

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE L'HYDRAULIQUE

LABORATOIRE DE RECHERCHES DES SCIENCES DE L'EAU- (LRS-EAU)

THESE DE DOCTORAT D'ETAT

Spécialité : Hydraulique

présentée par :

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة —
BIBLIOTHEQUE —
Ecole Nationale Polytechnique

SALAH Boualem

Ingénieur d'état et Magister en hydraulique (E.N.P.)

Sur le thème :

**ETUDE DU REGIME TRANSITOIRE DANS UN
RESEAU D'EAU SOUS PRESSION ENTERRE**

Soutenue publiquement le 11 Septembre 2002 , devant le jury composé de :

M.M :	M. BOUHADF	Professeur	U.S.T.H.B.....	Président.
	A. KETTAB	Professeur	E.N.P.	Directeur de thèse.
	F. MASSOUH	Maître de C.	E.N.S.A.M.- Paris ...	Co-directeur de thèse.
	B. ACHOUR	Maître de C.	U. Biskra	Examinateur.
	L. BENAYADA	Maître de C.	U.S.T.O.	Examinateur.
	B. REMINI	Maître de C.	U.S.D.B.	Examinateur.
	A. DEMMAK	Docteur	D.E.A.H.....	Invité.

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE**

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE L'HYDRAULIQUE

LABORATOIRE DE RECHERCHES DES SCIENCES DE L'EAU- (LRS-EAU)

THESE DE DOCTORAT D'ETAT

Spécialité : Hydraulique

présentée par :

SALAH Boualem

المدسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

Ingénieur d'état et Magister en hydraulique (E.N.P.)

Sur le thème :

**ETUDE DU REGIME TRANSITOIRE DANS UN
RESEAU D'EAU SOUS PRESSION ENTERRE**

Soutenue publiquement le 11 Septembre 2002 , devant le jury composé de :

M.M :	M. BOUHADEF	Professeur	U.S.T.H.B.....	Président.
	A. KETTAB	Professeur	E.N.P.	Directeur de thèse.
	F. MASSOUH	Maître de C.	E.N.S.A.M.- Paris ...	Co-directeur de thèse.
	B. ACHOUR	Maître de C.	U. Biskra	Examineur.
	L. BENAYADA	Maître de C.	U.S.T.O.	Examineur.
	B. REMINI	Maître de C.	U.S.D.B.	Examineur.
	A. DEMMAK	Docteur	D.E.A..H.....	Invité.

REMERCIEMENTS

Je voudrais exprimer ici ma reconnaissance et ma sympathie à mon directeur de thèse monsieur le Professeur A. KETTAB, Directeur du Laboratoire de recherches des sciences de l'eau (LRS-EAU) de l'EN.P. qui a accepté de diriger, de guider mes travaux de thèse, de me soutenir et, m'encourager durant tout mon travail de recherche. Je lui exprime également ma profonde gratitude et, ma reconnaissance particulière pour l'honneur qu'il m'a fait pour mon intégration dans l'équipe de recherche du laboratoire (LRS-EAU).

J'exprime vivement ma profonde gratitude et ma reconnaissance à mon co-Directeur de thèse monsieur MASSOUH F. chef de Laboratoire L.M.F.I de l'E.N.S.A.M.- C.E.R., de Paris de m'avoir accepté dans son équipe de recherche, d'avoir dirigé, guidé mes travaux de thèse, de me soutenir et, m'encourager durant tout mon travail de recherche au Laboratoire.

Je remercie vivement et profondément monsieur le Professeur M. BOUHADEF de l'U.S.T.H.B. pour avoir bien voulu être Président du Jury et de s'intéresser à mon travail.

Je ne sais comment adresser mes vifs et profonds remerciements à :

Monsieur B. ACHOUR, Maître de conférence à l'Université de Biskra, pour s'être également intéressé à mon travail et, pour avoir bien voulu accepter d'être membre de jury.

Monsieur L. BENAYADA, Maître de conférence à l'U.S.T. d'Oran, pour s'être intéressé à mon travail et, pour avoir bien voulu accepter d'être membre de jury.

Monsieur B. REMINI, Maître de conférence à l'Université de Blida, pour s'être également intéressé à mon travail et, pour avoir bien voulu accepter d'être membre de jury.

Par la même occasion, Je tiens à remercier vivement madame M. PORTOLAND, secrétaire du L.M.F.I.-E.N.S.A.M.-C.E.R., de Paris pour sa gentillesse et sa disponibilité à chaque fois où je la sollicite, et toute l'équipe du laboratoire pour leur encouragement.

Mes remerciements vont également à messieurs M. BELHARIZI et B. BENHAMIDA qui n'ont pas cessé de m'encourager dans mon travail.

A tous les collègues qui m'ont aidé de près ou de loin pour que ce travail aboutisse.

الملخص

بعد التحليل المفصل للنظام الانتقالي نهتم بتحديد سرعة إنتشار موجة الضغط في القنوات المحملة والمطمورة هذه الحالة الواقعية لم تأخذ بعين الإعتبار للنظام الإنتقالي . هناك نموذجين رياضيين درسا في إطار عام على التوالي بفرضية تأثير صلابة التربة وسمك الطم فوق القناة . أجريت مقارنة بين هذين النموذجين وإثباتات التجارب ذات قيمة عامة إستخدمت في تطوير بعض أجزاء الأطروحة الواصفة للنظام الانتقالي والتي لم تستطع التحطم في الميدان التطبيقي خاصة ضربات الكبش في الشبكة المطمورة والقوانين الخاصة بتشغيل الحنفيات . الاستكمال الخطي لمنهج الخائص التي تمت بواسطة تحليل الأخطاء المتولدة خلال التطبيق .
المصطلحات الرمزية : ضربات الكبش ، سرعة الموجة ، الانتقالية .

RESUME :

Après une analyse détaillée sur le régime transitoire, on s'intéresse à la détermination de la célérité de propagation de l'onde de pression dans les conduites en charge enterrées. Ce cas réel n'a pas été considéré dans les transitoires. Deux modèles mathématiques ont été développés dans un cadre général, respectivement dans l'hypothèse de l'effet de la raideur du sol et, de l'épaisseur du remblai sur la conduite. Une comparaison avec des constatations expérimentales a été faite pour ces deux modèles. Cette étude originale, d'une validité générale, a servi à développer certaines parties de cette thèse portant sur le régime transitoire, mal maîtrisées dans le domaine pratique, en l'occurrence le coup de bélier dans les réseaux enterrés, et les lois de manœuvre des robinets vannes. L'interpolation linéaire de la méthode des caractéristiques a été étudiée avec une analyse des erreurs engendrées lors de son application.

Mots clés : conduites ; coups de bélier ; célérité d'onde ; transitoires .

ABSTRACT :

After a detailed analysis on the transitory system, we take interest in the propagation celerity determination of the pression wave in the underground load pipes. This real case has not been considered in the transitories. In this case two mathematic models have been developped in a general context respectively in the hypothesis of the effect of the soil stiffness and the ballast thickness on the pipe A comparison with experimental notings has been done for these two models. This original study ,has helped to develop certain parts of this thesis that are not mastered in the practical domain , such as the water-hammer in the underground network and the fonctionning laws of the water sluice . The lineary interpolation of the characteristics method has been studied with an analysis of the mistakes dwing its application.

Key words : pipe , water-hammer , wave celerity, transitories.

SOMMAIRE

	<i>Pages</i>
RESUME DE LA THESE	
INTRODUCTION.	01
CHAPITRE I : ANALYSE DU REGIME TRANSITOIRE	03
1.1. Généralités	03
1.2. Aperçu bibliographique sur le coup de bélier	05
1.3. Méthode d'analyse du régime transitoire dans une conduite en charge.....	06
1.3.1. Equation de continuité	06
1.3.2. Equation de mouvement	08
1.4. Solution généralisée des équations du régime transitoire	14
1.5. Quelques méthodes de solution du régime transitoire.....	16
1.5.1. Méthode des schémas aux différences finies	17
1.5.1.1. Méthode explicite de Lax-Wendroff.....	18
1.5.1.2 Méthode implicite aux différences centrées.....	24
1.5.2. Méthodes des éléments finis.....	25
1.5.3. Comparaison critique.....	26
1.6. Conclusion	27
CHAPITRE II : ETUDE DE LA CELERITE DE PROPAGATION DE L'ONDE	29
2.1. Généralités	29
2.2. Aperçu sur les travaux existants.....	29
2.3. Aperçu bibliographique sur la prise en compte de l'ancrage longitudinal.....	34
2.4. Expression générale de la célérité d'onde	36
2.4.1. Calcul du coefficient de déformabilité « χ »	40
a). Cas général.....	40

b). Expression particulière de la célérité.....	41
2.5. Célérité de propagation de l'onde dans les conduites en polyéthylène.....	43
2.5.1. Généralité.....	43
2.5.2. Méthode de calcul de la célérité	43
2.6. Célérité de propagation de l'onde dans les conduites en béton armé	46
2.6.1 Méthode de l'épaisseur équivalente	46
2.6.2 Critique de la méthode de l'épaisseur équivalente	47
2.7. Célérité de propagation dans les écoulements di-phasiques	48
2.7.1 Célérité de propagation d'onde dans un milieu liquide – solide	49
2.7.2 Célérité de propagation d'onde en mélange liquide – gaz	50
2.8. Conclusion	51

CHAPITRE III : CELERITE DE L'ONDE DE COUP DE BELIER DANS LES CONDUITES ENTERREES

3.1. Introduction	53
3.2. Rappel sur le calcul des cylindres à parois épaisses	54
3.3. Comportement du système conduite – sol	58
3.3.1. Déplacement radial du blindage	60
3.3.2. Déplacement radial de la conduite	60
3.3.3. Modélisation du sol	61
3.3.4. Calcul de la déformabilité	62
3.4. Détermination de la célérité d'onde	63
3.5. Analyse des résultats numériques	65
3.6. Conclusion	67

**CHAPITRE IV : CELERITE DE L'ONDE DE COUP DE BELIER DANS LES
CONDUITES ENTERREES, EFFET DE L'EPAISSEUR DU
REMBLAI.....69**

4.1. Introduction	69
4.2. Etude de la pression extérieure du sol	70
4.2.1. Méthode de calcul du coefficient K	71
4.2.2. Répartition des pressions autour du tuyau	73
4.3. Comportement mécanique d'une conduite enterrée à parois multiples	77
4.3.1. Déplacement radial du blindage	78
4.3.2. Déplacement radial de la conduite	79
4.3.3. Détermination de la pression interfaciale	80
4.3.4. Calcul de la déformabilité	80
4.4. Détermination de la célérité de propagation	80
4.5. Analyse des résultats numériques	81
4.6. Conclusion	85

**CHAPITRE V : CHEMINEMENT DES ONDES DE COUP DE BELIER DANS LE
RESEAU RAMIFIE88**

5.1. Généralité	88
5.2. Présentation des ondes de coups de bélier aux points de singularité	89
5.2.1. Présentation de l'onde à un bout fermé d'une conduite	89
5.2.2. Présentation de l'onde à un bout ouvert de la conduite	89
5.2.3. Présentation de l'onde à une jonction de deux tronçons	89
5.2.4. Présentation de l'onde à un point de ramification	95
5.2.5. Interprétation récapitulative	98
5.3. Conclusion	98

CHAPITRE VI : PERTE DE CHARGE EN REGIME TRANSITOIRE.	100
6.1. Généralités	100
6.2. Premier cas de variation de la vitesse	100
6.3. Deuxième cas de variation de la vitesse	102
6.3.1. Variation de la vitesse suivant la forme : $x = \delta \cdot v_x^2$	102
6.3.2. Variation de la vitesse suivant la forme : $x = \delta \cdot \sqrt{v}$	104
6.4. Application de la relation des pertes d'énergie	105
6.5. Influence de la perte de charge et de l'élasticité de la conduite sur la pression dynamique	109
6.6. Influence de la perte d'énergie, en variation parabolique, sur le coup de bélier	114
6.7. Conclusion	115
CHAPITRE VII : COUPS DE BELIER DANS UN RESEAU RAMIFIE ENTERRE, DIVERGENT DE RANG « 2 »	117
7.1. Introduction	117
7.2. Mise en équations	119
7.3. Données numériques et résultats	123
7.4. Conclusion	127
CHAPITRE VIII : INTERPOLATION DE LA METHODE DES CARACTERISTIQUES ET ANALYSE D'ERREURS	129
8.1. Introduction	129
8.2. Différents schémas numériques issus de la méthode des caractéristiques	131
8.2.1. Schémas avec interpolation spatiale	131
8.2.1.1. La méthode d'Hartree	131
8.2.1.2. La méthode de Price et Vardy	132
8.2.1.3. La méthode de Streeter	132

8.2.2. Schémas avec interpolation temporelle	133
8.2.2.1. Schéma à un pas de temps.....	133
8.2.2.2. Schéma avec remontée dans le temps.....	133
8.3. Equations de base	135
8.4. Interpolation numérique.....	137
8.5. Amortissement numérique	146
8.5.1. Amortissement temporel et spatial.....	150
8.6. La dispersion numérique	151
8.7. Méthode proposée d'analyse du phénomène	156
8.7.1. Interpolation temporelle	156
8.7.2. Interpolation spatiale	162
8.7.3. Détermination de l'erreur due à l'interpolation temporelle ..	162
8.8. Conclusion.....	164

**CHAPITRE IX : LOI DE MANŒUVRE D'UN ROBINET-VANNE :CAS DES
CONDUITES ENTERREES.....165**

9.1. Introduction	165
9.2. Détermination des vitesses v_{Li} en phase d'ouverture d'un robinet-vanne	166
9.2.1. Exemple numérique et résultats.....	172
9.2.2. Analyse du coefficient μ	174
9.3. Coup de bélier imposé pour une fermeture du robinet-vanne.....	177
9.3.1. Exemple numérique et analyse des résultats.....	181
9.4. Procédé général de détermination d'une loi de manœuvre.....	183
9.4.1. Introduction.....	183
9.4.2. Exemple de calcul	184
a.) Caractéristiques du robinet-vanne utilisé.....	184
b.) Caractéristiques des conduites utilisées.....	185
c.) Détermination des vitesses v_{Li} en phase de fermeture.....	185

d.) Première application : conduite en acier.....	186
- Conduite en acier libre.....	186
- Conduite en acier enterrée.....	187
e.) Deuxième application : conduite en P.V.C.....	189
-Conduite en P.V.C. libre.....	189
- Conduite en P.V.C. enterrée.....	190
9.5. Conclusion.....	193
CONCLUSION GENERALE	196
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	198

RESUME DE LA THESE

Les travaux de recherche ont été menés de 1996 à 2000 dans le laboratoire de mécanique des fluides de l' Ecole Nationale Supérieure des arts et métiers, C.E.R.,E.N.S.A.M. de Paris, en collaboration avec l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger.

Le contenu de la présente thèse comprend un ensemble de travaux concernant l'étude du régime transitoire dans les conduites en charge libres et enterrées. Des contributions à l'étude, et des recherches plus poussées, ont été apportées à différents chapitres traitant le régime transitoire, dans un sens plus élargi. Les travaux de recherche, aboutissant à des résultats originaux, et comparés à des constatations expérimentales, ont servi à développer certaines parties de cette thèse mal maîtrisées dans le domaine pratique, en l'occurrence le coup de bélier dans les réseaux enterrés, et les lois de manœuvre des robinets vannes.

□ **Premier chapitre** : En plus des généralités sur l'analyse du régime transitoire, le premier chapitre traite de l'analyse bibliographique sur le coup de bélier, et la méthode d'analyse du régime transitoire dans une conduite en charge à parois déformables. En partant des équations de continuité et de mouvement, la formulation des équations du régime transitoire a été présentée dans un cadre général. Ce chapitre a été complété par la présentation d'autres méthodes de solution du régime transitoire, à titre descriptif.

□ **Deuxième chapitre** : Le deuxième chapitre présente un aperçu bibliographique détaillé sur les travaux antérieurs qui ont été faits sur l'étude de la célérité de propagation d'onde. A travers ces travaux, il a été examiné les différents points de vue des auteurs sur la prise en compte ou non de l'ancrage de la conduite, le coefficient de la déformabilité, et par conséquent la détermination de la célérité de propagation de l'onde. Le cas de la détermination de la célérité de propagation d'onde dans les conduites de différents matériaux, et des écoulements di-phasiques, a été également examiné. Pour plus

d'éclaircissement, un tableau comparatif des formules donnant la célérité de propagation d'onde selon chaque auteur, a été présenté.

□ **Troisième chapitre :** En s'inspirant sur le deuxième chapitre, le troisième chapitre propose un nouveau raisonnement, permettant la détermination de la déformabilité de la conduite enterrée sous l'effet du sol et, par conséquent déduire la célérité de propagation de l'onde due au régime transitoire dans cette conduite enterrée, qui est le cas réel . Il a été considéré le cas des conduites en charge métalliques, en P.V.C., et composites, avec des rapports diamètre/épaisseur commercialisés, et à écoulement monophasique. L'effet de la raideur du sol sur la conduite enterrée a été considéré, par hypothèse, pour le calcul de la célérité de propagation de l'onde. Cette étude a montré l'augmentation de la célérité dans les conduites enterrées, par rapport aux conduites libres. Les résultats théoriques ont été comparés aux résultats expérimentaux obtenus d'après des constatations pratiques. Comparativement aux travaux menés par JAEGER , HALLIWELL, et d'autres auteurs, cette étude a tenu compte des différents coefficients de Poisson liés aux matériaux formant la canalisation et celui du sol (rocher) entourant la canalisation. La relation originale, d'une validité générale , mise au point donnant la célérité de propagation dans les conduites enterrées aboutit, après simplification, à celle donnée par les travaux antérieurs des auteurs.

□ **Quatrième chapitre :** Le quatrième chapitre traite toujours sur la détermination de la déformabilité de la conduite et par conséquent la déduction de la célérité de propagation de l'onde dans les conduites enterrées, en cas d'un régime transitoire engendré. L'étude a été faite avec les mêmes conditions que dans le troisième chapitre, néanmoins cette fois-ci il a été considéré l'effet de l'épaisseur du remblai sur la conduite, par hypothèse. Celle-ci est supposée soumise à différentes hauteurs du remblai au dessus de sa génératrice supérieure, recommandées en pratique. L'exemple s'est porté également sur le cas des conduites métalliques, en P.V.C. et composites, avec des rapports diamètre /

épaisseur commercialisés. L'étude a été illustrée par des courbes montrant ainsi l'augmentation de la célérité de propagation par rapport à celle des conduites supposées libres. Ces courbes ont été également comparées à celles obtenues d'après les mêmes constatations pratiques, présentées au chapitre III pour le cas de la raideur du sol.

□ **Cinquième chapitre** : Le cinquième chapitre développe un raisonnement sur le cheminement et la présentation des ondes aux nœuds de ramification. Dans ce chapitre, il a été déduit des coefficients de réflexion et de transmission des ondes de coups de bélier en fonction des caractéristiques de la canalisation. La considération de ces coefficients contribue à la détermination de la perte de charge engendrée par le régime transitoire qui sera traitée dans le chapitre suivant.

□ **Sixième chapitre** : Couramment dans l'analyse du régime transitoire, on utilise la relation donnant la perte de charge en régime permanent. Dans ce cas la variation de la vitesse en fonction de la longueur de la conduite a été négligée comparativement à celle par rapport au temps. Le sixième chapitre traite de la détermination de la perte de charge en régime transitoire, en supposant les différents cas de variation de la vitesse d'écoulement le long de la conduite. Afin de montrer l'influence de la variation de la vitesse, une comparaison graphique est présentée. A travers cette étude, il a été déduit un coefficient représentant le rapport entre la perte de charge engendrée, à chaque variation de vitesse supposée, et le coup de bélier occasionné dans la conduite.

□ **Septième chapitre** : Afin de montrer l'importance et l'utilité des résultats obtenus dans le chapitre III, et l'effet de la valeur majorante du coup de bélier, le septième chapitre traite le cas d'un réseau en refoulement, faiblement ramifié de rang « 2 ». Les équations aux caractéristiques, obtenues dans le chapitre I, après leur transformation, ont servi de base pour le calcul informatique. Il a été déterminé la variation dans le temps des charges nodale et celle juste à la sortie de la pompe. Pour montrer l'effet de l'influence du remblai du sol, et la nature

du matériau de la conduite sur le coup de bélier engendré, on a considéré le P.V.C. et l'acier. A titre de comparaison, le raisonnement s'est porté sur le cas des conduites libres et enterrées dans un sol de caractéristiques connues. Dans la pratique, l'étude est d'une grande utilité, vu que le régime transitoire est mal maîtrisé notamment quand les réseaux sont enterrés. Cette étude servira de base pour le dimensionnement adéquat des anti-béliers pour la protection des réseaux enterrés dans un sol de n'importe quelle nature.

□ **Huitième chapitre** : Après une étude bibliographique, le huitième chapitre traite sur la méthode des caractéristiques et ses interpolations linéaires spatiale et temporelle entre deux nœuds de calcul. Depuis le premier calcul de HARTREE au milieu du siècle, différents schémas ont été proposés. Des améliorations ont été apportées et des comparaisons ont été faites avec des modèles numériques ou analytiques. Toutefois, qu'ils soient explicites ou implicites, tous les schémas utilisant la méthode des caractéristiques, font appel à des interpolations spatiale ou temporelle. Ces interpolations sont source d'une dissipation qui peut parfois altérer sérieusement les résultats. Dans cette partie, on s'est également intéressé au calcul de l'erreur d'interpolation linéaire en fonction du nombre de pas de remontée dans le temps et dans l'espace, et son amortissement, dans le but de la quantifier, par proposition d'une autre analyse.

□ **Neuvième chapitre** : La loi de manœuvre d'un robinet-vanne placé au niveau d'une conduite a été toujours étudiée dans l'hypothèse d'une conduite libre (non enterrée). Le neuvième chapitre traite sur la détermination d'un procédé de détermination d'une loi de manœuvre d'un robinet -vanne placé à l'extrémité aval d'une conduite en charge, enterrée, à écoulement gravitaire. En s'inspirant des résultats obtenus au chapitre III, et les équations aux caractéristiques du régime transitoire, déduites dans le chapitre I, l'étude consiste à déterminer la courbe caractéristique du robinet - vanne ou sa loi de manœuvre, pour un coup de bélier imposé. Le cas des conduites en acier et en P.V.C. enterrées, a été examiné et comparé à celui des conduites libres de même

nature. Afin de montrer l'effet du sol dans cette étude, qui est le cas réel, un exemple numérique a été considéré. Ce procédé d'étude, d'un intérêt important, permet à l'ingénieur gestionnaire et de conception, de dimensionner et de protéger d'une façon adéquate le réseau enterré contre le phénomène transitoire. Le choix d'un robinet – vanne et plus précisément sa loi de manœuvre, proposé au constructeur, sera étudié en fonction de la nature du sol, et du coup de bélier imposé à l'installation.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION

Les dégâts et les conséquences que causent les transitoires engendrés dans un réseau, mettent souvent l'ingénieur dans le centre des problèmes de dimensionnement, notamment quand les conduites sont enterrées. Néanmoins, à l'étape actuelle, les transitoires ont été toujours considérés et étudiés en supposant les conduites libres (non enterrées). La détermination et la maîtrise de la propagation des ondes, à la suite des données de base réelles, d'un intérêt pratique recommandé, contribuent à la bonne protection des éléments du réseau.

Dans l'analyse des transitoires engendrés dans les tuyauteries en charge, le but communément recherché est le contrôle de la propagation des ondes de pression. Dans cette thèse, les travaux sur les transitoires seront d'abord abordés en première étape, par une analyse détaillée à partir des équations de quantité de masse et de mouvement. On aboutit ainsi à une relation décrivant en général le mouvement transitoire dans une conduite à section graduellement variable. Par la suite, une simplification est faite pour le cas d'une conduite à section constante, qui est le cas courant. Toujours dans cette première analyse, le paramètre désignant la célérité de propagation de l'onde, sera considéré habituellement pour le cas des conduites libres (non enterrées) ; par la suite, un raisonnement sur ce même paramètre sera développé pour le cas réel (enterré).

Si l'étude des écoulements transitoires, dans les conduites en charge, a fait l'objet de très nombreux travaux, assez peu d'entre eux ont été consacrés à la détermination de la célérité de propagation de l'onde dans les conduites enterrées. Ce dernier cas sera repris, dans cette thèse, en examinant en détail les hypothèses simplificatrices émises dans les travaux antérieurs dans ce domaine, et en le comparant à des constatations pratiques. Une contribution sera apportée à l'étude du cheminement des ondes aux nœuds de ramification des conduites.

La relation de Darcy Weisbach donnant la perte de charge en régime permanent, appliquée habituellement au régime transitoire, sera étudiée en

supposant les différentes formes de variation de vitesse le long de la longueur de la conduite. En tenant compte de l'effet du sol sur l'augmentation de la célérité de propagation d'onde, une étude sera faite, par application de la méthode des caractéristiques, sur la variation de la charge nodale, et des débits y correspondant, pour le cas d'un réseau ramifié de rang « 2 », libre et enterré.

Une étude d'un intérêt fondamental est consacrée à la méthode des caractéristiques pour son application : Il s'agit du calcul des erreurs qu'engendre cette méthode durant son utilisation, et ses interpolations linéaires temporelle et spatiale, à la base des différents schémas considérés.

A travers la littérature, le coup de bélier est tributaire de la loi de manœuvre d'un robinet -vanne placé au niveau d'une conduite en charge qui a été toujours supposée non enterrée. En tenant compte du concept du coup de bélier imposé, un principe de détermination de la loi de manœuvre d'un robinet vanne sera proposé pour le cas des conduites enterrées. Ce cas réel, pratiquement rencontré, sera comparé à celui des conduites non enterrées.

CHAPITRE I :
ANALYSE DU REGIME TRANSITOIRE

CHAPITRE I :

ANALYSE DU REGIME TRANSITOIRE

1.1.GENERALITES :

Les transitoires du coup de bélier qui apparaissent dans les systèmes de tuyauterie sont provoqués par la nature évolutive des conditions de fonctionnement. Ainsi l'opération de régulation de l'écoulement du fluide dans les conduites par l'intermédiaire d'une valve de contrôle crée des perturbations de pression qui se propagent dans tout le système. Les transitoires peuvent apparaître également suite à un accident ou à des aléas se produisant dans les organes reliés à la tuyauterie.

Etant caractérisés par un changement de paramètres hydrauliques, dans le temps et dans l'espace, les transitoires peuvent se manifester soit dans un canal à ciel ouvert, soit dans une conduite à écoulement en charge, par accroissement ou décroissement du débit. Les transitoires (coups de bélier) dans les réseaux hydrauliques sont source de nombreux problèmes de dysfonctionnement et peuvent conduire à des dégâts considérables sur les conduites et les éléments du réseau.

Dans l'analyse des transitoires du coup de bélier dans les tuyauteries, le but communément recherché est le contrôle des ondes de pression pour protéger les éléments des lignes contre les surpressions et les dépressions qui apparaissent. En réalité le domaine d'application de l'instationnaire est très large et varié, on peut citer :

- La station de pompage hydroélectrique
- Le système d'alimentation dans les propulseurs
- Les réseaux sanguins
- Les réseaux d'alimentation en eau, à la suite des manœuvres d'organes
- Lignes de transmission de gaz et de pétrole
- L'acoustique

- Le système de contrôle hydraulique
- Ou toute autre application de transmission d'énergie ou d'information à travers un fluide.

Pour l'approche mathématique du problème régissant le phénomène transitoire, on peut avoir deux formes :

a) Si le paramètre modificateur engendre une variation lente du débit et de pression dans la conduite, on admet que la loi d'évolution de l'écoulement est donnée d'une façon approchée par l'équation régissant les mouvements non permanents. Cette approche suppose un fluide incompressible et une conduite indéformable. Le débit, la vitesse et les accélérations sont identiques en un instant donné en tout point de la conduite : c'est le mouvement dit en masse.

b) Si le paramètre modificateur engendre une variation rapide provoquant un gradient de débit ou de pression important, la déformation de l'enveloppe de la conduite et la compressibilité de l'eau sont à considérer nécessairement.

Ces variations rapides (débit, pression) n'étant plus constantes en un instant « t », se présentent et se propagent sous forme d'ondes (on dit qu'il se produit un coup de bélier) : on a donc affaire à un mouvement dit d'ondes. C'est l'optique de notre étude pour le présent travail.

Les deux formes d'approche mathématique sus – citées nécessitent comme bases communes :

- L'équation de continuité.
- L'équation de mouvement

Pour cette étude, on fait abstraction de la première approche où la compressibilité de l'eau et la déformation de la conduite sont négligées; et on s'intéresse énormément à la seconde approche : c'est à dire, le mouvement d'onde créant le coup de bélier.

1.2. APERCU BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE COUP DE BELIER :

Très tôt, de nombreux chercheurs se sont intéressés aux problèmes instationnaires liés aux écoulements, ainsi qu'aux problèmes de propagation d'ondes. La compréhension du phénomène s'améliore, jusqu'à ce que au début du siècle, **MANABREA** (1858) [1], **JOUKOWSKI** (1898)[2], puis **ALLIEVI** (1903) [3], ont étudié les phénomènes du coup de bélier relevés dans les installations de pompage. Plus tard, **ALLIEVI** (1921) [4], et **QUIK** (1927) [5], ont publié des abaques permettant de déterminer les surpressions produites dans une conduite par la fermeture d'un clapet. Leurs travaux ont permis par la suite à **ANGUS** (1935,1938) [6,7] et **SCH. BERGERON** (1950) [8] de mettre au point une méthode de résolution graphique. L'avènement du calcul numérique vers la moitié de ce siècle a déroulé des perspectives nouvelles. Une procédure numérique s'appuyant sur la méthode des caractéristiques a été élaborée par les contributions de **PARMAKIAN** (1963) [9], de **WYLIE** et **STREETER** (1967) [10] et (1993) [11].

Ainsi **CARON** (1986) [12] a établi un modèle numérique en étudiant le diagnostic du coup de bélier sous l'effet des pertes de charge dues au clapet.

Cette procédure n'a cessé d'être élargie et consolidée pour rendre compte des divers phénomènes qui accompagnent le passage des ondes de coups de bélier dans les tuyauteries. Une étude du coup de bélier vise donc à déterminer si la pression dans l'ensemble d'un système est à l'intérieur des limites prescrites, suite à une perturbation de l'écoulement.

Cependant, le calcul du coup de bélier a pour rôle de vérifier la tenue des conduites de caractéristiques choisies. Néanmoins, il n'existe pas de méthode directe permettant le dimensionnement des conduites tout en tenant compte du coup de bélier. En effet, certains choix judicieux, à l'étape de dimensionnement préliminaire, peuvent minimiser l'étendue d'un éventuel problème de coup de bélier et donc réduire le coût d'un système anti – bélier. La théorie du coup de bélier considère, jusqu'à maintenant, que la poussée extérieure sur la conduite

est nulle. Or, en réalité, ce n'est pas toujours le cas pratiquement, vu que les réseaux d'eau sont enterrés et où le régime transitoire est très fréquent. Le comportement mécanique du sol agira certainement sur la déformabilité de l'enveloppe de la conduite et par conséquent la modification de la célérité d'onde de coup de bélier. Ce point sera examiné en détail dans un autre chapitre.

1.3. METHODE D'ANALYSE DU REGIME TRANSITOIRE DANS UNE CONDUITE EN CHARGE : [10],[11],[13],[14],[15],et[16].

1.3.1. Equation de continuité :

L'équation de continuité donne :

$$\frac{\partial \rho Q}{\partial x} + \frac{\partial \rho S}{\partial t} = 0 \quad (1.1)$$

en posant : $Q = v.S$ et $\rho.S = \Omega$

l'expression (1.1) devient :

$$\frac{\partial v \Omega}{\partial x} + \frac{\partial \Omega}{\partial t} = 0 \quad (1.2)$$

en dérivant, on obtient :

$$\Omega \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial \Omega}{\partial x} + \frac{\partial \Omega}{\partial t} = 0 \quad (1.3)$$

$$\rho.S. \frac{\partial v}{\partial x} + v. \frac{\partial \rho S}{\partial x} + \frac{\partial \rho S}{\partial t} = 0 \quad (1.4)$$

la relation (1.4) devient alors :

$$\rho S. \frac{\partial v}{\partial x} + v.S. \frac{\partial \rho}{\partial x} + v.\rho. \frac{\partial S}{\partial x} + S. \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho. \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \quad (1.5)$$

en simplifiant par ρS , on obtient :

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{v}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{v}{S} \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\rho} \left(\frac{v}{\partial x} + \frac{1}{\partial t} \right) + \frac{\partial S}{S} \left(\frac{v}{\partial x} + \frac{1}{\partial t} \right) = 0 \quad (1.7)$$

ou bien :

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \left(\frac{v}{\partial x} + \frac{1}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial \rho}{\rho} + \frac{\partial S}{S} \right) = 0 \quad (1.8)$$

en éliminant ρ et S , on pose :

$$a) \quad \frac{\partial \rho}{\rho} = \frac{\partial P}{K_e}$$

en divisant par le gradient du temps on aura :

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{K_e} \cdot \frac{\partial P}{\partial t}$$

et

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{1}{K_e} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \quad (1.9)$$

$$b) \quad \frac{\partial S}{S} = \frac{k}{E_c} \cdot \partial P.$$

de même, on peut écrire :

$$\frac{1}{S} \cdot \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{k}{E_c} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} \quad (1.10)$$

On désigne par k un coefficient qui tient compte de la variation de la section droite de la conduite.

Suivant la longueur « x » de la conduite, on peut écrire :

$$\frac{\partial S}{S \cdot \partial x} = f_e + \frac{k}{E_c} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \quad (1.11)$$

avec $f_e = \frac{dS}{S \cdot dx}$, un coefficient qui tient compte de l'élargissement constant sur

un élément dx . En tenant compte de (a) et (b) ; on obtient :

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{v}{K_e} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + v \cdot f_e + v \cdot \frac{k}{E_c} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{k}{E_c} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{K_e} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \quad (1.12)$$

ou bien :

$$\frac{\partial v}{\partial x} + v \left(\frac{1}{K_e} + \frac{k}{E_c} \right) \frac{\partial P}{\partial x} + \left(\frac{1}{K_e} + \frac{k}{E_c} \right) \frac{\partial P}{\partial t} + v \cdot f_e = 0 \quad (1.13)$$

avec $k_1 = \left(\frac{1}{K_e} + \frac{k}{E_c} \right)$, qui désigne le coefficient de compressibilité du système

liquide – conduite, variable suivant les conduites.

$$\frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot k_1 \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + k_1 \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + v \cdot f_e = 0. \quad (1.14)$$

L'expression (1.14) représente l'équation de continuité dans une conduite où la section varie suivant sa longueur.

1.3.2. Equation de mouvement :

On considère un élément de conduite, où la section varie suivant sa longueur (dx), sur lequel on établit un bilan de forces (figure:1.1).

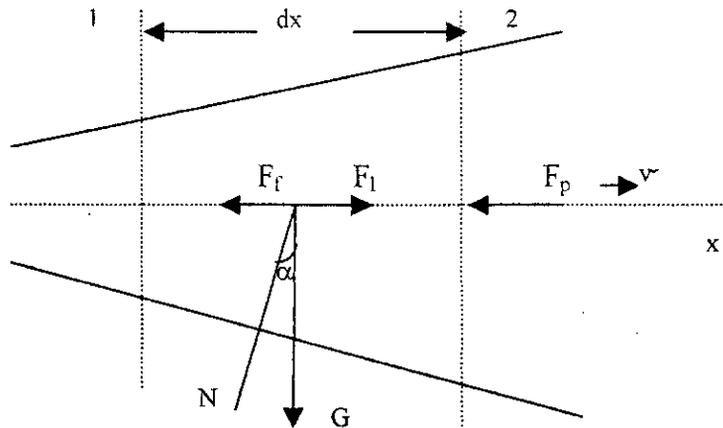


Figure 1.1 : Bilan des forces agissant sur un élément de conduite

Si on néglige les valeurs très petites engendrées à la variation de section droite de la conduite, on peut écrire que :

- la masse d'eau est :

$$M = \rho.S.dx \quad (1.15)$$

- la force de gravité engendrée est :

$$G = g.M. , \text{ ou bien : } G = \rho.g.S.dx. \quad (1.16)$$

- la composante longitudinale à l'axe « x » de la conduite est donnée par:

$$F_l = G. \sin \alpha \text{ ou bien : } F_l = \rho.g.S.dx.\sin \alpha . \quad (1.17)$$

- la force due aux pertes de charge par frottement :

$$dP_{ch} = \rho.g.dH = \rho.g.i.dx \text{ avec } dH = i.dx$$

$$S.dP_{ch} = F_f = \rho.g.S.i.dx \quad (1.18)$$

Le paramètre (i) désigne le gradient de perte de charge.

- la force due à la variation de pression :

$$F_p = S.\frac{\partial P}{\partial x}.dx \quad (1.19)$$

La force F_p n'est que la différence de poussée hydrostatique dans la section de sortie et la section en projection sur l'axe (x). En appliquant le théorème de d'Alembert, il en ressort :

$$\frac{dv}{dt}M = \Sigma Fi \quad (1.20)$$

ou bien :
$$\frac{dv}{dt}M = F_l - F_f - F_p \quad (1.21)$$

$$\frac{dv}{dt} \cdot \rho \cdot S \cdot dx = \rho g S \cdot dx \cdot \sin \alpha - \rho g \cdot S \cdot i \cdot dx - S \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx \quad (1.22)$$

$$\frac{dv}{dt} = g(\sin \alpha - i) - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \quad (1.23)$$

Si on pose : $X = g(\sin \alpha - i)$, on obtient :

$$\frac{dv}{dt} = X - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \quad (1.24)$$

tenant compte que : $\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x}$.

ou bien :
$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = g(\sin \alpha - i) \quad (1.25)$$

On note donc le système :

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot k_1 \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + k_1 \frac{\partial P}{\partial t} + v \cdot f_e = 0 \\ v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} + g(i - \sin \alpha) = 0 \end{cases} \quad (1.26)$$

On remarque que deux équations de type hyperbolique à quatre inconnues apparaissent :

$$\begin{array}{cccc} \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial P}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial t} & \frac{\partial P}{\partial t} \\ 1 & v \cdot k_1 & 0 & k_1 \\ v & 1/\rho & 1 & 0 \end{array} \quad (1.27)$$

On prend en considération deux autres équations qui sont :

$$\begin{aligned}
 dv &= \frac{\partial v}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial v}{\partial t} \cdot dt \rightarrow \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{dv}{dt} - \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} \\
 dP &= \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial P}{\partial t} \cdot dt \rightarrow \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{dP}{dt} - \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}
 \end{aligned}
 \tag{1.28}$$

En introduisant ces deux équations dans le système (1.26), on obtient :

- A partir de l'équation de continuité (1^{ère} équation du système).

$$\frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot k_1 \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + k_1 \cdot \frac{dP}{dt} - k_1 \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + v \cdot f_e = 0
 \tag{1.29}$$

ou bien :

$$\frac{\partial v}{\partial x} + k_1 \left(v - \frac{dx}{dt} \right) \frac{\partial P}{\partial x} + k_1 \cdot \frac{dP}{dt} + v \cdot f_e = 0.
 \tag{1.30}$$

-A partir de l'équation de mouvement (2^e équation du système) :

$$\frac{dv}{dt} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + g(i - \sin \alpha) = 0
 \tag{1.31}$$

ou bien :

$$\left(v - \frac{dx}{dt} \right) \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{dv}{dt} + g(i - \sin \alpha) = 0
 \tag{1.32}$$

Si on pose : $\phi = v - \frac{dx}{dt}$.

$$a_x = -g (i - \sin \alpha)$$

On a un système d'équations avec deux inconnues : $\frac{\partial v}{\partial x}$ et $\frac{\partial P}{\partial x}$; en

remplaçant ϕ et a_x dans (1.31) et (1.32) on obtient alors :

$$\begin{cases}
 \frac{\partial v}{\partial x} + k_1 \cdot \phi \cdot \frac{dP}{dt} + k_1 \frac{dP}{dt} + v \cdot f_e = 0. & (1) \\
 \phi \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{dv}{dt} - a_x = 0 & (2)
 \end{cases}
 \tag{1.33}$$

On résoud le système (1.33) en multipliant (1) et (2) respectivement par :

$$\frac{1}{\rho} \text{ et } (-k_1 \phi) ; \text{ la solution donne : } \frac{\partial v}{\partial x} \text{ et } \frac{\partial P}{\partial x}.$$

d'où :

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{k_1 \phi \left(\frac{dv}{dt} - a_x \right) - \frac{1}{\rho} \left(k_1 \frac{dP}{dt} + v f_e \right)}{\frac{1}{\rho} - k_1 \phi^2} \quad (1.34)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\phi \left(k_1 \frac{dP}{dt} + v f_e \right) - \left(\frac{dv}{dt} - a_x \right)}{\frac{1}{\rho} - k_1 \phi^2} \quad (1.35)$$

Pour l'analyse du régime transitoire, on retient la formule la plus simple qui est la suivante :

$$\phi \left(k_1 \frac{dP}{dt} + v f_e \right) - \left(\frac{dv}{dt} - a_x \right) = 0. \quad (1.36)$$

Les numérateurs des formules doivent être nuls puisque $\frac{\partial P}{\partial x}$ et $\frac{\partial v}{\partial x}$ ont des valeurs bien déterminées .

On a donc :

$$k_1 \cdot \phi \left(\frac{dv}{dt} - a_x \right) - \frac{1}{\rho} \left(k_1 \frac{dP}{dt} + v f_e \right) = 0 \quad (a) \quad (1.37)$$

$$-\left(\frac{dv}{dt} - a_x \right) + \phi \left(k_1 \frac{dP}{dt} + v f_e \right) = 0 \quad (b)$$

En multipliant l'expression (b) par $(-k_1 \phi)$, on obtient :

$$k_1 \phi \left(\frac{dv}{dt} - a_x \right) - k_1 \phi^2 \left(k_1 \frac{dP}{dt} + v f_e \right) = 0 \quad (1.38)$$

or : $k_1 \phi^2 = \frac{1}{\rho}$

ce qui donne : $k_1 \phi \left(\frac{dv}{dt} - a_x \right) - \frac{1}{\rho} \left(k_1 \frac{dP}{dt} + v f_e \right) = 0. \quad (1.39)$

on sait que : $a_x = g (\sin \alpha - i)$

et : $k_1 = \frac{1}{\rho \phi^2}$, puisque $\frac{1}{\rho} - k_1 \phi^2 = 0. \quad (1.40)$

on obtient donc : $\frac{1}{\rho \phi} \frac{dP}{dt} + \phi \cdot v \cdot f_e - \frac{dv}{dt} + g (\sin \alpha - i) = 0. \quad (1.41)$

puisque : $dP = \rho g(\sin \alpha . dx + dH)$,

on a :
$$\frac{\rho g}{\rho \phi} . \sin \alpha . \frac{dx}{dt} + \frac{\rho g}{\rho \phi} . \frac{dH}{dt} + \phi . v . f_e - \frac{dv}{dt} + g(\sin \alpha - i) = 0. \quad (1.42)$$

En multipliant cette équation par la quantité $\phi . \frac{dt}{g}$, on a :

$$\sin \alpha . dx + dH + \phi^2 . \frac{dt}{g} . v . f_e - \frac{\phi}{g} . dv + \phi \sin \alpha . dt - \phi . i . dt = 0 \quad (1.43)$$

or ϕ désigne la vitesse relative : $\phi = v - \frac{dx}{dt}$, en remplaçant ϕ par sa valeur, on

obtient :

$$\sin \alpha . dx + dH + \frac{\phi . f_e . v}{g} (v - \frac{dx}{dt}) dt - \frac{\phi}{g} . dv + v . \sin \alpha . dt - \frac{dx}{dt} \sin \alpha . dt - v . i . dt + \frac{dx}{dt} . i . dt = 0 \quad (1.44)$$

Sachant que $i . dx = \Delta H$ représente la perte de charge, on obtient :

$$dH - \frac{\phi}{g} . dv + \Delta H - \frac{\phi . f_e . v}{g} . dx + \frac{\phi . f_e . v^2}{g} dt + v . \sin \alpha . dt - v . i . dt = 0 \quad (1.45)$$

or : $v \sin \alpha dt - v . i . dt = v . dt (\sin \alpha - i) \quad (1.46)$

et : $\sin \alpha - i = \frac{a_x}{g} = \frac{dv}{g . dt} \quad (1.47)$

ce qui donne :

$$v . dt . (\sin \alpha - i) = v . dt . \frac{dv}{g dt} = \frac{v}{g} . dv \quad (1.48)$$

on obtient en fin de compte :

$$dH + \frac{v}{g} . dv - \frac{\phi}{g} . dv + \Delta H - \frac{\phi . f_e . v . dx}{g} + r = 0 \quad (1.49)$$

le terme r signifie le reste qui est donné plus loin . On peut écrire :

$$\frac{v}{g} . dv - \frac{\phi}{g} . dv = \frac{dv}{g} (v - \phi) = \frac{dv}{g} . \frac{dx}{dt} = \pm \frac{c}{g} . dv \quad (1.50)$$

puisque : $\frac{dS}{S \cdot dx} = f_e$, la formule (1.49) donne :

$$dH \pm \frac{c}{g} dv + \Delta H \pm \frac{cv}{g} \cdot \frac{dS}{S} + r = 0 \quad (1.51)$$

le terme r sera égal à :

$$r = \frac{\phi \cdot f_e \cdot v^2 \cdot dt}{g} + v \cdot \sin \alpha \cdot dt - \frac{v}{g} dv - v \cdot i \cdot dt \quad (1.52)$$

$$\text{puisque : } v \cdot \sin \alpha \cdot dt - v \cdot i \cdot dt - \frac{v}{g} dv = v \cdot dt \cdot (\sin \alpha - i) - \frac{v}{g} dv = 0. \quad (1.53)$$

Etant donné que v est très petit devant $\frac{dx}{dt}$, on écrit :

$$\phi = \pm \frac{dx}{dt} \rightarrow dt = \pm \frac{dx}{\phi} \quad (1.54)$$

$$\text{ce qui donne : } r = - \frac{\phi \cdot f_e \cdot v^2}{g} \cdot \frac{dx}{\phi} - \frac{v \cdot \sin \alpha \cdot dx}{\phi} - \frac{v}{g} dv + v \cdot i \cdot \frac{dx}{\phi} \quad (1.55)$$

avec : $f_e = \frac{dS}{S \cdot dx}$, on obtient :

$$r = - \frac{v^2}{g} \cdot \frac{dS}{S} - \frac{v}{g} dv + \frac{v}{\phi} (\sin \alpha - i) dx. \quad (1.56)$$

On remarque que le 2^{ème} et 3^{ème} terme sont infiniment petits et que $\frac{dS}{S} \approx 0$;

on peut écrire que la relation (r) tend vers « 0 », et on obtient finalement :

$$dH \pm \frac{c}{g} dv + \Delta H \pm \frac{cv}{g} \cdot \frac{dS}{S} = 0. \quad (1.57)$$

Pour une section constante, on obtient :

$$dH \pm \frac{c}{g} dv + \Delta H = 0 \quad (1.58)$$

La relation (1.58) représente l'équation des caractéristiques .Elle décrit le régime transitoire qui suit une perturbation.

On obtient donc deux systèmes à deux équations qui peuvent être écrites sous la forme :

$$\begin{cases} dx = + c.dt. \\ dH + \frac{c}{gS} dQ = -i dx \end{cases} \quad (1.59)$$

et :

$$\begin{cases} dx = -c dt \\ dH - \frac{c}{gS} dQ = -i dx \end{cases} \quad (1.60)$$

1.4. SOLUTION GENERALISEE DES EQUATIONS DU REGIME TRANSITOIRE :

On considère ici le phénomène de propagation dans un milieu réel, donc avec un amortissement des paramètres portés par l'onde. La figure (1.2) représente une conduite d'axe « x » avec un régime transitoire à l'intérieur. On désigne par F l'un des quelconques paramètres de l'écoulement (vitesse, pression, déformation) portés par l'onde. A un instant donné t, la répartition de F au long de la conduite peut être visualisée par la courbe F (x,t) et dt, plus tard par la courbe F (x,t+dt).

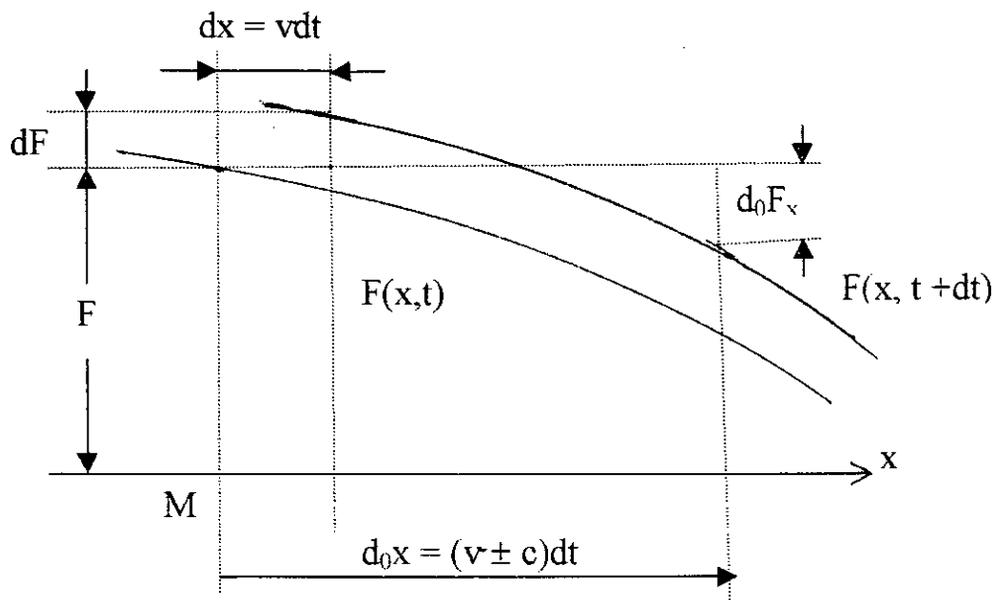


Figure 1.2 : Phénomène de propagation d'onde .

Par imagination, on dispose de plusieurs observateurs équipés d'appareils de mesure nécessaires et se propageant dans la conduite, chacun avec sa propre célérité relative (c) mesurée par rapport à l'écoulement : si v est la vitesse absolue de l'écoulement celle de l'observation sera $(v \pm c)$: où le signe (+) pour une propagation dans le sens de l'écoulement, et le signe (-) pour le cas inverse.

Au point (x) et à l'instant t , on considère la particule liquide M (une tranche de largeur infinitésimale) se déplaçant à la vitesse absolue du liquide (v) et possédant la quantité F du paramètre intéressé. Partant du point x à l'instant t , l'observateur $c = 0$ qui accompagne la particule M constatera une variation dF durant le temps dt , et le déplacement $v dt$, soit :

$$dF = \left(\frac{\partial F}{\partial t} + v \frac{\partial F}{\partial x} \right) dt \quad (1.61)$$

Alors que durant le temps dt , un observateur ($c \neq 0$) se déplacera de $(v \pm c)dt$, et constatera la variation d_0F , soit :

$$d_0F = \left[\frac{\partial F}{\partial t} + (v \pm c) \frac{\partial F}{\partial x} \right] dt \quad (1.62)$$

A la base de ces deux opérations, on peut écrire :

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{1}{\pm c dt} (d_0F - dF) \quad (1.63)$$

Cette équation va permettre de transformer les dérivées partielles en dérivées totales d et d_0 . L'application de cette équation à la vitesse v et à la pression P donne les relations suivantes :

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{\pm c dt} (d_0v - dv) \quad (1.64)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{1}{\pm c dt} (d_0P - dP) \quad (1.65)$$

L'équation (1.64) résolue avec l'équation de continuité (1.2), donne :

$$d_0v - dv = \pm c \frac{d\rho S}{\rho S} \quad (1.66)$$

L'équation (1.65) résolue avec l'équation dynamique (1.23) donne :

$$\frac{1}{\pm c dt} \cdot (d_0 P - dP) = -\rho \frac{dv}{dt} + \rho g \cdot (\sin \alpha - i) \quad (1.67)$$

d'où :

$$dv = -\frac{1}{\pm c \rho} (d_0 P - dP) + g(\sin \alpha - i) dt \quad (1.68)$$

En éliminant dv entre (1.66) et (1.68), on obtient :

$$d_0 v + \frac{d_0 P}{\pm c \rho} - g(\sin \alpha - i) dt = \frac{dP}{\pm c \rho} - (\pm c \cdot \frac{d\rho S}{\rho S}) \quad (1.69)$$

ou bien :

$$d_0 P \pm \rho c d_0 v \pm \rho \cdot c \cdot g \cdot (\sin \alpha - i) \cdot dt = (1 \pm c^2 \frac{d\rho S}{S dP}) dP \quad (1.70)$$

On obtient une équation différentielle aux dérivées totales (1.70), d et d_0 , qui doivent être intégrées chacune sur son chemin propre pour donner l'évolution de l'écoulement dans la conduite. La dernière équation est, en principe, valable quelle que soit la célérité (c) de l'observateur mobile mesurant les variations du régime dans la conduite.

1.5. QUELQUES METHODES DE SOLUTION DU REGIME TRANSITOIRE.

Dans ce sous chapitre, on donne un aperçu descriptif de certaines méthodes décrivant le régime transitoire. Plusieurs méthodes numériques ont été développées pour solutionner des équations aux dérivées partielles de type hyperbolique, en l'absence de solution analytique à ces équations. Pour les transitoires rapides des liquides engendrés dans une conduite, la méthode des caractéristiques est généralement considérée comme une méthode numérique jugée plus efficace et précise par rapport à d'autres. La méthode des caractéristiques consiste à écrire les deux équations aux dérivées partielles du mouvement dans les axes liés aux trajectoires des perturbations. Ces équations sont exprimées en forme de différences finies en utilisant un intervalle de temps

dt bien spécifié. La méthode des caractéristiques présente certains avantages à savoir :

- Les conditions aux limites sont facilement programmables.
- La stabilité de la solution est assurée.
- Les systèmes les plus complexes peuvent être manipulés facilement.
- La programmation des équations est très aisée.

La méthode des caractéristiques nécessite l'emploi d'un schéma d'interpolation, lorsqu'un réseau multi-branches est composé de plusieurs conduites avec des propriétés très différentes, ou lorsque les termes non linéaires des équations principales sont importants, ou encore dans le cas des écoulements diphasiques. Dans un pareil cas on ne peut s'attendre à ce que les courbes caractéristiques intersectent chacun des points de calcul à chaque itération. Ce point sera examiné et traité dans un autre chapitre. D'autres méthodes sont disponibles et dans certaines situations, il y a des raisons valables pour considérer leur utilisation.

1.5.1. Méthode des schémas aux différences finies :

Le domaine d'application de la méthode aux différences finies possède la possibilité de développer des schémas implicites aux différences finies centrées et explicites. Les schémas aux différences finies explicites admettent une interprétation par les équations caractéristiques comme par exemple le schéma de Lax – Wendroff. On préfère le schéma explicite, puisque les équations qui interviennent sont non linéaires. De plus la condition de stabilité qui est intimement liée au domaine de dépendance paraît plus facile à maîtriser dans ce cas. Les schémas aux différences finies peuvent présenter des avantages certains lorsque la géométrie du problème est simple, comparativement à la méthode des éléments finis. Néanmoins l'inconvénient principal de ces schémas réside dans le fait de prendre en compte les conditions limites qui s'intègrent au contraire dans le cas de la méthode des éléments finis. Les schémas aux différences finies

ont la réputation de dépendre du problème considéré si bien qu'il n'existe pas aujourd'hui de codes de calcul généraux utilisant le principe des différences finies. Ceci ne constitue pas, à notre avis, une limitation préjudiciable. La variété des problèmes qui traduisent des réalités physiques différentes, peut exiger un traitement numérique adapté qui doit s'apparier à la nature du problème étudié.

C'est le cas justement dans le type de problème relatif au couplage fluide-structure qui nécessite l'utilisation d'une formulation mixte. A notre avis, cette dernière, n'est pas une pratique répandue, du moins facilement abordable dans le domaine des éléments finis.

Le choix et la construction d'un schéma aux différences dépendent de plusieurs facteurs telles que la précision, la stabilité et la meilleure incorporation d'importants principes physiques ; par exemple : les lois de conservation .

Pour les cas des différences finies, deux méthodes sont couramment utilisées dans la littérature.

1.5.1.1. Méthode explicite de LAX-WENDROFF:

LAX et **WENDROFF** (1960) ont présenté un algorithme numérique à deux pas de précision d'ordre de ux , permettant la résolution sur ordinateur de l'évolution transitoire des écoulements. L'établissement de cet algorithme est basé sur le caractère conservatif des équations aux dérivées partielles qui représentent l'écoulement. Cette formulation conservative présente l'avantage d'essayer de préserver les propriétés de conservation des quantités de masse, de mouvement et d'énergie dans les approximations aux différences. En effet, puisque les équations en mécanique des fluides sont établies à partir des lois de conservation, il convient lors de la recherche d'un schéma aux différences finies stable, d'utiliser la forme conservative. [17]

Ceci permet de minimiser l'erreur faite sur les quantités de masse, de mouvement et d'énergie. Cependant si la procédure d'interpolation est performante à chaque maillage de points et pour chaque pas de temps sans se

soucier si les distributions spatiales ont un besoin, la méthode est moins comparée avec le schéma aux différences finies.

En ce qui concerne l'emploi des schémas explicites, **M.H CHAUDHRY**, et **M.Y. HUSSAINI** (1985)[18], ont appliqué des méthodes développées dans d'autres domaines (en aérodynamique notamment), au calcul du coup de bélier dans les réseaux simples. Leurs résultats démontrent clairement l'intérêt de ces méthodes. **CHAUDHRY et al.** (1994) [19] ont donc poursuivi dans cette voie, en appliquant ces méthodes au calcul d'un écoulement plus complexe ; un pseudo-fluide composé d'un liquide dans lequel on retrouve une faible concentration d'air. Les schémas explicites étudiés par ces auteurs sont représentés par la méthode de **MAC CORMACK** (1971)[20], le schéma de **LAMBDA** et le schéma de **GABUTTI** (1983)[21]. Ils sont introduits pour résoudre les équations différentielles, partielles hyperboliques quasi – linéaires, décrivant le phénomène du coup de bélier en phase de fermeture dans une conduite. **P.BEAUCHEMIN** (1992) [22] a étendu la formulation du modèle aux différences finies explicites pour prendre en compte tous les termes non linéaires des équations principales, permettant ainsi le calcul d'écoulements encore plus complexes. En particulier, il a été mis en œuvre pour étudier l'écoulement non permanent du liquide dans des réseaux multi-branches avec différents appareils de protection (cheminée d'équilibre et réservoirs hydropneumatiques). Pour plus de compréhension, on décrit un bref raisonnement relatif à chacun de ces trois schémas utilisés par **CHAUDHRY**.

a.) Schéma de **MAC CORMACK**.

Le schéma de **MAC CORMACK** est un schéma précis du 2^{ème} ordre en temps et en espace. Il est essentiellement dissipatif. Il comprend deux étapes : prédicteur et correcteur. Dans chacune des deux étapes, des approximations à différences finies sont utilisées. Dépendant des approximations aux différences finies pour les dérivées spatiales, deux alternatives sont possibles :

1^{ère} alternative : les approximations aux différences finies des pas suivants sont utilisés dans la partie prédicteur, et des approximations aux différences finies dans le pas avant sont utilisées dans la partie correcteur .

2^{ème} alternative : Les approximations aux différences finies dans le pas précédent sont utilisées dans la partie prédicteur, et les différences finies dans le pas suivant dans la partie correcteur.

MAC CORMACK recommande l'utilisation de ces deux alternatives dans une séquence : c'est-à-dire la première alternative à une étape de temps , et la deuxième alternative pendant la prochaine étape de temps suivie par la première alternative encore une fois.

La conduite a pour longueur L divisée en (n) pas de distance Δx . Le premier nœud est de numéro 1, et le dernier est de numéro (n+1). Les valeurs de H et Q sont connues au temps j.dt (à partir des conditions initiales) et sont déterminées au temps t+dt en (j+1)dt, (Figure 1.3).

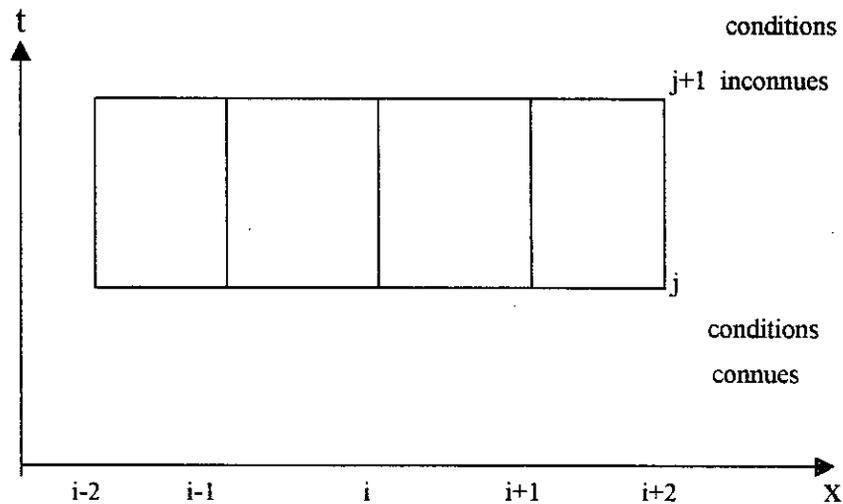


figure 1.3 : schéma de discrétisation du domaine.

On peut écrire selon **MAC CORMACK**:

- Première alternance.

partie prédicteur :

$$H_i^* = H_i^j - \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{c^2}{gS} (Q_{i+1}^j - Q_i^j) \quad (1.71)$$

$$Q_i^* = Q_i^j - \frac{\Delta t}{\Delta x} gS(H_{i+1}^j - H_i^j) - R|Q_i^j|Q_i^j \quad i=1,2,\dots,n \quad (1.72)$$

Le signe (*) désigne les valeurs prédites.

partie correcteur :

$$H_i^{j+1} = \frac{1}{2} \left[H_i^j + H_i^* - \frac{\Delta t c^2}{gS} (Q_i^* - Q_{i-1}^*) \right] \quad (1.73)$$

$$Q_i^{j+1} = \frac{1}{2} \left[Q_i^j + Q_i^* - \frac{\Delta t}{\Delta x} gS(H_i^* - H_{i-1}^*) - R|Q_i^*|Q_i^* \right] \quad i=2,3, \dots,n+1 \quad (1.74)$$

- Deuxième alternance.

Partie prédicteur.

$$H_i^* = H_i^j - \frac{\Delta t c^2}{\Delta x gS} (Q_i^j - Q_{i-1}^j) \quad (1.75)$$

$$Q_i^* = Q_i^j - \frac{\Delta t}{\Delta x} g.S(H_i^j - H_{i-1}^j) - R|Q_i^j|Q_i^j \quad i= 2,3,\dots,n+1 \quad (1.76)$$

Partie correcteur :

$$H_i^{j+1} = \frac{1}{2} \left[H_i^j + H_i^* - \frac{\Delta t c^2}{\Delta x g.S} (Q_{i+1}^* - Q_i^*) \right] \quad (1.77)$$

$$Q_i^{j+1} = \frac{1}{2} \left[Q_i^j + Q_i^* - \frac{\Delta t}{\Delta x} (H_{i+1}^* - H_i^*) - R|Q_i^*|Q_i^* \right] \quad i=1,2,\dots,n \quad (1.78)$$

b.) Schéma de MORETTI'S LAMBDA .

Dans le schéma de Lambda , les équations sont transformées dans les axes de mouvement des perturbations afin d'utiliser les différences finies durant les parties de prédiction et de correction, [19], (figure 1.4).

Le schéma de Lambda se base sur les équations suivantes qui régissent le phénomène du coup de bélier :

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c^2}{g.S} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + g.S. \frac{\partial H}{\partial x} + R|Q|Q = 0 \end{cases} \quad (1.79)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \frac{g \cdot S}{c} (\lambda^+ \frac{\partial H^+}{\partial x} - \lambda^- \frac{\partial H^-}{\partial x}) + \frac{1}{2} (\lambda^+ \cdot \frac{\partial Q^+}{\partial x} + \lambda^- \cdot \frac{\partial Q^-}{\partial x}) + R \cdot Q |Q| = 0 \quad (1.85)$$

En additionnant les équations (1.83) et (1.84), il ressort :

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{2} (\lambda^+ \frac{\partial H^+}{\partial x} + \lambda^- \frac{\partial H^-}{\partial x}) + \frac{1}{2} \frac{c}{gS} (\lambda^+ \frac{\partial Q^+}{\partial x} - \lambda^- \frac{\partial Q^-}{\partial x}) = 0 \quad (1.86)$$

Dans ce schéma , les dérivées partielles sont remplacées par les approximations aux différences finies.

c.) Schéma de GABUTTI.

