

8/02



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DES ETUDES SUPERIEURS ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER

DEPARTEMENT GENIE ELECTRIQUE  
SPECIALITE AUTOMATIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME  
D'INGENIEUR D'ETAT EN AUTOMATIQUE

**Thème :**

**COMMANDE NEURO-FLOUE  
APPLIQUEE A UNE COLONNE  
D'ABSORPTION**

**PROPOSE ET DIRIGE PAR :**  
R.ILOUL  
A.SLATNIA

**REALISE PAR :**  
S.ABERKANE  
D.BABA AMMI

PROMOTION 2002



*Je dédie ce travail ;*

*à Ma très chère mère : Malika ;*

*à Mon très cher père : Makhlouf ;*

*à Mes frères et sœurs : Azzedine, Yasmine,*

*Mekioussa, Leila, Karim ;*

*à Nabila et Abdellah ;*

*Samir*

*A Ma très chère maman ;*

*à Mon très cher père ;*

*à Ma sœur Bya ;*

*à tout Mes frères : Ismail ,Zohir,*

*Ahmed, Omar, Abderrahmane ;*

*à Arem et Salim,*

*à tout Mes amis,*

*à toute Ma famille;*

*Je dédie ce travail*

*Djaber*

## *Remerciements*

Cette thèse a été préparée au département de génie Electrique (option : Automatique), et au laboratoire de génie Chimique à l'Ecole Nationale Polytechnique.

Avant de commencer ce travail, nous voudrions remercier Mr. R.ILLOUL ; enseignant au département du génie Electrique pour l'aide qu'il nous a apporté afin de réaliser ce travail. Qu'il trouve ici notre profonde gratitude.

Ainsi que MR. A.SLATNIA , enseignant au département du génie chimie, que nous remercions pour l'intérêt qu'il a montré pour ce travail.

Nos sincères remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail.

# Table des matières



Remerciements.  
Introduction générale.

## Chapitre I : Modélisation de la colonne d'absorption

Introduction.....	01
I.1 La colonne d'absorption, son environnement, son fonctionnement.....	03
I.2 Principe.....	03
I.3 Bilan de matière en phase liquide.....	04
I.4 Expression de la densité de flux de matière vers la phase liquide.....	05
I.4.1 Cas d'une réaction du pseudo premier ordre.....	05
I.5 Equation du modèle.....	08
I.6 Conditions aux limites.....	11
I.7 Conclusion.....	12
Nomenclature.....	13

## Chapitre II : Simulation dynamique de la colonne d'absorption

Introduction.....	14
II.1 Discrétisation par différences finies.....	14
II.2 Méthode « Continuous time discret space ».....	15
II.2.1 Simulation du modèle numérique.....	15
a). Schéma d'approximation.....	15
II.2.2 Mise sous forme matricielle du système discrétisé.....	18
II.2.3 Détermination du point de fonctionnement.....	19
II.3 Résultats de simulation.....	20
II.4 Résultats et commentaires.....	23
Conclusion.....	24

## Chapitre III : La logique floue

III.1 Introduction.....	25
III.2 Notions de base sur la logique floue.....	25
III.2.1 Ensembles ordinaires.....	25
III.2.2 Ensembles flous.....	25
III.2.3 Variables linguistiques.....	26
Definition.....	26
III.2.4 Fonctions d'appartenance.....	26
III.2.5 Opérations sur les sous-ensembles flous.....	27
III.2.6 Relations de composition sur le produit de deux espaces de référence.....	27
III.2.7 Raisonnement flou.....	28
III.3 Commande par logique floue.....	28
III.3.1 Contrôleur flou.....	29
a). Fuzzification.....	29
b). Base de règles.....	29
c). Inférence.....	29
d). Défuzzification.....	29

III.4 Conception d'un contrôleur flou.....	30
III.5 Types de régulateurs flous.....	31
III.5.1 Régulateur de type Mandanni.....	31
III.5.1 Régulateur de type Sugeno.....	31
III.6 Conclusion.....	32

*Chapitre IV : La commande Neuro-floue*

IV.1 Introduction.....	33
IV.2 Réseaux de neurones.....	33
IV.2.1 Le modèle biologique.....	33
IV.2.1.1 Anatomie du neurone.....	33
IV.2.1.2 Organisation en réseaux.....	34
IV.2.1.3 Plasticité synaptique.....	34
IV.2.2 Neurone formel.....	35
IV.2.3 Eléments constitutifs d'un réseau de neurone.....	37
IV.2.4 Classification des réseaux de neurones.....	38
IV.2.5 Architecture des réseaux de neurones.....	38
IV.2.6 Apprentissage des réseaux de neurones.....	39
IV.2.6.1 Apprentissage supervisé.....	39
IV.2.6.2 Apprentissage non supervisé.....	40
IV.2.6.3 Les algorithmes d'apprentissage.....	40
a). Algorithme de rétropropagation.....	40
b). Algorithme de rétropropagation avec Momentum.....	41
IV.3 Contrôleur Neuro-flou.....	42
IV.4 Apprentissage du contrôleur Neuro-flou.....	44
IV.5 Conclusion.....	47

*Chapitre V : Application à la colonne d'absorption*

Introduction.....	48
V.1 Présentation des stratégies de commande.....	48
V.1.1 Régulateur flou.....	48
V.1.2 Régulateur Neuro-flou 1.....	50
V.1.3 Régulateur Neuro-flou 2.....	52
V.2 Résultats de simulation.....	54
V.3 Interprétation des résultats.....	71
V.3.1 Perturbations sur la concentration de CO <sub>2</sub> à l'entrée de la colonne.....	71
V.3.2 Perturbations sur le flux Gazeux.....	71
V.3.3 Mauvaise initialisation des conclusions des règles.....	72
V.3.4 Diminution de la base de règles.....	72
V.4 Conclusion.....	74
Conclusion générale.....	75
Références bibliographiques.....	76

## Introduction Générale



L'absorption est l'un des procédés de séparation les plus utilisés dans l'industrie chimique et pétrochimique. Sa modélisation et sa commande ne sont pas des tâches faciles à réaliser, car il s'agit d'un procédé très complexe en raison de ses non-linéarités et de son caractère réparti<sup>0</sup>; en outre, il est soumis à de nombreuses perturbations et à des contraintes.

Les systèmes traditionnellement utilisés pour la commande de ces procédés sont parfois difficiles à concevoir en raison de la nécessité de posséder un modèle mathématique précis du procédé. Ils peuvent aussi être lourds à mettre en œuvre ou encore insuffisants pour réaliser la tâche qui leur a été confiée.

Vu l'importance des procédés d'absorption dans l'industrie et les coûts d'opération causés en grande partie par l'énorme quantité d'énergie qu'ils consomment, il est très important, d'un point de vue économique, de développer des techniques d'optimisation et de commande qui permettent d'améliorer l'efficacité des unités d'absorption existantes.

Ces dernières années, des techniques non conventionnelles, comme les réseaux de neurones et la logique floue, ont connu un grand essor dans le domaine de l'automatique. Dans le cas des réseaux de neurones, leur propriété d'approximation universelle ainsi que leur nature multivariable en ont fait des outils très puissants pour la modélisation et la commande de procédés non linéaires complexes. De même, dans le cas des systèmes d'inférence floue (SIF), leur propriété d'approximation universelle et surtout la possibilité de s'appuyer sur des connaissances expertes sur le processus à piloter pour concevoir un système de commande, ont permis de les utiliser avec succès dans de nombreuses applications. Ces connaissances se traduisent sous forme de règles telles que : « si telle structure alors telle conclusion », règles qui constituent une part importante de la connaissance. Mais toute la connaissance d'un expert ne peut pas être entièrement verbalisée, il est donc naturel de diviser la connaissance humaine en une partie structurée, traduite en langage naturel, et une autre partie non structurée correspondant à une boîte noire. Cette limitation inhérente aux systèmes d'inférence floue a conduit à la conception de nouvelles stratégies de commande hybrides « *NEURO-FLOUE* » intégrant les avantages que présente chacune de ces stratégies pour aboutir à une représentation plus complète des connaissances et ainsi à une amélioration des performances de régulation.

¶ Dans ce travail nous étudions donc l'application des stratégies de commande Neuro-flou à la conduite d'un procédé d'absorption. Le processus d'absorption se déroule dans une colonne à garnissage faisant partie d'une unité pilote située au département de Génie chimique de l'école nationale polytechnique. Ce processus comprend le transfert du gaz carbonique d'une phase gazeuse (un mélange air +  $\text{CO}_2$ ) vers une phase liquide. Les deux phases circulent à contre courant à travers la colonne. Pour faire augmenter les capacités d'absorption du liquide, nous avons ajouté de la méthanoamine à l'eau (MEA) qui réagit chimiquement avec le  $\text{CO}_2$ . C'est surtout cette réaction chimique, couplée au transfert de matière physique, qui rend difficile la modélisation du phénomène d'absorption. Pour des raisons économiques, la solution d'amine est régénérée par chauffage dans une colonne de régénération où le  $\text{CO}_2$  et la MEA sont séparés.

Le problème qui a formé le point de départ de cette étude est formulé d'une façon générale comme étant la détermination d'une stratégie de commande Neuro-floue pour le problème d'absorption visant à améliorer les résultats obtenus par une commande floue conventionnelle. Plus précisément, dans le cas de perturbations affectants la composition du  $\text{CO}_2$  à l'entrée de la colonne ou bien le flux gazeux, et cela en faisant varier le débit de liquide de lavage introduit en haut de la colonne pour ramener la concentration du  $\text{CO}_2$  en sortie de colonne à une valeur fixe encore appelée consigne correspondant au point de fonctionnement.

