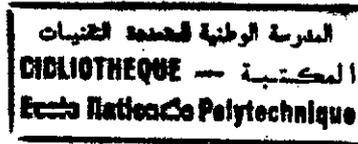


REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL



THESE DE MAGISTER

Présentée par **CHIKH née MESSAOUD-NACER Aïcha**
Ingénieur d'état diplômée de l'E.N.P.

**COMPORTEMENT DES LINTEAUX EN BETON ARMÉ
SOUS CHARGES PSEUDO-SISMIQUES.**

Soutenue en Mars 1997 devant le jury composé de :

MM.	A. BALI	Professeur	Président
	A. CHARIF	Professeur	Rapporteur
	L. CRAINIC	Maitre de Conférences	Rapporteur
	M.K. BERRAH	Maitre de Conférences	Examineur
	R. BOUTEMEUR	Chargé de Recherche	Examineur
Mme	R. KETTAB	Chargée de Recherche	Examinatrice



REMERCIEMENTS

Ma sincère gratitude et ma profonde reconnaissance vont à M. L. CRAINIC, maître de conférences à l'Université de Bucarest et M. A. CHARIF, professeur à l'Université de Batna qui ont dirigé et suivi ce travail, m'ont éclairée et conseillée avec une disponibilité qui n'a d'égale que leur valeur scientifique.

Mes remerciements les plus sincères vont également à M. A. BALI, professeur à l'E.N.P qui me fait l'honneur de présider le jury de cette thèse et qui m'a toujours encouragée.

Que M. M.K. BERRAH, maître de conférences à l'E.N.P, M. R. BOUTEMEUR et Mme R. KETTAB chargés de recherche à l'E.N.P, trouvent ici l'expression de mes remerciements les plus chaleureux pour le temps qu'ils ont consacré à ce travail en acceptant de l'examiner et de participer à ce jury.

Je voudrais aussi présenter mes sincères remerciements à M. B. TILIOUINE, professeur à l'E.N.P pour ses précieux conseils et sa disponibilité.

Je me permets, en m'excusant de ne pas les citer tous nommément, de remercier sincèrement tous ceux qui m'ont aidée et plus particulièrement Mlle S. BENAMAR.

A mes très chers père et mère.

"Les moments les plus heureux de l'histoire des connaissances surviennent lorsque des faits qui n'avaient été jusqu'alors que des données particulières sont soudain mis en rapport avec d'autres faits apparemment éloignés et apparaissent ainsi dans une nouvelle lumière."

Wolfgang Kohler.

TABLE DES MATIERES

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

CHAPITRE I: INTRODUCTION GENERALE.

1.1.Introduction.....	1
1.2.Objectifs de l'étude	4
1.3.Présentation de la thèse.....	5

CHAPITRE II:SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE.

2.1.Introduction.....	7
2.2.Cisaillement du béton armé.....	7
2.3.Comportement élastoplastique des éléments.....	14
2.3.Comportement hystérétique des éléments.....	17
2.4.Principales recherches antérieures	19
2.5.Conclusion	32

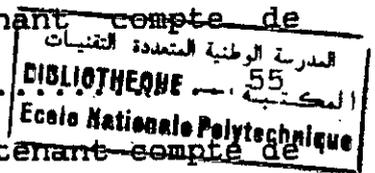
CHAPITRE III:ETUDE THEORIQUE.

3.1.Introduction	34
3.2.Dimensions courantes des linteaux	35
3.3.Distribution des efforts pendant un séisme	37
3.4.Effet de la déformation locale au niveau de la jonction lindeau-trumeaux	42
3.4.1.Introduction.....	42
3.4.2.Calcul des contraintes.....	42
3.4.3.Variation des contraintes.....	46
3.5.Calcul des rigidités des linteaux.....	51
3.5.1.Introduction.....	51

3.5.2.Rigidité à la rotaion du noeud tenant compte de l'effort tranchant	55
3.5.3.Rigidité à la rotation de la barre tenant compte de l'effort tranchant	57
3.5.4.Rigidité à la rotation du noeud tenant compte de la rigidité infinie des extrémités.....	59
3.5.6.Rigidité à la rotation de la barre tenant compte de la rigidité infinie des extrémités	61
3.5.6.Commentaires des résultats obtenus	63
3.6.Capacité portante des linteaux	67
3.6.1.Introduction	67
3.6.2.Capacité portante en flexion	71
3.6.3.Capacité portante à l'effort tranchant	73
3.7.Ductilité des linteaux	79
3.8.Conclusion	82

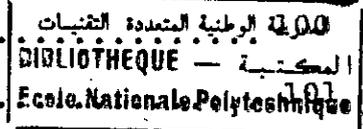
CHAPITRE IV:ETUDE EXPERIMENTALE .

4.1.Introduction	83
4.2.Modélisation expérimentale	85
4.2.1.Schéma d'essai	85
4.2.2.Variables de l'étude	85
4.2.3.Instruments de mesure	87
4.3.Effet d'échelle	90
4.4 .Déroulement des essais	92
4.5.Résultats expérimentaux	92
4.6.Analyse des résultats	94
4.7.Conclusion	99



CHAPITRE V: PROPOSITION D'AMELIORATION DES REGLEMENTS :

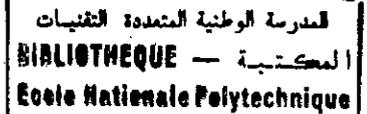
5.1.Introduction	100
5.2.Prescriptions des règlements Algériens ..	101
5.3.Critique	102
5.4.Proposition d'amélioration	104



CHAPITRE VI:CONCLUSION GENERALE .

6.1.Limitations de l'étude	106
6.2.Conclusions	107
6.3.Recommandations pour des recherches ultérieures	108
BIBLIOGRAPHIE	109

LISTE DES TABLEAUX ET ANNEXES .



TABLEAUX:

Tableau I:Dimensions des linteaux courants	38
Tableau II:Caractéristiques géométriques des pièces d'essai	86
Tableau III:Ferraillage des pièces d'essai	89
Tableau IV:Caractéristiques mécaniques du béton	140
Tableau V:Caractéristiques mécaniques des aciers longitudinaux	141
Tableau VI:Caractéristiques mécaniques des aciers transversaux	142
Tableau VII:Résultats expérimentaux	93

ANNEXES:

A.1.:Démonstration des formules établissant la répartition des contraintes au niveau de la jonction linteau-trumeaux	113
A.2.Exposé du calcul des déplacements par la méthode de A.Verechaguine	120
A.3.Démonstration des formules établissant les rigidités du linteau tenant compte de l'effort tranchant puis de la rigidité infinie des extrémités	125
A.4.Dimensionnement des modèles d'essai	131
A.5.Calcul des efforts de ruptures théoriques	136

- Figure I.1: Evolution des fissures dans un voile à ouvertures.
- Figure II.1: Les diverses composantes contribuant à la reprise de l'effort tranchant.
- Figure II.2: Type de fissure annulant la contribution des armatures longitudinales pour la reprise de l'effort tranchant
- Figure II.3: Poutre prototype d'étude en flexion -cisaillement.
- Figure II.4: Les sollicitations dans le linteau.
- Figure II.5: La fissure critique diagonale dans le linteau.
- Figure II.6: Division du linteau en deux consoles à sections variables.
- Figure II.7: Formation de bielles comprimées par effet d'arc.
- Figure II.8: Destruction de l'élément scié au voisinage de l'encastrement par l'alternance des sollicitations .
- Figure II.9: Modèle mathématique remplaçant les linteaux par une poutre continue équivalente.
- Figure II.10; II.11. et II.12: Modèles des poutres testées par Thomas Paulay (1970).
- Figure II.13: Modèles des murs à ouvertures de 7 niveaux à l'échelle 1/4 expérimentés par T. Paulay (1971)
- Figure II.14: Modèles des poutres testées par la Portland Cement Association (Illinois) (1971).
- Figure II.15: Modèle analytique en treillis proposé par J. Cercelet (1978).

Figure II.16: Méthode de calcul basée sur l'analogie avec les structures à ossatures proposée par R. Agent et T. Postelnicu .

Figure III.1: Développement des fissures dans le linteau:

- a) linteau long,
- b) linteau court.

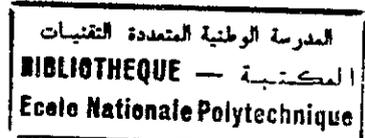


Figure III.2: Efforts induits dans un mur de refend à ouvertures lors d'un séisme.

Figure III.3: Les sollicitations dans le linteau.

Figure III.4: Les contraintes locales au niveau du raccordement linteau-trumeaux.

- a) et b) Notations,
- c) Relations géométriques élémentaires,
- d) Les différentes parallèles à la fibre moyenne considérées.

Figure III.5: Variation des contraintes σ_x

Figure III.6: Variation des contraintes σ_y .

Figure III.7: Définition des rigidités.

Figure III.8: a) Structures à noeuds fixes,

b) Rigidité à la rotation du noeud.

Figure III.9: a) Structures à noeuds déplaçables,

b) Rigidité à la rotation de la barre.

Figure III.10: Rigidité à la rotation du noeud tenant compte de l'effort tranchant.

Figure III.11: Rigidité à la rotation de la barre tenant compte de l'effort tranchant.

Figure III.12: Rigidité à la rotation du noeud tenant compte de la rigidité infinie des extrémités.

Figure III.13: Rigidité à la rotation de la barre tenant compte de la rigidité infinie des extrémités.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

Figure III.14: Variation des coefficients de correction des rigidités tenant compte de l'effort tranchant .

Figure III.15: Variation des coefficients de correction des rigidités tenant compte de la rigidité infinie des extrémités

Figure III.16: Pièce rectangulaire soumise à la flexion simple.

Figure III.17: Section rectangulaire symétriquement armée.

Figure III.18: Division du linteau en deux consoles à hauteur variable.

Figure III.19: Hauteur fictive du linteau.

Figure III.20: Rupture des linteaux courts.

Figure III.21: Armatures supplémentaires prescrites par les R.P.A.81.

Figure III.22: Equilibre des moments aux extrémités du linteau.

Figure IV.1: Dispositif d'essai.

Figure IV.2: Ferrailage des pièces d'essai.

PRINCIPALES NOTATIONS .

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

- a = distance séparant l'appui de l'effort appliqué .
- A = armatures longitudinales tendues .
- A' = armatures longitudinales comprimées .
- A_D = armatures placées suivant les diagonales du linteau .
- A_l = armatures longitudinales .
- A_p = armatures de peau .
- b = largeur du linteau .
- C_{ev} = coefficient de variation des contraintes d'écoulement des aciers .
- C_{rv} = coefficient de variation des contraintes de rupture des aciers .
- C_v = coefficient de variation des contraintes de compression du béton .
- d = enrobage des armatures tendues .
- d' = enrobage des armatures comprimées .
- E = module d'élasticité longitudinal du béton armé .
- G = module d'élasticité transversal du béton armé .
- h = hauteur totale du linteau .
- I = moment d'inertie .
- k = coefficient de forme .
- K_{ij} = rigidité à la rotation du noeud du linteau ij .
- K'_{ij} = rigidité à la rotation de la barre du linteau ij .
- l = portée du linteau .
- l_{ij} = portée du linteau ij .

- l_0 = portée du linteau corrigée .
 l_s = portée de cisaillement (shear span) .
 M_{cap} = moment capable .
 M_{rupt}^{exp} = moment de rupture expérimental .
 M_{rupt}^{th} = moment de rupture théorique .
 n = nombre de cadres coupés par les fissures .
 R_c = résistance à la compression du béton .
 R_t = résistance à la traction du béton .
 S = force sismique .
 T = effort tranchant de calcul .
 T_{rupt}^{exp} = effort tranchant de rupture expérimental .
 T_{rupt}^{th} = effort tranchant de rupture théorique .
 t = espacement des armatures transversales .
 Z = bras de levier .
 λ = élancement géométrique du linteau .
 μ = facteur de ductilité .
 ρ_l = pourcentage d'armatures longitudinales .
 ρ_t = pourcentage d'armatures transversales .
 τ = contrainte de cisaillement .
 $\bar{\tau}$ = contrainte admissible de cisaillement .
 σ_e = contrainte d'écoulement des aciers .
 σ_{el} = contrainte élastique moyenne des aciers .

CHAPITRE I : INTRODUCTION GENERALE.

1.1-INTRODUCTION:

Le contreventement des bâtiments par des murs de refends en béton armé constitue une solution moderne et largement répandue, surtout dans les zones soumises aux actions sismiques importantes.

Les avantages des refends (grandes résistance et rigidité ,réalisation facile et avantages fonctionnels) ont assuré leur succès, surtout dans les trente dernières années, et ont étendu le domaine d'utilisation du béton armé, qui est devenu compétitif avec la charpente métallique.

Des bâtiments de quelques cent niveaux ont ainsi pu être construits. Les nécessités fonctionnelles imposent aux refends des ouvertures en files régulières ou irrégulières, et ces ouvertures créent des éléments spéciaux appelés linteaux ou règles de couplage ou encore traverses de liaisons, qui, suite à leurs proportions et aux sollicitations auxquelles elles sont soumises, sortent du domaine courant des poutres en béton armé.

En effet, ces linteaux sont des éléments courts, hauts et minces, fortement sollicités à l'effort tranchant, et, en cas de séisme, au chargement et déchargement répétés.

Dans l'ensemble du refend, les linteaux jouent un rôle très important, assurant la liaison rigide entre les trumeaux adjacents et constituant la "première ligne de résistance" du

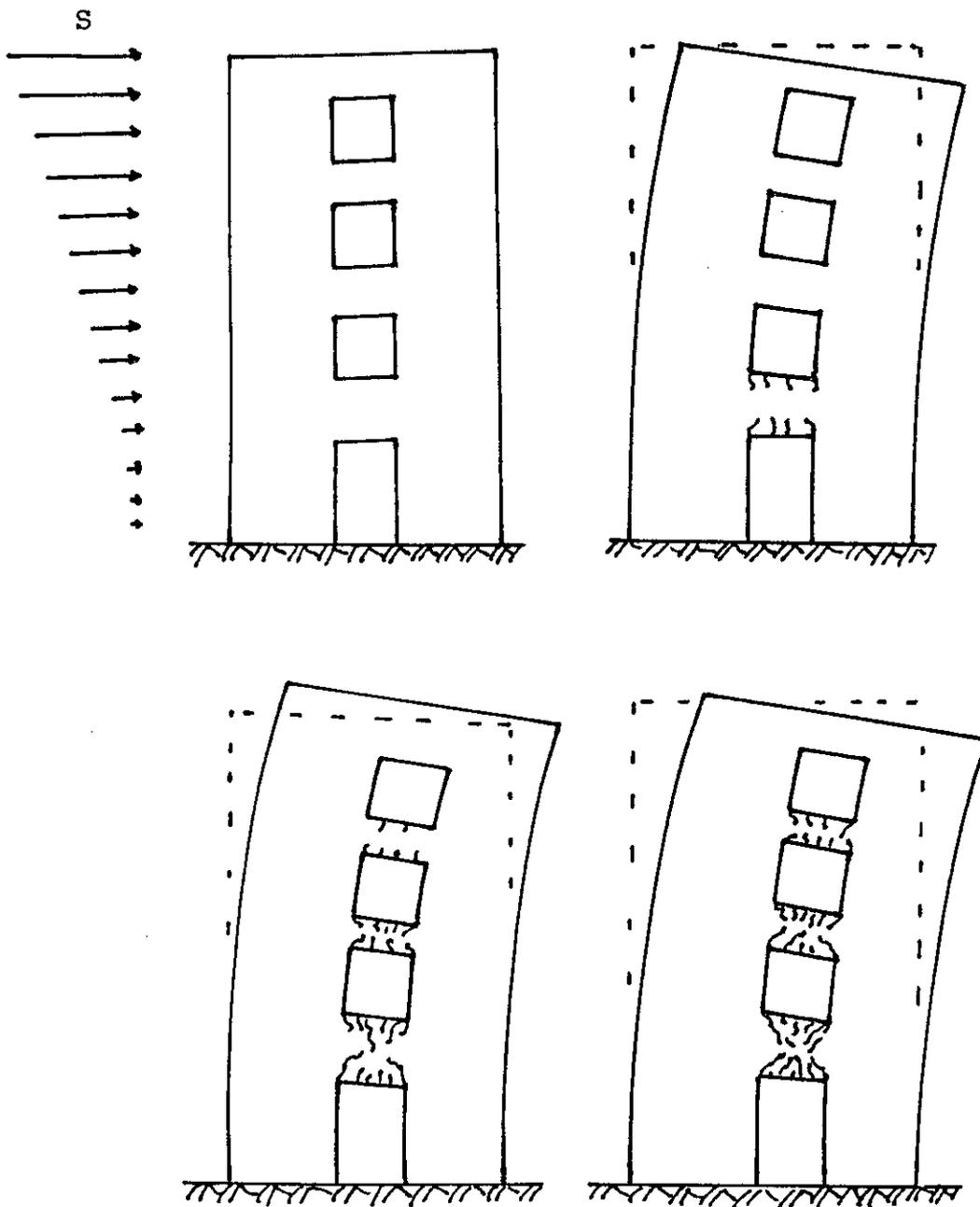


Figure I.1: Evolution des fissures dans un voile à ouvertures.

en dissipant une grande énergie ;d'où la nécessité de connaître les mécanismes de comportement de ces éléments afin de leur assurer un comportement plus ductile et,d'éviter,par une conception adéquate,leur rupture prématurée.

1.2.OBJECTIFS DE L'ETUDE:

Le but de cette recherche est la fourniture d'informations sur le comportement des linteaux aux actions sismiques , ceci par l'examen d'aspects complémentaires par rapport aux recherches existantes.

Les aspects essentiels sur lesquels sera focalisée cette étude seront notamment:

_ le calcul de la rigidité,de la capacité portante et de la ductilité des linteaux.

_ l'effet de la déformation locale au niveau de la jonction linteau-trumeaux sur la variation des contraintes.

L'utilisation d'un chargement statique,les dimensions réduites des pièces d'essai et la restriction du domaine de variation des paramètres caractéristiques constituent les limitations essentielles de cette étude.

Cependant la confection d'un nombre important de pièces d'essai a permis une indication globale sur l'influence de certains paramètres de sorte que cette étude peut constituer un point de départ pour améliorer nos connaissances concernant le calcul et le ferrailage des linteaux ,et,dans ce sens,pour améliorer les prévisions des normes.

1.3:PRESENTATION DE LA THESE:

L'essentiel de notre travail a été résumé et présenté dans cette thèse qui comporte six chapitres.

Après le chapitre d'introduction qui situe le problème abordé et met l'accent sur son importance , une synthèse bibliographique permet de recenser les principales recherches antérieures et de définir certaines notions de base utilisées pour la suite de ce travail. Une critique bibliographique clôture le deuxième chapitre.

Le troisième chapitre, qui est le plus important de l'étude, est une étude théorique de certains aspects particuliers relatifs au calcul des linteaux; notamment un calcul des contraintes aux voisinages des appuis, l'établissement de coefficients de correction des rigidités tenant compte de l'effort tranchant puis de la rigidité infinie des extrémités. Les problèmes de la capacité portante et de la ductilité des linteaux sont également abordés dans ce chapitre.

Le quatrième chapitre présente l'expérimentation qui a été faite au laboratoire du département génie civil de l'Ecole.^{*}

Il met en relief le choix du modèle d'essai , les variables de l'étude et rapporte les résultats obtenus tenant compte des difficultés rencontrées au cours de ce travail.

^{*} Ecole Nationale polytechnique d'Alger

Le cinquième chapitre nous permet d'apporter une modeste contribution à l'amélioration des règlements par la proposition d'une formule pour le dimensionnement des armatures transversales des linteaux, après avoir recensé brièvement les prescriptions relatives à ces éléments.

CHAPITRE II:SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE

2.1:INTRODUCTION:

L'analyse du comportement des refends à files d'ouvertures précédemment effectuée permet de considérer les linteaux comme des éléments isolés.

Les linteaux sont des éléments avec des proportions géométriques particulières , soumis à la flexion et à l'effort tranchant, travaillant dans le domaine élastique pour les charges courantes, et dans le domaine élastoplastique pour les charges exceptionnelles engendrées par les séismes de grande intensité.

2.2-CISAILLEMENT DU BETON ARME :

Les études des poutres en béton armé soumises à la flexion et à l'effort tranchant devenues classiques(1) ont mis en évidence que l'effort tranchant est repris non seulement par les cadres, ce qui avait été admis jusqu'alors, mais aussi par effet de cisaillement dans la zone de béton comprimé au dessus de la fissure ,et par l'armature longitudinale tendue qui tend à coudre les deux parties d'éléments séparées par les fissures par "effet de goujon" (fig.II.1.).

Ceci peut se résumer dans la relation suivante:

$$T = T_t + T_b + T_f + T_g.$$

T = effort tranchant total sollicitant la section d'élément considéré,

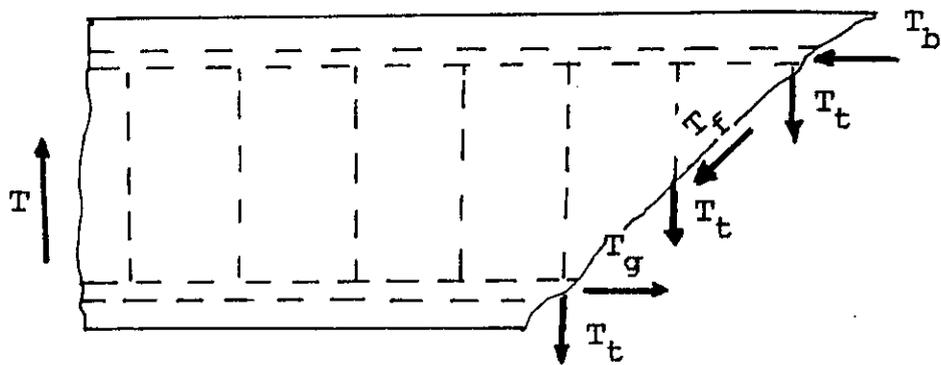


Figure II.1: Les diverses composantes contribuant à la reprise de l'effort tranchant .

T_t = effort tranchant repris par les armatures transversales,
 T_b = effort tranchant repris par effet de cisaillement du béton comprimé,
 T_f = effort tranchant repris par effet de frottement et d'engrenage des agrégats le long de la fissure,
 T_g = effort tranchant repris par l'armature longitudinale tendue par "effet de goujon".

La partie d'effort tranchant reprise par chacune de ces composantes dépend de plusieurs paramètres(2) dont:

- _ Les dimensions et l'élanement de l'élément,
- _ Les pourcentages d'armatures longitudinales et transversales,
- _ Le mode de fissuration de l'élément,
- _ L'espacement des armatures transversales.

La proportion d'effort tranchant reprise par les armatures transversales dépend essentiellement du nombre de cadres ou d'étriers intersectés par les fissures inclinées donc du mode de fissuration.

La résistance au cisaillement du béton comprimé est proportionnelle à sa résistance à la traction , qui est proportionnelle à la racine carrée de sa résistance à la compression.

La proportion d'effort tranchant reprise par le béton dépend essentiellement du volume de béton comprimé donc de la position de l'axe neutre dans la section.

Les armatures longitudinales par "effet de goujon" et les agrégats par frottement mutuel s'opposent aux glissements parallèles à la direction de la fissure. Ces résistances (engrenage des agrégats et "effet de goujon") ne sont développées qu'après l'apparition de fissures inclinées.

La contribution des armatures longitudinales pour la reprise de l'effort tranchant dépend de leur nature (diamètre) et de leur quantité. Elle disparaît après l'apparition de fissures de fendages parallèles aux armatures longitudinales (fig.II.2.) ou l'éclatement de l'enrobage.

La résistance au cisaillement développée par l'engrenage des agrégats est généralement favorisée en présence d'un effort normal, tenant compte de la relation classique:

$$F = \Phi . N \quad \text{où} \quad F = \text{force développée par le frottement,}$$

$$\Phi = \text{coefficient de frottement,}$$

$$N = \text{effort normal appliqué,}$$

sauf dans le cas où l'effort normal affecte le mode de fissuration et diminue la surface de frottement.

C'est pour ces raisons que la majorité des codes internationaux de béton armé ne tiennent compte, pour le dimensionnement à l'effort tranchant, que de la résistance au cisaillement du béton comprimé et des armatures transversales. Ce qui peut se résumer dans la relation semi-empirique suivante:

$$T = T_t + T_b$$

(T, T_t, T_b ont été explicités précédemment)

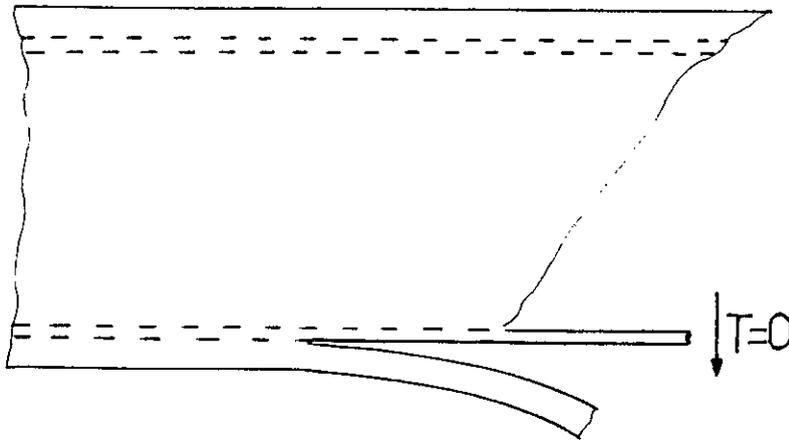


Figure II.2:Type de fissure annulant la contribution des armatures longitudinales pour la reprise de l'effort tranchant

Ces études (3) ont d'autre part démontré la nécessité de définir un paramètre déterminant qui permet de prévoir le type de rupture éventuelle d'une poutre et donc de l'appréhender.

Il s'agit de la portée de cisaillement ou "shear span", notée l_s , définie dans le cas de la poutre prototype d'étude à la flexion comme étant le rapport a/h ; a étant la distance de la charge à l'appui, et h la hauteur de la poutre (fig II.3.); et pour une poutre quelconque $l_s = M_{\max}/T_{\max} \cdot h$.

Pour un linteau doublement encastré de hauteur h , de portée l , soumis à un effort tranchant T (les charges verticales étant négligées), la portée de cisaillement l_s s'exprime par (fig II.4.):

$$l_s = M/T \cdot h = T \cdot l/2 / T \cdot h = l/2 \cdot h = \lambda / 2.$$

La portée de cisaillement est donc une transformée directe de l'élançement géométrique $\lambda = l/h$ du linteau.

Les linteaux, dont l'élançement est généralement compris entre 1 et 2 entrent donc dans la catégorie des éléments à rupture très brusque et très dangereuse, avec un comportement de type cisaillement.

En effet, le cisaillement est un phénomène d'autant plus indésirable qu'il inhibe le développement total de la résistance à la flexion et l'exploitation des armatures longitudinales et engendre des ruptures soudaines, brutales et dangereuses.

Pour les linteaux, éléments courts, hauts et minces, soumis à un effort normal négligeable, à un moment fléchissant, et à un effort tranchant dont l'action est prépondérante, deux types de ruptures peuvent être observées.

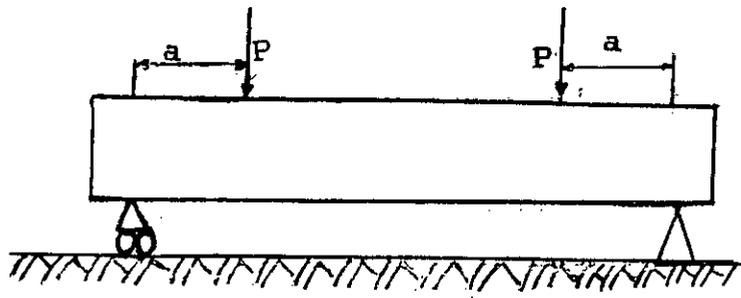


Figure II.3: Poutre prototype d'étude en flexion-cisaillement.

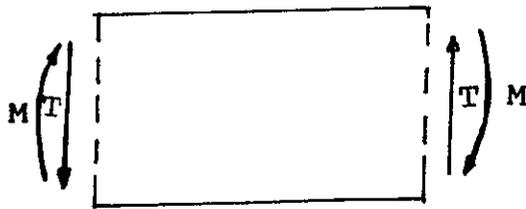
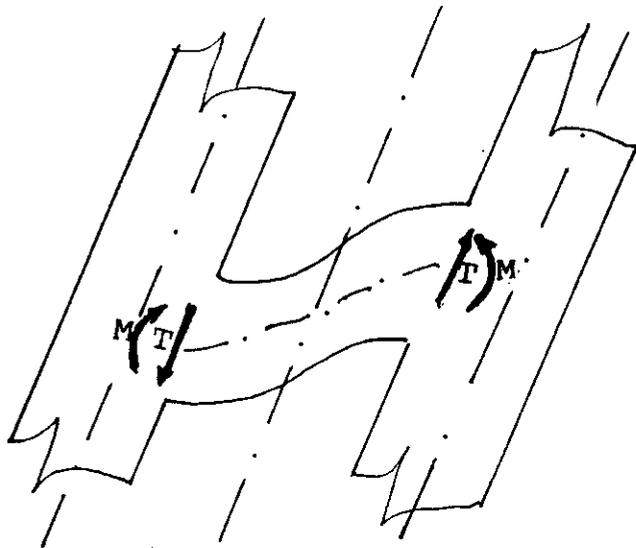


Figure II.4: Les sollicitations dans le linteau .

La première est celle qui se produit après l'apparition d'une fissure critique diagonale (fig.II.5.) qui ne cesse de croître de sorte que le linteau rompt finalement en se divisant en deux consoles à sections variables (fig.II.6.) avec une perte de rigidité très remarquable.

Le deuxième type de rupture que l'on peut observer pour les linteaux si fortement sollicités à l'effort tranchant est une rupture violente en compression diagonale(fig.II.7.) car ce type d'élément haut et mince subit une sorte d'effet d'arc avec formation d'une bielle comprimée qui peut s'écraser en compression.

2.3.COMPORTEMENT ELASTOPLASTIQUE DES ELEMENTS:

Les forces sismiques qui apparaissent lors des séismes de forte intensité sont très élevées , et leur évaluation à partir d'accélérogrammes a montré qu'elles peuvent atteindre en intensité la moitié du poids d'une structure , parfois même le poids de la structure (4).

Le coût d'une construction qui serait calculée à partir des forces sismiques élastiques serait très élevé . Pour cette raison , tous les règlements parasismiques préconisent des forces sismiques de calcul faibles et pour lesquelles un comportement élastique de la structure ne peut être espéré . Pour compenser cette sous-évaluation des forces sismiques , tous les chercheurs et concepteurs du domaine de la construction tendent leurs efforts vers une amélioration des dispositions constructives afin d'éviter les ruptures cassantes et brutales et de permettre le développement de

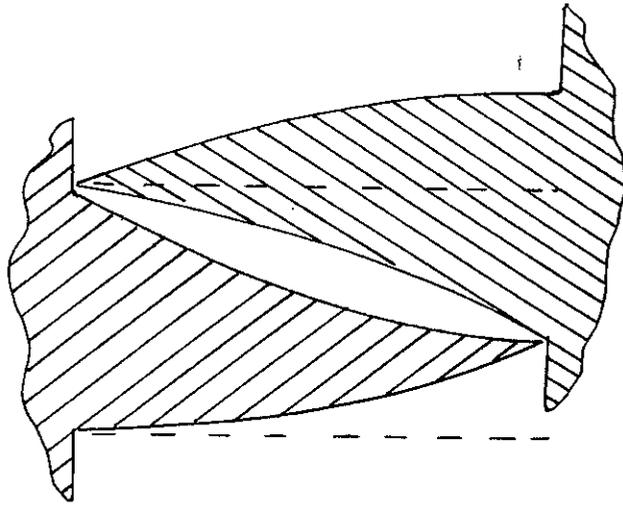


Figure II.5: La fissure critique diagonale dans le linteau .

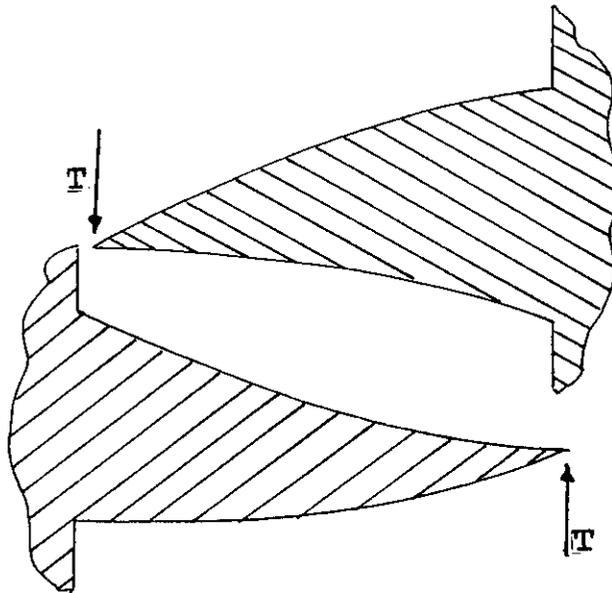


Figure II.6: Division du linteau en deux consoles à sections variables.

