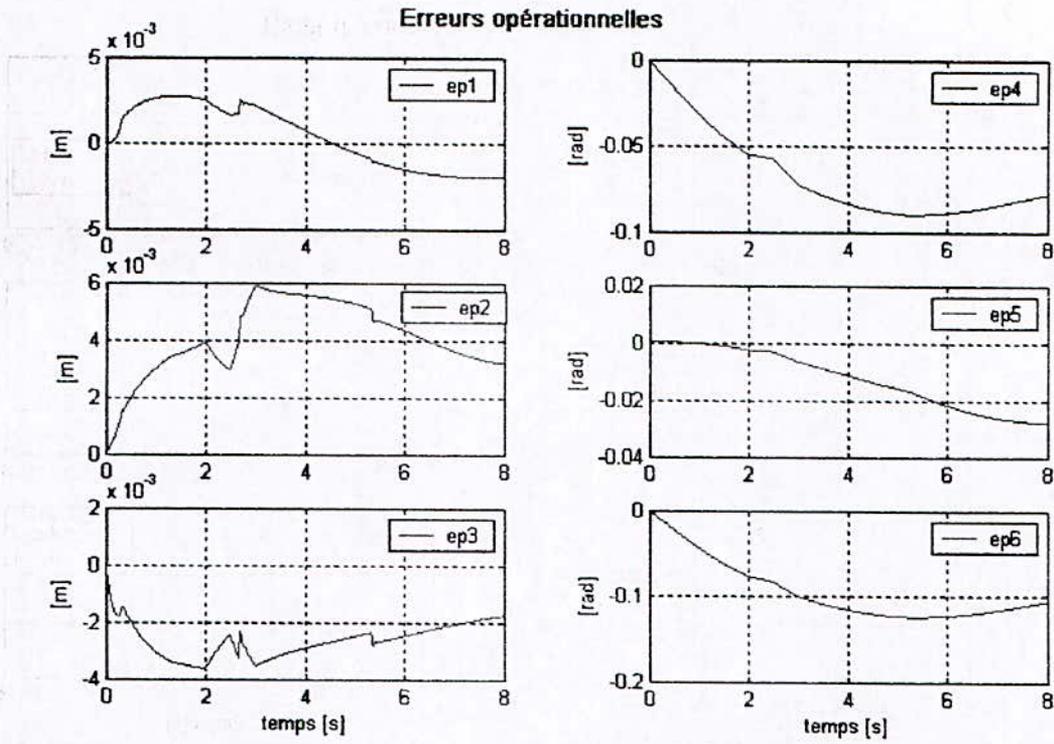


Figure 3.6.6.

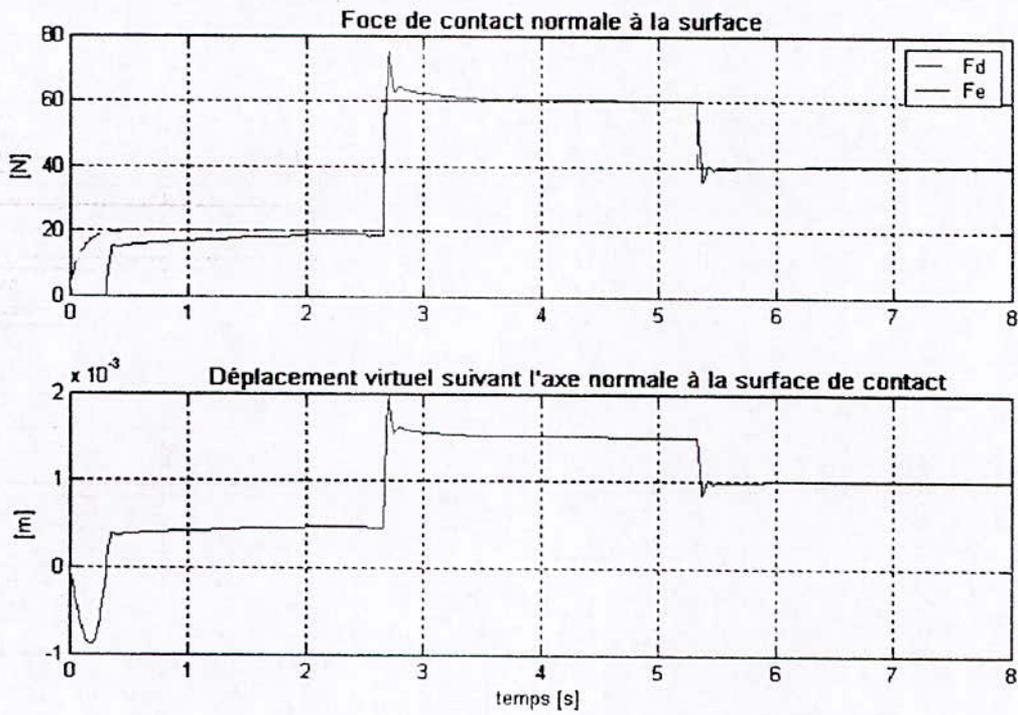


Figure 3.6.7.

3.3.2.3. Prises en compte des frottements, erreurs de modélisation de 20% et présence de perturbations , raideur sinusoïdale :

Avec les mêmes frottements et perturbations que précédemment.

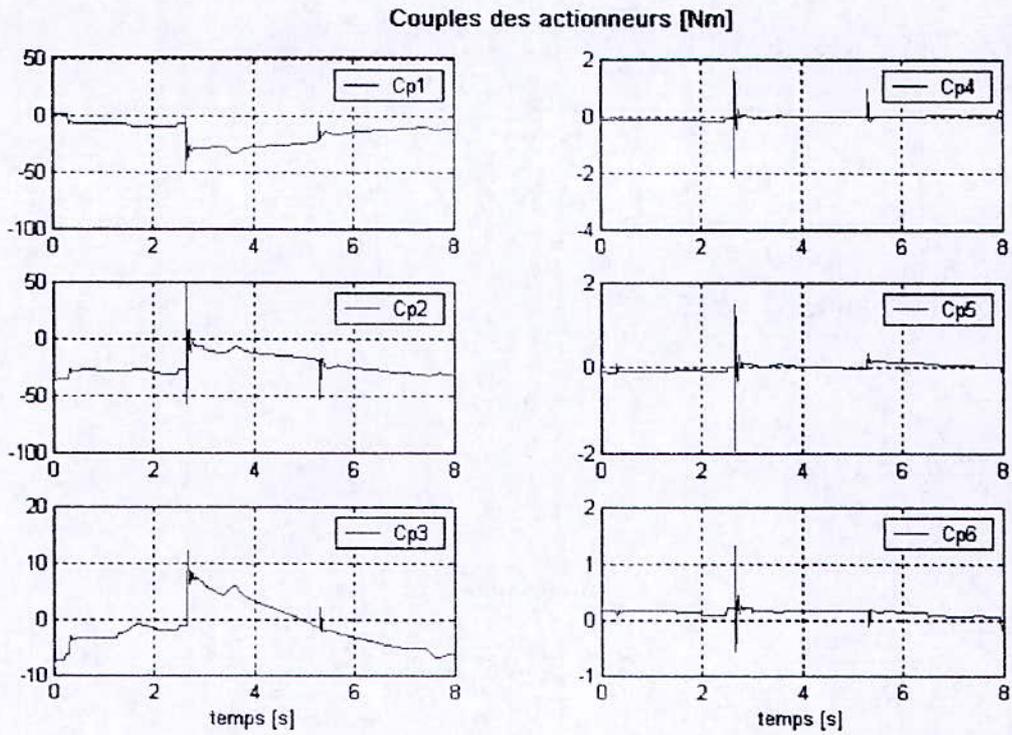


Figure 3.7.1.



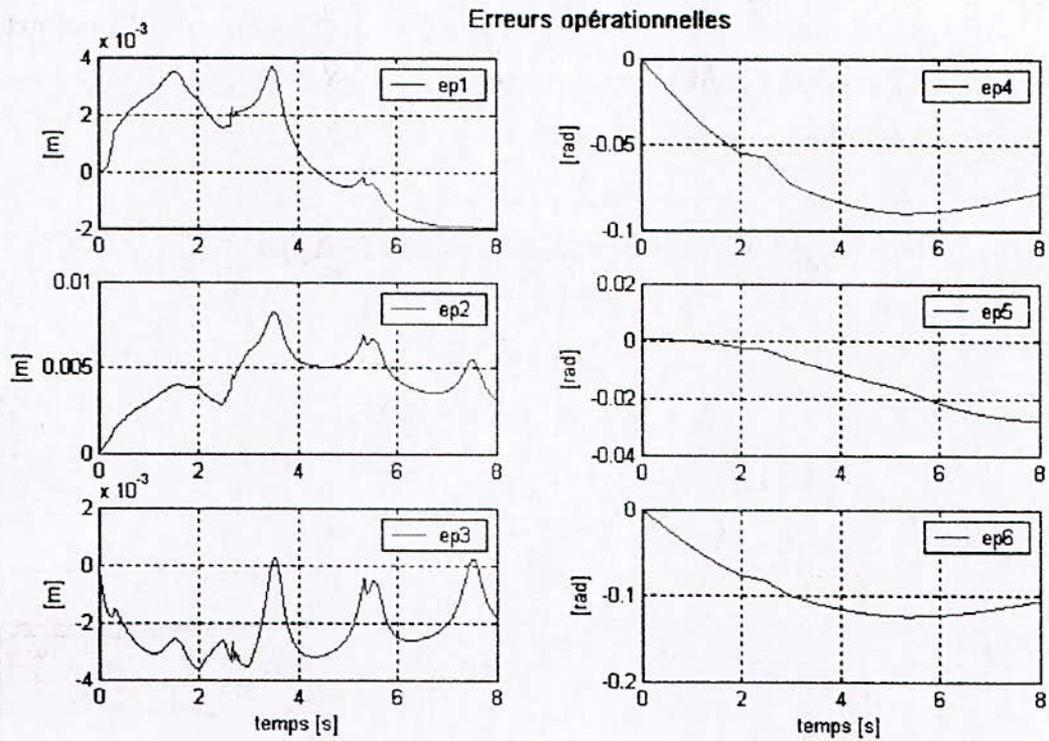


Figure 3.7.2.