Les aspects théoriques et pratiques de notre travail sont répartis sur cinq chapitres :

- Le premier chapitre traite de la description et de la modélisation du processus d'absorption.
- Le second chapitre présente les résultats de simulation du processus d'absorption. L'analyse du comportement du système décrit par des équations aux dérivées partielles est fait par discretisation de ces équations par une méthode aux différences finies.
- Le troisième ainsi que le quatrième chapitre sont consacrés à la présentation des stratégies de commande floue et Neuro-floue utilisées dans notre application.
- Le cinquième et dernier chapitre traite de l'application des stratégies de commande, proposées dans les chapitres précédents, à la colonne d'absorption. Les différents résultats de simulation obtenus sont illustrés et interprétés.

Une conclusion générale termine ce mémoire, elle récapitule les principaux résultats obtenus et présente les conclusions et perspectives de ce travail.

---

*Chapitre I*  
*Modélisation de la colonne d'absorption*



## Introduction

Les processus physico-chimiques sont très répondus en pratique et l'on sait que leur modélisation devrait en toute rigueur faire appel à des équations aux dérivées partielles. Ce caractère réparti est rarement retenu sur le plan industriel car il conduit à des modèles de connaissance en général trop compliqués pour être utilisables [23],[28].

Très souvent, on envisage alors dès le départ un modèle de conduite (de type boîte noire) dans la majeure partie des cas. Mais l'amélioration souhaitée des performances peut amener à garder le modèle de connaissance (ce qui a été le cas pour notre application) [23],[28].

Dans ce chapitre, nous développerons un modèle mathématique décrivant un processus d'absorption (absorption du CO<sub>2</sub> contenu dans un mélange AIR+CO<sub>2</sub> par une solution de MEA+eau) dans une colonne à garnissage opérant à contre courant. Ce modèle est caractérisé par son aspect réparti et fortement non linéaire.

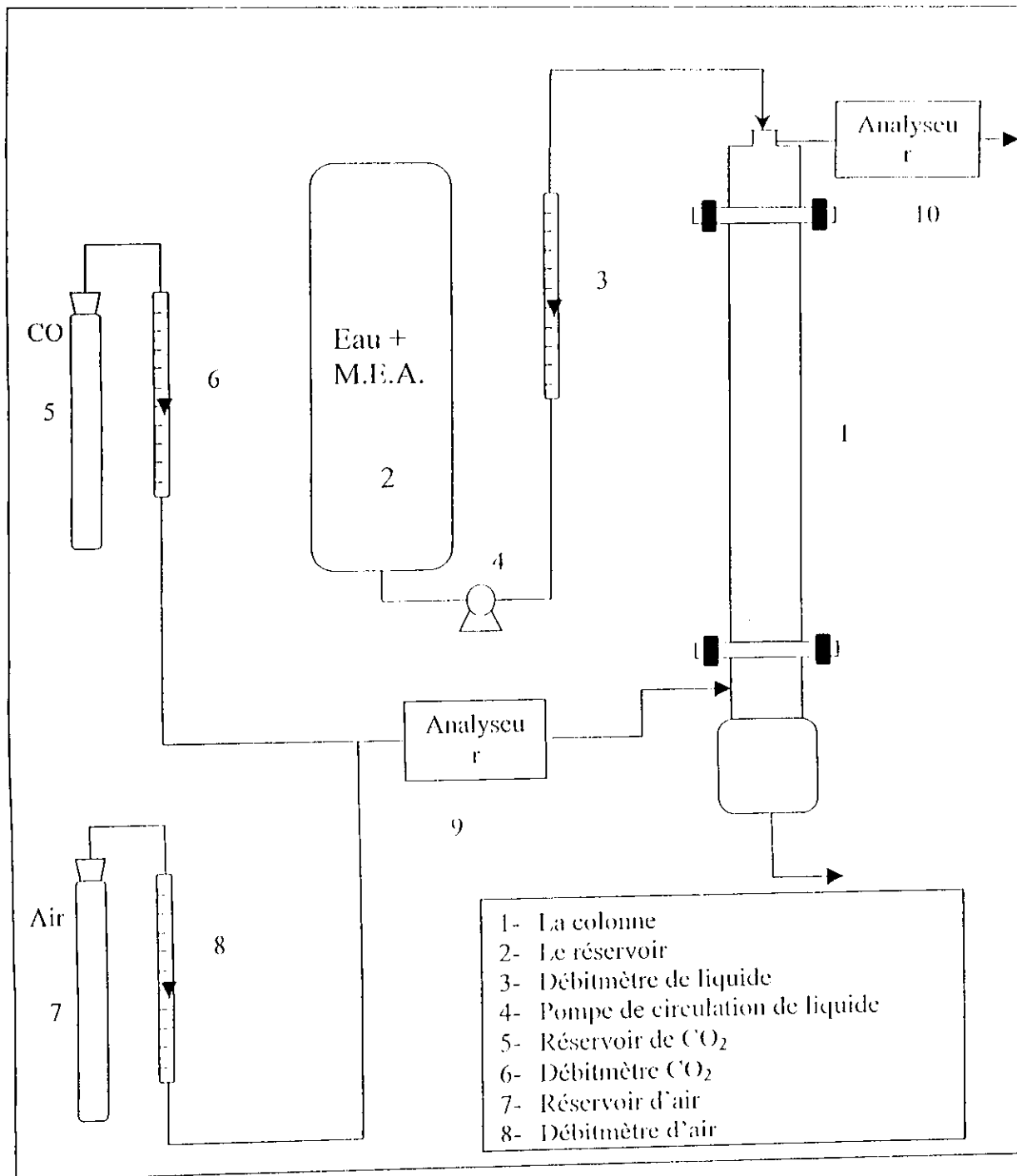


Figure I.1 Schéma de la colonne d'absorption

## 1.1 La colonne d'absorption, son environnement, son fonctionnement

Le processus d'absorption étudié dans ce travail consiste à retirer d'un mélange gazeux (air+CO<sub>2</sub>) le gaz acide (CO<sub>2</sub>) qu'il contient, et cela en utilisant un liquide de lavage (monoéthanolamine + eau). Les deux phases (gaz, liquide) opérant à contre courant.

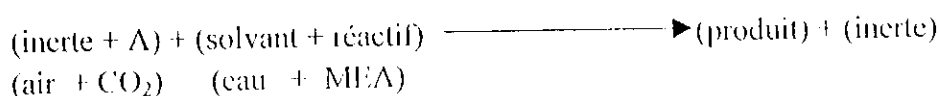
Cette absorption est réalisée dans une colonne de verre (figure 1.1), mesurant 1.26 mètres de hauteur et 75 mm de diamètre intérieur. Deux plateaux en PVC sont disposés tous les 630 mm dans le but de recentrer le liquide et de permettre la prise d'échantillons liquides et gazeux. La colonne est remplie d'un garnissage de type anneaux raschig de 10mm de diamètre pour améliorer la surface de contact entre phases. Elle permet de traiter un débit de l'ordre de 1441.56 l/h de gaz contenant approximativement 30% en volume de CO<sub>2</sub>, l'amplitude des perturbations en composition du CO<sub>2</sub> dans le mélange à traiter est de l'ordre de 10% à 15%.

Le mélange gazeux à épurer est introduit en fond de colonne et le liquide de lavage (MEA + eau) en tête de celle-ci. Ce liquide va se charger en gaz carbonique et nous aurons donc en tête de la colonne le gaz épuré. Par mesure d'économie la (MEA) est régénérée (épurée du CO<sub>2</sub> qu'elle contient) par élévation de température (110°C) puis recyclée dans le pilote. L'absorption est réalisée à pression atmosphérique et à une température t=25°C, il n'est donc pas question d'extrapoler à une colonne de type industrielle (fonctionnant à des pressions élevées de l'ordre de 70 bars et de dimensions beaucoup plus importantes) les résultats obtenus sur ce pilote de laboratoire.

## 1.2 Principe

L'absorption d'un gaz accompagnée d'une réaction chimique en phase liquide permettra d'améliorer l'efficacité de la séparation (par exemple l'absorption du CO<sub>2</sub> dans une solution aqueuse de soude, amine...etc.), et la sélectivité de séparation (par exemple l'absorption du CO<sub>2</sub> et H<sub>2</sub>S dans des solutions d'éthanolamine). [9]

La réaction chimique à étudier est la suivante :



au cours de laquelle le soluté A réagit avec le réactif B en solution pour donner le produit P.

Comme toute opération de transfert de matière, l'absorption avec réaction chimique peut être décomposée en plusieurs étapes :

- Transfert de A de la phase gazeuse vers l'interface gaz/liquide ;
- Transfert de A de l'interface vers la phase liquide ;
- Transfert du réactif dans la phase liquide vers le site réactionnel ;
- Réaction entre A et B ;
- Transfert de P du site réactionnel vers la phase liquide.

### 1.3 Bilan de matière en phase liquide :

Le bilan de matière pour le composé A pour une tranche fine d'épaisseur  $dx$  (voir figure I.3) et pour une section unitaire d'aire interfaciale, en appliquant la loi de FICK relative à la diffusion moléculaire dans les milieux quasi-immobile, s'écrit :

Flux de A entrant + quantité de A apparaissant = flux de A sortant  
 A l'abscisse  $x$  (ou disparaissant) par unité à l'abscisse  $x+dx$   
 De temps

$$-D_{AL} \left[ \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \right]_x + v_A r_A dx = -D_{AL} \left[ \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \right]_{x+dx} \quad (I.1)$$

$v_A$  : coefficient stœchiométrique du composé A.

pour  $dx$  très petit, nous avons :

$$\frac{\left[ \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \right]_{x+dx} - \left[ \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \right]_x}{dx} = d \left[ \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \right] = \frac{d^2 C_{AL}(x)}{dx^2} \quad (I.2)$$

on peut alors réécrire l'équation (I.1) de la manière suivante :

$$D_{AL} \left\{ \left[ \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \right]_{x+dx} - \left[ \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \right]_x \right\} + v_A r_A dx = 0 \quad (I.3)$$

si on divise l'équation (I.3) par  $dx$ , et en utilisant l'égalité (I.2), on aboutira à l'équation différentielle suivante :

$$D_{AL} \left[ \frac{d^2 C_{AL}(x)}{dx^2} \right] + v_A r_A = 0 \quad (I.4)$$

avec les conditions aux limites :

$$\begin{aligned} x = 0; C_A(0) &= C_{AL} \\ x = \delta_L; C_A(\delta_L) &= C_{AL} \end{aligned}$$

l'intégration de l'équation (I.4) est plus ou moins complexe suivant la forme de l'équation de vitesse.

