

10/04

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la recherche Scientifique  
Ecole Nationale Polytechnique



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

Département de Génie Electrique  
Projet de Fin d'Etudes

En vue de l'Obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat en

AUTOMATIQUE

Synthèses d'observateurs d'état décentralisés non  
linéaires par la méthode de Lyapunov et mode de  
glissement des systèmes interconnectés:  
Application à un réseau électrique multimachines

Proposé et Dirigé par

- ❖ D.Boukhetala
- ❖ F.Boudjema

Réalisé par:

- ❖ CHAIB-EDDOUR Boudjellah

Année Universitaire 2003-2004

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la recherche Scientifique  
**Ecole Nationale Polytechnique**



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

**Département de Génie Electrique**  
**Projet de Fin d'Etudes**

En vue de l'Obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat en

**AUTOMATIQUE**

Synthèses d'observateurs d'état décentralisés non  
linéaires par la méthode de Lyapunov et mode de  
glissement des systèmes interconnectés:  
Application à un réseau électrique multimachines

**Proposé et Dirigé par**

❖ **D.Boukhetala**

❖ **F.Boudjema**

**Réalisé par:**

❖ **CHAIB-EDDOUR Boudjellah**

**Année Universitaire 2003-2004**

## **Remerciements**

*Le travail présenté dans le cadre de cette thèse a été réalisé au laboratoire de commande des processus L.C.P de L'Ecole Nationale Polytechnique.*

*J'exprime ma profonde gratitude à messieurs D.Boukhetala et F.Boudjema professeurs à l'ENP pour avoir assumé la lourde responsabilité de m'encadrer, m'orienter et de me conseiller tout au long de la réalisation de ce travail ainsi pour la confiance qu'ils m'ont accordé.*

*Je remercie chaleureusement les autres membres du jury pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'être rapporteurs de ma thèse.*

*Je tiens à remercier tous mes enseignants du primaire, secondaire, à l'université de CHLEF et à l'ENP.*

*Un grand merci à mes collègues d'AUTOMATIQUE pour leurs aides et soutiens.*

*Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail :*

*A ceux qui mon cœur n'a éprouvé qu'amour et reconnaissance, a ceux qui ont  
donnés un sens à mon existence en m'offrant une éducation digne de confiance,  
a ceux qui je ne pourrais jamais assez remercier,  
Mes parents*

*A tous mes frères et particulièrement a BOUABDELLAH et FAYÇAL.*

*A ma grand-mère, a mon oncle KHALI M'HAMED, ça femme et ces enfants  
pour leurs soutiens physique et morale durant toutes les années d'étude,*

*A toute la famille, A tous les voisins,*

*A mon amis Mustapha,*

*A tous mes amis de Boukadir, de l'université de Chlef, de l'ENP et de la  
résidence universitaire Bouraoui Amar.*

## SOMMAIRE

### INTRODUCTION GENERALE

1

### CHAPITRE I

#### Réseau Electrique Modélisation et Stabilité

I.1 Introduction	3
I.2 Présentation générale	4
I.3 Modélisation	4
I.3.1 Générateurs	5
I.3.2 Modèle de la partie mécanique	5
I.3.3 Modèle de la partie électrique	6
I.3.3.1 Principe de la transformation de Park	6
I.3.3.2 Equations électrique de la machine	7
I.3.3.3 Hypothèses simplificatrices	8
I.3.3.4 Modèle Electrique	9
I.3.4 Lignes de transmissions	11
I.3.4.1 Le repère D-Q	11
I.3.4.2 Calcul de la matrice d'admittance	13
I.3.4.3 Calcul de la matrice réduite	13
I.3.4.4 Calcul des courants	14
I.3.5 Modélisation dans l'espace d'état	15
I.4 Stabilité des réseaux électriques	16
I.4.1 Introduction	16
I.4.2 Stabilité statique, stabilité dynamique	17
I.4.2.1 Stabilité statique	17
I.4.2.2 Stabilité dynamique	17
I.4.3 Stabilité transitoire	17
I.5 Simulation	18
I.6 Conclusion	21

### CHAPITRE II

#### Observabilité et Observateurs des Systèmes non Linéaires

II.1 Introduction	22
II.2 Observabilité des systèmes linéaires	24
II.3 Observabilité des systèmes non linéaires	25
II.4 Sur le rôle des entrées dans l'observabilité	28
II.5 Observabilité uniforme	29
II.6 Observabilité complète	31
II.7 Entrées régulièrement persistantes	31
II.8 Formes canoniques d'observabilité pour les systèmes non linéaires	32
II.8.1 Cas général	32
II.8.2 Systèmes mono sortie sans commande	35
II.8.3 Systèmes multi sorties sans commande	35
II.9 Observateurs	36
II.9.1 Observateurs des systèmes linéaires	37

II.9.2	Observateurs des systèmes non linéaires	38
II.9.2.1	Observateur à dynamique d'erreur linéaire	38
II.9.2.2	Observateurs à mode glissants	39
II.9.2.3	Observateur à grands gains	41
II.9.2.4	Observateur par minimisation en ligne	45
II.9.2.5	Observateur par dérivation numérique	46
II.9.2.6	Observateur par la méthode de Lyapunov	47
II.10	Stabilisation des systèmes non linéaires par retour d'état estimé	51
II.11	Stabilisation semi globale par retour de sortie	53
II.12	Conclusion	56

### CHAPITRE III

#### Observateurs décentralisés des systèmes non linéaires

III.1	Introduction	57
III.2	Observateurs décentralisés pour les systèmes multivariables	57
III.2.1	Observateur non linéaire décentralisé	58
III.2.2	Détermination des sous-systèmes observables	59
III.2.3	Détermination des connexions appropriées entre les sous-systèmes	60
III.2.4	Définition de la forme triangulaire générale	62
III.2.5	Synthèse d'observateur décentralisé pour les systèmes à forme triangulaire	63
III.2.6	Transformation d'état	64
III.2.6.1	Transformation du système à la forme triangulaire	64
III.2.6.2	Transformation du système à la forme en bloc triangulaire normale	65
III.3	Les systèmes interconnectés	66
III.1	Incertitudes linéaires	67
III.2	Incertitudes non linéaires	67
III.4	Observateurs décentralisés pour les systèmes interconnectés	68
III.4.1	Cas d'un système linéaire	68
III.4.2	Cas d'un système non linéaire	69
III.5	Conclusion	69

### CHAPITRE IV

#### Application des Observateurs Non Linéaires Décentralisés au Réseau Electrique

IV.1	Introduction	70
IV.2	Modèle du réseau électrique multi machines	71
IV.3	Observateur décentralisé pour le modèle multivariables	72
IV.3.1	Observateur non linéaire par la méthode de Lyapunov	72
IV.3.1.1	Résultats de simulation	76
IV.3.2	Observateur non linéaire par mode de glissement	80
IV.3.2.1	Résultats de simulation	83
IV.4	Observateur décentralisé pour le modèle interconnectés	87
IV.4.1	Observateur décentralisé par la méthode de Lyapunov	88
IV.4.1.1	Résultats de simulation	88

IV.4.2 Observateur décentralisé par mode de glissement	93
IV.4.2.1 Résultats de simulation	93
IV.5 Conclusion	98
<b>CONCLUSION GENERALE</b>	100
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b>	101
<b>ANNEXE</b>	103

## INTRODUCTION GENERALE

Les systèmes complexes peuvent être décomposés en plusieurs sous-systèmes interconnectés et géographiquement éloignés. Cette décomposition géographique engendre des problèmes de coût et de fiabilité dans l'échange d'information entre les sous-systèmes. A cause des contraintes pratiques, les systèmes à large échelle doivent être contrôlés par des techniques de la commande décentralisée, c'est-à-dire que les commandes sont basées sur les mesures locales.

Dans les systèmes donnés par une représentation d'état, les variables d'états peuvent ne pas être mesurables, par manque de capteurs ou par manque de sens physique de ces variables. Cependant une reconstruction du vecteur d'état, en utilisant un observateur d'état devient nécessaire. La théorie et l'application des observateurs d'état ont fait l'objet de plusieurs travaux pour les systèmes linéaires et non linéaires. Pour les systèmes linéaires, la solution du problème est donnée par Luenberger. Pour les systèmes non linéaires, il n'existe pas un observateur qui s'applique à tous systèmes, alors plusieurs types d'observateurs sont apparus. Mais ces travaux restent dans leurs majorité consacrer aux systèmes multivariables.

Dans la présente étude, on s'intéressera à la reconstruction du vecteur d'état par des observateurs non linéaires décentralisés pour les systèmes interconnectés. Pour cela, on a utilisé deux types d'observateurs non linéaires à titre de comparaison. Le premier est calculé par la méthode de Lyapunov, le deuxième par mode de glissement. Dont l'application sera faite sur un réseau électrique multimachines.

Le réseau électrique est un système composé de plusieurs machines (générateurs) plus des lignes de transmissions qui servent à transporter l'énergie électrique vers les consommateurs. Le modèle mathématique d'un réseau électrique est non linéaire et fortement interconnecté.

Initialement, nous avons synthétisé des observateurs décentralisés en considérons le réseau électrique comme un système multivariables, c'est-à-dire qu'on dispose de toutes les

sorties du système. Puis, nous avons synthétisé des observateurs décentralisés pour le cas réel, c'est-à-dire que qu'on dispose dans chaque sous-système seul la sortie locale.

Une étude de la robustesse des observateurs synthétisés est effectuée par l'introduction de deux défauts dans le réseau électrique. Le premier est un court-circuit triphasé, le deuxième est une augmentation de la puissance mécanique.

Le présent mémoire se divise en quatre chapitres

Le chapitre I est consacré à la modélisation du réseau électrique multimachines, ainsi qu'à la stabilité de ce dernier.

Le chapitre II contient une revue des définitions concernant l'observabilité des systèmes linéaires et non linéaires, la synthèse des observateurs linéaires et non linéaires ainsi que quelques résultats importants sur la stabilité des systèmes non linéaires bouclés avec observateur.

Le chapitre III traite le problème de la décentralisation des observateurs non linéaires. La forme triangulaire adaptée à ce problème pour les systèmes multivariables est présentée. Puis, une solution du problème des observateurs décentralisés pour les systèmes interconnectés est proposée.

Le chapitre IV contient la méthode de calcul des observateurs non linéaires utilisés dans ce mémoire. Les résultats de simulation traduits par les erreurs d'observations des variables d'états et des variables algébriques sont présentés. Ainsi que des comparaisons entre les observateurs par la méthode de Lyapunov et par mode de glissement, ensuite entre les observateurs décentralisés pour les systèmes multivariables et pour les systèmes interconnectés sont présentées.

# CHAPITRE I

*Réseau Electrique*

*Modélisation et Stabilité*

# CHAPITRE I

## Réseau Electrique

### Modélisation et Stabilité

#### I.1 Introduction

Le réseau d'énergie électrique est un système dynamique composé dans la plus part des cas de plusieurs sous-systèmes fortement interconnectés et géographiquement éloignés. Chaque sous-système est décrit par un modèle mathématique complexe. Donc le modèle complet d'un réseau électrique est généralement caractérisé par une dimension élevée. Les éléments constituant un réseau d'énergie électrique sont en général: [5] [8]

- Station de génération de la puissance électrique.
- Station de transformation ou de distribution de l'énergie électrique.
- Les consommateurs (charges) utilisant la puissance électrique dans leurs champs de travail.
- Les lignes de transmission, qui acheminent l'énergie électrique vers les consommateurs.

Alors le réseau électrique exige la nécessité d'un traitement délicat et compliqué aussi bien sur le plan de planification que sur celui de l'optimisation de la commande et de l'observation.

Dans ce chapitre, nous allons présenter une modélisation du réseau électrique en commençant par une description succincte de ses différents composants. Un modèle non linéaire assez complet est élaboré. [8]

## I.2 Présentation générale

La figure (I.1) montre un réseau électrique multi-machines. Les générateurs sont présentés par des tensions et des impédances, connectés aux lignes de transmission par les nœuds dits nœuds générateurs. Les charges, quant à elles, sont présentées par des impédances (cas des charges statiques ou variant peu). Celles-ci sont connectées aux lignes de transmission via les nœuds dits nœuds charges.

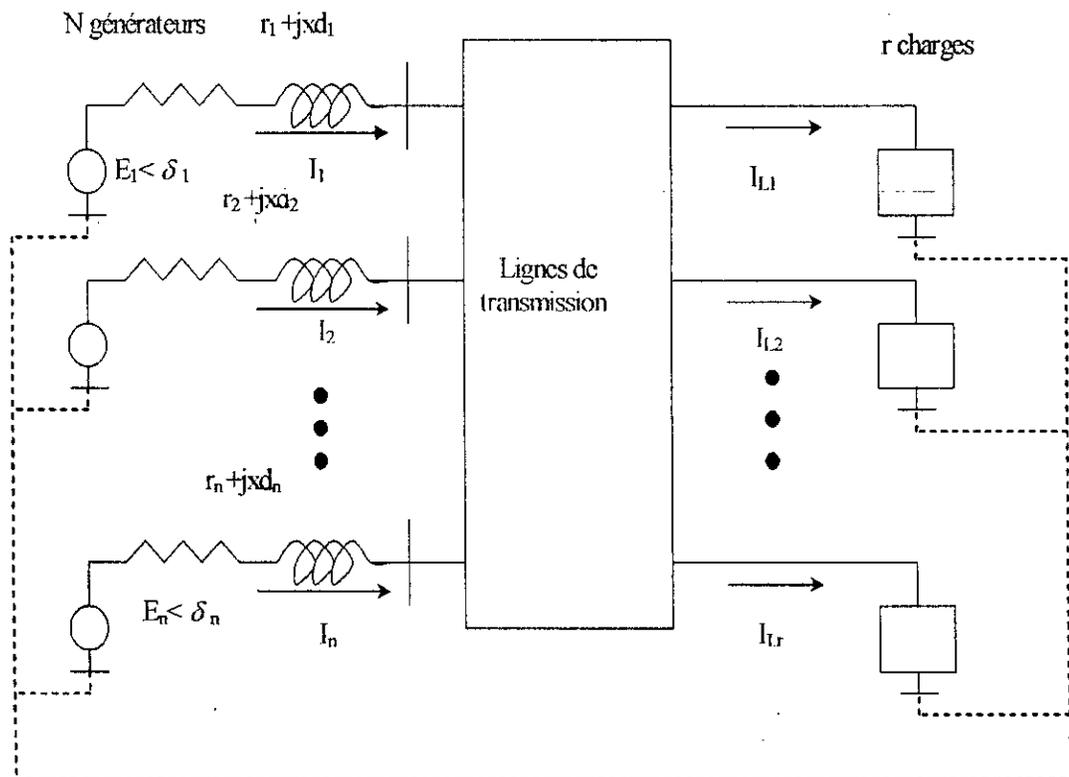


Fig.I.1 Schéma représentatif d'un réseaux électrique multi-machine

## I.3 Modélisation

Dans cette section, nous allons présenter la modélisation des éléments qui constituent les réseaux électriques, à savoir, les générateurs, les lignes de transmission et les charges. [5]

### I.3.1 Générateurs

Les générateurs, sont des machines synchrones utilisées pour la génération du courant à partir de la puissance mécanique fournie par des turbines ou d'autres dispositifs. Les générateurs sont constitués de deux parties, une partie statique dite stator et une autre partie tournante dite rotor. Celles-ci sont équipées de bobines bien placées utilisées pour la génération d'un courant électrique de forte puissance à partir d'un champs magnétique et d'une puissance mécanique fournie.

### I.3.2 Modèle de la partie mécanique

Les équations mécaniques de la machine synchrone sont bien déterminées. Pour les obtenir; on considère les deux hypothèses suivantes.

- La vitesse du rotor de la machine ne varie pas trop par rapport à celle du synchronisme.
- La puissance mécanique reste constante sans l'action du gouverneur.

La première hypothèse permet d'égaliser la puissance mécanique et le couple en grandeurs relatives. Les courants induits dans les bobines du rotor génèrent un couple qui s'oppose au mouvement relatif du rotor par rapport à la vitesse de synchronisme. De ces hypothèses, nous pouvons formuler les deux équations différentielles du premier ordre suivantes.

$$\begin{cases} \dot{\delta} = \omega - \omega_0 \\ \dot{\omega} = \frac{\omega_0}{2H} (P_m - P_e) - \frac{D}{2H} (\omega - \omega_0) \end{cases} \quad (I.1)$$

avec:

$\delta$ : L'angle électrique.

$\omega$ : Vitesse instantanée.

$\omega_0$ : Vitesse de synchronisme.

H: constante d'inertie.

D: Coefficient d'amortissement.

$P_m$  : Puissance mécanique.

$P_e$  : Puissance électrique générée.

### 1.3.3 Modèle de la partie électrique

Le modèle de la partie électrique est trop compliqué à établir à cause de la distribution des effets magnétiques dans l'espace et dans le temps. Ceci est dû, à la fois, à la rotation du rotor et à la géométrie des bobines et leurs emplacements dans la machine.

#### 1.3.3.1 Principe de la transformation de Park

La transformation de Park, ou transformation des deux axes, pour les machines synchrones non saturées, permet de représenter chaque machine par une machine équivalente bipolaire de type unique pour toutes les machines aussi bien à pôles lisses qu'à pôles saillants. Les trois enroulements fixes a, b et c du stator (figure I.2) sont remplacés par deux enroulements équivalents d et q tournants à la même vitesse que le rotor et ayant pour axes magnétiques respectivement l'axe direct et l'axe en quadrature. [5] [8]

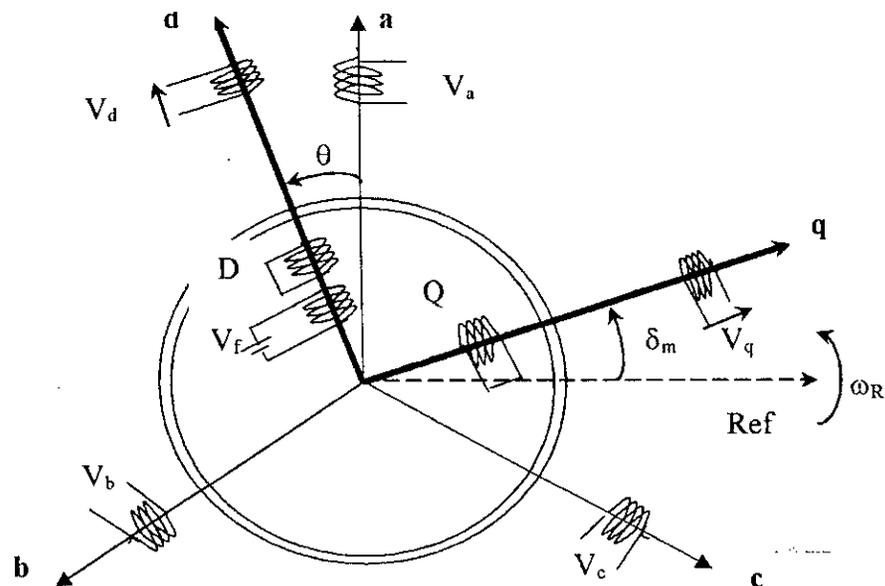


Fig. I.2 Représentation de la machine synchrone avec la transformation de Park.

La machines synchrones comporte en plus des trois enroulements a, b et c, un enroulement d'excitation noté f dont l'axe magnétique et l'axe direct. Par ailleurs, il existe autres enroulements notés D et Q situés respectivement sur l'axe direct et l'axe en quadrature,

ces deux enroulements sont appelés enroulements amortisseurs et ils sont tout le temps court-circuités (figure 1.2).

La matrice de transformation de Park s'écrit:

$$[P(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin\theta & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

C'est une transformation orthogonale. En effet, l'inverse de la matrice P est identique à sa transposée (i.e:  $P^{-1} = P^t$ ). Avec cette transformation la puissance électrique est invariante.

### 1.3.3.2 Equations électrique de la machine

La transformation de Park étant appliquée à la machine synchrone, les équations qui expriment les flux dans les différents enroulements de la machine sont donnés par les relations suivantes [5] [8]:

$$\begin{cases} V_d = -r \cdot I_d - \omega \phi_q - \frac{d\phi_d}{dt} \\ V_q = -r \cdot I_q + \omega \phi_d - \frac{d\phi_q}{dt} \\ V_f = r_f \cdot I_f + \frac{d\phi_f}{dt} \\ 0 = r_D \cdot I_D + \frac{d\phi_D}{dt} \\ 0 = r_Q \cdot I_Q + \frac{d\phi_Q}{dt} \end{cases} \quad (1.3)$$

avec:

$V_d, V_q, V_f$ : respectivement les tensions aux bornes des enroulements d, q et f.

$\phi_d, \phi_q, \phi_f, \phi_D, \phi_Q$ : les flux dans les enroulements d, q, f, D et Q.

$I_d, I_q, I_f, I_D, I_Q$ : représente respectivement les courants dans les enroulements d, q, f, D et Q.

Les équations qui expriment les flux dans les différents enroulements de la machine peuvent être données par la forme matricielle suivante:

$$\begin{pmatrix} \phi_d \\ \phi_q \\ \phi_f \\ \phi_D \\ \phi_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_d & 0 & kM_f & kM_D & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & kM_Q \\ kM_f & 0 & L_f & kM_R & 0 \\ kM_D & 0 & kM_R & L_D & 0 \\ 0 & kM_Q & 0 & 0 & L_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \\ I_f \\ I_D \\ I_Q \end{pmatrix} \quad (I.4)$$

$L_d, L_q, L_f, L_D, L_Q$ : représentent respectivement les inductances propres des enroulements d, q, f, D et Q.

$M_d$  : inductance mutuelle entre les enroulements statoriques et les enroulements de l'axe direct.

$M_q$  : inductance mutuelle entre les enroulements statoriques et les enroulements de l'axe en quadrature.

### 1.3.3.3 Hypothèses simplificatrices [5] [8]

Afin de donner le modèle simplifié du générateur, les hypothèses suivantes seront considérées.

- La vitesse du rotor est toujours proche de celle du synchronisme de telle manière qu'elle puisse être considérée comme constante.
- Toutes les inductances utilisées sont indépendantes des courants.
- Les inductances des bobines de la machine peuvent être présentées par des constantes ou des harmoniques sinusoïdales de l'angle du rotor.
- Les bobines distribuées peuvent être considérées comme concentrées.
- Pas de pertes dues à l'hystérésis.
- Les réactances mutuelles existent seulement au niveau du rotor.
- La saturation du circuit magnétique est négligée.
- La résistance statorique est négligeable.
- L'effet des amortisseurs est négligé

### I.3.3.4 Modèle électrique [5] [8] [4]

Nous allons faire un changement de variables qui nous permet d'obtenir les équations électriques de la machine. Ce changement de variables va ramener toutes les grandeurs électriques du rotor au stator.

$$E_{q'} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \omega_0 \frac{kM_f}{L_f} \right) \phi_f \quad (I.5)$$

$$E = \frac{1}{\sqrt{3}} (\omega_0 kM_f) i_f \quad (I.6)$$

$$E_{fd} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \omega_0 \frac{kM_f}{r_f} \right) v_f \quad (I.7)$$

où:

$E_{q'}$ : La f.e.m transitoire d'axe directe.

$E$ : La f.e.m transitoire à vide.

$E_{fd}$ : La f.e.m d'excitation.

Sous les hypothèses citées ci-dessus, la tension terminale de la machine synchrone s'écrit, pour la composante directe:

$$V_d = x_d I_q \quad (I.8)$$

et pour la composante en quadrature:

$$V_q = E_{q'} - x_d' I_d \quad (I.9)$$

En notation complexe, la tension terminale aux bornes de la machine, dans le repère (d, q) s'écrit sous la forme :

$$\bar{V}_t = V_q + jV_d \quad (I.10)$$

où:

$$\bar{V}_t = V \angle \delta_t \quad (I.11)$$

avec:

$$V = \sqrt{(V_d^2 + V_q^2)} \quad (I.12)$$

De même manière, pour le courant dans le stator:

$$\bar{I} = I_q + jI_d \quad (I.13)$$

où:

$$\bar{I}_t = I \angle \delta_t \quad (I.14)$$

$V_d$ : composante de la tension terminal sur l'axe d.

$V_q$ : composante de la tension terminal sur l'axe q.

$I_d$ : composante du courant sur l'axe d.

$I_q$ : composante du courant sur l'axe q.

$x_d'$ : réactance transitoire sur l'axe d.

Ainsi l'expression complexe de la tension terminale devient:

$$\bar{V}_t = E_q' - jx_d' \bar{I} + j(x_q - x_d') I_q \quad (I.15)$$

La représentation de Fresnel correspondante est donnée par la figure.

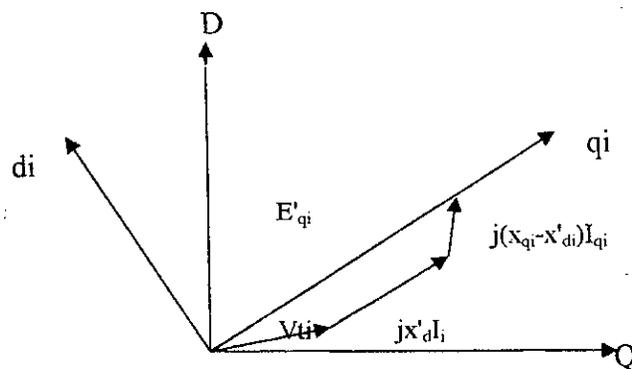


Figure I.3: Diagramme des phases de la machine synchrone

Dans le modèle dynamique de la partie électrique de la machine, nous pouvons prendre plusieurs choix, suivant la considération des régimes transitoires, et aussi les axes d et q dans ce qui suit nous allons considérer seulement l'axe d et le régime transitoire. Ce choix réduit le nombre d'équations différentielles de la partie électrique à une seule équation.

$$\dot{E}_q' = \frac{1}{T_{do}} (E_{fd} - E_q' + (x_d - x_d') I_d) \quad (I.16)$$

avec

$E_{fd}$  : La f.e.m d'excitation.

$E_q'$  : La f.e.m-transitoire.

$x_d$  : réactance sur l'axe d.

Pour la puissance électrique développée, nous avons plusieurs formules et celle correspondante à notre choix est la suivante.

$$P_{ei} = E_q' I_{qi} \quad (I.17)$$

### 1.3.4 Lignes de transmissions

#### 1.3.4.1 Le repère D-Q

Dans un réseau électriques multi-machines, les générateurs sont interconnectés via un réseau de lignes de transmission. Afin d'établir les expressions des courants générés, la modélisation de ceux-ci doit être ramené à un repère D-Q lié au mouvement de l'ensemble des machines qui tournent à la vitesse de synchronisme. [6]

Soit  $A_i$  une grandeur dans le repère (d-q)<sub>i</sub>, nous pouvons écrire

$$\bar{A}_i = \bar{A}_{dqi} = A_{qi} + jA_{di} \quad (I.18)$$

Cette même grandeur dans le repère D-Q, peut être écrite comme suit:

$$\bar{A}_i = \bar{A}_{DQi} = A_{Qi} + jA_{Di} \quad (I.19)$$

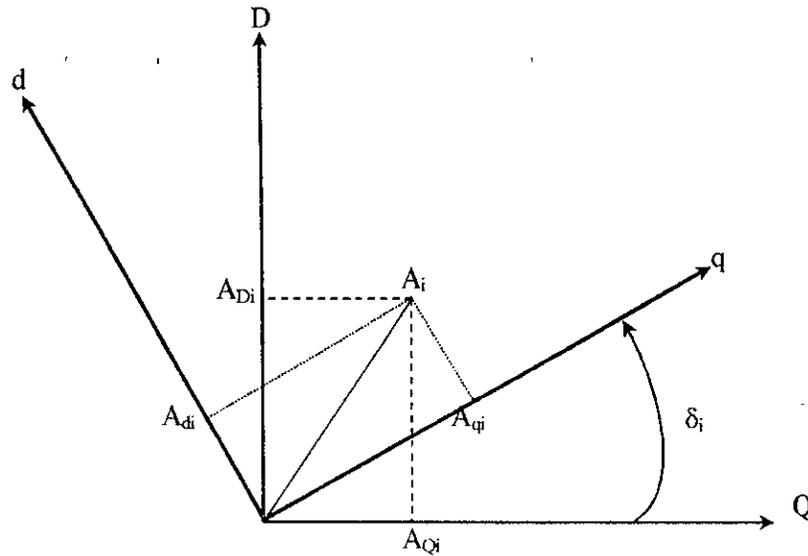


Fig.I.4 Les repères (d-q) et (D-Q).

La figure (I.4) montre que l'on peut écrire

$$\bar{A}_i = A_{Qi} + jA_{Di} = (A_{qi} \cos \delta_i - A_{di} \sin \delta_i) + j(A_{di} \cos \delta_i + A_{qi} \sin \delta_i) \quad (I.20)$$

Pour chaque machine nous avons donc

$$\bar{A}_{DQi} = A_{dqi} \angle \delta_i \quad (I.21)$$

L'application de cette transformation aux différents repères (d-q) conduit à la transformation linéaire de la matrice [T] défini par :

$$[\bar{A}_{DQ}] = [T][\bar{A}_{dq}] \quad (I.22)$$

avec

$$[\bar{A}_{dq}] = [\bar{A}_{dq1} \dots \bar{A}_{dqn}] \quad (I.23)$$

et

$$[T] = [T_{ij}] \quad (I.24)$$

telle que

$$\begin{cases} T_{ii} = e^{j\delta_i} \\ T_{ij} = 0, \text{ pour } i \neq j \end{cases} \quad (I.25)$$

### I.3.4.2 Calcul de la matrice d'admittance

La matrice d'admittance  $[\bar{Y}]$  est calculée suivant les étapes suivantes.

- Les impédances (admittances) équivalentes aux charges sont connectées entre les nœuds de charge et le nœud de référence.
- Des nœuds additionnels sont ajoutés pour les tensions internes des générateurs.
- Les inductances transitoires des générateurs sont connectées entre ces nœuds additionnels et les nœuds terminaux des générateurs.
- Toutes les impédances sont converties en admittances.
- Les éléments de la matrice  $[\bar{Y}]$  seront calculés comme suit:
  - ❖  $Y_{ii}$  est la somme de toutes les admittances connectées au nœud  $i$ , avec:

$$Y_{ii} = G_{ii} + j B_{ii}$$

- ❖  $Y_{ij}$  est la somme des admittances qui lient le nœud  $i$  et le nœud  $j$ , avec:

$$Y_{ij} = G_{ij} + j B_{ij}$$

### I.3.4.3 Calcul de la matrice réduite [6]

Soit le réseau électrique multi machines comportant  $n$  nœuds liés aux générateurs et  $m$  nœuds liés aux charges. Les courants électriques, au niveau des nœuds, sont liés aux tensions par la formule suivante:

$$[\bar{I}] = [\bar{Y}][\bar{V}] \quad (I.26)$$

avec

$$[\bar{I}] = \begin{bmatrix} [\bar{I}_G] \\ [\bar{I}_L] \end{bmatrix} \quad (I.27)$$

$$[\bar{Y}] = \begin{bmatrix} Y_{GG} & Y_{GL} \\ Y_{LG} & Y_{LL} \end{bmatrix} \quad (I.28)$$

$$[\bar{V}] = [\bar{V}_G \quad \bar{V}_L] \quad (I.29)$$

Décomposons les vecteurs  $[\bar{I}]$  et  $[\bar{V}]$  en deux sous vecteurs, les premiers sous vecteurs liés aux nœuds des générateurs, notés  $[\bar{I}_G]$ ,  $[\bar{V}_G]$  et les autres liés aux nœuds des charges, notés  $[\bar{I}_L]$  et  $[\bar{V}_L]$ .

Après élimination des nœuds de charge, on pose  $[\bar{I}_L]=0$ . Le système décrit par (I.9) devient alors:

$$[\bar{I}_G] = [\bar{Y}_{GG}][\bar{V}_G] + [\bar{Y}_{GL}][\bar{V}_L] \quad (I.30.a)$$

$$[0] = [\bar{Y}_{LG}][\bar{V}_G] + [\bar{Y}_{LL}][\bar{V}_L] \quad (I.30.b)$$

En tirant l'expression de  $[\bar{V}_L]$  à partir de (I.30.b) et en la substituant dans (I.30.a) nous obtenant l'expression qui lie les courants et les tensions au niveau des nœuds des générateurs.

$$[\bar{I}_G] = [\bar{Y}_G][\bar{V}_G] \quad (I.31)$$

avec

$$[\bar{Y}_G] = [\bar{Y}_{GG}] - [\bar{Y}_{GL}][\bar{Y}_{LL}]^{-1}[\bar{Y}_{LG}] \quad (I.32)$$

#### I.3.4.4 Calcul des courants

De ce qui précède, nous pouvons calculer les courants aux nœuds des générateurs par l'équation matricielle suivante.

$$[\bar{I}_G] = [\bar{Y}_G][\bar{V}_G] \quad (I.33)$$

Le calcul doit être fait dans le repère global (D-Q), puis les résultats seront ramenés aux repères locaux (d-q)<sub>i</sub>. Nous trouvons, pour  $[\bar{v}_G] = [E_q']$  et en négligeant les effets transitoires sur l'axe q, les expressions des composantes d et q des courants au niveau des nœuds des générateurs.

$$I_{qi} = \sum_{j=1}^n E_{qj}' Y_{ij} \cos(\delta_j - \theta_{ij}) \quad i=1, \dots, n \quad (I.34)$$

$$I_{di} = \sum_{j=1}^n E_{qj}' Y_{ij} \sin(\delta_j - \theta_{ij}) \quad i=1, \dots, n \quad (I.35)$$

$$\bar{Y}_{ij} = Y_{ij} e^{j\theta_{ij}} \quad (I.36)$$

En remplaçant  $Y_{ij}$  par ces composant  $G_{ij}$  et  $B_{ij}$ , les expressions des courants deviennent

$$I_{qi} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_{qj}' B_{ij} \sin \delta_{ij} + G_{ii}^{eq} E_{qi}' \quad (I.37)$$

$$I_{di} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_{qj}' B_{ij} \cos \delta_{ij} + G_{ii} E_{qi}' \quad (I.38)$$

La conductibilité dans le réseau équivalent de transfert avait été négligée, ( $G_{ij}=0$ ). Pour expliquer l'équilibre de puissance dans le système la conductance équivalente  $G_{ij}^{eq}$  en (I.37) inclut les pertes de l'énergie qui auraient été présentées dans la conductibilité  $G_{ij}$  de transfert. [8]

### 1.3.5 Modélisation dans l'espace d'état [12] [13]

Soit le réseau d'énergie électrique à  $n$  générateurs. Le modèle non linéaire est le suivant:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_i = \omega_i - \omega_0 \\ \dot{\omega}_i = \frac{\omega_0}{2H_i} (P_{mi} - P_{ei}) - \frac{D_i}{2H_i} (\omega_i - \omega_0) \\ \dot{E}_{qi}' = \frac{1}{T_{do i}} (E_{fdi} - E_{qi}' + (x_{di} - x_{di}') I_{di}) \end{cases} \quad (I.39)$$

avec :

$i$  : l'indice indiquant le générateur  $i$ .

