

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

Département d'Electronique

Mémoire de projet de fin d'études

Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en électronique

---

# Compression du Signal Electrocardiographique

---

**HAMAOUI Nazim**

nazim.hamaoui@g.enp.edu.dz

Sous la direction de **M. Rachid ZERGUI** (MAA)

Présenté et soutenu publiquement le **20/06/2016**

## Composition du Jury :

Président	M. Med Salah AIT CHEIKH	Pr.	ENP
Rapporteur/ Promoteur	M. Rachid ZERGUI	MAA.	ENP
Examineur	M. Daoud BERKANI	Pr.	ENP

**ENP 2016**

## *Dédicaces*

*Je dédie ce mémoire, aux personnes qui me sont le plus chères :*

*« A mes parents » qui m'ont énormément soutenu dans les moments les plus difficiles,  
partagé mes joies et mes peines, qui se sont toujours sacrifiés à mes dépends.*

*« A mon petit frère » tout en lui souhaitant de la réussite dans ses études.*

*Je dédie aussi, ce travail à ma famille maternelle pour leurs soutiens et encouragements.*

*Sans oublier tous mes amis(es) qui m'ont soutenu de près ou de loin pendant tout mon  
parcours.*



## *Remerciements*

*Je tiens à remercier DIEU, tout puissant, de m'avoir donné la force de réaliser mon travail.*

*Mes remerciements vont à Monsieur R.ZERGUI pour son aide, ses conseils et directives et pour son dévouement et pour la confiance qu'il m'a témoignée.*

*Je tiens à remercier Monsieur Ait Cheikh, d'avoir accepté de présider le jury.*

*Mes remerciements vont aussi à Monsieur D.BERKANI, pour son aide, ses conseils et ses directives et pour avoir bien voulu accepter d'examiner mon travail.*

*Je remercie tous les enseignants de l'Ecole National Polytechnique d'Alger, spécialement ceux du département d'Electronique, pour leurs apport en savoir.*

*Je remercie tous le personnel de l'Ecole et toute personne dévouée au service de l'Ecole National Polytechnique.*

*Enfin, mes remerciement vont à toute personne ayant contribué, de près ou de loin, à réaliser ce travail.*

## ملخص :

هذه المذكرة تتمحور حول تطبيق تقنيات تقليص إشارة القلب ECG المستخرجة من قاعدة البيانات المسجلة في معهد ماساتشوستس للتكنولوجيا.

عملنا يهدف إلى دراسة و مقارنة أربع تقنيات تقليص المتمثلة في : طريقة سبلين تكعيبية ، طريقة هرميت ، طريقة التحويل الجيبى و طريقة التحويل بالموجات. هذه المقارنة تتم بناءً على معايير موضوعية : نسبة الخاطئ و نسبة التقليص.

من خلال هذه الدراسة توصلنا إلى أن طريقة هرميت تعطي أحسن النتائج مقارنة بباقي التقنيات.

**الكلمات المفتاحية :** إشارة نبض القلب، التقليص؛ طريقة سبلين ، طريقة هرميت ، طريقة التحويل الجيبى ؛ طريقة التحويل بالموجات؛ نسبة التقليص؛ نسبة الخطأ.

## Summary:

This final project studies the application of compression methods applied on ECG signal obtained from the database MIT / BIH Arrhythmia. Our work is a comparative study of four irreversible compression methods which are: The Splines method, the Hermite method, the method of Cosine transform (DCT) and the Wavelet method. Compression is based on objective criteria (CR compression ratio and the percentage of error PRD).

The test results show that the compression interpolation method Hermite, gives better results compared to other methods.

**Keywords:** Compression of the ECG signal, Splines method, Hermite method, compression by DCT, wavelet method, Compression ratio CR, Percentage of error PRD.

## Résumé :

Ce projet de fin d'études concerne l'application des méthodes de compression à un signal ECG obtenu de la base de données MIT/BIH Arrhythmia. Notre travail est une étude comparative entre quatre méthodes irréversibles de compression qui sont : La méthode des Splines, la méthode d'Hermite, la méthode de la transformée en Cosinus (DCT) et la méthode des Ondelettes. La compression se base sur des critères objectifs (le taux de compression CR et le pourcentage de puissance d'erreur PRD).

Les résultats des tests montrent que la compression par la méthode d'interpolation d'Hermite, donne de meilleurs résultats comparés aux autres méthodes.

**Mots Clés :** Compression du signal, ECG, méthode des Splines, méthode d'Hermite, compression par la DCT, méthode des ondelettes, taux de compression, pourcentage de puissance d'erreur PRD.

## Table des matières

Liste des figures.....	
Liste des tableaux.....	
Liste des abréviations.....	
Introduction générale.....	14
<b>Chapitre I : Généralité sur l'ECG.....</b>	<b>15</b>
Introduction.....	16
I.1- Anatomie du coeur.....	16
I.2- Configuration interne du coeur.....	17
I.3- Tunique du coeur.....	19
I.4- Conduction électrique du coeur.....	20
II.1- L'Electrocardiogramme.....	26
II.2- Techniques d'enregistrements.....	29
II.3- Les systèmes de dérivations.....	30
II.3.1- Les dérivations des Membres.....	31
II.3.2- Les dérivations Précordiales (ou thoraciques).....	32
II.4- Le Holter.....	33
II.5- Artefacts visibles sur l'ECG.....	34
II.5.1- Bruits Techniques.....	34
II.5.2- Bruits Physique.....	35
Conclusion.....	35
<b>Chapitre II : La théorie de l'information et les techniques de compression.....</b>	<b>36</b>
Introduction.....	37
II.1- La théorie de l'information.....	37
II.1.1- Système de communication.....	37
II.1.2- Entropie d'une source.....	39
II.1.3- Le Quantificateur.....	40
II.1.1- La fonction de distorsion.....	42
II.2- Les techniques de compression.....	45
II.2.1- Algorithme de compression.....	46

II.2.2- Les types de compression .....	46
II.2.2.1- Compression sans pertes .....	47
II.2.2.1.1- Codage de Huffman .....	47
II.2.2.1.2- Algorithme de Shannon-Fano.....	49
II.2.2.1.3- Le codage arithmétique.....	51
II.2.2.1.4- Codage RLE : (Run Length Encoding) .....	52
II.2.2.1.5- Méthode de Lempel-Ziv-Welch : (LZW).....	53
II.2.2.2- Compression avec pertes .....	55
1- Méthode directe .....	56
1.1- La prédiction linéaire .....	56
1.2- L'interpolation polynomiale.....	57
2- Méthode par transformée.....	57
2.1- Transformée de Karhunen Loève .....	57
2.2- Transformée spectrale .....	58
2.2.1- Transformée discrète de Fourier (TFD) .....	59
2.2.2- Transformée de Fourier Rapide (FFT) .....	60
2.2.3- Transformée discrète en cosinus (DCT).....	61
2.3- La transformée en ondelette .....	63
2.3.1- Transformée en ondelette continue (CWT).....	63
2.3.2- Transformée en ondelette discrète (DWT).....	64
2.4- Transformation polynomiale .....	65
II.3- Quantification .....	65
II.3.1- Quantification scalaire (QS) .....	66
II.3.2- Quantification vectorielle (QV).....	67
II.4- Critères de performance de la compression.....	68
II.4.1- Le taux de compression (CR) .....	68
II.4.2- Le pourcentage de la puissance d'erreur (PRD) .....	68
II.4.3- Le critère subjectif de la vision.....	69
Conclusion.....	70
<b>Chapitre III : Adaptation des techniques de compression au signal ECG .....</b>	<b>71</b>
Introduction .....	72
III.1- Compression à l'aide de la DCT .....	72

III.2- Compression à l'aide des splines cubiques .....	74
III.2.1- Méthode des Splines.....	75
III.2.2- Algorithme des splines .....	76
III.3- Interpolation cubique d'Hermite .....	77
III.3.1- Condition de Monotonie.....	78
III.3.2- Algorithme d'interpolation d'Hermite .....	81
III.4- Compression par la transformée en ondelette .....	84
III.4.1- Transformée en ondelette discrète (DWT).....	84
Conclusion .....	86
<b>Chapitre IV : Résultats et discussions.....</b>	<b>87</b>
Introduction .....	88
IV.1- Présentation de la base de données MIT/BIH.....	88
IV.2- Méthodologies de travail.....	89
IV.3- Résultats .....	89
IV.3.1- Méthode DCT-RLE.....	89
IV.3.2- Méthode Spline .....	95
IV.3.3- Méthode d'Hermite .....	101
IV.3.4- Méthode des Ondelette.....	106
IV.3.5- Comparaison entre les différentes méthodes.....	111
IV.4- Discussion .....	113
Conclusion .....	114
<b>Conclusion générale .....</b>	<b>115</b>
<b>Bibliographie.....</b>	<b>116</b>

## Liste des Figures

### Chapitre I : Généralité sur l'ECG

- Figure 1.1** Le cœur et le thorax.
- Figure 1.2** Vue schématique *gauche simplifiée, droite détaillée* de la circulation sanguine.
- Figure 1.3** Anatomie interne du cœur.
- Figure 1.4** Les tuniques (couches) du cœur.
- Figure 1.5** Contraction, Repos et Dépolarisation au niveau du cœur.
- Figure 1.6** Potentiel d'action cardiaque d'une cellule myocardique.
- Figure 1.7** Vue schématique de la conduction électrique normale dans le cœur.
- Figure 1.8** Décomposition d'une réponse à une stimulation en phases.
- Figure 1.9** Tracer de l'Electrocardiogramme d'un battement cardiaque normal.
- Figure 1.10** Représentation des segments et intervalles d'un ECG.
- Figure 1.11** Représentation des deux techniques d'enregistrement de l'ECG.
- Figure 1.12** Dérivations bipolaires d'Einthoven des membres.
- Figure 1.13** Dérivations précordiales (thoraciques) de Wilson.

### Chapitre II : La théorie de l'information et les techniques de compression

- Figure 2.1** Schéma fondamental d'un système de communication.
- Figure 2.2** Schéma actuel d'un système de communication.
- Figure 2.3** Exemple de quantification (en rouge) d'un signal continu.
- Figure 2.4** Schéma simplifié d'un quantificateur type.
- Figure 2.5** La fonction  $R(D)$  des sources discrète et continue .
- Figure 2.6** Les 26 lettres du Braille.
- Figure 2.7** Code Morse international.

- Figure 2.8** Les types de compression.
- Figure 2.9** La compressions sans perte.
- Figure 2.10** Arbre correspondant selon le codage d'Huffman.
- Figure 2.11** Algorithme de Shannon-Fano.
- Figure 2.12** Codage RLE.
- Figure 2.13** La compression avec perte.
- Figure 2.14** Représentation de la décomposition a 3 niveaux en utilisant la DWT.
- Figure 2.15** Quantification scalaire uniforme.
- Figure 2.16** Principe du Quantification vectoriel.

### **Chapitre III : Adaptation des techniques de compression au signal ECG**

- Figure 3.1** Schéma bloc d'un système de compression par la méthode DCT.
- Figure 3.2** Splines linéaires : n polynômes de degré 1.
- Figure 3.3** Splines cubiques : n polynômes de degré 3.
- Figure 3.4** Schéma bloc d'un système de compression par la méthode Spline.
- Figure 3.5** La région  $\varphi$  de la monotonie
- Figure 3.6** Organigramme de compression par la méthode d'Hermite.
- Figure 3.7** Représentation de la décomposition à un niveau a l'aide de DWT.
- Figure 3.8** Organigramme de compression par la méthode Ondelette.

### **Chapitre IV : Résultats et discussions**

- Figure 4.1** Representation d'un Signal ECG réel obtenu à l'aide de la méthode DCT.
- Figure 4.2** Representation du CR = f(th) *gauche* et PRD = f(th) *droite*.
- Figure 4.3** Reconstitution du signal ECG pour th=0.039.

- Figure 4.4** Reconstitution du signal ECG pour  $th=0.07$ .
- Figure 4.5** Reconstitution du signal ECG pour  $th=0.15$ .
- Figure 4.6** Reconstitution du signal ECG pour  $th=0.5$ .
- Figure 4.7** Représentation de la variation du CR en fonction du PRD.
- Figure 4.8** Représentation d'un Signal ECG réel obtenu à l'aide de la méthode Spline.
- Figure 4.9** Représentation du CR =  $f(th)$  *gauche* et PRD =  $f(th)$  *droite*.
- Figure 4.10** Reconstitution du signal ECG pour  $th=0.015$ .
- Figure 4.11** Reconstitution du signal ECG pour  $th=0.01$ .
- Figure 4.12** Reconstitution du signal ECG pour  $th=0.03$ .
- Figure 4.13** Représentation de la variation du CR en fonction du PRD.
- Figure 4.14** Représentation d'un Signal ECG réel obtenu à l'aide de la méthode d'Hermite.
- Figure 4.15** Représentation du CR =  $f(th)$  *gauche* et PRD =  $f(th)$  *droite*.
- Figure 4.16** Reconstitution du signal ECG pour  $th=0.01$ .
- Figure 4.17** Reconstitution du signal ECG pour  $th=0.015$ .
- Figure 4.18** Reconstitution du signal ECG pour  $th=0.034$ .
- Figure 4.19** Représentation de la variation du CR en fonction du PRD.
- Figure 4.20** Représentation d'un Signal ECG réel obtenu à l'aide des Ondelettes.
- Figure 4.21** Représentation du CR =  $f(th)$  *gauche* et PRD =  $f(th)$  *droite*.
- Figure 4.22** Reconstitution du signal ECG pour  $th=0.028$ .
- Figure 4.23** Reconstitution du signal ECG pour  $th=0.2$ .
- Figure 4.24** Reconstitution du signal ECG pour  $th=0.4$ .
- Figure 4.25** Représentation de la variation du CR en fonction du PRD.
- Figure 4.26** Variation du CR en fonction du PRD(%) pour les 4 méthodes de compression.
- Figure 4.27** Variation du PRD(%) et classement des 4 méthodes de compression.

## Liste des Tableaux

- Tableau 2.1** Fréquences d'apparitions des lettres et symbole.
- Tableau 2.2** Code binaire correspondants à chaque caractère.
- Tableau 2.3** Exemple de compression a l'aide de Shanon Fano.
- Tableau 2.4** Exemple de codage arithmétique.
- Tableau 2.5** Valeurs du facteur moyen de compression pour les different types de données selon la methode LZW.
- Tableau 2.6** Exemple de codage par la méthode LZW.
- Tableau 4.1** Valeurs de CR et PRD pour des differents seuils
- Tableau 4.2** Valeurs de CR et PRD pour differents seuils.
- Tableau 4.3** Valeurs de CR et PRD pour des differents seuils.
- Tableau 4.4** Valeurs de CR et PRD pour des differents seuils.
- Tableau 4.5** Variation du PRD(%) et classement des 4 méthodes de compression.

**Liste des Abréviations :**

<b>AA</b>	Activité auriculaires.
<b>AEV</b>	Activité Electrique Ventriculaire.
<b>AV</b>	Activité Ventriculaire.
<b>Ao</b>	Aorte.
<b>AP</b>	Artère Pulmonaire.
<b>ECG</b>	Electro Cardio Gramme.
<b>OD</b>	Oreillette Droite.
<b>OG</b>	Oreillette Gauche.
<b>VCS</b>	Veine Cave Supérieure.
<b>VCI</b>	Veine Cave Inferieur.
<b>VD</b>	Ventricule Droit.
<b>VSP</b>	Valvules Sigmoides Pulmonaires.
<b>VT</b>	Valvule Tricuspide.
<b>VPD</b>	Veines Pulmonaires Droites.
<b>VPG</b>	Veines Pulmonaires Gauches.
<b>VG</b>	Ventricule Gauche.
<b>VSAo</b>	Valvules Sigmoides Aortiques.
<b>VM</b>	Valvules Mitrale.
<b>R</b>	Poignet droit.
<b>L</b>	Poignet gauches.
<b>F</b>	Cheville gauche.
<b>aVR</b>	Bras droit positif.
<b>aVR</b>	Bras droit positif.
<b>aVL</b>	Bras gauche positif.
<b>aVF</b>	Pied gauche positif.

<b>D1-D3</b>	Dérivation Bipolaire.
<b>V1-V6</b>	Dérivation Précordiale.
<b>CODEC</b>	Codeur-Décodeur.
<b>MODEM</b>	Modulateur-Démodulateur.
<b>DICO</b>	Dictionnaire ou code-book.
<b>RLE</b>	Run Length Encoding.
<b>LZW</b>	Lempel-Ziv-Welch.
<b>QS</b>	Quantification Scalaire.
<b>QV</b>	Quantification Vectorielle.
<b>KL</b>	Transformée de Karhunen-Loève.
<b>TF</b>	Transformée de Fourier.
<b>TFD</b>	Transformée Discrète de Fourier.
<b>TFCT</b>	Transformée de Fourier à Court Terme.
<b>STFT</b>	Short-Time Fourier Transform.
<b>FFT</b>	Transformée de Fourier Rapide (Fast Fourier Transform).
<b>DCT</b>	Transformée Discrète en Cosinus.
<b>CWT</b>	Transformée en Ondelette Continue.
<b>DWT</b>	Transformée en Ondelette Discrète.
<b>CR</b>	Taux de compression.
<b>PRD</b>	Pourcentage de Puissance d'Erreur.

## Introduction Générale

Le signal est défini comme étant la description d'un phénomène physique et le support de l'information, il est souvent présenté sous une forme analogique mais avec l'apparition et le développement des calculateurs, on se dirige de plus en plus vers le traitement numérique des signaux. La discrétisation dans le temps et en amplitude des signaux analogiques nous donne les signaux numériques qu'on est souvent amené à échantillonner, ce qui produit une grande quantité de données suivant le nombre d'échantillons utilisées.

Le signal numérique obtenu est traité comme une source d'information à alphabet limité. De nos jours une grande quantité de données est souvent produite, il se pose alors non seulement le problème du temps de traitement mis par les calculateur mais aussi le problème d'espace de stockage de ces données. La compression des données ou des signaux propose des solutions à ces problèmes en cherchant à réduire les redondances contenues dans ses derniers. Les techniques de compression sont d'usage courant en traitement d'image, en traitement des signaux audio et vidéo, dans le domaine biomédicale...

L'ECG est un signal de nature électro-physiologique dont le tracé matérialise les activités électriques du cœur. La compression des signaux ECG a fait l'objet des nombreux travaux de recherche et cette compression ainsi que le traitement numérique jouent un rôle important, ou en effet, il faut minimiser la durée et les coûts de transmission et de stockages de ces signaux à travers les canaux de télécommunication.

Les techniques de compression peuvent être classées en trois groupes : Les méthodes directes, les méthodes par transformées et les méthodes par extraction de paramètres. Avec les méthodes directes on agit directement sur les échantillons du signal, ce qui est le cas pour la plupart des méthodes classiques. Les méthodes par transformées consistent à appliquer une transformée orthogonale sur un bloc d'échantillons du signal de départ. Concernant les méthodes par extraction de paramètres un processeur est utilisé afin d'extraire certaines caractéristiques du signal qui vont être utilisées par la suite pour la reconstitution du signal.

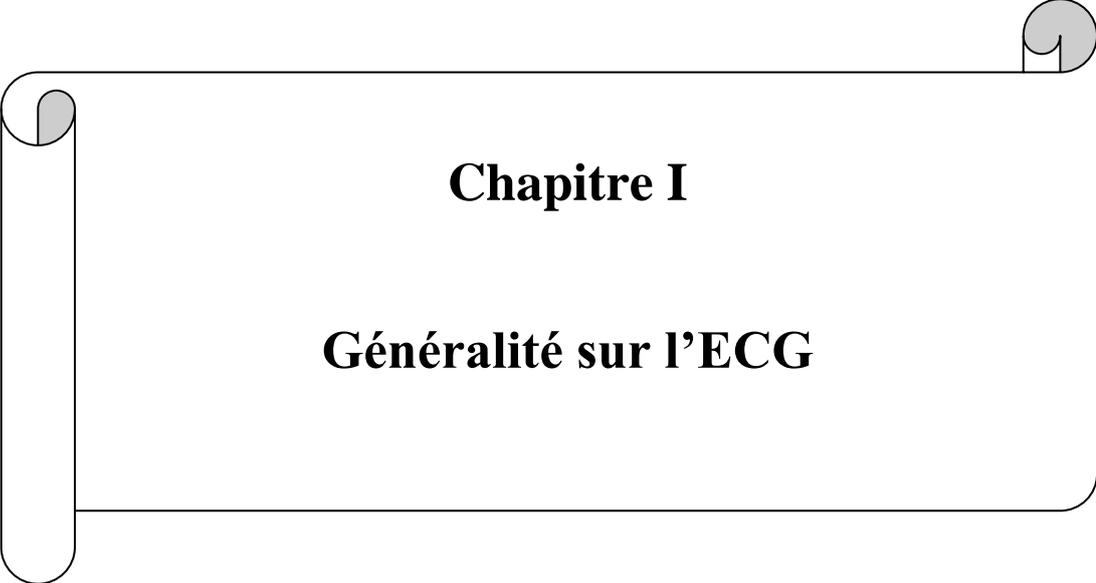
Dans ce travail, nous allons présenter certaines techniques de compression des signaux ECG et nous nous sommes intéressés à appliquer quatre techniques de compression : La méthode des Splines cubiques, la méthode d'interpolation d'Hermitte, la transformée discrète en cosinus (DCT) et la transformée en Ondelette. Puis une étude comparative des performances (CR et PRD) de ces quatre techniques appliquées à l'ECG sera établie.

Dans le premier chapitre, nous présentons l'anatomie du cœur et la séquence de l'activité cardiaque suivie des notions fondamentales de l'électrocardiogramme qui sont nécessaires pour l'extraction du signal ECG.

Le second chapitre contient les notions fondamentales de la théorie de l'information et les différentes techniques de compression, on finira avec les critères d'évaluation de performances de ces techniques de compression à savoir le taux de compression CR et le pourcentage de puissance d'erreur PRD.

Dans le troisième chapitre, nous allons adapter quatre techniques de compression parmi les techniques citées qu'on appliquera par la suite à un signal ECG, à savoir : La méthode des Splines cubiques, la méthode d'interpolation d'Hermitte, la transformée discrète en cosinus (DCT) et la transformée en Ondelette.

Enfin, dans le dernier chapitre, nous allons présenter les résultats de l'application des quatre techniques de compression vu dans le chapitre trois, munis d'une comparaison des performances du signal ECG. Et on finira notre travail avec une conclusion générale.



# **Chapitre I**

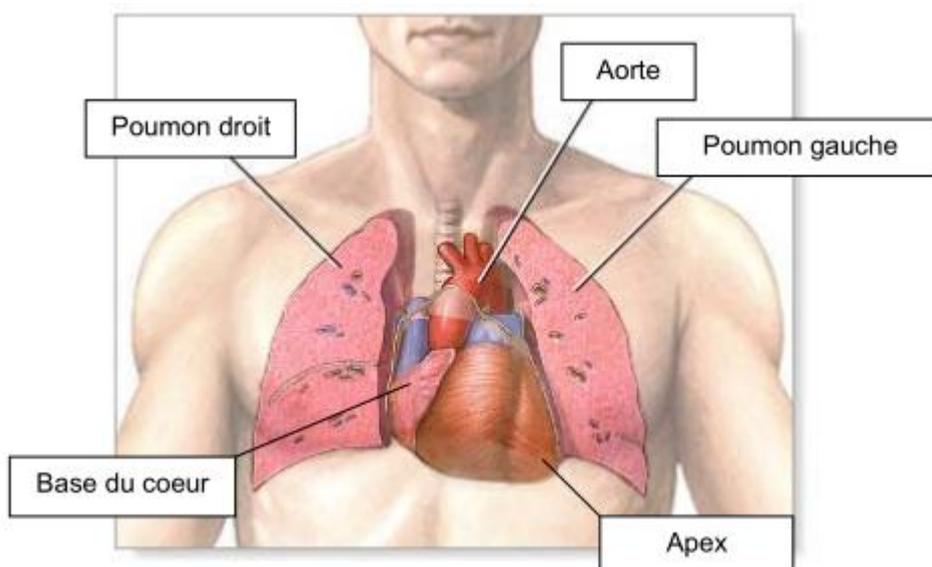
## **Généralité sur l'ECG**

**Introduction :**

L'objectif de ce chapitre est de présenter l'origine de l'électrocardiogramme, tout en commençant par un rappel physiologique du cœur où nous évoquerons les différents phénomènes électriques présents au niveau de ce dernier munis d'explications, nous aborderons par la suite l'ECG (électrocardiogramme) un peu plus en détails.

**I.1. Anatomie du cœur :**

Le cœur est l'organe moteur de l'appareil circulatoire, il est logé dans le médiastin antérieur délimité latéralement par les poumons, situé au milieu du thorax. Il est formé essentiellement d'un muscle appelé le myocarde, entouré par un sac fibro-séreux, le péricarde, est tapissé à l'intérieur par une fine membrane, l'endocarde. Sa fonction est d'assurer la circulation sanguine du corps par des contractions rythmiques. La **Figure 1.1** illustre le médiastin antérieur. [1]



**Figure 1.1** Le cœur et le thorax.

## I.2. Configuration Interne du cœur

Le cœur est composé de quatre cavités :

L'oreillette droite (OD) reçoit de la veine cave supérieure (VCS) et de la veine cave inférieure (VCI) le sang veineux périphérique qui se jette ensuite dans le ventricule droit (VD).

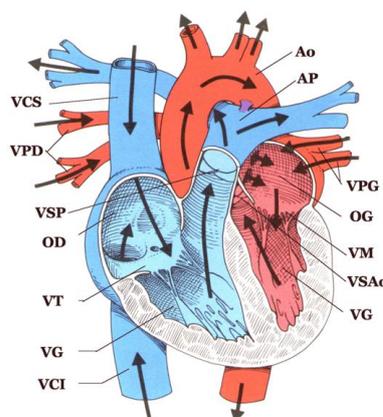
Le ventricule droit (VD) qui, en se contractant chasse le sang dans l'artère pulmonaire (AP). Le vestibule de l'artère pulmonaire est pourvu d'un "système anti-reflux", les trois valvules sigmoïdes pulmonaires (VSP).

Entre le ventricule droit et l'oreillette droite se trouve la valvule tricuspide (VT), constituée de trois valves. Lors de la contraction ventriculaire, l'augmentation de la pression intra ventriculaire ferme ces trois valves et empêche le reflux du sang dans l'oreillette droite.

L'oreillette gauche (OG) reçoit des veines pulmonaires droites (VPD) et gauches (VPG) le sang veineux pulmonaire qui se jette ensuite dans le ventricule gauche (VG).

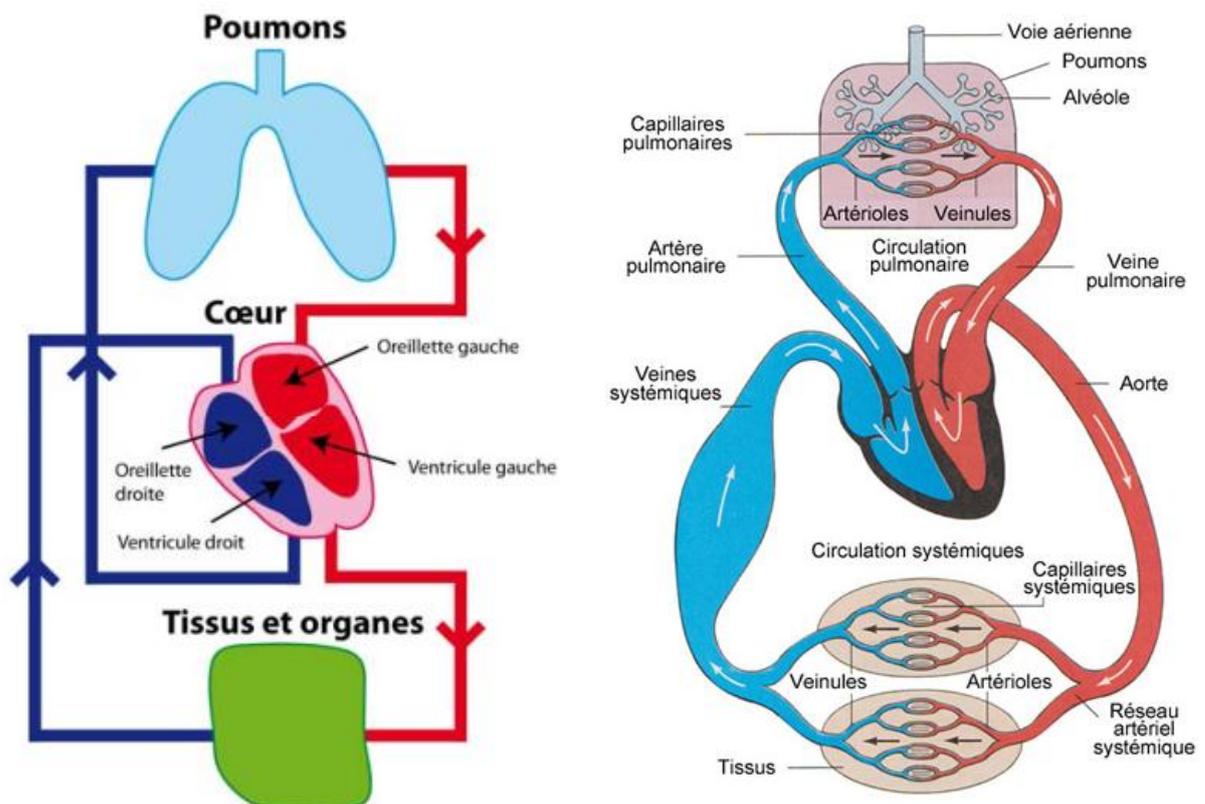
Le ventricule gauche (VG) qui en se contractant chasse le sang dans l'aorte (Ao), elle aussi pourvue d'un système valvulaire sigmoïde : les valvules sigmoïdes aortiques (VSAo).

Entre l'oreillette gauche et le ventricule gauche se greffent des feuillets qui forment la valvule mitrale (VM), empêchant le reflux du sang dans l'oreillette gauche lors de la contraction ventriculaire gauche. [2]



**Figure 1.2** Anatomie Interne du cœur.

Les cavités droites et gauches sont séparées par une cloison, appelée septum. Elles sont toutes reliées à des veines ou artères qui conduisent le sang venant ou partant du cœur. La partie droite assure la circulation du sang désoxygéné recueilli par les veines caves (VC) : le sang arrive dans l'oreillette droite, puis est éjecté vers le ventricule droit (VD), avant d'être finalement éjecté vers l'artère pulmonaire (AP). Le sang s'oxygène ensuite dans les poumons avant de revenir dans l'oreillette gauche (OG) par les veines pulmonaires (VP). Il est ensuite envoyé au ventricule gauche (VG) qui l'éjecte à son tour dans l'aorte (Ao), laquelle distribue le sang oxygéné aux différents organes du corps. La **Figure 1.3** montre une vue schématique des deux circuits sanguin pour lesquels le cœur joue le rôle de pompe double. [3]



**Figure 1.3** Vue schématique *gauche simplifiée, droite détaillée* de la circulation sanguine.

La phase du cycle pendant laquelle le myocarde se contracte est appelée systole, et celle pendant laquelle il se relâche, diastole. Il existe ainsi des systoles (suivies de diastoles)

auriculaires droite et gauche, pratiquement simultanées, et des systoles (suivies de diastoles) ventriculaires droite et gauche, également quasi simultanées.

En revanche, les activités auriculaires (AA) et ventriculaires (AV) ne sont pas simultanées : les AA précèdent de quelques fractions de seconde les activités électriques ventriculaires (AEV). En pratique courante, on parle de « systole » ou de « diastole » ou, parfois, de systole ou diastole « cardiaques » pour désigner la systole ou la diastole ventriculaire, en englobant la contraction ou le relâchement des deux ventricules.

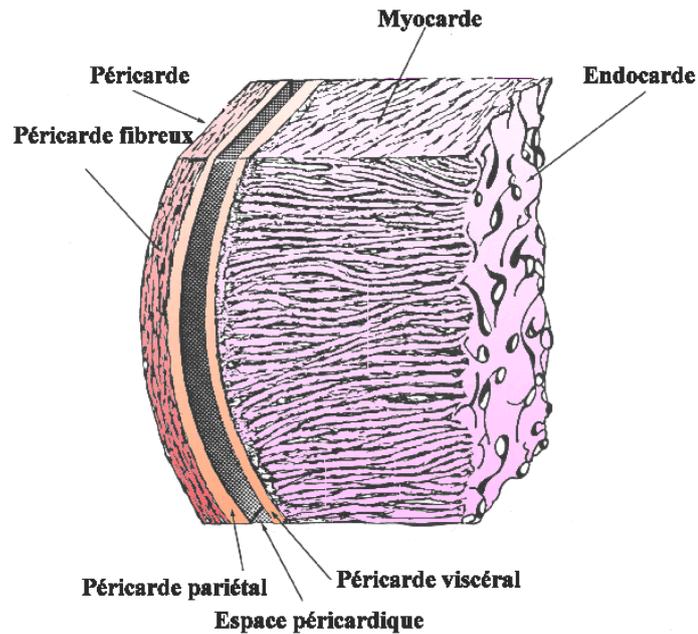
### **I.3. Tuniques du cœur :**

Trois couches constituent la structure du cœur de l'intérieur vers l'extérieur: l'endocarde, le myocarde et le péricarde.