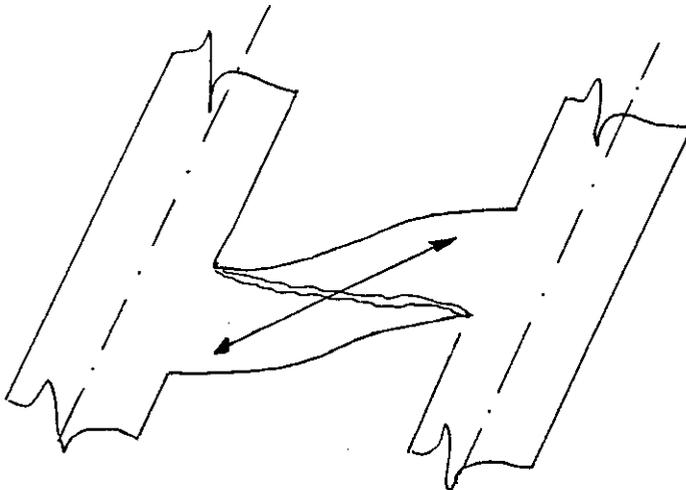


Figure II.7: Formation de bielles comprimées par effet d'arc.

grandes déformations plastiques pour les efforts supérieurs à la force règlementaire (4) (5) .

Cette possibilité de développer de grandes déformations plastiques sans se rompre est appelée ductilité , et l'on distingue divers niveaux de la ductilité suivant que l'on s'intéresse à un matériau, à une section, à un élément, ou à la structure elle-même.

Pour quantifier cette notion de ductilité, on définit le facteur de ductilité μ suivant un rapport de deux déformations:

$$\mu = \frac{\text{déformation à la rupture}}{\text{déformation élastique maximale.}}$$

La ductilité de la structure demeure le seul moyen pour le concepteur de remplir sa mission, qui doit être avant tout la préservation de vies humaines.

Déjà apparaît l'importance du contrôle de la fissuration, de la déformabilité et de la ductilité en sismicité, la résistance apparaissant comme un sous-produit.

La nécessité de donner aux divers éléments d'une structure la possibilité de développer de grandes déformations plastiques sans se rompre, c'est à dire de posséder une certaine ductilité , s'avère de nécessité absolue , et cette ductilité devra toujours être orientée vers les éléments secondaires.

Dans le cas des murs de refends à ouvertures , les linteaux constituent les éléments privilégiés auxquels incombera ce rôle. Ce sera aux linteaux de reprendre d'abord les

déformations plastiques , la nécessité de leur plastification étant clairement démontrée par l'observation du comportement d'ensemble du voile à ouvertures lors d'un séisme (fig I.1.).

2.4. COMPORTEMENT HYSTERETIQUE DES ELEMENTS:

Pendant un séisme de forte intensité, les forces qui apparaissent sont non seulement grandes, c'est-à-dire qu'elles peuvent provoquer dans les éléments des contraintes qui dépassent la limite du matériau constitutif, mais en plus elles sont cycliques c'est pourquoi l'on s'intéressera au comportement hystérétique des linteaux.

Le comportement hystérétique est observé lorsqu'ayant chargé un élément jusqu'à dépasser sa limite d'écoulement, on le décharge pour le charger ensuite dans le sens opposé.

Quand on charge d'abord dans un sens , on observe un comportement élastique qui précède l'apparition des premières fissures . Le béton tendu se fissure , l'armature tendue s'écoule , de grandes ouvertures des fissures apparaissent , allant de 0.5 à 2 millimètres.

On s'arrête pour une certaine valeur de la déformation et on charge en sens opposé , c'est-à-dire qu'on décharge. Quand la force est annulée, bien que l'élément ne soit plus chargé, une déformation rémanente subsiste, due à l'armature entrée dans l'écoulement.

Dans cette situation , l'élément est carrément scié au voisinage de l'encastrement (fig II.8.) ; l'effort tranchant est entièrement supporté par les armatures longitudinales tendues ("par effet de goujon") et il y a une grosse perte de

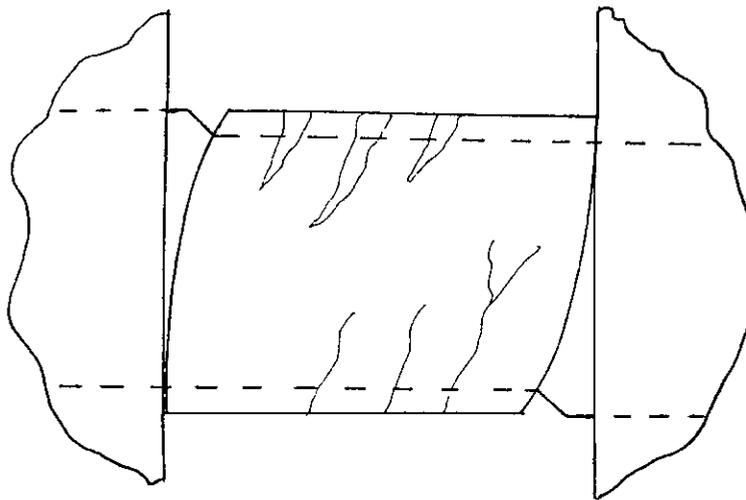


Figure II.8: Destruction de l'élément scié au voisinage de l'encastrement par l'alternance des sollicitations.

rigidité de l'élément . Quand les premières fissures se referment , la partie de béton comprimé rentre en jeu une nouvelle fois , d'où restauration de la capacité de reprise de l'effort tranchant et augmentation de la rigidité de la poutre.

Mais par suite de la détérioration rapide de la zone comprimée lorsqu'elle sera de nouveau tendue, la ruine suivra rapidement.

La première conclusion que l'on peut tirer après observation de ce comportement , c'est que les armatures transversales droites jouent un rôle insignifiant puisqu'elles ne peuvent empêcher cette détérioration.

D'autre part , ce type de cycle , appelé cycle instable , pour lequel on observe une grande détérioration de la rigidité apparaît lorsque les contraintes de cisaillement développées dans l'élément sont supérieures à la résistance à la traction du béton, c'est-à-dire $\tau > R_t$.

2.5. PRINCIPALES RECHERCHES ANTERIEURES:

Les murs de refends à files d'ouvertures et plus particulièrement les linteaux ont fait l'objet ces quarantes dernières années d'un intérêt croissant et ont suscité de nombreuses recherches.

En 1947, les concepts de Beck-Rosman concernant l'analyse laminaire dont l'idée vient de L.Chitty (6)(7) ont permis d'élaborer une méthode pratique pour le calcul des murs de refends à files d'ouvertures.

Cette méthode utilise un modèle mathématique dans lequel les poutres de liaison qui lient les deux trumeaux , donc de

répartition discrète , sont remplacées par une poutre continue équivalente (figII.9.).

De cette manière , le problème qui était d'hyperstaticité élevée, devient relativement plus simple car l'indétermination des efforts tranchants dans les poutres de couplage peut être levée en considérant la fonction continue.

Les approximations qui découlent de cette méthode, applicable avec diverses conditions aux limites, sont acceptables , et de nombreuses études ont permis de vérifier qu'elle donnait des résultats satisfaisants, surtout pour les batiments de grande hauteur.

Cependant , cette méthode présente l'inconvénient de ne pas être applicable pour les murs à section variable.

Dans ce sens , Burns (6)(7) a proposé des tables pour l'application au calcul d'ossatures.

En 1964 , Winokur et Gluck (6)(7) ont proposé une étude basée sur la distribution uniforme de la résistance à la flexion des traverses de couplages.

Puis les travaux d'Albiges et Goulet (8) dont l'approche avait pour point de départ:

- _ de remplacer les linteaux réels par un linteau équivalent uniformément réparti sur toute la hauteur du refend;
- _ de tenir compte des déformations axiales des deux trumeaux pour lesquels l'effort tranchant des linteaux agit comme un effort axial de traction et de compression respectivement dans chaque trumeau.

En écrivant l'équilibre global à chaque niveau ainsi que

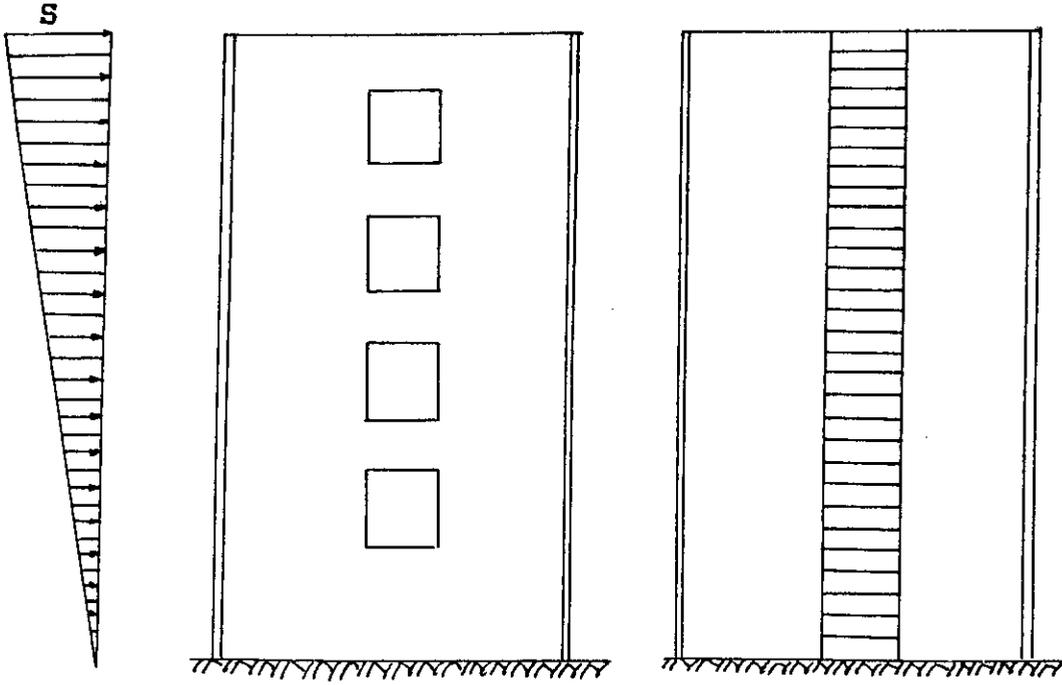


Figure II.9:Modèle mathématique remplaçant les linteaux par une poutre continue équivalente .

les conditions de compatibilité géométrique des deux trumeaux et du linteau, on aboutit à une équation différentielle du second ordre, non homogène, à coefficients constants, ayant comme fonction inconnue l'effort tranchant dans les linteaux, et dont la résolution, ainsi que l'utilisation des relations contraintes-déformations, détermine complètement l'état de sollicitation et de déformation dans tous les éléments du refend dans le domaine élastique.

A l'aide de cette solution, on a pu établir des graphes qui donnent directement les valeurs des sollicitations dans les linteaux et les trumeaux, et on a défini un coefficient de monolithisme qui exprime l'influence des ouvertures sur le comportement global du refend, ce qui amène à une classification des refends à files d'ouvertures en:

- _ refends à petites ouvertures,
- _ refends à moyennes ouvertures,
- _ refends à grandes ouvertures.

Les chercheurs se sont rapidement aperçus des insuffisances de ces approches, qui ne tiennent pas compte explicitement des proportions des trumeaux et des linteaux, qui sortent du domaine courant de la résistance des matériaux, et qui nécessitent donc un traitement plus approfondi.

Ceci a suggéré des directions de recherche concernant le comportement séparé des linteaux et des trumeaux.

En 1970, en Nouvelle-Zélande, à l'université de Canterbury, Thomas Paulay (9) a expérimenté des poutres courtes et hautes modélisant les linteaux des refends en les soumettant à des

moments égaux aux extrémités , de manière à ce que le point de moment nul soit à mi-travée (fig II.10). Le chargement s'est fait en quatre étapes . T.Paulay a constaté que ces poutres hautes, pleinement armées contre une rupture par traction diagonale, se rompent directement par un glissement dû à l'effort tranchant le long des sections d'appui . Quant à la rigidité , pour les linteaux d'élanement inférieur à 1.5 elle se trouve réduite de 1/5 après le début de la fissure diagonale.

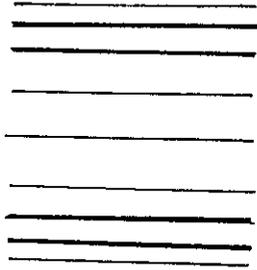
T.Paulay a ensuite entrepris, en 1971, des essais sur des poutres armées de manière originale : en plus des armatures conventionnelles, l'armature principale est placée en diagonale dans la poutre (fig II.11)

La conception d'une telle poutre a été basée sur l'espoir que les forces de cisaillement résolvent elles-mêmes les efforts de traction et de compression diagonale.

Initialement, la compression diagonale est transmise au béton et la compression dans l'acier ne constitue qu'une contribution insignifiante. Après la première plastification des barres diagonales tendues, de larges fissures se forment et restent ouvertes quand les charges sont appliquées une deuxième fois.

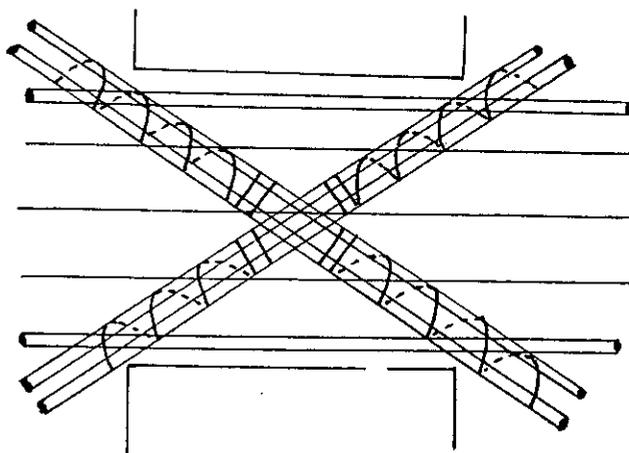
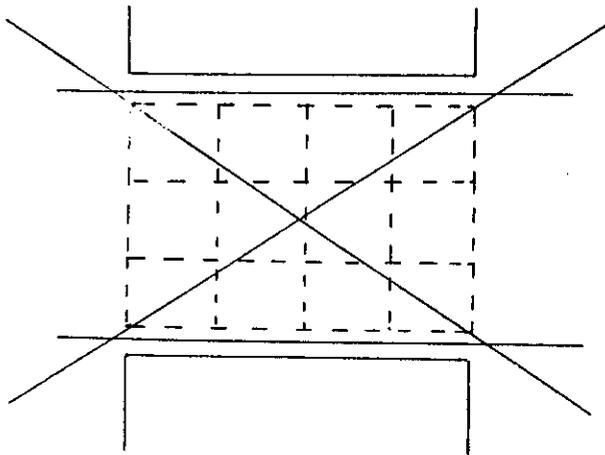
Quand la charge réversible est appliquée, comme dans un tremblement de terre , ces barres sont soumises à de grandes contraintes de compression et peuvent même se plastifier avant que les fissures prévues ne se ferment.

Du fait de l'égalité de la quantité d'acier prévue dans les



Figures II.10 ; II.11 et II.12:

Modèles des poutres testées
par Thomas Paulay (1970).



deux barres diagonales , la perte de contribution du béton est sans conséquences , les barres diagonales ne devenant pas instables.

Thomas Paulay a conclu que pour un chargement cyclique , il devient plus important d'avoir des liens autour des barres diagonales comprimées pour maintenir le béton autour de ces barres , les barres isolées finissant par flamber.

Il a ainsi proposé une disposition d'armatures qui a présenté de bonnes performances lors des tests (figII.12.).

En effet, les boucles hystérétiques pour cette poutre ont les caractéristiques d'un élément en acier; la dégradation de la résistance n'apparaissant que lorsque le flambement des barres comprimées commence.

T. Paulay a complété son étude précédente en testant deux modèles de murs à ouvertures de 7 niveaux à une échelle 1/4 pour vérifier leur comportement sous charges sismiques simulées. Les modèles consistaient en deux murs reliés par des poutres au niveau des planchers (figII.13.).

L'un des prototypes avait des poutres de couplage ferraillées horizontalement seulement, tandis que le deuxième prototype comportait des poutres avec des ferraillements longitudinaux inclinés suivant les diagonales.

Les deux modèles démontrèrent une ductilité appréciable , cependant les déformations de cisaillement excessives dans les poutres ordinaires engendrèrent une dégradation de la rigidité et une détérioration de leur capacité d'absorption d'énergie. Par contre, le comportement du modèle ayant des poutres à armatures diagonales fut meilleur à tout point de vue.

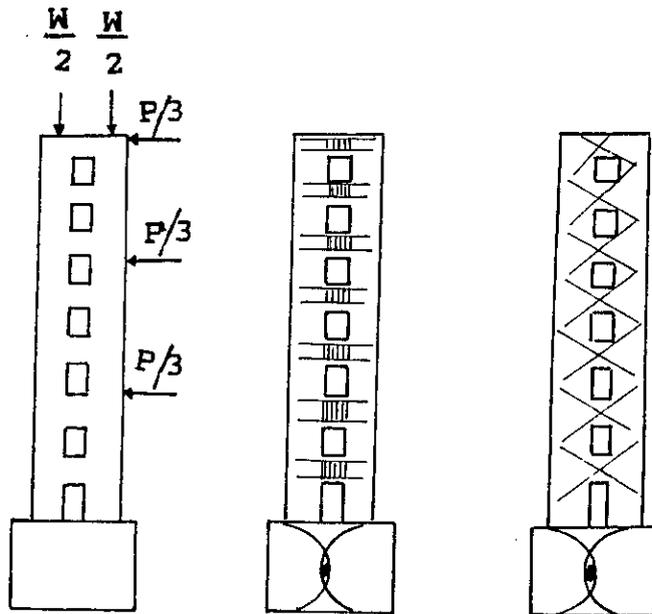


Figure II.13: Modèles des murs à ouvertures de 7 niveaux à l'échelle 1/4 expérimentées par Thomas Paulay (1971).

En effet , du fait du contrôle efficace des déformations de cisaillement, la rigidité des éléments fut préservée même après l'apparition des fissures dans tous les éléments, et la plastification des murs n'apparut que lorsque toutes les poutres furent plastifiées.

La Portland Cement Association entreprit dans le même sens, à l'Université de Skokié (Illinois) (12) des essais sur six prototypes qui consistaient en des poutres de 423 mm de portée et 169 mm de hauteur, dont les extrémités furent fixées au mur à l'aide d'ancrages boulonnés (figII.14.).

Les résultats des essais démontrèrent que tous les modèles avaient présenté une ductilité considérable , mais les meilleures performances furent obtenues pour les poutres comportant des armatures diagonales dans les zones de rotules plastiques et qui ne présentèrent aucun glissement dans les zones d'appui.

Une dégradation de la résistance fut observée après l'application de la charge maximum , bien que moindre pour les modèles à armatures diagonales . Et sous l'application de charges alternées , les courbes hystérétiques ne mirent en évidence aucun effet d'arrachement , ce qui montre que ces poutres ont une meilleure capacité d'absorption de l'énergie.

On peut citer parmi les études théoriques élaborées dans le même sens, la méthode de calcul proposée par Jacques Cercelet en 1978 (13) , qui se base sur un modèle en treillis des linteaux déduit du schéma de fissuration de ces éléments (figII.15).

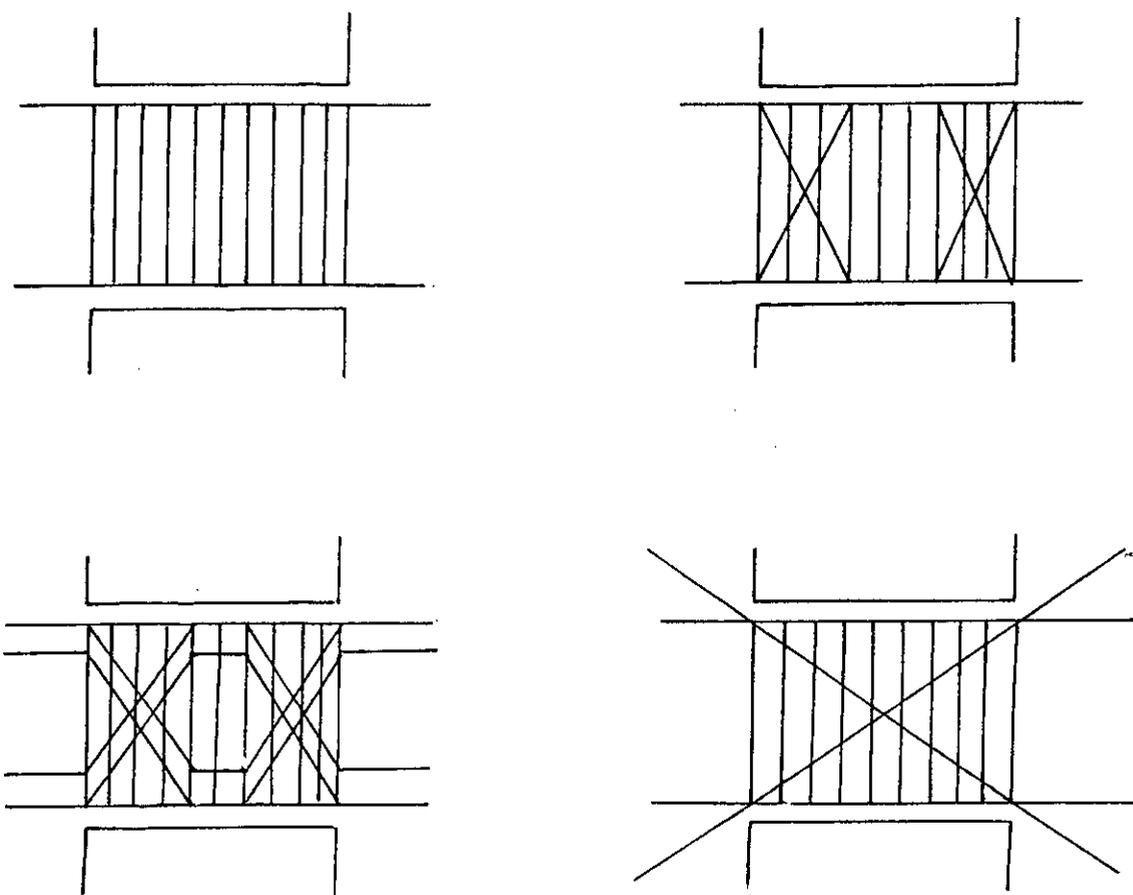


Figure II.14: Modèles des poutres testées par la Portland Cement Association (Illinois) (1971).

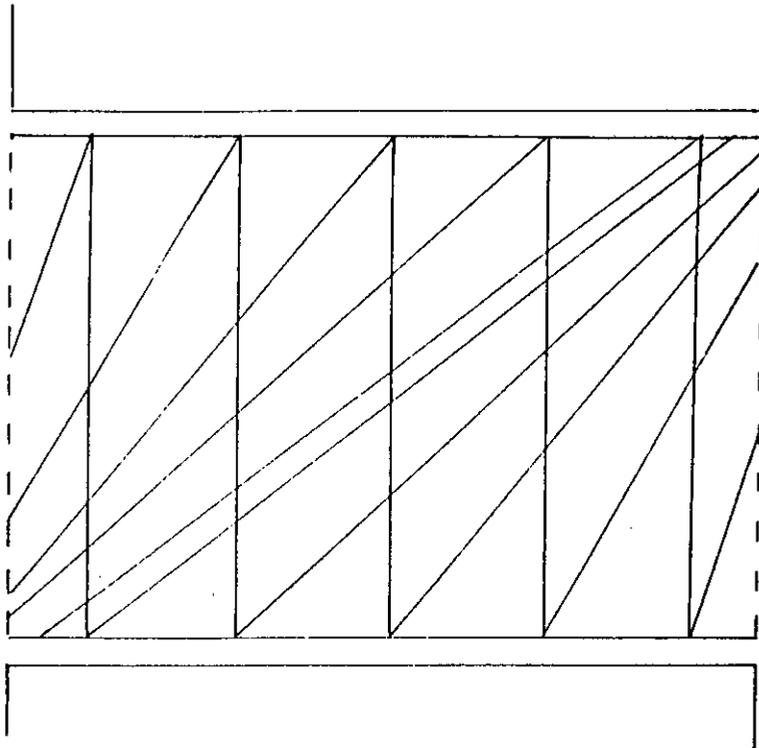


Figure II.15: Modèle analytique en treillis proposé par Jacques Cercelet (1978).

Les travaux effectués en 1983 par R.Agent et T.Postelnicu (14) ont développé une méthode de calcul basée sur le calcul des ossatures à portiques sur lesquelles on précise la portée du linteau , sa rigidité , et le schéma de calcul (figII.16.).

En effet , le refend à files d'ouvertures comprend des éléments ayant des proportions qui ne permettent pas l'utilisation directe de la théorie de la résistance des matériaux.

Il peut quand même être modélisé comme une structure à barres si l'on prend la précaution d'introduire des corrections qui essayent de tenir compte des effets qui éloignent le comportement de la structure réelle de celui de la structure modèle.

Ces corrections se réfèrent aux aspects suivants:

- _ prise en compte dans la déformation des trumeaux de l'effet des efforts axiaux;
- _ modélisation de la rigidité très grande de la poutre (linteau) dans la zone commune linteau-trumeau par un moment d'inertie infini;
- _ modélisation de la déformation locale au nu des ouvertures par une augmentation de la portée du linteau.

Les calculs par cette méthode donnent une très bonne correspondance avec les résultats obtenus par l'utilisation d'éléments finis élastiques.

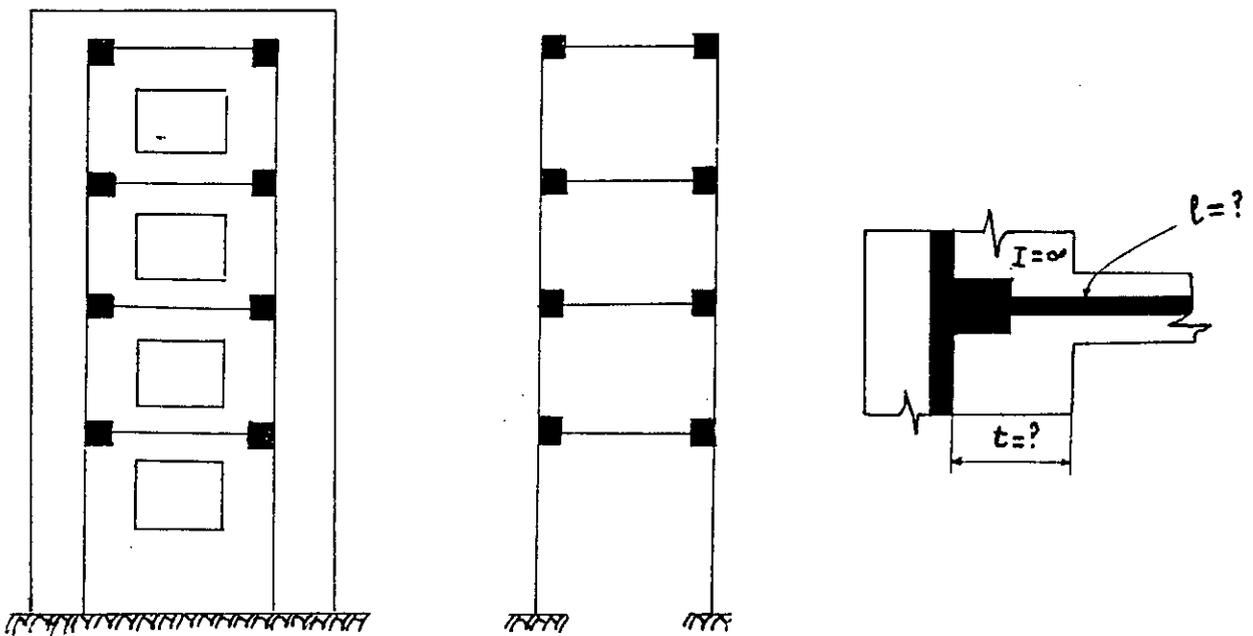


Figure II.16: Méthode de calcul basée sur l'analogie avec les structures à ossatures proposée par R. Agent et T. Postelnicu (1983).

2.6.CONCLUSION:

Un très grand nombre d'articles dont ceux d'Albigès & Goulet traite des problèmes de calcul élastique des murs de refends à files d'ouvertures.

On a ainsi:

- _ une méthode de calcul pratique (la méthode des laminas) ,
- _ une méthode qui se base sur le calcul des ossatures à portiques (Agent-Postelnicu) sur lesquelles on précise : la portée du linteau , sa rigidité , et le schéma de calcul.

Il est assez difficile , en fait , de classer les structures comportant des murs de refends à ouvertures. En effet, la structure peut être considérée d'une part comme constituée par des murs comportant des ouvertures , d'autre part on peut considérer qu'il s'agit d'une ossature composée d'éléments hauts et assez rigidement liés.

Dans les études qui considèrent le mur de refend dans son ensemble , les caractéristiques mécaniques des linteaux et des trumeaux (rigidité, moment d'inertie, etc...) sont supposées connues. Les insuffisances de ces approches découlent du fait que les proportions des linteaux et des trumeaux ne sont pas prises en compte de manière explicite.

Ce sont surtout les études expérimentales effectuées par R.Park et T.Paulay qui ont constitué un point de départ pour le développement de certaines méthodes et règles de calcul qui prennent en considération le comportement réel des éléments , c'est-à-dire le comportement séparé des linteaux et des trumeaux.

Elles ont démontré la nécessité de prévoir des mesures appropriées pour assurer aux structures soumises aux actions sismiques la possibilité de développer de grandes déformations plastiques sans se rompre.

La conclusion qui s'impose est la nécessité d'études élastique et postélastique.

Le dimensionnement en flexion doit tenir compte du fait que le linteau se comporte comme deux consoles et que l'acier est tendu des deux cotés.

A l'effort tranchant, la situation est la même . Les deux aspects du problème présentent encore des lacunes et nécessitent des précisions supplémentaires.

La nécessité de l'étude post-élastique découle du fait que les linteaux constituent la première "ligne de résistance" du voile à ouvertures lors d'un séisme.

3.1:INTRODUCTION:

La définition des linteaux comme barres suppose certaines précautions concernant la prise en compte de tous les effets qui peuvent éloigner leur comportement réel de celui d'une barre courante.

Leur élancement réduit suggère certaines corrections dont les plus importantes se réfèrent à:

- _ l'effet de la déformation locale au niveau des raccordements linteau-trumeau,
- _ l'effet de l'effort tranchant sur les déformations du linteau,
- _ l'effet de la grande rigidité des trumeaux.

Les deux derniers effets peuvent être quantifiés au niveau de la rigidité du linteau en introduisant des facteurs de corrections appropriés.

L'effet de la déformation locale au niveau du raccordement linteau-trumeaux sera étudié séparément des deux autres effets.

La variation des coefficients de correction des rigidités sera étudiée comme fonction du paramètre le plus déterminant , c'est-à-dire l'élancement λ .

Les hypothèses admises dans cette étude sont les suivantes:

- _ comportement élastique du matériau,
- _ validité de l'hypothèse de Navier-Bernoulli pour les

déformations de flexion,

— glissement analogue à celui des barres élastiques.

Le calcul des rigidités à la rotation du noeud et à la rotation de la barre tenant compte de la rigidité infinie des extrémités suppose également la symétrie des trumeaux.

Cette approche un peu simpliste est seulement un moyen d'avoir un ordre de grandeur sur l'influence des différents facteurs sur la rigidité du linteau.

3.2.DIMENSIONS COURANTES DES LINTEAUX:

Il semble utile , avant d'aborder l'étude , de faire une classification des linteaux qui tient compte de la prédominance de la flexion ou de l'effort tranchant dans leur comportement à la rupture.

La littérature de spécialité confirme (1)(3) qu'un comportement de type flexion-cisaillement se produit lorsque les fissures inclinées peuvent se développer suivant un angle de quelques 45°.

On peut dire que les fissures qui naissent dans la section d'encastrement du linteau peuvent se développer quasi-librement si sa longueur est supérieure à sa hauteur (figIII.1.a).

Par contre, les fissures inclinées sont obligées de suivre un tracé selon la diagonale du linteau si sa portée est inférieure à sa hauteur (figIII.1.b.).

Dans la pratique , on peut rencontrer les deux types de linteaux. On est donc amenés à classer les linteaux selon le rapport $\lambda=l/h$, qui est généralement considéré comme un

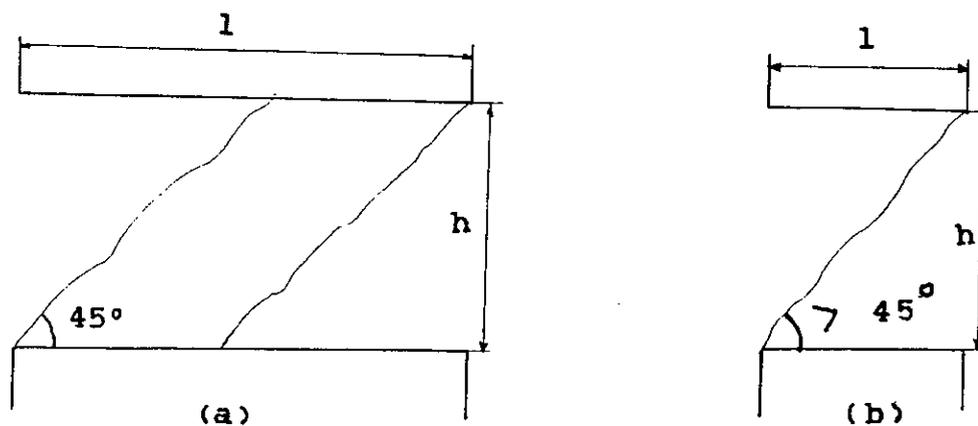


Figure III.1: Développement des fissures dans le linteau:

a) linteau long

b) linteau court.

élançement géométrique.

Ce critère de classement rejoint la notion de portée de cisaillement, reconnue depuis les années 1960 comme un facteur déterminant le comportement en flexion ou à l'effort tranchant des éléments en béton armé et qui est, dans le cas des linteaux doublement encastres pour lesquels on néglige l'effet des charges verticales, égale à la moitié de l'élançement:

$$l_s = \lambda/2 \text{ (cf. §2.2).}$$

Une étude de la configuration des murs de refends à files d'ouvertures (voir tableau I) permet de classer les linteaux selon leurs dimensions, en deux catégories.

