

P0004/05B

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

Département du Génie Electrique  
Spécialité Automatique

**Projet de fin d'études**

En vue de l'obtention du diplôme  
**d'Ingénieur d'Etat**  
en  
**Automatique**

Intitulé :

**MODÉLISATION ET COMMANDE D'ATTITUDE DE SATELLITES  
ARTIFICIELS**

Etudié par M<sup>lles</sup> :

**ARIOUA Leyla  
BEZZAOUCHA Souad**

Proposé et dirigé par :

**D' D.BOUKHETALA**

**JUIN 2005**

Mémoire préparé au Laboratoire de Commande des Processus  
Ecole Nationale Polytechnique, 10, AV.Hassen Badi, EL-Harrach, Algérie

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

Département du Génie Electrique  
Spécialité Automatique

Projet de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme  
d'Ingénieur d'Etat  
en  
Automatique

Intitulé :

**MODÉLISATION ET COMMANDE D'ATTITUDE DE SATELLITES  
ARTIFICIELS**

Etudié par M<sup>lles</sup> :

ARIOUA Leyla  
BEZZAOUCHA Souad

Proposé et dirigé par :

D' D.BOUKHETALA

JUIN 2005

Mémoire préparé au Laboratoire de Commande des Processus  
Ecole Nationale Polytechnique, 10, AV.Hassen Badi, EL-Harrach, Algérie



## Remerciements

*Je tiens à remercier avant tout mon promoteur Mr D. BOUKHETALA pour son encadrement, pour ces précieux conseils et surtout pour ces encouragements tout au long de l'année.*

*Je remercie également Mr BOUDJEMA, qui nous a aidé et qui m'a beaucoup appris tout au long de l'année.*

*J'exprime ma reconnaissance à tout mes professeurs du laboratoire automatique Mr TADJINE, Mr CHEKIREB, Mr BOUCHRIT, Mr ILLOUL, Mr HIMICI ... pour tout ce qui m'ont appris durant ces deux dernières années.*

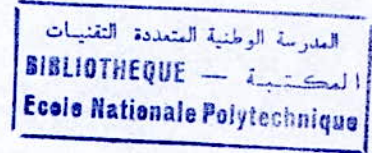
*Je remercie également la personne avec laquelle j'ai partagé les joies et peines de ce travail mon amie et binôme Souad.*

*Je remercie toute personne m'ayant aidé de ne serait- ce- que d'une parole.*

Leyla ARIOUA



## *Remerciements*



*Je tiens à remercier ma famille : mes parents, mon frère : Abdelfettah, et mes deux sœurs : Amel et Fella, pour leurs encouragements, leur soutien moral et leur présence permanente à mes cotés.*

*Je tiens à remercier également Monsieur D.BOUKHETALA, qui a été à l'origine de ce projet, pour son encadrement, sa rigueur et ses précieux conseils.*

*Merci à Monsieur BOUDJEMA pour l'intérêt qu'il a manifesté à mon travail.*

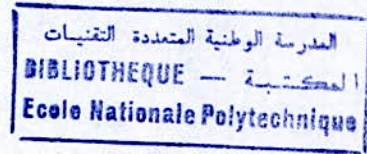
*Je tiens aussi à remercier également Messieurs : BOUCHERIT, CHEKIREB, ILLOUL et TADJINE pour tout ce qu'ils m'ont apportée durant ma formation à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger.*

*Merci également à mon amie et binôme Leyla, pour le travail que nous avons accompli cette année.*

*Souad BEZZAOUCHA*



## *Dédicaces*



*Je dédie ce modeste travail à mes très chers parents Fatima DEBAB ARIOUA et Tayeb ARIOUA que j'aime par dessus tout ,qui par leur sacrifices , leur amour, leur patience, leur soutien et leurs encouragements m'ont permis de toujours persévérer, de viser haut et surtout de toujours donner le meilleur de moi même , afin de réussir et c'est le cas aujourd'hui.*

*Je dédie ce travail également ,*

*A mes trois sœurs Nesrine ,Assia et Rima que j'adores, pour leur aide et leur soutien morale*

*A mes deux frères Hakim et Madani que j'adores , pour leur soutien et leurs encouragements.*

*A mon amie Lilia Amrouche pour son soutiens tout au long de l'année*

*A toute la famille Amrouche de Staouéli(tata mina , tonton Abdel nour , Didilo ,Tarik )chez qui j'ai passé de très beaux moments et qui m'a beaucoup soutenu.*

*A toute personne me portant de l'estime et à toute personne pour qui je porte de l'estime.*

*Leyla Arioua*



## *Dédicaces*



*Je dédie ce modeste travail à la personne la plus chère à mon cœur, à celle à qui je dois tout et même plus encore, à une femme et une mère d'exception, à ma mère : Maître BOUYAKOUB Badia.*

*Je dédie également mon travail à mon père : BEZZAOUCHA Abdelhamid, pour l'aide qu'il m'a apportée durant toutes ces années.*

*Je dédie également mon travail à la mémoire de mes grands parents maternels, monsieur et madame BOUYAKOUB M'hamed et BOUYAKOUB Aïcha née MOULAY, à qui je porte une grande affection.*

*A ma tante BOUYAKOUB Dalila ravie à l'affection des siens à la fleur de l'âge et que je n'ai malheureusement pas eu la chance de connaître.*

*Souad BEZZAOUCHA*



<b>Chapitre 0 :Introduction générale.....</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre I : Généralités sur les satellites artificiels.....</b>	<b>4</b>
I.1.Historique .....	4
I.2.Introduction aux satellites artificiels .....	5
I.2.1. Le système spatial.....	5
I.2.2.Le satellite artificiel.....	5
I.2.3.Différents types de satellites artificiels .....	5
-satellites d'astronomie .....	5
-satellites de navigation.....	5
-satellites météorologiques.....	6
-satellites de télécommunication.....	6
-satellites militaires.....	6
I.2.4. Applications des satellites.....	6
a. Les missions scientifiques.....	6
b. Les missions d'applications et commerciales.....	7
I.3.Généralités sur les satellites.....	7
I.3.1.Constitution d'un véhicule spatial : le satellite.....	7
a. La plate-forme.....	8
b. La charge .....	9
I.3.2.Le lancement d'un satellite.....	9
I.3.2.1. Phases de lancement d'un satellite.....	9
I.3.2.2. Fonctions d'un sous système propulsif.....	10
c. Techniques de propulsion.....	11
- la propulsion à propergol solide.....	11
- la propulsion à gaz «froid ».....	11
- la propulsion liquide.....	11
- la propulsion électrique.....	12
I.3.2. 4.Tuyères.....	13
I.4.1.Lancement et retour.....	14



I.4.2.En orbite autour de la terre.....	15
I.5.Introduction au SCAO.....	16
I.5.2.La boucle SCAO.....	17
I.5.2.1.La dynamique du véhicule spatial .....	17
I.5.2.2. La sous fonction estimation d'attitude .....	18
I.5.2.3. La sous fonction commande.....	18
I.5.3.La fonction commande d'orbite.....	18
I.5.3.1. Le choix de l'implantation des tuyères et de leur nombre .....	18
I.5.3.2.Capteurs et actionneurs.....	19
a. Actionneurs .....	19
a.1. Modes à tuyères chimiques.....	19
a.2. Mode à tuyères ioniques .....	19
b. Capteurs .....	19
c. Programmation des manœuvres et lois de commande.....	20
I.6.Méthodes de commande d'attitude.....	20
I.6.1.Méthodes passives.....	21
I.6.1.1. La stabilisation par gradient de gravité .....	21
I.6.1.2.La stabilisation par gyration (ou par spin) .....	21
I.6.2.Méthodes de commande 3-axes.....	24
I.6.2.1. Systèmes à moment cinétique embarqué .....	24
I.6.2.2. Systèmes 3-axes actifs à roues .....	25
I.6.2.3. Système 3-axes actifs à actionneurs gyroscopiques .....	25
I.6.2.4. Systèmes 3-axes actifs à tuyères .....	25
I.7.Les repères et les capteurs d'attitude.....	26
I.7.1.Principaux repères de la modélisation de l'attitude.....	26
a. Les repères liés au corps.....	26
b. Les repères de référence.....	26
c. Le repère de consigne.....	27
I.7.2.Les directions de référence.....	27
a .Le soleil .....	27
b. Les étoiles .....	27
c. La terre .....	28
d. Le champ magnétique terrestre .....	28



I.8. Les capteurs .....	28
I.8.1. Les capteurs optiques .....	29
I.8.2. Les capteurs stellaires.....	29
I.8.3. Les capteurs solaires .....	30
I.8.3.a. Capteurs solaires analogiques.....	30
I.8.3.b. Capteurs solaires digitaux.....	31
- Capteur solaire à barrettes DTC.....	31
- Capteurs solaires à matrice DTC .....	31
I.8.4. Les capteurs terrestres.....	31
I.8.5. Les capteurs magnétiques .....	32
I.8.6. Les capteurs inertiels .....	33
I.8.6. a. Les gyromètres .....	33
- les gyromètres mécaniques.....	33
- les gyromètres optiques .....	33
- les gyromètres vibrants.....	34
I.8.6.b. Les accéléromètres.....	34
I.8.7. Mesure d'attitude par GPS (global positioning system) .....	35
I.9. Les perturbations.....	36
I.9.1. Les perturbations dynamiques appliquées à un satellite.....	36
I.9.1.1. Perturbations externes .....	36
- pression de radiation solaire.....	36
- couples magnétiques .....	37
I.9.1.2. Perturbations provenant d'équipements internes .....	38
- couples dus à l'émission de particules ou de rayonnement .....	38
- perturbations provenant d'équipements mobiles.....	38
I.9.1.3. Ordre de grandeur des couples perturbateurs.....	38
I.10. Conclusion.....	39



<b>Chapitre II : Modélisation dynamique d'un satellite artificielle.....</b>	<b>40</b>
II.1.Introduction .....	40
II.2. Principaux repères utilisés dans la modélisation d'attitude.....	40
II.2.1.Repères de consigne.....	40
II.2.2.Repères orbitaux locaux .....	42
Roulis-Lacet-Tangage.....	42
G x y z lié au satellite.....	43
II.3. Modélisation du mouvement d'attitude .....	44
II.3.1.Cas général (Mouvement de Poinsot) .....	49
II.3.2.Modélisation en présence du couple de gradient de gravité.....	51
II.3.2.1.Expression du couple de gradient de gravité.....	51
II.3.2.2.Modélisation du mouvement libre du satellite en présence du couple de gradient de gravité.....	53
III.3.2.3.Etude de la stabilité.....	55
II.3.3.Introduction à la stabilisation par magnétocoupleurs.....	59
II.3.3.1. le magnétocoupleurs.....	59
II.3.3.2. le champ magnétique terrestre.....	59
II.3.3.3. formulation mathématique.....	61
II.3.4. Modélisation en présence de CMG (commande moment gyros).....	63
II.3.4.1.Cinématique.....	63
II.3.4.2. Rôle du couple gyroscopique.....	64
II.3.4.3.Moment cinétique gyroscopique.....	64
II.4.Conclusion.....	66
<b>Chapitre III Notions de base sur la commande par mode de glissement et la commande adaptative.....</b>	<b>67</b>
III.1.Introduction.....	67
III.2. Commande par mode de glissement.....	67
III.2.1. Introduction .....	67



III.2.2. Conception de la commande par mode de glissement .....	67
III.2.3. Choix de la surface de glissement.....	68
III.2.4. Calcul de la commande .....	69
III.2.5. Expression analytique de la commande .....	69
III.2.6. Elimination du phénomène du Chattering .....	71
III.3. Introduction à la commande adaptative.....	72
III.3.1. Principes de la commande adaptative.....	72
III.3.2. Techniques de commande adaptative.....	73
III.3.3. Commande adaptative directe et indirecte.....	74
III.4. Conclusion.....	75
<b>Chapitre IV Application de la commande mode glissant et de la commande adaptative au contrôle d'attitude .....</b>	<b>76</b>
IV.1 Introduction.....	76
IV.2. Application de la commande par modes glissants pour le satellite stabilisé par gradient de gravité .....	76
IV.2.1. Introduction au gradient de gravité.....	76
IV.2.1.1. La face cachée de la lune .....	76
IV.2.1.2. Stabilisation d'un satellite par gradient de gravité .....	77
IV.2.2. Synthèse de la loi de commande par mode glissant .....	79
IV.2.2.1 Degré relatif .....	81
IV.2.2.2 Surface de glissement.....	82
IV.2.2.3. Loi de commande .....	82
IV.2.2.4. Elimination du phénomène du Chattering .....	83
IV.2.3. Simulations .....	84
IV.2.3.1. Simulation en boucle ouverte .....	85
IV.2.3.2. Simulation en boucle fermée .....	86
IV.2.3.3. Commentaires sur les simulations .....	94

Sommaire

IV. 2.Application de la commande adaptative directe au modèle non linéaire de satellite en utilisant des actionneurs gyroscopiques.....	94
IV.2.1. Présentation .....	94
IV.2.1. Formulation du problème .....	95
IV.2.3. Système de commande adaptatif .....	97
IV.2.4. Contrôle d'attitude .....	99
IV.2.5. Résultats des simulations avec commentaire .....	100
IV.2.6. Commentaires.....	109
IV.3. Conclusions.....	110
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>111</b>
Annexe	



**Liste des tableaux :**

Tableau I.1 : Les différentes technologies de propulsion, leurs domaines d'application et leurs principales performances

Tableau I.2 : Ordre de grandeur des couples perturbateurs.

Tableau II-1 : Notations utilisées.

### Liste des figures :

- Figure I.1. Représentation du satellite Soutnik I  
 Figure I.2 : Exemple de constitution d'un satellite : Spot 5  
 Figure I.3 : Représentation de l'angle de nutation lors de la stabilisation par spin.  
 Figure I.4.a : cas d'un contrôle passif de la nutation.  
 Figure I.4.b : cas d'un contrôle actif de la nutation (flat spin).  
 Figure I.5 : Repère de consigne.  
 Figure I.6 : Capteur stellaire.  
 Figure I.7.a : Capteur solaire analogique.  
 Figure I.5.b : Capteur solaire à barrettes DTC.  
 Figure I.8: Capteur magnétique.  
 Figure I.9.a: Gyromètres optiques.  
 Figure I.9.b : Accéléromètres à quartz.  
 Figure I.9.c : Accéléromètres à cordes vibrantes.  
 Figure II.1: Repère de consigne.  
 Figure II.2.a : Orientation du repère lié au satellite.  
 Figure II.2.b : Représentation des angles utilisés.  
 Figure II.3.a : Représentation du mouvement du satellite en fonction du temps (cas mouvement de Poinsot).  
 Figure II.3.b : Diagramme de Bode.  
 Figure II.4.a : Bloc diagramme.  
 Figure II.4.b : Représentation de la boucle de commande.  
 Figure II.5: Diagramme de stabilité en fonction de  $k_1, k_3$  .  
 Figure II.6 : Représentation du mouvement libre du satellite soumis uniquement au couple de gradient de gravité sans commande.  
 Figure II.7 : Représentation du champ magnétique terrestre.  
 Figure II.8 : Représentation d'un contrôleur gyroscopique.  
 Figure III.1 : linéarisation de l'écart pour la commande par glissement.  
 Figure III.2 : Représentation de la commande par mode glissant.  
 Figure III.3 : Représentation de la fonction sign.  
 Figure III.4.a : Fonction sat.  
 Figure III.4.b : Fonction Smooth  
 Figure III.5 : Commande adaptative à modèle de référence.  
 Figure III.6 : Commande adaptative directe.  
 Figure III.7 : Commande adaptative indirecte.  
 Figure IV.1.1 : Face cachée et face visible de la Lune.  
 Figure IV.1.2 : Augmentation de la différence d'inerties en rajoutant un mat  
 Figure IV.2 : représentation des angles de sortie en boucle ouverte  
 Figure IV.3 : Commande par modes glissant sans perturbation pour une référence nulle  
 Figure IV.4: Commande par modes glissant sans couple perturbateur pour une référence de  $[5^\circ, 4^\circ, -5^\circ]$   
 Figure IV.5 : commande par modes glissant sans perturbation pour une référence nulle  
 Figure IV.6 Commande par modes glissant avec couple de perturbations continu pour une référence nulle  
 Figure IV.7 Commande par modes glissant avec erreurs de modélisation pour référence nulle  
 Figure IV.8 Commande pour une référence de  $[5^\circ, 4^\circ, -5^\circ]$  en présence de couple de perturbations continu



Figure IV.9. Commande par modes glissant pour une référence de  $[5^\circ, 4^\circ, -5^\circ]$  en présence d'un pique de perturbations

Figure IV.10 : simulation en boucle ouverte

Figure IV-11: Commande adaptative dans le cas idéal ou le satellite n'est soumis à aucune perturbation.

Figure IV.12 Commande adaptative pour une référence de  $[15^\circ, 12^\circ, 9^\circ]$  en présence de couple de perturbations continu.

Figure IV.13 : Commande adaptative pour une référence de  $[15^\circ, 12^\circ, 9^\circ]$  en présence de couple perturbateur sinusoïdal.

Figure IV.14 Commande adaptative pour une référence de  $[15^\circ, 12^\circ, 9^\circ]$  en présence d'erreurs de modélisation.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

## CHAPITRE 0

### *Introduction générale*



L'utilisation des satellites a longtemps été réservée aux scientifiques et aux militaires mais, avec le développement des technologies de communication, celle-ci s'étend à d'autres domaines. Ils sont un outil d'exploration de l'espace et d'observation de notre planète. Ils sont également indispensables pour les réseaux de télécommunication dans le monde entier [55].

Les premiers satellites artificiels ont été lancés il y a plus de quarante ans. Un satellite artificiel se compose en général d'un corps principal, de panneaux solaires et de petits moteurs. Dans le corps du satellite se trouvent les appareils de mesure et de communication ; les moteurs servent à corriger la trajectoire du satellite et les panneaux solaires lui fournissent de l'énergie électrique. Il existe deux types de satellites : les satellites géostationnaires et les satellites héliosynchrones. Un satellite géostationnaire paraît fixe dans le ciel (stationne) à une altitude de 36 000 km ; il est constamment situé au-dessus du même lieu terrestre. Un satellite héliosynchrone survole la Terre à une altitude d'environ 800 km [55].

Les observations de l'espace réalisées par les instruments à bord des satellites permettent une meilleure compréhension de l'univers en astronomie ou en astrophysique. Les observations de la surface de la terre à grande distance permettent de mesurer des distances, de surveiller des déplacements d'animaux ou l'évolution de la pollution. Les images prises par les satellites sont indispensables aux prévisions météorologiques. Les reconnaissances militaires de terrains ou d'infrastructures sont faites par des satellites plus en plus précis. Dans le domaine des télécommunications, l'utilisation des satellites pour le téléphone assure une couverture plus large et plus profonde que l'utilisation des émetteurs-récepteurs terrestres actuels ; ainsi, une zone encaissée et faiblement peuplée, qui n'est pas couverte actuellement, pourra le devenir dans un futur proche. Placés en constellation, les satellites devraient bientôt couvrir une grande partie de la surface de la Terre et permettre le transport rapide de données volumineuses (développement de la téléphonie mobile, de la télévision et de l'Internet) [55].

Les satellites artificiels sont alimentés par des cellules solaires et par des batteries munies de petites piles nucléaires, dans lesquelles la chaleur produite par la désintégration d'isotopes radioactifs est convertie en électricité. Ces satellites sont également équipés d'émetteurs radio, qui transmettent les données acquises par les instruments embarqués de télémétrie, de récepteurs radio et de circuits électroniques pour recevoir et stocker des données [55].

Les satellites s'orientent continuellement pour pointer vers le soleil les panneaux solaires qui les alimentent en électricité et vers la terre les antennes émettant les signaux. De là on voit la nécessité de commander son orientation. Le système de commande utilise les mesures collectées par les stations de surveillance pour prédire le comportement de chaque satellite en orbite. Les données prévisionnelles sont transférées aux satellites pour établir la commande à appliquer afin de veiller aussi à ce que les orbites des satellites ne s'écartent pas trop de leurs caractéristiques nominales [55].

Dans le présent travail on s'intéresse à la modélisation dynamique ainsi qu'à la commande en attitude d'un satellite dans le but de stabiliser son mouvement.

Les synthèses modernes de lois de commande performantes demandent une connaissance très fine du système à commander. Cette connaissance est résumée dans un modèle. L'écriture de modèles les plus précis demande une compréhension en détail des mécanismes et utilise les lois de la physique. Les modèles obtenus de cette façon sont dits *modèles de connaissance*. Ils



font intervenir des paramètres physiques, qui par définition, sont mesurables par des expériences non nécessairement en rapport avec le but du système.

Le control d'attitude de satellites pour des manœuvres de rotation représente un problème d'intérêt considérable. Ceci est du aux équations du mouvement qui sont non-linéaires. Récemment, des études ont été menées tel que la théorie de la commande optimale qui a été appliquée [1],[3]. Cependant, la solution optimale est difficile à obtenir, c'est pourquoi des théories de commandes suboptimales ont été proposées [4],[6]. Basée sur la théorie des systèmes non linéaires, une loi de control pour la poursuite de trajectoire a été développée dans [7]. Utilisant des techniques de linéarisation ainsi que des hypothèses simplificatrices et le feedback non linéaire, des équations de contrôle d'attitude ont été développées dans [8],[9]. Une méthode de stabilisation utilisant la théorie de Lyapunov a été développée dans [10].

Un moyen très efficace de commande d'attitude de satellites en orbite c'est le contrôleur gyroscopique. Un contrôleur gyroscopique génère un couple de control ceci en mettant les axes de spin des roues en rotation. Le contrôle d'attitude linéaire en utilisant les contrôleurs gyroscopiques a été développé dans [11],[13]. Les résultats récents en [12],[13] ont été obtenus en utilisant des plages de fréquence décrivant le satellite en orbite.

Les résultats présentés en [1],[13] ont été obtenus en supposant que les paramètres du satellite sont bien connus ainsi qu'en admettant que les perturbations internes n'affectent pas le système. Dans la réalité, ces suppositions ne sont pas valides. Récemment, certaines expériences ont été tentées pour élaborer une commande d'attitude du satellite avec de paramètres inconnus. La loi de contrôle adaptative pour les satellites a donné de bons résultats, ils ont été développés en [14],[15]. La théorie de la structure variable a été utilisée en [16],[18] pour obtenir une loi de contrôle d'attitude.

Dans ce travail, on considère des manœuvres de rotation du satellite, ceci en utilisant des actionneurs gyroscopiques. A la différence des ouvrages traitant du contrôle gyroscopique, il est supposé ici qu'il y a des paramètres inconnus dans la dynamique du satellite ainsi que les couples perturbateurs agissant sur le satellite. Une commande adaptative non linéaire a été développée pour la poursuite d'une trajectoire donnée. L'actionneur, ici traité, a la même structure que celui de [15]. Cependant la loi de commande ne se résume pas uniquement aux angles d'Euler, mais aussi aux angles de précession des gyroscopes. L'étude de la commande est basée sur les résultats de la commande adaptative non linéaire [19].

On traitera également le cas des petits satellites en orbite basse soumis au couple de gradient de gravité, on commandera leur orientation en appliquant une commande par modes de glissement et en utilisant des magnétocoupleurs comme actionneurs.

Ce mémoire est organisé comme suit :



Dans le but de familiariser le lecteur avec ce domaine, le premier chapitre sera une introduction à quelques aspects généraux concernant les satellites artificiels, ainsi qu'au Système de Commande d'Attitude et d'Orbite (SCAO), ce dernier assure plusieurs fonctions dont le contrôle d'attitude ainsi que celui de la trajectoire, il se compose de trois parties qui sont : Les capteurs, les actionneurs, l'électronique et l'informatique de bord.

Le deuxième chapitre concernera l'aspect modélisation du mouvement, on traitera trois cas différents : le premier qui est le cas général (mouvement de Poincaré), le second celui des petits satellites en orbite basse soumis essentiellement au couple de gradient de gravité, et enfin les satellites équipés d'actionneurs gyroscopiques.

Le troisième chapitre sera consacré aux notions de base nécessaires pour l'application de la commande par mode de glissement ainsi que la commande adaptative.

Quand au quatrième chapitre, cela sera l'application de deux commandes pour le contrôle d'attitude. La première par mode de glissement qui est une commande robuste, appliquée afin de stabiliser le satellite dans le cas où le couple gradient de gravité est assez imposant. La seconde, adaptative directe appliquée au modèle non linéaire munit d'actionneurs gyroscopiques comme éléments de contrôle. Pour appuyer nos résultats théoriques, des simulations seront présentées.

## **CHAPITRE I**

### ***Généralités sur les satellites artificiels***



### I.1.Historique

Il faudra attendre la fin du XIX<sup>e</sup> siècle pour que Constantin Tsiolkowski (1857-1935) publie les théories du vol spatial ouvrant ainsi l'ère de l'astronautique. Trois pays participeront au début du XX<sup>e</sup> siècle à développer les techniques nécessaires à l'épopée de la conquête de l'espace ; le professeur américain Robert Goddard qui réussit le premier vol d'une fusée à propergol liquide à Auburn (Massachusetts) le 16 mars 1926, l'équipe russe de Valentin Glouchko dont les moteurs équiperont les modèles GIRD (Groupe d'Etude du Mouvement à Réaction) et contribueront aux succès de Sergueï Korolev et enfin, le groupe allemand *Verein für Raumschiffahrt* ou VfR (Association pour les Voyages dans l'espace) sous l'impulsion de Johannes Winkler [55].

Les études de lancement d'un satellite artificiel débutèrent concrètement dans les années qui suivirent la deuxième guerre mondiale. Après l'Ascension de Nikita Khrouchtchev au pouvoir en 1955. Le 4 octobre 1957, l'Union des Républiques Socialistes Soviétiques n'étonna pas seulement sa population, mais aussi le monde entier par le lancement du premier satellite artificiel dans l'espace. Soutnik1 était une sphère de métal de la grosseur d'un ballon de basket (58 cm de diamètre), avec quatre antennes qui émettaient des signaux radio vers la terre. Le poids total du satellite n'était que de 83,6 kg. Ce satellite, équipé d'instruments qui servaient à mesurer la température et la densité de la couche supérieure de l'atmosphère, transmet des données vers la Terre pendant 21 jours, jusqu'à l'épuisement de ses batteries. Après 96 jours en orbite, il brûla en retombant dans l'atmosphère. Depuis ce moment, l'humanité est entrée dans l'ère spatiale.

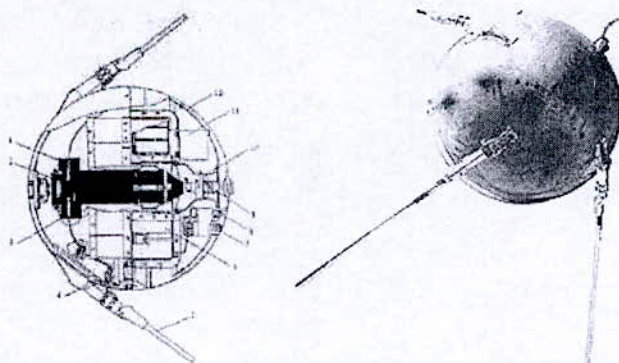


Figure I.1 : Représentation du satellite Spoutnik1 [72]



## **I.2.Introduction aux satellites artificiels**

### **I.2.1.Le système spatial**

Un système spatial représente l'ensemble fonctionnel des éléments de base qui forment la mission spatiale ; les différentes parties de ce système sont interconnectées et échangent entre elles de la matière de façon à remplir un objectif donné.

Quelques exemples de systèmes spatiaux :

- Le système spatial SPOT
- Le système spatial d'altimétrie JASON
- Le système spatial SKYBRIDGE

### **I.2.2.Le satellite artificiel**

Le *satellite artificiel* est défini comme étant un engin placé par un système de transport spatial (fusée, navette) en orbite autour d'un astre, en particulier, de la terre. [55], [37]

### **I.2.3.Différents types de satellites artificiels**

On distingue donc différents types de satellites, satellites d'astronomie, satellites de navigation, satellites météorologiques, satellites de télécommunication et enfin les satellites militaires [38].

#### **- Satellites d'astronomie**

Ils servent à observer l'espace en permanence, non seulement en lumière visible, mais également dans toutes les longueurs d'onde du spectre électromagnétique imperceptibles depuis la terre. Ils permettent, par exemple, de mesurer la densité, la température et le degré d'ionisation de la haute atmosphère, l'intensité du rayonnement cosmique, le nombre et la taille des micrométéorites, ou encore la force et la direction du champ magnétique terrestre. En 1983, avec le satellite IRAS d'astronomie infrarouge, on a pu observer en détail le centre de notre galaxie

#### **- Satellites de navigation**

Ils permettent de réaliser des mesures qui s'avèrent impossibles à effectuer sur terre et qui, combinées aux mesures rapportées par les autres satellites, fournissent de précieux renseignements sur notre planète. Les satellites de navigation permettent entre autre de localiser les appels de détresse, de déterminer la position d'un navire avec une marge d'erreur infime, et d'établir la carte des courants marins.



### - Satellites météorologiques

Il existe deux types de satellites météorologiques: les satellites *géostationnaires* et les satellites *à défilement*. Les premiers sont immobiles pour un observateur terrestre, car ils ont une trajectoire équatoriale circulaire à environ 36 000 km au-dessus de l'équateur. Les satellites à défilement ont en général des orbites beaucoup plus basses et survolent un grand nombre de régions du globe. Les satellites météorologiques permettent de réaliser des images de la terre et d'alimenter les stations météorologiques, de façon à prévoir l'évolution de phénomènes naturels, tels que typhons, cyclones, tempêtes.

### - Satellites de télécommunication

Les technologies spatiales sont devenues l'une des clés du développement extrêmement rapide des télécommunications et plus généralement du transport de l'information

- liaisons internationales,
- nouveaux services de transmission de données et de télévision directe,

### - Satellites militaires

Ils sont utilisés pour la surveillance, la reconnaissance, l'alerte, l'aide à la navigation. On distingue les *satellites de télécommunications militaires* et les *satellites de surveillance, de reconnaissance terrestre et maritime*.

## I.2.4. Applications des satellites

### I.2.4.a. Missions Scientifiques

Les missions scientifiques consistent à étudier l'univers proche et lointain par le biais de moyens spatiaux.

Les raisons qui ont favorisé le développement de l'utilisation des moyens spatiaux pour l'étude de l'univers proche et lointain sont :

- s'affranchir des perturbations par l'atmosphère terrestre lorsqu'on observe des objets astronomiques depuis la terre ; ce qui a conduit à la réalisation d'observatoires astronomiques orbitaux.
- la possibilité d'observer les planètes et les comètes en détail et avec précision ce qui a conduit à la réalisation de sondes interplanétaires sans oublier la possibilité de prévoir une éventuelle collision avec la Terre des comètes et des astéroïdes.



- la possibilité d'analyser les constituants de certains milieux sur le sol ou dans l'environnement de certaines planètes sur place et d'y effectuer des mesures et des observations.

#### I.2.4.b. Mission d'applications et commerciales

En ce qui concerne les secteurs d'application nous pouvons citer les deux plus importants :

Le premier qui est le secteur des télécommunications qui représente le plus important débouché commercial et qui n'a cessé de se développer grâce à l'évolution rapide des techniques et technologies utilisées le second est le secteur d'observation de la terre qui a pour but mieux connaître la planète terre qui est plutôt une mission scientifique et mieux gérer ces ressources et là il constitue une mission d'application.

### I.3. Généralités sur les satellites

#### I.3.1. Constitution d'un véhicule spatial : le satellite [36]

Un satellite est un objet qui doit remplir des fonctions spécifiques dans un environnement spatial. Son architecture résulte des objectifs définis par la mission et des contraintes particulières liées à son évolution dans l'Espace. [80]

Tout satellite comporte essentiellement une *charge utile*, constituée par les instruments liés aux objectifs de la mission et une *plateforme de service* comportant tout ce qui est nécessaire pour assurer le bon fonctionnement des instruments pendant la durée de vie prévue. [80]

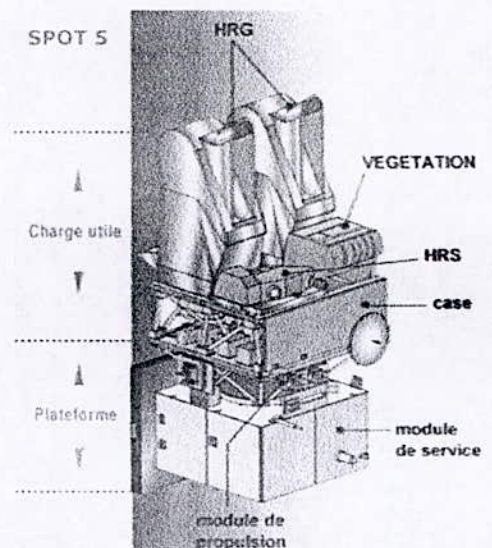


Figure I.2 : Exemple de constitution d'un satellite Spot 5 [80]



### a. La plate-forme

En anglais bus, platform, qui correspond originellement à la structure destinée à supporter une ou plusieurs charges utiles et équipée pour leur fournir les ressources nécessaires à leur fonctionnement, dans les conditions requises.

Les principales fonctions dévolues à la plate-forme sont :

- la structure porteuse et les mécanismes,
- le contrôle thermique des éléments,
- la propulsion,
- la génération, le stockage et la distribution de l'énergie,
- le contrôle d'attitude et d'orbite,
- la télémessure, la télécommande et la localisation,
- le traitement, le stockage et la gestion des données à bord,

Ces fonctions sont réalisées par des sous-ensembles appelés « chaînes fonctionnelles »

- la structure porteuse et les mécanismes comprennent les ensembles mécaniques assurant les fonctions d'interfaçage avec le lanceur, de support des équipements stable dimensionnellement en orbite, après mise en forme (déploiements), et d'écran protecteur contre les rayonnements et les corpuscules,

- le contrôle thermique a pour fonction de maintenir les équipements dans tous les cas et pendant toute la durée de vie du satellite dans des plages de température spécifiées pour garantir les performances des équipements (leur non-gradation en cas de phase critique) et d'uniformiser les températures pour assurer une stabilité dimensionnelle compatible avec les précisions d'alignement requises,

- le sous système propulsif a pour fonction de créer les accroissements de vitesse nécessaires à toutes les manœuvres du satellite au cours de toute sa vie depuis une possible manœuvre d'apogée jusqu'aux manœuvres de commande d'orbite et dumaintien en attitude, et enfin la manœuvre de désorbitation,

- la génération d'énergie utilise le soleil grâce à des générateurs à base de cellules photovoltaïques, mais aussi parfois pour les sondes lointaines, des générateurs nucléaires ou isotopiques. Le stockage d'énergie se fait dans des batteries électrochimiques nécessaires pour les périodes d'éclipses ou lorsque des demandes instantanées sont supérieures à la capacité intrinsèque des générateurs (propulsion électrique). Un ensemble de convertisseurs et de régulateurs adaptent la production de l'énergie à la demande de la charge utile, avant de la distribuer,



- la commande de l'attitude et de l'orbite : qui va être mis en évidence plus tard,

- les équipements de télémessure, télécommande (localisation éventuelle) constituent un ensemble de télécommunication de servitude transmettant au sol les télémessures des paramètres soumis à un contrôle et recevant les télécommandes des équipements à opérer (plate-forme et souvent charge utile).

La chaîne de traitement, stockage et gestion bord constitue le nœud des informations transitant à bord entre les différents équipements. La conception est de plus en plus unifiée autour de microprocesseurs assurant la gestion des données, leur mise en forme, le codage et décodage et aiguillant les informations vers les équipements en utilisant des artères de données. Ce sous système assure en outre le stockage des informations avant de les retransmettre vers le sol. Dans des enregistreurs magnétiques ou à mémoire à l'état solide (ces dernières fonctions sont parfois rattachées à la charge utile comme sur SPOT, et la logique d'appartenance est souvent industrielle).

## **b. La charge utile**

En anglais payload, qui correspond à l'ensemble d'éléments destinés à remplir une mission déterminée.

L'idée sous-jacente à ce découplage est que la plate forme assure une fonction polyvalente de servitude au profit d'une charge utile qui est spécifique de chaque mission. Il y a ainsi le concept économique d'une plate-forme générique assez peu dépendante de s missions possibles, et en conséquence d'un satellite à l'autre la plateforme pourrait être invariante et seule la charge utile serait adaptée à la mission.

La fonction de charge utile est d'assurer la mission et de transmettre au sol par voie radioélectrique (ou autre) les informations spécifiques à cette mission.

Plusieurs sous systèmes sont généralement nécessaires pour assurer une fonction donnée. La découpe en sous systèmes est nécessaire et pratique car elle correspond à des « métiers différents », mais en réalité ce que l'on réalise est un tout, les sous systèmes sont imbriqués entre eux, et concevoir un bon véhicule (satellite) c'est précisément bien assurer cette imbrication dans tous les modes de fonctionnement de celui-ci.

### **1.3.2. Le lancement d'un satellite**

#### **1.3.2. 1. Phases de lancement d'un satellite [38]**

Le lancement d'un satellite peut se décomposer en 3 phases:

La première s'effectue passivement sous le contrôle total du lanceur. Viennent ensuite la mise en orbite et la recette conduisant à la mise en service du satellite.



Lorsqu'un satellite totalement passif est placé sur orbite il obéit aux lois de la mécanique classique sans intervention d'un moteur le soumettant soit à des forces soit à des couples. Son centre de gravité poursuit indéfiniment la trajectoire d'un corps soumis à un champ newtonien (magnétique terrestre); le mouvement autour de son centre de gravité est constant tel que définit l'instant initial de la mise sur orbite.

Or un satellite a une mission à remplir et l'on ne peut accepter que le mouvement autour du centre de gravité soit quelconque, de plus, la plupart des échecs de véhicules spatiaux sont à l'origine d'une déficience du système de stabilisation ou de pilotage d'où la nécessité de le contrôler. ( Contrôler un satellite c'est stabiliser son mouvement autour de son centre de gravité) par exemple si on cherche à placer sur orbite un satellite stationnaire ,c'est à dire un satellite vu d'un point de la terre semble immobile. La trajectoire du satellite doit alors être un cercle de rayon 36000km.

La mise sur orbite est assez complexe : on commence à placer un ensemble en général constitué d'un troisième étage et d'un quatrième étage de la fusée, ce dernier portant le satellite .le troisième étage est allumé et la trajectoire devient une ellipse dont l'apogée est de 36000km.lorsque le véhicule atteint cet apogée, le quatrième étage est allumé et la poussée doit être telle que la trajectoire devienne circulaire .l'orientation des tuyères (conduit terminal d'une turbine à gaz, dans lequel se produit la détente fournissant l'énergie) doit être soigneusement contrôlée.

### 1.3.2.2. Fonctions d'un sous système de propulsion [36]

Le sous système de propulsion a pour fonction de créer les accroissements de vitesse nécessaires à toutes les manœuvres du satellite au cours de toute sa vie depuis une possible manœuvre d'apogée jusqu'aux manœuvres de contrôle d'orbite et du maintien en attitude, et enfin la manœuvre périodiques de contrôle d'orbite et du maintien en attitude, et enfin la manœuvre de désorbite; pour cela il doit délivrer des forces et des couples.

Les forces (poussées) mises en jeu par les propulseurs varient de quelques mNewton à quelques centaines de Newton. Elles sont obtenues par l'éjection de matière à grande vitesse. Il s'agit le plus souvent de gaz sous pression et à haute température, qui sont détendus au travers d'une tuyère supersonique convergente-divergente.

Le sous-système de propulsion est constitué de propulseurs, des éléments nécessaires au stockage et à l'alimentation des propulseurs en ergol et éventuellement d'un sous ensemble de pressurisation des réservoirs d'ergol.

Le sous-système de propulsion a des interfaces importantes avec les autres sous-systèmes d'une plateforme, principalement :

- mécanique et thermique : pour l'implantation des réservoirs et le contrôle thermique du sous-système,



- mécanique et thermique : pour l'implantation des réservoirs et le contrôle thermique du sous-système,
- contrôle d'attitude et d'orbite : l'implantation sur la plateforme et les différents modes fonctionnels des propulseurs doivent répondre aux exigences du sous-système de commande d'attitude et d'orbite.

La masse d'un sous-système propulsif représente un pourcentage important de la masse du satellite; par exemple, dans le cas de TELECOM 2 d'une masse totale au lancement de 2.3t et de durée de vie de 10 ans en orbite géostationnaire, la masse sèche du sous-système est de 100 Kg et la masse des ergols embarqués est de 1 150Kg.

### **I.3.2.3. Techniques de propulsion**

On peut distinguer quatre grands types de propulsion : [36],[58]

#### **- La propulsion à propergol solide**

Les propulseurs, généralement de forte poussée, sont utilisés pour les manœuvres de transfert d'orbite ou pour la mise en rotation d'un composite constitué par l'étage supérieur du lanceur et du satellite lui-même. Des applications faible poussée sont en cours de développement. Ce type de propulsion n'est pas réallumable.

Dans une fusée à propergol solide, au moment de la mise à feu du combustible, les gaz émis sont rejetés par la tuyère, ce qui propulse la fusée

#### **- La propulsion à gaz froid**

On utilise directement dans la tuyère du propulseur un gaz à température proche de l'ambiante, le plus souvent de l'azote, stocké dans un réservoir haute pression, et préalablement détendu au travers d'un détendeur régulateur de pression. La poussée peut atteindre quelques dizaines de Newton.

#### **- La propulsion liquide**

Les gaz qui sont éjectés à haute température par une tuyère supersonique résultent des réactions chimiques de décomposition ou de combustion d'un ou de deux ergols stockés sous forme liquide. La poussée des propulseurs varie de 0,5 Newton à quelque centaine de Newton et permet ainsi de couvrir les besoins d'une manœuvre de transfert d'orbite et ceux du contrôle d'attitude et d'orbite.

Bien que la plupart des pionniers dans le domaine de la fusée à propergols liquides aient utilisé l'essence comme carburant, l'alcool éthylique ou le kérosène raffiné furent par la suite largement employés. L'éthanol, utilisé dans les fusées V2, Viking et Redstone, brûle grâce à



de l'oxygène liquide qui présente cependant l'inconvénient d'un point d'ébullition si bas que les pertes par évaporation demeurent considérables.

