

République Algérienne Démocratique et Populaire

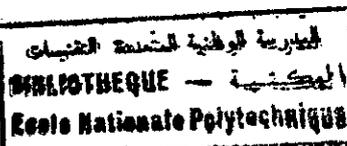
Ministère de l'Enseignement Supérieur  
et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

*Département de Génie Civil*

Thèse

Présentée par



**AKNOUCHE Hassan**

Ingénieur d'Etat en Génie Civil  
de l'Ecole Nationale Polytechnique

Pour l'obtention du Diplôme de

**MAGISTER**

*en Génie Civil*

**THEME**

**IDENTIFICATION ET ANALYSE DES EFFETS DES  
NONSTATIONNARITES DES MOUVEMENTS SISMIQUES SUR LA  
REPOSE DES STRUCTURES**

Soutenue publiquement le 03 Juillet 1999 devant le jury composé de

Président	<b>B. TILIOUINE</b>	Professeur, E.N.P.
Rapporteur	<b>M. HAMMOUTENE</b>	Maître de conférences, E.N.P.
Examineurs	<b>S. RECHAK</b>	Professeur, E.N.P.
	<b>S. BELKACEMI</b>	Maître de conférences, E.N.P.
	<b>R. BOUTEMEUR</b>	Chargé de cours, E.N.P.

يهدف هذا العمل الى تمييز و دراسة تاثيرات عدم سكون الهزات الارضية في السعة والتواتر على احابة المنشآت المتعرضة لها. لهذا الغرض استعمل نموذج لتمييز وتمثيل التغيرات العشوائية للهزات الارضية يعتمد اساسا على منهج العليف الفيزيائي. يتم تمييز تاثيرات عدم سكون الهزات الارضية على رد المنشآت الغيرخطية باظهار اختلاف الاطراف الاحتمالية للنوتتها تحت تاثير عدد من الهزات الارضية التي تختلف عن بعضها البعض في محتواها التواتري التحركي والدالة الاحتمالية المثلة لمواعيد وصول الموجات المكونة للهزة الارضية.

بعد ذلك نقوم بدراسة مقارنة لاهمية هذه التاثيرات عن طريق تحليل تغيرات العوامل المعرفة لنموذج التمثيل من جهة ونماذج احابة المنشآت المرنة والغير مرنة من جهة اخرى. تقيم سعة هذه التاثيرات يتم عن طريق دراسة تغيرات العوامل المثلة لاحابة المنشآت وبالتالي نكون قد وضحتنا ظاهرة التجاوب المتحرك.

كلمات مفتاحية : ساكن, غير ساكن, الصفحة, الإطار الزمني, المحتوى التواتري, العليف اللحظي, العليف التطوري, العليف الفيزيائي, خطي, غير خطي, لدونة, تواتر, طيف احابة احتمالي, تجاوب متحرك.

### Résumé

Le présent travail a pour but l'identification et l'analyse des effets, sur les structures, des nonstationnarités temporelles tant en amplitudes qu'en contenu fréquentiel, contenues dans les mouvements forts du sol dus à des tremblements de terre. Un modèle simple de simulation nonstationnaire stochastique basé sur le concept du spectre physique est utilisé pour estimer les accélérations sismiques.

Nous examinons, l'influence de ces nonstationnarités sur la réponse des structures en représentant la variabilité de la demande de ductilité en terme de spectres de réponses inélastiques probabilistes obtenus pour plusieurs classes d'accélération qui diffèrent les unes des autres par la fonction de densité de probabilité des délais de groupes des ondes sismiques constitutives et par le caractère du contenu fréquentiel évolutif.

Par la suite, nous menons une étude comparative de l'importance des effets des nonstationnarités à travers l'analyse des variations des paramètres définissant le modèle stochastique de l'accélérogramme d'une part et les systèmes élastiques et inélastiques d'autre part.

En outre, l'amplitude de ces effets est interprétée en analysant les fluctuations probables des paramètres caractérisant la réponse des structures ; le phénomène de "résonance mobile" est alors mis en évidence.

**Mots clés :** stationnaire, nonstationnaire, phases, enveloppe temporelle, contenu fréquentiel, spectre instantané, spectre évolutif, spectre physique, linéaire, non-linéaire, ductilité, fréquence effective, spectre de réponse probabiliste, résonance mobile.

### Abstract

The aims of this work is the identification and analysis of the effects, upon the structures, of the temporal nonstationarities in both amplitude and frequency content, contained in the earthquake strong motion. A simple nonstationary stochastic model based on the concept of physical spectrum is used to estimate the seismic accelerations.

We study the influence of these nonstationarities on the structural response by the representation of the variability of the ductility in terms of probabilistic inelastic response spectra obtained for various classes of accelerograms which differ each others by the probability density function of the phase delays and by the kind of the evolutionar frequency content.

In another hand, we deal comparative study of importance nonstationary effects by analysis of variation of the parameters which defined the accelerograms stochastic model and the elastic and inelastic systems.

The amplitude of these effects is interpreted by analyzing the fluctuations of the parameters characterizing the structural response ; the "moving resonance" phenomenon is then insighted.

**Key words :** stationary, nonstationary, phases, temporel enveloppe, frequency content, instantaneous spectrum, evolutionary spectrum, physical spectrum, elastic, inelastic, ductility, effective frequency, probabiliste response spectra, moving resonance.



## *Remerciements*

Le présent travail n'aurait pu être mis au point sans l'aide et l'orientation prodiguées par mon directeur de thèse, M<sup>r</sup> HAMMOUTENE, envers lequel j'adresse tous mes remerciements et mes plus profondes reconnaissances. A cet effet, je tiens à souligner ses précieux conseils et recommandations joignant harmonie et rigueur scientifique.

Je tiens à exprimer mes remerciements à tous les membres du jury qui m'ont fait l'honneur de présider ou d'examiner ce modeste travail.

J'exprime ma vive gratitude à M<sup>r</sup> le Professeur TILIOUINE (E.N.P.), pour l'honneur qu'il me fait en présidant le jury.

Mes remerciements vont également à M<sup>r</sup> le Professeur RECHAK (E.N.P) d'avoir accepter de siéger dans le jury comme examinateur.

J'exprime mes vifs remerciements à M<sup>r</sup> BELKACEMI, Maître de conférences à l'E.N.P. et M<sup>r</sup> BOUTEMEUR, Chargé de cours à l'E.N.P, pour avoir accepter de siéger dans le jury comme examinateurs.

Ce travail doit également beaucoup au personnel du centre de calcul, du centre de documentation et de la bibliothèque centrale de l'école nationale polytechnique, en particulier à *Hocine, Salah* et *Krimo*. Qu'ils trouvent tous ici, le témoignage de mes sincères reconnaissances.

Mes remerciements vont tous particulièrement à mes amis pour leurs encouragements et leur impatience à voir ce travail achevé.

Enfin, dans le souci de n'oublier personne, tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin, que ce soit par leur amitié, leurs conseils ou leur soutien moral, trouvent dans ces quelques lignes l'expression de ma profonde gratitude.

## *Dédicaces*

Je dédie ce modeste travail

- A ma très chère mère.
- A mon cher père.
- A mes sœurs.
- A mes frères.

## Table des matières



Chapitre 1	<i>INTRODUCTION GENERALE</i> .....	1
Chapitre 2	<i>CARACTERISATION DES MOUVEMENTS SISMIQUES</i> <i>DANS LE DOMAINE TEMPOREL</i>	
2.1	Introduction .....	7
2.2	Processus de tremblement de terre.....	7
2.3	Mouvements forts.....	9
2.4	Caractéristiques des mouvements sismiques.....	10
2.5	Caractérisation des mouvements sismiques dans le domaine temporel.....	10
2.5.1	Caractère transitoire.....	10
2.5.2	Contenu phasique.....	12
2.5.2a	Distribution de phases uniforme.....	13
2.5.2b	Distribution des dérivées de phases.....	13
2.5.2c	Distribution Gaussienne des différences de phases.....	14
2.6	Conclusions .....	15
Chapitre 3	<i>CARACTERISATION DES MOUVEMENTS SISMIQUES</i> <i>DANS LE DOMAINE FREQUENTIEL</i>	
3.1	Introduction.....	18
3.2	Processus stochastique.....	19
3.2.1	Définition.....	19
3.2.2	Description probabiliste de processus stochastique.....	19
3.2.2a	Fonction de densité de probabilité.....	19
3.2.2b	Fonctions moments.....	20
3.2.3	Processus aléatoire stationnaire.....	21
3.2.4	Ergodicité.....	22
3.2.5	Propriétés des fonctions de corrélation.....	23

3.2.6 Propriété des fonctions de covariance.....	24
3.3 Décomposition spectrale d'un processus aléatoire.....	24
3.3.1 Cas des processus stationnaires.....	25
3.3.2 Cas des processus nonstationnaires.....	25
3.4 Différentes approches pour la représentation spectrale nonstationnaire.....	26
3.4.1 Densité spectrale de puissance instantanée.....	28
3.4.2 Processus localement stationnaire.....	29
3.4.3 Spectre évolutif.....	29
3.4.4 Spectre physique.....	31
3.5 Présentation des paramètres du Modèle du spectre physique.....	33
3.6 Relation entre le spectre physique et le processus stationnaire.....	35
3.7 Conclusions.....	36

#### Chapitre 4 **MODELE DE SIMULATION NONSTATIONNAIRE**

##### **DES ACCELERATIONS SISMIQUES**

4.1 Introduction.....	40
4.2 Modèle de simulation nonstationnaire.....	40
4.3 Modèle de simulation stationnaire.....	42
4.4 Considération de base pour le fenêtrage.....	42
4.4.1 Effet de la longueur de la fenêtre.....	42
4.4.2 Effet de la forme de la fenêtre.....	43
4.4.2a Fenêtre rectangulaire.....	43
4.4.2b Fenêtre triangulaire.....	44
4.4.2c Fenêtre Gaussienne.....	45
4.5 Procédure de simulation.....	46
4.6 Test du modèle.....	47
4.7 Conclusions.....	48

#### Chapitre 5 **MODELES DE COMPORTEMENT DES STRUCTURES**

5.1 Introduction.....	51
5.2 Les origines de la non-linéarité dans les systèmes structuraux.....	51

Conclusions.....	105
Références bibliographiques.....	108

## CHAPITRE 1

### INTRODUCTION GENERALE

Dans les projets de calcul parasismique des structures, la description des mouvements forts du sol dus aux tremblements de terre représente une étape importante qui doit être aussi précise que possible pour une estimation sécuritaire de la réponse dynamique de la structure correspondante. Cette étape de calcul, nécessite la mise en œuvre des modèles d'excitations sismiques qui puissent prendre en compte, et de manière réaliste, les caractéristiques nonstationnaires observées dans les accélérogrammes réels tels que les variations en fonction du temps de l'intensité et du contenu fréquentiel.

En effet, les mouvements forts du sol produits par les tremblements de terre, sont généralement irréguliers et ont l'apparence de fonctions temporelles aléatoires, ceci est dû à la nature extrêmement variable des paramètres qui les caractérisent. Ces paramètres traduisent l'importance relative des effets de l'intensité du séisme, du trajet source-récepteur des ondes sismiques émises, de la nature du sol au voisinage du point d'enregistrement ainsi que celui de la topographie du relief. L'analyse des différentes phases du processus complexe des tremblements de terre est faite en ayant recours à des modèles simples utilisant les paramètres les plus influants. Ainsi, les enregistrements obtenus au site englobent les effets successifs de chacune de ces phases et leur caractérisation en amont nécessite l'évaluation des différents paramètres mis en œuvre par les différents modèles.

Afin d'illustrer de manière fort simple le processus complexe de tremblement de terre, nous choisissons dans cette étude les paramètres qui caractérisent la double nonstationnarité du signal enregistré au site, à savoir :

- Dans le domaine temporel : le temps moyen d'arrivées des ondes sismiques au site d'enregistrement et l'écart type associé à la durée du mouvement fort.
- Dans le domaine fréquentiel : la fréquence moyenne instantanée, la dispersion autour de cette fréquence à chaque instant  $t$  et la répartition des amplitudes énergétiques dans le plan temps fréquence.

Il est évident que l'évaluation de chacun de ces paramètres nécessite, compte tenu de la complexité du processus le recours à des approches stochastiques.

Les précédents modèles de simulation des mouvements sismiques du sol ont, dans le but de simplifier l'analyse des vibrations aléatoires, souvent négligé de reproduire de manière réaliste l'évolution temporelle du contenu fréquentiel. Ceci est dû en partie à la difficulté d'incorporer cette nonstationnarité dans les modèles et de l'identifier dans les enregistrements sismiques. Mais cela est en partie dû aussi à l'idée reçue que la nonstationnarité du mouvement en input n'a pas d'effet significatif sur la réponse des structures.

Le but de ce travail est justement d'identifier et d'analyser les effets, sur les structures, des nonstationnarités temporelles tant en amplitudes qu'en contenu fréquentiel, contenues dans les mouvements forts du sol dus aux tremblements de terre. Pour cela, nous proposons un nouveau modèle de simulation d'accélération sismiques, basé sur le concept du spectre physique et de distribution de phases stochastique, ce modèle est brièvement décrit et est utilisé pour étudier l'importance des nonstationnarités des accélérations sismiques sur la réponse de modèles structuraux simples tant linéaires que non-linéaires.

Ainsi, dans le chapitre (2), nous décrivons, de manière succincte, les caractéristiques propres aux enregistrements des accélérations sismiques. Nous insistons, par la suite, sur l'interprétation physique des phases contenues dans les signaux sismiques.

Dans le chapitre (3), nous faisons un rappel des notions de bases relatives à la théorie des processus aléatoires qui nous sont utiles pour les développements théoriques de ce travail. A l'issue d'une analyse critique des diverses procédures développées pour la caractérisation des contenus fréquentiels des processus aléatoires nonstationnaires, nous portons notre choix sur le concept du spectre physique qui engendre moins de difficultés en procurant le maximum de précision pour les estimations des valeurs de la décomposition de l'énergie dans le plan temps-fréquence.

Par ailleurs, dans le chapitre (4), nous axons nos efforts, sur l'élaboration d'un modèle de simulation stochastique nonstationnaire des accélérations sismiques faisant usage de l'outil sélectionné au chapitre (3). La prise en compte explicite et précise de la variation temporelle du contenu spectral par le modèle de simulation se fait à travers la relation analytique qui existe entre le spectre physique et les amplitudes nonstationnaires des fonctions de base qui constituent le modèle.

Ainsi, on obtient un modèle de simulation n'incluant dans sa formulation que deux paramètres fréquentiels et un paramètre énergétique. Les deux paramètres fréquentiels ont une importance primordiale dans la caractérisation du contenu spectral nonstationnaire, car en fait, ils contrôlent les caractéristiques du signal dans le domaine temporel, alors que le paramètre énergétique quant à lui contrôle la durée des mouvements forts.

Le concept que nous avons retenu pour l'estimation des valeurs du contenu spectral nonstationnaire fait appel à la technique du fenêtrage, nous portons notre choix sur la fenêtre temporelle Gaussienne. Sur la base du modèle de simulation proposé, nous développons une procédure numérique qui assure du point de vue stochastique du terme la génération d'accélération sismiques compatibles avec les processus aléatoires de tremblements de terre dont elles sont membres. Nous testons le modèle stochastique à travers son aptitude à reproduire des accélérogrammes simulés ayant des caractéristiques intrinsèques similaires à celles des enregistrements originaux, et les mêmes effets dynamiques sur les structures.

Afin d'identifier et d'analyser les effets, sur les structures, des nonstationnarités contenues dans les mouvements sismiques nous proposons dans le chapitre (5), quatre modèles de comportement hystérétiques des structures (élasto-plastique parfait, élasto-plastique bilinéaire, élasto-plastique orienté vers le déplacement maximum et le modèle de Clough-Penzien) permettant de simuler le comportement matériel des structures en béton et en charpente métallique. Ces modèles aussi simplistes que possible, représentent des tentatives pour vaincre les limitations du modèle linéaire. Nous présentons par la suite les relations entrées-sorties pour un oscillateur linéaire. Nous exposons aussi la procédure d'intégration numérique pas à pas ayant permis le calcul de la réponse dynamique des systèmes linéaires et non-linéaires.

L'identification des effets des nonstationnarités des mouvements sismiques est faite en présentant la variabilité de la demande de ductilité de l'oscillateur, en terme de spectres de réponses inélastiques probabilistes obtenus pour plusieurs classes d'excitations qui diffèrent les unes des autres par la fonction de densité de probabilité des délais de groupes des ondes sismiques constitutives et par le caractère du contenu fréquentiel évolutif.

La variabilité de la réponse peut être expliquée par le phénomène de "résonance mobile". Ce phénomène dépend de la "distance" entre la fréquence effective de la structure et la fréquence dominante du sol ainsi que de l'évolution temporelle de cette "distance".

Afin de mieux apprécier l'importance des effets des nonstationnarités de l'input sismique sur la réponse de l'oscillateur, nous analysons leurs incidences sur l'évolution temporelle du phénomène de résonance. Par la suite, l'investigation est poussée afin de mettre en relief et d'expliquer les conséquences du phénomène de résonance mobile sur les réponses des structures tant linéaires que non-linéaires.

Dans ce qui suit, nous nous proposons dans un premier temps de présenter un résumé de l'état des recherches dans le domaine de la simulation stochastique des mouvements du sol dus aux tremblements de terre. Dans un deuxième temps, nous donnons un résumé des recherches concernant l'effet de la nonstationnarité des mouvements sismiques sur la réponse des structures tant linéaire que non-linéaire.

A la lumière de ce qui précède, il n'est pas surprenant que la simulation stochastique des mouvements forts dus aux tremblements de terre aie représenté un pôle d'intérêt pour nombre de chercheurs. Quoiqu'un certain nombre de modèles aient été proposé, ils ne peuvent pas être considérés comme hautement représentatifs du phénomène réel. En claire, de tels modèles se sont révélés inadéquats pour la description sismique du fait qu'ils restreignent les processus d'input à une classe spécifique d'accélérogrammes dont le contenu spectral est constant et dont les caractéristiques ne sont évaluées qu'en termes d'amplitudes temporelles et spectrales.

Les premiers modèles de simulation stochastique des accélérations sismiques, ont été principalement élaborés sur l'hypothèse de bruits Gaussien modulés par des fonctions enveloppes dont les expressions ont été exprimées de diverses façons, c'est ainsi que Jennings et al (1969) [15], Ruiz et Penzien (1974) [34], parmi d'autres, ont utilisé des modèles à processus Gaussien. Il s'agit donc de former une séquence de nombres aléatoires dont la distribution est Gaussienne, et de multiplier ensuite cette séquence de nombre par une enveloppe temporelle pour assurer le caractère transitoire du signal.

Les modèles à processus de poisson filtrés, utilisés par Alcon et Saragoni (1980) [35], Shinosuka et Sato (1967), Amin et Ang (1968) [In [9]] entre autres se basent sur la représentation d'une série d'impulsions dont les amplitudes sont générées de manière aléatoire et dont le temps d'occurrences suivent une distribution de Poisson. Ensuite, un filtrage est effectué pour prendre que la bande de fréquentielle d'intérêt.

Plusieurs investigations ont été menées dans le but d'améliorer ces modèles de simulation d'accélération sismiques, l'amélioration est portée initialement sur la prise en considération du contenu fréquentiel nonstationnaire. Ainsi, Iyengar R.N et Iyengar S.R (1969) [14] se sont basées sur la pondération d'un bruit blanc par une enveloppe temporelle dont les paramètres sont exprimés en fonction du nombre de passage par zéro et le nombre d'extréma exhibés par les oscillations dans un intervalle donné, ainsi que le temps d'occurrence du pic d'accélération

Silverman (1957) [39] a introduit une définition pour les processus localement stationnaires et a généralisé le théorème de Wiener-khintchine à cette classe de processus. Bendat et Priestol (1966) [4] ont défini le concept de fonction d'auto-corrélation instantanée qui leur a permis d'exprimer la densité spectrale de puissance instantanée sous forme d'une généralisation du théorème de Wiener-Khintchine pour les processus nonstationnaires.

Priestly (1965) [32] a développé une approche pour la représentation du spectre de puissance des processus aléatoires nonstationnaires basée sur le concept du spectre évolutif, c'est ainsi que Liu et Yong, Deodatis et Shinosuka entre autres ont proposé des modèles de simulation en se basant sur le concept du spectre évolutif [In [9]].

Mark (1970, 1986) [21, 22] a introduit une représentation différente des approches décrites ci-dessus (concept du spectre physique) pour la caractérisation des processus stochastiques nonstationnaires. Par la suite, B. Tiliouine (1982) [42] a développé un modèle stochastique de simulation nonstationnaire faisant usage du concept du spectre physique.

A notre état de connaissance les travaux de recherches concernant de l'effet de la nonstationnarité des mouvements sismiques sur la réponse des structures peuvent se résumer comme suit :

Yeh C.H et Wen Y.K (1990) [49] ont montré par le biais d'un modèle d'input stochastique bi-axiales élaboré pour caractériser la nonstationnarité des mouvements sismiques que l'effet de la nonstationnarité en fréquence sur les oscillateurs inélastiques devient insignifiant pour des fréquences fondamentales supérieures à 2 Hz.

Papadimitriou .K (1992) [28] a montré que la réponse du système non-linéaire soumis à l'enregistrement accélérométrique du séisme de San-Fernando est égale à 3 fois celle du même système sous l'action d'une accélération stationnaire (reconstitué à partir de cet

enregistrement). Il a montré aussi que le temps d'occurrence des maxima et la durée de la réponse linéaire sont respectivement indépendants de la fréquence initiale de la structure lorsqu'elle est soumise à une accélération stationnaire.

Conte J.P (1992) [8] a montré l'importance du caractère évolutif du contenu spectral en comparant les effets sur les réponses des structures simples à comportements hystérétiques (modèle élasto-plastique parfait, modèle de Clough-Penzien et slip model) des accélérogrammes synthétiques à contenus fréquentiels nonstationnaires et stationnaires (hautes fréquences et basses fréquences) simulés par le biais d'un filtre Arma auto-régressif dont les paramètres ont été déterminés par la technique du filtrage de KIman. Les résultats ont montré une amplification de 60% de la réponse des structures rigides ( $T < 0.3$  sec) sous l'effet du signal sismique nonstationnaire. Conte J.P a attribué cette amplification à l'effet de la résonance mobile observé déjà par Papadimitriou [28].

## **CHAPITRE 2**

### **CARACTERISATION DES MOUVEMENTS SISMIQUES DANS LE DOMAINE TEMPOREL**

#### **2.1 Introduction**

L'état actuel des connaissances en séismologie est tel que s'il n'est pas possible de prédire l'occurrence d'un événement sismique dans l'espace et dans le temps, il est possible de localiser dans l'espace les zones à haut risque sismique et d'y construire en conséquence. Pour bien construire en zone sismique, il est nécessaire de comprendre le mécanisme générateur des séismes et de les caractériser par certains paramètres et grandeurs physiques

La définition d'une action sismique réaliste qui tient des variations en fonction du temps de l'intensité et du contenu fréquentiel représente une étape fondamentale dans l'élaboration d'une méthodologie de caractérisation et de simulation des accélérations sismiques.

Dans ce chapitre, nous discutons brièvement la cause génératrice des tremblements de terre et les caractéristiques propres aux enregistrements sismiques. Nous insistons, par la suite, sur l'interprétation physique des phases contenues dans les signaux sismiques.

#### **2.2 Processus de tremblement de terre**

L'action sismique consiste en un mouvement vibratoire du sol de forte amplitude et de caractère aléatoire correspondant à la propagation d'un processus de déformation et rupture ayant pris naissance en un point donné à l'intérieur de l'écorce terrestre.

Sous l'effet des fortes pressions engendrées par les déplacements des plaques tectoniques, les couches terrestres soumissent à des mouvements lents et continus. Les contraintes qui s'y développent, ainsi que la concentration d'énergie de déformation en des points particuliers conduisent à un niveau critique qui engendre une dislocation. Simultanément, l'énergie de déformation est libérée et les vibrations qui en résultent se propagent dans toutes les directions, provoquant ainsi à la surface un tremblement de terre. La zone de dislocation de la croûte terrestre est appelée foyer, hypocentre ou zone hypocentrale.

Les propriétés du séisme dépendent de nombreux facteurs, en particulier : la magnitude, le mécanisme au foyer et la profondeur du foyer ; de même, que la distance source-récepteur, de la direction de propagation, des caractéristiques physiques et mécaniques des milieux traversés des caractéristiques géologiques, géotechniques et topographiques du site.

La cause principale génératrice des tremblements de terre est, en référence à l'état actuel des connaissances non entièrement élucidé [7]. Néanmoins, une relation étroite peut être établie entre les tremblements de terre et la tectonique des plaques et moins souvent, à des sources volcaniques ou encore aux effondrements à l'intérieur de la terre.

La théorie des plaques tectoniques stipule que sous l'effet de l'expansion des fonds océaniques qui se produit à une vitesse d'environ 170 mm/an. Les différentes plaques rigides tectoniques (Eurasie, Amérique, Afrique, Antarctique) s'affrontent et donnent naissance à différents mouvements intraplaques :

- La subduction : C'est la plongée d'une plaque sous une autre. L'exemple typique de ce mouvement est le contact entre les plaques pacifiques et Amérique du Nord qui a donné naissance à la faille de San-Andreas.
- Le décrochement : C'est le coulissage horizontal d'une plaque par rapport à l'autre.
- La compression : C'est une collision frontale sans subduction.

L'étude détaillée des séismes et des mécanismes sismiques est évidemment du ressort de la séismologie, de ce fait l'ingénieur a une visée différente de celle des sismologues. Ces derniers focalisent leur attention principalement sur les effets étendus des séismes modérés de faibles amplitudes dont l'effet est non significatif sur la réponse des structures. A contrario, le génie sismique alloue un intérêt particulier aux effets locaux des séismes provoquant des mouvements suffisamment intenses pour engendrer des endommagements structuraux. Ces mouvements sismiques sont dits **Mouvements forts**. Ainsi, on peut distinguer deux catégories d'études sismiques :

- Etude des mouvements forts à proximité de l'épicentre et son application, entre autres, au génie parasismique.
- Etude des mouvements faibles à toutes les distances de l'épicentre.

### 2.3 Mouvements forts

L'appréciation d'un séisme a, jusqu'à un passé récent, été associée à des évaluations de son caractère destructif. Si cette approche a permis des progrès certains pour la compréhension des phénomènes sismiques, l'aspect extrêmement subjectif et fluctuant de cette destructivité exclut pratiquement l'obtention de renseignements quantitatifs. Ainsi s'est développé, sous l'impulsion initiale d'ingénieurs, la séismologie des mouvements forts dont l'objet se définit comme étant la mesure et l'interprétation physique des mouvements du sol au voisinage d'une faille, dans une zone où ces mouvements mettent en danger la vie ou l'activité humaine [10].

En effet, les mouvements forts du sol produits par les tremblements de terre, sont généralement irréguliers et ont l'apparence de fonctions temporelles aléatoires, ceci est dû à la nature extrêmement variable des paramètres qui les caractérisent. Ces paramètres traduisent l'importance relative des effets de l'intensité du séisme ( énergie dégagée par la dislocation ), du trajet source-récepteur des ondes sismiques émises, de la nature du sol au voisinage du point d'enregistrement ainsi que celui de la topographie du relief.

L'étude des mouvements forts en un site donné est généralement menée à travers l'analyse d'un enregistrement accélérométrique. La forme temporelle (amplitudes et phases) et le contenu fréquentiel d'un accélérogramme obtenu en un site donné, sont les principales caractéristiques qui traduisent l'influence des effets énumérés ci-dessus.

Par ailleurs, les variations temporelles et fréquentielles, caractérisant les accélérations sismiques, peuvent varier selon la zone de risque, tout comme le degré d'excitation des forces qui en découlent. A fin d'atténuer de telles incertitudes, et devant l'impossibilité de prédire de manière déterministe les tremblements de terre, il est utile d'avoir recours à des approches stochastiques pour leur description.

L'établissement direct de modèles stochastiques représentatifs des mouvements forts à partir de l'analyse stochastique des enregistrements réels est possible, si toutefois les enregistrements étudiés sont, en nombre illimités, Cependant, en réalité les banques de données disponibles pour des mouvements forts sous forme d'accélérogrammes sont assez limitées, néanmoins ces derniers sont requis notamment pour contrôler la forme de certains modèles à priori supposés.

## 2.4 Caractéristiques des mouvements sismiques

Les enregistrements sismiques exhibent une nonstationnarité en amplitude et en contenu fréquentiel. La nonstationnarité en amplitude est contrôlée par l'ordre d'arrivées des ondes sismiques au site d'enregistrement qui confère aux signaux obtenus un caractère transitoire, Typiquement, un signal sismique est caractérisé dans le domaine temporel par trois phases distinctes : phase des premières arrivées (montée en amplitudes), phase dite des "mouvements forts" et la phase finale (décroissance en amplitudes).

La nonstationnarité en fréquence étant-elle caractérisée par une évolution du contenu spectral en fonction du temps, les bandes fréquentielles occupées par les spectres des ondes arrivant au site d'enregistrement à différents instants, répartie le long de la durée de l'accélérogramme, deviennent de plus en plus étroites au fur et à mesure que le temps croît, ce qui se traduit par des mouvements en basses fréquences de durées plus grandes que celles des mouvements hauts fréquences. Ainsi, si on représente l'évolution de la fréquence dominante en fonction du temps, on constate que celle-ci décroît au cours du temps. Afin de caractériser la nonstationnarité des mouvements sismiques dans le domaine fréquentiel, diverses approches ont été proposées. Dans ce travail, nous faisons dans le chapitre (3) une analyse critique des diverses procédures développées pour la caractérisation des contenus fréquentiels des processus aléatoires nonstationnaires

D'un point de vue stochastique, les accélérations sismiques peuvent être interprétées comme des réalisations particulières de processus à moyenne nulle.

## 2.5 Caractérisation des mouvements sismiques dans le domaine temporel

Comme décrit initialement, un séisme est la conséquence d'un glissement le long d'une faille préexistante entre deux compartiments rocheux solidaires précédemment. Ce glissement ou cette rupture est provoquée par un soudain d'équilibre de l'état des contraintes dans la coûte terrestre. Les ébranlements ainsi produits, donnent naissance à des ondes sismiques qui se propagent de la source aux sites d'enregistrements. Les accélérogrammes sismiques sont caractérisés dans le domaine temporel par :

### 2.5.1 Caractère transitoire

Le mouvement sismique en un point est la somme des contributions des trois principaux groupes d'ondes, "P" compression, "S" cisaillement et "L" ondes de surfaces incluant les

ondes de Rayleigh, de Love; qui atteignent le site d'enregistrement à des instants différents. Ainsi, sur un enregistrement accélérométrique, on peut observer trois parties distinctes : la première partie est caractérisée par des amplitudes et des périodes relativement petites associées en général aux ondes de compression. Les ondes P qui évoluent à des vitesses supérieures à celles des ondes cisaillement (S), sont les premières à atteindre le site considéré formant ainsi la phase des premières arrivées ; la partie centrale dite des "mouvements forts" est influencée par une brusque augmentation des amplitudes provoquée par l'arrivée des ondes de cisaillement dont les amplitudes sont plus importantes que celles des ondes P. Cette deuxième partie subsiste jusqu'à la libération totale de l'énergie induite par le séisme. Il ne subsiste dans la partie finale que les vibrations des ondes de surface qui vont persister avec des amplitudes relativement faibles avant de s'amortir lorsque le sol du site d'enregistrement retrouve son état d'équilibre.

L'utilisation de la Cumulative RMS function dont l'expression, pour un enregistrement  $x(t)$ , est [23]

$$CRF = \sum_{i=1}^N \sqrt{\frac{x^2(t_i)}{N-1}} \quad (2.1)$$

Où  $x(t_i)$  est la valeur de l'accélération au temps  $t_i = i \cdot \Delta t$ .

$N$  est associée à la durée totale  $T_d = N \Delta t$  de l'accélérogramme.

Nous permet de représenter le taux d'accroissement de l'énergie libérée par la rupture tectonique en fonction du temps. En effet, cette fonction permet de visualiser l'apport d'énergie à chaque instant par une augmentation de sa valeur, qui se traduit géométriquement par une pente positive de la courbe représentative de cette fonction. La tendance générale de la CRF est d'atteindre à un instant donné un pic et décroître par la suite, ce qui signifie qu'au delà de cet instant, la pente de la fonction CRF prend des valeurs constamment négatives et l'énergie arrivant au site d'enregistrement n'a aucun apport significatif. Cette énergie ne peut être associée qu'aux ondes de surface et aux vibrations libres de la terre qui vont persister avec des amplitudes relativement faibles avant de s'amortir en fin du signal. La valeur finie de l'énergie tectonique confère un caractère transitoire aux enregistrements sismiques.

La figure (2.1b), représentant les variations de la fonction CRF de l'enregistrement accélérométrique du séisme de Loma-prieta enregistrée le 17/10/89, montre qu'au-delà de l'instant  $t = 20\text{sec}$ , les ondes arrivants au site n'ont aucun rapport significatif d'énergie.

### 2.5.2 Contenu phasique

Dans l'analyse des mouvements sismiques, les phases ont longtemps été considérées comme étant sans caractère, seules les amplitudes tant dans le domaine temporel que dans le domaine spectral étaient prises en considération. Les relations entre le caractère nonstationnaire des ondes sismiques et les informations obtenues par le spectre de Fourier ont servi d'outil pour clarifier le sens physique des variations aléatoires du contenu phasique des enregistrements sismiques. Il ressort que, pour un groupe d'ondes sismiques donné, les paramètres caractérisant (moyenne et dispersion) les fluctuations de la variable aléatoire "différence de phases", sont les mêmes que ceux qui caractérisent l'enveloppe temporelle du signal. Ces observations ont été la motivation pour plusieurs investigations ayant pour but l'interprétation théorique et physique du contenu phasique

Dans un premier temps, Ohsaki et al [In [11, 26]] montrent que la fonction de distribution de probabilité des différences de phases d'un groupe d'ondes sismiques est comparable à la distribution normale. Par la suite, ce résultat a été utilisé pour améliorer les techniques de simulation déjà existantes, du fait que l'enveloppe temporelle est maintenant remplacée par la prise en compte d'une distribution Gaussienne des différences de phases, dont les caractéristiques sont celles de l'enveloppe temporelle du signal réel. Plus tard, Sawanda [36] a mis à travers ces travaux, la relation qui existe entre la variable aléatoire différence de phase et l'amplitude de l'enveloppe temporelle des accélérations engendrées.

En se basant sur une approximation de la partie des mouvements forts des accélérations sismiques par des bruits Gaussien modulés par une enveloppe temporelle, Nigam [26, 27] a montré que la fonction de densité de probabilité des dérivées de phases du processus ainsi obtenu dépend effectivement des trois premiers moments statistiques de l'enveloppe temporelle. Il compare alors les résultats des développements théoriques et ceux déduits des accélérogrammes réels enregistrés sur sols rigides, et trouve une bonne concordance.

Le sens physique des phases, est mis en évidence à travers leur inter-corrélation avec des paramètres de source. C'est ainsi que les travaux de Ohsaki et al [In[11, 26] et Katukura [In[11, 26] ont principalement montré que la dispersion des différences de phases autour de

leur moyenne est directement proportionnelle à la dimension de la faille et inversement proportionnelle à la vitesse de rupture. Ainsi, il semble à priori possible de lier les paramètres de source à la distribution des dérivées de phases. En effet, plus la vitesse de rupture est lente, plus la variation des délais de groupes caractérisée par les dérivées de phases entre les différentes harmoniques est grande, à l'inverse, plus le temps de rupture est court plus les délais de groupes sont identiques conduisant ainsi à des ondes courtes et plus énergétiques.

