

18/00

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

M0018/00A

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Thèse de **MAGISTER** en Automatique

Présentée par
MADANI Tarek

Ingénieur d'Etat en Automatique de l'ENP

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

THEME

Différentes Approches de Commande
Décentralisée à Structure Variable
Appliquées en Robotique

Soutenance le 02 juillet 2000 devant le jury composé de :

Mr. M. S. Boucherit	Maître de Conférence	Président
Mr. F. Boudjema	Maître de Conférence	Rapporteur
Mr. D. Boukhetala	Chargé de Cours	Rapporteur
Mr. M. Tadjine	Docteur d'Etat	Examineur
Mr. E. M. Berkouk	Docteur d'Etat	Examineur
Mr. B. Hemici	Chargé de Cours	Examineur

Ecole Nationale Polytechnique,
10 avenue Hassen Badi, B.P. 182, El-Harrach, Alger.
Tel: (02) 52 14 94 ; Fax: (02) 52 29 73

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à mes deux promoteurs Monsieur Farès Boudjema et Monsieur Djamel Boukhetala qui ont accepté de m'encadrer et guider mes travaux jusqu'à la réalisation de ce mémoire.

Je tiens également à remercier Messieurs les membres du jury qui m'ont fait l'honneur de juger ce travail.

Mes sincères reconnaissances à mes parents qui m'ont aidé, soutenu et encouragé durant toutes mes études.

Que tous les enseignants qui ont contribué à ma formation trouvent ici ma sincère gratitude.

Enfin, je remercie toutes les personnes qui m'ont apporté, de près ou de loin, leur aide et leur amabilité.

DEDICACE

A mes parents bien aimés.

Pour l'amour qu'ils me portent, pour les sacrifices consentis à ma réussite.
Qu'ils trouvent ici le témoignage de ma reconnaissance la plus dévouée.
Que dieu leur préserve bonne santé et leur accorde longue vie.

*

A mes frères et sœurs bien aimés.

*

A mes amis et à tous ceux qui m'ont aidé, j'exprime ma profond gratitude.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE I	
MODELISATION DES SYSTEMES ARTICULES RIGIDES	4
I.1 Introduction	5
I.2 Modélisation géométrique	6
I.2.1 Coordonnées homogènes d'un vecteur	6
I.2.2 Paramètres de Denavit et Hartenberg	7
I.2.3 Modèle géométrique du robot PUMA 560	9
I.3 Modélisation dynamique.	14
I.3.1 Approche d'Euler Lagrange	15
I.3.2 Modèle dynamique décentralisé	20
I.3.3 Modèle dynamique du robot PUMA 560	23
I.4 Conclusion	25
CHAPITRE II	
THEORIES DES SYSTEMES A STRUCTURE VARIABLE	26
II.1 Introduction	26
II.2 Système à structure variable	27
II.3 Surface de glissement	31
II.4 Solution des systèmes à second membre discontinu	32
II.4.1 Méthode de FILLIPOV	32
II.4.2 Méthode d'UTKIN	33
II.5 Condition d'existence du mode de glissement	34
II.6 Réduction d'ordre	36
II.7 Invariance par rapport à un transformation	37
II.8 Commandes par mode de glissement	38
II.9 Conclusion	41

CHAPITRE III

COMMANDE DECENTRALISEE A STRUCTURE VARIABLE 42

III.1 Introduction	42
III.2 Synthèse de la CDSV	43
III.2.1 Surface de glissement non linéaire	44
III.2.2 Construction de la commande décentralisée	46
III.3 Introduction du secteur de glissement	52
III.4 Résultats de simulations	52
III.5 Conclusion	60

CHAPITRE IV

COMMANDE ADAPTATIVE DECENTRALISEE A STRUCTURE VARIABLE 62

IV.1 Introduction	62
IV.2 Synthèse de la CADSVMR	63
IV.2.1 Sélection de la surface de glissement	63
IV.2.2 Construction de la commande décentralisée	65
IV.3 Introduction du secteur de glissement	69
IV.4 Résultats de simulations	70
IV.5 Conclusion	74

CHAPITRE V

EXPERIMENTATION AU ROBOT KHEPERA 76

V.1 Introduction	76
V.2 Robot miniature Khepera	76
V.2.1 Présentation du robot Khepera	76
V.2.2 Manipulation du robot Khepera	77
V.3 Implémentations des algorithmes de commandes	80
V.3.1 Implémentation de la CDSV	81
V.3.2 Implémentation de la CADSVMR	85
V.4 Conclusion	93

CONCLUSION GENERALE 94

ANNEXES

96

Annexe I : Animation du Robot PUMA 560	96
Annexe II : Paramètres Réels du Robot PUMA 560	100
Annexe III : Commande du Robot Khepera sous MatLab	102

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

108

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

La commande des robots manipulateurs est un véritable défi en raison de la complexité du modèle dynamique caractérisée par les hautes non-linéarités et les couplages entre ces variables généralisées. Dans le monde réel, les incertitudes structurées et non structurées du modèle dynamique sont inévitables. Ces incertitudes présentent quelques difficultés pour la réalisation d'une tâche avec un système de commande.

Durant les dernières années, des recherches considérables ont été faites pour le développement des systèmes de commandes des robots manipulateurs et quelques techniques ont apparues tel que celle de la méthode du couple calculé (Slotine and Li, 1988) qui exige une connaissance précise des paramètres et du modèle dynamique du manipulateur pour la conception du régulateur. Dans ces cas, les performances du système de commande dépendent de la fidélité du modèle mathématique qui décrit la dynamique du manipulateur.

A cause de la complexité des modèles dynamiques et le grand nombre de variables impliquées dans la synthèse de la commande des systèmes interconnectés de grande dimension, la conception et la mise en oeuvre d'un régulateur centralisé ne sont pas généralement évidentes. Pour surmonter de tels problèmes, des structures décentralisées ont été proposées. Dans ces structures, le système commandé est décomposé en plusieurs sous-systèmes interconnectés. Pour chaque sous-système un régulateur local est conçu indépendamment des autres en utilisant seulement les signaux locaux disponibles (Davison and Tripathi, 1978; Jain *et al.*, 1996). Les régulateurs décentralisés obtenus restent fiables dans le sens que si quelques commandes locales sont en panne, le reste du système continue l'opération normalement.

Dans l'industrie robotisée, la commande décentralisée a retenu l'attention des chercheurs et elle a été largement acceptée en raison de son bon fonctionnement et sa bonne mise en oeuvre (Gavel and Hsia, 1987; Seraji, 1989). A cause des interconnexions entre les sous-systèmes, la théorie de commande décentralisée ne garantit pas généralement la stabilité du système global.

Durant les trois dernières décennies, quelques résultats ont été obtenus dans la conception de la commande décentralisée. La plupart de ces résultats sont des approches linéaires ou adaptatives (Wang and Davison, 1973 ; Tarokh, 1989; Wen, 1994; Lyou, 1995).

Pendant la dernière décennie, la commande à structure variable a trouvé une variété de demandes dans divers domaines comme l'électronique de puissance (Boudjema and Abatut, 1990), les systèmes d'électronique de puissance (Aggoune *et al.*, 1993, 1994) et les robots manipulateurs (Yeung and Chen, 1988; Leung *et al.*, 1991; Su and Stepanenko, 1994). L'avantage principal d'une commande à structure variable est son insensibilité aux variations paramétriques et aux perturbations externes, une fois que le régime de glissement idéal apparaît. Cette approche semble être un outil approprié pour confronter les effets d'interconnexion dans les systèmes interconnectés.

Dans le contexte de la commande décentralisée à structure variable, seulement un nombre limité de résultats a été obtenu (Morgan and Özgüner, 1985; Matthews and DeCarlo, 1988; Feng and Jiang, 1995).

Dans ce mémoire, nous proposons deux nouvelles commandes décentralisées à structure variable des robots manipulateurs, à savoir :

- Commande Décentralisée à Structure Variable (CDSV) ;
- Commande Adaptative Décentralisée à Structure Variable avec Modèle de Référence (CADSVMR).

La synthèse des commandes développées considère le robot manipulateur comme un système interconnecté, dans lequel chaque articulation constitue un sous-système commandé par une station de commande locale. Les deux techniques n'exigent pas la connaissance précise du modèle dynamique du robot.

Notre mémoire s'articule autour de cinq chapitres :

Le chapitre I est destiné à présenter quelques techniques de modélisation des systèmes articulés rigides et permet de donner une idée sur la complexité des modèles dynamiques des systèmes articulés.

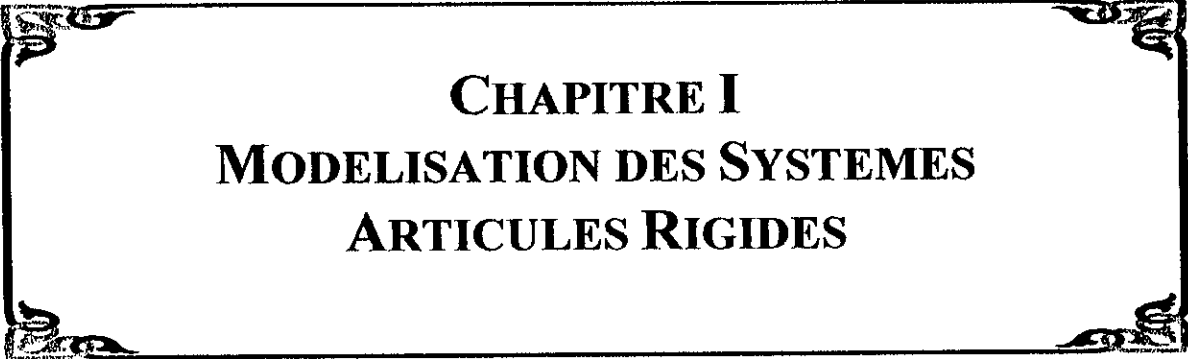
Dans le chapitre II, nous présentons des notions élémentaires des systèmes à structure variable ainsi que quelques techniques de commandes appropriées.

Dans le chapitre III nous présentons la CDSV et proposons pour chaque sous-système une nouvelle classe de surface de glissement locale non-linéaire avec action intégrale. La stabilité d'une telle classe de surface de glissement est démontrée en employant la théorie de Lyapunov. La stabilité de la commande est garantie par la condition d'existence du régime de glissement (condition d'attractivité). Le but de la commande est d'assurer pour le robot une poursuite d'une trajectoire désirée.

Dans le chapitre IV, la CADSVMR sera présentée. L'objectif est de commander le robot de manière à ce que la dynamique de chaque articulation suit une dynamique d'un modèle de référence stable. La démonstration de la stabilité du réglage est basée sur un choix approprié d'une fonction de Lyapunov.

Des essais de simulation au bras du robot PUMA 560 sont effectués dans les chapitres III et IV afin de vérifier la robustesse des commandes décentralisées proposées. Les deux lois de commande garantissent pour chaque articulation la stabilité du système global. En raison de la nature discontinue de la commande en mode glissant, le phénomène de broutement surgit (Utkin, 1978). Pour surmonter ce problème, un secteur de glissement approprié pour chaque commande est présenté.

Enfin, pour valider les performances et la faisabilité des commandes proposées, des résultats d'une implémentation pratique au robot Khepera sont présentés dans le chapitre V.



CHAPITRE I
MODELISATION DES SYSTEMES
ARTICULES RIGIDES

CHAPITRE I

MODELISATION DES SYSTEMES ARTICULES RIGIDES

I.1 Introduction

Le système articulé rigide est caractérisé par une structure arborescente articulé simple ou multiple dont les liaisons sont mobiles les uns par rapport aux autres. Cet ensemble a pour objectif de mener l'organe terminal vers un lieu géométrique imposé par la tâche.

Généralement, un robot manipulateur est considéré comme un système articulé rigide. L'appellation *robot* n'est pas nouvelle, elle a pour origine le mot *robot* extrait de la littérature grecque et qui veut dire *travail*. Nous avons trouvé dans la littérature différentes définitions de ce système dynamique tel que :

- Celle donnée par JIRA (Japon industriel robot industrie association) : *Un robot est un système versatile doté d'une mémoire et pouvant effectuer des mouvements comme ceux d'un opérateur humain ;*
- Celle donnée par RIA (Robot Instit of America) : *Un robot est un manipulateur à fonction multiple programmé pour réaliser automatiquement des tâches variées éventuellement répétitives.*

La synthèse de la commande du robot nécessite la connaissance des relations entre ses grandeurs d'entrées et de sorties. L'ensemble de ces équations constitue le modèle mathématique du robot. Si les équations sont extraites de la physique, le modèle est appelé *modèle de connaissance*, et si ces équations découlent des observations disponibles sur le système, le modèle s'appelle *modèle de représentation*.

I.2 Modélisation géométrique

Tout manipulateur peut être considéré comme une chaîne de liaisons connectées par des articulations charnières ou glissières. Chaque liaison localise les informations à son propre repère. A l'aide des matrices de passages d'ordre quatre on peut arriver à des informations globales sur le repère de la base appelé repère d'inertie.

I.2.1 Coordonnées homogènes d'un vecteur.

Chaque liaison d'un manipulateur fait des rotations ou des translations par rapport au référentiel d'inertie fixe (par exemple un repère fixé à la base du robot). Le calcul des coordonnées des liaisons du manipulateur exprimées dans le référentiel d'inertie de la base est relativement difficile. Cette difficulté augmente suivant l'ordre de la liaison (numéro de la liaison) jusqu'à l'élément terminal. Pour ne pas alourdir les calculs et ramener toutes les informations géométriques au repère d'inertie de la base, il est judicieux de les localiser à leurs articulations correspondantes, et situer chaque liaison à son propre référentiel. Le passage d'un référentiel à un autre est garanti par des transformations. Lorsqu'on a uniquement des rotations on se satisfait à une matrice de transformation R de troisième ordre, et lorsqu'il existe une translation autour d'un point on est obligé de passer vers une matrice de quatrième ordre pour permettre au référentiel de se déplacer à un autre référentiel en translation. Dans ce cas le vecteur de position p sera augmenté par une quatrième composante pour avoir un vecteur de position p' exprimé par ses coordonnées homogènes :

$$p = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Le vecteur homogène correspondant est :

$$p' = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

La matrice augmentée de transformation a la forme suivante :

$$T = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & d_x \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & d_y \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & d_z \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

avec R matrice de rotation et d vecteur de translation qui comporte les coordonnées du repère destination dans le repère source.

Si T est la matrice de transformation du référentiel (x_1, y_1, z_1) vers le référentiel (x_2, y_2, z_2) alors :

$$p'_{x_2, y_2, z_2} = T p'_{x_1, y_1, z_1} \quad (1.4)$$

1.2.2 Paramètres de Denavit et Hartenberg

La convention de Denavit et Hartenberg (DH) est une méthode systématique. Elle permet le passage entre articulations adjacentes d'un système robotique. Elle concerne les chaînes cinématiques ouvertes où l'articulation possède uniquement un degré de liberté, et les surfaces adjacentes restent en contact. Pour cet aspect l'utilisation des charnières ou des glissières est indispensable. Le choix adéquat des repères dans les liaisons facilite le calcul des matrices homogènes de DH et permet d'arriver à exprimer rapidement des informations de l'élément terminal vers la base ou l'inverse.

Les étapes à suivre pour cette technique sont les suivantes :

1. Numérotation des segments constitutifs du bras manipulateur de la base vers l'élément terminal. On associe le référentiel *zéro* à la base de celui-ci, et l'ordre n à l'élément terminal (effecteur) ;
2. Définition des axes principaux de chaque segment :
 - Si z_i et z_{i-1} ne se coupent pas on choisit x_i de manière à être la parallèle avec l'axe perpendiculaire à z_i et z_{i-1} .
 - Si z_i et z_{i-1} sont colinéaires on choisit x_i dans le plan perpendiculaire à z_{i-1} .
3. Fixer les quatre paramètres géométriques : d_i , θ_i , a_i et α_i (voir la figure 1.1) pour chaque articulation tel que :

- d_i coordonnée de l'origine o_i sur l'axe z_{i-1} . Pour une glissière d_i est une variable et pour une charnière d_i est une constante.
- θ_i est l'angle que l'on obtient par vissage de x_{i-1} vers x_i autour de l'axe z_{i-1} . Pour une glissière θ_i est une constante et pour une charnière θ_i est une variable.
- α_i est la distance entre les axes z_i et z_{i-1} mesurée sur l'axe x_i négatif à partir de son origine jusqu'à l'intersection avec l'axe z_{i-1} .
- α_i est l'angle entre z_i et z_{i-1} obtenu en vissant z_{i-1} vers z_i autour de x_i .

4. On forme enfin la matrice homogène DH de déplacement qui lie la rotation et la translation. La partie supérieure gauche définit la matrice de rotation R_{i-1}^i , et le vecteur droit pour la translation d_{i-1}^i .

$$T_{i-1}^i = \left[\begin{array}{ccc|c} R_{i-1}^i & & & d_{i-1}^i \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (1.5)$$

avec

$$R_{i-1}^i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

et

$$d_{i-1}^i = \begin{bmatrix} \alpha_i \cos \theta_i \\ \alpha_i \sin \theta_i \\ d_i \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

La figure 1.1 représente les paramètres de Denavite et Hrtenberg pour les deux repères successifs $(x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1})$ et (x_i, y_i, z_i) .

Enfin, la matrice de transformation homogène de Denavit et Hartenberg est la suivante :

$$T_{i-1}^i = \left[\begin{array}{ccc|c} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & \alpha_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & \alpha_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (1.8)$$

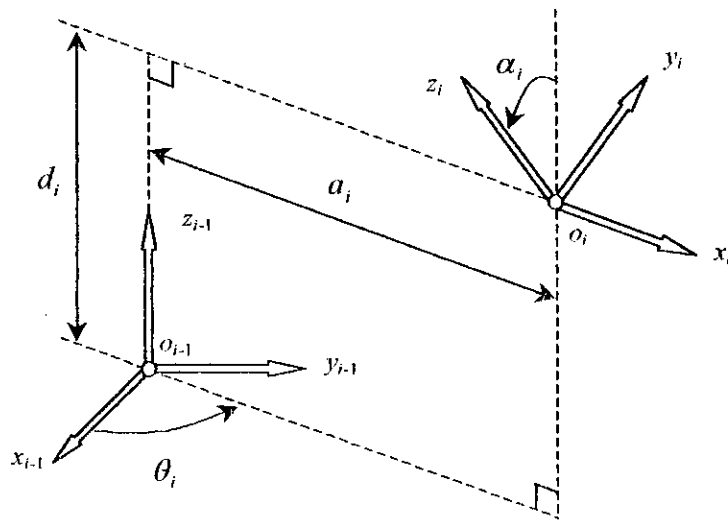


Figure I.1 : Systèmes de coordonnées et les paramètres de Denavit et Hartenberg.

I.2.3 Modèle géométrique du robot PUMA 560

Parmi les différentes structures de robots manipulateurs (Robot à coordonnées : cartésienne, cylindrique, sphérique, etc.), nous avons opté pour l'architecture d'un manipulateur la plus utilisée en robotique qui est celle d'un robot articulé PUMA 560 représenté par la figure I.2. Ce bras de robot manipulateur réalise six degrés de liberté caractérisés par des mouvements de rotations

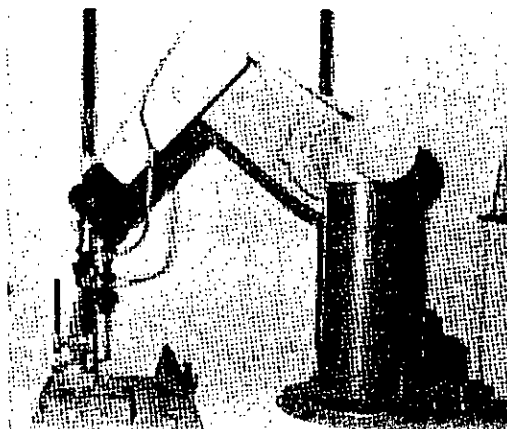


Figure I.2 : Bras de robot PUMA 560.

Les trois premières articulations de ce manipulateur (Waist, Shoulder, Elbow) caractérisent pour la première une rotation autour d'un axe verticale, la second et la troisième suivant deux axes horizontaux dont les mouvements sont identifiés par les variables q_1 , q_2 et q_3 . Les trois dernières articulations (Wrist rotation, Wrist bend, Flange), qui constituent le poignet du bras de robot, sont caractérisées par les variable de rotations q_4 , q_5 et q_6 . On admet les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Les liaisons du manipulateur sont rigides :
- Les jeux dans les articulations sont négligeables.

La représentation du bras de robot PUMA 560 suivant la convention de Denavit et Hartenberg est présentée par la figure I.3.

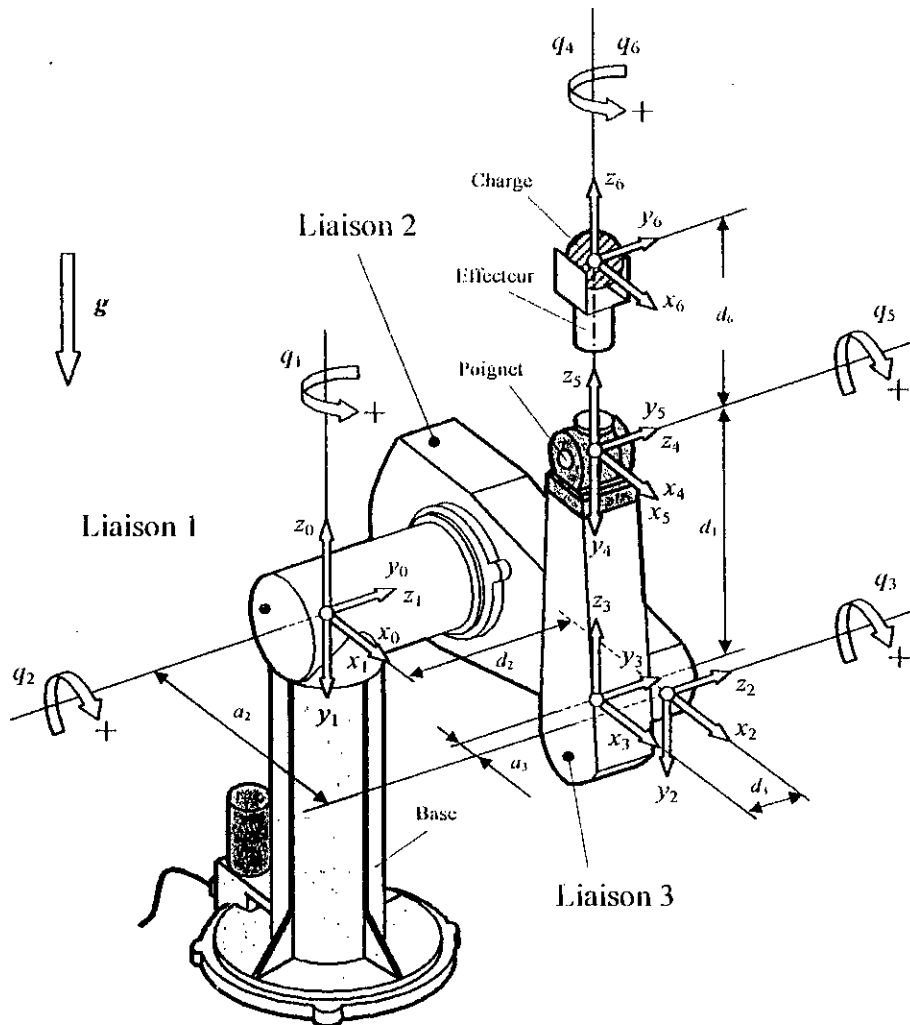


Figure I.3 : Système de coordonnées des liaisons et les paramètres des articulations pour le Bras de robot PUMA 560 à la *Position d'origine*.

La définition des repères associés aux segments suivant la convention de Denavit et Hatrenberg est la suivante :

Liaison 1 : Repère (x_0, y_0, z_0) .

L'origine est prise dans la liaison 1 à l'intersection de l'axe de la base avec l'axe de la liaison 1.

z_0 axe de rotation, $+z_0$ vers le haut.

$+y_0$ coïncide avec l'axe de la liaison 1 et l'axe $+z_1$.

$+x_0$ est en parallèle avec la liaison 2.

Liaison 2 : Repère (x_1, y_1, z_1) .

L'origine coïncide avec l'origine du repère (x_0, y_0, z_0) .

z_1 axe de rotation, $+z_1$ est perpendiculaire à la liaison 2 et en parallèle à l'axe $+z_2$.

$+y_1$ vers le bas, superposé avec l'axe de la base et en parallèle avec $+y_2$.

$+x_1$ est en parallèle à la liaison 2.

Liaison 3 : Repère (x_2, y_2, z_2) .

L'origine est prise dans la liaison 2 à l'intersection de l'axe de la liaison 2 avec l'axe de l'articulation 3.

z_2 axe de rotation, $+z_2$ est perpendiculaire à la liaison 2 et l'axe $+z_3$.

$+y_2$ vers le bas, opposé avec $+z_3$.

$+x_2$ est en parallèle avec la liaison 2.

Liaison 4 : Repère (x_3, y_3, z_3) .

L'origine est prise dans la liaison 3.

z_3 axe de rotation, $+z_3$ vers le poignet est perpendiculaire à $+z_4$.

$+y_3$ est perpendiculaire à la liaison 2, en parallèle avec $+z_4$.

$+x_2$ en parallèle avec la liaison 2.

Liaison 5 : Repère (x_4, y_4, z_4) .

L'origine est prise dans le centre du poignet.

z_4 axe de rotation, $+z_4$ est perpendiculaire à la liaison 2 superposé avec $+y_5$.

$+y_4$ opposé à $+z_5$.

$+x_4$ en parallèle avec la liaison 2.

Liaison 6 : Repère (x_5, y_5, z_5) .

L'origine coïncide avec l'origine du repère (x_4, y_4, z_4) .

z_5 axe de rotation, $+z_5$ vers l'effecteur colinéaire avec $+z_6$.

$+y_5$ coïncide avec l'axe de l'articulation 5.

$+y_5$ perpendiculaire à l'axe de l'articulation 5.

L'effecteur : Repère (x_6, y_6, z_6) .

L'origine coïncide avec les origines des repères (x_4, y_4, z_4) et (x_5, y_5, z_5)

$+z_6$ est colinéaire avec $+z_5$.

$+y_6$ est en parallèle avec $+y_5$.

$+x_6$ est en parallèle avec $+x_5$.

Respectant la position d'origine du robot et la définition des repères des liaisons présentées par la figures I.3, les paramètres du bras de robot PUMA 560 suivant la convention de Denavit et Hartenberg sont représentés dans le tableau I.1 (Armstrong *et al.*, 1986).

i Numéro de la liaison	α_i [degrés]	θ_i variable	a_i [mètres]	d_i [mètres]
1	-90	q_1	0	0
2	0	q_2	0.4318	0.2435
3	+90	q_3	-0.0203	-0.0934
4	-90	q_4	0	0.4331
5	+90	q_5	0	0
6	0	q_6	0	-

Tableau I.1 : Paramètres de Denavite et Hartenberg du bras de Robot PUMA 560.

La distance d_6 n'est pas présentée dans le tableau I.1. Cette distance varie selon l'effecteur utilisé pour l'application (l'effecteur est l'outil attaché au poignet sur la dernière articulation du robot pour la manipulation des objets : par exemple la pince représentée par la figure I.4). Dans notre application la distance entre la fin de l'effecteur et l'axe du poignet est supposée nulle $d_6=0$ (Armstrong *et al.*, 1986).

La dynamique des trois dernières articulations est négligeable par rapport aux trois premières. Par conséquent, nous nous sommes intéressés à étudier le mouvement des trois premières articulations du bras de robot PUMA 560 (Waist, Shoulder, Elbow), en fixant les autres à la position d'origine (i.e., poignet fixé à la position d'origine : $q_4=0$, $q_5=0$ et $q_6=0$).

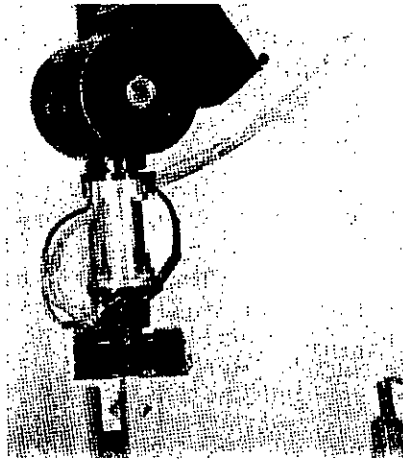


Figure I.4 : Effecteur et poignet du bras de robot PUMA 560.

Les transformations appropriées en utilisant le formalisme de Denavit et Hartenberg pour les trois premières articulations considérées sont :

$$T_0^1 = \left[\begin{array}{ccc|c} c_1 & 0 & -s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & c_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (I.9.a)$$

$$T_1^2 = \left[\begin{array}{ccc|c} c_2 & -s_2 & 0 & a_2 c_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & a_2 s_2 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (I.9.b)$$

$$T_0^2 = \left[\begin{array}{ccc|c} c_1 c_2 & -c_1 s_2 & -s_1 & a_2 c_1 c_2 - d_2 s_1 \\ s_1 c_2 & -s_1 s_2 & c_1 & a_2 c_2 s_1 + d_2 c_1 \\ -s_2 & -c_2 & 0 & -a_2 s_2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (I.9.c)$$

$$T_2^3 = \left[\begin{array}{ccc|c} c_3 & 0 & s_3 & a_3 c_3 \\ s_3 & 0 & -c_3 & a_3 s_3 \\ 0 & 1 & 0 & d_3 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (I.9.d)$$

$$T_0^3 = \left[\begin{array}{ccc|c} c_1 c_{23} & -s_1 & c_1 s_{23} & c_1 (a_2 c_2 + a_3 c_{23}) - (d_2 + d_3) s_1 \\ s_1 c_{23} & c_1 & s_1 s_{23} & s_1 (a_2 c_2 + a_3 c_{23}) + (d_2 + d_3) c_1 \\ -s_{23} & 0 & c_{23} & -(a_2 s_2 + a_3 s_{23}) \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (I.9.e)$$

avec $c_i = \cos \theta_i$; $s_i = \sin \theta_i$; $c_{ij} = \cos(\theta_i + \theta_j)$; $s_{ij} = \sin(\theta_i + \theta_j)$.

A l'aide du formalisme de Denavit et Hartenberg nous pouvons calculer facilement les coordonnées de l'élément terminal (fin de l'effecteur) dans le repère (x_0, y_0, z_0) fixé à la base. La notation simplificatrice r_3^6 signifie le vecteur des coordonnées homogènes de l'élément terminal exprimées dans le repère (x_3, y_3, z_3) . Avec la supposition (poignet fixé à la position d'origine : $q_4=0$, $q_5=0$ et $q_6=0$), le vecteur r_3^6 est donné par l'équation suivante :

$$r_3^6 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_4 + d_6 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (I.10)$$

Par la transformation de Denavit et Hartenberg T_0^3 , on peut calculer les coordonnées de l'élément terminal exprimées dans le repère (x_0, y_0, z_0) par la formule suivante :

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \end{bmatrix} = T_0^3 r_3^6 \quad (I.11)$$

donc

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|c} c_1 c_{23} & -s_1 & c_1 s_{23} & c_1 (a_2 c_2 + a_3 c_{23}) - (d_2 + d_3) s_1 \\ s_1 c_{23} & c_1 & s_1 s_{23} & s_1 (a_2 c_2 + a_3 c_{23}) + (d_2 + d_3) c_1 \\ -s_{23} & 0 & c_{23} & -(a_2 s_2 + a_3 s_{23}) \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_4 + d_6 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (I.12)$$

Enfin, Nous définissons le vecteur position de l'élément terminal exprimé dans le repère fixé à la base (x_0, y_0, z_0) comme suit :

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1(a_2 c_2 + a_3 c_{23}) - (d_2 + d_3) s_1 + (d_4 + d_6) c_1 s_{23} \\ s_1(a_2 c_2 + a_3 c_{23}) + (d_2 + d_3) c_1 + (d_4 + d_6) s_1 s_{23} \\ -(a_2 s_2 + a_3 s_{23}) + (d_4 + d_6) c_{23} \end{bmatrix} \quad (I.13)$$

A l'aide du logiciel MatLab et avec les relations du modèle géométrique du robot PUMA 560 obtenues, nous avons pu programmer un simulateur pour l'animation de ce bras de robot. Quelques fenêtres Windows de ce simulateur sont présentées dans l'annexe I.

I.3 Modélisation dynamique

Les modèles dynamiques des bras manipulateurs sont décrits par un ensemble d'équations mathématiques qui portent des informations dynamiques de ces manipulateurs et peuvent être simulées sur un ordinateur dans le but de synthétiser une commande conditionnée par des performances désirées. L'ensemble des équations dynamiques peuvent être déterminées par des lois mécaniques classiques Newtoniennes et Lagrangiennes. Les approches d'Euler Lagrange et Newton-Euler permettent d'aboutir aux équations du mouvement des robots.

I.3.1 Approche d'Euler Lagrange

Le formalisme d'Euler-Lagrange et la transformation homogène de Denavit et Hartenberg amènent à un algorithme consistant à présenter les équations dynamiques du mouvement. L'approche d'Euler-Lagrange sert à modéliser et présenter la dynamique des robots à travers les équations du mouvement. Elle s'adapte lors des calculs manuels et pour des calculs assistés par ordinateur.

L'équation d'Euler-Lagrange est (Fu *et al.*, 1987 ; Paul, 1981) :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial E_D}{\partial \dot{q}_i} = T_i \quad i = 1, \dots, n \quad (I.14)$$

avec E_D est l'énergie de dissipation en cas de présence de frottement visqueux, T_i est la force ou le couple généralisé à la $i^{\text{ème}}$ articulation, n est le nombre de degré de liberté, q_i est la coordonnée généralisée de l'articulation i , \dot{q}_i est la dérivée de la coordonnée généralisée et L est le Lagrangien exprimé par l'équation suivante :

$$L = E_C - E_P \quad (I.15)$$

où E_C est l'énergie cinétique totale de toutes les liaisons, E_P est l'énergie potentielle totale de toutes les liaisons.