Les recherches pour trouver un substitut à l'oxygène liquide ont mené (en partie par hasard) à l'usage d'autres ergols liquides, connus sous le nom d'hypergols : ils consistent généralement en de l'acide nitrique (comburant), associé soit à de l'aniline, soit à de l'hydrazine (carburant). Un hypergol ne nécessite aucune mise à feu, carburant et comburant s'enflammant dès leur mise en contact : c'est une propriété majeure du dérivé de l'hydrazine connu sous le nom de diméthylhydrazine dissymétrique (en abrégé UDMH, de l'anglais Unsymmetrical DiMethylHydrazine), un ergol communément employé en association avec l'oxygène ou le peroxyde d'azote.

L'hydrogène liquide est théoriquement le meilleur carburant, mais il est délicat et dangereux à manipuler. Ces problèmes d'utilisation furent néanmoins résolus par les équipes d'ingénieurs qui ont travaillé sur les lanceurs américains Centaur (conçu dans les années 1960 à partir du RL-10 du motoriste aéronautique Pratt & Whitney, premier moteur à ergols cryotechniques, hydrogène et oxygène en l'occurrence) et Saturn V (la fusée géante : 2 700 t et 110 m de hauteur des missions Apollo), et plus tard sur l'actuelle navette spatiale. Le couple hydrogène et oxygène liquide est également à la base de la technologie retenue pour l'étage principal cryotechnique (EPC) de la nouvelle fusée européenne Ariane 5.

Trois techniques apparaissent dans ce type de propulsion :

- L'hydrazine mono ergol [ $N_2H_4$ ]
- Les diergols utilisant le couple Peroxyde d'azote – Monométhylhydrazine [ $N_2O_4 - MMH$ ]
- Le dual mode qui associe les deux techniques précédentes en utilisant le Peroxyde d'Azote et d'Hydrazine.

#### - La propulsion électrique

Elle est fondée sur l'utilisation d'énergie électrique, fournie par une source externe au sous-système de propulsion proprement dit, pour accélérer le fluide propulsif. Les poussées sont de l'ordre de quelques dizaines à quelques centaines de mNewton.

D'autres techniques de propulsion sont à l'étude comme, par exemple, la propulsion hybride qui utilise un oxydant liquide ou gazeux (eau oxygénée,...) et un réducteur solide (polyéthylène...).

L'extension de l'utilisation de la propulsion électrique pour réaliser les manœuvres de transfert sur son orbite définitive d'un satellite géostationnaire est envisagée.

Compte tenu des faibles niveaux de poussée requis, les changements d'orbite des mini ou micro satellites pourront se faire avec les mêmes technologies que celles actuellement utilisées pour le contrôle d'orbite et d'attitude.



Le tableau I.1 résume les différentes technologies de propulsion, leurs domaines d'application et leurs principales performances [36].

Technologie	Manœuvre de transfert	Contrôle d'orbite	Contrôle d'attitude	Poussée [N]
Gaz froid		X	X	0,05-20
Solide	X			50-50000
<b>Liquide :</b>				
Hydrazine catalytique		X	X	0.5-2500
Hydrazine à surchauffe		X	X	0.05-0.5
Diergol	X	X	X	5-500
Dual mode	X	X	X	5-500
<b>Electrique :</b>				
Electrothermique		X	X	0.1-0.2
Electrostatique		X	X	0.02
Plasma		X	X	0.01-0.1

Tableau I.1 : Les différentes technologies de propulsion, leurs domaines d'application et leurs principales performances [36]

On définit également les tuyères :

#### 1.3.2. 4. Tuyères

Lorsque le contrôle actif est nécessaire, l'utilisation de tuyères commandées est un des moyens d'une stabilisation relativement simple [59].

Une tuyère est un actionneur "tout ou rien", donnant une poussée ou nulle ou constante et égale à sa valeur maximum et afin de ne pas perturber la trajectoire du véhicule, il ne faut pas créer de résultante et donc générer uniquement un couple pur. Pour cela on associe les tuyères 2 par 2 en positions symétriques sur le satellite et donnant des poussées opposées.

Ce mode de stabilisation est particulièrement adapté aux stations spatiales nécessitant des couples importants [59].

Les moteurs-fusées, qui évoluent dans des conditions proches de celles du vide, nécessitent des tuyères de grande dimension pour que la vitesse d'éjection des gaz atteigne le seuil supersonique. La tuyère doit être composée d'abord d'une section convergente, allant de la chambre de combustion jusqu'à la portion la plus étroite -le col, où la vitesse du son est atteinte, puis d'une seconde section, le divergent - qui forme la partie visible de la tuyère : le diamètre de sortie peut atteindre quatre à cinq fois celui de la chambre de combustion [36].

Le flux rapide (plusieurs km/s) de gaz brûlants, en frottant contre les parois de la tuyère, pose l'épineux problème du transfert de chaleur, surtout si le temps de combustion doit dépasser quelques minutes au lieu de quelques secondes. Ce problème est encore plus critique près du



col, où un refroidissement dit régénératif est souvent employé dans les moteurs à propulsion liquide : dans un moteur à oxygène et hydrogène liquides, par exemple, l'hydrogène peut être pompé pour circuler à travers de petites canalisations placées dans les parois de la tuyère, avant de poursuivre son trajet pour aller alimenter la chambre de combustion [36].

Il existe un autre mode de propulsion, envisagé pour des vols vers la terre et la lune et des missions vers des planètes éloignées : le moteur-fusée nucléaire. Il serait au moins deux fois plus efficace que le moteur à hydrogène et à oxygène liquides (déjà très performant), comme l'indique la comparaison de leur impulsion spécifique (Isp, l'une des façons de mesurer la puissance d'un moteur-fusée en calculant la poussée fournie par kg de propergol brûlé par seconde) : celle du moteur à hydrogène et à oxygène liquides peut atteindre 450 N, le moteur-fusée nucléaire, tel qu'il était étudié aux États-Unis dans les années 1960-1970, était évalué à 1 100 N. Ce type de moteur utilise de l'hydrogène liquide transformé en gaz et chauffé par un réacteur à fission nucléaire jusqu'à de très hautes températures. L'hydrogène ne brûle pas, traversant simplement la tuyère à pression très élevée et à très grande vitesse [36].

D'autres types de moteurs-fusées évolués sont à l'étude pour d'éventuelles missions spatiales de longue durée, devant traverser des champs gravitationnels faibles. Dans ces conditions, des moteurs à faible poussée pourraient être employés, à condition que la poussée puisse se prolonger pendant un temps suffisamment long, grâce à une utilisation judicieuse des ergols. Parmi ces technologies futuristes, figure le moteur à plasma : il contient un gaz ionisé extrêmement chaud qui peut s'échapper vers l'arrière du moteur à une vitesse très élevée (voir Ionisation) ; le gaz ionisé peut être accéléré par un champ électromagnétique. Autre technologie, le moteur ionique expulse à de très grandes vitesses des atomes ionisés, de Césium par exemple, grâce cette fois à un champ électrostatique. Enfin, le moteur photonique pourrait éjecter des photons (simples particules porteuses d'énergie lumineuse) à la vitesse de la lumière. Bien que l'énergie d'un seul photon soit infinitésimale, l'immense quantité de photons éjectés permettrait à ce moteur de fournir de faibles poussées maintenues sur des intervalles de temps suffisamment longs.

#### **I.4.1. Lancement et retour**

Le lancement d'un véhicule spatial s'effectue à partir d'une base, contrôlée par des équipes d'ingénieurs et de techniciens opérant à distance depuis un bâtiment voisin. Les inspections avant le départ sont multiples, la mise à feu et le décollage n'arrivant qu'après une longue campagne de préparatifs [55].

Au retour, il faut surmonter le problème de la rentrée dans l'atmosphère. Dès les premiers vols habités, la solution retenue est celle du bouclier thermique, qui équipe entre autres les capsules américaines des programmes Mercury, Gemini et Apollo; sur la navette spatiale, des tuiles en céramique cimentées individuellement à la coque assurent la protection. Avant l'ère de la navette, qui se pose sur une piste d'atterrissage comme un avion, toutes les capsules



américaines effectuent un retour dans l'océan. Les astronautes sont rapidement localisés puis récupérés par hélicoptère et recueillis à bord de navires de la marine américaine. Les spationautes russes (ou cosmonautes) atterrissent quant à eux en Sibérie, la capsule Soïouz étant freinée par un système de parachutes [55].

#### **I.4.2. En orbite autour de la terre**

L'orbite d'un corps satellisé autour de la terre peut être de forme circulaire ou elliptique. Une orbite circulaire est parcourue à une vitesse constante, d'autant plus faible que l'altitude est élevée (deuxième loi de Kepler) : comme le fait remarquer dès 1945 Arthur Clarke, il existe donc une altitude où la vitesse de rotation d'un satellite est identique à celle de la Terre. C'est l'altitude géostationnaire, ainsi appelée parce qu'elle permet à un satellite placé à 35 768 km au-dessus de l'équateur de se déplacer sur une trajectoire dite géosynchrone, de sorte qu'il demeure à une position fixe au-dessus d'un certain point déterminé de l'équateur. La plupart des satellites de télécommunications sont placés sur cet anneau, désormais connu sous le nom d'orbite géostationnaire [56].

Sur une orbite elliptique, la vitesse varie d'un maximum atteint au périhélie, c'est-à-dire à l'altitude la plus faible, à un minimum atteint à l'apogée, soit à l'altitude la plus élevée (ce résultat provient là encore de l'application de la deuxième loi de Kepler).

Une caractéristique importante de l'orbite est sa position par rapport à la terre : elle peut se situer dans n'importe quel plan passant par le centre de la terre (l'angle entre le plan orbital et le plan équatorial étant appelé inclinaison de l'orbite). Ainsi, une orbite polaire s'inscrit dans un plan passant par les pôles nord et sud, c'est-à-dire qu'il traverse l'axe de rotation de la terre ; une orbite équatoriale est une orbite située dans le plan de l'équateur.

Un satellite d'observation placé en orbite polaire, transportant généralement des caméras sensibles dans le domaine infrarouge, peut balayer l'intégralité de la surface du globe en vingt-quatre heures. Si l'inclinaison de l'orbite est inférieure à  $90^\circ$ , la couverture est réduite, certaines régions proches des pôles n'étant plus survolées. Dans le cas d'un satellite météorologique géostationnaire comme ceux de la famille Meteosat, un calcul très simple prouve que l'image transmise par le satellite (toutes les 30 minutes environ) couvre un peu moins d'un hémisphère terrestre (sa zone de visibilité est limitée à  $81,2^\circ$  de latitude de part et d'autre de l'équateur).

Un corps placé dans le vide peut théoriquement tourner indéfiniment sur son orbite. Mais si sa trajectoire est suffisamment basse par rapport à l'atmosphère terrestre, le frottement de l'air provoquera une perte progressive d'altitude. De nombreux satellites finissent ainsi leur vie : ils sont détruits en rentrant dans l'atmosphère, où ils se consomment comme un météore.



### I.5. Introduction au Système de Commande d'Attitude et d'Orbite (SCAO)

L'étude d'un satellite englobe plusieurs aspects, en ce qui nous concerne, cela sera celui de la commande ou du contrôle de ce dernier. Celle-ci est donnée par les équations du système de commande d'attitude et d'orbite (SCAO).

La commande d'attitude ainsi que celle de la trajectoire constituent les deux points importants du SCAO d'un satellite. Il s'agit pour le premier de maîtriser l'attitude (orientation) du satellite ou plus exactement le mouvement de celui-ci autour de son centre d'inertie. En ce qui concerne le second, c'est la courbe décrite par le centre d'inertie du satellite en mouvement périodique.

Le SCAO assure deux fonctions :

- la première consiste dans l'acquisition et le maintien de l'attitude désirée depuis la séparation avec le lanceur jusqu'à la fin de vie. Des changements d'attitude peuvent être prévus au cours de mission. Il en est de même en cas de passage en mode de survie ou l'attitude de consigne est souvent différente de l'attitude nominale à poste [36],

- la seconde est l'acquisition et le contrôle de l'orbite durant toute la durée de vie du satellite.

Le système de commande d'attitude et d'orbite doit compenser les couples perturbateurs qui dépointeraient le satellite, autrement dit, il doit assurer l'asservissement d'attitude du satellite en présence de ces perturbations en pointant les axes du véhicule vers les directions requises pour assurer sa mission, ainsi qu'assurer des corrections fines de manière à ce que lors de l'arrivée en poste, une correction finale rende l'orbite circulaire équatoriale et de période 24h, pour un satellite géostationnaire par exemple.

L'attitude du satellite est déterminée par l'orientation d'un système d'axes lié au satellite par rapport à des repères externes (terre, soleil, étoiles) à l'aide de détecteurs d'attitude. En fonction de l'attitude recherchée, les commandes d'attitude impriment les corrections de vitesse autour du centre de gravité. Quand à l'orbite, maintenir le satellite sur l'orbite prévue est indispensable à la réalisation de la mission; la détermination d'orbite fine (décimétrique) à bord est maintenant possible grâce à des équipements embarqués (diodes, diogène) utilisant les systèmes de navigation (DORIS, GPS, GLONASS). C'est un pas important pour accroître l'autonomie des satellites (essentielle pour les constellations) qui peuvent déterminer et exécuter tous seuls les manœuvres d'orbite. Que celles-ci soient commandées depuis le sol ou automatiques à bord, elles utilisent le sous-système propulsion pour créer les incréments de vitesse [36]. L'ensemble de ces corrections se fait par poussées tangentes à l'orbite (est-ouest) ou normales à l'orbite (nord-sud).



Si on définit pour le satellite le trièdre roulis, tangage, lacet (angles de cardan), comme suit :

- l'axe de lacet, perpendiculaire à la face portant les antennes,
- l'axe de tangage, parallèle à l'axe de rotation des panneaux,
- l'axe de roulis, complétant le trièdre.

On a l'axe de lacet dirigé vers le centre de la terre, l'axe de tangage perpendiculaire à l'orbite (donc à l'Equateur) et l'axe de roulis tangent à l'orbite. Le trièdre (R, T, L) est donc confondu avec le trièdre orbital local (tangente, normal, géocentrique)

On peut citer 2 modes principaux qui se différencient par l'ampleur des couples perturbateurs appliqués au satellite [38] :

-le mode normal, pendant lequel le satellite est soumis essentiellement aux couples d'origine solaire,

-le mode correction de poste, pendant lequel le satellite est soumis aux couples induits par les propulseurs de correction, couples qui sont beaucoup plus forts que les précédents.

On peut citer en plus,

-le mode de tranquillisation du système après une correction de poste pour revenir en mode normal, ainsi qu'un certain nombre de modes de secours, d'attente ou de réaction.

### **I.5.2. La boucle SCAO**

Le SCA met en œuvre une boucle, celle-ci est refermée par la dynamique d'attitude du véhicule. C'est donc une propagation cyclique d'information et de phénomènes physiques, qui à tout instant, assure au satellite une correcte orientation dans l'espace [36].

On distingue à l'intérieur de la boucle :

#### **I.5.2.1. La dynamique du véhicule spatial**

L'attitude du véhicule évolue en fonction de sa structure et des couples subits. Certains de ces couples sont des couples perturbateurs, d'autres sont exploités pour le contrôle d'attitude. Ces couples sont d'origine interne ou externe au satellite.

#### **I.5.2.2. La sous fonction estimation d'attitude**

Cette sous-fonction a pour rôle l'estimation de divers paramètres qui caractérisent l'attitude courante du véhicule, tels que des angles ou des vitesses angulaires. Elle est mise en œuvre par un « estimateur traitant les mesures fournies par différents capteurs (ou senseurs) d'attitude.



### I.5.2.3. La sous fonction commande

La commande établie les ordres à envoyer aux actionneurs afin que le véhicule rallie l'attitude de consigne. Ces ordres dépendent de l'estimation de l'attitude courante réalisée par la sous-fonction précédente.

### I.5.3. La fonction commande de l'orbite

Parmi les fonctions couvertes par le SCAO, une d'entre elles concerne la réalisation des manœuvres tant du point de vue de l'incrément de vitesse  $\Delta V$  que du contrôle associé [36]. Selon le type de propulsion embarqué à bord du satellite, le calcul de  $\Delta V$  à réaliser est effectué à bord (moyen de localisation par GPS ou DORIS) ou au sol (par moyens classiques). A partir de ce calcul on estime la durée d'ouverture de la ou des tuyères nécessaires à la génération de la force correspondante. Ces durées sont alors chargées à bord pour exécution aux dates voulues.

Certaines contraintes rejaillissent sur le sous-système de commande d'attitude et d'orbite :

- le choix de l'implantation des tuyères de contrôle d'orbite ou d'attitude.
- capteurs et actionneurs particuliers.
- la programmation des manœuvres en fonction des  $\Delta V$  à réaliser.
- les performances différentes découlant de lois de contrôle différentes par rapport au mode normal.

#### I.5.3.1. Le choix de l'implantation des tuyères et de leur nombre

En ce qui concerne les tuyères chimiques ( $0.5N$ ,  $10N$ ,  $22N$ ), elles sont utilisées afin de générer une poussée, elles induisent sur le véhicule de fortes perturbations tant en amplitude qu'en spectre fréquentiel. De ce fait pour contrôler la perturbation, on utilise le même actionneur [36].

En ce qui concerne l'implantation de ces tuyères, le compromis à trouver tient compte à la fois :

- des directions de poussée à générer,
- des couples de contrôle à réaliser suivant les 3 axes,
- des appendices interceptant les jets des tuyères (antennes ou générateur solaire) de manière à limiter les phénomènes d'érosion ou de perturbations dynamiques,
- des critères de redondance,
- de la consommation d'ergols associés pour la réalisation des manœuvres,
- de la limitation du nombre de tuyères qui sont des organes sensibles et dont les pannes (tuyères partiellement fonctionnelles ou ouvertes) peuvent causer de forts dépointages et donc des interruptions de mission.



Contrairement aux propulseurs chimiques, les perturbations induites par les propulseurs ioniques sont de moindre importance (facteur 100 à 1000). Cependant, le mode de contrôle utilisé avec les tuyères chimiques ne peut s'appliquer. En effet, on ne peut pas envoyer un train d'impulsions sur les tuyères ioniques car elles ne peuvent être réactivées rapidement (délai allant de 10 à 30 minutes entre deux tirs). C'est pourquoi il est impératif d'utiliser un autre type d'actionneur [36].

### I.5.3.2. Capteurs et actionneurs

Les modes de commande d'orbite à tuyères induisent sur le véhicule des perturbations très différentes par rapport au mode normal du satellite. C'est pourquoi il est nécessaire d'avoir des dynamiques de mesure et de réaction dans le même rapport [36].

#### a. Actionneurs [36]

##### a. 1. Modes à tuyères chimiques

Pour réaliser le contrôle, on utilise la capacité des tuyères à recevoir des trains d'impulsions. Ainsi, au lieu de commander aux tuyères la stricte durée d'ouverture correspondant au  $\Delta V$ , on applique un « motif » (off-modulation) sur ces durées. Le choix du motif découle directement des différents bras de levier associés aux tuyères et des fréquences générées par ce mode pulsé.

##### a. 2. Mode à tuyères ioniques

Le principe d'off-modulation ne s'applique pas aux tuyères ioniques. C'est pourquoi le choix d'un actionneur supplémentaire est nécessaire. L'actionneur retenu est alors soit les roues qui pilotent le satellite soit un mécanisme de réorientation de la poussée par rapport au centre de masse du satellite afin de minimiser les couples perturbateurs. La première solution simplifie l'architecture du sous système en limitant le nombre d'actionneurs. Cependant la désaturation des roues devra intervenir fréquemment ce qui impactera à la fois sur la consommation donc la durée de vie et sur le contrôle d'orbite.

La seconde solution plus optimale d'un point de vue consommation, nécessite cependant l'utilisation d'un mécanisme qualifié pour des durée de vie qui peuvent être importantes.

#### b. Capteurs

Les perturbations générées par ces modes à tuyères tant chimiques que ioniques (amplitudes et fréquences) conduisent à observer les dépointages avec une bande passante plus grande qu'en mode normal qui permet d'accéder à la mesure du troisième axe [36]. Les véhicules qui mesurent de manière continue l'attitude suivant les trois axes, augmenteront juste leur bande passante de contrôle pour tenir compte de la dynamique de la perturbation.



Les satellites géostationnaires dont le principe de mesure de l'attitude en mode normal réside bien souvent sur le couplage roulis/lacet utiliseront un senseur lacet spécifique pour les modes à tuyères. Avec la propulsion chimique, compte tenu des durées et des fréquences faibles des manœuvres, le capteur supplémentaire pourra être un gyro ou un ensemble de senseurs solaires capables de détecter le dépointage lacet quelque soit l'heure de la manœuvre.

Avec la propulsion électrique, les gyro classiques (mécaniques) ne sont plus compatibles de la durée des manœuvres pour une question de performances, de stabilité, et de durée de vie des missions géostationnaires (15 à 20 ans). Cependant les solutions actuelles reposent sur des mesures par senseurs solaires.

### c. Programmation des manœuvres et lois de commande [36]

La programmation des manœuvres dépend en premier lieu bien évidemment de l'orbite du véhicule, de sa fenêtre de maintien à poste nécessaire pour limiter l'occupation de certaines orbites et d'une optimisation pour limiter la consommation.

Cependant, cette stratégie de planification des manœuvres ; dépend également de l'implantation des tuyères qui peuvent créer des couplages importants entre les différents types de manœuvres et des performances dynamiques du contrôle d'attitude qui agit directement sur l'emplacement des manœuvres.

A partir des moyens de localisation sol ou bord, la connaissance de l'orbite permet de programmer un cycle de manœuvres. Cette programmation se traduit vers le SCAO par des séquences d'ouverture envoyées aux tuyères. Les lois de pilotage assureront la commande en fonction des dépointages observés en utilisant l'actionneur associé en mode.

Les lois de commande tiennent compte des niveaux et des fréquences des couples perturbateurs et de l'exigence de pointage associée en mode. La performance de pointage durant les modes de manœuvres est dimensionnelle pour l'ensemble de la durée de la mission.

### I.6. Méthodes de commande d'attitude

Il existe deux types principaux de commande de l'attitude :

Les méthodes actives qui réalisent un pointage « axe par axe » du satellite en utilisant des actionneurs en couple (contrôle 3-axes), et les méthodes passives et assimilées, qui jouent sur l'action de rappel des couples perturbateurs pour assurer la stabilité (stabilisation par gradient de gravité) ou qui jouent sur les propriétés du moment cinétique (stabilisation par spin) [36].

Les méthodes passives ne permettent qu'une commande d'attitude grossière, qui convient à des satellites simples, n'ayant que de faibles exigences en pointage. Les méthodes de commande « 3-axes » qui sont aujourd'hui les plus répandues, offrent au contraire un meilleur potentiel de performances : précision et stabilité de pointage, manœuvrabilité,



puissance électrique par l'orientation du générateur solaire; en revanche, à cause du besoin de senseurs et d'actionneurs, elles sont plus lourdes, plus complexes, et donc plus chères.

### **I.6.1. Méthodes passives**

#### **I.6.1.1. La stabilisation par gradient de gravité**

Pour pouvoir stabiliser un satellite par gradient de gravité, il est nécessaire que la configuration du satellite vérifie la règle de conception suivante [36]:

"L'inertie en lacet est la plus faible et l'inertie en tangage (normale au plan de l'orbite) est la plus grande", le satellite dans cette configuration tend alors à aligner son axe lacet vers le centre de la terre [36].

Ce couple de rappel est d'autant plus important que les différences entre les inerties principales du satellite sont grandes ; c'est pourquoi pour pouvoir effectuer un pointage terre correct en présence des autres couples perturbateurs, il est souvent nécessaire d'augmenter ces différences d'inerties, ce que l'on réalise en dotant le satellite d'un long mat déployable. Une fois déployé, il existe deux positions d'équilibre stable :

L'une avec le mat ponté vers la terre, l'autre avec le mat pointé anti-terre.

La résolution du mouvement du satellite soumis uniquement au couple de gradient de gravité donne des solutions oscillatoires pures. Toute excitation dynamique du satellite, en particulier due aux autres perturbations, produira un mouvement de petites oscillations appelées *libration*, qui persistera à moins qu'une dissipation d'énergie à bord n'amortisse progressivement cette libration. Cet amortissement peut être produit de façon passive, en utilisant des barreaux magnétiques qui en se déplaçant dans le champ magnétique terrestre, induisent une dissipation d'énergie. Des dispositifs actifs sont aussi envisageables à partir de magnétocoupleurs et de mesures magnétométrique [36].

Les couples de rappel dus au gradient de gravité étant faibles, les performances typiques de pointage pour les satellites stabilisés par gradient de gravité sont de quelques degrés à quelques dizaines de degrés. En outre, ces couples décroissent avec le cube du rayon vecteur orbital, ce qui fait que la stabilisation par gradient de gravité n'est utilisable que sur des orbites proches de la terre.

#### **I.6.1.2. La stabilisation par gyration (ou par spin)**

La stabilisation par gyration est une méthode simple et passive qui permet d'assurer le pointage d'un axe du satellite dans une direction donnée : il suffit de mettre en rotation le satellite avec une vitesse suffisamment élevée, puis de le laisser libre; il y a création d'un moment cinétique important, qui reste à peu près dans l'espace inertiel et permet au satellite



d'être moins perturbé par les couples externes qui peuvent lui être appliqués. « Plus le moment cinétique sera élevé, moins l'attitude du satellite dérivera » [36].

Le mouvement gyré met en évidence plusieurs phénomènes, qui sont souvent source de confusion :

- la précession est le mouvement de rotation du moment cinétique, provoqué par les couples externes tels que des coups de tuyères par exemple [36],
- la nutation est le mouvement libre du satellite quand le moment cinétique n'est pas parfaitement aligné avec un axe principal d'inertie : ce mouvement est une rotation lente de l'axe de gyration autour de la direction du moment cinétique, à la fréquence  $\omega_0 = \frac{I_z}{I_T} \omega_z$  où  $I_z$  est l'inertie de l'axe gyré,  $I_T$  l'inertie transversale et  $\omega_z$  la vitesse de gyration [36].

La figure suivante montre l'angle de nutation  $\theta$  :

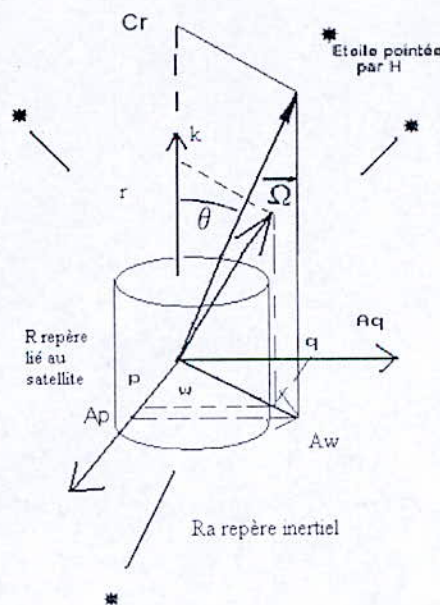


Figure I.3 : Représentation de l'angle de nutation lors de la stabilisation par spin

Si un satellite est spinné autour de son axe de plus petite inertie, les inévitables dissipations d'énergie le feront diverger avec une augmentation de la nutation, et l'axe de spin ira converger vers l'axe de plus grande inertie (c'est le phénomène de flat spin) [61]. En effet, tout phénomène de dissipation d'énergie à bord du satellite a un effet sur le mouvement de nutation. Si le satellite est spinné au voisinage de son axe d'inertie maximale, la dissipation d'énergie fera diminuer la nutation et on aura une convergence vers l'axe d'inertie maximale



(stabilisé) ; si le satellite est spinné au voisinage de son axe d'inertie minimale, on aura une divergence de la nutation (instabilité) [36]. La stabilité du mouvement d'un satellite gyré requiert le plus souvent un contrôle actif, par coups de tuyères ou magnétocoupleurs, de façon à pouvoir corriger périodiquement l'attitude qui dérive et la vitesse de spin qui varie, sous l'effet des couples perturbateurs. Ces dispositifs d'amortissement actif utilisent généralement des accéléromètres pour mesurer la nutation et des tuyères pour la contrôler [61].

On peut distinguer deux cas :

**Cas1:** C'est le cas où une dissipation d'énergie interne a un effet stabilisant, permettant de réduire la nutation. L'axe du solide tend vers un pointage inertiel fixe sans précession. La commande *de nutation* peut être *passive*, soit à l'aide d'une viscosité volontaire interne ou de magnétocoupleurs en interaction avec le champ magnétique terrestre. [61]

Stabilité :  $\lambda > 1$

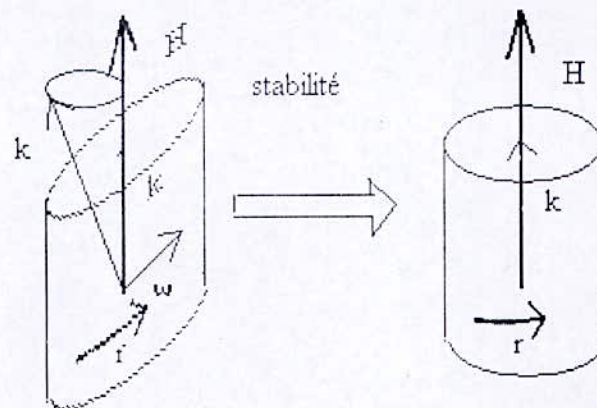


Figure I-4-a : cas d'un contrôle passif de la nutation

**Cas 2 :** C'est le cas où une dissipation d'énergie interne a un effet déstabilisant augmentant la nutation jusqu'à  $90^\circ$ , c'est le phénomène de *flat-spin*. Le maintien nécessite donc un *contrôle actif de nutation*.



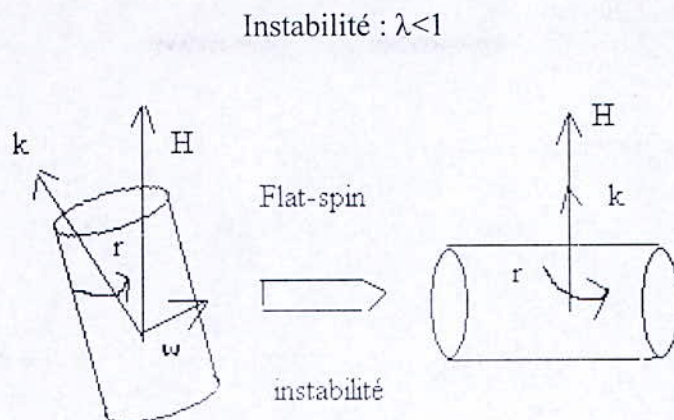


Figure I.4.b : cas d'un contrôle actif de la nutation (flat spin)

### I.6.2. Méthodes de commande 3-axes

Les satellites stabilisés 3-axes sont aujourd'hui beaucoup plus courants que ceux stabilisés par spin ou par gradient de gravité. Ils possèdent une capacité de commande sur les 3-axes de l'attitude, dont la performance en couple dépend des actionneurs et dont la performance en précision dépend des capteurs utilisés [36].

En général, on distingue deux catégories de techniques de contrôle 3-axes [36]:

Celles qui utilisent un *moment cinétique embarqué*, que l'on réalise par une roue cinétique. Celles dites *3-axes actifs* qui utilisent un actionneur par axe contrôlé du satellite. Ces actionneurs sont soit des roues de réaction soit des actionneurs gyroscopiques. Ces deux techniques requièrent l'une et l'autre d'autres actionneurs que les roues, qui sont des tuyères ou des magnétocoupleurs, pour permettre de désaturer les roues quand elles atteignent leur vitesse maximale.

Les systèmes 3-axes sont ceux qui offrent le meilleur potentiel de performances, en permettant toutes les options de pointage (géocentrique ou inertiel) avec une bonne précision qui dépend des senseurs de détermination d'attitude, et en donnant également des possibilités de manœuvrabilité d'attitude si la mission le requiert.

#### I.6.2.1. Systèmes à moment cinétique embarqué

Ces systèmes ne comportent qu'une seule roue montée sur l'axe tangage du satellite; la roue est pointée à vitesse rapide quasi constante pour conférer au satellite une raideur gyroscopique sur 2-axes, comme si le satellite était lui même spinné, avec le même phénomène de nutation. Autour de l'axe tangage, l'attitude est commandée en pilotant la



vitesse de la roue par de petites accélérations ou décélérations. Cette roue doit être périodiquement désaturée quand elle atteint sa vitesse limite [36].

La dynamique des satellites de pointage terre, utilisant un moment cinétique embarqué révèle un phénomène intéressant de couplage « roulis-lacet » dans le plan orbital, qui est mis à profit pour contrôler simultanément les axes de roulis et de lacet, en n'utilisant que la détection de l'erreur en roulis.

#### **1.6.2.2. Systèmes 3-axes actifs à roues**

Ces systèmes utilisent des roues de réaction pour contrer les perturbations qui agissent sur le satellite : chaque axe est piloté par une roue qui accélère ou décélère pour créer un couple par réaction sur la plate-forme. Le couple ainsi créé corrige le dépointage détecté et ramène le véhicule dans sa position initiale. Si les perturbations sont périodiques sur le cycle orbital, la roue peut ne pas atteindre sa vitesse limite de rotation pendant plusieurs orbites ; par contre si les perturbations sont une composante continue, celle-ci fera croître linéairement la vitesse de la roue jusqu'à saturation [36].

Il est alors nécessaire d'appliquer un couple externe pour ramener la vitesse de la roue proche de zéro ; ce couple est réalisé par un autre actionneur (des tuyères suivant une direction perpendiculaire à l'axe de la roue ou des magnétocoupleurs pour lesquels on notera qu'il ne peuvent désaturer une roue dont l'axe est parallèle au champ magnétique local) [36].

#### **1.6.2.3. Système 3-axes actifs à actionneurs gyroscopiques**

Les roues de réaction sont limitées à des capacités de couple de l'ordre de 1 N.m. Pour créer des couples de réaction plus importants, pour stabiliser des véhicules spatiaux à grandes inerties comme une station orbitale, ou pour réaliser des manœuvres rapides d'attitude, on utilise des actionneurs gyroscopiques (AG ou CGM Control Moment Gyros en anglais), capables de développer des couples jusqu'à plusieurs centaines de N.m; ces actionneurs sont assimilables à des roues cinétiques montées sur un cardan 1 ou 2-axes et génèrent un couple  $\vec{C} = \vec{\Omega} \wedge \vec{H}$  perpendiculaire au moment cinétique de l'AG ( $\vec{H}$ ) et proportionnel à sa vitesse de basculement ( $\vec{\Omega}$ ) [36].

#### **1.6.2.4. Systèmes 3-axes actifs à tuyères**

Adapté à des actions de contrôle court terme quand des couples importants sont requis, tels que les désaturations de roues ou le contrôle d'attitude pendant les manœuvres d'orbite [36].



## I.7. Les repères et les capteurs d'attitude

### I.7.1. Principaux repères de la modélisation de l'attitude [36]

On peut définir deux classes de repères

#### I.7.1.1. Les repères liés au corps

Satellite, générateur solaire, charge utile ou instrument de mesure d'attitude, dont on cherche à caractériser l'orientation dans l'espace : ce sont les « repères instruments » et les « repères satellite ». Le premier repère est aligné suivant les directions caractéristiques de l'instrument (axe optique d'un instrument de visée, axe radio fréquence d'une antenne, axe de mesure d'un gyromètre), quand au second repère, il est lié à l'architecture mécanique du satellite.

#### I.7.1.2. Les repères de référence

Par rapport auxquels est caractérisée l'orientation du corps considéré : selon le but recherché, qui est soit lié à la mission du satellite ou la vocation de l'instrument, soit au domaine étudié (thermique, énergétique, liaison radio- fréquences,..), on se référera à un repère inertiel, c'est-à-dire de direction fixe par rapport aux étoiles (missions astronomiques), ou à un repère orbital local (missions terrestres d'observation ou de télécommunication), ou encore à un repère solaire (repère lié à la direction terre-soleil, pour les études thermiques ou énergétiques.

c. Le repère de consigne est un repère intermédiaire entre les deux classes, il définit l'attitude commandée d'un repère satellite ou instrument par rapport au repère de référence par matrice de rotation, angles d'Euler ou de Cardan, ou quaternion. La matrice de rotation permettant de passer du repère de consigne au repère satellite, ou les angles de Cardan associés, caractérise l'erreur d'attitude. Les axes du repère de consigne peuvent être parallèles à ceux du repère de référence (pointage géocentrique avec commande de lacet nul) ou en être distinct (satellites manoeuvrants). Le repère de consigne est un repère purement vectoriel, dans la mesure ou il ne concerne pas la position du satellite, qui relève du contrôle d'orbite, mais uniquement son attitude.



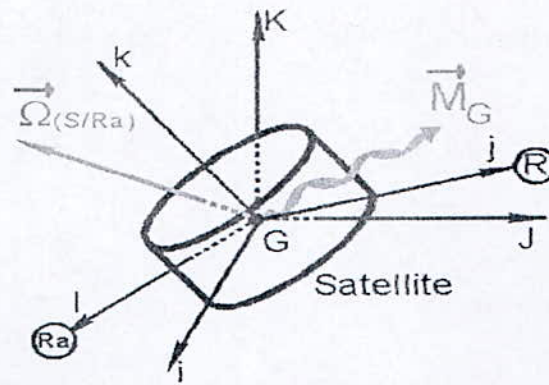


Figure I.5 : Repère de consigne [40]

### I.7.2. Les directions de référence [36]

On établit aisément le schéma général du pilotage d'un véhicule spatial, des repères (le soleil, des étoiles, la terre) permettent de reconstituer la position du trièdre fixe pour remplir une mission donnée.

Passons en revue les détecteurs habituellement utilisés :

#### I.7.2.1. Le soleil

Une simple chambre noire équipée d'une cellule photoélectrique divisée en quatre secteurs donne une indication souvent suffisante. Ce matériel est des plus simples et indique les positions Haut Droit, Haut Gauche/Bas Droit, Bas Gauche. Des matériels de ce type sont nombreux mais les détecteurs précis ne peuvent ignorer le diamètre du soleil ( $32'$ ) et les matériels correspondants doivent déterminer le centre de l'astre. On utilise alors les détecteurs à balayage dont les types sont très divers.

#### I.7.2.2. Les étoiles

Dans la voûte céleste, les étoiles constituent des objets lumineux nombreux, ponctuels et stables, pratiquement inertiels. Leurs différentes caractéristiques : positions (ascension droite, déclinaison), mouvements propres et leurs propriétés lumineuses (magnitude, classe spectrale), sont répertoriés avec une grande précision dans de nombreux catalogues et fichiers. Si les étoiles sont des références précises, l'énergie reçue est elle faible, l'éclairement est  $\leq 10^{-12} \text{ W/cm}^2$  pour les étoiles les plus brillantes, les senseurs doivent particulièrement être protégés de la perturbation des flux de lumière parasite provenant du soleil, de l'albédo Terrestre ou de la lune. D'autre part la multitude d'étoiles peu brillantes, qui recouvrent le ciel, constitue un fond polluant à la résolution des calculs de magnitude et de position.

Le choix de l'étoile à viser est délicat. Dans un satellite en étude, les experts de la NASA ont choisi 'Canopus' et 'Dragon'. La disposition de ces étoiles éloignées de constellations trop



lumineuses, permet un « accrochage » du détecteur, en principe, aisé. Le système de détection utilise des couches très sensibles, l'énergie rayonnée étant réduite.

### **I.7.2.3. La terre**

C'est une référence bien commode lorsque l'attitude du satellite est recherchée directement par rapport à la terre, car elle permet la connaissance de la verticale pour les satellites habités ou les satellites météo. Hélas la détection de l'horizon vu de 300km d'altitude n'est pas cette ligne nette de la mer que l'on observe sur une plage, et les actionneurs infrarouges utilisés sur Mercury ont déterminé des horizons peu compatibles avec une navigation correcte : les nuages sont tantôt chauds tantôt froids et la ligne d'horizon caractérisée par un gradient thermique ne coïncide avec l'horizon géographique que si l'on opère à des longueurs d'ondes grandes (supérieures à 10 microns ) correspondant à des températures de couleur inférieures à 20°C.

La direction terre/espace apparaît aux altitudes voisines de 30km. En orbite géostationnaire le géoïde est approximativement sphérique, mais aux orbites inférieures à 1000km, c'est un ellipsoïde aplati aux pôles. Un terme de correction est à introduire pour tenir compte des fluctuations de luminance fonction des saisons, particulièrement en orbite basse.

### **I.7.2.4. Le champ magnétique terrestre**

Qui est une référence utilisée comme l'horizon terrestre et pour les mêmes missions. Néanmoins les références obtenues sont peu précises et leur précision croît lorsque l'orbite se rapproche de l'équateur, ceci est dû à la possibilité d'assimiler le champ magnétique terrestre en premières approximations pour les orbites basses à celui d'un dipôle incliné de  $11^{\circ}7'$  et excentré par rapport à l'axe géographique terrestre. En orbite géostationnaire ce modèle est imprécis, car les perturbations du champ magnétique terrestre par le vent solaire et les orages magnétiques aux hautes altitudes ne permettent plus l'utilisation de cette référence externe.

## **I.8. Les capteurs [36],[42],[43],[44]**

Le choix d'un capteur d'attitude, ou senseur, dépend de plusieurs facteurs liés d'une part à la mission du véhicule et aux performances de pointage et de stabilité demandées, et d'autre part, aux sources de référence disponibles.

Caractérisation d'un capteur d'attitude :

Les différents éléments techniques qui vont orienter le choix d'un type de capteur sont principalement :



- la mission en terme d'orbite et de mode de pointage,
- les sources de références disponibles,

Références externes (les étoiles, le soleil, la terre, la lune, le champ magnétique terrestre)

Référence inertielle absolue, au sens de la dynamique des corps solides (phénomènes d'inertie par conservation des énergies).