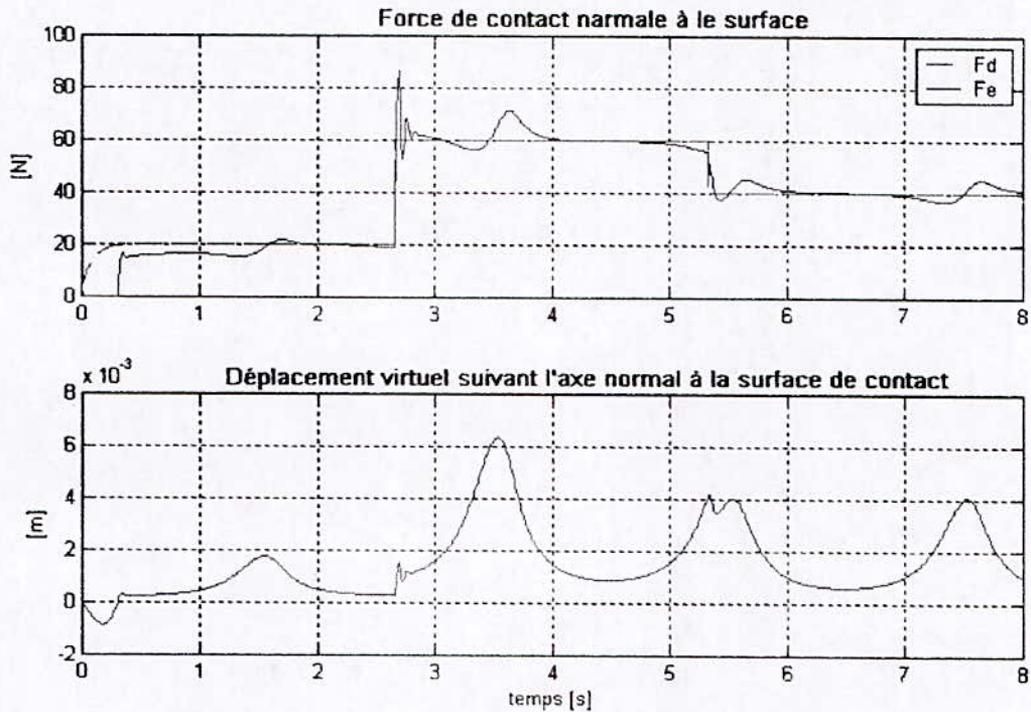


Figure 3.7.3.

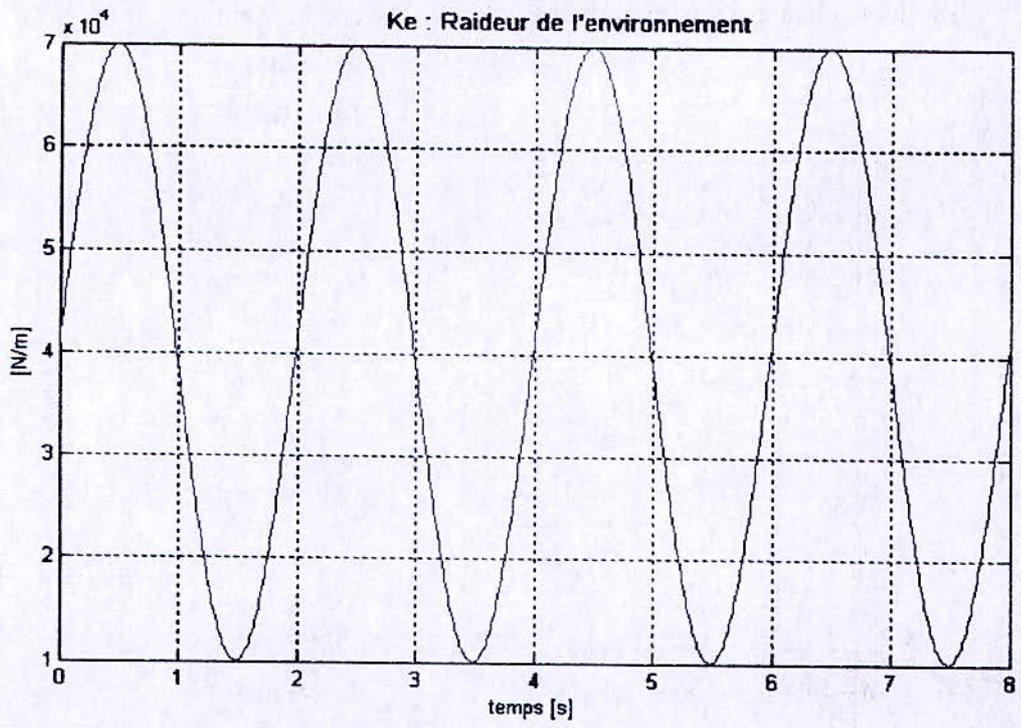


Figure 3.7.4. Variation de la raideur de l'environnement au long de la trajectoire.

3.3.2.4. Prises en compte des frottements, erreurs de modélisation de 20% et présence de perturbations , force sinusoïdale :

Avec les mêmes frottements et perturbations que précédemment.

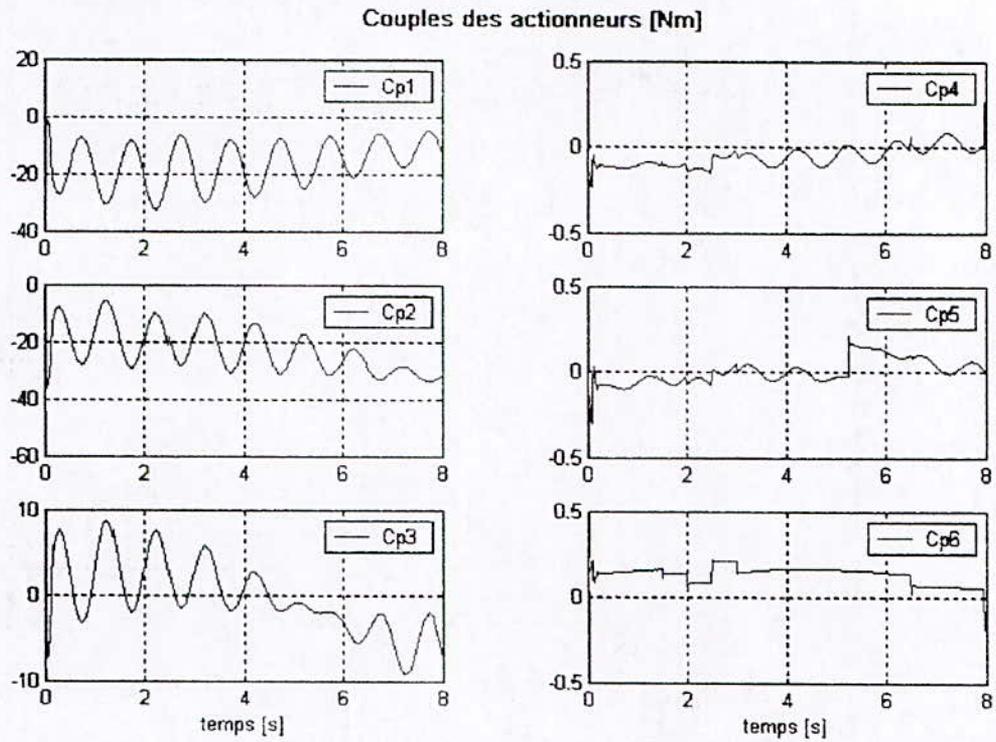


Figure 3.8.1.

