

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

## Ecole Nationale Polytechnique

DER de Génie Electrique & Informatique

# THESE

Pour l'obtention du Diplôme de

BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

## MAGISTER EN ELECTROTECHNIQUE

Option : Electronique de Puissance et Commande

Présentée par

**SAID BARKATI**

Ingénieur d'Etat en Electrotechnique de L'ENP

### COMMANDE ROBUSTE PAR RETOUR D'ETAT D'UNE MACHINE ASYNCHRONE

Soutenue publiquement en 19 Juillet 1997 devant le jury composé de:

MM. A.	HELLAL	Maître de Conférences, ENP	Président
M.S.	BOUCHERIT	Maître de Conférences, ENP	Rapporteur
B.	HEMËCI	Chargé de Cours, ENP	Rapporteur
F.	BOUDJEMA	Maître de Conférences, ENP	Examineur
M.O.	MAHMOUDI	Chargé de Cours, ENP	Examineur
E.M.	BERKOUK	Docteur, ENP	Examineur
H.	CHEKIREB	Chargé de Cours, ENP	Invité

العلماء

إلى الملوك والكريمين

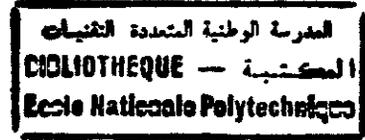
إلى كافة أهل العارفة

إلى كل من عرفني وعرفني

إلى من أحبني وأحبني

صبر

## Avant-Propos



Ce travail a été effectué au sein du Laboratoire d'Electronique de Puissance et Commande du Département du Génie Electrique de l'Ecole Nationale Polytechnique (ENP) sous la direction conjointe de M.S. BOUCHERIT, maître de conférences à l'ENP, et B. HEMICI, chargé de cours à l'ENP, qu'ils trouvent ici l'expression de toute ma gratitude pour les conseils avisés et l'encouragement constant qu'ils n'ont cessé de me prodiguer tout au long de cette étude.

Mes remerciements les plus sincères sont adressés à Monsieur A. HELLAL, maître de conférences à l'ENP, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant la présidence du jury de cette thèse.

Mes vifs remerciements vont aussi à Monsieur M.O. MAHMOUDI, chargé de cours à l'ENP, je suis très honoré de sa présence dans le jury de cette thèse.

J'exprime ma grande gratitude à Monsieur H. CHEKIREB, chargé de cours à l'ENP, pour l'intérêt qu'il m'a porté à ce travail et pour avoir accepté de participer à ce jury, malgré ses occupations.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance en vers Monsieur A. BERKOUK, docteur à l'ENP, pour avoir bien voulu porter une attention particulière à ce travail en acceptant de faire partie du jury d'examen.

Je remercie également Monsieur F. BOUDJEMA, maître de conférences à l'ENP, pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail en me faisant l'honneur de participer à ce jury.

Que messieurs, R. BOUADJRA, A. AZZEGAG, F. BENAMOR et K. BENMANSOUR, trouvent ici toute ma reconnaissance et toute ma gratitude pour l'aide inestimable qu'ils m'ont apporté aussi bien sur le plan moral que matériel.

Je ne saurais terminer sans remercier chaleureusement mes amis: L. BOUKEZZI, K. BERBRA, H. BOUHASSOUNE, N. BOUALI, K. MOUAZIZ, A. KERBOUA, S. BOULEKHRECHER, I. KADRI, A. DJAHBAR, ....

Et tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail, trouvent ici l'expression de ma très vive reconnaissance.

## NOTATIONS



Généralement l'indice  $s$  indique les grandeurs statoriques,  $r$  indique les grandeurs rotoriques. Les grandeurs estimées sont notées avec un accent circonflexe. Les grandeurs de références sont notées avec un astérisque.

$d-q$	: Axes correspondant au référentiel lié au champ tournant.
$x_d, x_q$	: Les composantes de la grandeur $x$ dans le repère $(d, q)$
$\phi$	: Flux.
$v$	: Tension.
$i$	: Courant
$\omega_s, \omega_m$	: Vitesses angulaires électriques statorique et rotorique.
$\omega_{gl}$	: Glissement de vitesse angulaire électrique.
$\Omega_m$	: vitesse mécanique.
$\theta_s, \theta_m$	: Angles électriques statorique et rotorique.
$C_{em}$	: Couple électromagnétique.
$C_r$	: Couple résistant
$R_s, R_r$	: Résistances d'enroulement statorique et rotorique par phase.
$L_s, L_r$	: Inductances cycliques statorique et rotorique par phase.
$L_m$	: Inductance mutuelle propre.
$f$	: Coefficient de frottement visqueux.
$J$	: Moment d'inertie.
$p$	: Nombre de paires de pôles.
$L_f$	: Inductance du filtre.
$C_f$	: Capacité du filtre.
$S$	: Opérateur de Laplace.
$T_f$	: Constante de temps du filtre de la grandeur de référence.
$x^*$	: La grandeur de référence de $x$ .
$t$	: temps.
$x_s, y_s, u, v$	: Grandeurs d'état, de sortie, d'entrée, et de perturbation.
$x_r$	: Grandeur d'état du régulateur intégrateur.
$e$	: Ecart de réglage.
$w$	: Valeur de $r$ référence
$T_e$	: Période d'échantillonnage.
$k$	: Entier naturel.
$x[k]$	: Valeur de $x$ à l'instant $k.T_e$ .
$A_s, B_s, B_{vs}, C_s^t$	: Matrices de la représentation d'état continu.
$F_s, H_s, H_{sv}, C_s^t$	: Matrices inhérentes au système échantillonné.
$I$	: Critère quadratique.
$I_n$	: Matrice identité d'ordre $(n \times n)$
$k_s^t, k_r, k_w, k_v$	: Paramètres de réglage.
$tr$	: Tours

Notations	
Introduction générale.....	1

## Chapitre I : Commande vectorielle de la machine asynchrone

I.1	Modélisation de la machine asynchrone.....	4
I.2	Principe de la commande vectorielle.....	4
I.3	Orientation du flux rotorique.....	5
I.4	Réglage de vitesse/position par la commande vectorielle directe.....	6
I.4.1	Calcul des régulateurs.....	8
I.4.1.1	Réglage en cascade du flux rotorique.....	8
I.4.1.1.1	Réglage de la boucle interne du courants $i_{ds}$ .....	8
I.4.1.1.2	Réglage de la boucle externe du flux.....	9
I.4.1.2	Réglage en cascade de vitesse /position.....	10
I.4.1.2.1	Réglage de la boucle interne du courants $i_{qs}$ .....	10
I.4.1.2.2	Réglage de la boucle externe vitesse/position.....	10
I.4.2	Discretisation du régulateur PI.....	12
I.4.3	Résultats de simulations.....	13
I.5	Réglage de vitesse/position par la commande vectorielle indirecte.....	15
I.5.1	Bloc de contrôle du flux orienté .....	16
I.5.2	Résultats de simulations.....	16
I.6	Commande vectorielle simplifiée.....	18
I.6.1	Modèle simplifié de la MAS.....	19
I.6.2	Stratégie de commande.....	22
I.6.3	Commande en vitesse et en position d'une MAS basée sur un modèle simplifiée.....	22
I.6.4	Résultats de simulations.....	24
I.7	Conclusion.....	26

## Chapitre II : Commande par retour d'état de la machine asynchrone

II.1	Réglage par retour d'état .....	27
II.1.1	Equation d'état du système continu.....	27
II.1.2	Equation d'état du système échantillonné.....	28
II.1.3	Equation du régulateur intégrateur.....	28
II.1.4	Structure générale du réglage d'état.....	28
II.1.5	Equations du réglage.....	29
II.1.6	Détermination des coefficients du réglage d'état.....	30
II.1.6.1	Coefficients de la contre-réaction d'état.....	30
II.1.6.2	Coefficients de l'intervention directe des grandeurs de consigne et de perturbation.....	30

II.1.7	Commande en vitesse de la MAS.....	31
II.1.7.1	Synthèse du régulateur d'état.....	33
II.1.7.1.1	Dimensionnement pseudo-continu.....	33
II.1.7.1.2	Dimensionnement échantillonné.....	35
II.1.7.2	Résultats de simulation.....	37
II.1.8	Commande en position.....	39
II.1.8.1	Synthèse du régulateur d'état.....	39
II.1.8.1.1	Dimensionnement pseudo-continu.....	39
II.1.8.1.2	Dimensionnement échantillonné.....	41
II.1.8.2	Résultats de simulation.....	42
II.2	Réglage d'état partiel.....	44
II.2.1	Aspect Théorique.....	44
II.2.2	Commande en vitesse de la MAS.....	46
II.2.2.1	Synthèse du régulateur d'état partiel.....	47
II.2.2.1.1	Dimensionnement pseudo-continu.....	47
II.2.2.1.2	Dimensionnement échantillonné.....	48
II.2.2.1.2	Résultats de simulation.....	50
II.2.3	Commande en position de la MAS.....	50
II.2.3.1	Synthèse du régulateur.....	50
II.2.3.1.1	Dimensionnement pseudo-continu.....	50
II.2.3.1.2	Dimensionnement échantillonné.....	52
II.2.3.2	Résultats de simulation.....	53
II.3	Conclusion.....	53

## Chapitre III : Réglage d'état avec observateur de la machine asynchrone

III.1	Structure générale d'un observateur.....	55
III.2	Observateur d'ordre global.....	56
III.2.1	Détermination des coefficients à l'aide de la forme canonique d'observateur.....	57
III.2.2	Formule d'Ackermann.....	58
III.2.3	Réglage d'état avec observateur d'ordre complet.....	58
III.2.4	Réglage de vitesse de la MAS.....	60
III.2.4.1	Dimensionnement échantillonné.....	60
III.2.4.2	Dimensionnement continu.....	61
III.2.4.3	Résultats de simulation.....	62
III.2.5	Réglage de position de la MAS.....	64
III.2.5.1	Dimensionnement échantillonné.....	64
III.2.5.2	Dimensionnement continu.....	66
III.2.5.3	Résultats de simulation.....	67
III.3	Réalisation d'un observateur minimal.....	70
III.3.1	Conception de l'observateur à l'aide de l'algorithme de Luenberger.....	71
III.3.2	Conception de l'observateur à l'aide de l'algorithme de Gopinath.....	73
III.3.3	Commande en vitesse de la MAS.....	75
III.3.3.1	Algorithme de Luenberger.....	75
III.3.3.2	Algorithme de Gopinath.....	76

	III.2.3.3	Résultats de simulation.....	76
	III.3.4	Commande en position.....	79
III.4		Observateur d'état et de perturbation.....	79
	III.4.1	Réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation.....	82
	III.4.2	Commande en vitesse de la MAS.....	84
	III.4.2.1	Dimensionnement échantillonné.....	84
	III.4.2.2	Dimensionnement continu.....	85
	III.4.2.3	Résultats de simulation.....	86
	III.4.3	Commande en position de la MAS.....	86
	III.4.3.1	Dimensionnement échantillonné.....	86
	III.4.3.2	Dimensionnement continu.....	89
	III.4.3.3	Résultats de simulation.....	91
III.5		Conclusion.....	91

## Chapitre IV : Commande par retour d'état à placement de pôles robuste de la MAS

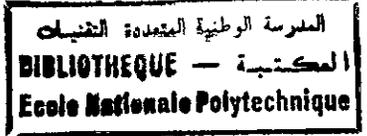
IV.1		Réglage d'état robuste.....	95
IV.1.1		Région générale des pôles.....	95
IV.1.2		Réglage robuste : première approche.....	95
IV.1.2.1		Région de stabilité dans l'espace P.....	96
	IV.1.2.1.1	Limite des pôles réels.....	96
	IV.1.2.1.2	Limite des pôles complexes.....	96
	IV.1.2.1.3	Régions de stabilité particulière.....	99
	IV.1.2.1.3.1	Région de stabilité circulaire.....	99
	IV.1.2.1.3.2	Cas de la spirale logarithmique.....	100
IV.1.2.2		Région de stabilité dans l'espace K.....	101
	IV.1.2.2.1	Méthode basée sur la projection des sommets.....	102
	IV.1.2.2.2	Méthode basée sur la projection dans un repère d'ordre deux.....	103
IV.1.3		Réglage robuste : deuxième approche.....	104
	V.1.3.1	La limite complexe.....	104
	V.1.3.2	Les limites réelles.....	105
IV.1.4		Synthèse d'un régulateur d'état robuste.....	106
	IV.1.4.1	Formulation du problème multi-modèles.....	106
	IV.1.4.2	Résumé de la procédure de dimensionnement robuste.....	108
IV.2		Réglage robuste de la MAS.....	108
	IV.2.1	Commande en vitesse de la MAS.....	109
	IV.2.1.1	Dimensionnement pseudo-continu.....	109
	IV.2.1.1.2	Domaine des coefficients de la contre-réaction d'état....	114
	IV.2.1.1.3	Dimensionnement robuste vis-à-vis de $R_r$ .....	114
	IV.2.1.1.4	Choix des coefficients de la contre-réaction d'état.....	115
	IV.2.1.1.5	Détermination du coefficient $K_v$ .....	115
	IV.2.1.1.6	Calcul de $K_v$ .....	116
	IV.2.1.1.7	Dimensionnement robuste vis-à-vis de J.....	116
	IV.2.1.1.8	Calcul de $K_w$ .....	117
	IV.2.1.2	Dimensionnement échantillonné.....	117
	IV.2.1.2.1	Dimensionnement robuste vis-à-vis de $R_r$ et de J.....	119

IV.2.1.3	Dimensionnement robuste vis-à-vis des variations simultanées de $R_r$ et de $J$ .....	121
IV.2.1.4	Résultats de simulation.....	122
IV.2.2	Commande en position.....	132
IV.2.2.1	Dimensionnement pseudo-continu.....	132
IV.2.2.1.1	Dimensionnement robuste vis-à-vis de $R_r$ .....	135
IV.2.2.1.2	Calcul de $K_w$ .....	136
IV.2.2.1.3	Dimensionnement robuste vis-à-vis de $J$ .....	136
IV.2.2.1.4	Calcul de $K_w$ .....	136
IV.2.2.2	Dimensionnement échantillonné.....	136
IV.2.2.2.1	Dimensionnement robuste vis-à-vis de $R_r$ et de $J$ ....	137
IV.2.2.3	Dimensionnement robuste vis-à-vis des variations simultanées de $R_r$ et de $J$ .....	139
IV.2.2.4	Résultats de simulation.....	139
IV.3	Conclusion.....	140

## **Chapitre V: Commande par retour d'état robuste avec observateur d'état robuste de la MAS.**

### **- Adaptation de la résistance rotorique.**

V.I	Réglage d'état robuste avec observateur d'état robuste.....	148
V.I.1	Dimensionnement robuste de l'observateur d'état d'ordre global.....	149
V.I.1.1	Commande en vitesse.....	149
V.I.1.2	Résultats de simulation.....	151
V.I.1.3	Commande en position.....	151
V.I.1.3.1	Dimensionnement continu.....	151
V.I.1.3.2	Dimensionnement échantillonné.....	154
V.I.1.3.3	Résultats de simulation.....	156
V.I.2	Dimensionnement robuste de l'observateur d'état et de perturbation.....	160
V.I.2.1	Commande en vitesse.....	160
V.I.2.1.1	Dimensionnement continu.....	160
V.I.2.1.2	Dimensionnement échantillonné.....	162
V.I.2.1.3	Résultats de simulation.....	163
V.I.2.2	Commande en position.....	163
V.I.2.2.1	Dimensionnement continu.....	163
V.I.2.2.2	Dimensionnement échantillonné.....	168
V.I.2.2.3	Résultats de simulation.....	170
V.II	Réglage d'état robuste avec observateur d'état robuste avec adaptation de $R_r$ .....	175
V.II.1	Influence de la variation de $T_r$ sur les performances de la commande.....	175
V.II.2	Adaptation de la constante du temps rotorique.....	178
V.II.2.1	Algorithme d'adaptation.....	178
V.II.2.2	Résultats de simulation.....	180
V.III	Conclusion.....	180
	<b>Conclusion générale.....</b>	<b>182</b>
	<b>Annexe (A) : Paramètres de la machine.</b>	
	<b>Bibliographie</b>	



## INTRODUCTION GENERALE

Grâce à l'évolution technologique récente de l'électronique de puissance et de la micro-informatique, le domaine d'entraînement électrique à vitesse et position variable, a connu ces dernières années un essor considérable. En effet, les exigences de qualité accrues et les cycles de production de plus en plus courts sont à la base de l'utilisation de techniques de réglage de plus en plus performantes, dans les applications industrielles [Boucherit 95],[Jelassi 91].

Les moteurs à courant continu (MCC) ont été largement utilisés dans les domaines nécessitant des entraînements à vitesse et position variables, grâce à la simplicité de la commande du flux et du couple à partir du courant d'excitation et du courant d'induit. C'est le moteur à excitation séparée qui est employé principalement dans les applications nécessitant des réponses rapides, et exigeant un fonctionnement dans les quatre quadrants, avec de hautes performances même autour des faibles vitesses. Cependant, cette machine présente des inconvénients dus au système balais-collecteur, ce qui l'empêche d'être utilisée dans les milieux explosifs et corrosifs. Par ailleurs, le commutateur mécanique introduit des limitations dans les capacités de la machine. En effet, elle ne peut opérer à grandes vitesses, ni être alimentée par des tensions élevées [Faidallah 95],[Vas 90].

Actuellement, l'utilisation des moteurs à courant alternatif est de plus en plus fréquente, car ces machines sont caractérisées par leur robustesse et leur longévité, bien que celles-ci imposent des structures internes et des stratégies de commande nettement plus complexes. Afin d'obtenir, avec le moteur asynchrone, des performances semblables à celle du MCC, il a été nécessaire de séparer le contrôle du flux dans le moteur, du courant générant le couple électromagnétique. En Allemagne, au début des années 70, Blaschke et Hasse ont introduit une nouvelle stratégie de contrôle: la commande vectorielle. Par cette technique, le courant statorique produisant le couple est maintenu en quadrature avec le flux rotorique afin d'obtenir un couple maximum comme dans un MCC [Blaschke 72],[Hasse 69].

La commande vectorielle de la MAS constitue actuellement un domaine de recherche particulièrement intéressant. Les applications industrielles se multiplient, cependant, les efforts continuent pour assurer le meilleur découplage entre le flux et le couple surtout face à l'influence néfaste de la constante du temps rotorique, qui ne peut être occultée. Ces problèmes ont conduit à l'introduction des techniques de l'automatique moderne dans la modélisation et la commande des machines asynchrones [Chiping 93],[Garces 80],[krishan 87].

Les méthodes classiques et modernes de l'automatique linéaire ont trouvés rapidement une application à la commande du MCC. Avec l'introduction de la commande vectorielle, les chercheurs se sont orientés vers la possibilité d'utiliser ces mêmes méthodes pour la commande des machines à courant alternatif, et plus particulièrement, la machine asynchrone [Dote 88],[Sen 90].

Les stratégies de commande sont toujours élaborées afin de rendre le système insensible aux perturbations extérieures et aux variations paramétriques. Dans notre cas, nous nous intéressons à l'amélioration de la robustesse du réglage de la MAS. Ainsi, Le travail présenté dans ce mémoire consiste à étudier, par simulation, la commande en vitesse et en position d'une machine asynchrone alimentée en tension, avec orientation du flux rotorique, par un régulateur d'état à placement de pôles robuste.

Dans le premier chapitre, nous présentons les techniques d'orientation du flux rotorique appliquées à une machine asynchrone alimentée en tension. Ainsi, nous aborderons les principales méthodes de commande, à savoir la commande directe et la commande indirecte. Puis on s'intéresse plus particulièrement à une commande vectorielle simplifiée basée sur un découplage par rétroaction d'état. Ceci nous permet d'obtenir un modèle analogue à celui du MCC qui est exploité dans le calcul du contrôleur principal chargé de réguler la vitesse ou la position, en utilisant un réglage classique (PI ou PID).

Au second chapitre, nous développons, en premier lieu, le dimensionnement échantillonné et pseudo-continu de la commande par retour d'état avec estimateur de courant, dans le cas du réglage de vitesse et celui de la position. Afin de limiter le courant durant le fonctionnement, un dispositif de limitation doté d'un système anti-saturation est inséré après le régulateur d'état. Ensuite, la même étude est développée lorsqu'un régulateur d'état partiel est adopté dans la commande de la machine.

Le troisième chapitre concerne la commande par retour d'état avec observateur. Nous commençons dans un premier temps par le dimensionnement de l'observateur d'état d'ordre global, puis l'observateur d'ordre réduit selon l'algorithme de Luenberger et celui de Gopinath. Ensuite, le dimensionnement de l'observateur d'état et de perturbation est effectué, en appliquant le principe de séparation. Chacun des observateurs d'état est testé en boucle ouverte puis incorporé dans la chaîne de régulation. Ensuite nous simulons le réglage de vitesse et de position en utilisant chacun des observateurs ainsi étudiés.

Nous consacrons le quatrième chapitre à la synthèse de la commande par retour d'état à placement de pôles robuste. Il s'agit de prendre en compte au moment de la conception de la commande les incertitudes sur les paramètres de la machine afin d'assurer un comportement satisfaisant au système commandé. L'approche adoptée consiste à traiter simultanément plusieurs placements de pôles relativement à plusieurs modèles (approche multi-modèles). Ce chapitre comporte une partie théorique sur la commande par retour d'état robuste, puis l'application de cette dernière sur la commande en vitesse et en position de la MAS.

Au cinquième et dernier chapitre nous établissons une extension du principe de placement de pôles robuste au dimensionnement continu et échantillonné des observateurs d'état. L'étude est effectuée sur un observateur d'état global et un observateur d'état et de perturbation. Puis nous effectuons l'étude de l'influence de la résistance rotorique sur la commande. Afin de réduire l'influence de la résistance rotorique sur le découplage entre le flux rotorique et le couple électromagnétique, une méthode d'identification en ligne de la constante de temps rotorique est aussi appliquée.

## Chapitre 9

### Commande vectorielle de la machine asynchrone

Dans une machine à courant continu, la force magnétomotrice de l'induit établit un angle de  $90^\circ$  avec l'axe du flux inducteur, et ceci quelle que soit la vitesse de rotation du moteur. Ainsi, le couple est proportionnel au produit du flux inducteur et du courant d'induit. Dans le cas d'une machine à excitation séparée, si l'on maintient le flux inducteur constant, le couple est directement proportionnel au courant d'induit. On obtient donc de bonnes performances dynamiques puisque le couple peut être commandé aussi rapidement que le courant induit peut l'être [Vas 90],[Trzynadlowski 94].

Dans une machine asynchrone, par contre, l'angle entre le champ tournant du stator et celui du rotor varie avec la charge, ce qui donne des interactions complexes et des réponses dynamiques oscillantes. Pour obtenir une situation équivalente à celle d'un moteur à courant continu, Blaschke et Hasse ont proposés une méthode permettant de maîtriser ces difficultés en introduisant les coordonnées de champ, où le vecteur courant statorique sera décomposé en deux composantes, une qui produit le flux et l'autre le couple. La dynamique d'une machine asynchrone sera donc ramenée à celle d'une machine à courant continu [Blaschke 72],[Hass 69].

Les techniques de la commande vectorielle implémentées par microprocesseurs ont permis l'utilisation de la machine asynchrone dans les applications de hautes performances, où le moteur à courant continu était le seul moteur satisfaisant pour ce type d'application. En générale deux sortes de commandes sont utilisées: La première méthode proposée par Blaschke ; utilise des capteurs de flux (sondes à effet Hall, spires de mesures) placés dans l'entrefer de la machine. La fragilité de ces sondes, le surcoût à la production du moteur et la perte de robustesse de celui-ci rendent cette méthode peu attrayante. Une autre méthode proposée par Hasse favorisée par le développement des microprocesseurs, consiste à estimer la position du flux à partir de la vitesse rotorique mesurée et de la pulsation de glissement de référence. Cette technique est naturellement sensible aux erreurs sur les paramètres électriques de la machine [Lajoie-Mazence 92],[Piterza 92].

Dans ce chapitre, nous traitons la commande vectorielle d'une machine asynchrone alimentée par un onduleur de tension. Après un survol des principales stratégies de mise en oeuvre de la commande vectorielle, une stratégie particulière est développée. L'intérêt de celle-ci est qu'elle permet de réduire le temps de calcul global, et facilite la synthèse des régulateurs de vitesse ou de position.

## I.1 MODELISATION DE LA MACHINE ASYNCHRONE

Afin de réduire le nombre d'équations, nous utilisons la représentation diphasee. Pour une meilleure représentation de la machine asynchrone, nous prenons comme variables d'état ( $i_{ds}$ ,  $i_{qs}$ ,  $\phi_{dr}$ ,  $\phi_{qr}$ ,  $\omega_m$ ). Le modèle de la machine dans un repère (d-q) lié au champ tournant à la vitesse de synchronisme  $\omega_s$  est donné par [Vas 90],[Trzynadlowski 94] :

$$\begin{cases} \frac{di_{ds}}{dt} = \frac{1}{\sigma L_s} \left( -(R_s + \frac{L_m^2}{L_r}) i_{ds} + \sigma L_s \omega_s i_{qs} + \frac{L_m R_r}{L_r^2} \phi_{dr} + \frac{L_m}{L_r} \phi_{qr} \omega_m + v_{ds} \right) \\ \frac{di_{qs}}{dt} = \frac{1}{\sigma L_s} \left( -\sigma L_s \omega_s i_{ds} - (R_s + \frac{L_m^2}{L_r}) i_{qs} - \frac{L_m}{L_r} \phi_{dr} \omega_m + \frac{L_m R_r}{L_r^2} \phi_{qr} + v_{qs} \right) \\ \frac{d\phi_{dr}}{dt} = \frac{L_m R_r}{L_r} i_{ds} - \frac{R_r}{L_r} \phi_{dr} + (\omega_s - \omega_m) \phi_{qr} \\ \frac{d\phi_{qr}}{dt} = \frac{L_m R_r}{L_r} i_{qs} - (\omega_s - \omega_m) \phi_{dr} - \frac{R_r}{L_r} \phi_{qr} \\ \frac{d\omega_m}{dt} = \frac{p^2 L_m}{L_r J} (i_{qs} \phi_{dr} - i_{ds} \phi_{qr}) - \frac{f}{J} \omega_m - \frac{p}{J} C_r \end{cases} \quad (I.1)$$

où  $\sigma$  est le coefficient de dispersion donné par:  $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$

Nous rappelons que les tensions et courants du référentiel (d-q) sont liés aux tensions et courants triphasés par la matrice de Park suivante :

$$\begin{pmatrix} x_d \\ x_q \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos(\theta_s) & \cos(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_s + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta_s) & \sin(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_s + \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{pmatrix} \quad (I.2)$$

x représente soit la tension v soit le courant i.

## I.2 PRINCIPE DE LA COMMANDE VECTORIELLE

La commande par flux orienté est une expression qui apparaît de nos jours dans la littérature traitant les techniques de contrôle des moteurs électriques, et dont l'étymologie nous ramène à une notion élémentaire, mais très importante de l'électromagnétisme. A savoir la force exercée sur un conducteur parcouru par un courant placé dans un champ magnétique est égale au produit vectoriel du vecteur courant par le vecteur champ. Il en résulte évidemment que l'amplitude de cette force sera maximale pour les intensités du courant et du champ données quand le vecteur courant sera perpendiculaire au vecteur champ [Barazane 93],[ Trzynadlowski 94].

Appliquée aux moteurs électriques, cette propriété est utilisée pour obtenir le mode de fonctionnement recherché en positionnant d'une manière optimale les vecteurs courants et les vecteurs flux résultants. Si le principe est naturellement appliqué pour les moteurs à courant continu, ce n'est pas le cas pour les machines à courant alternatif, par conséquent le contrôle par flux orienté des machines alternatives est une commande par orientation de ces deux grandeurs.

Le principe d'orientation a été proposé par Blashke au début des années 70. Il ramène le comportement de la machine asynchrone à celui d'une machine à courant continu. Il consiste à placer le repère (d-q) tel que l'axe (d) coïncide avec le flux à orienter.

Le but est d'éliminer le problème de couplage entre l'induit et l'inducteur en dissociant le courant statorique en deux composantes en quadrature, de telle sorte que l'une des composantes commande le flux et l'autre commande le couple. Ceci permet de se ramener à des fonctionnements comparables à ceux d'une MCC à excitation séparée où le courant inducteur contrôle le flux et le courant induit contrôle le couple.

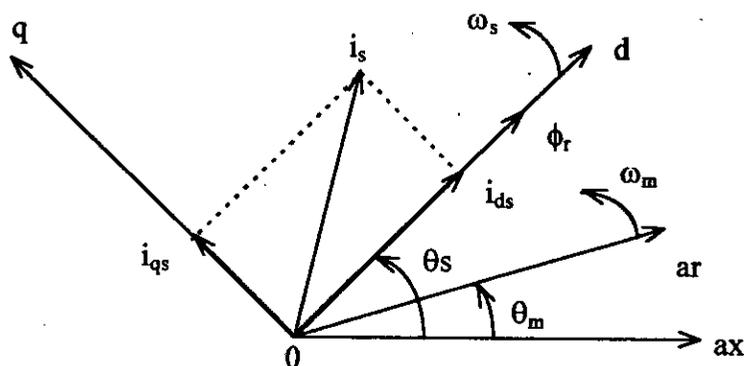
De nombreuses variantes ont été présentées dans la littérature, que l'on peut classer [Krishan 87],[krishan 91]:

- Suivant la source d'énergie:
  - Commande en tension (voltage source inverter (VSI));
  - Commande en courant ( current controlled inverter (CCI)).
- Suivant l'orientation du repère (d-q) sur:
  - Flux rotorique;
  - Flux statorique;
  - Flux d'entrefer.
- Suivant la détermination de la position du flux:
  - Directe par mesure ou observation de vecteur flux (module, phase);
  - Indirecte par contrôle de la fréquence de glissement.

Dans ces travaux, nous nous intéressons à une commande en tension avec orientation du repère (d-q) suivant le flux rotorique.

### I.3 ORIENTATION DU FLUX ROTORIQUE

Un choix adéquat du référentiel (d-q) de telle manière que le flux rotorique soit aligné avec l'axe (d) permet d'obtenir une expression du couple dans laquelle deux courants orthogonaux ( $i_{ds}$ ,  $i_{qs}$ ) interviennent, le premier générateur de flux et l'autre générateur de couple. En effet:



Fig(I.1): Principe de la commande vectorielle.

Avec:  $\phi_{dr} = \phi_r$  et  $\phi_{qr} = 0$ , l'expression du couple électromagnétique peut être écrite sous la forme:

$$C_{em} = k i_{ds} i_{qs} \quad \text{où} \quad k = \frac{p^2}{L_r J} \quad (I.3)$$

Ceci simplifie le modèle (I.1) comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{ds}}{dt} = \frac{1}{\sigma L_s} \left( -(R_s + (\frac{L_m}{L_r})^2 R_r) i_{ds} + \sigma L_s \omega_s i_{qs} + \frac{L_m R_r}{L_r^2} \phi_r + v_{ds} \right) \\ \frac{di_{qs}}{dt} = \frac{1}{\sigma L_s} \left( -\sigma L_s \omega_s i_{ds} - (R_s + (\frac{L_m}{L_r})^2 R_r) i_{qs} - \frac{L_m}{L_r} \phi_r \omega_m + v_{qs} \right) \\ \frac{d\phi_r}{dt} = \frac{L_m R_r}{L_r} i_{ds} - \frac{R_r}{L_r} \phi_r \\ \frac{d\omega_m}{dt} = \frac{p^2 L_m}{L_r J} i_{qs} \phi_r - \frac{f}{J} \omega_m - \frac{p}{J} C_r \\ \text{avec: } \omega_s = \omega_m + \frac{L_m R_r}{L_r \phi_r} i_{qs} \end{array} \right. \quad (I.4)$$

Après transformation de Laplace, on peut écrire que:

$$\phi_r = \frac{L_m}{1 + \frac{R_r}{L_r} s} i_{ds} \quad \text{et} \quad C_{em} = \frac{p L_m}{L_r} \phi_r i_{qs} \quad (I.5)$$

Les équations (I.5) montrent qu'on peut agir indépendamment sur le flux rotorique et le couple électromagnétique par l'intermédiaires respectivement des composantes  $i_{ds}$  et  $i_{qs}$  du courant statorique. Afin d'assurer un contrôle du couple et de pouvoir fournir à tout instant un couple maximal, le flux est maintenu à sa valeur nominale. Néanmoins dans un régime de survitesse où on atteint la limitation de la tension maximale qui peut être fournie par l'onduleur, il est indispensable de diminuer le niveau du flux, afin d'augmenter la vitesse de rotation. Dans ces conditions, on ne peut que difficilement assurer le contrôle du couple [Faidallah 95],[Vas 90].

La principale difficulté de la mise en oeuvre de la commande vectorielle de la MAS, est la détermination de la position et le module du flux rotorique. Car ces deux grandeurs ne sont pas mesurables directement. Or la connaissance de la position du vecteur flux est tout à fait fondamentale pour les changements des coordonnées, et celui du module du flux est essentielle pour contrôler le régime dynamique de la machine. Deux méthodes de contrôle ont été proposées, la méthode directe et la méthode indirecte.

#### I.4 REGLAGE DE VITESSE / POSITION PAR LA COMMANDE VECTORIELLE DIRECTE

Pour déterminer la position et le module du flux, l'idée naturelle est de mesurer le flux dans la machine à l'aide de bobinages supplémentaires ou de capteurs à effet Hall. Ceci fragilise le moteur et nécessite une construction spéciale de la machine. Le moteur perd son principal avantage qui est sa robustesse [Faidallah 95],[Hemici 94].

Devant la complexité posée par l'installation des capteurs servant à mesurer le flux rotorique. On fait appel à des modèles dynamiques du flux, qui nécessitent des grandeurs facilement mesurables tel que les courants, les tensions statoriques et la vitesse de rotation.

On utilise souvent le modèle de la machine pour déterminer la position et le module du flux. Une approche simple consiste à intégrer les équations du modèle rotorique simplifié suivant [Vas 90]:

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_r}{dt} &= \frac{R_r}{L_r} (L_m i_{ds} - \phi_r) \\ \frac{d\theta_s}{dt} &= \omega_s = \omega_m + \frac{L_m R_r i_{qs}}{L_r \phi_r} \end{aligned} \quad (I.6)$$

Le module du flux rotorique et du couple électromagnétique seront contrôlés par contre-réaction. Alors que la pulsation de glissement est directement calculée à l'aide des grandeurs mesurées ou estimées.

Si on tient compte du fait que la machine asynchrone est alimentée par un onduleur de tension, nous obtenons les équations des tensions statoriques à partir de l'équation (I.3):

$$\begin{aligned} v_{ds} &= R_s i_{ds} + \sigma L_s s i_{ds} + \frac{L_m}{L_r} s \phi_r - \sigma L_s \omega_s i_{qs} \\ v_{qs} &= R_s i_{qs} + \sigma L_s s i_{qs} + \omega_s \frac{L_m}{L_r} \phi_r + \omega_s \sigma L_s i_{ds} \end{aligned} \quad (I.7)$$

Le couplage qui existe entre les deux équations est éliminé en générale par une méthode de compensation classique. Celle-ci consiste à faire la régulation des courants en négligeant les termes de couplage, ces derniers étant rajoutés à la sortie des correcteurs des courants afin d'obtenir les tensions de références qui attaquent l'onduleur [Faidallah 95].

Les termes de couplage sont définis, de telle sorte que les tensions restantes soient en relation de premier ordre avec les deux composantes du courant statorique.

Donc:

$$\begin{aligned} v_{ds}^c &= -\sigma L_s \omega_s i_{qs} \\ v_{qs}^c &= \omega_s \frac{L_m}{L_r} \phi_r + \omega_s \sigma L_s i_{ds} \end{aligned} \quad (I.8)$$

Les sorties des régulateurs sont:

$$\begin{aligned} v_{ds}^r &= R_s i_{ds} + \sigma L_s \frac{di_{ds}}{dt} \\ v_{qs}^r &= R_s i_{qs} + \sigma L_s \frac{di_{qs}}{dt} \end{aligned} \quad (I.9)$$

Les tensions de référence sont alors:

$$\begin{aligned} v_{ds}^* &= v_{ds}^r + v_{ds}^c \\ v_{qs}^* &= v_{qs}^r + v_{qs}^c \end{aligned} \quad (I.10)$$

Sachant que la structure de la machine est figée, on doit créer autour d'elle un environnement évolutif capable d'assurer le fonctionnement convenable du variateur. Cet environnement est formé d'une alimentation par convertisseur statique et d'un ensemble de commande adéquat figure (I.2).

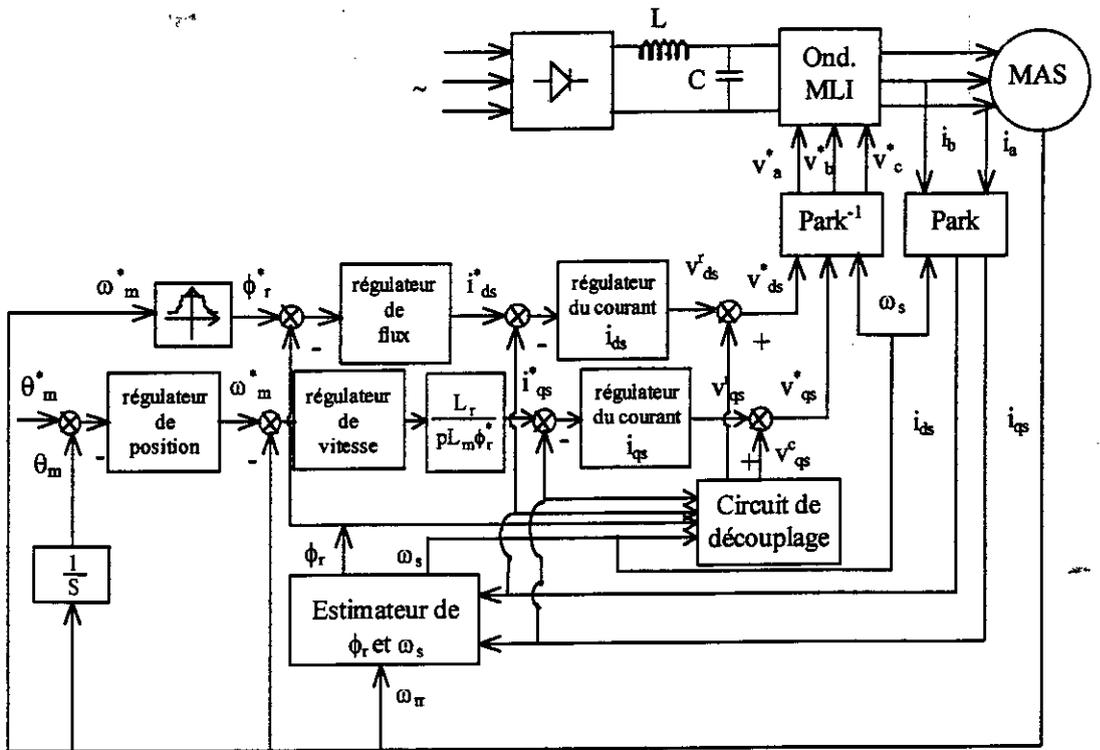


Fig. (I.2): Schéma-bloc de la commande vectorielle directe.

La structure de commande est constituée de l'association d'une machine asynchrone avec onduleur de tension alimenté par un pont à diodes à travers un filtre passe-bas. Les tensions de sortie de l'onduleur sont contrôlées par une technique de modulation de largeur d'impulsion (MLI) qui permet le réglage simultané de la fréquence et de la tension de sortie de l'onduleur. La stratégie triangulo-sinusoidale, retenue le long de notre travail, est l'une des techniques les plus simples. Elle consiste de comparer les trois tensions de référence ( $v_a^*$ ,  $v_b^*$ ,  $v_c^*$ ), calculées par une transformation inverse de Park à partir de ( $v_{ds}^*$ ,  $v_{qs}^*$ ,  $\omega_s^*$ ), à un signal triangulaire d'amplitude fixe et de pulsation nettement supérieur à  $\omega_s^*$ .

Dans ce qui suit, les grandeurs électriques  $\omega_m$  et  $\theta_m$  sont utilisées dans la synthèse et la mise en oeuvre des commandes étudiées le long de ce travail.

### I.4.1 Calcul des régulateurs

Nous avons vu, précédemment qu'un découplage parfait entre les axes (d) et (q) conduit à transformer notre système d'un système multivariables en deux sous-systèmes monovariables. Ceci permet d'étudier séparément les boucles de régulation du flux et de couple.

#### I.4.1.1 Réglage en cascade du flux rotorique

##### I.4.1.1.1 Réglage de la boucle interne du courant $i_{ds}$

Le régulateur de courant direct permet de définir la tension  $v_{ds}^r$ , nécessaire pour maintenir le flux de référence.

A flux constant égal à  $\phi_r^*$ , en supposant que le découplage est réalisé, on aura [Jelassi 91],[Rehahla 96]:

$$\frac{i_{ds}(s)}{v_{ds}^r(s)} = \frac{1}{R_s + \sigma L_s s} \tag{I.11}$$

La boucle de régulation du courant  $i_{ds}$  peut se représenter par le schéma-bloc de la figure (I.3) :

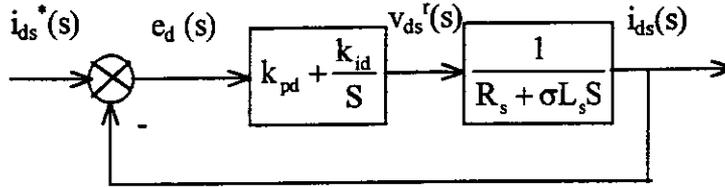


Fig. (I.3): Schéma fonctionnel de régulation de courant  $i_{ds}$ .

L'expression du courant de référence est:

$$i_{ds}^* = \frac{\phi_r^*}{L_m} \tag{I.12}$$

La fonction de transfert en boucle fermée est la suivante:

$$\frac{i_{ds}(s)}{i_{ds}^*(s)} = \frac{(k_{pd}s + k_{id}) \frac{1}{\sigma L_s}}{s^2 + \frac{R_s + k_{pd}}{\sigma L_s} s + \frac{k_{id}}{\sigma L_s}} \tag{I.13}$$

Le polynôme caractéristique est:

$$P(s) = s^2 + \frac{R_s + k_{pd}}{\sigma L_s} s + \frac{k_{id}}{\sigma L_s} = 0 \tag{I.14}$$

En imposant au polynôme caractéristique en boucle fermée deux pôles complexes conjugués  $s_{1,2} = \rho(-1 \pm j)$ , d'où:

$$P(s) = s^2 + 2\rho s + 2\rho^2 = 0 \tag{I.15}$$

L'identification terme à terme des deux équations (I.14) et (I.15) entraîne que:

$$k_{id} = 2\sigma L_s \rho^2 \quad \text{et} \quad k_{pd} = 2\rho\sigma L_s - R_s \tag{I.16}$$

#### I.4.1.1.2 Réglage de la boucle externe du flux

Pour assurer un contrôle correcte du couple, il faut maintenir le flux constant lors des changements de consigne de vitesse ou de position, ainsi que lors des applications de la charge perturbatrice.

D'après l'équation (I.5), il arrive:

$$\frac{\phi_r(s)}{i_{ds}(s)} = \frac{L_m}{1 + \frac{L_r}{R_r} s} \tag{I.17}$$

Le schéma-bloc de la régulation est le suivant:

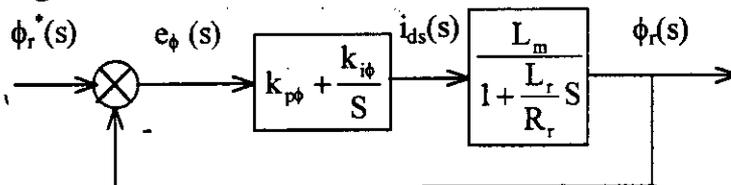


Fig. (I.4): Schéma fonctionnel de régulation de flux.

La fonction de transfert en boucle ouverte est:

$$\frac{\phi_r(s)}{e_\phi(s)} = \left(k_{p\phi} + \frac{k_{i\phi}}{s}\right) \frac{L_m}{1 + \frac{L_r}{R_r} s} \quad (I.18)$$

La fonction de transfert en boucle fermée est:

$$\frac{\phi_r(s)}{\phi_r^*(s)} = \frac{(k_{p\phi}s + k_{i\phi}) \frac{L_m R_r}{L_r}}{s^2 + \frac{R_r}{L_r} (1 + L_m k_{p\phi}) s + \frac{R_r L_m k_{i\phi}}{L_r}} \quad (I.19)$$

L'équation caractéristique en boucle fermée est donnée par:

$$P(S) = s^2 + \frac{R_r}{L_r} (1 + L_m k_{p\phi}) s + \frac{R_r L_m k_{i\phi}}{L_r} = 0 \quad (I.20)$$

En faisant imposer deux pôles complexes conjugués  $s_{1,2} = \rho(-1 \pm j)$ , en boucle fermée, l'équation précédente devient:

$$P(S) = s^2 + 2\rho s + 2\rho^2 = 0 \quad (I.21)$$

Par identification on trouve que:

$$k_{i\phi} = \frac{2L_r \rho^2}{R_r L_m} \quad \text{et} \quad k_{p\phi} = \frac{1}{L_m} \left( \frac{2\rho L_r}{R_r} - 1 \right) \quad (I.22)$$

#### I.4.1.2 Réglage en cascade de vitesse / position

##### I.4.1.2.1 Réglage de la boucle interne du courants $i_{qs}$

Habituellement, les schémas de régulation de la vitesse sont constitués de deux étages: le premier comprend les boucles de régulation des courants, et le second, externe au premier, est destiné à la régulation de la vitesse. Ceci est justifié par le fait qu'en général on considère que la dynamique de la vitesse est très lente devant la dynamique des courants. C'est pour cette raison que, dans les régulations classiques, la vitesse est toujours supposée constante pendant que les courants sont régulés.

Les mêmes calculs sont effectués pour dimensionner le régulateur du courant  $i_{qs}$ . Si on impose la même dynamique en boucle fermée, les coefficients  $k_{iq}$  et  $k_{pq}$  seront identiques à ceux du régulateur du courant  $i_{ds}$ .

##### I.4.1.2.2 Réglage de la boucle externe vitesse/position

- Boucle de régulation de la vitesse:

Le régulateur de vitesse permet de déterminer le couple de référence, afin de maintenir la vitesse correspondante. Pour que la cascade soit justifiée, il faut que la boucle interne soit très rapide par rapport à celle de la vitesse.

L'équation mécanique donne:

$$\frac{\omega_m(s)}{C_{em}(s)} = \frac{p}{f + Js} \quad (I.23)$$

En associant à cette fonction un régulateur PI, il arrive:

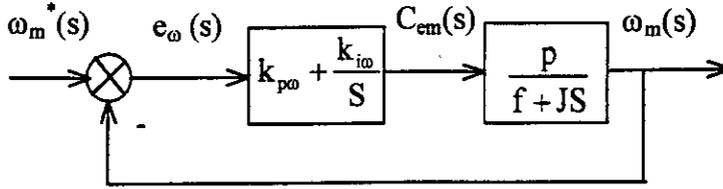


Fig. (I.5): Schéma fonctionnel de régulation de vitesse.

La fonction de transfert en boucle fermée, calculée à partir du schéma précédent, est donnée par:

$$\frac{\omega_m(s)}{\omega_m^*(s)} = \frac{(k_{p\omega}s + k_{i\omega}) \frac{p}{J}}{P(s)} \quad (I.24)$$

L'équation caractéristique P(s) est:

$$P(s) = s^2 + \frac{f + k_{p\omega}p}{J}s + \frac{k_{i\omega}p}{J} = 0 \quad (I.25)$$

En imposant toujours deux pôles complexes conjugués  $s_{1,2} = \rho(-1 \pm j)$ , en boucle fermée et, par identification avec la nouvelle équation caractéristique désirée, on arrive sans difficulté à:

$$k_{i\omega} = \frac{2J\rho^2}{p} \quad \text{et} \quad k_{p\omega} = \frac{2\rho J - f}{p} \quad (I.26)$$

**Remarque:**

Le flux généralement maintenu constant, à sa valeur nominale ( $\phi_r^n$ ), pour des vitesses rotoriques inférieures ou égales à la vitesse nominale de la machine ( $\omega_m^n$ ). Par contre il faut, qu'il décroît lorsque la vitesse augmente au delà de la vitesse nominale, afin de limiter la tension au borne de la machine. Pour cela, on définit le flux de référence par:

$$\phi_r^* = \begin{cases} \phi_r^n & \text{si } |\Omega_m| \leq \Omega_m^n = \frac{\omega_m^n}{p} = 1420 \text{ (tr / min)} \\ \frac{\Omega_m^n}{|\Omega_m|} \phi_r^n & \text{si } |\Omega_m| \geq \Omega_m^n \end{cases} \quad (I.27)$$

- Boucle de régulation de la position:

Ce régulateur nous permet de générer la vitesse de référence  $\omega_m^*(s)$ . Par définition on a:

$$\frac{\theta_m(s)}{\omega_m(s)} = \frac{1}{s} \quad (I.28)$$

Le schéma fonctionnel de la boucle de position est présenté par la figure (I.6):

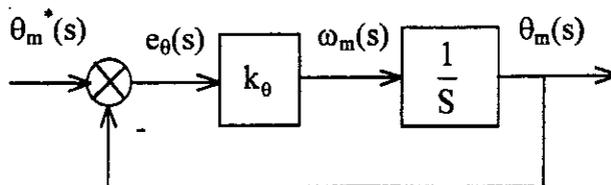


Fig. (I.6): Schéma fonctionnel de régulation de position.

La fonction de transfert en boucle fermée est:

$$\frac{\theta_m(s)}{\theta_m^*(s)} = \frac{k_\theta}{k_\theta + s} \quad (I.29)$$

La cascade (position, vitesse et courant  $i_{qs}$ ) impose une dynamique de position très lente par rapport à celle de la vitesse. La constante de temps de position doit être 5 à 10 fois plus grande que celle de la vitesse [Jelassi 91], ce qui permet de déterminer le coefficient  $k_\theta$  du régulateur de position.

#### I.4.2 Discrétisation du régulateur PI

Les calculs qui suivent sont développés pour un régulateur de vitesse, mais la procédure reste valable pour les autres régulateurs. En effet, la fonction de transfert du régulateur PI est:

$$\frac{C_{em}^*(s)}{e_\omega(s)} = k_{p\omega} + \frac{k_{i\omega}}{s} \quad (I.30)$$

Cette fonction peut être écrite, dans le domaine temporel, comme suit:

$$C_{em}^* = k_{p\omega}(\omega_m^* - \omega_m) + k_{i\omega} \int_0^t (\omega_m^* - \omega_m) d\tau \quad (I.31)$$

La discrétisation de cette équation fournit:

$$C_{em}^*[k] = k_{p\omega}(\omega_m^*[k] - \omega_m[k]) + k_{i\omega}S[k] \quad (I.32)$$

avec:  $S[k] = S[k-1] + h(\omega_m^*[k] - \omega_m[k])$

$h$ : est la période d'échantillonnage.

La commande doit être limitée par un simple dispositif d'écrêtage défini par:

$$C_{em}^*[k](\text{limité}) = \begin{cases} C_{em}^*[k] & \text{si } |C_{em}^*[k]| \leq C_{em}^{\max} \\ C_{em}^{\max} \cdot \text{signe}(C_{em}^*[k]) & \text{si } |C_{em}^*[k]| \geq C_{em}^{\max} \end{cases} \quad (I.33)$$

La limite maximale adoptée est  $C_{em}^{\max} = 2.5C_{em}^n = 25 \text{ Nm}$ .

Cette limitation provoque un effet d'emballement (effet windup). Ainsi, le régulateur doit être associé à un système d'anti-windup afin d'éviter le dépassement dû au fait que l'intégrateur continue à sommer une erreur qui ne correspond plus à la tension de commande.

Si  $e_\omega[k]$  est l'écart entre la vitesse de consigne et la vitesse mesurée:

$$e_\omega[k] = \omega_m^*[k] - \omega_m[k] \quad (I.34)$$

et si  $e_\omega^L$  correspond à l'erreur de vitesse qui aurait produit le couple de sortie du régulateur obtenue après la fonction de saturation:

$$e_\omega^L[k] = e_\omega[k] - \frac{1}{k_{p\omega} + hk_{i\omega}}(C_{em}^*[k] - C_{em}^*[k](\text{limité})) \quad (I.35)$$

L'équation du sommateur devient:

$$S[k] = S[k-1] + e_\omega^L[k] \quad (I.36)$$

Il faut noter que le régulateur proportionnel de position se discrétise sans problème particulier, en effet:

$$\omega_m^*[k] = k_\theta(\theta_m^*[k] - \theta_m[k]) \quad (I.37)$$

### I.4.3 Résultats de simulation

Les simulations présentées dans cette thèse sont réalisées sur une machine asynchrone triphasée associée à un convertisseur statique, dont les paramètres sont mentionnés dans l'annexe (A).

Les coefficients des régulateurs utilisés dans la boucle de vitesse sont donnés par le tableau (I.1).

Boucle de régulation	Pôles	$k_p$	$k_i$	$h$ (ms)
Courants	$200 \pm j 200$	7.5763	2485.26	0.1
Flux	$200 \pm j 200$	107.768	22328.8	0.5
Vitesse	$35 \pm j 35$	1.081	37.975	1

Tableau (I.1)

Les simulations reportées sur la figure (I.7) concernent un échelon de vitesse de 0 à 1000 tr/min puis l'application d'un couple de charge nominale 10 Nm entre  $t = 1$  s et  $t = 1.5$  s et enfin l'inversion du sens de rotation entre  $\pm 1000$  tr/min à  $t = 2$  s.

La figure (I.7.a) montre que le réglage PI donne des résultats satisfaisants par rapport à la grandeur de perturbation. Par contre, il présente un dépassement par rapport à la grandeur de consigne, dû au changement brutale de cette dernière. En effet, le régulateur PI se trouve devant un écart de réglage très important. La réaction de sa partie proportionnelle, dont le but de réduire cet écart, risque de provoquer un grand dépassement. Le dépassement peut être amorti, soit en diminuant la rapidité du réglage et on perd la robustesse vis-à-vis la perturbation, soit en introduisant un filtre (correcteur) pour la grandeur de consigne afin de modérer l'impact de sa variation brusque.

La fonction de transfert à prévoir dans notre cas est donnée par :  $\frac{(\omega_m^*)_{\text{filtrée}}}{\omega_m^*} = \frac{1}{(1 + T_f S)}$ .

$T_f$  est calculée de façon à compenser le zéro de la fonction de transfert par rapport à la consigne donnée par l'équation (I.24). Donc  $T_f = \frac{k_{p\omega}}{k_{i\omega}}$ , des simulations ont montré qu'il est judicieux de travailler avec une valeur de  $T_f$  trois fois la valeur prévue, afin d'avoir des réponses sans aucun dépassement du système global.

La figure (I.7.b) montre les réponses indicielles correspondantes. On constate que le dépassement est fortement réduit, tandis que le temps de montée est nettement augmenté.

La figure (I.8) présente les résultats d'une simulation concernant le réglage de la position ( $k_\theta = 8$ ,  $h=5$ ms). La simulation est effectuée pour les essais suivants:

- Application brusque d'un couple de charge nominale entre  $t = 1$  s et  $t = 1.5$  s;
- Inversion du consigne de position de 5 tr à -5 tr à  $t = 2$  s.

Nous pouvons constater que la position suit parfaitement la position de référence. Le flux rotorique suit sa référence suivant l'axe (d) avec une composante en quadrature nulle. Il faut signaler qu'il subisse des variations aux régimes transitoires.

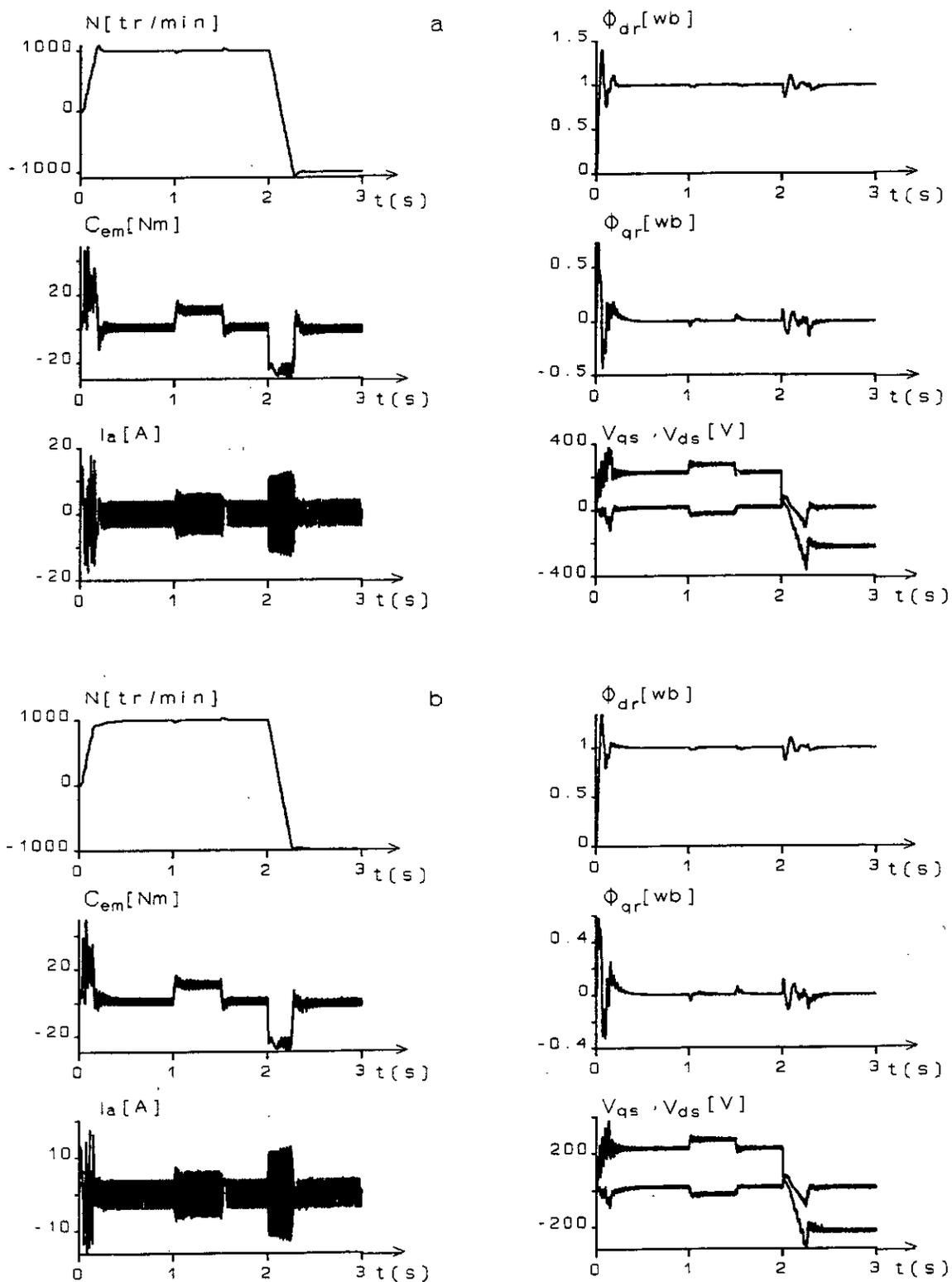


Fig. (I.7): Simulation du réglage de vitesse par la méthode directe : a) sans filtre ; b) avec filtre.

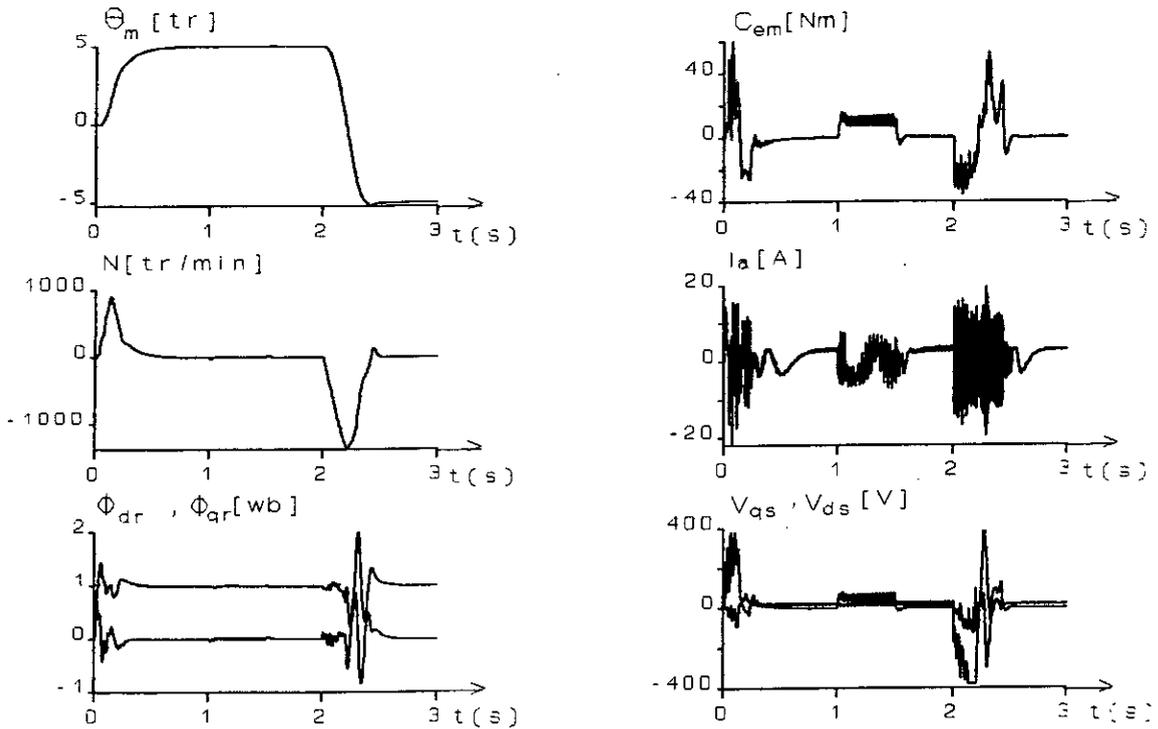


Fig. (I.8): Simulation du réglage de position par la méthode directe.

### I.5 REGLAGE DE VITESSE / POSITION PAR LA COMMANDE VECTORIELLE INDIRECTE

Le principe de cette méthode de contrôle de la fréquence (slip frequency control) consiste à ne pas utiliser l'amplitude du flux rotorique mais simplement sa position calculée en fonction des grandeurs de référence [Faidallah 95],[Hemici 94]. Cette méthode élimine donc le besoin d'utiliser un capteur de flux (capteur physique ou modèle dynamique) mais nécessite l'utilisation d'un capteur de la vitesse rotorique.

La figure (I.9) montre un schéma d'une commande indirecte appliquée sur la machine asynchrone.

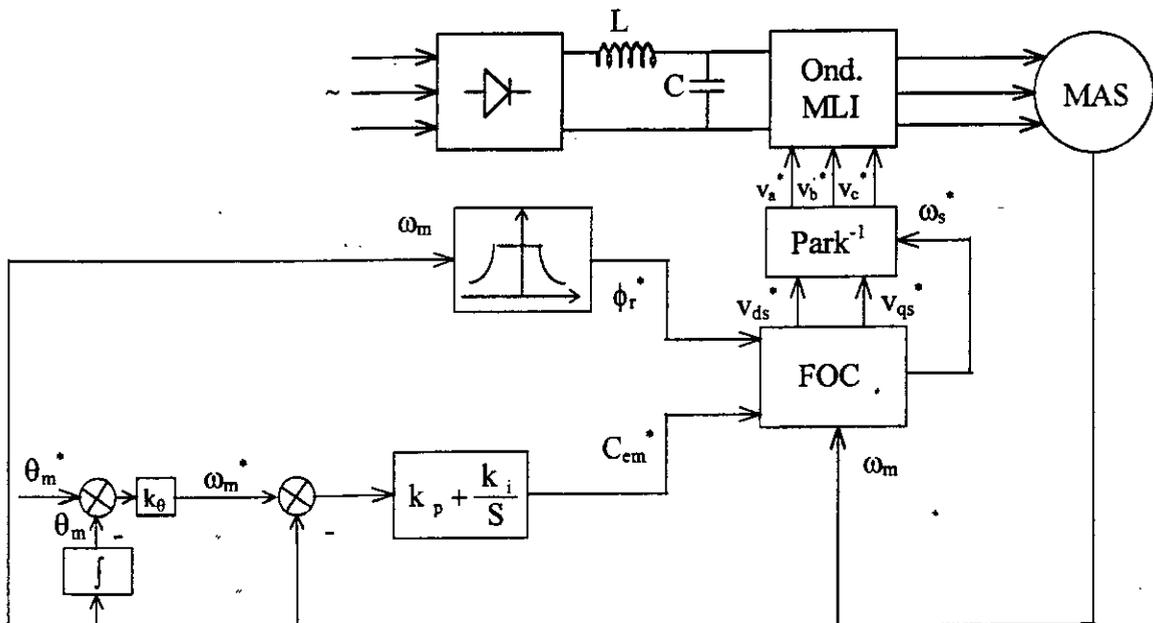


Fig. (I.9): Schéma bloc de la commande vectorielle indirecte.

### I.5.1 Bloc de contrôle du flux orienté (FOC)

Le FOC (field oriented control) est un bloc de calcul qui possède deux entrées ( $\phi_r^*$  et  $C_{em}^*$ ) et génère les trois grandeurs de commande de l'onduleur ( $v_{ds}^*$ ,  $v_{qs}^*$  et  $\omega_s^*$ ). Il est défini en considérant le régime statique pour lequel le flux rotorique et le couple électromagnétique sont maintenus constants égaux à leur valeurs de référence. Si on ne tient pas compte des variations des courants direct et en quadrature, les équations de ce bloc sont déduites de celles du modèle (I.3):

$$\begin{cases} i_{ds}^* = \frac{\phi_r^*}{L_m} \\ i_{qs}^* = \frac{L_r C_{em}^*}{p L_m \phi_r^*} \\ \omega_s^* = \omega_m + \frac{L_m R_r i_{qs}^*}{L_r \phi_r^*} \\ v_{ds}^* = R_s i_{ds}^* - \omega_s^* \sigma L_s i_{qs}^* \\ v_{qs}^* = R_s i_{qs}^* + \omega_s^* L_s i_{ds}^* \end{cases} \quad (I.38)$$

Cette commande consiste à contrôler la composante directe  $i_{ds}$  et en quadrature  $i_{qs}$  du courant statorique de façon à obtenir le couple électromagnétique et le flux souhaités dans la machine.

Les calculs des deux régulateurs (de vitesse et de position) sont identiques à ceux présentés précédemment dans le paragraphe I.4.1.2.2.

### I.5.2 Résultats de simulation

Les coefficients du régulateur de vitesse sont déterminés par un placement de pôles avec ( $\rho = 35, T_f = 0.1138$ ) ce qui donne  $k_p = 1.081$  et  $k_i = 37.975$ , alors que le coefficient du régulateur de position et  $k_\theta = 10$ .

Pour illustrer les performances du réglage, nous avons simulé un démarrage à vide avec une application de charge nominale entre les instants  $t = 1s$  et  $t = 1.5s$ , puis une inversion de la consigne entre  $\pm 1000$  tr/min pour la commande en vitesse figure (I.10) et entre  $\pm 5$  tr pour la commande en position figure (I.11).

La vitesse suit la grandeur de référence sans dépassement, mais le temps de réponse est un peu lent à cause du retard provoqué par le filtre. Nous constatons aussi que le découplage entre le flux et le couple est maintenu. Le flux rotorique reste constant et ne subit pas les brusques variations supportées par le couple, notamment pendant le changement de référence en vitesse ou en position.

A partir des régimes transitoires des deux modes de contrôle (direct et indirect), on constate une amélioration visible apportée sur l'établissement du couple et, en conséquence sur la dynamique de la vitesse, par le contrôle direct du flux par rapport à ce qui obtenu avec un contrôle indirect.

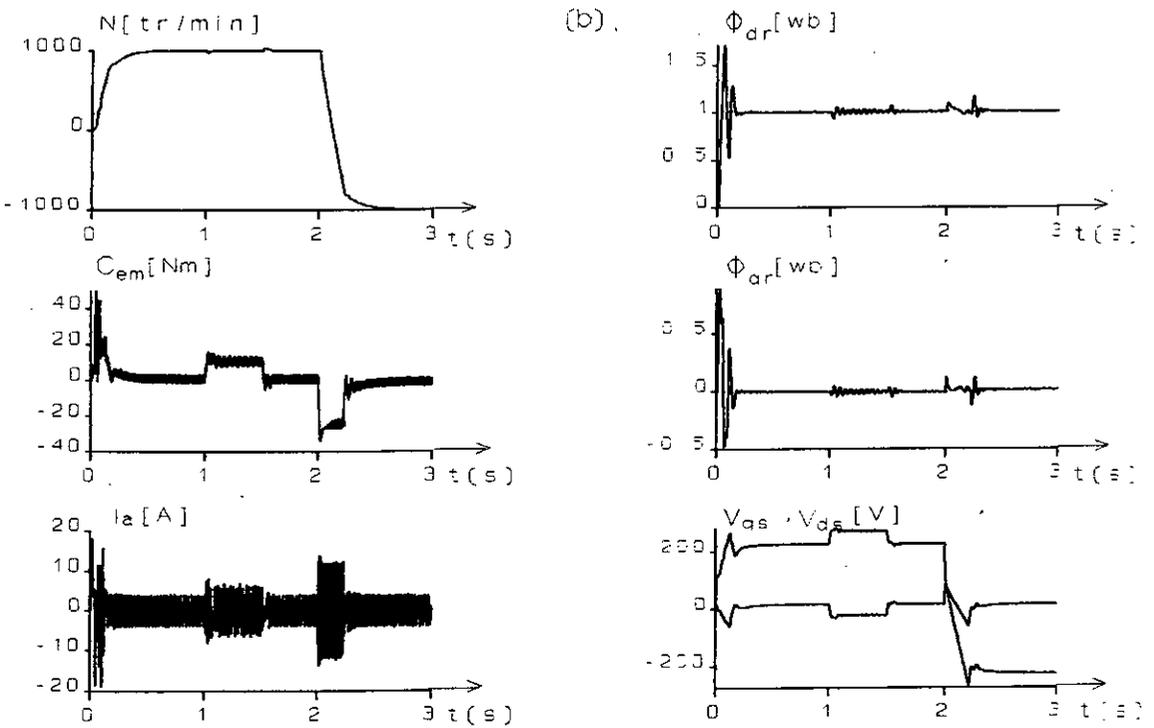
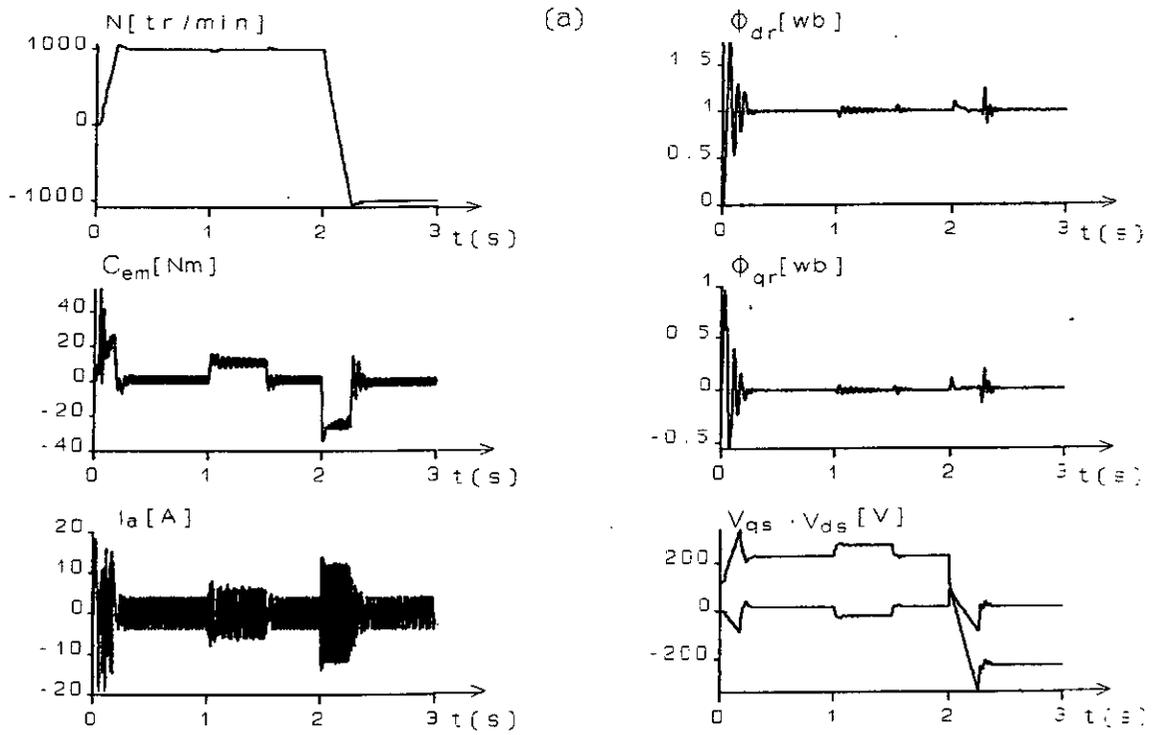


Fig. (I.10) : Simulation du réglage de vitesse par la méthode indirecte : a) sans filtre ; b) avec filtre.

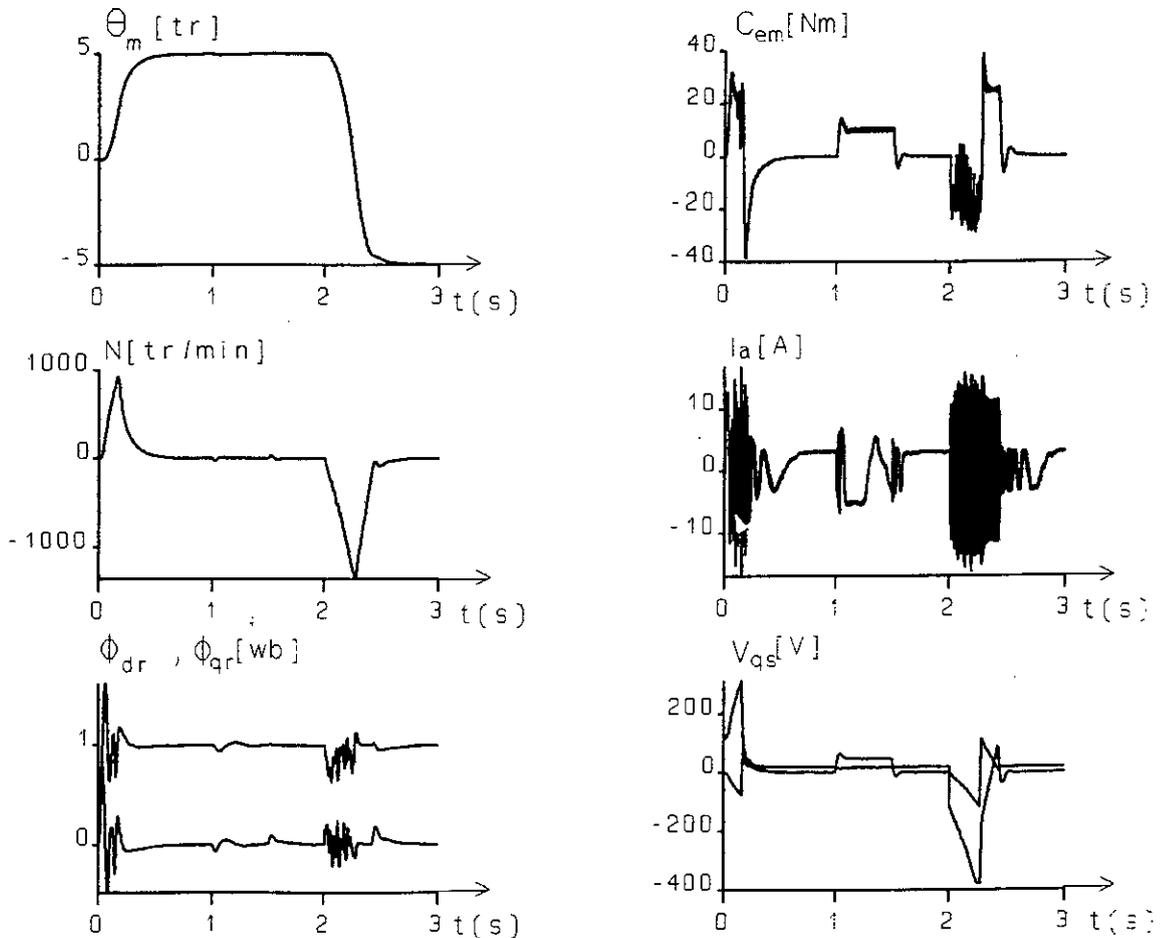


Fig. (I.11) : Simulation du réglage de position par la méthode indirecte.

## I.6 COMMANDE VECTORIELLE SIMPLIFIEE

L'intérêt d'une commande simplifiée est de réduire la complexité de l'algorithme de commande (réduction du temps de calcul à réaliser sur une période d'échantillonnage) et par conséquent la réduction du coût de sa réalisation pratique [Dente 90],[Robyns 90].

En 1987, Lorenz et Lawson ont développé une commande vectorielle simplifiée appliquée à une machine asynchrone alimentée en courant [Lorenz 87],[Lorenz 90]. Dans cette méthode, après orientation du flux, la machine devient équivalente à deux sous systèmes monovariabiles indépendants.

Alors que, cette même technique de commande a été appliquée par Robyns en 1990 [Robyns 90], à une machine alimentée en tension. Le but de cette approche est de réduire la partie régulée à un système linéaire équivalent à celui d'un moteur à courant continu.

**I.6.1 Modèle simplifié de la machine asynchrone**

En choisissant un référentiel qui nous garanti une composante nulle du flux selon l'axe q ( $\phi_{qr}=0$ ), le modèle de la machine devient [Robyns 92],[Robyns 93]:

$$\left\{ \begin{aligned} v_{ds} &= R_s i_{ds} + \sigma L_s \frac{di_{ds}}{dt} + \frac{L_m}{L_r} \frac{d\phi_{dr}}{dt} - \omega_s \sigma L_s i_{qs} \\ v_{qs} &= R_s i_{qs} + \sigma L_s \frac{di_{qs}}{dt} + \omega_s \frac{L_m}{L_r} \phi_{dr} + \omega_s \sigma L_s i_{ds} \\ L_m i_{ds} &= \phi_{dr} + \frac{L_r}{R_r} \frac{d\phi_{dr}}{dt} \\ \omega_s &= \omega_m + \frac{L_m R_r i_{qs}}{L_r \phi_{dr}} \\ C_{em} &= \frac{p L_m}{L_r} \phi_{dr} i_{qs} = \frac{J}{p} \frac{d\omega_m}{dt} + \frac{f}{p} \omega_m + C_r \end{aligned} \right. \quad (I.39)$$

A l'aide de ces équations, on peut élaborer le diagramme fonctionnel de la machine avec flux orienté schématisé par la figure (I.12):

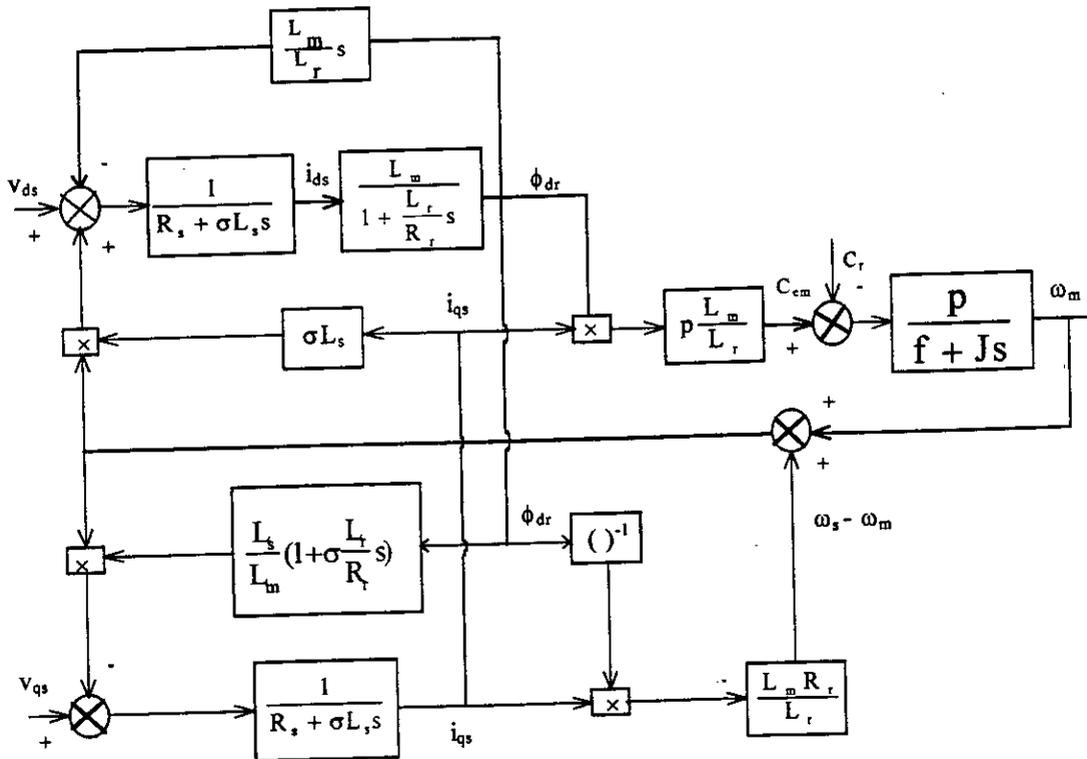


Fig. (I.12): Schéma bloc de la machine asynchrone(MAS) avec  $\phi_{qr}$  nul.

En examinant la structure de la machine donnée par la figure (I.12), on constate qu'il est possible d'annuler l'action de l'axe (q) sur l'axe (d) par retour d'état. Cette action de découplage est représentée en pointillé sur la figure (I.13):

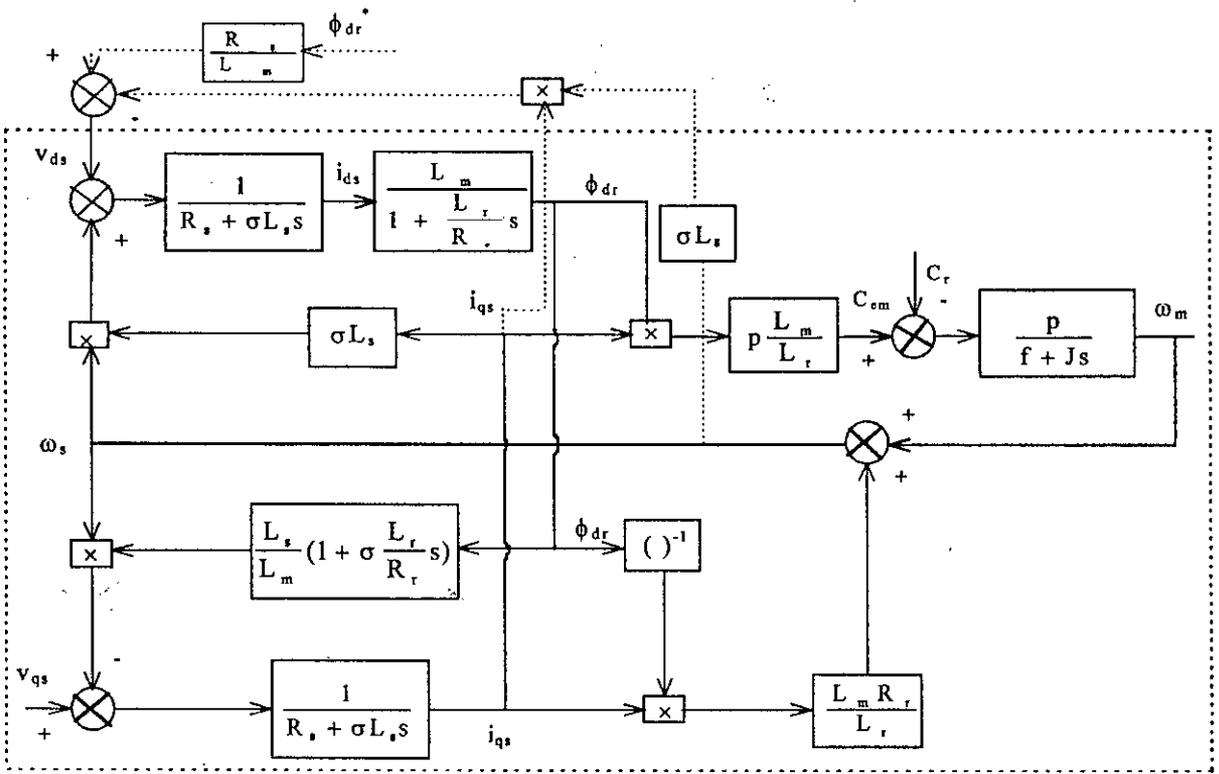


Fig. (I.13): Schéma bloc de la MAS avec action de découplage.