A fin de sélectionner la fonction de distribution dont en fait usage pour la suite de notre travail, nous allons discuter brièvement les trois fonctions de distributions suivantes :

### 2.5.2a Distribution de phases uniforme

L'appréciation du contenu phasique dans les procédures de simulation des mouvements sismiques a, jusqu'à un passé récent, été associée à une distribution de variables aléatoires uniformément répartie dans l'intervalle  $[-\pi, +\pi]$ . Ce qui veut dire que l'on assimile les spectres de phases de Fourier des enregistrements réels de tremblements de terre à des bruits blancs. Cette distribution conduit à une répartition uniforme de l'énergie libérée sur toute la durée de l'accélérogramme considéré.

### 2.5.2b Distribution des dérivées de phases

En modélisant la partie des mouvements forts des accélérations sismiques comme des bruits Gaussien modulé par une enveloppe temporelle, Nigam [26, 27] a montré que la distribution des dérivées de phases dépend effectivement des trois premiers moments de l'enveloppe temporelle, à travers la relation analytique suivante

$$p(\phi') = \frac{\rho^2}{2} \frac{1}{\left[ (\phi' - t_m)^2 + \rho^2 \right]^{3/2}} \quad (2.2)$$

Où  $\phi' = \frac{d\phi(f)}{df}$  dérivée par rapport à la fréquence  $f$  des phases  $\phi(f)$ .

$$\rho^2 = \frac{\gamma_2}{\gamma_0} - \left( \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \right)^2 \quad \text{écart-type associé à la durée du mouvement fort.} \quad (2.3)$$

$$t_m = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \quad \text{délai moyen de groupes.} \quad (2.4)$$

$$\gamma_i = \int_{-\infty}^{+\infty} t^i A^2(t) dt \quad i = 0, \dots, 2 \quad (2.5)$$

est le moment statistique d'ordre  $i$  du carré de l'enveloppe  $A(t)$ .

L'enveloppe temporelle  $A(t)$  est définie par l'expression suivante.

$$A(t) = \left( x^2(t) + \hat{x}^2(t) \right)^{1/2} \quad (2.6)$$

Où  $x(t)$  est un signal réel et  $\hat{x}(t)$  est la transformée de Hilbert du signal  $x(t)$ , en d'autre terme, elle est le résultat de l'application de  $x(t)$  à l'entrée du système linéaire de fonction de transfert.

$$H(f) = i \operatorname{sign}(f) = \begin{cases} i & f > 0 \\ -i & f < 0 \\ 0 & f = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

Il suit du théorème de convolution, que  $h(t)$  peut alternativement être définie comme la convolution de  $x(t)$  par la réponse impulsionnelle correspondant à  $H(f)$ ,  $h(t) = \frac{1}{\pi}$ . On obtient

$$\hat{x}(t) = x(t) * h(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{\tau - t} d\tau \quad (2.8)$$

### 2.5.2c Distribution Gaussienne des différences de phases

Les paramètres de cette distribution sont évalués à partir des deux premiers moments statistiques de l'enveloppe temporelle  $A(t)$ . La distribution des différences de phases  $\Delta\phi_k$  a pour expression [11]

$$f(\Delta\phi_k) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\Delta\phi_k - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.9)$$

où  $\Delta\phi_k$  est la variable aléatoire "différence de phase", définie pour une harmonique élémentaire de fréquence donnée  $f = k\Delta f$  par [36, 50]

$$\Delta\phi_k = \phi_{k+1} - \phi_k \quad \Delta\phi_k = [-2\pi, 0] \quad (2.10)$$

Où

$$x = \frac{\Delta\phi_k - \mu}{\sigma} \quad (2.11)$$

$$\mu = -2\pi \frac{t_m}{t_d} \quad (2.12)$$

$$\sigma = 2\pi \frac{\rho}{t_d} \quad (2.13)$$

$t_d$  La durée totale du mouvement.

A l'issue de cette analyse, on peut dire que les phases sont déterminantes dans l'estimation temporelle des amplitudes caractérisant les variations de l'énergie libérée au site. Dans ce qui suit, nous modélisons l'enveloppe temporelle de l'accélération sismique par deux paramètres stochastiques : Le temps moyen d'arrivées des ondes sismiques au site d'enregistrement  $t_m$  et l'écart-type  $\rho$  associé à la durée du mouvement fort, à travers la fonction de densité de probabilité des dérivées de phases.

Les figures (2.1c) à (2.1f) illustrent respectivement les variations de l'enveloppe temporelle, les valeurs des dérivées de phases, la fonction de densité de probabilité et la fonction de répartition. Ces variations ont été obtenues avec les paramètres déduits de l'enveloppe temporelle du séisme de Loma-Prieta figure (2.1a) enregistré le 17/10/89, soit  $t_m = 8.25\text{sec}$  et  $\rho = 4.27\text{sec}$ .

Il ressort de cet exemple, que la fonction de densité de probabilité des dérivées de phases pour une accélération sismique donnée a une forme de caractéristiques identiques à celles de l'enveloppe temporelle.

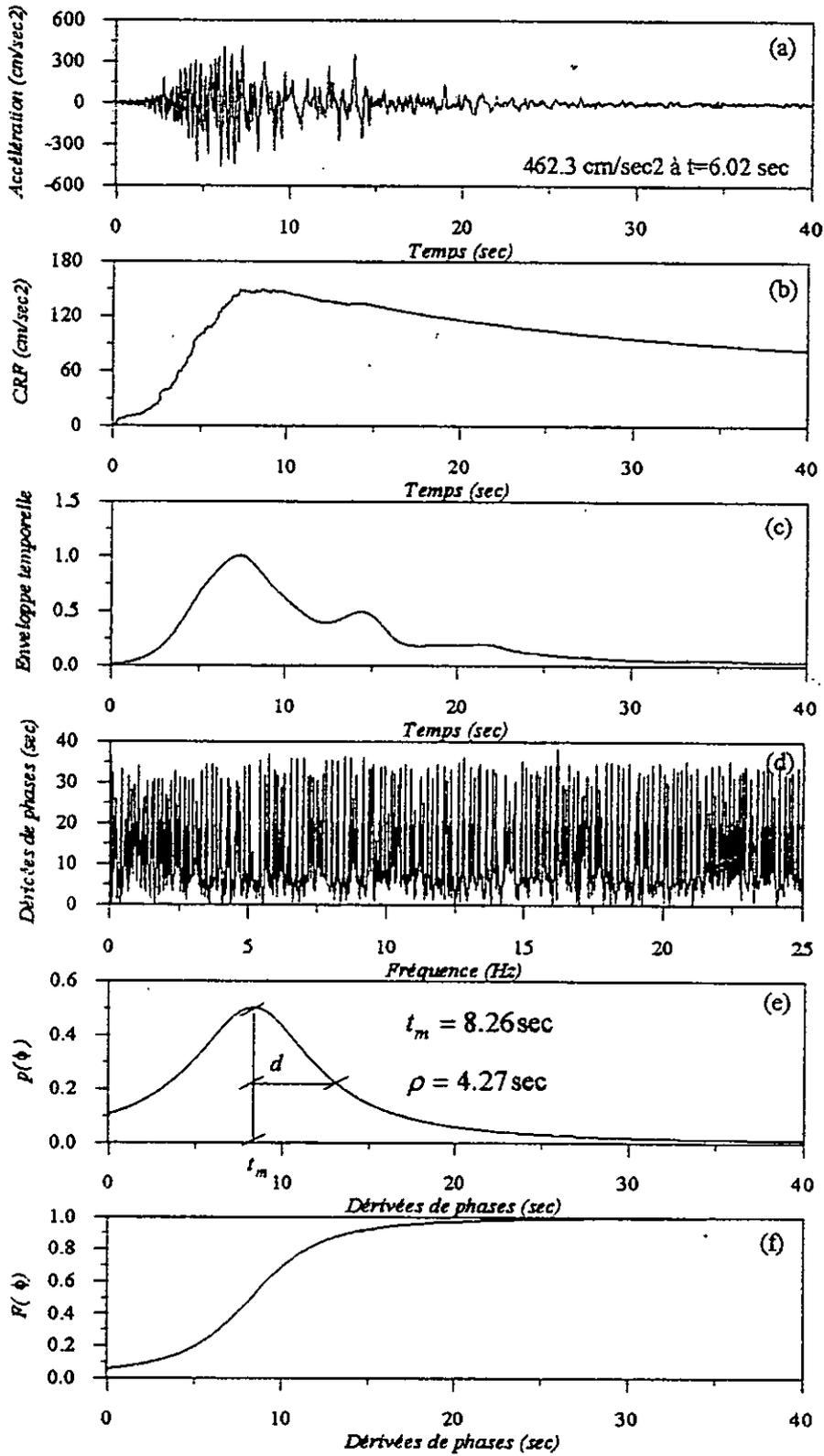
## 2.6 conclusions

Dans ce chapitre, on a discutés brièvement la cause génératrice des tremblements de terre et les caractéristiques propres aux accélérations sismiques. Afin de caractériser la

nonstationnarité des mouvements sismiques dans le domaine temporel nous avons présenté trois fonctions de distribution des phases. Parmi ces fonctions nous avons choisi la fonction de densité de probabilité des dérivées de phases.

A travers ce chapitre, on peut dire, que l'analyse des caractéristiques propres aux processus particuliers tels que les tremblements de terre, relève de la théorie des processus aléatoires.

Ainsi, il est évident que la réponse des structures est grandement fonction de l'importance des effets induits par les caractéristiques temporelles et fréquentielles des accélérations auxquelles elles sont sujettes.



**Figure 2.1** Caractérisation de l'enregistrement accélérométrique du séisme de Loma-Prieta dans le domaine temporel.

- (a) Enregistrement accélérométrique du séisme de Loma-Prieta.
- (b) Fonction CRF
- (c) Enveloppe temporelle.
- (d) Valeurs des dérivées de phases.
- (e) Fonction de densité de probabilité des dérivées de phases.
- (f) Fonction de répartition des dérivées de phases.

### *CHAPITRE 3*

## *CARACTERISATION DES MOUVEMENTS SISMIQUES*

### *DANS LE DOMAINE FREQUENTIEL*

#### **3.1 Introduction**

Les mouvements sismiques exhibent une nonstationnarité en amplitude et en contenu fréquentiel, la nonstationnarité en amplitude a été modélisée dans le chapitre (2) par les paramètres stochastiques ; le temps moyen des délais de groupes et la dispersion autour de ce temps à travers la fonction de densité de probabilité des dérivées de phases. Dans ce chapitre, nous développons les outils nécessaires pour la caractérisation nonstationnaire du contenu spectral des mouvements sismiques.

Il convient d'abord de faire un rappel des notions de bases relatives à la théorie des processus aléatoires qui nous sont utiles pour les développements théoriques de la procédure de caractérisation nonstationnaire.

Afin de sélectionner, la procédure de caractérisation nonstationnaire que nous appliquons dans la suite de ce travail, nous passons en revue les principales approches pour la description et l'estimation de l'évolution temporelle du contenu spectral des processus aléatoires nonstationnaires.

Une fois, le concept du spectre physique est retenu, nous définissons les paramètres du modèle de caractérisation nonstationnaire. Par la suite, nous présentons, la relation qui existe entre le spectre physique et le processus stationnaire. Cette relation nous sera utile pour générer des accélérations sismiques a contenus fréquentiels stationnaires dont nous avons besoin pour identifier et analyser les effets, sur les structures, des nonstationnarités tant en amplitude qu'en contenu fréquentiel, observées dans les mouvements sismiques dus à des tremblements de terre.

## 3.2 Processus stochastique

### 3.2.1 Définition

Si un phénomène physique est aléatoire, alors chaque échantillon  $X(t)$  de ce phénomène est le résultat de circonstances uniques qui ne se répétant pas à l'occasion d'autres mesures indépendantes de ce même phénomène. Un processus aléatoire est une famille paramétrée (le temps par exemple) de variables aléatoires. Dans le cas de plusieurs paramètres, on parle de champ aléatoire, si le paramètre est discontinu, on parle de séquence aléatoire.

La description stochastique d'un processus aléatoire est généralement obtenue à partir des lois de probabilités marginales et conjointes des variables aléatoires qui représentent le comportement du processus en des instants prescrits. Selon que ces variables sont continues ou discrètes on parle de processus aléatoire continu ou discret.

### 3.2.2 Description probabiliste de processus stochastique

#### 3.2.2a Fonction de densité de probabilité

Le moyen le plus efficace pour caractériser un processus aléatoire est de spécifier ses fonctions de densité de probabilité. La première densité, fournit la structure de probabilité de la variable aléatoire  $X(t)$  pour chaque valeur fixée de  $t$ , elle est définie par

$$P_X(x, t) = \frac{P(x \leq X \leq x + dx, t)}{dx} = \frac{F(x + dx, t) - F(x, t)}{dx} \quad (3.1)$$

Où  $P(x \leq X \leq x + dx, t)$  représente la probabilité pour que les valeurs du processus soient comprises dans l'intervalle  $[x, x + dx]$  en  $t$ ,  $F(x, t)$  est la fonction de répartition de la variable aléatoire  $X(t)$ , c'est à dire qu'elle représente la probabilité que les valeurs du processus soient comprises dans l'intervalle  $]-\infty, x]$  en  $t$ .

Quant aux densités d'ordres supérieures, elles décrivent la dépendance mutuelle des ordonnées de la fonction aléatoire.

$$\begin{aligned} P_X(x_1, t_1; x_2, t_2) \\ P_X(x_1, t_1; x_2, t_2; \dots; x_n, t_n) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Toutes ces densités sont des fonctions non négatives et symétriques par rapport à leurs arguments, elles vérifient la condition de normalisation.

$$\int \int_{\text{nfois}} P(x_1, t_1; x_2, t_2; \dots; x_n, t_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n = 1 \quad (3.3)$$

Les densités d'ordre inférieur peuvent toujours être déduites par intégration, au départ d'une densité d'un ordre supérieur.

$$P_K = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} P(x_{K+1}, t_{K+1}; x_2, t_2; \dots; x_n, t_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (3.4)$$

Les densités de probabilités constituent donc une description du processus aléatoire dont la précision augmente avec  $n$ . Elles offrent une classification naturelle de la complexité statistique d'un processus; en fonction de l'ordre  $n$  nécessaire à la spécification complète du processus. La classe la plus simple sera celle qui est entièrement définie par la densité d'ordre  $n=1$ : processus purement aléatoires [31].

De même, on définit les densités de probabilités conjointes de deux processus aléatoires  $X(t)$  et  $Y(s)$ .

$$P_{XY}(x_1, t_1; y_1, t_1) \quad (3.5)$$

$P_{XY}(x_1, t_1; y_1, t_1) dx_1 dy_1$  Représente la probabilité que le processus  $X$  ait une valeur dans l'intervalle  $]x_1, x_1 + dx_1]$  en  $t_1$  et  $Y$  dans  $]y_1, y_1 + dy_1]$  en  $S=S_1$ .

### 3.2.2b Fonctions moments

Les moments d'une ou plusieurs variables aléatoires sont définis comme les espérances mathématiques des différentes puissances de ces variables aléatoires. Pour une seule variable,  $E[X^n]$  est le moment d'ordre  $n$ ;  $E[X^m Y^n]$  est le moment conjoint d'ordre " $m+n$ " des variables  $X$  et  $Y$ . Une fois connue la distribution de probabilité, tous les moments peuvent être calculés. Du fait de la complexité engendrée par la prise en compte des moments d'ordres supérieurs, les développements pratiques sont limités en général à ces deux moments.

### - La moyenne

$$\begin{aligned}
 m_X &= E[X(t)] \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} x P_X(x, t) dx
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

### - La fonction d'autocorrélation

$$\begin{aligned}
 R_{XX}(t_1, t_2) &= E[X(t_1)X(t_2)] \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 P_{XX}(x_1, t_1; x_2, t_2) dx_1 dx_2
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

Ces deux moments sont d'une importance pratique considérable, cette importance provient du fait que, sans caractériser entièrement le processus, ils contiennent des informations très importantes (tendance, dispersion).

Pour deux processus différents  $X(t)$  et  $Y(t)$ , on définit

### - La fonction de cross-corrélation

$$R_{XY}(t_1, t_2) = E[X(t_1)Y(t_2)] \tag{3.8}$$

par ailleurs, on définit la fonction d'autocorrélation et de cross-covariance respectivement comme suit :

$$\Gamma_{XX}(t_1, t_2) = R_{XX}(t_1, t_2) - m_X(t_1)m_X(t_2) \tag{3.9}$$

$$\Gamma_{XY}(t_1, t_2) = R_{XY}(t_1, t_2) - m_X(t_1)m_Y(t_2) \tag{3.10}$$

## 3.2.3 Processus aléatoire stationnaire

Un processus aléatoire est dit stationnaire ou strictement stationnaire, si les distributions de probabilités obtenues pour l'ensemble ne dépendent que des temps relatifs ou encore, si sa structure de probabilité soit invariante vis-à-vis d'un changement de l'origine des temps [25], [31]. Il en résulte que la densité de probabilité du premier ordre est donc indépendante du temps; Les densités d'ordres supérieures ne sont fonction que de la différence entre les instants considérés, sans égard pour l'origine des temps.



### 3.2.5 Propriétés des fonctions de corrélation

Dans ce qui précède, nous avons toujours considéré des processus réels. Les expressions des fonctions d'auto-corrélation dans le cas de processus complexes sont

$$R_{XX}(t_1, t_2) = E[X_1^*(t_1)X(t_2)] \quad (3.18)$$

$$R_{XY}(t_1, t_2) = E[X_1^*(t_1)Y(t_2)] \quad (3.19)$$

Où \* désigne le complexe conjugué.

Pour les cas des processus réels stationnaires, la fonction d'auto-corrélation joint des propriétés suivantes

- La symétrie (parité )

$$R_{XX}(\tau) = R_{XX}(-\tau) \quad (3.20)$$

Sa valeur maximale est atteinte à son origine (  $\tau = 0$  )

Cette propriété peut être montrée à partir du coefficient de corrélation  $\rho$  et à travers le cheminement suivant

$$\rho(\tau) = \frac{R_{XX}(\tau) - m_X^2}{\sigma_X^2} \quad (3.21)$$

Comme les valeurs de ce coefficient sont bornées par +1 et -1, il s'ensuit l'inégalité suivante

$$-\sigma_X^2 + m_X^2 \leq R_{XX}(\tau) \leq \sigma_X^2 + m_X^2 \quad (3.22)$$

Finalement, on retrouve la relation

$$|R_{XX}(\tau)| \leq R_{XX}(0) \quad (3.23)$$

- Les fonctions de covariance étant des fonctions d'auto-corrélation particulières, elles possèdent les mêmes propriétés. En outre, si le processus ne contient aucune composante périodique, la fonction d'auto-covariance diminue quand l'écart entre ses arguments augmente (  $\tau \rightarrow \infty$  ) [25], dans ces mêmes conditions la fonction d'auto-corrélation tends vers le carré de la moyenne, ainsi on pourra avoir

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \Gamma_{XX}(\tau) = 0 \quad (3.24)$$

Et on aboutit finalement à

$$R_{XX}(\tau \rightarrow \infty) \rightarrow m_X^2 \quad (3.25)$$

### 3.2.6 Propriété des fonctions de covariance

En général, les fonctions de cross-corrélation  $R_{XY}(\tau)$  ne sont ni symétriques, ni paires.

- Par le biais de l'inégalité de Schwarz, on déduit que la valeur absolue de la fonction de cross-corrélation est bornée par la valeur de la racine carrée du produit des moyennes carrées des deux processus [25].

$$|R_{XY}(\tau)| \leq |R_{XX}(0)R_{YY}(0)|^{\frac{1}{2}} \quad (3.26)$$

- La corrélation entre deux processus devient très faible, lorsque l'écart entre les instants est large et par conséquent, la fonction de cross-corrélation tend vers le produit des moyennes de deux processus.

$$\begin{aligned} R_{XY}(\tau \rightarrow \infty) &\rightarrow m_X m_Y \\ R_{YX}(\tau \rightarrow \infty) &\rightarrow m_Y m_X \end{aligned} \quad (3.27)$$

### 3.3 Décomposition spectrale d'un processus aléatoire

Il est important de faire une analyse spectrale, d'un processus aléatoire. Soit une fonction réelle  $X(t)$ , sa transformée de Fourier est définie par

$$x(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(t) e^{-2\pi f t} dt \quad (3.28)$$

Où  $x(f)$  constitue l'amplitude spectrale de la fonction considérée. L'existence de  $x(f)$  est garantie si

-  $X(t)$  est absolument intégrale.

- L'intégrale suivante à une valeur finie.  $\int_{-\infty}^{+\infty} |X(t)| dt < \infty$

La notion de transformée de Fourier nous sera utile pour définir la décomposition spectrale d'un processus aléatoire.

### 3.3.1 Cas des processus stationnaires

Dans le cas des signaux non transformables dans le domaine de Fourier (processus aléatoire stationnaire), la fonction d'auto-corrélation et sa transformée de Fourier constituent une alternative très appropriée pour leur description dans le domaine spectral, sur cette base, nous définissons la fonction de densité spectrale de puissance (DSP) d'un processus stationnaire  $X(t)$ , notée  $S_{XX}(f)$ , comme la transformée de Fourier de sa fonction d'auto-corrélation, c'est à dire

$$S_{XX}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{XX}(\tau) e^{-2\pi f \tau} d\tau \quad (3.29)$$

A l'inverse, la fonction d'auto-corrélation est retrouvée par la transformée de Fourier inverse de la fonction DSP.

$$R_{XX}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{XX}(f) e^{i2\pi f \tau} df \quad (3.30)$$

Les relations (3.29) et (3.30) sont connues sous le nom de théorème de Wiener-Kintchine.

On note que pour  $\tau=0$ , et à partir de l'équation (3.30), une relation importante s'établit

$$R_X(0) = E[X^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} S_X(f) df \quad (3.31)$$

Cette dernière inégalité, montre que  $S_{XX}(f)$  peut être considérée comme une mesure de la distribution dans le domaine des fréquences, de la moyenne de la valeur au carrée  $E[X^2(t)]$ , ou encore, elle décrit la décomposition fréquentielle de la puissance temporelle, d'où son nom de fonction de densité spectrale de puissance.

### 3.3.2 Cas des processus nonstationnaires

La structure statistique dépend dans ce cas de la position de  $t$  le long de l'axe des temps et non du retard  $\tau = t_1 - t_2$  comme dans le cas des processus stationnaires. Par conséquent, les relations de Wiener-Kintchine sont remplacées par les relations suivantes

$$S_{XX}(f_1, f_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{XX}(t_1, t_2) e^{-i2\pi(f_1 t_1 - f_2 t_2)} dt_1 dt_2 \quad (3.32)$$

$$R_{XX}(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{XX}(f_1, f_2) e^{i2\pi(f_1 t_1 - f_2 t_2)} df_1 df_2 \quad (3.33)$$

### 3.4 Différentes approches pour la représentation spectrale nonstationnaire

Afin de sélectionner une approche qui sera appliquée pour la suite de notre travail, nous allons consacrer ce paragraphe à une analyse critiques des principales approches pour la caractérisation nonstationnaire des processus aléatoires. Par conséquent, nous abordons les principales techniques de caractérisation de la puissance spectrale d'un processus nonstationnaire. Pour cela, considérons un filtre idéal de bande étroite, centré sur  $f$  et de la largeur  $\Delta f$ , sa fonction de transfert est

$$H(\nu) = 1 \quad f - \frac{\Delta f}{2} \leq |\nu| \leq f + \frac{\Delta f}{2} \quad (3.34a)$$

$$H(\nu) = 0 \quad \text{ailleurs}$$

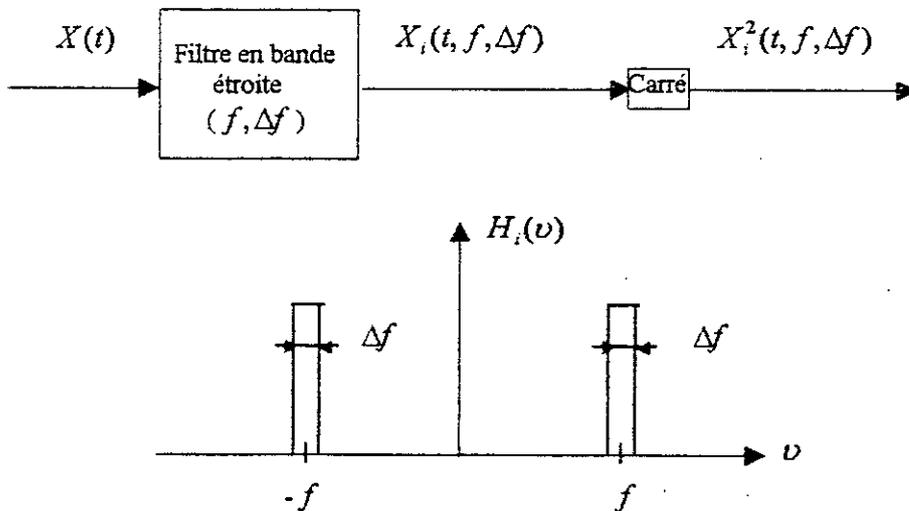


Figure 3.1 Estimation de la puissance spectrale d'un processus au départ Du carré de la réponse d'un filtre en bande étroite.

Sa réponse impulsionnelle s'écrit

$$h(\tau) = 2 \frac{\sin \pi \Delta f \tau}{\pi \tau} \cos 2\pi f \tau \quad (3.34b)$$

par application de la relation (3.31), on a

$$E[X_i^2(t, f, \Delta f)] = \int_{-f-\Delta f/2}^{-f+\Delta f/2} S_{XX}(f) df + \int_{f-\Delta f/2}^{f+\Delta f/2} S_{XX}(f) df \quad (3.34c)$$

La relation (3.34c) permet alors d'interpréter la densité spectrale de puissance comme une décomposition fréquentielle locale de la puissance du processus: la puissance moyenne dans tout intervalle de fréquence est déterminée par l'aire comprise sous la courbe de la densité de puissance spectrale entre les deux fréquences délimitant l'intervalle [25]. Quoiqu'elle fournisse une décomposition fréquentielle de la puissance, la DSP ne nous donne aucune information au sujet de l'évolution temporelle du contenu fréquentiel du processus, d'où la nécessité de s'intéresser aux caractéristiques donnant ce type d'information.

Afin de traduire la dépendance temporelle du spectre de puissance d'un processus nonstationnaire, on utilise le traitement précédant mais cette fois-ci en juxtaposant un certain nombre de filtres dans les bandes de fréquence choisies.

En utilisant l'équation (3.34c) on obtient ainsi une estimation de la densité spectrale de puissance.

$$S_{XX}(t, f) = \frac{E[X_i^2(t, f, \Delta f)]}{2\Delta f} \quad (3.35)$$

La sortie  $X_i^2(t, f, \Delta f)$  du filtre en bande étroite peut s'écrire sous la forme.

$$X_i(t, f, \Delta f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_i(\tau) X(t - \tau) d\tau \quad (3.36)$$

Elle représente donc une moyenne pondérée des valeurs du processus  $X(t)$ , la fonction de pondération  $h(\tau)$  étant la réponse impulsionnelle du filtre, les tendances temporelles du processus de fréquences  $f_i$  supérieures à  $\Delta f/2$  seront lissées par l'opération du filtrage.

Les exigences contradictoires suivantes doivent guider le choix de  $\Delta f$  [25].

- $\Delta f$  doit être petit pour avoir une bonne résolution.
- $\Delta f$  doit être supérieur à  $f_i$ , valeur qui représente la plus haute fréquence des tendances nonstationnaires, de manière à éviter le lissage de la nonstationnarité par la convolution.

### 3.4.1 Densité spectrale de puissance instantanée

Soit  $R_{XX}(t_1, t_2)$ , la fonction d'auto-corrélation d'un processus nonstationnaire, effectuons un changement de variables.

$$t = \frac{t_1 + t_2}{2} \quad ; \quad \tau = t_2 - t_1 \quad (3.37)$$

$t$  représente le temps moyen et  $\tau$  l'écart. Il suit de (3.37) que  $t_1 = t - \tau/2$ ,  $t_2 = t + \tau/2$ .

Soit  $R_{XX}(t, \tau)$  le résultat de cette transformation.

$$R_{XX}(t, \tau) = R_{XX}(t_1, t_2) = E[X(t - \tau/2)X(t + \tau/2)] \quad (3.38)$$

Le résultat  $R_{XX}(t, \tau)$  a été utilisé par Bendat et Priestol [4] pour définir, la fonction de densité spectrale instantanée  $S_{XX}(t, f)$ . Par analogie au cas stationnaire, la transformée de Fourier par rapport à  $\tau$  de  $R_{XX}(t, \tau)$  soit

$$S_{XX}(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{XX}(t, \tau) e^{-i2\pi f \tau} d\tau \quad (3.39)$$

Cette relation s'inverse sous la forme

$$R_{XX}(t, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{XX}(t, f) e^{i2\pi f \tau} df \quad (3.40)$$

Les relations (3.39) et (3.40) constituent le correspondant nonstationnaire du théorème de Wiener-Kintchine. En faisant  $\tau = 0$ , il suit de (3.40) que

$$E[X^2(t)] = R_{XX}(t, 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{XX}(t, f) df \quad (3.41)$$

En intégrant (3.41) par rapport au temps, on obtient l'énergie moyenne de puissance

$$E_X = \int_{-\infty}^{+\infty} E[X^2(t)] dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{XX}(t, f) df dt \quad (3.42)$$

Cette dernière équation, nous donne une idée intuitive de la répartition de l'énergie dans le domaine  $(t, f)$ . Néanmoins, du fait que  $S_{XX}(t, f)$  peut prendre de valeurs négatives, la

décomposition fréquentielle globale fournie par (3.41) ne peut être étendue à tout intervalle de fréquence comme dans le cas stationnaire.

### 3.4.2 Processus localement stationnaire

Soit  $X(t)$  un processus nonstationnaire qui peut s'écrire sous la forme

$$X(t) = a(t)z(t) \quad (3.43)$$

Où  $a(t)$  est une fonction déterministe qui varie en fonction du temps et  $z(t)$  est un processus faiblement stationnaire, en effet

$$\begin{aligned} R_{XX}(t, \tau) &= E[X(t_1)X(t_2)] = E[a(t_1)z(t_1)a(t_2)z(t_2)] \\ &= a(t_1)a(t_2)E[z(t_1)z(t_2)] \\ &= a(t_1)a(t_2)R_X(t_2 - t_1) \end{aligned} \quad (3.44)$$

Si les fluctuations de  $a(t)$  sont très lentes comparées à celles du processus  $z(t)$  [25, 31].

$$a(t_1)a(t_2) = a^2(t) \quad (3.45)$$

En effectuant un changement de variables  $t = \frac{t_2 + t_1}{2}$ ;  $\tau = t_2 - t_1$ , il suit de (3.44) que

$$R_{XX}(t, \tau) = R_{XX}(t_1, t_2) = a^2(t)R_X(\tau) \quad (3.46)$$

Ce résultat représente la fonction d'auto-corrélation d'un processus localement stationnaire, largement utilisé dans la littérature [31]. La relation (3.46) s'inverse sous la forme

$$S_{XX}(t, f) = a^2(t)S_Z(f) \quad (3.47)$$

La densité spectrale de puissance instantanée d'un processus localement stationnaire ne peut être négative.

### 3.4.3 Spectre évolutif

A présent, nous introduisons une représentation harmonique plus générale, qui peut s'appliquer aux signaux s'annulant à l'infinie, signaux périodiques et aux processus stationnaires [31, 47]

$$X(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i2\pi f t} dz(f) \quad (3.48)$$

Où  $z(f)$  est une fonction uniquement déterminée par la forme de  $X(t)$ ; En effet, si le processus  $X(t)$  est stationnaire, le processus  $z(f)$  est un processus à incréments orthogonaux ayant les propriétés suivantes [9, 31]

$$\begin{aligned} E[dz(f)] &= 0 \\ E[dz(f_1)dz(f_2)] &= S_{XX}(f_1)\delta(f_1 - f_2)df_1 df_2 \end{aligned} \quad (3.49)$$

Où  $\delta(\cdot)$  est la fonction de Dirac,  $S_{XX}(f)$  est la densité spectrale de puissance de  $X(t)$ .

Quand le processus est nonstationnaire, la représentation est encore valide, mais le contenu fréquentiel varie en fonction du temps et que les amplitudes spectrales, pour deux incréments de fréquences  $f_1$  et  $f_2$ , sont corrélées entre elles, ce qui veut dire que  $z(f)$  n'est pas un processus orthogonal, et la décomposition précédente conduit à une représentation spectrale à deux variables fréquentielles n'ayant aucune interprétation énergétique simple.

La représentation harmonique qui permet de conserver l'interprétation du spectre en tant que répartition fréquentielle de l'énergie pour les processus nonstationnaires s'écrit comme suit [32, 37]

$$X(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(f, t) e^{i2\pi f t} dz(f) \quad (3.50)$$

Où  $z(f)$  est un processus à incréments orthogonaux et  $a(f, t)$  représente une enveloppe modulant la fonction harmonique  $e^{i2\pi f t}$ ,  $a(f, t)$  doit être choisie de sorte que le module de la transformée de Fourier soit maximum à l'origine ( $\theta = 0$ ), elle admette une représentation harmonique [9, 31].

$$a(f, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i2\pi f t} H(\theta, f) d\theta \quad (3.51)$$

Tenant compte des équations (3.49) et (3.50), l'expression de la fonction d'auto-corrélation de  $X(t)$ , s'écrit

$$\begin{aligned}
R_{XX}(t_1, t_2) &= E[X(t_1)X^*(t_2)] \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} a(f_1, t_1) a^*(f_2, t_2) e^{i2\pi(f_1 t_1 - f_2 t_2)} E[dz(f_1) dz^*(f_2)]
\end{aligned} \tag{3.52}$$

Et, compte tenu de (3.49) et sachant que  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau = f(t)$

$$R_{XX}(t, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(f, t_1) a^*(f, t_2) e^{i2\pi f(t_1 - t_2)} S_X(f) df \tag{3.53}$$

Après avoir effectué un changement de variables [47]

$$R_{XX}(t, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} |a(f, t)|^2 e^{i2\pi f t} S_X(f) df \tag{3.54}$$

Il suit que

$$E[X^2(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} |a(f, t)|^2 S_X(f) df \tag{3.55}$$

Cette relation permet de définir le spectre évolutif comme étant la contribution de la fréquence  $f$  à la puissance instantanée [9, 33, 47].

$$S_X(f, t) = |a(f, t)|^2 S_X(f) \tag{3.56}$$

Le problème essentiel dans l'estimation du spectre évolutif, réside dans la détermination de l'enveloppe temporelle. Pour cela plusieurs procédures ont été utilisées et qui sont basées sur les travaux de Priestley (1965) [32], Liu (1970) [In[11]] et la technique du multifiltre [16]. Ces techniques engendrent des procédures numériques laborieuses pour atteindre une description approximative du contenu spectral des processus nonstationnaires.

### 3.4.4 Spectre physique

Le spectre physique est défini comme la moyenne sur échantillon du spectre de Fourier de processus  $W(t-u)X(u)$  [21, 22].

$$S_X(f, t; W) = \frac{1}{2\pi} E \left[ \left| \int_{-\infty}^{+\infty} W(t-u) X(u) e^{-i2\pi f u} du \right|^2 \right] \tag{3.57}$$

où  $X(u)$  est un processus aléatoire réel dont nous isolons la portion alentour de  $u = t$ ,  $W(t)$  est une fonction fenêtre réelle jouissant des propriétés suivantes

- $\int_{-\infty}^{+\infty} W^2(t) dt = 1$  (3.58)
- $W(t)$  est positive au voisinage de  $t = 0$ .
- $|W(t)|$  est petit en dehors de ce voisinage.

L'équation (3.57) montre que le calcul du spectre physique conduit, dans le domaine spectral, à une convolution des spectres de l'enregistrement  $X(t)$  avec celui de la fenêtre  $W(t)$ , donc implicitement à un lissage du spectre  $x(f)$  du processus  $X(t)$ . Cela montre que le choix de la forme de la fenêtre temporelle influe grandement sur la stabilité des estimations spectrales, mais pour chaque choix de  $W(t)$ ,  $S_X(f, t; W) = S_X(-f, t; W)$  [21, 22].