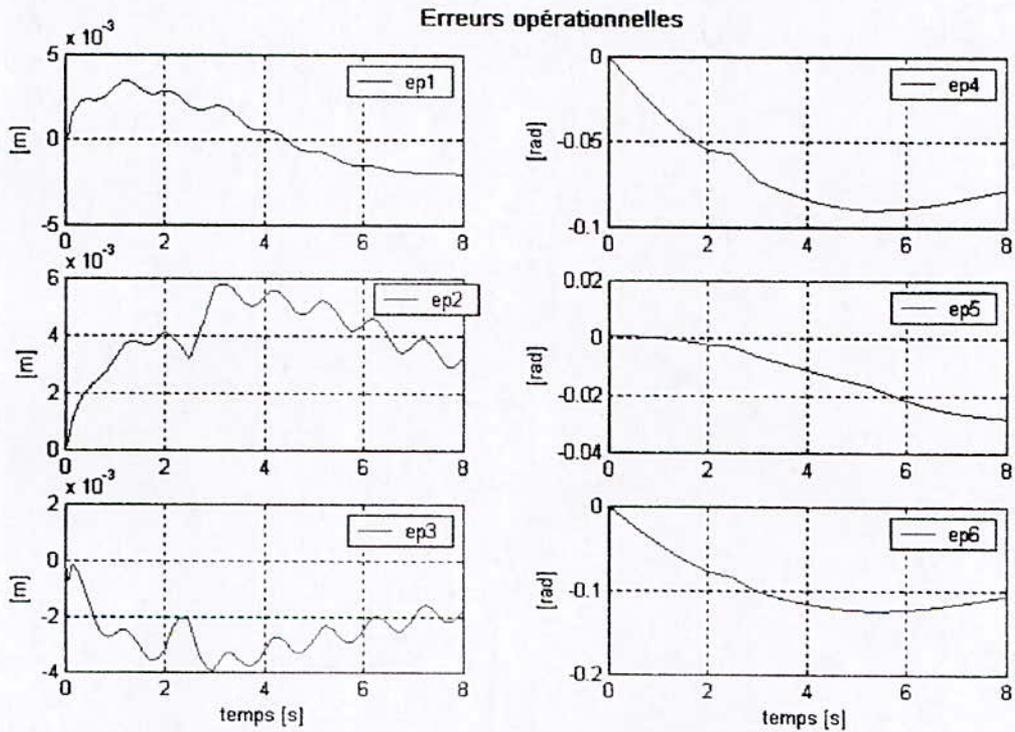


Figure 3.8.2.

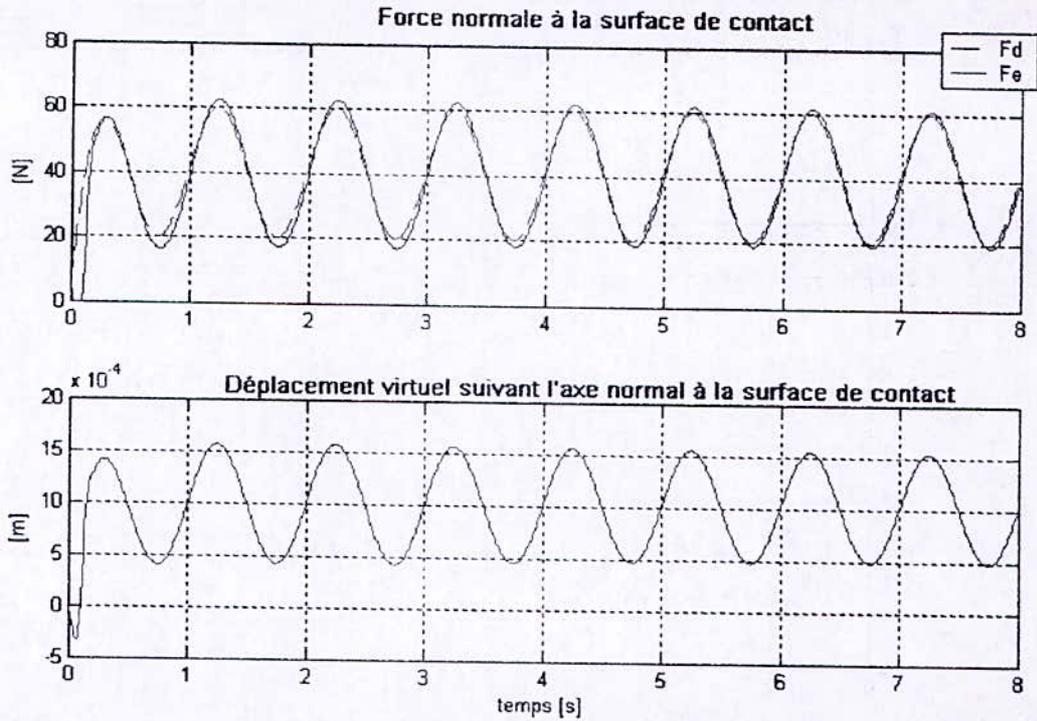


Figure 3.8.3.

3.3.2.5. Prises en compte des frottements, erreurs de modélisation de 20% et présence de perturbations , référence en force sinusoïdale , raideur sinusoïdale :

Avec les mêmes frottements et perturbations que précédemment.

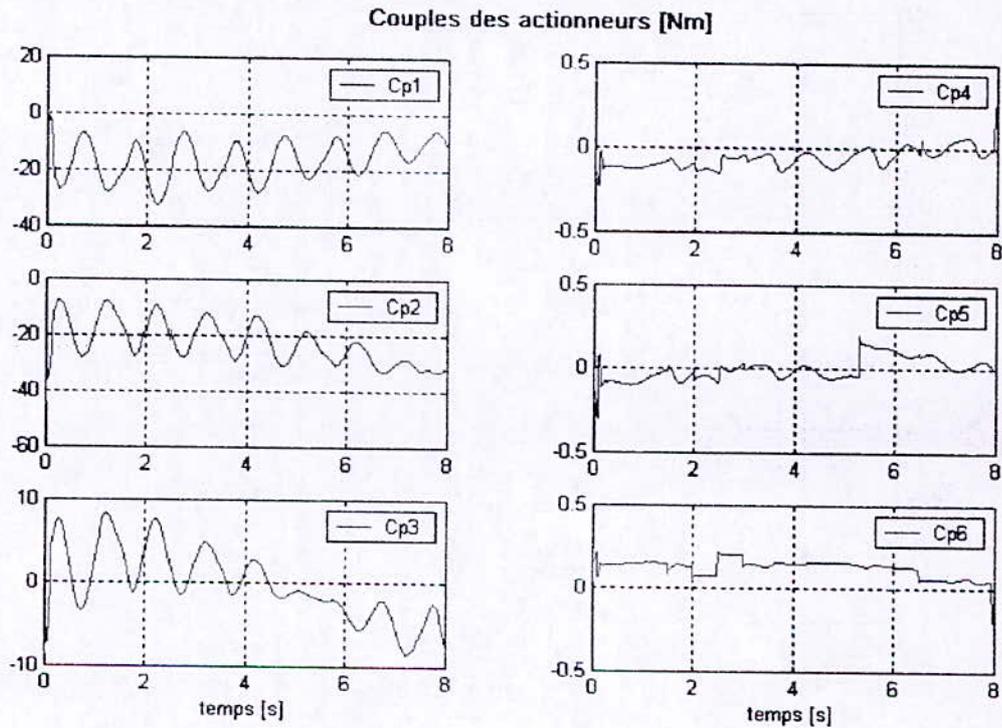


Figure 3.9.1.

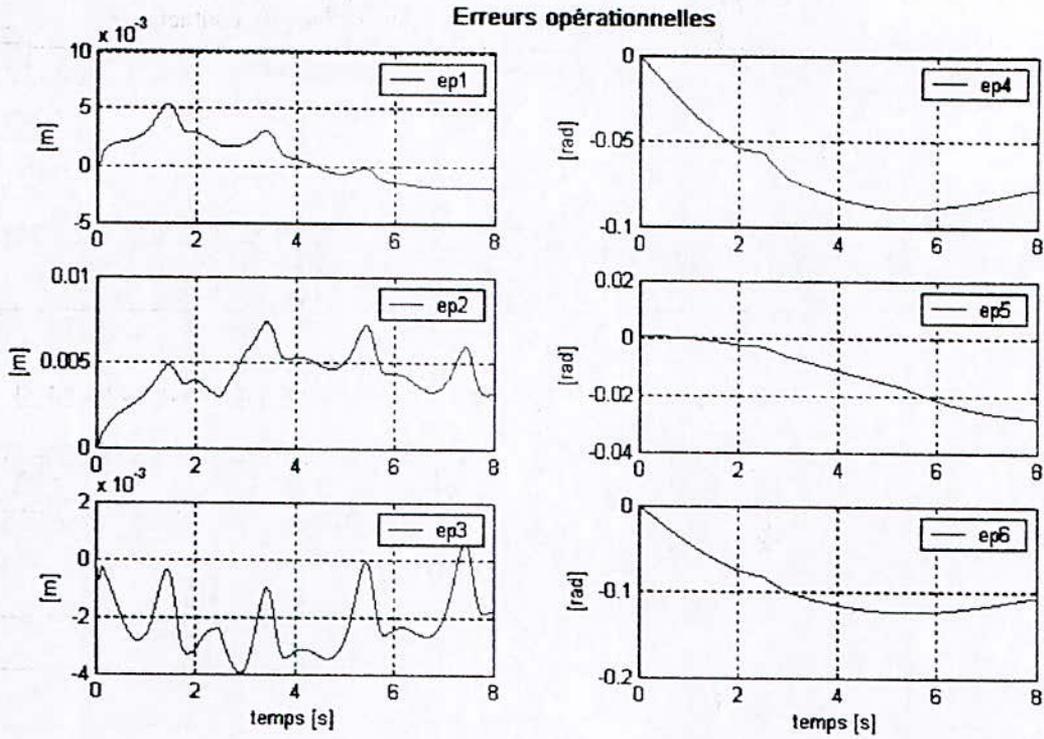


Figure 3.9.2.