Si le flux est maintenu constant, il peut être imposé en boucle ouverte au moyen de la tension  $v_{ds}$  comme le représente la figure (I.14):

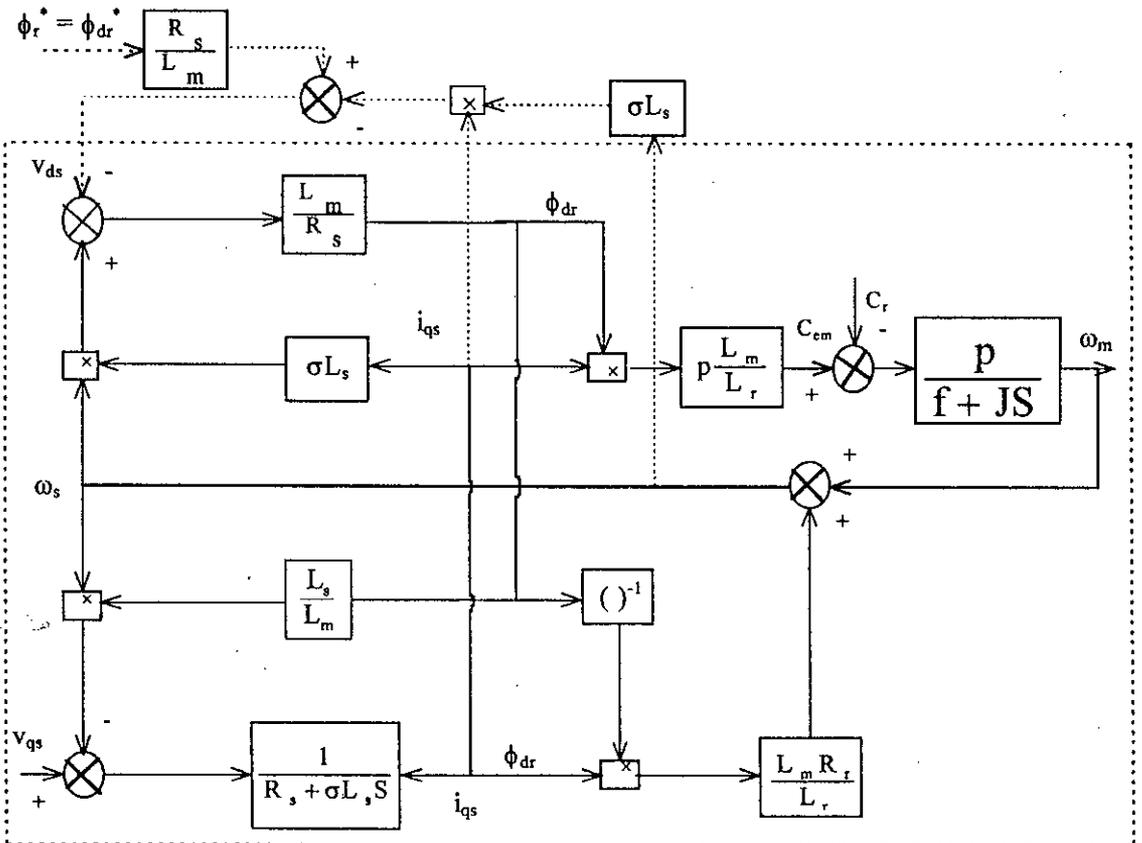


Fig. (I.14): Schéma bloc de la MAS avec découplage et  $\phi_{dr}$  constant.

En régime permanent, le flux se stabilise à sa valeur de référence et, le découplage est parfaitement réalisé. Dans ces conditions la figure précédente se réduit à la figure suivante figure (I.15):

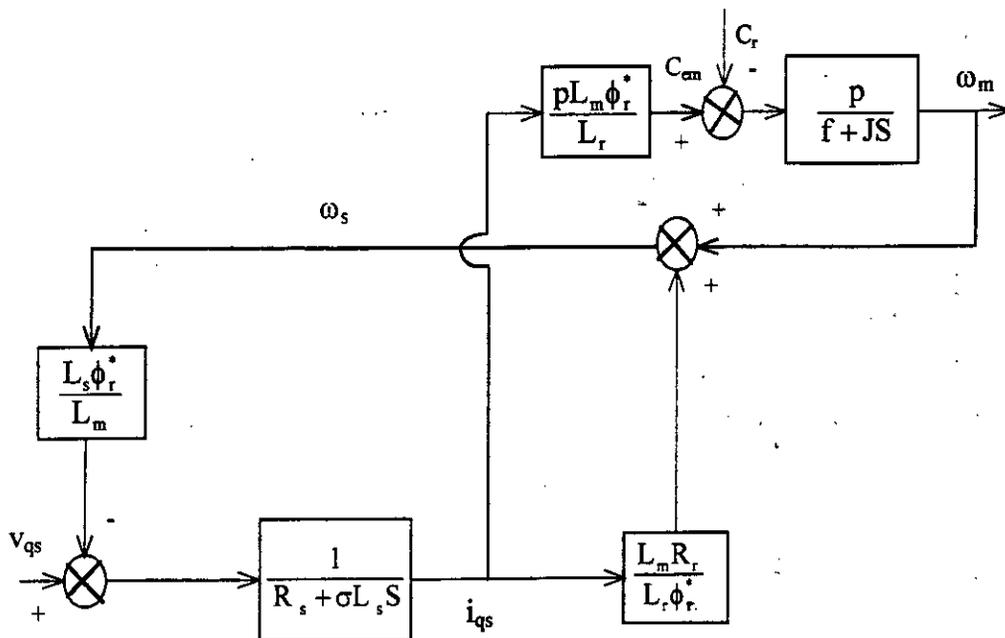


Fig. (I.15): Schéma bloc de la MAS lorsque le découplage et la commande de flux en boucle ouverte sont parfaitement réalisés.

La réarrangement de la figure (I.15) nous permet d'avoir le schéma bloc simplifié suivant l'axe (q) représenté par la figure (I.16):

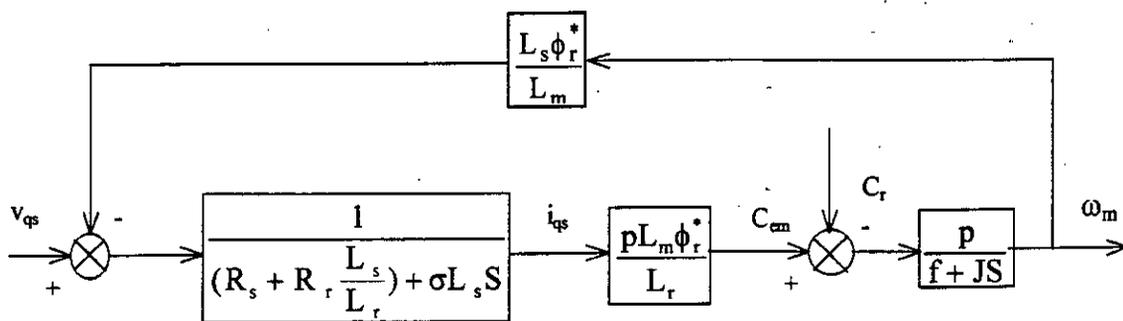


Fig. (I.16): Modèle simplifié équivalent du MAS.

Le modèle simplifié de la machine asynchrone commandée par la technique du flux orienté est similaire à celui d'une machine à courant continu (MCC) à excitation séparée. Ce modèle est donné par l'équation suivante [Buyse 91],[Dente 90]:

$$\begin{cases} v_{qs} = (R_s + \frac{L_s}{R_r})i_{qs} + \sigma L_s \frac{di_{qs}}{dt} + \frac{L_s \phi_r^*}{L_m} \omega_m \\ \frac{d\omega_m}{dt} = \frac{p}{J} C_{em} - \frac{f}{J} \omega_m - \frac{p}{J} C_r \end{cases} \quad (I.40)$$

### I.6.2 Stratégie de la commande

Le rôle de la commande vectorielle est de maintenir le flux  $\phi_r^*$  constant par un contrôle du courant  $i_{ds}$ , et de contrôler le couple électromagnétique développé par la machine par un réglage du courant  $i_{qs}$ .

La commande vectorielle simplifiée tente de répondre à cet objectif en contrôlant le flux en boucle ouverte par l'introduction dans le calcul de la tension  $v_{ds}^*$  d'un terme de découplage visant à annuler l'action de l'axe (q) sur l'axe (d) [Buyse 91],[ Robyns 92]. Ce terme est représenté en traits interrompus à la figure (I.13), cette dernière montre que pour imposer le flux à sa valeur de référence, la tension  $v_{ds}^*$  peut être calculée par:

$$v_{ds}^* = \frac{R_s}{L_m} \phi_r^* - \sigma L_s \omega_s i_{qs} \quad (I.41)$$

Le calcul du terme de découplage nécessite la connaissance de  $\omega_s$  et  $i_{qs}$ . Le courant  $i_{qs}$  peut être déterminé soit en appliquant la transformation de Park sur les courants triphasés, soit estimé à partir de la tension de commande (afin de réduire les bruits de mesure) et la mesure de vitesse. L'estimation de  $i_{qs}$  est obtenue à partir de l'équation (I.40) comme suit:

$$\frac{d\hat{i}_{qs}}{dt} = (v_{qs}^* - (R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r) \hat{i}_{qs} - \frac{L_s}{L_m} \phi_r^* \omega_m) \frac{1}{\sigma L_s} \quad (I.42)$$

Alors que la vitesse  $\omega_s^*$  du référentiel, indispensable pour le calcul de  $v_{ds}^*$ , ainsi que pour réaliser les transformations de Park, est déduite à partir d'une estimation du glissement (calculée en fonction de l'estimation de  $i_{qs}$ ) et de la mesure de vitesse de rotation tel que:

$$\omega_s^* = \omega_m + \frac{L_m R_r}{L_r \phi_r^*} \hat{i}_{qs} \quad (I.43)$$

Donc la tension  $v_{ds}^*$  devient:

$$v_{ds}^* = \frac{R_s}{L_m} \phi_r^* - \sigma L_s \omega_s^* \hat{i}_{qs} \quad (I.44)$$

A partir de la figure(I.16) on remarque que la tension  $v_{qs}^*$  permet de commander le couple développé par la MAS de la même manière que la tension d'induit permet de commander le couple développé par la MCC à excitation séparée.

La tension  $v_{qs}^*$  est générée par un régulateur de vitesse ou de position. La conception du régulateur est basée sur le modèle linéaire monovariante (SISO) établi précédemment, ce qui facilite considérablement le calcul du régulateur.

### I.6.3 Commande en vitesse et en position d'une MAS basée sur un modèle simplifié

La figure (I.17) donne une vue globale des opérations à réaliser pour commander la vitesse ou la position de la machine asynchrone. La tension de commande  $v_{ds}^*$  est calculée par l'équation (I.44) en utilisant l'estimation (I.42). Par contre, la tension  $v_{qs}^*$  est fournie par un régulateur de type PI ou PID. Le système des tensions triphasées de référence à appliquer sur l'onduleur sera obtenu par une transformation inverse de Park appliquée aux grandeurs  $v_{ds}^*$  et  $v_{qs}^*$ .

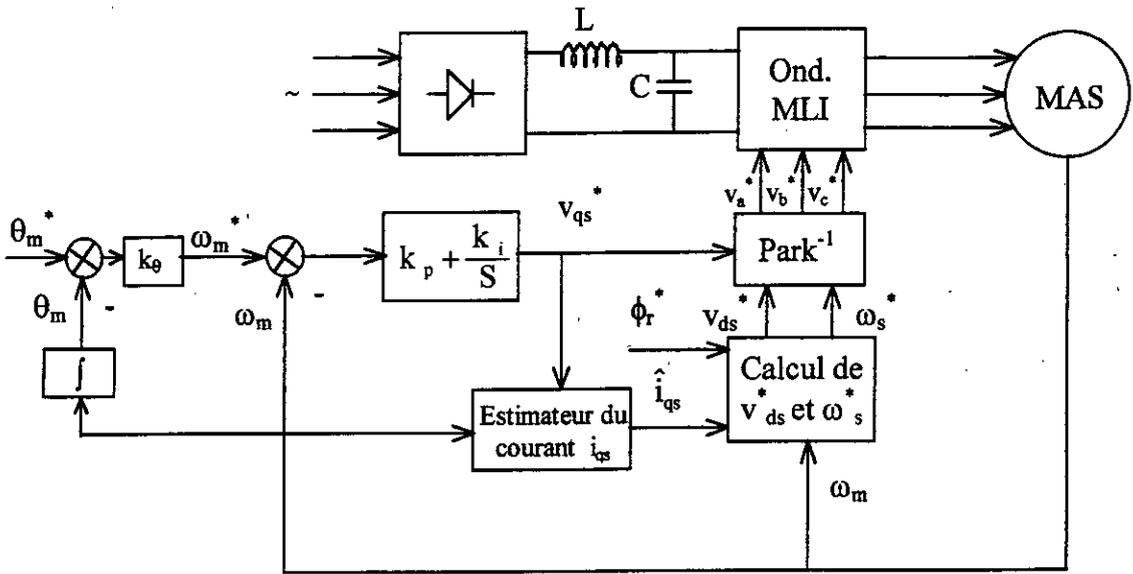


Fig. (I.17): Schéma bloc de la commande en position (vitesse) de la MAS.

**I.6.3.1 Synthèse des régulateurs de vitesse et de position**

Nous avons vu que, le flux pouvait être maintenu constant grâce à un retour d'état découplant l'axe (q) sur l'axe (d). Ce découplage a pour effet de ramener, en ce qui concerne la commande de la vitesse ou de la position, le modèle de la machine asynchrone à un modèle linéaire équivalent à celui d'une MCC à excitation indépendante. A l'aide de ce modèle, les régulateurs de vitesse et de position peuvent être synthétisés aisément au moyen des techniques classiques développées pour les systèmes linéaires.

La solution retenue, classique en électrotechnique, consiste à réguler la position au moyen d'un régulateur proportionnel en cascade avec un régulateur PI de vitesse figure (I.18).

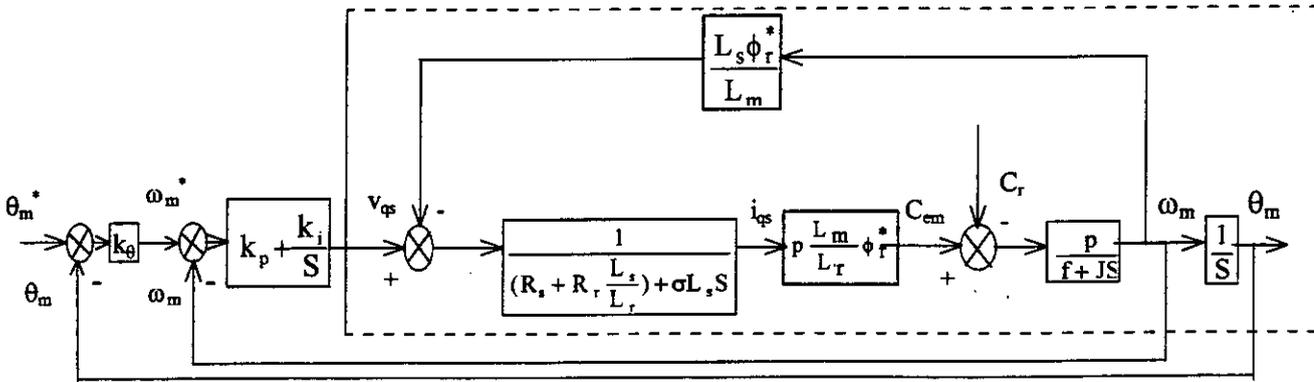


Fig. (I.18): Schéma bloc de la boucle de régulation position/vitesse.

- Synthèse d'un régulateur PI de vitesse:

La vitesse peut être contrôlée au moyen d'un régulateur PI dont les paramètres peuvent être calculés à partir de la figure (I.18). En négligeant la constante électrique  $\frac{\sigma L_s}{R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r} = 0.00359$

devant la constante du temps mécanique  $\frac{J}{f} = 3.875$ .

La fonction de transfert du système simplifié, qui possède comme entrée la tension  $v_{qs}$  et comme sortie la vitesse  $\omega_m$ , est la suivante:

$$\frac{\omega_m(s)}{v_{qs}(s)} = \frac{p^2 L_m \phi_r^*}{(R_s L_r + R_r L_s)(Js + f) + (p\phi_r^*)^2 L_s} \quad (I.45)$$

La boucle de régulation de la vitesse est présentée par la figure (I.19):

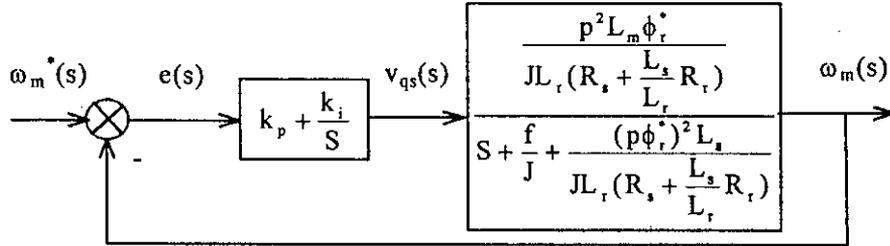


Fig. (I.19): Schéma fonctionnel de régulation de vitesse basé sur un modèle simplifié.

La fonction de transfert en boucle fermée est:

$$\frac{\omega_m(s)}{\omega_m^*(s)} = \frac{(k_p s + k_i) \frac{p^2 L_m \phi_r^*}{JL_r(R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r)}}{P(s)} \quad (I.46)$$

L'équation caractéristique en boucle fermée est donnée par:

$$P(s) = s^2 + (k_p + \frac{f}{J} + \frac{(p\phi_r^*)^2 L_s}{JL_r(R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r)})s + \frac{p^2 \phi_r^* L_m k_i}{JL_r(R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r)} = 0 \quad (I.47)$$

L'identification de cette équation avec une équation désirée, et qui possède deux pôles complexes conjugués  $s_{1,2} = \rho(-1 \pm j)$ , donne:

$$k_p = \frac{L_r(R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r)(2\rho JL_r - f) - (p\phi_r^*)^2 L_s}{p^2 \phi_r^* L_m} \quad \text{et} \quad k_i = \frac{2\rho^2 JL_r(R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r)}{p^2 \phi_r^* L_m} \quad (I.48)$$

- Synthèse du régulateur P:

La régulation de position est effectuée en ajoutant à une boucle de régulation de vitesse, une boucle supplémentaire de position dotée d'un régulateur proportionnel. Ceci revient en réalité à un régulateur PID où la partie dérivée n'agit pas sur la consigne de position, car cette action est naturelle pour la position.

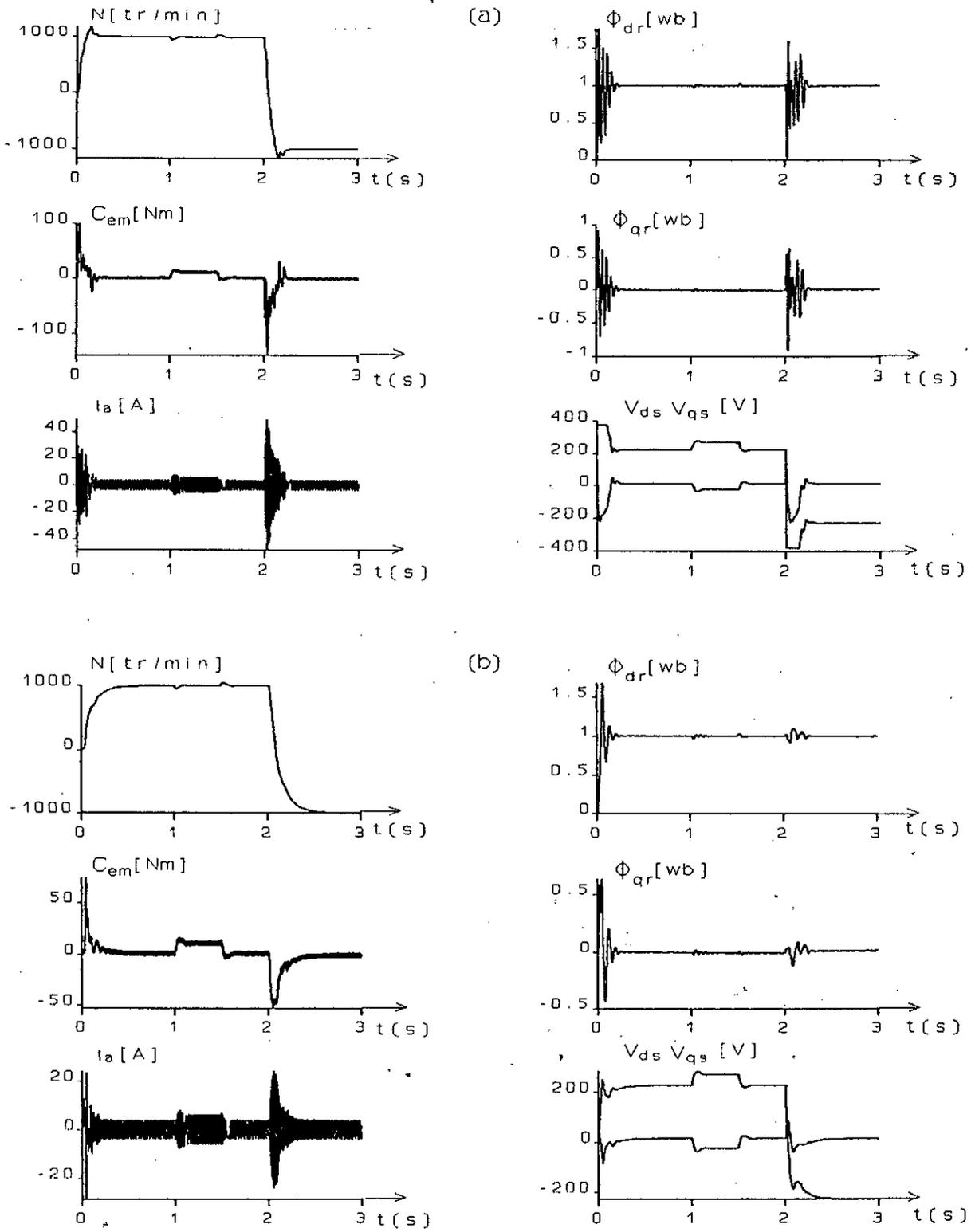
Le calcul du gain du régulateur proportionnel est menu selon les directives cité dans le paragraphe (I.4.1.2.2), donc:

$$k_0 = 10$$

### I.6.4 Résultats de simulation

Nous présentons quelques résultats de simulation qui montrent la faisabilité de l'approche simplifiée pour la commande de moteur asynchrone. Les coefficients des régulateurs PI utilisé dans le schéma bloc proposé sont choisis comme suit ( $T_r = 0.1115$ ,  $\rho = 25$ ,  $k_p = 2.4814$ ,  $k_i = 89.045$ ).

Les résultats obtenus sont regroupés sur les figures (I.20, 21). Comme on peut le constater, ces résultats montrent que la commande vectorielle simplifiée appliquée à la machine asynchrone donne des performances assez satisfaisantes.



Fig(I.20): Simulation du réglage de vitesse par la méthode indirecte simplifiée: a) sans filtre ; b) avec filtre.

Cependant, une amélioration doit être apportée à la réponse en couple de façon à ce que celui-ci ait une allure plus douce, ce qui diminuerait la pointe de courant de phase.

Notons que cet effet apparaît aux régimes transitoires à cause de l'absence d'un limiteur de courant intercalé dans la chaîne de régulation. Par contre dans le régime permanent, le flux est établi, la pointe de courant se trouve suffisamment atténuée.

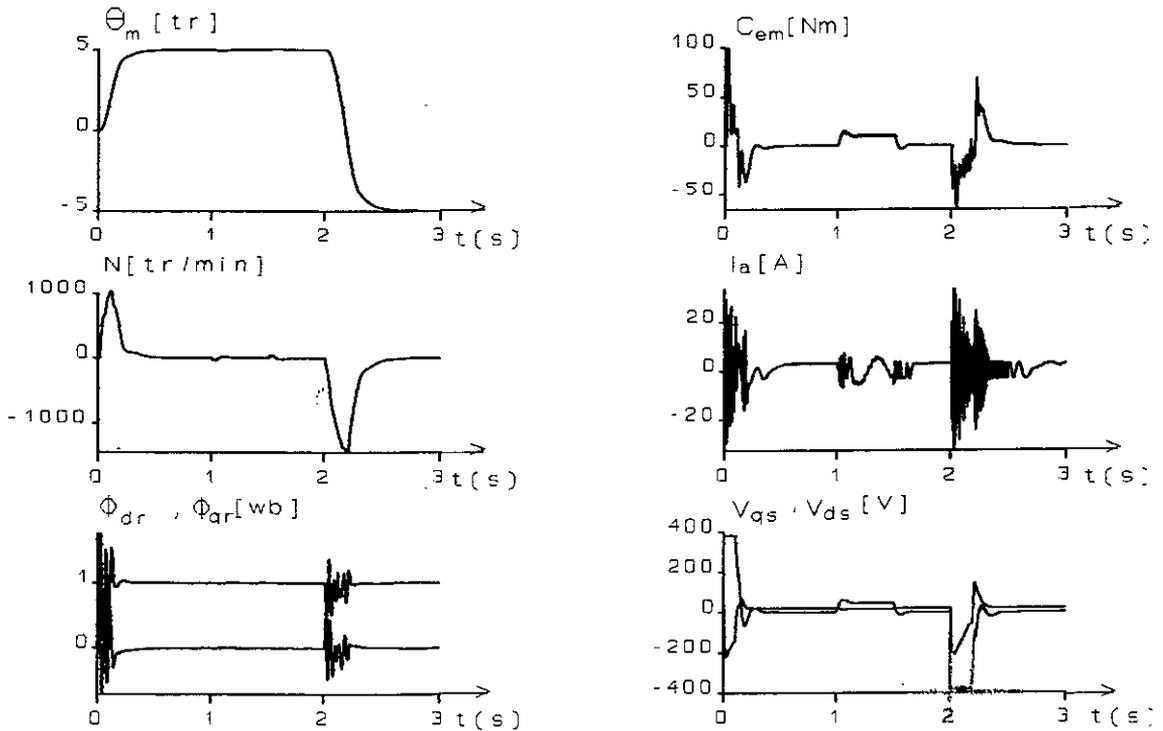


Fig. (I.21) : Simulation du réglage de position par la méthode indirecte simplifiée.

## I.7 CONCLUSION

La méthode du flux orienté appliquée depuis quelques années à la machine asynchrone et qui nous a servi pour l'obtention du modèle précédent, reste la méthode la plus répandue. En effet, celle-ci nous permet non seulement de simplifier le modèle de la machine mais aussi de découpler la régulation du couple de celle du flux.

La commande simplifiée que nous avons étudiée introduit un découplage par retour d'état en vue de linéariser le comportement du moteur asynchrone, et de pouvoir utiliser, pour les régulateurs de vitesse et de position, des techniques de commande développées pour les systèmes linéaires.

Il faut signaler que le régulateur PI ne permet pas en tout cas de maîtriser la régime transitoire. En outre, la faiblesse de la commande vectorielle simplifiée se traduit par l'apparition d'une pointe de courant très gênante pour le bon fonctionnement de la machine. C'est les raisons pour lesquelles nous consacrons le chapitre suivant au développement d'un régulateur d'état équipé d'un limiteur de courant.

On s'intéresse dans ce qui suit à l'application de la commande par retour d'état à placement de pôle sur une machine asynchrone alimentée en tension commandée par orientation du flux rotorique.

## Chapitre 99

### Commande par retour d'état de la machine asynchrone

Dans la commande des systèmes dynamiques, il est établi depuis fort longtemps que la technique de contre-réaction est un outil indispensable. Son utilisation entre dans le cadre de la stabilisation des processus en boucle ouverte et aussi dans la mise au point de dispositifs capables d'améliorer les performances des systèmes considérés. En effet, cette technique va introduire un changement dans l'emplacement des pôles du système et entraîne ainsi une modification dans la dynamique globale du système à régler (temps de réponse, dépassement, .etc..) [Astrom 90],[Buhler 88].

La méthode de placement des pôles permet d'imposer les pôles en boucle fermée dans un endroit désiré dans le plan des pôles. Ce placement des pôles en particulier va fixer certaines performances pour le système, mais sans tenir compte de l'énergie nécessaire à mettre en oeuvre lors de la réalisation physique [Friedland 72].

La théorie de réglage d'état par placement de pôles est basée sur le retour des variables d'état pour former la commande. Cette théorie n'a été introduite dans le domaine industriel qu'avec l'apparition du calculateur numérique et l'évolution technologique importante de l'électronique de puissance [Azzi 95],[Boucherit 95].

A l'heure actuelle, les travaux de recherche dans le domaine de la commande des machines électriques s'orientent de plus en plus vers l'application des techniques modernes de l'automatique. Ces techniques, qui évoluent continuellement d'une façon vertigineuse, permettent d'aboutir à des processus industriels de très haute qualité [Buhler 87],[Dote 88],[Sen 90].

Ce chapitre est consacré en premier lieu à l'application de la commande par retour d'état (avec un dimensionnement pseudo-continu et échantillonné) sur une machine asynchrone alimentée en tension commandée par orientation du flux rotorique. Le même travail est effectué avec un régulateur d'état partiel en second lieu.

#### II.1 REGLAGE PAR RETOUR D'ETAT

Le problème est définie lorsqu'on spécifie le processus, le critère à optimiser et la commande adoptée.

##### II.1.1 EQUATION D'ETAT DU SYSTEME CONTINU

Soit le système dynamique linéaire d'ordre  $n_s$ , sur lequel agit le vecteur de commande  $u$ , le vecteur de perturbation  $v$ , et qui possède un vecteur de sortie  $y_s$  et un vecteur d'état  $x_s$ , régit par l'équation différentielle suivante:

$$\begin{cases} \dot{x}_s(t) = A_s x_s(t) + B_s u(t) + B_{sv} v(t) \\ y_s(t) = C_s^t x_s(t) \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

$A_s(n_s \times n_s)$ : représente la matrice de dynamique du système,  $B_s(n_s \times m)$ : matrice des entrées de commande,  $B_{sv}(n_s \times r)$ : vecteur de perturbation extérieures,  $C_s(n_s \times p)$ : matrice d'observation.

### II.1.2 EQUATION D'ETAT DU SYSTEME ECHANTILLONNE

Le système linéaire échantillonné du système continu ainsi défini s'écrit:

$$\begin{cases} x_s[k+1] = F_s x_s[k] + H_s u[k] + H_{sv} v[k] \\ y_s[k] = C_s^t x_s[k] \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

avec:

$$F_s = \phi(t = T_e)$$

$$H_s = \left( \int_0^{T_e} \phi(\tau) d\tau \right) B_s = \psi(T_e) B_s$$

$$H_{sv} = \psi(T_e) B_{sv}$$

Ces équations déterminent l'état du système aux instants d'échantillonnage avec une période d'échantillonnage  $T_e$  et une matrice de transition définie analytiquement par:

$$\phi(t) = L^{-1}[\phi(s)] \quad \text{et} \quad \phi(s) = sI - A_s$$

### II.1.3 EQUATION DU REGULATEUR INTEGRATEUR

Pour annuler l'écart de réglage en régime établi, il est nécessaire d'introduire un régulateur intégrateur d'écrit par l'équation suivante:

$$x_r[k+1] = x_r[k] + w[k] - y_s[k] \quad (\text{II.3})$$

$w[k]$ : vecteur de consigne.

### II.1.4 STRUCTURE GENERALE DU REGLAGE D'ETAT

Le réglage par retour d'état adopté est basé sur une structure optimale obtenue par la minimisation d'un critère quadratique d'intégral définie par [Buhler 86]:

$$I = e^t[n] Q_e e[n] + x_r^t[n] Q_r x_r[n] + \sum_{k=0}^{n-1} (e^t[k] Q_e e[k] + x_r^t[k] Q_r x_r[k] + u^t[k] R u[k]) \quad (\text{II.4})$$

avec  $e[k] = w[k] - y_s[k]$

Les matrices  $Q_e$ ,  $Q_r$  et  $R$  sont des matrices de pondération respectivement pour l'écart du réglage  $e[k]$  le vecteur d'état du régulateur  $x_r[k]$ , et la commande  $u[k]$ . Ces matrices sont des matrices carrées, symétriques et définies positives.

La minimisation du critère d'intégrale, en faisant appel au principe d'optimisation de Bellman, permet d'obtenir la loi de commande suivante:

$$u[k] = -k_s^t x_s[k] + k_r x_r[k] + k_w w[k] - k_v v[k] \quad (\text{II.5})$$

La présence d'un retour d'état est particulièrement intéressante pour le concepteur qui se trouve ainsi ramené, en quelque sorte, à une structure comparable aux traditionnelles 'boucle

fermée' des régulateurs classiques. L'avantage de ces compensations en réaction et bien sûr de permettre de tenir compte en permanence de l'état du système physique.

La loi de commande définie par l'équation (II.5) nous permet d'élaborer la structure optimale pour un système monovisible comme le montre la figure (II.1) [Buhler 86]:

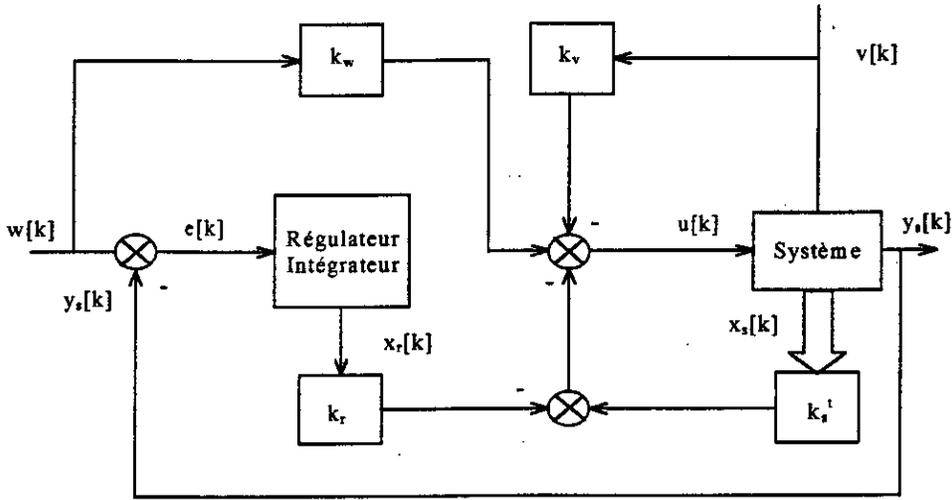


Fig. (II.1): Structure optimal de réglage.

### II.1.5 EQUATIONS DU REGLAGE

Le modèle mathématique échantillonné du système monovisible à régler est donné par:

$$\begin{cases} x_s[k+1] = F_s x_s[k] + H_s u[k] + H_{sv} v[k] \\ y_s[k] = C_s^t x_s[k] \end{cases} \quad (II.6)$$

Sachant que le régulateur intégrateur est régi par l'équation d'état suivante:

$$x_r[k+1] = x_r[k] + w[k] - C_s^t x_s[k] \quad (II.7)$$

En introduisant le vecteur d'état global:

$$x[k] = \begin{pmatrix} x_s[k] \\ x_r[k] \end{pmatrix}$$

Les équations d'état du système global deviennent:

$$\begin{cases} x[k+1] = Fx[k] + Hu[k] + H_w w[k] + H_v v[k] \\ y_s[k] = C^t x[k] \end{cases} \quad (II.8)$$

avec:

$$F = \begin{pmatrix} F_s & 0 \\ -C_s^t & 1 \end{pmatrix} ; \quad H = \begin{pmatrix} H_s \\ 0 \end{pmatrix} ; \quad H_w = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} ; \quad H_v = \begin{pmatrix} H_{sv} \\ 0 \end{pmatrix} ; \quad C^t = (C_s^t \quad 0)$$

Compte tenu de ce qui précède la loi de commande devient:

$$\begin{aligned} u[k] &= -k^t x[k] + k_w w[k] - k_v v[k] \\ \text{avec } k^t &= [k_s^t \quad -k_r] \end{aligned} \quad (II.9)$$

Connaissant la loi de commande, l'équation d'état du système global fermé s'écrit:

$$\begin{cases} x[k+1] = F_G x[k] + H_{Gw} w[k] + H_{Gv} v[k] \\ y_s[k] = C^t x[k] \end{cases} \quad (II.10)$$

avec:

$$F_G = F - H \cdot k^t$$

$$H_{GW} = H_w + H \cdot k_w$$

$$H_{GV} = H_v - H \cdot k_v$$

## II.1.6 DETERMINATION DES COEFFICIENTS DU REGLAGE D'ETAT

De l'expression de la commande, il apparaît clairement que le réglage n'est assuré qu'une fois les coefficients de réglage ( $k^t$ ,  $k_w$ ,  $k_v$ ) sont déterminés.

### II.1.6.1 Coefficients de la contre-réaction d'état ( $k^t$ )

Le calcul des coefficients de la contre-réaction d'état fait appel à la forme canonique de réglage qui nécessite la détermination de la matrice de transformation linéaire T selon l'algorithme suivant [Buhler 86]:

Soit  $T = S^{-1}$  tel que S est une matrice non singulière, définie récursivement à partir des vecteurs colonnes  $S_i$ ;  $i = 1, \dots, n = n_s + 1$  comme suit:

$$\begin{aligned} S_n &= H \\ S_{i-1} &= FS_i + a_{i-1}S_n \quad ; \quad \overline{i = 1, n-1} \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

où les  $a_i$  sont les coefficients de l'équation caractéristique du système global en boucle ouverte:

$$\det(zI - F) = \sum_{i=0}^n a_i z^i \quad ; \quad a_n = 1 \quad (\text{II.12})$$

Les coefficients de la contre-réaction d'état sont donnés par:

$$k^t = k_r^t T \quad \text{où} \quad k_n = \alpha_{i-1} - a_{i-1} \quad ; \quad \overline{i = 1, n} \quad (\text{II.13})$$

La détermination de  $k_r^t$  nécessite une assignation des pôles de manière à déterminer les coefficients  $\alpha_i$  désirés. Il faut noter que le choix des pôles dépend du comportement dynamique de l'équation caractéristique du système global en boucle fermée:

$$P(z) = \prod_{i=1}^n (z - z_i) = \sum_{i=0}^n \alpha_i z^i \quad ; \quad \alpha_n = 1 \quad (\text{II.14})$$

A noter que, si le système est d'ordre  $n \leq 4$ , il est possible de développer analytiquement le déterminant (II.12), on obtient ainsi le polynôme caractéristique en fonction des coefficients de la contre-réaction d'état. En identifiant les coefficients de ce polynôme avec les coefficients du polynôme (II.14), on peut trouver facilement les coefficients de la contre-réaction d'état.

### II.1.6.2 Coefficients de l'intervention directe des grandeurs de consigne et de perturbation

La détermination du coefficient  $k_w$  de l'intervention directe de la grandeur de consigne, utilise la méthode de compensation d'un pôle réel du système en boucle fermée [Buhler 86], donc:

$$k_w = \frac{k_r}{1 - z_i} \quad \text{où } z_i \text{ étant le pôle à compenser.} \quad (\text{II.15})$$

Par contre, pour le coefficient  $k_v$  de l'intervention directe du vecteur de perturbation, nous avons utilisé la méthode imposant l'état du régulateur intégrateur nulle en régime établi [Buhler 86], ce qui abouti à :

$$k_v = \frac{C_s^t(1 - F_s + H_s k_s^t)^{-1} H_{sv}}{C_s^t(1 - F_s + H_s k_s^t)^{-1} H_s} \quad (\text{II.16})$$

### II.1.7 COMMANDE EN VITESSE DE LA MACHINE ASYNCHRONE

La stratégie de commande choisie consiste à maintenir le flux  $\phi_r^*$  constant et de contrôler la vitesse ou la position de la machine au moyen de la tension  $v_{qs}^*$  appliquée à l'axe (q).

Dans le chapitre précédent, la tension de commande  $v_{qs}^*$  était calculée par un régulateur de type PI, alors que dans cette section elle est délivrée par un régulateur d'état dimensionné par la technique du placement de pôles.

La figure (II.2) donne un schéma global de la commande de vitesse proposée pour le moteur asynchrone. Le seul capteur utilisé dans la commande est un capteur de vitesse (génératrice tachémétrique 'GT').

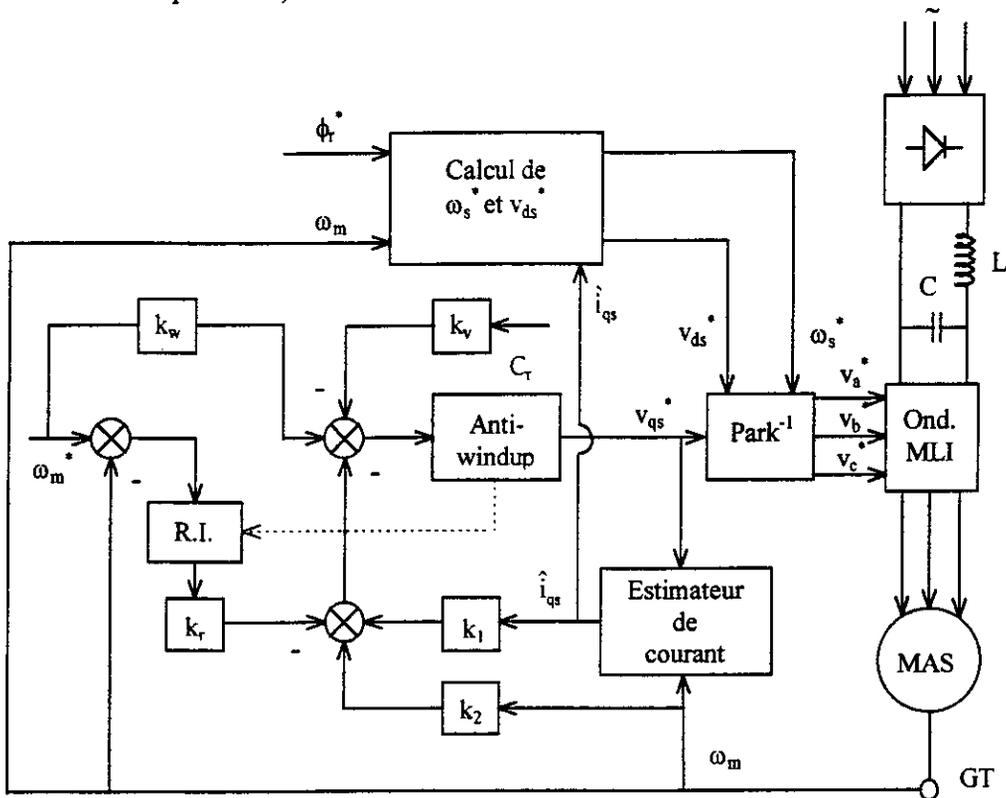


Fig. (II.2): Schéma bloc de la commande en vitesse par retour d'état d'une MAS.

Estimation du courant  $i_{qs}$  :

$$\hat{i}_{qs}[k+1] = \hat{i}_{qs}[k] + \frac{T_e}{\sigma L_s} (v_{qs}^*[k] - R_{eq} \hat{i}_{qs}[k] - \frac{L_s \phi_r^*}{L_m} \omega_m[k]) \quad (\text{II.17})$$

Calcul de  $v_{ds}^*$  et  $\omega_s^*$  :

$$\omega_s^*[k] = \omega_m[k] + \frac{L_m R_r}{L_r \phi_r^*} \hat{i}_{qs}[k]$$

$$v_{ds}^* = \frac{R_s}{L_m} \phi_r^* - \sigma L_s \omega_s^*[k] \cdot \hat{i}_{qs}[k]$$
(II.18)

Bloc de Limitation (système anti-windup):

Lorsqu'on dimensionne le réglage pour un comportement dynamique déterminé, on doit aussi prendre garde à la valeur maximale que peut prendre le courant  $i_{qs}$ . En effet, le courant  $i_{qs}$  peut être réduit par action sur l'emplacement des pôles dans le plan S en faisant décalé les pôles vers l'origine tout en gardant un amortissement relatif optimal. Cette méthode, malheureusement, à une réponse très lente lors de la variation de la consigne. En outre, l'impact de la perturbation est très important. Ce qui nous a obligé à introduire un dispositif de limitation pour le courant  $i_{qs}$  et la tension  $v_{qs}$  réalisé comme suit [Azzi 95],[Robyns 90]:

$$\left| v_{qs}[k] - \omega_m[k] \frac{L_s \phi_r^*}{L_m} \right| \leq R_s i_{qs}^{\max} \quad \text{avec} \quad |i_{qs}^{\max}| \leq \frac{L_r C_{em}^{\max}}{p L_m \phi_r^*}$$

et  $|v_{qs}[k]| \leq v_{qs}^{\max}$  (II.19)

où  $v_{qs}^{\max} = \sqrt{2} \cdot 220$  et  $C_{em}^{\max} = 3C_{em}^{no\ min\ al} = 30Nm$

A ces limitations, doit être associé un système anti-windup afin d'éviter un dépassement dû au fait que l'intégrateur continuerait à sommer une erreur qui ne correspond plus à la tension de commande. Ce phénomène dit phénomène d'emballerment de l'action intégrale (reset-windup) qui risque de détériorer les performances du système ou même de le déstabiliser. On corrige alors le sommateur de la manière représentée par la figure (II.3) [Buhler 88]:

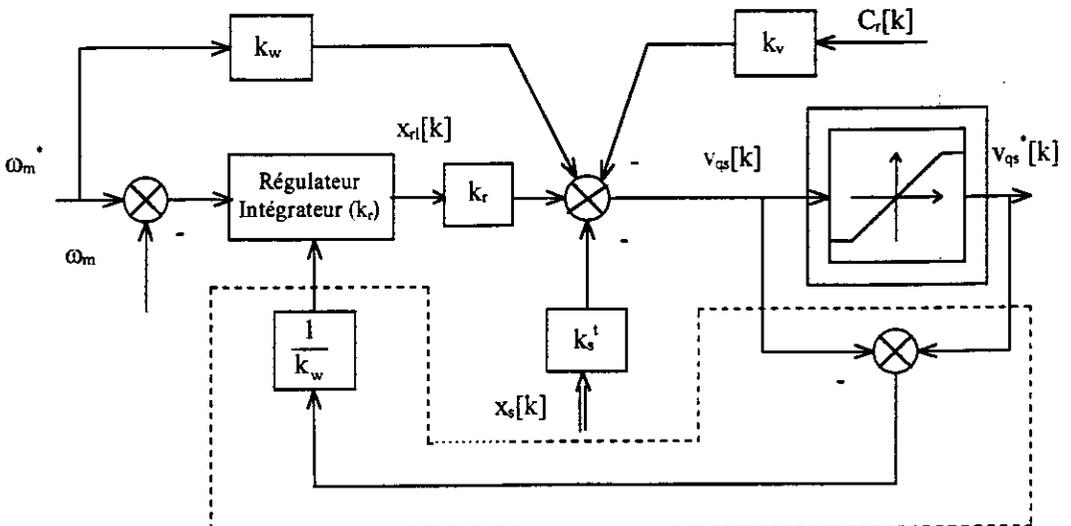


Fig. (II.3): Principe du système d'anti-windup.

La correction de la composante intégrale donne:

$$x_r[k + 1] = x_r[k] + \frac{v_{qs}^*[k] - v_{qs}[k]}{k_w}$$
(II.20)

### II.1.7.1 Synthèse du régulateur d'état

#### II.1.7.1.1 Dimensionnement pseudo-continu

En toute rigueur, les régulateurs digitaux doivent être synthétisés par les méthodes appropriées tenant compte du caractère échantillonné du système à régler. Cependant, sous certaines conditions, un traitement approximatif du réglage d'état digital à l'aide d'un système pseudo-continu est possible [Buhler 88],[Shieh 87].

En effet, Le modèle linéaire après orientation du champ est donné par:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{qs} \\ \omega_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sigma L_s} (R_s + \frac{L_s R_r}{L_r}) & -\frac{\phi_r^*}{\sigma L_m} \\ \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & -\frac{f}{J} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{qs} \\ \omega_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \sigma L_s \\ 0 \end{pmatrix} v_{qs} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{p}{J} \\ 0 \end{pmatrix} C_r \\ y_s = \omega_m \end{cases} \quad (II.21)$$

L'application numérique au moteur considéré donne:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{qs} \\ \omega_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -278.6031 & -34.1861 \\ 121.4975 & -0.2581 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{qs} \\ \omega_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 32.1858 \\ 0 \end{pmatrix} v_{qs} + \begin{pmatrix} 0 \\ -64.5161 \end{pmatrix} C_r \quad (II.22)$$

Ce système possède deux pôles en boucle ouverte:

$$s_1 = -262.7916 \quad \text{et} \quad s_2 = -16.0796$$

Le régulateur intégrateur est représenté par l'équation:

$$\frac{dx_r}{dt} = \frac{1}{T_i} (w - C_s^t x_s) = \frac{1}{T_i} (\omega_m^* - \omega_m) \quad (II.23)$$

$T_i$ : la constante d'intégration.

La commande est donnée par:

$$v_{qs} = K_w \omega_m^* + K_r x_r - K_v C_r - K_1 i_{qs} - K_2 \omega_m \quad (II.24)$$

L'équation d'état du système global fermé est:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{qs} \\ \omega_m \\ x_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_{eq}}{\sigma L_s} - \frac{K_1}{\sigma L_s} & -\frac{\phi_r^*}{\sigma L_m} - \frac{K_2}{\sigma L_s} & \frac{K_r}{\sigma L_s} \\ \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & -\frac{f}{J} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_i} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{qs} \\ \omega_m \\ x_r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{K_w}{\sigma L_s} \\ 0 \\ \frac{1}{T_i} \end{pmatrix} \omega_m^* + \begin{pmatrix} -\frac{K_v}{\sigma L_s} \\ -\frac{p}{J} \\ 0 \end{pmatrix} C_r \quad (II.25)$$

avec:

$$R_{eq} = R_s + \frac{L_s R_r}{L_r} \quad (\text{résistance équivalente})$$

L'équation caractéristique du système global en boucle fermée :

$$S^3 + \left(\frac{1}{\sigma L_s} (R_{eq} + K_1) + \frac{f}{J}\right) S^2 + \left(\frac{f}{J \sigma L_s} (R_{eq} + K_1) + \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} \left(\frac{\phi_r^*}{\sigma L_m} + \frac{K_2}{\sigma L_s}\right)\right) S + \frac{L_m \phi_r^* p^2 K_r}{\sigma L_r J L T_i} = 0 \tag{I.26}$$

D'autre part, cette équation peut être écrite sous la forme:

$$S^3 + \alpha_2 S^2 + \alpha_1 S + \alpha_0 = 0 \tag{II.27}$$

Sans faire appel à la forme canonique de réglage, il suffit de faire l'identification entre les deux équation caractéristiques (II.26) et (II.27), ce qui conduit à:

$$\begin{cases} K_r = \alpha_0 \frac{L_r J \sigma L_s T_i}{L_m \phi_r^* p^2} \\ K_1 = \left(\alpha_2 - \frac{f}{J}\right) \sigma L_s - R_{eq} \\ K_2 = \left(\alpha_1 - \frac{f}{J \sigma L_s} (R_{eq} + K_1)\right) \frac{J \sigma L_s L_r}{L_m \phi_r^* p^2} - \frac{L_s}{L_m} \phi_r^* \end{cases} \tag{II.28}$$

Afin de garantir un comportement stable, il est indispensable que les trois pôles à imposer possèdent une valeur réelle négative. Par ailleurs, il est judicieux de choisir deux pôles complexes conjugués avec partie imaginaire égale à la partie réelle, et l'autre un pôle réel sur la même verticale pour assurer un amortissement relatif optimal figure (II.4) d'ou:

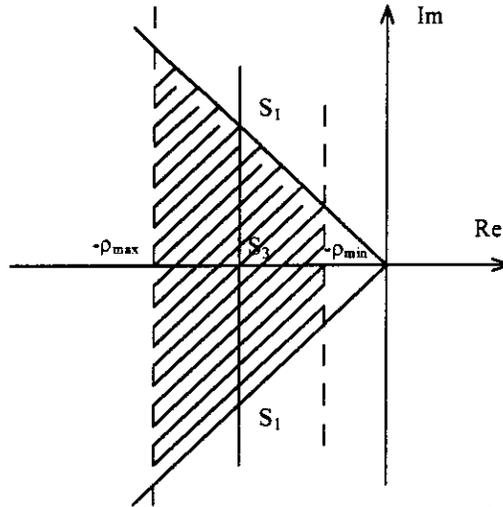


Fig. (II.4): Domaine du placement des pôles dans le plan S

$$S_{1,2} = -\rho \pm j\rho \quad \text{et} \quad S_3 = -\rho \quad \text{avec} \quad \rho \geq \rho_{min}$$

En utilisant le théorème de Viète donné par [Fuhler 88]:

$$\begin{aligned} \alpha_{n-1} &= -(S_1 + S_2 + \dots + S_n) \\ \alpha_{n-2} &= S_1 S_2 + S_1 S_3 + \dots + S_{n-1} S_n \\ &\vdots \\ \alpha_0 &= (-1)^n S_1 S_2 \dots S_n \end{aligned} \tag{II.29}$$

Dans notre cas, on aura :  $\alpha_2 = 3\rho$  ;  $\alpha_1 = 4\rho^2$  ;  $\alpha_0 = 2\rho^3$

$k_w$  est choisie de façon à compenser un pôle réel du système global fermé tel que:

$$K_w = -\frac{K_r}{S_1 T_i} \quad \text{avec } S_1 = -\rho: \text{ le pôle à compenser} \quad (\text{II.30})$$

$$K_w = \frac{K_r}{\rho T_i}$$

En exigeant que la grandeur d'état du régulateur intégrateur soit nulle en régime établi,  $k_v$  s'exprime par:

$$K_v = -\frac{L_r(K_i + R_{eq})}{pL_m \phi_r^*} \quad (\text{II.31})$$

Après avoir déterminé les coefficients du régulateur continu, il est possible d'avoir les coefficients du régulateur digital. En faisant la comparaison entre un régulateur digital et un régulateur continu, Buhler [Buhler 88] a montré:

$$\begin{pmatrix} k_w \\ k_v \\ k_r \\ k_s^t \end{pmatrix}_{\text{Digital}} = \begin{pmatrix} K_w + \frac{K_r}{2} \\ K_v \\ K_r \\ K_s^t + \frac{K_r}{2} C_s^t \end{pmatrix}_{\text{Continu}} \quad ; \text{ de plus } T_i = T_e \quad (\text{II.32})$$

### II.1.7.1.2 Dimensionnement échantillonné

Le choix de la période d'échantillonnage est une condition primordiale dans la détermination des matrices du système discret. Dans notre cas le choix de la période d'échantillonnage  $T_e$  est fonction de la plus petite constante de temps du modèle linéaire ( $\tau_e=3.8$  ms) tel que:

$$T_e \leq \frac{\tau_e}{2}$$

Pour la suite, nous avons imposé  $T_e = 1\text{ms}$ .

Equation d'état du système échantillonné:

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} i_{qs}[k+1] \\ \omega_m[k+1] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.75511 & -0.02982 \\ 0.10597 & 0.99780 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{qs}[k] \\ \omega_m[k] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.02807 \\ 0.00178 \end{pmatrix} v_{qs} + \begin{pmatrix} 0.00101 \\ -0.06447 \end{pmatrix} C_r \\ y_s[k] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_{qs}[k] \\ \omega_m[k] \end{pmatrix} = \omega_m[k] \end{cases} \quad (\text{II.33})$$

Equation d'état du système augmenté:

$$\begin{pmatrix} i_{qs}[k+1] \\ \omega_m[k+1] \\ x_r[k+1] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.75511 & -0.02982 & 0 \\ 0.10597 & 0.99780 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{qs}[k] \\ \omega_m[k] \\ x_r[k] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.02807 \\ 0.00178 \\ 0 \end{pmatrix} v_{qs}[k] + \begin{pmatrix} 0.00101 \\ -0.06447 \\ 0 \end{pmatrix} C_r + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \omega_m^* \quad (\text{II.34})$$

L'équation caractéristique en boucle ouverte:

$$\det(zI - F) = z^3 - 2.7530z^2 + 2.5096z - 0.7566$$

$$\text{donc } a_0 = -0.7566; \quad a_1 = 2.5096; \quad a_2 = -2.7530$$
(II.35)

La matrice de transformation T:

$$T = \begin{pmatrix} 9.7519 & -153.3734 & -293.0988 \\ -8.8866 & 139.7650 & -293.0988 \\ 8.0981 & 432.8277 & -293.0988 \end{pmatrix}$$
(II.36)

Afin d'obtenir un comportement dynamique satisfaisant du réglage d'état, il est judicieux d'imposer des pôles qui garantissent un amortissement relatif optimal [Buhler 88], comme l'indique la figure (II.5) tel que:

$$z_i = e^{-\omega_i T_e} (\cos(\omega_i T_e) \pm j \sin(\omega_i T_e))$$

$$z_i (\text{réels}) = e^{-\omega_i T_e}$$
(II.37)

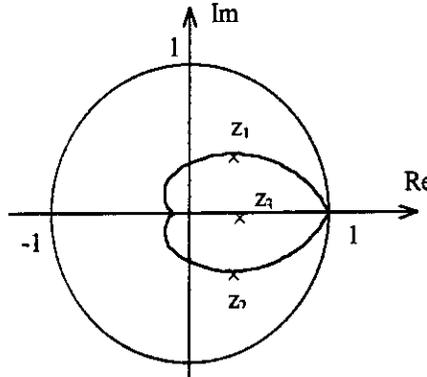


Fig. (II.5): Domaine du placement des pôles dans le plan Z

Le dimensionnement du régulateur d'état est effectué pour plusieurs placements de pôles, ce qui nous a permis d'établir le tableau ci-dessous:

$\alpha = \omega_i T_e$	pôles	$k_1$	$k_2$	$k_r$	$k_w$	$k_v$
0.045	$0.9550 \pm j 0.0430$ 0.9560	-4.1045	1.1970	0.0499	1.1348	-2.4164
0.05	$0.9500 \pm j 0.0475$ 0.9512	-3.6121	1.7140	0.0680	1.3940	-2.6778
0.1	$0.9003 \pm j 0.0903$ 0.9048	1.0862	9.5181	0.5048	5.3041	-5.1727
0.5	$0.5323 \pm j 0.2908$ 0.6065	27.2586	177.3416	34.9803	88.9021	-19.0704
1	$0.1988 \pm j 0.3096$ 0.3679	42.7883	440.4524	136.6956	216.2493	-27.3168
1.5	$0.0158 \pm j 0.2226$ 0.2231	49.2986	624.1596	231.8483	298.4390	-30.7738

Tableau (II.1)

### II.1.7.2 Résultats de simulation

Les figures (II.6, II.7) montrent un démarrage à vide avec une référence de 1000 tr/min. Lorsque le régime permanent est établi, un couple résistant nominal est appliqué à  $t = 1$ s pendant 0.5s. Ensuite, une inversion du sens de rotation est effectuée à l'instant  $t = 2$ s.

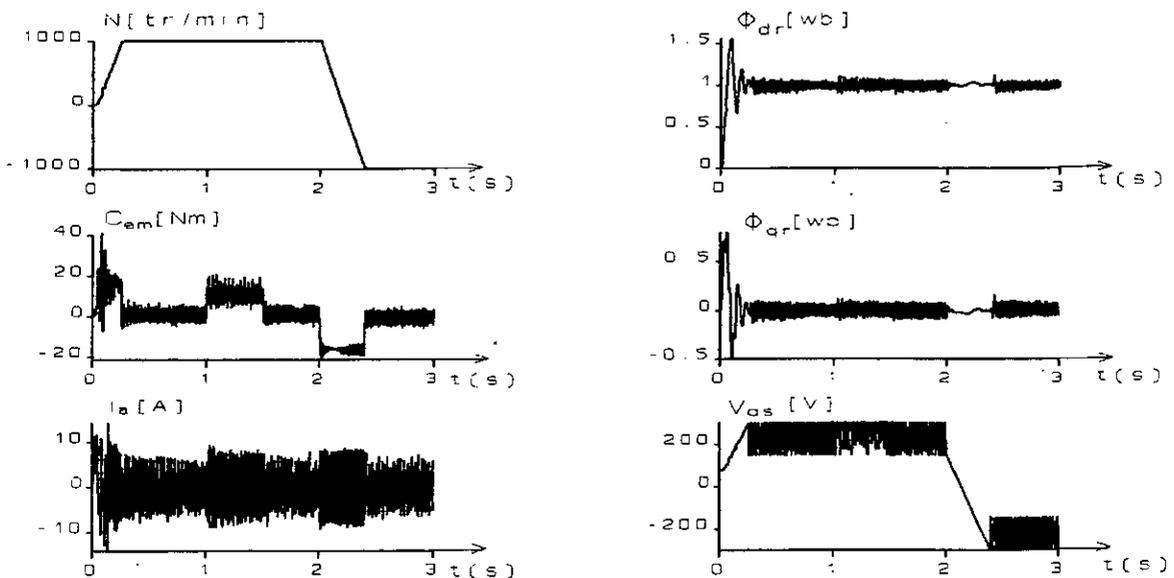
Sur la base de nos résultats présentes par la figure (II.7), simulés pour (a)  $\rho = 50$ , b)  $\alpha = 0.045$ ), nous remarquons dans ce cas que la dynamique de régulation est bien meilleure que dans le cas d'un réglage PI. En outre, l'impact de la perturbation est réduit, ceci est dû à l'effet de compensation de la grandeur de perturbation (supposée mesurable).

La commande classique par un régulateur PI est beaucoup plus simple à mettre en oeuvre alors que la commande par retour d'état nécessite plusieurs essais pour trouver le meilleur emplacement des pôles, sans qu'il y ait toutefois unicité de la solution.

Concernant le découplage nous avons obtenu de meilleurs résultats avec la commande par retour d'état à placement de pôles, on constate que le découplage entre le flux et le couple est assuré.

Le réglage d'état permet d'atteindre théoriquement des dynamiques de vitesse extrêmement rapides exigeant un appel de puissance très élevé, ce qui nous oblige à limiter le courant. Cette limitation va imposer sa dynamique. La figure (II.6) montre que lorsque l'onduleur fonctionne à une faible fréquence de commutation (1.1kHz), les gains élevés (calculés pour  $\alpha = 1.5$ ) favorisent l'amplification des bruits provenant de l'onduleur.

En comparant les deux types de dimensionnement (pseudo-continu, échantillonné) nous n'avons pas trouvé de grandes différences entre leurs résultats de simulation. L'avantage du pseudo-continu réside dans le fait que sa formulation mathématique peut être conservée en cas de changement de la machine.



Fig(II.6): Simulation du réglage de vitesse par un régulateur d'état (dimensionnement échantillonné avec  $\alpha = 1.5$ ).

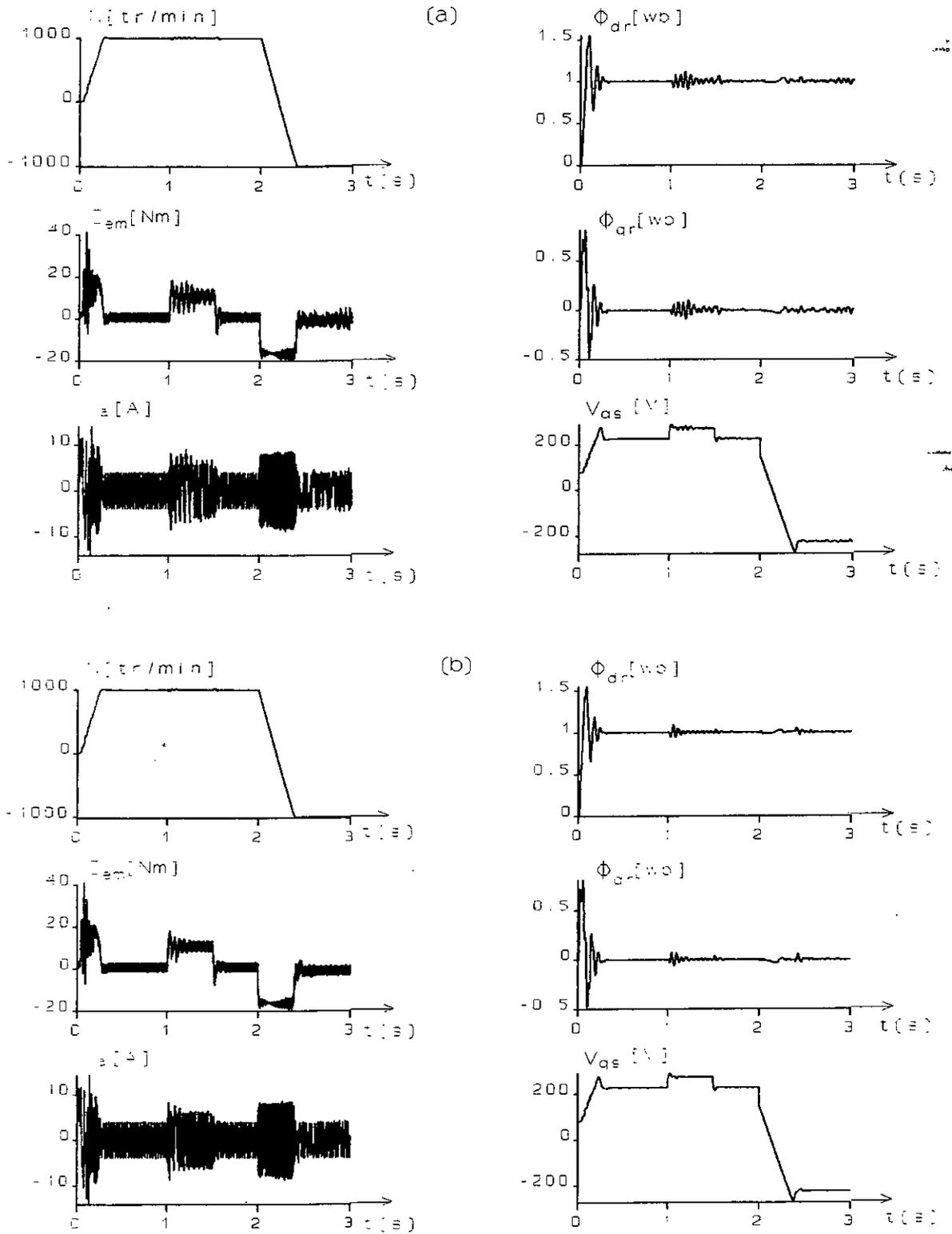


Fig.(II.7): Simulation du réglage de vitesse par un régulateur d'état : a) dimensionnement pseudo-continu; b) dimensionnement échantillonné.

**II.1.8 COMMANDE EN POSITION DE LA MAS**

La figure (II.8) représente un schéma global de la commande de position d'une machine asynchrone par un régulateur d'état.

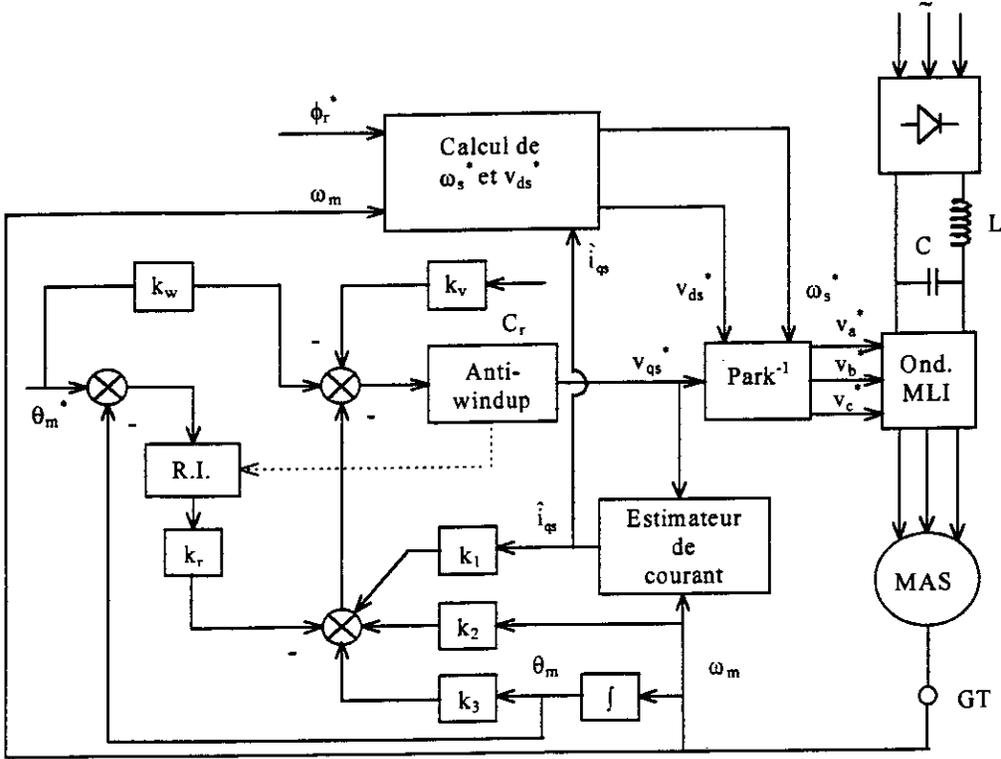


Fig. (II.8): Schéma bloc de la commande en position par retour d'état d'une MAS.

**II.1.8.1 Synthèse du régulateur d'état**

**II.1.8.1.1 Dimensionnement pseudo-continu**

Le modèle SISO adopté pour la commande en position est donné par:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{qs} \\ \omega_m \\ \theta_m \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -\frac{R_{eq}}{\sigma L_s} & -\frac{\phi_r^*}{\sigma L_m} & 0 \\ \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & \frac{f}{J} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{qs} \\ \omega_m \\ \theta_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \sigma L_s \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} v_{qs} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{p}{J} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} C_r \\ y_s &= [0 \quad 0 \quad 1] \begin{pmatrix} i_{qs} \\ \omega_m \\ \theta_m \end{pmatrix} = \theta_m \end{aligned} \right. \quad (II.39)$$

Le système augmenté par un régulateur intégrateur est le suivant:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{qs} \\ \omega_m \\ \theta_m \\ x_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_{eq}}{\sigma L_s} & -\frac{\phi_r^*}{\sigma L_m} & 0 & 0 \\ \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & \frac{f}{J} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_i} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{qs} \\ \omega_m \\ \theta_m \\ x_r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \sigma L_s \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} v_{qs} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{p}{J} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} C_r + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{T_i} \end{pmatrix} \theta_m^* \quad (II.40)$$

Avec une loi de commande de la forme:

$$v_{qs} = K_w \theta_m^* + K_r x_r - K_v C_r - K_1 i_{qs} - K_2 \omega_m - K_3 \theta_m \quad (II.41)$$

le système en boucle fermée devient:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{qs} \\ \omega_m \\ \theta_m \\ x_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{R_{eq} + K_1}{\sigma L_s} & \frac{\phi_r^*}{\sigma L_m} - \frac{K_2}{\sigma L_s} & -\frac{K_3}{\sigma L_s} & \frac{K_r}{\sigma L_s} \\ \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & -\frac{f}{J} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_i} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{qs} \\ \omega_m \\ \theta_m \\ x_r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{K_v}{\sigma L_s} \\ -\frac{p}{J} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} C_r + \begin{pmatrix} \frac{K_w}{\sigma L_s} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{T_i} \end{pmatrix} \theta_m^* \quad (II.42)$$

L'équation caractéristique en boucle fermée:

$$s^4 - \left( \frac{R_{eq} + K_1}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) s^3 + \frac{1}{\sigma L_s} \left( (R_{eq} + K_1) \frac{f}{J} + \left( \frac{\phi_r^* L_s}{L_m} + K_2 \right) \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} \right) s^2 + \frac{K_3 L_m \phi_r^* p^2}{\sigma L_s L_r J} s + \frac{K_r L_m \phi_r^* p^2}{T_i \sigma L_s L_r J} = 0 \quad (II.43)$$

Cette même équation est donnée sous une autre forme :

$$s^4 + \alpha_3 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0 = 0 \quad (II.44)$$

L'identification terme à terme des deux équations (II. 43) et (II.44) nous conduit à:

$$\begin{cases} K_1 = \sigma L_s \left( \alpha_3 - \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} - \frac{f}{J} \right) \\ K_2 = \frac{\sigma L_s J L_r}{L_m \phi_r^* p^2} \left( \alpha_2 - \frac{\phi_r^{*2} p^2}{\sigma L_r J} - \frac{R_{eq} f}{\sigma L_s J} - \frac{K_1 f}{\sigma L_s J} \right) \\ K_3 = \frac{\alpha_1 \sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \\ K_r = \frac{\alpha_0 T_i \sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \end{cases} \quad (II.45)$$

En imposant deux pôles complexes conjugués et deux pôles réels confondus sur la même verticale tels que:

$$s_{1,2} = \rho(-1 \pm j) \quad \text{et} \quad s_{3,4} = -\rho$$

Les  $\alpha_i$  sont déterminés à l'aide du théorème de Viète:

$$\alpha_3 = 4\rho; \quad \alpha_2 = 5\rho^2; \quad \alpha_1 = 6\rho^3; \quad \alpha_0 = 2\rho^4$$

Les coefficients d'intervention directe sont:

$$K_w = \frac{K_r}{\rho T_i} \quad \text{et} \quad K_v = -\frac{L_r}{p L_m \phi_r^*} (R_{eq} + K_1) \quad (II.46)$$

On remarque bien que les coefficients de l'intervention directe de consigne et de perturbation sont identiques à ceux du régulateur de vitesse.

Le passage entre les deux régulateurs : continu et digital est assuré par l'équation suivante:

$$\begin{aligned} k_w &= K_w + \frac{K_r}{2} & ; & & k_3 &= K_3 + \frac{K_r}{2} \\ k_v &= K_v & ; & & k_r &= K_r & ; & & k_1 &= K_1 & ; & & k_2 &= K_2 & ; & & T_i &= T_e \end{aligned} \quad (II.47)$$

### II.1.8.1.2 Dimensionnement échantillonné

Equation aux différences du système pour la commande en position est donnée par:

$$\left\{ \begin{aligned} \begin{pmatrix} i_{qs}[k+1] \\ \omega_m[k+1] \\ \theta_m[k+1] \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0.7551 & -0.0298 & 0 \\ 0.1060 & 0.9978 & 0 \\ 0.0001 & 0.0010 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{qs}[k] \\ \omega_m[k] \\ \theta_m[k] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.0281 \\ 0.0018 \\ 6.0868 \times 10^{-7} \end{pmatrix} v_{qs}[k] + \begin{pmatrix} 0.0010 \\ -0.0645 \\ -3.2245 \times 10^{-5} \end{pmatrix} C_r[k] \\ y_s &= (0 \quad 0 \quad 1) \begin{pmatrix} i_{qs}[k] \\ \omega_m[k] \\ \theta_m[k] \end{pmatrix} = \theta_m[k] \end{aligned} \right. \quad (II.48)$$

Le système augmenté par l'état du régulateur intégrateur est:

$$\begin{pmatrix} i_{qs}[k+1] \\ \omega_m[k+1] \\ \theta_m[k+1] \\ x_r[k+1] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.7551 & -0.0298 & 0 & 0 \\ 0.1060 & 0.9978 & 0 & 0 \\ 0.0001 & 0.0010 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{qs}[k] \\ \omega_m[k] \\ \theta_m[k] \\ x_r[k] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.0281 \\ 0.0018 \\ 6.0868 \times 10^{-7} \\ 0 \end{pmatrix} v_{qs}[k] + \begin{pmatrix} 0.0010 \\ -0.0645 \\ -3.2245 \times 10^{-5} \\ 0 \end{pmatrix} C_r[k] + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \theta_m^* \quad (II.49)$$

L'équation caractéristique en boucle ouverte:

$$\begin{aligned} z^4 - 3.7530z^3 + 5.2626z^2 - 3.2662z + 0.7566 &= 0 \\ \text{donc } a_0 &= 0.7566 ; a_1 = -3.2662 ; a_2 = 5.2626 ; a_3 = -3.7530 \end{aligned} \quad (II.50)$$

La matrice de transformation linéaire est:

$$T = \begin{pmatrix} -9.6858 & 254.5947 & -299902.5647 & -293098.7844 \\ 3.0300 & -45.3349 & -6803.7803 & -293098.7844 \\ -2.8927 & -52.1261 & 286295.0041 & -293098.7844 \\ 8.1694 & 234.1415 & 579393.7885 & -293098.7844 \end{pmatrix} \quad (II.51)$$

En faisant plusieurs impositions de pôles (deux complexes conjugués et deux réels confondus), les gains et les coefficients de l'intervention directe sont regroupés dans le tableau(II.2):

$\alpha$	pôles	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_r$	$k_w$	$k_v$
0.02	$0.98 \pm j0.0196$ 0.9802	-5.9471	-0.2727	13.6062	0.0901	4.5511	-1.4359
0.04	$0.96 \pm j0.0384$ 0.9608	-3.2880	2.0082	105.2823	1.3855	35.3342	-2.8499
0.06	$0.9401 \pm j0.0565$ 0.9418	-0.7476	5.6414	343.7216	6.7401	115.7381	-4.1989
0.1	$0.900 \pm j0.0903$ 0.9048	4	16.5	1489.5	48	504.8	-6.7

Tableau (II.2)

### II.1.8.2 Résultats de simulation

Les résultats obtenus par les différentes simulations démontrent la faisabilité d'une commande de position basée sur un modèle réduit.

Les résultats obtenus par la figure (II.9) ( $\rho = 15$ ,  $\alpha = 0.02$ ), montrent la réponse du moteur à une consigne de position (5 tr). On remarque qu'après un régime transitoire, le couple et la vitesse s'annulent tandis que le courant de ligne devient pratiquement continu. Par ailleurs, le système rejette totalement la perturbation introduite à  $t=1s$  et  $t=1.5s$ .

En effet, le couple compense la perturbation de charge. Nous observant que le courant devient sinusoïdale. Ce résultat est attendu, car le système nécessite une énergie pour compenser l'effet de la perturbation.

Nous remarquons que l'introduction de la limitation permet de contrôler le régime transitoire et d'améliorer les performances. Nous constatons également que la dynamique de régulation est nettement meilleure que dans le cas d'un régulateur PI.

La figure (II.10) montre que lorsque le réglage devient de plus en plus rapide ( $\alpha = 0.1$ ), il est indispensable de rétrécir la bande limite de la tension de commande afin d'éviter le dépassement excessif de la position.

A fréquence de synchronisme nulle, le comportement de la machine est purement résistant. La circulation d'un courant continu dans le bobinage statorique provoque, selon l'effet de Joule, un échauffement excessif de la machine. Ceci exige, évidemment, que le variateur de position doit être équipé par un dispositif de ventilation mis à l'extérieur de la machine afin d'éviter d'une part, l'usure de la machine, et d'autre part, la dégradation des performances de sa commande.

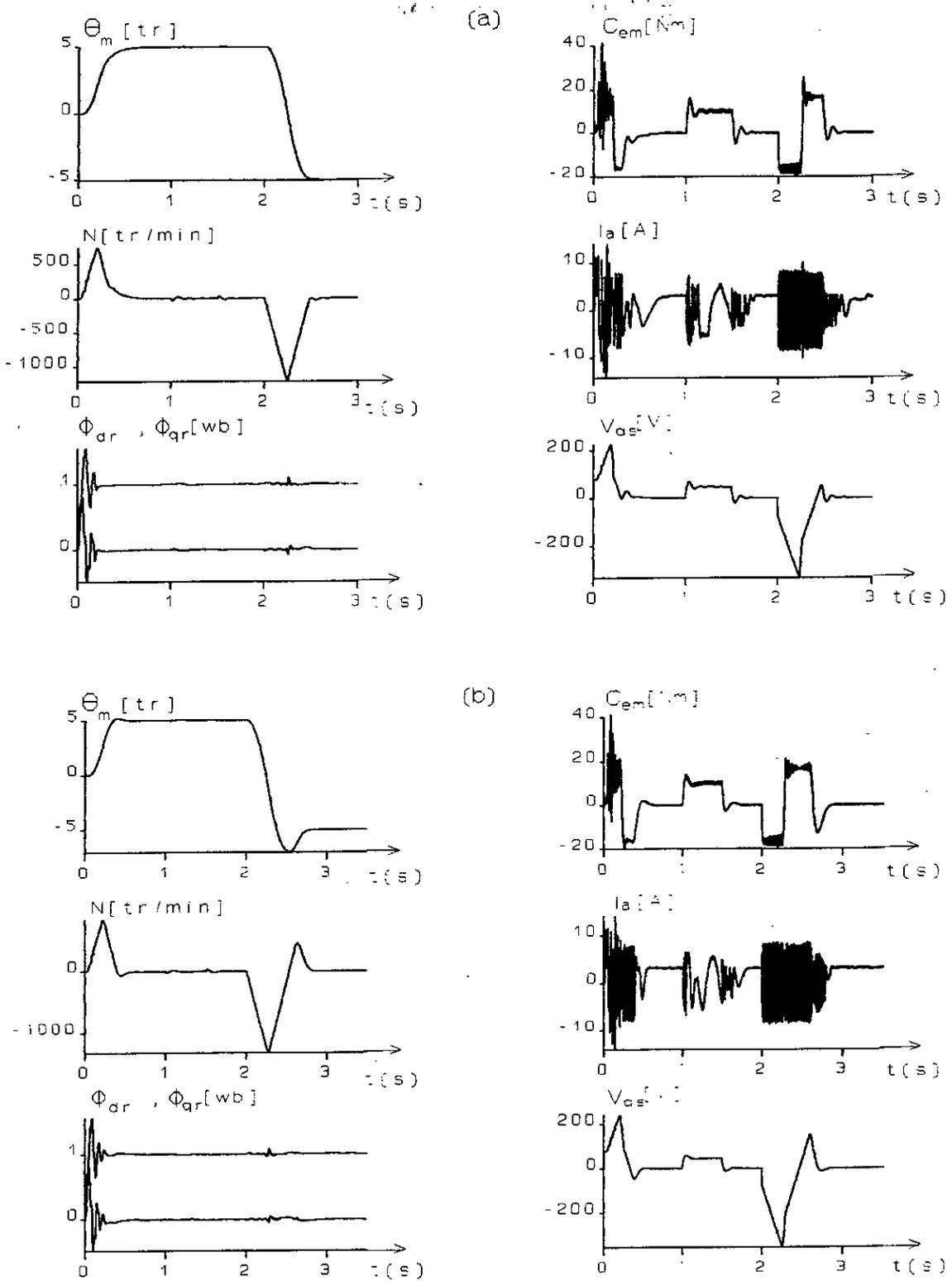


Fig. (II.9): Simulation du réglage de position avec un régulateur d'état : a) dimensionnement pseudo-continu; b) dimensionnement échantillonné.