L'énergie cinétique est calculée par l'expression de la vitesse.

$$V_0^i = \frac{dr_0^i}{dt} \quad (I.16)$$

$$r_0^i = T_0^i r_i^i \quad (I.17)$$

où r_i^i est la coordonnée homogène du point i exprimée dans le repère R_i . Comme la liaison n'est pas flexible, on a $\frac{dr_i^i}{dt} = 0$ donc :

$$V_0^i = \sum_{j=1}^i \frac{\partial T_0^i}{\partial q_j} \frac{dq_j}{dt} r_i^i \quad (I.18)$$

avec T_{i-1}^i est la matrice de transformation homogène. Sous une écriture matricielle, on peut écrire :

$$V_0^i = \sum_{j=1}^i [U_{ij} \dot{q}_j] r_i^i \quad (I.19)$$

et

$$U_{ij} = \begin{cases} T_0^{j-1} Q_j T_{j-1}^i & j \leq i \\ 0 & j \geq i \end{cases} \quad (I.20)$$

Pour une liaison rotoïde, on a :

$$Q_j = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (I.21)$$

Et pour une liaison prismatique :

$$Q_j = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

L'énergie cinétique de l'élément i dans la liaison i est

$$dE_{ci} = \frac{1}{2} \text{trace}(V_i V_i^T) dm \quad (1.23)$$

En développant l'expression précédente, on obtient :

$$dE_{ci} = \frac{1}{2} \text{trace} \left(\sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i U_{ij} (r_i^j r_i^{jT} dm) U_{ik}^T \dot{q}_j \dot{q}_k \right) \quad (1.24)$$

L'énergie cinétique de la liaison i est :

$$E_{ci} = \frac{1}{2} \text{trace} \left(\sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i U_{ij} J_i U_{ik}^T \dot{q}_j \dot{q}_k \right) \quad (1.25)$$

avec :

$$J_i = \begin{bmatrix} \int x_i^2 dm & \int x_i y_i dm & \int x_i z_i dm & \int x_i dm \\ \int x_i^2 dm & \int y_i^2 dm & \int y_i z_i dm & \int y_i dm \\ \int x_i z_i dm & \int y_i z_i dm & \int z_i^2 dm & \int z_i dm \\ \int x_i dm & \int y_i dm & \int z_i dm & \int dm \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

L'énergie cinétique des actionneurs est définie par :

$$E_{Ca} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n I_i \dot{q}_i^2 \quad (1.27)$$

où I_i caractérise un moment d'inertie dans le cas d'une rotation et une masse dans le cas d'une translation de l'actionneur i . L'énergie cinétique totale sera :

$$E_C = \sum_{i=1}^n E_{ci} + E_{Ca} \quad (1.28)$$

L'énergie potentielle est décrite par (Fu *et al.*, 1987)

$$E_p = \sum_{i=1}^n -m_i \mathbf{g}^T \mathbf{r}_0^i = -\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{g}^T T_0^i \mathbf{r}_i^i \quad (I.29)$$

avec $\mathbf{g}^T = [g_x \quad g_y \quad g_z \quad 1]$ exprimée dans le repère R_0 . Dans le cas où l'axe z_0 est orienté vers le haut, nous obtiendrons :

$$\mathbf{g}^T = [0 \quad 0 \quad -|g| \quad 1] \quad (I.30)$$

où g est la gravité mesuré à la base du robot.

Enfin, l'énergie de dissipation est donnée par :

$$E_D = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n f_{vi} \dot{q}_i^2 \quad (I.31)$$

où f_{vi} le coefficient de frottement visqueux ($i = 1, n$). L'expression finale du Lagrangien sera :

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^j \text{trace}(U_{ij} J_i U_{ik}^T) \dot{q}_j \dot{q}_k + \sum_i m_i \mathbf{g}^T T_0^i \mathbf{r}_i^i \quad (I.32)$$

Appliquant la formule d'Euler-Lagrange à la fonction Lagrangienne donnée ci-dessus, on trouve la force ou couple généralisé

$$\begin{aligned} T_i &= \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^j \text{trace}(U_{jk} J_j U_{ji}^T) \ddot{q}_k \\ &+ \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^j \sum_{l=1}^j \text{trace}(U_{jkl} J_j U_{jl}^T) \dot{q}_k \dot{q}_l \\ &- \sum_{j=1}^n m_j \mathbf{g}^T U_{ji} \mathbf{r}_j^j + f_{vi} \dot{q}_i \end{aligned} \quad (I.33)$$

avec

$$U_{ijk} = \begin{cases} T_0^{k-1} Q_k T_{k-1}^{j-1} Q_j T_{j-1}^i & k \leq j \leq i \\ T_0^{j-1} Q_j T_{j-1}^{k-1} Q_k T_{k-1}^i & j \leq k \leq i \\ 0 & j < i < k \end{cases} \quad (I.34)$$

Avec une autre présentation, l'équation (1.33) devienne :

$$T_i = \sum_{j=1}^n M_{ij}(q) \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n N_{ijk}(q) \dot{q}_j \dot{q}_k + G_i(q) + H_i(\dot{q}_i), \quad i = 1, \dots, n \quad (1.35)$$

avec

$$M_{ij}(q) = \sum_{k=\max(i,j)}^n \text{trace}(U_{kj} J_k U_{ki}^T) \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, n \\ j = 1, \dots, n \end{array} \quad (1.36)$$

$$G_i(q) = - \sum_{j=1}^n m_j g^T U_{ji} r_j^i \quad (1.37)$$

$$N_{ijk}(q) = \sum_{l=\max(i,j,k)}^n \text{trace}(U_{lj} J_l U_{li}^T) \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, n \\ j = 1, \dots, n \\ k = 1, \dots, n \end{array} \quad (1.38)$$

$$H_i(\dot{q}_i) = f_{vi} \dot{q}_i \quad (1.39)$$

L'écriture matricielle des équations précédentes donne le modèle dynamique global du robot (Seraji, 1988). Ce modèle est le suivant :

$$T(t) = M(q) \ddot{q} + N(q, \dot{q}) + G(q) + H(\dot{q}). \quad (1.40)$$

avec $q \in \mathfrak{R}^n$, $\dot{q} \in \mathfrak{R}^n$, $\ddot{q} \in \mathfrak{R}^n$ représentent respectivement les positions, les vitesses et les accélérations articulaires ; $M(q) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ est la matrice symétrique définie positive des accélérations inertielles dont l'élément M_{ij} de cette matrice est l'inertie de la $i^{\text{ème}}$ articulation sur la $j^{\text{ème}}$ articulation et vice versa ; $N(q, \dot{q}) \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur de forces et/ou couples dus aux accélérations de Coriolis et centrifuge ; $G(q) \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur de forces et/ou couples dus aux forces de gravitation ; $H(\dot{q}) \in \mathfrak{R}^n$ représente les effets des frottements visqueux ; $T(t) \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur de forces et/ou couples moteurs.

Une autre forme de représentation matricielle du modèle dynamique (1.35) est la suivante (Armstrong, 1986) :

$$T(t) = M(q) \ddot{q} + D(q) [\dot{q} \dot{q}] + C(q) [\dot{q}^2] + G(q) + H(\dot{q}). \quad (1.41)$$

avec $q \in \mathfrak{R}^n$, $\dot{q} \in \mathfrak{R}^n$, $\ddot{q} \in \mathfrak{R}^n$ représentent respectivement les positions, les vitesses et les accélérations articulaires ; $M(q) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ est la matrice symétrique définie positive des accélérations inertielles dont l'élément M_{ij} de cette matrice est l'inertie de la $i^{\text{ème}}$ articulation sur la $j^{\text{ème}}$ articulation et vice versa ; $D(q) \in \mathfrak{R}^{n \times 2}$ est la matrice des couples de Coriolis ; $C(q) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ est la matrice des couples de centrifuges ; $G(q) \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur des accélérations gravitationnelles ; le vecteur $H(\dot{q}) \in \mathfrak{R}^n$ représente les effets des frottements visqueux ; $T(t) \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur de forces ou couples généralisés ; $[\dot{q} \dot{q}] \in \mathfrak{R}^{n(n-1)}$ est le vecteur de produit des vitesses généralisées et $[\dot{q}^2] \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur de carré des vitesses généralisées, tel que :

$$[\dot{q} \dot{q}] = [\dot{q}_1 \dot{q}_2 \dots \dot{q}_1 \dot{q}_n \dot{q}_2 \dot{q}_3 \dots \dot{q}_2 \dot{q}_n \dots \dot{q}_{n-2} \dot{q}_n \dot{q}_{n-1} \dot{q}_n]^T \quad (1.42)$$

et

$$[\dot{q}^2] = [\dot{q}_1^2 \dot{q}_2^2 \dots \dot{q}_n^2]^T \quad (1.43)$$

Il existe une méthode directe basée sur le principe de conservation d'énergie pour calculer rapidement la matrice des couples de Coriolis D et la matrice des couples centrifuges C . Cette méthode est la suivante (Armstrong *et al.*, 1986)

Pour la matrice de Coriolis D , le calcul est basé essentiellement sur la formule suivante :

$$D_{ij} = 2\beta^{i,k} \quad (1.44)$$

avec le symbole de Christoffel défini par :

$$\beta^{i,j,k} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial m_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial m_{jk}}{\partial q_j} - \frac{\partial m_{jk}}{\partial q_i} \right] \quad (1.45)$$

Puisque la matrice d'inertie est définie positive, on aura les propriétés suivantes :

$$\frac{\partial m_{ij}}{\partial q_k} = \frac{\partial m_{ji}}{\partial q_k} \quad \forall i, j, k \quad (1.46)$$

et

$$\frac{\partial m_{ij}}{\partial q_k} = 0 \quad \text{pour} \quad i \geq k, \quad j \geq k \quad (1.47)$$

Enfin, les éléments de la matrice centrifuge C sont définis par l'équation suivante :

$$C_{ij} = \beta^{i,j} \quad (1.48)$$

1.3.2 Modèle dynamique décentralisé

La synthèse d'une commande décentralisée des robots manipulateurs nécessite la décomposition du modèle dynamique en plusieurs sous-systèmes. Le modèle dynamique général d'un robot manipulateur rigide à n degrés de liberté peut être représenté par un système d'équation différentielle non-linéaire de second ordre à n entrées formant le vecteur de forces ou couples généralisés u , et n sorties qui forment le vecteur position q . Les équations de ce système à n liaisons, décrites dans l'espace des coordonnées articulaires, sont données sous forme matricielle comme suit (Yeung and Chen, 1988) :

$$M(q) \ddot{q} + B(q, \dot{q}) \dot{q} + K(q, \dot{q}) q + G(q) + H(\dot{q}) = u_m + u_p + u \quad (1.49)$$

avec $q \in \mathfrak{R}^n$, $\dot{q} \in \mathfrak{R}^n$, $\ddot{q} \in \mathfrak{R}^n$ représentent respectivement les positions, les vitesses et les accélérations articulaires ; $M(q) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ est la matrice d'inertie ; $B(q, \dot{q}) \dot{q} + K(q, \dot{q}) q \in \mathfrak{R}^n$ englobe les couples dus aux forces de Coriolis et centrifuges ; $G(q) \in \mathfrak{R}^n$ le vecteur des forces et/ou couples dus aux forces de gravitation ; $H(\dot{q}) \in \mathfrak{R}^n$ le vecteur de forces et/ou couples dus aux frottement visqueux et secs ; $u_p \in \mathfrak{R}^n$ le vecteur des forces et/ou couples de perturbation externe ; $u_m \in \mathfrak{R}^n$ est la perturbation due à la portée de la masse m et enfin $u \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur des forces et/ou couples moteurs développés par des algorithmes de commandes.

Les éléments de M , B , K , G et H sont généralement des fonctions très compliquées et non-linéaires par rapport aux coordonnées généralisées du manipulateur. Les commandes calculées sont des couples à appliquer par des moteurs à chaque charge (charge de chaque moteur). Le problème de la commande des robots manipulateurs est d'élaborer un schéma qui génère une commande $u(t)$ de manière à ce que la position $q(t)$ suit une trajectoire désirée $q_d(t)$ pour un problème de poursuite. Dans le cas d'un problème de régulation, la dynamique de $q(t)$ suit une dynamique imposée.

Les propriétés de ce modèle dynamique sont les suivantes :

1. La matrice $M(q)$ est symétrique définie positive. Par conséquent, tous les éléments diagonaux de cette matrice sont positifs $\{m_{ii}(q) > 0 \quad i = 1, \dots, n\}$.

2. Les matrices M, B, K et les vecteurs G et H sont uniformément bornés.
3. L'entrée de commande est indépendante pour chaque articulation du manipulateur.
4. Le vecteur des frottements visqueux et secs $H(\dot{q})$ est caractérisé par les n éléments $\{h_i(\dot{q}_i) \quad i=1, \dots, n\}$, tel que :

$$h_i(\dot{q}_i) = f_{vi} \dot{q}_i + f_{si} \operatorname{sgn}(\dot{q}_i), \quad (1.50)$$

avec f_{vi} et f_{si} sont respectivement les coefficients des frottements visqueux et secs de la $i^{\text{ème}}$ articulation.

5. La perturbation due à la portée de la charge représentée par u_m caractérise l'effet de la charge m sur le modèle dynamique du robot, il est calculé par la matrice Jacobienne. Celle-ci est la dérivée du vecteur position de l'élément terminal (fin effecteur). Elle est donnée par la formule suivante :

$$J(q) = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_x}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial p_x}{\partial q_n} \\ \frac{\partial p_y}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial p_y}{\partial q_n} \\ \frac{\partial p_z}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial p_z}{\partial q_n} \end{bmatrix} \quad (1.51)$$

La perturbation due à la portée de la charge sera :

$$u_m = m J^T(q) \left[J(q) \ddot{q} + \dot{J}(q, \dot{q}) \dot{q} + g \right] \quad (1.52)$$

avec g est le vecteur de gravité mesurée sur base du robot.

Les propriétés 1 à 5 découlent de la nature physique du robot manipulateur. La propriété 3 est due au fait que les flexibilités des articulations et des structures n'ont pas été prises en compte (Benallegue, 1991). Dans ce cas de figure chaque degrés de liberté est piloté par un actionneur (par exemple un moteur à courant continu).

Afin de faire un développement du schéma de commande décentralisée il convient de voir chaque articulation comme un sous-système du robot manipulateur. Chaque sous-système (articulation) est interconnecté avec les autres sous-systèmes par des couples et/ou forces de couplage. Le modèle dynamique du manipulateur (1.49) doit donc être mis sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 m_{ii}(q) \ddot{q}_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n m_{ij}(q) \ddot{q}_j(t) + b_{ii}(q, \dot{q}) \dot{q}_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_{ij}(q, \dot{q}) \dot{q}_j(t) + \\
 k_{ii}(q, \dot{q}) q_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n k_{ij}(q, \dot{q}) q_j(t) + g_i(q) + h_i(\dot{q}_i) = u_{pi}(t) + u_i(t), \quad i = 1, \dots, n
 \end{aligned} \tag{1.53}$$

les coefficients $m_{ij}(q)$, $b_{ij}(q, \dot{q})$, $k_{ij}(q, \dot{q})$, $g_i(q)$, $h_i(\dot{q}_i)$, $u_{pi}(t)$ et $u_i(t)$ sont respectivement les éléments de M , B , K , G , H , u_p et u . La notation par l'indice i réfère à l'articulation numéro i .

L'équation (1.53) peut être mise sous une forme plus simple :

$$m_{ii}(q) \ddot{q}_i(t) + b_{ii}(q, \dot{q}) \dot{q}_i(t) + k_{ii}(q, \dot{q}) q_i(t) + d_i(q, \dot{q}, \ddot{q}) = u_{pi}(t) + u_i(t), \quad i = 1, \dots, n \tag{1.54}$$

Le terme de couple ou force d'interconnexion est caractérisée par :

$$d_i(q, \dot{q}, \ddot{q}) = g_i(q) + h_i(\dot{q}_i) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n m_{ij}(q) \ddot{q}_j(t) + b_{ij}(q, \dot{q}) \dot{q}_j(t) + k_{ij}(q, \dot{q}) q_j(t) \tag{1.55}$$

L'équation (1.54) représente le modèle dynamique de l'articulation i et $u_i(t) \in \mathfrak{R}$ est la commande locale. $q_i(t) \in \mathfrak{R}$, $\dot{q}_i(t) \in \mathfrak{R}$, $\ddot{q}_i(t) \in \mathfrak{R}$ sont respectivement la position, la vitesse et l'accélération linéaire ou angulaire relatives à chaque articulation. Le coefficient $m_{ii}(q)$ représente le moment d'inertie local, ce dernier est toujours positif. Le terme $d_i(q, \dot{q}, \ddot{q}) \in \mathfrak{R}$ peut être considéré comme une perturbation constituant les termes de couplage entre l'articulation (sous-système) i et les autres articulations robot (interconnexion).

1.3.3 Modèle dynamique du robot PUMA 560.

Dans cette section, le modèle dynamique du bras de robot PUMA 560 est présenté. Les trois dernière articulations de ce manipulateurs qui constituent le poignet (Wrist) sont fixées à la position *zéro* (i.e., les positions $q_4(t) = q_5(t) = q_6(t) = 0$, les vitesses $\dot{q}_4(t) = \dot{q}_5(t) = \dot{q}_6(t) = 0$ et les accélérations $\ddot{q}_4(t) = \ddot{q}_5(t) = \ddot{q}_6(t) = 0$, $\forall t \in \mathfrak{R}^+$). Nous avons adopté l'abréviation des fonctions trigonométriques des coordonnées articulaires du robot en écrivant c_i , s_i , c_{ij} , s_{ij} et c_{ijk} pour signifier $\cos(q_i)$, $\sin(q_i)$, $\cos(q_i + q_j)$, $\sin(q_i + q_j)$ et $\cos(q_i + q_j + q_k)$ respectivement.

Le modèle dynamique pour les trois premières articulations du bras de robot PUMA 560 est le suivant :

$$M(q) \ddot{q} + B(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) = u - m J^T(q) \left[J(q) \ddot{q} + \dot{J}(q, \dot{q}) \dot{q} + g \right] \quad (1.56)$$

avec $q = [q_1, q_2, q_3]^T$ le vecteur des coordonnées généralisées, m est le poids de la charge à porter, $J(q)$ la matrice Jacobienne et $g = [0 \ 0 \ 9.81]^T$.

Les expressions des éléments des matrices M , B et le vecteur G sont les suivants :

- Les éléments de la matrice d'inertie $M(q)$:

$$\begin{aligned} m_{11} &\approx 2.57 + 1.38 c_2^2 + 0.30 s_2 s_3 + 7.44 \times 10^{-1} c_2 s_{23} \\ m_{12} = m_{21} &\approx 6.90 \times 10^{-1} s_2 - 1.34 \times 10^{-1} c_{23} + 2.38 \times 10^{-2} c_2 \\ m_{13} = m_{31} &\approx -1.34 \times 10^{-1} c_{23} - 3.97 \times 10^{-3} s_{23} \\ m_{22} &\approx 6.79 + 7.44 \times 10^{-1} s_3 \\ m_{23} = m_{32} &\approx 0.333 + 3.72 \times 10^{-1} s_3 - 1.10 \times 10^{-2} c_3 \\ m_{33} &\approx 1.16 \end{aligned} \quad (1.57)$$

- Les éléments de la matrice $B(q, \dot{q})$:

$$\begin{aligned} b_{11} &\approx (-2.76 s_2 c_2 + 7.44 \times 10^{-1} c_{223} + 0.60 s_2 c_3 - 2.13 \times 10^{-2} (1 - 2 s_2 s_3)) \dot{q}_2 \\ b_{12} &\approx (6.90 \times 10^{-1} c_2 + 1.34 \times 10^{-1} s_{23} - 2.38 \times 10^{-2} s_2) \dot{q}_2 \\ &\quad + (2.67 \times 10^{-1} s_{23} - 7.58 \times 10^{-3} c_{23}) \dot{q}_3 \\ b_{13} &\approx (7.44 \times 10^{-1} c_2 c_{23} + 0.60 s_2 c_3 + 2.20 \times 10^{-2} c_2 s_{23} \\ &\quad - 2.13 \times 10^{-2} (1 - 2 s_2 s_3)) \dot{q}_1 + 0.5 (2.67 \times 10^{-1} s_{23} - 7.58 \times 10^{-3} c_{23}) \dot{q}_3 \\ b_{21} &\approx -0.5 (-2.76 s_2 c_2 + 7.44 \times 10^{-1} c_{223} + 0.60 s_2 c_3 - 2.13 \times 10^{-2} (1 - 2 s_2 s_3)) \dot{q}_1 \\ b_{22} &\approx (2.20 \times 10^{-2} s_3 + 7.44 \times 10^{-1} c_3) \dot{q}_3 \\ b_{23} &\approx 0.5 (2.20 \times 10^{-2} s_3 + 7.44 \times 10^{-1} c_3) \dot{q}_3 \\ b_{31} &\approx -0.5 (7.44 \times 10^{-1} c_2 c_{23} + 0.60 s_2 c_3 \\ &\quad + 2.20 \times 10^{-2} c_2 s_{23} - 2.13 \times 10^{-2} (1 - 2 s_2 s_3)) \dot{q}_1 \\ b_{32} &\approx -0.5 (2.20 \times 10^{-2} s_3 + 7.44 \times 10^{-1} c_3) \dot{q}_2 \\ b_{33} &= 0 \end{aligned} \quad (1.58)$$

- Les éléments du vecteurs de gravité $G(q)$.

$$\begin{aligned}
 g_1 &= 0 \\
 g_2 &\approx -37.2 c_2 - 8.4 s_{23} + 1.02 s_2 \\
 g_3 &\approx -8.4 s_{23} + 0.25 c_{23}
 \end{aligned} \tag{1.59}$$

La démonstration et le calcul des élément des matrices M , B et le vecteur G du modèle dynamique de ce bras de robot manipulateur est présenté dans la référence (Armstrong *et al.*, 1986).

La matrice Jacobienne $J(q)$ est obtenue par les formules (1.13) et (1.51). Après quelques calculs simples nous trouvons les expressions des éléments de la matrice $J(q)$:

$$\begin{aligned}
 j_{11} &= -s_1(a_2 c_2 + a_3 c_{23}) - (d_2 + d_3) c_1 - (d_4 + d_6) s_1 s_{23} \\
 j_{12} &= -c_1(a_2 s_2 + a_3 s_{23}) + (d_4 + d_6) c_1 c_{23} \\
 j_{13} &= -a_3 c_1 s_{23} + (d_4 + d_6) c_1 c_{23} \\
 j_{21} &= c_1(a_2 c_2 + a_3 c_{23}) - (d_2 + d_3) s_1 + (d_4 + d_6) c_1 s_{23} \\
 j_{22} &= -s_1(a_2 s_2 + a_3 s_{23}) + (d_4 + d_6) s_1 c_{23} \\
 j_{23} &= -a_3 s_1 s_{23} + (d_4 + d_6) s_1 c_{23} \\
 j_{31} &= 0 \\
 j_{32} &= -(a_2 c_2 + a_3 c_{23}) - (d_4 + d_6) s_{23} \\
 j_{33} &= -a_3 c_{23} - (d_4 + d_6) s_{23}
 \end{aligned} \tag{1.60}$$

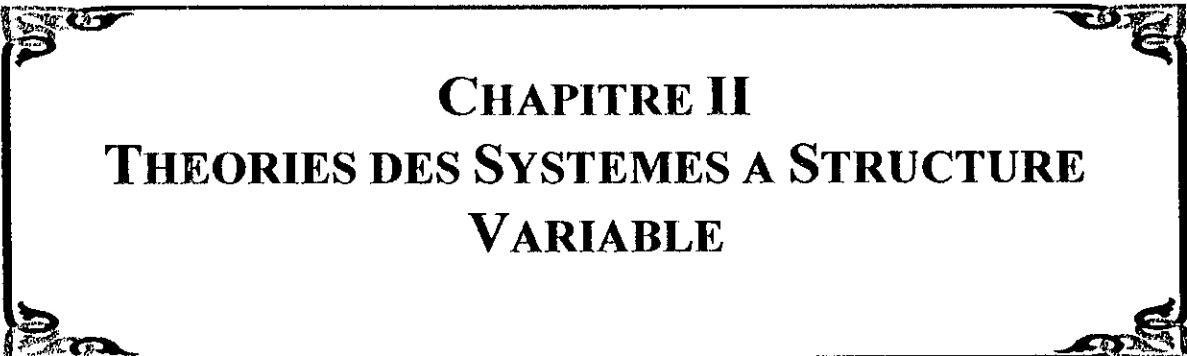
avec $a_2 = 0.4319$ m, $a_3 = -0.0203$ m, $b_2 = 0.2435$ m, $b_3 = -0.0934$ m, $b_4 = 0.4331$ m et $b_6 = 0$ m.

Les paramètres physiques du bras de robot PUMA 560 sont représentés dans l'annexe II. Pour plus d'informations voir (Armstrong *et al.*, 1986). Le tableau Ann.II.1 représente les masses des différentes liaisons du manipulateur ; la masse de la première liaison n'est pas présentée dans ce tableau puisque cette liaison ne fait pas une translation par rapport à la base du robot mais seulement une rotation de l'articulation 1 autour de l'axe z_0 (énergie potentielle nulle). La mesure de cette masse n'est pas nécessaire. Les différents moments d'inerties relatifs à chaque liaison en respectant les repères des articulations sont représentés par Le tableau Ann.II.2. La notation simplificatrice I_{xx} , I_{yy} et I_{zz} signifi respectivement le moment d'inertie suivant l'axe x , y et z relatif à chaque articulation, et la notation I_{moteur} le moment d'inertie du moteur. Le rapport d'engrenage et le couple maximum de chaque articulation sont présentés par le tableau Ann.II.3.

I.4 Conclusion

Les formalismes de Lagrange Euler permettent d'établir un système d'équations différentielles reliant les coordonnées généralisées aux forces et/ou couples généralisés. Cette procédure nous a permis d'obtenir les modèles dynamiques du robot PUMA 560. Le modèle a permis de mettre en évidence la difficulté de commander ce genre de bras manipulateur, étant donné les fortes non-linéarités qui régissent le fonctionnement dynamique de ceux-ci.

Nous avons remarqué que le comportement dynamique du robot manipulateur exige une trajectoire spécifique (continue en position, en vitesse et en accélération), permettant ainsi le contrôle du robot avec des commandes lisses et physiquement acceptables.



CHAPITRE II
THEORIES DES SYSTEMES A STRUCTURE
VARIABLE

CHAPITRE II

THEORIES DES SYSTEMES A STRUCTURE VARIABLE

II.1 Introduction

La résolution des systèmes d'équations non linéaires est parfois une tâche délicate et difficile à faire. La difficulté augmente si le second membre est discontinu. La théorie des systèmes à structure variable est basée essentiellement sur le deuxième problème. Elle a été développée durant les 40 années précédentes à l'issue des travaux du mathématicien soviétique Phillipov F. (1960) en résolvant le problème de l'équation différentielle à second membre discontinu en 1960. Cette théorie a fait l'objet de recherches avancées menées par le professeur Emil-Yanov en 1967 avec son équipe, par le professeur Utkin V. I. (1978), et beaucoup de recherches en Automatique.

La technique des modes de glissement est un cas particulier de la théorie des systèmes à structure variable. Elle est caractérisée par la commutation de l'excitation du système avec une haute fréquence (théoriquement fréquence infinie). L'objectif principal étant d'amener la trajectoire d'état du système à régler vers la surface de glissement synthétisée correctement suivant la dynamique voulue et de la faire commuter avec une logique de commutation jusqu'au point d'équilibre.

Parmi les principales propriétés des modes glissants nous avons : (Boudjema, 1991)

- La trajectoire d'état du système en mode de glissement appartient à une surface de commutation inférieure à celle de l'espace d'état. Par conséquent l'ordre des équations différentielles décrivant le fonctionnement du système en mode de glissement est réduit (réduction d'ordre) ;
- La dynamique du système en mode de glissement est fixée par le choix approprié des coefficients de la surface de glissement ;

- La théorie des modes glissants appartient bien aux systèmes dont les commandes sont discontinues ;
- La théorie des systèmes à structure variable particulièrement les modes glissants présente une robustesse vis à vis des perturbations externes et des variations paramétriques ;
- La mise en pratique de cette technique étant liée exclusivement au développement de l'électronique de puissance qui apporte des circuits de commutations à haute fréquence.

II.2 Système de réglage à structure variable

En vue de faire une synthèse d'une commande à structure variable on propose une configuration particulière qui englobe toutes les configurations de base des systèmes à structure variable. Cette dernière est illustrée par la figure II.1.

La configuration présentée possède trois blocs élémentaires pour constituer la commande globale qui excite le système à savoir :

- le premier bloc (1) constitue deux vecteurs de commandes auxiliaires. Un des deux forme la première partie u_1 de la commande globale suivant le signe de la loi de commutation $\sigma(x, x_d, t)$;
- le deuxième bloc (2) fournit la commande u_2 . Cette commande est formée en multipliant le vecteur d'état désiré par une matrice d'anticipations $\psi^+(x_d, t)$ ou $\psi^-(x_d, t)$ par le biais du signe de la loi de commutation ;
- le troisième bloc (3) fournit la commande u_3 . Cette dernière est formée en multipliant le vecteur d'état x par une matrice de contre réaction $\phi^+(x_d, t)$ ou $\phi^-(x_d, t)$ suivant toujours le signe de la loi de commutation.

La commande résultante est décrite par la forme non linéaire suivante :

$$u = u_1 + u_2 + u_3 = \begin{cases} u^+ = \gamma^+(t) + \psi^+(x_d, t)x_d + \phi^+(x, t)x & \text{si } \sigma(x, x_d, t) > 0 \\ u^- = \gamma^-(t) + \psi^-(x_d, t)x_d + \phi^-(x, t)x & \text{si } \sigma(x, x_d, t) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

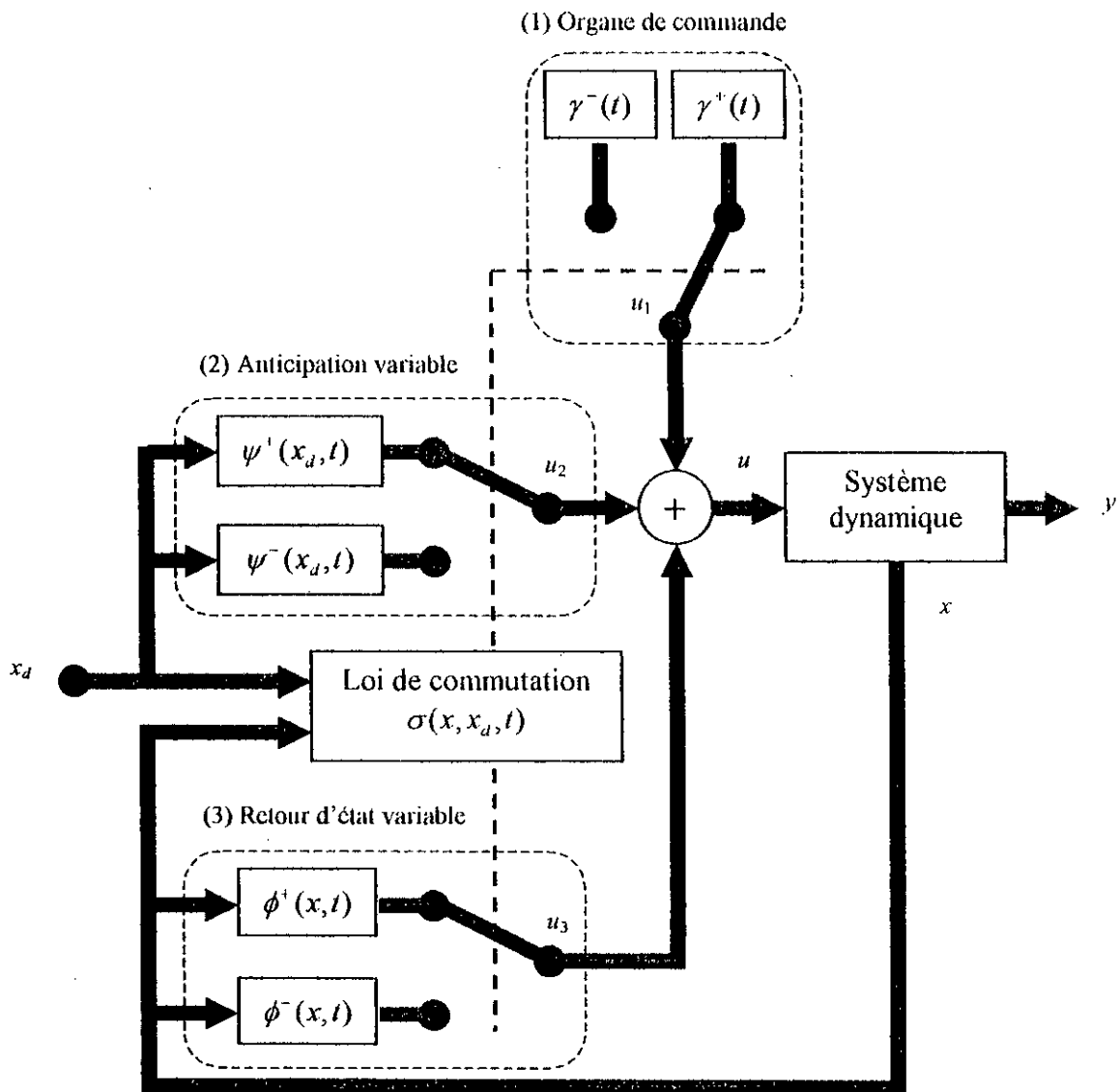


Figure II.1 : Configuration de base pour les systèmes à structure variable.