$\delta_i$  : angle du rotor.

$\Delta\omega_i = (\omega_i - \omega_0)$  : la vitesse de déviation.

$H_i$  : constante d'inertie des masses tournantes.

$D_i$  : coefficient d'amortissement.

$E_{qi}'$  : f.e.m transitoire en quadrature.

$E_{fdi}$  : tension d'excitation.

$T_{doi}$  : constante de temps transitoire d'ouverture de circuit

$P_{ei}$  : puissance électrique.

$P_{mi}$  : puissance mécanique.

$\omega_0$  : vitesse de synchronisme.

$$I_{qi} = \sum_{j=1}^n E_{qj} Y_{ij} \cos(\delta_j - \theta_{ij}) \quad (I.40)$$

$$I_{di} = \sum_{j=1}^n E_{qj} Y_{ij} \sin(\delta_j - \theta_{ij}) \quad (I.41)$$

$$P_{ei} = E_{qi} I_{qi} \quad (I.42)$$

$$V_{di} = x_{qi} I_{qi} \quad (I.43)$$

$$V_{qi} = E_{qi} - x_{di} I_{di} \quad (I.44)$$

$$V_{ii} = \sqrt{(V_{di}^2 + V_{qi}^2)} \quad (I.45)$$

## 1.4 Stabilité des réseaux électriques

### 1.4.1 Introduction

La stabilité d'un réseau d'énergie électrique est définie comme étant l'aptitude de celui-ci à fonctionner au voisinage du synchronisme lorsqu'il est sollicité par une ou plusieurs perturbations [8].

La perturbation crée un déséquilibre entre la production et la consommation dans le réseau électrique. Ce déséquilibre induit la variation de l'énergie cinétique provoquant ainsi l'évolution des angles rotoriques accompagnées par des oscillations dynamiques.

Le but de cette partie est de montrer les différents types de la stabilité rencontrés dans les réseaux électriques. La stabilité statique et la stabilité dynamique sont traitées. [5]

## 1.4.2 Stabilité statique, stabilité dynamique [5] [8]

### 1.4.2.1 Stabilité statique

Elle correspond à la stabilité d'un réseau électrique (sujet) à une perturbation lente et de faible amplitude. Le réseau reste stable sous l'action des dispositifs de régulation.

### 1.4.2.2 stabilité dynamique

Dans ce que le réseau électrique est sujet à une perturbation rapide mais de faible amplitude. L'amplitude d'un modèle linéaire est acceptable et le système est stabilisé par des dispositifs de commande supplémentaires (stabilisateurs).

### 1.4.3 Stabilité transitoire [8]

Elle correspond à la stabilité d'un réseau électrique siège d'une perturbation rapide et sévère. Cette perturbation allant, le plus souvent, jusqu'à dépasser la capacité des dispositifs de commande. L'utilisation d'un modèle non linéaire du réseau électrique est nécessaire pour l'évolution de la stabilité transitoire.

Pour la stabilité du réseau électrique, il est nécessaire d'utiliser des régulateurs non linéaires ainsi que d'autres dispositions particulières.

Pour étudier la stabilité transitoire, il faut

- Etablir le modèle non linéaire du système.
- Trouver l'écoulement de l'énergie (généralement donné).
- Trouver le régime établi (le point de fonctionnement).
- Connaître les paramètres nécessaires:
  - ❖ Constante d'inertie  $H$ .
  - ❖ Les réactances transitoires  $x_d'$ .
  - ❖ Les impédances de lignes de transmission avant, pendant et après le défaut.
  - ❖ La matrice réduite  $[\bar{Y}_G]$  pour chaque cas.
  - ❖ La durée du défaut.

- ❖ L'instant d'ouverture de ligne pour un court-circuit.
- ❖ L'instant de la fermeture de ligne après disparition du court-circuit.

### I.5 Simulation

Pour notre étude, nous avons opté pour un réseau électrique constitué de trois machines connectées entre elles. La troisième machine est un bus infini figure I.5 utilisée comme référence ( $E'_{q3} = \text{const} = 1 \angle 0^\circ$ ). Les paramètres du réseau électrique sont donnés dans l'annexe.

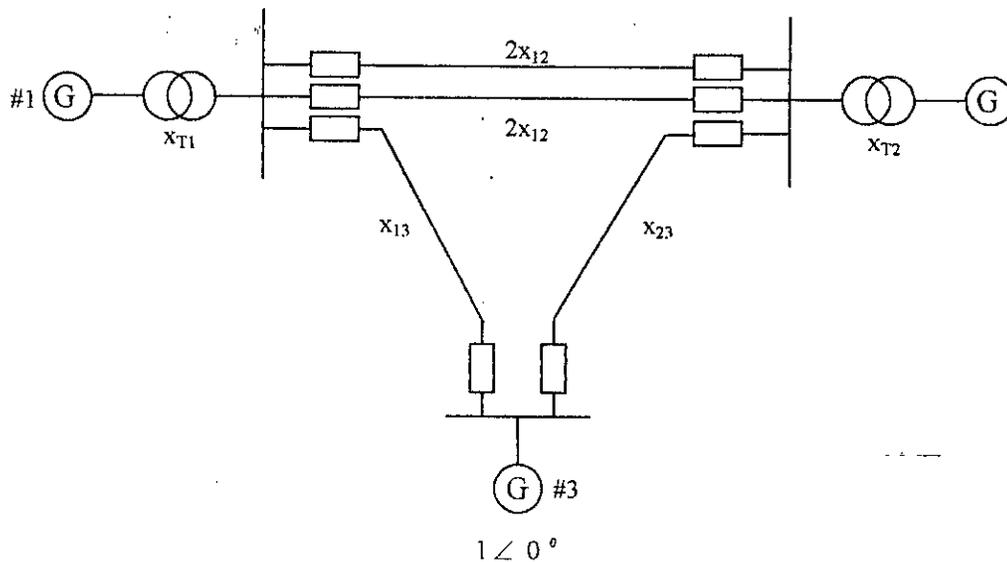


Figure I.5: Réseau électrique à trois machines

La réponse en boucle ouverte du réseau électrique est donnée par les figures suivantes:

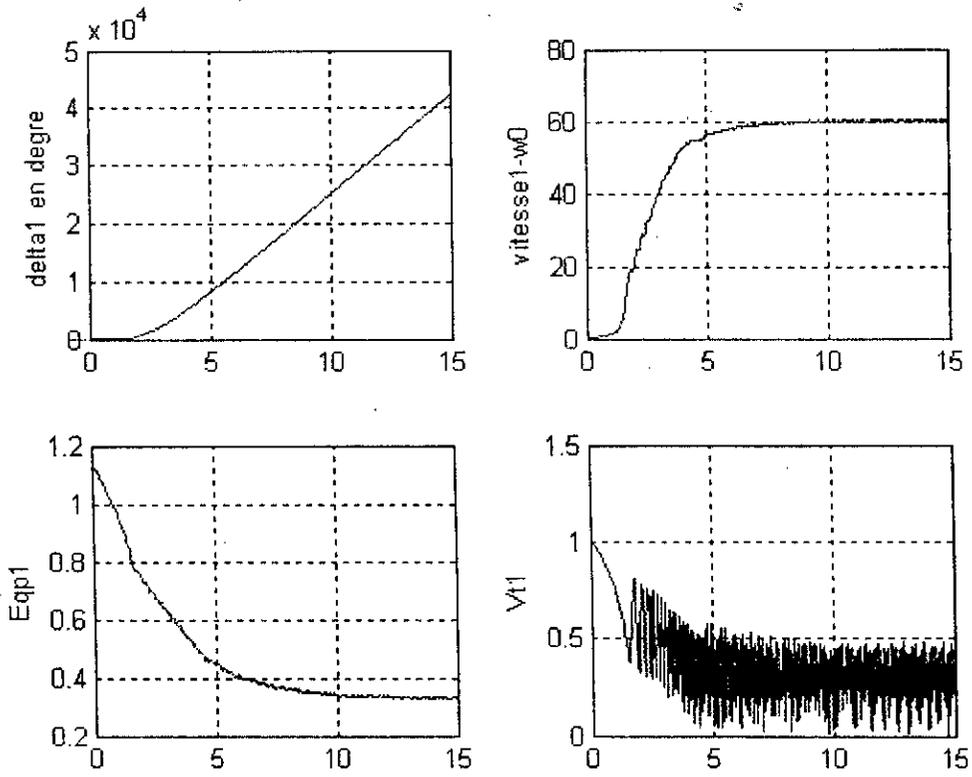


Figure I.6: Variables de la première machine

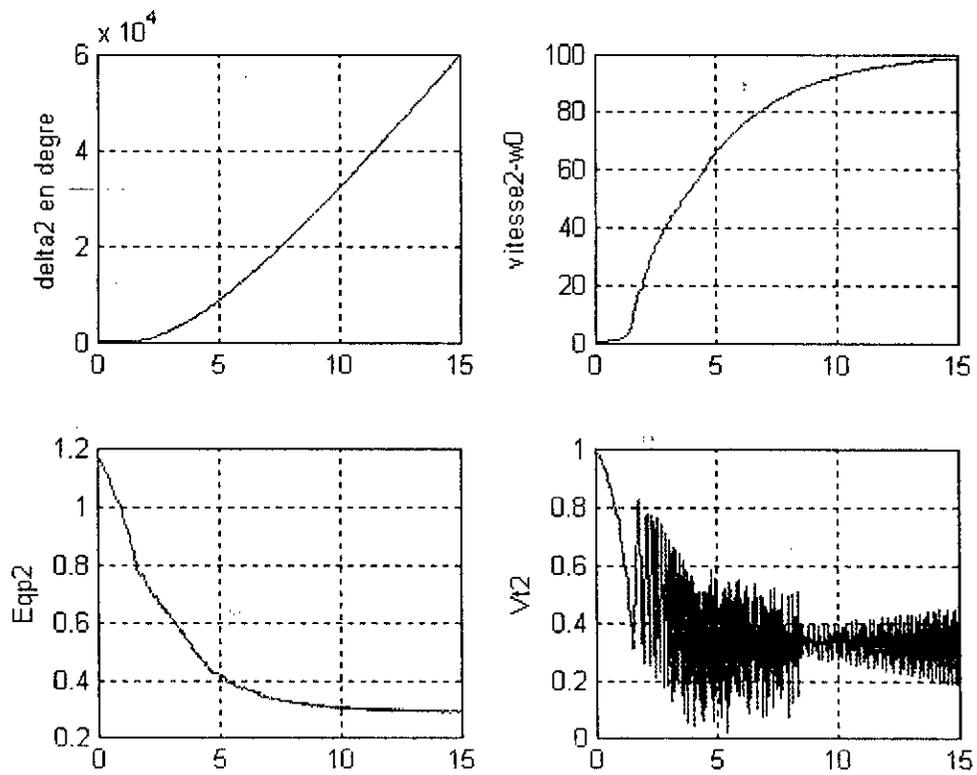


Figure I.7: Variables de la deuxième machine

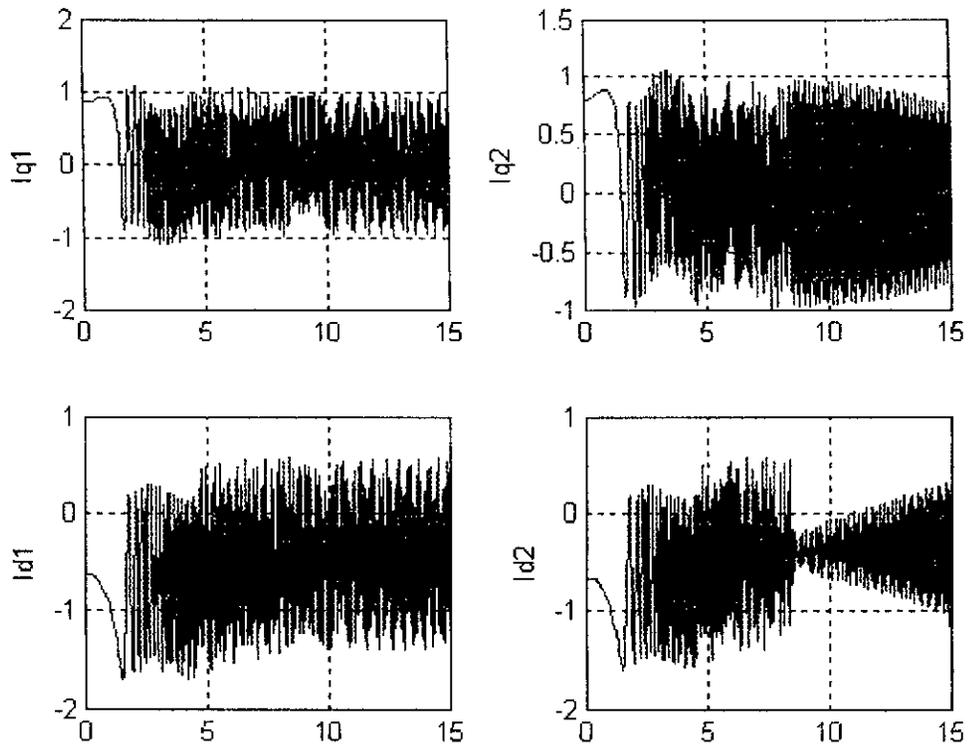


Figure I.8: Les courants directs et en quadrature des deux machines

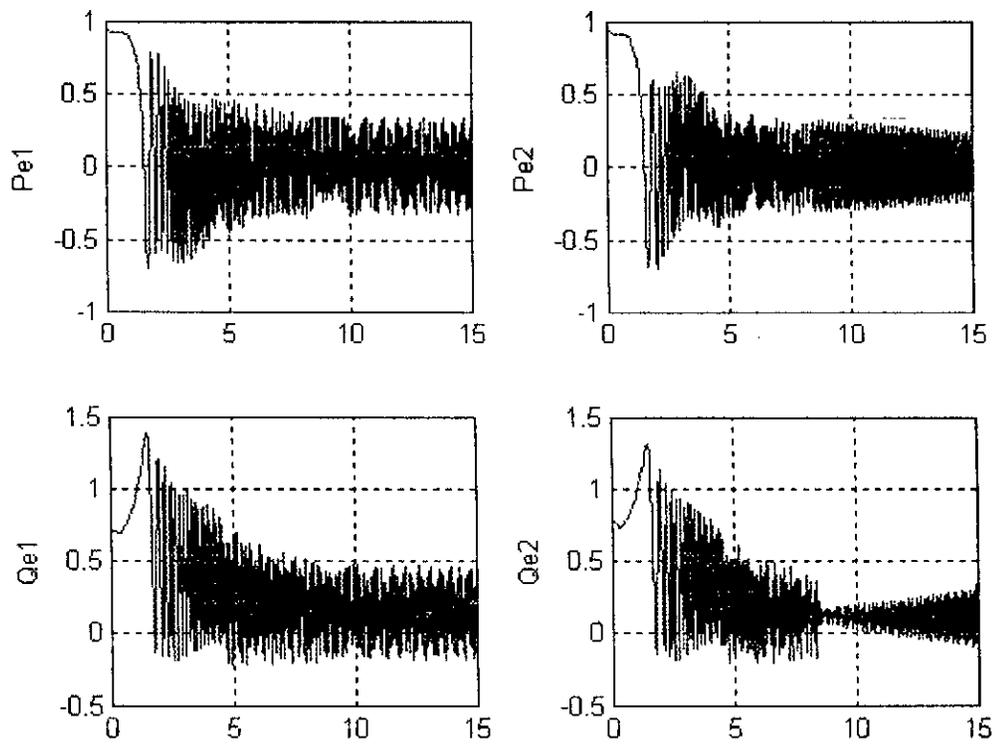


Figure I.9: Puissances actives et réactives dans les deux machines

## I.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les éléments les plus importants pour la modélisation du réseau électrique. En effet, un modèle complexe et non linéaire a été élaboré pour l'analyse de la stabilité transitoire. Les différents types de stabilité rencontrés dans le réseau électrique sont brièvement présentés.

Une simulation d'un réseau électrique de trois machines a montré l'effet d'un court-circuit triphasé et aussi l'effet d'un accroissement brutal de la puissance mécanique fournie à une machine. A travers les résultats de simulations, une commande en boucle fermée est nécessaire pour maintenir la tension terminale à sa valeur de consigne et garantir la stabilité des réseaux électriques.

## CHAPITRE II

*Observabilité et Observateurs des Systèmes*

*Non Linéaires*

## CHAPITRE II

### Observabilité et Observateurs des Systèmes Non Linéaires

#### II.1 Introduction

La commande des processus industriels nécessite souvent la connaissance du vecteur d'état. Malheureusement, en pratique, seule une partie de ce vecteur est disponible, à cause de l'absence de capteurs ou du fait que certaines variables n'ont pas une signification physique évidente. De là se pose le problème de la reconstruction du vecteur d'état à partir des sorties et des entrées mesurées sur le système. Sous certaines conditions, il est possible de reconstruire les variables d'état à l'aide d'un système dynamique dit observateur. La possibilité de reconstruire les variables du système à partir de la mesure des entrées et sorties du système est lié à l'observabilité du système. Les premières définitions de l'observabilité des systèmes linéaires ont été données par Kalman dans les années soixante [1]. Pour les systèmes non linéaires différents auteurs se sont penchés sur la question, on peut citer Hermann, Kerner, Williamson, Gautier, Bornard, Diop, Fliess, etc [1]. Pour les systèmes linéaires, la solution du problème a été donnée par Luenberger [1]. Par contre le problème de synthèse d'observateurs pour les systèmes non linéaires est encore l'objet de plusieurs travaux de recherches. Une synthèse sur les résultats obtenus jusqu'à 1989 a été faite par Misawa, Hedrick, une étude comparative des résultats existants jusqu'en 1987 a été présentée par Walcott, Corless, Zak [1]. Les solutions proposées entrent dans la plupart dans les grandes classes suivantes:

### 1- Observateurs à dynamique d'erreur linéaire

Ils sont obtenus après transformation du système sous la forme d'un système linéaire. Parmi les résultats connus on peut citer Kerner, Isidori, en 1983 [1].

### 2- Observateurs par linéarisation approximative

Ils sont synthétisés sur le linéarisé tangent du système, ce sont des observateurs locaux, une extension de cette méthode est faite par Bauman, Rugh [1].

### 3- Observateur à modes glissants

Ce type d'observateurs est basé sur la théorie des systèmes à structure variable. Il est adapté aux systèmes incertains.

### 4- Observateurs à grands gains

L'idée de ces observateurs est d'utiliser des gains importants pour rendre la partie linéaire prépondérante par rapport aux non linéarités. Des conditions de Lipschitz globales sont exigées, ce qui revient à dire que les non linéarités doivent avoir des croissances modérées.

### 5- Observateurs basés sur les techniques de *Laypunov*

Les résultats connus sur ces observateurs sont plutôt d'ordre théorique, car on ne connaît pas de méthode de construction des fonctions de *Laypunov* pour l'obtention des formes de l'observateur.

### 6- Observateurs par minimisation d'un critère

Ils découlent d'une idée ancienne qui consiste à minimiser un critère représentant l'écart entre la sortie mesurée et la sortie calculée à partir du modèle. Récemment Zimmer [1] a proposé un observateur opérant par minimisation en ligne d'une fonctionnelle représentant l'écart entre la sortie mesurée et le sortie calculée.

D'autres résultats sont apparus dans la littérature, Diop, Grizzel, Moraal, Stephanopoulou [1], proposent l'utilisation de la dérivation numérique pour l'estimation de l'état du système.

La stabilisation d'un système linéaire par retour d'état estimé ne pose en principe pas de problèmes, le principe de séparation permettant le réglage séparé des dynamiques de la commande et celle de l'observateur. Il faut cependant remarquer que même en linéaire le principe de séparation n'est pas vérifié en présence d'erreur de modèle. Pour les systèmes non linéaires le problème est nettement plus compliqué, car en général le principe de séparation n'est pas vérifié. Vidyasagar, en 1980 [1], puis Tsinias, en 1991 [1] ont proposé des conditions suffisantes de stabilisation par retour d'état estimé. Teel et Praly [1] ont montré que l'observabilité complète uniforme et la stabilisation globale implique la semi-globale stabilisabilité par retour d'état estimé. Dans ce chapitre, nous rappelons l'ensemble de ces résultats

## II.2 Observabilité des systèmes linéaires [15] [1]

Considérons le système linéaire invariant de dimension  $n$ :

$$(S) : \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (II.1)$$

$$x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^p$$

**Définition II.1:** le système (II.1) est observable si pour tout  $t_0 \geq 0$  et  $T \geq t_0$ , il existe une fonctionnelle  $F$  telle que  $F(T, u(t_0, T), y(t_0, T)) = x(T)$  ou  $u(t_0, T)$  et  $y(t_0, T)$  désignent respectivement les valeurs de  $u$  et  $y$  sur l'intervalle  $[t_0, T]$ .

On définit la matrice  $O = [C^T, A^T C^T \dots (A^T)^{n-1} C^T]^T$ .

**Théorème II.2 :** Le système (II.1) est observable si et seulement si  $\text{rang}(O) = n$

**Remarque II.1:** L'observabilité des systèmes linéaires ne dépend pas de l'entrée.

### II.3 Observabilité des systèmes non linéaires:

Dans ce paragraphe, nous rappellerons les principales définitions de l'observabilité en s'inspirant des travaux de Hermann, Kerner en 1977 et Gautier, Bornard en 1981 [1].

La notion d'observabilité est introduite à partir de la notion d'indiscernabilité.

On considère le système non linéaire suivant:

$$(S) : \begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t)) \\ y = h(x(t)) \end{cases} \quad (II.2)$$

$$u(t) \in \Omega \subset \mathbb{R}^m$$

$x \in M$ , une variété  $C^\infty$  connexe de dimension  $n$ ,  $y \in \mathbb{R}^p$ ,  $f$  et  $h$  des fonction  $C^\infty$ .

On note par  $x_u(t, x_0)$  la solution de (II.2) correspondant à  $u = u(t)$  et  $x(0) = x_0$ .  $u(t)$  représente la commande appliquée au système,  $y$  représente la sortie du système c'est à dire les variables mesurées,  $x$  est l'état du système.

**Définition II.2:** On considère le système (S). Deux points  $x_1$  et  $x_2$  sont indiscernables ( $x_1 I x_2$ ) si, pour toute fonction d'entrée  $u(t)$  et pour tout  $t \geq 0$ , les sorties  $h(x_u(t, x_1))$  et  $h(x_u(t, x_2))$  qui en résultent sont égales.

L'indiscernabilité est une relation d'équivalence sur  $M$ .

**Définition II.3:** Le système (S) est dit observable en  $x_1$  si  $I(x_1) = \{x_1\}$ , et (S) est dit observable si  $I(x) = \{x\}$  quelque soit  $x \in M$ .

**Remarque II.2:** L'observabilité de (S) n'implique pas que chaque entrée distingue les points de  $M$ .

**Remarque II.3:** L'observabilité est un concept global, il peut être nécessaire d'attendre longtemps ou de parcourir de longues trajectoires avant de pouvoir distinguer les points de  $M$ .

Pour cela on introduit un concept local plus fort que l'observabilité.

**Définition II.4:** Soit  $U$  un sous ensemble de  $M$  et  $x_1, x_2 \in U$ , on dit que  $x_1$  et  $x_2$  sont  $U$  indiscernables ( $x_1 I_u x_2$ ) si pour chaque entrée  $u(t)$ , les trajectoires initiées en  $x_1$  et  $x_2$  restent dans  $U$ , et les sorties résultantes sont identiques.

C'est à dire: si  $x_u(t, x_1) \in U, x_u(t, x_2) \in U$  et  $h(x_u(t, x_1)) = h(x_u(t, x_2)) \forall t \geq t_0$  et  $\forall u(t)$  entrée admissible.

La  $U$  indiscernabilité n'est pas en général une relation d'équivalence sur  $U$ , car elle est non transitive, cependant on peut toujours définir la notion d'observabilité locale.

**Définition II.5:**  $(S)$  est localement observable en  $x_1$ , si pour chaque voisinage ouvert  $U$  de  $x_1$ ,  $I_u(x_1) = \{x_1\}$ .  $(S)$  est localement observable s'il est localement observable en tout point  $x \in M$ .

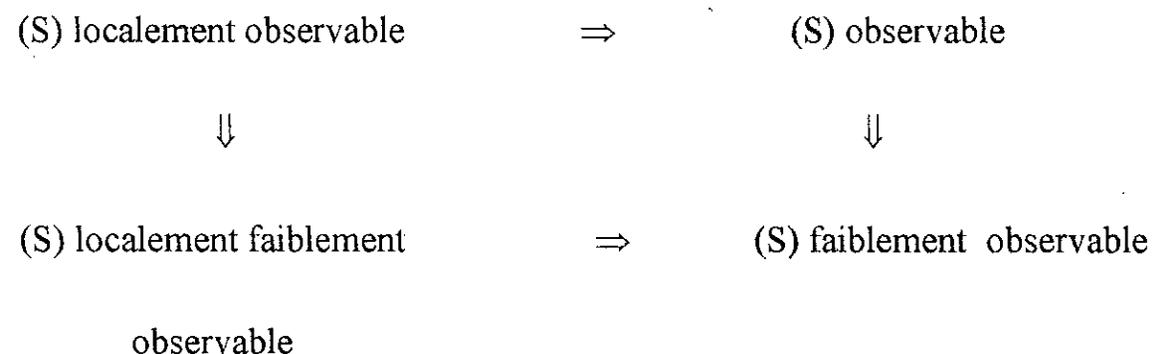
Le concept d'observabilité locale peut être affaibli, en pratique il peut être suffisant de pouvoir distinguer le point  $x_1$  de ces voisins. On définit alors l'observabilité faible en  $x_1$ .

**Définition II.6:**  $(S)$  est faiblement observable en  $x_1$ , s'il existe un voisinage  $U$  de  $x_1$  tel que  $I(x_1) \cap U = \{x_1\}$  (c'est à dire il n'existe pas dans  $U$  de points indiscernables de  $x_1$  autre que lui même).  $(S)$  est faiblement observable s'il est faiblement observable en tout point  $x \in M$ .

Dans ce cas aussi il peut être nécessaire de parcourir des trajectoires éloignées de  $U$  pour distinguer des points de  $U$ , on définit alors l'observabilité locale faible.

**Définition II.7:**  $(S)$  est localement faiblement observable en  $x_1$ , s'il existe  $U$  un voisinage ouvert de  $x_1$  tel que pour chaque voisinage ouvert  $V$  de  $x_1$  contenu dans  $U$ ,  $I_v(x_1) = \{x_1\}$ .

Le diagramme suivant résume les relations entre les différentes notions d'observabilité précédemment définies.



**Remarque II.4:** Pour les systèmes linéaires stationnaires, les quatre concepts sont équivalents. L'avantage de l'observabilité locale faible est qu'elle peut être testée à l'aide d'un critère algébrique.

Soit:

$C^\infty(M)$ : L'espace vectoriel réel de dimension infinie de toutes les fonctions réelles de classe  $C^\infty$  définies sur  $M$ .

$H_0 = \{h_i, 1 \leq i \leq p, h_i \in C^\infty(M)\}$  ( $p$  dimension du vecteur de sortie), c'est un sous ensemble des fonctions  $C^\infty$  définies sur  $M$ .

$H$ : La plus petite sous algèbre des fonctions de classes  $C^\infty$  définies sur  $M$  engendrée par les dérivées de Lie des éléments de  $H_0$  par rapport à tous les champs de vecteurs de type  $f_i(x) = f(x, u_i)$ ,  $u_i = \text{constante}$ , et contenant  $H_0$ .

$dH$ : L'espace des différentielles des éléments de  $H$ . Les éléments  $dH$  sont des combinaisons linéaires des différentielles de la forme:  $d(L_{f_1}(\dots(L_{f_k}(h_i))\dots)) = L_{f_1}(\dots(L_{f_k}(dh_i))\dots)$

où:  $f_j(x) = f(x, u_j)$ ,  $u_j = \text{cste} \in \Omega$ .

On note par  $dH(x)$  l'espace vectoriel obtenu en évaluant les éléments de  $dH$  en  $x$ . L'espace  $dH(x_0)$  détermine l'observabilité locale faible de  $(S)$  en  $x_0$ .  $(S)$  est dit vérifier la condition de rang d'observabilité en  $x_0$  si la dimension de  $dH(x_0)$  est  $n$ .

**Théorème II.3:** Si  $(S)$  satisfait la condition de rang d'observabilité en  $x_0$ , alors  $(S)$  est localement faiblement observable en  $x_0$ .

**Remarque II.5:** Pratiquement la vérification de la condition de rang d'observabilité consiste à former la matrice  $\frac{\partial}{\partial x} \{h, L_f h, \dots, L_f^{n-1} h, \dots\}^T$  et de vérifier si elle est de rang  $n$ .

**Exemple:**

$$\dot{x} = u$$

$$y_2 = \sin(x)$$

$$y_1 = \cos(x)$$

La condition de rang est évidemment vérifiée, donc le système est localement faiblement observable, il n'est pas observable car les points  $x_0$  et  $x_k = x_0 + 2k\pi$  ne sont pas discernables.

Pour obtenir un système observable avec le même comportement entrée sortie que le système original on doit identifier  $x_0$  et  $x_k$  c'est à dire restreindre le système au cercle unité.

**Remarque II.6 :** La condition de rang n'est que suffisante.

**II.4 Sur le rôle des entrées dans l'observabilité**

Considérons le système bilinéaire suivant:

$$\dot{x} = u \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} x$$

$$y = x_1$$

Si  $u=0$ , on ne pourra pas distinguer 2 valeurs différentes de  $x_2$ , le système linéaire engendré n'est pas observable. Ce phénomène de perte d'observabilité pour des valeurs particulières des entrées n'existe pas pour les systèmes linéaires.

L'observabilité des systèmes non linéaires dépend des entrées qui leur sont appliquées, cela conduit aux notions d'entrées universelles et de persistance de l'excitation.

**Définition II.8:** Une fonction d'entrée est dite universelle pour le système (S) sur l'intervalle  $[0, t]$  si tout couple d'état initiaux distincts  $\{x_0, x_1\}$  peut être discerné par les sorties sur l'intervalle  $[0, t]$ , le système étant excité par  $u$ . C'est à dire qu'il existe  $\tau \in [0, t]$  tel que  $h(x(\tau(x_0))) \neq h(x(\tau(x_1)))$ .

Une entrée universelle sur  $\mathcal{R}^+$  est dite universelle.

Une entrée non universelle est dite singulière.

Une question se pose, comment reconnaître si une entrée est a priori universelle ou pas ? Cette question est encore largement ouverte, cependant on sait définir un indice d'universalité de l'entrée  $u$  pour les systèmes affins en l'état.

Soit le système:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(u(t))x(t) + B(u(t)) \\ y(t) &= C(u(t))x(t) \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

et

$$\Gamma_u(t, t_0) = \int_{t_0}^t \Phi_{u, \tau}^T(\tau, t) C^T(u(\tau)) C(u(\tau)) \Phi_u(\tau, t) d\tau \quad (\text{II.4})$$

Le grammien d'observabilité.  $\Phi_u(\tau, t)$  est la matrice de transition du système (II.3) engendrée par l'application de la fonction  $u(t)$  au système sans le terme  $B(u(t))$ .

L'indice d'observabilité  $\gamma_u(t, t_0)$  est la plus petite valeur singulière de  $\Gamma_u(t, t_0)$ .

**Définition 1.9:** Une entrée est universelle sur  $[0, t]$  pour (II.3) si  $\gamma_u(t, t_0) > 0$ .

Partant du fait que les systèmes non linéaires ne sont pas en général observables quelque soit l'entrée, on définit la classe de systèmes uniformément observables pour toute entrée. Nous adopterons les définitions données par Bornard, celle-Couenne, Gilles-en 1993. [1]

## II.5 Observabilité uniforme [1] [15]

**Définition II.10:** Un système dont toutes les entrées sont universelles est dit uniformément observable. Si pour tout  $t > 0$  toutes les entrées sont universelles sur  $[0, t]$ , le système est dit uniformément localement observable.