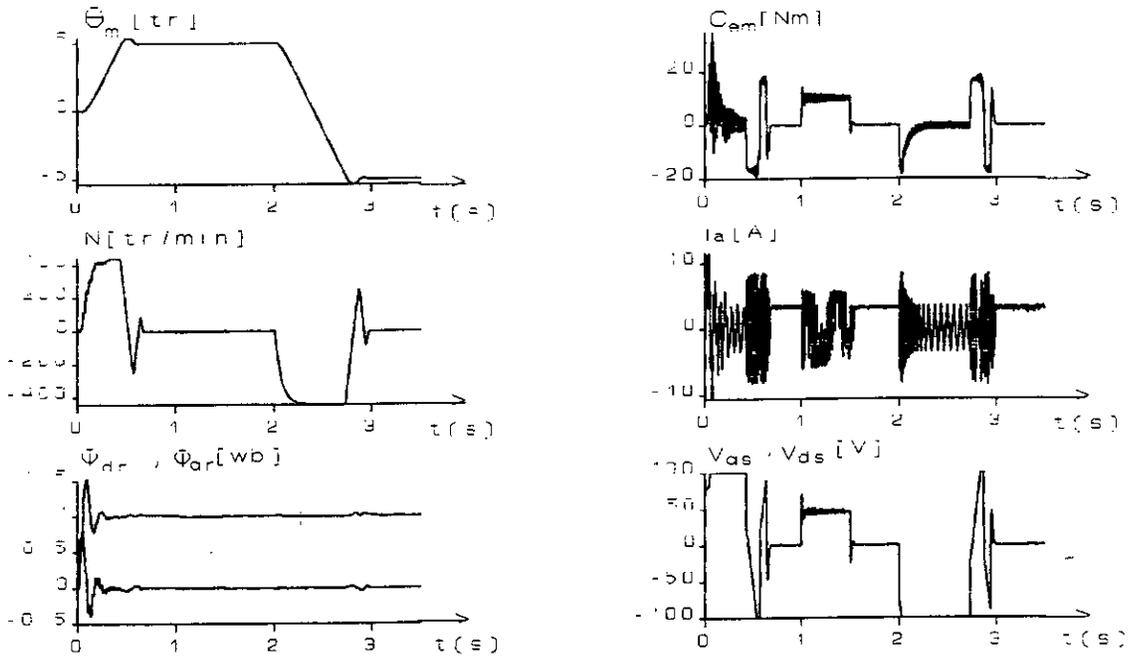


Fig. (II.10): Simulation du réglage de position par un régulateur d'état (dimensionnement échantillonné :  $\alpha = 0.1$ ) avec limitation en tension de  $\pm 100$  V.

### II.2 REGLAGE D'ETAT PARTIEL

Lors de l'application du réglage par retour d'état certains processus peuvent avoir un nombre élevé de variables d'état dont certaines variables ne sont pas mesurables. Pour contourner ce problème deux solutions sont envisagées [Buhler 86]:

- Le recours à un observateur;
- La contre-réaction d'état partiel.

Pour la commande par retour d'état de la machine asynchrone le courant  $i_{qs}$  n'étant pas régulé, il peut être omis dans la loi de commande. En outre, en éliminant le dispositif de mesure de courant, le montage devient plus simple. Ceci, nécessite de faire appel à un retour d'état partiel.

Pour les grandeurs d'état qui ne sont pas mis en contre-réaction, les coefficients du vecteur ligne  $k^t$  relatifs à ces grandeurs sont imposés à zéro. Dans ce cas, seul les pôles correspondant au retour d'état sont imposés en boucle fermée.

#### II.2.1 ASPECT THEORIQUE DU PROBLEME

Afin de déterminer les gains de la contre-réaction partielle, il est nécessaire de décomposer le vecteur ligne  $k^t$  de manière à séparer les coefficients relatifs aux pôles imposés de ceux des pôles libres; La relation entre le vecteur  $k^t$  et les coefficients  $\alpha_i$  de l'équation caractéristique est donnée par:

$$k^t = (\alpha_0 \quad \alpha_1 \quad \dots \quad \alpha_{n-1} \quad 1)E = (\alpha^t \quad 1)E$$

$$\text{ou } \alpha^t = (\alpha_0 \quad \alpha_1 \quad \dots \quad \alpha_{n-1}) \text{ et } E^t = \begin{pmatrix} e^t \\ e^t F \\ \vdots \\ e^t F^n \end{pmatrix} \quad (II.54)$$

avec  $e^t = (0 \dots 1)Q_c^{-1}$  et  $Q_c = (H \quad FH \quad \dots \quad F^{n-1}H)$

Ainsi, la décomposition du vecteur ligne  $k^t$  en deux vecteurs lignes  $k_a^t$  et  $k_b^t$  entraîne une décomposition de la matrice E selon l'équation [Boucherit 95],[ Buhler 86]:

$$k^t = (k_a^t \quad k_b^t)(E_a \quad E_b) \text{ tel que: } E_a(n+1 \times n-r) ; E_b(n+1 \times r) \tag{II.55}$$

où le vecteur ligne  $k_b^t$  réunit les (r) coefficients, par contre le vecteur ligne  $k_a^t$ , de dimension (n-r), contient les coefficients de  $k^t$  qui doivent être calculés à partir des pôles imposés.

D'autre part, l'expression du vecteur  $k^t$  en fonction des pôles imposés et des pôles libres, peut être établie en décomposant le polynôme caractéristique de la boucle fermée en un produit de deux polynômes Q(z) et R(z). Le polynôme Q(z) contient les coefficients des (n-r) pôles imposés, alors que le polynôme R(z) contient les coefficients des pôles libres tel que:

$$P(z) = R(z)Q(z) \tag{II.56}$$

avec: 
$$Q(z) = \sum_{i=0}^{n-r} \beta_i z^i \quad ; \quad \beta_{n-r} = 1 \tag{II.57}$$

les  $\beta_i ; i=0, \dots, n-r-1$  sont déterminés par le choix libre des (n-r) pôles.

et: 
$$R(z) = \sum_{i=0}^r \delta_i z^i \quad ; \quad \delta_r = 1 \tag{II.58}$$

les  $\delta_i , i = 0, \dots, r-1$  déterminent les (r) pôles du système global fermé qui ne peuvent pas être imposés.

En utilisant la forme matricielle, il arrive:

$$p(z) = (\alpha^t \quad 1) \begin{pmatrix} 1 \\ z_n \end{pmatrix} = (\delta^t \quad 1) \beta \begin{pmatrix} 1 \\ z_n \end{pmatrix} \quad ; \quad z_n = \begin{pmatrix} z \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ z^n \end{pmatrix} \tag{II.59}$$

avec  $\alpha^t = (\alpha_0 \quad \dots \quad \alpha_{n-1})$  et  $\delta^t = (\delta_0 \quad \dots \quad \delta_{n-1})$

et: 
$$\beta = \begin{pmatrix} \beta_0 & \beta_1 & \dots & \beta_{n-r-1} & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \beta_0 & \dots & \beta_{n-r-2} & \beta_{n-r-1} & 1 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \beta_0 & \dots & \beta_{n-r-2} & \beta_{n-r-1} & 1 \end{pmatrix} \tag{II.60}$$

Cette équation existe pour n'importe qu'elle valeur de z, entre les coefficients des polynômes P(z), R(z) et Q(z) il y a donc la relation:

$$(\alpha^t \quad 1) = (\delta^t \quad 1) \begin{pmatrix} S \\ t^t \end{pmatrix} \tag{II.61}$$

avec:

$$S = \begin{pmatrix} \beta_0 & \beta_1 & \dots & \beta_{n-r-1} & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \beta_0 & \dots & \beta_{n-r-2} & \beta_{n-r-1} & 1 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \beta_0 & \dots & \dots & \beta_{n-r-2} & \beta_{n-r-1} & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (II.62)$$

et  $t^t = (0 \ 0 \ \dots \ \beta_0 \ \beta_1 \ \dots \ \beta_{n-r-1} \ 1)$

L'introduction de (II.61) dans (II.55) et la décomposition des résultats en deux relations, donne:

$$k_a^t = \delta^t S E_a + t^t E_a \quad (II.63)$$

$$k_b^t = \delta^t S E_b + t^t E_b = 0$$

De la deuxième relation on peut déterminer le vecteur ligne  $\delta^t$  tel que:

$$\delta^t = (k_b^t - t^t E_b)(S E_b)^{-1} = -t^t E_b (S E_b)^{-1} \quad (II.64)$$

où  $S E_b$ , de dimension  $(r \times r)$ , doit être régulière.

Comme le vecteur ligne  $\delta^t$  contient les coefficients du polynôme correspondant aux pôles non imposés, il est facile de calculer ces pôles connaissant ce vecteur et vérifier, ainsi, la stabilité du système en boucle fermée. Sinon il faut faire un autre choix des  $(n-r)$  pôles imposés jusqu'à ce que la condition de stabilité soit respectée [Buhler 86].

Enfin, les coefficients de la contre-réaction partielle sont donnés par:

$$k_a^t = (\delta^t S + t^t) E_a \quad (II.65)$$

### II.2.2 COMMANDE EN VITESSE DE LA MAS

La figure (II.11) représente le schéma bloc de la commande en vitesse par un régulateur d'état partiel.

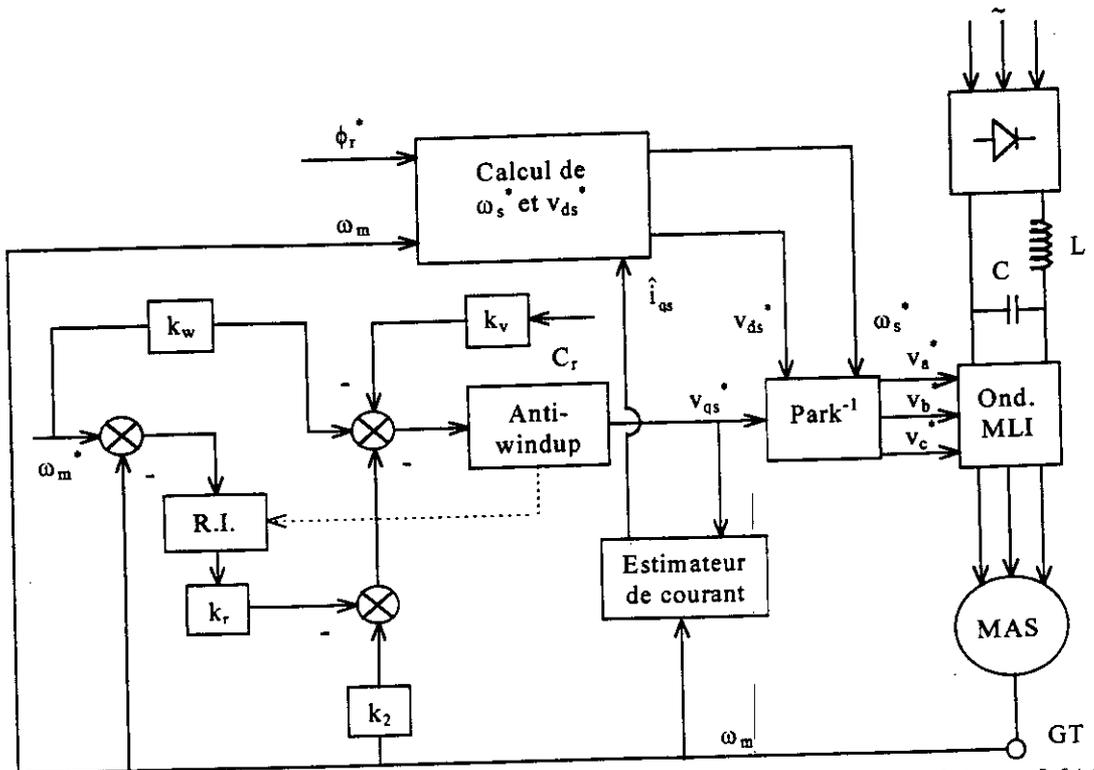


Fig. (II.11): Schéma bloc de la commande en vitesse par retour d'état partiel d'une MAS.

### II.2.2.1 Synthèse du régulateur d'état partiel

#### II.2.2.1.1 Dimensionnement pseudo-continu

La matrice de commandabilité est la suivante:

$$Q_c = \frac{1}{\sigma L_s} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{R_{eq}}{\sigma L_s} & \frac{(R_{eq})^2}{(\sigma L_s)^2} - \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} \\ 0 & \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & -\frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \\ 0 & 0 & -\frac{L_m \phi_r^* p^2}{T_i L_r J} \end{pmatrix} \quad (II.66)$$

Le vecteur ligne  $e^t$  est donné par:

$$e^t = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{T_i \sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \end{pmatrix} \quad (II.67)$$

Tout calcul fait de E donne:

$$E = \sigma L_s \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{T_i L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \\ 0 & \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} & 0 \\ 1 & -\frac{L_r f}{L_m \phi_r^* p^2} & 0 \\ -\left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) & \frac{L_r f^2}{L_m \phi_r^* p^2 J} - \frac{\phi_r^*}{\sigma L_m} & 0 \end{pmatrix} \quad (II.68)$$

Vu que la grandeur d'état  $i_{qs}$  n'est pas mise en contre-réaction, le vecteur ligne  $k^t$  se décompose en:

$$k_a^t = (K_2 \quad -K_r) \quad ; \quad k_b^t = 0 \quad (II.69)$$

Ceci exige les permutations suivantes sur le vecteur  $k^t$ :

$$k^t = (0 \quad K_2 \quad -K_r) \rightarrow k^t = (-K_r \quad K_2 \quad 0) \rightarrow k^t = (K_2 \quad -K_r \quad 0) \quad (II.70)$$

Les mêmes permutations doivent être aussi effectuées sur la matrice E, on obtient alors:

$$E_a = \frac{\sigma L_s L_r}{L_m \phi_r^* p^2} \begin{pmatrix} 0 & -T_i J \\ J & 0 \\ -f & 0 \\ \frac{f^2}{J} - \frac{(p \phi_r^*)^2}{\sigma L_r} & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad E_b = \sigma L_s \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -\left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \end{pmatrix} \quad (II.71)$$

En imposant deux pôles complexes conjugués en boucle fermée de la forme  $s_{1,2} = -\rho \pm j\rho$ , les coefficients du polynôme  $Q(s)$  seront:  $\beta_1 = 2\rho$  et  $\beta_0 = 2\rho^2$ , il résulte que:

$$S = (2\rho^2 \quad 2\rho \quad 1 \quad 0) \\ t^t = (0 \quad 2\rho^2 \quad 2\rho \quad 1) \quad (II.72)$$

Le coefficient du polynôme  $R(s)$  est:

$$\delta_0 = -\left( 2\rho - \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \right) \quad (II.73)$$

La condition de stabilité dans l'espace S est que  $s_3 = -\delta_0$  soit négatif, donc:

$$\rho \leq \frac{1}{2} \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \text{ soit } \rho \leq 139 \quad (\text{II.74})$$

Les éléments du vecteur ligne de la contre-réaction d'état partielle  $k_a^1$  seront:

$$\begin{cases} K_2 = (\beta_1 \delta_0 + \beta_0 - \frac{f}{J} (\delta_0 + \beta_1) - \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} + (\frac{f}{J})^2) \frac{\sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \\ K_r = \frac{\beta_0 \delta_0 T_i \sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \end{cases} \quad (\text{II.75})$$

Evidemment, pour  $K_1 = 0$ , les formules de  $K_w$  et de  $K_v$  calculés lors du dimensionnement du régulateur d'état complet sont encore valable. Ainsi que les relations de passage entre les deux types de régulateurs continu et digital sont utilisables.

### II.2.2.1.2 Dimensionnement échantillonné

La matrice de commandabilité est:

$$Q_c = \begin{pmatrix} 0.0281 & 0.0211 & 0.0158 \\ 0.0018 & 0.0048 & 0.0070 \\ 0 & -0.0018 & -0.0065 \end{pmatrix} \quad (\text{II.76})$$

Le vecteur  $e^1$  est:

$$e^1 = (9.7419 \quad -153.3734 \quad -293.0988) \quad (\text{II.77})$$

La matrice E est:

$$E = \begin{pmatrix} 9.7419 & -153.3734 & -293.0988 \\ -8.8866 & 139.7650 & -293.0988 \\ 8.0981 & 432.8277 & -293.0988 \\ 51.9745 & 724.7529 & -293.0988 \end{pmatrix} \quad (\text{II.78})$$

La matrice E est décomposée en deux sous-matrices comme suit:

$$E_a = \begin{pmatrix} -153.3734 & -293.0988 \\ 139.7650 & -293.0988 \\ 432.8277 & -293.0988 \\ 724.7529 & -293.0988 \end{pmatrix} \text{ et } E_b = \begin{pmatrix} 9.7519 \\ -8.8866 \\ 8.0981 \\ 51.9745 \end{pmatrix} \quad (\text{II.79})$$

Les pôles en boucle fermée sont:

$$z_{1,2} = e^{0.06(-1 \pm j)} = 0.9401 \pm j0.0565$$

Les coefficients du polynôme  $Q(z)$  sont:

$$\beta_0 = 0.8869 \text{ et } \beta_1 = -1.8801$$

Il résulte que:

$$\begin{aligned} S &= (0.8869 \quad -1.8801 \quad 1 \quad 0) \\ t^1 &= (0 \quad 0.8869 \quad -1.8801 \quad 1) \end{aligned} \quad (\text{II.80})$$

Le troisième pôle libre  $z_3$  est égale à 0.8629. Il est clair qu'il appartient au cercle unitaire, ce qui nous informe sur la stabilité du système échantillonné en boucle fermée.

Tout les gains du régulateur d'état partiel sont donnés par l'équation:

$$\begin{cases} k_1 = 0 & ; & k_2 = 5.5825 \\ k_r = 0.2726 \\ k_w = 1.9874 & ; & k_v = -4.5959 \end{cases} \quad (\text{I.81})$$

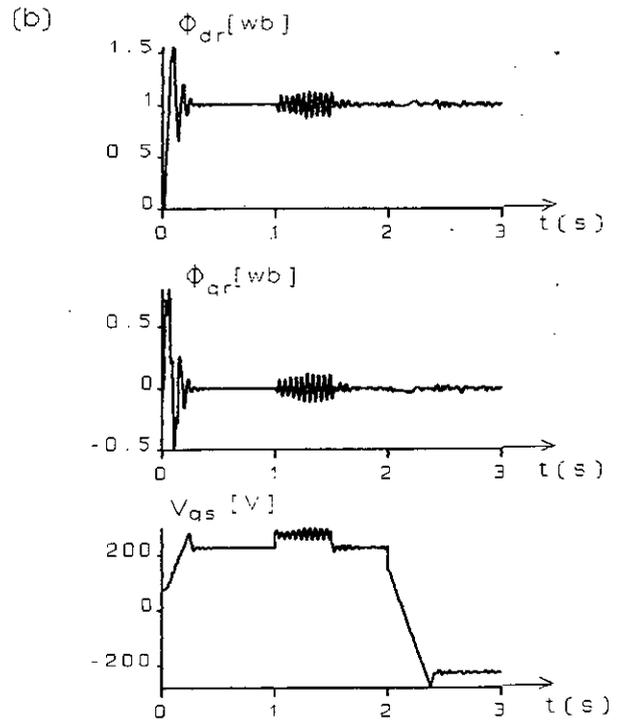
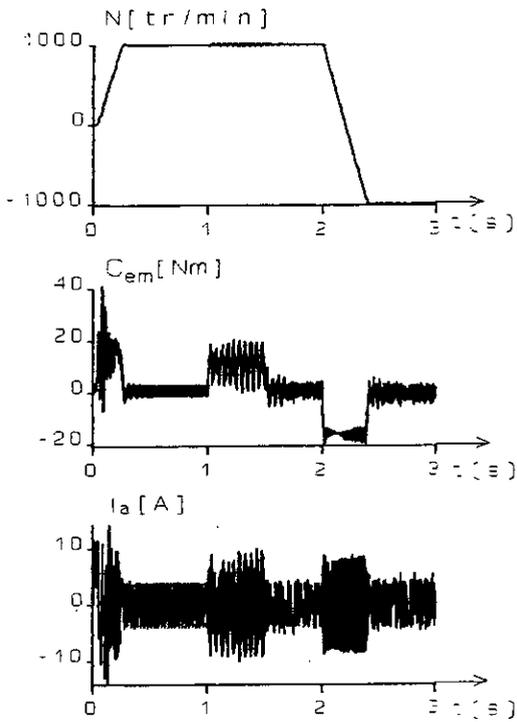
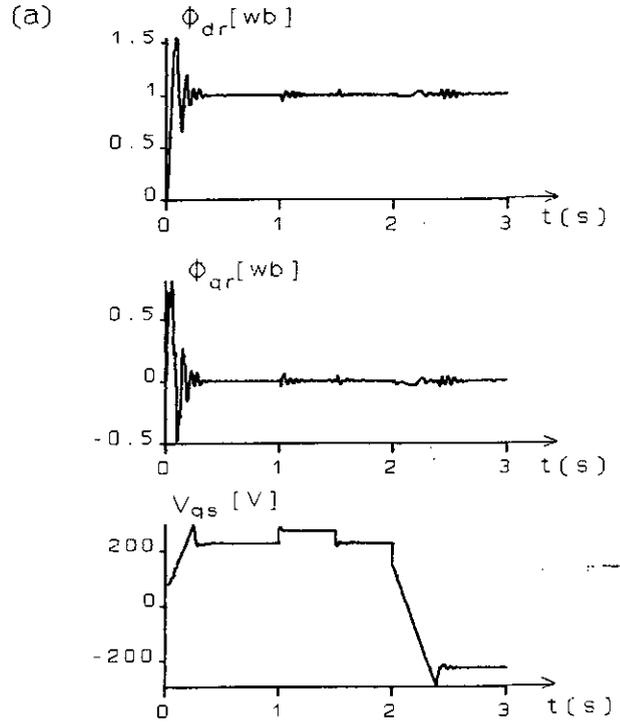
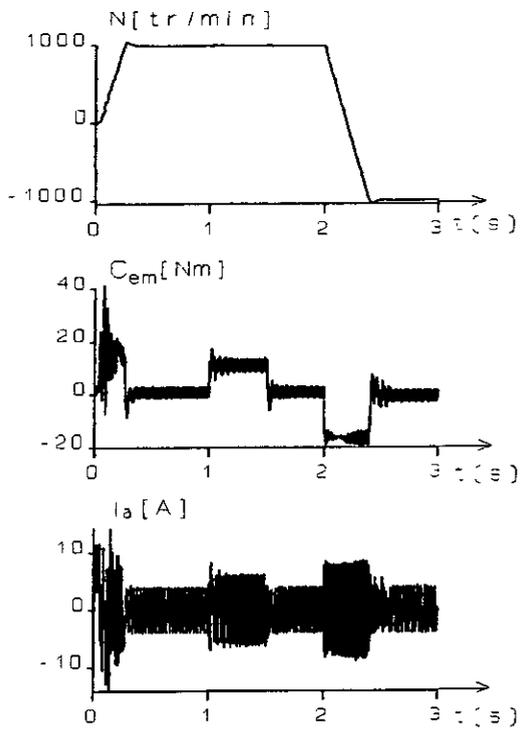


Fig.(II.12): Simulation du réglage de vitesse par un régulateur d'état partiel: a) dimensionnement pseudo-continu; b) dimensionnement échantillonné.

**II.2.2.2 Résultats de simulation**

Le comportement de la machine asynchrone est illustré par la figure(II.12)( $\rho = 35$  ,  $\alpha=0.06$ ), sur laquelle apparaissent successivement un démarrage à vide, une application d'un couple de charge et une inversion du sens de rotation.

On vérifie que grâce à cette commande le flux est maintenu constant même au cours des régimes transitoires de grande amplitude comme l'inversion du sens de rotation. Ce mode de contrôle, qui assure un très bon découplage entre le flux et le couple, donne de très bons résultats, tout en étant d'une mise en oeuvre assez simple.

Par ailleurs, tout en présentant un algorithme de commande moins complexe, le réglage d'état partiel de vitesse garde des performances comparables à celles du réglage d'état complet.

**II.2.3 COMMANDE EN POSITION DE LA MAS**

La commande en position est illustrée par le schéma bloc de la figure (II.13) :

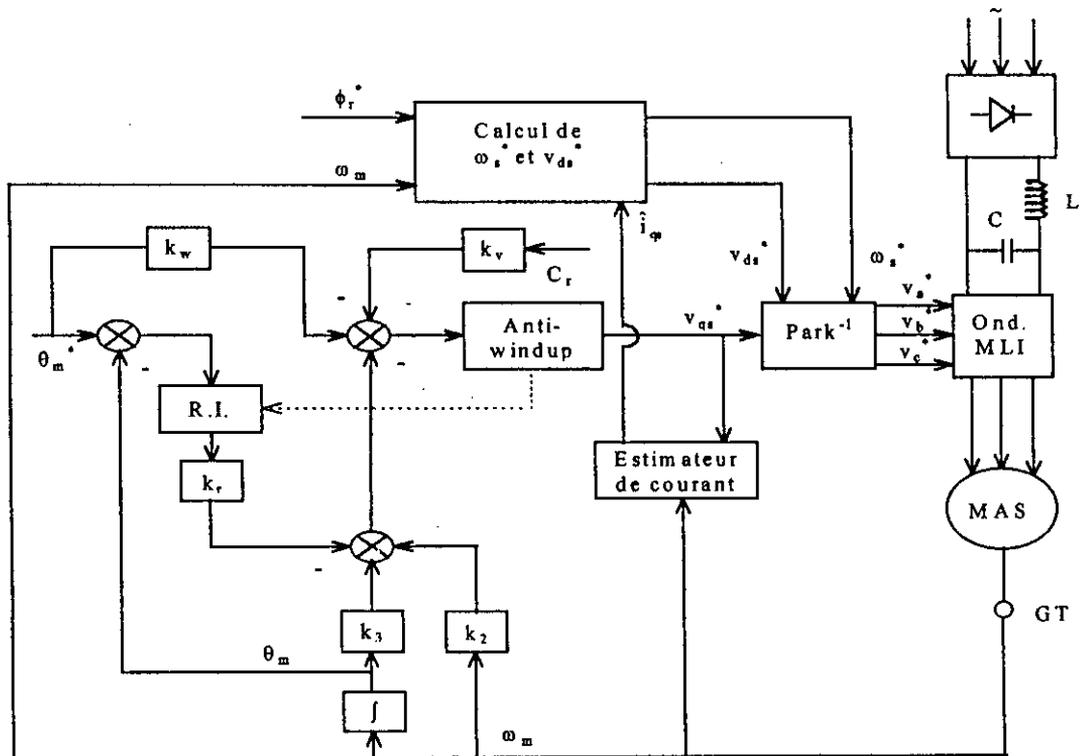


Fig. (II.13) : Schéma bloc de la commande en position par retour d'état partiel.

**II.2.3.1 Synthèse du régulateur**

**II.2.3.1.1 Dimensionnement pseudo-continu**

La matrice de commandabilité est donnée par:

$$Q_c = \frac{1}{\sigma L_s} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{R_{eq}}{\sigma L_s} & \frac{R_{eq}}{(\sigma L_s)^2} & -\frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} & -\frac{R_{eq}}{\sigma L_s} \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} \right)^2 - \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} + \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \\ 0 & \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & -\frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) & \frac{R_{eq} L_m \phi_r^* p^2}{\sigma L_s L_r J} \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) + \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} \left( \left( \frac{f}{J} \right)^2 - \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} \right) \\ 0 & 0 & \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & -\frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J T_i} \end{pmatrix}$$

(II.82)

tel que :

$$\det(Q_c) = -\frac{1}{\sigma L_s T_i} \left( \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} \right)^3 \neq 0$$

Le vecteur  $e^t$  est le suivant:

$$e^t = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{T_i \sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \end{pmatrix} \quad (II.83)$$

Le calcul de E conduit à:

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -T_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & -\frac{f}{J} & 0 & 0 \\ -\frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) & \left( \frac{f}{J} \right)^2 - \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{\sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \quad (II.84)$$

Pour calculer  $k^t$ , on a besoin de faire les permutations suivantes:

$$k^t = (K_1 \quad K_2 \quad K_3 \quad -K_r) \rightarrow k^t = (-K_r \quad K_2 \quad K_3 \quad K_1) \rightarrow k^t = (K_2 \quad K_3 \quad -K_r \quad K_1) \quad (II.85)$$

$k^t$  peut être décomposée de la manière suivante:

$$k_a^t = (K_2 \quad K_3 \quad -K_r) \quad \text{et} \quad K_b^t = K_1 = 0 \quad (II.86)$$

La matrice E subit les mêmes permutations et décompositions. On arrive à:

$$E_a = \frac{\sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -T_i \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -\frac{f}{J} & 0 & 0 \\ -\frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} + \left( \frac{f}{J} \right)^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad E_b = \frac{\sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} \\ -\frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \end{pmatrix} \quad (II.87)$$

L'équation caractéristique est donnée par le polynôme P(s):

$$P(s) = R(s)Q(s) = (s + \delta_0)(s^3 + \beta_2 s^2 + \beta_1 s + \beta_0) \quad (II.88)$$

Les coefficients  $\beta_i$  sont calculés grâce à une assignation des pôles de la forme:

$$s_{1,2} = \rho(-1 \pm j) \quad \text{et} \quad s_3 = -\rho$$

$$\text{danc} \quad \beta_2 = 3\rho \quad ; \quad \beta_1 = 4\rho^2 \quad ; \quad \beta_0 = 2\rho^3$$

Donc les matrices S et  $t^t$  seront:

$$\begin{aligned} S(1 \times 5) &= (\beta_0 \quad \beta_1 \quad \beta_2 \quad 1 \quad 0) \\ t^t(1 \times 5) &= (0 \quad \beta_0 \quad \beta_1 \quad \beta_2 \quad 1) \end{aligned} \quad (II.89)$$

Le pôle libre est calculé par:

$$S_4 = -\delta_0 = 3\rho - \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \quad (II.90)$$

Il faut toujours s'assurer que le pôle libre est dans le demi plan gauche du plan S, ceci entraîne à respecter la condition de stabilité suivante:

$$\rho \leq \frac{1}{3} \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \quad \text{soit } \rho \leq 92 \quad (\text{II.91})$$

Les gains du retour d'état et les coefficients de l'intervention directe sont:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_1 = 0 \\ K_2 = \frac{\sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} (\beta_2 \delta_0 + \beta_1 - \frac{f}{J} (\delta_0 + \beta_2)) - \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} + \left(\frac{f}{J}\right)^2 \\ K_3 = \frac{\sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} (\beta_1 \delta_0 + \beta_0) \\ K_r = \frac{T_i \sigma L_s L_r J \beta_0 \delta_0}{L_m \phi_r^* p^2} \end{array} \right. \quad (\text{II.92})$$

$(K_w \text{ et } K_v)_{\text{retour d'état partiel}} = (K_w \text{ et } K_v)_{\text{retour d'état complet}}$

Pour avoir les coefficients du régulateur digital, il suffit de faire appel à l'équation (II.32).

### II.2.3.1.2 Dimensionnement échantillonné

La matrice de commandabilité:

$$Q_c = \begin{pmatrix} 0.0281 & 0.0211 & 0.0158 & 0.0117 \\ 0.0018 & 0.0048 & 0.0070 & 0.0086 \\ 6.0868 \times 10^{-7} & 3.9493 \times 10^{-6} & 9.8743 \times 10^{-6} & 1.7733 \times 10^{-5} \\ 0 & -6.0868 \times 10^{-7} & -4.5580 \times 10^{-6} & -1.4432 \times 10^{-5} \end{pmatrix} \quad (\text{II.93})$$

Le vecteur ligne  $e^t$  est donné par:

$$e^t = (-9.6858 \quad 254.5947 \quad -299902.5647 \quad -293098.7844) \quad (\text{II.94})$$

La matrice E est la suivante:

$$E = \begin{pmatrix} -9.6858 & 254.5947 & -299902.5647 & -293098.7844 \\ 3.0300 & -45.3349 & -6803.7803 & -293098.7844 \\ -2.8927 & -52.1261 & 286295.0041 & -293098.7844 \\ 8.1694 & 234.1454 & 579393.7885 & -293098.7844 \\ 63.1078 & 812.3421 & 872492.5729 & -293098.7844 \end{pmatrix} \quad (\text{II.95})$$

Les deux matrices  $E_a$  et  $E_b$  sont données par:

$$E_a = \begin{pmatrix} 254.5947 & -299902.5647 & -293098.7844 \\ -45.3349 & -6803.7803 & -293098.7844 \\ -52.1261 & 286295.0041 & -293098.7844 \\ 234.1454 & 579393.7885 & -293098.7844 \\ 812.3421 & 872492.5729 & -293098.7844 \end{pmatrix}; \quad E_b = \begin{pmatrix} -9.6858 \\ 3.0300 \\ -2.8927 \\ 8.1694 \\ 63.1078 \end{pmatrix} \quad (\text{II.96})$$

Les pôles que nous avons imposés en boucle fermée sont les suivants:

$$z_{1,2} = e^{0.015(-1 \pm j)} = 0.9850 \pm j0.0148$$

$$z_3 = e^{-0.015} = 0.9851$$

Par conséquent les  $\beta_i$  seront:

$$\beta_0 = -0.9560; \quad \beta_1 = 2.9111; \quad \beta_2 = -2.9551$$

Ainsi que :

$$\begin{aligned} S &= \begin{pmatrix} -0.9560 & 2.9111 & -2.9551 & 1 & 0 \\ 0 & -0.9560 & 2.9111 & -2.9551 & 1 \end{pmatrix} \\ t' &= \begin{pmatrix} 0 & -0.9560 & 2.9111 & -2.9551 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{II.97})$$

On voit que le pôle  $z_4 = 0.7945$  est à l'intérieure du cercle unité et le système global fermé est stable.

Le vecteur ligne  $k'$  et les coefficients  $k_w$ ,  $k_v$  sont donnés par:

$$\begin{cases} k_1 = 0; & k_2 = 1.8269; & k_3 = 55.1156 \\ k_r = 0.3974 \\ k_w = 26.6943; & k_v = -4.5959 \end{cases} \quad (\text{II.98})$$

### II.2.3.2 Résultats de simulation

Sur la figure (II.14), ( $\rho = 10$ ,  $\alpha = 0.015$ ), sont présentés les résultats de simulation d'une commande en position. Le moteur subit un échelon de consigne de position, une application de couple nominal, et une inversion de la consigne.

On peut vérifier que la compensation d'axe (d) imposant le flux remplit bien son rôle, en effet, la composante directe du flux s'installe très rapidement et reste rigoureusement constante malgré les régimes transitoires de grande amplitude imposés aux autres variables. Ces résultats montrent l'intérêt d'une telle commande où le découplage du couple et du flux est correctement assuré.

Nous notons que les résultats obtenus pour les deux types de réglages (d'état, d'état partiel) sont sensiblement identiques avec cependant un léger dépassement dans la réponse en position pour le retour d'état partiel. Ce dépassement peut être atténué en diminuant la valeur maximale de la tension dans le dispositif de limitation.

## II.3 CONCLUSION

Dans ce chapitre le réglage d'état est synthétisé à partir d'un modèle simplifié de la MAS. Les caractéristiques dynamiques obtenues montrent que:

- Le découplage est maintenu;
- La dynamique de poursuite de la consigne est satisfaisante;
- Le rejet de la perturbation est efficace.

Jusqu'à présent nous avons calculé la vitesse de glissement grâce à un courant généré par un estimateur fonctionnant en boucle ouverte. Une mauvaise estimation due à une variation paramétrique engendre une dégradation importante de la dynamique. Pour maîtriser ces difficultés, il serait donc préférable de réaliser un observateur d'état capable de palier cet inconvénient.

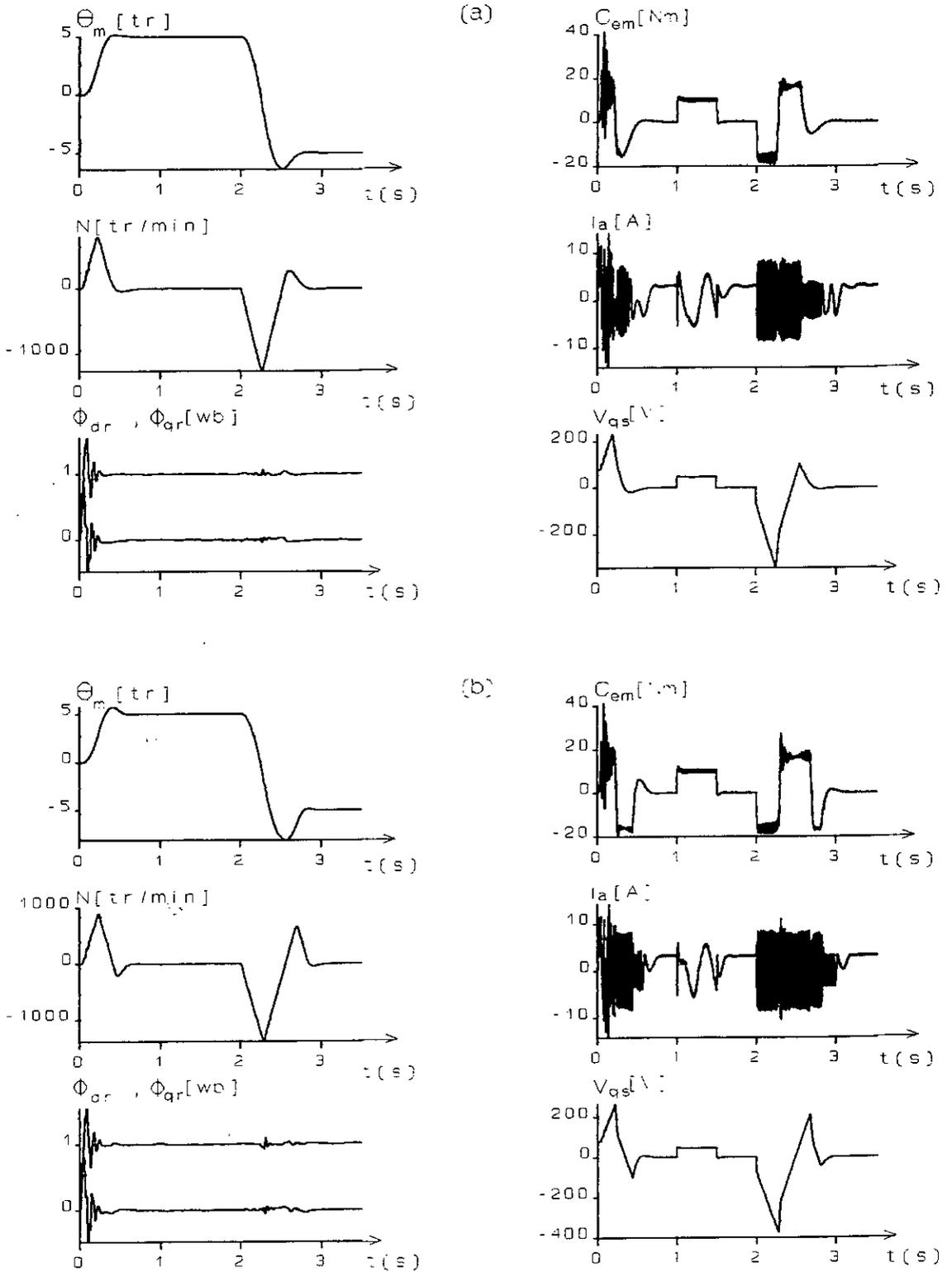


Fig. (II.14) : Simulation du "réglage de position" par un régulateur d'état partiel: a) dimensionnement pseudo-continu; b) dimensionnement échantillonné.

## Chapitre 999

### Réglage d'état avec observateur de la machine asynchrone

La commande vectorielle, combinée avec le réglage par retour d'état, nécessite la disponibilité de l'information sur toutes les variables d'état à chaque période d'échantillonnage. Cependant, les éléments du vecteur d'état ne sont pas tous facilement mesurables. Pour surmonter le problème du manque d'information sur les états, on fait appel à l'observateur d'état. Celui-ci fournit une solution élégante pour ce type de problème, et réalise ainsi l'implantation de la commande basée sur l'approche d'imposition des pôles en boucles fermée [Verghese 88].

L'objectif de l'observateur est de trouver la meilleure estimation de l'ensemble des variables définissant l'état du système compte tenu des mesures effectuées périodiquement sur les entrées et les sorties du système. Contrairement à l'estimateur, l'observateur est constitué non seulement du modèle de la machine mais aussi d'une boucle de retour correctrice dont le rôle est d'éliminer l'erreur entre les grandeurs de sortie observées et mesurées [O'reilly 83].

Pour remplacer l'estimateur basé sur le modèle mathématique de la machine, on fait appel à un observateur d'état calculé à partir du modèle linéaire, monovariante équivalent de la machine asynchrone. Nous nous intéressons à deux types d'observateur, à savoir l'observateur d'ordre global et l'observateur d'ordre réduit, qui sont dimensionnés pour la commande en vitesse et en position.

#### III.1 STRUCTURE GENERALE D'UN OBSERVATEUR

Le système à observer est représenté par l'équation d'état suivante:

$$\begin{cases} x_s[k+1] = F_s x_s[k] + H_s u[k], & x_s[0] = x_0 \\ y_s[k] = C_s^t x_s[k] \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

On suppose que:

- Rang( $C_s^t$ ) <  $n_s$  ;
- La paire ( $F_s, C_s^t$ ) est complètement observable;
- Le système n'est pas perturbé.

Une première solution pour estimer l'état  $x_s[k]$  serait de simuler le modèle (III.1) sous la forme suivante [Freidland 72],[O'reilly 83]:

$$\begin{cases} \hat{x}_s[k+1] = F_s \hat{x}_s[k] + H_s u[k], & \hat{x}_s[0] = \hat{x}_0 \\ \hat{y}_s[k] = C_s^t \hat{x}_s[k] \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

tel que  $F_s$ ,  $H_s$  et  $C_s^t$  sont ceux du système original, ainsi qu'il subit le même signal de commande  $u[k]$ .

Avec une erreur d'estimation définie par  $\varepsilon[k] = x_s[k] - \hat{x}_s[k]$ , il arrive:

$$\varepsilon[k+1] = F_s \varepsilon[k] \text{ avec } \varepsilon(0) = x_0 - \hat{x}_0 \xrightarrow{\text{donc}} \varepsilon(t) = e^{F_s t} \varepsilon(0)$$

Pour que l'erreur d'estimation tende vers zéro, il suffit que le système à observer soit stable, ou bien les conditions initiales du système réel et du modèle dynamique sont identiques. Ces deux conditions ne sont pas obligatoirement vérifiées, ce qui rend le modèle (III.2) incapable de satisfaire le besoin. Le principe de reconstruction consiste donc à corriger la dynamique (II.2) en tenant compte de l'écart entre la sortie mesurée et la sortie estimée. C'est à dire éviter que l'observateur soit en boucle ouverte [Buhler 86],[Freidland 72]. Cela conduit au modèle modifié suivant:

$$\begin{cases} \hat{x}_s[k+1] = F_s \hat{x}_s[k] + H_s u[k] + G(y_s[k] - \hat{y}_s[k]) \\ \hat{y}_s[k] = C_s^t \hat{x}_s[k] \end{cases} \quad (III.3)$$

G: c'est le gain de l'observateur.

### III.2 OBSERVATEUR D'ORDRE GLOBAL

Si l'ordre de l'observateur est égale à celui du système, l'observateur est dit d'ordre global (full-order state observer). Ses équations sont tirées des équations du modèle modifié. Elles sont données par [Buhler 86]:

$$\begin{cases} \hat{x}_s[k+1] = F \hat{x}_s[k] + H_s u[k] + G y_s[k] \\ \hat{y}_s[k] = C_s^t \hat{x}_s[k] \end{cases} \quad (III.4)$$

avec  $F \in \mathbb{R}^{ns \times ns}$ ,  $H_s \in \mathbb{R}^{ns \times 1}$ ,  $G \in \mathbb{R}^{ns \times 1}$ ,  $C_s^t \in \mathbb{R}^{1 \times ns}$ .

La structure de cet observateur est représentée par la figure (III.1) suivante:

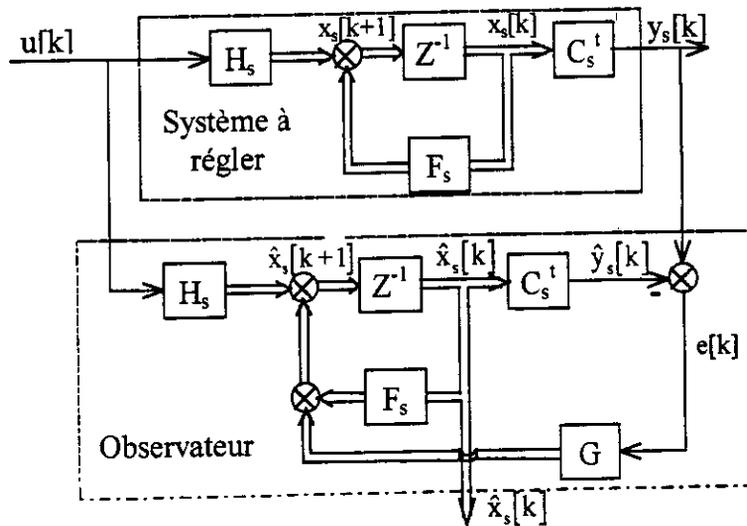


Fig. (III.1): Structure de l'observateur d'état global.

Dans ce cas,  $\varepsilon[k+1] = F \varepsilon[k]$  avec  $F = F_s - GC_s^t$ , si on choisi G de tel sorte que la matrice F soit stable, l'erreur converge vers zéro pour n'importe quel valeur de  $\varepsilon(0)$ .

Les pôles de l'observateur sont généralement choisis de manière que les réponses de l'observateur soient plus rapides que ceux du système à observer. L'avantage dans la conception d'un observateur est que sa conception n'est pas du type hardware mais un programme sur un ordinateur. Il est possible d'augmenté la rapidité des réponses jusqu'à l'obtention du temps

d'établissement minimal (deadbeat response): Dans ce cas l'observateur converge rapidement vers les vrais états [Buhler 86].

### III.2.1 DETERMINATION DES COEFFICIENTS A L'AIDE DE LA FORME CANONIQUE DE L'OBSERVATEUR

Moyennant un changement de base convenable, définie par la matrice  $T(n_s \times n_s)$ , les équations du système à observer s'écrivent sous la forme [Buhler 86]:

$$\begin{cases} \tilde{x}_s[k+1] = \tilde{F}_s \tilde{x}_s[k] + \tilde{H}_s u[k] \\ \tilde{y}_s[k] = \tilde{C}_s^t \tilde{x}_s[k] \end{cases} \quad (III.5)$$

avec:

$$\tilde{F}_s = T F_s T^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & -a_1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -a_{n_s-1} \end{pmatrix}; \tilde{H}_s = T H_s = \begin{pmatrix} \tilde{H}_{s1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \tilde{H}_{sn_s} \end{pmatrix}; \tilde{C}_s^t = C_s^t T^{-1} = (0 \quad \dots \quad 1)$$

Les  $a_i$  sont donnés par l'équation caractéristique en boucle ouverte tels que:

$$\det(zI - F_s) = z^{n_s} + a_{n_s-1}z^{n_s-1} + \dots + a_1z + a_0 = 0 \quad (III.6)$$

Grâce à cette transformation, le système d'équation de l'observateur prend la forme:

$$\begin{cases} \tilde{\tilde{x}}_s[k+1] = \tilde{F} \tilde{\tilde{x}}_s[k] + \tilde{H}_s u[k] + \tilde{G} y_s[k] \\ \tilde{\tilde{y}}_s[k] = \tilde{C}_s^t \tilde{\tilde{x}}_s[k] \end{cases} \quad (III.7)$$

avec:

$$\tilde{F} = T \tilde{F}_s T^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -\alpha_0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & -\alpha_1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -\alpha_{n_s-1} \end{pmatrix}; \tilde{G} = T \tilde{G}_s = \begin{pmatrix} \tilde{g}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \tilde{g}_{n_s} \end{pmatrix}$$

Les coefficients  $\alpha_i, i = \overline{0, n_s - 1}$ , sont en relation avec les pôles imposés à l'observateur  $z_i, i = \overline{0, n_s}$  par le théorème de Viète :

$$\begin{aligned} \alpha_{n_s-1} &= -(z_1 + \dots + z_{n_s}) \\ \alpha_{n_s-2} &= z_1 z_2 + \dots + z_{n_s-1} z_{n_s} \\ &\vdots \\ \alpha_0 &= (-1)^{n_s} z_1 \cdot z_2 \dots z_{n_s} \end{aligned} \quad (III.8)$$

De plus on a:

$$\begin{aligned} \tilde{F}_s - \tilde{F} &= \tilde{G}\tilde{C}_s^t \\ \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & \alpha_0 - a_0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \alpha_{n_s-1} - a_{n_s-1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & g_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & g_{n_s} \end{pmatrix} \\ \Rightarrow \tilde{g}_i &= \alpha_{i-1} - a_{i-1}, \quad i = \overline{1, n_s} \end{aligned} \tag{III.9}$$

Enfin, le vecteur G inhérent au système original est donné par:

$$G = T^{-1} \tilde{G} \tag{III.10}$$

La matrice de transformation pour la forme canonique de l'observateur est donnée par l'algorithme suivant [Buhler 86]:

$$T = \begin{pmatrix} t_1^t \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ t_{n_s}^t \end{pmatrix} \text{ avec: } \begin{cases} t_{n_s}^t = C_s^t \\ t_j^t = t_{j+1}^t F_s + a_j t_{n_s}^t, \quad j = \overline{n_s-1, 1} \\ 0 = t_1^t F_s + a_0 t_{n_s}^t \quad (\text{équation de test}) \end{cases} \tag{III.11}$$

### III.2.2 FORMULE D'ACKERMANN

Ackermann a proposé une autre méthode pour la détermination de la matrice des gains pour un système observable. Cette méthode n'est pas basée sur la forme canonique d'observateur [Ackermann 85],[Friedland 72]. Elle nous permet d'écrire:

$$G = \sum_{i=0}^{n_s} \alpha_i F_s^i e \text{ avec } \alpha_{n_s} = 1 \tag{III.12}$$

avec:

$$e = Q_o^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ où } Q_o = \begin{pmatrix} C_s^t \\ C_s^t F_s \\ \dots \\ \dots \\ C_s^t F_s^{n_s-1} \end{pmatrix}$$

$Q_o$  c'est la matrice d'observabilité, et les  $\alpha_i$  sont les coefficients de l'équation caractéristique  $\det(zI-F)=0$ .

### III.2.3 REGLAGE D'ETAT AVEC OBSERVATEUR D'ORDRE COMPLET

La structure générale de réglage d'état avec observateur est donnée par la figure (III.2) :

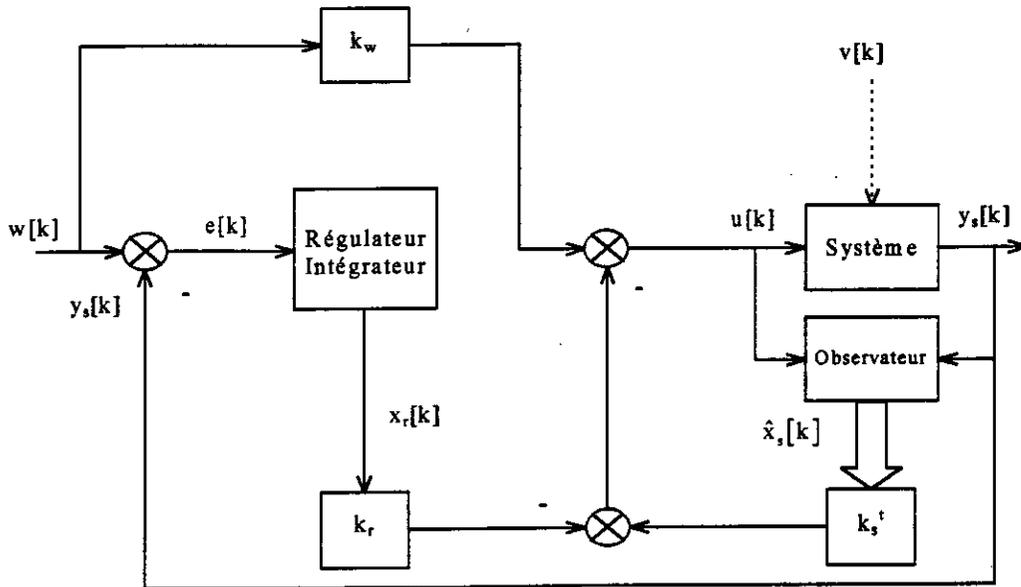


Fig. (III.2): Structure de réglage avec observateur global.

- Système d'équations:

Le système à régler:

$$\begin{cases} x_s[k+1] = F_s x_s[k] + H_s u[k] \\ y_s[k] = C_s^t x_s[k] \end{cases} \quad (III.13)$$

Le trait en pointille, sur la figure (III.2), indique que le système est perturbé, mais cette perturbation n'est pas prise en compte dans la synthèse de l'observateur.

Le régulateur intégrateur:

$$x_r[k+1] = x_r[k] + w[k] - y_s[k] \quad (III.14)$$

La loi de commande:

$$u[k] = -k_s^t \hat{x}_s[k] + k_r x_r[k] + k_w w[k] \quad (III.15)$$

L'observateur d'état:

$$\hat{x}_s[k+1] = F \hat{x}_s[k] + H_s u[k] + G y_s[k] \quad (III.16)$$

Equation d'état du système complet:

L'erreur d'observation est définie par:

$$\varepsilon[k] = x_s[k] - \hat{x}_s[k] \quad (III.17)$$

Lorsqu'on introduit (III.17) dans (III.15), on obtient la loi de commande suivante:

$$u[k] = -k_s^t x_s[k] + k_r x_r[k] + k_w w[k] + k_s \varepsilon[k] \quad (III.18)$$

Le système à régler peut être mis sous la forme:

$$x_s[k+1] = (F_s - H_s k_s^t) x_s[k] + H_s k_r x_r[k] + H_s k_s^t \varepsilon[k] + H_s k_w w[k] \quad (III.19)$$

Ainsi que le régulateur intégrateur:

$$x_r[k+1] = -C_s^t x_s[k] + x_r[k] + w[k] \quad (III.20)$$

L'erreur d'observation devient:

$$\varepsilon[k+1] = F \varepsilon[k] \quad (III.21)$$

On introduit pour le système complet le vecteur d'état suivant:

$$x_c[k]((2n_s + 1) \times 1) = \begin{pmatrix} x_s[k] \\ x_r[k] \\ \varepsilon[k] \end{pmatrix} \quad (III.22)$$

Ainsi, on obtient l'équation d'état suivante:

$$\begin{cases} x_c[k+1] = F_c x_c[k] + H_{cw} w[k] \\ y_s[k] = C_c^t x_c[k] \end{cases} \quad (III.23)$$

avec:

$$F_c = \left( \begin{array}{cc|c} F_s - H_s k_s^t & H_s k_r & H_s k_s^t \\ -C_s^t & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & F \end{array} \right); \quad H_{cw} = \begin{pmatrix} H_s k_w \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad C_c^t = (C_s^t \quad 0 \quad 0)$$

$F_c$  peut être exprimée par:

$$F_c = \begin{pmatrix} F_G & \hat{H}_s \\ 0 & F \end{pmatrix}; \quad \text{avec: } \hat{H}_s = \begin{pmatrix} H_s k_s^t \\ 0 \end{pmatrix}; \quad F_G = \begin{pmatrix} F_s & 0 \\ -C_s^t & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} H_s \\ 0 \end{pmatrix} (k_s^t \quad -k_r)$$

L'équation caractéristique du système complet est alors:

$$\det(zI - F_c) = \det \begin{pmatrix} zI - F_G & -\hat{H}_s \\ 0 & zI - F \end{pmatrix} = \det(zI - F_G) \cdot \det(zI - F) = 0 \quad (III.24)$$

On remarque que cette équation englobe les deux équations caractéristiques du système et de l'observateur. Ceci nous conduit à l'exploitation du principe de séparation qui facilite considérablement la synthèse du système complet (réglage d'état avec observateur). En effet, Le système complet est subdivisé en deux sous-systèmes d'ordre inférieur qui peuvent être dimensionnés l'un indépendamment de l'autre [Buhler 86].

### III.2.4 REGLAGE DE VITESSE DE LA MACHINE ASYNCHRONE

Le dimensionnement de l'observateur est basé sur le modèle linéaire simplifié établi dans le chapitre précédent. Dans cette partie, on est amené à développer un observateur d'état pour le courant  $i_{qs}$ .

#### III.2.4.1 Dimensionnement échantillonné

Les coefficients de l'équation  $\det(zI - F_s)$  sont:

$$a_0 = 0.7566 \quad \text{et} \quad a_1 = -1.7530$$

Le vecteur gain sous une forme canonique est:

$$\tilde{G} = \begin{pmatrix} \alpha_0 - a_0 \\ \alpha_1 - a_1 \end{pmatrix} \quad (III.25)$$

avec  $\alpha_0, \alpha_1$  sont les coefficients du polynôme caractéristique désiré:

$$\det(zI - F) = z^2 + \alpha_1 z + \alpha_0 = 0 \quad (III.26)$$

Lorsqu'on impose à ce polynôme deux pôles réels de la forme  $z_{1,2} = e^{-\alpha}$  avec  $\alpha = 0.5$ , les  $\alpha_i$  seront donnés par::

$$\alpha_1 = -2e^{-0.5} = -1.2131 \quad \text{et} \quad \alpha_0 = e^{-1} = 0.3679$$

donc:

$$\tilde{G} = \begin{pmatrix} -0.3888 \\ 0.5399 \end{pmatrix} \quad (\text{III.27})$$

Le calcul du vecteur G appliqué sur le système réel, nécessite la matrice de transformation T donnée par:

$$T = \begin{pmatrix} 0.1060 & -0.7551 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{III.28})$$

A l'aide de cette matrice, on obtient finalement :

$$G = \begin{pmatrix} 0.1785 \\ 0.5399 \end{pmatrix} \quad (\text{III.29})$$

L'algorithme d'observation est:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_{qs}[k+1] \\ \hat{\omega}_k[k+1] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.7551 & -0.2083 \\ 0.1060 & 0.4579 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{i}_{qs}[k] \\ \hat{\omega}_k[k] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.0281 \\ 0.0018 \end{pmatrix} v_{qs}[k] + \begin{pmatrix} 0.1785 \\ 0.5399 \end{pmatrix} \omega_m[k] \quad (\text{III.30})$$

### III.2.4.2 Dimensionnement continu

Les coefficients de det(SI - A<sub>s</sub>) sont:

$$a_0 = \frac{R_{eq} f}{\sigma L_s J} + \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} \quad ; \quad a_1 = \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \quad (\text{III.31})$$

Lorsqu'on choisi pour l'observateur deux pôles réels S<sub>1,2</sub> = -ρ , il arrive que:

$$\alpha_0 = \rho^2 \quad \text{et} \quad \alpha_1 = 2\rho$$

Dans ce cas, le vecteur gain dans l'espace de forme canonique est:

$$\tilde{G} = \begin{pmatrix} \rho^2 - \frac{1}{\sigma J} \left( \frac{f R_{eq}}{L_s} + \frac{(\phi_r^* p)^2}{L_r} \right) \\ 2\rho - \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \end{pmatrix} \quad (\text{III.32})$$

La matrice de transformation est:

$$T = \begin{pmatrix} \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow T^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} & -\frac{R_{eq} L_r J}{\sigma L_s L_m \phi_r^* p^2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{III.33})$$

Il résulte que:

$$G = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\alpha_0 - a_0 - \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} (\alpha_1 - a_1)) \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \\ \alpha_1 - a_1 \end{pmatrix} \quad (\text{III.34})$$

L'équation de l'observateur devient:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \hat{i}_{qs} \\ \hat{\omega}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_{eq}}{\sigma L_s} & -\frac{\phi_r^*}{\sigma L_m} - g_1 \\ \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & -\frac{f}{J} - g_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{i}_{qs} \\ \hat{\omega}_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix} \omega_m + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} v_{qs} \quad (III.35)$$

La discrétisation de cette équation avec une période d'échantillonnage  $T_e = 1ms$ , et avec  $\rho = 400$ , nous conduit finalement à:

$$G_{discret} = \begin{pmatrix} 0.0515 \\ 0.4093 \end{pmatrix} \quad (III.36)$$

### III.2.4.3 Résultats de simulation

- L'observateur en boucle ouverte:

La figure (III.3) représente le schéma de principe, utilisé dans les simulations qui suivent pour l'observateur en boucle ouverte.

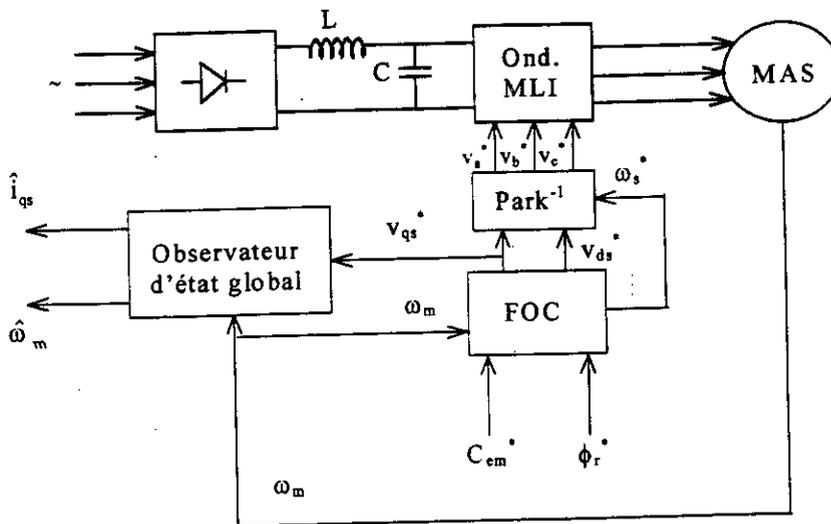


Fig. (III.3): Association système-observateur en boucle ouverte.

Nous avons simulé le comportement de l'observateur global hors ligne en utilisant le schéma bloc de la figure (III.3). Ce schéma sera utilisé dans les tests des observateurs en boucle ouverte qui seront étudiés ultérieurement.

Nous relevons, d'après les courbes obtenues (figure (III.4)), que l'imposition d'un couple de référence au niveau du FOC engendre des erreurs d'observation qui vont influencer sûrement la réponse du système par rapport à la variation du couple résistant.

- Réglage d'état avec observateur d'ordre global

La figure (III.5) illustre le principe d'incorporation d'un observateur d'ordre global dans une chaîne de régulation de la vitesse de rotation d'une machine asynchrone.

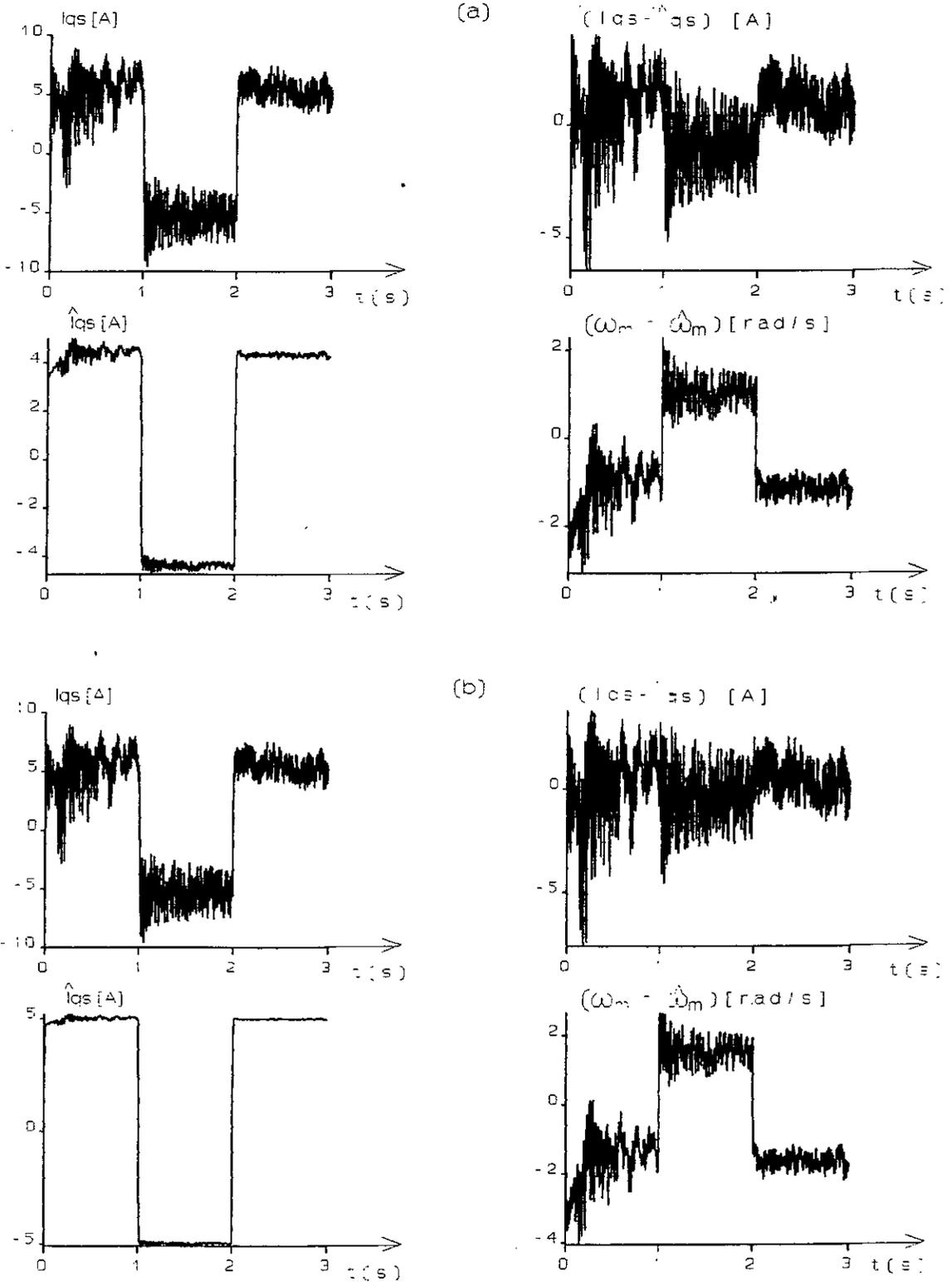


Fig.(III.4) : Réponses en boucle ouverte de l'observateur d'état global pour la commande en vitesse: a) dimensionnement échantillonné ; b) dimensionnement continu.

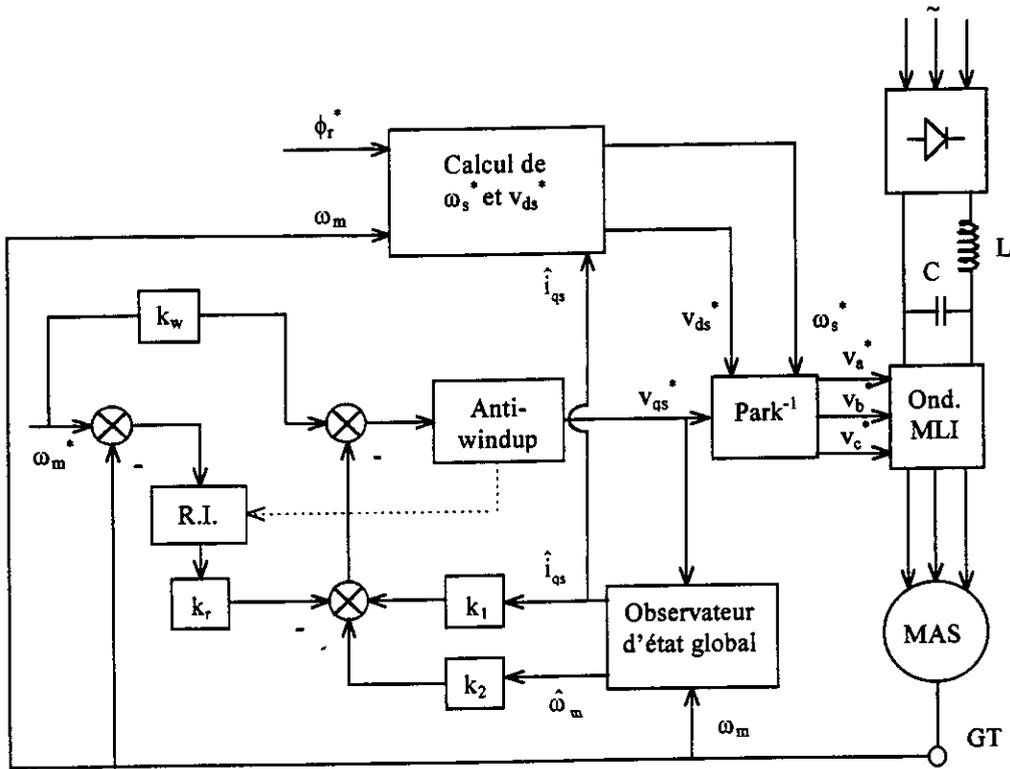


Fig. (III.5): Schéma bloc de la commande en vitesse par retour d'état avec observateur d'ordre global.

Les résultats de simulation du réglage d'état avec observateur d'état d'ordre complet, pour les deux types de dimensionnement ainsi exposés, sont donnés par la figure (III.6).

Pour que l'observateur apparaisse comme un capteur de dynamique négligée, on lui impose une dynamique rapide par rapport à celle du système. Puis on l'incorpore dans la chaîne de régulation en se basant sur le principe de séparation. Cependant, on constate que ce principe n'est pas vérifié pour n'importe quelle imposition de pôles. Ceci est dû à la non-linéarité du système global, alors que la synthèse est basée sur des modèles simplifiés. Dans ces conditions, il faut choisir l'emplacement qui assure la stabilité de l'ensemble système-observateur-régulateur.

### III.2.5 REGLAGE DE POSITION DE LA MAS

Cette fois ci, on va utiliser la formule d'Ackermann pour établir les deux types de dimensionnement pour l'observateur d'ordre global.

#### III.2.5.1 Dimensionnement échantillonné

Dans une première étape, on doit former la matrice d'observabilité:

$$Q_o = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 10^4 \\ 0.5455 & 9.9922 & 10^4 \\ 2.0320 & 19.9464 & 10^4 \end{pmatrix} \cdot 10^{-4} \tag{III.37}$$

Le vecteur colonne e est :

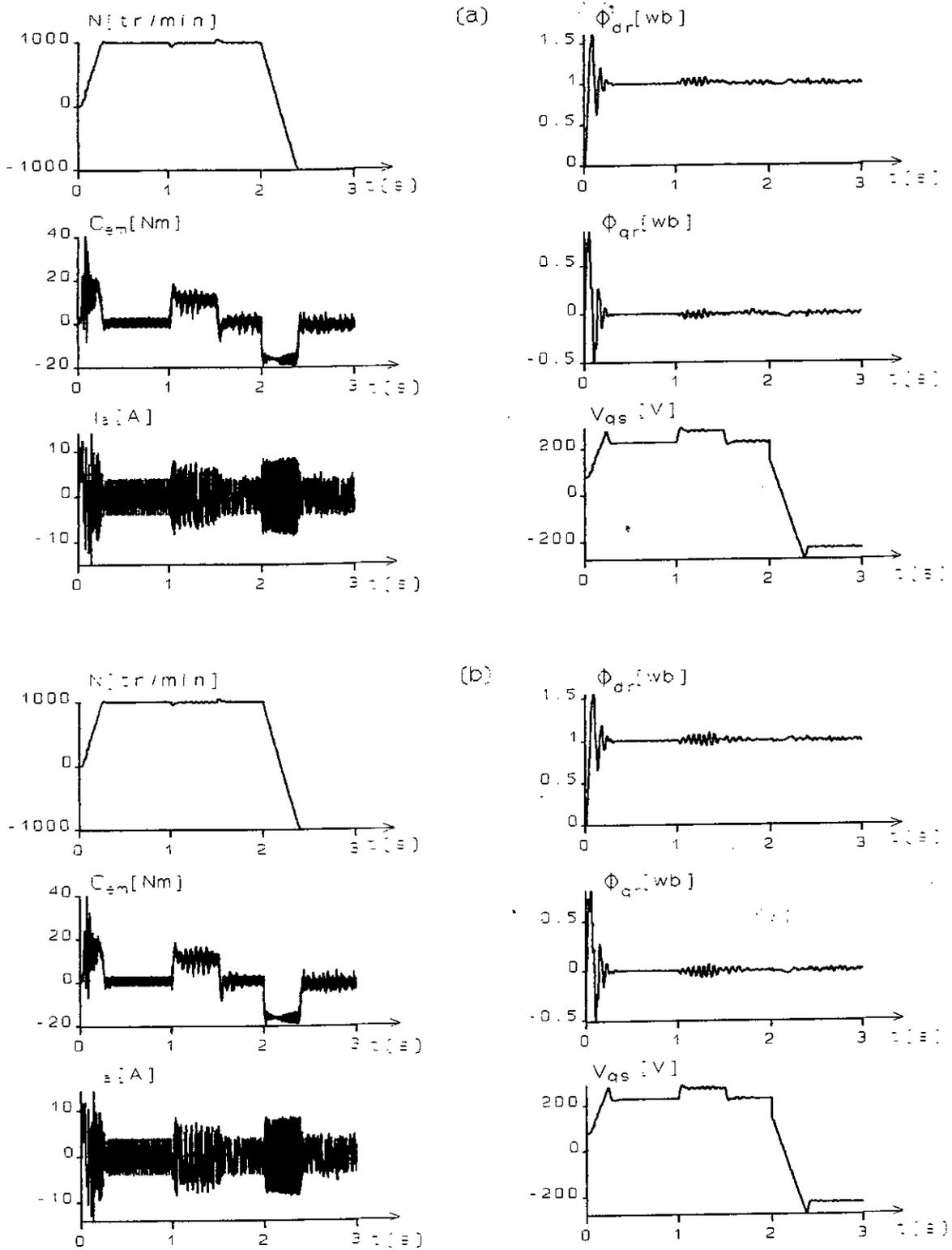


Fig.(III.6) : Simulation du réglage de vitesse par un régulateur d'état avec observateur d'état d'ordre global:  
 a) dimens. échantillonné; b) dimens. continu.

$$e = \begin{pmatrix} 10810.5863 \\ -599.9714 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.38})$$

L'imposition de trois pôles  $z_{1,2,3} = e^{-\alpha}$  ( $\alpha = 0.6$ ), nous permet d'avoir les coefficients  $\alpha_i$  suivants:

$$\alpha_2 = -3e^{-0.6} = -1.6464; \quad \alpha_1 = 3e^{-1.2} = 0.9036; \quad \alpha_0 = -e^{-1.8} = -0.1653$$

La formule d'Ackermann donne:

$$G = \begin{pmatrix} 71.4642 \\ 329.9625 \\ 1.1065 \end{pmatrix} \quad (\text{III.39})$$

### III.2.5.2 Dimensionnement continu

La matrice d'observabilité  $Q_o$  est la suivante:

$$Q_o = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & -\frac{f}{J} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.40})$$

Le vecteur  $e$  est donné par:

$$e = \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.41})$$

En imposant trois pôles réels  $S_{1,2,3} = -\rho$ , les  $\alpha_i$  seront:

$$\alpha_2 = 3\rho; \quad \alpha_1 = 3\rho^2; \quad \alpha_0 = \rho^3$$

Le vecteur gain est:

$$\begin{cases} g_1 = \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \left( \alpha_0 - \alpha_1 \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \left( \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} \right)^2 - \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} \right) \left( \alpha_2 - \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} \right) + \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \right) \\ g_2 = \alpha_1 - \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \left( \alpha_2 - \frac{f}{J} \right) + \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} \right)^2 - \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} \\ g_3 = \alpha_2 - \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \end{cases} \quad (\text{III.42})$$

Dans ce cas, l'équation d'état de l'observateur est:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \hat{i}_{qs} \\ \hat{\omega}_m \\ \hat{\theta}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_{eq}}{\sigma L_s} & -\frac{\phi_r^*}{\sigma L_m} & -g_1 \\ \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & -\frac{f}{J} & -g_2 \\ 0 & 1 & -g_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{i}_{qs} \\ \hat{\omega}_m \\ \hat{\theta}_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix} \theta_m + \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} v_{qs} \quad (\text{III.43})$$

La discrétisation de cette équation pour  $\rho = 500$ , nous offre:

$$G_{\text{discret}} = \begin{pmatrix} 21.7769 \\ 220.6891 \\ 0.7960 \end{pmatrix} \tag{III.44}$$

III.2.5.3 Résultats de simulation

La figure (III.7) nous montre le schéma de principe de la commande en position avec un observateur global.

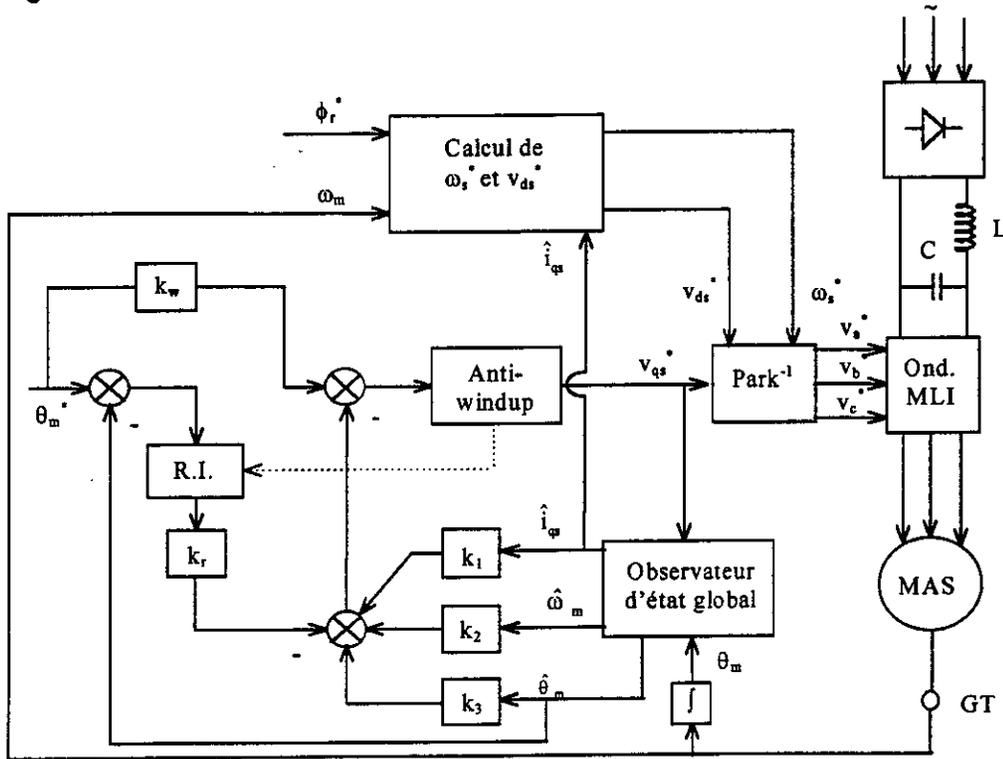


Fig. (III.7): Schéma bloc de la commande en position par retour d'état avec observateur d'ordre global.

La figure (III.8) montre les résultats du test effectué sur l'observateur global de position en boucle ouverte. Les erreurs d'observations sont dues au couple de référence qui stimule le système. Cependant, ces erreurs restent faibles.

A la suite d'une simulation de la commande en position avec observateur d'état d'ordre global, nous représentons, sur la figure (III.9), l'évolution de quelques variables ( $\theta_m$ ,  $N$ ,  $\phi_{dr}$ ,  $\phi_{qr}$ ,  $C_{em}$ ,  $v_{qs}$ ) pour un démarrage de la machine avec variation de la perturbation de charge en régime établi, puis une inversion de la consigne de position.

Nous constatons que, la composante en quadrature du flux rotorique est maintenue à zéro, en régime établi, quelques soit la perturbation appliquée sur le système. Nous remarquons également que le rejet du couple de charge est accompagné par une influence néfaste sur la réponse de position. Ceci peut être justifié par le fait que la perturbation n'intervient pas dans la loi de commande.

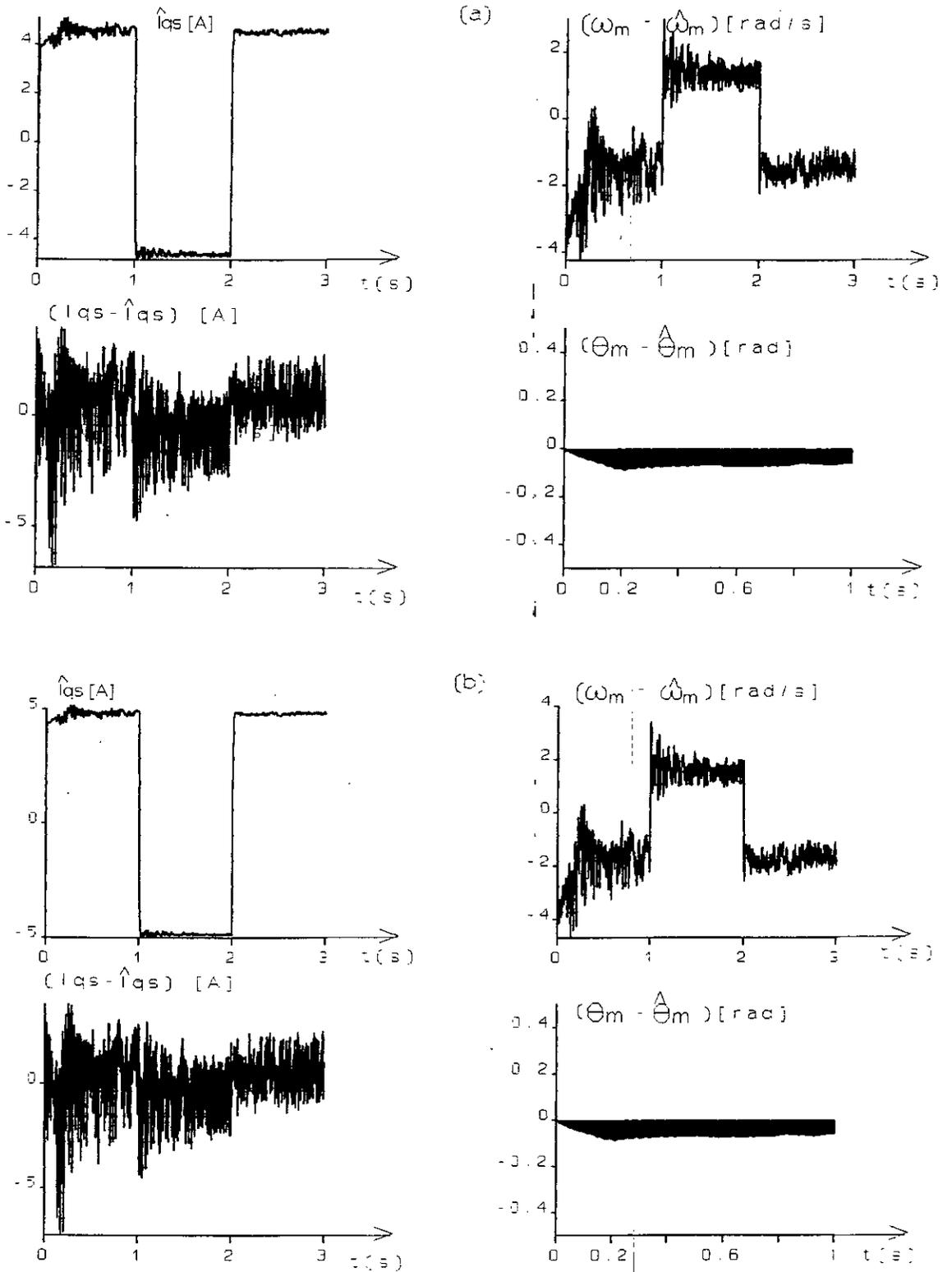


Fig.(III.8) : Réponses en boucle ouverte de l'observateur d'état global pour la commande en position: a) dimensionnement échantillonné ; b) dimensionnement continu.