L'application du théorème du Parseval au processus  $W(t-u)X(u)$  conduit à une décomposition fréquentielle de la moyenne pondérée locale au voisinage de  $u = t$ , de la puissance instantanée  $E[X^2(u)]$ . La fonction de pondération étant  $W^2(t-u)$ , la longueur de l'intervalle ainsi que la pondération étant fixée par la longueur et la forme de  $W(t-u)$  [31].

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W^2(t-u) E[X^2(u)] du = \int_{-\infty}^{+\infty} S_X(f, t; W) df \tag{3.59}$$

L'intégration par rapport au temps de l'équation (3.59), compte tenu de (3.58), conduit à :

$$E_X = \int_{-\infty}^{+\infty} E[X^2(t)] dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S_X(f, t; W) df dt \tag{3.60}$$

Le volume compris sous la surface  $S_X(f, t; W)$  représente l'énergie totale moyenne du processus  $X(t)$ , quel que soit le choix de  $W(t)$ .

Si l'on désigne par  $w(f)$  la transformée de Fourier de  $W(t)$ , alors sa normalisation sera obtenue compte tenu de (3.58) et par application du théorème de Parseval.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} w^2(f) df = 1 \tag{3.61}$$

En tenant compte du théorème de convolution et de la condition de normalisation (3.61), on obtient, pour la relation (3.59) une forme duale dans le domaine fréquentiel.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |w(f - \nu)|^2 E[x^2(\nu)] d\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} S_X(f, t; W) dt \quad (3.62)$$

Où  $x(\nu)$  est la transformée de Fourier de  $X(t)$ .

$w(f - \nu)$  est la transformée de Fourier de la fenêtre temporelle  $W(t - u)$ .

La relation (3.62) conduit à une décomposition temporelle de la moyenne pondérée locale au voisinage de  $\nu = f$ , de l'espérance du spectre énergétique  $E[|x(\nu)|^2]$ , la fonction de pondération étant  $|w(f - \nu)|^2$ , la largeur et la pondération étant fixées respectivement par la largeur de la forme de  $w(f - \nu)$ .

Par le biais, des équations (3.59) et (3.62), on voit que, le calcul de la valeur locale  $S_X(f, t; W)$  est contrôlé par la durée nominale  $T$  de  $W(t)$  dans le domaine temporel et la largeur nominale  $\beta$  de  $w(f)$  dans le domaine spectral, (ces deux mesures seront étudiées dans le chapitre qui suit). Il apparaît que la résolution qu'il est possible d'atteindre dans les deux domaines n'est pas libre, le choix de la résolution dans un domaine (temps ou fréquence) fixe automatiquement, la résolution dans l'autre domaine. Cette notion de compromis entre la résolution temporelle et la résolution fréquentielle est connue sous le nom de principe d'incertitude [31].

La caractérisation des processus nonstationnaires à l'aide du spectre physique, conduit à des procédures numériques relativement simples comparées à celles des précédents concepts. A l'issue de cette analyse, nous portons notre choix sur le concept du spectre physique, qui nous semble l'outil le plus simple pour la description du caractère évolutif des processus nonstationnaires.

### 3.5 Présentation des paramètres du Modèle du spectre physique

Pour la suite de ce travail, l'évolution temporelle du contenu spectral est décrite en utilisant le concept du spectre physique à travers la définition de trois paramètres simples associés aux valeurs de ce spectre au temps  $t$ . Le premier paramètre, que nous noterons fréquence moyenne  $f^0(t)$ , indique l'endroit où est concentrée la masse spectrale le long de l'axe des

fréquences (centre de gravité du spectre physique), le deuxième, que nous dénommerons dispersion, mesure la variabilité du contenu fréquentiel, c'est à dire la largeur de bande de la fonction de densité spectrale autour de sa fréquence moyenne, alors que le troisième  $\alpha(t)$  traduit la variation en fonction du temps, des enveloppes des ondes constitutives.

Afin d'approximer à chaque instant  $t$  et pour chaque fréquence  $f$  les valeurs du spectre physique nous avons choisi une forme Gaussienne dont l'expression est la suivante [11]

$$S(f, t) = \frac{\alpha(t)}{\sqrt{2\pi} f^s(t)} \exp\left[-0.5 \left(\frac{f - f^0(t)}{f^s(t)}\right)^2\right] \quad (3.63)$$

Pour le calcul du paramètre  $\alpha(t)$ , on utilise l'équation suivante

$$\alpha(t) = \sqrt{2\pi} f^s(t) \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} S_{XX}(f, t) df \left/ \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-0.5 \left(\frac{f - f^0(t)}{f^s(t)}\right)^2\right] df \right. \right\} \quad (3.64)$$

Nous présentons sur la figure (3.2a), le spectre physique de l'enregistrement accélérométrique du séisme de Loma-Prieta. On voit que les bandes fréquentielles occupées par les spectres à différents instants, répartis le long de la durée de l'accélérogramme, deviennent de plus en plus étroites au fur et à mesure que l'on se rapproche de la fin du signal. En effet, la bande spectrale est de [0 Hz- 12 Hz] dans l'intervalle de temps [0 sec-10 sec], [0 Hz- 8 Hz] entre 10 sec et 20 sec et qui devient [0 Hz-3 Hz] au-delà de 20 sec.

En utilisant l'approximation donnée par l'équation (3.63) nous montrons sur la figure (3.2b) le spectre physique modélisé. Afin de mieux voir l'évolution de l'énergie dans le plan temps-fréquence, nous présentons sur la figure (3.2c) le spectre physique pour  $t$  inférieur à 30 sec et  $f$  inférieur à 10 Hz

L'évolution temporelle des paramètres spectraux et énergétique définissant le spectre physique de l'enregistrement accélérométrique du séisme de Loma-Prieta est décrite par les figures (3.3a) à (3.3c). La figure (3.3a) illustre la nette décroissance de la fréquence moyenne au fur et à mesure que  $t$  augmente, cette fréquence varie entre les valeurs de 5Hz et 0Hz.

En ce qui concerne les variations de la dispersion autour de la fréquence moyenne, l'analyse de la figure (3.3b) montre une chute progressive de 2.5 Hz vers 1Hz entre  $t=0$  sec et  $t=2.5$  sec, ensuite un palier de moyenne 1Hz au-delà de  $t=15$  sec.

Les variations du paramètre énergétique  $\alpha(t)$  sont illustrées sur la figure (3.3c). on remarque, que ce paramètre a une forme similaire à celle de l'enveloppe temporelle présentée sur la figure (2.1b)

### 3.6 Relation entre le spectre physique et le processus stationnaire

Particularisons maintenant la définition (3.57) pour une fenêtre rectangulaire de durée,

$T : W(t) = \theta_T(t) = T^{-\frac{1}{2}} \text{rect}(t/T)$  avec

$$\text{rect}(t) = \begin{cases} 1 & t < |1/2| \\ 0 & t > |1/2| \end{cases} \quad (3.65)$$

le spectre physique s'écrit donc comme suit

$$S_X(t, f; \theta_T(t)) = \frac{1}{2\pi T} E \left[ \left| \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} X(u) e^{-i2\pi f u} du \right|^2 \right] \quad (3.66)$$

La densité spectrale de puissance  $S_X(f)$  est souvent définie par la limite suivante

$$S_X(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2\pi}{T} E \left[ |\bar{x}(f, T)|^2 \right] \quad (3.67)$$

Où  $\bar{x}(f, T)$  transformée de Fourier tronquée du processus stationnaire exprimée par la relation qui suit

$$\bar{x}(f, T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} X(t) e^{-i2\pi f t} dt \quad (3.68)$$

La comparaison de (3.66) et (3.67) donne la relation recherchée

$$S_X(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} S_X(f, *, \theta_T) \quad (3.69)$$

En utilisant l'équation (3.69), nous présentons sur la figure (3.4b) l'évolution de l'énergie dans le plan temps-fréquence du processus stationnaire. En analysant cette figure, on voit bien que les paramètres spectraux ( fréquence moyenne et dispersion)

engendrés par la surface de la fonction de densité spectrale de puissance restent constants sur toute la durée de l'excitation. en effet, la valeur de la fréquence moyenne et de la dispersion sont respectivement égales à 2.95 Hz et 1.2 Hz

Ce développement nous sera utile pour analyser l'effet de la nonstationnarité du contenu fréquentiel sur la réponse des structures élastiques et inélastiques

### 3.7 Conclusions

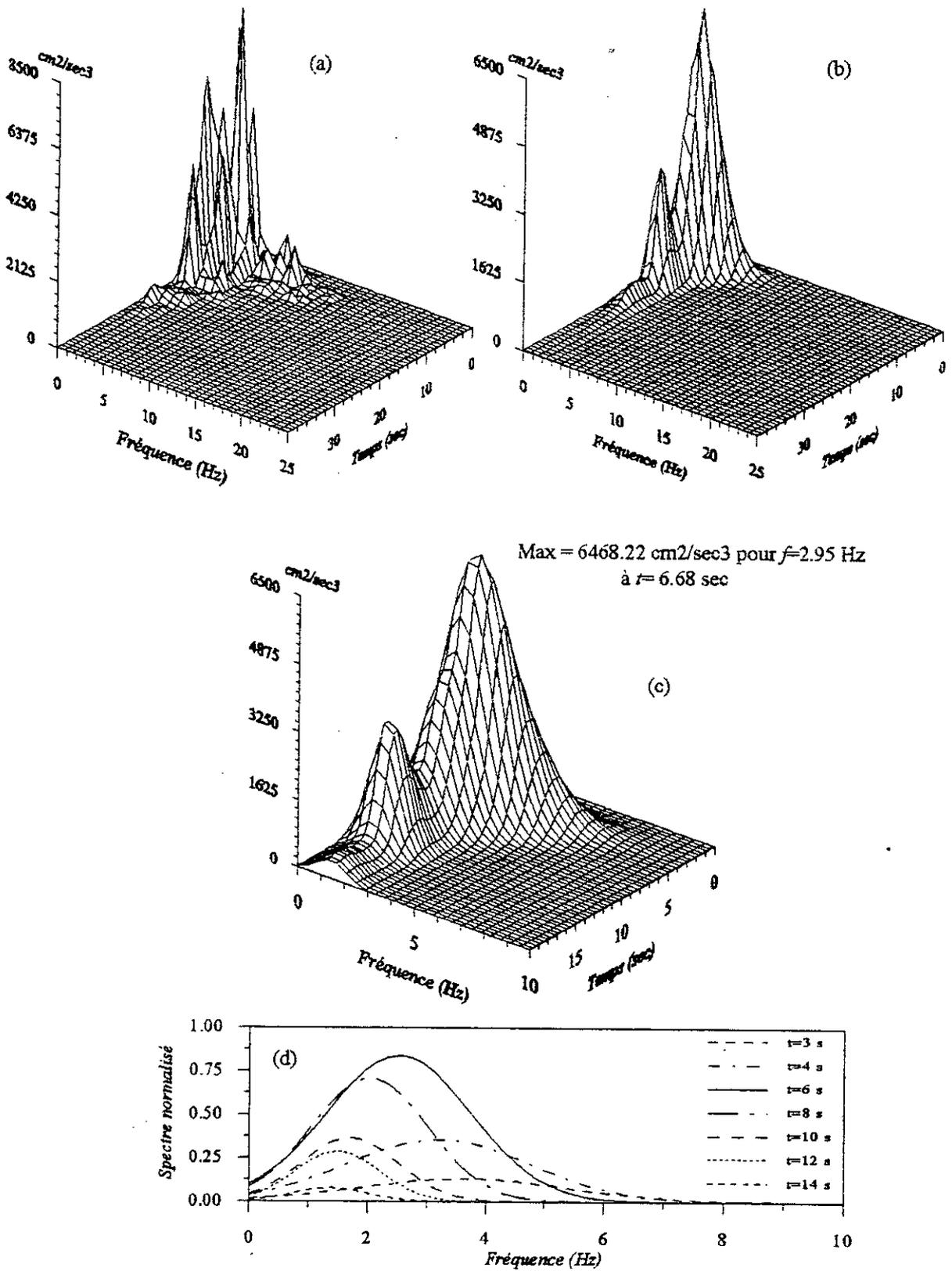
Dans ce chapitre, on a discuté brièvement les propriétés de quelques fonctions statistiques, nécessaires pour l'analyse stochastique des enregistrements accélérométriques. Ensuite, on a passé en revue, différents modes de représentation spectrale visant à caractériser les processus nonstationnaires.

Pour un processus stationnaire, la densité de puissance spectrale fournit une décomposition fréquentielle locale de l'énergie du processus, de façon similaire, la densité spectrale de puissance instantanée.

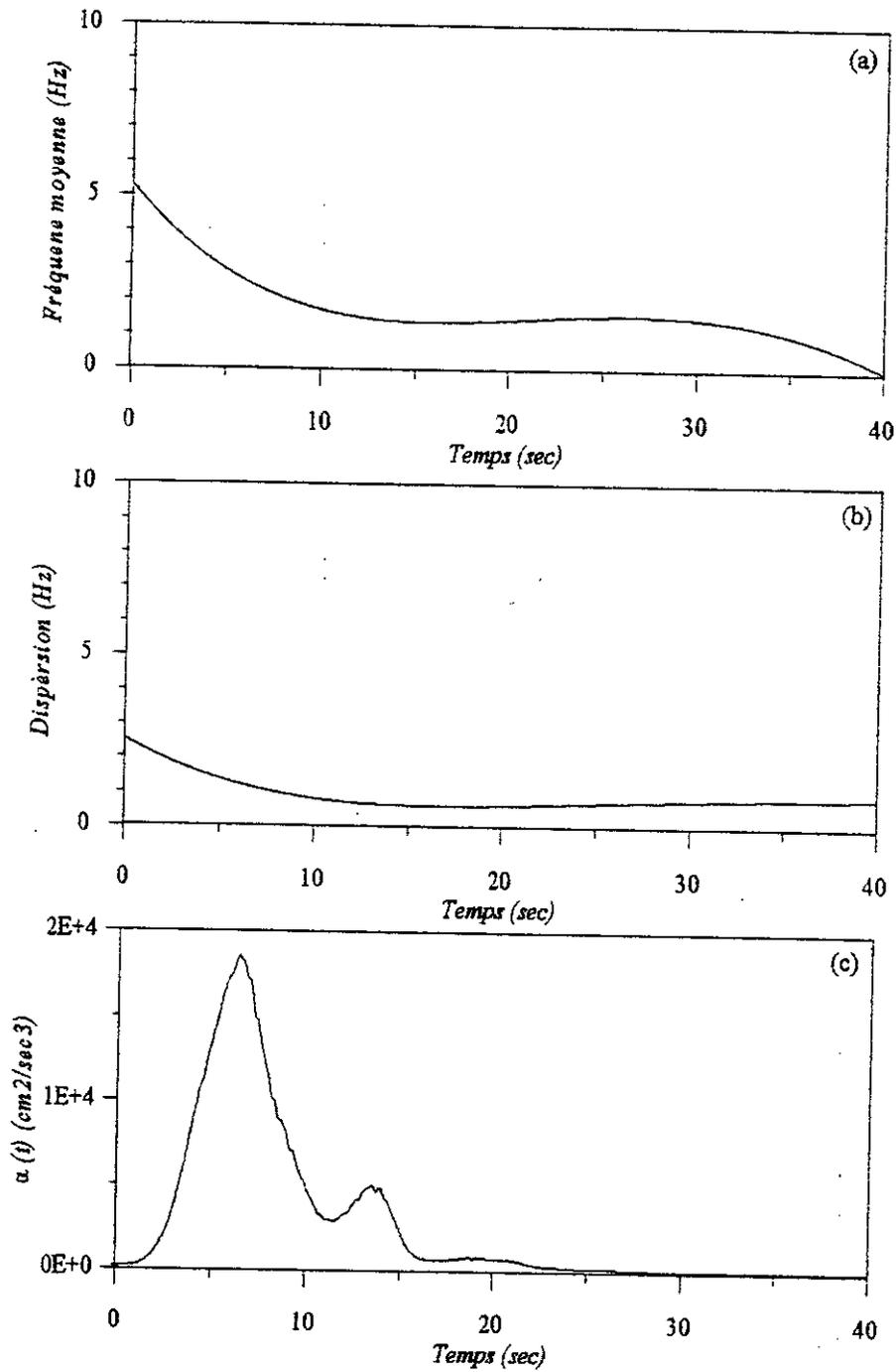
Le spectre évolutif et le spectre physique visent à établir une carte de l'énergie du processus dans le plan temps-fréquence. Il apparaît qu'une caractérisation strictement locale similaire à celle du cas stationnaire n'existe pas et qu'on ne peut définir cette représentation que sous forme d'une moyenne pondérale locale.

Parmi les techniques de caractérisation présentées, on a apprécié l'aspect le plus pratique de celle utilisant le concept du spectre physique, ce qui nous conduit à son adoption pour l'étude en cours.

Par la suite, on a montré la relation qui existe entre le spectre physique et le processus stationnaire. Ainsi, en utilisant ces développements théoriques nous pouvons par la suite analyser les effets des nonstationnarités des mouvements sismiques sur les réponses des structures élastiques et inélastiques.



**Figure 3.2** Evolution temporelle du contenu fréquentiel du séisme de Loma-Prieta  
 (a) Spectre physique réel - (b) Spectre physique modélisé.  
 (c) Spectre physique modélisé (tronqué)  
 (d) Spectre physique en plan vertical.



**Figure 3.3** Caractérisation du séisme de Loma-Prieta dans le domaine fréquentiel  
 (a) Variation de la fréquence moyenne en fonction du temps.  
 (b) Variation de la dispersion en fonction du temps.  
 (c) Variation du paramètre énergétique  $\alpha(t)$  en fonction du temps.

Max = 6468.22 cm<sup>2</sup>/sec<sup>3</sup> pour  $f=2.95$  Hz  
à  $t=6.68$  sec

Max = 106 cm<sup>2</sup>/sec<sup>3</sup> pour  $f=2.95$  Hz

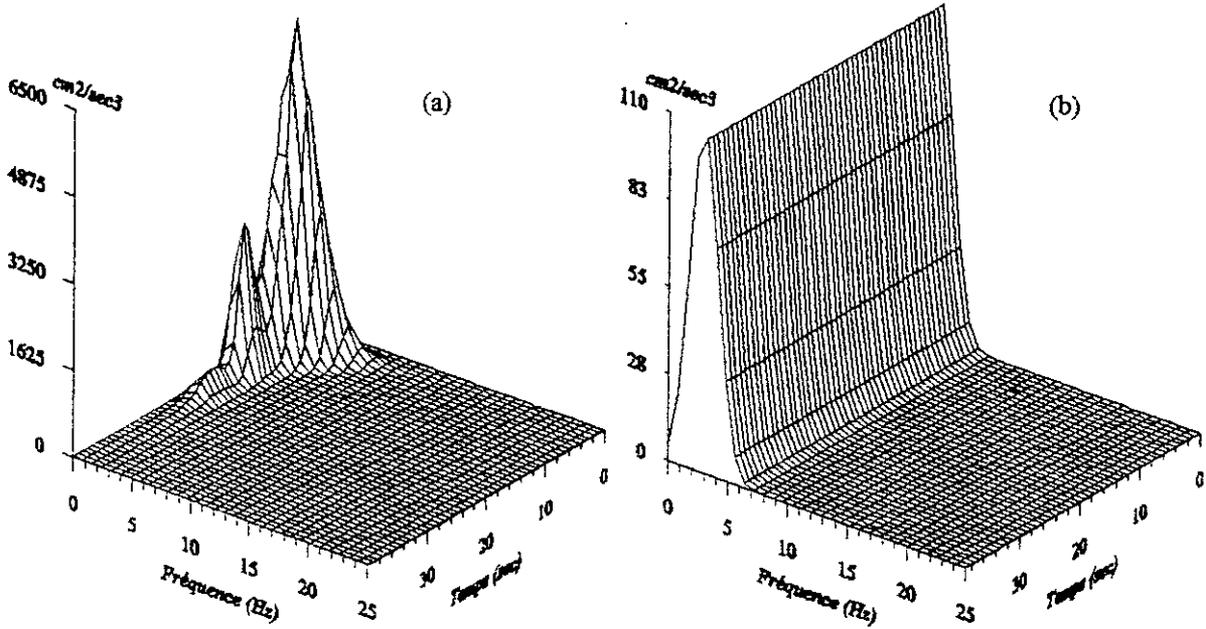


Figure 3.4 Evolution temporelle du contenu fréquentiel de l'enregistrement du séisme de Loma-Prieta.

(a) Signal nonstationnaire.

(b) Signal stationnaire.

## **CHAPITRE 4**

### **MODELE DE SIMULATION NONSTATIONNAIRE DES ACCELERATIONS SISMIQUES**

#### **4.1 Introduction**

Dans le présent chapitre, nous mettons en œuvre les outils développés précédemment (dans les chapitres (2) et (3)) pour l'analyse des processus aléatoires stationnaires et nonstationnaires dans le but de générer des mouvements sismiques artificiels dont nous avons besoin pour l'identification et l'analyse des effets des nonstationnarités des accélérations sismiques sur la réponse des structures élastiques et inélastiques.

Une fois le concept du spectre physique est retenu pour la caractérisation de l'aspect évolutif, du contenu spectral des processus nonstationnaires, nous faisons nos efforts dans ce chapitre, sur le développement des aspects théoriques conduisant à l'élaboration d'un modèle de simulation stochastique qui permet de reproduire tacitement le caractère nonstationnaire du contenu fréquentiel.

Par la suite, nous traitons l'effet de la technique de fenêtrage sur la stabilité des estimations spectrales.

#### **4.2 Modèle de simulation nonstationnaire**

Lors de l'élaboration d'un modèle de simulation des processus nonstationnaires, une attention particulière doit être accordée à la variation temporelle du contenu spectral tant en amplitude qu'en contenu fréquentiel. En effet, la prise en compte explicite et précise de cette variation se fait à travers la relation analytique qui existe entre le spectre physique et les amplitudes nonstationnaires des harmoniques constitutives du modèle de simulation.

Vu que le mouvement au site n'est autre que le résultat d'une combinaison aléatoire des divers groupes d'ondes qui l'atteignent à des instants prescrits, la distribution des phases choisie doit traduire au sens stochastique du terme l'effet de la dynamique de la source, les

propriétés des milieux traversés et les propriétés géologiques locales du site d'enregistrement.

En tenant compte des ces impératifs, on obtient un modèle stochastique qui permis de reproduire le plus fidèlement possible, les caractéristiques nonstationnaires des enregistrements sismiques.

Le modèle de simulation est défini par la somme de processus élémentaires nonstationnaires  $Y_K(t)$ , appartenant au processus nonstationnaire  $X(t)$  de durée  $T_d$  [42].

$$X(t) = \sum_{K=1}^N Y_K(t) = \sum_{K=1}^N a(f_K, t) \sin(2\pi f_K t + \theta_K) \quad (4.1)$$

telle que :

$f_K = K \Delta f$  Où  $\Delta f = \frac{1}{T_d}$  et  $N$  est le nombre de fréquences discrètes retenues conformément au théorème d'échantillonnage.

$a(f_K, t)$  est l'amplitude de la  $k^{\text{ème}}$  harmonique au temps  $t$ . Ainsi, l'évolution temporelle du contenu spectral est prise en compte à travers la relation analytique qui existe entre le spectre physique et les amplitudes nonstationnaires des membres du processus considéré.

$\theta_K$  est la phase aléatoire compatible avec la fonction de densité de probabilité des délais de groupes des ondes sismiques constitutives.

Les phases sont gérées par la distribution de probabilité des dérivées de phases définie dans le chapitre (2) et dont les paramètres sont reliés à l'enveloppe temporelle du signal sismique original. Lorsque, nous sommes en possession de l'enregistrement d'un échantillon du processus stochastique, les seules variables aléatoires du modèle de simulation proposé sont donc les phases associées à chaque harmonique.

En utilisant la propriété de linéarité de l'opérateur "Espérance Mathématique", on peut conclure que, tel qu'il a été modélisé, le processus est à moyenne nulle.

$$E[X(t)] = \sum_{K=1}^N a(f_K, t) E[\sin(2\pi f_K t + \theta_K)] = 0. \quad (4.2)$$

### 4.3 Modèle de simulation stationnaire

Le modèle de simulation stationnaire est défini par la somme de processus élémentaires stationnaires  $Y_K(t)$ , appartenant au processus stationnaire  $X(t)$  de durée  $T_d$ .

$$X(t) = \sum_{K=1}^N Y_K(t) = \sum_{K=1}^N a(f_K) \sin(2\pi f_K t + \theta_K) \quad (4.3)$$

telle que

$f_K = K \Delta f$  où  $\Delta f = \frac{1}{T_d}$  et  $N$  est le nombre de fréquences discrètes retenues conformément au théorème d'échantillonnage.

$a(f_K) = \sqrt{2G_X(f) \Delta f}$  est l'amplitude de la  $k^{\text{ième}}$  harmonique au temps  $t$ .

avec  $G_X(f)$  densité spectrale de puissance unilatérale du processus stationnaire  $X(t)$  exprimée par l'équation (3.69).

$\theta_K$  est la phase aléatoire compatible avec la fonction de densité de probabilité des délais de groupes des ondes sismiques constitutives.

### 4.4 Considération de base pour le fenêtrage

Le concept du spectre physique retenu pour l'estimation des valeurs du contenu spectral nonstationnaire fait appel à la technique de fenêtrage. En effet, le calcul du spectre physique nécessite l'isolation d'une partie du signal au voisinage de  $t$ , en le multipliant par une fenêtre  $W(t)$ , cette opération conduit dans le domaine spectral, à une convolution des spectres de l'enregistrement  $X(t)$  avec celui de la fenêtre  $W(t)$ , donc implicitement à un certain lissage du spectre  $x(f)$  du processus  $X(t)$  réel et une altération des valeurs des amplitudes spectrales, dus aux lobes secondaires du spectre de la fenêtre, on obtient ainsi, une troncature du processus en un nombre déterminée de séquences temporelles. De ce fait, le vrai spectre est pratiquement impossible à retrouver.

#### 4.4.1 Effet de la longueur de la fenêtre

La durée nominale  $T$  de la fonction fenêtre  $W(t)$ , est obtenue en égalant l'aire de la valeur absolue de la fonction  $W(t)$  à celle d'une impulsion rectangulaire d'amplitude égale au

maximum de la fenêtre et de durée égale à  $T$ . On prend l'instant du maximum comme origine des temps [17].

$$T = \frac{1}{W(0)} \int_{-\infty}^{+\infty} |W(t)| dt \quad (4.4)$$

d'une manière similaire, on peut définir la largeur nominale  $\beta$  de  $w(f)$ .

$$\beta = \frac{1}{w(0)} \int_{-\infty}^{+\infty} |w(f)| df \quad (4.5)$$

La durée nominale  $T$  et la largeur nominale  $\beta$  vérifient la relation.

$$T\beta \geq 1 \quad (4.6)$$

Où le signe d'égalité au cas où les modules peuvent être enlevés dans les relations (4.5) et (4.6), c'est à dire dans le cas où  $W(t)$  est une fonction non négative paire et de transformée de Fourier  $w(f)$  positive. Dans ce cas, un lissage temporel de durée nominale  $T$  correspondra à un lissage fréquentiel de largeur nominale  $1/T$ .  $T$  et  $1/T$  représentent donc une mesure de la résolution temporelle et de la résolution fréquentielle. Ces deux paramètres seront guidés par un compromis à faire entre eux pour avoir une estimation spectrale stable.

#### 4.4.2 Effet de la forme de la fenêtre

A fin d'annihiler l'effet des lobes secondaires sur les estimations spectrales, il faudra veiller à ce que la forme spectrale retenue ne doit compter aucune extrémité anguleuse et décroît graduellement aux parties terminales.

##### 4.4.2a Fenêtre rectangulaire

La manière brutale de limiter la durée d'un signal sur une durée  $T$ , est de le multiplier par une fenêtre rectangulaire [17].

$$\begin{aligned} W_r(t) &= 1. & |t| < T \\ W_r(t) &= 0. & |t| > T \end{aligned} \quad (4.7)$$

La transformée de Fourier de cette fonction

$$w(f) = \frac{\sin \pi f T}{\pi f T} \quad (4.8)$$

La fonction spectrale  $w(f)$  est caractérisée par des oscillations autour de l'axe des fréquences, qui vont s'alterner des valeurs positives et négatives sous forme de lobes successifs et qui vont en s'atténuant comme  $1/\pi f T$ , la largeur du lobe principal dans lequel les valeurs les plus importantes sont obtenues est égale à  $f$ . Elle est donc d'autant plus faible que la durée de la fenêtre,  $T$ , est grande. Cela exprime la dualité entre le domaine temporel et fréquentiel, plus le signal est ramassé autour de l'origine dans un domaine et plus il sera étendu dans le domaine dual. Cette propriété est traduite par la relation qui relie la longueur nominale  $T$  de la fenêtre dans le domaine temporel à sa largeur de bande nominale  $\beta$  dans le domaine fréquentiel.

$$T = \frac{1}{\beta} \quad (4.9)$$

Cette fenêtre n'engendre aucune altération du signal dans le domaine temporel. Par contre, dans le domaine spectral, le signal étudié est altéré par l'existence des lobes secondaires, et par voie de conséquence des imprécisions dans l'évaluation des valeurs du spectre convolué par  $W(f)$ . D'où la nécessité d'atténuer ces effets pour une précision de calcul.

#### 4.4.2b Fenêtre triangulaire

Dans le but de diminuer l'amplitude des lobes secondaires de la fonction fenêtre spectrale précédente, une autre fonction fenêtre qu'on peut choisir, est de forme triangulaire [17].

$$W(t) = \begin{cases} 1 - \frac{2|t|}{T} & t \leq T/2 \\ 0 & \text{partout ailleurs} \end{cases} \quad (4.10)$$

Sa transformée de Fourier

$$w(f) = \frac{\sin^2(\pi f T/2)}{(\pi f T/2)^2} \quad (4.11)$$

La raison de ce choix réside dans le fait qu'on peut l'exprimer comme le produit de convolution d'une fenêtre rectangulaire de durée  $T/2$  par elle-même. Dans le domaine

fréquentiel, ceci correspond à un produit simple de la transformée de Fourier de cette fenêtre rectangulaire par elle-même qui est en effet une élévation au carré.

La comparaison des fonctions rectangulaire et triangulaire montre clairement l'atténuation des lobes secondaires. Toutefois, ceci est obtenu au prix d'élargissement du pic central. En effet, la longueur de base du pic central de la fonction triangulaire est de  $4/T$ .

#### 4.4.2c Fenêtre Gaussienne

A la lumière de ce qui précède, on voit, que malgré les effets déployés pour atténuer l'effet des lobes secondaires, l'estimation des valeurs spectrales restent toujours altérer. D'où la nécessité de recourir à une fonction fenêtre qui répond aux impératifs discutés précédemment.

En effet, la forme qui convient à ce genre de traitement, est la fonction Gaussienne, celle ci de même sa transformée, est positive, symétrique, n'a pas de lobes secondaires mais pénalise considérablement plus les parties terminales à la fois dans les deux domaines. Sa forme s'exprime comme suit

$$W(t) = \alpha e^{-\lambda t^2} \quad (4.12)$$

$$\text{compte tenu de (3.58)} \quad \alpha^2 = \sqrt{\frac{2\lambda}{\pi}} \quad (4.13)$$

Cette fonction, à longueur infinie, doit, pour des raisons numériques être tronquée, en prenant la longueur nominale  $T$ , comme le double de la distance entre les deux points dont l'ordonnée est égale à  $W(0)/2$  dans le domaine temporel [11].

$$T = 4 \sqrt{\frac{\text{LOG}(2)}{\lambda}} \quad (4.14)$$

$$\text{Où } \lambda = \frac{8}{T^2} \quad (4.15)$$

l'utilisation de (4.14) et (4.15) conduit à.

$$W(t) = \frac{4\sqrt{2\text{LOG}(2)}}{T\sqrt{\pi}} e^{-8t^2/T^2} \quad (4.16)$$

$$w(f) = \sqrt{\frac{T\sqrt{\pi}}{2}} e^{-\pi^2 f^2 T^2 / 8} \quad (4.17)$$

La fenêtre Gaussienne ainsi modifiée présente une sélectivité optimale pour le calcul du spectre physique.

#### 4.5 Procédure de simulation

Compte tenu de l'équation (4.1), le modèle de simulation consiste en la somme d'un certain nombre de processus élémentaires nonstationnaires dont la caractérisation est complètement définie par la spécification de l'enveloppe temporelle  $a(f_K, t)$  et du contenu phasique  $\theta_K$ . Le nombre de processus élémentaire à considérer est fixé par les critères de résolution et de stabilité dans le domaine temporel et fréquentiel, induit par la forme de la fenêtre temporelle utilisée.

$$X(t) = \sum_{K=1}^N a(f_K, t) \sin(2\pi f_K t + \theta_K) \quad (4.18)$$

avec  $N = M/2$

Où  $M$  est un indice associé à la largeur nominale  $L = M\Delta t$  de la fenêtre temporelle. Dans l'élaboration des résultats nous utilisons la fenêtre temporelle Gaussienne, avec une largeur nominale  $L = 256\Delta t$ .

Les valeurs du spectre physique  $S_{XX}(f_K, t)$  associées à chaque valeur du temps et de la fréquence sont déterminées en multipliant, l'enregistrement réel par la fenêtre temporelle sélectionnée. Les modules des amplitudes des transformées de Fourier ainsi obtenues représentent les valeurs du spectre physique pour un instant et pour l'ensemble des valeurs de fréquences comprises dans la bande fréquentielle du signal.

La relation analytique qui existe entre les amplitudes des harmoniques et celles du spectre physique, nous permet d'évaluer les amplitudes  $a(f_K, t)$  associées à chaque valeur du temps  $t$  et de la fréquence  $f_K$ . Si le pas d'échantillonnage en temps est pris égal à 0.02 sec alors la plus haute fréquence compatible avec le théorème de Nyquist est égale

$$f_{\max} = \frac{1}{2\Delta t} = 25\text{Hz} \quad (4.19)$$

Par contre, les phases  $\theta_k (k = 1, \dots, N)$  sont générées conformément à la distribution des dérivées de phases. La procédure utilisée consiste à, générer numériquement un nombre aléatoire compris entre 0 et 1 [30], ce nombre représente la valeur de la fonction de répartition  $F(\theta'_k)$  de la distribution de phases choisie.

Compte tenu de l'équation (4.3), les valeurs de la fonction de densité spectrale de puissance  $S_X(f_k)$  associées à chaque valeur de fréquence sont déterminées en multipliant, l'enregistrement réel par une fenêtre temporelle rectangulaire de durée  $T$  égale à la durée du signal. Les modules des amplitudes des transformées de Fourier ainsi obtenues représentent les valeurs de cette fonction pour l'ensemble des valeurs de fréquences comprises dans la bande fréquentielle du signal.

#### 4.6 Test du modèle

Pour le test du modèle de simulation nonstationnaire proposé, nous utilisons comme échantillon réel l'enregistrement accélérométrique du séisme de Loma-Preita enregistré le 17-10-89.

Afin de valider le modèle d'input stochastique, nous envisageons de comparer :

- Les caractéristiques de l'échantillon simulé avec celles de l'échantillon original. Les figures (4.1a) à (4.1c) illustrent respectivement la forme temporelle de l'accélérogramme réel, du signal simulé et les variations de la fonction CRF qui indique le taux d'accroissement de l'énergie contenue dans chacun de ces deux signaux.

L'analyse de ces figures, montre que le signal simulé a des caractéristiques comparables à celles du signal réel. Une bonne concordance est obtenue entre les variations de l'énergie temporelle associée au signal simulé et celle associée à l'accélérogramme original

- Les effets des signaux synthétiques simulés sur la réponse (accélération absolue et déplacement relatif) d'un oscillateur linéaire avec les effets résultants sur le même oscillateur soumis au séisme réel.