L'Endocarde: C'est une mince membrane qui tapisse la face interne des quatre cavités cardiaques et qui se prolonge par l'intima des gros vaisseaux.

Le Myocarde: C'est le tissu musculaire du cœur dont l'épaisseur dépend de la fonction des cavités. Mince au niveau des oreillettes, il est particulièrement épais au niveau ventriculaire.

Le Péricarde: C'est l'enveloppe externe du cœur. Se compose de deux couches : le péricarde fibreux et le péricarde séreux. Le péricarde fibreux est l'enveloppe externe inélastique et robuste du cœur. Le péricarde séreux est l'enveloppe plus mince à deux feuillets qui recouvre le cœur. L'espace péricardique, situé entre les deux feuillets, contient une faible quantité de liquide (50 à 75 ml) pour faciliter les mouvements du cœur. La **Figure 1.4** montre les différentes tuniques du cœur. [1]



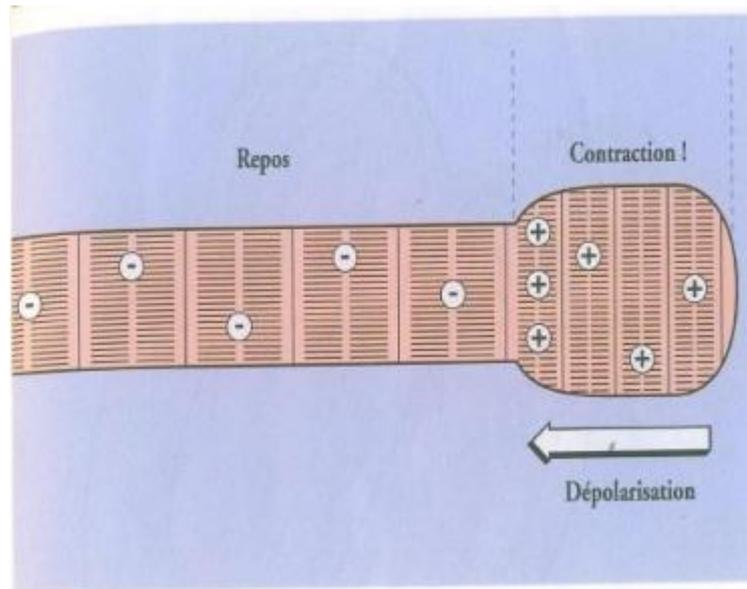
**Figure 1.4** Tunique du cœur.

#### **I.4. Conduction électrique du cœur :**

Il s'agit d'un réseau "électrique" constitué de cellules cardiaques, qui ont des propriétés différenciées pour la conductibilité et l'excitabilité.

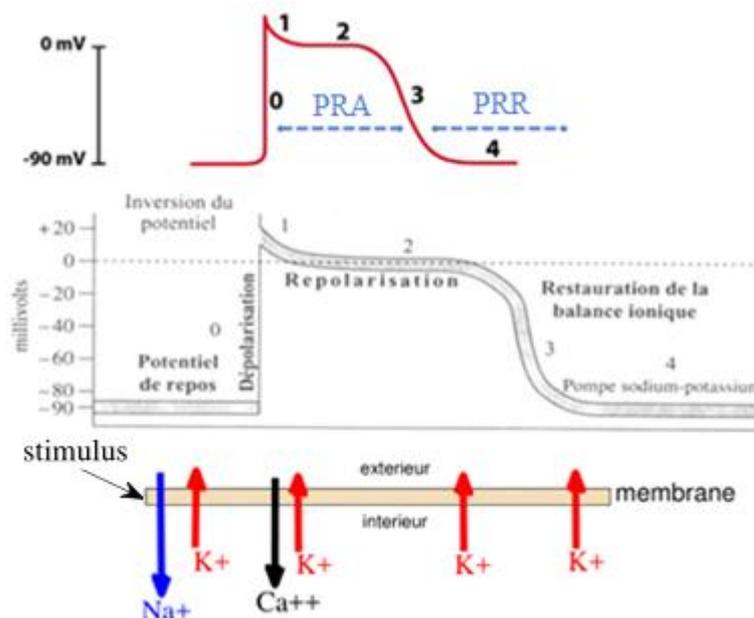
Les cellules myocardiques sont chargées électriquement d'ions positifs et négatifs. L'impulsion électrique initiée par le nœud sinusal va traverser chacune des cellules du cœur. Cela va entraîner un déplacement des ions et produire la contraction cellulaire : c'est la dépolarisation, Voir **Figure 1.5**.

La cellule tend toujours à revenir à sa polarisation de départ. C'est pourquoi d'eux-mêmes, les ions reprendront leur place d'origine : c'est la repolarisation. [1]



**Figure 1.5** Contraction, Repos et Dépolarisation au niveau du cœur.

La différence de concentration de ces ions, leur diffusion et leur passage de part et d'autre de la membrane amènent le potentiel à passer par cinq phases successives, illustrée par la **Figure 1.6**.



**Figure 1.6** Phase du potentiel d'action cardiaque et mouvement ioniques transmembranaires d'une cellule myocardique.

Au repos, la cellule myocardique commune a une charge positive à l'extérieur et une charge négative à l'intérieur, créant ainsi une différence de potentiel entre l'intérieur et l'extérieur de la membrane « potentiel membranaire » qui est négative [-90 mV] : les concentrations extracellulaires de  $\text{Na}^+$  et  $\text{Ca}^{2+}$  sont supérieures à leur concentrations intracellulaires (10 fois supérieure pour  $\text{Na}^+$  et nettement plus pour  $\text{Ca}^{2+}$ ). Inversement la concentration intracellulaire de  $\text{K}^+$  est environ 30 fois supérieure à sa concentration extracellulaire. [3]

Phase 0 (dépolariation): Passage rapide de  $\text{Na}^+$  vers l'intérieur de la cellule par diffusion des ions, le potentiel devient donc positif. A partir de -40 mV, les canaux calciques s'ouvrent également laissant ainsi les ions  $\text{Ca}^{2+}$  entrer dans la cellule par diffusion, la cellule atteint alors un potentiel de +30 mV.

Phase 1 et 2 (plateau): Cette phase correspond à la repolarisation précoce (phase1) et au maintien de la dépolariation en plateau (phase2). Un mécanisme actif d'échanges ioniques fait sortir le  $\text{Na}^+$  de la cellule et entrer des ions  $\text{K}^+$ . Parallèlement, les ions  $\text{Ca}^{2+}$  continuent à diffuser de part et d'autre de la cellule, maintenant ainsi un potentiel constant. Ces phases correspondent à la période réfractaire absolue pendant laquelle la cellule ne peut être à nouveau dépolariée.

Phase 3 (repolarisation): La cellule est dans sa période réfractaire relative (PRR) : une nouvelle dépolariation est possible. Pendant cette phase, les canaux potassiques s'ouvrent :  $\text{K}^+$  sort de la cellule par diffusion, ce qui ramène la cellule au potentiel transmembranaire de repos, et donc de la repolarisation finale.

Phase 4 : Pendant cette phase on obtient l'équilibre avec une différence de potentiel négative qui représente le potentiel de repos, qui est stable à -90 mV.

Après les quatre phases citées, un enzyme appelée « pompe sodium-potassium » qu'on voit bien à la fin du cycle, entre en jeu afin de rétablir l'équilibre ionique initial après un potentiel d'action. [3] [4]

Les cellules constituant le tissu nodal ont la capacité de générer une dépolariation de leurs membranes et d'engendrer ainsi un courant électrique qui permet d'avoir des contractions successives et rythmées des oreillettes et des ventricules. La fréquence cardiaque est donc déterminée par le niveau d'automaticité de ces cellules « pace maker » qui eux sont des

cellules cardiaques qui s'unissent pour amorcer les contractions et établir le rythme des battements du cœur. [1]

Cette automaticité peut être modulée en partie par les systèmes nerveux sympathiques (augmentation de la fréquence), le taux de saturation en oxygène, la température corporelle; les taux sériques de différents ions, par certaines substances pharmacologiques (anti arythmiques) de même que par certaines pathologies. [1]

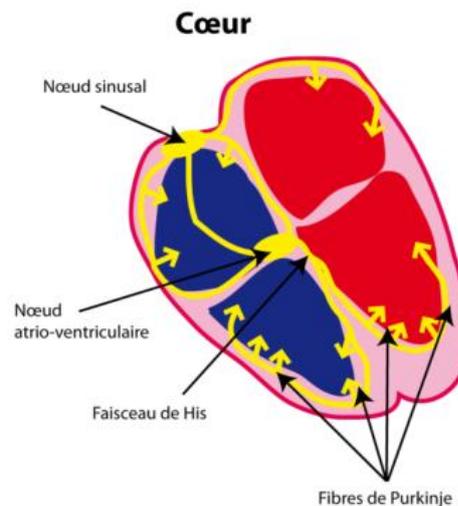
Les propriétés électriques de la fibre myocardique sont :

- Automaticité
- Excitabilité
- Conductibilité

#### Automaticité

Les cellules « pace maker » spécialisées du nœud sinusal, du faisceau de His et du réseau de Purkinje sont capables d'engendrer une dépolarisation spontanée et sont responsables de la rythmicité du cœur ce sont les centres d'automatisme du cœur (voir **Figure 1.7**). La fréquence de potentiels d'action de ces cellules se situe entre 60 et 100 battements par minute (BPM) au repos. Cette fréquence est la plus rapide, étant ainsi à l'origine du battement qui se propage. [1]

Les cellules « pace maker » initient la séquence rythmique des contractions, il en résulte la contraction de l'ensemble des oreillettes. Le courant électrique passe ensuite vers les ventricules par l'intermédiaire du nœud auriculo-ventriculaire (nœud AV) dont les cellules automatiques ont une fréquence de décharge plus faible que le nœud sinusal (entre 40 et 60 BPM). Le courant se propage ensuite dans le septum par le faisceau de His puis sur chacun des branches (droite et gauche) qui se terminent par les fibres de Purkinje assurant la contraction simultanée des deux ventricules. Les fibres de Purkinje sont aussi composées de cellules automatiques dont la fréquence potentielle d'action se situe entre 20 et 40 BPM, elles sont donc capables de fournir un rythme d'échappement. [1] [3]



**Figure 1.7** Vue schématique de la conduction électrique normale dans le cœur.

Dans des conditions physiologiques, la conduction de l'influx du nœud sinusal jusqu'aux fibres de Purkinje génère donc la contraction cardiaque. [1] [3]

Toutes les cellules du muscle cardiaque ont la propriété de garder une certaine automaticité si elles sont excitées.

### Excitabilité

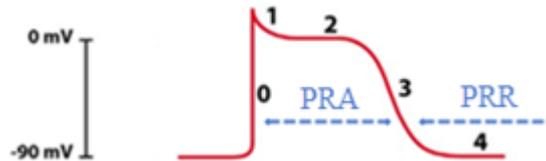
Le cœur obéit aux lois générales de l'excitabilité musculaire, sa contraction d'une phase réfractaire au court de laquelle il est inexcitable, puis son excitabilité renaît, et dès que la phase réfractaire a cessé, les excitations donnent une réponse maximale selon la loi du tout ou rien. C'est le pouvoir que possèdent les cellules de réagir à un stimulus et de le convertir en influx électrique.

On appelle stimulus toute condition capable de modifier le potentiel de membrane, ce dernier doit être supérieur au seuil d'excitabilité pour pouvoir déclencher le processus. Ce stimulus peut être électrique, chimique (comme l'hypoxie), ou mécanique (comme la dilation d'une cavité cardiaque). [5]

Une stimulation peut être décomposée en trois phases spécifiques (voir la **Figure 1.8**) :

- La **période réfractaire absolue** (PRA) : une période pendant laquelle tout stimuli externes n'a aucun effet sur la cellule (aucune excitation possible).

- La **période réfractaire effective** (PRE) : c'est une période qui inclut la PRA, on y ajoute une phase pendant laquelle la cellule peut être stimulée mais ne conduit pas.
- La **période réfractaire relative** (PRR) : c'est une période pendant laquelle seul un stimulus puissant peut générer un potentiel d'action. [4]



**Figure 1.8** Décomposition d'une réponse à une stimulation en phases.

### Conductibilité

Le point électro-négatif qui est stimulé sur la face externe de la membrane envoie un courant électrique au point positif qui est encore polarisé, qui lui est adjacent. Ce courant local entraîne la dépolarisation de la membrane. La dépolarisation se poursuit jusqu'à ce que l'influx électrique se soit propagé à toutes les cellules saines du myocarde [1]. Pour mieux comprendre on cite la procédure ou les étapes de conductibilité :

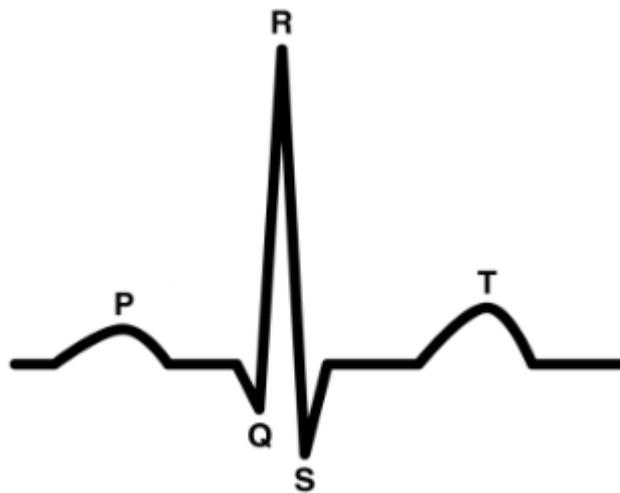
- Le stimulus normal de la contraction cardiaque part du nœud de Keith et Flack.
- De là l'excitation se propage du nœud d'Aschoff-Tawara puis elle gagne les ventricules par le faisceau de His.
- Le nœud de Keith et Flack est situé dans OD, c'est l'entraîneur du rythme cardiaque, il assure la contraction successive des oreillettes puis de ventricules selon le rythme normal dit 'rythme sinusal'.
- Le faisceau de His est situé dans la cloison inter ventriculaire et se divise à son extrémité inférieure en deux branches : droites et gauches qui aboutissent dans les deux ventricules.
- Le faisceau de His transmet le stimulus des oreillettes aux ventricules. [5]

## II.1. L'Electrocardiogramme :

Le corps humain étant électriquement conducteur, les potentiels d'actions générés lors de l'activité électrique cardiaque peuvent être recueillis par des électrodes placées sur le corps. L'enregistrement de l'activité du cœur se fait sur un plan frontal ou sur un plan horizontal selon l'emplacement des électrodes. La représentation graphique d'une telle activité est appelée : Electrocardiogramme (ECG, voir **Figure 1.9**).

L'ECG est un outil de diagnostic permettant de détecter toute les pathologies liées à l'activité du cœur. Il nous permet de mesurer des grandeurs anatomiques et fonctionnelles du cœur [4] :

- Orientation anatomique.
- Variation de conduction.
- Arythmies et atteintes ischémiques.
- Taille.



**Figure 1.9** Tracer de l'Electrocardiogramme d'un battement cardiaque normal.

- L'Onde P : Est liée à la dépolarisation auriculaire, elle représente l'activité électrique résultant de la contraction des deux oreillettes, et de durée inférieure ou égale à 120 ms et d'amplitude inférieure ou égale à 0.25 mv.

- Le Complexe QRS : C'est l'ensemble de déflexions correspondant à la repolarisation des ventricules. Cette onde est couramment appelée « Battement Cardiaque » sa durée est de l'ordre d'environ 80 ms, elle est composée de trois ondes :
  - Onde Q : Représente une déflexion négative initiale précédant la première déflexion positive de l'onde R, est de durée inférieure à 40 ms et d'amplitude inférieure de 25% par rapport à l'amplitude de l'onde R qui la suit.
  - Onde R : Correspond à une déflexion positive, son amplitude ne dépasse pas les 2.5 mv.
  - Onde S : Représente une déflexion négative, succédant à la déflexion R.
- L'Onde T : Correspond à la repolarisation des cellules ventriculaire qui retournent ainsi à leur potentiel de repose (Phase 3), sa durée est d'environ 160 ms et son amplitude est inférieure à 0.5 mv.
- L'intervalle P-R : Correspond au temps nécessaire à la transmission de l'influx électrique des oreillettes jusqu'aux ventricules, sa durée peut aller de 120 à 200 ms, quand cette fréquence augmente l'intervalle P-R s'allonge (conduction décrémenteille). En dessous de 120 ms on parle de « Syndrome du P-R court » et au-dessus de 200 ms on parle de « Bloc Auriculo-ventriculaire ».
- L'intervalle R-R : C'est le temps qui sépare deux complexe QRS. Il permet le calcul de la fréquence cardiaque et aussi du couplage entre deux QRS.
- L'Onde T : Elle est le témoin électrique de la repolarisation du muscle myocardique. Elle est généralement dirigée dans le même sens que le complexe QRS. Sa forme est asymétrique, avec un premier versant en pente faible, et un deuxième versant descendant en pente rapide. Sa durée est imprécise du fait de sa fin progressive.

- L'intervalle Q-T : Cet intervalle va du début du complexe QRS à la fin de l'onde T, il représente la durée de l'activation ventriculaire. Sa durée est inversement proportionnelle à la rapidité du rythme cardiaque, donc plus le rythme est rapide plus Q-T est court. Il existe aussi l'intervalle Q-T corrigé (Q-Tc) en fonction de la fréquence cardiaque. Son calcul permet de comparer la durée de la dépolarisation-repolarisation d'un individu à deux instants donnés, et ce fait par différente formule comme suite [1] [4] :

Formule de Bazett's :

$$QT_{cB} = \frac{QT}{\sqrt{RR}} \quad (2.1)$$

Formule de Fredericia :

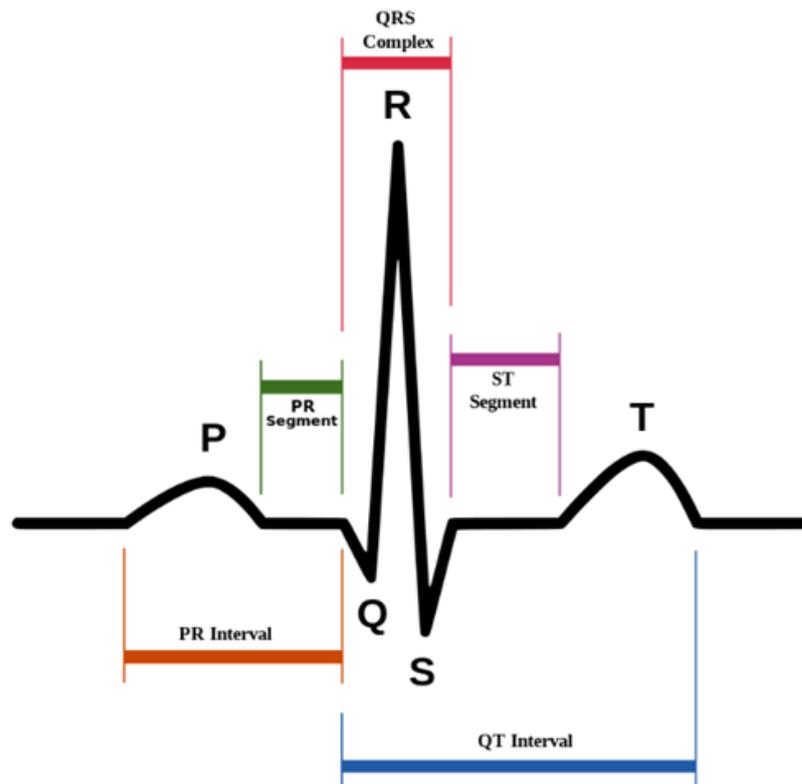
$$QT_{cF} = \frac{QT}{\sqrt[3]{RR}} \quad (2.2)$$

Où :

$$RR = \frac{60}{HR} \quad (2.3)$$

Avec : HR = Fréquence du cœur en BPM.

- L'intervalle T-P : C'est le temps qui sépare la fin de la repolarisation ventriculaire (fin de l'onde T) du début de la dépolarisation auriculaire (début de l'onde P). Il sert à définir la ligne de base, tout comme le segment PR.
- Segment S-T : Il correspond au début de la repolarisation ventriculaire. Il est généralement isoélectrique et suit horizontalement la ligne de base. [1] [4]

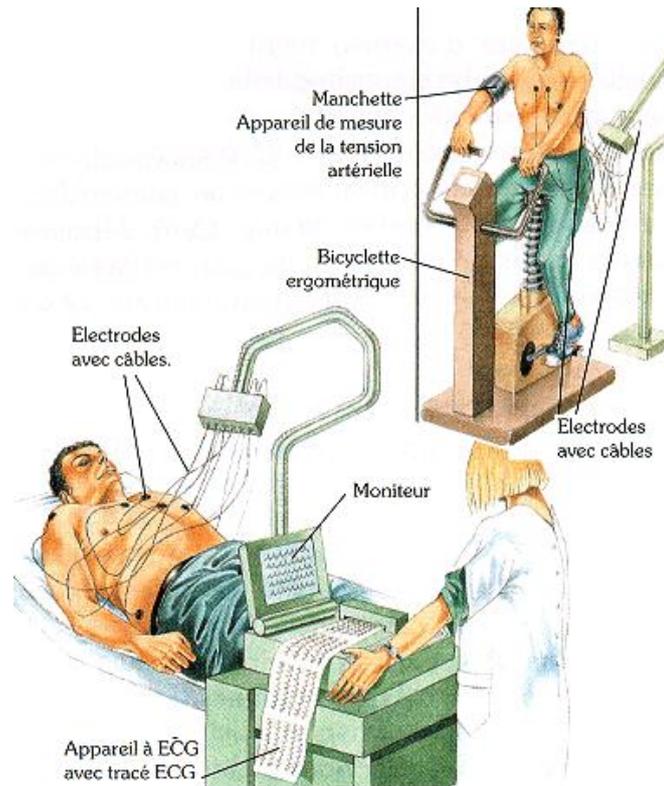


**Figure 1.10** Représentation des segments et intervalles d'un ECG.

## II.2. Technique d'enregistrement :

Les modalités d'enregistrement sont variées. Elles se distinguent selon l'emplacement des électrodes sur la surface du corps. On distingue deux types d'ECG :

- Un enregistrement effectué au moyen d'électrodes cutanées placées sur les membres et le thorax chez un sujet allongé sur le dos, est le plus habituel et il définit l'ECG de surface standard (Voir **Figure 1.11**).
- Un deuxième type d'enregistrement peut être utilisé, celui-ci se fera chez un sujet qui pédale une bicyclette ergométrique ou marche sur un tapis roulant par exemple, cette technique représente l'ECG d'effort (Voir **Figure 1.11**). [4]



**Figure 1.11** Représentation des deux techniques d'enregistrement de l'ECG.

Pour un enregistrement de bonne qualité, le respect de certaines conditions est nécessaire. Le patient doit être couché sur le dos, en résolution musculaire complète, dans une position confortable et protégé du froid afin d'éliminer au maximum les ondulations de la ligne de base et les parasites dus aux tremblements musculaires ou au mauvais contact électrode-peau.

La projection du signal sur diverses lignes du corps est appelé : Système de dérivation ECG, que nous allons voir plus en détails dans la partie qui suit :

### II.3. Les systèmes de dérivations :

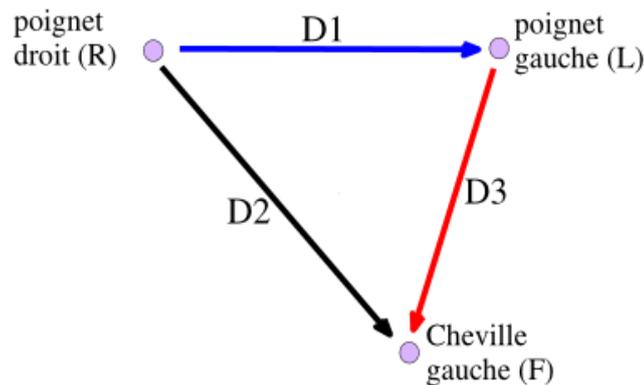
On appelle dérivation, un circuit électrique déterminé par un couple d'électrodes reliées à un appareil de mesure (l'ECG pour notre cas). L'élément de base d'une électrode est une plaque d'argent revêtue d'une couche de chlorure d'argent (gel insoluble), ce qui la rend très conductrice. Ces électrodes sont positionnées à des endroits bien définis sur le corps du

patient ceci afin d'explorer la quasi-totalité du champ électrique cardiaque en offrant un ensemble cohérent de dérivation non redondantes [4], Six périphériques appelé dérivation des membres et six précordiales sont utilisées et que nous allons voir plus en détails.

### II.3.1. Les dérivations des membres :

On peut les classer sous deux types de dérivations :

- a) Dérivations Bipolaires : Appelé aussi « Dérivation standard d'Einthoven » elles sont déterminées à partir de deux électrodes exploratrices. Ces électrodes sont placées à des endroits bien déterminés : Le poignet droit (R), le poignet gauche (L) et la cheville gauche (F). Tant dit que la cheville droite elle est généralement reliée à la masse en vue d'atténuer les bruits de mode commun ceci aide donc à stabiliser le tracé de l'ECG (voir **Figure 1.12**).

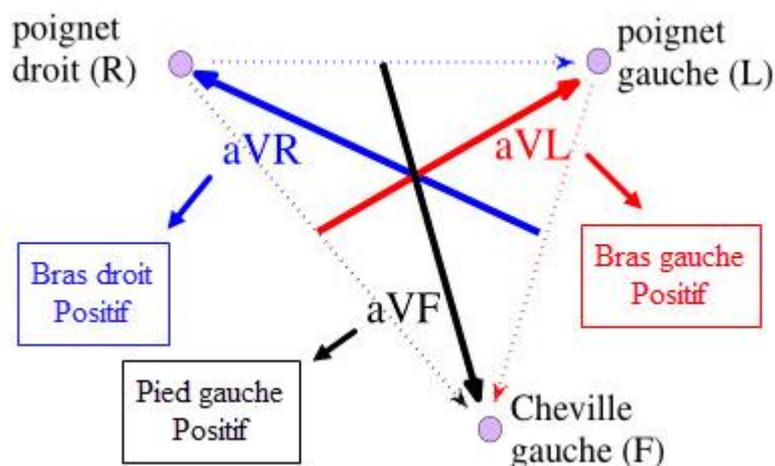


**Figure 1.12** Dérivations bipolaires d'Einthoven des membres.

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_1 = V_L - V_R , \\ D_2 = V_F - V_R , \\ D_3 = V_F - V_L , \end{array} \right. \quad (2.4)$$

- b) Dérivation Unipolaires : Ces dérivations permettent d'obtenir des signaux de plus grande amplitude. Chaque signal enregistré représente la différence entre le potentiel d'une électrode et la moyenne des potentiels recueillis par les deux autres électrodes, ces dérivations sont indiquées par la **Figure 1.13** et explicité par la **Formule 2.5**.



**Figure 1.13** Dérivations unipolaires des membres.

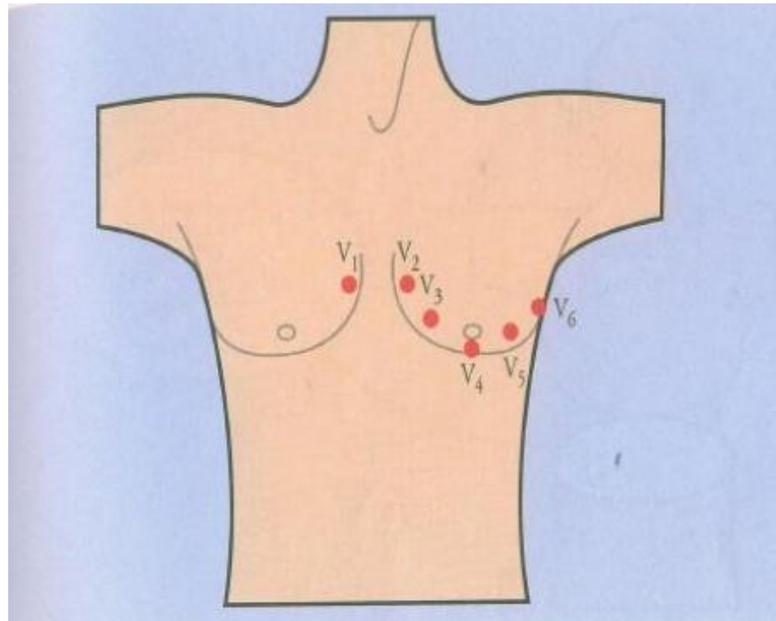
Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} aV R = V_R - \frac{V_L + V_F}{2}, \\ aV L = V_L - \frac{V_R + V_F}{2}, \\ aV F = V_F - \frac{V_L + V_R}{2}, \end{array} \right. \quad (2.5)$$

Chaque dérivation des membres (D1, D2, D3, aVR, aVL et aVF) enregistre sous un angle différent, ainsi chacune d'elles offre un point de vue différent de la même activité cardiaque.

### II.3.2. Les dérivations précordiales (ou thoraciques) :

Ce sont des dérivations unipolaires mises au point par N.F.Wilson en 1934. Les électrodes sont posées sur le thorax, ces dérivations sont désignées par la lettre V suivie du numéro de leur emplacement. Le potentiel de l'électrode exploratrice est pris par rapport à la moyenne des potentiels  $V_R$ ,  $V_L$ , et  $V_F$ . Les six points, définis par Wilson permettent d'obtenir les dérivations de  $V_1$  à  $V_6$  (voir **Figure 1.14**). Les dérivations précordiales ont deux caractéristiques qui les distinguent fondamentalement des dérivations des membres cité avant, elles mesurent l'activité électrique cardiaque sur le plan horizontal et les électrodes sont posées à proximité du cœur [4].



**Figure 1.14** Dérivations précordiales (thoraciques) de Wilson.

#### **II.4. Le Holter :**

C'est une technique d'enregistrement de l'activité cardiaque d'un sujet pendant 24 ou 48 heures, lui permettant de continuer ses activités normalement, sans alitement ni hospitalisation. L'enregistrement se fait sur une bande magnétique ou un support numérique, cet examen permet l'analyse du rythme cardiaque d'un individu de façon à y déceler d'éventuelles pathologies cardiovasculaires.

Le Holter est particulièrement indiquée dans le cas de certaines pathologies cardiaques mais aussi en prévention. Son utilisation est également recommandée pour la surveillance d'arythmies cardiaque (extrasystoles entre autres), ou lorsque l'épreuve d'effort est impossible ou non significative, pour dépister une ischémie myocardique silencieuse (c'est-à-dire sans douleur thoracique) ceci surtout chez des sujets facteurs de risque élevés (tabac, alcool, sucre, athérome, hypertension artérielle, etc...) [4].

## II.5. Artefacts visibles sur l'ECG :

Les artefacts sont tous les événements indésirables qui peuvent apparaître et brouiller le tracé d'un enregistrement électrocardiographique.

Le problème est surtout posé dans le cas d'un traitement automatique où la présence de ces bruits peut induire en erreur le diagnostic final. Ces bruits peuvent avoir plusieurs origines : Techniques, physiques, pathologiques, ou pharmacologique. Nous allons surtout développer l'aspect technique et physique des artefacts présents sur les tracés électrocardiographiques [4].

### II.5.1 Bruits Techniques :

Le matériel utilisé lors de l'enregistrement doit être manipulé avec précaution car il peut être source de bruits dont les plus courants sont présentés ci-dessous :

- a) Bruit dû au secteur : Le réseau de distribution électrique peut parfois brouiller le signal électrocardiographique avec une onde dont l'harmonique fondamentale est à 50 Hz. Ce bruit apparaît sur tous les enregistrements, il peut être assez fort mais s'élimine facilement avec un filtre sélectif car c'est une bruit de haute fréquence à bande étroite.
- b) Bruit dû au mauvais contact électrode-peau : Lorsque les électrodes sont incorrectement connectées, des sauts brusques de la ligne de base apparaissent. L'effet sur le tracé peut aller de la simple diminution d'amplitude à l'apparition de pics lorsque les électrodes sont en contact intermittent avec la peau. Ces pics peuvent parfois être confondus avec les ondes du tracé normal. Ce type de bruit s'élimine difficilement contrairement au bruit dû au secteur, car sa puissance se trouve dans la même gamme de fréquence que celle des complexes QRS.
- c) Autres bruits courants : Parmi les autres bruits courants, on peut citer les artefacts dû aux mouvements des câbles électriques, à la saturation des instruments de mesure, aux mauvais câblages, au port de vêtements synthétiques, etc.