Exemple :

Soit le système représenté par la figure II.2 décrit par l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{y}(t) - 2\dot{y}(t) - y(t) = u(t) \quad (II.2)$$

Posant $y(t) = x_1(t)$ et $\dot{x}_1(t) = x_2(t)$, le modèle d'état est le suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (II.3)$$

Pour chaque instant du temps t nous utilisons la commande discontinue suivante :

$$u(t) = \phi(y) \quad y(t) = \phi(x_1) \quad x_1(t) \quad (II.4)$$

avec

$$\phi(x_1) = \begin{cases} -2 & \text{si } x_1 \sigma > 0 \\ +2 & \text{si } x_1 \sigma < 0 \end{cases} \quad (II.5)$$

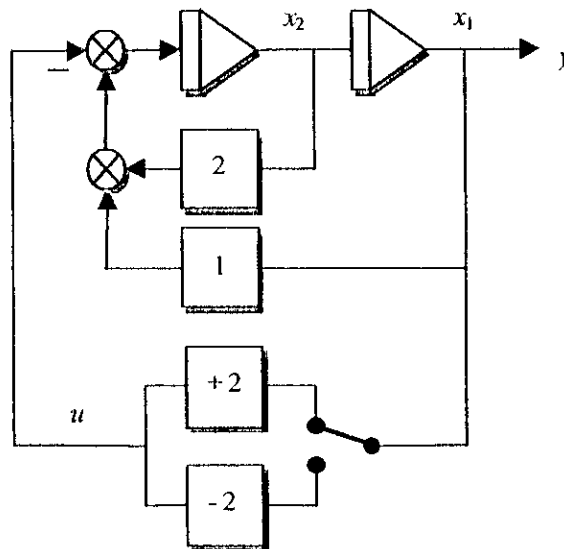
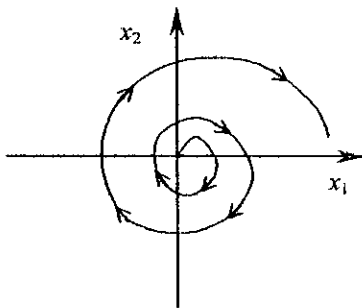


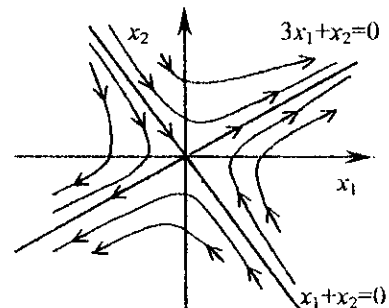
Figure II.2 - Système dynamique à structure variable.

La figure II.3 représente les différentes formes des trajectoires d'états dans le plans de phase. A l'aide des figures II.3.a et II.3.b nous remarquons que le système est instable dans les deux configurations possibles de la commande. Malgré cette instabilité, la Commande à Structure Variable (CSV) travaille de manière à assurer l'attraction de la trajectoire d'état du

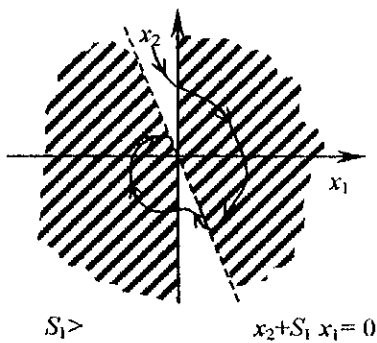
système vers la surface de glissement. La figure II.3.c montre bien la convergence de la trajectoire d'état vers le point d'équilibre. Dans ce cas le régime de glissement n'apparaît pas puisque la pente de la surface de glissement est relativement grande. Par contre dans la figure II.3.d le régime de glissement apparaît sur la surface de glissement.



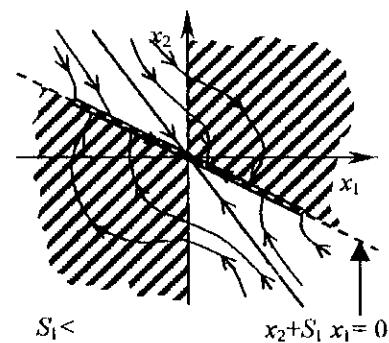
a) Forme de la trajectoire d'état dans le plan de phase avec la configuration $\phi(x_1) = +2$. Le système est instable.



b) Forme de la trajectoire d'état dans le plan de phase avec la configuration $\phi(x_1) = -2$. Le système est instable.



c) Forme de la trajectoire d'état avec CSV. Le régime de glissement n'existe pas sur la surface de glissement. Le système est stable



d) Forme de la trajectoire d'état avec CSV. Le régime de glissement existe sur la surface de glissement. Le système est asymptotiquement stable.

Figure II.3 : Plans de phase pour différentes structures.

II.3 Surface de glissement

La caractéristique principale d'un système à structure variable est la surface de glissement appelée aussi loi de commutation. Cette surface est un hyperplan dans l'espace d'état globale (une ligne pour un système de deuxième ordre, un plan pour un système de troisième ordre, etc.). L'objectif de la commande à structure variable est d'assurer que la trajectoire d'état du système suit parfaitement la surface de glissement par le biais d'une commande discontinue oscillant avec une haute fréquence (fréquence théoriquement infinie). Les commutations par rapport à cette surface ont des pics très fins (pics théoriquement négligeables). Il n'existe pas de critères bien spécifiés pour faire un choix approprié d'une loi de commutation. C'est le devoir du concepteur de la commande par mode de glissement à synthétiser une surface de glissement stable.

En général, la surface de glissement est choisie linéaire par rapport aux états. Soit σ la loi de commutation linéaire pour un système à m entrée de commande, la surface de glissement est décrite par la forme suivante (Mathews, 1985) :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \vdots \\ \sigma_m \end{bmatrix} = S x + S_d x_d \quad (II.6)$$

avec $x \in \mathfrak{R}^n$ vecteur d'état du système ; $x_d \in \mathfrak{R}^n$ vecteur d'état désiré ; $S \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ est la matrice des gains définissant la dynamique de la surface de glissement ; $S_d \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ est la matrice des gains du vecteur consigne.

La matrice de gains S peut être définie à partir d'un placement des pôles du système équivalent en régime de glissement idéal dans le but de fixer une dynamique particulière avec la surface de glissement (Bühler, 1989). La matrice S_d est définie de manière à assurer la convergence de la sortie y du système vers la sortie désirée en régime permanent (Utkin, 1978).

On remarque que la loi de commutation globale est décomposée en m surface de glissement. Chacune travaille avec une seule entrée de commande (Mathews, 1985) :

$$\sigma_i = \sum_{j=1}^n S_{ij} x_j + \sum_{j=1}^n S_{dij} x_{dj} \quad i = 1, \dots, m \quad (II.7)$$

II.4 Solution des systèmes à second membre discontinu

La théorie des systèmes à structure variable a été développée durant les 40 années précédentes à l'issue des travaux du mathématicien soviétique F. Phillipov par la résolution du problème de l'équation différentielle à second membre discontinu. Elle a été suivie par les recherches approfondies menées par le professeur Emil-Yanov en 1967 avec son équipe et par le professeur Utkin V. I. (1978).

II.4.1 Méthode de Phillipov

Le premier qui a pu résoudre l'équation différentielle du deuxième ordre dont le second membre est discontinu est le professeur Phillipov F. en 1960 en démontrant l'existence et l'unicité de la solution des systèmes dynamiques à structure variable en régime glissant idéal. Le principe de cette méthode est le suivant (Phillipov, 1960) :

Soit le système non-linéaire décrit par l'équation d'état :

$$\dot{x} = f(x, u, t) \tag{II.8}$$

avec la commande discontinue :

$$u = \begin{cases} u^+ & \text{si } \sigma > 0 \\ u^- & \text{si } \sigma < 0 \end{cases} \tag{II.9}$$

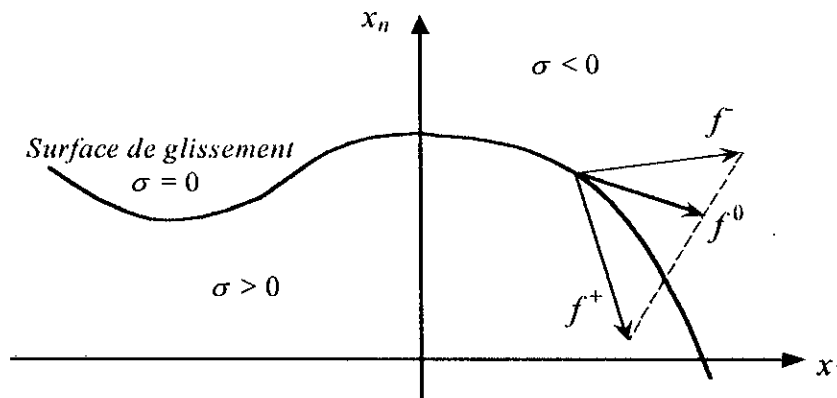


Figure II.4 : Représentation des champs de vecteur pour la méthode de Phillipov.

La trajectoire d'état en régime glissant s'écrit :

$$\dot{x} = f^0 = \mu f^+ + (1 - \mu) f^- \quad \text{avec} \quad 0 \leq \mu \leq 1 \quad (\text{II.10})$$

avec μ dépend de la direction de la grandeur des vecteurs colonne f^+ , f^- et le rang du vecteur gradient du σ .

$$\mu = \frac{\text{grad} [\sigma] f^-}{\text{grad} [\sigma] (f^- - f^+)} \quad (\text{II.11})$$

Substituant l'expression de μ dans l'équation (II.10) on trouve :

$$\dot{x} = \frac{\text{grad} [\sigma] f^-}{\text{grad} [\sigma] (f^- - f^+)} f^+ - \frac{\text{grad} [\sigma] f^+}{\text{grad} [\sigma] (f^- - f^+)} f^- \quad (\text{II.12})$$

La méthode de Fillipov consiste à trouver le résultat de la vitesse du champ de vecteur f^0 qui est piloté par la combinaison convexe de deux champs de vecteurs f^+ en dessus et f^- en dessous dont l'intersection de la surface est la tangente en un point donné.

II.4.2 Méthode d'Utkin

La méthode de Fillipov sert à trouver une trajectoire d'état en mode de glissement idéal. Une autre méthode que nous allons présenter ci-après se basant sur la commande équivalente a été proposée par Utkin. Cette méthode est la suivante : (Utkin, 1978)

Soit le système non-linéaire décrit par l'équation d'état :

$$\dot{x} = f(x,t) + g(x,t) u \quad (\text{II.13})$$

en régime de glissement idéal la loi de commutation s'annule (expression de la surface de glissement est validée), implicitement on a pas une variation de la loi de commutation, par conséquent, la dérivée de la loi de commutation par rapport à t est nulle :

$$\dot{\sigma}(x, \dot{x}, t) = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)^T \dot{x} + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad (\text{II.14})$$

l'introduction de l'équation (II.13) dans (II.14) donne :

$$\dot{\sigma}(x, \dot{x}, t) = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)^T \left(f(x, t) + g(x, t) u_{eq} \right) + \frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.15})$$

avec u_{eq} est la commande équivalente en mode glissant, d'après l'équation (II.15) la commande équivalente est donnée par la formule suivante :

$$u_{eq} = - \left[\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)^T g(x, t) \right]^{-1} \left\{ \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)^T f(x, t) + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right\} \quad (\text{II.16})$$

La commande u_{eq} existe si la condition suivante est vérifiée (condition transversalité) :

$$\det \left[\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)^T g(x, t) \right] \neq 0 \quad (\text{II.17})$$

L'équation d'état du système équivalent en mode de glissement idéal est donc :

$$\dot{x} = \left\{ 1 - g(x, t) \left[\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)^T g(x, t) \right]^{-1} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)^T \right\} f(x, t) - g(x, t) \left[\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)^T g(x, t) \right]^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad (\text{II.18})$$

II.5 Condition d'existence du mode de glissement

Le domaine du régime de glissement (appelé aussi *région d'attraction*) est une partie de l'espace d'état globale où pour toutes conditions initiales appartient à ce domaine, le vecteur vitesse de la trajectoire d'état à une direction vers la surface de glissement.

La condition d'existence du mode de glissement est reliée à la convergence de la trajectoire d'état vers le point d'équilibre dans le domaine du régime de glissement. Les conditions d'existence du régime de glissement peuvent être définies par les théories de stabilité de Lyapunov.

Théorème (Mathews, 1985)

Soit Ω l'espace d'état globale de dimension n , et σ est la surface de glissement d'ordre m associé au système. Soit D un sous espace de Ω de dimension $(n-m)$. La condition suffisante pour que D soit un domaine du régime de glissement est l'existence d'une fonction $V(x, \sigma, t)$ dite fonction de Lyapunov continue dérivable qui satisfait les conditions suivantes :

1) La fonction $V(x, \sigma, t)$ est définie positive

$$\begin{cases} V(x, \sigma, t) > 0 & \text{si } \sigma \neq 0 \\ V(x, 0, t) = 0 & \text{si } \sigma = 0 \end{cases} \quad \forall x, t \quad (\text{II.19})$$

dans la sphère $\|\sigma\| \leq \rho$ pour tout état x dans le domaine D et quelque soit t on a :

$$\inf_{x \in D} V(x, \sigma, t) = h_\rho \quad \text{avec} \quad h_\rho \geq 0 \quad (\text{II.20})$$

$$\sup_{x \in D} V(x, \sigma, t) = H_\rho \quad \text{avec} \quad H_\rho > 0 \quad (\text{II.21})$$

avec h_ρ et H_ρ sont des quantités positives dépendantes de ρ .

2) La dérivée totale de la quantité $V(x, \sigma, t)$ est strictement négative pour tout état x appartenant à D sauf si l'état x est sur la surface de commutation où la dérivée de la fonction de Lyapunov n'existe pas.

Preuve :

Il n'existe pas une méthode particulière pour la détermination de la fonction de Lyapunov des systèmes non linéaires. Dans notre cas, cette dernière peut être décrite par les formes particulières de $Sg(x, t)$. Nous allons citer par la suite quelques formes possibles et pour chaque forme nous donnerons la fonction de Lyapunov correspondante.

1) Dans le cas où il existe deux matrices, $\omega(x, t)$ matrice symétrique définie positive et $R(x, t)$ matrice dont les éléments diagonaux sont dominants, avec :

$$R(x, t) = -\omega(x, t)Sg(x, t) \quad (\text{II.22})$$

et

$$R_j > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m |R_j| \quad \text{pour } i = 1, \dots, m \quad (\text{II.23})$$

La forme recommandée de la fonction $V(x, \sigma, t)$ est la forme quadratique en $\sigma(x, t)$ avec les coefficients dépendants de x et t .

$$V(x, \sigma, t) = \sigma^T R(x, t) \sigma + Q(x, t) \sigma + Z(x, t) \quad (\text{II.24})$$

où $Q(x, t)$ et $Z(x, t)$ sont deux fonctions.

2) Si $Sg(x, t)$ est une matrice symétrique, la forme recommandée de la fonction $V(x, \sigma, t)$ est

$$V(x, \sigma, t) = \sigma^T R(x, t) \sigma \quad (\text{II.25})$$

avec $R(x, t)$ une matrice symétrique

3) Si $Sg(x, t)$ matrice dont la diagonale est dominante la forme appropriée de la fonction $V(x, \sigma, t)$ est quadratique simple :

$$V(x, \sigma, t) = \sigma^T \omega(x, t) \sigma \quad (\text{II.26})$$

et $\omega(x, t)$ est une matrice diagonale non singulière.

4) Si $Sg(x, t)$ est une matrice diagonale. la forme recommandée de la fonction $V(x, \sigma, t)$ sera :

$$V(x, \sigma, t) = \sigma^T \sigma \quad (\text{II.27})$$

II.6 Réduction d'ordre

Le système équivalent en mode de glissement idéal satisfait les n équations d'état dynamique et les m équations algébriques des surfaces de glissement. L'utilisation de deux contraintes amène à réduire l'ordre du système équivalent de n vers $(n-m)$.

Théorème : (Mathews, 1985)

Soit le système non linéaire décrit par l'équation (II.13), il restreint à l'intersection avec la surface de glissement décrite par la loi de commutation (II.6) avec le cas particulier que x_d est constante. L'équation d'état du système équivalent est la suivante :

$$\dot{x}(t) = \left\{ I - g(x,t) \left[S^T g(x,t) \right]^{-1} S^T \right\} f(x) \quad (II.28)$$

Si le rang de S égal à m (les surfaces de glissement sont indépendantes), on peut exprimer les m variables d'état en fonction des $(n-m)$ variables d'état restantes.

Preuve :

Si le système est en régime de glissement idéal donc :

$$Sx(t) + S_d x_d(x) = 0 \quad (II.29)$$

Les solutions de m variables d'état sont exprimées implicitement en fonction du reste $(n-m)$ variables d'état si le rang de la matrice égale à m . La condition que S a le rang m lorsqu'on suppose que le déterminant de la matrice $S.g$ n'est pas nulle (condition de transversalité). Le système réduit devient d'ordre $(n-m)$.

II.7 Invariance par rapport à une transformation

Parmi les propriétés des modes glissants, on peut cité l'invariance par rapport à une transformation non singulière $\Omega(x,t)$.

Théorème : (Mathews, 1985)

La trajectoire du système équivalent en mode de glissement est invariante par rapport à une transformation de la surface $\sigma^*(x,t) = \Omega(x,t) \sigma(x,t)$ si $\|\dot{\Omega}\|$ et $\|\Omega^{-1}\|$ sont bornées.

Preuve :

en mode de glissement idéal on a :

$$\dot{\sigma}^* = \Omega(x,t) \frac{\partial \sigma}{\partial x} \left(f(x,t) + g(x,t) u_{eq} \right) + \Omega(x,t) \frac{\partial \sigma}{\partial x} + \dot{\Omega} \sigma = 0 \quad (II.30)$$

La commande équivalente associée à la nouvelle surface de glissement $\sigma^*(x,t)$ est :

$$u_{eq}^*(t) = \left[\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)^T g(x,t) \right]^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial x} f(x,t) - \left[\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)^T g(x,t) \right]^{-1} \Omega^{-1} \dot{\Omega} \sigma - \left[\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)^T g(x,t) \right]^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad (II.31)$$

D'après les équations (II.16) et (II.31), la différence entre les deux commandes équivalentes $u_{eq}^*(t)$ et $u_{eq}(t)$ est uniquement par le terme $\left[\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)^T g(x,t) \right]^{-1} \Omega^{-1} \dot{\Omega} \sigma$, il sera nul en régime de glissement idéal ($\sigma = 0$). Par conséquent :

$$u_{eq}^*(t) = \left[\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)^T g(x,t) \right]^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial x} f(x,t) - \left[\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)^T g(x,t) \right]^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial t} = u_{eq}(t) \quad (II.32)$$

Enfin les deux systèmes équivalents (avant et après transformation) admettent le même régime de glissement.

II.8 Commandes par mode de glissement

La synthèse de la commande à structure variable nécessite deux étapes à suivre :

- Sélection de la surface de glissement $\sigma = 0$ stable de manière à ce que la sortie $y(t)$ du système vérifie la convergence vers une sortie désirée ;
- Construction de la commande à structure variable $u(t)$ en se basant sur la condition que la trajectoire d'état du système à régler suive asymptotiquement la surface de glissement.

Après l'étape de sélection de la surface de glissement qui assure la convergence de la trajectoire d'état vers le point d'équilibre désiré, il faut synthétiser la commande qui force les états du système à suivre la surface de glissement. Il existe plusieurs formes pour la construction de cette commande à structure variable. Par exemple, dans le cas où la commande est décomposée en deux parties : partie continue u_{eq} (vecteur de commande équivalent) et partie non-linéaire discontinue u_N (commande discontinue autour d'une moyenne), la forme de la commande est la suivante :

$$u = u_{eq} + u_N \quad (II.33)$$

Avec l'hypothèse que le système initial est en régime de glissement idéal, l'application de la commande (II.33) donne la relation suivante :

$$\dot{\sigma}(x) = \frac{\partial \sigma}{\partial x} [f(x,t) + g(x,t) u_{eq}] + \frac{\partial \sigma}{\partial x} g(x,t) u_N \quad (II.34)$$

En régime de glissement idéal, la commande appliquée au système est la commande équivalente u_{eq} . Par conséquent, la relation suivante est vérifiée :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} [f(x,t) + g(x,t) u_{eq}] = 0 \quad (II.35)$$

Il résulte d'après l'équation (II.34) que :

$$\dot{\sigma}(x) = \frac{\partial \sigma}{\partial x} g(x,t) u_N \quad (II.36)$$

Le choix de la surface de glissement est arbitraire. Pour des raisons de simplification, on peut sélectionner une surface de glissement qui vérifie la relation suivante :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} g(x,t) = I \quad (II.37)$$

avec I est une matrice identité de dimension $m \times m$.

Dans ce cas, des deux équations (II.36) et (II.37) la commande discontinue u_N est égale à la dérivé de la surface de glissement $\dot{\sigma}(x) = u_N$. Pour la vérification de la condition suffisante d'existence du mode de glissement il suffit de faire une bonne construction de u_N de manière à vérifier l'égalité $\sigma_i \dot{\sigma}_i < 0$ quand $\sigma_i \neq 0$. Il existe plusieurs formes pour cette commande discontinue, ci-dessous, quelques-unes sont présentées :

- Soit :

$$u_{iN} = \begin{cases} \gamma_i \text{sgn}(\sigma_i) & \text{pour } \sigma_i \neq 0 \\ 0 & \text{pour } \sigma_i = 0 \end{cases} \quad (II.38)$$

avec $\gamma_i < 0$.

La condition d'existence du régime de glissement est vérifiée

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \gamma_i \sigma_i \operatorname{sgn}(\sigma_i) < 0 \quad (\text{II.39})$$

• Soit :

$$u_{iN}(x) = \begin{cases} \gamma_i(x) \operatorname{sgn}(\sigma_i) & \text{pour } \sigma_i \neq 0 \\ 0 & \text{pour } \sigma_i = 0 \end{cases} \quad (\text{II.40})$$

avec $\gamma_i(x) < 0$.

La condition d'existence du régime de glissement est vérifiée

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \gamma_i(x) \sigma_i \operatorname{sgn}(\sigma_i) < 0 \quad (\text{II.41})$$

• Soit :

$$u_N(x) = \phi x \quad (\text{II.42})$$

avec

$$\phi_j = \begin{cases} \alpha_j & \text{si } x_j \sigma_i > 0 \\ \beta_j & \text{si } x_j \sigma_i < 0 \end{cases} \quad (\text{II.43})$$

et

$$\alpha_j < 0 \text{ et } \beta_j > 0 \quad (\text{II.44})$$

La condition d'existence du régime de glissement est vérifiée

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \sigma_i (\phi_{i1} x_1 + \dots + \phi_{in} x_n) < 0 \quad (\text{II.45})$$

• Soit :

$$u_N = -L\sigma \quad (\text{II.46})$$

avec L est une matrice constante $m \times m$ définie positive.

La condition d'existence du régime de glissement est vérifiée

$$\sigma^T \dot{\sigma} = -\sigma^T L \sigma < 0 \quad (\text{II.47})$$

- Soit :

$$u_N = \frac{\sigma}{\|\sigma\|} \rho \quad (\text{II.48})$$

avec $\rho < 0$

La condition d'existence du régime de glissement est vérifiée

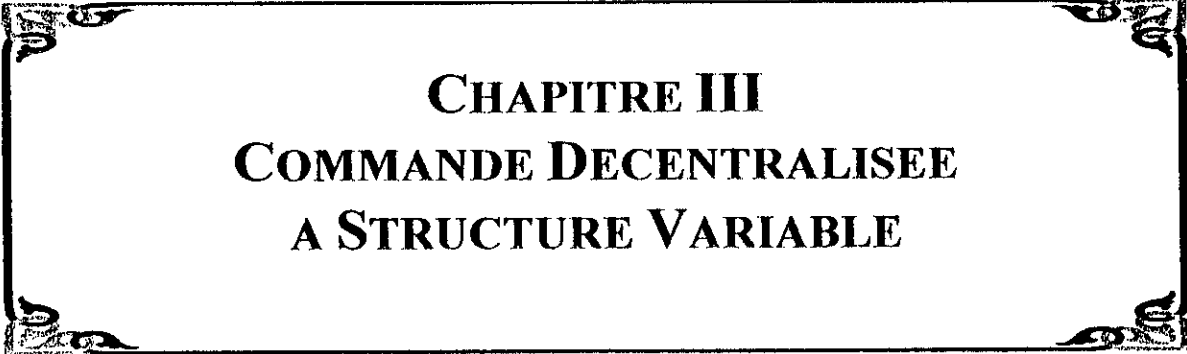
$$\sigma^T \dot{\sigma} = \|\sigma\| \rho < 0 \quad (\text{II.49})$$

II.9 Conclusion

Des notions générales sur la théorie des systèmes à structure variable sont présentées dans ce chapitre. La commutation de la commande par mode de glissement se fait par une logique de signe d'une surface de glissement, elle entraîne la trajectoire d'état de commuter sur cette surface avec une haute fréquence, phénomène du régime de glissement (en anglais : Chattering). Les avantages de cette technique sont nombreux :

- Elle utilise toute la force de la commande pour confronter les effets des perturbations extérieurs ;
- Elle assure une robustesse vis à vis des variations paramétriques.

La technique des modes de glissement est mieux adaptée aux systèmes dont la commande est discontinue. Elle sollicite très fortement l'organe de commande avec une haute fréquence qui risque d'endommager ce dernier si le système n'est pas conçu pour résister aux brusques commutations. Ce problème a fait l'objet de beaucoup de recherches pour remédier à ce phénomène de glissement de manière à réduire les fortes sollicitations de l'organe fournisseur de commande.



CHAPITRE III
COMMANDE DECENTRALISEE
A STRUCTURE VARIABLE

CHAPITRE III

COMMANDE DECENTRALISEE A STRUCTURE VARIABLE

III.1 Introduction

La complexité de synthétiser des commandes pour les systèmes dynamiques non-linéaires particulièrement les systèmes robotisés a amené les spécialistes à faire des recherches dans le but de rendre cette synthèse moins encombrante tout en satisfaisant le maximum de performances. Ces recherches ont donné naissance durant les deux dernières décennies à une approche de commande décentralisée très répandue et ce après les résultats appréciables obtenus dans les domaines technologiques et industriels. Ces résultats confirment que la commande décentralisée satisfait plus de contraintes que la commande centralisée, à savoir : (Boukhetala, 1993)

- La réduction du coût de l'implémentation des lois de commande ;
- La minimisation du taux d'information utilisée pour la génération des lois de commande et d'autres types de contraintes selon la nature du système ;
- L'augmentation de la fiabilité des contrôleurs.

La figure III.1 représente le schéma de principe de la commande décentralisée. Le système global est décomposé en n sous-systèmes. L'objectif est de synthétiser pour chaque sous système une station de commande locale en se basant sur les informations locales du sous-système correspondant. Cette commande n'exige pas la connaissance des états des autres sous systèmes. Le plus important problème de cette technique est d'assurer la stabilité du système global.

Partant de l'idée de décentralisation il nous a paru judicieux d'appliquer cette technique avec une commande robuste pour composer des nouvelles commandes décentralisées à structure variable. La théorie des systèmes à structure variable et les modes de glissement associés est une technique très connue. Elle a été développée à l'issue des travaux du Mathématicien soviétique Fillipov A. F. (1960) en résolvant le problème de l'équation différentielle à second membre

discontinu. Elle a été suivie par les recherches avancées menées par le Professeur Emelyanov en 1967 et le professeur Utkin (1978). Pour plus d'informations sur cette technique voir le chapitre II.

La commande décentralisée à structure variable est caractérisée par la discontinuité de la commande lors du passage par une surface de glissement locale (appelée aussi surface de commutation locale). La dynamique du système équivalent est implicitement liée au choix de cette surface. La technique des modes glissants présente une multitude d'avantages lors de la commande des systèmes dynamiques linéaires et non linéaires dont la robustesse vis à vis des paramètres variables et perturbations externes.

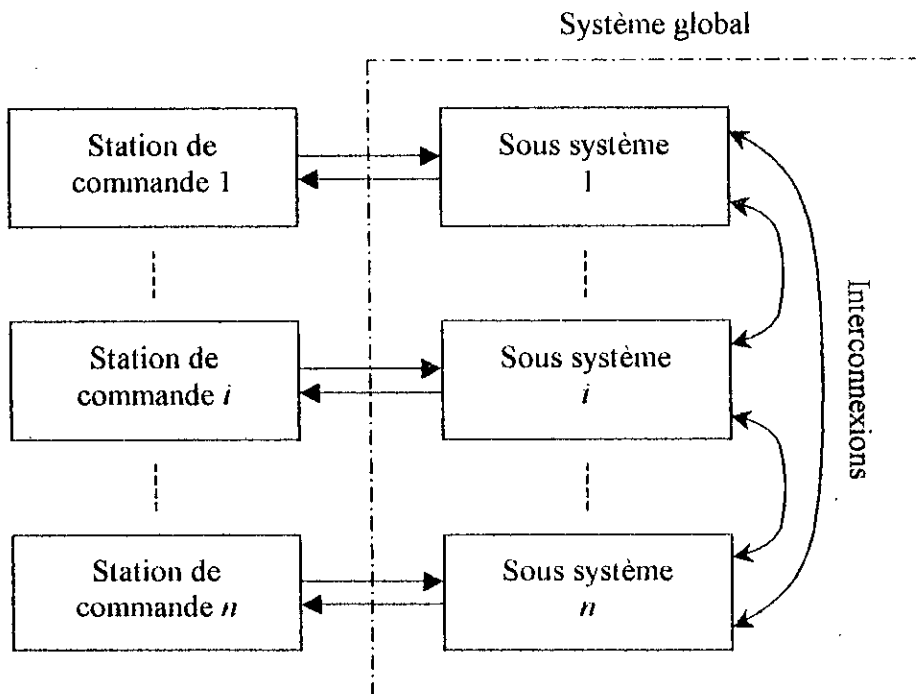


Figure III.1 : Commande décentralisée d'un système interconnecté.

Dans ce chapitre nous proposons un schéma original de la Commande Décentralisées à Structure Variable (CDSV). Pour vérifier les avantages de la technique proposée, une application par simulation au robot manipulateur PUMA 560 à trois degrés de liberté sera présentée et pour valider les performances et la faisabilité de cette approche une implémentation pratique est présentée dans le chapitre V.

III.2 Synthèse de la CDSV

La synthèse de la commande décentralisée à structure variable que nous allons développer sera effectuée en trois parties :

- Sélection d'une surface de glissement locale stable avec une forme générale non-linéaire et/ou variable dans le temps ;
- Construction de la commande décentralisée à structure variable ;
- Introduction d'un secteur de glissement pour remédier au problème de la discontinuité de la commande locale.

III.2.1 Surface de glissement non-linéaire

De nombreuses recherches sur l'application des modes glissants aux robots manipulateurs ont été menées durant les deux dernières décennies (Kais *et al.*, 1988 ; Slotine, 1991; Leung, 1991). Cependant dans la plupart de ces recherches la surface de glissement a été sélectionnée par une équation linéaire invariante exponentiellement stable (dans le plan de phase).

Il a été annoncé dans (Hung *et al.*, 1993) que pour un système à m entrées, m lois de commutations on peut distinguer jusqu'à $2^m - 1$ surfaces de glissements. Donc, des difficultés complémentaires apparaissent à cause de l'existence de plusieurs possibilités d'arrangements des lois de commutations pour atteindre l'éventuelle surface de glissement. En effet, une variété de solutions a été mentionnée. Parmi ces solutions, l'arrangement de la loi de commutation décentralisée qui semble être le préféré pour des systèmes interconnectés de grande échelle. Dans le suivant, nous proposons une nouvelle classe de surface de glissement dans un cas décentralisé.

En employant la théorie de la commande à structure variable aux robots manipulateurs, la surface de glissement est choisie d'une façon telle que dans le régime glissant idéal, l'erreur de poursuite converge vers zéro. Autrement dit, la surface de glissement doit être asymptotiquement stable.

Théorème :

Soit la surface de glissement de premier ordre avec le terme d'intégrateur non linéaire associée au $i^{\text{ème}}$ sous système :

$$\sigma_i = \dot{\tilde{q}}_i + \Lambda_{i1}(\tilde{q}_i) + \Lambda_{i2}(z_i), \quad (\text{III.1})$$

avec $z_i = \int_0^t \tilde{q}_i(\tau) d\tau$ où $\tilde{q}_i = q_{di} - q_i$ est l'erreur de poursuite et $\Lambda_{ij}(\cdot)$ $j = 1, 2$ sont des fonctions continues.

La surface de glissement donnée par :

$$\sigma_i = 0, \quad (\text{III.2})$$

est asymptotiquement stable si les suivantes conditions sont satisfaites :

$$x \Lambda_{ij}(x) > 0 \quad j = 1, 2 \quad \text{for } x \neq 0, \quad (\text{III.3})$$

avec x est l'argument de Λ_{ij} (i.e., $x = \tilde{q}_i$ si $j=1$ et $x = z_i$ si $j=2$).

Puisque $\Lambda_{ij}(x)$, $j = 1, 2$ sont continues par définition, cela implique que $\Lambda_{ij}(0) = 0$, $j = 1, 2$ (exemple voire figure III.2)

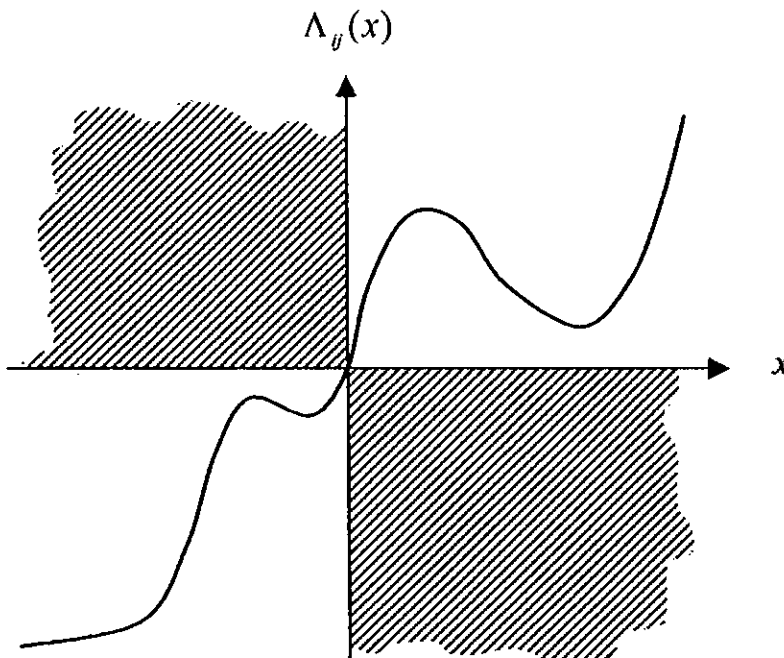


Figure III.2 : forme possible des fonctions $\Lambda_{ij}(x)$, $j = 1, 2$.