## I.4 Expression de la densité de flux de matière vers la phase liquide

### I.4.1 Cas de réaction de pseudo-premier ordre

Soit la réaction d'ordre 1 par rapport à chacun des deux réactifs : A et B. La vitesse de réaction peut s'écrire de la manière suivante [9] :

$$r_A = kC_{AL}(x)C_{BL}(x) = k'C_{AL}(x)$$

$$\text{avec : } k' = kC_{BL}(x)$$

où :

$k$  : constante de vitesse de réaction ;

$k'$  : constante de la réaction de pseudo-premier ordre ;

$C_{AL}(x)$  : concentration du composé A dans la phase liquide ;

$C_{BL}(x)$  : concentration du composé B dans la phase liquide.

D'où, en considérant que  $\nu_A = -1$ , l'équation (I.4) s'écrira comme suit :

$$D_{AL} \left[ \frac{d^2 C_{AL}(x)}{dx^2} \right] - kC_{AL}(x)C_{BL}(x) = 0 \quad (I.5)$$

en supposant que  $D_{AL}$ ,  $K$  et  $C_{BL}$  sont constantes en phase liquide, c'est à dire [27] :

$$C_{BL}(x) = C_{Bc} = \text{constante.}$$

L'équation (I.5) devient :

$$D_{AL} \left[ \frac{d^2 C_{AL}(x)}{dx^2} \right] - kC_{AL}(x)C_{Bc} = 0 \quad (I.6)$$

avec les conditions aux limites :

$$x = 0; C_{AL}(0) = C_{ALi}$$

$$x = \delta_L; C_{AL}(\delta_L) = C_{AL}$$

La solution générale de l'équation (I.6) s'écrit :

$$C_{AL}(x) = \beta_1 \exp(\alpha x) + \beta_2 \exp(-\alpha x) \quad (I.7)$$

avec :

$$\alpha = \left[ \frac{kC_{Bc}}{D_{AL}} \right]^{1/2}$$

les conditions aux limites permettent de calculer les coefficients  $\beta_1$  et  $\beta_2$  :

$$\begin{cases} \beta_1 + \beta_2 = C_{AL} \\ \beta_1 \exp(\alpha\delta_L) + \beta_2 \exp(-\alpha\delta_L) = C_{AL} \end{cases}$$

En résolvant ces deux équations et en remplaçant dans l'équation (1.7), la concentration  $C_A(x)$  en phase liquide aura pour expression :

$$C_{AL}(x) = \frac{C_{AL} \operatorname{sh}(\alpha x) + C_{AL} \operatorname{sh}[\alpha(\delta_L - x)]}{\operatorname{sh}(\alpha\delta_L)} \quad (1.8)$$

et le gradient de  $C_A(x)$  s'exprime alors par :

$$\frac{dC_{AL}(x)}{dx} = \frac{\alpha C_{AL} \operatorname{ch}(\alpha x) - \alpha C_{AL} \operatorname{ch}[\alpha(\delta_L - x)]}{\operatorname{sh}(\alpha\delta_L)} \quad (1.9)$$

on en déduit le flux traversant l'interface :

$$[F_A]_{x=0} = -D_{AL} \left[ \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \right]_{x=0} = \frac{-D_{AL} \alpha \delta_L \operatorname{ch}(\alpha\delta_L)}{\delta_L \operatorname{sh}(\alpha\delta_L)} \left[ C_{AL} - \frac{C_{AL}}{\operatorname{ch}(\alpha\delta_L)} \right]$$

on peut également exprimer le flux à l'autre extrémité du film, pour  $x = \delta_L$  :

$$[F_A]_{x=\delta_L} = -D_{AL} \left[ \frac{dC_{AL}(x)}{dx} \right]_{x=\delta_L} = k_A \frac{\alpha \delta_L}{\operatorname{th}(\alpha\delta_L)} \left[ \frac{C_{AL}}{\operatorname{ch}(\alpha\delta_L)} - C_{AL} \right]$$

le terme  $(\alpha\delta_L)$  représente un nombre adimensionnel, appelé nombre de Hatta (Ha) [23], qui est défini par la formule suivante :

$$\alpha\delta_L = Ha = \frac{\sqrt{k C_m D_{AL}}}{k_A}$$

avec :

$D_{AL}$  : coefficient de diffusion du composé A dans la phase liquide ;

$\delta_L$  : épaisseur du film coté liquide ;

$k_A$  : coefficient de transfert de matière du composé A dans la phase liquide, dans le cas où il n'y a pas de réaction chimique.

On peut alors exprimer la vitesse d'absorption de A, par unité de temps et par unité d'aire interfaciale, en présence de réaction chimique en fonction du nombre de Hatta :

$$[F_A]_{x=0} = k_A \frac{Ha}{th(Ha)} \left[ C_{M,i} - \frac{C_{M,i}}{ch(Ha)} \right] \quad (1.10)$$

On sait que le flux sans réaction chimique a pour formule :

$$[F_A]_{x=0}^* = k_A (C_{M,i} - C_{M,e})$$

considérant la grandeur  $W$  comme étant le rapport des flux avec et sans réaction chimique, c'est à dire :

$$W = \frac{[F_A]_{x=0}}{[F_A]_{x=0}^*} = \frac{Ha}{th(Ha)} \frac{1 - \frac{\zeta}{ch(Ha)}}{1 - \zeta} \quad \text{avec : } \zeta = \frac{C_{M,i}}{C_{M,e}}$$

à partir de cette relation, on peut dire que si  $Ha \geq 0.3$  alors  $W \neq 1$ .

pour examiner la valeur du flux de  $A$  à  $x = \delta_L$ , puis rapporter sa valeur à celle du flux à  $x = 0$ , on fait le rapport suivant :

$$j = \frac{[F_A]_{x=\delta_L}}{[F_A]_{x=0}} = \frac{1 - \zeta ch(Ha)}{ch(Ha) - \zeta}$$

Suivant les valeurs du nombre de Hatta, en utilisant les rapports  $W$  et  $j$ , trois cas existent [28] :

1.  $Ha < 0.3 \rightarrow$  Réaction lente :  $ch(Ha)$  et  $j$  tendent vers 1, la réaction se déroule essentiellement au cœur de la phase liquide. Dans ce cas :

$$[F_A]_{x=0} \approx [F_A]_{x=0}^* = k_A (C_{M,i} - C_{M,e})$$

c'est à dire  $W \approx 1$ .

2.  $0.3 < Ha < 5 \rightarrow$  cas intermédiaire : on utilise l'expression (1.10).
3.  $Ha > 5 \rightarrow$  réaction rapide : la valeur de  $\zeta$  sera faible, la réaction se déroule essentiellement dans le film. Dans ce cas :

$$j = \frac{1}{ch(Ha)} \quad \text{et } W \approx Ha$$

le flux d'absorption par unité d'aire interfaciale pourra être calculé avec la formule suivante :

$$[F_A]_{x=0} \approx C_{M,i} k_A Ha = C_{M,i} \sqrt{k C_{M,i} D_{M,i}} = C_{M,i} \sqrt{k' D_{M,i}} = \frac{\phi}{a}$$

donc :

$$\phi = C_{M,i} a \sqrt{k' D_{M,i}}$$

avec :

- $\phi$  : flux d'absorption.
- $a$  : aire interfaciale.

### 1.5 Equation du modèle

Dans le but d'alléger la structure du modèle et simplifier le traitement numérique, nous avons adopté les hypothèses suivantes [27] :

- Il n'y a pas de résistance en phase gazeuse,
- L'écoulement est en régime permanent,
- Toutes les propriétés physiques du gaz et du liquide sont constantes le long de la colonne et au cours du temps,
- Le processus est isotherme.

Dans ces conditions, les équations du modèle se réduisent à l'écriture des bilans de matières partiels dans chaque phase, auxquelles s'ajoutent les relations traduisant les conditions aux limites [27].

Puisque, on s'intéresse à l'évolution de la concentration du  $\text{CO}_2$  le long de la colonne d'absorption, on effectue le bilan de matière en soluté  $\text{CO}_2$  sur la phase gazeuse et sur un élément  $dz$  (Figure I.2) [27].