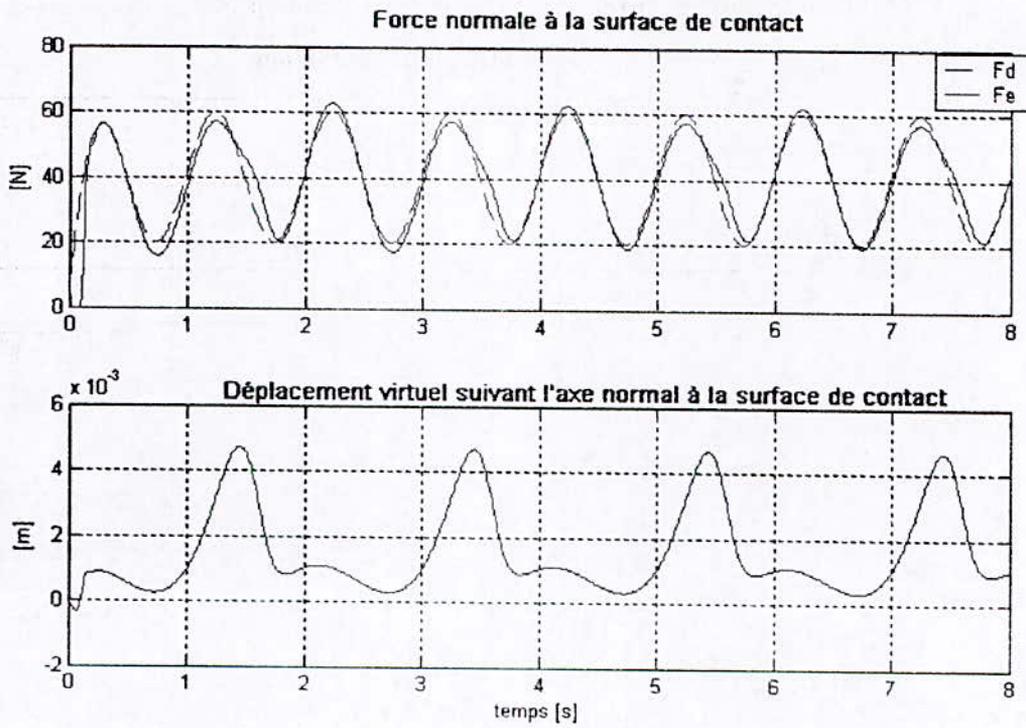


Figure 3.9.3.

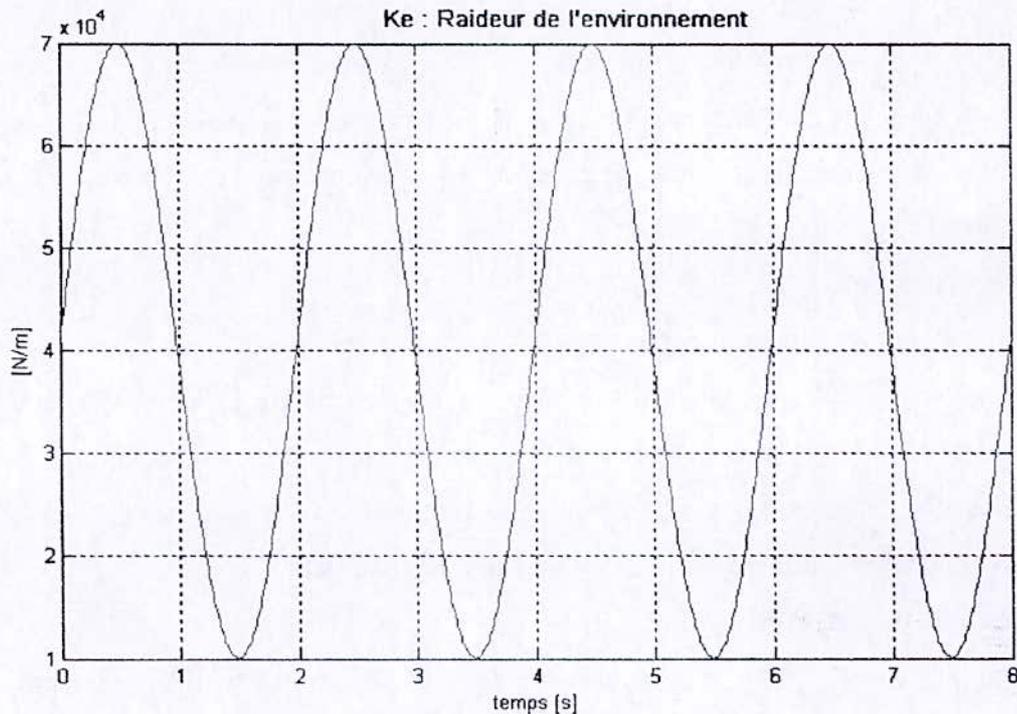


Figure 3.9.4. *Variation de la raideur de l'environnement au long de la trajectoire.*

3.4. Comparaison et Conclusion

Dans ce chapitre, a été traitée la commande en impédance adaptative. Les résultats obtenus valident notre étude permettant le développement de cette commande.

Cette commande représente une extension de la commande en impédance, utilisant la loi par découplage non linéaire dans l'espace opérationnel.

Ainsi, on a eu une bonne poursuite de la consigne en effort suivant l'axe normale à la surface de contact le long de la trajectoire conique définie dans l'espace tridimensionnel en utilisant la commande en impédance adaptative.

En terme de poursuite, la commande en impédance adaptative permet une bonne poursuite de la consigne en effort, mais elle ne tolère des erreurs de modélisation au de las de 40% et exige une connaissance parfaite de la position de l'environnement de l'ordre de quelques

centimètre. De plus, cette commande assure une bonne poursuite en force/position lorsque la pointe du robot est en contact avec un environnement dont la raideur est variable.

Aussi, pour cette commande, la présence de perturbations ou erreurs de modélisation affectent principalement l'orientation comparé au positionnement de l'effecteur et la poursuite en force.

Si on comparait cette commande avec la commande hybride externe, développée dans le chapitre 2, il est clair que cette dernière est la plus robuste aux erreurs de modélisation et aux perturbations, et de plus elle n'exige pas une bonne connaissance de la position initiale de l'environnement. Ajoutés à cela, la commande hybride externe est la plus facile à implémenter et demande un temps de calcul relativement faible.

Par contre, la commande en impédance adaptative assure une meilleure poursuite en force, assurant, ainsi, une erreur statique en force faible comparée à celle assurée par la commande hybride externe. De plus, dans un environnement dont la raideur est variable, la commande en impédance adaptative s'est montrée la plus efficace, assurant, ainsi, une meilleure poursuite en force/position.

On n'a pas traité le problème de l'impacte, qui se produit lors de l'entrée en contact de la pointe du robot avec la surface de l'environnement. Néanmoins, ce fait peut être minimisé lorsque le robot atteint la surface de contact avec une vitesse très faible (quasi nulle).

Conclusion générale

Dans ce travail, a été présentée la commande en force/position du Robot PUMA 560 dans l'espace tridimensionnel en faisant appel à une mesure explicite de l'effort.

Tout d'abord, a été déterminée la trajectoire à suivre par la pointe du robot, définie dans l'espace 3D, et sa génération en faisant appel à la loi trapèze. Une commande a été développée pour réaliser la poursuite dans l'espace libre. Des tests par simulation ont été réalisés, validant, ainsi, l'étude que j'ai faite jusqu'ici.

Ensuite, ont été développées les lois de commande pour réaliser l'interaction entre le robot et son environnement, là, où la pointe du robot doit exercer une force désirée, normale à la surface de contact. Pour ce fait, les commandes en effort développées sont : la commande en impédance, la commande hybride externe et la commande en impédance adaptative. En achevant chaque partie, après avoir développer une loi de commande en effort, par des tests de simulation sur le robot PUMA 560, démontrant, ainsi, la validité de ce travail. Les résultats de simulation de ces lois de commande dans le cas du robot PUMA 560 ont permis de valider leur faisabilité.

Toutes les commandes développées dans ce travail utilisent la loi par découplage non linéaire avec asservissement PD dans l'espace opérationnel.

Pour la commande en impédance adaptative, j'ai proposé un modèle de référence sur l'erreur en force, lui attribuant une fonction de Lyapunov particulière, permettant, ainsi, de synthétiser les régulateurs adaptatifs.

Ce modèle de référence, est choisi, de manière à faciliter la recherche de la fonction de Lyapunov.

Je n'ai pas abordé en détail le problème de la stabilité des commandes présentées dans ce mémoire.

Le problème ouvert dans ce travail, est celui des transitoires lorsque le robot entre en contact avec l'environnement (impacts). Mais, ce phénomène peut être négligé lorsque le robot entre en contact avec une vitesse quasi nulle.

ANNEXES

Annexe A

Transformations Mathématiques

A.1. Transformations Homogènes [Paul 81]

A.1.1. Transformations des repères

La transformation, translation et/ou rotation, qui amène le repère $\{R_i\}$ au repère $\{R_j\}$ (figure) est définie par la matrice ${}^i T_j$, appelée matrice de transformation homogène, de dimension (4x4), telle que :

$${}^i T_j = \begin{bmatrix} {}^i s_j & {}^i n_j & {}^i a_j & {}^i P_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x & P_x \\ s_y & n_y & a_y & P_y \\ s_z & n_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

où ${}^i s_j$, ${}^i n_j$ et ${}^i a_j$ désignent respectivement les vecteurs unitaires suivant les axes X_j , Y_j et Z_j du repère $\{R_j\}$ exprimés dans le repère $\{R_i\}$ et où ${}^i P_j$ est le vecteur exprimant l'origine du repère $\{R_j\}$ dans le repère $\{R_i\}$.