- les exigences fonctionnelles et de performances :

- les performances de pointage et de stabilité,
- les propriétés du signal de sortie (nature, profil, fréquence..),
- la gamme de mesure,
- l'interface avec le véhicule : encombrement, masse, consommation, implantation, exploitation du signal, champ de vue, protection des lumières parasites pour les capteurs optiques.

### I.8.1. Les capteurs optiques

Ces capteurs fournissent l'orientation dans l'espace du repère senseur lié au véhicule, par rapport à des directions de références extérieures offertes par les étoiles, la Terre et le soleil, détectées par leur système de visée dans les longueurs d'onde du visible ou de l'infrarouge.

### I.8.2. Les capteurs stellaires

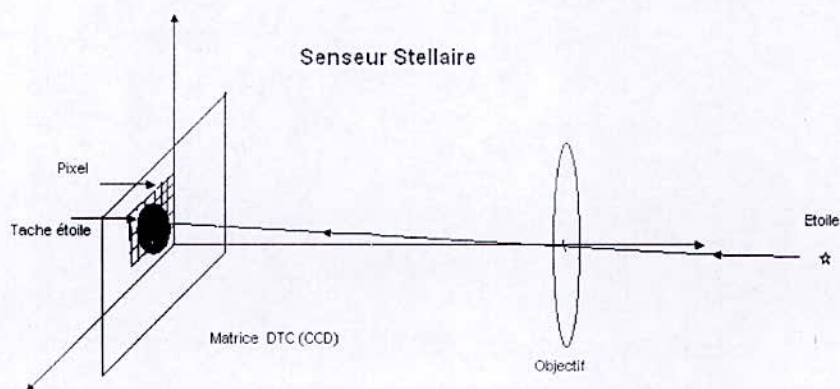


Figure I.6 : senseur stellaire [36]

Leur principe de fonctionnement est que la lumière provenant d'une étoile est collectée par un objectif et focalisée sur une matrice DTC (Dispositif à Transfert de Charge, en anglais CCD Charged Coupled Device). Cette matrice en silicium permet de générer un électron pour chaque photon incident absorbé. Les électrons sont piégés dans une région de



petite dimension appelée pixel et cela pendant une durée commandée. Les charges ainsi obtenues sont ensuite rapidement transférées dans une zone mémoire qui peut être lue et analysée à une cadence relativement lente. Toute la matrice est en fait constituée de pixel et cela permet d'obtenir une image numérisée, pixel par pixel, du champ de vue de l'instrument. La position de l'étoile sur la matrice est alors obtenue en calculant le barycentre de l'énergie collectée par les pixels.

Les viseurs stellaires peuvent permettre d'atteindre des mesures d'attitude très précises. Le flux lumineux est très faible et nécessite une optique d'ouverture suffisante pour obtenir un rapport signal/bruit correct. Cela se fait au détriment de la masse de la tête optique et un compromis mass/performance doit être fait.

### I.8.3. Les capteurs solaires

Ils sont classés en deux catégories, les senseurs analogiques (gros) et les senseurs digitaux (précis). Ils sont couramment employés dans les phases d'acquisition d'attitude et en routine, soit pour détecter une présence Soleil, soit pour fournir un angle d'attitude.

#### I.8.3.a. Capteurs solaires analogiques

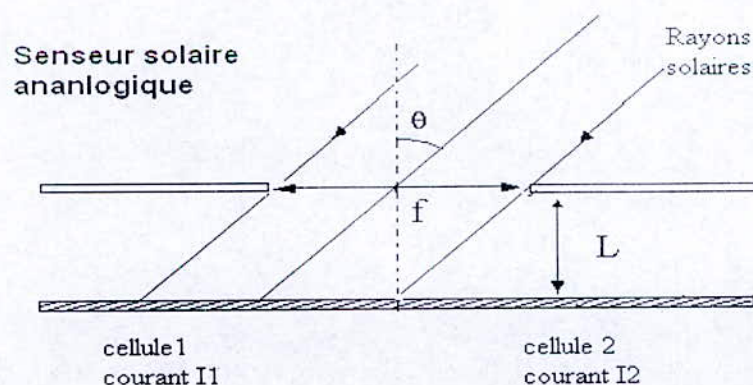


Figure I.7.a : Senseur solaire analogique [42]

L'élément sensible est une cellule solaire au silicium, dont l'énergie reçue est fonction de l'inclinaison solaire, il permet de livrer la direction  $\theta$  du soleil par rapport à sa normale à partir du courant de sortie  $I$ .

Les différents types : senseur solaire à fente ; senseur solaire à fenêtre; senseur solaire à pyramide.



### I.8.3.b. Capteurs solaires digitaux

Capteur solaire à DTC

#### -Capteur solaire à barrettes DTC

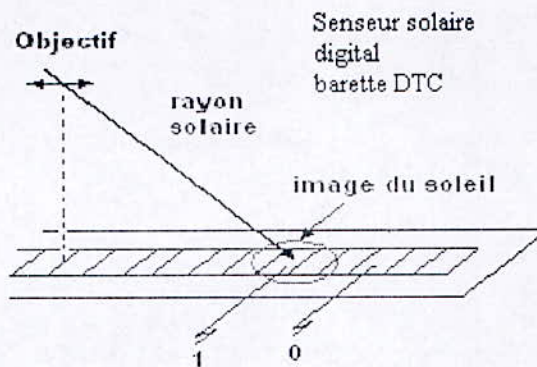


Figure I.7.b : Senseur solaire à barrettes DTC [42]

Une barrette de photodétecteurs, du type DTC reçoit l'image du soleil, à travers un objectif et une fente. Le prélèvement des charges accumulées permet de déterminer les bords du soleil par un système à seuil, la direction hélicentrique moyenne est la demie somme des pixels de bord.

#### -Capteurs solaires à matrice DTC

Le centre du soleil est déterminé par calcul barycentrique des pixels touchés par l'image du soleil, et permet ainsi de restituer un angle d'attitude 2-axes.

### I.8.4. Les capteurs terrestres

Le principe de détection adopté est basé sur une variation thermique de l'élément sensible, dans la bande spectrale où la terre est vue comme un disque uniforme.

La direction de visée de ces capteurs vers la terre, permet d'obtenir directement deux angles d'attitude du satellite, le tangage et le roulis.

Un senseur d'horizon terrestre comprend généralement quatre parties :

- un mécanisme de visée, un système optique, un détecteur de luminance, une électronique du traitement du signal.



## I.8.5. Les capteurs magnétiques [36]

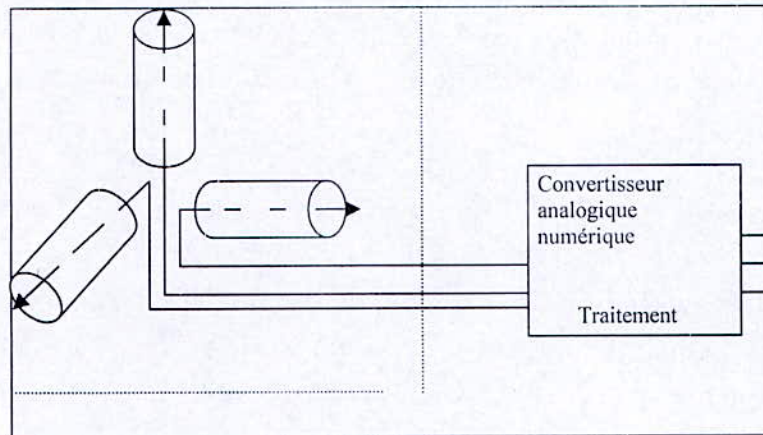


Figure I.8 : Capteur magnétique

Les magnétomètres sont constitués principalement de bobines conductrices qui génèrent un courant ou une variation de courant lorsqu'elles sont placées dans un champ magnétique. A ce titre ce sont donc des capteurs très faibles, consommant peu et peu encombrants.

Il existe deux types principaux de magnétomètres, les magnétomètres à induction qui délivrent la dérivée temporelle de la projection du champ selon l'axe de la bobine et les magnétomètres « flux gate » qui délivrent directement la projection du champ magnétique et non sa dérivée selon l'axe du capteur.

Ces capteurs sont donc monoaxiaux. En associant trois magnétomètres disposés sur le satellite, suivant trois axes orthogonaux, il est alors possible de mesurer le vecteur champ magnétique instantané tout autour de la Terre.

Leur utilisation dans une boucle SCAO peut être de deux ordres :

- soit pour mesurer le champ magnétique instantané afin de mieux calibrer les couples à générer par des magnétocoupleurs.
- soit en vue d'un traitement de façon à restituer l'attitude, la précision obtenue est alors de l'ordre de 1 à 2°, du fait des erreurs de modélisation du champ, des erreurs d'orbitographie dans la restitution de la position et des erreurs propres au capteur. Mais l'exploitation de trois mesures orthonormées ne permet de restituer que deux angles d'attitude, l'orientation autour du champ magnétique n'étant pas observable.



### 1.8.6. Les capteurs inertiels

Les capteurs utilisés en mesure d'attitude détectent le mouvement de leur boîtier par rapport à l'espace inertiel. Dans le cas de gyromètres, il y a détection du mouvement de rotation absolue et dans le cas d'accéléromètres, il y a détection du mouvement de translation accéléré.

#### 1.8.6. a. Les gyromètres

Ils permettent de mesurer la vitesse de rotation absolue. Ils sont utiles car les mesures de vitesse peuvent être fournies en permanence (contrairement aux capteurs optiques) et avec une très bonne précision à court terme [36]. On distingue plusieurs familles de gyromètres :

##### -Les gyromètres mécaniques

Ils sont fondés sur l'utilisation d'une toupie gyroscopique. Celle-ci animée d'une vitesse de rotation élevée, possède une rigidité inertielle qui la maintient selon une direction fixe. Si l'on applique un couple sur l'axe de rotation de la toupie, celle-ci s'écarte de la direction initiale avec une vitesse beaucoup plus faible que si elle n'était pas animée d'un mouvement de rotation élevée. La direction de l'axe de rotation de la toupie représente en fait une direction de référence aisément matérialisable et le principe consiste à estimer les mouvements du véhicule par rapport à cette direction de référence.

##### -Les gyromètres optiques

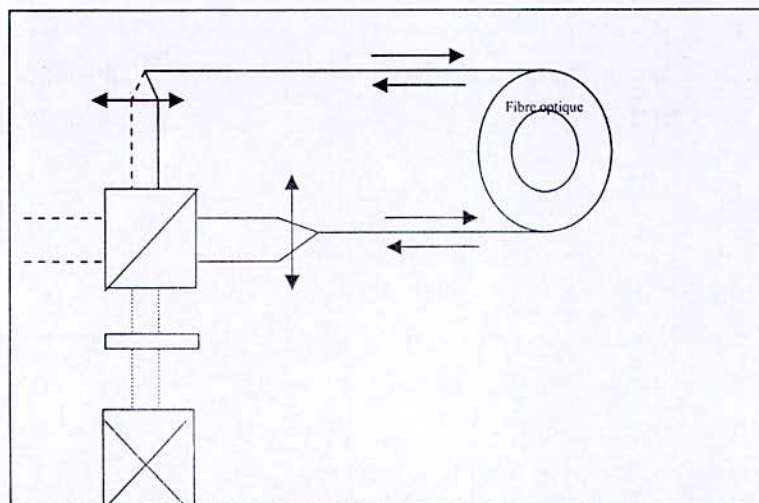


Figure I.9.a : Gyromètres optiques

Ils sont constitués de deux familles de gyromètres, les gyromètres laser et les gyromètres à fibre optique.



Le gyromètre laser fonctionne selon le principe du laser à cavité résonnante. Il est constitué d'une cavité triangulaire ou carrée plane comportant 3 ou 4 miroirs. Deux faisceaux laser contrarotatifs oscillent dans cette cavité.

Le gyromètre à fibre optique est à la base constitué d'une fibre optique enroulée de grande longueur et d'une source laser. Le faisceau laser est divisé en deux par une lame séparatrice et les deux ondes ainsi créées suivent en sens opposé le même chemin optique -ue fermé, la cavité de la fibre optique. Lorsqu'on fait tourner la fibre optique, il y a modification du chemin optique vu par chacune des ondes, et modification du déphasage entre celles-ci. C'est en mesurant ce déphasage que l'on estime la vitesse de rotation appliquée au gyromètre.

### **-Les gyromètres vibrants**

Bien qu'assimilables à la famille des gyromètres mécaniques, la sous famille de technologie vibrante s'en distingue de façon fondamentale puisque aucune pièce n'est plus ici en mouvement. On ne parle plus de toupie mais de résonateur statique en tant qu'élément sensible de ce type de capteur inertielle.

La détection consiste soit à évaluer la rotation de la direction privilégiée de cette onde vibratoire pour un résonateur axisymétrique, soit à mesurer l'amplitude de la vibration d'un mode couplé sur un résonateur de sortie.

### **I.8.6.b. Les accéléromètres [36],[44]**

Les capteurs inertiels fournissent au véhicule une direction fixe dans l'espace, les gyromètres délivrent l'attitude (vitesse angulaire) et les accéléromètres la position par rapport à cette référence. Ces accéléromètres sont surtout utilisés dans la navigation et le guidage des véhicules de rentrée et dans le contrôle (ou l'identification) des microvibrations générées par les parties mobiles à bord des satellites.

Leur principe est de mesurer l'accélération totale résultant des forces de surface. Par contre ils ne peuvent pas détecter les accélérations d'origine gravitationnelle puisque la masse d'épreuve et son boîtier sont soumis au même champ gravitationnel.



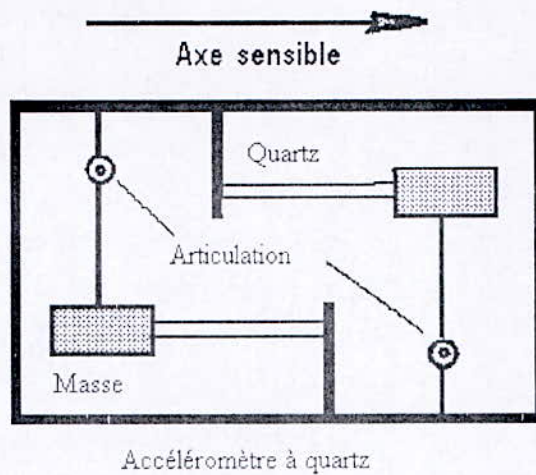


Figure I.9.b : Accéléromètres à quartz [44]

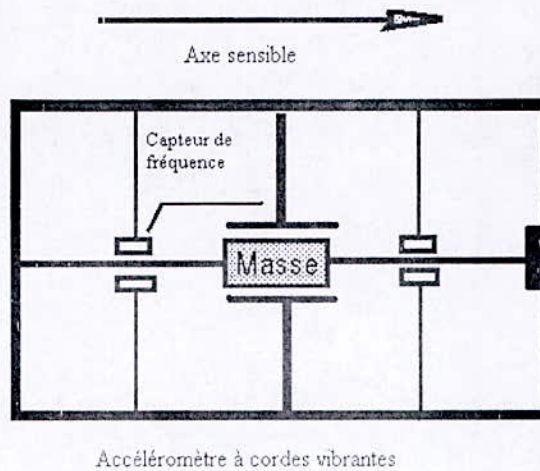


Figure I.9.c: Accéléromètres à cordes vibrantes [44]

### I.8.7. Mesure d'attitude par GPS (global positioning system)

La constellation GPS comporte 24 satellites sur 6 orbites circulaires d'altitude 22000 km, ces satellites émettent des signaux de radionavigation reçus par un récepteur à bord du véhicule à localiser, par l'intermédiaire d'une antenne RF [36] [44]. Si l'on dispose de plusieurs antennes à bord du véhicule, il est possible de déterminer son attitude par interférométrie de la porteuse entre les différentes antennes. La mesure d'attitude correspond à l'émission de signaux de radionavigation reçus par un récepteur à bord du véhicule à localiser. L'attitude est déterminée en comparant les vecteurs entre les antennes GPS connus dans le système de référence du véhicule et ces mêmes vecteurs dans un système de coordonnées topocentriques NED (North East Down), défini localement par les points



cardinaux et la verticale. Le principe général de cette mesure est applicable à d'autres systèmes de radionavigation : DORIS, GLONAS,.....

## 1.9. Les perturbations

Les perturbateurs qui interviennent sur le comportement du satellite peuvent être classés en fonction de leur fréquence. Par exemple les couples dus aux radiations solaires ou à la traînée atmosphérique sont appliqués en très basse fréquence. Par contre les perturbations liées aux équipements embarqués à bord du satellite génèrent des perturbations à plus hautes fréquences. Leur prise en compte dans la synthèse du correcteur dépendra de leur fréquence par rapport à la bande passante du système bouclé [36].

*Remarque :* Lorsque les perturbations ont une composante continue, il est parfois nécessaire d'éliminer cet effet, de façon à améliorer la précision. Pour cela, il est intéressant d'utiliser un intégrateur entre la sortie et la perturbation afin d'annuler son influence [36].

### 1.9.1. Les perturbations dynamiques appliquées à un satellite

#### 1.9.1.1. Perturbations externes

Ces efforts proviennent de l'environnement extérieur au satellite

##### -Pression de radiation solaire

L'impact du flux lumineux sur la surface éclairée du satellite se traduit par une pression photonique, qui crée une force élémentaire sur chaque élément de surface et donc une force et un couple autour du centre de masse du satellite.

Comme pour les interactions paroi molécule aérodynamique, différents comportements peuvent apparaître à la paroi :

- transmission
- absorption
- réflexion spéculaire
- réflexion diffuse

La force due aux photons absorbés est

$$\vec{df}_{\text{absorbée}} = -P.C_a \cdot \cos \theta \cdot dA \cdot \vec{S} \quad (I.1)$$

Avec  $C_a$  : coefficient d'absorption.



La force due aux photons réfléchis de façon spéculaire est :

$$\vec{df}_{\text{spéculaire}} = -2P.C_s.\cos^2 \theta.dA.\vec{n} \quad (I.2)$$

Avec  $C_s$  : coefficient de réflexion spéculaire.

La force due aux photons réfléchis de façon diffuse est :

$$\vec{df}_{\text{diffuse}} = P.C_d.dA.\left(-\frac{2}{3}\cos \theta.\vec{n} - \cos \theta.\vec{s}\right) \quad (I.3)$$

Avec  $C_d$  coefficient de réflexion diffus.

La force élémentaire globale a ainsi pour expression :

Avec :  $C_a+C_s+C_d=1$

$C_a$ ,  $C_s$ ,  $C_d$  dépendent des caractéristiques thermodynamiques de la paroi.

$$\vec{df} = P.\cos \theta.dA.\left((C_a + C_d).\sin \theta.\vec{t} - ((1 + C_s)\cos \theta + \frac{2}{3}.C_d).\vec{n}\right) \quad (I.4)$$

### -Les couples magnétiques

Les matériaux magnétiques et les boucles de courant présents dans le satellite interagissent avec le champ magnétique terrestre. Le satellite a un moment magnétique résiduel  $\vec{M}$  qui le conduit à se comporter comme un dipôle dans le champ magnétique terrestre  $\vec{B}$ . Les boucles de courant en rotation dans le champ magnétique ambiant donnent naissance à des courants de Foucault qui peuvent freiner le mouvement du satellite par dissipation d'énergie. Les matériaux ferromagnétiques qui s'aimantent sous l'action du champ magnétique ambiant produisent également des couples perturbateurs.

Pour le calcul du moment magnétique direct  $\vec{\Gamma}$  on applique la formule :

$$\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B} \quad (I.5)$$

En première approximation le modèle du moment magnétique dipolaire permet de bien appréhender ce champ magnétique, à mieux que 30% près, si on reste à des altitudes inférieures à 4 rayons terrestres

$$\vec{B} = \frac{M_0}{r^3} \left(3\left(\frac{\vec{r}.\vec{n}}{r}\right).\frac{\vec{r}}{r} - \vec{n}\right) \quad (I.6)$$



**I.9.1.2. Perturbations provenant d'équipements internes**

**-Couples dus à l'émission de particules ou de rayonnement**

L'émission de particules gazeuses à grande vitesse est utilisée pour créer des forces et des couples de pilotage.

En cas de mésalignement des équipements propulseurs destinés à appliquer des efforts sur le centre d'inertie du satellite, des couples parasites apparaissent lors de l'émission.

Pour le contrôle d'attitude et d'orbite, nous avons deux aspects :

-couples engendrés sur le véhicule.

-Les modifications des forces appliquées au véhicule lors des manœuvres ce qui joue sur la programmation des  $\Delta V$ .

**-Perturbations provenant d'équipements mobiles**

La mise en rotation des pièces (antennes, bobines d'enregistreurs, générateurs solaires, miroirs,...)Provoquent des couples perturbateurs souvent très importants sur le satellite.

**I.9.1.3. Ordre de grandeur des couples perturbateurs**

	Satellite géostationnaire	Satellite en orbite basse
Gradient de gravité	Négligeable	$10^{-3}$ Nm
Pression aérodynamique	Négligeable	$10^{-4}$ Nm
Couple magnétique	$10^{-6}$ Nm	$10^{-3}$ Nm
Pression de radiation solaire	$10^{-6}$ à $10^{-4}$ Nm	$10^{-4}$ Nm
Couples radiofréquence	$10^{-6}$ Nm	-----
Mésalignement des tuyères en contrôle d'orbite	$10^{-2}$ à $10^{-1}$ Nm	Sans objet
Mésalignement du moteur D'apogée pendant la mise à Poste	Quelques Nm	-----
Mouvement d'équipement	$10^{-2}$ Nm	$10^{-1}$ à quelques Nm

Tableau I.2 : Ordre de grandeur des couples perturbateurs. [36]

Du point de vue fréquentiel, les couples perturbateurs externes évolueront à très basses fréquences, liées pour la plupart à la fréquence orbitale.



### **I.10. Conclusion**

Un satellite doit constituer pour un meilleur coût, un tout techniquement cohérent, du point de vue conception (lancement, vie orbitale), durée de vie des consommables et fiabilité de ses constituants.

Avant de s'intéresser à la commande d'un satellite, il est nécessaire de prendre en considération tous les aspects liés à ce dernier. Le satellite est considéré comme un système regroupant plusieurs sous systèmes nécessaires pour assurer une fonction donnée. La découpe en sous systèmes est nécessaire et pratique car elle correspond à des « métiers différents », mais en réalité ce que l'on réalise est un tout, les sous systèmes sont imbriqués entre eux, et concevoir un bon véhicule (satellite) c'est précisément bien assurer cette imbrication dans tous les modes de fonctionnement de celui-ci.



## **CHAPITRE II**

### *Modélisation dynamique d'un satellite*



## II.1.Introduction

Dans le domaine de l'ingénierie, il est très important de disposer d'un modèle qui représente le comportement dynamique de l'installation pour le but de dimensionnement, de simulation ou de commande; on définit alors un système dynamique comme étant un processus dans lequel la valeur d'une fonction évolue au cours du temps en suivant une règle prenant en entrée la valeur actuelle de la fonction [52].

Nous distinguons les systèmes dynamiques linéaires des systèmes dynamiques non-linéaires. Dans les premiers, le membre de droite de l'équation est une fonction dépendant linéairement de  $x$ , la somme de deux solutions d'un système linéaire est également solution ( principe de superposition ). En général, les solutions forment un espace vectoriel, ce qui permet l'utilisation de l'algèbre linéaire et simplifie considérablement l'analyse. Pour les systèmes à temps continu, la transformée de Laplace permet de transformer les équations différentielles en des équations algébriques.

Pour les systèmes non linéaires, leur analyse est en général très difficile. Par ailleurs, les systèmes non linéaires ont souvent des comportements dits chaotiques, ce qui les rend apparemment imprévisibles.

Ce chapitre décrit dans un premier temps les principaux repères utilisés dans la modélisation d'attitude. Il définit ensuite les méthodes générales de changement de repère et décrit le mouvement d'attitude d'un satellite pour trois cas différents.

## II.2. Principaux repères utilisés dans la modélisation d'attitude

La modélisation du mouvement d'attitude, les lois de guidage et l'estimation de l'attitude à partir de capteurs nécessitent l'utilisation de différents types de repères :

- les repères « instruments » et « satellites », liés respectivement à la charge utile ou aux capteurs, et à la plate-forme,
- les repères orbitaux, liés à l'orbite du satellite et à sa position sur cette orbite,
- les repères terrestres, liés à la terre,
- les repères célestes, qui sont des repères quasi inertiels, dont l'axe OZ est défini par rapport à l'axe de rotation de la terre.

### II.2.1.Repères de consigne

Un repère de consigne se définit par rapport au repère de référence par matrice de rotation, angles d'Euler ou angles de Cardan, ou quaternions. Il s'agit d'un repère purement vectoriel, dans la mesure où il ne concerne pas la position du satellite, qui relève du contrôle



d'orbite, mais **uniquement** de son attitude. L'ordre et le sens des vecteurs du repère dépendent des conventions utilisées pour définir le repère satellite, ce dernier coïncidant avec le repère de consigne lorsque l'attitude est parfaite.

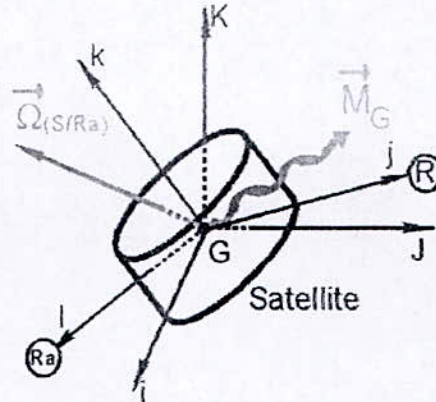


Figure II.1.a : Repère de consigne [40]

Ra la base inertielle (I, J, K), R le repère (i, j, k) lié à S, G le centre d'inertie.

La figure est celle du cas général, d'un mouvement en rotation autour du centre d'inertie

Vecteur rotation <b>absolu</b> , traduit en axes relatifs du repère R	$\vec{\Omega}(S/R_a) = p\vec{i} + q\vec{j} + k\vec{r} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} / R$
Matrice centrale d'inertie du satellite dans les axes de R	$\vec{I} = \begin{pmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{pmatrix}$
Moment MG calculé en G de l'ensemble des actions extérieures	$M_G = L\vec{i} + M\vec{j} + N\vec{k}$
Matrice de passage de la base inertielle Ra à la base relative R	$P(\vec{I}\vec{J}\vec{K} \rightarrow \vec{i}\vec{j}\vec{k}) = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix}$

Tableau II.1: Notations utilisées



### II.2.2. Repères orbitaux locaux

De nombreuses applications pratiques utilisent un satellite asservi au repère orbital local, en particulier les satellites d'imagerie spatiale. On définit deux repères orbitaux :

- le repère qui se réfère à l'axe géocentrique,
- le repère qui se réfère au vecteur vitesse du satellite.

#### Roulis-Lacet-Tangage

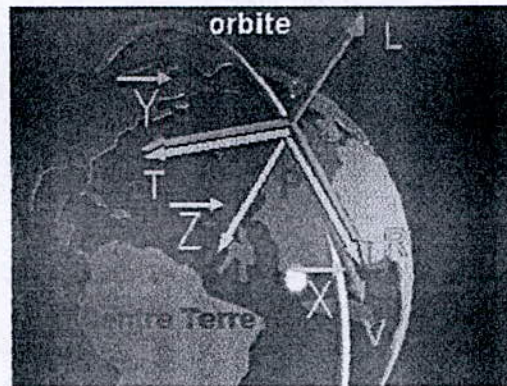


Figure II.1.b : Repère orbital local [56]

La géocentrique terre-satellite est la direction L de lacet. L'axe T de tangage est l'unitaire du produit vectoriel de V et L. L'axe R, dit de roulis, en gros dans le sens de la vitesse (sur orbite quasi circulaire) complète la base (L, T, R). [45]

Par habitude le repère orbital local a pour axes  $X = R$ ,  $Z = -L$  et  $Y = T$  complétant la base directe (X, Y, Z). La pulsation orbitale vaut alors  $-\omega_0$  sur Y.

$R_0$  : (X, Y, Z) non inertiel, en rotation uniforme par rapport à  $R_a$ , en hypothèse képlérienne dans le cas de l'orbite circulaire.

Origine S qui est la position du satellite à l'instant t sur l'orbite circulaire

X suivant la tangente à l'orbite, X porte le vecteur vitesse

Z suivant la verticale ascendante

Y perpendiculaire au plan orbital ou encore parallèle au moment cinétique.

On notera dans tout l'exposé  $\omega_0$  la pulsation orbitale sur l'orbite circulaire

Le vecteur rotation instantanée de  $R_0$  par rapport à un repère inertiel d'origine terre est

$$\vec{\Omega}(R/R_a) = \omega_0 \vec{Y} \quad (\text{II.1})$$



**G x y z lié au satellite**

Ne perdons pas de vue que c'est l'attitude de ce repère R qui est en permanence sous la surveillance du système SCAO. La connaissance de son orientation est donc capitale.

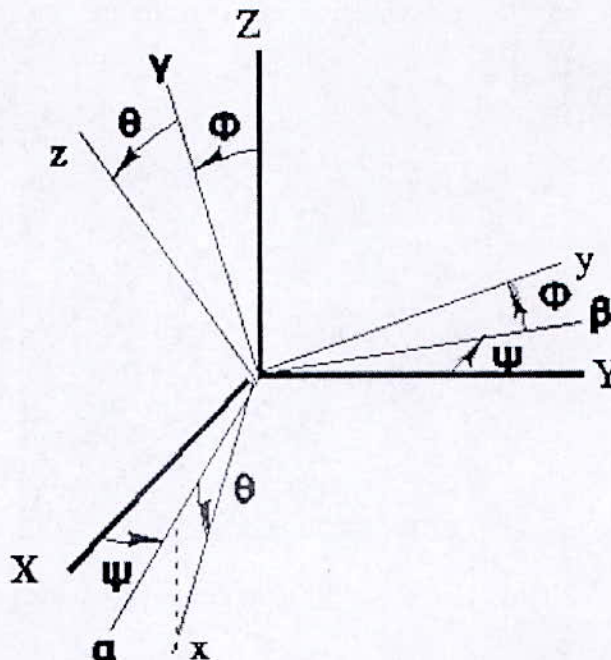


Figure II.2.a : Orientation du repère lié au satellite [40]

Nous définissons ici les angles conventionnels de

- Roulis  $\phi$  mesuré autour de x (voisin de X lorsque les angles sont petits)
- Tangage  $\theta$  mesuré autour de b (voisin de Y lorsque les angles sont petits)
- Lacet  $\psi$  mesuré autour de Z

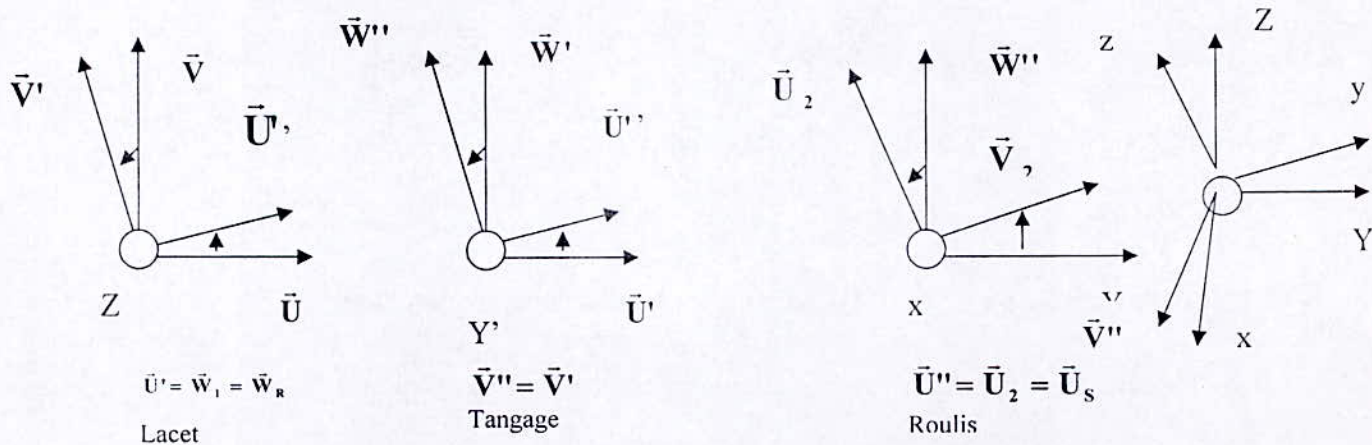


Figure II.2.b : Représentation des angles utilisés



### II.3. Modélisation du mouvement d'attitude

Soit la matrice de rotation

$$M_{R_1 \rightarrow R_2} = \begin{pmatrix} U_2^{[R_1]} & V_2^{[R_1]} & W_2^{[R_1]} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [U_1^{[R_2]}]^T \\ [V_1^{[R_2]}]^T \\ [W_1^{[R_2]}]^T \end{bmatrix} \quad (\text{II.2})$$

Avec :

$$M_{R_2 \rightarrow R_1} = M_{R_1 \rightarrow R_2}^{-1} = M_{R_1 \rightarrow R_2}^T \quad (\text{II.3})$$

Soient les étapes pour trouver la matrice de rotation :  $R_1 \rightarrow R' \rightarrow R'' \rightarrow R_2$

En faisant la projection de chaque vecteur dans le repère adéquat, nous obtenons :

$$M_{R_1 \rightarrow R'} = \begin{pmatrix} \cos \Psi & -\sin \Psi & 0 \\ \sin \Psi & \cos \Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_{R' \rightarrow R''} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$M_{R'' \rightarrow R_2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$$

$$M_{R_1 \rightarrow R_2} = \begin{pmatrix} \cos \Psi \cos \theta & -\sin \Psi & -\sin \theta \cos \psi \\ \sin \Psi \cos \theta & \cos \Psi & -\sin \theta \sin \psi \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow M_{R_1 \rightarrow R_2} = \begin{pmatrix} \cos \Psi \cos \theta & -\sin \Psi \cos \psi - \sin \theta \cos \psi \sin \varphi & -\sin \theta \cos \psi \cos \varphi + \sin \psi \sin \varphi \\ \sin \Psi \cos \theta & \cos \Psi \cos \varphi - \sin \theta \sin \psi \sin \varphi & -\sin \theta \sin \psi \cos \varphi - \sin \varphi \cos \psi \\ \sin \theta & \cos \theta \sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi \end{pmatrix} \quad (\text{II.4})$$

A noter que les angles  $\theta$ ,  $\varphi$ ,  $\psi$ , sont algébriques, donc si on prend  $\theta < 0$ , alors  $M_{R_1 \rightarrow R_2}$  devient :



$$M_{R_1 \rightarrow R_2} = \begin{pmatrix} \cos \Psi \cos \theta & -\sin \Psi \cos \psi + \sin \theta \cos \psi \sin \varphi & \sin \theta \cos \psi \cos \varphi + \sin \psi \sin \varphi \\ \sin \Psi \cos \theta & \cos \Psi \cos \varphi + \sin \theta \sin \psi \sin \varphi & \sin \theta \sin \psi \cos \varphi - \sin \varphi \cos \psi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi \end{pmatrix} \quad (\text{II.5})$$

On voit bien que le déterminant de la matrice de rotation  $M_{R_1 \rightarrow R_2}$  est  $-\cos \theta$ , l'indétermination est donc pour  $\theta = \frac{\lambda}{2} + k\lambda$

Cinématique : Soient : Le repère de référence  $R = [\bar{U}_R \quad \bar{V}_R \quad \bar{W}_R]$

Le repère mobile :  $S = [\bar{U}_S \quad \bar{V}_S \quad \bar{W}_S]$

Le vecteur vitesse de rotation du repère satellite S autour du repère de référence R est donné

$$\text{par : } \bar{\Omega}_{S/R} = \frac{d\theta}{dt} \cdot \bar{r}$$

Pour passer du repère R au repère S, on fait une rotation autour de  $\bar{W}_R$  ensuite une rotation autour de  $\bar{V}'$  et ensuite autour de  $\bar{U}''$ .

$$\bar{\Omega}_{S/R} = \bar{\Omega}_{R'/R} + \bar{\Omega}_{R''/R'} + \bar{\Omega}_{S/R''} = \dot{\psi} \bar{\omega}_R + \dot{\theta} \bar{V}' + \dot{\phi} \bar{U}'' \quad (\text{II.6})$$

On a :

$$\begin{aligned} \bar{\Omega}^{[R]}_{S/R} &= \dot{\psi} \bar{U}' + \dot{\theta} \bar{V}'' + \dot{\phi} \bar{U}_S = \dot{\psi} \bar{\omega}_R + \dot{\theta} (-\sin \psi \bar{U}_R + \cos \psi \bar{V}_R) + \dot{\phi} (\cos \theta \bar{U}' - \sin \theta \bar{W}') = \\ &= \dot{\psi} \bar{\omega}_R + (-\dot{\theta} \sin \psi \bar{U}_R + \dot{\theta} \cos \psi \bar{V}_R) + \dot{\phi} \cos \theta (\cos \psi \bar{U}_R + \sin \psi \bar{V}_R) - \dot{\phi} \sin \theta \bar{\omega}_R \end{aligned}$$

$$\rightarrow \bar{\Omega}^{[R]}_{S/R} = \begin{bmatrix} -\dot{\theta} \sin \psi + \dot{\phi} \cos \theta \cos \psi \\ \dot{\theta} \cos \psi + \dot{\phi} \sin \psi \\ \dot{\psi} - \dot{\phi} \sin \theta \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

Pour ce qui est de  $\bar{\Omega}^{[S]}_{S/R}$ , nous avons :

$$\begin{aligned} \bar{\Omega}^{[S]}_{S/R} &= \dot{\psi} \bar{\omega}_R + \dot{\theta} \bar{V}' + \dot{\phi} \bar{U}'' = \dot{\psi} \bar{\omega}' + \dot{\theta} \bar{V}'' + \dot{\phi} \bar{U}_S = \\ &= \dot{\psi} (-\sin \theta \bar{U}'' + \cos \theta \bar{W}'') + \dot{\theta} (\cos \varphi \bar{V}_S - \sin \varphi \bar{W}_S) + \dot{\phi} \bar{U}_S = \\ &= \dot{\psi} (-\sin \theta \bar{U}_S + \cos \theta (\sin \varphi \bar{V}_S + \cos \varphi \bar{W}_S)) + \dot{\theta} \cos \varphi \bar{V}_S - \dot{\theta} \sin \varphi \bar{W}_S + \dot{\phi} \bar{U}_S \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

$$\rightarrow \bar{\Omega}^{[S]}_{S/R} = \begin{bmatrix} -\sin \theta \dot{\psi} + \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \cos \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi \\ \dot{\psi} \cos \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (\text{II.9})$$



Le vecteur rotation instantanée de  $R_0$  par rapport à un repère inertiel d'origine terre est

$$\bar{\Omega}_{Rc/R}^{[R]} = \omega_0 \bar{Y} \quad (II.10)$$

Donc :

$$\bar{\Omega}^{[S]}_{S/R} = \bar{\Omega}^{[S]}_{S/Rc} + \bar{\Omega}^{[S]}_{Rc/R} = \bar{\Omega}^{[S]}_{S/R} + \bar{M}^T_{Rc \rightarrow S} \cdot \bar{\Omega}^{[R]}_{S/R} \quad (II.11)$$

Tel que

$$\begin{aligned} \bar{M}^T_{Rc \rightarrow S} \cdot \bar{\Omega}^{[R]}_{S/R} &= \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ -\sin \psi \cos \varphi + \sin \theta \cos \psi \sin \varphi & \cos \psi \cos \varphi + \sin \theta \sin \psi \sin \varphi & \sin \varphi \cos \theta \\ \sin \varphi \sin \psi + \sin \theta \cos \psi \cos \varphi & -\cos \psi \sin \varphi + \sin \theta \sin \psi \cos \varphi & \cos \theta \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \omega_0 \sin \psi \cos \theta \\ \omega_0 (\cos \psi \cos \varphi + \sin \theta \sin \psi \sin \varphi) \\ \omega_0 (-\cos \psi \sin \varphi + \sin \theta \sin \psi \cos \varphi) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (II.12)$$

Donc :

$$\bar{\Omega}^{[S]}_{S/R} = \begin{bmatrix} -\sin \theta \dot{\psi} + \dot{\varphi} + \omega_0 \sin \psi \cos \theta \\ \dot{\psi} \cos \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi + \omega_0 (\cos \psi \cos \varphi + \sin \theta \sin \psi \sin \varphi) \\ \dot{\psi} \cos \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi + \omega_0 (-\cos \psi \sin \varphi + \sin \theta \sin \psi \cos \varphi) \end{bmatrix} \quad (II.13)$$

Exprimé dans les axes satellites le vecteur rotation instantanée absolue a pour composantes (celles qui seraient mesurées par des gyroscopes) :

$$p = -\sin \theta \dot{\psi} + \dot{\varphi} + \omega_0 \sin \psi \cos \theta$$

$$q = \dot{\psi} \cos \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi + \omega_0 (\cos \psi \cos \varphi + \sin \theta \sin \psi \sin \varphi) \quad (II.14)$$

$$r = \dot{\psi} \cos \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi + \omega_0 (-\cos \psi \sin \varphi + \sin \theta \sin \psi \cos \varphi)$$

La rotation qu'il faut annuler quand on souhaite obtenir un pointage terre parfait est la rotation relative au repère orbital de composantes en roulis, tangage et lacet:



$$\omega_R = -\sin \theta \dot{\psi} + \dot{\phi} \theta$$

$$\omega_T = \dot{\psi} \cos \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi \quad (\text{II.15})$$

$$\omega_L = \dot{\psi} \cos \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi$$

Telles seront les composantes de la rotation satellite à prendre en compte lors de l'acquisition grands angles et pendant la phase de réduction des vitesses angulaires, nécessaire en particulier lors de l'utilisation du gradient de gravité pour qu'il y ait capture

Cas des petits angles en pointage fin ou en configuration nominale sous surveillance par SCAO

$$\begin{aligned} p &= \dot{\phi} + \omega_0 \psi \\ q &= \omega_0 + \dot{\theta} \\ r &= \dot{\psi} - \omega_0 \phi \end{aligned} \quad (\text{II.16})$$

Aux petits angles, les angles de Cardan sont donc utilisables :

$$\bar{\Omega}^{[S]}_{S/R} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

La vitesse angulaire du satellite par rapport au repère de référence ainsi q'aux dérivées de  $\theta$ ,  $\varphi$ ,  $\psi$  sont reliées par :

$$\begin{cases} p = -\sin \theta \dot{\psi} + \dot{\phi} & (1) \\ q = \dot{\psi} \cos \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi & (2) \\ r = \dot{\psi} \cos \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi & (3) \end{cases}$$

De l'équation (2), on obtient :

$$\dot{\psi} = \frac{q - \dot{\theta} \cos \varphi}{\cos \theta \sin \varphi} \rightarrow \text{On remplace cette expression dans (3) :}$$

$$r = \frac{q - \dot{\theta} \cos \varphi}{\cos \theta \sin \varphi} \cos \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi \implies (\cos \varphi) r = q - \dot{\theta} (\cos \varphi + \sin \varphi \tan \varphi)$$

$$\text{Donc : } \dot{\theta} = \frac{q - r \tan \varphi}{\cos \varphi + \frac{\sin^2 \varphi}{\cos \varphi}} = \cos \varphi (q - r \tan \varphi) \implies \dot{\theta} = q \cos \varphi - r \sin \varphi \quad (4)$$



$$\dot{\psi} = \frac{(q \cos \varphi - r \sin \varphi) \cos \theta}{\cos \theta \sin \varphi} = \frac{q - q \cos^2 \varphi + r \sin \varphi \cos \varphi}{\cos \theta \sin \varphi} = \frac{\sin^2 \varphi}{\cos \theta \sin \varphi} q + r \frac{\cos \varphi}{\cos \theta}$$

$$\dot{\psi} = \sin \varphi \left( \frac{1}{\cos \theta} \right) q + r \cos \varphi \cdot \frac{1}{\cos \theta} \implies \dot{\psi} = \sin \varphi \operatorname{soc} \theta q + r \cos \varphi \operatorname{soc} \theta \tag{5}$$

A noter que  $\frac{1}{\cos \theta} = \operatorname{soc} \theta$

$$\dot{\phi} = p + \dot{\psi} \sin \theta \implies \dot{\phi} = p + \left[ \frac{\sin \varphi}{\cos \theta} q + \frac{\cos \varphi}{\cos \theta} r \right] \sin \theta \implies \dot{\phi} = p + \sin \varphi \operatorname{tg} \theta q + \cos \varphi \operatorname{tg} \theta r \tag{6}$$

A partir de (4), (5), (6), on tire :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \varphi \operatorname{tg} \theta & \cos \varphi \operatorname{tg} \theta \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi \operatorname{soc} \theta & \cos \varphi \operatorname{soc} \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

(II.18)

En se basant sur la mécanique générale et le théorème du moment cinétique appliqué au satellite en son centre d'inertie et projeté sur « R » (repère mobile) :

$$\left[ \frac{d\vec{H}_G}{dt} \right]_R = \left[ \frac{d\vec{H}_G}{dt} \right]_{R_a} + \vec{\Omega} \wedge \vec{H}_G = \vec{M}_G$$

(II.19)

Tel que :

$$\vec{H}_G = \vec{I} \cdot \vec{\Omega} \tag{II.20}$$

En remplaçant l'expression de  $\vec{H}_G$  dans (II.19), on obtient :

$$\begin{cases} I_1 \frac{dp}{dt} + (I_3 - I_2)qr = L \\ I_2 \frac{dq}{dt} + (I_1 - I_3)pr = M \\ I_3 \frac{dq}{dt} + (I_2 - I_1)pq = N \end{cases}$$

(II.21)

Ces équations caractérisent le mouvement autour du centre de gravité.