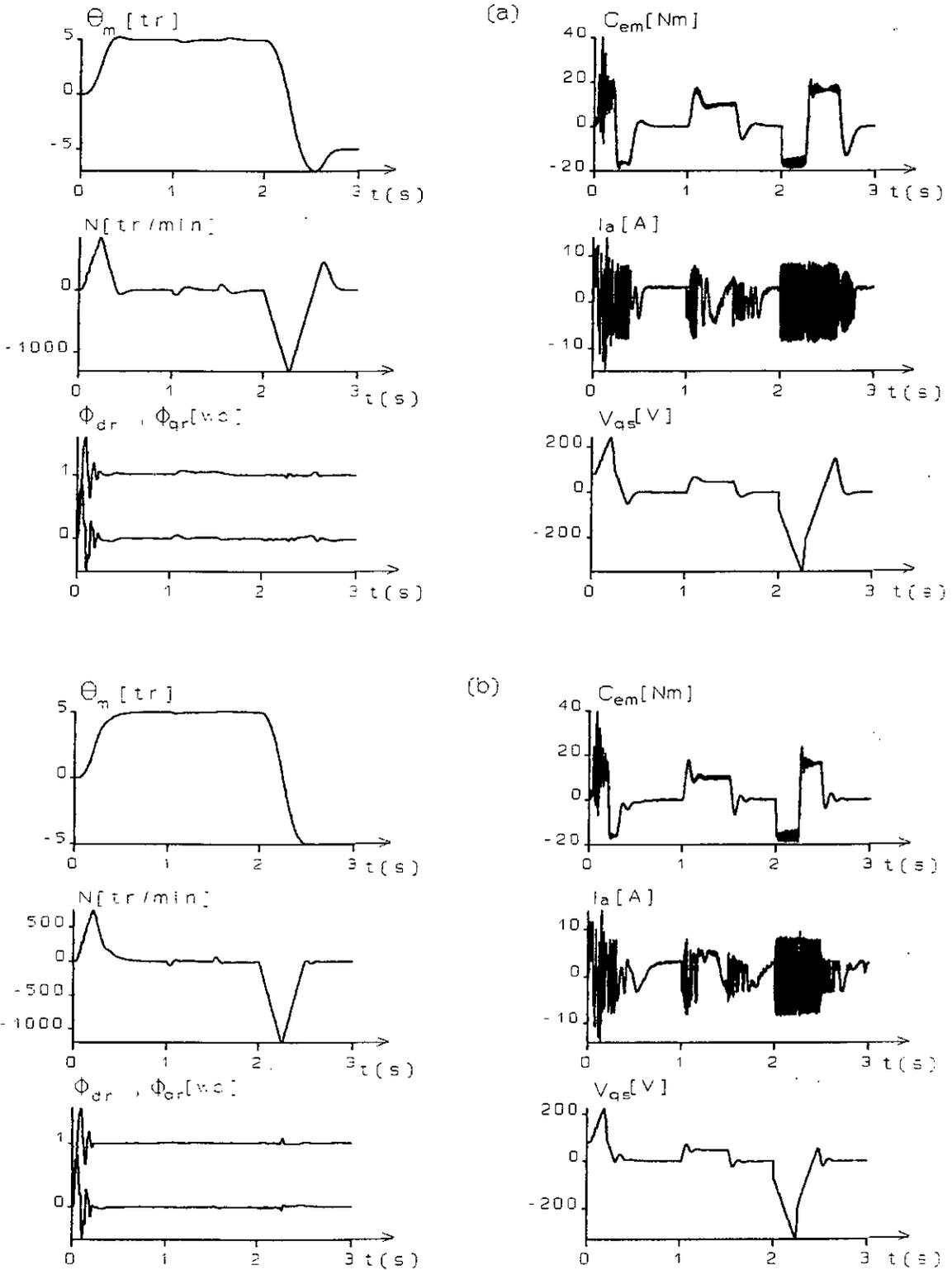


Fig.(III.9): Simulation du réglage de position par un régulateur d'état avec un observateur d'état d'ordre global: a) dimens. échantillonné; b) dimens. continu.

### III.3 OBSERVATEUR D'ORDRE REDUIT

C'est un observateur d'ordre  $(n_s - 1)$  qui possède le modèle linéaire suivant [Friedland 72],[Luenberger 71]:

$$\begin{cases} z[k+1] = Fz[k] + Hu[k] + Gy_s[k] \\ \hat{x}_s[k] = Qz[k] + Ry_s[k] \\ \hat{y}_s[k] = C'_s \hat{x}_s[k] \end{cases} \quad (III.45)$$

$z[k]$  : vecteur d'état de l'observateur;  $\hat{x}_s[k]$  : son vecteur de sortie.

Le système et son observateur sont schématisés par la structure suivante (figure (III.10)):

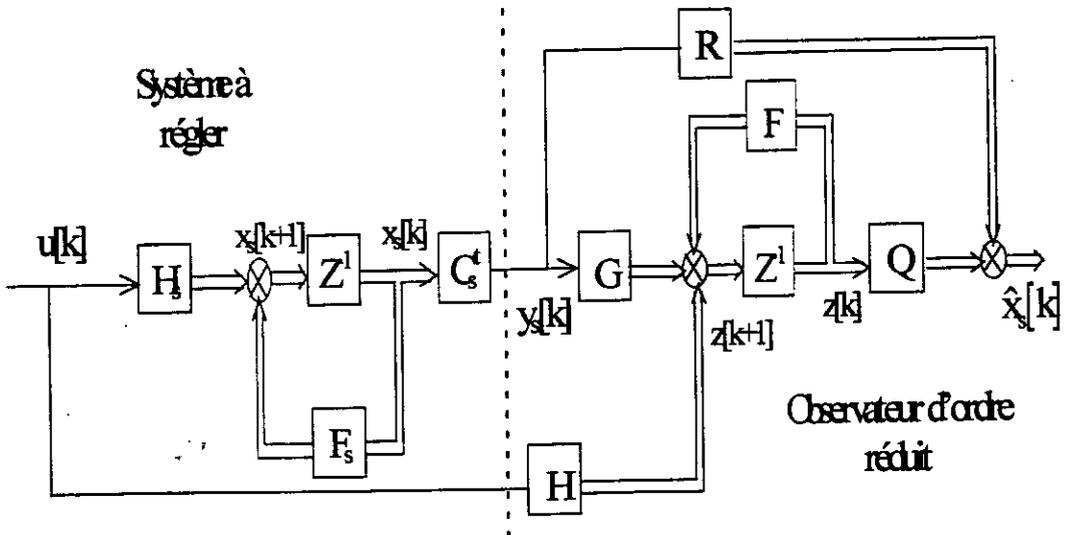


Fig. (III.10): Structure de l'observateur d'ordre réduit.

La relation liant  $x_s[k]$  et  $z[k]$  est linéaire et on peut l'écrire sous la forme:  $z[k] = Lx_s[k] + \epsilon[k] \quad \forall k$  avec  $\epsilon[k]$  l'erreur d'observation.

En substituant l'expression de  $z[k]$  dans (III.45), puis on la compare avec (III.1) on aura:

$$\begin{aligned} \forall u[k], \forall x_s[k] \quad \text{on a:} & \quad (III.46) \\ (LF_s - FL - GC'_s)x_s[k] + (LH_s - H)u[k] + \epsilon[k+1] - F\epsilon[k] &= 0 \end{aligned}$$

Cette équation nous permet d'en déduire les conditions d'existence suivantes:

$$\begin{aligned} LF_s - FL &= GC'_s & (i) \\ LH_s &= H & (ii) \\ \epsilon[k+1] &= F\epsilon[k] & (iii) \end{aligned} \quad (III.47)$$

L'équation (III.47 iii) décrit le comportement dynamique propre du reconstruteur. Avec un choix approprié de cette dynamique, déterminée par les valeurs propres de la matrice  $F$ , l'erreur d'observation  $\epsilon[k] = z[k] - Lx_s[k]$  diminue rapidement au cours de temps et, après un régime transitoire, cette erreur pourra être considérée comme négligeable. Ainsi, on constate que cette erreur n'est pas influencée par la grandeur de commande [Fortmann 72],[Luenberger 71].

$$\begin{aligned} \text{si } k \rightarrow \infty \Rightarrow \epsilon[k] &\rightarrow 0 \quad \text{et:} & (III.48) \\ z[k] &= Lx_s[k] \quad \forall u[k] \end{aligned}$$

Il résulte que:

$$\hat{x}_s = (QL + RC_s^t) x_s \quad (III.49)$$

Pour que  $\hat{x}_s = x_s$ , il est nécessaire que:

$$(Q \ R) \begin{pmatrix} L \\ C_s^t \end{pmatrix} = I_{n_s} \text{ (matrice d'identité d'ordre } n_s) \quad (III.50)$$

Cette identification ne sera possible que si:

$$\text{rang}(Q \ R) = \text{rang} \begin{pmatrix} L \\ C_s^t \end{pmatrix} = n_s \quad (III.51)$$

En résumé, l'observateur d'ordre  $(n_s-1)$  défini par l'équation (III.45) est dit observateur minimal, pour le système contrôlable (III.1), si et seulement s'il satisfait aux conditions suivantes:

a - Il existe une matrice  $L \in \mathbb{R}^{(n_s-1) \times n_s}$  tel que:

$$\begin{aligned} LF_s - FL &= GC_s^t \\ LH_s &= H \\ QL + RC_s^t &= I_{n_s} \end{aligned} \quad (III.52)$$

b - Toutes les valeurs propres de F possèdent un module inférieure à un.

### III.3.1 CONCEPTION DE L'OBSERVATEUR A L'AIDE DE L'ALGORITHME DE LUENBERGER

Pour le choix de L, Luenberger a proposé une solution simple, consistant à choisir L dans un espace de forme canonique d'observation par la matrice suivante [Luenberger 71]:

$$\tilde{L}(n_s - 1 \times n_s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & l_0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & l_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & l_{n_s-2} \end{pmatrix} \quad (III.53)$$

Cette matrice permet de réaliser donc:

$$\begin{aligned} \tilde{L}\tilde{F}_s - \tilde{F}_s\tilde{L} &= \tilde{G}\tilde{C}_s^t \\ \text{avec } \text{rang} \begin{pmatrix} \tilde{L} \\ \tilde{C}_s^t \end{pmatrix} &= n_s \end{aligned} \quad (III.54)$$

où:

$$\tilde{F}_s(n_s \times n_s) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & -a_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -a_{n_s-1} \end{pmatrix}; \tilde{F}(n_s - 1 \times n_s - 1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -\alpha_0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & -\alpha_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -\alpha_{n_s-2} \end{pmatrix}; \tilde{G}(n_s - 1 \times 1) = \begin{pmatrix} \tilde{g}_1 \\ \dots \\ \dots \\ \tilde{g}_{n_s-1} \end{pmatrix}$$

Le développement de (III.54) nous permet d'écrire:

$$\begin{cases} l_i = -\alpha_i & , \quad i = \overline{0, n_s - 2} \\ \mathbf{g}_k = \alpha_{k-1}(\mathbf{a}_{n_s-1} - \alpha_{n_s-2}) - \mathbf{a}_{k-1} + \alpha_{k-2} & , \quad k = \overline{2, n_s - 2} \\ \mathbf{g}_1 = \alpha_0(\mathbf{a}_{n_s-1} - \alpha_{n_s-2}) - \mathbf{a}_0 \end{cases} \quad (\text{III.55})$$

Les  $\mathbf{a}_i$  sont les coefficients de l'équation caractéristique en boucle ouverte, par contre les coefficients  $\alpha_i$  sont ceux du polynôme caractéristique suivant:

$$\det(z\mathbf{I} - \mathbf{F}) = \sum_{i=0}^{n_s-1} \alpha_i z^i = 0 \quad \text{avec } \alpha_{n_s-1} = 1 \quad (\text{III.56})$$

Ce dernier peut être écrit, en fonction des valeurs propres de  $\mathbf{F}$  choisies arbitrairement de telle manière que l'erreur d'observation tend asymptotiquement vers zéro:

$$\det(z\mathbf{I} - \mathbf{F}) = \prod_{i=1}^{n_s-1} (z - \lambda_i) \quad (\text{III.57})$$

La dynamique de  $\mathbf{F}$  doit être plus rapide que celle de  $\mathbf{F}_s$ , ie. en donnant au  $(n_s-1)$  valeurs propres  $(\lambda_i)$  de  $\mathbf{F}$  un module plus petit que celui des valeurs propres de  $\mathbf{F}_s$ .

La relation entre les  $\alpha_i$  et les  $\lambda_i$  est assurée par le théorème de Viète. Le vecteur  $\tilde{\mathbf{x}}_s[k]$  est obtenu immédiatement à partir de l'équation (III.58) :

$$\tilde{\mathbf{x}}_s[k] = \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{z}[k] + \tilde{\mathbf{R}} y_s[k] \quad (\text{III.58})$$

avec:

$$(\tilde{\mathbf{Q}} \quad \tilde{\mathbf{R}}) = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{L}} \\ \tilde{\mathbf{C}}^t \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & -\alpha_0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & -\alpha_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 1 & -\alpha_{n_s-2} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \quad (\text{III.59})$$

$$\Rightarrow (\tilde{\mathbf{Q}} \quad \tilde{\mathbf{R}}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & \alpha_0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & \alpha_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 1 & \alpha_{n_s-2} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{III.60})$$

donc:

$$\tilde{\mathbf{Q}}(n_s \times n_s - 1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix} ; \quad \tilde{\mathbf{R}}(n_s \times 1) = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \dots \\ \dots \\ \alpha_{n_s-2} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{III.61})$$

Il faut mentionner aussi que:

$$\tilde{\mathbf{H}}(n_s - 1 \times 1) = \tilde{\mathbf{L}} \tilde{\mathbf{H}}_s \quad (\text{III.62})$$

Les états observés sous forme canonique sont donnés par:

$$\begin{aligned}
 \tilde{x}_{s1}[k] &= \tilde{z}_1 + \alpha_0 y_s[k] \\
 \tilde{x}_{s2}[k] &= \tilde{z}_2 + \alpha_1 y_s[k] \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 \tilde{x}_{sn}[k] &= y_s[k]
 \end{aligned}
 \tag{III.63}$$

avec  $\tilde{z}[k+1] = \tilde{F} \tilde{z}[k] + \tilde{G} y_s[k] + \tilde{H} u[k]$

où  $\tilde{z} = (\tilde{z}_1 \quad \dots \quad \tilde{z}_{n_s-1})^t$

Enfin, le vecteur de sortie de l'observateur est calculé à l'aide de la transformation inverse suivante:

$$\hat{x}_s[k] = T^{-1} \tilde{x}_s[k]
 \tag{III.64}$$

la matrice T est donnée par l'équation (III.11).

### III.3.2 CONCEPTION DE L'OBSERVATEUR A L'AIDE DE L'ALGORITHME DE GOPINATH

L'idée est de déterminer les matrices (F, G, H, Q, R) après qu'une forme appropriée est donnée pour L, en effet:

Les équations (III.47 i et iii) peuvent s'écrire sous la forme matricielle suivante:

$$\begin{pmatrix} F & G \\ Q & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L \\ C_s^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} LF_s \\ I_{n_s} \end{pmatrix}
 \tag{III.65}$$

Si la matrice  $\begin{pmatrix} L \\ C_s^t \end{pmatrix}$  est non-singulière, (F, G, Q, R) seront déterminées grâce à l'équation suivante:

$$\begin{pmatrix} F & G \\ Q & R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} LF_s \\ I_{n_s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L \\ C_s^t \end{pmatrix}^{-1}
 \tag{III.66}$$

La matrice H est déterminée par l'équation (III.47 ii).

Avec ce type d'observateur minimal, le module des valeurs propres de F n'est pas nécessairement inférieur à un. Gopinath propose une procédure de conception utilisant une matrice L non-singulière avec une structure satisfait les conditions en question [Akirasano 88].

L'algorithme se résume dans les points suivants:

1- Construire une matrice  $C^\# \in R^{(n_s-1) \times n_s}$ , tel que la matrice de transformation

$$T_G^{-1} = \begin{pmatrix} C^\# \\ C_s^t \end{pmatrix} \in R^{n_s \times n_s} \quad (G \text{ indique Gopinath}) \text{ soit non-singulière.}$$

2- En utilisant  $T_G$  calculée précédemment le système équivalent  $(\bar{F}_s, \bar{H}_s, \bar{C}_s^t)$  de  $(F_s, H_s, C_s^t)$  dans cet espace est calculé par:

$$\begin{aligned} \bar{F}_s &= T_G^{-1} F_s T_G = \begin{pmatrix} \bar{F}_{s11} & \bar{F}_{s12} \\ \bar{F}_{s21} & \bar{F}_{s22} \end{pmatrix} \\ \bar{H}_s &= T_G^{-1} H_s = \begin{pmatrix} \bar{H}_{s1} \\ \bar{H}_{s2} \end{pmatrix} \\ \bar{C}_s^t &= C_s^t T_G = (0 \quad \dots \quad 1) \end{aligned} \tag{III.67}$$

3- Pour le système équivalent, on définit l'observateur d'ordre minimal  $(\bar{F}, \bar{G}, \bar{Q}, \bar{R}, \bar{H})$  pour un choix de  $\bar{L}$  donné par:

$$\bar{L} = (I_{n_s-1}, -l_0) \tag{III.68}$$

4- A l'aide de (III.68), l'équation suivante est dérivée de l'équation (III.66):

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \bar{F} & \bar{G} \\ \bar{Q} & \bar{R} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} (I_{n_s-1}, -l_0) \bar{F}_s \\ I_{n_s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{n_s-1} & -l_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \\ &= \begin{pmatrix} \bar{F}_{s11} - l_0 \bar{F}_{s21} & \bar{F}_{s12} - l_0 \bar{F}_{s22} \\ I_{n_s-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{n_s-1} & l_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{III.69}$$

donc:

$$\begin{aligned} \bar{F} &= \bar{F}_{s11} - l_0 \bar{F}_{s21} \\ \bar{G} &= \bar{F}_{s11} l_0 - l_0 \bar{F}_{s21} l_0 + \bar{F}_{s12} - l_0 \bar{F}_{s22} \\ (\bar{Q} \quad \bar{R}) &= \begin{pmatrix} I_{n_s-1} & l_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \bar{H} &= \bar{H}_{s1} - l_0 \bar{H}_{s2} \end{aligned} \tag{III.70}$$

5- L'observateur  $(\bar{F}, \bar{G}, \bar{H}, \bar{Q}, \bar{R})$  du système équivalent  $(\bar{F}_s, \bar{H}_s, \bar{C}_s^t)$  possède comme sortie le vecteur  $\bar{x}_s[k]$ . Il peut être utilisé comme un estimateur des états du système  $(F_s, H_s, C_s^t)$ . C'est à dire:  $T_G \bar{x}_s[k] \rightarrow x_s[k]$  lorsque  $k \rightarrow \infty$  dans ce cas on a:

$$F = \bar{F}; G = \bar{G}; H = \bar{H}; Q = T_G \bar{Q}; R = T_G \bar{R} \tag{III.71}$$

6- Déterminer L revient en réalité à déterminer  $l_0$ . Si  $l_0$  est donné l'observateur est conçu par l'équation (III.71). En effet,  $l_0$  est choisi de tel sorte que les pôles de  $\bar{F}$  appartiennent au cercle unité. Il suffit d'appliquer donc la méthode utilisée pour le calcul du vecteur gains G dans le cas d'un observateur d'ordre global. En adoptant les changements suivants:

Observateur d'ordre global	Observateur de Gopinath
$F_s$	$\bar{F}_{s11}$
$C_s^t$	$\bar{F}_{s21}$
F	$\bar{F}$
G	$l_0$

Tableau (III.1)

### III.3.3 COMMANDE EN VITESSE DE LA MAS

#### III.3.3.1 Algorithme de Luenberger

Conformément au choix apporté par Luenberger, on a pris :

$$\tilde{L}(1 \times 2) = \begin{pmatrix} 1 & 1_0 \end{pmatrix} \text{ de façon que: } \text{rang} \begin{pmatrix} 1 & -a_0 \\ 0 & -a_1 \end{pmatrix} = n_s = 2 \quad (\text{III.72})$$

Les matrices de l'observateur sous forme canonique sont:

$$\tilde{F}_s(2 \times 2) = \begin{pmatrix} 0 & -a_0 \\ 1 & -a_1 \end{pmatrix}; \quad \tilde{F}(1 \times 1) = -\alpha_0; \quad \tilde{G} = \tilde{g}_1 \quad (\text{III.73})$$

Avec:

$$\begin{cases} 1_0 = -\alpha_0 \\ \tilde{g}_1 = \alpha_0(a_1 - \alpha_0) - a_0 \\ a_0 = F_{s11}F_{s22} - F_{s12}F_{s21} \\ a_1 = -(F_{s11} + F_{s22}) \end{cases} \quad (\text{III.74})$$

tels que les  $F_{sij}$  sont les éléments de la matrice  $F_s$  du système à observer.  
L'équation caractéristique en boucle fermée est:

$$\det(zI - F) = z + \alpha_0 = 0 \rightarrow \alpha_0 = -z_1 \quad (\text{III.75})$$

$z_1$  : le pôle à imposer. Avec  $z_1 = e^{-\alpha} = 0.7788$ , pour  $\alpha = 0.25$ .

Les matrices d'observation et de transmission directe respectivement sont:

$$\tilde{Q}(2 \times 1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \tilde{R}(2 \times 1) = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{III.76})$$

Dans ce cas:

$$\begin{cases} \tilde{\hat{i}}_{qs}[k] = \tilde{z}[k] + \alpha_0 \omega_m[k] \\ \tilde{\hat{\omega}}_m[k] = \omega_m[k] \\ \tilde{z}[k+1] = -\alpha_0 \tilde{z}[k] + \tilde{g}_1 \omega_m[k] + (\tilde{H}_{s1} + 1_0 \tilde{H}_{s2}) v_{qs}[k] \end{cases} \quad (\text{III.77})$$

La matrice de transformation est:

$$T = \begin{pmatrix} F_{s21} & -(F_{s22} + a_1) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{III.78})$$

On a donc:

$$\begin{cases} \hat{i}_{qs}[k] = (\tilde{\hat{i}}_{qs}[k] + F_{s11} \omega_m[k]) \frac{1}{F_{s21}} \\ \hat{\omega}_m[k] = \omega_m[k] \end{cases} \quad (\text{III.79})$$

L'algorithme d'observation est constitué des deux équations (III.77) et (III.79).

### III.3.3.2 Algorithme de Gopinath

1- Avec le choix de  $C^\# = (1 \quad 0)$ , la matrice de transformation sera  $T_G = T_G^{-1} = I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , ce qui facilite considérablement la synthèse de l'observateur.

2- Avec ce choix il arrive:

$$\bar{F}_s = F_s = \begin{pmatrix} F_{s11} & F_{s12} \\ F_{s21} & F_{s22} \end{pmatrix}; \bar{H}_s = H_s = \begin{pmatrix} H_{s1} \\ H_{s2} \end{pmatrix}; \bar{C}_s^t = C_s^t = (0 \quad 1) \quad (\text{III.80})$$

3- La matrice L est donnée par:

$$L = \bar{L} = (1 \quad -l_0) \quad (\text{III.81})$$

4/5- Les matrices de l'observateur sont:

$$\begin{aligned} F &= \bar{F} = F_{s11} - l_0 F_{s21} \\ G &= \bar{G} = F_{s11} l_0 - l_0 F_{s21} + F_{s12} - l_0 F_{s22} \\ Q &= \bar{Q} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad R = \bar{R} = \begin{pmatrix} l_0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ H &= \bar{H} = H_{s1} - l_0 H_{s2} \end{aligned} \quad (\text{III.82})$$

6- Pour ce qui est du choix de  $l_0$ , il faut que le pôle de  $\bar{F}$  soit à l'intérieur du cercle unité. En effet,  $l_0$  sera donc:

$$l_0 = \frac{F_{s11} - z}{F_{s21}} \quad (\text{III.83})$$

tel que  $z = e^{-0.25} = 0.7788$ .

L'algorithme d'observation est donc:

$$\begin{cases} \bar{z}[k+1] = \bar{F} \bar{z}[k] + \bar{G} \omega_m[k] + \bar{H} v_{qs}[k] \\ \hat{i}_{qs}[k] = \hat{i}_{qs}[k] = \bar{z}[k] + l_0 \omega_m[k] \\ \hat{\omega}_m[k] = \hat{\omega}_m[k] = \omega_m[k] \end{cases} \quad (\text{III.84})$$

#### Remarques:

- Le dimensionnement que nous avons présenté est aussi valable pour le dimensionnement continu. Cependant, il faut changer les éléments de la matrice  $F_s$  par ceux de la matrice  $A_s$ .

- Le dimensionnement de l'observateur d'ordre réduit pour la commande en position en se basant sur le modèle (II.39) est pratiquement inutile. Sachant que la réduction génère un observateur dont les états sont : le courant en quadrature et la vitesse de rotation, et comme la vitesse est une sortie mesurable, il est préférable d'utiliser l'observateur d'ordre réduit synthétisé à partir du modèle de base de la commande en vitesse.

### III.3.3.3 Résultats de simulation

La figure (III.11) présente l'association de la MAS et sa commande avec un observateur d'ordre réduit.

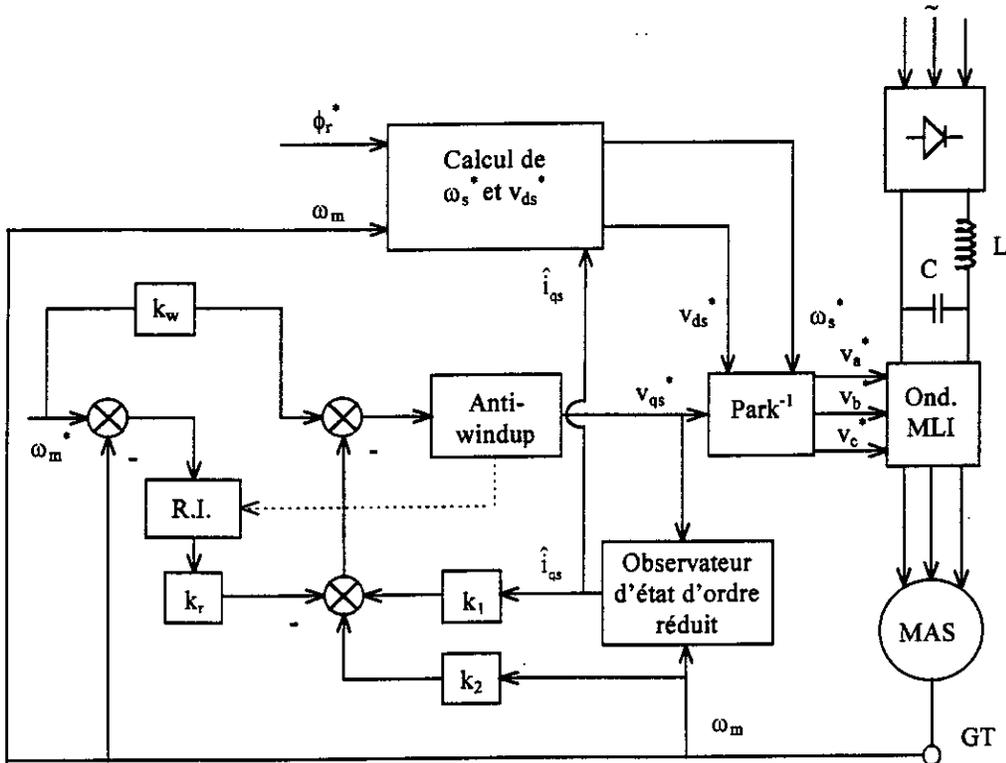


Fig. (III.11): Schéma bloc de la commande en vitesse par retour d'état avec observateur d'ordre réduit.

L'observateur d'ordre réduit nous permet d'observer uniquement le courant  $i_{qs}$ , ce qui facilite d'une façon notable la synthèse. Il réduit fortement le temps de calcul de l'algorithme d'observation.

Sur la figure (III.12), nous avons représenté les réponses des courants réels et observés en plus de l'erreur d'observation pour les deux types d'observateur à savoir l'observateur de Luenberger et l'observateur de Gopinath pour la même imposition de pôles. Vu que l'observateur ne possède pas une information sur le couple de charge excitant le système, l'erreur d'observation persiste.

Il apparaît aussi de nos résultats que le réglage d'état avec observateur d'ordre réduit, comme l'indique la figure (III.13), est influencé lors d'une application de charge nominale. Ceci est dû évidemment à la non contribution de la grandeur de perturbation dans l'élaboration de la loi de commande.

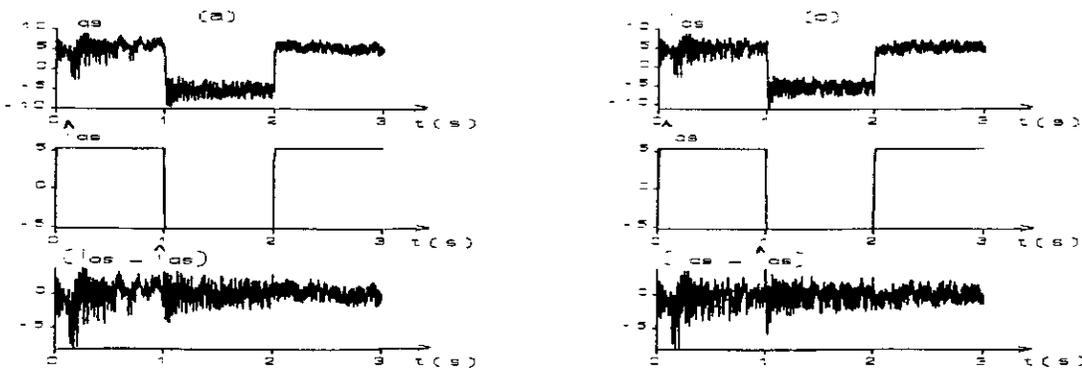


Fig. (III.12) : Réponse en boucle ouverte de l'observateur d'ordre réduit : a) algorithme de Luenberger; b) algorithme de Gopinath.

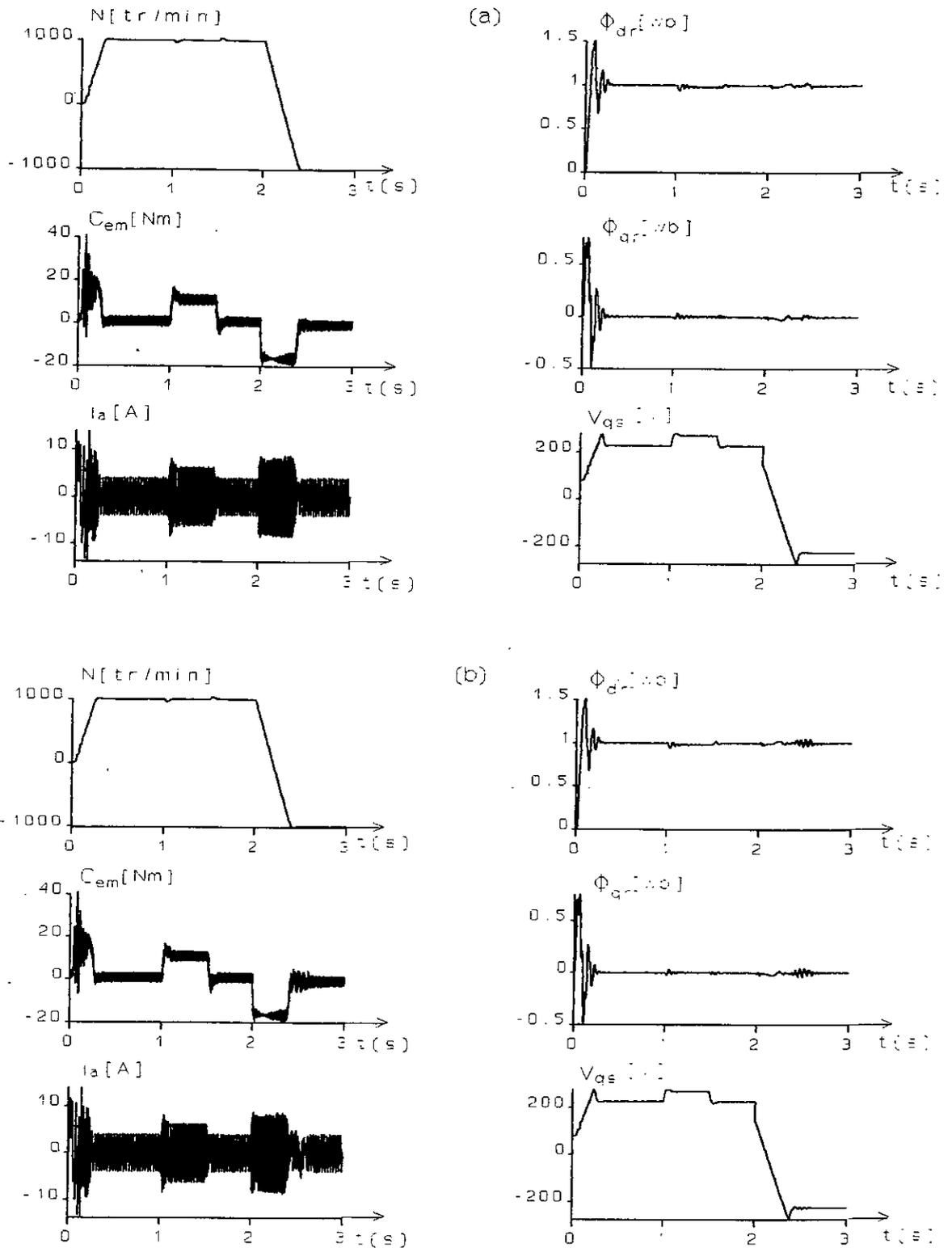


Fig. (III.13) : Simulation du réglage de vitesse par un régulateur d'état avec observateur d'état d'ordre réduit:  
 a) algorithme de Luenberger; b) algorithme de Gopinath.

### III.3.4 COMMANDE EN POSITION DE LA MAS

La figure (III.14) représente le schéma bloc de la commande en position équipée par un observateur d'ordre réduit.

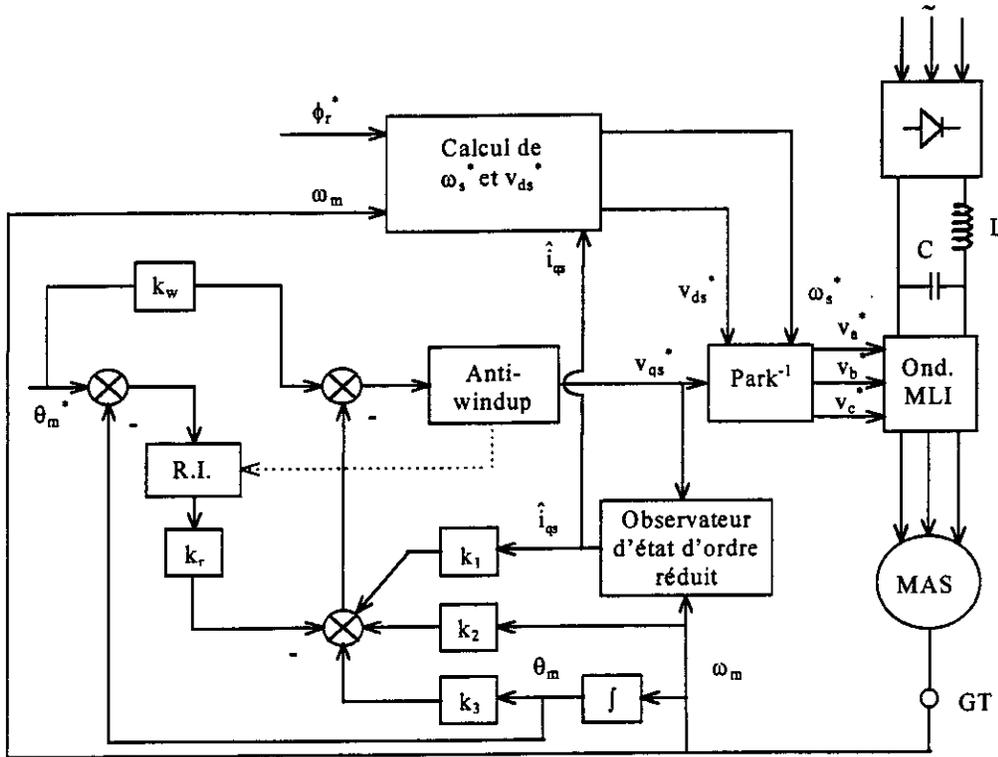


Fig. (III.14): Schéma bloc de la commande en position par retour d'état avec observateur d'état d'ordre réduit.

Toujours dans le souci d'étudier les performances du réglage d'état de la position rotorique avec observateur, nous présentons un démarrage à vide, puis, on applique une charge nominale, et enfin on fait inversé la consigne de la position (figure (III.15)).

Les résultats de la simulation montrent que les réponses de position et de flux atteignent les références qui leurs sont imposées. De plus, la perturbation de charge nominale est rejetée par le système mais elle possède un impact très mauvais aux moments de charge et de décharge de la machine. Ceci est dû au fait que la grandeur de perturbation n'est pas prise en compte.

### III.4 OBSERVATEUR D'ETAT ET DE PERTURBATION

Le système à observer est donné par l'équation:

$$\begin{cases} x_s[k+1] = F_s x_s[k] + H_s u[k] + H_{sv} v[k] \\ y_s[k] = C_s^t x_s[k] \end{cases} \quad (III.85)$$

Le vecteur d'état  $\hat{x}_s[k]$  qui observe le vecteur d'état du système à régler est déterminé par l'équation aux différences suivante:

$$\hat{x}_s[k+1] = F \hat{x}_s[k] + H_s u[k] + G E[k] + H_{sv} v[k] \quad (III.86)$$

Pour obtenir le vecteur de perturbation observé, on introduit un intégrateur discret. Cet intégrateur est influencé par l'écart d'observation  $E[k]$  au travers du bloc contenant la matrice  $G$ , comme l'indique la figure (II.16) [Buhler 86].

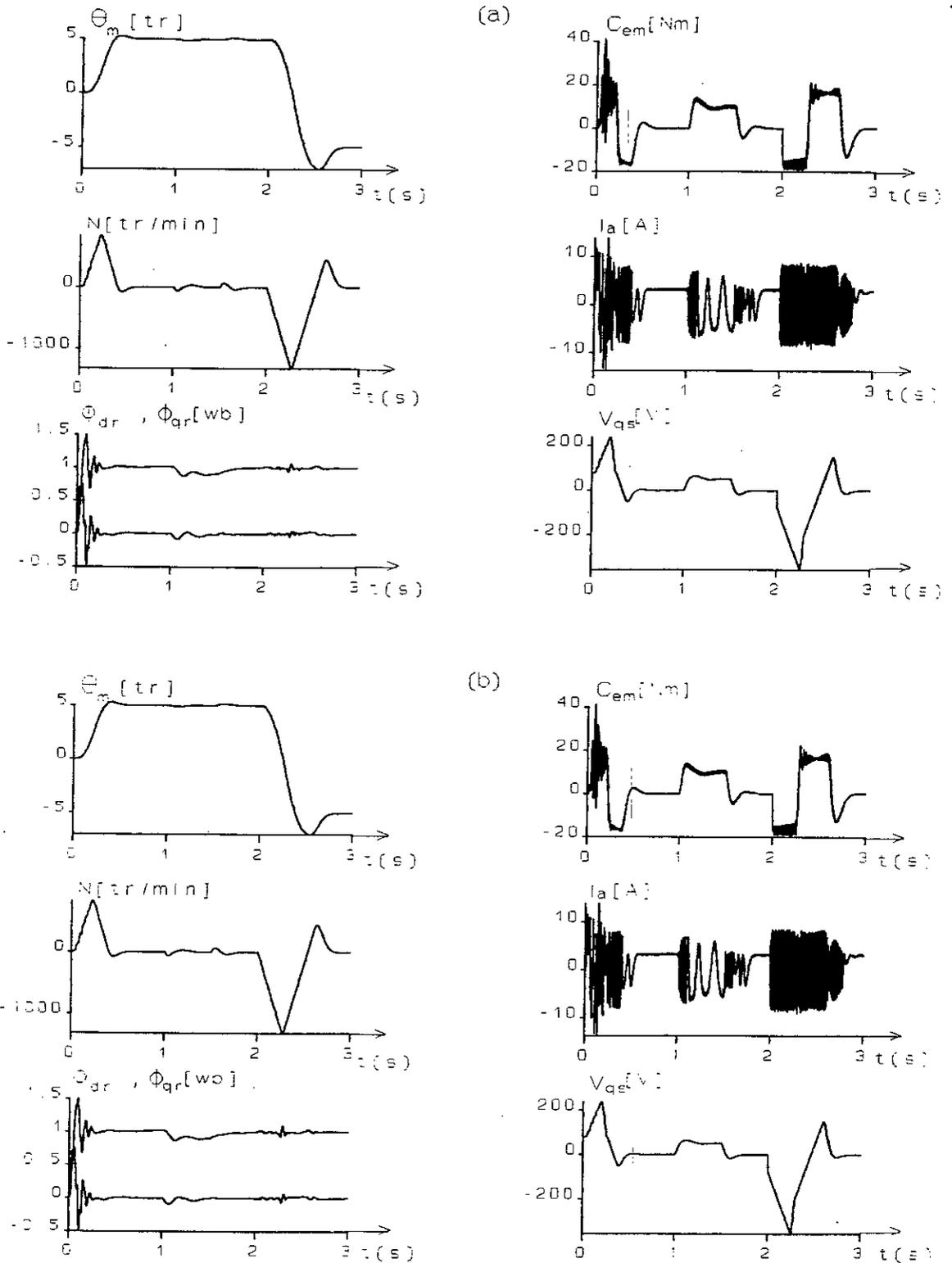


Fig.(III.15) : Simulation du réglage de position par un régulateur d'état avec un observateur d'état d'ordre réduit:  
 a) algorithme de Luenberger; b) algorithme de Gopinath.

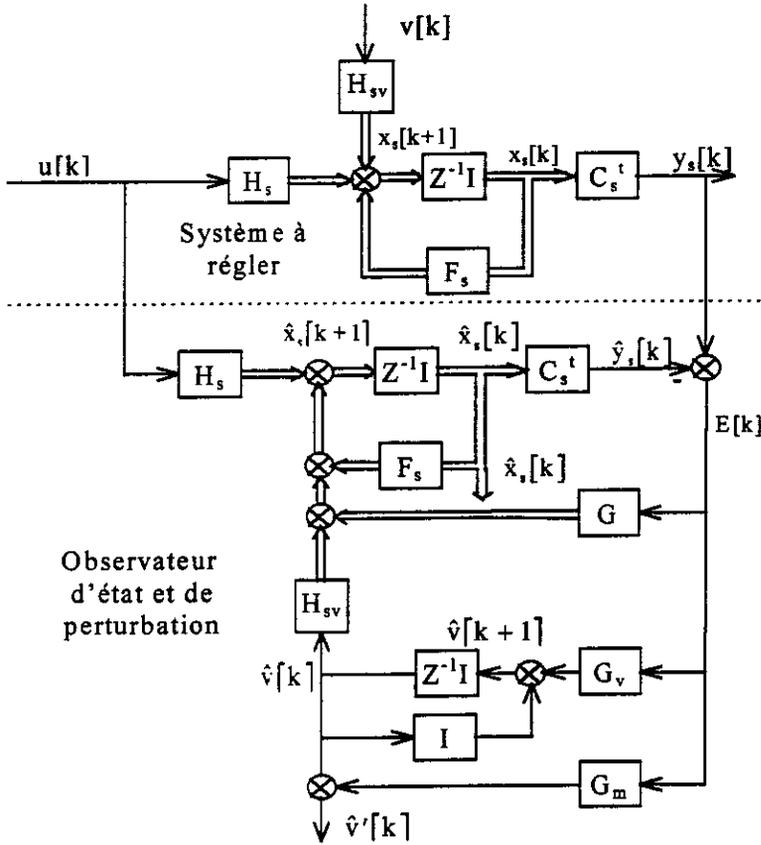


Fig. (III.16): Structure de l'observateur d'état et de perturbation.

L'équation au différence de  $\hat{v}[k]$  est donnée par:

$$\hat{v}[k+1] = \hat{v}[k] + G_v E[k] \tag{III.87}$$

L'écart d'observation est:

$$E[k] = y_s[k] - \hat{y}_s[k] = y_s[k] - C_s^t \hat{x}_s[k] \tag{III.88}$$

Lorsqu'on introduit (III.88) dans (III.87) on obtient:

$$\hat{v}[k+1] = \hat{v}[k] + G_v y_s[k] - G_v C_s^t \hat{x}_s[k] \tag{III.89}$$

L'algorithme d'observation est donné par les deux expressions (III.86) et (III.89).

Equation aux différences pour l'observateur global:

Pour faire l'étude de l'observateur d'état et de perturbation, on introduit le vecteur d'état global  $\hat{x}_G[k] = \begin{pmatrix} \varepsilon[k] \\ \hat{v}[k] \end{pmatrix}$  de dimension  $(n_s + q)$ ,  $q$ : nombre des grandeurs perturbants le système.

Avec:

$$\begin{aligned} \varepsilon[k+1] &= F \varepsilon[k] - H_{sv} \hat{v}[k] + H_{sv} v[k] \\ \text{et } \hat{v}[k+1] &= G_v C_s^t \varepsilon[k] + \hat{v}[k] \end{aligned} \tag{III.90}$$

sous une forme compacte on aura:

$$\begin{aligned} \hat{x}_G[k+1] &= \hat{F}_G \hat{x}_G[k] + \hat{H}_G v[k] \quad \text{avec:} \\ \hat{F}_G (n_s + q \times n_s + q) &= \begin{pmatrix} F & -H_{sv} \\ G_v C_s^t & 1 \end{pmatrix}; \quad \hat{H}_G (n_s + q \times q) = \begin{pmatrix} H_{sv} \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{III.91}$$

Pour déterminer les matrices de contre-réaction  $G$  et  $G_v$ , il faut décomposer la matrice  $\hat{F}_G$  de la manière suivante:

$$\hat{F}_G = F_o - G_o C_o^t \quad \text{avec:} \quad (III.92)$$

$$F_o = \begin{pmatrix} F_s & -H_{sv} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; G_o = \begin{pmatrix} G \\ -G_v \end{pmatrix}; C_o^t = (C_s^t \quad 0)$$

A noter que les conditions de réalisation de ce type d'observateur sont:

- Rang( $Q_{co}$ ) =  $n_s+q$ ; avec:  $Q_{co} = \begin{pmatrix} C_o^t \\ C_o^t F_o \\ \vdots \\ C_o^t F_o^{n_s+q-1} \end{pmatrix}$  ;

-  $q \leq p$  (nombre des grandeurs de sortie).

Pour la détermination de la matrice  $G_o$ , on peut donc faire appel à une méthode parmi les deux méthodes exposées dans le paragraphe III.2. Nous avons adopté les changements indiqués dans le tableau (III.2) suivant:

Observateur d'état global	Observateur d'état et de perturbation
$F_s$	$F_o$
$C^t$	$C_o^t$
$F$	$F_G$
$G$	$G_o$

Tableau (III.2)

L'observateur ainsi défini observe correctement le vecteur de perturbation en régime établi. Par contre, il possède un mauvais comportement dynamique à cause du retard, d'une période d'échantillonnage, introduit par l'intégrateur discret, pour pallier à cet inconvénient, l'observateur d'état et de perturbation modifié est utilisé. Ainsi, en ajoutant la branche contenant le coefficient  $G_m$ , l'observation de la grandeur de perturbation se fait dès la première période d'échantillonnage. La perturbation observée est alors corrigée tel que [Buhler 86]:

$$\hat{v}'[k] = \hat{v}[k] + G_m(y_s[k] - C_s^t \hat{x}_s[k]) \quad (III.93)$$

Le coefficient de correction  $G_m$  peut être choisi de tel façon que le vecteur  $\hat{v}'[k]$  prend la valeur de  $\hat{v}[0]$  au premier instant d'échantillonnage.

### III.4.1 REGLAGE D'ETAT AVEC OBSERVATEUR D'ETAT ET DE PERTURBATION

La structure générale de la commande par retour d'état avec observateur d'état et de perturbation est représentée par la figure (III.17) suivante:

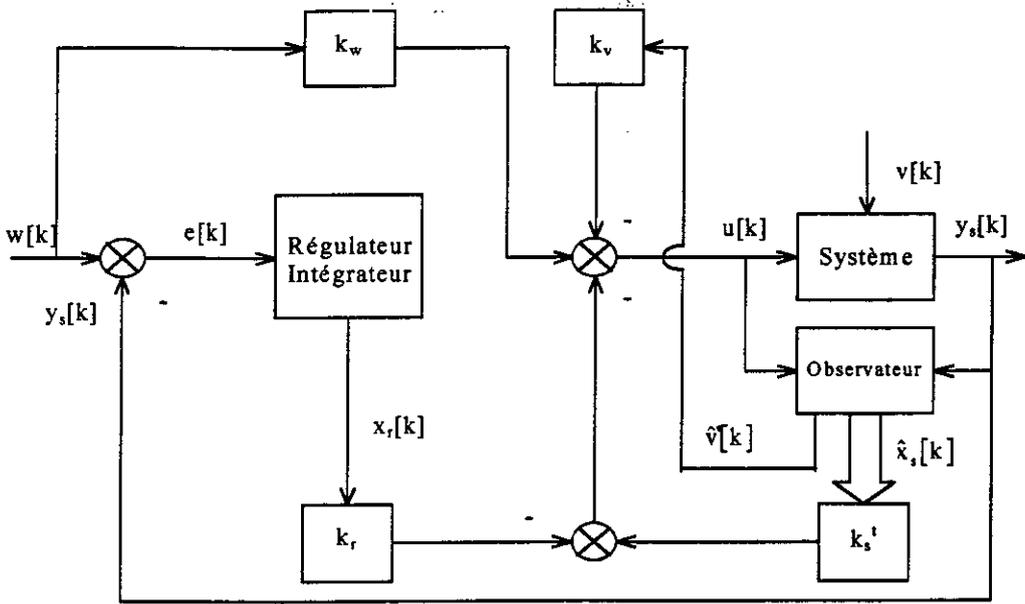


Fig. (III.17): Structure du réglage d'état avec observateur d'état et de perturbation.

Système d'équations:

Le système à régler, excité par un vecteur de perturbation, est:

$$\begin{cases} x_s[k+1] = F_s x_s[k] + H_s u[k] + H_{sv} v[k] \\ y_s[k] = C_s' x_s[k] \end{cases} \quad (III.94)$$

Le régulateur intégrateur:

$$x_r[k+1] = -C_s' x_s[k] + x_r[k] + w[k] \quad (III.95)$$

La grandeur de commande:

$$u[k] = -k_s' \hat{x}_s[k] + k_r x_r[k] + k_w w[k] - k_v \hat{v}[k] \quad (III.96)$$

L'observateur d'état et de perturbation:

$$\begin{aligned} \varepsilon[k+1] &= (F_s - GC_s') \varepsilon[k] - H_{sv} \hat{v}[k] + H_{sv} v[k] \\ \hat{v}[k+1] &= G_v C_s' \varepsilon[k] + \hat{v}[k] \\ \hat{v}'[k] &= G_m C_s' \varepsilon[k] + \hat{v}[k] \end{aligned} \quad (III.97)$$

Equation d'état du système complet:

En remplaçant  $\hat{x}[k]$  et  $\hat{v}'[k]$  par leur expressions dans l'équation de la commande, on obtient:

$$u[k] = -k_s' x_s[k] + k_r x_r[k] + (k_s' - k_v G_m C_s') \varepsilon[k] - k_v \hat{v}[k] + k_w w[k] \quad (III.98)$$

Avec cette loi, le système à régler devient:

$$x_s[k+1] = (F_s - H_s k_s') x_s[k] + H_s k_r x_r[k] + H_s (k_s' - k_v G_m C_s') \varepsilon[k] - H_s k_v \hat{v}[k] + H_s k_w w[k] + H_{sv} v[k]. \quad (III.98)$$

Le système complet est défini par le vecteur d'état suivant:

$$x_c[k](2n_s + q + 1) = (x_s[k] \quad x_r[k] \quad \varepsilon[k] \quad \hat{v}[k])' \quad (III.99)$$

L'équation d'état du système complet est:

$$\begin{cases} x_c[k+1] = F_c x_c[k] + H_{cw} w[k] + H_{cv} v[k] \\ y_s[k] = C_c' x_c[k] \end{cases} \quad (III.100)$$

Avec:

$$F_c = \left( \begin{array}{cc|cc} F_s - H_s k_s^t & H_s k_r & H_s (k_s^t - k_v G_m C_s^t) & -H_s k_v \\ -C_s^t & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & F_s - G C_s^t & -H_{sv} \\ 0 & 0 & G_v C_s^t & 1 \end{array} \right); H_{cw} = \begin{pmatrix} H_s k_w \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; H_{cv} = \begin{pmatrix} H_{sv} \\ 0 \\ H_{sv} \\ 0 \end{pmatrix}; C_c^t = (C_s^t \quad 0 \quad 0 \quad 0)$$

Il est visible que le principe de séparation mentionné précédemment est toujours valable dans le cas du réglage d'état avec un observateur d'état et de perturbation. Il est possible donc, de dimensionner séparément le réglage d'état avec intervention directe de la grandeur de perturbation et l'observateur d'état et de perturbation.

### III.4.2 COMMANDE EN VITESSE DE LA MAS

#### III.4.2.1 Dimensionnement échantillonné

La décomposition de la matrice  $\hat{F}_G$  donne:

$$F_o = \begin{pmatrix} 0.7551 & -0.0298 & -0.0010 \\ 0.1060 & 0.9978 & 0.0645 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; G_o = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ -g_v \end{pmatrix}; C_o^t = (0 \quad 1 \quad 0) \quad (III.101)$$

La matrice d'observabilité de la paire  $(F_o, C_o^t)$  et le vecteur colonne  $e$  sont:

$$Q_o = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0.1060 & 0.9978 & 0.0645 \\ 0.1857 & 0.9925 & 0.1287 \end{pmatrix}; e = \begin{pmatrix} -38.8028 \\ 0 \\ 63.7744 \end{pmatrix} \quad (III.102)$$

Vérification des conditions:

-  $q = p = 1$

-  $\det(Q_o) \neq 0 \Rightarrow \text{rang}(Q_o) = 3$

En imposant trois pôles réels  $: z_i = e^{-1} = 0.3679; i = 1, 3$ , on trouve:

$$\alpha_0 = -1.0360; \alpha_1 = 0.4060; \alpha_2 = -0.0498$$

Au moyen de la formule d'Ackermann on obtient:

$$\begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2.3339 \\ 1.6493 \\ -16.1081 \end{pmatrix} \quad (III.103)$$

Le coefficient de correction:

$$G_m = g_m = \frac{C_r^n - \hat{C}_r[1]}{\omega_m[1] - \hat{\omega}_m[1]} = \frac{10}{-0.651474 + 0.00363544} = -15.436 \quad (III.104)$$

L'algorithme d'observation:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_{qs}[k+1] \\ \hat{\omega}_k[k+1] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.7551 & -2.5442 \\ 0.1060 & -0.6515 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{i}_{qs}[k] \\ \hat{\omega}_k[k] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.0281 \\ 0.0018 \end{pmatrix} v_{qs}[k] + \begin{pmatrix} 0.0010 \\ -0.0645 \end{pmatrix} \hat{C}_r[k] + \begin{pmatrix} -2.3339 \\ 1.6493 \end{pmatrix} \omega_m[k]$$

$$\hat{C}_r[k+1] = \hat{C}_r[k] - 16.1081 \cdot \hat{\omega}_m[k] + 16.1081 \cdot \omega_m[k] \quad (III.105)$$

$$\hat{C}_r'[k] = \hat{C}_r[k] - 15.436(\omega_m - \hat{\omega}_m)$$

### III.4.2.2 Dimensionnement continu

Afin de déterminer les gains de l'observateur d'état et de perturbation, on va adopter le système suivant:

$$A_o = \begin{pmatrix} -\frac{R_{eq}}{\sigma L_s} & -\frac{\phi_r^*}{\sigma L_m} & 0 \\ \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & -\frac{f}{J} & \frac{p}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad G_o = \begin{pmatrix} G \\ -G_v \end{pmatrix}; \quad C_o^t = (0 \quad 1 \quad 0) \quad (III.106)$$

Le calcul de la matrice d'observabilité nous conduit à:

$$Q_o = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & -\frac{f}{J} & \frac{p}{J} \\ -\frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) & -\frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} + \left( \frac{f}{J} \right)^2 & -\frac{pf}{J^2} \end{pmatrix} \quad (III.107)$$

Cet observateur est réalisable car on a une seule grandeur de perturbation et une seule grandeur

de sortie, ainsi que le déterminant  $\det(Q_o) = -\frac{R_{eq} L_m \phi_r^* p^3}{\sigma L_s L_r J^2} \neq 0$  est non nul.

Le vecteur e est:

$$e = -\frac{\sigma L_s}{R_{eq}} \begin{pmatrix} \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \\ 0 \\ -\frac{J}{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_1 \\ 0 \\ e_3 \end{pmatrix} \quad (III.108)$$

La formule d'Ackermann nous permet d'écrire:

$$G_o = \alpha_0 e + \alpha_1 A_o e + \alpha_2 A_o^2 e + A_o^3 e \quad (III.109)$$

Les  $\alpha_i$  sont en relation avec les trois pôles réels confondus  $S_{1,2,3} = -\rho$  par la relation suivante:

$$\alpha_2 = 3\rho; \quad \alpha_1 = 3\rho^2; \quad \alpha_0 = \rho^3$$

La Simplification de l'équation (III.109) donne:

$$\begin{aligned} g_1 &= \left( -\frac{\sigma L_s}{R_{eq}} \alpha_0 + \alpha_1 - \alpha_2 \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} \right)^2 - \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} \right) \frac{J L_r}{L_m \phi_r^* p^2} \\ g_2 &= \alpha_2 - \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \\ g_v &= -\alpha_0 e_3 \end{aligned} \quad (III.110)$$

Par la discrétisation du système  $(F_o, G_o)$  pour  $\rho = 650$ , on obtient:

$$G = \begin{pmatrix} -0.7814 \\ 0.5832 \end{pmatrix} \text{ et } G_v = g_v = -8.8788 ; g_m = -13.695 \quad \text{(III.111)}$$

### III.4.2.3 Résultats de simulation

le schéma de contrôle de la commande en vitesse avec observateur d'état et de perturbation est donné par la figure (III.18):

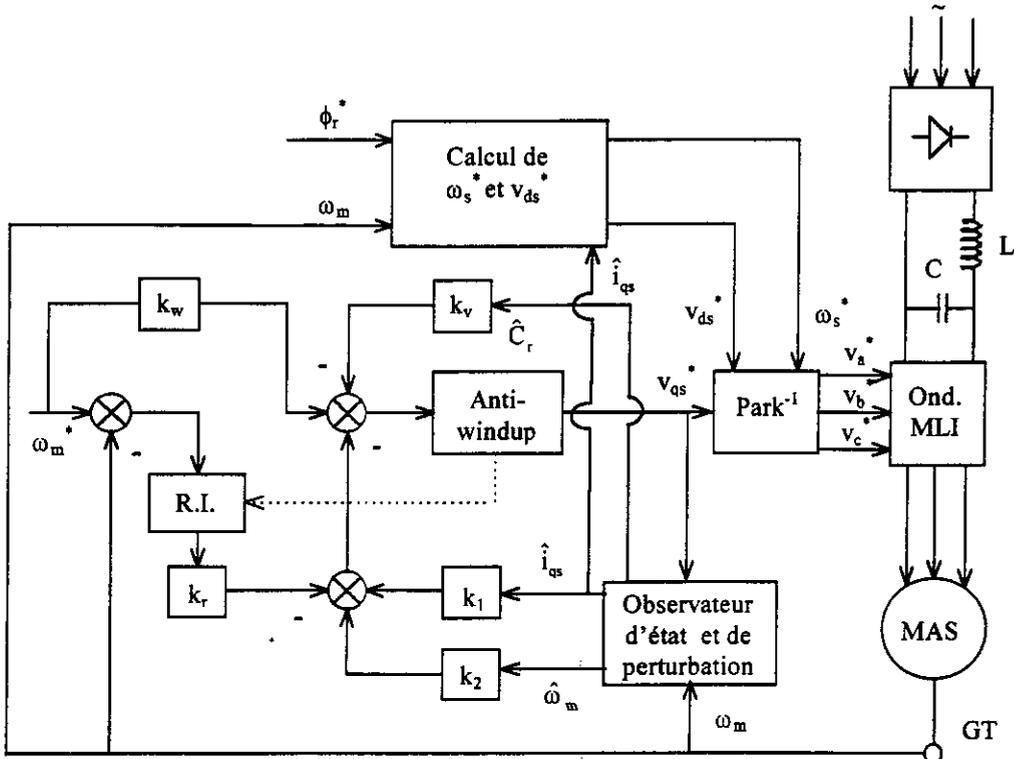


Fig. (III.18): Schéma bloc de la commande en vitesse par retour d'état avec observateur d'état et de perturbation.

Nous avons simulé le comportement de notre observateur en boucle ouverte afin de vérifier son aptitude à observer les états du système ainsi que le couple de charge.

Sur la figure (III.19), nous avons représenté l'évolution des grandeurs réelles, des grandeurs observées et de l'erreur d'observation de la MAS avec sa commande vectorielle associée à un observateur d'état et de perturbation. On remarque bien qu'en régime permanent, les erreurs d'observation sont pratiquement nulles.

La figure (III.20) représente le comportement de la MAS en présence de l'observateur d'état et du couple résistant. Nous constatons que la dynamique de régulation est nettement meilleure que dans le cas où le couple de charge n'est pas observé. Néanmoins, il faut noter que le bruit qui accompagne l'observation de la grandeur de perturbation se répercute sur la tension de commande  $v_{qs}$ .

## III.4.3 COMMANDE EN POSITION DE LA MAS

### III.4.3.1 Dimensionnement échantillonné

Le système capable de dimensionner l'observateur d'état et de perturbation est le suivant:

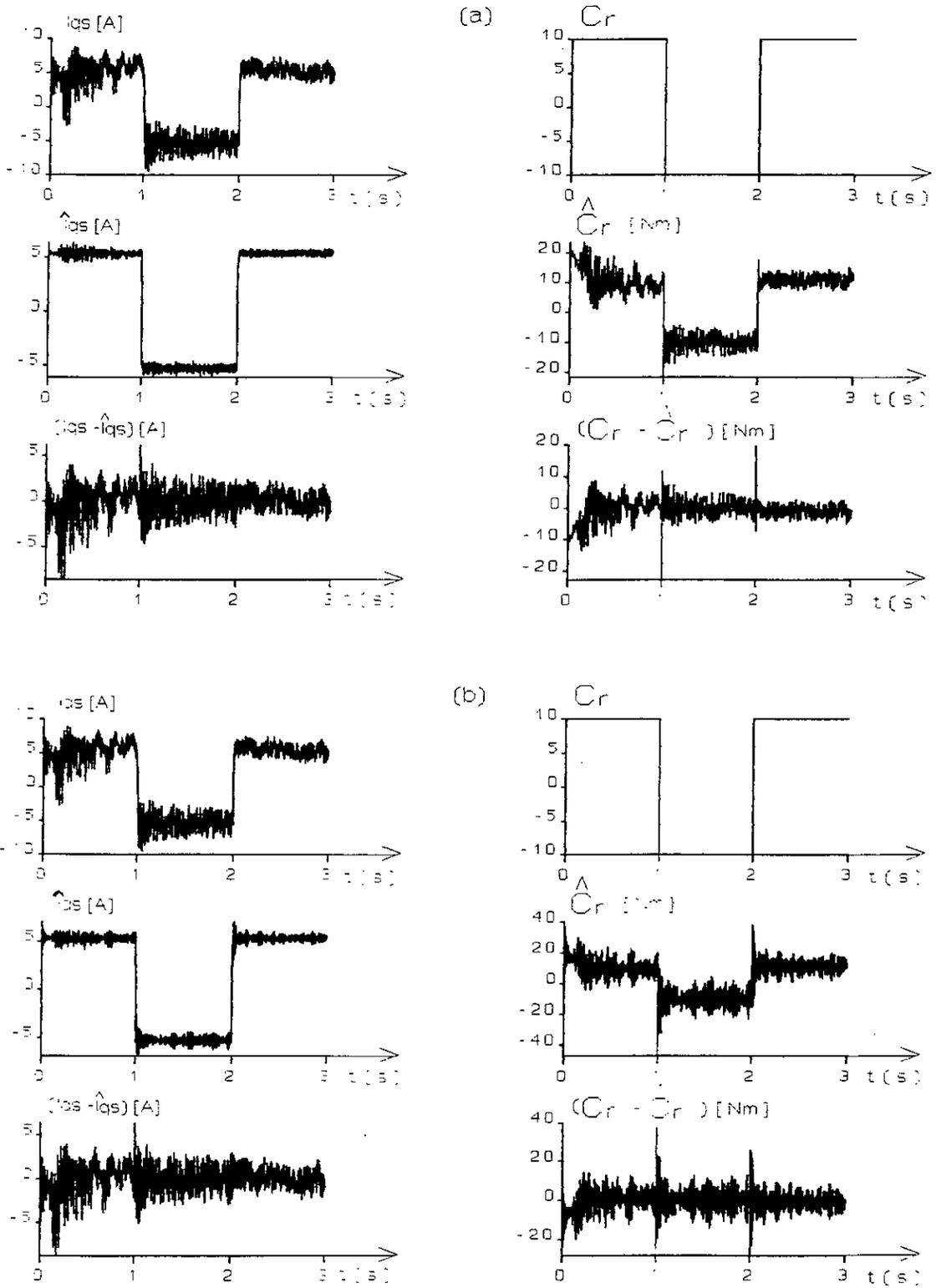


Fig. (III.19) : Réponses en boucle ouverte de l'observateur d'état et de perturbation (commande en vitesse) :  
 a) dimens. échantillonné ; b) dimens. continu.

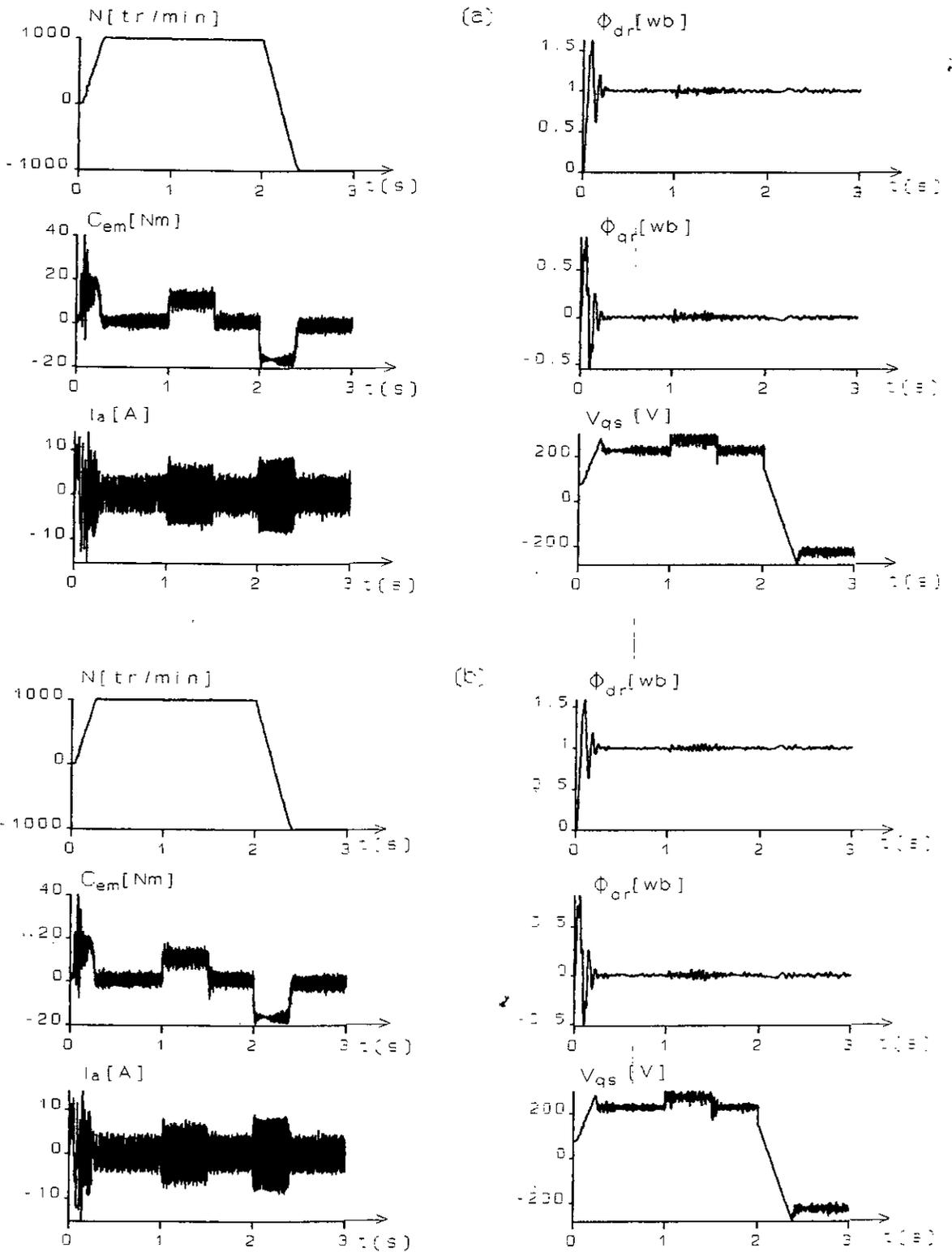


Fig. (III.20) : Simulation du réglage de vitesse par un régulateur d'état avec observateur d'état et de perturbation: a) dimens. échantillonné; b) dimens. continu.

$$F_o = \begin{pmatrix} 0.7551 & -0.0298 & 0 & -0.0010 \\ 0.1060 & 0.9978 & 0 & 0.0645 \\ 5.5455 \times 10^{-5} & 9.9922 \times 10^{-5} & 1 & 3.2245 \times 10^{-5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad G_o = \begin{pmatrix} G \\ -G_v \end{pmatrix}; \quad C_o^t = (C^t \quad 0) \quad (\text{III.112})$$

La matrice d'observabilité et le vecteur e sont données par:

$$Q_o = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 5.5455 \times 10^{-5} & 9.9922 \times 10^{-5} & 1 & 3.2245 \times 10^{-5} \\ 2.0320 \times 10^{-4} & 19.9462 \times 10^{-4} & 1 & 1.2880 \times 10^{-4} \\ 4.2023 \times 10^{-4} & 29.8351 \times 10^{-4} & 1 & 2.8948 \times 10^{-4} \end{pmatrix}; \quad e = \begin{pmatrix} -44457.0996 \\ 409.3206 \\ 0 \\ 63774.3563 \end{pmatrix} \quad (\text{III.113})$$

Les pôles choisis sont:

$$z_i = e^{-T} = 0.6065; \quad i = \overline{1,4}$$

Les coefficients de l'équation caractéristique en boucle fermée sont:

$$\alpha_1 = -2.426; \quad \alpha_2 = 2.2073; \quad \alpha_3 = -0.8925; \quad \alpha_0 = 0.1353$$

Enfin, le vecteur  $G_o$  est:

$$G_o = \begin{pmatrix} -55.2531 \\ 551.6424 \\ 1.3268 \\ 1528.5853 \end{pmatrix} \quad (\text{III.114})$$

Le coefficient de correction est:

$$G_m = g_m = \frac{C_r^n - \hat{C}_r[1]}{\hat{\theta}_m[1] - \theta_m[1]} = \frac{-10}{3.20028 \cdot 10^{-4}} = -3.1247 \cdot 10^4 \quad (\text{III.115})$$

L'algorithme d'observation est:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_{qs}[k+1] \\ \hat{\omega}_m[k+1] \\ \hat{\theta}_m[k+1] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.7551 & -0.0298 & 55.2531 \\ 0.1060 & 0.9978 & -551.6424 \\ 0.0001 & 0.0010 & -0.3268 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{i}_{qs}[k] \\ \hat{\omega}_m[k] \\ \hat{\theta}_m[k] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.0281 \\ 0.0018 \\ 6.0868 \times 10^{-7} \end{pmatrix} v_{qs}[k] + \begin{pmatrix} 0.0010 \\ -0.0645 \\ -3.2245 \times 10^{-5} \end{pmatrix} \hat{C}_r[k] + \begin{pmatrix} -55.2531 \\ 551.6424 \\ 1.3268 \end{pmatrix} \theta_m[k] \quad (\text{III.116})$$

$$\hat{C}_r[k+1] = \hat{C}_r[k] - 1528.5853 \times \hat{\theta}_m[k] + 1528.5853 \times \theta_m[k]$$

$$\hat{C}_r[k] = \hat{C}_r[k] - 3.1247 \cdot 10^4 (\theta_m - \hat{\theta}_m)$$

### III.4.3.2 Dimensionnement continu

Pour arriver à réaliser ce dimensionnement, on définit le système suivant:

$$A_o = \begin{pmatrix} -\frac{R_{eq}}{\sigma L_s} & -\frac{\phi_r^*}{\sigma L_m} & 0 & 0 \\ \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & \frac{f}{J} & 0 & \frac{p}{J} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad G_o = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ -g_v \end{pmatrix}; \quad C_o^t = (0 \ 0 \ 1 \ 0) \quad (III.117)$$

La matrice d'observabilité est:

$$Q_o = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & -\frac{f}{J} & 0 & \frac{p}{J} \\ -\frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) & \left( \frac{f}{J} \right)^2 - \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} & 0 & \frac{pf}{J^2} \end{pmatrix} \quad (III.118)$$

Le vecteur e est donné par:

$$e = -\frac{\sigma L_s}{R_{eq}} \begin{pmatrix} \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{J}{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_1 \\ 0 \\ 0 \\ e_4 \end{pmatrix} \quad (III.119)$$

Le vecteur  $G_o$  est calculé par la formule:

$$G_o = \alpha_0 e + \alpha_1 A_o e + \alpha_2 A_o^2 e + \alpha_3 A_o^3 e + A_o^4 e \quad (III.120)$$

Les  $\alpha_i$  sont calculés grâce au placement de pôles suivant:  $S_i = -\rho$ , ( $i = 1 \dots 4$ ). Le théorème de Viète conduit à:

$$\alpha_3 = 4\rho; \quad \alpha_2 = 6\rho^2; \quad \alpha_1 = 3\rho^3; \quad \alpha_0 = \rho^4$$

Ce qui donne:

$$\begin{aligned} g_1 &= \left( -\frac{\sigma L_s}{R_{eq}} \alpha_0 + \alpha_1 - \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} \alpha_2 + x_1 \left( \alpha_3 - \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} \right) + \frac{\phi_r^*}{\sigma L_m} y_1 \right) \frac{J L_r}{L_m \phi_r^* p^2} \\ g_2 &= \left( \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} (\alpha_2 + x_1) + y_1 \left( \alpha_3 - \frac{f}{J} \right) \right) \frac{J L_r}{L_m \phi_r^* p^2} \\ g_3 &= \left( \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} \alpha_3 + y_1 \right) \frac{J L_r}{L_m \phi_r^* p^2} \\ g_v &= -\alpha_0 e_4 \\ \text{avec: } x_1 &= \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} \right)^2 - \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J}; \quad y_1 = -\frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \end{aligned} \quad (III.121)$$

Avec  $\rho = 300$ , il vient:

$$G_{discret} = \begin{pmatrix} -132.9125 \\ 164.1729 \\ 0.6745 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad g_v = -450.8664; \quad g_m = -2.8243 \cdot 10^4$$



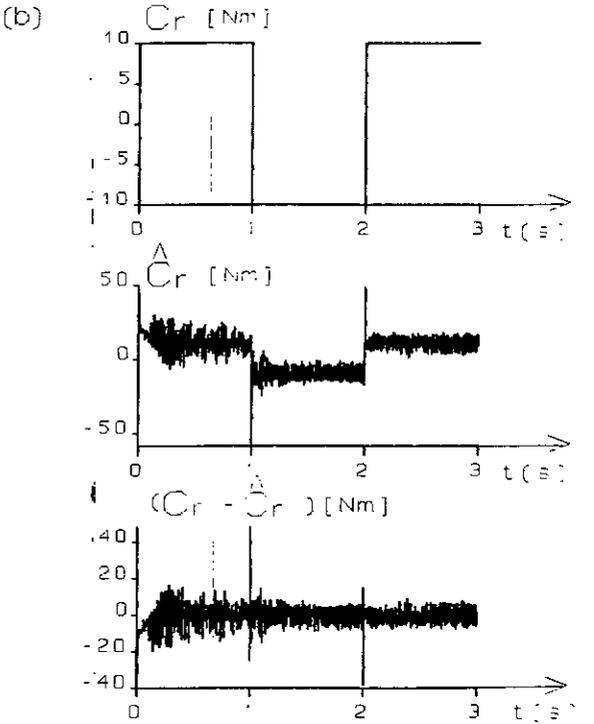
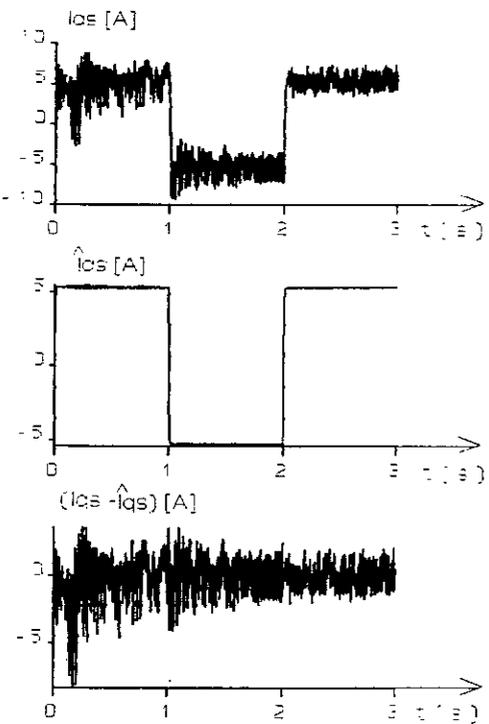
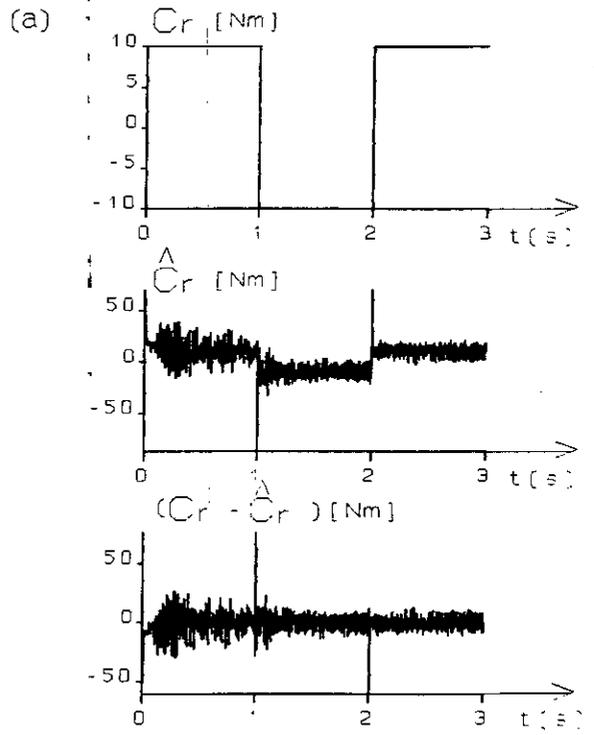
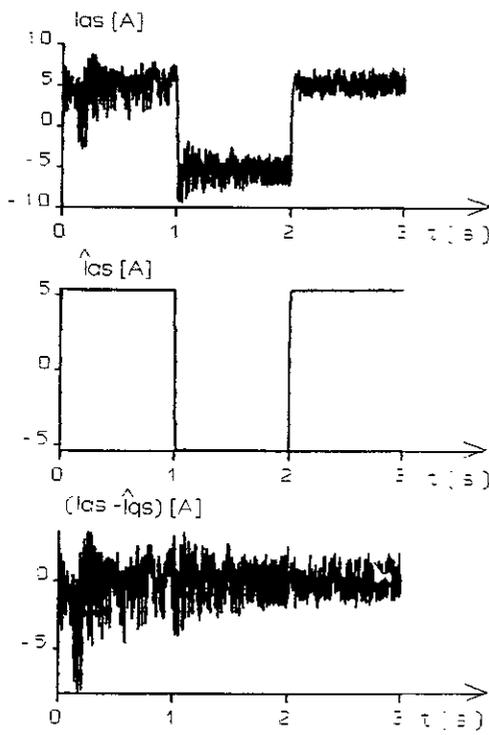


Fig. (III.22) : Réponses en boucle ouverte de l'observateur d'état et de perturbation (commande en position):  
 a) dimens. échantillonné ; b) dimens. continu.

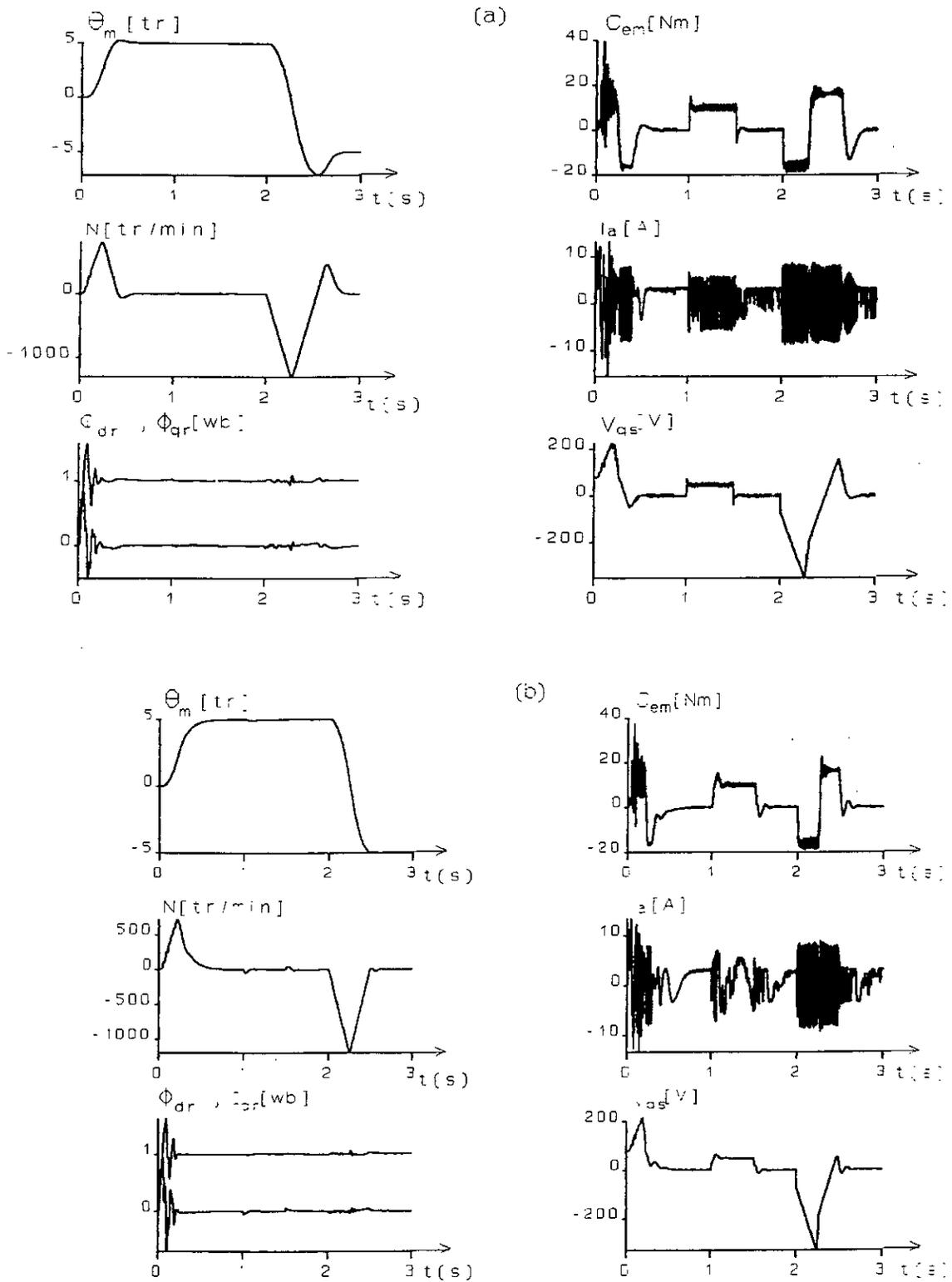


Fig.(III.23) : Simulation du réglage de position par un régulateur d'état avec un observateur d'état et de perturbation: a) dimens. échantillonné; b) dimens. continu.