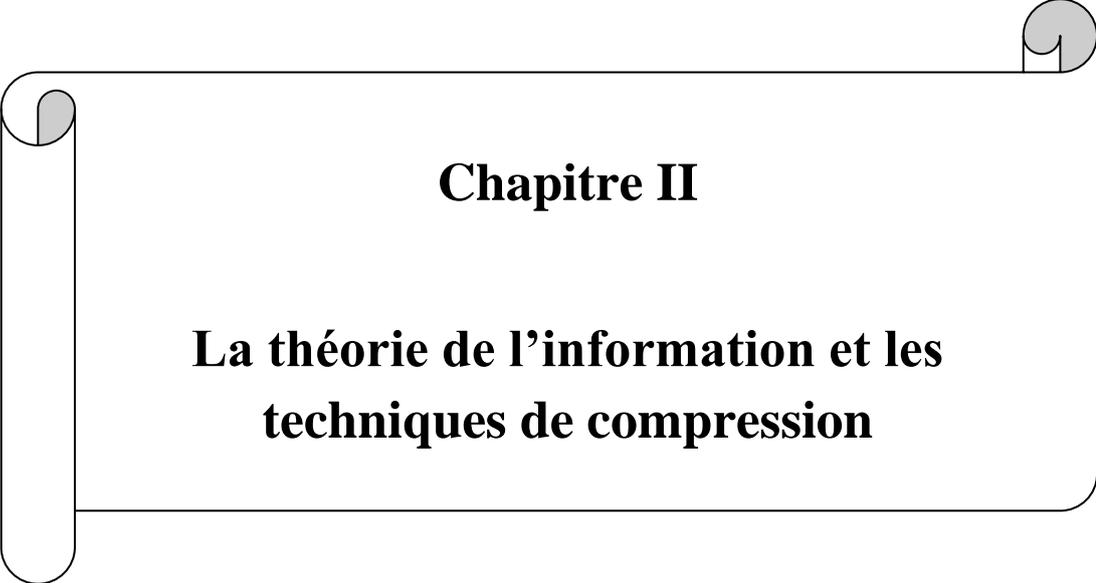
**II.5.2 Bruits Physiques :**

Les artefacts physiques sont dû aux activités électriques du corps humain telles que les contractions des muscles ou encore la respiration.

**Conclusion:**

A travers ce premier chapitre, après une introduction sur l'anatomie du cœur humain, nous avons décrit brièvement ces deux activités mécanique et électrique ainsi que le lien entre elles.

Dans une deuxième partie nous avons exposé les notions d'électrocardiographique. La composition d'un signal normal d'ECG en le traitant minutieusement tout en expliquant les systèmes de dérivation et ceci après avoir abordé quelque technique d'enregistrement. Nous avons terminé ce chapitre en exposant les artefacts qui peuvent brouiller le tracé d'un enregistrement électrocardiographique qui sont principalement représenté par du Bruit.



## **Chapitre II**

### **La théorie de l'information et les techniques de compression**

**Introduction :**

La compression de données est l'opération informatique consistant à réduire la place occupée par cet ensemble de donnée, ceci en transformant une suite de bits A en une suite de bits B plus courte pouvant restituer les mêmes informations, ce qui nous permettra alors de placer plus d'informations dans le même espace de stockage et d'utiliser moins de temps pour le transfert à travers un réseau téléinformatique. La compression de données est souvent rencontrée comme étant une partie de l'encodage de données au même titre que le cryptage de données et la transmission des données.

Ce chapitre sera divisé en trois parties essentielles :

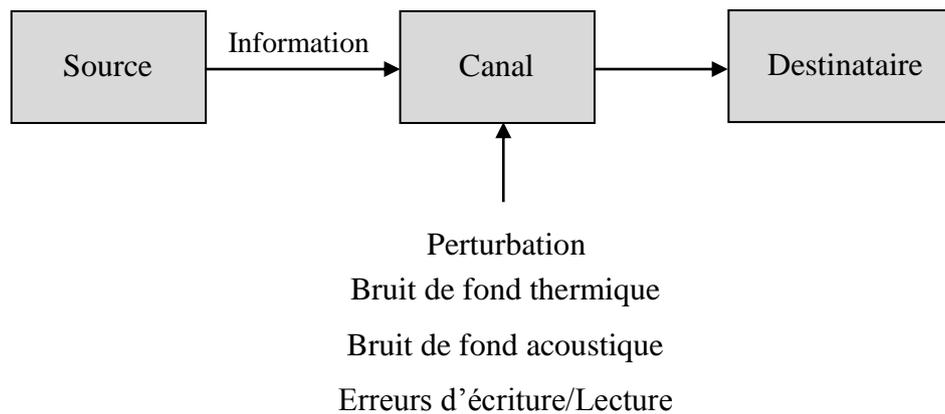
- Les notions fondamentales de la théorie de l'information : entropie, quantification, distorsion...
- Les différentes techniques de compression (avec perte et sans perte) des signaux ECG.
- Les critères d'évaluation qui permettent d'évaluer ces techniques de compression.

**II.1. La théorie de l'information :**

La théorie de l'information fut élaborée par Claude Elwood Shannon après la fin de la seconde guerre mondiale, elle fournit les principes mathématiques nécessaires à la compréhension des systèmes de communication. Elle a pour but principal de représenter un signal avec le moins de bits possibles tout en assurant une distorsion acceptable, minimale ou nulle pour une distribution statistique donnée. La théorie de l'information énonce en particulier les limites de performances possibles pour la compression et la transmission de données en présence de perturbations aléatoires (le bruit).

**II.1.1. Système de communication :**

La théorie des communications s'intéresse principalement aux moyens de transmettre une information depuis une source jusqu'à un utilisateur (voir **Figure 2-1**). La nature de la source peut-être très variée. Il peut s'agir par exemple d'une voix, d'un signal électromagnétique ou d'une séquence de symboles binaires (suite de bits).



**Figure 2.1** Schéma fondamental d'un système de communication.

La figure 2.1 représente le schéma fondamental de communications désigné sous le nom de paradigme de Shannon. La source représentée sur le schéma engendre une information pour un destinataire qui lui représente la fin du schéma. La source et le destinataire sont deux entités séparés (éventuellement distants) qui sont reliés par un canal qui lui représente le support de communication. Les perturbations eux ont pour effet de créer une différence entre le message émis original et celui reçu, ces perturbations sont de nature aléatoires, c'est-à-dire qu'il n'est pas possible de prévoir de manière exacte leurs effets autrement travers les résultats.

Il est important de noter que le message émis par la source est également dans une certaine mesure imprévisible de la part du destinataire, car si ce dernier avait une connaissance totale du message il n'y aurait pas besoin d'établir une communication.

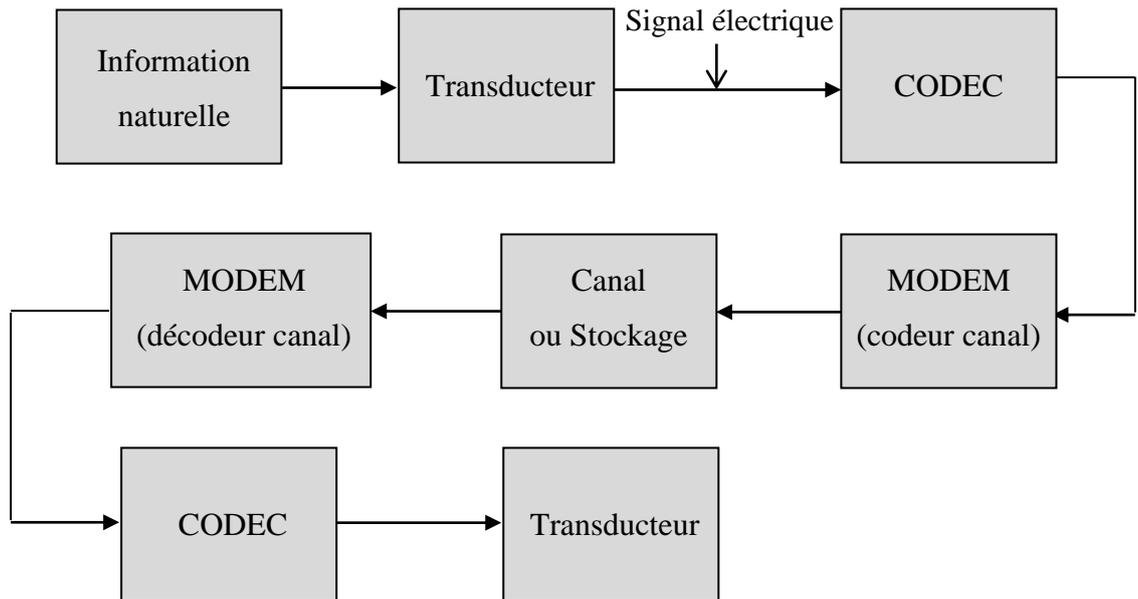
Pour arriver à un système de communication plus fiable deux parties fondamentales ont été ajoutées au schéma précédent, il s'agit des CODEC (codeur-décodeur) et des MODEM (modulateur-démodulateur) que l'on voit bien dans la **Figure 2.2**.

La principale fonction du CODEC, qui est aussi appelée codeur de source est :

- Compresser l'information en enlevant la redondance.
- Peut numériser lui-même le signal (l'opération de quantification).
- Peut aussi crypter l'information.

La principale fonction du MODEM, qui est aussi appelé codeur de canal est :

- Adapte le flot de données 'bit Stream' au canal ou au media.
- Ajoute également une redondance afin de protéger le signal contre les erreurs de canal.



**Figure 2.2** Schéma actuel d'un système de communication.

### II.1.2. Entropie d'une source :

Dans les années 40, plus précisément en 1948 C.E. Shannon a formulé la théorie de l'information, il a démontré qu'il y'a une limite fondamentale pour la compression de données sans distorsion, cette limite est appelée « Entropie » et elle est dénotée par 'H' et sa valeur exacte dépend de la nature statistique de la source.

Considérons une source discrète stationnaire, ergodique et sans mémoire  $X$  et soient  $x(i)$  les échantillons qui sont totalement décorrélés entre eux. Chaque échantillon temporel  $x(i)$  est indépendant des échantillons  $x(i-1)$ ,  $x(i-2)$ , ...,  $x(N-1)$  et il ne peut prendre que  $N$  valeurs différentes dans l'ensemble  $\{a_0, a_1, \dots, a_{N-1}\}$ .

Pour chaque échantillon de la source  $X$ , on associe sa probabilité d'apparition  $P(x(i)=a_i) = P_x(a_i)$ . On définit ainsi les probabilités :  $P(a_0), P(a_1), \dots, P(a_{N-1})$ .

L'expression de l'entropie de  $X$  est définie alors comme suit :

$$H(x) = -E[\log_2 P(x)] = - \sum_{i=0}^{N-1} P_x(a_i) \log_2 P_x(a_i) \quad (2.1)$$

Où 'E' désigne l'espérance mathématique.

L'unité de l'information est le bit/échantillon. La grandeur  $I(x) = -\log_2 P(x)$  est appelée l'auto-information. L'auto-information moyenne de la source n'est autre que l'entropie de la source :

$$H(x) = -E[I(X)] \quad (2.2)$$

$H(X)$  ainsi définie s'exprime en bits, elle mesure l'information moyenne d'une source et ses bornes sont :

$$0 < H(x) \leq \log_2 N \quad (2.3)$$

De cette inégalité on peut tirer les conclusions suivantes :

- Lorsque  $H(x)$  est nulle la source est totalement prédictible, cela se traduit par une seule probabilité non nulle d'un élément de l'alphabet.
- L'entropie d'une source discrète est toujours positive.

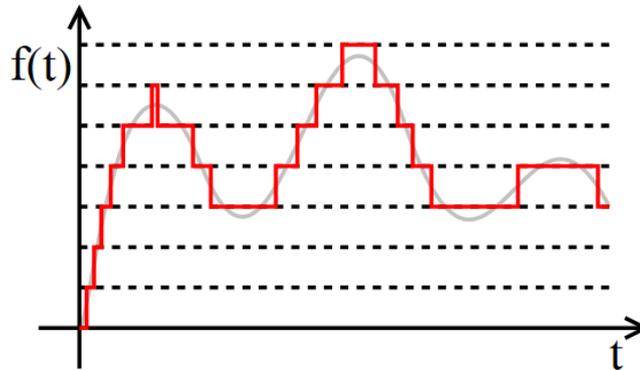
### II.1.3. Le Quantificateur :

La quantification est une opération qui transforme un signal continu en un signal discret, ceci à l'aide d'un dictionnaire. On distingue deux types de quantification :

- On parle de quantification scalaire lorsque le dictionnaire est de dimension 1, c'est-à-dire ses valeurs sont des scalaires, c'est la forme la plus simple de quantification.

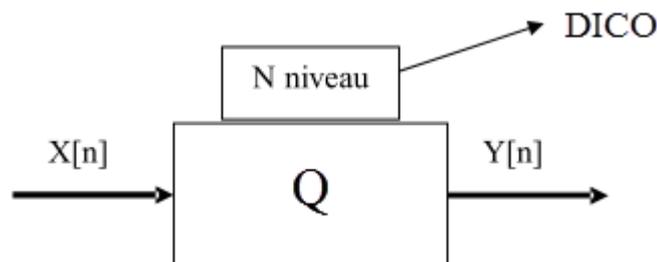
- Ou de quantification vectorielle dans le cas où le dictionnaire est un espace de dimension supérieure à 1.

La figure 2.3 indique un exemple de quantification d'un signal continu. [6]



**Figure 2.3** Exemple de quantification (en rouge) d'un signal continu.

Considérons le schéma simplifié d'un quantificateur type (Figure 2.4)



**Figure 2.4** Schéma simplifié d'un quantificateur type.

Où 'x' est la grandeur d'entrée à quantifier et 'y' la valeur de sortie.

Un quantificateur compare les valeurs d'entrée avec les niveaux de son dictionnaire (Dico ou code book). Par la suite, il va affecter à chaque entrée le niveau du dictionnaire donnant la plus petite distance euclidienne c'est-à-dire :  $\min d(x_i, y_i)$

Notre quantificateur 'Q' peut être considéré comme un canal de transmission. Il va associer à une lettre de l'alphabet de X une lettre de Y. Il constitue donc une matrice de taille  $M \times N$  avec en pratique  $M \leq N$ .

C'est pour cette raison que l'on représente le modèle du quantificateur comme un modèle de probabilité conditionnelle de Y pour X donné avec la contrainte du critère de fidélité 'ρ' introduit par Shannon en 1959.

On pose sous hypothèse que l'expression du critère de fidélité peut se mettre sous la forme :

$$\rho_k(x, y) = \frac{1}{K} \sum_{i=0}^{k-1} \rho_k(x(i), y(i)) \quad (2.4)$$

Où  $\rho_k(x, y)$  est la mesure de la distorsion non négative entre les composantes correspondantes des séquences X et Y que l'on appelle souvent distorsion à 'lettre unique' ou 'sans mémoire', ou encore le critère de fidélité.

#### II.1.4. La fonction de distorsion :

On appelle la distorsion la distance euclidienne entre x [n] et y [n] :

$$\text{Distorsion} = d(x, y) \geq 0 \quad (2.5)$$

Les fonctions de probabilité et de probabilité conjointe de transition  $P_x$  et  $P_{y|x}$  sont supposées connues, on peut alors obtenir la distorsion moyenne comme suit :

$$d(P_{y|x}) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} P_x(a_n) P_x(b_m|a_n) \rho(a_n, b_m) \quad (2.6)$$

L'expression de l'information mutuelle s'écrit :

$$I(P_{y|x}) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} P_x(a_n) P_{y|x}(b_m|a_n) \log_2 \frac{P_{y|x}(b_m|a_n)}{P_y(b_m)} \quad (2.7)$$

Avec :

$$P_y(b_m) = \sum_{n=0}^{N-1} P_x(a_n) P_{y|x}(b_m|a_n) \quad (2.8)$$

Pour une distorsion donnée  $D$ , on définit la fonction de taux de distorsion  $R(D)$  pour un critère de fidélité  $\rho$  par la relation :

$$R(D) = \min_{P_{y|x} \in P_D} I(P_{y|x}) \quad (2.9)$$

Et :

$$P_D = \{P_{y|x} : d(P_{y|x}) \leq D\} \quad (2.10)$$

Cette équation définit une fonction 'R(D)' qui donne pour une distorsion donnée, un débit minimal  $R$  ou réciproquement pour un débit donné, la plus faible distorsion possible  $D$ . Ce qui nous ramène à parler de codage d'une source ou d'un vecteur.

On définit le débit pour un vecteur  $X$  de  $k$  échantillons, du code  $C$  de taille  $N$  par la relation :

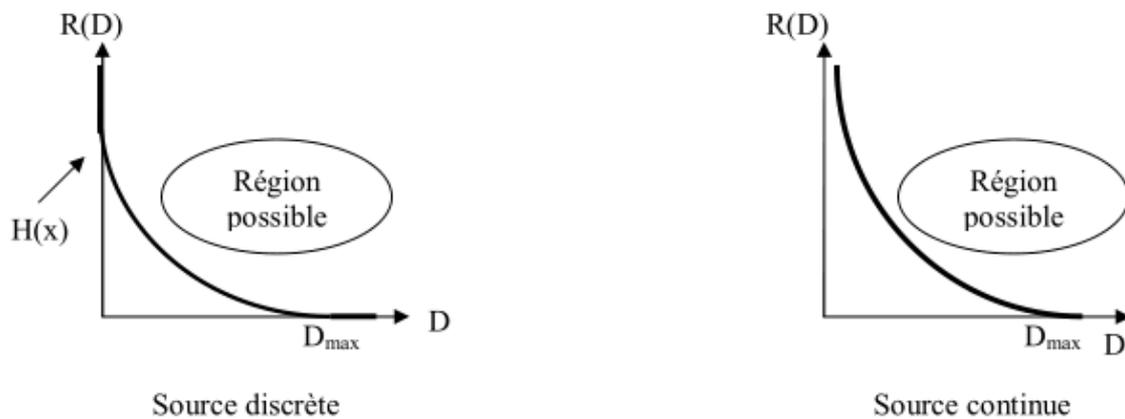
$$R = \frac{1}{K} \log_2 N \text{ bits} \quad (2.11)$$

Tel que : 'N' représente une lettre (niveaux) de quantification ;

Chaque séquence du code  $C$  est appelée mot de code, représentant une séquence binaire de longueur  $\log_2 N$  au moins.

La fonction  $R(D)$  est une limite théorique des performances des systèmes de codage. La théorie sur le codage nous apprend qu'il est possible d'atteindre une performance assez proche de la limite  $R(D)$  comme nous le montre bien l'équation (2.10) [7] :

$$R(D) = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \log_2 N \quad (2.12)$$



**Figure 2.5** La fonction  $R(D)$  des sources discrète et continue .

On remarque certaines propriétés de la fonction  $R(D)$  :

- $R(D)$  est une fonction convexe sur l'intervalle  $]0, D_{\max} [$ .
- $D_{\max}$  est la distorsion maximale, elle existe toujours.
- $R(D)$  est continue, monotone, décroissante.
- La valeur extrême  $D_{\max}$  est obtenue comme suit :

Pour le cas discret :

$$D_{\max} = \min_{y \in \mathbb{C}} \sum_x P(x) \rho_x(x, y) \quad (2.12)$$

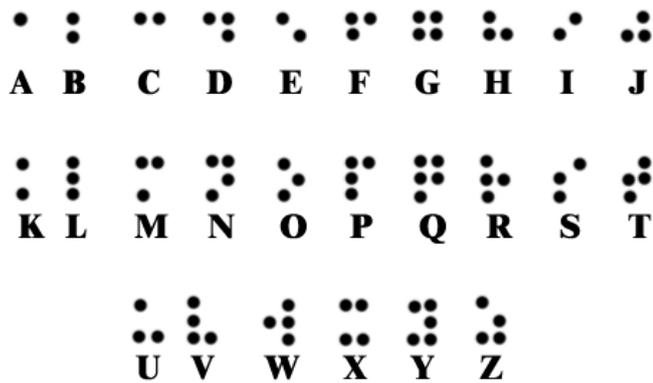
Pour le cas continu :

$$D_{\max} = \min_y \int f(x) \rho(x, y) dx \quad (2.13)$$

La limite inférieure de la fonction  $R(D)$  est appelée : borne inférieure de Shannon (Shannon Lower Bound SLB).

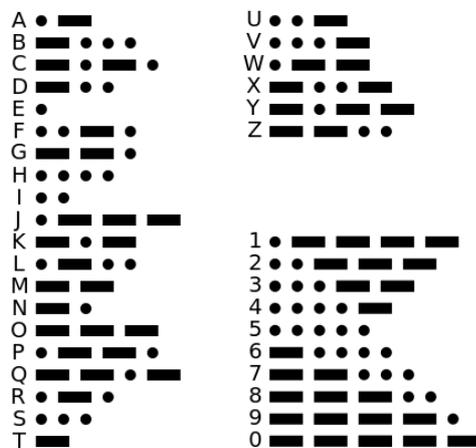
**II.2. Les techniques de compression :**

La compression de données est réalisée en réduisant la redondance, cette dernière existait même avant l'arrivée des ordinateurs. Elle date du 19<sup>e</sup> siècle avec l'invention du Braille en 1820 (Figure 2.6) et du code Morse en 1838 (Figure 2.7) avec le fameux code SOS (...---...). Elle a été formalisée grâce à la théorie de l'information. [8]



**Figure 2.6** Les 26 lettres du Braille.

Avec l'arrivée des ordinateurs et le développement de la communication, la compression est devenue plus nécessaire que jamais, elle apporte une réponse algorithmique à plusieurs problèmes, surtout avec le développement du réseau autrement dit on s'intéresse à augmenter la bande passante tout en diminuant le nombre de bits émis.



**Figure 2.7** Code Morse international.

### II.2.1. Algorithme de compression :

L'algorithme de compression est le programme qui comprime la donnée brute 'A' fournie en entrée et crée une sortie comprimé 'B'. L'algorithme de décompression effectue l'opération inverse, souvent appelée reconstruction. Bien qu'il y ait un grand nombre d'algorithmes de compression, on peut les classer en plusieurs catégories [5]:

- Les algorithmes statistiques, tel que le code de Huffman ; ils construisent un dictionnaire en effectuant une analyse statistique et globale du document.
- Les algorithmes dynamiques, comme ceux de Lempel et ZIV, ceux-ci construisent dynamiquement un dictionnaire et remplacent les données répétées par des liens vers une entrée du dictionnaire.
- Les méthodes heuristiques, quant à elles, essaient de « deviner » les éléments du bloc de données .Ces dernières sont les plus récentes.

### II.2.2. Les types de compression :

On distingue deux méthodes de compression ; une compression sans perte ou sans distorsion (les méthodes réversibles) et une compression avec perte ou avec distorsion (les méthodes irréversibles).

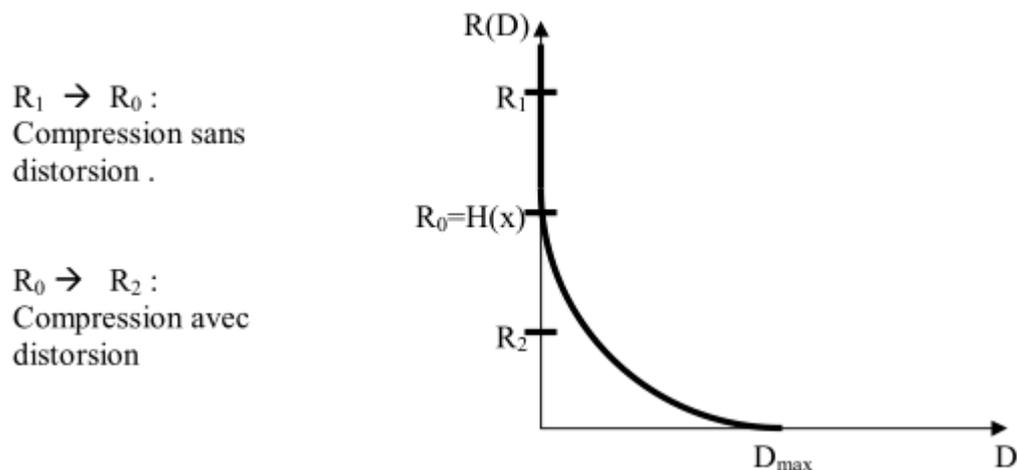
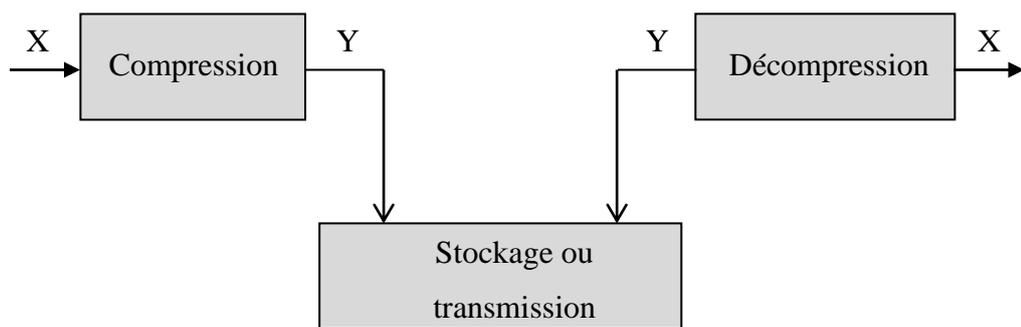


Figure 2.8 Les types de compression.

### II.2.2.1. Compression sans pertes :

La compression est dite sans perte lorsqu'il n'y a aucune perte de données sur l'information d'origine. Il y a autant d'information après la compression qu'avant, elle est seulement réécrite de manière à prendre moins de place. Le but est de réduire la taille moyenne des données obtenues après la compression tout en ayant la possibilité de retrouver exactement le message d'origine d'où le nom de compression réversible (voir **Figure 2.9**).

Dans ce type de compression la distorsion est nulle ( $D=0$ ) et le débit est supérieur à l'entropie ( $R>H(x)$ ). Elle est représentée par le segment confondu avec l'axe des débits dans la courbe  $R(D)$ .



**Figure 2.9** La compressions sans perte.

#### II.2.2.1.1. Codage de Huffman :

Cette méthode a été introduite par David Huffman qui en 1952 publie le résultat de ses recherches. Le codage de Huffman est une méthode de compression statistique de données qui permet de réduire la longueur du codage d'un alphabet, elle permet de réaliser un codage optimal à longueur variable à partir d'un alphabet dont la fréquence d'apparition des lettres est connue [9]. On observe ainsi des réductions de taille de l'ordre de 20 à 90%.

Le codage de Huffman crée un arbre ordonné à partir de tous les symboles et de leur fréquence d'apparition. Les branches sont construites récursivement en partant des symboles les moins fréquents.

La construction de l'arbre se fait en ordonnant dans un premier temps les symboles par fréquence d'apparition. Successivement les deux symboles de plus faibles fréquences d'apparition sont retirés de la liste et rattachés à un nœud dont le poids vaut la somme des fréquences des deux symboles. Le symbole de plus faible poids est affecté à la branche 1, l'autre à la branche 0 et ainsi de suite en considérant chaque nœud formé comme un nouveau symbole, jusqu'à obtenir un seul nœud parent appelé racine.

Le code de chaque symbole correspond à la suite des codes le long du chemin allant de ce caractère à la racine. Ainsi, plus le symbole est "profond" dans l'arbre, plus le mot de code sera long.

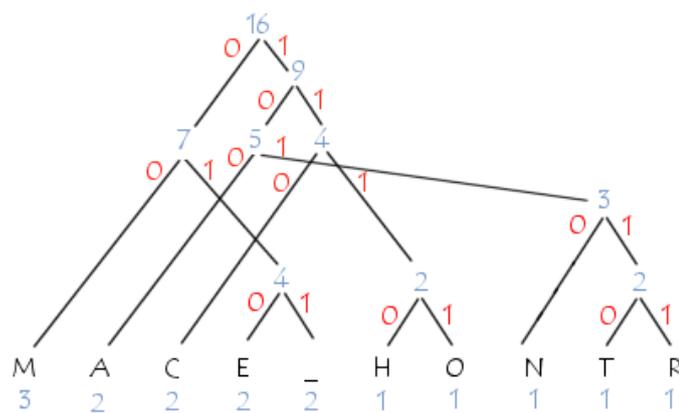
Exemple :

Soit la phrase suivante : "COMMENT\_CA\_MARCHE". Voici les fréquences d'apparitions des lettres et symbole :

M	A	C	E	_	H	O	N	T	R
3	2	2	2	2	1	1	1	1	1

**Tableau 2.1** Fréquences d'apparitions des lettres et symbole.

Voici l'arbre correspondant :



**Figure 2.10** Arbre correspondant selon le codage d'Huffman.

Les codes correspondants à chaque caractère sont tels que les codes des caractères les plus fréquents sont courts et ceux correspondant aux symboles les moins fréquents sont longs :

M	A	C	E	_	H	O	N	T	R
00	100	110	010	011	1110	1111	1010	10110	10111

**Tableau 2.2** Code binaire correspondants à chaque caractère.

Les compressions basées sur ce type de codage donnent de bons taux de compressions, en particulier pour les images monochromes (les fax par exemple).

### II.2.2.1.2. Algorithme de Shannon-Fano :

L'algorithme de Shannon-Fano a été élaboré par Robert Fano à partir d'une idée de Claude Shannon, ce dernier utilise un code à longueur variable, son principe est d'affecter le code le plus long à la valeur la moins fréquente. La technique d'algorithme est la suivante :

1. Construire une table des fréquences d'apparition des symboles triés par ordre décroissant.
2. Diviser cette table en deux parties. Ces deux parties doivent avoir une somme de fréquences d'apparition égale (ou pratiquement égale).
3. Affecter le chiffre binaire '1' à la moitié inférieure et '0' à la moitié supérieure.
4. Répéter les opérations 2 et 3 aux deux parties, jusqu'à ce que chaque symbole ne représente plus qu'une partie de la table. [10]

#### **Exemple :**

Pour illustrer cet algorithme, nous allons coder la phrase suivante : "Le codage est indispensable"

Pour simplifier nous n'allons pas prendre en compte le symbole espace (blanc). Cette phrase est une source de 24 symboles

Tous ces symboles émanent de l'alphabet sont  $N = \{E, S, A, D, I, N, L, B, G, P, T, O, C\}$ . Cet Alphabet a  $N=13$  symboles, appliquons l'étape « 1 » cité ci-dessus :

Appliquons l'étape 1 :

Symboles	Nombre d'apparition	Probabilités
E	5	5/24
S	3	3/24
A	2	2/24
D	2	2/24
I	2	2/24
N	2	2/24
L	2	2/24
B	1	1/24
G	1	1/24
P	1	1/24
T	1	1/24
O	1	1/24
C	1	1/24

Tableau 2.3 Exemple de compression a l'aide de Shanon Fano.

Application des étapes 2,3 et 4 :

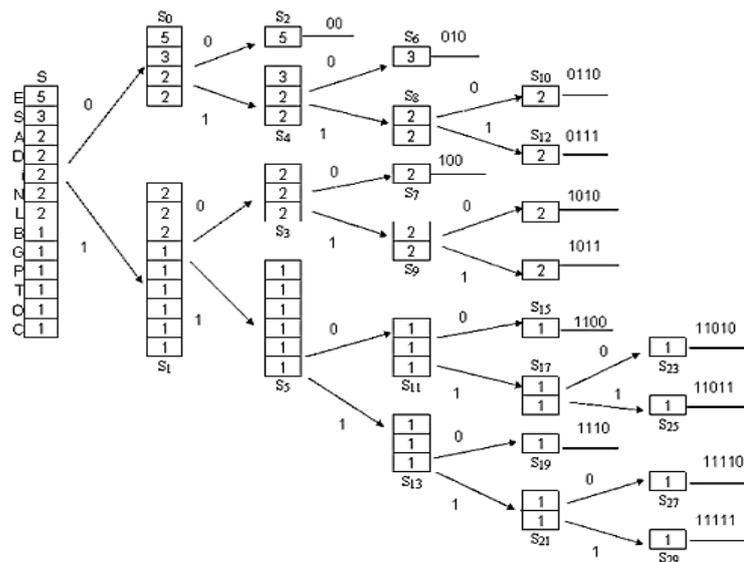


Figure 2.11 Algorithme de Shannon-Fano.