Soluté à l'entrée ( $z$ ) = soluté à la sortie ( $z + dz$ ) + soluté transféré + accumulation dans l'élément ( $dz$ )

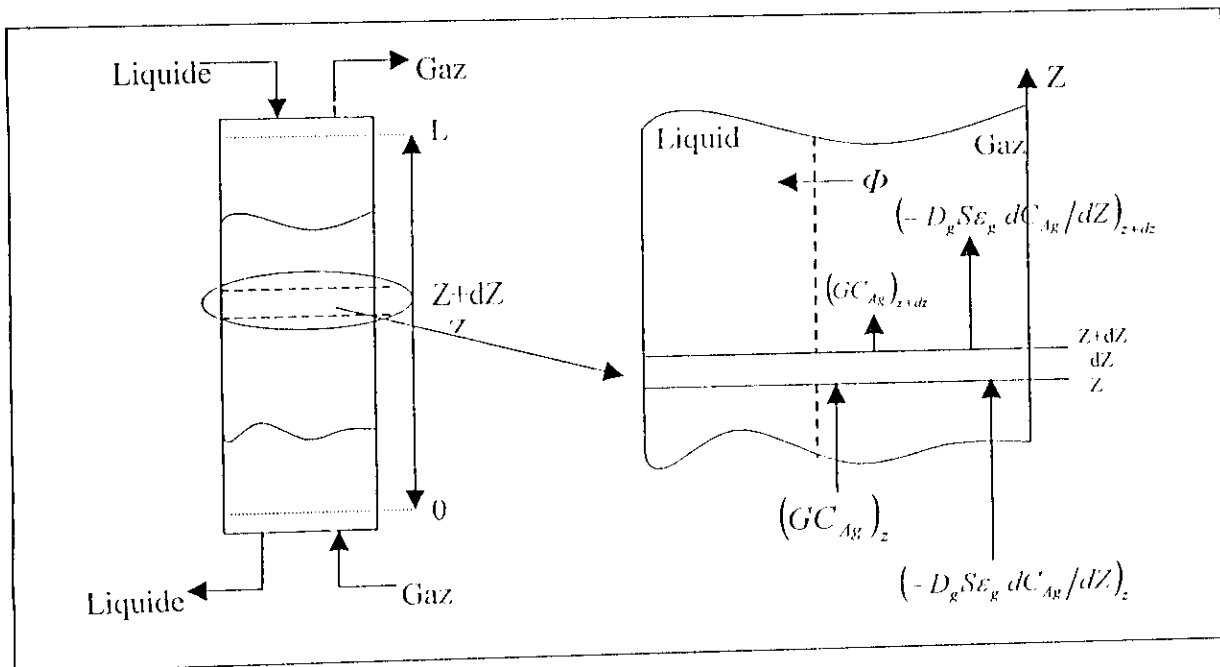


Figure I.2. Bilan de matière sur une tranche élémentaire  $dz$



Entrée à la cote  $(z)$  :  $(GC_{A_R})_z + \left( -D_r S \varepsilon_r \frac{dC_{A_R}}{dz} \right)_z$   
 flux convectif en  $(z)$     flux du à la dispersion axiale en  $(z)$

Sortie à la cote  $(z + dz)$  :  $(GC_{A_R})_{z+dz} + \left( -D_r S \varepsilon_r \frac{dC_{A_R}}{dz} \right)_{z+dz}$   
 flux convectif en  $(z + dz)$     flux du à la dispersion axiale en  $(z + dz)$

La quantité de soluté transférée de la phase gazeuse vers la phase liquide :  $\phi \cdot S \cdot dz$

Accumulation dans l'élément  $dz$  :  $S \cdot dz \cdot \frac{dC_{A_R}}{dt}$

Soit le bilan de matière sur une tranche  $dz$  dans la phase gazeuse :

$$\left( GC_{A_R} - D_r S \varepsilon_r \frac{dC_{A_R}}{dz} \right)_{z+dz} = \left( GC_{A_R} - D_r S \varepsilon_r \frac{dC_{A_R}}{dz} \right)_z + \phi S dz + S dz \frac{dC_{A_R}}{dt} \quad (1.11)$$

or :

$$\left( GC_{A_R} - D_r S \varepsilon_r \frac{dC_{A_R}}{dz} \right)_{z+dz} = \left( GC_{A_R} - D_r S \varepsilon_r \frac{dC_{A_R}}{dz} \right)_z + \frac{d}{dz} \left( GC_{A_R} - D_r S \varepsilon_r \frac{dC_{A_R}}{dz} \right) \cdot dz$$

donc l'équation devient finalement :

$$\frac{d}{dz} \left( GC_{A_R} - D_r S \varepsilon_r \frac{dC_{A_R}}{dz} \right) \cdot dz + \phi S dz + S dz \frac{dC_{A_R}}{dt} = 0$$

$$d'où : D_r \varepsilon_r \frac{\delta^2 C_{A_R}}{\delta z^2} - \frac{G}{S} \frac{\delta C_{A_R}}{\delta z} - \phi = \frac{\delta C_{A_R}}{\delta t} \quad (1.12)$$

Soit :  $U_r = \frac{G}{S}$  la vitesse moyenne d'écoulement, alors l'équation (1.12) s'écrit :

$$D_r \varepsilon_r \frac{\delta^2 C_{A_R}}{\delta z^2} - U_r \frac{\delta C_{A_R}}{\delta z} - \phi = \frac{\delta C_{A_R}}{\delta t} \quad (1.13)$$

D'après la figure 1.3, et en tenant compte des hypothèses suivantes [27] :

-  $C_{Bl}(x) = C_{lv} = \text{constante}$ , la MEA est en excès par rapport au  $CO_2$ .

- La réaction entre le composé  $\text{CO}_2$  (A) et la MEA (B) est rapide et du pseudo-premier ordre.

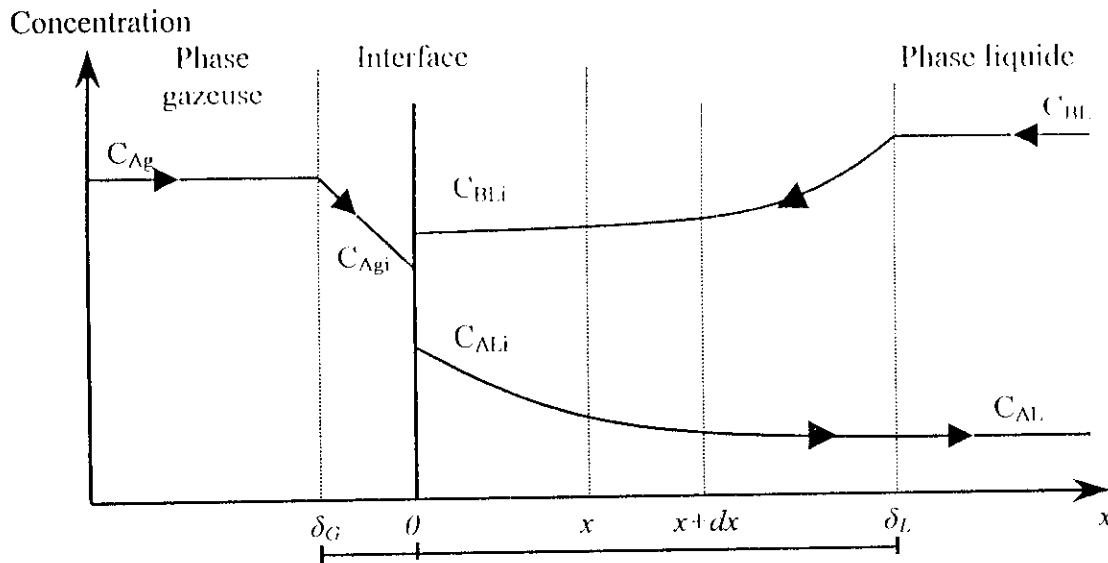


Figure 1.3. Schéma du modèle du film appliqué à la colonne d'absorption

La vitesse de la réaction s'écrit :

$$r = K C_{Al}(x) C_{Bl}(x)$$

puisque  $C_{Bl}(x) = C_{Be} = \text{constante}$ , alors :

$$r = K' C_{Al}(x)$$

avec :  $K' = K C_{Be}$

En admettant que l'équilibre est établi à l'interface gaz-liquide et pour de faibles concentrations de  $\text{CO}_2$  (A), on peut exprimer cet équilibre par une droite de la forme [27] :

$$C_{Agi} = m C_{Ali}$$

puisque, par hypothèse, il n'y a pas de résistance en phase gaz, on peut écrire donc :

$$C_{Agi} = C_{Ag}$$

$$\text{d'où : } C_{Ali} = \frac{C_{Ag}}{m}$$

l'expression du flux de transfert de matière  $\phi$  devient donc :

$$\phi = \frac{a}{m} \sqrt{K C_{Be} D_{Al}} C_{Ag}$$

l'équation (I.13) s'écrit donc :

$$D_g \varepsilon_g \frac{\delta^2 C_{Ag}}{\delta z^2} - U_g \frac{\delta C_{Ag}}{\delta z} - \frac{a \sqrt{K C_{Rc} D_{Al}}}{m} C_{Ag} = \frac{\delta C_{Ag}}{\delta t} \quad (I.14)$$

et nous avons :

$$\varepsilon = \varepsilon_L + \varepsilon_g$$

avec  $\varepsilon_L$  : est exprimé d'après la formule de Farid et Gunn.

$a$  : aire interfaciale, elle est calculée d'après la formule de Onda et Col.

Les paramètres utilisés dans la modélisation de la colonne d'absorption sont donnés par le tableau I.1 [27].

$D_g = 1.10^{-5} m^2.s^{-1}$
$\varepsilon = 0,67$
$\varepsilon_L = 8,85.10^{-2} (U_L)^{0,43} (a)^{0,85}$
$S = 0.0044 m^2$
$m = 1,2$
$k = 5,868 m^3.mol^{-1}.s^{-1}$
$D_{Al} = 1,51.10^{-9} m^2.s^{-1}$
$a = 469,11 \left\{ 1 - \exp(-3,3 U_L^{0,4}) \right\}$

Tableau I.1. Les paramètres du modèle

## 1.6 Conditions aux limites

La colonne fonctionne à contre courant, le gaz circule de bas en haut alors que le liquide s'écoule du haut vers le bas (figure I.2).

⇒ Bas de colonne :  $z=0$

$$\left( C_{Ag} + \frac{D_g \varepsilon_g}{U_g} \frac{\delta C_{Ag}}{\delta z} \right)_{z=0} = C_{Ac}$$

⇒ Haut de colonne :  $z=L$  ( $L$  : hauteur totale de la colonne)

$$\left( \frac{\delta c_{Ag}}{\delta z} \right)_{z=l} = 0$$

Le système d'équations aux dérivées partielles S1, représente ainsi le modèle mathématique de la colonne d'absorption.