## Chapitre IV

### *Commande par retour d'état à placement de pôles robuste de la machine asynchrone*

Dans beaucoup de situations pratiques, certaines caractéristiques physiques peuvent varier au cours du fonctionnement, ce qui amène des variations paramétriques sur le modèle du système. En outre, pour la plupart des systèmes, le modèle mathématique n'est pas connu exactement à cause de la non-linéarité du processus réel. La procédure habituelle est de concevoir le contrôleur en se basant sur un modèle simplifié et avec des paramètres physiques nominaux. Cette simplification entraîne aussi des incertitudes supplémentaire sur les paramètres du modèle. Pour faire face à ces problèmes on fait appel à des régulateurs robustes qui possèdent comme objectif principale, la réduction de l'influence des incertitudes sur les paramètres, des dynamiques négligées, et de la non-linéarité sur la dynamique en boucle fermée. De plus il permettent d'accomplir des propriétés acceptables en boucle fermée sur l'intervalle entier de variation possible des paramètres [Ackermann 85].

L'importance de ce problème est témoignée par l'intérêt dont il fait l'objet depuis l'apparition de l'automatique, et par les nombreux travaux. On peut citer les travaux d'Ackermann (1985), Evans et Xianya (1985), Ghosh (1986), Soh et Evans (1988) et Mendes (1988).

Nous avons retenu l'approche donnée par Ackermann. Elle est basée sur l'obtention de la région de l'espace paramétrique du régulateur correspondant à tout les régulateurs capables d'assurer la performance du système en boucle fermée pour une valeur déterminée des paramètres du processus, de façon à couvrir les variation significatives en pratique. Finalement, le régulateur est choisi parmi ceux qui sont à l'intersection de toutes les régions obtenues, suivant un critère quelconque [Ackermann 80],[Ghosh 86].

Les régulateurs d'état sont souvent dimensionnés en utilisant la méthode d'imposition des pôles du système en boucle fermée. Dans cette méthode, les pôles sont spécifiés arbitrairement à partir des considérations sur les performances, et les commandes qui en résulte sont généralement peu robustes et plus limitées lorsque le comportement dynamique du système varie selon le point de fonctionnement. Dans ce contexte, il s'agit soit d'imposer un même comportement au système à régler dans toute la plage de fonctionnement en variant les paramètres du régulateur, c'est le réglage adaptatif. Soit d'admettre une certaine variation du comportement en dimensionnant un régulateur à coefficient fixes, c'est le réglage robuste [Ackermann 85].

La robustesse d'un régulateur est sa capacité d'assurer la stabilité ou la performance du système face à un type déterminé de perturbations. Plusieurs types de perturbations sont envisageables, soit au niveau des signaux mesurés soit au niveau du modèle mathématique

considéré [Ackermann 85],[Mendes 88]. Dans ce travail, nous nous intéressons particulièrement à la robustesse par rapport aux imprécisions du modèle mathématique du processus.

Le modèle adopté pour la machine asynchrone est un modèle linéaire monovarié. Nous considérons uniquement les imprécisions concernant l'incertitude sur la valeur des paramètres de ce modèle. Notre rôle donc est l'étude d'une méthode de synthèse de régulateur qui tient compte de ce type de perturbation. Initialement on va développer une étude sur la stabilité géométrique qui va être la base du dimensionnement robuste. L'appui théorique de cette étude est effectuée en échantillonné, mais au cours de l'application, le dimensionnement continu est abordé ce qui permet d'élargir le champ de cette étude.

## IV.1 REGLAGE D'ETAT ROBUSTE

Auparavant, nous avons dimensionné la contre réaction d'état en imposant des pôles distincts assurant un amortissement optimal dans le plan Z (respectivement S). Par contre, dans cette section, on s'intéresse par l'imposition d'une région de stabilité dans le plan des pôles, ceci nous permet d'avoir son image dans l'espace P des coefficients en boucle fermée, puis l'image de cette dernière dans l'espace K des coefficients de la contre-réaction d'état.

L'intersection de toutes les régions de stabilité dans l'espace K, associées à une variation d'un paramètre physique, détermine un domaine où les coefficients constants de la contre-réaction d'état permettent de maintenir les pôles dans le domaine imposé. On évoquera d'abord, dans cette partie, une description des différentes régions de stabilité, puis on présentera le dimensionnement du régulateur d'état robuste.

### IV.1.1 REGION DE STABILITE GENERALE DES POLES

Soit  $\Gamma$  une région de stabilité dans le plan des pôles représentée par la figure (IV.1):

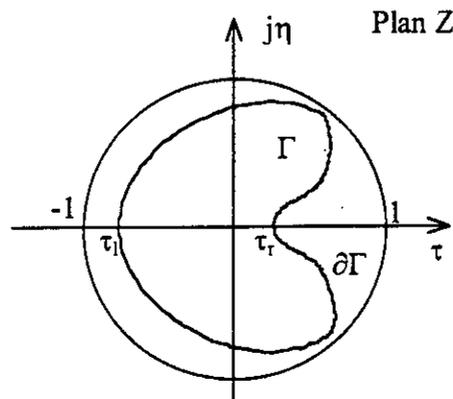


Fig (IV.1): La région  $\Gamma$  dans le plan Z.

Cette région est finie et symétrique par rapport à l'axe des réels. Le contour  $\partial\Gamma$  peut être paramétrisé en fonction du paramètre  $\alpha$  par la façon suivante [Ackermann 85]:

$$\tau(\alpha) + j\eta(\alpha) \in \partial\Gamma ; \alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_1 \quad (IV.1)$$

### IV.1.2 REGLAGE ROBUSTE : PREMIERE APPROCHE

Cette approche est basée sur la projection de la région de stabilité  $\Gamma$  dans l'espace K à travers l'espace P.

**IV.1.2.1 REGION DE STABILITE DANS L'ESPACE PARAMETRIQUE P**

Les coefficients de l'équation caractéristique en boucle fermée

$$P(z) = \sum_{i=0}^n \alpha_i z^i \quad \text{avec: } \alpha_n = 1 \tag{IV.2}$$

sont les coordonnées du vecteur  $\alpha^t$  qui représente un point dans l'espace P de dimension n, et qui possède les coordonnées  $(\alpha_0, \dots, \alpha_{n-1})$ .

donc:

$$P(z) = (\alpha^t \ 1)z^n = \prod_{i=1}^n (z - z_i) \quad \text{avec:} \tag{IV.3}$$

$$\alpha^t = (\alpha_0 \ \dots \ \alpha_{n-1}) \quad \text{et} \quad z_n = (1 \ z \ \dots \ z^n)^t$$

La variation d'un point sur le contour  $\partial\Gamma$  entraîne une variation de  $\alpha^t$  dans l'espace P, constituant ainsi l'image de  $\Gamma$  dans cet l'espace. Connaissant les pôles  $z_i$ , la surface image dans l'espace P est parcourue chaque fois qu'un pôle réel ou une paire de pôles complexes conjugués se baladent le long de la région de stabilité  $\Gamma$ .

Si on considère que  $P_\Gamma$  est la région de stabilité dans l'espace P, il arrive que:

$$\alpha \in P_\Gamma \Leftrightarrow z_i \in \Gamma \quad \forall i = \overline{1, n} \tag{IV.4}$$

$P_\Gamma$  est limitée par trois surfaces qui sont expliquées ci-dessous.

**IV.1.2.1.1 Limite des pôles réels**

Deux limites de pôles réels définies par les intersections  $\tau_l$  et  $\tau_r$  du contour  $\partial\Gamma$  avec l'axe des réels. Les deux limites des pôles réels sont deux hyperplans de dimension (n-1), est qui possèdent comme équations [Ackermann 80],[ Ackermann 85]:

$$P(\tau_l) = 0 \quad \text{et} \quad P(\tau_r) = 0 \tag{IV.5}$$

On peut écrire :

$$P(\tau_l) = \sum_{i=0}^n \alpha_i \tau_l^i = 0 \tag{IV.6}$$

$$P(\tau_r) = \sum_{i=0}^n \alpha_i \tau_r^i = 0$$

Sous une autre forme:

$$P(\tau_l) = (\alpha^t \ 1)a_l \quad \text{avec: } a_l = (1 \ \tau_l \ \dots \ \tau_l^n) \tag{IV.7}$$

$$P(\tau_r) = (\alpha^t \ 1)a_r \quad \text{avec: } a_r = (1 \ \tau_r \ \dots \ \tau_r^n)$$

**IV.1.2.1.2 Limite des pôles complexes**

La limite des pôles complexes représente tous les polynômes qui possèdent au moins une paire de pôles complexes conjugués  $\tau \pm j\eta$  sur le contour  $\partial\Gamma$  [Ackermann 85]. Ces polynômes contiennent obligatoirement le facteur:

$$Q(z) = (z - \tau + j\eta)(z - \tau - j\eta) = z^2 - 2\tau z + (\tau^2 + \eta^2) = z^2 + \beta_1 z + \beta_0 \tag{IV.8}$$

Grâce à la paramétrisation de  $\partial\Gamma$ , il résulte que:

$$\beta_1(\alpha) = -2\tau(\alpha) \quad , \quad \beta_0(\alpha) = \tau^2(\alpha) + \eta^2(\alpha) \tag{IV.9}$$

donc P(z) s'écrit:

$$P(z) = Q(z)R(z) = (\beta_0 + \beta_1 z + z^2) \left( \sum_{i=0}^{n-3} \delta_i z^i + z^{n-2} \right) \quad (IV.10)$$

d'où la forme matricielle:

$$(\alpha^t \ 1)z_n = (\beta_0 \ \beta_1 \ 1)z_2 (\delta^t \ 1)z_{n-2} \quad \text{où } \delta = (\delta_0 \ \dots \ \delta_{n-3})^t \quad (IV.11)$$

En éliminant le vecteur  $z_n$  des deux membres, on aura:

$$(\alpha^t \ 1) = (\delta^t \ 1) \begin{pmatrix} \beta_0 & \beta_1 & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \beta_0 & \beta_1 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \beta_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \beta_0 & \beta_1 & 1 \end{pmatrix} \quad (IV.12)$$

(n+1 × n+1)

Les éléments du vecteur  $\alpha$  sont:

$$\begin{cases} \alpha_0 = \delta_0 \beta_0 \\ \alpha_1 = \delta_0 \beta_1 + \delta_1 \beta_0 \\ \alpha_i = \delta_{i-2} + \delta_{i-1} \beta_1 + \delta_i \beta_0 \quad ; \quad i = \overline{2, n-3} \\ \alpha_{n-2} = \delta_{n-4} + \delta_{n-3} \beta_1 + \beta_0 \\ \alpha_{n-1} = \delta_{n-3} + \beta_1 \end{cases} \quad (IV.13)$$

Dans le but d'éliminer l'inconnu  $\delta$ , on procède comme suit:

L'équation (IV.12) peut être mise sous la forme:

$$(\alpha^t \ 1) = (0 \ 0 \ \delta^t \ 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ \beta_1 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ \beta_0 & \beta_1 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \beta_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \beta_0 & \beta_1 & 1 \end{pmatrix} = (0 \ 0 \ \delta^t \ 1) \beta \quad (IV.14)$$

Soit D la matrice inverse de la matrice  $\beta$  (présente dans l'équation (IV.14)), il arrive:

$$\begin{pmatrix} d_0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ d_1 & d_0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ d_2 & d_1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & d_1 & d_0 & 0 \\ d_n & \dots & \dots & d_2 & d_1 & d_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ \beta_1 & 1 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ \beta_0 & \beta_1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \beta_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \beta_0 & \beta_1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (IV.15)$$

$$D \cdot \beta = I \Rightarrow D = \beta^{-1} \tag{IV.16}$$

Par identification, les éléments de la matrice D sont donnés par la forme récursive suivante:

$$\begin{cases} d_0 = 1 \\ d_1 = -\beta_1 \\ d_{i+1} = -\beta_1 d_i - \beta_0 d_{i-1} \quad , \quad i = \overline{1, n-1} \end{cases} \tag{IV.17}$$

A partir de l'équation (IV.14), on peut écrire:

$$(\alpha^t \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ d_1 & 1 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ d_2 & d_1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & d_1 & 1 & 0 \\ d_n & \dots & \dots & \dots & d_2 & d_1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \delta^t & 1 \end{pmatrix} \tag{IV.18}$$

Il résulte que:

$$(\alpha^t \quad 1)_{(1 \times n+1)} \begin{pmatrix} 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ 1 & \dots & \dots & \dots \\ d_1 & 1 & \dots & \dots \\ d_2 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & d_1 & 1 \\ d_{n-3} & \dots & d_2 & d_1 \end{pmatrix}_{(n+1 \times n-2)} = \delta^t_{(1 \times n-2)} \tag{IV.19}$$

et:

$$(\alpha^t \quad 1)_{(1 \times n+1)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ d_1 & 1 \\ d_2 & d_1 \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ d_n & d_{n-1} \end{pmatrix}_{(n+1 \times 2)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{IV.20}$$

avec:

$$c_1 = (d_0 \quad \dots \quad d_n)^t \quad \text{et} \quad c_2 = (0 \quad d_0 \quad \dots \quad d_n)^t$$

L'équation (IV.20) peut être écrite sous la forme suivante:

$$(\alpha^t \quad 1)(c_1 \quad c_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{IV.21}$$

Le vecteur coefficient  $\alpha^t$  vérifie les deux équations linéaires (IV.21) pour chaque valeur du paramètre  $\alpha$ . Ceci peut être interprété géométriquement comme étant l'intersection de deux

hyperplans de dimension (n-1) dans l'espace P. Comme  $c_1$  et  $c_2$  sont linéairement indépendants, les deux hyperplans ne sont donc ni parallèles ni confondus. Cependant, si la paire de pôles complexes de  $Q(z)$  se déplace le long de  $\partial\Gamma$ , la limite des pôles complexes est décrite par le mouvement de l'hyperplan de dimension (n-2) résultant de l'intersection des deux hyperplans de dimension (n-1) définis par l'équation (IV.21), évidemment sa forme dépend de la forme de  $\partial\Gamma$  [Ackermann 85],[Sirisena 75].

### IV.1.2.1.3 Régions de stabilité particulières

#### IV.1.2.1.3.1 Région de stabilité circulaire

La région de stabilité adoptée est définie par le cercle unité donnée par:

$$\partial\Gamma: \tau^2 + \eta^2 = 1 \quad (\text{IV.22})$$

Les intersections avec l'axe des réels sont:  $\tau_1 = -1$  et  $\tau_2 = 1$ .

Pour un système d'ordre trois, les limites des pôles réels sont données par les deux plans suivants:

$$P(-1) = (\alpha^t \quad 1) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \alpha_0 - \alpha_1 + \alpha_2 - 1 = 0 \quad (\text{IV.23})$$

$$P(1) = (\alpha^t \quad 1) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + 1 = 0$$

La limite des pôles complexes:

Les coefficients du polynôme  $Q(z)$  sont:

$$\beta_0 = 1 \quad \text{et} \quad \beta_1 = -2\tau \quad , \quad -1 \leq \tau \leq 1 \quad (\text{IV.24})$$

Pour simplifier le calcul, des combinaisons linéaires sont effectuées sur les vecteurs  $c_1$  et  $c_2$  de façon à réduire le taux de calcul par la suite. En effet:

$$(c_1 \quad c_2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2\tau & 1 \\ 4\tau^2 - 1 & 2\tau \\ 8\tau^3 - 4\tau & 4\tau^2 - 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{c_1 = c_1 - 2\tau c_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2\tau \\ -2\tau & 4\tau^2 - 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{c_2 = c_2 + 2\tau c_1} \begin{pmatrix} 1 & 2\tau \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ -2\tau & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.25})$$

Donc:

$$(\alpha^t \quad 1)(c_1 \quad c_2) = (0 \quad 0) \quad (\text{IV.26})$$

d'où:

$$(\alpha_0 \quad \alpha_1 \quad \alpha_2 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 2\tau \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ -2\tau & -1 \end{pmatrix} = (0 \quad 0) \quad (\text{IV.27})$$

Finalement, la limite des pôles complexes est définie dans l'espace P par le système:

$$\begin{cases} \alpha_0 - \alpha_2 - 2\tau = 0 \\ 2\tau\alpha_0 + \alpha_1 - 1 = 0 \end{cases} \quad (IV.28)$$

IV.1.2.1.3.2 Cas de la spirale logarithmique

Nous considérons la région de stabilité limitée par la spirale logarithmique (figure (IV.2)):

$$\partial\Gamma = e^{-\alpha} e^{\pm j\alpha}, \quad 0 \leq \alpha \leq \pi \quad (IV.29)$$

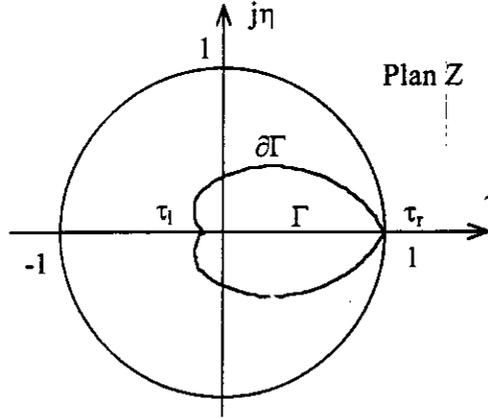


Fig. (IV.2): Domaine des pôles dans le plan Z.

Les points d'intersection avec l'axe des réels sont:

$$\tau_l = \partial\Gamma(\pi) = -e^{-\pi} = -0.0432 \quad \text{et} \quad \tau_r = \partial\Gamma(0) = 1 \quad (IV.30)$$

Pour un système d'ordre trois, les limites des pôles réels sont définies par les deux plans suivants:

$$P(\tau_l) = (\alpha_0 \quad \alpha_1 \quad \alpha_2 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 \\ -e^{-\pi} \\ e^{-2\pi} \\ -e^{-3\pi} \end{pmatrix} = \alpha_0 - e^{-\pi}\alpha_1 + e^{-2\pi}\alpha_2 - e^{-3\pi} = 0 \quad (IV.31)$$

$$P(\tau_r) = (\alpha_0 \quad \alpha_1 \quad \alpha_2 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + 1 = 0$$

Chaque point de  $\partial\Gamma$  est décrit par:

$$\begin{cases} \tau = e^{-\alpha} \cos(\alpha) \\ \eta = \pm j e^{-\alpha} \sin(\alpha) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta_0 = \tau^2 + \eta^2 = e^{-2\alpha} \\ \beta_1 = -2\tau = -2e^{-\alpha} \cos(\alpha) \end{cases} \quad (IV.32)$$

Les éléments de la matrice D sont:

$$\begin{cases} d_0 = 1 \\ d_1 = -\beta_1 = 2e^{-\alpha} \cos(\alpha) \\ d_2 = \beta_1^2 - \beta_0 = e^{-2\alpha} (4 \cos^2(\alpha) - 1) \\ d_3 = -\beta_1^3 + 2\beta_0\beta_1 = 2e^{-3\alpha} (4 \cos^2(\alpha) - 2) \cos(\alpha) \end{cases} \quad (IV.33)$$

Les changements simplificatrices apportés sur les deux vecteurs colonnes  $c_1$  et  $c_2$  sont:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\beta_1 & 1 \\ -\beta_1 d_1 - \beta_0 d_0 & d_1 \\ -\beta_1 d_2 - \beta_0 d_1 & d_2 \end{pmatrix} \xrightarrow{C_1 = C_1 + C_2 \times \beta_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -\beta_0 d_0 & d_1 \\ -\beta_0 d_1 & d_2 \end{pmatrix} \xrightarrow{C_2 = C_2 e^{-\alpha} + C_1 2 \cos(\alpha)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \cos(\alpha) \\ 0 & e^{-\alpha} \\ -2e^{-2\alpha} & 0 \\ -2e^{-3\alpha} \cos(\alpha) & e^{-3\alpha} \end{pmatrix} \quad (IV.34)$$

donc:

$$(\alpha^t \ 1) \begin{pmatrix} 1 & 2 \cos(\alpha) \\ 0 & e^{-\alpha} \\ -2e^{-2\alpha} & 0 \\ -2e^{-3\alpha} \cos(\alpha) & e^{-3\alpha} \end{pmatrix} = (0 \ 0) \quad (IV.35)$$

La limite des pôles complexes est donnée par:

$$\begin{cases} \alpha_0 - 2\alpha_2 e^{-2\alpha} - 2e^{-3\alpha} \cos(\alpha) = 0 \\ 2\alpha_0 \cos(\alpha) - \alpha_1 e^{-\alpha} + e^{-3\alpha} = 0 \end{cases} \quad (IV.36)$$

#### IV.1.2.2 REGION DE STABILTE DANS L'ESPACE K

Après avoir déterminé la région de stabilité dans l'espace P, il est nécessaire de trouver son image dans l'espace des coefficients K. En effet:

Le système discret à régler avec régulateur intégrateur est donné par:

$$\begin{cases} x[k+1] = F x[k] + u[k] + H_w w[k] \\ y_s[k] = C^t x[k] \end{cases} \quad (IV.37)$$

La loi de commande est décrite par:

$$u[k] = -k^t x[k] + k_w w[k] \quad (IV.38)$$

Avec  $k^t = (k_s^t \ -k_r)$  c'est la matrice de retour d'état.

L'équation caractéristique en boucle fermée est:

$$P(z) = \det(zI - F + Hk^t) = (\alpha^t \ 1)z_n = 0 \quad (IV.39)$$

Il est possible de déterminer  $k^t$  sans faire appel à la forme canonique de réglage en utilisant l'équation suivante:

$$k^t = (\alpha^t \ 1)E \quad (IV.40)$$

Avec:

$$E = \begin{pmatrix} e^t \\ e^t F \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ e^t F^n \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{cases} e^t = (0 \ \dots \ 1)Q_c^{-1} \\ Q_c = (H \ FH \ \dots \ F^{n-1}H) \end{cases} \quad \text{avec:} \quad (IV.41)$$

La matrice E est subdivisée comme suit:

$$E = \begin{pmatrix} W^{-1} \\ e^t F^n \end{pmatrix} \quad \text{avec:} \quad W^{-1} = \begin{pmatrix} e^t \\ \vdots \\ e^t F^{n-1} \end{pmatrix} \quad (IV.42)$$

On remarque que la matrice  $W$  est la matrice de transformation linéaire permettant d'aboutir à la forme canonique de commande.

La matrice des gains devient:

$$k^t = \alpha^t W^{-1} + e^t F^n \quad (IV.43)$$

soit  $k_0^t = e^t F^n$  la solution correspond à un temps d'établissement fini (deadbeat solution).

Le vecteur coefficients  $\alpha^t$  est calculé par:

$$\alpha^t = (k^t - k_0^t)W = k^t W + a^t \quad (IV.44)$$

tel que  $a^t$  est le vecteur coefficients de l'équation caractéristique en boucle ouverte donné par:

$$\det(zI - F) = (a^t \ 1)z_n \quad , \quad a^t = (a_0 \ . \ . \ . \ a_{n-1}) \quad (IV.45)$$

Le calcul de la matrice  $W$  et le vecteur  $a^t$  peuvent aussi être donnés par l'algorithme récursive de Leverrier tel que [Ackermann 80],[Buhler 86]:

$$\begin{aligned} R_{n-1} &= I_{n \times n} \\ a_{n-1} &= -\text{trace}(FR_{n-1}) \quad , \quad R_{n-2} = FR_{n-1} + a_{n-1}I_{n \times n} \\ a_{n-2} &= -\frac{1}{2}\text{trace}(FR_{n-2}) \quad , \quad R_{n-3} = FR_{n-2} + a_{n-2}I_{n \times n} \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ a_1 &= -\frac{1}{n-1}\text{trace}(FR_1) \quad , \quad R_0 = FR_1 + a_1I_{n \times n} \\ a_0 &= -\frac{1}{n}\text{trace}(FR_0) \quad , \quad R_{-1} = FR_0 + a_0I_{n \times n} = 0 \quad (\text{pour vérifier l'algorithme}) \end{aligned} \quad (IV.46)$$

Grâce à cet algorithme, la matrice  $W$  sera:

$$W = (R_0 H \quad R_1 H \quad . \ . \ . \quad R_{n-1} H) \quad (IV.47)$$

Pour déterminer la région de stabilité dans l'espace  $K$  associée aux coefficients de réglage  $k^t$ , deux méthodes peuvent être distinguées:

#### IV.1.2.2.1 Méthode basée sur la projection des sommets

On fait l'étude de la région de stabilité dans l'espace  $P$ , puis on effectue une projection topographique de cette dernière dans l'espace  $K$ , en utilisant l'équation suivante [Ackermann 85]:

$$k^t = (\alpha^t \ 1)E = \alpha^t W^{-1} + k_0^t \quad (IV.48)$$

Cette projection en réalité n'est que la combinaison d'une projection linéaire avec un changement de repère. Dans cette approche des points significatifs dans la région de stabilité dans l'espace  $P$ , tel que les sommets des régions convexes (vertices of the convex hull), sont projetés dans l'espace  $K$  à l'aide de l'équation (IV.48). Cette méthode provoque des déformations et des

distorsions dans la région de stabilité, mais néanmoins elle préserve la forme de base de cette dernière.

Les sommets de la région de stabilité  $\Gamma$  dans l'espace P sont déterminés par les  $(n+1)$  polynômes suivants [Ackermann 80],[Fam 78]:

$$P_i(z) = (z - \tau_1)^i (z - \tau_r)^{n-i}, \quad i = \overline{0, n} \quad (IV.49)$$

Pour un système d'ordre 3, les vecteurs coefficients seront:

$$\begin{aligned} \alpha_0^t &= (-\tau_r^3 \quad 3\tau_r^2 \quad -3\tau_r) \\ \alpha_1^t &= (-\tau_r^2 \tau_1 \quad \tau_r^2 + 2\tau_r \tau_1 \quad -(2\tau_r + \tau_1)) \\ \alpha_2^t &= (-\tau_1^2 \tau_r \quad \tau_1^2 + 2\tau_1 \tau_r \quad -(2\tau_1 + \tau_r)) \\ \alpha_3^t &= (-\tau_1^3 \quad 3\tau_1^2 \quad -3\tau_1) \end{aligned} \quad (IV.50)$$

Pour chaque  $\alpha_i^t$  on associe une matrice  $k_i^t$  par la relation suivante:

$$\begin{pmatrix} k_0^t \\ k_1^t \\ k_2^t \\ k_3^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_0^t & 1 \\ \alpha_1^t & 1 \\ \alpha_2^t & 1 \\ \alpha_3^t & 1 \end{pmatrix} E \quad (IV.51)$$

Cette équation est valable pour n'importe quel ordre, elle peut être généralisée comme suit:

$$\begin{pmatrix} k_0^t \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ k_n^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_0^t & 1 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \alpha_n^t & 1 \end{pmatrix} E_{(n+1 \times n)} \quad (IV.52)$$

Cette méthode a pour objectif de trouver l'image des points bien connus dans l'espace P (ceux donnés par l'équation (IV.50)) dans l'espace K.

#### IV.1.2.2.2 Méthode basée sur la projection dans un repère de dimension deux

Cette méthode est purement graphique, elle repose sur la représentation de la région de stabilité dans l'espace K dans un repère de dimension deux. Dans ce but, la relation donnant  $\alpha^t$  est substituée dans les équations des limites des pôles complexes et réelles [Ackermann 85].

Toutes les conditions de stabilité dans l'espace P sont transformées à des conditions sur le vecteur de retour d'état  $k^t$  au moyen de la relation ( $\alpha^t = a^t + k^t W$ ). Celle-ci sera injectée dans les équations (IV.7) et (IV.21), il résulte que:

$$\begin{aligned} (a^t + k^t W \quad 1) a_1 &= 0 \\ (a^t + k^t W \quad 1) a_r &= 0 \\ (a^t + k^t W \quad 1) (c_1 \quad c_2) &= (0 \quad 0) \end{aligned} \quad (IV.53)$$

Il est possible donc de présenter graphiquement la région de stabilité de n'importe quel système d'ordre n dans l'espace K, mais la difficulté réside dans la lecture sur les coordonnées d'ordre supérieure à deux. En effet, on ne peut pas évaluer les coordonnées et la distance qui sépare un point quelconque dans un repère de dimension  $(n > 2)$ , sur les limites de stabilité. Par

conséquent, nous préférons travailler dans un repère de dimension deux, afin de faciliter la lecture sur les graphes de stabilité.

### IV.1.3 Réglage robuste : deuxième approche

Cette approche est basée sur une formulation identique à celle développée dans le réglage d'état partiel. En revanche, Elle ne distingue pas entre l'étude de la stabilité menée dans l'espace P et celle menée dans l'espace K, comme est le cas pour l'approche précédente. Ceci peut être expliqué par le fait que la région de stabilité dans l'espace P est incluse intuitivement dans la formulation mathématique de la région de stabilité dans l'espace K.

#### IV.1.3.1 La limite des pôles complexes

Pour calculer la limite des pôles complexes, deux pôles sont imposés, et qui peuvent varier le long du contour complexe. Par contre, pour les  $(n-2)$  pôles restant, on ne peut pas les disposer librement [Ackermann 80],[Buhler 88]. Dans ce but, on décompose le vecteur des coefficients comme suit:

$$(\alpha^t \ 1) = (\delta^t \ 1) \begin{pmatrix} \beta_0 & \beta_1 & 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 1 & \beta_0 & \beta_1 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \beta_0 & \beta_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \beta_0 & \beta_1 & 1 \end{pmatrix} \quad (IV.54)$$

D'une manière plus compacte, il arrive:

$$(\alpha^t \ 1) = (\delta^t \ 1) \begin{pmatrix} S \\ t^t \end{pmatrix} \quad (IV.55)$$

avec:

$$S(n-2 \times n+1) = \begin{pmatrix} \beta_0 & \beta_1 & 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \beta_0 & \beta_1 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \beta_0 & \beta_1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (IV.56)$$

$$\text{et } t^t(1 \times n+1) = (0 \ 0 \ \cdot \ \cdot \ \cdot \ 0 \ \beta_0 \ \beta_1 \ 1)$$

Il est judicieux de décomposer le vecteur ligne  $k^t$  et la matrice E de telle façon que:

$$(k_a^t \ k_b^t) = (\delta^t \ 1) \begin{pmatrix} S \\ t^t \end{pmatrix} (E_a \ E_b) \quad (IV.57)$$

Le développement de cette équation fournit:

$$\begin{aligned} k_a^t(1 \times 2) &= (\delta^t S + t^t) E_a (n+1 \times 2) \\ k_b^t(1 \times n-2) &= (\delta^t S + t^t) E_b (n+1 \times n-2) \end{aligned} \quad (IV.58)$$

Les deux coefficients libres sont réunis dans le vecteur  $k_a^t$ , par contre les coefficients imposés sont regroupés dans le vecteur ligne  $k_b^t$ .

Il est facile de calculer  $k_a^t$  indépendamment de  $\delta^t$  par la relation:

$$k_a^t = ((k_b^t - t^t E_b)(SE_b)^{-1}S + t^t)E_a \quad (IV.59)$$

Cette équation permet de tracer le contour de stabilité dans le plan K qui est l'image du domaine des pôles complexes conjugués imposés.

### IV.1.3.2 Les limites des pôles réels

Les deux limites des pôles réels sont définies par l'image des deux pôles réels  $\tau_l$  et  $\tau_r$ , résultant de l'intersection du contour  $\partial\Gamma$  avec l'axe des réels, dans la plan K [Ackermann 80],[Buhler 88].

Elles sont données par:

$$\begin{aligned} (\alpha^t \ 1)a_l &= 0 \\ (\alpha^t \ 1)a_r &= 0 \end{aligned} \quad (IV.60)$$

- Pour la limite 'left':

on a:

$$a_l = \begin{pmatrix} 1 \\ \tau_l \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \tau_l^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \\ \tau_l^n \end{pmatrix} \quad \text{avec:} \quad A_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ \tau_l \\ \cdot \\ \cdot \\ \tau_l^{n-1} \end{pmatrix} \quad (IV.61)$$

Donc:

$$(\alpha^t \ 1) \begin{pmatrix} A_1 \\ \tau_l^n \end{pmatrix} = \alpha^t A_1 + \tau_l^n = 0 \quad (IV.62)$$

De plus, la matrice E peut être décomposée comme suit:

$$E = \begin{pmatrix} T \\ e^t F^n \end{pmatrix} \quad \text{avec:} \quad T(n \times n) = \begin{pmatrix} e^t \\ e^t F \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ e^t F^{n-1} \end{pmatrix} = W^{-1} \quad (IV.63)$$

Ceci permet d'écrire le vecteur gain de la façon suivante :

$$k^t = (\alpha^t \ 1) \begin{pmatrix} T \\ e^t F^n \end{pmatrix} = \alpha^t T + e^t F^n \quad (IV.64)$$

Le vecteur coefficients est calculé par:

$$\alpha^t = (k^t - e^t F^n)T^{-1} = (k^t - e^t F^n)W \quad (IV.65)$$

En introduisant cette équation dans (IV.62), on trouve:

$$k^t W A_1 - e^t F^n W A_1 + \tau_l^n = 0 \quad (IV.66)$$

Si on pose que:

$$W A_1 = \begin{pmatrix} q_{al} \\ q_{bl} \end{pmatrix} \quad (IV.67)$$

Le vecteur gains, qui définit l'image d'un pôle réel maintenu constant égale à  $\tau_1$  dans le plan des pôles, est donné par:

$$k_{al}^t = -(k_{bl}^t q_{bl} - e^t F^n W A_1 + \tau_1^n) q_{al}^{-1} \quad (IV.68)$$

- Pour la limite 'right':

La même procédure entraîne que la limite droite sera donnée par:

$$k_{ar}^t = -(k_{br}^t q_{br} - e^t F^n W A_r + \tau_r^n) q_{ar}^{-1} \quad (IV.69)$$

On remarque bien que les deux éléments de  $k_{al}^t$  et de  $k_{ar}^t$  décrivent une droite dans le plan K.

#### IV.1.4 SYNTHÈSE D'UN RÉGULATEUR D'ÉTAT ROBUSTE

Le problème dont nous nous intéressons par la suite consiste à calculer les paramètres ( $k^t$ ,  $k_w$ ) du régulateur d'état, de façon à obtenir des performances acceptables pour le système en boucle fermée, malgré les incertitudes sur les paramètres du processus.

##### IV.1.4.1 Formulation du problème multi-modèles

Lors d'une variation paramétrique, le système augmenté par un régulateur intégrateur est décrit par l'équation suivante:

$$x[k+1] = F(\theta)x[k] + H(\theta)u[k] + H_w w[k] \quad (IV.70)$$

La matrice F de dynamique du système, et son vecteur d'entrée H, dépendent des paramètres physiques du système réunis dans le vecteur  $\theta$ .

Pour un régulateur d'état, le vecteur des coefficients de l'équation caractéristique en boucle fermée devient:

$$\alpha^t(k, \theta) = a^t(\theta) + k^t W(\theta) \quad (IV.71)$$

W et  $a^t$  sont calculés par l'algorithme de Leverrier qui doit être calculé à chaque changement au niveau du vecteur paramètres  $\theta$ , dans une région admissible fixée selon le comportement physique du système.

Dans ces conditions, les limites de la région de stabilité sont définies par:

$$\begin{cases} (\alpha^t(k, \theta) \ 1) a_1 = 0 \\ (\alpha^t(k, \theta) \ 1) a_r = 0 \\ (\alpha^t(k, \theta) \ 1) (c_1 \ c_2) = (0 \ 0) \end{cases} \quad (IV.72)$$

Cette équation décrit une projection topographique non-linéaire qui dépend à la fois des vecteurs k et  $\theta$ . Par conséquent, la linéarité est perdue, et l'image de la région de stabilité dans l'espace K ne garde plus sa forme initiale connue dans l'espace P. Pour palier à cet inconvénient, il est nécessaire de discrétiser le vecteur paramètres  $\theta$  à des  $\theta_i$  bien distincts, et qui couvrent la plage de variation du vecteur  $\theta$ . Cette procédure rend la projection linéaire pour chacune des valeurs  $\theta_i$  prise seule.

Dans ce cas, la paire (F, H) est connue uniquement pour des valeurs discrètes du vecteur  $\theta$ :

$$\begin{aligned} F_i &= F(\theta_i) & \theta_i &\in \theta \text{ et } i = \overline{1, m} \\ H_i &= H(\theta_i) & \theta_i^{\min} &\leq \theta_i \leq \theta_i^{\max} \end{aligned} \quad (IV.73)$$

m: représente la dimension du vecteur  $\theta$ , qui dépend de l'ampleur de la variation des paramètres physique du système.

Le problème ainsi défini est dit multi-modèles (multi-model problem) car chaque valeur de  $\theta_i$  définit un nouveau modèle pour le système d'origine, donc un nouveau régulateur d'état [Ackermann 80],[ Ackermann 85].

La conception est effectuée comme auparavant dans l'espace K, mais maintenant la région de stabilité  $\Gamma$  doit être accomplie simultanément pour toute la famille des modèles (IV.73).

Dans ce qui suit, la structure du contrôleur est définie en premier lieu puis ses coefficients sont déterminés avec l'exigence que le contrôleur donne simultanément une réponse satisfaisante à tous les membres de la famille des modèles  $(F_i, H_i)$ .

Pour un régulateur qui possède une loi de commande définie par le retour d'état suivant:

$$u[k] = k_w w[k] - k'x[k] \tag{IV.74}$$

Le problème est de déterminer  $k'$  tel que tous les zéros de:

$$P_m(z) = \prod_{i=1}^m \det(zI - F(\theta_i) + H(\theta_i)k') \tag{IV.75}$$

appartiennent à la région de stabilité  $\Gamma$ , ce qui entraîne que le vecteur coefficients  $\alpha'$  sera dans la région  $P_\Gamma$  dans l'espace P. Les paires  $(F_i, H_i)$ ,  $i=1\dots m$ , génèrent les différentes matrices du placement des pôles  $E_i$ . Ces matrices contribuent dans la projection de  $P_\Gamma$  dans l'espace K, au moyen de la relation  $k'_i = (\alpha' \quad 1)E_i$ . Cette projection conduit aux différentes régions  $K_{\Gamma i}$  dans l'espace des gains K (figure (IV.3)).

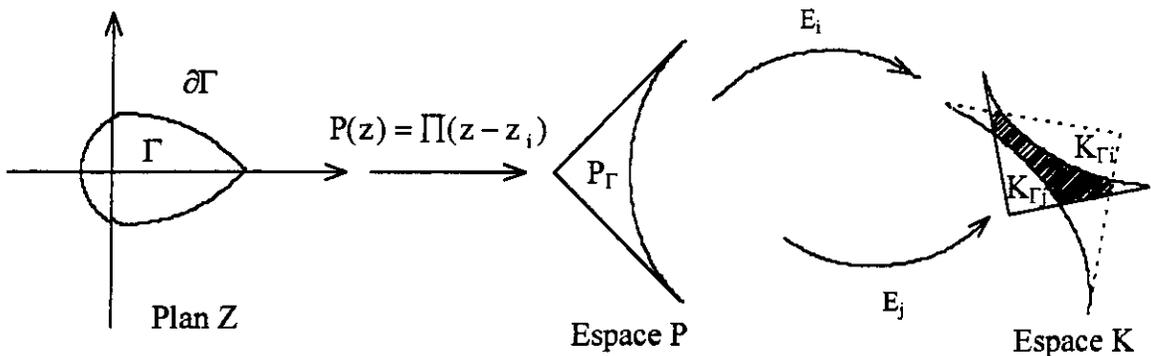


Fig. (IV.3): Le passage entre les trois régions de stabilité ( $\Gamma \rightarrow P_\Gamma \rightarrow K_\Gamma$ ).

L'intersection des régions  $K_{\Gamma i}$  présente la solution de l'équation caractéristique (IV.75) d'un régulateur d'état robuste. Elle peut être:

- Un domaine délimité par les images des limites des pôles réels et complexes dans l'espace K;
- Un ou plusieurs points disjoints;
- Un ensemble vide (pas de robustesse).

Le problème de synthèse est donc de trouver un régulateur tel que pour n'importe quel variation paramétrique, le polynôme caractéristique ait ses racines dans la région  $\Gamma$  du plan complexe. Ce problème n'ayant pas toujours de solution, il existe des situations où il est impossible de trouver le régulateur désiré pour un domaine paramétrique donné. Par contre, dans d'autre cas, il peut exister des régulateurs acceptant des variations paramétriques plus importantes que celles prévues.

**IV.1.4.2 Résumé de la procédure de dimensionnement robuste**

Les étapes de conception sont réunies dans les points essentiels suivants:

- Représenter la contrainte sur les pôles  $\Gamma$  dans un espace P des coefficients de l'équation caractéristique en boucle fermée. Le passage entre le plan Z et l'espace P est donné par:

$$Z \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{P(z) = \prod_{i=1}^n (z - z_i)} \\ \xleftarrow{\text{Factorisation numérique}} \end{array} \right\} P \quad (IV.76)$$

Autrement dit, une région  $P_\Gamma$  de P est définie tel que:

$$\alpha^t \in P_\Gamma \Leftrightarrow z_n \in \Gamma \quad (IV.77)$$

2- Pour le système contrôlable (F , H), on définit une projection topographique de l'espace P vers l'espace K par la relation:

$$P \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{k^t = k_0^t + \alpha^t W^{-1}} \\ \xleftarrow{P(z) = \det(zI - F + Hk^t)} \end{array} \right\} K \quad (IV.78)$$

Soit  $K_\Gamma$  l'image de  $P_\Gamma$  dans l'espace K. Cette région est définie par:

$$k^t \in K_\Gamma \Leftrightarrow \alpha^t \in P_\Gamma \quad (IV.79)$$

3 - Pour les m modèles  $(F_i , H_i)$ , qui modélisent la variation paramétrique du système (F , H), l'intersection des régions  $K_{\Gamma_i}$  ( $i = 1, \dots, m$ ) correspondantes présente la solution  $K_\Gamma$  de l'équation caractéristique en boucle fermée des différents modèles adoptés. Cette équation est donnée par:

$$\prod_{i=1}^m \det(zI - F_i + H_i k^t) = 0 \quad (IV.80)$$

4 - Lorsque le système est d'ordre supérieur à deux, on doit imposer un certain nombre de pôles supplémentaire. Ceci revient à imposer plutôt les coefficients de la contre-réaction d'état excédentaires. Des valeurs judicieuses peuvent être obtenues en déterminant les coefficients de la contre-réaction d'état pour les paramètres nominaux et sous une certaine configuration fixe des pôles.

Lorsqu'on maintient constantes (n-2) valeurs parmi celles de  $k^t$ , on peut définir un sous-espace  $\bar{K}$  de K, tel que la solution  $\bar{K}_\Gamma$  dans ce plan est la solution retenue pour le système équivalent d'ordre deux.

**IV.2 REGLAGE D'ETAT ROBUSTE DE LA MACHINE ASYNCHRONE**

Dans ce paragraphe nous présentons l'application de la méthode développée pour calculer les paramètres du régulateur d'état destiné à la commande en vitesse et en position d'une machine asynchrone alimentée par un onduleur de tension.

Notre objectif est l'obtention d'un régulateur d'état qui permet de commander l'association onduleur MLI - MAS subit par une variation des paramètres  $R_r$  et  $J$  dans une plage bien spécifiée.

**IV.2.1 COMMANDE EN VITESSE DE LA MAS**

La figure (IV.4) représente le schéma fonctionnel de la régulation de vitesse par un régulateur d'état à placement de pôles robuste, tout en considérant que le couple  $C_r$  est mesurable.

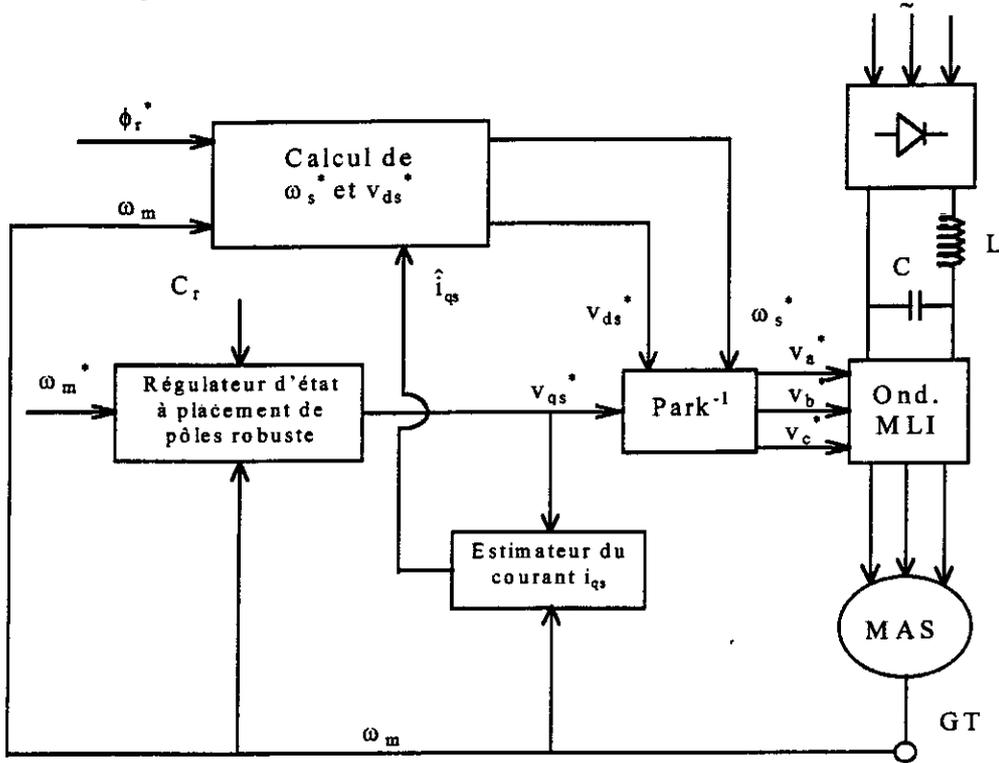


Fig. (IV.4): Commande en vitesse de la MAS avec un Régulateur d'état à placement de pôles robuste.

**- 1<sup>ère</sup> Approche:**

**IV.2.1.1 Dimensionnement pseudo-continu**

En utilisant l'algorithme de Leverrier donné par l'équation (IV.46), on aura:

$$R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} ; a_2 = -\text{trace}(AR_2) = \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \tag{IV.81}$$

$$R_1 = AR_2 + a_2R_2 = \begin{pmatrix} \frac{f}{J} & -\frac{\phi_r^*}{\sigma L_m} & 0 \\ \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_i} & a_2 \end{pmatrix} ; a_1 = -\frac{1}{2} \text{trace}(AR_1) = \frac{fR_{eq}}{\sigma L_s J} + \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} \tag{IV.82}$$

$$R_0 = AR_1 + a_1 R_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{L_m \phi_r^* p^2}{T_i L_r J} & -\frac{R_{eq}}{T_i \sigma L_s} & a_1 \end{pmatrix} ; a_0 = -\frac{1}{3} \text{trace}(AR_0) = 0 \quad (\text{IV.83})$$

La matrice W sera calculée par:

$$W = \frac{1}{\sigma L_s} \begin{pmatrix} 0 & \frac{f}{J} & 1 \\ 0 & \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & 0 \\ -\frac{L_m \phi_r^* p^2}{T_i L_r J} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.84})$$

Le vecteur coefficients est donné par:

$$\alpha^t = (a_0 \ a_1 \ a_2) + (K_1 \ K_2 \ K_3)W \quad (\text{IV.85})$$

Donc:

$$\alpha^t = \left( a_0 - \frac{K_3 L_m \phi_r^* p^2}{T_i \sigma L_s L_r J} \ a_1 + \frac{1}{\sigma L_s} \left( \frac{K_2 L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} + \frac{f K_1}{J} \right) \ a_2 + \frac{K_1}{\sigma L_s} \right) \quad (\text{IV.86})$$

Afin de calculer les limites des pôles complexes et réelles, il est indispensable de définir un domaine dans lequel les trois pôles du système pourront varier tout en conservant un amortissement absolu et un amortissement relatif acceptable. La figure (IV.5) présente le domaine choisi.

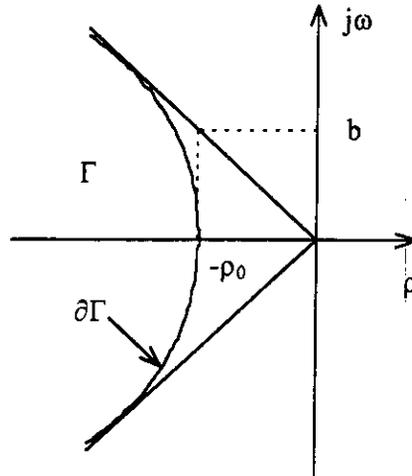


Fig. (IV.5): Domaine des pôles imposés dans le plan S.

La région de stabilité dans le plan S est une hyperbole qui obéit à l'équation suivante:

$$\partial\Gamma: \left(\frac{\rho}{a}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{b}\right)^2 = 1 ; \rho \leq -a \quad (\text{IV.87})$$

avec:  $a = \rho_0$  et  $b^2 = \rho_0^2 \frac{1 - \xi^2}{\xi^2}$

$\xi$ : coefficient d'amortissement relatif ( $\xi = \frac{1}{\sqrt{2}}$  c'est le cas optimal).

La limite des pôles complexes:

Les coefficients du polynôme  $Q(S)$  sont donnés par:

$$\beta_1 = 2\rho \quad \text{et} \quad \beta_0 = \rho^2 + \omega^2 = \left(\left(\frac{b}{a}\right)^2 + 1\right)\rho^2 - b^2 \quad (\text{IV.88})$$

La limite des pôles complexes est définie par:

$$(\alpha^t \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -\beta_0 & -\beta_1 \\ \beta_0\beta_1 & \beta_1^2 - \beta_0 \end{pmatrix} = (0 \quad 0) \quad (\text{IV.89})$$

Si on maintient constant le coefficient  $K_1$ , nous pouvons écrire que:

$$\begin{cases} K_r = -K_3(K_1, \beta_0, \beta_1) = -\frac{T_i \sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} (\beta_0 \beta_1 + a_0 - \beta_0 (a_2 + \frac{K_1}{\sigma L_s})) \\ K_2(K_1, \beta_0, \beta_1) = \frac{\sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \left( \frac{\beta_1 - \frac{f}{J}}{\sigma L_s} K_1 + \beta_1 a_2 + \beta_0 - \beta_1^2 - a_1 \right) \end{cases} \quad (\text{IV.90})$$

Dans le cas où le courant  $i_{qs}$  n'est pas mis en contre-réaction ( $K_1 = 0$ ), le système précédent devient:

$$\begin{cases} K_r = -\frac{T_i \sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \beta_0 \left( \beta_1 - \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \right) \\ K_2 = \frac{\sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \left( -\beta_1 \left( \beta_1 - \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \right) + \beta_0 - \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} - \frac{f R_{eq}}{\sigma L_s J} \right) \end{cases} \quad (\text{IV.91})$$

La limite du pôle réel:

La limite du pôle réel est définie par la seule intersection du contour de la région de stabilité avec l'axe des réels comme l'indique la figure (IV.5). Elle est donnée par:

$$(\alpha^t \quad 1) \begin{pmatrix} 1 \\ -\rho_0 \\ \rho_0^2 \\ -\rho_0^3 \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{IV.92})$$

Avec  $K_1$  fixe, l'image d'un pôle réel égale à  $-\rho_0$  est donnée par l'équation de la droite suivante:

$$K_2(K_1, \rho_0) = -\frac{K_3}{T_i \rho_0} + \left( \rho_0 - \frac{f}{J} \right) \frac{K_1 L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} - \frac{\sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} (a_1 + \rho_0^2 - \rho_0 a_2) \quad (\text{IV.93})$$

Dans le cas où  $K_1 = 0$ , il résulte que:

$$K_2 = \frac{K_r}{T_i \rho_0} - \frac{\sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \left( \frac{f R_{eq}}{\sigma L_s J} + \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} + \rho_0^2 - \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \rho_0 \right) \quad (\text{IV.94})$$

**Remarque:**

Il est possible d'imposer le domaine des pôles représenté à la figure (IV.6). Ce domaine est une approximation de celui de la figure (IV.5). Il est donc délimité par deux droites verticales, ayant respectivement les valeurs réelles  $-\rho_{\min}$  et  $\rho_{\max}$ , et deux droites inclinées de  $\pm 45^\circ$ ,

correspondant à deux pôles complexes conjugués avec parties réelle et imaginaire égales en concordance avec un amortissement relatif optimal.

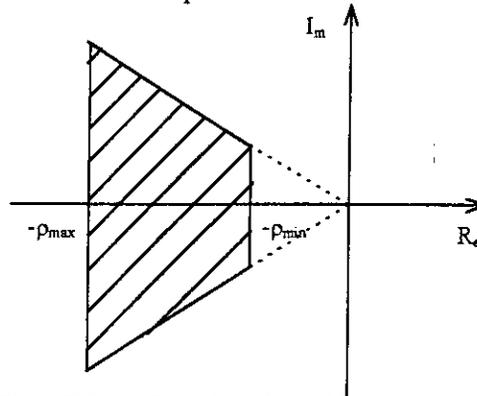


Fig. (IV.6): Domine des pôles imposé.

- Pour les droites inclinées à  $\pm 45^\circ$ , on obtient avec  $\omega = \rho$  :

$$\beta_1 = 2\rho \quad \text{et} \quad \beta_0 = 2\rho^2 \tag{IV.95}$$

- Pour les droites verticales, on obtient avec  $\rho = \rho_{\min}$  ou  $\rho = \rho_{\max}$  :

$$\begin{cases} \beta_1 = 2\rho_{\min} \\ \beta_0 = \rho_{\min}^2 + \omega^2 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \beta_1 = 2\rho_{\max} \\ \beta_0 = \rho_{\max}^2 + \omega^2 \end{cases} \tag{IV.96}$$

Afin d'avoir l'image du domaine des pôles imposés dans le plan K, il faut calculer:

- L'image des deux pôles complexes conjugués variables le long des droites inclinées de  $\pm 45^\circ$  ;
- L'image des deux pôles complexes conjugués à partie réelle constante, et qui varient sur une droite située respectivement à  $\rho_{\min}$  ou  $\rho_{\max}$  ;
- L'image des deux pôles réels, l'un maintenu à  $-\rho_{\min}$  et l'autre à  $\rho_{\max}$  .

Trois limites des pôles complexes et deux limites des pôles réels sont indispensable pour le domaine des coefficients, de la contre-réaction d'état, dans le plan K.

**- La 2<sup>eme</sup> approche**

- La limite des pôles complexes:

La matrice de commandabilité est la suivante:

$$Q_c = \frac{1}{\sigma L_s} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{R_{eq}}{\sigma L_s} & \frac{(R_{eq})^2}{(\sigma L_s)^2} - \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} \\ 0 & \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & -\frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \\ 0 & 0 & -\frac{L_m \phi_r^* p^2}{T_i L_r J} \end{pmatrix} \tag{IV.97}$$

Le vecteur ligne  $e^t$  est donné par:

$$e^t = \left( 0 \quad 0 \quad -\frac{T_i \sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \right) \tag{IV.98}$$

La matrice de placement des pôles est:

$$E = \sigma L_s \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{T_i L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \\ 0 & \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} & 0 \\ 1 & -\frac{f L_r}{L_m \phi_r^* p^2} & 0 \\ -\left(\frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J}\right) & \frac{f^2 L_r}{L_m \phi_r^* p^2 J} - \frac{\phi_r^*}{\sigma L_m} & 0 \end{pmatrix} \quad (IV.99)$$

Les deux coefficients à dimensionner dans le vecteur  $k^t$  de la contre-réaction d'état sont  $K_2$  et  $K_r$ . Il est avantageux de mettre en évidence les coefficients de contre-réaction d'état dépendant du choix des pôles et le coefficient imposé en permutant les colonnes de  $k^t$  et de  $E$  tel que:

$$k_a^t = (K_2 \quad -K_r) \quad \text{et} \quad k_b^t = (K_1) \quad (IV.100)$$

et

$$E_a = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{T_i L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \\ \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} & 0 \\ -\frac{f L_r}{L_m \phi_r^* p^2} & 0 \\ \frac{f^2 L_r}{L_m \phi_r^* p^2 J} - \frac{\phi_r^*}{\sigma L_m} & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad E_b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -\left(\frac{R_{eq}}{\sigma L_m} + \frac{f}{J}\right) \end{pmatrix} \quad (IV.101)$$

La matrice  $S$  se réduit à un vecteur ligne:

$$S = (\beta_0 \quad \beta_1 \quad 1 \quad 0) \quad (IV.102)$$

et le vecteur ligne  $t^t$  devient:

$$t^t = (0 \quad \beta_0 \quad \beta_1 \quad 1) \quad (IV.103)$$

L'équation (IV.59) permet de donner les deux équations liant respectivement les coefficients de contre-réaction ( $K_2$ ,  $K_r$ ) au coefficient fixé  $K_1$  et les pôles imposés par l'intermédiaire des coefficients  $\beta_i$  de l'équation caractéristique imposée:

$$\begin{cases} K_2(K_1, \beta_0, \beta_1) = \frac{\sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \left( \frac{\beta_1 - \frac{f}{J}}{\sigma L_s} K_1 - \beta_1 \left( \beta_1 - \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \right) + \beta_0 - \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} - \frac{f R_{eq}}{\sigma L_s J} \right) \\ K_r(K_1, \beta_0, \beta_1) = \frac{\beta_0 \sigma T_i L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \left( \frac{K_1}{\sigma L_s} - \left( \beta_1 - \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \right) \right) \end{cases} \quad (IV.104)$$

Si on ne tient pas compte de l'effet du courant  $i_{qs}$  dans la boucle de régulation, le système (IV.104) devient:

$$\begin{cases} K_2 = \frac{\sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \left( -\beta_1 \left( \beta_1 - \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \right) + \beta_0 - \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} - \frac{f R_{eq}}{\sigma L_s J} \right) \\ K_r = \frac{\beta_0 \sigma T_i L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \left( -\beta_1 + \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) \end{cases} \quad (IV.105)$$

La limite du pôle réel:

La matrice  $W$  est calculée analytiquement en inversant la matrice de transformation linéaire  $T$ :

$$W = T^{-1} = \frac{1}{\sigma L_s} \begin{pmatrix} 0 & -\frac{f}{J} & 1 \\ 0 & \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & 0 \\ -\frac{L_m \phi_r^* p^2}{T_i L_r J} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (IV.106)$$

Il est commode d'utiliser la relation (IV.66) afin d'éviter une permutation des éléments, ce qui donne:

$$K_2(K_1, \rho_0) = \frac{L_r J (\rho_0 - \frac{f}{J})}{L_m \phi_r^* p^2} K_1 + \frac{K_r}{T_i \rho_0} - \left( \frac{L_r f R_{eq}}{\sigma L_s L_m \phi_r^* p^2} - \frac{\phi_r^*}{\sigma L_m} - \frac{L_r J \rho_0}{L_m \phi_r^* p^2} \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) + \frac{L_r J \rho_0^2}{L_m \phi_r^* p^2} \right) \sigma L_s \quad (IV.107)$$

Pour  $K_1 = 0$ ; on aura:

$$K_2 = \frac{K_r}{T_i \rho_0} - \left( \frac{f R_{eq}}{\sigma L_s J} + \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} - \rho_0 \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) + \rho_0^2 \right) \frac{L_r J \sigma L_s}{L_m \phi_r^* p^2} \quad (IV.108)$$

#### IV.2.1.1.2 Domaine des coefficients de la contre-réaction d'état

A l'aide des limites ainsi définies, il est possible d'associer au domaine de variation des pôles représenté à la figure (IV.5) un domaine de variation des coefficients  $K_2$  et  $K_r$  tracé dans un plan ( $K_2, K_r$ ).

Dans cette étude, on est amené à faire la recherche d'un réglage robuste de la vitesse face à une variation de la résistance rotorique où une variation du moment d'inertie, ceci permettra d'améliorer la robustesse du circuit de réglage dimensionné par une méthode classique.

#### IV.2.1.1.3 Dimensionnement robuste vis-à-vis de $R_r$

Pour le calcul du régulateur d'état robuste, nous avons considéré une variation de  $\pm 50\%$  sur la valeur nominale de la résistance rotorique ( $R_r^n$ ). Cet intervalle est discrétisé en 5 valeurs significatives de  $R_r$ , distant de  $25\% R_r^n$ . Les cinq régions  $K_{r_i}$  correspondantes dans le plan  $K$  sont données par:

Limite des pôles complexes:

$$K_2 = \frac{\sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \left( -\beta_1 \left( \beta_1 - \left( \frac{1}{\sigma L_s} (R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i) + \frac{f}{J} \right) + \beta_0 - \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} - \frac{f}{\sigma L_s J} (R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i) \right) \right) \quad (IV.109)$$

$$K_r = \frac{\beta_0 \sigma T_i L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \left( -\beta_1 + \frac{1}{\sigma L_s} (R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i) + \frac{f}{J} \right)$$

Limite du pôle reel:

$$K_2 = \frac{K_r}{T_i \rho_0} - \left( \frac{f}{\sigma L_s J} (R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i) + \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} - \rho_0 \left( \frac{1}{\sigma L_s} (R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i) + \frac{f}{J} \right) + \rho_0^2 \right) \frac{L_r J \sigma L_s}{L_m \phi_r^* p^2} \quad (IV.110)$$

avec: 
$$\begin{cases} R_r^1 = 0.5 R_r^n \\ R_r^{i+1} = R_r^i + 0.25 R_r^n \quad i = \overline{1,4} \end{cases} \quad (IV.111)$$

L'intersection de ces régions présente la solution simultanée des équations caractéristiques en boucle fermée des différents modèles associés à chaque valeur de  $R_r$  (figure (IV.7)).

Plusieurs paramètres modifient le domaine des coefficients, à savoir les limites d'amortissements minimal et maximal, la valeur de la résistance rotorique et la valeur de l'amortissement relatif optimal. Les amortissements minimal et maximal ne sont pas connus a priori et doivent être fixés au cours du dimensionnement robuste, afin de garantir l'intersection des domaines dans le plan K.

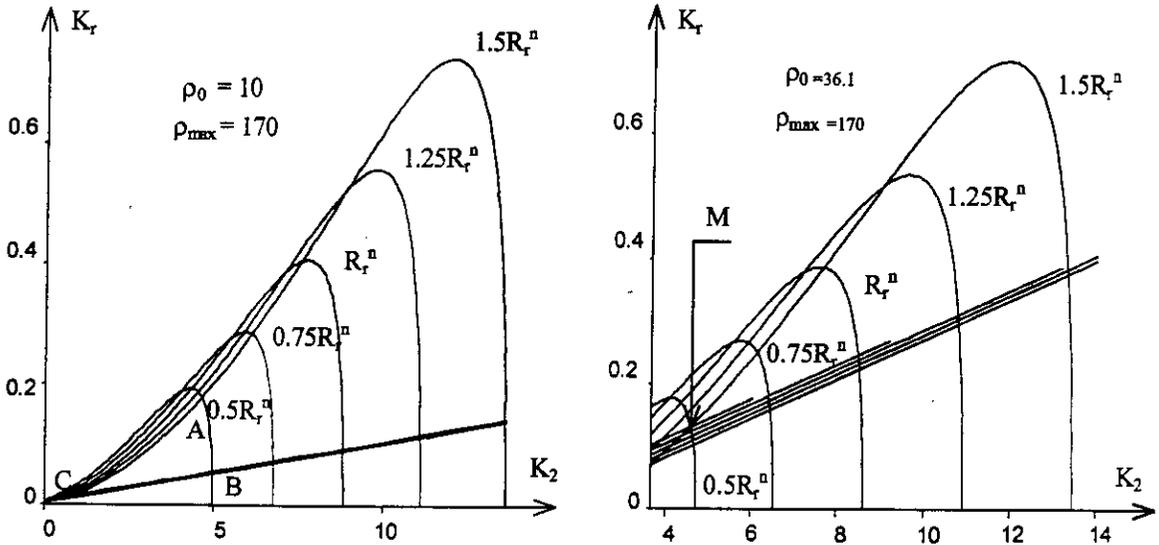


Fig. (IV.7): Domaine des coefficients du réglage d'état dans le plan K. (Dimensionnement pseudo-continu vis-à-vis de  $R_r$ )

**IV.2.1.1.4 Choix des coefficients de la contre-réaction d'état**

Le choix de la paire de coefficients ( $K_2, K_r$ ) est dans une certaine mesure arbitraire. En effet, la zone d'intersection des régions  $K_{r_i}$  assure que les pôles restent dans un domaine prescrit; toutefois selon le choix de la paire de coefficients dans cette zone, le comportement sera meilleur pour tel ou tel point de fonctionnement.

**IV.2.1.1.5 Détermination du coefficient de l'intervention directe de la grandeur de consigne**

Il est connu que  $K_w$  est dimensionné de façon à compenser un pôle du système global fermé. Mais lorsque les paramètres physiques du système varient, le pôle à compenser varie aussi. Cette situation nous oblige à compenser un pôle  $S_{cg}$  situé au centre de gravité des pôles variables [Buhler, 88].

En effet, pour un système d'ordre  $n$  qui subit une variation du paramètre  $\theta_i \in [\theta_i^{\min}, \theta_i^{\max}]$ , on peut écrire que:

$$S_{cg} = \frac{1}{\theta_i^{\max} - \theta_i^{\min}} \int_{\theta_i^{\min}}^{\theta_i^{\max}} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n P_j(\theta_i) d\theta_i \tag{IV.112}$$

avec:  $\text{trace}(A_G) = \sum_{j=1}^n P_j(\theta_j)$  on aura:

$$S_{cg} = \frac{1}{\theta_i^{\max} - \theta_i^{\min}} \int_{\theta_i^{\min}}^{\theta_i^{\max}} \frac{1}{n} \text{trace}(A_G) d\theta_i \tag{IV.113}$$

Le coefficient de l'intervention directe de la grandeur de consigne est calculé par:

$$K_w = -\frac{K_r}{S_{cg} T_i} \quad (IV.114)$$

Dans notre cas ( $K_1 = 0$ ), on a:

$$\text{tarce}(A_G) = -\left(\frac{1}{\sigma L_s} \left(R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r\right) + \frac{f}{J}\right) \quad \text{tel que: } R_r \in [R_r^{\min}, R_r^{\max}] \quad (IV.115)$$

Donc:

$$\begin{aligned} S_{cg} &= -\frac{1}{3(R_r^{\max} - R_r^{\min})} \int_{R_r^{\min}}^{R_r^{\max}} \left(\frac{1}{\sigma L_s} \left(R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r\right) + \frac{f}{J}\right) dR_r \\ &= -\frac{1}{3} \left(\frac{1}{\sigma L_s} \left(R_s + \frac{L_s}{2L_r} (R_r^{\max} + R_r^{\min})\right) + \frac{f}{J}\right) \end{aligned} \quad (IV.116)$$

Pour  $R_r^{\min} = 0.5R_r^n$  et  $R_r^{\max} = 1.5R_r^n$ , il arrive:

$$K_w = \frac{3K_r}{T_i \left(\frac{1}{\sigma L_s} \left(R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^n\right) + \frac{f}{J}\right)} \quad (IV.117)$$

#### IV.2.1.1.6 Calcul de $K_v$

Pour le calcul du coefficient de l'intervention directe de la grandeur de perturbation basé sur l'annulation de l'état du régulateur intégrateur en régime permanent, on adopte la valeur nominale calculée par l'équation:

$$K_v = -\frac{R_{eq} L_r}{L_m \phi_r^* p} \quad (IV.118)$$

Pour avoir les gains du régulateur digital, il faut faire la correction suivante sur les coefficients du régulateur continu:

$$\begin{aligned} k_2 &= K_2 + \frac{K_r}{2} \quad ; \quad k_r = K_r \\ k_w &= K_w + \frac{K_r}{2} \quad ; \quad k_v = K_v \end{aligned} \quad (IV.119)$$

#### IV.2.1.1.7 Dimensionnement robuste vis-à-vis de $J$

Supposant que le moment d'inertie est variable dans la plage  $J \in [100\%, 200\%]J^n$ . Il faut donc exécuter un dimensionnement robuste par rapport à ce paramètre. Dans ce but, l'image du domaine des pôles imposés dans le plan  $K$  est donné par l'ensemble des limites suivantes:

Limite des pôles complexes:

$$\begin{aligned} K_2 &= \frac{\sigma L_s L_r J^i}{L_m \phi_r^* p^2} \left(-\beta_1 \left(\beta_1 - \left(\frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J^i}\right) + \beta_0 - \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J^i} - \frac{f R_{eq}}{\sigma L_s J^i}\right)\right) \\ K_r &= \frac{\beta_0 \sigma T_i L_s L_r J^i}{L_m \phi_r^* p^2} \left(-\beta_1 + \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J^i}\right) \end{aligned} \quad (IV.120)$$

Limite du pôle réel:

$$K_2 = \frac{K_r}{T_i \rho_0} - \left(\frac{f R_{eq}}{\sigma L_s J^i} + \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J^i} - \rho_0 \left(\frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J^i}\right) + \rho_0^2\right) \frac{L_r J^i \sigma L_s}{L_m \phi_r^* p^2} \quad (IV.121)$$

$$\text{avec: } \begin{cases} J^i = J^n \\ J^{i+1} = J^i + 0.25J^n \quad i = \overline{1,4} \end{cases} \quad (IV.122)$$

Pour un dimensionnement robuste, il faut choisir pour les coefficients de la contre-réaction des valeurs appartenant à l'intersection commune des différentes régions de stabilité dans le plan K, comme il est représenté par la figure (IV.8).

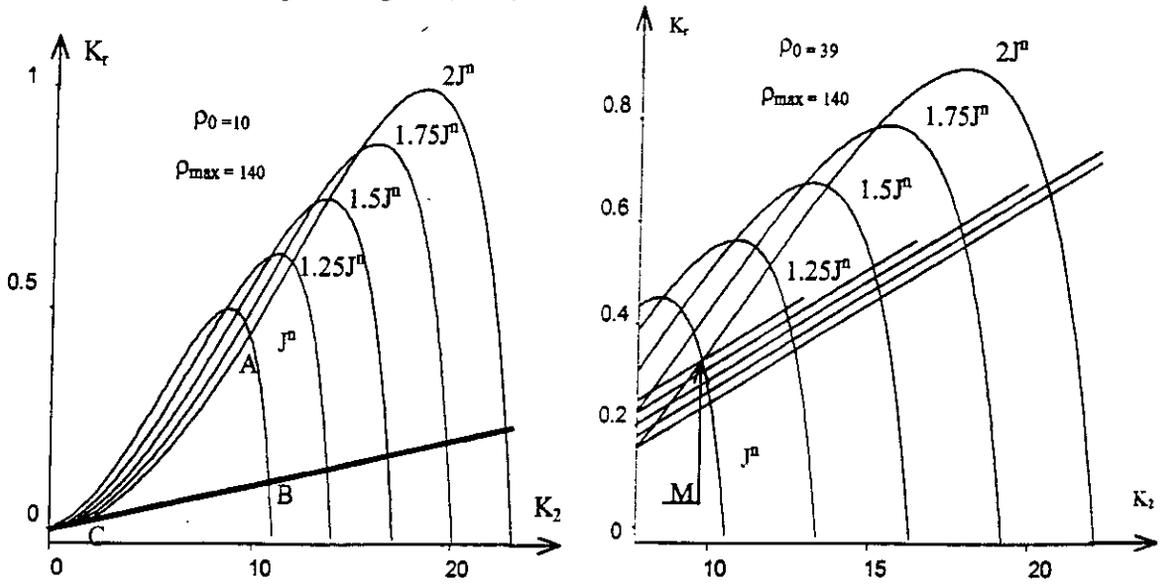


Fig. (IV.8): Domaine des coefficients du réglage d'état dans le plan K. (Dimensionnement pseudo-continu vis-à-vis J)

IV.2.1.1.8 Calcul de  $K_w$

Le pôle à compenser est donné par:

$$S_{cg} = -\frac{1}{3(J^{\max} - J^{\min})} \int_{J^{\min}}^{J^{\max}} \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) dJ = -\frac{R_{eq}}{3\sigma L_s} - \frac{f \ln\left(\frac{J^{\max}}{J^{\min}}\right)}{3(J^{\max} - J^{\min})} \quad (IV.123)$$

avec  $J^{\max} = 2J^n$  et  $J^{\min} = J^n$ , on aura:

$$K_w = \frac{3K_c}{T_i \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f \ln(2)}{J^n} \right)} \quad (IV.124)$$

IV.2.1.2 Dimensionnement échantillonné

Pour calculer la matrice W, on fait appel à l'algorithme de Leverrier. En effet:

$$R_2 = I(3 \times 3) \quad ; \quad a_2 = -(1 + F_{s11} + F_{s22}) \quad (IV.125)$$

$$R_1 = \begin{pmatrix} -(1 + F_{s22}) & F_{s12} & 0 \\ F_{s21} & -(1 + F_{s11}) & 0 \\ 0 & -1 & -(F_{s11} + F_{s22}) \end{pmatrix} \quad ; \quad a_1 = F_{s11}F_{s22} - F_{s12}F_{s21} + F_{s11} + F_{s22} \quad (IV.126)$$

$$R_0 = \begin{pmatrix} F_{s22} & -F_{s12} & 0 \\ -F_{s21} & F_{s11} & 0 \\ -F_{s21} & F_{s11} & F_{s11}F_{s22} - F_{s12}F_{s21} \end{pmatrix} \quad ; \quad a_0 = F_{s12}F_{s21} - F_{s11}F_{s22} \quad (IV.127)$$

La matrice W est donc:

$$W = \begin{pmatrix} H_{s1}F_{s22} - H_{s2}F_{s12} & -H_{s1}(1 - F_{s22}) + H_{s2}F_{s12} & H_{s1} \\ -H_{s1}F_{s21} + H_{s2}F_{s11} & -H_{s2}(1 - F_{s11}) + H_{s1}F_{s21} & H_{s2} \\ -H_{s1}F_{s21} + H_{s2}F_{s11} & -H_{s2} & 0 \end{pmatrix} \quad (IV.128)$$

Les coefficients du vecteur  $\alpha^l$  sont:

$$\alpha_{j-1} = a_{j-1} + \sum_{i=1}^n k_i w_{ij} \quad ; \quad j = \overline{1, (n=3)} \quad (\text{IV.129})$$

La limite des pôles complexes présente la solution du système d'équations suivant:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \alpha_i d_{i-1} = 0 \quad ; \quad \alpha_n = 1 \\ \alpha_0 - \beta_0 \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_{i+1} d_{i-1} = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.130})$$

Ce système n'est que le développement de l'équation (IV.21). Il possède, pour  $k_1 = 0$ , la solution suivante:

$$\frac{k_r}{k_2} = -f(\beta_i, w_{ij}) \quad (\text{IV.131})$$

avec:

$$f(\beta_i, w_{ij}) = \frac{(w_{22} - \beta_1 w_{23})f_1 - (w_{21} - \beta_0 w_{23})f_2}{(w_{31} - \beta_0 w_{33})f_2 - (w_{32} - \beta_1 w_{33})f_1} \quad (\text{IV.132})$$

$$\text{avec: } f_1 = a_0 - \beta_0 a_2 + \beta_0 \beta_1 \quad \text{et} \quad f_2 = a_1 - \beta_1 a_2 + \beta_1^2 - \beta_0$$

Les limites des pôles réels sont données par le développement de l'équation (IV.7):

$$\begin{cases} \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \tau_1^i = 0 \\ \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \tau_r^i = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.133})$$

Elles peuvent être écrites sous la forme:

La limite 'left':

$$k_r = - \frac{k_2 \sum_{i=1}^3 w_{2i} \tau_1^{i-1} + \sum_{i=0}^3 a_i \tau_1^i}{\sum_{i=1}^3 w_{3i} \tau_1^{i-1}} \quad ; \quad a_3 = 1 \quad (\text{IV.134})$$

La limite 'right':

$$k_r = - \frac{k_2 \sum_{i=1}^3 w_{2i} \tau_r^{i-1} + \sum_{i=0}^3 a_i \tau_r^i}{\sum_{i=1}^3 w_{3i} \tau_r^{i-1}} \quad (\text{IV.135})$$

Il faut noter que lorsqu'on choisi comme domaine des pôles dans le plan Z, le spirale logarithmique représenté par la figure (IV.2), les coefficients du polynôme Q(z) sont:

$$\beta_0 = e^{-2\alpha} \quad \text{et} \quad \beta_1 = -2e^{-\alpha} \cos(\alpha) \quad \text{avec: } 0 \leq \alpha \leq \pi \quad (\text{IV.136})$$

En générale dans les problèmes de robustesse on introduit une notion de mesure très importante dite 'degré de stabilité'. Cette dernière est mise en évidence par une famille de cercles dans le plan Z, qui peut être considérée comme approximation du spirale logarithmique ainsi défini. Le rayon de ces cercles c'est l'outil de mesure du degré de stabilité en question [Ackermann 80],[Ackermann 85].

La famille des cercles est définie par la réduction du rayon ( $r=1$ ) du cercle unité (limite de stabilité) tout en maintenant  $\tau_r$  fixe à  $z=1$  jusqu'à ce que  $\tau_1$  atteigne  $z=0$  pour  $r=0.5$ , puis on garde  $\tau_1$  intact jusqu'à ce que  $r$  devienne nul. Dans ces conditions la relation entre le rayon  $r$  et le centre  $\tau_0$  est la suivante [Ackermann 85]:

$$\tau_0(1 - \tau_0) = r(1 - r) \quad ; \quad \tau_0 \leq 0.5 \tag{IV.137}$$

Dans le but d'éviter les intersections communes entre les cercles, ainsi que chacun d'eux englobe le point  $z=0$  (deadbeat solution), il est nécessaire de faire une légère modification sur la relation (IV.137) afin de répondre aux exigences précédentes. il arrive donc:

$$\tau_0(1 - \tau_0) = 0.99r(1 - r) \quad ; \quad \tau_0 \leq 0.45 \tag{IV.138}$$

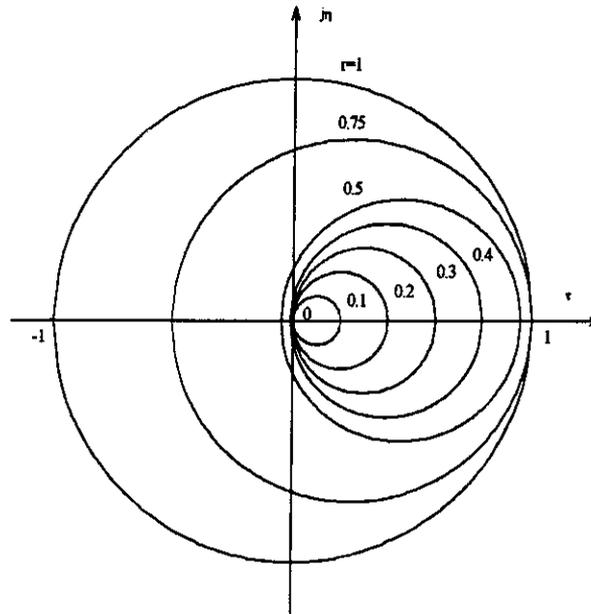


Fig. (IV.9): Domaines circulaires dans le plan Z.

Les intersections de ces cercles avec l'axes des réels sont données par les points:  $\tau_1 = \tau_0 - r$  et  $\tau_r = \tau_0 + r$ , on peut définir donc la région de stabilité  $\Gamma$  basée sur ces types de cercles par le contour:

$$\partial\Gamma: \quad (\tau - \tau_0)^2 + \eta^2 = r^2 \tag{IV.139}$$

Dans ce cas, les coefficients  $\beta_i$  sont calculés en fonction de  $\tau$  par la relation:

$$\begin{cases} \beta_0 = \tau^2 + \eta^2 = r^2 + 2\tau\tau_0 - \tau_0^2 \\ \beta_1 = -2\tau \end{cases} \tag{IV.140}$$

#### IV.2.1.2.1 Dimensionnement robuste vis-à-vis de $R_r$ et de $J$

La limite des pôles complexes:

$$k_r = - \frac{(w_{22}^{(k)} - \beta_1 w_{23}^{(k)})f_1^{(k)} - (w_{21}^{(k)} - \beta_0 w_{23}^{(k)})f_2^{(k)}}{(w_{31}^{(k)} - \beta_0 w_{33}^{(k)})f_2^{(k)} - (w_{32}^{(k)} - \beta_1 w_{33}^{(k)})f_1^{(k)}} k_2 \quad ; \quad k = \overline{1, (m=5)} \tag{IV.141}$$

avec:  $f_1^{(k)} = a_0^{(k)} - \beta_0 a_2^{(k)} + \beta_0 \beta_1$  et  $f_2^{(k)} = a_1^{(k)} - \beta_1 a_2^{(k)} + \beta_1^2 - \beta_0$

Les limites des pôles réels:

$$k_r = - \frac{k_2 \sum_{i=1}^3 w_{2i}^{(k)} \tau_{r,i}^{i-1} + \sum_{i=0}^3 a_i^{(k)} \tau_{r,i}^i}{\sum_{i=1}^3 w_{3i}^{(k)} \tau_{r,i}^{i-1}} ; \quad k = \overline{1,5} \quad (IV.142)$$

Les domaines des gains recherchés sont représentés par la figure (IV.10).

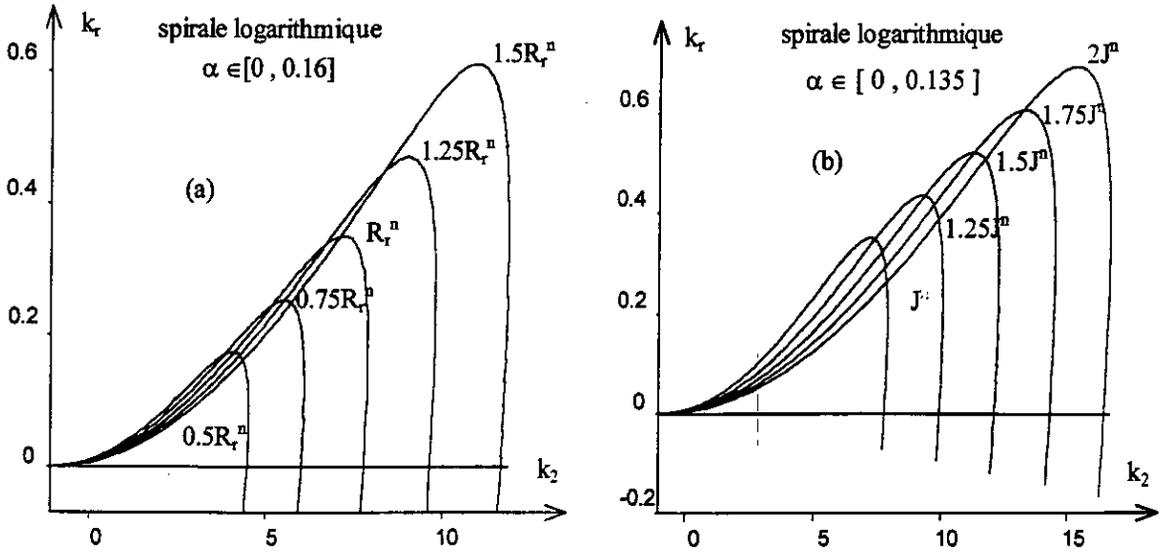


Fig. (IV.10): Domaine des coefficients du réglage d'état dans le plan K. (Dimensionnement échantillonné : (a) vis-à-vis de  $R_r$ , (b) vis-à-vis de  $J$ )

Le cercle de stabilité est défini par le choix du rayon ( $r$ ), qui va être inclus dans les calculs des limites de la région de stabilité. D'après la figure (IV.11), il faut que  $r \in [0.6, 1]$  afin de garantir l'intersection des régions de stabilité nominale, une faible valeur attribuée au rayon ( $r$ ) assure à la fois : la stabilité et la rapidité.

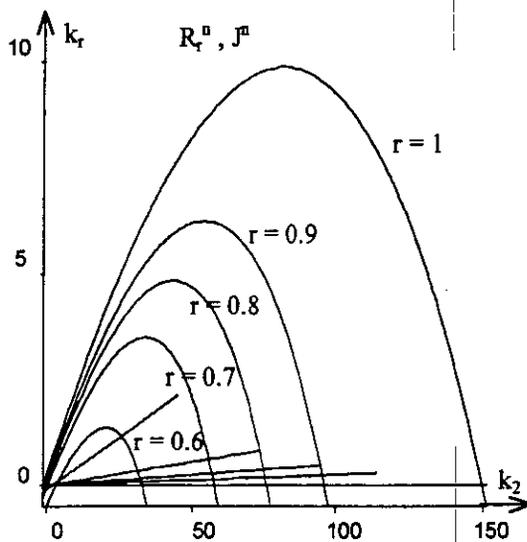


Fig. (IV.11): Choix du rayon ( $r$ ).