### II.2.2.1.3. Le codage arithmétique :

Le codage de Huffman devient de plus en plus compliqué au fur et à mesure que le nombre des caractères dans l'alphabet d'entrée augmente. Le nombre d'opérations demandées par le codage de Huffman pour une séquence d'entrée contenant  $n$  caractères est de  $q^n$ .

Quand  $n$  est très grand, ce n'est pas une obligation de connaître la statistique de chaque caractère parce que seulement quelques-uns ont une fréquence d'apparition suffisamment grande. Le codage arithmétique se base sur l'idée que la somme des fréquences d'apparition de tous les caractères doit être égale à 1.

En conséquence chaque fréquence d'apparition doit être contenue dans un certain sous-intervalle de l'intervalle  $[0,1]$ . Il faut donc seulement indiquer le sous-intervalle où est localisée la fréquence d'apparition de chaque caractère pour coder la séquence de caractères. Le nombre de bits de la représentation de chaque intervalle doit être suffisamment grand pour identifier sans confusion l'intervalle correspondant. Prenons l'exemple suivant :

Les caractères de l'alphabet d'entrée	Les fréquences d'apparition	La somme des fréquences	Intervalle correspondant
000	0.15	0.15	[0 , 0.15]
001	0.15	0.3	[0.15 , 0.3]
010	0.225	0.525	[0.3 , 0.525]
011	0.075	0.6	[0.525 , 0.6]
100	0.15	0.75	[0.6 , 0.75]
101	0.15	0.9	[0.75 , 0.9]
110	0.075	0.975	[0.9 , 0.975]
111	0.025	1	[0.975 , 1]

**Tableau 2.4** Exemple de codage arithmétique.

Seulement les intervalles présentés dans la quatrième colonne du tableau sont utilisés pour le codage. Le codage d'un caractère est réalisé par la sélection d'un nombre contenu dans l'intervalle correspondant qui peut être représenté instantanément sur un nombre minime de bits. [11]

Avantages du codage arithmétique :

1. Chaque caractère peut être codé sur un nombre non-entier de bits. L'algorithme ne code pas les fichiers caractère par caractère mais par chaînes de caractères, plus ou moins longues suivant la capacité de la machine à coder des réels plus ou moins grands.
2. Un autre avantage du codage arithmétique est qu'il est un codage adaptatif pour les cas général d'une source avec mémoire. Plutôt que de supposer connue une fois pour toutes la distribution de probabilité conjointe de la source  $p(x_0, \dots, x_M)$  (par modélisation et/ou estimation sur toute la source), il est possible d'estimer au fur et à mesure les probabilités conditionnelles  $p(x_M|x_0, \dots, x_M)$ .
3. Le codage arithmétique est optimal dans le cas général des sources avec mémoire. [12]

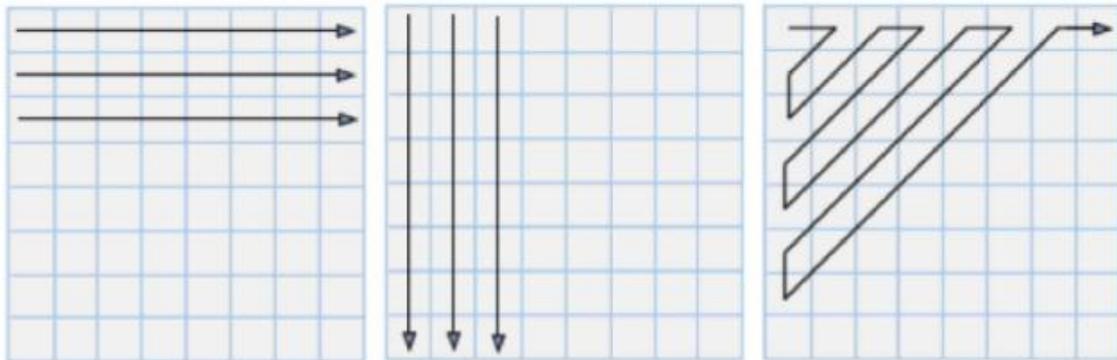
**II.2.2.1.4. Codage RLE : (Run Length Encoding)**

C'est un codage très rapide qui exploite la répétition des caractères dans une séquence dans le but de réduire sa taille physique. Le codage remplace une suite de caractères identiques par le nombre de répétitions afin de supprimer la redondance d'information en les codant sous une forme plus compacte. RLE ne code pas l'élément à chaque fois, mais code plutôt cet élément une fois ainsi que sa redondance.

Exemple :

Ainsi selon ce principe, la chaîne "AAAAHHHHHHHHHHHHHHH" compressée donne "5A14H". Le taux de compression est ainsi de 19/5 soit 3.8. Ce qui est beaucoup plus court.

Le codage "run-length" est efficace seulement si le nombre de répétitions est supérieur à 4. Ainsi la compression RLE n'a de sens que pour les données possédant de nombreux éléments consécutifs redondants, notamment les images possédant de larges parties uniformes. Cette méthode présente toutefois l'avantage d'être peu difficile à mettre en œuvre. Il existe des variantes dans lesquelles l'image est encodée par pavés de points, selon des lignes, ou bien même en zigzag. [13]



**Figure 2.12** Codage RLE.

#### II.2.2.1.5. Méthode de Lempel-Ziv-Welch : (LZW)

Elle est introduite par Jacob Ziv et Abraham Lempel en 1977 et développée par Terry Welch en 1984 mettant au point une technique de compression encore plus optimisée. [14]

Les performances de cette méthode de compression dépendent fortement du type de données à compresser. Ainsi on peut donner comme facteur moyen de compression, les valeurs présentées dans le tableau suivant :

Types de données	Facteur moyen de compression
Texte en anglais	1.8
Données en virgule mobile	1
Données de système	2.6
Programmes en code source	2.3
Code objet	1.5

**Tableau 2.5** Valeurs du facteur moyen de compression pour les différents types de données selon la méthode LZW.

Cette méthode exploite un dictionnaire mobile, son principe est assez simple à comprendre et il est comme suit :

1. Nous disposons d'un dictionnaire initial de 256 caractères ASCII numérotés de 0 à 255.
2. Au fur et à mesure de l'apparition de blocs de caractères « octet », ceux-ci sont ajoutés au dictionnaire.
3. Si elle est déjà dans le dictionnaire, alors un nouvel octet est introduit dans le tampon et on cherche à nouveau si cette séquence existe ou non dans le dictionnaire.
4. Si la séquence d'octet ne figure pas dans le dictionnaire, alors elle sera ajoutée à celui-ci et elle reçoit un nouvel indice. Le premier octet de chaque séquence qui se trouve dans le tampon est supprimé et son indice écrit dans le fichier qui reçoit les résultats de la compression. [15]

Exemple :

Le tableau 2.6 montre une application de la méthode de Lempel-Ziv-Welch (LZW) sur le mot : « TOBEORNOTTOBEORTOBEORNOT »

On suppose qu'on utilise un code ASCII de 256 caractères (8-bits) comme dictionnaire de base. La longueur de cette chaîne est de 24 caractères. Elle nécessite donc «  $24 \times 8 = 192$  bits » d'espace de stockage.

w	c	wc	sortie	dictionnaire
	T	T		
T	O	TO	T	TO = <256>
O	B	OB	O	OB = <257>
B	E	BE	B	BE = <258>
E	O	EO	E	EO = <259>
O	R	OR	O	OR = <260>
R	N	RN	R	RN = <261>
N	O	NO	N	NO = <262>
O	T	OT	O	OT = <263>
T	T	TT	T	TT = <264>
T	O	TO		
TO	B	TOB	<256>	TOB = <265>
B	E	BE		
BE	O	BEO	<258>	BEO = <266>
O	R	OR		

OR	T	ORT	<260>	ORT = <267>
T	O	TO		
TO	B	TOB		
TOB	E	TOBE	<265>	TOBE = <268>
E	O	EO		
EO	R	EOR	<259>	EOR = <269>
R	N	RN		
RN	O	RNO	<261>	RNO = <270>
O	T	OT		
OT			<263>	

**Tableau 2.6** Exemple de codage par la méthode LZW.

Après la compression, nous obtenons une séquence de code de 9 bits sur la sortie :

TOBEORNOT<256><258><260><265><259><261><263>

Elle nécessite «  $16 \times 9 = 144$  bits » d'espace de stockage, au lieu des 192 bits de la chaîne originale.

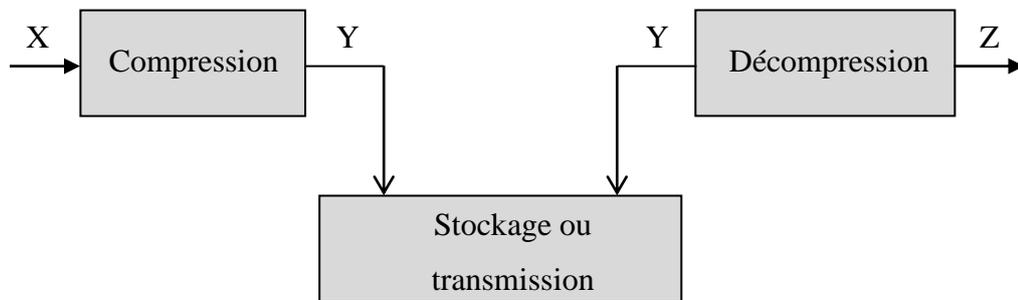
La méthode LZW a certaines caractéristiques [16] :

- Elle est plus performante que les méthodes statistiques.
- Cette méthode donne de bons résultats pour les textes et les données informatiques en général (plus de 50%).
- Elle utilise un dictionnaire qu'elle construit dynamiquement, au cours de la compression et de la décompression, qui n'est pas stocké dans le fichier compressé.
- Elle comprime en une seule lecture.
- Elle a besoin d'un apprentissage pour être efficace, et reconnaître des longues chaînes répétées. Elle est donc peu performante sur les petits fichiers.

### II.2.2.2. Compression avec pertes :

La compression est dite avec perte lorsqu'on perd des données sur l'information d'origine. Il y'a donc autant d'information avant la compression qu'après. Lors de la décompression on ne peut pas retrouver exactement le message d'origine d'où le nom de

compression irréversible (figure 2.13). Dans ce type de compression le débit est inférieur à l'entropie  $[R < H(x)]$  et il existe de la distorsion sur le signal de sortie. Elle permet de coder le signal avec un débit inférieur à  $H(x)$  tout en contrôlant la distorsion.



**Figure 2.13** La compression avec perte.

Parmi les méthodes de compression avec pertes on a :

1. Les méthodes directes.
2. Les méthodes par transformée.
3. Quantification scalaire (QS) et vectorielle (QV).

### 1. Méthode directe :

Les méthodes directes considèrent le signal à compresser comme une succession de segments ou de courbes. La recherche des pentes, du début et de la fin de ces segments relève des estimateurs, de l'extrapolation et de l'interpolation et d'autres points caractéristiques des signaux tels que les extrema et les points d'inflexion doivent aussi être déterminés. Les méthodes directes comme AZTEC, CORTES, et les Splines cubiques ont l'avantage d'utiliser des algorithmes rapides, se prêtant mieux aux implémentations temps réel. Toutefois, elles introduisent beaucoup de distorsions ce qui exige en outre un filtrage après reconstruction.

#### 1.1. La prédiction linéaire :

C'est une méthode qui consiste à estimer l'échantillon présent en fonction des échantillons précédents sous une forme linéaires :

$$X_p(n) = \sum_{i=0}^n a_i \times x(n-i) \quad (2.14)$$

Ou : 'a<sub>i</sub>' sont les coefficients de prédiction.

$$\text{On définit l'erreur subit par cette méthode comme étant : } E = X - X_p \quad (2.15)$$

## 1.2. L'interpolation polynomiale :

C'est l'approximation d'un signal par un polynôme dont les coefficients sont calculés à partir de quelques échantillons du signal original afin d'estimer le reste d'échantillons. Parmi les algorithmes de cette technique on a « La méthode des splines cubique » et la méthode d'interpolation cubique par morceaux ou spline cubique d'Hermite « Piecewise Cubic interpolation PCI ».

## 2. Méthode par transformée :

### 2.1. Transformée de Karhuen Loève :

La transformée de Karhuen-Loeve vise à concentrer le maximum d'informations statistiques en terme de variance sur un même axe. L'étalement des valeurs statistiques sur l'axe rassemblant le maximum d'informations en termes de variance contribue à accentuer la capacité de discrimination des objets géographiques. Les informations statistiques contenues sur les autres axes de la transformée de Karhuen-Loeve constituent de nouvelles informations statistiques qui par leur contenus inédits peuvent enrichir la connaissance du territoire étudié. [17]

Soit un vecteur X de N éléments. On modélise la corrélation entre ses éléments par la matrice de covariance :

$$R_{N \times N} = E[(X - \bar{X}) \cdot (X - \bar{X})^T]_{N \times N} \quad (2.17)$$

L'élément (i,j) de la matrice est la covariance des éléments X<sub>i</sub>, X<sub>j</sub>. on le note σ<sub>ij</sub>.

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 & \cdots & \sigma_{1N}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 & \cdots & \sigma_{2N}^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{N1}^2 & \sigma_{N2}^2 & \cdots & \sigma_{NN}^2 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Si on suppose que la variance ne dépend que de la distance entre les éléments  $\sigma_{ij} = f(|i-j|)$  et que l'on normalise R sous la forme :

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{N-1} \\ \rho_1 & 1 & \cdots & \rho_{N-2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \rho_{N-1} & \rho_1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Les vecteurs propres de la matrice R forment une base de fonctions de décomposition.

On cherche les vecteurs propres de cette matrice et on note A la matrice de transformation  $C = A \times X$ .

La matrice de covariance de C est  $R' = A \times R \times A^T$ . Elle est diagonale.

$$R = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_N \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Si on trie les valeurs propres de la matrice par ordre décroissant, on obtient :

- Des coefficients totalement décorrélés (la matrice de covariance est diagonale).
- Une forte concentration d'énergie dans les premiers coefficients. [17]

## 2.2. Transformée spectrale :

La transformée spectrale permet de passer du domaine temporelle au domaine fréquentiel, c'est-à-dire elle nous permet d'avoir la répartition fréquentielle d'un signal et la répartition de l'énergie en fonction de la fréquence.

### 2.2.1. Transformée discrète de Fourier (TFD) :

La transformée de Fourier permet de décomposer un signal en sommation des fonctions sinusoïdales à plusieurs fréquences. [18]

On appelle transformée de Fourier discrète d'une suite de N termes  $\{x(0), x(1), \dots, x(N-1)\}$ , la suite de N termes  $\{X(0), X(1), \dots, X(N-1)\}$ , définis par :

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j 2 \pi n k / N} \quad (2.21)$$

En pratique, les N termes  $x(n)$  peuvent être N échantillons d'un signal analogique échantillonné:  $x_n = x(nT_e)$ , et les N termes  $X(k)$  correspondre à une approximation (à un facteur multiplicatif  $T_e$ ) de la transformée de Fourier de ce signal aux N points de fréquence  $f_k = k f_e / N$ , avec  $0 < k < N-1$ , c'est-à-dire  $0 < f < f_e$ .

De même on définit la transformation de Fourier inverse (TFD<sup>-1</sup>) comme suit :

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{j 2 \pi n k / N} \quad (2.22)$$

Les coefficients de Fourier qui sont inférieures à un seuil donné sont rejetés autrement dit mis à zéro.

La transformée de Fourier présente certains inconvénients [19] :

- Les coefficients sont complexes.
- Nécessité d'analyser le signal en temps et en fréquence.
- Perte de tous les aspects temporels du signal tels que le début et la fin, l'existence de singularité, etc.

Afin de résoudre ces problèmes, GABOR a introduit la transformée de Fourier à court terme TFCT ( ou Short-Time Fourier Transform STFT). Cette dernière se base sur le fenêtrage. Il s'agit de segmenter en tranches de temps fixes le signal à analyser pour appliquer par la suite

la transformée de Fourier (TF) à chaque tranche. Ce critère nous a mené aux résultats suivants :

- L'utilisation d'une fenêtre de temps long nous donne une bonne résolution fréquentielle mais on perd en résolution temporelle.
- Une fenêtre de temps court, donne une faible résolution fréquentielle contre une résolution temporelle plus au moins précise.

### 2.2.2. Transformée de Fourier Rapide (Fast Fourier Transform) :

Un signal ayant une fonction périodique du temps peut être analysée et synthétisée sous forme d'un certain nombre de relations harmoniques avec des signaux 'sinus' et 'cosinus'. Un signal périodique  $f(t)$  de période  $T_0$  peut être représenté par la série de Fourier qui suit :

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi nt/T_0) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(2\pi nt/T_0) \quad (2.23)$$

Où  $A_0$  est la moyenne, où la valeur moyenne du signal, et  $a_n$  et  $b_n$  sont les coefficients de séries de Fourier, 't' est le temps, et 'n' est l'indice de coefficient. Les coefficients de séries de Fourier ci-dessus sont trouvés par la FFT.

$$f(t) = A_0 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n - jb_n) e^{j2\pi nt/T_0} \quad (2.24)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n e^{j2\pi nt/T_0} \quad (2.25)$$

Où  $\alpha_n$  sont des coefficients complexes. Ils sont également exprimés comme :

$$x(n) = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0}^{T_0} f(t) e^{-j2\pi nt/T_0} dt \quad n = 0, \mp 1, \mp 2, \dots \quad (2.26)$$

Pour le signal périodique échantillonné, les coefficients discrets dans le temps  $\alpha_n$  sont :

$$\alpha_n = \frac{1}{N} \sum_k^{N-1} f(k) e^{j 2 \pi n k / N} \quad (2.27)$$

Et :

$$f(k) = \sum_k^{N-1} \alpha_n e^{-j 2 \pi n k / N} \quad (2.28)$$

Où 'k' est l'indice temporel discret. 'N' est le nombre d'échantillons du signal ECG. À partir des équations (2.23), (2.24) et (2.26) on trouve les coefficients de séries de Fourier de l'équation (2.27) qui sont calculée en utilisant la technique FFT. Etant donné que la décomposition du signal ECG est supposée être variable dans le temps en raison de troubles cardiaques, l'équation. (2.27) doit être effectué sur chaque cycle détecté. Les coefficients de séries de Fourier utilisés pour synthétiser le signal d'origine sont calculés en utilisant l'équation (2.28). [20]

### 2.2.3. Transformée discrète en cosinus (DCT) :

La transformée discrète en cosinus DCT est l'une des techniques permettant la conversion du signal temporel en composantes fréquentielles. Cette technique est largement utilisée dans la compression des données et elle est semblable à la transformée de Fourier.

La DCT est largement utilisée pour la compression des données, elle est semblable à la transformée de Fourier.

Il y a huit variantes de la transformée discrète en cosinus, mais les plus utilisées sont quatre. La plus courante parmi ces quatre est la DCT type II et est appelée DCT et son inverse est appelée IDCT [21]. Nous allons présenter deux variantes DCT I, DCT II, dans ce qui suit.

- La DCT de type I est défini comme :

$$X(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} \alpha_k \sum_{n=0}^N \alpha_n x(n) \cos \left[ \frac{\pi n k}{N} \right] \quad k = 0, \dots, N \quad (2.29)$$

- On définit de même sa DCT inverse comme :

$$x(n) = \sqrt{\frac{2}{N}} \alpha_n \sum_{k=0}^N \alpha_k X(k) \cos \left[ \frac{\pi n k}{N} \right] \quad n = 0, \dots, N \quad (2.30)$$

Avec,  $\alpha_k$  une constante définie comme suit :

$$x(n) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{pour } k = 0 \text{ ou } N \\ 1 & \text{autrement} \end{cases} \quad (2.31)$$

Cette forme de DCT de type 1 est définie pour les valeurs N entières supérieures à 2.

- La DCT de type II est définie comme :

$$X(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} \alpha_k \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos \left[ \frac{\pi (2n + 1) k}{2N} \right] \quad k = 0, \dots, N - 1 \quad (2.32)$$

- On définit de même sa DCT inverse comme :

$$x(n) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_k X(k) \cos \left[ \frac{\pi (2n + 1) k}{2N} \right] \quad n = 0, \dots, N - 1 \quad (2.33)$$

Cette forme est définie pour toutes les valeurs de N positives. Elle est généralement désignée par DCT et c'est la forme la plus utilisée en traitement du signal et spécialement en compression.

La DCT donne les coefficients décomposées du signal original et donne plus de pondération aux coefficients passe-bas qu'aux coefficients passe-haut.

### 2.3. La transformée en ondelette [19] :

Les ondelettes sont les formes d'ondes des fonctions de base avec une durée limitée qui a un début et une fin utilisée pour représenter une fonction ou un signal comme une somme pondérée des ondes translatées ou dilatées de l'ondelette mère.

La transformée par ondelette utilise un fenêtrage avec des dimensions variables. Elle est exprimée dans le domaine temps-fréquence, elle sert à décomposer le signal en plusieurs sous bandes. Autrement dit un signal est décomposé en un ensemble de signaux de résolution inférieure.

Une fonction  $\Psi(x)$  est une ondelette si elle vérifie la condition d'admissibilité suivante :

$$w(\omega)|_{\omega=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(t) e^{-j\omega t} dt |_{\omega=0} \quad (2.34)$$

Cette condition est nécessaire pour s'assurer d'avoir le signal d'origine  $x(t)$  à partir de la transformée inverse d'ondelettes.

#### 2.3.1. Transformée en ondelette continue (CWT) :

Dans sa version continue, la transformée en ondelettes a été introduite par Goupillaud, Grossmann et Morlet. La transformée en ondelette continue (CWT) d'un signal analogique  $x(t)$  est défini par :

$$CWT(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \Psi_{a,b}(t) dt \quad (2.35)$$

La fonction ondelette est défini par :

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2.36)$$

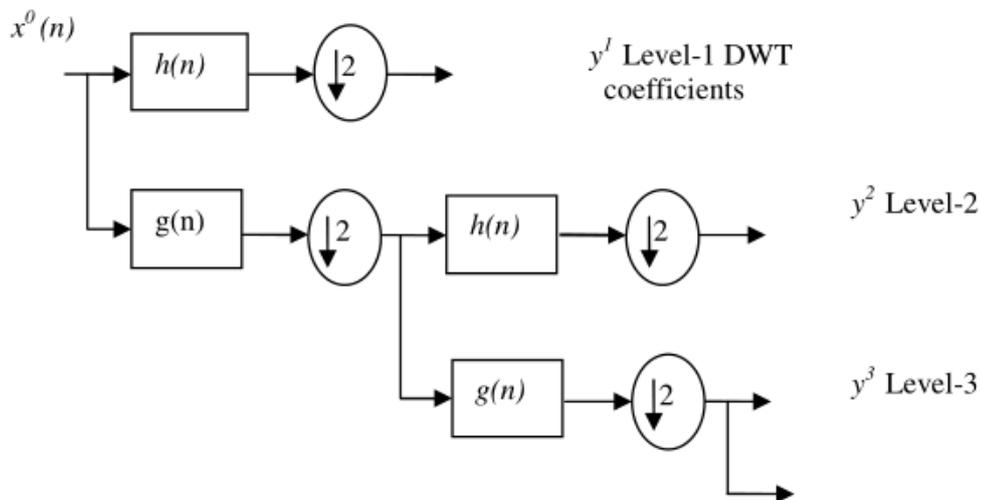
Donc l'expression de la définition de la CWT (2.32) devient :

$$CWT(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi \left( \frac{t-b}{a} \right) dt \quad (2.37)$$

### 2.3.2. Transformée en ondelette discrète (DWT) [20] :

La transformée discrète en ondelette est issue de la version continue, la différence de cette dernière est que la DWT utilise un facteur d'échelle et une translation discrétisés. La DWT donne la décomposition multi résolution d'un signal.

La DWT décompose un signal à plusieurs niveaux en 'n' bandes de fréquences différentes. Chaque niveau décompose un signal en plusieurs coefficients d'approximation (des bandes basse-fréquence) et des coefficients détaillés (des bandes haute-fréquence du signal de traitement) comme le montre la **Figure 2.14** qui suit :



**Figure 2.14** Représentation de la décomposition à 3 niveaux en utilisant la DWT.

Où  $x^0(n)$  représente le signal original et 'j' représente le niveau de décomposition (the scaling number). Ici  $g(n)$  et  $h(n)$  représentent respectivement le filtre passe-bas et le filtre passe-haut. La sortie de la fonction de mise à l'échelle est l'entrée du niveau de décomposition suivant, connu comme l'approximation.

Dans chaque étape de la décomposition DWT, il y a deux sorties :

Les coefficients d'échelles  $x^{j+1}(n)$  et les coefficients de l'ondelette  $y^{j+1}(n)$ . Ces coefficients sont donnés par les formules qui suivent :

$$x^{j+1}(n) = \sum_{i=1}^{2n} h(2n - i)x^j(n) \quad (2.38)$$

Et :

$$y^{j+1}(n) = \sum_{i=1}^{2n} g(2n - i)x^j(n) \quad (2.39)$$

La transformée en ondelettes (utilisée dans la DWT) présente l'avantage de faire ressortir à la fois les grandes variations et les détails de l'objet analysé, ce que ne permet pas la transformée de Fourier. Par ailleurs, elle permet de caractériser à la fois en temps et en fréquence un signal donné.

#### 2.4. Transformation polynomiale :

La transformation polynomiale se fait principalement en trois étapes :

1. La segmentation : Cette étape consiste à diviser le signal en plusieurs segments, autrement dit le « Fenêtrage ».
2. La décomposition : On décompose les fenêtres obtenues de l'étape de segmentation dans une base polynomiale des fonctions orthogonales.
3. La compression : Chaque segment est représenté par le minimum de coefficients produits par la décomposition ce qui donne la « Compression ». [13]

### II.3. Quantification :

La quantification est un processus irréversible qui entraîne une perte d'information. Dans toute technique de codage, on cherche donc à ne garder que l'information utile à la reconstitution du signal original. Il faut par conséquent introduire une mesure de précision,

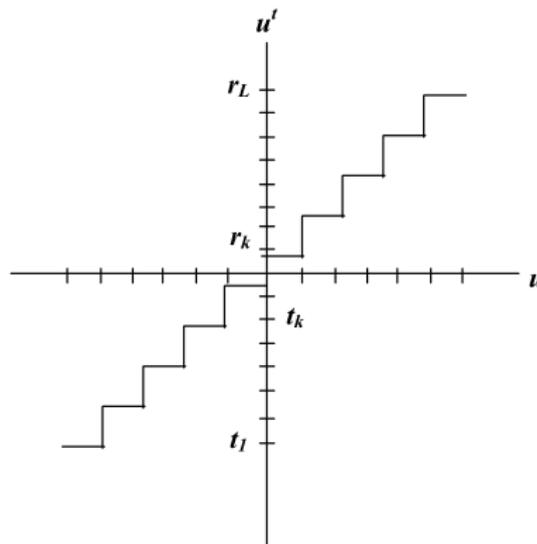
parfois appelée critère de fidélité ou de proximité liée à une notion de distance sur l'espace. Il existe deux types de quantification :

### II.3.1. Quantification scalaire (QS) :

Un quantificateur scalaire est un opérateur qui associe à une variable continue «  $u$  » une variable discrète «  $u'$  » pouvant prendre un nombre plus faible et fini de valeurs.

Il est à noter que les méthodes de codage utilisant un quantificateur ne sont jamais réversibles parce que l'étape de quantification introduit inévitablement une distorsion.

Pour un nombre de niveaux de quantification fixé  $L$ , on peut choisir les régions «  $u$  » de décision  $\{t_k$ , avec  $k=1 \dots L+1\}$  ainsi que les seuils de décision  $\{r_1 \dots r_L\}$  de façon à minimiser la distorsion entre l'entrée et la sortie. Si  $u$  se trouve dans la région  $\{t_k, t_{k+1}\}$ , «  $u'$  » aura pour valeur «  $r_k$  » [20].



**Figure 2.15** Quantification scalaire uniforme.

### II.3.2. Quantification vectorielle (QV) :

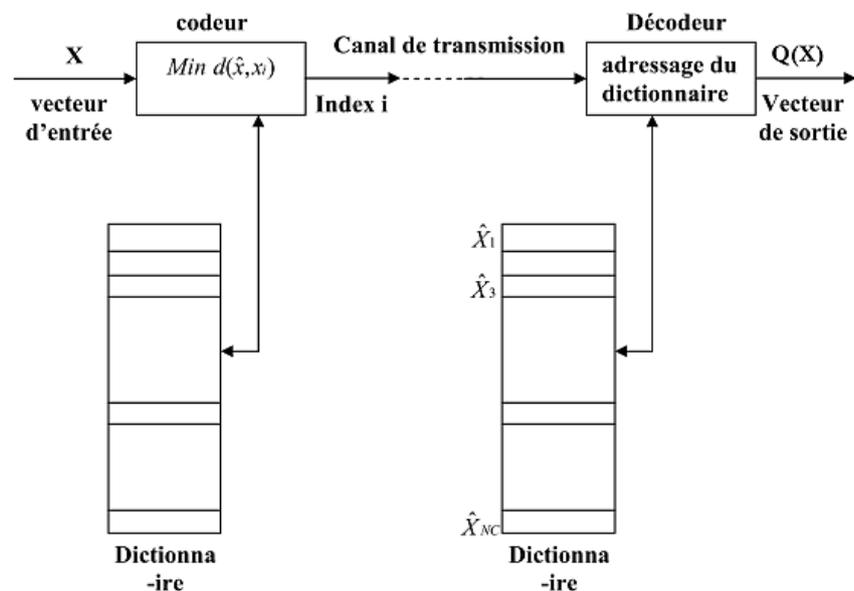
Les techniques de compression de signal exploitent généralement la redondance statistique présente dans le signal. Différentes méthodes effectuent une quantification sur des échantillons du signal.

La quantification vectorielle, développée par Gersho et Gray (1980) fait aujourd'hui l'objet de nombreuses publications dans le domaine de la compression des images numériques.

#### Principe de la quantification vectorielle :

Un quantificateur peut être vu comme une application  $Q$  associant à chaque vecteur d'entrée  $X_i = (x_i, \text{ pour } i=1 \dots K)$ , un vecteur  $Y_i = (y_i, \text{ pour } i=1 \dots K) = Q(X_i)$  [22].

Choisi parmi un dictionnaire de taille finie,  $C = (\hat{X}_i, \text{ pour } i=1 \dots N_c)$ .  $C = (X_i, \text{ pour } i=1 \dots N_c)$ .  $C$  peut être vu comme un catalogue de formes.



**Figure 2.16** Principe du Quantification vectoriel.

Le quantificateur est décrit par :

- Le dictionnaire (codebook) « C ».
- Le partitionnement  $S = (s_i \text{ pour } i=1 \dots N_c)$  qui divise l'espace d'entrée en  $N_c$  vecteurs  $X_i$ , et qui leur fait correspondre un vecteur (reconstruit)  $Q(X_i) = \hat{X}_i$ .

La quantification vectorielle peut aussi être vue comme une combinaison de deux fonctions:

- Un codeur qui prend en entrée un vecteur  $\hat{X}_i$  et qui recherche dans un dictionnaire l'adresse du vecteur lui ressemblant le plus.
- Un décodeur qui reçoit l'adresse et génère le vecteur  $\hat{X}_i$  correspondant du dictionnaire. Ce vecteur est une approximation du vecteur  $\hat{X}_i$  à coder [20].

#### II.4. Critères de performance de la compression :

Tout critère de performance pour évaluer un système de compression de données doit prendre en considération deux facteurs importants, à savoir :

##### II.4.1. Le taux de compression (CR) :

Est défini comme étant le rapport de débit du signal compressé (en terme de bits/seconde) au débit du signal original ou bien il est basé sur la comparaison du nombre d'échantillons du signal original au nombre d'échantillons résultants du processus de compression :

$$CR = \frac{\text{Nombre d'échantillons du signal original}}{\text{Nombre d'échantillons résultant du signal compressé}} \quad (2.40)$$

##### II.4.2. Le pourcentage de la puissance d'erreur (PRD) :

C'est une mesure de la distorsion (ou bien la distance relative entre le signal original et le signal reconstruit après le processus de compression), est donné par l'expression :

$$PRD = \frac{\text{Energie du bruit reconstruit}}{\text{Energie du signal original}} \quad (2.41)$$

Autrement dit :

$$PRD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^N (x_i)^2}} \quad (2.42)$$

$x_i$  : représente les échantillons du signal original.