**II.3.1.Cas général (Mouvement de Poinsot)**

En écrivant ces équations nous imposons que les axes principaux d'inertie soient confondus avec ceux définissant le trièdre mobile (G, I, J, K). Le satellite étant très généralement un corps de révolution on a : $I_1=I_2=A$  et  $I_3=C$ ; la connaissance des axes principaux d'inertie et des moments d'inertie est fondamentale dans les études de stabilisation de satellite; il arrive souvent que l'un des axes, [GK] par exemple, soit matérialisé par la référence d'un système de détection ou de mesure (lunette par exemple), et que l'agencement des matériels à l'intérieur du satellite crée un ellipsoïde d'inertie dont [GK] n'est plus un axe principal .Une nouvelle distribution des masses permet de déplacer cet axe principal jusqu'à l'amener à coïncider avec [GK) [40].

Les équations deviennent :

$$\begin{cases} A \frac{dp}{dt} + (C - A)qr = L \\ A \frac{dq}{dt} + (C - A)pr = M \\ C \frac{dr}{dt} = N \end{cases} \tag{II.22}$$

Il est en général nécessaire d'amener le satellite à tourner à une vitesse constante ou nulle, et  $r_0=$ constante. Le mouvement est alors défini par les équations :

$$\begin{cases} Ap' + (C - A)qr_0 = L(t) \\ Aq' + (C - A)pr_0 = M(t) \\ r = r_0 \end{cases} \tag{II.23}$$

P, q et r sont liés à : $\theta, \phi, \psi$  par les équations initiales.

Commander un satellite c'est de lui imposer un couple L (t), M (t), N (t).

Stabiliser un satellite c'est étudier les mouvements p, q, r, lorsque le couple disparaît. Si p, q et r tendent vers zéros, le système est dit stable.

Or les équations du mouvement libre sont :

$$p'' + a^2 p = 0, q'' + a^2 q = 0 \tag{II.24}$$

avec :  $a = \frac{C - A}{A} r_0$



Les mouvements définis pour ces équations ne sont pas stables : en effet  $p_0$  étant la valeur initiale de  $p$ .

$P = P_0 \cos(a t)$  le système oscille perpétuellement.

Pour le rendre stable il faut ajouter un terme en  $bp'$  à cette équation

$$\begin{cases} \ddot{p} + b\dot{p} + a^2 p = 0 \\ \ddot{q} + b\dot{q} + a^2 q = 0 \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

Nous aurons alors :

$$p = p_0 \exp\left(\frac{-bt}{2a}\right) \cos(\omega t) \quad (\text{II.26})$$

$\omega = a$  si  $b$  est petit

Le mouvement est une sinusoïde amortie dont l'enveloppe est exponentielle  $p_0 \exp\left(\frac{-bt}{2a}\right)$ , à condition que  $b$  soit positif. Le mouvement est divergent si  $b$  est négatif.

Trouver un moyen élégant pour amortir le mouvement d'un satellite est un des grands problèmes de la technique spatiale : il existe de nombreuses solutions heureusement.

De façon générale le terme amortissement manifeste une dégradation de l'énergie du système : en effet, dans un mouvement sinusoïdal non amorti  $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ , on constate un équilibre permanent entre l'énergie potentielle et l'énergie cinétique. Tous les techniciens cherchent un moyen passif d'amortir ces mouvements ; plusieurs solutions ont été essayées certaines sont purement mécaniques. On peut citer à titre d'exemple :

On peut mettre un fluide visqueux dans une gouttière circulaire qui prendra par rapport à celle-là un mouvement relatif et par sa viscosité introduira un terme d'amortissement dans le mouvement [36].

Une solution proposée consiste à doter le satellite de bras portant une masse en son extrémité. C'est une sorte de ressort qui par frottement interne dissipe de l'énergie : le choix du métal du bras est fondamental, et de nombreuses études se poursuivent pour trouver des alliages dotés d'un amortissement aussi grand que possible.

Il existe d'autres moyens : l'un utilisé sur le satellite Tiros consiste à utiliser le champ magnétique terrestre. Tiros est un satellite météo et regarde la terre, sans tourner sur lui-même. Il est donc possible de placer une bobine dans le satellite dont l'orientation par rapport aux lignes de force du champ terrestre doit rester constante. Toute oscillation induit des courants, ces courants placés dans un champ créent des couples proportionnels à  $p$  ou  $q$  sont des couples d'amortissement.

Nous avons vu que le mouvement d'un satellite s'exprime par une équation :

$$\ddot{p} + a^2 p = 0 \quad (\text{II.27})$$

Si nous incitons ce mouvement par le moment d'un couple nous écrivons :

$$\ddot{p} + a^2 p = M / A \quad (\text{II.28})$$

Et nous poserons  $M/A = m$  ce qui en notation symbolique s'écrit :

$$p / m = 1 / (s^2 + a^2) \quad (\text{II.29})$$



Si nous graduons l'abscisse en fonction du temps, le mouvement sera sinusoïdal : l'oscillation sera constante, son amplitude dépend des conditions initiales et sa fréquence est  $a$  (rads/s).

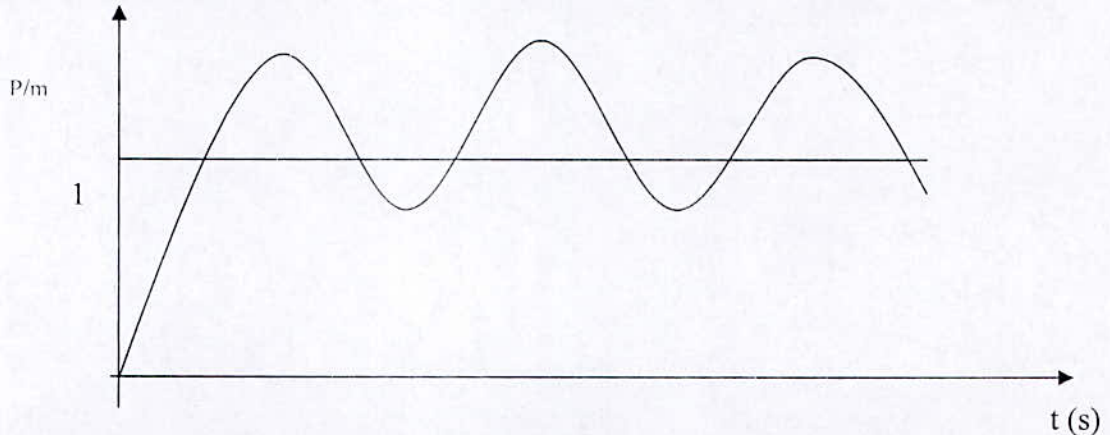


Figure II.3.a : Représentation du mouvement du satellite en fonction du temps (cas mouvement de Poinso).

### II.3.2 Modélisation en présence du couple de gradient de gravité

#### II.3.2.1. Expression du couple de gradient de gravité

On désigne par  $R \text{ } XYZ$  le repère orbital local, avec  $I_R, I_T, I_L$  les moments principaux d'inertie

- X axe dit de roulis, unitaire de la vitesse orbitale, tangent à l'orbite.
- Y axe de tangage, unitaire du moment cinétique, normal à la trajectoire.
- Z axe de lacet, suivant la géocentrique, pointant le zénith.

On désigne par  $S \text{ } xyz$  le repère satellite, avec  $I_R, I_T, I_L$  les moments principaux d'inertie. L'expression du couple de gradient de gravité est donnée par :

$$\vec{\Gamma}/S = \frac{3k}{r^3} \vec{Z} \wedge (\vec{I} \cdot \vec{Z}) \tag{II.30}$$

Tel que :  $k$  : constante gravitationnelle de la terre ( $3.986005 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ )

$r$  : distance centre de la terre au centre de masse du satellite.

$I$  : tenseur d'inertie du satellite.

Dans le cas d'une orbite circulaire,  $\omega_0^2 = \frac{k}{r^3}$ .

Il a déjà été montré que la matrice de passage d'un repère  $R$  référence à un repère lié au satellite  $S$  est :



$$P_{R \rightarrow S} = \begin{pmatrix} \cos \Psi \cos \theta & -\sin \Psi \cos \psi + \sin \theta \cos \psi \sin \varphi & \sin \theta \cos \psi \cos \varphi + \sin \psi \sin \varphi \\ \sin \Psi \cos \theta & \cos \Psi \cos \psi + \sin \theta \sin \psi \sin \varphi & \sin \theta \sin \psi \cos \varphi - \sin \varphi \cos \psi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi \end{pmatrix}$$

$$P^T_{R-S} = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ -\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sin \varphi \sin \theta & \cos \varphi \cos \psi + \sin \psi \sin \varphi \sin \theta & \cos \theta \sin \varphi \\ \sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \cos \varphi \sin \theta & -\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \cos \varphi \sin \theta & \cos \theta \cos \varphi \end{pmatrix}$$

On applique donc :

$$\bar{\Gamma} = 3\omega_0^2 \bar{Z} \wedge \bar{I} \bar{Z} = 3\omega_0^2 (P^T \bar{z} \wedge \bar{I} P^T \bar{z}) \quad (\text{II.31})$$

On a :

$$P^T \bar{z} = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ -\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sin \varphi \sin \theta & \cos \varphi \cos \psi + \sin \psi \sin \varphi \sin \theta & \cos \theta \sin \varphi \\ \sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \cos \varphi \sin \theta & -\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \cos \varphi \sin \theta & \cos \theta \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$P^T \bar{z} = \begin{pmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \sin \varphi \\ \cos \theta \cos \varphi \end{pmatrix} \quad (\text{II.32})$$

Avec :

$$\bar{I} P^T \bar{z} = \begin{pmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \sin \varphi \\ \cos \theta \cos \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I_1 \sin \theta \\ I_2 \cos \theta \sin \varphi \\ I_3 \cos \theta \cos \varphi \end{pmatrix} \quad (\text{II.33})$$

Donc :

$$P^T \bar{z} \wedge \bar{I} P^T \bar{z} = \begin{vmatrix} \bar{x} & \bar{y} & \bar{z} \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi \\ -I_1 \sin \theta & I_2 \cos \theta \sin \varphi & I_3 \cos \theta \cos \varphi \end{vmatrix} = (I_3 \cos^2 \theta \cos \varphi \sin \varphi - I_2 \cos^2 \theta \cos \varphi \sin \varphi) \bar{x}$$

$$- (I_1 \cos \theta \cos \varphi \sin \theta - I_3 \cos \theta \cos \varphi \sin \theta) \bar{y} + (I_1 \cos \theta \sin \varphi \sin \theta - I_2 \cos \theta \sin \varphi \sin \theta) \bar{z} \Rightarrow$$

$$P^T \bar{z} \wedge \bar{I} P^T \bar{z} = \begin{pmatrix} (I_3 - I_2) \cos^2 \theta \cos \varphi \sin \varphi \\ (I_3 - I_1) \cos \theta \cos \varphi \sin \theta \\ (I_1 - I_2) \cos \theta \sin \varphi \sin \theta \end{pmatrix} \quad (\text{II.34})$$

Donc, en conclusion :

$$\vec{\Gamma}/s = 3\omega_0^2 \vec{Z} \wedge \vec{\bar{I}}\vec{Z} = 3\omega_0^2 \begin{pmatrix} (I_3 - I_2) \cos^2 \theta \cos \sin \\ (I_3 - I_1) \cos \theta \cos \sin \theta \\ (I_1 - I_2) \cos \theta \sin \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\omega_0^2 (I_3 - I_2) \cos^2 \theta \cos \sin \\ 3\omega_0^2 (I_3 - I_1) \cos \theta \cos \sin \theta \\ 3\omega_0^2 (I_1 - I_2) \cos \theta \sin \sin \theta \end{pmatrix} \quad (\text{II.35})$$

Le vecteur  $\vec{\bar{I}}$  peut aussi être écrit sous la forme :  $\vec{\bar{I}} = \begin{pmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_R & 0 & 0 \\ 0 & I_T & 0 \\ 0 & 0 & I_L \end{pmatrix}$

$$\vec{\Gamma}/s = \begin{pmatrix} 3\omega_0^2 (I_L - I_T) \cos^2 \theta \cos \phi \sin \phi \\ 3\omega_0^2 (I_L - I_R) \cos \theta \cos \phi \sin \theta \\ 3\omega_0^2 (I_R - I_L) \cos \theta \sin \phi \sin \theta \end{pmatrix} \quad (\text{II.36})$$

Ce couples sera rigoureusement nul que si les trois inerties du satellite sont égales.

Il pourra par contre être utilisé activement dans certaines configurations d'inertie du satellite, puisqu'il tendra alors de le ramener vers une position d'équilibre stable.

D'après sa formulation, on voit qu'il aura un impact essentiellement en orbite basse. Sur les satellites géostationnaires, les couples de gradient de gravité seront par contre très faibles, donc négligés.

### II.3.2.2. Modélisation du mouvement libre du satellite en présence du couple de gradient de gravité

En se basant sur la mécanique générale et le théorème du moment cinétique appliqué au satellite en son centre d'inertie et projeté sur « R » (repère mobile), en tenant compte uniquement du couple de gradient de gravité tel que  $\vec{\Gamma}$  représente ce couple .

$$\begin{cases} I_R \frac{dp}{dt} + (I_L - I_T)qr = L = \Gamma_x \\ I_T \frac{dq}{dt} + (I_R - I_L)pr = C = \Gamma_y \\ I_L \frac{dr}{dt} + (I_T - I_R)pq = N = \Gamma_z \end{cases} \quad (\text{II.37})$$

Alors en remplaçant, on obtient :



$$\begin{aligned}
I_R \frac{dp}{dt} + (I_L - I_T)qr &= \Gamma_x = 3\omega_0^2 (I_L - I_T) \cos^2 \theta \cos \phi \sin \phi \\
I_T \frac{dq}{dt} + (I_R - I_L)pr &= \Gamma_y = -3\omega_0^2 (I_R - I_L) \cos \theta \cos \phi \sin \theta \\
I_L \frac{dr}{dt} + (I_T - I_R)pq &= \Gamma_z = -3\omega_0^2 (I_T - I_R) \cos \theta \sin \phi \sin \theta
\end{aligned} \tag{II.38}$$

Ces équations représentent les équations du *mouvement libre* du satellite. C'est à dire sous la seule action du gradient de gravité, sans commande.

On a :  $\bar{\Omega}_{S/Ri} = \bar{\Omega}_{S/R0} + \bar{\Omega}_{R0/Ri}$

On a vu aussi que (II.9) correspond à :

$$\bar{\Omega}_{S/R0} = \begin{bmatrix} -\sin \theta \dot{\psi} + \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \cos \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi \\ \dot{\psi} \cos \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi \end{bmatrix}$$

Et (II.12) :

$$\bar{\Omega}_{R0/Ri} = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ -\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sin \varphi \sin \theta & \cos \psi \cos \varphi + \sin \psi \sin \varphi \sin \theta & \cos \theta \sin \varphi \\ \sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \cos \varphi \sin \theta & -\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \cos \varphi \sin \theta & \cos \theta \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\Omega}_{R0/Ri} = \begin{bmatrix} -\cos \theta \sin \psi \omega_0 \\ -\cos \varphi \cos \psi \omega_0 - \sin \psi \sin \varphi \sin \theta \omega_0 \\ \cos \psi \sin \omega_0 - \sin \psi \cos \varphi \sin \theta \omega_0 \end{bmatrix}$$

Si on approxime aux petits angles on obtient :

$$\bar{\Omega}_{S/Ri} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \omega_0 \psi \\ \dot{\theta} - \omega_0 \\ \dot{\psi} + \varphi \omega_0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \tag{II.39}$$

si on remplace dans (II.38), on obtient :

$$\begin{cases} I_R \ddot{\varphi} - I_R \omega_0 \dot{\psi} + (I_L - I_T)(-\omega_0 + \dot{\theta})(\dot{\psi} + \omega_0 \varphi) - 3\omega_0^2 (I_L - I_T) \cos^2 \theta \cos \varphi \sin \varphi = 0 \\ I_T \ddot{\theta} + (I_R - I_L)(\dot{\varphi} - \omega_0 \psi)(\dot{\psi} + \omega_0 \varphi) + 3\omega_0^2 (I_R - I_L) \cos \theta \cos \varphi \sin \theta = 0 \\ I_L \ddot{\psi} + I_L \omega_0 \dot{\varphi} + (I_T - I_R)(-\omega_0 \psi + \dot{\varphi})(-\omega_0 + \dot{\theta}) + 3\omega_0^2 (I_T - I_R) \cos \theta \sin \varphi \sin \theta = 0 \end{cases} \quad (\text{II.40})$$

Donc :

$$\begin{cases} I_R \ddot{\varphi} - (I_R + I_L - I_T) \omega_0 \dot{\psi} - 4\omega_0^2 (I_L - I_T) \varphi = 0 \\ I_T \ddot{\theta} + 3(I_R - I_L) \omega_0^2 \theta = 0 \\ I_L \ddot{\psi} + (I_L - I_T + I_R) \omega_0 \dot{\varphi} + (I_T - I_R) \omega_0^2 \psi = 0 \end{cases} \quad (\text{II.41})$$

Ces équations qui caractérisent le mouvement sont dites équations de Lagrange.

### III.3.2.3. Etude de la stabilité

Il est évident que l'équation du tangage est découplée de celles du roulis et du lacet, elle se met de la forme  $\ddot{x} + kx = 0$ , alors on en déduit que le mouvement de tangage est stable si la condition  $I_R > I_L$  [69].

A noter aussi que si les équations qui caractérisent le mouvement sont instables alors le mouvement de tangage n'est plus nécessairement stable car dans ce cas, les termes non linéaires ne sont plus négligeables.

Pour l'étude de la stabilité du mouvement couplé roulis-lacet, on réécrit les deux équations sous forme matricielle du second ordre.

$$M\ddot{x} + G\dot{x} + Kx = 0 \quad (\text{II.42})$$

$$\text{où } x = \begin{bmatrix} \varphi \\ \psi \end{bmatrix}$$

$$\text{et } M = \begin{pmatrix} I_R & 0 \\ 0 & I_L \end{pmatrix}; G = (I_R + I_L - I_T) \omega_0 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; K = \omega_0^2 \begin{pmatrix} 4(I_T - I_L) & 0 \\ 0 & (I_T - I_R) \end{pmatrix}$$

Ces trois matrices sont normalement appelées respectivement, « *Mass Matrix* », « *Gyroscopic Damping Matrix* », « *Stiffness Matrix* ».

Pour le cas d'un corps rigide, on suppose que la solution du système différentiel est sous forme exponentielle, en particulier sous la forme :  $x = e^{\lambda t} c$ .



Où «  $\lambda$  » est une valeur propre et «  $c$  » une matrice  $2 \times 1$  contenant des constantes arbitraires qui doivent être déterminées sous la base des conditions initiales.

En dérivant deux fois :

$$\dot{x} = \lambda e^{\lambda t} c = \lambda x \text{ et } \ddot{x} = \lambda^2 e^{\lambda t} c = \lambda^2 x \quad (\text{II.43})$$

En remplaçant dans l'équation différentielle :

$$e^{\lambda t} (\lambda^2 M + \lambda G + K) c_0 = 0 \quad (\text{II.44})$$

Puisque  $e^{\lambda t}$  ne peut pas être nul, on en déduit que  $(\lambda^2 M + \lambda G + K) c_0 = 0$

Un résultat bien connu de l'algèbre d'état linéaire est que cette équation peut seulement avoir des solutions non triviales ( $c_0$  différent de zéro) si la matrice  $A$  est singulière.

Un autre résultat bien connu, c'est qu'une matrice est singulière si et seulement si son déterminant est nul.

On peut alors calculer les valeurs propres en calculant le déterminant et en le mettant égal à zéro.

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 I_R + 4\omega_0^2 (I_T - I_L) & -\lambda\omega_0 (I_R + I_L - I_T) \\ \lambda\omega_0 (I_R + I_L - I_T) & \lambda^2 I_L + \omega_0^2 (I_T - I_R) \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{II.45})$$

Le polynôme caractéristique est alors :

$$\lambda^4 I_R I_L + \lambda^2 \omega_0^2 (I_R (I_T - I_R) + 4I_L (I_T - I_L) + (I_R + I_L - I_T)^2) + 4\omega_0^2 (I_T - I_R)(I_T - I_L) = 0 \quad (\text{II.46})$$

Soient les deux paramètres inertiels :  $k_1 = \frac{I_T - I_L}{I_R}$  et  $k_3 = \frac{I_T - I_R}{I_L}$

On obtient :

$$\left(\frac{\lambda}{\omega_0}\right)^4 + (1 + 3k_1 + k_1 k_3) \left(\frac{\lambda}{\omega_0}\right)^2 + 4k_1 k_3 = 0 \quad (\text{II.47})$$

C'est une équation quadratique de variable  $s = \left(\frac{\lambda}{\omega_0}\right)^2$  qui peut être écrite sous la

forme :  $s^2 + b_1 s + b_0 = 0$

Pour avoir un mouvement stable (oscillatoire), les valeurs propres doivent être purement imaginaires, donc  $s$  doit être négatif.

Les conditions nécessaires pour que  $s$  réel négatif sont :

$$b_0 > 0 \quad b_1 > 0 \quad b_1^2 - 4b_0 < 0$$

Rappelons aussi que pour la stabilité du mouvement de tangage nous devons avoir :  $I_R > I_L$  qui est équivalent à  $k_1 > k_3$ .

Les quatre conditions de stabilité sont alors données par :

$$\begin{aligned} k_1 &> k_3 \\ k_1 k_3 &> 0 \\ 1 + 3k_1 + k_1 k_3 &> 0 \\ (1 + 3k_1 + k_1 k_3)^2 - 16k_1 k_3 &> 0 \end{aligned} \quad (\text{II.48})$$

Les paramètres  $k_1, k_3$  connus comme « *Smelt parameters* » sont compris entre  $\pm 1$ .

On peut construire un diagramme de stabilité dans le plan  $k_1, k_3$  comme montré dans la figure ci-dessous :

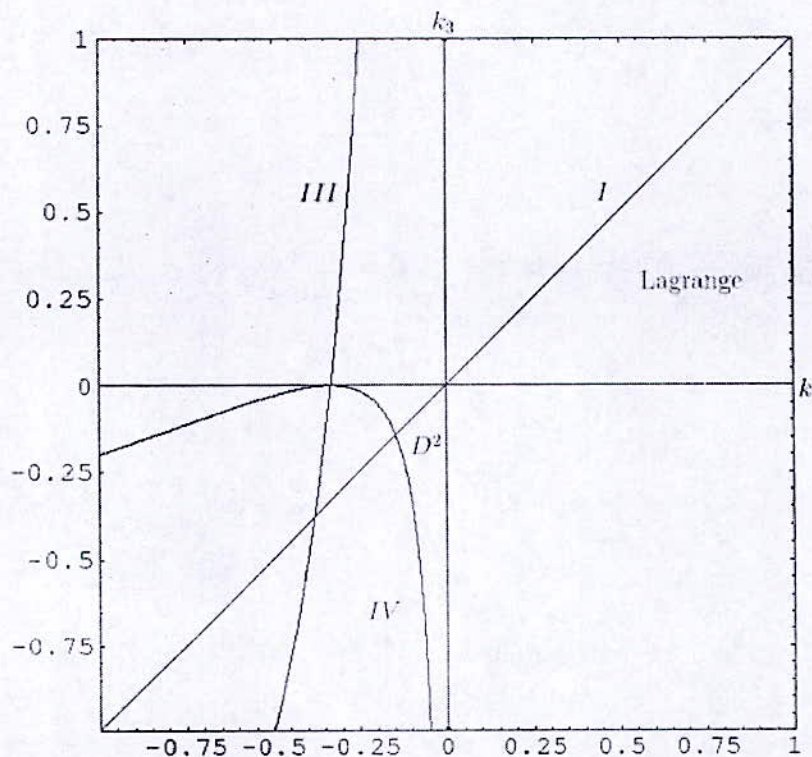


Figure II.5 Diagramme de stabilité en fonction de  $k_1, k_3$  [69]



Dans le diagramme de stabilité ci-dessus, les régions bornées indiquent la stabilité. Les régions nommées I, III, et IV, correspondent à la première, troisième et quatrième condition donnée plus haut. La seconde règle est en dehors du premier et quatrième quadrant du plan. Donc, seulement les régions nommées « Lagrange » et « D<sup>2</sup> » correspondent à une configuration stable.

La région « Lagrange » a été établie par Lagrange lors de son étude du mouvement de la Lune.

En implantant les équations du mouvement, on peut les simuler:

Et ceci en utilisant les équations de Rung-Kutta d'ordre 4-5, ce qui donne pour  $\varphi$  et  $\psi$ :

$$\begin{aligned}
 M\ddot{x} + G\dot{x} + Kx &= 0 \Rightarrow \\
 \ddot{x} + M^{-1}G\dot{x} + M^{-1}Kx &= 0 \Rightarrow \\
 \ddot{x} + A\dot{x} + Bx &= 0 \Rightarrow \tag{II.49} \\
 \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} &= -\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

En posant :

$$y_1 = \dot{x}_1; y_2 = \dot{x}_2; x_3 = x_1; y_4 = x_2$$

et

$$\ddot{\theta} = \frac{3(I_L - I_R)}{I_T} \omega_0^2 \theta \tag{II.50}$$

Avec :  $x_3 = \theta; x_4 = \dot{\theta}$

On obtient :

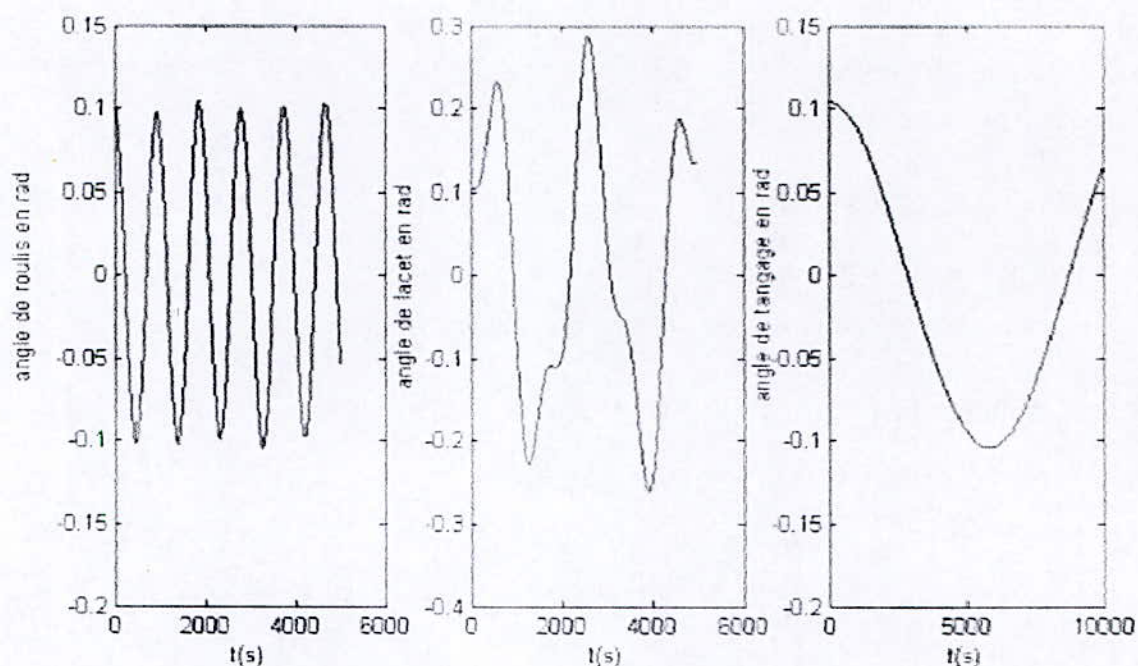


Figure II-6 : Représentation du mouvement libre du satellite soumis uniquement au couple de gradient de gravité sans commande.

### II.3.3. Introduction à la stabilisation par magnéto-coupleurs

#### II.3.3.1. Le magnétocoupleurs

Un magnétocoupleurs n'est autre qu'une bobine qui génère un moment dipolaire  $\vec{M}$  lorsqu'elle est parcourue par un courant. Cependant, des efficacités très différentes seront obtenu selon que ce bobinage entourera ou non une barre ferromagnétique [48].

#### II.3.3.2. le champ magnétique terrestre

Le champ magnétique terrestre apparaît comme résultant d'un dipôle magnétique faisant un angle de  $11^\circ$  avec l'axe de rotation de la terre et légèrement décentré. Le pôle sud du dipôle est dans l'hémisphère nord à  $78^\circ 6'$  de latitude et  $289^\circ 55'$  de longitude ouest, de plus ce dipôle dérive de  $0.014^\circ/\text{an}$  vers l'est et sa force augmente de  $0.05\%$  par an. C'est dire la complexité de sa représentation [33].

On assimile le champ magnétique terrestre à celui d'un dipôle magnétique placé suivant l'axe Nord-Sud de la terre et présentant ainsi une symétrie de révolution autour de l'axe de rotation de la terre [33].



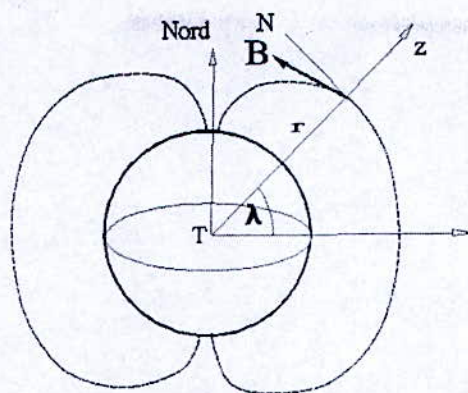


Figure II-7: Représentation du champ magnétique terrestre [33]

On trouve que :

$$\vec{H} = -\frac{2K}{r^3} \sin \lambda \vec{z} + \frac{K}{r^3} \cos \lambda \vec{N} \quad (\text{II.51})$$

On sait que :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad \mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ - } \quad K = 6.413 \cdot 10^{21} \text{ Am}^2$$

N est la direction locale du Nord (pour nous magnétique et géographique à la fois avec la simplification adoptée).

L'orbite est supposée circulaire basse, polaire.

Le temps de référence  $t - t_N$  est pris nul à l'un des passages du satellite au nœud N ascendant (passage de l'hémisphère sud à l'hémisphère nord). On appelle  $j$  l'angle polaire du satellite compté à partir du nœud ascendant positivement autour de l'axe de tangage (axe également porteur du moment cinétique du satellite).

Le calcul des composantes de  $\vec{B}$  sur X, Y, Z repère orbital local donne donc

$$\vec{B} /_{\bar{x}\bar{y}\bar{z}} = \begin{bmatrix} B_x = \frac{\mu_0}{r^3} K \cos \varphi \\ B_y = 0 \\ B_z = -2 \frac{\mu_0}{r^3} K \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (\text{II.52})$$

### II.3.3.3. Formulation mathématique

Le vecteur champ magnétique terrestre par ses composantes dans le repère orbital local XYZ, associé à la position courante du satellite, au rayon vecteur  $r$  et au temps  $t$ , cette donnée peut être soit analytique soit sous forme de modèle embarqué.

$$\vec{B}_{/XYZ} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix}$$

L'électronique de bord et les capteurs utilisés doivent élaborer des moments magnétiques, en commandant les courants dans des bobines.

$$\vec{m} = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} \quad (\text{II.53})$$

Le satellite est équipé de magnétomètres (liés au satellite), mesurant ainsi les composantes en axes satellite du champ magnétique terrestre. Des capteurs de positions angulaires (senseurs) et des gyromètres de mesure de vitesses angulaires associés à une électronique de bord, permettent d'élaborer les fonctions  $m_x$   $m_y$   $m_z$ , puis  $M_x$   $M_y$   $M_z$ , et donc les courants à injecter dans trois bobines suivant les 3 axes pour obtenir le moment magnétique de commande  $\vec{M}$

Le moment général  $\vec{M}$  du dipôle équivalent s'écrit sous forme vectorielle :

$$\vec{M} = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \frac{\vec{m} \wedge \vec{B}}{|\vec{B}|} = \frac{1}{|\vec{B}|} \begin{bmatrix} m_y B_z - m_z B_y \\ m_z B_x - m_x B_z \\ m_x B_y - m_y B_x \end{bmatrix} \quad (\text{II.54})$$

Le vecteur champ magnétique terrestre calculé dans la base satellite en fonction des paramètres angulaires et des composantes de B dans le repère orbital [33], est :

$$\vec{B}_{/xyz} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = P^T_{R-S} \vec{B}_{/XYZ}$$

$$\vec{B}_{/xyz} = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ -\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sin \varphi \sin \theta & \cos \varphi \cos \psi + \sin \psi \sin \varphi \sin \theta & \cos \theta \sin \varphi \\ \sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \cos \varphi \sin \theta & -\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \cos \varphi \sin \theta & \cos \theta \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix}$$



$$= \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi B_x & \cos \theta \sin \psi B_y & -\sin \theta B_z \\ -\sin \psi \cos \phi B_x + \cos \psi \sin \phi \sin \theta B_x & \cos \phi \cos \psi B_y + \sin \psi \sin \phi \sin \theta B_y & \cos \theta \sin \phi B_z \\ \sin \psi \sin \phi B_x + \cos \psi \cos \phi \sin \theta B_x & -\cos \psi \sin \phi B_y + \sin \psi \cos \phi \sin \theta B_y & \cos \theta \cos \phi B_z \end{pmatrix} \quad (\text{II.55})$$

Donnant le couple de commande ci-dessous, obtenu en explicitant le double produit vectoriel:

$$\bar{M}_C = \frac{1}{\bar{B}} \begin{bmatrix} -B_y^2 - B_z^2 & B_x B_y & B_x B_z \\ B_x B_y & -B_x^2 - B_z^2 & B_z B_y \\ B_x B_z & B_y B_z & -B_y^2 - B_x^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} \quad (\text{II.56})$$

Le couple de commande agissant sur le satellite est donné par ses composantes dans les axes satellites. En dernier ressort c'est  $m$  ( $m_x$   $m_y$   $m_z$ ) qui apparaît comme la commande.

Le moment total des perturbations extérieures autres que gravitationnelles est :

$$M_p = \begin{bmatrix} M_{px} \\ M_{py} \\ M_{pz} \end{bmatrix} \quad (\text{II.57})$$

$$\begin{cases} I_R \frac{dp}{dt} + (I_L - I_T)qr = \Gamma_x + M_x + M_{px} \\ I_T \frac{dq}{dt} + (I_R - I_L)pr = \Gamma_y + M_y + M_{py} \\ I_L \frac{dr}{dt} + (I_T - I_R)pq = \Gamma_z + M_z + M_{pz} \end{cases} \quad (\text{II.58})$$

$$\text{Donc : } \left. \begin{aligned} I_R \frac{dp}{dt} + (I_L - I_T)qr - 3\omega_0^2 (I_L - I_T) \cos^2 \theta \cos \phi \sin \phi &= M_x + M_{px} \\ I_T \frac{dq}{dt} + (I_R - I_L)pr + 3\omega_0^2 (I_R - I_L) \cos \theta \cos \phi \sin \theta &= M_y + M_{py} \\ I_L \frac{dr}{dt} + (I_T - I_R)pq + 3\omega_0^2 (I_T - I_R) \cos \theta \sin \phi \sin \theta &= M_z + M_{pz} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.59})$$

On a vu aussi que :

$$\bar{\Omega}_{S/R0} = \begin{bmatrix} -\sin \theta \dot{\psi} + \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi + \dot{\theta} \cos \phi \\ \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi \end{bmatrix}$$

Si on approxime aux petits angles on obtient :

$$\bar{\Omega}_{S/Ri} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \omega_0 \psi \\ \dot{\theta} - \omega_0 \\ \dot{\psi} + \phi \omega_0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

Si on remplace dans (II.61), on obtient :

$$\begin{cases} I_R \ddot{\phi} - I_R \omega_0 \dot{\psi} + (I_L - I_T)(-\omega_0 + \dot{\theta})(\dot{\psi} + \omega_0 \phi) - 3\omega_0^2 (I_L - I_T) \cos^2 \theta \cos \phi \sin \phi = M_{cx} + M_{px} \\ I_T \ddot{\theta} + (I_R - I_L)(\dot{\phi} - \omega_0 \psi)(\dot{\psi} + \omega_0 \phi) + 3\omega_0^2 (I_R - I_L) \cos \theta \cos \phi \sin \theta = M_{cy} + M_{py} \\ I_L \ddot{\psi} + I_L \omega_0 \dot{\phi} + (I_T - I_R)(-\omega_0 \psi + \dot{\phi})(-\omega_0 + \dot{\theta}) + 3\omega_0^2 (I_T - I_R) \cos \theta \sin \phi \sin \theta = M_{cz} + M_{pz} \end{cases} \quad (\text{II.60})$$

Donc :

$$\begin{cases} I_R \ddot{\phi} - (I_R + I_L - I_T) \omega_0 \dot{\psi} - 4\omega_0^2 (I_L - I_T) \phi = M_{cx} + M_{px} \\ I_T \ddot{\theta} + 3(I_R - I_L) \omega_0^2 \theta = M_{cy} + M_{py} \\ I_L \ddot{\psi} + (I_L - I_T + I_R) \omega_0 \dot{\phi} + (I_T - I_R) \omega_0^2 \psi = M_{cz} + M_{pz} \end{cases} \quad (\text{II.61})$$

Où les quantités du second membre se calculent comme indiqué plus haut.

- Indice c pour commande
- Indice p pour perturbations (gravitationnelles non comprises puisqu'elles sont utilisées par le gradient de gravité déjà inclus dans le premier membre)

### II.3.4 Modélisation en présence de CMG (commande moment gyros)

#### II.5.1. Cinématique

Soient : Le repère de référence  $R = [\bar{U}_R \quad \bar{V}_R \quad \bar{W}_R]$

Le repère mobile :  $S = [\bar{U}_S \quad \bar{V}_S \quad \bar{W}_S]$

A partir des équation (II.17) et (II.18), on tire :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \operatorname{tg} \theta & \cos \phi \operatorname{tg} \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \operatorname{csc} \theta & \cos \phi \operatorname{csc} \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (\text{II.18})$$



Le système de contrôle par CMG repose comme celui des roues sur le principe d'échange de moment cinétique entre un système interne commandé et le satellite soumis à des perturbations.

### Commande

Un moteur de commande fixé sur le corps du satellite, peut exercer un couple  $C_m$  d'axe  $i$  (respectivement  $j, k$ ) sur une armature qui porte les deux gyros.