Les domaines qui correspondent à ( $r = 0.6$ ) sont illustrés par la figure (IV.12).

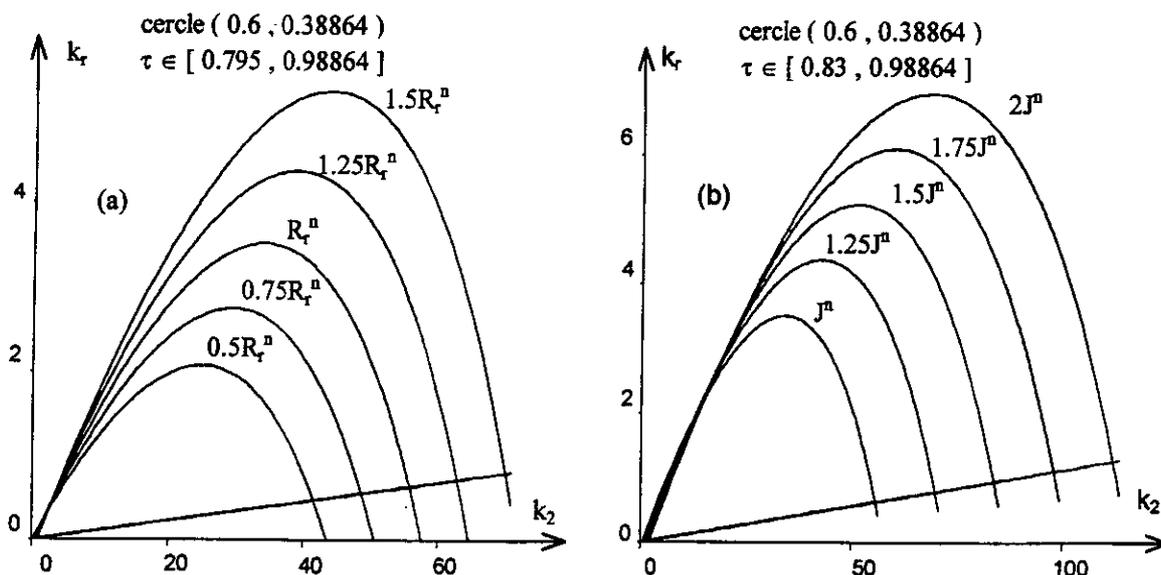


Fig. (IV.12): Domaines des coefficients du réglage d'état dans le plan K.  
 (Dimensionnement échantillonné : (a) vis-à-vis de  $R_r$ , (b) vis-à-vis de  $J$ )

### IV.2.1.3 Dimensionnement robuste vis-à-vis des variations simultanées de $R_r$ et de $J$ :

Pour synthétiser un régulateur d'état capable d'assurer des performances satisfaisantes vis-à-vis les variations simultanées de la résistance rotorique et du moment d'inertie, il est indispensable de définir les  $m$  modèles susceptibles de décrire les variations possibles de ces deux paramètres.

Il existe plusieurs combinaisons possibles entre les  $m$  valeurs de  $R_r$  et les  $m$  valeurs de  $J$ . Selon le cahier de charge imposé, une combinaison doit être prise en compte.

Dans le but d'établir une méthode de synthèse, nous supposons que la variation simultanée de  $R_r$  et de  $J$  est effectuée selon le tableau (IV.1).

Variations	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$R_r$	$-50\%R_r^n$	$-75\%R_r^n$	$0\%R_r^n$	$+25\%R_r^n$	$+50\%R_r^n$
$J$	$0\%J^n$	$+25\%J^n$	$+50\%J^n$	$+75\%J^n$	$+100\%J^n$

Tableau (IV.1).

L'intersection des cinq régions de stabilité correspondantes nous permet d'avoir les domaines des gains robustes (figures (IV.13)).

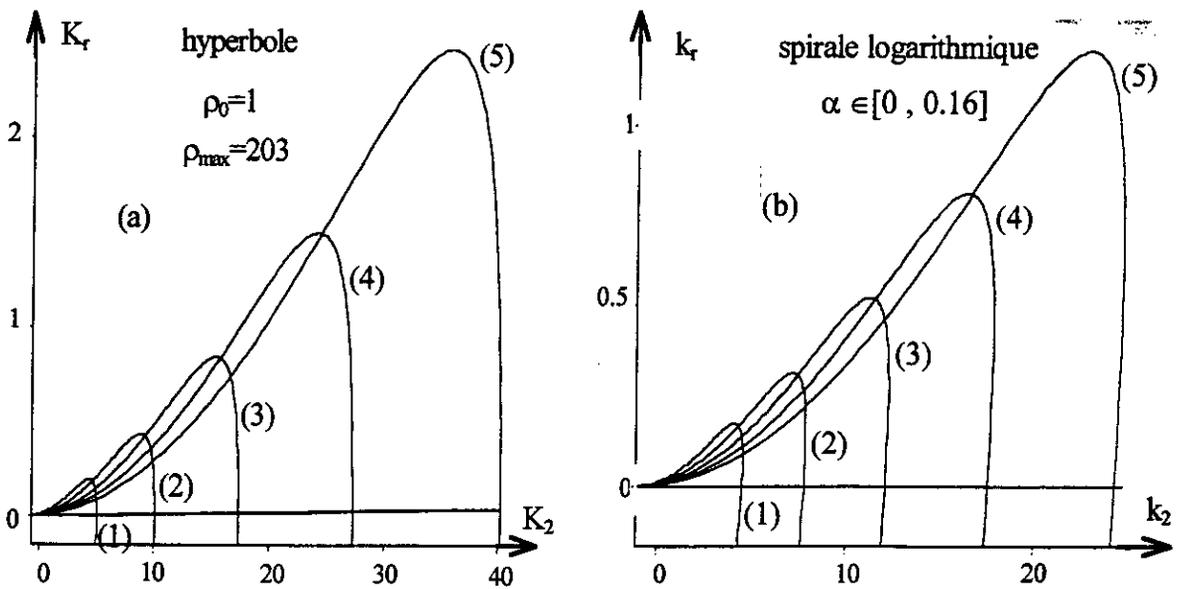


Fig. (IV.13): Domaines des coefficients du réglage d'état dans le plan K. vis-à-vis des variations simultanées de  $R_r$  et de  $J$  :

(a) Dimensionnement pseudo-continu ; (b) Dimensionnement échantillonné .

#### IV.2.1.3 Résultats de simulation

Des simulations permettent de mettre en évidence les performances que l'on peut espérer obtenir d'un moteur asynchrone contrôlé au moyen du régulateur d'état robuste développé précédemment, sont présentées par les figures (IV.14,15,16,). Le comportement de la commande a été simulé pour les coefficients calculés grâce à un dimensionnement pseudo-continu, et qui sont regroupés dans le tableau (IV.2).

	$R_r$		$J$	
	$K_2$	$K_r$	$K_2$	$K_r$
Au milieu	3.9629	0.08782	4.87116	0.11954
A	4.60064	0.17913	9.74519	0.43536
B	4.93334	0.05427	10.7763	0.11177
C	1.05185	0.01699	2.10609	0.02635
M	4.56773	0.131556	9.71221	0.32789

Tableau (IV.2)

Ces résultats montrent le comportement espéré, en ce qui concerne la qualité des réponses obtenues et démontrent l'utilité et la validité de l'approche introduite dans ce chapitre.

Sur la figure (IV.14), nous montrons les résultats d'une simulation concernant le réglage de la vitesse avec un régulateur d'état robuste, pour un point à l'intérieur du domaine des gains. Sans variation paramétrique, on remarque que cette commande présente des performances de poursuite très excellentes, ainsi qu'une prise en compte efficace de la perturbation.

Sur la figure (IV.15), nous présentons les tests de robustesse réalisés pour des valeurs de la résistance rotorique entre  $\pm 50\%$  de sa valeur nominale. Alors que le moment d'inertie prend des valeurs de  $0\%$  à  $+100\%$  de la valeur nominale.

La réponse de la vitesse, nous permet de constater le bon amortissement existant pour chacun des points de fonctionnement, aussi bien pour la résistance rotorique que pour le moment d'inertie. Malheureusement, pour le test vis-à-vis  $R_r$ , le découplage est affecté lors d'une

application de charge nominale. Car cette imprécision sur la valeur de  $R_r$ , conduit à une erreur sur la détermination de la position du flux rotorique, ce qui introduit un couplage entre le flux et le couple.

La figure (IV.16) permet de comparer les réponses de la vitesse pour plusieurs points du domaine des gains robustes. Il apparaît clairement que les courbes ne diffèrent que par le temps de réponse. Le point (M) présente le fonctionnement à une valeur extrême de la limite d'amortissement absolu minimal pour laquelle la zone de validité des coefficients se réduit à un point comme il est indiqué aux figures (IV.7,8).

Les coefficients du régulateur d'état à placement de pôles robuste, calculés selon un dimensionnement échantillonné, sont donnés par le tableau (IV.3).

	Région spirale				Région circulaire			
	$k_2$	$k_r$	$k_w$	$k_v$	$k_2$	$k_r$	$k_w$	$k_v$
$R_r$	3.99487	0.12053	1	-1.5	3.66568	0.11307	1.1	-0.8
J	4.64108	0.07165	1	-0.9	4.59067	0.17689	1	-1

Tableau (IV.3).

Les résultats de simulation obtenus (figures (I.17,18)) montrent que le réglage d'état à placement de pôles robuste adopté, présente des performances très satisfaisantes. En effet, même si le courant n'est pas pris en considération dans la loi de commande, les performances sont satisfaisantes aussi bien lors de la variation de consigne que celle de la perturbation.

Les simulations de la figure (IV.19) ont été obtenues en considérant une erreur de  $\pm 50\%$  sur la valeur nominale de la résistance rotorique. A nouveau, la réponse de vitesse est peu affectée par la variation de  $R_r$ , tandis que le découplage est influencé au moment d'application d'une charge perturbatrice.

Dans la simulation de la figure (IV.20), l'inertie des masses tournantes est augmentée (50% et 100% de sa valeur nominale), La réponse de vitesse du système est dès lors plus lente et le découplage est conservé.

Les coefficients du régulateur robuste, vis-à-vis les variations simultanées de  $R_r$  et de J, sont donnés par le tableau suivant :

	Dimensionnement pseudo-continu	Dimensionnement échantillonné
$k_2$	4.30242	3.77579
$k_r$	$3.41351 \times 10^{-2}$	$3.36914 \times 10^{-2}$

Tableau (IV.4).

La figure (IV. 21) présente les résultats du test vis-à-vis les variations simultanées suivantes :  $(-50\%R_r^n, 0\%J^n)$ ,  $(0\%R_r^n, +50\%J^n)$  et  $(+50\%R_r^n, +100\%J^n)$ .

En présence de ces erreurs, nous remarquons que la vitesse suit sa référence et le système rejette la perturbation. Cependant, cette variation paramétrique affecte la dynamique de poursuite et la stabilité de découplage.

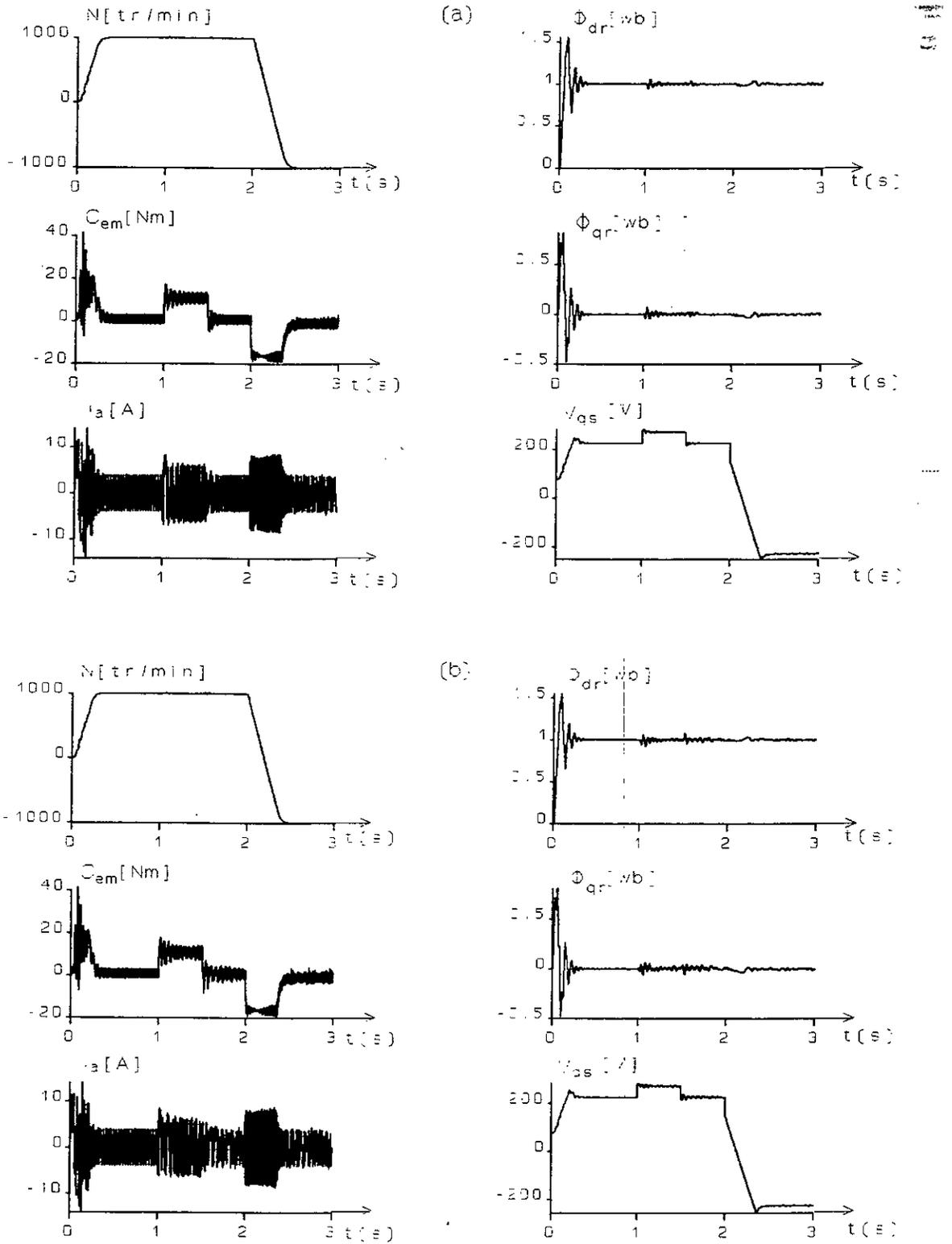


Fig. (IV.14) : Simulation du réglage de vitesse par un régulateur d'état robuste (dimensionnement pseudo-continu: a) vis-à-vis de  $R_r$  ; b) vis-à-vis de  $J$ .

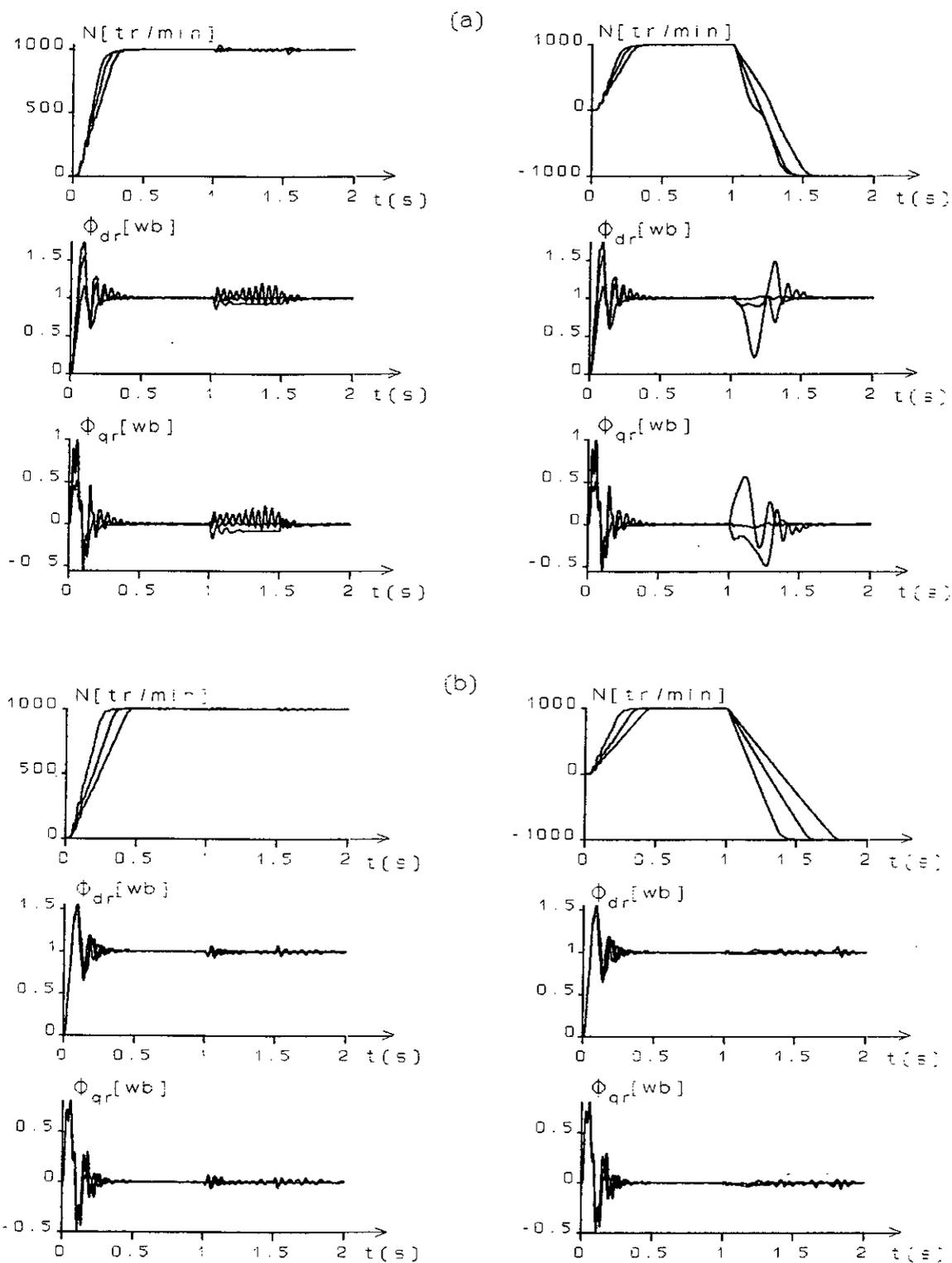


Fig. (IV.15): Test de robustesse (dimensionnement pseudo-continu):  
 a) vis-à-vis de  $(-50\%, 0\%, +50\%)R_r^a$ ;  
 b) vis-à-vis de  $(0\%, +50\%, +100\%)J^n$ .

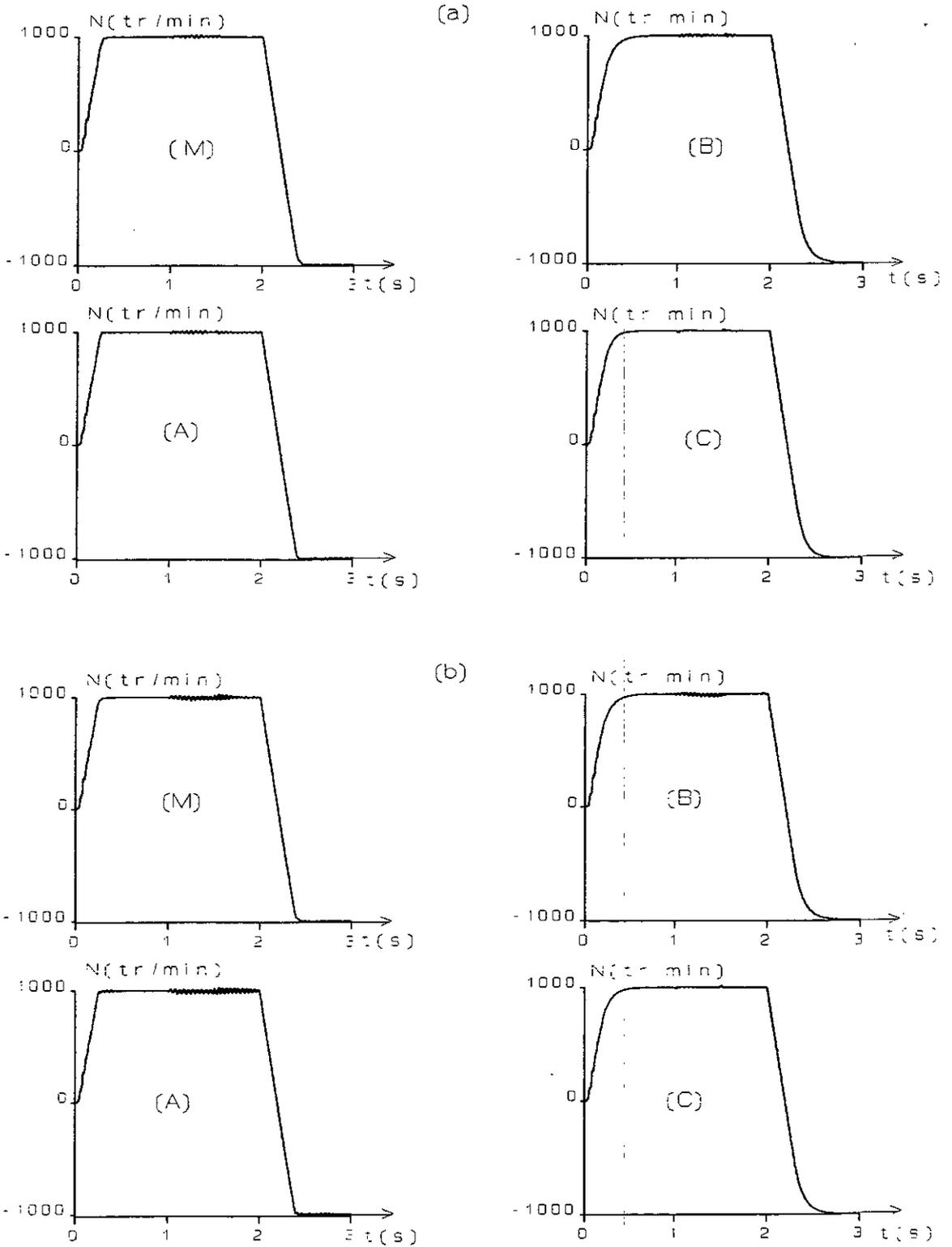


Fig.(IV.16): Réponse de vitesse pour plusieurs points du domaine robuste ABC (dimensionnement pseudo-continu):  
 a) vis-à-vis de  $R_r$  ; b) vis-à-vis de  $J$ .

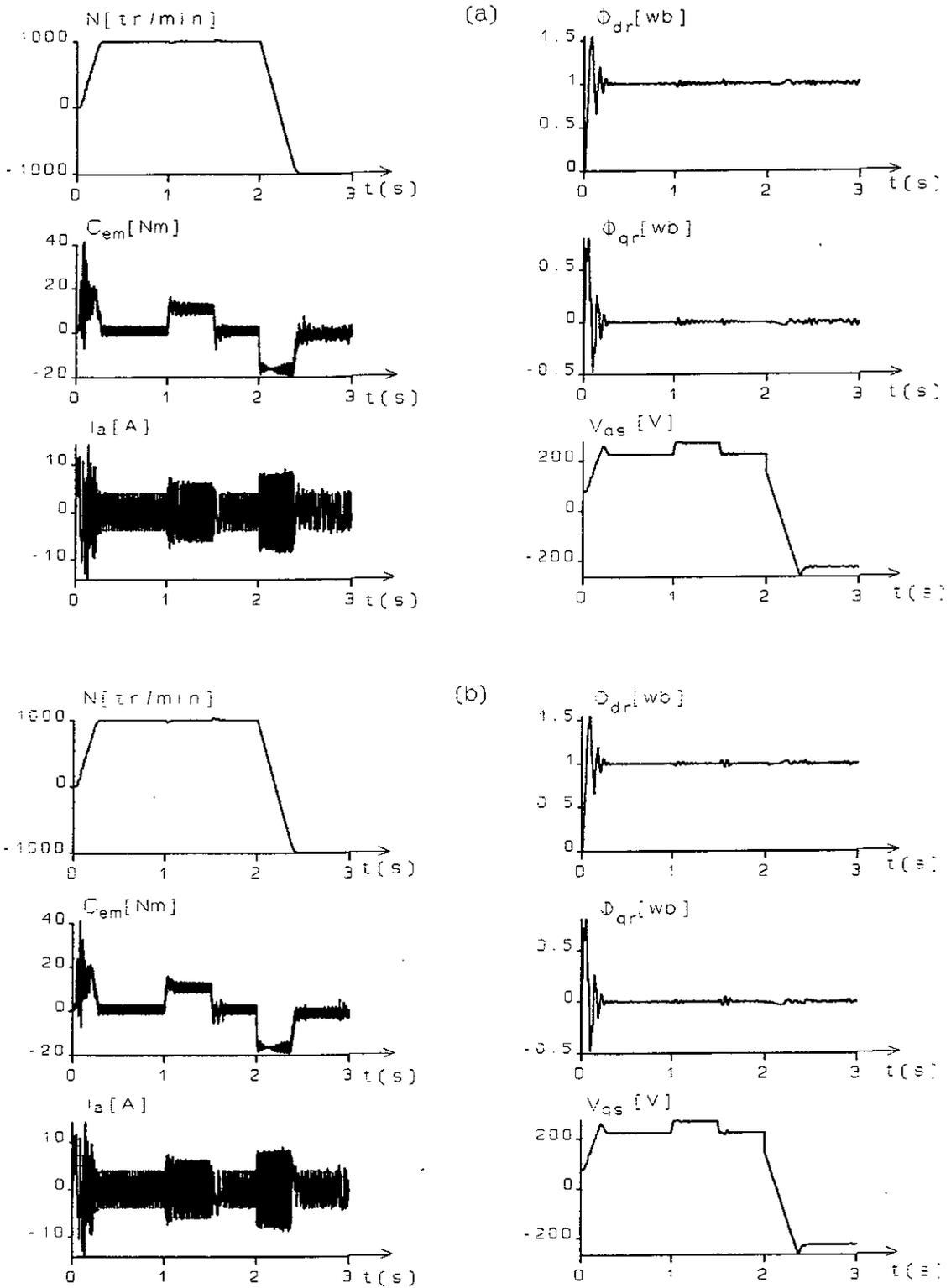


Fig. (IV.17) : Simulation du réglage de vitesse par un régulateur d'état robuste vis-à-vis de  $R_r$  (dimens. échantillonné):  
 a) région spirale ; b) région circulaire.

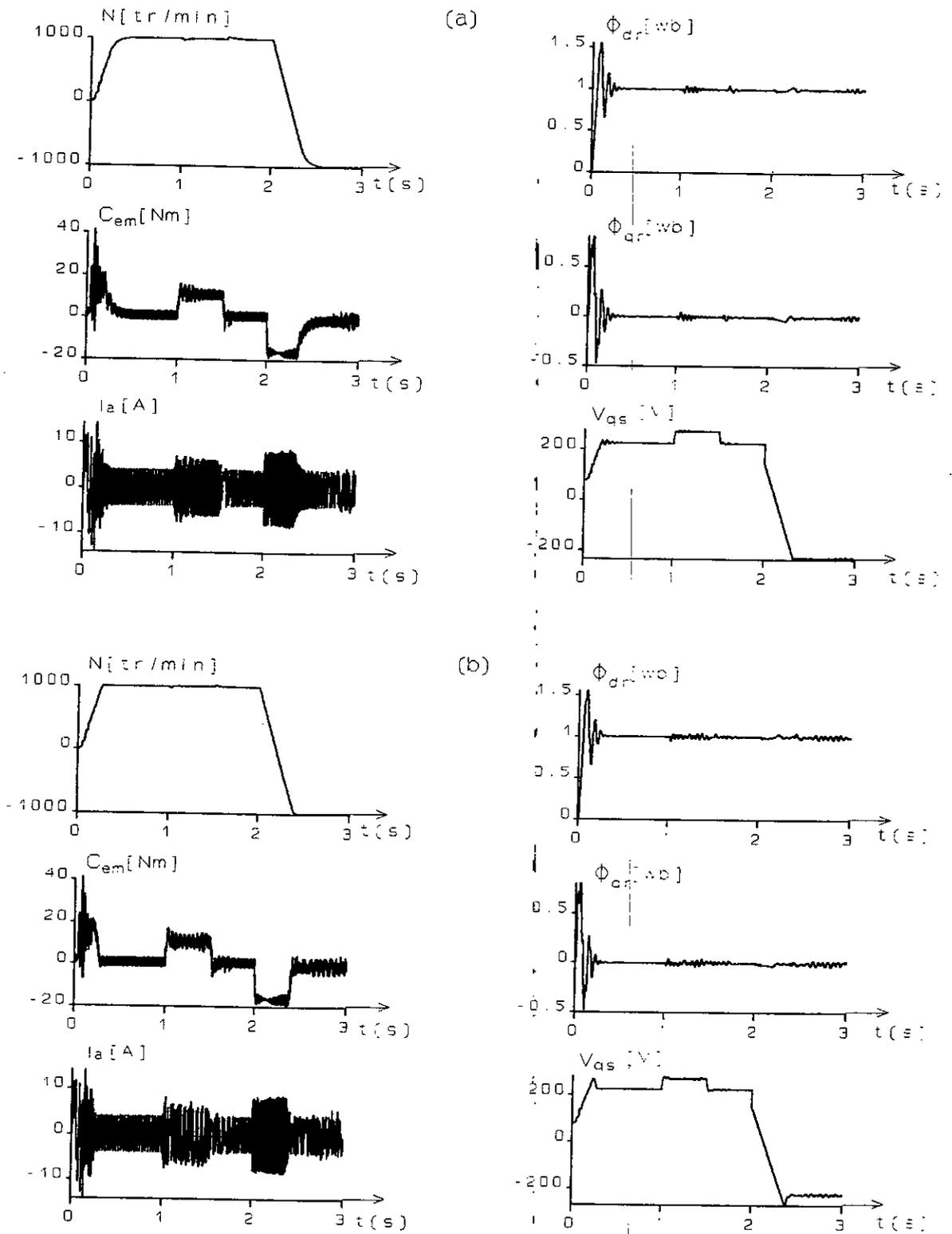


Fig.(IV.18) : Simulation du réglage de vitesse par un régulateur d'état robuste vis-à-vis de  $J$  (dimens. échantillonné)  
 a) région spirale ; b) région circulaire.

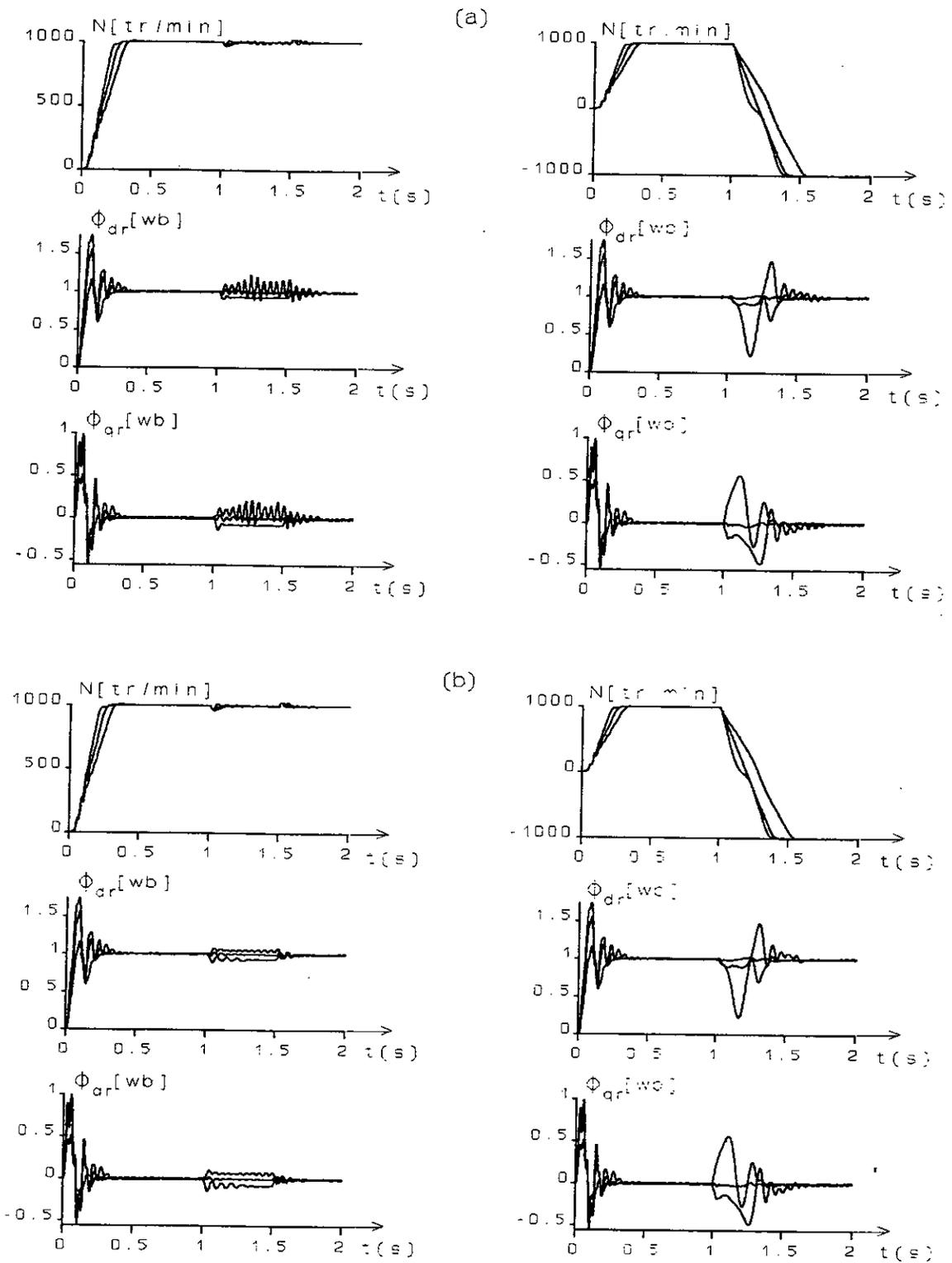


Fig.(IV.19) : Test de robustesse vis-à-vis de  $(-50\%, 0\%, +50\%)R_r^2$   
 (dimensionnement échantillonné):  
 a) région spirale ; b) région circulaire.

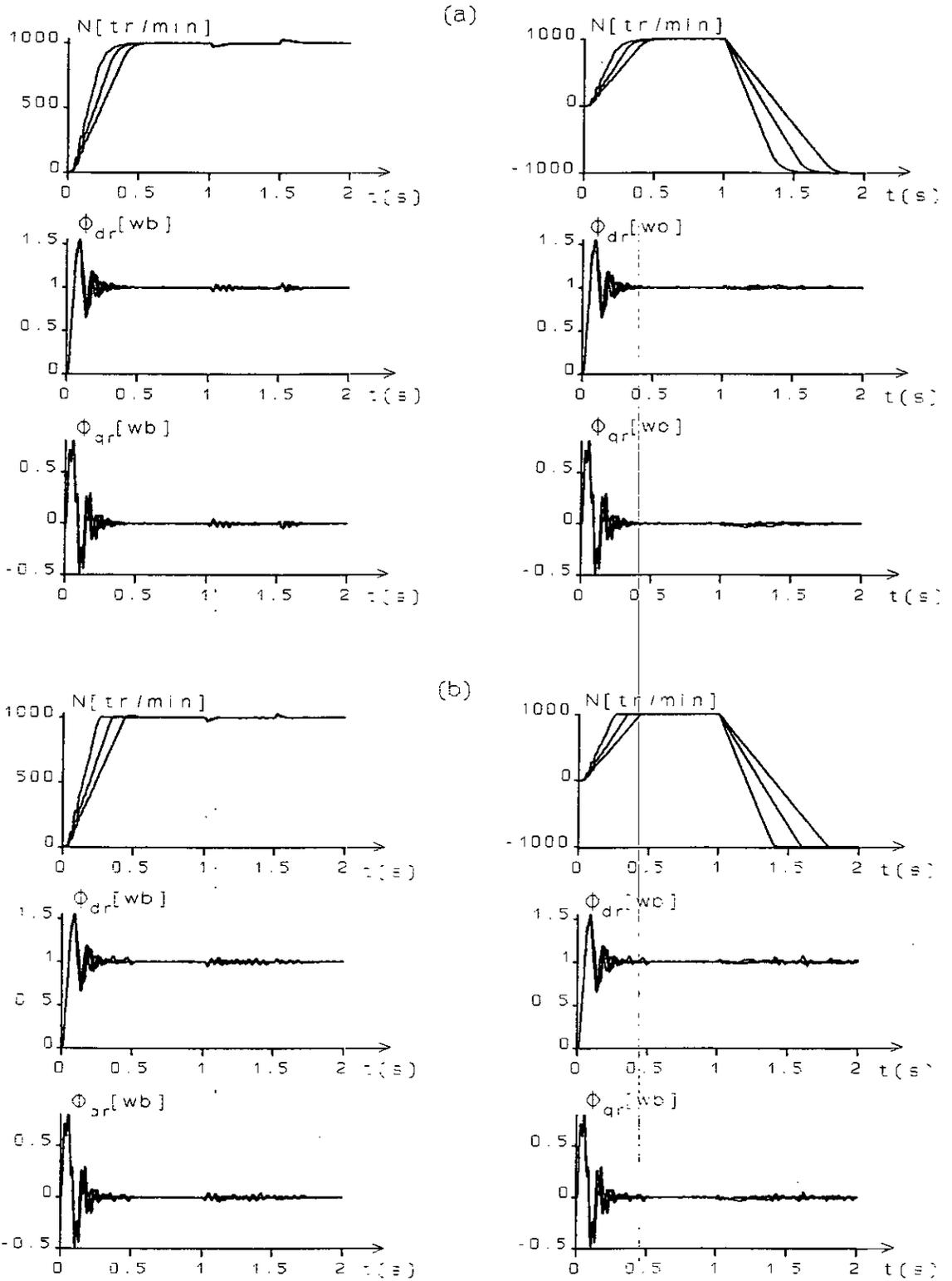


Fig.(IV.20): Test de robustesse vis-à-vis de (0%, +50%, +100%) $J^n$  (dimens.échantillonné):  
 a) région spirale ; b) région circulaire.

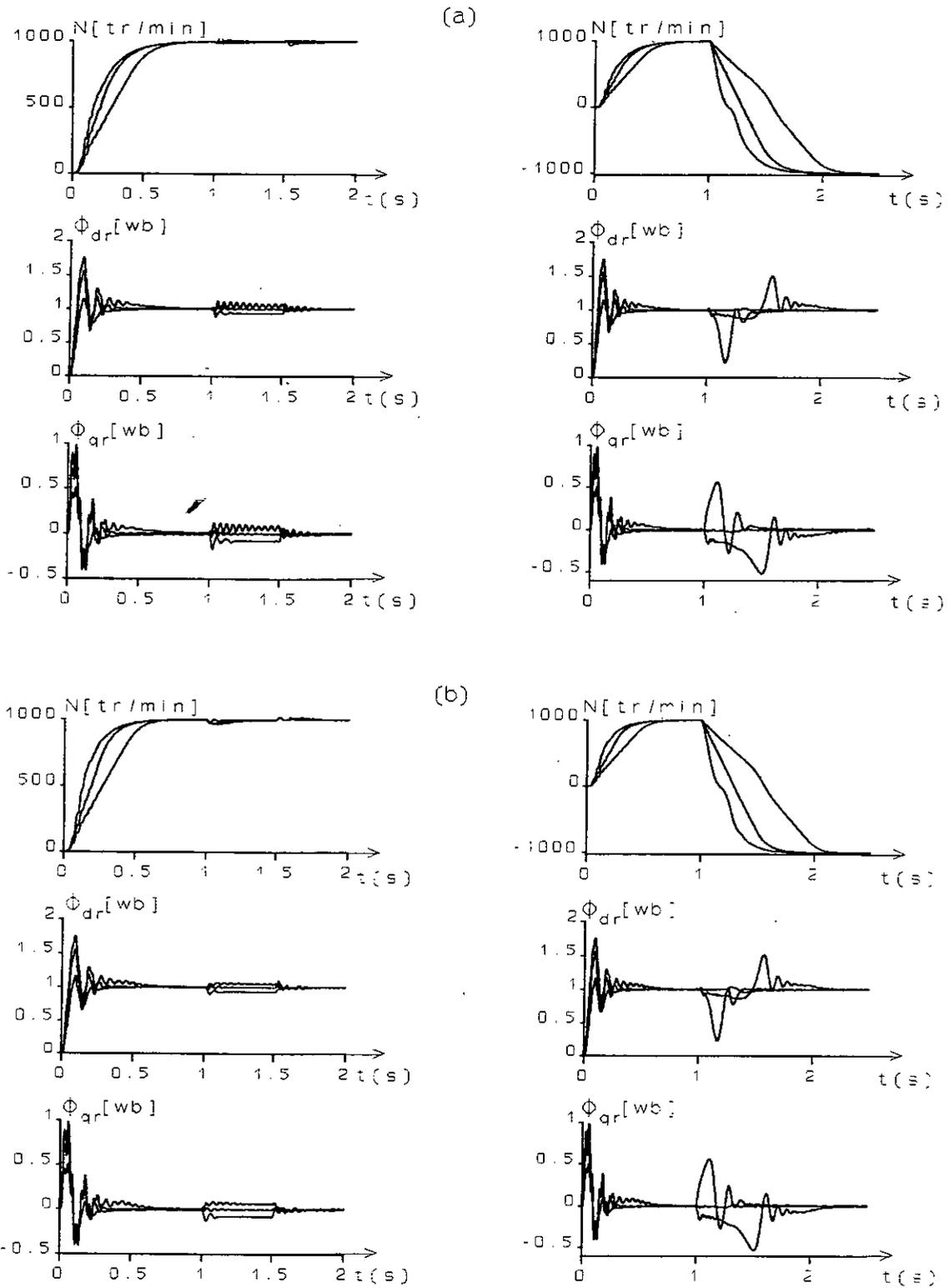


Fig. (IV.21): Test de robustesse vis-à-vis une variation simultanée de:  $(-50\%R_r^n, 0\%J^n)$ ,  $(0\%R_r^n, +50\%J^n)$ ,  $(+50\%R_r^n, +100\%J^n)$ .  
 a) dimensionnement pseudo-continu;  
 b) dimensionnement échantillonné.

IV.2.2 COMMANDE EN POSITION DE LA MAS

La figure (IV.22) montre le schéma de principe de la commande en position avec un régulateur d'état robuste.

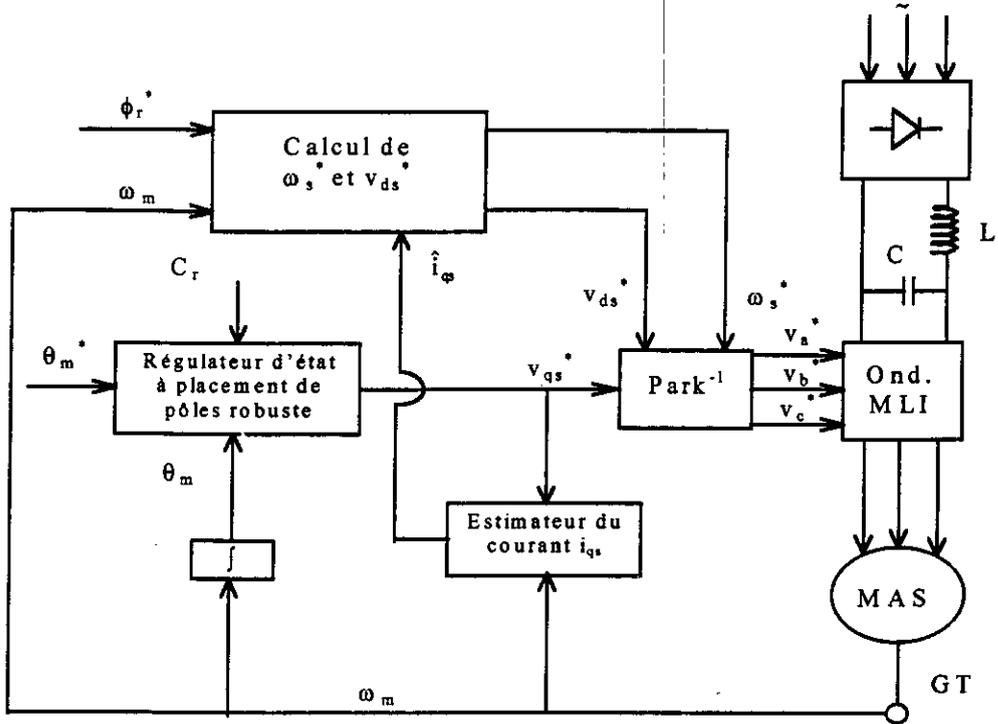


Fig (IV.22): Commande en position de la MAS avec un régulateur d'état à placement de pôles robuste.

IV.2.2.1 Dimensionnement pseudo-continu

1<sup>ère</sup> Approche

Pour calculer la matrice W, il est indispensable de faire appel à l'algorithme de Leverrier qui donne:

$$R_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} ; \quad a_3 = \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \tag{IV.143}$$

$$R_2 = \begin{pmatrix} \frac{f}{J} & -\frac{\phi_r^*}{\sigma L_m} & 0 & 0 \\ \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a_3 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_i} & a_3 \end{pmatrix} ; \quad a_2 = \frac{f R_{eq}}{\sigma L_s J} + \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} \tag{IV.144}$$

$$R_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} & a_2 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_i} & -\frac{a_3}{T_i} & a_2 \end{pmatrix} ; R_0 = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & 0 \\ -\frac{L_m \phi_r^* p^2}{T_i L_r J} & -\frac{R_{eq}}{T_i \sigma L_s} & -\frac{a_2}{T_i} & a_1 \end{pmatrix} \quad a_1 = a_0 = 0 \quad (IV.145)$$

Finalement la matrice W est:

$$W = \frac{1}{\sigma L_s} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{f}{J} & 1 \\ 0 & 0 & \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & 0 \\ 0 & \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & 0 & 0 \\ -\frac{L_m \phi_r^* p^2}{T_i L_r J} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (IV.146)$$

Le vecteur coefficient est calculé par:

$$\alpha^t = (a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3) + (K_1 \ K_2 \ K_3 \ K_4)W \quad (IV.147)$$

Le développement de cette équation entraîne que:

$$\alpha^t = \left( a_0 - \frac{L_m \phi_r^* p^2 K_4}{\sigma L_s L_r J T_i} \quad a_1 + \frac{L_m \phi_r^* p^2 K_3}{\sigma L_s L_r J} \quad a_2 + \frac{1}{\sigma L_s} \left( \frac{L_m \phi_r^* p^2 K_2}{L_r J} + \frac{f K_1}{J} \right) \quad a_3 + \frac{K_1}{\sigma L_s} \right) \quad (IV.148)$$

La limite des pôles complexes est définie par:

$$(\alpha^t \ 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -\beta_0 & -\beta_1 \\ \beta_0 \beta_1 & d_2 \\ -\beta_0 d_2 & d_3 \end{pmatrix} = (0 \ 0) \quad \text{avec: } d_2 = \beta_1^2 - \beta_0 \quad \text{et } d_3 = -\beta_1^3 + 2\beta_0 \beta_1 \quad (IV.149)$$

La Limite des pôles complexes dans le plan K influencée par les deux pôles complexes conjugués imposés, ainsi que les deux coefficients ( $K_1$  ,  $K_2$ ) maintenus constants, est donnée par:

$$\begin{cases} K_3 = \frac{\sigma L_r L_s J}{L_m \phi_r^* p^2} (\beta_1 a_2 - (\beta_1^2 - \beta_0) a_3 + \beta_1^3 - 2\beta_0 \beta_1) + \beta_1 K_2 - \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} (\beta_1^2 - \beta_0 - \beta_1 \frac{f}{J}) K_1 \\ K_r = \frac{T_i \sigma \beta_0 L_r L_s J}{L_m \phi_r^* p^2} (a_2 + \beta_1^2 - \beta_0 - \beta_1 a_3) + T_i \beta_0 K_2 - \frac{T_i L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} (\beta_0 \beta_1 - \frac{f}{J}) K_1 \end{cases} \quad (IV.150)$$

Dans le cas où le courant  $i_{qs}$  ne participe pas dans la loi de commande, la limite des pôles complexes devient:

$$\begin{cases} K_3 = \frac{\sigma L_r L_s J}{L_m \phi_r^* p^2} (\beta_1 a_2 - (\beta_1^2 - \beta_0) a_3 + \beta_1^3 - 2\beta_0 \beta_1) + \beta_1 K_2 \\ K_r = \frac{T_i \sigma \beta_0 L_r L_s J}{L_m \phi_r^* p^2} (a_2 + \beta_1^2 - \beta_0 - \beta_1 a_3) + T_i \beta_0 K_2 \end{cases} \quad (IV.151)$$

Par contre, la limite du pôle réel est calculée par:

$$(\alpha' \quad 1) \begin{pmatrix} 1 \\ -\rho_0 \\ \rho_0^2 \\ -\rho_0^3 \\ \rho_0^4 \end{pmatrix} = 0 \quad (IV.152)$$

La relation linéaire liant les coefficients  $K_i$  sera:

$$-\frac{L_m \phi_r^* p^2 K_4}{\sigma T_i L_s L_r J} - \rho_0 \frac{L_m \phi_r^* p^2 K_3}{\sigma L_s L_r J} + \rho_0^2 (a_2 + \frac{1}{\sigma L_s} (\frac{L_m \phi_r^* p^2 K_2}{L_r J} + \frac{f K_1}{J})) - \rho_0^3 (a_3 + \frac{K_1}{\sigma L_s}) + \rho_0^4 = 0 \quad (IV.153)$$

Pour  $K_1 = 0$ , la limite du pôle réel est tracée par l'équation du droite suivante:

$$K_r = \rho_0 T_i K_3 - \frac{\sigma L_s L_r J T_i}{L_m \phi_r^* p^2} (a_2 - \rho_0 a_3 + \rho_0^2) \rho_0^2 - \rho_0^2 T_i K_2 \quad (IV.154)$$

- 2<sup>ème</sup> approche

La région de stabilité dans le plan K est obtenue en calculant les images des pôles imposés dans le plan S.

La limite des pôles complexes:

Pour un système d'ordre  $n = 4$ , et en tenant compte de l'équation (II.84), il est préférable de décomposer le vecteur  $k^t$  et la matrice E comme suit:

$$k_a^t = (K_3 \quad -K_r) \quad \text{et} \quad K_b^t = (K_1 \quad K_2) \quad (IV.155)$$

et:

$$E_a = \frac{\sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \begin{pmatrix} 0 & -T_i \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} ; \quad E_b = \frac{\sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & -\frac{f}{J} \\ -\frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} (\frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J}) & (\frac{f}{J})^2 - \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} \end{pmatrix} \quad (IV.156)$$

Les coefficients libres sont en relation avec les coefficients imposés ( $K_1 = 0, K_2$ ) par:

$$\begin{cases} K_3 = \frac{\sigma L_s L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} (\beta_1^3 + (\frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J})(\beta_0 - \beta_1^2) + \beta_1 (\frac{f R_{eq}}{\sigma L_s J} + \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J}) - 2\beta_0 \beta_1) + \beta_1 K_2 \\ K_r = \frac{\sigma L_s L_r J T_i \beta_0}{L_m \phi_r^* p^2} (\beta_1^2 - \beta_0 - (\frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J}) \beta_1 + \frac{f R_{eq}}{\sigma L_s J} + \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J}) + \beta_0 T_i K_2 \end{cases} \quad (IV.157)$$

La limite du pôle réel:

Pour pouvoir calculer l'image d'un pôle réel constant égale à  $-\rho_0$ , il est nécessaire de calculer l'inverse de la matrice de transformation T. En effet:

$$W = T^{-1} = \frac{L_m \phi_r^* p}{\sigma L_s L_r J} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{f L_r}{L_m \phi_r^* p} & \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{T_i} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (IV.158)$$

En utilisant l'équation (IV.66), il arrive que:

$$K_r = \rho_0 T_i K_3 - \frac{\sigma L_s L_r J T_i}{L_m \phi_r^* p^2} \left( \rho_0^2 \left( \frac{f R_{eq}}{\sigma L_s J} + \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} \right) - \rho_0^3 \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \right) + \rho_0^4 \right) - \rho_0^2 T_i K_2 \quad (IV.159)$$

**IV.2.2.1.1 Dimensionnement robuste vis-à-vis la variation de  $R_r$**

La limite des pôles complexes:

$$K_3 = \frac{\sigma L_r L_s J}{L_m \phi_r^* p^2} \left( \beta_1 \left( \frac{f L_r}{\sigma L_r J} \left( R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i \right) + (\phi_r^* p)^2 \right) - (\beta_1^2 - \beta_0) \left( \frac{1}{\sigma L_s} \left( R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i \right) + \frac{f}{J} \right) + \beta_1^3 - 2\beta_0 \beta_1 \right) + \beta_1 K_2$$

$$K_r = \frac{T_i \sigma \beta_0 L_r L_s J}{L_m \phi_r^* p^2} \left( \frac{1}{\sigma L_r J} \left( \frac{f L_r}{L_s} \left( R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i \right) + (\phi_r^* p)^2 \right) + \beta_1^2 - \beta_0 - \beta_1 \left( \frac{1}{\sigma L_s} \left( R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i \right) + \frac{f}{J} \right) \right) + T_i \beta_0 K_2 \quad i = \overline{1,5} \quad (IV.160)$$

La limite du pôle réel:

$$K_r = \rho_0 T_i K_3 - \frac{\sigma L_s L_r J T_i}{L_m \phi_r^* p^2} \left( \frac{1}{\sigma L_r J} \left( \frac{f L_r}{L_s} \left( R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i \right) + (\phi_r^* p)^2 \right) - \rho_0 \left( \frac{1}{\sigma L_s} \left( R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i \right) + \frac{f}{J} \right) + \rho_0^2 \right) \rho_0^2 - \rho_0^2 T_i K_2 \quad (IV.161)$$

Les  $R_r^i$  sont donnés par l'équation (IV.111).

La figure (IV.23) représente le domaine des gains robustes nécessaire pour la commande en position.

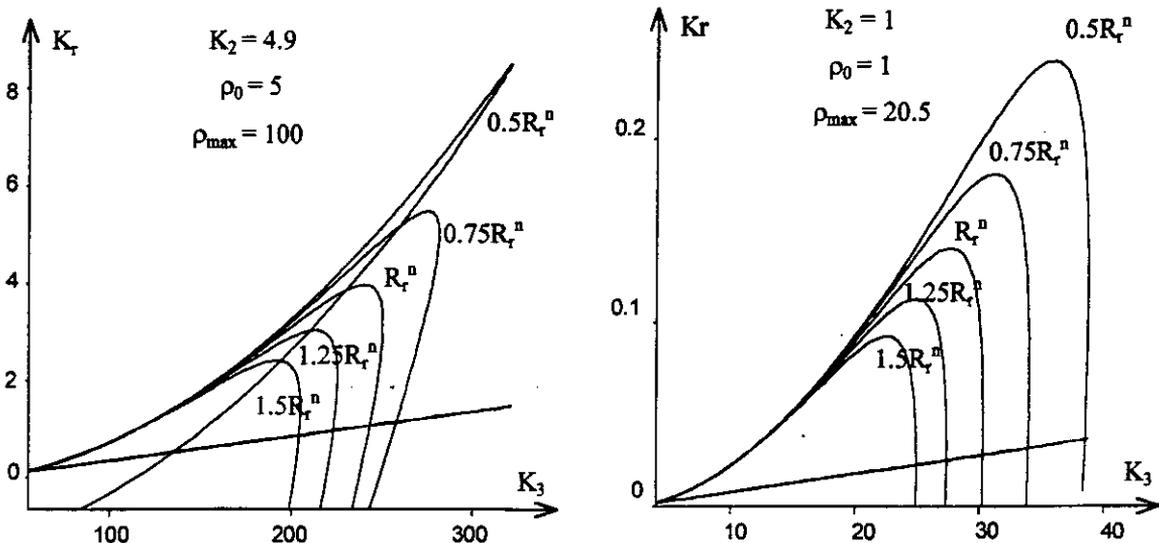


Fig. (IV.23): Domaine des coefficients du réglage d'état dans le plan  $K$ .  
(Dimensionnement pseudo-continu vis-à-vis  $R_r$ )

IV.2.2.1.2 Calcul de  $K_w$

$$K_w = \frac{4K_r}{T_i \left( \frac{1}{\sigma L_s} (R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^n) + \frac{f}{J} \right)} \quad (IV.162)$$

IV.2.2.1.3 Dimensionnement robuste vis-à-vis de J

La limite des pôles complexes:

$$\left\{ \begin{aligned} K_3 &= \frac{\sigma L_r L_s J^i}{L_m \phi_r^* p^2} \left( \beta_1 \frac{\frac{f L_r}{L_s} R_{eq} + (\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J^i} - (\beta_1^2 - \beta_0) \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J^i} \right) + \beta_1^3 - 2\beta_0 \beta_1 \right) + \beta_1 K_2 \\ K_r &= \frac{T_i \sigma \beta_0 L_r L_s J^i}{L_m \phi_r^* p^2} \left( \frac{\frac{f L_r}{L_s} R_{eq} + (\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J^i} + \beta_1^2 - \beta_0 - \beta_1 \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J^i} \right) \right) + T_i \beta_0 K_2 \quad i = \overline{1,5} \end{aligned} \right. \quad (IV.163)$$

La limite du pôle réel:

$$K_r = \rho_0 T_i K_3 - \frac{\sigma L_s L_r J^i T_i}{L_m \phi_r^* p^2} \left( \frac{\frac{f L_r}{L_s} R_{eq} + (\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J^i} - \rho_0 \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J^i} \right) + \rho_0^2 \right) \rho_0^2 - \rho_0^2 T_i K_2 \quad i = \overline{1,5} \quad (IV.164)$$

Les  $J^i$  sont donnés par l'équation (IV.122).

La figure (IV.24) montre le domaine des gains issus d'un dimensionnement robuste.

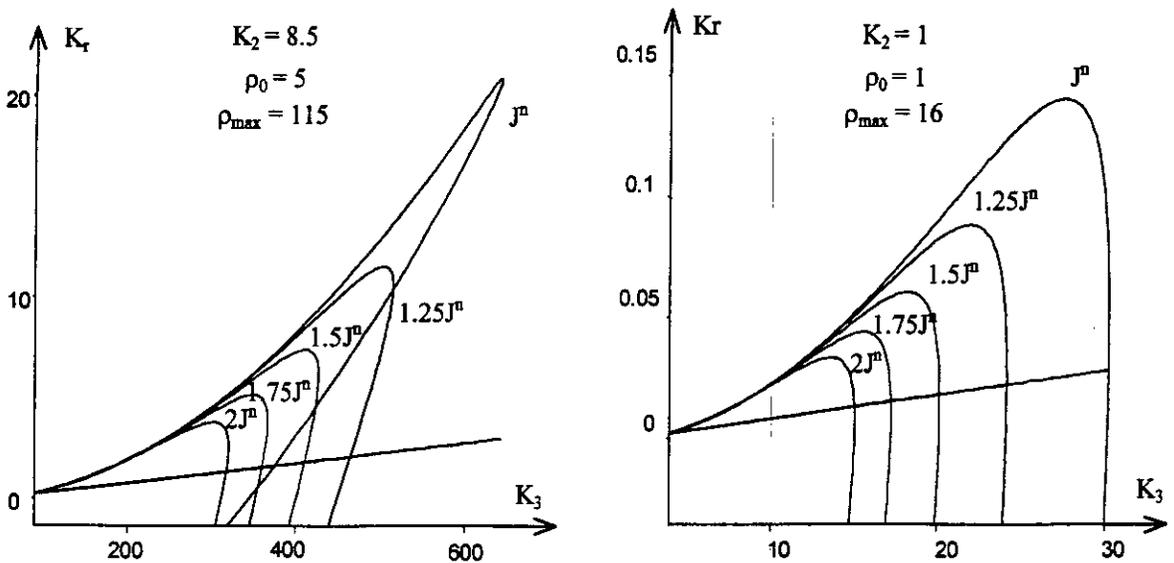


Fig. (IV.24): Domaine des coefficients du réglage d'état dans le plan K. (Dimensionnement pseudo-continu vis-à-vis de J)

IV.2.2.1.4 Le coefficient  $K_w$

$$K_w = \frac{4K_r}{T_i \left( \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f \ln(2)}{J^n} \right)} \quad (IV.165)$$

Le coefficient  $k_v$  est calculé par la relation (IV.118). Les coefficients du régulateur continu sont corrigés par le même principe donné par l'équation (IV.119).

IV.2.2.2 Dimensionnement échantillonné

Les éléments de la matrice W sont:

$$\begin{aligned}
w_{11} &= -F_{s22}H_{s1} + F_{s12}H_{s2} \quad ; \quad w_{21} = F_{s21}H_{s1} - F_{s11}H_{s2} \\
w_{41} = w_{31} &= (F_{s31}F_{s22} - F_{s21}F_{s32})H_{s1} + (F_{s32}F_{s11} - F_{s12}F_{s31})H_{s2} - a_0H_{s3} \\
w_{12} &= (2F_{s22} + 1)H_{s1} - 2F_{s12}H_{s2} \quad ; \quad w_{22} = (2F_{s11} + 1)H_{s2} - 2F_{s21}H_{s1} \\
w_{32} &= (F_{s32}F_{s21} - F_{s31}(1 + F_{s22}))H_{s1} + (F_{s31}F_{s12} - F_{s32}(1 + F_{s11}))H_{s2} + (a_2 + a_3 + 1)H_{s3} \\
w_{42} &= -F_{s31}H_{s1} - F_{s32}H_{s2} + (F_{s11} + F_{s22})H_{s3} \\
w_{13} &= -(F_{s22} + 2)H_{s1} + F_{s12}H_{s2} \quad ; \quad w_{23} = -(F_{s11} + 2)H_{s2} + F_{s21}H_{s1} \\
w_{33} &= F_{s31}H_{s1} + F_{s32}H_{s2} - (1 + F_{s11} + F_{s22})H_{s3} \quad ; \quad w_{34} = -H_{s3} \\
w_{14} &= H_{s1} \quad ; \quad w_{24} = H_{s2} \quad ; \quad w_{34} = H_{s3} \quad ; \quad w_{44} = 0
\end{aligned} \tag{IV.166}$$

Les coefficients  $a_i$  sont:

$$\begin{aligned}
a_3 &= -(2 + F_{s11} + F_{s22}) \quad ; \quad a_2 = F_{s11}F_{s22} - F_{s12}F_{s21} + 2(F_{s11} + F_{s22}) + 1 \\
a_1 &= -2F_{s11}F_{s22} + 2F_{s12}F_{s21} - (F_{s11} + F_{s22}) \quad ; \quad a_0 = F_{s11}F_{s22} - F_{s12}F_{s21}
\end{aligned} \tag{IV.167}$$

La limite des pôles complexes est donnée par:

$$\frac{k_r}{k_3} = -f(\beta_i, w_{ij}, k_2) \tag{IV.168}$$

avec:

$$f(\beta_i, w_{ij}, k_2) = \frac{(\sum_{i=2}^4 d_{i-2} w_{3i})f_1 - (w_{31} - \beta_0 \sum_{i=3}^4 d_{i-3} w_{3i})f_2}{(w_{41} - \beta_0 \sum_{i=3}^4 d_{i-3} w_{4i})f_2 - (\sum_{i=2}^4 d_{i-2} w_{4i})f_1} \tag{IV.169}$$

$$\text{où } f_1 = a_0 - \beta_0 \sum_{i=2}^4 d_{i-2} a_i + (w_{21} - \beta_0 \sum_{i=3}^4 d_{i-3} w_{2i})k_2 \quad ; \quad f_2 = \sum_{i=1}^4 d_{i-1} a_i + k_2 \sum_{i=2}^4 d_{i-2} w_{2i}$$

Les limites des pôles réels sont les suivantes:

Limite 'left':

$$k_r = - \frac{\sum_{i=1}^4 (k_3 w_{3i} + k_2 w_{2i}) \tau_l^{i-1} + \sum_{i=0}^4 a_i \tau_l^i}{\sum_{i=1}^4 w_{4i} \tau_l^{i-1}} \tag{IV.170}$$

Limite 'right':

$$k_r = - \frac{\sum_{i=1}^4 (k_3 w_{3i} + k_2 w_{2i}) \tau_r^{i-1} + \sum_{i=0}^4 a_i \tau_r^i}{\sum_{i=1}^4 w_{4i} \tau_r^{i-1}} \tag{IV.171}$$

#### IV.2.2.2.1 Dimensionnement robuste vis-à-vis de $R_r$ et de $J$

Si on considère que la variation de la résistance rotorique et le moment d'inertie est modélisée par cinq valeurs discrètes. Les régions de stabilité correspondantes sont données par:

La limite des pôles complexes:

$$k_r = -f^{(k)}(\beta_i, w_{ij}^{(k)}, k_2) k_3 \quad ; \quad k = \overline{1, (m=5)} \tag{IV.172}$$

Les limites des pôles réels:

$$k_r = - \frac{\sum_{i=1}^4 (k_3 w_{3i}^{(k)} + k_2 w_{2i}^{(k)}) \tau_{r,l}^{i-1} + \sum_{i=0}^4 a_i^{(k)} \tau_{r,l}^i}{\sum_{i=1}^4 w_{4i}^{(k)} \tau_{r,l}^{i-1}} \quad ; \quad k = \overline{1,5} \tag{IV.173}$$

La figure (IV.25) présente les domaines des gains pour un dimensionnement échantillonné dans le plan K.

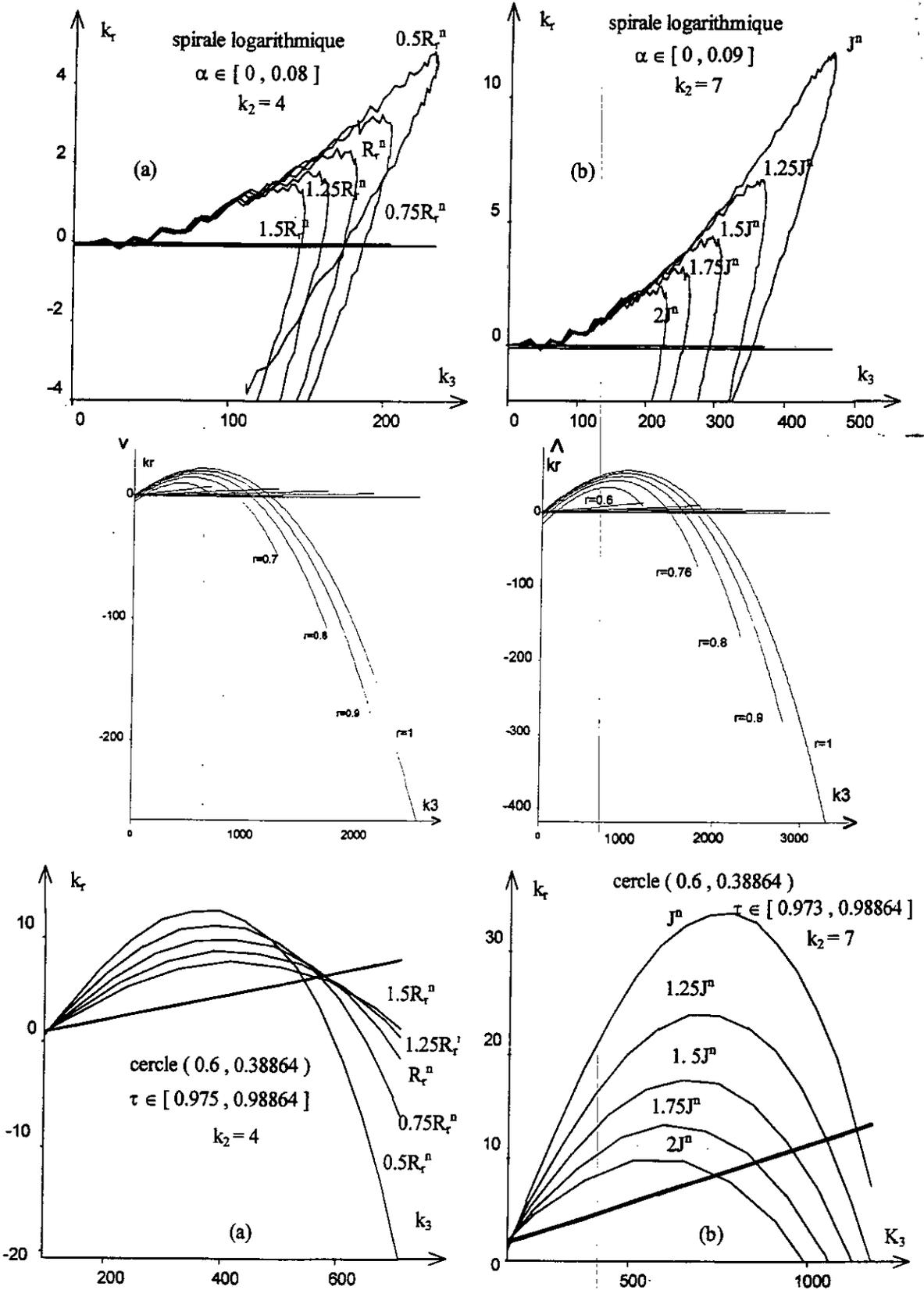


Fig. (IV.25): Domaine des coefficients du réglage d'état dans le plan K. (Dimensionnement échantillonné : (a) vis-à-vis de  $R_r$ , (b) vis-à-vis de  $J$ )

**IV .2.2.3 Dimensionnement robuste vis-à-vis des variations simultanées de R<sub>r</sub> et de J :**

Si on tient compte de la variation présentée dans le tableau (IV.1), les domaines des gains robustes peuvent être tracés dans le plan K pour les deux types de dimensionnement (pseudo-continu, échantillonné) (figure (IV.26)).

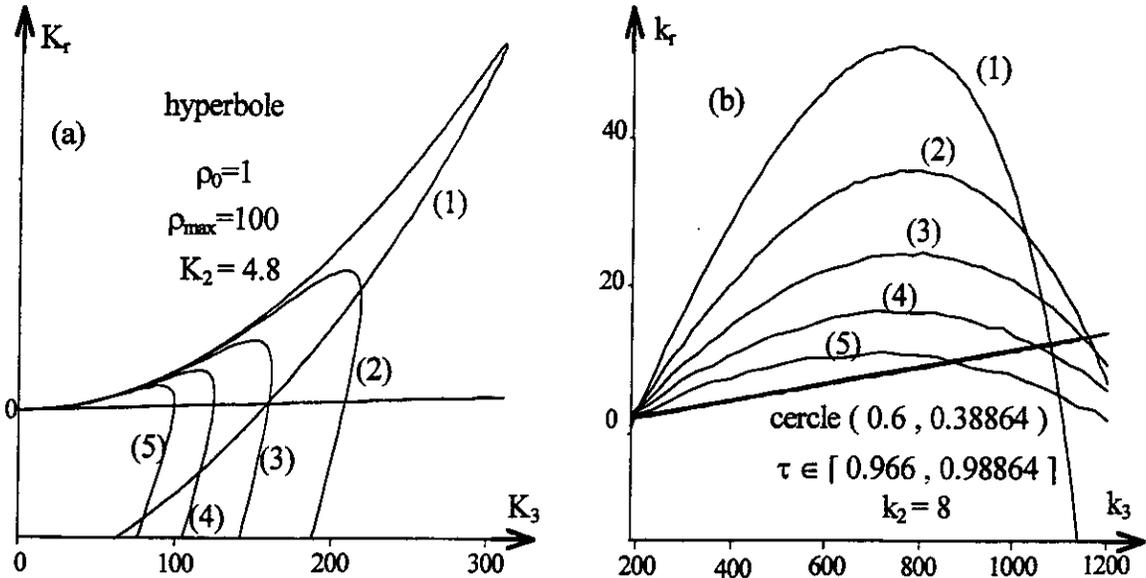


Fig. (IV. 26): Domaines des coefficients du réglage d'état dans le plan K. vis-à-vis des variations simultanées de R<sub>r</sub> et de J :  
 (a) Dimensionnement pseudo-continu ; (b) Dimensionnement échantillonné .

**IV.2.2.4 Résultats de simulation**

Toutes les simulations réalisées par la suite sont basées sur les coefficients rassemblés dans le tableau (V.5) suivant:

	Dimensionnement Continu		Dimensionnement Echantillonné			
			Région Spirale		Région Circulaire	
	K <sub>3</sub>	K <sub>r</sub>	k <sub>3</sub>	k <sub>r</sub>	k <sub>3</sub>	k <sub>r</sub>
R <sub>r</sub>	139.006	0.94665	135.033	0.86074	436.417	5.43578
J	250.796	1.59153	213.748	1.19308	472.454	5.91274

Tableau (IV.5)

Les coefficients d'intervention directe sont choisis comme suit: ( k<sub>w</sub> = 1, k<sub>v</sub> = -0.65) pour la région spirale et (k<sub>w</sub> = 20, k<sub>v</sub> = -5) pour la région circulaire.

Après avoir fait la synthèse du régulateur de position, nous simulons le comportement de la machine lors d'un échelon de consigne de 0 à 5 tr, l'application d'un échelon de couple valant le couple nominal entre t=1s et t=1.5s et, une inversion de la consigne à t=2s.

Il apparaît, suite aux différents résultats présentés par les figures (IV.27,28,29), que dans l'absence d'une variation paramétrique, la consigne est atteinte rapidement sans dépassement et que l'effet de la perturbation est rejeté grâce à l'action compensatrice. A noter que, le découplage reste assuré.

Dans les simulations des figures (IV.30,31,32), une erreur de  $\pm 50\%$  est introduite sur le paramètre  $R_r$ . La réponse de position n'est pas affectée par cette erreur. Par contre, une erreur plus importante apparaît sur les deux composantes du flux rotorique lors de l'application du couple résistant.

Les figures (IV.30,31,32) montrent aussi que malgré l'existence d'une erreur sur le moment d'inertie ( $+50\%$ ,  $+100\%$ ) par rapport à sa valeur nominale, la réponse de position est un peu lente car l'accélération du moteur est plus faible pour les valeurs surévaluées de  $J$ . Il faut noter que le découplage est toujours maintenu, ce qui prouve la robustesse marquée vis-à-vis le moment d'inertie.

Le même principe est exploité pour dimensionner un régulateur d'état robuste vis-à-vis les variations simultanées de  $R_r$  et de  $J$ . Le tableau (IV.6) rassemble les coefficients de la contre-réaction d'état  $k^t$ .

Dimensionnement pseudo-continu		Dimensionnement échantillonné	
$K_3$	$K_r$	$k_3$	$k_r$
82.9817	0.25595	296.307	4.21248

Tableau (IV.6)

Le test de robustesse présenté par la figure (IV.33) est effectué pour les variations suivantes :  $(-50\%R_r^n, 0\%J^n)$ ,  $(0\%R_r^n, +50\%J^n)$ ,  $(+50\%R_r^n, +100\%J^n)$ .

Les résultats de simulation montrent que les performances obtenues sont satisfaisantes malgré la variation simultanée des paramètres. Nous constatons également que cette variation affecte le temps de réponse d'une part et le découplage d'une autre part.

### IV.3 CONCLUSION

En comparaison du placement des pôles en des points spécifiés à l'avance, le placement des pôles dans une région offre plus de flexibilité dans le cadre où on veut résoudre un problème de stabilisation simultanée d'une famille de modèles par un régulateur d'état.

Au terme de ce chapitre, on peut conclure que la commande proposée présente des performances fort intéressantes pour la réponse de la vitesse ainsi que celle de la position lors d'une variation paramétrique. Cependant, le découplage ne supporte pas l'impact de la perturbation de charge accompagné par une erreur sur la résistance rotorique. Car toute erreur sur le terme de découplage aura une incidence sur la valeur de la composante directe de la tension statorique, commandée en boucle ouverte, en outre, sur la position du vecteur flux rotorique. Cela entraîne une dégradation de la performance du contrôle vectoriel et par conséquent, le modèle linéaire ne sera plus effectif.

Dans le chapitre qui suit, on va essayer de réduire l'ampleur de cette incidence par l'introduction:

- D'un observateur d'état à placement de pôles robuste;
- D'un mécanisme d'adaptation de la constante du temps rotorique suivant l'axe (d).

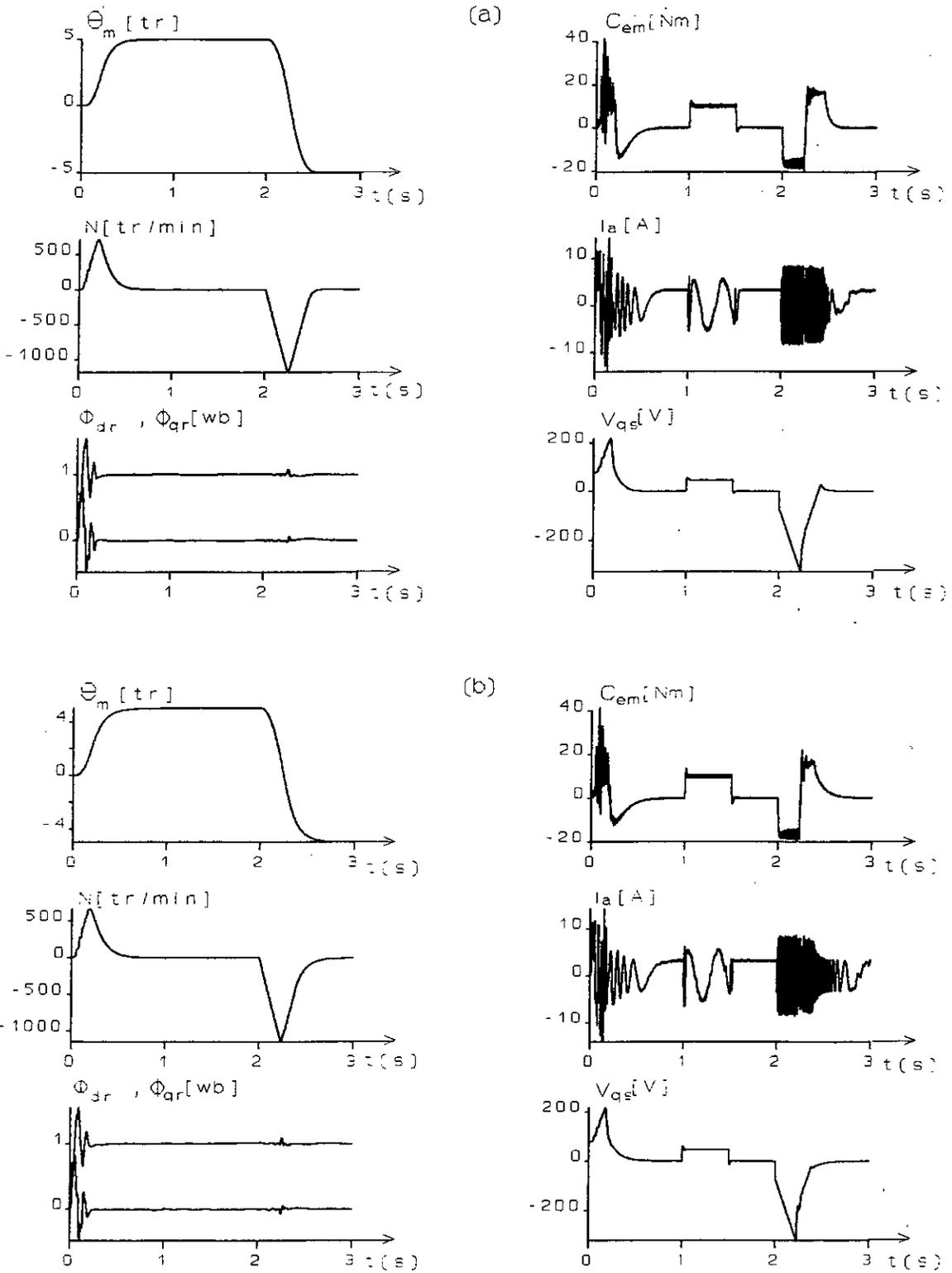


Fig.(IV.27): Simulation du réglage de position par un régulateur d'état robuste (dimensionnement pseudo-continu: a) vis-à-vis de  $R_r$  ; b) vis-à-vis de  $J$ .

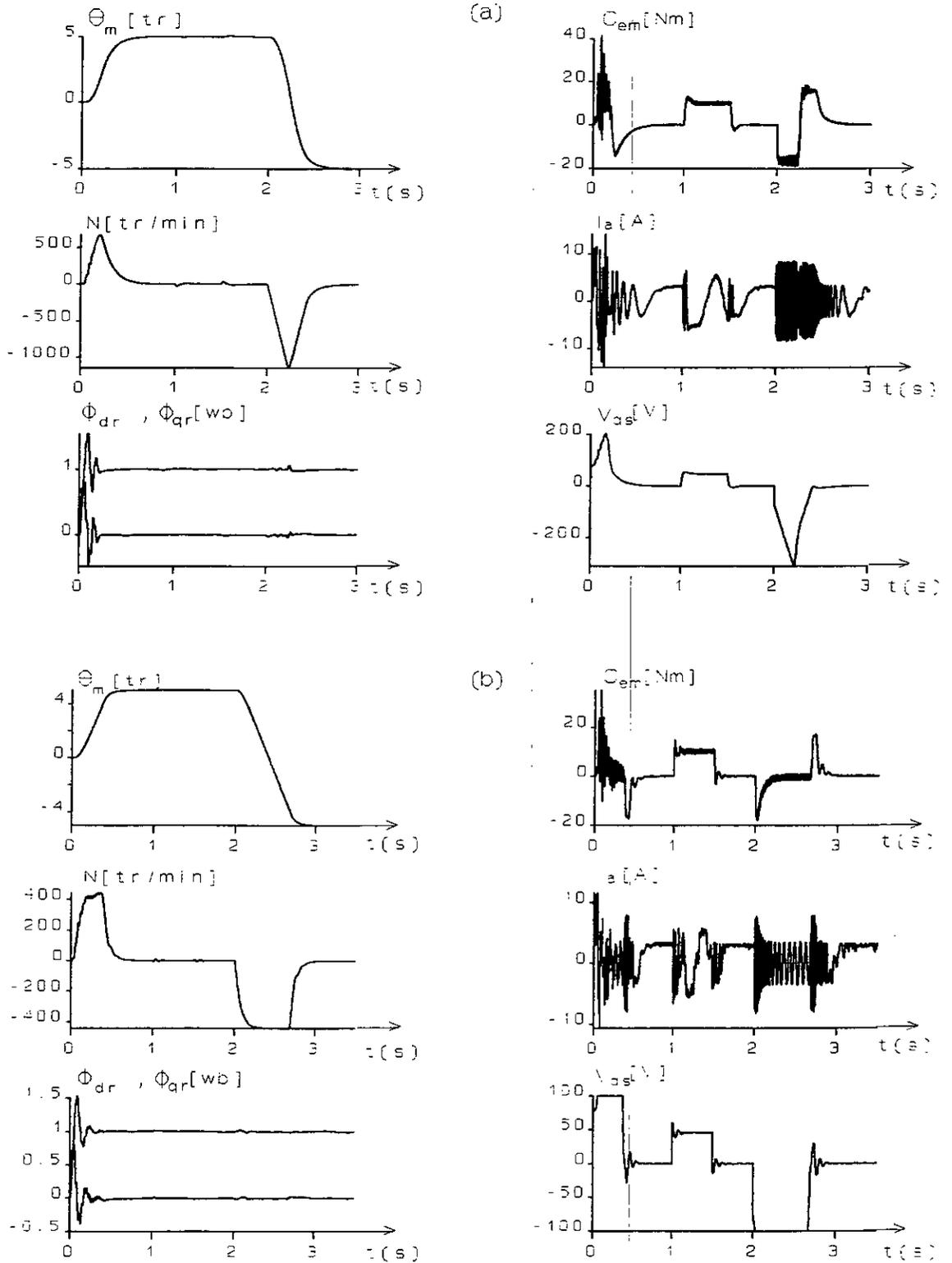


Fig.(IV.28): Simulation du réglage de position par un régulateur d'état robuste vis-à-vis de  $R_r$  (dimens. échantillonné):  
 a) région spirale ; b) région circulaire.