$y_i$  : représente les échantillons après le processus de reconstruction.

$N$  : étant le nombre des échantillons dans le signal.

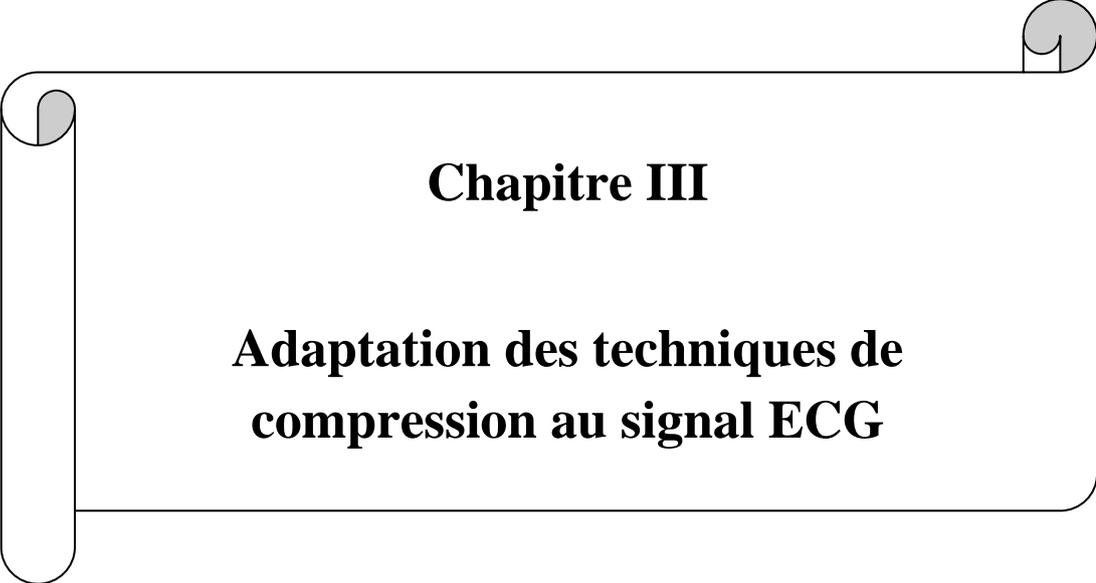
#### II.4.3. Le critère subjectif de la vision :

C'est un critère très important dans ce stade, il nous informe sur l'influence du processus de compression sur la morphologie du signal. Il existe certains facteurs liés au signal utilisé pour tester les algorithmes de compression, qui influent sur les résultats du processus de compression :

- La fréquence d'échantillonnage du signal original : le signal original est considéré sur-échantillonné et plus la fréquence d'échantillonnage augmente, plus le taux de compression augmente.
- La nature de signal E.C.G (la dérivation considérée, l'âge de patient et la présence des arythmies ...). Tous influent sur le taux de compression de la technique considérée.
- Le degré auquel le signal est contaminé par le bruit : plus le signal est bruité, le rapport de compression diminue pour certain techniques de compression. [23]

**Conclusion :**

A travers ce chapitre on a pu voir les différents types de compression avec et sans pertes, tout en abordant les divergentes techniques de compression appartenant au deux types cité précédemment. On a pu voir aussi en détails leurs différences qui résident au niveau de la complexité et au niveau de la distorsion apporté aux données informatiques. Nous allons appliquer quelque une d'entre elles dans les chapitres qui suivent afin d'aboutir à des résultats plus concret.



## **Chapitre III**

### **Adaptation des techniques de compression au signal ECG**

**Introduction :**

Le codage et la compression du signal ECG sont deux opérations très importantes qui permettent d'utiliser le signal ECG compressé dans différentes applications, comme par exemple le stockage des bases de données des patients afin de pouvoir les traiter ou les utiliser comme référence à n'importe quel moment.

Les techniques de compression du signal ECG sont multiples comme déjà vu dans le chapitre précédant, parmi ces méthodes on trouve :

- Les méthodes directes qui se résument principalement à accorder un modèle aux échantillons du signal et de ce fait certain de ces échantillons peuvent être reproduits en connaissant un nombre minime d'échantillons et/ou en connaissant les paramètres du signal, ce qui permet donc la reconstruction du signal d'origine.
- Les méthodes par transformée, qui utilisent les transformées orthogonales afin de dé-corréler les échantillons du signal et approximer le signal d'origine par des coefficients prépondérants dans l'espace.

Dans ce chapitre nous allons présenter quatre méthodes de compression :

- La transformée discrète en cosinus DCT (méthode par transformée).
- La méthode des Splines cubique (qui est une méthode directe).
- La méthode d'interpolation d'Hermite (Piecewise Cubic Interpolation).
- La transformée par ondelette (méthode par transformée se basant la décomposition).

**III.1. Compression à l'aide de la DCT :**

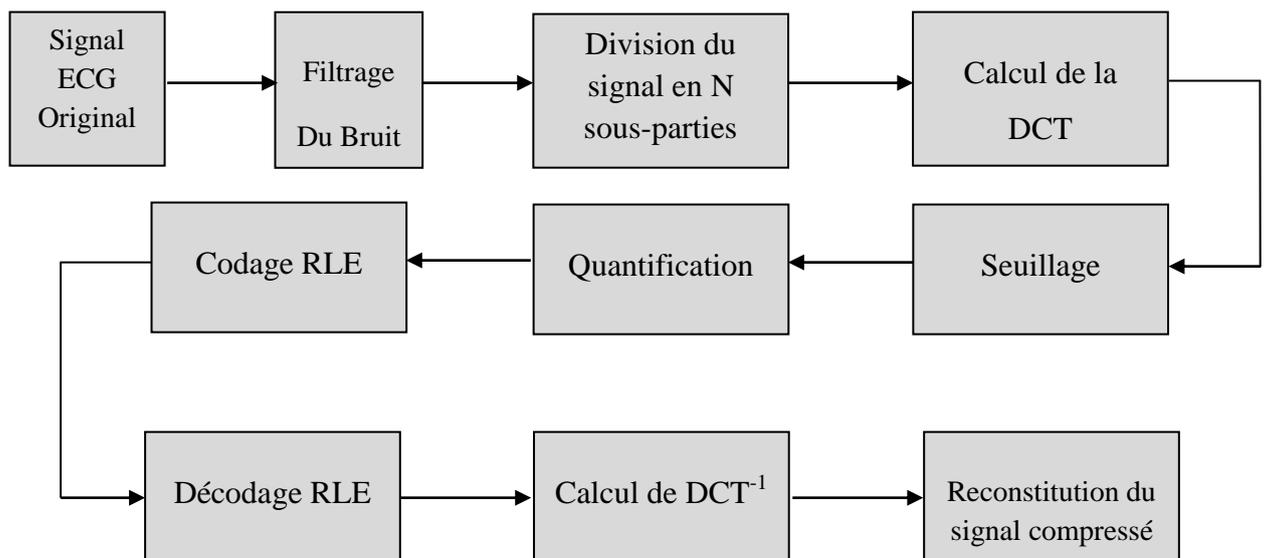
La transformée en cosinus discrète projette le signal sur un cosinus ce qui crée contrairement à la DFT des coefficients réels, cette méthode nous permet d'avoir une énergie bien concentrée sur un minimum de bits, le seuillage met à zéro les coefficients inférieurs au seuil choisi (qui correspond aux hautes fréquences), l'utilisation du codage RLE nous permet de compresser le signal quantifié sans perdre de l'information en codant chaque bit et sa redondance ce qui réduit la taille physique de la chaîne de caractères. La récupération du

signal passe par le codage RLE inverse (I-RLE) ce qui donne la reconstitution ainsi que la DCT inverse.

La décomposition du signal basé sur des algorithmes DCT comporte quatre étapes essentielles:

- Diviser un signal en N sous-parties.
- Calcul de la DCT pour chaque bloc.
- Seuillage et quantification des coefficients DCT.
- Le codage des coefficients DCT quantifiés.

Le schéma ci-dessous montre le processus de compression et décompression appliqué à un signal ECG :



**Figure 3.1** Schéma bloc d'un système de compression par la méthode DCT.

Les étapes du schéma bloc ci-dessus peuvent être résumées comme suit :

Après lecture du signal ECG viens l'étape d'utilisation d'un filtre pour le signal ECG Original comme celui de Savitzky-Golay (ou autre) permet de lisser le signal, filtrer le bruit de fond et minimiser les artefacts par parasites. Cette purification est un préliminaire

incontournable dans tous les algorithmes de compressions, vu qu'elle améliore le taux de compression.

Puis on divise le signal en  $N$  sous-parties, suivie du calcul de la DCT, ceci à l'aide de la formule suivante :

$$X(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} \alpha_k \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos \left[ \frac{\pi(2n+1)k}{2N} \right] \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (3.1)$$

Après la transformation en cosinus discrets les bites qui correspondent à des coefficients inférieurs à un seuil fixe sont mises à zéro, cette opération joue le rôle d'un filtre passe-bas vu que l'énergie est concentrée sur les basses fréquences. Le seuillage engendre un nombre important de bites égal à zéro

Suit alors la quantification, c'est un processus irréversible qui entraîne une perte d'information, cette technique consiste à représenter les valeurs après seuillage par une plage d'entier allant de 0 à 255.

L'utilisation du codage RLE permet de réduire la taille de trame en supprimant toute redondance.

Comme l'énergie est concentrée sur les basses fréquences, on arrive alors à récupérer le signal original à partir de sa compression avec un minimum de bits, en appliquant une RLE<sup>-1</sup> et une DCT inverse puis une reconstitution du signal quantifiée.

### III.2. Compression à l'aide des splines cubiques :

L'algorithme de spline peut être utilisé à la réduction de la redondance statique. En utilisant l'algorithme des splines, il est facile de créer l'algorithme de choix des échantillons de contrôle du signal d'entrée.

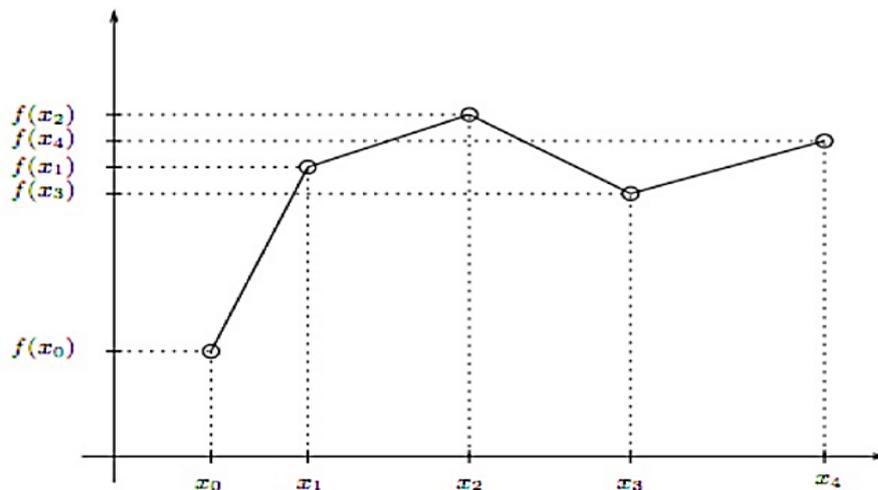
### III.2.1. Méthode des Splines :

Les fonctions Splines sont des tronçons de polynômes définis sur des sous intervalles et raccordés par des conditions de continuités. Par leur nature segmentée, les fonctions Splines permettent une interpolation efficace des caractéristiques locales d'un signal. Ceci comble certaines lacunes des polynômes d'interpolation de Lagrange qui donnent un résultat exact en tout point du support de façon globale.

Une fonction Spline d'ordre  $n$  est formée de polynômes successifs de degré  $n$ . Elle est définie sur un intervalle  $[a, b]$ , ayant comme nœuds la suite :  $t = \{t_0, t_1, \dots, t_n\}$ , avec  $t_0 = a$  et  $t_n = b$ . Les polynômes  $P_i$  dont la forme est [25] :

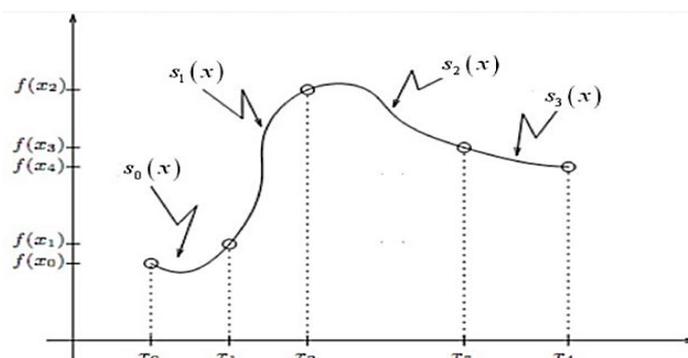
$$P_i(x) = \sum_{k=0}^n a_k^{(i)} (x - x_i)^k \quad (3.2)$$

Pour  $n=1$  on obtient :



**Figure 3.2** Splines linéaires :  $n$  polynômes de degré 1.

Et pour,  $n=3$  on obtient :

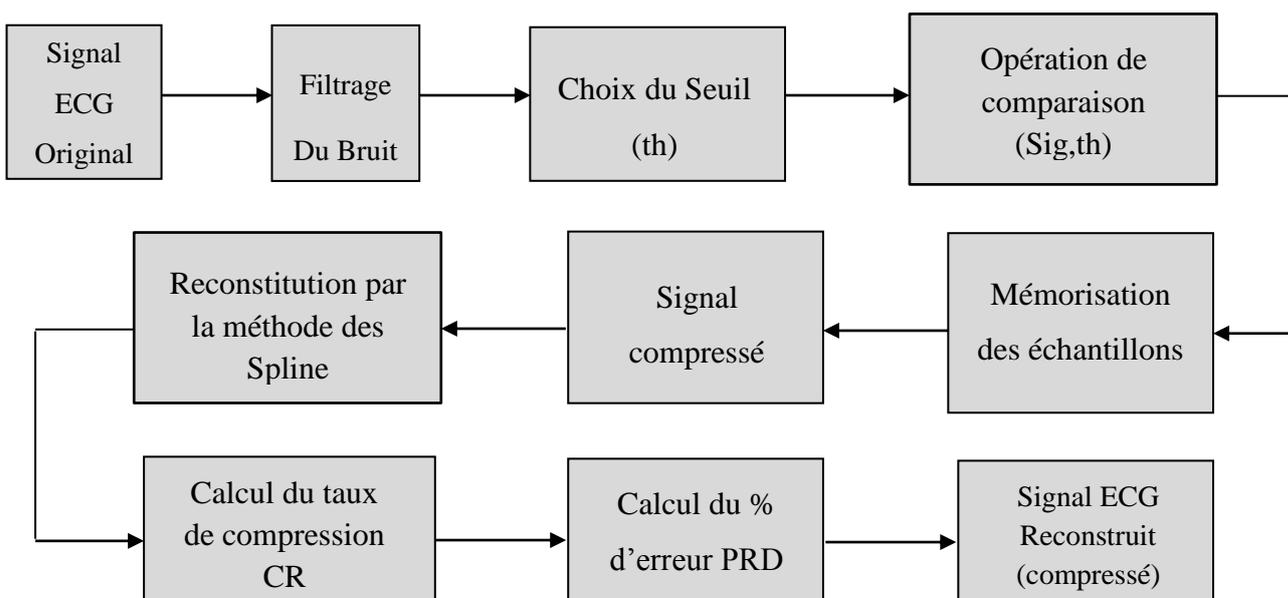


**Figure 3.3** Splines cubiques :  $n$  polynômes de degré 3.

### III.2.2. Algorithme des splines :

La fonction spline est une fonction  $Q_i(x)$  qui sera divisée en plusieurs intervalles avec un pas  $h$ , pas nécessairement constant mais positif. La spline est représentée sur chaque intervalle «  $i$  » par un polynôme de degré  $m$  ( $m=3$  pour le cas d'une spline cubique). Le nombre d'intervalles est déterminé par une échelle  $H$ ,  $h_i = x_{i+1} - x_i$ , et les points  $x_i$  sont appelés nœuds.

Le schéma bloc ci-dessous résume le système de compression par Spline :



**Figure 3.4** Schéma bloc d'un système de compression par la méthode Spline.

### III.3. Interpolation cubique d'Hermite : « Piecewise cubic interpolation » [26]

Nous utilisons les conditions nécessaires et suffisantes appliquées à un cube afin qu'il soit monotone sur un intervalle. Ces conditions sont ensuite utilisées pour développer un algorithme qui construit  $\zeta$  une interpolation cubique par morceaux monotone et unique (Piecewise Cubic Interpolation PCI) appliquée à des données monotones.

Soit  $\pi : a = x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$ , une partition de l'intervalle  $I = [a, b]$ . Soit  $\{f_i : \text{avec } i=1, 2, \dots, n\}$  un ensemble de valeurs de données monotones, nous supposons que  $f_i \leq f_{i+1}$  (avec  $i = 1, 2, \dots, n-1$ ) alors que  $f_i \geq f_{i+1}$  (pour  $i = 1, 2, \dots, n-1$ ). Notre objectif est de construire sur  $\pi$  une fonction cubique  $p(x) \in \zeta^1 [I]$  tel que :

$$P(x_i) = f_i \quad \text{avec } i = 1, 2, \dots, n \text{ et } P(x) \text{ monotone} \quad (3.3)$$

$\zeta^1$  : la fonction appartenant à l'intervalle  $I$  est continue dans ce dernier, et sa première dérivée l'est aussi.

Dans chaque sous-intervalle  $I_i = [x_i, x_{i+1}]$ ,  $p(x)$  est un polynôme cubique qui peut être représenté comme suit :

$$P(x) = f_i H_1(x) + f_{i+1} H_2(x) + d_i H_3(x) + d_{i+1} H_4(x) \quad (3.4)$$

Ou :

$d_j = p'(x_j)$ , avec  $j = i, i+1$ , et  $H_k(x)$  sont les fonctions usuelles pour la méthode Hermite cubique sur l'intervalle  $I_i$ .

Avec :

- $H_1(x) = \phi((x_{i+1} - x) / h_i)$ .
- $H_2(x) = \phi((x - x_i) / h_i)$ .
- $H_3(x) = -h_i \psi((x_{i+1} - x) / h_i)$ .
- $H_4(x) = h_i \psi((x - x_i) / h_i)$ .

Et :

- $h_i = x_{i+1} - x_i$
- $\phi(t) = 3t^2 - 2t^3$
- $\psi(t) = t^3 - t^2$

Par conséquent, un algorithme de construction d'une interpolation cubique par morceaux  $\{(x_i, f_i) \text{ avec } i = 1, 2, \dots, n\}$  est essentiellement une procédure de calcul des valeurs dérivées  $d_1, d_2, \dots, d_n$  et la condition de monotonie est une condition très importante, et nous allons voir dans la partie qui suit comment la respecter.

### III.3.1. Condition de Monotonie :

Nous examinons  $p(x)$  sur le sous-intervalle  $I_i$  en détail. Les conditions nécessaires et suffisantes sont dérivées tels que  $p(x)$  est monotone sur  $I_i$ . Ces conditions constituent la base pour le développement d'une famille d'algorithmes monotone pour l'interpolation cubique par morceaux (piecewise cubic interpolation).

Soit  $\Delta_i$  la pente du segment de la ligne joignant les données à interpoler. Il est clair que la condition pour avoir la monotonie est comme suit :

$$\text{sgn}(d_i) = \text{sgn}(d_{i+1}) = \text{sgn}(\Delta_i) \quad (3.5)$$

Sachant 'sgn' représente la fonction 'signe' et  $\text{sgn}(0)$  correspond à tout signe par conviction et  $\Delta_i$  est défini comme suit :

$$\Delta_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{h_i} \quad (3.6)$$

En outre si  $\Delta_i = 0$ , alors  $p(x)$  est monotone (c.à.d. constante) sur l'intervalle  $I_i$  si et seulement si  $d_i = d_{i+1} = 0$ . Pour tout ce qui va suivre nous supposons que  $\Delta_i \neq 0$  et que la formule (3.5) est satisfaite.

En développant  $p(x)$  tout en posant  $x = x_i$  on obtient :

$$p(x) = \left[ \frac{d_i + d_{i+1} - 2\Delta_i}{h_i^2} \right] (x - x_i)^3 + \left[ \frac{-2d_i - d_{i+1} + 3\Delta_i}{h_i} \right] (x - x_i)^2 + d_i(x - x_i) + f_i \quad (3.7)$$

Alors :

$$p'(x) = \left[ \frac{3(d_i + d_{i+1} - 2\Delta_i)}{h_i^2} \right] (x - x_i)^2 + \left[ \frac{2(-2d_i - d_{i+1} + 3\Delta_i)}{h_i} \right] (x - x_i) + d_i \quad (3.8)$$

Et :

$$p''(x) = \left[ \frac{6(d_i + d_{i+1} - 2\Delta_i)}{h_i^2} \right] (x - x_i) + \left[ \frac{2(-2d_i - d_{i+1} + 3\Delta_i)}{h_i} \right] \quad (3.9)$$

Les déclarations suivantes sont directement obtenues à partir des équations (3.7) - (3.9) pour les deux cas cités ci-dessous :

- Premier Cas : «  $d_i + d_{i+1} - 2\Delta_i = 0$  »

Dans ce cas-là,  $p(x)$  est quadratique (ou bien linéaire) et  $p'(x)$  est linéaire (ou constante). Dès lors que «  $\min(d_i + d_{i+1}) \leq p'(x) \leq \max(d_i, d_{i+1})$  » il en résulte que (3.5) est alors une condition suffisante pour la monotonie.

- Deuxième Cas : «  $d_i + d_{i+1} - 2\Delta_i \neq 0$  »

Dans ce cas-là,  $p'(x)$  est quadratique. Elle concave vers le haut si «  $d_i + d_{i+1} - 2\Delta_i > 0$  » et concave vers le bas si «  $d_i + d_{i+1} - 2\Delta_i < 0$  ». Notons que si  $f_i < f_{i+1}$  et  $p'(x)$  concave vers le bas alors  $p(x)$  sera monotone et croissante sur «  $0 \leq \min(d_i, d_{i+1}) \leq p'(x)$  ». De même, si  $f_i > f_{i+1}$  et  $d_i + d_{i+1} - 2\Delta_i > 0$  alors  $p(x)$  sera monotone et décroissante sur «  $p'(x) \leq \max(d_i, d_{i+1}) \leq 0$  ».

Afin de réunir les deux conditions précédentes (montone croissante/décroissante) en une seule condition, soit alors  $\alpha_i = d_i / \Delta_i$  et  $\beta_i = d_{i+1} / \Delta_i$  sont les rapports respectifs des dérivés d'extrémité de la pente de la sécante. Il résulte de ce qui précède que  $d_i + d_{i+1} - 2\Delta_i = (\alpha_i + \beta_i - 2)\Delta_i$  et  $p(x)$  sera monotone si :  $\alpha_i + \beta_i - 2 < 0$ .

Les résultats du cas 1 et 2 sont résumés dans les deux lemmes qui suivent :

- Lemme 1 : Notons si  $\alpha_i + \beta_i - 2 \leq 0$  alors  $p(x)$  sera monotone sur l'intervalle  $I_i$  si et seulement si la relation (3.5) est satisfaite. Dans ce qui suit nous nous intéressons au cas «  $\alpha_i + \beta_i - 2 > 0$  ». Notons que si la relation (3.5) est satisfaite  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  sont non-négatif et que le comportement non-monotone peut se produire lorsque  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  sont trop grandes (les valeurs de  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  qui produisent la monotonie sont donnés dans le lemme 2). Mais d'abord, nous observons que  $p'(x)$  a un extremum unique :

$$x^* = x_i + \frac{h_i}{3} \left[ \frac{2\alpha_i + \beta_i - 3}{\alpha_i + \beta_i - 2} \right] \quad (3.10)$$

Et :

$$p'(x^*) = \phi(\alpha_i, \beta_i) \Delta_i \quad (3.11)$$

Où :

$$\phi(\alpha, \beta) = \alpha - \frac{1}{3} \frac{(2\alpha + \beta - 3)^2}{\alpha + \beta - 2} \quad (3.12)$$

Il est clair qu'à partir de l'équation (3.10) et (3.12) que  $p(x)$  est monotone sur  $I_i$  si et seulement si l'une des conditions suivantes est satisfaite :

- $x^* \notin (x_i, x_{i+1})$ .
- $x^* \in (x_i, x_{i+1})$  et  $\text{sgn}(p'(x^*)) = \text{sgn}(\Delta_i)$ .

La condition (i) peut être écrite comme :

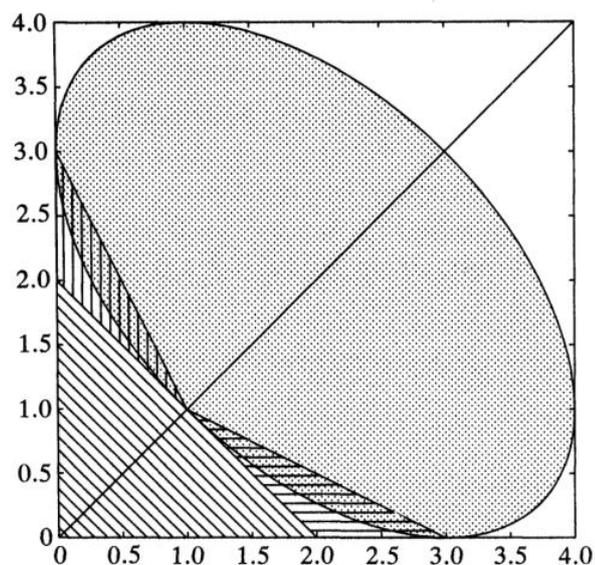
- $2\alpha_i + \beta_i - 3 \leq 0$  pour  $x^* \leq x_i$ ,
- $\alpha_i + 2\beta_i - 3 \leq 0$  pour  $x^* \geq x_{i+1}$ .

La condition (ii) est équivalente à  $\phi(\alpha_i, \beta_i) \geq 0$ . Ces deux résultats sont résumés dans le lemme 2 qui suit :

- **Lemme 2 :** Nottons que si «  $\alpha_i + \beta_i - 2 > 0$  » ainsi que l'équation (3.5) sont satisfaits, alors  $p(x)$  sera monotone sur l'intervalle  $I_i$ , ceci est valable si et seulement si l'une des conditions suivantes est satisfaite :

- $2\alpha_i + \beta_i - 3 \leq 0$ .
- $\alpha_i + 2\beta_i - 3 \leq 0$ .
- $\phi(\alpha_i, \beta_i) \geq 0$ .

En conséquence des lemmes 1 et 2, il est possible de construire une zone  $\wp$  de valeurs acceptables pour  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  (donc  $d_i$  et  $d_{i+1}$ ) afin de d'avoir une interpolation monotone sur l'intervalle  $I_i$ . Cette région est représentée sur la **Figure 3.5**.



**Figure 3.5** La région  $\wp$  de la monotonie.

### III.3.2. Algorithme d'interpolation d'Hermite:

Les résultats précédents nous amènent aux deux étapes de construction de l'algorithme d'interpolation cubique par morceaux, comme suit :

- Etape 1 : Initialiser les dérivations  $d_i$  pour  $i = 1, 2, \dots, n$  tel que  $\text{sgn}(d_i) = \text{sgn}(d_{i+1}) = \text{sgn}(\Delta_i)$ . Si  $\Delta_i = 0$ , on pose alors  $d_i = d_{i+1} = 0$  (c.à.d. que la condition 3.3 sera respecter).
- Etape 2 : Pour chaque intervalle  $I_i$  dans lequel  $(\alpha_i, \beta_i) \notin \emptyset$ , on modifie  $d_i$  et  $d_{i+1}$  à  $d_i^* = d_{i+1}^*$  afin que  $(\alpha_i^*, \beta_i^*) \in \emptyset$ , où  $\alpha_i^* = d_i^* / \Delta_i$  et  $\beta_i^* = d_{i+1}^* / \Delta_i$ .

En modifiant  $d_i$  pour avoir la monotonie sur l'intervalle  $I_i$ , ceci change  $\beta_{i-1}$ . Des précautions doivent être prises pour préserver la monotonie sur  $I_{i-1}$ . Une façon d'y parvenir en sélectionnant un sous-ensemble  $\zeta \subset \emptyset$  tel que :

- Si  $(\alpha, \beta) \in \zeta$  alors  $(\alpha^*, \beta^*) \in \zeta$  quand  $0 \leq \alpha^* \leq \alpha$  et  $0 \leq \beta^* \leq \beta$ .
- Si  $(\alpha, \beta) \in \zeta$  alors  $(\beta, \alpha) \in \zeta$ .

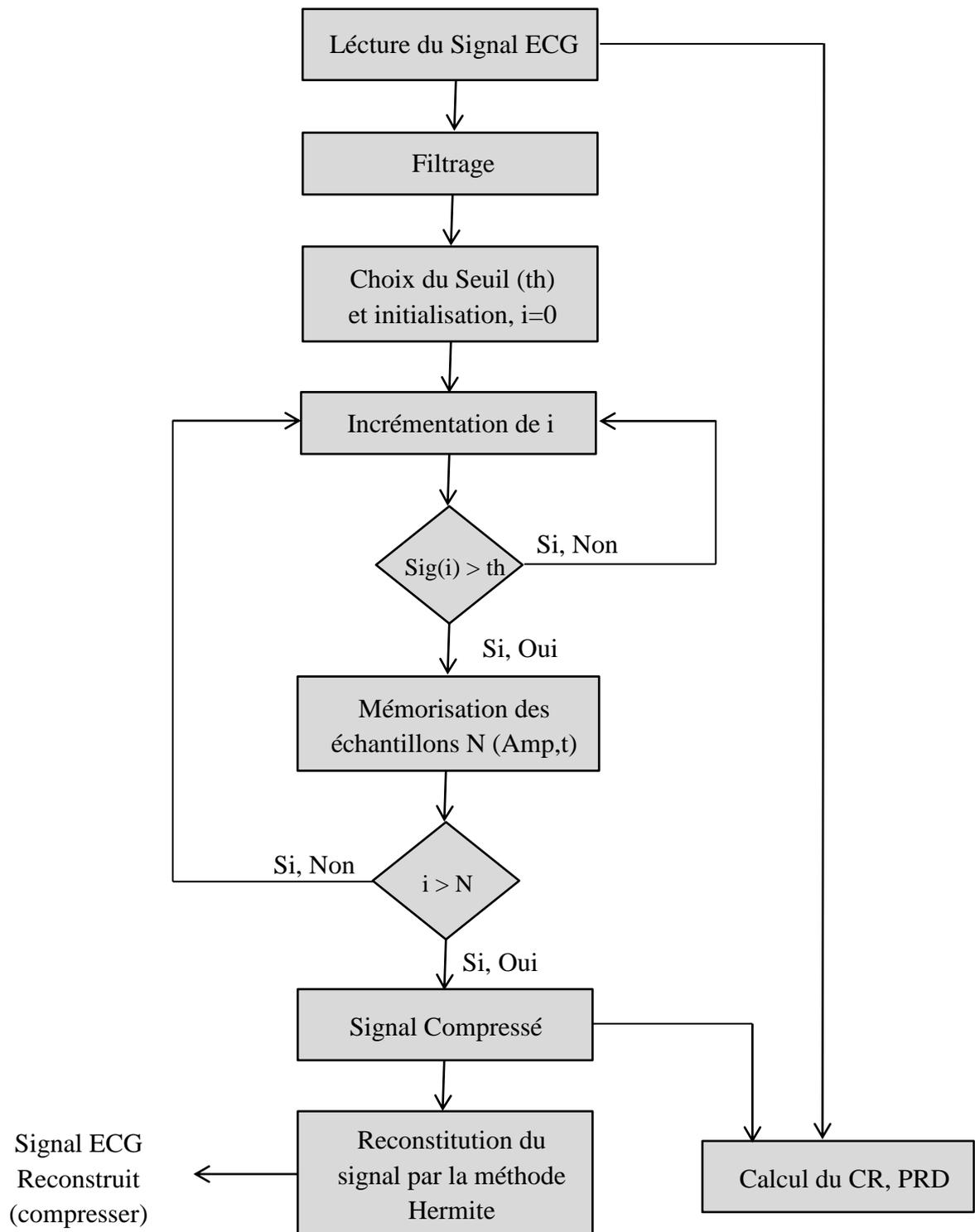
Bien que la propriété de symétrie (b) ne soit pas essentiel, mais elle est présente et semble être intuitivement souhaitable. Par conséquent, l'étape 2 peut être remplacée par :

- Etape 2A : Pour chaque intervalle  $I_i$  dans lequel  $(\alpha_i, \beta_i) \notin \zeta$ , on modifie  $d_i$  et  $d_{i+1}$  à  $d_i^* = d_{i+1}^*$  tel que  $0 \leq \alpha_i^* \leq \alpha_i$  et  $0 \leq \beta_i^* \leq \beta_i$  et  $(\alpha_i^*, \beta_i^*) \in \zeta$ .