Ainsi, nous générons 15 accélérogrammes artificiels, en utilisant le modèle de simulation décrit plus haut, dont les phases sont générées conformément à la procédure décrite dans le chapitre (2)

Nous fixons aux probabilités de confiances des estimations des moyens et écart-types des caractéristiques que nous prenons en considération pour le test du modèle de simulation nonstationnaire monodimensionnel. Ainsi, en supposant une répartition normale pour chacune des caractéristiques considérées, les intervalles de confiances  $I_p$  à  $p$  probabilité, des estimations  $m^*$  de leurs moyennes sont évaluées comme suit[43].

$$I_p = (m^* - t_p \sqrt{\frac{D^*}{n}}; m^* + t_p \sqrt{\frac{D^*}{n}}) \quad (4.20)$$

Et  $D^*$  de leur écart-types [43].

$$I_p = \left( \frac{D^*(n-1)}{\chi_1^2}; \frac{D^*(n-1)}{\chi_2^2} \right) \quad (4.21)$$

$t_p$  : est la valeur de la variable de Student pour une probabilité  $p$  et  $(n-1)$  degrés de liberté.

$\chi_1^2$  et  $\chi_2^2$  : les valeurs données par la loi  $\chi^2$  à  $(n-1)$ , l'une correspondant à la probabilité  $p_1 = \frac{1-p}{2}$  et l'autre à la probabilité  $p_2 = \frac{1+p}{2}$ .

La figure (4.1d) montre les fluctuations probables de l'accélération absolue en fonction de la période propre de vibration de l'oscillateur élastique amorti ( $\xi = 0.05$ ) de masse unitaire (soumis à l'action des accélérogrammes simulés ci-dessus), pour des intervalles de confiances obtenus à des probabilités de confiances  $p = 0.9; 0.8$  et  $0.4$ . En analysant de près cette figure, on voit que le spectre de réponse réel (solid line) semble s'inscrire dans l'intervalle à 40% de confiance. Ces mêmes observations sont constatées sur la figure (4.1e), représentant le spectre de réponse en déplacement relatif.

Ces applications montrent l'aptitude du modèle de simulation nonstationnaire à reproduire des accélérogrammes synthétiques compatibles avec le processus origine.

#### 4.7 Conclusions

Dans ce chapitre, on a développé un modèle de simulation stochastique nonstationnaire monodimensionnel dont la variation temporelle du contenu spectral est prise en compte à travers la relation analytique qui existe entre le spectre physique et les amplitudes

nonstationnaires des membres du processus considéré, en employant une fenêtre temporelle Gaussienne.

Nous avons testé le modèle de simulation nonstationnaire monodimensionnel, à travers les niveaux de réponses (déplacement, accélération) d'un oscillateur de masse unitaire soumis à l'enregistrement accélérométrique du séisme de Loma-Prieta et à des accélérations sismiques nonstationnaires reconstituées à partir de cet enregistrement. Il est ainsi apparu qu'on obtient une très bonne corrélation entre la réponse réelle et la réponse probabiliste moyenne.

L'art de la simulation des accélérations sismiques va nous permettre de générer des excitations sismiques artificielles dont nous avons besoin pour identifier et analyser les effets, sur les structures, des nonstationnarités temporelles tant en amplitudes qu'en contenu fréquentiel, contenues dans les mouvements forts du sol dus à des tremblements de terre.

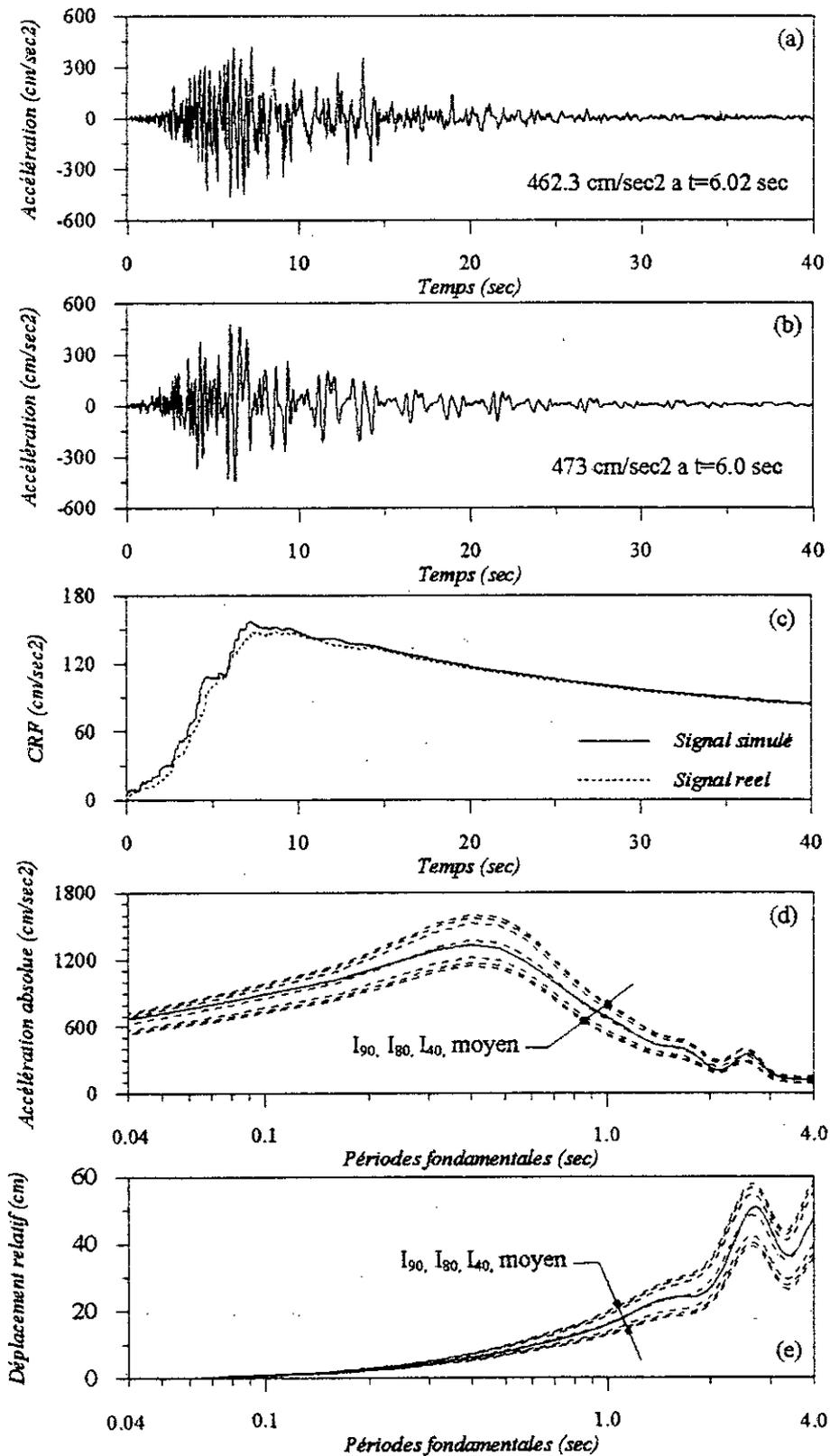


Figure 4.1 Validation du modèle de simulation stochastique nonstationnaire.

- (a) Forme temporelle du signal réel.
- (b) Forme temporelle du signal simulé.
- (c) Variation de la fonction CRF.
- (d) Spectres de réponses inélastiques probabilistes en accélération.
- (e) Spectres de réponses inélastiques probabilistes en déplacement.

## **CHAPITRE 5**

### **MODELES DE COMPORTEMENT DES STRUCTURES**

#### **5.1 Introduction**

Les structures sujettes aux mouvements du sol ont un comportement qui dépend de l'intensité du mouvement en input et des caractéristiques physiques de la structure. Le comportement peut se faire aussi bien dans le domaine linéaire pour des intensités faibles que dans le domaine non-linéaire lorsque les niveaux d'excitations sont adéquatement élevés. Ainsi, l'étude de ces structures nécessite donc une analyse dynamique qui tient compte de ce fait. L'une des difficultés rencontrée dans l'analyse du comportement matériel des structures est la modélisation mathématique du comportement post-élastique des matériaux.

Une approche simple du problème consiste à idéaliser la déformation non-linéaire en des points et idéaliser la courbe "Force-Déplacement" du matériau par des modèles hystérétiques multilinéaires. Nous proposons dans ce chapitre quatre modèles de comportement hystérétiques fréquemment utilisés pour idéaliser le comportement plastique des structures en acier et en béton.

Par la suite, nous présentons les relations entrée-sortie pour les oscillateurs linéaires et la procédure d'analyse (Méthode d'intégration pas à pas) pour les oscillateurs non-linéaires.

#### **5.2 Les origines de la non-linéarité dans les systèmes structuraux**

Quant on parle de nonlinéarité en fait toujours allusions aux changements des propriétés géométriques ou mécaniques des éléments de la structure, ceci est vrai dans le cas de l'analyse statique qui ne fait intervenir ni inertie ni amortissement, cependant, dans la dynamique, la nonlinéarité peut apparaître dans la rigidité, l'amortissement ou dans la masse du système. Ainsi, il est évident que les variations des paramètres  $M$ ,  $C$  et  $K$  (masse, amortissement et rigidité) qui gouvernent l'équation d'équilibre dynamique nous permettent d'identifier les causes de la nonlinéarité dans un système.

- Rares sont les cas où la masse varie considérablement pendant les vibrations sismiques,

la non-linéarité due à la variation de la masse n'est pas prise en compte dans l'analyse dynamique des structures du fait que son effet est négligeable par rapport aux autres non-linéarités.

- L'amortissement est un mécanisme de dissipation complexe, il est associé à la dissipation interne du matériau et aux micro-glissements dans les joints et assemblages, il est toujours non-linéaire, mais pour simplifier la résolution des équations d'équilibres dynamiques du mouvement, il est supposé visqueux, c'est à dire proportionnel à la vitesse.
- La non-linéarité due à la variation de la rigidité d'un système provient principalement des changements des propriétés géométriques ou mécaniques des éléments de la structure. Le principe des petites déformations qui constitue l'une des hypothèses de bases de la résistance des matériaux n'est plus valable lorsque les éléments d'une structure subissent des déformations assez importantes pour provoquer un changement de la rigidité globale du système (bâtiments de grandes hauteurs, ...), dans ce cas une analyse tenant compte de la non-linéarité géométrique est nécessaire [18].

Dans cette étude, on s'intéresse aux non-linéarités de comportement, au quel cas, le matériau ne suit pas la loi de Hooke et la rigidité est tangente à la courbe "Force-Déplacement" caractérisant le matériau.

### 5.3 Modèle mathématique

La figure (5.1) représente un modèle simplifié du problème que posent les excitations par séismes ; les déplacements horizontaux du sol sont repérés par le déplacement  $u_s(t)$  de la base de la structure par rapport à l'axe fixe de référence [7]. La poutre transversale de ce portique est supposée rigide et contient toute la masse mobile de la structure, les colonnes verticales sont supposées sans masse et inextensibles dans la direction verticale (axiale) ; La résistance opposée par les colonnes aux déplacements de la poutre est représentée pour chaque colonne par une constante de rappel  $K/2$ . La masse possède donc un seul degré de liberté  $u(t)$ , qui provient de la possibilité de flexion des colonnes ; l'amortissement visqueux de constante  $C$  oppose à cette déformation une résistance proportionnelle à la vitesse du déplacement [7].

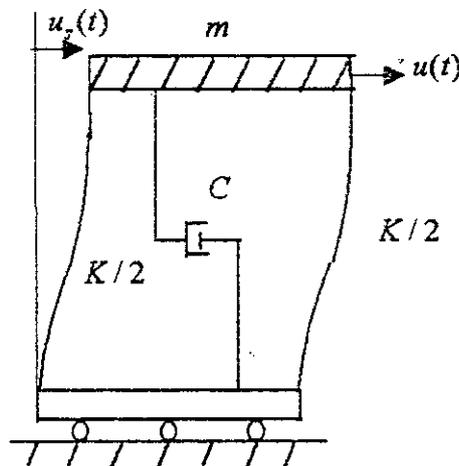


Figure 5.1 Modèle Mathématique

#### 4.Relation "Force-Déplacement"

Deux types de comportements de la structure sont considérés : un comportement linéaire et un comportement non-linéaire.

##### 5.4.1Comportement linéaire

Le comportement linéaire de la structure est schématisé par le modèle élastique montré en figure (5.2). Le comportement mécanique de ce système est traduit par la relation.

$$R = Ku \tag{5.1}$$

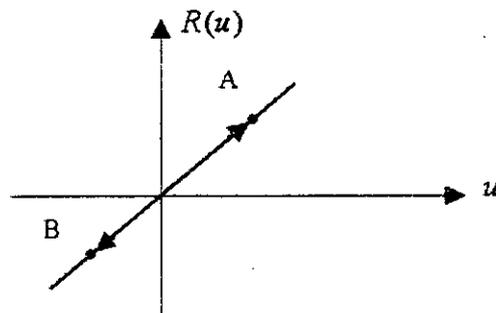


Figure 5.2 Modèle élastique

Où  $R$  est la force élastique de rappel des colonnes et  $u$  le déplacement horizontal de la masse.

En régime dynamique, aux instants où la vitesse relative  $\dot{u}$  de la masse devient nulle, le déplacement horizontal  $u$  prend une valeur maximale dans le sens positif ou dans le sens négatif, mais le point représentatif dans le diagramme "Force-Déplacement" reste toujours sur une droite de pente  $K$  (points A et B sur la figure (5.2) ).

## 5.4.2 Comportement non-linéaire

L'aspect le plus célèbre de la variation de la rigidité est probablement celui qui est attribué au comportement non-linéaire des matériaux. C'est le domaine de déformations des éléments au-delà de la limite élastique. Dans ce cas le matériau ne suit pas la loi de Hooke et la rigidité est tangente à la courbe "Force-Déplacement" caractérisant les matériaux.

L'une des difficultés rencontrée dans l'analyse dynamique non-linéaire est la modélisation mathématique du comportement post-élastique des matériaux. Une approche simple du problème consiste à localiser la déformation non-linéaire (déformation irréversible) en des points donnés et idéaliser la courbe "Force-Déplacement" du matériau par des modèles hystérétiques multilinéaires.

Une différence fondamentale entre l'analyse non-linéaire statique et la dynamique est que l'itinéraire des forces est plus important dans la dynamique, l'aire délimitée par les boucles hystérétiques formée par les courbes "Force-Déplacement" est une mesure de l'énergie dissipée par le phénomène de plasticité.

A la lumière de ces observations, il est apparent qu'il n'est pas approprié de représenter le comportement des structures soumises à des mouvements sismiques forts par un modèle linéaire invariant dans le temps. Par conséquent, plusieurs modèles non-linéaire ont été proposés pour décrire le comportement hystérétique des structures sous l'effet des sollicitations dynamiques. Ces modèles aussi simplistes que possible, représentent des tentatives pour vaincre les limitations du modèle linéaire.

Parmi la large variété de modèles hystérétiques utilisés pour idéaliser le comportement plastique de l'acier et du béton armé, nous en décrivons ci-dessus, les quatre plus fréquemment utilisés.

### 5.4.2a Modèle bilinéaire

La courbe "Force-Déplacement" de ce modèle décrit son comportement en deux phases distinctes : la première est une droite dont la pente est égale à la rigidité initiale du système et la seconde (la phase plastique) est idéalisée par une droite dont la pente variée de 0 à 10% de la rigidité initiale [38]

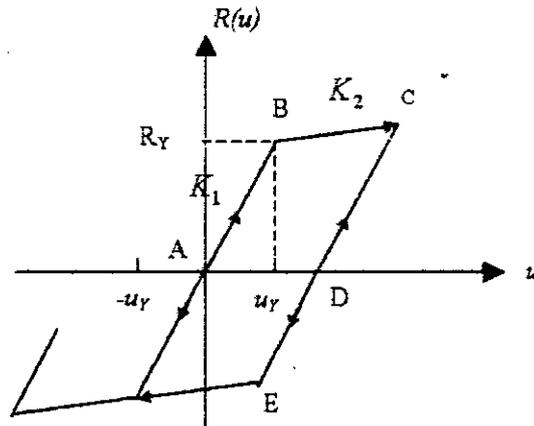


Figure 5.3 Modèle elasto-plastique bilinéaire  
Diagramme "Force-déplacement"

La force de rappel s'exprime comme suit

$$R(u) = \begin{cases} Ku & -u_y \leq u \leq u_y \\ K[pu + (1-p)u_y] & u \geq u_y \\ K[pu - (1-p)u_y] & u \leq -u_y \end{cases} \quad (5.2)$$

Où  $R$  force de rappel,  $K$  rigidité initiale de la structure et  $p$  rapport de rigidité  $p = K_2/K_1$ .

Lorsque  $p = 0$ , le modèle est dit élasto-plastique parfait [5]

En décomposant le déplacement total  $u$  en ses parties élastiques et anélastique  $u = u_e + u_p$ , on décrit le parcours, durant un cycle de vibration, d'un point courant sur le diagramme "Force-Déplacement" par [2, 20]:

- point A : Ce point correspond à l'état initial. On suppose que la structure est au repos, les conditions initiales en vitesse et en déplacement sont alors nulles.

- Segment AB : la structure est dans le domaine élastique.

$$u < u_y ; u_p = 0 ; u_e = u ; R(u) = K_1 u < R_y ; \dot{u} > 0.$$

- Point B : le déplacement de la structure atteint sa limite élastique  $U_y$  au-delà duquel la structure entre en domaine anélastique.

$$u = u_y ; u_p = 0 ; u_e = u_y ; R(u) = K_1 u = R_y ; \dot{u} > 0.$$

- Le segment BC : la structure est dans le domaine anélastique avec une rigidité égale à  $K_2 = pK_1$ . Le déplacement élastique de la structure reste constant, tandis que son déplacement anélastique augmente.

$$u > u_y ; u_p = u - u_e ; u_e = u_y ; R(u) = R_y + K_2 u_p ; \dot{u} > 0.$$

- Le Point C : le déplacement total atteint la valeur maximale pour laquelle la vitesse s'annule.

$$u > u_Y ; u_e = u_Y ; u_{p\max} = u_{\max} - u_e ; u_e = u_Y ; R(u) = R_Y + K_2 u_{p\max} ; \dot{u} > 0.$$

- Le segment CD : après s'être annulée au point C les vitesses change de signe sur le tronçon CD amorçant ainsi la phase de déchargement. La structure est à nouveau en phase élastique avec une rigidité  $K$ . Le déplacement plastique reste égal à  $u_{p\max}$  tandis que le déplacement élastique diminue.

$$u < u_Y ; u_e = u ; u_p = u_{p\max} \quad R(u) = Ku < R_Y ; \dot{u} < 0.$$

- Point D, la structure possède les mêmes caractéristiques qu'au point A, avec un déplacement anélastique permanent  $u_{p\max}$ .

$$u_e = 0 ; u_p = u_{p\max} ; R = 0.$$

Dans ce modèle la rigidité et la résistance ultime de l'élément ne sont pas affectées par la répétition des cycles, ce comportement est assez général dans les éléments métalliques. Des comportements similaires peuvent être obtenus dans les poutres en béton armé simplement fléchies [5]

### 5.4.2b Le modèle bilinéaire orienté vers le déplacement maximum

La première phase qui décrit le comportement du modèle est une droite dont la pente est égale à la rigidité initiale du système, la second phase est idéalisée par une droite dont la pente est nulle [40].

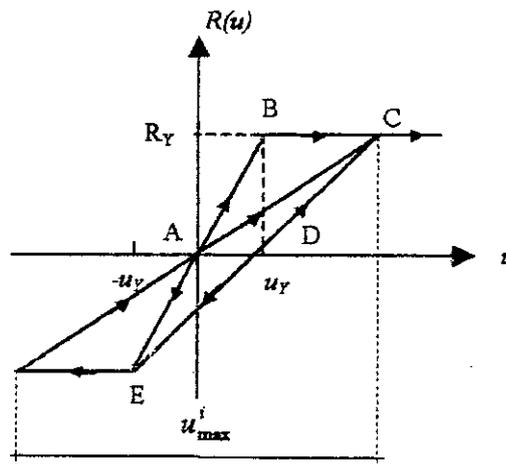


Figure 5.4 Modèle élasto-plastique orienté vers le déplacement maximum  
Diagramme "Force-Déplacement"

Le parcours durant un cycle de vibration d'un point courant sur le diagramme "Force-Déplacement" est le même que celui décrit plus haut. Sauf sur le diagramme CD où la structure est à nouveau en phase élastique avec une rigidité  $K_i$  différente de la rigidité initiale  $K$ .

$$K_i = \frac{2R_Y}{u_{\max}^i} \quad (5.3)$$

Où  $R_Y$  : Force élastique limite.

$u_{\max}^i$  : La distance entre deux points extrêmes dans le  $i^{\text{me}}$  cycle de vibration, comme on peut le voir sur la figure (5.4).

La figure (5.4) fait apparaître un type de comportement dans lequel l'application de plusieurs cycles de chargements s'accompagne d'une altération de la rigidité de l'élément. Cette situation peut se présenter dans les poteaux courts en béton armé et en maçonnerie sous l'effet des efforts de cisaillement [5].

### 5.4.2c Modèle de Clough-Penzien

Vu la complexité du modèle de Takeda [41], plusieurs chercheurs ont effectué des modifications pour aboutir à des modèles simples, tel le modèle de Clough-Penzien.

La figure (5.5) illustre ce modèle, c'est un cas où non seulement la rigidité mais la limite élastique elle-même se dégradent de cycle en cycle. Les comportements de ce genre se rencontrent couramment dans les éléments en béton armé en raison du développement des micro-fissurations et des fissurations et de la dégradation de l'adhérence acier-béton. [7, 8, 19, 29].

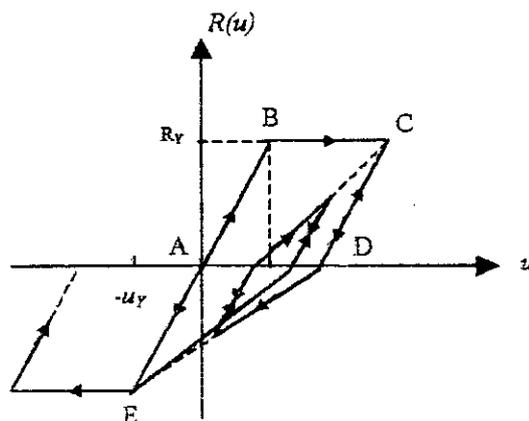


Figure 5.5 Modèle de Clough-Penzien  
Diagramme "Force-Déplacement"

Dans un tel système, le déplacement est élastique dans un premier temps, puis, dès qu'il atteint  $u_y$ , le déplacement augmente sous décélération constante jusqu'à ce que la vitesse s'annule ; Le mouvement s'inverse alors et le système décrit des oscillations élastiques autour de cette position déformée (segment CD), avec une rigidité égale à la rigidité initiale, jusqu'à ce qu'intervienne une nouvelle altération de la rigidité ( lorsque le déplacement total atteint le point D), au-delà duquel le point de réponse s'oriente vers le déplacement maximum sur ce segment et lorsque la vitesse change de signe la structure est à nouveau en phase élastique avec une rigidité égale à la rigidité initiale.

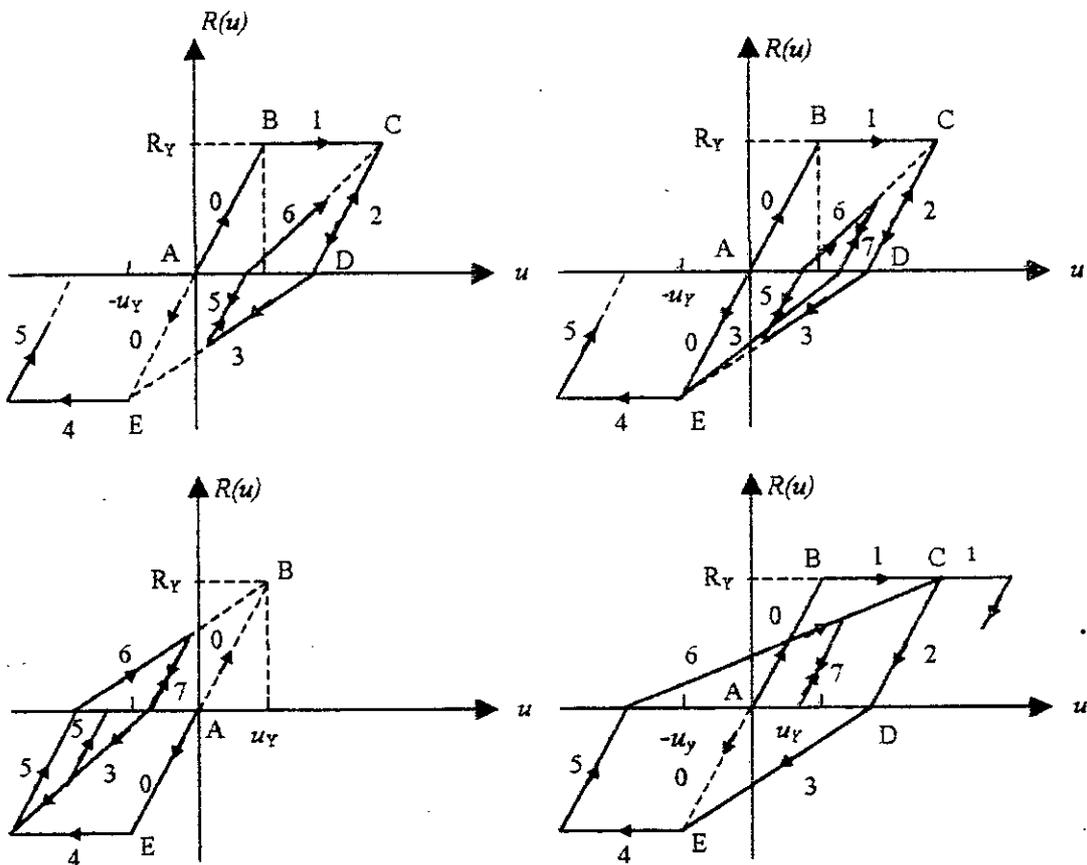


Figure 5.6 Représentation du parcours d'un point courant sur le diagramme "Force- Déplacement"

Les pentes 0,2,5,7 des phases de chargement et déchargement restent égales à la pente initiale, tandis que les pentes 1 et 4 restent nulles. Le calcul des pentes 3 et 6 dépend des coordonnées du point représentant le dernier passage par l'axe des abscisses et celui du déplacement maximum. La figure (5.6) résume le parcours durant les cycles de vibrations d'un point courant sur le diagramme "Force-Déplacement" [5].

Pour la suite du travail, nous utilisons la notation suivante pour désigner les différents modèles.

EPP: Modèle élasto-plastique parfait

EPB: Modèle élasto-plastique écrouissable.

EPO: Modèle élasto-plastique orienté vers le déplacement maximum.

PEN: Modèle de Clough-Penzien

### 5.5 Notion de fréquence effective

Pour caractériser la décroissance de rigidité, on définit la rigidité effective de la structure pendant un cycle de vibration par [6, 46]:

$$K_{eff_i} = \frac{F_i}{u_i} = \frac{F(u_{max}, 0)}{u_{max}} \quad (5.4)$$

$x_i$  est la valeur absolue du déplacement maximal du cycle  $i$  et  $F_i$  est la valeur de la force interne correspondante.

De même, on définit la fréquence effective de la structure par l'équation suivante

$$f_{eff_i} = \frac{\sqrt{K_{eff_i}}}{2\pi} \quad (5.5)$$

La figure (5.7a) illustre les variations de la force interne (ellipse) pendant l'excitation en fonction du déplacement pour un oscillateur linéaire de fréquence initiale  $f_0 = 6Hz$  soumis à l'enregistrement accélérométrique du séisme de Loma-Prieta, on remarque que durant l'excitation les cycles de vibrations tournent successivement, autour de l'origine.

Les figures (5.7b) à (5.7e) montrent les variations de la force interne des modèles de comportement considérés (EPP, EPB, EPO et PEN) de fréquence initiale  $f_0 = 6Hz$  sous l'effet de la même accélération précédente. On remarque dans le cas des modèles EPO et PEN incluant la dégradation de rigidité que les cycles de vibrations tournent successivement, autour de l'origine, en s'inclinant vers la droite ce qui signifie qu'au fur et à mesure que le déplacement augmente, la force interne au point de déplacement maximum diminue et par suite, la rigidité décroît.

La figure (5.8a) illustre le tracé de la fréquence effective en fonction du déplacement pour un oscillateur linéaire, dans ce cas, on a:  $K_{eff} = (2\pi f_0)^2$ , c'est à dire  $f_{eff} = f_0$ . Les figures (5.8b) à (5.8e) montrent les variations de la fréquence effective pour les modèles non-linéaires.

Dans le cas du modèle EPO, le tracé de  $f_{eff}$  en fonction de  $x_i$  en figure (5.8d) montre une décroissance rapide de la fréquence effective jusqu'au maximum pour  $x_i$ , puis une stabilisation de  $f_{eff}$  lorsque  $x_i$  diminue. Ce modèle semble être prometteur pour la modélisation des réponses des structures soumises à des excitations sismiques de fortes intensités. Les mêmes constatations sont observées sur la figure (5.8e) représentant les variations de la fréquence effective du modèle de comportement de Clough-Penzien (PEN).

La comparaison des variations des forces internes et des fréquences effectives des modèles de comportement EPP et EPB avec celles des modèles EPO et PEN, sur cette exemple, montre que ces derniers sont, a priori, plus représentatifs du comportement non-linéaire des structures.

## 5.6 Relation entrée-sortie pour un oscillateur linéaire

### 5.6.1 Réponse aléatoire à une excitation aléatoire stationnaire

Un système linéaire invariant dans le temps avec une entrée et une sortie est entièrement caractérisé par sa réponse impulsionnelle  $h(t)$ . Celle-ci représente, la réponse temporelle unitaire d'un système initialement au repos, causée par une impulsion de Dirac  $\delta(t)$  [31].

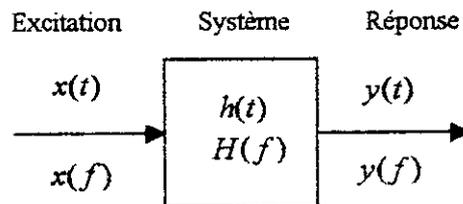


Figure 5.9 Système linéaire invariant dans le temps avec une entrée et une sortie.

La relation entrée-sortie de la figure (5.9), supposée au repos, prend la forme d'un produit de convolution.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau = h * x \quad (5.6).$$

Compte tenu de la condition de causalité (la réponse ne peut précéder l'excitation), les bornes des intégrales (5.6) peuvent être modifiées pour donner [31].

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)h(t-\tau)d\tau = \int_0^{+\infty} h(\tau)x(t-\tau)dt \quad (5.7)$$

Ou encore, si l'excitation est à support positif.

$$y(t) = \int_0^t x(t)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\tau)h(\tau)dt \quad (5.8)$$

De manière équivalente et dans le domaine fréquentiel, le système est généralement caractérisé par sa fonction de transfert  $H(f)$ , qui est la transformé Fourier de la réponse impulsionnelle  $h(t)$ .

$$H(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)e^{-i2\pi ft} dt \quad (5.9)$$

La relation entrée-sortie du système, prend la forme d'une simple multiplication.

$$y(f) = H(f)x(f) \quad (5.10)$$

Les densités spectrales de puissances d'un oscillateur linéaire invariant dans le temps, soumis à une excitation aléatoire, sont définies par

$$S_{xx}(f) = H(f)S_{xx}(f) \quad (5.11)$$

$$S_{yy}(f) = |H(f)|^2 S_{xx}(f) \quad (5.12)$$

Notons que (5.11) relie des grandeurs complexes et contient donc une information d'amplitudes et de phases. La relation (5.12), au contraire relie des grandeurs positives réelles.

Dans le cas d'un système à un seul degré de liberté, soumis à une accélération de support, l'équation différentielle du mouvement s'écrit.

$$\ddot{u} + 2\xi\omega_0\dot{u} + \omega_0^2 u = -\ddot{x} \quad (5.13)$$

Cette relation montre que la réponse relative, pour ce type d'excitation, ne dépend que de  $\omega_0$  et  $\xi$ . La fonction de transfert entre l'accélération du support et le déplacement relatif du système est défini par

$$H(\omega) = -\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i2\xi\omega_0\omega} \quad (5.14)$$

la réponse impulsionnelle s'écrit

$$\begin{aligned} h(t) &= \frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{m\omega_d} \sin \omega_d t & t \geq 0 \\ h(t) &= 0 & t < 0 \end{aligned} \quad (5.15)$$

Où  $\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}$  est la fréquence naturelle amortie du système.

### 5.6.2 Réponse aléatoire à une excitation aléatoire stationnaire

Considérons à présent la réponse aléatoire  $y(t)$  à une excitation aléatoire de type séparable  $x(\tau)$  à support positif, c'est à dire que  $x(\tau) = 0$  pour  $t < 0$ . Pour la simplicité, nous considérons le système initialement au repos.

$$y(t) = \int_0^t h(t-\tau)x(\tau)d\tau \quad (5.16)$$

Où  $x(\tau) = A(\tau)\phi(\tau)$  avec  $A(\tau)$  une fonction déterministe constituant l'enveloppe du processus  $x(\tau)$  et  $\phi(\tau)$  est un processus stationnaire. En utilisant l'approche Bendat et Priestol, la fonction d'auto-corrélation instantanée  $R_y(t, \tau)$  peut s'écrire sous la forme

$$R_y(t, \tau) = E[y(t-\tau/2) y(t+\tau/2)] \quad (5.17)$$

$$R_y(t, \tau) = E \left[ \int_0^{t-\tau/2} h(t-u_1)x(u_1)du_1 \int_0^{t+\tau/2} h(t-u_2)x(u_2)du_2 \right] \quad (5.18)$$

$$R_y(t, \tau) = \int_0^{t-\tau/2} \int_0^{t+\tau/2} h(t-u_1)h(t-u_2)E[x(u_1)x(u_2)]du_1du_2 \quad (5.19)$$

l'expression de la fonction d'auto-corrélation de l'input  $x(\tau)$  est donné par

$$E[x(u_1)x(u_2)] = A(u_1)A(u_2) \int_0^{+\infty} S_\phi(f) e^{-i2\pi f(u_1-u_2)} df \quad (5.20)$$

Où  $S_\phi(f)$  : la fonction de densité spectrale du processus  $\phi(\tau)$ .

En substituant cette expression dans l'équation (5.19), on trouve

$$R_y(t, \tau) = \int_0^{+\infty} \left[ \int_0^{t-\tau/2} \int_0^{t+\tau/2} A(u_1)A(u_2)h(t-u_1)h(t-u_2)S_\phi(f) e^{i2\pi f(u_1-u_2)} du_1 du_2 \right] df \quad (5.21)$$

Par analogie avec le cas stationnaire, et compte tenu de l'équation (5.21), on peut définir la densité spectrale de puissance instantanée comme suit

$$S_y(t, f) = \int_0^t \int_0^t A(u_1)A(u_2)h(t-u_1)h(t-u_2)S_\phi(f) e^{i2\pi f(u_1-u_2-\tau)} du_1 du_2 \quad (5.22)$$

En faisant  $\tau = 0$  et après quelques manipulations, on trouve

$$S_y(t, f) = \int_0^t \int_0^t A(u_1)A(u_2)h(t-u_1)h(t-u_2)S_\phi(f) \cos(2\pi f(u_1-u_2)) du_1 du_2 \quad (5.23)$$

En prenant  $A(t) = 1$  pour  $t \geq 0$  et en substituant l'expression de la fonction impulsionnelle  $h(t)$  (5.15) dans l'équation (5.23), on obtient la fonction de densité spectrale de puissance instantanée de la réponse d'un oscillateur faiblement amorti à un degré de liberté [33].

$$S_y(t, f) = S_\phi(f) |H(f)|^2 \left( 1 + e^{-2\pi\xi f_0 t} (\cos^2(2\pi f_0 t) + \frac{f^2}{f_0^2} \sin^2(2\pi f_0 t) - e^{2\pi\xi f_0 t} (2\cos(2\pi f_0 t)\cos(2\pi ft) + 2\frac{f}{f_0} \sin(2\pi f_0 t)\sin(2\pi ft))) \right) \quad (5.24)$$

où  $\xi$  : facteur d'amortissement.