Le schéma de Gabutti est similaire au schéma de Lambda . Dans ce schéma, les dérivées partielles sont remplacées par les approximations aux différences finies suivantes :

- *Partie prédicteur* : Dans ce schéma, la partie prédicteur est présentée comme suit :

$$f_x^+ = \frac{f_i^j - f_{i-1}^j}{\Delta x} \quad (1.87)$$

$$f_x^- = \frac{f_{i+1}^j - f_i^j}{\Delta x} \quad (1.88)$$

Dans les expressions (1.87) et (1.88), le terme (f) représente le débit Q et la charge H.

En tenant compte de ces approximations aux différences finies, et des expressions (1.85) et (1.86), on obtient les valeurs prédites du débit \tilde{Q} et de la charge \tilde{H} .

$$\tilde{Q}_i = Q_i^j - \Delta t \left[\frac{1}{2} \frac{gS}{c} (\lambda^+ H_x^+ - \lambda^- H_x^-) + \frac{1}{2} (\lambda^+ Q_x^+ + \lambda^- Q_x^-) + R Q_i^j |Q_i^j| \right] \quad (1.89)$$

et :

$$\tilde{H}_i = H_i^j - \Delta t \left[\frac{1}{2} (\lambda^+ H_x^+ + \lambda^- H_x^-) + \frac{1}{2} \frac{c}{gS} (\lambda^+ Q_x^+ - \lambda^- Q_x^-) \right] \quad (1.90)$$

- *Partie correcteur* :

$$\tilde{f}_x^+ = \frac{\tilde{f}_i - \tilde{f}_{i-1}}{\Delta x} \quad (1.91)$$

$$\tilde{f}_x^- = \frac{\tilde{f}_{i+1} - \tilde{f}_i}{\Delta x} \quad (1.92)$$

En utilisant ces approximations aux différences finies, et tenant compte des relations (1.85) et (1.86), les paramètres \tilde{H}_i et \tilde{Q}_i sont calculées comme suit :

$$Q_i^{j+1} = Q_i^j + \frac{1}{2} \Delta t (Q_i^* + \tilde{Q}_i) \quad (1.93)$$

$$H_i^{j+1} = H_i^j + \frac{1}{2} \Delta t (H_i^* + \tilde{H}_i) \quad (1.94)$$

d.) Stabilité :

Les schémas qui appartiennent aux schémas du type prédicteur correcteur sont stables sous les conditions du nombre C_N de **COURANT-FRIEDRICH-LEVY**. Pour les schémas explicites, les conditions de stabilité s'énoncent de la façon suivante :

Le pas de temps doit être tel qu'une onde se propage à la vitesse c , ne parcourt pas plus d'un pas d'espace en un pas de temps. Cette condition se traduit par :

$$\Delta t \leq \frac{C_N \cdot \Delta x}{\max(|v| + c)} \quad (1.95)$$

et comme $v \ll c$, la condition devient :

$$\Delta t \leq \frac{C_N \cdot \Delta x}{c} \quad (1.96)$$

si $C_N \leq 1$, les schémas de Mac Cormack et de Gabutti sont stables.

si $C_N < 1$, le schéma de Lambda est stable.

1.5.1.2 .Méthode implicite aux différences centrées :

La méthode aux différences centrées consiste à remplacer les dérivées partielles par des formules aux différences établies en des points intermédiaires, entre le niveau de temps (n) et le niveau (n+1). Il a été développé l'algorithme bi-tridiagonal pour la résolution des systèmes de deux équations en deux variables dépendantes de type hyperbolique .

Plusieurs hydrauliciens ont utilisé le schéma implicite aux différences finies. **D.U.VON ROSENBERG**, **D.L. BEAUCHAMP** et **J.WATTS** [23], constatent que, la méthode aux différences centrées s'adapte mieux que la méthode des caractéristiques, dans le cas de l'étude des systèmes d'équations de type hyperbolique quasi-linéaire, avec des conditions aux limites non continues.

La méthode implicite aux différences finies est pratique pour le cas des écoulements compressibles ou peu compressibles sans changement de phase.

L'application de cette méthode a été appréciée par les auteurs dans le cas des écoulements transitoires isentropiques des gaz parfaits.

Dans les problèmes où il y a changement de phase (phénomène de dégazage et cavitation de vapeur), la méthode aux différences centrées est instable, tandis que celle de Lax-Wendroff donne des résultats acceptables.

NGUYEN TRIEU DONG [24], utilise la méthode des différences finies, avec le schéma implicite de **PREISMANN A.** [25] pour la résolution du système d'équations des écoulements non permanents soit à surface libre, soit en charge, soit partiellement à surface libre et partiellement en charge. Ainsi lorsqu'il y a apparition du choc positif, après la réflexion à l'extrémité aval, les variations deviennent discontinues et les oscillations naissent aussitôt au voisinage du choc. Des imprécisions de calcul sont ainsi introduites dans la solution.

J.WATTS et **D.U. VON ROSENBERG** [26], ont prévu une modification du schéma au niveau du front de l'onde de choc. Le choc serait en effet, représenté dans le plan (x, t) pour un point mobile.

1.5.2. Méthode des éléments finis :

Bien qu'il n'y a pas d'essais pour développer et utiliser la méthode d'éléments finis dans ce traitement, quelques commentaires sur la méthode et ses différentes relations, par rapport à d'autres méthodes, paraissent appropriées. La méthode d'éléments finis a été trouvée largement acceptable dans différents problèmes d'écoulement, mais son succès dans l'informatique des liquides en transitoire a été limité. Il y a une motivation considérable d'utiliser cette

méthode du moment où les applications sont utilisées avec un grand besoin de flexibilité dans la manipulation des variables mesurées d'éléments de propriétés différentes. La méthode des résidus mesurés doit être généralement utilisée. La fonction déterminée (fonction obtenue) est substituée normalement par l'équation différentielle qui n'est pas égale à la solution exacte, la différence étant le reste. La méthode des éléments finis essaye de tendre vers zéro les restes mesurés dans un sens moyen .[11],[18].

La méthode des éléments finis a trouvé une large application dans le domaine des solides et les problèmes de mécanique des fluides, cependant son succès dans l'informatique des transitoires dans les conduites n'est pas bien établi. La technique hybride, laquelle est utilisée d'habitude, entraîne la méthode des éléments finis dans le domaine spatial, et les différences finies dans le temps. Les fluides transitoires dans lesquels les écoulements variables sont continus et non sujets à un changement rapide doivent être complètement modélisés. La méthode des éléments finis a été également considérée par **J. P. HUFFEUS** et **D. KHALETZKY** (1984)[27] pour résoudre les équations de Navier Stokes en utilisant la méthode des caractéristiques.

1.5.3.Comparaison critique.

Si on cherche à situer la méthode des caractéristiques par rapport aux méthodes citées de résolution du système d'équations aux dérivées partielles qui décrit les écoulements auxquels on s'intéresse , on peut dire que cette méthode est beaucoup plus maniable et efficace vu ses avantages sus-cités, bien qu'elle a des faiblesses. Si on se restreint aux méthodes de différences finies , on peut citer en effet les schémas de Lax-Wendroff ou de Mac-Cormack, mais ceux-ci sont peu utilisés aujourd'hui et ont été remplacés en général par des schémas dits décentrés , plus robustes. De façon très succincte , on peut dire que les méthodes de différences finies ont à priori une portée plus générale que les méthodes des caractéristiques, notamment dans la gestion des géométries complexes, mais au prix d'un coût plus élevé . Les limitations de stabilité (

condition de type CFL) des schémas explicites peuvent être levées en ayant recours à une implicitation de ces schémas. Les schémas de Lax-W. et de Mac-C. sont tous les deux des schémas dits conservatifs qui permettent donc de capturer correctement des solutions faibles du système de lois de conservation (capture des ondes de choc par exemple), et sont tous les deux précis à l'ordre « 2 » en temps et en espace. Les schémas centrés ne sont en général pas assez robustes pour traiter des problèmes d'écoulements diphasiques, et qu'on leur préfère des schémas décentrés tel que le schéma AUSM de Liou et Steffen AUSM schemes and extensions for low Mach and multiphase flows VKI Lecture Series 1999-03, VKI, Belgium, 1999.

1.6. CONCLUSION :

Les systèmes (1.59) et (1.60) expriment que si on se déplace le long d'un trajet d'un tronçon avec une vitesse $\frac{dx}{dt} = c$, la quantité $H + \frac{c}{gS} dQ$ reste constante aux pertes de charge près. L'application de ces systèmes est plus simple notamment lorsqu'on considère que la quantité $\frac{c}{gS}$ est constante. On admet que la section est constante en face des variations de débit et de cote piézométrique qui est prise comme une variable au même titre que la compressibilité du fluide et l'allongement de la conduite. Les systèmes sus-cités permettent de déterminer facilement le couple (H, Q) en un point de la canalisation, notamment si on néglige la perte de charge. Ces systèmes, originaires des équations aux dérivées partielles, représentent des équations aux dérivées totales qui peuvent ensuite être intégrées le long des courbes qu'on nomme caractéristiques. Ces courbes délimitent la zone d'influence (dans le temps et dans l'espace) d'un événement qui s'est produit à un endroit et à un moment donné. La méthode des caractéristiques demeure actuellement très utilisée même si on lui reconnaît des faiblesses pour le calcul des écoulements non permanents dans des systèmes très

complexes. Ces faiblesses sont caractérisées par un cumul d'erreurs résultant de l'arrondissement des longueurs partielles entre les nœuds de calcul le long de la conduite. Ce cas fera l'usage d'une étude détaillée dans un autre chapitre.

Une solution généralisée des équations du régime transitoire a été présentée à travers laquelle le phénomène de propagation a été considéré dans un milieu réel, avec donc un amortissement des paramètres portés par l'onde. Dans ce sens, une équation différentielle a été obtenue aux dérivées totales qui doivent être intégrées chacune sur son chemin propre pour donner l'évolution de l'écoulement dans la conduite. A titre bibliographique, quelques méthodes de solution du régime transitoire ont été présentées pour solutionner les équations aux dérivées partielles de type hyperbolique, par examination de divers schémas implicites et explicites.

NOMENCLATURE :

- Q - débit d'écoulement dans la conduite [m^3/s]
- ρ - masse volumique du liquide [kg/m^3]
- S- section de la conduite [m^2]
- v_z - vitesse moyenne de l'écoulement dans la conduite [m/s]
- x- abscisse suivant l'axe de la conduite
- t- temps [s]
- P- pression régnant dans la conduite [Pa]
- K_c - module d'élasticité du liquide [Pa]
- E_c - module d'élasticité du matériau de la conduite [Pa]
- P_{ch} - pression due à la perte de charge engendrée [Pa]
- α - angle d'inclinaison de la conduite par rapport à l'horizontale [d°]
- H- charge hydraulique [m]
- c- célérité de propagation de l'onde du coup de bélier [m/s]
- f_r - coefficient de frottement de perte de charge linéaire [sans]
- R- résistance de la conduite [$m^{-5}s^2$].

CHAPITRE II :
ETUDE DE LA CELERITE DE PROPAGATION
D'ONDE DE COUPS DE BELIER.

CHAPITRE II :

ETUDE DE LA CELERITE DE PROPAGATION D'ONDE DE COUPS DE BELIER.

2.1.GENERALITES :

Au cours d'un régime transitoire, et à la suite d'une fermeture brusque d'une vanne, ou d'un clapet anti - retour, on remarque la compression des premières tranches liquides se trouvant juste à l'amont de l'organe de fermeture.

Ces dernières se trouvant plus en amont, continuent à avancer jusqu'à ce qu'elles se trouvent stoppées elles mêmes par les tranches liquides d'aval.

On remarque qu'au cours de ce phénomène, et de proche en proche, chaque tranche liquide va s'arrêter et provoquer à la suite le stoppage des tranches d'amont (mouvement d'accordéon). Ce mouvement se propage donc de l'organe de fermeture, jusqu'à l'amont avec une certaine célérité, engendrant ainsi le long de la canalisation, et au cours de son passage, l'arrêt du liquide (vitesse d'écoulement s'annule, la diminution du volume du fait de la compressibilité, la dilatation de la conduite, et en conséquence la surpression). De même on considère que le phénomène se propage à la même célérité en cas de contraction. De cette description, on peut d'ailleurs déjà déduire que la vitesse de propagation (célérité) sera plus grande même pour les canalisations plastiques.

La détermination de la célérité d'onde de propagation est donc nécessaire pour le calcul des surpressions et des dépressions dans une conduite forcée.

2.2. APERCU SUR LES TRAVAUX EXISTANTS :

L'aspect bibliographique permet de passer en revue les travaux existants sur la détermination théorique de la célérité dans les conduites libres, ensuite au cas de la célérité dans les conduites enterrées. YOUNG (1808) [28] a estimé la vitesse de propagation d'une onde dans un tube élastique. Le coup de bélier a été étudié par ALLIEVI (1903)[3], (1921) [4], en se basant sur la forme originale suivante donnant la célérité de propagation de l'onde.

$$\frac{1}{c_0^2} = \rho \left[\frac{d\rho}{\rho dP} + \frac{dS}{S dP} \right] \quad (2.1)$$

où $\frac{d\rho}{\rho dP}$ et $\frac{dS}{S dP}$ représentent respectivement la compressibilité du liquide et la déformabilité de la conduite. Ainsi pour l'eau, il conclut l'expression (2.2) :

$$c = \frac{9900}{\sqrt{50 + \nabla \cdot \frac{D}{e}}} \quad (2.2)$$

Dans cette expression le coefficient ∇ tient compte de la nature du matériau formant la canalisation. On note que :

$\nabla = 0.5$ pour l'acier

$\nabla = 1$ pour la fonte

$\nabla = 5$ pour le plomb

Cette relation, exprimée dans le vieux système (M.K.S), suppose certaines hypothèses à savoir :

- Conduite à parois minces et élastiques obéissant à la loi d'HOOKE.
- Conduite comportant plusieurs joints, avec les efforts longitudinaux considérés nuls.
- Température de l'eau supposée constante.

N.JOUKOWSKY [2] a utilisé une théorie usuelle pour calculer la surpression et la célérité de propagation d'une onde, qui s'appuie sur son travail précurseur publié dès 1898 dans les mémoires de l'académie impériale des sciences de St Petersburg. Cette théorie prédit que les ondes de pression se propagent sans dispersion et sans dissipation à la vitesse constante :

$$c = \frac{c_0}{\sqrt{1 + \frac{K_e D}{Ee}}} \quad (2.3)$$

Le coefficient c_0 exprime la vitesse du son dans le fluide, K_e le module d'élasticité du fluide, E le module d'Young du matériau élastique de la conduite, D le diamètre interne de la conduite et, e son épaisseur.

Pour établir cette expression, **N.JOUKOWSKY** avait supposé que la pression est uniforme, à chaque instant, dans toutes les sections transversales du tuyau. Celui – ci subit un gonflement instantané représentant sa réponse statique aux variations de pression qui surviennent dans le fluide qu'il conduit. Ces hypothèses négligent d'une part le mouvement radial du fluide et d'autre part l'inertie radiale, la flexion et la contrainte axiale dans l'épaisseur du tuyau.

Vingt ans avant **JOUKOWSKY**, **KORTEWEG D.J.** (1878) [29] avait étudié la propagation du train d'ondes sinusoïdales dans une conduite et, avait montré le caractère légèrement dispersif de ces ondes lorsqu'on prend en compte l'inertie radiale du fluide et la masse du tuyau.

En tenant compte de la théorie des cylindres épais en résistance des matériaux, **Ch. JAEGER** (1954)[30]et, (1960) [31], détermine la célérité d'onde par considération de la déformabilité de la conduite en négligeant le coefficient de Poisson. Les efforts ont été négligés dans le sens longitudinal de la conduite.

En rejoignant l'idée d'**ALLIEVI**, **Ch. JAEGER** propose, pour les conduites épaisses la relation suivante :

$$c = \left[\rho \left(\frac{1}{K_e} + \frac{2}{E} \cdot \frac{r_1^2 + r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (2.4)$$

r_1 et r_2 , respectivement les rayons intérieur et extérieur de la canalisation.

E- module d'Young du matériau de la conduite.

Le problème de revêtement double d'acier et de béton (galerie blindée) a été également étudié par **Ch. JAEGER**, puis par **HALLIWELL** (1963) [32]. Leurs principes de calcul consistent à considérer trois cylindres co – axiaux (Figure 2.1) : Le premier (la tôle) est considéré comme un cylindre mince d'épaisseur (e_m). Le deuxième (le béton) est un cylindre à parois épaisses de rayons intérieur (a) et extérieur (b). Le troisième (le rocher) est un cylindre à parois infinies.

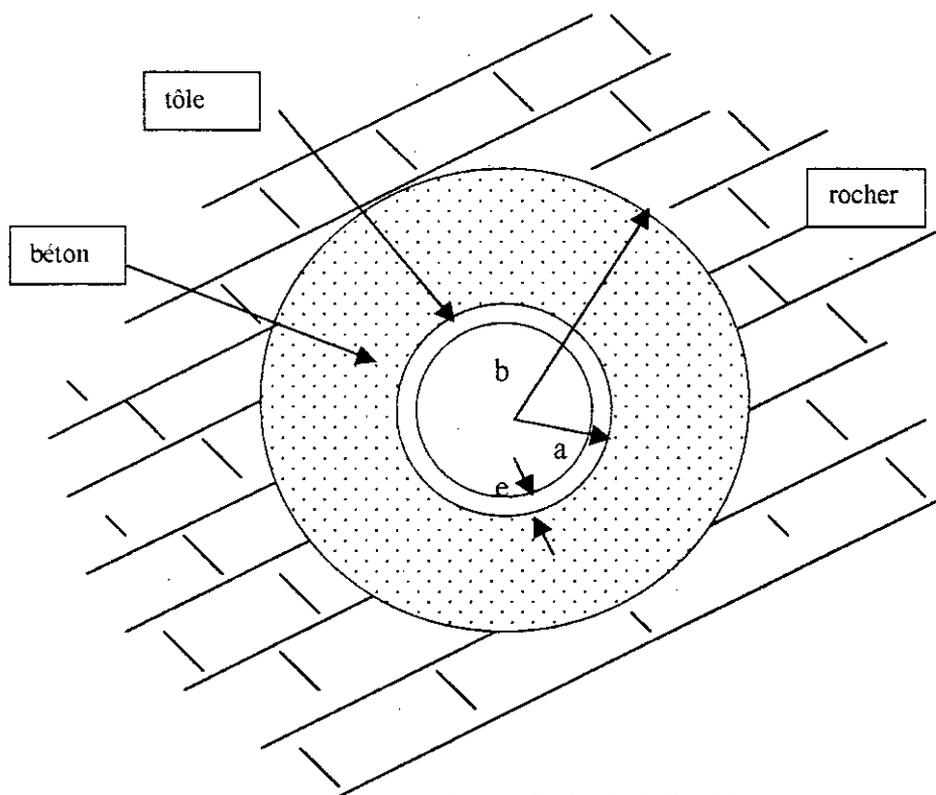


Figure 2.1 : Galerie blindée

Pour ce type de revêtement, et lors de son calcul, **Ch. JAEGER** néglige les modules de Poisson pour le béton et la tôle, et prend en compte uniquement celui du rocher. En critiquant les travaux de **Ch. JAEGER**, du fait de ses hypothèses simplificatrices, **HALLIWELL** reprend les travaux, en tenant compte du module de Poisson, mais simplifie les calculs en prenant le même module pour les trois matériaux (tôle, béton, rocher).

Dans tous les cas, la déformabilité de la galerie (figure 2.1) a été déterminée par le calcul des déplacements radiaux des paramètres des trois cylindres, sous l'effet de l'augmentation de la pression interne. Ces déplacements sont calculés dans l'hypothèse d'une déformation longitudinale nulle ($\varepsilon_l = 0$).

Dans ce chapitre, on présente le résultat obtenu par **HALLIWELL** qui paraît plus complet que celui de **Ch. JAEGER**, et conduit à un bon résultat dans ce cas particulier où les déformabilités longitudinales sont nulles.

Ainsi la déformabilité de la galerie selon **HALLIWELL** est donnée par :

$$\frac{dS}{SdP} = (1 - \lambda)(1 - \nu^2) \cdot \frac{2a}{E.e} \quad (2.5)$$

ou bien : $\frac{dS}{SdP} = C \cdot \frac{2a}{E.e}$

avec : $C = (1 - \lambda)(1 - \nu^2)$ (2.6)

où λ est une constante donnée par :

$$\lambda = \frac{(1 - \nu).a}{(1 - \nu)a + \frac{E.e}{E_r} \left[\frac{E_r [b^2 + a^2(1 - 2\nu)] + E_r(1 - 2\nu)(b^2 - a^2)}{E_r(b^2 - a^2) + E_r[a^2 + b^2(1 - 2\nu)]} \right]} \quad (2.7)$$

E , E_b et E_r représentent respectivement les modules d'Young de la tôle, du béton et du rocher.

a et b désignent respectivement les rayons interne et externe de la conduite en béton.

e désigne l'épaisseur de la tôle et, ν le coefficient de Poisson.

Selon JAEGER, la déformabilité est calculée en considérant la constante λ comme étant égale à :

$$\lambda = \frac{a}{a + \frac{E.e}{E_b} \left[\frac{(b^2 - a^2)}{2ab} + (1 - \nu_r) \frac{E_b}{E_r} \right]} ; \text{ si } b \rightarrow a, \lambda = \frac{a}{a + (1 - \nu_r) \frac{E.e}{E_r}} \quad (2.8)$$

Dans le cas d'un revêtement simple en acier considéré comme mince, où il n'y a pas de béton, entre la tôle et le rocher, HALLIWELL a conclu que la déformabilité d'une telle galerie est calculée par l'expression suivante, en mettant $b = a$ dans les expressions (2.5) et (2.7) ce qui donne :

$$\frac{dS}{SdP} = \frac{2(1 - \nu^2)a}{E.e + (1 - \nu).a.E_r} \quad (2.9)$$

La combinaison des expressions (2.1) et (2.9) permet de donner la célérité de propagation d'onde dans le cas considéré.

En reprenant les travaux d'ALLIEVI, FANELLI M. et REALI M. (1975)[33] ont étudié la célérité de propagation de l'onde dans l'écoulement diphasique. Dans ses travaux de recherche, C.RIBREAU (1978)[34] a étudié le

cas des écoulements et la propagation des ondes dans les conduites collabables en caoutchouc sous l'influence des pressions transmursales négatives. Il compare ses résultats à ceux donnés par les pressions transmursales positives, par vérification des lois de déformations. A. KHAMLI (1992)[35] a examiné le cas des ondes élasto-plastiques de coups de bélier dans les tuyauteries. Il présente un modèle de calcul simple qui permet de rendre compte d'une façon sommaire les différents phénomènes qui se produisent dans une tuyauterie lors du passage des ondes de coups de bélier. En reprenant les travaux de FANELLI, et avec une analyse plus poussée, E.HADJ TAYEB, O. DAMAK, et T.LILI, (1998)[36] ont montré l'influence de la déformabilité des parois et, de la compressibilité du fluide sur la propagation des ondes de pression. Ils ont déduit que la propagation des ondes de pression est étroitement liée à l'élasticité des parois et la compressibilité du fluide. B.BAHRAR, E.RIEUTORD, R.MOREL et G.ZEGGWAGH (1998)[37], ont mené une étude sur la modélisation du phénomène du coup de bélier avec la prise en compte du comportement réel de la conduite. Leurs travaux de recherche ont été menés avec le minimum d'hypothèses tant sur l'écoulement que sur le comportement de la paroi. A travers ces travaux, les déformations de flexion et de cisaillement, ainsi que les effets dynamiques liés à l'inertie de la paroi sont également pris en compte. .

2.3. APERCU BIBLIOGRAPHIQUE SUR LA PRISE EN COMPTE DE L'ANCRAGE LONGITUDINAL :

On sait déjà qu'au cours d'un régime transitoire et plus précisément lors d'un phénomène de propagation d'onde, il en résulte des déformations de la canalisation qui sont beaucoup plus radiales que longitudinales. On montre comment prendre en compte les déformations et l'ancrage longitudinaux au niveau de la conduite, question sur laquelle les avis des auteurs suivants sont partagés :

- En pratique, on a affaire le plus souvent à des conduites avec des épaisseurs différentes et soumises à différents efforts, qui influent sur la forme géométrique de la conduite et par conséquent la célérité d'onde.

- **ALLIEVI** considère, dans sa formule, l'hypothèse du fait que la conduite est à paroi mince, élastique et ne subissant aucun effort longitudinal. Ce qui n'est pas toujours le cas rencontré en pratique, notamment dans les adductions d'eau potable et les réseaux de distribution où, le régime transitoire est couramment engendré.

- En s'inspirant sur les travaux d' **ALLIEVI**, une généralisation a été faite sur la détermination de la célérité d'onde. Ainsi, on rappelle que **JAEGER** s'intéresse dans le cas d'une conduite épaisse en négligeant le coefficient de Poisson et par conséquent les efforts longitudinaux de la conduite.

- En se basant sur les mêmes travaux ci – dessus, **J.PARMAKIAN** étudie seulement le cas d'une conduite à paroi mince, en introduisant un terme qui tient compte de l'allongement de la conduite.

- Par un point de vue élargi que celui de **J.PARMAKIAN**, **HALLIWELL** s'est intéressé pour le cas d'une conduite à paroi épaisse avec prise en compte de l'allongement. Néanmoins la divergence entre les deux auteurs réside dans le cas des conduites équipées de joints de dilatation.

- En prenant en considération l'allongement, et malgré la confusion explicative, **STREETER**, **WYLIE** et **HALLIWELL** convergent vers le même point de vue quant à la détermination de la célérité d'onde.

- En analysant tous ces travaux, notamment les points de divergence entre les auteurs, **F.MASSOUH** (1983)[38]et, (1984) [39] s'intéresse aux conduites minces et épaisses, avec une prise en compte de l'allongement, et trouve une expression assez appréciable caractérisant l'ancrage de ces types de conduites.

Dans ses travaux de recherche **DJEMILI** (1988) [40] a analysé, au travers de la déformation longitudinale liée au coefficient de Poisson, l'influence de l'ancrage de la conduite.

Pour plus de simplicité, le tableau N°01 récapitule et compare les travaux sus - cités.

Auteurs	Conduites considérées	Considération de l'ancrage	Formules donnant la célérité d'onde
ALLIEVI	Paroi mince	Non considéré	$c = [\rho(\frac{\Delta\rho}{\rho\Delta P} + \frac{\Delta S}{S\Delta P})]^{-1/2}$
JAEGER	Paroi mince et épaisse	Non considéré	$c = [\rho(\frac{\Delta\rho}{\rho\Delta P} + \frac{\Delta S}{S.\Delta P})]^{-\frac{1}{2}}$
PARMAKIAN	Paroi mince	Considééré	$c = [\rho(\frac{d\rho}{\rho dP} + \frac{dS}{SdP} + \frac{dl}{l.dP})]^{-\frac{1}{2}}$
HALLIWEL	Paroi mince et épaisse	Considééré	$c = [\rho(\frac{\Delta\rho}{\rho\Delta P} + \frac{\Delta S}{S\Delta P} + \frac{\Delta l}{l.\Delta P})]^{-\frac{1}{2}}$
MASSOUH	Paroi mince et épaisse	Considééré	$c = [\rho(\frac{d\rho}{\rho dP} + \frac{dS}{SdP})]^{-\frac{1}{2}}$

Tableau N°01 : récapitulation et comparaison des formules des célérités d'onde .

2.4. EXPRESSION GENERALE DE LA CELERITE D'ONDE :

On donne un aperçu sur les notions de mécanique des matériaux pour mettre en évidence l'influence des contraintes correspondant aux déformations qui en résultent. On montre également comment prendre en compte les déformations et l'ancrage longitudinaux au niveau de la conduite,[32].

- La déformation longitudinale ε_l de la canalisation engendrée par la contrainte longitudinale σ_l , est donnée par la relation suivante :

$$\varepsilon_l = \frac{1}{E}(\sigma_l - \nu\sigma_r) \quad (2.10)$$

- La déformation radiale ε_r engendrée par la contrainte radiale σ_r est donnée par la relation suivante :

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu.\sigma_l) \quad (2.11)$$

On note que le coefficient de Poisson ν est défini comme étant le rapport entre la déformation radiale et la déformation longitudinale :

$$\nu = -\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_l} \quad (2.12)$$

Selon la loi du tube, la contrainte σ_r est liée à la pression intérieure par la relation suivante :

$$\sigma_r = \frac{P.D}{2.e} \quad (2.13)$$

P – étant la pression totale régnant dans la conduite.

Pour la contrainte longitudinale σ_l , on envisage deux cas :

* Si la canalisation présente des joints, notamment ceux comportant les jeux de mouvement, on peut considérer que les tronçons formant cette canalisation, sont indépendants entre eux et qu'il n'y ait pas transmission des efforts dus à la contrainte longitudinale d'un tronçon à l'autre (d'où l'utilité des joints). Il n'y a donc pas de contraintes longitudinales, à la suite d'un mouvement causé par le phénomène de propagation.

Il en résulte donc que :

$$\sigma_l = 0 \quad \text{et} \quad \nu = 0 \quad (2.14)$$

Dans ce cas ν est le coefficient de Poisson équivalent à toute la canalisation.

* Si l'on considère que la contrainte σ_l est prise en compte, on doit connaître le mode d'ancrage ou d'amarrage (fixation) de la canalisation à ses deux extrémités :

- Conduite fixée à ses deux extrémités : La déformation longitudinale est nulle, d'où :

$$\varepsilon_l = \frac{1}{E}(\sigma_l - \nu.\sigma_r) = 0 \quad (2.15)$$

c'est à dire :

$$\nu = \frac{\sigma_L}{\sigma_r} \quad (2.16)$$

On obtient en élasticité la relation suivante :

$$\sigma_i = \frac{2\nu.r_1^2.P}{r_2^2 - r_1^2} \quad (2.17)$$

où r_1 et r_2 désignent respectivement les rayons interne et externe de la conduite.

En plasticité, on écrit simplement $\varepsilon_i = 0$

- Conduite libre à une seule extrémité :

La contrainte σ_r agissant sur la demi – section de la canalisation au cours du phénomène de propagation sera :

$$\sigma_r = \frac{P.D}{2.e} \quad (2.18)$$

Pour connaître la contrainte σ_i pour ce cas de conduite, on considère que la force qui s'exerce à l'extrémité du tuyau est :

$$F = P. \frac{\pi}{4} D^2. \quad (2.19)$$

Cette force s'exerce sur une surface annulaire $A_a = \pi.D.e$, en engendrant une contrainte :

$$\sigma_i = \frac{F}{A_a} = \frac{P.D}{4.e} \quad (2.20)$$

On remarque que :

$$\sigma_i = \frac{\sigma_r}{2} \quad (2.21)$$

On constate que dans tous les cas, on a :

$$\sigma_i = n.\sigma_r \quad (2.22)$$

On peut donc avoir en pratique trois cas distincts :

1^{er} cas : $n = 0,5 \rightarrow$ conduite sans joints, libre à une extrémité.

2^{ème} cas : $n = \nu \rightarrow$ conduite sans joints, amarrée aux deux extrémités.

3^{ème} cas : $n = 0 \rightarrow$ conduite avec de nombreux joints.

La relation déterminée à partir de l'équation de continuité, donne l'expression générale de la célérité de propagation d'onde qui est valable pour un tuyau quelconque véhiculant un fluide quelconque (chap.I.). Pour tenir compte du concept de la mécanique des matériaux, on reprend brièvement ce qui a été dit à propos de l'équation de continuité ; pour trouver une expression beaucoup plus précise donnant la célérité d'onde.

La déformation de l'élément du tuyau est donnée par :

$$\frac{dA}{A} = 2 \cdot \frac{dr}{r} = 2 \cdot d\varepsilon_r = \frac{2}{E} (d\sigma_r - \nu \cdot d\sigma_t) \quad (2.23)$$

ou bien :
$$\varepsilon_r = \frac{\sigma_r}{E} (1 - \nu) \quad (2.24)$$

Après dérivation :

$$d\varepsilon_r = \frac{d\sigma_r}{E} \cdot \chi \quad (2.25)$$

avec :
$$\chi = 1 - \nu.$$

χ - paramètre qui tient compte du mode d'assemblage des conduites formant la canalisation.

On a donc :
$$\frac{dA}{A} = 2 \cdot \frac{d\sigma_r}{E} \cdot \chi = \chi \cdot \frac{D \cdot dP}{E \cdot e} \quad (2.26)$$

vu que :
$$dP = \frac{\partial P}{\partial t} \cdot dt \quad (2.27)$$

$$\frac{dr}{r} = \chi \frac{D}{2 \cdot E \cdot e} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} \cdot dt \quad (2.28)$$

On peut écrire que :

$$2 \pi \cdot r \cdot dr \cdot dx = 2 \pi \cdot r^2 \cdot \frac{D}{2 \cdot e \cdot E} \cdot \chi \cdot dx \cdot \frac{\partial P}{\partial t} \cdot dt \quad (2.29)$$

En considérant l'emménagement total de l'eau à la suite de la dilatation de la conduite ; on obtient :

$$\frac{1}{K_e} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot dx \cdot \frac{\partial P}{\partial t} \cdot dt + 2 \pi r^2 \cdot \frac{D}{2 \cdot e \cdot E} \cdot \chi \cdot dx \cdot \frac{\partial P}{\partial t} \cdot dt = \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \pi r^2 \cdot dx \cdot dt. \quad (2.30)$$

ce qui donne :
$$\left(\frac{1}{K_e} + \chi \cdot \frac{D}{Ee}\right) \cdot \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.31)$$

ou bien :
$$\left(\frac{1}{K_e} + \chi \cdot \frac{D}{Ee}\right) \cdot \rho g \cdot \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.32)$$

en posant :
$$\frac{1}{c^2} = \left(\frac{1}{K_e} + \chi \cdot \frac{D}{Ee}\right) \frac{\varpi}{g} \Rightarrow \frac{g}{c^2} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.33)$$

et finalement:
$$c = \frac{\sqrt{\frac{K_e}{\rho}}}{\sqrt{1 + \chi \cdot \frac{K_e D}{Ee}}} \quad (2.34)$$

2.4.1. Calcul du coefficient de déformabilité « χ » :

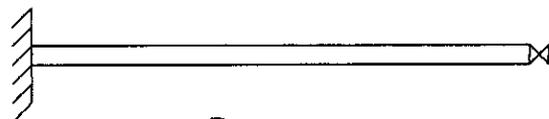
Dans ses travaux de recherche, A.R. HALLIWELL (1963),[32] envisage deux cas pour le calcul du coefficient de déformabilité :

a) Cas général :

Pour une conduite élastique, à paroi épaisse, avec un rapport D/e inférieur approximativement à 25, ce coefficient est fonction du type d'ancrage :

1^{er} cas :

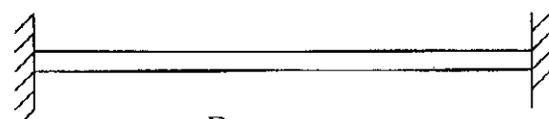
Conduite ayant un déplacement libre dans le sens longitudinal fixé à l'extrémité opposée à celle où se produit l'onde :



$$\chi = \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) \frac{D}{D+e} + 2(1+\nu) \cdot \frac{e}{D} \quad (2.35)$$

2^{ème} cas :

Conduite ancrée sur toute sa longueur empêchant tout déplacement longitudinal.



$$\chi = (1 - \nu^2) \frac{D}{D+e} + 2(1+\nu) \cdot \frac{e}{D} \quad (2.36)$$

3^{ème} cas :

Conduite libre de se déplacer dans le sens longitudinal et équipée de joints de dilatation.



$$\chi = \frac{D}{D+e} + 2(1+\nu) \cdot \frac{e}{D} \quad (2.37)$$

b) Expression particulière de la célérité :

La déformabilité de la conduite prend deux formes particulières extrêmes :

- Pour la conduite à paroi mince ($e \ll D$).

Le coefficient de déformabilité prend les valeurs suivantes :

$$1^{\text{er}} \text{ cas d'ancrage : } \chi = 1 - \frac{\nu}{2}$$

$$2^{\text{ème}} \text{ cas d'ancrage : } \chi = 1 - \nu^2$$

$$3^{\text{ème}} \text{ cas d'ancrage : } \chi = 1$$

Dans tous les cas, par rapport au cas général, on remarque :

$$\chi = \chi_{\min ce} \cdot \frac{1}{1 + \frac{e}{D}} + \frac{2e}{D} \cdot (1 + \nu) \quad (2.38)$$

- Pour la conduite à paroi très épaisse : ($e \gg D$). C'est le cas d'une galerie rocheuse.

$$\frac{\Delta S}{S \Delta P} = 2 \cdot \frac{1 + \nu}{E} \quad (2.39)$$

et la célérité d'onde sera :

$$c = \left[\rho \left(\frac{1}{K_e} + 2 \cdot \frac{1 + \nu}{E} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (2.40)$$

La célérité de propagation de l'onde dans une conduite à paroi très épaisse ne dépend donc pas des dimensions de la conduite mais seulement des propriétés mécaniques du matériau de la conduite et de celles du fluide. A titre de résumé, on dresse un tableau récapitulatif (N °02):

Tableau N°02 : récapitulation sur la célérité de propagation d'onde dans les conduites élastiques minces et épaisses, et leur mode d'ancrage :

Auteurs	Célérité	Le coeff. χ . de déformabilité de la conduite					
		1 ^{er} cas		2 ^{ème} cas		3 ^{ème} cas	
		Mince	Epaisse	Mince	Epaisse	Mince	Epaisse
ALLIEVI	$c = [\rho(\frac{\Delta\rho}{\rho\Delta P} + \frac{\Delta S}{S\Delta P})]^{-\frac{1}{2}}$	1	-	1	-	1	-
JAEGER	$c = [\rho(\frac{\Delta\rho}{\rho\Delta P} + \frac{\Delta S}{S\Delta P})]^{-\frac{1}{2}}$	1	$\frac{B}{B+1} + \frac{2}{B}$	1	$\frac{B}{(B+1)} + \frac{2}{B}$	1	$\frac{B}{(B+1)} + \frac{2}{B}$
PARMAKIAN	$c = [\rho(\frac{d\rho}{\rho dP} + \frac{dS}{SdP} + \frac{dL}{LdP})]^{-\frac{1}{2}}$	$\frac{5}{4} - \nu$	-	$1 - \nu^2$	-	$1 - \frac{\nu}{2}$	-
HALIWELL	$c = [\rho(\frac{\Delta\rho}{\rho\Delta P} + \frac{\Delta S}{S\Delta P} + \frac{\Delta L}{L\Delta P})]^{-\frac{1}{2}}$	$\frac{5}{4} - \nu$	$(\frac{5}{4} - \nu)\frac{B}{B+1} + \frac{2(1+\nu)}{B}$	$1 - \nu^2$	$(1 - \nu^2)\frac{B}{B+1} + \frac{2(1+\nu)}{B}$	1	$\frac{B}{B+1} + \frac{2(1+\nu)}{B}$
MASSOUH	$c = [\rho(\frac{d\rho}{\rho dP} + \frac{dS}{SdP})]^{-\frac{1}{2}}$	$1 - \frac{\nu}{2}$	$(1 - \frac{\nu}{2})\frac{B}{B+1} + \frac{2(1+\nu)}{B}$	$1 - \nu^2$	$(1 - \nu^2)\frac{B}{B+1} + \frac{2(1+\nu)}{B}$	1	$\frac{B}{B+1} + \frac{2(1+\nu)}{B}$

En posant $B = \frac{D}{e}$.

2.5.CELERITE DE PROPAGATION DE L'ONDE DANS LES CONDUITES EN POLYETHYLENE :

2.5.1. Généralité :

Les conduites en polyéthylène, de même que les autres conduites en plastique, sont de plus en plus utilisées pour l'adduction d'eau ainsi, que pour les applications industrielles. L'utilisation accrue de ces conduites en polyéthylène s'explique par les nombreux avantages :

- Une bonne résistance à la corrosion.
- Une gamme de diamètres disponibles.
- Une faible perte de charge .
- Une facilité de montage et d'installation.

D'autre part, les conduites en polyéthylène peuvent être fabriquées en grandes longueurs et enroulées sous forme de couronnes, ce qui permet de réduire énormément le nombre de raccords. On est amené à étudier ces conduites en régime transitoire et s'assurer de leur protection contre le coup de bélier. Leurs études dans ce domaine comportent des difficultés qui ne sont pas négligeables et qui proviennent du comportement mécanique particulier de la section de ces conduites surtout après leur stockage.

En pratique, on constate en effet, que les conduites en polyéthylène après fabrication et stockage, présentent une section ovalisée, de façon permanente : celle – ci se comporte alors, sous l'effet de la pression, comme une section plutôt elliptique que circulaire. D'autre part, la paroi manifeste un comportement mécanique complexe en raison de la visco – élasticité du polyéthylène,[38].

2.5.2. Méthode de calcul de la célérité :

L'étude du régime transitoire dans les conduites se fait à partir de l'équation de continuité et de l'équation dynamique qu'on établit généralement à l'aide d'un volume de référence constitué par une tranche élémentaire d'épaisseur dx de la conduite.

Dans le cas du mouvement unidimensionnel et en utilisant des valeurs moyennes sur la section de la conduite, ces équations s'écrivent :

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial \rho S}{\rho S \partial t} = 0 \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} - g(\sin \alpha - i) = 0. \quad (2.42)$$

Dans le cas parfait de propagation sans amortissement, la célérité de l'onde est :

$$c_0 = \left(\frac{S dP}{d\rho S} \right)^{\frac{1}{2}} = \left[\rho \left(\frac{d\rho}{\rho dP} + \frac{dS}{S dP} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.43)$$

Cette célérité permet de résoudre les équations (2.41) et (2.42) bien que celles-ci contiennent les pertes de charge. En effet, à l'aide de l'équation (2.43), on peut écrire l'équation de continuité comme suit :

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho c_0^2} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{v}{\rho c_0^2} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (2.44)$$

Dans ces conditions les équations (2.42) et (2.44) constituent un système hyperbolique et la méthode des caractéristiques permet de les transformer en deux équations aux dérivées totales :

$$\frac{dv}{dt} \pm \frac{1}{\rho c_0} \cdot \frac{dP}{dt} - g \cdot \sin \alpha + \frac{f_r \cdot v / v'}{2D} = 0 \quad (2.45)$$

Ce sont des équations valables sur les deux « chemins caractéristiques »

$$\frac{dx}{dt} = v \pm c_0 \quad (2.46)$$

Dans les problèmes courants du coup de bélier, la célérité c_0 est très constante et très grande par rapport à la vitesse v ; les chemins caractéristiques correspondent alors à des droites dans le plan (x,t) .

Dans le cas des conduites en polyéthylène ayant subi un enroulement, le calcul de la célérité de propagation de l'onde devient compliqué et incertain. La complexité vient du fait que la visco-élasticité est mêlée à l'ovalisation de la section. Pour cela, la voie expérimentale, relativement simple, est en général

envisagée pour mesurer la déformabilité de la conduite ; ce qui permet en principe de connaître la célérité.

Le principe se fait à la base de la relation (2.43) donnant la célérité. On considère une conduite de longueur L , de section interne S remplie d'eau sous pression P et fermée aux extrémités. La masse d'eau dans la conduite est donc $M = \rho.S.L$.

Si l'on injecte ou prélève une masse ΔM supposée petite par rapport à M ; il se produit les variations suivantes :

$$\frac{\Delta M}{M\Delta P} = \frac{\Delta \rho}{\rho\Delta P} + \frac{\Delta S}{S\Delta P} + \frac{\Delta L}{L\Delta P} \quad (2.47)$$

En général, le terme $\frac{\Delta L}{L\Delta P}$ est négligeable devant $\frac{\Delta S}{S\Delta P}$, et il devient nul, lorsque la conduite est ancrée. Dans ces conditions, on peut écrire l'expression de la célérité sous la forme approchée :

$$c_{ap} = \left[\frac{\rho\Delta M}{M\Delta P} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (2.48)$$

Pour connaître la célérité de propagation dans la conduite, il suffit donc de provoquer expérimentalement la variation de masse ΔM et de mesurer la variation consécutive ΔP de la pression. Sur le plan pratique, on peut procéder de deux façons :

- Injection de la masse ΔM , appelée « Méthode de gonflage ».
- Prélèvement de la masse ΔM , appelée « Méthode de dégonflage ».

Afin de réduire l'erreur expérimentale due à la détermination de ΔP par différence entre deux valeurs mesurées, il est préférable d'effectuer des mesures successives en vue d'obtenir toute une courbe (P , M). La tangente de cette courbe permet de calculer $\frac{\Delta M}{\Delta P}$ et par conséquent, la célérité qui est donnée par l'expression (2.48).

La masse ΔM est injectée à l'aide d'une pompe manuelle à piston de volume bien connu, ou bien prélevée rapidement à partir d'une vanne à

l'extrémité d'une conduite. Une onde se produit ainsi et sera enregistrée à l'aide de deux capteurs de pression placés aux extrémités de la conduite. L'enregistrement permet de connaître la célérité réelle c_r de propagation de l'onde. La valeur de la célérité réelle c_r ainsi déterminée sert comme base pour vérifier la célérité c_{ap} , calculée à partir de la relation (2.48).

Les phénomènes visco – élastiques tendent à diminuer la variation de pression provoquée par l'essai. Pour réduire l'effet de ces derniers, il faut réduire le temps mis pour mesurer la pression après l'essai. Or ce temps dépend à la fois du moyen de mesure utilisé et de la longueur de la conduite qui détermine la durée du régime transitoire, durée nécessaire pour la stabilisation de la pression après l'essai. [39].

2.6- CELERITE DE PROPAGATION DE L'ONDE DANS LES CONDUITES EN BETON ARME .

2.6.1. Méthode de l'épaisseur équivalente :

Ce cas est traité actuellement en considérant une conduite simple équivalente en béton ou en acier à la place de la conduite en béton armé. Le calcul de la célérité est ramené à celui d'une conduite simple dans laquelle on peut calculer cette célérité par l'expression générale. L'hypothèse considère que le béton et l'acier ont la même déformation.

La force F provoquant une déformation ε d'un élément de béton armé soumis à l'équilibre de la largeur unitaire et de section e_b+e_m , sera donnée par :

$$F = e_b \cdot \sigma_b + e_a \cdot \sigma_a \quad (2.49)$$

e_b - est l'épaisseur du béton

e_a - est l'épaisseur du métal supposé uniformément réparti sur la largeur.

σ_b, σ_a - désignent les contraintes respectives dans le béton et dans l'armature.

Selon la loi de Hooke, on peut écrire :

$$F = \varepsilon \cdot E_b (e_b + \eta \cdot e_a) = \sigma_b \cdot e_{eq} \cdot b \quad (2.50)$$

$$\text{ou bien : } F = \varepsilon \cdot E_a \cdot \left(e_a + \frac{e_b}{\eta} \right) = \sigma_a \cdot e_{eq.a} \quad (2.51)$$

η : désigne le rapport entre les modules d'élasticité du métal et du béton, variant entre 8 et 15.

E_b - module d'élasticité du béton.

E_a - module d'élasticité du métal.

Etant donné qu'il s'agit d'une conduite en béton avec des couches d'armature, il a été proposé une solution approchée par détermination d'une épaisseur équivalente [39]:

- épaisseur équivalente en béton.

$$e_{eq.b} = e_b + \eta \cdot e_a \quad (2.52)$$

- épaisseur équivalente en armature

$$e_{eq.a} = e_a + \frac{e_b}{\eta} \quad (2.53)$$

2.6.2. Critique de la méthode de l'épaisseur équivalente :

Une formule empirique donnerait peut être un résultat plus satisfaisant, pour le calcul de la célérité de propagation dans une conduite en béton armé, par rapport au calcul théorique. Cette comparaison relève du fait que les lois du béton armé ne sont applicables qu'avec une certaine approximation en raison de l'hétérogénéité, l'incertitude sur le rapport η et la fissuration du béton. La méthode de l'épaisseur équivalente n'est pas à priori la meilleure solution pour résoudre le problème théoriquement. Cette méthode n'est en fait valable que pour une section de béton armé soumise à la même déformation dans tous ces points et pour un état de contrainte dans le même sens que la déformation.

Les conduites en béton armé sont généralement des conduites épaisses et la déformation circonférentielle du béton armé varie en fonction du rayon. De plus l'état de charge du béton est tri - dimensionnel ; la pression interne, les contraintes longitudinales et les contraintes circonférentielles.

La méthode dite d'épaisseur équivalente, ne peut pas tenir compte correctement des efforts et des déformations longitudinales de la conduite.

Pour ce cas d'étude, on propose de déterminer la célérité de l'onde de propagation, en considérant que la conduite est composée de deux anneaux concentriques, le métal et le béton, disposés respectivement de l'intérieur vers l'extérieur. On suppose également qu'il y a une parfaite compatibilité de déplacement interfacial entre le métal supposé comme conduite mince et le béton, comme conduite épaisse. On note par ailleurs que les déformations longitudinales sont supposées nulles. Etant donné qu'il s'agit du cas des conduites enterrées, le sol sera considéré dans l'étude, comme étant un troisième anneau concentrique toujours, agissant soit par sa raideur, soit par une charge due à l'épaisseur du remblai. Cette partie sera traitée en détail dans le prochain chapitre.

2.7- CELERITE DE PROPAGATION DANS LES ECOULEMENTS DIPHASIQUES.

Jusqu'à maintenant, on a vu que l'expression de la célérité dépend, en plus de la déformabilité de la conduite, de la compressibilité du liquide et de sa masse volumique en milieu monophasique. Pour compléter l'étude sur la célérité, on aborde le cas où les propriétés physiques du liquide sont modifiées par la présence d'une deuxième phase (solide ou gazeuse), [33]et [36].

2.7.1. Célérité de propagation d'onde dans un milieu liquide- solide :

Ce cas est couramment rencontré dans les conduites d'assainissement alimentées par les pompes ou éjecteurs, et les conduites industrielles. L'étude du régime transitoire dans ce milieu nécessite la connaissance des propriétés du mélange afin de pouvoir déterminer la célérité, figure (2.2).

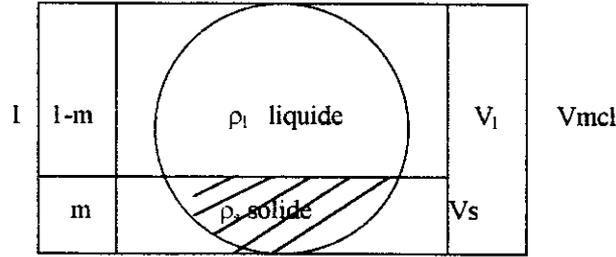


Figure 2.2 : Proportions du mélange

On désigne par :

m - masse des matières solides par unité de masse du mélange.

ρ_l - masse volumique du liquide.

ρ_s - masse volumique des matières solides à la pression considérée.

ρ_{mel} - masse volumique du mélange.

V_{mel} - volume massique du mélange.

V_l, V_s - volumes du liquide et de matières solides dans l'unité de masse du mélange à la pression considérée.

La masse volumique du mélange est définie comme suit :

$$\rho_{mel} = \frac{1}{V_{mel}} = \frac{1}{V_l + V_s} = \frac{1}{\frac{1-m}{\rho_l} + \frac{m}{\rho_s}} \quad (2.54)$$

ou bien :

$$\rho_{mel} = \frac{\rho_l \cdot \rho_s}{(1-m)\rho_s + m \cdot \rho_l} \quad (2.55)$$

La compressibilité du mélange K_{mel} peut être définie en tenant compte que :

$$\frac{d\rho_{mel}}{\rho_{mel}} = \frac{dV_{mel}}{V_{mel}} \quad (2.56)$$

on obtient :

$$K_{mel} = -\frac{dV_{mel}}{V_{mel} \cdot dP} = -\rho_{mel} \cdot \frac{d}{dP}(V_l + V_s) \quad (2.57)$$

Soit :

$$K_{mel} = \rho_{mel} \left(\frac{m}{\rho_s \cdot \epsilon_s} + \frac{1-m}{\rho_l K_e} \right) \quad (2.58)$$

K_e, ϵ_s , sont des modules d'élasticité de l'eau et des matières solides.

Finalement, on obtient la célérité de propagation, en remarquant que :

$$K_{\text{mel}} = \frac{1}{\varepsilon_{\text{mel}}}, \text{ soit : } c_{\text{mel}} = \left[\rho_{\text{mel}} \left(\frac{\rho_{\text{mel}}(1-m)}{\rho_l \cdot K_c} + \frac{\rho_{\text{mel}} \cdot m}{\rho_s \cdot \varepsilon_s} + \frac{\chi \cdot D}{E \cdot e} \right) \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (2.59)$$

2.7.2 . Célérité de propagation d'onde en mélange liquide-gaz :

A la suite d'une cavitation, on peut avoir la naissance de gaz ou de vapeur d'eau, de même l'apparition d'un dégazage à la suite d'une baisse de pression. Dans cette étude, on suppose que les bulles gazeuses existent dans le liquide transporté par une conduite en charge. L'hypothèse fondamentale réside dans le fait que le mélange soit homogène et que les bulles ont même dimension. Les propriétés physiques moyennes ainsi considérées globalement se basent sur celles des deux composantes liquide et gazeuse. [36].

La déformabilité de la conduite véhiculant un mélange liquide – gaz en charge, est très faible par rapport à la compressibilité du mélange. Celle – ci est due à la présence du gaz. La conduite est donc supposée infiniment rigide. Plusieurs travaux ont fait l'objet de la détermination de la célérité de propagation d'onde ,en milieu liquide-gaz [11],[17], [36], [39]. Leur point commun réside sur le fait que la présence d'air ou de gaz dans une conduite véhiculant de l'eau, modifie les régimes transitoires dans la mesure où elle augmente beaucoup la compressibilité du fluide et qu'en conséquence la célérité des ondes de coup de bélier diminue. Les travaux menés au laboratoire par **KOBORI et al.** et **PEARSALL (1955)**, cités dans la référence [11], ont montré à travers un graphique théorique et expérimental, que lorsque le rapport volume d'air/ volume du mélange (en %) augmente, la célérité diminue pour une même pression statique . A titre d'exemple ce graphique montre que pour une pression statique de 324 kPa la célérité de l'onde chute approximativement de 450 m/s à 260 m/s lorsque le rapport du mélange passe de 20 à 60 %.

Si l'on peut admettre la conservation des masses gazeuse et liquide à l'intérieur du mélange, l'expression (2.59) peut servir à la détermination de la

célérité de propagation : il suffit de remplacer les termes $\frac{1}{\varepsilon_s}$ et ρ_s .

D'après la loi des gaz, la relation liant la compressibilité K_g et la masse volumique ρ_g d'un gaz, à la pression P_g , s'écrit :

$$K_g = \frac{1}{\varepsilon_g} = \frac{1}{\gamma P_g} \quad (2.60)$$

et :

$$\rho_g = \left(\frac{P_g}{P_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot \rho_{g,0} \quad (2.61)$$

$\rho_{g,0}$ - est la masse volumique du gaz à la pression atmosphérique ($P_0=1$).

$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ - est le rapport entre les chaleurs spécifiques à pression et à volume constants du gaz.

$\gamma=1$ - pour un phénomène isotherme (variation lente).

$\gamma=1,4$ - pour un phénomène adiabatique (variation rapide).

a) D'après l'expression (2.58), la compressibilité $\frac{1}{\varepsilon_s} = -\frac{dV_s}{V_s dP}$ des matières solides (phase véhiculée), est calculée par rapport à la pression P du liquide (phase véhiculante). D'une façon analogue, on doit calculer la compressibilité des bulles gazeuses (phase véhiculée) par rapport à la pression P , soit :

$$K_{gp} = \frac{1}{\varepsilon_{gp}} = -\frac{dV_g}{V_g dP} \quad (2.62)$$

Remarque : l'indice P sert à distinguer cette compressibilité de celle calculée par rapport à la pression P_g du gaz ; cette dernière n'est pas obligatoirement égale à P .

b) Si l'on considère que le mélange est formé de deux ou plusieurs gaz dans le volume V_g , le rapport (m) représente la masse du mélange gazeux dans l'unité de masse du mélange di - phasique. La masse volumique de la phase gazeuse est :

$$\rho_g = \sum \rho_{gi} \quad (2.63)$$

ρ_{gi} - est la masse volumique du gaz (i) à sa pression partielle P_{gi}

Finalement pour calculer la célérité de propagation dans le mélange liquide – gaz, il suffit de combiner les équations (2.55) et (2.59) en négligeant la déformabilité de la conduite et, en remplaçant ρ_s et ε_s par ρ_g et ε_{gp} , on obtient :

$$c_m = \left(\frac{1-m}{\rho_l} + \frac{m}{\rho_g} \right) \left(\frac{1-m}{\rho_l \cdot K_e} + \frac{m}{\rho_g \varepsilon_{gp}} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.64)$$

2.8.CONCLUSION :

A travers une étude bibliographique très détaillée, ce deuxième chapitre a permis d'éclaircir les avis des différents auteurs au niveau des expressions donnant la célérité de propagation d'onde. On a remarqué également que ces avis divergent non seulement sur le calcul de la déformabilité, mais également sur le mode d'ancrage de la conduite. Il a été conclu que ces divergences résident notamment sur la considération ou non du coefficient de Poisson.

Malgré les hypothèses simplificatrices faites dans le calcul par l'épaisseur équivalente, celui – ci conduit à des résultats relativement proches.

Dans cette étude, on a montré que l'expression générale donnant la célérité de propagation dans un mélange « liquide – matières solides » est valable également pour le cas d'un mélange « liquide – gaz ».

CHAPITRE III :
CELERITE DE L'ONDE DE COUP DE BELIER
DANS LES CONDUITES ENTERREES .

CHAPITRE III :

CELERITE DE L'ONDE DE COUP DE BELIER DANS LES CONDUITES ENTERREES .

3.1. INTRODUCTION :

Dans la littérature, il existe plusieurs formules pour le calcul de la célérité de l'onde de coup de bélier dans les conduites sous pression. Cependant, la majorité de ces formules sont développées avec l'hypothèse d'une conduite à paroi simple non soumise à la pression externe [3],[4],[9], [33],[34],[35],[36], [37], [38]et [39].

Dans ce cas, la conduite peut se déformer librement dans le sens radial, vu l'absence des charges extérieures. Avec ces formules, le calcul du coup de bélier ne nous informe pas sur la valeur susceptible d'exister réellement si les conduites sont soumises à une charge externe. Pour en tenir compte, MEUNIER [41] propose d'après des données expérimentales, une courbe représentant le pourcentage d'augmentation de la célérité d'onde quand les conduites sont soumises à la charge du remblai. En effet celui-ci produit une rigidité supplémentaire de l'enveloppe de la conduite, se traduisant par une moindre déformabilité de la section, et par conséquent une augmentation de la célérité du coup de bélier.

En pratique, il existe aussi le cas des conduites enterrées ou creusées dans du rocher où la paroi est composée de différents matériaux (blindage, conduite et milieu externe) avec des épaisseurs différentes à travers lesquelles la pression est alors transmise. Pour traiter le cas des galeries rocheuses, JAEGER [31] utilise le modèle de Lamé, et propose une formule simplifiée où il considère une paroi formée d'anneaux concentriques (blindage, béton, rocher).

Cependant, il néglige les modules de Poisson pour le blindage et le béton et considère uniquement celui du rocher. Par la suite, **HALLIWELL** [32], traite ce même cas en considérant le module de Poisson des différents matériaux mais en adoptant le même module partout.

Le présent travail consiste à généraliser le raisonnement de **HALLIWELL** [32] en tenant compte du module de Poisson propre à chaque anneau composant la paroi. La modélisation développée est également applicable au cas des conduites enterrées en les considérant comme des conduites à parois multiples avec le sol comme un milieu externe élastique à épaisseur infinie.

Cette modélisation va permettre de calculer la déformabilité de la section et de proposer une formulation pour le calcul de la célérité de propagation de l'onde du coup de bélier aussi bien dans les galeries rocheuses que dans les conduites enterrées.

Pour illustrer l'effet du sol sur une conduite enterrée, des calculs inspirés de la réalité seront menés et complétés par une représentation graphique mettant en évidence l'augmentation de la célérité de l'onde par rapport au cas des conduites libres.

3.2. RAPPEL SUR LE CALCUL DES CYLINDRES A PAROIS EPAISSES .

On examine un cylindre à parois épaisses se trouvant sous l'action d'une pression interne (P_1) et d'une pression externe (P_2) ; r_1 et r_2 sont respectivement les rayons interne et externe du cylindre. [42]

On considère un élément abcd de ce cylindre, limité par deux plans formant un angle $d\theta$ (figure 3.1), et deux surfaces cylindriques de rayon r et $r + dr$.

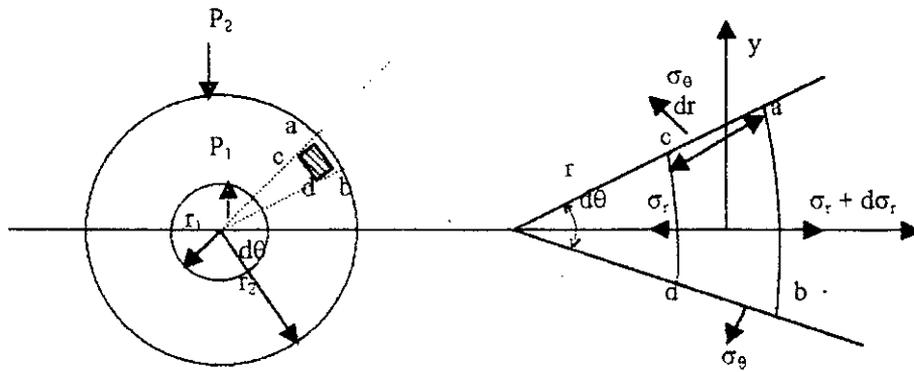


Figure 3.1 : élément de conduite soumis aux pressions externe et interne.

Le problème consiste à déterminer :

$$\sigma_r = f(P_1, P_2, r) \quad (3.1.)$$

et $\sigma_\theta = f_1(P_1, P_2, r) \quad (3.2.)$

En établissant les équations de la statique, on obtient les projections par unité de longueur de la conduite :

$$\Sigma x = 0 ; \Sigma y = 0 \quad (3.3)$$

Par symétrie de l'élément considéré, on peut écrire :

$$\Sigma x = -\sigma_r r d\theta + (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\theta - 2\sigma_\theta dr \sin \frac{d\theta}{2} = 0 \quad (3.4)$$

Si l'on pose $\sin \frac{d\theta}{2} = \frac{d\theta}{2}$, et qu'on néglige les grandeurs du 2^{ème} ordre, on obtient :

$$r \cdot \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r - \sigma_\theta = 0 \quad (3.5)$$

σ_r et σ_θ se sont deux inconnues, pour les déterminer, on considère les aspects géométriques et physiques du problème. De ce fait, on présente l'équation (3.5) sous forme de déplacement radial (u) de la surface cylindrique de rayon (r). Ce qui entraîne un déplacement $u + du$ de la surface cylindrique de rayon $r + dr$.