**Remarque II.7 :** Un système linéaire observable est uniformément localement observable.

Pour les systèmes mono sortie affines en entrée, il existe une condition d'observabilité locale uniforme. Soit le système :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \in \mathfrak{R}\end{aligned}\tag{II.5}$$

On suppose qu'il existe un domaine physique  $\Omega \subset \mathfrak{R}^n$  ( $\Omega$  ouvert relativement compact). Supposons que le système est observable et que  $u=0$  est une entrée universelle. Le jacobien de  $\{\xi_1, \dots, \xi_n\} = \{h, L_f h, \dots, L_f^{n-1} h\}$  par rapport à  $x$ , est de rang  $n$  en un point  $x_0$ . Ceci détermine un système de coordonnées dans lequel le système s'écrit :

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_1 &= \xi_2 + \varphi_1(\xi)u \\ \dot{\xi}_2 &= \xi_3 + \varphi_2(\xi)u \\ &\vdots \\ \dot{\xi}_{n-1} &= \xi_n + \varphi_{n-1}(\xi)u \\ \dot{\xi}_n &= \tilde{\varphi}_n(\xi) + \varphi_n(\xi)u \\ y &= \xi_1\end{aligned}\tag{II.6}$$

On fait les hypothèses suivantes :

- La fonction  $\xi$  choisie est un difféomorphisme de  $\Omega$  sur  $\xi(\Omega)$ .
- $\xi$  et  $\varphi$  peuvent être étendues de  $\Omega$  à  $\mathfrak{R}^n$  par une fonction  $C^\infty$ .
- Le système (II.6) est complet pour toutes les fonctions d'entrée admissibles (mesurables bornées) à valeurs dans  $U$ .

Donc (II.6) définit globalement un système qui coïncide avec le système (II.5) sur  $\Omega$ .

Le résultat suivant donne une condition nécessaire et suffisante d'observabilité uniforme.

**Théorème II.4:** Supposons que le système (II.5) puisse être mis sous la forme (II.6) et satisfasse les hypothèses précédentes. Alors, il est uniformément localement observable si la fonction  $\varphi$  est de la forme :

$$\begin{aligned}
 \varphi_1(\xi) &= \varphi_1(\xi_1) \\
 \varphi_2(\xi) &= \varphi_1(\xi_1, \xi_2) \\
 &\vdots \\
 \varphi_{n-1}(\xi) &= \varphi_{n-1}(\xi_1, \dots, \xi_{n-1})
 \end{aligned}
 \tag{II.7}$$

## II.6 Observabilité complète [1]

On considère pour toute fonction  $u$  de classe  $C^\infty$ , définie de  $\mathfrak{R}$  dans  $\Omega$ , le système étendu suivant :

$$\begin{cases}
 \dot{\omega} = 1 \\
 \dot{x} = f(x, u(\omega)) \\
 y_1 = \omega \\
 y_2 = h(x)
 \end{cases}
 \tag{II.8}$$

défini sur  $\mathfrak{R} \times M$  quelque soit la fonction  $u$ , le système étendu (II.8) possède des propriétés suivantes :

- C'est un système non commandé.
- Pour une entrée quelconque  $u(t)$ , les trajectoires  $x(t)$  du système (II.2) sont identiques à celles de (II.8) initialisé en  $(t_0, x_0)$ .
- Sous les mêmes conditions, la sortie  $y(t)$  du système (II.2) est identique à la sortie  $y_2$  du système (II.8).

**Définition II.11:** Le système (II.2) est complètement localement faiblement observable si quelque soit l'entrée, le système (II.8) est localement faiblement observable.

## II.8 Entrées régulièrement persistantes

### Exemple:

Soit le système non linéaire suivant :

$$\dot{x} = u \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} x$$

$$y = x_1$$

L'entrée  $u=1$  est universelle, par contre l'entrée  $u=0$  est singulière.

L'entrée  $\tilde{u} = \begin{cases} 1, t \leq t_0 \\ 0, t > t_0 \end{cases}$  est aussi universelle.

Si une perturbation se produit sur  $x_2$  à  $t > t_0$  elle n'influencera pas la sortie, donc l'observateur ne peut pas réagir à une telle perturbation. Par conséquent les entrées universelles ne suffisent pas à garantir de bonnes propriétés en présence de perturbations. Cela amène à définir la notion de persistance régulière qu'on sait caractériser pour les systèmes affines en l'état.

**Définition II.12:** Une fonction d'entrée  $u$  est dite régulièrement persistante pour le système affine en l'état (II.3) s'il existe  $T > 0$ ,  $\alpha > 0$  et  $t_0 > 0$  tels que  $\gamma_u(t+T) \geq \alpha$  pour tout  $t \geq t_0$ .

## II.8 Formes canoniques d'observabilité pour les systèmes non linéaires [1] [15]

Dans ce paragraphe nous suivrons la présentation faite par Birk, Zeitz, en 1988 et Hernandez, en 1994 [1] pour présenter les formes canoniques d'observabilité souvent utilisées dans la synthèse des observateurs non linéaires.

### II.8.1 Cas général

On considère des systèmes non linéaires décrits par :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x, u) \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

$$x(t_0) = x_0$$

$$x \in M \subseteq \mathfrak{R}^n, u \in \Omega \subseteq \mathfrak{R}^m, y \in \mathfrak{R}$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_i &= h_i(x, u) \\ dy_i &= \frac{\partial h_i}{\partial x} = dh_i \\ \dot{y}_i &= \frac{\partial h_i}{\partial x} f(x, u) + \frac{\partial h_i}{\partial u} \dot{u} \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

$$\begin{aligned} d\dot{y}_i &= \frac{\partial \dot{y}_i}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial h_i}{\partial x} f(x, u) \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial h_i}{\partial u} \dot{u} \right) \\ &= dh_i \frac{\partial}{\partial x} f(x, u) + f^T(x, u) \frac{\partial}{\partial} (dh_i)^T + \dot{u}^T \left( \frac{\partial}{\partial u} (dh_i)^T \right)^T \end{aligned} \tag{II.11}$$

On définit:

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} u \\ \dot{u} \\ \vdots \\ u^{(n-1)} \end{bmatrix} \in \bar{\Omega} \subseteq \mathfrak{R}^{m,n} \tag{II.12}$$

Et l'opérateur différentiel  $N_f$  tel que:

$$N_f(h_i) = \frac{\partial h_i}{\partial x} f(x, u) + \frac{\partial h_i}{\partial \bar{u}} \dot{\bar{u}} \tag{II.13}$$

$$N_f(dh_i) = dh_i \frac{\partial f}{\partial x} + f^T \frac{\partial}{\partial x} (dh_i)^T + \dot{\bar{u}}^T \left( \frac{\partial}{\partial \bar{u}} (dh_i)^T \right)^T \tag{II.14}$$

L'opérateur  $N_f$  vérifie:  $dN_f(h_i) = N_f(dh_i)$

On suppose que  $\text{rang} \frac{\partial y}{\partial x} = p$ . (C'est à dire les sorties ne sont pas redondantes)

Si pour tout  $x \in M$  et pour tout  $\bar{u} \in \bar{\Omega}$ , le système (II.9) vérifie les conditions :

a)  $\exists k_1, \dots, k_p$  tels que  $\sum_{i=1}^p k_i = n$

b)  $\text{rang} \begin{bmatrix} dh_1 \\ dN_f^{k_1-1} h_1 \\ \vdots \\ dh_p \\ dN_f^{k_p-1} h_p \end{bmatrix} = n$

alors le système étendu :

$$\begin{cases} \dot{w} = 1 \\ \dot{x} = f(x, u(w)) & w(t_0) = 0 \\ y_1 = w & x(t_0) = x_0 \\ y_2 = h(x, u(w)) \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

est localement faiblement observable, et donc le système (II.9) est complètement faiblement observable, les  $k_i$  sont appelés indices d'observabilité. On pose:

$$z = \begin{bmatrix} z_1(x, \bar{u}) \\ \vdots \\ z_p(x, \bar{u}) \end{bmatrix} \text{ avec } z_i = \begin{bmatrix} y_i \\ \dot{y}_i \\ \vdots \\ y_i^{(k_i-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_i \\ N_i h_i \\ \vdots \\ N_i^{(k_i-1)} h_i \end{bmatrix}_{(x, \bar{u})} = z_i(x, \bar{u}), i = 1, \dots, p \quad (\text{II.16})$$

La condition d'observabilité assure que  $z = T(x, \bar{u})$  est un changement de coordonnées sur  $M$  quelque soit  $\bar{u} \in \bar{\Omega}$ . Dans les nouvelles coordonnées le système s'écrit:

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} A_1 & & \\ & \ddots & \\ & & A_p \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} \varphi_1(z, \bar{u}) \\ \vdots \\ \varphi_p(z, \bar{u}) \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

$$y = \begin{bmatrix} C_1 & & \\ & \ddots & \\ & & C_p \end{bmatrix} z$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}_{|k_i \times k_i}, C_i = [1 \dots 0]_{|k_i \times k_i}, \varphi_i(z, \bar{u}) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ N_f^{k_i} h_j \end{bmatrix}_{|k_i \times 1}$$

L'observabilité locale faible est équivalente dans ce cas à la possibilité de calculer l'état à partir des sorties  $y_i$  et de leurs dérivées jusqu'à l'ordre  $k_i-1$  et de  $\bar{u}$ .

**II.8.2 Systèmes mono sortie sans commande**

Dans ce cas l'opérateur  $N_f$  se réduit à la dérivation de Lie, le changement de coordonnées est:

$$z = \begin{bmatrix} h \\ L_f h \\ \vdots \\ L_f^{(n-1)} h \end{bmatrix}, \text{ et la forme canonique est donnée par:}$$

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h \end{bmatrix} \tag{II.18}$$

$$y = [1 \dots 0]z$$

L'observabilité local faible est dans ce cas équivalente à la possibilité de reconstruire l'état  $x$  à partir de la sortie et de ses dérivées jusqu'à l'ordre  $(n-1)$ .

**II.8.3 Systèmes multi sorties sans commande**

Dans ce cas aussi l'opérateur  $N_f$  se réduit à l'opérateur dérivé de Lie. La forme d'observabilité est identique à (II.17) les  $\varphi_i$  étant des fonctions de  $z$  uniquement.

$$\text{En posant } Y = [y_1, y_1^{k_1-1}, \dots, y_p, y_p^{k_p-1}] = H(x)$$

L'observabilité locale faible est une condition suffisante d'inversibilité de  $H$  permettant d'écrire alors  $x=H^{-1}(y)$ .

## II.9 Observateurs

On considère un système dynamique décrit par un ensemble d'équation différentielles ordinaires, on suppose que les entrées du système ainsi que les sorties mesurées par les capteurs sont disponibles.

En général, pour des raisons de réalisabilité technique, de coût, etc. la dimension du vecteur de sortie est inférieure à celle de l'état. Donc, à un instant donné le vecteur d'état  $x(t)$  ne peut pas être déduit algébriquement de la sortie  $y(t)$  à cet instant. Sous des conditions d'observabilité l'état  $x(t)$  peut être déduit de la connaissance des entrées et sorties sur un intervalle de temps passé. Le but d'un observateur est précisément de fournir une estimation de la valeur courante de l'état en fonction des entrées et sorties passées. L'observateur revêt en général forme d'un système dynamique.

**Définition II.13:** On appelle observateur d'un système dynamique:

$$S: \begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

un système dynamique auxiliaire  $O$  dont les entrées sont constituées des vecteurs d'entrée et de sortie du système à observer et dont le vecteur de sortie  $\hat{x}(t)$  est l'état estimé:

$$O: \begin{cases} \dot{z}(t) = \hat{f}(z(t), u(t), y(t)) \\ \hat{x}(t) = \hat{h}(z(t), u(t), y(t)) \end{cases} \quad (\text{II.20})$$

Tel que  $\|e(t)\| = \|\hat{x}(t) - x(t)\| \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$

**Remarque II.8 :** On peut penser que le problème posé est exclusivement celui de la méconnaissance de l'état initial. Il n'en est rien car pour les systèmes continus la notion d'état initial n'a pas de sens. Toute perturbation non mesurée réinitialise le système.

On adjoint à la définition précédente les propriétés suivantes:

- i) Les caractéristiques dynamiques de l'observateur doivent être stationnaires.
- ii) L'erreur d'estimation doit être bornée.
- iii) On doit pouvoir spécifier librement la vitesse de convergence de l'erreur d'observation, afin que la dynamique de l'observateur soit en rapport avec celle des perturbations.
- iv) Si l'initialisation de l'observateur est telle que  $\hat{x}(0) = x(0)$ . Alors on doit avoir  $\hat{x}(t) = x(t)$  pour tout  $t > 0$ .

Un observateur de la forme:

$$O: \begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t)) + k(z(t), (h(\hat{x}(t)) - y(t))) \\ \dot{z}(t) = \hat{f}(z(t), u(t), y(t)) \end{cases} \quad \text{avec } k(z(t), 0) = 0 \quad (II.21)$$

vérifie la condition iv). Tous les observateurs usuels sont de cette forme. Souvent l'équation en  $z$  est inexistante.

### II.9.1 Observateurs des systèmes linéaires

Soit le système linéaire décrit par:

$$(S): \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (II.22)$$

Le problème de l'observateur pour les systèmes linéaires a été résolu par Luenberger qui a proposé la forme de l'observateur suivante:

$$\dot{\hat{x}} = Ax + Bu + K(y - C\hat{x}) \quad (II.23)$$

Posons  $e = x - \hat{x}$  alors :  $\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = (A - KC)e$

Si le système est observable on peut placer les pôles de la paire  $(A, C)$  arbitrairement et par conséquent rendre l'erreur exponentiellement décroissante. L'utilisation d'un observateur dans une boucle de commande par retour d'état ne pose en principe pas de problème, car la dynamique de la boucle fermée est constituée de l'union des dynamiques du système et celles de l'observateur. C'est le principe de séparation.

Pour garantir la stabilité du système bouclé avec observateur il suffit que la boucle fermée sans observateur soit stable et que l'observateur soit stable.

## II.9.2 Observateurs des systèmes non linéaires

A l'inverse des systèmes linéaires il n'existe pas d'observateur qui s'applique à tous les systèmes non linéaires. Diverses solutions ont été proposées pour diverses classes de systèmes non linéaires. Dans ce qui suit nous allons passer en revue quelques résultats apparus dans la littérature.

### II.9.2.1 Observateur à dynamique d'erreur linéaire [1]

Le système considéré est autonome

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) \\ y &= h(x) \in \mathfrak{R} \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

On suppose qu'il existe une transformation  $z=T(x)$  tel que le système se mette sous la forme:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \frac{\partial T}{\partial x} f(x) \Big|_{x=T^{-1}(z)} = A(z) + \varphi(y) \\ y &= h(T^{-1}(z)) = Cz \end{aligned} \quad (\text{II.25})$$

avec  $(A,C)$  observable,  $\varphi$  une fonction vectorielle réelle. L'observateur est alors donné par:

$$\dot{\hat{z}} = Az + \varphi(y) - GC(z - \hat{z}) \quad (\text{II.26})$$

$e = \hat{z} - z \Rightarrow \dot{e} = (A + GC)(\hat{z} - z) = (A + GC)e$ , donc l'équation d'erreur est linéaire, comme  $(A,C)$  est supposé observable on peut fixer les valeurs propres de  $(A+GC)$  arbitrairement de façon à ce que l'erreur converge vers zéro aussi vite que l'on veut. Evidemment, on ne peut pas transformer n'importe quel système non linéaire sous la forme requise pour la synthèse d'un observateur à dynamique d'erreur linéaire. Le problème de linéarisation de l'observateur se pose dans les termes suivants: Etant donné le système (II.24), un état initial  $x_0$ , trouver un voisinage  $U^0$  de  $x_0$ , un changement de coordonnées  $z=T(x)$  sur  $U^0$ , une application  $\varphi: h(U^0) \rightarrow \mathfrak{R}^n$  tel que  $\dot{z} = \frac{\partial T}{\partial x} f(x) \Big|_{x=T^{-1}(z)} = Az + \varphi(Cz)$ , et  $h(T^{-1}(z)) = Cz \quad \forall z \in T(U^0)$  avec

$\text{rang}[C^T, A^T C^T \dots A^{T^{n-1}} C^T]^T = n$ . Le théorème suivant donne une condition nécessaire et suffisante de résolution de ce problème.

**Théorème II.5:** Le problème de linéarisation de l'observateur à une solution si est seulement si:

$$i) \dim(\text{span}\{dh(x), dL_f h(x), \dots, dL_f^{n-1} h(x)\}) = n$$

ii) Il existe une application  $F$  d'un ouvert  $V$  de  $\mathfrak{R}^n$  sur un voisinage  $U^0$  de  $x_0$  satisfaisant  $\frac{\partial F}{\partial z} = [\tau(x) - \text{ad}_f \tau(x), \dots, (-1)^{n-1} \text{ad}_f^{n-1} \tau(x)] \Big|_{x=F(z)} \forall z \in V$  où  $\tau$  est unique et est donné par:

$$\begin{bmatrix} dh(x) \\ dL_f h(x) \\ \vdots \\ dL_f^{n-1} h(x) \end{bmatrix} \tau(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.27})$$

Une extension de ce résultat a été faite par Krener, Respondek en 1985 et Xiao, Wei bin en 1988 [1] aux systèmes multi sorties commandés. A notre avis ces résultats sont difficiles à mettre en œuvre, et peu de systèmes non linéaires sont susceptibles d'admettre un observateur à dynamique d'erreur linéaire.

### II.9.2.2 Observateurs à mode glissants [1] [9] [15]

Ces observateurs ont été introduits par Slotine, Hedrick, Misawa en 1987, Canudas de Witt, Slotine en 1991, Hernandez en 1994 [1]. Ces observateurs ont la particularité d'utiliser des gains non différentiables. La méthode consiste à contraindre les dynamiques des erreurs d'estimations d'un système linéaire d'ordre  $n$  sur une variété d'ordre  $(n-p)$  dite surface de glissement. Pour illustrer la méthode, considérons le système non linéaire suivant:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, t) & x &\in \mathfrak{R}^n \\ y &= Cx & y &\in \mathfrak{R}^p \end{aligned} \quad (\text{II.28})$$

On définit l'observateur par la structure:

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, t) - H(y - \hat{y}) - K.T_s \quad (\text{II.29})$$

où:

K: matrice de gain de dimension  $n \times p$ .

H: matrice de gain de dimension  $n \times p$ .

$T_s$ : vecteur de dimension  $p$ .

$$T_s = [\text{sign}(\tilde{y}_1), \dots, \text{sign}(\tilde{y}_p)]^T \quad (\text{II.30})$$

avec :

$$\tilde{y}_i = y_i - c_i \hat{x} \quad (\text{II.31})$$

On définit la surface comme étant le vecteur de l'erreur:

$$\sigma = \tilde{y} = c(x - \hat{x}) \quad (\text{II.32})$$

Nous avons:

$$\dot{\tilde{x}} = \Delta f + H(y - \hat{y}) + K.T_s = \hat{f} \quad (\text{II.33})$$

La surface de glissement de dimension  $p$  doit être attractive  $\Rightarrow \sigma_i \dot{\sigma}_i < 0$

Les matrices H et K sont choisies de manière à satisfaire cette condition, la méthode de synthèse de H et K dépend de cas traité, c'est-à-dire de la forme de f.

En utilisant le principe de commande équivalente d'Utkin on a une fois le régime glissant établi  $\sigma = 0$  par conséquent, la dérivé par rapport aux temps doit aussi être toujours nulle  $\dot{\sigma} = 0$ .

$$\Rightarrow \text{grad}(\sigma) \tilde{f}(\tilde{x}, \tilde{T}_s) = 0 \quad (\text{II.34})$$

où:

$$\tilde{f} = \Delta f - H\tilde{Z} - K\tilde{T}_s \quad (\text{II.35})$$

$\tilde{T}_s$  est le vecteur de glissement équivalent qui obtenu par les équations précédentes.

$$\text{On a} \quad c(\Delta f - H\tilde{Z} - K\tilde{T}_s) = 0 \Rightarrow \tilde{T}_s = (cK)^{-1} c\Delta f \quad (\text{II.36})$$

donc la dynamique de surface de glissement est:

$$\dot{\tilde{x}} = (I - K(cK)^{-1} c)\Delta f \quad (\text{II.37})$$

Ce type d'observateur est bien adapté aux systèmes incertains. Il est robuste vis-à-vis les variations paramétriques.

### II.9.2.3 Observateur à grands gains [15] [1]

Ce type d'observateur a été introduit par Bornard, Hammouri en 1991 et Gauthier, Hammouri, Othman en 1992, [1] pour la classe des systèmes uniformément-observables.

Les systèmes considérés sont de la forme:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{II.38})$$

On suppose que  $u(t) \in \mathcal{R}^m$  l'ensemble des valeurs admissibles de l'entrée, on suppose aussi qu'il existe un domaine physique  $\Omega \subset \mathcal{R}^n$  (ouvert borné) d'évolution de l'entrée et qui est le domaine d'intérêt du système.

On suppose que  $u=0$  est une entrée universelle, le jacobien de  $\{h_1, L_f h_1, \dots, L_f^{n-1} h_1\}$  par rapport à  $x$  est de rang  $n$  presque partout sur  $\mathcal{R}^n$ . Au voisinage d'un point régulier on peut sélectionner un sous ensemble de rang plein :  $\{z_1, \dots, z_n\} = \{h_1, L_f h_1, \dots, L_f^{n_1} h_1, \dots, h_p, \dots, L_f^{n_p} h_p\}$

Ceci détermine un système de coordonnées locales dans lequel le système s'écrit

$$\begin{cases} \dot{z} = Az + \tilde{\varphi}(z) + \bar{\varphi}(z)u \\ y = Cz \end{cases}$$

avec

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & & \\ & \dots & \\ & & A_p \end{bmatrix} \quad A_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (II.39)$$

$$C = \begin{bmatrix} C_1 & & \\ & \dots & \\ & & C_p \end{bmatrix} \quad C_k = [1, 0, \dots, 0]$$

$$\tilde{\varphi}(z) = \begin{bmatrix} \tilde{\varphi}_1(z) \\ \vdots \\ \tilde{\varphi}_p(z) \end{bmatrix} \quad \tilde{\varphi}(z) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \tilde{\varphi}_k(z) \end{bmatrix}$$

La taille de chaque bloc  $A_k$  est  $\eta_k, k=1..p$

avec  $\sum_{k=1}^p \eta_k = n$  et  $\mu_1 = 1, \dots, \mu_k = \mu_{k-1} + \eta_{k-1} \quad k = 2, \dots, p$

La linéarité en  $u$  ne sera pas utilisée par la suite on pourra considérer les systèmes sous la forme:

$$\begin{cases} \dot{z} = Az + \varphi(z, u) \\ y = Cz \end{cases} \quad (II.40)$$

Hypothèses:

H1: La fonction  $z$  choisie est un difféomorphisme de  $\Omega$  sur  $z(\Omega)$ .

H2:  $\varphi$  et  $z$  peuvent être étendues de  $\Omega$  à  $\mathbb{R}^n$  par une fonction  $C^\infty$ .

H3: Le système (II.40) est complet pour toutes les fonctions d'entrée admissibles (mesurables bornées) à valeurs dans  $U$ .

Sous ces hypothèse (II.40) définit globalement un système qui coïncide avec le système (II.12) sur  $\Omega$ . Les deux théorèmes suivants donnent la construction de l'observateur pour cette classe de systèmes dans les cas mono sortie et multi sortie.

**Système mono sortie:**

**Théorème 1.6:** On considère le système (II.40) avec  $p=1$  dans lequel la fonction  $\varphi$  est globalement Lipschitzienne par rapport à  $z$ , uniformément par rapport à  $u$ .

Soit  $K$  une matrice  $n \times 1$  telle que la matrice  $(A-KC)$  ait toutes ses valeurs propres à

partie réelle négative et  $\Lambda(T) = \begin{bmatrix} T & & \\ & T^2 & \\ & & \ddots \\ & & & T^n \end{bmatrix}$ ,  $T$  un nombre réel faible.

Supposons que:

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j} \equiv 0 \text{ pour } i=1, \dots, n-1 \quad j=i+1, \dots, n.$$

Alors le système (II.40) est uniformément localement observable, et il existe  $T_0$  tel que pour tout  $T$  satisfaisant  $0 \leq T \leq T_0$  le système:

$$\dot{\hat{z}} = A\hat{z} + \varphi(\hat{z}, u) + \Lambda^{-1}(T)K(y - C\hat{z}) \quad (\text{II.41})$$

est un observateur pour le système (II.40) de plus la norme de l'erreur d'observation est bornée par une exponentielle dont la vitesse de décroissance peut être choisie arbitrairement grande.

**Systèmes multi sorties:**

**Théorème 1.7:** On considère le système (II.40) dans lequel:

i) La fonction  $\varphi$  est globalement Lipschitzienne par rapport à  $z$ , uniformément par rapport à  $u$ .

Soit  $K = \begin{bmatrix} K_1 & & \\ & \ddots & \\ & & K_p \end{bmatrix}$  une matrice de dimension adéquate.

telle que pour chaque bloc  $K_i$  la matrice  $(A_k - K_k C_k)$  a toutes ses valeurs propres à parties réelles strictement négatives.

Supposons que l'on puisse trouver deux ensembles d'entiers  $\sigma = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n\}$  et  $\delta = \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_p\}$  avec  $\delta_i > 0, i=1, \dots, p$  ( $p$  dimension du vecteur de sortie) tels que:

$$\text{ii) } \sigma_{\mu_k+l} = \sigma_{\mu_k+l-1} + \delta_k \quad k=1, \dots, p, \quad l=1, \dots, \eta_k - 1$$

$$\text{iii) } \frac{\partial \phi_i}{\partial x_j} \neq 0 \Rightarrow \sigma_i \geq \sigma_j \quad i=1, \dots, n \quad j=1, \dots, n \quad j \neq \mu_k \quad k=1, \dots, p$$

Alors le système (II.40) est uniformément observable, et pour  $T > 0$  suffisamment petit le système suivant:

$$\dot{\hat{z}} = A\hat{z} + \varphi(\hat{z}, u) + \bar{\Delta}^{-1}K(y - C\hat{z}) \tag{II.42}$$

avec

$$\hat{z}_{\mu_k} = y_k, \hat{z}_j = \hat{z}_j, j \neq \mu_k \tag{II.43}$$

$$\bar{\Delta}(T, \delta) = \begin{bmatrix} \bar{\Delta}_1(T, \delta_1) & & & \\ & \ddots & & \\ & & \bar{\Delta}_k(T, \delta_k) & \\ & & & \ddots \\ & & & & \bar{\Delta}_k(T, \delta_k) \end{bmatrix}, \bar{\Delta}_k(T, \delta_k) = \begin{bmatrix} T^{\delta_k} & & & \\ & T^{2\delta_k} & & \\ & & \ddots & \\ & & & T^{n_k \delta_k} \end{bmatrix} \tag{II.44}$$

Est un observateur exponentiel pour le système (II.40). De plus les dynamiques de cet observateur peuvent être rendues arbitrairement rapides.

**Remarque 1.9:** La matrice  $K$  peut être choisie solution de l'équation algébrique de Riccati ou par placement de pôles.

La condition ii) est nécessaire pour que le système soit uniformément observable.

L'observateur s'écrit dans les nouvelles coordonnées comme une copie du système plus une correction non linéaire. La mise en œuvre nécessite l'écriture de l'observateur dans le repère d'origine.

### II.9.2.4 Observateur par minimisation en ligne [1]

Une approche différente des approches classiques précédentes a été proposée par G.Zimmer. Cette approche s'applique aux systèmes non linéaires observables, décrits par des équations différentielles ordinaires et des équations de mesure.

L'observateur de l'état est réalisé par une minimisation en ligne d'une fonctionnelle décrivant l'écart entre la sortie mesurée et la sortie calculée. La méthode de Newton a été utilisée pour l'approximation de la solution.

On peut brièvement décrire l'algorithme de G.Zimmer de la manière suivante: Le système non linéaire est décrit par:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) & \text{(II.45.a)} \\ y = h(x) & \text{(II.45.b)} \end{cases}$$

La solution de (II.45.a) est représentée par  $x(t; t_0, x_0)$   $t \in \mathfrak{R}$ , la sortie correspondante est  $y(t; t_0, x_0)$  dans la suite  $t_0$  est égal à 0.

Etant donné un système non linéaire observable, un intervalle de temps  $I=[0, T]$  et la sortie du système  $y^*(.)$  sur cet intervalle. Il s'agit de trouver  $x_0^*$  tel que  $y(t; 0, x_0^*) = y^*(t)$  quelque soit  $t \in I$ .

Pour trouver  $x_0^*$  on opère de la manière suivante:

- 1) choisir  $x_0$  arbitraire.
- 2) comparer  $y^*(.)$  et  $y(.; 0, x_0)$  sur  $I$ .

Deux cas se présentent:

- a)  $y^*(.)$  et  $y(.; 0, x_0)$  sont identique sur  $I$ , dans ce cas  $x_0 = x_0^*$ .
- b)  $y^*(.)$  et  $y(.; 0, x_0)$  ne sont identique sur  $I$ , il faut chercher une autre valeur pour la condition initiale. Dans ce deuxième cas on définit la fonction:

$$N(x_1, x_2) = \frac{1}{2} \int_0^T (y(t; 0, x_1) - y(t; 0, x_2))^2 dt \quad (\text{II.46})$$

Le système étant observable on a :

$$N(x_0, x_0^*) = 0 \Leftrightarrow x_0 = x_0^* \quad (\text{II.47})$$

Le problème est donc de trouver la racine de la fonction réelle  $N(., x_0^*)$ . La méthode utilise l'approximation de Newton pour trouver la solution de  $N(x_0, x_0^*) = 0$ .

$$x_{0,k+1} = x_{0,k} - \left( \frac{\partial^2 N(x_{0,k}, x_0^*)}{(\partial x_1)^2} \right)^{-1} \left( \frac{\partial N(x_{0,k}, x_0^*)}{\partial x_1} \right)^T \quad (\text{II.48})$$

Le calcul de  $\left( \frac{\partial N(x_{0,k}, x_0^*)}{\partial x_1} \right)$  nécessite la résolution d'une équation différentielle du

premier ordre.

**Remarque II.10:** Cette méthode est lourde à appliquer pour un système non linéaire de dimension élevée, car le hessien est difficile à calculer en général.

**Remarque II.11:** On peut au lieu d'utiliser l'algorithme de Newton utiliser la méthode de Broyden qui évite le calcul explicite du hessien.

#### II.9.2.5. Observateur par dérivation numérique [1]

S.Diop, J.W.Grizzle, E.Moraal et A.Stephanopoulou [1] ont présenté la dérivation numérique comme une alternative intéressante pour la résolution du problème d'observabilité non linéaire. Le système non linéaire (II.2) est observable s'il existe un entier  $N$  telle que l'application définie par :

$$H(u, \dot{u}, \dots, u^{(n-1)}, x) = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \vdots \\ y^{(n-1)} \end{bmatrix} \quad (\text{II.49})$$

est injective pour n'importe quelle entrée universelle. Pour un système observable on peut écrire:

$$x = L(u, \dot{u}, \dots, u^{(n-1)}, y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}) \quad (\text{II.50})$$

L'existence de l'application L est garantie par la définition de l'observabilité. Parfois il est difficile de trouver l'expression de L, dans ce cas on peut utiliser des méthodes numériques de résolution par exemple l'algorithme de Newton. Le problème de la synthèse d'un observateur se réduit à un problème de dérivation numérique puisque la connaissance de y et ses dérivées, de u et ses dérivées permet la connaissance de x à partir de L.

### II.9.2.6 Observateur par la méthode de Lyapunov [2]

On considère le système non linéaire de la forme:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t)), x(0) = x_0 \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{II.51})$$

avec  $x \in \mathfrak{R}^n, u \in \mathfrak{R}^m, y \in \mathfrak{R}^p$

Il est supposé que pour n'importe quelle entrée u(t) et état initiale  $x_0$ , la trajectoire correspondante x(t) est définie  $\forall t$ , et que f est continûment différentiable. On procède par analogie avec l'observateur linéaire classique. On cherche un observateur de la forme:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}(t), u(t)) + g(y(t)) - g(\hat{y}(t)), \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (\text{II.52})$$

où la fonction analytique  $g: \mathfrak{R}^p \rightarrow \mathfrak{R}^n$  est à déterminer. Les erreurs d'état et de la sortie sont définies respectivement:

$$\begin{cases} e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \\ \varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t) \end{cases} \quad (\text{II.53})$$

La dynamique de l'erreur d'estimation est:

$$\dot{e} = f(x, u) - f(\hat{x}, u) - g(y) + g(\hat{y}) \quad (\text{II.54})$$

Supposons que l'état de l'observateur converge asymptotiquement vers l'état du système. On considère que l'état de l'erreur (II.53) est dans le voisinage de zéro. Cela permet l'utilisation du développement de Taylor étendu du premier ordre de la fonction  $f$ .

$$\begin{aligned} f(x, u) &= f(\hat{x} + e, u) \\ &= f(\hat{x}, u) + D_{\hat{x}}(f)e \end{aligned} \quad (\text{II.55})$$

où  $D_{\hat{x}}$  est défini par :

$$D_{\hat{x}}(f) = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x^T} \right|_{x=\hat{x}} \quad (\text{II.56})$$

De même manière :

$$g(y) = g(\hat{y}) + D_y(g)Ce \quad (\text{II.57})$$

avec:

$$D_y(g) = \left. \frac{\partial g(y)}{\partial y^T} \right|_{y=\hat{y}} \quad (\text{II.58})$$

Par conséquent la dynamique de l'erreur d'estimation peut être réécrite comme suit:

$$\dot{e} = [D_{\hat{x}}(f) - D_y(g)C]e \quad (\text{II.59})$$

Pour la reconstruction du vecteur d'état, l'idée est de sélectionner  $g(y)$  pour que  $\hat{x}(t)$  devienne un estimateur d'état du système sous certaine considération. Si la paire  $\{D_{\hat{x}}(f), C\}$  est observable, alors il faut que la matrice  $D_y(g)$  soit déterminée pour que (II.59) aura des pôles stables en tous point de fonctionnement. La question qui se pose est quand la fonction  $g$  existe ?

Uniquement une condition suffisante est obtenue par Missawa et Hedrick en 1989. Une structure particulière de l'observateur est proposée.