Preuve :

Soit la fonction de Lyapunov

$$V_i = \frac{1}{2} \tilde{q}_i^2 + \int_0^{\tilde{z}_i} \Lambda_{i2}(r) dr. \quad (III.4)$$

Sa dérivée par rapport au temps est :

$$\dot{V}_i = \tilde{q}_i \dot{\tilde{q}}_i + \dot{\tilde{z}}_i \Lambda_{i2}(\tilde{z}_i). \quad (III.5)$$

De (III.1), (III.2) et (III.5) nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= \tilde{q}_i (-\Lambda_{i1}(\tilde{q}_i) - \Lambda_{i2}(\tilde{z}_i)) + \tilde{q}_i \Lambda_{i2}(\tilde{z}_i) \\ &= -\tilde{q}_i \Lambda_{i1}(\tilde{q}_i). \end{aligned} \quad (III.6)$$

De (III.3) et (III.6), l'inégalité $\dot{V}_i < 0$ est toujours satisfaite quand $\tilde{q}_i \neq 0$, donc le point $\tilde{q}_i = 0$ est un point d'équilibre, d'où la stabilité de la surface de glissement.

Remarque :

Le terme $\int_0^t \tilde{q}_i(\tau) d\tau$ peut être remplacé par $\int_0^t \tilde{q}_i(\tau) d\tau$, i.e., l'intégrale peut être définie à une constante près (Slotine and Li, 1991). La constante peut être choisie de manière à obtenir $\sigma_i(0) = 0$ indépendamment à $q_{ai}(0)$ et $\dot{q}_{ai}(0)$ on posant :

$$\sigma_i = \tilde{q}_i + \Lambda_{i1}(\tilde{q}_i) + \Lambda_{i2}(\tilde{z}_i) - \tilde{q}_i(0) - \Lambda_{i1}(\tilde{q}_i(0)). \quad (III.7)$$

Il est à noter que de nombreuses surfaces de glissement proposées dans la littérature de la commande avec poursuite sont des cas particulier de notre surface de glissement (Yu and Zhihong, 1996; Slotine and Li, 1991; Chu and Tomizuka, 1996; Furuta and Tomiyana, 1996; Morgan and Özgüner, 1985; Leung *et al.*, 1991; Yeung and Chen, 1988; Tang, 1998). Parmi celle, on peut citer quelques unes, $\sigma = \dot{x} + 2\lambda x + \lambda^2 \int_0^t x(\tau) d\tau$, et $\sigma = \dot{x} + \Lambda(x)$ où $\alpha x^2 \leq x \Lambda(x) \leq \beta x^2$ avec $0 < \alpha \leq \beta < \infty$.

III.2.2 Construction de la commande décentralisée

L'objectif de l'algorithme de commande décentralisée à structure variable que nous allons développer est de générer une commande locale $u_i(t)$ de l'articulation i afin d'assurer le maintien du régime de glissement local. D'autre part, la trajectoire d'état de chaque sous système suit la trajectoire d'état désirée. La dynamique de l'erreur de poursuite est fixée par le choix de la surface de glissement locale.

Une condition suffisante pour que la trajectoire d'état du système globale converge vers la surface de glissement globale $\sigma^T = [\sigma_1, \dots, \sigma_n] = [0, \dots, 0]$ est $\sigma^T \dot{\sigma} < 0$ (Utkin, 1978). Si cette condition est toujours vérifiée (appelée aussi condition d'attractivité), le système en boucle fermée est asymptotiquement stable.

Pour assurer la condition d'attractivité globale, une condition locale $\sigma_i \dot{\sigma}_i < 0$ est utilisée pour chaque sous-système, et la combinaison de celle-ci pour $i=1, \dots, n$ assure la stabilité du système globale.

La condition suffisante d'existence du régime glissant que nous allons utiliser pour la synthèse de la commande est extraite du théorème de Lyapunov, elle est donnée par l'inégalité $\sigma_i \dot{\sigma}_i < 0$ (Utkin 1978). Cette condition reste toujours satisfaite si la forme de $\dot{\sigma}_i$ vérifie la condition d'attractivité (reaching condition), il en est de même pour $m_{ii}(q) \dot{\sigma}_i$ puisque le coefficient $m_{ii}(q)$ représente une inertie positive. La condition d'atténuabilité choisie pour la synthèse de la commande est la suivante :

$$m_{ii}(q) \dot{\sigma}_i = -p_{i1} \operatorname{sgn}(\sigma_i) - p_{i2} \sigma_i, \quad (\text{III.8})$$

avec $p_{i1}(q_i, \dot{q}_i, q_{di}, \dot{q}_{di}, \ddot{q}_{di})$ et $p_{i2}(q_i, \dot{q}_i, q_{di}, \dot{q}_{di}, \ddot{q}_{di})$ sont des fonctionnelles positives, et :

$$\operatorname{sgn}(\sigma_i) = \begin{cases} +1 & \text{if } \sigma_i > 0, \\ 0 & \text{if } \sigma_i = 0, \\ -1 & \text{if } \sigma_i < 0. \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

Par dérivation de la loi de commutation (III.1) par rapport au temps, nous obtiendrons :

$$\dot{\sigma}_i = \frac{\partial \sigma_i}{\partial \tilde{q}_i} \frac{d\tilde{q}_i}{dt} + \frac{\partial \sigma_i}{\partial \tilde{q}_i} \frac{d\tilde{q}_i}{dt} + \frac{\partial \sigma_i}{\partial t} = \ddot{\tilde{q}}_i + \Lambda'_{i1}(\tilde{q}_i) \dot{\tilde{q}}_i + \Lambda'_{i2}(z_i) \tilde{q}_i, \quad (\text{III.10})$$

avec $\Lambda'_{ij}(x)$ est la dérivée de $\Lambda_{ij}(x)$ par rapport au temps.

De (III.10), nous pouvons écrire :

$$m_{ii}(q) \dot{\sigma}_i = m_{ii}(q) \ddot{q}_{di} - m_{ii}(q) \ddot{q}_i + m_{ii}(q) \Lambda'_{ii}(\tilde{q}_i) \dot{\tilde{q}}_i + m_{ii}(q) \Lambda'_{i2}(z_i) \tilde{q}_i. \quad (\text{III.11})$$

Utilisons le modèle dynamique de la articulation i donné par l'équation (I.54) et l'équation (I.55), nous obtiendrons :

$$m_{ii}(q) \dot{\sigma}_i = \sum_{j=0}^2 \psi_{ij} q_{di}^{(j)} + \sum_{j=0}^1 \phi_{ij} q_i^{(j)} + \gamma_i - u_i(t), \quad (\text{III.12})$$

la notation par l'exposant (j) indique la j dérivée par rapport au temps, et

$$\psi_{i0} = m_{ii}(q) \Lambda'_{i2}(z_i), \quad (\text{III.13.a})$$

$$\psi_{i1} = m_{ii}(q) \Lambda'_{ii}(\tilde{q}_i), \quad (\text{III.13.b})$$

$$\psi_{i2} = m_{ii}(q), \quad (\text{III.13.c})$$

$$\phi_{i0} = k_{ii}(q, \dot{q}) - m_{ii}(q) \Lambda'_{i2}(z_i), \quad (\text{III.13.d})$$

$$\phi_{i1} = b_{ii}(q, \dot{q}) - m_{ii}(q) \Lambda'_{ii}(\tilde{q}_i), \quad (\text{III.13.e})$$

$$\gamma_i = d_i(q, \dot{q}, \ddot{q}) - u_{pi}(t). \quad (\text{III.13.f})$$

Nous pouvons écrire

$$\psi_{ij} = \bar{\psi}_{ij} + \Delta\psi_{ij}, \quad j = 0,1,2, \quad (\text{III.14.a})$$

$$\phi_{ij} = \bar{\phi}_{ij} + \Delta\phi_{ij}, \quad j = 0,1, \quad (\text{III.14.b})$$

$$\gamma_i = \bar{\gamma}_i + \Delta\gamma_i, \quad (\text{III.14.c})$$

avec $\bar{\psi}_{ij}, \bar{\phi}_{ij}, \bar{\gamma}_i$ sont les valeurs moyennes de $\psi_{ij}, \phi_{ij}, \gamma_i$, et $\Delta\psi_{ij}, \Delta\phi_{ij}, \Delta\gamma_i$ sont les déviations.

Hypothèse :

Supposons que les déviations dans les équations (III.14) sont bornées :

$$|\Delta\psi_j| < \hat{\psi}_j \quad j = 0,1,2, \quad (\text{III.15.a})$$

$$|\Delta\phi_j| < \hat{\phi}_j \quad j = 0,1, \quad (\text{III.15.b})$$

$$|\Delta\gamma_i| < \hat{\gamma}_i. \quad (\text{III.15.c})$$

Remarque :

Due au choix arbitraire de la trajectoire désirée et les caractéristiques mécaniques des robots manipulateurs, l'hypothèse précédente est vérifiée (Yeung and Chen, 1988).

Soit la loi de commande pour la $i^{\text{ème}}$ articulation

$$u_i(t) = \sum_{j=0}^2 \psi_{ij}^*(t) q_{di}^{(j)} + \sum_{j=0}^1 \phi_{ij}^*(t) q_i^{(j)} + \gamma_i^*(t) + u_{ai}(t), \quad (\text{III.16})$$

avec $u_{ai}(t)$ est le terme auxiliaire de commande et :

$$\psi_{ij}^*(t) = \bar{\psi}_{ij} + \chi_{ij} q_{di}^{(j)} \sigma_i, \quad j = 0,1,2, \quad (\text{III.17.a})$$

$$\phi_{ij}^*(t) = \bar{\phi}_{ij} + \rho_{ij} q_i^{(j)} \sigma_i, \quad j = 0,1, \quad (\text{III.17.b})$$

$$\gamma_i^*(t) = \bar{\gamma}_i + \mu_i \sigma_i, \quad (\text{III.17.c})$$

avec χ_{ij} , ρ_{ij} et μ_i sont des gains arbitraires.

De (III.8), (III.12), (III.14), (III.16) et (III.17) nous obtiendrons :

$$\begin{aligned}
 -\rho_{i1} \operatorname{sgn}(\sigma_i) - \rho_{i2} \sigma_i &= \sum_{j=0}^2 (\Delta\psi_{ij} - \chi_{ij} q_{di}^{(j)} \sigma_i) q_{di}^{(j)} \\
 &+ \sum_{j=0}^1 (\Delta\phi_{ij} - \rho_{ij} q_i^{(j)} \sigma_i) q_i^{(j)} \\
 &+ (\Delta\gamma_i - \mu_i \sigma_i) - u_{ai}(t).
 \end{aligned} \tag{III.18}$$

Les gains arbitraires χ_{ij} , ρ_{ij} et μ_i , et le terme auxiliaire $u_{ai}(t)$ doivent être choisis de manière à ce que l'équation (III.8) soit vérifiée.

Si $\sigma_i > 0$ alors

$$\begin{aligned}
 m_{ii}(q) \dot{\sigma}_i &= \sum_{j=0}^2 \Delta\psi_{ij} q_{di}^{(j)} + \sum_{j=0}^1 \Delta\phi_{ij} q_i^{(j)} + \Delta\gamma_i - u_{ai}(t) \\
 &- \left(\sum_{j=0}^2 \chi_{ij} (q_{di}^{(j)})^2 + \sum_{j=0}^1 \rho_{ij} (q_i^{(j)})^2 + \mu_i \right) \sigma_i \\
 &= -\rho_{i1} \operatorname{sgn}(\sigma_i) - \rho_{i2} \sigma_i < 0.
 \end{aligned} \tag{III.19}$$

Si $\sigma_i < 0$ alors

$$\begin{aligned}
 m_{ii}(q) \dot{\sigma}_i &= \sum_{j=0}^2 \Delta\psi_{ij} q_{di}^{(j)} + \sum_{j=0}^1 \Delta\phi_{ij} q_i^{(j)} + \Delta\gamma_i - u_{ai}(t) \\
 &- \left(\sum_{j=0}^2 \chi_{ij} (q_{di}^{(j)})^2 + \sum_{j=0}^1 \rho_{ij} (q_i^{(j)})^2 + \mu_i \right) \sigma_i \\
 &= -\rho_{i1} \operatorname{sgn}(\sigma_i) - \rho_{i2} \sigma_i > 0.
 \end{aligned} \tag{III.20}$$

Combinant les deux expressions précédentes, nous trouvons :

$$\begin{aligned}
 &\left(\sum_{j=0}^2 \Delta\psi_{ij} q_{di}^{(j)} + \sum_{j=0}^1 \Delta\phi_{ij} q_i^{(j)} + \Delta\gamma_i - u_{ai}(t) \right) \operatorname{sgn}(\sigma_i) \\
 &- \left(\sum_{j=0}^2 \chi_{ij} (q_{di}^{(j)})^2 + \sum_{j=0}^1 \rho_{ij} (q_i^{(j)})^2 + \mu_i \right) |\sigma_i| < 0.
 \end{aligned} \tag{III.22}$$

Pour assurer cette inégalité, il suffit de choisir le signe des gains χ_{ij} , ρ_{ij} et μ_i positifs, et la commande axillaire $u_{ai}(t)$ choisie comme suit :

$$u_{ai}(t) = \text{sgn}(\sigma_i) \left\{ \sum_{j=0}^2 \hat{\psi}_{ij} |q_{di}^{(j)}| + \sum_{j=0}^1 \hat{\phi}_{ij} |q_i^{(j)}| + \hat{\gamma}_i \right\}. \quad (\text{III.23})$$

Substituant l'expression de la commande secondaire $u_{ai}(t)$ dans l'équation (III.16) nous obtenons l'expression de la commande locale désirée

$$u_i(t) = \sum_{j=0}^2 \psi_{ij}^{\circ}(t) q_{di}^{(j)} + \sum_{j=0}^1 \phi_{ij}^{\circ}(t) q_i^{(j)} + \gamma_i^{\circ}(t) + \text{sgn}(\sigma_i) \left\{ \sum_{j=0}^2 \hat{\psi}_{ij} |q_{di}^{(j)}| + \sum_{j=0}^1 \hat{\phi}_{ij} |q_i^{(j)}| + \hat{\gamma}_i \right\}. \quad (\text{III.24})$$

Le schéma de principe de cette commande est représenté par la figure III.3.

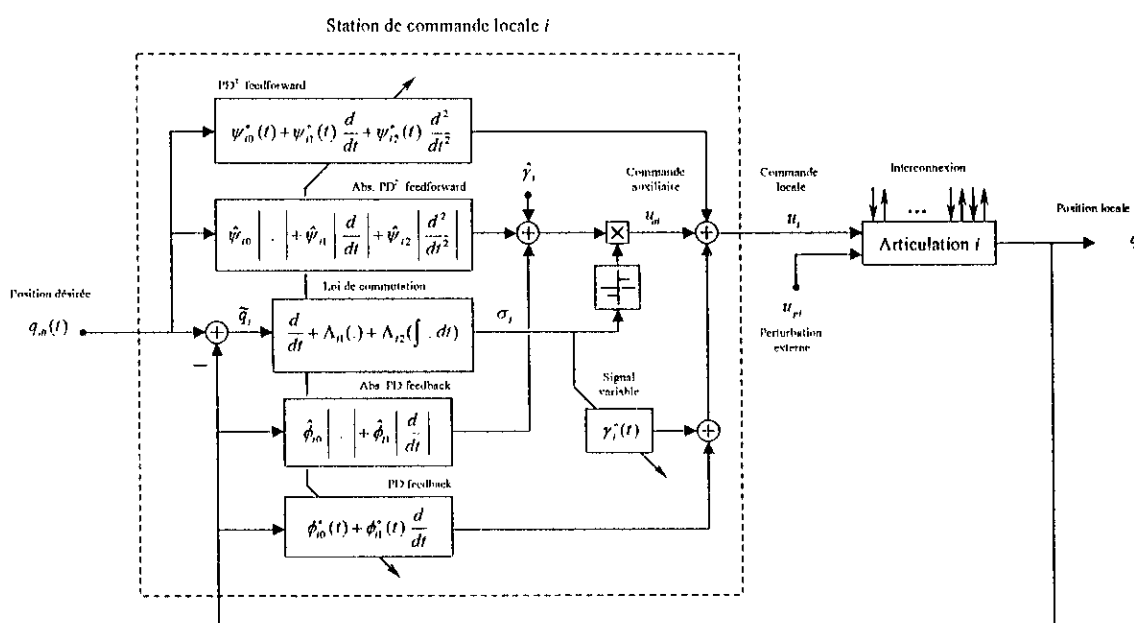


Figure III.3 : Schéma de la commande décentralisée à structure variable.

Finalement, la forme de la commande locale $u_i(t)$ comporte deux parties :

- La première partie caractérise un changement de structure par l'intervention directe de la grandeur de consigne : position, vitesse et accélération (PD² feedforward), un retour d'état variable (PD feedback) et un signal variable ;

- La deuxième partie est le produit du signe de la surface de glissement locale avec l'ensemble d'intervention directe de la valeur absolue des grandeurs de consigne : position, vitesse et accélération (PD² ABS feedforward), un retour de la valeur absolue du vecteur d'état (PD ABS feedback) plus un signal constant.

III.3 Introduction du secteur de glissement

La commande décentralisée est discontinue autour de la surface de glissement locale, qui conduit vers une commande forte, phénomène du régime de glissement (broutement en anglais : Chattering). Ce phénomène est en général indésirable en pratique. De plus il provoque une utilisation maximale de l'activité de la commande, ainsi qu'une excitation avec une haute fréquence qui est souvent négligée durant la modélisation des robots manipulateurs. Ce phénomène peut entraîner les modes de résonance hautes fréquences (dynamiques négligées). On peut remédier à cette situation en calmant la commande discontinue par une couche bornée (en anglais : Boundary Layer) près de la surface de glissement en remplaçant la fonction $\text{sgn}(\sigma_i)$ utilisée dans les commandes locales par une fonction d'approximation continue (Slotine and Sastry, 1983 ; Utkin, 1993). Cette fonction d'approximation peut être variable par rapport à l'erreur de poursuite (Chern and Wu, 1991 ; Wang *et al.*, 1996). Elle est donnée par la relation suivante :

$$M_\delta(\sigma_i) = \frac{\sigma_i}{|\sigma_i| + \delta_{i0} + \delta_{i1} |\tilde{q}_i|} \quad (\text{III.25})$$

avec δ_{i0} une petite constante positive, δ_{i1} une grande constante positive.

III.4 Résultats de simulations

Nous avons procédé à la vérification du schéma de la commande présenté dans cette étude par simulation du bras de robot PUMA 560 représenté dans le chapitre I. Au cours de la simulation de cet algorithme, nous avons utilisé pour la résolution numérique des systèmes d'équations différentielles non-linéaires, la méthode de Range Kutta du quatrième ordre à pas constant $dt = 0.001 \text{ sec}$. Pour les intégrations au niveau des commandes nous avons utilisé la méthode des trapèzes.

Nous nous sommes intéressés à sélectionner une seule surface de glissement pour la conduite de toutes les articulations du robot manipulateur dans le but de valider la stabilité et la robustesse de la surface de commutation. La forme particulière proposée pour la simulation est :

$$\begin{aligned} \Lambda_{i1}(\tilde{q}_i) &= \lambda_i \tilde{q}_i + \alpha_i \tanh(\beta_i \tilde{q}_i), \\ \Lambda_{i2}(z_i) &= \eta_i z_i (1 + z_i^2), \end{aligned} \quad i = 1,2,3, \tag{III.26}$$

avec

$$\lambda_i = 5, \quad \alpha_i = 3, \quad \beta_i = 4 \quad \text{et} \quad \eta_i = 50, \quad i = 1,2,3.$$

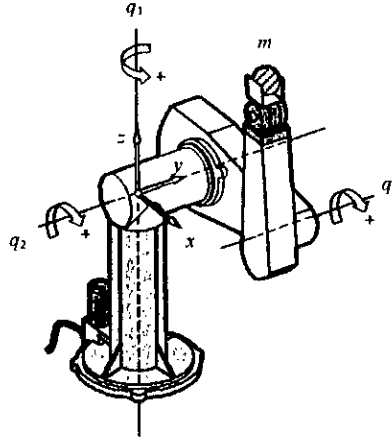


Figure III.4 : Robot PUMA 560 à la position d'origine.

Les valeurs moyennes $\bar{\psi}_i, \bar{\phi}_i$ et $\bar{\gamma}_i$ dans (III.17) doivent être choisies afin de réduire au maximum les bornes des variations dans (III.15). Compte tenu de la complexité du modèle dynamique du bras de robot PUMA 560 (voir chapitre I), nous avons opté pour un le simple choix des valeurs numériques des paramètres pour la simulation donnée par les tableaux III.1 et III.2

La trajectoire de référence imposée pour notre robot est de type cycloïdale (Seraji, 1989). à chaque articulation. Le but est de faire varier la position $q_i(t)$ de l'articulation i de la position initiale $q_{di}(0)$ jusqu'à la position finale $q_{di}(t_f)$ dans un temps de mouvement égal à t_f suivant une trajectoire définie par la relation (III.27). Dans les deux postures de départ et d'arrivée la vitesse de l'articulation est nulle $\dot{q}_{di}(0) = \dot{q}_{di}(t_f) = 0$. Cette trajectoire assure une continuité de la position, la vitesse et l'accélération désirées.

$$q_{di}(t) = \begin{cases} q_{di}(0) + \frac{\Delta_i}{2\pi} \left(2\pi \frac{t}{t_f} - \sin \left(2\pi \frac{t}{t_f} \right) \right) \text{ rad.} & \text{si } 0 \leq t \leq t_f \\ q_{di}(t_f) \text{ rad.} & \text{si } t_f < t \end{cases} \tag{III.27}$$

avec $\Delta_i = q_{di}(t_f) - q_{di}(0)$ le déplacement local.

Les différentes articulations se déplacent respectivement des positions $\{-50^\circ, -135^\circ, +135^\circ\}$ aux positions $\{+45^\circ, -85^\circ, +30^\circ\}$ en un temps de mouvement égal à $t_f=1.5$ sec. Ces conditions excitent toute la dynamique de ce robot.

Paramètres	Articulation		
	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
$\bar{\psi}_{i0}$	6	10	7
$\bar{\psi}_{i1}$	8	7	4
$\bar{\psi}_{i2}$	2	4	2
$\bar{\phi}_{i0}$	-6	-10	-7
$\bar{\phi}_{i1}$	-4	-4	-3
$\bar{\gamma}_i$	0	0	0
$\hat{\psi}_{i0}$	5	5	6
$\hat{\psi}_{i1}$	4	5	3
$\hat{\psi}_{i2}$	1	3	1
$\hat{\phi}_{i0}$	5	5	6
$\hat{\phi}_{i1}$	6	4	4
$\hat{\gamma}_i$	10	30	15

Tableau III.1 : Paramètres régulateurs décentralisés.

Constantes	Articulation		
	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
χ_{i0}	20	15	10
χ_{i1}	20	15	10
χ_{i2}	20	15	10
ρ_{i0}	20	15	10
ρ_{i1}	20	15	10
μ_i	20	15	10

Tableau III. 2 : Les constantes $\{\chi_{ij}, \rho_{ij}, \mu_i\}$.

L'essai de robustesse via une chute soudaine d'une masse de poids 5kg à $t = 0.75$ sec. est simulé en employant la loi de commande (III.24). La figure III.5 représente les réponses temporelles des différentes articulations. Les figures III.6 à III.8 montrent les erreurs de poursuites des trois articulations avec les deux cas : sans et avec le secteur de glissement, représentées respectivement avec lignes solides et lignes brisées. Les figures III.9 à III.11 montrent les couples développés aux articulations du manipulateur en utilisant la fonction signe pour les commandes. On remarque l'apparition du phénomène de broutement (régime de glissement) dans le signal de commande qui est pratiquement indésirable. Les figures III.12 à III.14 montrent les couples développés aux articulations du manipulateur avec le secteur de glissement, en utilisant les paramètres $\delta_{o1} = \delta_{o2} = \delta_{o3} = 0.05$ et $\delta_{11} = \delta_{12} = \delta_{13} = 10$ pour la fonction continue (III.25), le broutement est complètement éliminé et les signaux de commandes appliqués au robot devenus lisses et acceptables.

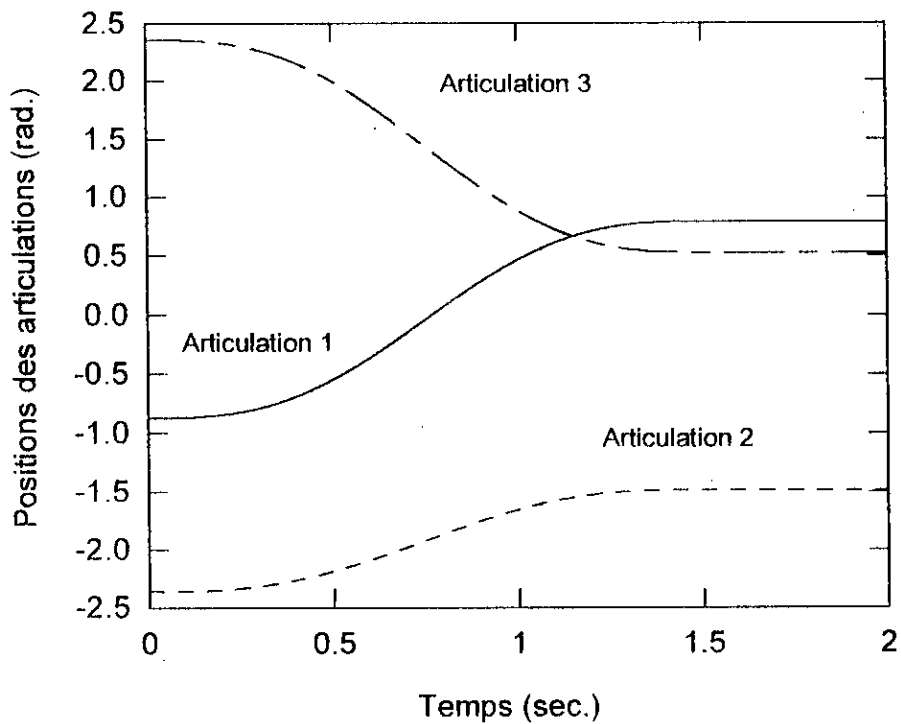


Figure III.5 : Réponses temporelles des articulations,

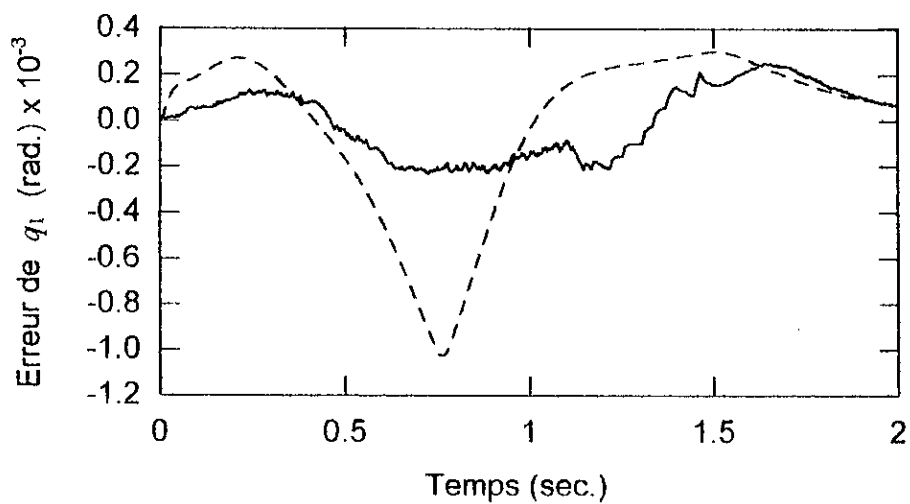


Figure III.6 : Erreurs des poursuites des articulations.

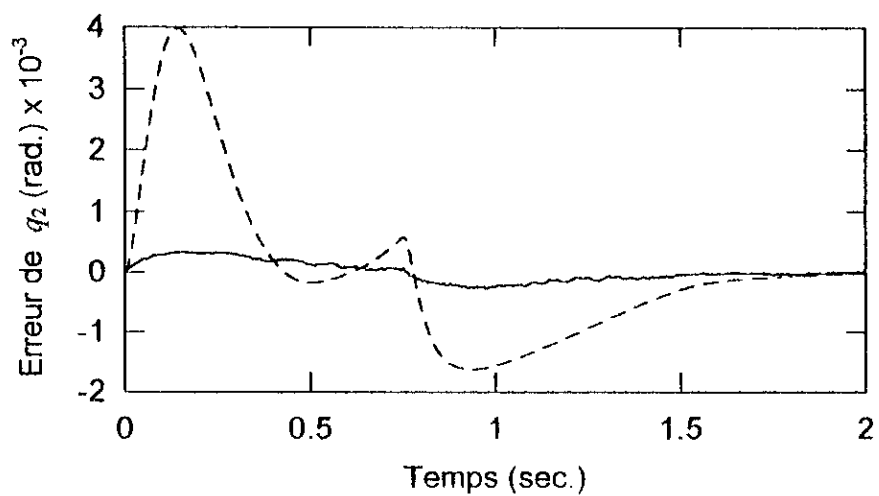


Figure III.7 : Erreurs des poursuites des articulations.

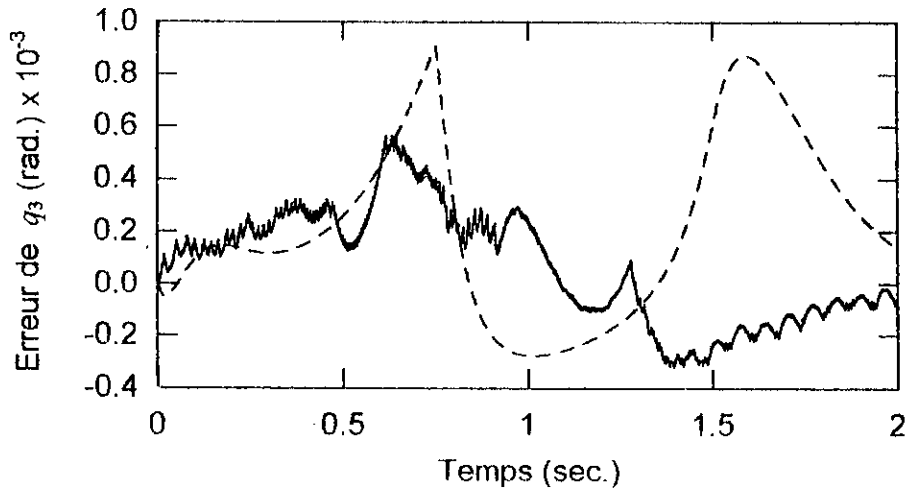


Figure III.8 : Erreurs des poursuites des articulations.

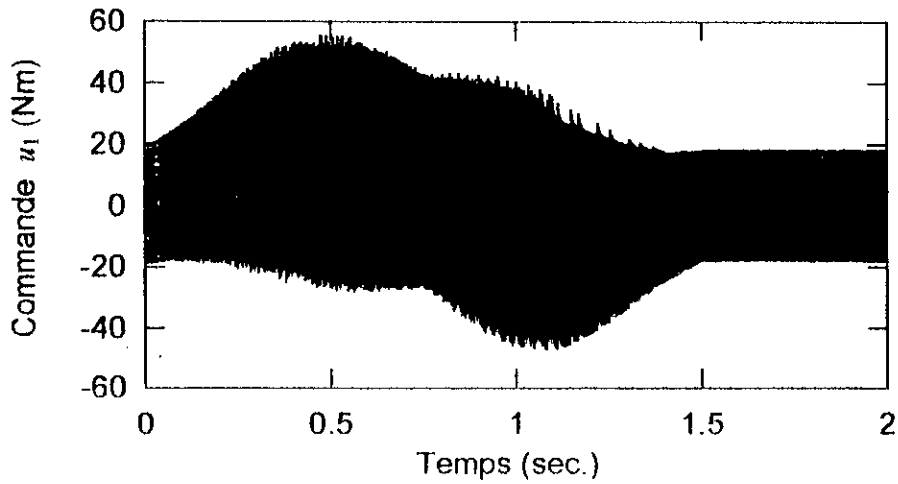


Figure III.9 : Commandes développées aux articulations.

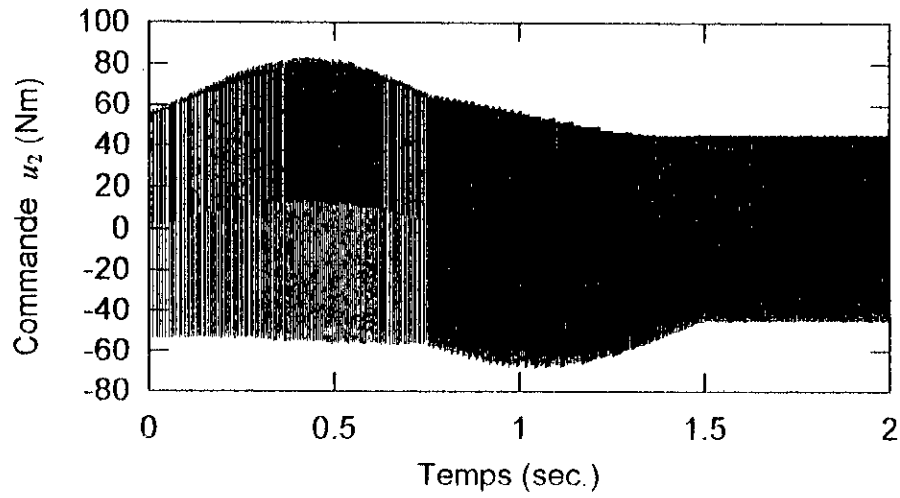


Figure III.10 : Commandes développées aux articulations.

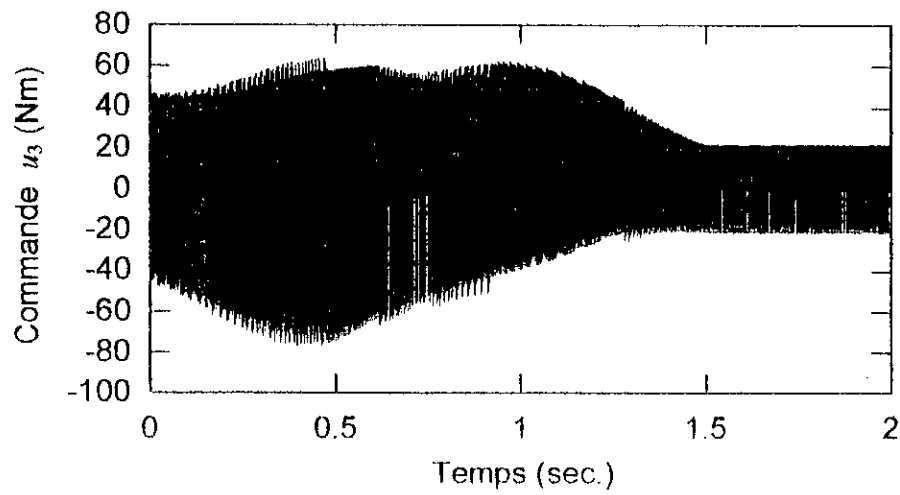


Figure III.11 : Commandes développées aux articulations.