L'allongement relatif de l'élément de longueur dr sera :

$$\epsilon_r = \frac{du}{dr} \quad (3.6)$$

L'allongement relatif dans la direction tangentielle sera :

$$\varepsilon_\theta = \frac{(r+u)d\theta - rd\theta}{r.d\theta} = \frac{u}{r} \quad (3.7)$$

En accord avec la loi de **Hooke** généralisée pour le cas d'état de contrainte plan, on considère l'aspect physique du problème eu égard des dépendances entre les contraintes et les déformations :

$$\sigma_r = \frac{E_c}{1-\nu^2} (\varepsilon_r + \nu \cdot \varepsilon_\theta) \quad (3.8)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E_c}{1-\nu^2} (\varepsilon_\theta + \nu \cdot \varepsilon_r) \quad (3.9)$$

ou bien, on peut écrire :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E_c}{1-\nu^2} \left(\frac{du}{dr} + \nu \cdot \frac{u}{r} \right) \\ \sigma_\theta &= \frac{E_c}{1-\nu^2} \left(\frac{u}{r} + \nu \cdot \frac{du}{dr} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

En introduisant l'expression (3.10) dans l'expression (3.5), on obtient une équation différentielle :

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0 \quad (3.11)$$

qui peut être mise sous la forme :

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{d(ur)}{dr} \right] = 0 \quad (3.12)$$

La solution générale après double intégration, est :

$$u = C_1 r + C_2 \cdot \frac{1}{r} \quad (3.13)$$

C_1, C_2 sont des constantes d'intégration déterminées à partir des conditions aux limites :

$$(\sigma_r)_{r=r_1} = -P_1$$

$$(\sigma_r)_{r=r_2} = -P_2$$

On introduit l'expression (3.13) dans l'expression (3.10), on obtient :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E_c}{1-\nu^2} \left[(1+\nu)C_1 - \frac{1-\nu}{r^2} \cdot C_2 \right] \\ \sigma_\theta &= \frac{E_c}{1-\nu^2} \left[(1+\nu)C_1 + \frac{1-\nu}{r^2} \cdot C_2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

Tenant compte des conditions aux limites, on obtient :

$$\left. \begin{aligned} -P_1 &= \frac{E_c}{1-\nu^2} \left[(1+\nu)C_1 - \frac{1-\nu}{r_1^2} \cdot C_2 \right] \\ -P_2 &= \frac{E_c}{1-\nu^2} \left[(1+\nu) \cdot C_1 - \frac{1-\nu}{r_2^2} \cdot C_2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

Après résolution, on obtient :

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{1-\nu}{E_c} \cdot \frac{P_1 \cdot r_1^2 - P_2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \\ C_2 &= \frac{1+\nu}{E_c} \cdot \frac{r_1^2 \cdot r_2^2 \cdot (P_1 - P_2)}{r_2^2 - r_1^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

En remplaçant C_1 et C_2 par leurs valeurs dans les expressions (3.13) et (3.14) , on obtient les formules définitives permettant de déterminer le déplacement radial (u) ,et les contraintes (formule de Lamé).

$$u = \frac{1-\nu}{E_c} \cdot \frac{r_1^2 P_1 - r_2^2 P_2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot r + \frac{1+\nu}{E_c} \cdot \frac{r_1^2 \cdot r_2^2 \cdot (P_1 - P_2)}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r} \quad (3.17)$$

$$\sigma_r = \frac{r_1^2 P_1 - r_2^2 P_2}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{r_1^2 \cdot r_2^2 \cdot (P_1 - P_2)}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r^2} \quad (3.18)$$

$$\sigma_\theta = \frac{r_1^2 P_1 - r_2^2 P_2}{r_2^2 - r_1^2} + \frac{r_1^2 \cdot r_2^2 \cdot (P_1 - P_2)}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r^2} \quad (3.19)$$

Quand on se trouve en présence de charges axiales N agissant sur la conduite ; les contraintes axiales σ_l apparaissent dans ses parois :

$$\sigma_l = \frac{N}{A_{an}} = \frac{N}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} \quad (3.20)$$

où : A_{an} – désigne la section annulaire de la conduite.

Dans l'expression (3.17) apparaît alors le terme :

$$\Delta u(r) = -\nu \frac{\sigma_l}{E_c} r \quad (3.21)$$

c'est à dire :

$$u(r) = \frac{1}{E_c} \left[(1 + \nu) r_1^2 r_2^2 \frac{P_1 - P_2}{r_2^2 - r_1^2} \frac{1}{r} + (1 - \nu) \frac{P_1 r_1^2 - P_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} r \right] - \nu \frac{\sigma_l}{E_c} r \quad (3.22)$$

alors que les contraintes σ_r et σ_θ , restent inchangées.

Dans cette étude, on se sert de l'expression (3.22) pour la détermination du déplacement radial de la conduite sous l'effet du remblai du sol.

3.3. COMPORTEMENT DU SYSTEME CONDUITE- SOL :

L'étude de la célérité d'onde sera menée dans l'hypothèse d'un système conduite – sol linéairement élastique. La pression externe exercée par le sol est supposée uniformément répartie sur le contour de la conduite. Pour donner au raisonnement un aspect général, on considère la cas où le système est composé de plusieurs parois annulaires : blindage, conduite et le milieu externe (sol ou rocher) [43] et [44] . Ce schéma général est présenté sur la figure (3.2).

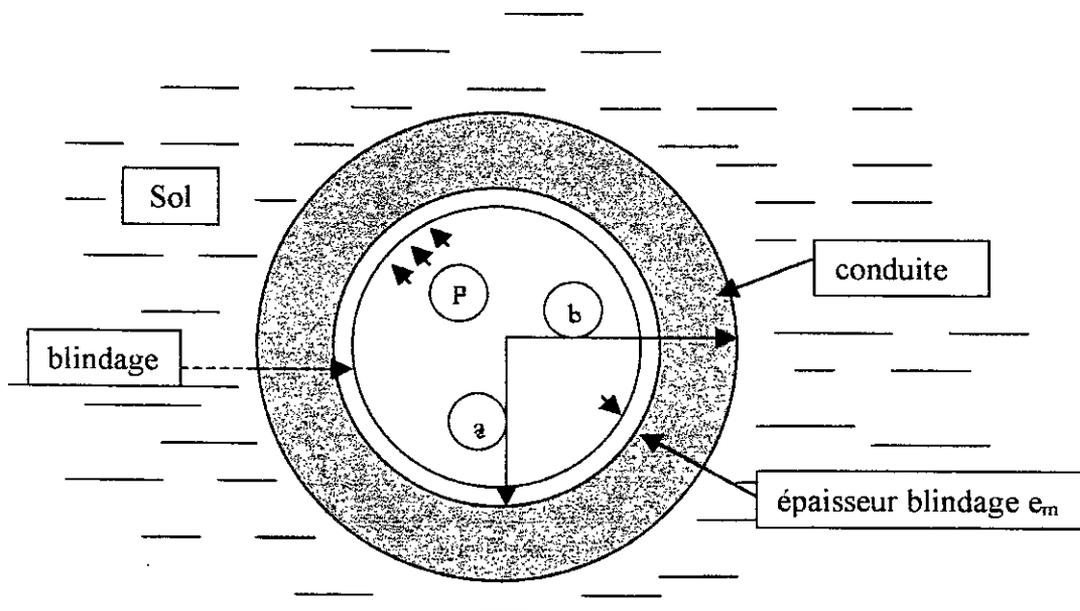


Figure 3.2 : Système considéré : blindage- conduite- sol.

Dans ce raisonnement, on suppose l'absence d'espaces annulaires aux interfaces des anneaux et, qu'il y a une parfaite égalité des déplacements et des déformations des anneaux à l'interface annulaire, sous l'effet de la pression due au sol, et celle interne P due au liquide. Ainsi la raideur opposée au fluide, peut être modélisée par une série de ressorts (un par anneau) y compris celui correspondant au sol.

Pour étudier le comportement de la paroi de la conduite, on fait appel à la formulation donnée par LAME [42] pour un cylindre épais. L'hypothèse des pressions uniformes P_1 et P_2 respectivement sur les parois interne et externe d'un cylindre, permet de calculer le déplacement radial $u(r)$ d'un point quelconque du cylindre par la relation (3.22) déjà citée .

Selon **Hooke**, la déformation longitudinale, sous l'effet des contraintes radiales et tangentiels, est donnée par la relation suivante :

$$\varepsilon_l = \frac{1}{E_c} [\sigma_l - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)] \quad (3.23)$$

Tenant compte des expressions (3.18) et (3.19), on obtient :

$$\varepsilon_l = \frac{1}{E_c} \left(\sigma_l - 2\nu \cdot \frac{r_1^2 P_1 - r_2^2 P_2}{r_2^2 - r_1^2} \right) \quad (3.24)$$

Dans l'hypothèse d'une déformation longitudinale nulle, $\varepsilon_l = 0$, on obtient :

$$\sigma_l = \frac{2\nu r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(\frac{P_1}{r_2^2} - \frac{P_2}{r_1^2} \right) \quad (3.25)$$

Ainsi l'expression (3.22) devient :

$$u(r) = \frac{r_1^2 r_2^2 (1 + \nu)}{E_c (r_2^2 - r_1^2)} \left[(P_1 - P_2) \frac{1}{r} + (1 - 2\nu) \left(\frac{P_1}{r_2^2} - \frac{P_2}{r_1^2} \right) r \right] \quad (3.26)$$

L'équation (3.26) sera appliquée successivement aux différents anneaux afin d'aboutir à la relation liant le déplacement de la paroi interne à la pression de l'écoulement et d'en définir la déformabilité de la section.

3.3.1. Déplacement radial du blindage :

Il s'agit ici de l'étude d'une conduite mince, d'épaisseur e_m (figure 3.3), soumise aux charges P_a à l'extérieur et P à l'intérieur. Partant de l'équation (3.26) en posant $r_1 = a - e_m$, $r_2 = a$ et en supposant que l'épaisseur du blindage est faible devant le rayon, le déplacement $u(r = a)$ sous l'effet de la différence de pression $(P - P_a)$ est donné par :

$$u(r = a) = \frac{(1 - \nu_m^2)(P - P_a)a^2}{E_m e_m} \quad (3.27)$$

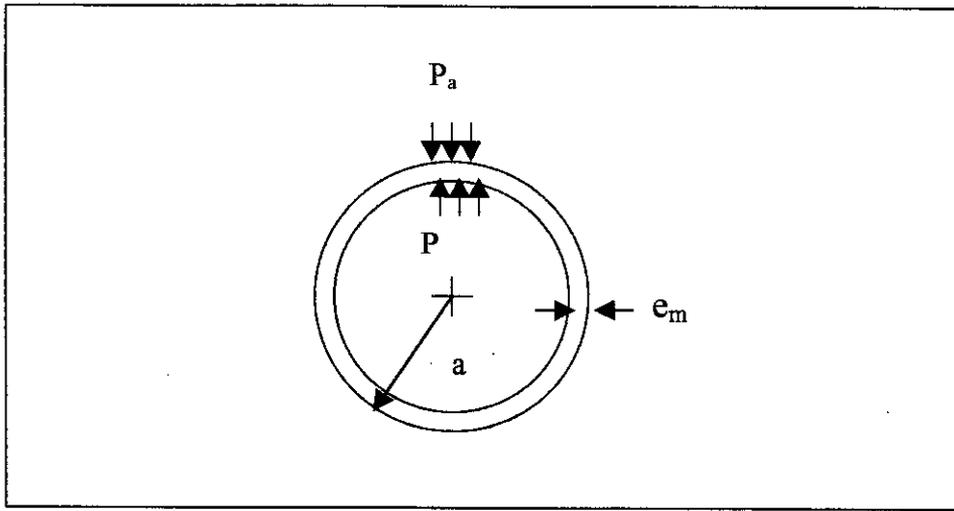


Figure : 3.3. Pressions extérieure et intérieure pour blindage.

3.3.2. Déplacement radial de la conduite :

On considère la conduite (figure 3.4.) de rayon intérieur $r_1 = a$ et extérieur $r_2 = b$, caractérisée par un module de Young E_c et par un coefficient de Poisson ν_c . Les charges appliquées sont :

$P_1 = P_a$: pression à l'interface blindage – conduite

$P_2 = P_b = P_s$: pression à l'interface conduite – sol.

Le déplacement radial de chaque interface est obtenu à l'aide de l'équation (3.26), soit :

$$u(r = a) = \frac{a^2 b^2 (1 - \nu_c)}{E_c (b^2 - a^2)} \left[(P_a - P_b) \frac{1}{a} + (1 - 2\nu_c) \left(\frac{P_a}{b^2} - \frac{P_b}{a^2} \right) a \right] \quad (3.28)$$

$$u(r = b) = \frac{a^2 b^2 (1 - \nu_c)}{E_c (b^2 - a^2)} \left[(P_a - P_b) \frac{1}{b} + (1 - 2\nu_c) \left(\frac{P_a}{b^2} - \frac{P_b}{a^2} \right) b \right] \quad (3.29)$$

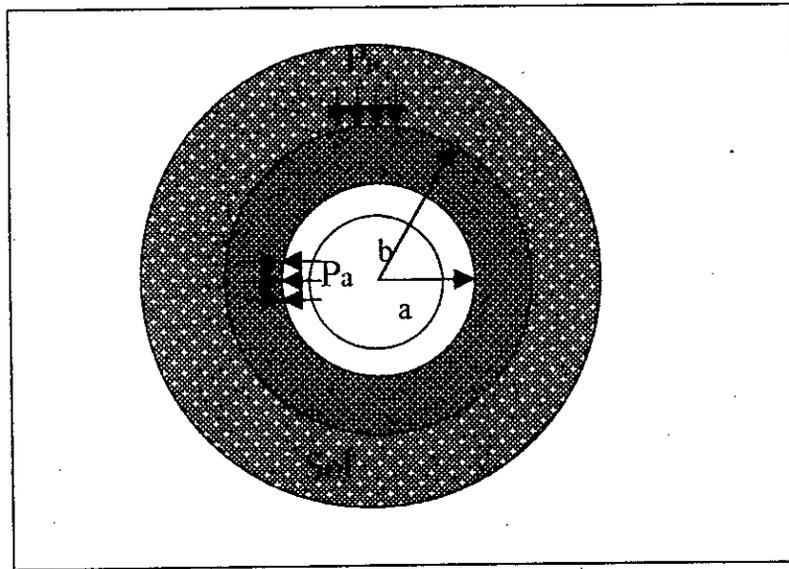


Figure 3.4 : Conduite blindée soumise à la pression du sol

3.3.3. Modélisation du sol :

Pour modéliser le sol enveloppant la conduite, on suppose que ce dernier agit comme un anneau d'épaisseur infinie, de module de Young E_s et de coefficient de Poisson ν_s . Dans ce cas, l'équation (3.17) appliquée à cet anneau, permet de déterminer le déplacement de l'interface sol – conduite. (figure 3.4a).

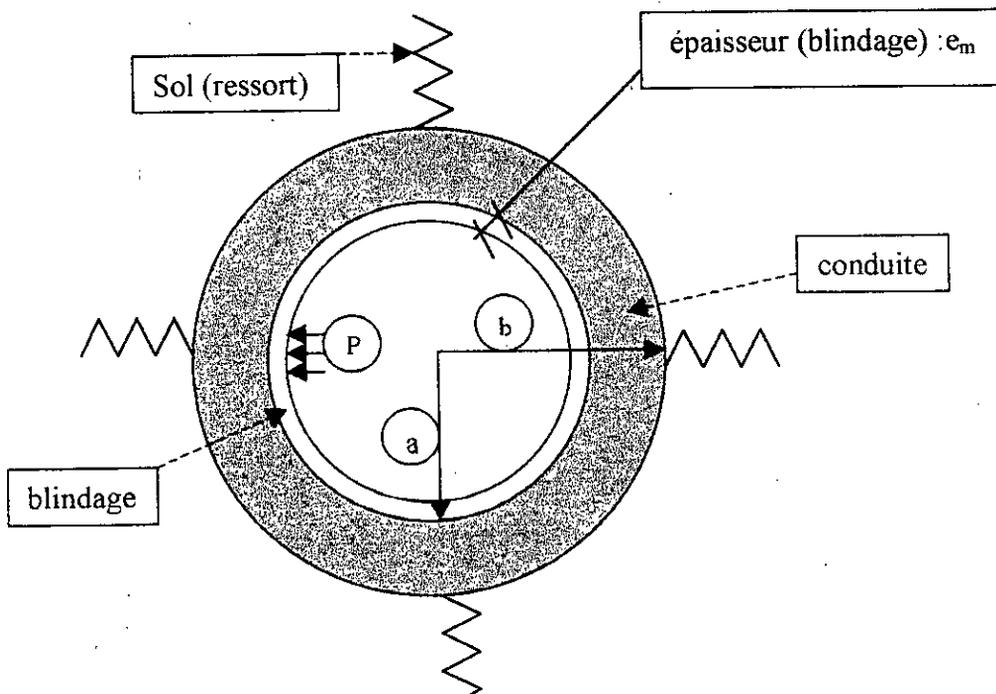


Figure 3.4a : Conduite soumise à la raideur du sol

En faisant tendre le rayon extérieur à l'infini et écrivant $P_1 = P_s$ et $P_2 = 0$, on obtient le déplacement radial u_s du sol à l'interface sous la pression P_s .

$$u_s = \frac{P_s b}{E_s} (1 - \nu_s) \quad (3.30)$$

Ce déplacement u_s étant compatible avec celui de la conduite, contribue à la déformabilité de celle-ci en la réduisant. On voit que le sol joue le rôle d'un ressort avec la raideur (figure 3.4a) :

$$\frac{P_s}{u_s} = \frac{E_s}{b(1 - \nu_s)} \quad (3.31)$$

3.3.4. Calcul de la déformabilité :

La combinaison des expressions (3.27), (3.28), et (3.29) permet, après élimination des pressions aux interfaces P_s , P_b de calculer le déplacement u_a de la paroi interne en fonction de la pression P , soit :

$$u_a = (1 - \nu_m^2)(1 - \alpha) \frac{a^2 P}{E_m e_m} \quad (3.32)$$

Avec les hypothèses d'élasticité linéaire, de petites déformations et d'épaisseur de blindage $e_m \ll a$, on peut calculer la déformabilité de la section de la conduite par :

$$\frac{dS}{SdP} = \frac{2da}{adP} = (1 - \nu_m^2)(1 - \alpha) \frac{2a}{E_m e_m} \quad (3.33)$$

avec :

$$\alpha = \frac{P_a}{P} = \frac{(1 + \nu_m)a}{(1 + \nu_m)a + \frac{E_m e_m}{E_c} G} \quad (3.34)$$

et :

$$G = \frac{E_c (1 - \nu_s)(1 - \nu_c)[b^2 + a^2(1 - 2\nu_c)] + E_s (1 - \nu_c)^2 (1 - 2\nu_c)(b^2 - a^2)}{E_c (b^2 - a^2)(1 - \nu_m)(1 - \nu_s) + E_s (1 - \nu_c)(1 - \nu_m)[a^2 + b^2(1 - 2\nu_c)]} \quad (3.35)$$

L'équation (3.33) va permettre le calcul de la célérité de propagation dans les conduites revêtues et enterrées. Elle est formulée en supposant la présence du sol autour de la conduite, mais peut être appliquée telle qu'elle est pour calculer

la déformabilité d'une galerie rocheuse. Ceci, en remplaçant tout simplement les propriétés du sol par celles du rocher.

3.4- DETERMINATION DE LA CELERITE D'ONDE .

La forme originale donnant la célérité de l'onde de coup de bélier dans une conduite est exprimée par la relation suivante :

$$\frac{1}{c_0^2} = \rho \left[\frac{d\rho}{\rho dP} + \frac{dS}{S dP} \right] \quad (3.36)$$

Celle - ci montre l'effet de la compressibilité du liquide et de la déformabilité de la conduite respectivement par les termes $\frac{d\rho}{\rho dP}$ et $\frac{dS}{S dP}$.

Rappelons que, pour les conduites simples, la déformabilité de la section est calculée par l'expression suivante :

$$\frac{dS}{S dP} = \chi \cdot \frac{D}{E \cdot e} \quad (3.37)$$

On rappelle également que χ est un coefficient qui dépend du module de Poisson et des conditions de l'ancrage longitudinal de la conduite.

Dans le cas des conduites enterrées, le calcul de la déformabilité est rendu possible à l'aide de l'équation (3.33) qui, après combinaison avec l'équation (3.36) et arrangement, donne :

$$c_1 = \left[\frac{\rho}{K_e} \left(1 + K_e \frac{2\alpha(1 - \nu_m^2)G}{(1 + \nu_m)aE_c + E_m e_m \cdot G} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3.38)$$

C' est une expression générale qui permet de déterminer la célérité de l'onde dans les conduites enterrées et les galeries rocheuses.

La forme générale de l'équation (3.38) a l'avantage de couvrir un certain nombre de cas. Par exemple, dans le cas d'une conduite simple enterrée et à paroi mince, cette expression peut être facilement adaptée en considérant uniquement la présence du blindage. Ainsi , il suffit de faire tendre b vers a dans l'expression (3.35) pour aboutir à :

$$G = \frac{E_c(1-\nu_s)}{E_s(1-\nu_m)} \quad (3.39)$$

Et l'équation (3.38) devient alors :

$$c_1 = \left[\frac{\rho}{K_e} \left(1 + K_e \frac{2a(1-\nu_m^2)(1-\nu_s)}{(1-\nu_m^2)aE_s + E_m e_m(1-\nu_s)} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3.40)$$

L'expression (3.40) sera comparée à l'expression habituelle utilisée en pratique.

De ce fait, elle peut être écrite sous la forme suivante :

$$c_1 = \frac{\sqrt{\frac{K_e}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{K_e \cdot 2a}{E_m \cdot e_m} \cdot \frac{(1-\nu_m^2)(1-\nu_s)}{(1-\nu_m^2) \cdot \frac{aE_s}{E_m \cdot e_m} + 1 - \nu_s}} \quad (3.40bis)$$

Le terme $(1-\nu_m^2)$, caractérisant le mode d'ancrage, montre bien le cas d'une conduite à paroi mince enterrée, fixée à ses deux extrémités où la déformation longitudinale est nulle (chapitre II) : c'est le 2^{ème} cas d'ancrage. On peut donc écrire d'une façon simplifiée, en posant :

$$\chi = 1 - \nu_m^2$$

c'est à dire :

$$c_1 = \frac{\sqrt{\frac{K_e}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{K_e \cdot 2a}{E_m \cdot e_m} \cdot \frac{\chi(1-\nu_s)}{\chi \cdot \frac{aE_s}{E_m \cdot e_m} + 1 - \nu_s}} \quad (3.42)$$

Si la conduite enterrée comporte de nombreux joints, (3^e cas d'ancrage), le paramètre χ sera égal à l'unité.

Si la conduite enterrée est libre à une extrémité, sans joints, (1^{er} cas d'ancrage) le paramètre χ sera égal à : $\chi = 1 - \nu_m / 2$

Dans le cas d'une conduite simple enterrée mais à paroi épaisse, il suffit de mettre $e_m = 0$ et $\nu_m = 0$ dans les expressions (3.35) et (3.38) et, on aboutit à :

$$c_1 = \left[\frac{\rho}{K_c} \left(1 + K_c \frac{2G}{E_c} \right) \right]^{-1/2} \quad (3.43)$$

avec :

$$G = \frac{E_c(1-\nu_s)(1-\nu_c)[b^2 + a^2(1-2\nu_c)] + E_s(1-\nu_c)^2(1-2\nu_c)(b^2 - a^2)}{E_c(b^2 - a^2)(1-\nu_s) + E_s(1-\nu_c)[a^2 + b^2(1-2\nu_c)]} \quad (3.44)$$

Il est à signaler que l'expression (3.38) est également applicable au cas des galeries rocheuses blindées ou non, ceci à condition de remplacer les propriétés du sol par celles du rocher. Cette expression est en principe plus précise que les formules existantes déjà proposées par **JAEGER** et **HALLIWELL**. Comparativement aux hypothèses considérées par ces derniers, l'expression présente l'avantage de tenir compte du module de Poisson, du milieu externe et des différents matériaux constituant la paroi. Rappelons que **JAEGER** considère uniquement le module de Poisson du milieu externe et néglige ceux de la conduite et du blindage. Aussi, **HALLIWELL** simplifie la formulation en prenant une valeur unique du coefficient de Poisson pour les différents matériaux $\nu = \nu_m = \nu_c = \nu_s$.

3.5. ANALYSE DES RESULTATS NUMERIQUES.

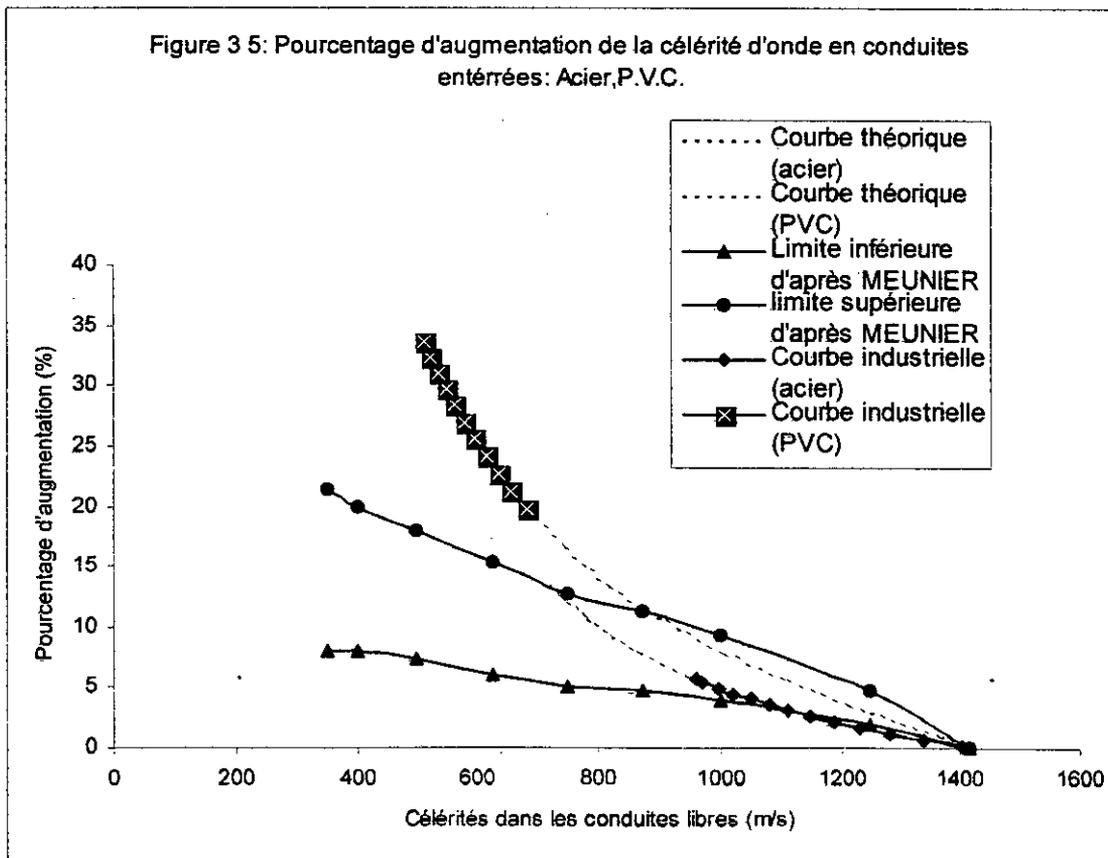
Pour illustrer cette étude, on a pris comme exemple des conduites en acier et en P.V.C. avec des rapports diamètre/épaisseur variables à l'intérieur des limites rencontrées en pratique, soit : $5 \leq D/e \leq 120$ pour l'acier, et pour le P.V.C : $5 \leq D/e \leq 10$. Les matériaux des conduites en acier et P.V.C. sont caractérisés respectivement par les modules d'Young et les coefficients de Poisson suivants : $E_m = 2.10^5 \text{ Mpa}$, $\nu_m = 0,3$ et $E_{p.v.c.} = 3.10^3 \text{ MPa}$, $\nu_{p.v.c.} = 0,46$.

Ces domaines donnent les limites de célérité pour chaque matériau. Les conduites véhiculant de l'eau, sont supposées enterrées dans un sol homogène, isotrope, caractérisé par un module de Young $E_s = 200 \text{ Mpa}$, et par un coefficient de Poisson $\nu_s = 0.33$. La célérité de propagation de l'onde est calculée à partir de la relation (3.40) pour les conduites enterrées. Pour la

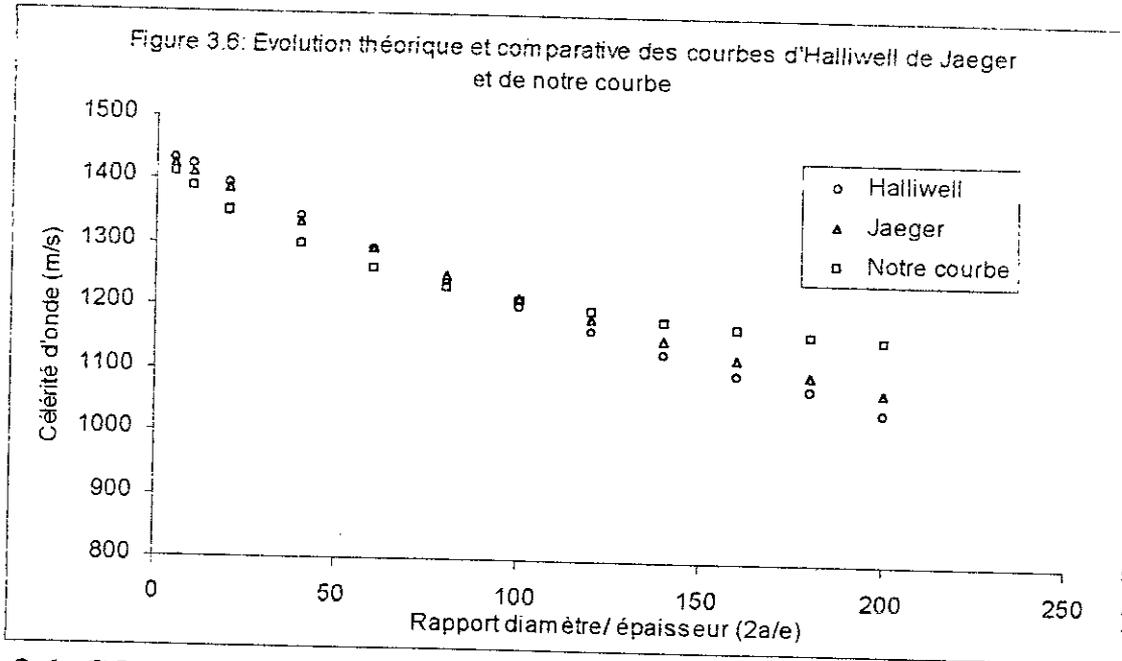
comparaison, la célérité de propagation est également calculée au cas où ces conduites sont libres, par l'expression (3.45) habituellement utilisée en pratique.

$$c_o = \left[\rho \left(\frac{1}{K_e} + \frac{D}{Ee} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3.45)$$

Les résultats sont représentés sur la figure (3.5) sous forme de courbes indiquant le pourcentage d'augmentation de célérité par rapport au cas des conduites non enterrées. Sur la même figure, on a également représenté la plage donnant ce pourcentage, qui est citée dans la référence de MEUNIER d'après les constatations pratiques. L'examen de ces résultats montre que l'effet du sol produit une augmentation pouvant atteindre d'environ 5. % dans les conduites en acier, et 33 % dans les conduites en P.V.C. Il est intéressant de noter que l'effet du sol sur la célérité devient de plus en plus significatif quand la déformabilité de la conduite augmente.



A la base de l'expression (3.36), la figure (3.6) montre l'évolution théorique des courbes données par les expressions (2.5), (2.8) et notre expression (3.38), à partir des données suivantes : $K_e=2,07.10^9$ Pa- $E_m=2.10^{11}$ Pa- $\nu_m=0,3$ - $e_m=10$ mm, - $E_c(\text{béton})=3,5.10^{10}$ Pa- $\nu_c(\text{béton})=0,15$ - $E_r(\text{rocher})= 3,5.10^9$ Pa- $\nu_r(\text{rocher})=0,15$ (rocher amélioré)- Diamètre (2a)= 1,5m - rapport 2a/e variable.



3.6- CONCLUSION

A travers cette étude, on a développé un modèle mécanique permettant le calcul de la célérité d'onde dans les conduites enterrées en tenant compte des caractéristiques mécaniques du sol environnant. Ce modèle est à la fois valable pour les conduites simples et les conduites blindées. Les résultats mettent en évidence l'effet du sol sur l'augmentation de la célérité de l'onde du coup de bélier. En effet, le sol impose une raideur supplémentaire réduisant la déformabilité de la conduite, et augmentant ainsi la célérité.

Par ailleurs, ce modèle peut être facilement appliqué au cas des galeries rocheuses simples ou blindées, en remplaçant les propriétés du sol par celles du rocher. De plus, il présente l'avantage de la prise en compte du module de Poisson des différents matériaux (blindage, conduite, sol ou rocher) ce qui n'est

pas le cas dans les formules déjà existantes de JAEGER et HALLIWELL. Cette étude est donc d'un intérêt pratique et permet au concepteur d'évaluer le coup de bélier réel et de dimensionner en conséquence la protection anti – bélier d'une façon adéquate.

NOMENCLATURE

- P_a : pression à l'interface blindage -conduite [Pa]
 P : pression intérieure due au liquide [Pa]
 P_b, P_s : pressions extérieures dues au sol [Pa]
 u : déplacement radial [m]
 a, b : respectivement rayons intérieur et extérieur de la conduite [m]
 r : rayon d'un point quelconque de la paroi [m]
 σ_l : contrainte longitudinale [N/m^2]
 e_m : épaisseur du blindage [m]
 ρ : masse volumique de l'eau [Kg/m^3]
 K_e : module d'élasticité de l'eau [Pa]
 S : aire de section de la conduite [m^2]
 c_o : célérité d'onde dans la conduite libre [m/s]
 c_l : célérité d'onde dans la conduite enterrée [m/s]
 ν_m : coefficient de Poisson du blindage
 ν_s, ν_c : coefficients de Poisson du sol et de la conduite (béton).
 E_s, E_c : modules de Young du sol et de la conduite (béton) [Pa]
 E_m : module de Young de la conduite mince (blindage) [Pa]
Indices : 1 pour interne
 : 2 pour externe

CHAPITRE IV :
CELERITE DE L'ONDE DE COUP DE BELIER
DANS LES CONDUITES ENTERREES.
-EFFET DE L'EPAISSEUR DU REMBLAI-

CHAPITRE IV :
CELERITE DE L'ONDE DE COUP DE BELIER
DANS LES CONDUITES ENTERREES. EFFET DE
L'EPAISSEUR DU REMBLAI.

4. 1. INTRODUCTION :

Les différents travaux sur la détermination de la célérité d'onde dans les conduites considèrent l'hypothèse d'un système fluide -enveloppe correspondant aux conduites simples libres [3],[4],[9],[33],[34],[35],[36],[37],[38]et [39]. Dans ce cas, la conduite peut se déformer librement vu l'absence de charges externes. Etant donné qu'en pratique, les conduites sont enterrées à des profondeurs variables, cette déformation devient fonction du type de remblai et de la nature du sol. La célérité de propagation qui dépend du comportement mécanique de la paroi, est ainsi affectée par la présence du remblai. Il en résulte donc une rigidité supplémentaire de la structure, et par conséquent une augmentation de la célérité de propagation de l'onde, comparativement au cas des conduites libres (non enterrées).

M. MEUNIER [41] propose d'après des données expérimentales une courbe représentant le pourcentage d'augmentation de la célérité de propagation de l'onde du coup de bélier, quand les conduites sont enterrées. En pratique, il existe aussi le cas des conduites enterrées ou creusées dans le rocher où, la paroi est composée de l'emboîtement de différents anneaux (blindage, conduite et milieu extérieur), avec des épaisseurs différentes à travers lesquelles la pression est alors transmise.

Le problème particulier des efforts exercés par les remblais sur les conduites enterrées est assez mal connu. Cette difficulté a été mise en évidence par des ruptures ou déformations excessives des canalisations, alors que la détermination de l'action des remblais, les conditions de pose, ainsi que les

essais semblaient satisfaisants. Le type de pose des conduites dans un sol a une influence importante sur les sollicitations autour de la canalisation. Cette influence intervient notamment par le biais du rapport de la hauteur du remblai au-dessus de la génératrice supérieure de la conduite, et de la largeur de la tranchée. En pratique, différents cas de pose sont rencontrés à savoir :

- a) La pose en tranchée étroite
- b) La pose en tranchée large
- c) La pose en remblai infini.

Les expériences menées par certains auteurs dans ce domaine ont montré que les deux derniers cas se rapprochent au point de vue influence sur le contour de la canalisation, et que la charge s'exerçant sur celle-ci est plus importante.

Le présent travail consiste d'abord à généraliser le raisonnement de Halliwell en tenant compte du module de Poisson propre à chaque anneau composant la paroi, puis à déterminer la déformabilité de la conduite en modélisant le sol par une charge s'exerçant sur la conduite. Le modèle de Lamé [42] sera appliqué avec l'hypothèse d'une pression externe moyenne uniformément répartie sur le contour de la canalisation.

La simplification de ce développement est également applicable au cas des conduites enterrées à parois simples. Pour illustrer l'effet du sol et de sa nature (sable ou argile), sur une conduite enterrée, des calculs inspirés de la réalité seront menés et complétés par une représentation graphique mettant en évidence l'augmentation de la célérité de l'onde par rapport au cas des conduites libres.

4.2. ETUDE DE LA PRESSION EXTERIEURE DU SOL .

Plusieurs travaux ont été menés pour la détermination des contraintes autour des canalisations enterrées et le calcul de la résultante des forces appliquées. VOELLMY(1937) [45], DOUBT (1966) [46], N.H. CHRISTENSEN et CURRAL (1967)[47], SCHLICK (1968) [48], et A. MARSTON (1969)[49], ont montré que la pression due aux poids des terres est maximale au niveau de la

génératrice supérieure d'un tuyau enterré. Les points de vue de ces auteurs diffèrent quant à la détermination du coefficient caractérisant la nature du remblai, et la forme de la tranchée.

Dans leurs études expérimentales faites dans des tranchées à bords parallèles au C.E.M.A.G.R.E.F., G.DEGOUTTE, et G.MATHIEU (1987)[50] déterminent le rapport des pressions horizontales mesurées aux reins de la conduite (cotés latéraux), et verticales mesurées à la clé du tuyau, pour une même hauteur du remblai sur la conduite. Ils considèrent deux natures de remblai : le limon-argileux et, le tout-venant. Les mesures ont été prises au moyen d'un capteur placé au rein de la conduite, à une hauteur de remblai de : $H + D/2$, (D étant le diamètre extérieur de la conduite). Les valeurs de ce rapport de pressions ainsi obtenues sont telles que :

- Conduite en béton : 0,08 (limon- argileux), et 0,15 (tout-venant).
- Conduite en fonte : 0,40 (limon-argileux), et 0,30 (tout- venant).
- Conduite en P.V.C. : 1,6 (limon-argileux), et 0,60 (tout-venant).

En mécanique des sols, le diagramme de la poussée sur le contour de la conduite est assez compliqué à déterminer. Dans cette étude, on s'intéresse à la théorie de MARSTON (1969)[45] qui a été confirmée par l'expérimentation, tout en montrant que la charge est plus importante en remblai infini. Il en résulte que la pression maximale du sol s'exerçant sur la génératrice supérieure du tuyau enterré à une profondeur H peut se mettre sous la forme suivante : [51] et [52].

$$P_s = K \cdot \gamma_s \cdot H \quad (4.1)$$

Ici, la présence du sol est modélisée par une pression dépendant de la hauteur du remblai. Cette pression produit une déformation de la conduite.

4.2-1) Méthode de calcul du coefficient K.

Le coefficient K tient compte de la nature du remblai et de la forme de la tranchée. On note de façon générale que :

$K < 1$ pour les canalisations en tranchée étroite.

$K > 1$ pour les canalisations en tranchée large ou en remblai infini.

Ainsi le cas du remblai infini serait défavorable puisqu'il conduit à une majoration de la charge sur la conduite.

Différentes méthodes existent pour le calcul du coefficient K. Parmi ces dernières, on retient celle de MARSTON, qui semble représenter la réalité de façon satisfaisante comme l'on montré les essais réalisés par l'auteur.

Selon le cas, MARSTON propose deux relations donnant le coefficient K en fonction du type de pose de canalisation. Ainsi pour la pose dans la tranchée étroite (figure 4.1), la relation (4.2) donne une valeur du coefficient K inférieure à l'unité. Ceci traduit la présence de frottements entre le remblai et les parois de la tranchée. Il en résulte donc un allègement de la charge sur la conduite.

Pour le cas de pose en remblai infini (figure 4.2), le tassement différentiel entre le prisme surmontant la conduite et le voisinage infini, engendre une augmentation de la pression sur la conduite. Dans ce cas, la valeur du coefficient K donnée par la relation (4.3) est supérieure à l'unité [49],[50]et [51].

- Pose de canalisation en tranchée étroite (figure 4.1) :

$$K_1 = \frac{l}{2 \cdot k\mu \cdot H_r} \left[1 - \exp\left(\frac{-2k\mu \cdot H_r}{l}\right) \right] \quad (4.2)$$

- Pose de canalisations en remblai infini (figure 4.2) :

$$K_2 = \frac{2b}{\pm 2 \cdot k\mu \cdot H_r} \left[\exp\left(\pm \frac{2 \cdot k\mu \cdot H_r}{2b}\right) - 1 \right] \quad (4.3)$$

Le signe (+) correspond à un tassement positif, et signifie que la clé de la conduite s'abaisse moins que les terres adjacentes situées initialement au même niveau : c'est ce qui se passe pour les canalisations rigides.

Le signe (-) correspond à un tassement négatif pour le cas des canalisations souples, pour lesquelles les phénomènes inverses de ceux constatés pour les canalisations rigides, se produisent.

Ainsi dans le complexe sol-conduite et aux reins, le comportement du sol prédomine pour une conduite souple, celui de la conduite prédomine quand elle

est rigide . Une conséquence pratique est l'intérêt de soigner le remblaiement de la tranchée aux reins dans le cas d'une conduite déformable ,[49].

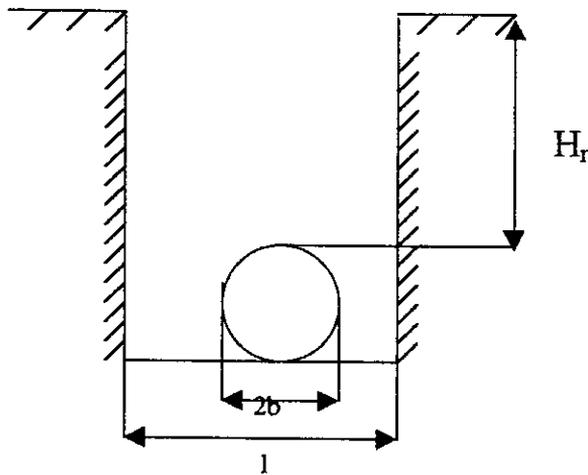


Figure 4.1 : Pose de canalisation en tranchée étroite.

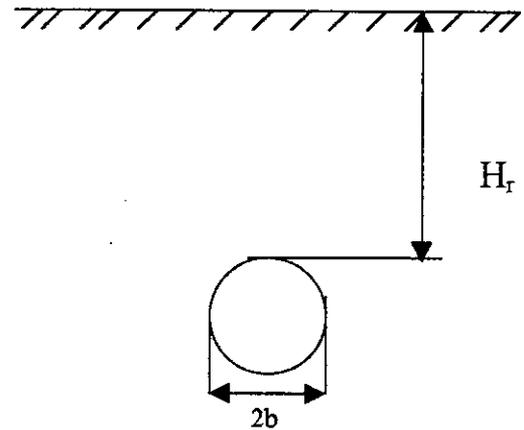


Figure 4.2 : Pose de canalisation en remblai infini

4.2.2. Répartition des pressions autour du tuyau :

En chaque point de la conduite enterrée, la pression se décompose en une composante radiale, et une composante tangentielle. Le diagramme représentatif est une courbe fermée dont le tracé est délicat. La pression est souvent prédominante à l'aplomb de l'axe vertical, tout au moins pour les canalisations rigides, tandis que les réactions sont nulles ou très faibles vers le voisinage de la surface du sol d'appui. Pour les conduites flexibles (P.V.C.), l'importance des pressions aux reins est considérablement accrue par le comportement mécanique même de la conduite qui, en s'aplatissant, vient s'appuyer, sur les flancs de la tranchée, atténuant ainsi la charge verticale mais accentuant le phénomène de butée des terres. Mais ces règles générales sont en outre tributaires des paramètres d'état du sol et peuvent considérablement évoluer selon les conditions de pose. [51] et [53] .

Il y a quelques années, où le développement de l'informatique a permis d'appréhender par le calcul cette répartition des forces de pression. La

1. 100-100
2. 100-100
3. 100-100
4. 100-100
5. 100-100
6. 100-100
7. 100-100
8. 100-100
9. 100-100
10. 100-100
11. 100-100
12. 100-100
13. 100-100
14. 100-100
15. 100-100
16. 100-100
17. 100-100
18. 100-100
19. 100-100
20. 100-100
21. 100-100
22. 100-100
23. 100-100
24. 100-100
25. 100-100
26. 100-100
27. 100-100
28. 100-100
29. 100-100
30. 100-100
31. 100-100
32. 100-100
33. 100-100
34. 100-100
35. 100-100
36. 100-100
37. 100-100
38. 100-100
39. 100-100
40. 100-100
41. 100-100
42. 100-100
43. 100-100
44. 100-100
45. 100-100
46. 100-100
47. 100-100
48. 100-100
49. 100-100
50. 100-100
51. 100-100
52. 100-100
53. 100-100
54. 100-100
55. 100-100
56. 100-100
57. 100-100
58. 100-100
59. 100-100
60. 100-100
61. 100-100
62. 100-100
63. 100-100
64. 100-100
65. 100-100
66. 100-100
67. 100-100
68. 100-100
69. 100-100
70. 100-100
71. 100-100
72. 100-100
73. 100-100
74. 100-100
75. 100-100
76. 100-100
77. 100-100
78. 100-100
79. 100-100
80. 100-100
81. 100-100
82. 100-100
83. 100-100
84. 100-100
85. 100-100
86. 100-100
87. 100-100
88. 100-100
89. 100-100
90. 100-100
91. 100-100
92. 100-100
93. 100-100
94. 100-100
95. 100-100
96. 100-100
97. 100-100
98. 100-100
99. 100-100
100. 100-100

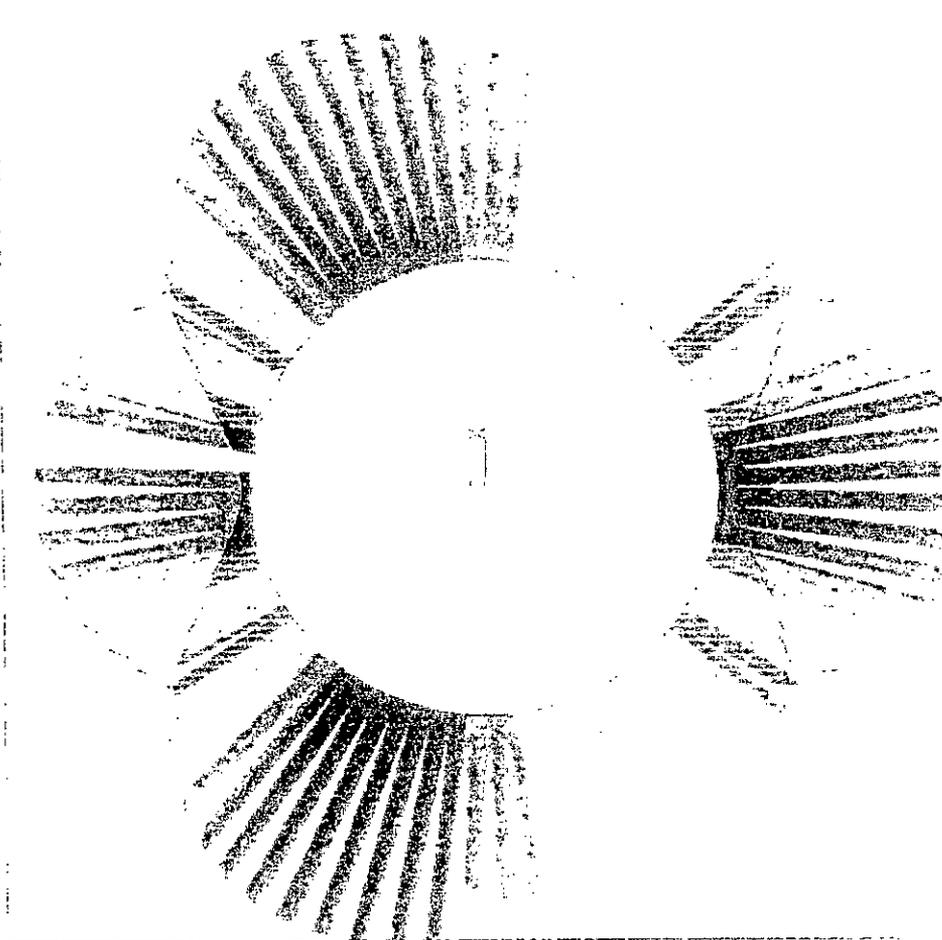


Fig. 1.1. Formation des vitamines de pression atmosphérique en conduite en aëre. 4 - 100 mm. 11 - 0.8 m.

```

ANSYS 5.4
MAR 17 1998
08:30:19
PATH= S2
VALUE= SYE

ZV =1
DIST=.24583
*XF =-.023523
*YF =-.032674
Z-BUFFER
-140380
-131892
-117405
-102917
-88429
-73942
-59454
-44966
-30479
-15991

PATH= S2
VALUE= SXE

ZV =1
DIST=.24583
*XF =-.023523
*YF =-.032674
Z-BUFFER
-142719
-127753
-112788
-37962
-22996
-8031
    
```

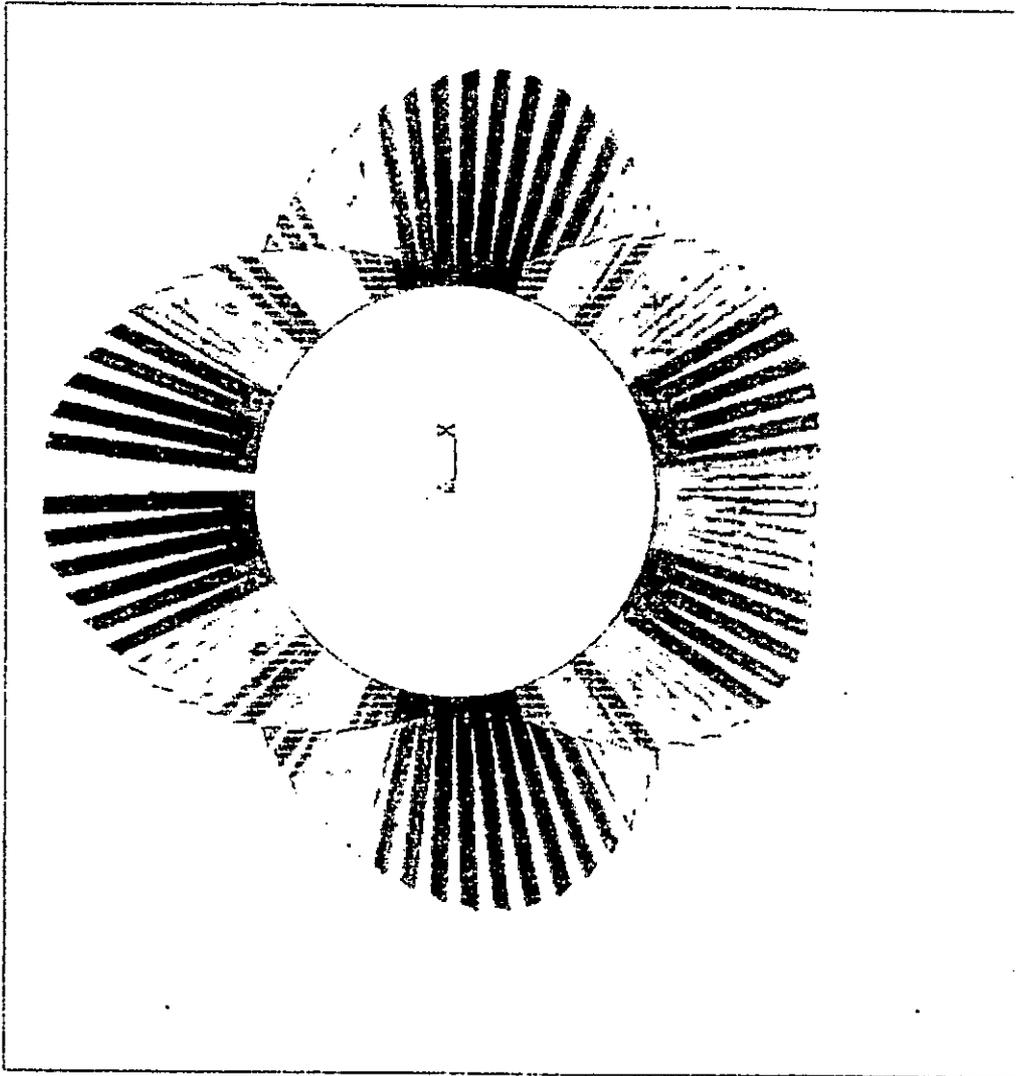


Figure 4: Répartition des contraintes de pression autour de la conduite en acier $\phi = 100$ mm, $e = 5$ mm, $\Pi = 0,8$

détermination du diagramme de répartition n'était possible qu'empiriquement. Si les dispositifs expérimentaux donnaient des résultats fiables, ils étaient néanmoins, la plupart du temps, assez lourds à mettre en œuvre.

C'est cette complexité pratique qui a interdit pendant longtemps les études systématiques et exhaustives. Ces dernières permettent maintenant les moyens informatiques et notamment les programmes d'éléments finis, particulièrement bien adaptés au problème. La méthode des éléments finis permet en effet de connaître la répartition des contraintes et des déformations dans des structures ou des sols de façon bi – ou même tridimensionnelle.

Les calculs, insolubles à la main, se traitent informatiquement et permettent de déterminer soit les contraintes, soit corrélativement, les déplacements aux nœuds d'un système déformable soumis à un ensemble de charges extérieures. Pour cela le milieu étudié est décomposé en éléments, souvent quadrangulaires, reliés entre eux par leurs sommets, ou « nœuds ». Le tout forme ce qu'on appelle le « maillage » du système. [51].

L'avantage de cette méthode est la facilité avec laquelle on peut faire varier les différents paramètres, aussi bien géométriques que mécaniques, de la structure, en l'occurrence la fouille et les tuyaux. Afin d'avoir une idée sur la répartition des pressions autour de la conduite enterrée, le logiciel ANSYS basé sur la méthode des éléments finis, a été utilisé.

L'exemple considère deux conduites en acier, de diamètre 100 mm, d'épaisseur 1,8 mm et 5 mm enterrées dans un sol en argile, à une profondeur de 0,80 m, (figures 4.3 et 4.4). On constate que pour le cas de l'épaisseur de la conduite de 1,8 mm, la répartition des pressions est plus importante aux côtés latéraux de la conduite considérée comme moins rigide (figure 4.3). Par contre, la répartition des pressions est plus importante dans la clé de la conduite ayant une épaisseur de 5 mm (figure 4.4) considérée comme rigide comparativement à la première.

4.3-COMPORTEMENT MECANIQUE D'UNE CONDUITE ENTERREE A PAROIS MULTIPLES .

L'étude de la célérité d'onde sera menée dans l'hypothèse d'un système conduite – sol linéairement élastique. Pour donner au raisonnement un aspect général, on considère le cas où le système est composé du blindage, de la conduite, et du sol (ou rocher) qui est le milieu externe. Ce dernier exerce une charge constante sur le contour de la conduite (Figure 4.5). On suppose aussi qu'il y ait une parfaite égalité des déplacements et des déformations des anneaux aux interfaces sous l'effet de la charge due au sol, et celle P interne due au liquide .

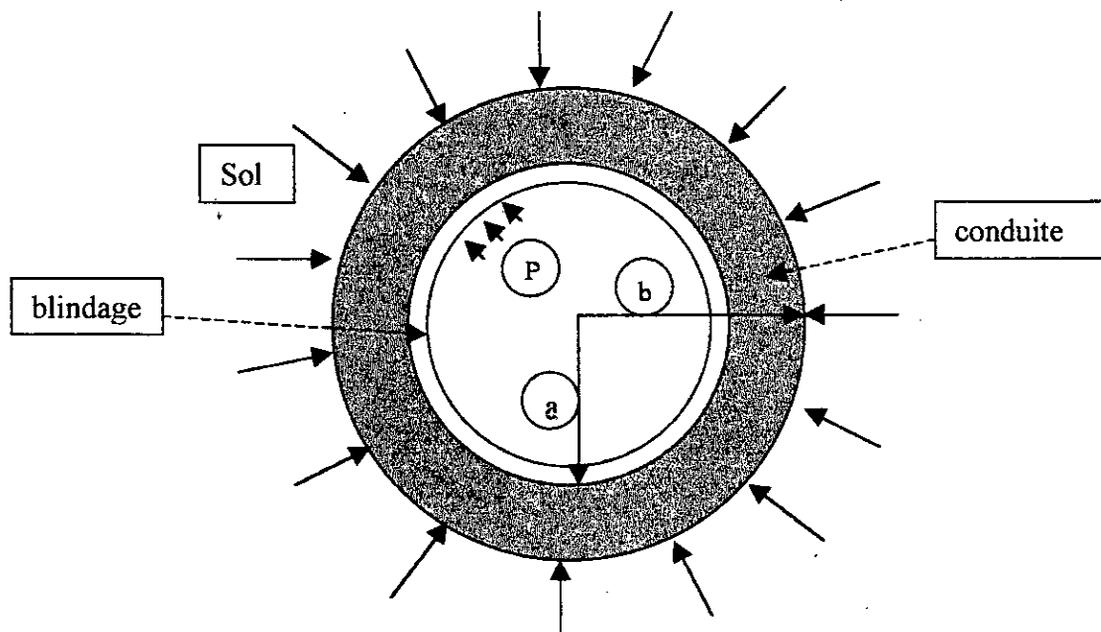


Figure 4.5 : Système considéré : blindage-conduite-sol.

La figure (4.5) représente le modèle de base pour le calcul des déplacements. Dans cette modélisation, on fait l'hypothèse d'une charge axisymétrique appliquée sur la conduite. Ainsi, on peut utiliser la solution de LAME qui permet de calculer le déplacement radial $u(r)$ d'un point quelconque d'un cylindre épais, par la relation suivante :

$$u(r) = \frac{1}{E(r_2^2 - r_1^2)} \left[(1 + \nu)r_1^2 r_2^2 (P_1 - P_2) \frac{1}{r} + (1 - \nu)(P_1 r_1^2 - P_2 r_2^2) r \right] - \frac{\nu}{E} \sigma_l r \quad (4.4)$$

Avec l'hypothèse d'une déformation longitudinale nulle, l'équation (4.4) aboutit à :

$$u(r) = \frac{r_1^2 \cdot r_2^2 (1 + \nu)}{E \cdot (r_2^2 - r_1^2)} \left[(P_1 - P_2) \frac{1}{r} + (1 - 2\nu) \cdot \left[\frac{P_1}{r_2^2} - \frac{P_2}{r_1^2} \right] r \right] \quad (4.5)$$

L'équation (4.5) sera appliquée successivement aux différents anneaux formant la paroi afin de déduire le déplacement de la paroi interne sous l'effet de la pression de l'écoulement. Ainsi, on peut calculer la déformabilité de la section et par conséquent la célérité de propagation de l'onde de coups de bélier.

Les équations (4.1) et (4.5) représentent les points de départ de la détermination des déplacements radiaux à chaque interface, de la pression interfaciale blindage - conduite, et par la suite la déformabilité radiale de la conduite.

4.3.1. Déplacement radial du blindage :

On considère le blindage comme une conduite à paroi mince (figure 4.6) de rayon intérieur $r_1 = a - e_m$ et extérieur $r_2 = a$, caractérisée par un coefficient de Poisson ν_m , et un module d'Young E_m . Les charges appliquées sont :

$P_1 = P$: pression du liquide .

$P_2 = P_a$: pression moyenne à l'interface blindage- conduite .

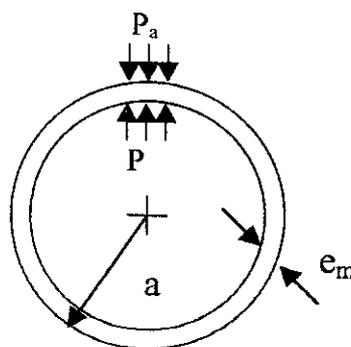


Figure 4.6 : Pression externe et interne du blindage

Le déplacement radial interne est obtenu à l'aide de l'équation (4.5), en supposant que l'épaisseur $r_2 - r_1 = e_m$ est faible devant le rayon. Après simplification, on obtient :

$$u(r=a) = \frac{(1 - \nu_m^2)(P - P_a) \cdot a^2}{E_m \cdot e_m} \quad (4.6)$$

4.3.2. Déplacement radial de la conduite :

La conduite est caractérisée par un rayon intérieur $r_1 = a$, un rayon extérieur $r_2 = b$, un module d'YOUNG E_c , et un coefficient de Poisson ν_c (figure 4.7).

Les charges appliquées sont :

$P_1 = P_a$: pression à l'interface blindage – conduite.

$P_2 = P_b = P_s$: pression du sol.

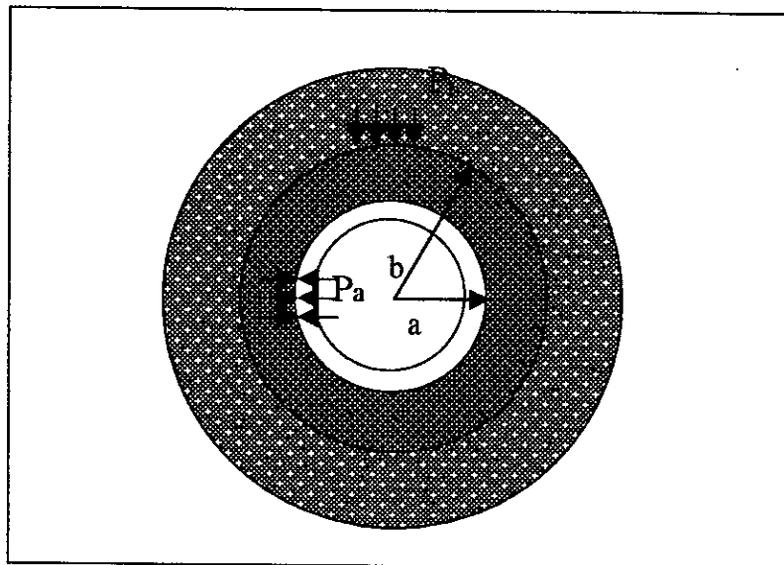


Figure 4.7. : conduite soumise à la pression interne et externe.

Le déplacement radial de chaque rayon est obtenu à l'aide de l'équation (4.5), par les relations suivantes :

$$u(r=a) = \frac{a^2 \cdot b^2 \cdot (1 + \nu_c)}{E_c (b^2 - a^2)} \cdot \frac{1}{a} \cdot (P_a - P_b) + (1 + \nu_c) \cdot (1 - 2\nu_c) \frac{b^2 \cdot a^2}{E_c (b^2 - a^2)} \cdot a \cdot \left[\frac{P_a}{b^2} - \frac{P_b}{a^2} \right] \quad (4.7)$$

$$u(r=b) = \frac{a^2 \cdot b^2 \cdot (1 + \nu_c)}{E_c (b^2 - a^2)} \cdot \frac{1}{b} \cdot (P_a - P_b) + (1 + \nu_c) \cdot (1 - 2\nu_c) \frac{b^2 \cdot a^2}{E_c (b^2 - a^2)} \cdot b \cdot \left[\frac{P_a}{b^2} - \frac{P_b}{a^2} \right] \quad (4.8)$$

4.3.3. Détermination de la pression interfaciale P_a :

Dans l'hypothèse d'une parfaite égalité des déplacements, la combinaison des équations (4.6) et (4.7) donne la pression P_a :

$$P_a = \frac{E_c \cdot (1 - \nu_m^2) a^2 \cdot (b^2 - a^2) P + 2 \cdot P_b \cdot E_m \cdot e_m \cdot a \cdot b^2 \cdot (1 - \nu_c^2)}{E_c \cdot (1 - \nu_m^2) \cdot a^2 \cdot (b^2 - a^2) + E_m e_m b^2 a \cdot (1 + \nu_c) + E_m \cdot e_m \cdot (1 + \nu_c) \cdot (1 - 2\nu_c) \cdot a^3} \quad (4.9)$$

L'expression (4.9) permet de calculer la pression interfaciale sous l'effet du remblai pour une conduite à parois multiples. Dans le cas d'une conduite à paroi mince, en faisant tendre a vers b . avec $\nu_c = 0$ et $E_c = 0$, l'expression (4.9) aboutit à $P_a = P_b$, qui est la pression du sol.