Dans une première catégorie se regroupent les linteaux correspondants à des ouvertures courantes (portes à simple battant, fenêtres habituelles, hauteurs d'étages normales etc...) ils seront appelés linteaux courts.

A la seconde catégorie d'éléments appartiennent les linteaux qui découlent de la présence d'ouvertures telles que portes à doubles battants, fenêtres plus larges et plus hautes que dans les cas courants etc... .

Cette deuxième catégorie groupe les linteaux que l'on peut appeler "linteaux longs", d'élançement $\lambda > 1$, et dont l'analyse du comportement montre qu'ils rejoignent des études déjà connues.

3.3. DISTRIBUTION DES EFFORTS PENDANT UN SEISME:

Les efforts horizontaux dus aux séisme créent dans le mur de refend à ouvertures un moment de renversement M_0 à chaque niveau qui sera équilibré par des moments M_1 et M_2 induits dans chaque trumeau, et des efforts axiaux opposés (fig III.2.).

TABLEAU I : Dimensions des linteaux courants

Type de bâtiment	Nombre d'étages	Hauteur de l'étage (m)	Dimensions des fenêtres	Dimensions correspondantes des linteaux (m)	λ	Dimensions des portes (m)	Dimensions correspondantes des linteaux	λ
Logement	R + 4	2,70	1,50*1,40	1,30 * 1,50	1,15	0,94*2,20	0,50 * 0,94	1,88
	R + 9			0,65 * 1,50	2,30	0,84*2,20	0,50 * 0,84	1,68
Bureau	R + 4	2,40	1,50*1,40	1,00 * 1,50	1,50	0,94*2,20	0,20 * 0,94	4,70
	R + 9			0,50 * 1,50	3,00	0,84*2,20	0,20 * 0,84	4,20
Hopital	R + 4	à 3,20	1,50*1,40	1,40 * 2,20	1,57	0,94*2,20	0,60 * 0,94	1,57
	R + 9			0,70 * 2,20	3,14		0,60 * 0,84	1,40
Hotel	R + 4	2,40	1,50*1,40	1,00 * 1,50	1,50	0,94*2,20	0,20 * 0,94	4,70
	R + 9			0,50 * 1,50	3,00		0,20 * 0,84	4,20
Magasin	R + 4	à 4,50	3,30*2,20	1,30 * 3,30	2,54	0,94*2,20	1,30 * 0,94	0,72
	R + 9			0,65 * 3,30	5,07		1,30 * 0,84	0,65
				2,30 * 3,30	1,43	0,84*2,20	2,30 * 0,94	0,41
				1,15 * 3,30	2,87		2,30 * 0,84	0,36

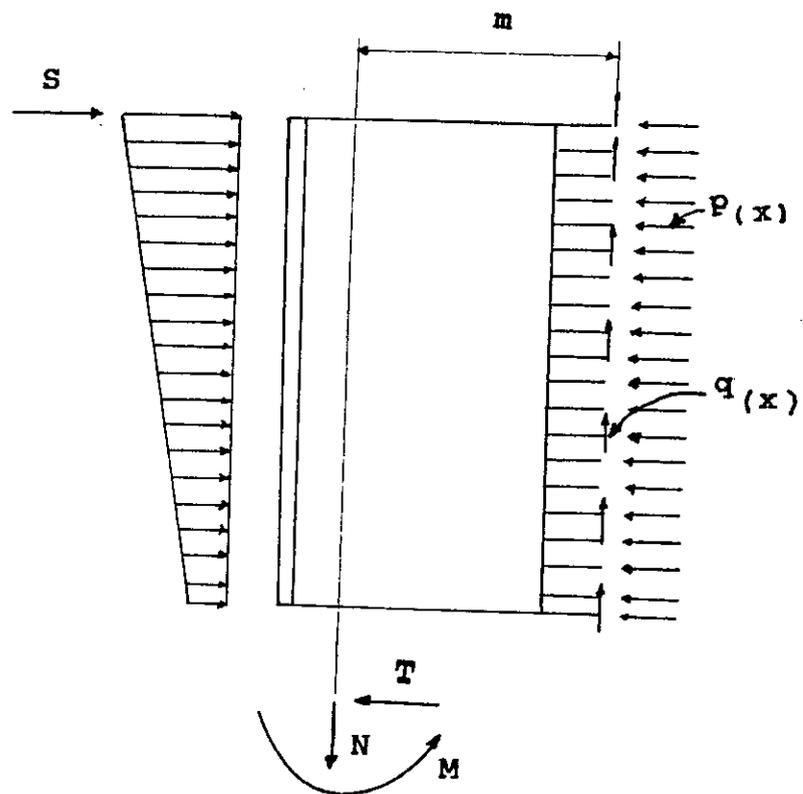


Figure III.2: Efforts induits dans un mur de refend à ouvertures lors d'un séisme .

L'équation d'équilibre s'écrit, au niveau considéré:

$$M_0 = M_1 + M_2 + m.N.$$

avec:

M_0 = moment extérieur résultant total,

M_1, M_2 = moments internes induits dans les trumeaux 1 et 2.

N = effort axial induit dans les trumeaux,

m = distance entre les axes centraux des deux trumeaux.

Les efforts axiaux N résultent du cumul des forces de cisaillement au droit des poutres de liaison (linteaux) ce qui donne donc une compression et une traction respectivement dans les trumeaux 1 et 2 .

Les linteaux sont soumis directement à l'action des charges verticales au droit des ouvertures . Ces actions seront négligées du fait que les linteaux étudiés sont de très faible portée.

Par contre , ils sont soumis indirectement à l'action des déplacements d'appui. Ils sont appuyés sur toute leur hauteur sur les trumeaux. Leurs sections d'extrémités se déplacent dans leur ensemble par rapport aux sections correspondantes des trumeaux supposés indéformables.

Si l'on accepte de supposer que la rigidité suffisamment grande des planchers suffit à assurer l'égalité des flèches des trumeaux, l'on négligera ainsi les déplacements horizontaux des sections d'extrémités.

Deux sollicitations engendrées dans le linteau sont donc à retenir (fig III.3.).

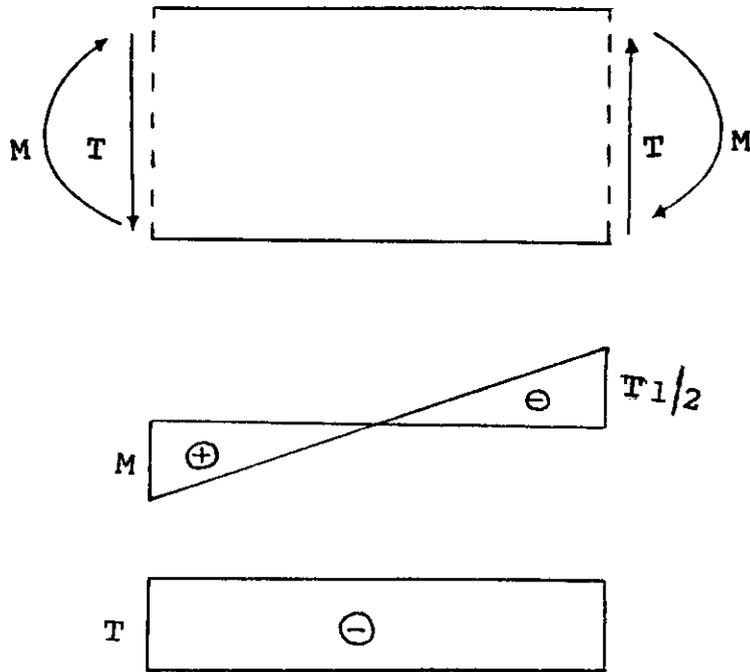


Figure III.3: Les sollicitations dans le linteau .

_ un effort tranchant T, constant en fonction de l'hypothèse précédente ,

_ un moment fléchissant M, de diagramme forcément linéaire , avec évidemment des sens variables pour ces efforts , considérant la possibilité d'alternance des sollicitations pendant un séisme.

3.4.EFFET DE LA DEFORMATION LOCALE AU NIVEAU DE LA JONCTION L'INTEAU-TRUMEAUX:

3.4.1.Introduction:

L'effet de la déformation locale au niveau de la jonction linteau-trumeaux est un problème d'élasticité plane . Il nécessite un traitement plus fin que celui offert par les méthodes classiques de la résistance des matériaux. Dans le stade élastique, on peut constater qu'il s'agit du problème de Flamant (demi-plan élastique chargé à sa frontière) (15), considéré sous l'aspect particulier d'une charge linéairement répartie (figIII.4.a.).

3.4.2.Calcul des contraintes:

Nous avons essayé d'établir l'incidence de la répartition linéaire de la contrainte dans le linteau sur le trumeau en intégrant les formules qui donnent les contraintes pour une répartition quelconque de la charge dans le problème de Flamant (15)(16).

Ce sont les déformations linéaires provoquées par les contraintes normales qui peuvent nous donner une estimation de l'influence des contraintes du linteau sur le trumeau , c'est pourquoi nous nous intéressons spécialement aux contraintes σ_x

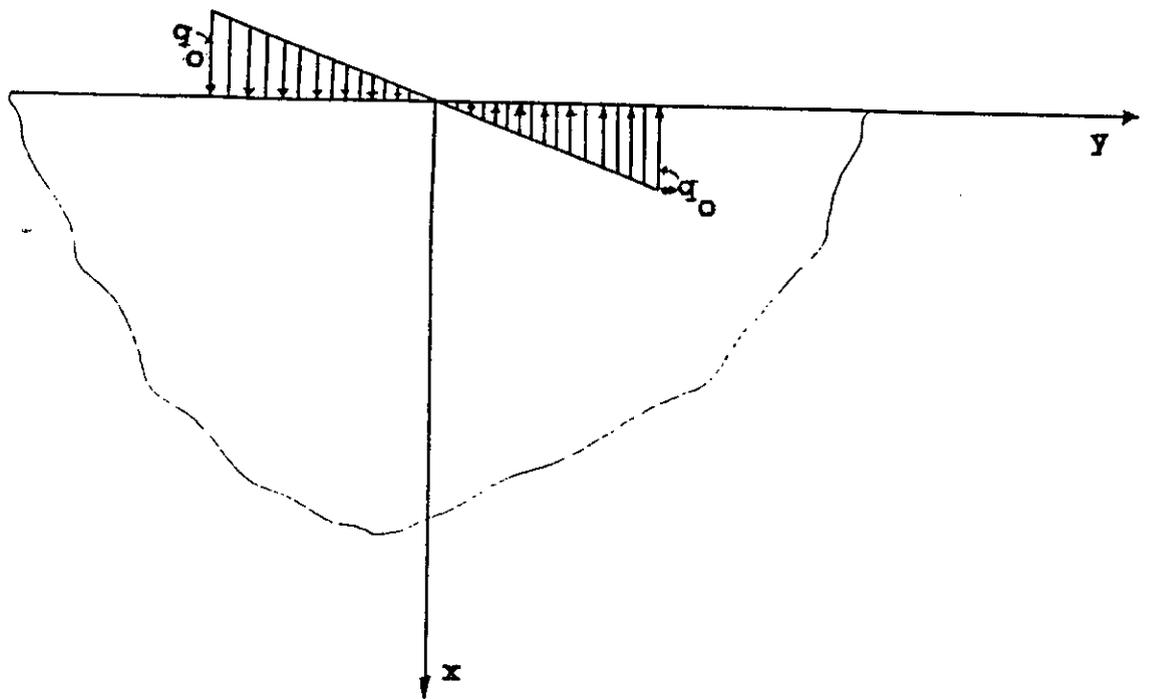


Figure III.4: Les contraintes locales au niveau du raccordement linteau-trumeau . a) Notations

et σ_y .

Les contraintes σ_x et σ_y sont données par les relations suivantes:

$$\sigma_x = -2/\pi \cdot q_\theta \cdot \cos^2\theta \cdot d\theta.$$

$$\sigma_y = -2/\pi \cdot q_\theta \cdot \sin^2\theta \cdot d\theta.$$

avec q_θ = charge exprimée en coordonnées polaires.

La charge répartie, de valeurs extrémales $\pm q_0$ (fig III.4.b.) a donc été exprimée en coordonnées polaires pour être injectée dans les formules précédentes (voir annexe A.1.).

$$q_\theta = -q_0 \left[1 \frac{-2\text{tg}\theta_B}{\text{tg}\theta_B - \text{tg}\theta_A} + \frac{2\text{tg}\theta}{\text{tg}\theta_B - \text{tg}\theta_A} \right]$$

Les démonstrations détaillées qui permettent d'exprimer les contraintes σ_x et σ_y pour le cas de la charge q_θ linéairement répartie sont insérées dans l'annexe A.1.

On établit ainsi , après intégration:

$$\sigma_x = \frac{q_0}{\pi(\text{tg}\theta_B - \text{tg}\theta_A)} \left[(-\text{tg}\theta_B - \text{tg}\theta_A) \left(\theta_B - \theta_A \right) + \frac{\sin 2\theta_B - \sin 2\theta_A}{2} \right] + \cos 2\theta_A - \cos 2\theta_B$$

$$\sigma_y = \frac{q_0}{\pi(\text{tg}\theta_B - \text{tg}\theta_A)} \left((-\text{tg}\theta_B - \text{tg}\theta_A) \left[\theta_B - \theta_A + \frac{\sin 2\theta_A - \sin 2\theta_B}{2} \right] + 2 \text{Log} \frac{\cos^2 \theta_A}{\cos^2 \theta_B} + \cos 2\theta_B - \cos 2\theta_A \right)$$

ou encore sous une forme plus simple , si on pose:

$$\theta_A = 0$$

$$\theta_B = 0'$$

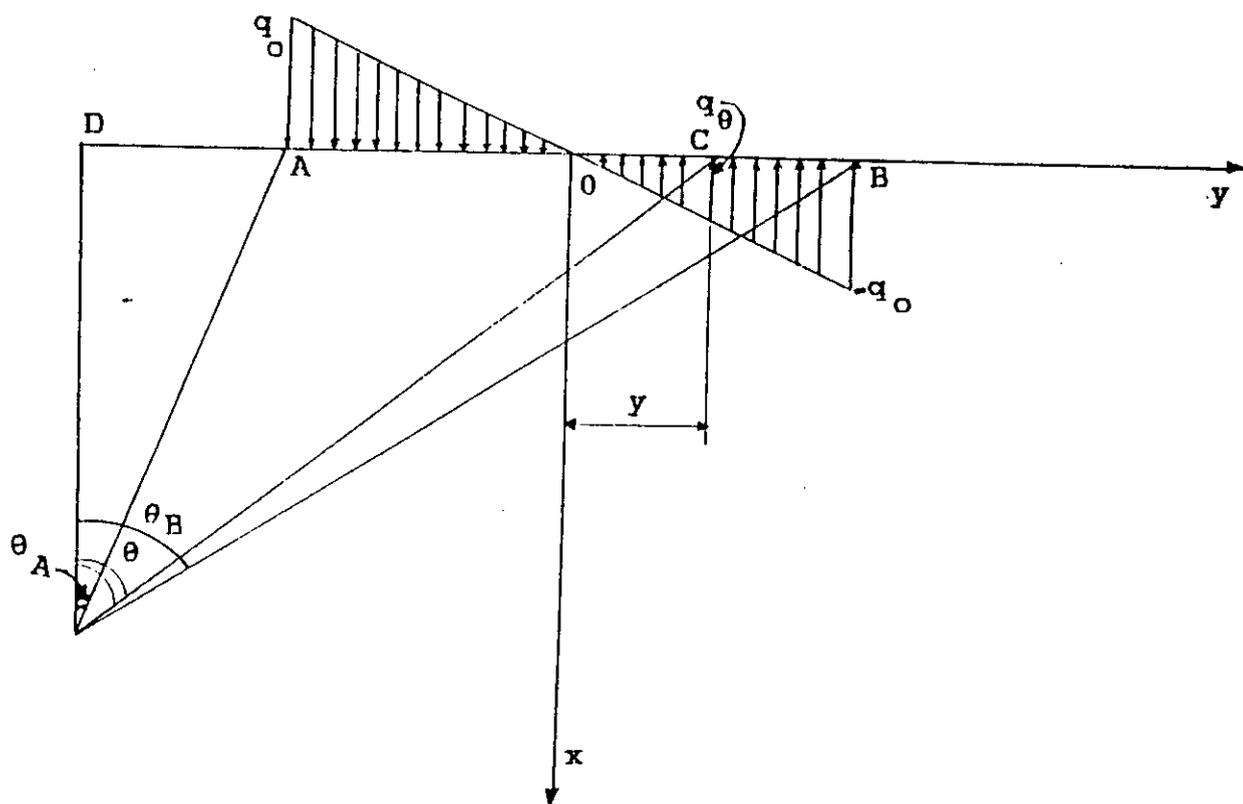


Figure III.4: Les contraintes locales au niveau du raccordement linteau-trumeau .

b): Notations

$$\operatorname{tg} \theta_A = t$$

$$\operatorname{tg} \theta_B = t'$$

et après avoir fait quelques transformations trigonométriques (voir annexe A.1.):

$$\sigma_x = \frac{q_0(t'+t)}{\pi(t-t')} \left[\theta - \theta' + \frac{(1+t')(t-t)}{(1+t^2)(1+t'^2)} \right]$$

$$\sigma_y = \frac{q_0(t'+t)}{\pi(t-t')} \left(\theta - \theta' + \frac{(1+t')(-t'+t)}{(1+t^2)(1+t'^2)} + \frac{2}{t'+t} \operatorname{Log} \frac{1+t'^2}{1+t^2} \right)$$

3.4.3. Variation des contraintes:

L'établissement des relations exprimant les contraintes σ_x et σ_y pour le cas des linteaux nous a permis de calculer leurs valeurs en différents points de la zone d'appui, correspondants à divers éloignements (voir annexe A.1.).

Les valeurs ainsi établies nous ont permis de tracer les courbes des contraintes σ_x et σ_y pour différents éloignements d'appui en fonction de leurs projections x et y (fig III.5. et III.6.); x représentant l'éloignement et y la distance à la fibre moyenne du linteau.

Les courbes tracées ont été établies en faisant des calculs simples utilisant les coordonnées cartésiennes x et y de divers points.

Il est utile de rappeler que lors de l'établissement des relations exprimant les contraintes σ_x et σ_y , nous avons utilisé, (par simple commodité de calcul), des coordonnées polaires.

Les valeurs des contraintes calculées numériquement ont été basées sur des relations géométriques élémentaires (fig III.4.c.).

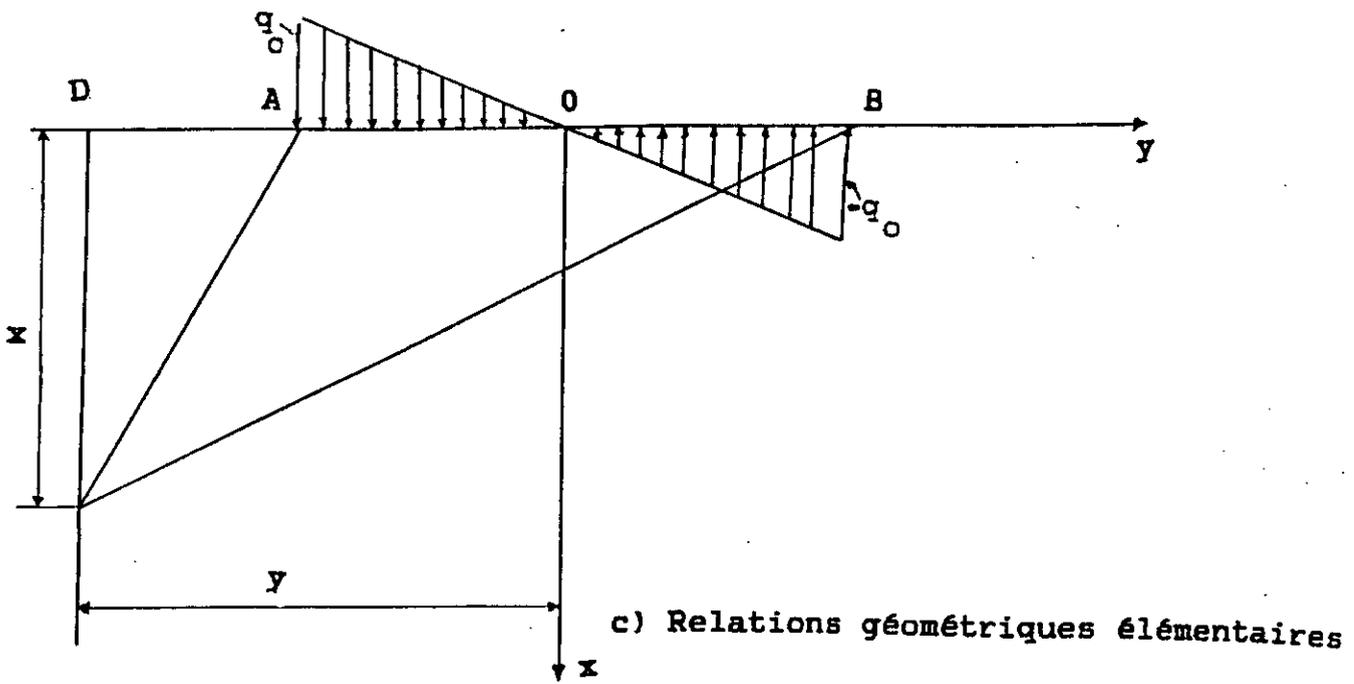
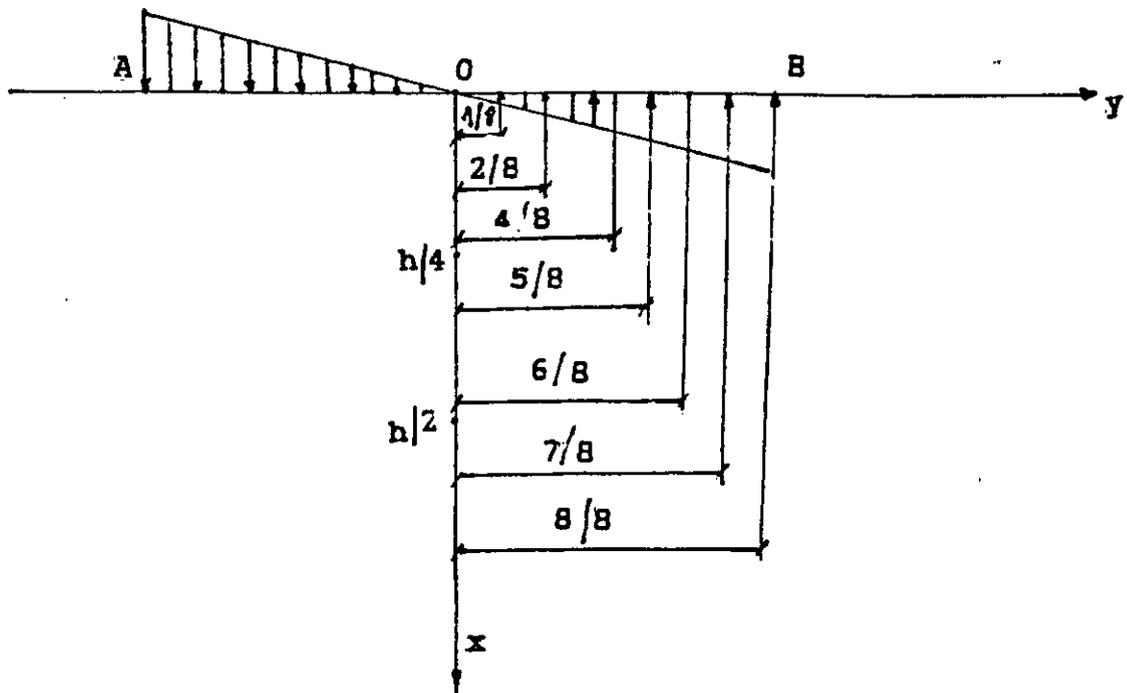


Figure III.4: Les contraintes locales au niveau du raccordement linteau-trumeaux.



d) Les différentes parallèles à la fibre moyenne considérées.

En effet:

$$\operatorname{tg}\theta_A = DA/DM = -(y-h/2)/x = (h/2-y)/x$$

$$\operatorname{tg}\theta_B = DB/DM = -(y+h/2)/x = (-h/2-y)/x$$

si l'on prend $h/2 = 1$, par exemple, on a :

$$t = \operatorname{tg}\theta_A = \operatorname{tg}\theta = (1-y)/x \quad ; \quad \theta = \operatorname{arctg}(t)$$

$$t' = \operatorname{tg}\theta_B = \operatorname{tg}\theta' = -(1+y)/x \quad ; \quad \theta' = \operatorname{arctg}(t')$$

Tenant compte de ces valeurs de t et t' en fonction de x et y , il devient aisé de calculer les valeurs des contraintes σ_x et σ_y sur diverses parallèles à la fibre moyenne du linteau définies par $y = \text{constante}$, pour des valeurs croissantes de x (éloignement de la section d'encastrement ou encore éloignement de la jonction linteau-trumeau) (fig III.4.d.).

Les relations établies pour les contraintes σ_x et σ_y permettent de vérifier que pour $y=0$, c'est-à-dire sur la fibre moyenne du linteau, $t = t'$ d'où $\sigma_x = 0$ et $\sigma_y = 0$.

D'autre part, les graphes représentant les variations de σ_x et σ_y (fig III.5. et III.6.) nous amènent à certaines observations importantes.

En effet, nous constatons que les contraintes σ_x et σ_y ont des valeurs distinctes au niveau de l'encastrement ($x=0$) ; et des valeurs d'autant plus grandes que y est plus grand (maximum au niveau des fibres extrêmes du linteau).

Par contre, lorsqu'on s'éloigne de la section d'encastrement (pour des valeurs croissantes de x) les courbes des contraintes ont tendance à se superposer, la différence entre les valeurs des contraintes s'atténuant rapidement, devenant imperceptible de visu.

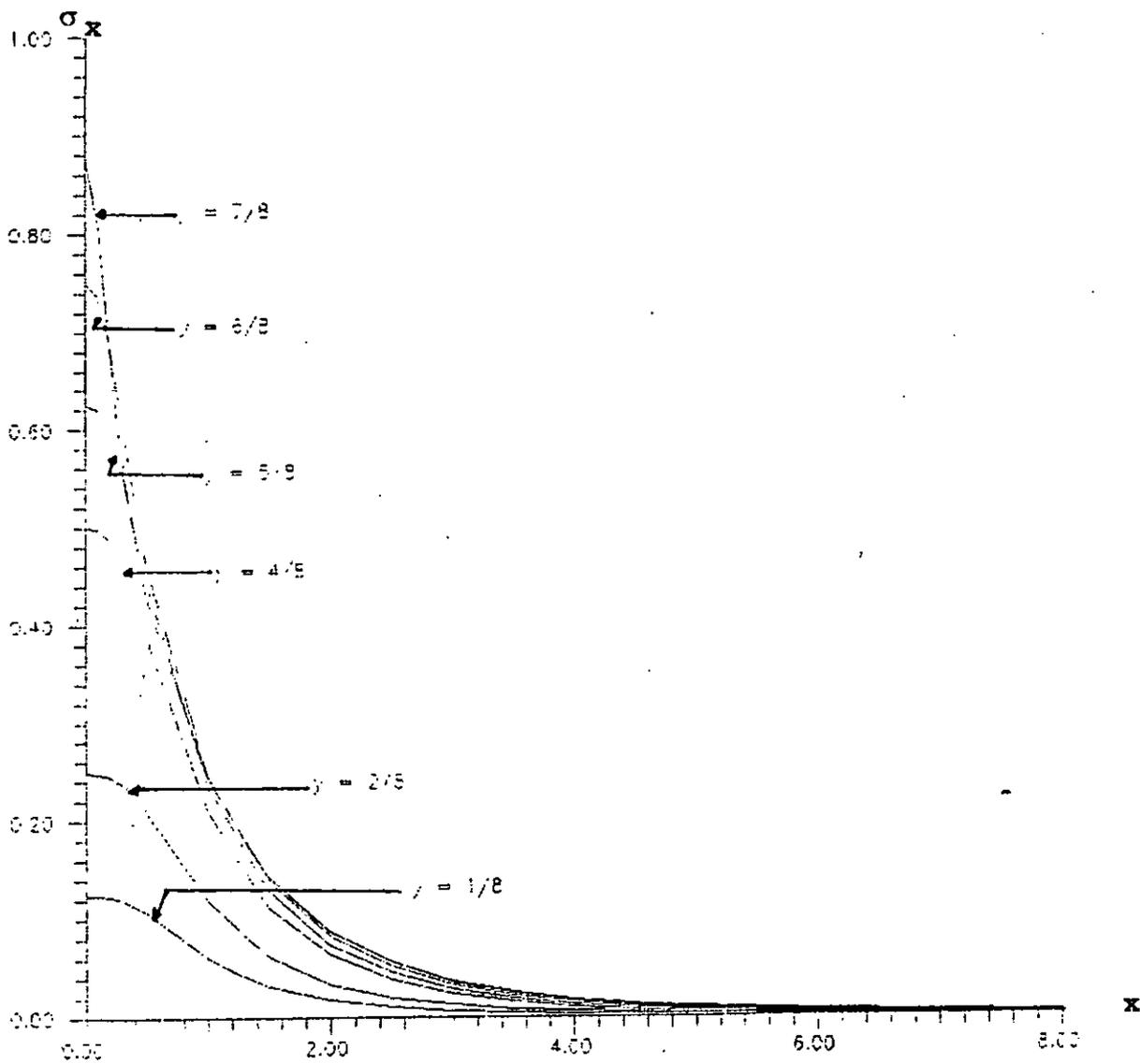


Figure III.5: Variation des contraintes σ_x

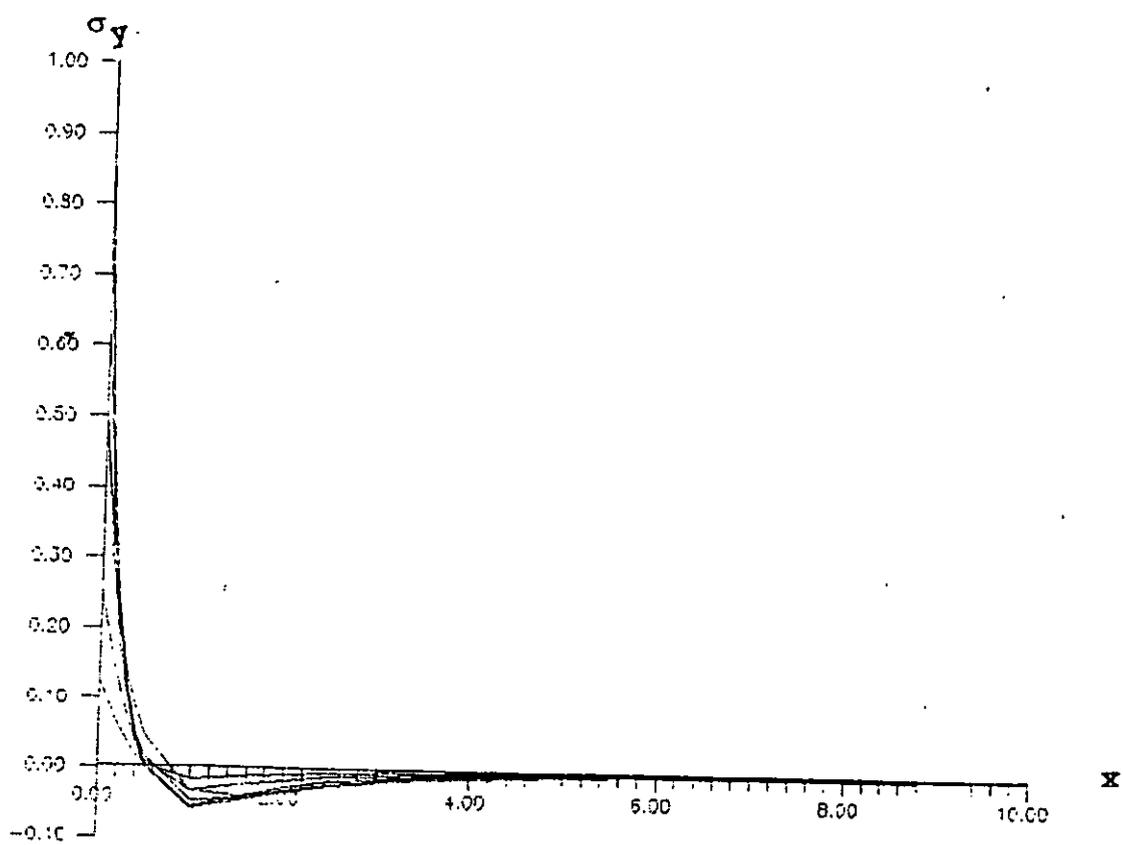


Figure III.6: Variation des contraintes σ_y .

Du point de vue quantitatif, par exemple pour $x = 0$, la différence est de 20%, aussi bien pour σ_x que pour σ_y

Pour σ_y , la différence devient négligeable pour $x = 0.5$ (5%)

Pour σ_x , la différence est de 4% pour $x = 1$.

Rappelons que $h/2 = 1$; $x = 0.5$ correspond à $h/4$; $x = 1$ correspond à un éloignement égal à $h/2$.

Il est à noter que ces contraintes s'annulent de toute manière lorsque x augmente considérablement, σ_y tendant vers zéro par valeurs négatives après s'être annulée au voisinage de $x = 0.5$.