$f_0$  : fréquence naturelle de l'oscillateur.

Quand le temps  $t$  augmente, la solution donnée par l'équation (5.24) converge vers le résultat stationnaire exprimé par (5.12).

L'équation (5.24) peut s'écrire sous la forme suivante

$$y(t) = |A(t, f)|^2 S_\phi(f) |H(f)|^2 \quad (5.25)$$

Où :  $A(t, f)$  enveloppe modulante.

En utilisant la représentation spectrale donné par Priestly on peut écrire le processus  $\phi(t)$  sous la forme suivante

$$\phi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i2\pi f t} d\Phi(f) \quad (5.26)$$

De même, pour la réponse  $y(t)$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(t, f) e^{i2\pi f t} dY(f) \quad (5.27)$$

En substituant les deux expressions dans l'équation d'équilibre dynamique, Hammond [In[33]] a proposé une enveloppe modulante dont l'expression est donnée par

$$A(t, f) = 1 - \left[ \frac{\xi f_0 + i(f + f_d)}{i2f_d} \right] e^{-2\pi\xi f_0 t} e^{-i2\pi(f - f_d)t} + \left[ \frac{\xi f_0 + i(f - f_d)}{i2f_d} \right] e^{-2\pi\xi f_0 t} e^{-i2\pi(f + f_d)t} \quad (5.28)$$

Où  $f_d = f_0 \sqrt{1 - \xi^2}$ ,  $f_0$  fréquence naturelle du système.

En tenant compte de (5.29), l'équation (5.25) se transforme en (5.24).. Lorsque le produit  $2\pi f_0 t$  tend vers l'infini  $|A(t, f)|^2$  tend vers 1.

En se basant sur l'approche développée par Mark (1970) [21, 22], la fonction de densité spectrale instantanée de la réponse (déplacement) pour chaque choix de  $W(t)$  peut être écrite

$$S_y(t, f) = |w(f - g)x^*(g)|^2 |H(f)|^2 \quad (5.29)$$

Où  $w(f - g)x^*(g)$  : transformée de Fourier du processus  $W(t - u)x(u)$ .

### 5.6.3 Importance du choix de modèle de caractérisation nonstationnaire

Afin de montrer l'importance de la caractérisation nonstationnaires du contenu fréquentiel des mouvements sismiques, nous menons, dans le présent paragraphe, une étude comparative

dans le domaine linéaire, au sens de chacun de deux concepts de caractérisation de la fonction de densité spectrale de puissance de la réponse (en déplacement) de l'oscillateur élastique que nous avons explicité au paragraphe précédent.

En utilisant l'enregistrement accélérométrique du séisme de Loma-Prieta, nous générons deux accélérogrammes synthétiques à contenus phasiques uniformes et à contenus fréquentiels notoirement différent : l'un est à contenu fréquentiel stationnaire et l'autre est à contenu fréquentiel nonstationnaire. Cette démarche nous permet d'éliminer l'effet de l'enveloppe temporelle sans altérer l'énergie du signal. En utilisant les expressions développées dans le paragraphe précédent et compte tenu des signaux simulés ci-dessus, nous présentons sur les figures (5.10a) à (5.10d) l'évolution temporelle de la fonction  $S_y(t, f)$  pour les deux approches.

Dans le cas de l'approche de Bendat, (utilisant le signal stationnaire) on voit que lorsque le produit  $f_0 t$  tend vers l'infini la solution  $S_y(t, f)$  tend vers le résultat stationnaire donné par l'équation (5.12), la vitesse de convergence est liée à l'amortissement et à la fréquence fondamentale du système. Pour une fréquence  $f_0 = 1\text{Hz}$  et un amortissement  $\xi = 0.05$ , la figure (5.11a) montrent une tendance à l'accroissement du pic d'amplitude de la réponse en fonction de l'accroissement du temps, plus la fréquence initiale augmente plus l'état stationnaire est atteint plus vite. On remarque aussi que pour chacune des fréquences fondamentales considérées la fréquence associée au pic d'amplitude de la réponse est toujours localisée à  $f_0 / f = 1$ .

Par ailleurs, dans l'approche de Mark (utilisant le signal nonstationnaire), le pic d'amplitude de la réponse diminue lorsque le produit  $f_0 t$  augmente, ceci est dû à la nonstationnarité en fréquence du processus utilisé. On voit, à l'examen de la figure (5.11c), que la fréquence de résonance tend vers les basses fréquences au fur et à mesure que  $t$  augmente, ce qui traduit la tendance vers les basses fréquences induit par la nonstationnarité en fréquence.

A la lumière de cet exemple, on peut dire qu'il est important de bien caractériser la nonstationnarité du contenu fréquentiel de l'excitation sismique. En effet, l'hypothèse du processus aléatoire de type séparable (utilisé par Bendat), conduit à une réponse de l'oscillateur non réaliste.

## 5.7 Procédure d'analyse

Dans le cas de structures linéaires soumises à des chargements dynamiques arbitraires, l'intégrale du Duhamel ou l'étude dans le domaine des fréquences procure généralement la technique de résolution la plus commode. Il faut cependant souligner que le principe de superposition est utilisé dans la définition de ces deux méthodes, cela impose que durant l'application de la sollicitation les caractéristiques des systèmes analysés (filtre constant) restent invariables. Mais il existe de nombreux cas où les caractéristiques physiques ne peuvent être assimilées à des constantes lors de la réponse dynamique. Les coefficients d'influence de rigidité peuvent subir l'effet de la plastification provoquant ainsi une évolution des caractéristiques des vibrations du système, à ce moment, le découplage des équations du mouvement à l'aide des coordonnées généralisées n'est plus possible [10].

La technique qui est probablement la plus efficace dans l'analyse non-linéaire est la procédure d'intégration pas à pas. L'approche consiste à discrétiser la variable  $t$  (temps) en suite d'intervalles ou pas de temps généralement de longueur égales pour faciliter les calculs. La condition d'équilibre est établie au début et à la fin de chaque intervalle de temps. La non-linéarité est prise en modifiant les propriétés mécaniques du système en fonction de la vitesse et de la déformation atteinte au début de chaque pas. La réponse à chaque fin du pas est évaluée à partir des conditions au début du pas. Ainsi le processus continue pas à pas aussi longtemps que nécessaire. Donc le comportement non-linéaire est approché par une séquence successive d'état linéaire variant par intervalles de temps successifs.

### 5.7.1 Equation d'équilibre incrémentale

L'équation d'équilibre du mouvement du système à un seul degré de liberté de la figure (5.1) à un instant  $t$  s'exprime comme suit

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + R(t) = -m\ddot{u}_s(t) \quad (5.30)$$

Cette dernière équation exprime l'équilibre entre les forces extérieures, d'inertie, de rappel et d'amortissement, supposé visqueux, c'est à dire proportionnel à la vitesse. En divisant cette équation par  $m$  on obtient

$$\ddot{u}(t) + 2\xi\omega\dot{u}(t) + \frac{R(t)}{R_Y} = -\ddot{u}_s(t) \quad (5.31)$$

Où

$m$  : la masse du système.

$\xi$  : le coefficient d'amortissement.

$R(t)$  : force de rappelle à l'instant  $t$ .

$\omega$  : pulsation circulaire.

$\ddot{u}_s$  : Accélération du sol à l'instant  $t$ .

$\ddot{u}(t), \dot{u}(t), u(t)$  : l'accélération, la vitesse et le déplacement à l'instant  $t$ .

On suppose que la rigidité reste constante pendant un intervalle de temps court  $\Delta t$ .

L'équation d'équilibre incrémentale est exprimée comme suit

$$m(\ddot{u}_{t+\Delta t} - \ddot{u}_t) + c(\dot{u}_{t+\Delta t} - \dot{u}_t) + k_t(u_{t+\Delta t} - u_t) = -m(\ddot{u}_{t+\Delta t}^s - \ddot{u}_t^s) \quad (5.32)$$

Il faut noter que cette équation peut inclure toutes sortes de non-linéarité même celle due à la variation de la masse.

### 5.7.2 Intégration des équations du mouvement (Algorithme de Newmark)

L'opération de base pour la résolution des systèmes d'équations différentielles non-linéaires sous leurs formes discrétisées est de les convertir en systèmes d'équations algébriques. Ceci peut être accompli par introduction d'une relation simple entre le déplacement, la vitesse, et l'accélération. Cette relation est supposée être variable pour un intervalle de temps court [3, 44, 12].

La méthode de Newmark part d'une relation généralisée exprimée par

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + [(1 - \delta)\dot{u}_t + \delta \dot{u}_{t+\Delta t}] \Delta t \quad (5.33)$$

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \dot{u}_t \Delta t + [(\frac{1}{2} - \alpha)\ddot{u}_t + \alpha \ddot{u}_{t+\Delta t}] \Delta t^2 \quad (5.34)$$

Où  $\alpha$  et  $\delta$  sont deux paramètres d'intégration, la stabilité et la précision de l'intégration dépendent des valeurs de  $\alpha$  et  $\delta$ .

Newmark propose un algorithme inconditionnellement stable les valeurs de  $\delta = 0.5$  et  $\alpha = 0.25$  qui se ramène à la procédure connue sous le nom de la méthode d'accélération moyenne constante.

Des équations (5.34), (5.34) on détermine les expressions de la vitesse et de l'accélération en fonction de l'incrément du déplacement  $u_{t+\Delta t}$  utilisé comme variable de base on obtient

$$\ddot{u}_{t+\Delta t} = a_0(u_{t+\Delta t} - u_t) - a_2\dot{u}_t - a_3\ddot{u}_t \quad (5.35)$$

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = a_1(u_{t+\Delta t} - u_t) - a_4\dot{u}_t - a_5\ddot{u}_t \quad (5.36)$$

Ensuite on remplace la vitesse et l'accélération par leurs expressions dans l'équation d'équilibre, on aboutit à l'équation d'intégration sous la forme algébrique [44].

$$(a_0m + a_1c + k_t)u_{t+\Delta t} = p_{t+\Delta t} + m(a_0u_t + a_1\dot{u}_t + a_2\ddot{u}_t) + c(a_1u_t + a_4\dot{u}_t + a_5\ddot{u}_t) \quad (5.37)$$

A ce niveau il est possible de faire un nombre d'itérations dans un point temps  $t$  pour converger les non-linéarités apparaissant au cours du pas.

A n'importe quel temps  $t$  on peut écrire l'équation précédente sous la forme suivante

$$K_{eff}u_{t+\Delta t} = P_{eq}(t) \quad (5.38)$$

La masse, l'amortissement et la rigidité sont utilisés pour calculer la rigidité dynamique effective à un temps  $t$  par l'expression

$$K_{eff} = k_t + a_0m + a_1c \quad (5.39)$$

Aussi un vecteur force équivalent peut être exprimé par

$$P_{eq}(t) = p_{t+\Delta t} + m(a_0u_t + a_2\dot{u}_t + a_3\ddot{u}_t) + c(a_1u_t + a_4\dot{u}_t + a_5\ddot{u}_t) \quad (5.40)$$

Finalement le problème se ramène à la résolution de l'équation (5.38) qui est équivalente à l'équation d'équilibre incrémentale de la statique. Le comportement dynamique est inclus dans l'équation (5.38) par l'introduction de l'effet de l'inertie et de l'amortissement dans les expressions de la rigidité dynamique effective l'équation (5.39) et le vecteur force équivalent (5.40).

On résout l'équation (5.38) par les méthodes usuelles d'inversion des matrices pour déterminer le déplacement, et en fonction de ce résultat et ceux du pas précédent on calcule les nouvelles valeurs de l'accélération et de la vitesse (5.35), (5.36) qui serviront ensuite de valeurs initiales au pas suivant.

Les coefficients de  $a_0$  à  $a_7$  sont

$$a_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2}; \quad a_1 = \frac{\delta}{\alpha \Delta t}; \quad a_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t}; \quad a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1 \quad (5.41a)$$

$$a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1; \quad a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\delta}{\alpha} - 2 \right); \quad a_6 = \Delta t (1 - \delta); \quad a_7 = \delta \Delta t \quad (5.41b)$$

Comme toute technique d'intégration numérique, la précision de la méthode pas à pas dépend de la longueur de l'intervalle de temps  $\Delta t$ . Celui-ci est choisi sur la base de degré de liberté de complexité des caractéristiques non-linéaires d'amortissement et de rigidité et de la période de vibration de la structure. L'incrément de temps doit être assez court pour permettre une bonne représentation de toutes ces grandeurs. Ce procédé numérique comporte les deux approximations importantes suivantes : (1) l'accélération moyenne constante et (2) les caractéristiques d'amortissement et de rigidité restent constantes sur tout l'incrément de temps. En général aucune de ces suppositions n'est rigoureusement vérifiée, mais les erreurs restent faibles si cet incrément reste de courte durée. En général des erreurs se produiront donc dans l'équation d'équilibre incrémentale, et ces erreurs sont susceptibles de s'accumuler avec le temps cette accumulation doit être évitée en imposant la condition d'équilibre global à chaque étape du calcul. Cela peut se faire de manière commode en exprimant les accélérations au début de l'incrément de temps en fonction de la charge externe totale, moins la force d'amortissement et la force de rappel élastique [7].

### 5.7.3 Remarques concernant la méthode pas à pas

L'hypothèse de la méthode qui suppose que la rigidité du système demeure constante sur chaque intervalle de temps, n'est pas exacte dans le cas des lois de comportement présentant des points de bifurcation. En général, les transitions au niveau de ces points n'ont pas précisément lieu à la fin de l'intervalle. A chaque fois qu'une plastification commence ou se termine, un chargement brutal de rigidité est constaté. Cela nécessite donc, pour conserver au calcul toute sa précision, de diviser chaque incrément de temps comportant un tel changement de phase en deux sous-incréments  $\Delta t_1$  et  $\Delta t_2$ , la rigidité étant rigoureusement constante sur chacun de ces intervalles réduits. Cette disposition nécessite toutefois, une procédure itérative pour déterminer les longueurs respectives des sous-incréments. La procédure proposée détermine les points de changements de rigidité par un processus itératif basé sur l'algorithme de Dichotomie. A cet effet, l'intervalle concerné est divisé en deux incréments égaux à  $\Delta t/2$ ;

les calculs s'effectuent, sur ces deux incréments et on repère celui des deux, pendant lequel la rigidité change de valeur. Cet incrément est divisé, à son tour, en deux incréments de longueurs égales  $\Delta t/2$ ; Le procédé itératif étant poursuivi jusqu'à ce que le point de changement de rigidité soit cerné avec la précision requise [7].

### 5.8 Notion de ductilité

Si l'on considère le diagramme "Force-Déplacement" de la figure (5.11), correspondant à un comportement élasto-plastique parfait d'une structure, la limite de comportement élastique est repérée par le point  $A$  et la limite ultime du déplacement par le point  $B$ , l'énergie nécessaire à la ruine est alors représentée par l'aire comprise entre la courbe  $OAB$  et l'axe  $OD$  et l'énergie nécessaire pour atteindre la limite élastique par l'aire  $OAu_y$ . Ces deux valeurs peuvent être utilisées pour définir la ductilité. La ductilité d'une structure peut être définie comme étant la capacité de la dite structure à absorber de l'énergie de déformation dans la phase inélastique précédant la rupture [1].

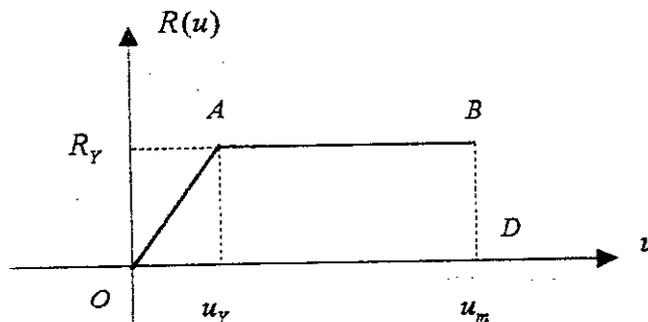


Figure 5.11 Diagramme "Force-Déplacement"

Le facteur de ductilité, relatif au déplacement horizontal d'une structure, présente un intérêt particulier dans l'étude sous sollicitation sismique. Celui-ci représente la capacité de la structure à se déformer sans se rompre dans la phase inélastique précédant la rupture et est défini comme le rapport entre le déplacement ultime maximal  $u_m$  et le déplacement élastique limite  $u_y$  [48, 45].

$$\mu_x = \frac{u_m}{u_y} \quad (5.42)$$

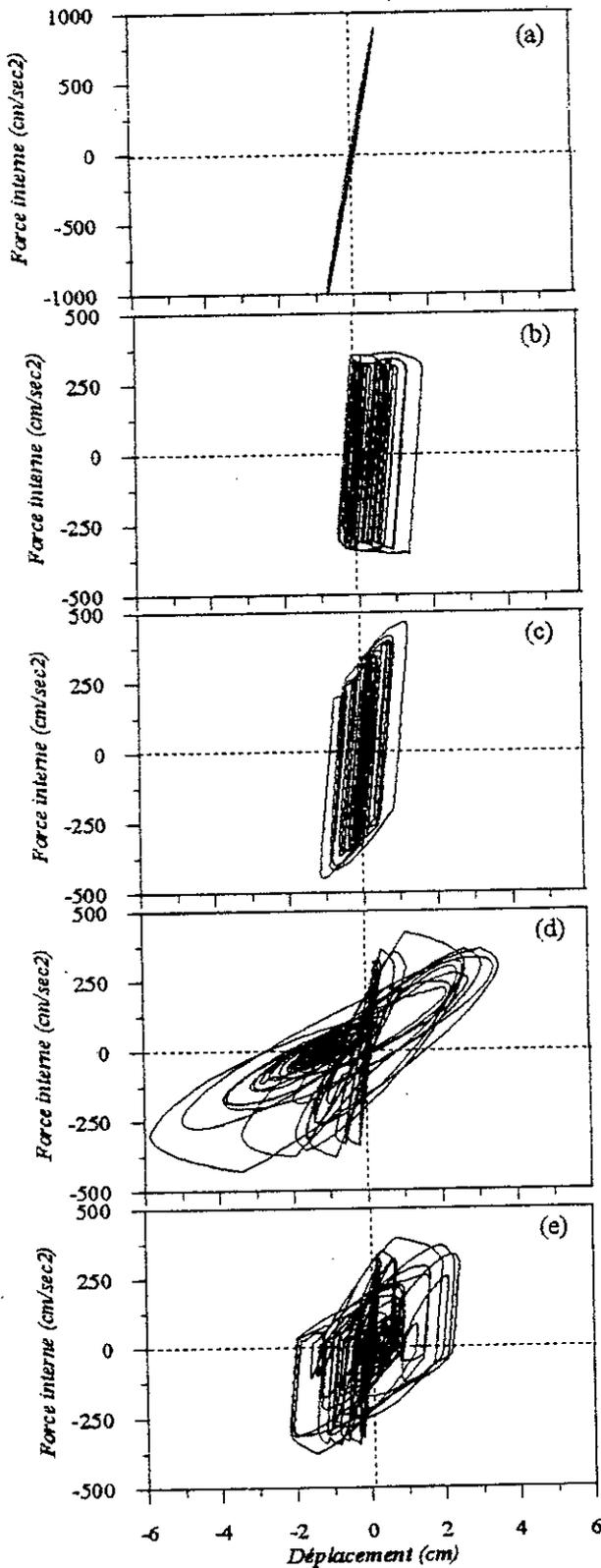
## 5.9 Conclusions

Dans ce chapitre, on a discuté brièvement quatre modèles de comportement hystérétiques fréquemment utilisés dans l'analyse dynamique non-linéaire des structures. Ces modèles sont généralement utilisés pour idéaliser le comportement plastique des structures en acier et en béton. A travers ce chapitre, on a vu que les modèles de comportement EPO et PEN montrent clairement le phénomène de dégradation de rigidité. Ces modèles semblent être prometteurs pour la modélisation des réponses non-linéaires des structures soumises à de fortes excitations sismiques.

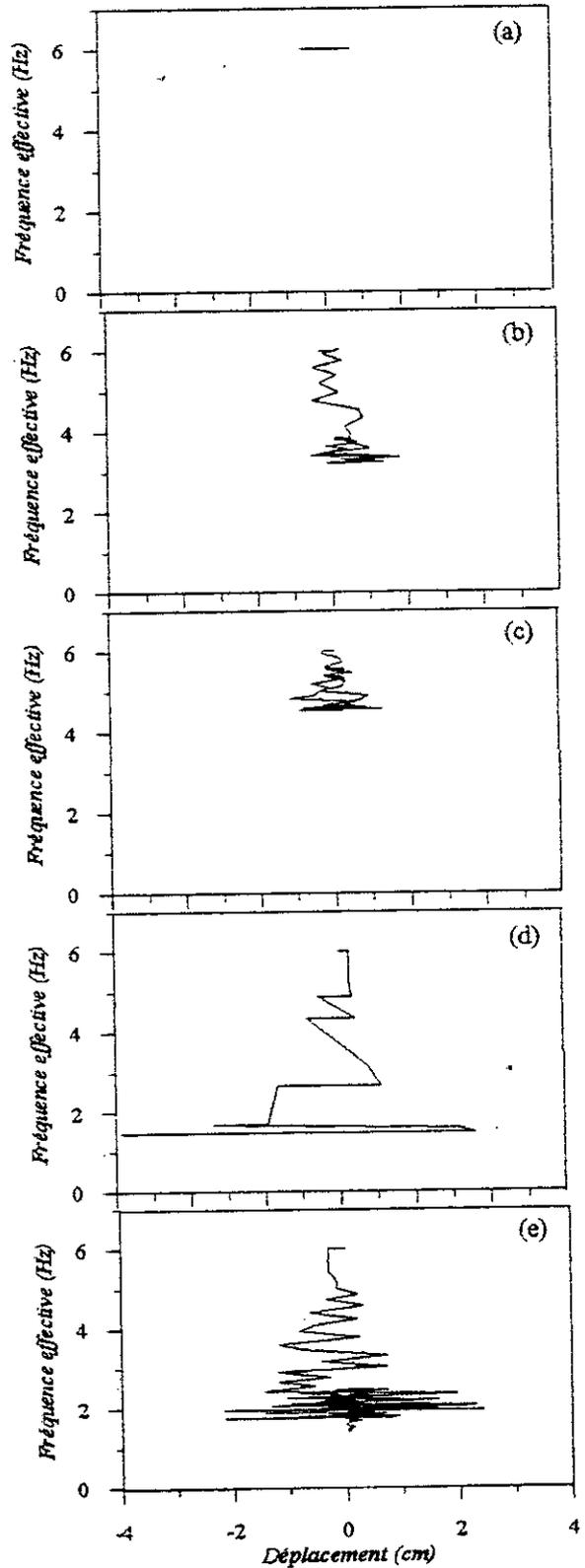
En utilisant les notations de Bendat, Priestly et Mark, on a présenté les relations entrée-sortie pour l'oscillateur linéaire.

Par la suite, On a discuté la procédure d'analyse permettant de résoudre l'équation d'équilibre incrémental dans le cas des oscillateurs non-linéaires.

Les outils développés dans ce chapitre et dans les chapitres précédents vont nous permettre d'identifier et d'analyser les effets, sur les structures, des nonstationnarités caractérisant les mouvements sismiques forts

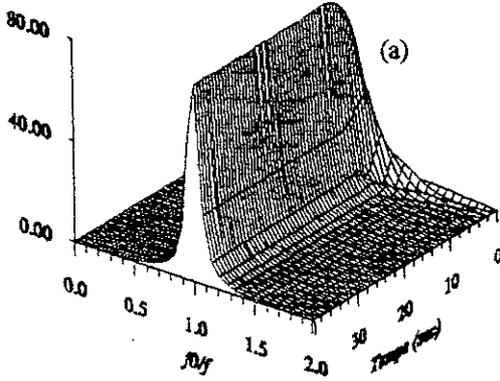


**Figure 5.7** Variation de la force interne.  
 (a) Modèle élastique.  
 (b) Modèle elasto-plastique parfait  
 (c) Modèle elasto-plastique bilinaire.  
 (d) Modèle orienté  
 (e) Modèle de CLOUGH-PENZIEN.

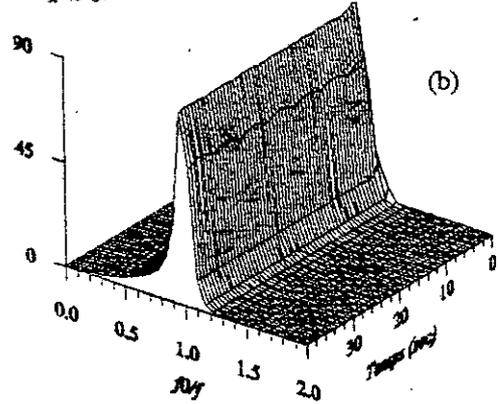


**Figure 5.8** Variation de la fréquence effective.  
 (a) Modèle élastique.  
 (b) Modèle elasto-plastique parfait  
 (c) Modèle elasto-plastique bilinaire  
 (d) Modèle orienté  
 (e) Modèle de CLOUGH-PENZIEN

$$\frac{S_y(t, f)(2\pi f_0)^2}{S_x(f_0)}$$

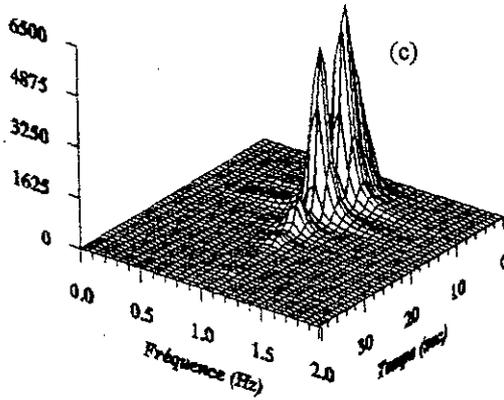


$$\frac{S_y(t, f)(2\pi f_0)^2}{S_x(f_0)}$$

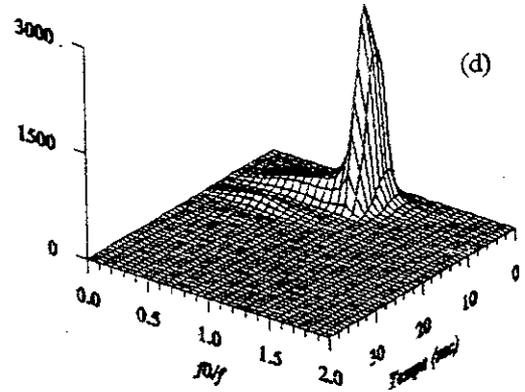


Réponse évolutive développée par Bendat

$$\frac{S_y(t, f)(2\pi f_0)^2}{S_x(f_0)}$$



$$\frac{S_y(t, f)(2\pi f_0)^2}{S_x(f_0)}$$



Réponse évolutive développée par Mark

**Figure 5.10** Réponse évolutive d'un oscillateur élastique simple de fréquence fondamentale.

$f_0 = 1Hz$  pour les cas (a), (c) et  $f_0 = 4Hz$  pour les cas (b), (d)

(a) et (b) Réponse évolutive développée par Bendat.

(c) et (d) Réponse évolutive développée par Mark.

## *CHAPITRE 6*

### *ANALYSES ET RESULTATS*

#### **6.1 Introduction**

La conception et l'évaluation de la résistance des structures, notamment dans le domaine non-linéaire, nécessitent la mise en œuvre de modèles d'excitations sismiques qui puissent prendre en compte, et de manière réaliste, les caractéristiques nonstationnaires observées dans les accélérogrammes réels tels que les variations en fonction du temps de l'intensité et du contenu fréquentiel.

Les précédents modèles de générations d'accélérogrammes synthétiques ont souvent négligé le changement temporel du contenu fréquentiel. Dans la présente étude, nous avons utilisé un modèle de simulation d'accélération sismiques, basé sur le concept du spectre physique et de distribution de phases stochastique. Ce modèle est utilisé pour étudier l'importance des nonstationnarités des accélérations sismiques sur la réponse de modèles structuraux simples tant linéaires que non-linéaires.

Dans un premier temps, nous faisons usage de ce modèle de simulation nonstationnaire stochastique afin d'identifier les effets de la variation (en fonction du temps), de l'enveloppe temporelle et du contenu fréquentiel des mouvements sismiques du sol sur la réponse des structures. Cette identification est faite en présentant la variabilité de la demande de ductilité de l'oscillateur, en terme de spectres de réponses inélastiques probabilistes obtenus pour plusieurs classes d'excitations qui diffèrent les unes des autres par la fonction de densité de probabilité des délais de groupes des ondes sismiques constitutives et par le caractère du contenu fréquentiel évolutif.

La variabilité de la réponse de l'oscillateur peut être expliquée par le phénomène de "résonance mobile". Ce phénomène dépend de la "distance" entre la fréquence effective de la structure et la fréquence dominante du sol ainsi que de l'évolution temporelle de cette "distance". Afin de mieux apprécier l'importance des effets des nonstationnarités de l'input sismique sur la réponse de l'oscillateur, nous analysons leurs incidences sur l'évolution temporelle du phénomène de résonance.

Par la suite, l'investigation est poussée afin de mettre en relief et d'expliquer les conséquences du phénomène de résonance mobile sur les réponses des structures tant linéaires que non-linéaires.

## 6.2 Identification des effets des nonstationnarités

A présent nous utilisons l'outil de simulation nonstationnaire des mouvements forts du sol proposé précédemment pour procéder à l'identification des effets des nonstationnarités sur les réponses des structures en comparant la variabilité des spectres des demandes de ductilité probabilistes obtenus pour plusieurs classes d'excitations qui diffèrent les unes des autres par la fonction de densité de probabilité des délais de groupes des ondes sismiques constitutives et par le caractère du contenu fréquentiel évolutif.

Afin d'amener cette analyse nous générons dans ce qui suit quatre classes de 15 accélérogrammes reconstitués à partir de l'enregistrement accélérométrique du séisme de Loma-Prieta enregistré le 17/10/89.

- Deux classes d'accélérogrammes synthétiques à contenus fréquentiels stationnaires identiques et à contenus phasiques notablement différents : l'un avec une distribution uniforme de l'énergie au cours du temps, conséquence la répartition uniforme des délais de groupes sur la durée du signal et l'autre avec une distribution des dérivées de phases dont les paramètres ( $t_m$  et  $\rho$ ) sont identiques à ceux de l'enveloppe temporelle du signal réel. Nous noterons respectivement ces deux classes par TIFU et TIFD.

Les paramètres spectraux stationnaires (la fréquence moyenne et la dispersion) sont calculés en utilisant les valeurs du spectre évolutif déterminées dans le chapitre (3). Dans le cas présent, les valeurs de la fréquence et de la dispersion sont respectivement prises égales à 2.95 Hz et 1.2 Hz. L'évolution temporelle du contenu spectral stationnaire a été présentée dans le chapitre (3) sur la figure (3.4b).

- Deux classes d'accélérogrammes synthétiques à contenus fréquentiels nonstationnaires identiques et à contenus phasiques différents: l'un avec une distribution uniforme de phases et l'autre avec une distribution des dérivées de phases, que nous dénommerons respectivement TVFU et TVFD. L'évolution temporelle du contenu spectral nonstationnaire a été présentée dans le chapitre (3) sur la figure (3.4a).

Il est évident que l'énergie totale contenue dans chacun des signaux simulés à la même valeur que celle de l'enregistrement original.

Nous présentons respectivement sur les figures (6.1) à (6.4) les formes temporelles des accélérations sismiques simulés ci-dessus. En examinant les figures (6.1) et (6.2) (représentant es signaux stationnaires), on remarque une grande différence entre les enveloppes temporelles qui est principalement due à la représentation statistique des temps d'arrivées des ondes sismiques le long de l'axe des temps. Par contre, les figures (6.3) et (6.4) (représentant les signaux nonstationnaires) montrent des enveloppes temporelles similaires. Cela est peut être dû à la prédominance du contenu fréquentiel.

Les modèles hystérétiques que nous utilisons dans cette analyse sont présentés dans le chapitre (5). Pour caractériser le processus de réponse structurale nous utilisons comme paramètre la demande de ductilité  $\mu$ , définie comme étant le rapport entre le déplacement relatif maximal atteint par la structure à un moment donné de l'histoire temporelle de sa réponse au déplacement élastique ultime.

Pour la suite de l'analyse, il est suggéré de suivre une méthodologie dont les étapes principales sont décrites ci-après.

- Les réponses maximales sont calculées en considérant une force élastique limite établie en référence aux forces sismiques de calcul déduites du règlement parasismique Algérien.
- Les structures sont étudiées pour différentes valeurs de périodes propres de vibrations comprises dans l'intervalle [0 sec-4 sec] prises avec un pas de 0.02 sec. Pour valeur de  $T$ , la ductilité est en fait la moyenne des valeurs correspondantes associées à chacune des réalisations artificielles. La valeur pratique attribuée au taux d'amortissement critique est : 0.05
- La force élastique limite par unité de masse de la structure est prise égale au double de la force sismique de calcul prescrite par le RPA 1981. Ceci équivaut à un coefficient de sécurité égal à 2.

$$F_y = 2ABDQg$$

ou  $g$  : représente la valeur de l'accélération de la pesanteur A, B, D et Q des coefficient dont les définitions et les valeurs considérées dans cette étude sont les suivantes :

$A = 0.25$	Coefficient d'accélération de zone, donné en fonction de l'importance vitale de la structure.
$B = 1/4$	Facteur de comportement de la structure.
$Q = 1.2$	Facteur de qualité de la structure.
$D = 2$ si $0 \text{sec} \leq T \leq 0.3 \text{sec}$	Facteur d'amplification dynamique moyen, dépendant de la nature du sol et donné en
$D = 2(0.3/T)^{0.5}$ si $T > 0.3 \text{sec}$	fonction de la période propre de la structure.

Ainsi, on peut déduire le déplacement élastique limite  $u_Y$  de la structure par

$$u_Y = \frac{F_Y}{4\pi^2} T^2$$

les résultats sont représentés graphiquement en échelle semi-log en raison des variations larges des demandes de ductilité résultants des changements de la période propre de vibration.

Nous fixons à  $p = 0.9; 0.8$  et  $0.4$ , les valeurs des probabilités de confiances des estimations des moyennes et écart-types de la variable " demande de ductilité moyenne" [12], tel qu'il a été procédé dans le chapitre (4).

### 6.2.1 Identification de l'effet de la nonstationnarité en fréquence

Les précédents modèles de simulation des mouvements sismiques du sol ont, dans le but de simplifier l'analyse des vibrations aléatoires, souvent négligé de reproduire de manière réaliste l'évolution temporelle du contenu fréquentiel. Ceci est dû en partie à la difficulté d'incorporer cette nonstationnarité dans les modèles et de l'identifier dans les enregistrements sismiques. Mais cela est en partie dû aussi à l'idée reçue que la nonstationnarité du mouvement en input n'a pas d'effet significatif sur la réponse structurale des structures. Dans ce qui suit, nous utilisons les deux classes d'accélérogrammes TVFD et TIFD simulés ci-dessus pour identifier les effets de la nonstationnarité en fréquence.