La relation (4.5) permet de donner les déplacements interne u ($r = a$) et externe u ($r = b$), sous l'effet des pressions interne P et externe : $P_a = P_b$.

$$u(r=a) = \frac{a^2 \cdot b^2 \cdot (1 + \nu_m)}{E_m (b^2 - a^2)} \cdot \frac{1}{a} \cdot (P - P_b) + (1 + \nu_m) \cdot (1 - 2\nu_m) \frac{b^2 \cdot a^2}{E_m (b^2 - a^2)} \cdot a \cdot \left[\frac{P}{b^2} - \frac{P_b}{a^2} \right] \quad (4.10)$$

$$u(r=b) = \frac{a^2 \cdot b^2 \cdot (1 + \nu_m)}{E_m (b^2 - a^2)} \cdot \frac{1}{b} \cdot (P - P_b) + (1 + \nu_m) \cdot (1 - 2\nu_m) \frac{b^2 \cdot a^2}{E_m (b^2 - a^2)} \cdot b \cdot \left[\frac{P}{b^2} - \frac{P_b}{a^2} \right] \quad (4.11)$$

4.3.4. Calcul de la déformabilité :

Dans l'hypothèse d'une élasticité linéaire, de petites déformations, et d'épaisseur de blindage $e_m \ll a$, le calcul de la déformabilité $\frac{dS}{SdP}$ est obtenu en

dérivant les relations (4.10) et (4.11) par rapport à P . Ainsi, on obtient :

$$\frac{dS}{SdP} = \frac{2da}{a \cdot dP} = (1 - \nu_m^2) \cdot \frac{2 \cdot a}{E_m \cdot e_m} \cdot [1 + B(P - P_a)] \quad (4.12)$$

Avec :

$$B = \frac{(1 + \nu_m) a^2}{E_m \cdot e_m^2} (1 - 2\nu_m)$$

4.4. DETERMINATION DE LA CELERITE DE PROPAGATION :

La forme originale donnant la célérité de l'onde de coup de bélier dans une conduite est exprimée par la relation suivante (4.13), déjà citée dans le deuxième chapitre .

$$\frac{1}{c_0^2} = \rho \left[\frac{d\rho}{\rho dP} + \frac{dS}{S dP} \right] \quad (4.13)$$

Celle - ci montre l'effet de la compressibilité du liquide et de la déformabilité de la conduite respectivement par les termes $\frac{d\rho}{\rho dP}$ et $\frac{dS}{S dP}$.

La combinaison des expressions (4.12) et (4.13) permet de déterminer l'expression générale de la célérité de propagation de l'onde dans une conduite soumise à une charge externe supposée uniformément répartie.

$$\frac{1}{c_1^2} = \rho \left[\frac{d\rho}{\rho dP} + (1 - v_m^2) \cdot \frac{2 \cdot a}{E_m e_m} \cdot [1 + B(P - P_a)] \right] \quad (4.14)$$

ou bien :

$$\frac{1}{c_1^2} = \frac{\rho}{K_e} \left[1 + K_e (1 - v_m^2) \cdot \frac{2 \cdot a}{E_m e_m} \cdot [1 + B(P - P_a)] \right] \quad (4.15)$$

4.5. ANALYSE DES RESULTATS NUMERIQUES .

Pour illustrer cette étude, on a pris comme exemple des conduites en matériau d'acier et de P.V.C à haute densité (HD), soumises au remblai. Pour ces conduites, le rapport diamètre / épaisseur varie pratiquement à l'intérieur des limites suivantes :

$$5 \leq D/e \leq 120, \text{ pour l'acier}$$

$$5 \leq D/e \leq 10, \text{ pour le P.V.C à haute densité (HD).}$$

Pour des conduites libres, les célérités correspondant à ces fourchettes sont normalement comprises respectivement entre 1402 et 960 m/s pour le cas de la conduite en acier et, de 650 à 511 m/s pour celle en P.V.C. ; valeurs obtenues d'après l'expression habituellement utilisée en pratique :

$$c_0 = \left[\rho \cdot \left(\frac{1}{K_e} + \frac{2a}{E_m \cdot e_m} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (4.16)$$

Cependant, nos calculs seront menés au-delà de cette fourchette afin d'examiner l'évolution théorique de la célérité dans les conduites enterrées.

Les matériaux sont caractérisés par les modules d'Young et les coefficients de Poisson suivants :

- Pour l'acier :

$$E_m = 2 \cdot 10^5 \text{ Mpa}, \nu_m = 0.3$$

- Pour le PVC à HD :

$$E_{p.v.c} = 3 \cdot 10^3 \text{ Mpa}, \nu_{p.v.c} = 0.46$$

Les conduites véhiculant de l'eau, sont supposées enterrées en remblai infini, dans des sols homogènes, isotropes, ayant les caractéristiques suivantes :

Nature du sol	$K\mu$	$\gamma_s(\text{daN/m}^3)$
Argile saturée	0,14	2110
Sable humide	0,165	1920

Tableau 4.1 : caractéristiques physiques des sols

Les épaisseurs des remblais du sol au dessus de la génératrice supérieure des conduites de diamètre $\phi 100$ sont prises égales à : $H_r = 0,5 - 1,5 - 2,5$ et 3 m.

Pour les conduites enterrées, la célérité de propagation est calculée à partir de la relation (4.15), où la pression P_a est définie par l'expression (4.9). La pression interne P due au liquide est par hypothèse prise comme nulle afin d'obtenir les valeurs maximales de la célérité.

Les résultats sont représentés par les figures (4.8), (4.9), (4.10) et (4.11) sous forme de courbes en pourcentage d'augmentation de la célérité par rapport au cas des conduites libres (non enterrées). Ce pourcentage est tracé en fonction de la valeur de la célérité dans les conduites libres. L'examen des résultats montre clairement que l'effet du sol sur la célérité devient plus significatif quand la déformabilité de la conduite augmente (cas de faibles valeurs de la célérité). Le pourcentage cité dans la référence de **M. MEUNIER** et, obtenu d'après les constatations pratiques, a été comparé à nos résultats.

On remarque d'après les figures :

pour le cas de l'acier : Selon nos calculs, et pour la fourchette indiquée, l'effet du sol, constitué d'argile saturée, produit une augmentation pouvant varier entre 0,15 % à 4,5 % pour une conduite enterrée à une profondeur de 3 m.. Lorsque la même conduite est enterrée à la même profondeur du sol constitué de sable humide, le pourcentage d'augmentation varie de 0,15 % à 9,35 % .

Pour le cas du PVC à haute densité : De même, selon nos calculs, et pour la fourchette indiquée, l'effet du sol, constituée d'argile saturée, produit une augmentation pouvant varier entre 8 % à 20 %, pour une conduite enterrée à une profondeur de 3 m. Lorsque la même conduite est enterrée à la même profondeur du sol constitué de sable humide, le pourcentage d'augmentation varie de 9 % à 48 %.

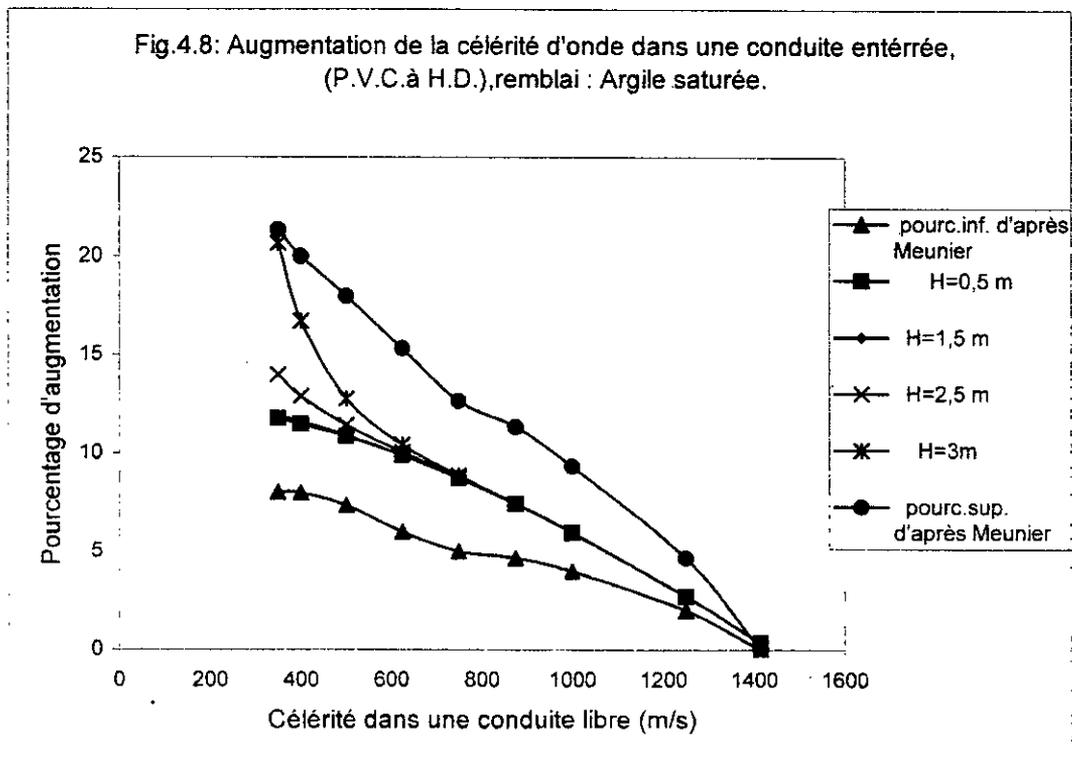


Fig.4.9: Augmentation de la célérité d'onde,dans une conduite enterrée, (P.V.C.à H.D.), remblai:sable humide.

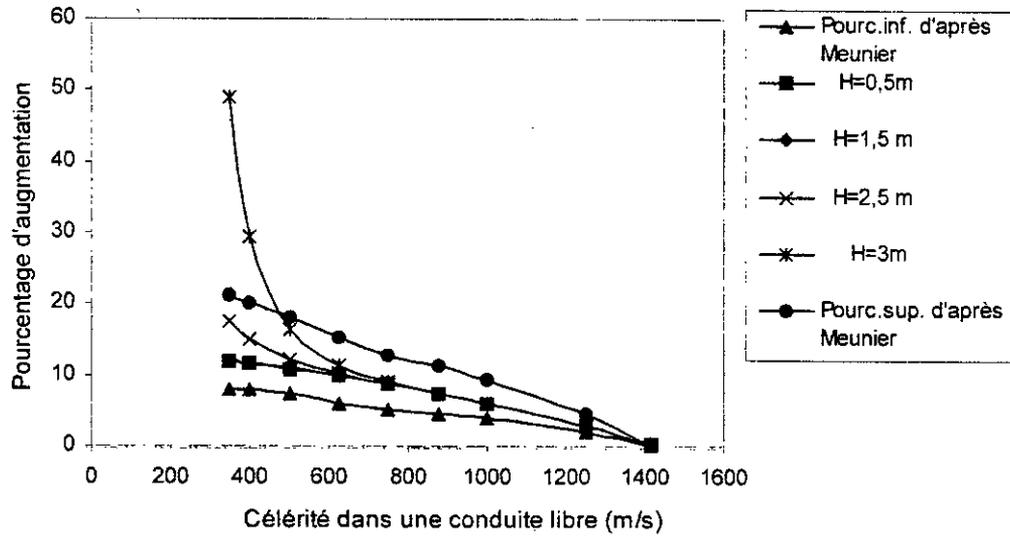


Figure 4.10: Augmentation de la célérité d'onde dans une conduite enterrée (acier). remblai:Argile saturée

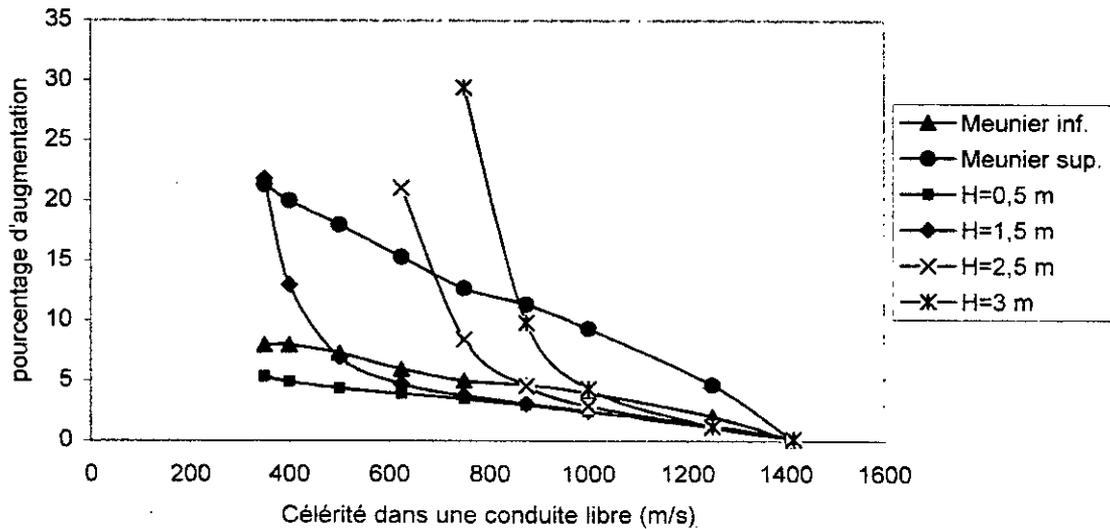
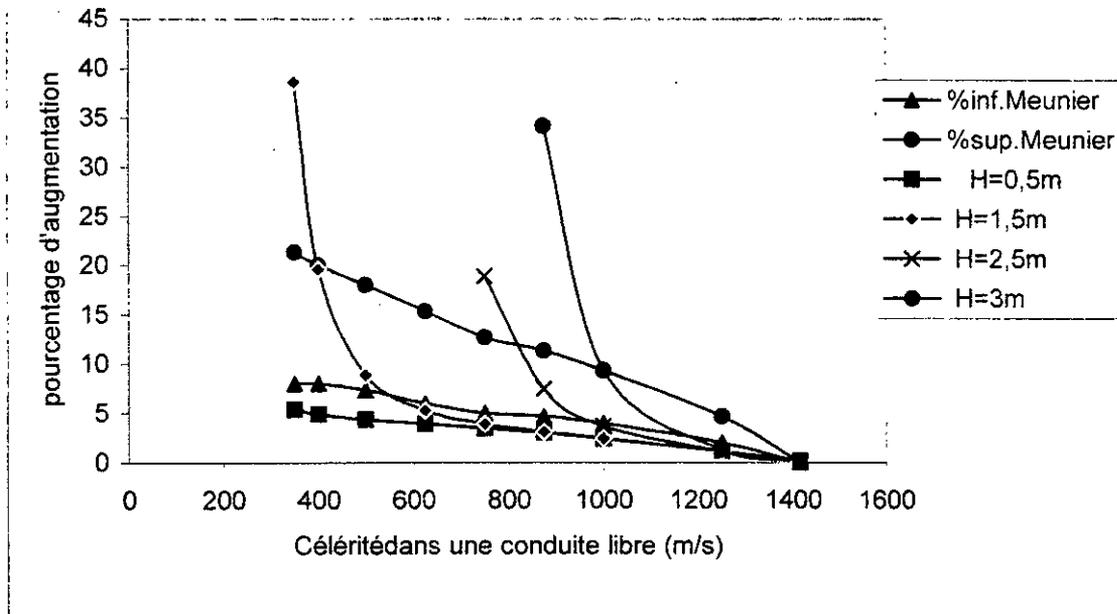


Figure 4.11: Augmentation de la célérité d'onde dans une conduite enterrée (acier). remblai: sable humide.



4.6.CONCLUSION.

A travers cette étude, un modèle a été développé, faisant intervenir la pression du sol en fonction de la profondeur du remblai. Le cas de pose en remblai infini a été considéré afin de majorer la pression du sol sur la conduite. Ce modèle permet le calcul de la célérité de propagation d'onde dans les conduites enterrées en tenant compte des caractéristiques du sol environnant. Le modèle est à la fois valable pour les conduites simples et les conduites blindées. Les résultats obtenus mettent en évidence l'effet du sol par l'augmentation de la célérité de l'onde de coups de bélier comparativement au cas des conduites libres. Cette augmentation de célérité vient du fait que la pression appliquée par le sol réduit la déformabilité de la conduite.

On remarque également que la nature du sol (argile saturée ou sable humide) a une influence non négligeable sur la valeur de l'augmentation de la célérité, notamment lorsque l'épaisseur du remblai augmente.

Pour une comparaison notable, dans le chapitre III , il a été développé un modèle faisant intervenir la raideur du sol. Ce dernier se comporte comme un troisième anneau d'épaisseur plus grande, réduisant la déformabilité de la conduite. Cette réduction engendre une augmentation de la célérité de propagation de l'onde. On rappelle que dans le cas de l'effet de la raideur , le modèle tient compte des coefficients de Poisson des différents matériaux (blindage, conduite , sol ou rocher). Ce modèle engendre une augmentation moindre de la célérité de propagation, comparativement au modèle développé pour l'effet du remblai. Ceci montre clairement l'effet de ce dernier sur la rigidité accrue de la conduite , et par conséquent l'augmentation de la célérité. Par ailleurs, ces modèles peuvent facilement être appliqués au cas des galeries rocheuses simples ou blindées, en remplaçant les propriétés du sol par celles du rocher

L'intérêt pratique de cette étude est de permettre au concepteur d'évaluer le coup de bélier réel tenant compte de cette majoration de célérité et de dimensionner en conséquence la protection anti-bélier adéquate.

NOMENCLATURE

- K : Coefficient caractérisant la nature du remblai et la forme de la tranchée.
- $k\mu^2$: coefficient de remblaiement
- γ_s : Poids volumique du remblai [N/m^3]
- H_r : Hauteur du remblai à partir de la génératrice supérieure de la conduite. [m]
- P_a : Pression à l'interface blindage- conduite [Pa]
- P : Pression intérieure due au liquide [Pa]
- P_b, P_s : Pressions extérieures dues au sol [Pa]
- u_s : Déplacement radial du sol [m]
- a, b : rayons intérieur et extérieur respectifs de la conduite [m]

- σ_l : Contrainte longitudinale [N/m^2]
- E_m : Module de Young du matériau de la conduite supposée mince (blindage) [Pa]
- E_s, E_c : Modules de Young du sol et de la conduite supposée épaisse [Pa]
- e_m : Epaisseur de la conduite supposée mince (blindage) [m]
- ρ : Masse volumique de l'eau [Kg/m^3]
- K_e : Module d'élasticité de l'eau [Pa]
- S : Section droite de la conduite [m^2]
- c_o : Célérité d'onde en conduite non enterrée [m/s]
- c_l : Célérité d'onde en conduite enterrée [m/s]
- ν_s, ν_c : Coefficients de Poisson du sol et de la conduite supposée épaisse.
- ν_m : Coefficient de Poisson du matériau de la conduite supposée mince (blindage).

CHAPITRE V :

**CHEMINEMENT DES ONDES DE COUPS DE BELIER
DANS LE RESEAU RAMIFIE**

CHAPITRE V : CUEMINEMENT DES ONDES DE COUPS DE BELIER DANS LE RESEAU RAMIFIE

5.1. GENERALITES :

Dans le cas d'une conduite unique en refoulement reliant une station de pompage à un réservoir à plan d'eau supposée invariable, et à la suite d'un arrêt brusque de cette dernière ; il se crée une propagation d'ondes. Ces ondes caractérisant une dépression, se propagent le long de cette conduite, de la pompe vers le réservoir. Ces ondes conservent leurs valeurs (ondes réfléchies), une fois arrivées au niveau du réservoir (niveau supposé invariable), et au niveau de la station de pompage (clapet). Elles s'amortissent sous l'influence des pertes de charge, et de l'élasticité de la paroi de la canalisation.

Le phénomène de propagation des ondes devient plus complexe, si on envisage un réseau de conduites faiblement ramifié, et se complique si le réseau devient fortement ramifié. Car les ondes créées, en provenant de l'aval ou de l'amont, ne conservent plus leurs valeurs énergétiques une fois arrivées aux points de ramification, du fait du changement de diamètres, soit par rétrécissement brusque ou élargissement brusque : C'est à dire quand les caractéristiques (diamètre, épaisseur) de la canalisation changent. L'influence des accessoires de raccordement sur les ondes, n'est pas prise en considération dans cette étude.

Dans ce travail, on considère que l'influence des obstacles, autres que les extrémités de la conduite, rencontrés par ces ondes pendant leurs parcours, est supposée négligeable. La contribution à l'étude des coups de bélier dans un réseau ramifié suppose certaines hypothèses qui sont les suivantes :

- Réseau télescopique, faiblement ramifié, en refoulement.
- Absence des installations anti-béliers.

- Présence de clapet anti- retour, placé à l'aval de la station de pompage.
- Réseau constitué de conduites faites avec un seul matériau.

5.2. PRESENTATION DES ONDES DE COUPS DE BELIER AUX POINTS DE SINGULARITE :

On va voir maintenant comment se transforme une onde de coup de bélier aux singularités, les plus couramment rencontrées dans un réseau (changement de diamètres). Puis on donne un raisonnement, à partir de la valeur majorante du coup de bélier, dans le cas de la disjonction de la pompe.

5.2.1. Présentation de l'onde à un bout fermé d'une conduite :

Pratiquement dans un réseau, on rencontre des clapets anti – retour. Une onde incidente arrivant au niveau de ce clapet représentant le bout mort, ne trouve aucune issue pour s'échapper. Elle est donc condamnée à dilater la conduite, d'où une augmentation de la pression. C'est ce qui est néfaste pour le comportement mécanique de la conduite [41].

5.2.2. Présentation de l'onde à un bout ouvert d'une conduite :

De même au niveau d'un réseau, on peut rencontrer des réservoirs, des cheminées d'équilibre . L'onde incidente ainsi arrivant, peut libérer son énergie. Dans ce cas, la conduite retrouve la pression antérieure d'où une décharge : C'est le rôle que possèdent les installations anti – béliers [9],[16], et [41].

5.2.3. Présentation de l'onde à une jonction de deux tronçons :

Pour cette étude, on considère le cas de changement de caractéristiques ; c'est à dire la jonction de deux tronçons, de diamètres et d'épaisseurs différents. Ainsi la vitesse de propagation « c » des ondes a une valeur distincte pour chacun de ces deux tronçons [54] ,[55], et [56].

Soit une onde F_1 circulant dans le tronçon de section S_1 , et qui arrive au point de singularité à l'instant « t » , figure (5.1) .

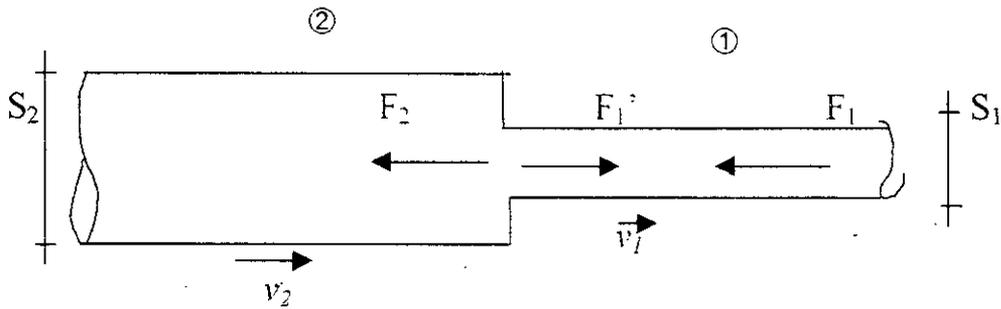


Figure 5.1 : Présentation de l'onde à une jonction de deux tronçons.

S_1 et S_2 - désignent les sections de tronçons 1 et 2 respectivement.

v_1 et v_2 - désignent les vitesses d'écoulement dans les tronçons 1 et 2 à l'instant « t ».

Cette onde F_1 créée par un organe de perturbation placé au niveau de la conduite (vanne par exemple), donne naissance à cet instant « t » :

- à une onde F_2 qui sera transmise au tronçon 2, dans le même sens que l'onde créatrice F_1 .

- à une onde F'_1 réfléchiée qui revient dans le tronçon « 1 », c'est à dire dans le sens contraire à celui de l'onde créatrice F_1 .

En se basant sur les équations d'ALLIEVI et, en négligeant les pertes de charge, on peut écrire ; au niveau du changement de section.

$$H = H_0 + F_1 + F'_1 \quad (5.1)$$

ou :

$$H = H_0 + F_2 \quad (5.2)$$

avec: H - la charge au point de jonction à l'instant « t ».

H_0 - la charge statique à ce même point de jonction.

Par ailleurs l'équation de continuité donne :

$$S_1 v_1 = S_2 \cdot v_2 \quad (5.3)$$

La 2^{ème} équation d'ALLIEVI sera :

$$v_1 = v_{01} - \frac{g}{c_1} [F_1 - F'_1] \quad (5.4)$$

où : v_{01} - désigne la vitesse dans le tronçon (1) en régime permanent

c_1 - désigne la célérité d'onde de propagation dans le tronçon (1).

De même, on a aussi :

$$v_2 = v_{02} - \frac{g}{c_2} F_2 \quad (5.5)$$

où : v_{02} - désigne la vitesse dans le tronçon (2) en régime permanent.

c_2 - désigne la célérité d'onde de propagation dans le tronçon (2)

D'où les systèmes d'équations, à cet instant « t ».

$$I \left\{ \begin{array}{l} H = H_0 + (F_1 + F'_1) \\ v_1 = v_{01} - \frac{g}{c_1} (F_1 - F'_1) \end{array} \right. \quad (5.6)$$

$$II \left\{ \begin{array}{l} H = H_0 + F_2 \\ v_2 = v_{02} - \frac{g}{c_2} F_2 \end{array} \right. \quad (5.7)$$

A l'état initial (régime permanent), on a de même :

$$S_1 v_{01} = S_2 v_{02} \quad (5.3bis)$$

D'après les relations (5.4) et (5.5), on peut écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{g}{c_1} [F_1 - F'_1] = v_{01} - v_1 \\ \frac{g}{c_2} F_2 = v_{02} - v_2 \end{array} \right. \quad (5.9)$$

Par ailleurs d'après les relations (5.3) et (5.3bis), on a :

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{v_2}{v_1} \text{ et } \frac{S_1}{S_2} = \frac{v_{02}}{v_{01}} \quad (5.10)$$

Par substitution de l'expression (5.10) dans le système (5.9), il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{g}{c_1} [F_1 - F'_1] = v_{01} - v_1 \\ \frac{g}{c_2} F_2 = \frac{S_1}{S_2} v_{01} - \frac{S_1}{S_2} v_1 = \frac{S_1}{S_2} (v_{01} - v_1) \end{array} \right. \quad (5.11)$$

ou bien :

$$\begin{cases} \frac{g}{c_1} [F_1 - F'_1] = v_{01} - v_1 \\ \frac{g}{c_2} \frac{S_2}{S_1} F_2 = v_{01} - v_1 \end{cases} \quad (5.12)$$

en égalisant, on obtient :

$$\begin{cases} \frac{g}{c_1} [F_1 - F'_1] = \frac{g}{c_2} \frac{S_2}{S_1} F_2 \\ g \frac{S_1}{c_1} [F_1 - F'_1] = g \frac{S_2}{c_2} F_2 \end{cases} \quad (5.13)$$

et on déduit le système (5.14), en tenant compte de (5.1), (5.2) et (5.13) :

$$\begin{cases} F_1 + F'_1 = F_2 \\ g \frac{S_1}{c_1} [F_1 - F'_1] = g \frac{S_2}{c_2} F_2 \end{cases} \quad (5.14)$$

on conclue que :

$$\begin{cases} F_1 + F'_1 = F_2 \\ g \frac{S_1}{c_1} \cdot \frac{c_2}{gS_2} (F_1 - F'_1) = F_2 \end{cases} \quad \text{ou bien} \quad \begin{cases} F_1 + F'_1 = F_2 \\ \frac{S_1 \cdot c_2}{c_1 S_2} (F_1 - F'_1) = F_2 \end{cases} \quad (5.15)$$

On détermine en conséquence le rapport entre l'onde créatrice F_1 et l'onde réfléchie F'_1 :

$$F_1 + F'_1 = \frac{S_1 c_2}{c_1 S_2} (F_1 - F'_1)$$

$$\text{ou bien :} \quad F'_1 \left(1 + \frac{S_1 c_2}{c_1 S_2} \right) = \left(\frac{S_1 c_2}{c_1 S_2} - 1 \right) F_1 \quad (5.16)$$

et finalement, on obtient :

$$F'_1 = \frac{\frac{S_1 c_2}{c_1 S_2} - 1}{1 + \frac{S_1 c_2}{c_1 S_2}} F_1 \quad (5.17)$$

On détermine maintenant le rapport entre l'onde créatrice F_1 , et celle F_2 transmise dans le tronçon 2, on a :

$$F'_1 = F_2 - F_1 \quad (5.18)$$

et d'après le système (5.14) ; il vient :

$$\frac{S_1 c_2}{c_1 S_2} (2F_1 - F_2) = F_2 \quad (5.19)$$

c'est -à-dire :

$$2 \frac{S_1 c_2}{c_1 S_2} F_1 = (1 + \frac{S_1 c_2}{c_1 S_2}) F_2 \quad (5.20)$$

et finalement, on obtient :

$$F_2 = F_1 \cdot \frac{2 \cdot \frac{S_1 c_2}{c_1 S_2}}{1 + \frac{S_1 c_2}{c_1 S_2}} \quad (5.21)$$

et par conséquent, on déduit le système :

$$\left\{ \begin{array}{l} F'_1 = \frac{\frac{S_1 c_2}{c_1 S_2} - 1}{1 + \frac{S_1 c_2}{c_1 S_2}} F_1 \\ F_2 = \frac{2 \cdot \frac{S_1 c_2}{c_1 S_2}}{1 + \frac{S_1 c_2}{c_1 S_2}} F_1 \end{array} \right. \quad (5.22)$$

On remarque que les rapports liant les ondes F'_1 , F_1 , F_2 , ne sont fonctions que des caractéristiques des tronçons de canalisation en jonction. Pour simplifier le système (5.22), on pose :

$$k_1 = \frac{c_1}{S_1} \text{ - La caractéristique du tronçon (1)}$$

$$k_2 = \frac{c_2}{S_2} \text{ - La caractéristique du tronçon (2)}$$

On obtient donc :

$$F_1' = \frac{\frac{k_2}{k_1} - 1}{1 + \frac{k_2}{k_1}} \cdot F_1 \quad (5.23)$$

et :

$$F_2 = \frac{2 \cdot \frac{k_2}{k_1}}{1 + \frac{k_2}{k_1}} \cdot F_1 \quad (5.24)$$

ou bien en posant, $\frac{k_2}{k_1} = \beta$, il vient :

$$\begin{cases} F_1' = \frac{\beta - 1}{\beta + 1} \cdot F_1 \\ F_2 = \frac{2\beta}{1 + \beta} \cdot F_1 \end{cases} \quad (5.25)$$

On représente graphiquement les fonctions suivantes (figure 5.3) :

$$\frac{F_1'}{F_1} = f(\beta) = \frac{\beta - 1}{\beta + 1} \quad (5.26)$$

$$\frac{F_2}{F_1} = f(\beta) = \frac{2\beta}{\beta + 1} \quad (5.27)$$

β	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$\frac{F_1'}{F_1}$	-1	-0,33	0	0,2	0,33	0,43
$\frac{F_2}{F_1}$	0	0,66	1	1,2	1,33	1,42

Tableau 5.2 : Variation des rapports d'ondes en fonction des caractéristiques (β) de la conduite.

On remarque que F_1' est du signe de F_1 quand $\beta > 1$ est du signe contraire de F_1 quand $\beta < 1$.

Si on pose :
$$\frac{2\beta}{1+\beta} = s \quad \text{et} \quad \frac{\beta-1}{\beta+1} = r \quad (5.28)$$

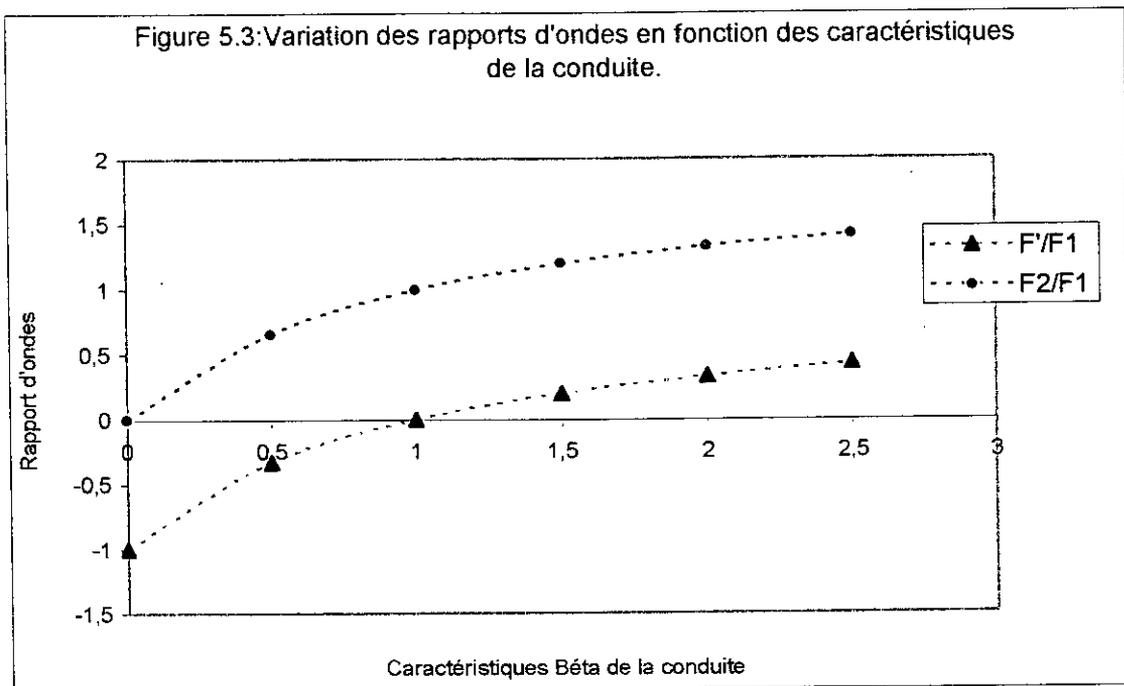
On remarque que :

$$s = r+1$$

$F_1' = r \cdot F_1$, l'onde réfléchie dans un rapport (r), de l'onde incidente F_1 .

$F_2 = s \cdot F_1$, l'onde transmise dans un rapport (s) de l'onde incidente F_1 .

$$F_2 = (r+1) \cdot F_1 = rF_1 + F_1 = F_1' + F_1. \quad (5.29)$$



5.2.4) Présentation de l'onde à un point de ramification :

Avant que l'onde F_1 n'atteigne le point R de ramification, la pression d'arrivée est P_{arr} , (figure 5.4). Au niveau de ce dernier, cette pression transmet des pressions dans les trois directions, à la suite d'une variation double du débit ($2\Delta Q$) au point ouvert qui est le point de ramification, [41], [56].

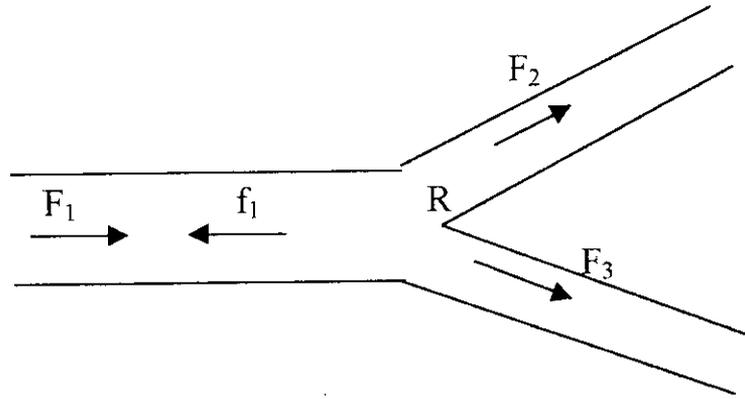


Figure 5.4 : Présentation de l'onde à un point de ramification

Or cette pression à l'arrivée n'est autre que le coup de bélier engendré :

$$P_{arr} = \frac{c_1 \cdot 2\Delta Q}{gS_1} = \frac{c_1 \cdot v_{01}}{g} \quad (5.30)$$

Chaque pression ne pourra être engendrée que par une variation de débit, en s'inspirant de l'équation de continuité. On peut écrire :

$$\frac{2gS_1}{c_1} \cdot P_{arr} = \frac{gS_2}{c_2} \cdot P_2 + \frac{gS_3}{c_3} \cdot P_3 + \frac{gS_1}{c_1} \cdot P_1 \quad (5.31)$$

Les termes P_1 , P_2 , P_3 représentent, par rapport à P_{arr} , des pressions transmises par cette dernière. On peut considérer en premier lieu que $P_1 = P_2 = P_3 = P_t$ uniquement au point de ramification, juste avant la modification de l'onde. Par ailleurs elles seront différentes du fait de l'influence des pertes de charge. On peut donc écrire, à la suite de cette hypothèse :

$$2g \frac{S_1}{c_1} P_{ar} = \left(\frac{gS_2}{c_2} + \frac{gS_3}{c_3} + \frac{gS_1}{c_1} \right) \cdot P_t \quad (5.32)$$

$$2 \frac{S_1}{c_1} \cdot P_{ar} = \left(\frac{S_2}{c_2} + \frac{S_3}{c_3} + \frac{S_1}{c_1} \right) \cdot P_t \quad (5.33)$$

et :

$$P_t = \frac{2 \cdot \frac{S_1}{c_1}}{\frac{S_1}{c_1} + \frac{S_2}{c_2} + \frac{S_3}{c_3}} \cdot P_{ar} \quad (5.34)$$

On a d'une façon générale au point de ramification, avec un signe arbitraire :

$$P_t = P_{ar} + P_r$$

$$P_r = P_t - P_{ar}$$

$$P_r = \left(\frac{2 \cdot \frac{S_1}{c_1}}{\frac{S_2}{c_2} + \frac{S_3}{c_3} + \frac{S_1}{c_1}} - 1 \right) \cdot P_{ar} \quad (5.35)$$

$$P_r = \frac{2 \cdot \frac{S_1}{c_1} - \left(\frac{S_2}{c_2} + \frac{S_1}{c_1} + \frac{S_3}{c_3} \right)}{\frac{S_1}{c_1} + \frac{S_2}{c_2} + \frac{S_3}{c_3}} \cdot P_{ar} \quad (5.36)$$

En terme d'onde, on peut écrire :

$$F_2 = F_3 = \frac{2 \cdot \frac{S_1}{c_1}}{\frac{S_1}{c_1} + \frac{S_2}{c_2} + \frac{S_3}{c_3}} \cdot F_1 \quad (5.37)$$

et :

$$f_1 = \frac{2 \cdot \frac{S_1}{c_1} - \left(\frac{S_2}{c_2} + \frac{S_3}{c_3} + \frac{S_1}{c_1} \right)}{\frac{S_1}{c_1} + \frac{S_2}{c_2} + \frac{S_3}{c_3}} \cdot F_1 \quad (5.38)$$

Si on pose que $k_i = \frac{c_i}{S_i}$, comme étant la caractéristique du tronçon (i), on a :

$$F_2 = F_3 = \frac{2 \cdot \frac{1}{k_1}}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}} \cdot F_1 \quad (5.39)$$

et :

$$f_1 = \frac{\frac{1}{k_1} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i}} \cdot F_1 \quad (5.40)$$

5.2.5) Interprétation récapitulative :

Pour simplifier l'interprétation, on suppose cette fois-ci que les célérités d'ondes sont les mêmes au niveau des tronçons des canalisations. On peut avoir :

$$P_t = \frac{2S_1}{S_1 + S_2 + S_3} \cdot P_{ar} = \frac{2S_1}{\sum_{i=1}^n S_i} \cdot P_{ar} \quad (5.41)$$

et :

$$P_r = \frac{2S_1 - \sum_{i=1}^n S_i}{\sum_{i=1}^n S_i} \cdot P_{ar} \quad (5.42)$$

Au niveau des obstacles représentés par des bouts fermés et ouverts d'un réseau, on peut facilement déduire à travers les relations (5.41) et (5.42), ce qui suit (tableau 5.5) :

	Onde incid. ΔP_{arr}	Onde réfl ΔP_r	Onde trans. ΔP_t	Variation totale de	
				Débit	Pression
Bout fermé	$\Delta Q, \Delta P_{ar}$	$-\Delta Q, \Delta P_{ar}$	$\Delta Q, 2\Delta P_{ar}$	0	$2\Delta P_{ar}$
Bout ouvert	$\Delta Q, \Delta P_{arr}$	$+\Delta Q, -\Delta P_{ar}$	0	$2\Delta Q$	0

Tableau 5.5 : Présentation des ondes aux obstacles

5.3. CONCLUSION :

Un réseau de type ramifié en charge, utilisé pour la distribution d'eau comporte des appareils accessoires pour son bon fonctionnement. Ces appareils supportent une certaine pression de service donnée par le constructeur. A la suite d'un régime transitoire couramment provoqué en pratique, les ondes de pression, issues des points de ramification, peuvent heurter ces appareils et créer leur endommagement. Dans ce chapitre, l'intérêt de cette étude est justement de connaître les intensités des ondes ainsi créées à chaque génération. Généralement ce sont les ondes de première génération qui sont dangereuses pour les conduites et les accessoires du réseau. Ces ondes sont déterminées à partir de la valeur majorante du coup de bélier créée initialement, et des

caractéristiques des conduites en raccordement. Dans le cas d'un réseau télescopique, l'onde caractérisée par cette valeur majorante se renforce à chaque nœud puisqu'elle vient de l'amont s'il s'agit d'un refoulement. Il est donc facile de voir à partir de quel nœud, elle crée des pressions négatives. Inversement si le réseau est télescopique dans l'autre sens, l'onde va en s'affaiblissant à chaque nœud. Si elle n'est pas dangereuse pour l'aval, elle ne l'est donc pas pour l'amont. Dans le cas d'un réseau ramifié en refoulement, il y a diffusion dans toutes les ramifications. A la suite de la détermination des coefficients de transmission et de réflexion, en cas d'un coup de bélier provenant de la pompe, le réseau ne nécessite aucune précaution particulière.

La présence éventuelle d'un réservoir d'extrémité modifie l'analyse du phénomène en ce sens que la canalisation maîtresse partant de la pompe au réservoir, peut conserver la majeure partie de la dépression, et provoquer au retour une surpression dangereuse. Il est à noter que dans le cas où les conduites formant le réseau, sont enterrées dans un sol, les coefficients de réflexion (r) et de transmission (s) sont déduits en déterminant tout simplement les célérités d'onde de chaque tronçon aboutissant au nœud. Leurs valeurs dépendent indirectement de la nature du sol entourant le tronçon, puisqu'ils sont fonction de la célérité d'onde. La figure (3.4) montre, que pour les conduites enterrées caractérisées par des célérités de propagation dépassant environ 1000 m/s, la variation de ces coefficients est très faible. Par contre dans la zone où la célérité est inférieure à environ 1000 m/s, leur variation n'est pas négligeable. Leurs valeurs renseignent donc sur les grandeurs réelles des fonctions (F), une fois les conduites sont enterrées. L'étude de ce chapitre montre justement qu'il ne faut pas perdre de vue la détermination de ces coefficients pour les conduites enterrées, notamment celles comportant des bouts morts, ou des réservoirs après leurs remplissages.

CHAPITRE VI :
PERTE DE CHARGE EN REGIME
TRANSITOIRE

CHAPITRE VI :

PERTE DE CHARGE EN REGIME TRANSITOIRE

6.1 .GENERALITES :

La perte de charge le long d'un courant liquide est due aux frottements des molécules liquides entre elles et contre les parois du dispositif solide qui guide le courant. Ces frottements interviennent dès que le mouvement se produit, puisqu'ils résultent de la viscosité du liquide et de la turbulence du régime. Ils apparaissent aussi bien dans un écoulement rectiligne de section constante, ou très progressivement variable, que lorsqu'il se rencontre une singularité brusque dans la direction du courant ou dans la forme ou l'étendue de section transversale. Dans ce chapitre, on s'intéresse à la détermination de la perte de charge en fonction de la variation de la vitesse d'écoulement suivant la longueur de la conduite, qui est non négligeable dans le cas d'un régime transitoire. Afin de cerner le problème et d'en tenir, on suppose différents cas de variations de la vitesse d'écoulement pour déduire la relation donnant la perte d'énergie. [13] et [57].

6.2 .PREMIER CAS DE VARIATION DE LA VITESSE :

Ce premier cas consiste à supposer une variation linéaire de la vitesse suivant la longueur (x) de la conduite (figure :6.1).

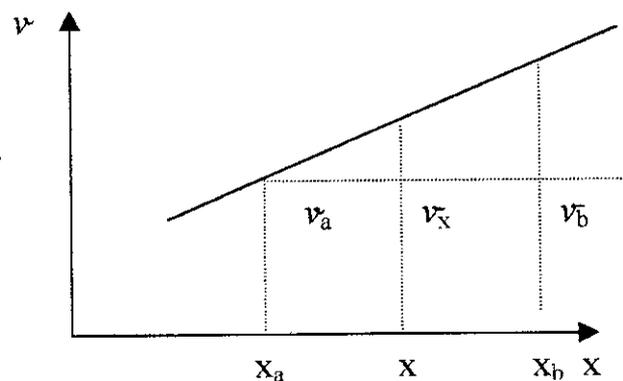


Figure 6.1 : Variation de la vitesse supposée linéaire

La tangente qui représente la pente de la droite est :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_b - v_a}{x_b - x_a} = \frac{\Delta v}{l} \quad (6.1)$$

v_a, v_b , vitesses respectives aux sections (a) et (b) d'une conduite.

Le gradient (i) de la perte de charge moyennant la caractéristique R, de la conduite est :

$$i_x = R \cdot v_x^2 ; \quad \text{avec : } R = \frac{\lambda}{2gD} \quad (6.2)$$

Pour un élément infinitésimal de la longueur de la conduite représenté par dx, la perte de charge vaut :

$$dH = i_x \cdot dx \quad (6.3)$$

Sur la longueur $l = x_b - x_a$, de la conduite, on obtient :

$$\Delta H = \int_{x_a}^{x_b} i_x \cdot dx = R \cdot \int_{x_a}^{x_b} v_x^2 \cdot dx \quad (6.4)$$

La vitesse v_x à une abscisse (x) quelconque est : $v_x = v_a + \frac{v_b - v_a}{l} x$;

ce qui donne :

$$\Delta H = R \cdot \int_0^l \left(v_a + \frac{v_b - v_a}{l} \cdot x \right)^2 \cdot dx \quad (6.5)$$

ou bien :

$$\Delta H = R \int_0^l \left[v_a^2 + \left(\frac{v_b - v_a}{l} \cdot x \right)^2 + 2v_a \cdot \frac{v_b - v_a}{l} \cdot x \right] \cdot dx \quad (6.6)$$

Après intégration, on obtient :

$$\Delta H = R \cdot \left[v_a^2 \cdot l + (v_b - v_a)^2 \cdot \frac{l}{3} + v_a \cdot (v_b - v_a) \cdot l \right] \quad (6.7)$$

Finalement, on obtient :

$$\Delta H = \frac{\lambda \cdot l}{2gD} \cdot \frac{1}{3} \cdot [v_a^2 + v_b^2 + v_b \cdot v_a] \quad (6.8)$$

Avec : $v_a = v_0$ et $v_b = v_l$

où : v_0 et v_1 représentent respectivement les vitesses d'écoulement à l'extrémité amont et aval de la conduite.

On obtient :

$$\Delta H = \frac{\lambda l}{2gD} v_0^2 \frac{1}{3} \left[1 + \left(\frac{v_1}{v_0} \right)^2 + \frac{v_1}{v_0} \right] \quad (6.9)$$

ou bien :

$$\Delta H = \frac{\lambda l}{2gD} v_0^2 Z_1$$

avec :

$$Z_1 = \frac{1}{3} \left[1 + \left(\frac{v_1}{v_0} \right)^2 + \frac{v_1}{v_0} \right] \quad (6.10)$$

Remarque :

Si $v_0 = v_1$, le paramètre Z_1 sera égal à l'unité et, on retrouve la relation de Darcy- Weisbach, donnant la perte de charge en régime permanent.

6.3- DEUXIEME CAS DE VARIATION DE LA VITESSE.

Ce deuxième cas suppose une variation parabolique de la vitesse suivant la longueur de la conduite. Cette variation peut être présentée suivant deux formes.

6.3.1) variation de la vitesse suivant la forme : $x = \delta \cdot v_x^2$. (figure 6.2)

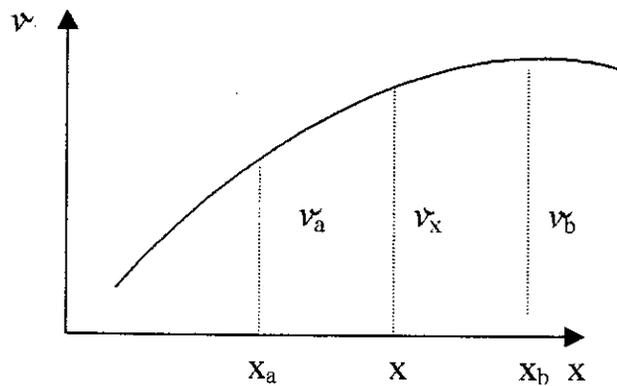


Figure 6.2 : Variation de la vitesse supposée parabolique

On peut écrire que : $v_x = \sqrt{\frac{x}{\delta}}$ et $v_x^2 = \frac{x}{\delta}$ (6.11)

Avec : $i_x = R \cdot v_x^2$.

La perte de charge établie sur une longueur dx sera :

$$dH = i_x \cdot dx. \quad (6.12)$$

D'où pour une longueur $l = x_b - x_a$

$$\Delta H = \int_{x_a}^{x_b} i_x \cdot dx = \int_{x_a}^{x_b} R \cdot v_x^2 \cdot dx \quad (6.13)$$

ou bien :

$$\Delta H = R \int_{x_a}^{x_b} \frac{x}{\delta} \cdot dx = \frac{R}{\delta} \int_{x_a}^{x_b} x \cdot dx = \frac{R}{2\delta} (x_b^2 - x_a^2) \quad (6.14)$$

$$\Delta H = \frac{R}{2\delta} (x_b - x_a)(x_b + x_a) \quad (6.15)$$

avec :

$$x_b = \delta \cdot v_b^2 \text{ et } x_a = \delta \cdot v_a^2.$$

on obtient :

$$\Delta H = \frac{R}{2\delta} (x_b - x_a) (\delta v_b^2 + \delta v_a^2) = \frac{R}{2} (v_b^2 + v_a^2) (x_b - x_a) \quad (6.16)$$

Finalement, on obtient :

$$\Delta H = \frac{\lambda l}{2D} \left[\frac{v_b^2}{2g} + \frac{v_a^2}{2g} \right] \quad (6.17)$$

λ - désigne le coefficient de frottement.

De même si : $v_a = v_0$, et $v_b = v_1$, on obtient :

$$\Delta H = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{v_0^2}{2g} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{v_1}{v_0} \right)^2 + 1 \right] \quad (6.18)$$

ou bien :

$$\Delta H = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{v_0^2}{2g} Z_2 \quad (6.19)$$

avec :

$$Z_2 = \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{v_1}{v_0} \right)^2 + 1 \right] \quad (6.20)$$

De même on remarque que si les vitesses v_1 et v_0 s'égalisent, le paramètre Z_2 sera égal à l'unité.

6.3.2. Variation de la vitesse suivant la forme : $x = \delta \cdot \sqrt{v}$.

On peut poser que : $\left(\frac{x}{\delta}\right)^4 = v_x^2$. (6.21)

Le gradient (i) de la perte de charge suivant l'axe « x », peut s'écrire :

$$i_x = R \cdot v_x^2 \tag{6.22}$$

et la perte de charge sur un élément dx sera :

$$dH = i_x \cdot dx \rightarrow \Delta H = \int_{x_a}^{x_b} i_x \cdot dx = \int_{x_a}^{x_b} R \cdot v_x^2 \cdot dx \tag{6.23}$$

ou bien : $\Delta H = R \cdot \int_{x_a}^{x_b} v_x^2 \cdot dx = R \int_{x_a}^{x_b} \frac{x^4}{\delta^4} dx = \frac{R}{\delta^4} \int_{x_a}^{x_b} x^4 \cdot dx$. (6.24)

c'est à dire :

$$\Delta H = \frac{R}{5\delta^4} (x_b^5 - x_a^5), \tag{6.25}$$

avec : $x_a = \delta \cdot v_a^{\frac{1}{2}}$ et $x_b = \delta \cdot v_b^{\frac{1}{2}}$

On obtient : $\Delta H = \frac{R}{5} (x_b - x_a) (v_b^2 + \sqrt{v_a \cdot v_b^3} + v_a \cdot v_b + \sqrt{v_a^3 \cdot v_b} + v_a^2)$ (6.26)

ce qui donne :

$$\Delta H = \frac{R}{5} \cdot l \cdot (v_a^2 + v_a \cdot v_b + v_b^2) + \frac{R}{5} \cdot l \cdot (v_a + v_b) \cdot \sqrt{v_a \cdot v_b} \tag{6.27}$$

Si les vitesses v_a et v_b sont respectivement égales aux vitesses v_0 , à l'une des extrémités de la conduite, avant l'arrivée de l'onde et à v_1 , à l'autre extrémité, on peut écrire :

$$\Delta H = R \cdot \frac{l}{5} \cdot [v_0^2 + v_0 \cdot v_1 + v_1^2 + (v_0 + v_1) \cdot \sqrt{v_0 \cdot v_1}] \tag{6.28}$$

En faisant ressortir la relation de Darcy W., on obtient :

$$\Delta H = R \cdot v_0^2 \cdot \frac{l}{5} \cdot \left[1 + \frac{v_1}{v_0} + \left(\frac{v_1}{v_0}\right)^2 + \sqrt{\frac{v_1}{v_0}} + \frac{v_1}{v_0} \cdot \sqrt{\frac{v_1}{v_0}} \right] \tag{6.29}$$

En posant :

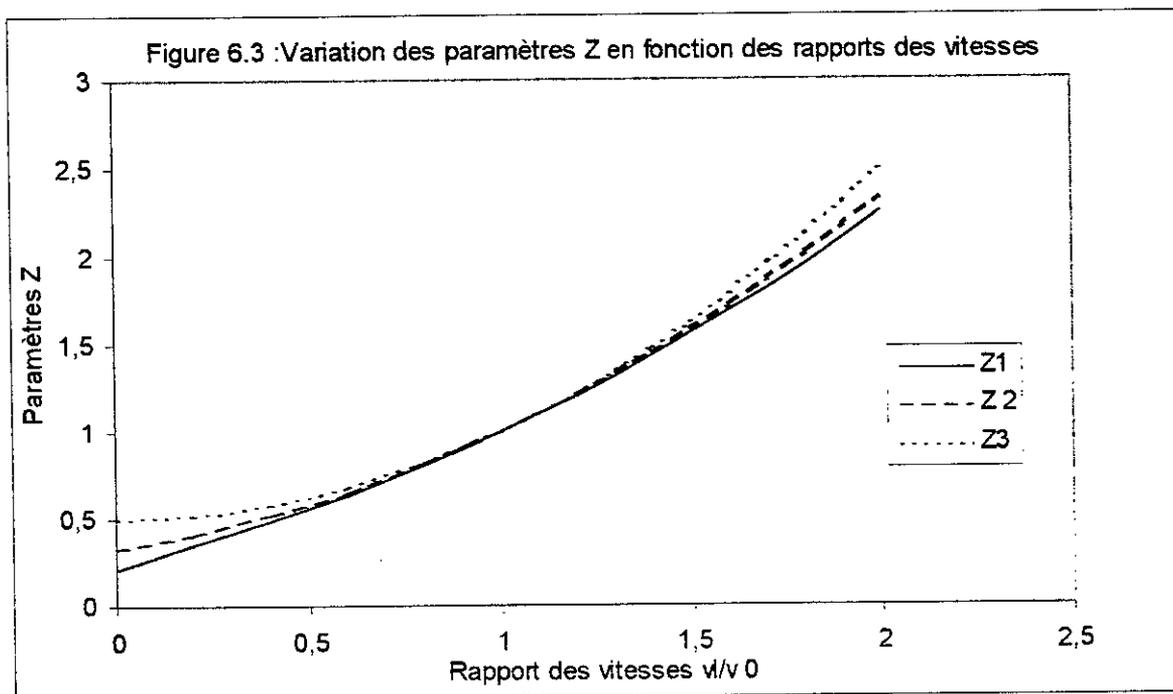
$$Z_3 = \frac{1}{5} \cdot \left[1 + \frac{v_1}{v_0} + \left(\frac{v_1}{v_0} \right)^2 + \sqrt{\frac{v_1}{v_0}} + \frac{v_1}{v_0} \cdot \sqrt{\frac{v_1}{v_0}} \right] \quad (6.30)$$

Z_3 - paramètre qui caractérise la modification de la perte de charge, pour la loi de la variation de vitesse supposée.

On obtient :
$$\Delta H = \frac{\lambda \cdot l}{2gD} \cdot v_0^2 \cdot Z_3 \quad (6.31)$$

De même, on remarque que si les vitesses v_0 et v_1 s'égalisent, ce qui caractérise le régime permanent, le paramètre Z_3 sera égal à l'unité, et on retrouve la relation de Darcy-W.

Pour plus de comparaison, les paramètres Z_1 , Z_2 , Z_3 ainsi déduits, sont représentés graphiquement. (figure 6.3).



6.4-APPLICATION DE LA RELATION DES PERTES D'ENERGIE :

La relation (6.17) sera appliquée, en régime transitoire, pour deux tronçons en série, de diamètres différents, comme l'indique la figure (6.4). On essaye de déterminer les vitesses aux points «1» et «2», pendant le passage du front d'onde

[16]. On examine également l'influence du front d'onde transmis et réfléchi sur le paramètre du régime transitoire Z_2 .

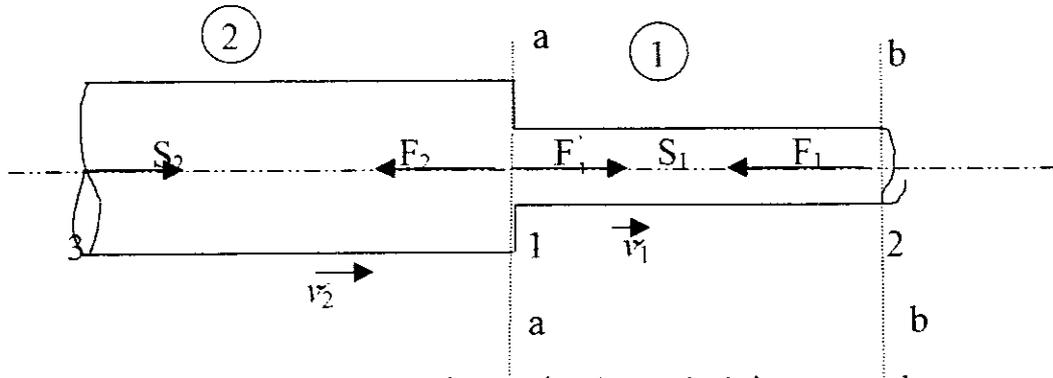


Figure 6.4 : Cheminement des ondes à un rétrécissement brusque

Durant le passage du front d'onde dans le tronçon « 1 », la vitesse d'écoulement sera :

$$v_1 = v_{01} - \frac{g}{c_1} (F_1 - F_1') \quad (6.32)$$

Dans le tronçon « 2 », la vitesse sera :

$$v_2 = v_{02} - \frac{g}{c_2} \cdot F_2 \quad (6.33)$$

On désigne par :

v_{01} - vitesse en régime permanent dans le tronçon (1-2)

v_{02} - vitesse en régime permanent dans le tronçon (3-1)

Si on s'intéresse au tronçon (1-2), on peut écrire :

$$\begin{cases} v_a = v_{01} - \frac{g}{c_1} \cdot F_1' \\ v_b = v_{01} - \frac{g}{c_1} \cdot F_1 \end{cases} \quad (6.34)$$

c_1 - désigne la célérité d'onde dans le tronçon (1-2)

D'après ce qu'on a vu précédemment, on peut écrire :

$$F_1' = s_{31} \cdot F_{31}$$

et :
$$F'_1 = r_{12} \cdot F_1 \quad (6.35)$$

r_{1-2} - désigne le coefficient de réflexion dans le tronçon (1-2).

s_{31} – désigne le coefficient de transmission dans le tronçon (3-1).

Le système (6.34) peut s'écrire :

$$\begin{cases} v_a = v_{01} - \frac{g}{c_1} \cdot F'_1 = v_{01} \left(1 - \frac{g}{c_1 v_{01}} \cdot F'_1 \right) \\ v_b = v_{01} - \frac{g}{c_1} \cdot F_1 = v_{01} \left(1 - \frac{g}{c_1 v_{01}} \cdot F_1 \right) \end{cases} \quad (6.36)$$

D'autre part, en examinant la deuxième équation du système (6.36), on peut écrire ; en tenant compte de la réflexion et de la transmission, (voir chapitre V), que :

$$\begin{cases} v_a = v_{01} \left(1 - \frac{g}{c_1 v_{01}} \cdot F'_1 \right) \\ v_b = v_{01} \left(1 - \frac{g}{c_1 v_{01}} \cdot r_{12} \cdot F'_1 \right) = v_{01} \left(1 - \frac{g}{c_1 v_{01}} \cdot \frac{\beta + 1}{\beta - 1} \cdot F'_1 \right) \end{cases} \quad (6.37)$$

Si l'on considère que :

$h_{01} = \frac{c_1 v_{01}}{g}$, désigne la valeur majorante du coup de bélier, engendrée par la vitesse v_{01} initiale du tronçon considéré.

F'_1 - désigne l'onde incidente qui engendre un coup de bélier dans le tronçon considéré.

On peut donc écrire :

$$v_a = v_{01} \left(1 - \frac{F'_1}{h_{01}} \right) \quad (6.38)$$

et
$$v_b = v_{01} \left(1 - \frac{\beta + 1}{\beta - 1} \cdot \frac{F'_1}{h_{01}} \right) \quad (6.39)$$

Si on pose $\xi_1 = \frac{F_1'}{h_{01}}$, comme étant le rapport du coup de bélier engendré par l'onde en question et la valeur majorante à imposer pour une installation hydraulique, on peut écrire :

$$\begin{aligned} v_a &= v_{01}(1 - \xi_1) = k_a \cdot v_{01} \\ v_b &= v_{01} \left(1 - \frac{\beta + 1}{\beta - 1} \cdot \xi_1 \right) = k_b \cdot v_{01} \end{aligned} \quad (6.40)$$

$k_a = 1 - \xi_1$ désigne le coefficient de réduction de la vitesse en « a ».

$k_b = 1 - \frac{\beta + 1}{\beta - 1} \xi_1$, désigne le coefficient de réduction de la vitesse en « b »

En considérant la relation (6.17) régie par la variation parabolique, on peut écrire que :

$$\Delta H = \frac{\lambda \cdot l}{2D} \cdot \frac{1}{2g} (v_a^2 + v_b^2) \quad (6.17\text{bis})$$

ou bien :

$$\Delta H = \frac{\lambda l}{D} \cdot \frac{v_{01}^2}{2g} \cdot \left[\frac{k_a^2 + k_b^2}{2} \right] \quad (6.42)$$

puisque : $v_a = k_a v_{01}$ et $v_b = k_b v_{01}$

On remarque de même que si $k_a = k_b = 1$, les vitesses v_a , v_b , et v_{01} s'égalisent. On retrouve l'équation de Darcy- W. en régime permanent. On peut donc écrire, en remplaçant k_a et k_b par leurs valeurs respectives ;

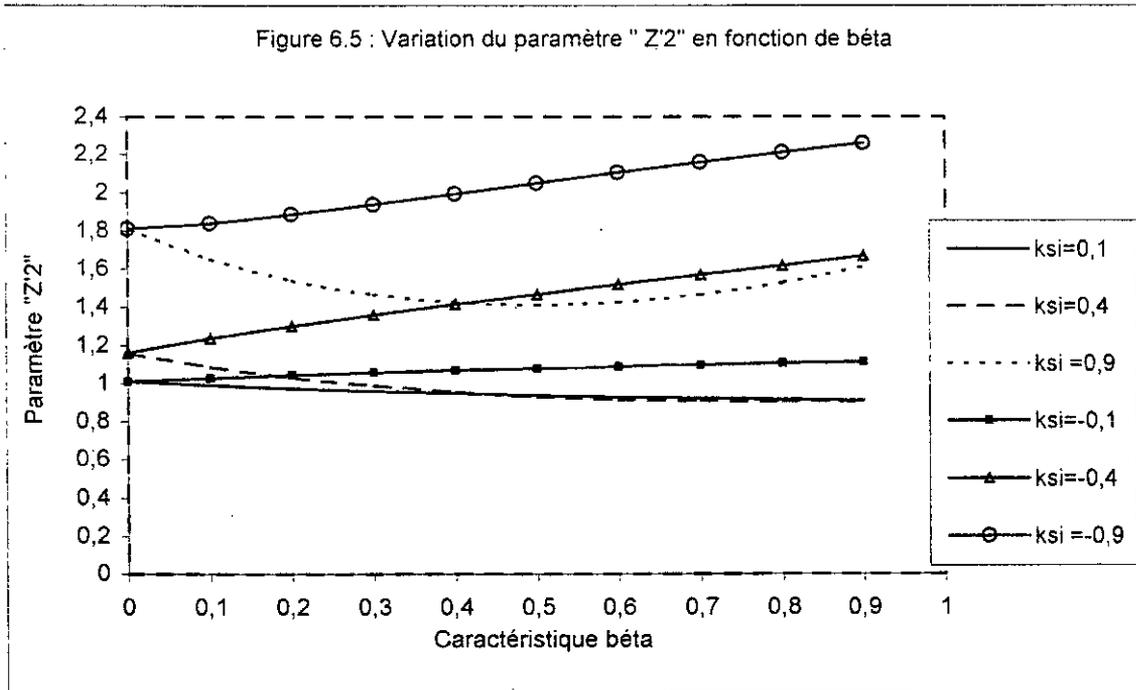
$$Z_2' = \frac{1}{2} (k_a^2 + k_b^2) = \frac{1}{2} \left[(1 - \xi_1)^2 + \left(1 - \frac{\beta + 1}{\beta - 1} \cdot \xi_1 \right)^2 \right] \quad (6.43)$$

Finalement, on obtient :

$$Z_2' = \frac{\beta^2 + 1}{(\beta - 1)^2} \cdot \xi_1^2 - \frac{2 \cdot \xi_1 \cdot \beta}{\beta - 1} + 1 \quad (6.44)$$

De même, on remarque que si $\xi_1 = 0 \rightarrow Z_2' = 1$, c'est le cas du régime permanent.