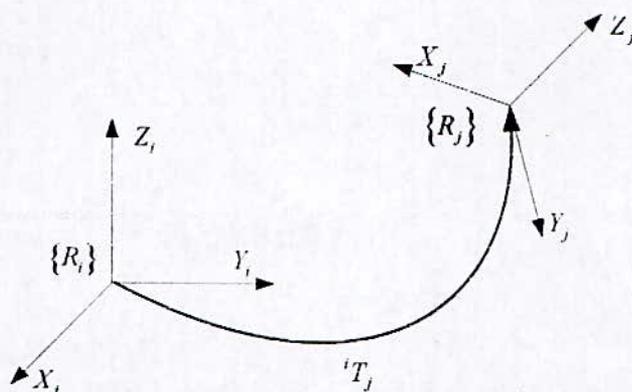


Figure A.1. Transformations des repères

On dit également que la matrice ${}^i T_j$ définit le repère $\{R_j\}$ dans le repère $\{R_i\}$. On note souvent la matrice de transformation définie par (A.1) sous forme d'une matrice partitionnée :

$${}^i T_j = \begin{bmatrix} {}^i R_j & {}^i P_j \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^i s_j & {}^i n_j & {}^i a_j & {}^i P_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

A.1.2 Quelques propriétés

$$({}^i R_j)^{-1} = ({}^i R_j)^T \quad (\text{A.3})$$

$${}^i T_j = {}^i T_A {}^A T_j \quad (\text{A.4})$$

A.2. La matrice antisymétrique

Soit un vecteur $u = [u_x \quad u_y \quad u_z]^T$, et soit, V un vecteur de dimension 3×1 .

On a la relation suivante :

$$u \times V = \widehat{u} V \quad (\text{A.5})$$

où :

$$\hat{u} = \begin{bmatrix} 0 & -u_z & u_y \\ u_z & 0 & -u_x \\ -u_y & u_x & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

\hat{u} : désigne la matrice antisymétrique de u , et \times : désigne le produit vectoriel.

A.3. Solution du modèle de référence de la commande en impédance adaptative

Le modèle de référence est régi par l'équation :

$$\ddot{e}_m + 2\omega \dot{e}_m + \omega^2 e_m = 0 \quad (\text{A.7})$$

la transformée de Laplace de (A.7) en supposant comme condition initiale $\frac{d}{dt}e_m(t_0) = 0$

donne :

$$(S^2 + 2\omega S + \omega^2)E_m(S) - S e_m(t_0) - 2\omega e_m(t_0) = 0$$

d'où :

$$\begin{aligned} E_m(S) &= \frac{S + 2\omega}{S^2 + 2\omega S + \omega^2} e_m(t_0) \\ &= \left[\frac{1}{S + \omega} + \frac{\omega}{(S + \omega)^2} \right] e_m(t_0) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

En faisant maintenant la transformée inverse de Laplace, on trouve :

$$e_m(t) = \left[e^{-\omega(t-t_0)} + \omega(t-t_0)e^{-\omega(t-t_0)} \right] e_m(t_0)$$

qui s'écrit finalement :

$$e_m(t) = e^{-\omega(t-t_0)} (1 + \omega(t-t_0)) e_m(t_0) \quad (\text{A.9})$$

Annexe B

Modèle Géométrique Direct et Inverse du Robot PUMA 560

B.1. Modèle géométrique Direct (MGD) du Robot PUMA 560

Le modèle géométrique direct (MGD) exprime la situation de l'organe terminal en fonction des variables articulaires, c'est-à-dire, les coordonnées opérationnelles X du robot, en fonction de ses coordonnées articulaires q . Il peut être représenté par la matrice de passage

0T_6 :

$${}^0T_6(q) = {}^0T_1(q_1) {}^1T_2(q_2) {}^2T_3(q_3) {}^3T_4(q_4) {}^4T_5(q_5) {}^5T_6(q_6) \quad (\text{B.1})$$

où, ${}^{i-1}T_i$ représente la matrice de transformation homogène définissant le repère $\{R_i\}$ dans le repère $\{R_{i-1}\}$.

Il peut aussi être représenté par la relation :

$$X = f(q) \quad (\text{B.2})$$

q étant le vecteur des variables articulaires tel que :

$$q = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6]^T \quad (\text{B.3})$$

On trouve [Mébarki 05]:

$${}^0T_6 = \begin{bmatrix} {}^0R_6 & P_6 \\ 0 \ 0 \ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

avec :

$${}^0R_6 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

et

$$P_6 = {}^0P_6 = \begin{bmatrix} P_{6x} \\ P_{6y} \\ P_{6z} \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

0R_6 et P_6 représentent respectivement la matrice d'orientation et la position du repère lié à l'organe terminal par rapport au repère de la base $\{R_0\}$.

Leurs éléments ont pour expressions :

$$\begin{aligned} r_{11} &= C1[C23(C4C5C6 - S4S6) - S23S5C6] - S1(S4C5C6 + C4S6) \\ r_{21} &= S1[C23(C4C5C6 - S4S6) - S23S5C6] + C1(S4C5C6 + C4S6) \\ r_{31} &= -S23(C4C5C6 - S4S6) - C23S5C6 \\ r_{12} &= C1[-C23(C4C5S6 + S4C6) + S23S5S6] - S1(-S4C5S6 + C4C6) \\ r_{22} &= S1[-C23(C4C5S6 + S4C6) + S23S5S6] + C1(-S4C5S6 + C4C6) \\ r_{32} &= S23(C4C5S6 + S4C6) + C23S5S6 \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

$$\begin{aligned}
 r_{13} &= C1(C23C4S5 + S23C5) - S1S4S5 \\
 r_{23} &= S1(C23C4S5 + S23C5) + C1S4S5 \\
 r_{33} &= -S23C4S5 + C23C5 \\
 p_{6x} &= C1(a_3C23 + d_4S23 + a_2C2) - (d_2 + d_3)S1 \\
 p_{6y} &= S1(a_3C23 + d_4S23 + a_2C2) + (d_2 + d_3)C1 \\
 p_{6z} &= -a_3S23 + d_4C23 - a_2S2
 \end{aligned}$$

B.2. Modèle géométrique Inverse (MGI) du Robot PUMA 560

Le modèle géométrique inverse (MGI) permet de calculer les coordonnées articulaires correspondant à une situation donnée de l'organe terminal. Plus précisément, c'est la forme explicite, lorsqu'elle existe, qui donne toutes les solutions possibles dans l'espace articulaire (il y a rarement unicité de solution) à une situation donnée de l'effecteur dans l'espace opérationnel.

En utilisant la méthode de Paul [Khalil 99], [Craig 89], on trouve [Mébarki 05] :

$$q_1 = ATAN2(P_{6y}, P_{6x}) - ATAN2\left(d_2 + d_3, \pm\sqrt{P_{6x}^2 + P_{6y}^2 - (d_2 + d_3)^2}\right) \quad (\text{B.8})$$

$$q_3 = ATAN2\left(K, \pm\sqrt{a_3^2 + d_4^2 - K^2}\right) - ATAN2(a_3, d_4) \quad (\text{B.9})$$

Avec :

$$K = \frac{P_{6x}^2 + P_{6y}^2 + P_{6z}^2 - a_2^2 - a_3^2 - d_4^2 - (d_2 + d_3)^2}{2a_2} \quad (\text{B.10})$$

$$q_2 = ATAN2(K_1, K_2) - q_3 \quad (\text{B.11})$$

Avec :

$$\begin{cases} K_1 = \frac{(d_4 + a_2 S3)(P_{6x} C1 + P_{6y} S1) - P_{6z} (a_3 + a_2 C3)}{(P_{6x} C1 + P_{6y} S1)^2 + (P_{6z})^2} \\ K_2 = \frac{(a_3 + a_2 C3)(P_{6x} C1 + P_{6y} S1) + P_{6z} (d_4 + a_2 S3)}{(P_{6x} C1 + P_{6y} S1)^2 + (P_{6z})^2} \end{cases} \quad (\text{B.12})$$

$$q_4 = ATAN2(K_1, K_2) \quad (\text{B.13})$$

Tant que $S5 \neq 0$, avec :

$$\begin{cases} K_3 = C1r_{23} - S1r_{13} \\ K_4 = C23C1r_{13} + C23S1r_{23} - S23r_{33} \end{cases} \quad (\text{B.14})$$

$$q_5 = ATAN2(K_3, K_4) \quad (\text{B.15})$$

Avec :

$$\begin{cases} K_5 = r_{13} (C4C23C1 - S1S4) + r_{23} (C4C23S1 + S4C1) - r_{33} C4S23 \\ K_6 = r_{13} S23C1 + r_{23} S23S1 + r_{33} C23 \end{cases} \quad (\text{B.16})$$

$$q_6 = ATAN2(K_5, K_6) \quad (\text{B.17})$$

Avec :

$$\begin{cases} K_7 = -r_{11} (S4C23C1 + S1C4) + r_{21} (-S4C23S1 + C4C1) + r_{31} S4S23 \\ K_8 = r_{11} [C5(C4C23C1 - S1S4) - S5S23C1] - r_{31} (C5C4S23 + S5C23) + \\ r_{21} [C5(C4C23S1 + C1S4) - S5S23S1] \end{cases} \quad (\text{B.18})$$

Annexe C

Modèle cinématique du Robot PUMA 560

C.1. Modèle cinématique du premier ordre

C.1.1. Définition

Le modèle cinématique direct d'un robot-manipulateur décrit les vitesses des coordonnées opérationnelles en fonction des vitesses articulaires [Khalil 99]. Il est noté :

$$\dot{X} = J(q)\dot{q} \quad (\text{C.1})$$

où $J(q)$ désigne la matrice jacobienne du mécanisme, égale à $\frac{\partial X}{\partial q}$ et fonction de q . Pour le cas des robots série, elle est de dimension $n \times n$.