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + R(\hat{x}, u)(y - \hat{y}), \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases} \quad (\text{II.60})$$

Donc l'erreur est la solution de l'équation :

$$\dot{e} = f(x, u) - f(\hat{x}, u) - R(\hat{x}, u)(y - \hat{y}) \quad (II.61)$$

La fonction matricielle  $R(\hat{x}, u)$  est choisie pour que l'erreur décroît asymptotiquement et  $e(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$ . Alors l'erreur est considérée dans le voisinage de zéro. En utilisant (II.55) et (II.57).

$$\dot{e} = [D_{\hat{x}}(f) - R(\hat{x}, u)C]e \quad (II.62)$$

On considère la fonction de Lyapunov :

$$V(e) = \frac{1}{2} e^T P e \quad (II.63)$$

où:  $P$  est une matrice définie positive. Il faut que  $\dot{V}(e) < 0$ .

$$\dot{V}(e) = e^T P [D_{\hat{x}}(f) - R(\hat{x}, u)C]e \quad (II.64)$$

Tsinias en 1989 [2] a proposé un algorithme pour la détermination du gain  $R(\hat{x}, u)$  basé sur la condition:  $\{Ker(C)\} \neq \{0\}$ . Une généralisation de cet algorithme basé sur la détermination de  $P$  et  $R(\hat{x}, u)$  est proposée par Adjallah, Maquin et Ragot.

Pour cela, on procède en deux étapes, la première est consacrée à la détermination de  $P$ , l'autre à la détermination de  $R(\hat{x}, u)$  en utilisant la valeur de  $P$ .

*Etape 1:* Si  $e \in \{Ker(C)\} - \{0\}$ , (11) se réduit à:

$$\dot{V}(e) = e^T P D_{\hat{x}}(f)e \quad (II.65)$$

Donc il faut trouver  $P$  pour que :

$$\dot{V}(e) = e^T P D_{\hat{x}}(f)e < 0 \quad (II.66)$$

La transformation  $e = K\bar{e}$  est adoptée, avec  $K$  orthogonal droite de  $C$ . La dimension de  $\bar{e}$  est inférieur à celle de  $e$ .

$$\dot{V}(e) = \bar{e}^T K^T P D_{\hat{x}}(f) K \bar{e} \quad (II.67)$$

Etape 2: Si on trouve une valeur convenable de P, on essaye de trouver  $R(\hat{x}, u)$  qui vérifie l'inégalité:

$$\dot{V}(e) = e^T P [D_{\hat{x}}(f) - R(\hat{x}, u)C] e < 0 \quad (\text{II.68})$$

Une condition suffisante pour vérifier cette inégalité est que  $D_{\hat{x}}(f) - R(\hat{x}, u)C$  soit semi définie négative. Une structure particulière est proposée pour satisfaire cette dernière condition :

$$R(\hat{x}, u) = P^{-1} F(\hat{x}, u) C^T Q \quad (\text{II.69})$$

où:  $F(\hat{x}, u)$  et  $Q$  sont de dimension  $n \times n$  et  $p \times p$  respectivement .

En remplaçant (17) dans (16):

$$\dot{V}(e) = e^T P D_{\hat{x}}(f) e - e^T F(\hat{x}, u) C^T Q C e < 0 \quad (\text{II.70})$$

Il faut que  $F(\hat{x}, u)$  qui satisfait l'inégalité (II.70) soit définie positive et:

$$|e^T P D_{\hat{x}}(f) e| < e^T F(\hat{x}, u) e \quad (\text{II.71})$$

donc:

$$\dot{V}(e) \leq |e^T P D_{\hat{x}}(f) e| - e^T F(\hat{x}, u) D_{\hat{x}}(h)^T Q D_{\hat{x}}(h) e \quad (\text{II.72})$$

Il faut trouver une matrice Q de dimension  $p \times p$  pour que  $[C^T Q C - I]$  soit semi définie positive.

Toutes les matrices définies positives  $F(\hat{x}, u)$  qui vérifient:  $\|P D_{\hat{x}}(f)\| < \|F(\hat{x}, u)\|$  satisfassent l'inégalité (II.71). Alors la forme suivante est proposée:

$$F(\hat{x}, u) = \text{diag}(\varphi_1(x, u)) \quad (\text{II.73})$$

où:

$$\varphi_1(x, u) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n |\alpha_{1j}(x, u) + \alpha_{j1}(x, u)| \quad (\text{II.74})$$

$\alpha_{ij}$  : sont les éléments de  $PD_{\hat{x}}(f)$ .

Donc l'existence de  $P$  qui vérifie l'inégalité (II.66) et  $Q$  qui vérifie (II.72) sont les deux conditions nécessaires pour la synthèse d'un observateur (2) qui a la forme finale suivante:

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + P^{-1}F(\hat{x}, u)C^T Q(y - C\hat{x}) \quad (\text{II.75})$$

Cette méthode de synthèse d'un observateur non linéaire peut être étendue pour les systèmes avec sortie non linéaire.

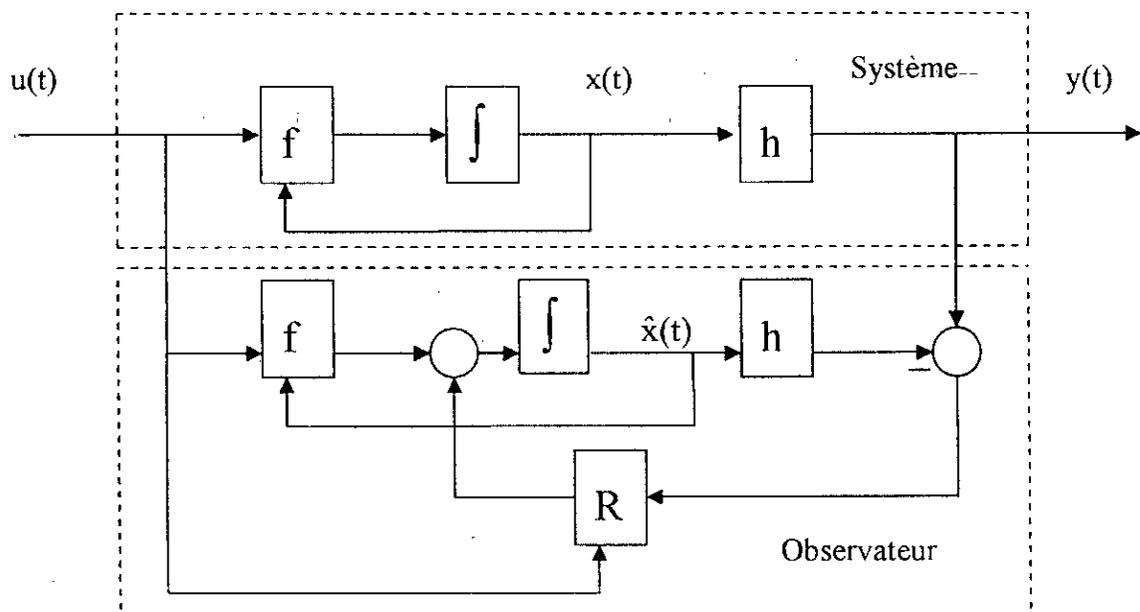


Figure II.1: Structure de l'observateur non linéaire

### 1.10 Stabilisation des systèmes non linéaires par retour d'état estimé

Il n'existe pas en général de principe de séparation pour les systèmes non linéaires. L'exemple suivant dû à Kokotovic [1] montre qu'une loi de commande globalement stabilisante couplée à un observateur exponentiellement stable peut engendrer des explosions en temps fini. En effet soit le système:

$$\dot{x}_1 = x_1 + x_2 x_1^2 + u$$

$$\dot{x}_2 = -x_2 + x_1^2$$

$$y = x_1$$

La loi de commande  $u = -x_2 x_1^2$  est globalement stabilisante. Un observateur pour ce système est:

$$\dot{\hat{x}}_2 = -\hat{x}_2 + x_1^2 \text{ donc } \dot{e}_2 = -e_2 \Rightarrow e_2(t) = e_{20} e^{-t} \text{ soit une convergence exponentielle.}$$

$$\dot{x}_1 = -x_1 + x_1^2(x_2 - \hat{x}_2) = -x_1 + x_1^2 e_{20} e^{-t}$$

Soit  $x_1 = \frac{2x_{10}}{(2 - x_{10} e_{20})e^t + x_{10} e_{20} e^{-t}}$

Si  $x_{10} e_{20} > 2$  la solution explose en temps fini.

Parmi les résultats théoriques importants nous citerons les travaux de M. Vidyasagar et J. Tsinias, A. Teel et L. Praly. Les deux premiers auteurs utilisent la notion de faible détectabilité dont nous rappelons ci dessous la définition.

Soit le système non linéaire suivant:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) & x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m \\ y &= h(x) & y \in \mathbb{R}^p \end{aligned} \tag{II.76}$$

$$f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$$

Sont supposées continues en (0,0).

Le point (0,0) est un point d'équilibre c'est à dire  $f(0,0)=0$ . L'espace de commande consiste en toutes les applications mesurables du temps prenant leurs valeurs dans un voisinage U de 0 dans  $\mathbb{R}^m$ .

**Définition II.12:** Le système (II.76) est faiblement détectable s'il existe:

- $g : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n, g(0,0,0) = 0$  une application continue.

- $W : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^+$  une fonction continûment dérivable.

-  $\Psi_i : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  tel que  $\Psi_i(0) = 0$ ,  $i=1,2,3$  des fonctions réelles continues strictement croissantes (classe K).

telles que:

$$\begin{aligned} f(x, u) &= g(x, h(x), u), (x, u) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \\ \Psi_1(\|x - z\|) &\leq W(x, z) \leq \Psi_2(\|x - z\|) \end{aligned} \tag{II.77}$$

$$\frac{\partial W}{\partial x} f(x, u) + \frac{\partial W}{\partial z} g(z, h(x), u) \leq -\Psi_3(\|x - z\|), \forall u \in U \text{ et } e = x - z \in \mathbb{R}^n \text{ suffisamment petit.}$$

Si le système (II.76) est faiblement détectable alors le système  $\dot{z} = g(z, h(x), u)$  est un observateur pour (II.76) c'est à dire  $(x(t) - z(t)) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$  quelque soit  $x(0) \in \mathbb{R}^n$ ,  $z(0) \in \mathbb{R}^n$ , et  $e(0) = x(0) - z(0)$  suffisamment petit.

**Remarque II.12:** La fonction  $W(x, z)$  est une fonction de Lyapunov permettant de conclure quand à la convergence de l'observateur  $\dot{z} = g(z, h(x), u)$ .

Nous donnerons ici le théorème de J.Tsinias qui généralise celui de Vidysagar.

**Théorème II.8:** Si le système (II.76) est faiblement détectable et localement stabilisable en  $0 \in \mathbb{R}^n$  par un retour d'état continu  $u = \gamma(x), \gamma(0) = 0$ . Alors de sortie  $u = \gamma(z)$  stabilise asymptotiquement.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ \dot{z} &= g(z, h(x), u) \end{aligned} \text{ en } (0, 0) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \tag{II.78}$$

### II.11 Stabilisation semi globale par retour de sortie

La notion de stabilisabilité semi globale a été introduite par Bacciotti sous le terme de stabilisabilité globale potentielle.

A.Teel et L.Praly ont montré que l'observabilité complète uniforme et la stabilisation globale impliquent la stabilisabilité semi globale par retour de sortie. Nous présentons dans la suite brièvement un de leur résultat qui sera utilisé dans les chapitres suivants.

**Définition II.13:** Un point d'équilibre  $x^*$  d'un système dynamique ayant  $y$  pour mesure et  $u$  pour commande est dit stabilisable semi globalement par retour dynamique de sortie, si pour chaque compact  $K$ , il existe un retour de sortie dynamique:

$$\begin{aligned} u &= \theta_1(y, \xi) \\ \dot{\xi} &= \theta_2(y, \xi) \end{aligned} \quad (\text{II.79})$$

et un compact  $K_\xi$  tel que le point d'équilibre  $(x, \xi) = (x^*, 0)$  de la boucle fermée est asymptotiquement stable la région d'attraction contenant  $K \times K_\xi$ .

### *Hypothèse de minimum de phase modifiée*

Soit le système :

$$\dot{z} = h(z, 0, d(t)) \quad (\text{II.80})$$

On suppose qu'il existe un voisinage  $A_1$  de l'origine dans  $\mathfrak{R}^m$  et une fonction  $C^1$

$V: A_1 \rightarrow \mathfrak{R}^+$  définie positive sur  $A_1 \setminus \{0\}$  est propre sur  $A_1$ , satisfaisant  $\dot{V}_{(\text{II.16})} \leq -\Phi_1(z)$  où  $\Phi_1(z)$  est continue sur  $A_1$ , définie positive sur  $\{z: v < V(z) < c+1\}$ ,  $v$  et  $c$  sont des nombres réels vérifiant  $0 \leq v < 1, c \geq 1$ .

**Théorème 1.9:** Soit le système non linéaire

$$\begin{aligned} \dot{z} &= h(z, e, d(t)) \\ \dot{e} &= LAe + g(z, e, d(t)) \end{aligned} \quad (\text{II.81})$$

Où  $z \in \mathfrak{R}^m, e \in \mathfrak{R}^n$  et  $L$  un nombre réel strictement positif. Supposons l'hypothèse de minimum de phase modifiée vérifiée, et soit  $\Gamma = \{z: V(z) \leq c+1\}$ . On suppose:

- La matrice  $A$  Hurwitzienne, qu'il existe des nombres réels positifs  $\beta$  et  $\nu$  et une fonction  $\gamma$  bornée avec  $\gamma(0) = 0$  vérifiant:

$$\left. \begin{aligned} |h(z, e, d) - h(z, 0, d)| &\leq \gamma(|e|) \\ |g(z, e, d)| &\leq \beta + \nu|e| \end{aligned} \right\} \forall (z, e, d) \in \Gamma \times \mathfrak{R}^n \times D \quad (\text{II.82})$$

Soit  $\mu(L)$  une fonction de classe  $K_\infty$  vérifiant:

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \frac{L}{\mu^4(L)} \rightarrow \infty \quad (\text{II.83})$$

Soit la matrice  $P$  solution de  $A^T P + PA = -I$ . On définit :

$$W(z, e) = c \frac{V(z)}{c+1-V(z)} + \mu(L) \frac{\log(1+e^T P e)}{\mu(L)+1-\log(1+e^T P e)} \quad (\text{II.84})$$

$$A_2 = \{z : V(z) < c+1\} \times \{e : \log(1+e^T P e) < \mu(L)+1\} \quad (\text{II.85})$$

Alors:

$\forall L > 0, W(z, e) : A_2 \rightarrow \mathfrak{R}^+$  est définie positive sur  $A_2 \setminus \{0\}$  et propre sur  $A_2$ .

$\forall \rho > 0 \exists L_*$  tel que  $\forall L > L_* \dot{W}_{(II.17)} \leq -\Phi_2(z, e)$  où  $\Phi_2(z, e)$  est définie positive sur  $\{(z, e) : v + \rho \leq W(z, e) \leq c^2 + \mu^2(L) + 1\}$ .

**Remarque II.13 :** Si la conditions initiales peuvent être bornées indépendamment de  $L$  alors:

- Les bornes (II.82) ne sont plus nécessaires.
- $\mu$  peut être choisi indépendamment de  $L$  et la fonction  $\log(1+e^T P e)$  peut être remplacée par  $e^T P e$ .

**Remarque II.14:** Le théorème (II.9) permet de montrer que les trajectoires du système (II.81) entrent en un temps fini dans un voisinage de l'origine. Pour conclure, quand à la semi globale asymptotique stabilité il faut montrer en plus qu' autour de l'origine le système est asymptotiquement stable.

## II.12 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné un résumé détaillé des principaux résultats obtenus dans le domaine de l'observation, c'est-à-dire l'étude de l'observabilité, ainsi que la synthèse d'observateur et la stabilité des observateurs avec l'application de loi de commande pour les systèmes linéaires et non linéaires.

Pour l'application envisagée nous avons choisie d'utiliser l'observateur à modes glissants pour l'avantage qui présente; c'est-à-dire son adaptation aux systèmes incertains. Puis l'utilisation de l'observateur par la méthode de Lyapunov en vue d'une comparaison entre les résultats obtenus par ces deux observateurs.

# CHAPITRE III

## *Observateurs Décentralisés des Systèmes Non Linéaires*

## CHAPITRE III

### Observateurs Décentralisés des Systèmes Non Linéaires

#### III.1 Introduction

La décentralisation des observateurs devient de plus en plus nécessaire, à cause des avantages qui présente. Pour un système multivariables, la décentralisation de l'observateur diminue la complexité de calcul de ce dernier. Pour un système interconnecté la décentralisation de l'observateur est une nécessité à cause de l'éloignement de chaque sous-système par rapport aux autres.

#### III.2 Observateurs décentralisés pour les systèmes multivariables [3]

La redondance des sorties mesurée peut être utilisées pour diviser le modèle du système à des sous-systèmes observable mono sortie. L'observateur local pour un sous-système est choisi selon la structure de ce dernier, puisque plusieurs structures sont possibles selon l'ordre, les interconnexions et la linéarité ou non de ce système. Dans l'approche décentralisée, à chaque sous-système il existe un observateur individuel. Par conséquent ce n'est pas n'importe quel choix est approprié pour cette approche. La forme triangulaire est utile, parce que les valeurs estimées du premier sous-système sont considérées pour le sous-système d'après connues et ainsi de suite. Lorsqu'une structure convenable des sous-systèmes est obtenue la forme de l'observateur va dépendre des équations différentielles constituants ces sous-systèmes.

### III.2.1 Observateur non linéaire décentralisé:

Soit le système autonome multi sorties suivant:

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = f(x) & t > 0, x(0) = x_0 \\ y = h(x) & t \geq 0 \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

avec l'état  $x(t) \in M \subseteq \mathbb{R}^n$ , la sortie  $y(t) \in Y \subseteq \mathbb{R}^p$ , les fonctions  $f(x)$ ,  $h(x) : f_i, h_j \in C^\infty$ ,  $i=1, \dots, n; j=1, \dots, p$  et  $f(0,0)=0$ ,  $h(0)=0$ .

La synthèse d'observateur décentralisé pour le système  $\Sigma$  passe par les étapes suivantes:

- 1- Partager le système à sorties multiples en sous-système  $\Sigma_i$  observable à sortie unique

d'ordre  $k_i$  telle que  $\sum_{i=1}^p k_i = n$ .

$$\Sigma_i : \begin{cases} \dot{x}_i = f_i(x) & x_i(0) = x_{i0} \\ y_i = h_i(x) & i = 1, \dots, p \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

**Remarque III.1:** La partition du système n'est pas unique.

- 2- Analyse de tous les sous-systèmes avec prise en compte des termes de couplage définis par  $f_i(x)$  et  $h_i(x)$ , sélection d'une partition particulière d'ordre  $k_i^*$ ,  $i=1, \dots, p$  dans lequel le couplage est approprié pour la synthèse d'observateur.
- 3- Synthèse d'observateur décentralisé  $\hat{\Sigma}_i$  qui dépend de  $f_i(x)$  et  $h_i(x)$ .

Si les étapes 2 et 3 échec,

- 4- Transformer l'état et la sortie du système pour avoir des termes de connexions à structure approprié.

La conception d'observateurs décentralisés n'aura plus d'avantage par rapport à la conception centralisée si toutes les décompositions possibles donnent des sous-systèmes complètement couplés.

Les systèmes non linéaires n'ont pas encore une méthode systématique pour la synthèse d'observateur décentralisé. Mais, la forme triangulaire est la forme la plus adaptée pour la conception d'observateur décentralisé.

### III.2.2 Détermination des sous-systèmes observables

L'approche décentralisée est basée sur une décomposition du système  $\Sigma$  en sous-systèmes  $\Sigma_i$ . Pour trouver toutes les décompositions possibles en sous-systèmes observables, on est amené à l'étude de la redondance des mesures par l'analyse de l'observabilité locale.

L'ordre du  $i^{\text{ème}}$  sous-système est  $k_i$ , où:  $\sum_{i=1}^p k_i = n$

La condition de rang d'observabilité est:

$$dO = \text{span} \left\{ dh_1(x), dL_f h_1(x), \dots, dL_f^{k_1-1} h_1(x), \dots, dh_p(x), dL_f h_p(x), \dots, dL_f^{k_p-1} h_p(x) \right\}, \sum_{i=1}^p k_i = n$$

$$\dim(dO(x_p)) = n, x_p \in M \quad (\text{III.3})$$

Soit la transformation :

$$q(x) = \begin{bmatrix} q_1(x) \\ q_2(x) \\ \vdots \\ q_p(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \vdots \\ \bar{y}_p \end{bmatrix} = \bar{y} \quad (\text{III.4})$$

Avec :

$$q_i(x) = \begin{bmatrix} L_f h_i(x) \\ L_f^2 h_i(x) \\ \vdots \\ L_f^{k_i-1} h_i(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_i \\ \frac{dy_i}{dt} \\ \vdots \\ \frac{d^{k_i-1} y_i}{dt^{k_i-1}} \end{bmatrix} = \bar{y}_i, \quad \sum_{i=1}^p k_i = n$$

La transformation de  $\Sigma$  à la forme canonique d'observabilité  $\bar{\Sigma}$  par le moyen des équations citées ci-dessus:  $\Sigma \rightarrow \bar{\Sigma}$ :  $\bar{x} = q(x)$  rend les sous-systèmes observables  $\bar{\Sigma}_i$  présentés dans les coordonnées d'observabilité.

$$\bar{\Sigma}_i : \dot{\bar{x}}_i = \begin{pmatrix} \bar{x}_{i2} \\ \vdots \\ \bar{x}_{ik} \\ \varphi_i(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_p) \end{pmatrix}, \quad \bar{x}_i(0) = \bar{x}_{i0} \quad (III.5)$$

$$y_i = \bar{x}_{i1}, \quad i = 1, 2, \dots, p$$

Les sous-systèmes observables dans les coordonnées originales:

La transformation  $\bar{\Sigma}_i \rightarrow \Sigma_i : x_i = q_i^{-1}(\bar{x})$  doit conserver l'assignement de la sortie  $\bar{\Sigma}_i \leftrightarrow y_i$  dans coordonnées originales:  $\Sigma_i \leftrightarrow y_i$

### III.2.3 Détermination des connexions appropriées entre les sous-systèmes

On peut distinguer quatre possibilités de connexions entre deux sous-systèmes mono sortie.

- a)  $\Sigma_1 : \dot{x}_1 = f_1(x_1, y_2), \quad \Sigma_2 : \dot{x}_2 = f_2(y_1, x_2)$
- b)  $\Sigma_1 : \dot{x}_1 = f_1(x_1), \quad \Sigma_2 : \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2)$
- c)  $\Sigma_1 : \dot{x}_1 = f_1(x_1, y_2), \quad \Sigma_2 : \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2)$
- d)  $\Sigma_1 : \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2), \quad \Sigma_2 : \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2)$

avec:  $y_1 = h_1(x_1)$  et  $y_2 = h_2(x_2)$

On doit effectuer des testes successifs de l'observabilité des sous-systèmes  $\Sigma_i$  étape par étape pour  $i=1, \dots, p$ , il faut que l'état  $x_i$  soit reconstituable par la transformation inverse de la forme canonique d'observabilité  $q_i^{-1}$  dépendamment de  $\bar{x}_i$ , des sorties  $(y_{j \neq i}, \dot{y}_{j \neq i}, \dots)$  qui ont des valeurs connues, et des états  $x_{j \neq i}$  reconstitués.

$$a) \quad \bar{\Sigma}_1 : \bar{x}_1 = q_1(x_1, y_2, \dot{y}_2, \dots) \quad \rightarrow x_1 = q_1^{-1}(\bar{x}_1, \underbrace{y_2, \dot{y}_2, \dots}_{\text{connues}}) \quad \rightarrow \Sigma_1 \leftrightarrow y_1$$

$$\bar{\Sigma}_2 : \bar{x}_2 = q_2(x_2, y_1, \dot{y}_1, \dots) \quad \rightarrow x_2 = q_2^{-1}(\bar{x}_2, \underbrace{y_1, \dot{y}_1, \dots}_{\text{connues}}) \quad \rightarrow \Sigma_2 \leftrightarrow y_2$$

$$b) \quad \bar{\Sigma}_1 : \bar{x}_1 = q_1(x_1) \quad \rightarrow x_1 = q_1^{-1}(\bar{x}_1) \quad \rightarrow \Sigma_1 \leftrightarrow y_1$$

$$\bar{\Sigma}_2 : \bar{x}_2 = q_2(x_2, x_1) \quad \rightarrow x_2 = q_2^{-1}(\bar{x}_2, \underbrace{x_1}_{\substack{\text{connue} \\ \text{à partir de } \Sigma_1}}) \quad \rightarrow \Sigma_2 \leftrightarrow y_2$$

$$c) \quad \bar{\Sigma}_1 : \bar{x}_1 = q_1(x_1, y_2, \dot{y}_2, \dots) \quad \rightarrow x_1 = q_1^{-1}(\bar{x}_1, \underbrace{y_2, \dot{y}_2, \dots}_{\text{connues}}) \quad \rightarrow \Sigma_1 \leftrightarrow y_1$$

$$\bar{\Sigma}_2 : \bar{x}_2 = q_2(x_2, x_1) \quad \rightarrow x_2 = q_2^{-1}(\bar{x}_2, \underbrace{x_1}_{\substack{\text{connue à} \\ \text{partir de } \Sigma_1}}) \quad \rightarrow \Sigma_2 \leftrightarrow y_2$$

$$d) \quad \bar{\Sigma}_1 : \bar{x}_1 = q_1(x_1, x_2) \quad \rightarrow x_1 = q_1^{-1}(\bar{x}_1, \underbrace{x_2}_{\text{inconnue}}) \quad \rightarrow \Sigma_1 \leftrightarrow y_1, y_2$$

$$\bar{\Sigma}_2 : \bar{x}_2 = q_2(x_1, x_2) \quad \rightarrow x_2 = q_2^{-1}(\bar{x}_2, \underbrace{x_1}_{\text{inconnue}}) \quad \rightarrow \Sigma_2 \leftrightarrow y_1, y_2$$

La structure de l'observateur décentralisé dépend des connexions entre les sous-systèmes. Le terme de correction de l'observateur est  $l_i(h_i(\hat{x}_i), y_i)$  avec  $l_i(h_i(\hat{x}_i), h_i(\hat{x}_i)) = 0$ . On prend souvent  $(h_i(\hat{x}_i) - y_i)$ .

$$a) \quad \begin{aligned} \hat{\Sigma}_1 : \dot{\hat{x}}_1 &= f_1(\hat{x}_1, y_2) + l_1(h_1(\hat{x}_1), y_1) \\ \hat{\Sigma}_2 : \dot{\hat{x}}_2 &= f_2(y_1, \hat{x}_2) + l_2(h_2(\hat{x}_2), y_2) \end{aligned}$$

$$b) \quad \begin{aligned} \hat{\Sigma}_1 : \dot{\hat{x}}_1 &= f_1(\hat{x}_1) + l_1(h_1(\hat{x}_1), y_1) \\ \hat{\Sigma}_2 : \dot{\hat{x}}_2 &= f_2(\hat{x}_1, \hat{x}_2) + l_2(h_2(\hat{x}_2), y_2) \end{aligned}$$

$$c) \quad \begin{aligned} \hat{\Sigma}_1 : \dot{\hat{x}}_1 &= f_1(\hat{x}_1, y_2) + l_1(h_1(\hat{x}_1), y_1) \\ \hat{\Sigma}_2 : \dot{\hat{x}}_2 &= f_2(\hat{x}_1, \hat{x}_2) + l_2(h_2(\hat{x}_2), y_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \hat{\Sigma}_1 : \quad \dot{\hat{x}}_1 &= f_1(\hat{x}_1, \hat{x}_2) + l_1(h_1(\hat{x}_1), y_1) \\ \hat{\Sigma}_2 : \quad \dot{\hat{x}}_2 &= f_2(\hat{x}_1, \hat{x}_2) + l_2(h_2(\hat{x}_2), y_2) \end{aligned}$$

La structure de l'erreur d'observation est:  $\tilde{x}_i = \hat{x}_i - x_i$ ,  $i = 1, 2$

$$\begin{aligned} \text{a) } \tilde{\Sigma}_1 : \quad \dot{\tilde{x}}_1 &= f_1(\tilde{x}_1 + x_1, y_2) - f_1(x_1, y_2) + l_1(h_1(\tilde{x}_1 + x_1), y_1) \\ \tilde{\Sigma}_2 : \quad \dot{\tilde{x}}_2 &= f_2(y_1, \tilde{x}_2 + x_2) - f_2(y_1, x_2) + l_2(h_2(\tilde{x}_2 + x_2), y_2) \\ \text{b) } \tilde{\Sigma}_1 : \quad \dot{\tilde{x}}_1 &= f_1(\tilde{x}_1 + x_1) - f_1(x_1) + l_1(h_1(\tilde{x}_1 + x_1), y_1) \\ \tilde{\Sigma}_2 : \quad \dot{\tilde{x}}_2 &= f_2(\tilde{x}_1 + x_1, \tilde{x}_2 + x_2) - f_2(x_1, x_2) + l_2(h_2(\tilde{x}_2 + x_2), y_2) \\ \text{c) } \tilde{\Sigma}_1 : \quad \dot{\tilde{x}}_1 &= f_1(\tilde{x}_1 + x_1, y_2) - f_1(x_1, y_2) + l_1(h_1(\tilde{x}_1 + x_1), y_1) \\ \tilde{\Sigma}_2 : \quad \dot{\tilde{x}}_2 &= f_2(\tilde{x}_1 + x_1, \tilde{x}_2 + x_2) - f_2(x_1, x_2) + l_2(h_2(\tilde{x}_2 + x_2), y_2) \\ \text{d) } \tilde{\Sigma}_1 : \quad \dot{\tilde{x}}_1 &= f_1(\tilde{x}_1 + x_1, \tilde{x}_2 + x_2) - f_1(x_1, x_2) + l_1(h_1(\tilde{x}_1 + x_1), y_1) \\ \tilde{\Sigma}_2 : \quad \dot{\tilde{x}}_2 &= f_2(\tilde{x}_1 + x_1, \tilde{x}_2 + x_2) - f_2(x_1, x_2) + l_2(h_2(\tilde{x}_2 + x_2), y_2) \end{aligned}$$

Le couplage de l'erreur d'observation des systèmes  $\tilde{\Sigma}_i$  correspondant aux connexions des sous-systèmes  $\Sigma_i$ .

- Les dynamiques d'erreurs d'observation  $\tilde{\Sigma}_{1,2}$  sont couplées par les sorties  $y_{1,2}$ .
- Le couplage apparaît seulement dans la deuxième erreur par  $\tilde{x}_1$ .
- Une combinaison entre a) et b), plus une structure triangulaire entre sous-systèmes  $\tilde{\Sigma}_1$  et  $\tilde{\Sigma}_2$ .
- Connexion complète entre  $\tilde{\Sigma}_1$  et  $\tilde{\Sigma}_2$ , l'approche est mieux adapté pour ce cas.

### III.2.4 Définition de la forme triangulaire générale

Il est recommandé de transformer les systèmes à cette forme, à cause de son adaptation à l'utilisation de l'observateur décentralisé. Cette forme est apparue dans le cas c) présenté ci-dessus.

La forme en blocs triangulaires (en cascade) d'un système multi-sorties ( $p \geq 2$ ) est donnée par:

$$\begin{aligned}
 \Sigma_1^\Delta : \dot{x}_1^\Delta &= f_1^\Delta(x_1^\Delta, y_2, y_3, \dots, y_p), & y_1 &= h_1^\Delta(x_1^\Delta) \\
 \Sigma_2^\Delta : \dot{x}_2^\Delta &= f_2^\Delta(x_1^\Delta, x_2^\Delta, y_3, \dots, y_p), & y_2 &= h_2^\Delta(x_1^\Delta, x_2^\Delta) \\
 & \vdots & & \vdots \\
 \Sigma_p^\Delta : \dot{x}_p^\Delta &= f_p^\Delta(x_1^\Delta, \dots, x_p^\Delta), & y_p &= h_p^\Delta(x_1^\Delta, \dots, x_p^\Delta) \\
 \dim(x_i^\Delta) &= k_i, & \sum_{i=1}^p k_i &= n
 \end{aligned} \tag{III.6}$$

Les matrices d'observabilité  $q_i(x_1^\Delta, \dots, x_i^\Delta, y_{i+1}, \dot{y}_{i+1}, \dots, x_p^{(a_p)})$  dans la forme triangulaire et les sous-systèmes  $\Sigma_i^\Delta$  sont localement observables. Avec la condition de rang d'observabilité:

$$\text{rang} \left( \frac{\partial q_i}{\partial x_i^\Delta} \right) = k_i, \quad i = 1, \dots, p \tag{III.7}$$

### III.2.5 Synthèse d'observateur décentralisé pour les systèmes à forme triangulaire

La synthèse d'observateur décentralisé  $\hat{\Sigma}_i$  dépend de la forme du sous-système ( $f_i(x)$  et  $h_i(x)$ ). Un exemple pour la synthèse d'observateur décentralisé pour deux sous-systèmes  $\Sigma_1, \Sigma_2$  est illustré:

Le deux sous-systèmes sont sous la forme triangulaire  $\Sigma_1 = \Sigma_1^\Delta, \Sigma_2 = \Sigma_2^\Delta$ :

$$\begin{aligned}
 \Sigma_1 : \dot{x}_1 &= A_{11}x_1 + \alpha_{11}(x_1, y) + \alpha_{12}(y), & y_1 &= c_{11}^T x_1, & (A_{11}, c_{11}^T) &\text{observable} \\
 \hat{\Sigma}_1 : \dot{\hat{x}}_1 &= A_{11}\hat{x}_1 + \alpha_{11}(\hat{x}_1, y) + \alpha_{12}(y) + l_1(y_1 - c_{11}^T \hat{x}_1) \\
 \tilde{\Sigma}_1 : \dot{\tilde{x}}_1 &= (A_{11} - l_1 c_{11}^T)\tilde{x}_1 + \alpha_{11}(\tilde{x}_1 + x_1, y) - \alpha_{11}(x_1)
 \end{aligned}$$

Condition de Lipschitz:

$$\|\alpha_{11}(\tilde{x}_1 + x_1, y) - \alpha_{11}(x_1, y)\| \leq \gamma_1 \|\tilde{x}_1\| \quad \forall y, \gamma_1 > 0$$

Choix du vecteur du gain  $l_1$  de l'observateur pour que:  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x}_1(t) = 0$

$$\operatorname{Re}\{\lambda(A_{11} - l_1 c_{11}^T)\} < -\mu_1(\gamma_1), \quad \mu_1 > 0$$

La preuve de convergence est démontrée par la fonction de Lypunov.