**NB :** Vous noterez qu'un engrenage impose à 2 gyroscopes d'un même groupe des précessions strictement opposées.

#### II.3.4.2. Rôle du couple gyroscopique

Conformément à la théorie du gyroscope, quand on impose un couple (modéré) d'axe non colinéaire à l'axe de la rotation gyroscopique, le gyroscope "réagit" en s'imposant une vitesse angulaire de précession telle que le couple gyroscopique créé annule celui imposé. Il est clair que par effet de réaction les gyros imposent au cadre qui les porte un couple qui se retrouve donc exercé sur le satellite. C'est donc lui qui assure le contrôle d'attitude.

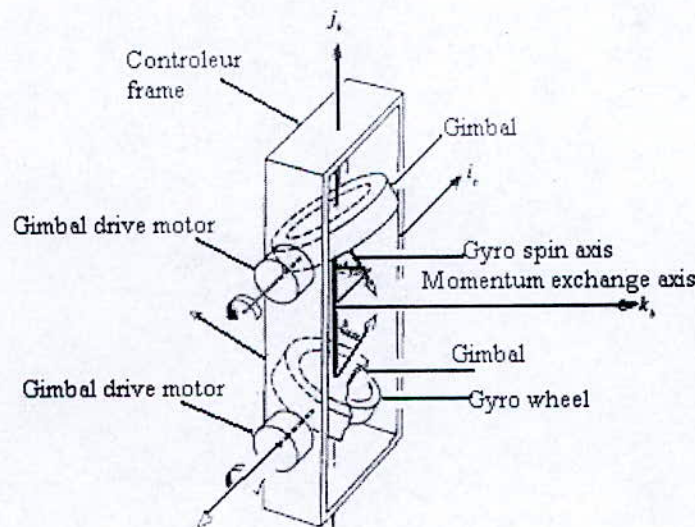


Figure II.8: Représentation d'un contrôleur gyroscopique [22]

#### II.3.4.3. Moment cinétique gyroscopique

Le moment cinétique se calcule par ses composantes dans des axes liés à chaque gyroscope et donne pour chacun : [45]

Le moment résultant pour le groupe des 2 gyros est porté par l'axe  $i$ . [45]

$$\vec{H}_{Gx} = 2I\Omega \sin \delta_z \vec{i} = 2H \sin \delta_z \vec{i} \quad (\text{II.62})$$

**Remarque**

Surprenant résultat qui montre que pour un couple de 2 gyros, le moment cinétique garde une direction fixe par rapport au satellite. La modulation se fait donc sur le module et donc par l'intermédiaire de l'angle  $\gamma$ . [45]

Le moment total s'écrit donc :

$$\vec{H}_G = 2H_z \sin \delta_z \vec{i} + 2H_x \sin \delta_x \vec{j} + 2H_y \sin \delta_y \vec{k} \quad (\text{II.63})$$

On suppose ici, que le repère de référence coïncide avec le repère inertiel, c-a-d  $\omega_0 = 0$  :

$$\left[ \frac{d\vec{H}_{(S+G)}}{dt} \right]_R = \left[ \frac{d\vec{H}_s}{dt} + \frac{d\vec{H}_G}{dt} \right]_S + \vec{\Omega}_{(S/R)} \wedge (\vec{H}_s + \vec{H}_G) = \vec{M}_{\text{Fext}} \quad (\text{II.64})$$

$$\left[ \frac{d\vec{H}^{(s)}}{dt} \right]_s + \vec{\Omega}^{[s]}(S/R) \wedge \vec{H}^{[s]}_s = \vec{M}^{[s]}_{\text{Fext}} - \left[ \frac{d\vec{H}_G}{dt} \right]_s - \vec{\Omega}^{[s]}(S/R) \wedge \vec{H}^{[s]}_G$$

Avec :  $\vec{H}_s^{[s]} = I_G \vec{\Omega}^{[s]}(S/R)$

$$\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} rq(I_z - I_y) \\ pr(I_x - I_z) \\ qp(I_y - I_x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{H}_x \\ \dot{H}_y \\ \dot{H}_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} qH_z - rH_y \\ rH_x - pH_z \\ pH_y - qH_x \end{bmatrix} \quad (\text{II.65})$$

Avec :

$$\vec{H}_G = \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2C_z \Omega_z \sin \delta_z \\ 2C_x \Omega_x \sin \delta_x \\ 2C_y \Omega_y \sin \delta_y \end{bmatrix} \quad (\text{II.66})$$

On aura finalement



$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{-qr(I_z - I_y)}{I_x} + \frac{2C_x \Omega_x r \sin \delta_x}{I_x} - \frac{2C_y \Omega_y q \sin \delta_y}{I_x} + \frac{L_x}{I_x} \\ \frac{-pr(I_x - I_z)}{I_y} + \frac{2C_y \Omega_y p \sin \delta_y}{I_y} - \frac{2C_x \Omega_x r \sin \delta_x}{I_y} + \frac{L_y}{I_y} \\ \frac{-qp(I_y - I_x)}{I_x} - \frac{2C_x \Omega_x p \sin \delta_x}{I_x} + \frac{2C_z \Omega_z q \sin \delta_z}{I_x} + \frac{L_x}{I_x} \end{bmatrix} + \\
 &\begin{bmatrix} \frac{-2C_z \Omega_z \cos \delta_z}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-2C_x \Omega_x \cos \delta_x}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-2C_y \Omega_y \cos \delta_y}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\delta}_z \\ \dot{\delta}_x \\ \dot{\delta}_y \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{II.67}$$

## II.4. Conclusion

Pour aboutir à un modèle dynamique représentant un satellite artificiel, il est impératif en premier lieu de choisir un système d'axe approprié, ou plus exactement le repère par rapport auquel nous allons nous référer. Il y a également le théorème du moment cinétique, qui est le point de départ de toutes les équations visant à représenter le système, sans oublier l'importance des inerties du satellite.

Plusieurs représentations peuvent être utilisées suivant l'application pour laquelle est destinée le satellite :

- Les petits satellites en orbite basse soumis essentiellement au couple de gradient de gravité, dont l'intensité est inversement proportionnelle au cube de la distance entre le centre de la terre et le centre de masse du satellite, ont un mouvement oscillatoire pur. Le développement mathématique présenté a permis d'établir des conditions sur les inerties assurant la stabilité de ce mouvement libre. Les équations du mouvement sont à modèle linéaire, à noter également que l'équation représentant l'angle de tangage est découplée des deux autres angles, qui sont couplés entre eux.
- Dans le cas des satellites équipés d'actionneurs gyroscopiques, le modèle sera non seulement en fonction des angles de l'orientation du satellite, mais également en fonction des angles de précession des gyroscopes, comme l'atteste le système d'équations décrivant le modèle. Ce dernier étant à modèle non linéaire.

## CHAPITRE III

*Notions de base sur la commande par  
mode glissant et la commande adaptative*



### III.1.Introduction

La synthèse de lois de commande par mode de glissement et par commande adaptative représentent un intérêt certain pour la commande d'un satellite ceci en raison de leur robustesse par rapport aux perturbations. Mais avant d'appliquer l'une ou l'autre commande sur notre système, quelques notions de base les concernant seront présentées afin de familiariser le lecteur avec les deux techniques.

### III.2. Commande par mode de glissement

#### III.2.1.Introduction

Le problème posé par la commande pour certains systèmes n'admet pas de solution universelle en raison de leurs non linéarités. Cependant, il existe un certain nombre de méthodes modernes, souvent fondées sur des propriétés structurelles spécifiques qui ont montré leur aptitude à traiter une large variété d'applications d'intérêt pratique dans le domaine de l'ingénierie. Parmi ces méthodes, la commande par mode de glissement qui constitue une technique particulièrement intéressante en raison de sa robustesse. Elle est fondée sur le maintien des trajectoires d'état au voisinage immédiat d'une surface prédéfinie en fonction de la dynamique voulue. Cette surface est appelée surface de glissement.

#### III.2.2.Conception de la commande par mode de glissement

La commande par mode de glissement possède plusieurs avantages :

- robustesse vis-à-vis des variations paramétriques,
- simplicité de la mise en œuvre et d'adaptation, aussi bien aux processus linéaires qu'aux processus non linéaires.

Quant au phénomène de "Chattering" ou en français (Phénomène de broutement) qui lui est conceptuellement associé et qui, à l'origine, a limité son utilisation, il est actuellement bien maîtrisé et peut être éliminé par des procédés simples comme l'introduction de ce qu'on appelle la *couche bornée*. Ce type de commande peut être également utilisé d'une manière tout à fait analogue, non seulement en régulation, mais dans les problèmes de poursuite de trajectoires ou de poursuite de modèle. La conception des commandes par mode de glissement prend en compte les problèmes de stabilité et des bonnes performances.

La conception de cette commande peut être divisée en trois étapes principales :

1. le choix des surfaces,
2. l'établissement des conditions d'existence et de convergence,
3. la détermination de la loi de commande.



### III.2.3.Choix de la surface de glissement

En général, pour ce qui concerne la forme de la surface, deux possibilités se présentent, soit dans le plan de phase ou dans l'espace d'état. Dans ce dernier cas, on trouve la méthode connue par *loi de commutation par contre réaction d'état*. Celle-ci utilise les concepts du réglage par contre réaction d'état pour synthétiser la loi de commutation [75]. Dans le cas du traitement dans l'espace de phase, la fonction de commutation est une fonction scalaire, telle que la variable à régler glisse sur cette surface pour atteindre l'origine du plan de phase. Ainsi la surface  $S(x)$  représente le comportement dynamique désiré du système. J.J.Slotine [75] nous propose une forme d'équation générale pour déterminer la surface de glissement qui assure la convergence d'une variable  $x$  à sa valeur de consigne.

$$S(x) = \left( \frac{\partial}{\partial t} + \lambda_x \right)^{r-1} e(x) \quad (\text{III.1})$$

$x$  : variable à réguler.

$e(x)$  : l'écart de la variable à réguler  $e(x) = x^* - x$ .

$\lambda_x$  : une constante positive qui interprétera la bande passante du contrôle désiré.

$r$  : degré relatif (égal au nombre de fois qu'il faut dériver la sortie pour faire apparaître la commande). On aura donc :

$$\text{Pour } r=1 \quad S(x) = e(x) \quad (\text{III.2})$$

$$\text{Pour } r=2 \quad S(x) = \lambda_x e(x) + \dot{e}(x) \quad (\text{III.3})$$

$$\text{Pour } r=3 \quad S(x) = \lambda_x^2 e(x) + 2\lambda_x \dot{e}(x) + \ddot{e}(x) \quad (\text{III.4})$$

$S(x)=0$  est une équation différentielle linéaire dont l'unique solution est  $e(x)=0$  pour un choix convenable du gain  $\lambda_x$ . En d'autre terme, la difficulté revient à un problème de poursuite de trajectoire, ce problème est équivalent à celui du problème qui consiste à amener les points représentatifs du système à rester sur la surface de glissement définie par l'équation  $S(x)=0$ , ceci est équivalent à une linéarisation exacte de l'écart tout en respectant une condition de convergence.

La linéarisation exacte de l'écart Figure III.1 consiste à forcer la dynamique de l'écart d'être une dynamique d'un système linéaire autonome d'ordre  $r$ .

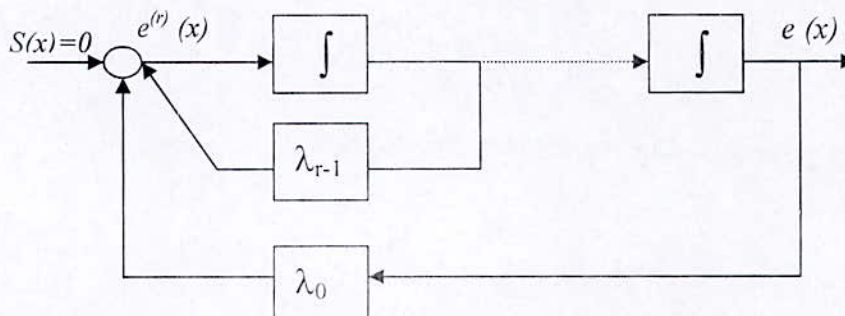


Figure III.1 : linéarisation de l'écart pour la commande par glissement.



### III.2.4. Calcul de la commande

Une fois la surface de glissement choisie, ainsi que le critère de convergence, il reste à déterminer la commande nécessaire pour attirer la variable à régler vers la surface, ensuite vers son point d'équilibre (origine du plan de phase) en maintenant la condition d'existence du mode glissant. Lorsqu'il y a un régime glissant, la dynamique du système est indépendante de la loi de commande, c'est pourquoi la surface de glissement a pu être déterminée indépendamment de la commande, sur la base du système et des performances désirées. De ce fait, on peut introduire une partie continue pour diminuer l'amplitude de la discontinuité, on aura donc :

$$U = U_{eq} + U_s \quad (\text{III.5})$$

$U_{eq}$  correspond à la commande équivalente proposée par Filipov et Utkin. On peut la considérer comme la valeur moyenne continue que prend la commande lors d'une commutation rapide entre deux valeurs  $U_{max}$  et  $U_{min}$  (Figure IV-2)

$U_s$  correspond à la commande qui garanti l'attractivité de la variable à contrôler vers la surface et satisfaire la condition :

$$S(x)\dot{S}(x) < 0 \quad (\text{III.6})$$

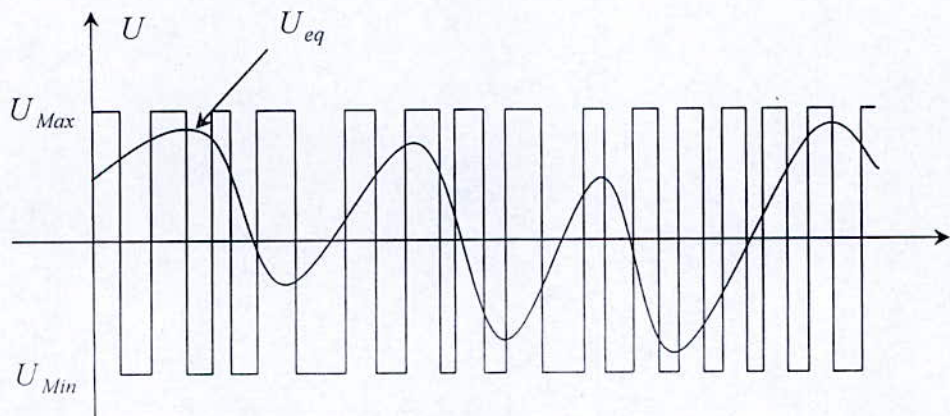


Figure III .2. La valeur continue  $U_{eq}$  prise par la commande lors de la commutation entre  $U_{max}$  et  $U_{min}$ .

### III.2.5. Expression analytique de la commande

Nous nous intéressons au calcul de la commande équivalente du système défini dans l'espace d'état par l'équation :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)U \quad (\text{III.7})$$

avec:  $x \in \mathfrak{R}^n$ ,  $u \in \mathfrak{R}^n$ .

En régime de glissement idéal, l'expression des surfaces et de leurs dérivées sont nulles. Ceci se traduit par  $U_s=0$

Donc

$$\dot{S}(x) = \left( \frac{\partial S}{\partial x} \right)^T (f(x) + g(x)U) = 0 \quad \text{Avec } U=U_{eq} \quad (\text{III.8})$$

Ainsi, la commande équivalente est donnée :

$$U_{eq} = - \left( \left( \frac{\partial S}{\partial x} \right)^T g(x) \right)^{-1} \left\{ \left( \frac{\partial S}{\partial x} \right)^T f(x) \right\} \quad (\text{III.9})$$

Avec la condition de transversalité :

$$\det \left[ \left( \frac{\partial S}{\partial x} \right)^T g(x) \right] \neq 0 \quad (\text{III.10})$$

Mais, le régime idéal n'est pratiquement jamais réalisable. On doit faire usage du deuxième terme de la commande pour ramener l'état du système vers la surface à chaque fois qu'il s'en écarte.

Ainsi, il convient de prendre :

$$U_s \equiv \dot{S}(x) = -K \text{sign}(S(x)) \quad (\text{III.11})$$

où  $K = \text{diag}(k_1, \dots, k_m)$

qui a la forme d'un relais :

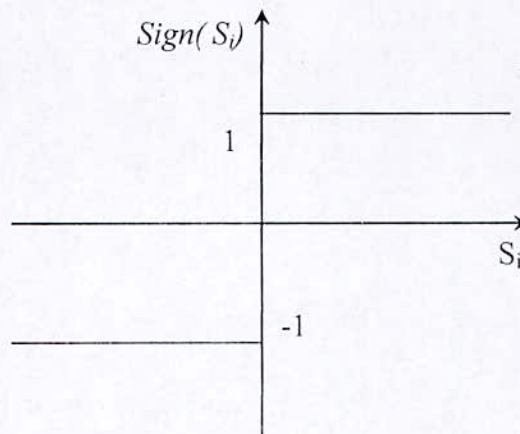


Figure III.3 : Représentation de la fonction sign



### III.2.6. Elimination du phénomène du Chattering

L'un des principaux inconvénients du réglage par mode de glissement est le phénomène du chattering, car il peut endommager les actionneurs par des sollicitations trop fréquentes et nuire au fonctionnement et aux performances du système. Dans le but de réduire ces oscillations plusieurs solutions ont été apportées, comme par exemple remplacer la fonction sign par une fonction de saturation caractérisée par un ou deux seuils (atténuation des amplitudes des ondulations)

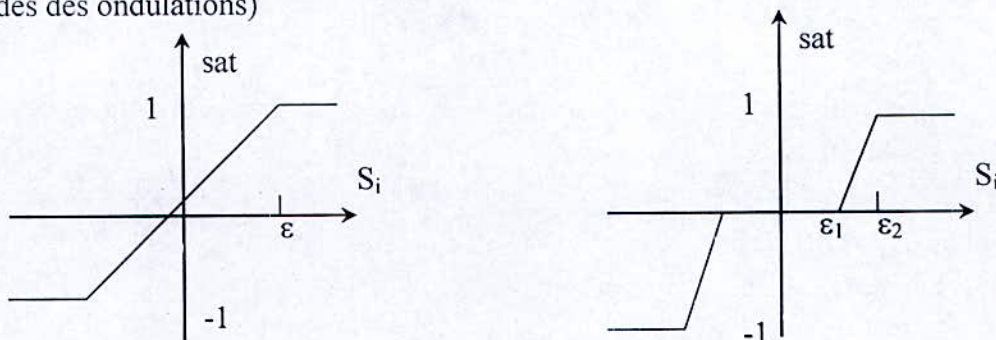


Figure III.4.a : Fonction SAT avec un seuil et deux seuils (zone morte)

Ces deux fonctions sont respectivement définies par :

$$sat(S) = \begin{cases} -1 & \text{si } S < -\varepsilon \\ \frac{S}{\varepsilon} & \text{si } |S| < \varepsilon \\ 1 & \text{si } S > \varepsilon \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

$$sat(S) = \begin{cases} 0 & \text{si } |S| < \varepsilon_1 \\ \frac{S - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} & \text{si } \varepsilon_1 < |S| < \varepsilon_2 \\ sign(S) & \text{si } |S| > \varepsilon_2 \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

On peut aussi donner la fonction de Smooth :

$$Smooth(S) = \frac{S}{|S| + \mu} \quad (\text{III.14})$$

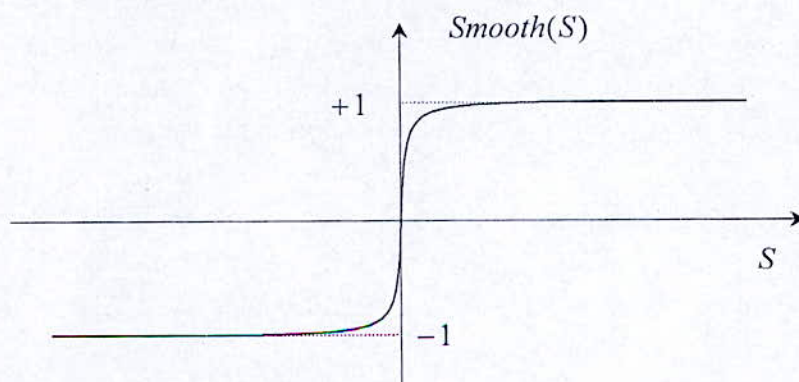


Figure IV-4-b : fonction « Smooth »

### III.3.Introduction à la commande adaptative

#### III.3.1.Principes de la commande adaptative

La commande adaptative est un ensemble de techniques utilisées pour l'ajustement automatique en ligne et en temps réel des régulateurs des boucles de commande afin de réaliser ou maintenir un certain niveau de performances quand les paramètres du procédé à commander sont soit inconnus soit/et varient dans le temps [23].

Quelques taches typiques pouvant être effectuées par un système de commande adaptative sont indiquées ci-dessous :

- 1-Ajustement automatique des régulateurs à la mise en œuvre (effet : réduction du temps d'ajustement et amélioration des performances).
- 2-Détermination automatique des paramètres optimaux des régulateurs dans les divers points de fonctionnement du procédé.
- 3-Maintien des performances du système de commande quand les caractéristiques du procédé changent.
- 4-Possibilité de mise en œuvre des régulateurs plus complexes et plus performants que les P.I.D. (ceci comme conséquence de l'ajustement automatique).
- 5-Détection des variations anormales des caractéristiques des procédés (ces variations se reflètent dans les valeurs des paramètres fournies par les algorithmes d'adaptation).
- 6-Conception de nouveaux procédés technologiques utilisant des systèmes de commande adaptative (pour assurer le fonctionnement correct du procédé).

Les techniques de commande adaptative ont été utilisées avec succès pour un grand nombre d'applications dont par exemple, les systèmes énergétiques, les colonnes à distiller, les réacteurs chimiques, dans les asservissements des moteurs électriques, les systèmes d'armes, ainsi que pour les robots manipulateurs, le pilotage automatique des bateaux...[23]

L'utilisation des systèmes de commande adaptative connaît aujourd'hui un essor certain d'une part à cause de leur complexité raisonnable et d'autre part à cause du développement de microprocesseurs pouvant servir de support pour leur mise en œuvre [23].



### III.3.2. Techniques de commande adaptative

Il existe différents types de schémas destinés à assurer des performances acceptables quand les paramètres du procédé sont inconnus ou varient dans le temps, mais seulement celles qui ont une boucle de contre réaction sur la mesure de performance sont réellement des schémas de commande adaptative [25],[23].

La commande adaptative avec modèle de référence et la commande auto-ajustable sont deux techniques de commande adaptative relativement simples à mettre en œuvre et qui sont les seules à être utilisées à ce jour en pratique. Par ailleurs, ces deux techniques conduisent à des schémas identiques. Le schéma de la commande adaptative avec modèle de référence a été originellement proposé par Whitaker (1958) et le schéma de commande auto-ajustable a été originellement proposé Kalman (1958). Les premières applications de ces techniques remontent au début des années 70. Le développement de ces techniques est largement basé sur une bonne compréhension des aspects algébriques des différentes stratégies de commandes. Leur développement repose aussi sur l'hypothèse fondamentale suivante : [25],[23].

Pour toutes les valeurs possibles des paramètres du procédé on suppose qu'il existe un régulateur de structure donnée qui peut assurer la réalisation des performances désirées. Le rôle de la boucle d'adaptation est uniquement limité à trouver les bonnes valeurs des paramètres de ce régulateur dans chaque cas [25],[23].

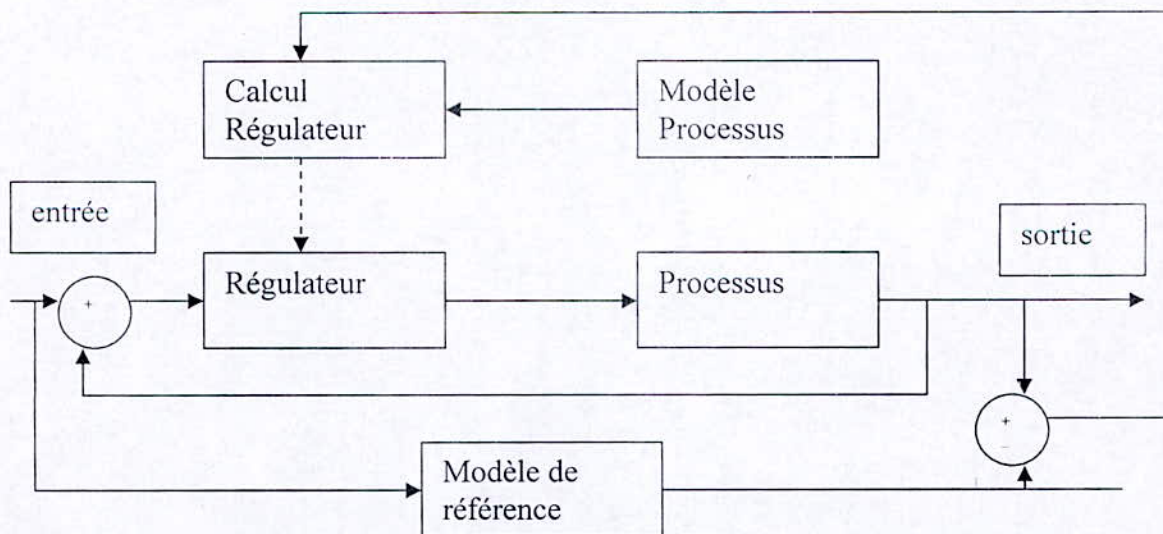


Figure III.5: Commande adaptative à modèle de référence

Le modèle de référence (schéma donné ci-dessus) n'est autre qu'une réalisation de la fonction de transfert désirée du système de commande en boucle fermée. Dans ce cas, le calcul est fait afin que :

- 1-L'erreur entre la sortie du procédé et la sortie du modèle soit identiquement nulle pour conditions initiales identiques.
- 2-L'erreur initiale s'annule avec une dynamique pré-spécifiée (c'est la dynamique de régulation).

**III.3.3. Commande adaptative directe et indirecte**

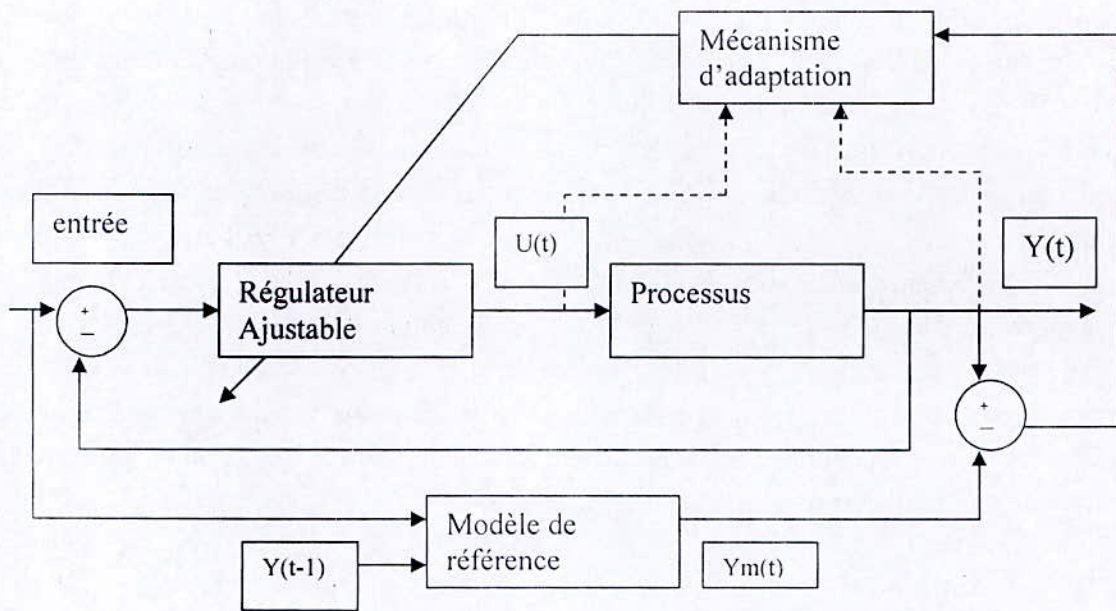


Figure III.6: Commande adaptative directe.

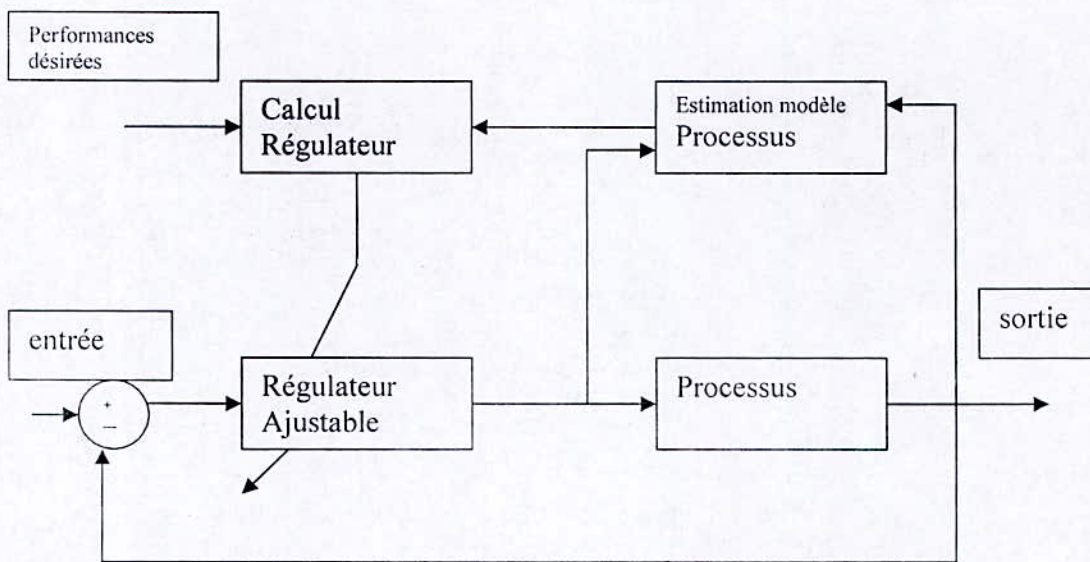


Figure III.7: Commande adaptative indirecte.



Le schéma de commande adaptative avec modèle de référence explicite donné figure 1 est un schéma de commande adaptative directe, les paramètres du régulateur étant ajustés en une seule étape. Le schéma de commande adaptative donné figure 7 auto-ajustable est un schéma de commande adaptative indirecte car l'adaptation des paramètres du régulateur se fait en deux étapes [25] [23] :

- 1-Estimation des paramètres du modèle du procédé.
- 2-Calcul des paramètres du régulateur à partir des paramètres estimés.

Pour conclure, notons que les systèmes de commande adaptative mesure un certain indice de performance I.P, du système de commande et à partir de l'écart entre l'indice de performance désiré et l'indice de performance mesuré, le mécanisme d'adaptation modifie les paramètre du régulateur ajustable ou les signaux de commande afin de maintenir l'I.P. du système dans le voisinage des valeurs désirées.

#### **III.4. Conclusion**

La commande par mode de glissement ainsi que la commande adaptative sont des méthodes modernes de synthèse qui présentent une grande robustesse par rapport aux perturbations et aux erreurs de modélisation respectivement. Ces deux techniques sont de plus en plus appliquées dans le domaine spatial ceci grâce à leurs performances et à leur simplicité d'implantation.

## **CHAPITRE IV**

*Application de la commande par modes  
glissants ainsi que de la commande  
adaptative au contrôle d'attitude d'un satellite*



## IV.1 Introduction

Dans ce chapitre nous nous intéresserons à la commande d'attitude d'un satellite. Nous appliquerons deux commandes, une par mode de glissement sur le modèle linéarisé soumis essentiellement au couple de gradient de gravité et une commande adaptative directe sur le modèle non linéaire équipé d'actionneurs gyroscopiques.

Ce chapitre est organisé comme suit :

- la deuxième section est destinée à la commande par mode de glissement, après une brève introduction sur le couple de gradient de gravité et les circonstances qui ont conduit à son utilisation, nous aborderons la synthèse de la commande (calcul du degré relatif, choix de la surface de glissement, synthèse de la commande et simulations),
- la troisième section quant à elle, elle concernera la commande adaptative directe, tel que la commande à appliquer sera développée en se basant sur diverses articles. Des simulations seront également présentées pour appuyer les résultats.

## IV.2. Application de la commande par mode de glissement pour le satellite soumis au gradient de gravité

### IV.2.1. Introduction au gradient de gravité

#### IV.2.1.1. La face cachée de la lune

Vue de la terre, la lune nous présente toujours la même face, la face visible. Ce phénomène est assez fréquent dans le système solaire, puisqu'il existe aussi pour des satellites de Jupiter, Saturne et Uranus entre autres. La face cachée de la lune est restée invisible à l'Homme jusqu'en octobre 1959, révélée alors par la sonde soviétique Lunik III. L'existence d'une face visible et d'une face cachée est due à la synchronisation parfaite entre la rotation de la Lune sur elle-même et sa rotation autour de la terre, les 2 phénomènes durant chacun 27 jours 7 heures 43 minutes exactement. Quand la lune se déplace d'un certain angle sur son orbite autour de la terre, elle tourne en même temps du même angle autour de son axe, semblant compenser ainsi la rotation orbitale. Vue de la terre, la lune pointe donc toujours le même hémisphère dans notre direction, comme reliée à notre planète par un fil.

Ce phénomène de stabilisation s'explique de manière physique par le phénomène de *stabilisation par gradient gravité*. Quand un objet en orbite autour de la terre présente une dissymétrie de répartition des masses, *alors le bilan de la force de gravitation due à la terre et de la force centrifuge due au mouvement orbital fait que l'objet oriente son côté le plus lourd vers la terre de façon permanente*. Pour la lune, il existe également une dissymétrie de répartition des masses, due à une plus forte concentration de débris lourds de météorites du côté visible que du côté caché, ces concentrations de masses anormales appelées mascons. C'est pourquoi la face visible est constamment orientée vers la terre.



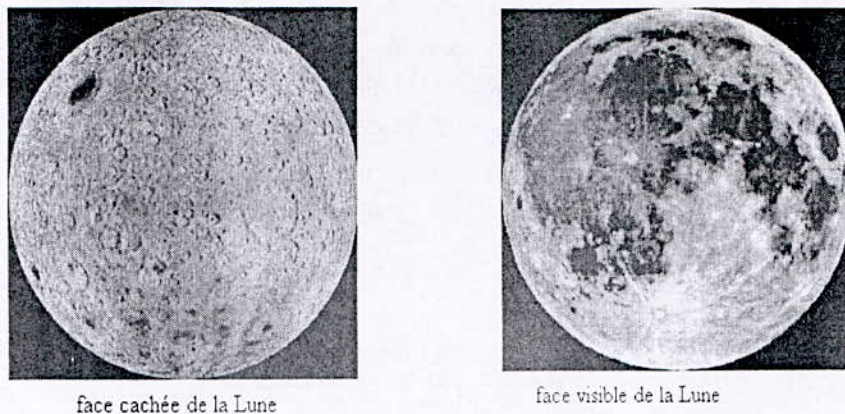


Figure IV.1.1 : La face cachée et face visible de la lune [82]

#### IV.2.1.2. Stabilisation d'un satellite par gradient de gravité

Tout point du satellite est soumis à l'attraction gravitationnelle, dont l'intensité varie en fonction de la distance  $r$  au centre de la terre. Le centre de gravité (barycentre des forces de gravité) du satellite ne coïncide pas forcément avec son centre de masse (ou d'inertie, barycentre des masses élémentaires), ce qui provoque l'apparition d'un couple dont l'expression dépend au bout du compte des moments d'inertie du satellite [36].

Historiquement, le principe de stabilisation par gradient de gravité a été dégagé au 17<sup>ème</sup> siècle par LAGRANGE pour expliquer le fait que notre satellite, la lune, présentait toujours la même face vers la terre comme il a été expliqué ci-dessus, à des petits mouvements d'oscillations près (les librations), dus à l'excentricité de l'orbite lunaire et aux perturbations de cette orbite [36].

L'analyse du mouvement de rotation de la lune aboutit à la conclusion que l'axe de plus grande inertie est normal au plan de son orbite, c'est-à-dire selon l'axe tangage du repère orbital local [36]. De la même façon, on démontre que pour pouvoir stabiliser un satellite par gradient de gravité, il est nécessaire que la configuration du satellite vérifie la règle de conception suivante :

*L' inertie en lacet est la plus faible et l'inertie en tangage (normale au plan de l'orbite) est la plus grande; le satellite dans cette configuration tend alors à aligner son axe lacet vers le centre de la terre [36].*

Ce couple de rappel est d'autant plus important que les différences entre les inerties principales du satellite sont grandes. C'est pourquoi pour pouvoir effectuer un pointage terre correct en présence des autres couples perturbateurs, il est souvent nécessaire d'augmenter ces différences d'inerties, ce que l'on réalise en dotant le satellite d'un long mat déployable. Une fois déployé, il existe deux positions d'équilibre stable :



L'une avec le mat pointé vers la terre, l'autre avec le mat pointé anti-terre [36].

On peut voire cela à travers un l'exemple ci dessous

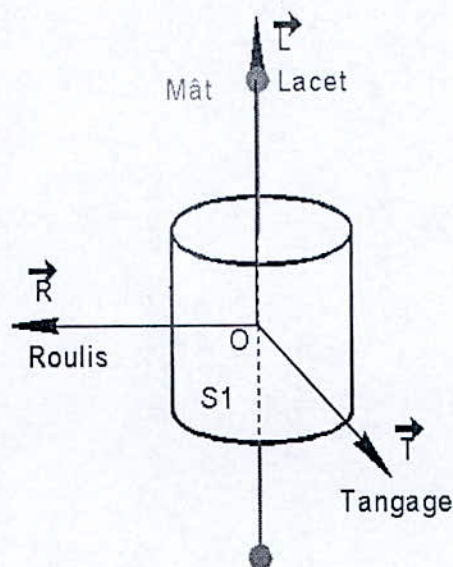


Figure IV.1.2 : Augmentation de la différence d'inerties en rajoutant un mat [39]

La résolution du mouvement du satellite soumis uniquement au couple de gradient de gravité donne des solutions oscillatoires pures. Toute excitation dynamique du satellite, en particulier due aux autres perturbations, produira un mouvement de petites oscillations appelées *libration*, qui persistera à moins qu'une dissipation d'énergie à bord n'amortisse progressivement cette libration. Cet amortissement peut être produit de façon passive, en utilisant des barreaux magnétiques qui en se déplaçant dans le champ magnétique terrestre, induisent une dissipation d'énergie. Des dispositifs actifs sont aussi envisageables à partir de magnétocoupleurs et de mesures magnétométriques.

Les couples de rappel dus au gradient de gravité étant faibles, les performances typiques de pointage pour les satellites stabilisés par gradient de gravité sont de quelques degrés à quelques dizaines de degrés. En outre, ces couples décroissent avec le cube du rayon vecteur orbital, ce qui fait que la stabilisation par gradient de gravité n'est utilisable que sur des orbites proches de la terre [36].

Le mouvement du satellite est soumis à différentes contraintes. Dû aux limitations d'utilisation du combustible, chaque satellite en mouvement, doit résider près d'une orbite naturelle tel que le combustible est consacré seulement pour corriger l'inexactitude du déploiement initiale et vaincre les effets des perturbations qui ont tendance à éloigner le satellite de la position souhaitée. Parmi ces perturbations, la plus considérable est celle due au gradient de gravité, surtout en orbite basse, mais dans notre cas, nous allons considérer ce couple perturbateur comme un stabilisateur naturel en se basant sur son couple de rappel (en s'inspirant de l'étude du mouvement naturel de la lune mis en évidence précédemment).

Nous allons appliquer une loi de commande par modes de glissement sur un satellite soumis au gradient de gravité pour la poursuite. Les équations simplifiées du mouvement de ce dernier ont été développées précédemment.

#### IV.2.2.Synthèse de la loi de commande par mode de glissement

Le système a été modélisé par (voir chapitre II):

$$\begin{aligned}
 I_R \frac{dp}{dt} + (I_L - I_T)qr - 3\omega_0^2 (I_L - I_T) \cos^2 \theta \cos \phi \sin \phi &= M_{cx} + M_{px} \\
 I_T \frac{dq}{dt} + (I_R - I_L)pr + 3\omega_0^2 (I_R - I_L) \cos \theta \cos \phi \sin \theta &= M_{cy} + M_{py} \\
 I_L \frac{dr}{dt} + (I_T - I_R)pq + 3\omega_0^2 (I_T - I_R) \cos \theta \sin \phi \sin \theta &= M_{cz} + M_{pz}
 \end{aligned} \tag{IV. 1}$$

avec

$$\begin{aligned}
 p &= -\sin \theta \dot{\psi} + \dot{\phi} + \omega_0 \sin \psi \cos \theta \\
 q &= \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi + \dot{\theta} \cos \phi + \omega_0 (\cos \psi \cos \phi + \sin \theta \sin \psi \sin \phi) \\
 r &= \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi + \omega_0 (-\cos \psi \sin \phi + \sin \theta \sin \psi \cos \phi)
 \end{aligned} \tag{IV. 2}$$

exprimés en axes satellite.

Comme on travail aux petits angles, on aura :

$$\begin{aligned}
 I_R \ddot{\phi} - I_R \omega_0 \dot{\psi} + (I_L - I_T)(-\omega_0 + \dot{\theta})(\dot{\psi} + \omega_0 \phi) - \\
 3\omega_0^2 (I_L - I_T) \cos^2 \theta \cos \phi \sin \phi &= M_{cx} + M_{px} \\
 I_T \ddot{\theta} + (I_R - I_L)(\dot{\phi} - \omega_0 \psi)(\dot{\psi} + \omega_0 \phi) + \\
 3\omega_0^2 (I_R - I_L) \cos \theta \cos \phi \sin \theta &= M_{cy} + M_{py} \\
 I_L \ddot{\psi} + I_L \omega_0 \dot{\phi} + (I_T - I_R)(-\omega_0 \psi + \dot{\phi})(-\omega_0 + \dot{\theta}) + \\
 3\omega_0^2 (I_T - I_R) \cos \theta \sin \phi \sin \theta &= M_{cz} + M_{pz}
 \end{aligned} \tag{IV.3}$$

Comme il a été vu précédemment notre système linéarisé se met sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 I_R \ddot{\phi} - (I_R + I_L - I_T) \omega_0 \dot{\psi} - 4\omega_0^2 (I_L - I_T) \phi &= M_{cx} + M_{px} \\
 I_T \ddot{\theta} + 3(I_R - I_L) \omega_0^2 \theta &= M_{cy} + M_{py} \\
 I_L \ddot{\psi} + (I_L - I_T + I_R) \omega_0 \dot{\phi} + (I_T - I_R) \omega_0^2 \psi &= M_{cz} + M_{pz}
 \end{aligned} \tag{IV.4}$$



où les quantités du second membre se calculent comme indiqué plus haut.