Ainsi, les vecteurs des vitesses de translation et de rotation V_n et ω_n du repère $\{R_n\}$ sont données par :

$$\begin{bmatrix} V_n \\ \omega_n \end{bmatrix} = J_n \dot{q} \quad (\text{C.2})$$

V_n est la dérivée par rapport au temps du vecteur P_n , tandis que ω_n ne représente pas la dérivée d'une représentation quelconque de l'orientation [Khalil 99].

Les vitesses de translation et de rotation iV_n et ${}^i\omega_n$ respectivement, de l'organe terminal, projetées dans un repère $\{R_i\}$, sont données par :

$$\begin{bmatrix} {}^iV_n \\ {}^i\omega_n \end{bmatrix} = {}^iJ_n \dot{q} \quad (\text{C.3})$$

la jacobienne définissant les vitesses opérationnelles de l'organe terminal projetées dans un repère $\{R_s\}$ peut être déduite de celle les définissant dans la repère $\{R_i\}$, par la relation suivante [Khalil 99] :

$${}^sJ_n = \begin{bmatrix} {}^sR_i & 0_3 \\ 0_3 & {}^sR_i \end{bmatrix} {}^iJ_n \quad (\text{C.4})$$

Ainsi, la jacobienne correspondant à une représentation quelconque des vitesses opérationnelles peut être déduite du Jacobien iJ_n , appelé jacobien de base.

On note que les matrices jacobiennes, définies en haut, sont de même rang.

C.1.2. Calcul du Jacobien de Base

On choisi comme Jacobien de base, la jacobienne 0J_6 définissant les vitesses opérationnelles du repère $\{R_6\}$ dans le repère de la base $\{R_0\}$, tel que :

$$\dot{X}_6 = {}^0J_6(q)\dot{q} \quad (\text{C.5})$$

où \dot{X}_6 représente les vitesses opérationnelles réelles de l'organe terminal projetées dans le repère de la base définie par :

$$\dot{X}_6 = \begin{bmatrix} V_6 \\ \omega_6 \end{bmatrix} \quad (C.6)$$

où V_6 et ω_6 représente les vitesses de translation et de rotation de l'organe terminal dans le repère de la base $\{R_0\}$.

Le Jacobien de base d'un mécanisme à chaîne ouverte simple à n articulations définissant les vitesses opérationnelles du repère $\{R_n\}$ par rapport au repère de la base $\{R_0\}$ est noté 0J_n .

La $k^{\text{ième}}$ colonne de la jacobienne 0J_n notée ${}^0J_{n,k}$ s'écrit [Khalil 99] :

$${}^0J_{n,k} = \begin{bmatrix} \sigma_k {}^0a_k + \bar{\sigma}_k {}^0\hat{a}_k ({}^0P_6 - {}^0P_k) \\ \bar{\sigma}_k {}^0a_k \end{bmatrix} \quad (C.7)$$

$$\sigma_k = \begin{cases} 0 & \text{si la } k^{\text{ième}} \text{ articulation est rotoïde} \\ 1 & \text{si la } k^{\text{ième}} \text{ articulation est prismatique} \end{cases} \quad (C.8)$$

D'où, pour un robot de type série de 6 articulations rotoïdes, en l'occurrence le robot PUMA 560, la $k^{\text{ième}}$ colonne de 0J_6 s'écrit :

$${}^0J_{6,k} = \begin{bmatrix} {}^0\hat{a}_k ({}^0P_6 - {}^0P_k) \\ {}^0a_k \end{bmatrix} \quad (C.9)$$

En appliquant (C.7), et en utilisant le modèle géométrique direct [Mébarki 05], on trouve le Jacobien de base 0J_6 du robot PUMA 560 comme suit :

$$J_{11} = -(a_3 C_{23} + d_4 S_{23} + a_2 C_2) S_1 - (d_2 + d_3) C_1$$

$$J_{21} = (a_3 C_{23} + d_4 S_{23} + a_2 C_2) C_1 - (d_2 + d_3) S_1$$

$$J_{31} = 0$$

$$J_{41} = 0$$

$$J_{51} = 0$$

$$J_{61} = 1$$

$$J_{12} = -a_3 C_1 S_{23} + d_4 C_1 C_{23} - a_2 C_1 S_2$$

$$J_{22} = -a_3 S_1 S_{23} + d_4 S_1 C_{23} - a_2 S_1 S_2$$

$$J_{32} = -a_3 C_{23} - d_4 S_{23} - a_2 C_2$$

$$J_{42} = -S_1$$

$$J_{52} = C_1$$

$$J_{62} = 0$$

$$J_{13} = d_4 C_1 C_{23} - a_3 C_1 S_{23}$$

$$J_{23} = d_4 S_1 C_{23} - a_3 S_1 S_{23}$$

$$J_{33} = -d_4 S_{23} - a_3 C_{23}$$

$$J_{43} = -S_1$$

$$J_{53} = C_1$$

$$J_{63} = 0$$

(C.10)

$$J_{14} = 0$$

$$J_{24} = 0$$

$$J_{34} = 0$$

$$J_{44} = C_1 S_{23}$$

$$J_{54} = S_1 S_{23}$$

$$J_{64} = C_{23}$$

$$J_{15} = 0$$

$$J_{25} = 0$$

$$J_{35} = 0$$

$$J_{45} = -C_1 C_{23} S_4 - S_1 C_4$$

$$J_{55} = -S_1 C_{23} S_4 + C_1 C_4$$

$$J_{65} = S_{23} S_4$$

$$\begin{aligned}
 J_{16} &= 0 \\
 J_{26} &= 0 \\
 J_{36} &= 0 \\
 J_{46} &= C1(C23C4S5 + S23C5) - S1S4S5 \\
 J_{56} &= S1(C23C4S5 + S23C5) + C1S4S5 \\
 J_{66} &= -S23C4S5 + C23C5
 \end{aligned}$$

Avec :

$$J_{ij} = {}^0 J_6(i, j) \quad (C.11)$$

C.2. Calcul des valeurs singulières

Les configurations singulières sont celles où le nombre de degrés de liberté de l'organe terminal d'un robot est inférieur à la dimension de son espace de travail. Ces singularités sont définies par l'équation $\det(J_n) = 0$. [Khalil 99]

Du fait de la complexité des éléments de la matrice jacobienne J_n , le calcul de son déterminant afin d'en tirer les valeurs singulières serait exhaustif. C'est pour cela qu'on va décomposer cette jacobienne en produits de matrice dans le but de faciliter le calcul de ces singularités.

Renaud [Renaud 80] a montré qu'on peut décomposer la matrice jacobienne en trois matrices : les deux premières sont toujours de rang plein ; et la troisième notée ${}^r J_{n,m}$, est une matrice creuse contenant des éléments beaucoup plus simples, est de même rang que J_n . La $k^{\text{ième}}$ colonne de ${}^r J_{n,m}$ est définie par :

$${}^r J_{n,m,k} = \begin{bmatrix} \sigma_k {}^r a_k + \bar{\sigma}_k \left(-{}^k P_{my} {}^r s_k + {}^k P_{mx} {}^r n_k \right) \\ \bar{\sigma}_k {}^r a_k \end{bmatrix} \quad (C.12)$$

En général, le choix de r et m conduisant à la matrice ${}^r J_{n,m}$ la plus simple est tel que :

$$\begin{cases} r = \left[\text{partie entière de } \frac{n}{2} \right] \\ m = r + 1 \end{cases} \quad (\text{C.13})$$

Ainsi, pour un robot série de 6 articulations rotoides, en l'occurrence le manipulateur PUMA 560, on a :

$$\begin{aligned} n &= 6 \\ n = 6 &\Rightarrow r = 3 \\ r = 3 &\Rightarrow m = 4 \end{aligned} \quad (\text{C.14})$$

et donc, sa matrice jacobienne la plus simple est ${}^3 J_{6,4}$.

on trouve :

$${}^3 J_{6,4} = \begin{bmatrix} A & 0_3 \\ B & C \end{bmatrix} \quad (\text{C.15})$$

avec :

$$A = \begin{bmatrix} -(d_2 + d_3)C23 & d_4 + a_2 S3 & d_4 \\ (d_2 + d_3)S23 & a_3 + a_2 C3 & a_3 \\ a_3 C23 + d_4 S23 + a_2 C2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.16})$$

$$B = \begin{bmatrix} -S23 & 0 & 0 \\ -C23 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{C.17})$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & -S4 & C4S5 \\ -1 & 0 & -C5 \\ 0 & C4 & S4S5 \end{bmatrix} \quad (\text{C.18})$$

d'où :

$$\det({}^3J_{6,4}) = \det(A) \det(C) \quad (C.19)$$

on a :

$$\det(A) = a_2 (a_3 C_{23} + d_4 S_{23} + a_2 C_2) (a_3 S_3 - d_4 C_3) \quad (C.20)$$

et :

$$\det(C) = -S_5 \quad (C.21)$$

finalement, on trouve :

$$\det({}^3J_{6,4}) = a_2 (a_3 C_{23} + d_4 S_{23} + a_2 C_2) (d_4 C_3 - a_3 S_3) S_5 \quad (C.22)$$