### Système S1 : modèle de la colonne à garnissage.

$$\left\{ \begin{array}{l} D_g \varepsilon_g \frac{\delta^2 c_{Ag}}{\delta z^2} - U_g \frac{\delta c_{Ag}}{\delta z} - \frac{a \sqrt{K C_{He}^*} D_{Al}}{m} c_{Ag} = \frac{\delta c_{Ag}}{\delta t} \\ \left( c_{Ag} + \frac{D_g \varepsilon_g}{U_g} \frac{\delta c_{Ag}}{\delta z} \right)_{z=0} = c_{Ag} \\ \left( \frac{\delta c_{Ag}}{\delta z} \right)_{z=l} = 0 \end{array} \right.$$

### 1.7 Conclusion :

A partir des équations de bilan de matière et à partir de la théorie concernant le transfert de matière avec réaction chimique, nous avons développé un modèle mathématique décrivant le processus d'absorption de CO<sub>2</sub> dans une colonne à garnissage opérant à contre courant. Le modèle obtenu est un modèle à paramètres répartis fortement non linéaire.

Il se distingue des modèles décrivant les processus d'absorption par la prise en compte du phénomène de dispersion axiale, ce qui a conduit à l'obtention d'un modèle décrit par des équations aux dérivées partielles du second ordre par rapport à la variable d'espace.

En ce qui nous concerne : la variable de commande sera le débit du liquide de lavage et les perturbations interviendront sur la concentration de CO<sub>2</sub> dans le gaz à l'entrée de la colonne et sur le débit de gaz.

## NOMENCLATURE

$A, B$	CO <sub>2</sub> , MEA
$R$	-CH <sub>2</sub> -CH <sub>2</sub> -OH
$G, L$	débit volumique de la phase gaz et liquide ( $m^3.s^{-1}$ )
$C_{Ag}, C_{Al}$	concentration du CO <sub>2</sub> dans la phase gazeuse et dans la phase liquide ( $mol.m^{-3}$ )
$C_{Bl}(x), C_{Al}(x)$	concentration de la MEA et du CO <sub>2</sub> dans le film liquide à une distance ( $x$ ) de l'interface.
$C_{Ai}, C_{Ag}$	concentration du CO <sub>2</sub> dans la phase liquide et dans la phase gazeuse à l'interface gaz-liquide ( $mol.m^{-3}$ )
$C_{ge}, C_{Be}$	concentration du CO <sub>2</sub> dans la phase gazeuse et de la MEA dans la phase liquide à l'entrée de la colonne ( $mol.m^{-3}$ )
$C_{gs}, C_{Bs}$	concentration du CO <sub>2</sub> dans la phase gazeuse et de la MEA dans la phase liquide en sortie de la colonne ( $mol.m^{-3}$ )
$C_{mi}$	concentration de la MEA dans la phase liquide à l'interface gaz-liquide ( $mol.m^{-3}$ )
$D_g$	coefficient de dispersion axiale coté gaz ( $m^2.s^{-1}$ )
$S$	section de la colonne ( $m^2$ )
$\phi$	flux du CO <sub>2</sub> transféré de la phase gazeuse vers la phase liquide ramené au volume de la phase liquide ( $mol.m^{-3}.s^{-1}$ )
$U_g, U_l$	vitesse d'écoulement du gaz et du liquide ( $m.s^{-1}$ )
$K$	constante de vitesse de réaction ( $m^3.mol^{-1}.s^{-1}$ )
$D_{Al}$	coefficient de diffusion du CO <sub>2</sub> dans la phase liquide ( $m^2.s^{-1}$ )
$a$	aire interfaciale par unité de volume du garnissage ( $m^2.m^{-3}$ )
$m$	Pente de la droite d'équilibre physique entre phases.
$\varepsilon, \varepsilon_l, \varepsilon_g$	Porosité de la colonne d'absorption, rétention liquide, rétention gazeuse.

*Chapitre II*  
*Simulation dynamique de la colonne*  
*d'absorption*

## Introduction

Le modèle mathématique du processus d'absorption est constitué par un système d'équations aux dérivées partielles. Généralement, l'analyse du comportement des systèmes décrits par des équations aux dérivées partielles se fait à partir de la solution de ces équations.

Sauf dans les cas simples solubles analytiquement, les méthodes de résolution sont fondées essentiellement sur l'approximation du système initial (aux dimensions infinies) par un ensemble d'équations différentielles ordinaires (aux dimensions finies) [23],[28].

Il existe deux grands groupes de méthodes pour réduire un système de dimension infinie à un système de dimension finie : les méthodes de discrétisation partielle ou totale et les méthodes d'approximations fonctionnelles [23],[28].

Par la suite, nous traiterons de la méthode de discrétisation par différences finies et en particulier la méthode C.T.D.S (continuous time discret space ) qui a été appliquée à notre problème de simulation.

Finalement nous comparerons les résultats de simulations numériques avec les résultats expérimentaux

### II.1 Discrétisation par différences finies

La méthode la plus utilisée pour obtenir la solution à un modèle aux dimensions finies consiste à discrétiser de façon partielle ou totale le système initial d'équations aux dérivées partielles.

Selon la dérivée partielle qui est approchée par une différence finie, on a une méthode « Continuous time discret space » (C.T.D.S) ou une méthode « Continuous space discret time » (C.S.D.T). Une discrétisation totale des deux variables indépendantes donnera un ensemble d'équations aux récurrences, qui nous permettront de calculer les variables d'état discrétisées [28].

**Quelques schémas d'approximation par différences finies [28]:**

$$\frac{\delta x_n}{\delta t} = \frac{x_n - x_{n-1}}{\Delta t} \quad \text{ou} \quad \frac{x_{n+1} - x_n}{\Delta t} \quad (II.1)$$

$$\frac{\delta x_n}{\delta t} = \frac{x_{n+1} - x_{n-1}}{2\Delta t} \quad 3 \text{ points, différence centrale} \quad (II.2)$$

$$\frac{\delta x_n}{\delta t} = \frac{(-x_{n+2} + 8x_{n+1} - 8x_{n-1} + x_{n-2})}{12\Delta t} \quad 5 \text{ points, différence centrale} \quad (II.3)$$

$$\frac{\delta^2 x_n}{\delta t^2} = \frac{(x_{n+1} - 2x_n + x_{n-1})}{\Delta t^2} \quad (\text{dérivée du second ordre}) \quad (II.4)$$

L'intégration des équations différentielles ordinaires pourra être effectuée en utilisant les méthodes d'intégrations classiques (EULER, RUNGE KUTTA, etc.) avec un pas d'intégration fixe ou variable.

En ce qui concerne la valeur d'une approximation par des différences finies, il s'agit de savoir [28] :

- Quelle sera l'influence du pas de discrétisation sur la précision de l'approximation ou en formulant différemment, dans quelle mesure une diminution du pas améliorera la précision (convergence).
- Si l'approximation sera convenable, c'est à dire si de petites modifications des conditions initiales ou aux limites entraîneront des variations limitées sur l'évolution des variables d'état et sur l'obtention du régime permanent.
- S'il existe des critères pour déterminer (à priori) la correspondance entre la solution exacte et la solution du modèle approché.

Pour les deux premières questions et pour des systèmes non linéaires, il n'existe pas dans la littérature d'expressions qui donnent des rapports quantitatifs entre la précision et le pas de discrétisation d'une part et entre la stabilité et le pas de discrétisation d'autre part [23]. La stabilité d'un schéma numérique d'intégration devra être déterminée de façon empirique (ce qui a été le cas dans notre travail). Quant au troisième point nous avons validé les résultats de simulation par comparaison avec les résultats expérimentaux.

## II.2 Méthode « Continuous time discret space »

### II.2.1 Simulation du modèle numérique

#### a) Schéma d'approximation

La résolution du système S1 par la méthode C.T.D.S consiste à décomposer la colonne en  $n$  tranches élémentaires. Au niveau de chaque tranche  $i$  nous discrétisons les équations de bilan et cela en remplaçant la dérivée par rapport à la variable d'espace par une différence finie (et ce pour  $z$  variant de 0 à  $L$ ). Pour notre problème, et en se référant au maillage de la figure.II.1, nous appliquerons l'approximation en trois points (différence centrale).

La discretisation du système correspond à l'approximation des fonctions  $\frac{\partial c}{\partial z}$  et  $\frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$  par un opérateur aux différences finies centrales soit :

$$\frac{\partial c}{\partial z} = \frac{c_{i+1} - c_{i-1}}{2\Delta z} \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} = \frac{c_{i+1} - 2c_i + c_{i-1}}{\Delta z^2}$$

avec :

$c$  : concentration en CO<sub>2</sub> dans la phase gazeuse.

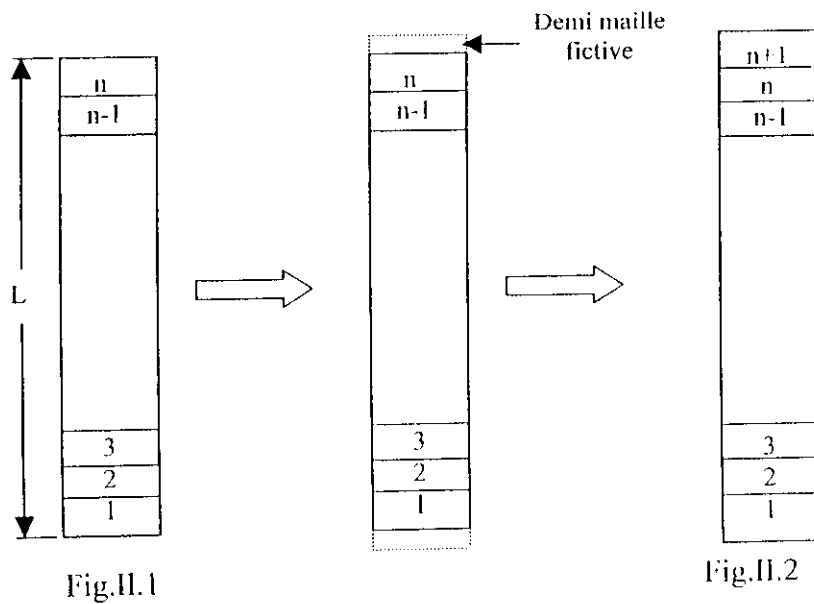
$\Delta z = \frac{L}{n}$  : pas de discretisation spatial.