On va voir maintenant comment varie le coefficient Z_2 , pour une valeur addimensionnelle du coup de bélier (ξ_1), et la caractéristique β du réseau donnée (figure 6.5).



6.5 - INFLUENCE DE LA PERTE DE CHARGE ET L'ELASTICITE DE LA CONDUITE SUR LA PRESSION DYNAMIQUE :

Afin de montrer l'influence de la perte de charge et l'élasticité de la conduite sur la pression dynamique, on examine le cas d'une conduite en refoulement. Pour donner un sens plus explicatif au raisonnement, on considère la valeur majorante du coup de bélier engendrée à la suite d'un arrêt brusque d'une pompe (P), (figure 6.6).

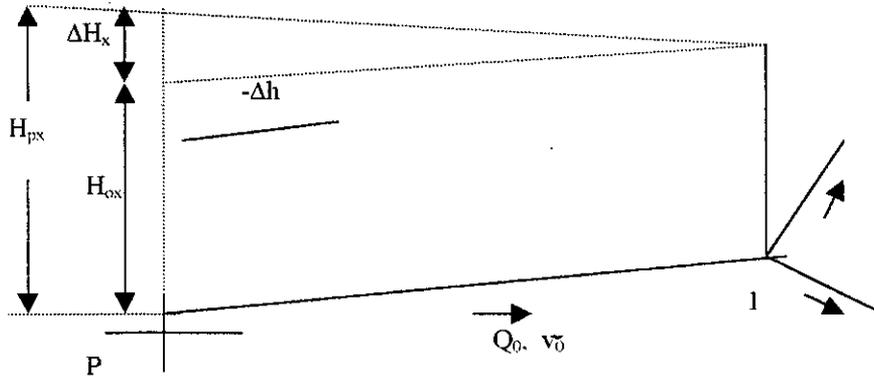


Figure 6.6 : Pression dynamique en cas de refoulement.

Le point « 1 » désigne le premier nœud de ramification.

A la suite d'un arrêt brusque, il se produit un coup de bélier au droit de la

pompe :

$$\Delta h = \pm \frac{cv_0}{g} \quad (6.45)$$

c - étant la célérité d'onde du coup de bélier engendré dans la conduite (P-1)

La pression dynamique dans une section de la conduite de refoulement ,en phase de dépression ,sera :

$$H_{pxi} = H_{oxi} + \Delta H_{xi} - \Delta h, \quad (6.46)$$

ΔH_{xi} - perte de charge dans la section « i » à une distance x

H_{pxi} - pression dynamique dans la section « i » à une distance x

H_{oxi} - pression statique dans la section « i » à une distance x

La vitesse (v) de l'écoulement ,en régime permanent régnant dans la conduite, juste avant l'arrivée du coup de bélier, donne naissance à une énergie cinétique :

$$E_{cin} = \frac{M}{2} \cdot v^2 \quad (6.47)$$

Cette énergie est égale au travail fait par la pression perdue, due à la perte de charge. Si on pose :

$$M = \pi \cdot r^2 \cdot l \cdot \rho \quad (6.48)$$

M - désigne la masse d'eau dans la conduite de longueur l .

ρ - désigne la masse volumique de l'eau.

r – désigne le rayon de la conduite (P-1).

l – désigne la longueur de la conduite (P-1).

L'expression (6.47) prendra la forme :

$$E_{cin} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot l \cdot \rho}{2} \cdot v^2 \quad (6.49)$$

Après passage du front d'onde du coup de bélier, cette énergie cinétique est récupérée par l'eau (E_{pe}) et, par l'enveloppe de la conduite (E_{pc}), grâce à son élasticité.

$$E_{cin} = E_{pe} + E_{pc} \quad (6.50)$$

Suite à la théorie de Clapeyron, la croissance d'énergie potentielle de la conduite est :

$$dE_{pc} = \frac{dr}{2} \cdot F_t \quad (6.51)$$

où F_t -désigne la force tangentielle sur toute la longueur de la conduite, et ayant pour valeur :

$$F_t = 2\pi \cdot r \cdot l \cdot P_{ch} \quad (6.52)$$

P_{ch} - désigne la pression due à la perte de charge ΔH , qui est donnée par la relation suivante :

$$P_{ch} = \rho g \cdot \Delta H \quad (6.53)$$

c'est-à-dire :
$$F_t = 2\pi \cdot r \cdot l \cdot \rho g \cdot \Delta H \quad (6.54)$$

Pour une conduite élastique, on peut écrire que :

$$dr = \frac{r}{E_c} \cdot d\sigma_a \cdot \chi \quad (6.55)$$

χ - désigne le mode d'ancrage de la conduite .

La contrainte annulaire est :

$$d\sigma_a = \frac{dP_{ch} \cdot r}{e} \quad (6.56)$$

ou bien :
$$dr = dP_{ch} \cdot \frac{r^2}{E_c \cdot e} \cdot \chi \quad (6.57)$$

On peut écrire aussi que :

$$P_{ch} = \rho g \cdot \Delta H \cdot \frac{x}{l} \quad (6.58)$$

et
$$dP_{ch} = \rho g \cdot \Delta H \cdot \frac{dx}{l} \quad (6.59)$$

Dans ce cas, en tenant compte des expressions ci-dessus, l'énergie potentielle de la conduite sera:

$$dE_{pc} = \frac{\rho g \cdot \Delta H \cdot r^2}{2E_c \cdot e} \cdot \chi \cdot \frac{dx}{l} \cdot 2\pi r \cdot l \cdot \rho g \Delta H \cdot \frac{x}{l} \quad (6.60)$$

ou bien:
$$dE_{pc} = \frac{\pi \cdot \rho^2 \cdot g^2 \cdot \Delta H^2 \cdot r^3}{E_c \cdot e \cdot l} \cdot x \cdot dx \cdot \chi \quad (6.61)$$

En intégrant de 0 à l, on obtient :

$$E_{pc} = \frac{\pi \cdot r^3 \cdot \rho^2 \cdot g^2 \cdot \Delta H^2 \cdot l \cdot \chi}{2E_c \cdot e} \quad (6.62)$$

L'énergie potentielle du liquide est :

$$dE_{pe} = \frac{dl}{2} F_2 \quad (6.63)$$

avec :
$$F_2 = \pi \cdot r^2 \cdot P_{ch} \quad (6.64)$$

et
$$dE_{pe} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \rho g \cdot \Delta H \cdot \frac{x}{l} \cdot dl \quad (6.65)$$

Suivant la loi de **Hooke**, on peut écrire :

$$\frac{dV}{V_0} = \frac{dP}{K_e} \quad (6.66)$$

On a :
$$\frac{dl}{l} = \frac{dP_{ch}}{K_e} \quad \text{et} \quad dl = l \cdot \frac{dP_{ch}}{K_e} \quad (6.67)$$

D'où :
$$dl = \frac{l}{K_e} \cdot \rho g \cdot \Delta H \cdot \frac{dx}{l} \quad (6.68)$$

dl - représente la variation du volume dV

dx – variable d'intégration

En conséquence on a :

$$dE_{pe} = \frac{1}{2} \pi r^2 \frac{\rho^2 g^2}{K_e} \Delta H^2 \frac{x}{l} dx \quad (6.69)$$

Si on porte les formules de l'accroissement de l'énergie cinétique et potentielle du liquide et de la conduite dans la relation de base, on obtient :

$$\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot l \cdot \rho \cdot v^2 = \frac{1}{4} \cdot \pi r^2 \cdot \frac{\rho^2 g^2}{K_e} \cdot \Delta H^2 \cdot l + \frac{\pi r^3}{2E_c \cdot e} \cdot \rho^2 g^2 \cdot \Delta H^2 \cdot l \cdot \chi \quad (6.70)$$

Après simplification, il vient :

$$v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho g^2 \cdot \Delta H^2}{K_e} + \frac{r}{E_c \cdot e} \cdot \rho g^2 \cdot \Delta H^2 \cdot \chi \quad (6.71)$$

ou bien :

$$\left(\frac{v}{\Delta H} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \rho g^2 \cdot \left[\frac{1}{K_e} + \frac{D}{E_c \cdot e} \cdot \chi \right] \quad (6.72)$$

$$\left(\frac{v}{\Delta H} \right)^2 = \frac{g^2 \cdot \rho}{2K_e} \left[1 + \frac{DK_e}{E_c \cdot e} \cdot \chi \right] \quad (6.73)$$

Sachant que :

$$c = \frac{\sqrt{\frac{K_e}{\rho}}}{\sqrt{1 + \chi \frac{D \cdot K_e}{E_c \cdot e}}} \quad (6.74)$$

On peut écrire :

$$\frac{K_e}{c^2} = \rho \left[1 + \chi \cdot \frac{D \cdot K_e}{E_c \cdot e} \right] \quad (6.75)$$

En portant la relation (6.75) dans l'expression (6.73), on obtient :

$$\left(\frac{v}{\Delta H} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot g^2 \cdot \frac{K_e}{K_e \cdot c^2} \Rightarrow \left(\frac{v}{\Delta H} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot g^2 \cdot \frac{1}{c^2} \quad (6.76)$$

ou bien :

$$\frac{v}{\Delta H} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{g}{c} \quad (6.77)$$

c'est -à- dire :
$$\frac{cv}{g} = \frac{\Delta H}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \Delta H \quad (6.78)$$

Le terme $\frac{cv}{g}$, représente le coup de bélier amorti par la perte de charge ΔH .

On conclue que pour un point d'abscisse « x », le long de la canalisation, la pression sera :

$$H_{px} = H_{0x} + \Delta H_x - \frac{cv_0}{g} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \Delta H_x$$

$$H_{px} = H_{0x} + 0.293\Delta H_x - \frac{cv_0}{g} \quad (6.79)$$

6.6-INFLUENCE DE LA PERTE DE CHARGE EN VARIATION PARABOLIQUE SUR LE COUP DE BELIER.

On a vu que le coup de bélier amorti, représente un rapport de $\frac{\sqrt{2}}{2}$ de la perte de charge engendrée au cours du régime transitoire. On va voir maintenant, à travers une représentation graphique, comment varie cette influence, une fois la loi de variation parabolique est considérée.

On a obtenu :
$$\frac{cv_0}{g} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \Delta H \quad (6.78.bis)$$

D'autre part, l'expression (6.43) donne:

$$\Delta H = \frac{\lambda \cdot l}{D} \cdot \frac{v_{01}^2}{2g} \cdot Z_2' \quad (6.43.bis)$$

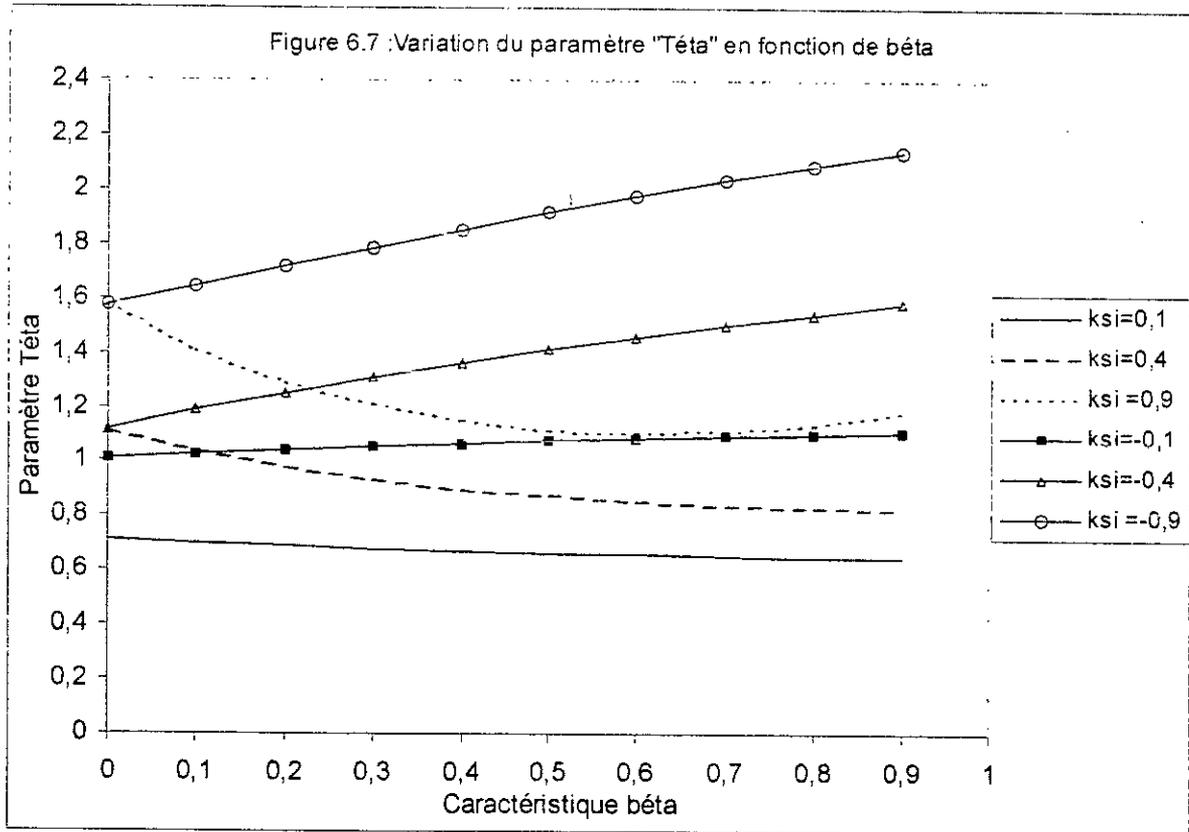
avec :
$$Z_2' = \frac{\beta^2 + 1}{(\beta - 1)^2} \xi_1^2 - \frac{2\beta}{\beta - 1} \xi_1 + 1 \quad (6.82)$$

Le coup de bélier perdu sera :

$$\frac{cv_0}{g} = \frac{\lambda \cdot l}{D} \cdot \frac{v_0^2}{2g} \cdot Z_2' \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\lambda \cdot l}{D} \cdot \frac{v_0^2}{2g} \cdot \theta \quad (6.83)$$

avec :
$$\theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot Z_2' = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left[\frac{\beta^2 + 1}{\beta - 1} \cdot \xi_1^2 - \frac{2\beta}{\beta - 1} \cdot \xi_1 + 1 \right] \quad (6.84)$$

Pour un coup de bélier imposé ($\xi = cte$), on représente la variation du paramètre θ en fonction de la caractéristique β de la conduite. (figure 6.7).



6.7 CONCLUSION :

A travers cette étude, on a proposé trois formes de variations de la vitesse le long de la conduite dans le cas d'un régime transitoire engendré. Les relations ainsi obtenues, donnant la perte de charge, convergent toutes vers celle de **Darcy -W.**, en régime permanent, après simplification des vitesses. Il a résulté donc un coefficient du régime transitoire jouant le rôle de liaison entre la relation valable en régime transitoire et celle du régime permanent.

Ce coefficient est fonction du rapport addimensionnel des vitesses déterminées à deux sections avoisinantes le long de la conduite, et des caractéristiques de celle-ci ; pour une valeur addimensionnelle (ξ_1) du rapport du coup de bélier engendré par l'onde et la valeur majorante imposée. Pour illustrer ce cas, des courbes ont été tracées à différentes valeurs de (ξ_1),

montrant ainsi la variation du coefficient du régime transitoire en fonction des caractéristiques de la conduite. Cette étude est d'un intérêt important pour le dimensionnement des conduites dans le domaine de comportement dynamique des réseaux .

CHAPITRE VII :
COUPS DE BELIER DANS UN RESEAU RAMIFIE
ENTERRE, DIVERGENT DE RANG « 2 »

CHAPITRE VII :

COUPS DE BELIER DANS UN RESEAU RAMIFIE ENTERRE, DIVERGENT DE RANG « 2 »

7.1. INTRODUCTION :

Le fonctionnement d'un réseau de conduites, en régime transitoire, est caractérisé par des pressions et vitesses variables dans le temps, et dans l'espace, contrairement au cas du régime permanent. Ces variations sont accompagnées par le phénomène de propagation des ondes de pressions qui parcourent le réseau pendant un certain temps jusqu'à leur amortissement et l'établissement d'un nouveau régime permanent. Dans ce cas de réseau, l'amortissement se fait non seulement par les pertes de charge, mais également par l'influence des nœuds de ramification. Lors du dimensionnement des conduites d'adduction, travaillant notamment en refoulement, les conduites choisies après optimisation possèdent des pressions de service définies, et qu'on ne doit pas dépasser. C'est justement là où intervient le calcul du réseau, en régime transitoire pour prévoir les pressions P_t susceptibles de se produire. Ces dernières doivent tenir compte de la valeur majorante du coup de bélier susceptible de se produire dans une conduite, soit en refoulement (cas de l'arrêt brusque d'une pompe), soit en gravitaire (cas d'une fermeture brusque d'une vanne), en négligeant les pertes de charge. Si la pression totale P_t est inférieure à la pression P_s de service, il n'y a évidemment pas de danger. Par contre, si le contraire s'observe, le danger existe, et l'on doit choisir entre les deux solutions suivantes :

- Changer la classe des conduites pour une pression de service supérieure.
- Atténuer les pressions transitoires par les moyens de protection (protection anti – bélier).

Dans l'état actuel des choses, l'étude du régime transitoire sert à vérifier la tenue des conduites déjà choisies. Mais il n'existe pas de méthode directe permettant le dimensionnement des conduites, tout en tenant compte du coup de bélier. Egalement, l'étude du régime transitoire pour ce dimensionnement n'a pas pris en considération l'effet du sol sur les conduites enterrées. Il a été conclu dans les chapitres III et IV, que l'effet du sol provoque en effet une augmentation de la célérité de propagation de l'onde qui est loin d'être négligeable pour les conduites minces en acier et en P.V.C., une fois enterrées.

Le coup de bélier dans un réseau faiblement ramifié, de type adduction, soit en refoulement, soit en gravitaire, peut provoquer des effets plus nocifs à la canalisation. Ainsi lorsqu'un coup de bélier part de la pompe à la suite de son arrêt brusque, ou d'une vanne placée à l'extrémité d'une conduite, après sa fermeture brusque; il diffuse dans toutes les ramifications. Mais l'influence de la diffusion du coup de bélier diminue lorsque le degré de ramification augmente; d'où l'influence des nœuds. A chaque nœud de ramification, l'onde trouve un volume d'eau plus grand que sur la conduite par où elle arrive. Dans cette étude, en s'inspirant des résultats obtenus dans les chapitres III et IV; on contribue à l'étude du régime transitoire dans un réseau ramifié de rang « 2 », comportant un seul nœud de ramification, sous pression en refoulement, pris comme exemple, et qui est un cas simple couramment rencontré en pratique. Ainsi la prise en compte de la célérité de propagation d'onde réelle pour chaque conduite enterrée permet de renseigner sur la vraie grandeur du coup de bélier susceptible de se produire, notamment à la première phase de la dépression, en cas d'arrêt d'une pompe. Le raisonnement à partir de la valeur majorante du coup de bélier s'avère très intéressant, dans le cas d'un réseau enterré pour tout

calcul concernant le comportement mécanique de la conduite, et en conséquence les moyens anti-béliers.

L'emploi de la méthode des caractéristiques rend plus simple le calcul. Elle permet de renseigner sur la courbe enveloppe de la pression, à chaque nœud du réseau, et de déduire les débits de chaque tronçon, en tenant compte des pertes de charge. Afin de faciliter le calcul, les extrémités des conduites, formant le réseau, servent de conditions aux limites connues [54], [56] et [58].

7.2 - MISE EN EQUATIONS :

Les systèmes d'équations (1.59) et (1.60) obtenus dans le chapitre I, servent de base pour le calcul du régime transitoire, engendré dans ce type de réseau. On rappelle que les systèmes sont de la forme :

$$\begin{cases} dx = +cdt \\ dH + \frac{c}{gS} dQ = -i \cdot dx \end{cases} \quad (7.1)$$

et

$$\begin{cases} dx = -cdt \\ dH - \frac{c}{gS} dQ = -i \cdot dx \end{cases} \quad (7.2)$$

Ces systèmes expriment que si on se déplace le long d'un trajet d'un tronçon avec une vitesse $\frac{dx}{dt} = c$, la quantité $H + \frac{c}{gS} dQ$ reste constante aux pertes de charge près [54].

L'application de ces systèmes est plus simple notamment lorsqu'on considère que la quantité $\frac{c}{gS}$ est constante. On admet que la section est constante en face des variations de débits et de la côte de charge qui était prise comme une variable au même titre que la compressibilité du fluide et l'allongement de la conduite.

En principe l'utilisation des systèmes (7.1) et (7.2), permet la détermination du couple (H, Q) en toute section de la canalisation en partant des conditions

aux limites connues (états aux extrémités de la canalisation), en considérant ou non les pertes de charge. Dans l'exemple qu'on considère, le couple (H,Q) sera calculé au point de ramification, et juste à la sortie de la pompe. La procédure de calcul est aisée notamment, si on néglige les pertes de charge.

L'inconvénient de la méthode apparaît surtout dans les cas plus complexes et, notamment pour le calcul de l'état à un nœud [54]. Dans ce cas, les systèmes aboutissent à une seule équation qui sera appliquée à chaque conduite aboutissant à ce nœud (figure 7.1). Les hypothèses considérées dans l'exemple sont :

- L'unité de temps est telle que $\frac{l_1}{c_1} = \frac{l_2}{c_2} = \frac{l_3}{c_3} = \dots = \frac{l_n}{c_n} = \Delta t = 1 \text{ sec}$.

- Extrémités aval des tronçons : existence des réservoirs à plans d'eau supposés invariables.

On considère le cas d'un réseau télescopique enterré, dans un sol de caractéristiques supposées homogènes. Afin de donner un sens au calcul, (effets de la surpression et de la dépression sous l'influence de l'effet du sol), le réseau est considéré comme faiblement ramifié. Dans cet exemple on traite le cas d'un réseau comportant un seul nœud de ramification des conduites (figure 7.1).

Le réseau pris comme exemple, fonctionnant en refoulement, est constitué de conduites de caractéristiques uniques, de même matériau, qui alimentent deux réservoirs R_2 et R_3 . Afin de donner une évidence au raisonnement, on considère que ce réseau n'est pas muni de moyens de protection anti - béliet. Pour mieux illustrer l'exemple, et à titre comparatif, on considère le cas d'un réseau libre et enterré pour deux natures de matériau différentes de canalisation: le P.V.C et l'acier.

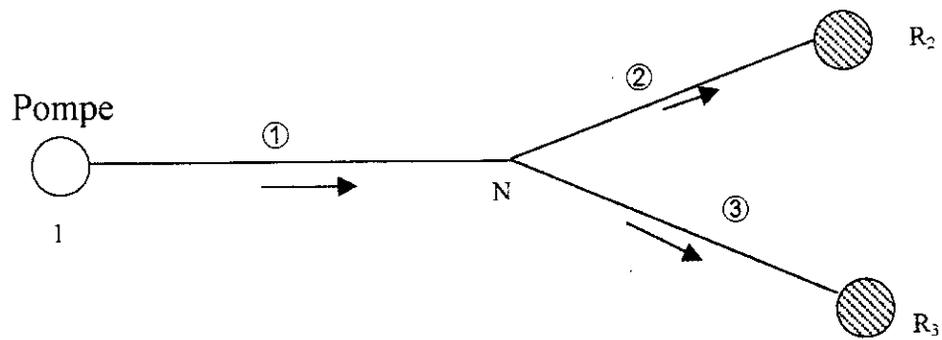


Figure 7.1. : réseau d'adductions en refoulement.

On désigne par :

* $H_p = H_1$: la cote de charge au droit de la pompe en régime permanent

* H_2, H_3 : les cotes de charge des plans d'eau des réservoirs.

* q_1, q_2, q_3 : les débits connus en régime permanent au temps (t_0).

* $H_N, Q_{1N}, Q_{2N}, Q_{3N}$: désignent respectivement la charge au nœud N, et les débits inconnus à l'instant ($t + 1$) en régime transitoire, aboutissant au nœud (N).

Par application des systèmes (7.1) et (7.2), à chaque conduite, on obtient :

• Pour la première conduite :

$$H_N + \frac{c_1}{gS_1} Q_{N1} = H_1 - \frac{c_1}{gS_1} q_{1N} - R_1 Q_{N1}^2 + R_1 q_{1N}^2 \quad (7.3)$$

• Pour la deuxième conduite :

$$H_N + \frac{c_2}{gS_2} Q_{N2} = H_2 - \frac{c_2}{gS_2} q_{2N} - R_2 Q_{N2}^2 + R_2 q_{2N}^2 \quad (7.4)$$

• Pour la troisième conduite :

$$H_N + \frac{c_3}{gS_3} Q_{N3} = H_3 - \frac{c_3}{gS_3} q_{3N} - R_3 Q_{N3}^2 + R_3 q_{3N}^2 \quad (7.5)$$

D'autre part, on peut écrire au nœud (N), que la somme algébrique des débits est nulle:

$$\sum_{i=1}^{n=3} Q_i = 0 \quad (7.6)$$

n – étant le nombre de tronçons aboutissant au nœud « N »

D'une façon générale, on peut écrire :

$$H_N + \frac{c_i}{gS_i} Q_{Ni} = H_i - \frac{c_i}{gS_i} q_{iN} - R_i Q_{Ni}^2 + R q_{iN}^2 \quad (7.7)$$

On pose par simplification :

$$\frac{c_i}{gS_i} = A_i \quad \text{et} \quad H_i - \frac{c_i}{gS_i} q_{iN} + R_i q_{iN}^2 = T_i \quad (7.8)$$

Avec :

$$c_i = \frac{\sqrt{K_e / \rho}}{\sqrt{1 + \frac{K_e D_i}{E_c \cdot e_i} \chi}} \quad (7.9)$$

Le paramètre c_i désigne la célérité d'onde du coup de bélier dans la conduite (i). Afin d'appliquer le raisonnement du chapitre III, il a été considéré la même hypothèse sur le mode d'ancrage. C'est-à-dire les déformations longitudinales de la conduite sont considérées comme nulles. Et par conséquent, on peut poser :

$$\chi = 1 - \nu^2$$

$$\text{et:} \quad R_i = \frac{8\lambda_i l_i}{g\pi^2 D_i^5} \quad (7.10)$$

λ_i : désigne le coefficient de frottement des pertes de charge linéaires, donné par la relation de Nikuradzé :

$$\lambda_i = \left(1.14 - 0.86 \ln \frac{\varepsilon}{D_i} \right)^{-2} \quad (7.11)$$

Les équations (7.8) sont des quantités connues.

On aura le système :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_N + A_i Q_{Ni} + R_i Q_{Ni}^2 = T_i \end{array} \right. \quad (7.12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n Q_{Ni} = 0 \end{array} \right. \quad (7.13)$$

Il n'y a pas de solution analytique. On procède alors par itération à partir du système suivant (7.14) :

$$\begin{cases} H_N + (A_i + R_i |q_{Ni}|) Q_{Ni} = T_i \\ \sum_{i=1}^{n-3} Q_{Ni} = 0 \end{cases} \quad (7.14)$$

On pose alors : $A_i + R_i |q_{Ni}| = W_i$ (7.15)

Ce qui donne :

$$\begin{cases} \frac{H_N}{W_i} + Q_{Ni} = \frac{T_i}{W_i} \\ \sum_{i=1}^n Q_{Ni} = 0 \end{cases} \quad (7.16)$$

et par conséquent: $H_N = \frac{\sum_1^n T_i / W_i}{\sum_1^n \frac{1}{W_i}}$ (7.17)

et : $Q_{Ni} = \frac{T_i - H_N W_i}{W_i}$ (7.18)

Ces équations seront résolues au moyen d'un programme à la base d'un exemple numérique simple ; les résultats sont déterminés à chaque pas de calcul de temps pris égal à : $\Delta t = 1. \text{ sec}$.

7.3.DONNEES NUMERIQUES ET RESULTATS :

Afin d'illustrer le raisonnement ci-dessus qu'on vient d'exposer dans ce chapitre, la figure (7.1) est prise comme une base de données. Elle représente un réseau de rang 2 symétrique, caractérisé par les données suivantes. L'exemple consiste à trouver la variation de la charge nodale H_N et celle H_p à la sortie de la pompe, en fonction du temps, dans les deux cas de réseaux libre et enterré. Par la suite une représentation graphique sera présentée. On considère de ce fait :

☐ **Les propriétés du liquide :**

La masse volumique de l'eau : $\rho = 10^3 \text{ Kg/m}^3$.

Le module d'élasticité de l'eau : $K_e = 2.10^9 \text{ Pa}$.

☐ **Les côtes des plans d'eau invariables des réservoirs d'extrémité :**

$$H_2 = H_3 = 200 \text{ m}$$

□ **Les propriétés du sol :**

Le module d'élasticité : $E_s = 2.10^8$ Pa.

Le Coefficient de Poisson : $\nu_s = 0,33$.

□ **Données de base du réseau :**

Les données concernent les conduites en acier et en P.V.C.. Les rapports diamètre/épaisseur ont été choisis d'après les recommandations pratiques. Les longueurs géométriques des conduites, et les célérités de propagation d'onde y correspondant, ont été choisies de telle façon à ce que leurs rapports, longueur/célérité, sont égaux.. Cette hypothèse suppose que les ondes de pression arrivent en même temps au nœud, afin d'avoir leur superposition. : (voir tableau N°7.2)

Conduites		Coeff. de Poisson	Débits (l/s)	Longueur (m)	Diamètre (mm)	Rapport D/e	Mod. d'élast. E_c (Pa)	Rugosité (m)
Acier	1	0,3	22	1008,56	150	100	2.10^{11}	10^{-4}
	2	0,3	11	1035,23	100	90	2.10^{11}	10^{-4}
	3	0,3	11	1035,23	100	90	2.10^{11}	10^{-4}
P.V.C	1	0,46	22	429,91	150	18,75	3.10^9	10^{-4}
	2	0,46	11	453,46	100	16,67	3.10^9	10^{-4}
	3	0,46	11	453,46	100	16,67	3.10^9	10^{-4}

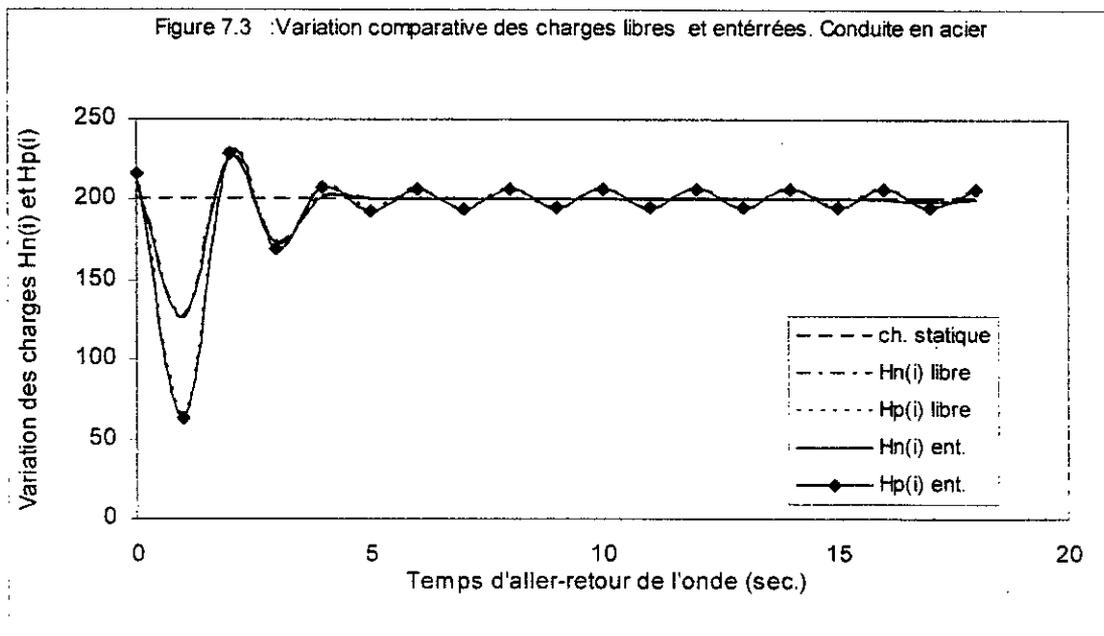
Tableau N°7.2 : Caractéristiques du réseau de la figure 7.1

A travers des courbes, l'exemple numérique a permis de connaître la variation de la charge nodale H_N , et celle de la charge H_p juste à la sortie de la pompe, due aux coups de bélier à la suite de l'arrêt brusque de la pompe. Dans les deux cas de figures, la dépression ainsi créée, plus importante au début, se voit diminuée d'intensité au niveau du point de ramification (N).

Par suite, le même phénomène s'observe à l'arrivée de ce même point dans le cas d'une surpression. Cette atténuation d'intensité est due d'une part à l'effet de l'existence du point N de ramification (coefficients de réflexion et de transmission), qui est le foyer de changement des caractéristiques des conduites y aboutissant, et d'autre part, à l'effet des pertes de charge.

L'atténuation de la dépression et de la surpression s'accroît de plus en plus dans le temps et par conséquent la charge enveloppe (nodale) a tendance à s'aligner avec la charge statique. Dans le cas du réseau libre (non enterré) en acier, la charge libre H_p est plus importante soit en dépression ou en surpression que celle du nœud H_N libre du nœud.

Le même phénomène s'observe pour le cas du réseau enterré. L'effet du sol est faible sur les conduites rigides en acier caractérisées par des célérités de l'ordre de 1200 à 1300 m/s. On remarque dans ce cas une confusion des courbes caractérisant le cas libre et enterré (figure 7.3).



Pour le cas du réseau enterré, on remarque que les charges H_N et H_p sont plus accentuées que leurs correspondantes dans le cas du réseau libre. Cette différence remarquée beaucoup plus dans les figures (7.4) et (7.5), est due

principalement à l'effet du sol qui tend à accroître la rigidité des conduites, et par conséquent augmente la célérité de l'onde de propagation. Dans le cas du réseau en matériau de P.V.C, les mêmes remarques s'observent, néanmoins la confusion des courbes est loin d'être constatée. Pour ce type de matériau, l'effet du sol sur les conduites est très remarqué.

Figure 7.4: Variation comparative des charges libres et enterrées .conduite en P.V.C.

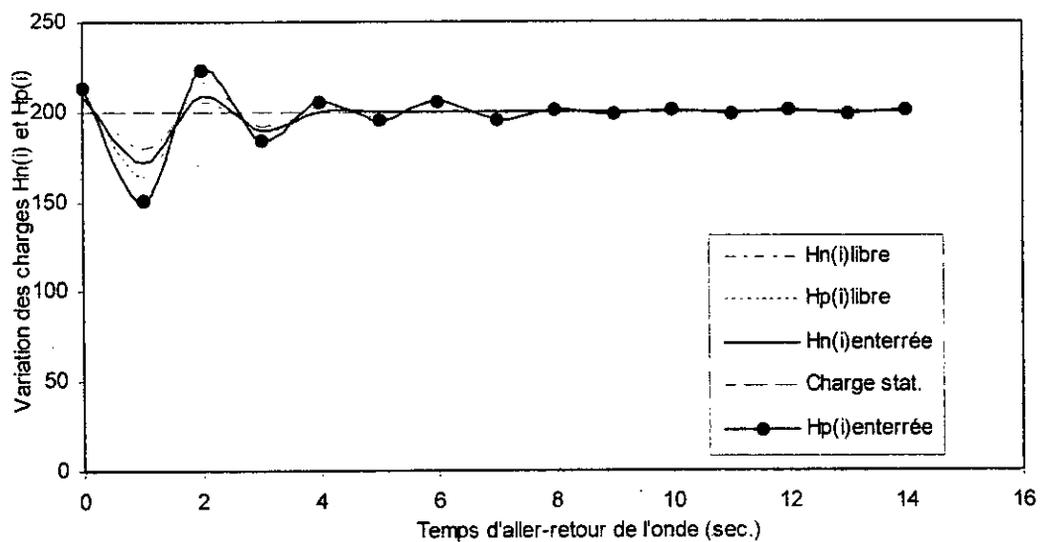
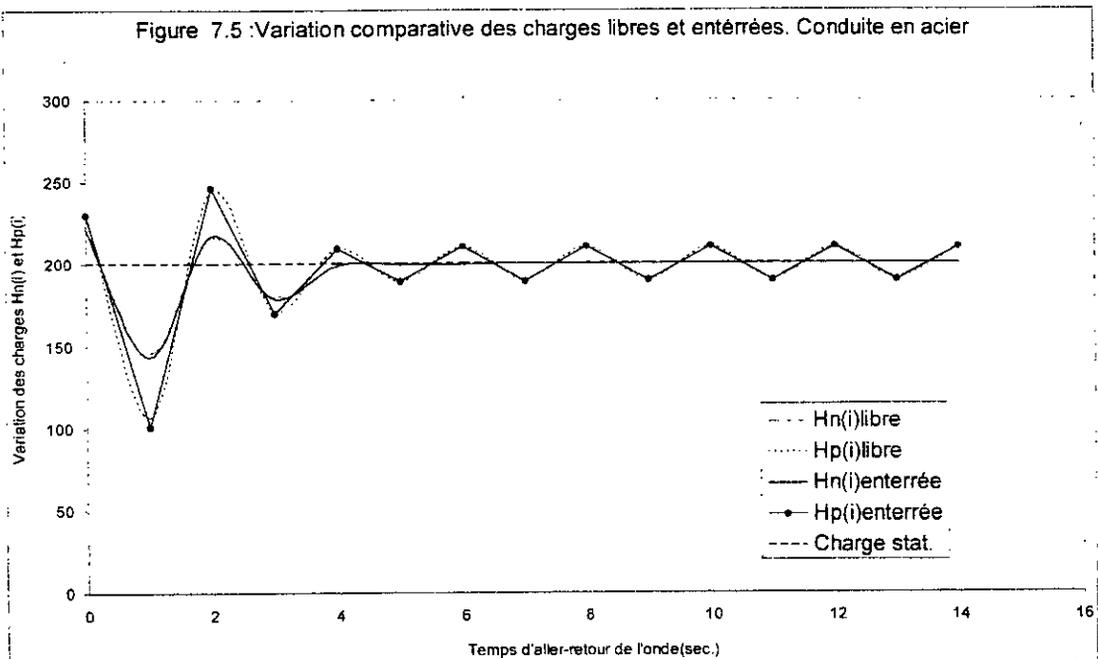


Figure 7.5: Variation comparative des charges libres et enterrées. Conduite en acier



7.4. CONCLUSION :

A travers la littérature, il a été montré que le coup de bélier produit dans un réseau, même faiblement ramifié, n'est pas aussi nocif, comparativement à celui produit dans une conduite unique. Cette constatation a été faite, en considérant par hypothèse, que les conduites sont libres (non enterrées). Dans ce chapitre, par application de la méthode des caractéristiques, on a déterminé les charges nodale et celle à la sortie de la pompe. Le calcul a été fait pour les conduites en acier et en P.V.C. supposées libres et enterrées. Il a été constaté que dans les deux types de conduites, se comportant comme rigides une fois enterrées, la célérité d'onde est plus importante. Celle-ci est plus remarquable, en pourcentage d'augmentation, dans le cas de la conduite en P.V.C.. Ainsi la valeur du coup de bélier résultante, et par conséquent la pression totale régnant dans la conduite peut être transmise d'une façon non négligeable à travers le nœud vers les conduites antennes. En conséquence, il est intéressant de conclure que pour les réseaux, tout dépend du degré de ramification et de la configuration. Ainsi pour le cas d'un réseau très ramifié :

- L'onde de dépression consécutive à un arrêt de pompe s'atténue dans toutes les ramifications, car la somme des sections aval est supérieure à la section amont.
- A chaque extrémité d'antenne, l'onde de dépression atténuée se réfléchit en surpression (réservoir), ou dépression (bout mort).
- Comme les temps de parcours sont différents généralement, ces ondes réfléchies interfèrent entre elles de façon complexe généralement sans augmentation d'amplitude du coup de bélier, mais au contraire en s'amortissant rapidement.
- Par contre, dans un réseau comprenant un enchevêtrement de conduites de petit diamètre raccordés sur une canalisation principale de fort diamètre, un tel amortissement sera bien moindre car la grosse conduite conservera l'essentiel de l'amplitude des ondes .

- Cette étude, d'un intérêt pratique important, permet à l'ingénieur de conception, et de gestion, de maîtriser le phénomène afin de dimensionner d'une façon adéquate, les moyens anti-bélier.

NOMENCLATURE

c – Célérité d'onde de coup de bélier [m/s]

H_N – Côte de charge nodale variable dans le temps [m]

i – Gradient de perte de charge

S – Section de la conduite [m²]

Q – Débit de l'écoulement à l'instant « t » [m³/s]

H_p – Côte de charge de la pompe connue à l'instant « t_0 » [m]

q – Débit connu à l'instant « t_0 » [m³/s]

R_v – Résistance totale de la conduite [m⁻⁵.s²]

ρ – Masse volumique [Kg/m³]

l – Longueur de la canalisation [m]

D – Diamètre intérieur de la canalisation [m]

E_c – Module d'élasticité du matériau formant la canalisation [Pa]

K_e – Module d'élasticité de l'eau [Pa]

e – Epaisseur de la canalisation [m]

χ – Coefficient tenant compte du mode d'ancrage de la canalisation

g – Pesanteur [m/s²]

ε – Rugosité absolue de la paroi de la canalisation [m]

CHAPITRE VIII :
INTERPOLATION DE LA METHODE DES
CARACTERISTIQUES ET ANALYSE D'ERREURS

CHAPITRE VIII :

INTERPOLATION DE LA METHODE DES CARACTERISTIQUES ET ANALYSE D'ERREURS

8.1-INTRODUCTION :

La méthode des caractéristiques est une des plus utilisées pour la modélisation des phénomènes de propagation d'onde. En effet, les équations aux dérivées partielles issues des équations différentielles de base sont relativement faciles à calculer et, reflètent l'aspect physique de l'écoulement, notamment au niveau des courbes caractéristiques.

Cependant, cette méthode a ses inconvénients : elle impose souvent un pas de temps commun, limité par le critère de stabilité de la méthode, restreignant la relation entre les paramètres de temps et d'espace.

On sait que l'étude des surpressions dans les systèmes en charge par la méthode Schnyder-Bergeron oblige le projeteur à découper le réseau étudié en longueurs élémentaires. Ces dernières sont choisies de telle façon que les temps de parcours par les ondes des différents tronçons constituant le réseau, soient des multiples entiers d'un temps de parcours élémentaire Δt . On doit donc choisir le plus grand commun diviseur de toutes les valeurs l_i/c_i , (l_i étant la longueur du tronçon i ; c_i étant la célérité des ondes dans ce tronçon), caractérisant les différents tronçons du réseau. Ce plus grand commun diviseur peut être très faible et par suite, la longueur des calculs, avec un si faible pas de temps, peut être très grande. On a donc intérêt à modifier légèrement la longueur de certains tronçons, de manière à trouver un plus grand commun diviseur et alléger ainsi le travail du projeteur et réduire le coût de l'étude. Il existe bien un moyen d'éliminer l'erreur due à la différence entre la longueur réelle du tronçon et la longueur provenant de l'utilisation d'un nombre entier de Δt ; il s'agit de processus d'interpolation

ou d'extrapolation utilisé dans certains laboratoires de calcul. Mais on peut se demander si, dans le cas d'ondes raides, ce système ne dénature pas la forme des ondes et s'il n'y a pas la une source d'erreurs difficilement appréciables.

Une procédure d'interpolation est nécessaire dans la méthode d'intervalles de temps spécifiés. L'interpolation est aussi nécessaire s'il y a une vitesse d'onde variable due aux propriétés des fluides variables, une vitesse dépendante de la pression, ou des propriétés variables des matériaux constituant la paroi. Additionnellement, les interpolations peuvent être utiles pour maintenir une marche de temps commune dans le système à multiple conduites. Cependant, il y a un désavantage majeur dans l'utilisation d'interpolation puisque l'amortissement artificiel et numérique est introduit dans les résultats. Il est plus critique dans les composants de l'amortissement à haute fréquence dans les transitoires où des changements se produisent dans une marche de temps unique.[11].

L'analyse des erreurs introduites par l'utilisation de la méthode des caractéristiques a été également étudiée par COMBES et ZAOUÏ [59](1967) en considérant le cas très simple d'une conduite constituée de deux tronçons de caractéristiques différentes. Ainsi ils ont essayé de trouver comment varie l'erreur faite entre le calcul avec le pas Δt correspondant au plus grand commun diviseur réel des temps l_i/c_i ; et un calcul fait avec un pas de temps Δt plus grand correspondant à une disposition un peu différente des deux tronçons .

Deux études ont été faites dans un domaine très voisin et qui ont trait à l'appréciation de deux autres sortes d'erreurs dans les épures du coup de bélier :

- Mme E. BIRO, lors du IX^{ème} congrès de l'ANRH (Dubrovnik, septembre 1961), a présenté le cas de l'erreur introduite par l'approximation de la pente moyenne pondérée des droites de Bergeron.

- Lors de sa communication au congrès de Barcelone de l'AIDE, M.CHAPPEY (1965) a présenté le cas d'erreur introduite par la présentation de la perte de charge linéaire sous forme de diaphragme.

8.2. DIFFERENTS SCHEMAS NUMERIQUES ISSUS DE LA METHODE DES CARACTERISTIQUES :

La plupart des méthodes de résolution numérique utilisent une grille en espace-temps, le long de laquelle sont intégrées les équations de compatibilité. Les interpolations résultant de ces types de schémas peuvent être réalisées soit en espace, soit dans le temps et parfois les deux.

8.2.1. Schémas avec interpolation spatiale :

8.2.1.1. La méthode d'HARTREE :

Le schéma de l'interpolation spatiale (figure 8.1) est attribué à HARTREE [26], et [60]. On interpole les valeurs des points R et S grâce à celles, connues, des points A, B et C. Cette méthode est explicite : la valeur du point P est déterminée par les équations des droites caractéristiques, et les valeurs au pas de temps précédent des points R et S.

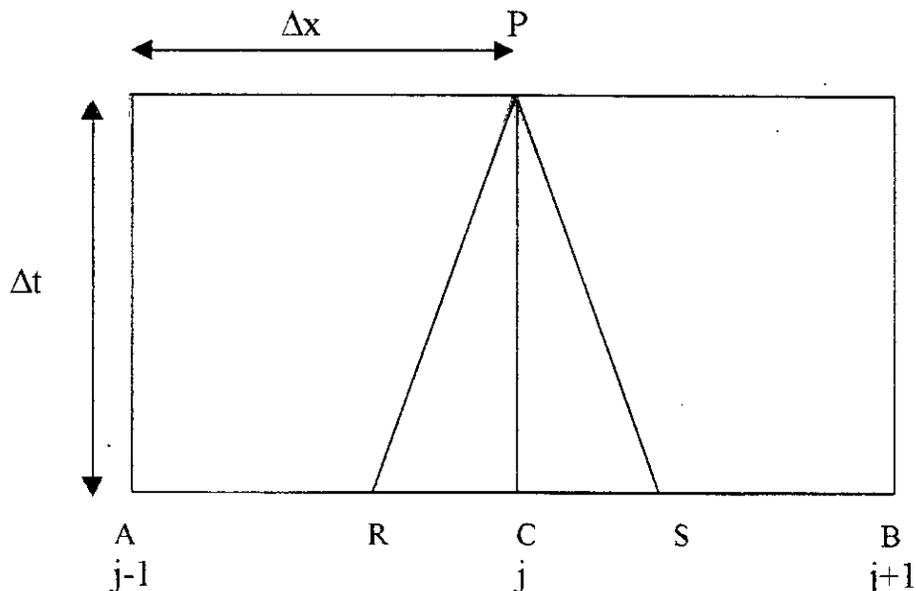


Figure 8.1. : interpolation de Hartree

8.2.1.2. La méthode de PRICE et VARDY :

Le schéma de l'interpolation spatiale est amélioré en prenant cette fois-ci plusieurs pas d'espace de chaque côté du point P comme c'est représenté sur la figure 8.2 ; [61] ,et [62].

La méthode de PRICE et VARDY [62](1975) peut elle aussi être améliorée en remontant avec plus d'un pas de temps.

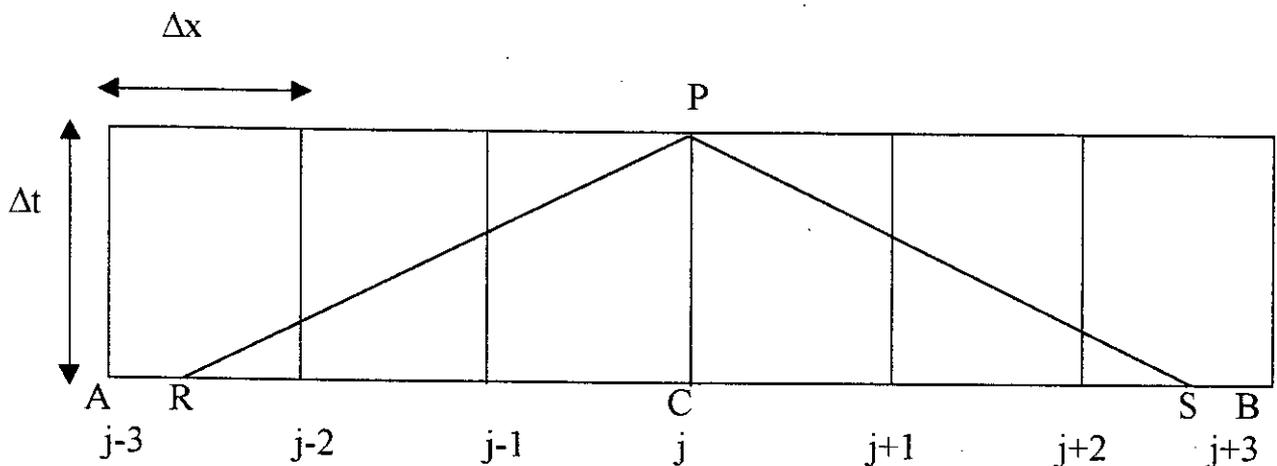


Figure 8.2 : interpolation de Price et Vardy

8.2.1.3 La modification de STREETER :

STREETER [10]et[11],(1967),(1993) a eu l'idée d'effectuer les interpolations d'un schéma numérique en remontant de plus d'un pas de temps : c'est le concept de « remontée dans le temps » ou « reach back » plus souvent rencontré dans la littérature , (figure 8.3). Cette méthode introduit un coefficient de remontée dans le temps, noté m , qui prend toute son importance dans les calculs d'amortissement et de dispersion de solutions numériques, comme on le montre dans les paragraphes suivants.

Plus la remontée dans le temps est importante, plus la précision du schéma augmente et moins l'amortissement numérique est important.

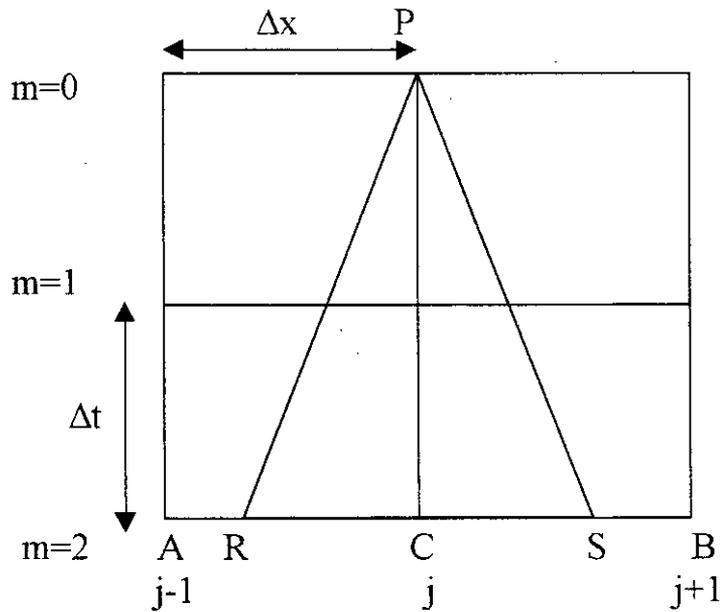


Figure 8.3 : amélioration du schéma spatial par Streeter

8.2.2. Schémas avec interpolation temporelle :

8.2.2.1. Schéma à un pas de temps :

Le schéma utilise des interpolations dans le pas de temps courant, ce qui le rend implicite. Le schéma a l'avantage de ne pas contraindre la solution à un pas de temps maximal. (figure 8.4).

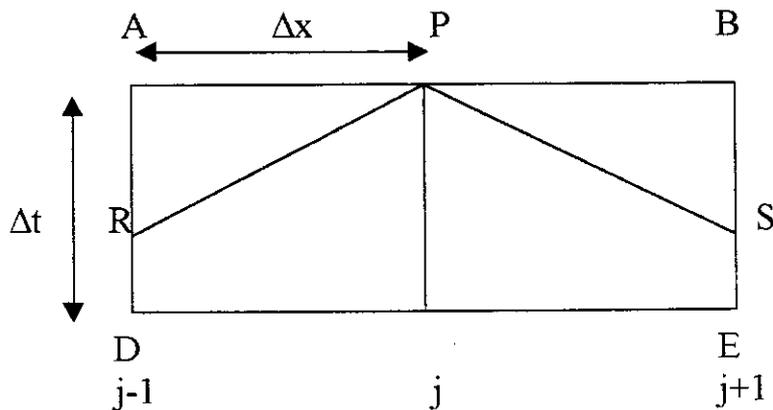


Figure 8.4 : Schéma implicite dans le pas de temps courant.

8.2.2.2. Schéma avec remontée dans le temps :

On peut utiliser l'amélioration de STREETER appliquée à un schéma avec une interpolation temporelle. Ce schéma est explicite puisque le point P est

calculé grâce à des interpolations effectuées sur les lignes caractéristiques aux pas de temps précédent. Mais le pas de temps est limité pour des raisons de convergence et de stabilité de la méthode (figure 8.5).

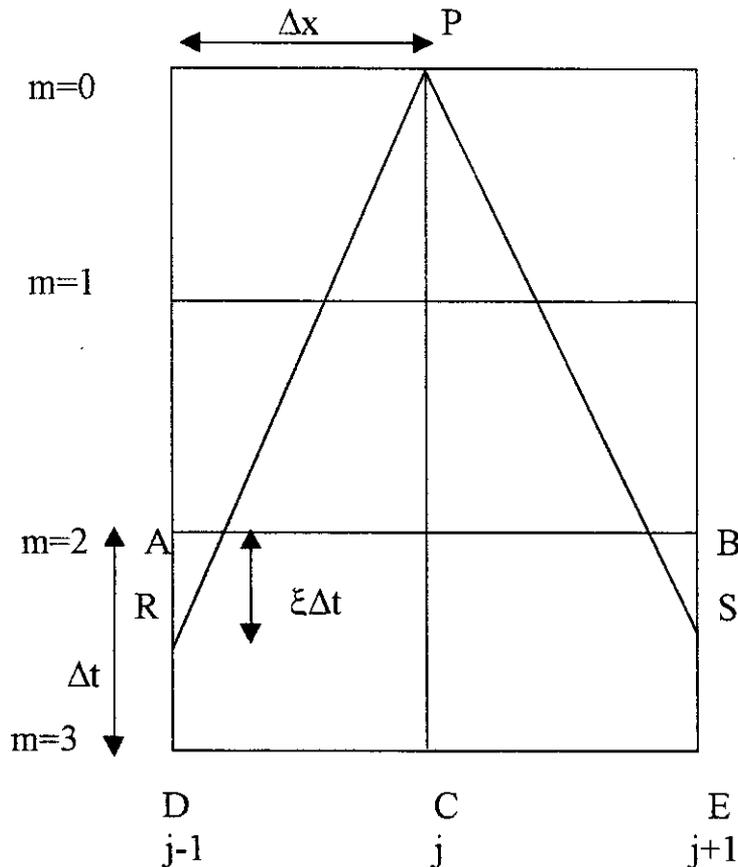


Figure 8.5 : schéma explicite avec remontée dans le temps.

Dans la plupart des cas, c'est un schéma d'interpolation temporelle qui est préféré à une interpolation spatiale. En effet, même pour des petites parties du domaine espace- temps, les deux types de schémas donnent sensiblement les mêmes résultats, on obtient une erreur plus petite avec des interpolations spatiales dans des domaines plus grands. On étudie tout au long de cette présentation le problème du coup de bélier dans sa forme la plus simple en considérant une conduite cylindrique horizontale, dans laquelle s'écoule un fluide parfait et où les pertes de charge sont négligeables, avec un réservoir à l'amont et un robinet vanne à l'aval, (figure 8.6).

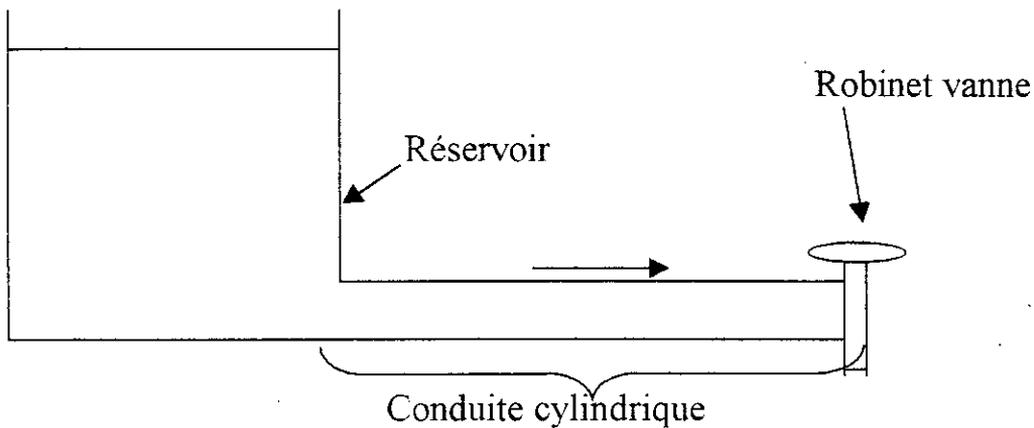


Figure 8.6 : Schéma du dispositif étudié

On applique à cette conduite un schéma explicite avec interpolation temporelle et remontée dans le temps. Même s'il est aisé de choisir un pas de temps convenable dans cet exemple, il l'est beaucoup moins dans le cas des conduites de longueurs multiples avec des célérités différentes.

La conduite de longueur L et de caractéristiques uniques sera considérée de façon unidimensionnelle et décomposée avec un pas d'espace Δx . On décompose la durée de calcul en sous intervalles Δt .

On s'intéresse dans cette présentation à l'amortissement et à la dissipation numériques dus à l'interpolation.

8.3. EQUATIONS DE BASE :

Une procédure désormais classique pour caractériser l'amortissement d'une méthode numérique, consiste à comparer une fonction propre de la solution analytique avec une fonction propre du schéma aux différences finies.

Les équations simplifiées de continuité lors d'un régime transitoire, dans le cas d'un fluide parfait peuvent s'écrire de la façon suivante :

- **Conservation de la masse :**

$$\frac{dH}{dt} + \frac{c^2}{g} \cdot \frac{dv}{dx} = 0 \quad (8.1)$$

- Conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{dv}{dt} + g \cdot \frac{dH}{dx} = 0 \quad (8.2)$$

où : $H, v, x, \text{ et } t$ désignent respectivement la hauteur piézométrique , la vitesse d'écoulement du fluide ; la distance le long de la conduite ; et le temps.

En appliquant la méthode des caractéristiques à ces équations, on obtient les quatre équations différentielles suivantes , [63], [64] .

$$\begin{cases} \frac{dH}{dt} \pm \frac{c}{g} \cdot \frac{dv}{dt} = 0 \\ \frac{dx}{dt} = \pm c \end{cases} \quad (8.3)$$

On peut discrétiser ces équations par des différences finies en utilisant un maillage rectangulaire en espace- temps .(figure 8.7)

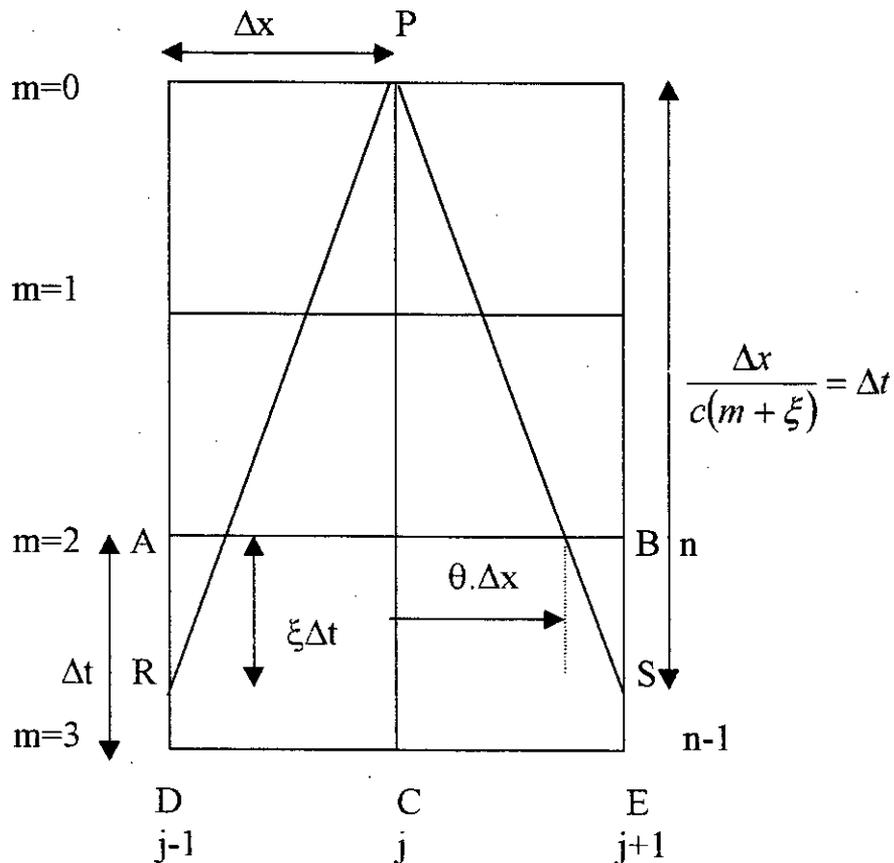


Figure 8.7 :Représentation du maillage pour discrétisation des équations des lignes caractéristiques.

Les équations (8.3) peuvent donc s'écrire ainsi :

- pour la caractéristique C+ :

$$H_p - H_R = -\frac{c}{g}(v_p - v_R) \quad (8.4)$$

- pour la caractéristique C- :

$$H_p - H_S = \frac{c}{g}(v_p - v_S) \quad (8.5)$$

8.4. INTERPOLATION NUMERIQUE :

On envisage le cas où les pieds des caractéristiques C⁺ et C⁻ aboutissent entre deux nœuds limitant un intervalle de temps spécifique. La procédure de la méthode d'interpolation est nécessaire pour définir la position des points inter nodaux. On se sert de l'interpolation linéaire dans le temps qu'on l'applique pour le cas de la figure 8.8.