Comme 0J_6 est de même rang que ${}^3J_{6,4}$, alors, $\det({}^0J_6)$ s'annule pour les trois cas suivants :

$$a_3 C_{23} + d_4 S_{23} + a_2 C_2 = 0 \quad (C.23)$$

$$d_4 C_3 - a_3 S_3 = 0 \quad (C.24)$$

$$S_5 = 0 \quad (C.25)$$

L'équation (C.23) se met sur la forme :

$$(d_4 C_3 - a_3 S_3) S_2 + (a_3 C_3 + d_4 S_3 + a_2) C_2 = 0 \quad (C.26)$$

D'où finalement, on tire les trois configurations singulières du robot PUMA 560, qui sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} q_2 = \pm ATAN2(\alpha_1, \alpha_2) \\ \alpha_1 = a_3 C3 + d_4 S3 + a_2 \\ \alpha_2 = a_3 S3 - d_4 C3 \\ q_3 = \pm ATAN2(d_4, a_3) \\ q_5 = k\pi ; k \in \mathbb{Z} \end{array} \right. \quad (C.27)$$

C.3. Modèle cinématique du second ordre

Le modèle cinématique du deuxième ordre permet de calculer les accélérations des coordonnées opérationnelles en fonction des positions, vitesses et accélérations articulaires [Khalil 99]. Dans le cas d'un mécanisme à chaîne ouverte simple, on obtient par dérivation du modèle (C.1) :

$$\ddot{X} = J(q)\ddot{q} + \dot{J}(q)\dot{q} \quad (C.28)$$

où :

$$\dot{J} = \frac{dJ(q)}{dt} \quad (C.29)$$

Ainsi :

$$\dot{J}_6 = \frac{dJ_6(q)}{dt} \quad (C.30)$$

on trouve :

$${}^0 J_6(i, j) = \dot{J}_{ij} \quad \text{tel que} \quad \dot{J}_{ij} = \frac{dJ_{ij}}{dt} = \sum_{k=1}^6 \frac{\partial J_{ij}}{\partial q_k} \dot{q}_k \quad (C.31)$$

$$J_{11} = \dot{q}_1 [(d_2 + d_3)S1 - (a_3C23 + d_4S23 + a_2C2)C1] - S1(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)(-a_3S23 + d_4C23) + a_2\dot{q}_2S1S2$$

$$J_{21} = \dot{q}_1 [-(a_3C23 + d_4S23 + a_2C2)S1 - (d_2 + d_3)C1] + C1[(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)(d_4C23 - a_3S23) - a_2\dot{q}_2S2]$$

$$J_{31} = 0$$

$$J_{41} = 0$$

$$J_{51} = 0$$

$$J_{61} = 0$$

$$J_{12} = -\dot{q}_1S1(-a_3S23 + d_4C23 - a_2S2) - C1[(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)(a_3C23 + d_4S23) + a_2\dot{q}_2C2]$$

$$J_{22} = \dot{q}_1C1(-a_3S23 + d_4C23 - a_2S2) - S1[(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)(a_3C23 + d_4S23) + a_2\dot{q}_2C2]$$

$$J_{32} = (\dot{q}_2 + \dot{q}_3)(a_3S23 - d_4C23) + a_2\dot{q}_2S2$$

$$J_{42} = -\dot{q}_1C1$$

$$J_{52} = -\dot{q}_1S1$$

$$J_{62} = 0$$

$$J_{13} = -\dot{q}_1S1(-a_3S23 + d_4C23) - (\dot{q}_2 + \dot{q}_3)(a_3C23 + d_4S23)C1$$

$$J_{23} = \dot{q}_1C1(-a_3S23 + d_4C23) - (\dot{q}_2 + \dot{q}_3)(a_3C23 + d_4S23)S1$$

$$J_{33} = (\dot{q}_2 + \dot{q}_3)(a_3S23 - d_4C23)$$

$$J_{43} = -\dot{q}_1C1$$

$$J_{53} = -\dot{q}_1S1$$

$$J_{63} = 0$$

(C.32)

$$J_{14} = 0$$

$$J_{24} = 0$$

$$J_{34} = 0$$

$$J_{44} = -\dot{q}_1S1S23 + (\dot{q}_2 + \dot{q}_3)C1C23$$

$$J_{54} = \dot{q}_1C1S23 + (\dot{q}_2 + \dot{q}_3)S1C23$$

$$J_{64} = -(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)S23$$

$$\dot{J}_{15} = 0$$

$$\dot{J}_{25} = 0$$

$$\dot{J}_{35} = 0$$

$$\dot{J}_{45} = \dot{q}_1 (S1C'23S4 - C1C'4) + (\dot{q}_2 + \dot{q}_3) C1S23S4 + \dot{q}_4 (S1S4 - C1C'23C4)$$

$$\dot{J}_{55} = -\dot{q}_1 (C1C23S4 + S1C'4) + (\dot{q}_2 + \dot{q}_3) S1S23S4 - \dot{q}_4 (C1S4 + S1C'23C4)$$

$$\dot{J}_{65} = (\dot{q}_2 + \dot{q}_3) C'23S4 + \dot{q}_4 S23C4$$

$$\dot{J}_{16} = 0$$

$$\dot{J}_{26} = 0$$

$$\dot{J}_{36} = 0$$

$$\begin{aligned} \dot{J}_{46} = & -\dot{q}_1 [S1(C'23C4S5 + S23C'5) + C1S4S5] - \dot{q}_4 S1C4S5 - \dot{q}_5 S1S4C'5 + \\ & C1[(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)(-S23C4S5 + C'23C'5) - \dot{q}_4 C'23S4S5 + \dot{q}_5 (C'23C4C'5 - S23S5)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{J}_{56} = & \dot{q}_1 [C1(C'23C4S5 + S23C'5) - S1S4S5] + \dot{q}_4 C1C4S5 + \dot{q}_5 C1S4C'5 + \\ & S1[(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)(-S23C4S5 + C'23C'5) - \dot{q}_4 C'23S4S5 + \dot{q}_5 (C'23C4C'5 - S23S5)] \end{aligned}$$

$$\dot{J}_{66} = \dot{q}_4 S23S4S5 - (\dot{q}_2 + \dot{q}_3)(C'23C4S5 + S23C'5) - \dot{q}_5 (S23C4C'5 + C'23S5)$$

Annexe D

Modèle Dynamique du Robot PUMA 560

Le modèle dynamique (modèle dynamique inverse) des robots-manipulateur est la relation entre les couples (et/ou forces) appliqués aux actionneurs et les positions, vitesses et accélérations articulaires.

Parmi les applications du modèle dynamique, on a [Khalil 99]:

- La simulation ;
- Le dimensionnement des actionneurs ;
- L'identification ;
- La commande, qui utilise le modèle dynamique.

Le modèle dynamique régissant le comportement dynamique du bras PUMA 560, utilisé dans ce travail, est celui proposé par [Armstrong 86]. Ainsi, on a :

$$\Gamma = A(q)\ddot{q} + B(q)[\dot{q}\dot{q}] + C(q)[\dot{q}^2] + g(q) + J_E^T F_e \quad (\text{D.1})$$

où :

- $A(q)$ est la matrice d'inertie, de dimension 6×6 ;
- $B(q)$ est la matrice des couples de Coriolis, de dimension 6×15 ;
- $C(q)$ est la matrice des couples centrifuges, de dimension 6×6 ;
- $g(q)$ est le vecteur des couples de gravités ;

- Γ est le vecteur des forces des articulations généralisé ;
- F_e est le vecteur de l'effort extérieur (forces et moments) qu'exerce le robot sur l'environnement.

Les symboles $[\dot{q}\dot{q}]$ et $[\dot{q}^2]$ sont une notation pour le vecteur du produits de vitesses articulaires de dimension $n(n-1)/2$ et le vecteur de vitesses articulaires au carrés de dimension n respectivement. $[\dot{q}\dot{q}]$ et $[\dot{q}^2]$ sont donnés par :

$$[\dot{q}\dot{q}] = [\dot{q}_1\dot{q}_2, \dot{q}_1\dot{q}_3 \dots \dot{q}_1\dot{q}_6, \dot{q}_2\dot{q}_3, \dot{q}_2\dot{q}_4 \dots \dot{q}_4\dot{q}_6, \dot{q}_5\dot{q}_6]^T,$$

$$[\dot{q}^2] = [\dot{q}_1^2, \dot{q}_2^2 \dots \dot{q}_6^2]^T.$$

En écrivant (D.1) sous une forme plus compacte, on a :

$$\Gamma = A(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) + J_E^T F_e \quad (D.2)$$

avec :

$$H(q, \dot{q}) = B(q)[\dot{q}\dot{q}] + C(q)[\dot{q}^2] + g(q) \quad (D.3)$$

En prenant en compte les frottements au niveaux des articulations, des réducteurs et des transmissions, la relation (D.1) doit être augmentée comme suit [Khalil 99] :

$$H(q, \dot{q}) = B(q)[\dot{q}\dot{q}] + C(q)[\dot{q}^2] + g(q) + \Gamma_f \quad (D.4)$$

où le couple de frottements de l'articulation i est notée Γ_{fi} , i ème composant de Γ_f , tel que :

$$\Gamma_{fi} = F_{si} \text{Sign}(\dot{q}_i) + F_{vi} \dot{q}_i + f_{ei} e^{|\dot{q}_i|^{B_i}} \text{Sign}(\dot{q}_i) \quad (D.5)$$

avec :

F_{si} , F_{vi} désignent respectivement les paramètres de frottements sec et visqueux de l'articulation i ; le couple statique de démarrage est égale à $(F_{si} + f_{ei})\text{Sign}(\dot{q}_i)$.