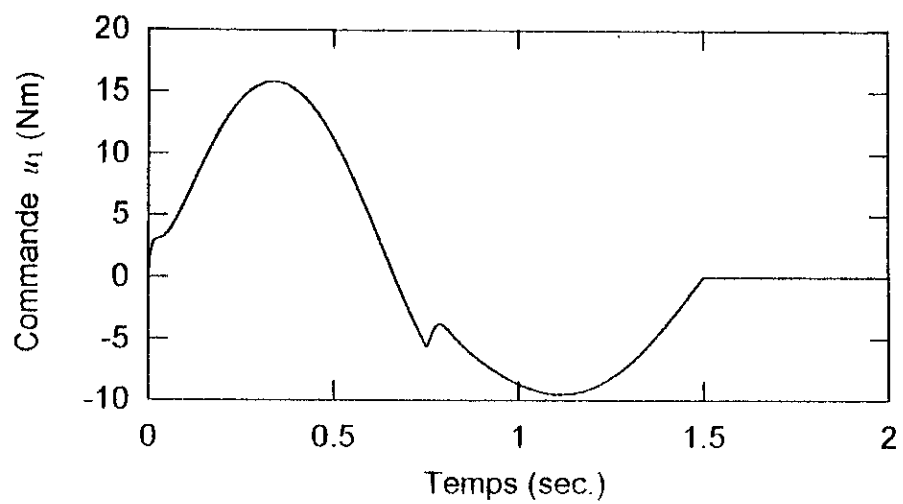


Figure III.12 : Commandes développées aux articulations.

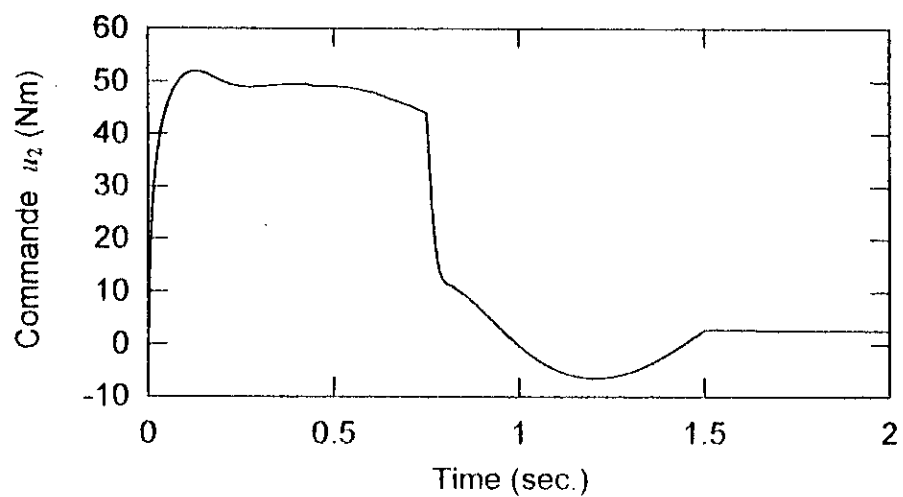


Figure III.13 : Commandes développées aux articulations.

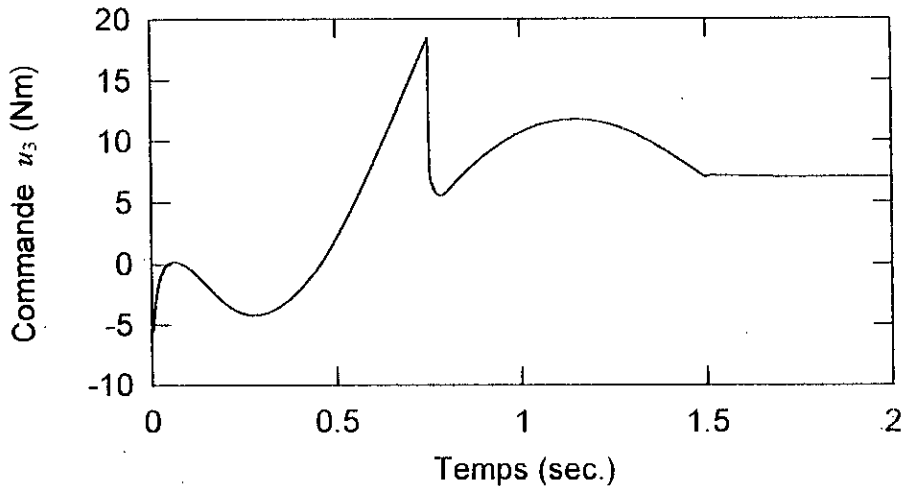


Figure III.14 : Commandes développées aux articulations.

Enfin, on peut confirmer que la CDSV proposée présente une robustesse vis-à-vis d'une variation brusque de la charge.

III.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une loi de commande décentralisée à structure variable originale. La commande proposée contient dans sa forme deux parties élémentaires. La première partie caractérise un changement de structure par l'intervention directe de la grandeur de consigne : position, vitesse et accélération (PD^2 feedforward), un retour d'état variable (PD feedback) et un signal variable des perturbations externes. La deuxième partie est le produit du signe de la surface de glissement locale avec l'ensemble d'intervention directe de la valeur absolue des grandeurs de consigne : position, vitesse et accélération (PD^2 ABS feedforward), un retour de la valeur absolue du vecteur d'état (PD ABS feedback) plus un signal constant.

Les paramètres du régulateur sont calculés en imposant un domaine du mode de glissement suffisant. L'utilisation des fonctions signe au niveau des commandes locales provoquent un phénomène en haute fréquence dont les oscillations peuvent être indésirables. L'élimination de ce problème a été faite par l'introduction d'un secteur de glissement variable auprès de la surface de glissement, ce qui rend la commande lisse et physiquement acceptable. Une nouvelle forme générale d'une surface de glissement non linéaire a été proposée.

L'application par simulation de cette approche de commande au robot PUMA 560 donne de bons résultats se traduisant par une poursuite parfaite des références durant un temps de mouvement très court. Un test de performance de la nouvelles techniques a été fait, ainsi que le test d'effet de la charge relativement grande.



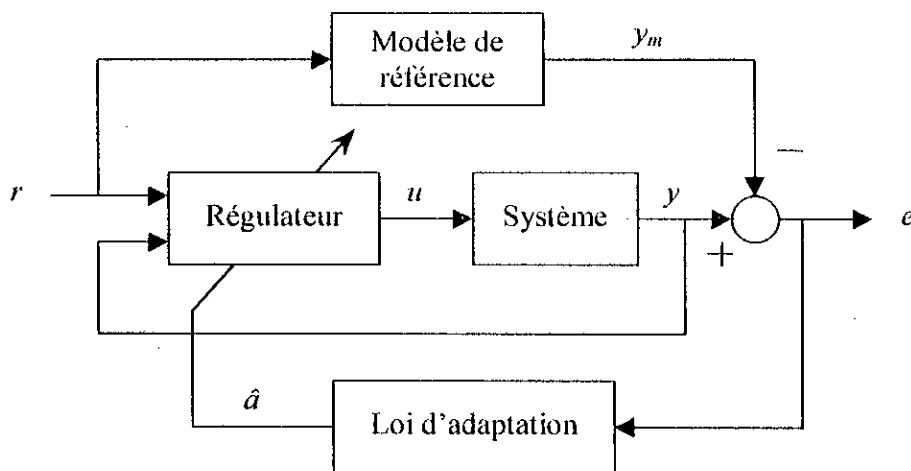
CHAPITRE IV
COMMANDE ADAPTATIVE DECENTRALISEE
A STRUCTURE VARIABLE

CHAPITRE IV

COMMANDE ADAPTATIVE DECENTRALISEE A STRUCTURE VARIABLE

IV.1 Introduction

Les paramètres d'un régulateur ordinaire sont généralement fixes. Dans la commande adaptative les paramètres de réglage sont variables suivant une loi d'adaptation paramétrique bien synthétisée par le concepteur. La commande adaptative avec modèle de référence est un cas particulier parmi plusieurs formes possibles de la commande adaptative (Slotine, 1991). La figure IV.1 représente le schéma de principe de cette technique de réglage.



\hat{a} est l'estimation des paramètres

Figure IV.1 : Commande adaptative avec modèle de référence.

La commande à structure variable et les modes de glissement associés sont des techniques robustes (voir chapitre II). Elle est caractérisée par la discontinuité de la commande lors du passage par une surface de glissement locale (appelée aussi surface de commutation). La dynamique du système équivalent est implicitement liée au choix de cette surface. La technique des modes glissants présente une multitude d'avantages lors de la commande des systèmes dynamiques linéaires et non linéaires dont la robustesse vis à vis des paramètres variables et perturbations externes.

Dans le chapitre III, nous avons présenté une commande originale décentralisée à structure variable. Les résultats obtenus confirment que les performances de la commande décentralisée proposée sont bonnes.

Partant des trois approches : commande décentralisée, commande adaptative et commande à structure variable, il nous a paru judicieux de combiner ces techniques pour composer une nouvelle Commande Adaptative Décentralisée à Structure Variable avec Modèle de Référence (CADSVMR), dans le but de rassembler les avantages de trois approches.

Dans ce chapitre nous proposons un schéma de CADSVMR avec application par simulation au robot manipulateur à trois degrés de liberté PUMA 560 dans le but de satisfaire les avantages de la technique proposée.

IV.2 Synthèse de la CADSVMR

L'approche de CADSVMR que nous allons développer consiste à synthétiser pour chaque articulation une loi de commande indépendante ne nécessitant ni la mesure des grandeurs des autres sous systèmes, ni l'utilisation du modèle dynamique complexe du robot.

IV.2.1 Sélection de la surface de glissement

Définissant le vecteur d'état local de la $i^{ème}$ articulation

$$x_i = \begin{bmatrix} q_i \\ \dot{q}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \end{bmatrix} \quad (IV.1)$$

Le modèle dynamique représenté par l'équation (I.54) peut être mise sous forme d'équation d'état

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_{ii}}{m_{ii}} & -\frac{b_{ii}}{m_{ii}} \end{bmatrix} x_i + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u_i + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{u_{pi} - d_i}{m_{ii}} \end{bmatrix} \\ &= A_i x_i + B_i u_i + H_i\end{aligned}\quad (IV.2)$$

Le but de la CADSVMR est d'assurer une poursuite d'un modèle de référence local caractérisé par le vecteur d'état $x_{mi} = [q_{mi} \quad \dot{q}_{mi}]^T \in \mathfrak{R}^2$. L'équation d'état du modèle local est la suivante :

$$\begin{aligned}\dot{x}_{mi} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{i1} & a_{i2} \end{bmatrix} x_{mi} + \begin{bmatrix} 1 \\ b_i \end{bmatrix} r_i \\ &= A_{mi} x_{mi} + B_{mi} r_i\end{aligned}\quad (IV.3)$$

avec A_{mi} matrice dynamique constante, B_{mi} vecteur d'entrée constant et r_i la consigne locale.

Définissant l'erreur de poursuite locale

$$e_i = x_{mi} - x_i = \begin{bmatrix} e_{i1} \\ e_{i2} \end{bmatrix}\quad (IV.4)$$

Le problème de la CADSVMR est le suivant :

Connaissant à priori la consigne r_i , déterminer une surface de glissement locale stable et la commande u_i de manière à ce que l'erreur de poursuite locale e_i tend asymptotiquement vers zéro quand t tend vers ∞

La surface de glissement locale de l'articulation i est sélectionnée de la manière suivante :

$$\sigma_i = \Lambda_i e_i = 0\quad (IV.5)$$

avec $\Lambda_i = [\lambda_{i1} \quad \lambda_{i2}]$ un vecteur constant. En régime de glissement idéal nous avons

$$\sigma_i = \lambda_{i1} e_{i1} + \lambda_{i2} e_{i2} = \lambda_{i1} e_{i1} + \lambda_{i2} \dot{e}_{i1} = 0\quad (IV.6)$$

donc,

$$\dot{e}_{i1} = -\frac{\lambda_{i1}}{\lambda_{i2}} e_{i1}\quad (IV.7)$$

D'après l'équation différentielle précédente, l'articulation i est exponentiellement stable en régime glissant si $\lambda_{i1}/\lambda_{i2} > 0$ avec $\lambda_{i2} \neq 0$.

Si on pose $B_i' = [0 \quad m_{ii}]$ et :

$$A_{mi} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \frac{\lambda_{i1}}{\lambda_{i2}} & 1 + \frac{\lambda_{i1}}{\lambda_{i2}} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.8})$$

Alors, il est clair que

$$(I - B_i B_i') B_{mi} = 0 \quad (\text{IV.9.a})$$

$$(I - B_i B_i') (A_{mi} - A_i) = 0 \quad (\text{IV.9.b})$$

$$(I - B_i B_i') (A_{mi} + A_{mi}) = 0 \quad (\text{IV.9.c})$$

$$(I - B_i B_i') H_i = 0 \quad (\text{IV.9.d})$$

La matrice A_{mi} est choisie de manière à ce que $\Lambda_i = \Lambda_i A_{mi}$.

IV.2.2 Construction de la commande décentralisée

Après avoir sélectionné une surface de glissement stable, la CADSVMR proposée pour la $i^{\text{ème}}$ articulation est la suivante :

$$u_i = (\bar{\phi}_i + \hat{\phi}_i)x_i + (\bar{\varphi}_i + \hat{\varphi}_i)r_i + (\bar{\psi}_i + \hat{\psi}_i)e_i + (\bar{\gamma}_i + \hat{\gamma}_i) \quad (\text{IV.10})$$

avec :

$$\begin{aligned} &\bar{\phi}_i \in \mathfrak{R}^{1 \times 2}, \bar{\varphi}_i \in \mathfrak{R}, \bar{\psi}_i \in \mathfrak{R}^{1 \times 2} \text{ et } \bar{\gamma}_i \in \mathfrak{R} \text{ des termes constants ;} \\ &\hat{\phi}_i \in \mathfrak{R}^{1 \times 2}, \hat{\varphi}_i \in \mathfrak{R}, \hat{\psi}_i \in \mathfrak{R}^{1 \times 2} \text{ et } \hat{\gamma}_i \in \mathfrak{R} \text{ des termes discontinus.} \end{aligned}$$

Par dérivation de la loi de commutation locale (IV.5) par rapport au temps, nous obtiendrons l'équation du mode de glissement suivante :

$$\begin{aligned}
 \dot{\sigma}_i &= \Lambda_i \dot{e}_i \\
 &= \Lambda_i (A_{mi} x_{mi} + B_{mi} r_i - A_i x_i - B_i u_i - H_i) \\
 &= \Lambda_i [A_{mi} (x_i - x_{mi}) + (A_{mi} + A_m) x_{mi} + B_{mi} r_i \\
 &\quad - (A_i + A_{mi}) x_i - B_i u_i - H_i] \\
 &= -\sigma_i + \Lambda_i B_i [(B_i^+ (A_{mi} - A_i) - \bar{\phi}_i) x_i + (B_i^+ B_{mi} - \bar{\varphi}_i) r_i \\
 &\quad + (B_i^+ (A_{mi} + A_m) - \bar{\psi}_i) e_i + (B_i^+ H_i - \bar{\gamma}_i)]
 \end{aligned} \tag{IV.11}$$

Hypothèses : (Leung *et al.*, 1991)

Soit les hypothèses suivantes :

$$0 < \beta_{i1} \leq |\Lambda_i B_i| \leq \beta_{i2} < \infty \tag{IV.12.a}$$

$$\|B_i^+ (A_{mi} - A_i) - \bar{\phi}_i\| \leq \sum_{j=1}^3 \alpha_{ij} \|e_i\|^{j-1} \tag{IV.12.b}$$

$$|B_i^+ B_{mi} - \bar{\varphi}_i| \leq \alpha_{i4} \tag{IV.12.c}$$

$$\|B_i^+ (A_{mi} + A_m) - \bar{\psi}_i\| \leq \alpha_{i5} \tag{IV.12.d}$$

$$|B_i^+ H_i - \bar{\gamma}_i| \leq \alpha_{i6} \tag{IV.12.e}$$

avec $\alpha_{ij} > 0$ et $\beta_{ij} > 0$ sont des constantes positives.

Remarque :

Due aux caractéristiques mécaniques des robots manipulateurs, la stabilité des surfaces de glissement et les modèles de références stables de chaque articulation, les hypothèses précédentes sont valides, et en plus :

$$\text{sgn}(\lambda_{i2}) \Lambda_i B_i \geq \beta_{i1} \tag{IV.13}$$

Les termes discontinus de la commande locale (IV.10) sont :

$$\hat{\phi}_i = \begin{cases} \sum_{j=1}^3 \hat{k}_{ij} \|e_i\|^{j-1} \frac{\sigma_i}{|\sigma_i|} \text{sgn}(\lambda_{i2} x_i)^T & \text{si } \sigma_i \neq 0 \\ 0 & \text{si } \sigma_i = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.14.a})$$

$$\hat{\phi}_i = \begin{cases} \hat{k}_{i4} \frac{\sigma_i}{|\sigma_i|} \text{sgn}(\lambda_{i2} r_i) & \text{si } \sigma_i \neq 0 \\ 0 & \text{si } \sigma_i = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.14.b})$$

$$\hat{\psi}_i = \begin{cases} \hat{k}_{i5} \frac{\sigma_i}{|\sigma_i|} \text{sgn}(\lambda_{i2} e_i)^T & \text{si } \sigma_i \neq 0 \\ 0 & \text{si } \sigma_i = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.14.c})$$

$$\hat{\gamma}_i = \begin{cases} \hat{k}_{i6} \frac{\sigma_i}{|\sigma_i|} \text{sgn}(\lambda_{i2}) & \text{si } \sigma_i \neq 0 \\ 0 & \text{si } \sigma_i = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.14.d})$$

avec

$$\dot{\hat{k}}_{ij} = w_{ij} \|e_i\|^{j-1} |\sigma_i| \sum_{k=1}^2 |x_{ik}| \quad j=1,2,3 \quad (\text{IV.15.a})$$

$$\dot{\hat{k}}_{i4} = w_{i4} |\sigma_i r_i| \quad (\text{IV.15.b})$$

$$\dot{\hat{k}}_{i5} = w_{i5} |\sigma_i| \sum_{k=1}^2 |e_{ik}| \quad (\text{IV.15.c})$$

$$\dot{\hat{k}}_{i6} = w_{i6} |\sigma_i| \quad (\text{IV.15.d})$$

où $w_{ij} > 0, j=1, \dots, 6$ des constantes arbitraires.

Démonstration de la stabilité :

Pour la démonstration de la stabilité, la deuxième méthode de Lyapunov est utilisée. La fonction suivante représente la fonction candidate de Lyapunov pour le système global. Celle-ci est définie positive.

$$V = \sum_{i=1}^n V_i(\sigma_i) \quad (IV.16)$$

avec

$$V_i(\sigma_i) = \frac{1}{2} \sigma_i^2 + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{j=1}^6 \frac{(k_{ij} - \hat{k}_{ij})^2}{w_{ij}} \right\} \beta_{i1} \quad (IV.17)$$

et k_{ij} des constantes satisfait $k_{ij} \geq \alpha_{ij} \beta_{i2} / \beta_{i1}, j = 1, \dots, 6$ et \hat{k}_{ij} leurs estimations.

En utilisant la dérivée de la fonction V_i par rapport au temps et les équations (IV.9) à (IV.15), nous obtiendrons :

$$\dot{V}_i = \sigma_i \dot{\sigma}_i + \left\{ \sum_{j=1}^6 (k_{ij} - \hat{k}_{ij}) (-\dot{\hat{k}}_{ij}) / w_{ij} \right\} \beta_{i1} \quad (IV.18)$$

donc,

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & -\sigma_i^2 \\ & + \sigma_i \Lambda_i B_i \left[(B_i^+ (A_{mi} - A_i) - \bar{\phi}_i) x_i + (B_i^+ B_{mi} - \bar{\varphi}_i) r_i \right. \\ & \quad \left. + (B_i^+ (A_{mi} + A_{ni}) - \bar{\psi}_i) e_i + (B_i^+ H_i - \bar{\gamma}_i) \right] \\ & - \sigma_i \Lambda_i B_i \left\{ \sum_{j=1}^3 \hat{k}_{ij} \|e_i\|^{j-1} \frac{\sigma_i}{|\sigma_i|} \operatorname{sgn}(\lambda_{i2} x_i)^T x_i + \hat{k}_{i4} \frac{\sigma_i}{|\sigma_i|} \operatorname{sgn}(\lambda_{i2} r_i) r_i \right. \\ & \quad \left. + \hat{k}_{i5} \frac{\sigma_i}{|\sigma_i|} \operatorname{sgn}(\lambda_{i2} e_i)^T e_i + \hat{k}_{i6} \frac{\sigma_i}{|\sigma_i|} \operatorname{sgn}(\lambda_{i2}) \right\} \\ & - \sum_{j=1}^3 (k_{ij} - \hat{k}_{ij}) \|e_i\|^{j-1} |\sigma_i| \sum_{k=1}^2 |x_{ik}| \beta_{i1} \\ & - (k_{i4} - \hat{k}_{i4}) |\sigma_i| r_i \beta_{i1} \\ & - (k_{i5} - \hat{k}_{i5}) |\sigma_i| \sum_{k=1}^2 |e_{ik}| \beta_{i1} - (k_{i6} - \hat{k}_{i6}) |\sigma_i| \beta_{i1} \end{aligned} \quad (IV.19)$$

Alors,

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_i \leq & -\sigma_i^2 - |\sigma_i| \left[\beta_{i1} \sum_{j=1}^3 \hat{k}_{ij} \|e_i\|^{j-1} \sum_{k=1}^2 |x_{ik}| + \beta_{i1} \hat{k}_{i4} |r_i| + \beta_{i1} \hat{k}_{i5} \sum_{k=1}^2 |e_{ik}| \right. \\
 & + \beta_{i1} \hat{k}_{i6} - \beta_{i2} \sum_{j=1}^3 \alpha_{ij} \|e_i\|^{j-1} \sum_{k=1}^2 |x_{ik}| - \beta_{i2} \alpha_{i4} |r_i| - \beta_{i2} \alpha_{i5} \sum_{k=1}^2 |e_{ik}| - \beta_{i2} \alpha_{i6} \\
 & \left. + (\text{sgn}(\lambda_{i2}) \Lambda_i B_i - \beta_{i1}) \left\{ \sum_{j=1}^3 \hat{k}_{ij} \|e_i\|^{j-1} \sum_{k=1}^2 |x_{ik}| + \hat{k}_{i4} |r_i| + \hat{k}_{i5} \sum_{k=1}^2 |e_{ik}| + \hat{k}_{i6} \right\} \right]
 \end{aligned} \quad (IV.20)$$

Enfin,

$$\dot{V}_i \leq -\sigma_i^2 < 0 \quad (IV.21)$$

Par conséquent, $\dot{V} < 0$ d'où la stabilité du système global.

IV.3 Introduction du secteur de glissement

Après avoir assuré le comportement désiré, la commande décentralisée est discontinue autour de la surface de glissement local, qui conduit vers une commande forte, phénomène du régime de glissement (broutement). Ce phénomène est en général indésirable en pratique, de plus il provoque une utilisation maximale de l'activité de la commande ainsi qu'une excitation avec une haute fréquence qui est souvent négligée durant la modélisation des robots manipulateurs. Ce phénomène peut entraîner les modes de résonance hautes fréquences (dynamiques négligées). On peut remédier à cette situation en calmant la commande discontinue par l'introduction d'un secteur de glissement près de la surface de glissement en remplaçant les termes $\{\hat{\phi}_i, \hat{\psi}_i, \hat{\gamma}_i\}$ utilisés dans la commande locale par :

$$\hat{\phi}_i = \begin{cases} \sum_{j=1}^3 \hat{k}_{ij} \|e_i\|^{j-1} \frac{\sigma_i}{|\sigma_i|} \text{sgn}(\lambda_{i2} x_i)^T & \text{si } |\sigma_i| > \delta_{i1} \\ \sum_{j=1}^3 \hat{k}_{ij} \|e_i\|^{j-1} \frac{\sigma_i}{\delta_{i1}} \text{sgn}(\lambda_{i2} x_i)^T & \text{si } |\sigma_i| \leq \delta_{i1} \end{cases} \quad (IV.22.a)$$

$$\hat{\psi}_i = \begin{cases} \hat{k}_{i4} \frac{\sigma_i}{|\sigma_i|} \text{sgn}(\lambda_{i2} r_i) & \text{si } |\sigma_i| > \delta_{i2} \\ \hat{k}_{i4} \frac{\sigma_i}{\delta_{i2}} \text{sgn}(\lambda_{i2} r_i) & \text{si } |\sigma_i| \leq \delta_{i2} \end{cases} \quad (IV.22.b)$$

$$\hat{\psi}_i = \begin{cases} \hat{k}_{i5} \frac{\sigma_i}{|\sigma_i|} \text{sgn}(\lambda_{i2} e_i)^T & \text{si } |\sigma_i| > \delta_{i3} \\ \hat{k}_{i5} \frac{\sigma_i}{\delta_{i3}} \text{sgn}(\lambda_{i2} e_i)^T & \text{si } |\sigma_i| \leq \delta_{i3} \end{cases} \quad (\text{IV.22.c})$$

$$\hat{\gamma}_i = \begin{cases} \hat{k}_{i6} \frac{\sigma_i}{|\sigma_i|} \text{sgn}(\lambda_{i2}) & \text{si } |\sigma_i| > \delta_{i4} \\ \hat{k}_{i6} \frac{\sigma_i}{\delta_{i4}} \text{sgn}(\lambda_{i2}) & \text{si } |\sigma_i| \leq \delta_{i4} \end{cases} \quad (\text{IV.22.d})$$

avec $\delta_{ij}, j = 1, \dots, 4$ des petites constantes positive.

IV.4 Résultats de simulation

Nous avons procédé à la vérification du schéma de la CADSVMR présenté dans cette étude par simulation au robot PUMA 560 représenté par la figure IV.2, en s'intéressant uniquement au trois premières articulations. Ce manipulateur réalise trois mouvements de rotations : le premier suivant l'axe vertical, le second et le troisième suivant deux axes horizontaux, caractérisés respectivement par les trois coordonnées généralisées q_1, q_2 et q_3 (voir chapitre I). Au cours de la simulation de cet algorithme, nous avons utilisé pour la résolution numérique des systèmes d'équations différentielles non-linéaires, la méthode de Range Kutta du quatrième ordre à pas constant $dt = 0.001 \text{ sec.}$.

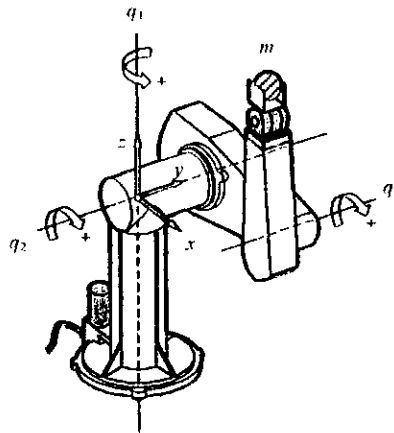


Figure IV.2 : Robot PUMA 560 à la position d'origine.

La sélection des modèles de références des trois articulations du robot est la suivante:

$$a_{ij} = -2, \quad b_i = 2, \quad i = 1,2,3 \quad j = 1,2 \quad (IV.23)$$

Les pôles dans le plan de Laplace et le temps de montée de ces modèles de références sont respectivement $(-1 \pm j)$ et 2.35 sec.

Les paramètres des surfaces de glissement utilisés sont :

$$\lambda_{i1} = 5, \quad \lambda_{i2} = 1, \quad i = 1,2,3 \quad (IV.24)$$

Les conditions initiales sont fixées de la manière suivante :

$$\begin{aligned} q_{m1}(0) = q_1(0) = 0, & \quad \dot{q}_{m1}(0) = \dot{q}_1(0) = 0 \\ q_{m2}(0) = q_2(0) = 1.57, & \quad \dot{q}_{m2}(0) = \dot{q}_2(0) = 0 \\ q_{m3}(0) = q_3(0) = 0, & \quad \dot{q}_{m3}(0) = \dot{q}_3(0) = 0. \end{aligned} \quad (IV.25)$$

Les termes constants $\{\bar{\phi}_i, \bar{\varphi}_i, \bar{\psi}_i, \bar{\gamma}_i\}$ dans la commande représentée par (IV.10) doivent être choisies de manière à réduire les bornes α_{ij} dans (IV.12). Dû aux complexités du modèle dynamique du robot, nous avons fait le simple choix suivant :

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_1 &= [-1 \quad -1], & \bar{\varphi}_1 &= 0, & \bar{\psi}_1 &= [10 \quad 5], & \bar{\gamma}_1 &= 0 \\ \bar{\phi}_2 &= [-1 \quad -1], & \bar{\varphi}_2 &= 0, & \bar{\psi}_2 &= [70 \quad 50], & \bar{\gamma}_2 &= 0 \\ \bar{\phi}_3 &= [-1 \quad -1], & \bar{\varphi}_3 &= 0, & \bar{\psi}_3 &= [20 \quad 10], & \bar{\gamma}_3 &= 0. \end{aligned} \quad (IV.26)$$

Les conditions initiales des gains d'adaptations (IV.15.a) à (IV.15.d) sont fixées de la manière suivante :

	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
$\hat{k}_{i1}(0)$	2	25	5
$\hat{k}_{i2}(0)$	2	25	5
$\hat{k}_{i3}(0)$	2	25	5
$\hat{k}_{i4}(0)$	1	10	3
$\hat{k}_{i5}(0)$	3	30	6
$\hat{k}_{i6}(0)$	4	10	7

Tableau IV.1 : Conditions initiales des gains d'adaptation.

Les constantes arbitraires des équations (IV.15.a) à (IV.15.d) qui caractérisent les poids d'adaptations des gains sont :

$$\begin{aligned}
 w_{11} = w_{12} = w_{13} = 25, & \quad w_{14} = 10, & \quad w_{15} = 30, & \quad w_{16} = 40 \\
 w_{21} = w_{22} = w_{23} = 40, & \quad w_{24} = 30, & \quad w_{25} = 45, & \quad w_{26} = 50 \\
 w_{31} = w_{32} = w_{33} = 30, & \quad w_{34} = 15, & \quad w_{35} = 35, & \quad w_{36} = 50.
 \end{aligned}
 \tag{IV.27}$$

La figure IV.3 représente les réponses temporelles des trois articulations, la figure IV.4 représente les erreurs de poursuites, la figure IV.5 les surfaces de glissement et la figure IV.6 les couples développés aux articulations

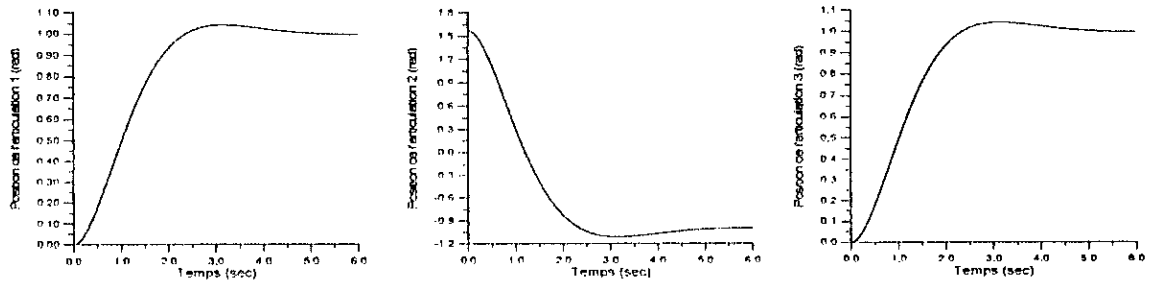


Figure IV.3 : Réponses temporelles des articulations.

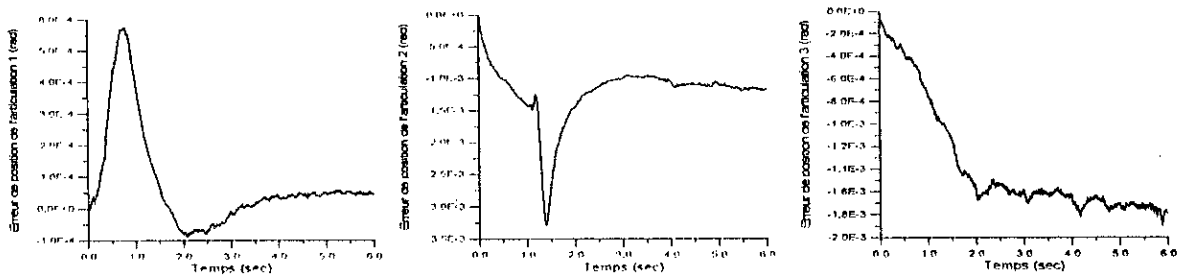


Figure IV.4 : Erreurs de poursuite des articulations.

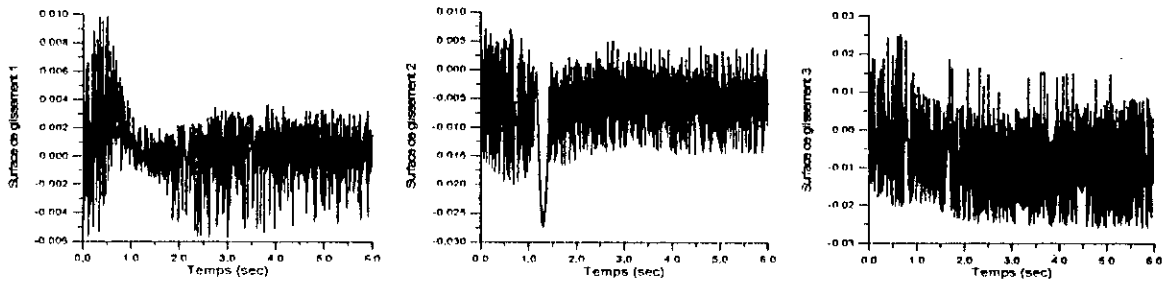


Figure IV.5 : Lois de commutation des articulations.