3.5. CALCUL DE LA RIGIDITE DES LINTEAUX:

3.5.1. Introduction:

On se propose de calculer:

- _ la rigidité à la rotation du noeud tenant compte des déformations d'effort tranchant,
- _ la rigidité à la rotation de la barre tenant compte des déformations d'effort tranchant,
- _ la rigidité à la rotation du noeud tenant compte de la rigidité infinie des extrémités,
- _ la rigidité à la rotation de la barre tenant compte de la rigidité infinie des extrémités.

Les rigidités sont définies selon le concept habituel comme suit:

- _ rigidité à la rotation du noeud (fig III.7.a)
- _ rigidité à la rotation de la barre (fig III.7.b)
- _ rigidité à la rotation du noeud tenant compte de la rigidité infinie des extrémités (fig III.7.c)

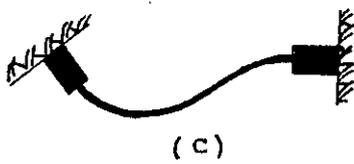
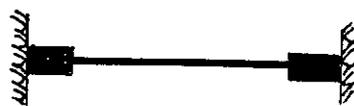
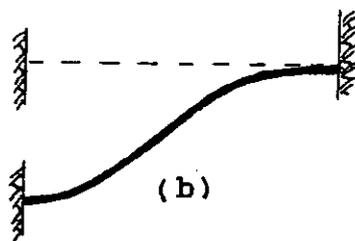
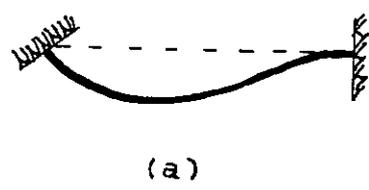


Figure III.7: Définition des rigidités .

_ rigidité à la rotation de la barre tenant compte de la rigidité infinie des extrémités (fig III.7.d).

Rappelons que la distinction à faire entre la rigidité à la rotation du noeud et la rigidité à la rotation de la barre est liée aux déplacements possibles des noeuds d'une structure (26).

En effet , d'une manière générale , on considère qu'il existe deux types de structures selon les possibilités de déplacement de leurs noeuds :

_ Les structures dites à "noeuds fixes" (fig III.8.a) c'est-à-dire les structures pour lesquelles les déplacements horizontaux des noeuds sont nuls ou négligeables (structures symétriques soumises à des charges quelconques , donc déplacement latéral négligeable) ou encore structures ayant des déplacements horizontaux bloqués , empêchés ; exemple : structures contreventées par voiles.

_ Les structures à "noeuds déplaçables" (fig III.9.a.) qui correspondent beaucoup mieux aux cas réels de sollicitations, qui n'entrent dans aucune des catégories précédentes , et pour lesquelles des déplacements relatifs des noeuds sont observés.

Dans le cas des structures à noeuds fixes (fig III.8.b.), on parlera de rigidité à la rotation du noeud , celle-ci étant définie comme étant le moment qui engendre une rotation unitaire du noeud .

Pour les structures à noeuds déplaçables (fig III.9.b.) , on parlera de rigidité à la rotation de la barre ou rigidité à la

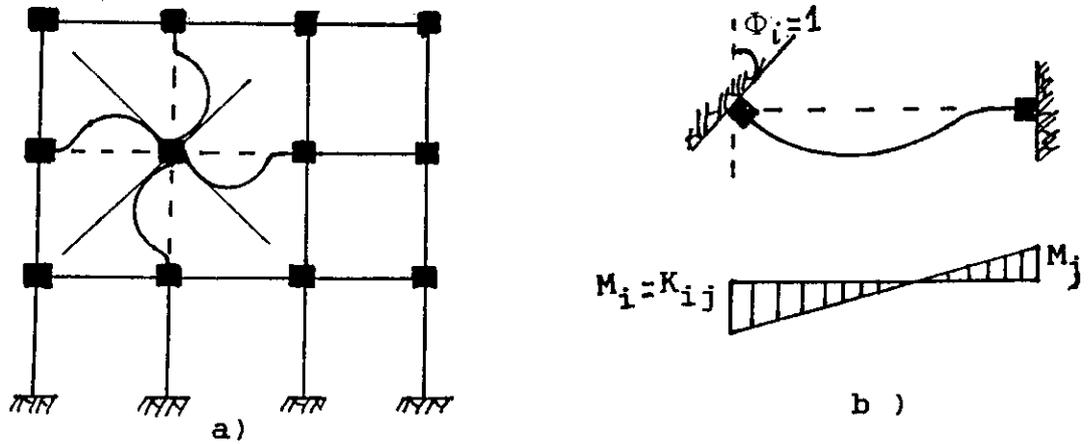


Figure III.8: a) Structures à noeuds fixes .

b) Rigidité à la rotation du noeud .

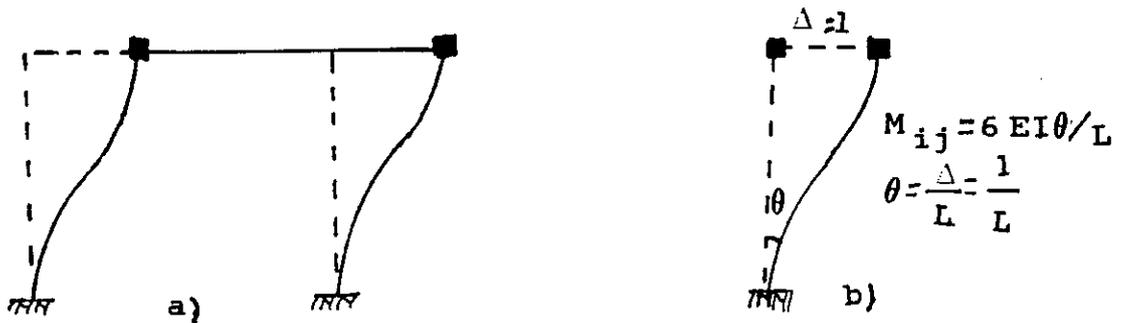


Figure III.9: a) Structures à noeuds déplaçables .

b) Rigidité à la rotation de la barre .

distorsion ; c'est une rigidité fictive , définie comme étant le moment qui engendre un déplacement relatif unitaire du noeud .

3.5.2.Rigidité à la rotation du noeud tenant compte des déformations d'effort tranchant :(fig III.10.)

On peut déterminer les rigidités par la méthode des forces , les déplacements étant calculés par la méthode de Mohr-Verechaguine (voir annexe A.2.).

Le problème devient la résolution du système linéaire suivant:

$$\begin{cases} \delta_{ii} \cdot X_i + \delta_{ij} \cdot X_j = \Phi_i \\ \delta_{ji} \cdot X_i + \delta_{jj} \cdot X_j = 0 \end{cases}$$

avec $\Phi_i = 1$

$$\text{et } \delta_{ij} = \frac{m_i \cdot m_j \cdot dx. + k \cdot t_i \cdot t_j \cdot dx}{E \cdot I_{ij} \quad G \cdot A}$$

où m_i = moment provoqué par $X_i = 1$

m_j = moment provoqué par $X_j = 1$

t_i = effort tranchant provoqué par $X_i = 1$

t_j = effort tranchant provoqué par $X_j = 1$

E, G = modules d'élasticité longitudinal et transversal du béton armé.

I_{ij} = moment d'inertie du linteau (ij) .

A = aire de la section droite du linteau .

k = coefficient de forme dépendant de la géométrie de la section (voir annexe A.2.).

Rappelons que les modules d'élasticité longitudinal et transversal sont liés par la relation :

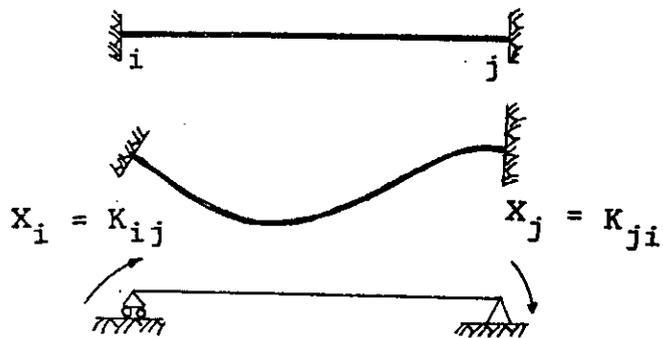


Figure III.10:Schéma statique pour le calcul de la rigidité à la rotation du noeud tenant compte de l'effort tranchant .

$G = E/2(1+\nu)$ où ν = coefficient de Poisson.

$\nu = 1/6$ pour le béton armé $G = 0,425.E \approx 0,4.E$

Nous avons donc considéré $G = 0,4.E$ dans nos calculs.

La démonstration détaillée qui permet d'établir $X_i = K_{ij}$ est insérée en annexe A.3.

On trouve

$$X_i = K_{ij} = \frac{4.E.I_{ij} \cdot (4.\lambda^2 + 3)}{l_{ij} \cdot (4.\lambda^2 + 12)}$$

Par rapport à l'expression courante $X_i = 4.E.I_{ij}/l_{ij}$; la formule contient le facteur multiplicatif:

$$\theta = (4\lambda^2 + 3)/(4\lambda^2 + 12)$$

qui exprime l'influence de l'effort tranchant sur la rigidité du linteau.

Notons que ce facteur de correction dépend seulement de l'élancement géométrique λ .

Le graphe de la figure III.14. montre la variation de ce facteur de correction pour diverses valeurs de λ .

On constate aisément que l'influence de l'effort tranchant devient plus importante pour les valeurs faibles de λ ; le facteur de correction établi étant de toute manière toujours inférieur à l'unité.

Par exemple, pour $\lambda = 1$, le coefficient de correction vaut 0.43.

3.5.3. Rigidité à la rotation de la barre tenant compte des déformations d'effort tranchant: (fig III.11.) :

Suivant la même méthode, et en admettant les mêmes valeurs pour E , G et k , la résolution du système linéaire suivant:

$$\begin{cases} \delta_{ii} \cdot X_i + \delta_{ij} \cdot X_j = 1 \\ \delta_{ji} \cdot X_i + \delta_{jj} \cdot X_j = \Delta = 1 \end{cases}$$

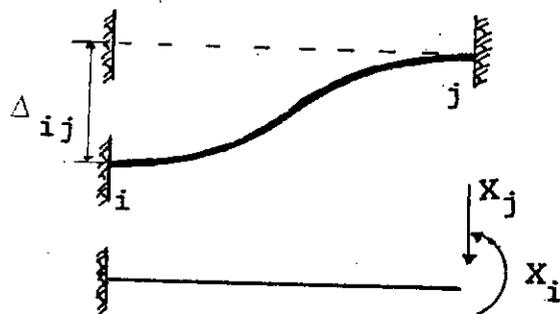


Figure III.11: Schéma statique pour le calcul de la rigidité à la rotation de la barre tenant compte de l'effort tranchant .

permet d'établir pour la rigidité à la rotation de la barre la relation suivante :

$$X_i = K_{ij}' = \frac{6E.I_{ij} \cdot (\lambda^2)}{l_{ij}^2 (\lambda^2 + 3)}$$

La démonstration détaillée qui permet d'établir cette formule est insérée en annexe A.3.

La rigidité calculée en négligeant l'influence de l'effort tranchant (c'est-à-dire en considérant seulement la flexion) est :

$$K'_{ij} = \frac{6.E.I_{ij}}{l_{ij}^2}$$

donc le facteur de correction est $\theta' = \lambda^2 / (\lambda^2 + 3)$

Sa variation est représentée dans la figure III.14.

Comme pour la rigidité à la rotation du noeud ,ce facteur de correction multiplicatif de la rigidité à la rotation de la barre est toujours inférieur à l'unité ; il augmente pour les valeurs faibles de λ .

A titre indicatif ,pour $\lambda = 1$,ce facteur de correction vaut 0.25

3.5.4.Rigidité à la rotation du noeud tenant compte de la rigidité infinie des extrémités (fig III.12.):

La présence des trumeaux très rigides peut être prise en compte en considérant que le linteau l sur sa partie centrale l_0 a un moment d'inertie I de valeur finie ; et sur ses extrémités de longueurs $(l-l_0)/2$ il a un moment d'inertie I infini .

On peut aborder le problème par la méthode des forces ,

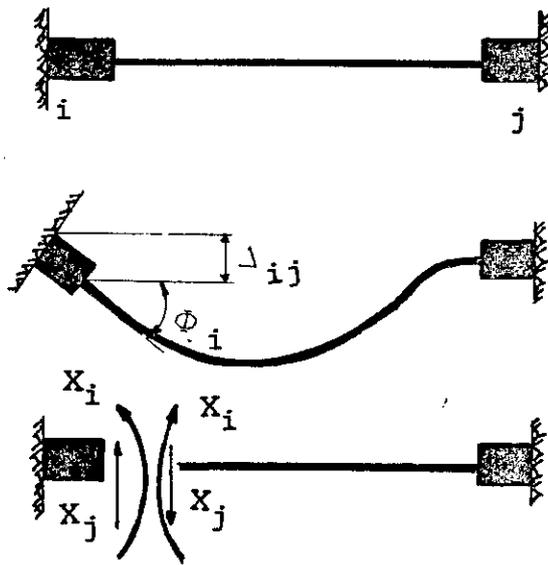


Figure III.12: Schéma statique pour le calcul de la rigidité à la rotation du noeud tenant compte de la rigidité infinie des extrémités .

la détermination des déplacements étant faite par la méthode de Mohr-Verechaguine .

Il vient le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} \delta_{ii} \cdot X_i + \delta_{ij} \cdot X_j = 1 \\ \delta_{ji} \cdot X_i + \delta_{jj} \cdot X_j = -(1-l_0)/2 \end{cases}$$

qui permet d'écrire , après résolution (voir annexe A.3.):

$$X_i = K_{ij} = \frac{(7.l_{ij} - 3.l_{0ij}) \cdot 4.E.I_{ij}}{4.l_{ij} \quad l_{ij}}$$

pour un linteau ij .

soit:
$$X_i = K_{ij} = \frac{(7.l - 3.l_0) \cdot 4.E.I.}{4.l \quad 1}$$

Cette formule contient le facteur de correction multiplicatif

$$(7.l - 3.l_0)/4.l$$

dont la variation est représentée dans le graphe de la figure III.15.

3.5.5. Rigidité à la rotation de la barre tenant compte de la rigidité infinie des extrémités (fig III.13.) :

Suivant le même raisonnement et avec les mêmes hypothèses que pour la rigidité à la rotation du noeud tenant compte de la rigidité infinie des extrémités , la résolution du système linéaire suivant (voir annexe A.3.):

$$\begin{cases} \delta_{ii} \cdot X_i + \delta_{ij} \cdot X_j = 0 \\ \delta_{ji} \cdot X_i + \delta_{jj} \cdot X_j = 1 \end{cases}$$

permet de trouver la rigidité à la rotation de la barre tenant compte de la rigidité infinie des extrémités:

$$X_i = K'_{ij} = \frac{6.E.I_{ij} \cdot l_{ij}^3}{l_{ij}^2 \cdot l_{0ij}^3}$$

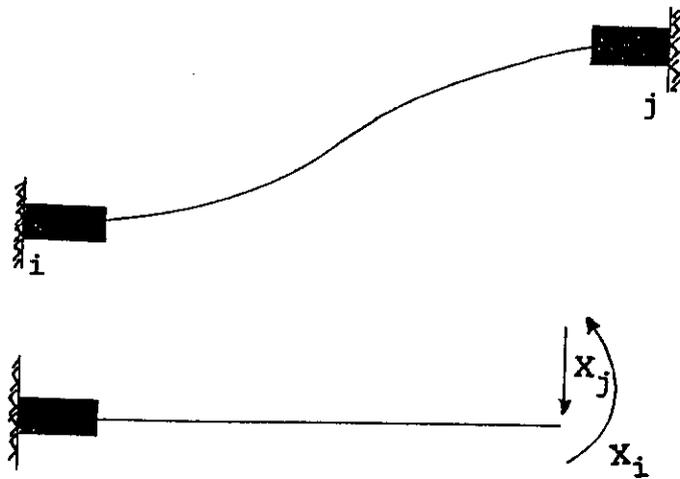


Figure III.13:Schéma statique pour le calcul de la rigidité à la rotation de la barre tenant compte de la rigidité infinie des extrémités .

pour un linteau noté ij ; ou encore :

$$X_i = K'_{ij} = (6.E.I./l^2).(l/l_0)^3$$

Cette relation contient le facteur de correction multiplicatif $(l/l_0)^3$ dont la variation est représentée dans la figure III.15.

3.5.6. Commentaires des résultats obtenus :

Les coefficients de correction établis permettent une étude de l'influence des différents paramètres considérés sur la rigidité et la définition des domaines pour lesquels ces effets doivent être pris en compte ou négligés .

Bien que la classification des linteaux en linteaux longs et linteaux courts (cf.§.3.2.) sépare les deux catégories par la valeur $\lambda = 1$; dans le calcul de la rigidité tenant compte de l'effort tranchant , on doit envisager d'autres critères de classification des linteaux .

Ceci est dû au fait que la classification du paragraphe 3.2. est liée seulement au comportement à la rupture, tandis que dans le chapitre présent il s'agit de l'influence de l'effort tranchant sur les déformations .

On remarque sur les graphes tracés (fig III.14.) que les coefficients de correction multiplicatifs établis en tenant compte de l'effort tranchant sont d'autant plus faibles que l'élancement λ est plus petit .

Ceci confirme l'importance de l'effort tranchant pour les linteaux courts .

Les deux courbes donnant les coefficients de correction

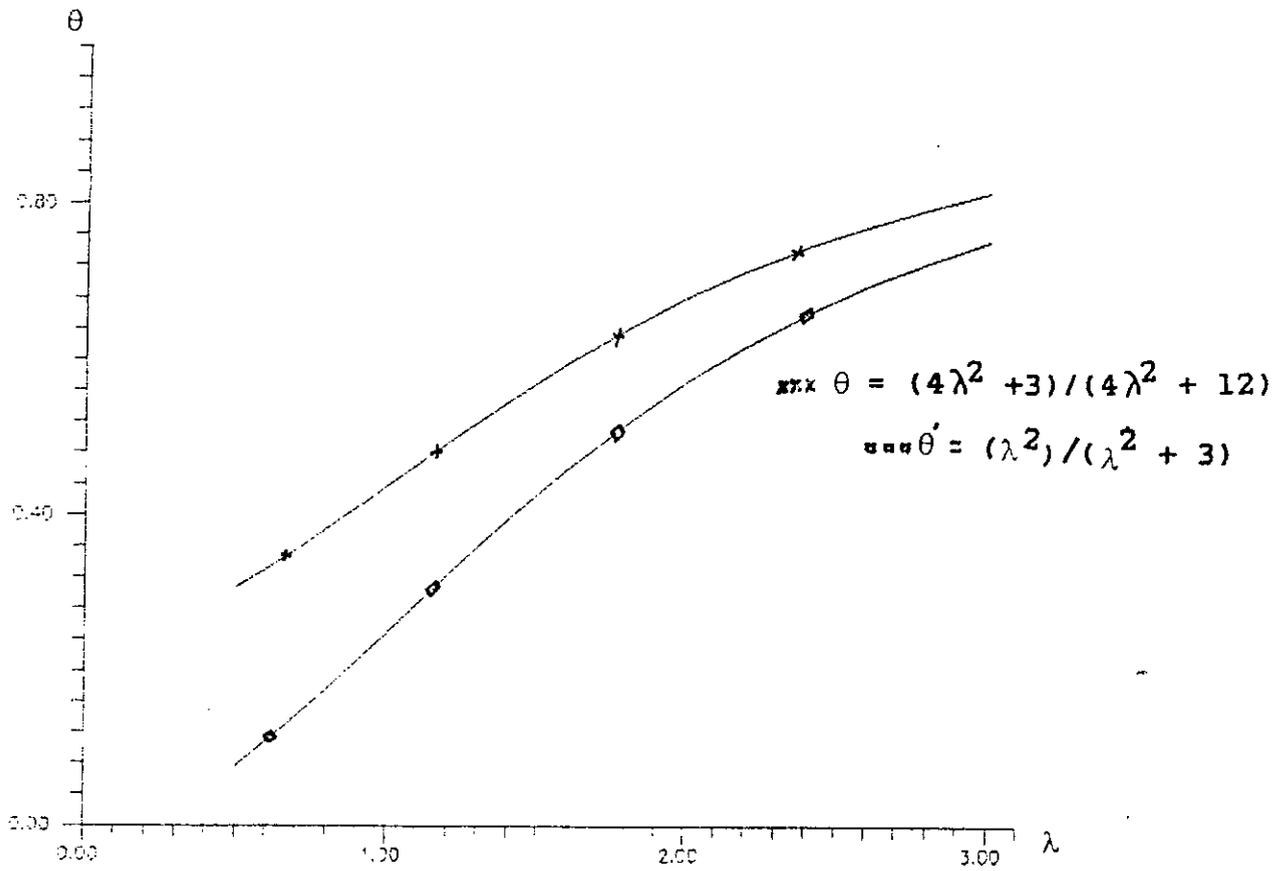


Figure III.14: Variation des coefficients de correction des rigidités tenant compte de l'effort tranchant .

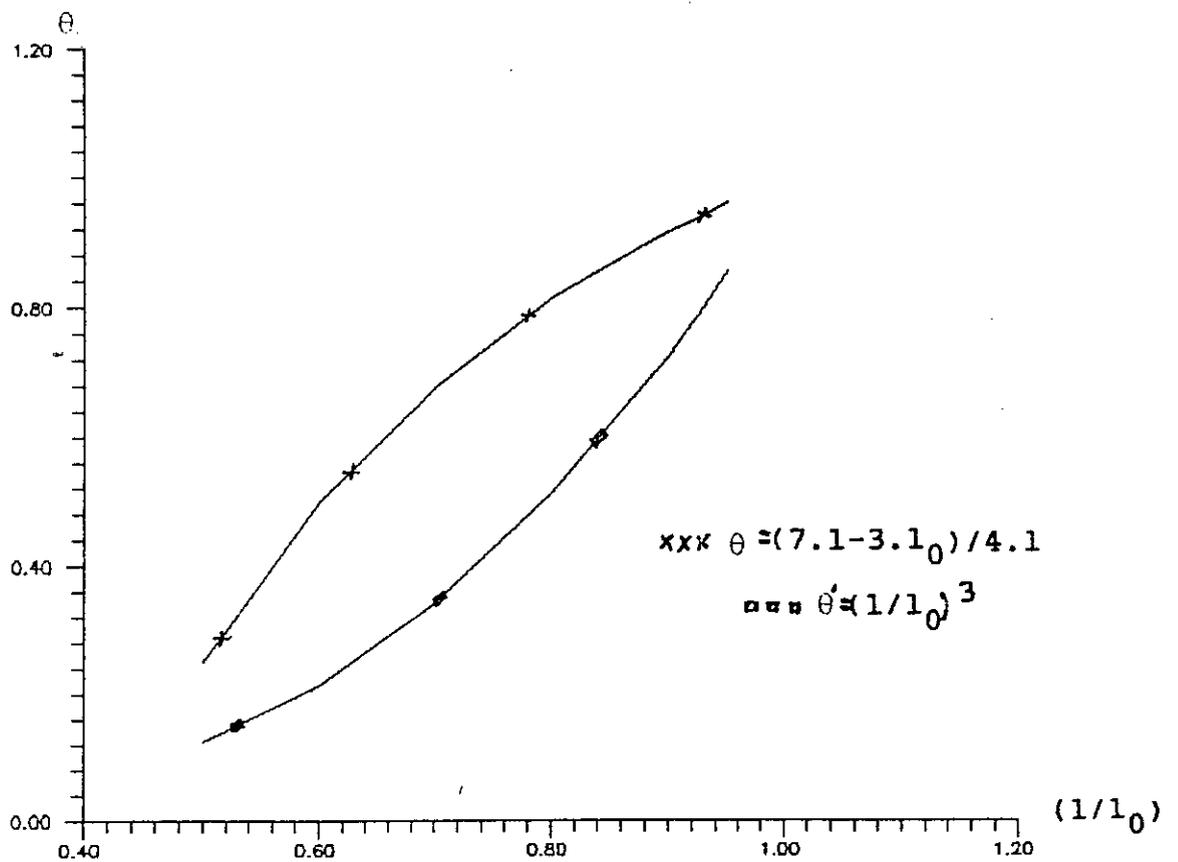


Figure III.15: Variation des coefficients de correction des rigidités tenant compte de la rigidité infinie des extrémités

des rigidités à la rotation du noeud et à la rotation de la barre ont tendance à se rejoindre pour les valeurs de λ supérieures à 3 ,car les deux courbes ont même limite asymptotique qui est 1,ce qui met en évidence le fait que l'effort tranchant peut effectivement être négligé pour des barres courantes .

3.6. CAPACITE PORTANTE DES LINTEAUX:

3.6.1. Introduction:

Il est nécessaire , avant d'aborder le problème de la capacité portante des linteaux , de rappeler les hypothèses essentielles admises lors de l'étude à l'état limite ultime de résistance (26) :

- _ diagramme des déformations linéaire,
- _ résistance du béton tendu négligée,
- _ diagramme des contraintes sur la partie de béton comprimé = parabole-rectangle,
- _ armatures concentrées en leur centre de gravité.

Si l'on considère une pièce rectangulaire soumise à une flexion simple (fig III.16.), les sections de l'élément sont partiellement comprimées, elles se déforment sous l'action du moment fléchissant auquel elles sont soumises jusqu'à ce qu'il y ait équilibre, ce qui peut s'exprimer par :

$$\begin{cases} M = M_a + M_a' + M_b = N_a \cdot z_a + N_a' \cdot z_a' + N_b \cdot z_b \\ N_a + N_a' + N_b = 0 \end{cases}$$

avec :

N_a, M_a = efforts équilibrés par les armatures tendues

z_a = cote du point d'application de l'effort N_a

= cote du centre de gravité des armatures tendues

N_a', M_a' = efforts équilibrés par les armatures

comprimées

z_a' = cote du point d'application de l'effort N_a'

= cote du centre de gravité des armatures comprimées

N_b, M_b = efforts équilibrés par le béton .

z_b = cote du point d'application de l'effort N_b
= cote du barycentre du béton comprimé.

D'autre part, si l'on note par :

A l'aire des armatures tendues

A' l'aire des armatures comprimées

σ_a et ε_a la contrainte et l'allongement relatif des armatures tendues

σ'_a et ε'_a la contrainte et l'allongement relatif des armatures comprimées

$\sigma_b(z)$ et $\varepsilon_b(z)$ la contrainte et le raccourcissement d'une fibre de béton comprimé à la cote z

on peut exprimer les efforts N_a , N'_a et N'_b par :

$$N_a = \sigma_a \cdot A$$

$$N'_a = \sigma'_a \cdot A'$$

$$N_b = \int \sigma_b(z) dx ; S \text{ étant l'aire de la section.}$$

Il s'agit d'une section rectangulaire, donc de largeur $b = \text{constante}$, on peut exprimer N_b , en choisissant un élément d'aire $ds = b \cdot dz$ par

$$N_b = \int \sigma_b(z) \cdot b \cdot dz.$$

$x = \alpha \cdot h$ étant la hauteur de béton comprimé (fig III.16.).

La section étant partiellement tendue, on peut utiliser le diagramme rectangulaire simplifié pour les contraintes.

D'autre part, on choisit comme origine pour l'axe des z le centre de gravité des armatures tendues, ce qui permet d'écrire :

$$z_a = 0$$

$$z'_a = h - d'$$

$$N_b = 0,8b \cdot x \cdot f_{bc} = 0,8b \cdot \alpha h \cdot f_{bc} \quad (x = \alpha \cdot h)$$

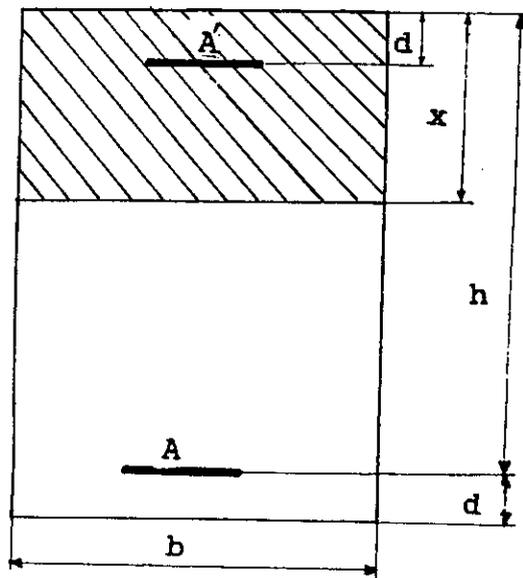


Figure III.16: Pièce rectangulaire soumise à la flexion simple

f_{bc} = contrainte limite dans le béton

$$= 0.85 f_{cj} / \gamma_b$$

(rappel: f_{cj} = résistance caractéristique à la compression du béton agé de j jours.)

_ le coefficient 0.85 a pour objet de couvrir l'erreur faite en négligeant le fluage.

Dans le cadre de cette étude, l'effet du fluage n'a pas lieu d'être pris en compte; on considère $f_{bc} = f_{cj} / \gamma_b$

_ le coefficient γ_b est un coefficient de sécurité qui a pour objet de tenir compte de la dispersion de la résistance du béton ainsi que d'éventuels défauts localisés.

$$\gamma_b = 1,5 \text{ dans le cas général}$$

$$\gamma_b = 1,15 \text{ en situation accidentelle.}$$

Les efforts équilibrés par le béton sont donc :

$$N_b = 0.8 \alpha h f_{bc} b$$

$$M_b = z_b \cdot N_b = h(1-0,4\alpha) 0,8 \alpha h b f_{bc}$$

$$M_b = 0,8 \alpha (1-0,4\alpha) h^2 \cdot b \cdot f_{bc}$$

On convient d'appeler $\mu = 0,8 \alpha (1-0,4\alpha)$ le moment relatif de béton d'où:

$$M_b = \mu h^2 \cdot b \cdot f_{bc}$$

D'où l'expression des équations d'équilibre:

$$M = A' \cdot \sigma_a' \cdot (h-d') + \mu b \cdot d^2 \cdot f_{bc}$$

$$0 = A' \cdot \sigma_a' + A \cdot \sigma_a + 0,8 \alpha h \cdot b \cdot f_{bc}$$

Dans le cas de charges réversibles, comme lors d'un séisme, il y a lieu de tenir compte de la possibilité de détérioration de la zone comprimée qui peut être tendue lors de l'alternance des sollicitations.

Il y a lieu de négliger complètement la contribution du béton et de ne considérer que les aciers pour l'équilibre des efforts d'où les équations d'équilibre:

$$M = A' \cdot \sigma_a' \cdot (h - d')$$

$$0 = A' \cdot \sigma_a' + A \cdot \sigma_a \quad (\text{armatures symétriques}).$$

3.6.2. Capacité portante des linteaux en flexion:

Apparemment, le problème de la capacité portante des linteaux en flexion est un problème courant de flexion des sections rectangulaires symétriquement armées (fig III.17.) Il est d'usage de considérer pour ce cas un grand bras de levier:

$$Z = h - d'.$$

En réalité, il faut distinguer le cas des linteaux courts ($\lambda < 1$) de celui des linteaux longs ($\lambda > 1$).

Les linteaux longs entrent dans la catégorie d'éléments courants en béton armé qui se rompent directement par flexion. L'étude de leur capacité portante ne présente aucune spécification particulière par rapport au paragraphe précédent (3.6.1.). Il est d'usage de considérer, dans l'expression d'équilibre des moments un bras de levier $Z = h - d'$.

Par contre les linteaux courts se rompent par effort tranchant. La fissure critique sépare le linteau en deux parties qui se comportent chacune comme une console à hauteur variable (fig III.18.).

Les armatures inférieures et supérieures sont tendues d'un bout à l'autre du linteau et on ne peut plus parler d'armatures tendues et comprimées.

En considérant séparément une console, ceci nous amène à

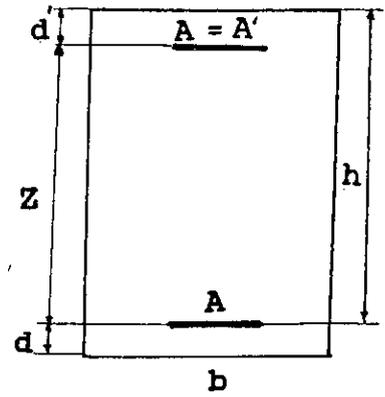
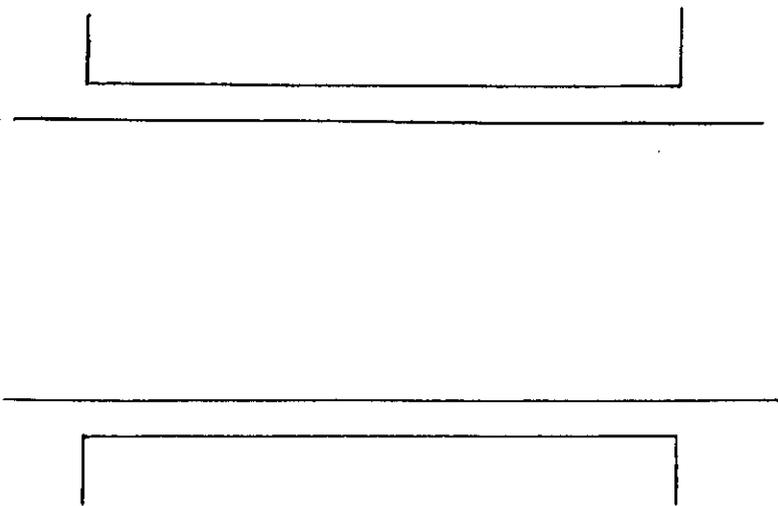


Figure III.17: Section rectangulaire symétriquement armée.