$L$  : longueur totale de la colonne.



n : nombre de tranches élémentaires.

Le problème ainsi posé reste incomplet, car il faut prendre en compte les conditions aux limites (mailles frontières). En effet en utilisant le maillage de la figure II.1, les conditions aux limites s'appliqueront à une distance  $\frac{\Delta z}{2}$  à l'intérieur des mailles frontières. Pour palier à cette limitation nous avons ajouté une demi-maille fictive à chaque limite [25] et nous avons aboutit au maillage de la figure II.2.



*Maillage de la colonne d'absorption*

or à  $z = L \Rightarrow i = n + 1$ , d'où :

$$c_{n+1} = c_n \quad (II.11)$$

En résumé on peut écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dc_i}{dt} = A_R c_{i+1} + B_R c_i + C_R c_{i-1}, i = 2, \dots, n \\ \left( c_1 + \frac{D_R \varepsilon_R}{U_R} \cdot \frac{c_2 - c_1}{\Delta z} \right) = ce \\ c_{n+1} = c_n \end{array} \right. \quad (II.12)$$

### II.2.2 Mise sous forme matricielle du système discrétisé

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{c}_2 = A_R c_3 + \left( B_R - \frac{C_R D_R \varepsilon_R}{U_R \Delta z - D_R \varepsilon_R} \right) c_2 + C_R \left( \frac{U_R \Delta z}{U_R \Delta z - D_R \varepsilon_R} \right) ce \\ \dot{c}_3 = A_R c_4 + B_R c_3 + C_R c_2 \\ \vdots \\ \dot{c}_{n-1} = A_R c_n + B_R c_{n-1} + C_R c_{n-2} \\ \dot{c}_n = (A_R + B_R) c_n + C_R c_{n-1} \end{array} \right. \quad (II.13)$$

On peut aussi écrire :

$$\dot{c} = Ac + Bce \quad (II.14)$$

avec :

$$B = \left[ \begin{array}{ccccccc} \frac{C_R U_R \Delta z}{U_R \Delta z - D_R \varepsilon_R} & 0 & 0 & \dots & 0 \end{array} \right]; \quad (II.16)$$

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \left( B_R - \frac{C_R D_R \varepsilon_R}{U_R \Delta z - D_R \varepsilon_R} \right) & A_R & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ C_R & B_R & A_R & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & C_R & B_R & A_R & 0 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & C_R & B_R & A_R \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & C_R & (A_R + B_R) \end{pmatrix} \quad (II.15)$$

$$c = [c_2 \quad c_3 \quad \cdot \quad \cdot \quad c_{n-1} \quad c_n] ; \quad (II.17)$$

### II.2.3 Détermination du point de fonctionnement

Le point de fonctionnement choisi correspond à une concentration de CO<sub>2</sub> en haut de colonne de l'ordre de : 3.3626 e-4 mol/L.

Ce point a été obtenu en simulant notre système en régime permanent dans les conditions opératoires suivantes [29] :

Flux gazeux : 11.222 m<sup>3</sup>/h.

Flux liquide : 30L/h.

Concentration du CO<sub>2</sub> en bas de la colonne : 4.456 e-4 mol/L.

Concentration de MEA en tête de colonne : 9.58 e-4 mol/L.

Température : 25°C.

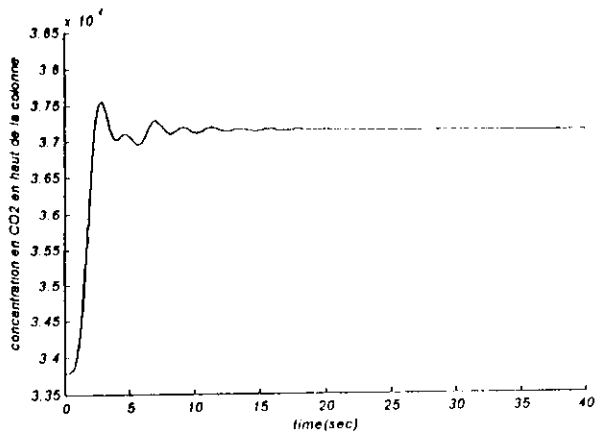
Pression : 1 atm

Les résultats de simulation ont été validés par comparaison avec les résultats expérimentaux :

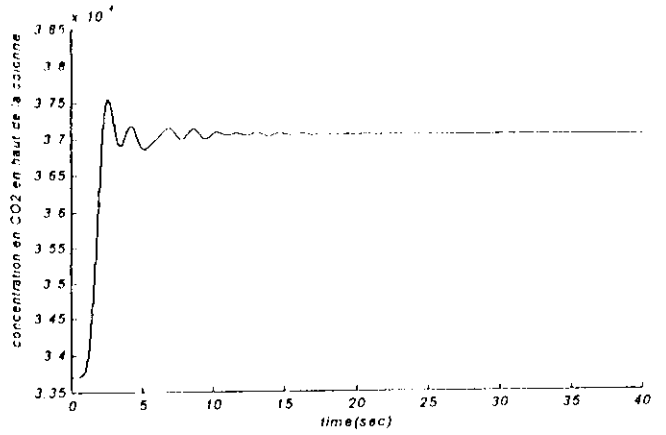
Point de fonctionnement calculé : 3.3626 e-4 mol/L.

Point de fonctionnement expérimental : 3.31 e-4 mol/L.

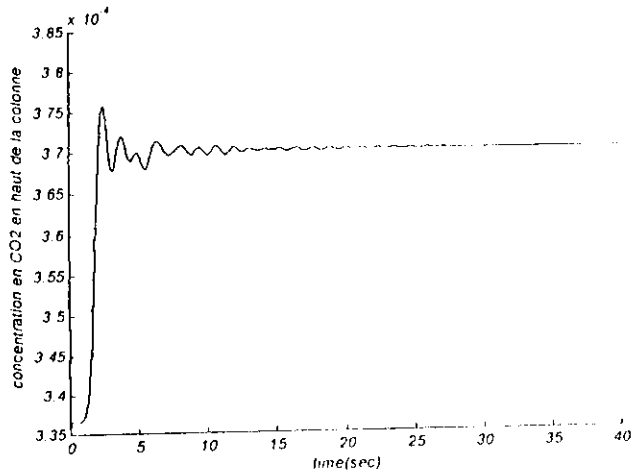
### II.3 Résultats de simulation



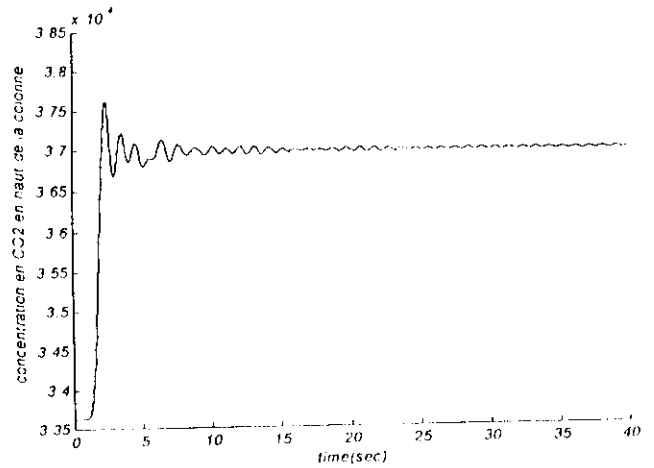
FigII.3.1 Evolution de la concentration de CO2 en haut de colonne Pour  $per=10\%$  et  $n=6$



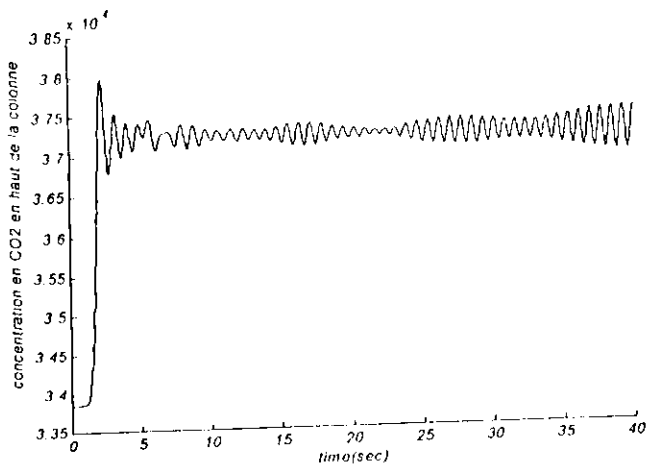
FigII.3.2 Evolution de la concentration de CO2 en haut de colonne pour  $per=10\%$  et  $n=8$



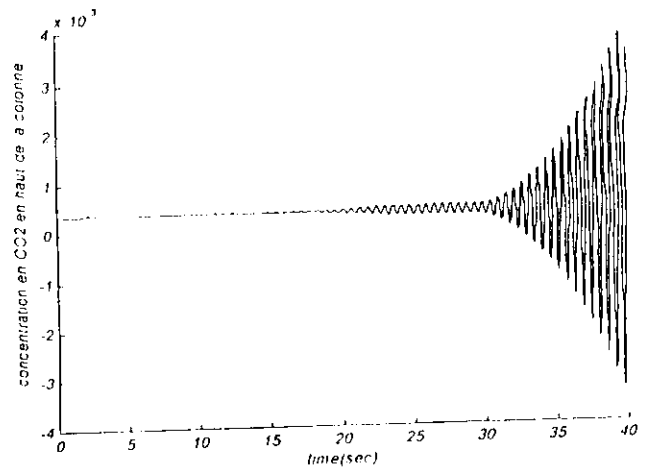
FigII.3.3 Evolution de la concentration de CO2 en haut de colonne Pour  $per=10\%$  et  $n=10$