Ainsi, nous voyons que la monotonie à l'aide de l'algorithme d'interpolation cubique par morceaux a trois composants de base :

- Une procédure d'initialisation de l'étape 1.
- Le choix de la sous-région  $\zeta$  de  $\emptyset$  satisfaisant les propriétés (a) et (b).
- Le choix d'un algorithme de mapping qui nous permet le passage de  $(\alpha_i, \beta_i)$  à  $(\alpha_i^*, \beta_i^*)$  de l'étape 2A.

L'algorithme cité ci-dessus sera utilisé pour la reconstitution du signal ECG compressé, les étapes de l'opération de compression à l'aide de cette méthode ainsi que le calcul du CR et du PRD sont résumées dans l'organigramme qui suit :



**Figure 3.6** Organigramme de compression par la méthode d’Hermite.

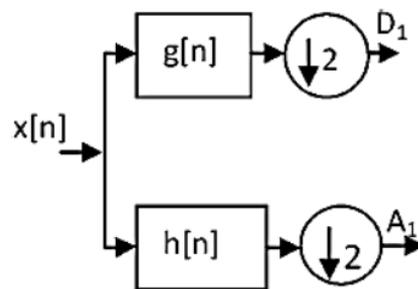
### III.4. Compression par la transformée en ondelette :

La transformée en ondelettes est un outil mathématique qui décompose un signal en fréquence tout en conservant une localisation spatiale. Le signal de départ est projeté sur un ensemble de fonctions de base qui varient en fréquence et en espace. Ces fonctions de base s'adaptent aux fréquences du signal à analyser. Cette transformation nous permet donc d'avoir une localisation en temps et en fréquence du signal analysé. Dans cette partie nous avons choisi d'utiliser la DWT pour la compression du signal ECG.

#### III.4.1. Transformée en ondelette discrète (DWT) [20] :

Dans notre travail une décomposition à un niveau a été effectuée, le signal ECG original  $x[n]$  est passé par un filtre passe-haut demi bande  $g[n]$  et un filtre passe-bas  $h[n]$ , puis on filtre seulement la partie basse fréquence, tandis qu'on laisse la partie haute intacte.

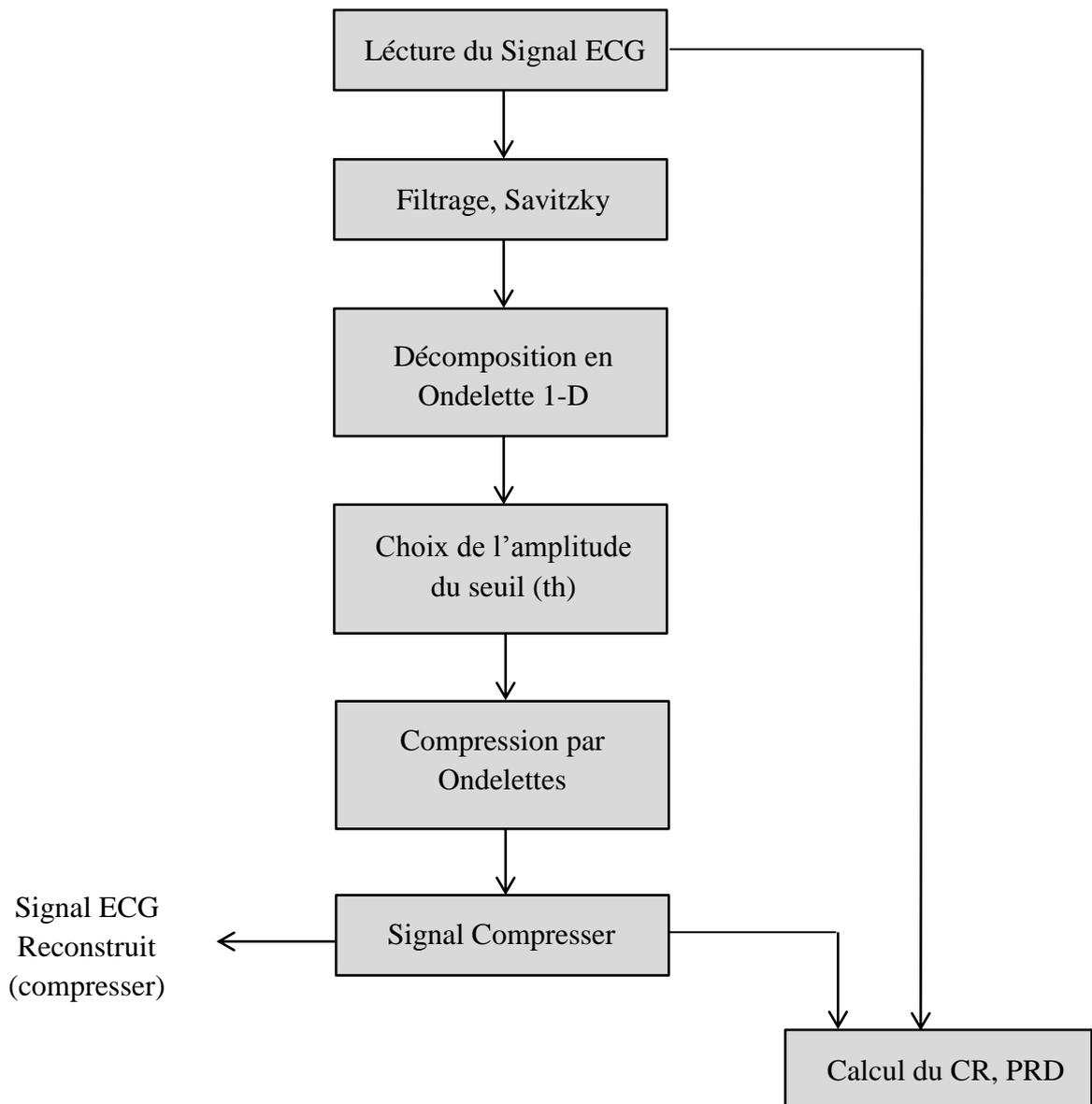
Pour notre signal ECG l'information est contenue principalement dans la partie basse de la bande de fréquence, par conséquent on divise la bande basse en sous-bandes, comme le montre la **Figure 2.15** qui suit :



**Figure 3.7** Représentation de la décomposition à un niveau à l'aide de DWT.

La représentation à multi-niveau à un niveau dans notre cas, représente le signal avec le minimum de coefficients nécessaires, soit autant de coefficients que de points d'échantillonnage ceci tout en préservant l'information, autrement dit sans pertes d'informations. L'organigramme qui suit décrit les étapes de compression par la transformée

en ondelette, les étapes de l'opération de compression à l'aide de cette méthode, ainsi que le calcul du CR et PRD sont résumés dans l'organigramme qui suit :

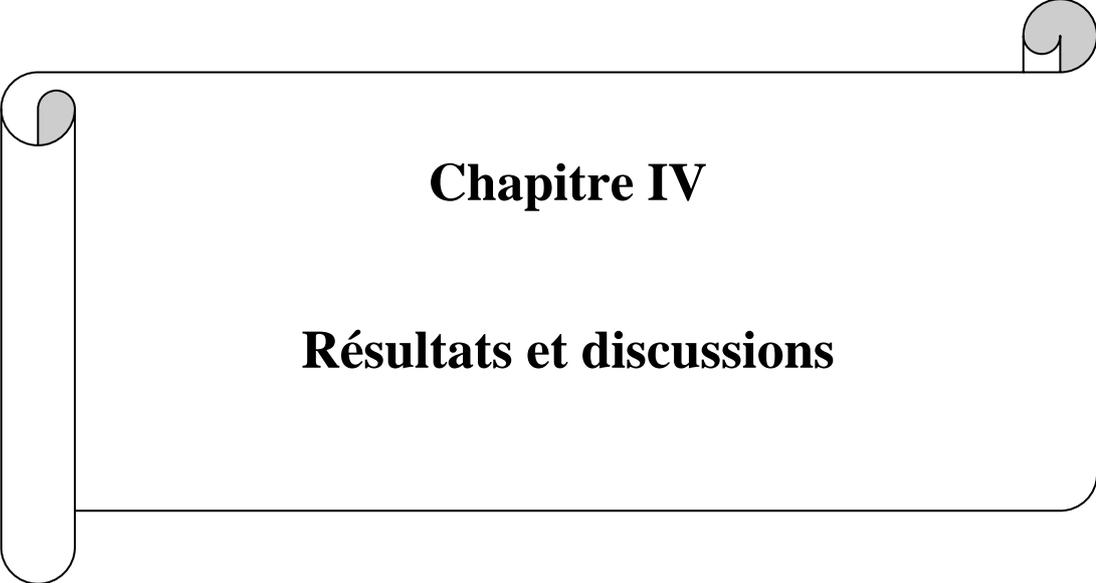


**Figure 3.8** Organigramme de compression par la méthode Ondelette.

Le calcul du taux de compression CR, ainsi que le pourcentage de puissance d'erreur PRD, se fait de la même manière pour toutes les méthodes citées ci-dessus, selon les formules abordées dans le chapitre 2 (formule 2.40 et 2.42).

**Conclusion :**

Dans ce chapitre nous avons vu en détail les quatre méthodes de compressions choisit parmi celle cité dans le chapitre 2. En s'aidant d'organigrammes et de schéma bloc nous avons expliqué les étapes essentielles de la compression du signal ECG. L'application de ses techniques en suivant les organigrammes/schémas abordé permet de récupéré un signal compressé à partir des données du signal ECG introduit à l'entré. Ce travail va nous préparer au chapitre 4 qui comportera les résultats de l'application des « 4 » techniques cité dans ce chapitre.



## **Chapitre IV**

### **Résultats et discussions**

**Introduction :**

Dans ce chapitre on présentera les résultats de l'application des méthodes de compression traitées dans le chapitre 3, autrement dit :

- La méthode DCT-RLE.
- La méthode des Splines.
- La méthode d'interpolation d'Hermite.
- La méthode de compression par Ondelette.

Les données traitées proviennent de la base MIT-BIH-ARRYTHMIA et ils correspondent à des signaux ECG réels. Les programmes ont été développés en utilisant le logiciel MATLAB.

**IV.1. Présentation de la base de données MIT/BIH :**

La base de données physiologiques MIT/BIH est le fruit d'une collaboration entre l'Institut de technologie Massachusetts 'MIT' et l'hôpital de Boston (maintenant le Centre médical Beth Diaconesse). Elle a été réalisée entre 1975 et 1979 et distribuée en 1980. La source de l'ECG inclus dans la base de données d'arythmies MIT/BIH est un ensemble de 48 enregistrements échantillonnés à une fréquence de 360 Hz., chaque enregistrement comporte deux dérivations différentes du signal ECG. La base de données contient 23 enregistrements numérotés entre 100 et 124 pour le premier groupe, et de 25 enregistrements numérotés entre 200 et 234 pour le deuxième groupe. La durée de chacun des 48 enregistrements est de 30 minutes. Le premier groupe est prévu pour servir d'échantillon représentatif de variété de formes d'ondes qu'un détecteur d'arythmie pourrait rencontrer dans l'utilisation clinique courante, tandis que le deuxième groupe est choisi pour inclure une variété de cas pathologiques. Les sujets étaient 25 hommes âgés de 32 à 89 ans, et 22 femmes âgées de 23 à 89 ans. Les enregistrements de MIT/BIH sont tous annotés, ce qui veut dire que chaque battement (complexe QRS) est décrit par une étiquette (annotation), un fichier d'annotation pour un enregistrement MIT/BIH contient environ 2000 annotations.

## IV.2. Méthodologies de travail :

Dans nos programmes on va utiliser le fichier 'sig100ch1.mat' qui a été prélevé de la base de donnée MIT/BIH Arrhythmia et on va utiliser les 2000 premiers échantillons, échantillonné à la fréquence 360 Hz. Les résultats des programmes se présentent principalement sous formes de courbes du signal reconstitué.

La méthodologie et les étapes suivies dans notre travail pour l'obtention de ces résultats ont été traitées fait comme suit :

- Nous aborderons principalement pour chacune des méthodes (les techniques) utilisées les étapes suivantes :
  - Tracer du signal ECG réel (normal).
  - Compression et reconstitution du signal ECG pour différents seuils.
  - Explication et justification pour le choix des différents seuils (c'est ce qui a permis l'obtention des différents graphes du signal ECG reconstruit dans ce qui précède.)
  - Remarques et discussions des résultats obtenus pour chacune des méthodes.
- Comparaison de toutes les méthodes utilisées selon les critères d'évaluation (CR, PRD) à l'aide de tableaux et graphes.
- Discussion.
- Conclusion.

## IV.3. Résultats :

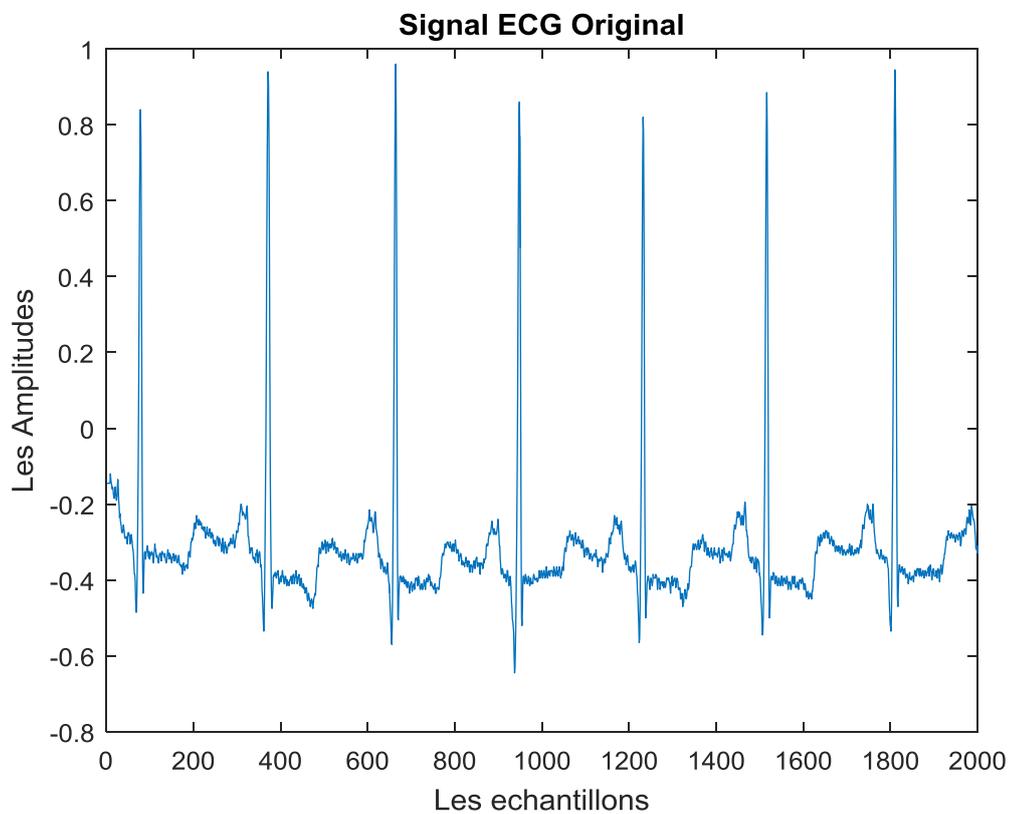
Nous aborderons dans ce qui suit chacune des méthodes de compression citées séparément, puis une comparaison de toutes ses méthodes de compressions à la fois, tout en respectant la méthodologie de travail énuméré dans le titre précédant.

### IV.3.1. Méthode DCT-RLE :

On traite notre signal ECG par cette méthode comme a été expliquée dans le schéma bloc d'un système de compression par la méthode DCT vu dans la **figure 3.1** du chapitre 3 , ce qui nous donne alors les résultats suivants :

Tracé du signal ECG réel :

La **figure 4.1** représente le tracé d'un signal ECG réel (original).



**Figure 4.1** Représentation d'un Signal ECG réel obtenu à l'aide de la méthode DCT.

Etape de reconstitution du signal ECG :

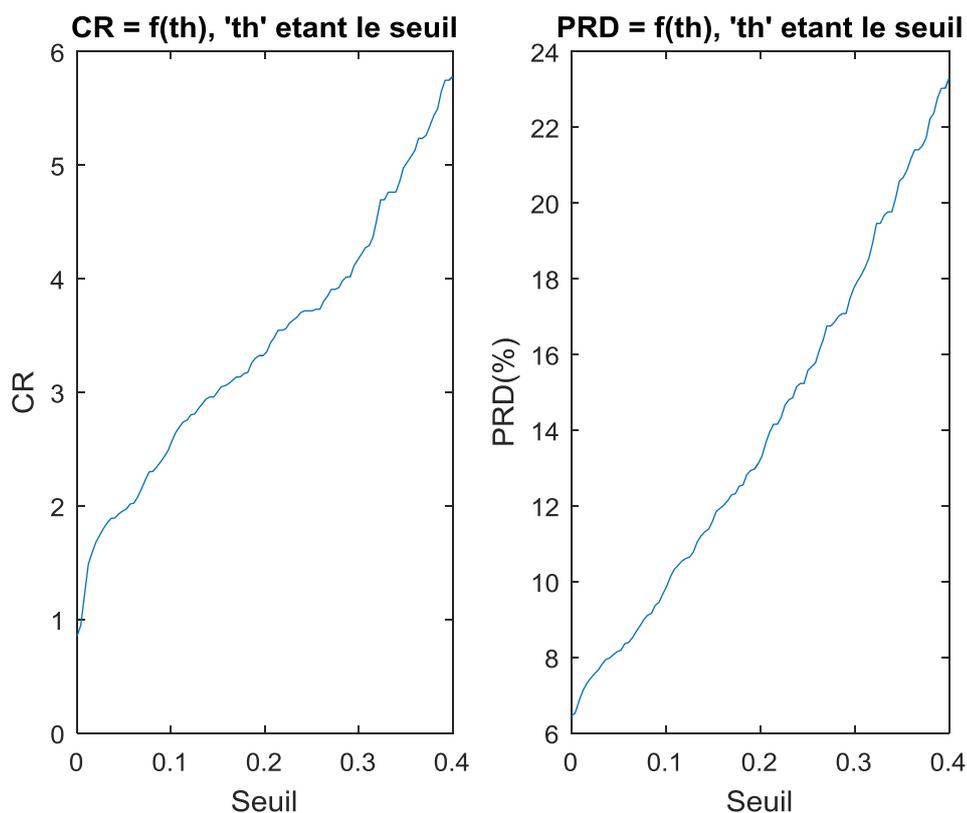
Après un seuillage bien défini, dans notre cas on choisira l'un des seuils suivant et on lui appliquera le codage/décodage RLE, puis après compression on obtiendra le signal reconstitué des **figures 4.3, 4.4 , 4.5, 4.6.**

- Seuil = 0.039
- Seuil = 0.07
- Seuil = 0.15
- Seuil = 0.5

Explication du choix du seuil :

Le critère du choix du seuil est fait par rapport aux deux critères d'évaluation (CR, PRD). Nous avons noté l'influence du seuil sur la reconstitution du signal ECG, autrement dit sur le taux de compression, nous avons remarqué que plus le taux de compression est meilleur, plus la reconstitution s'approche du signal réel, hors on ne peut avoir un taux de compression élevé sans que la puissance d'erreur ne soit importante.

Pour cela nous avons tracé deux courbes, la première représente la variation du taux de compression en fonction du seuil «  $CR = f(th)$  » et la deuxième représente la variation de la puissance d'erreur en fonction du seuil «  $PRD = f(th)$  » comme le montre la **figure 4.2**, de là nous avons choisi le seuil de sorte à avoir une meilleur approche au niveau CR et PRD.



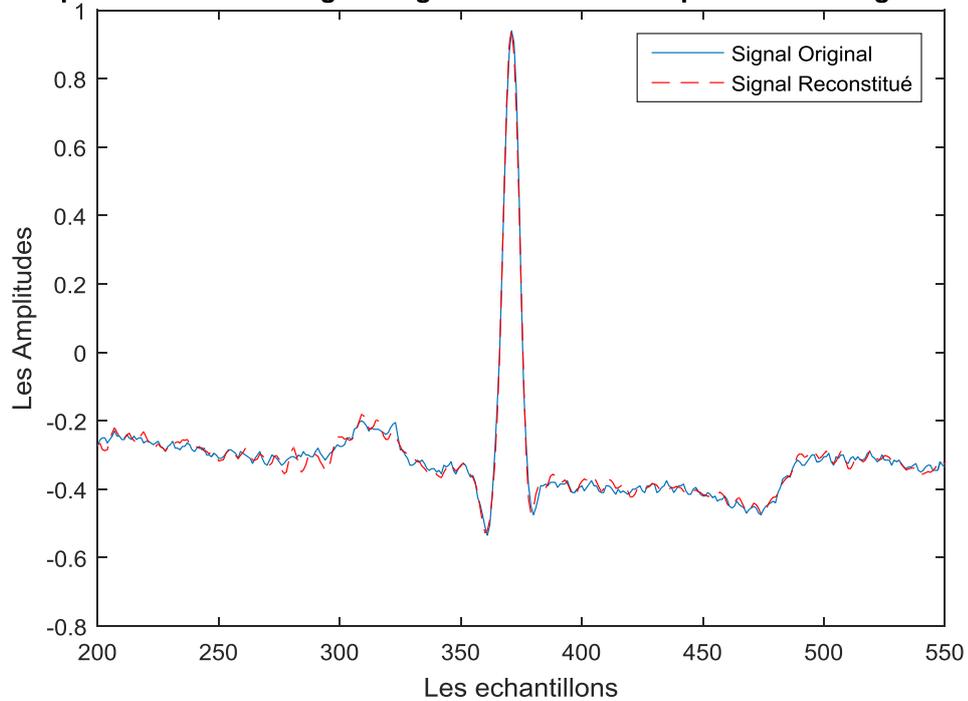
**Figure 4.2** Representation du  $CR = f(th)$  *gauche* et  $PRD = f(th)$  *droite*.

Des deux **figures 4.2**, de *gauche* représentant «  $CR = f(th)$  » et celle de *droite* représentant «  $PRD = f(th)$  » on remarque que plus le seuil augmente plus le taux de compression CR augmente, de même pour le pourcentage d'erreur.

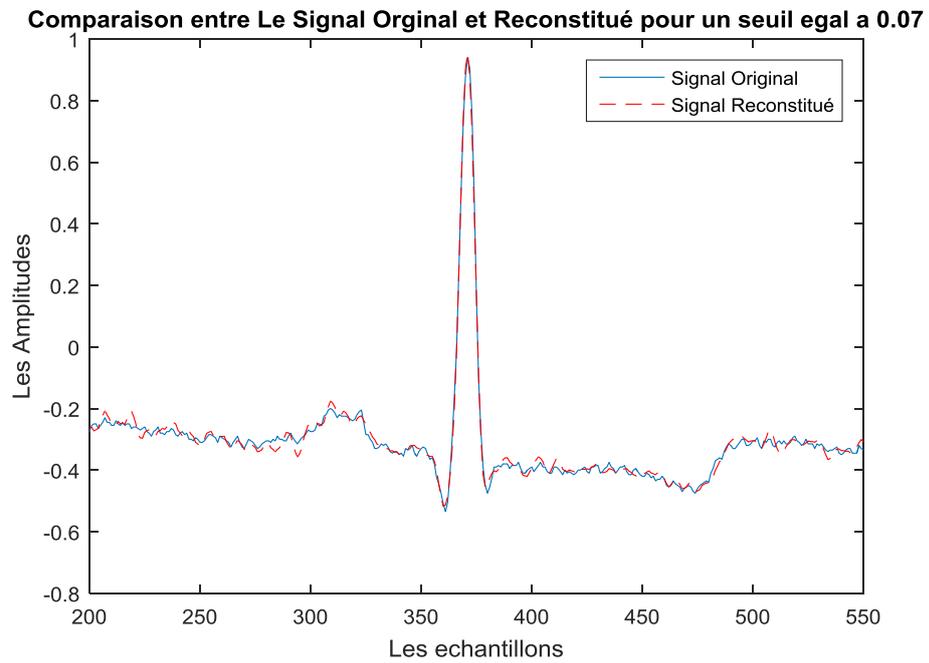
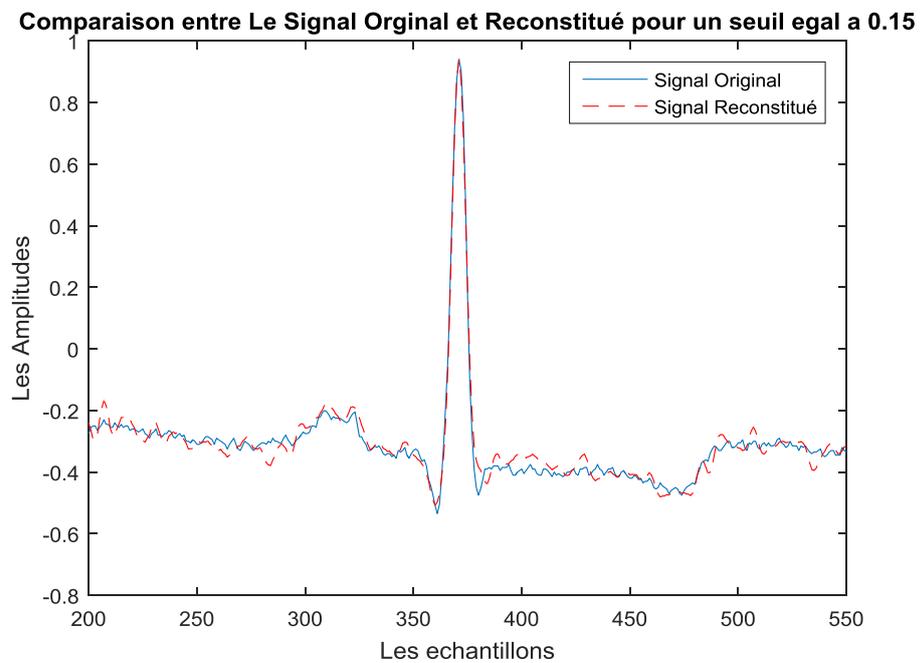
Les **figures 4.3, 4.4, 4.5, 4.6** qui suivent représente l'effet de la variation du seuil autrement dit ( $th$ ) sur la reconstitution du signal ECG.

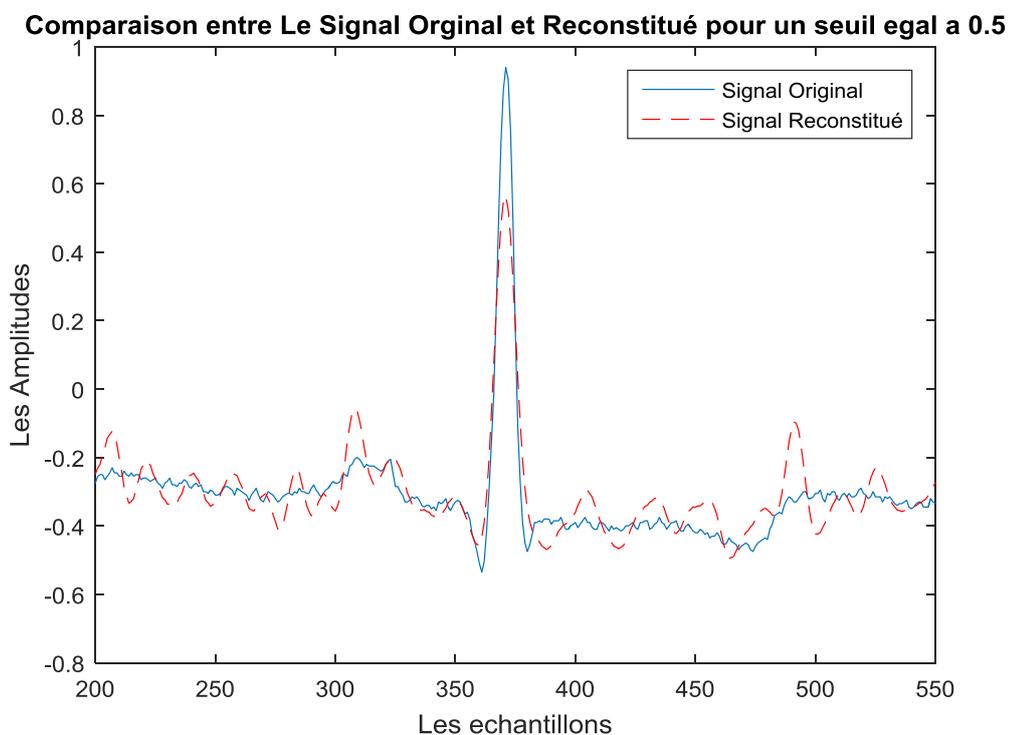
1. Seuil = 0.039 :

**Comparaison entre Le Signal Original et Reconstitué pour un seuil egal a 0.03933**



**Figure 4.3** Reconstitution du signal ECG pour un seuil  $th=0.039$ .

2. Seuil = 0.07 :**Figure 4.4** Reconstitution du signal ECG pour un seuil  $th=0.07$ .3. Seuil = 0.15 :**Figure 4.5** Reconstitution du signal ECG pour un seuil  $th=0.15$ .

4. Seuil = 0.5 :

**Figure 4.6** Reconstitution du signal ECG pour un seuil  $th=0.5$ .

Le **tableau 4.1** représente l'influence du seuil sur la variation des deux critères d'évaluation CR et PRD.

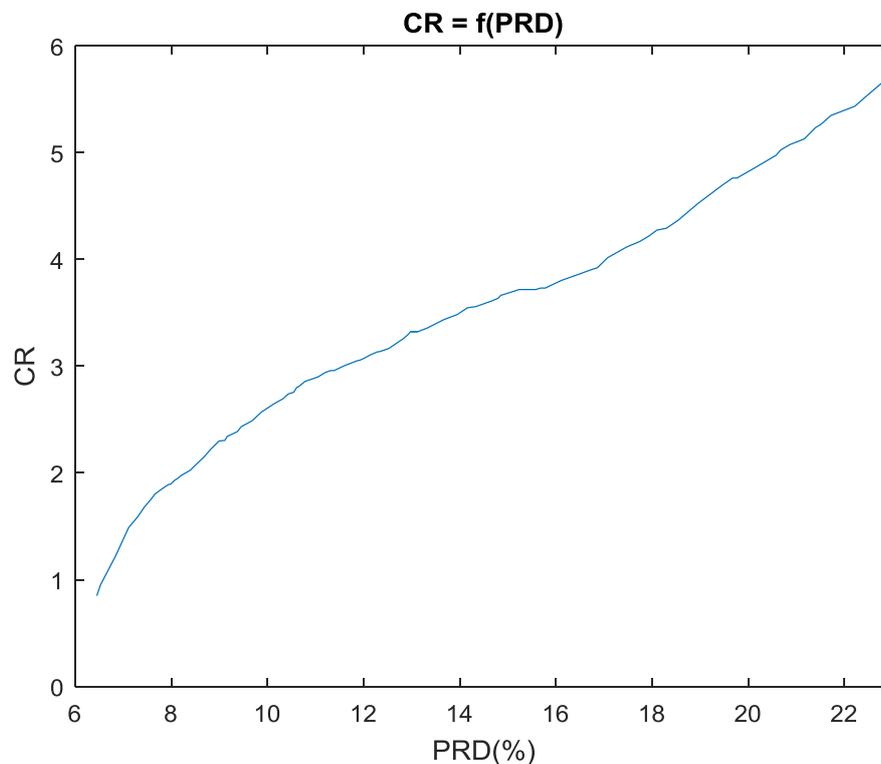
Seuil	CR	PRD (%)
0.039	1.893	7.958
0.07	2.178	8.726
0.15	3.003	11.591
0.5	8.064	27.920

**Tableau 4.1** Valeurs de CR et PRD pour des differents seuils.

Du tableau on remarque que plus le seuil est petit plus l'erreur est petite, mais la compression sera faible ce qui n'est pas en notre faveur. Noton aussi que pour un « seuil = 0 » on aura un

rapport de «  $CR = 1$  » ce qui veut dire que le signal reconstruit est exactement le même que le signal ECG original, hors ceci se fera sans compression c'est-à-dire que cette opération n'est pas en notre faveur, car le but de notre travail c'est de pouvoir compresser au maximum le signal tout en ayant une faible erreur ou du moins considérablement faible.