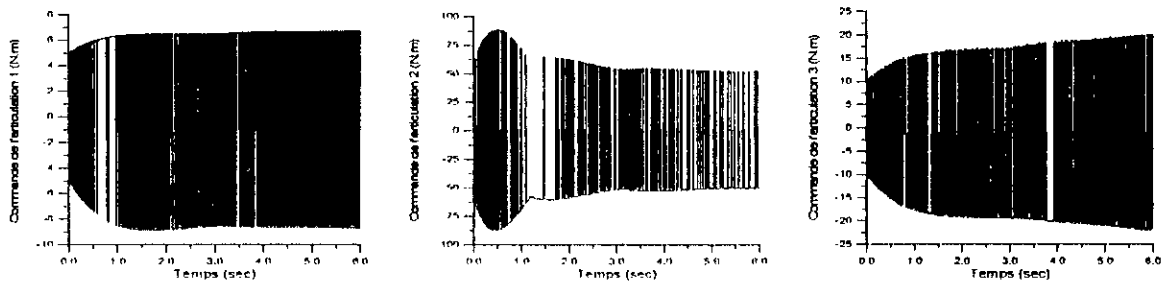


Figure IV.6 : Commandes développées aux articulations.

D'après les figures IV.5 et IV.6 nous remarquons la forte excitation des trois articulations du robot. Pour la réduction de cette forte excitation, nous nous sommes intéressés à introduire trois secteurs de glissement en utilisant les formules IV.22.a à IV.22.d, où nous avons fixé $\delta_{ij} = 0.02$, $i = 1, \dots, 3$, $j = 1, \dots, 4$.

La figure IV.7 représente les erreurs de poursuites, la figure IV.8 les surfaces de glissement et la figure IV.9 les couples développés aux articulations. Nous pouvons remarquer d'après ces figures que la forte excitation des trois articulations est complètement éliminée. Les commandes sont lisses et physiquement réalisables.

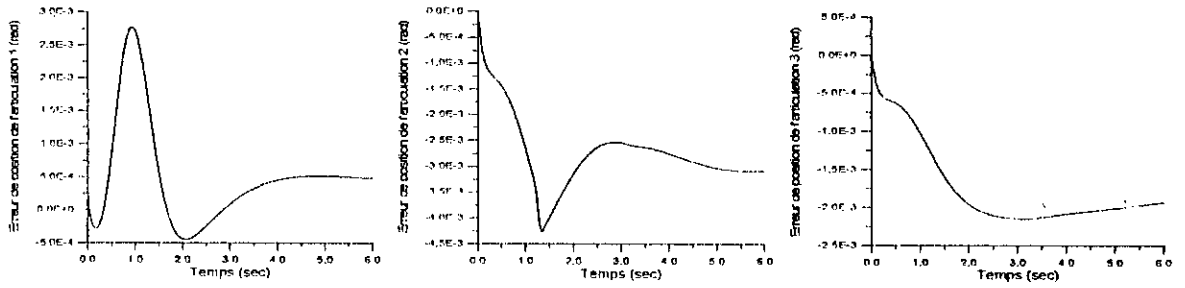


Figure IV.7 : Erreurs de poursuite des articulations avec secteur de glissement.

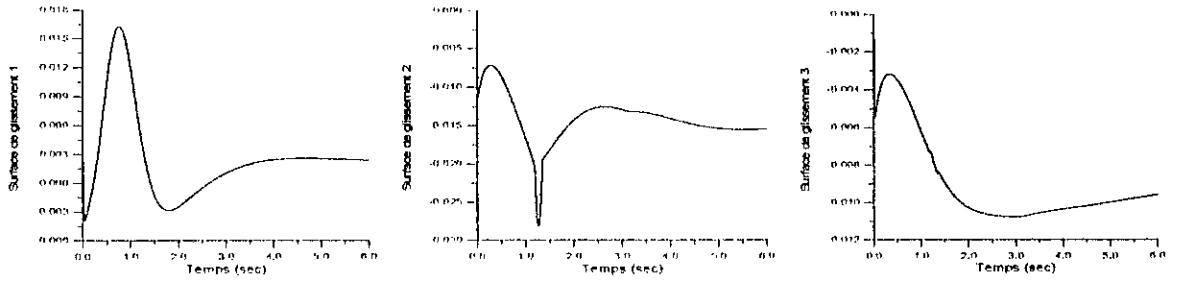


Figure IV.8 : Lois de commutation des articulations avec secteur de glissement.

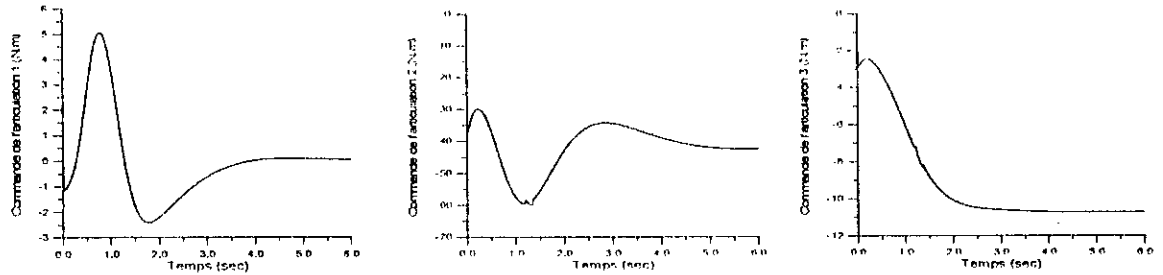


Figure IV.9 : Commandes développées aux articulations avec secteur de glissement.

IV.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une commande adaptative originale avec modèle de référence qui contient dans sa forme quatre termes élémentaires, à s'avoir :

- Terme d'un changement de structure par retour d'état variable ;

- Terme d'un changement de structure par un organe de commande introduisant un signal auxiliaire ayant pour but d'éliminer les effets des interconnexions et des perturbations externes ;
- Terme d'un changement de structure par une anticipation directe de l'état de références désirées (position et vitesse de références) ;
- Terme d'un changement de structure par un régulateur PD.

L'utilisation des fonctions signes au niveau des commandes locales provoque un phénomène en haute fréquence (broutement en anglais : Chattering) dont les oscillations peuvent être indésirables. L'élimination de ce phénomène a été faite par l'introduction d'un secteur de glissement.

Les résultats de simulation pour une application de cette commande adaptative au robot PUMA 560 donne de bons résultats se traduisant par une poursuite parfaite des modèles de références.

CHAPITRE V

EXPERIMENTATION AU ROBOT KHEPERA

CHAPITRE V

EXPERIMENTATION AU ROBOT KHEPERA

V.1 Introduction

Dans ce chapitre, quelques résultats d'une implémentation pratique des différentes commandes proposées dans les chapitres précédents au robot mobile KHEPERA sont présentés, à savoir : Commande Décentralisée à Structure Variable (CDSV) et Commande Adaptative Décentralisée à Structure Variable avec Modèle de Référence (CADSVMR).

Les implémentations des algorithmes de commande ont été effectuées au Laboratoire d'Informatique Industrielle et d'Automatique (LIIA), Université Paris XII-Val de Marne, Vitry-Sur-Seine, France.

V.2 Robot miniature Khepera

Le robot mobile Khepera a été développé à l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne par un group nommé K-Team afin de tester les algorithmes de commande de comportement des robots dans le monde réel.

V.2.1 Présentation du robot Khepera

La figure V.1 représente une image réelle du robot Khepera. Celui-ci est mobile de type char à deux roues. Il est construit d'une façon modulaire, le module de base peut accueillir plusieurs extensions. Les caractéristiques physiques du module de base de Khepera sont les suivantes :

- Diamètre 55 mm ;
- Hauteur 30 mm ;
- Poids 70 g.

Ce module de base comporte plusieurs composants, à savoir :

- Processeur Motorola 68331 ;
- Mémoire RAM à 256 ko ;
- Mémoire ROM à 256 ko ou a 512 ko ;
- Deux moteurs à courant continu avec des capteurs incrémentaux, une batterie NiCd avec une autonomie de 30 minutes dans la configuration de base et une activité maximale ;
- Huit mini-capteurs à infrarouges (SFH 900, SIEMENS). Ces derniers permettent au robot la localisation des obstacles et la détection des sources lumineuses.

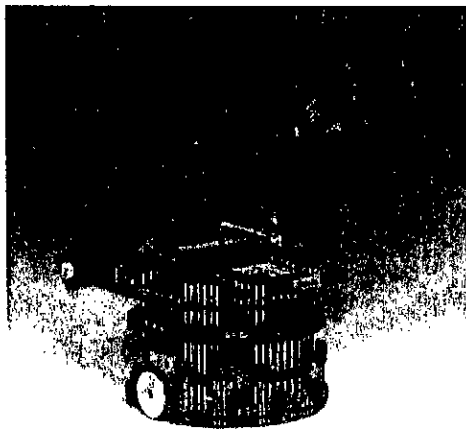


Figure V.1 : Robot mobile Khepera

Pour plus d'informations sur ce robot, voir le site Internet :

<http://k-team.com/robots/khepera>

V.2.2 Manipulation du robot Khepera

Le robot Khepera peut se connecter avec un PC à l'aide d'un câble de liaison série de type RS232. Celle-ci permet l'échange des informations entre le robot et la station de travail pendant l'exécution d'une application. La communication entre le robot et l'ordinateur se fait par des chaînes de caractères en codes ASCII. Chaque chaîne commence par une lettre qui définit le type de l'application voulue.

A l'aide de la boîte à outils (toolbox) kMatlab conçu par le group K-Team spécialement pour Khepera, on peut facilement manipuler ce robot (Gayette, 1997). Ce toolbox inclut des fichiers DLLs pour assurer l'échange des informations avec le port série, et une bibliothèque pour communiquer avec le robot Khepera (lire les mesures des capteurs, imposer des vitesses, etc.).

Le toolbox kMatlab peut être téléchargé a partir du site Internet suivant :

<http://k-team.com/download/khepera/matlab/kMatlab-Win32.zip>

La procédure d'installation est la suivante :

1. Sauvegarder tous les fichiers "kMatlab" dans un répertoire sur le disque dur.
2. Exécuter le logiciel MatLab.
3. Pour utiliser les commandes, On peut simplement changer le répertoire local de MatLab au répertoire kMatlab. Pour éviter d'exécuter ceci à chaque fois, On ajoute à la liste des répertoires prioritaires le chemin de kMatlab dans le disque dur.
4. S'assurer que Khepera est connecté à l'ordinateur.
5. Brancher Khepera à une source d'alimentation.

Il faut d'abord ouvrir le port série en employant la commande `kopen`, qui a la forme suivante :

```
» ref = kopen([com_port, baud_rate, timeout])
```

Par exemple, pour l'utilisation du port série COM1, à 19200 bauds, avec un deuxième temps mort, on applique la commande » `ref = kopen([0,19200,1])` . Et pour le COM2 à 38400 baud, on applique la commande » `ref = kopen([1,38400,1])` . Si la réponse est : ??? Undefined function or variable 'kopen' alors le chemin n'est pas correct. Notez que `com_port` égale à 0 pour le port COM1 et 1 pour le port COM2.

Pour le bon fonctionnement de l'application, il faut que le port série soit configuré avec les mêmes paramètres (`com_port` et `baud_rate`) dans l'environnement de travail (Win95/98/NT).

A la fin de l'application, il faut fermer le port série avec l'instruction suivante :

```
» kclose(ref)
```

L'instruction suivante représente la forme d'une commande qui retourne une réponse d'une ligne pour Khepera :

» `return_value = kcmd(port_reference, 'khepera_command')`

Pour envoyer une commande qui retourne une réponse de plusieurs lignes, il faut ajouter la chiffre 1 :

» `return_value = kcmd(port_reference, 'khepera_command', 1)`

Bien que les trois instructions `kopen`, `kcmd` et `kclose` soient suffisantes pour commander entièrement le robot Khepera par Matlab, le group K-Team a fourni une bibliothèque de commandes sous MatLab (voir le tableau V.1). Ces commandes sont décrites brièvement dans l'annexe, mais pour plus d'informations il faut consulter le manuel d'utilisation de Khepera.

Commande de Khepera		Equivalent en MatLab
A	Configuration	<code>kSetSpeedPID</code>
B	Lire la version software	<code>kPios</code>
C	Imposer des positions	<code>kMoveTo</code>
D	Imposer des vitesses	<code>kSetSpeed</code>
E	Lire les vitesses	<code>kGetSpeed</code>
F	Configuration du PID de position	<code>kSetPositionPID</code>
G	Imposer des valeurs pour les compteurs de position	<code>kSetEncoders</code>
H	Lire les positions	<code>kGetEncoders</code>
I	Lire les données de CAN	<code>kGetAnalog</code>
J	Configuration du profil de vitesse pour le régulateur	<code>kSetProfile</code>
K	Lire l'état du régulateur	<code>kGetStatus</code>
L	Changer l'état des LEDs	<code>kLED</code>
N	Lire les capteurs de proximité	<code>kProximity</code>
O	Lire les capteurs de luminosité	<code>kAmbient</code>
P	Commande par MLI (en anglais PWM)	<code>kSetPWM</code>
T	Envoyer un message à une extension	<code>kTurret</code>
R	Lire un bit dans le bus d'extension	<code>kReadByte</code>
W	Ecrire un bit dans le bus d'extension	<code>kWriteByte</code>

Tableau V.1 : Les commandes du robot Khepera

Les commandes de Khepera sous MatLab peuvent s'écrire indifféremment en majuscule ou minuscule. Par exemple `kSetSpeedPID` et `ksetspeedpid` sont équivalents.

Lorsque une erreur survient, beaucoup de fonctions retournent par la valeur 1 comme un code d'erreur.

Pour plus d'informations sur les instructions de commandes de Khepera, voir annexe III.

V.3 Implémentation des algorithmes de commande

Les structures des commandes appliquées considère le robot mobile comme un système interconnecté dans lequel chaque roue constitue un sous système commandé par une station de commande locale (la roue gauche et la roue droite représentent respectivement le sous-système 1 et le sous système 2). La figure V.2 représente le schéma de principe de chaque sous-système et la figure V.3 représente la forme de l'excitation de chaque moteur du robot. L'entrée de chaque sous système est la consigne d'un générateur LMI intégré dans le robot pour l'excitation du moteur correspondant, les valeurs possibles de cette consigne de commande sont comprises entre -1 et $+1$ (correspondant respectivement à une excitation réelle de -5 Volt et $+5$ Volt). La sortie locale est la position linéaire de la roue.

Le robot Khepera peut communiquer avec un PC par une interface branchée au port série (COM1 ou COM2). Avec le toolbox kMatLab conçu spécialement pour ce robot, on peut échanger des données entre le PC et le robot.

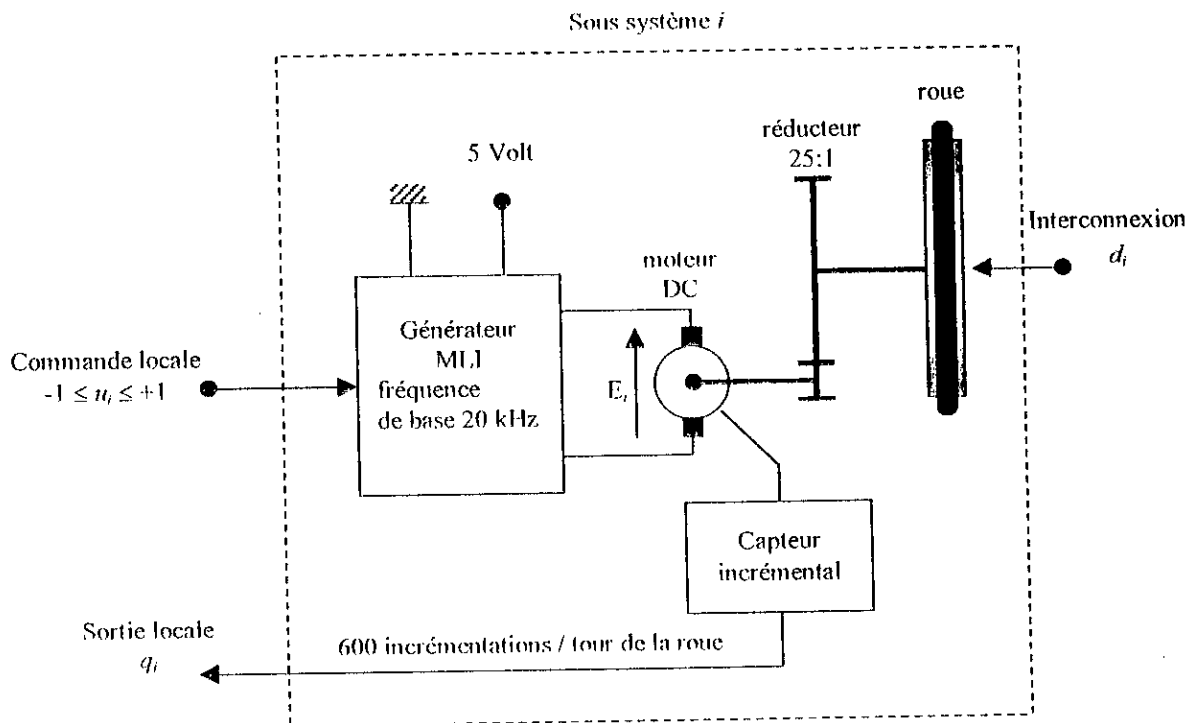


Figure V.2 : Schéma fonctionnel des sous systèmes du robot KHEPERA.

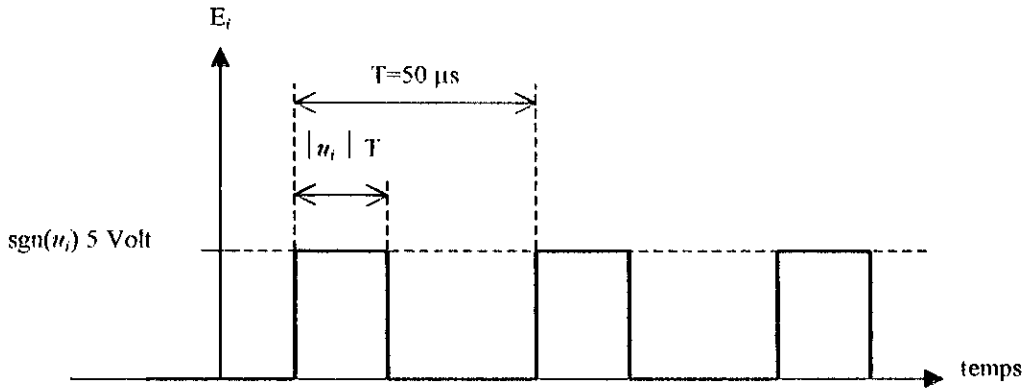


Figure V.3 : Excitation des moteurs DC du robot KHEPERA par MLI.

V.3.1 Implémentation de la CDSV

Le but est d'assurer pour chaque sous système une bonne poursuite d'une trajectoire de référence locale. Le pas d'échantillonnage est 20 ms (c'est le plus petit temps possible pour la transmission et la réception des données entre le PC et le robot KHEPERA). L'algorithme de commande proposée est implémenté en MatLab.

Nous avons sélectionné une seule forme de la surface de glissement pour la conduite des deux sous-système. La forme particulière proposée pour l'implémentation est la suivante :

$$\begin{aligned} \Lambda_{i1}(\tilde{q}_i) &= 7 \tilde{q}_i + 3 \tanh(4 \tilde{q}_i), \\ \Lambda_{i2}(z_i) &= 50 z_i (1 + z_i^2), \end{aligned} \quad i = 1, 2, 3, \quad (\text{V.1})$$

La commande implémentée au sous-système i est la suivante :

$$\begin{aligned} u_i(t) &= \sum_{j=0}^2 \psi_{ij}^*(t) q_{di}^{(j)} + \sum_{j=0}^1 \phi_{ij}^*(t) q_i^{(j)} + \gamma_i^*(t) \\ &+ \frac{\sigma_i}{|\sigma_i| + \delta_{i0} + \delta_{i1} |\tilde{q}_i|} \left\{ \sum_{j=0}^2 \hat{\psi}_{ij} |q_{di}^{(j)}| + \sum_{j=0}^1 \hat{\phi}_{ij} |q_i^{(j)}| + \hat{\gamma}_i \right\}. \end{aligned} \quad (\text{V.2})$$

avec $\delta_{i0} = 0.05$, $\delta_{i1} = 1$ et :

$$\psi_{ij}^{\circ}(t) = \bar{\psi}_{ij} + 0.25 q_{di}^{(j)} \sigma_i, \quad j = 0,1,2, \quad (\text{V.3.a})$$

$$\phi_{ij}^{\circ}(t) = \bar{\phi}_{ij} + 0.25 q_i^{(j)} \sigma_i, \quad j = 0,1, \quad (\text{V.3.b})$$

$$\gamma_i^{\circ}(t) = \bar{\gamma}_i + 0.25 \sigma_i, \quad (\text{V.3.c})$$

pour $i = 1, 2$.

Le tableau V.2 représente le choix des valeurs numériques des paramètres :

Paramètres	Roue	
	$i = 1$	$i = 2$
$\bar{\psi}_{i0}$	1	1
$\bar{\psi}_{i1}$	4	4
$\bar{\psi}_{i2}$	1.5	1.5
$\bar{\phi}_{i0}$	-0.1	-0.1
$\bar{\phi}_{i1}$	0	0
$\bar{\gamma}_i$	0	0
$\hat{\psi}_{i0}$	1	1
$\hat{\psi}_{i1}$	2	2
$\hat{\psi}_{i2}$	1	1
$\hat{\phi}_{i0}$	0.3	0.3
$\hat{\phi}_{i1}$	0.1	0.1
$\hat{\gamma}_i$	0.2	0.2

Tableau V.2 : Paramètres régulateurs décentralisés.

Les trajectoires de références imposées sont de type cycloïdale (Seraji, 1989). L'objectif est de faire varier la position $q_i(t)$ de la roue i de la position initiale $q_{di}(0)$ jusqu'à la position finale $q_{di}(t_f)$ dans un temps de mouvement égal à t_f suivant une trajectoire définie par la relation (V.4).

$$q_{di}(t) = \begin{cases} q_{di}(0) + \frac{\Delta_i}{2\pi} \left(2\pi \frac{t}{t_f} - \sin \left(2\pi \frac{t}{t_f} \right) \right) \text{ rad.} & \text{si } 0 \leq t \leq t_f \\ q_{di}(t_f) \text{ rad.} & \text{si } t_f < t \end{cases} \quad (\text{V.4})$$

avec $\Delta_i = q_{di}(t_f) - q_{di}(0)$ le déplacement local.

Les deux roues se déplacent respectivement des positions $\{0 \text{ mm}, 0 \text{ mm}\}$ aux positions $\{+150 \text{ mm}, +300 \text{ mm}\}$ en un temps de mouvement égal à $t_f = 3 \text{ sec}$.

Les résultats de cette expérimentation sont représentés par les figures suivantes :

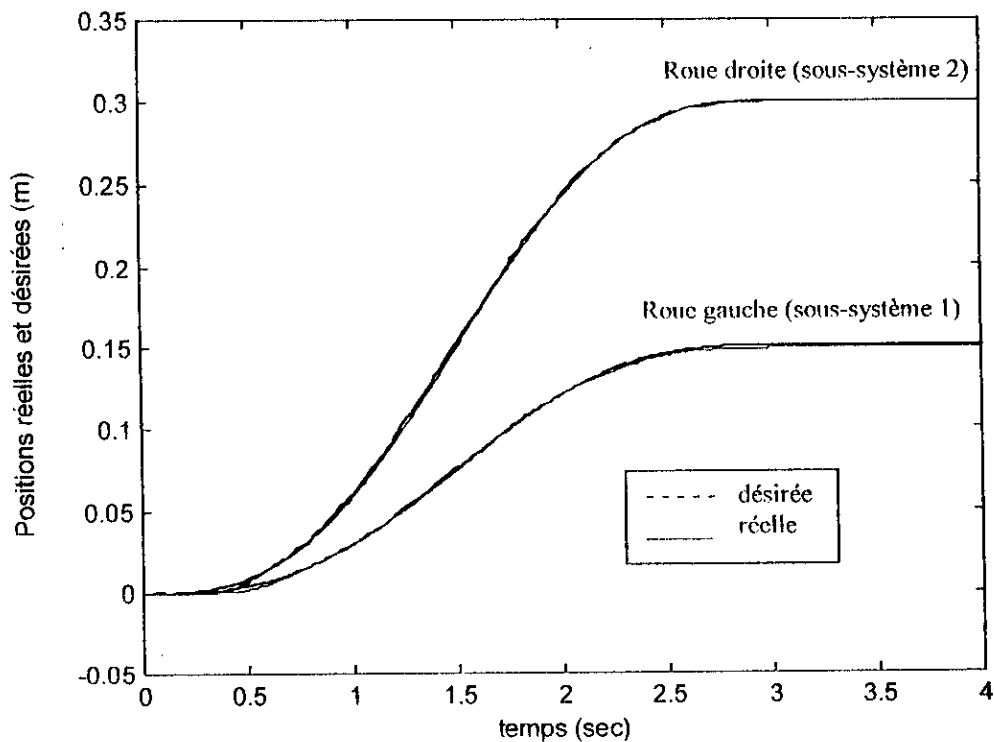


Figure V.4 : Trajectoires de références et réelles des deux sous systèmes.

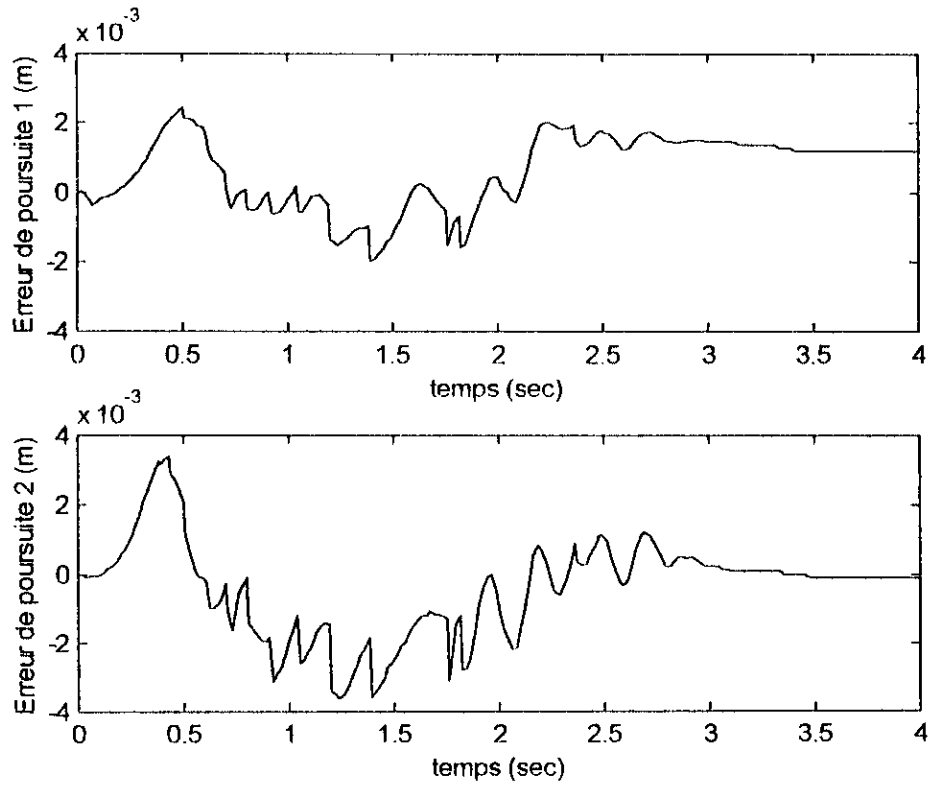


Figure V.5 : Erreurs de poursuites.

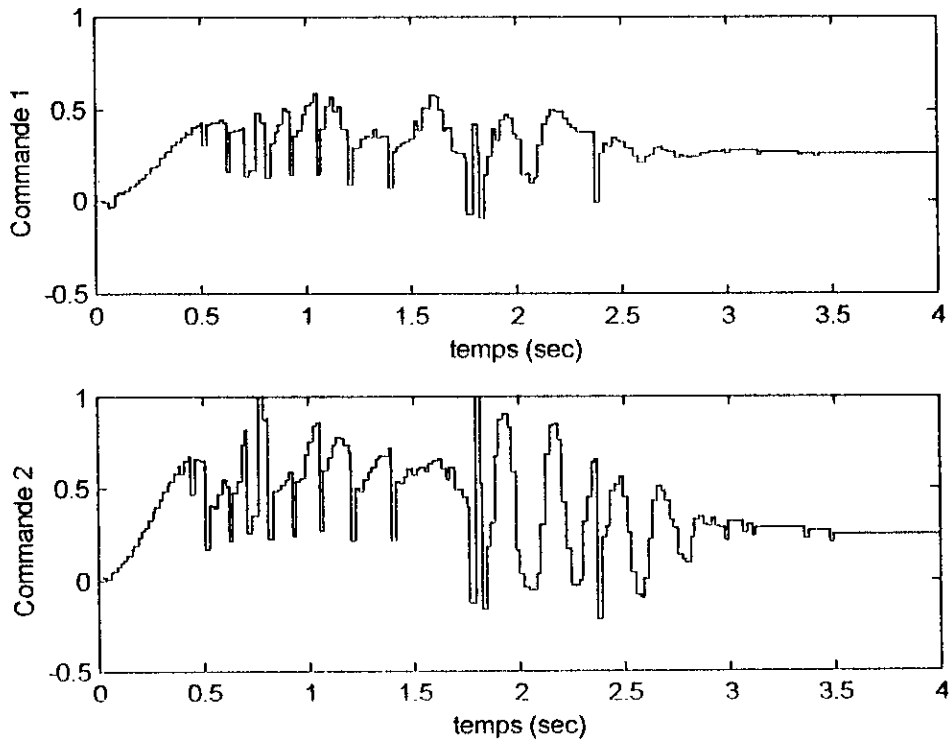


Figure V.6 : Commandes décentralisées.

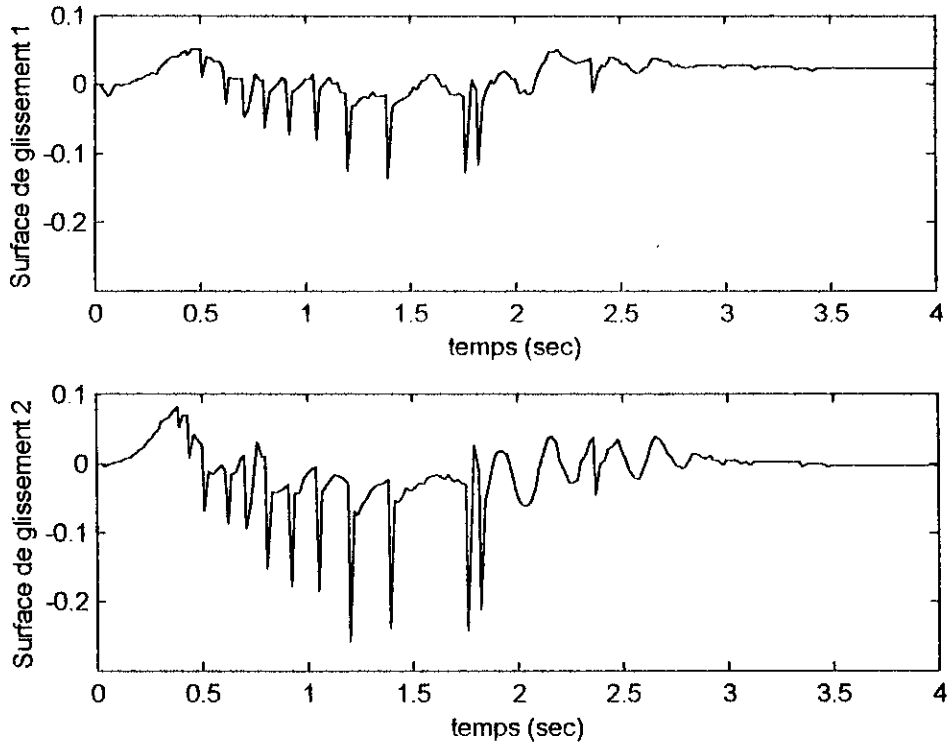


Figure V.7 : Surfaces de glissements.

Nous constatons d'après ces résultats pratiques la bonne poursuite des trajectoires de références. Le système est stabilisé et les commandes sont physiquement réalisables.

V.3.2 Implémentation de la CADSVMR

L'objectif est de forcer les états de chaque sous-système du robot à suivre les états $x_{ni} = [q_{ni} \quad \dot{q}_{ni}]^T \in \mathfrak{R}^2$ du modèle de référence local caractérisé par l'équation d'état suivante :

$$\dot{x}_{ni} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} x_{ni} + \begin{bmatrix} 1 \\ +2 \end{bmatrix} r_i \quad (\text{V.5})$$

pour $i = 1, 2$.

Les pôles dans le plan de Laplace et le temps de montée de ce modèle de référence sont respectivement $(-1 \pm j)$ et 2.35 sec.

La surface de glissement locale de l'articulation i est sélectionnée de la manière suivante :

$$\sigma_i = \Lambda_i e_i = 0 \quad (\text{V.7})$$

avec $\Lambda_i = [5 \ 1]$ un vecteur constant et $i = 1, 2$.