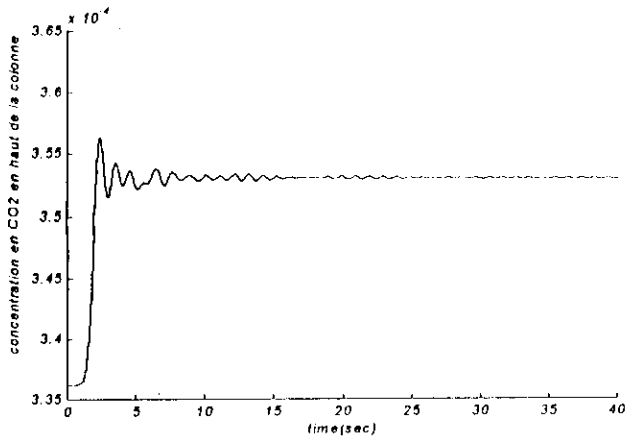
FigII.3.4 Evolution de la concentration de CO2 en haut de colonne pour  $per=10\%$  et  $n=12$



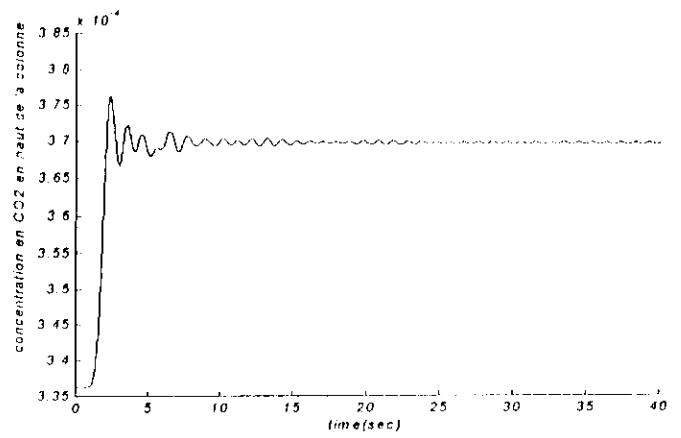
FigII.3.5 Evolution de la concentration de CO2 en haut de colonne pour  $per=10\%$  et  $n=15$



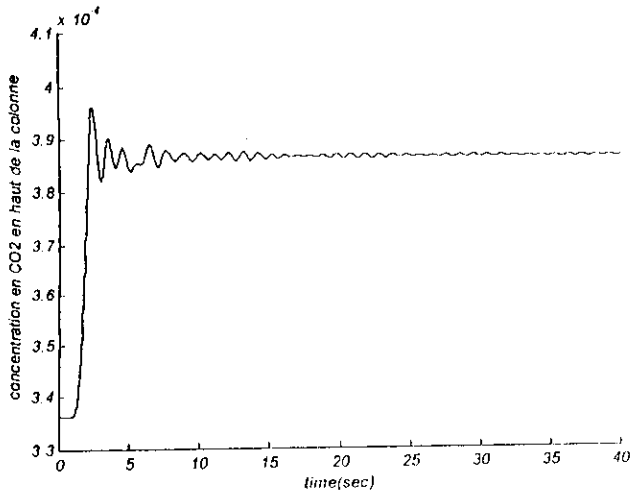
FigII.3.6 Evolution de la concentration de CO2 en haut de colonne pour  $per=10\%$  et  $n=20$



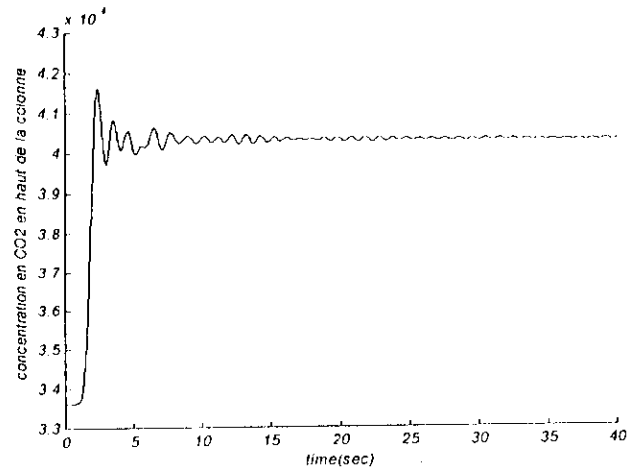
FigI.3.7 Evolution de la concentration de CO<sub>2</sub> en haut de colonne pour per=5% et n=12



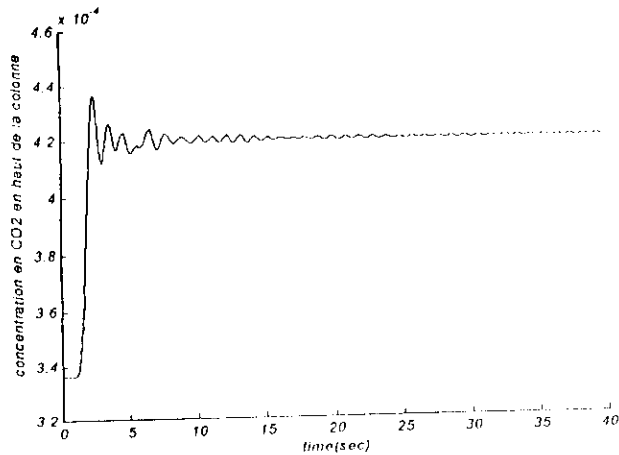
FigI.3.8 Evolution de la concentration de CO<sub>2</sub> en haut de colonne pour per=10% et n=12



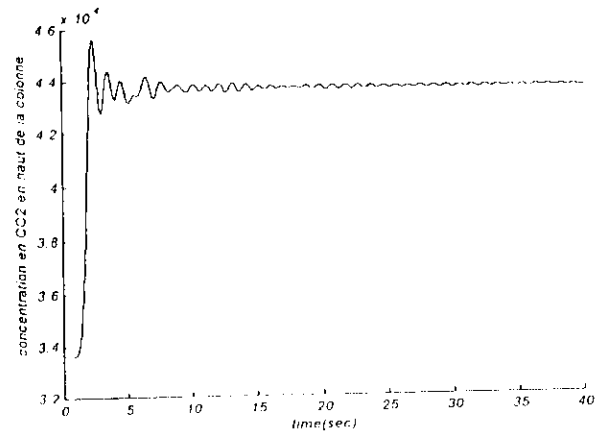
FigI.3.9 Evolution de la concentration de CO<sub>2</sub> en haut de colonne pour per=15% et n=12



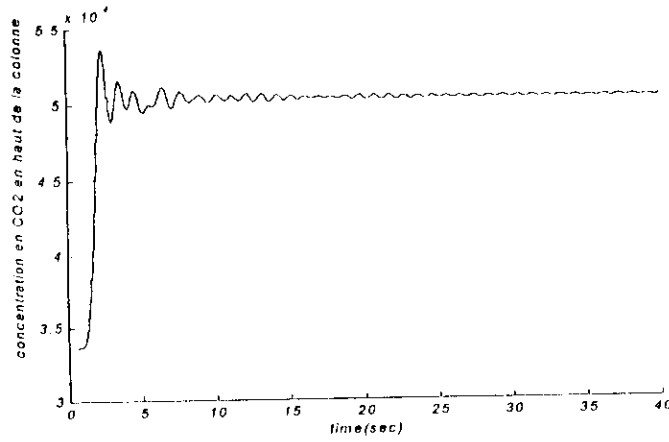
FigI.3.10 Evolution de la concentration de CO<sub>2</sub> en haut de colonne pour per=20% et n=12



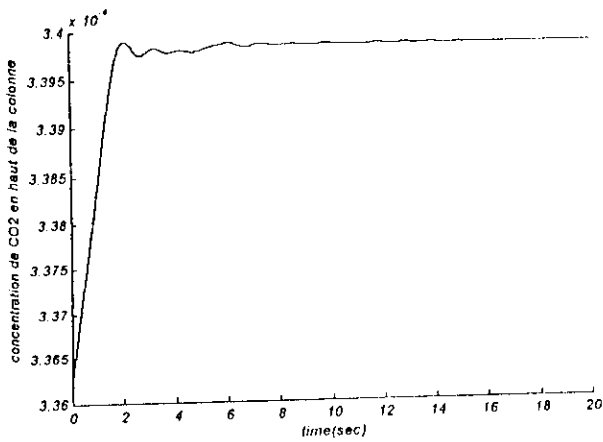
FigI.3.11 Evolution de la concentration de CO<sub>2</sub> en haut de colonne pour per=25% et n=12



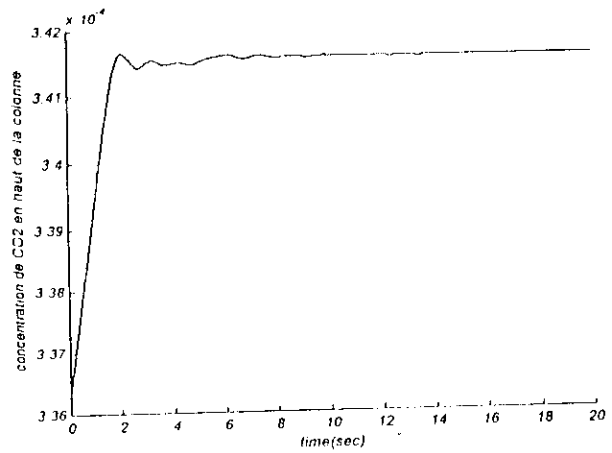
FigI.3.12 Evolution de la concentration de CO<sub>2</sub> en haut de colonne pour per=30% et n=12