- Indice c pour commande
- Indice p pour perturbations (gravitationnelles non comprises puisqu'elles sont utilisées par le gradient de gravité déjà inclus dans le premier membre)

Le système se met sous la forme d'état suivante :

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU + P \\ Y &= CX \end{aligned} \quad (\text{IV.5})$$

avec :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{4(I_L - I_T)\omega^2}{I_R} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(I_R + I_L - I_T)\omega_b}{I_R} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3(I_R - I_L)\omega^2}{I_T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-(I_R + I_L - I_T)\omega_b}{I_L} & 0 & 0 & \frac{-(I_T - I_R)\omega_b^2}{I_L} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{I_R} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_L} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Le vecteur d'état de commande et de perturbation sont donnés par:

$$x = \begin{bmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} M_{cx} \\ M_{cy} \\ M_{cz} \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} M_{px} \\ M_{py} \\ M_{pz} \end{bmatrix}$$

Le vecteur de sortie est le suivant :

$$y = \begin{bmatrix} \varphi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

Soit maintenant  $y_r = (y_{r1}, y_{r2}, y_{r3})^T$  une trajectoire de référence donnée par :

$$\ddot{y}_r = -2 \text{diag}[\zeta_i \omega_{ni}] \dot{y}_r - \text{diag}[\omega_{ni}^2] (y_{ri} - r_i) \quad (\text{IV.6})$$

où  $\zeta_i > 0$ ,  $\omega_{ni} > 0$ , et  $r = [r_1, r_2, r_3]^T$  correspond à une entrée externe.

Le but de notre loi de commande par mode de glissement est qu'en boucle fermée

$(\varphi, \theta, \psi)$  suive  $y_r = (y_{r1}, y_{r2}, y_{r3})^T$  c.a.d que l'erreur de poursuite  $e(t)$  définie par

$e(t) = y_r(t) - y(t)$  Tende vers zéro à l'infini (quelques secondes dans ce cas).

#### IV.2.2.1 Degré relatif

$$y = \begin{bmatrix} \varphi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

$$\dot{y} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \\ x_6 \end{bmatrix}$$

$$\ddot{y} = \begin{bmatrix} \ddot{\varphi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(I_R + I_L - I_T)\omega_0}{I_R} x_6 + \frac{4\omega_0^2(I_L - I_T)}{I_R} x_1 + \frac{U_{cx}}{I_R} \\ -\frac{3(I_R - I_L)\omega_0^2}{I_T} x_3 + \frac{U_{cy}}{I_T} \\ -\frac{(I_L - I_T + I_R)\omega_0}{I_L} x_2 - \frac{(I_T - I_R)\omega_0^2}{I_L} x_5 + \frac{U_{cz}}{I_L} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.7})$$

$$\ddot{y} = \begin{bmatrix} \frac{(I_R + I_L - I_T)\omega_0}{I_R} x_6 + \frac{4\omega_0^2(I_L - I_T)}{I_R} x_1 \\ -\frac{3(I_R - I_L)\omega_0^2}{I_T} x_3 \\ -\frac{(I_L - I_T + I_R)\omega_0}{I_L} x_2 - \frac{(I_T - I_R)\omega_0^2}{I_L} x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{I_R} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_T} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_L} \end{bmatrix} U \quad (\text{IV.8})$$



$\Rightarrow R^T = [2 \quad 2 \quad 2]$  degré relatif de notre système

$$\ddot{y} = a^*(x, t) + b^*(x, t)U(t) \quad (\text{IV.9})$$

avec :

$$a^*(x, t) = \begin{bmatrix} \frac{(I_R + I_L - I_T)\omega_0}{I_R} x_6 + \frac{4\omega_0^2(I_L - I_T)}{I_R} x_1 \\ -\frac{3(I_R - I_L)\omega_0^2}{I_T} x_3 \\ -\frac{(I_L - I_T + I_R)\omega_0}{I_L} x_2 - \frac{(I_T - I_R)\omega_0^2}{I_L} x_5 \end{bmatrix}$$

$$b^*(x, t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_R} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_T} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_L} \end{bmatrix} = b^* \quad (\text{IV.10})$$

#### IV.2.2.2 Surface de glissement

D'après le degré relatif  $R^T = [2, 2, 2]$  trouvé précédemment, et d'après (Slotine) le plus adéquat serait de prendre une surface de la forme :

$S(e, t) = \dot{e}(t) + k_1 e(t)$  mais pour de meilleures performances nous rajouterons le terme  $k_0 \int e(t) dt$  qui donnera à notre surface la forme d'un régulateur PID.

La surface avec laquelle nous procéderons sera :

$S(e, t) = \dot{e}(t) + k_1 e(t) + k_0 \int e(t) dt$  où  $S$  est de même dimension que le vecteur de sortie  $y$

$$S(e, t) = \begin{bmatrix} S_1(e, t) \\ S_2(e, t) \\ S_3(e, t) \end{bmatrix}$$

#### IV.2.2.3. Loi de commande

En prenant la fonction de Lyapunov  $V = \frac{1}{2} S^T S$  calculons alors  $\dot{V}$  sera égale à

$\dot{V} = S^T \dot{S}$ , afin d'assurer la stabilité  $\dot{V} < 0$  ( $\dot{V}$  définie négative) et en terme de glissement ramener  $e(t)$  sur la surface (attraction) et maintenir cette erreur sur cette surface.

$$S(e, t) = \dot{e}(t) + k_1 e(t) + k_0 \int e(t) dt . \quad (\text{IV.11})$$

$$\begin{aligned} \dot{S}(e, t) &= \ddot{e}(t) + k_1 \dot{e}(t) + k_0 e(t) \\ \dot{S}(e, t) &= (\ddot{y}_r - \ddot{y}) + k_1 \dot{e}(t) + k_0 e(t) \Rightarrow \end{aligned} \quad (\text{IV.12})$$

$$S^T \dot{S}(e, t) = S^T ((\ddot{y}_r - \ddot{y}) + k_1 \dot{e}(t) + k_0 e(t))$$

$$S^T \dot{S}(e, t) = S^T [\ddot{y}_r - (a^*(x, t) + b^* U(t)) + k_1 \dot{e}(t) + k_0 e(t)]$$

en mettant

$$\tilde{U}(t) = \ddot{y}_r - a^*(x, t) + k_1 \dot{e}(t) + k_0 e(t) \Rightarrow \quad (\text{IV.13})$$

$$\dot{V} = S^T (\tilde{U}(t) - b^* U(t)) \quad (\text{IV.14})$$

$$\dot{V} = S^T b^* (b^{*-1} \tilde{U}(t) - U(t))$$

et vu qu'il faut avoir :  $\dot{V} < 0$ , il nous suffit de prendre :

$$U(t) = b^{*-1} \tilde{U}(t) + \rho \text{sign}(S^T b^*) \quad (\text{IV.15})$$

Avec :  $\rho > 0$

Comme loi de commande pour notre système.

On aura alors :

$$\dot{V} = -(S^T b^* \rho \text{sign}(S^T b^*)) < 0$$

avec :

$k_0, k_1$  : matrices carrées de dimension 3 choisies de façon à ce que les objectifs de commande soient vérifiés sur cette surface et cela en effectuant un placement de pôles

$\rho$  : matrice de gain carrée de dimension 3.

#### IV.2.2.4. Elimination du phénomène du Chattering

Comme il a été dit précédemment le fait d'utiliser la fonction  $\text{sign}$  introduit le phénomène du Chattering. Pour y remédier nous avons choisit de remplacer la fonction  $\text{sign}$  par la fonction  $\text{sat}$  définie comme suit :



$$sat(S) = \begin{cases} -1 & \text{si } S < -\varepsilon \\ \frac{S}{\varepsilon} & \text{si } |S| < \varepsilon \\ 1 & \text{si } S > \varepsilon \end{cases} \quad (IV.16)$$

La loi de commande définitive sera alors:

$$U(t) = b^{*-1} \tilde{U}(t) + \rho sat(S^T b^*) \quad (IV.17)$$

### IV.2.3.Simulations

Ces simulations ont été obtenues en utilisant des valeurs des paramètres microsatellite [39]  
 $I_R=132 \text{ Kg.m}^2$  ;  $I_T=137 \text{ Kg.m}^2$ ;  $I_L=7 \text{ Kg.m}^2$  ; masse de satellite d'environ  $m_S = 150 \text{ kg}$

- La figure VI.2 représente la réponse indicielle des sorties en boucle ouverte.
- Les simulations en boucle fermée comporteront :

- la figure IV.3 correspond à la commande sans perturbation pour une référence nulle et pour les valeurs initiales  $[2^\circ, -4^\circ, 5^\circ]$

- la figure IV.4 correspond à la commande sans perturbation pour une référence de  $[5^\circ, 4^\circ, -5^\circ]$  et valeurs initiales nulles,

- la figure IV.5 correspond à la commande sans perturbation pour une référence nulle et des valeurs initiales de  $[5^\circ, 4^\circ, -5^\circ]$

Pour les tests de perturbations,

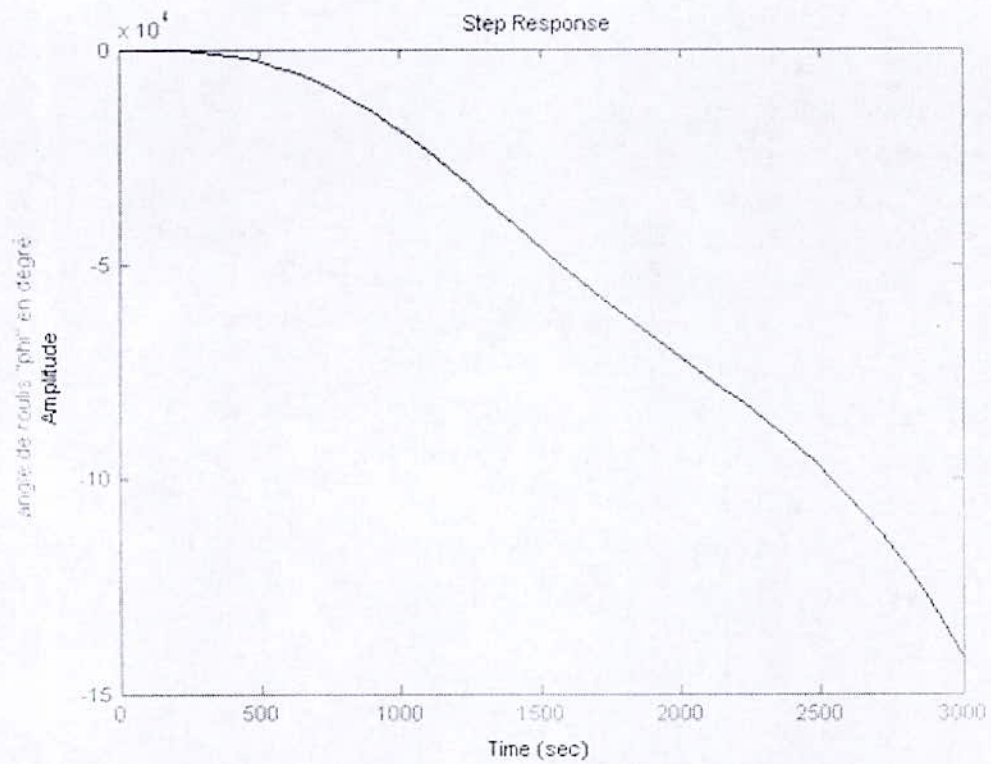
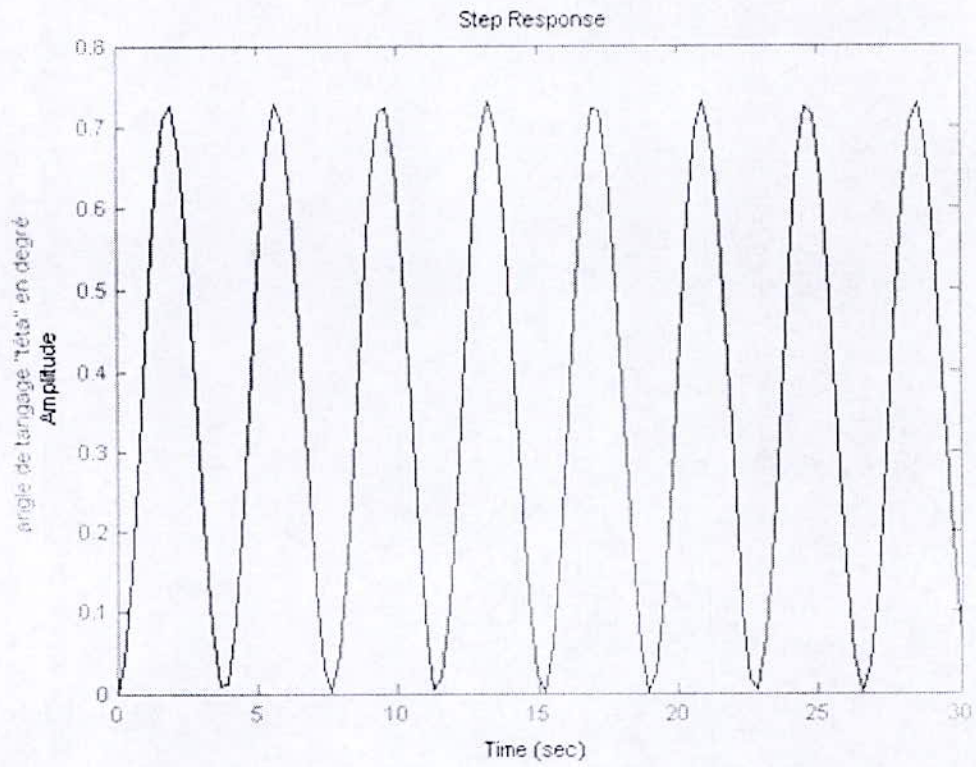
- la figure IV.6 correspond à la commande avec couple de perturbations continu de l'ordre de 4% pour une référence nulle et pour les valeurs initiales  $[2^\circ, -4^\circ, 5^\circ]$

- la figure IV.7 correspond à la commande avec erreurs de modélisations pour une référence nulle et pour les valeurs initiales  $[2^\circ, -4^\circ, 5^\circ]$

- la figure IV.8 correspond à la commande pour une référence de  $[5^\circ, 4^\circ, -5^\circ]$  et valeur initiales nulles en appliquant un couple perturbateur continu de l'ordre de 4-5% à partir de l'instant  $t=5,5\text{s}$  et pendant 2s

- la figure IV.9 correspond à la commande pour une référence de  $[5^\circ, 4^\circ, -5^\circ]$  et valeur initiales nulles en présence d'un pique de perturbations appliqué à  $t=7\text{s}$  de l'ordre de 20%

IV.2.3.1. Simulation en boucle ouverte





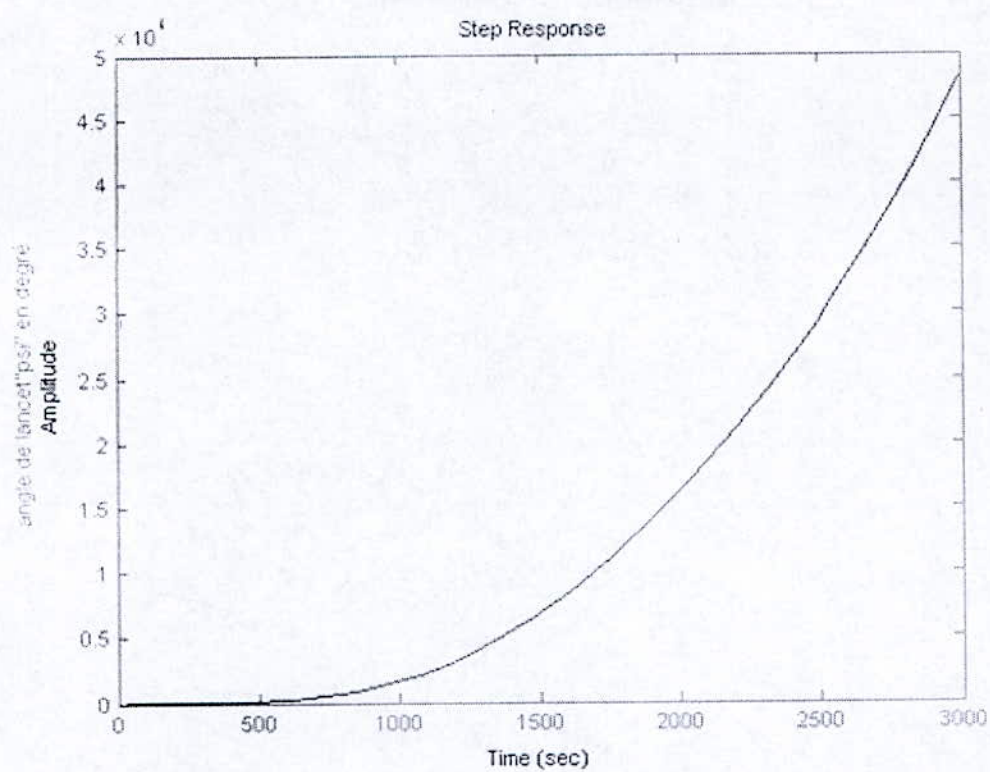


Figure IV.2 : représentation des angles de sortie en boucle ouverte

#### IV.2.3.2. Simulation en boucle fermée

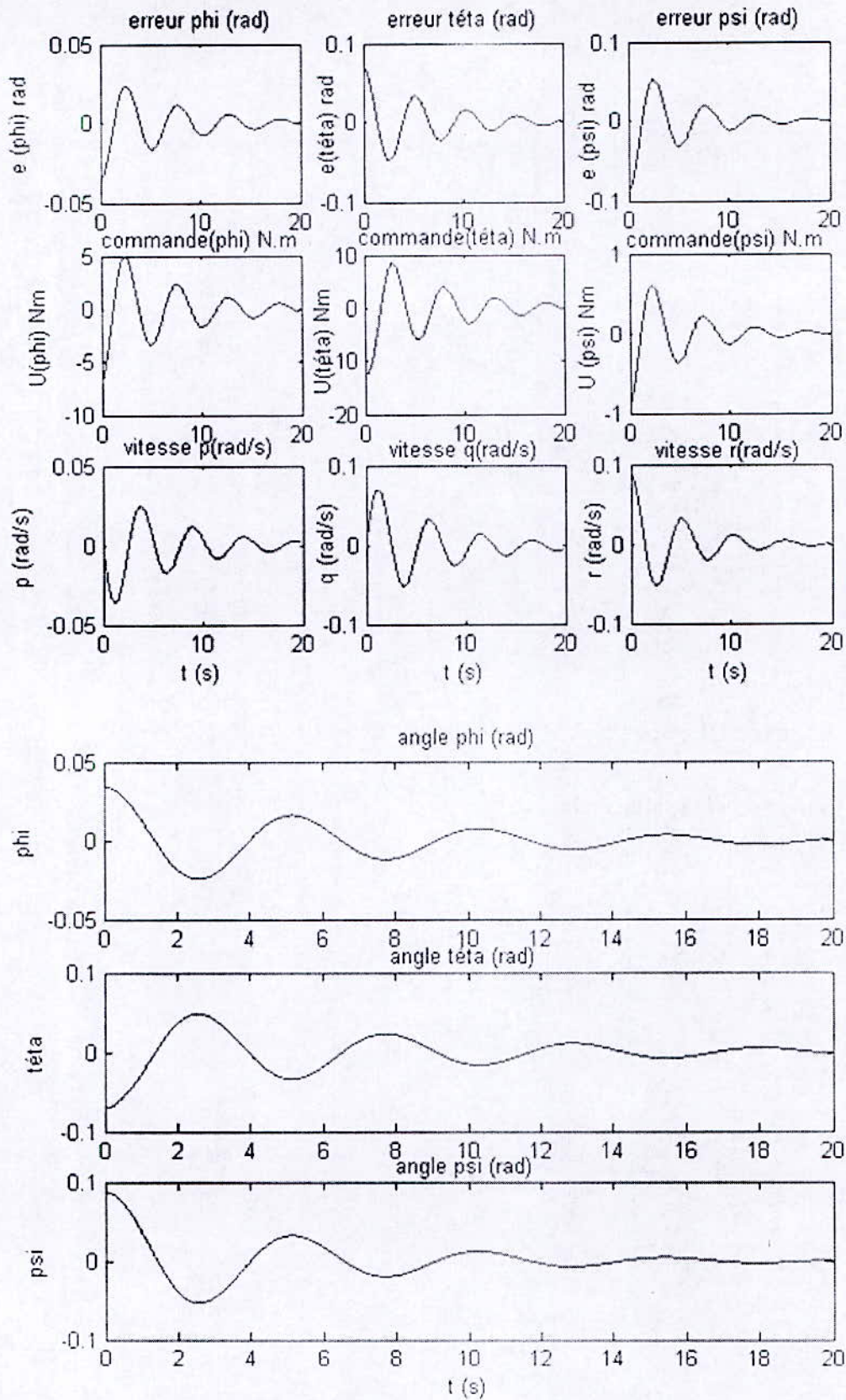


Figure IV.3 : Commande par mode de glissement sans perturbation pour une référence nulle



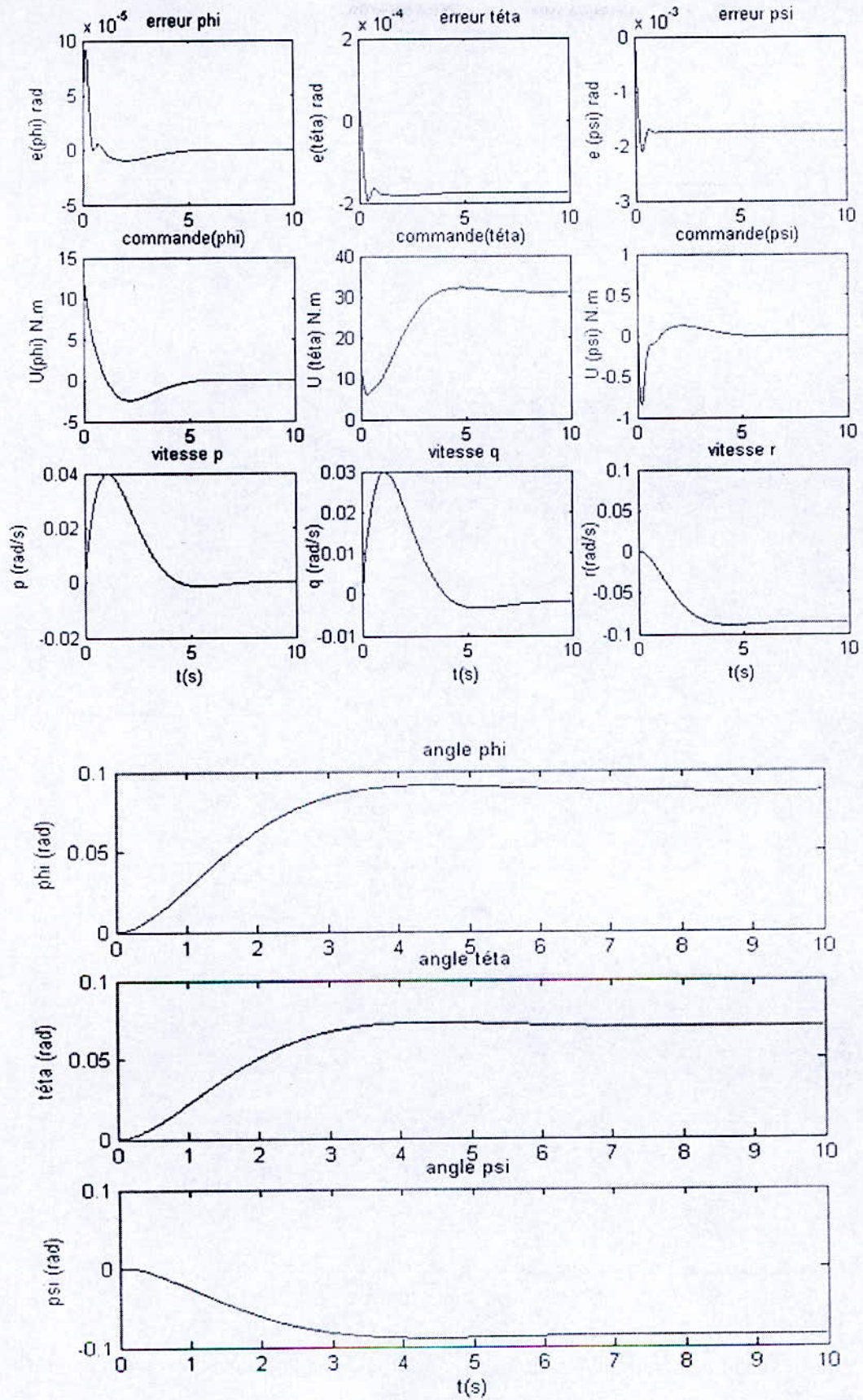


Figure IV.4: Commande par mode glissement sans couple perturbateur pour une référence de  $[5^\circ, 4^\circ, -5^\circ]$



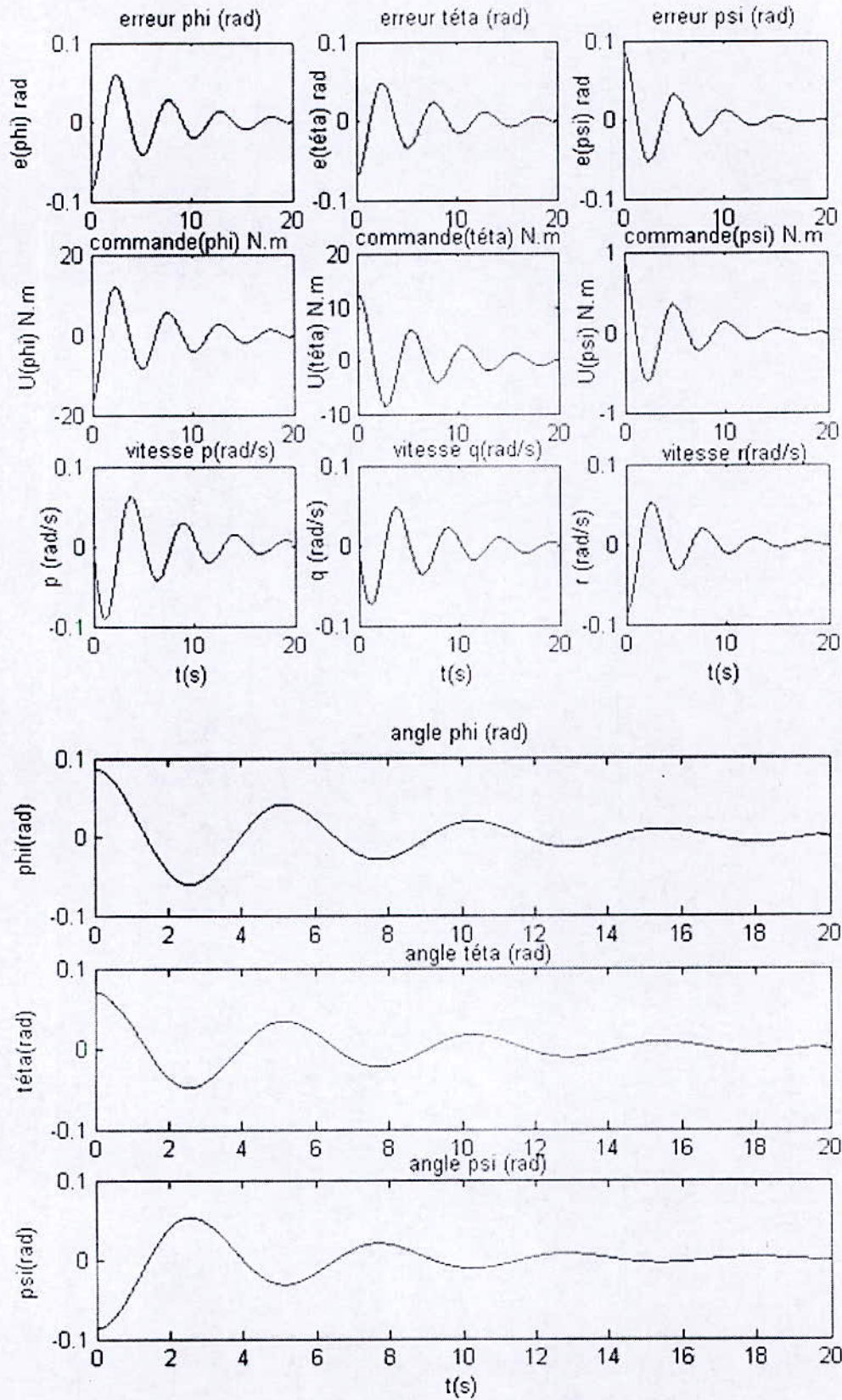


Figure IV.5 : commande par mode de glissement sans perturbation pour une référence nulle

Tests de perturbations



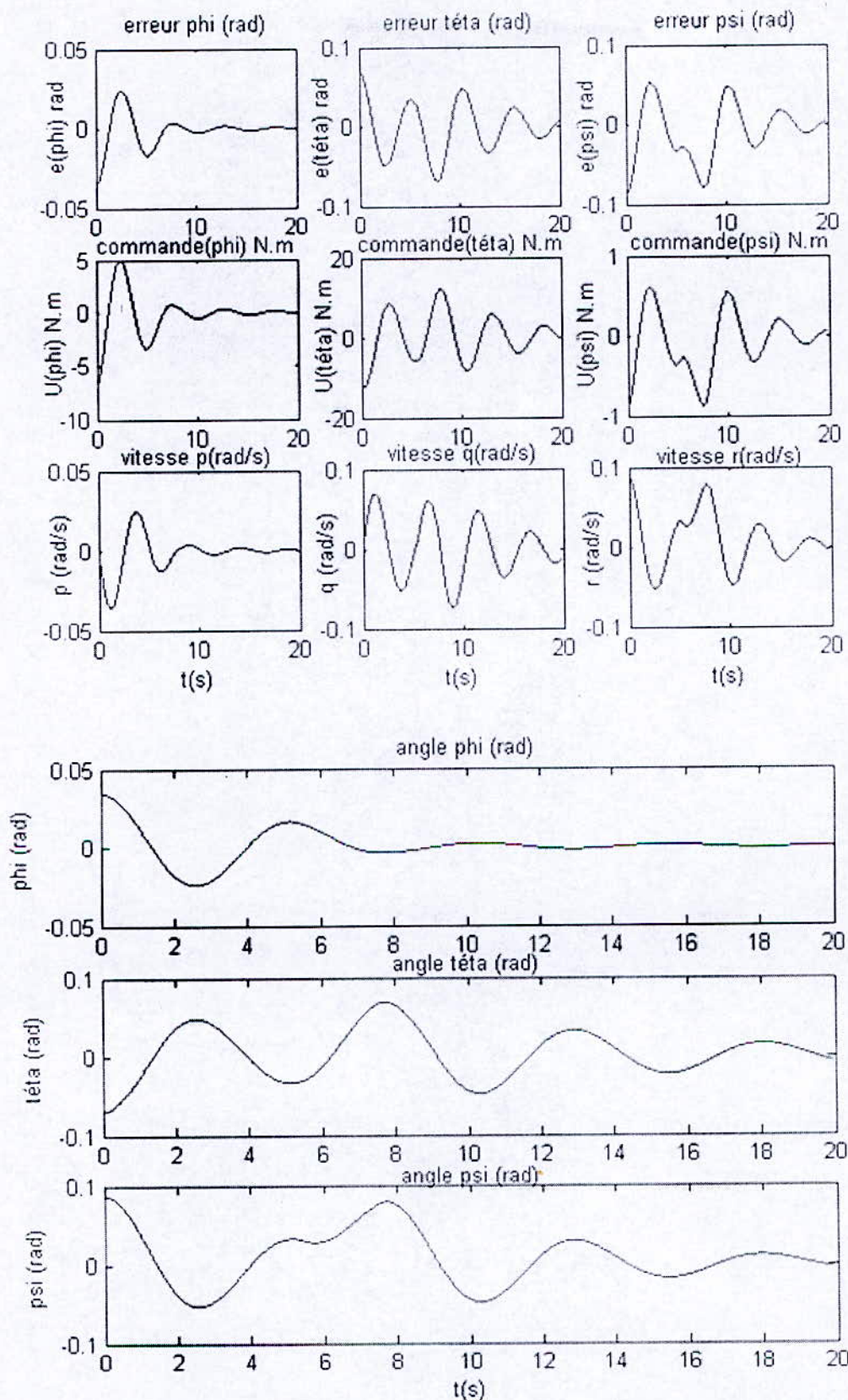


Figure IV.6 Commande par mode de glissement avec couple de perturbations continu pour une référence nulle

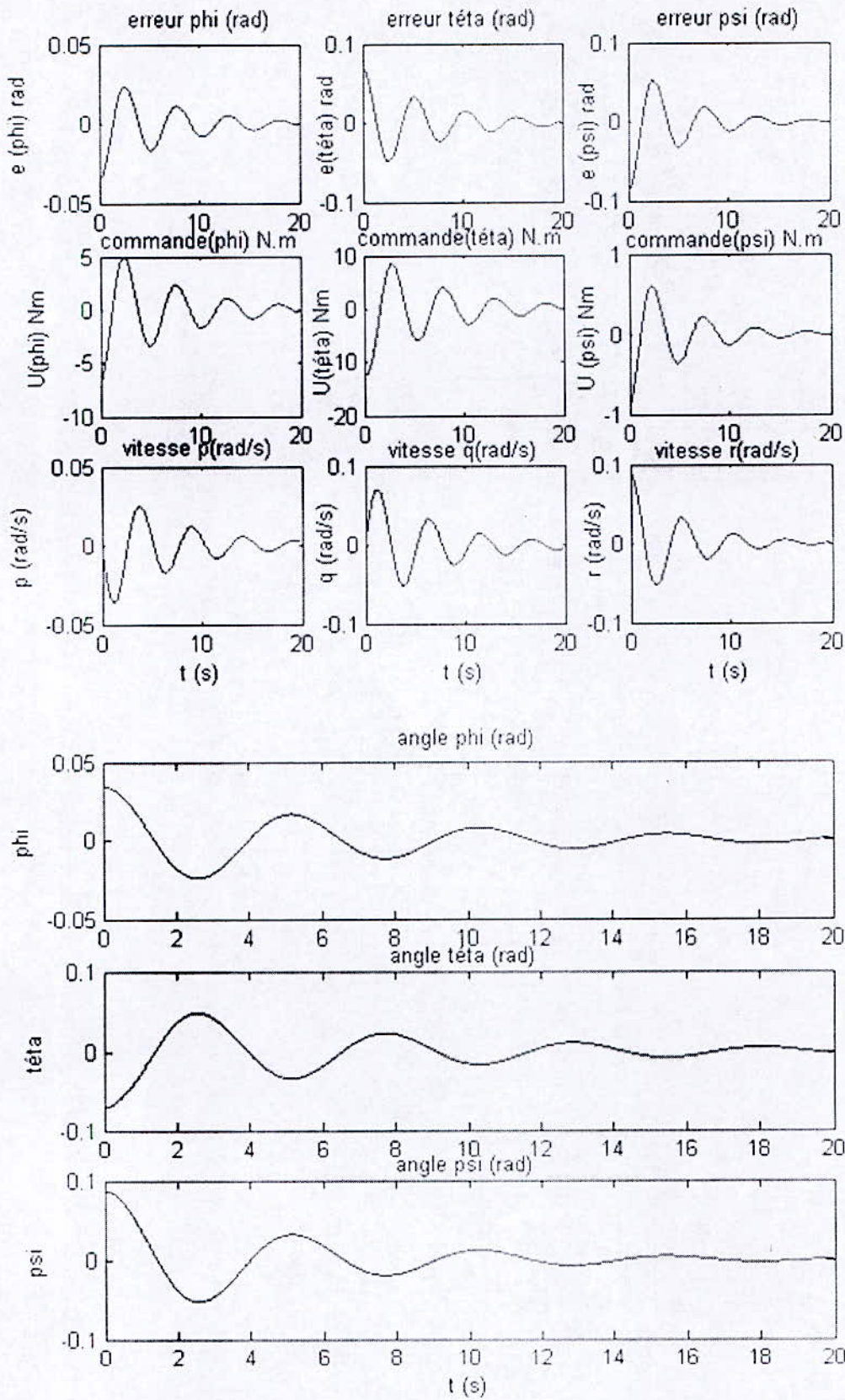


Figure IV.7 Commande par mode de glissement avec erreurs de modélisations pour une référence nulle



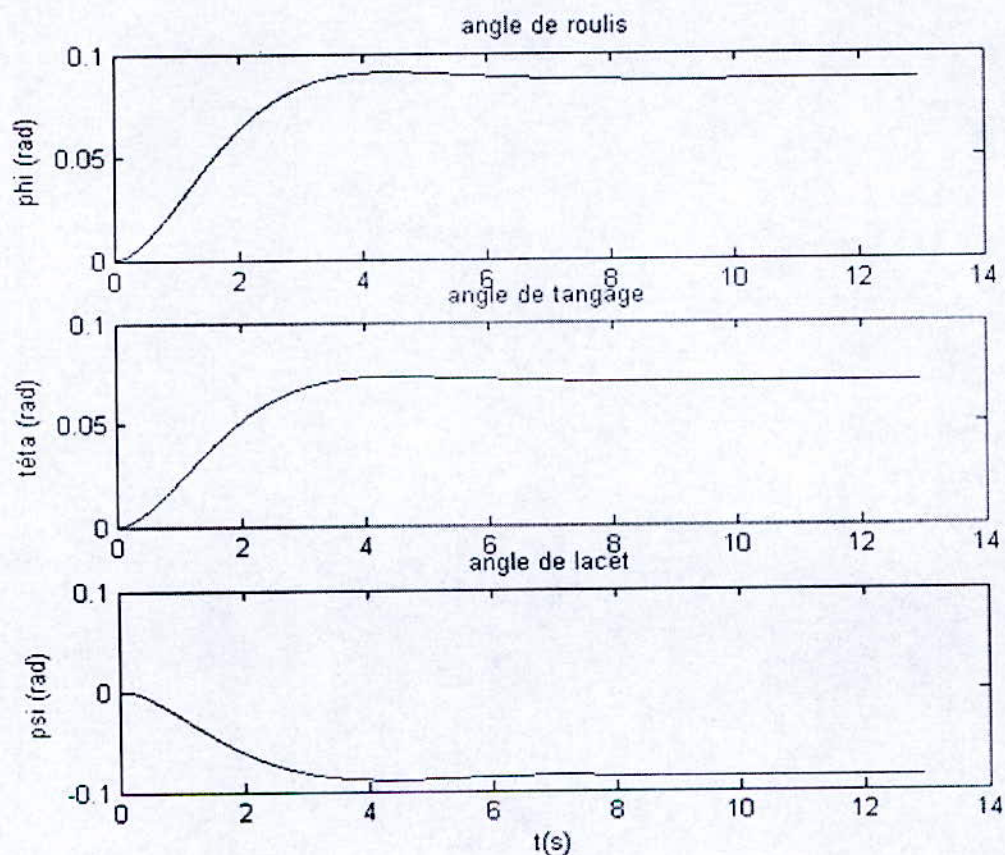
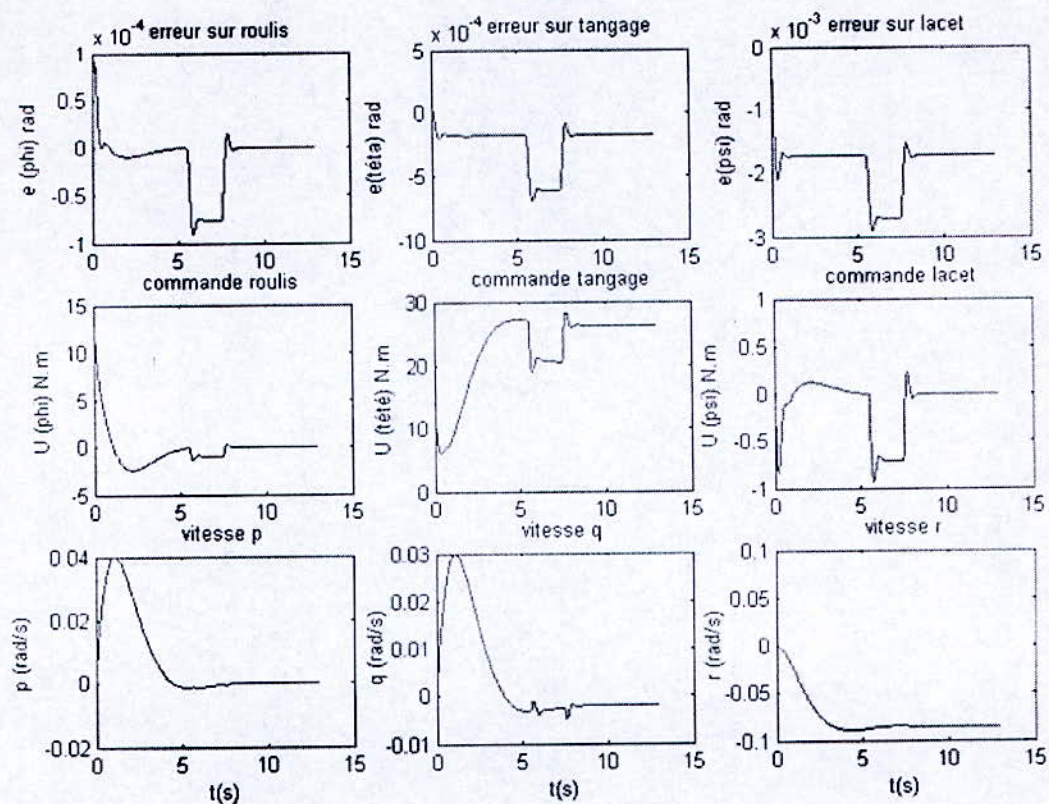


Figure IV.8 Commande par mode de glissement pour une référence de  $[5^\circ, 4^\circ, -5^\circ]$  en présence de couple de perturbations continu



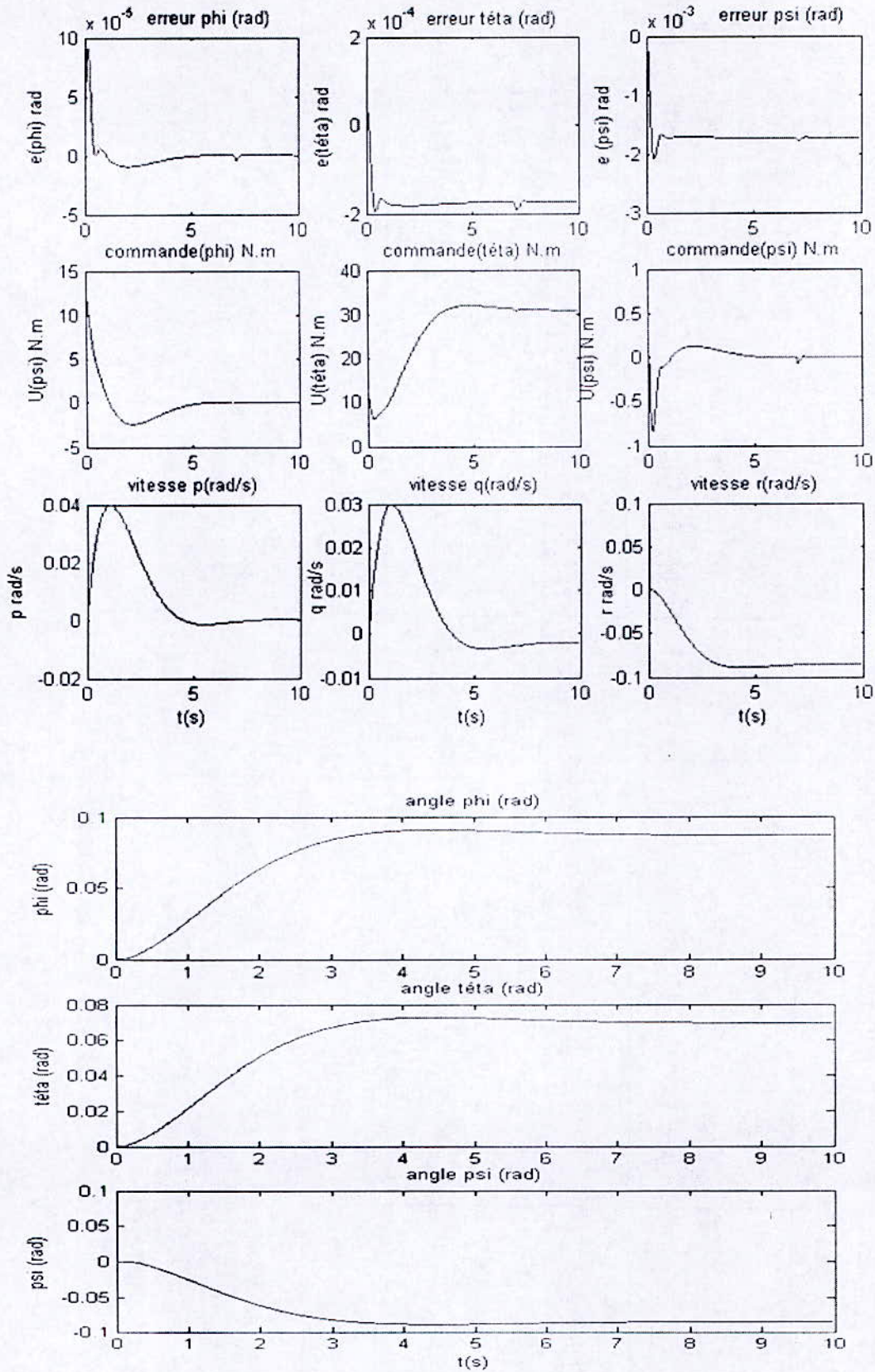


Figure IV.9. Commande par mode de glissement pour une r\^ef\^erence de  $[5^\circ, 4^\circ, -5^\circ]$  en pr\^esence d'un pic de perturbations



#### IV.2.4. Commentaires

Figure IV.2 : Il est clair que la réponse indicielle en boucle ouverte est instable et présente un caractère sinusoïdal, ce qui correspond au résultat trouvé lors de la simulation du mouvement libre.