Deuxième sous-système:

$$\Sigma_2: \quad \dot{x}_2 = A_{22}x_2 + \alpha_{21}(x_1, x_2, y) + \alpha_{22}(y), \quad y_2 = c_{22}^T x_2, \quad (A_{22}, c_{22}^T) \text{ observable}$$

Le terme  $A_{21}x_1$  est inclus dans la fonction  $\alpha_{21}$

$$\hat{\Sigma}_2: \quad \hat{\dot{x}}_2 = A_{22}\hat{x}_2 + \alpha_{21}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, y) + \alpha_{22}(y) + l_2(y_2 - c_{22}^T \hat{x}_2)$$

$$\tilde{\Sigma}_2: \quad \tilde{\dot{x}}_2 = (A_{22} - l_2 c_{22}^T) \tilde{x}_2 + \alpha_{21}(\tilde{x}_1 + x_1, \tilde{x}_2 + x_2, y) - \alpha_{21}(x_1, x_2, y)$$

Condition de Lipschitz:

$$\|\alpha_{21}(x_1, \tilde{x}_2 + x_2, y) - \alpha_{21}(x_1, x_2, y)\| \leq \gamma_2 \|\tilde{x}_2\| \quad \forall x_1, y, \gamma_2 > 0$$

Choix du vecteur du gain  $l_2$  de l'observateur pour que:  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x}_2(t) = 0$ .

Structures spéciales:

- $\alpha_{11} = 0$ :  $\Sigma_1$  est sous la forme canonique d'observabilité.
- $\alpha_{21} = 0$ :  $\Sigma_2$  est sous la forme canonique d'observabilité.
- $\alpha_{21} = \alpha_{21}(x_1, y)$ :  $\Sigma$  est sous la forme observable triangulaire normal (BTONF).

### III.2.6 Transformation d'état

#### III.2.6.1 Transformation du système à la forme triangulaire

Il existe trois possibilités pour trouver une forme triangulaire  $\Sigma^\Delta$  (III.6) à un système donné:

- 1- Il existe un algorithme graphique permettant la détection de la forme triangulaire observable dans les coordonnées originales, avec une possibilité de rénumérer les états. Cet algorithme est implémenté dans le logiciel Mathematica

2- La transformation du système par les équations (III.4), puis l'analyse des caractéristiques des non linéarités:

$\varphi_i(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_i, \bar{x}_{j>i}) = \varphi_i(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_i, y_{j>i}, \dot{y}_{j>i}, \dots, y_{j>i}^{(\alpha_j)}), 0 \leq l_j \leq k_j$  dans la forme normal d'observabilité  $\bar{\Sigma}$  pour tous  $k_j$  possible  $i=1, \dots, p$ .

3- Transformer les coordonnées de la forme normale d'observabilité  $\bar{\Sigma}$  à la forme triangulaire  $\Sigma^\Delta$  par élimination des dérivées des sorties  $y_{j>i}^{(\alpha_j)}, l_j = 1, \dots, \alpha_j$  où:  $\alpha_j$  est le maximum ordre des dérivées des sorties  $y_{j>i}$

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma} : \dot{\bar{x}}_i &= \bar{f}_i(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_i, y_{j>i}, \dot{y}_{j>i}, \dots, y_{j>i}^{(\alpha_j)}) \\ &\rightarrow \Sigma^\Delta : \dot{x}_i^\Delta = f_i^\Delta(x_1^\Delta, \dots, x_i^\Delta, y_{j>i}) \end{aligned}$$

### III.2.6.2 Transformation du système à la forme en bloc triangulaire normale

1- A l'aide d'un algorithme graphique permettant la détection de la forme triangulaire observable dans les coordonnées originales, plus d'un algorithme qui détecte la forme observable normale.

2- Transformation d'état du système à la forme en bloc triangulaire normale (BTONF)  $\Sigma^*$  proposée par Rudolph, Zeitz en 1994.

i) Transformation de  $\Sigma$  à la forme normale d'observabilité  $\bar{\Sigma}$  pour tous  $k_i, i = 1, \dots, p$ .

ii) Transformation de  $\bar{\Sigma}$  à la forme triangulaire  $\Sigma^\Delta$  par l'élimination des dérivées des sorties dans  $\varphi_i(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_i, y_{j>i}, \dot{y}_{j>i}, \dots, y_{j>i}^{(\alpha_j)})$

iii) Transformation de  $\Sigma_i^\Delta$  à un bloc triangulaire à forme normale observable mono sortie  $\Sigma_i^*$

$$\text{Si } \left[ \text{ad}_{-f_i^\Delta}^r \tau_i, \text{ad}_{-f_i^\Delta}^s \tau_i \right] = 0; \quad 0 \leq r, s \leq k_i - 1$$

avec  $\tau_i$  satisfait :

$$L_{\tau_i} L_{f_i^{\Delta}}^1 h_i^{\Delta} = 0, \quad i = 0, \dots, k_i - 2; \quad L_{\tau_i} L_{f_i^{\Delta}}^{k_i-1} h_i^{\Delta} = 1$$

iv) Eviter de générer des nouveaux dérivés de sortie par la transformation iii) si

$$\left[ \text{ad}_{-f_i^{\Delta}}^r \tau_i, \frac{\partial}{\partial y_j} \right] = 0; \quad 0 \leq r \leq k_i - 1; \quad j = i+1, \dots, p$$

condition nécessaire et suffisante pour  $k_i \leq k_j$ , suffisante pour  $k_i > k_j$

### III.3 Les systèmes interconnectés [14] [7] [10]

Un système à grande échelle est souvent considéré comme un ensemble de systèmes interconnectés. L'avantage dans cet aspect est de réduire la complexité de synthèse de loi de commande, par conséquent l'implémentation de la commande est faisable.

La représentation d'état d'un système dynamique linéaire composé de N sous-systèmes interconnectés est donnée par:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned}$$

$$A = \{A_{ij}, i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, N\} \in \mathcal{R}^{n \times n}$$

$$B = \text{diag}(B_1, B_2, \dots, B_N) \in \mathcal{R}^{n \times m}$$

$$C = \text{diag}(C_1, C_2, \dots, C_N) \in \mathcal{R}^{p \times n}$$

$$n = \sum_{i=1}^N n_i; \quad m = \sum_{i=1}^N m_i; \quad p = \sum_{i=1}^N p_i$$

n, m, p sont respectivement les dimension des vecteurs x, u et y.

$n_i, m_i, p_i$  sont respectivement les dimension des vecteurs  $x_i, u_i$  et  $y_i$  relatifs au sous-système i.

Le sous-système  $i$  sera décrit par:

$$\dot{x}_i = A_i x_i + B_i u_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N A_{ij} x_j$$

$$y_i = C_i x_i$$

où:  $x_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ ,  $u_i \in \mathbb{R}^{m_i}$ ,  $y_i \in \mathbb{R}^{p_i}$ ,  $i = 1, \dots, N$

Pour un système incertain à grande échelle, il est habituellement considéré que chaque sous-système présente des incertitudes interne. En plus, des incertitudes dans les interconnexions peuvent apparaître. Ces incertitudes peuvent être non linéaires et de variation rapide.

### III.3.1 Incertitudes linéaires

Un système incertain linéaire composé de  $N$  sous-systèmes interconnectés  $S_i$  est décrit par:

$$S_i : \dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u_i(t) + B_i d_i(x_j(t), u_i(t), t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N B_{ij} g_{ij}(x_j(t), t)$$

$$x_i(0) = x_{i0}$$

où:  $i \in N$ ,  $N = \{1, 2, \dots, N\}$ ,  $t \in \mathbb{R}$  est la variable indépendante,  $x_i(t) \in \mathbb{R}^{n_i}$  est l'état et  $u_i(t) \in \mathbb{R}^{m_i}$  est la commande.  $d_i(\cdot) : \mathbb{R}^{n_i} \times \mathbb{R}^{m_i} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{m_i}$  et  $g_{ij}(\cdot) : \mathbb{R}^{n_j} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{m_i}$  sont des fonctions inconnues.  $A_i$  et  $B_i$  sont deux matrices de dimension appropriés. Ils dépendent de la structure de chaque système, comme l'interconnexions entre les sous-systèmes  $S_i$  et  $S_j$ .

### III.3.2 Incertitudes non linéaires

Un système incertain non linéaire composé de  $N$  sous-systèmes interconnectés  $S_i$  est décrit par:

$$S_i : \dot{x}_i(t) = f_i(x_i(t), t) + \Delta f_i(x_i(t), \sigma_i(t), t) \\ + [B_i(x_i(t), t) + \Delta B_i(x_i(t), \sigma_i(t), t)]u_i(t) \\ + g_i(x_i(t), \sigma_i(t), t)$$

$$x_i(0) = x_{i0}, \quad x(t) \stackrel{\text{def}}{=} [x_1^T(t), x_2^T(t), \dots, x_N^T(t)]^T \in \mathcal{R}^n, \quad n = \sum_{i=1}^N n_i$$

où:  $i \in N$ ,  $N = \{1, 2, \dots, N\}$ ,  $t \in \mathcal{R}$  est la variable indépendante,  $x_i(t) \in \mathcal{R}^{n_i}$  est l'état et  $u_i(t) \in \mathcal{R}^{m_i}$  est la commande.  $\sigma_i(t) \in \mathcal{R}^{s_i}$  est le paramètre incertain, la fonction incertaine  $\sigma_i(\cdot) : \mathcal{R} \rightarrow \Sigma_i$  avec  $\Sigma_i \subset \mathcal{R}^{s_i}$ .

Les fonctions  $f_i(\cdot) : \mathcal{R}^{n_i} \times \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}^{n_i}$ ,  $B_i(\cdot) : \mathcal{R}^{n_i} \times \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}^{n_i \times m_i}$  sont connues. Les fonctions  $\Delta f_i(\cdot) : \mathcal{R}^{n_i} \times \Sigma_i \times \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}^{n_i}$ ,  $\Delta B_i(\cdot) : \mathcal{R}^{n_i} \times \Sigma_i \times \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}^{n_i \times m_i}$  et  $g_i(\cdot) : \mathcal{R}^{n_i} \times \Sigma_i \times \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}^{n_i}$  peuvent être connues ou pas.

### III.4 Observateurs décentralisés pour les systèmes interconnectés

#### III.4.1 Cas d'un système linéaire

Le problème consiste à concevoir, pour chaque station de commande (sous-système), un observateur local qui sera décrit par:

$$\dot{\hat{x}}_i = A_{ii}\hat{x}_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N A_{ij}\hat{x}_j + B_i u_i + G_i C_i (x_i - \hat{x}_i)$$

La dynamique de l'erreur d'observation  $i$  est donnée par:

$$\dot{e}_i = (A_{ii} - G_i C_i)e_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N A_{ij}e_j$$

Le dernier terme du second membre de cette équation caractérise les interconnexions. La dynamique et la stabilité asymptotique de l'erreur de l'observation  $i$  sont fixées par le choix de la matrice de bouclage  $G_i$ .

On peut calculer  $G_i$  optimale sans prise en compte du terme de l'interconnexions par une commande LQG grâce à la résolution de l'équation de RICCATI. En introduisant le terme d'interconnexions le  $G_i$  sera dit sous optimale.

### III.4.2 Cas d'un système non linéaire

Il n'existe pas de méthode générale pour la synthèse d'un observateur non linéaire décentralisé pour les systèmes interconnectés, puisqu'on n'a pas de forme générale pour ces types de systèmes (il existe des systèmes où on ne peut pas partager la fonction  $f_i(x)$  sous la forme d'un sous système  $f_i(x_i)$  + les termes d'interconnexions).

Dans le chapitre suivant, nous allons présenter une méthode pour la synthèse d'observateurs non linéaires décentralisés pour un système interconnecté qui est le réseau électrique. Dans cette méthode, on va estimer tous les termes d'interconnexions dans chaque sous-système.

### III.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la méthode de synthèse d'observateurs décentralisés pour les systèmes multivariables, où ces observateurs présente l'avantage de réduire la complexité de synthèse.

Pour les systèmes interconnectés, une méthode de synthèse d'observateur décentralisé pour les systèmes linéaires a été présentée. Par contre il n'existe pas de méthode systématique pour la synthèse d'observateur non linéaire décentralisé pour les systèmes interconnectés.

# CHAPITRE IV

*Application des Observateurs  
Décentralisés Non Linéaires au Réseau  
Electrique*

## CHAPITRE IV

# Application des Observateurs Décentralisés Non Linéaires au Réseau Electrique

### IV.1 Introduction

Le réseau électrique est un système interconnecté, c'est-à-dire qu'il est composé de plusieurs sous-systèmes (générateurs + lignes de transmission) géographiquement éloignés et fortement non linéaire. Pour la stabilisation de ce réseau il faut appliquer une loi de commande qui va dépendre des variables d'états du système. L'absence de capteurs physiques permettant la mesure de ces variables, ou la mauvaise qualité des signaux délivrés par ces derniers va entraîner des problèmes dans la synthèse de la loi de commande. Pour cela on propose ici une solution à ce problème par la reconstruction du vecteur d'état du système grâce à un observateur dynamique.

Au niveau de chaque machine, on dispose seulement de la sortie et la commande du sous-système local. Donc il faut synthétiser un observateur non linéaire décentralisé pour chaque sous-système.

Dans ce chapitre on va élaborer deux types d'observateurs non linéaires multivariables dans une première approche; c'est-à-dire considérer disponible tous les signaux de sorties et de commande. En suite, traiter le cas réel, c'est-à-dire qu'on dispose seulement des signaux locaux.

## IV.2 Modèle du réseau électrique multi machines

Le modèle non linéaire du réseau électrique à  $n$  générateurs est le suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\delta}_i = \omega_i \\ \dot{\omega}_i = \frac{\omega_0}{2H_i} (P_{mi} - P_{ei}) - \frac{D_i}{2H_i} \omega_i \\ \dot{E}'_{qi} = \frac{1}{T_{doi}} (E_{fdi} - E'_{qi} + (x_{di} - x'_{di}) I_{di}) \end{array} \right. \quad (IV.1)$$

avec :

$$I_{qi} = \sum_{j=1}^n E_{qj}' Y_{ij} \cos(\delta_{ij} - \theta_{ij}) \quad (IV.2)$$

$$I_{di} = \sum_{j=1}^n E_{qj}' Y_{ij} \sin(\delta_{ij} - \theta_{ij}) \quad (IV.3)$$

$$P_{ei} = E'_{qi} I_{qi} \quad (IV.4)$$

$$Q_{ei} = -E'_{qi} I_{di} \quad (IV.5)$$

$$V_{di} = x_{qi} I_{qi} \quad (IV.6)$$

$$V_{qi} = E'_{qi} - x_{di} I_{di} \quad (IV.7)$$

$$V_{ii} = \sqrt{(V_{di}^2 + V_{qi}^2)} \quad (IV.8)$$

Nous avons choisi  $\delta_i$  et  $\omega_i$  (écart entre la vitesse de rotation et la référence) comme sortie de chaque sous-système. Donc la sortie est de la forme:

$$y_i = Cx_i \quad (IV.9)$$

avec:  $x_i = [\delta_i \quad \omega_i \quad E'_{qi}]$  et  $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $n_i=3$ ,  $m_i=1$ ,  $p_i=2$ .

Nous avons choisis deux défauts pour tester la robustesse des observateurs synthétisés pour le réseau électrique. Le premier est un court-circuit triphasé et l'autre est un accroissement brutal de la valeur de la puissance mécanique fournie à une machine du réseau électrique.

- **L'effet d'un court-circuit triphasé**

Un court-circuit triphasé est appliqué à l'instant  $t = 0.1$  seconde sur la ligne liant les nœud (1) et (2) à une distance du nœud (1) égale à 20% de la longueur de cette ligne. La durée de ce court-circuit est de 0.1 sec, ce qui implique qu'il y aura l'ouverture de cette ligne à l'instant  $t = 0.25$  sec, puis la ligne revient à son état initial à l'instant  $t = 1$  seconde.

- **L'effet de l'accroissement brutal de la puissance mécanique**

Un accroissement brutal de 20% de la puissance mécanique fournie à la machine (G1) est appliqué à l'instant  $t = 2.1$  seconde est demeure à cette valeur.

Ces deux défauts sont introduits l'un après l'autre dans une simulation commune. Ils permettent l'étude de la robustesse des observateurs.

### IV.3 Observateur décentralisé pour le modèle multivariables

Le modèle mathématique du réseau électrique est directement partagé en plusieurs sous-systèmes interconnectés de même forme (on a pas besoin de le décomposer). Tous les sous-systèmes ont le même modèle mathématique, cela va simplifier notre tâche puisque la synthèse de n'importe quel type d'observateur sera la même pour tous les sous-systèmes.

Nous avons simulé trois machines, la dernière est considérée comme une référence. Le développement d'observateur présenté ci-après sera le même pour les deux autres machines, seulement les variables et les valeurs des constantes qui vont se changer.

#### IV.3.1 Observateur non linéaire par la méthode de Lyapunov

L'observateur non linéaire a la forme suivante:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}(t), u(t)) + g(y(t)) - g(\hat{y}(t)), \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (\text{IV.10})$$

Les erreurs d'observation du vecteur d'état et de sortie :

$$\begin{cases} e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \\ \varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t) \end{cases} \quad (IV.11)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation est:

$$\dot{e} = f(x, u) - f(\hat{x}, u) - g(y) - g(\hat{y}) \quad (IV.12)$$

Nous avons:

$$f(x, u) = f(\hat{x} + e, u) \quad (IV.13)$$

$$= f(\hat{x}, u) + D_{\hat{x}}(f)e \quad (IV.14)$$

avec:

$$D_{\hat{x}}(f) = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x^T} \right|_{x=\hat{x}} \quad (IV.15)$$

$$D_{\hat{x}}(f) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2H_i} & 0 \\ \frac{\omega_0}{2H_i} \sum_{j=1}^n E'_{qi} E'_{qj} B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) & -\frac{D_i}{2H_i} & \sum_{j=1}^n E'_{qj} B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \\ (x_{di} - x'_{di}) \left[ \sum_{j=1}^n E'_{qj} B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \right] & 0 & -\frac{1}{T'_{doi}} \end{bmatrix} \quad (IV.16)$$

L'erreur est de la forme:

$$\dot{e} = [D_{\hat{x}}(f) - R(\hat{x}, u)C]e \quad (IV.17)$$

On considère la fonction de Lyapunov

$$V(e) = \frac{1}{2} e^T P e \quad (IV.18)$$

alors:

$$\dot{V}(e) = e^T P [D_{\hat{x}}(f) - R(\hat{x}, u)C]e \quad (IV.19)$$

Etape 1: Détermination de P

$$\dot{V}(e) = e^T P D_{\hat{x}}(f) e \quad (IV.20)$$

Il faut que  $\dot{V}(e) = e^T P D_{\hat{x}}(f) e < 0$ .

On applique la transformation  $e = K \bar{e}$  (avec K orthogonal droite de C).  $K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$

$$\dot{V}(e) = \bar{e}^T K^T P D_{\hat{x}}(f) K \bar{e} \quad (IV.21)$$

$$K^T P D_{\hat{x}}(f) K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 \end{bmatrix} D_{\hat{x}}(f) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = -\frac{P_3}{T'_{doi}} \quad (IV.22)$$

donc  $\dot{V}(e) = \bar{e}^T K^T P D_{\hat{x}}(f) K \bar{e} < 0$  si  $P_3 > 0$

On prend  $P = \text{gain} * I_3$  (Identité) avec  $\text{gain} > 0$ .

Etape 2: Trouver  $R(\hat{x}, u)$  qui vérifie l'inégalité:

$$\dot{V}(e) = e^T P [D_{\hat{x}}(f) - R(\hat{x}, u) C] e < 0 \quad (IV.23)$$

On prend:

$$R(\hat{x}, u) = P^{-1} F(\hat{x}, u) C^T Q \quad (IV.24)$$

Nous avons :

$$\dot{V}(e) \leq \left| e^T P D_{\hat{x}}(f) e \right| - e^T F(\hat{x}, u) D_{\hat{x}}(h)^T Q D_{\hat{x}}(h) e \quad (IV.25)$$

Il faut trouver une matrice Q de dimension  $p \times p$  pour que  $[C^T Q C - I]$  soit semi définie positive.

$$F(\hat{x}, u) = \text{diag}(\varphi_i(x, u)) \quad (IV.26)$$

où:

$$\varphi_i(x, u) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n |\alpha_{ij}(x, u) + \alpha_{ji}(x, u)| \quad (\text{IV.27})$$

$\alpha_{ij}$  : sont les éléments de la matrice  $PD_{\hat{x}}(f)$ .

$$\varphi_1(x, u) = \frac{1}{2} \left\{ \left| P_1 - P_2 \frac{D_i}{2H_i} \right| + \left| P_3 (x_{di} - x'_{di}) \left[ \sum_{j=1}^n E'_{qi} B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \right] \right| \right\} \quad (\text{IV.28})$$

$$\varphi_2(x, u) = \frac{1}{2} \left\{ P_2 \frac{\omega_0}{2H_i} \left[ \sum_{j=1}^n E'_{qi} E'_{qj} B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \right] + P_1 + \left| 2P_2 \frac{D_i}{2H_i} \right| + \left| P_2 \left[ \sum_{j=1}^n E'_{qj} B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \right] \right| \right\}$$

$$\varphi_3(x, u) = \frac{1}{2} \left\{ P_3 (x_{di} - x'_{di}) \left[ \sum_{j=1}^n E'_{qj} B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \right] + \left| P_2 \left[ \sum_{j=1}^n E'_{qj} B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \right] \right| + \left| P_3 \frac{1}{T'_{doi}} \right| \right\}$$

Donc l'observateur à la forme final suivante:

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + P^{-1} F(\hat{x}, u) C^T Q (y - C\hat{x}) \quad (\text{IV.29})$$