On remarque aussi, que plus le taux de compression augmente ce qui veut dire que la compression est bonne, plus le pourcentage de puissance d'erreur accroît ce qui peut être mauvais au delà d'un certain intervalle, on peut voir la variation  $CR = f(\text{PRD})$  dans la **figure 4.7**



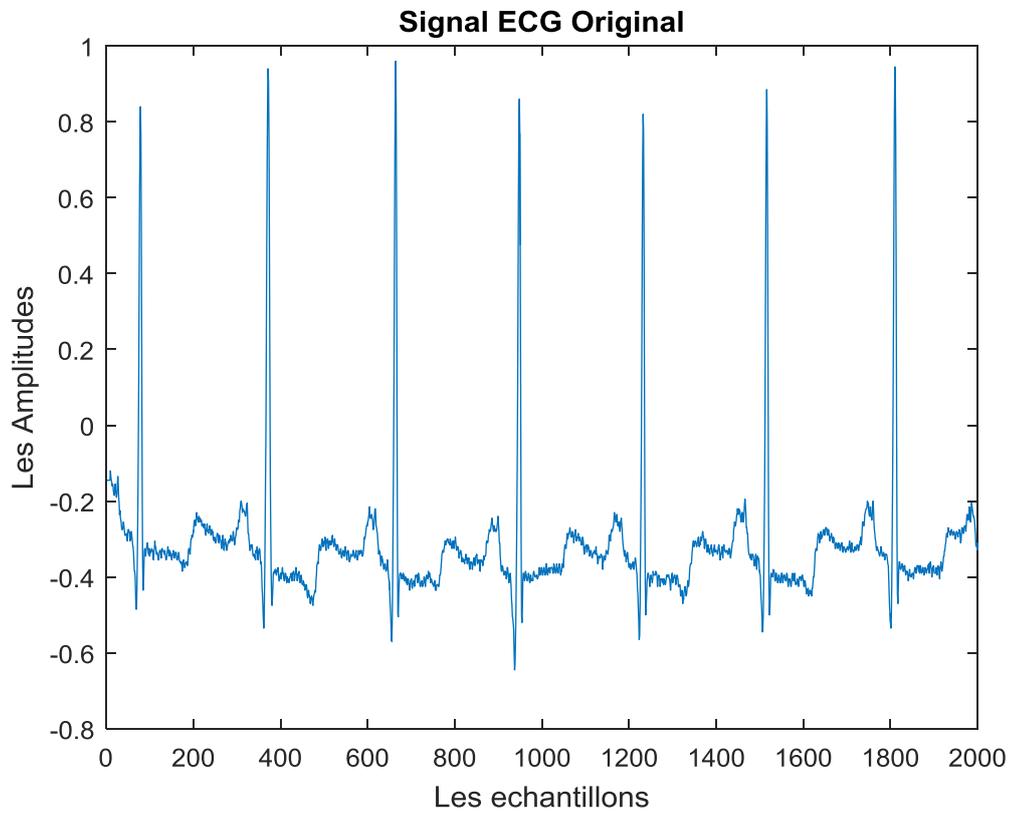
**Figure 4.7** Représentation de la variation du CR en fonction du PRD.

### IV.3.2. Méthode Spline :

On traite notre signal ECG par cette méthode comme expliquée dans le schéma bloc d'un système de compression par la méthode Spline vu dans la **figure 3.4** du chapitre 3, ce qui donne les résultats suivants :

Tracé du signal ECG réel :

La **figure 4.8** représente le tracé d'un signal ECG réel



**Figure 4.8** Representation d'un Signal ECG réel obtenu à l'aide de la méthode Spline.

Etape de reconstitution du signal ECG :

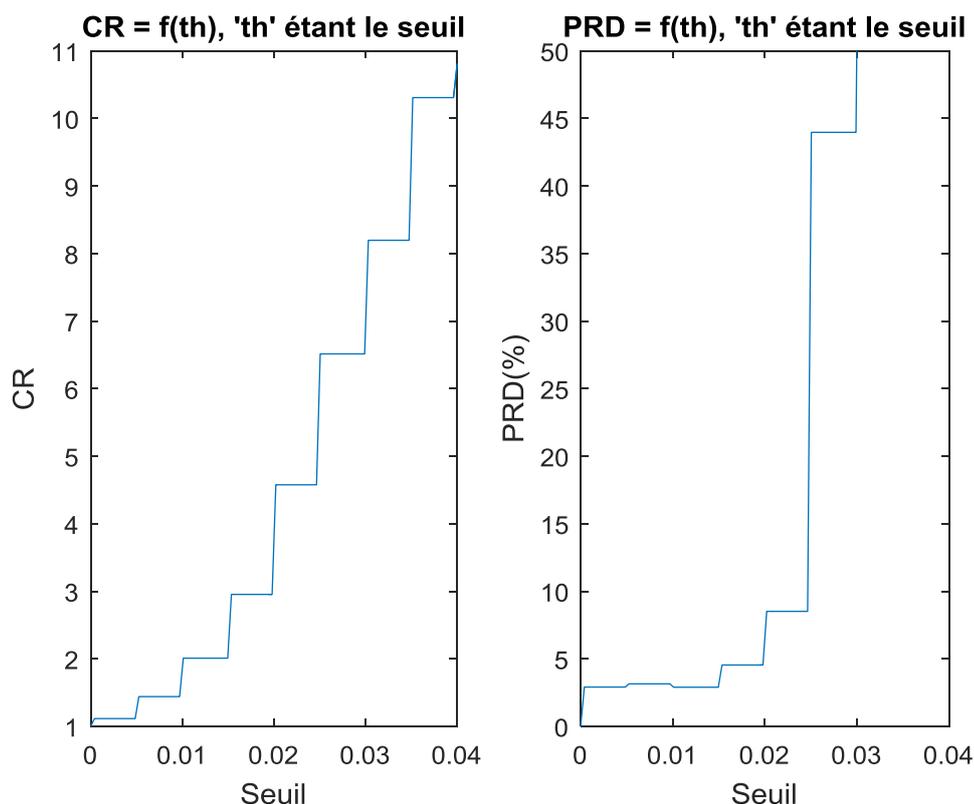
Après le choix du seuil, dans notre cas on choisira l'un des seuils suivant, puis après compression, on obtiendra le signal reconstitué des **figures 4.10, 4.11 , 4.12.**

- Seuil = 0.015
- Seuil = 0.07
- Seuil = 0.15
- Seuil = 0.5

Explication du choix du seuil :

Le critère du choix du seuil c'est fait par rapport aux deux critères d'évaluation (CR, PRD). Nous avons noté l'influence du seuil sur la reconstitution du signal ECG, autrement dit sur le taux de compression, nous avons remarqué que plus le taux de compression et meilleur plus la reconstitution s'approche du signal réel, hors on ne peut avoir un taux de compression élevée sans que la puissance d'erreur ne soit importante.

Pour cela nous avons tracé deux courbes, la première représente la variation du taux de compression en fonction du seuil «  $CR = f(\text{seuil})$  » et la deuxième représente la variation de la puissance d'erreur en fonction du seuil «  $PRD = f(\text{seuil})$  » comme le montre la **figure 4.9**, de là nous avons choisi le seuil de sorte à avoir une meilleur approche au niveau CR et PRD.

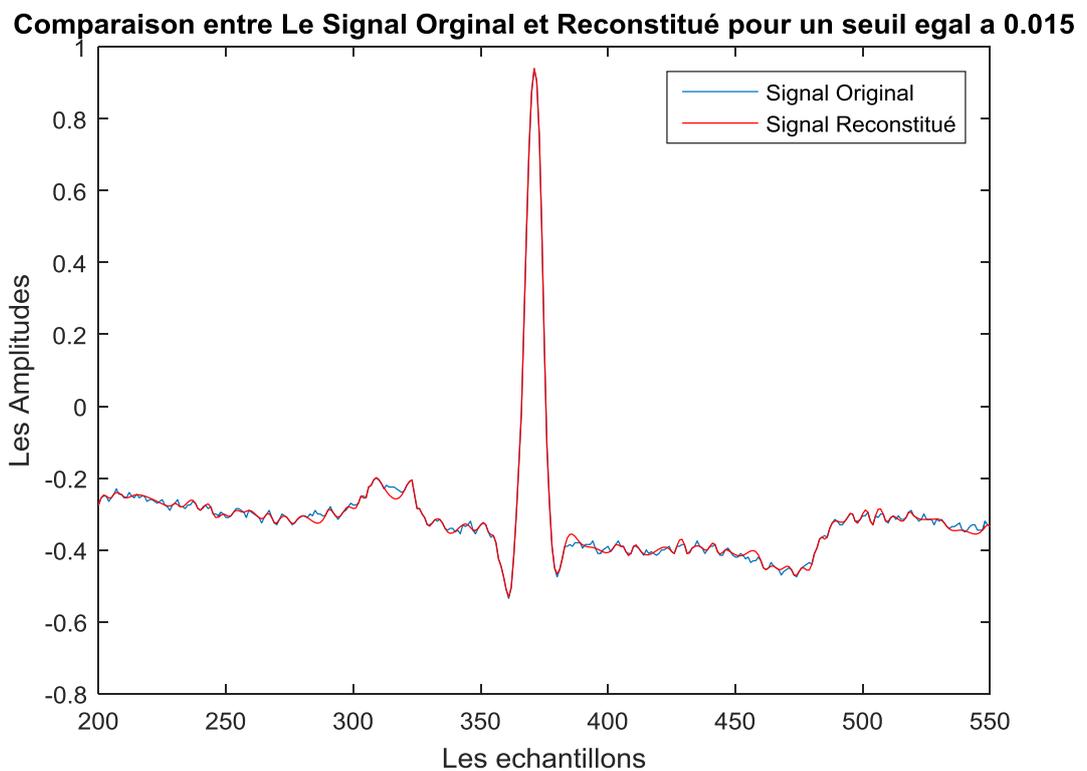


**Figure 4.9** Représentation du  $CR = f(\text{th})$  *gauche* et  $PRD = f(\text{th})$  *droite*.

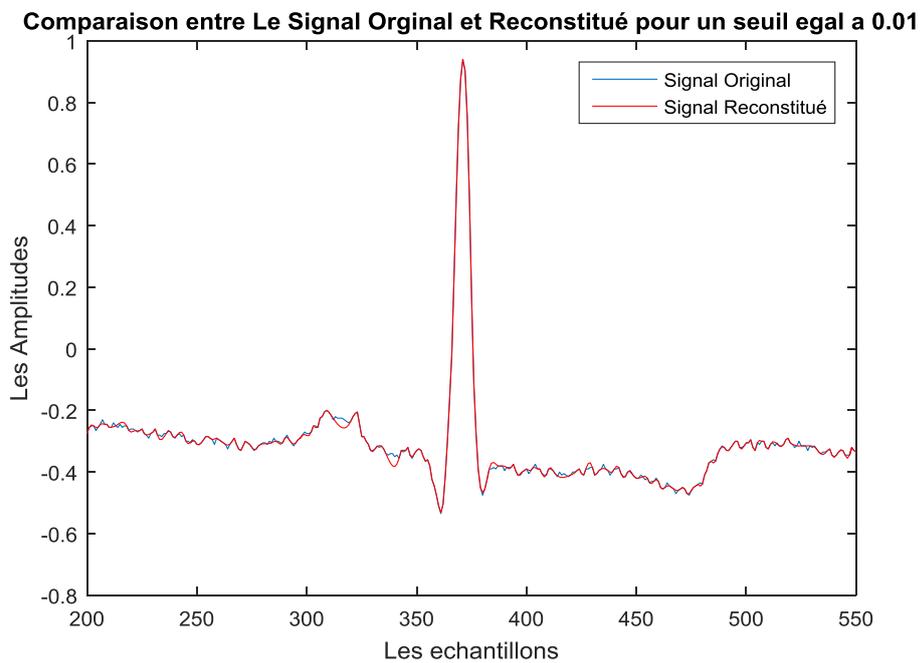
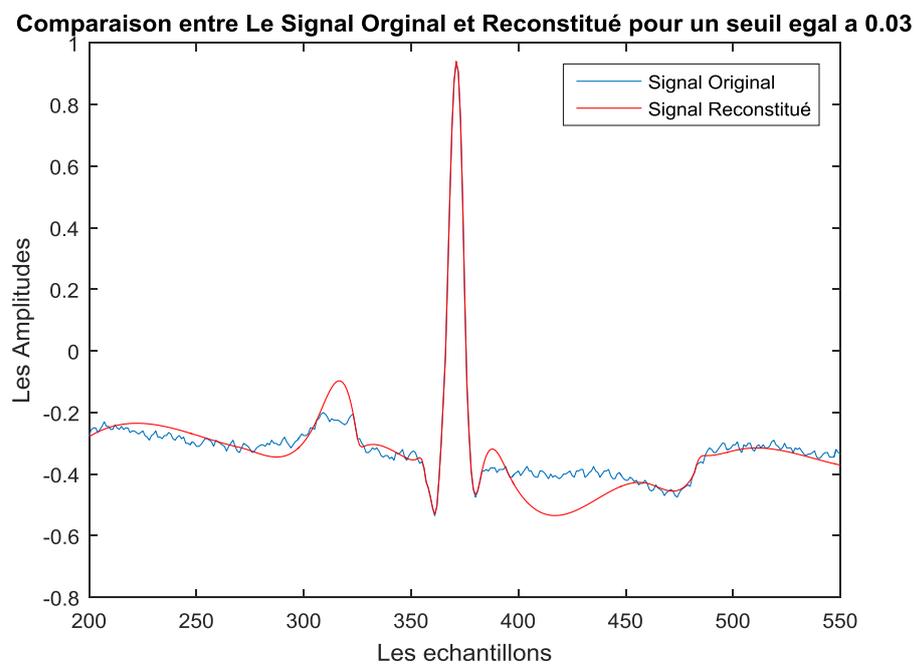
De la **figure 4.9** de *gauche* représentant «  $CR = f(th)$  » et celle de *droite* représentant «  $PRD = f(th)$  » on remarque que plus le seuil augmente plus le taux de compression CR augmente aussi, de même pour le pourcentage d'erreur.

Les **figures 4.10, 4.11, 4.12**, qui suivent représentent l'effet de la variation du seuil ( $th$ ) sur la reconstitution du signal ECG.

1. Seuil = 0.015 :



**Figure 4.10** Reconstitution du signal ECG pour  $th=0.015$ .

2. Seuil = 0.01 :**Figure 4.11** Reconstitution du signal ECG pour  $th=0.01$ .3. Seuil = 0.03 :**Figure 4.12** Reconstitution du signal ECG pour  $th=0.03$ .

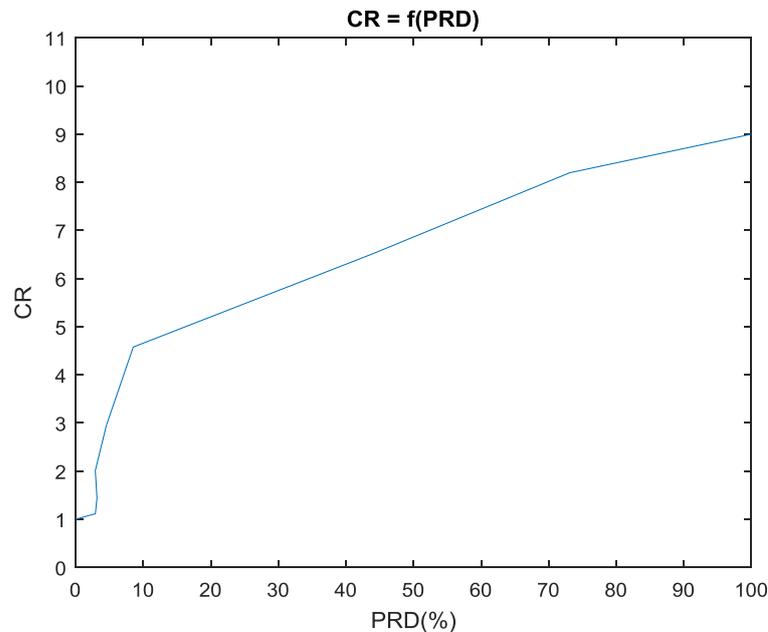
Le **tableau 4.2** représente l'influence du seuil sur la variation des deux critères d'évaluation CR et PRD.

Seuil	CR	PRD (%)
0.01	1.538	1.881
0.015	2.262	3.254
0.03	7.142	54.80

**Tableau 4.2** Valeurs de CR et PRD pour différents seuils.

Du tableau, on remarque que plus le seuil est petit plus l'erreur est petite, mais la compression sera faible ce qui n'est pas en notre faveur. On remarque aussi que la faible variation du seuil c'est-à-dire le passage de « 0.01 » à « 0.015 » a amélioré le taux de compression et a aussi augmenté la puissance d'erreur PRD de presque deux fois.

On remarque aussi que plus le taux de compression augmente (c'est-à-dire la compression est bonne), plus le pourcentage de puissance d'erreur PRD accroît ce qui peut être mauvais au delà d'un certain intervalle, nous pouvons voir cette variation qui est presque linéaire dans la **figure 4.13**



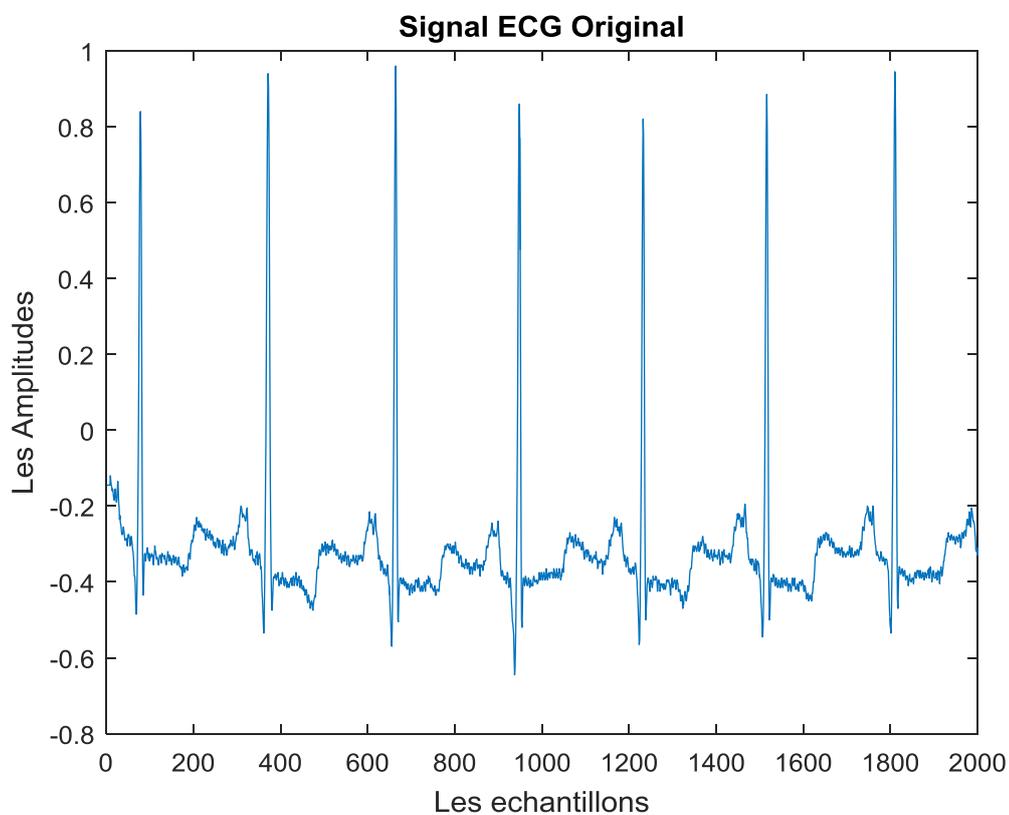
**Figure 4.13** Représentation de la variation du CR en fonction du PRD.

### IV.3.3. Méthode d'Hermite :

On traite notre signal ECG par cette méthode en respectant l'organigramme de compression par la méthode d'Hermite expliquée dans la **figure 3.6** du **chapitre 3**, ce qui nous donne alors les résultats suivants :

Tracer du signal ECG réel :

La **figure 4.14** représente le tracé d'un signal ECG réel (original).



**Figure 4.14** Représentation d'un Signal ECG réel obtenu à l'aide de la méthode d'Hermite.

Etape de reconstitution du signal ECG :

Après un seuillage bien défini, dans notre cas on choisira l'un des seuils suivants, puis après compression on obtiendra le signal reconstitué des **figures 4.16, 4.17 , 4.18**.

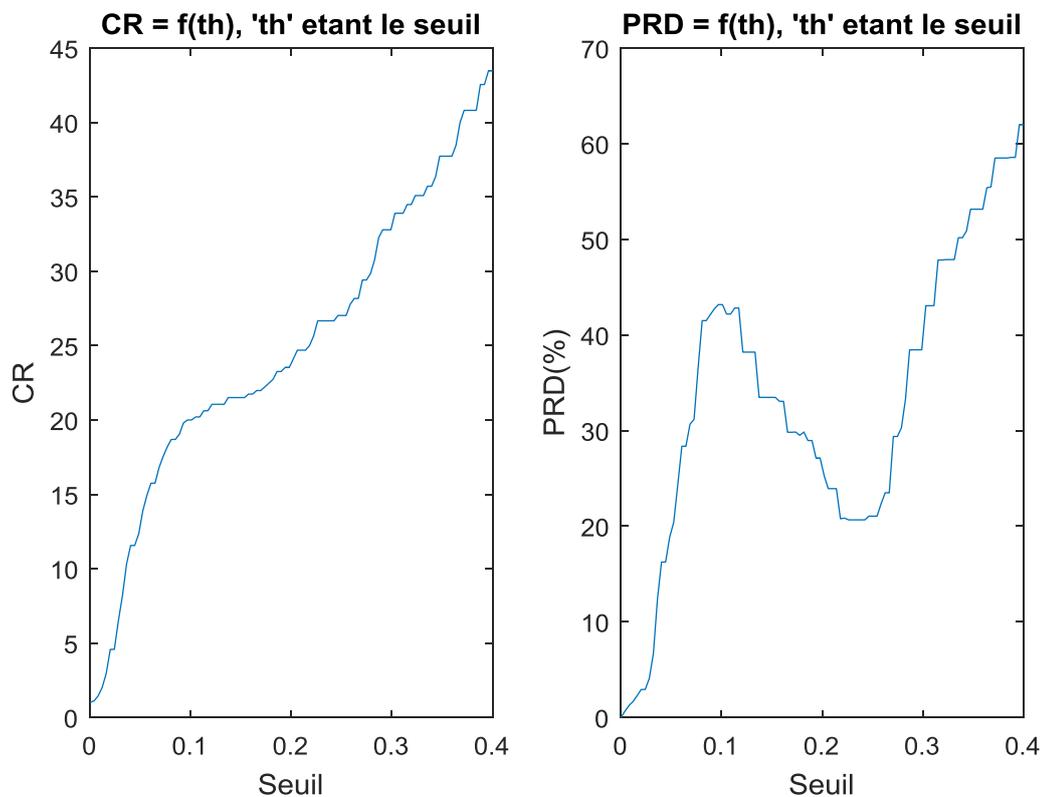
- Seuil = 0.01

- Seuil = 0.015
- Seuil = 0.034

Explication du choix du seuil :

Le critère du choix du seuil est fait par rapport aux deux critères d'évaluation (CR, PRD). Nous avons noté l'influence du seuil sur la reconstitution du signal ECG, autrement dit sur le taux de compression, nous avons remarqué que plus le taux de compression est meilleur plus la reconstitution s'approche du signal réel, hors on ne peut avoir un taux de compression élevée sans que la puissance d'erreur ne soit importante.

Pour cela nous avons tracé deux courbes, la première représente la variation du taux de compression en fonction du seuil «  $CR = f(\text{seuil})$  » et la deuxième représente la variation de la puissance d'erreur en fonction du seuil «  $PRD = f(\text{seuil})$  » comme le montre la **figure 4.15**, de là nous avons choisi le seuil de sorte à avoir une meilleur approche au niveau CR et PRD.



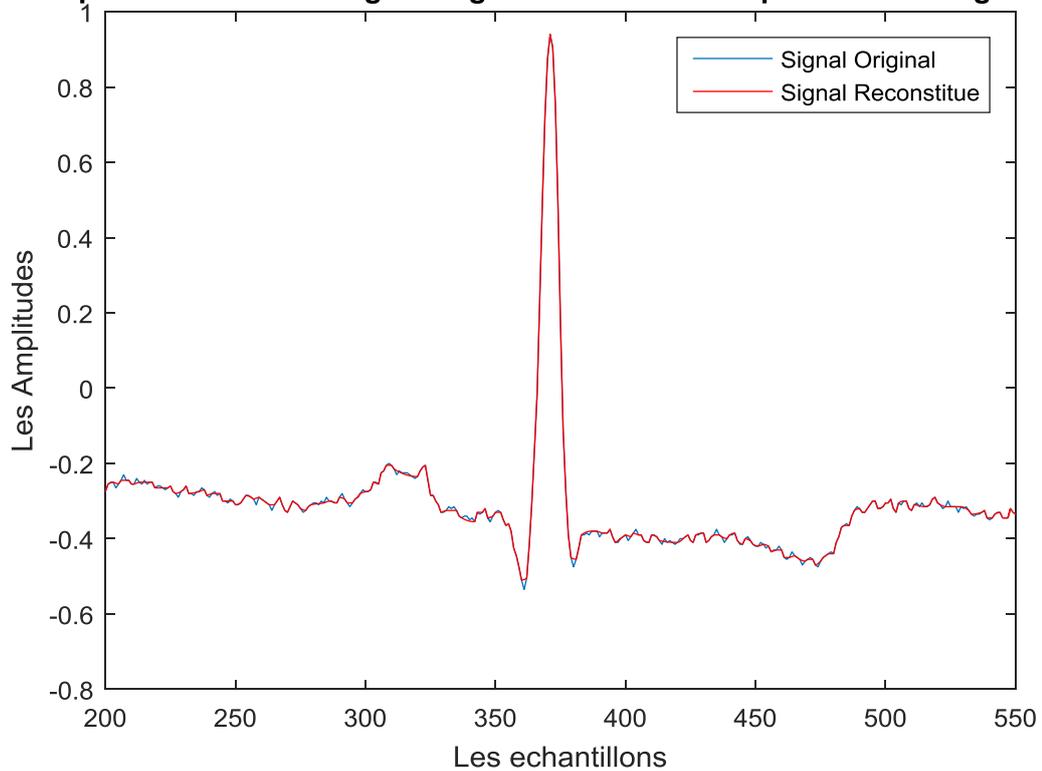
**Figure 4.15** Représentation du  $CR = f(\text{th})$  *gauche* et  $PRD = f(\text{th})$  *droite*.

De la **figure 4.15** de *gauche* représentant «  $CR = f(th)$  » et celle de *droite* représentant «  $PRD = f(th)$  » on remarque que plus le seuil augmente plus le taux de compression CR augmente aussi, de même pour le pourcentage d'erreur.

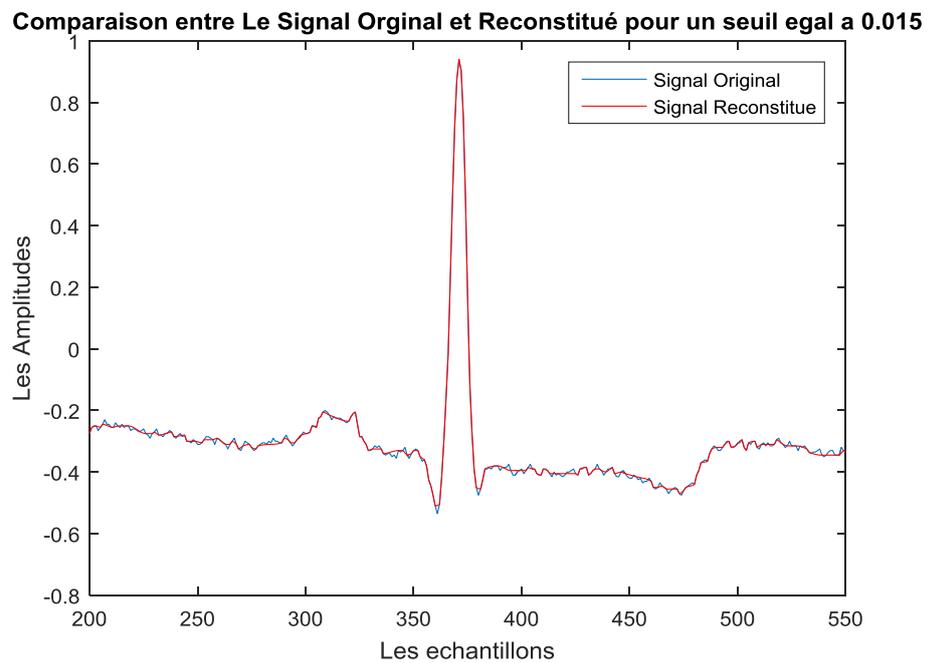
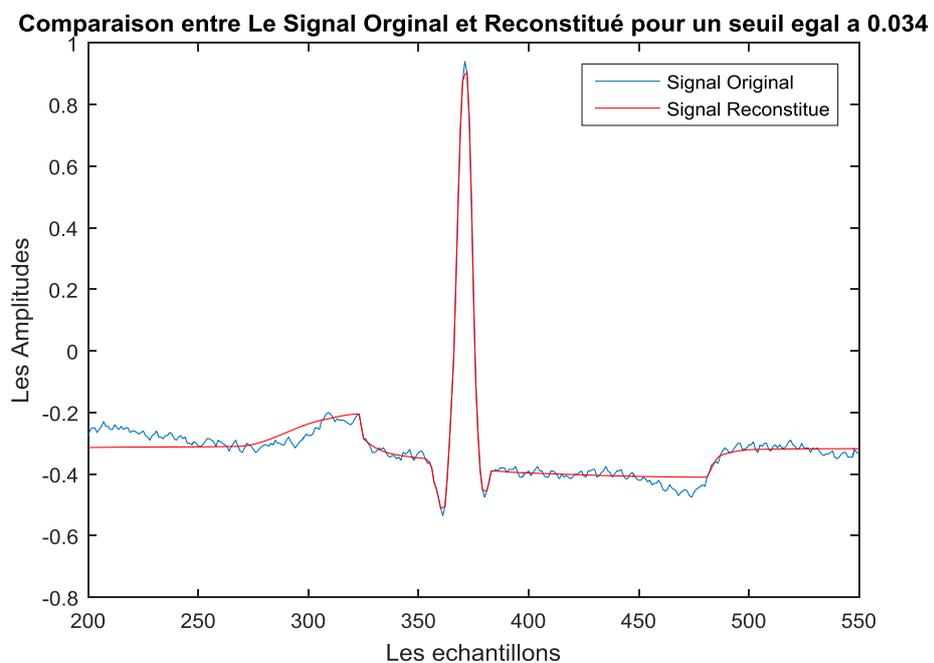
Les **figures 4.16, 4.17, 4.18**, qui suivent représentent l'effet de la variation du seuil ( $th$ ) sur la reconstitution du signal ECG.

1. Seuil = 0.01 :

**Comparaison entre Le Signal Original et Reconstitué pour un seuil egal a 0.01**



**Figure 4.16** Reconstitution du signal ECG pour  $th=0.01$ .

2. Seuil = 0.015 :**Figure 4.17** Reconstitution du signal ECG pour  $th=0.015$ .3. Seuil = 0.034 :**Figure 4.18** Reconstitution du signal ECG pour  $th=0.034$ .

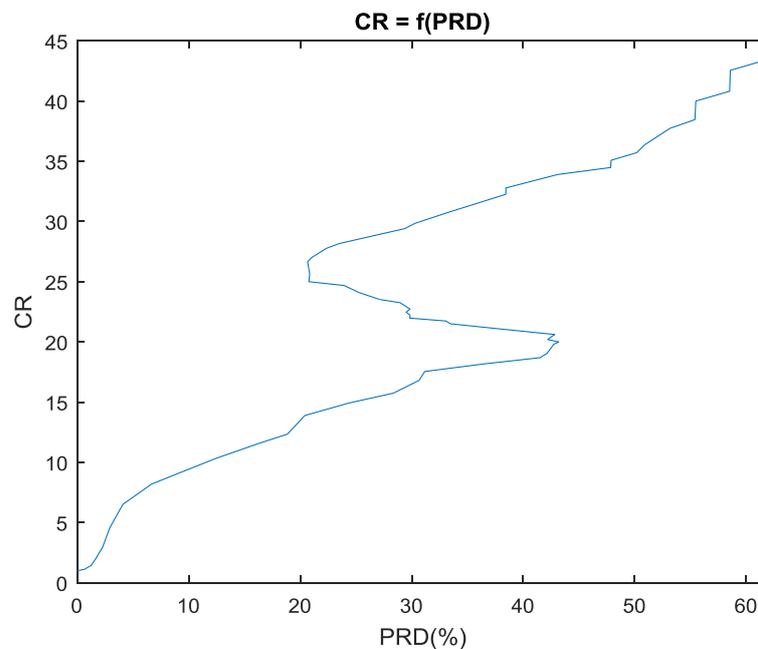
Le **tableau 4.3** représente l'influence du seuil sur la variation des deux critères d'évaluation CR et PRD.