Figure IV.3 : Le régime stationnaire est atteint très rapidement et l'erreur est très petite. On remarque que la commande sur le tangage est très élevée et se stabilise plus tard.

Figure VI.4 : En changeant la référence, nous remarquons que le régime stationnaire n'est atteint qu'à  $t=5s$ , quant à la commande, son amplitude est moins élevée que pour le cas précédent, elle correspond mieux à la réalité.

Figure IV.5 correspond à la commande par mode de glissement sans perturbation pour une référence nulle et des valeurs initiales de  $[5^\circ, 4^\circ, -5^\circ]$ . Le temps de réponse est à  $t=20s$ , cependant la commande est à  $20N.m$ .

Figure IV.6 correspond à la commande par mode de glissement en présence d'un couple perturbateur continu appliqué tout le long de la simulation, pour une référence nulle, la figure nous montre que le système rejette parfaitement ce couple perturbateur, cependant le temps de réponse est assez élevé (20s).

Figure IV.7 correspond à la commande avec erreurs de modélisations pour une référence nulle, la différence n'est pratiquement pas visible, ce qui montre la robustesse de la commande.

Figure IV.8 correspond à la commande avec un couple perturbateur continu de l'ordre de 4-5% à partir de l'instant  $t=5,5s$  et pendant 2s, dès l'apparition de la perturbation, le système réagit (changement au niveau de l'erreur et de la commande) pour assurer la poursuite et stabiliser le mouvement.

Figure IV.9 correspond à la commande en présence d'un pique de perturbations, ce dernier a une légère incidence sur l'erreur et la commande.

### IV.2. Application de la commande adaptative directe au modèle non linéaire de satellite en utilisant des actionneurs gyroscopiques

#### IV.2.1. Présentation

Dans ce travail, nous présentons une loi de commande adaptative pour la commande de satellites en utilisant des contrôleurs gyroscopiques *CMG* (commande moment gyros). L'application de la loi de commande ne requière aucune information concernant la dynamique du système ni les couples perturbant l'environnement du satellite. Une simple loi de commande pour satellites «spinnés» est utilisée. Les contrôleurs n'ont besoin que de la mesure d'erreur d'attitude ainsi que de sa dérivée pour le retour d'informations. Les résultats



de la simulation sont présentés pour montrer que l'on peut aboutir à des résultats précis pour le système en boucle fermée malgré les incertitudes du système. [22]

Le travail est organisé comme suit :

La section 2 présente les problèmes de la commande d'attitude, le schéma de la commande adaptative est présenté dans la section 3 et la section 4 présente les résultats de la simulation.

### IV.2.1. Formulation du problème

Considérons un satellite qui suit une orbite circulaire. On définit un repère lié au système ( $S_b$ ) représenté par le trièdre  $(\vec{i}_b, \vec{j}_b, \vec{k}_b)$  dans l'origine est le centre de masse  $O$  du véhicule. On définit aussi un repère référentiel inertiel ( $S_r$ ) représenté par le trièdre  $(\vec{i}_r, \vec{j}_r, \vec{k}_r)$  avec son origine en  $O$ . L'orientation relative entre les repères  $S_b$  et  $S_r$  est donnée par les trois angles de Cardan  $(\psi, \theta, \varphi)$  où  $\psi$  représente la rotation autour de l'axe  $\vec{k}_r$ ,  $\theta$  représente la rotation autour de l'axe  $\vec{j}_r$  et  $\varphi$  représente la rotation autour de l'axe  $\vec{i}_r$ . Pour le contrôle d'attitude de ces trois axes, un contrôleur gyroscopique couplé est monté sur chaque axe ( $X_b, Y_b, Z_b$ ).

La vitesse angulaire  $w_b = p\vec{i}_b + q\vec{j}_b + r\vec{k}_b$  est donnée par le système suivant : (ces équations ont déjà été démontrées dans la partie modélisation.

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \varphi \tan \theta & \cos \varphi \tan \theta \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi \sec \theta & \cos \varphi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = D(\varphi, \theta)[p, q, r]^T \quad (IV.18)$$

Où la matrice 3x3  $D$  est définie en (IV.18), et  $T$  représente sa transposée.

Les équations complètes du mouvement du satellite avec les actionneurs gyroscopiques sont données par :



$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{-qr(I_z - I_y)}{I_x} + \frac{2C_x \Omega_x r \sin \delta_x}{I_x} - \frac{2C_y \Omega_y q \sin \delta_y}{I_x} + \frac{L_x}{I_x} \\ \frac{-pr(I_x - I_z)}{I_y} + \frac{2C_y \Omega_y p \sin \delta_y}{I_y} - \frac{2C_x \Omega_x r \sin \delta_x}{I_y} + \frac{L_y}{I_y} \\ \frac{-qp(I_y - I_x)}{I_x} - \frac{2C_x \Omega_x p \sin \delta_x}{I_x} + \frac{2C_z \Omega_z q \sin \delta_z}{I_x} + \frac{L_x}{I_x} \end{bmatrix} + \\
 &\begin{bmatrix} \frac{-2C_z \Omega_z \cos \delta_z}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-2C_x \Omega_x \cos \delta_x}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-2C_y \Omega_y \cos \delta_y}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\delta}_z \\ \dot{\delta}_x \\ \dot{\delta}_y \end{bmatrix} = [f_p \quad f_q \quad f_r]^T + B_1 u
 \end{aligned}
 \tag{IV.19}$$

Où  $u^T = [\dot{\delta}_x \quad \dot{\delta}_y \quad \dot{\delta}_z]$ ; (pour  $i=x, y, z$ )  $\delta_i$  représente la précession du gyroscope monté sur l'axe  $i$ ,  $I_i$  quand à lui représente le moment d'inertie du véhicule,  $C_i$  représente le moment d'inertie des roues gyroscopiques, et  $\Omega_i$ , c'est la vitesse angulaire de la roue,  $L_i$  représente les couples perturbateurs agissant sur le satellite.

Les systèmes (18) et (19) sont définis pour tout  $(\psi, \theta, \varphi) \in \mathbb{R}^3, \theta \neq \pm\pi/2$ . Cette singularité est causée par le choix des angles d'Euler. Cependant, si la région incluant  $\theta = \pm\pi/2$  se trouve dans la plage de manœuvre concernée, on peut définir une autre séquence pour les angles pour remédier à cette singularité [21]. On sera intéressé dans la solution de (18) et (19) par une certaine région  $\Omega$  où

$$\Omega = (\varphi, \theta, \psi) \in \mathbb{R}^3 : \theta \neq \pi/2 \tag{IV.20}$$

Soit maintenant  $y_r = (y_{r1}, y_{r2}, y_{r3})^T$  une trajectoire de référence donnée par :

$$\ddot{y}_r = -2\text{diag}[\zeta_i, \omega_{mi}] \dot{y}_r - \text{diag}[\omega_{mi}^2](y_{ri} - r_i) = -C\dot{y}_r - K(y_r - r) \tag{IV.21}$$

Où  $\zeta_i > 0$ ,  $\omega_{mi} > 0$ , et  $r = [r_1, r_2, r_3]^T$  correspond à une entrée externe.

Le but de notre loi de contrôle adaptative, est qu'en boucle fermée  $(\varphi, \theta, \psi)$  suive  $y_r = (y_{r1}, y_{r2}, y_{r3})^T$ .

### IV.2.3. Système de commande adaptatif

Une loi de commande adaptative est tirée tel que  $(\varphi, \theta, \psi)$  suive  $y_r = (y_{r1}, y_{r2}, y_{r3})^T$  à  $t \rightarrow \infty$ .

Soient

$$z = [\varphi, \theta, \psi]^T, \omega = [p, q, r]^T, \delta = (\delta_x, \delta_y, \delta_z)^T, L = [L_x, L_y, L_z], f(\omega, \delta, L) = (f_p, f_q, f_r)^T$$

alors, le système (18) donne :

$$\ddot{z} = \dot{D}(\theta, \varphi)\omega + D(\theta, \varphi)\dot{\omega} \quad (\text{IV.22})$$

En remplaçant  $\dot{\omega}$  par (19) dans (22), on obtient :

$$\ddot{z} = \dot{D}(\theta, \varphi)\omega + D(\theta, \varphi)[f(\omega, \delta, L) + B_1(\delta)u] \quad (\text{IV.23})$$

En prenant comme commande :  $u = -D^T(\theta, \varphi)v$  et en remplaçant dans (23), on obtient :

$$\ddot{z} = \dot{D}(\theta, \varphi)\omega + D(\theta, \varphi)f(\omega, \delta, L) + R(\theta, \varphi)v \quad (\text{IV.24})$$

où  $R(\theta, \varphi, \delta) = -D(\theta, \varphi)B_1(\delta)D^T(\theta, \varphi)$

Soit l'erreur de poursuite  $e = (e_1, e_2, e_3)^T = (z - y_r)$  on obtient de (21) et (24) que :

$$\begin{aligned} \ddot{e} = & -C\dot{e} - Ke + C\dot{z} + K(z - r) + \dot{D}(\theta, \varphi)\omega + D(\theta, \varphi)f(\omega, \delta, L) + R(\theta, \varphi, \delta)v = \\ & C\dot{e} - Ke + h_0(z, \dot{z}, \omega, \delta, L, r) + R(\theta, \varphi, \delta)v \end{aligned} \quad (\text{IV.25})$$

Soit  $x = (e^T, \dot{e}^T)^T \in \mathbb{R}^6$ , on peut réécrire (25) sous la forme :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K & -C \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} (h_0 + Rv) = Ax + B(h_0 + Rv) \quad (\text{IV.26})$$

Pour synthétiser la loi de commande, on doit prendre  $h_0$  comme une fonction inconnue. On prendra une région fermée et bornée  $\Omega_1 \subset \Omega$ . Supposons que  $z \in \Omega_1$ , et  $r, L$  sont bornées, on en déduit facilement que pour certains nombres réels positifs  $b_i$ , la norme Euclidienne de  $h_0$  est bornée tel que : [19]



$$\|h_0\| \leq b_1 \|e\| + b_2 \|\dot{e}\| + b_3 \|\dot{e}\|^2 + b_4 + b_5 \|S\delta\| + b_6 \|\dot{e}\| \sin \delta_x + b_7 \|\dot{e}\| \sin \delta_y + b_8 \|\dot{e}\| \sin \delta_z \quad (\text{IV.27})$$

$$\text{où } \|S\delta\| = [(\sin \delta_x)^2 + (\sin \delta_y)^2 + (\sin \delta_z)^2]^{1/2}$$

On note que le terme  $\|\dot{e}\|^2$  qui apparaît en (27) est dû au terme  $\dot{D}(\theta, \varphi)\omega$  dans  $h_0$  qui est une fonction quadratique de  $\theta, \varphi, \psi$ . Bien sur, la connaissance des  $b_i$  n'est pas indispensable pour synthétiser la commande. [19]

La région admissible des angles des gyros est  $\Delta = \{\delta; |\delta_i| \leq \bar{\delta}_i; i = x, y, z\}$ . Dans la région compacte  $\Omega, x\Delta, R(\theta, \varphi, \Delta)$  est une matrice symétrique définie positive, notée  $R > 0$ . [22]

Soit :

$$\beta_0 = \min\{\lambda_{\min}[R(\theta, \varphi, \delta)], z \in \Omega, \delta \in \Delta\} \quad (\text{IV.28})$$

Pour cela, on évalue :

$$v^T (h_0 + Rv) \geq \beta_0 \|v\|^2 - \|v\| \|h_0\| \quad (\text{IV.29})$$

En remplaçant (28) dans (29), on obtient :

$$\begin{aligned} v^T (h_0 + Rv) &\geq \beta_0 \|v\| \|v\| - \{\beta_1 \|e\| + \beta_2 \|\dot{e}\| + \beta_3 \|\dot{e}\|^2 + \beta_4 + \beta_5 \|S\delta\| + \beta_6 \|\dot{e}\| \sin \delta_x + \beta_7 \|\dot{e}\| \sin \delta_y + \beta_8 \|\dot{e}\| \sin \delta_z\} \\ &= \beta_0 \|v\| [\|v\| - \Pi(e, \dot{e}, \beta)] \end{aligned} \quad (\text{IV.30})$$

$$\text{Où } \beta = (\beta_1, \dots, \beta_8)^T; \beta_i = b_i / \beta_0 \text{ et}$$

$$\Pi(e, \dot{e}, \beta) = \beta_1 \|e\| + \beta_2 \|\dot{e}\| + \beta_3 \|\dot{e}\|^2 + \beta_4 + \beta_5 \|S\delta\| + \beta_6 \|\dot{e}\| \sin \delta_x + \beta_7 \|\dot{e}\| \sin \delta_y + \beta_8 \|\dot{e}\| \sin \delta_z \quad (\text{IV.31})$$

En se basant sur [19], on choisit la loi de commande suivante :

$$\begin{aligned} \hat{\beta} &= N \frac{d\Pi}{d\beta}(e, \dot{e}, \beta) \|\alpha(x)\|; \hat{\beta} \in (0, \infty)^8 \\ \dot{\varepsilon} &= -l\varepsilon, l > 0, \varepsilon(0) \in (0, \infty) \\ v &= -\Pi(e, \dot{e}, \beta)\mu(x, \hat{\beta}, \varepsilon) \end{aligned} \quad (\text{IV.32})$$

$$\text{où} \quad N = \text{diag}(\eta_{ii}), \eta_{ii} > 0, i = 1, \dots, 8 \quad (IV.33)$$

$$\alpha(x) = 2B^T P x$$

tel que :

$$\mu(x, \hat{\beta}, \varepsilon) = \text{sat} \left\{ \Pi(e, \dot{e}, \hat{\beta}) \alpha(x) / \xi \right\}$$

La fonction SAT est définie comme :

$$\text{sat} \eta = \begin{cases} \eta, & \|\eta\| < 1 \\ \eta / \|\eta\|, & \|\eta\| \geq 1 \end{cases} \quad (IV.34)$$

et  $P > 0$ , solution de l'équation  $PA + A^T P = -Q \quad \forall Q > 0$ .

### Théorème 1 [22]

Considérons le système en boucle fermée (26) et (32). Supposons que pour cette boucle fermée, la trajectoire de la référence est telle que  $z(t) \in \Omega$ , et  $\delta_i \in \Delta$  pour tout  $t > 0$ , alors  $(e(t), \dot{e}(t)) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$

#### IV.2.4. Contrôle d'attitude

Pour pouvoir effectuer des simulations, on prend :

$$Q = I, (\hat{\beta}_1(0), \hat{\beta}_2(0), \hat{\beta}_3(0)) = (100, 500, 400), N = \text{diag}(200, 200, 200), l = 0.01, \varepsilon(0) = 0.1$$

Les paramètres choisis pour la trajectoire de référence sont :

$$\xi_i = 0.7, \omega_{ii} = 1$$

on calcul  $P$ , ce qui donne :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -\sqrt{2} \end{bmatrix}; P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & P_{15} & P_{16} \\ P_{12} & P_{22} & P_{23} & P_{24} & P_{25} & P_{26} \\ P_{13} & P_{23} & P_{33} & P_{34} & P_{35} & P_{36} \\ P_{14} & P_{24} & P_{34} & P_{44} & P_{45} & P_{45} \\ P_{15} & P_{25} & P_{35} & P_{45} & P_{55} & P_{56} \\ P_{16} & P_{26} & P_{36} & P_{45} & P_{56} & P_{66} \end{bmatrix}$$



Ce qui donne après résolution de l'équation de Lyapunov  $PA + A^T P = -Q$

$$P = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 0 & \sqrt{2}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix}$$

#### IV.2.5. Résultats des simulations avec commentaire

Cette simulation a été obtenue pour les valeurs numériques suivantes :

$$I_x = 1545.2 \text{ Kg.m}^2 ; I_y = 842.0151 \text{ Kg.m}^2 ; I_z = 842.0151 \text{ Kg.m}^2$$

$$2C\Omega = 308.4304 \text{ Kg.m}^2$$

- La figure IV.10 correspond à la simulation des sorties en boucle ouverte.

- La figure IV.11 correspond à la simulation dans le cas idéal où le satellite n'est soumis à aucune perturbation.

Pour les tests de perturbation, on a :

- La figure IV.12 correspond à la commande adaptative pour une référence de  $[15^\circ, 12^\circ, 9^\circ]$  en présence de couple de perturbations continu agissant pendant 2s à partir de l'instant 5,5s

- La figure IV.13 correspond à la commande adaptative pour une référence de  $[15^\circ, 12^\circ, 9^\circ]$  en présence d'un bruit sinusoïdal de fréquence 1000 Hz apparu à l'instant 5,5s.

- La figure IV.14 correspond à la commande adaptative pour une référence de  $[15^\circ, 12^\circ, 9^\circ]$  en présence d'erreurs de modélisation.

## IV.2.5.1 Simulation des angles de sortie en boucle ouverte

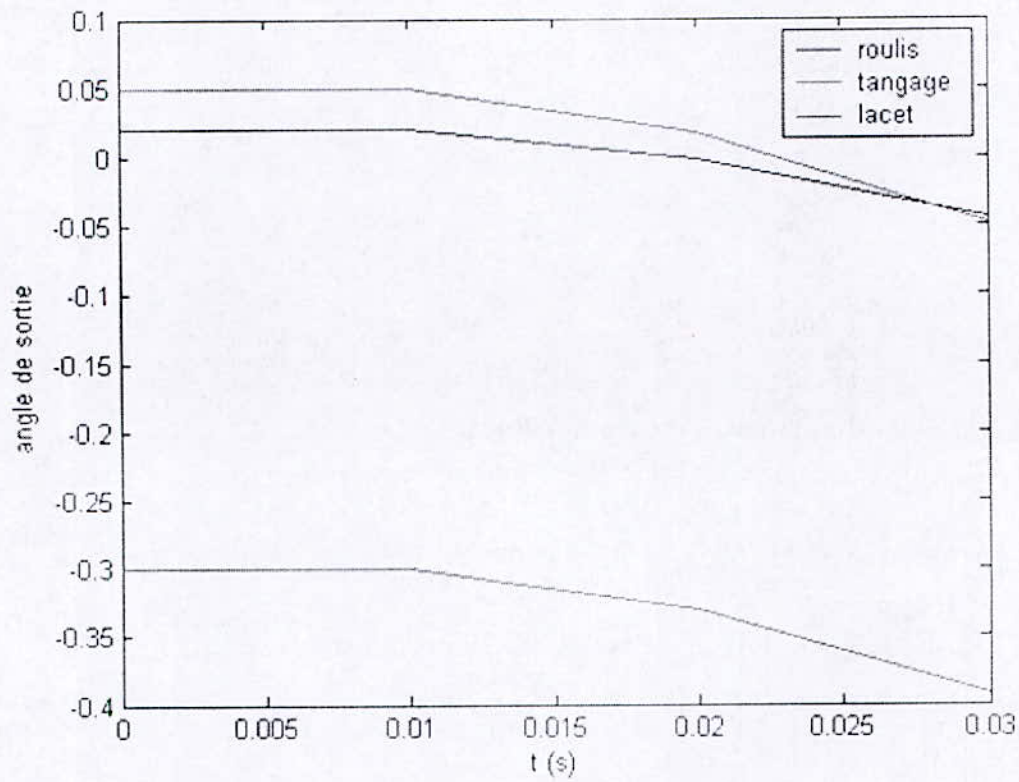


Figure IV.10 : simulation en boucle ouverte



-Commande dans le cas ou le satellite n'est soumis à aucun couple perturbateur

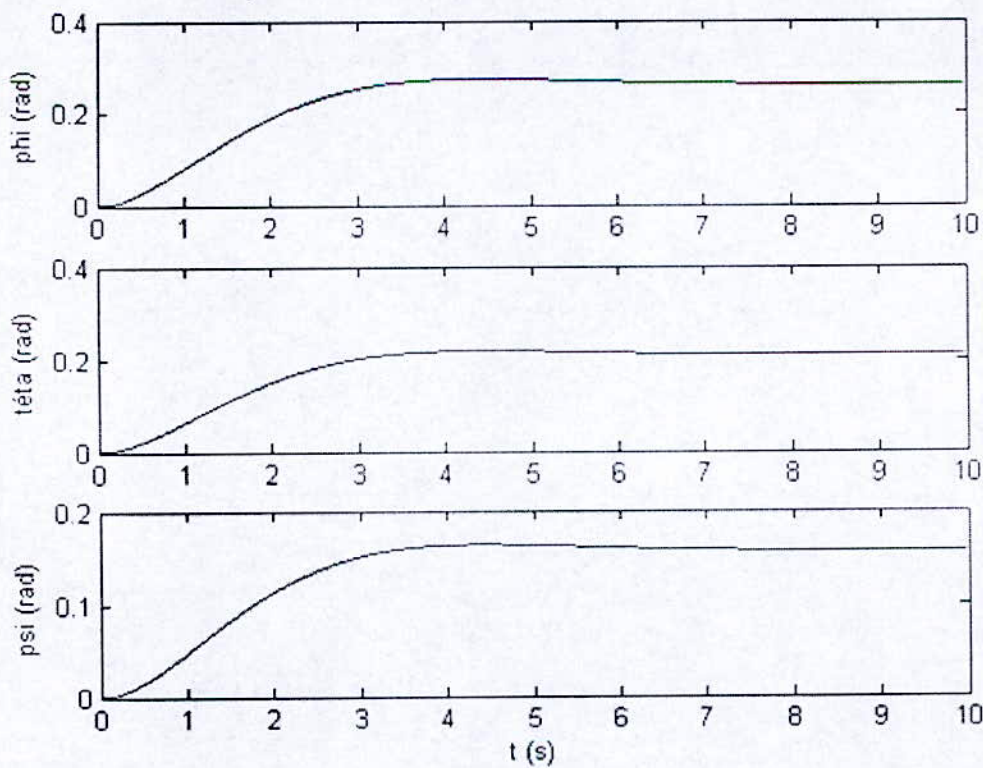
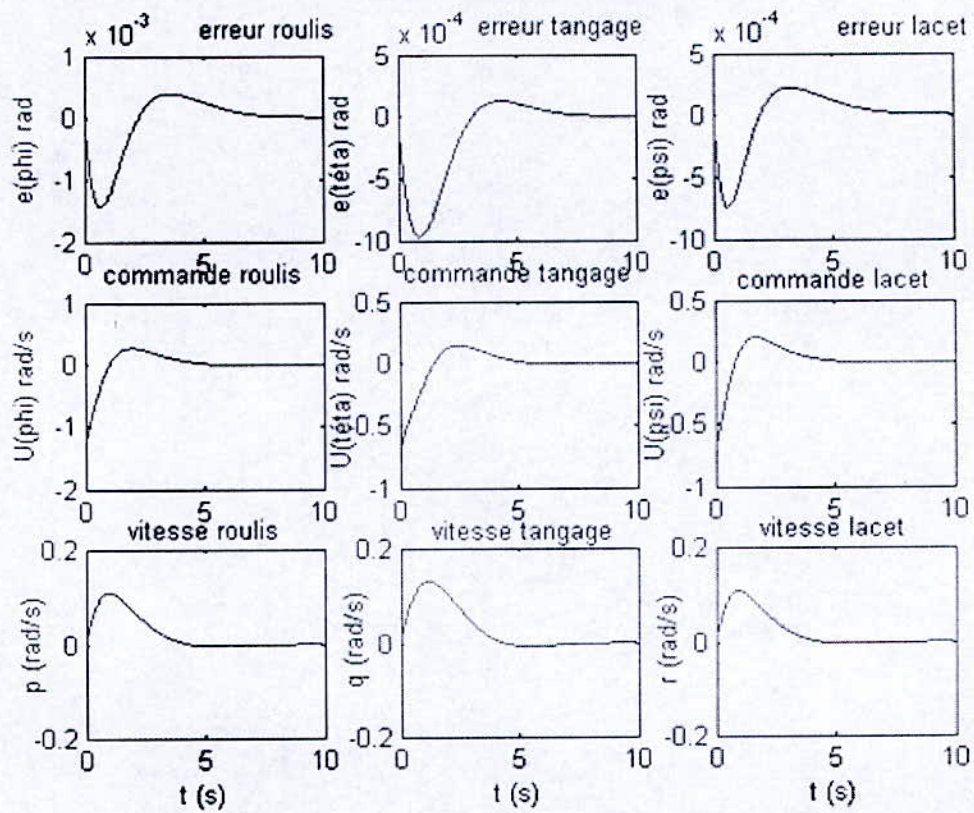


Figure IV-11: Commande adaptative dans le cas idéal ou le satellite n'est soumis à aucune perturbation

**IV.2.5.2. Test de perturbations**

-Commande en présence d'un couple perturbateur continu agissant pendant 2 s

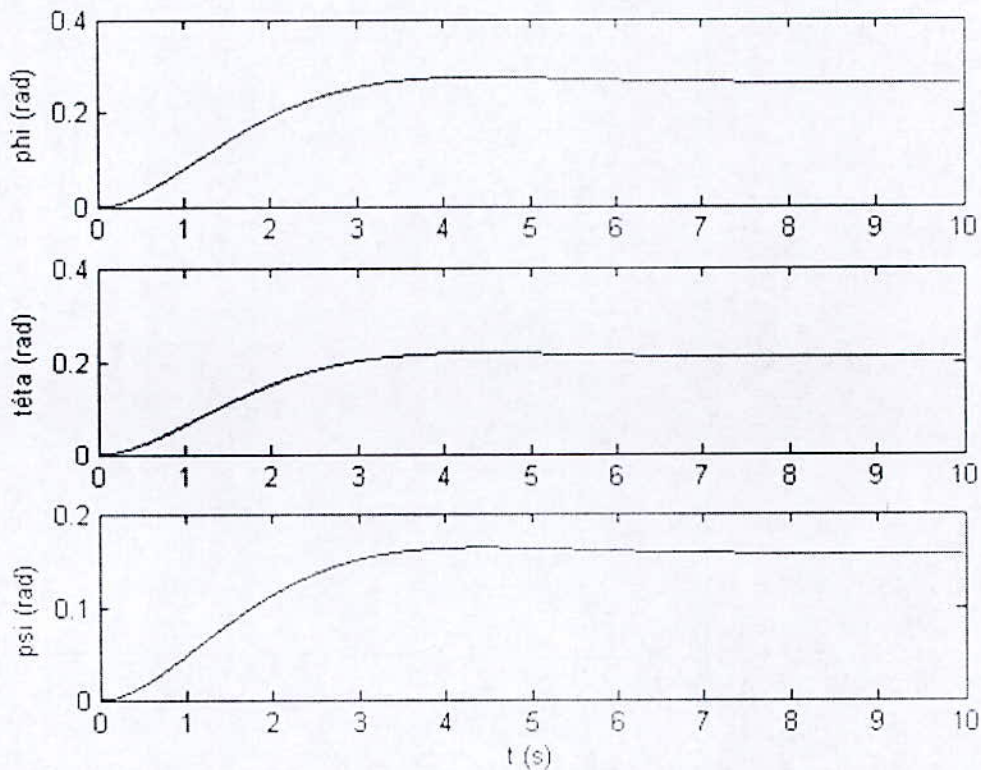
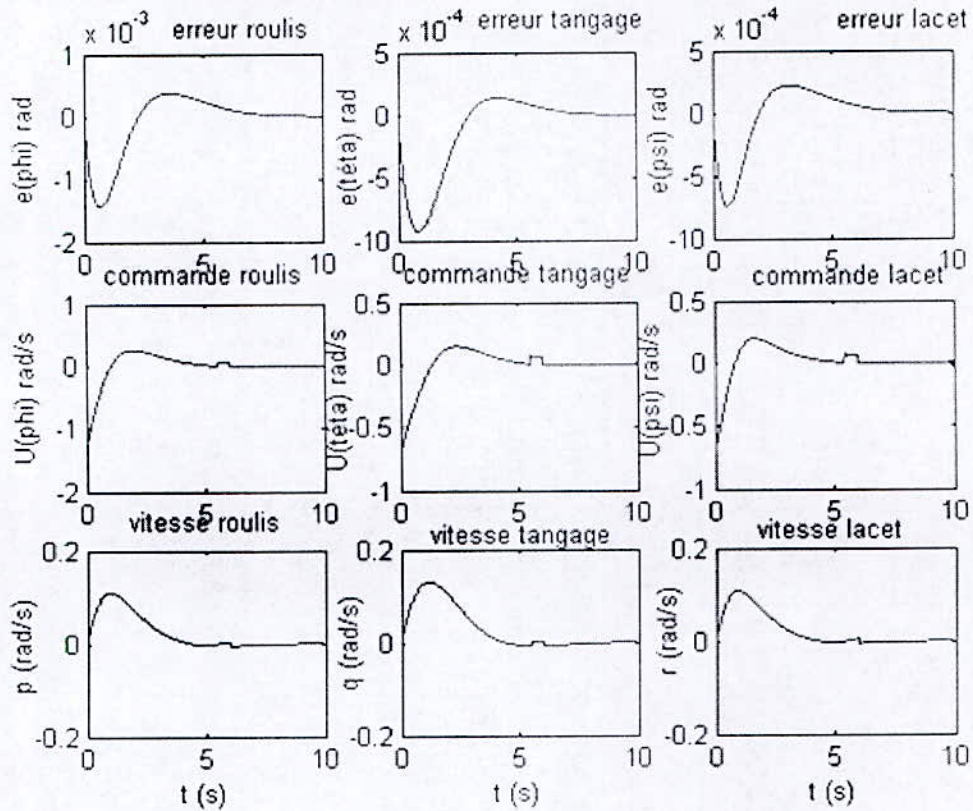


Figure IV.12 Commande adaptative pour une référence de  $[15^\circ, 12^\circ, 9^\circ]$  en présence de couple de perturbations continu



- Commande adaptative en présence d'un couple perturbateur sinusoïdal de fréquence 1000 Hz

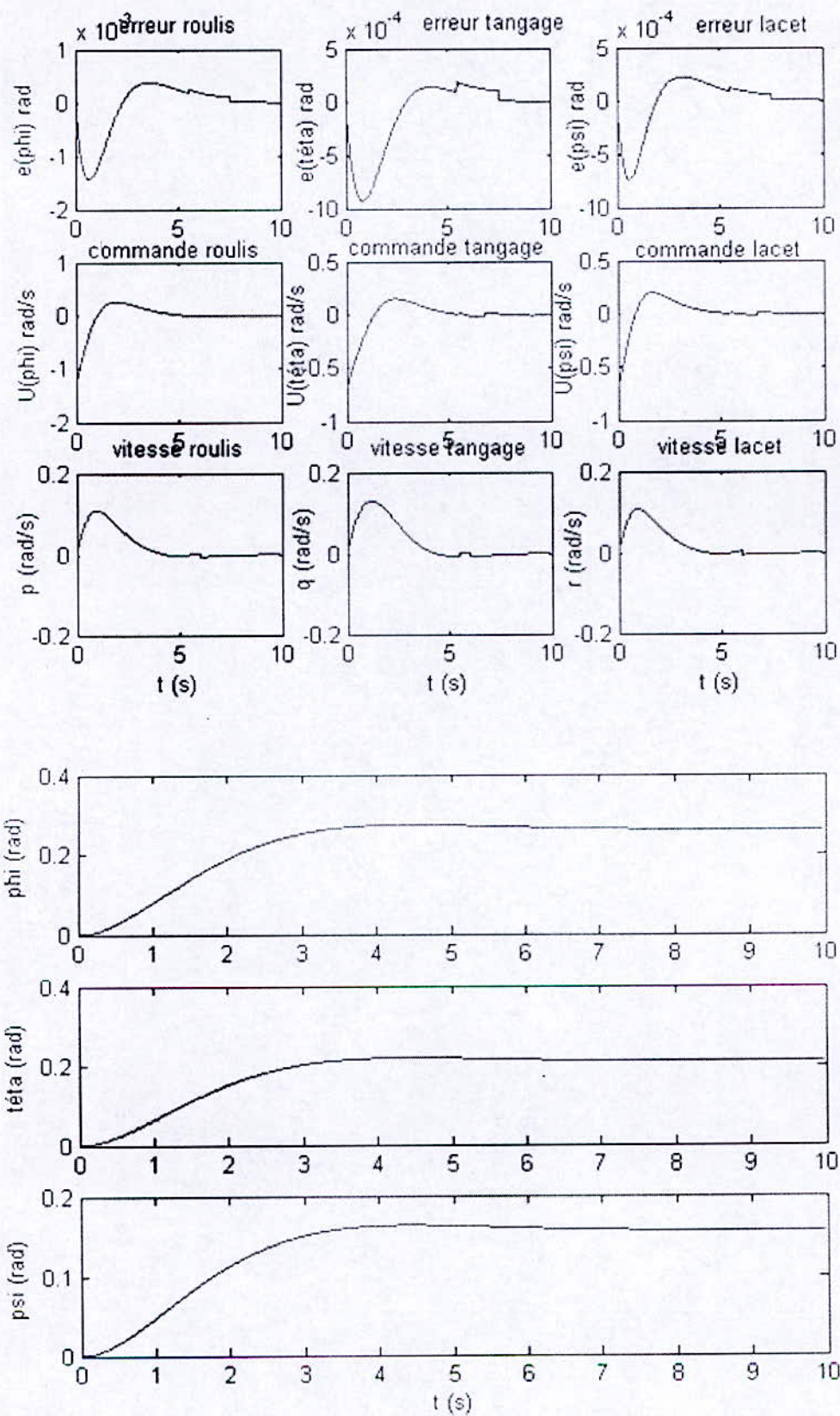


Figure IV.13 : Commande adaptative pour une référence de  $[15^\circ, 12^\circ, 9^\circ]$  en présence de couple perturbateur sinusoïdal

-Commande adaptative en présence d'erreurs de modélisation :

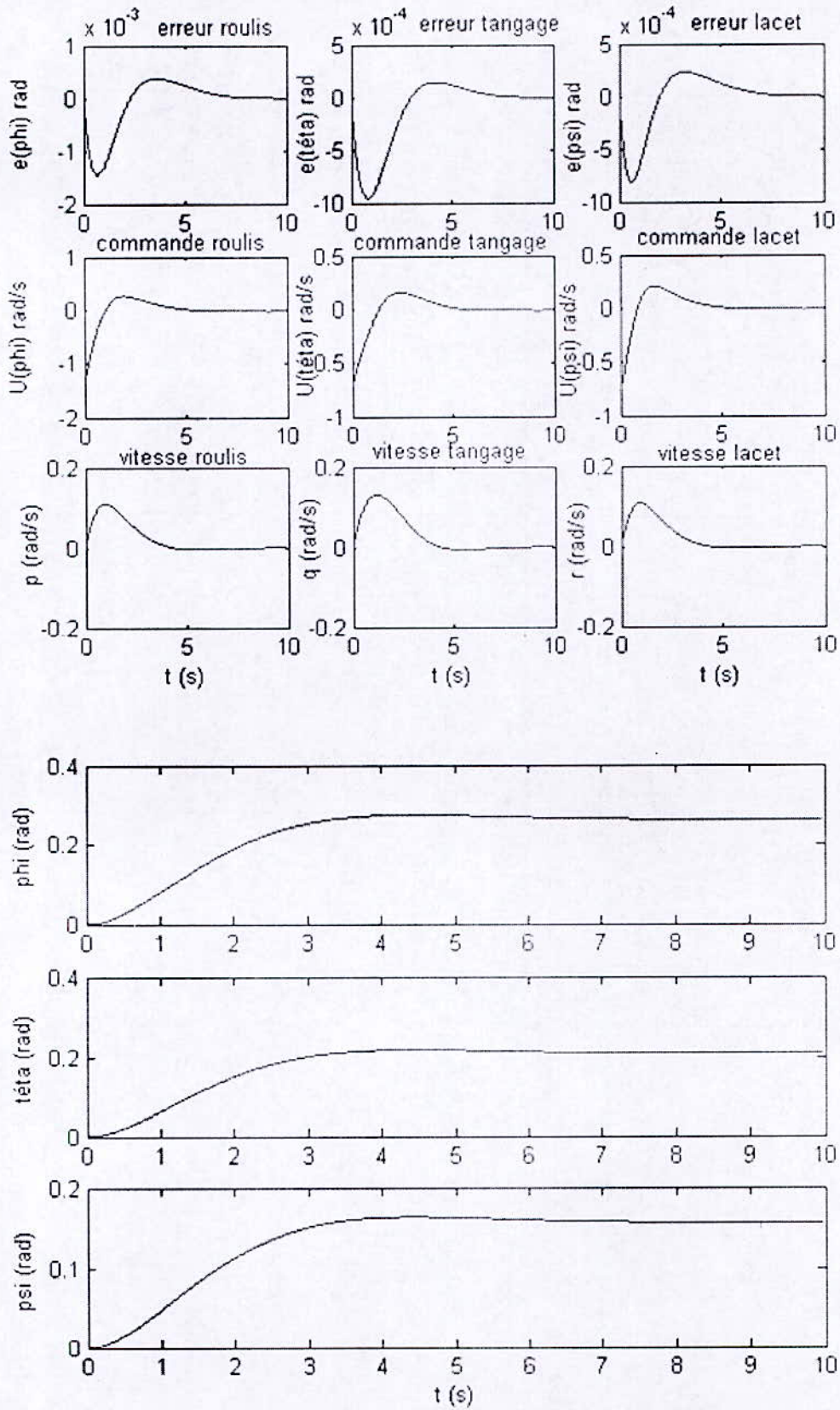


Figure IV.14 Commande adaptative pour une référence de  $[15^\circ, 12^\circ, 9^\circ]$  en présence d'erreurs de modélisation



### -Comparaison

Dans l'article [22], des simulations ont été effectuées sur le même modèle de satellite traité précédemment, à la différence près que le modèle ait été linéarisé et cela en imposant à l'axe roulis une vitesse de rotation constante de l'ordre de  $p=p_0=0.33 \text{ rad/sec}$ , le système obtenu devient alors :

$$p=p_0=0.33 \text{ rad/sec}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-p_0 r (I_x - I_z) + 2C_y \Omega_y p_0 \sin \delta_y}{I_y} \\ \frac{-q p_0 (I_y - I_x) - 2C_x \Omega_x p_0 \sin \delta_x}{I_z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{-2C_x \Omega_x \cos \delta_x}{I_y} & 0 \\ 0 & \frac{-2C_y \Omega_y \cos \delta_y}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\delta}_x \\ \dot{\delta}_y \end{bmatrix}$$

Dans ce cas il n'y a que les deux angles  $\theta$  et  $\psi$  qui ont été contrôlés et en appliquant la même loi de commande adaptative à ce système linéaire le système se stabilise (atteint un régime stationnaire) au bout de 6 secondes, on remarque alors que les performances obtenues pour la même commande appliquée au modèle linéaire et non linéaire sont pratiquement les mêmes.