IV.3.1.1 Résultats de simulation

a) sans perturbations

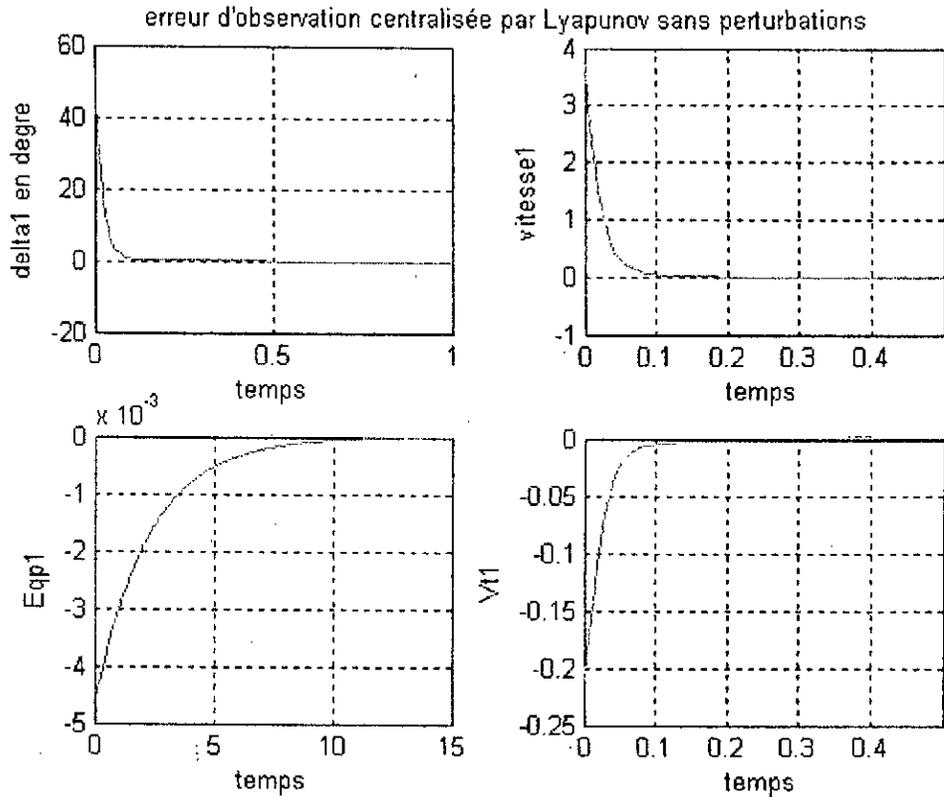


Figure 1: Erreurs d'observation des variables de la machine 1

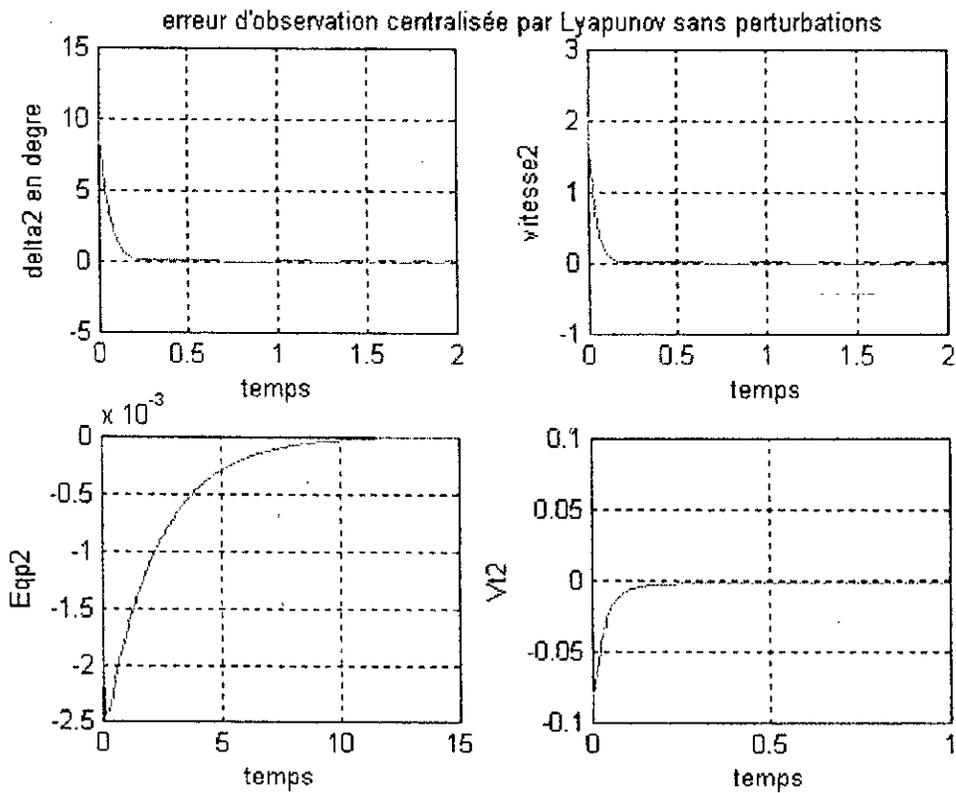


Figure 2: Erreurs d'observation des variables de la machine 2

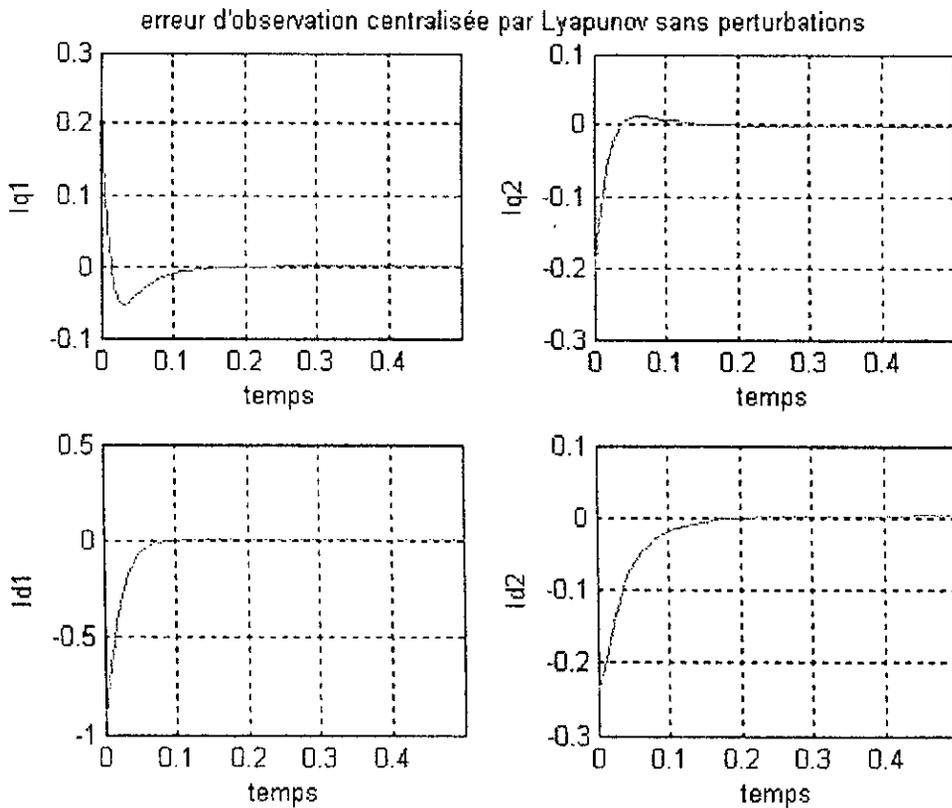


Figure 3: Erreurs d'observation des courants dans les deux machines

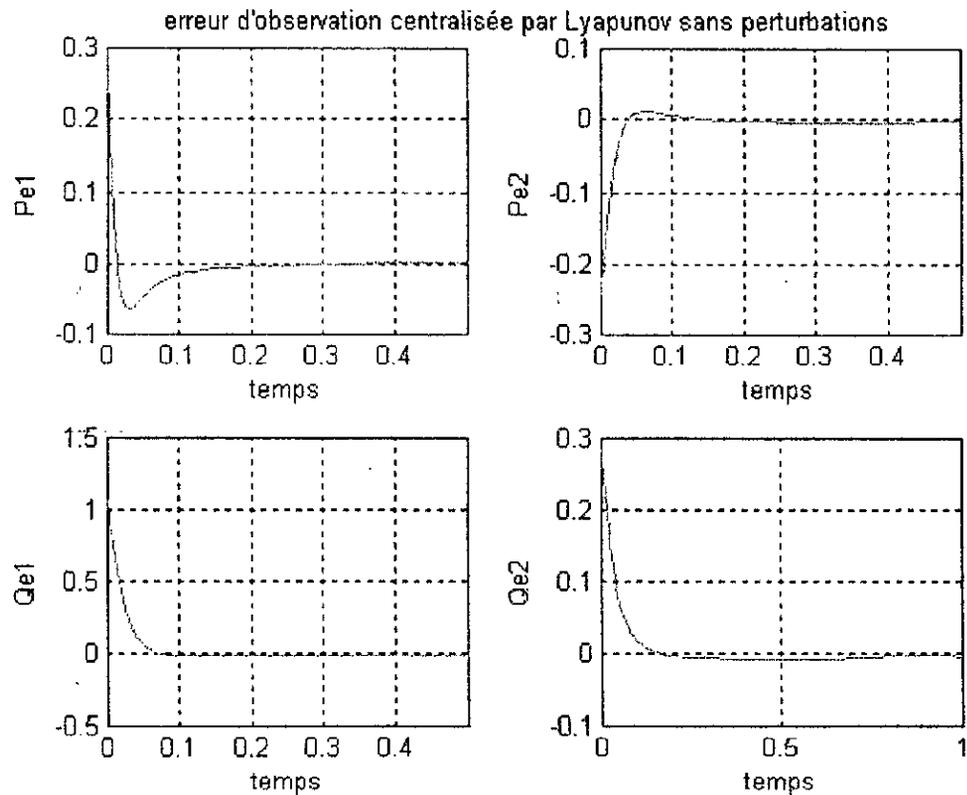


Figure 4: Erreurs d'observation des puissances dans les deux machines

b) avec perturbations

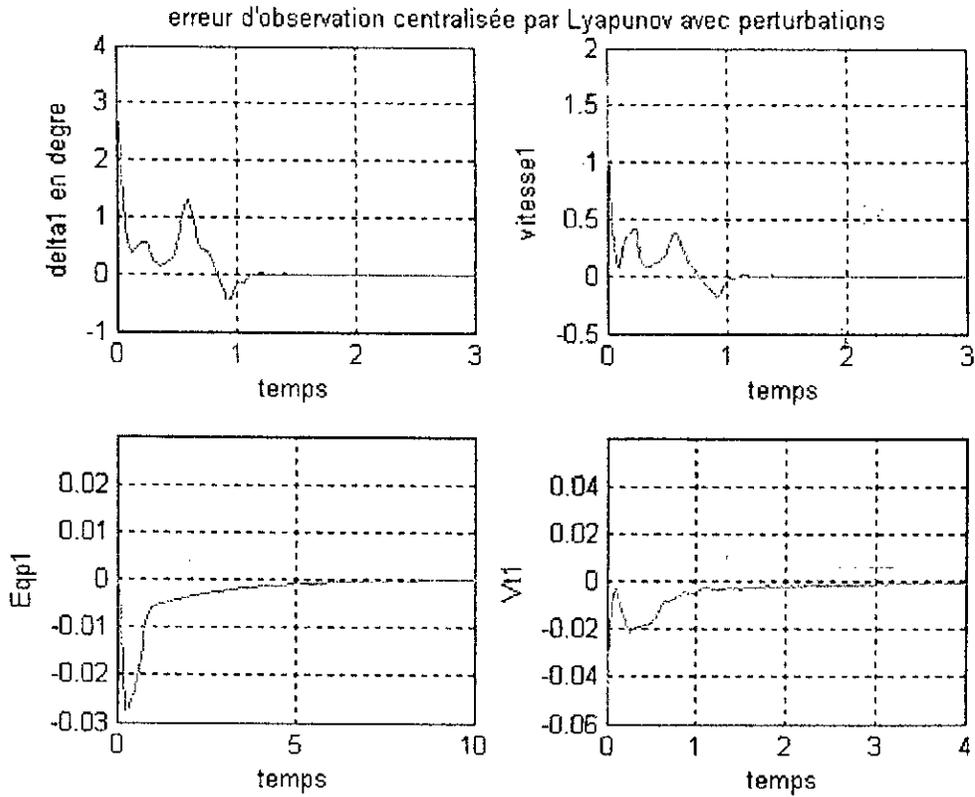


Figure 5: Erreurs d'observation des variables de la machine 1

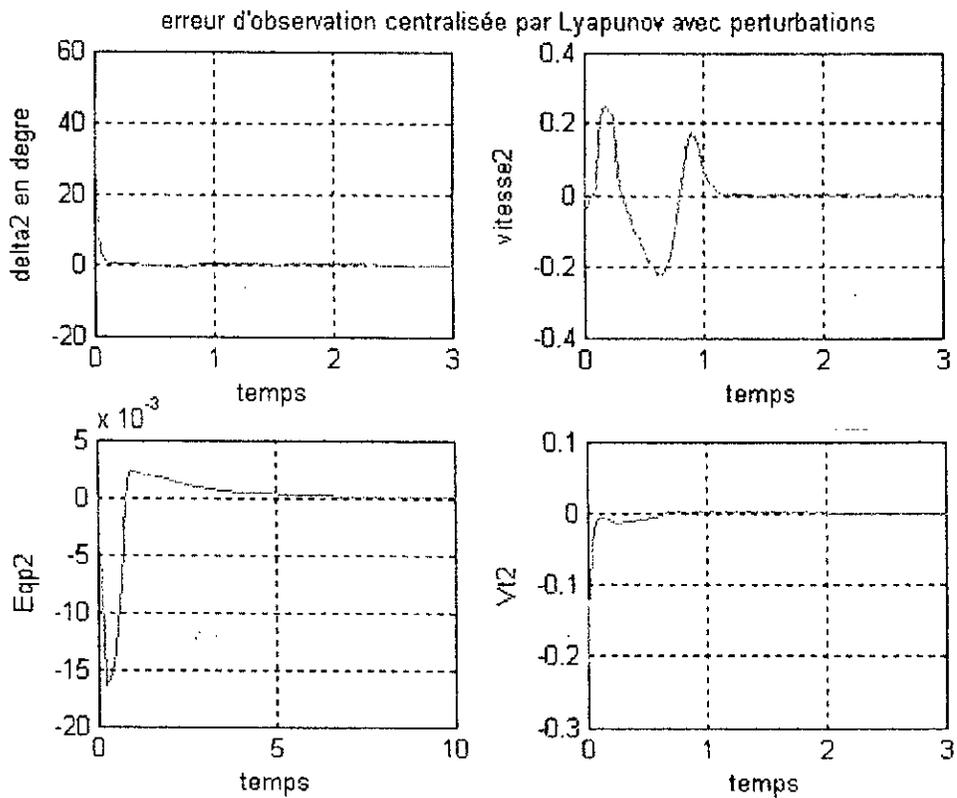


Figure 6: Erreurs d'observation des variables de la machine 2

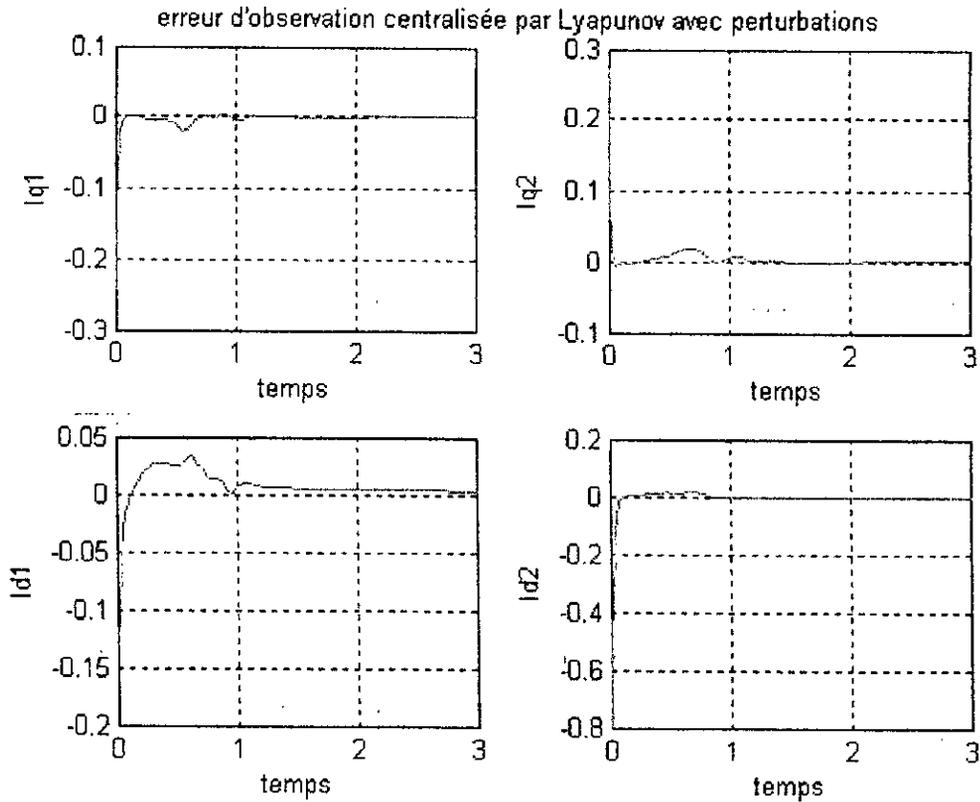


Figure 7: Erreurs d'observation des courants dans les deux machines

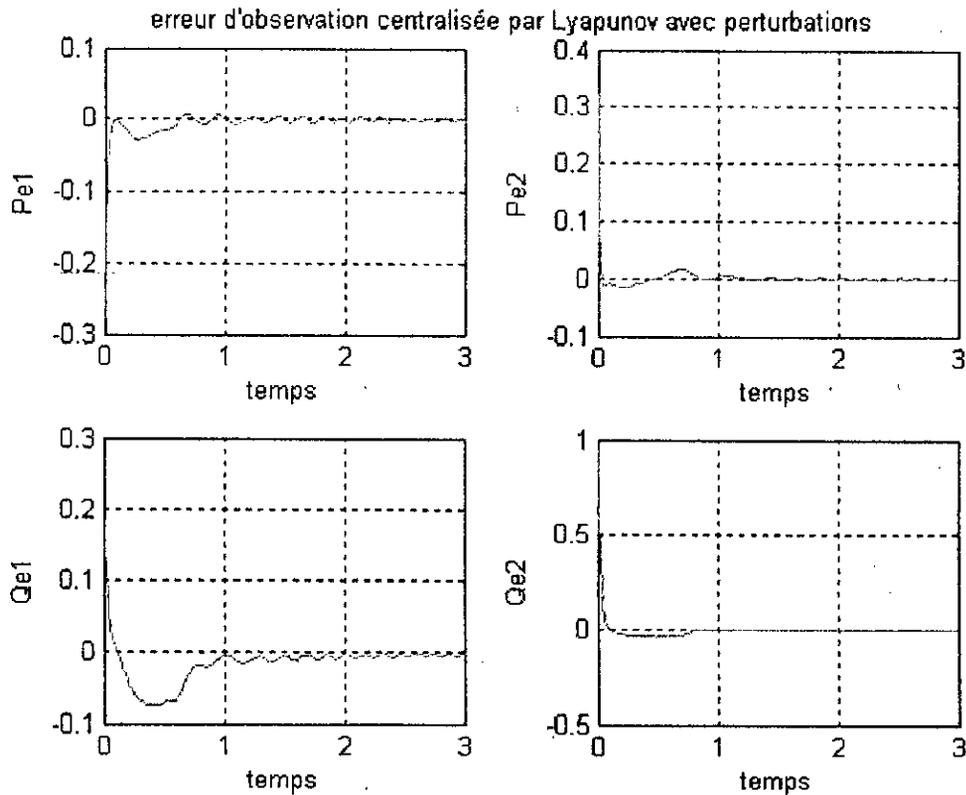


Figure 8: Erreurs d'observation des puissances dans les deux machines

On peut dire que ce type d'observateur donne de très bons résultats. Le temps de convergence des angles électriques, des vitesses, des tensions terminales, des courants et des

puissances actives et réactives est très faible (moins de 0.2 seconde). Par contre le temps de convergence des f.e.m transitoires est très lent (au environ de 10 seconde), mais ces erreurs sont de l'ordre de  $10^{-3}$ , alors ces erreurs sont très faibles.

Dans le cas de l'introduction des perturbations, on remarque que cet observateur converge toujours vers zéro, après des petits dépassements.

#### IV.3.2 Observateur non linéaire centralisé par mode de glissement

L'observateur par mode de glissement est défini par la structure suivante:

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, t) - H(y - \hat{y}) - K.T_s \quad (IV.30)$$

avec :

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \\ k_{31} & k_{32} \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \\ h_{31} & h_{32} \end{bmatrix} \text{ et } T_s = \begin{bmatrix} \text{sign}(\delta_i - \hat{\delta}_i) \\ \text{sign}(\omega_i - \hat{\omega}_i) \end{bmatrix} \quad (IV.31)$$

La surface de glissement pour ce type d'observateur est l'erreur de sortie.

$$\sigma = \begin{bmatrix} \delta_i - \hat{\delta}_i \\ \omega_i - \hat{\omega}_i \end{bmatrix} \quad (IV.32)$$

Condition d'attractivité:

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i < 0 \quad (IV.33)$$

Nous avons:

$$\sigma = \tilde{y} = c(x - \hat{x}) \quad (IV.34)$$

alors :

$$\dot{\sigma} = \dot{\tilde{y}} = C(\dot{x} - \dot{\hat{x}}) \quad (IV.35)$$

$$= C(\Delta f + H(y - \hat{y}) + K T_s) \quad (IV.36)$$

$$\Delta f = \begin{bmatrix} \omega_i - \hat{\omega}_i \\ -\frac{D_i}{2H_i}(\omega_i - \hat{\omega}_i) - \frac{\omega_0}{2H_i}(P_{ei} - \hat{P}_{ei}) \\ -\frac{1}{T'_{doi}}(E'_{qi} - \hat{E}'_{qi}) - \frac{1}{T'_{doi}}(x_{di} - x'_{di})(I_{di} - \hat{I}_{di}) \end{bmatrix} \quad (IV.37)$$

Pour la première surface de glissement:

$$\sigma_1 \dot{\sigma}_1 = (\delta_i - \hat{\delta}_i) \left[ (\omega_i - \hat{\omega}_i) + h_{11}(\delta_i - \hat{\delta}_i) + k_{11} \text{sign}(\delta_i - \hat{\delta}_i) + h_{12}(\omega_i - \hat{\omega}_i) + k_{12} \text{sign}(\omega_i - \hat{\omega}_i) \right] \quad (IV.38)$$

pour que  $\sigma_1 \dot{\sigma}_1 < 0$ , on prend:  $h_{11} < 0, h_{12} = -1, k_{11} < 0, k_{12} = 0$ .

Pour la deuxième surface de glissement:

$$\begin{aligned} \sigma_2 \dot{\sigma}_2 = & (\omega_i - \hat{\omega}_i) \left[ -\frac{D_i}{2H_i}(\omega_i - \hat{\omega}_i) - \frac{\omega_0}{2H_i}(P_{ei} - \hat{P}_{ei}) + h_{21}(\delta_i - \hat{\delta}_i) + k_{21} \text{sign}(\delta_i - \hat{\delta}_i) \right. \\ & \left. + h_{22}(\omega_i - \hat{\omega}_i) + k_{22} \text{sign}(\omega_i - \hat{\omega}_i) \right] \end{aligned} \quad (IV.39)$$

pour que  $\sigma_2 \dot{\sigma}_2 < 0$ , on prend:  $h_{21} = 0, h_{22} \leq \frac{D_i}{2H_i}, k_{21} = 0, k_{22} < 0$ .

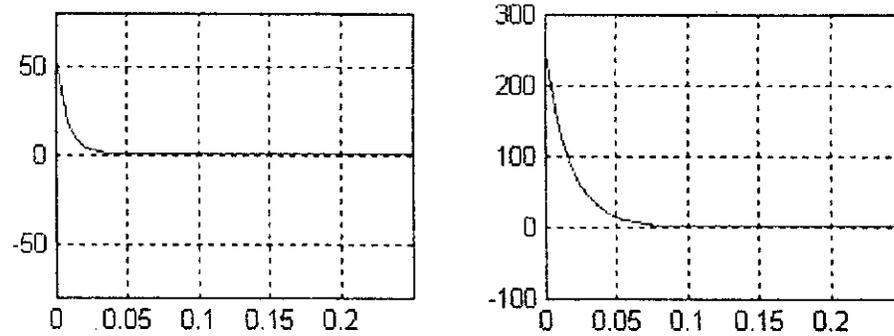
Alors:

$$\sigma_2 \dot{\sigma}_2 = \left( h_{22} - \frac{D_i}{2H_i} \right) (\omega_i - \hat{\omega}_i)^2 - \frac{\omega_0}{2H_i} (P_{ei} - \hat{P}_{ei}) (\omega_i - \hat{\omega}_i) + k_{22} |\omega_i - \hat{\omega}_i| \quad (IV.40)$$

La figure 5 montre la différence suivante:

$$\alpha = \left| \left( h_{22} - \frac{D_i}{2H_i} \right) (\omega_i - \hat{\omega}_i)^2 + k_{22} |\omega_i - \hat{\omega}_i| \right| - \left| -\frac{\omega_0}{2H_i} (P_{ei} - \hat{P}_{ei}) (\omega_i - \hat{\omega}_i) \right| \quad (IV.41)$$

On remarque à partir de la figure 5 que  $\alpha$  est toujours positif ou nulle (régime de glissement). Puisque le premier terme de  $\alpha$  est toujours négatif grâce aux gains  $h_{22}$  et  $k_{22}$ , et il est de valeur absolue plus grande que l'autre terme, donc il va imposer son signe à  $\sigma_2 \dot{\sigma}_2$ , alors  $\sigma_2 \dot{\sigma}_2 < 0$ .

Figure 9: Evolution de  $\alpha$  pour les deux machines

Condition d'invariance:

Une fois le régime de glissement est établi  $\sigma = 0$ , c'est à dire  $(\delta_1 - \hat{\delta}_1) = 0$  et  $(\omega_1 - \hat{\omega}_1) = 0$  on trouve :

$$\dot{\sigma}_1 = 0 \text{ et } \dot{\sigma}_2 = -\frac{\omega_0}{2H_1} (P_{ei} - \hat{P}_{ei})$$

Mais on remarque à partir des figures 6, 7 et 9 que les erreurs d'estimation des puissances convergent vers zéro (moins de 0.05 seconde) avant celles des vitesses (plus de 0.05 seconde pour la première machine et plus de 0.15 seconde pour la deuxième machine).

(VI.42)

Donc avant que le régime glissant soit établi  $(P_{ei} - \hat{P}_{ei})$  converge vers zéro, alors:  $\sigma_2 = 0$ .

IV.3.2.1 Résultats de simulation:

a) sans perturbation

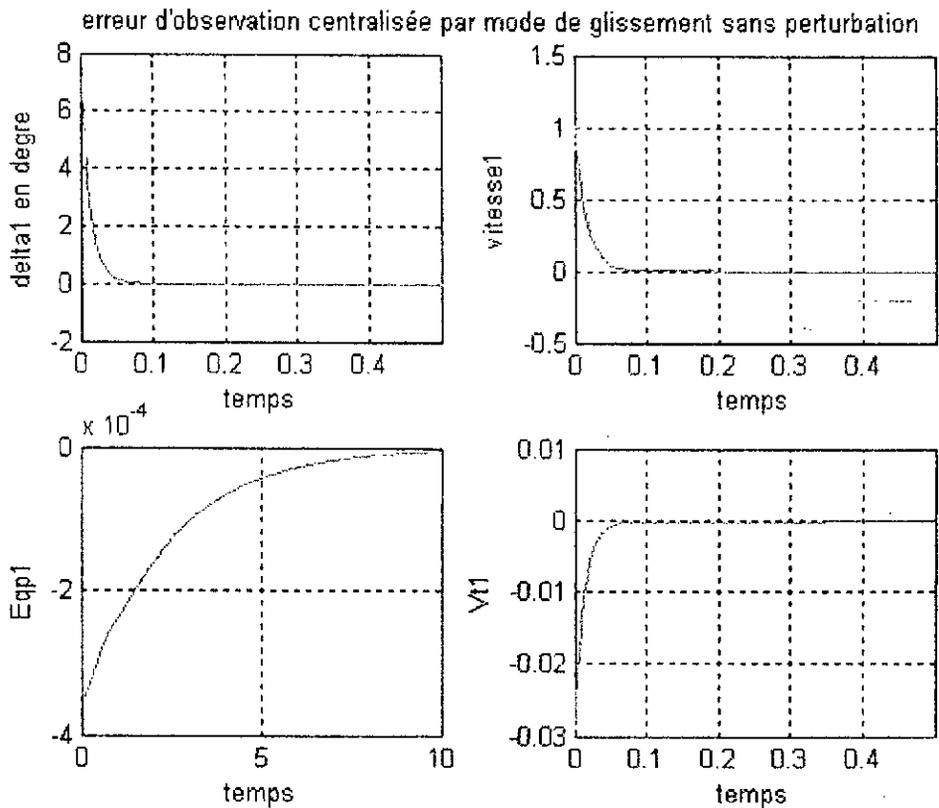


Figure 10: Erreurs d'observation des variables de la machine 1

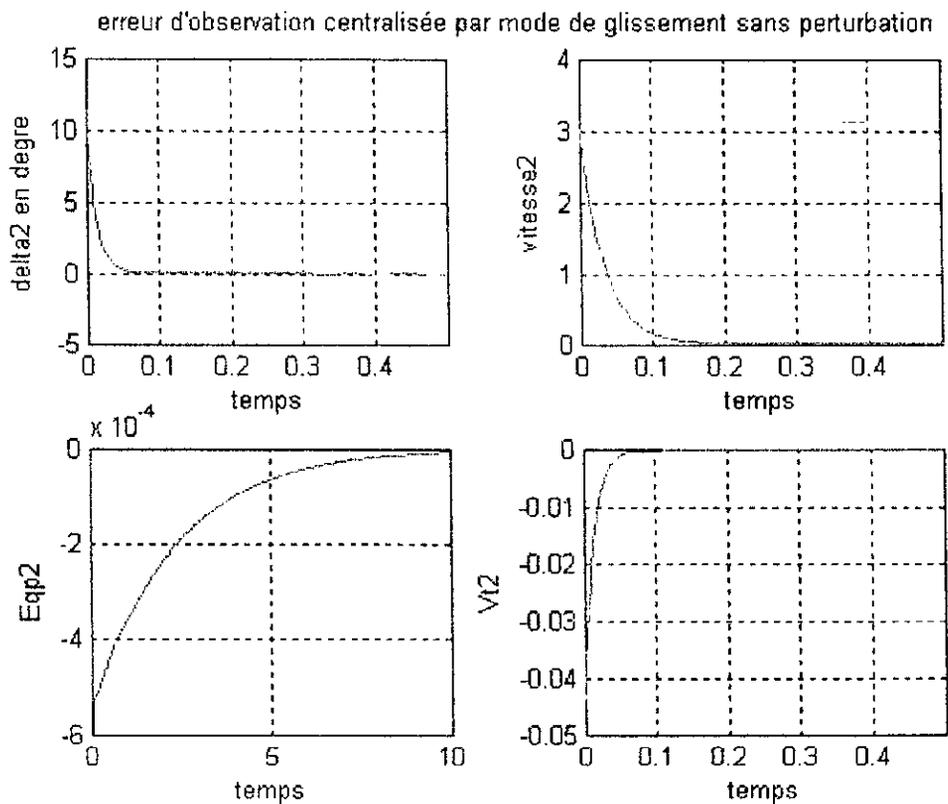


Figure 11: Erreurs d'observation des variables de la machine 2

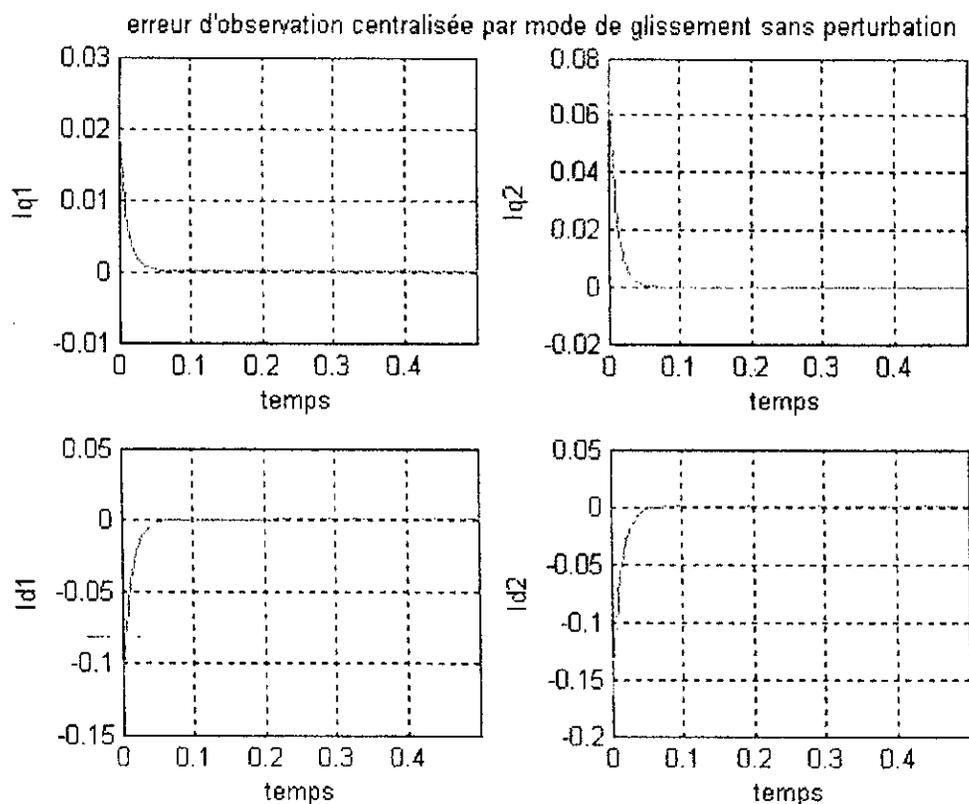


Figure 12: Erreurs d'observation des courants dans les deux machines

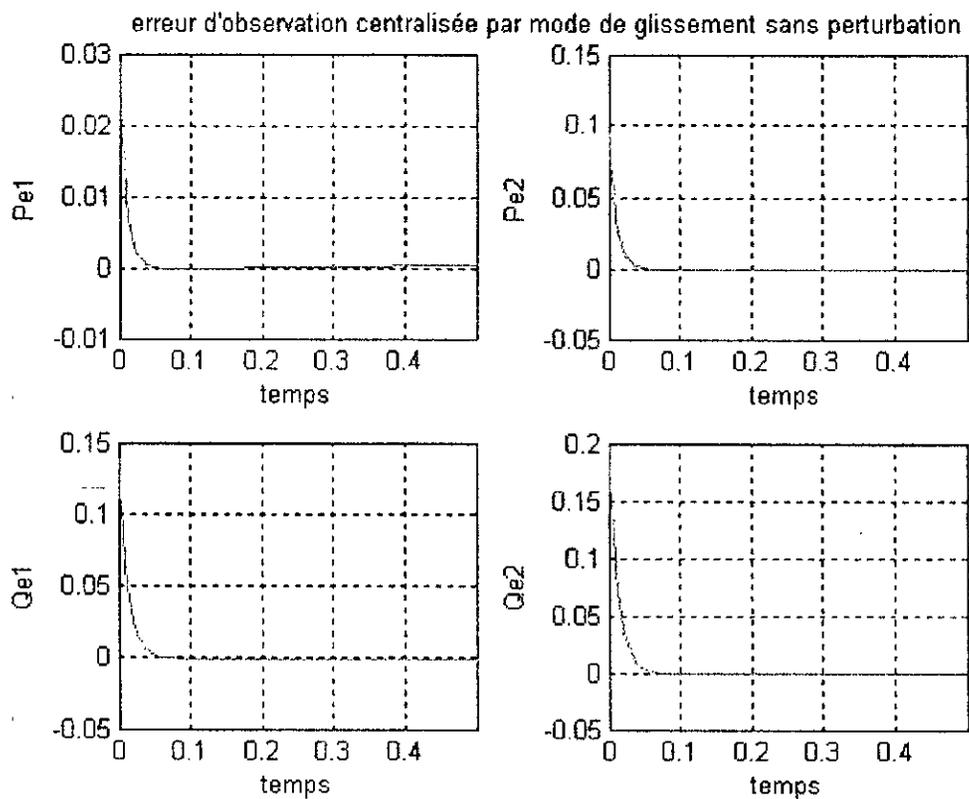


Figure 13: Erreurs d'observation des puissances dans les deux machines

b) avec perturbation

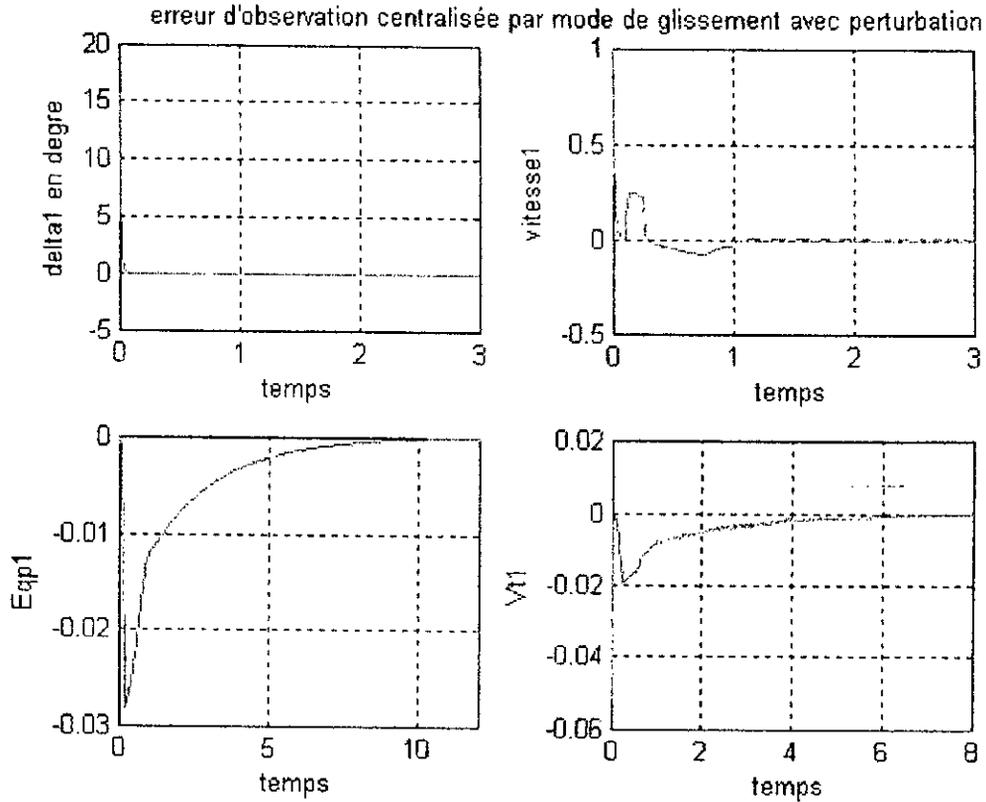


Figure 14: Erreurs d'observation des variables de la machine 1

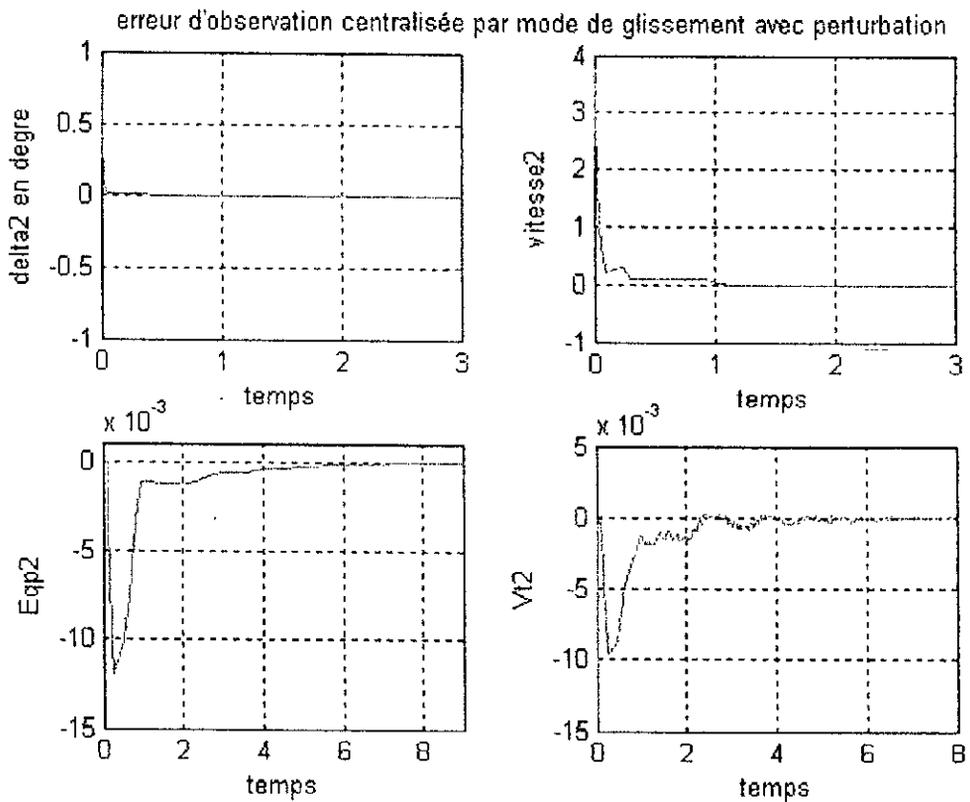
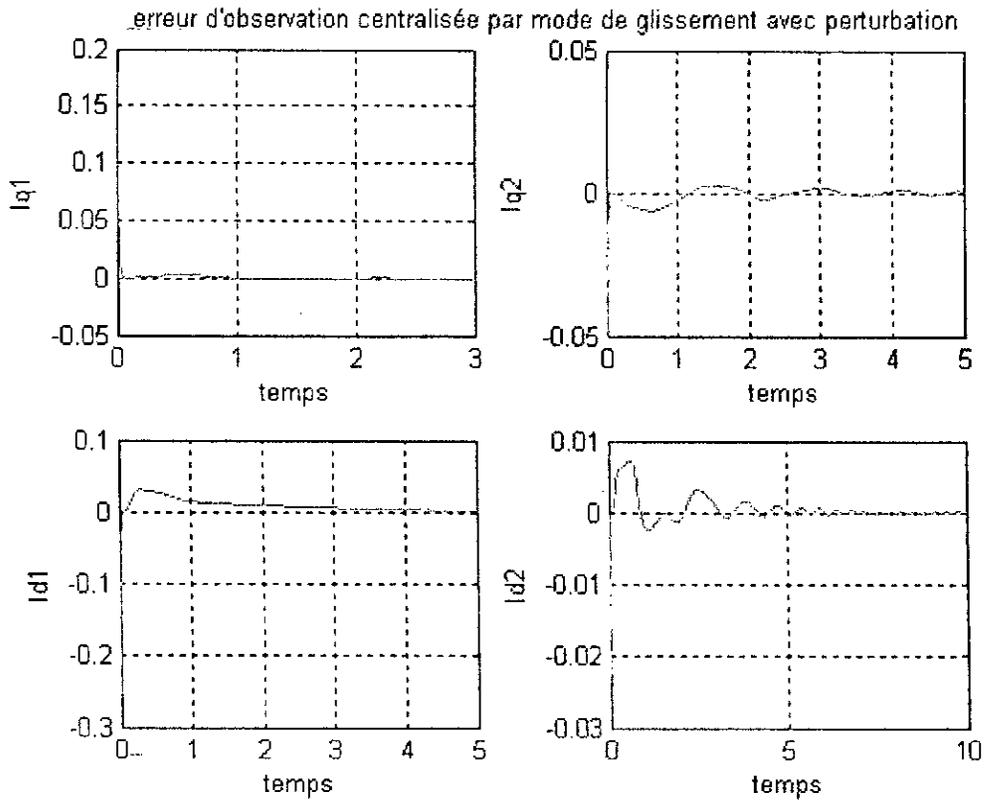


Figure 15: Erreurs d'observation des variables de la machine 2



Figure

16: Erreurs d'observation des courants dans les deux machines

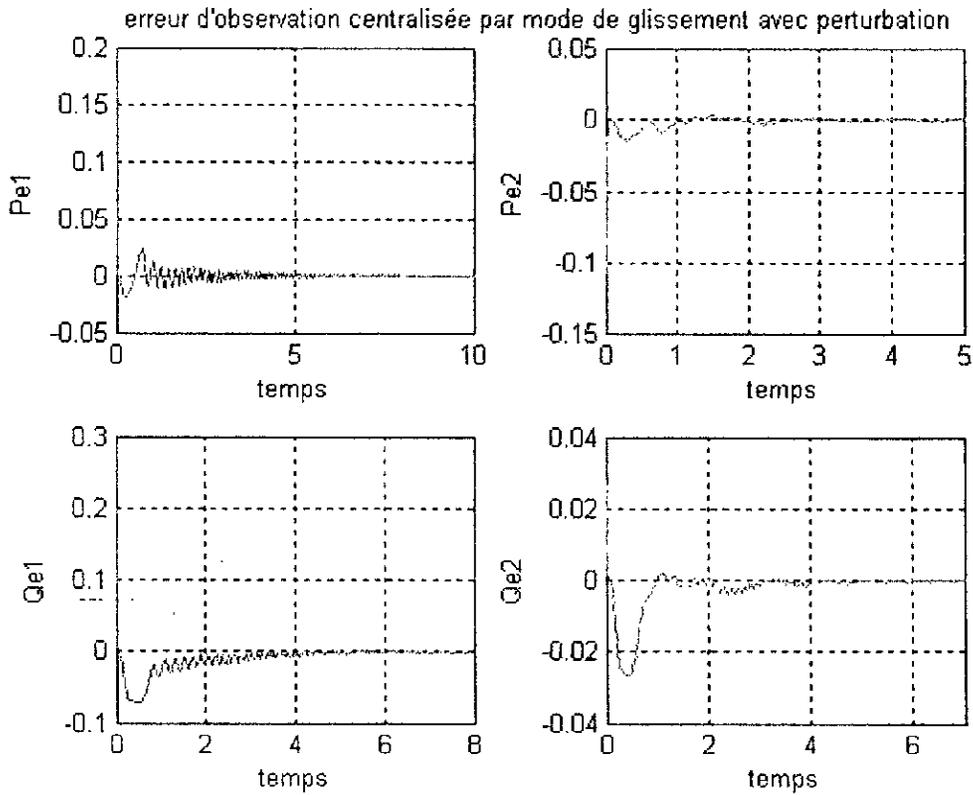


Figure 17: Erreurs d'observation des puissances dans les deux machines

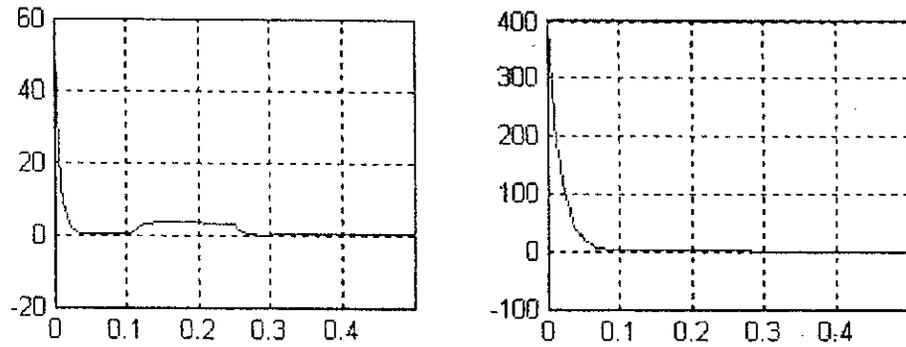


Figure 18: Evolution de  $\alpha$  pour les deux machines avec perturbation

Nous avons obtenu de très bons résultats par ce type d'observateur. Un temps de convergence des erreurs de la majorité des grandeurs simulés est moins de 0.1 seconde. Le temps de convergence des f.e.m transitoires reste aux environs de 10 secondes, mais ces erreurs sont de l'ordre de  $10^{-4}$  alors ces erreurs sont très faibles.