Pour chacune de deux classes TVFD et TIFD, on trace respectivement sur les figures (6.5a) à (6.5d) et (6.6a) à (6.6d) les fluctuations probables de la demande de ductilité exprimée par le

facteur  $\mu$  en fonction de la période propre de vibration de la structure pour des intervalles de confiances ( $I_{90}$ ,  $I_{30}$  et  $I_{40}$ ) obtenus à des probabilités de confiances données ci-dessus.

En analysant de près ces figures, on voit bien que pour des périodes naturelles inférieures à  $T = 0.3\text{sec}$ , les modèles de comportements considérés soumis aux signaux synthétiques nonstationnaires TVFD exhibent des demandes de ductilité plus importantes par rapport à ceux des même structures sujettes aux signaux synthétiques stationnaires TIFD. La différence remarquée entre les deux classes, est probablement dû à l'effet de la résonance mobile qui dépend de l'évolution dans le temps, de la "distance" entre la fréquence effective de l'oscillateur et la fréquence moyenne du signal en input. Ces constatations corroborent les observations effectuées par Conte J. P [9].

Indépendamment des lois de comportements retenues, ces figures montrent que sur toute la bande des périodes naturelles considérées [0 sec-4sec], le spectre des demandes de ductilité imposées par le signal original s'inscrit dans l'intervalle à 90% de confiance. On voit aussi sur ces figures, que les niveaux des demandes de ductilité de l'enregistrement réel ont des valeurs en moyenne supérieures à celles produites par les accélérations artificielles stationnaires. En effet, le spectre des demandes de ductilité de l'oscillateur EPB obtenu pour l'accélération réelle est caractérisé au-delà de la période  $T = 2.0\text{sec}$ , par des valeurs nettement supérieures à celles associées aux accélérations artificielles stationnaires. Pour des périodes inférieures à  $T = 2.0\text{sec}$ , les réponses sont comprises dans l'intervalle à 90% de confiance. Les mêmes constatations sont aussi observées entre les réponses des oscillateurs EPP, EPO et PEN obtenues sous l'effet de l'accélérogramme réel et des accélérogrammes stationnaires TIFD.

Cet exemple illustre aussi les erreurs qui découlent d'une procédure de simulation qui ne prend pas en compte, de manière correcte, le caractère nonstationnaire du contenu spectral d'un accélérogramme. En effet, si celle-ci ne prend pas en compte cette nonstationnarité, elle conduise à des signaux artificiels qui n'ont aucune commune mesure avec le signal réel du fait qu'elle ignore totalement la distribution de l'énergie entre les différentes fréquences aux divers instants  $t$ . Par le biais de ce test on a mis en évidence l'aptitude du modèle de simulation nonstationnaire à reproduire des accélérogrammes synthétiques compatibles avec le processus origine.

Ces figures montrent clairement que les demandes de ductilité relatives aux structures de résistance définies conformément au code RPA, dépendent substantiellement des périodes

propres de vibrations de ces structures, les structures rigides nécessitent des demandes de ductilité plus importantes que celles des structures flexible. Ainsi, sous l'effet des deux classes d'accélérogrammes, les structures très flexibles, présentent des facteurs de ductilité au plus égaux à 1, ce qui signifié que leur comportement est élastique. En revanche, le facteur de ductilité est supérieur à 1 pour les structures très rigides, traduisant ainsi un comportement nonl-inéaire de ces structures sous l'effet de l'input sismique donné. On voit aussi que la demande de ductilité dépend également de l'excitation sismique et du modèle de comportement hystérétique.

Ces figures montrent aussi que la demande de ductilité est très sensible au modèle de comportement hystérétique considéré, ainsi, indépendamment de l'input sismique, les modèles de comportements hystérétiques EPO et PEN incluant la dégradation de la rigidité exhibent des demandes de ductilité plus importantes par rapport aux modèles EPP et EPB. En effet, pour une structure soumise à un input sismique nonstationnaire, définie par un coefficient de comportement  $B = 0.25$  et un coefficient d'amortissement  $\xi = 0.05$ , les demandes de ductilité atteignent des valeurs comprises entre 60 et 160 dans le cas du modèle EPO, 25 et 120 dans le cas du modèle PEN pour les valeurs de la période naturelle  $T$  inférieures à 0.3 sec, alors que ces valeurs sont comprises respectivement entre [18-80] et [7, 18] dans le cas des modèles EPP et EPB.

La valeur uniforme du coefficient d'amplification moyen  $D$  sur la plage de périodes prescrite par ce règlement, n'implique pas une demande de ductilité uniforme pour le cas des sols fermes  $T \leq 0.3 \text{ sec}$ . Dans le même ordre d'idées, il est à noter que les valeurs du coefficient de comportement  $B$ , considérées uniformes pour toutes les structures possédant un système de contreventement identique selon les prescriptions du RPA81, ne garantissent pas une demande de ductilité uniforme. En revanche, les résultats de cette étude montrent que la demande de ductilité dépend clairement de la période naturelle de la structure. Ces résultats coïncident avec ceux de ABED [1].

En conclusion, on peut dire que la nonstationnarité du contenu fréquentiel de l'input sismique à un effet significatif sur la réponse des structures, qui est traduit dans la présente étude par une demande de ductilité pouvant être 3 fois plus grande que celle imposée par les accélérations stationnaires.

## 6.2.2 Identification de l'effet de l'enveloppe temporelle

Dans ce paragraphe, nous illustrons l'influence des temps d'arrivées des diverses ondes constitutives sur les réponses des systèmes inélastiques. L'ordre d'arrivées des ondes au site d'enregistrement, géré directement par le processus de rupture via les valeurs des vitesses de ruptures et des propriétés géométriques de la faille, est reproduit par le contenu phasique du signal enregistré. Ainsi, une modification quelconque de cet ordre conduit à des signaux dont les caractéristiques sont complètement transformées par rapport aux originales, comme on peut le voir en comparant les figures (6.1) et (6.2).

Pour traduire l'importance de la distribution des phases contenues dans un accélérogramme, faisons subir, à cet accélérogramme des transformations de manière à modifier l'ordre d'arrivée des différents groupes d'ondes sismiques. Pour cela, nous considérons les deux cas suivants

### 6.2.2a Cas des signaux stationnaires

Nous présentons sur les figures (6.7a) à (6.7d) les spectres des demandes de ductilité probabilistes des systèmes inélastiques dont les caractéristiques sont identiques à celles retenues plus haut obtenus pour la classe d'accélérogrammes synthétiques TIFU.

En analysant de près les figures (6.6a) à (6.6d) et (6.7a) à (6.7d), on voit bien que l'effet de l'enveloppe temporelle se traduit par des amplitudes de la réponse relativement plus importantes que celles obtenues pour le cas uniforme.

La demande de ductilité imposée par les signaux stationnaires uniformes est relativement plus importante pour les oscillateurs de période comprise entre 0.2 sec et 0.4 sec, alors que pour les signaux stationnaires à dérivées de phases cette demande est relativement plus importante pour les systèmes hauts fréquences.

On remarque aussi qu'il n'y a aucune corrélation possible entre la réponse accélérométrique réelle et l'accélération à phases uniformes. L'effet sur les structures de l'accélérogramme réel est souvent en dehors de l'intervalle à 90% de confiance.

La différence remarquée entre les deux classes, est peut être dû à une évolution, dans le temps, des variations de la fréquence effective de l'oscillateur sous l'effet des accélérations de chacune de ces deux classes. L'évolution temporelle du signal a un effet sensible sur la

réponse de la structure qui est traduit dans la présente étude par une demande de ductilité pouvant être 16 fois plus grande lorsque les phases sont distribuées autour du temps moyen  $t_m$  (distribution des dérivées de phases) par rapport à une distribution de phases uniforme.

### 6.2.2b Cas des signaux nonstationnaires

En examinant les figures (6.5a) à (6.5d) et (6.8a) à (6.8d) on voit que pour un même contenu spectral nonstationnaire, les spectres de réponses des accélérogrammes artificiels à distribution de phases uniforme TVFU ont globalement les mêmes fluctuations que celles qui caractérisent les accélérogrammes synthétiques à "dérivées de phases" TVFD.

Le spectre de réponse dû à l'accélération réelle semble s'inscrire dans l'intervalle à 90% de confiance pour tous les modèles de comportements retenus.

Il est très difficile de tirer des conclusions cohérentes en ce qui concerne l'effet de la distribution de phases choisie sur l'évaluation des spectres de réponses. La forte relation entre le spectre physique et les amplitudes nonstationnaires des fonctions de base qui constituent le modèle, nous a empêché de mettre en relief l'effet des délais de groupes des ondes sismiques constitutives sur la nonstationnarité temporelle des accélérations sismiques. Ainsi, on peut dire que la variation du contenu fréquentiel semble être prédominante par rapport à la variation de l'enveloppe temporelle.

L'effet des nonstationnarités des mouvements forts du sol dus aux tremblements de terre peut probablement s'expliquer par le phénomène de résonance mobile. En effet, les variations de la fréquence effective du système inélastique au fur et à mesure que la plastification a lieu et de la fréquence moyenne instantanée de l'accélérogramme sont susceptibles d'expliquer les différences observées en fonction des changements provoqués par les caractéristiques des signaux d'excitations.

## 6.3 Mise en évidence de la résonance mobile

Afin d'analyser les effets de la nonstationnarité sur la résonance mobile nous procédons de manière identique qu'au paragraphe précédent. Ainsi, quatre échantillons d'accélérations sismiques sont extraits de chacune des quatre classes précédentes afin d'analyser sous l'effet de chacun d'eux l'évolution temporelle de la fréquence effective de l'oscillateur comparativement à la fréquence moyenne de l'excitation.

Les deux accélérogrammes à contenus fréquentiels stationnaires et à contenus phasiques différent sont successivement utilisés comme input pour analyser la réponse en fréquence effective des systèmes inélastiques considérés. Nous présentons respectivement sur les figures (6.9a2) à (6.9d2) et (6.10a2) à (6.10d2) l'évolution temporelle de cette fréquence pour les deux fréquences initiales  $f_0 = 4\text{Hz}$  et  $f_0 = 6\text{Hz}$ . On remarque que la perte de rigidité est plus prononcée dans le cas de l'accélérogramme à enveloppe temporelle variable. Pour les deux accélérogrammes considérés, la course représentative des variations de fréquence effective du système EPO montre que ce dernier entre en résonance avec l'excitation une seule fois pendant toute la durée du mouvement et ce durant les 4 premières secondes pour une fréquence initiale du système  $f_0 = 4\text{Hz}$  et entre 5-10 secondes pour une fréquence initiale  $f_0 = 6\text{Hz}$ .

Nous présentons sur les figures (6.9a1) à (6.9d1) et (6.10a1) à (6.10d1) l'évolution temporelle de la fréquence effective des systèmes inélastiques considérés ( $f_0 = 4\text{Hz}$  et  $f_0 = 6\text{Hz}$ ) pour deux accélérogrammes ayant le même contenu fréquentiel nonstationnaire et un contenu phasique différent. Les résultats obtenus confortent ceux de l'analyse de la variabilité de la demande de ductilité faite dans le paragraphe (§6.2.2b). Ainsi, sous l'effet de ces deux accélérogrammes, les systèmes incluant la dégradation de la rigidité (EPO et PEN) présentent des variations de la fréquence effective relativement comparables sur toute la durée du mouvement. Ce résultat mis en évidence la prédominance du contenu fréquentiel sur l'effet de l'enveloppe temporelle.

On remarque aussi que plus la structure a une fréquence élevée plus elle balaye une large bande fréquentielle en se ramollissant ayant ainsi plus de chance d'entrer en résonance avec le signal d'excitation nonstationnaire un plus grand nombre de fois qu'elle ne le fait avec le signal stationnaire, comme on peut le voir en comparant, par exemple, les figures (6.9c1) à (6.9c2) et (6.10c1) à (6.10c2). Par ailleurs, pour le signal stationnaire, le ramollissement de la structure lors de la première résonance provoque une diminution de la fréquence effective du système qui transfère la structure hors de la zone de résonance avec le mouvement du sol.

La poursuite de la fréquence effective du système avec la fréquence dominante du mouvement du sol est appelée phénomène de résonance mobile. Ce phénomène peut expliquer les résultats obtenus dans le paragraphe (§6.2.1).

## 6.4 Effets de la résonance mobile

Dans ce qui suit, nous allons mettre en relief et expliquer les conséquences de la résonance mobile sur les réponses des structures tant dans le domaine linéaire que non-linéaire.

### 6.4.1 Dans les systèmes élastiques

Pour mener cette analyse, nous considérons les trois classes d'accélération sismiques TVFD, TIFD et TIFU. La réponse du système élastique est analysée à travers le déplacement relatif maximum, le temps d'occurrence du déplacement maximum et la durée de la réponse qui est définie comme étant le temps séparant les deux instants où l'énergie atteint pour la première fois la valeur de 50% de l'énergie totale et celui où elle l'atteint pour la dernière fois [28]. Les résultats obtenus sont illustrés sur les figures (6.11a) à (6.11d).

La première constatation est liée aux fluctuations en fonction de la fréquence initiale relativement plus importantes des valeurs des paramètres cités plus haut imposées par les accélérations nonstationnaires TVFD par rapport à celles obtenues sous l'effet des signaux stationnaires TIFD et TIFU.

L'analyse de la figure (6.11a) montre que pour une fréquence fondamentale  $f_0 = 0.5\text{Hz}$ , la réponse (en déplacement relatif maximum) obtenue sous l'effet des signaux nonstationnaires est relativement plus importante que les réponses obtenues sous l'effet des signaux stationnaires TIFD et TIFU. Au-delà de  $f_0 = 2\text{Hz}$ , la différence remarquée entre ces réponses devient insignifiante. On voit aussi, que l'amplitude de la réponse est fonction du produit  $\xi f_0$  plus ce produit augmente plus l'amplitude de la réponse diminue.

Pour certaines fréquences initiales le temps d'occurrence moyen obtenu sous l'action des excitations nonstationnaires TVFD est deux fois plus grand que celui obtenu sous l'effet des signaux stationnaires TIFD. De même pour la durée moyenne. Contrairement au cas précédent et pour certaines fréquences initiales, le temps d'occurrence moyen obtenu sous l'effet des excitations nonstationnaires TVFD est 3 fois plus petit que celui obtenu sous l'action des signaux stationnaires TIFU.

L'explication qu'on peut donner à ces grandes fluctuations réside dans le fait que lors de la simulation du signal stationnaire (TIFU ou TIFD), l'évolution temporelle du contenu spectral a été occultée. Cela a par conséquent de répartir, à chaque instant  $t$ , l'énergie totale moyenne, sur une bande spectrale constante. En revanche, le signal sismique nonstationnaire

est caractérisé par une nonstationnarité en amplitude temporelle et une nonstationnarité en contenu fréquentiel, en plus clair, les ondes constituant ce signal étant caractérisées par des durées différentes, ce qui se traduit par des mouvements en basses fréquences de durées plus grandes que celles des mouvements hauts fréquences, comme on peut le voir sur la figure (3.4a). Ainsi, à l'inverse du signal stationnaire, l'énergie moyenne instantanée est répartie sur une bande spectrale variable. Cette double nonstationnarité traduit la nette différence qui existe entre les fluctuations des paramètres décrit plus haut sous l'action de ces deux classes d'accélération sismiques.

Afin de mieux expliquer les fluctuations des valeurs des paramètres caractérisant la réponse élastique, nous présentons respectivement sur les figures (6.12a1) à (6.12c1) les spectres évolutifs de la réponse (déplacement) d'un oscillateur linéaire ( $\xi = 0.05$ ) soumis à une accélération sismique à contenu fréquentiel nonstationnaire obtenus respectivement pour les différentes fréquences initiales suivantes :  $f_0 = 1\text{Hz}, 2\text{Hz}$  et  $5\text{Hz}$ . Pour ces mêmes fréquences, les figures (6.12a2) à (6.12c2) représentent les spectres évolutifs du déplacement d'un oscillateur linéaire ( $\xi = 0.05$ ) soumis à une accélération sismique stationnaire.

En analysant de près ces figures, on remarque à premier lieu que pour des fréquences initiales élevées, la fréquence associée au pic d'amplitude de la réponse nonstationnaire tend vers les basses fréquences au fur et à mesure que  $t$  augmente, alors que dans le cas stationnaire celle-ci reste invariante et localisée à  $f = f_0$ .

La figure (6.12c1) montre que pour des valeurs du temps inférieures à 10 sec, le spectre évolutif du déplacement obtenu sous l'effet du signal nonstationnaire est caractérisé par une atténuation très importante par rapport au spectre évolutif stationnaire. Ce résultat reflète l'importance des effets combinés de la nonstationnarité en amplitudes temporelles et en contenu fréquentiel caractérisant le signal nonstationnaire.

En conclusion, on peut dire que les variations des paramètres (décrits ci-dessus) caractérisant la réponse de l'oscillateur élastique soumis aux accélérations stationnaires sont contrôlées par l'enveloppe temporelle, alors que, les variations de ces paramètres sous l'action des signaux nonstationnaires dépendent de l'effet de la double nonstationnarité caractérisant les mouvements sismiques.

### 6.5.2 Dans les systèmes inélastiques

Dans ce qui suit, nous considérons trois échantillons d'accélération sismiques extraits de chacune des classes TVFD, TIFD et TIFU. Les figures (6.13a), (6.14a) et (6.15a) illustrent les histoires temporelles en déplacement relatif et les diagrammes "Force-Déplacement" du système élastique de fréquence fondamentale amortie ( $\xi = 0.05$ ),  $f_0$ , égale à 6 Hz, obtenues pour les trois échantillons d'accélération sismiques retenues précédemment, respectivement nous dénommerons ces réponses (en déplacement) par LTVFD, LTIFD et LTIFU.

Par ailleurs, les figures (6.13b) à (6.13e), (6.14b) à (6.14e) et (6.15b) à (6.15e) montrent les réponses en déplacement et les diagrammes "Force-Déplacement" des systèmes inélastiques définis par les mêmes caractéristiques précédentes et un déplacement élastique limite  $u_y$ , égal à 0.35cm obtenues pour les trois accélérations précédentes, que nous noterons respectivement NTVFD, NTIFD et NTIFU.

La première constatation est liée aux valeurs relativement plus importantes des amplitudes des réponses obtenues sous l'effet du signal nonstationnaire par rapport à celles obtenues sous l'action des accélérations stationnaires (TIFD et TIFU). On constate aussi que pendant toute la durée de l'excitation, le système élastique vibre autour d'une position Zéro fixe, tandis que les systèmes inélastiques, après avoir subi des déformations inélastiques, vibrent chacun, autour d'une nouvelle position. Cette nouvelle position d'équilibre est très apparente sur les diagrammes "Force-Déplacement" de la structure.

En effets, le système EPP amorti sous l'effet du signal nonstationnaire accuse une déformation plastique résiduelle relativement plus grande que celle obtenue pour le même système sous l'effet du signal stationnaire à dérivées de phases, c'est la raison pour laquelle, sur le diagramme "Force-Déplacement", sa nouvelle position d'équilibre se trouve plus éloignée, en comparaison à celle du même système sous l'effet du signal stationnaire à dérivées de phases.

A l'examen de ces figures, on remarque que les réponses en déplacement relatif des systèmes inélastiques imposées par les accélérations précédentes présentent des amplitudes maximales différentes, se produisent à des instants différents. Ainsi, sous l'effet du signal stationnaire a distribution de phases uniformes, les systèmes inélastiques présentent des facteurs de ductilité au plus égaux à 1, ce qui signifie que leur comportement est élastique.

La valeur maximale de la réponse NTVFD du système EPO est deux fois plus grande que celle associée à la réponse NTIFD du même système. On constate aussi une amplification considérable de la réponse NTVFD (EPO) en déplacement relatif par rapport à la réponse LTVFD, dans ce cas le facteur d'amplification est presque égale à 10. La différence remarquée entre ces réponses est due à l'effet de la résonance mobile qui traduit l'évolution temporelle de la "distance" entre la fréquence effective du système et la fréquence moyenne du signal en input. Ainsi, pour donner une explication à ces grandes amplifications, il est tout à fait logique de suivre cette évolution, afin de localiser les points de résonances.

Les figures (6.16a) à (6.16d) et (6.17a) à (6.17d) illustrent l'évolution temporelle des fréquences effectives des systèmes élastique et inélastique (EPO) imposée par les excitations nonstationnaire et stationnaire. En analysant de près ces figures, on voit que durant le ramollissement du système EPO la fréquence effective de ce dernier entre en résonance avec le signal nonstationnaire à plusieurs reprises sur toute la durée du temps comprise entre  $t=4$  sec et  $t=30$  sec. Au-delà de l'instant  $t=20$  sec, la réponse NTVFD est considérablement réduite, la structure continue son mouvement avec des amplitudes nettement inférieures, cette réduction est attribuée à l'effet de l'enveloppe temporelle. Par ailleurs sous l'effet du signal stationnaire, ce système exhibe lors de son ramollissement une résonance instantanée localisée à l'instant  $t=8.5$  sec. Au-delà de  $t=15$  sec, la réponse NTIFD continue son mouvement avec des amplitudes relativement constantes jusqu'à la fin du signal, cela est dû à l'évolution de la "distance" définie ci-dessus qui reste constante au-delà du point de résonance. Les mêmes conclusions que pour le cas précédent sont déduites en analysant la réponse NTVFD et LTVFD. Ainsi, ces fortes amplifications trouvent leur explication dans le phénomène de résonance mobile.

Les observations déduites des figures (6.16a) et (6.16b) confortent les résultats obtenus au paragraphe (§6.4.1). La réponse LTVFD montre la prédominance de la variation du contenu fréquentiel par rapport à la variation de l'enveloppe temporelle. Par contre, la réponse LTIFD montre la prédominance de l'enveloppe temporelle.

La course représentative des variations de la fréquence effective du système inélastique PEN illustrée sur les figures (6.18a) à (6.18d) montre que ce dernier entre en résonance avec l'input sismique (nonstationnaire ou stationnaire) une seule fois pendant toute la durée du mouvement et ce durant les 25 dernières secondes. Le temps d'occurrence du déplacement maximum est localisé au voisinage du centre de gravité de l'enveloppe temporelle.

L'évolution temporelle de la fréquence effective explique la différence remarquée entre les réponses des modèles inélastiques EPO et PEN. En se basant sur cet exemple, on peut dire que l'amplitude de la réponse est grandement dépendante de l'énergie répartie dans les surfaces d'intersections.

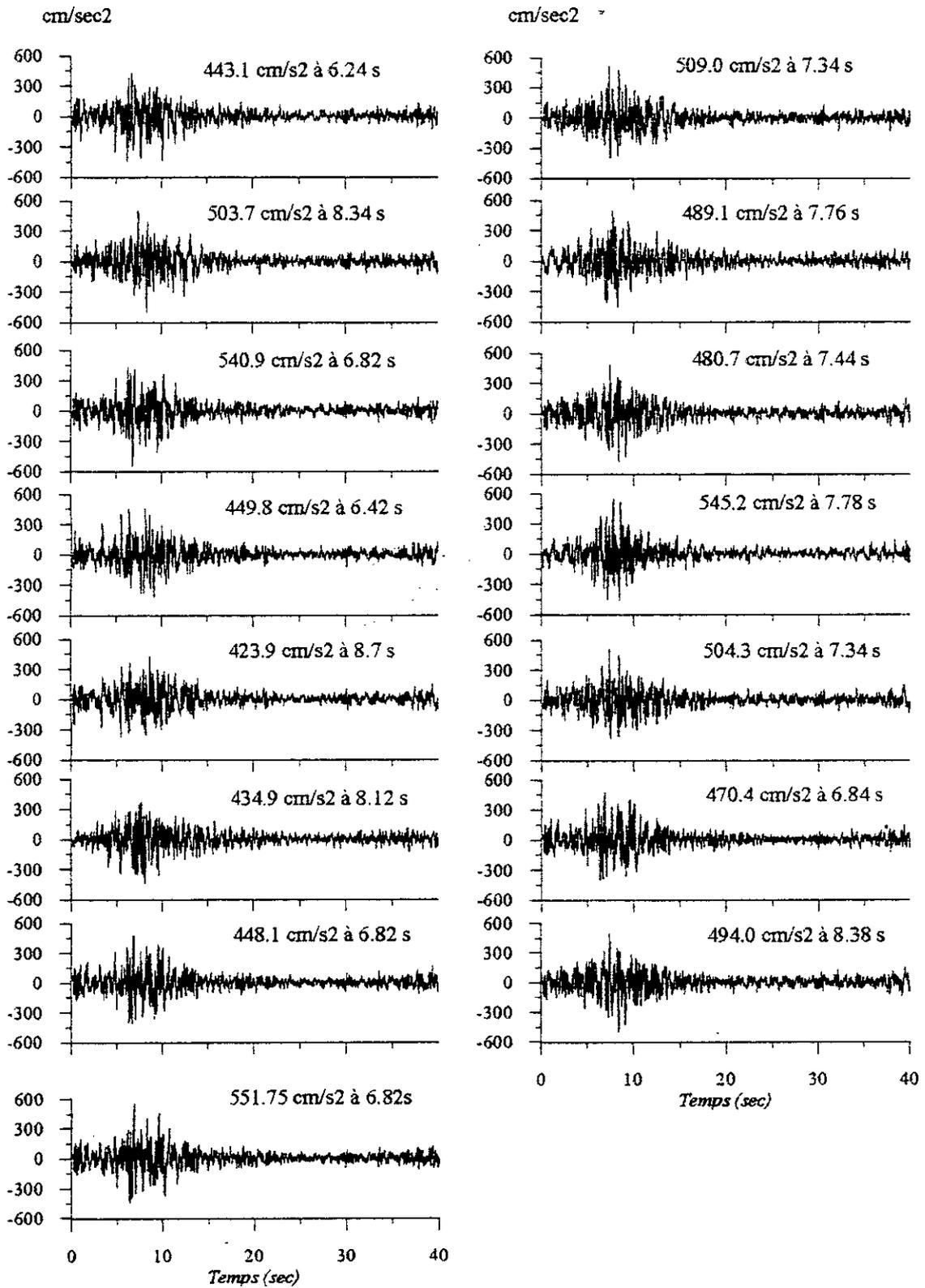


Figure 6.1 Simulation monodimensionnel stationnaire des accélérations sismiques Fenêtre Gaussienne et distribution des dérivées de phases (TIFD)

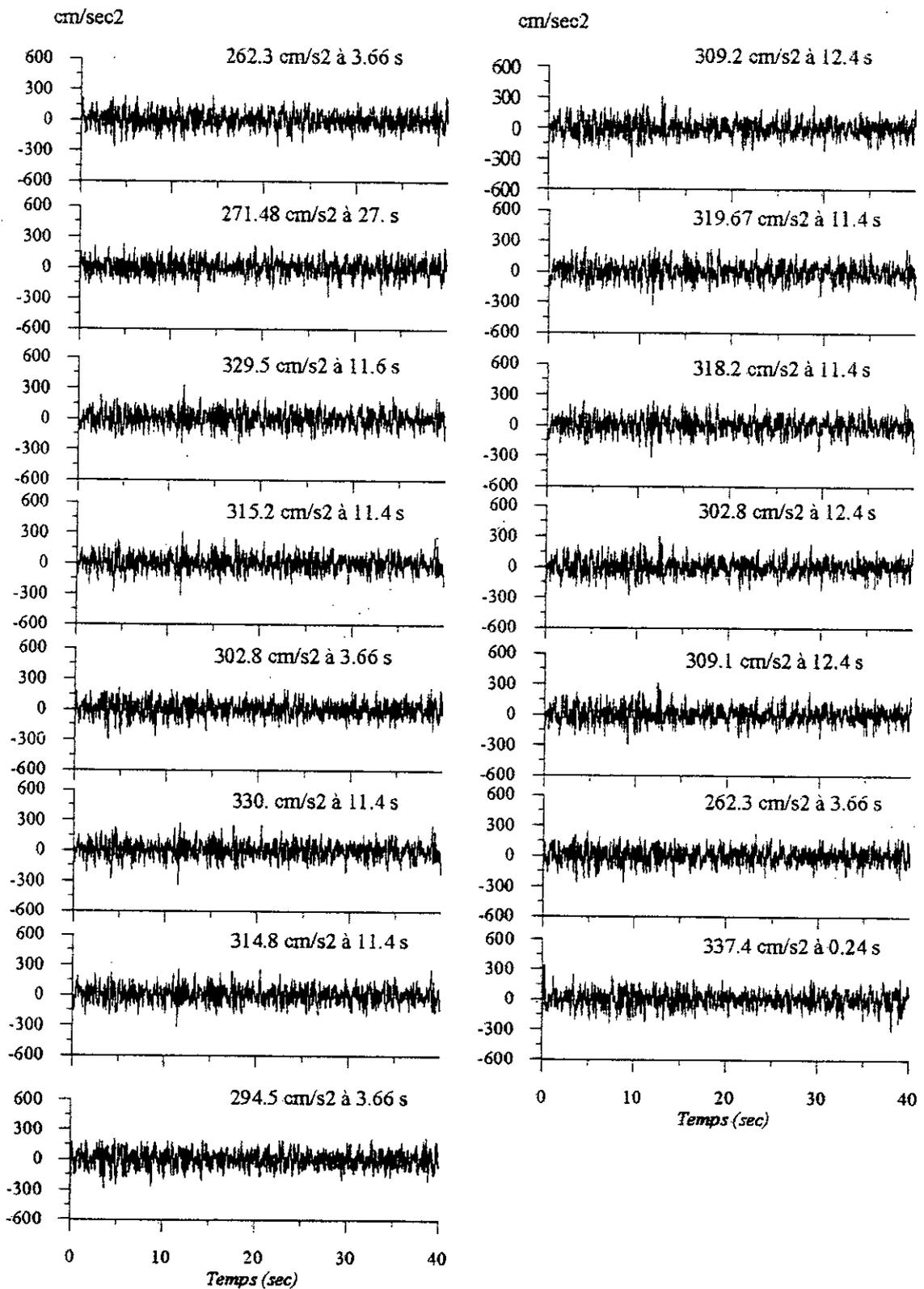


Figure 6.2 Simulation monodimensionnel stationnaire des accélérations sismiques Fenêtre Gaussienne et distribution de phases uniforme (TIFU)

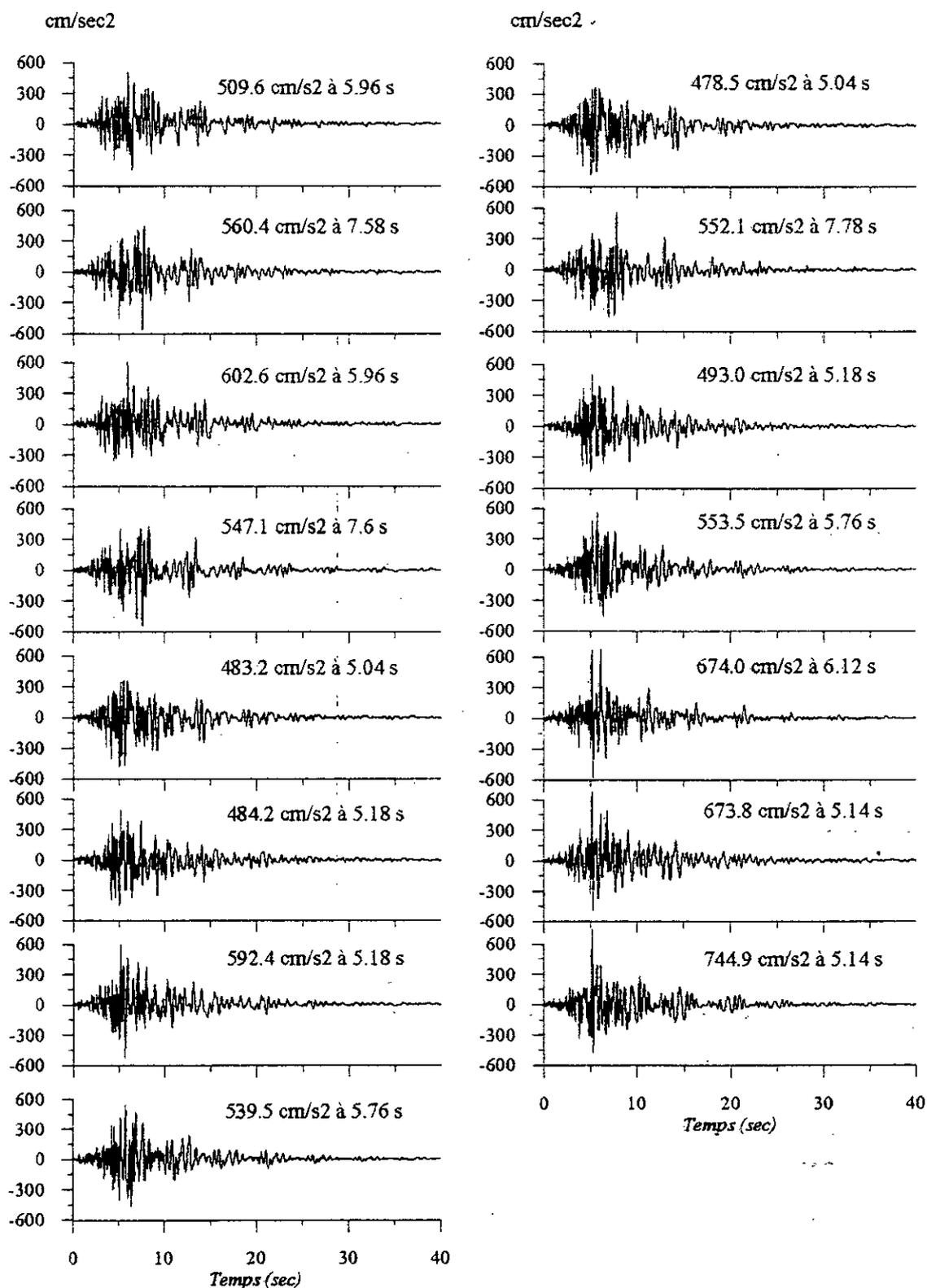


Figure 6.3 Simulation monodimensionnelle nonstationnaire des accélérations sismiques  
Fenêtre Gaussienne et distribution des dérivées de phases (TVFD)

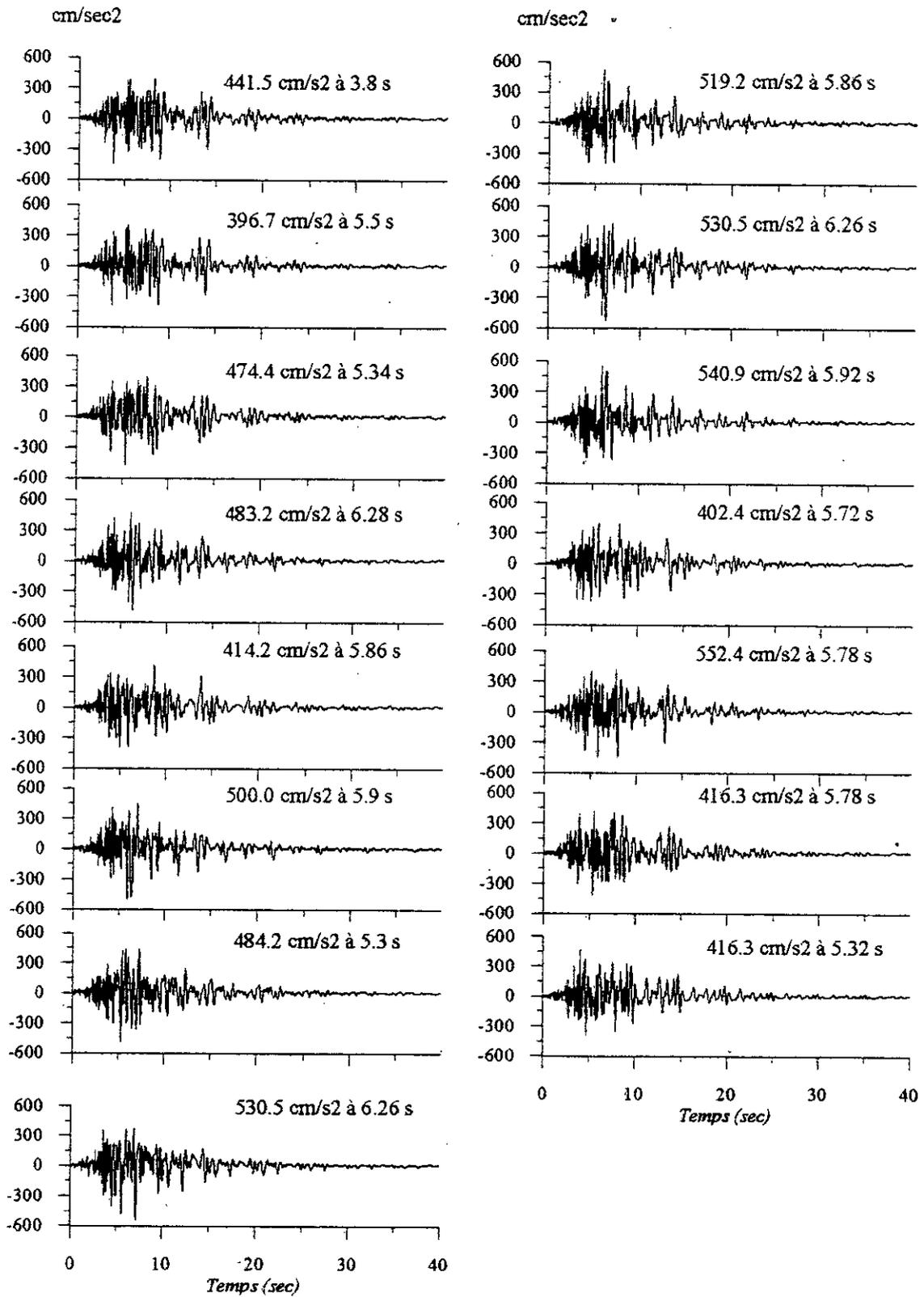


Figure 6.4 Simulation monodimensionnel nonstationnaire des accélérations sismiques Fenêtre Gaussienne et distribution de phases uniforme (TVFU)