Seuil	CR	PRD (%)
0.01	1.538	1.338
0.015	2.262	1.887
0.034	8.196	6.670

**Tableau 4.3** Valeurs de CR et PRD pour des différents seuils.

Du tableau on remarque que plus le seuil est petit plus l'erreur est petite, hors la compression sera faible ce qui n'est pas en notre faveur. On remarque aussi qu'une faible variation du seuil c'est-à-dire le passage de « 0.01 » à « 0.015 » a amélioré le taux de compression alors que l'erreur PRD n'a pas trop augmenté ce qui est bon comme résultat pour cette valeur de seuil.

On remarque aussi que plus le taux de compression augmente (c'est-à-dire la compression est bonne), plus le pourcentage de puissance d'erreur PRD accroît ce qui peut être mauvais au delà d'un certain interval, nous pouvons voir cette variation dans la **figure 4.13**



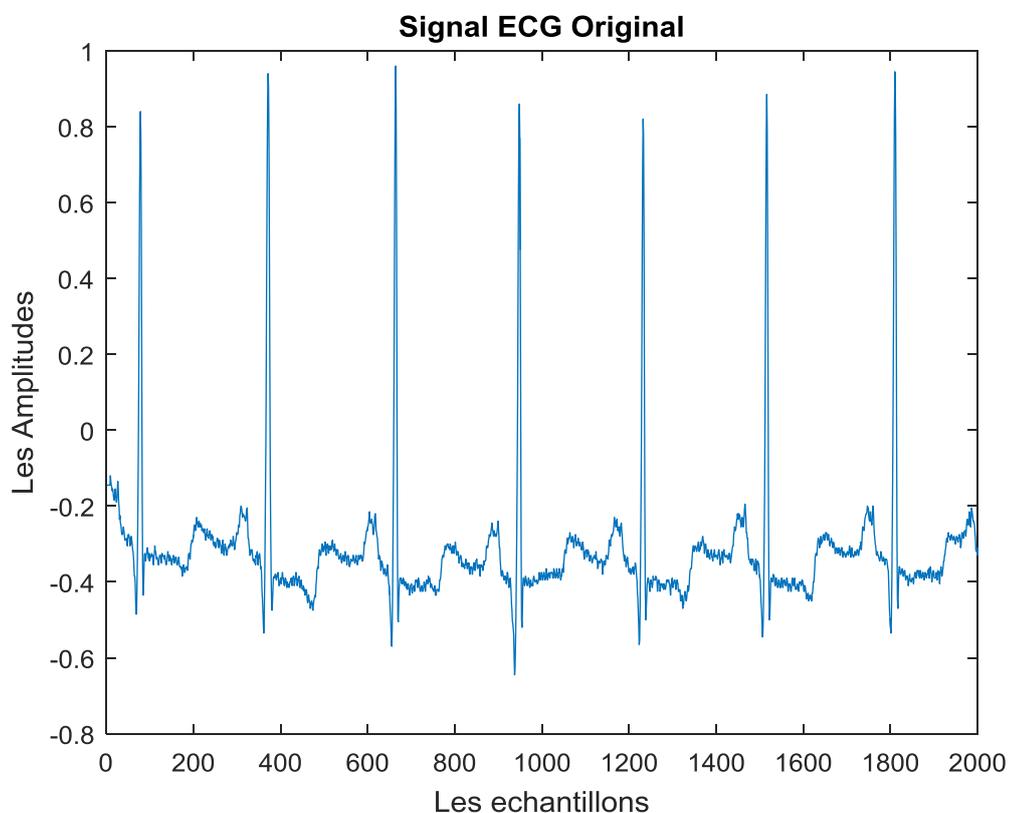
**Figure 4.19** Représentation de la variation du CR en fonction du PRD.

#### IV.3.4. Méthode des Ondelette :

On traite notre signal ECG par cette méthode en respectant l'organigramme de compression par la méthode des Ondelette expliqué dans la **figure 3.7** du **chapitre 3**, ce qui nous donne alors les résultat suivants :

Tracé du signal ECG réel :

La **figure 4.20** représente le tracé d'un signal ECG réel



**Figure 4.20** Représentation d'un Signal ECG réel obtenu à l'aide de la méthode d'Ondelette.

Etape de reconstitution du signal ECG :

Après un seuillage bien définie, dans notre cas on choisira l'un des seuils suivant, puis après compression on obtiendra le signal reconstitué des **figures 4.22, 4.23 , 4.24**.

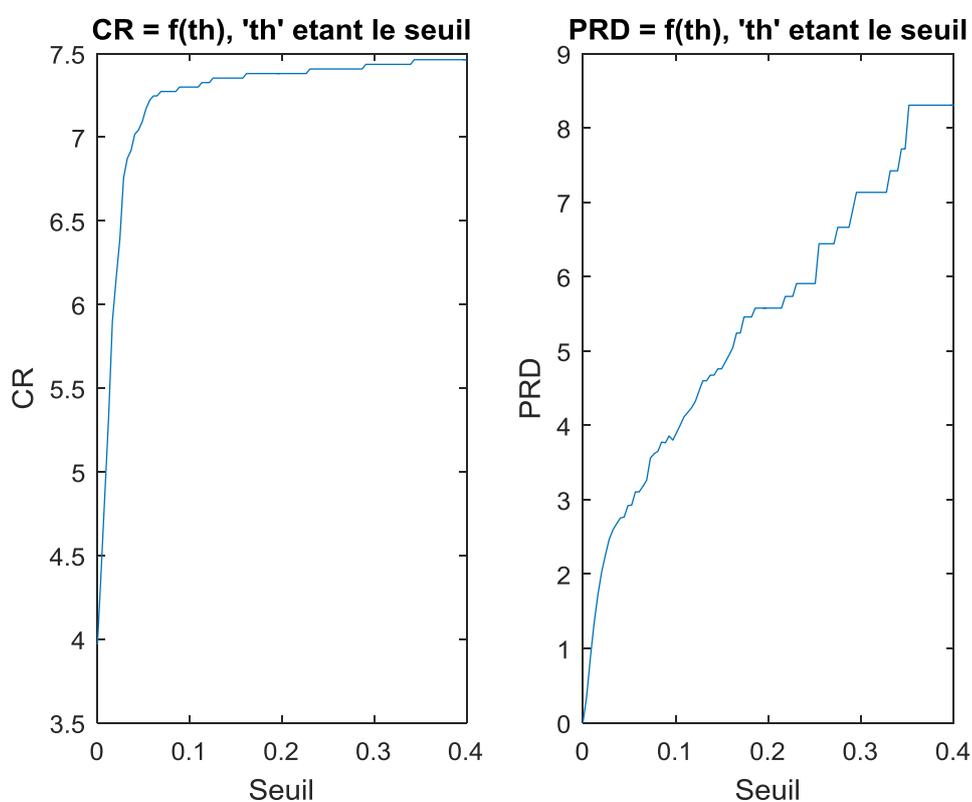
- Seuil = 0.028

- Seuil = 0.2
- Seuil = 0.4

#### Explication du choix du seuil :

Le critère du choix du seuil est fait par rapport aux deux critères d'évaluation (CR, PRD). Nous avons noté l'influence du seuil sur la reconstitution du signal ECG, autrement dit sur le taux de compression, nous avons remarqué que plus le taux de compression est meilleur plus la reconstitution s'approche du signal réel, hors on ne peut avoir un taux de compression élevé sans que la puissance d'erreur ne soit importante.

Pour cela nous avons tracé deux courbes, la première représente la variation du taux de compression en fonction du seuil «  $CR = f(\text{seuil})$  » et la deuxième représente la variation de la puissance d'erreur en fonction du seuil «  $PRD = f(\text{seuil})$  » comme le montre la **figure 4.21**, de là nous avons choisi le seuil de sorte à avoir une meilleur approche au niveau CR et PRD.

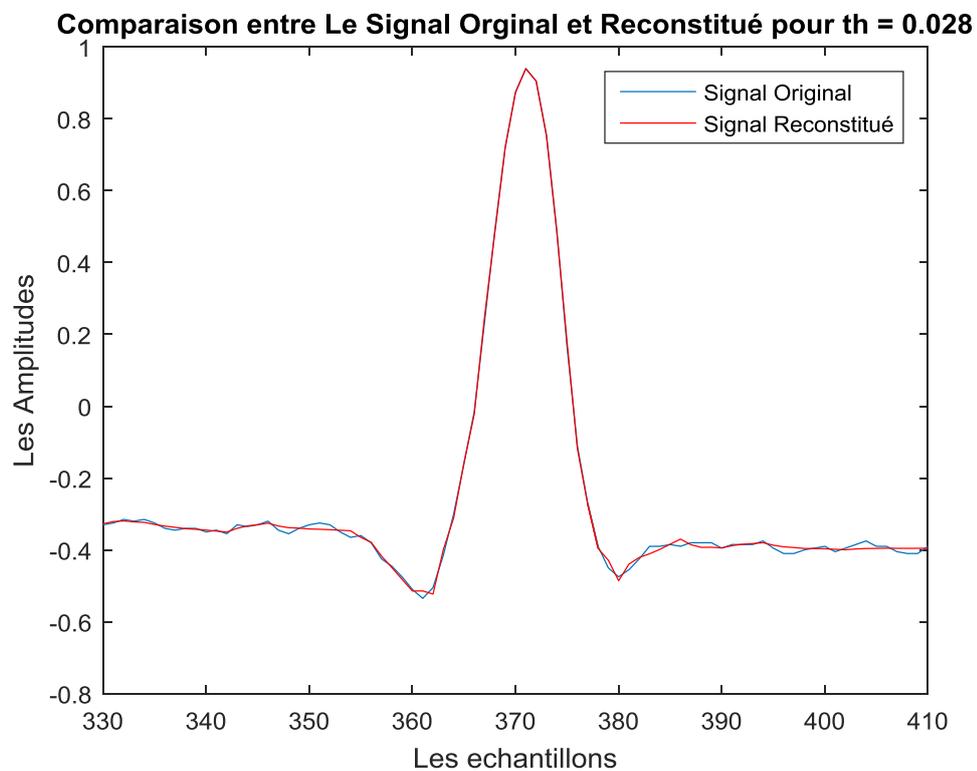


**Figure 4.21** Représentation du  $CR = f(\text{th})$  *gauche* et  $PRD = f(\text{th})$  *droite*.

De la **figure 4.2** de *gauche* représentant «  $CR = f(th)$  » et celle de *droite* représentant «  $PRD = f(th)$  » on remarque que plus le seuil augmente plus le taux de compression CR augmente aussi, de même pour le pourcentage d'erreur.

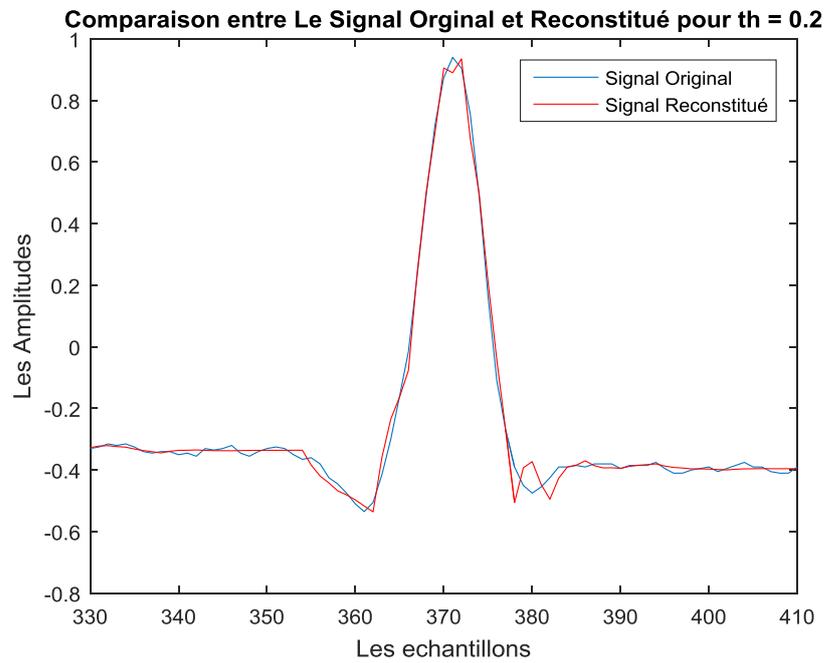
Les **figure 4.22, 4.23, 4.24**, qui suivent représente l'effet de la variation du seuil autrement dit ( $th$ ) sur la reconstitution du signal ECG.

1. Seuil = 0.028 :



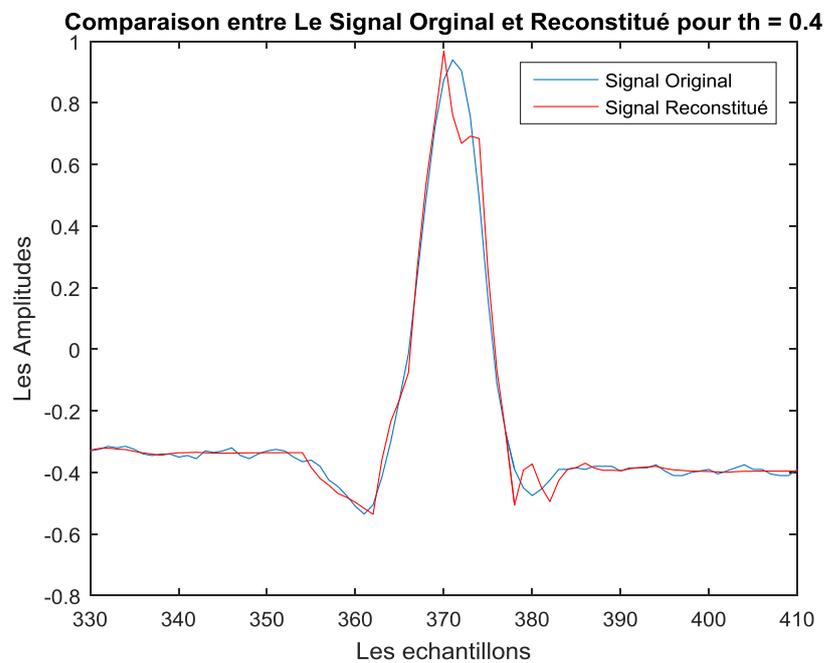
**Figure 4.22** Reconstitution du signal ECG pour  $th=0.028$ .

2. Seuil = 0.2 :



**Figure 4.23** Reconstitution du signal ECG pour th=0.2.

3. Seuil = 0.4 :



**Figure 4.24** Reconstitution du signal ECG pour th=0.4.

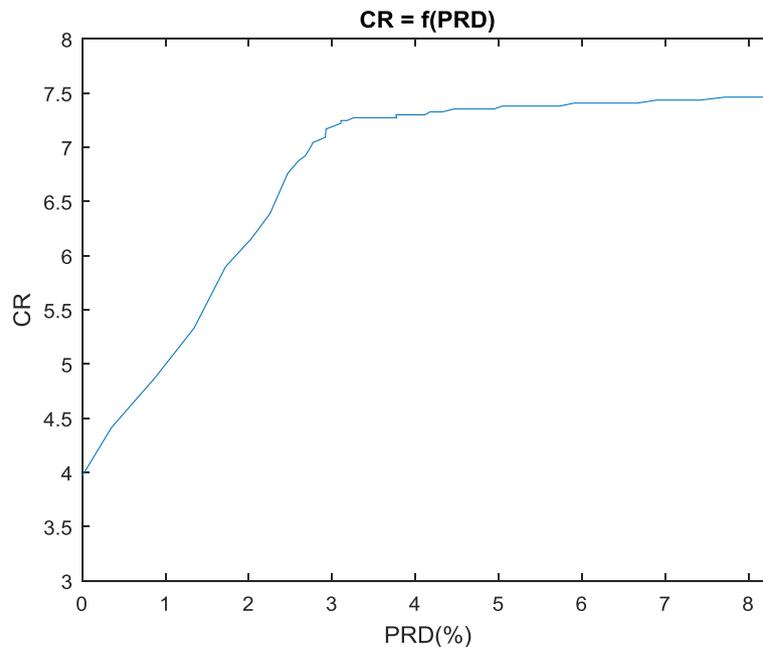
Le **tableau 4.1** représente l'influence du seuil sur la variation des deux critères d'évaluation CR et PRD.

Seuil	CR	PRD (%)
0.028	6.734	2.459
0.2	7.380	5.576
0.4	7.462	8.304

**Tableau 4.4** Valeurs de CR et PRD pour des différents seuils.

Du tableau nous remarquons que le taux de compression est assez élevé, ceci pour une puissance d'erreur acceptable ce qui est bon pour notre application. Nous remarquons aussi qu'une faible variation au niveau du seuil engendre une augmentation de puissance d'erreur remarquable tandis que le taux de compression lui varie peu.

On remarque aussi que plus le taux de compression augmente, plus le pourcentage de puissance d'erreur PRD accroît ce qui peut être mauvais au-delà d'un certain interval, nous pouvons voir cette variation dans la **figure 4.25**

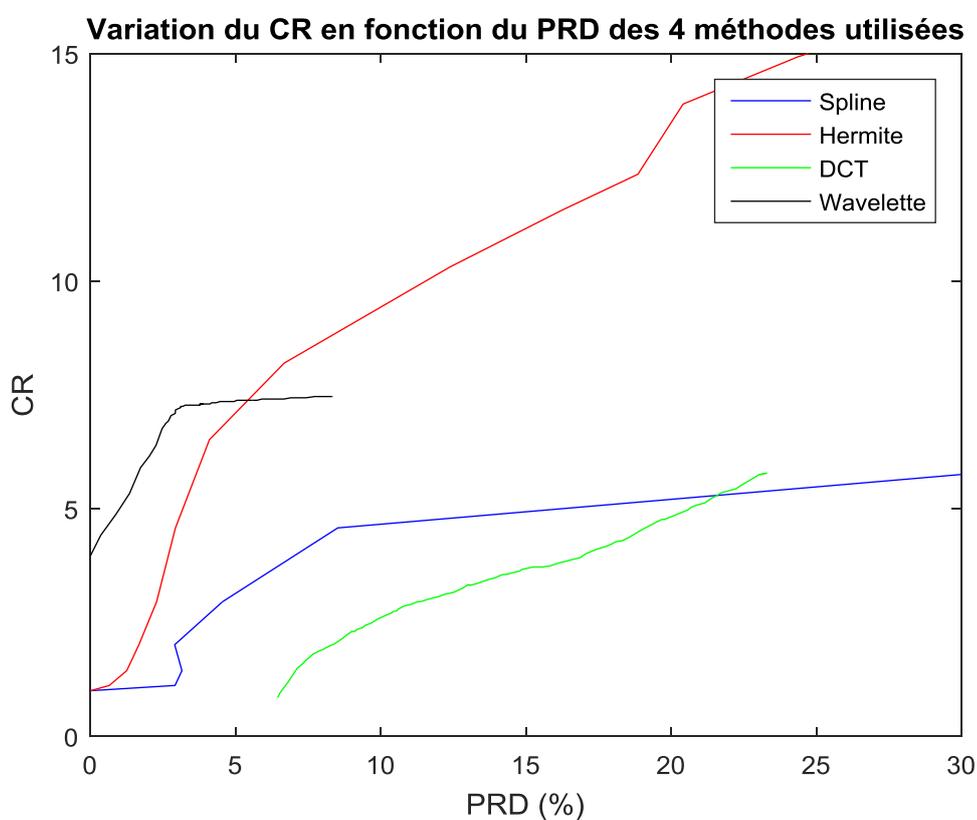


**Figure 4.25** Représentation de la variation du CR en fonction du PRD.

### IV.3.5. Comparaison entre les différentes méthodes :

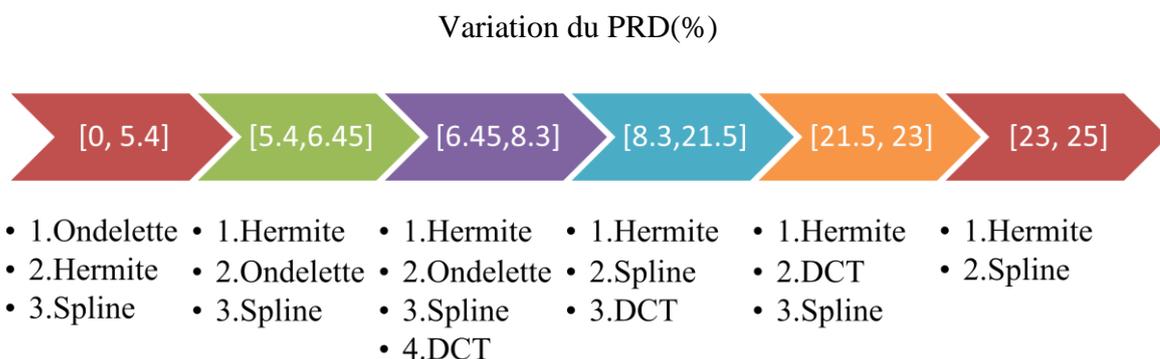
Dans cette partie nous allons comparé à l'aide de graphes et de tableau les quatres méthodes de compressions abordé dans la partie qui précédent, suivie de remarques et d'explications tout en montrant l'avantages et le point fort de chaque methodes.

La **figure 4.26** represente la variation du taux de compression CR en fonction du pourcentage de puissance d'erreur PRD(%), càd  $CR = f(\text{PRD})$  pour les 4 méthodes utilisées.



**Figure 4.26** Variation du CR en fonction du PRD(%) pour les 4 méthodes de compression.

Afin de mieux expliquer le tracé précédent de la **figure 4.26** nous allons nous aider du graphique de la **figure 2.27** munis de quelques explications.



**Figure 4.27** Variation du PRD(%) et classement des 4 méthodes de compression.

Le graphique de la **figure 4.27** représente la variation du PRD (%) pour toutes les méthodes de compressions utilisées, autrement dit nous avons décomposé l’axe « x » de la courbe de la **figure 4.26** en intervalles tout en classant les méthodes selon le meilleur taux de compression, exemple pour l’intervalle [0, 5.4] nous avons remarqué que la technique qui donne le meilleurs taux de compression est celle des « Ondelettes » suivie « d’Hermite » puis « Spline ». Autre exemple, pour l’intervalle [6.45, 8.3] la technique qui donne le meilleurs taux de compression CR est celle « d’Hermite » suivie des « Ondelettes » puis « Spline » puis viens en dernier la « DCT ». De la même manière nous pouvons voir le classement de ces techniques selon le meilleur taux de compression en fonction de la variation de la puissance d’erreur PRD (%).

Le tableau de la **figure 4.28** résume le classement des techniques de compression utilisées selon les critères d’évaluation CR et PRD (%).

Variation du PRD	[0,5.4]	[5.4,6.45]	[6.45,8.3]	[8.3,21.5]	[21.5,23]	[23,25]
Classement des techniques selon le meilleur CR	Ondelette Hermite Spline	Hermite Ondelette Spline	Hermite Ondelette Spline DCT	Hermite Spline DCT	Hermite DCT Spline	Hermite Spline

**Tableau 4.5** Variation du PRD(%) et classement des 4 méthodes de compression.

Du **tableau 4.5** et la **figure 4.27** nous pouvons tirer les remarques suivantes :

- Chaque technique a un intervalle ou son taux de compression est maximal (meilleurs qu'ailleurs) ceci en fonction du PRD(%) exemple pour la technique des Ondelette on voit bien que sur l'intervalle  $[0, 5.4]$  elle donne un meilleur taux de compression comparé aux autres techniques.
- De la **figure 4.26** qui représente la variation du CR en fonction du PRD, nous pouvons trouver la technique qui correspond au mieux à notre domaine d'application, ceci en tenant compte du taux de compression souhaité ainsi que le pourcentage de puissance d'erreur toléré.
- Sur les 4 techniques utilisées, la méthode d'Hermite reste la meilleure à partir de 5% (valeur correspondant au PRD).

#### **IV.4. Discussion :**

Nous avons abordé en premier lieu dans ce qui précède, chacune des méthodes de compression citées séparément, puis nous avons fait une comparaison de ses quatre méthodes de compression à la fois. Ce qui nous a permis de tirer les remarques suivantes :

Plus le taux de compression CR s'élève plus le pourcentage de puissance d'erreur PRD accroît, ce qui veut dire qu'il y'a un compromis entre ses deux critères d'évaluation, autrement dit on ne peut avoir un meilleur taux de compression sans que la PRD ne soit importante ce qui peut être mauvais pour la compression ou carrément sans utilité.

Le seuil influe sur les deux critères d'évaluation (CR et PRD) donc sur la reconstitution du signal ECG, ce que nous avons pu voir à partir des tracés de la variation du  $CR=f(\text{Seuil})$  et  $PRD=f(\text{Seuil})$ , de même ses deux courbes nous permettent de connaître la valeur du seuil à initialiser selon la valeur de CR et PRD que l'on souhaiterait avoir, c'est-à-dire que l'on peut prévoir les valeurs de CR et PRD selon le seuil qu'on choisira.

La comparaison des 4 méthodes à la fois nous a permis de voir que l'on peut classer ses méthodes par intervalle car chaque technique de compression a un intervalle où elle est meilleure qu'une autre, mais de façon générale la méthode d'Hermite reste la meilleure de toutes.

**Conclusion :**

Dans ce dernier chapitre nous avons exposé nos résultats et nous avons analysé les performances des 4 techniques de compression utilisées du signal ECG.

Les résultats des tests effectués montrent la différence qui existe au niveau des performances de ces techniques. Ces performances peuvent être analysées selon trois axes principaux à tenir compte lors des implémentations pratiques :

- Le taux de compression CR.
- Le pourcentage de puissance d’erreur PRD.
- Le seuil choisis qui influe de façon directe sur les deux critères d’évaluation (CR et PRD).

On peut aussi dire que la technique d’Hermite est la meilleur vue quelle accorde un taux de compression plus élevée et un faible pourcentage de puissance d’erreur PRD, donc la qualité du signal reconstitué est meilleur et acceptable pour le cardiologue

## Conclusion générale

Cette étude nous a permis de voir de plus près les principaux problèmes liés au traitement du signal électrocardiographique, qui est un signal aléatoire stationnaire de caractère périodique.

La compression du signal ECG est étudiée dans le cadre de la théorie de l'information et de compression, en effet la compression est l'élimination de redondance, cette dernière peut être due à la non-uniformité de la distribution des échantillons comme elle peut être due à la dépendance statistique entre les échantillons du signal.

Un processus de compression est caractérisé essentiellement par sa complexité de calcul et par ses performances exprimées à l'aide de rapport de compression (CR) et de la qualité du signal reconstruit (représenté par la PRD).

Les méthodes et techniques de compressions sont multiples, nous avons cité quelque unes d'entre elle dans le chapitre 2 puis nous avons choisi quelque unes parmi ces dernières, que nous avons développées dans le chapitre 3 et appliqué dans le chapitre 4 tout en montrant laquelle de ces méthodes est meilleur.

Dans notre travail, nous avons développé quatre techniques à savoir : la transformée discrète en cosinus DCT, la méthode des Splines cubique, la méthode d'interpolation d'Hermite et la transformée par Ondelette. Ces algorithmes sont développés à l'aide du logiciel Matlab et appliqué au signal ECG (mais peuvent aussi être appliqués sur un signal quelconque). En premier lieu nous avons étudié chaque technique séparément puis nous avons comparé les 4 techniques à la fois, tout en se basant sur les différents critères d'évaluation (CR et PRD).

Les résultats montrent que la méthode d'Hermite donne les meilleurs résultats du point de vue taux de compression et pourcentage de puissance d'erreur, de même pour la qualité du signal reconstruit qui est remarquable, nous avons noté aussi que les techniques de compression étudié peuvent être classé par intervalle, c'est-à-dire on peut choisir la technique adéquate selon le taux de compression et le pourcentage d'erreur désiré, ce qui dépend du niveau de tolérance permis.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] « Programme d'intégration de base en soins critiques » Centre hospitalier de l'Université de Montréal.
- [2] Bases de la Cardiologie « <http://campus.cerimes.fr/semiologie-cardiologique/enseignement/cardiologie/site/html/cours.pdf> »
- [3] Mme Paola « MILPIED Discrimination des rythmes cardiaques dans un défibrillateur implantable de type simple chambre par des méthodes d'apprentissage statistique » Thèse de doctorat de l'université Pierre et Marie Curie 2011.
- [4] Zidelmal Zahia « Reconnaissance d'arythmies cardiaques par support vector machines (SVMs)» Thèse de doctorat de l'université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou
- [5] Guenene Majda « Visualisation des battements cardiaques» Thèse d'ingénieur d'état ENP 1996
- [6] « Quantification (signal) » «[https://fr.wikipedia.org/wiki/Quantification\\_\(signal\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Quantification_(signal))).
- [7] MERAZKA.F. « Quantification des paramètres LSF. » Thèse de magistère ENP 1997.
- [8] OULMANE Ali, KHERRAB Belkacem « Compression du Signal Electrocardiographique » Thèse d'ingénieur d'état ENP 2007
- [9] E.ZEYBEK «Compression multimodale d'un signal et de l'image en utilisant un seul codeur» Avril 2011.
- [10] C.TAOUCHE «Implémentation d'un environnement parallèle pour la compression d'images à l'aide des Fractales» Thèse magistère 2005.
- [11] « Cours/TD 5 Codage Shannon. Codage arithmétique : Elias », par « A.B. Dragut » Maître de conférences à l'Université Aix-Marseille, Chercheur au LIF (UMR CNRS 6166) Membre de l'équipe BDAA. Laboratoire d'informatique fondamentale de Marseille.
- [12] « Algorithmes et techniques de compression » 2000-PAS-32. Alexandru Isar. Andrei Cubițchi. Miranda Naforniță. *Editura ORIZONTURI POLITEHNICE, 2002.*
- [13] Fabien Gargne. « Codage, compression et cryptologie. » Université de Nice-Sophia Antipolis 2005.

- [14] « Tables d'association symétrique et compression LZW », Université Paris 7. Année 2008-2009.
- [15] L.RAHMOUNE K.HAFFACI « compression d'un signal : application en biomédical au signal électrocardiographique ». Thèse d'ingénieur d'état ENP 2011.
- [16] Chérif TAOUCHE « Implémentation d'un Environnement Parallèle pour la Compression d'Images à l'aide des Fractales ». Mémoire présenté pour l'obtention du diplôme de Magister en Informatique Option: Information & Computation UMC 2005.
- [17] PAUL HEMAR « Rapport d'image numérique» Université de la rochelle 2003-2004.
- [18] G. BAUDOIN et J.-F. BERCHER « TRANSFORMÉE DE FOURIER DISCRÈTE » École Supérieure d'Ingénieurs en Électrotechnique et Électronique 2001.
- [19] G. Noredine « Compression du électrocardiographique » thèse d'ingénieur d'état ENP 2012.
- [20] K. Ranjeet, A. Kumar, and R.K. Pandey « ECG Signal Compression Using Different Techniques » Indian Institute of Information Technology Design and Manufacturing 2015.
- [21] BENCHIKH Salam «Transformées orthogonales de l'analyse spectrale pour le filtrage et la compression des images» école polytechnique de Montréal. Mémoire présenté pour l'obtention du diplôme de maitrise des sciences appliquées Avril 2011.
- [22] F.Davoine, J.-M. Chassery, « IFS et applications en traitement d'images", chapitre du livre "Lois d'échelle, fractales et ondelettes » (P.Abri, P. Gonçalvès,), Hermes Science Publications 2002.
- [23] B.Necereddine. Compression du Signal Electrocardiographique, thèse de magister ENP 1999.
- [24] Daniel TCHIOTSOP« Modélisation polynomiales des signaux ECG. Application à la compression » THÈSE Présentée pour l'obtention du titre de Docteur de l'Institut Polytechnique de Lorraine.
- [25] M EL METOUI « Interpolation par Splines Cubiques» Licence Génie Civil 2013.
- [26] F. N. FRITSCH and R. R. CARLSON, « Montone Piecewise Cubic Interpolation » SIAM J. NUMER. ANAL, Vol 17, No 2, April 1980