Dans le cas de l'introduction des perturbations, on remarque que cet observateur converge toujours vers zéro, avec des petites oscillations.

#### IV.4 Observateur décentralisé pour le modèle interconnecté

Comme le montre la figure 10, chaque sous-système à un observateur individuel, ce dernier dépend uniquement de la sortie et la commande locale. Malgré la décomposition du réseau électrique en plusieurs sous-systèmes géographiquement éloignés, il existe un fort couplage entre eux car nous avons affaire à un système complet et non pas seulement qu'à des sous-systèmes. Au niveau de chaque générateur, 2/3 des variables d'états de chaque autre sous-système apparaissent dans le modèle mathématique du premier. Alors, pour arriver à estimer les variables d'états du sous-système local avec une bonne précision il faut savoir les valeurs de ces variables d'interconnexions à chaque instant ou bien de les estimer. La première solution est impossible (grande distance entre les sous-systèmes), donc on va estimer les variables d'état de tous les sous-systèmes au niveau de chaque sous-système.

Pour la synthèse d'un observateur on utilise souvent l'erreur d'estimation de la sortie. Pour notre cas, seule une sortie locale est disponible, alors on va évidemment observer le sous-système local en utilisant l'erreur sur cette sortie, de plus on va l'utiliser (l'erreur sur la sortie locale) pour estimer les vecteurs d'états des autres sous-systèmes puisque cette sortie dépend de ces variables.

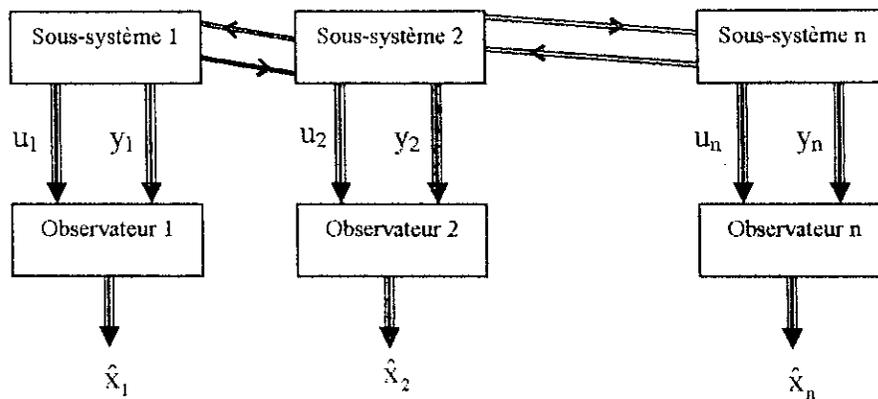


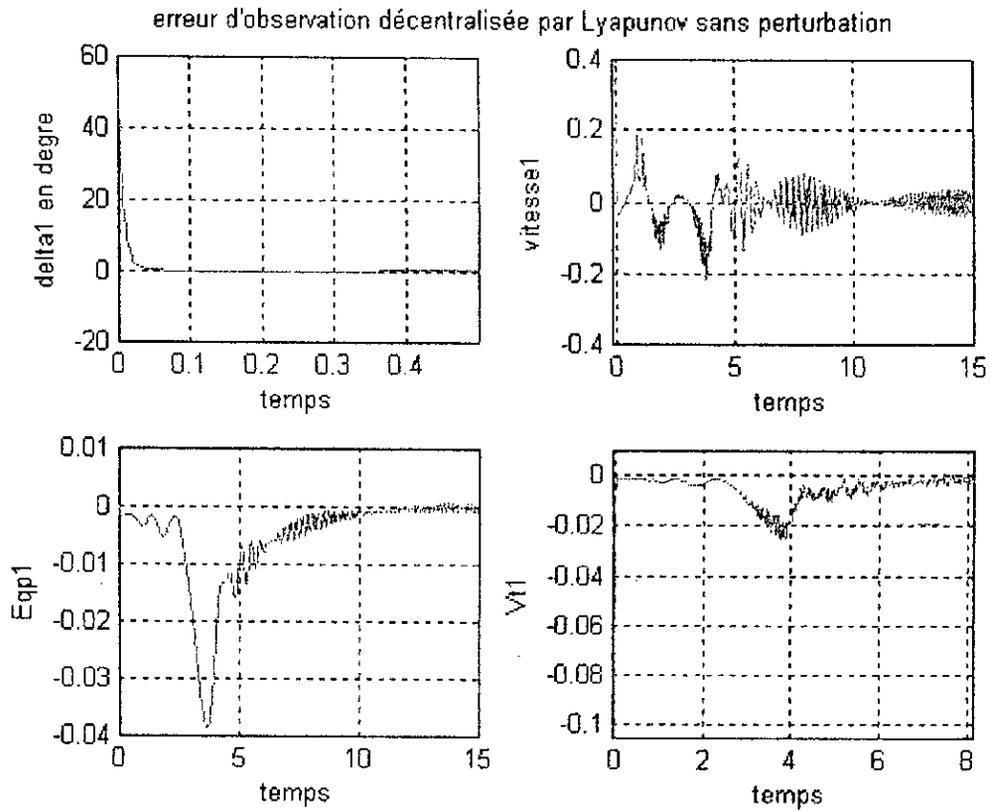
Figure 10: Schéma de principe de l'observateur décentralisé

Le même développement déjà vu dans les observateurs centralisés est répété dans cette partie. La différence réside dans le fait que l'estimation de tous les vecteurs d'états sera calculée par l'utilisation de la sortie locale, donc on va estimer tout le système à partir de cette sortie. Alors on va estimer tout le système  $n$  fois.

#### IV.4.1 Observateur décentralisé par la méthode de Lyapunov

##### 3.1.1 Résultats de simulation

###### a) sans perturbation



19: Erreurs d'observation des variables de la machine 1

Figure

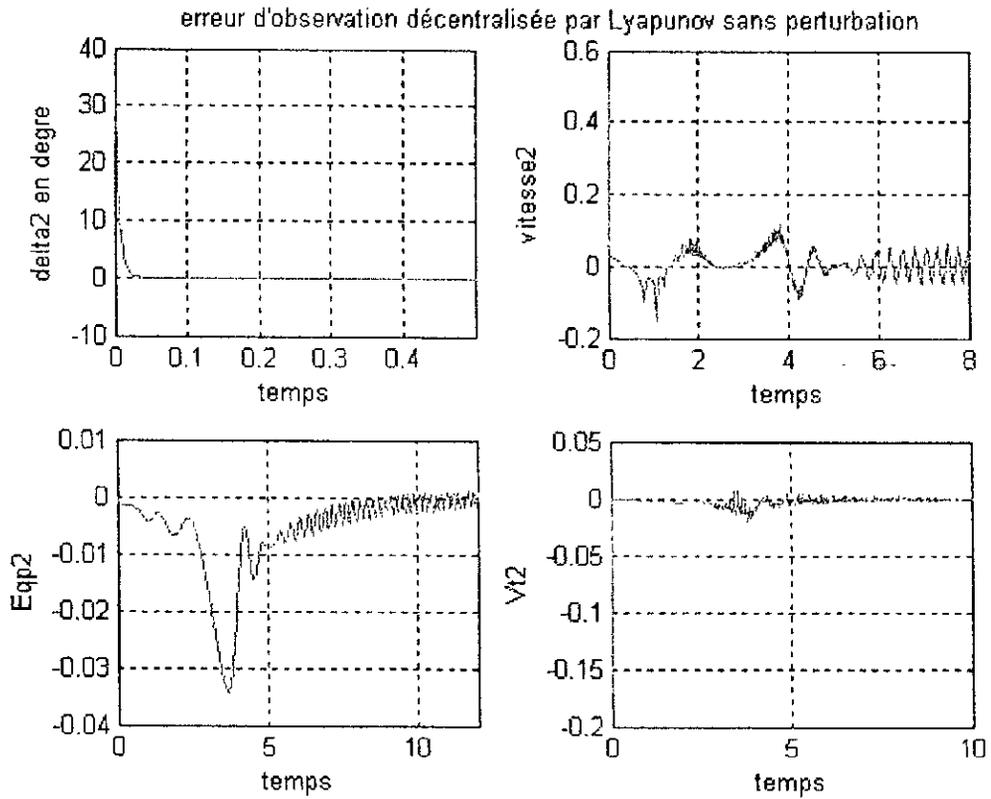


Figure 20: Erreurs d'observation des variables de la machine 2

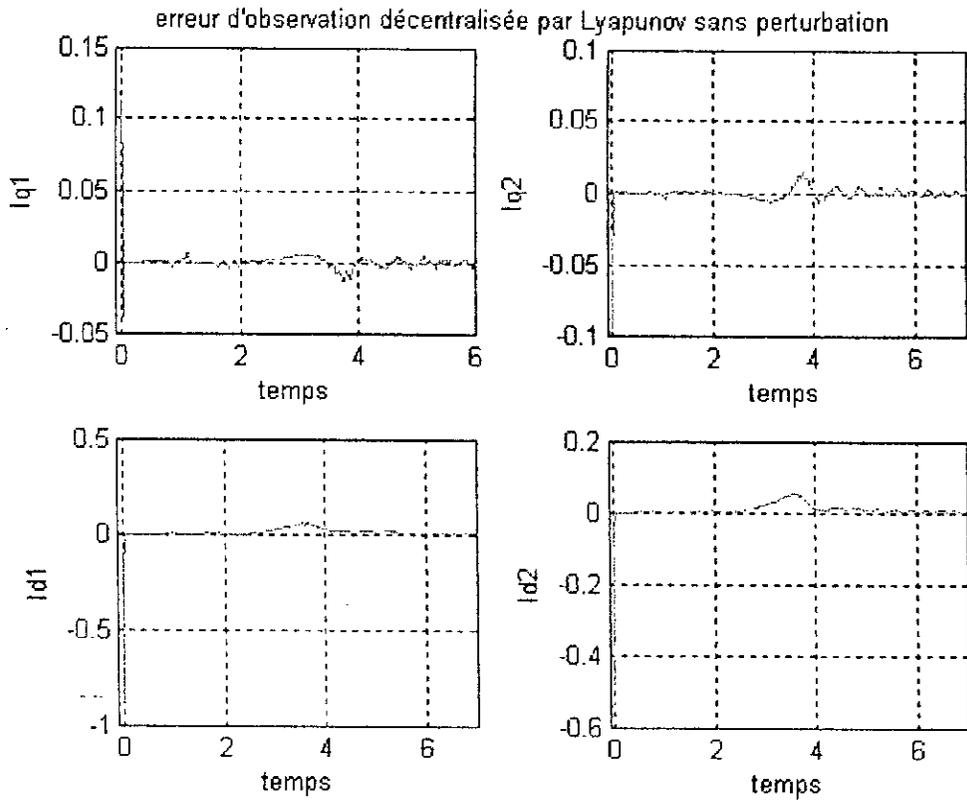


Figure 21: Erreurs d'observation des courants dans les deux machines

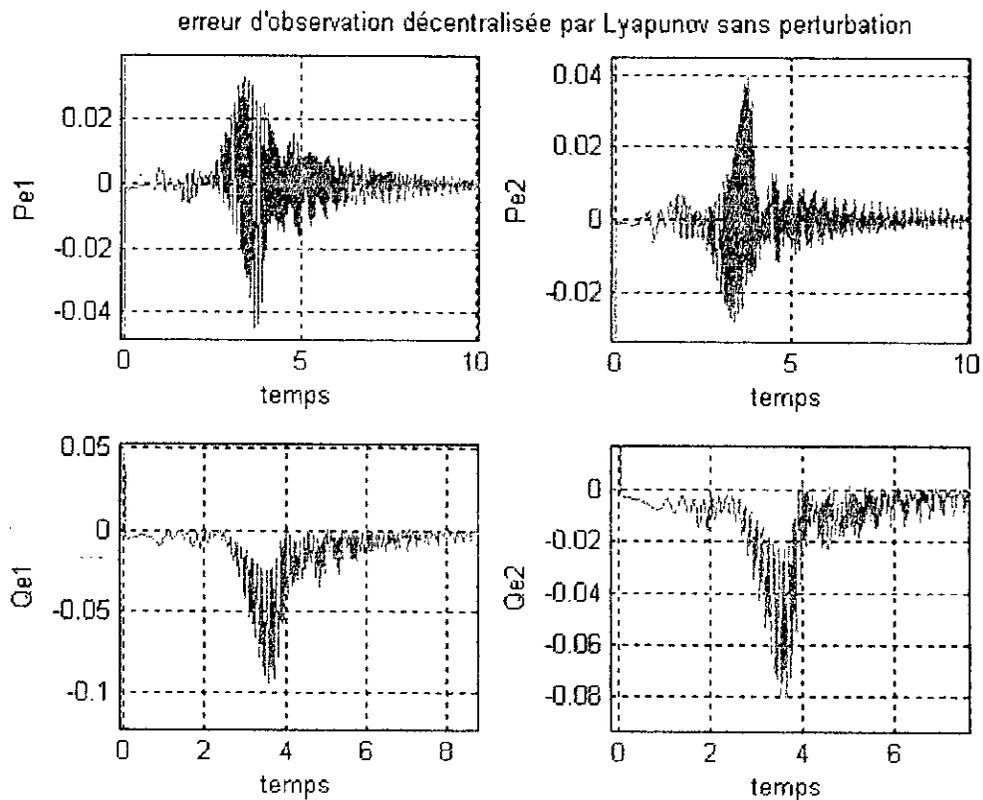


Figure 22: Erreurs d'observation des puissances dans les deux machines

b) avec perturbation

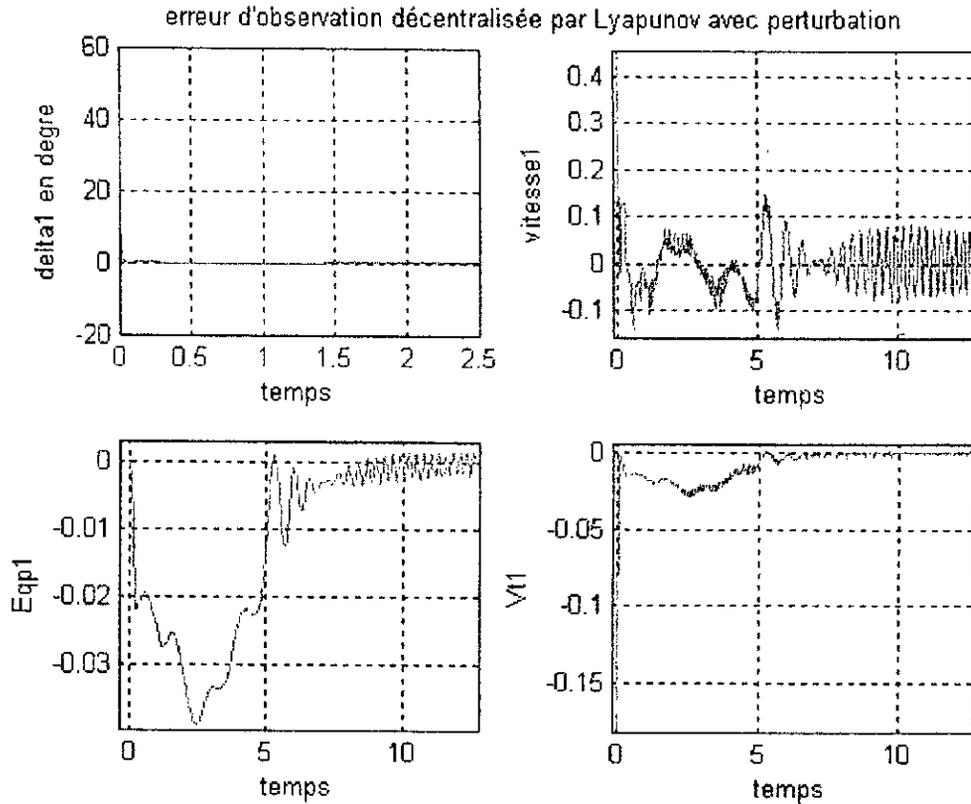


Figure 23: Erreurs d'observation des variables de la machine 1

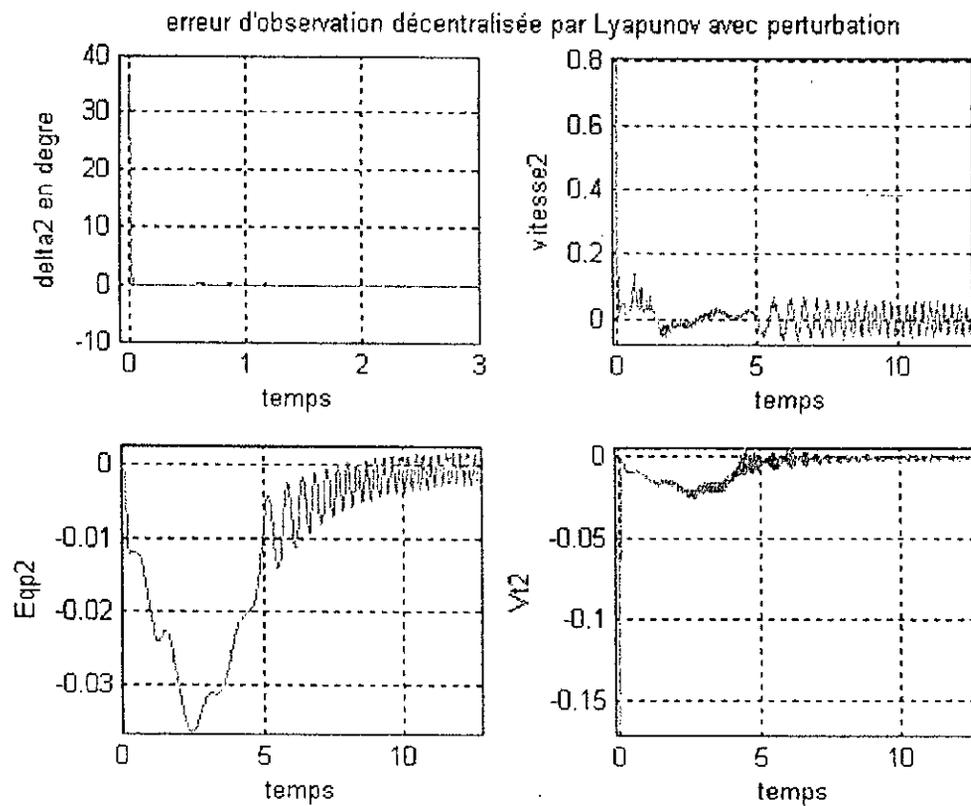
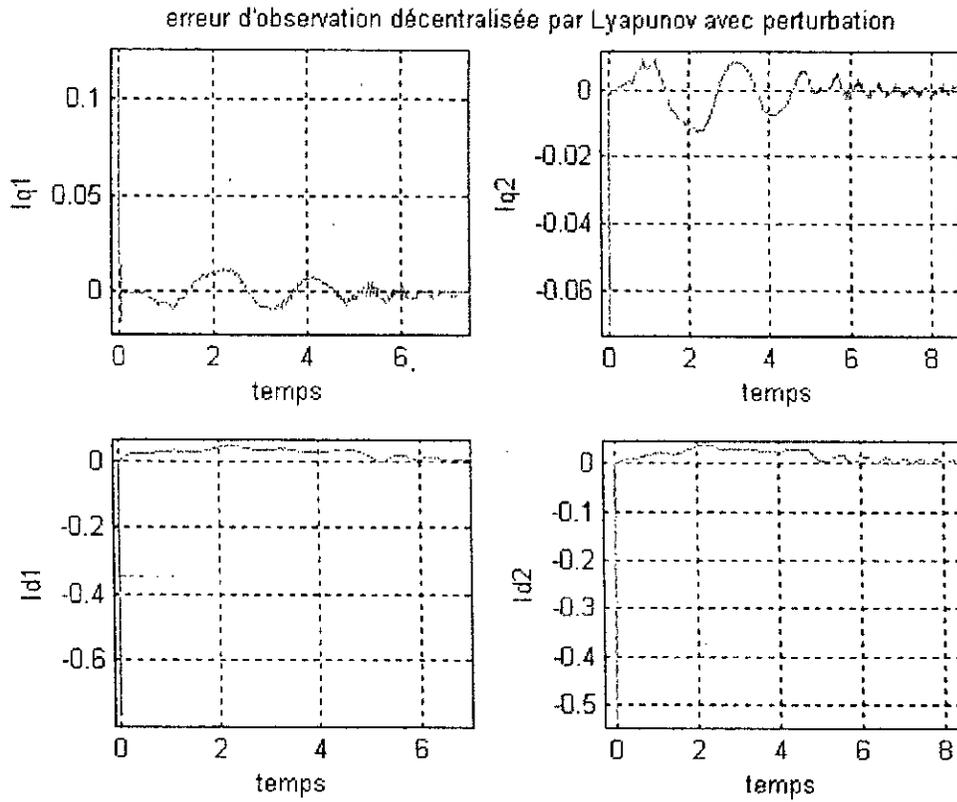


Figure 24: Erreurs d'observation des variables de la machine 2



25: Erreurs d'observation des courants dans les deux machines

Figure

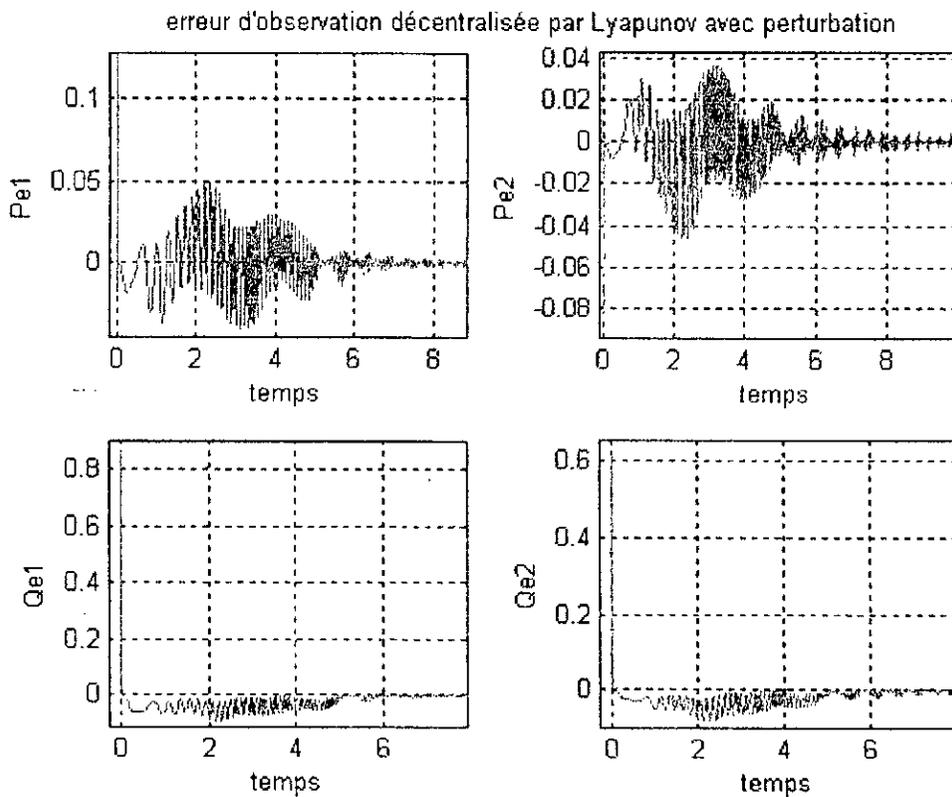


Figure 26: Erreurs d'observation des puissances dans les deux machines

On remarque que le temps de convergence de la majorité des erreurs sur les différentes grandeurs est très faible, mais avec présence des oscillations à hautes fréquences. Le temps de convergence des tensions transitoire reste toujours très faible (plus de 10 secondes).

La même chose peut être remarquée en présence de perturbations.

#### IV.4.2 Observateur décentralisé par mode de glissement

##### IV.4.2.1 Résultats de simulation

###### a) sans perturbation

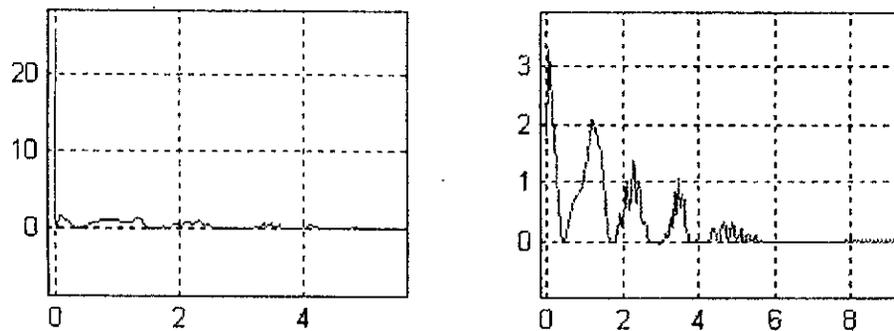


Figure 27: évolution de  $\alpha$  pour les deux machines

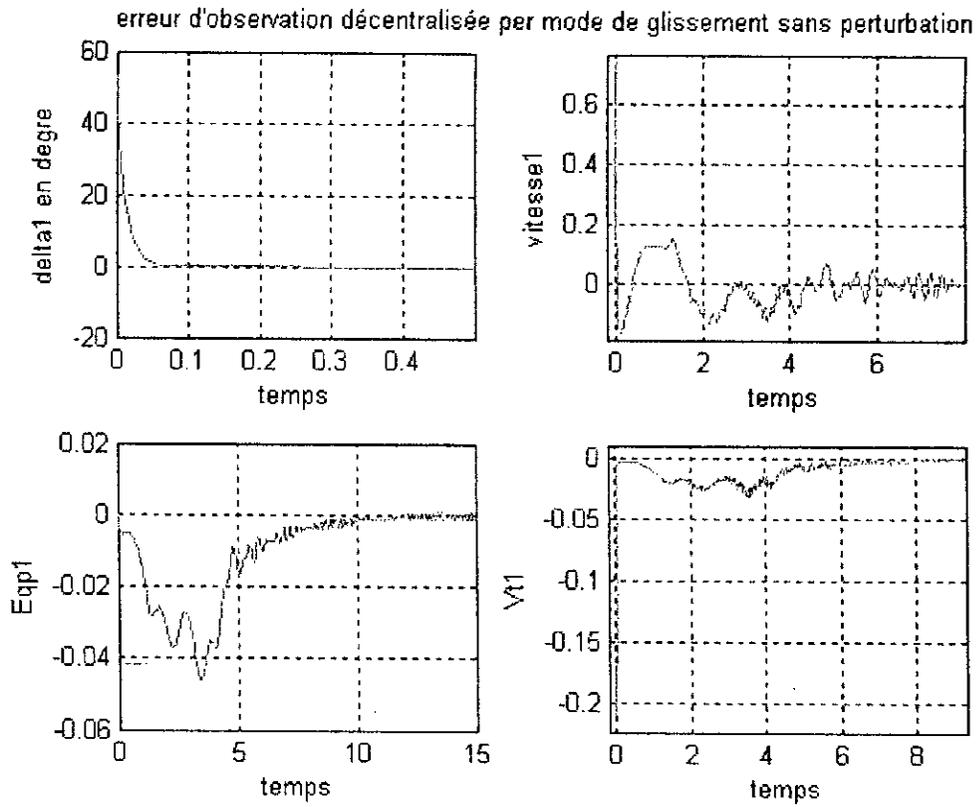


Figure 28: Erreurs d'observation des variables de la machine 1

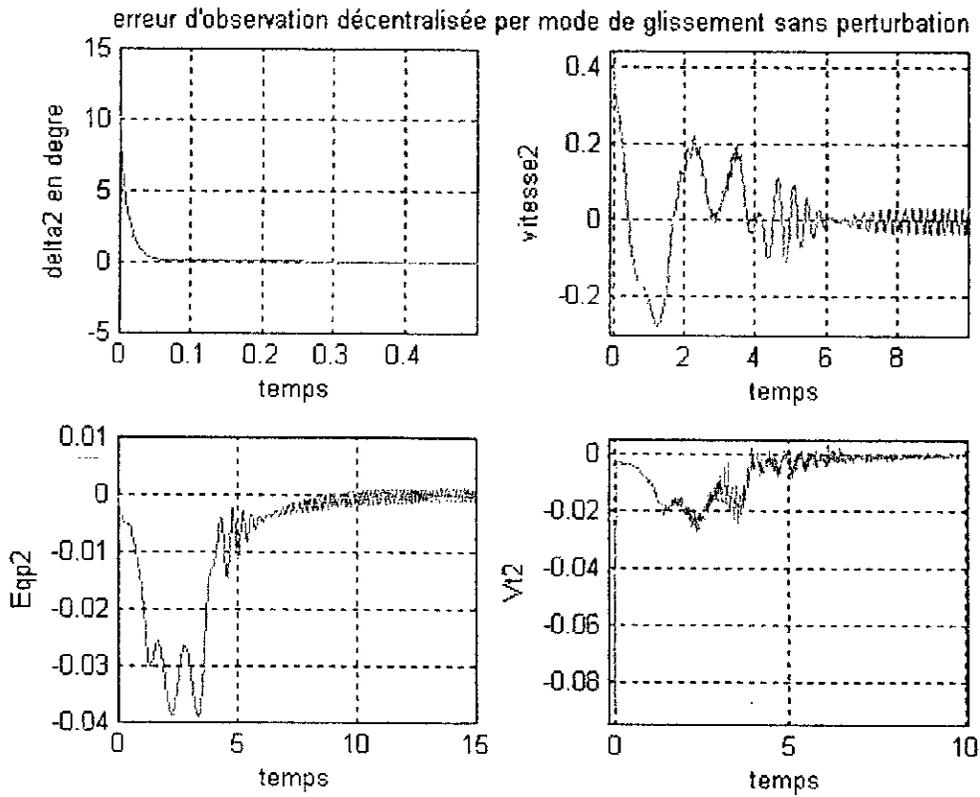


Figure 29: Erreurs d'observation des variables de la machine 2

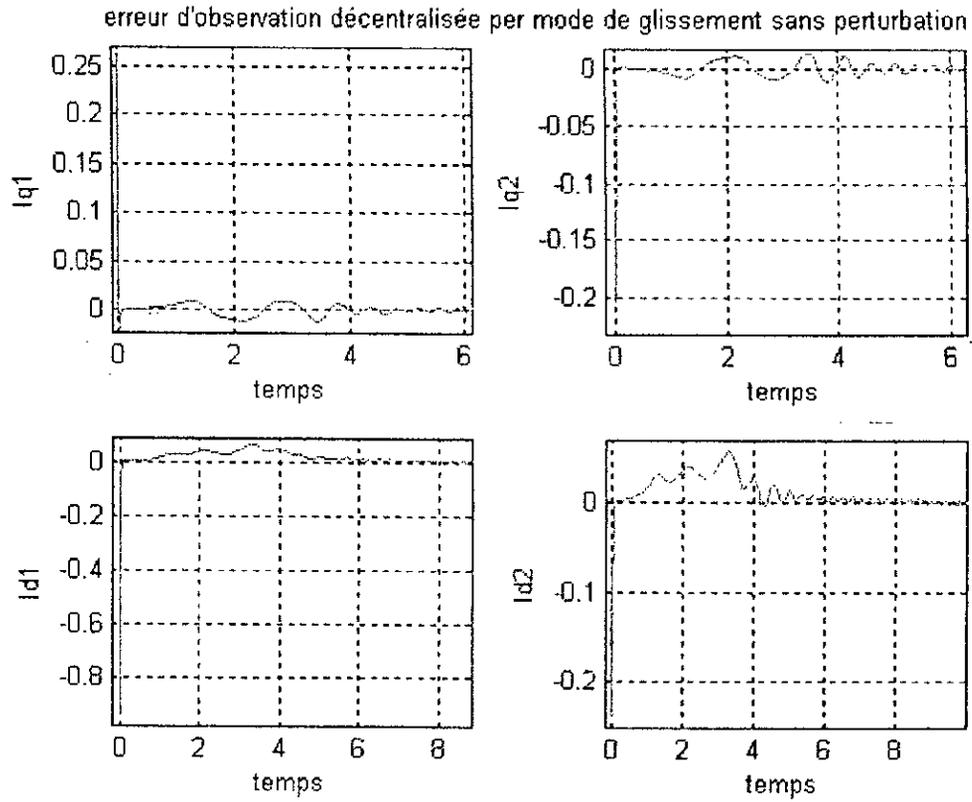
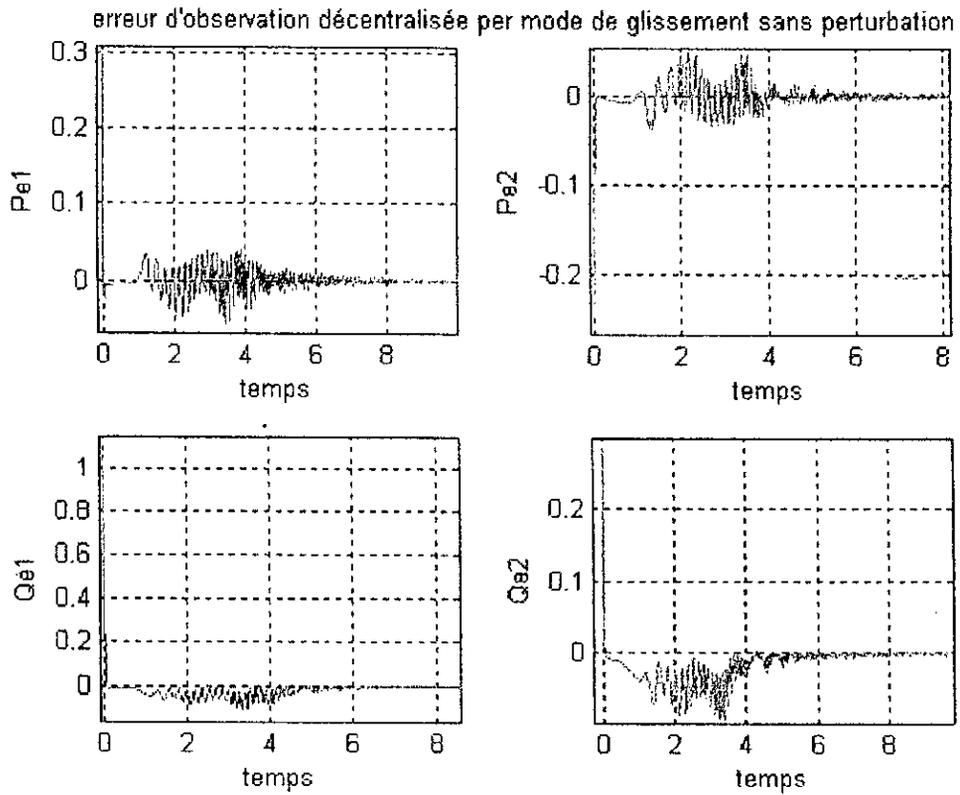