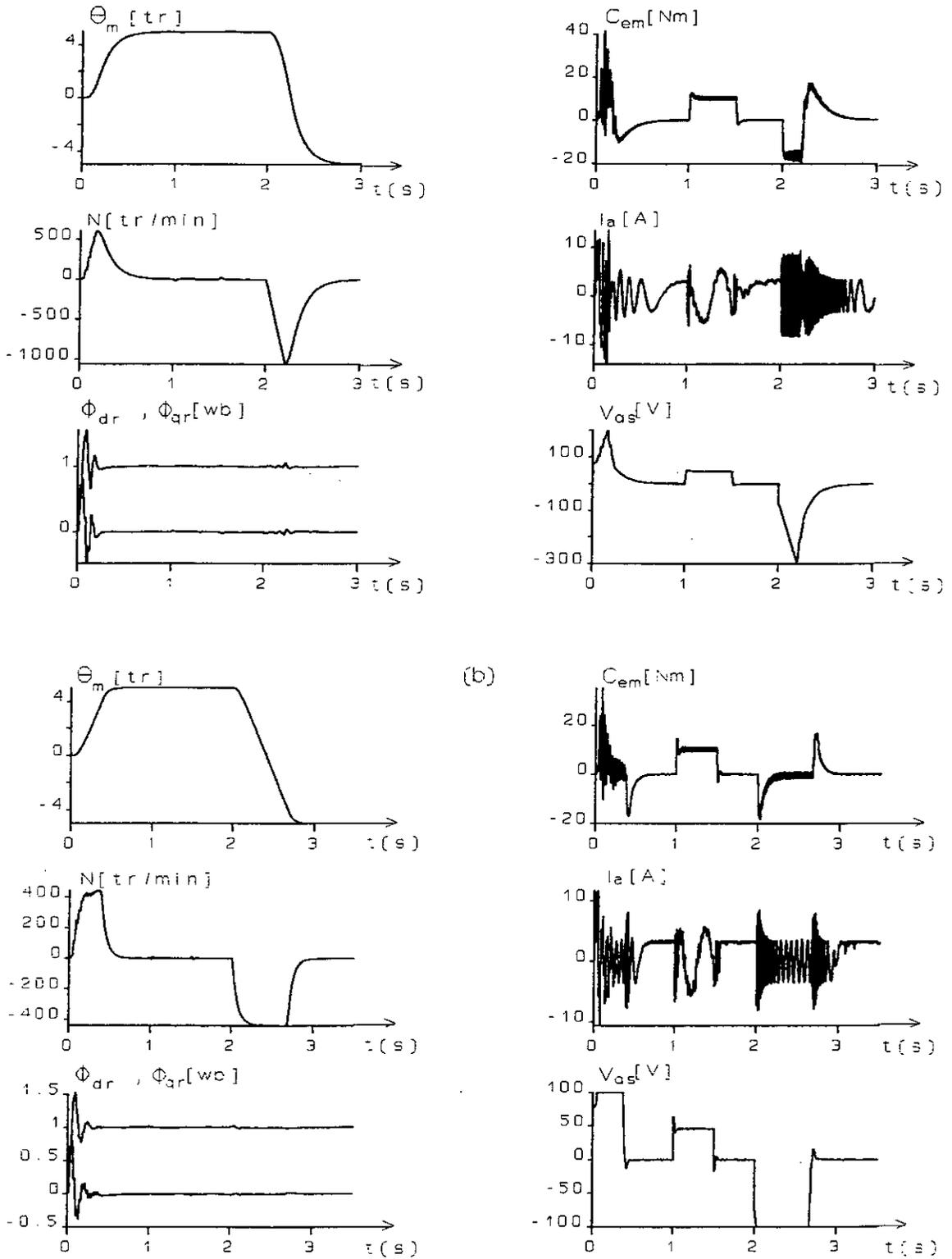


Fig. (IV.29) : Simulation du réglage de position par un régulateur d'état robuste vis-à-vis  $J$  (dimens. échantillonné) : a) région spirale ; b) région circulaire.

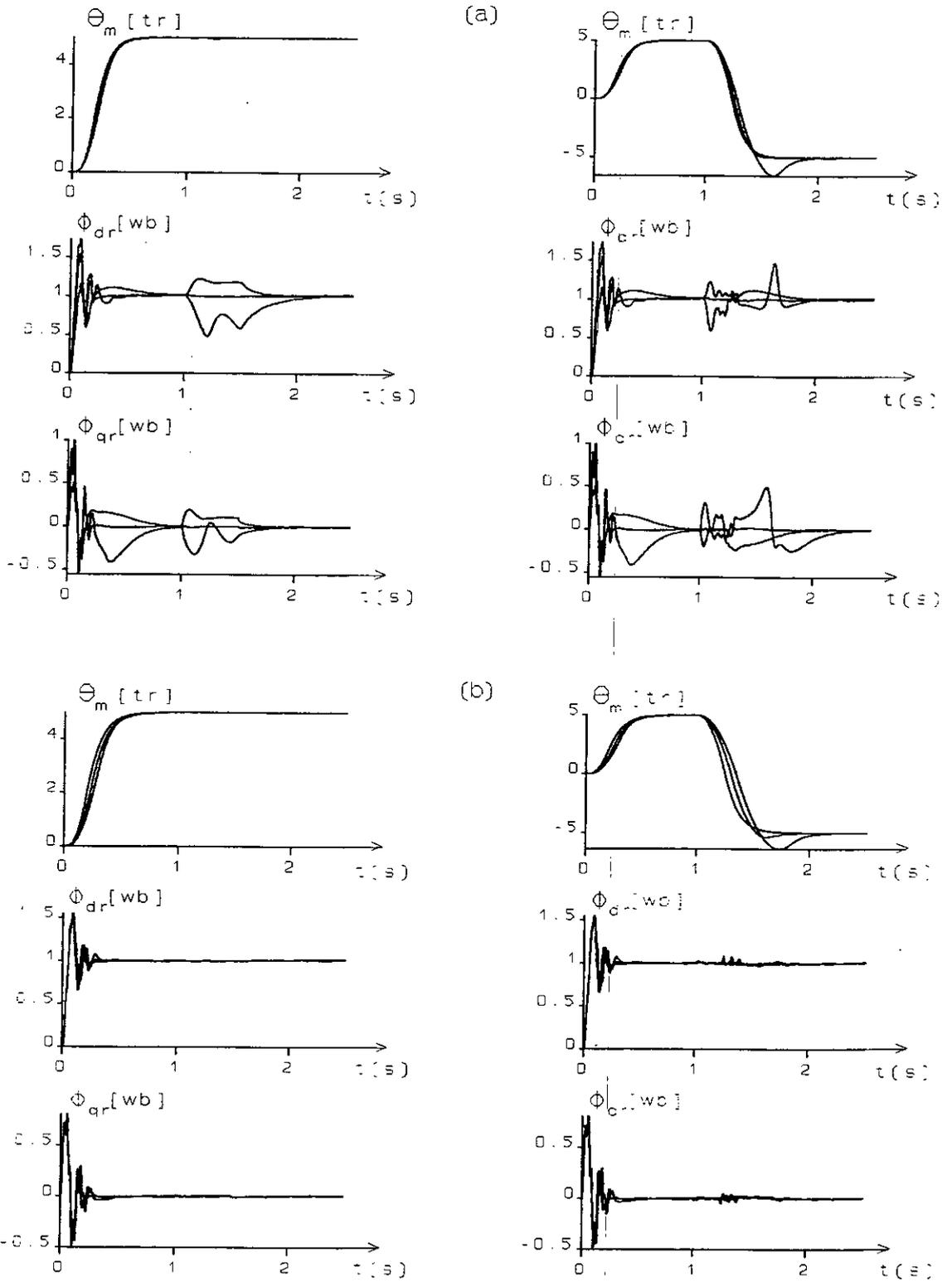


Fig. (IV.30): Test de robustesse (dimensionnement pseudo-continu):  
 a) vis-à-vis de  $(-50\%, 0\%, +50\%)R_r^n$ ;  
 b) vis-à-vis de  $(0\%, +50\%, +100\%)J^n$ .

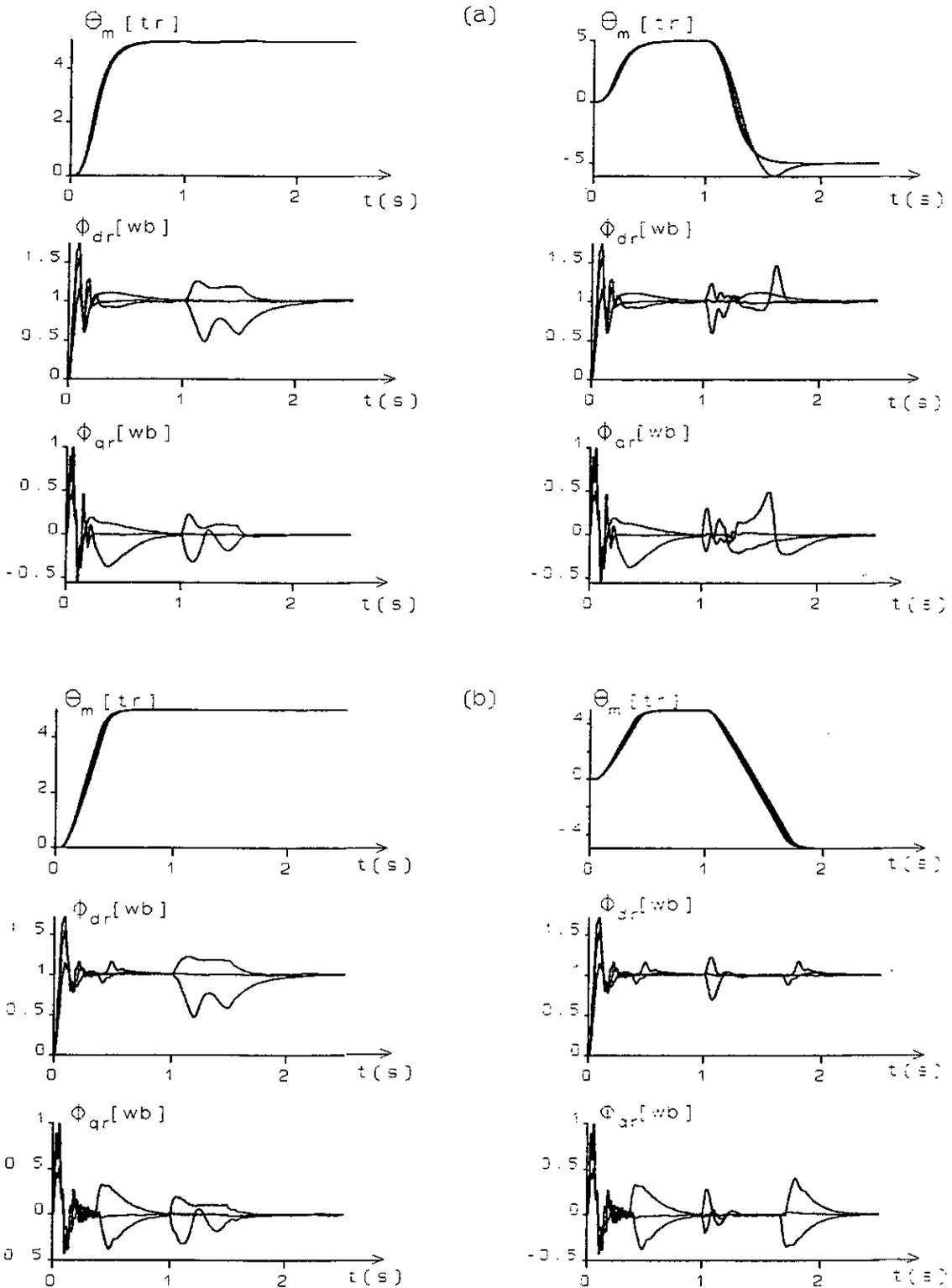


Fig.(IV.31): Test de robustesse vis-à-vis de  $(-50\%, 0\%, +50\%)R_r^n$  (dimensionnement échantillonné):  
 a) région spirale ; b) région circulaire.

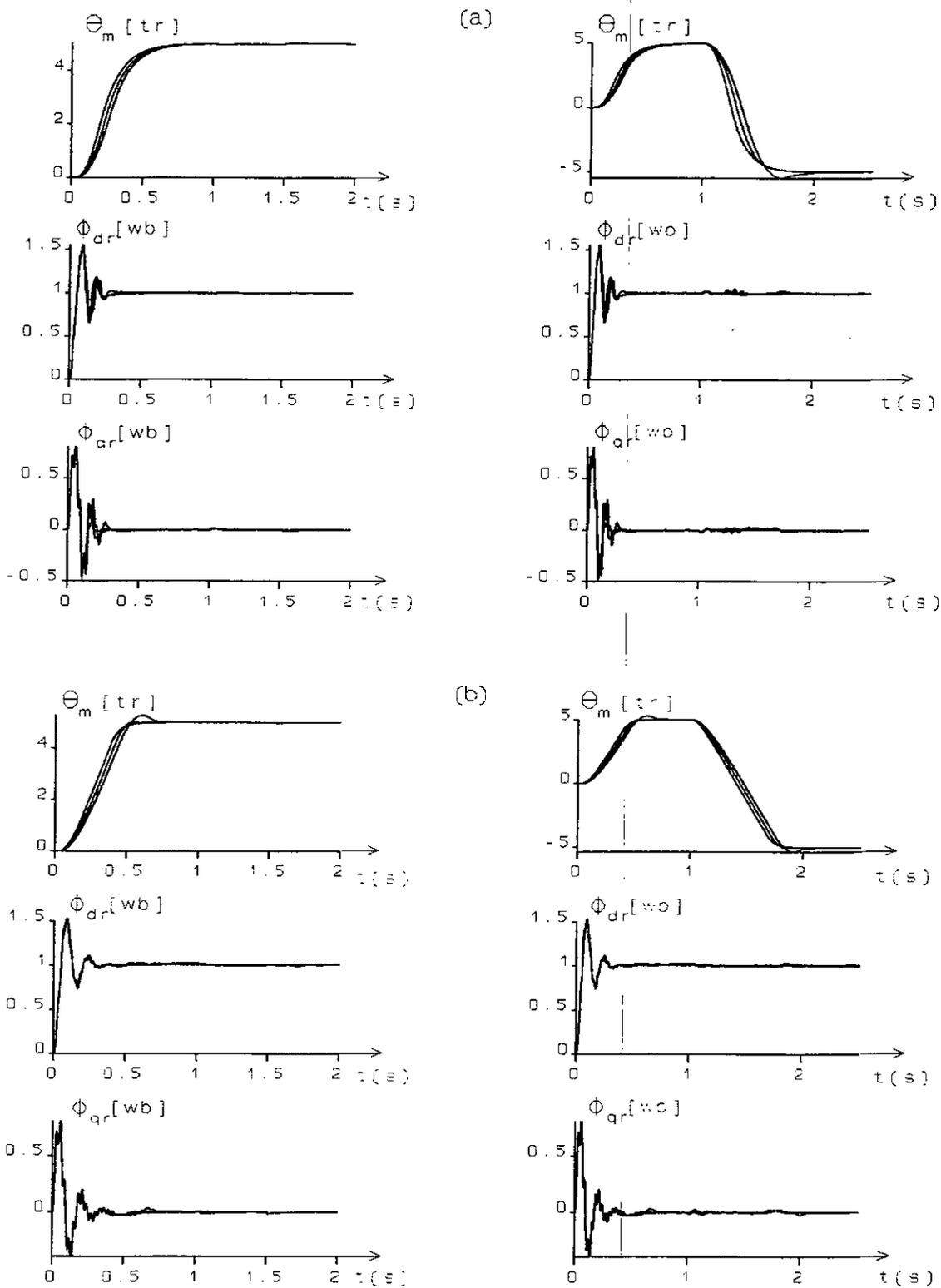


Fig.(IV.32): Test de robustesse vis-à-vis de (0%, +50%, +100%) $J^n$  (dimensionnement échantillonné):  
 a) région spirale ; b) région circulaire.

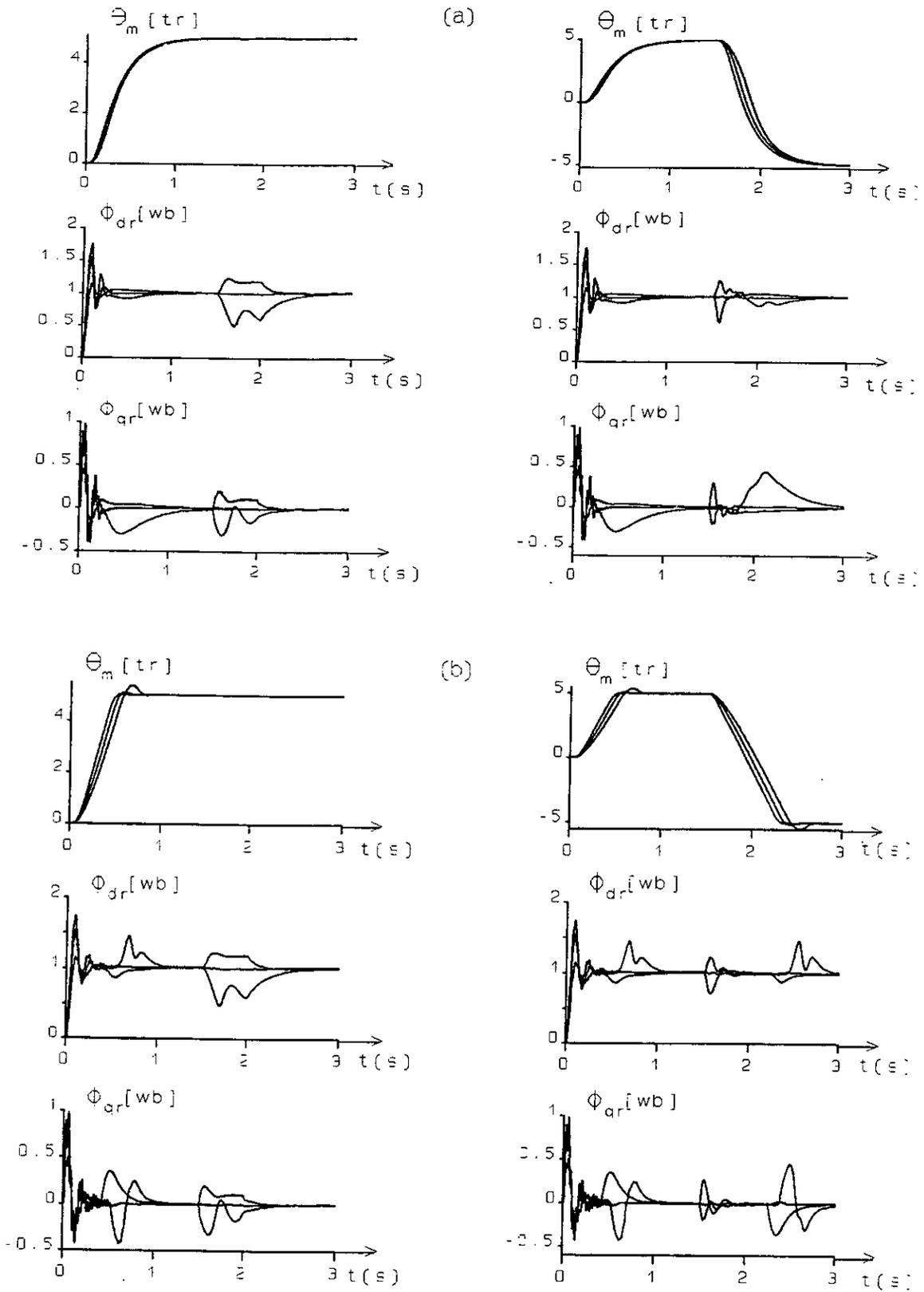


Fig. (IV.33): Test de robustesse vis-à-vis une variation simultanée de:  $(-50\%R_r^n, 0\%J^n)$ ,  $(0\%R_r^n, +50\%J^n)$ ,  $(+50\%R_r^n, +100\%J^n)$ .  
 a) dimensionnement pseudo-continu;  
 b) dimensionnement échantillonné.

## Chapitre V

### *Commande par retour d'état robuste avec observateur d'état robuste de la machine asynchrone . - adaptation de la résistance rotorique.*

La commande présentée dans cette étude est développée en recherchant des algorithmes de régulation simplifiés ayant de bonnes performances.

Les performances recherchées sont : une dynamique rapide obtenue par une stratégie de commande vectorielle associée à une commande par retour d'état, et une bonne robustesse vis-à-vis des perturbations de charge et les incertitudes sur les paramètres. Cette robustesse se traduit au niveau du régulateur principal par la robustesse, non seulement, vis-à-vis des perturbations mécaniques (variation de  $J$  ou de  $C_r$ ), mais aussi vis-à-vis d'un mauvais découplage favorisé par la variation de la résistance rotorique ( $R_r$ ).

Afin de réduire les perturbations dues à l'axe (d) sur l'axe (q), on va essayer, d'une part, de dimensionner l'observateur d'état par la technique du placement de pôles robuste et d'autre part, on introduit un mécanisme d'adaptation de la résistance rotorique selon l'axe (d).

#### V.1 REGLAGE D'ETAT ROBUSTE AVEC OBSERVATEUR D'ETAT ROBUSTE

Le principe du dimensionnement robuste peut être étendu au dimensionnement de l'observateur d'état, au moyen d'un placement de pôles robuste. En plus de la robustesse apporté à l'observateur par la boucle correctrice à travers le vecteur  $G$ , l'emplacement de pôles robuste vient pour doter cette qualité intéressante, ce qui réduit l'influence d'une mauvaise observation du courant  $i_{qs}$  sur le calcul de  $v_{ds}^*$  et  $\omega_s^*$ . En effet:

L'imposition des pôles de l'observateur nous permet de choisir la matrice  $G$  donnée par la formule d'Ackermann suivante:

$$G = E_o \begin{pmatrix} \alpha \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{avec:} \quad E_o = (e \quad F_s e \quad \dots \quad F_s^{n-1} e) \quad \text{et} \quad e = \begin{pmatrix} C_s^t \\ C_s^t F_s \\ \vdots \\ C_s^t F_s^{n-1} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \quad (V.1)$$

Le transposé de l'équation (V.1) est similaire à l'équation (IV.40), en effet:

$$G^t = (\alpha^t \quad 1) E_o^t \quad (V.2)$$

Cette équation est utilisée pour réaliser la projection topographique de la région de stabilité de l'espace P vers l'espace G. Pour des systèmes d'ordre supérieur à deux, il est judicieux d'utiliser l'équation (IV.44) en se basant sur le principe de dualité. Il vient donc:

$$\alpha = a + VG \quad \text{avec:} \quad V = \begin{pmatrix} C_s^t R_0 \\ C_s^t R_1 \\ \vdots \\ C_s^t R_{n,-1} \end{pmatrix} \quad (V.3)$$

Dans le but d'avoir la région de stabilité dans l'espace G, il suffit de substituer la formule  $\alpha(G)$  dans l'équation (IV.53)

### V.I.1 DIMENSIONNEMENT ROBUSTE DE L'OBSERVATEUR D'ETAT D'ORDRE GLOBAL

#### V.I.1.1 COMMANDE EN VITESSE

Vu que le système à observer est d'ordre deux, il est judicieux d'appliquer la méthode donnée par l'équation (V.2). Il faut noter que cette méthode n'est pas applicable pour les régions de stabilité non convexes dans le plan des pôles comme c'est le cas pour la région choisie dans l'espace S.

En utilisant l'équation (IV.52), on obtient:

$$\begin{pmatrix} G_0^t \\ G_1^t \\ G_2^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_0^t & 1 \\ \alpha_1^t & 1 \\ \alpha_2^t & 1 \end{pmatrix} E_0^t \quad (V.4)$$

Les  $\alpha_i^t$  sont les vecteurs coefficients donnés par les polynômes suivants:

$$P_i(z) = (z - \tau_r)^i (z - \tau_l)^{2-i} \quad ; \quad i = 0, 1, 2 \quad (V.5)$$

Donc:

$$\begin{aligned} \alpha_0^t &= (\tau_r^2 - 2\tau_r) \\ \alpha_1^t &= (\tau_r \tau_l - (\tau_r + \tau_l)) \\ \alpha_2^t &= (\tau_l^2 - 2\tau_l) \end{aligned} \quad (V.6)$$

$\tau_l$  et  $\tau_r$  sont les intersections de la région de stabilité dans le plan Z avec l'axe des réels. La matrice  $E_0$  est calculée par:

$$E_0 = \frac{1}{F_{s21}} \begin{pmatrix} 1 & F_{s11} & F_{s11}^2 + F_{s12} F_{s21} \\ 0 & F_{s21} & F_{s21}(F_{s11} + F_{s22}) \end{pmatrix} \quad (V.7)$$

Ce qui nous permet d'avoir finalement:

$$\begin{pmatrix} G_0^t \\ G_1^t \\ G_2^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_r^2 - 2\tau_r F_{s11} + F_{s11}^2 + F_{s12} F_{s21} & -2\tau_r F_{s21} + F_{s21}(F_{s11} + F_{s22}) \\ \tau_r \tau_l - (\tau_r + \tau_l) F_{s11} + F_{s11}^2 + F_{s12} F_{s21} & -(\tau_r + \tau_l) F_{s21} + F_{s21}(F_{s11} + F_{s22}) \\ \tau_l^2 - 2\tau_l F_{s11} + F_{s11}^2 + F_{s12} F_{s21} & -2\tau_l F_{s21} + F_{s21}(F_{s11} + F_{s22}) \end{pmatrix} \quad (V.8)$$

Chaque vecteur  $G_i$  présente un point dans l'espace  $(g_2, g_1)$ . Le raccordement entre n'importe quel deux point est effectué par une droite dont l'équation est donnée par:

$$g_1^{(i)} = a^{(i)} g_2^{(i)} + b^{(i)} ; \quad i = 0, 1, 2$$

$$\text{avec: } a^{(i)} = \frac{g_1^{(i)} - g_1^{(i+1)}}{g_2^{(i)} - g_2^{(i+1)}} ; \quad b^{(i)} = g_1^{(i)} - a^{(i)} g_2^{(i)}$$

(V.9)

Une fois chaque point est lié à un autre, on aura un triangle qui présente l'image de la région de stabilité (dans le plan Z) dans le plan G.

Concernant le choix du rayon de la région circulaire, la figure (V.1) donne la gamme à utiliser, à savoir  $r \in [0.6, 1]$ .

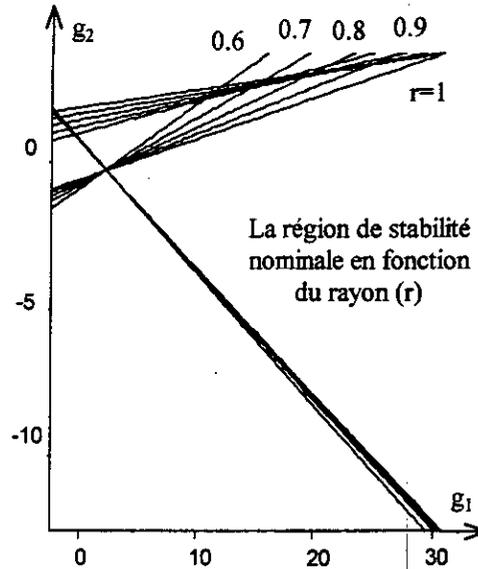


Fig. (V.1): Choix du rayon (r).

Les domaines des gains pour ( $r = 0.8$ ) sont donnés par la figure (V.2):

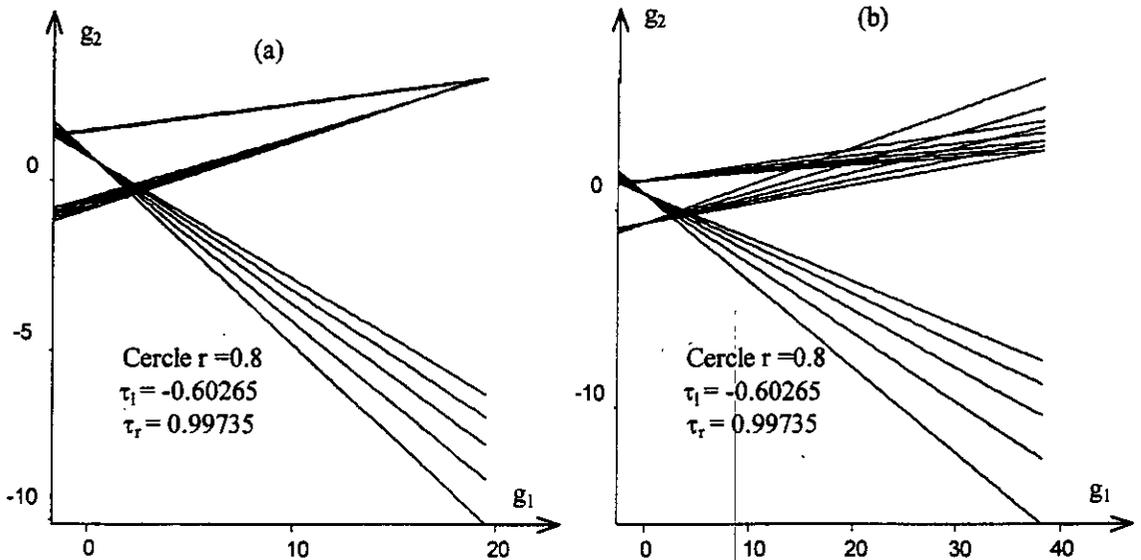


Fig. (V.2): Domaines des gains robustes: a) vis-à-vis de  $R_r$ , b) vis-à-vis de J.

### V.I.1.2 Résultats de simulation

Les gains de l'observateur global sont regroupés dans le tableau (V.1):

	$g_1$	$g_2$
vis-à-vis $R_r$	0.05077	1.2504
vis-à-vis J	0.18908	0.8624

Tableau (V.1).

Avant de commencer, il faut signaler que les domaines présentés par la figure (V.2) assurent uniquement la stabilité de l'observateur lors d'une variation paramétrique. Ceci veut dire, qu'un choix arbitraire des gains à l'intérieur de ces domaines ne garanti pas obligatoirement la convergence asymptotique de l'erreur d'observation vers zéro. De ce fait, il est indispensable de faire un choix approprié des gains de l'observateur avant qu'il soit mis en boucle fermée.

La figure (V.3) présente les résultats du test de robustesse vis-à-vis de la variation de la résistance rotorique ainsi que celle du moment d'inertie. Les tests sont effectués pour un démarrage de 0 à 1000 tr/min, puis une application d'une charge nominale entre les instants  $t=1s$  et  $t=1.5s$ , et enfin une inversion du sens de rotation à  $t=1s$  avec un couple résistant nul.

Le test de robustesse vis-à-vis de  $R_r$ , présenté par la figure (V.3 a), montre que la vitesse de rotation est robuste vis-à-vis cette variation paramétrique quelque soit la perturbation appliquée au système (variation de la consigne ou application du couple résistant). Par contre, le découplage est affecté lors d'une application d'un couple nominal avec une variation soit de plus ou moins 50% de la valeur nominale ( $R_r^n$ ).

Le test de robustesse vis-à-vis de J est présenté à la figure (V.3 b). L'analyse de ces courbes de simulation permet de tirer les résultats suivants:

- La réponse en vitesse est robuste vis-à-vis la variation du moment d'inertie, le régime transitoire est augmenté à cause de la faiblesse de l'accélération occasionné lors de l'accroissement de J;
- La variation de J n'exerce aucune influence sur le découplage. Le seul problème qui peut être provoqué par cette variation est sont influence sur le principe de séparation.

### V.I.1.3 COMMANDE EN POSITION

#### V.I.1.3. 1 Dimensionnement continu

Les coefficients  $a_i$  sont calculés par:

$$a_2 = \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} ; \quad a_1 = \frac{f R_{eq}}{\sigma L_s J} + \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} ; \quad a_0 = 0 \quad (V.10)$$

La matrice V calculée grâce à l'algorithme de Leverrier est donnée par:

$$V = \begin{pmatrix} \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} & a_1 \\ 0 & 1 & a_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (V.11)$$

Le vecteur  $\alpha$  est:

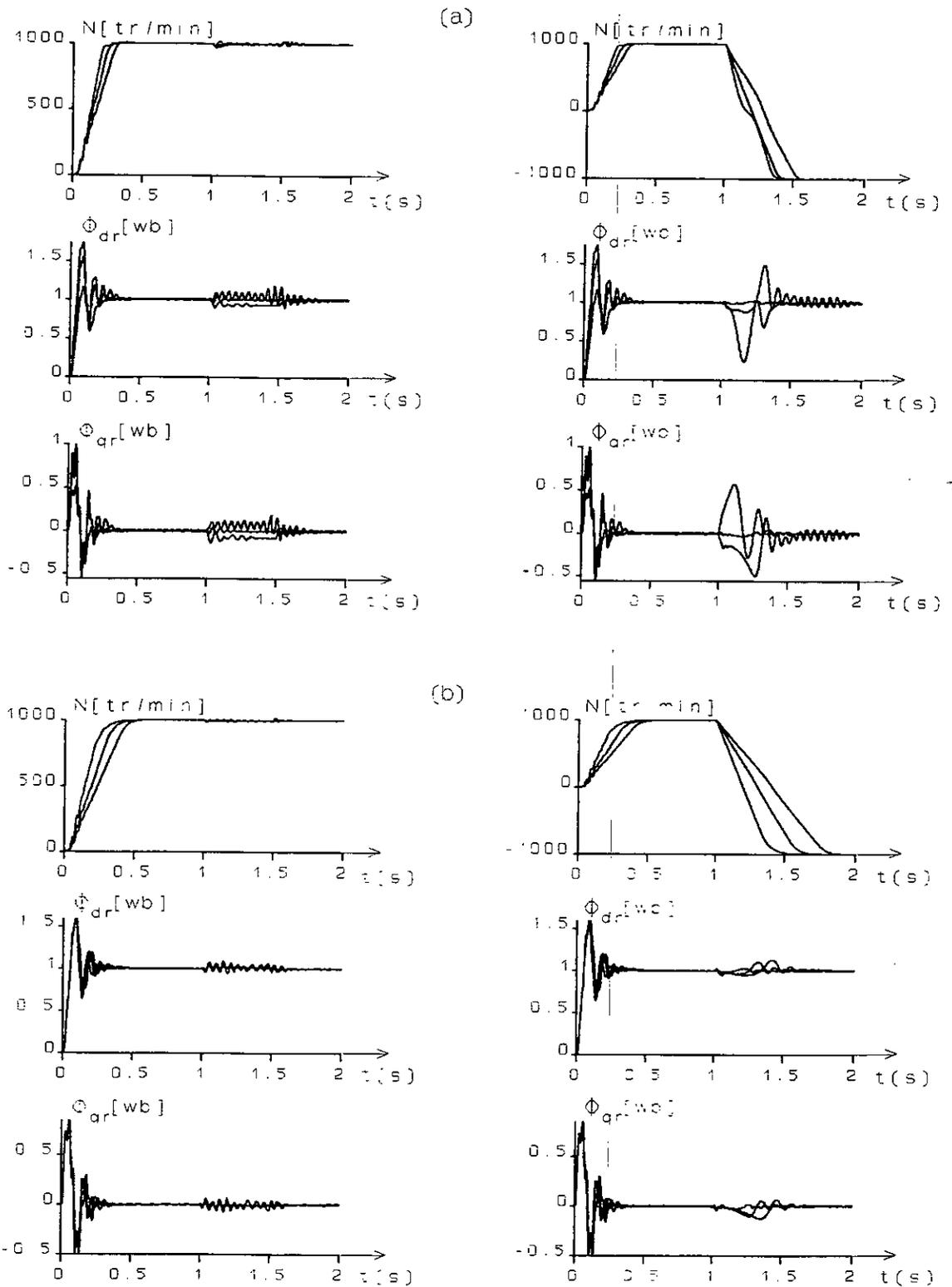


Fig.(V.3): Test de robustesse (dimensionnement échantillonné):  
 a) vis-à-vis de (-50%, 0%, +50%) $R_r^n$ ;  
 b) vis-à-vis de (0%, +50%, +100%) $J^n$ .

$$\alpha = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + V \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_0 + \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} g_1 + \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} g_2 + a_1 g_3 \\ a_1 p + g_2 + a_2 g_3 \\ a_2 + g_3 \end{pmatrix} \quad (V.12)$$

La limite des pôles complexes est définie par:

$$(\alpha^t \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -\beta_0 & -\beta_1 \\ \beta_0 \beta_1 & d_2 \end{pmatrix} = (0 \quad 0) ; \quad d_2 = \beta_1^2 - \beta_0 \quad (V.13)$$

Il vient:

$$\begin{cases} a p_0 + \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} g_1 + \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} g_2 + (a_1 - \beta_0) g_3 - \beta_0 a_2 + \beta_0 \beta_1 = 0 \\ g_2 + (a_2 - \beta_1) g_3 + a_1 - \beta_1 a_2 + d_2 = 0 \end{cases} \quad (V.14)$$

La limite des pôles complexes sera donc :

$$\begin{cases} g_3 = \frac{g_2 + a_1 - \beta_1 a_2 + d_2}{\beta_1 - a_2} \\ g_1 = \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \left( -\frac{R_{eq}}{\sigma L_s} g_2 + (\beta_0 - a_1) g_3 + \beta_0 (a_2 - \beta_1) \right) \end{cases} \quad (V.15)$$

La limite du pôle réel est calculée par l'équation:

$$(\alpha^t \quad 1) \begin{pmatrix} 1 \\ -\rho_0 \\ \rho_0^2 \\ -\rho_0^3 \end{pmatrix} = 0 \quad (V.16)$$

Le développement de (V.16) donne:

$$\frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} g_1 + \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} g_2 + a_1 g_3 - \rho_0 (a_1 + g_2 + a_2 g_3) + \rho_0^2 (a_2 + g_3) - \rho_0^3 = 0 \quad (V.17)$$

La limite du pôle réel est:

$$g_1 = \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \left( (\rho_0 - \frac{R_{eq}}{\sigma L_s}) g_2 - (a_1 - \rho_0 a_2 + \rho_0^2) g_3 + \rho_0 a_1 - \rho_0^2 a_2 + \rho_0^3 \right) \quad (V.18)$$

Dans le but de tracer les domaines des gains dans le plan K, il faut définir l'ensemble des régions de stabilité suivantes:

- Pour la résistance rotorique:

La limite des pôles complexes:

$$\begin{cases} g_3 = \frac{g_2 + a_1^i - \beta_1 a_2^i + d_2}{\beta_1 - a_2^i} & i = \overline{1,5} \\ g_1 = \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \left( \frac{1}{\sigma L_s} (R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i) g_2 + (\beta_0 - a_1^i) g_3 + \beta_0 (a_2^i - \beta_1) \right) \end{cases} \quad (V.19)$$

La limite du pôle réel:

$$g_1 = \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \left( (\rho_0 - \frac{1}{\sigma L_s} (R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i)) g_2 - (a_1^i - \rho_0 a_2^i + \rho_0^2) g_3 + \rho_0 a_1^i - \rho_0^2 a_2^i + \rho_0^3 \right) \quad i = \overline{1,5} \quad (V.20)$$

avec:

$$a_1^i = \frac{f}{\sigma L_s J} (R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i) + \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} \quad (V.21)$$

$$a_2^i = \frac{1}{\sigma L_s} (R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i) + \frac{f}{J}$$

tel que  $R_r^i \in [-50\% , +50\%] R_r^n$  avec un pas de  $25\% R_r^n$ .

- Pour le moment d'inertie:

La limite des pôles complexes:

$$\begin{cases} g_3 = \frac{g_2 + a_1^i - \beta_1 a_2^i + d_2}{\beta_1 - a_2^i} & i = \overline{1,5} \\ g_1 = \frac{L_r J^i}{L_m \phi_r^* p^2} \left( -\frac{R_{eq}}{\sigma L_s} g_2 + (\beta_0 - a_1^i) g_3 + \beta_0 (a_2^i - \beta_1) \right) \end{cases} \quad (V.22)$$

La limite du pôle réel:

$$g_1 = \frac{L_r J^i}{L_m \phi_r^* p^2} \left( (\rho_0 - \frac{R_{eq}}{\sigma L_s}) g_2 - (a_1^i - \rho_0 a_2^i + \rho_0^2) g_3 + \rho_0 a_1^i - \rho_0^2 a_2^i + \rho_0^3 \right) \quad i = \overline{1,5} \quad (V.23)$$

avec: 
$$a_1^i = \left( \frac{f R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r} \right) \frac{1}{J^i} \quad \text{et} \quad a_2^i = \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J^i} \quad (V.24)$$

où  $J^i \in [100\% , 200\%] J^n$  avec un pas de  $25\% J^n$ .

Après avoir choisi le couple  $(g_1 , g_2)$ , il est nécessaire de discrétiser l'équation de l'observateur continu afin d'avoir le nouveau algorithme d'observation discret. Les domaines des gains continus sont donnés par la figure (V.4).

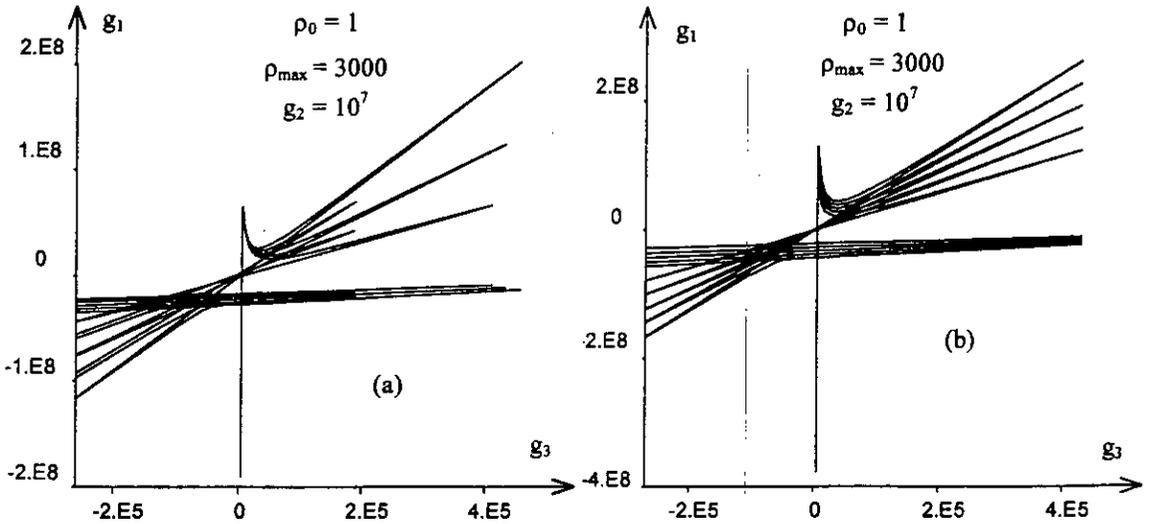


Fig. (V.4): Domaines des gains robustes (continus) : a) vis-à-vis de  $R_r$ , b) vis-à-vis de  $J$ .

### V.I.1.3.2 Dimensionnement échantillonné

En utilisant l'algorithme de Leverrier: Les coefficients en boucle ouverte sont donnés par:

$$a_2 = -(F_{s11} + F_{s22} + 1) \quad ; \quad a_1 = F_{s11} F_{s22} - F_{s12} F_{s21} + F_{s11} + F_{s22} \quad ; \quad a_0 = F_{s12} F_{s21} - F_{s11} F_{s22} \quad (V.25)$$

et la matrice V par:

$$V = \begin{pmatrix} F_{s21}F_{s32} - F_{s31}F_{s22} & F_{s12}F_{s31} - F_{s32}F_{s11} & -a_0 \\ F_{s31} & F_{s32} & -(F_{s11} + F_{s22}) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (V.26)$$

La limite des pôles complexes:

$$\frac{g_3}{g_1} = \frac{f_1 v_{21} - f_2 v_{11}}{f_2 (v_{13} - \beta_0) - f_1 (v_{23} - \beta_1)} \quad (V.27)$$

avec:  $f_1 = a_0 + \beta_0(\beta_1 - a_2) + g_2 v_{12}$  et  $f_2 = a_1 - \beta_1 a_2 + d_2 + g_2 v_{22}$

La limite 'left':

$$g_3 = - \frac{g_1 \sum_{i=1}^3 v_{i1} \tau_1^{i-1} + \sum_{i=0}^3 a_i \tau_1^i + g_2 \sum_{i=1}^3 v_{i2} \tau_1^{i-1}}{\sum_{i=1}^3 v_{i3} \tau_1^{i-1}} \quad (V.28)$$

La limite 'right':

$$g_3 = - \frac{g_1 \sum_{i=1}^3 v_{i1} \tau_r^{i-1} + \sum_{i=0}^3 a_i \tau_r^i + g_2 \sum_{i=1}^3 v_{i2} \tau_r^{i-1}}{\sum_{i=1}^3 v_{i3} \tau_r^{i-1}} \quad (V.29)$$

Les différents domaines de stabilité sont donnés par:

- La Limite des pôles complexes:

$$\frac{g_3}{g_1} = \frac{f_1^{(k)} v_{21}^{(k)} - f_2^{(k)} v_{11}^{(k)}}{f_2^{(k)} (v_{13}^{(k)} - \beta_0) - f_1^{(k)} (v_{23}^{(k)} - \beta_1)} \quad ; \quad k = \overline{1,5} \quad (V.30)$$

avec:  $f_1^{(k)} = a_0^{(k)} + \beta_0(\beta_1 - a_2^{(k)}) + v_{12}^{(k)} g_2$  et  $f_2^{(k)} = a_1^{(k)} - \beta_1 a_2^{(k)} + d_2 + v_{22}^{(k)} g_2$

- Les limites des pôles réels:

$$g_3 = - \frac{\sum_{i=1}^3 (g_1 v_{i1}^{(k)} + g_2 v_{i2}^{(k)}) \tau_{1,r}^{i-1} + \sum_{i=0}^3 a_i^{(k)} \tau_{1,r}^i}{\sum_{i=1}^3 v_{i3}^{(k)} \tau_{1,r}^{i-1}} \quad ; \quad k = \overline{1,5} \quad (V.31)$$

Les valeurs de  $v_{ij}^{(k)}$  et  $a_i^{(k)}$  sont définies par les valeurs de  $R_r^{(k)}$  ou  $J^{(k)}$  correspondantes.

La figure (V.5) présente les domaines des gains robustes:

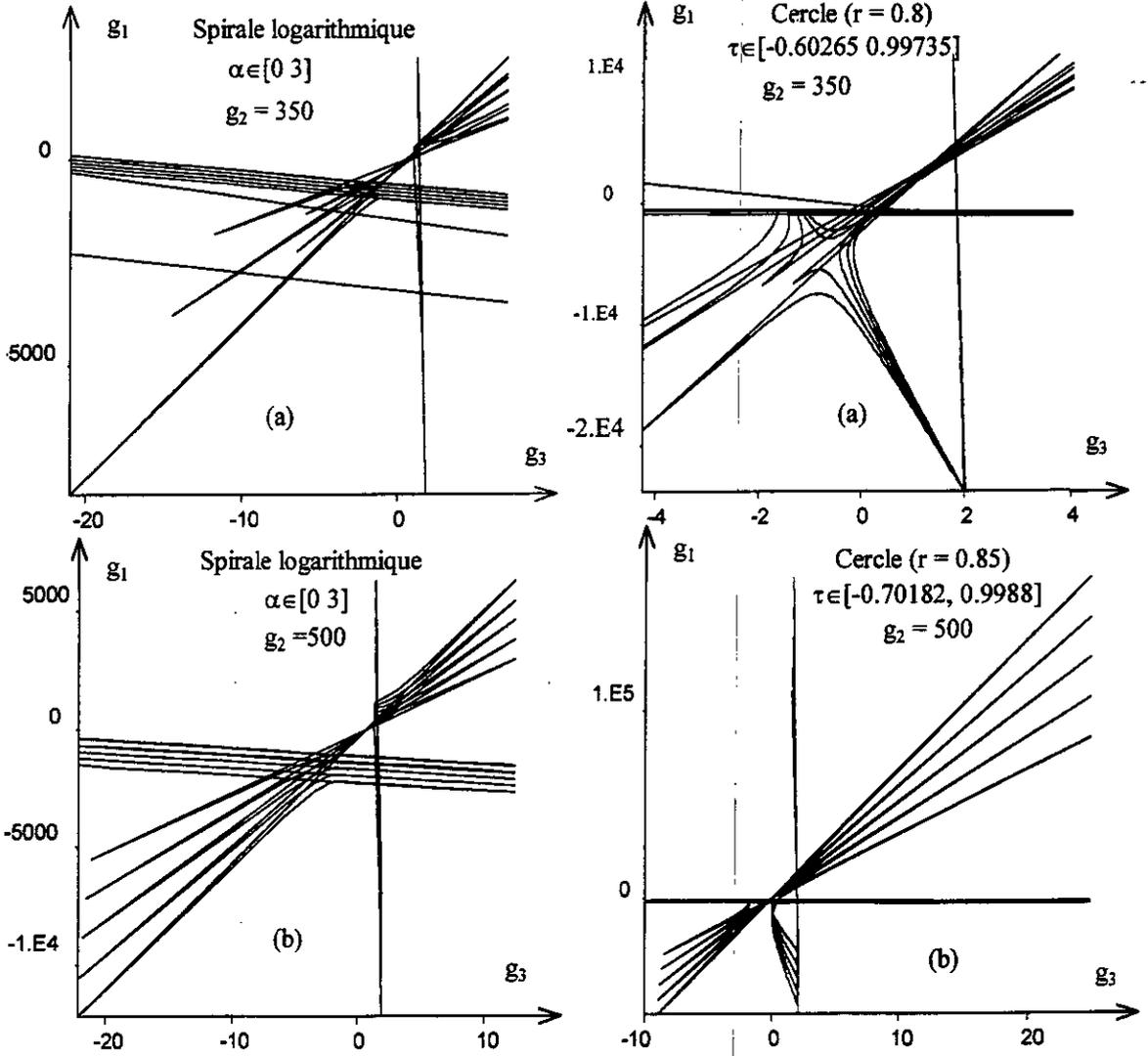


Fig. (V.5): Domaines des gains robustes: a) vis-à-vis de  $R_r$  ; b) vis-à-vis de  $J$ .

**V.I.1.3.3 Résultats de simulation**

Les coefficients de l'observateur d'état d'ordre global sont choisis comme suit:

1) Dimensionnement continu (Tableau (V.2)):

	Coefficients continus			Coefficients discrets		
	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_1$	$g_2$	$g_3$
$R_r$	$6.97848 \cdot 10^6$	$10^7$	4085.81	16.2894	381.9621	1.1777
$J$	$3.53802 \cdot 10^6$	$10^7$	6217.23	48.6012	435.7418	1.0963

Tableau (V.2).

2) Dimensionnement échantillonné (Tableau (V.3)):

	Région spirale			Région circulaire		
	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_1$	$g_2$	$g_3$
$R_r$	-51.8162	350	1.18308	10.4706	350	1.2547
$J$	6.61024	500	1.07472	49.2708	500	1.2458

Tableau (V.3).

Dans le but d'étudier la sensibilité de la commande avec observateur à une variation de la résistance rotorique ainsi que celle du moment d'inertie, nous avons tout d'abord simulé un

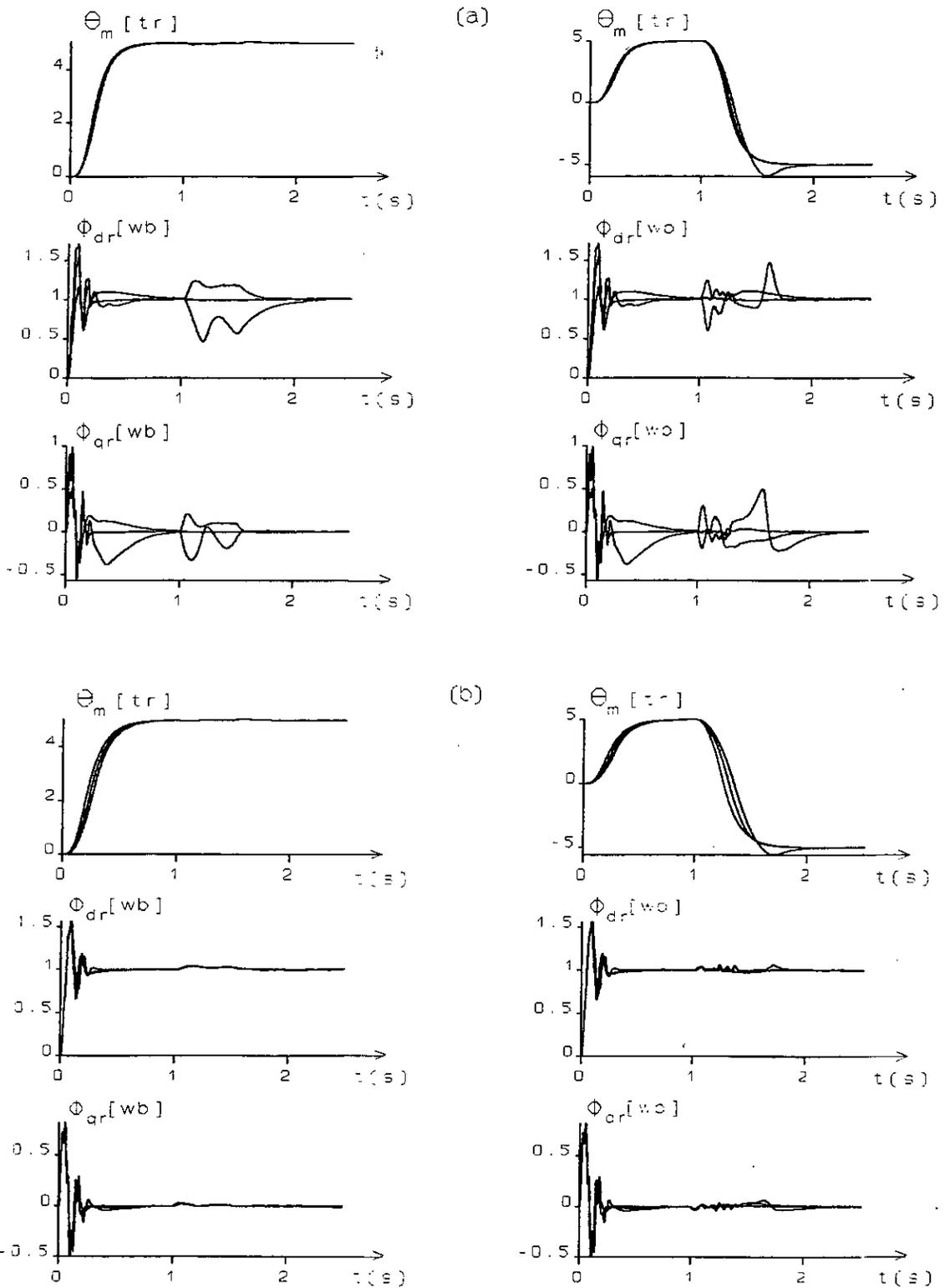


Fig.(V.6): Test de robustesse (dimensionnement continu):  
 a) vis-à-vis de  $(-50\%, 0\%, +50\%)R_r^n$ ;  
 b) vis-à-vis de  $(0\%, +50\%, +100\%)J^n$ .

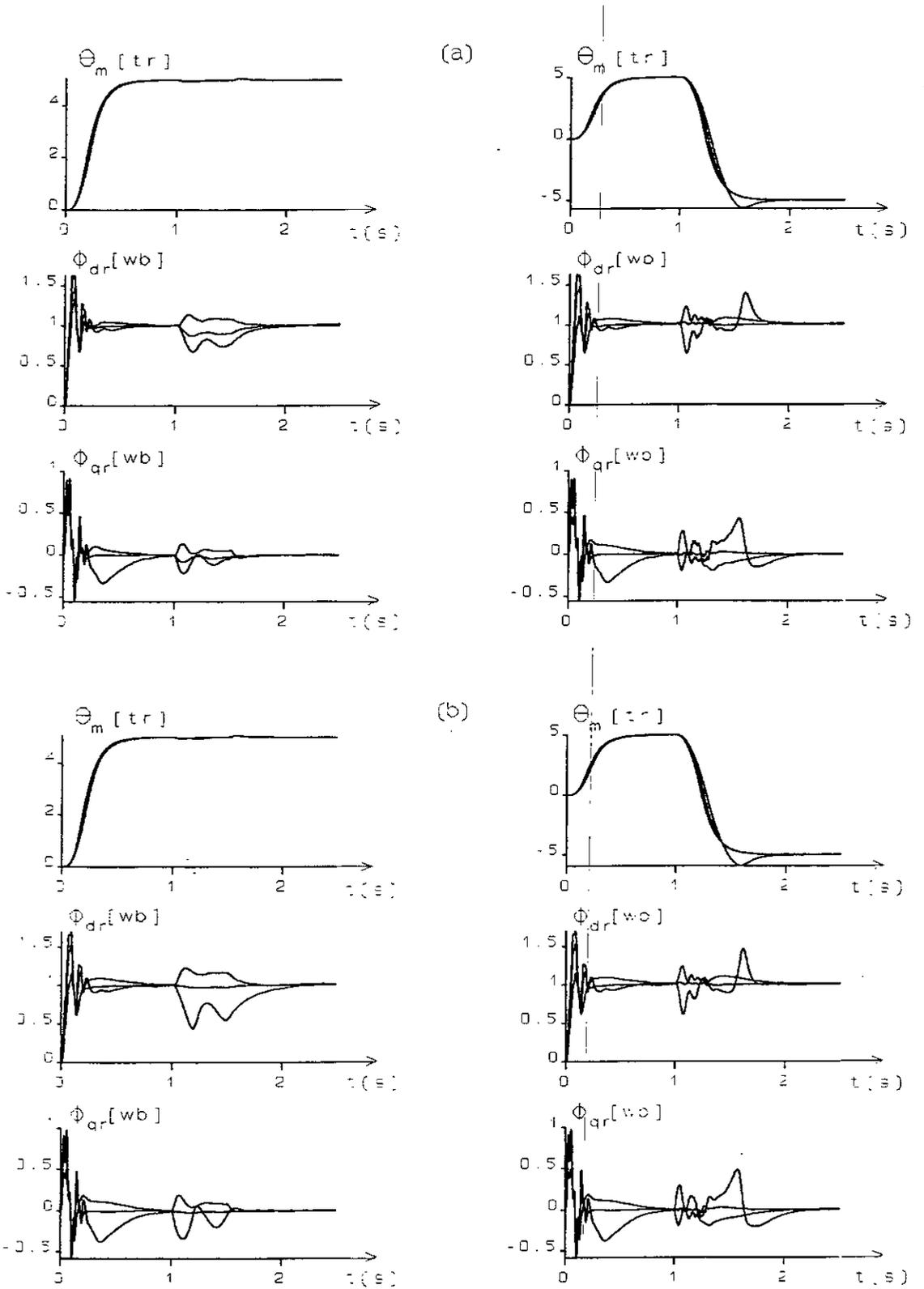


Fig. (V.7) : Test de robustesse vis-à-vis de  $(-50\%, 0\%, +50\%)R_r^n$  (dimens. échantillonné):  
 a) région spirale ; b) région circulaire.

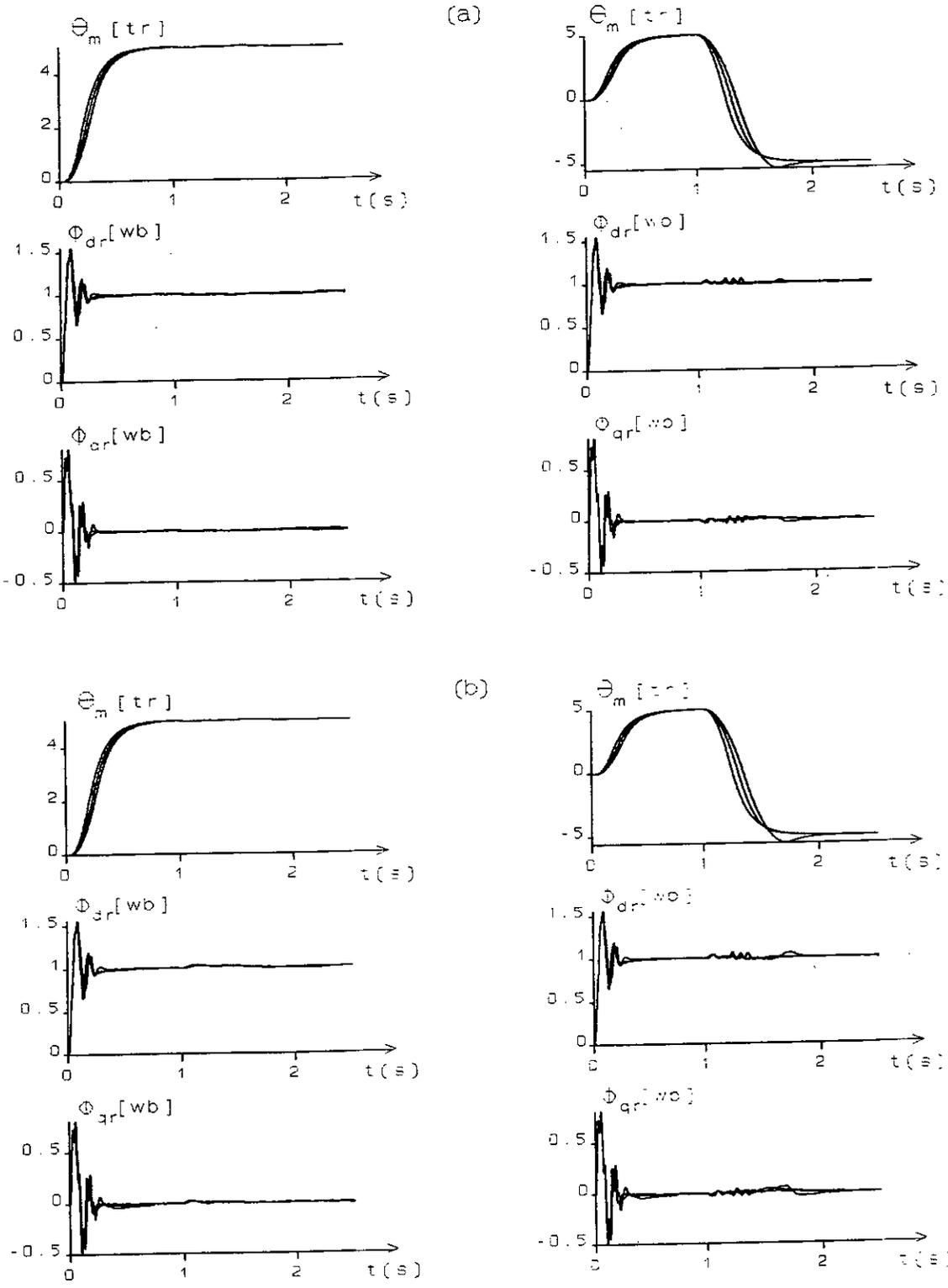


Fig.(V.8): Test de robustesse vis-à-vis de (0%, +50%, +100%) $J^a$  (dimensionnement échantillonné):  
 a) région spirale ; b) région circulaire.

démarrage (0 à 5tr) avec application d'une perturbation de charge de 10 N.m. Puis, nous avons simulé également une phase de démarrage suivie d'une inversion de la consigne (de +5tr à -5tr).

Lorsque la résistance rotorique de la machine varie de -50% à +50% (figures (V.6. a), (V.7)), l'allure de la position n'est pas très influencée au démarrage, et il en est de même lors de l'inversion. Nous pouvons conclure à une robustesse satisfaisante de cette commande vis-à-vis des variations de la résistance rotorique. Mais, il faut noter que le problème du couplage lors d'une application de charge demeure posé.

Les simulations présentées par les figures (V.6.b, V.8) montrent que le variateur de position est pratiquement insensible aux variations du moment d'inertie. Nous pouvons également noter que le découplage est assuré pendant les régimes de grandes amplitudes (démarrage, inversion de la consigne). Ceci prouve une fois de plus que les résultats obtenus vis-à-vis de la variation de J sont très encourageants.

## V.I.2 DIMENSIONNEMENT ROBUSTE DE L'OBSERVATEUR D'ETAT ET DE PERTURBATION

### V.I.2.1 COMMANDE EN VITESSE

#### V.I.2.1.1 Dimensionnement continu

Les  $a_i$  sont identiques à ceux qui sont donnés par l'équation (V.10).  
La matrice V est:

$$V = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{pR_{eq}}{\sigma L_s J} \\ \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} & \frac{p}{J} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (V.32)$$

Le vecteur des coefficients est donné par l'expression suivante:

$$(\alpha^t \quad 1) = \left( a_0 + \frac{pR_{eq}}{\sigma L_s J} g_3 \quad a_1 + \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} g_1 + \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} g_2 + \frac{p}{J} g_3 \quad a_2 + g_2 \quad 1 \right) \quad (V.33)$$

Ce qui permet de déterminer la limite des pôles complexes par:

$$\begin{cases} g_3 = -g_v = \frac{\sigma L_s J \beta_0}{p R_{eq}} (\beta_1 - a_2 - g_2) \\ g_1 = \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \left( -\frac{p}{J} g_3 - a_1 + a_2 \beta_1 - \beta_1^2 + \beta_0 + g_2 \left( \beta_1 - \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} \right) \right) \end{cases} \quad (V.34)$$

Ainsi que la limite du pôle réel par:

$$g_1 = \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p^2 \rho_0} \left( -\left( \rho_0 - \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} \right) \frac{p}{J} g_3 - \rho_0 a_1 + a_2 \rho_0^2 - \rho_0^3 + g_2 \rho_0 \left( \rho_0 - \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} \right) \right) \quad (V.35)$$

- Dimensionnement robuste vis-à-vis de  $R_r$ :

Les expressions des régions de stabilité dans le plan  $(g_1, g_3)$  sont:

La limite des pôles complexes:

$$\begin{cases} g_3 = \frac{\sigma L_s J \beta_0}{p(R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i)} (\beta_1 - a_2^i - g_2) & ; i = \overline{1,5} \\ g_1 = \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \left( -\frac{p}{J} g_3 - a_1^i + a_2^i \beta_1 - \beta_1^2 + \beta_0 + g_2 \left( \beta_1 - \frac{1}{\sigma L_s} \left( R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i \right) \right) \right) \end{cases} \quad (V.36)$$

La limite du pôle réel:

$$g_1 = \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p^2 \rho_0} \left( \rho_0 - \frac{1}{\sigma L_s} \left( R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i \right) \right) \left( \rho_0 g_2 - \frac{p}{J} g_3 \right) - \rho_0 a_1^i + a_2^i \rho_0^2 - \rho_0^3 & ; i = \overline{1,5} \quad (V.37)$$

avec:

$$a_2^i = \frac{1}{\sigma L_s} \left( R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i \right) + \frac{f}{J} \quad \text{et} \quad a_1^i = \frac{f}{\sigma L_s J} \left( R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i \right) + \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} \quad (V.38)$$

- Dimensionnement robuste vis-à-vis de J:

Les mêmes expressions peuvent être écrites sous la forme:

La limite des pôles complexes:

$$\begin{cases} g_3 = \frac{\sigma L_s J^i \beta_0}{p R_{eq}} (\beta_1 - a_2^i - g_2) & ; i = \overline{1,5} \\ g_1 = \frac{L_r J^i}{L_m \phi_r^* p^2} \left( -\frac{p}{J^i} g_3 - a_1^i + a_2^i \beta_1 - \beta_1^2 + \beta_0 + g_2 \left( \beta_1 - \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} \right) \right) \end{cases} \quad (V.39)$$

La limite du pôle réel:

$$g_1 = \frac{L_r J^i}{L_m \phi_r^* p^2 \rho_0} \left( \left( \rho_0 - \frac{1}{\sigma L_s} R_{eq} \right) \left( \rho_0 g_2 - \frac{p}{J^i} g_3 \right) - \rho_0 a_1^i + a_2^i \rho_0^2 - \rho_0^3 \right) & ; i = \overline{1,5} \quad (V.40)$$

avec:

$$a_2^i = \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J^i} \quad \text{et} \quad a_1^i = \frac{f R_{eq}}{\sigma L_s J^i} + \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J^i} \quad (V.41)$$

Il faut noter que n'importe quel point choisi dans le domaine des gains doit être suivi par une procédure de discrétisation afin d'avoir l'algorithme d'observation susceptible d'être implémenté dans un calculateur.

La figure (V.9) donne les domaines des gains continus de l'observateur d'état et de perturbation

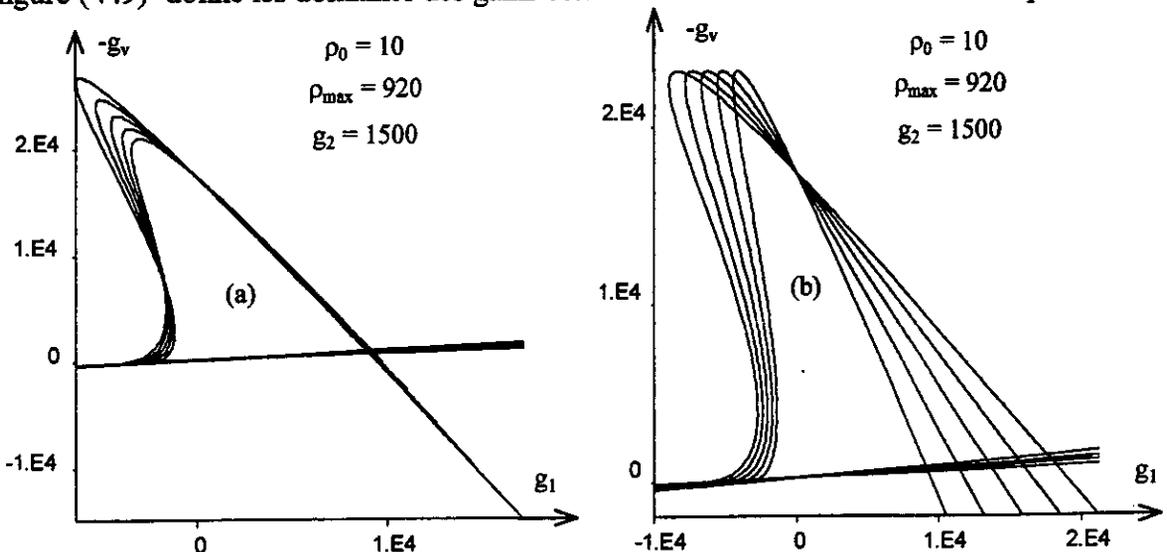


Fig. (V.9): Domaines des gains robustes (continus): a) vis-à-vis de  $R_r$ ; b) vis-à-vis de  $J$ .

V.I.2.1.2 Dimensionnement échantillonné

Les coefficients du polynôme en boucle ouverte sont donnés par l'équation (V.25).  
La matrice V est:

$$V = \begin{pmatrix} -F_{s21} & F_{s11} & H_{sv2}F_{s11} - H_{sv1}F_{s21} \\ F_{s21} & -(1+F_{s11}) & -H_{sv2} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{V.42}$$

Les différents domaines de stabilité sont donnés par:

- La Limite des pôles complexes:

$$\frac{g_3}{g_1} = \frac{f_1^{(k)}v_{21}^{(k)} - f_2^{(k)}v_{11}^{(k)}}{f_2^{(k)}v_{13}^{(k)} - f_1^{(k)}v_{23}^{(k)}} \quad ; \quad k = \overline{1,5}$$

$$\text{avec: } f_1^{(k)} = a_0^{(k)} + \beta_0(\beta_1 - a_2^{(k)}) + (v_{12}^{(k)} - \beta_0)g_2$$

$$f_2^{(k)} = a_1^{(k)} - \beta_1 a_2^{(k)} + d_2 + (v_{22}^{(k)} - \beta_1)g_2 \tag{V.43}$$

- Les limites des pôles réels:

Les expressions de ces limites sont similaires à celles données par l'équations (V.31), les  $v_{ij}^{(k)}$  représentent les éléments de la matrice V donnée par l'équation (V.42).

Les domaines des coefficients robustes issus d'un dimensionnement échantillonné sont présentés par la figure (V.10):

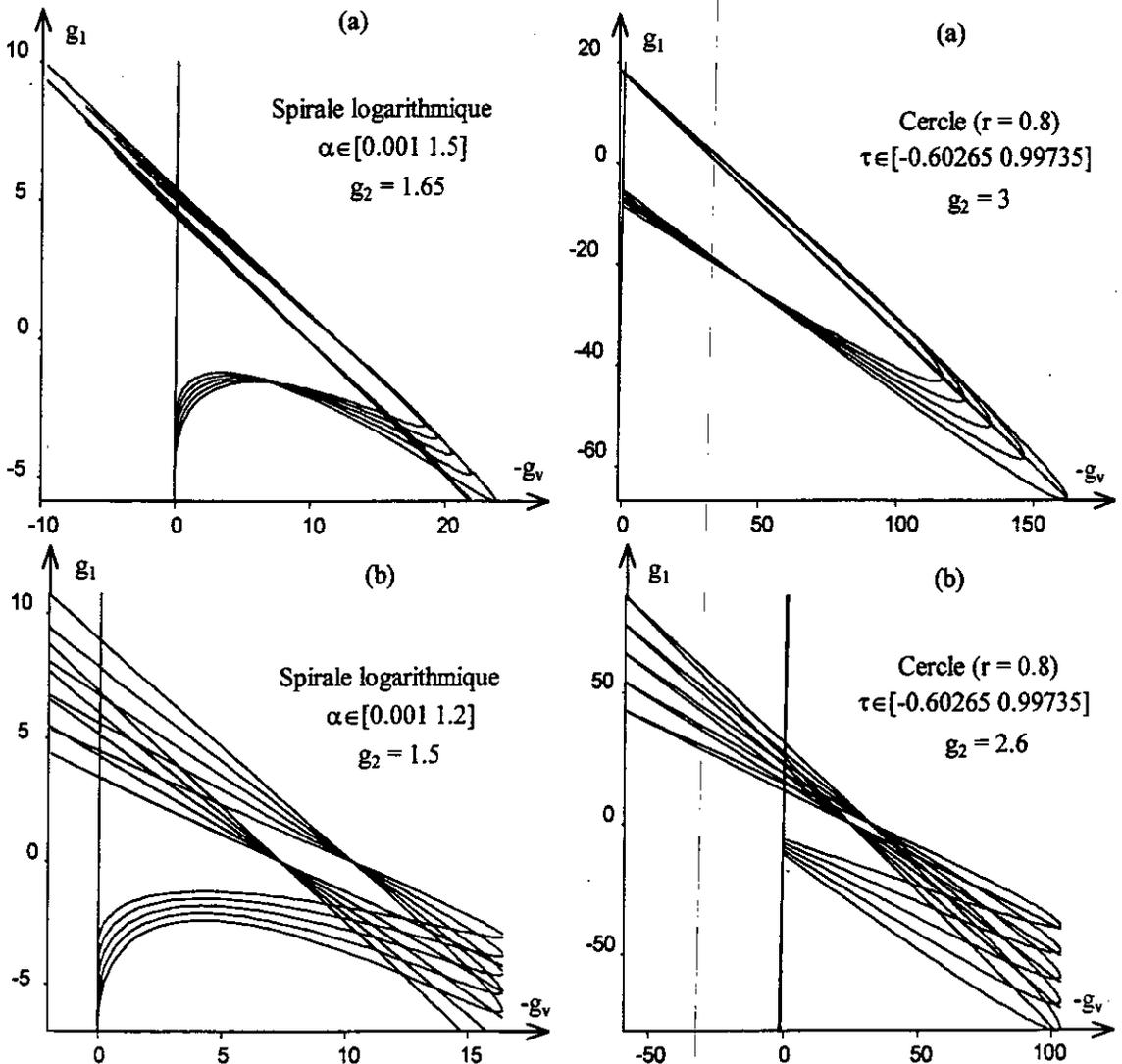


Fig. (V.10): Domaines des gains robustes (échantillonnés): a) vis-à-vis de  $R_r$  ; b) vis-à-vis de J.

### V.I.2.1.3 Résultats de simulation

Les coefficients continus utilisés dans les simulations qui suit sont donnés par le tableau (V.4):

	Coefficients continus			Coefficients discrets			
	g <sub>1</sub>	g <sub>2</sub>	g <sub>3</sub>	g <sub>1</sub>	g <sub>2</sub>	g <sub>v</sub>	g <sub>m</sub>
R <sub>r</sub>	-2419.63	1500	-1.9306 . 10 <sup>4</sup>	-0.9022	0.9534	-8.5092	-72.608
J	-3625.18	1500	1.93326 .10 <sup>4</sup>	-1.3767	0.9323	-8.7177	-72.608

Tableau (V.4).

Les coefficients calculés par le dimensionnement échantillonné sont présentés par le tableau (V.5):

	Région spirale				Région circulaire			
	g <sub>1</sub>	g <sub>2</sub>	g <sub>v</sub>	g <sub>m</sub>	g <sub>1</sub>	g <sub>2</sub>	g <sub>v</sub>	g <sub>m</sub>
R <sub>r</sub>	-2.64012	1.65	-16.6157	-72.655	15.0903	3	-61.1535	-72.527
J	-1.06663	1.5	-7.83086	-72.889	-1.77321	2.6	-31.1546	-72.515

Tableau (V.5).

Les tests de robustesse présentés par les figures (V.11,12,13) sont similaires à ceux qui sont évoqués précédemment. Nous remarquons que la dynamique de vitesse est affectée par la variation de la résistance rotorique. Les variations du temps de réponse sont proportionnelles aux variations de la résistance rotorique. Car la présence des variations paramétriques entraîne un couplage entre le flux et le couple, essentiellement en régime transitoire, ceci augmente sans doute les erreurs de poursuite de vitesse en régime transitoire. Nous remarquons également que la stabilité de découplage est plus entaché lors d'une application de charge perturbatrice.

Nous avons essayer d'améliorer le schéma de commande par adjonction d'un observateur d'état à placement de pôles robuste. Malheureusement, cette contribution n'a pas pu surmonter le problème de fond qui est la perte du découplage lors d'une application de charge nominale avec variation de R<sub>r</sub>.

## V.I.2.2 COMMANDE EN POSITION

### V.I.2.2.1 Dimensionnement continu

Les coefficients a<sub>i</sub> sont:

$$a_3 = \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J} \quad ; \quad a_2 = \frac{fR_{eq}}{\sigma L_s J} + \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} \quad ; \quad a_1 = a_0 = 0 \quad (V.44)$$

La matrice V s'exprime par:

$$V = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{pR_{eq}}{\sigma L_s J} \\ \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} & \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} & a_2 & \frac{p}{J} \\ 0 & 1 & a_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (V.45)$$

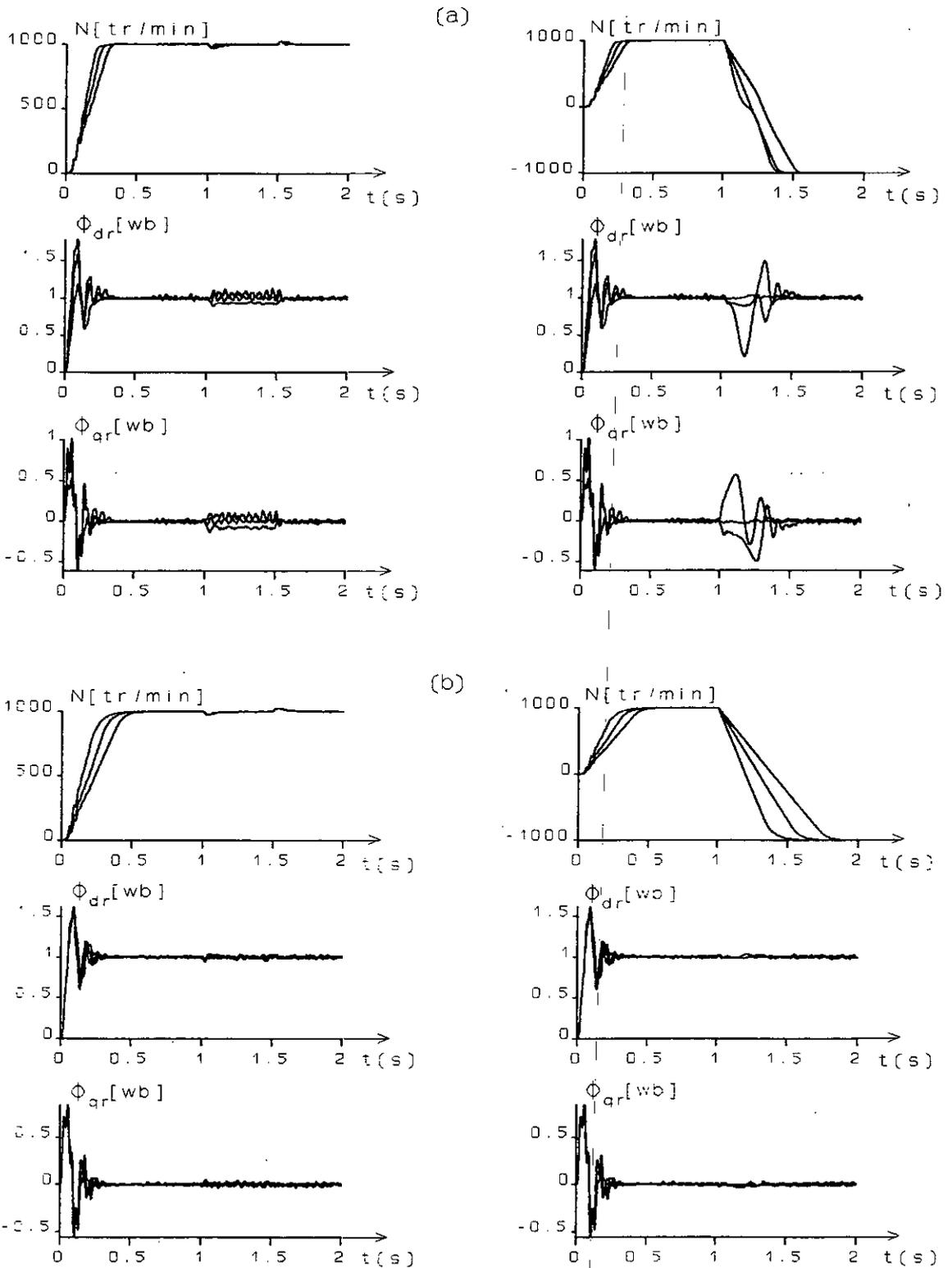


Fig. (V.11): Test de robustesse (dimensionnement continu):  
 a) vis-à-vis de  $(-50\%, 0\%, +50\%)R_r$ ;  
 b) vis-à-vis de  $(0\%, +50\%, +100\%)J^n$ .