Après avoir sélectionné une surface de glissement stable, la CADSVMR proposée pour la $i^{\text{ème}}$ articulation est la suivante :

$$u_i = (\bar{\phi}_i + \hat{\phi}_i)x_i + (\bar{\varphi}_i + \hat{\varphi}_i)r_i + (\bar{\psi}_i + \hat{\psi}_i)e_i + (\bar{\gamma}_i + \hat{\gamma}_i) \quad (\text{V.8})$$

avec $\bar{\phi}_i = [0 \ 0]$, $\bar{\varphi}_i = 2$, $\bar{\psi}_i = [10 \ 2]$ et $\bar{\gamma}_i = 0$ pour les deux roues et :

$$\hat{\phi}_i = \begin{cases} \sum_{j=1}^3 \hat{k}_{ij} \|e_j\|^{j-1} \frac{\sigma_i}{|\sigma_i|} \text{sgn}(x_i)^T & \text{si } |\sigma_i| > 0.05 \\ \sum_{j=1}^3 \hat{k}_{ij} \|e_j\|^{j-1} \frac{\sigma_i}{0.05} \text{sgn}(x_i)^T & \text{si } |\sigma_i| \leq 0.05 \end{cases} \quad (\text{V.9.a})$$

$$\hat{\varphi}_i = \begin{cases} \hat{k}_{i4} \frac{\sigma_i}{|\sigma_i|} \text{sgn}(r_i) & \text{si } |\sigma_i| > 0.05 \\ \hat{k}_{i4} \frac{\sigma_i}{0.05} \text{sgn}(r_i) & \text{si } |\sigma_i| \leq 0.05 \end{cases} \quad (\text{V.9.b})$$

$$\hat{\psi}_i = \begin{cases} \hat{k}_{i5} \frac{\sigma_i}{|\sigma_i|} \text{sgn}(e_i)^T & \text{si } |\sigma_i| > 0.05 \\ \hat{k}_{i5} \frac{\sigma_i}{0.05} \text{sgn}(e_i)^T & \text{si } |\sigma_i| \leq 0.05 \end{cases} \quad (\text{V.9.c})$$

$$\hat{\gamma}_i = \begin{cases} \hat{k}_{i6} \frac{\sigma_i}{|\sigma_i|} & \text{si } |\sigma_i| > 0.05 \\ \hat{k}_{i6} \frac{\sigma_i}{0.05} & \text{si } |\sigma_i| \leq 0.05 \end{cases} \quad (\text{V.9.d})$$

avec

$$\dot{\hat{k}}_{i1} = 3 |\sigma_i| \sum_{k=1}^2 |x_{ik}| \quad (\text{V.10.a})$$

$$\dot{\hat{k}}_{i2} = 5 \|e_i\| |\sigma_i| \sum_{k=1}^2 |x_{ik}| \quad (\text{V.10.b})$$

$$\dot{\hat{k}}_{i3} = 5 \|e_i\|^2 |\sigma_i| \sum_{k=1}^2 |x_{ik}| \quad (\text{V.10.c})$$

$$\dot{\hat{k}}_{i4} = 10 |\sigma_i r_i| \quad (\text{V.10.d})$$

$$\dot{\hat{k}}_{i5} = 10 |\sigma_i| \sum_{k=1}^2 |e_{ik}| \quad (\text{V.10.e})$$

$$\dot{\hat{k}}_{i6} = 4 |\sigma_i| \quad (\text{V.10.f})$$

Les conditions initiales des gains d'adaptations sont fixées de la manière suivante :

	$i = 1$	$i = 2$
$\hat{k}_{i1}(0)$	0.4	0.4
$\hat{k}_{i2}(0)$	0.4	0.4
$\hat{k}_{i3}(0)$	0.4	0.4
$\hat{k}_{i4}(0)$	0.4	0.4
$\hat{k}_{i5}(0)$	0.4	0.4
$\hat{k}_{i6}(0)$	0.4	0.4

Tableau V.3 : Conditions initiales des gains d'adaptation.

Le pas d'échantillonnage est 20 ms. L'algorithme de commande proposée est implémenté en MATLAB. Les résultats de cette implémentation sont les suivants :

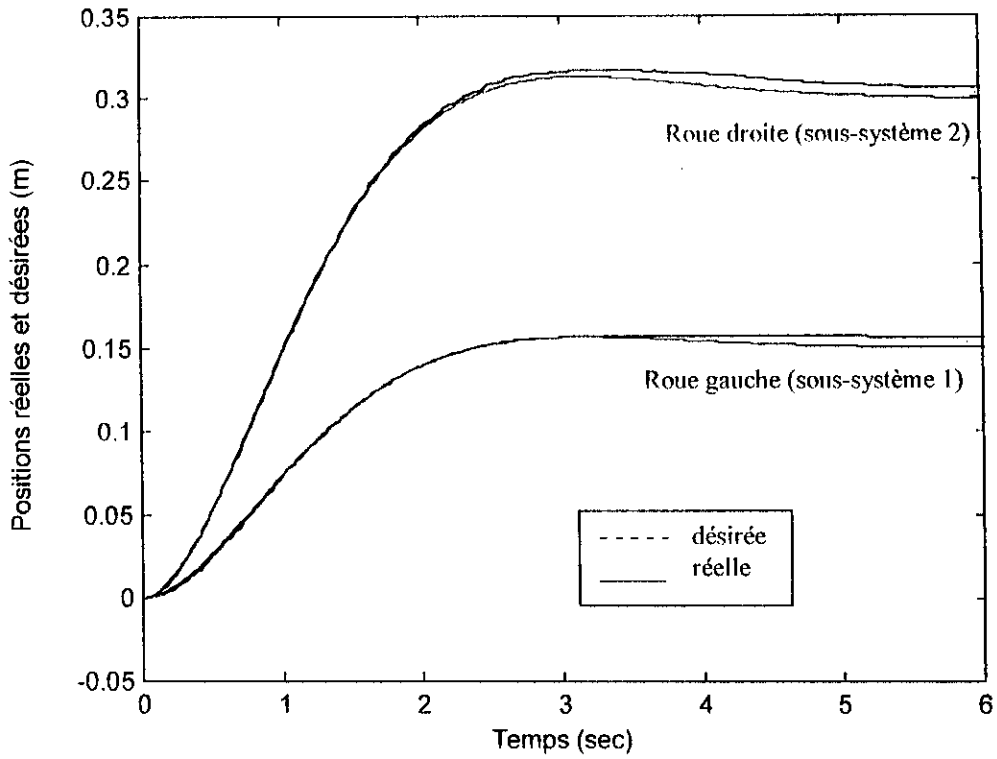


Figure V.8 : Trajectoires de références et réelles des deux sous systèmes.

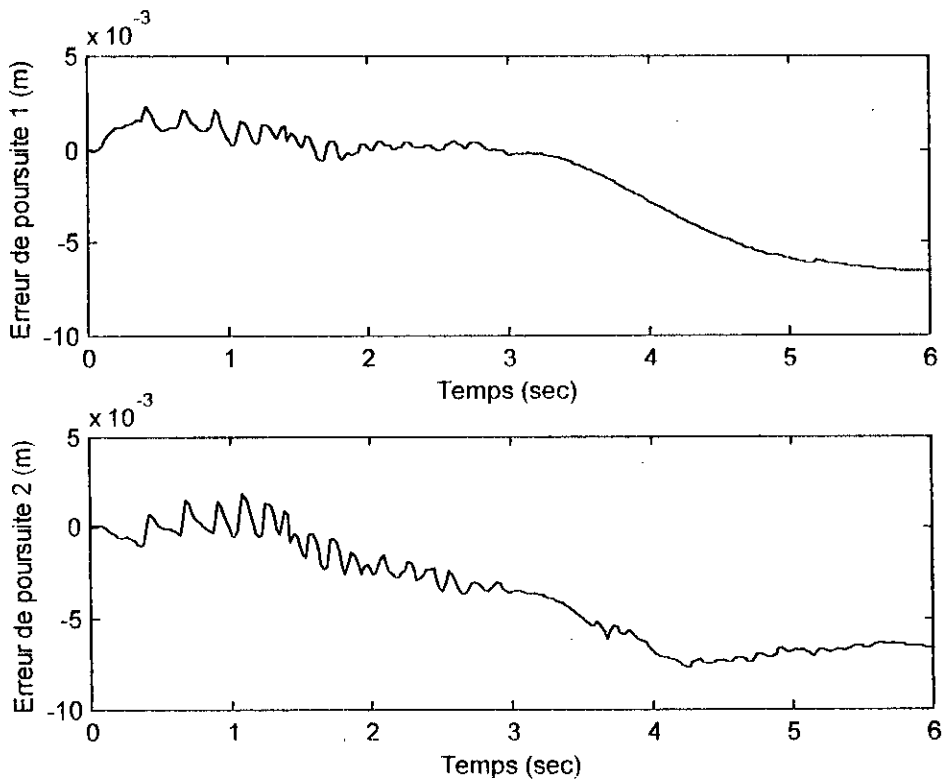


Figure V.9 : Erreurs de poursuites.

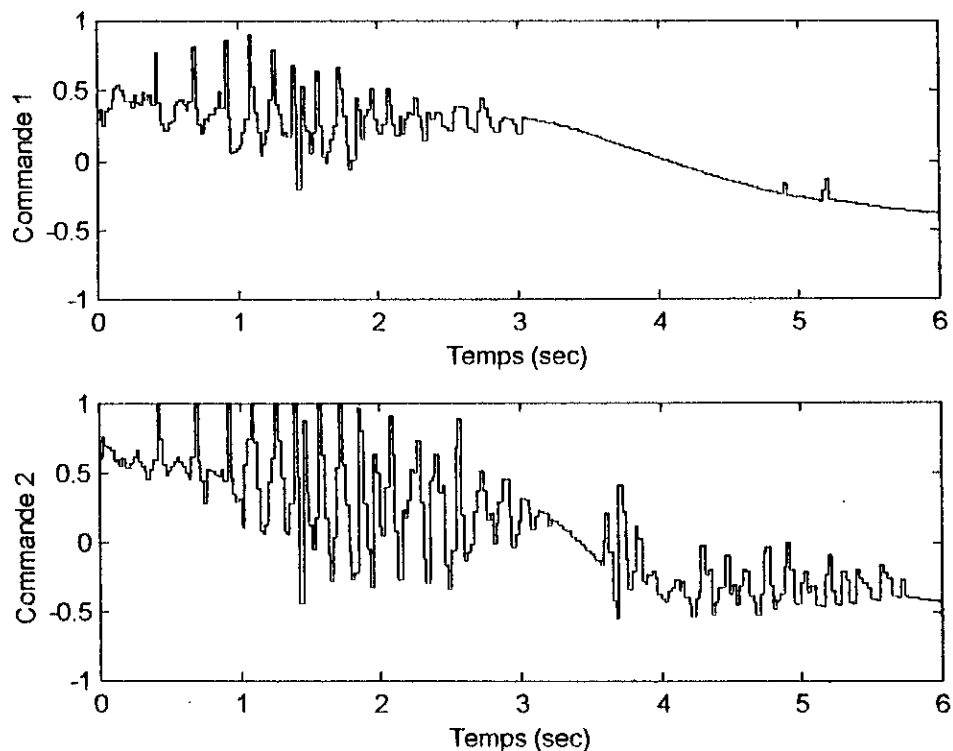


Figure V.10 : Commandes adaptatives décentralisées.

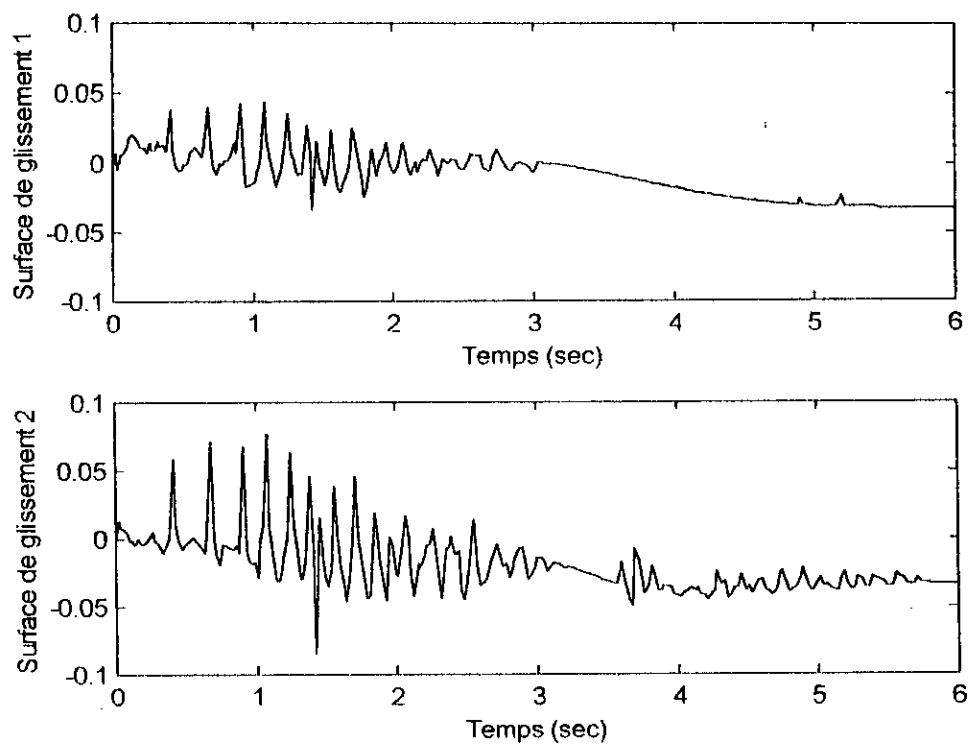


Figure V.11 : Surfaces de glissement.

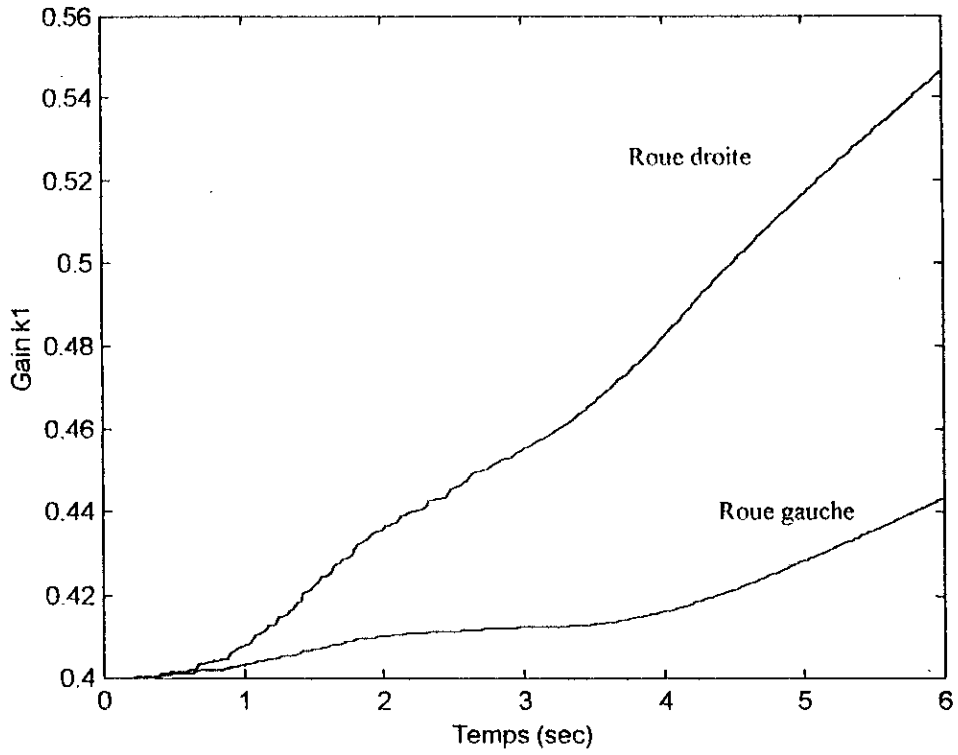


Figure V.12 : Les gains \hat{k}_{11}

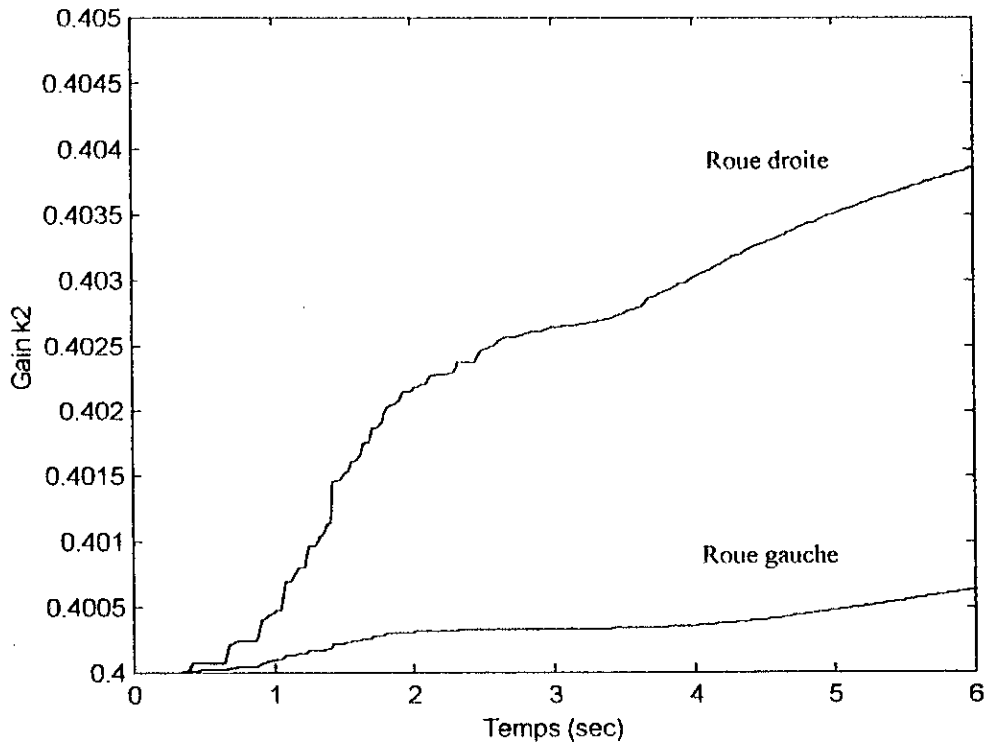


Figure V.13 : Les gains \hat{k}_{12}

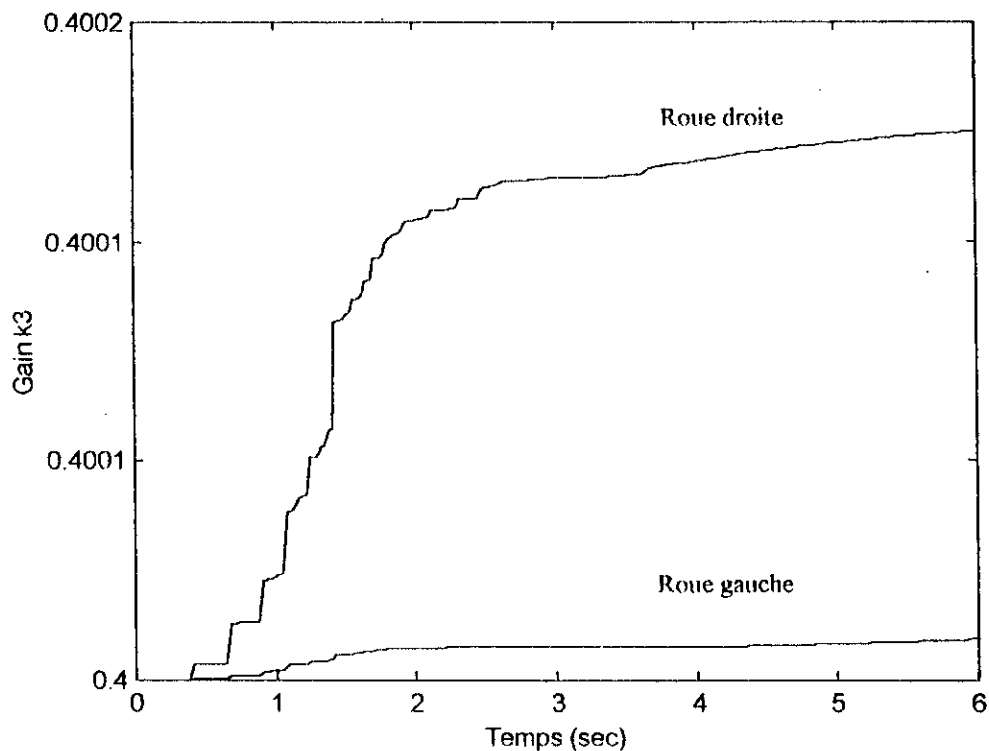


Figure V.14 : Les gains \hat{k}_{13} .

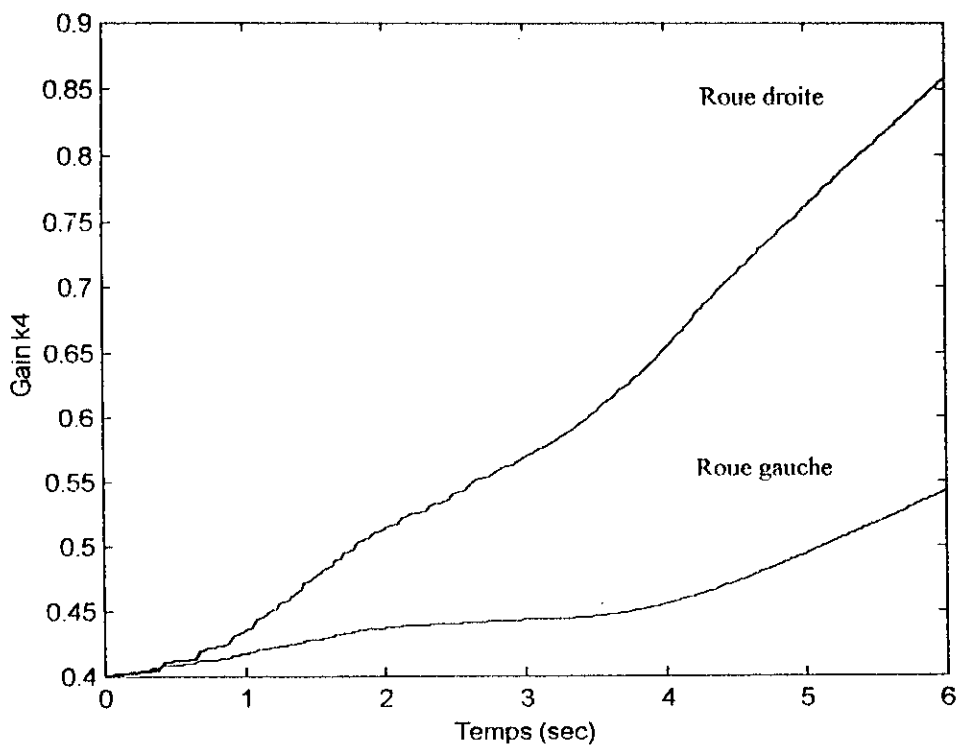


Figure V.15 : Les gains \hat{k}_{14} .

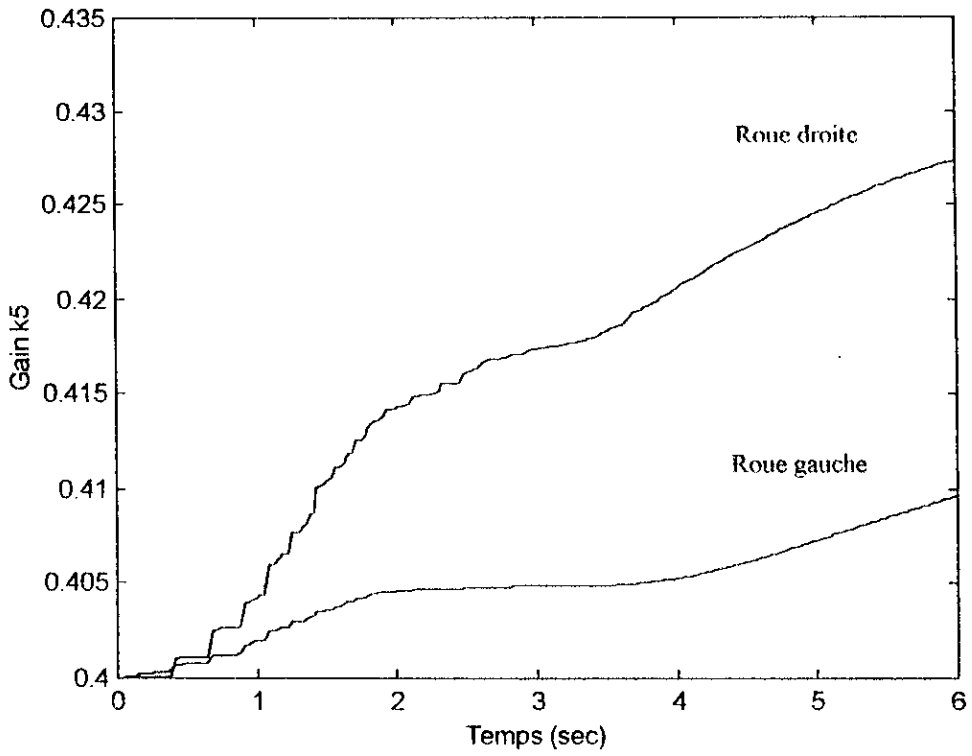


Figure V.16 : Les gains \hat{k}_{15} .

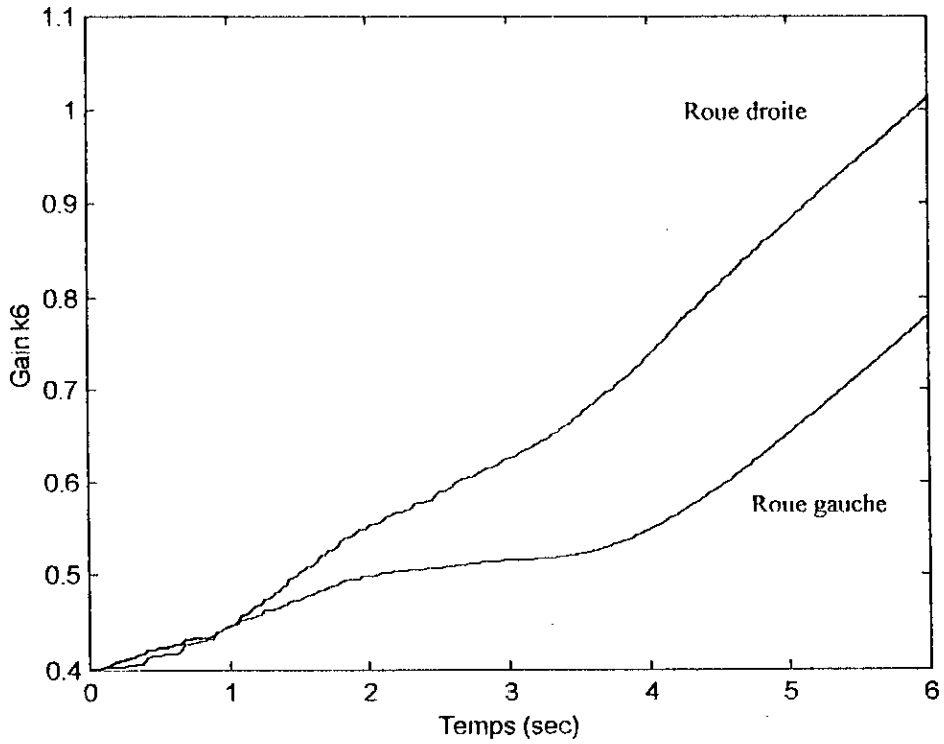


Figure V.17 : Les gains \hat{k}_{16} .

Les figures V.8, V.9, V.10 et V.11 représentent les réponses temporelles des deux roues, les erreurs de poursuites, les commandes développées et les surfaces de glissement. Les figures V.12 à V.17 représentent l'adaptation des gains pendant l'exécution des commandes.

Les résultats pratiques de l'implémentation de la CADSVMR sont satisfaisants. Le système est stable. Les commandes sont physiquement réalisables.

V.4 Conclusion

Les résultats de l'expérimentation des commandes originales décentralisées à structure variable proposées dans notre étude au robot mobile Khepera confirme réellement :

- La possibilité d'une implémentation pratique des commandes proposées ;
- Les commandes sont physiquement réalisables ;
- Les performances des commandes proposées sont satisfaisantes ;
- La robustesse des commandes vis a vis les perturbations externes (réelles) ;
- La simplicité d'implémentation due à la décentralisation de la commande.



CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Notre étude est basée essentiellement sur les quatre points fondamentaux de l'automatique, à savoir :

- Modélisation ;
- Synthèse de la commande ;
- Simulation ;
- Expérimentation.

L'application des formalismes de Lagrange-Euler pour la modélisation des robots manipulateurs a permis de mettre en évidence la difficulté de synthétiser des commandes en robotique, étant donné les fortes non-linéarités qui régissent le fonctionnement dynamique de ceux-ci.

Il nous a paru judicieux d'appliquer une commande décentralisée pour les robots manipulateurs, dans le but de rendre la synthèse de la commande moins encombrante et de simplifier la mise en œuvre dans la pratique. En effet, deux commandes originales décentralisées par mode de glissement sont proposées. La connaissance du modèle dynamique du robot n'est pas exigée. La conception des lois de commandes proposées dépend seulement des limites de quelques variables.

La première approche proposée est une commande décentralisée à structure variable. Le but est d'assurer pour chaque articulation une bonne poursuite de la trajectoire de référence. Une nouvelle classe de surface de glissement non-linéaire avec une action d'intégration est obtenue, sa preuve de stabilité est établie en employant la théorie Lyapunov. Cette commande englobe toutes les formes de la commande à structure variable : Signal variable, retour d'état variable et anticipation variable.

La deuxième approche est une commande adaptative décentralisée à structure variable avec modèle de référence. L'objectif est d'assurer pour chaque articulation une bonne poursuite d'un modèle de référence local. L'adaptation des gains du régulateur se fait par des lois basées sur la théorie du mode de glissement. La stabilité du système est démontrée par la méthode de Lyapunov.

La nature des commandes par mode de glissement est discontinue avec une haute fréquence théoriquement infinie. Pour éliminer ce phénomène de broutement, un secteur de glissement est présenté pour chaque approche.

Des applications par simulations des commandes proposées au robot PUMA 560 montrent clairement le efficacité de ces approches et la robustesse par rapport aux variations paramétriques et perturbations externes.

Enfin, des résultats des expérimentations au robot Khepera confirment réellement la faisabilité de ces commandes originales et la possibilité des implémentations dans la réalité.



ANNEXES

ANNEXE I

ANIMATION DU ROBOT PUMA 560

Nous avons réalisé un programme en MatLab pour animer le bras de robot PUMA 560 avec une vision 3D. Ce programme nous a permis de visualiser les différentes configurations du robot obtenues par les simulations. La figure Ann.I.1 représente la fenêtre du menu. A l'aide de cette dernière, on peut sélectionner les conditions initiales, conditions finales, temps de mouvement et le type des trajectoires de références.

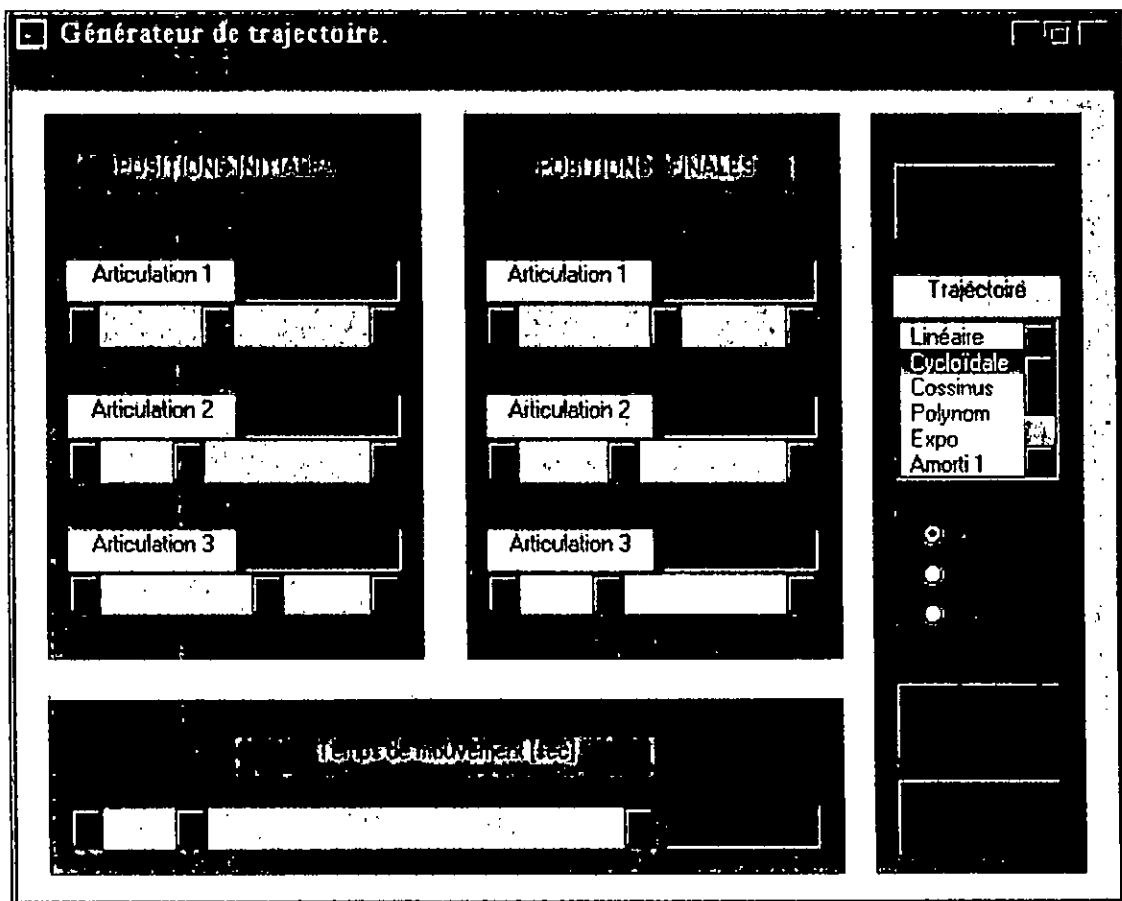


Figure Ann.I.1 : Fenêtre menu.