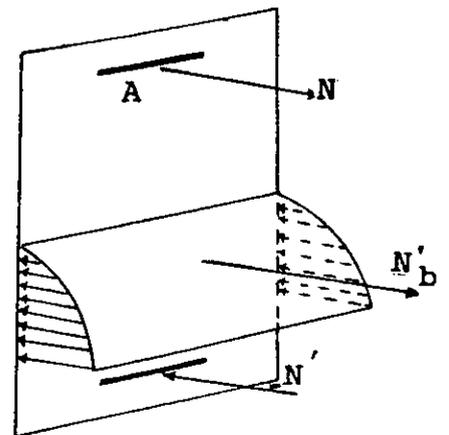
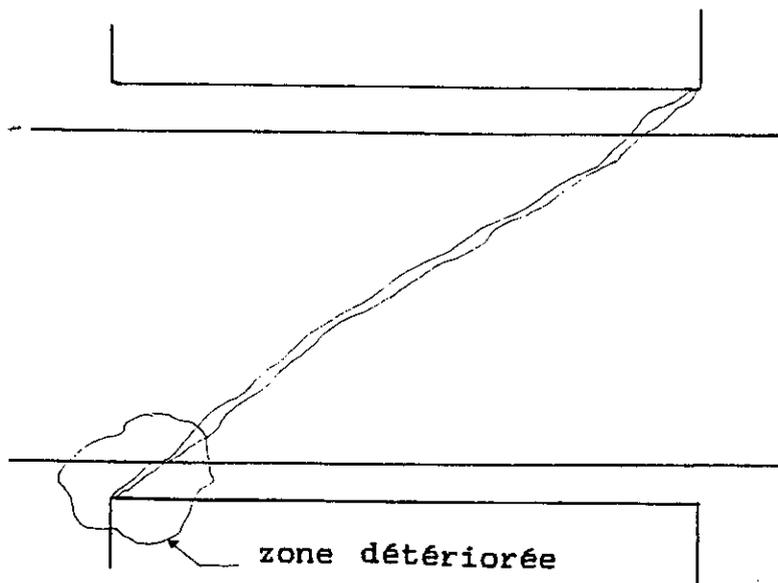


Figure III.18: Division du linteau en deux consoles à hauteur variable.

accepter que l'équilibre des forces dans la section d'encastrement de la console se fait entre l'armature tendue A et la partie comprimée de béton.

Dans le béton, la zone comprimée ne peut pas être acceptée sur toute la hauteur du linteau, tenant compte du fait qu'une certaine partie de béton sera sollicitée en traction à cause de la présence de l'armature tendue à son voisinage.

Cette zone peut être considérée comme détériorée sur une hauteur égale à $2.d$. (fig III.19.).

Le calcul en flexion du linteau court devra être fait comme pour une section rectangulaire sans armatures comprimées ayant une hauteur :

$$H_{\text{fictive}} = h_{\text{linteau}} - 2.d$$

d'où $M = A.Z.\sigma_e$ avec $Z = h - 2.d$

3.6.3. Capacité portante des linteaux à l'effort tranchant:

a) linteaux longs:

La rupture a souvent lieu, pour cette catégorie d'éléments, après la formation de fissures inclinées à 45° environs.

Les formules habituelles, établies à partir de l'analogie avec la poutre à treillis, sont correctes (1)(2)(3).

Cependant, à cause de l'alternance des sollicitations, il est recommandable de ne tenir compte, pour la reprise de l'effort tranchant, ni d'une éventuelle contribution de la zone comprimée de béton, ni de l'armature longitudinale tendue qui pourrait agir par effet de goujon, ni de l'engrenage éventuel des agrégats le long des fissures.

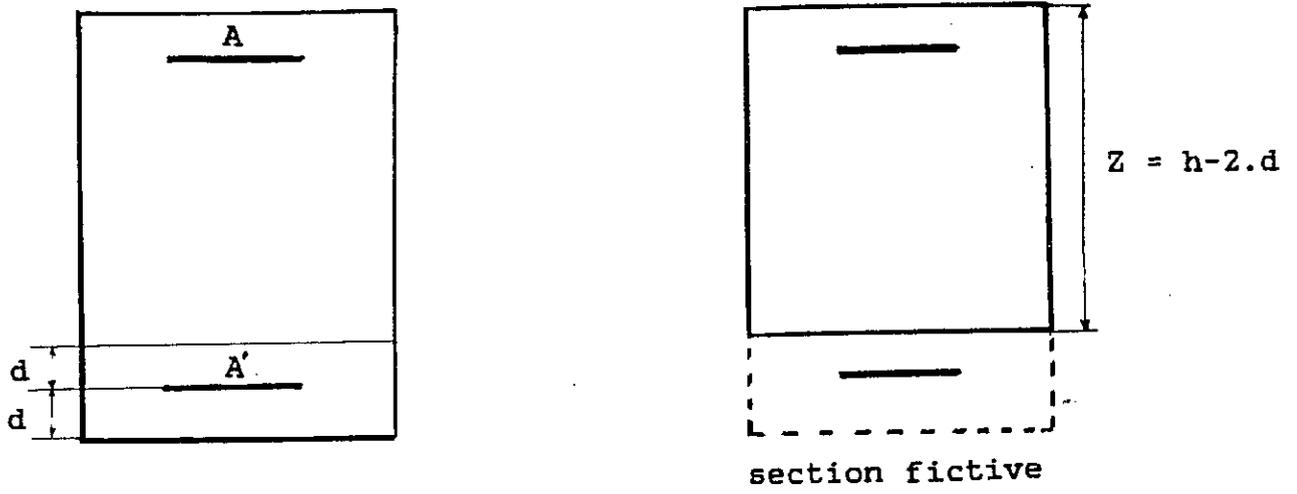


Figure III.19: Hauteur fictive du linteau .

Les formules données dans les C.C.B.A.68 sont applicables à cet égard car elles ne considèrent pas, lors du calcul, un effort tranchant réduit.

b) linteaux courts:

Les linteaux d'élançement inférieur à 1 se rompent suivant des fissures diagonales inclinées à plus de 45° (fig III.20.). Les cadres coupés par les fissures sont moins nombreux que dans le cas des linteaux longs.

Les conditions d'équilibre suggèrent une méthode de dimensionnement qui considère que l'effort tranchant total est repris par les armatures transversales, à savoir:

$$2.n.A_t.\sigma_t = T$$

où: $n = l/t =$ nombre de cadres espacés d'une longueur t interceptés par un linteau de portée l ;

$A_t =$ section des cadres;

$\sigma_t =$ valeur moyenne de la contrainte élastique la plus probable.

Un cadre a pu ne pas être intercepté par la fissure. On écrira donc, pour un surplus de sécurité:

$$2(n-1)A_t\sigma_t = T$$

$$\text{soit: } 2(1/t-1)A_t.\sigma_t = T$$

La valeur de la section A_t des cadres étant choisie, l'espacement t entre les cadres sera déterminé par la relation:

$$t = \frac{2.A_t \sigma_t . l}{T - 2.A_t . \sigma_t}$$

Il faut noter que les règlements courants de béton armé

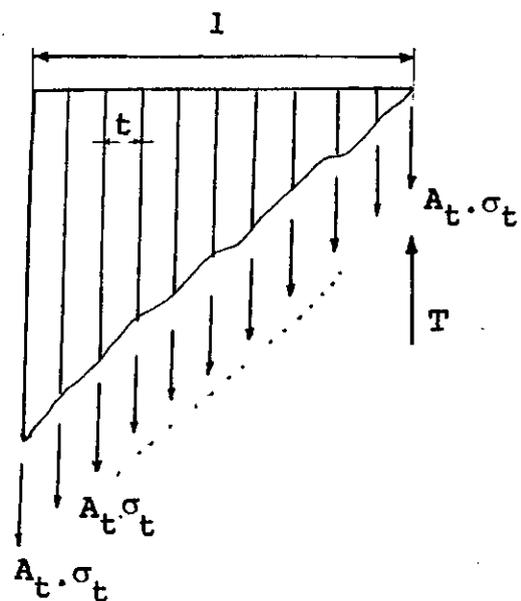
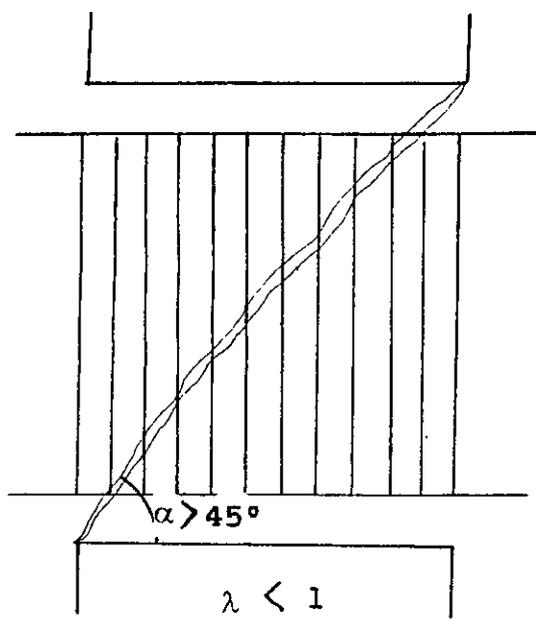


Figure III.20: Rupture des linteaux courts

limitent la validité des formules de ce type au cas où la contrainte tangentielle maximale développée dans un élément est supérieure à la contrainte admissible au cisaillement, c'est-à-dire:

$$\tau = T/b.Z > \bar{\tau}$$

De plus cette condition limitative sur τ est en fait une condition de limitation des ouvertures des fissures inclinées. Or, pour les linteaux soumis à des effets sismiques, le problème qui se pose n'est pas un problème de limitation des ouvertures des fissures inclinées, car l'on s'attend toujours, lors d'un séisme de forte intensité, à de grandes déformations plastiques et à des détériorations.

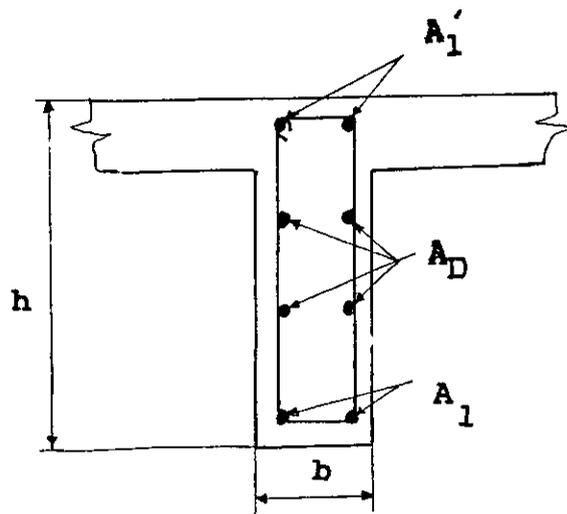
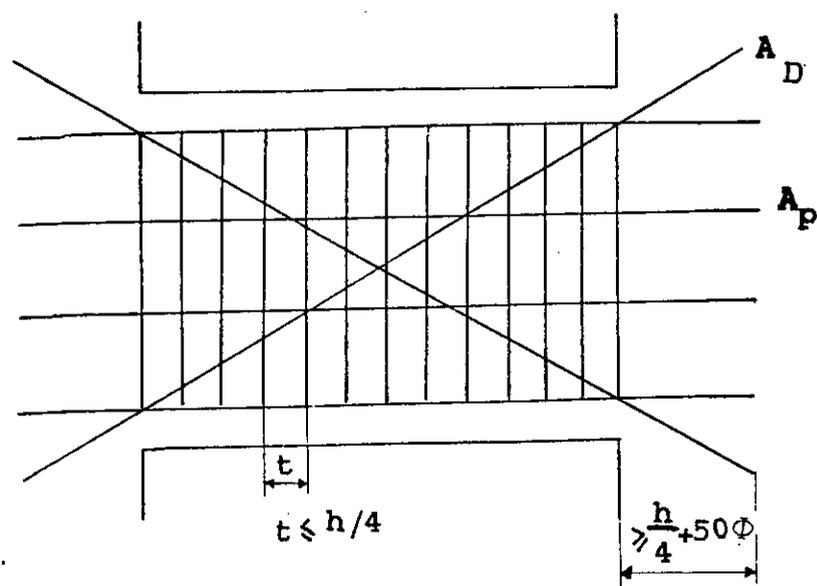
Le problème qui se pose est le problème de la survie de la construction, l'apparition de dégâts locaux qui permettent des mesures réparatives étant parfaitement acceptée du fait de la rareté d'un tel type de sollicitations.

Toutefois, l'on doit souligner que la conception des éléments différera suivant qu'ils seront soumis à des contraintes tangentielles faibles ou fortes.

Des mesures constructives telles que des armatures de peau, des armatures diagonales etc...devront être prévues pour les linteaux soumis à de grandes contraintes tangentielles.

Dans notre recherche, nous n'avons pas abouti à définir des limites dans ce sens, ce qui nous amène à accepter les prévisions des règles parasismiques Algériennes afférentes à ce problème à savoir:

Article 4.3.3.14 des R.P.A.81: Pour $\tau_1 \geq 0,06 \sigma_{28}'$, des armatures supplémentaires doivent être disposées dans les angles (fig III.21.).



$$A_D \geq 0,0015ha \text{ si } \tau_1 \geq 0,06 \cdot \sigma'_{28}$$

Figure III.21: Armatures supplémentaires prescrites par les R.P.A.81.

3.7.DUCTILITE DES LINTEAUX:

La ductilité des linteaux est difficile à préciser quantitativement. Cependant, la recherche faite et la consultation de la littérature spécialisée (6)(14) ont amené à certaines constatations qui permettent de formuler certaines règles qui donnent l'espoir d'une meilleure capacité de déformation plastique pour ces éléments.

Comme point de départ de cette approche, nous acceptons la constatation générale que la ductilité est assurée si la rupture par effort tranchant ne se produit pas avant la rupture par flexion.

On doit donc éviter par tous les moyens possibles la rupture prématurée par effort tranchant et assurer un surplus de sécurité vis à vis de cette sollicitation.

Le dimensionnement à l'effort tranchant dans cette optique devra donc être fait avec des sollicitations "sûres", c'est-à-dire réelles.

Dans ce sens, la limite supérieure de l'effort tranchant est donnée par les deux valeurs maximales de l'effort tranchant, à savoir:

1) La valeur T_1 de l'effort tranchant qui équilibre les moments fléchissants les plus grands aux extrémités de la poutre (fig III.22.)

(M_{cap}^{max}) ou moment capable maximum, sera calculé en acceptant, comme lors du dimensionnement:

$$Z = Z_{max} = h-2d$$

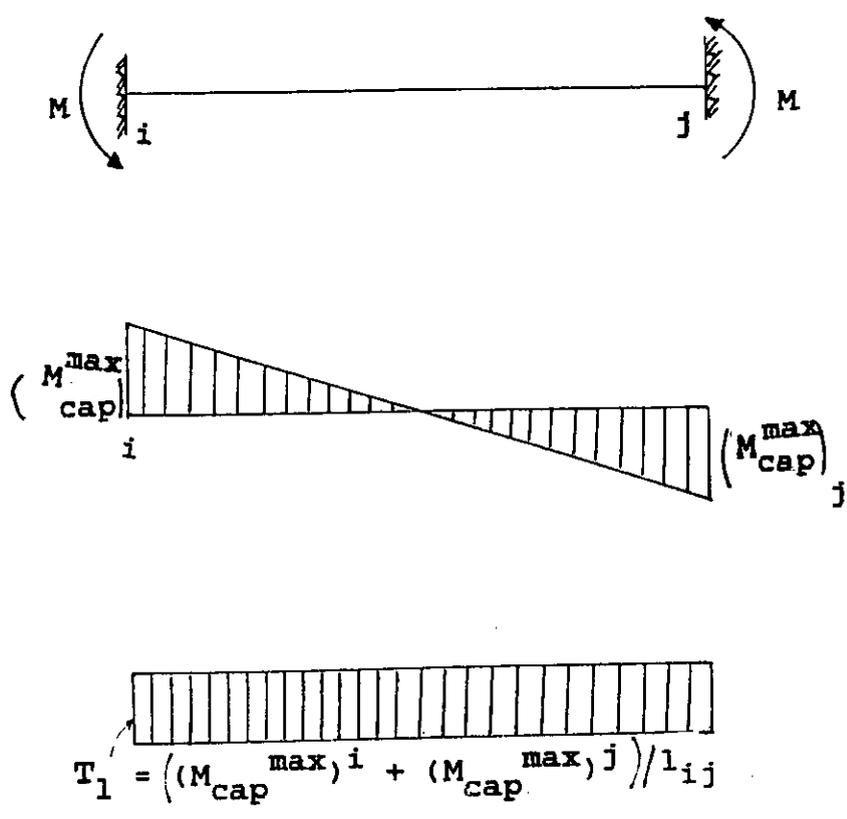


Figure III.22 : Equilibre des moments aux extrémités du linteau .

section d'armatures = section réelle

contrainte dans l'armature $\sigma =$ contrainte élastique σ_e

Pour la contrainte σ_e , il faut prendre la valeur moyenne la plus probable, soit la valeur caractéristique telle qu'elle est définie dans les règles B.A.E.L.80.

2) La valeur T_2 de l'effort tranchant engendré dans le cas d'un comportement parfaitement élastique de la structure, c'est-à-dire calculé à partir des spectres de réponse ou à partir d'une analyse dynamique élastique.

On sait que l'effort tranchant calculé à partir des spectres de réponse d'un accélérogramme réel est trois à cinq fois plus grand que l'effort tranchant qui résulte de la répartition d'une force sismique réglementaire.

Les R.P.A.81, révisées après le terrible séisme du 10 Octobre 1980 à Chleff, préconisent des forces sismiques assez élevées.

On peut admettre que:

$$T_{\text{élastique}} \approx 3 \cdot T_{\text{réglementaire}} = T_2$$

$T_{\text{réglementaire}}$ = effort tranchant résultant de la répartition de la force sismique calculée selon les R.P.A.81.

On peut dimensionner les cadres, conformément à la méthodologie exposée précédemment, avec un effort tranchant:

$$T = \min (T_1, T_2)$$

avec une quasi-certitude que la rupture par effort tranchant ne se produira pas avant la rupture par flexion, c'est-à-dire que la condition de ductilité sera assurée.

En outre, les mesures constructives conseillées pour les linteaux soumis à de fortes contraintes de cisaillement (cf §3.6) qui assurent une couture supplémentaire des fissures

et ainsi évitent la détérioration du béton sont souhaitables dans la mesure où elles permettent un développement correct des déformations plastiques de flexion.

3.8.CONCLUSION:

Les résultats précédents illustrent la spécificité du comportement des linteaux et l'importance de l'effort tranchant pour ces éléments, qui ne doivent donc en aucun cas être étudiés comme des poutres courantes, par la théorie classique de la flexion.

Le dimensionnement vis à vis de l'effort tranchant devra être fait très soigneusement, afin de leur assurer une ductilité suffisante.

CHAPITRE IV:ETUDE EXPERIMENTALE

4.1. INTRODUCTION:

Une étude expérimentale s'avère indispensable, non seulement pour formuler un modèle de calcul des linteaux soumis à des charges latérales, mais aussi pour pouvoir confronter ou vérifier les résultats de l'étude théorique.

Il est admis que les efforts sismiques peuvent être simulés par des forces statiques entraînant les mêmes effets, appliqués progressivement jusqu'à la rupture de la pièce.

Le système de chargement découle des déformations que subit le linteau lors d'un séisme, et que le dispositif isostatique schématisé (fig IV.1.) permet d'obtenir de manière analogue , avec un choix adéquat des valeurs respectives des différents efforts à appliquer , ainsi que des distances entre ceux-ci et les appuis.

La détermination des dimensions à donner aux pièces d'essai , imposée par la capacité maximale des presses du laboratoire du département génie civil de l'Ecole (24 tonnes par piston, avec une perte de 25% observée lors de l'étalonnage) a conduit à des modèles réduits de linteaux , ce qui a nécessité l'utilisation d'un micro-béton.

Le ferrailage a été déterminé à partir de deux valeurs (choisies) de pourcentages dans les linteaux réels.

D'autre part, un recensement des dimensions des linteaux

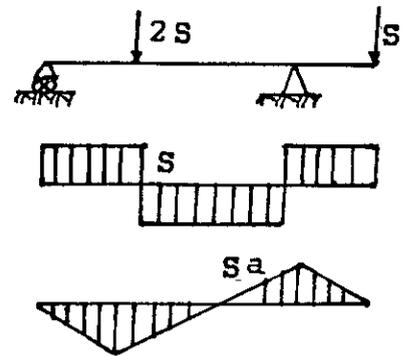
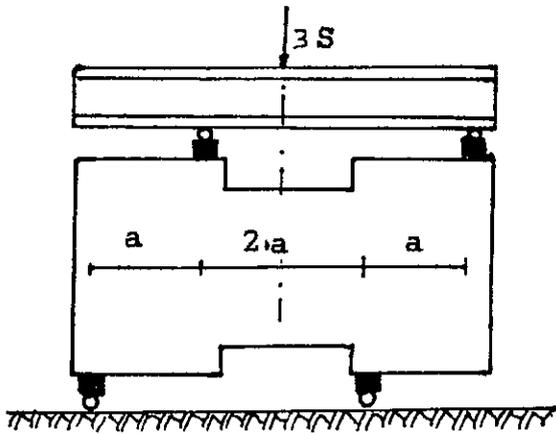


Figure IV.1 : Dispositif d'essai .

dans les bâtiments courants (voir tableau I) nous a permis de choisir les proportions relatives des diverses dimensions.

4.2.MODELISATION EXPERIMENTALE:

4.2.1.Schéma d'essai:

Les essais entrepris s'inspirent de ceux effectués par T.Paulay en 1971 (9)(10).

Pour obtenir une déformation semblable à celle que subit le linteau soumis à des efforts sismiques , deux charges transversales sont appliquées au moyen de vérins par une presse verticale.

Les linteaux, simulés par la partie centrale des modèles, sont encastrés dans les trumeaux, qui sont représentés par les parties extrêmes , plus rigides , des pièces.

Lors des essais, des poutres métalliques rigides ont été disposées sur les parties supérieures extrêmes des modèles, pour servir de répartisseurs de forces d'une part, et éviter l'écrasement des coins d'autre part.

4.2.2.Variables de l'étude:

Pour les dimensions des pièces d'essai, les proportions à respecter entre la largeur des pièces et leur hauteur, on a constaté que les linteaux courants ont une hauteur qui vaut au moins quatre fois leur largeur.

On a donc adopté (voir tableau II):

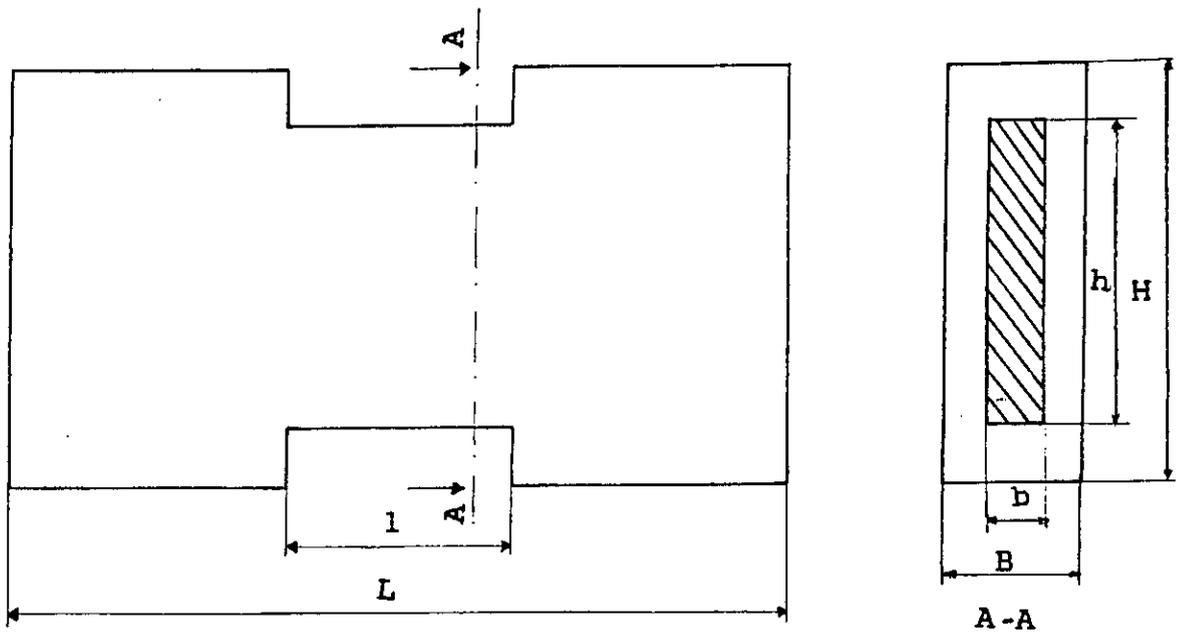
la largeur $b = 4 \text{ cm}$

la hauteur $h = 4.b = 16 \text{ cm}$

la portée $l = 7.h$

TABLEAU II: Caractéristiques géométriques des pièces d'essai

Type de pièces	b (cm)	B (cm)	h (cm)	H (cm)	l (cm)	L (cm)	$\lambda = l / L$
A	4	8	16	22	13	40	0.8125
B	4	8	16	22	20	54	1.25000
C	4	8	16	22	24	62	1.5000



Les paramètres les plus influents sur le comportement des linteaux ont été variés, notamment l'élanement, le pourcentage d'armatures longitudinales et la nature des armatures transversales (fig IV.2.).

Dans cette optique, 18 pièces modèles ont été confectionnées avec:

_ trois élanements différents :

$$\lambda = 0,8125$$

$$\lambda = 1,25$$

$$\lambda = 1,5$$

_ deux types d'armatures longitudinales correspondants à deux pourcentages:

$$\omega_1 = 0,875\%$$

$$\omega_1 = 1,76\%$$

_ des armatures longitudinales supplémentaires, palliant aux nécessités de disposer des armatures transversales trop serrées, notamment (voir tableau III):

des armatures de peau,

des armatures diagonales.

Il faut souligner que les pourcentages d'armatures choisis initialement étaient $\omega_1 = 0,4\%$ et $\omega_1 = 1,4\%$. L'indisponibilité des diamètres choisis lors du calcul (annexe A.4) nous a contraints à modifier ces pourcentages au moment de la confection des pièces d'essai.

4.2.3. Instruments de mesure :

La mesure des déformations, des déplacements, et des largeurs de fissures aux diverses étapes du chargement permet

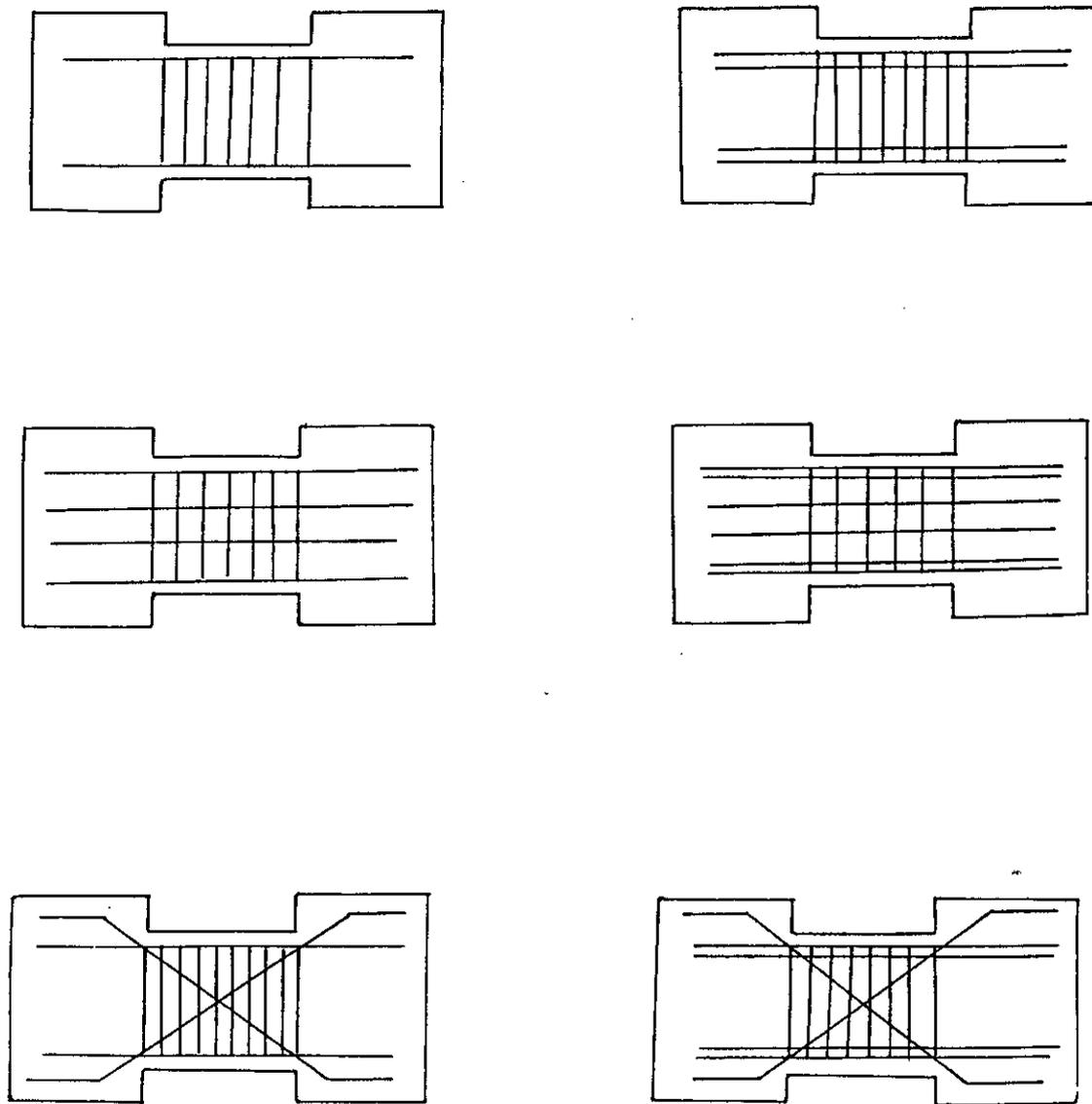


Figure IV.2 :Ferrailage des pièces d'essai .

TABLEAU III: Ferrailage des pièces d'essai

Pièce	A1	A _p	AD	At	ω_1 (%)	ω_t (%)	t (cm)	λ
A1	2HA6	0	0	2Ø3	0.875	1.76	2	0.8125
A2	4HA6	0	0	2Ø3	1.760	1.76	2	0.8125
A3	2HA6	2*2Ø2	0	2Ø3	0.875	1.76	2	0.8125
A4	4HA6	2*2Ø2	0	2Ø3	1.760	1.76	2	0.8125
A5	2HA6	0	2HA6	2Ø3	0.875	1.76	2	0.8125
A6	4HA6	0	2HA6	2Ø3	1.760	1.76	2	0.8125
=====								
B1	2HA6	0	0	2Ø3	0.875	1.76	2	1.2500
B2	4HA6	0	0	2Ø3	1.760	1.76	2	1.2500
B3	2HA6	2*2Ø2	0	2Ø3	0.875	1.76	2	1.2500
B4	4HA6	2*2Ø2	0	2Ø3	1.760	1.76	2	1.2500
B5	2HA6	0	2HA6	2Ø3	0.875	1.76	2	1.2500
B6	4HA6	0	2HA6	2Ø3	1.760	1.76	2	1.2500
=====								
C1	2HA6	0	0	2Ø3	0.875	1.41	2.5	1.5000
C2	4HA6	0	0	2Ø3	1.760	1.76	2	1.5000
C3	2HA6	2*2Ø2	0	2Ø3	0.875	1.41	2.5	1.5000
C4	4HA6	2*2Ø2	0	2Ø3	1.760	1.76	2	1.5000
C5	2HA6	0	2HA6	2Ø3	0.875	1.41	2.5	1.5000
C6	4HA6	0	2HA6	2Ø3	1.760	1.76	2	1.5000

d'avoir une indication préalable sur les éléments pendant le processus de dégradation précédant la rupture.

Les dispositifs de mesure utilisés sont :

_ des jauges ohmiques pour la mesure des déformations linéaires des aciers . Nous n'avons disposé que d'un nombre réduit de jauges, dont la plupart ont été détruites au cours du montage.

_ des micro-comparateurs permettent la lecture des flèches. Les limitations imposées par les dispositions d'appui et les dimensions réduites des pièces d'essai nous ont amenés à ne disposer qu'un comparateur à mi-portée des modèles.

_ une loupe graduée permet de mesurer les largeurs des fissures.

4.3.EFFET D'ECHELLE:

Les dimensions réduites des pièces d'essai, imposées par la capacité maximale de la presse du laboratoire génie civil de l'E.N.P., sont quatre à dix fois plus faibles que celles des linteaux réels.

Cependant , les proportions relatives entre la largeur et la hauteur d'une part , la hauteur et la portée d'autre part , correspondent à celles qui existent dans les linteaux réels.

De même, le ferrailage des pièces d'essai a été déterminé en utilisant les pourcentages d'armatures des linteaux réels.

Les rapports de dimensions et les pourcentages d'armatures, qui sont des facteurs essentiels du comportement , respectent la similitude.

Cependant , certaines dispositions constructives et certaines

obligations d'ordre pratique nous ont obligés à faire des concessions, d'où des différences entre les paramètres des linteaux réels et ceux des modèles d'essai.

Ce sont notamment :

_ l'enrobage, qui, vues les dimensions adoptées, représente une proportion importante de la section de béton (1/4 de la largeur de l'élément), ce qui tend à confiner davantage le béton.

_ les diamètres utilisés, qui, pour un même pourcentage d'armatures, sont beaucoup plus grands que dans les linteaux réels, d'où augmentation de l'effet de goujon dans nos pièces.

_ les espacements faibles des armatures transversales qui découlent du respect des pourcentages d'armatures choisis et qui entraînent une augmentation de l'effet de confinement dans nos pièces.