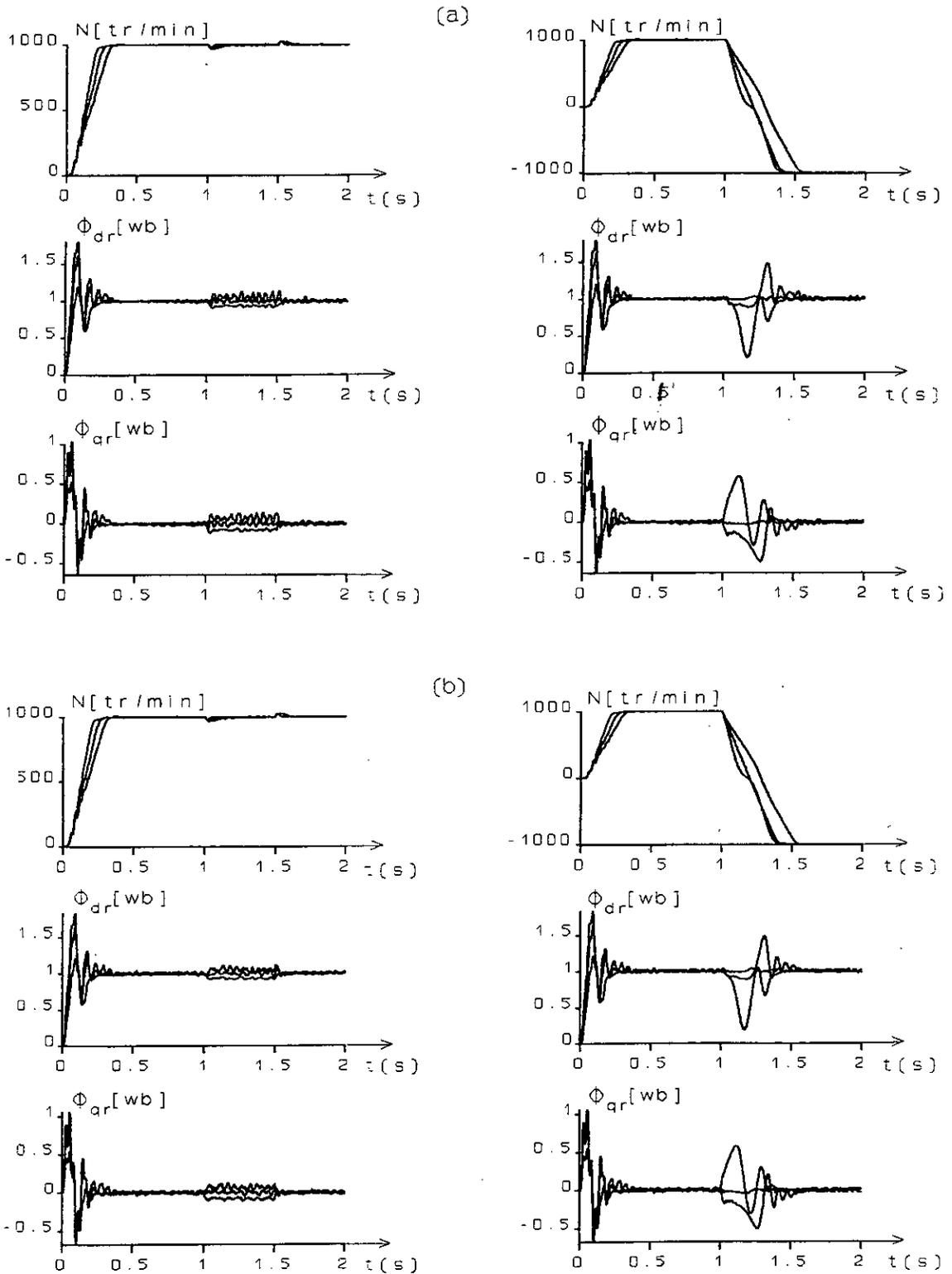


Fig. (V.12) : Test de robustesse vis-à-vis de  $(-50\%, 0\%, +50\%)R_r^a$  (dimens.échantillonné):  
 a) région spirale ; b) région circulaire.

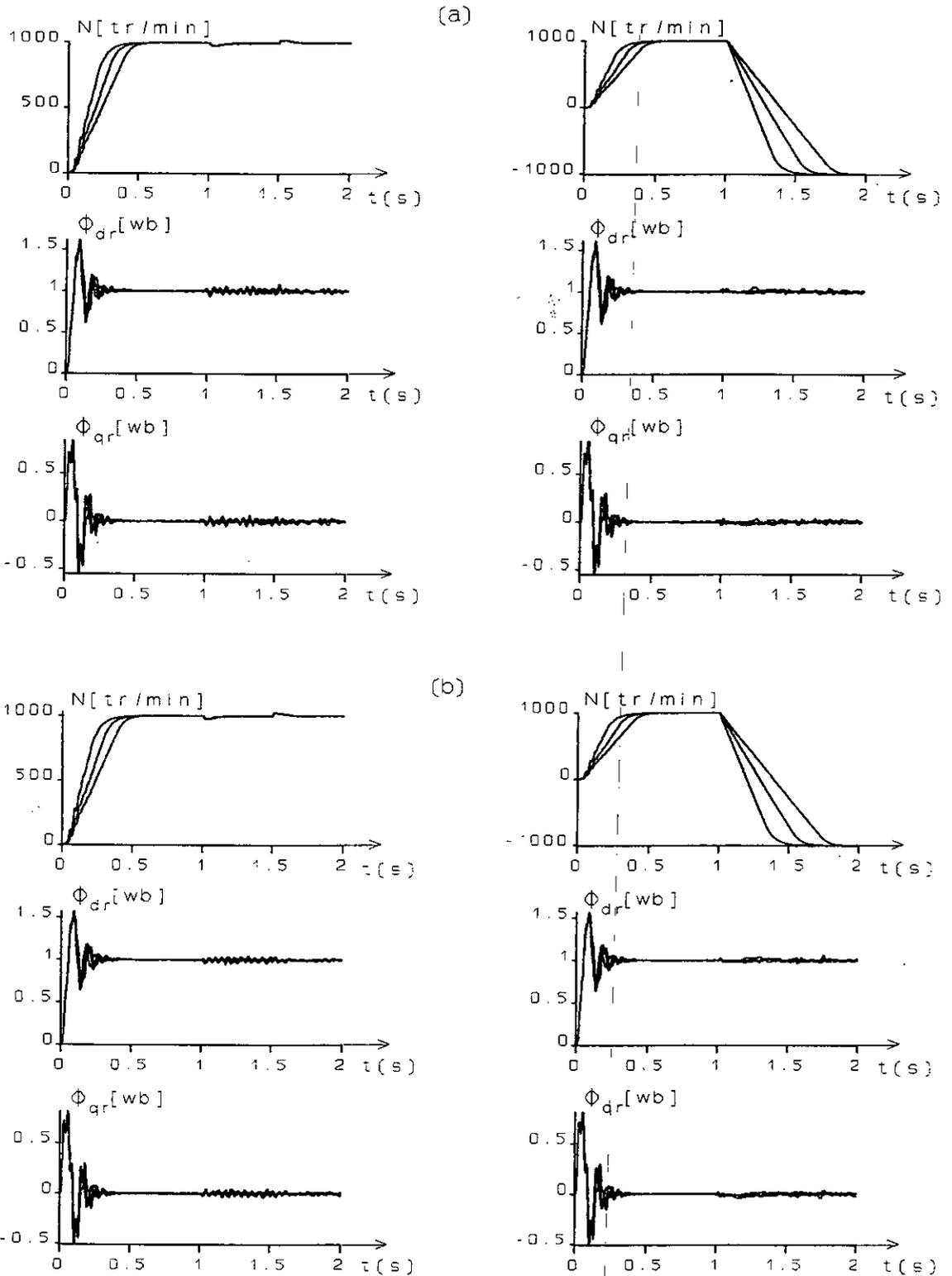


Fig.(V.13): Test de robustesse vis-à-vis de (0%, +50%, +100%) $J^n$  (dimensionnement échantillonné):  
 a) région spirale ; b) région circulaire.

Le vecteur des coefficients:

$$\alpha^t = \begin{pmatrix} a_0 - \frac{pR_{eq}}{L_r J} g_4 \\ a_1 + \frac{L_m \phi_r^* p^2}{L_r J} g_1 + \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} g_2 + a_2 g_3 + \frac{p}{J} g_4 \\ a_2 + g_2 + a_3 g_3 \\ a_3 + g_3 \end{pmatrix}^t \quad (V.46)$$

- Pour la résistance rotorique:

Les régions de stabilité sont définies par:

La limite des pôles complexes:

$$\begin{cases} g_4 = -g_v = \frac{\sigma L_s J \beta_0}{p(R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i)} ((\beta_1 - a_3^i) g_3 - g_2 + \beta_1 a_3^i - a_2^i - d_2) \\ g_1 = \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p^2} \left( -\frac{p}{J} g_4 - (d_2 - \beta_1 a_3^i + a_2^i) g_3 + \left( \beta_1 - \frac{1}{\sigma L_s} (R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i) \right) g_2 + \beta_1 a_2^i - d_2 a_3^i - d_3 \right) \quad i = \overline{1,5} \\ \text{avec: } d_2 = \beta_1^2 - \beta_0 \quad \text{et} \quad d_3 = -\beta_1^3 + 2\beta_0 \beta_1 \end{cases} \quad (V.47)$$

La limite du pôle réel :

$$g_1 = \frac{L_r J}{L_m \phi_r^* p^2 \rho_0} \left( \left( \rho_0 - \frac{1}{\sigma L_s} (R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i) \right) (\rho_0 g_2 - \frac{p}{J} g_4) + \rho_0 (\rho_0 (a_3^i - \rho_0) - a_2^i) g_3 + \rho_0^2 a_2^i - a_3^i \rho_0^3 + \rho_0^4 \right) \quad (V.48)$$

avec:

$$a_3 = \frac{1}{\sigma L_s} (R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i) + \frac{f}{J} \quad ; \quad a_2 = \frac{f}{\sigma L_s J} (R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r^i) + \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J} \quad (V.49)$$

- Pour le moment d'inertie:

La limite des pôles complexes :

$$\begin{cases} g_4 = \frac{\sigma L_s J^i \beta_0}{p R_{eq}} ((\beta_1 - a_3^i) g_3 - g_2 - a_2^i + \beta_1 a_3^i + d_2) \quad i = \overline{1,5} \\ g_1 = \frac{L_r J^i}{L_m \phi_r^* p^2} \left( -\frac{p}{J^i} g_4 - (d_2 - \beta_1 a_3^i + a_2^i) g_3 + \left( \beta_1 - \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} \right) g_2 + \beta_1 a_2^i - d_2 a_3^i - d_3 \right) \end{cases} \quad (V.50)$$

La limite du pôle réel :

$$g_1 = \frac{L_r J^i}{L_m \phi_r^* p^2 \rho_0} \left( \left( \rho_0 - \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} \right) (\rho_0 g_2 - \frac{p}{J^i} g_4) + \rho_0 (\rho_0 (a_3^i - \rho_0) - a_2^i) g_3 + \rho_0^2 a_2^i - a_3^i \rho_0^3 + \rho_0^4 \right) \quad i = \overline{1,5} \quad (V.51)$$

avec:

$$a_3^i = \frac{R_{eq}}{\sigma L_s} + \frac{f}{J^i} \quad ; \quad a_2^i = \frac{f R_{eq}}{\sigma L_s J^i} + \frac{(\phi_r^* p)^2}{\sigma L_r J^i} \quad (V.52)$$

La figure (V.14) montre les domaines continus de l'observateur d'état et de perturbation:

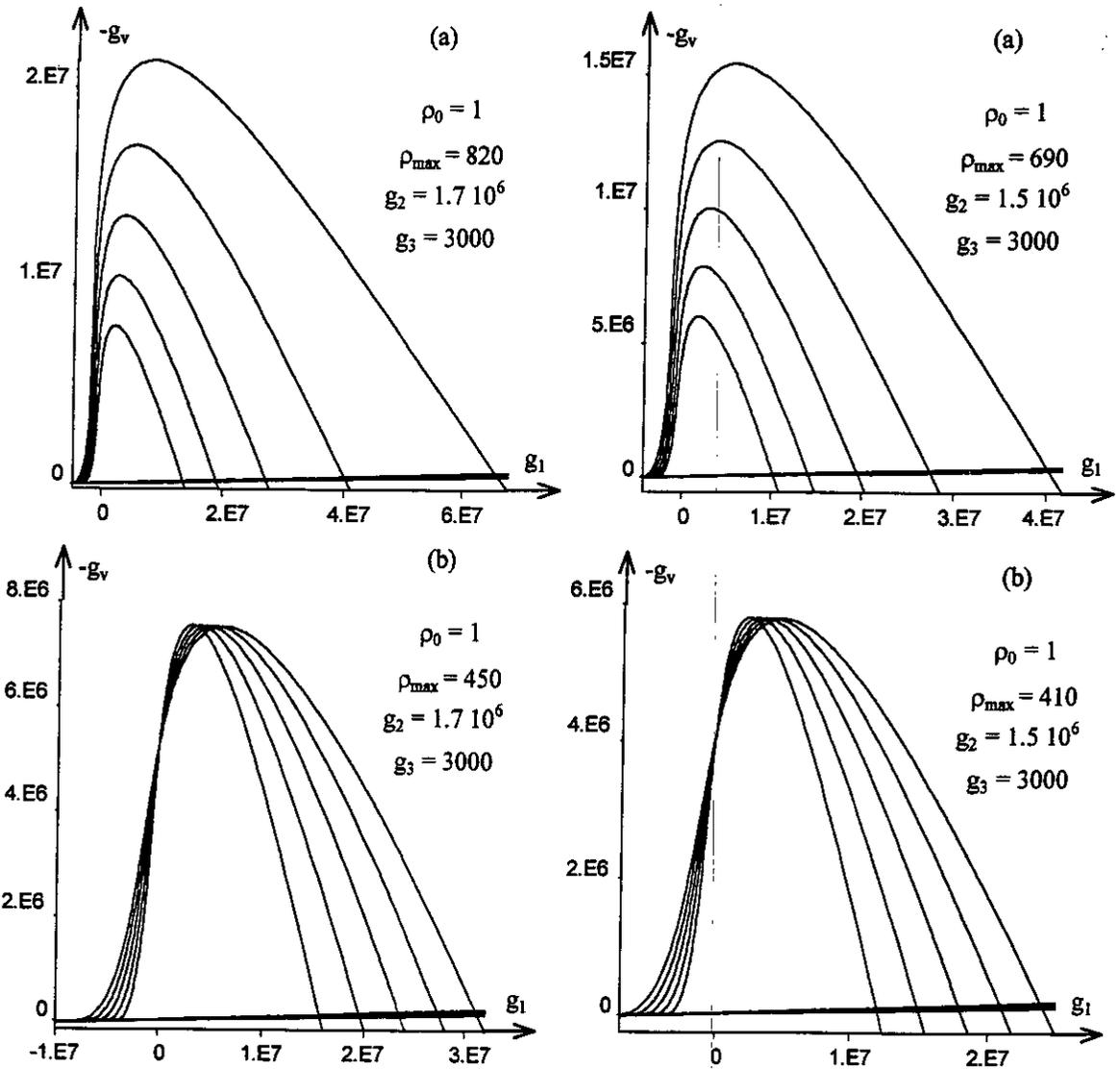


Fig. (V.14): Domaines des coefficients robustes de l'observateur d'état et de perturbation dans le plan G (dimensionnement continu): a) vis-à-vis de  $R_r$ ; b) vis-à-vis de  $J$ .

**V.I.2.2.2 Dimensionnement échantillonné**

Les coefficients  $a_i$  :

$$\begin{aligned}
 a_3 &= -(2 + F_{s11} + F_{s22}) ; & a_2 &= 1 + F_{s11}F_{s22} - F_{s12}F_{s21} + 2(F_{s11} + F_{s22}) \\
 a_1 &= 2F_{s12}F_{s21} - 2F_{s11}F_{s22} - (F_{s11} + F_{s22}) ; & a_0 &= F_{s11}F_{s22} - F_{s12}F_{s21}
 \end{aligned}
 \tag{V.53}$$

Les éléments de la matrice  $V$ :

$$\begin{aligned}
 v_{11} &= F_{s31}F_{s22} - F_{s21}F_{s32} ; & v_{21} &= F_{s32}F_{s21} - F_{s31}(1 + F_{s22}) ; & v_{31} &= F_{s31} & v_{41} &= 0 \\
 v_{12} &= F_{s32}F_{s11} - F_{s12}F_{s31} ; & v_{22} &= F_{s31}F_{s12} - F_{s32}(1 + F_{s11}) ; & v_{32} &= F_{s32} & v_{42} &= 0 \\
 v_{13} &= -a_0 ; & v_{23} &= a_0 - a_3 - 2 ; & v_{33} &= -(1 + F_{s11} + F_{s22}) & v_{43} &= 1 \\
 v_{14} &= F_{s31}(H_{sv1}(1 + F_{s22}) - F_{s12}H_{sv2}) + F_{s32}(H_{sv2}(1 + F_{s11}) - F_{s21}H_{sv1}) - H_{sv3}(a_0 - a_3 - 2) + v_{24} \\
 v_{24} &= H_{sv3}(F_{s11} + F_{s22}) - H_{sv1}F_{s31} - H_{sv2}F_{s32} ; & v_{34} &= -H_{sv3} ; & v_{44} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{V.54}$$

Les domaines de stabilité dans le plan K sont définis par:

La limite des pôles complexes:

$$\frac{g_4}{g_1} = \frac{f_1^{(k)}(v_{21}^{(k)} - \beta_1 v_{31}^{(k)}) - f_2^{(k)}(v_{11}^{(k)} - \beta_0 v_{31}^{(k)})}{f_2^{(k)}(v_{14}^{(k)} - \beta_0 v_{34}^{(k)}) - f_1^{(k)}(v_{24}^{(k)} - \beta_1 v_{34}^{(k)})} ; i = \overline{1,5} \quad (V.55)$$

avec:

$$f_1^{(k)} = a_0^{(k)} - \beta_0 \sum_{i=2}^4 d_{i-2} a_i^{(k)} + (v_{12}^{(k)} - \beta_0 v_{32}^{(k)}) g_2 + (v_{13}^{(k)} + \beta_0 (\beta_1 - v_{33}^{(k)})) g_3$$

$$f_2^{(k)} = \sum_{i=1}^4 d_{i-1} a_i^{(k)} + (v_{22}^{(k)} - \beta_1 v_{32}^{(k)}) g_2 + (v_{23}^{(k)} - \beta_1 v_{33}^{(k)} + d_2) g_3$$

Les limites des pôles réels:

$$g_4 = - \frac{\sum_{i=1}^4 (g_1 v_{i1}^{(k)} + g_2 v_{i2}^{(k)} + g_3 v_{i3}^{(k)}) \tau_{1,r}^{i-1} + \sum_{i=0}^4 a_i^{(k)} \tau_{1,r}^{(k)}}{\sum_{i=1}^4 v_{i4}^{(k)} \tau_{1,r}^{i-1}} ; i = \overline{1,5} \quad (V.56)$$

Les coefficients de l'observateur sont choisis à l'intérieur des domaines présentés par la figure (V.15):

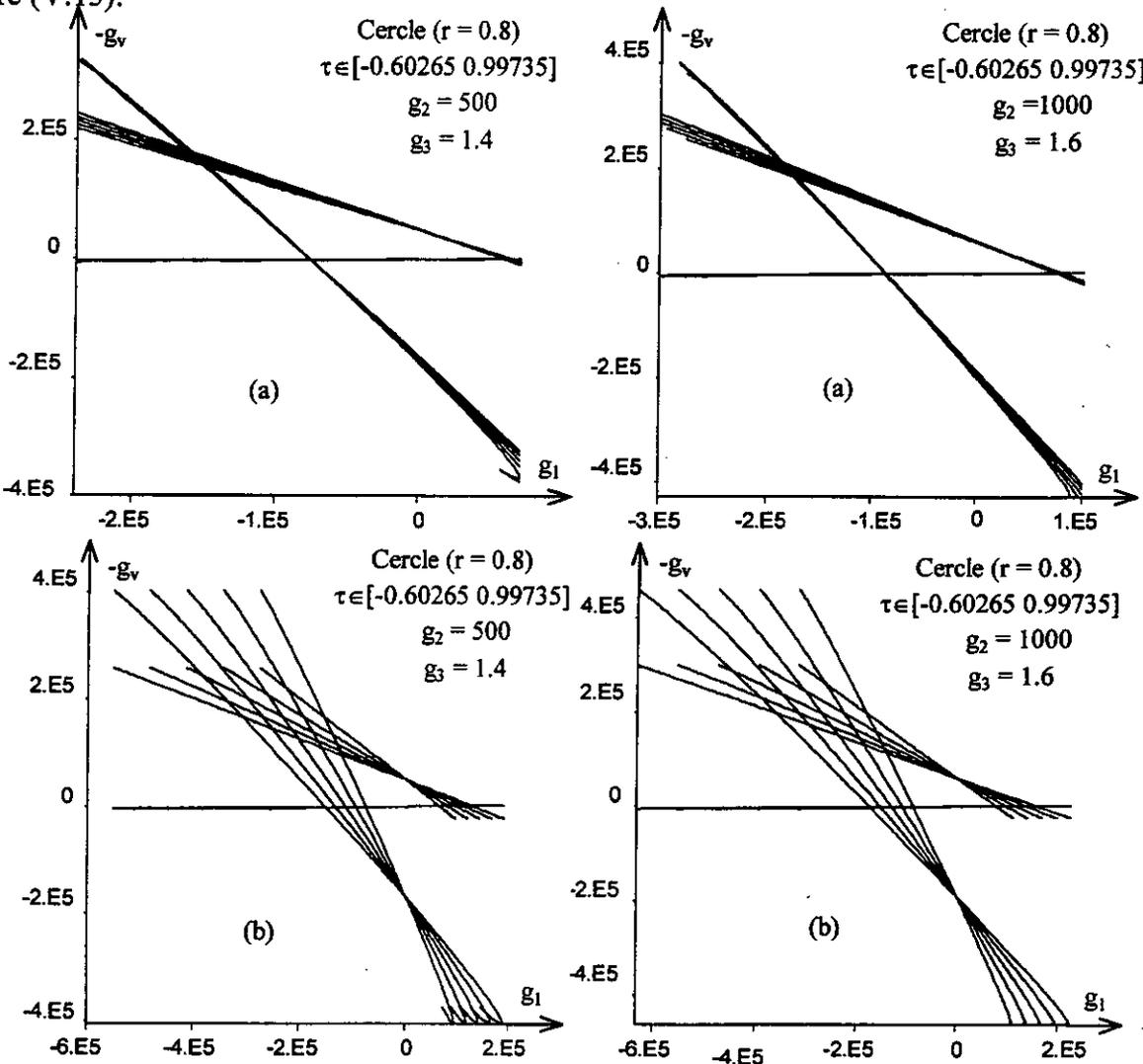


Fig. (V.15): Domaines des gains robustes dans le plan G (dimensionnement échantillonné):  
a) vis-à-vis de  $R_r$  ; b) vis-à-vis de  $J$ .

### V.I.2.2.3 Résultats de simulation

Les coefficients du dimensionnement continu, sont choisis de façon à mettre en évidence l'influence des gains fixes sur les domaines robustes. Il sont rassemblés par les tableaux (V.6,7):

	Coefficients continus $g_2=1.7 \cdot 10^6, g_3=3000$		Coefficients discrets				
	$g_1 \cdot 10^5$	$g_4 \cdot 10^6$	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_v$	$g_m$
$R_r$	6.14857	6.62046	112.0810	348.7884	1.0646	-1648.3389	$-2.8387 \cdot 10^4$
J	7.28572	5.88445	133.8913	359.7187	1.0667	-1460.3105	$-2.83910^4$

Tableau (V.6).

	Coefficients continus $g_2=1.5 \cdot 10^6, g_3=3000$		Coefficients discrets				
	$g_1 \cdot 10^5$	$g_4 \cdot 10^6$	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_v$	$g_m$
$R_r$	6.78618	5.21758	129.6803	328.3867	1.0554	-1333.7897	$-2.8387 \cdot 10^4$
J	8.17502	4.61421	157.3095	338.4969	1.0575	-1176.1158	$-2.839 \cdot 10^4$

Tableau (V.7).

Les coefficients de l'observateur d'état et de perturbation (dimensionnement échantillonné) sont donnés par le tableau (V.8) suivant:

$g_2=500, g_3=1.4$				$g_2=1000, g_3=1.6$			
$R_r (g_m = -3.0565 \cdot 10^4)$		$J (g_m = -2.839 \cdot 10^4)$		$R_r (g_m = -3.0565 \cdot 10^4)$		$J (g_m = -2.839 \cdot 10^4)$	
$g_1$	$g_v$	$g_1$	$g_v$	$g_1$	$g_v$	$g_1$	$g_v$
-570.83	-1755.46	-105.839	-1540.88	-52.9186	-2766.81	452.682	- 1731.28

Tableau (V.8).

Pour pouvoir évaluer les performances de la commande en position avec observateur d'état robuste. Nous présentons quelques résultats avec variation paramétrique de +50% à -50% sur la résistance rotorique et de 0% à 100% sur le moment d'inertie.

Malgré de bons résultats externes au niveau de la variation de position (figures (V.16,17,18,19)), nous constatons que le découplage n'est pas assuré, cet inconvénient conduit à des dérives dans les composantes du flux avec des amplitudes importantes voire considérable dans le cas d'une augmentation excessive de la résistance rotorique. En outre, cette dérive peut conduire à la situation qui dégrade les performances dynamiques globales.

Nous remarquons également que le temps de réponse en position est moins sensible aux variations de  $R_r$ , et on juge dangereux de sous-estimer la résistance rotorique à cause des instabilités introduites dans le découplage lors d'une application de charge.

Nous constatons donc, à travers ces investigations, que la commande par flux orienté associé à une commande par retour d'état à placement de pôles robuste avec observateur d'état robuste, conduit à des limitations au niveau des performances des variateurs auxquels elle est associée.

Pour arriver au terme que l'on s'était proposé, l'identification en ligne de la résistance rotorique nous paraît indispensable.

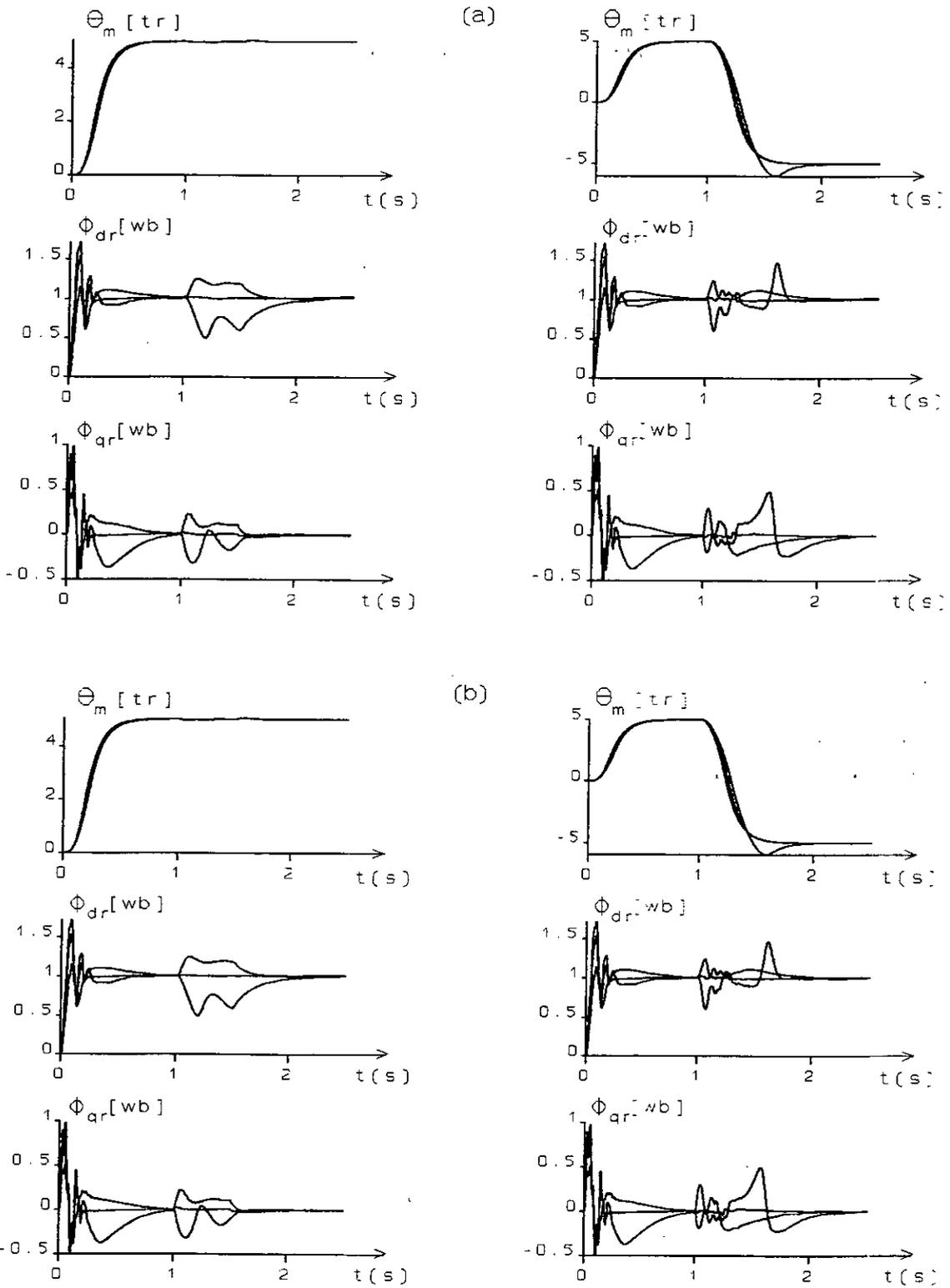


Fig. (V.16): Test de robustesse vis-à-vis de (-50%, 0%, +50%) $R_r^n$  (dimensionnement continu):  
 a)  $g_2 = 1.7 \cdot 10^6$  ;  $g_3 = 3000$  , b).  $g_2 = 1.5 \cdot 10^6$  ;  $g_3 = 3000$ .

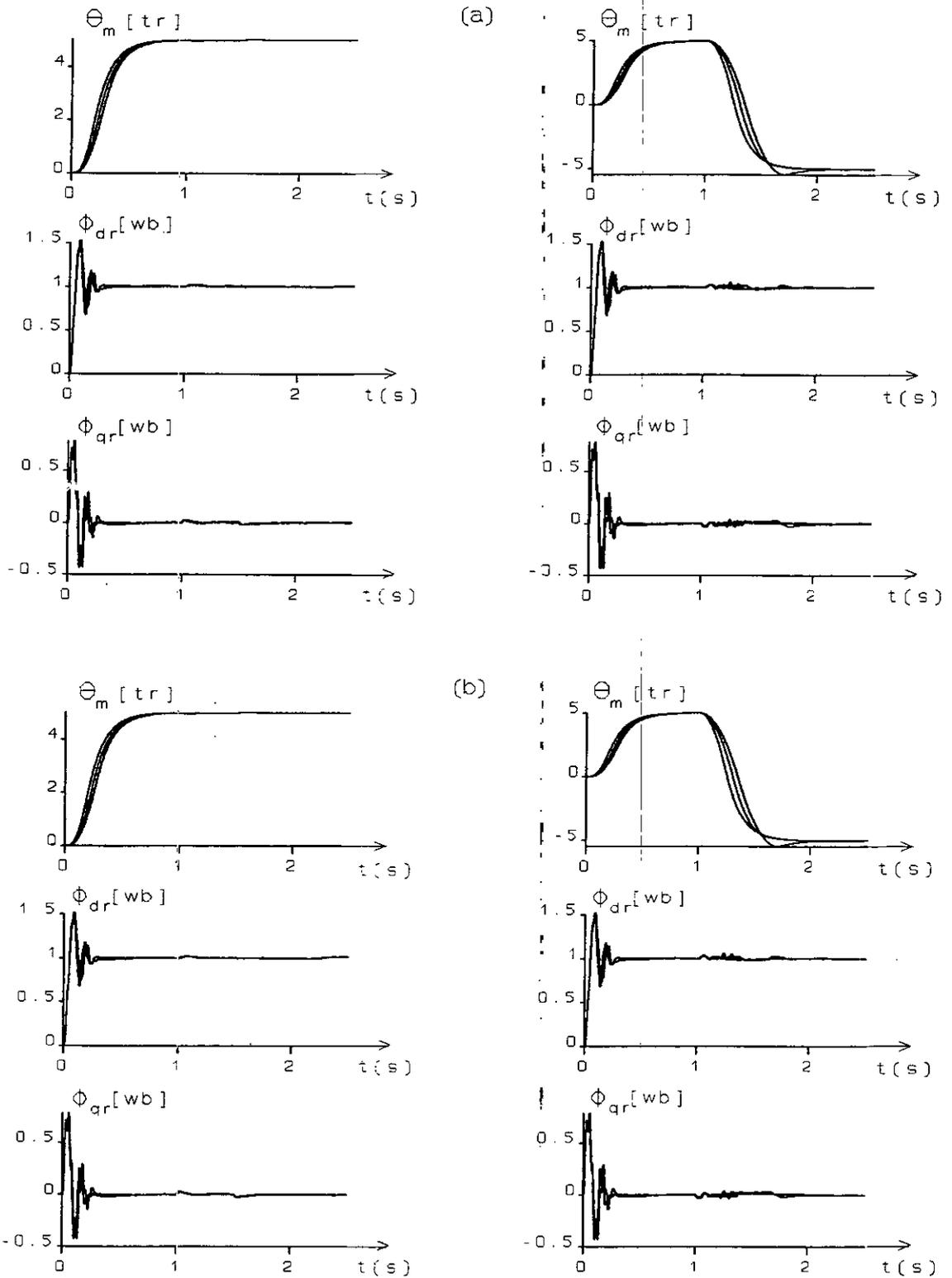


Fig.(V.17): Test de robustesse vis-à-vis de (0%, +50%, +100%) $J^n$  (dimensionnement continu):

a)  $g_2=1.7 \cdot 10^6$  ;  $g_3=3000$  , b)  $g_2=1.5 \cdot 10^6$  ;  $g_3=3000$ .

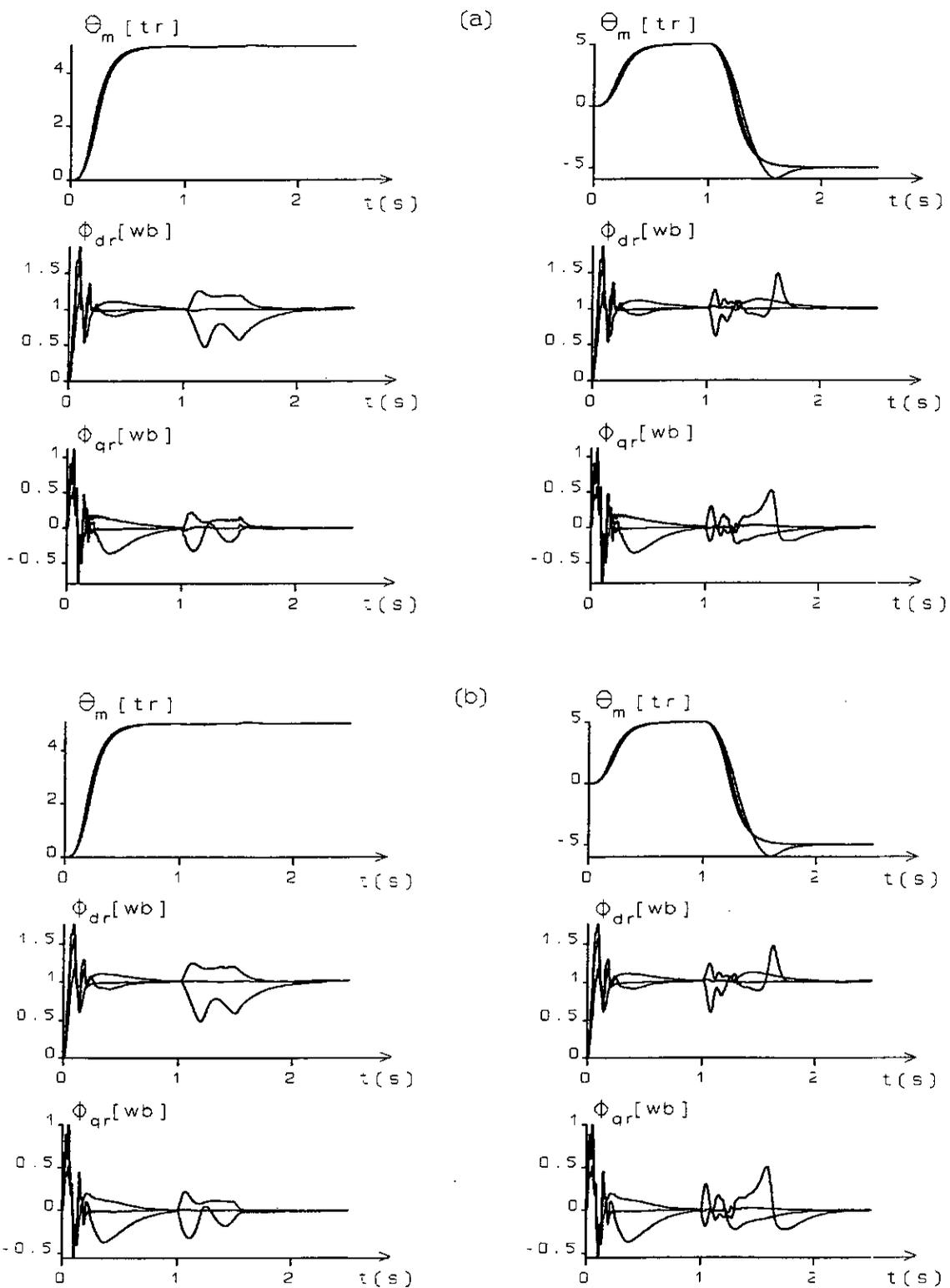


Fig.(V.18): Test de robustesse vis-à-vis de  $(-50\%, 0\%, +50\%)R_r^n$  (dimensionnement échantillonné):

a)  $g_2=500$  ;  $g_3=1.4$  , b)  $g_2=1000$  ;  $g_3=1.6$ .

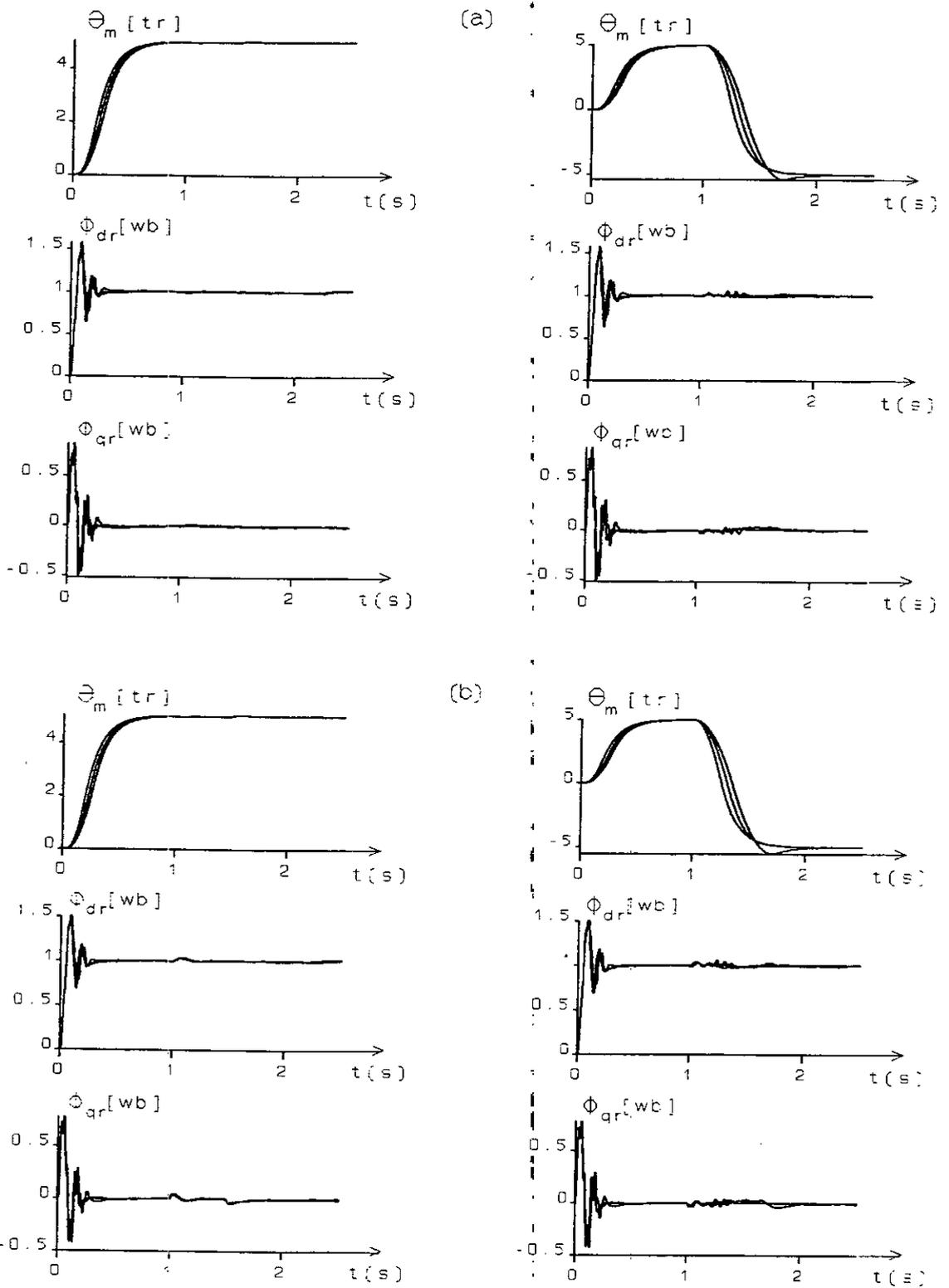


Fig. (V.19): Test de robustesse vis-à-vis de (0%, +50%, +100%) $J^n$  (dimensionnement continu):

a)  $g_2=500$  ;  $g_3=1.4$  , b)  $g_2=1000$  ;  $g_3=1.6$ .

## V.II REGLAGE D'ETAT ROBUSTE AVEC OBSERVATEUR D'ETAT ROBUSTE ET ADAPTATION DE $R_r$

### V.II.1 INFLUENCE DE LA VARIATION DE $T_r$ SUR LES PERFORMANCES DE LA COMMANDE

Vu que le flux est commandé en boucle ouverte, une erreur sur les paramètres électriques induit automatiquement une erreur sur la phase et l'amplitude du vecteur flux. Ces erreurs peuvent être calculées en régime permanent en utilisant le modèle (I.1) qui se réduit à [Krishan 91],[Robyns 93]:

$$\begin{cases} v_{ds} = R_s i_{ds} - \sigma L_s \omega_s i_{qs} - \frac{L_m}{L_r} \phi_{qr} \omega_s & (a) \\ v_{qs} = R_s i_{qs} + \sigma L_s \omega_s i_{ds} + \frac{L_m}{L_r} \phi_{dr} \omega_s & (b) \\ i_{ds} = \frac{1}{L_m} (\phi_{dr} - \frac{L_r}{R_r} \phi_{qr} \omega_{gl}) & (c) \\ i_{qs} = \frac{1}{L_m} (\phi_{qr} + \frac{L_r}{R_r} \phi_{dr} \omega_{gl}) & (d) \end{cases} \quad (V.57)$$

En introduisant (V.57 c) et (V.57 d) dans (V.57 a) et (V.57 b), les équations électriques se réduisent à:

$$\begin{cases} v_{ds} = A \phi_{dr} - B \phi_{qr} & (a) \\ v_{qs} = B \phi_{dr} + A \phi_{qr} & (b) \end{cases} \quad (V.58)$$

avec:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{L_m} (R_s - \frac{\sigma L_s L_r}{R_r} \omega_s \omega_{gl}) \\ B &= \frac{1}{L_m} (L_s \omega_s + \frac{R_s L_r}{R_r} \omega_{gl}) \end{aligned} \quad (V.59)$$

En conséquence de la commande vectorielle adoptée, les tensions  $v_{ds}$  et  $v_{qs}$  peuvent être exprimées en fonction de la référence du flux par l'équation suivante:

$$\begin{cases} v_{ds} = A^* \phi_r^* & (a) \\ v_{qs} = B^* \phi_r^* & (b) \end{cases} \quad (V.60)$$

$L^*$  indique que les expressions A et B sont calculés avec les paramètres de référence.

En introduisant les expressions (V.60) dans (V.58), on obtient les erreurs sur les flux dû aux incertitudes sur les paramètres:

$$\begin{aligned} \frac{\phi_{dr}}{\phi_r^*} &= \frac{AA^* - BB^*}{A^2 + B^2} & (a) \\ \frac{\phi_{qr}}{\phi_r^*} &= \frac{AB^* - A^*B}{A^2 + B^2} & (b) \end{aligned} \quad (V.61)$$

On peut obtenir à partir de l'équation (V.61), l'amplitude du flux rapportée à sa valeur de référence:

$$\frac{\phi_r}{\phi_r^*} = \sqrt{\left(\frac{\phi_{dr}}{\phi_r^*}\right)^2 + \left(\frac{\phi_{qr}}{\phi_r^*}\right)^2} = \sqrt{\frac{A^{*2} + B^{*2}}{A^2 + B^2}} \quad (V.62)$$

et l'écart angulaire de position  $\rho$  entre le flux rotorique et le flux de référence:

$$\rho = \arctg\left(\frac{\phi_{qr}}{\phi_{dr}}\right) = \arctg\left(\frac{AB^* - A^*B}{AA^* + BB^*}\right) \quad (V.63)$$

Le couple électromagnétique développé par la machine vaut:

$$C_{em} = \frac{p\omega_{gl}}{R_r} \phi_r^2 = \frac{p\omega_{gl}}{R_r} \frac{A^{*2} + B^{*2}}{A^2 + B^2} \phi_r^{*2} \quad (V.64)$$

En éliminant  $\omega_{gl}$  entre les équations (V.62) et (V.64) d'une part et entre (V.63) et (V.64) d'autre part, on obtient pour une vitesse de rotation donnée, des expressions qui fournissent l'évolution de  $\phi_r/\phi_r^*$  et de  $\rho$  en fonction du couple développé (figure (V.20)).

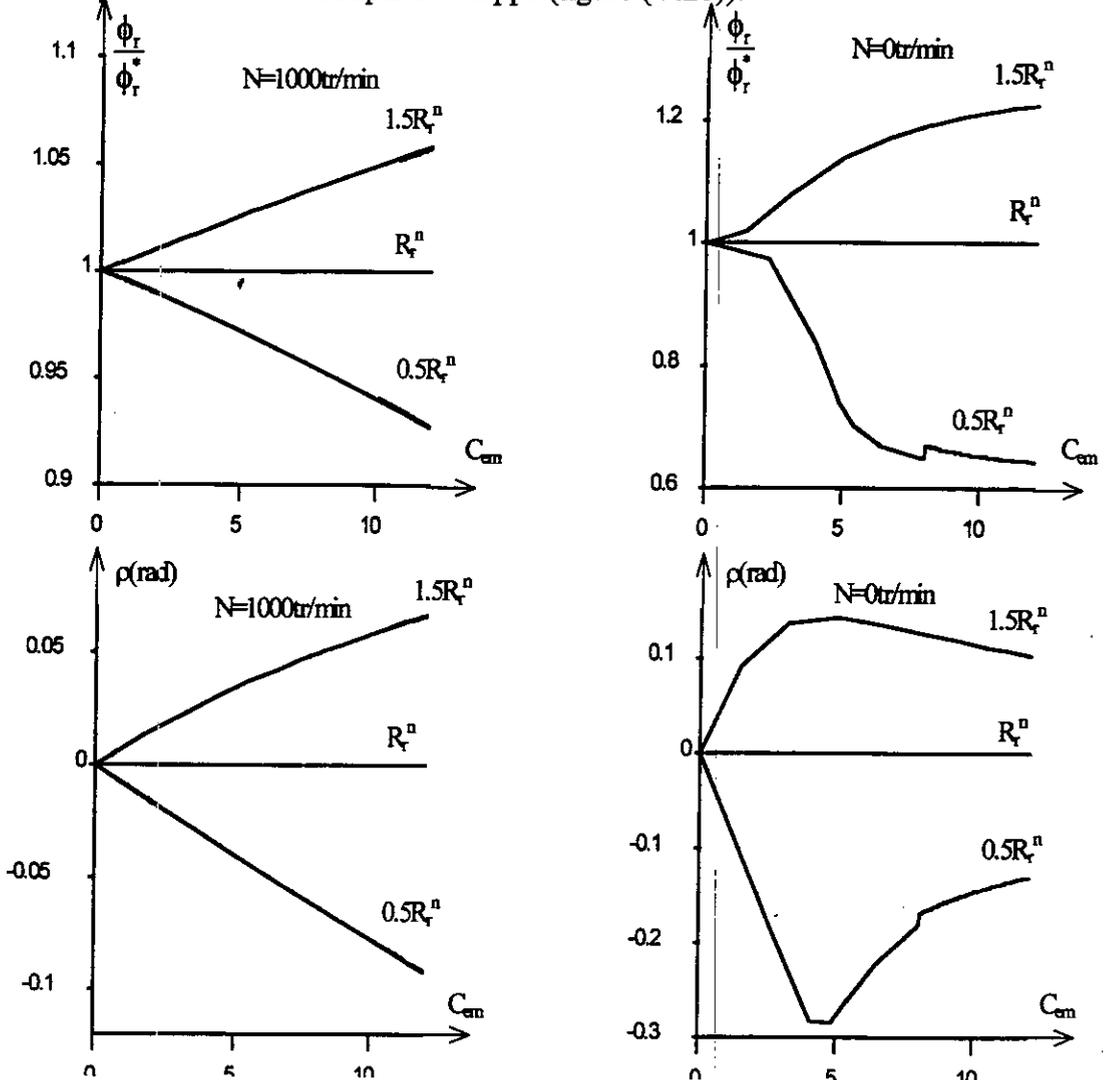


Fig. (V.20): Evolution de  $\frac{\phi_r}{\phi_r^*}$  et  $\rho$  en fonction de  $C_{em}$  en présence d'erreurs sur  $R_r$ .

Nous remarquons que dans la commande en position, les erreurs sur le module de flux et sur sa position angulaire sont plus importantes que celles enregistrées pour la commande en vitesse (figure (V.20)).

Les simulations de la figure (V.21) confirment que la sensibilité du découplage aux incertitudes sur  $R_r$  est la plus importante pour une vitesse nulle. C'est donc lors du contrôle de position que le système sera le plus affecté par les erreurs sur la résistance rotorique, car dans ce cas le comportement (comportement résistif à faible tension) du système lorsque la vitesse est nulle joue un rôle très important.

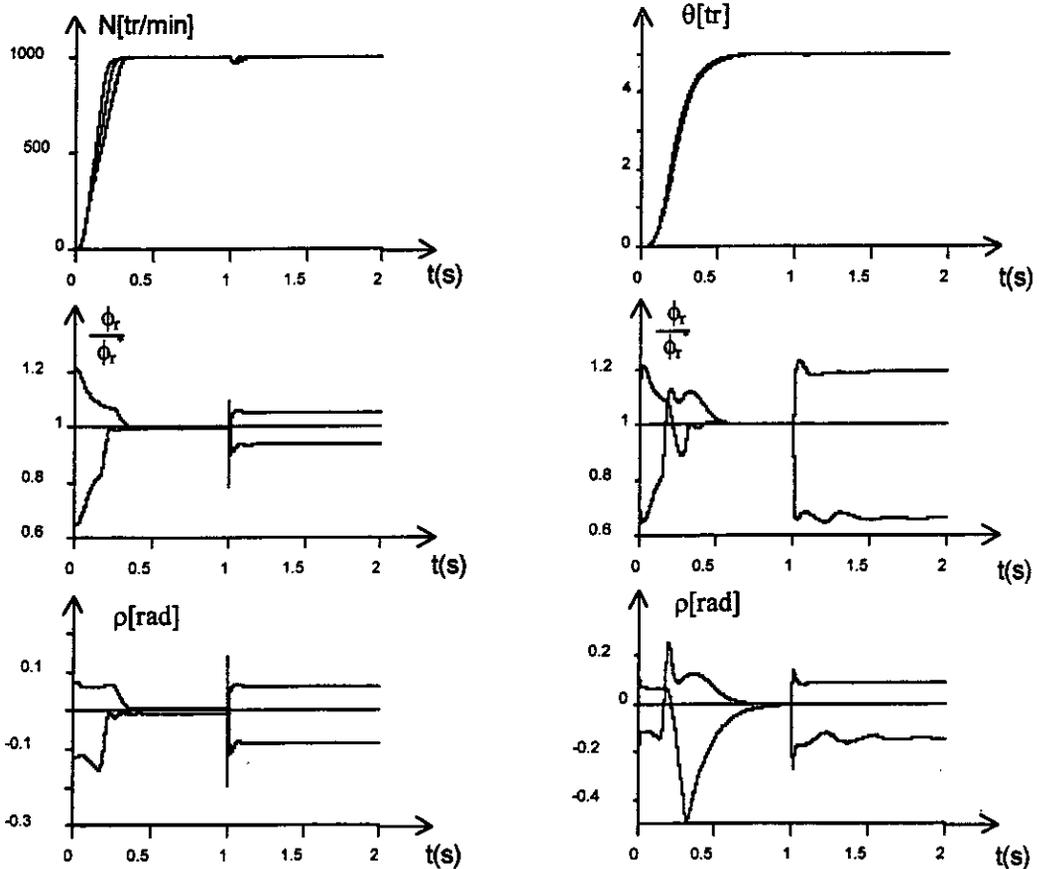


Fig. (V.21): Influence de la variation de  $R_r$  sur les performances de la commande.

Comme le système n'a ni régulateur de flux, ni régulateur de couple électromagnétique, le couplage, introduit par la variation de  $R_r$ , peut conduire à des instabilités du système à contrôler. Ce qui rend cette méthode de contrôle incapable de garantir des performances dynamiques et statiques selon les cahiers des charges imposés par les différentes applications industrielles. Une adaptation du paramètre  $R_r$  en temps réel s'avère indispensable pour le bon fonctionnement du contrôleur.

Les techniques d'adaptation des paramètres dans la commande vectorielle ont été le sujet de beaucoup de publications ces dernières années [Krishan 87],[Krishan 91]. Par la suite on va adopter une technique basée sur l'énergie réactive de la machine développée par Luis J. Garces [Garces 80].

Le principe de la méthode d'identification en ligne de la résistance rotorique consiste à estimer la valeur de celle-ci, durant le fonctionnement du variateur, à partir de la variation de son énergie réactive calculée au moyen de grandeurs mesurables, et de calculer la valeur de la pulsation statorique grâce à cette valeur estimée.

V.II.2 ADAPTATION DE LA CONSTANTE DU TEMPS ROTORIQUE

La figure (V.22) présente la commande par retour d'état à placement de pôles robuste avec observateur d'état et de perturbation à placement de pôles robuste de la vitesse (position) avec adaptation de  $T_r$  selon l'axe (d).

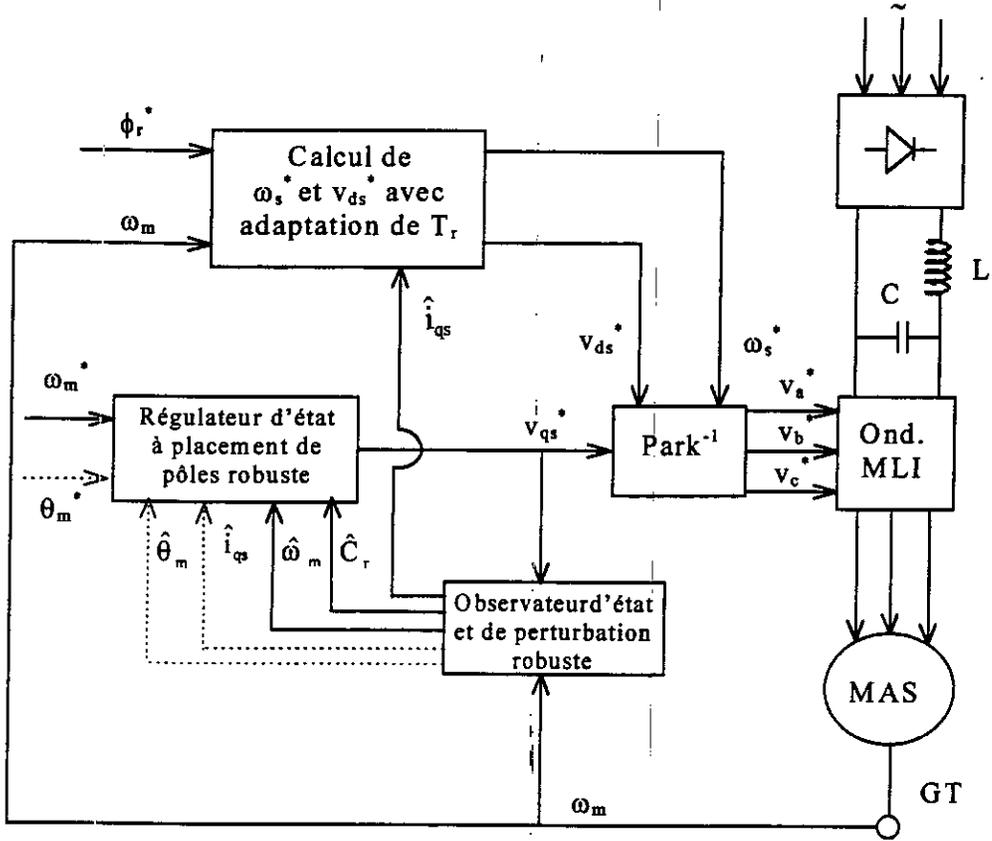


Fig. (V.22): Commande de la vitesse/position avec adaptation de  $T_r$ .

V.II.2.1 Algorithme d'adaptation

Les performances du contrôleur développé, sans mesure direct du flux, dépend fortement de la précision par laquelle les paramètres de la machine sont connus. Ces derniers changent dans un grande plage avec la température et la saturation magnétique. L'incorporation d'un schéma d'adaptation est indispensable afin de réduire les effets en conséquent. Plusieurs schéma sont proposés, nous avons retenu celui proposé par Garces, basé sur l'énergie réactive de la machine [Chiping 93],[Garces 80]

Les expressions des tensions directe et en quadrature sont:

$$\begin{aligned}
 v_{ds} &= R_s i_{ds} - \sigma L_s \omega_s i_{qs} + \sigma L_r \frac{di_{ds}}{dt} + \frac{L_m}{L_r} \frac{d\phi_{dr}}{dt} - \frac{L_m}{L_r} \omega_s \phi_{qr} \\
 v_{qs} &= R_s i_{qs} + \sigma L_s \omega_s i_{ds} + \sigma L_r \frac{di_{qs}}{dt} + \frac{L_m}{L_r} \frac{d\phi_{qr}}{dt} + \frac{L_m}{L_r} \omega_s \phi_{dr}
 \end{aligned}
 \tag{V.65}$$

L'expression de la puissance réactive est alors:

$$Q_r = v_{ds} i_{qs} - v_{qs} i_{ds}
 \tag{V.66}$$

En remplaçant les expressions des tensions dans l'expression de la puissance réactive, il suit:

$$Q_r = \sigma L_s \frac{di_{ds}}{dt} i_{qs} - \sigma L_s \frac{di_{qs}}{dt} i_{ds} - \sigma L_s \omega_s (i_{ds}^2 + i_{qs}^2) - \frac{L_m}{L_r} \frac{d\phi_{qr}}{dt} i_{ds} + \frac{L_m}{L_r} \frac{d\phi_{dr}}{dt} i_{qs} - \frac{L_m}{L_r} \omega_s (\phi_{qr} i_{qs} + \phi_{dr} i_{ds}) \tag{V.67}$$

A partir de l'expression (V.67), si on regroupe les termes dépendant uniquement des tensions et courants statoriques nous définissons une nouvelle fonction F tel que:

$$F = (v_{ds} - \sigma L_s \frac{di_{ds}}{dt}) i_{qs} - (v_{qs} - \sigma L_s \frac{di_{qs}}{dt}) i_{ds} + \sigma L_s \omega_s (i_{ds}^2 + i_{qs}^2) \tag{V.68}$$

L'expression en fonction des flux rotoriques est:

$$F = \frac{L_m}{L_r} \frac{d\phi_{dr}}{dt} i_{qs} - \frac{L_m}{L_r} \frac{d\phi_{qr}}{dt} i_{ds} - \frac{L_m}{L_r} \omega_s (\phi_{qr} i_{qs} + \phi_{dr} i_{ds}) \tag{V.69}$$

En introduisant les conditions d'orientation du flux rotorique, on définit la fonction F:

$$F^* = \frac{L_m}{L_r} \left( \frac{d\phi_{dr}}{dt} i_{qs} - \omega_s \phi_{dr} i_{ds} \right) \tag{V.70}$$

Cette relation, en régime permanent se réduit à:

$$F^* = -\frac{L_m}{L_r} \omega_s \phi_{dr} i_{ds} \tag{V.71}$$

Une erreur sur la constante de temps rotorique conduit à un écart entre les grandeurs F et F\*. En régime permanent et à flux constant  $\Delta F = F - F^*$  peut être exprimé par:

$$\Delta F = \omega_s \omega_{gl}^2 \frac{\phi_{dr}^2}{L_r} \Delta T_r \frac{T_r^0 + T_r}{1 + (\omega_{gl} T_r)^2} \quad \text{avec: } \omega_{gl} = \omega_s - \omega_m \tag{V.72}$$

Nous pouvons remarquer que la fonction  $\Delta F$  dépend de la constante de temps rotorique. Elle peut, donc, être utilisée pour la correction de cette dernière, en cas de variation, suite à des échauffements successifs ou suite à une saturation du circuit magnétique. La figure (V.23) montre l'algorithme d'adaptation de T

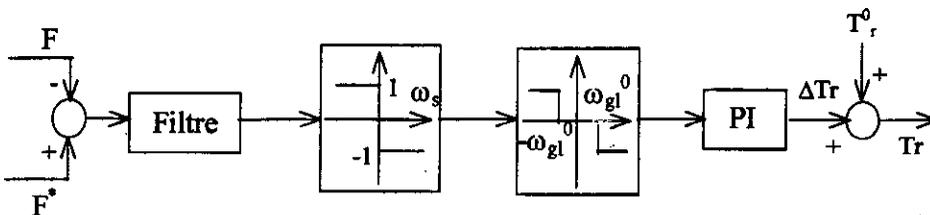


Fig. (V.23): Algorithme d'adaptation de T

### V.II.2.2 Résultats de simulation

La commande vectorielle simplifiée n'est effective que lorsque la valeur de la résistance rotorique utilisée dans le calcul de la pulsation de glissement, ainsi que celui de la composante directe de la tension statorique, est en parfaite concordance avec la valeur réelle de la machine.

Dans le but d'évaluer les performances de la machine avec identification de la constante de temps rotorique, des études de simulations (figure (V.24)) ont permis de montrer un comportement très satisfaisant lorsqu'un mécanisme d'adaptation est utilisé. Ce qui permet de tenir compte de la variation de la résistance rotorique dans le calcul de la pulsation statorique nécessaire dans l'élaboration du terme de découplage.

Cependant, l'algorithme d'identification utilisé n'est pas capable d'opérer à l'arrêt, et à vide, ce qui nous a obligés de lancer le processus de correction en charge.

### V.III CONCLUSION

Les principales conclusions qu'on peut tirer de ce chapitre sont:

- La sortie régulée (vitesse ou position) présente une excellente robustesse vis-à-vis des variations de la résistance rotorique ainsi que celles du moment d'inertie;
- L'identification en ligne de la résistance rotorique permet d'améliorer la stabilité du découplage est durcie ainsi les performances du variateur asynchrone étudié.

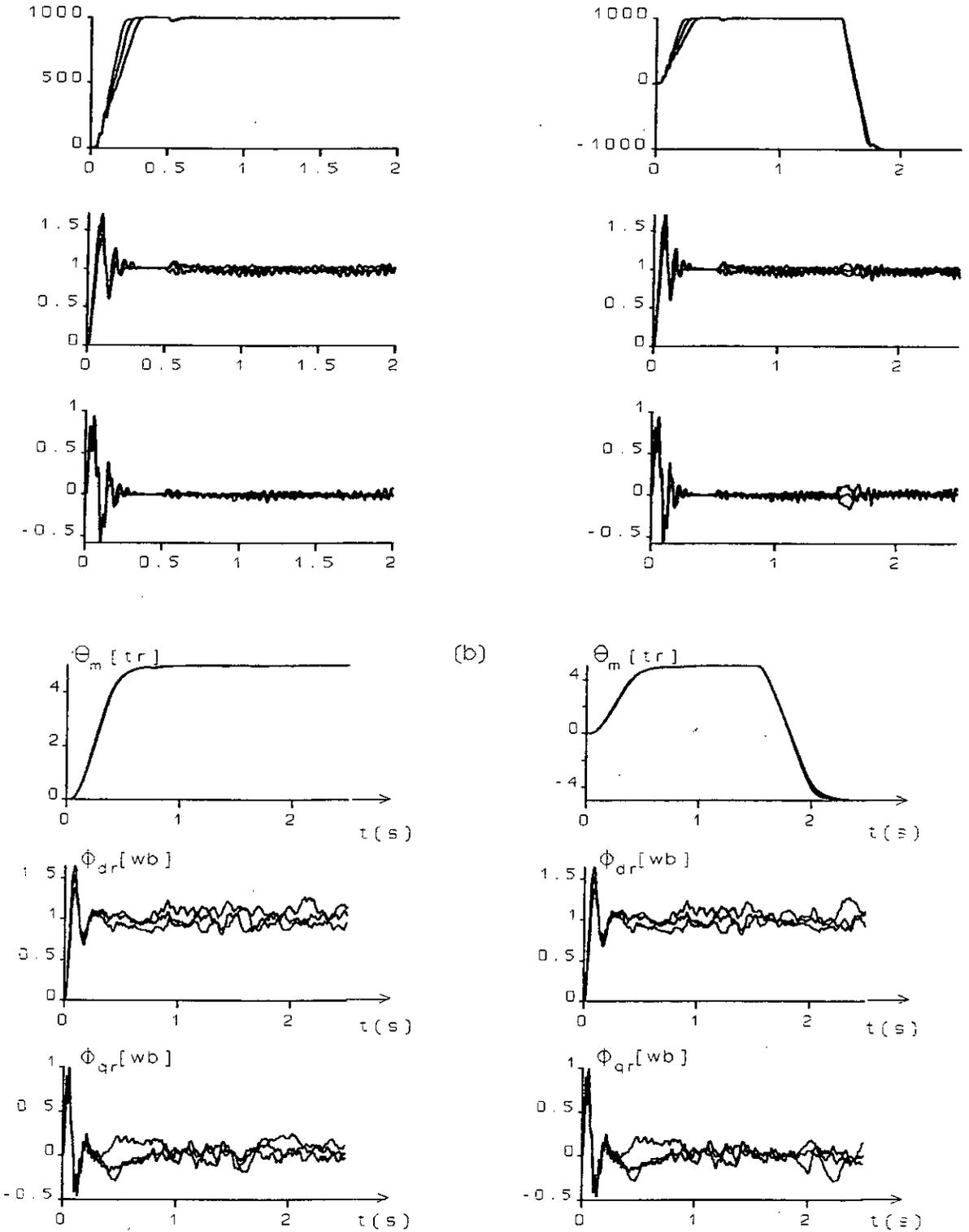


Fig. (V.24) : Test de robustesse vis-à-vis  $R_r$  (commande par régulateur d'état robuste avec observateur robuste plus adaptation de  $R_r$ ) : a) commande en vitesse ; b) commande en position.

## CONCLUSION GENERALE

Dans ce mémoire, la commande par retour d'état à placement de pôles robuste est appliquée sur une machine asynchrone alimentée en tension commandée par orientation du flux rotorique. L'extension de cette technique pour le dimensionnement des observateurs a permis d'augmenter la robustesse de la structure de commande adoptée.

Concernant la commande vectorielle de la MAS moyennant un réglage classique, nous avons constaté qu'il est indispensable d'introduire un filtre pour la grandeur de consigne afin de réduire le dépassement occasionné lors d'un réglage PI de vitesse. Nous remarquons également que le réglage classique ne contrôle pas d'une manière satisfaisante le régime transitoire de la machine lors des variations de grandes amplitudes (inversion de la consigne, application du couple résistant).

De plus, malgré les simplifications introduites dans la commande vectorielle étudiée, cette dernière garde des performances statiques et dynamiques acceptables, et une bonne robustesse aux variations de couple résistant. Néanmoins, elle présente une variation gênante du courant de ligne qui peut entraîner la destruction de la machine.

Devant l'insuffisance des performances dynamiques du régulateur PI, nous avons fait appel au régulateur d'état qui se prête bien pour la commande de la machine asynchrone dotée d'une commande vectorielle. On peut affirmer que le réglage d'état permet en générale d'obtenir des résultats satisfaisants simultanément par rapport aux grandeurs de consigne et de perturbation. En effet l'ajustement du comportement dynamique du système est basé sur le choix des pôles imposés en boucle fermée. Ainsi, un choix adéquat des pôles suivant la nature physique et la dynamique désirée du système est indispensable.

Le réglage d'état équipé par un limiteur de courant a permis une amélioration notable des performances par rapport au réglage classique. Les résultats montrent une meilleure maîtrise du régime transitoire de la machine asynchrone et un découplage parfait entre le flux rotorique et le couple électromagnétique. Le réglage d'état avec estimateur du courant présente des résultats très satisfaisants, tant en régime permanent qu'en régime transitoire. Il a été constaté: un rejet efficace du couple résistant, une dynamique de poursuite de la consigne satisfaisante, un découplage maintenu. Cependant, l'estimateur utilisé est sensible aux variations des paramètres de la machine.

Afin d'augmenter la robustesse de la structure de la commande, il est nécessaire d'introduire un observateur dans la chaîne de régulation. Les principales conclusions qu'on peut tirer d'une commande avec observateur sont:

- Le découplage est assuré quelque soit la perturbation appliquée au système;

- Dans le cas d'un observateur d'ordre global, la perturbation occasionne une influence néfaste sur la réponse de vitesse et de position;
- La dynamique du rejet de perturbation est nettement améliorée avec un observateur d'état et de couple de charge. L'observation du couple résistant permet une prise en compte efficace et rapide de la perturbation agissant sur le système.

Il est nécessaire de choisir l'emplacement de pôles garantissant le principe de séparation. Dans ce cas, la dynamique de poursuite n'est pas affectée par celle de l'observateur.

Dans le but d'augmenter encore la robustesse du régulateur d'état, nous avons synthétiser la commande en utilisant un placement de pôles robuste. Le problème revient à trouver le domaine des coefficients du régulateur d'état, tel que les racines de l'équation caractéristique en boucle fermée soient dans le plan des pôles choisi quelles soit les variations de la résistance rotorique et du moment d'inertie. Nous avons effectué la représentation bidimensionnelle des régions de stabilité dans le plan des gains du contrôleur d'état dont l'ordre dépasse deux. L'inconvénient majeur de l'intersection graphique dans le plan des coefficients est qu'elle détermine uniquement deux paramètres libres du régulateur d'état, alors que les autres paramètres doivent être fixés préalablement

Il apparaît de nos résultats que le réglage d'état robuste de la MAS présente les caractéristiques suivantes:

- La sortie régulée (vitesse ou position) présente une excellente robustesse garantissant une bonne insensibilité aux perturbations et aux incertitudes paramétriques;
- Le régulateur est robuste vis-à-vis la variation du moment d'inertie;
- Le découplage est affecté lors d'une variation de la résistance rotorique accompagné par une application d'un couple de charge.

Pour remédier a cet inconvénient, nous avons appliquer, dans un premier lieu, l'approche multi-modèles pour dimensionner l'observateur de courant. Ensuite, un algorithme d'adaptation de la résistance rotorique est introduit dans la schéma de commande. L'identification en ligne de la résistance rotorique permet une amélioration considérable dans les performances du variateur asynchrone.

En perspective, ce travail ouvre de nombreuses directions qui peuvent être exploitées dans l'avenir, nous pouvons citer entre autres:

- L'exploitation des méthodes d'optimisation afin d'avoir les gains optimaux a l'intérieur des domaines robustes;
- La représentation en 3D des domaines des gains robustes;
- L'étude de l'influence de la variation des gains fixes sur les domaines robustes;
- Enfin, il est possible d'appliquer d'autres techniques de la commande robuste : la commande  $H_\infty$ , La commande CRONE, ....

## **ANNEXE (A)**

### **Paramètres de la machine**

Les paramètres de la machine asynchrone que nous avons utilisés dans nos simulations sont:

Puissance nominale	:	1.5 kw
Tension nominale	:	220 v
Rendement nominal	:	0.78
Facteur de puissance nominal :		0.8
Vitesse nominale	:	1420 tr/min
Fréquence nominale	:	50 Hz
Courant nominal	:	3.64 A (Y) et 6.31 A ( $\Delta$ )
Résistance statorique	:	4.85 $\Omega$
Résistance rotorique	:	3.805 $\Omega$
Inductance cyclique statorique	:	0.274 H
Inductance cyclique rotorique	:	0.274 H
Inductance mutuelle statorique	:	0.258 H
Nombre de paires de pôles	:	2
Moment d'inertie	:	0.031 kg.m <sup>2</sup>
Coefficient de frottement	:	0.008 Nm.s/rd
Inductance du filtre	:	0.1 H
Capacité du filtre	:	250 $\mu$ F

## Bibliographie

[ACKERMANN 80]

J. ACKERMANN, 'parameter space design of robust control systems', IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-25, No. 6, Dec. 1980, pp. 1058-1072

[ACKERMANN 85]

J. ACKERMANN, 'Sampled-data control systems : analysis and synthesis, robust system design', Springer Eds., Berlin, 1985.

[AKIRASANO 88]

K. F. AKIRASANO, 'State variable method in automatic control', Katsuhisa Furuta Edition, Tokyo, 1988.

[ASTROM 90]

K.J. ASTROM and B. WITTENMARK, 'Computer- controlled systems: theory and design', Prentice-Hall, International Editions, 1990.

[AZZI 95]

A. AZZI, 'Etude par simulation de commande par retour d'état échantionné d'un actionneur asynchrone avec pilotage vectoriel', Thèse de Magister, ENP, 1995.

[BARAZANE 93]

L. BARAZANE, 'Commande vectorielle d'un moteur asynchrone alimenté en courant', Thèse de Magister, ENP, 1993.

[BIERNACKI 87]

R.M. BIERNACKI, H. HAWANG and S.P. BHATTACHARYYA, 'Robust stability with structured real parameter perturbations', IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-32, No. 6, June 1987, pp. 495-506.

[BLASCHKE 72]

F. BLASCHKE, 'The principle of field orientation as application to the new transvecteur closed-loop control system for rotating field machines', Siemens Review, Vol.34, May 1972, pp. 217-220.

[BOUCHERIT 93]

M.S. BOUCHERIT, A. HAMDANI, A. AZZI and W. KOCZARA, 'Commande optimale échantionnée : Application à un moteur asynchrone avec pilotage vectoriel', Colloque National en Analyse Mathématique Appliquée, CANAMA/93, Constantine, Algerie, Novembre 1993.

[BOUCHERIT 95]

M.S BOUCHERIT, ' Sur l'application de l'automatique moderne dans la commande des machines electriques', Thèse de Doctorat d'Etat, ENP, 1995.

[BUHLER 86]

H. BUHLER, 'Réglage échantionnés: traitement dans l'espace d'état', Presses Polytechniques Romandes, 1986.

[BUHLER 87]

H. BUHLER, 'Impact of modern automatic control theory on electrical drives', 10<sup>th</sup> IFAC World Congress On Automatic Control, Preprints, Vol. 3, Munich, 1987.

[BUHLER 88]

H. BUHLER, 'Conception des systèmes automatiques', Presses Polytechniques Romandes, 1988.

[BUYSE 91]

H. BUYSE, F. LABRIQUE, B. ROBYNS and P. SENTE 'Robust positional control with an induction actuator by using a PID controller associated with field orientation', IEEE-MELCON'91, Ljubljana, 22-24 May 1991.

[CAPOLINO 92]

C. A. CAPOLINO, H. HENAO and V. T. NGUYEN PHUOC, 'méthode de conception d'une commande vectorielle pour machine à induction', SEE Journée d'études, Lille, Dec. 1992.

[CHIPING 93]

S. CHIPING, X. LUO and T. A. LIPO, 'Indirect field control of induction machine utilizing a reactive power perturbation scheme', IMACS-TC1'93, Montreal, July 1993. pp. 403-407.

[DENTE 90]

J. DENTE, R. FARIA and B. ROBYNS, 'A low cost digital field oriented control system for in induction actuator', IMACS, TC1'90, Nancy, France, 1990.

[DENTE 91]

J. DENTE, R. FARIA, F. LABRIQUE and B. ROBYNS, 'A low cost digital field oriented control system for in induction actuator', Dans R. Le Doeuff, J. Robert ED., Modeling and control of electrical machines: new trends, North Holland, Amsterdam, Juillet 1991.

[DOTE 88]

Y. DOTE, 'Application of modern control techniques to motors control', Proceeding of IEEE, Vol. 76, No. 4, Avril 1988, pp. 438-454.

[EVANS 85]

R J. EVANS and X. XIANYA, 'Robust regulator design', Int. J. Control, Vol.41, No.2, 1985, pp. 461-476.

[FAIDALLAH 95]

FAIDALLAH, 'Contribution à l'identification et à la commande vectorielle des machines asynchrones', Thèse de Doctorat de l'NPL, France, Fev. 1995.

[FAM 78]

A.T. FAM and J.S. MEDITCH, 'A canonical parameter space for linear system design', IEEE Trans. Automat. Contr. Vol. AC-23, No. 3, June 1978, pp. 454-458.

[FELLER 85]

P. FELLER, 'Dimensionnement d'un réglage de la vitesse d'une machine à courant continu', EPF, Lausanne, 1985, pp. 3-9.

[FORTMANN 72]

T. E. FORTMANN and D. WILLIAMSON, 'Design of low-order observers for linear feedback control laws', IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-17, No. 3, June 1972.

[FRIEDLAND 72]

FRIEDLAND, 'Control system design an introduction to state-space methods', Mc Grow-Hill Book company, 1972.

[GARCES 80]

L. GARCES, 'Parameter adaptation for the speed- controlled static AC drive with a squirrel-cage induction motor', IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. IA-16, No. 2, Mar./Apr. 1980, pp. 173-178.

[GHOSH 86]

B. K. GHOSH, 'Simultaneous partial pole placement: new approach to multimode system design', IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-31, 1986, pp. 440-443.

[HASSE 69]

K. HASSE, 'Zur dynamik drehzahl geregelter antriebe mit stromrichtergespeisten asynchron-kurzschlusslaufermaschinen', Ph. D. dissertation; TH Darmstadt, 1969.

[HEMICI 94]

H. HEMICI, 'Commande en position par la technique du flux orienté d'un moteur asynchrone alimenté par un onduleur de courant', Proc. of 2nd CEA Algiers, JOT, Vol.1, Nov. 1994.

[JELASSI 91]

K. JELASSI, 'Positionnement d'une machine asynchrone par la méthode du flux orienté', Doctorat de L'INPT, toulouse, 1991.

[KIMURA 75]

H. KIMURA, 'Pole assigment by gain output feedback', IEEE Tans. Automat. Contr., Vol. AC-20, August 1975, pp. 509-516.

[KRISHAN 87]

R. KRISHAN and F.C. DORAN, 'Study of parameter sensitivity in hight performance inverter-fed induction motor drive systems', IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. IA-23, No. 4, July/August 1987, pp. 623-635.

[KRISHAN 91]

R. KRISHAN, and A.S. BHARADWAJ, 'A review of parameter sensitivity and adaptation in indirect vector controlled induction motor drive', IEEE Trans Pow. Elec., Vol. 6, No. 4, October 1991, pp. 695-703.

[LAJOIE-MAZENCE 92]

LAJOIE-MAZENCE, 'Les techniques de commande vectorielle des machines asynchrones', EDF, Janvier 1992.

[LORENZ 87]

R. D. LORENZ and D. B. LAWSON, 'Performance of field forward current regulateur for field oriented induction machine contollers', IEEE trans. Ind. Appl., Vol. IA-23, No.4, July/August 1987, pp. 597-602.

## [LORENZ 90]

R. D. LORENZ and D. B. LAWSON, 'Flux and torque decoupling control for field-weakened of field-oriented induction machines', IEEE trans. Ind. Appl., Vol. 26, No.2, Maech/April 1990, pp. 290-295.

## [LUENBERGER 71]

D. G. LUENBERGER, 'An introduction to observers', IEEE Tran. Automat. Contr., Vol. AC-16, No. 6, Decembre 1971.

## [MAALI 94]

A. MAALI, H. REZINE et A. ZAOUI, 'Commande en position de la machine asynchrone par la méthode du flux orienté', Proc. of 2nd CEA Algiers, JOT, Vol. 1, Nov. 1994.

## [MENDES 88]

R.S. MENDES, 'Synthèse de régulateurs robustes à placement de pôles', Thèse de d'état du Paul Sabatier, Toulouse, 1988.

## [O'reilly 83]

J. O'reilly, 'Observer for linear sytems', London Academic Press, 1983.

## [ORLOWSKA 89]

T. ORLOWSKA-KOWALSKA, 'Application of extended Luenberger observer for flux and time-constant estimation in induction motor drives', IEE Proc., Vol. 136, Pt. D, No. 6, Nov. 1989, pp. 324-330.

## [ORLOWSKA 92]

T. ORLOWSKA-KOWALSKA, 'State and parameter observer in the induction motor control', Proc. of ICEM'92, Manchester, Vol. II, pp. 582-586.

## [ORLOWSKA 93]

T. ORLOWSKA-KOWALSKA, 'Analysis of linear observer for special class of non linear dynamic system', Advances in Modelling & Analysis, C AMSE Press, Vol. 36, No. 4, 1993, pp. 51-64.

## [PITERZA 92]

M. PITERZA et B. DE FORNEL, 'Commande vectorielle du moteur asynchrone', SEE, Journée d'études, Lille, 1992.

## [REHAHLA 96]

S. REHAHLA, 'Etude de la commande d'une machine asynchrone triphasée par la technique du flux orienté', Thèse de Magistère, ENP, 1996.

## [ROBYNS 90]

B. ROBYNS, 'Commande multivariable évoluée d'actionneurs asynchrones', Premier rapport de synthèse concernant le travail de doctorat, Université Catholique de Louvain, septembre 1990.

## [ROBYNS 91]

B. ROBYNS, F. LABRIQUE and H. BUYSE, 'Position tracking control with an induction actuator using pole placement and decoupling state feedback', IMACS symposium CTS, Casablanca, Maroc, 7-10 May 1991.

[ROBYNS Oct. 92]

B. ROBYNS, D. GALARDINI, R. GOREZ, F. LABRIQUE and H. BUYSE, 'Asservissement de vitesse d'un actionneur asynchrone par modèle de l'actionneur et sa commande vectorielle', Journées d'Etudes sur les Asservissements Electromecaniques apides, Modélisations et Régulations avancées, Metz, France, 21-22 octobre 1992.

[ROBYNS 92]

B. ROBYNS, 'Commande numerique des moteurs asynchrone et asynchrone', Seminaire sur les entrainements à vitesse variable', Rabat, Maroc, 1992.

[ROBYNS Jul. 93]

B. ROBYNS, F. LABRIQUE and H. BUYSE, 'Performance analysis of a simplified indirect field oriented control algorithm for small power induction actuators', IMACS-TCI'93, Montréal, July 1993.

[ROBYNS Dec. 93]

B. ROBYNS, 'Commandes numeriques évoluées d'actionneurs à courant alternatif', Thèse de Doctorat de l'Université Catholique de Louvain, Decembre 1993.

[SEN 90]

P.C. SEN, 'Electric motor drives and control - past, present, and future', IEEE Trans. in Elec., Vol. 37, No. 6, December 1990.

[SHIEH 87]

L. S. SHIEH, H. M. DIBI and S. GANESAN, 'Continuous-time quadratic regulation and pseudo-continuous-time quadratic regulators with pole placement in specific region', IEE Proc., Vol. 134, Pt. D, No. 5, September 1987.

[SIRISENA 75]

H. R. SIRISENA and S.S. CHOI, 'Pole placement in prescribed regions of the complex lane using output feedback', IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-20, Dec. 1975, pp. 10-812.

[SOH 87]

Y.C. SOH, R.J. EVANS, I.R. PETERSEN and R.E. BETZ, 'Robust pole assignment', automtica, Vol. 23, No. 5, 1987, pp. 601-610.

[VAS 90]

P. VAS, 'Vector control of AC machines', Oxford Sience Publication, 1990.

[VERGHESE, 88]

G. C. VERGHESE and S. R. SANDERS, 'Observers for flux estimateur in induction machines', IEEE Trans. Ind. Elec., Vol. 35, No. 1, February 1988.

[TRZYNADLOWSKI 94]

M. TRZYNADLOWSKI, 'The field orientation principle in control of induction motors', lumerAcademic Publication, 1994.