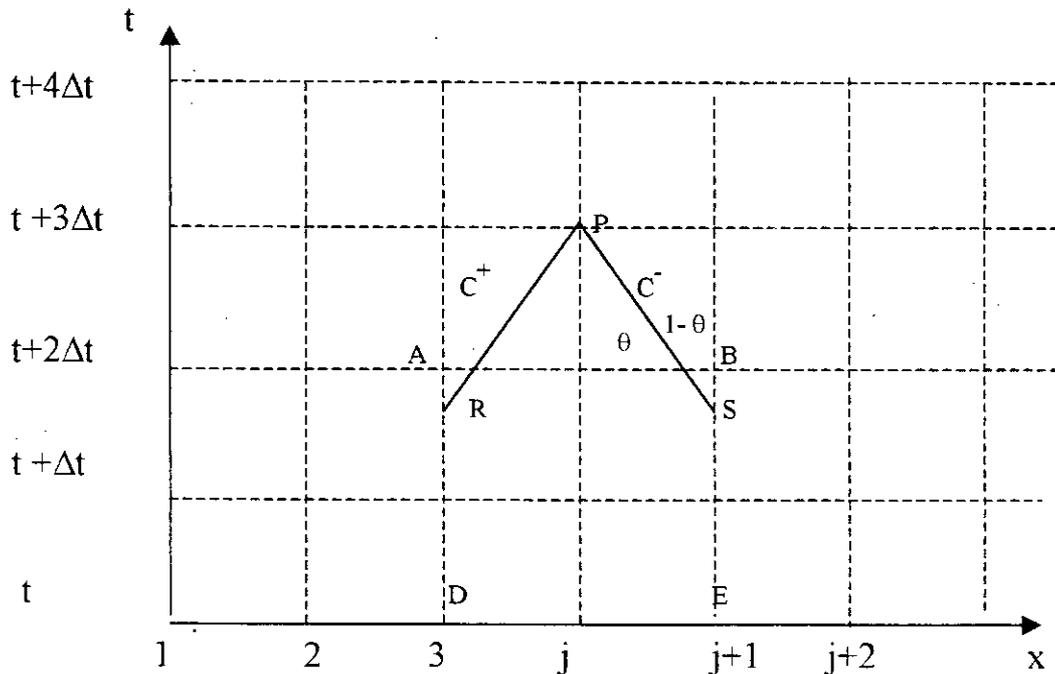


Figure 8.8 : méthode d'interpolation pour l'intervalle de temps spécifique.

Le système d'équations pour les caractéristiques C^+ et C^- donne :

$$C^+ \begin{cases} \frac{dv}{dt} + \frac{1}{\rho c} \cdot \frac{dP}{dt} + g \cdot \sin \alpha + \frac{\lambda v / v |}{2D} = 0 \\ \frac{dx}{dt} = v + c \end{cases} \quad (8.6)$$

$$C^- \begin{cases} \frac{dv}{dt} - \frac{1}{\rho c} \cdot \frac{dP}{dt} + g \cdot \sin \alpha + \frac{\lambda \cdot v |v |}{2D} = 0 \\ \frac{dx}{dt} = v - c \end{cases} \quad (8.7)$$

Après intégration le long de la caractéristique C^+ , et tenant compte que :

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dP}{K_e} \quad (8.8)$$

On obtient :

$$C^+ \begin{cases} c(v_p - v_R) - K_e \left(\frac{1}{\rho_p} - \frac{1}{\rho_R} \right) + cg \cdot \sin \alpha (t_p - t_R) + \frac{c \cdot \lambda \cdot v_p |v_R |}{2D} \cdot (t_p - t_R) = 0 \\ x_p - x_R = (v_R + c)(t_p - t_R) \end{cases} \quad (8.9)$$

Pour cette interpolation linéaire, on peut écrire :

$$\frac{v_A - v_R}{v_A - v_D} = \frac{t_p - t_R - \Delta t}{2\Delta t} \quad (8.10)$$

$$\text{et } x_p - x_R = (v_R + c)(t_p - t_R) \quad (8.11)$$

En posant : $x_p - x_R = \Delta x$

$$v_A - v_R = \frac{t_p - t_R - \Delta t}{2\Delta t} (v_A - v_D) \quad (8.12)$$

$$\frac{x_p - x_R}{v_R + c} = t_p - t_R$$

$$v_A - v_R = \left[\frac{t_p - t_R}{2\Delta t} \cdot (v_A - v_D) - \frac{v_A - v_D}{2} \right]$$

$$v_A - v_R = \frac{\Delta x}{2\Delta t(v_R + c)}(v_A - v_D) - \frac{v_A - v_D}{2}$$

$$v_A - v_R = \left[\frac{\Delta x}{(v_R + c)2\Delta t} - \frac{1}{2} \right] (v_A - v_D)$$

On aboutit à :

$$(v_R + c)(v_A - v_R) = \left[\frac{\Delta x}{2\Delta t} - \frac{v_R + c}{2} \right] (v_A - v_D) \quad (8.13)$$

C'est une équation du second degré par rapport à v_R , dont la solution est :

$$v_R = v_x + \sqrt{v_x^2 - \left[(v_A - v_D) \left(\frac{\Delta x}{2\Delta t} - \frac{c}{2} \right) - cv_A \right]} \quad (8.14)$$

avec :

$$v_x = 3 \frac{v_A}{4} - \frac{v_D}{4} - \frac{c}{2}$$

D'une façon similaire, par interpolation linéaire, le système (8.6) donne pour la masse volumique :

$$\frac{1}{\rho_R} = \frac{1}{\rho_A} - \left(\frac{c}{v_R + c} - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{\rho_A} - \frac{1}{\rho_D} \right) \quad (8.15)$$

Maintenant, on considère le système (8.7) représentant la caractéristique C^- . D'une façon analogue que pour la caractéristique C^+ , on obtient après intégration, et tout calcul fait :

$$v_s = v_y + \sqrt{v_y^2 - \left[(v_B - v_E) \left(\frac{\Delta x}{2\Delta t} - \frac{c}{2} \right) - cv_B \right]}, \text{ avec : } v_y = \frac{3v_B}{4} - \frac{v_E}{4} + \frac{c}{2} \quad (8.16)$$

et la masse volumique est :

$$\frac{1}{\rho_s} = \frac{1}{\rho_B} + \left(\frac{\Delta x}{2\Delta t(v_s - c)} + \frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{\rho_B} - \frac{1}{\rho_E} \right) \quad (8.17)$$

Dans la figure 8.8, les points R et S ne sont pas des nœuds du maillage et leurs valeurs ne sont donc pas connues à la différence des nœuds qui leurs sont adjacents, c'est à dire les nœuds A, B, D, E. Ainsi, on peut se donner une fonction ϕ comme étant la variable (H ou v) et l'interpoler.

On peut écrire en effectuant un développement de Taylor:

$$\phi_{j-1}^m = \phi_R - \xi \Delta t \frac{d\phi_R}{dt}$$

ou tout simplement :
$$\phi_{j-1}^{m+1} = \phi_R + (1 - \xi) \Delta t \frac{d\phi_R}{dt} \quad (8.18)$$

où $\xi \Delta t$ est le temps qui sépare les points A et R comme les points B et S. Le paramètre ξ varie entre 0 et 1, et a une grande importance pour le calcul de l'amortissement comme on le voit un peu plus loin.

On trouve ainsi :

$$\phi_R = (1 - \xi) \phi_{j-1}^m + \xi \phi_{j-1}^{m+1} \quad (8.19)$$

De même, en effectuant ce même raisonnement sur l'autre droite caractéristique, on obtient :

$$\phi_S = (1 - \xi) \phi_{j+1}^m + \xi \phi_{j+1}^{m+1} \quad (8.20)$$

En injectant (8.19) et (8.20) dans les relations (8.4) et (8.5), on trouve le système :

$$H_p - \frac{1}{2}(1 - \xi)(H_A + H_B) - \frac{1}{2}\xi(H_D + H_E) + \frac{c}{2g} [(1 - \xi)(v_B - v_A) + \xi(v_E - v_D)] = 0 \quad (8.21)$$

$$v_p - \frac{1}{2}(1 - \xi)(v_A + v_B) - \frac{1}{2}\xi(v_D + v_E) + \frac{g}{2c} [(1 - \xi)(H_B - H_A) + \xi(H_E - H_D)] = 0 \quad (8.22)$$

La solution de ce système peut se mettre sous la forme d'une série de Fourier,[63] :

$$\phi(x, t) = \phi(j\Delta x, m\Delta t) = \sum_{k=1}^{\infty} \phi_k \exp[i(\sigma_k x + \beta_k t)] \quad (8.23)$$

avec :

$$\sigma_k = \frac{k\pi}{L_K} \text{ et } \beta_k = \frac{k\pi}{T}$$

σ_k et β_k désignent les coefficients dans la série de Fourier.

T désigne la période de l'onde ; L_k - longueur d'onde au $k^{\text{ième}}$ harmonique

En s'intéressant au $k^{\text{ième}}$ terme, on peut écrire :

$$\phi_A(x,t) = \phi((j-1)\Delta x, m\Delta t) = \phi_k \exp[i(\sigma_k(j-1)\Delta x + \beta_k m\Delta t)] \quad (8.24)$$

$$\phi_B(x,t) = \phi((j+1)\Delta x, m\Delta t) = \phi_k \exp[i(\sigma_k(j+1)\Delta x + \beta_k m\Delta t)] \quad (8.25)$$

$$\phi_D(x,t) = \phi((j-1)\Delta x, (m+1)\Delta t) = \phi_k \exp[i(\sigma_k(j-1)\Delta x + \beta_k(m+1)\Delta t)] \quad (8.26)$$

$$\phi_E(x,t) = \phi((j+1)\Delta x, (m+1)\Delta t) = \phi_k \exp[i(\sigma_k(j+1)\Delta x + \beta_k(m+1)\Delta t)] \quad (8.27)$$

$$\phi_P(x,t) = \phi(j\Delta x, 0) = \phi_k \exp[i(\sigma_k j\Delta x)], \text{ ou bien :} \quad (8.28)$$

$$\phi_P(x,t) = \phi(j\Delta x, (m+n)\Delta t) = \phi_k \exp[i(\sigma_k j\Delta x + \beta_k(m+n)\Delta t)] \quad (8.29)$$

En particulier pour le choix ,les coordonnées en espace – temps se comprennent d'autant mieux en regardant la figure 8.9.

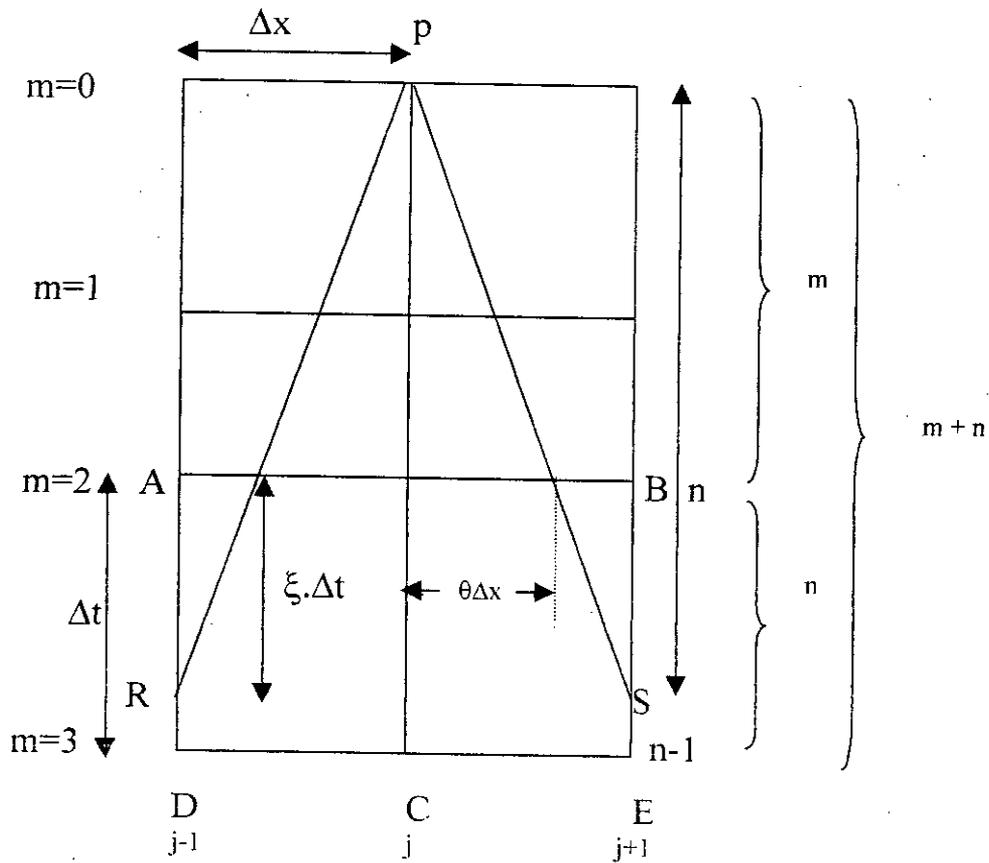


Figure 8.9 : maillage de discrétisation.

Les paramètres m et n désignent respectivement le coefficient de remontée dans le temps, et le nombre de pas de temps. Ainsi exprimées , on peut donc injecter les nouvelles valeurs de $\phi_A, \phi_B, \phi_D, \phi_E$ et ϕ_P dans l'équation (8.20) et (8.21). On procède aux calculs intermédiaires .

En tenant compte que [65]et [66] :

$$\cos(\sigma_k \Delta x) = \frac{\exp(i\sigma_k \Delta x) + \exp(-i\sigma_k \Delta x)}{2} \text{ et, } \sin(\sigma_k \Delta x) = \frac{\exp(i\sigma_k \Delta x) - \exp(-i\sigma_k \Delta x)}{2i} \quad (8.30)$$

on obtient après arrangement :

$$\phi_B + \phi_A = \phi_K 2 \cos(\sigma_k \Delta x) \exp(i(\beta_k m \Delta t + \sigma_k j \Delta x)) \quad (8.31)$$

$$\phi_E + \phi_D = \phi_K 2 \cos(\sigma_k \Delta x) \exp(i(\beta_k (m+1) \Delta t + \sigma_k j \Delta x)) \quad (8.32)$$

$$\phi_B - \phi_A = \phi_K 2i \sin(\sigma_k \Delta x) \exp(i(\beta_k m \Delta t + \sigma_k j \Delta x)) \quad (8.33)$$

$$\phi_E - \phi_D = \phi_K 2i \sin(\sigma_k \Delta x) \exp(i(\beta_k (m+1) \Delta t + \sigma_k j \Delta x)) \quad (8.34)$$

Après simplification par $\exp[i(\beta_k m \Delta t + \sigma_k j \Delta x)]$, on trouve :

$$H_k \left\{ e^{i\beta_k m \Delta t} - \cos(\sigma_k \Delta x) \left[1 - \xi + \xi e^{-i\beta_k \Delta t} \right] \right\} + \frac{c}{g} v_k i \sin(\sigma_k \Delta x) \left[1 - \xi + \xi e^{-i\beta_k \Delta t} \right] = 0 \quad (8.35)$$

$$v_k \left\{ e^{i\beta_k m \Delta t} - \cos(\sigma_k \Delta x) \left[1 - \xi + \xi e^{-i\beta_k \Delta t} \right] \right\} + \frac{g}{c} H_k i \sin(\sigma_k \Delta x) \left[1 - \xi + \xi e^{-i\beta_k \Delta t} \right] = 0 \quad (8.36)$$

On pose $\Psi = e^{i\beta_k \Delta t}$ qui représente un facteur complexe d'amplification dépendant de la stabilité et de la dispersion du schéma numérique. On peut mettre ce système d'équations sous la forme suivante :

$$\alpha_1 = \Psi^{m+1} - \cos(\sigma_k \Delta x) \left[(1 - \xi) \Psi + \xi \right] \quad (8.37)$$

$$\beta_1 = \sin(\sigma_k \Delta x) \left[(1 - \xi) \Psi + \xi \right] \quad (8.38)$$

L'étude des valeurs propres d'un tel système donne :

$$\lambda_1 = \alpha_1 \pm i\beta_1 \quad (8.39)$$

donc on trouve :

$$\Psi^{m+1} - \left[\Psi(1 - \xi) + \xi \right] e^{\pm i\sigma_k \Delta x} = 0 \quad (8.40)$$

On peut définir l'amortissement R_1 comme le module du rapport complexe entre la solution numérique et la solution réelle après un temps précis de parcours de l'onde. C'est la mesure de l'amortissement introduit numériquement, [61].

$$R_1 = |\Psi| e^{j_k(m+\xi)} \quad (8.41)$$

On peut définir la dispersion D comme le module du rapport de la vitesse de propagation de la solution numérique et de la vitesse de propagation de la

solution réelle. C'est la mesure du degré de dispersion introduit numériquement [61].

$$D = \frac{R'_2 j_k (m + \xi)}{2\pi \cdot \xi} \quad (8.42)$$

avec :
$$j_k = \frac{L_k}{\Delta x}$$

où : j_k - représente le nombre d'intervalles Δx dans l'espace.

Δx désigne le pas dans l'espace.

R'_2 désigne l'angle de déphasage de la fonction Ψ .

Ces différentes expressions de l'amortissement et de la dispersion se trouvent fréquemment dans la littérature [35],[61],et[63], mais cette présentation n'explique pas leur développement avec les paramètres qui les composent.

Différents calculs numériques permettent d'observer que plus la remontée dans le temps est importante, c'est à dire plus m augmente, moins l'amortissement numérique est important, [61].

Afin de mieux analyser l'interpolation numérique , l'expression (8.23) sera développée et explicitée dans un plan complexe des paramètres β_k et σ_k pour la $k^{\text{ième}}$ harmonique , à chaque point de singularité, [65]et [66]. La représentation graphique en fonction des paramètres variables m , ξ , et j_k , nécessite un choix de pas de temps . L'étude a été envisagée d'abord pour le cas sans discrétisation, où la longueur entière de la conduite a été considérée , (figures 8.10, 8.11, et 8.12). A travers ces figures , on remarque clairement que lorsque le coefficient m de remontée dans le temps augmente , la fonction d'interpolation tend vers la fonction crénaud. L'erreur, représentée par la différence entre la fonction approchée et la fonction exacte, diminue avec l'augmentation du temps et du coefficient m de remontée dans le temps, (figure 8.12).

Figure 8.10 : Interpolation sans discrétisation spatiale , $T=(m+\epsilon_{ps}).dt$,
 $\epsilon_{ps}=0.5$, $dt=0,1$ sec.

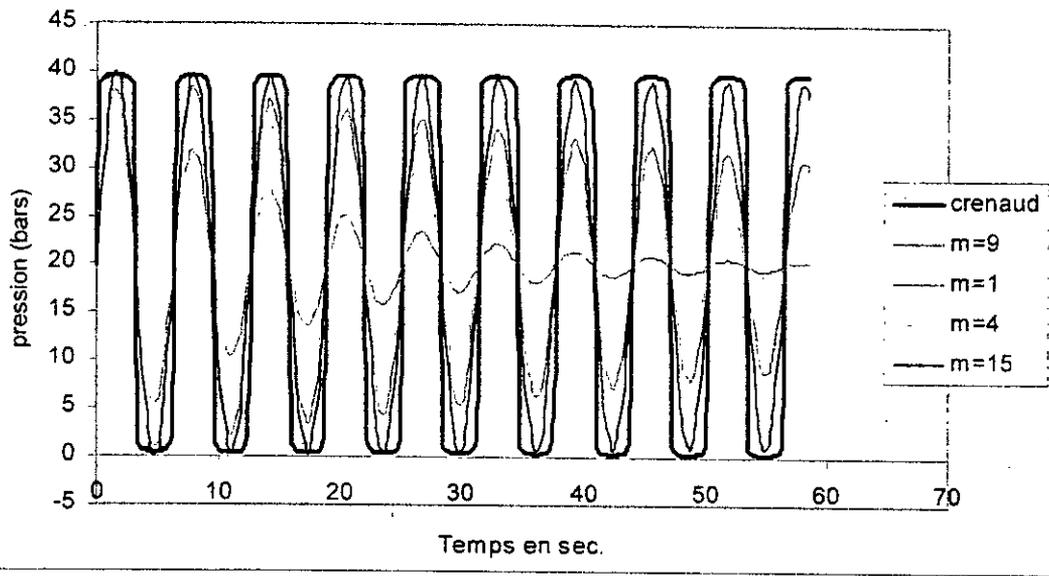
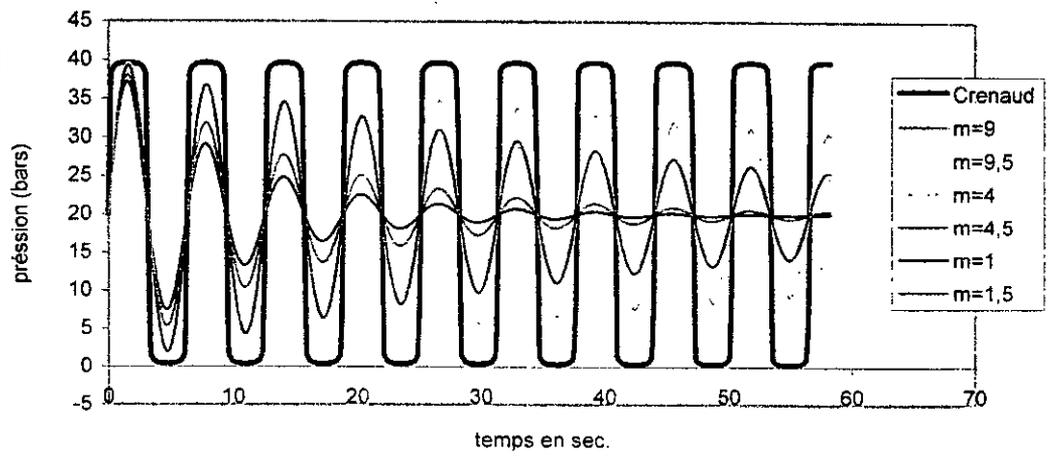
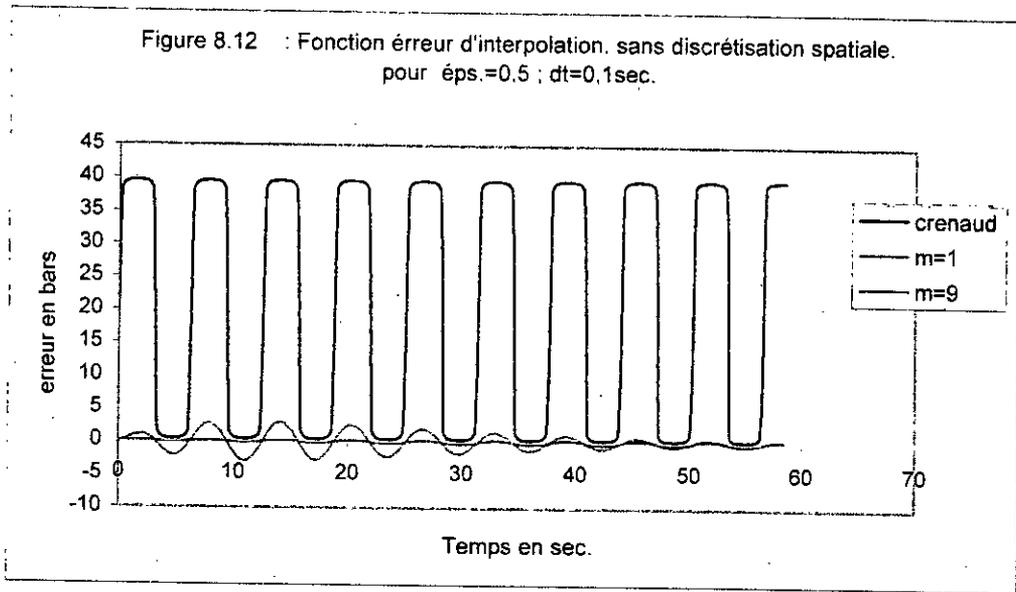
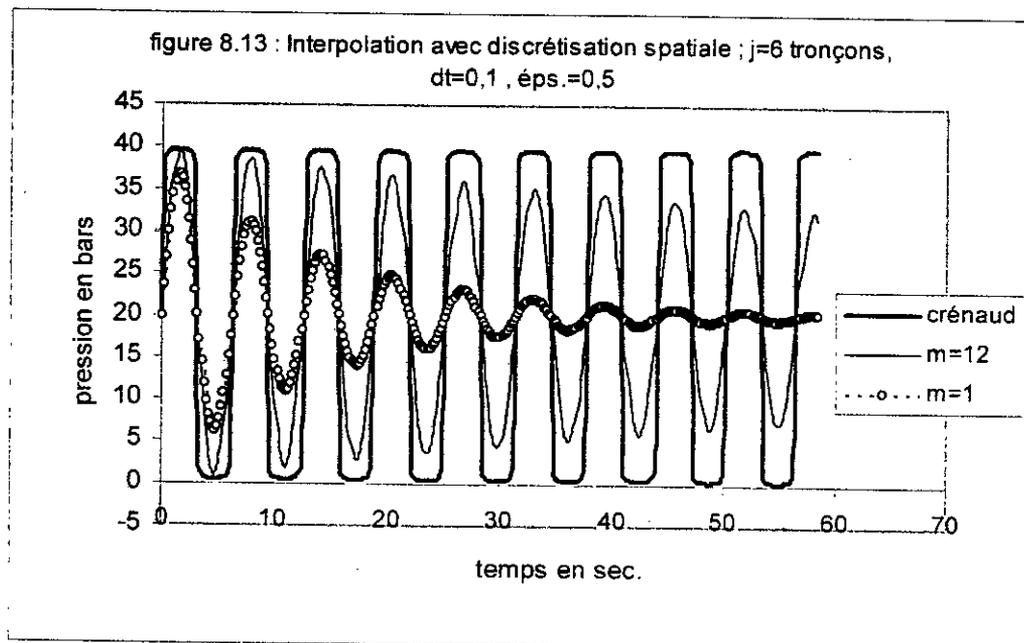


Figure 8.11: Mise en évidence de l'erreur d'interpolation sans discrétisation spat.
 fonction exacte: $T=m.dt$; fonction approchée : $T=(m+\epsilon_{ps}).dt$; $\epsilon_{ps}=0,5$; $dt=0,1$





Afin de mettre aussi en évidence l'influence de la discrétisation spatiale, on a découpé la conduite en six tronçon égaux, (figure 8.6). On a pris les mêmes calculs et on a montré qu'il n'est pas nécessaire de remonter dans le temps pour avoir des résultats plus proches de la réalité. (figure 8.13).



8.5. AMORTISSEMENT NUMERIQUE :

On va à présent développer le facteur d'amortissement R_1 , en étudiant sa variation en fonction des paramètres m, ξ , et β_k , à travers des courbes.

L'amortissement dépend des paramètres physiques et numériques du système, c'est à dire de la période de l'onde T , de l'intervalle de temps Δt , du facteur de remontée dans le temps m , et du degré de l'interpolation ξ .

En calculant le module de l'expression (8.40), on trouve :

$$|\Psi^{m+1}| = |\Psi(1 - \xi) + \xi| |e^{\pm i\sigma_k \Delta t}| \quad (8.43)$$

$$|\Psi^{m+1}| = |(1 - \xi) \cos(\beta_k \Delta t) + \xi + i(1 - \xi) \sin(\beta_k \Delta t)|$$

$$|\Psi^{m+1}| = [\xi^2 + (1 - \xi)^2 + 2\xi(1 - \xi) \cos(\beta_k \Delta t)]^{\frac{1}{2}}$$

$$|\Psi^{m+1}| = [1 - 2\xi(1 - \xi)(1 - \cos(\beta_k \Delta t))]^{\frac{1}{2}} \quad (8.44)$$

on pose donc : $R_1 = [1 - 2\xi(1 - \xi)(1 - \cos(\beta_k \Delta t))]^{\frac{1}{2(m+1)}} \quad (8.45)$

La dépendance de l'amortissement par rapport à m , ξ et, $\beta_k \Delta t$ est mise en évidence grâce aux courbes données par les figures (8.14), (8.14a), et (8.14b), qui représentent l'amortissement en fonction de ξ à différentes valeurs de m fixées. Ces courbes montrent bien les propriétés de convergence et de stabilité du schéma. En effet, la stabilité est obtenue car R_1 est partout inférieur ou égal à 1 en particulier aux points $\xi = 0$ et $\xi = 1$, c'est à dire sur les nœuds du maillage.

On remarque, à travers ces figures, quand le paramètre m augmente, les courbes caractérisant l'amortissement, s'approchent de l'horizontale passant par la valeur 1. C'est ce qui montre que le coefficient R_1 d'amortissement diminue. Cette diminution est également constatée lorsque la période T de l'onde augmente. Cependant pour une même période T , et avec un nombre m constant de pas de remontée, le coefficient d'amortissement R_1 diminue jusqu'à une valeur correspondant à $\xi=0,5$, puis augmente jusqu'à 1. Ce qui permet de dire

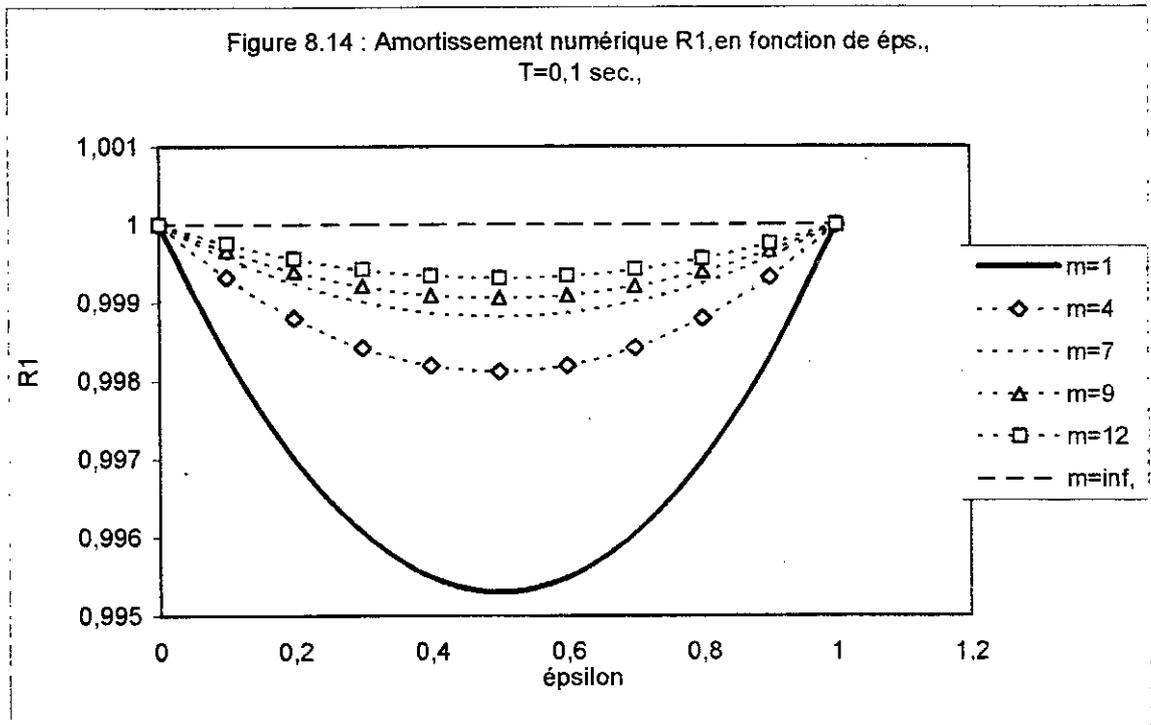
que l'utilisation de ce coefficient montre bien sa validité dans la modélisation numérique. A la base de la figure (8.7), on peut écrire, pour $\xi = 0$, que :

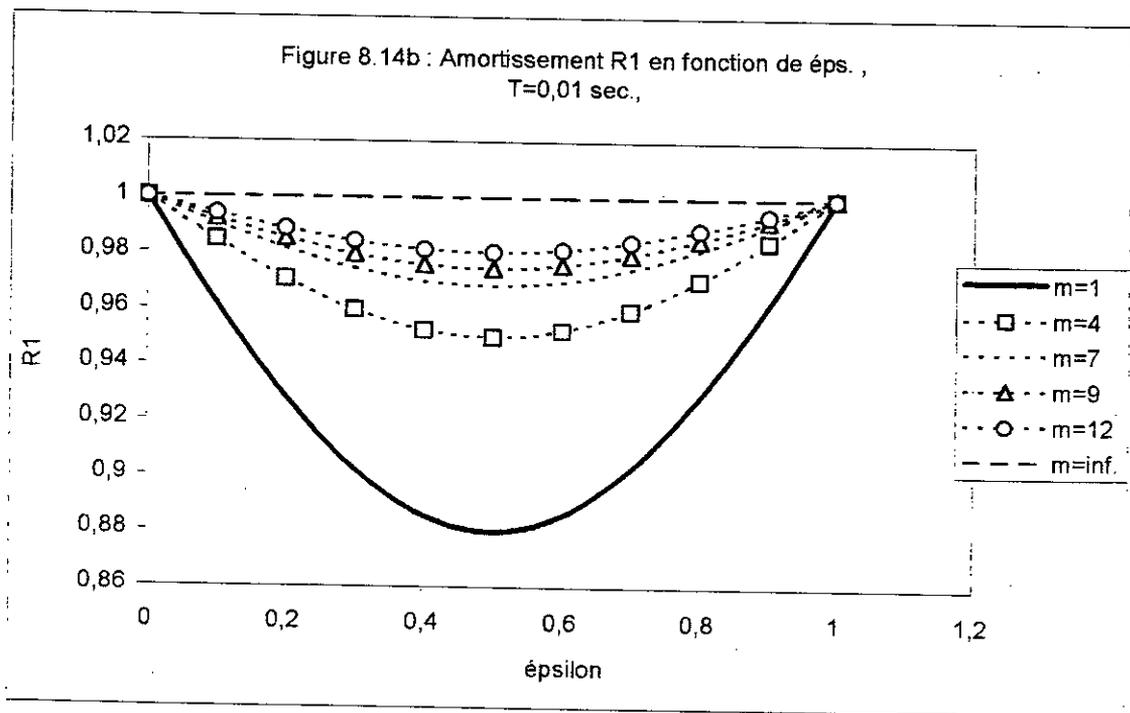
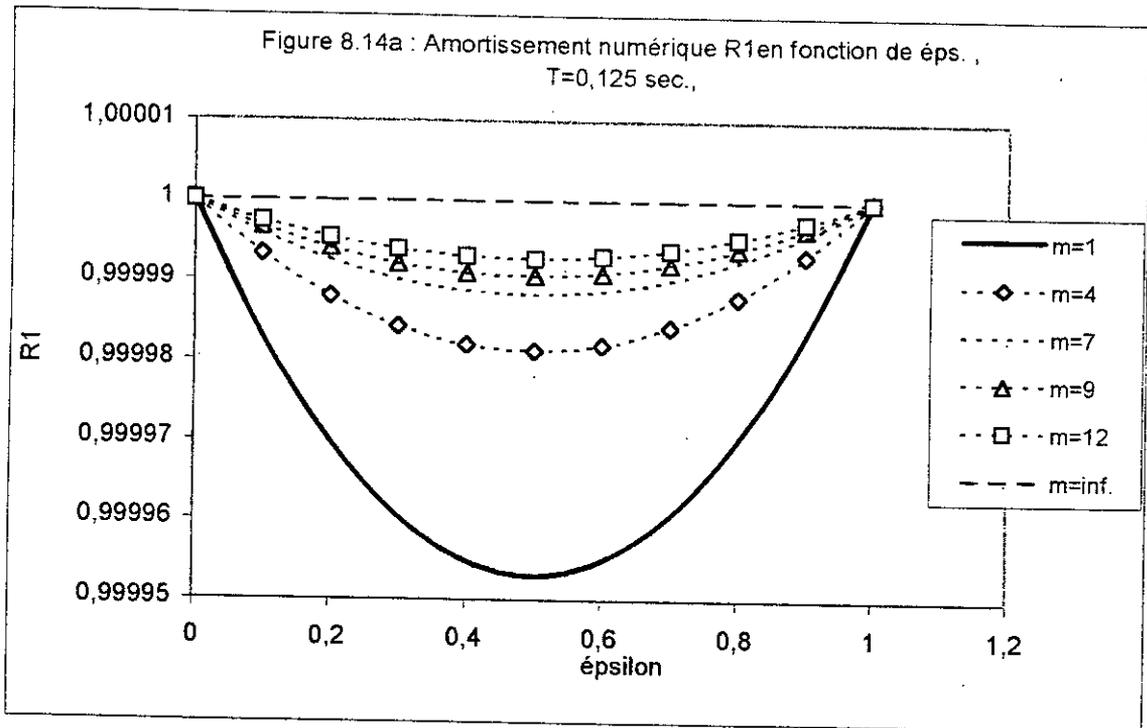
$$\frac{\Delta x}{m.c} = \Delta t \quad (8.46)$$

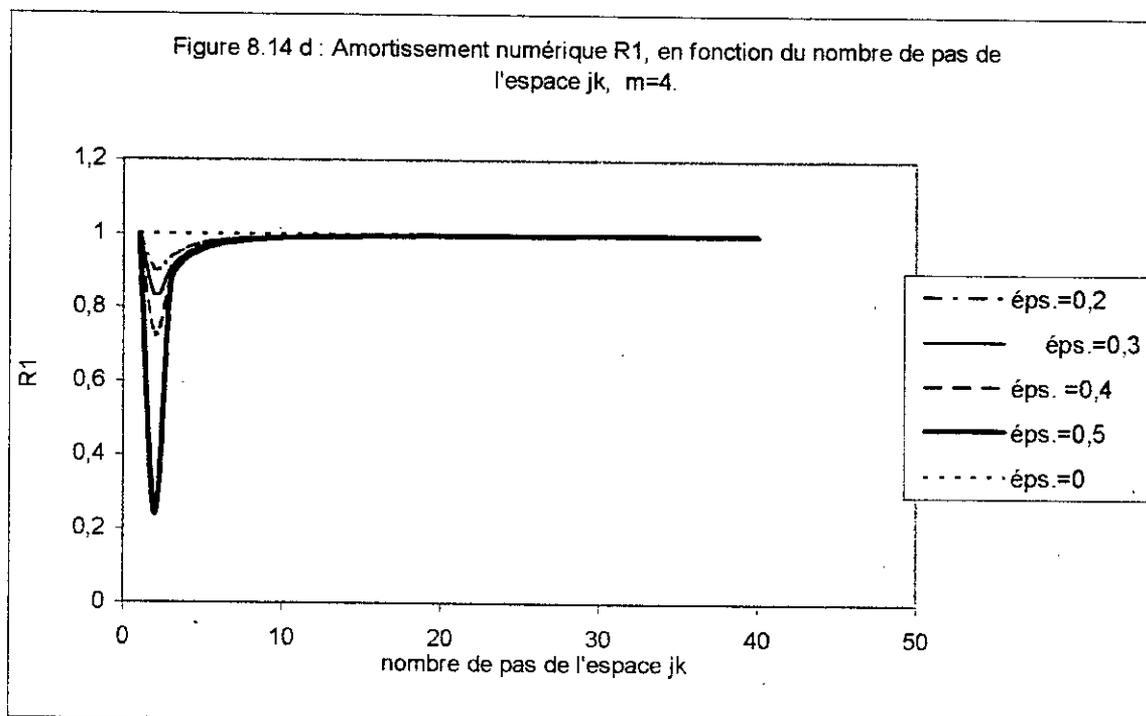
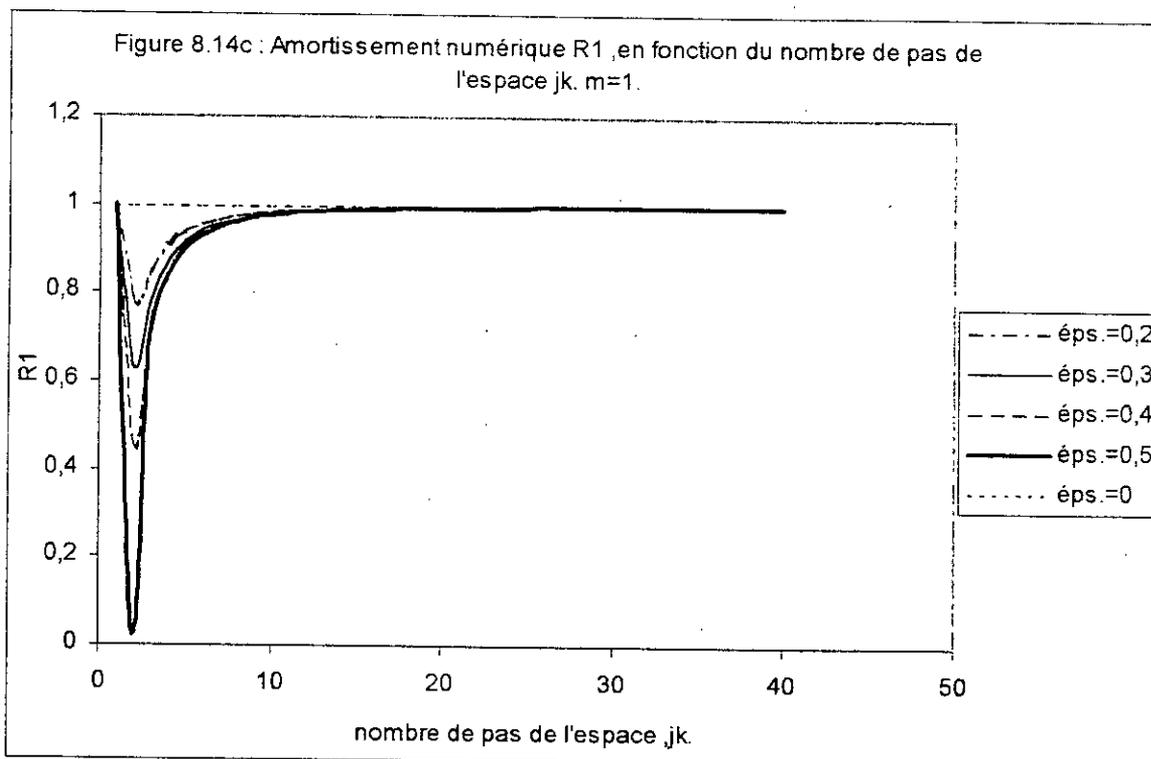
et tenant compte que $j_k = \frac{L_k}{\Delta x}$, l'expression (8.45) devient :

$$R_1 = [1 - 2\xi.(1 - \xi)(1 - \cos(\frac{2\pi}{j_k^m}))]^{2(m+1)} \quad (8.47)$$

L'expression (8.47) montre, cette fois-ci, la dépendance entre le coefficient d'amortissement R_1 , le nombre j_k de pas de l'espace, le degré d'interpolation temporelle ξ , et le paramètre m . C'est ce que représentent graphiquement les figures (8.14c) et (8.14 d). Comme le paramètre R_1 tend vers l'unité, lorsque le facteur j_k augmente, la convergence est démontrée. Ces courbes sont fonctions de ξ , et on observe que plus on utilise des valeurs proches des nœuds, plus l'amortissement est rapide : En effet, la solution au point $\xi = 0,5$ est moins précise que celles proches des nœuds, et donc moins amortie.







8.5.1. Amortissement temporel et spatial :

En examinant la figure 8.8 dans l'hypothèse que les fractions de temps AR et BS, représentées par le paramètre $\xi\Delta t$ sont les mêmes, on peut écrire les rapports de proportionnalité tenant compte du coefficient (m) de remontée dans le temps :

$$\frac{(m + \xi)\Delta t}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\theta_1 \Delta x} \quad (8.48)$$

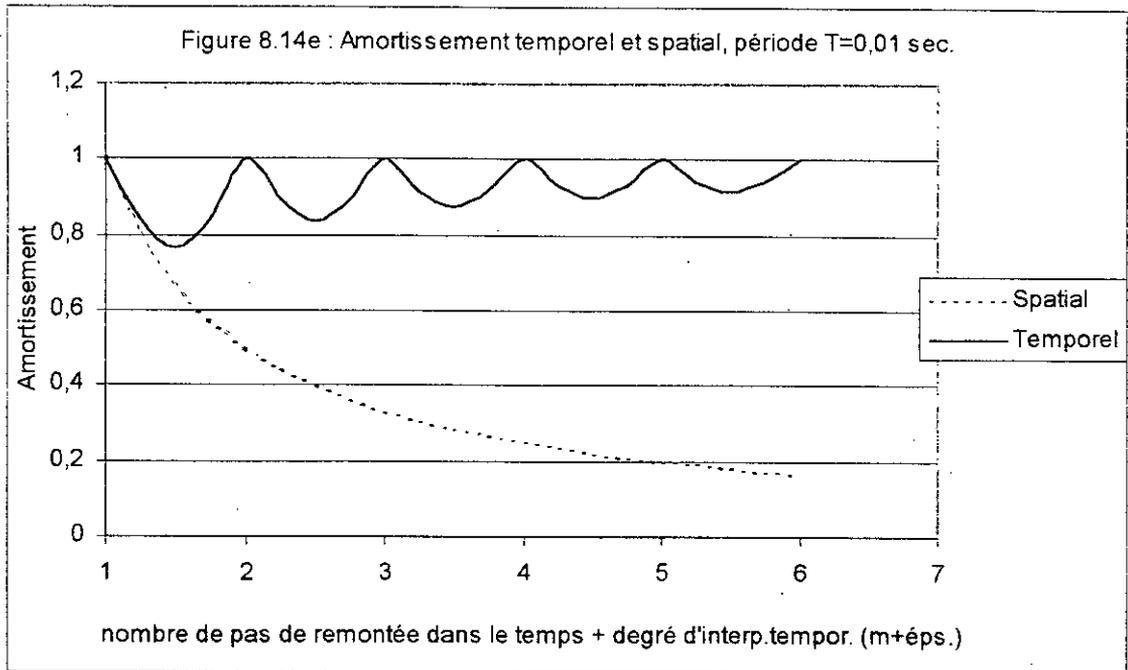
C'est à dire :
$$\theta_1 = \frac{1}{m + \xi} \quad (8.49)$$

L'expression (8.49) représente le degré d'interpolation spatiale ($0 < \theta_1 < 1$) qui est une fonction inverse du degré d'interpolation temporelle ξ . L'amortissement donné par l'expression (8.47), peut-être représenté en fonction du paramètre m de remontée dans le temps, augmenté du degré d'interpolation temporelle ($m + \xi$). A la base de la figure (8.7), et l'expression (8.47) et, tenant compte que $j_k = \frac{L_k}{\Delta x}$, on obtient :

$$R_1 = \left[1 - 2\xi(1 - \xi) \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi}{j_k (m + \xi)} \right) \right) \right]^{\frac{1}{2(m+1)}} \quad (8.50)$$

j_k - représente le nombre d'intervalles Δx dans l'espace.

La représentation graphique des expressions (8.49) et (8.50) donnée par la figure (8.14e), montre un amortissement spatial et temporel en fonction du paramètre m de remontée dans le temps augmenté du degré d'interpolation temporelle.



8.6 . LA DISPERSION NUMERIQUE :

Le facteur de dispersion est défini comme étant le rapport de la vitesse de l'onde numérique sur la vitesse de la solution analytique [61] et [67].

On considère la partie réelle de l'expression (8.40), soit

$$\psi^{m+1} - [(1 - \xi)\psi + \xi] \cos \sigma_k \Delta x = 0 \quad (8.51)$$

qui peut aboutir à :

$$\psi^{m+1} = [(1 - \xi)\psi + \xi] \cos \sigma_k \Delta x \quad (8.52)$$

ou bien :

$$\psi^m = [(1 - \xi) + \xi \psi^{-1}] \cos \sigma_k \Delta x \quad (8.53)$$

avec :

$$\psi = e^{i\beta\Delta t} = \cos \beta\Delta t + i \sin \beta\Delta t \quad (8.54)$$

En remplaçant ψ par sa valeur dans le second membre, on trouve :

$$\psi^m = [(1 - \xi) \cos \sigma_k \Delta x + \xi \cos \sigma_k \Delta x (\cos \beta\Delta t - i \sin \beta\Delta t)] \quad (8.55)$$

Si l'on pose que :

$$\sigma_k = \frac{2\pi}{L_k} \quad \text{et} \quad \Delta x = \frac{x}{j_k} \quad (8.56)$$

On peut écrire :

$$\psi^m = \left[(1-\xi) \cos \frac{2\pi}{L_k} \frac{x}{j_k} + \xi \cdot \cos \frac{2\pi}{L_k} \frac{x}{j_k} (\cos \beta \Delta t - i \sin \beta \Delta t) \right] \quad (8.57)$$

Pour $x=0$, au droit de la vanne :

$$\psi^m = [(1-\xi) + \xi(\cos \beta \Delta t - i \sin \beta \Delta t)] \quad (8.58)$$

$$\psi^m = [(1-\xi) + \xi \cos \beta \Delta t - i \xi \sin \beta \Delta t] \quad (8.59)$$

L'argument de l'expression (8.59) sera défini par :

$$\theta = \text{artg} \left[\frac{\xi \cdot \sin \beta \Delta t}{1 - \xi + \xi \cos \beta \Delta t} \right] \quad (8.60)$$

On a d'autre part :

$$\frac{c \Delta t}{\Delta x} = \frac{1}{m + \xi} \quad (8.61)$$

ou bien :

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{c(m + \xi)} \quad (8.62)$$

Tenant compte que :

$$\beta = \frac{2\pi}{T}; \quad \text{et} \quad j_k = \frac{L_k}{\Delta x} \quad (8.63)$$

on obtient :

$$\beta \Delta t = \frac{2\pi}{j_k (m + \xi)} \quad (8.64)$$

Et par conséquent :

$$\theta = \text{artg} \left[\frac{\xi \sin \left[\frac{2\pi}{j_k (m + \xi)} \right]}{1 - \xi + \xi \cos \left[\frac{2\pi}{j_k (m + \xi)} \right]} \right] \quad (8.65)$$

Tenant compte de la définition , on peut écrire la relation donnant la dispersion D :

$$D = \frac{j_k(m+\xi)}{2\pi\xi} \operatorname{arctg} \left[\frac{\xi \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{j_k(m+\xi)} \right]}{1 - \xi + \xi \cdot \cos \left[\frac{2\pi}{j_k(m+\xi)} \right]} \right] \quad (8.66)$$

On rappelle que : L_k représente la longueur d'onde de la k -ième harmonique et j_k le nombre d'intervalles d'espace dans cette longueur d'onde .

On remarque que pour des longueurs d'onde faibles, ou pour un nombre d'intervalles faible, la dispersion de la solution numérique évolue avec ce dernier. En effet, on peut constater que l'atténuation et la dispersion numérique sont minimales lorsque les paramètres ξ et j_k sont maximaux. Il est donc nécessaire de choisir $\xi = 1$ (ou $\xi = 0$), et un pas spatial suffisamment petit pour éliminer ces erreurs numériques. Les représentations graphiques (figures 8.15, 8.15a, 8.15b, 8.15c, et 8.16) montrent la variation de la dispersion numérique en fonction du nombre j_k d'intervalles d'espace , à différents nombres m de pas de remontée dans le temps pour un ξ (éps.) constant .

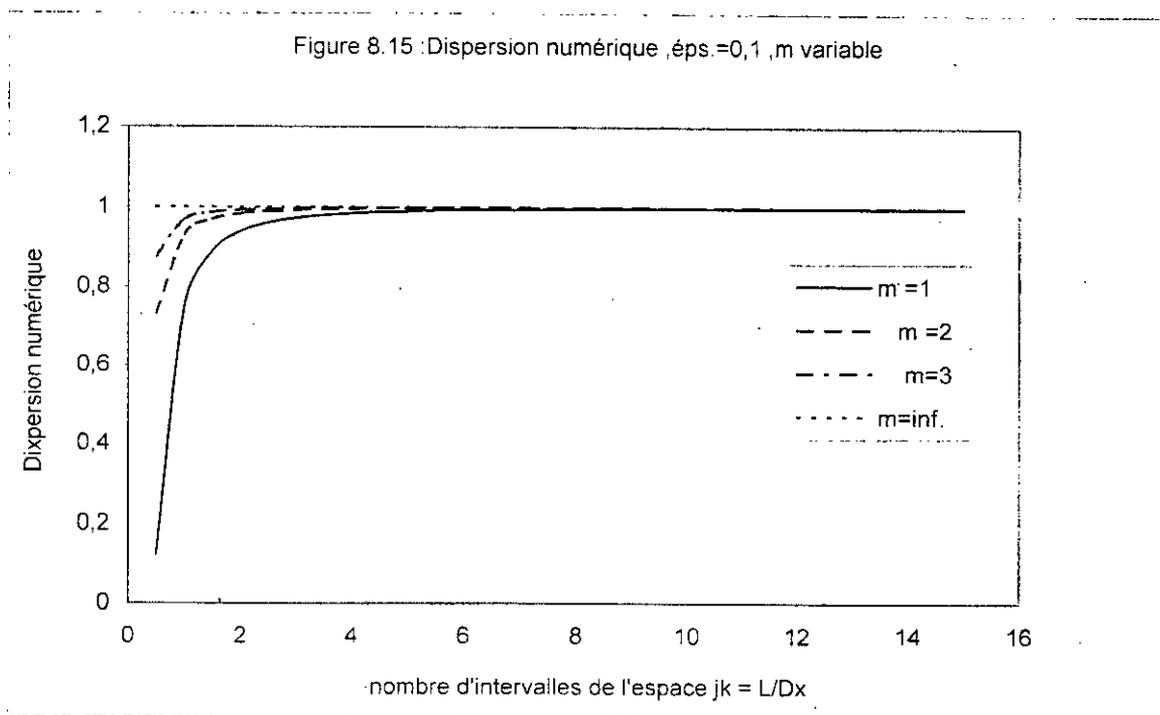


Figure 8.15a : Dispersion numérique , pour $m=1$, ϵ ps variable

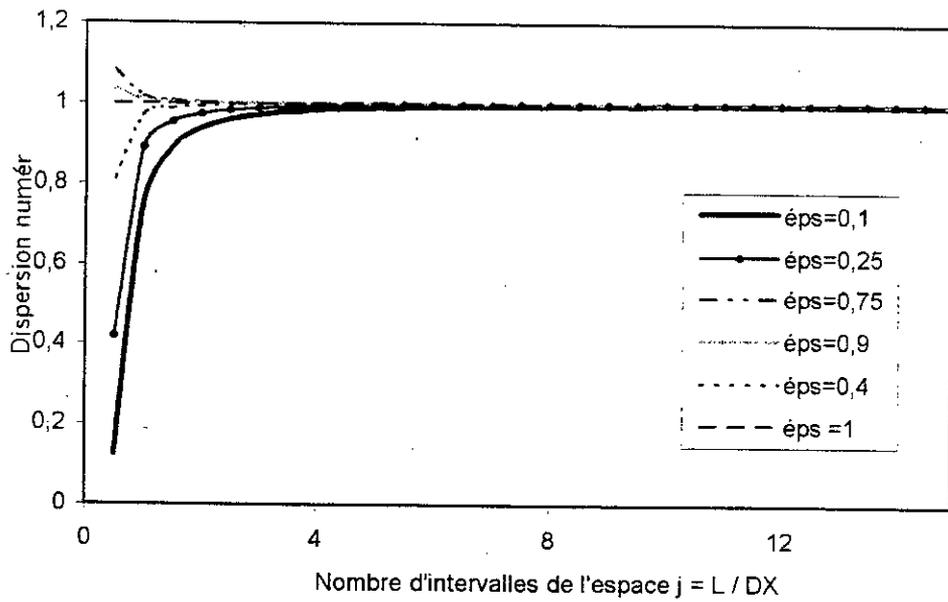
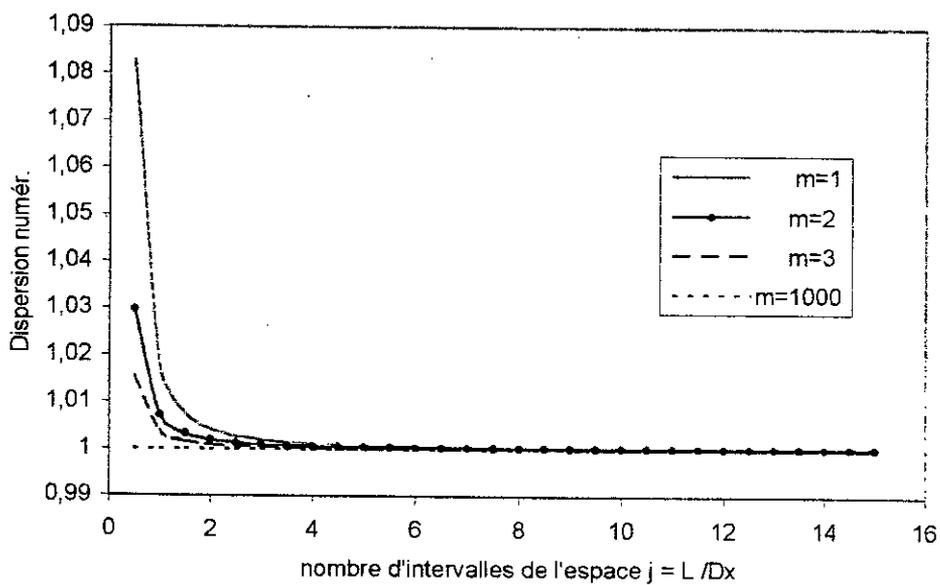
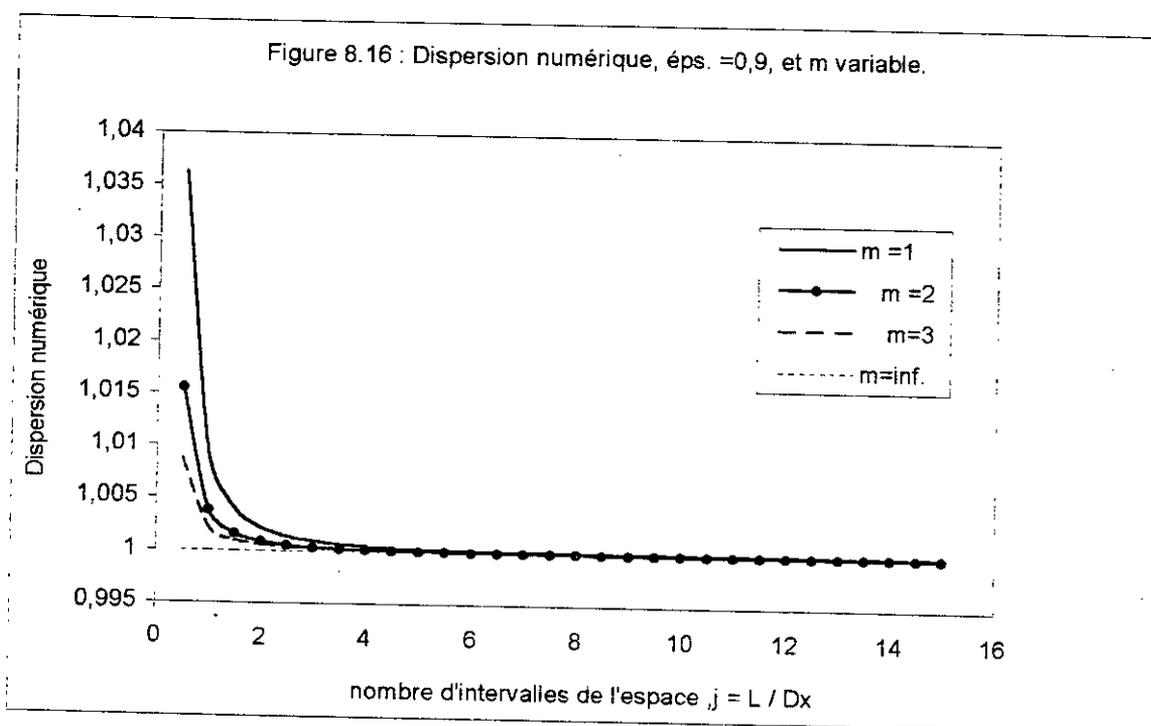
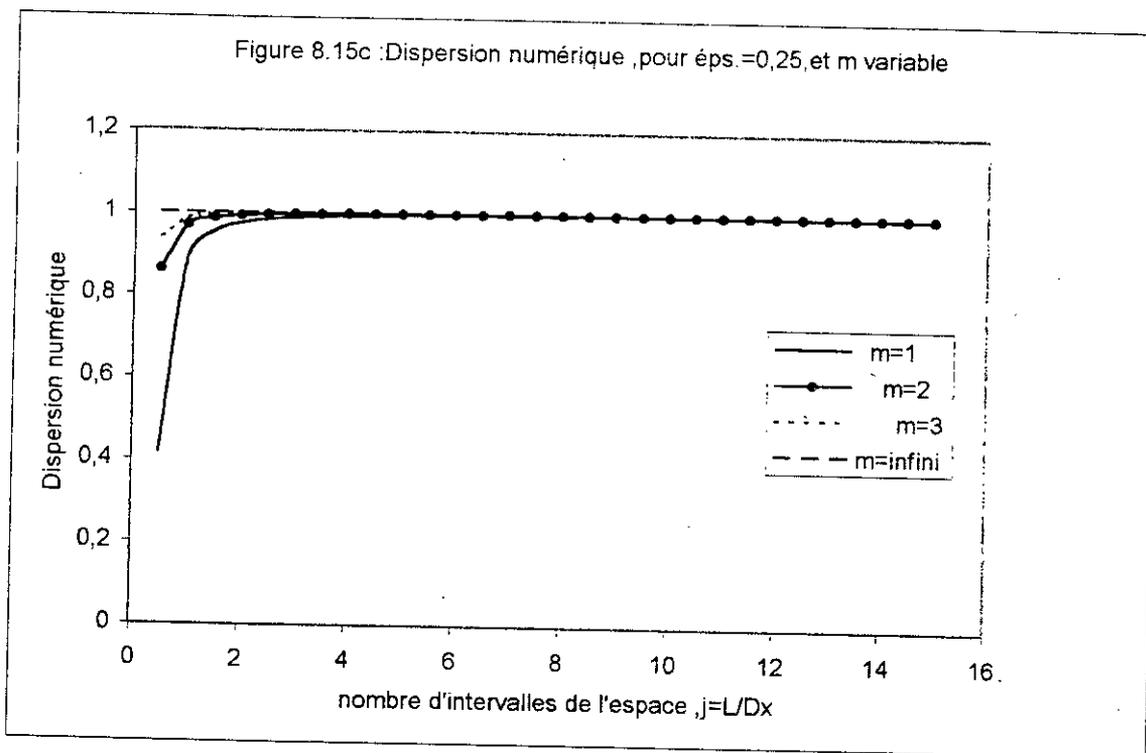


Figure 8.15 b : Dispersion numérique , pour ϵ ps.=0,75, m variable





Par application entre deux points (n=2), on obtient :

$$U(t) = U_{ex}(t) + \frac{1}{1!} [N_1 \cdot (t_1 - t) + N_2 \cdot (t_2 - t)] \cdot \frac{\partial U_{ex}}{\partial t} + \frac{1}{2!} [N_1 \cdot (t_1 - t)^2 \cdot M_1 + N_2 \cdot (t_2 - t)^2 \cdot M_2] \quad (8.68)$$

Dans ce raisonnement, on suppose que $M_1 = M_2$, avec

$$N_1 = \frac{t_2 - t}{t_2 - t_1} \text{ et } N_2 = \frac{t_1 - t}{t_2 - t_1} \quad (8.69)$$

On pose : $t_2 - t_1 = \Delta t$; $t_2 - t = \xi \cdot \Delta t$ et $t_1 - t = (1 - \xi) \Delta t$.

Après remplacement, et arrangement, on obtient :

$$U(t) = U_{ex} + 2 \cdot \xi \cdot \Delta t \cdot (1 - \xi) U'_{ex} + \frac{1}{2} \cdot \Delta t^2 \cdot \xi \cdot (1 - \xi) U''_{ex} \quad (8.70)$$

On pose : $U_{ex} = e^{kt}$, $U'_{ex} = k' e^{kt}$, $U''_{ex} = k'^2 e^{kt}$ (8.71)

k' - désigne une constante.