D'autre part, les faibles dimensions des pièces d'essai ont augmenté les difficultés de mesure correcte des distances (particulièrement entre les appuis) or, pour des modèles réduits, des incertitudes de l'ordre du millimètre ont une influence non négligeable sur les résultats.

Les imperfections de montage et de réalisation sont également plus grandes que pour les éléments de dimensions réelles, ce qui a engendré un certain nombre de perturbations pendant nos essais, telles que l'écrasement des extrémités de certaines pièces, l'impossibilité d'assurer le parallélisme entre pièces d'appui, etc...

4.4. DEROULEMENT DES ESSAIS:

Lors des tests, certains modèles dépassèrent la capacité maximale de la presse sans pour autant se rompre.

La particularité des essais entrepris, notamment l'effet d'échelle, a engendré des difficultés pour la mesure correcte des longueurs, de plus, certains problèmes, qui ont surgi lors du montage (détérioration d'un grand nombre de jauges, limitation du nombre de comparateurs), ont fait en sorte que les conclusions que l'on peut tirer de ces essais sont globales, qualitatives plutôt que quantitatives.

On a donc suivi de près :

- _ l'histoire du développement des fissures,
- _ le type de rupture (ductile, semi-ductile, cassante),
- _ l'origine de la rupture (flexion, flexion-cisaillement, cisaillement pur),
- _ les sollicitations à la rupture (M_{rupt} et T_{rupt}),
- _ l'effet du type de ferrailage sur la capacité portante.

4.5. RESULTATS EXPERIMENTAUX :

Les résultats expérimentaux sont résumés dans le tableau VII. Ces valeurs expérimentales ont été comparées aux prédictions théoriques (annexe A.5.), à savoir l'effort tranchant ultime T_{rupt}^{th} (calculé selon les règles B.A.E.L.80) et le moment théorique ultime, calculé de deux manières :

$M_{rupt}^{th1} = A_1.Z.\sigma_e$ qui découle du raisonnement fait au paragraphe 3.6.

M_{rupt}^{th2} selon un modèle basé sur la loi de comportement de Kent et Park; qui tient compte de l'effet de confinement du

TABLEAU VII: RESULTATS EXPERIMENTAUX

Elément	λ	Ai	Ap	AD	wt (%)	exp Trupt (t)	exp Mrupt (t.m)	th1 Mrupt (t.m)*	th2 Mrupt (t.m)**	th Trupt (t)***	Texp/Tth	Mexp/Mth	Observations mode de rupture
A1	0,8125	2HA6	0	0	1,76	3,00	0,255	0,29	0,31	4,38	0,68	0,82	Cisaillement
A2	0,8125	4HA6	0	0	1,76	5,00	0,425	0,52	0,62	4,38	1,14	0,68	Cisaillement
A3	0,8125	2HA6	2*2Ø2	0	1,76	4,00	0,340	0,29	0,31	4,38	0,91	1,09	Cisaillement- - Flexion
B1	1,25	2HA6	0	0	1,76	2,50	0,300	0,29	0,31	4,38	0,57	0,97	Cisaillement - Adhérence
B2	1,25	4HA6	0	0	1,76	3,00	0,360	0,52	0,62	4,38	0,68	0,58	Cisaillement
B3	1,25	2HA6	2*2Ø2	0	1,76	2,80	0,336	0,29	0,31	4,38	0,64	1,08	Cisaillement- - Flexion
B5	1,25	2HA6	0	2HA6	1,76	2,80	0,336	0,29	0,31	4,38	0,64	1,08	Flexion
C1	1,50	2HA6	0	0	1,41	2,00	0,336	0,29	0,31	3,55	0,56	1,08	Flexion
C2	1,50	4HA6	0	0	1,76	3,00	0,280	0,52	0,62	4,38	0,68	0,45	Cisaillement
C4	1,50	4HA6	2*2Ø2	0	1,41	4,00	0,420	0,52	0,62	3,55	1,12	0,65	Cisaillement

th

* Calculé selon la relation $Mrupt = A1 * z * re$ (cf paragraphe 3.6)

** Calculé selon la loi de comportement de Kent et Park (voir annexe A.)

th

*** Trupt calculé selon les règles B.A.E.L.80

béton.

4.6. ANALYSE DES RESULTATS :

i) série A : $\lambda = 0,8125$

Pièces A_1 et A_2 : Ces pièces sont armées conventionnellement, c'est-à-dire qu'elles ne comportent ni armatures de peau, ni armatures diagonales .

Les ruptures observées ont été des ruptures prématurées par cisaillement (photos 1 et 2).

Les rapports M_{exp}/M_{th} sont inférieurs à 1 et mettent en relief la fragilité de ces éléments lorsqu'ils ne comportent que des armatures longitudinales classiques.

Pièce A_3 : Cette pièce de même élanement que les deux précédentes , comporte cependant des armatures de peau . La rupture observée (photo 3) a été une rupture de flexion-cisaillement.

Le rapport M_{exp}/M_{th} est supérieur à 1 pour cette pièce (il vaut 1,09).

L'on peut d'ores et déjà constater que les armatures de peau, en exerçant une sorte de confinement dans le sens de la hauteur de la pièce , ont eu un effet favorable sur son comportement. Elles ont amélioré sa résistance à la flexion et doivent être prises en compte dans les calculs.

ii) Série B : $\lambda = 1,25$

Hormis B_1 pour laquelle la rupture observée a été une rupture par cisaillement-adhérence (photo 4) , il y a confirmation de l'amélioration du comportement en présence d'armatures de peau (pièce B_3) ou d'armatures diagonales (pièce B_5) (photos 6 et 7



Photo 1 : Rupture prématurée par cisaillement .



Photo 2 : Rupture prématurée par cisaillement.



Photo 3 : Rupture par cisaillement-flexion.

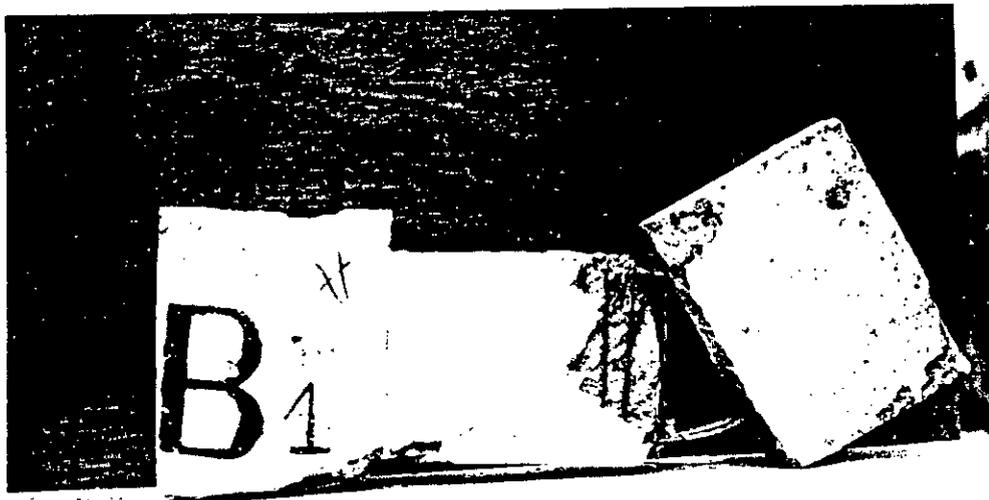


Photo 4 : Rupture par cisaillement-adhérence.

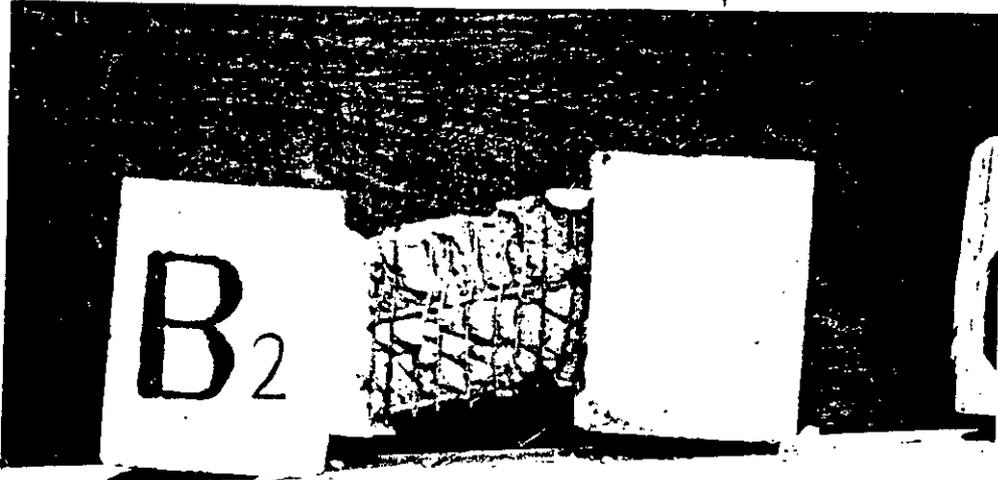


Photo 5 : Rupture par cisaillement.



Photo 6 : Rupture par flexion .

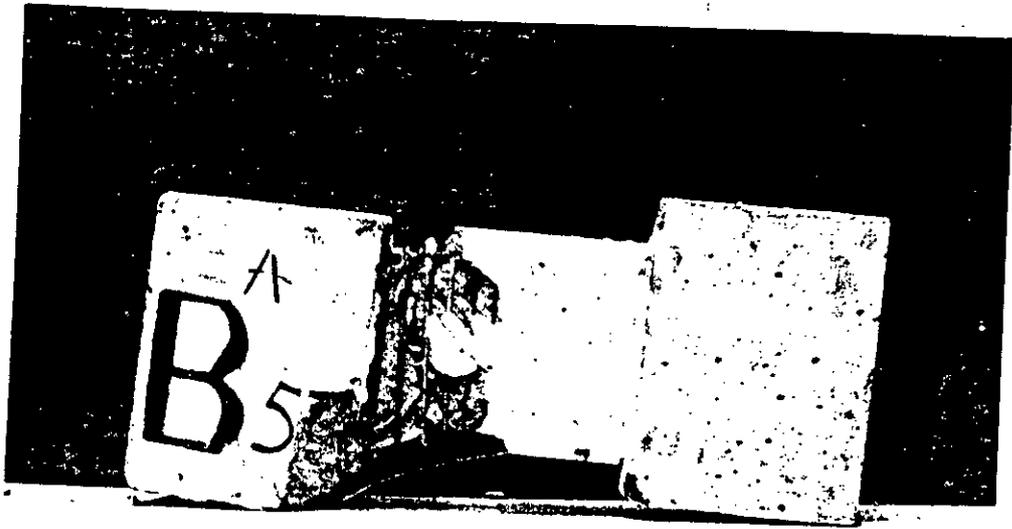


Photo 7 : Rupture par flexion .



Photo 8 : Rupture par flexion .

respectivement) .

Donc rupture par cisaillement pour B_1 et B_2 , armées conventionnellement, et rupture par flexion pour les pièces B_3 et B_5 comportant des armatures supplémentaires.

Des fissures normales sont apparues pour les deux pièces et il y a eu écoulement des armatures pour B_5 . Les armatures diagonales ont permis le développement total de la résistance à la flexion pour cette pièce.

iii) Série C : $\lambda = 1,5$

La pièce C_1 atteint sa limite de résistance à la flexion (photo 8) : $M_{exp}/M_{th} = 1,08$

Elle ne comporte que des armatures longitudinales classiques.

Les pièces C_2 et C_4 ont le même élancement , mais un pourcentage plus élevé en armatures longitudinales :

Elles se rompent par cisaillement sans développer leur résistance à la flexion. $M_{exp}/M_{th} < 1$ pour les deux pièces.

4.7.CONCLUSION :

La détérioration des jauges collées sur les armatures a entraîné la perte d'informations précieuses . Cependant l'analyse de la résistance ultime confirme la prédominance de la rupture de cisaillement pour ces éléments et souligne le rôle très important que peuvent jouer les armatures de peau et les armatures diagonales pour éviter cette rupture.

La formule des B.A.E.L.80 relative à l'effort tranchant n'est pas adéquate car elle ne tient compte ni de l'élancement, ni de l'effet de confinement.

CHAPITRE V: PROPOSITION D'AMELIORATION DES REGLEMENTS

5.1. INTRODUCTION :

L'Algérie subit , depuis toujours , des séismes , dont plusieurs ont été destructeurs.

Pour le calcul des structures , l'on utilisait , jusqu'à 1978, les règles parasismiques Françaises P.S.69; l'Algérie dans son ensemble étant assimilée à la région II du territoire Français.

La nécessité de l'élaboration d'un règlement parasismique Algérien tenant compte des caractéristiques géologiques et géographiques réelles de chaque région devint donc impérative. C'est ainsi qu'après l'établissement des cartes d'iso-accélération basées sur une étude de séismologie expérimentale , historique et géologique (23) en juin 1978, le C.T.C. (Organisme de Contrôle Technique de la Construction en Algérie), en collaboration avec des experts de l'université de Stanford (U.S.A) publia, en novembre 1979 une ébauche de ce qui allait devenir , en 1981, les règles parasismiques Algériennes R.P.A. 81.

Pour arriver à la version définitive du règlement parasismique Algérien "R.P.A.81 version 83" , de nombreuses modifications ont été faites , surtout après le séisme du 10 Octobre 1980 à Chleff , qui remit en cause un grand nombre de prescriptions.

5.2.PRESCRIPTIONS DES REGLEMENTS ALGERIENS :

5.2.1.Coffrage :

L'ensemble linteaux-trumeaux constitue le voile . Les linteaux ont rarement une épaisseur différente de celle du voile qui les contient . Pour les épaisseurs des voiles , deux articles sont à retenir dans les R.P.A.81 version 83.

Article 4.3.1.2 : l'épaisseur minimale admissible est de 15cm pour les constructions du groupe d'usage 1 et 2 en zones I et II . Elles peuvent être de 12 cm pour les autres cas.

Article 4.3.1.3.: l'épaisseur minimale des murs de refends doit être déterminée en fonction de la hauteur libre d'étage h_e et des conditions (de rigidité) aux extrémités.

5.2.2.Ferraillage :

Article 4.3.2.4 : les linteaux doivent être conçus de façon à éviter leur rupture fragile . Ils doivent être capables de reprendre l'effort tranchant et le moment fléchissant dont les sens d'action peuvent alterner.

Article 4.3.2.5 : la vérification de la résistance des linteaux aux sollicitations d'effort tranchant les plus défavorables doit être effectuée avec :

$T = 1,4.$ effort tranchant de calcul.

M calculé à partir de la valeur ci-dessus de T .

$$\bar{\tau}_b = 0,12.\sigma'_{28}$$

$$\bar{\sigma}'_b = 0,75.\sigma'_{28} .$$

$$\bar{\sigma}_a = \bar{\sigma}_{at} = \sigma_{en} .$$

Article 4.3.3.1 : les armatures de la section transversale résistant à l'effort tranchant doivent être calculées avec la

formule :

$$\omega_t = (\tau - 8) \cdot 100 / \sigma'_{en} \quad \text{avec } \tau = 1,4 \cdot T/b \cdot Z$$

où τ est la contrainte de cisaillement et σ'_{en} la limite élastique des aciers en bars . Le pourcentage ω_t est calculé par rapport à la section totale brute du béton ; il doit être supérieur à la valeur minimale indiquée dans l'article 4.3.3.2.

Article 4.3.3.2 : les parties courantes (des voiles) doivent être armées par un quadrillage d'armatures en double nappe dont le pourcentage minimum total est donné ci-dessous :

- pour $\tau_b \leq 0,025 \cdot \sigma'_{28}$ 0,15%
- pour $0,025 \cdot \sigma'_{28} \leq \tau_b \leq 0,12 \cdot \sigma'_{28}$ 0,25%

dans chaque direction.

Article 4.3.13 : les armatures doivent être disposées et ancrées dans les trumeaux suivant la figure III.21.

Article 4.3.3.14 : pour $\tau_1 \geq 0,06 \cdot \sigma'_{28}$, des armatures supplémentaires doivent être disposées dans les angles suivant la figure III.21.

τ_1 = contrainte de cisaillement dans le linteau = $T/b \cdot Z$.

5.3. CRITIQUE :

Dans la version définitive des règlements Algériens R.P.A.81 version 83 , les prescriptions relatives au calcul et à la conception des linteaux conseillent notamment (article 4.3.2.4.) d'assurer une certaine ductilité aux linteaux , pour éviter leur rupture fragile , et de tenir compte de la possibilité d'alternance des sollicitations (ferrailage symétrique implicitement conseillé) . L'effort tranchant de

calcul est majoré de 40%, et le moment fléchissant sera calculé à partir de cette valeur majorée de T. Le pourcentage d'armatures transversales est déterminé à partir de la section totale brute de béton, la contrainte de cisaillement devra toujours rester inférieure à des limites précises; dans le cas contraire, les R.P.A.81 recommandent de disposer des armatures inclinées suivant les diagonales du linteau.

Par rapport au règlement provisoire édité en novembre 1979 (23) on note une plus grande sévérité pour le calcul des armatures des linteaux et une diminution de la contrainte admissible au cisaillement.

Concernant le coffrage, les prescriptions sont les mêmes puisque les articles précédemment cités figuraient dans les règles provisoires (article 4.3.1.1).

Pour le ferrailage, la méthodologie exposée dans la version définitive est identique à celle du règlement provisoire, sauf que l'effort tranchant de calcul étant majoré de 40%; la contrainte de cisaillement moyenne n'était majorée que de 10% seulement.

Article 4.3.2.7. : la contrainte de cisaillement dans les éléments de refend doit être calculée avec la formule $\tau = 1,1\bar{T}/b.h$ où \bar{T} est l'effort tranchant total (majoré de 40% selon l'article 4.3.2.3.) et b et h sont les dimensions de la section de béton de l'élément.

De plus, cette contrainte moyenne de cisaillement n'était pas limitée de la même manière que dans la version définitive.

En effet : Article 4.3.2.8 : la contrainte moyenne de cisaillement (donnée dans l'article 4.3.2.7) doit être

inférieure ou égale à $\bar{\tau}_a = 0,4 \cdot \bar{\sigma}'_{b0}$; $\bar{\sigma}'_{b0}$ étant la valeur de la contrainte admissible en compression simple du béton pour les sollicitations du premier genre .

Les armatures diagonales , imposées par les R.P.A.81 pour des valeurs élevées de $\bar{\tau}_a$ étaient simplement "conseillées" pour les constructions du groupe d'usage 1 dans le règlement provisoire Article 4.3.3.11 ; Dans les refends à files d'ouvertures , pour le groupe d'usage 1 , il est conseillé de compléter le ferrailage des linteaux par des armatures à 45° dans les angles rentrants .

Cependant , un article important figurait dans le règlement provisoire et il n'a pas été repris dans les R.P.A.81. :

Article 4.3.2.6. ; La résistance des murs de refends avec files d'ouvertures doit être calculée pour avoir une première ligne de résistance dans les linteaux .

5.4. PROPOSITION D'AMELIORATION DES REGLEMENTS :

L'analyse de la capacité portante des linteaux en flexion et à l'effort tranchant effectuée au paragraphe 3.6. nous a permis de tirer deux conclusions importantes qui nous amènent à faire deux propositions pour les règlements* .

A)_ Il serait erroné de considérer que, lors d'un séisme, le béton reste comprimé sur toute la hauteur du linteau. Nous proposons donc, pour le calcul de la capacité portante en flexion du linteau de considérer un bras de levier

$$\boxed{Z = h - 2d} \quad \text{soit:} \quad M = A_1 \cdot Z \cdot \sigma'_e$$

où h = hauteur du linteau et d = enrobage .

*Nota : Ces formules ont été retenues et figurent dans les RPASS.

inférieure ou égale à $\bar{\tau}_a = 0,4 \cdot \bar{\sigma}'_{b0}$; $\bar{\sigma}'_{b0}$ étant la valeur de la contrainte admissible en compression simple du béton pour les sollicitations du premier genre .

Les armatures diagonales , imposées par les R.P.A.81 pour des valeurs élevées de τ étaient simplement "conseillées" pour les constructions du groupe d'usage 1 dans le règlement provisoire Article 4.3.3.11 : Dans les refends à files d'ouvertures , pour le groupe d'usage 1 , il est conseillé de compléter le ferrailage des linteaux par des armatures à 45° dans les angles rentrants .

Cependant , un article important figurait dans le règlement provisoire et il n'a pas été repris dans les R.P.A.81. :

Article 4.3.2.6. : La résistance des murs de refends avec files d'ouvertures doit être calculée pour avoir une première ligne de résistance dans les linteaux .

5.4. PROPOSITION D'AMELIORATION DES REGLEMENTS :

L'analyse de la capacité portante des linteaux en flexion et à l'effort tranchant effectuée au paragraphe 3.6. nous a permis de tirer deux conclusions importantes qui nous amènent à faire deux propositions pour les règlements* .

A)_ Il serait erroné de considérer que, lors d'un séisme, le béton reste comprimé sur toute la hauteur du linteau. Nous proposons donc, pour le calcul de la capacité portante en flexion du linteau de considérer un bras de levier

$$\boxed{Z = h - 2d} \quad \text{soit:} \quad M = A_1 \cdot Z \cdot \sigma'_e$$

où h = hauteur du linteau et d = enrobage .

* Les formules ont été retenues et figurent dans les R.P.A.85.

B)_ Pour la reprise de l'effort tranchant, il est préférable de ne compter que sur les armatures transversales. Dans ce contexte, nous proposons pour le calcul de l'espacement des armatures transversales la relation suivante:

$$t = 2.A_t.\sigma_t.l / (T - 2.A_t.\sigma_t)$$

où: A_t = section de cadres choisie,

σ_t = contrainte élastique moyenne la plus probable,

l = portée du linteau,

T = effort tranchant de calcul = $\min(T_1, T_2)$ (voir §3.7)

avec T_1 = effort tranchant qui équilibre les moments fléchissants capables les plus grands aux extrémités de la poutre.

et T_2 = effort tranchant engendré dans le cas d'un comportement parfaitement élastique de la structure, c'est-à-dire calculé à partir des spectres de réponse ou d'une analyse dynamique élastique.

ou encore :

$$T_1 = \frac{(M_{cap}^{max})_i + (M_{cap}^{max})_j}{l_{ij}}$$

(voir figure III.22.)

avec $M_{cap}^{max} = A_1.Z.\sigma_e$

où A_1 = section d'armatures réelle

$Z = Z_{max} = h-d$

l_{ij} = portée du linteau.

et $T_2 = 3.T_{regl.}$

avec $T_{regl.}$ = effort tranchant "réglementaire" déterminé par application des R.P.A.81.

CHAPITRE VI: CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

6.1.LIMITATIONS DE L'ETUDE :

L'importance du rôle joué par les linteaux dans l'ensemble structural des murs de refends à ouvertures n'est plus à démontrer (cf.chap.I) , les linteaux assurant la "première ligne de résistance" du voile à ouvertures lors d'un séisme.

D'autre part , de nombreux dégats importants enregistrés lors des séismes ont été dûs à une défaillance de comportement des linteaux, ce qui met en évidence l'insuffisance des normes et des méthodes de calcul relatives à ces éléments.

Le problème de l'étude des linteaux des murs de refends sous des actions sismiques est donc un problème actuel , de grande importance théorique et pratique .

Cette recherche a été abordée sous trois aspects essentiels qui sont :

- _ l'étude bibliographique,
- _ l'étude théorique,
- _ et l'étude expérimentale.

L'étude bibliographique nous a permis de situer l'état actuel des recherches existantes dans ce domaine. Elle a d'autre part mis l'accent sur les dégats constatés pendant les derniers séismes et dûs à une mauvaise conception de ces éléments .

L'étude analytique a permis d'établir des formules pratiques concernant le calcul statique des refends à ouvertures et le dimensionnement des linteaux, tenant compte des paramètres les plus influents sur leur comportement ; à savoir l'effort tranchant, l'élançement, la rigidité infinie des extrémités et la réversibilité des charges lors d'un séisme .

Un système d'essai adapté aux appareillages du laboratoire du département a été mis au point lors de l'étude expérimentale et dix-huit modèles , couvrant un domaine de variation assez large des paramètres caractéristiques, ont ainsi été testés.

Cette étude a été limitée par le nombre restreint des pièces d'essai et leurs dimensions réduites , les possibilités de mesure , le chargement statique et l'insuffisance des connaissances pour la description du comportement de ces éléments.

6.2.CONCLUSION :

Comme résultats finals de cette recherche , nous avons mis au point , dans l'étude analytique , des formules pour le calcul de la rigidité à la rotation du noeud et à la rotation de la barre tenant compte de l'effort tranchant puis tenant compte de la rigidité infinie des extrémités.

Nous nous sommes intéressés à l'effet de la déformation locale au niveau du raccordement linteau-trumeaux. L'analyse de la distribution de la contrainte au niveau des extrémités du linteau a mis en évidence leur forte concentration au

voisinage des appuis. Ce problème particulier peut être approfondi et aboutir à définir une portée de calcul des linteaux.

L'étude de la capacité portante des linteaux nous a amenés à proposer deux relations:

- _ la première pour le dimensionnement des linteaux,
- _ la deuxième pour le calcul de leur capacité portante.

Ces formules ont été proposées pour l'amélioration des R.P.A.81.

L'étude expérimentale a contribué à conforter les prescriptions de la littérature spécialisée relatives au ferrailage des linteaux, notamment l'effet favorable des armatures diagonales sur leur comportement et la couture des fissures en présence d'armatures de peau.

6.3.RECOMMANDATIONS POUR DES RECHERCHES ULTERIEURES:

A partir des constatations précédentes, nous pouvons suggérer certaines directions à suivre pour les futures recherches et il nous semble très nécessaire de mettre l'accent surtout sur les points suivants:

- _ réalisation de prototypes à échelle réelle,
- _ multiplication du nombre d'essai,
- _ sophistication des appareils de mesure,
- _ chargement alterné et dynamique,
- _ système de chargement asymétrique.

BIBLIOGRAPHIE

- (1) LEONHARDT, F; WALTHER, R: "Schubversuche an einfeldigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubewehrung" .
DAFST, Heft 151/1962 .
- (2) CHARIF, A: "Structural behavior of reinforced concrete beams strengthened by epoxy bonded steel plates" .
P.H.D. Thesis; Sheffield University .1983 .
- (3) GODYCKI-CWIRKO, T: "Le cisaillement dans le béton armé".
Dunod. Paris. 1972.
- (4) CRAINIC, L; HANGAN, S, M : "Concepte si Metode energetice in dinamica constructiilor".
Editura academiilor Republicii socialiste Romania. 1980.
- (5) CRAINIC, L: "Elemente de inginerie seismica" .
Institut de Constructii. Bucuresti. 1983.
- (6) PARK, R; PAULAY, T : "Reinforced Concrete Structures".
New-York. John Wiley and Sons. 1973.
- (7) PAULAY, T: "An elasto-plastic analysis of coupled shear walls".
A.C.I. Journal. Novembre. 1970.
- (8) ALBIGES, M: "Calcul des murs en béton armé ou non armé".
Annales de l'I.T.B.T.P. n°6. 1970.

(9) PAULAY, T: "Coupling beams of reinforced concrete shear walls".

Journal of the Structural Division. ST.3. Mars 1971.

(10) PAULAY, T: "Simulated seismic loading of spandrel beams".

Journal of the Structural Division. S.T.9. Septembre. 1971.

(11) PAULAY, T; ARRUMBAKKAM, R; SANTHAKUMAR: "Ductile behavior of coupled shear walls".

Journal of the Structural Division. S.T.1. Janvier. 1976.

(12) JURAKOVSKI, D; GRAVILOVIC, P; SIMEONOV, P; VELKOV, M: "Studies for elaboration of the code for repair and strengthening of damaged buildings in the region of El-Asnam." Volume XII.

Institute of Earthquake Engineering Seismology. Juin 1982. Scopje.

(13) CERCELET, J: "Comportement et déformabilité après fissuration des linteaux peu élancés".

Annales de l'I.T.B.T.P. n°358. Février 1978.

(14) AGENT, R; POSTELNICU, T: "Calculul Structurilor Cu Diafragme din Beton Armat".

Tome 1: Elastic.

Tome 2: Postelastic.

Editura tehnica. Bucuresti. 1982.

(15) COURBON, T: "Résistance des matériaux". Tome 1.

Dunod. Paris.

(16) САМУЛЬ, В, И: "ОСНОВЫ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ И ПЛАСТИЧНОСТИ"
Moscou. 1970.

(17) CHAKER, A: "Evaluation des dégats du séisme de Chlef".
Recueil des communications du premier Séminaire Inter-Arabe
sur le Séisme et ses Conséquences. Alger. 1982.

(18) NEWMARK, N; ROSENBLUETH, E: "Fundamentals of earthquake
engineering".

Englwood Cliffs. Prentice Hall. 1971.

(19) PAFARONI, M: "Etudes sur modèles des effets du couplage".
Rapport n°3 de la commission 24: "Rigidité et limitation de la
fissuration". Joint Committee.

(20) PETROVICI, R: "Structures résistantes aux séismes".

Tome 2 . E.P.A.U. _E.N.P.A. 1976.

(21) REBZANI, B: "Causes des dommages du séisme de Chlef".

Recueil des communications du premier Séminaire Inter-Arabe
sur le Séisme et ses Conséquences. Alger. 1982.

(22) SRICHATRAPIMUK, T; CHOPRA, K: "Earthquake analysis of
coupled shear walls buildings".

Proceedings of the 7th World Conference on Earthquake
Engineering. Volume 5. Istanbul. 1980.

(23)**: "Règles de conception et de calcul des ouvrages
résistants aux séismes".

C.T.C. Novembre 1979.

(24)**: "Règles parasismiques Algériennes".

R.P.A.81.version 83.

(25)**: "Règles C.C.B.A.68."

Eyrolles.Mai 1968.

(26)**: "Règles B.A.E.L.80."

(27)**: "Règles P.S.69".

Eyrolles 1979.

TABLEAUX ET ANNEXES.

ANNEXE A.1 : Démonstration des formules établissant la répartition des contraintes au niveau de la jonction linteau-trumeaux.

L'étude de l'effet de la répartition linéaire de la contrainte dans le linteau au niveau de la jonction linteau-trumeaux est en fait l'équilibre d'un demi-plan (trumeau) chargé sur son bord libre (figure A.1.1.).

Il s'agit donc du problème de Flamant, dont la solution pour une distribution quelconque de la charge existe dans divers manuels d'élasticité.

La solution du problème de Flamant pour une distribution quelconque de la charge est :

$$\sigma_x = \frac{-2}{\pi} \int q_\theta \cdot \cos^2 \theta \cdot d\theta$$

$$\sigma_y = \frac{-2}{\pi} \int q_\theta \cdot \sin^2 \theta \cdot d\theta$$

$$\tau_{xy} = \frac{-2}{\pi} \int q_\theta \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot d\theta$$

Le cas que nous étudions correspond à une distribution linéaire des valeurs extrémales $\pm q_0$; il nous paraît plus commode d'utiliser les coordonnées polaires (figure A.1.2.).

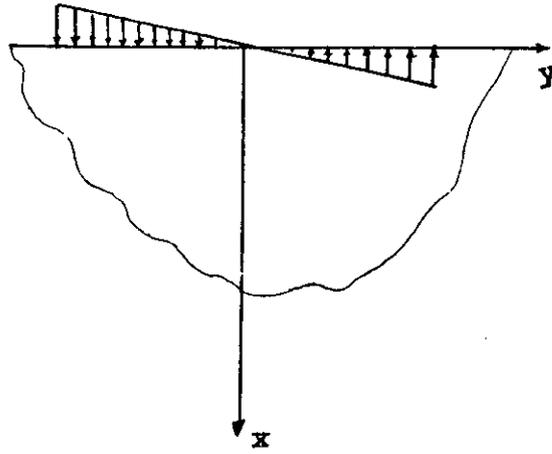


Figure A.1.1.

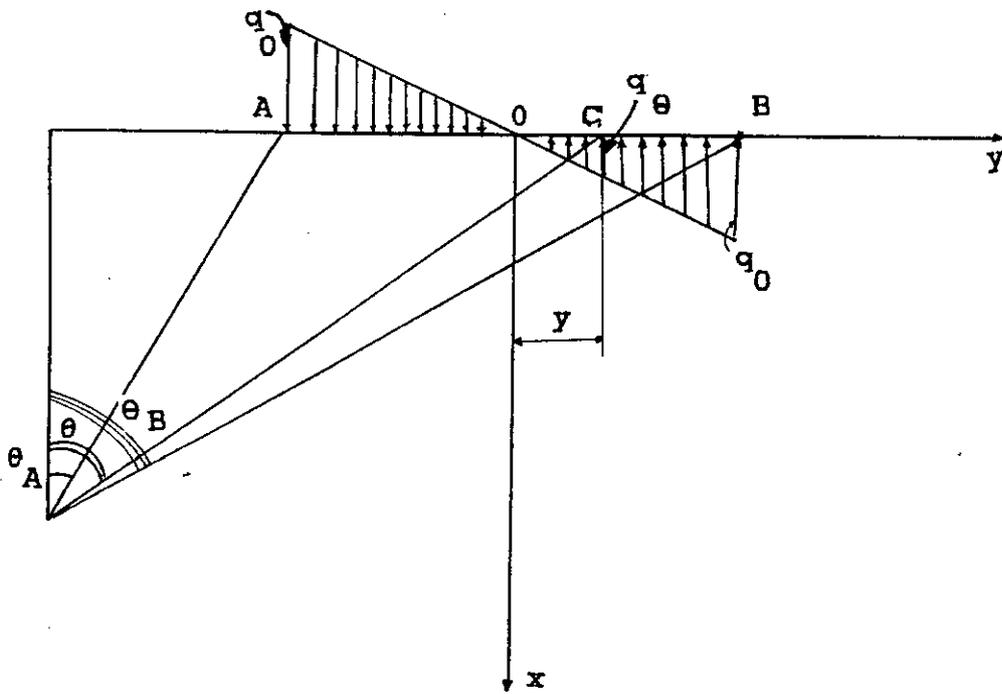


Figure A.1.2.