Figure 30: Erreurs d'observation des courants dans les deux machines



31: Erreurs d'observation des puissances dans les deux machines

Figure

b) avec perturbation

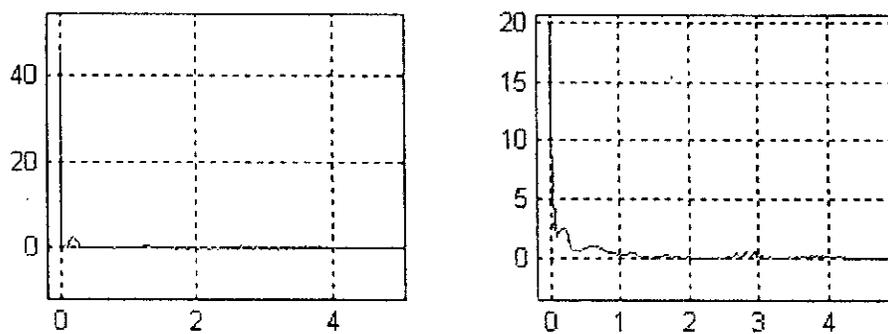


Figure 32: évolution de  $\alpha$  pour les deux machines

erreur d'observation décentralisée per mode de glissement avec perturbation

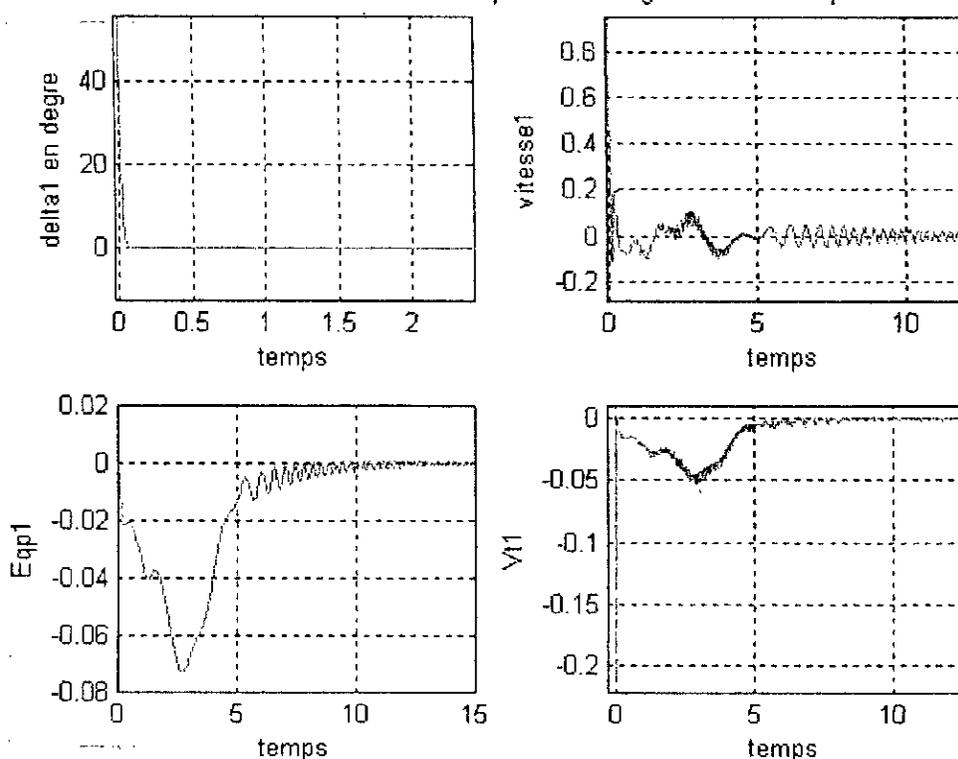


Figure 33: Erreurs d'observation des variables de la machine 1

erreur d'observation décentralisée per mode de glissement avec perturbation

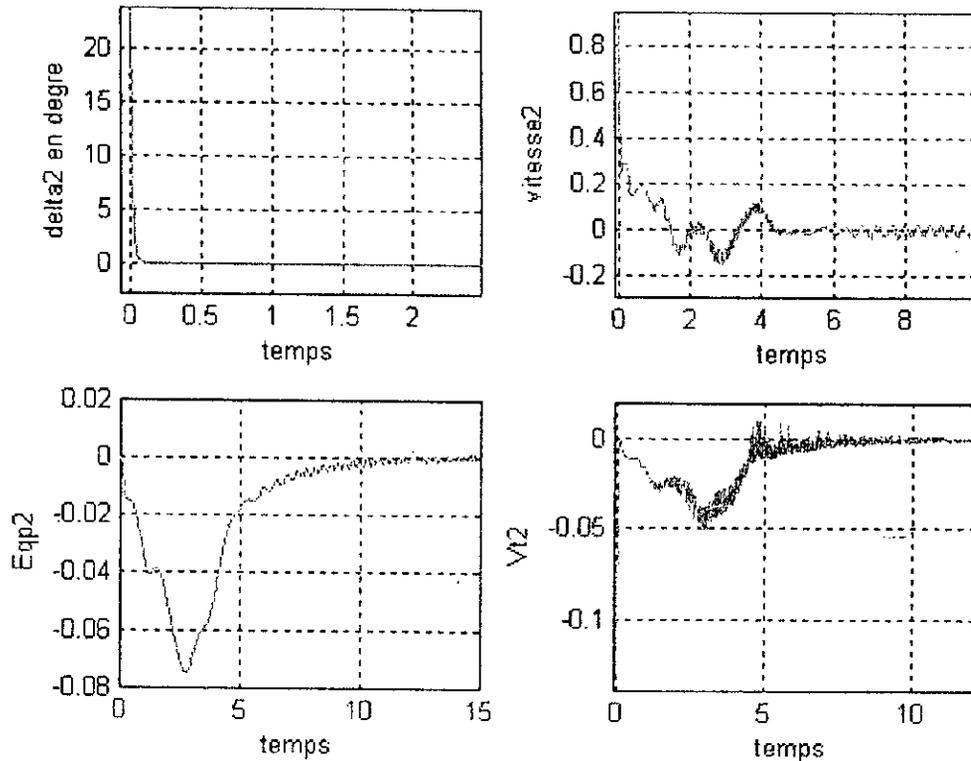


Figure 34: Erreurs d'observation des variables de la machine 2

erreur d'observation décentralisée per mode de glissement avec perturbation

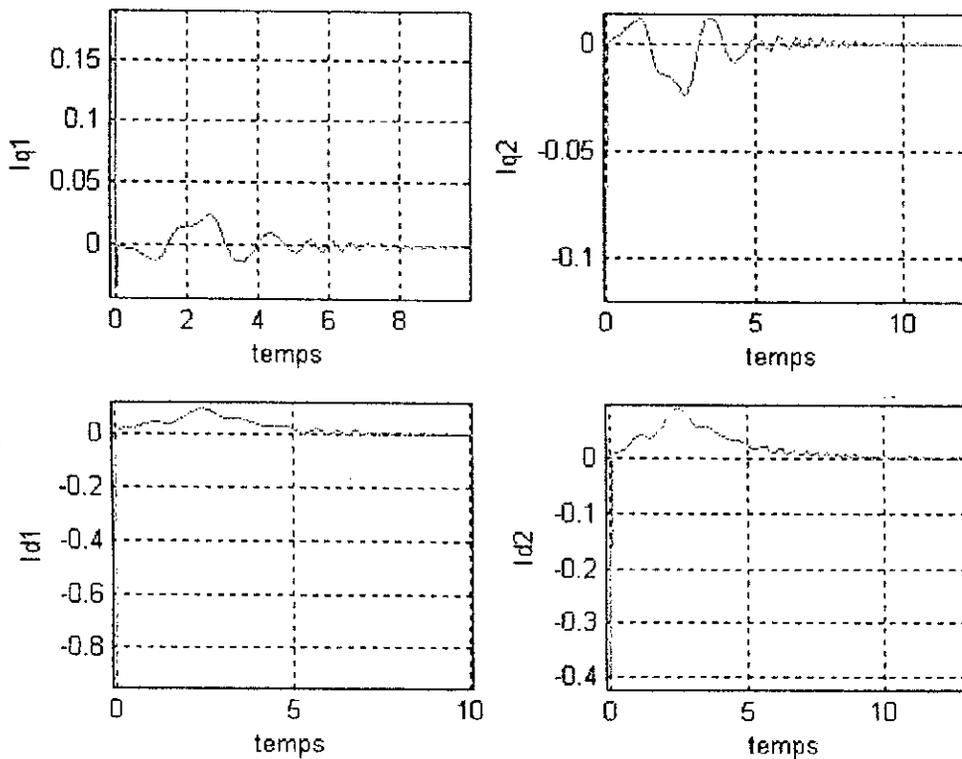


Figure 35: Erreurs d'observation des courants dans les deux machines

Observation décentralisée per mode de glissement avec perturbation

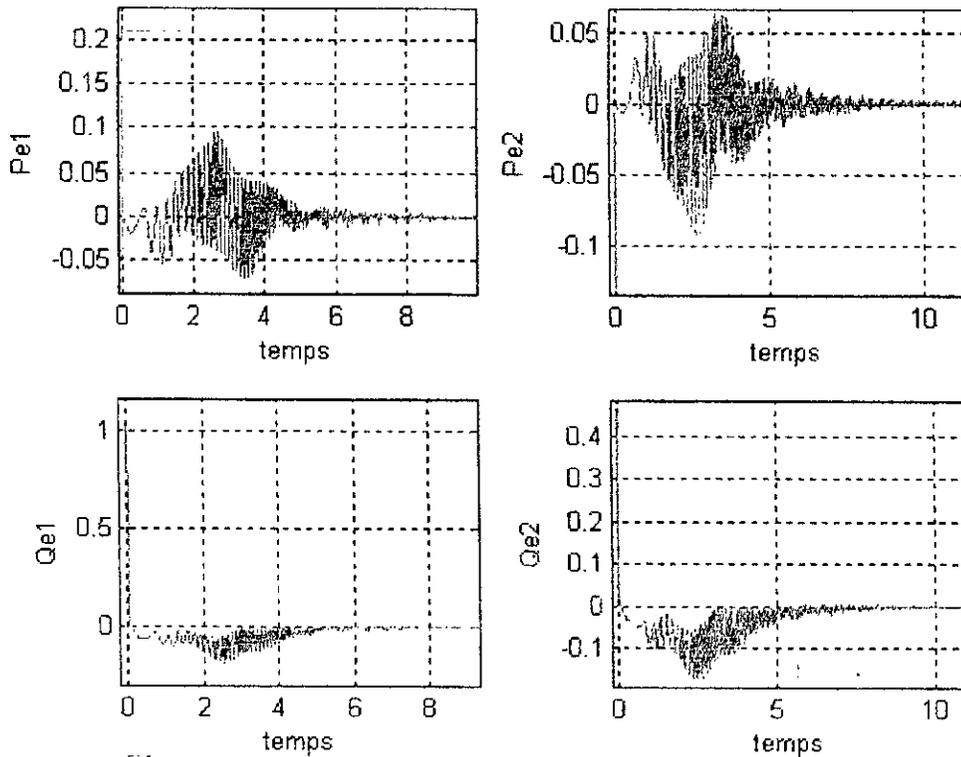


Figure 36: Erreurs d'observation des puissances dans les deux machines

Figure

On voit dans les figures 27 et 32 que  $\alpha$  est toujours positif pour les deux machines, donc la condition d'attractivité de la deuxième surface de glissement est toujours vérifiée.

On remarque que le temps de convergence de la majorité des erreurs sur les différentes grandeurs est très faible. Le temps de convergence des tensions transitoire reste toujours très faible (plus de 10 secondes). On remarque aussi des oscillations dans la majorité des grandeurs estimées, sauf les angles électriques qui ne présente aucune oscillations.

### Conclusion

Ce chapitre, comporte notre contribution principale. En premier lieu les méthodes de calcul des deux types d'observateurs non linéaires utilisés, puis la présentation des résultats de simulation des erreurs d'observation pour chaque type, pour les différentes grandeurs du réseau électrique. En suite, des versions décentralisées de ces observateurs ont été proposées puis appliquées au réseau. Des résultats de simulation on été également obtenus.

Des perturbations sont également introduites pour l'étude de la robustesse de chaque observateur. Les résultats obtenus sont satisfaisants, à cause de la convergence des erreurs d'observations vers zéro malgré la présence des oscillations.

Après simulation nous avons obtenu de bons résultats que ce soit pour l'observateur par la méthode de Lyapunov ou par mode de glissement

On remarque également que pour notre application, les observateurs décentralisés multivariables donnent des résultats meilleurs que les résultats obtenus par observateurs décentralisés pour les systèmes interconnectés, à cause du manque d'information et de présence d'interconnexions.

## CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans ce mémoire nous nous sommes intéressés à la synthèse d'observateurs d'états non linéaires décentralisés pour le réseau électrique multimachines. Pour cela, nous avons utilisé l'observateur par la méthode de Lyapunov et l'observateur par mode de glissement.

Dans un ordre de difficulté croissante, nous avons synthétisé deux observateurs décentralisés par les méthodes cités ci-dessus on considère le réseau électrique comme un système multivariable où on dispose de toutes les sorties. Ensuite, dans une deuxième approche nous avons synthétisé deux autres observateurs par les mêmes méthodes pour un réseau interconnecté constitué de plusieurs machines géographiquement éloignées. Alors, on dispose seulement d'une sortie locale.

Selon les résultats de simulation obtenus, on peut dire que les deux types d'observateurs utilisés donnent de bons résultats pour les deux approches étudiées.

On a pu remarquer que la première approche, c'est-à-dire lorsqu'on suppose la disposition de toutes les sorties, donne des résultats meilleurs que la deuxième où on travaille avec une sortie locale au niveau de chaque sous-système. A cause du manque d'informations par rapport à la première approche.

Pour une étude de la robustesse des observateurs synthétisés, nous avons injecté des perturbations (des défauts pour notre cas) dans le modèle du réseau électrique. Après simulation on peut dire que nos observateurs sont robustes vis-à-vis ces perturbations.

En perspective, on propose la synthèse d'un retour d'état estimé décentralisé par l'utilisation des observateurs non linéaires décentralisés pour les systèmes interconnectés, et particulièrement pour le réseau électrique.

### *Références Bibliographiques*

- [1] B.CHERKI « Commande des robots manipulateurs par retour d'état estimé »  
Thèse de doctorat, Ecole centrale de Nantes 1996.
- [2] ADJALLAH, MAQIN, RAGOT « Nonlinear observer-based fault detection »  
3<sup>rd</sup> IEEE conference on control applications, August, 24-26, Glasgow, UK, 1994
- [3] J.Schaffner, M.Zeit « Decentralized Nonlinear Observer Design »  
Séminaire "Théorie et Applications des Observateurs Non Linéaires". Paris 1996.
- [4] Youyi Wang, Guoxiao Guo, David J.Hill « Robust decentralized control of a class of nonlinear systems and applications to multimachine power system stabilization ». Proceeding of the 36<sup>th</sup> Conference on decision and control IEEE , 1997.
- [5] MELAHI Ahmed « Commande Décentralisée par logique floue des processus complexe: Application aux réseau électrique» thèse de Magister en automatique ENP 2001.
- [6] Poul.M.Anderson, AA.foued « Power system control and stability», the IOWA state university press, Ames, IOWA. 1977.
- [7] Jan Lunze « Feedback control of large-scale systems ». Prentice Hall International (UK) Ltd, 1992.
- [8] S.Benahdouga, M.Laimeche « Linéarisation par bouclage non linéaire et commandes à structure variable centralisée et décentralisée appliquées à un réseau électrique multimachines» PFE en automatique ENP 2003.
- [9] « Commande robuste par mode de glissement ». Rapport Laboratoire de commande des processus. ENP
- [10] Y.H.Chen, M.C. Han «Decentralized Control Design for Interconnected Uncertain Systems » Vol 56 part 2, Georgia Institute of technology, Academic press 1993.
- [11] L.Cong, Y.Wang « Decentralized control of generator excitation and UPFC in large-scale power systems » 0-7803-7173 2001 IEEE.
- [12] W.Hu, Q.Lu, S.Mei, G.Gao « Nonlinear Adaptive Decentralized Stabilization Control of Multimachine Systems », IEEE Proceeding of 3<sup>rd</sup> world congress on intelligent control and automation 2000.
- [13] Yusong SUN, Yuanzhang SUN, Q.LU, Y.SHAO « Nonlinear Decentralized Robust Governor Control for Hydroturbo-generator Sets of Multi-machine System ». Proceeding of 3<sup>rd</sup> world congress on Intelligent control and automation IEEE 2000.
- [14] D.Boukhetala, F.Boudjema « Synthèse des Observateurs d'état dans les Systèmes Décentralisés » Proceedings of 2<sup>nd</sup> CEA Algiers 1994.
- [15] « Théorie et Applications des Observateurs Non Linéaires ». Séminaire , Paris 1996.
- [16] E.Schltz, P.Sonthikorn, G.C. Verghese, B.C. Lesieutre « Observers for Dynamic State Estimation of Swing Motions in power Systems » Power Systems Computatian Conference, Sevilla, 2002.

[17] I.Haskara, U.Ozguner « Stability Analysis of sliding observer based robust output tracking control design for a nonlinear system » Proceeding of the 39<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control 2000.

## ANNEXE

### LES PARAMETRES DU RESEAU A DEUX MACHINES [11] [4]

#### Paramètres du réseau

Nœud de départ	Nœud d'arrivée	x(pu)
1	2	0.55
1	3	0.53
2	3	0.6

#### Paramètres des transformateurs

$$x_{T1}=0.129\text{pu}$$

$$x_{T2}=0.11\text{pu}$$

#### Paramètres des machines

Machine	$x_d$ (p.u)	$x_d'$ (p.u)	$T_{do}'$ (s)	H(s)	D	$k_c$
1	1.863	0.257	6.9	4	5	1
2	2.36	0.319	7.96	5.1	3	1

#### Point de fonctionnement

$$\delta_{10} = 64.08^\circ, V_{110} = 1.0, P_{m10} = 0.95$$

$$\delta_{20} = 65.33^\circ, V_{120} = 1.0, P_{m20} = 0.95$$

#### Calcul de la matrice d'admittance réduite

D'abord, nous allons faire un changement de numérotation des différents nœuds. Ceci sera fait après l'ajout des nœuds additionnels correspondant aux nœuds internes des générateurs.

Le défaut considéré ici est un court-circuit triphasé survenant à la ligne de transmission qui lie le (1) au nœud (2) égale à 20% de la longueur de cette ligne. Ce défaut est poursuivi par l'ouverture de cette ligne de transmission.

- **Avant le défaut**

La figure ci-après montre le réseau avant l'arrivée du défaut.

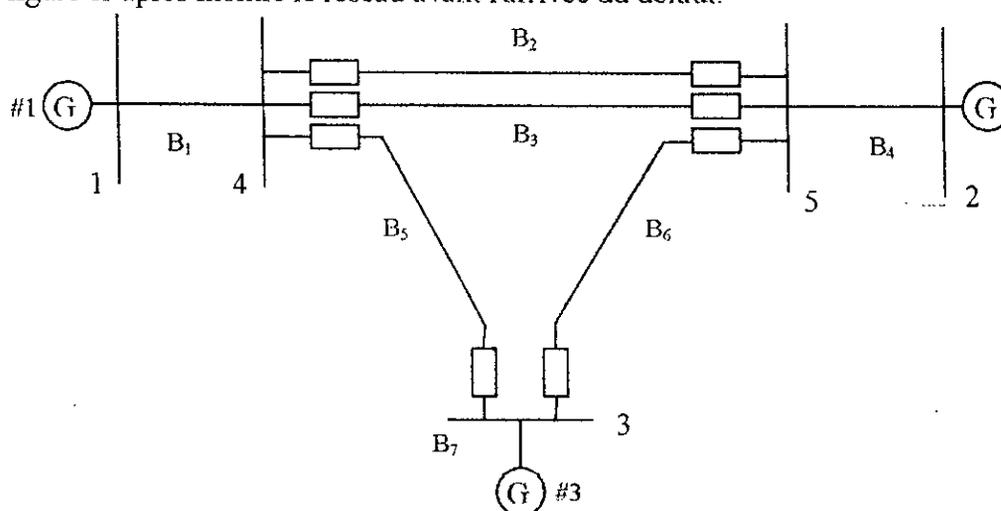


Figure 1: Le réseau avant le défaut

Les différentes grandeurs  $B_i$   $i=1,..,7$  sont données comme suit:

$$B_1 = -\frac{1}{x'_{d1} + x_{T1}}, B_2 = -\frac{1}{2x_{12}}, B_3 = -\frac{1}{2x_{12}}, B_4 = -\frac{1}{x'_{d2} + x_{T2}}$$

$$B_5 = -\frac{1}{x_{13}}, B_6 = -\frac{1}{x_{23}}, B_7 \rightarrow \infty$$

La matrice  $[\bar{Y}]$  est donnée par:

$$[\bar{Y}] = j \begin{bmatrix} B_1 & 0 & 0 & -B_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 & 0 & -B_4 & 0 \\ 0 & 0 & B_7 & 0 & 0 & -B_7 \\ -B_1 & 0 & 0 & (B_1 + B_2 + B_3 + B_5) & -(B_2 + B_3) & -B_5 \\ 0 & -B_4 & 0 & -(B_2 + B_3) & (B_2 + B_3 + B_4 + B_6) & -B_6 \\ 0 & 0 & -B_7 & -B_5 & -B_6 & (B_5 + B_6 + B_7) \end{bmatrix}$$

Décomposons la matrice  $[\bar{Y}]$  en  $[\bar{Y}_{G0}]$ ,  $[\bar{Y}_{G1}]$ ,  $[\bar{Y}_{L0}]$  et  $[\bar{Y}_{L1}]$

$$[\bar{Y}_{G0}] = j \begin{bmatrix} B_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & B_7 \end{bmatrix}$$

$$[\bar{Y}_{G1}] = -j \begin{bmatrix} B_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & B_7 \end{bmatrix}$$

$$[\bar{Y}_{L0}] = -j \begin{bmatrix} B_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & B_7 \end{bmatrix}$$

$$[\bar{Y}_{L1}] = j \begin{bmatrix} (B_1 + B_2 + B_3 + B_5) & -(B_2 + B_3) & -B_5 \\ -(B_2 + B_3) & (B_2 + B_3 + B_4 + B_6) & -B_6 \\ -B_5 & -B_6 & (B_5 + B_6 + B_7) \end{bmatrix}$$

Utilisant la formule

$$[\bar{Y}_r] = [\bar{Y}_{G0}] - [\bar{Y}_{G1}] [\bar{Y}_{L1}]^{-1} [\bar{Y}_{L0}]$$

Nous pouvons tirer

$$[\bar{Y}_r] = j \begin{bmatrix} -1.2628 & 0.3290 & 0.9338 \\ 0.3290 & -1.2022 & 0.8732 \\ 0.9338 & 0.8732 & -1.8070 \end{bmatrix}$$

En fait, la dernière ligne n'est pas nécessaire, car nous nous intéressons seulement aux machines G1 et G2.

#### • Pendant le défaut

La figure ci-après montre le réseau pendant le défaut.

Nous avons les relations suivantes

$$B_8 = \frac{B_2}{0.2}, B_9 = \frac{B_3}{0.8}$$

Dans la matrice  $[\bar{Y}]$  précédente, nous changeons les éléments suivants

$$\begin{cases} y_{44} = j(B_1 + B_2 + B_3 + B_8) \\ y_{45} = -jB_2 \\ y_{54} = -jB_3 \\ y_{55} = j(B_2 + B_3 + B_8 + B_9) \end{cases}$$

Le calcul donne

$$[\bar{Y}_r] = j \begin{bmatrix} -1.7732 & 0.0979 & 0.5108 \\ 0.0979 & -1.3068 & 0.6817 \\ 0.5108 & 0.6817 & -2.1577 \end{bmatrix}$$

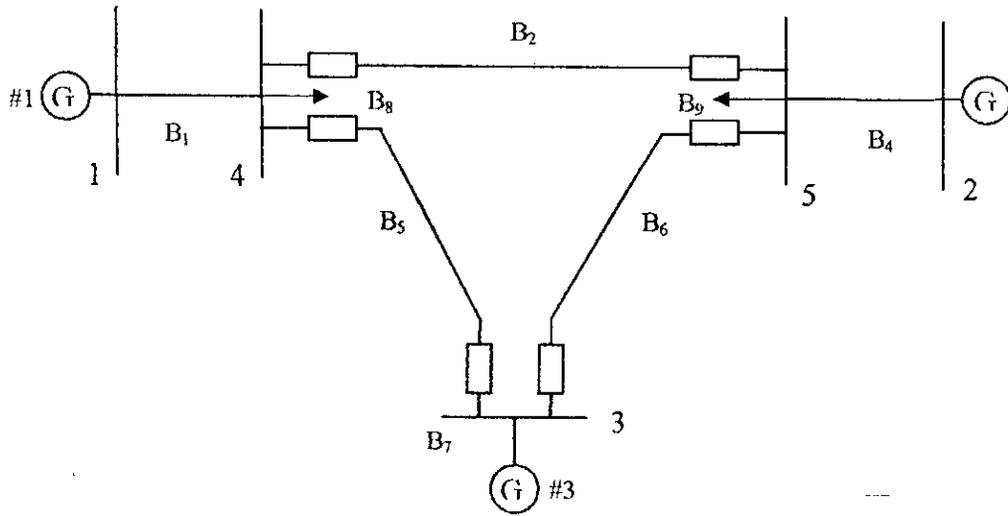


Figure 1: Le réseau pendant le défaut

- **Après le défaut (ouverture de la ligne)**  
La figure ci-après montre le réseau après le défaut.

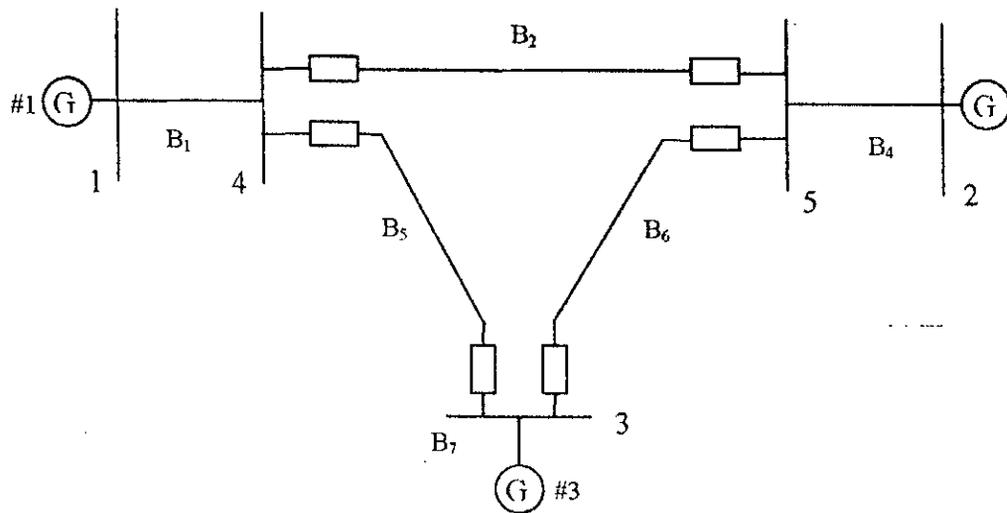


Figure 1: Le réseau après le défaut

Dans la matrice  $[\bar{Y}]$  précédente, nous changeons les éléments suivants

$$\begin{cases} y_{44} = j(B_1 + B_2 + B_3) \\ y_{45} = -jB_2 \\ y_{54} = -jB_2 \\ y_{55} = j(B_2 + B_4 + B_6) \end{cases}$$

Le calcul donne

$$[\bar{Y}_r] = j \begin{bmatrix} -1.1378 & 0.2087 & 0.9291 \\ 0.2087 & -1.0865 & 0.8778 \\ 0.9291 & 0.8778 & -1.8069 \end{bmatrix}$$

## ملخص:

العمل المقدم من خلال هذه المذكرة يتمثل في دراسة ملاحظ لا خطي غير مركز لجملة متشابكة. و لهذا قمنا بتقديم ملخص حول الملاحظة و كيفية صنع ملاحظ لجملة لا خطية. لذلك استعملنا طريقتين الأولى باستعمال ملاحظ بطريقة ليابونوف، الثانية باستعمال مبدأ الانزلاق. ثم قمنا بتقديم الملاحظ الغير مركز. طبقنا هذه الدراسة على الشبكة الكهربائية والتي قدمنا نموذجها الرياضي.

كلمات مفتاحية : ملاحظ لاخطي، ملاحظ غير مركز، جملة متشابكة، شبكة كهربائية، ملاحظ بطريقة ليابونوف، ملاحظ بطريقة مبدأ الانزلاق.

## RESUME

Le travail présenté dans ce mémoire est consacré à la synthèse d'observateurs décentralisés non linéaire pour les systèmes interconnectés. Pour cela, nous avons présenté un résumé sur l'observabilité et la synthèse d'observateur pour les systèmes non linéaires. Deux méthodes sont appliquées, observateur par la méthode de Lyapunov et par mode de glissement. Puis nous avons présenté les observateurs décentralisés. Nous avons appliqué cette théorie sur un réseau électrique multimachines, dont nous avons présenté sa modélisation.

**Mots clés :** Observateur non linéaire, observateur décentralisé, système interconnecté, réseau électrique multimachine, observateur par la méthode de Lyapunov, observateur par mode de glissement.

## ABSTRACT :

Work presented in this memory is dedicated to the non linear decentralized observers design, for the interconnected systems. For it we presented a summary on the observability and observer's synthesis for the non linear systems. Two methods are applied, observer by the method of Lyapunov and by sliding mode. Then decentralized observers are presented. We have apply this theory on a multimachines power system, of which we have present its model.

**Key words:** Non linear observer, decentralized observer, interconnected system, multimachine power system, observer by Lyapunov method, observer by sliding mode.