On obtient une équation du second degré en k' , [63] :

$$U(t) = \frac{1}{2} \Delta t^2 \cdot \xi \cdot (1 - \xi) \cdot k'^2 e^{kt} + 2 \cdot \xi \cdot \Delta t \cdot (1 - \xi) \cdot k' e^{kt} + e^{kt} \quad (8.72)$$

$$U(t) = e^{kt} \left[\frac{1}{2} \Delta t^2 \cdot \xi \cdot (1 - \xi) \cdot k'^2 + 2 \cdot \xi \cdot \Delta t \cdot (1 - \xi) \cdot k' + 1 \right] \quad (8.73)$$

On pose :

$$\frac{1}{2} \Delta t^2 \cdot \xi \cdot (1 - \xi) \cdot k'^2 + 2 \cdot \xi \cdot \Delta t \cdot (1 - \xi) \cdot k' + 1 = 0 \quad (8.74)$$

le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = 4 \cdot \xi^2 \cdot \Delta t^2 (1 - \xi)^2 - 2 \Delta t^2 \xi (1 - \xi) \quad (8.75)$$

On remarque que : $\Delta < 0$ pour $0 < \xi < 1$

La relation (8.74) admet des racines complexes de la forme :

$$k'_{1,2} = \alpha \pm i\beta' \quad (8.76)$$

avec : $\alpha = -\frac{2}{\Delta t}$

et la solution sera de la forme :

$$U(t) = e^{\alpha} (C_1 \cos \beta t + C_2 \sin \beta t) \quad (8.77)$$

ou bien :
$$U(t) = e^{\frac{2t}{\Delta t}} (C_1 \cos \beta t + C_2 \sin \beta t) = e^{\frac{-2tc}{\Delta x}} (C_1 \cos \beta t + C_2 \sin \beta t) \quad (8.78)$$

avec :
$$\beta = \frac{2\pi}{T}, \text{ et d'une façon générale : } \Delta x = c \cdot \Delta t$$

C_1 et C_2 représentent des constantes qui sont déterminées à partir des conditions aux limites [65].

Par ailleurs d'après les schémas indiqués (figure 8.7), on peut écrire que :

$$\Delta x = c \Delta t (m + \xi) \quad (8.79)$$

Par conséquent la fonction sera :

$$U(t) = e^{\frac{2t}{\Delta t(m+\xi)}} [C_1 \cos \beta t + C_2 \sin \beta t] \quad (8.80)$$

Les conditions aux limites, donnent :

$$C_1 = H \text{ et } , C_2 = \frac{T \cdot H}{\pi \cdot \Delta t \cdot (m + \xi)} \quad (8.81)$$

Ou bien :

$$U_{app}(t) = H \cdot e^{\frac{2t}{\Delta t(m+\xi)}} \cdot \left[\cos \frac{2\pi}{T} t + \frac{T}{\pi \cdot \Delta t (m + \xi)} \cdot \sin \frac{2\pi}{T} t \right] \quad (8.82)$$

La fonction exacte s'obtient pour $\xi = 0$, les pieds des caractéristiques aboutissent aux nœuds du maillage :

$$U_{ex}(t) = e^{\frac{2t}{m\Delta t}} \cdot H \cdot \left[\cos \frac{2\pi}{T} t + \frac{T}{\pi \cdot \Delta t \cdot m} \cdot \sin \frac{2\pi}{T} t \right] \quad (8.83)$$

On remarque que lorsque le nombre de pas (m) tend vers l'infini, la fonction exacte $U_{ex}(t)$ tend vers la fonction approchée $U_{app}(t)$.

$$U_{ex}(t) = U_{app}(t) = H \cdot \cos \frac{2\pi}{T} t \quad (8.84)$$

Afin d'illustrer cette étude, on représente graphiquement les fonctions (8.82), (8.83) et (8.84) pour différentes valeurs de m et ξ . (figures : 8.18, 8.19, 8.19a, 8.20, et 8.21).

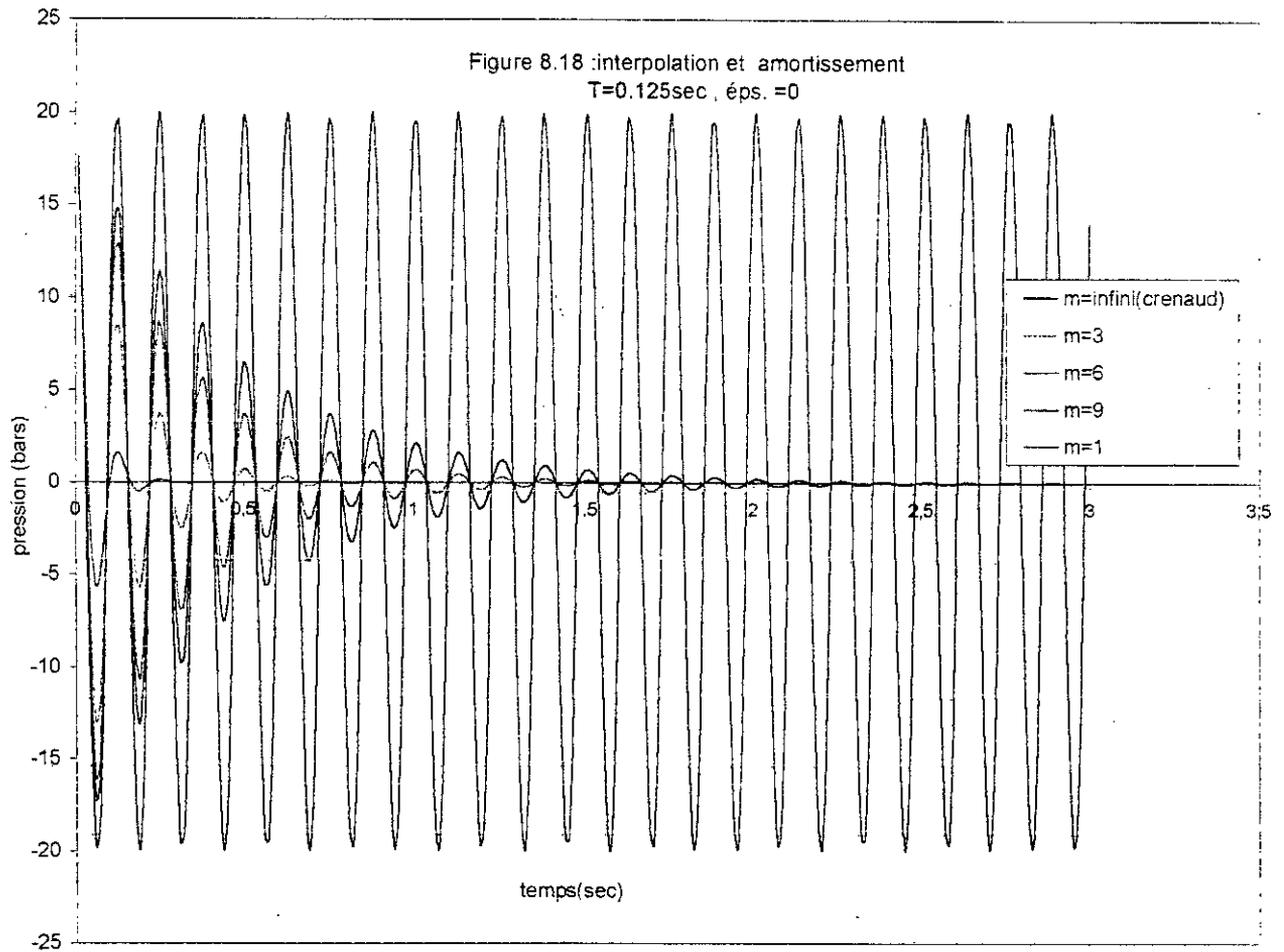


Figure 8.19 : Interpolation et Amortissement. Période : $T=0,01$ sec. $\epsilon=0$

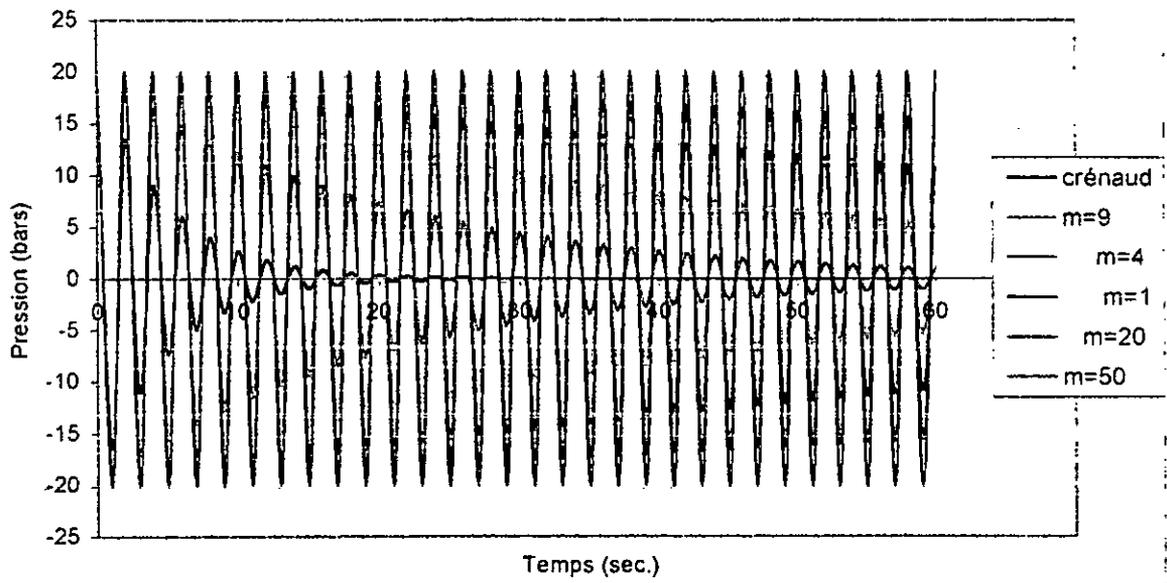


Figure 8.19a : Interpolation et Amortissement. Période : $T=0,01$ sec. $\epsilon=0,5$.
 Fonction exacte: $m=4, m=9$
 Fonction approchée: $m=4,5, m=9,5$.

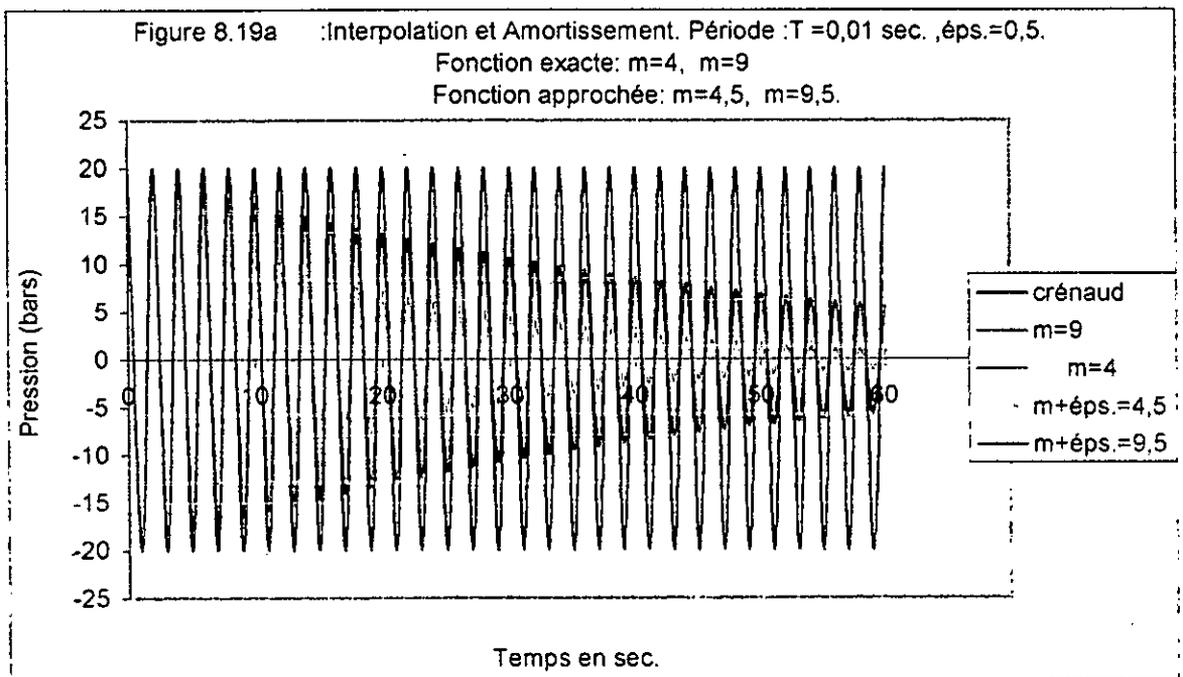


Figure 8.20 : interpolation et amortissement . $T=0,4\text{sec}$, $\epsilon_{ps} =0,5$
 fonction approchée pour : $m=4+0.5$ et $m=9+0.5$
 fonction exacte pour : $m=4$ et $m=9$.

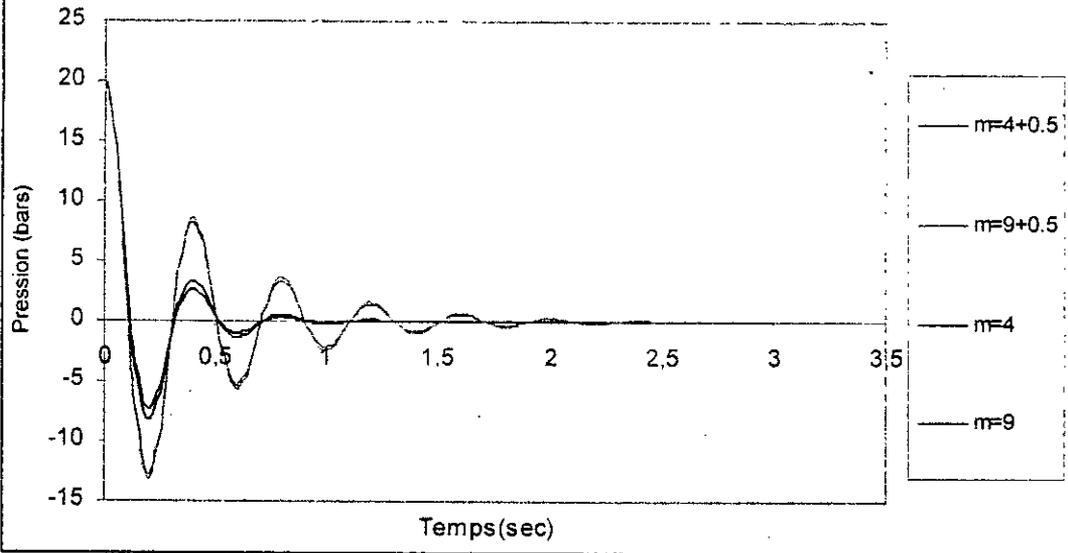
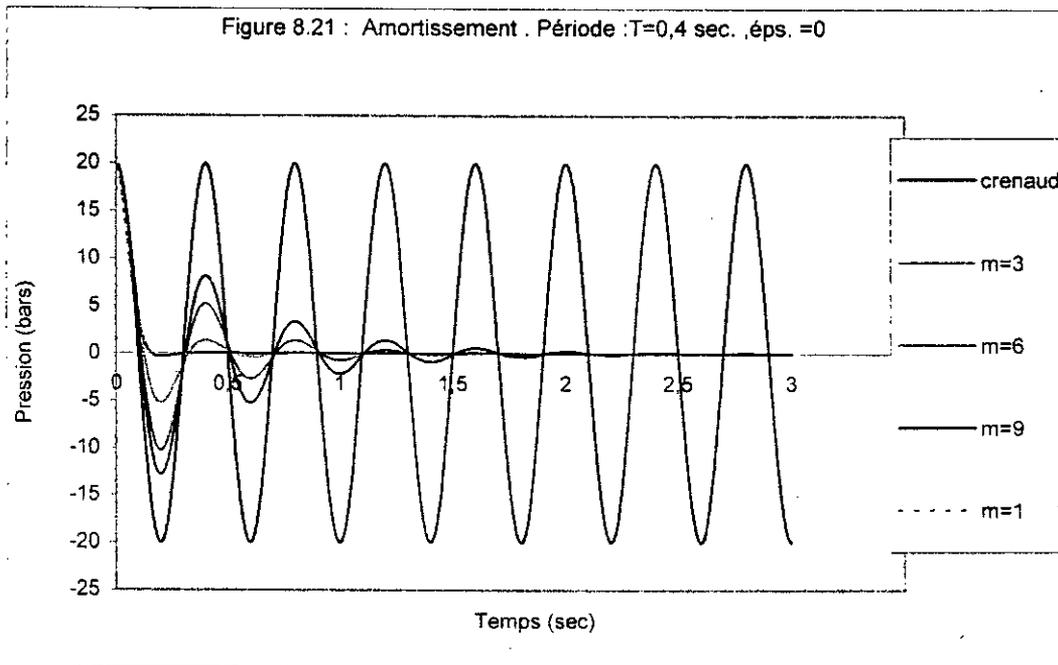


Figure 8.21 : Amortissement . Période : $T=0,4 \text{ sec}$, $\epsilon_{ps} =0$



8.7.2 Interpolation spatiale :

Le même raisonnement s'opère pour une interpolation spatiale en remplaçant t par x , m par j et ξ par θ . on obtient ainsi :

La fonction exacte :

$$U_{ex}(x) = H.e^{-\frac{2x}{j\Delta x}} \left[\cos \frac{2\pi}{L_k} x + \frac{L_k}{\pi \cdot j \cdot \Delta x} \cdot \sin \frac{2\pi}{L_k} x \right] \quad (8.85)$$

La fonction approchée :

$$U_{app}(t) = H.e^{-\frac{2x}{\Delta x(j+\theta)}} \left[\cos \frac{2\pi}{L_k} x + \frac{L_k}{\pi \cdot j \Delta x} \cdot \sin \frac{2\pi}{L_k} x \right] \quad (8.86)$$

Pour une longueur d'onde donnée, si l'intervalle d'espace augmente, la fonction exacte $U_{ex}(x)$ tend vers la fonction approchée $U_{app}(x)$, et l'erreur tend vers zéro. On peut écrire donc :

$$U_{ex}(x) = U_{app}(x) = H \cos \frac{2\pi}{L_k} x \quad (8.87)$$

8.7.3 Détermination de l'erreur due à l'interpolation temporelle :

La théorie de calcul des erreurs dues à l'interpolation permet de donner la fonction erreur qui sera déduite à partir des relations (8.82) et (8.83) comme étant la différence entre la fonction exacte et la fonction approchée, [66] et [67].

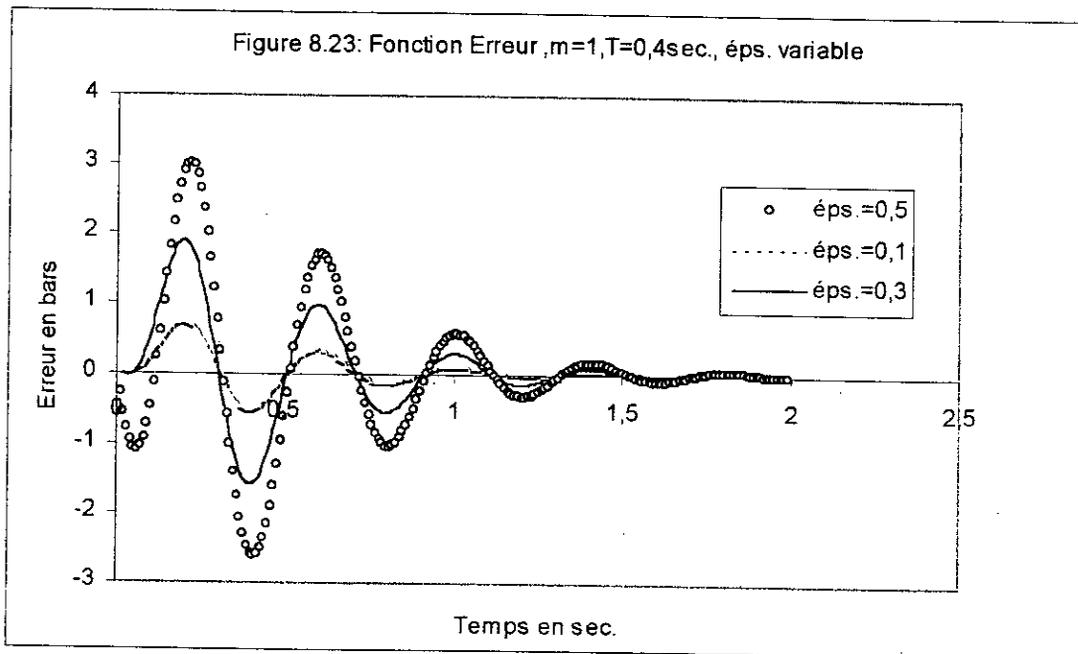
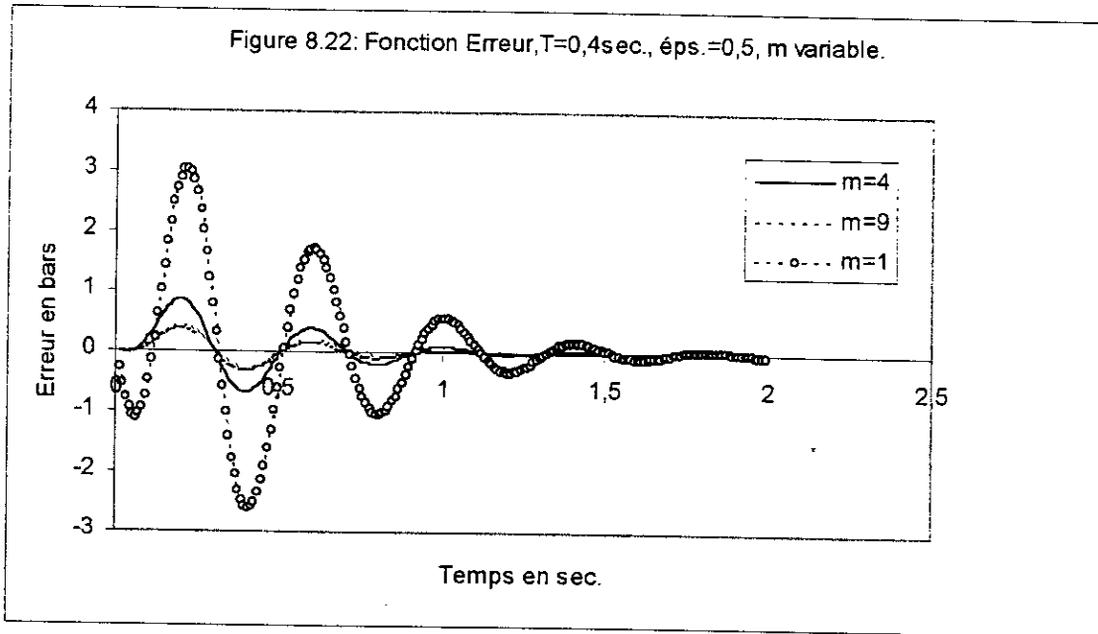
$$E(t) = U_{ex}(t) - U_{app}(t) \quad (8.88)$$

ou bien :

$$E(t) = H \left[\exp\left(-\frac{2t}{\Delta t m}\right) \left(\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + \frac{T}{\pi \Delta t m} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right) - \exp\left(-\frac{2t}{\Delta t(m+\xi)}\right) \left(\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + \frac{T}{\pi \Delta t(m+\xi)} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right) \right] \quad (8.89)$$

L'expression (8.89) est représentée graphiquement (figures 8.22 et 8.23). On remarque que lorsque le paramètre ξ d'interpolation est égal à la valeur 0, l'erreur est nulle ; et par conséquent la fonction approchée sera égale à la fonction exacte, avec aboutissement des pieds des caractéristiques aux nœuds de calcul. De même à travers ces figures, on constate que pour des valeurs données des paramètres m et ξ , il y a amortissement de l'erreur dans le temps ; et pour

un accroissement du coefficient (m) de remontée dans le temps l'erreur tendra très faiblement vers zéro. Dans tous les cas, l'erreur diminue lorsque la valeur de ϵ diminue.



8.8. CONCLUSION :

Dans le domaine du régime transitoire, habituellement la méthode des caractéristiques considère le maillage de discrétisation à pas constants. Son utilisation considère toujours les pieds des caractéristiques aboutissant aux nœuds de calcul.

Le calcul aux nœuds n'est pas pris en considération dans cette variante. Les différents schémas implicites et explicites examinés dans ce chapitre, montrent que l'utilisation de la méthode des caractéristiques admet des erreurs, lorsque les pieds des caractéristiques aboutissent entre deux nœuds. Il a été constaté que ces erreurs sont temporelles et spatiales. Afin de quantifier ces dernières, l'utilisation des séries de Fourier, le développement de Taylor, et la méthode de l'interpolation linéaire entre deux nœuds, ont été utilisés. A travers ce raisonnement, deux fonctions numériques exactes et approchées ont été développées et présentées graphiquement. A la base de différents schémas présentés, l'analyse numérique de ces fonctions a permis la déduction de deux coefficients numériques qui dépendent du nombre de pas de remontée dans le temps et dans l'espace. Représentés graphiquement, ces deux paramètres numériques convergent vers l'unité, dans le temps et dans l'espace. C'est ce qui montre bien la stabilité des schémas étudiés, quelque soit la période considérée.

CHAPITRE IX :
LOI DE MANŒUVRE D'UN ROBINET-VANNE
-CAS DES CONDUITES ENTERREES-

CHAPITRE IX :
LOI DE MANŒUVRE D'UN ROBINET-VANNE
-CAS DES CONDUITES ENTERREES-

9.1. INTROCUCTION

A travers l'aperçu bibliographique , différents travaux considèrent l'étude des coups de bélier, et de la célérité d'onde de propagation, dans les réseaux sous – pression non enterrés, par hypothèse . L'effet de la charge due au remblai du sol sur les conduites a été négligé,[4],[9],[11],[22],[36],[37] et [39]. La loi de manœuvre lente d'un robinet-vanne raccordé à une conduite , comme moyen de protection anti-bélier, a été déterminée dans ce cas d'hypothèse,[14],[15],[55],[69]. Dans le domaine pratique, les adductions à écoulement en charge, munies d'un robinet -vanne à leurs extrémités, sont souvent sujettes à des coups de bélier de formes croissantes ou décroissantes.

Ces formes de coups de bélier sont produits par la variation de l'allure de la manœuvre du robinet-vanne, notamment en phase de fermeture. Ainsi, lorsque la fermeture est rapide au début et lente par la suite, il en résulte une surpression plus accrue au début et s'affaiblit après, (coups de bélier décroissants). Par contre, la surpression croissante apparaît, une fois la dernière phase de fermeture est assez rapide [14], [16], et [69]. Aucune de ces formes n'est avantageuse pour la bonne tenue des conduites. Ces formes de surpression sont très dangereuses, notamment au niveau des points morts (fermés), les accessoires, les conduites en impasse, ou les antennes de petit diamètre [41]et [54]. C'est ce qui a été déjà examiné dans le chapitre V. Il en résulte donc des déformations, longitudinales et notamment radiales, pouvant entraîner des éclatements des conduites . Les mêmes formes de coups de bélier peuvent être provoquées, à la suite d'une manœuvre d'ouverture non contrôlée du robinet-vanne. Il se produit ainsi une dépression pouvant même entraîner des implosions des conduites enterrées, et des désordres dans l'écoulement, notamment aux points les plus élevés d'un profil en

long. Les décollements des enduits de protection interne des conduites sont très fréquents au niveau de ces points.[11] et[41].

Etant donné que le coup de bélier est plus important dans les conduites une fois enterrées, par suite de la création d'une rigidité supplémentaire de la conduite (voir chapitres III et IV); la détermination d'une loi de manœuvre d'un robinet – vanne s'avère donc très intéressante. L'allure de la manœuvre sera certainement modifiée puisque la célérité d'onde sera accrue dans les conduites enterrées, comparativement au cas des conduites libres. Elle aidera le gestionnaire à mieux maîtriser le phénomène du coup de bélier dans toutes ses formes .

A travers ce chapitre, par application de la méthode des caractéristiques , le régime transitoire sera étudié, en déterminant le couple vitesse- coup de bélier imposé, à chaque pas de manœuvre du robinet-vanne. Les cas des conduites en acier et en P.V.C. libres et enterrées, dans un sol de caractéristiques connues agissant par sa raideur, sont considérés.

Un procédé général, sur la détermination de la loi de manœuvre, à base d'un exemple, sera étudié graphiquement et comparé entre les deux cas . L'exemple porte sur un type de robinet – vanne de caractéristiques connues [15], raccordé à l'extrémité aval de la conduite à écoulement en charge gravitaire, supposée horizontale. C'est le cas le plus couramment rencontré en pratique.

Cette loi de manœuvre sera proposée au constructeur pour la fabrication du robinet vanne appelé non seulement à assurer un coup de bélier imposé, mais également tenir compte du fait que les conduites sont enterrées dans un sol de caractéristiques connues .

9.2.DETERMINATION DES VITESSES v_{Li} EN PHASE D'OUVERTURE D'UN ROBINET-VANNE :

La phase d'ouverture d'un robinet – vanne , placé à l'extrémité aval d'une conduite en charge, engendre une onde de dépression qui se propage de l'aval vers l'amont de cette conduite. Cette dépression peut être assez dangereuse pour les points hauts d'un profil en long et, à l'aval d'une pompe notamment lorsque

les conduites sont enterrées : Il peut en résulter une cavitation, et une implosion de la conduite sous l'influence de l'effet du sol. La détermination ou la connaissance de la vitesse d'écoulement en fonction des pas d'ouverture (temps) du robinet- vanne, servent de base pour le dimensionnement des moyens anti-béliers. Afin de développer un modèle mathématique de base, on considère un réservoir à plan d'eau invariable, alimentant gravitairement une conduite en charge, enterrée, munie d'un robinet- vanne à son extrémité aval, (figure .9-1).

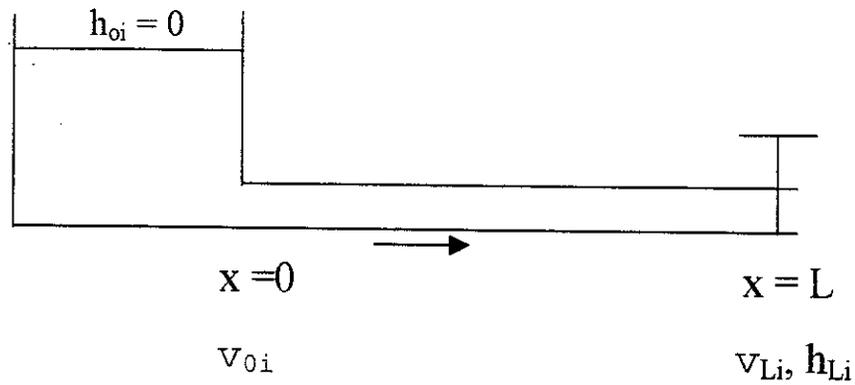


Figure 9-1 : système à écoulement gravitaire.

Le diagramme de BERGERON montrant le mouvement des ondes de propagation, sert de base de calcul (figure 9.2), [8]et[41]. L'application des expressions (1.59) et (1.60) du chapitre I, en remplaçant le terme H par h, et (6.17) du chapitre VI donnant la perte de charge, permet la détermination de la vitesse v_{Li} au i^{eme} pas, donnée par l'expression (9.1), durant la manœuvre du robinet- vanne de sectionnement.

On obtient donc :

$$v_{Li} = v_0 - \frac{2g}{c} \left[\sum_{i=0}^{i-1} h_{Li} + \frac{h_{Li}}{2} \right] - \frac{k}{2c} \left[\sum_{i=0}^{i-1} v_{Li}^2 + \frac{v_{Li}^2}{2} + \frac{v_{L0}^2}{2} + \sum_{i=0}^{i-1} v_{0i}^2 \right] \quad (9.1)$$

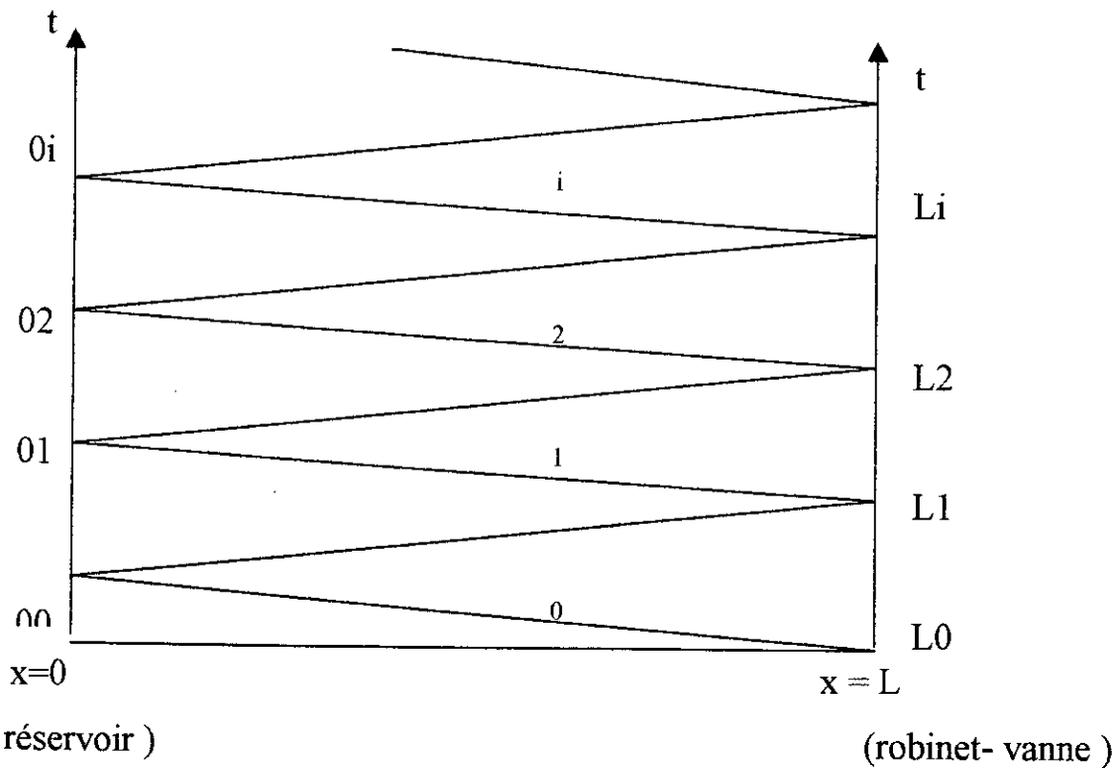


Figure 9-2 : Diagramme de mouvement d'ondes .

k , désigne le coefficient de perte de charge linéaire occasionnée dans la conduite de longueur L et de diamètre D , donné par : $k = \lambda \cdot L / D$.

c , désigne la célérité d'onde de coups de bélier engendrée dans la conduite.

h_{Li} , désigne le coup de bélier au $i^{\text{ème}}$ pas de temps de manœuvre au droit du robinet vanne .

v_{Li} , désigne la vitesse d'écoulement au $i^{\text{ème}}$ pas de manœuvre au droit du robinet vanne.

v_{0i} , désigne la vitesse à la sortie du réservoir au $i^{\text{ème}}$ pas de manœuvre du robinet vanne .

$v_0 = v_{L0}$, désigne la vitesse d'écoulement en régime permanent.

Au début de l'ouverture, on peut imposer que :

$$v_{L0} = v_{00} = v_0 = 0 ,$$

l'équation (9.1) devient :

$$v_{Li} = -\frac{2g}{c} \left[\sum_{i=0}^{i-1} h_{Li} + \frac{h_{Li}}{2} \right] - \frac{k}{2c} \left[\sum_{i=0}^{i-1} v_{Li}^2 + \frac{v_{Li}^2}{2} + \sum_{i=0}^{i-1} v_{0i}^2 \right] \quad (9.2)$$

Si l'on désire avoir un coup de bélier imposé à la conduite, qui est généralement inférieur à la valeur majorante, on peut poser :

$$h_{Li} = h_1 = Cte$$

pendant l'ouverture de l'organe du robinet – vanne , laquelle dure un temps $t = n \cdot \theta$, avec $\theta = \frac{2L}{c}$. On a donc :

$$v_{Ln} = -\frac{2g}{c} \left[(n-1)h_1 + \frac{h_1}{2} \right] - \frac{k}{2c} \left[\sum_{i=0}^{n-1} v_{Li}^2 + \frac{v_{Ln}^2}{2} + \sum_{i=0}^{n-1} v_{0i}^2 \right] \quad (9.3)$$

En supposant une variation linéaire de la vitesse , en fonction du nombre (n) de pas d'ouverture, on peut écrire les rapports :

$$\frac{v_i}{i} = \frac{v_n}{n} \quad \text{ou bien} \quad v_i = i \cdot \frac{v_n}{n} \quad (9.4)$$

Au carré , on obtient :

$$v_i^2 = i^2 \cdot \frac{v_n^2}{n^2} \quad (9.5)$$

Ce qui donne comme somme :

$$\sum_{i=0}^{n-1} v_{Li}^2 = \frac{v_{Ln}^2}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} i^2 \quad (9.6)$$

Par substitution de l'expression (9.6) dans l'expression (9.3), on trouve :

$$v_{Ln} = -\frac{2g}{c} \left[(n-1)h_1 + \frac{h_1}{2} \right] - \frac{k}{2c} \left[\frac{v_{Ln}^2}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} i^2 + \frac{v_{Ln}^2}{2} + \sum_{i=0}^{n-1} v_{0i}^2 \right] \quad (9.7)$$

Si l'on considère par hypothèse, que la vitesse v_{0i} à la sortie du réservoir est dans un rapport μ avec la vitesse v_{Li} au droit du robinet – vanne. On peut poser que :

$$v_{0i} = \mu \cdot v_{Li} = \mu(n) \cdot v_{Li} \quad (9.8)$$

de même , on peut écrire :

$$\frac{v_{0i}}{i} = \mu(n) \cdot \frac{v_{Ln}}{n} \quad (9.9)$$

et :

$$v_{0i} = \mu(n) \cdot \frac{v_{Ln}}{n} \cdot i \quad (9.10)$$

D'une façon analogue que pour l'expression (9.4), on aboutit à :

$$v_{0i}^2 = \mu^2 \cdot \frac{v_{Ln}^2}{n^2} \cdot i^2 \quad (9.11)$$

ou bien :

$$\sum_{i=0}^{n-1} v_{0i}^2 = \mu^2 \cdot \frac{v_{Ln}^2}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} i^2 \quad (9.12)$$

ce qui donne :

$$v_{Ln} = -\frac{2g}{c} \left[(n-1)h_1 + \frac{h_1}{2} \right] - \frac{k}{2c} \left[\frac{v_{Ln}^2}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} i^2 + \frac{v_{Ln}^2}{2} + \mu^2 \cdot \frac{v_{Ln}^2}{n^2} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} i^2 \right] \quad (9.13)$$

c'est - à - dire, d'une façon plus simplifiée :

$$v_{Ln} = -\frac{2g}{c} (n-0,5)h_1 - \frac{k}{2c} v_{Ln}^2 \left[0,5 + \frac{1+\mu^2}{n^2} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} i^2 \right] \quad (9.14)$$

L'expression liant la vitesse d'écoulement à travers le robinet-vanne à la n^{ème} phase, et la charge totale tenant compte du coup de bélier imposé, est donnée par :

$$v_{Ln} = \varphi \cdot \sqrt{2g(H_0 + h_1)} \quad (9.15)$$

φ , désigne le coefficient de vitesse .

Quand le régime permanent s'établit avec une certaine ouverture « a_k » du robinet - vanne maintenue constante, l'expression (9.15) devient :

$$v^0 = \varphi \cdot \sqrt{2g \cdot H_0} \quad (9.16)$$

Cependant si l'on considère que le coefficient de vitesse « φ » reste constant pour cette ouverture « a_k » donnée , on peut écrire :

$$v_{Ln} = v^0 \cdot \sqrt{1 + \frac{h_1}{H_0}} \quad (9.17)$$

ou bien :

$$v_{Ln}^2 = (v^0)^2 \cdot \left(1 + \frac{h_1}{H_0} \right) \quad (9.18)$$

En tenant compte de la valeur adimensionnelle du coup de bélier $\xi = \frac{h_1}{H_0}$,
et en substituant l'expression (9.18) dans (9.14), on obtient :

$$v^0 \sqrt{1 + \frac{h_1}{H_0}} = -\frac{2g}{c} (n - 0,5) h_1 - \frac{k}{2c} (v^0)^2 (1 + \xi) \left[0,5 + \frac{1 + \mu^2}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} i^2 \right] \quad (9.19)$$

en multipliant par le terme $\frac{c}{gH_0}$, il en résulte :

$$\frac{cv^0}{gH_0} \sqrt{1 + \xi} = -2(n - 0,5)\xi - \frac{k}{2gH_0} (v^0)^2 (1 + \xi) \left[0,5 + \frac{1 + \mu^2}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} i^2 \right] \quad (9.20)$$

en tenant compte que : $\varphi^2 = \frac{(v^0)^2}{2gH_0}$ et, $W = \frac{cv^0}{gH_0}$, on obtient :

$$W \sqrt{1 + \xi} = -2(n - 0,5)\xi - k\varphi^2 (1 + \xi) \left[0,5 + \frac{1 + \mu^2}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} i^2 \right] \quad (9.21)$$

en posant :

$$N = 0,5 + \frac{1 + \mu^2}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} i^2 \quad (9.22)$$

On obtient :

$$W \sqrt{1 + \xi} = -2(n - 0,5)\xi - k\varphi^2 \cdot N(1 + \xi) \quad (9.23)$$

La résolution de l'équation (9.23) par rapport à ξ , permet de donner deux racines ξ_{r1} et ξ_{r2} , dont on se sert que de la première racine : C'est -à - dire ξ_{r1} :

$$\xi_{r1} = \frac{-[2R'^2 + 4R'(n - 0,5) - W^2] - W \sqrt{4(4n^2 - 4n + 6Rn - R' + 1) + W^2}}{2[4(n - 0,5)^2 + R'^2 + 4(n - 0,5)R]} \quad (9.24)$$

avec : $R' = k\varphi^2 \cdot N$

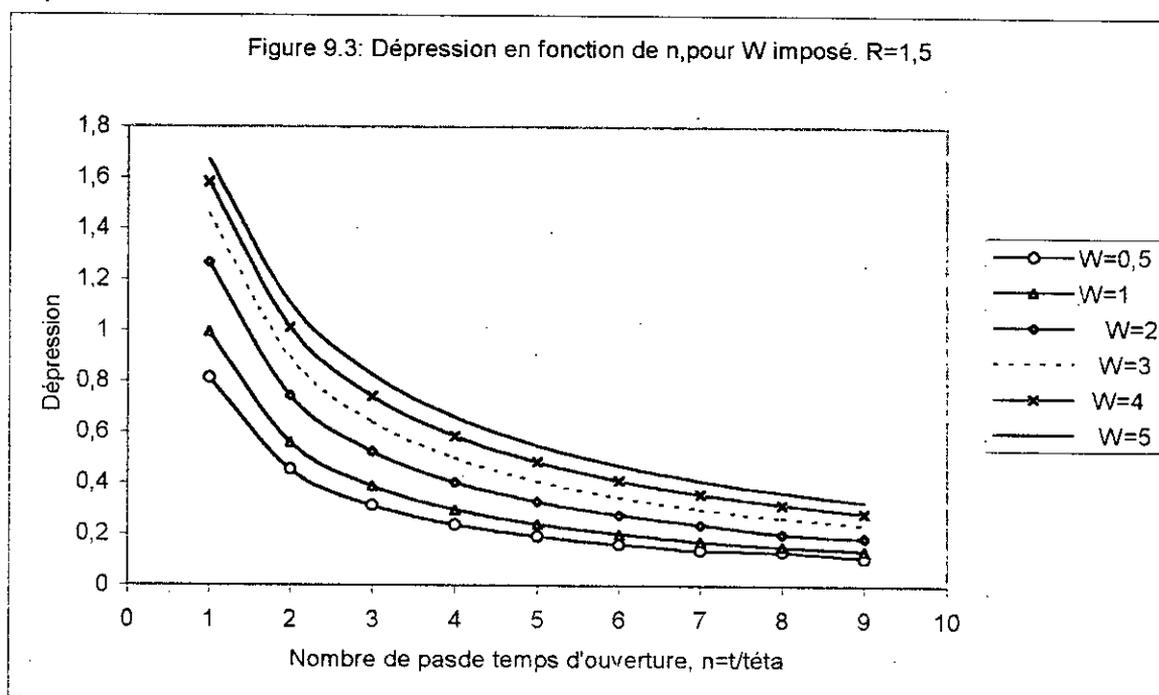
On remarque que le coefficient R' est le produit résultant de trois paramètres :

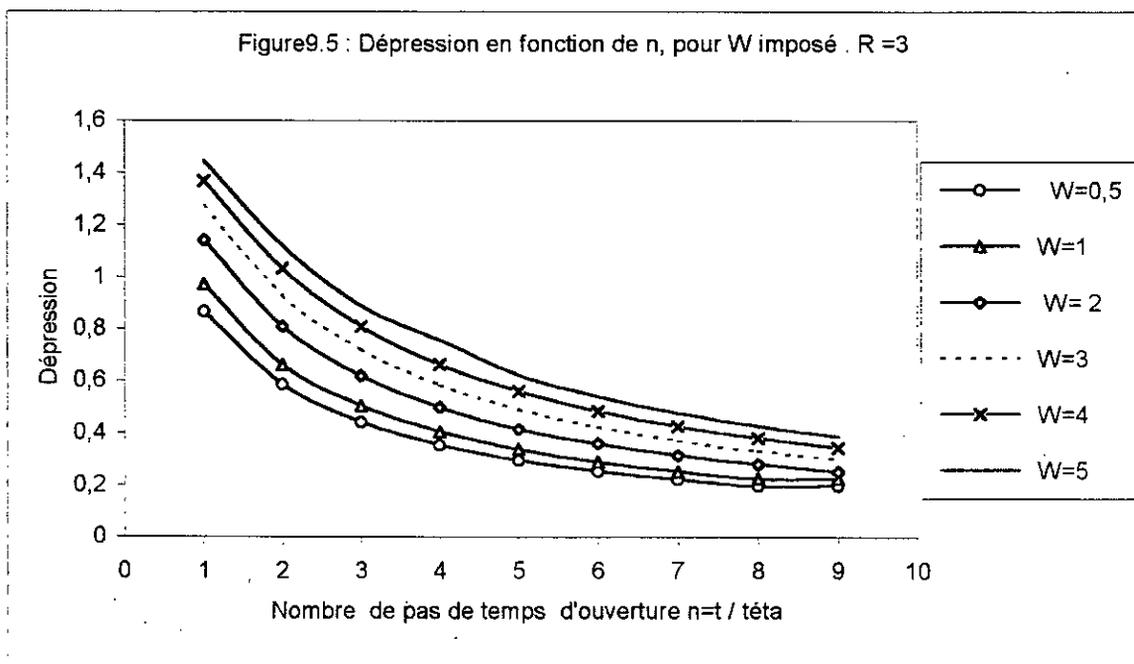
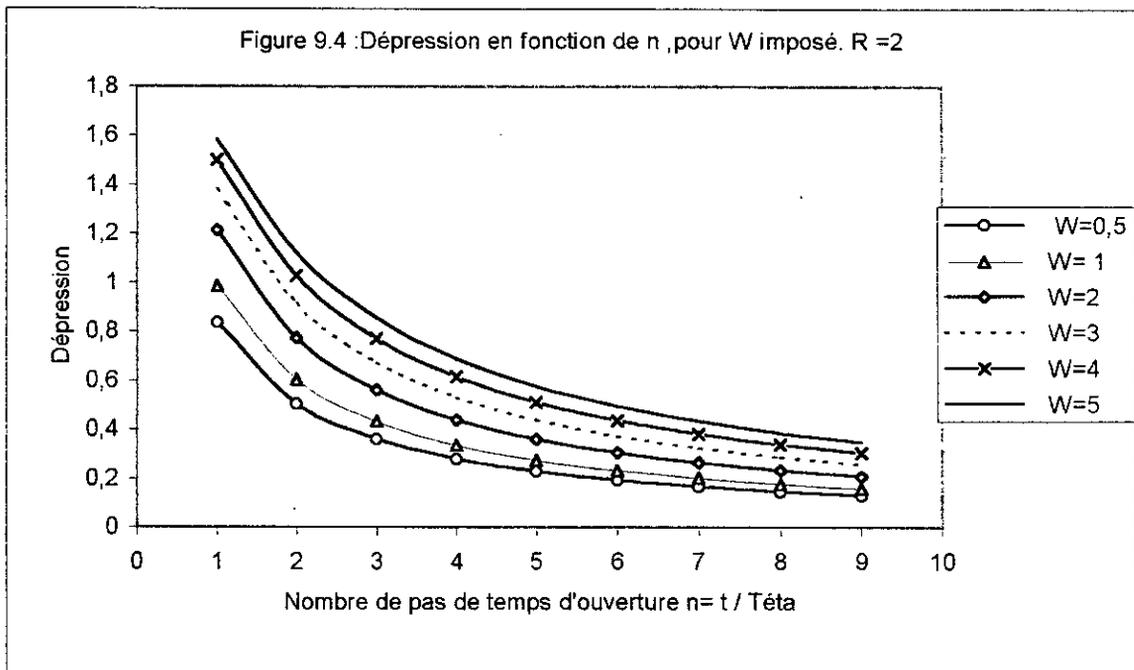
- le coefficient k de perte de charge linéaire .
- le coefficient de vitesse φ .
- le paramètre N qui est une fonction du rapport de vitesses à la sortie du réservoir et au niveau du robinet- vanne , et du nombre (n) de pas d'ouverture.

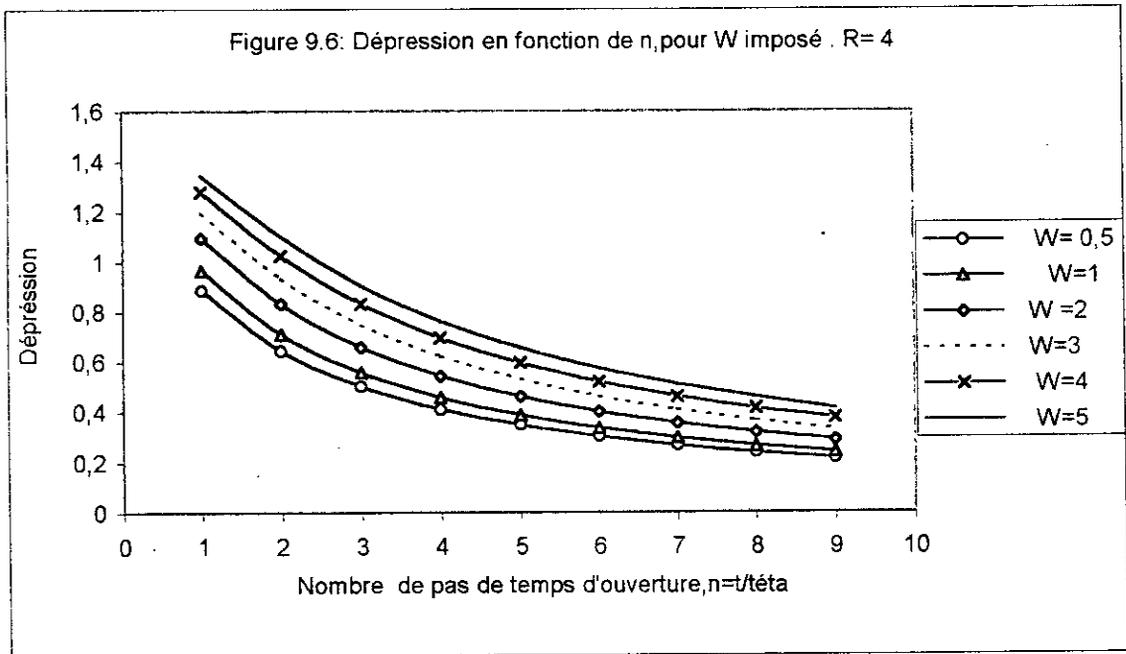
9.2.1. Exemple numérique et résultats :

La fonction $\xi_{r1} = f(n, R', W)$, caractérise la dépression en cas d'ouverture du robinet- vanne . Elle dépend de la caractéristique W de l'installation, du paramètre R' caractérisant la perte de charge, et du nombre (n) de pas d'ouverture du robinet - vanne . Afin de donner un aspect significatif à la fonction ξ_{r1} , une illustration graphique sera faite pour montrer l'influence des paramètres R' , W et n sur le paramètre ξ_{r1} . Figures (9.3), (9.4), (9.5) et (9.6) .

A travers les représentations graphiques de ces figures, on remarque que pour une installation de caractéristiques données (W), le paramètre ξ_{r1} caractérisant la dépression diminue quand le nombre (n) de pas d'ouverture augmente. Cette constatation est vérifiée quelque soit la valeur donnée au coefficient R' . Néanmoins pour un même nombre (n) de pas d'ouverture , la valeur ξ_{r1} augmente proportionnellement avec le paramètre W . Ainsi ce dernier, caractérisant l'installation, ne peut augmenter que lorsque la célérité d'onde de propagation augmente sous l'effet du remblai du sol (chapitres III et IV), pour une charge statique constante , puisque $c \gg v_0$.







9.2.2. Analyse du coefficient : μ

A la suite d'une manœuvre d'un robinet- vanne de sectionnement, placé à l'extrémité aval d'une conduite sous pression, des ondes de pression sont ainsi émises en se propageant vers le réservoir.

La propagation de ces ondes fait varier en conséquence les différents paramètres hydrauliques caractérisant l'écoulement. Dans ce cas, toute variation de la vitesse au droit du robinet- vanne fait varier la vitesse à la sortie du réservoir. Dans l'hypothèse d'un plan d'eau invariable du réservoir, et des caractéristiques uniques de la conduite, on examine la variation du coefficient μ en fonction du nombre (n) de pas de temps de l'ouverture. Le raisonnement est mené, en négligeant les pertes de charge, et en déterminant nécessairement la variation de la vitesse v_{0i} à la sortie du réservoir. Les figures (9.1) et (9.2) servent de modèle de base pour développer ce raisonnement .

Par application de l'expression (1.59) du chapitre I en remplaçant le terme H par h, et en faisant abstraction des pertes de charge, on se réfère au diagramme de la figure (9.2). Dans l'hypothèse des valeurs des coups de béliers h_{oi} nulles au niveau du réservoir, on obtient le long des cheminements suivants :

00 → L1:

$$v_{01} = v_0 - \frac{g}{c} h_{L1}$$

L1 → 01:

$$v_{01} = v_0 - 2 \cdot \frac{g}{c} h_{L1}$$

01 → L2:

$$v_{L2} = v_0 - \frac{g}{c} h_{L2}$$

L.2 → 02:

$$v_{02} = v_0 - \frac{2g}{c} (h_{L1} + h_{L2})$$

0.2 → L.3:

$$v_{L3} = v_0 - \frac{g}{c} h_{L3} - \frac{2g}{c} (h_{L1} + h_{L2})$$

L.3 → 0.3:

$$v_{03} = v_0 - \frac{2g}{c} (h_{L1} + h_{L2} + h_{L3})$$

0.3 → L.4:

$$v_{L4} = v_0 - \frac{2g}{c} (h_{L1} + h_{L2} + h_{L3}) - \frac{g}{c} h_{L4}$$

L.4 → 0.4:

$$v_{04} = v_0 - \frac{2g}{c} (h_{L1} + h_{L2} + h_{L3} + h_{L4})$$

.....
D'une façon générale ,on obtient :

$L.i \rightarrow 0.i$:

$$v_{0i} = v_0 - \frac{2g}{c} \sum_{i=0}^i h_{Li} \tag{9.25}$$

En considérant le cas d'un coup de bélier imposé h_1 , on peut écrire que :

$$v_{0i} = v_0 - \frac{2g}{c} .i.h_1 \tag{9.26}$$

ou bien en multipliant et en divisant par le terme $H_0 v^0$ on obtient :

$$v_{0i} = v_0 - \frac{2g}{c} i \cdot \frac{H_0 \cdot v^0}{H_0 v^0} h_1 \quad (9.27)$$

Sous une forme simplifiée , l'expression (9.27) devient :

$$v_{0i} = v_0 - 2.i.v^0 \cdot \frac{\xi}{W} \quad (9.28)$$

Au début de l'ouverture, la vitesse v_0 en régime permanent, devient nulle :

$$v_{0i} = -2.i.v^0 \cdot \frac{\xi}{W} \quad (9.29)$$

A l'étape $i = n$, l'expression (9.29) devient :

$$v_{0n} = -2.n.v^0 \cdot \frac{\xi}{W} \quad (9.30)$$

Pour les même hypothèses, on procède maintenant à la détermination de la vitesse v_{Ln} . A partir de la relation (9.1) , on obtient :

$$v_{Ln} = v_0 - \frac{2g}{c} \left[(n-1)h_1 + \frac{h_1}{2} \right] \quad (9.31)$$

ou bien avec $v_0 = 0$, on obtient :

$$v_{Ln} = -\frac{2g}{c} (n-0,5)h_1 \quad (9.32)$$

De la même manière, en multipliant et en divisant par $v^0 H_0$, l'expression (9.32) peut se mettre sous la forme :

$$v_{Ln} = -\frac{2g \cdot v^0 \cdot H_0}{c \cdot v^0 \cdot H_0} (n-0,5)h_1 \quad (9.33)$$

ou bien :

$$v_{Ln} = -\frac{2 \cdot \xi}{W} \cdot v^0 \cdot (n-0,5) \quad (9.34)$$

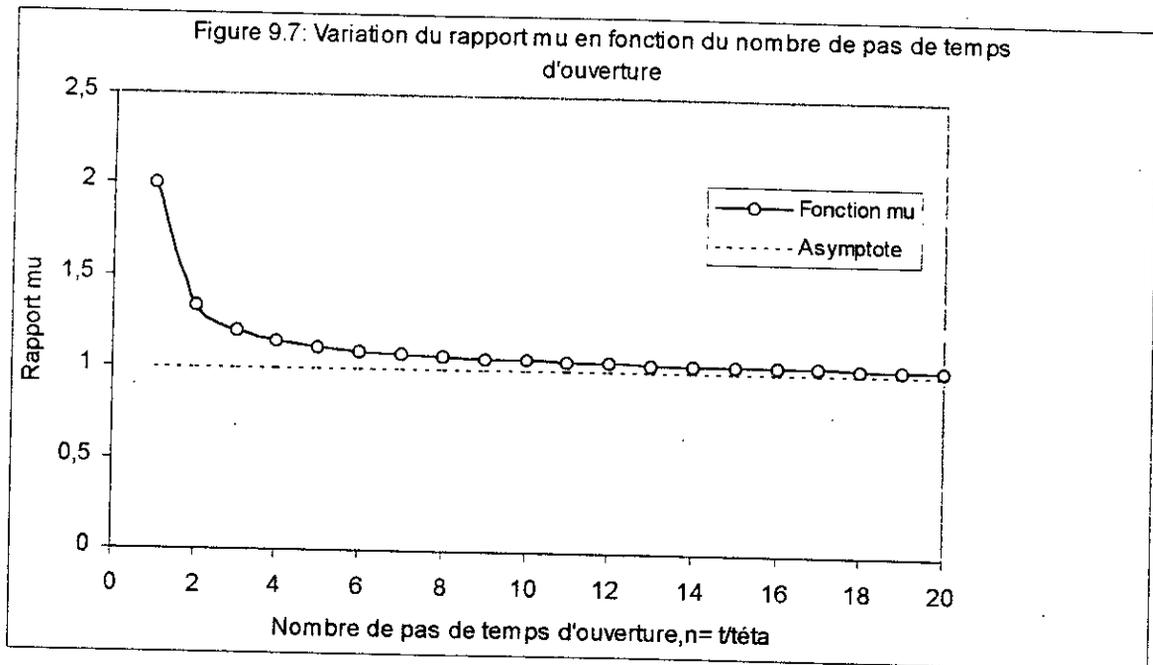
Tenant compte des relations (9.11) , (9.30) et (9.34) , on peut écrire :

$$\mu(n) = \frac{v_{0n}}{v_{Ln}} = \frac{-2.n.v^0 \cdot \frac{\xi}{W}}{-2 \cdot \frac{\xi}{W} \cdot v^0 \cdot (n-0,5)} \quad (9.35)$$

C'est-à-dire :

$$\mu(n) = \frac{n}{n-0,5} \quad (9.36)$$

Afin de connaître l'influence du nombre (n) , sur le rapport $\mu(n)$, une représentation graphique de la fonction (9.36), s'avère évidente (figure : 9.7).



On remarque à travers la figure (9.7) que lorsque le nombre d'étapes d'ouverture (n) est égal à 1, c'est -à- dire une ouverture brusque du robinet-vanne, la valeur du coefficient μ sera égale à 2. Autrement dit la vitesse à la sortie du réservoir sera égale à deux fois la vitesse engendrée au niveau du robinet - vanne. Au fur et à mesure que le nombre (n) augmente pour donner suite à une ouverture lente, la fonction $\mu(n)$ tend vers l'unité, c'est à dire que les deux vitesses tendent à s'égaliser, pour donner suite à un régime permanent.

9.3. COUP DE BELIER IMPOSE POUR UNE FERMETURE DU ROBINET - VANNE.

En reprenant les expressions (1.59), (1.60) et (6.17) respectivement des chapitres I et VI, et à partir des figures (9.1) et (9.2), on détermine les valeurs des

coups de bélier h_{Li} pour un pas de fermeture $\theta = \frac{2.L}{c}$.

En considérant par hypothèse que les coups de bélier au niveau du réservoir sont nuls, $h_{0i} = 0$. Pour le i^{e} pas de fermeture, on trouve :

$$h_{Li} = \frac{c}{g} \cdot (v_0 - v_{Li}) - 2 \cdot \sum_{i=0}^{i-1} h_{Li} - \frac{1}{2g} \left[(2+k) \cdot \sum_{i=0}^{n-1} v_{Li}^2 + \frac{k+2}{2} \cdot v_{Li}^2 \right] + \frac{2-k}{2g} \left[\sum_{i=0}^{n-1} v_{0i}^2 + \frac{v_{L0}^2}{2} \right] \quad (9.37)$$

Pour $i = n$, en considérant que h_{Li} augmente pendant la première phase et demeure constant; lorsque la durée de la fermeture est de $t = n\theta$, on peut poser :

$$v_{Li} = v_{Ln} = 0 \quad (9.38)$$

l'expression (9.37) devient donc :

$$h_{Ln} = \frac{c}{g} v_0 - 2 \sum_{i=0}^{n-1} h_{Ln} - \frac{1}{2g} (2+k) \sum_{i=0}^{n-1} v_{Li}^2 + \frac{2-k}{2g} \left[\sum_{i=0}^{n-1} v_{0i}^2 + \frac{v_{L0}^2}{2} \right] \quad (9.39)$$

ou bien, on peut écrire :

$$h_{Ln} + 2(n-1)h_{Ln} = \frac{c \cdot v_0}{g} - \frac{2+k}{2g} \sum_{i=0}^{n-1} v_{Li}^2 + \frac{2-k}{2g} \left[\sum_{i=0}^{n-1} v_{0i}^2 + \frac{v_{L0}^2}{2} \right] \quad (9.40)$$

D'autre part, on a :

$$v_{L0} = v_0$$

On peut écrire que :

$$(2n-1)h_{Ln} = \frac{c v_0}{g} + \frac{2-k}{4g} v_0^2 + \frac{2-k}{2g} \sum_{i=0}^{n-1} v_{0i}^2 - \frac{2+k}{2g} \sum_{i=0}^{n-1} v_{Li}^2 \quad (9.41)$$

Si l'on considère que pendant la manœuvre de fermeture, la vitesse v_{Li} va varier de v_0 pour $i = 0$ à $v_{Ln} = 0$ pour $i = n$.