Nous exprimons donc la charge pour un point courant en coordonnées polaires :

$$\frac{q_s}{-q_0} = \frac{y}{AB/2} \Rightarrow q_s = -\frac{2q_0 \cdot y}{AB}$$

$$OC = y ; AB/2 = BC \quad q_s = -\frac{2q_0}{AB} \cdot \frac{(AB - BC)}{2}$$

$$q_s = -q_0 + \frac{2 \cdot q_0 \cdot BC}{AB} = \frac{q_0(1 - 2 \cdot BC)}{AB}$$

$$AD = MD \cdot \operatorname{tg} \theta_A$$

$$DC = MD \cdot \operatorname{tg} \theta$$

$$\text{Or : } DB = MD \cdot \operatorname{tg} \theta_B$$

$$AB = DB - DA = MD \cdot (\operatorname{tg} \theta_B - \operatorname{tg} \theta_A)$$

$$BC = DB - DC = MD \cdot (\operatorname{tg} \theta_B - \operatorname{tg} \theta)$$

$$\text{d'où} \quad q_s = -q_0 \left(1 - \frac{2(\operatorname{tg} \theta_B - \operatorname{tg} \theta)}{\operatorname{tg} \theta_B - \operatorname{tg} \theta_A} \right)$$

$$q_s = -q_0 \left(1 - \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \theta_B}{\operatorname{tg} \theta_B - \operatorname{tg} \theta_A} + \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg} \theta_B - \operatorname{tg} \theta_A} \right)$$

$$1) \text{ Calculons } \sigma_x = \frac{-2}{\pi} \int_{\theta_A}^{\theta_B} q_s \cdot \cos^2 \theta \cdot d\theta$$

$$\sigma_x = \frac{-2}{\pi} \int_{\theta_A}^{\theta_B} -q_0 \left(1 - \frac{2 \operatorname{tg} \theta_B}{\operatorname{tg} \theta_B - \operatorname{tg} \theta_A} + \frac{2 \operatorname{tg} \theta \cdot \cos^2 \theta}{\operatorname{tg} \theta_B - \operatorname{tg} \theta_A} \right) \cdot d\theta$$

$$\sigma_x = \frac{2q_0}{\pi} \left[\int_{\theta_A}^{\theta_B} \frac{-\operatorname{tg} \theta_B - \operatorname{tg} \theta_A}{\operatorname{tg} \theta_B - \operatorname{tg} \theta_A} \cdot \cos^2 \theta \cdot d\theta + \int_{\theta_A}^{\theta_B} \frac{2 \operatorname{tg} \theta \cdot \cos^2 \theta}{\operatorname{tg} \theta_B - \operatorname{tg} \theta_A} \cdot d\theta \right]$$

Si $\cos \theta \neq 0$ soit $\theta \neq \pi/2 + k\pi ; (k \in \mathbb{Z})$ $2 \operatorname{tg} \theta \cdot \cos^2 \theta = 2 \sin \theta \cos \theta = \sin 2\theta$

d'où :

$$\sigma_x = \left[\frac{2q_0}{\pi(\operatorname{tg}\theta_B - \operatorname{tg}\theta_A)} \right] \cdot \left(\left[\left(+\operatorname{tg}\theta_B + \operatorname{tg}\theta_A \right) \left(\frac{\theta}{2} + \frac{\sin 2\theta}{4} \right) \right]_{\theta_B}^{\theta_A} + \left[\frac{-\cos 2\theta}{2} \right]_{\theta_A}^{\theta_B} \right)$$

$$\sigma_x = \frac{2q_0}{\pi(\operatorname{tg}\theta_B - \operatorname{tg}\theta_A)} \left[(-\operatorname{tg}\theta_B - \operatorname{tg}\theta_A) \left(\frac{\theta_B - \theta_A}{2} + \frac{\sin 2\theta_B - \sin 2\theta_A}{4} \right) + \frac{\cos 2\theta_A - \cos 2\theta_B}{2} \right]$$

$$\sigma_x = \frac{q_0}{\pi(\operatorname{tg}\theta_B - \operatorname{tg}\theta_A)} \left[(-\operatorname{tg}\theta_B - \operatorname{tg}\theta_A) \left(\theta_B - \theta_A \right) + \frac{\sin 2\theta_B - \sin 2\theta_A}{2} \right] + \cos 2\theta_A - \cos 2\theta_B$$

2) Calculons $\sigma_y = \frac{-2}{\pi} \int_{\theta_A}^{\theta_B} q_\theta \cdot \sin^2 \theta \cdot d\theta$

$$\sigma_y = \frac{2q_0}{\pi} \int_{\theta_A}^{\theta_B} \left(\frac{-\operatorname{tg}\theta_B - \operatorname{tg}\theta_A}{\operatorname{tg}\theta_B - \operatorname{tg}\theta_A} + \frac{2\operatorname{tg}\theta}{\operatorname{tg}\theta_B - \operatorname{tg}\theta_A} \right) \sin^2 \theta \cdot d\theta$$

$$\sigma_y = \frac{2q_0}{\pi(\operatorname{tg}\theta_B - \operatorname{tg}\theta_A)} \left[\int_{\theta_A}^{\theta_B} (-\operatorname{tg}\theta_B - \operatorname{tg}\theta_A) \sin^2 \theta \cdot d\theta + \int_{\theta_A}^{\theta_B} 2\operatorname{tg}\theta \cdot \sin^2 \theta \cdot d\theta \right]$$

a) $\int_{\theta_A}^{\theta_B} \sin^2 \theta \cdot d\theta = \left[\frac{\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_{\theta_A}^{\theta_B}$

b) $\int_{\theta_A}^{\theta_B} 2\operatorname{tg}\theta \cdot \sin^2 \theta \cdot d\theta = \int_{\theta_A}^{\theta_B} 2\operatorname{tg}\theta(1 - \cos^2 \theta) d\theta = \int_{\theta_A}^{\theta_B} 2\operatorname{tg}\theta d\theta - \int_{\theta_A}^{\theta_B} 2\operatorname{tg}\theta \cdot \cos^2 \theta \cdot d\theta$
 $= -\left[\operatorname{Log} \cos^2 \theta \right]_{\theta_A}^{\theta_B} - \left[-\cos 2\theta / 2 \right]_{\theta_A}^{\theta_B}$

d'où σ_y :

$$\sigma_y = \frac{2q_0}{\pi(\operatorname{tg}\theta_B - \operatorname{tg}\theta_A)} (-\operatorname{tg}\theta_B - \operatorname{tg}\theta_A) \left(\left[\frac{\theta}{2} - \sin 2\theta/4 \right]_{\theta_A}^{\theta_B} + \left[-\operatorname{Log} \cos^2 \theta \right]_{\theta_A}^{\theta_B} + \left[\cos 2\theta/2 \right]_{\theta_A}^{\theta_B} \right)$$

$$\sigma_y = \frac{2q_0}{\pi(\operatorname{tg}\theta_B - \operatorname{tg}\theta_A)} (-\operatorname{tg}\theta_B - \operatorname{tg}\theta_A) \left(\left[\frac{\theta_B - \theta_A}{2} - \frac{\sin 2\theta_B - \sin 2\theta_A}{4} \right] + \operatorname{Log} \frac{\cos^2 \theta_A}{\cos^2 \theta_B} + \frac{\cos 2\theta_B - \cos 2\theta_A}{2} \right)$$

$$\sigma_y = \frac{q_0}{\pi(\operatorname{tg}\theta_B - \operatorname{tg}\theta_A)} (-\operatorname{tg}\theta_B - \operatorname{tg}\theta_A) \left(\left[\theta_B - \theta_A + \frac{\sin 2\theta_A - \sin 2\theta_B}{2} \right] + 2 \operatorname{Log} \frac{\cos^2 \theta_A}{\cos^2 \theta_B} + \cos 2\theta_B - \cos 2\theta_A \right)$$

3) Réduction des expressions trouvées pour σ_x et σ_y :

Posons $\theta_A = \theta$ $\theta_B = \theta'$ $\operatorname{tg}\theta_A = t$ $\operatorname{tg}\theta_B = t'$

Sachant que :

$$\sin 2\theta = 2t/(1+t^2); \quad \cos 2\theta = (1-t^2)/(1+t^2) \quad \text{et} \quad \cos^2 \theta = 1/(1+t^2)$$

$$\sigma_x = \frac{q_0}{\pi(t' - t)} (-t' - t) \left(\theta' - \theta + \frac{\sin 2\theta' - \sin 2\theta}{2} \right) + \cos 2\theta - \cos 2\theta'$$

$$\sigma_x = \frac{q_0}{\pi(t' - t)} (-t' - t) \left(\theta' - \theta + \frac{t'}{1+t'^2} - \frac{t}{1+t^2} \right) + \frac{1-t^2}{1+t^2} - \frac{1-t'^2}{1+t'^2}$$

$$\sigma_x = \frac{q_0}{\pi(t' - t)} \left[(t' - t)(\theta' - \theta) + \frac{t'(-t' - t) - (1-t^2)}{1+t'^2} + \frac{1-t^2 - t(-t' - t)}{1+t^2} \right]$$

$$\sigma_x = \frac{q_0}{\pi(t' - t)} \left[(t' - t)(\theta' - \theta) + \frac{1+t'}{1+t'^2} - \frac{1-t'}{1+t'^2} \right]$$

$$\boxed{\tilde{\sigma}_x = \frac{q_0(t' + t)}{\pi(t' - t)} \left[(\theta - \theta') + \frac{(1+t')(t' - t)}{(1+t^2)(1+t'^2)} \right]}$$

$$\sigma_y = \frac{q_0}{\pi(t' - t)} (-t' - t) \left(\theta' - \theta + \frac{\sin 2\theta - \sin 2\theta'}{2} \right) + 2 \operatorname{Log} \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta'} + \cos 2\theta - \cos 2\theta'$$

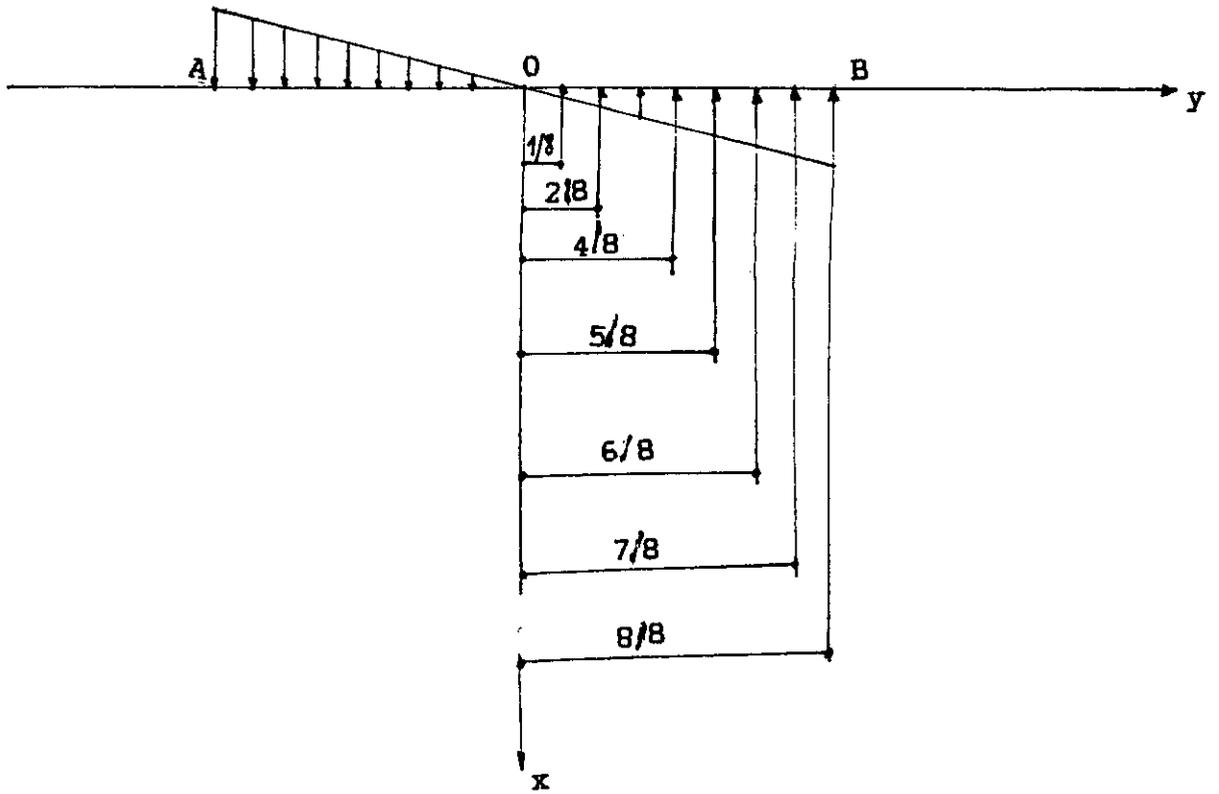


Figure A.1.3.

$$\sigma_y = \frac{q_0}{\pi(t'-t)}(-t'-t) \left(\theta' - \theta + \frac{t}{1+t^2} - \frac{t'}{1+t'^2} \right) + 2 \text{Log} \frac{1+t'}{1+t^2} + \frac{1-t'}{1+t'^2} - \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

$$\sigma_y = \frac{q_0}{\pi(t'-t)}(-t'-t) \left(\theta' - \theta + \frac{t(-t'-t)}{1+t^2} - \frac{t'(-t'-t)}{1+t'^2} \right) + \frac{1-t^2}{1+t^2} - \frac{1-t'^2}{1+t'^2} + 2 \text{Log} \frac{1+t'}{1+t^2}$$

$$\sigma_y = \frac{q_0(t'+t)}{\pi(t'-t)} \left(\theta - \theta' + \frac{(1+t')(t'+t)}{(1+t^2)(1+t'^2)} + \frac{2}{t'+t} \text{Log} \frac{1+t'}{1+t^2} \right)$$

4) Calcul des valeurs de σ_x et σ_y :

Les relations précédentes, établies en fonction de t , t' , θ , et θ' permettent de calculer les valeurs de σ_x et σ_y pour différents points dans le trumeau définis par leurs coordonnées cartésiennes x et y .

En effet, il est aisé de constater (figure A.1.2) que :

$$t = \text{tg} \theta_A = \frac{DA}{DM} = \frac{-(y-h/2)}{x} = \frac{h/2-y}{x}$$

$$t' = \text{tg} \theta_B = \frac{DB}{DM} = \frac{-(y+h/2)}{x} = \frac{-h/2-y}{x}$$

On prend $h/2=1$ (soit $h=2$) d'où :

$$t = \frac{1-y}{x} \quad t' = \frac{-(1+y)}{x}$$

$$\theta = \text{arctg} t \quad \theta' = \text{arctg} t'$$

Il suffit de choisir des valeurs pour x et y , ce qui permet de déterminer t , t' , puis θ et θ' d'où les valeurs de σ_x et σ_y .

Il est à noter que :

- x représente l'éloignement de la section d'encastrement, $x=2$ représente un éloignement égal à la hauteur du linteau.

- y représente la distance à la fibre moyenne du linteau, c'est pourquoi y ne dépasse pas $h/2=1$.

Les différentes valeurs calculées pour σ_x et σ_y sont groupées sous forme de tableaux.

TABLEAU DES VALEURS DE σ_y

X \ Y	1	7/8	6/8	5/8	4/8	2/8	1/8
0.0	0.500	0.875	0.750	0.625	0.500	0.250	0.125
0.1	0.309	0.377	0.435	0.410	0.349	0.185	0.093
0.2	0.206	0.189	0.225	0.238	0.219	0.125	0.064
0.3	0.135	0.103	0.108	0.120	0.119	0.075	0.039
0.4	0.084	0.050	0.040	0.045	0.050	0.036	0.019
0.5	0.046	0.015	0.000	-0.001	0.004	0.008	0.005
1.0	-0.033	-0.046	-0.055	-0.058	-0.054	-0.032	-0.017
1.5	-0.040	-0.044	-0.046	-0.045	-0.041	-0.024	-0.012
2.0	-0.032	-0.033	-0.032	-0.030	-0.026	-0.015	-0.008
2.5	-0.024	-0.023	-0.022	-0.020	-0.017	-0.009	-0.005
3.0	-0.017	-0.016	-0.015	-0.013	-0.011	-0.006	-0.003
3.5	-0.012	-0.012	-0.011	-0.009	-0.008	-0.004	-0.002
4.0	-0.009	-0.008	-0.008	-0.007	-0.005	-0.003	-0.001
4.5	-0.007	-0.006	-0.006	-0.005	-0.004	-0.002	-0.001
5.0	-0.005	-0.005	-0.004	-0.004	-0.003	-0.002	-0.001
6.0	-0.003	-0.003	-0.003	-0.002	-0.002	-0.001	0.000
7.0	-0.002	-0.002	-0.002	-0.001	-0.001	-0.001	0.000
10.0	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.000	-0.000	0.000

TABLEAU DES VALEURS DE σ_x

X \ Y	1	7/8	6/8	5/8	4/8	2/8	1/8
0.00	0.500	0.875	0.750	0.625	0.500	0.250	0.125
0.10	0.468	0.811	0.737	0.621	0.498	0.249	0.125
0.20	0.437	0.673	0.681	0.597	0.486	0.246	0.123
0.25	0.421	0.615	0.643	0.577	0.476	0.241	0.122
0.30	0.406	0.567	0.604	0.553	0.462	0.239	0.120
0.40	0.376	0.489	0.529	0.499	0.427	0.226	0.114
0.50	0.347	0.429	0.462	0.444	0.387	0.210	0.107
1.00	0.320	0.243	0.247	0.237	0.211	0.120	0.062
1.50	0.294	0.144	0.140	0.129	0.113	0.063	0.032
2.00	0.269	0.088	0.083	0.074	0.064	0.034	0.018
2.05	0.060	0.056	0.052	0.046	0.038	0.020	0.010
3.00	0.040	0.037	0.034	0.029	0.024	0.013	0.006
3.50	0.028	0.026	0.023	0.020	0.016	0.008	0.004
4.00	0.020	0.018	0.016	0.014	0.011	0.006	0.003
4.50	0.015	0.014	0.012	0.010	0.008	0.004	0.002
5.00	0.011	0.010	0.009	0.008	0.006	0.003	0.002
6.00	0.007	0.006	0.005	0.005	0.004	0.002	0.001
7.00	0.005	0.004	0.003	0.003	0.002	0.001	0.001
8.00	0.003	0.003	0.002	0.002	0.002	0.001	0.000

ANNEXE A.2 : Exposé du procédé de A.Verechaquine pour le calcul des déplacements .

1) Méthode de Mohr :

Les formules générales qui permettent de déterminer les déplacements s'obtiennent à l'aide du principe des travaux virtuels si on adopte en qualité d'état intermédiaire au point où le déplacement nous intéresse un système sollicité par une force généralisée unitaire correspondante $\bar{X}_i = 1$; qui devra effectuer un travail sur le déplacement virtuel Δ_{ip} constitué par les charges extérieures .

En notant par M_p, N_p et T_p les efforts engendrés par le système de forces extérieures P et par \bar{M}_i, \bar{N}_i et \bar{T}_i les efforts engendrés par la force unitaire $X_i = 1$, le principe des déplacements virtuels pour l'état intermédiaire peut s'écrire sous la forme suivante , lorsque les six composantes des forces intérieures sont présentes :

$$1 \cdot \Delta_{ip} = \sum \left[\int_{\Omega} \frac{\bar{M}_i^x \cdot M_p^x \cdot d\Omega}{E \cdot I_x} + \int_{\Omega} \frac{\bar{M}_i^y \cdot M_p^y \cdot d\Omega}{E \cdot I_y} + \int_{\Omega} \frac{\bar{M}_i^t \cdot M_p^t \cdot d\Omega}{E \cdot I_t} \right. \\ \left. + k_x \int_{\Omega} \frac{\bar{T}_i^x \cdot T_p^x \cdot d\Omega}{G \cdot \Omega} + k_y \int_{\Omega} \frac{\bar{T}_i^y \cdot T_p^y \cdot d\Omega}{G \cdot \Omega} + \int_{\Omega} \frac{\bar{N}_i \cdot N_p \cdot d\Omega}{E \cdot \Omega} \right]$$

Cette formule , qui permet de déterminer les déplacements porte le nom de méthode de Mohr ou méthode de multiplication des diagrammes .

2) Calcul de l'intégrale de Mohr d'après le procédé de

A. Verechaguine :

Dans le cas où le diagramme $d\Omega$ à la charge considérée a une configuration arbitraire tandis que celui $d\Omega$ à la charge unitaire a une configuration rectiligne (figure A.2.1.) , il s'avère commode de calculer l'intégrale de Mohr d'après un procédé grapho-analytique que l'on doit à A.Verechaguine .

Si on note par :

- Ω : l'aire du diagramme des moments (ou des efforts tranchants ou des efforts normaux) $d\Omega$ aux charges extérieures (M_p) ,

- G : le centre de gravité de ce diagramme ,

- \bar{M}_G : l'ordonnée du diagramme des moments $d\Omega$ à la force unitaire correspondant au centre de gravité du diagramme M_p

La différentielle de l'aire du diagramme s'écrit :

$$M_p \cdot dx = d\Omega \quad \text{et} \quad \bar{M}_1 = x \cdot \operatorname{tg}\alpha$$

$$\text{donc} \quad \int \bar{M}_1 \cdot M_p \cdot dx = \operatorname{tg}\alpha \int x \cdot d\Omega$$

$$\text{soit:} \quad \int x \cdot d\Omega = x_G \cdot \Omega \quad \operatorname{tg}\alpha \cdot x_G = \bar{M}_G$$

$$\int \bar{M}_1 \cdot M_p \cdot dx = \Omega \cdot \bar{M}_G$$

La formule générale des déplacements pour les systèmes

constitués d'éléments rectilignes: $\Delta_{ip} = \sum \int_{\Omega} \bar{M}_1 \cdot M_p \cdot dx / E \cdot I$

prend la forme suivante , connue sous le nom de formule de

Verechaguine : $\Delta_{ip} = \sum \Omega \cdot \bar{M}_G / E \cdot I$

Le calcul d'après cette méthode s'effectue pour chaque tronçon

où le diagramme rectiligne ne comporte pas de brisures (figure

A.2.2.).

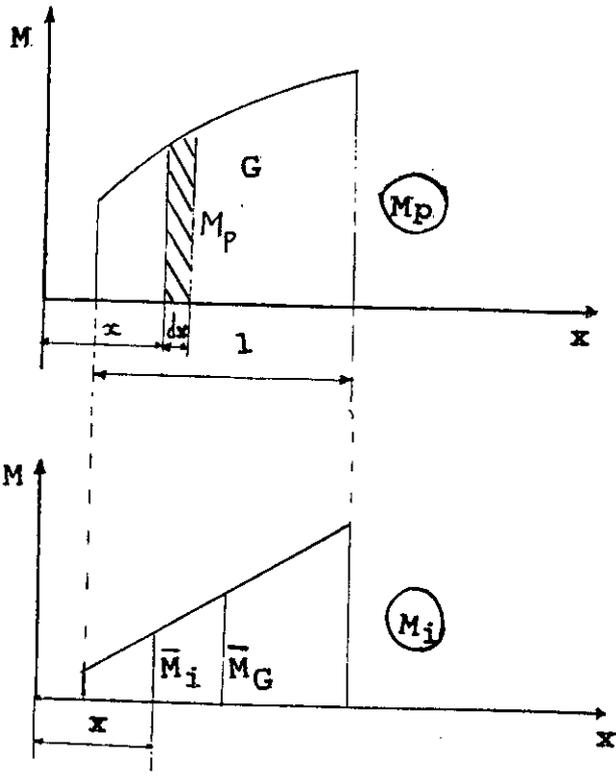


Figure A.2.1.

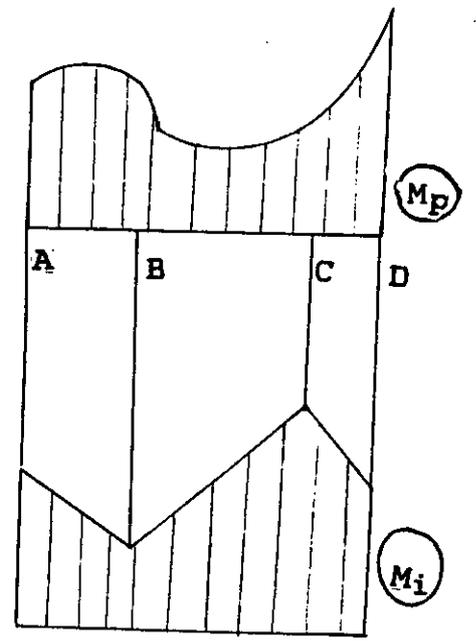


Figure A.2.2.

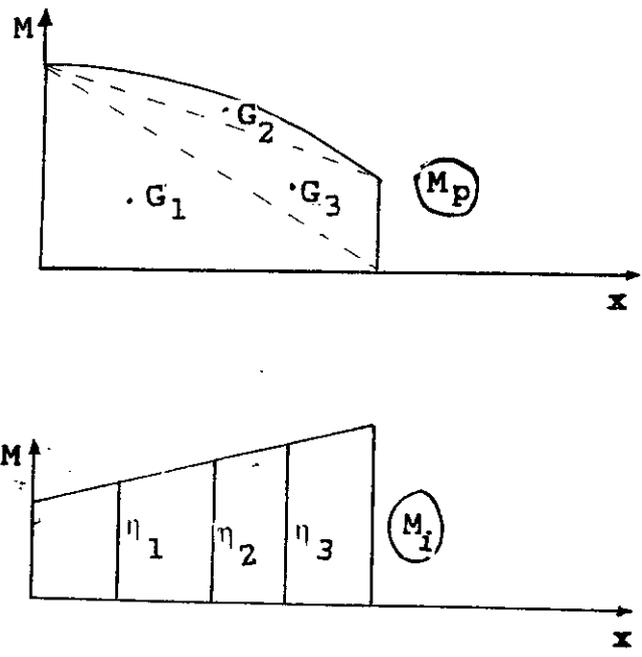


Figure A.2.3.

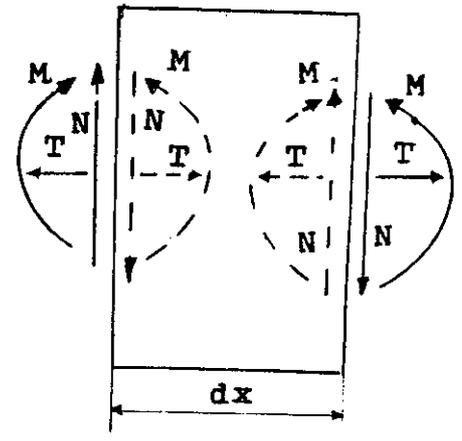


Figure A.2.4.

Pour le cas où les deux diagrammes ($d\Omega$ à la charge unitaire et $d\bar{\Omega}$ à la charge extérieure) sont rectilignes, on multiplie l'aire de l'un d'entre eux par l'ordonnée de l'autre, ordonnée correspondant au centre de gravité de l'aire du premier.

Si le diagramme $d\bar{\Omega}$ aux charges extérieures est de configuration complexe, il est permis de le subdiviser en des figures simples (figure A.2.3) dont il est facile de déterminer pour chacune d'elles le centre de gravité.

On multiplie alors l'aire de chaque figure par l'ordonnée du diagramme unitaire correspondant au centre de gravité de l'aire que l'on désigne par η_k .

Dans ce cas, la formule de Verechaguine prend la forme suivante :

$$\Delta_{ip} = \frac{\sum_k \Omega_k \eta_k}{E.I}$$

3) Facteur k de contribution du cisaillement :

Les forces intérieures effectuent un travail qui sera toujours compté négativement. Dans un élément de barre de longueur dx (figure A.2.4), le travail des efforts internes M , N , T s'écrit :

$$dW = -\frac{M \cdot d\theta}{2} - \frac{N \cdot \Delta(dx)}{2} - \frac{T \cdot \gamma dx}{2}$$

où $d\theta = \frac{M dx}{E.I}$ est le déplacement $d\Omega$ au moment fléchissant M

$\Delta(dx) = \frac{N dx}{E.\Omega}$ est le déplacement $d\Omega$ à l'effort normal N

$\gamma(dx) = \frac{k \cdot T \cdot dx}{\Omega} = \frac{dW_T}{T}$ est le déplacement $d\Omega$ à l'effort

tranchant T

$$dW_T = - \int_{\Omega} 1/2 \cdot \tau \cdot \gamma dx d\Omega = - \int_{\Omega} \tau^2 dx \cdot d\Omega / 2 \cdot G$$

$$dW_T = \frac{-T^2 dx}{2G \cdot I_x^2} \cdot \int_{\Omega} \frac{S_x^2}{b^2} \cdot d\Omega = -k_y \cdot \frac{T^2 dx}{G \cdot \Omega}$$

$$k_y = \frac{\Omega}{I_x} \int_{\Omega} \frac{S_x d\Omega}{b^2} \quad \text{est le coefficient de contribution du cisaillement qui dépend de la forme de la section .}$$

En particulier , pour une section rectangulaire de largeur b et de hauteur h :

$$\Omega = b \cdot h \quad I_x = b \cdot h^3 / 12 \quad S_x = (b \cdot h^2 / 8) (1 - 4y^2 / h^2)$$

$$k_y = \frac{9}{2 \cdot h \Omega} \int_{\Omega} \left[1 - \frac{4y^2}{h^2} \right] dy = 1,2$$

ANNEXE A.3 : Démonstration des formules établissant les rigidités du linteau tenant compte de l'effort tranchant puis de la rigidité infinie des extrémités .

1) Rigidité à la rotation du noeud tenant compte des déformations d'effort tranchant :(figure A.3.1.)

La méthode utilisée pour la détermination des rigidités est la méthode des forces .En l'absence de forces longitudinales, le système est deux fois hyperstatique .Le choix du système de base précise la nature des inconnues X_i et X_j à déterminer. Le système d'équations qui résulte des conditions de déplacements s'écrit :

$$\begin{cases} \delta_{ii} \cdot X_i + \delta_{ij} \cdot X_j = \Phi_i = 1 \\ \delta_{ji} \cdot X_i + \delta_{jj} \cdot X_j = 0 \end{cases}$$
$$\delta_{ij} = \int_0^l \frac{m_i \cdot m_j}{E \cdot I} dx + k \int_0^l \frac{t_i \cdot t_j}{G \cdot A} dx$$

avec :

m_i = moment provoqué par $X_i = 1$

m_j = moment provoqué par $X_j = 1$

t_i = effort tranchant engendré par le moment m_i

t_j = effort tranchant engendré par le moment m_j

$E = 3.10^5 \text{ kg/cm}^2$ pour le béton armé.

$G = 0,4E$

$k = \text{coefficient de forme} = 1,2$ (section rectangulaire)

$A = b \cdot h$

$I = b \cdot h^3 / 12$

les valeurs de $\int_0^l \frac{m_i \cdot m_j}{E.I} dx$ et $\int_0^l \frac{t_i \cdot t_j}{G.A} dx$ sont calculées par la

méthode de Verechaguine .

$$\delta_{ii} = \int_0^l \frac{m_i \cdot m_j}{E.I} dx + k \int_0^l \frac{t_i \cdot t_j}{G.A} dx = \frac{1}{3E.I} + \frac{k}{G.A.l}$$

$$\delta_{jj} = \int_0^l \frac{m_j \cdot m_j}{E.I} dx + k \int_0^l \frac{t_j \cdot t_j}{G.A} dx = \frac{1}{3E.I} + \frac{k}{G.A.l}$$

$$\delta_{ij} = \delta_{ji} = \int_0^l \frac{m_i \cdot m_j}{E.I} dx + k \int_0^l \frac{t_i \cdot t_j}{G.A} dx$$

$$\delta_{ij} = \frac{-1}{6E.I} + \frac{k}{G.A.l}$$

En déterminant X_i par substitution , par exemple , on trouve , pour $\Phi_i = 1$ en fonction de $\lambda = 1/h$:

$$X_i = K_{ij} = \frac{4E.I. (4 \lambda^2 + 3)}{1 (4 \lambda^2 + 12)}$$

2) Rigidité à la rotation de la barre tenant compte des déformations d'effort tranchant :(figure A.3.2.)

De la même manière que pour la rigidité à la rotation du noëud , les conditions de déplacements permettent d'aboutir au système de deux équations à deux inconnues suivant :

$$\begin{cases} \delta_{ii} \cdot X_i + \delta_{ij} \cdot X_j = 0 \\ \delta_{ji} \cdot X_i + \delta_{jj} \cdot X_j = \Delta \end{cases}$$

$$\delta_{ij} = \delta_{ji} = \int_0^l \frac{m_i \cdot m_j}{E.I} dx + k \int_0^l \frac{t_i \cdot t_j}{G.A} dx = \frac{-12}{2E.I}$$

$$\delta_{ii} = \int_0^l \frac{m_i \cdot m_i dx}{E \cdot I} + k \int_0^l \frac{t_i \cdot t_i \cdot dx}{G \cdot A} = \frac{l}{E \cdot I}$$

$$\delta_{jj} = \int_0^l \frac{m_j \cdot m_j dx}{E \cdot I} + k \int_0^l \frac{t_j \cdot t_j \cdot dx}{G \cdot A} = \frac{l^3}{3E \cdot I} + \frac{k \cdot l}{G \cdot A}$$

S'agissant du calcul de la rigidité à la rotation de la barre, le déplacement Δ vaut 1 .

d'où X_i , en fonction de $\lambda = l/h$:

$$X_i = K_{ij} = \frac{6E \cdot I \cdot (\lambda^2)}{l^2 (\lambda^2 + 3)}$$

3) Rigidité à la rotation du noeud tenant compte de la rigidité infinie des extrémités :(figure A.3.3.)