Dans nombreuses applications, l'expression du couple de frottements se ramène à la relation suivante [Khalil 99] :

$$\Gamma_f = F_{si} \text{Sign}(\dot{q}_i) + F_{vi} \dot{q}_i \quad (\text{D.6})$$

Annexe E

Butées du Robot PUMA 560

Les butées du Robot PUMA 560 selon [Craig 89] sont représentées dans le tableau E.1

q_i	q_i min (degrés)	q_i max (degrés)
q_1	-170	170
q_2	-225	45
q_3	-70	255
q_4	-135	135
q_5	-100	100
q_6	-180	180

Tableau E.1. *Butées du Robot PUMA 560.*

Annexe F

Notations utilisées en simulation

F.1. Variables articulaires :

Cpi : Couple $\Gamma(i)$ appliquée à l'articulation i ;

qvid : vitesse désirée de l'articulation i, égale à $\dot{q}^d(i)$;

qvi : vitesse de l'articulation i, égale à $\dot{q}(i)$;

qaid : accélération articulaire désirée, égale à $\ddot{q}^d(i)$;

qai : accélération articulaire, égale à $\ddot{q}(i)$;

F.2. Coordonnées opérationnelles désirées :

xd : P_x^d ; yd : P_y^d ; zd : P_z^d ;

ald : α^d ; btd : β^d ; gmd : γ^d ;

F.3. Coordonnées opérationnelles

x : P_x ; y : P_y ; z : P_z ;

al : α ; bt : β ; gm : γ ;

epi : $e_x(i)$;

F.4. Vitesses opérationnelles désirées :

$$\text{xevd} : \dot{P}_x^d ; \quad \text{yevd} : \dot{P}_y^d ; \quad \text{zevd} : \dot{P}_z^d ;$$

$$\text{alvd} : \dot{\alpha}^d ; \quad \text{btvd} : \dot{\beta}^d ; \quad \text{gmvd} : \dot{\gamma}^d ;$$

F.5. Vitesses opérationnelles :

$$\text{xev} : \dot{P}_x ; \quad \text{yev} : \dot{P}_y ; \quad \text{zev} : \dot{P}_z ;$$

$$\text{alv} : \dot{\alpha} ; \quad \text{btv} : \dot{\beta} ; \quad \text{gmv} : \dot{\gamma} ;$$

F.6. Accélérations opérationnelles désirées :

$$\text{xeda} : \ddot{P}_x^d ; \quad \text{yeda} : \ddot{P}_y^d ; \quad \text{zeda} : \ddot{P}_z^d ;$$

$$\text{alda} : \ddot{\alpha}^d ; \quad \text{btda} : \ddot{\beta}^d ; \quad \text{gmda} : \ddot{\gamma}^d ;$$

F.7. Accélérations opérationnelles :

$$\text{xea} : \ddot{P}_x ; \quad \text{yea} : \ddot{P}_y ; \quad \text{zea} : \ddot{P}_z ;$$

$$\text{ala} : \ddot{\alpha} ; \quad \text{bta} : \ddot{\beta} ; \quad \text{gma} : \ddot{\gamma} ;$$

Bibliographie

[**Armstrong 86**] Armstrong B., Khatib O., Burdick J., "The Explicit Dynamic model and Inertial Parameters of the PUMA 560 Arm", in *Proc. IEEE int. Conf. Robotics and Automation*, vol.1,(Washington, USA), pp. 510-518, 1986.

[**Armstrong 88**] Armstrong B., "Dynamics for robot control: friction modeling and ensuring excitation during parameter identification". Ph. D Thesis, Dept. of Electrical Engineering, Stanford University, May 1988.

[**Berghuis 93**] Berghuis H., "Model-based robot control: from theory to practice", Ph. D. Thesis, Université de Twente, Enschede, Pays Bas, 1993.

[**Canudas de Wit 92**] Canudas de Wit C., Fixot N., Astrom K.J., "Trajectory tracking in robot manipulators via non linear estimated feedback", *IEEE Trans. on robotics and Automation*, Vol. RA-8(1), 1992, p. 138-144.

[**Cherki 96**] Cherki B., Commande des robots manipulateurs par retour d'état estimé, Thèse de Doctorat, Université de Nantes et Ecole Centrale de Nantes, 1996.

[**Craig 89**] Craig J.J., Introduction to robotics: Mechanics and control, Addison-Wesley Publishing Company, 1989.

[**Hogan 85**] Hogan N., "Impedance Control : an approach to manipulation", *Trans. Of ASME, J. of Dynamics Systems, Measurements, and Control*, Vol. 107, mars 1985, p. 1-24.

[**Hogan 87**] Hogan N., "Stable execution of contact tasks using impedance control", *Proc. IEEE int. Conf. on Robotics and Automation*, Raleigh, mars-avril 1987, p. 1047-1054.

- [**Jung 99**] Jung S., Hsia T.C., "Adaptive Force Control of Robot for Cutting Nonhomogeneous Workpiece", in *Proc. IEEE int. Conf. Robotics and Automation*, (Detroit, Michigan), pp. 1800-1805, May 1999.
- [**Khalil 99**] Khalil W., Dombre E., Modélisation identification et commande des robots, HERMES Science Publications, Paris, 1999.
- [**Khelfi 95**] Khelfi M.,-F, Observateur non linéaires : application à la commande des robots manipulateurs, Thèse de Doctorat, Université de Poincaré Nancy 1, 1995.
- [**Matko 99**] Matko D., Kamnik R., Bajd T., "Adaptive Impedance Control of an Industrial Manipulator", in *Proc. IEEE int. Conf.*, University of Ljubljana (Ljubljana, Slovenia), pp.129-133, 1999.
- [**Mébariki 05**] Mébariki R., Modélisation du robot manipulateur PUMA 560, Rapport interne au laboratoire LCP, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, Mai 2005.
- [**Nicosia 90**] Nicosia S, Tomei P., "Robot control by using only joint position measurements", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol AC-35(5), 1990, p. 1058-1061.
- [**Paul 81**] Paul R.C.P., *Robot manipulators : mathematics, programming and control*, MIT Press, Cambridge, 1981.
- [**Renaud 80**] Renaud M., Calcul de la matrice jacobienne nécessaire à la commande coordonnée d'un manipulateur, *J. of Mechanism and machine theory*, Vol 15(1), 1980, p. 81-91.
- [**Restrepo 96**] Restrepo P.P., Contribution à la modélisation, identification et commande des robots à structures fermées : application au robot ACMA SR400 , Thèse de Doctorat, Université de Nantes et Ecole Centrale de Nantes, oct. 1996.

[**Samson 87**] Samson C., "Robust control of a class of non linear systems and applications to robotics", *Int. J. of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 1, 1987, p. 49-68.

[**Spong 89**] Spong M.W., Vidyasagar M., *Robot Dynamics and control*, John Wiley & Sons, New York, 1989.

Abstract

This thesis presents the force/position control of an industrial manipulator in the three-dimensional space. The robot in question is the PUMA 560 arm. The end point of the robot is lead to apply a force normal to a surface, represented by a cone, with following a defined path in the three dimensional space. A control system of the robot in the free space is developed and simulations are presented. After, the force control regulators are developed to achieve the interaction between the robot and its environment. The control systems developed are: impedance control, hybrid extern and the adaptive impedance control. For the adaptive control, I've proposed a reference model of force error, with the Lyapunov function, allowing, thus, to synthesise the adaptive regulator. The choose of this model is made in order to make easy the finding of this Lyapunov function and thus the regulators. All these force control systems use the feedback linearization law with PD correction in the operational space. To illustrate the validity of this work, simulations are presented and results are discussed, with comparative study between the force control systems developed.

Key words : force control, impedance control, hybrid extern control, adaptive impedance control.

Résumé

Dans le travail présenté dans ce mémoire, j'ai proposé la commande en effort afin de commander la position, l'orientation et la force qu'exerce l'organe terminal du bras-robot PUMA 560 sur son environnement. J'ai commencé par présenter la trajectoire à suivre par le robot dans l'espace tridimensionnel et les outils nécessaires pour la générer. La commande par découplage non linéaire avec correction PD dans l'espace opérationnel, est développée, pour réaliser la poursuite dans l'espace libre. Par la suite, j'ai entamé l'étude de la commande en effort en proposant trois types de commande : la commande en impédance, la commande hybride externe et la commande en impédance adaptative. Des tests par simulation on été réalisés sur le robot PUMA 560 afin de montrer la validité de ces commandes. Ce travail est achevé par une étude comparative de ces commandes. Pour la commande en impédance adaptative, j'ai proposé un modèle de référence sur l'erreur en force, lui attribuant une fonction de Lyapunov, permettant, ainsi, de synthétiser les régulateurs adaptatifs. Le choix de ce modèle de référence est fait sur la base de faciliter la recherche de la fonction de Lyapunov.

Mots clés : commande en effort, commande en impédance, commande hybride externe, commande en impédance adaptative.

ملخص

العمل المقدم من خلال هذه المذكرة يخص دراسة التحكم في الموضع والاتجاه والقوة التي يطبقها الذراع الآلي على المحيط الخارجي وذلك في الفضاء العملي.

الذراع الآلي المستعمل لهذه الدراسة هو بوما 560 وانظمة التحكم هي التحكم بالممانعة التحكم الهجين الخارجي التحكم بالممانعة التلاؤمية.

كلمات المفاتيح التحكم بالقوة التحكم بالممانعة التحكم الهجين الخارجي التحكم بالممانعة التلاؤمية