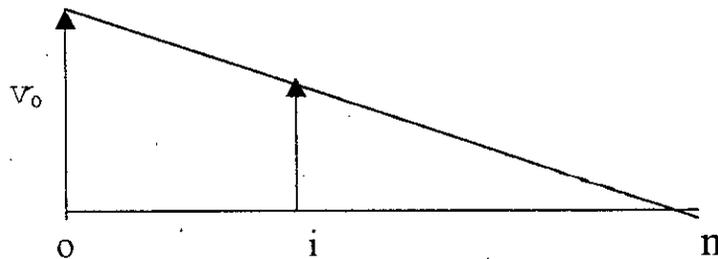


Figure 9.8 : Variation linéaire de la vitesse.

on peut écrire :

$$v_i = \frac{v_0}{n}(n-i) \quad (9.42)$$

ou bien :

$$v_i^2 = \left(\frac{v_0}{n}\right)^2 (n-i)^2 \quad (9.43)$$

L'expression (9.43) peut s'écrire aussi :

$$\sum_{i=0}^{n-1} v_i^2 = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{v_0^2}{n^2} (n-i)^2 = \frac{v_0^2}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 \quad (9.44)$$

Donc à partir de la relation (9.41), et en tenant compte de (9.44), on obtient :

$$(2n-1)h_{Ln} = \frac{cv_0}{g} - \frac{2+k}{2g} \frac{v_0^2}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 + \frac{2-k}{2g} \left[\frac{v_0^2}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 + \frac{v_0^2}{2} \right] \quad (9.45)$$

C'est - à - dire :

$$(2n-1)h_{Ln} = \frac{cv_0}{g} - \frac{k-2}{4g} v_0^2 - \frac{k}{g} \frac{v_0^2}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 \quad (9.46)$$

En déterminant h_{Ln} , on trouve :

$$h_{Ln} = \frac{cv_0}{g(2n-1)} - \frac{k-2}{4g(2n-1)} v_0^2 - \frac{k}{g(2n-1)n^2} v_0^2 \sum_{i=1}^{n-1} (n-i)^2 \quad (9.47)$$

En divisant par le terme H_0 :

$$\frac{h_{Ln}}{H_0} = \frac{cv_0}{g(2n-1)H_0} - \frac{k-2}{4g(2n-1)} v_0^2 - \frac{k}{g(2n-1)n^2 H_0} v_0^2 \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 \quad (9.48)$$

En général $k \gg 2$, c'est - à - dire $k-2 \approx k$, on ne fait pas une grande erreur, si on

néglige le terme $\frac{v_0^2}{2g}$, on peut donc écrire :

$$\frac{h_{Ln}}{H_0} = \xi = \frac{cv_0}{g(2n-1)H_0} - \frac{kv_0^2}{(2n-1)gH_0} \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 \right] \quad (9.49)$$

En tenant compte que :

$$\varphi = \frac{v_0}{\sqrt{2gH_0}} \quad \text{et} \quad W = \frac{cv_0}{gH_0} \quad (9.50)$$

On peut écrire :

$$\xi = \frac{W}{2n-1} - \frac{2k\varphi^2}{2n-1} \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 \right] \quad (9.51)$$

ou bien :

$$\xi = \frac{W}{2n-1} - \frac{k\varphi^2}{2n-1} \left[\frac{1}{2} + \frac{2}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 \right] \quad (9.52)$$

L'examen du paramètre adimensionnel W montre que ce dernier englobe le régime initial permanent (v_0, H_0) et la propriété hydrodynamique de la conduite. D'une manière plus simple, ce rapport est interprété d'une autre façon pour connaître sa signification.

On peut écrire :

$$W = \frac{cv_0}{gH_0} = \frac{2cv_0}{2gH_0} \quad (9.53)$$

ou bien :

$$\frac{W}{2} = \frac{cv_0}{2gH_0} \quad (9.54)$$

autrement dit :

$$\frac{W}{2} = \frac{c}{\sqrt{2gH_0}} \cdot \frac{v_0}{\sqrt{2gH_0}} \quad (9.55)$$

On constate que :

- Le terme $\frac{c}{\sqrt{2gH_0}}$, désigné par φ_1 indique le coefficient de vitesse d'onde pour le régime transitoire.

- Le terme $\frac{v_0}{\sqrt{2gH_0}}$, désigné par φ , indique le coefficient de vitesse d'écoulement.

On obtient :

$$W = 2\varphi_1 \cdot \varphi \quad (9.56)$$

De même si on pose $k=0$, par simplification, l'expression (9.52) permet de déterminer le temps de fermeture en fonction du coup de bélier imposé et, le paramètre W . On obtient :

$$n = \frac{t}{\theta} = \frac{1}{2} \left(\frac{W}{\xi} + 1 \right) \quad (9.57)$$

ou bien :
$$t = \frac{L}{c} \left(\frac{W}{\xi} + 1 \right) \quad (9.58)$$

9.3.1. Exemple numérique et analyse des résultats :

A la base des résultats obtenus à partir de la figure (3.4), du chapitre III, un exemple numérique est considéré pour le cas des conduites en acier et en P.V.C..

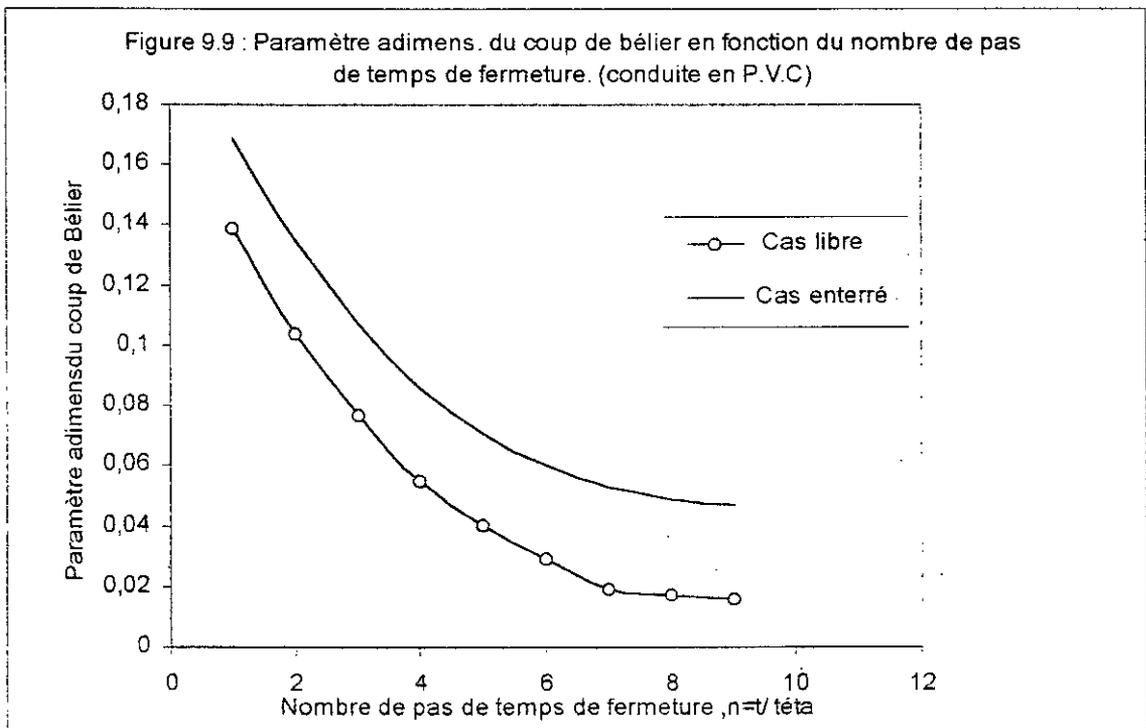
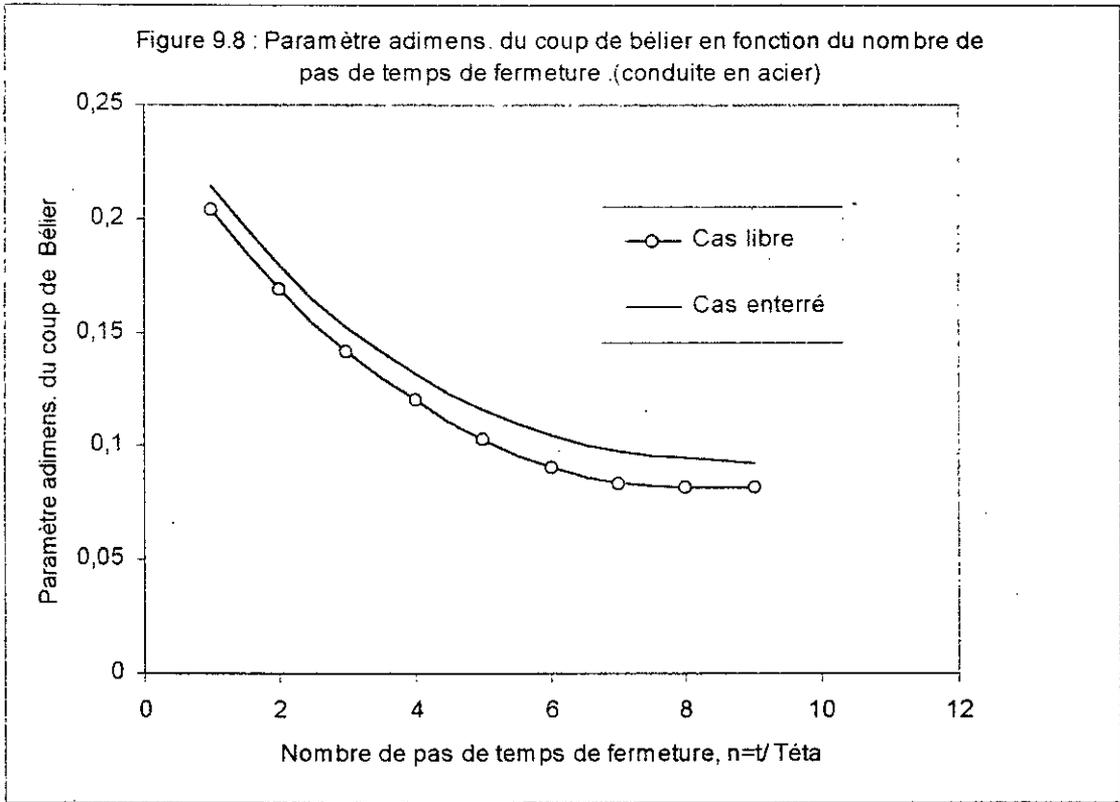
La relation (9.52) donnant la valeur addimensionnelle ξ du coup de bélier sera appliquée pour le cas des conduites libres et enterrées, dans l'hypothèse de la raideur du sol. Afin d'illustrer cet exemple, on considère deux types de matériaux de conduites. Pour avoir un raisonnement comparatif, on considère les mêmes conditions hydrauliques pour les deux conduites, supposées enterrées sous le même remblai du sol. Ceci permettra de connaître l'effet du remblai sur la loi de manœuvre, par le biais de la célérité de propagation de l'onde (cas libre et enterré).

- Une conduite en acier caractérisée par une célérité de propagation de 1000 m/s, en cas libre, dans laquelle une vitesse d'écoulement v_0 égale à 2 m/s est engendrée sous une charge statique de H_0 égale à 50 m, au droit de la vanne. La figure (3.4) du chapitre III montre que la valeur de cette célérité pour le même matériau, est majorée de 5,4% environ, soit 1054 m/s, dans le cas enterré.

- Une conduite en P.V.C. fonctionne avec les mêmes paramètres H_0 et v_0 que pour la première conduite, avec une célérité de propagation de 700 m/s, en cas libre. La valeur de cette célérité est majorée de 20 % environ, soit 840 m/s, dans le cas enterré, d'après la figure (3.4) du chapitre III.

- Ces deux conduites sont caractérisées par un coefficient de perte de charge linéaire, supposé le même : $k = \lambda.L/D = 100$.

A partir de l'expression (9.52), la représentation graphique montre clairement que la valeur du coup de bélier est plus importante dans le cas où la conduite est enterrée, pour les deux natures du matériau. On constate également, que lorsque le nombre (n) de pas de fermeture augmente, le paramètre ξ diminue. (figures 9.8 et 9.9).



9.4. PROCÉDE GENERAL DE DETERMINATION D'UNE LOI DE MANŒUVRE

9.4.1. Introduction :

Un coup de bélier se produisant dans une conduite en charge à écoulement gravitaire, ne peut être maîtrisé que si la loi de manœuvre d'un robinet – vanne placé à l'extrémité aval de la conduite est parfaitement connue.

Les données caractéristiques de la conduite, notamment enterrée, constituent une base réelle pour la détermination d'une telle loi de manœuvre qui est très bénéfique pour la protection de la conduite. Cette loi de manœuvre imposée au dispositif d'obturation du robinet-vanne permet d'assurer une répartition du coup de bélier, restant dans une limite ne provoquant pas l'endommagement de la conduite. Le procédé de détermination d'une telle loi nécessite la connaissance des valeurs h_{Li} des coups de bélier et les valeurs v_{Li} des vitesses y correspondant.

On présente cette loi sous forme de courbe $a_k/a_0=f(t)$, fonction du temps, où le rapport a_k/a_0 représente la position de l'organe d'obturation du robinet - vanne . Cette loi de manœuvre, une fois déterminée, permet d'éviter les formes de coups de bélier croissantes et décroissantes qui ne font que favoriser le vieillissement de la conduite, et parfois même des cassures .

A la base de la relation (9.1), le procédé consiste à déterminer d'abord les valeurs des vitesses v_{Li} au niveau de la section de vannage, à l'extrémité aval de la conduite, au fur et à mesure de la manœuvre de l'organe d'obturation, ensuite la détermination du débit passant dans la conduite.

$$Q_{Li} = v_{Li} \cdot A = f(i) \quad (9.59)$$

La fonction du débit donnée par l'expression (9.59) peut être facilement représentée sous forme d'une courbe servant de base pour le procédé de calcul.

Cette courbe doit engendrer une autre courbe donnant le débit Q_k qui est fonction du degré de manœuvre, autrement dit des caractéristiques du robinet vanne considéré.

Sous l'influence de la charge $(H_0 + h_{Ln})$, le débit Q_k passant à travers le robinet -vanne est donné par la relation (9.60).

$$Q_k = \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 + \zeta_k}} A_k \cdot \sqrt{2g(H_0 + h_{Ln})} \quad (9.60)$$

ε , désigne le coefficient de contraction au niveau du robinet vanne.

ou bien :

$$Q_k = C_k \cdot A_k \cdot \sqrt{2g(H_0 + h_{Ln})} \quad (9.61)$$

avec :

$$C_k = \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 + \zeta_k}} \quad (9.62)$$

A partir des relations (9.59) et (9.61), on peut trouver graphiquement le lien entre le débit Q_k et la position de l'organe de fermeture a_k/a_0 du robinet -vanne. Ce lien n'est autre qu'une troisième courbe, en valeurs réduites $a_k/a_0=f(t)$, représentant la fonction recherchée par rapport au temps, qui donne la caractéristique du dispositif à chercher ou à fabriquer pour répondre à la question du coup de bélier imposé à une conduite enterrée.

9.4.2. Exemple de calcul :

Afin d'illustrer le procédé général de détermination de la loi de manœuvre, on présente un exemple simple de calcul pour une installation de caractéristiques données, portant sur le cas des conduites en acier et en P.V.C..

En appliquant les résultats trouvés au chapitre III, un raisonnement comparatif sera développé à travers des courbes, pour mettre en évidence l'effet du remblai du sol pour le cas des conduites enterrées, par rapport au cas des conduites libres.

a. Caractéristiques du robinet - vanne utilisé :

Il a été pris comme exemple un type de robinet vanne de sectionnement couramment utilisé en pratique. Les caractéristiques du dispositif [15], servant de base pour la détermination de la loi de manœuvre, portent sur :

- le degré de sa fermeture : a_k / a_0
- le rapport de la section de passage A_k sur la section totale A_0 : A_k / A_0

- le coefficient de résistance ζ_k
- le coefficient de vitesse ϕ_k .
- le paramètre C_k donné par la relation (9.62), qui est déterminé avec une valeur de (ε) prise égale à 0,8, comme exemple .

a_k/ a_0	1,00	7/8	6/8	5/8	4/8	3/8	2/8	1/8
A_k/ A_0	1,00	0,948	0,856	0,740	0,609	0,466	0,315	0,159
ζ_k	0,00	0,07	0,260	0,810	0,06	5,52	17,0	97,8
ϕ_k	1,00	0,966	0,891	0,743	0,572	0,32	0,235	0,101
C_k	1,00	0,773	0,713	0,594	0,457	0,314	0,189	0,081

Tableau . 9.1 : caractéristiques du robinet – vanne utilisé .

b. Caractéristiques des conduites utilisées :

Pour plus de logique, on considère les caractéristiques des conduites en acier et en P.V.C. citées dans le sous- chapitre 9.3.1.

c. Détermination des vitesses v_{Li} en phase de fermeture :

A partir de l'expression (9.1), et en imposant que $h_{Li} = h_{Ln} =$ constante, on trouve :

$$\frac{k}{2c} \left[\sum_{i=0}^{n-1} v_{0i}^2 + \sum_{i=0}^{n-1} v_{Li}^2 + \frac{v_{L0}^2}{2} + \frac{v_{Ln}^2}{2} \right] + v_{Li} + v_{00} + \frac{2g}{c}(i - 0,5)h_{Li} = 0 \quad (9.63)$$

L'expression (9.63) est une équation du second degré par rapport à v_{Li} dont on peut facilement trouver la racine, dans l'hypothèse simplificatrice donnée par l'expression (9.43). On obtient ainsi :

$$\frac{k}{2c} \left[\frac{v_0^2}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 + \frac{v_0^2}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 + \frac{v_{L0}^2}{2} + \frac{v_{Ln}^2}{2} \right] + v_{Li} - v_0 + \frac{2g}{c}(i - 0,5)h_{Ln} = 0 \quad (9.64)$$

ou bien :

$$\frac{k}{2c} v_0^2 \left[\frac{2}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} (n-1)^2 + 0,5 \right] + \frac{k}{2c} \frac{v_{Li}^2}{2} + v_{Li} - v_0 + \frac{2g}{c}(i - 0,5)h_{Li} = 0 \quad (9.65)$$

soit :

$$\frac{k}{2c} \alpha_i v_0^2 + \frac{k}{4c} v_{Li}^2 + v_{Li} - v_0 + \frac{2g}{c}(i - 0,5)h_{Li} = 0 \quad (9.66)$$

avec :
$$\alpha_i = \frac{2}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 + 0,5 \quad (9.67)$$

Les valeurs de α_i sont déterminées en donnant les valeurs à i et n (tableau 9.2).

n \ i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,5	1,00	1,39	1,63	1,78	1,89	1,97	2,03	2,08	2,12
2	-	-	1,61	2,13	2,50	2,78	2,99	3,16	3,29	3,40
3	-	-	-	2,25	2,82	3,28	3,64	3,94	4,17	4,38
4	-	-	-	-	2,90	3,50	4,01	5,19	4,79	5,10
5	-	-	-	-	-	3,56	4,17	5,41	5,19	5,60
6	-	-	-	-	-	-	4,21	5,51	5,41	5,92
7	-	-	-	-	-	-	-	5,54	5,51	6,10
8	-	-	-	-	-	-	-	-	5,54	6,18
9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6,20
10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tableau 9.2 : Variation du coefficient $\alpha_i = f(n,i)$

d. Première application : conduite en acier .

- Conduite en acier libre :

Pour un nombre de pas de temps de fermeture (n) fixé à 5, l'expression (9.52), permet de donner une valeur du coup de bélier $h_{Ln} = 16,097m$.

Durant la phase de fermeture, il en résulte un décroissement de la vitesse v_{Li} d'après les expressions (9.59) et (9.63) , (tableau 9.3) .

i	0	1	2	3	4	4,5	4,9	5
$v_{Li}(m/s)$	2	1,434	1,0016	0,637	0,313	0,153	0,031	0,0000
$Q_{Li}(m^3/s)$	0,0157	0,0113	0,0078	0,0050	0,0022	0,0012	0,0002	0,000000

Tableau . 9.3 : variation de la vitesse en phase de fermeture .

Sous l'influence de la charge ($H_0 + h_{Ln}$), le débit Q_k variable en fonction du degré de fermeture du robinet- vanne est donné par l'expression (9.61). (Tableau :9.4).

a_k/a_0	1,00	7/8	6/8	5/8	4/8	3/8	2/8	1/8	0/8
Q_k (m^3/s)	0,2827	0,2072	0,1725	0,1243	0,0787	0,0414	0,0166	0,0036	0,000

Tableau 9.4 : variation du débit Q_k en fonction du degré de fermeture a_k/a_0 .

- Conduite en acier enterrée :

A partir du même raisonnement que pour le cas de la conduite libre, on procède à la détermination des vitesses v_{Li} , en phase de fermeture sous la valeur constante du coup de bélier $h_{Ln}=17,275$ m . (tableau :9.5)

i	0	1	2	3	4	4.5	4.9	5
v_{Li} (m/s)	2	1,4511	1,0186	0,6517	0,322	0,1602	0,0360	0,000
Q_{Li} (m^3/s)	0,0157	0,0114	0,0080	0,0051	0,0025	0,0013	0,0003	0,0000

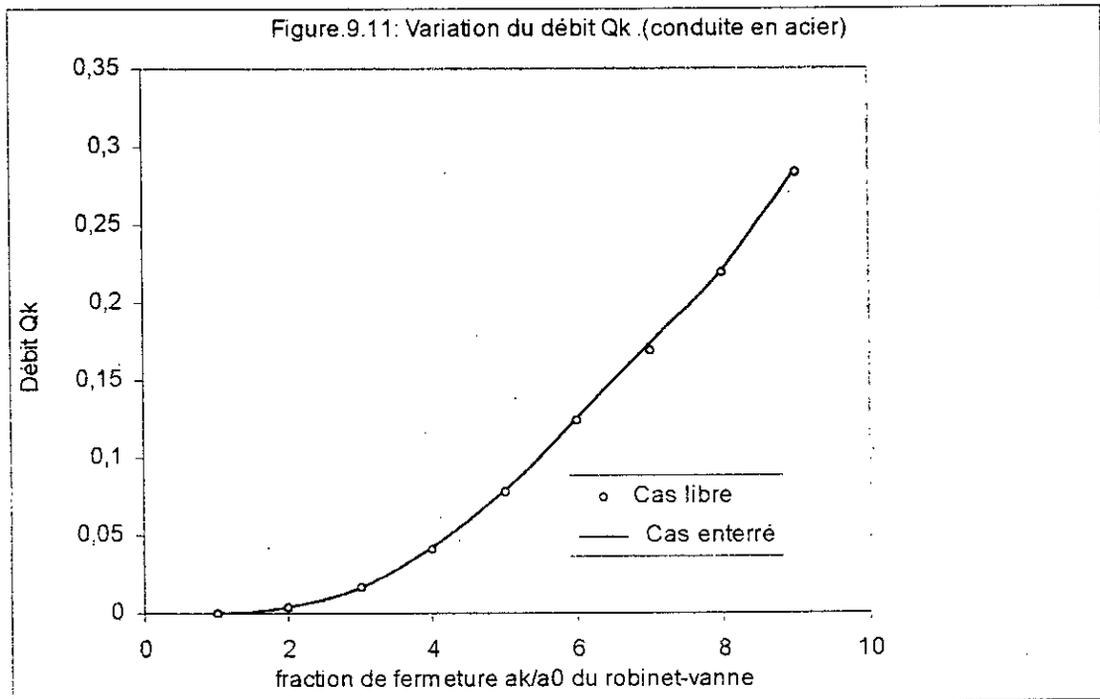
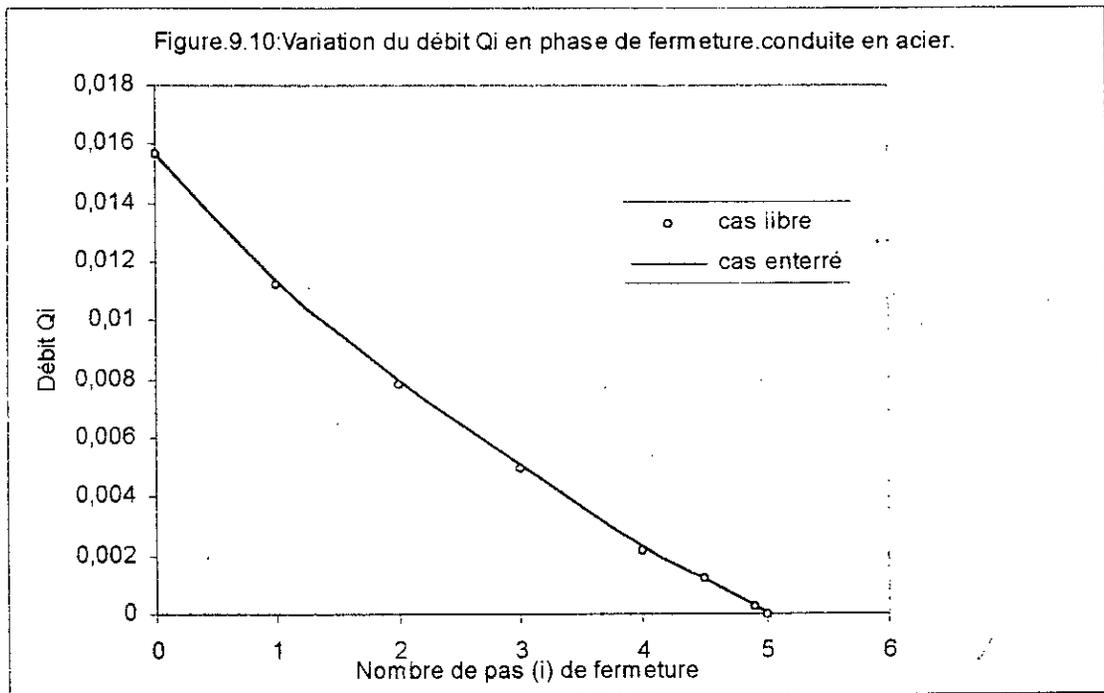
Tabl .9.5 : variation de la vitesse en phase de fermeture

D'une manière analogue que pour le premier cas de conduite libre, on détermine le débit Q_k variable en fonction de degré de fermeture a_k/a_0 du robinet – vanne, sous l'influence de la charge ($H_0 + h_{Ln}$), en cas enterré, le débit Q_k est donné par l'expression (9.61). (Tableau :9.6)

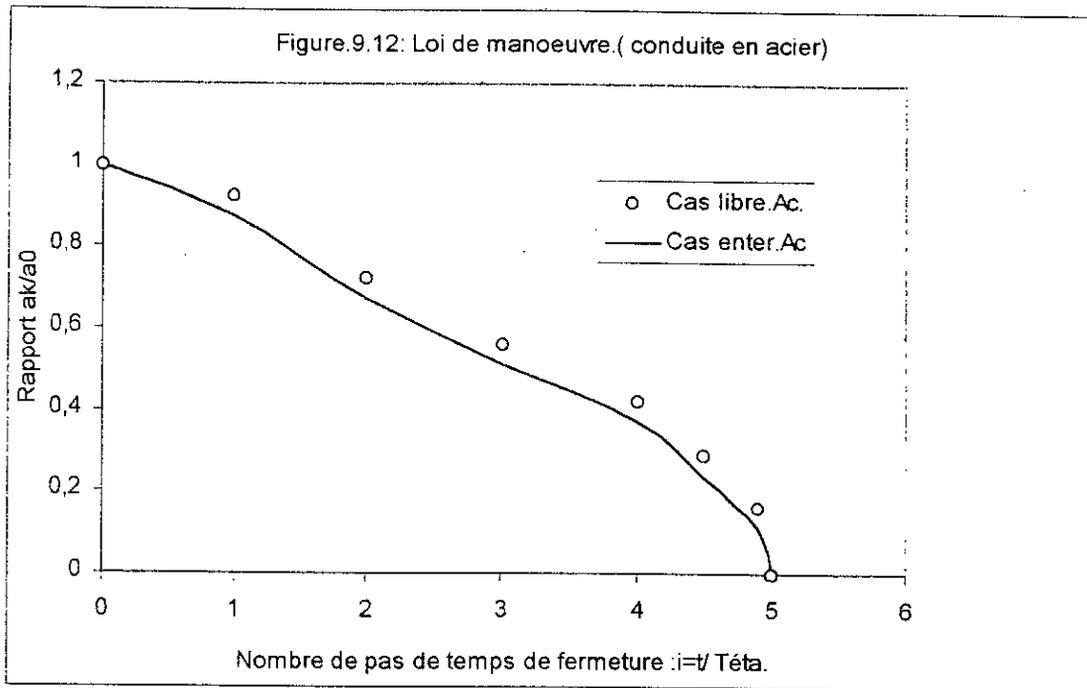
a_k/a_0	1	7/8	6/8	5/8	4/8	3/8	2/8	1/8	0/8
Q_k (m^3/s)	0,2852	0,2089	0,1741	0,1254	0,0794	0,0417	0,0169	0,00367	0,000

Tableau 9.6 : variation de débit Q_k en fonction du degré de fermeture : a_k/a_0

Afin de faciliter l'obtention de la loi de manœuvre, les tableaux (9.3 ; 9.4 ;9.5 et 9.6) sont traduits graphiquement (fig. 9.10, 9.11)



A partir des courbes (figures :9.10,et 9.11), on déduit graphiquement la loi de manœuvre $a_k/a_0=f(i)$, en fonction du nombre (i) de pas de fermeture du robinet - vanne , (figure : 9.12). A titre comparatif la procédure est faite respectivement pour le cas de conduites libres et enterrées.



D'après les données de notre exemple, une augmentation de 5,4% de la célérité de propagation d'onde engendre une différence de coup de bélier d'environ $\Delta h_{Ln}=1,2m$. Cette faible valeur montre bien qu'il s'agit des conduites rigides (1000 m/s et 1054m/s), où l'effet du sol est faible, dans ce cas. En conséquence on remarque une faible divergence des valeurs de Q_{Li} (tabl. 9.3 et 9.5). Cependant la différence se fait sentir quant aux valeurs de Q_k (tabl. 9.4 et 9.6), qui sont fonction des paramètres h_{Ln} et n (expressions 9.61 et 9.52). C'est évident puisque lorsque (n) est grand (notre cas), la valeur h_{Ln} est faible. C'est justement cette différence qui influence primordialement la loi de manoeuvre.(Fig.9.12).

e. Deuxième application : conduite en P.V.C.

- Conduite en P.V.C. libre :

D'une façon analogue que pour le cas d'une conduite en acier, on fixe un nombre de pas de temps de fermeture (n) égal à 5. Pour cet exemple, l'application de l'expression (9.52) donne une valeur du coup de bélier de $h_{Ln} = 9,25 m$.

Durant la phase de fermeture , il en résulte un décroissement de la vitesse v_{Li} d'après l'expression (9.57), on obtient :

i	0	1	2	3	4	4,5	4,9	5
v_{Li} (m/s)	2	1,3015	0,8704	0,5368	0,2627	0,1294	0,0319	0,000
Q_{Li} m ³ /s	0,0157	0,0102	0,0068	0,0042	0,0021	0,0010	0,0002	0,000

Tableau. 9.7 : Variation de la vitesse en phase de fermeture.

A travers le robinet – vanne, l'obturateur est positionné pour une certaine fraction d'ouverture variable a_k/a_0 . Le débit Q_k engendré sous l'influence de la charge ($H_0 + h_{Ln}$), et donné par l'expression (9.61), est présenté dans le tableau 9.8

$\frac{a_k}{a_0}$	1	7/8	6/8	5/8	4/8	3/8	2/8	1/8	0/8
Q_k (m ³ /s)	0,2676	0,1961	0,1633	0,1176	0,0745	0,0392	0,0159	0,0034	0,000

Tableau .9.8 : Variation du début Q_k en fonction du degré de fermeture a_k/a_0

- Conduite en P.V.C . enterrée :

Dans le cas où la conduite est enterrée , l'effet du sol est loin d'être négligé. Selon le chapitre III , il en résulte une augmentation de la célérité d'onde et par conséquent une modification des paramètres transitoires . On procède donc à la détermination des vitesses v_{Li} , en phase de fermeture, et sous l'effet d'une valeur de coup de bélier $h_{Ln} = 12,42$ m.

i	0	1	2	3	4	4,5	4,9	5
V_{Li} (m/s)	2	1,375	0,9435	0,5931	0,2925	0,1447	0,033	0,000
Q_{Li} m^3/s	0,0157	0,0108	0,0074	0,0047	0,0023	0,0011	0,0003	0,000

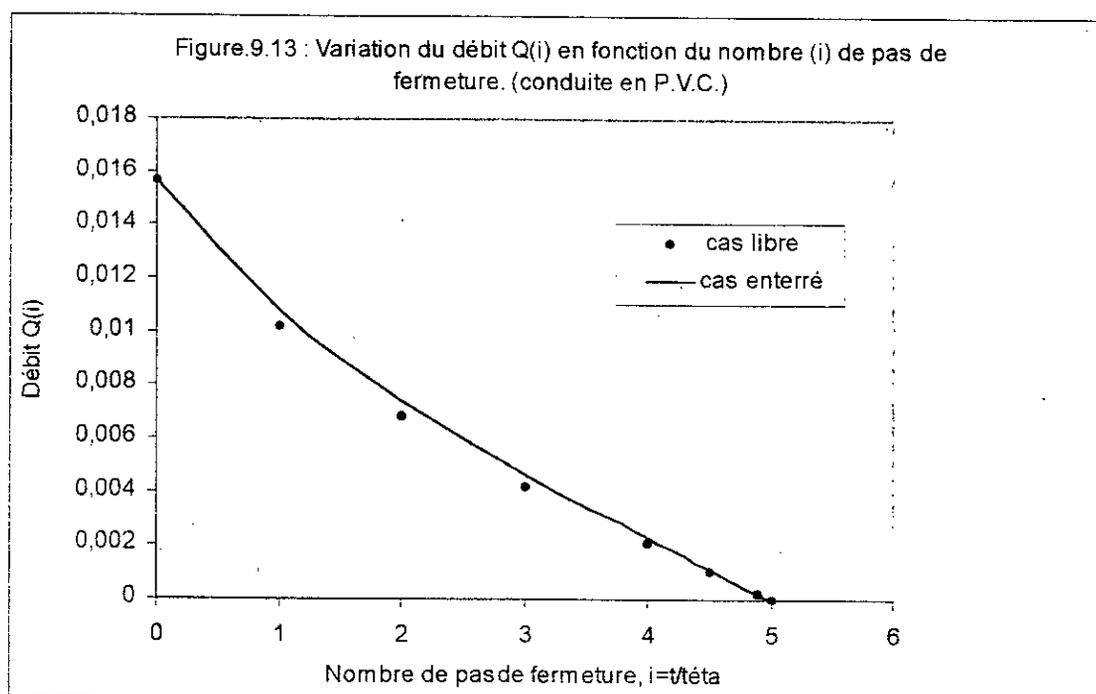
Tableau .9.9 : Variation de la vitesse en phase de fermeture .

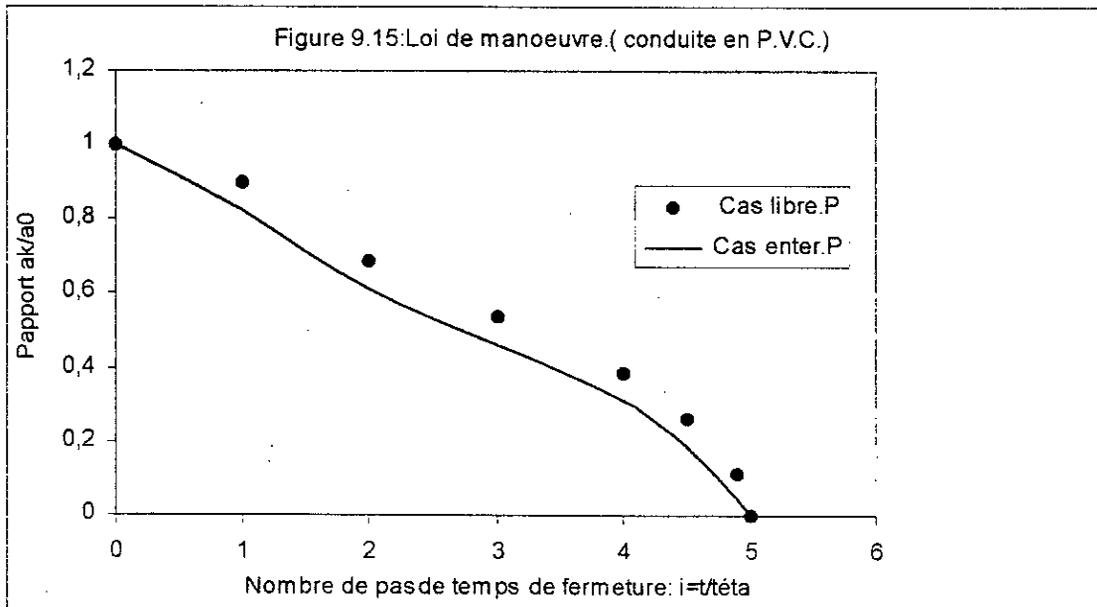
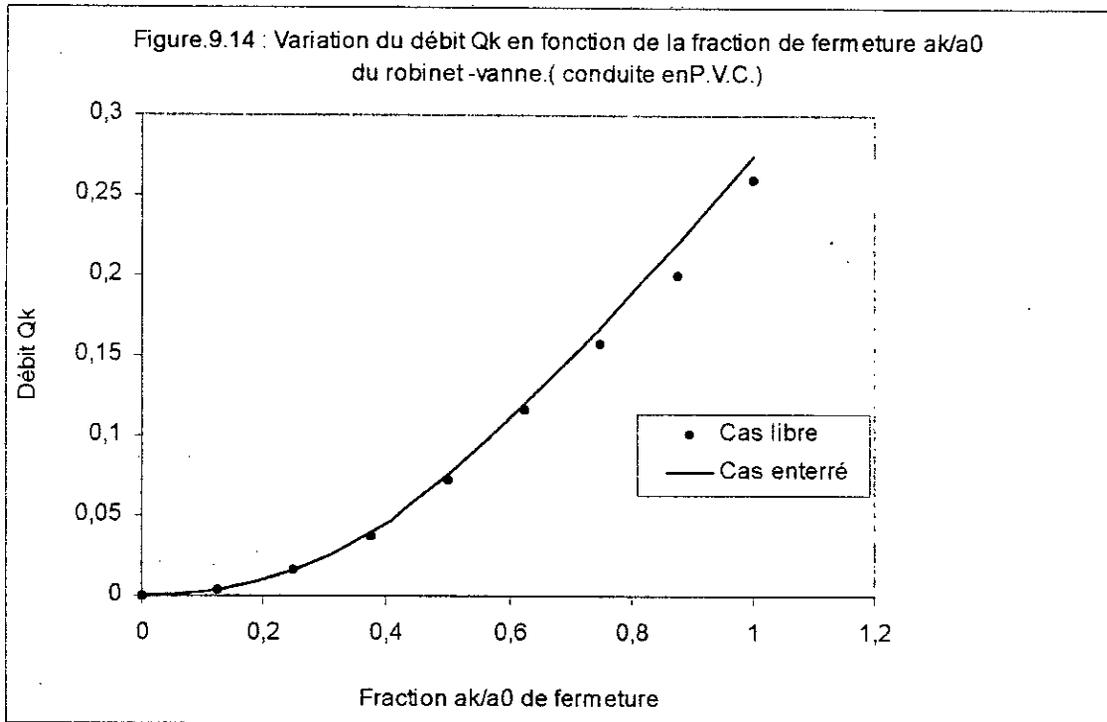
A chaque fraction de fermeture, correspond un débit Q_k à travers la section de passage caractérisée par le fraction a_k/a_0 . Ce débit s'écoulant sous la charge (H_0+h_{Ln}) , diminue au fur et à mesure de la fermeture . Le tableau (9.10) illustre cette variation du débit Q_k .

a_k/a_0	1	7/8	6/8	5/8	4/8	3/8	2/8	1/8	0/8
Q_k (m^3/s)	0,2746	0,2012	0,1676	0,1206	0,0764	0,0402	0,0163	0,0035	0,000

Tableau. 9.10 : variation du débit Q_k en fonction du degré de fermeture : a_k/a_0 .

La combinaison graphique des courbes données par les figures 9.13 et 9.14 obtenues respectivement par les tableaux (9.9) et (9.10), engendre une troisième courbe en fonction du temps de fermeture . Cette courbe caractérise la loi de manœuvre que doit posséder le robinet – vanne , et qui est représentée par la figure 9.15.

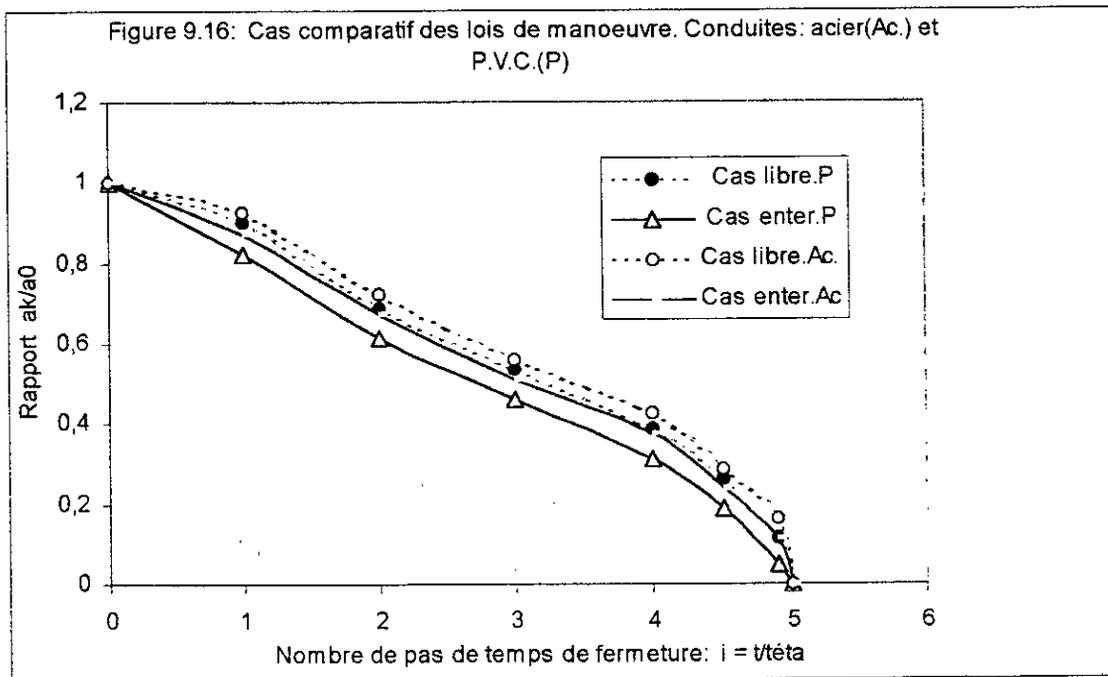




Dans cet exemple, et d'après les données choisies, il s'agit des conduites souples, moins rigides que les premières. Le passage d'une célérité de 700 m/s (cas libre) à une célérité de 840 m/s (cas enterré), soit 20% d'augmentation, a provoqué une différence de coup de bélier de $\Delta h_{LH} = 6,83\text{m}$. Dans ce cas, l'effet de la raideur du sol est plus significatif que par rapport au cas des conduites rigides. Ce résultat est obtenu pour un temps de fermeture $n=5$ et, un coefficient

de perte de charge $k=100$. Cet écart de coup de bélier ainsi obtenu, montre clairement la différence entre les valeurs de Q_k , d'après les tableaux 9.8 et 9.10. C'est justement cette différence qui a donné une translation de la courbe de la loi de manœuvre du cas libre au cas enterré, (Fig. 9.15).

La figure 9.16 montre, à titre comparatif, que la loi de manœuvre est également plus sensible à la nature du matériau formant la canalisation, et au temps de manœuvre. On constate que la variation est plus remarquable pour la conduite en P.V.C. libre et enterrée. Néanmoins la loi de manœuvre pour la conduite en P.V.C. enterrée a tendance à s'approcher de celle de la conduite en acier, du fait de l'influence du sol qui tend à accroître la rigidité de la conduite une fois enterrée. Cette étude comparative montre bien que la loi de manœuvre dépend également de la nature du sol et son comportement pour une nature du matériau de conduite donnée, et un coup de bélier imposé.



9.5. CONCLUSION :

Dans ce chapitre, il a été étudié l'influence de l'augmentation de la célérité de l'onde de propagation sur la loi de manœuvre d'un robinet- vanne choisi de caractéristiques connues. Pour mettre en évidence l'effet du sol sur

l'augmentation de la célérité d'onde, les conduites sont supposées enterrées dans un sol de caractéristiques connues, agissant par sa raideur. Dans l'hypothèse d'une valeur imposée du coup de bélier, pour un temps de fermeture, il a été déduit une courbe montrant le positionnement de l'opercule du robinet –vanne.

Ce positionnement est en fonction du temps de fermeture, et de l'influence du sol. Cette courbe ainsi déduite caractérisant la loi de manœuvre recherchée, a été déterminée, pour le cas des conduites libres en acier et en P.V.C., et comparée à celle correspondant au cas des conduites de même matériau enterrées. A travers les courbes obtenues des lois de manœuvre pour chaque type de conduites considéré, il ressort que l'effet du sol, par le biais de la célérité d'onde (chapitre III), influe sur la valeur du coup de bélier, et par conséquent sur l'allure des lois de manoeuvre.

Pour un même temps de fermeture imposé, la loi de manœuvre dépend également du coup de bélier que l'on désire obtenir. Cette dernière ainsi déterminée, assure au gestionnaire des réseaux un coup de bélier sensiblement constant, minimisant ainsi la fatigue des conduites. Pour répondre à cet avantage, la courbe caractéristique ainsi obtenue, sera imposée au constructeur pour la mise au point du robinet – vanne qui répond aux caractéristiques de la conduite enterrée dans un sol de nature connue. Le dispositif de fermeture répondant à cette loi de manœuvre obtenue, permet d'éviter également les formes de coups de bélier croissants et décroissants, puisque l'hypothèse de départ impose le coup de bélier.

Ces formes peuvent provenir des manœuvres quelconques et non contrôlées. Ce procédé général ainsi présenté par cette étude est d'un intérêt très important pour les adductions d'eau, enterrés notamment à forte dénivelée . Il permet aux ingénieurs de conception et de gestion de dimensionner et de contrôler d'une façon adéquate les dispositifs anti-béliers, ainsi que les accessoires, en tenant compte de la valeur réelle du coup de bélier occasionné dans les réseaux enterrés.

NOMENCLATURE :

- $h_1 = h_{L,n}$: charge due au coup de bélier à la n^e phase de manœuvre [m]
- c_1 : célérité de propagation en conduite enterrée [m/s]
- W : paramètre hydrodynamique de l'installation .
- ξ_{r1} ou ξ : paramètre addimensionnel du coup de bélier imposé.
- a_k : hauteur de la section de passage à travers le robinet – vanne [m]
- a_o : hauteur totale de la section de pasage à travers le robinet vanne[m]
- H_o : charge statique au droit du robinet – vanne [m].
- v^0 : vitesse d'écoulement en régime permanent établi .[m/s]
- L : longueur de la conduite [m].
- θ : temps d'aller et retour de l'onde [sec].
- ζ_k : coefficient de résistance du robinet –vanne.
- λ : coefficient de frottement de perte de charge linéaire.
- C_k : coefficient de débit.
- n : nombre de pas de temps de manœuvre totale.

CONCLUSION GENERALE

Dans cette thèse, différentes étapes ont été présentées et traitées dans le domaine du régime transitoire en charge.

Les travaux de recherche ont débuté par des aperçus bibliographiques approfondis, portant sur les différents travaux antérieurs faits sur le régime transitoire, et les méthodes de solution. Après avoir présenté clairement le domaine détaillé portant sur la célérité de propagation de l'onde de coup de bélier, une étude de recherche plus poussée dans ce cas a été entamée à travers laquelle il a été mis au point une relation originale, donnant la célérité de propagation d'onde dans les conduites en charge enterrées. Cette relation d'une validité générale, applicable pour le cas des conduites simples et multi-épaisseurs enterrées, permet de donner la vraie valeur de la célérité d'onde, et par conséquent le coup de bélier reflétant ainsi le cas réel en pratique. Pour cette étude, deux hypothèses ont été considérées : Le sol agissant par sa raideur, et l'effet de la charge en fonction de l'épaisseur du remblai. Les résultats obtenus théoriquement et confirmés par des constatations expérimentales, ont montré que dans les deux cas, l'effet du sol provoque une rigidité de la conduite, et par conséquent une augmentation de la célérité de propagation de l'onde due au régime transitoire. Cependant, dans le cas de l'effet du remblai, l'augmentation est plus sensible. L'influence du sol sur la conduite est donc non négligeable, une fois le régime transitoire est engendré. Cette étude est d'un intérêt important pour un dimensionnement adéquat des moyens anti-béliers, vu les problèmes rencontrés en pratique. La contribution à l'étude sur le cheminement des ondes aux points de singularité (nœuds de ramification), a été menée dans un sens plus large. Elle permet de connaître la transmission et la réflexion des ondes dans un réseau enterré, qui peuvent être dans certains cas dangereuses : C'est le cas d'un changement de caractéristiques d'un sol qui favorise l'augmentation de la célérité de propagation de l'onde. Cette étude est complétée par un exemple

numérique portant sur le cas simple d'un réseau ramifié en refoulement, de rang "2", où la méthode des caractéristiques a été appliquée aux limites. L'exemple a été illustré par une représentation graphique de la charge nodale, et celle à la sortie de la pompe en fonction du temps d'aller et retour de l'onde de coup de bélier. A titre comparatif, il a été envisagé le cas d'un réseau symétrique libre et enterré pour deux natures de matériaux formant la canalisation. L'idée de l'étude des pertes d'énergie a été examinée avec différentes formes de variation de la vitesse le long de la conduite. Car le régime transitoire a été toujours étudié dans l'hypothèse de la perte d'énergie valable en régime permanent. C'est ce qui semble contradictoire. Il a été déduit un rapport entre la perte de charge considérée et le coup de bélier engendré. L'interpolation temporelle et spatiale de la méthode des caractéristiques, et le calcul d'erreurs occasionnées durant son utilisation à l'heure actuelle, ont été examinés et abordés par une méthode graphique. Pour ce cas, une méthode d'analyse a été proposée à travers laquelle, l'amortissement et la dispersion numériques de la méthode des caractéristiques ont été étudiés et présentés également sous forme de courbes. A la lumière des chapitres III et IV, la loi de manœuvre d'un robinet - vanne a été étudiée pour le cas d'un coup de bélier imposé dans les conduites enterrées, en acier et en P.V.C.. Pour montrer l'effet du sol sur la loi de manœuvre, un raisonnement comparatif avec le cas des conduites libres (non enterrées) a été présenté graphiquement. Cette étude permet à l'ingénieur de conception de choisir le robinet-vanne à raccorder au réseau enterré, et par conséquent la loi de manœuvre en rapport avec le sol traversé par le réseau.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] - L.F. MENABREA, « Note sur les effets de choc de l'eau dans les conduites », C.R Acad. Sc. Paris ,Vol. 47, pp. 221-224, 1858.
- [2]- N. JOUKOWSKY, « Water hammer », Proceedings American Water Works Association, p. 341, 1900.
- [3]- ALLIEVI LORENZO, « General Theory of Perturbed of Water in Conduits », Milan, 1903.
- [4] - ALLIEVI L., « Théorie du coup de bélier », (traduit de l'italien), Dunod ,Paris, 1921.
- [5] -QUICK R.S., « Comparisons and Limitations of various Waterhammer Theories », Trans. ASME, vol. 49, May 1927.
- [6] - ANGUS R.W., « Simple Graphical Solution of Pressure rise in Pipes and Pumps Discharge Lines », The Journal of the Engineering Institute of Canada, Feb 1935.
- [7] -ANGUS R.W., « Water hammer in Pipes, Including those Supplied by Centrifugal Pumps : Graphical Treatment », Bulletin 152, university of Toronto Press., 1938.
- [8] - S.ch . BERGERON , « Du coup de bélier en hydraulique ou coup de foudre en électricité », Edition Dunod, pp.67-100, Paris, 1950.
- [9] - J.PARMAKIAN, « Waterhammer Analysis », Dover Publications,pp.19-24, New-York, 1963.
- [10] -STREETER V.L. et, WYLIE E.B., « Fluid transients », Mc GRAW – HILL, pp.13-25, New-Work, 1978.
- [11] -E.B. WYLIE, V.L. STEETER, et LISHENG SUO, « Fluid transients in Systems », Prentice-Hall, Englewood Cliffs, pp.3-80, New Jersey, 1993.
- [12]- A.CARON, « Un diagnostic de coup de bélier établi par un modèle numérique », revue la Houille Blanche n° 1/2 - 1986.

- [13]-M.CARLIER, « Manuel d'Hydraulique générale appliquée », Edition Eyrolles, pp.292-317, Paris, 1972.
- [14]-L. ESCANDE , « Coup de bélier dû à la fermeture instantanée dans une conduite à caractéristiques multiples », Mémoires et travaux de la S.H.F, n°1, Paris , 1958.
- [15]-DAVID STEPHENSON, « Pipeflow analysis », *Developments in water science*, pp.115-135, 19 , 1984.
- [16]- R.COMOLET, « Mécanique expérimentale des fluides », tome1, pp.200-234, éd. Masson, 1969.
- [17]- E.HADJ-TAYEB, « Elaboration d'algorithme de calcul des écoulements transitoires en conduites dans les mélanges de liquide et de gaz », thèse de docteur ingénieur INP de Toulouse , 1977.
- [18] - M.H. CHAUDHRY, M.Y. HUSSAINI, « Second – order accurate explicit finite – difference schemes for waterhammer analysis », *Journal of fluids engineering*, Vol. 107/523, Décembre 1985.
- [19]-CHAUDHRY M.H., WALTER S., ELANSARY A.S., « Numérical and expérimental In vestigation of transient pipe Flow » , *Journal of hydraulic Research*, Vol 32, n° 5, 1994.
- [20]- MAC CORMACK R., « Numerical Solution of yhe interaction of a schock wave with a laminar Boundary layer », *Lecture Notes in physics*, M. Holt (ed.), Vol.8, Sringler – Verlag, pp. 151-163, New York, 1971.
- [21]- GABUTTI B., « On two upwind finite – difference schemes for hyperbolic equations, in non conservation form », *Computer and fluids*, vol 11, n°3, pp. 207-230, 1983.
- [22]-P. BEAUCHEMIN, « Calcul des coups de bélier : méthodes modernes et approximations rapides à partir d'hypothèses physiquement réalistes », *Sciences et techniques de l'eau*, vol. 26, n° 3, Aout 1992.

- [23]-D.U. VON ROSENBERG, D.L. BEAUCHAMPS, J.WATTS, « An efficient numerical solution of non linear hyperbolic equation with split boundary conditions », Chem. Eng. Sci ,Vol.23 , pp. 345 – 351, 1968
- [24]-NGUEN TRIEU DONG, « Sur une méthode numérique de calcul des écoulements non permanents soit à surface libre, soit en charge, soit partiellement à surface libre et partiellement en charge », revue la Houille Blanche n°2, 1990.
- [25]-PREISMANN A., « Propagation des intumescences dans les canaux et rivières. », First congress of the french association for computation, Grenoble (France), 1961.
- [26]-J. WATTS et D.U. VON ROSENBERG , «A numerical solution of a transient schock wave problem », Chemical engineerings science, Vol 24, pp. 40 – 46, 1969
- [27]- J. P. HUFFEUS AND D. KHALETZKY, « A finite element method to solve the Navier – stockes equations using the method of characteristics », International journal for numerical methods in fluid, vol.4, pp.247-269 , 1984.
- [28] -YOUNG THOMAS , « Propagation of Impulse Trough an Elastic », Trans. Royal Society of London, vol. 98, pp. 164 – 186, 1808.
- [29] -KORTEWEG D.J. , « Uber die fortpflanzungsgeschwindigkeit des shalles in elastisches rohren », Annalen der physik und chemie, Folge 9, Band 5, pp. 525-542, 1878.
- [30] -Ch. JAEGER, « Hydraulique Technique (traduit de l'Allemand) », Dunod, Paris, 1954.
- [31]- Ch. JAEGER, « A Review of surge –Tank Stability Theorie Critéria »,J. basic Eng. ASME, pp. 765-783, Dec. 1960 .
- [32] -A.R. HALLIWELL, « Velocity of Water hammer wave in an elastic pipe », journal of hydraulic division, ASCE, Vol.89, n°HY4,pp.1-21, July 1963.

- [33] -FANELLI , M. et REALI, M., « A theoretical determination of the celerity of water hammer waves in a two phase, fluide mixture », *L'énergia electrica* n°4, pp. 186-194, 1975.
- [34]- C. RIBREAU, « Ecoulements et propagation des ondes dans les conduites collabables », Thèse de 3^{ème} cycle, Université de Paris VI, 1978.
- [35] - KHAMLICH ABDELATIF, « Ondes élasto- plastiques de coups de bélier dans les tuyauteries », Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 1992.
- [36]- E. HADJ – TAYEB , O. DAMAK , T. LILI , « Influence de la déformabilité des parois de la conduite sur les écoulements transitoires diphasiques », pp. 54-63, revue *Entropie* n°209, 1998.
- [37]-B. BAHRAR, , E. RIEUTORD , R. MOREL ,et G. ZEGGWAGH, « Modélisation du phénomène du coup de bélier avec prise en compte du comportement réel de la conduite », pp.18-32, revue *la Houille Blanche* n°1,1998.
- [38] -F. MASSOUH, «Célérité des ondes de coup de bélier dans les conduites avec prise en compte des contraintes longitudinales », *Revista Pesquisa e tecnologia FEI, Sao paulo – Brasil*, Décembre 1983.
- [39] -F. MASSOUH, « ondes de pression dans les conduites élastiques et visco élastiques. Comportement des sections circulaires et elliptiques », Thèse d'état de l'Université, Paris VI, 1984.
- [40]-DJEMILI ABDELOUAHEB, « Influence de l'ancrage de la conduite, à parois élastiques ou viscoélastiques, sur les écoulements en régime transitoire », Thèse de docteur Ingénieur, INSA de Lyon, 1988.
- [41] -M. MEUNIER , « Les coups de bélier et la protection des réseaux d'eau sous pression », *ENGREF*, pp.67-103, Paris, Décembre 1980.
- [42]-PISSARENKO, G. YAKOVLEVA , MATEEV V., « Aide mémoire de résistance des matériaux », Edition Mir, pp.514-540, Moscou, 1975.
- [43]- J. A. TALOBRE. , « La mécanique des roches et ses applications », pp. 358-425, édition Dunod, Paris, 1967.

- [44]- A. BOUVARD LECOANET, G. COLEMBET, F. ESTEUILLE, «Ouvrages souterrains, conception, réalisation, entretien », pp.94-155, Presse de l'école nationale des ponts et chaussées, Paris, 1988.
- [45]-A. VOELLMY, « Dr.ing, Bruchsicherheit eingebetter Rohre. Schweiz verband für die matériel Prüfungen der Technilull », Bericht N° II, Zürich, Juli 1937.
- [46] -DOUBT, « Analysis for the evaluation of the settlement ratio for rigid positive projecting conduits », Highway research record, n 144, 1966.
- [47]-N.H. CHRISTENSEN et CURAL, « Rigide pipes in symmetrical and unsymmetrical trenches », Bull n° 24, Geoteknisk institut, Copenhagen, 1967.
- [48]- W.J. SCHLICK , « the supporting strength of drain tile and sewer pipe under different pipe laying conditions », Bull. n° 57, Engeneering Expriment Station, AMES, IOWA, 1968.
- [49] -ANSON MARSTON, « the theory of the external boads on closed conduits in the light of the latest expriments », Bull. n 96, Engineering Expriment station, AMES, IOWA, 1969.
- [50]- G. DEGOUTTE, G. MATHIEU, « Etude expérimentale des efforts exercés par les remblais sur des conduites enterrées dans des tranchés à bords parallèles », Colloque sur l'interaction sol/ structure, E.N.P.C., Paris, 5-7 Mai 1987.
- [51]-C.R.E.A.T.E., « Etude du comportement mécanique des tuyaux enterrés pour une meilleure maintenance des réseaux d'assainissement », pp.33-92, Colombes, Juin 1987.
- [52]-G. SANGLERAT, G. OLIVARI, B. CAMBOU, « Problèmes pratiques de mécanique des sols et fondations », pp.40-95, édition Dunod, Paris, 1980.
- [53]-C.E.M. MAFFEI, C.S. QUEIROZ, « Interaction sol- structure, pour simuler le comportement d'une canalisation flexible enterrée dans un sol expansif », Colloque 5-7, Brasil, Mai 1987.

- [54]-E. ROCHE, « Principes généraux de calcul du coup de bélier, et de la protection anti – bélier », I.C.GREF, Paris, 1986.
- [55]-MUKHTAR HUSSAIN KHAN, « chambres d'équilibre, méthodes de calcul détaillées à l'aide d'une calculatrice digitale », pp.65-82, Université de Lausanne, 1966.
- [56]-SCHLAG A., « La transmission du coup de bélier au travers d'une bifurcation », le Génie civil n°4, Avril 1968.
- [57]-B.SALAH, A.KETTAB, « Pertes de charge en régime transitoire », 1^{er} colloque Maghrébin sur l'hydraulique, Sidi-Fredj (Algérie), 16 et 17 Mai 1995.
- [58]- B.SALAH, A.KETTAB, « Coups de bélier dans un réseau ramifié de rang 2, en refoulement, méthode des caractéristiques » , 2^{ème} séminaire national sur l'hydraulique, Biskra (Algérie), 26 et 27 Novembre 1996.
- [59]-G.COMBES , J.ZAOUI, « Analyse des erreurs introduites par l'utilisation pratique de la méthode des caractéristiques dans le calcul du coup de bélier », pp.195-202, revue la Houille Blanche n°2, 1967.
- [60] -HARTREE D.R ., « Somme Pratical Methods of using characteristics in the Calculation of Non- Steacly Compressible Flow », Los Alamos Rep, LA- HU-I., 1952.
- [61]- E. DAVID GOLDBERG and E. B. WYLIE, « Characteristics Method Using, Time-Line Interpolations », Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 109, n° 5, May 1983.
- [62]-VARDY, A.E., « On the Use of the Method of Characteristics for the Solution of Unsteady Flows in Networks », Proceedings, Second International Conférence on Pressure Surges, Sept 22-24, 1976, British hydromechanics Research association , fluid engineering, Cranfield, England, pp. H2 and 15-30, 1977.

- [63]-CHINTU LAI, « Comprehensive Method of characteristics models for flows Simulation », Journal of hydraulic Engineering, vol.114, n°9, Septembre 1988.
- [64]-G. EVANGELLISTI, M. BOARI, P.GUERRINI, R.ROSSI, « Some applications of waterhammer analysis by the method of characteristics », l'energia elettrica n°1, 1973.
- [65] - JINN – CHUANG YANG, and EUAN- LUNG HSU, « on the use of the reach – back characteristics, method for calculation of dispersion », International Journal for Numerical methods in fluids, vol.12, pp.225-235, 1991.
- [66]-GOURI DHATT, GILBERT TOUZOT, « Une présentation de la méthode des éléments finis », pp.12-40, Collection Université de Compiègne, 1981.
- [67] -M. VYGODSKI, « Aide-mémoire de Mathématiques supérieures », pp.721-748, édition Mir, Moscou, 1975.
- [68] -I.ZELDOVITCH, A. MYCHKIS, « Eléments de mathématiques appliquées, pp.90-105, éditions Mir – Moscou, 1974.
- [69] -B. SALAH, A. KETTAB, « Procédé général de détermination d'une loi de manœuvre parfaite en coups de bélier (conduite non enterrée) », 2^{ème} colloque Maghrébin sur l'hydraulique, Zéralda (Algérie), 20 et 21 Mai 1997.
- [70]-B.SALAH, A.KETTAB, F.MASSOUH, « Loi de manœuvre d'un robinet-vanne , cas des conduites en P.V.C. enterrées », journée mondiale de l'eau, Ecole Nationale Polytechnique , Alger, 22 Mars 2001.
- [71]-B.SALAH, A.KETTAB, F. MASSOUH, « Loi de manœuvre d'un robinet-vanne , cas des conduites en P.V.C. enterrées », Colloque scientifique et technique, HYDROTOP, 6^e édition, Marseille (France), 24-25-26 Avril 2001.
- [72] - B.SALAH, A.KETTAB, F.MASSOUH, « Approche sur la détermination de la Célérité de l'onde de coups de bélier dans les réseaux enterrés (cas

- simple) » 3^{ème} Séminaire national sur l'hydraulique, Biskra (Algérie), 26, 27 et 28 Octobre 1998.
- [73]-B.SALAH, A.KETTAB, F.MASSOUH, « Propagation of a water hammer wave in buried pipes with a single or multi layers wall », 4th EUROMECH, Solid Mechanics Conférences, Metz (France), June 26-30, 2000.
- [74]-B.SALAH, A.KETTAB, F.MASSOUH, B. MBANGANGOYE, « Célérité de l'onde de coups de bélier dans les réseaux sous-pression enterrés (conduites simples) », colloque méditerranéen eau-environnement (C.M.E.E.), Alger, 2 et 3 Octobre 2000.
- [75]-B.SALAH, A.KETTAB, F.MASSOUH, B.MBANGANGOYE, « Célérité de l'onde de coup de bélier dans les réseaux enterrés », revue internationale de l'eau la Houille Blanche, pp.13-17, n° 3/4, 2001.
- [76]-B. SALAH , « Contribution à l'étude du régime transitoire dans une conduite en charge à écoulement gravitaire », Thèse de Magister, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 1986.
- [77]- B. SALAH, S.BEDNARCZYK, « Régime transitoire dans une conduite en charge », Revue scientifique n°3, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 1986.
- [78]- B.SALAH, F.MASSOUH, A.KETTAB, « Comparative study of the celerity of propagation of pressure wave in underground pipes. The effect of the embankment thickness », 9TH National congress theoretical and applied mechanics, 19-22 Septembre 2001, Varna, Bulgarie.