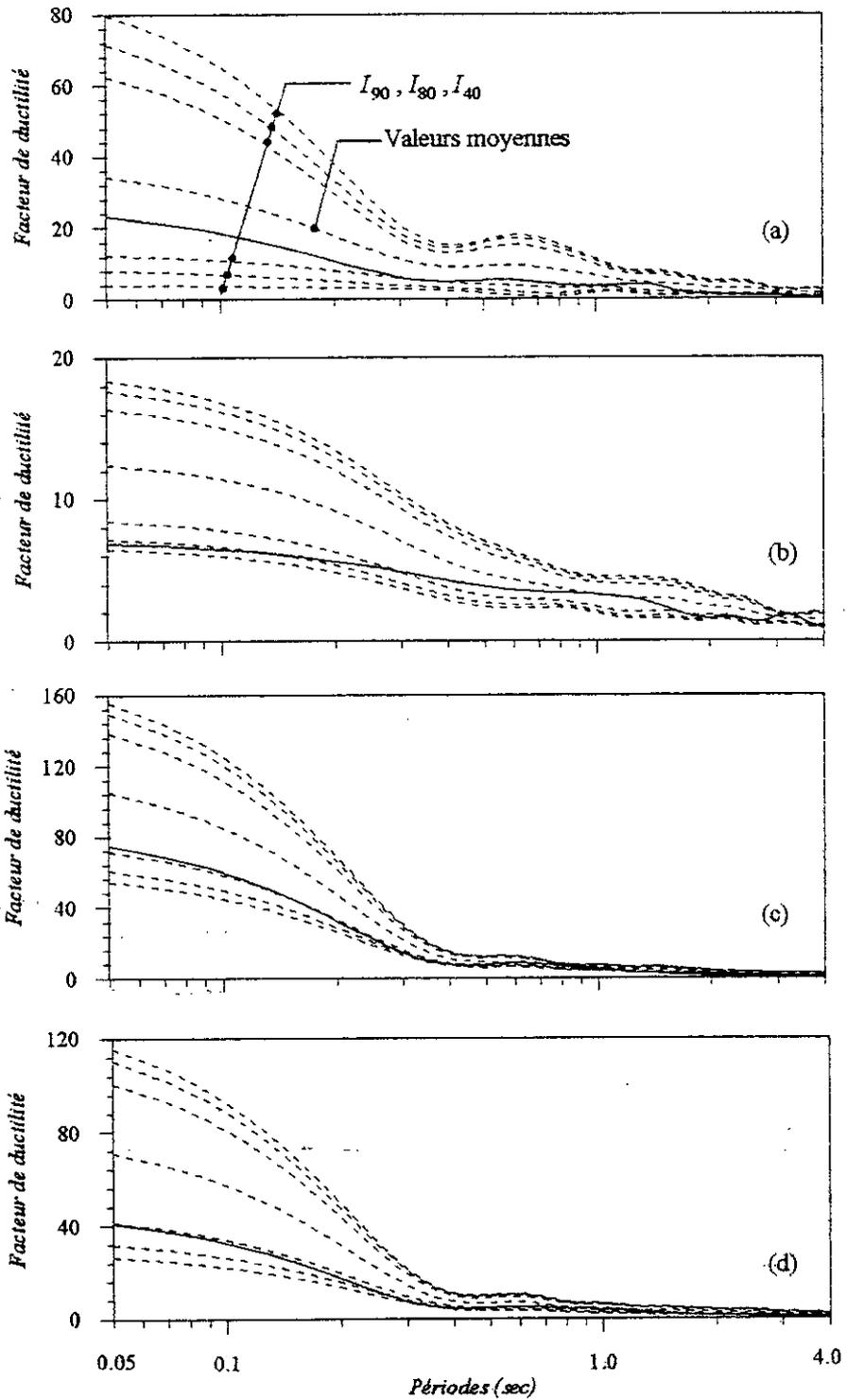
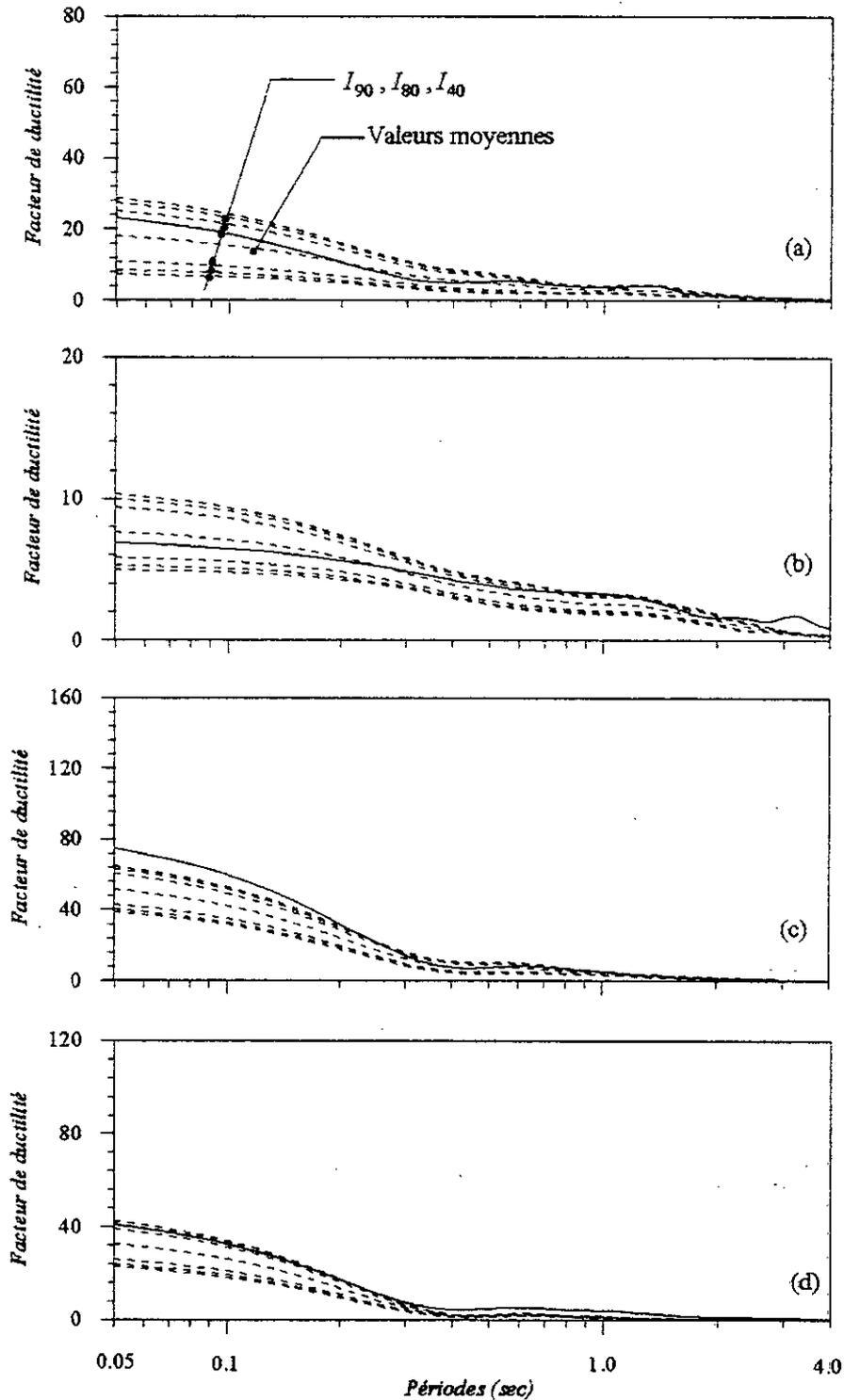


Figure 6.5 Spectres des demandes de ductilité réels et probabilistes.

- (—) Spectre du signal réel.
- (----) Spectres des accélérogrammes TVFD.
- (a) Spectre de demande de ductilité du modèle EPP.
- (b) Spectre de demande de ductilité du modèle EPB ( $p=0.1$ ).
- (c) Spectre de demande de ductilité du modèle EPO.
- (d) Spectre de demande de ductilité du modèle PEN



**Figure 6.6** Spectres des demandes de ductilité réels et probabilistes.

- (—) Spectre du signal réel.
- (---) Spectres des accélérogrammes TIFD.
- (a) Spectres des demandes de ductilité du modèle EPP.
- (b) Spectres des demandes de ductilité du modèle EPB( $p=0.1$ )
- (c) Spectres des demandes de ductilité du modèle EPO.
- (d) Spectres des demandes de ductilité du modèle PEN

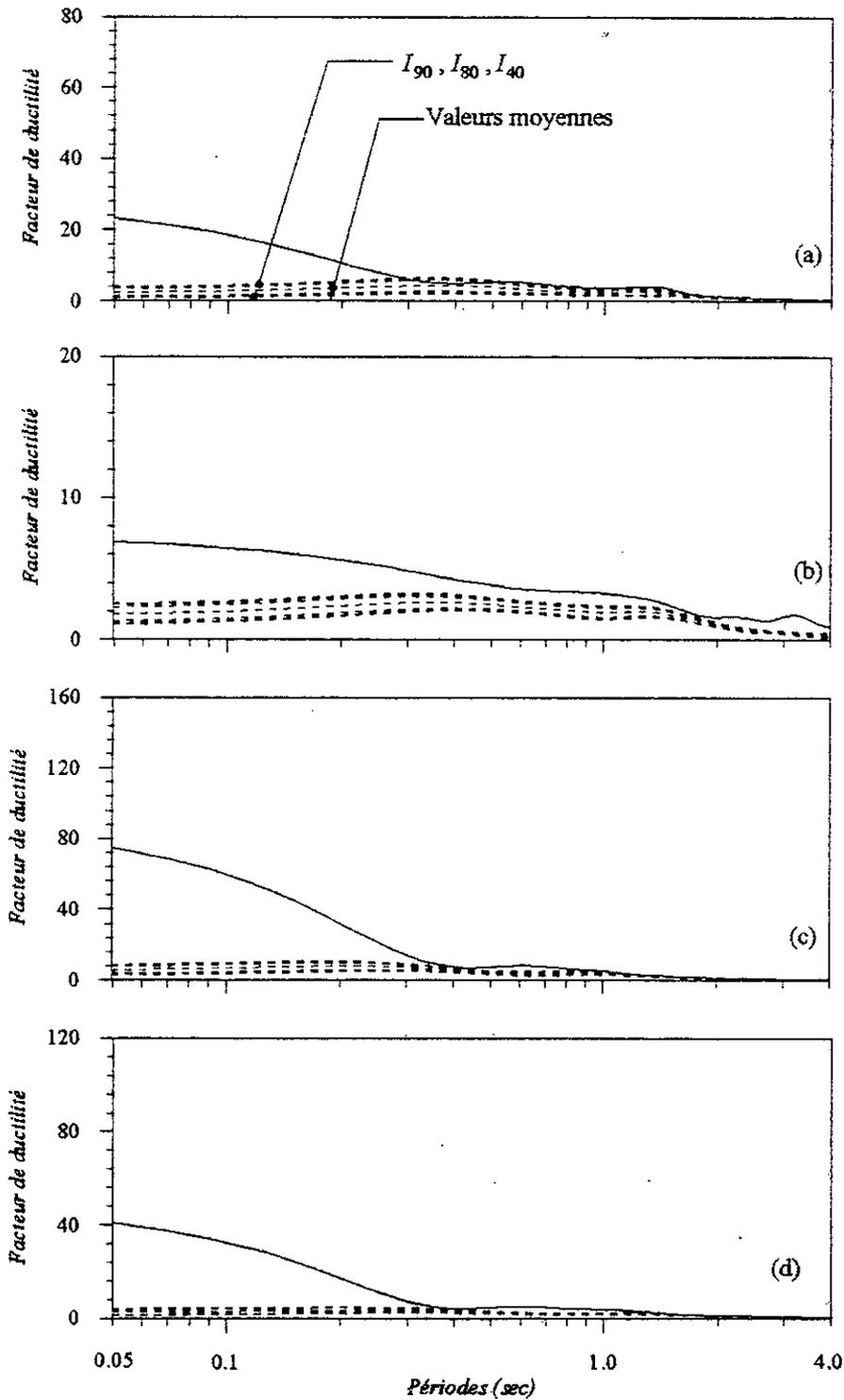
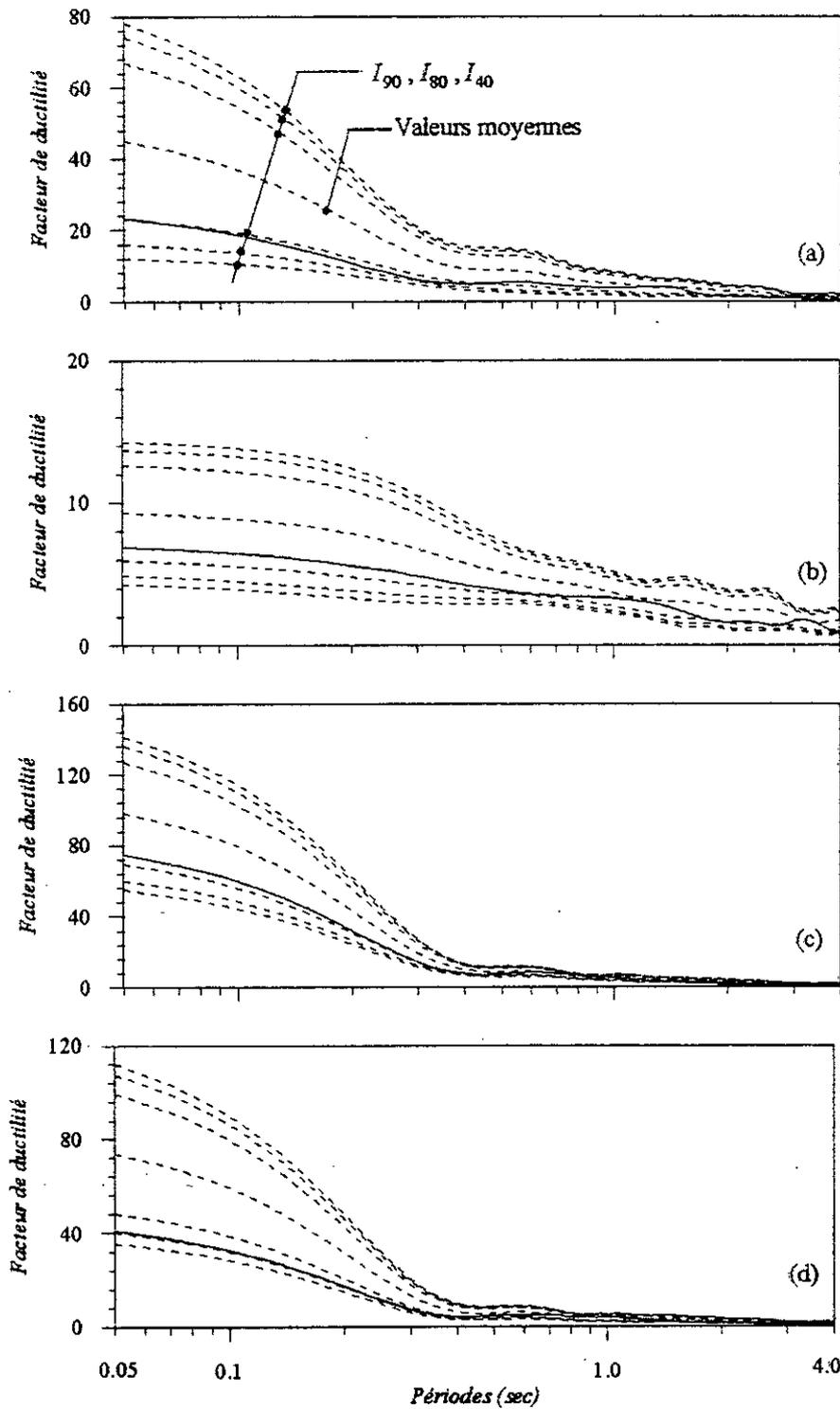


Figure 6.7 Spectres des demandes de ductilité réels et probabilistes.

- (—) Spectre du signal réel.
- (---) Spectres des accélérogrammes TIFU.
- (a) Spectres des demandes de ductilité du modèle EPP.
- (b) Spectres des demandes de ductilité du modèle EPB(  $p=0.1$ ).
- (c) Spectres des demandes de ductilité du modèle EPO.
- (d) Spectres des demandes de ductilité du modèle PEN



**Figure 6.8** Spectres des demandes de ductilité réels et probabilistes.

- (—) Spectre du signal réel.
- (---) Spectres des accélérogrammes TVFU.
- (a) Spectres des demandes de ductilité du modèle EPP.
- (b) Spectres des demandes de ductilité du modèle EPB(  $p=0.1$  )
- (c) Spectres des demandes de ductilité du modèle EPO.
- (d) Spectres des demandes de ductilité du modèle PEN

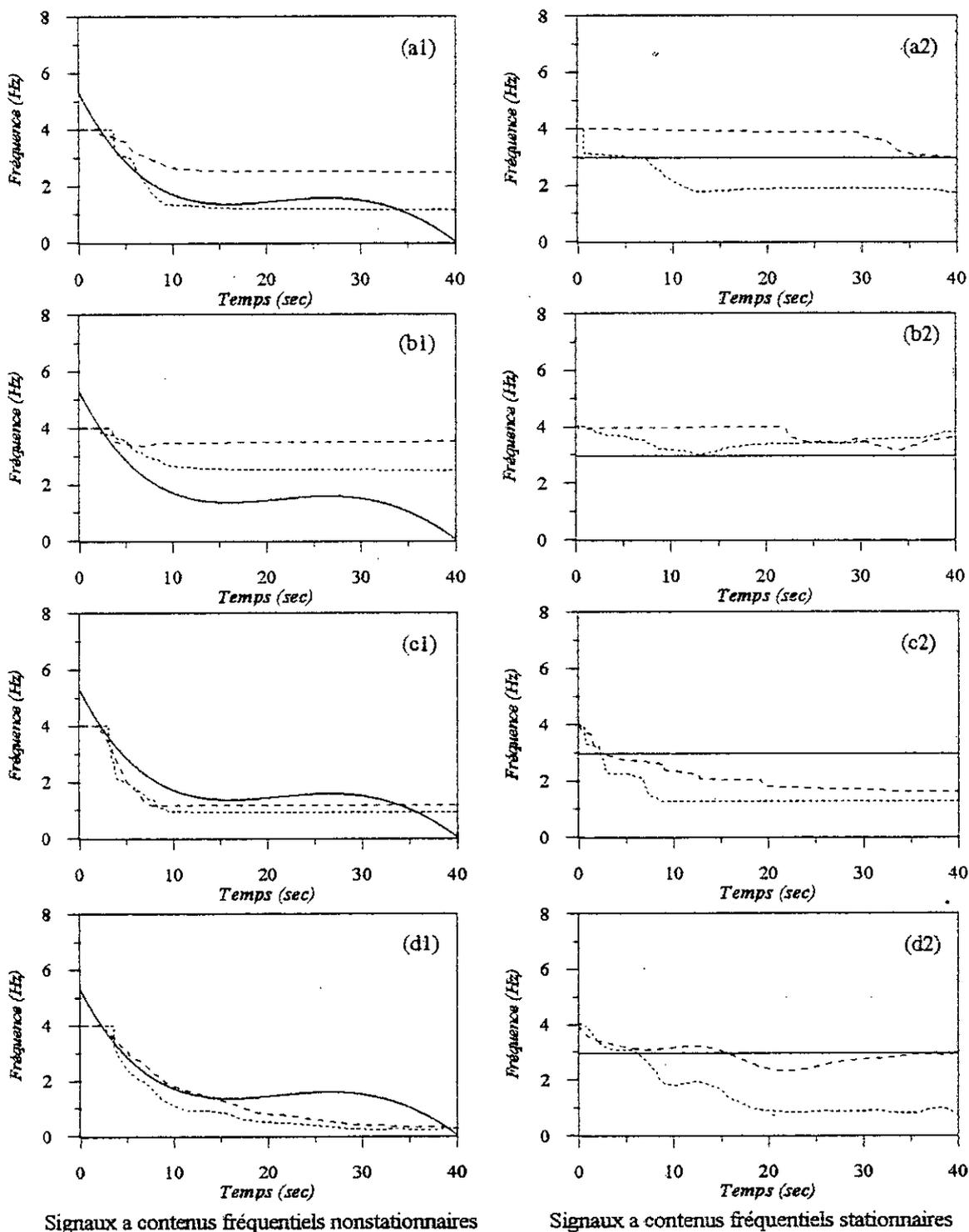
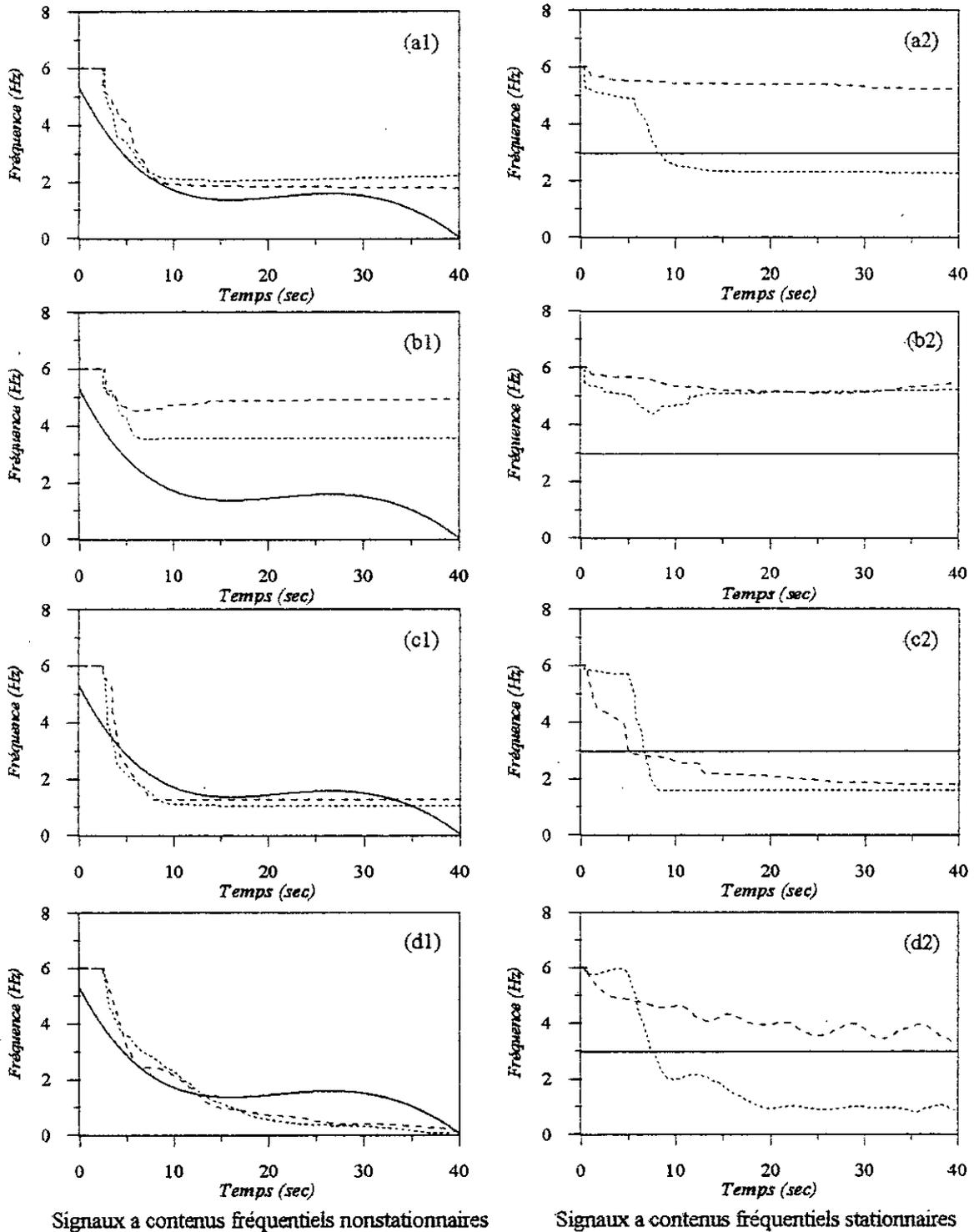


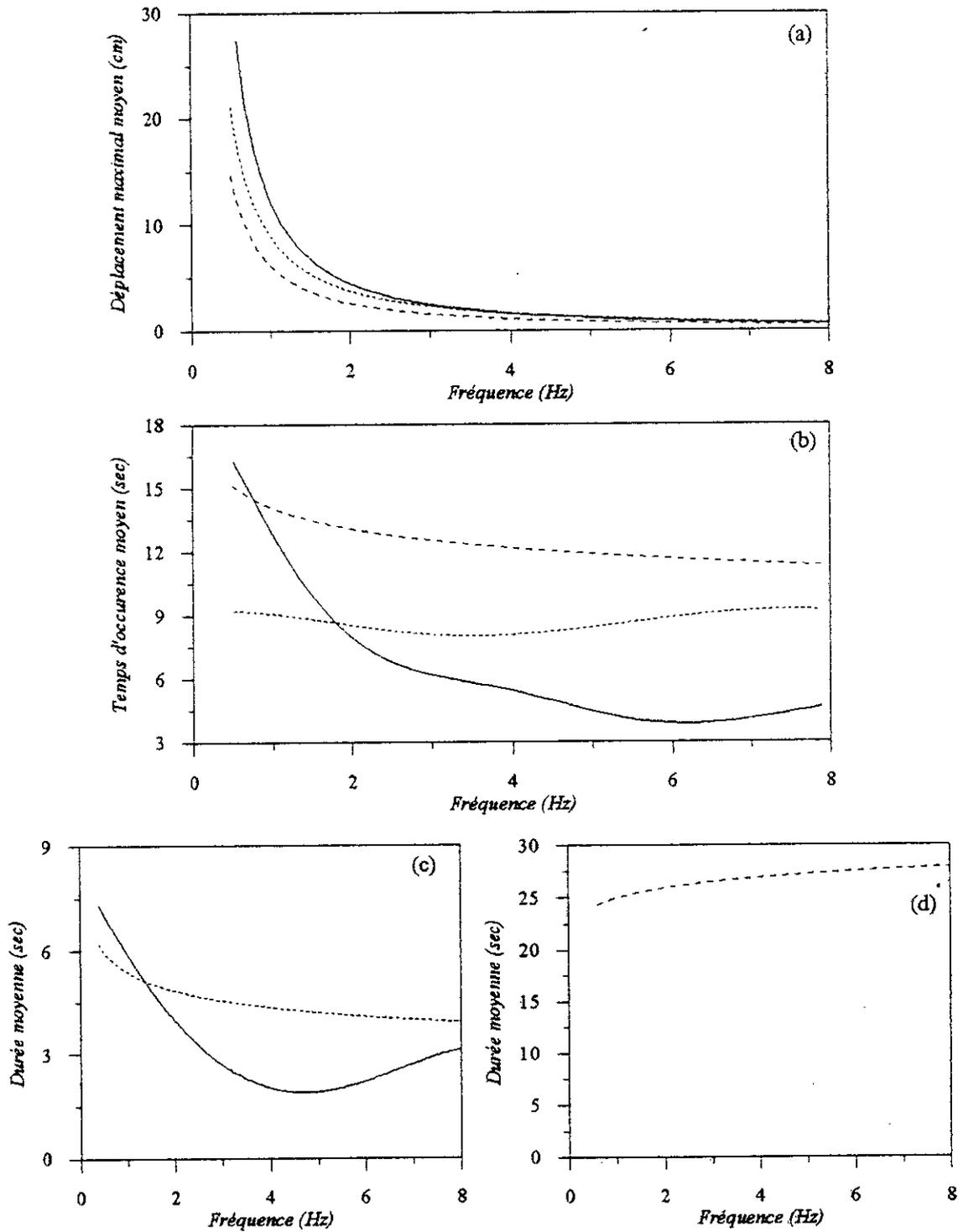
Figure 6.9 Mise en évidence de la résonance mobile (Systèmes inélastiques amortis  $\xi = 0.05$ ,  $f_0 = 4Hz$ )

- ( — ) Fréquence moyenne de l'excitation
- ( ..... ) Fréquence effective du système inélastique sous l'effet d'une accélération a dérivées de phases.
- ( - - - ) Fréquence effective du système inélastique sous l'effet d'une accélération a phases uniformes.
- (a1), (a2) Modèle EPP ;
- (b1), (b2) Modèle EPB ( $p=0.1$ )
- (c1), (c2) Modèle EPO.
- (d1), (d2) Modèle de Clough-Penzien.



**Figure 6.10** Mise en évidence de la résonance mobile (Systèmes inélastiques amortis  $\xi = 0.05$ ,  $f_0 = 6\text{Hz}$ )

- ( — ) Fréquence moyenne de l'excitation
- ( - - - ) Fréquence effective du système inélastique sous l'effet d'une accélération a dérivées de phases.
- ( - · - · ) Fréquence effective du système inélastique sous l'effet d'une accélération a phases uniformes.
- (a1), (a2) Modèle EPP ;
- (b1), (b2) Modèle EPB ( $p=0.1$ )
- (c1), (c2) Modèle EPO.
- (d1), (d2) Modèle de Clough-Penzien.



**Figure 6.11** Effet de la résonance mobile dans le cas du système élastique amorti  $\xi = 0.05$

- (——) Cas des signaux nonstationnaires TVFD
- (.....) Cas des signaux stationnaires TIFD.
- (-.-.-) Cas des signaux stationnaires TIFU.
- (a) Variation du déplacement maximum en fonction de la fréquence fondamentale
- (b) Variation du temps d'occurrence moyen en fonction de la fréquence fondamentale
- (c), (d) Variation de la durée moyenne en fonction de la fréquence fondamentale.

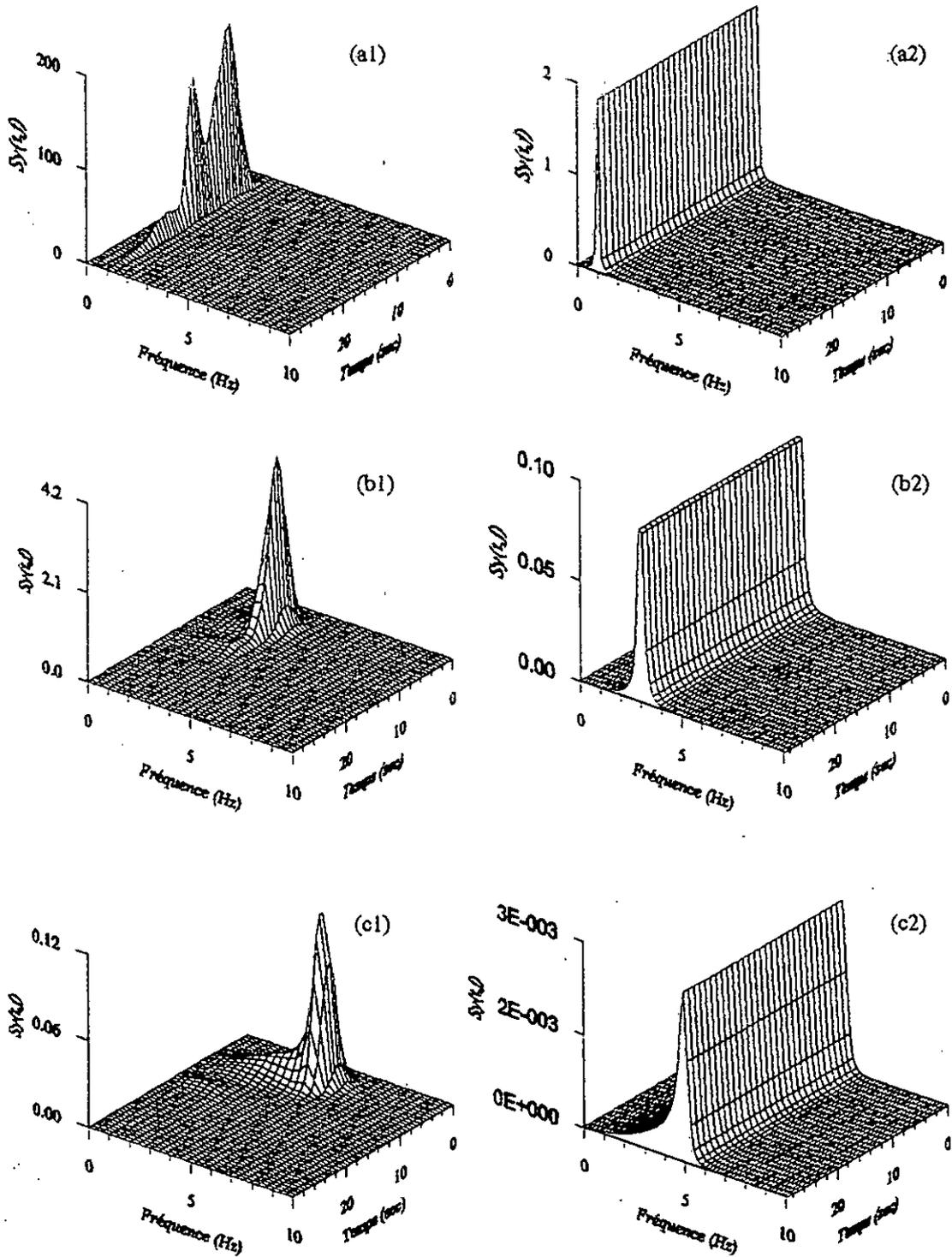


Figure 6.12 Spectres évolutifs de la réponse en déplacement d'un oscillateur élastique amorti  $\xi = 0.05$

(a1) et (a2) Fréquence fondamentale  $f_0 = 1Hz$

(b1) et (b2) Fréquence fondamentale  $f_0 = 3Hz$

(c1) et (c2) Fréquence fondamentale  $f_0 = 5Hz$

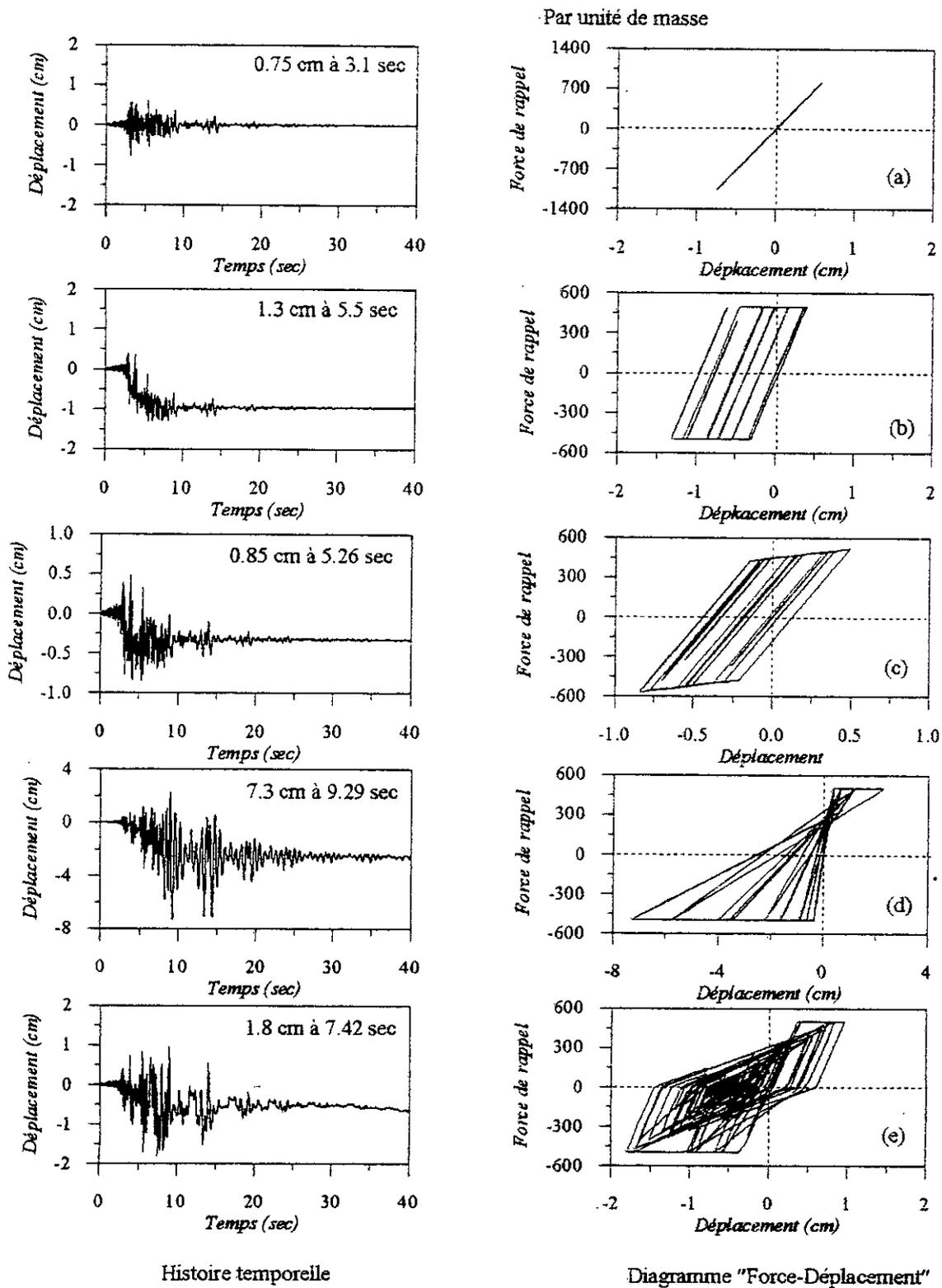


Figure 6.13 Histoire temporelle de la réponse de l'oscillateur de paramètres

$f_0 = 6 Hz$ ,  $u_y = 0.35 cm$  et  $\xi = 0.05$ ; Accélérogramme TVFD.