La figure Ann.I.2 représente une image d'une animation 3D du robot PUMA 560. On peut également faire des projections de l'animation suivant les deux plans XZ et XY (voir les figures Ann.I.3 et Ann.I.4)

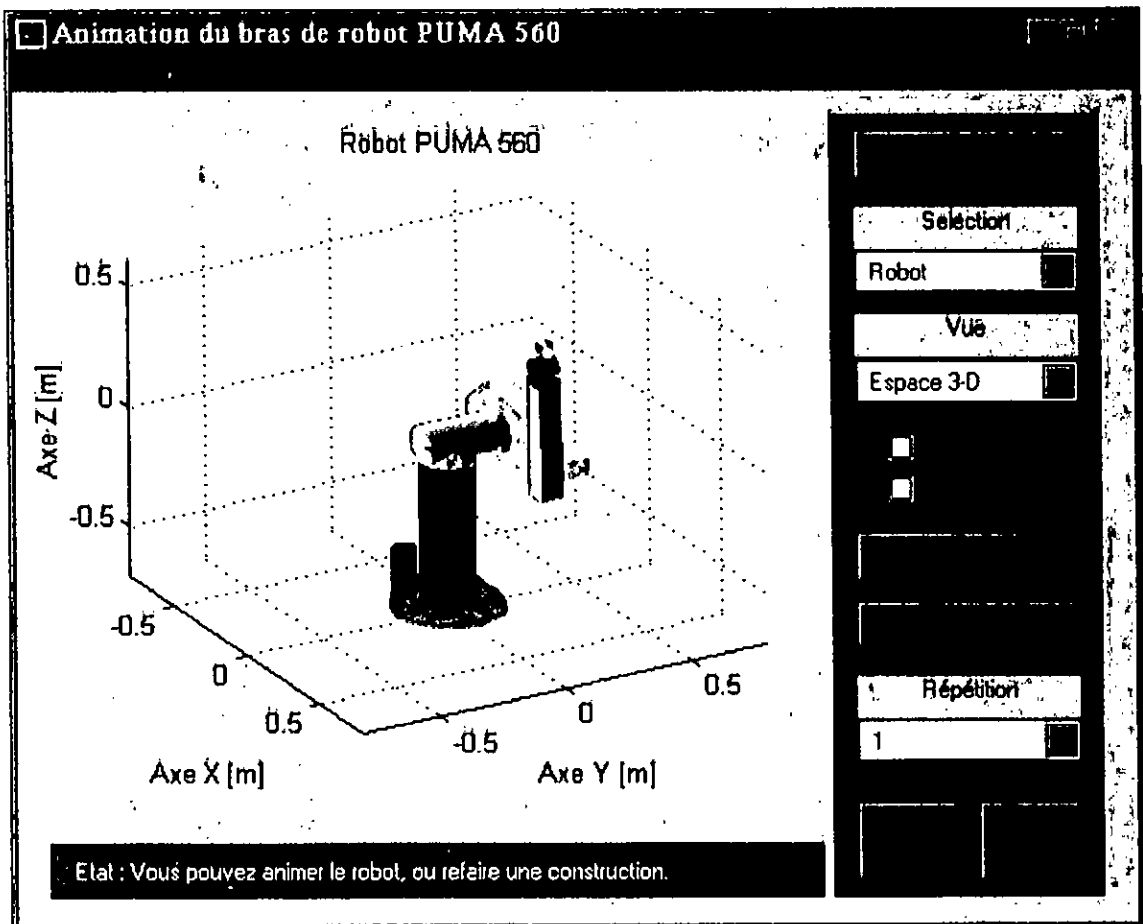


Figure Ann.I.2 : Animation du robot PUMA 560 en 3D.

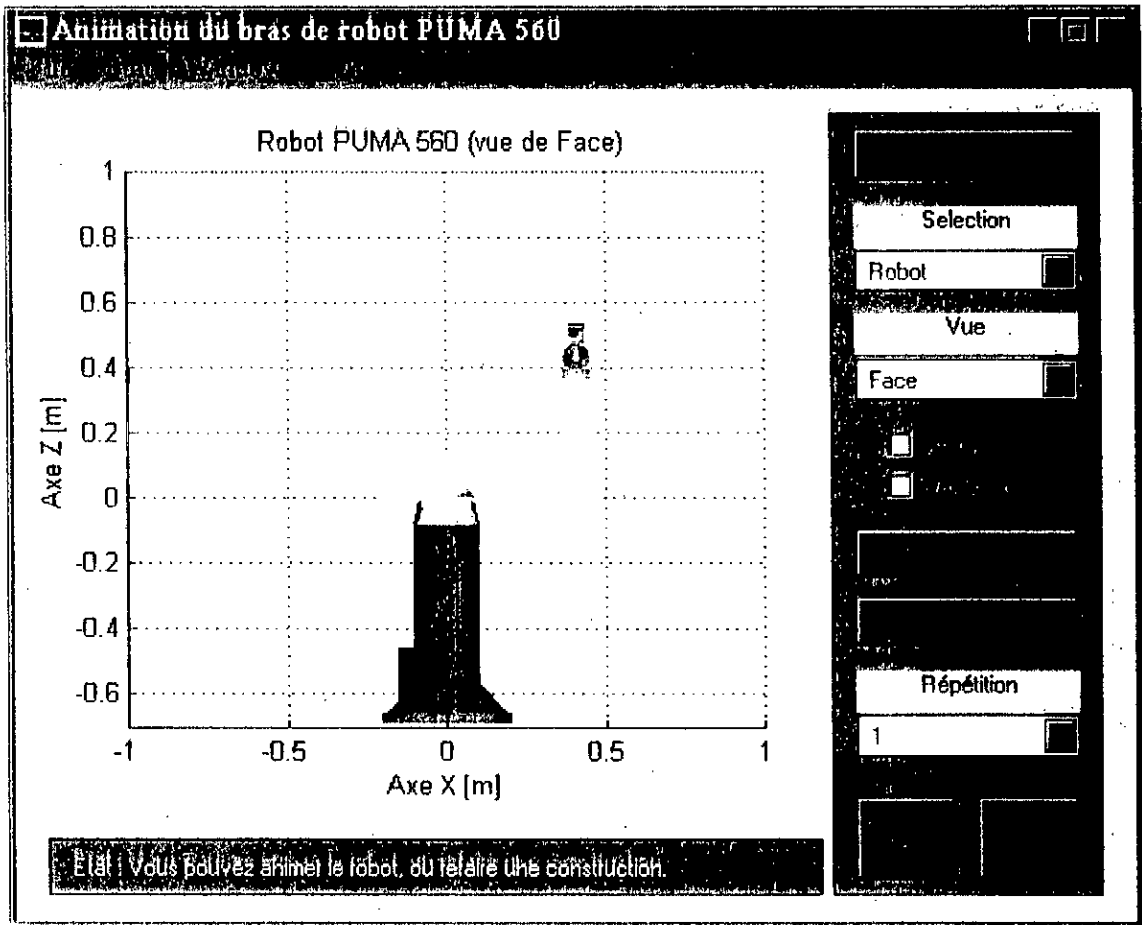


Figure Ann.I.3 : Animation du robot PUMA 560 dans le plan XZ.

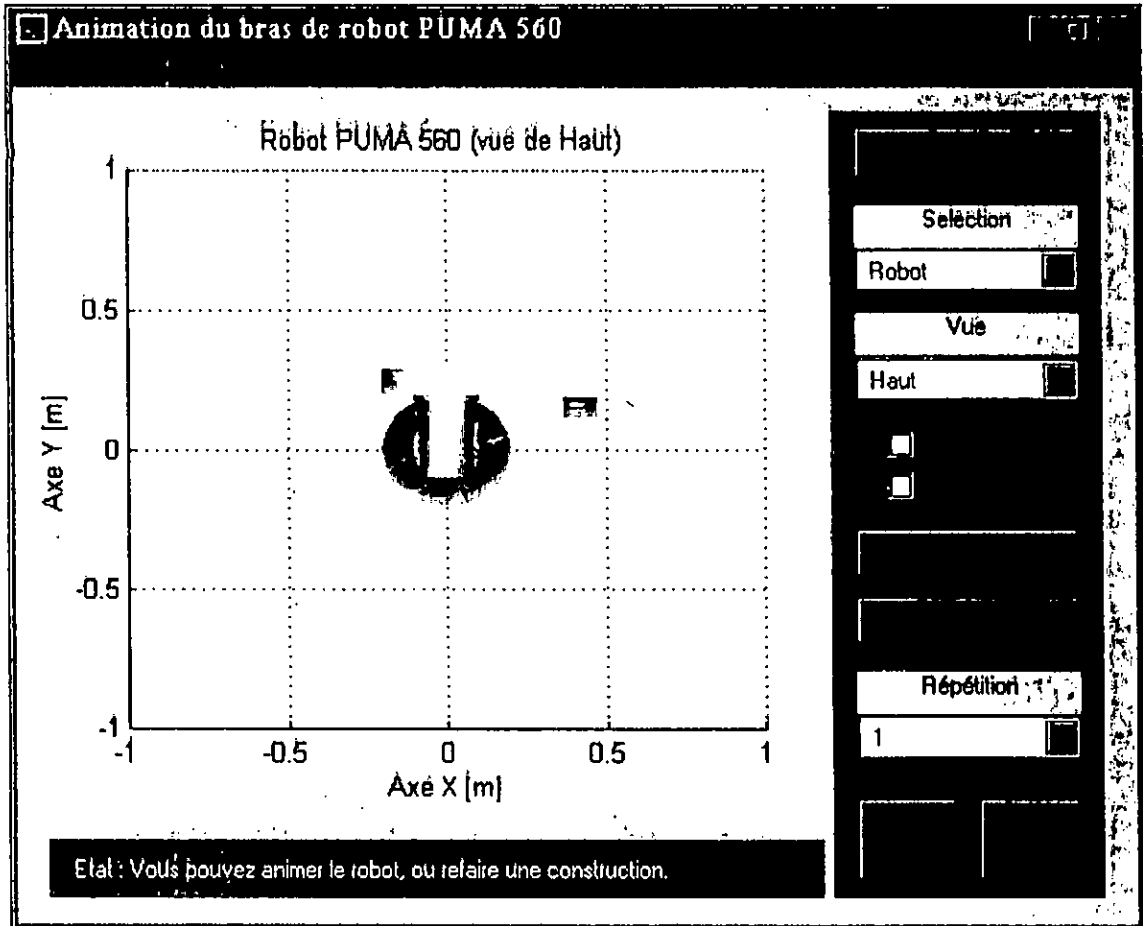


Figure Ann.1.4 : Animation du robot PUMA 560 dans le plan XY.

ANNEXE II

PARAMETRES REELS DU ROBOT PUMA 560

Parties	Poids (kg)
Liaison 1	-
Liaison 2	17.40
Liaison 3	4.80
Liaison 3 avec Poignet	6.04
Liaison 4 *	0.82
Liaison 5 *	0.34
Liaison 6 *	0.09
Poignet	1.24

* Valeurs avec tolérance (kilogrammes \pm 25%)

Tableau Ann.II.1 : Poids des différentes liaisons (kilogrammes : $\pm 0.01 + 1\%$).

Parties	I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}	I_{moteur}
Liaison 1	-	-	0.35	1.14 (± 0.27)
Liaison 2	0.130 ($\pm 3\%$)	0.524 ($\pm 5\%$)	0.539 ($\pm 3\%$)	4.71 (± 0.54)
Liaison 3	0.066	0.0125	0.086	0.83 (± 0.09)
Liaison 3 Avec Poignet	0.192 ($\pm 4\%$)	0.0154 ($\pm 5\%$)	0.212 ($\pm 4\%$)	-
Liaison 4 *	$1.80 \cdot 10^{-3}$	$1.80 \cdot 10^{-3}$	$1.30 \cdot 10^{-3}$	0.200 (± 0.016)
Liaison 5 *	$0.30 \cdot 10^{-3}$	$0.30 \cdot 10^{-3}$	$0.40 \cdot 10^{-3}$	0.179 (± 0.014)
Liaison 6 *	$0.15 \cdot 10^{-3}$	$0.15 \cdot 10^{-3}$	$0.04 \cdot 10^{-3}$	0.193 (± 0.015)

* Valeurs avec tolérance : $\pm 50\%$

Tableau Ann.II.2 : Paramètres d'inertie (kg·m²).

Numéro de l'articulation	1	2	3	4	5	6
Rapport d'engrenage	62.61	107.36	53.69	76.01	71.91	76.73
Couple Maximum [N·m]	97.6	180.4	89.4	24.2	20.1	21.3

Tableau Ann.II.3 : Paramètres des actionneurs.

ANNEXE III

COMMANDE DU ROBOT KHEPERA SOUS MATLAB

Initialement, il faut exécuter la commande suivante avec l'environnement MATLAB :

```
» ref = kopen([com_port,baud_rate,timeout])
```

Effet : Ouvrir la communication avec Khepera. La variable `ref` sera utilisée dans toutes les commandes du robot.

`com_port` égale à 0 pour le port COM1, égale à 1 pour COM2.

`baud_rate` égale à 9600, 19600 ou 38400.

`timeout` est le temps mort, il égale à 0 ou 1.

A Configuration

Instruction MatLab :

```
» kSetSpeedPID(ref, Kp, Ki, Kd)
```

Effet : Fixer les gains : proportionnel K_p , intégral K_i et dérivé K_d pour le régulateur PID de vitesse. Au reset, les paramètres sont fixés aux valeurs standard : K_p à 3800, K_i à 800 et K_d à 100.

Avec `ref` obtenue par l'instruction `kopen`.

B Lire la version software

Instruction MatLab :

» kBios(ref)

Effet : Afficher la version du software (le BIOS et le protocole) présente dans l'EPROM du robot.

Avec ref obtenue par l'instruction kopen.

C imposer des positions

Instruction MatLab :

» kMoveTo(ref, left, right)

Effet : Indiquer à chaque roue la position désirée. L'unité est [impulsion = 1/12 mm].

Avec ref obtenue par l'instruction kopen.

D Imposer des vitesses

Instruction MatLab :

» kSetSpeed(ref, left, right)

Effet : Donner des consignes de vitesses aux deux moteurs. L'unité est [impulsion/10ms], elle correspond à 8 millimètres par second. La vitesse maximale est de 127 impulsion/10ms, elle correspond à 1 m/s.

Avec ref obtenue par l'instruction kopen.

E Lire les vitesses

Instruction MatLab :

» kGetSpeed(ref)

Effet : Lire les vitesses instantanées des deux moteurs. L'unité est [impulsion/10ms], elle correspond à 8 millimètres par second.

Avec ref obtenue par l'instruction kopen.

F Configuration du PID de position

Instruction MatLab :

```
» kSetPositionPID(ref, Kp, Ki, Kd)
```

Effet : Fixer les gains : proportionnel K_p , intégral K_i et dérivé K_d pour le régulateur PID de position. Au reset, les paramètres sont fixés aux valeurs standard : K_p à 3000, K_i à 20 et K_d à 4000.

Avec `ref` obtenue par l'instruction `kopen`.

G Imposer des valeurs pour les compteurs de position

Instruction MatLab :

```
» kSetEncoders(ref, left, right)
```

Effet : Ecrire les 32 bits du compteur de position des deux moteurs. L'unité est [impulsion], elle correspond à 0.08 mm.

Avec `ref` obtenue par l'instruction `kopen`.

H Lire les positions

Instruction MatLab :

```
» kGetEncoders(ref)
```

Effet : Lire les 32 bits du compteur de position des deux moteurs. L'unité est [impulsion], elle correspond à 0.08 mm.

Avec `ref` obtenue par l'instruction `kopen`.

I Lire CAN

Instruction MatLab :

```
» kGetAnalog(ref, n)
```

Effet : Lire la valeur de 10 bits correspondant à l'entrée analogique du canal `n`. La valeur 1024 correspond à la valeur analogique 4.09 Volts.

Avec `ref` obtenue par l'instruction `kopen`.

J Configuration du profil de vitesse pour le régulateur

Instruction MatLab :

» `kSetProfile(ref, vL, aL, vR, aR)`.

Effet : Fixé le profil vitesse et accélération pour le régulateur de position.
Avec `ref` obtenue par l'instruction `kopen`.

K Lire l'état du régulateur

Instruction MatLab :

» `kGetStatus(ref)`

Effet : Lire l'état des régulateurs.
Avec `ref` obtenue par l'instruction `kopen`.

L Changer l'état des LEDs

Instruction MatLab :

» `kLED(ref, n, action)`

Effet : Activé ou désactivé la LED numéro `n`. Les Actions possibles sont, `action` égale à 0 pour OFF, à 1 pour ON et à 2 pour changer l'état.
Avec `ref` obtenue par l'instruction `kopen`.

N Lire les capteurs de proximité

Instruction MatLab :

» `kProximity(ref)`

Effet : Lire les valeurs de 10 bits pour les 8 capteurs de proximités de Khepera.
Avec `ref` obtenue par l'instruction `kopen`.

O Lire les capteurs de luminosité

Instruction MatLab :

```
» kAmbient(ref)
```

Effet : Lire les valeurs de 10 bits pour les 8 capteurs de luminosités de Khepera.
Avec `ref` obtenue par l'instruction `kopen`.

P Commande par MLI (en anglais PWM)

Instruction MatLab :

```
» kSetPWM(ref, left, right)
```

Effet : Fixé les valeurs désirées des régulateurs par MLI (en anglais PWM) pour les deux moteurs. La valeur MLI minimale est 0 (0%). La valeur maximale (100%) correspond à 255. La valeur maximale négative est -255.
Avec `ref` obtenue par l'instruction `kopen`.

T Envoyer un message à une extension

Instruction MatLab :

```
» kTurret(ref, turretID, textString)
```

Effet : Envoyer la commande `textString` à l'extension spécifié par `turretID` et ensuite recevoir la réponse.
Avec `ref` obtenue par l'instruction `kopen`.

R Lire un bit dans le bus d'extension

Instruction MatLab :

```
» kReadByte(ref)
```

Effet : Lire le mot binaire relatif dans l'adresse (0...63) dans le bus d'extension.
Avec `ref` obtenue par l'instruction `kopen`.

W Ecrire un bit dans le bus d'extension

Instruction MatLab :

» `kWriteByte(ref,data,address)`

Effet : Ecrire le mot binaire relatif à l'adresse (0...63) dans le bus d'extension.

Avec `ref` obtenue par l'instruction `kopen`.

Autres instructions

» `kFlush(ref)` Effet : vide l'amortisseur.

» `kList(ref)` Effet : Afficher la liste des commandes pour Khepera.

» `kStop(ref)` Effet : Spécifie des vitesses nulle aux deux roues du robot.

» `kTeam(ref)` Effet : Afficher la liste des nombres du group K-Team.

Avec `ref` obtenue par l'instruction `kopen`.



REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBIOGRAPHIQUES

- Aggoune, M. E., F. Boudjema, A. Bensenousi, A. Hellal, M. R. Elmesai and S. V. Vadari (1993). Design of adaptive variable structure voltage regulator using artificial neural network. In *Proc. 2ed IEEE Conf. in Control Applications*, Vancouver, Canada, pp. 337–343.
- Aggoune, M. E., F. Boudjema, A. Bensenousi, A. Hellal, M. R. Elmesai and S. V. Vadari (1994). Design of variable structure voltage regulator using pole assignment technique. *IEEE Trans. Autom. Control*, **AC-39**, 2106–2110.
- Armstrong, B., O. Khatib and J. Burdick (1986). The explicit dynamic model and inertial parameters of the PUMA 560 arm. In *Proc. 1986 IEEE Int. Conf. On Robotics and Automation*, San Francisco, CA, pp. 510–518.
- Bartolini, G. and A. Ferrara (1995). On multi-input sliding mode control of uncertain non-linear systems. *Proceedings of the 34th Conference on Decision and Control*, New Orleans, LA – December 1995, 2121–2124.
- Bartolini, G. and P. Pydynowski (1996). An improved chattering free V.S.C scheme for uncertain dynamic systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, **41**, no. 8, August 1996.
- Benallegue, A. (1991). *Contribution à la commande dynamique adaptative des robots manipulateurs rapides*. Thèse de doctorat de l'université de PARIS VI., 21 Nov 1991.
- Boudjema, F., M. Boscardin, P. Bidan, J. C. Marpinard, M. Valentin and J. L. Abatut (1989). VSS approach to a full bridge buck converter used for AC sine voltage generation. In *Proc. 1989 IEEE Conf. Ind. Electron. Society*, Philadelphia, USA, pp. 82–88.
- Boudjema, F. and J. L. Abatut (1990). Sliding-mode - a new way to control series resonant converters. In *Proc. 1990 IEEE Conf. Ind. Electron. Society*, Pacific Grove, California, USA, pp. 938–943.
- Boudjema, F. (1991). *Commande par mode de glissement, application aux convertisseurs électriques*. Thèse de doctorat de l'université de Paul Sabatier, TOULOUS.

- Boukhetala, D. (1993). *Commande décentralisée des systèmes structurés*. Thèse de magister de ENP.
- Bühler, H. (1986). *Reglage par mode de glissement*. Presse Polytechnique Romande.
- Castro, R. and J. Alvarez (1988). Robust linear model matching with integral stability for nonlinear systems using sliding mode control. *Proceedings of the 27th Conference on Decision and Control*, Austin, Texas, pp. 938–939.
- Chern, T. L. and Y. C. Wu (1991). Design of integral variable structure controller and application to electrohydraulic velocity servosystem. *IEEE Proc. D*, 1991, vol. 138, pp. 439–444.
- Choi, Y. K. and Z. Bien (1988). Decentralized adaptive control scheme for control of a multi-arm-type robot. *Int. J. Contr.*, vol. 48, pp. 1715–1722.
- Chu, V. K. and M. Tomizuka (1996). Sliding mode control with nonlinear sliding surfaces. In *Proc. 13th IFAC Triennial World Congress*, San Francisco, USA, pp. 481–486.
- Coiffet, P. (1993). *Robot Habilis, Hobot sapiens, histoire développement et futurs de la robotique*. Edition HERMES.
- Colbauhf, R., K. Glass and K. Wedeward (1996). Decentralized adaptive stabilization and control of electrically-driven manipulators. *IFAC 1996 13th Triennial World Congress*, San Francisco, USA, pp. 253–258.
- Corradin, M. L. and G. Orlando (1995). A mimo variable structure model of the controller voluntary arm movements: an identification study. *Automatica*, **31**, 1673–1679.
- Davison, E. J. and N. Tripathi (1978). The optimal decentralized control of large-power systems: load and frequency control. *IEEE Trans. Autom. Control*, **AC-23**, 312–325.
- DeCarlo, R. A., S. H. Zak and G. P. Matthews (1988). Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial. *Proc. IEEE*, **76**, pp. 212–232.
- de Jager, B. (1996). Adaptive robot control with a second order sliding component. *IFAC 1996 13th Triennial World Congress*, San Francisco, USA, pp. 253–258.
- Feng, G. and Y. A. Jiang (1995). Variable structure based decentralized adaptive control. *IEE Proc. Control Theory Application*, **142**, September 1995, pp. 439–443.

- Fillipov, F. (1960). Differential equations with discontinuous right-hand side. *Matematicheski sbornich*, **51**, pp. 99–128.
- Fu, K. S., R. C. Gonzalez and C. S. G. Lee (1987). *Robotics : Control, Sensing, Vision and Intelligence*. Edition McGRAW-HILL.
- Furuta, T. and K. Tomiyama (1996). Sliding mode controller with time-varying hyperplane. In *Proc. IROS 96*, pp. 576–581.
- Gavel, D. T. and T. C. Hsia (1987). Decentralized adaptive control of robot manipulators. In *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Raleigh, NC, pp. 1230–1235.
- Gavel, D. T. and D. D. Siljak (1989). Decentralized adaptive control: structural conditions for stability. *IEEE Trans. Autom. Control*, **AC-34**, 413–426.
- Goyette, R. G. (1997). *Khepera Toolbox for use with MATLAB*, January 97.
- Gorez, R. and Y.-L. Hsu (1996). Sliding mode control for displacements of servomechanisms with elastic joints. *IFAC 1996 13th Triennial World Congress*, San Francisco, USA, pp. 43–48.
- Hung, J. Y., W. Gao and J. C. Hung (1993). Variable structure control: a survey. *IEEE Trans. Ind. Electron.*, **IE-40**, 2–22.
- Ioannou, P. A. (1986). Decentralized adaptive control of interconnected systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, **AC-31**, 291–298.
- Jain, S., F. Khorrami and B. Fardanesh (1996). Decentralized control of large-scale power systems with unknown interconnections. *Int. J. Control*, **63**, 591–608.
- Jain, S. and F. Khorrami (1997). Decentralized adaptive output feedback design for large-scale nonlinear systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, **AC-42**, 729–735.
- Jain, S. and F. Khorrami (1997). Decentralized adaptive control of a class large-scale interconnected nonlinear systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, **AC-42**, 136–154.
- Karacasoglu, A. and M. K. Sundareshan (1995). A recurrent neural network-based adaptive variable structure model-following control of robotic manipulators. *Automatica*, **31**, 1495–1507.

- Khurana, H., S. I. Ahson and S. S. Lamba (1986). On stabilization of large scale control systems using variable systems theory. *IEEE Trans. Autom. Control*, **AC-31**, no. 2, Feb. 1986.
- Koren, Y. (1986). *La robotique pour ingénieurs*. Edition McGRAW-HILL.
- Leung, T. P., Q. J. Zhou and Chun Yi Su (1991). An adaptive variable structure model following control design for robot manipulators. *IEEE Trans. Autom. Control*, **AC-36**, 347–353.
- Lyou, J. (1995). Note on decentralized adaptive controller design. *IEEE Trans. Autom. Control*, **AC-40**, 89–91.
- Madani, T. (1997). *Commande Décentralisée à Structure Variable Application en Robotique*. PFE de l'Ecole Nationale Polytechnique, El-Harrach, Juillet 1997.
- Madani, T., D. Boukhetala et F. Boudjema (1999). Commande décentralisé à structure variable des robots manipulateurs. *Conférence Nationale de Mathématique CNM'99, Annaba 1999*, (acceptée).
- Madani, T., D. Boukhetala et F. Boudjema (1999). Réglage décentralisé non linéaire par mode de glissement des robots manipulateurs. *Séminaire Nationale sur l'Automatique et les Signaux SNAS'99, Annaba, 9-10 Nov 1999*, pp. 177-181.
- Madani, T., D. Boukhetala et F. Boudjema (1999). Commande adaptative décentralisée à structure variable avec modèle de référence des robots manipulateurs. *2^{ème} Séminaire Nationale en Génie Electrique SNGE'99, Biskra, 22-24 Nov 1999*, pp. 67-72.
- Mathews, G. P. (1985). Variable structure control of interconnected nonlinear systems. Ph.D. thesis, University Microfilms International.
- Mathews, G. P. and R. A. DeCarlo (1988). Decentralized tracking for a class of interconnected non linear systems using variable structure control. *Automatica*, **24**, 187–193.
- Morgan, R. G. and Ü. Özgüner (1985). A decentralized variable structure control algorithm for robotic manipulators. *IEEE J. Robotics and Automation*, **RA-1**, 57–65.
- Muraca, P. and P. Pugliese (1997). A variable-structure regulator for robotic systems. *Automatica*, **33**, 1423–1426.

- Park, K.-B. and J.-J. Lee (1996). Continuous sliding mode control system using virtual reconstruction. *IEEE Workshop on Variable Structure Systems*, pp. 160–163.
- Paul, R. P. (1981). *Robot manipulators : Mathematics programming and control*. Library of congress cataloguing in Publication Data.
- Sabanovic, A. and F. Bilalovic (1989). Sliding mode control of AC drives. *IEEE Trans. Inds. Applications*, **25**, 70–75.
- Seraji, H. (1989). Decentralized adaptive control of manipulator: theory, simulation, and experimentation. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, **RA-5**, 183–201.
- Seungrohk, O. and H. K. Khalil (1995). Output feedback stabilisation using variable structure control. *Int. J. Contr.*, vol. 62, no. 4, pp. 831–849.
- Sheta, A. F. (1996). Variable structure control design for large-scale systems. . 1996 *IEEE Workshop on Variable Structure Systems VSS'96*, pp. 228–231.
- Siljak, D. D. and M. B. Vunkceic (1976). Decentralization, Stabilization and Estimation of large scal linear systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, June 1976.
- Slotine J.-J. E. and S. Sastry (1983). Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with application to robot manipulators. *Int. J. Contr.*, vol. 38, pp. 465–492.
- Slotine, J.-J. E. and W. Li (1988). Adaptive manipulator control: a case study. *IEEE Trans. Autom. Control*, **AC-33**, 995–1002.
- Slotine, J.-J. E. and W. Li (1991). *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Song, G., L. Cai, Z. Li and S. Li (1996). A new approach to motion/force control of robot manipulators during constrained tasks. *IFAC 1996 13th Triennial World Congress*, San Francisco, USA, pp. 509–514.
- S.-Ramirez, H. (1987). Variable structure control of non-linear systems. *Int. J. Systems SCI.*, vol. 18, no. 9, pp. 1673–1689.
- Stoten, D. P. (1989). Generalized manipulator dynamics with retard to model reference adaptive control. *Int. J. Contr.*, vol. 50, no. 6, pp. 2249–2268.

- Su, C. Y. and Y. Stepanenko (1994). Adaptive sliding mode control of robot manipulators: general sliding manifold case. *Automatica*, **30**, 1497–1500.
- Su, C. Y., Y. Stepanenko and T.-P. Leung (1995). Combined adaptive and variable structure control for constrained robots. *Automatica*, **31**, 483–488.
- Tang, Y. (1998). Terminal sliding mode control for rigid robots. *Automatica*, **34**, 51–56.
- Tarokh, M. (1989). Approach to pole assignment by centralised and decentralised output feedback. *IEE Proc.*, **136**, March 1989, pp. 89–97.
- Tounay, I. and O. Kaynak (1995). A new variable structure controller for affine nonlinear systems with non-matching uncertainties. *Int. J. Contr.*, vol. 62.
- Utkin, V. I. (1978). *Sliding Modes and their Application in Variable Structure Systems*. MIR Moscow.
- Utkin, V. I. (1993). Sliding mode control design principles and applications to electric drives. *IEEE Trans. Autom. Control*, **40**, 23–36.
- Vibet, C. (1987). *Robots principes et contrôle*. Edition ELLIPSES.
- Wang, J. D., T.-L. Lee and Y.-T. Juang (1996). New methods to design an integral variable structure controller. *IEEE Trans. Autom. Control*, **AC-41**, 140–143.
- Wang, S. H. and E. J. Davison (1973). On stabilization of decentralized control systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, **AC-18**, 473–478.
- Wen, C. (1994). Decentralized adaptive regulation. *IEEE Trans. Autom. Control*, **AC-39**, 2163–2166.
- Wu, C.-h. and S.-L. Chang (1995). Implementation of neuromuscular-like control for compliance on a PUMA 560 robot. *Proceedings of the 34th Conference on Decision and Control*, New Orleans, LA – December 1995, pp. 1597–1602.
- Yang, J.-M., I.-H. Choi and J.-H. Kim (1998). Sliding mode control of nonholonomic wheeled robot for trajectory tracking. *Proc. 1998 IEEE Int. Conf. Robotics Autom.*, pp. 2983–2988.
- Yasuda, K. (1996). Decentralized sliding mode control design for interconnected systems. *IFAC 1996 13th Triennial World Congress*, San Francisco, USA, pp. 13–17.

- Yeung, K. S. and Y. P. Chen (1988). A new controller design for manipulators using the theory of variable structure systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, **AC-33**, 200–206.
- Young, K. David, V. I. Utkin and Ü. Özgüner (1996). A control engineer's guide to sliding mode control. 1996 *IEEE Workshop on Variable Structure Systems VSS'96*, pp. 1–14.
- Yu, X. and M. Zhihong (1996). On finite time mechanism: terminal sliding modes. In *Proc. 1996 IEEE Int. Workshop on Variable Structure Systems*, Tokyo Japan, pp. 164–167.
- Zak, S. H. (1989). An eclectic approach to the state feedback of nonlinear dynamical systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 111, pp. 631–640.

ملخص :

الا مركزية طريقة جيدة لتطبيق التحكم و ضبط الانظمة الكبيرة، من جهة اخرى، التحكم بالبنية المتغيرة وسيلة جيدة لضبط الانظمة غير خطية. في هذه الدراسة نقترح طريقتين جديدتين للتحكم الا مركزي ذو البنية المتغيرة للاذرع الالية ذات عدة درجات الحرية. بنيت التحكم المقترحة تعتبر الذراع الالي كنظام متشابك، كل مفصل يمثل نظام جزئي يحكم من طرف محطة التحكم المحلي. التقنية الاولى تعتمد على شكل عام غير خطي لمساحة الانزلاق، المتبقي هو ضمان احسن اتباع مسار المرجع للذراع الالي. التقنية الثانية عبارة عن تحكم تلاومي لا مركزي بالبنية المتغيرة مع نموذج المرجعي، الهدف هو ضمان لكل مفصل احسن اتباع نموذج المرجع المحلي. مشكل التواتر المرتفع نزع باستعمال قطاعات الانزلاق. تطبق التقنيات المقترحة بالمحاكات العددية للذراع الآلي من نوع PUMA ٥٦٠ و بالتطبيق الفعلي للروبوت KHEPERA، تعرض نتائج لهذه التطبيقات.

كلمات المفتاح : التحكم الا مركزي، مساحة الانزلاق، نموذج المرجع، ذراع آلي.

RESUME :

La décentralisation est une méthode intéressante pour synthétiser la commande des grands systèmes. Par ailleurs, la commande par mode de glissement est une technique robuste pour les systèmes non linéaires. Nous proposons dans notre étude deux approches nouvelles de commande décentralisée à structure variable des robots manipulateurs à plusieurs degrés de liberté. Les structures de commandes développées considèrent le robot comme un système interconnecté dans lequel chaque articulation constitue un sous système commandé par une station de commande locale. L'élaboration de la première commande est basée sur une forme non linéaire de la surface de glissement, dont l'objectif est d'assurer la meilleure poursuite d'une trajectoire de référence. La deuxième technique est la commande adaptative décentralisée à structure variable avec modèle de référence. L'objectif est d'assurer que chaque articulation poursuit un modèle de référence local. Le problème de broutement de haute fréquence est éliminé par l'introduction des secteurs de glissement. Les techniques de commandes développées seront appliquées par simulation au robot PUMA 560 et par une expérimentation au robot KHEPERA dont des résultats seront présentés.

MOTS CLES : Commande décentralisée ; Surface de glissement ; Modèle de référence ; Robot manipulateur.

ABSTRACT :

Decentralization of control algorithms for interconnected systems is an efficient tool for making the design and the implementation of the controller easier. On an other hand, sliding mode control technique is an effective approach to control nonlinear systems in presence of parameter variations and disturbances. In this work, two decentralized variable structure control scheme is proposed for multi-joint robot manipulators. The design methodology for the first control is based on a new class of nonlinear sliding surfaces and the Lyapunov stability theory. Each joint of the manipulator is viewed as a subsystem for which a local sliding manifold is selected and a local controller is synthesized to ensure convergence of the tracking errors. The development of the decentralized controller scheme is based on the local reaching condition. The second proposed control scheme is new adaptive decentralized variable structure model following control, the objective is to ensure a good tracking of a local desired model. The control chattering is eliminated by inserting a boundary layer to smooth out the control discontinuity. Simulation results with robustness tests of the PUMA 560 arm and experimentation results of KHEPERA robot are provided to show the effectiveness of the proposed decentralized tracking control.

KEYWORDS : Decentralized control ; Sliding surface ; Reference model ; Robot manipulator.