La présence des trumeaux très rigides peut être prise en compte en considérant que le linteau l sur sa partie centrale de longueur l_0 a un moment d'inertie I de valeur finie ; et sur ses extrémités de longueur $(l-l_0)/2$ a un moment d'inertie I infini .

La résolution du problème est faite par application de la méthode des forces, les déplacements unitaires étant déterminés par la méthode de Verechaguine .

Le choix du système fondamental nous permet d'écrire le système d'équations linéaire suivant :

$$\begin{cases} \delta_{ii} \cdot X_i + \delta_{ij} \cdot X_j = 1 \\ \delta_{ji} \cdot X_i + \delta_{jj} \cdot X_j = -(l-l_0)/2 \end{cases}$$

avec :

$$\delta_{ii} = \int_0^1 \frac{m_i \cdot m_i \cdot dx}{E \cdot I}$$

$$\delta_{ii} = \int_0^{(1-l_0)/2} \frac{m_i \cdot m_i \cdot dx}{E \cdot I} + \int_{(1-l_0)/2}^{(1+l_0)/2} \frac{m_i \cdot m_i \cdot dx}{E \cdot I} + \int_{(1+l_0)/2}^1 \frac{m_i \cdot m_i \cdot dx}{E \cdot I}$$

On constate que seule l'expression $\int_0^1 \frac{m_i \cdot m_i \cdot dx}{E \cdot I} = \int_0^{l_0} \frac{m_i \cdot m_i \cdot dx}{E \cdot I}$ est de valeur finie.

donc :

$$\delta_{ii} = \int_0^1 \frac{m_i \cdot m_i \cdot dx}{E \cdot I} = \int_0^{l_0} \frac{m_i \cdot m_i \cdot dx}{E \cdot I} = \frac{l_0}{E \cdot I}$$

$$\delta_{ij} = \int_0^1 \frac{m_i \cdot m_j \cdot dx}{E \cdot I} = -\frac{l_0^2}{E \cdot I}$$

$$\delta_{jj} = \int_0^1 \frac{m_j \cdot m_j \cdot dx}{E \cdot I} = \frac{l_0^3}{3 \cdot E \cdot I}$$

Une fois les déplacements unitaires déterminés , la résolution du système d'équations linéaire donne:

$$X_i = K'_{ij} = \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \frac{4 \cdot E \cdot I}{l_0}$$

4) Rigidité à la rotation de la barre tenant compte de la rigidité infinie des extrémités :(figure A.3.4.)

Suivant le même raisonnement que lors de l'établissement de la rigidité à la rotation du noeud tenant compte de la rigidité infinie des extrémités , la détermination de la rigidité à la rotation de la barre tenant compte de la rigidité infinie des

extrémités revient à la résolution du système linéaire suivant:

$$\begin{cases} \delta_{ii} \cdot X_i + \delta_{ij} \cdot X_j = 0 \\ \delta_{ji} \cdot X_i + \delta_{jj} \cdot X_j = 1 \end{cases}$$

avec :

$$\delta_{ii} = \int_0^1 \frac{m_i \cdot m_i \cdot dx}{E \cdot I} = \frac{l_0}{E \cdot I}$$

$$\delta_{ij} = \int_0^1 \frac{m_i \cdot m_j \cdot dx}{E \cdot I} = \frac{-1 \cdot l_0}{2E \cdot I}$$

$$\delta_{jj} = \int_0^1 \frac{m_j \cdot m_j \cdot dx}{E \cdot I} = \frac{(3l_0 + l_0^2)l_0}{12E \cdot I}$$

Ce qui permet d'écrire , après résolution du système précédent:

$$X_i = K'_{ij} = \frac{6E \cdot I \cdot (l/l_0)^3}{l^2}$$

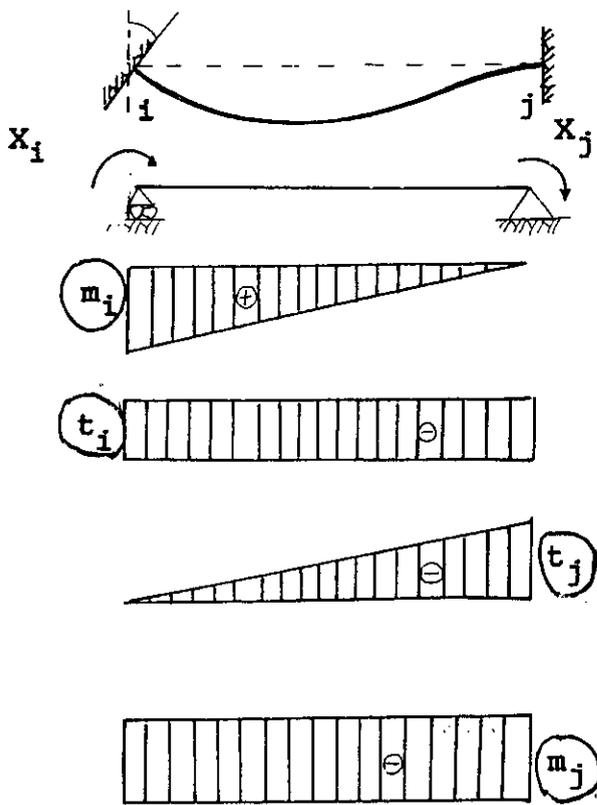


Figure A.3.1.

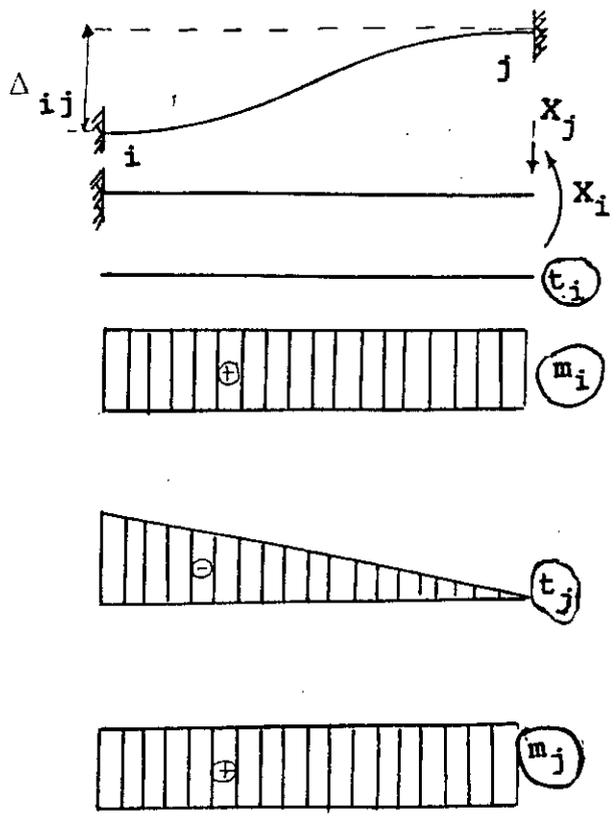


Figure A.3.2.

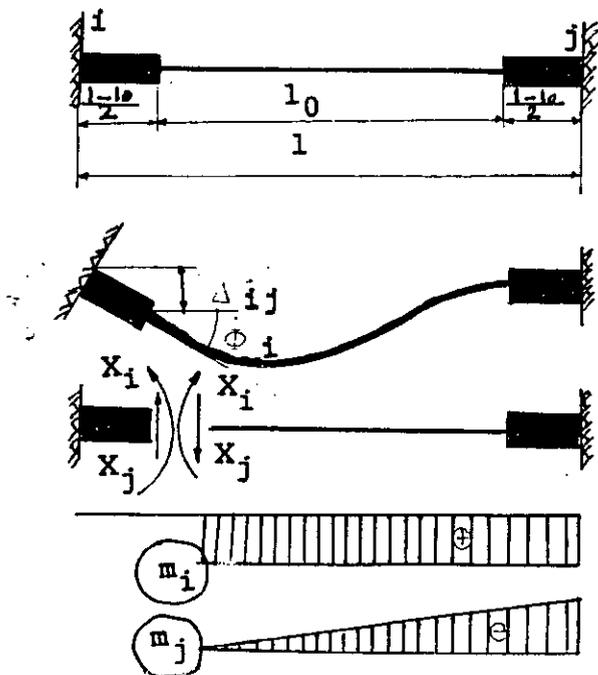


Figure A.3.3.

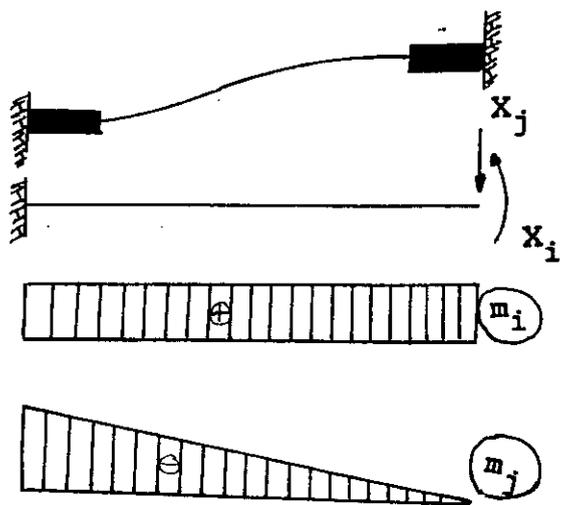


Figure A.3.4.

ANNEXE A.4.: Dimensionnement des éléments expérimentaux.

1) Dimensions:

Les dimensions des modèles d'essai ont été choisies en fonction de la charge maximale que peut développer la presse du laboratoire du département de l'Ecole (25 tonnes) qui, par mesure de sécurité, a été considérée égale à 20 tonnes.

Sur diverses combinaisons de $b.h$ et en considérant deux cas d'armatures longitudinales correspondant à deux pourcentages $\omega_1 = 0,4\%$ et $\omega_1 = 1,4\%$ qui sont deux valeurs limites du pourcentage d'armatures dans les linteaux réels, on en déduit deux valeurs :

$$b = 4\text{cm.}$$

$$h = 16\text{cm.}$$

qui, pour les élancements que nous avons choisis:

$$\lambda = 0,8125 \quad l = \lambda.h = 13\text{cm. poutres "A".}$$

$$\lambda = 1,25 \quad l = \lambda.h = 20\text{cm. poutres "B".}$$

$$\lambda = 1,5 \quad l = \lambda.h = 24\text{cm. poutres "C".}$$

nous permettent d'adopter trois types de modèles tels que pour le plus puissant, c'est-à-dire celui correspondant à :

$$b = 4\text{cm.}$$

$$h = 16\text{cm.} \quad \text{avec } \omega_1 = 1,4\%$$

$$l = 13\text{cm.}$$

la charge de rupture soit inférieure à 20 tonnes.

2) Ferrailages longitudinaux:

Les ferrailages longitudinaux correspondant à un pourcentage

donné ne dépendent que des dimensions b et h de la poutre .

Ils seront donc les mêmes pour tous les modèles pour un pourcentage donné .

- pour $\omega_1 = 1,4\%$:

$$A_1 = \omega_1 \cdot b \cdot h / 100 = 1,4 \cdot 4 \cdot 16 / 100 = 0,896 \text{cm}^2.$$

On choisit $A_1 = 4\text{HA}5 = 0,78 \text{cm}^2$ à disposer symétriquement en haut et en bas .

$Z = 11,5 \text{cm}$ (voir figure A.4.1). d'où le moment capable du linteau

$$M_{\text{cap}} = A_1 \cdot Z \cdot \sigma_{e1} = 0,78 \cdot 11,5 \cdot 4500 = 40365 \text{kg.cm.}$$

- pour $\omega_1 = 0,4\%$:

$$A_1 = \omega_1 \cdot b \cdot h / 100 = 0,4 \cdot 4 \cdot 16 / 100 = 0,256 \text{cm}^2.$$

on prendra $A_1 = 2\text{HA}5 = 0,39 \text{cm}^2$.

La solution $A_1 = 2\text{HA}4 = 0,2513 \text{cm}^2$ est écartée à cause des armatures transversales (voir 3°) .

$Z = 13,5 \text{cm}$ (voir figure A.4.2). d'où le moment capable du linteau

$$M_{\text{cap}} = A_1 \cdot Z \cdot \sigma_{e1} = 0,39 \cdot 13,5 \cdot 4500 = 23692,5 \text{kg.cm.}$$

3) Armatures transversales et effort tranchant capable pour les pièces les plus courtes :

Les pièces les plus courtes correspondent à $\lambda = 0,8125$; elles sont notées "A" , respectivement "A₁" , "A₂" , "A₃" , "A₄" , "A₅" et "A₆" .

a) avec $\omega_1 = 1,4\%$:

$$\omega_1 = 1,4\% \quad A_1 = 4\text{HA}5 = 0,78 \text{cm}^2 ; M_{\text{cap}} = 40365 \text{kg.cm.}$$

$$a = 8,5 \text{ cm} \quad P = T_{\text{cap}} = M_{\text{cap}} / a = 40365 / 8,5 = 4748,82 \text{kg.}$$

(pour la définition de a , voir figure A.4.3).

D'où l'effort de rupture que doit développer la presse = $3.P = 3.4748,82 = 14246,47\text{kg} = 15\text{tonnes}$.

En prenant $A_t = 2.\Phi.3 = 0,1413\text{cm}^2$ pour les armatures transversales, ceci impose un espacement :

$$t = A_t \cdot Z \cdot \sigma_t / T_{\text{cap}} = 0,1413 \cdot 11,5 \cdot 2200 / 4748,82 = 0,75\text{cm}.$$

L'espacement t est trop petit, on impose $A_t = 2\Phi3$ et $t = 2\text{cm}$ avec les conclusions suivantes :

_ pour une pièce "A₂" , on prendra $A_1 = A_1' = 4\text{HA5}$

$$A_t = 2\Phi3$$

avec $t = 2\text{cm}$.

_ pour une pièce "A₄" , on prendra $A_1 = A_1' = 4\text{HA5}$

$$A_t = 2\Phi3$$

avec $t = 2\text{cm}$.

avec des armatures supplémentaires réparties symétriquement sur la hauteur de la poutre, appelées armatures de peau :

$$A_p = 2.2\Phi2.$$

_ pour une pièce "A₆" , on prendra $A_1 = A_1' = 4\text{HA5}$

$$A_t = 2\Phi3$$

avec $t = 2\text{cm}$.

avec des armatures supplémentaires disposées suivant les diagonales du linteau $A_D = 2\text{HA5}$.

b) avec $\omega_1 = 0,4\%$:

$$\omega_1 = 0,4\% \quad A_1 = 2\text{HA5} = 0,39\text{cm}^2 ; M_{\text{cap}} = 23692,5\text{kg.cm}.$$

$$a = 8,5\text{cm} \text{ d'où } P = T_{\text{cap}} = M_{\text{cap}}/a = 23692,5/8,5 = 2787,35\text{kg}.$$

d'où l'effort que devra développer la presse pour provoquer la rupture de la pièce : $3.P = 8362,06\text{kg} = 8,5\text{tonnes}$.

Pour $A_t = 2\Phi3 = 0,1413\text{cm}^2$, $t = 2\text{cm}$ avec les mêmes conclusions qu'en a) ;

à savoir :

pièce "A₁" : A₁ = 2HA5

A_t = 2Φ3

t = 2cm

pièce "A₃" : A₁ = 2HA5

A_t = 2Φ3

t = 2cm

A_p = 2.2Φ2

pièce "A₅" : A₁ = 2HA5

A_t = 2Φ3

t = 2cm.

A_D = 2HA5.

Le dimensionnement des pièces de type "B" et "C" a été fait de la même manière.

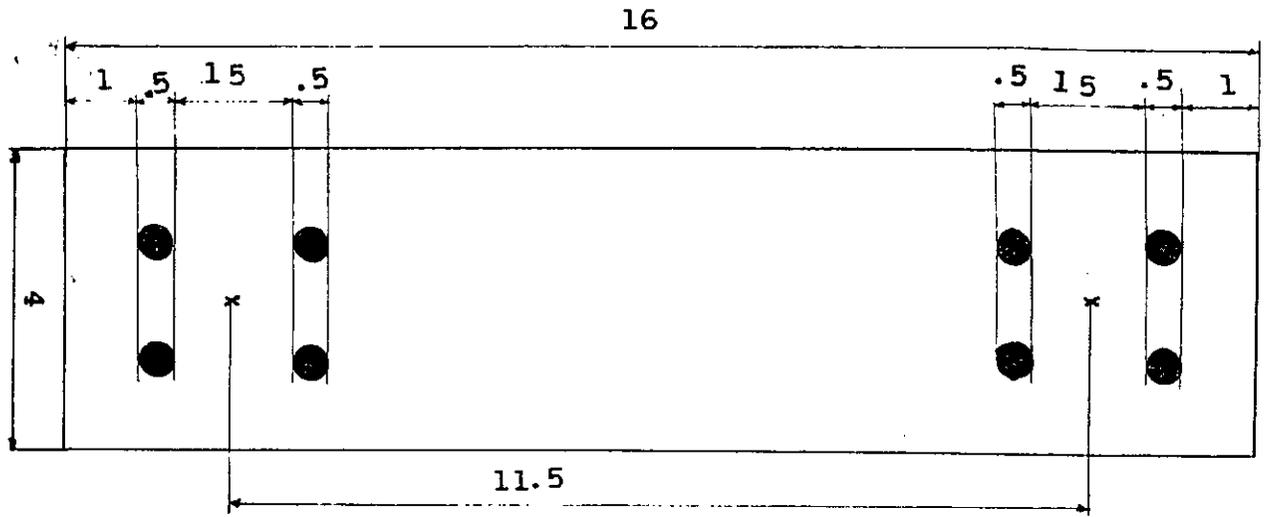


Figure A.4.1.

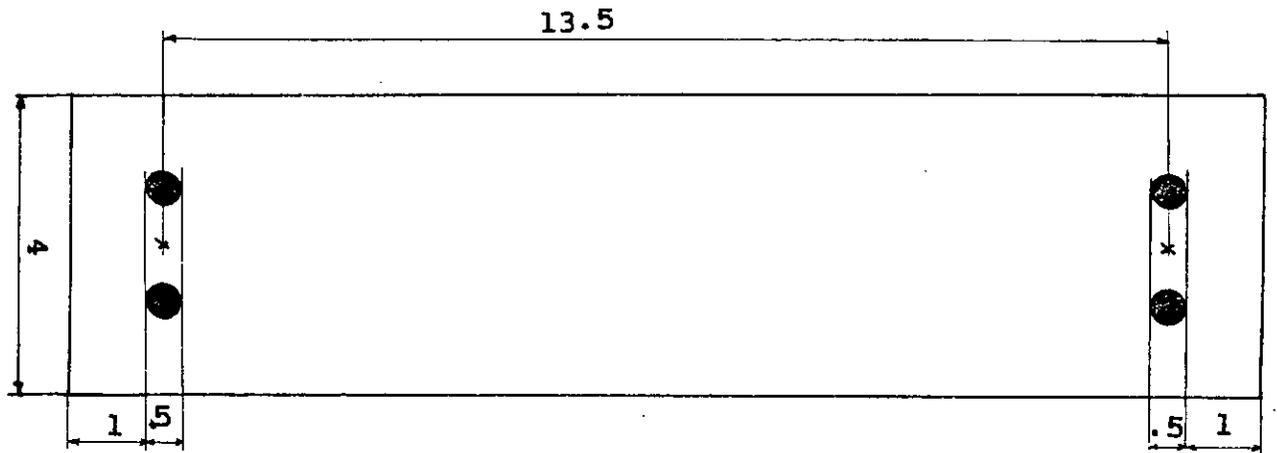


Figure A.4.2

1)Effort tranchant de rupture (T_{rupt}^{th})calculé selon les B.A.E.L.80.:

Article A5.1.1. des B.A.E.L. :Les justifications de l'âme d'une poutre sont conduites à partir de la contrainte tangente τ_u prise conventionnellement égale à :

$$\tau_u = T/b.h$$

dans laquelle :

T = valeur de calcul de l'effort tranchant vis à vis de l'état limite ultime.

b = largeur de la poutre.

h = hauteur utile de la poutre.

L'article A51.232. précise : pour les armatures d'âme , la justification vis à vis de l'état limite ultime (dans le cas de la flexion simple) s'exprime par la relation :

$$\frac{A_t}{b.t} \geq \frac{\tau_u - 0,3f_{tj}}{0,8.\sigma_e}$$

avec:

A_t = section d'un cours d'armatures transversales.

t = espacement des armatures transversales.

b = largeur de la section.

f_{tj} = résistance caractéristique du béton à la traction à j jours.

En fonction de sa résistance à la compression , elle s'exprime

$$\text{par : } f_{tj} = 0,6 + 0,06f_{cj}$$

En définitive :

$$\tau_u = T/b.h.$$

$$\frac{A_t}{b.t} = \frac{\tau_u^{-0,3} f_{tj}}{0,8 \sigma_e}$$

$$A_t \cdot 0,8 \cdot \sigma_e + 0,3 \cdot f_{tj} \cdot b \cdot t = T \cdot t/h$$

$$T = A_t \cdot \frac{0,8 \cdot \sigma_e}{t} \cdot h + 0,3 \cdot f_{tj} \cdot b \cdot h.$$

Notons que T s'exprime en définitive par une somme de 2 termes ce qui met en évidence le fait que les B.A.E.L. considèrent que l'effort tranchant est repris par les armatures transversales (1^{er} terme) et par la partie de béton comprimé (2^{ème} terme).

2) Moment de rupture théorique en flexion proposé ($M_{rupt}^{th.1}$)

Nous avons noté ainsi le moment de rupture calculé selon la relation $M_{rupt}^{th.1} = A_1 \cdot Z \cdot \sigma_e$ qui découle du raisonnement fait au paragraphe 3.6 et qui consiste à négliger la contribution du béton qui se détériore lors de sollicitations alternées; seules les armatures sont donc prises en compte .

$$M_{rupt}^{th.1} = A_1 \cdot Z \cdot \sigma_e$$

où A_1 = aire des armatures longitudinales tendues

σ_e = contrainte limite élastique des armatures, déterminée par un essai de traction

$Z = h - 2.d$ avec h = hauteur du linteau et d = enrobage.

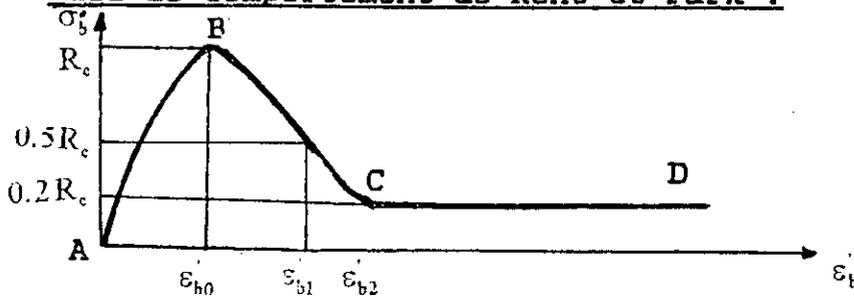
3) Moment de rupture théorique en flexion ($M_{rupt}^{th.2}$) calculé selon la loi de comportement de Kent et Park :

L'intérêt de ce calcul est qu'il est fait en tenant compte du confinement du béton , qui est très important dans nos pièces.

Hypothèses:

- _ loi de comportement de Kent et Park (béton confiné)
- _ béton tendu négligé
- _ loi de comportement avec écrouissage pour l'acier
- _ compatibilité des déformations.

***Loi de comportement de Kent et Park :**



Région AB :
$$\sigma_b = R_c \left[2 \cdot \frac{\epsilon_b}{\epsilon_{b0}} - \left(\frac{\epsilon_b}{\epsilon_{b0}} \right)^2 \right] \quad ; \quad \epsilon_b \leq \epsilon_{b0}$$

Région BC :
$$\sigma_b = R_c [1 - \tau (\epsilon_b - \epsilon_{b0})] \quad ; \quad \epsilon_{b0} \leq \epsilon_b \leq \epsilon_{b2}$$

Région CD :
$$\sigma_b = 0.2 \cdot R_c$$

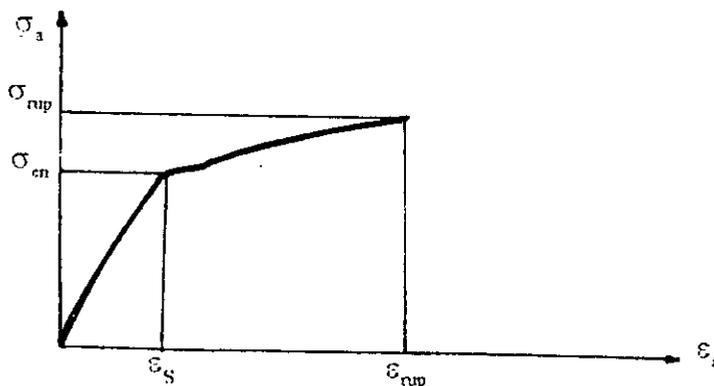
$$\epsilon_{b2} = \frac{0.8}{\tau} + \epsilon_{b0} \quad ; \quad \epsilon_{b1} = \frac{3}{4} \cdot \omega_t \cdot \sqrt{\frac{b'}{t}}$$

ω_t est le pourcentage d'acier transversal.

$$\tau = \frac{0.5}{\epsilon_{b1} + \epsilon_{bk} - \epsilon_{b0}}$$

$$\epsilon_{bk} = \frac{3 + 0.03R_c}{14.5R_c - 1000}$$

***Acier :**



Procédure :

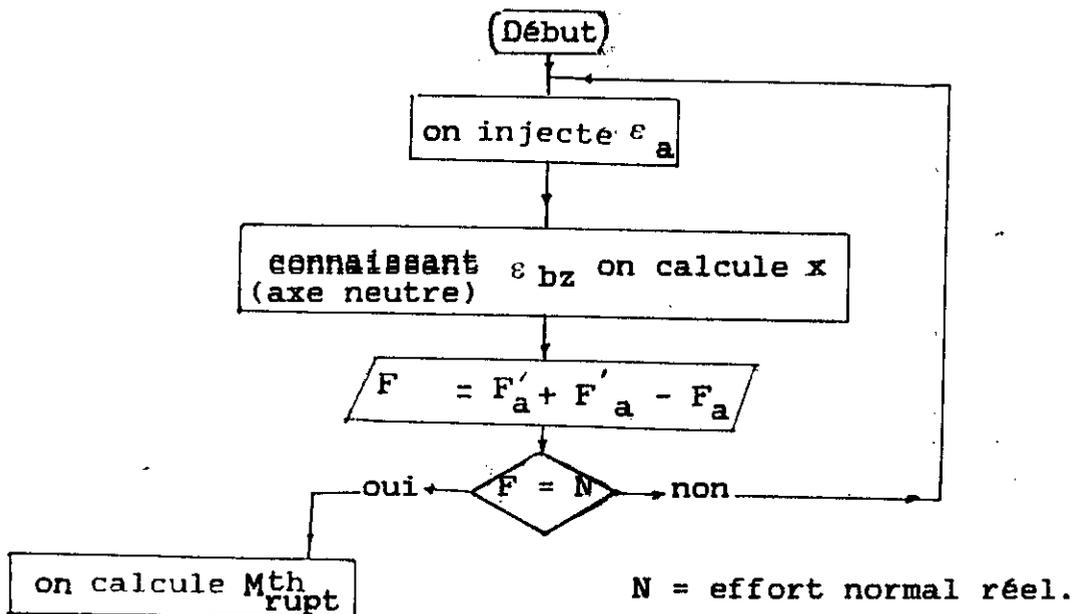
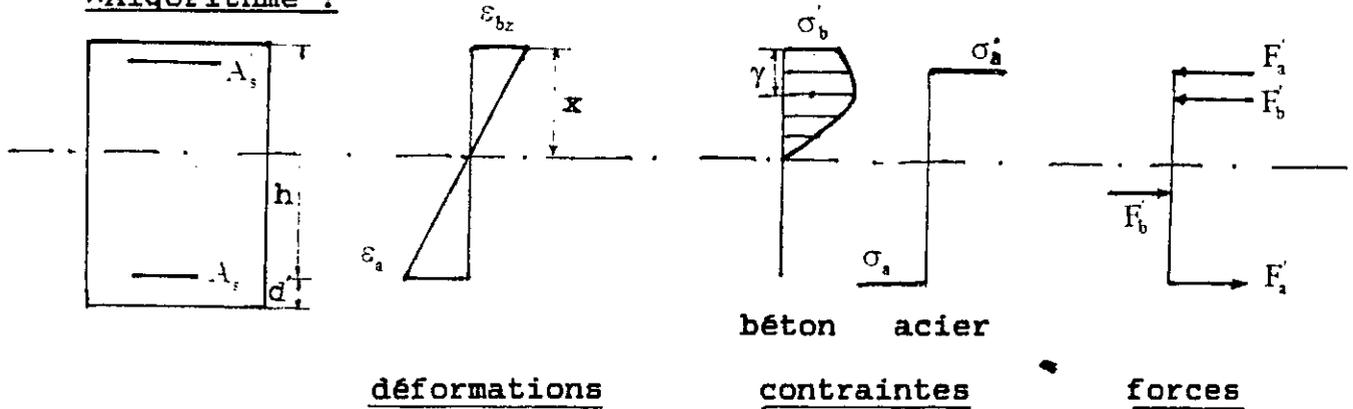
- effort normal de plastification

$$N_u = R_c \cdot (b \cdot h - A_s - A_s') + \sigma_{cm} (A_s + A_s')$$

- centre de plastification de la section

$$C_p = \frac{R_c \cdot (b \cdot h - A_s - A_s') \cdot h/2 + A_s' \cdot \sigma_{cm} \cdot d' + A_s \cdot \sigma_{cm} \cdot h_0}{N_u}$$

*Algorithme :



$$M_{rupt}^{th} = F_a \cdot (h_0 - C_p) + F_a' (C_p - d') + F_b (C_p - \gamma_x)$$

TABLEAU IV: Caractéristiques mécaniques du béton utilisé

Numéro de l'éprouvette (i)	Charge de rupture (KN)	Contrainte de rupture (Kg/cm ²)
1	360	179,05
2	400	198,94
3	410	203,94
4	350	174,07
5	450	223,81
6	400	198,94
7	350	174,07

Les éprouvettes de béton prélevées sont des éprouvettes cylindriques ($\Phi = 16\text{cm}$ $L = 32\text{cm}$).

Surface de l'éprouvette = $201,06\text{cm}^2$.

$$\sigma_{\text{moy}} = \sum \sigma_i / 7 = 193,25\text{Kg/cm}^2$$

$$\text{Ecart type } \sigma_R = \sqrt{\sum (\sigma_i - \sigma_{\text{moy}})^2 / 7} = 17,11\text{Kg/cm}^2$$

$$C_V = \sigma_R / \sigma_{\text{moy}} = 0,08$$

Coefficient de variation $C_V = 8\%$

TABLEAU V: Caractéristiques mécaniques des aciers longitudinaux

Eprouvettes d'acier Ø6

Numéro de l'éprouvette (i)	Charge d'apparition de l'écoulement (Kg)	Contrainte d'écoulement (Kg/cm ²)	Charge de rupture (Kg)	Contrainte de rupture (Kg/cm ²)
1	1080	3857,14	1200	4285,71
2	1200	4285,71	1380	4928,57
3	1220	4357,14	1300	4642,85
4	920	3285,71	1100	3928,57

Surface de l'éprouvette = 0.28cm²

Contrainte d'écoulement σ_e :

$$\sigma_{e\text{moy}} = \frac{\sum \sigma_{ei}}{4} = 3946.42 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_{eR} = \sqrt{\frac{\sum (\sigma_{ei} - \sigma_{e\text{moy}})^2}{4}} = 426.7 \text{ Kg/cm}^2$$

$$C_{ev} = 0.108 = 11\%$$

Contrainte de rupture σ_r :

$$\sigma_{r\text{moy}} = \frac{\sum \sigma_{ri}}{4} = 4446.42 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_{rR} = \sqrt{\frac{\sum (\sigma_{ri} - \sigma_{r\text{moy}})^2}{4}} = 375.84 \text{ Kg/cm}^2$$

$$C_{rv} = 0.084 = 9\%$$

TABLEAU VI: Caractéristiques mécaniques des aciers transversaux

Eprouvettes d'acier Ø3

Numéro de l'éprouvette (i)	Charge d'apparition de l'écoulement (Kg)	Contrainte d'écoulement (Kg/cm ²)	Charge de rupture (Kg)	Contrainte de rupture (Kg/cm ²)
1	320	4526,16	342	4837,3409
2	340	4809,05	354	5007,0721
3	312	4413,01	340	4809,0523
4	325	4596,88	350	4950,4950

Surface de l'éprouvette = 0.0707 cm²

Contrainte d'écoulement σ_e :

$$\sigma_{e\text{ moy}} = \sum \sigma_{ei} / 4 = 4586.27 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_{eR} = \sqrt{\sum (\sigma_{ei} - \sigma_{e\text{ moy}})^2} / 4 = 144.37 \text{ Kg/cm}^2$$

$$C_{ev} = 0.031 = 3.1\%$$

Contrainte de rupture σ_r :

$$\sigma_{r\text{ moy}} = \sum \sigma_{ri} / 4 = 4900.99 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_{rR} = \sqrt{\sum (\sigma_{ri} - \sigma_{r\text{ moy}})^2} / 4 = 80.94 \text{ Kg/cm}^2$$

$$C_{rv} = 0.016 = 1.6\%$$