#### IV.2.6. Commentaires

Figure IV.10 : Elle représente l'attitude en boucle ouverte lorsqu'une commande échelon est appliquée aux actionneurs gyroscopiques. Cette réponse, comme l'atteste la figure est divergente autrement dit le satellite ne se stabilisera jamais en présence d'une commande boucle ouverte.

Figure VI.11 : Les résultats obtenus en boucle fermée sans perturbation sont satisfaisants, en effet, cette commande a permis de stabiliser le satellite et cela en partant de conditions initiales nulles.

Figure VI.12 : Dans ce cas un échelon de perturbation a été appliqué pendant 2s le satellite ayant déjà atteint son régime stationnaire. Un changement au niveau de la commande a été remarqué et cela est parfaitement logique, le système rejette donc ce type de perturbations pour se stabiliser par la suite.

Figure VI.13 : Dans ce cas un bruit de fréquence 1000Hz a été appliqué, et comme dans le cas précédent, nous pouvons juger de la stabilité de notre système.

Figure IV.14 : En présence d'erreurs de modélisation représentées dans ce cas par des erreurs d'estimation des inerties. Nous pouvons juger de la robustesse de la commande appliquée vis-à-vis des erreurs de modélisation.

### IV.3. Conclusions

se

Nous avons aboutis aux conclusions suivantes :

-la commande par modes glissants, comme le montrent les simulations présentées ci-dessus, a permis de stabiliser le satellite qui montrait un comportement oscillatoire pure lorsqu'il n'est soumis qu'au couple de gradient de gravité assez important en orbite basse. L'introduction de l'intégrale de l'erreur dans la surface de glissement a pour but d'améliorer les performances. Cette commande étant robuste, elle nous a permis de rejeter des perturbations d'ordre élevé. Les résultats des simulations ont montré que la commande assurait parfaitement la poursuite, le régime stationnaire est atteint assez rapidement et qu'elle rejetait les perturbations qu'elles soient appliquées tout le long du mouvement ou pendant un intervalle de temps bien précis. La commande est réalisable et les résultats sont satisfaisants.

-la commande adaptative non linéaire en utilisant des actionneurs gyroscopiques a été développée. Pour pouvoir implanter cette loi de commande des informations sur la dynamique du satellite ne sont pas nécessaires. La commande a été basée sur les vitesses de précession des actionneurs. Les résultats de la simulation numérique ont été présentés pour montrer la capacité de poursuite du système de commande. La commande qui représente les vitesses de précession des gyroscopes est réalisable et offre de bonnes performances. Cependant le besoin en actionneurs et en capteurs (gyroscopes ...) effectuant les mesures requises est assez important, pour cela ce type de commande est utilisé dans les missions de grande envergure et lorsqu'une grande précision est requise. Cette commande assure également la poursuite et rejettent les perturbations.



## *Conclusion générale*

## Conclusion générale

### Conclusion générale

Dans ce travail, l'importance du Système de Commande d'Attitude et d'Orbite (SCAO) pour les satellites artificiels a été mise en évidence, ainsi que la notion de modèles dynamiques pour ces derniers.

Concernant l'aspect modélisation du mouvement, trois représentations différentes ont été développées :

-il s'agit de la représentation du mouvement de Poincaré qui est un cas général du mouvement du satellite,

-Il y a également la représentation des petits satellites en orbite basse soumis essentiellement au couple de gradient de gravité qui ont un mouvement oscillatoire pur. Le développement mathématique présenté a permis d'établir des conditions sur les inerties assurant la stabilité de ce mouvement libre. Les équations du mouvement sont à modèle linéaire, à noter également que l'équation représentant l'angle de tangage est découplée des deux autres angles, qui sont couplés entre eux,

- dans le cas des satellites équipés d'actionneurs gyroscopiques, le modèle sera non seulement en fonction des angles de l'orientation du satellite, mais également en fonction des angles de précession des gyroscopes, comme l'atteste le système d'équations décrivant le modèle. Ce dernier étant à modèle non linéaire.

Concernant l'aspect commande qui constitue la deuxième partie de ce mémoire, on est arrivé aux conclusions suivantes :

-la résolution du mouvement du satellite soumis uniquement au couple gradient de gravité donne des solutions oscillatoires pures, afin de pouvoir commander son orientation, on peut introduire des dispositifs actifs (magnétocoupleurs) et la loi de commande appliquée dans ce cas sera la commande par mode de glissement,

-pour la méthode de contrôle d'attitude active, généralement utilisée lorsque notre mission requière une grande précision de pointage, des actionneurs gyroscopiques sont prévus. Une loi de commande adaptative directe est appliquée. Cette loi offre un meilleur potentiel de performances, aussi bien en stabilité, qu'en précision, cependant, elle est plus lourde, et plus complexe à élaborer.

En conclusion générale, nous pouvons dire que le choix de la méthode de commande dépendra essentiellement de l'application du satellite, ainsi que des moyens mis en œuvre pour la mission.

En raison des développements des technologies de pointes et de l'informatique, la commande d'attitude passive est de moins en moins utilisée, les chercheurs se basent sur les méthodes actives.

Comme perspective pour la commande d'attitude active d'un satellite, on pourra se baser sur les nouvelles technologies telle qu'une commande par réseaux de neurones, une commande floue...et bien sur une combinaison entre plusieurs de ces méthodes. Par exemple, des



## Conclusion générale

expériences récentes ont montrées qu'un contrôleur flou non linéaire associé à un contrôleur adaptatif, donne de meilleurs résultats par rapport aux bruits et aux nonlinearités qu'un contrôleur adaptatif standard.

## *Références*



- [1] Junkins, J. L. and Turner, J. D. ,“Optimal Continuous Torque Attitude Manoeuvres” *Journal of Guidance and Control*, Vol 3, No .1, May- June 1980, pp 210-217
- [2] Skaar, S. B. and Kraige, L. G. ,”Large-Angle Spacecraft Attitude Manoeuvres using an Optimal Reaction Wheel Power Criterion, *Journal of the Astronautical Sciences*, vol 32, No 1, January-March 1984, pp 47-61
- [3] Vadali, S. R. and Junkins, J.L. “Spacecraft Large Angle Rotational Manoeuvres with Optimal Momentum Transfer”. *AIAA/AAS Astrodynamics Conference, San Diego, CA, August 9-11, 1982*
- [4] Dabbous, T.E. and Ahmed, N.U. “Non Linear Optimal Feedback Regulation of Satellite Angular Momentum”. *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems*, vol AES-18, No 1, January 1982,pp 2-10
- [5] Carrington, C.K. and Junkins, J.LL, “Non Linear Feedback Control of Spacecraft Slew Manoeuvres,” *Journal of the Astronautical Sciences*, vol 32, No 1, January, March 1984, pp 29-45
- [6] Dwyer, T.A W III and Sensa, R.P. “Control of Spacecraft and Slewing Maneuvers”, *Proceeding of the 21<sup>st</sup> IEEE Conference on Decision and Control*, vol 3, Orlando, FL, December 8-10, 1982 , p 1142-1144.
- [7] Singh, S.N. and Araujo, A.D. ,“Asymptotic Reproducibility in Nonlinear Systems and Attitude Control of Gyrostat”, vol AES-20, No 2, March 1984, pp 94-103
- [8] Dwyer, T.A. W. III ,“Exact Nonlinear Control of Large Angle Rotational Maneuvres” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol AC-29, September 1984, pp 769-774.
- [9] Dwyer, T.A. W. III and Batten, A. L ,“Exact Spacecraft Detumbling and Reorientation Maneuvres with Gimballed Thrusters and Reaction Wheels” *Journal of the Astronautical Science*, vol 33, No 2, April-June 1983, pp 217-232.
- [10] Vadali, S.R and Junkins, J.L, “Optimal Open Loop and Stable Feedback Control of rigid Spacecraft Attitude Maneuvres” *Journal of the Astronautical Sciences*, vol 32, No 1, January-March 1984, pp 105-122
- [11] Greensite, A.L. “*Analysis and Design of Space Vehicle Flight Control System*” Spartran Books, vol II, New York, 1970
- [12] Iyer, A. and Singh, S.N. “MFD’s of Spinning Satellites and Attitude Control Using Gyrotorquers” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol 2, No 4, July 1989.
- [13] De, P.K. and Iyer, A., “Rotational Fraction and Attitude Control of Spinning Satellite using Gyrotorquer”, *American Control Conference, Pittsburg, 1989, pp 1579-1584*
- [14] Singh, S.N ,“Nonlinear Adaptive Attitude Control of Spacecraft” *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems*, AES-23, May 1987, pp 371-379



- [15] Singh, S.N. ,“Attitude Control of Three Rotor Gyrosat in the Presence of Uncertainty” *Journal Astronautical Sciences, July-September 1987, pp 329-345*
- [16] Sira-Ramirez, H. and Dwyer, T. A. W III, “Variable Structure Controller Design of Spacecraft Nutation Dumping” *IEEE Transactions on Automatic Control, AC-3, May 1987, pp 435-438*
- [17] Dwyer, T. A. W III and Sira-Ramirez, H ”Variable Structure Control of Spacecraft Attitude Maneuvers” *Journal of Guidance, Control and Dynamics, II, May-June 1988, pp. 262-270.*
- [18] Singh, S.N. and Layer, A., “nonlinear Decoupling Sliding Mode Control and Attitude Control of Spacecraft”, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol 25, No 5, September 1989.*
- [19] Corless, M. and Leitman, G. “*Adaptative Control of Uncertain Dynamics Systems*” In A. Blaquiere, and G. Leitmann (eds) *Dynamic Systems and Microphysics, Control Theory and Mechanics.*
- [20] Corless, M. and G. ,“Adaptative Control of Uncertain Functions and Unknown Functions with Uncertain Bounds”, *Journal of Optimization Theory and Application, Fol. 41, September 1983, pp. 155-168.*
- [21] Rimrott, F.P. “*Introductory Attitude Dynamics*” Springer-Veriag, 1989.
- [22] Ashor Iyer and Sahjendra N. Singh., “Nonlinear Adaptative Attitude Control of Satellite Using Gyrotorquers”, *Proceeding of the 29<sup>th</sup> Conference on Decision and Control Honolulu, Hawaii, December 1990-Department of Computer Science and Electrical Engineering University of Nevada, Las Vegas, NV 89154*
- [23] Landau I.D., Dugard L. : *Commande adaptative:A spectrs pratiques et théoriques.* Masson 1986.
- [24] Landau I.D. : *Identi.cation et commande des systèmes `a l'aide des progiciels P.I.M. et PC-REG.*Editions Hermes 1988.
- [25] Landau I.D.: “*Adaptive control:The model reference approach.* Control and Systems Theory. Vol.8”. Dekker 1979.
- [26] Narendra K.S. : “*Adaptive and learning systems: Theory and applications*”. Plenum Press 1986.
- [27] Najim.K: “*Commande adaptative des processus industriels*” . Masson 1982.
- [28] Ljung L.: “*System Identification: Theory for the use*”r. Prentice Hall 1987.
- [29] Harris C.J., Billings S.A.: ,”*Self-tuning and adaptive control: Theory and applications*”. PeterPeregrinus 1982



- [30] Grimble M.J.: "*International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*". Wiley
- [31] Goodwin G.C., K.S. Sin: "*Adaptive filtering, prediction and control*". Prentice-Hall 1984.
- [32] Anderson B.D.O., Bitmead R.R., Johnson C.R., Kokotovic P.V., Kosut R.L., Mareels I.M.Y., Praly L., Riedle B.D. : "*Stability of adaptive systems : Passivity and averaging analysis*". MIT Press 1986.
- [33] site internet: [http://artemis.univmrs.fr/cybermeca/Formont/mecaspa0/SCAO/CERIVE\\_B / DERIV \\_B.htm](http://artemis.univmrs.fr/cybermeca/Formont/mecaspa0/SCAO/CERIVE_B / DERIV _B.htm)
- [34] site internet: [http://artemis.univ-mrs.fr/cybermeca/Formont/mecaspa0/SCAO/ATTITUDE/ SCAO\\_0.htm](http://artemis.univ-mrs.fr/cybermeca/Formont/mecaspa0/SCAO/ATTITUDE/ SCAO_0.htm)
- [35] site internet: <http://artemis.univ-mrs.fr/cybermeca/Formont/mecaspa0/SCAO/GENERAL/ general.htm>
- [36] Cours de technologie spatiale : "*Techniques et technologies des véhicules spatiaux CNES (centre national d'études spatiales) vol3 : plates formes*"-1998
- [37] "*Télécommunications spatiales T2-secteur spatial*"- ouvrage collectif par des ingénieurs du CNES et du CNET
- [38] "*Cours de technologie spatiale : Techniques et technologies des véhicules spatiaux CNES (centre national d'études spatiales) volume1 : généralités et contraintes de développement*"-1998
- [39] site Internet : <http://artemis.univ-mrs.fr/cybermeca/Formont/mecaspa0/SCAO/GRADIENT /gradient.htm>
- [40] site Internet : <http://artemis.univ-mrs.fr/cybermeca/Formont/mecaspa0/SCAO/POINSOT /POINOT.htm>
- [41] site Internet : [http://artemis.univ-mrs.fr/cybermeca/Formont/mecaspa0/SCAO/POINSOT/POINOT.htm#Dissipatipn\\_interne](http://artemis.univ-mrs.fr/cybermeca/Formont/mecaspa0/SCAO/POINSOT/POINOT.htm#Dissipatipn_interne)
- [42] site Internet : <http://artemis.univmrs.fr/cybermeca/Formont/mecaspa0/SCAO/GENERAL /SENSEURS/senseurs.htm>
- [43] site Internet : <http://educnet.education.fr/orbito.system/capteur/capt00.htm>
- [44] site Internet : [http://artemis.univmrs.fr/cybermeca/Formont/mecaspa0/MECANIQ/Cours\\_de\\_gyroscopie/GYRO\\_01/ GYRO\\_01.htm#Accéléromètre\\_gyroscopique](http://artemis.univmrs.fr/cybermeca/Formont/mecaspa0/MECANIQ/Cours_de_gyroscopie/GYRO_01/ GYRO_01.htm#Accéléromètre_gyroscopique).
- [45] "*Thèse DESS Air et Espace Système de Contrôle d'Attitude et d'Orbite Volume II – Contrôle d'attitude*"- Robert GUIZIOU – Université de la Méditerranée- Aix-Marseille II



- [46] “Thèse DESS Air et Espace Système de Contrôle d’Attitude et d’Orbite Volume I – Théories mécaniques”- Robert GUIZIOU – Université de la Méditerranée- Aix-Marseille II
- [47] site internet:<http://artemis.univmrs.fr/cybermeca/Formont/mecaspa0/SCAO/OPTIMALE/optimale.htm>
- [48] site internet: <http://artemis.univmrs.fr/cybermeca/Formont/mecaspa0/SCAO/MAGNETOC/magneto2.htm>
- [49] site internet:[http://artemis.univmrs.fr/cybermeca/Formont/mecaspa0/SCAO/ATTITUDE/SCAO\\_0.htm#Dynamique\\_parties\\_rigides](http://artemis.univmrs.fr/cybermeca/Formont/mecaspa0/SCAO/ATTITUDE/SCAO_0.htm#Dynamique_parties_rigides)
- [50] CH2917-3/90/000-3357\$1.00©1990 IEEE
- [51] site internet:[http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Syst%C3%83%C2%A8me\\_dynamique&action=edit](http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Syst%C3%83%C2%A8me_dynamique&action=edit)
- [52] site internet:[http://fr.wikipedia.org/wiki/SystÃfÃme\\_dynamique](http://fr.wikipedia.org/wiki/SystÃfÃme_dynamique)
- [53] site internet: [www.Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne](http://www.Ecole.Polytechnique.Fédérale.de.Lausanne) > list of courses> Systèmes dynamiques
- [54] site internet:<http://www.educnet.education.fr/espace/>
- [55] Encyclopédie : Encarta- Collection 2005-05-2005
- [56] site internet:<http://www.educnet.education.fr/orbito/system/archisat/sat00.htm>
- [57] site internet:<http://www.educnet.education.fr/orbito/sitspe.htm>
- [58] site internet:<http://www.educnet.education.fr/orbito/lan/princip.htm>
- [59] site internet:<http://artemis.univ-mrs.fr/cybermeca/Formont/mecaspa0/SCAO/tuyères/tuyères.htm>
- [60] site internet:<http://artemis.univ-mrs.fr/cybermeca/Formont/mecaspa0/SCAO/TUYERES/tuyères.htm>
- [61] site internet:<http://artemis.univ-mrs.fr/cybermeca/Formont/mecaspa0/SCAO/SCA/SPIN/STABSPIN.htm>
- [62] D.B. DeBre and R. H. Delp.,” Rigid body attitude stability and natural frequencies in a circular orbit”. *Journal of the astronautical Sciences*, 1961
- [63] W. T. Thomson. “*Introduction to Space Dynamics*”. Dover, New York, 1986
- [64] Marshall H. Kaplan.,” *Modern Spacecraft Dynamics and Control*”. John Wiley & Sons, New York, 1976.



- 
- [65] Peter C. Hughes, "*Spacecraft Attitude Dynamics*", John Wiley & Sons, New York, 1989
- [66] V.A. Chobotov, "*Spacecraft Attitude Dynamics and Control*". Krieger Publishing Co. Malabar, F. L, 1 991.
- [67] William E. Wiesel. "*Spaceflight Dynamics*". McGraw-Hill, New York, second edition, 1997.
- [68] Marcel J. Sidi., "Spacecraft Dynamics and Control; A practical Engineering Approach". *Cambridge University Press, Cambridge, 1997.*
- [69] Chris Hall "*Satellite Attitude Dynamics*". March 29,2002,
- [70] Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris- Centre Automatique et Systèmes- *Laurent PRALY*- Introduction à la théorie de La commande adaptative des systèmes linéaires- Mars 1997
- [71] site internet :<http://www.educnet.education.fr/orbito/system/archisat/sat00.htm>
- [72] site internet :[http://www.insecula.com/oeuvre/photo\\_ME\\_00000066168.htm](http://www.insecula.com/oeuvre/photo_ME_00000066168.htm)
- [73] site internet :<http://www.system.soalire.free.fr/lune.htm>
- [74] Walter M. van Buijiten, Gerard Schram, Robert Babuska, and Henk B. Verbuggen," Adaptive fuzzy control of satellite attitude by reinforcement learning", *IEEE transactions on fuzzy systems, vol 6, No 2. May 1998*

# ANNEXE

*Annexe A : Rappels sur les systèmes linéaires*

*Annexe B : Rappels sur l'algèbre linéaire*

*Annexe C : Notions de mécanique du solide*

*Annexe D : Quelques notions de stabilité*



## ANNEXE A : Rappels sur les systèmes linéaires

### 1- Transformé de Laplace

Cette transformée nous permet le passage de l'espace temporel vers l'espace fréquentiel telle que le transformé d'un temporel  $x(t) \in R^+$  est la fonction :

$$X(s) = L[x(t)] = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt$$

Dont les propriétés sont les suivantes :

$$- L[x(t + \tau)] = e^{s\tau} X(s)$$

$$- L\left[\frac{dx(t)}{dt}\right] = sX(s) - x(0)$$

$$- L\left[\int_0^t x(u)du\right] = \frac{X(s)}{s}$$

$$- L[x(t) * y(t)] = X(s)Y(s)$$

$$- \text{Le théorème de la valeur initiale : } L[\lim_{t \rightarrow 0} x(t)] = \lim_{s \rightarrow \infty} sX(s)$$

$$- \text{Le théorème de la valeur finale : } L[\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)] = \lim_{s \rightarrow 0} sX(s)$$

### 2-Représentation d'un système

#### a- Fonction de transfert (représentation externe)

Le système est caractérisé par sa réponse impulsionnelle  $g(t)$  définie dans l'espace fréquentiel par la transformée de Laplace autrement dit sa fonction de transfert  $G(s)$ . Elle permet de trouver la réponse du système  $y(t)$  au signal d'entrée du système  $u(t)$ .

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

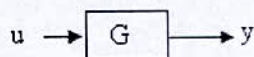


Figure A.1: Fonction de transfert.

#### b- Forme d'état d'un système (représentation interne)

Le système peut être représenté par des variables d'état interne. On obtient alors :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

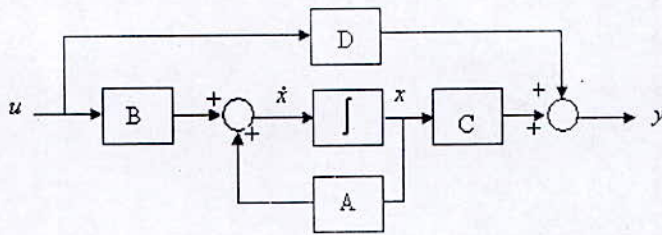


Figure A.2: Représentation d'état d'un système.

Où

$x(t) \in R^n$  est le vecteur d'état

$u(t) \in R^m$  est le vecteur des entrées du système

$y(t) \in R^p$  est le vecteur des sorties du système

$A \in R^{n \times n}$  est la matrice d'état dynamique

$B \in R^{n \times m}$  est la matrice d'entrée du système

$C \in R^{p \times n}$  est la matrice de sortie du système

$D \in R^{p \times m}$  est la matrice de transmission directe du système

$n \times n$  est la dimension de l'espace d'état

$m$  est le nombre d'entrées du système

$p$  est le nombre de sorties

### 3-L'hamiltonien

Cette notion sera utilisée dans le calcul de la matrice P utilisé lors de la synthèse de la loi de commande adaptative

On définit la matrice hamiltonienne H.

$$H = \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix}$$

Où R matrice symétrique .

Avec  $P = Ric(H)$  solution de l'équation de Riccati associée à la matrice hamiltonienne H

$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$  où P est symétrique.

Pour  $B = 0$  l'équation de Riccati devient celle de Lypunov

$$PA + A^T P = -Q$$



## ANNEXE B : Rappels sur l'algèbre linéaire

### 1-Matrice identité

En algèbre linéaire, la matrice unité ou matrice identité (cette dernière dénomination étant un anglicisme) est une matrice carrée avec des 1 sur la diagonale et des 0 partout ailleurs. Nous pouvons l'écrire

Diag (1,1,...,1)

### 2-Matrice inversible

Une matrice carrée  $A$  d'ordre  $n$  est dite inversible ou régulière ou encore non singulière, s'il existe une matrice  $B$  d'ordre  $n$  telle que

$$AB = BA = I_n,$$

Où  $I_n$  désigne la matrice unité d'ordre  $n$ . La multiplication est la multiplication ordinaire des matrices. Dans ce cas, la matrice  $B$  est unique et est appelée la matrice inverse de  $A$ , et est notée  $A^{-1}$ .

### 3-Matrice symétrique

Une matrice carrée qui n'est pas inversible est dite non inversible ou singulière.

En algèbre linéaire, une matrice symétrique est une matrice qui est égale à sa propre transposée. Ainsi  $A$  est symétrique si:

$$A^T = A$$

ce qui exige que  $A$  soit une matrice carrée. Intuitivement, les coefficients d'une matrice symétrique sont symétriques par rapport à la diagonale principale (du coin en haut à gauche jusqu'à celui en bas à droite).

### 4-Matrice de passage

Soit  $K$  un corps.

Soit  $B_1 = (e_1, \dots, e_n)$  la base ancienne d'un  $K$ -espace vectoriel  $E$ .

Soit  $B_2 = (e'_1, \dots, e'_n)$  la base nouvelle.

On définit ainsi la matrice de passage de  $B_1$  à  $B_2$ , notée  $P_{B_1 \rightarrow B_2}$  :

$$P_{B_1 \rightarrow B_2} = (a_{i,j})_{i,j=1}^n \in M_n(K)$$

tel que

$$\forall j \in [1, n] e'_j = \sum_{i=1}^n a_{i,j} e_{i,j}$$

**5-Polynôme caractéristique** Soit  $A$  une matrice d'ordre  $n$  à coefficients dans un corps  $K$  (égal à  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ ) Le polynôme caractéristique de  $A$ , noté  $P_M(\lambda)$ , est le polynôme défini par

$$P_M(\lambda) = \det(\lambda I_n - A)$$

Où  $I_n$  désigne la matrice unité d'ordre  $n$ .  $p_M$  est bien un polynôme puisque le déterminant d'une matrice est défini comme une somme de produits.

## 6-Valeurs propres et vecteurs propres associés

### a-Valeurs propres

Soit  $A \in C^{n \times n}$ , les valeurs propres de la matrice  $A$  sont les racines de l'équation caractéristique

$$\det(\lambda I - A) = 0$$

### b-Vecteurs propres associés

#### o à droite

Ce sont les vecteurs  $v_i \in R^n$  associés à la valeur propre  $\lambda_i(A)$  tel que :

$$(\lambda_i I - A)v_i = 0$$

#### o à gauche

Ce sont les vecteurs  $u_i \in R^n$  associés à la valeur propre  $\lambda_i(A)$  tel que :

$$u_i(\lambda_i I - A) = 0$$

## 7-Norme mathématique

En mathématiques, une norme est une fonction qui donne un sens à l'idée usuelle de taille d'un objet.

On appelle norme sur un  $K$ -espace vectoriel  $E$  une fonction de  $E$  dans  $R^+$ , souvent notée  $\|\cdot\|$  (c'est-à-dire que l'image d'un vecteur  $x$  est notée  $\|x\|$ ) vérifiant les conditions suivantes:

- Séparation :  $\|x\| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- Homogénéité :  $\forall (\lambda, x) \in K \times E : \|\lambda \cdot X\| = |\lambda| \cdot \|x\|$  ;
- Inégalité triangulaire :  $\forall (x, y) \in E^2 : \|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$

$R^n$ , muni d'une quelconque des normes

$$\|(x_1, x_2, \dots, x_n)\|_p = \left( \sum_{k=1}^n |x_k|^p \right)^{1/p} \text{ est un espace vectoriel normé.}$$

## 8-Matrice définie positive

En algèbre linéaire, la notion de matrice définie positive est analogue à celle des nombres réels positifs. Une matrice  $M$  de dimension  $n \times n$  est dite définie positive si elle vérifie :



Pour tout vecteur non-nul  $x \in R^n$  nous avons  $x^T Mx > 0$

Nous avons alors : L'ensemble de ces matrices ont toutes un déterminant positif:

- la sous matrice principale de dimension  $1 \times 1$  de  $M$
- la sous matrice principale de dimension  $2 \times 2$  de  $M$
- la sous matrice principale de dimension  $3 \times 3$  de  $M$
- ...

La matrice  $M$  elle-même

### 9-Fonction définie négative

Une fonction  $V$  est dite définie négative sur  $C$  avec  $C \subset R$  si et seulement si :

$$\forall x \in C \quad \forall x \in C \quad (V(x) < 0) \text{ et } (V(x) = 0 \Rightarrow x = 0)$$

### 10-Fonction définie positive

Une fonction  $V$  est dite définie positive sur  $C$  avec  $C \subset R$  si et seulement si :

$$\forall x \in C \quad \forall x \in C \quad (V(x) > 0) \text{ et } (V(x) = 0 \Rightarrow x = 0)$$

### -Propriétés

- Toute matrice définie positive est inversible et son inverse est elle aussi définie positive.
- Si  $M$  est définie positive et  $r > 0$  est un nombre réel, alors  $M$  est définie positive.
- Si  $M$  et  $N$  sont définies positives alors  $M + N$  est aussi définie positive et si  $MN = NM$ , alors  $MN$  est définie positive.

## ANNEXE C : Notions de mécanique du solide

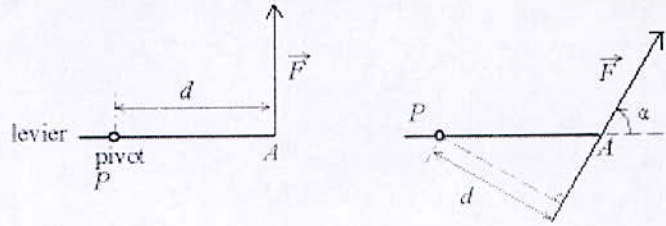
### 1- Moment d'une force (couple)

Le moment d'une force  $\vec{F}$  s'exerçant au point A par rapport au pivot P, que l'on appelle également couple, est le nombre algébrique  $M_{\vec{F}/P}$ , dont la valeur absolue vaut

$$M_{\vec{F}/P} = \|\vec{F}\| \cdot d \quad \text{où } d : \text{ la distance du pivot à la droite portant le vecteur force .}$$

Si la force est perpendiculaire au levier, alors  $d$  est simplement la distance PA entre le pivot et le point d'application. Sinon, il faut prolonger la droite passant par le point d'application et portant le vecteur,  $d$  est alors la distance du pivot à sa projection orthogonale sur cette droite.

D'une manière générale, on peut écrire  $M_{\vec{F}/P} = PA \|\vec{F}\| \sin \alpha$  où  $\alpha$  est l'angle  $(P\vec{A}, \vec{F})$ .



**Figure C.1:** Force appliquée de façon à engendrer un couple

Plus le moment d'une force par rapport à un pivot est grand, plus cette force aura tendance à mettre le levier en rotation. On retrouve deux notions intuitives :

- plus le bras de levier est long, plus il est facile de soulever un objet
- il est plus facile d'exercer un effort perpendiculairement au levier.

On remarque également que :

- une force s'appliquant au pivot a un moment nul
- une force dans l'axe du levier a un moment nul

puisque dans les deux cas,  $d$  est nul.

Dans l'espace, on considère la rotation de l'objet par rapport à un axe

On peut définir le vecteur moment de la force par rapport à l'axe  $\Delta$  par

$$M_{\vec{F}/\Delta} = P\vec{A} \wedge \vec{F}$$

ce vecteur est normal au plan dans lequel se déroule la rotation que peut provoquer la force, et son sens donne le sens de rotation (la rotation est positive dans le plan orienté par  $M_{\vec{F}/\Delta}$ ).

## 2- Moment d'inertie

Considérons un objet composé de plusieurs points solidaires  $i$  de masse  $m_i$ . Cet objet tourne autour d'un axe  $\Delta$ , et la distance de  $i$  à  $\Delta$  est  $r_i$ . On définit alors le moment d'inertie  $M_{i/\Delta}$  par rapport à l'axe  $\Delta$  par :  $M_{i/\Delta} = \sum_i r_i^2 \cdot m_i$

## 3- Moment cinétique

En physique, le moment angulaire ou moment cinétique est la grandeur physique qui joue un rôle analogue à la quantité de mouvement dans le cas des rotations. Comme le moment angulaire est dépendant du choix de l'origine il faut toujours spécifier cette origine et ne jamais combiner des moments angulaires ayant des origines différentes.



Si une particule de masse  $m$  décrit un cercle de rayon  $r$  à une vitesse de norme constante  $v$ , alors son moment cinétique  $L$  vaut :  $L = r \cdot m \cdot v$ .

Dans le cas général, si  $\vec{r}$  est le vecteur normal à l'axe de rotation et reliant cet axe au point matériel, et si  $\vec{P}$  est la quantité de mouvement (ou impulsion) du point matériel, alors

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{P}$$

#### 4- Utilisation des moments (théorème du moment cinétique)

En mécanique dynamique, on peut montrer que le moment des forces est la dérivée du moment cinétique par rapport au temps :

$$\vec{M}_{\vec{r}/\Delta} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Ceci est l'équivalent du principe fondamental de la dynamique (deuxième loi de Newton) en rotation.

On peut aussi montrer que si  $\vec{\omega}$  est le vecteur vitesse angulaire, c'est-à-dire le vecteur

- o colinéaire à l'axe de rotation  $\Delta$ ,
- o dont la norme est la vitesse angulaire
- o et orienté le que l'orientation positive d'un plan normal correspond au sens de rotation),

alors :

$$\vec{L} = M_{//\Delta} \cdot \vec{\omega}$$

$$\vec{L}_{\text{Système}} = C^{te} \Leftrightarrow \sum \tau_{\text{Externe}} = 0$$

où  $\tau_{\text{Externe}}$  représente le couple externe appliqué au système.

#### 5- Moment magnétique

En physique, le moment magnétique d'un objet, ou couple magnétique, est un vecteur qui relie le moment subi par un objet dans un champ magnétique et le champ vectoriel lui-même. La relation est donnée par :  $\tau = \mu \times B$

$\tau$  : le moment (ou couple), mesuré en N.m

$\mu$  : est le moment magnétique, mesuré en A.m<sup>2</sup>

$B$  : est le champ magnétique, mesuré en N.A<sup>-1</sup>.m<sup>-1</sup>

## 6- Centre d'inertie (centre de masse)

En mécanique, le centre d'inertie, ou centre de gravité, d'un corps correspond au barycentre des particules qui composent le corps en question ; chaque particule étant pondérée par sa masse propre. C'est donc le point par rapport auquel la masse est uniformément répartie. C'est aussi l'unique point d'un corps sur lequel une force ponctuelle peut être appliquée sans générer de mouvement de rotation.

Dans le cas d'un corps continu  $C$ , on emploie comme fonction de pondération la masse volumique  $\rho$  du corps. Dans ce cas, la position du centre de gravité  $G$  est défini par la relation suivante (O étant un point quelconque de l'espace) :

$$O\vec{G} = \frac{\int_C \rho(M) \cdot O\vec{M} \cdot dV}{\int_C \rho(M) \cdot dV}$$

## 7- Vitesse orbitale

La vitesse orbitale d'un corps céleste, le plus souvent une planète, un satellite naturel, un satellite artificiel ou une étoile binaire, est la vitesse à laquelle il orbite autour du barycentre d'un système à deux corps, soit donc le plus souvent autour d'un corps plus massif.

La vitesse orbitale instantanée peut être déterminée par la seconde loi de Kepler, à savoir qu'en une durée déterminée, le segment de droite reliant le barycentre au corps décrit une surface constante, quelle que soit la portion de l'orbite que le corps parcourt pendant cette durée. En conséquence, le corps va plus vite près de son périastre que de son apoastre.

La vitesse orbitale moyenne est déterminée soit en connaissant sa période orbitale et le demi grand axe de son orbite, soit à partir des masses des deux corps et du demi grand axe :

$$\omega_0 = \frac{2\pi a}{T}$$
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{MG}{r}}$$

où

$\omega_0$  : vitesse orbitale moyenne.

$A$  : longueur du demi grand axe

$T$  : la période orbitale.

$M$  : la masse du corps autour duquel orbite celui dont on veut calculer la vitesse

$G$  : la constante gravitationnelle.



Il faut noter cependant que ceci n'est qu'une approximation qui est vérifiée quand la masse du corps orbitant est considérablement plus faible que celle du corps central.

Dans le cas où la masse du corps orbitant n'est pas négligeable devant celle de l'autre corps,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{m_2^2 G}{(m_1 + m_2)r}}$$

Où

$m_1$  : masse du corps considéré.

$m_2$  : celle de l'autre corps

$r$  : rayon entre les deux corps.

Il s'agit néanmoins là du cas particulier où les orbites des deux corps sont circulaires et non elliptiques.

## 8- Vitesse angulaire

En physique, et plus spécifiquement en mécanique, la vitesse angulaire  $\Omega$ , aussi appelée fréquence angulaire, est une mesure de la vitesse de rotation.

Elle est presque toujours donnée en radians par seconde, ou plus simplement en  $s^{-1}$  puisque les radians sont adimensionnels.

Une révolution complète est égale à  $2\pi$  radians, donc:

$$\Omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

où

$T$  : la période

$f$  : la fréquence.

On utilise parfois un vecteur vitesse angulaire  $\vec{\Omega}$ .

Il s'agit du vecteur :

- normal au plan de rotation,
- orienté de sorte que le mouvement se fasse dans le sens positif.
- et dont la norme vaut  $\Omega$ .

## 9- Angles d'Euler

Le mouvement d'un solide par rapport à un référentiel fait intervenir 6 coordonnées, qui sont, par exemple, les trois coordonnées décrivant la position de son centre de masse (ou d'un point quelconque du solide) et trois angles, nommés les angles d'Euler, cf. le schéma ci-contre. Les angles d'Euler peuvent aussi servir à représenter l'orientation d'un solide par rapport à un repère ; on peut les voir comme une généralisation des coordonnées sphériques.





## ANNEXE D : Quelques notions de stabilité

### 1-La stabilité au sens de Lypunov

La stabilité au sens de Lypunov est une traduction mathématique d'une constatation élémentaire : si l'énergie totale d'un système se dissipe continuellement (c'est-à-dire décroît avec le temps) alors ce système (qu'il soit linéaire ou non, stationnaire ou non) tend à se ramener à un état d'équilibre (il est stable). La *méthode directe* cherche donc à générer une fonction scalaire de type énergétique qui admet une dérivée temporelle négative.

**Théorème 1.1** (Stabilité locale) L'état d'équilibre  $x_e = 0$  est stable si il existe une fonction continuellement dérivable  $U(x)$  telle que :

$$-U(0) = 0 \quad (1)$$

$$-U(x) > 0 \quad \forall x \neq 0, x \in \Omega \quad (2)$$

$$-\dot{U}(x) \leq 0 \quad \forall x \neq 0, x \in \Omega \quad (3)$$

Où  $\dot{U}$  est la dérivée de  $U$  par rapport au temps et  $\Omega$  est une région autour de 0. Si de plus (3) est remplacée par  $U(x) < 0$  lors l'état d'équilibre est asymptotiquement stable.

La fonction  $U$  est appelée fonction de Lyapounov

Ce théorème est une condition suffisante de stabilité mais ne permet pas de guider l'utilisateur dans le choix de la fonction de Lyapounov et ne permet pas de conclure si on ne trouve pas une telle fonction.

**Théorème 1.2** (Stabilité globale) L'état d'équilibre  $x_e = 0$  est *globalement asymptotiquement stable* si il existe une fonction continuellement dérivable  $U(x)$  telle que :

$$-U(0) = 0,$$

$$-U(x) > 0 \quad \forall x \neq 0, x \in \Omega$$

$$-\dot{U}(x) \leq 0 \quad \forall x \neq 0, x \in \Omega$$

$$- U \rightarrow -\infty \quad \text{quand} \quad \|x\| \rightarrow \infty$$

### 2-La stabilité pour un stellite

Stabiliser un satellite c'est étudier les mouvement  $p, q, r$  lorsque le couple qui lui est appliqué disparaît.

Si  $p, q, r$  tendent vers zéros le système satellite est dit stable.

## Résumé

Ce projet de fin d'études porte sur la modélisation et la commande du mouvement des satellites. Après un bref aperçu sur les satellites artificiels et les technologies utilisées dans le domaine aérospatiale, différents modèles ont été proposés selon le type d'actionneurs utilisés (roues, actionneurs gyroscopiques, magnétocoupleurs); ainsi que 2 types de commandes appliquées sur ces derniers: une commande par mode glissant qui est une commande robuste utilisée pour des microsatellites soumis à un couple perturbateur non négligeable en orbite basse utilisant des magnéto-coupleurs, et une commande adaptative directe appliquée au modèle non linéaire à base d'actionneurs gyroscopiques généralement en orbite géostationnaire, là où nous avons besoin de plus de précision et où le couple gradient gravité est négligeable. Des simulations ont été proposées afin d'appuyer les résultats énoncés.

**Mots clés :** modélisation du mouvement satellite, roue, actionneurs gyroscopiques, magnéto-coupleurs, commande par modes glissants, orbite basse, commande adaptative, orbite géostationnaire.

## Abstract

This work relates to the modelling and the control of the movement of satellites. After a short outline on the artificial satellites and the technologies used in aerospace, various models were proposed according to the type of actuators used (gyroscopic wheels, actuators, magneto-couplers); that 2 type of control were applied to the latter: a control by sliding mode which is a robust control used for micro-satellites subjected to a considerable disturbing couple in low orbit using the magneto-couplers, and a direct adaptive control applied to the nonlinear model based on gyroscopic actuators generally in geostationary orbit, where we need more than precision and where couples of gravity is negligible. Simulations were proposed at the end to support the stated results.

**Key words:** modelling of the satellite movement, wheels, gyroscopic actuators, magneto-couplers, control by sliding mode, low orbit, adaptive control, geostationary orbit

## ملخص:

يرتبط هذا العمل بالتحكم في حركة القمر الصناعي. اقترحت بعد مقدمة قصيرة على القمر الصناعي والتكنولوجيات المستخدمة في الفضائية، حيث نحصل على نماذج مختلفة و ذلك وفق نوع المشغلات المستخدمة، أن طريقتين طبقت للتحكم: تحكم بأسلوب ينزلق أين يعرض القمر الصناعي إلى قوة مضادة كبيرة وذلك في مدار منخفض بالطريقة مباشرة يطبق إلى النموذج لاخطي يؤسس على مشغلات جيروسكوبية عموماً في مدار جوستايشنري، حيث نحن نحتاج أكثر من دقة وحيث أزواج الجاذبية يكونوا تافهة.

الكلمات الرئيسية:

نماذج القمر الصناعي، مشغلات، مدار منخفض، مدار جوستايشنري، مشغلات جيروسكوبية، تحكم بأسلوب ينزلق، الطريقة مباشرة.