- (a) Modèle élastique ; (b) Modèle EPP.
- (c) Modèle EPB(p=0.1) ; (d) Modèle EPO.
- (e) Modèle de Clough-Penzien.

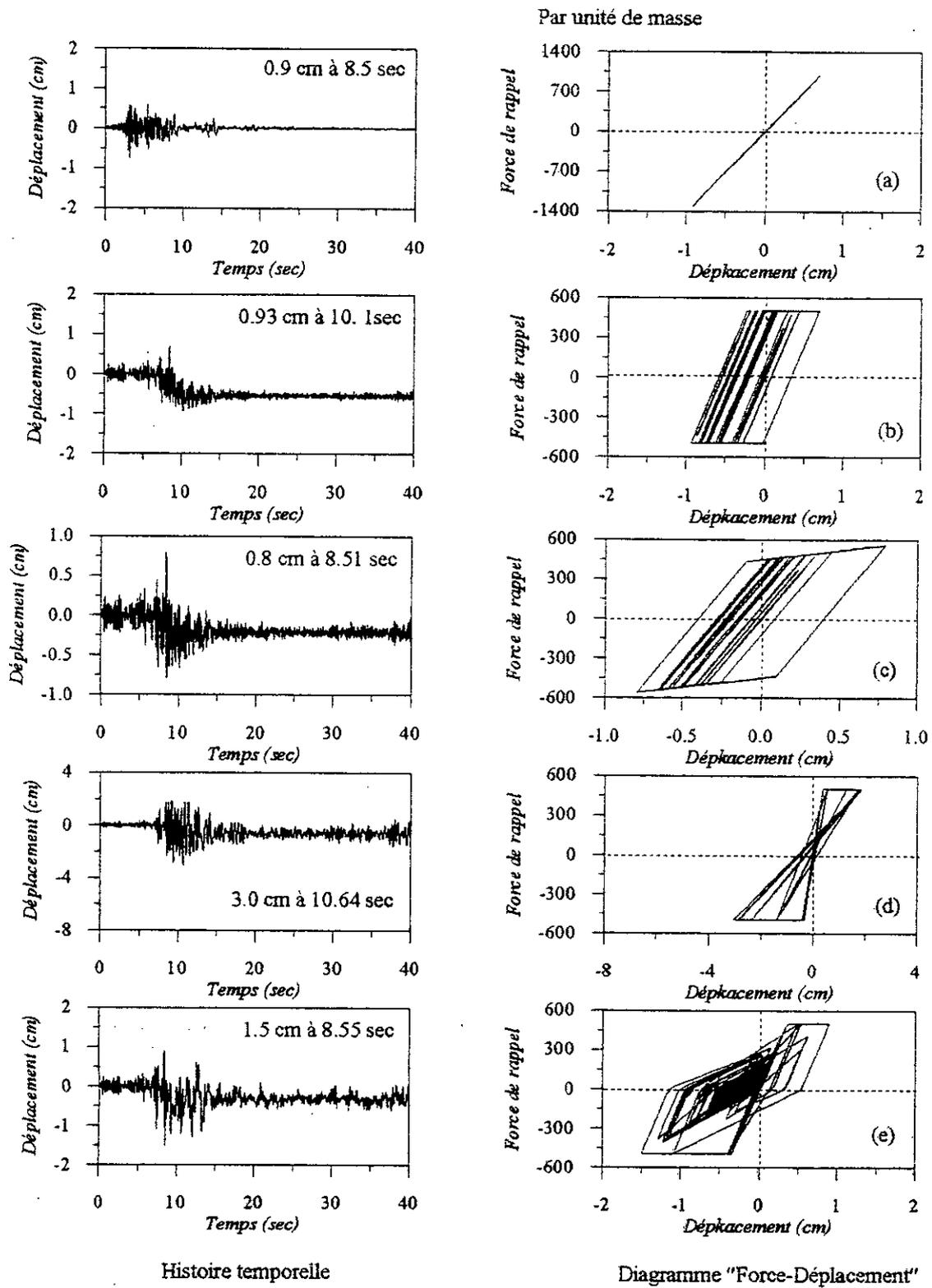


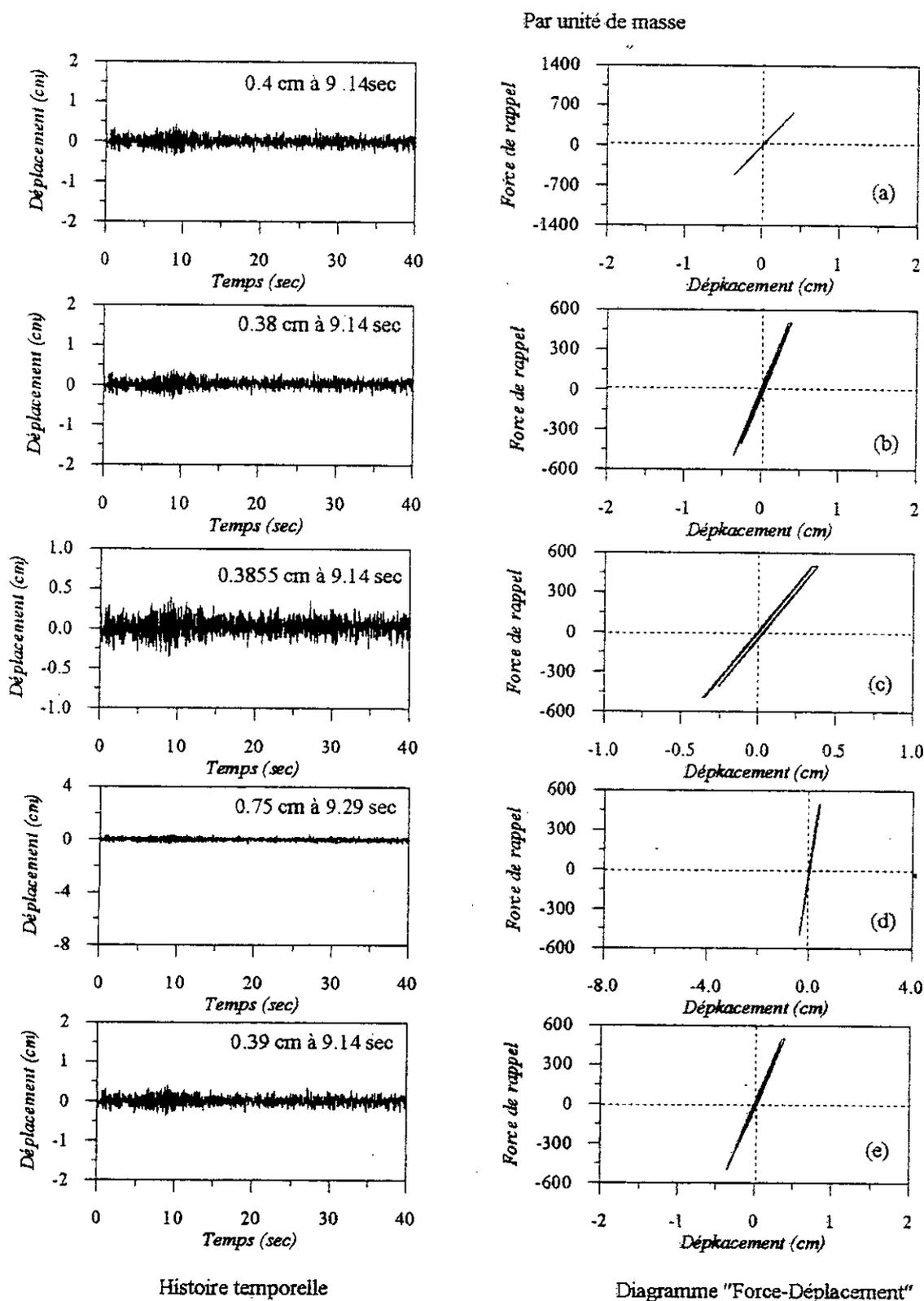
Figure 6.14 Histoire temporelle de la réponse de l'oscillateur de paramètres

$f_0 = 6 \text{ Hz}$ ,  $u_y = 0.35 \text{ cm}$  et  $\xi = 0.05$ ; Accélérogramme TIFD.

(a) Modèle élastique ; (b) Modèle EPP.

(c) Modèle EPB( $p=0.1$ ) ; (d) Modèle EPO.

(e) Modèle de Clough-Penzien.



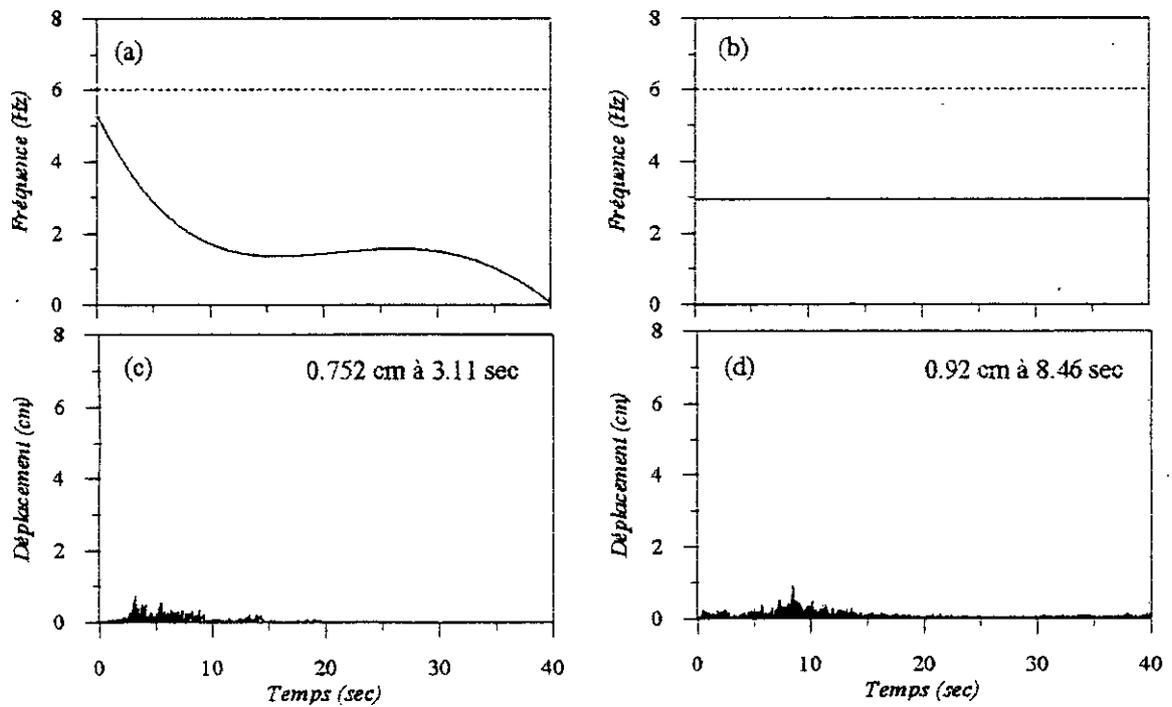
**Figure 6.15** Histoire temporelle de la réponse de l'oscillateur de paramètres

$f_0 = 6 \text{ Hz}$ ,  $u_y = 0.35 \text{ cm}$  et  $\xi = 0.05$ ; Accélérogramme TIFU.

(a) Modèle élastique ; (b) Modèle EPP.

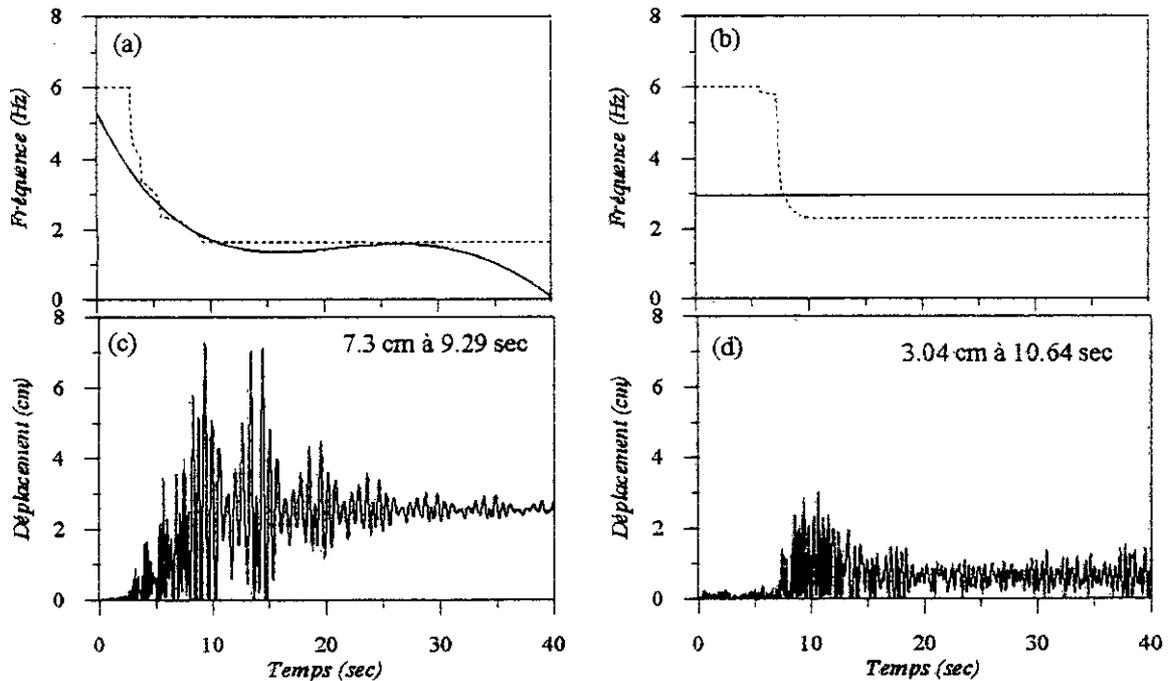
(c) Modèle EPB( $p=0.1$ ) ; (d) Modèle EPO.

(e) Modèle de Clough-Penzien.



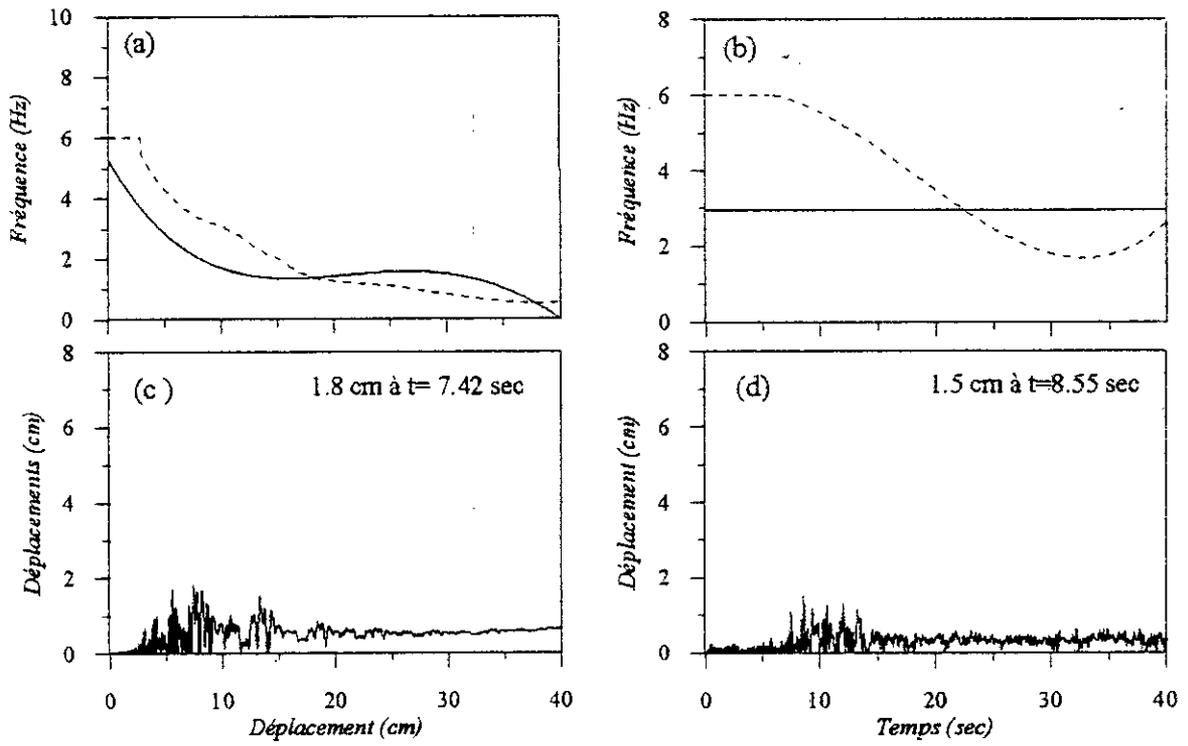
**Figure 6.16** Réponse en déplacement et en fréquence du système élastique de paramètres  $f_0 = 6 \text{ Hz}$ ,  $\xi = 0.05$

- (—) Fréquence moyenne de l'input
- (---) Fréquence du système élastique.
- (a) et (b) Réponses en fréquence.
- (c) et (d) Réponses déplacement.



**Figure 6.17** Réponse en déplacement et en fréquence du système EPO de paramètres.  $f_0 = 6 \text{ Hz}$ ,  $\xi = 0.05$  et  $u_y = 0.35 \text{ cm}$

- (—) Fréquence moyenne de l'input.
- (---) Fréquence effective du système EPO
- (a) et (b) Réponses en fréquence.
- (c) et (d) Réponses en déplacement.



**Figure 6.18** Réponse en déplacement et en fréquence du système PEN de paramètres.  $f_0 = 6$  Hz,  $\xi = 0.05$  et  $u_y = 0.35$ cm

- (—) Fréquence moyenne de l'input.
- (- - -) Fréquence effective du système EPO
- (a) et (b) Réponses en fréquence.
- (c) et (d) Réponses en déplacement.

### *Conclusions et Perspectives*

Dans le présent travail, nous avons analysé les effets des nonstationnarités des mouvements sismiques sur la réponse des structures tant linéaire que non-linéaire.

Pour cela, nous avons été amenés à développer dans un premier temps un modèle de simulation stochastique nonstationnaire des accélérations sismiques faisant usage du concept du spectre physique. Ce modèle de synthétisation stochastique caractérise un processus aléatoire nonstationnaire dont les valeurs instantanées des amplitudes des ondes sismiques constitutives sont fonction de deux paramètres spectraux et un paramètre énergétique. Les paramètres spectraux contrôlent directement les caractéristiques du signal dans le domaine temporel telle que , les variations des amplitudes et la distribution des maximes, alors que, le paramètre énergétique contrôle quant à lui la durée des mouvements forts. Les temps d'arrivées au site des différentes ondes sont estimés à l'aide de la fonction de densité de probabilité des dérivées de phases qui dépend des trois premiers moments de l'enveloppe temporelle du processus aléatoire.

Ainsi, il nous a été aisé de développer une procédure numérique qui assure du point de vue stochastique la génération d'accélérations sismiques compatibles avec le signal réel.

L'outil de simulation nonstationnaire à été utilisé pour procéder à l'identification des effets des nonstationnarités sur les réponses des structures en comparant la variabilité des spectres des demandes de ductilité inélastiques probabilistes obtenus pour plusieurs classes d'excitations qui diffèrent les unes des autres par la fonction de densité de probabilité des délais de groupes et par le caractère du contenu fréquentiel évolutif.

L'examen des différents spectres montre que la réponse de l'oscillateur inélastique est influencée par les nonstationnarités du signal accélérométrique tant dans le domaine fréquentiel que dans le domaine temporel. Néanmoins, l'action du contenu fréquentiel nonstationnaire est nettement prépondérante que celle de l'enveloppe temporelle. De même, pour des périodes initiales inférieurs à 0.3 sec, l'influence d'un contenu fréquentiel nonstationnaire est plus importante que celle d'un contenu fréquentiel stationnaire.

L'effet des nonstationnarités des mouvements forts du sol dus aux tremblements de terre est probablement dû au phénomène de résonance mobile qui peut s'expliquer par le ramollissement des structures au cours du temps.

Afin de mieux apprécier l'importance des effets des nonstationnarités de l'input sismique, nous avons procédé à l'analyse de leurs incidences sur la résonance mobile. Les résultats obtenus confortent ceux de l'analyse des variabilités de la demande de ductilité faite précédemment.

Pour les oscillateurs linéaires ( $u_y \rightarrow +\infty$ ) et pour des mouvements à contenus fréquentiels stationnaires l'amplitude de la réponse est contrôlée par la forme de l'enveloppe temporelle du signal. Cependant, pour des contenus fréquentiels nonstationnaires, les amplitudes spectrales  $S_x(f_k, t)$  du mouvement du sol varient avec le temps altérant fortement le précédent effet de l'enveloppe temporelle. Par conséquent, les caractéristiques de la réponse dans le cas nonstationnaire sont différentes de ceux du cas stationnaire.

Pour les oscillateurs non-linéaires, la décroissance graduelle de la fréquence effective de l'oscillateur qui se ramollit "traque" la décroissance de la fréquence moyenne de l'excitation sismique donnant alors des amplifications significatives de l'amplitude de la réponse. Cette poursuite de la fréquence effective de l'oscillateur avec la fréquence dominante du mouvement du sol est appelée phénomène de résonance mobile. Cet effet a une plus grande probabilité d'avoir lieu pour les contenus fréquentiels nonstationnaires que pour les contenus fréquentiels stationnaires, du fait que dans ce dernier cas, le ramollissement de la structures lors de la première résonance provoque une diminution de la fréquence effective de l'oscillateur qui transfère la structure hors de la zone de résonance avec le mouvement du sol.

### **Perspectives futures**

Compte tenu des idées et des déficiences qui nous sont apparues pendant l'élaboration de ce travail, nous proposons dans ce qui suit, d'exposer les principales motivations pour des recherches futures.

Afin de mieux caractériser le contenu fréquentiel des accélérations sismiques, il est important de relier le spectre physique aux paramètres physiques de la source sismique. Il serait alors possible d'analyser les effets de ces paramètres sur la nonstationnarité des mouvements sismiques et par la suite sur la réponse des structures tant linéaire que non-linéaire.

Il serait très utile d'approfondir l'investigation relative à l'analyse des effets, sur les structures, des nonstationnarités contenues dans les mouvements sismiques en utilisant des modèles de comportement plus représentatif du phénomène de dégradation de la rigidité.

Pour mieux interpréter les effets des nonstationnarités des mouvements sismiques, il est très intéressant de tracer la réponse évolutive dans le cas non-linéaire. Cette réponse nous permettra de bien suivre l'évolution temporelle de la distance entre la fréquence effective du système non-linéaire et la fréquence dominante de l'input sismique.

Suites aux résultats obtenus dans ce travail, il est impératif de prendre en compte l'effet de la nonstationnarité des mouvements sismiques dans les codes de calcul parasismique.

## Références bibliographiques

- [1] Abed, H., " Analyse Non-Linéaire des Structures Soumises à la Réplique du 08-11-80 du Séisme de Chlef ", Thèse de Magister, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 1990.
- [2] Afra, H., " Identification du Comportement Sismiques des Bâtiments à Partir de leurs Réponses Accélérométriques ", Thèse de Doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 1990.
- [3] Bathé, K., J., Wilson, E., L., " Numerical Method in Finite Element Analysis ", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New-Jersey, 1976.
- [4] Bendat, J.S. et Priestol, A. G., " Measurement and Analysis of Random Data ", Section 9.5, New-York : John Wiley ans Sons, Inc, 1966.
- [5] Chin husing, L., RI-Chaun, H., " Seismic Damage Assesement Based on Different Hysteretic Rules ", Earthquake Engineering and Structural Dynamics VOL. 19, pp. 753-771, 1990.
- [6] Cifuentes, A., O., Iwan, W., D., " Nonlinear System Identification Based on Modelling of Restoring Force Behaviuor ", Soil Dynamics and Earthaquake Enginnering, VOL. 8, N°. 1, pp. 2-8, 1989.
- [7] Clough, R., W., Penzien, J., " Dynamics of Structures ", McGraw Hill, 1975.
- [8] Conte, J.,P., " Effects of Earthquake Frequency Nonstationnaire on Inelastic Structural Response ", Earthquake Engineering, Tenth World Conference, Balkema, Rotterdam, 1992.
- [9] Conte, J.,P., Peng, B., F., " Fully Nonstationary Analytical Earthquake Ground Motion Model " Journal of Engineering Mechanics, VOL. 123, N°. 1, 1997.
- [10] Davidovichi, V., " Génie Parasismique ", 1985.
- [11] Hammoutene, M., " Simulation Nonstationnaire et Bidimensionnelle des Enregistrements des Tremblements de Terre " , Thèse d'Etat, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 1995.
- [12] Isidoro, M, Robert, M, F., Thomas, J., R., H., " An Improved Implicit-Explicit Integration Method for Structural Dynamics Earthquake " , Earthquake Engineering and Structural Dynamics, VOL. 18, pp. 643-653, 1989.

- [13] Iwan, W., D., Cifuentes, A., O., " A Model for System Identification of Degrading Structures Earthquake Engineering and Structural Dynamics, VOL. 14, pp. 877-890, 1986.
- [14] Iyengar, R., N., Iyengar, K.T.S.R., " A Nonstationary Random Process Model for Earthquake Accelerograms ", Bulletin Seismological Society America, VOL. 59, pp. 1163-1188, 1969.
- [15] Jennings, P., C., et al, " Simulated Earthquake Motion for Design Purpose ", Proceeding 4<sup>th</sup> WCCE, Santiago, Chile, pp. 145-160, 1969.
- [16] Kameda, H., " Evolutionary Spectra of Seismogram by Multifiltre ", Journal of the Engineering Mechanics Division, VOL. 101, N<sup>o</sup>. EM16, 1975.
- [17] Kunt, M., " Traitement Numérique des Signaux ", 3<sup>ème</sup> Edition, Editions Presses Polytechnique Romandes, 1981.
- [18] Kuo-Mo, H. and Jing-Yuh, J., " Nonlinear Dynamic Analysis of Elastic Frames ", Computers & Structures VOL. 33, N<sup>o</sup>. 4, pp. 1057-1063, 1989.
- [19] Lin, J., Mahin, S.,A., " Effect of Inelastic Behaviour on the Analysis and Design of Earthquake Resistant Structures ", Earthquake Engineering Research Center, Report N<sup>o</sup> UCB/EERC/85/08, University, Berkeley, California, 1985.
- [20] Mario, P., " Structural Dynamics : Theory and Computation ", Van Reinholds Company, New York, 1980.
- [21] Mark, W.,D., " Spectral Analysis of the Convolution and Filtering of Nonstationary Stochastic Processes ", Journal of Sound Vibration, VOL. 11, N<sup>o</sup>. 1, pp. 19-63, 1970.
- [22] Mark, W.,D., " Power Spectrum Representation for Nonstationary Random Vibration ", Studies in Applied Mechanics 14, Random vibrations-Status and Recent Developments, The S. H. Crandall Festschrift, pp. 211-240, 1986.
- [23] McCann, M., W., Shah, H., C., " Determining Strong-Motion Duration of Earthquake ", Bulletin of the Seismological Society of America, VOL. 69, N<sup>o</sup>. 4, pp. 1253-1265, 1979.
- [24] Mostaghel, N; and Henniery, G., " Time Inelastic Design Spectra ", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, VOL. 14, pp. 379-389, 1986.
- [25] Newland, D., E., " An Introduction to Random Vibrations and Spectral Analysis ", Second Editions, Longman Scientific & Technical, 1984.
- [26] Nigam N., C., " Phase Properties of a Class of Random Processes ", Earthquake

- Engineering and Structural Dynamics, VOL. 10, N<sup>o</sup>. 5, pp. 711-717, 1982.
- [27] Nigam, N., C., " Phase Properties of Earthquake Ground Acceleration Records ",  
Proceeding of Ninty World Conference on Earthquake Engineering, San-  
Fransisco, pp. 549-556, 1984.
- [28] Papadimitriou, K., " Stochastic Characterization of Ground Motion and  
Applications to Structural " , Earthquake Engineering, Tenth World Conference,  
Balkema, Rotterdam, 1992.
- [29] Peng, B., F., Conte, J., P., " Statiscal Insight Into Constant-Ductility Design Using  
a Non-Stationary Earthquake Ground Motion Model ", Earthquake Engineering  
and Structural Dynamics, VOL. 26, pp. 895-916, 1997.
- [30] Press, W., H., et al, " Numerical Recipies : the Art of Scientific Computing ",  
Cambridge University Press, 1988.
- [31] Preumont, A., " Vibrations Aléatoires et Analyse Spectrale ", Presses  
Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 1990.
- [32] Priestly, M. B., " Evolutionary Spectra and Nonstationnary Processes", J. Royal  
Statist, Soc., Ser. B., N<sup>o</sup>. 2., pp. 204-237, 1965.
- [33] Ross B., Corotis, M., ASCE, Vanmarcke, E. H., A. M., ASCE, " Time Dependent  
Spectral Content of System Response ", Journal of the Engineering Mechanics  
Division, VOL. 101, N<sup>o</sup>. EM5,1975.
- [34] Ruiz, P., et Penzien, J., " Stochastic Seismic Response of Structures ", Journal of  
Engineering Mechanics Division, VOL. 97, N<sup>o</sup>. ST4, 1974.
- [35] Saragoni, G., R., et al, " Gaussien Properties of Earthquake Ground Motions ",  
Proceeding of 7<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, Istanbul, VOL.  
2, pp. 494-498, 1980.
- [36] Sawanda, T., " Application of Phase Differences to the Analysis of Nonstationary  
of Earthquake Ground Motion ", Proceedings of Ninty World Conference on  
Earthquake Engineering, San-Fransisco, pp. 557-564, 1984.
- [37] Shinosuka, M., " Random Process With Evolutionary Power ", Journal of the  
Engineering Mechanics Division, VOL. 96, N<sup>o</sup>. EM4, 1970.
- [38] Shri, P., Dasak , S. S. AND Jain, A. K., " Inelastic Response Spectra ", Computers  
& Structures VOL. 25, N<sup>o</sup>. 3, pp. 335-344, 1987.
- [39] Silverman, R., A., " Locally Stationary Random Processes ", IRE Transactions on  
Information Theory, II-3, pp. 182-187, 1957.

- [40] Tadao, M., Yutaka, O., " Elastic-plastic Response Spectra for Different Hysteretic Rules ", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, VOL. 16, pp. 555-568, 1988
- [41] Takeda, T., Sozen, M. A., and Nielsen, N. N., " Reinforced concrete response to simulated earthquakes " Journal of the Structural Division, VOL. 96, N° ST12 pp. 2557-2573, 1970.
- [42] Tiliouine, B., " Nonstationary Analysis and Simulation of Seismic Signals ", Ph. D Thesis., Civil Engineering Department, Stanford University., California, 1982.
- [43] Ventsel, H., " Théorie des Probabilités ", Traductions Française Editions MIR, Moscou, 1973.
- [44] Warburton, G., B., " Assesment of Errors in the Newmark Method in Structural Dynamics ", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, VOL. 19, pp. 457-467, 1990.
- [45] Wiegel, R., L., " Earthquake Engineering ", Prentice-Hall, INC., Englewood Cliffs, N.J., 1970.
- [46] Wilfred, D. L., and Arturo, O. C., " A Model for System Identification of Degrading Structures ", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, VOL. 14, pp. 877-890, 1986.
- [47] Yang, C. Y., " Random Vibration of Structures ", A Wiley-Interscience Publication, New York, 1985 .
- [48] Yasuhiro, O. and Wai-Fah, C., " A Plastic-Softening Model for Concrete Materials ", Computers & Structures VOL. 33, N° 4, pp. 1047-1055, 1989.
- [49] Yeh, C., H., Wen, Y., K., " Modeling of Nonstationary Ground Motion and Analysis of Inelastique Structural Response ", Structural Safety, N° 8, pp. 1047-1055, 1989.
- [50] Yokohama, T., Theofanopoulis, N., Watabe, M., " Distribution of Phase Difference in Relation the Earthquake Magnitude, Distance to the Fault and Local Soil Conditions ", Proceeding of Ninty World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo-Kyoto, Japan, 1988.