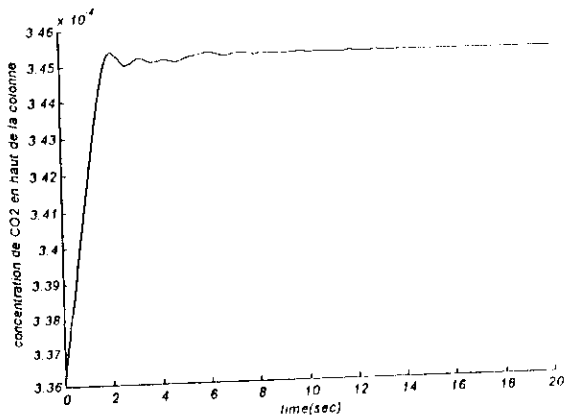
FigII.3.13 evolution de la concentration de CO<sub>2</sub> en haut de la colonne pour per=50% et n=12



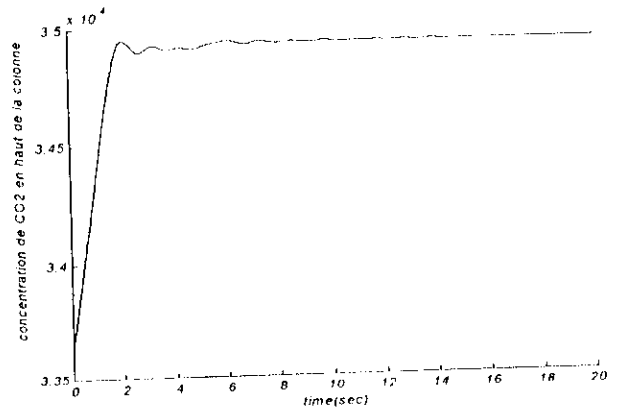
FigII.3.14 Evolution de la concentration de CO<sub>2</sub> en haut de colonne pour per1=-5% et n=12



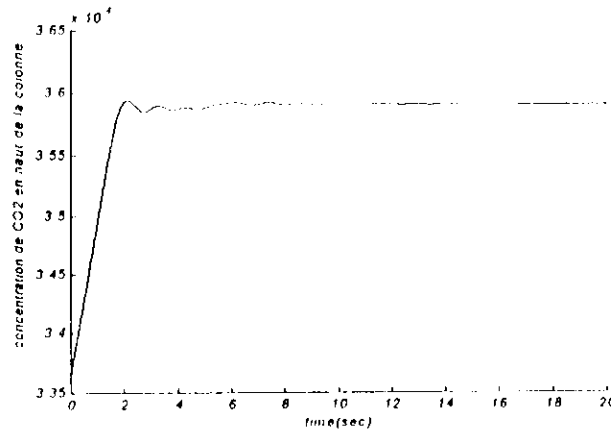
FigII.3.15 Evolution de la concentration de CO<sub>2</sub> en haut de colonne pour per1=-10% et n=12



FigII.3.16 Evolution de la concentration de CO<sub>2</sub> en haut de colonne pour per1=-20% et n=12



FigII.3.17 Evolution de la concentration de CO<sub>2</sub> en haut de colonne pour per1=-30% et n=12



FigII.3.18 Evolution de la concentration de  $\text{CO}_2$  en haut de colonne pour  $\text{per1}=-50\%$  et  $n=12$

Avec :

Per : perturbation sur la concentration de  $\text{CO}_2$  à l'entrée de la colonne.

Per1 : perturbation sur le débit de liquide de lavage.

## II.4 Résultats et commentaires

Nous avons d'abord étudié l'évolution de la concentration de  $\text{CO}_2$  en haut de colonne pour une perturbation en échelon de l'ordre de 10% sur la concentration de  $\text{CO}_2$  à l'entrée de la colonne et pour différents pas de discrétisation spatiaux ( $\Delta z$ ), cette évolution (figII.3.1.....6) nous indique les phénomènes suivants :

- Dispersion fictive : les oscillations sont un exemple de la dispersion fictive ( Spurious dispersion ). La fréquence est inversement proportionnelle à la grandeur du pas de discrétisation. [28]
- Diffusion fictive négligeable : la forme de la réponse illustre bien le caractère purement convectif du transport axial de matière dans le modèle mathématique, autrement dit, la diffusion fictive introduite par la résolution numérique d'un modèle approché est négligeable. [28]
- Monotonicité : il est évident que la propriété physique de Monotonicité n'est pas conservée dans la résolution numérique du modèle approché. [28]

D'après la théorie, les imprécisions dues à la résolution d'un modèle approché diminuent jusqu'à n'être plus perceptibles si l'on utilise un pas de discrétisation de plus en plus petit [25]. Cependant cela pose des problèmes sur le plan pratique provenant :

- Du grand nombre d'équations différentielles à résoudre simultanément.
- De la diminution du pas d'intégration, qui est exigée pour obtenir un schéma d'intégration stable ce qui augmente considérablement le temps de calcul. [28]
- Amplification de la fréquence des oscillations de la réponse du système.

Sur le plan pratique, le problème est donc de déterminer un pas de discrétisation permettant une précision suffisante, un temps de calcul raisonnable et une fréquence d'oscillation acceptable. Dans notre travail, ce pas a été calculé empiriquement et il a été fixé à :  $\Delta z = \frac{L}{12}$ .

Par la suite, nous nous sommes intéressés à l'évolution de la concentration de  $\text{CO}_2$  en haut de colonne en fonctions des perturbations intervenants sur la concentration de  $\text{CO}_2$  à l'entrée de la colonne et pour un pas de discretisation spatial constant. Cette évolution est illustrée par les courbes (FigII.3.7.....13). Ces figures nous indiquent la robustesse du schéma numérique choisit par rapport aux perturbations sur la concentration de  $\text{CO}_2$  en entrée de colonne.

Finalement, nous avons étudié l'influence des perturbations de débit de liquide de lavage sur l'évolution de la concentration de  $\text{CO}_2$  en haut de colonne (figII.3.14...18).

Nous remarquons bien qu'il n'y a plus de temps mort, ce qui est normal car le liquide de lavage agit directement sur le gaz en haut de colonne.

## Conclusion

Dans ce qui précède nous avons présenté une solution numérique du modèle mathématique du processus d'absorption. Cette solution est rendue possible par l'utilisation d'un modèle approché aux dimensions finies. Cette approximation est développée par l'application de la méthode de semi discrétisation spatiale par différences finies (C.T.D.S).

Des simulations numériques de la réponse à un échelon de perturbation sur le débit de liquide de lavage et sur la concentration de  $\text{CO}_2$  à l'entrée de la colonne nous ont permis d'étudier les propriétés de ce modèle. Une analyse du modèle ainsi simulé conduit aux conclusions suivantes :

- Le caractère purement convectif est bien préservé, cependant l'utilisation d'une telle méthode introduit un phénomène de dispersion fictive pendant le régime transitoire. Pour limiter cette dispersion nous avons effectué plusieurs simulations avant de fixer le pas de discretisation spatial adéquat.



*Chapitre III*  
*La logique floue*

### III.1 Introduction

C'est à LOTFI ZADEH, spécialiste renommé d'automatique et de la théorie des systèmes, à l'université de BERKELEY, que revient le mérite de faire, en 1965, la jonction entre les logiques multivariées des années 1930 et les travaux de BLACK sur les concepts vagues, grâce à la notion des ensembles flous et aux logiques associées.

L'application la plus populaire de la logique floue est la commande par la logique floue, qui donne lieu au plus grand nombre de réalisations. La méthodologie de la commande par logique floue apparaît utile quand les processus sont très complexes à analyser par des techniques quantitatives conventionnelles ou quand les sources d'informations sont jugées non précises ou incertaines. Ainsi, la commande par logique floue peut être vue comme un rapprochement entre les contrôles mathématiques précis et la prise de décision humaine [12].

### III.2 Notion de base sur la logique floue

Dans cette section, nous allons voir les concepts de la théorie de la logique floue nécessaires pour la conception des régulateurs flous.

#### III.2.1 Ensembles ordinaires

Etant donné un ensemble de référence  $X$ , on peut distinguer les éléments de  $X$  qui appartiennent à une certaine classe de  $X$  et ceux qui n'y appartiennent pas. Cette classe est alors un sous-ensemble de  $X$  (au sens habituel de la théorie des ensembles), on le qualifie de classique ou d'ordinaire.

Pour un ensemble ordinaire  $X$ , on peut définir la fonction d'appartenance  $\mu_X(x)$  telle que :

$$\begin{aligned} \mu_X(x) &= 1 \text{ si } x \in X \\ \mu_X(x) &= 0 \text{ si } x \notin X \end{aligned} \quad (III.1)$$

#### III.2.2 ensembles flous

Soit  $X$  une collection continue ou discrète d'objets dénotés  $\{x\}$ ,  $X$  est appelé univers de discours et  $x$  représente l'élément générique de  $X$ .

Un ensemble flou peut être vu comme une généralisation du concept d'ensemble ordinaire dont la fonction d'appartenance prend seulement deux valeurs  $\{0,1\}$  (ensemble booléen). Ainsi sur un univers de discours  $X$ , un sous-ensemble flou  $A$  est caractérisé par une fonction d'appartenance  $\mu_A$  prenant ses valeurs dans l'intervalle  $[0,1]$ . Alors l'ensemble flou  $A$  dans  $X$  est défini par l'ensemble des paires (élément générique, degrés d'appartenance).

$$A = \{(x, \mu_A(x)) / x \in X\} \quad (III.2)$$

### III.2.3 Variables linguistiques

La description d'une certaine situation, d'un phénomène ou d'un procédé contient en général des expressions linguistiques (floues), comme : *chaud, froid, grand, petit, ...etc.*

Les expressions de ce genre forment les valeurs d'une variable linguistique, qu'on appelle valeurs floues et qu'on peut représenter par des fonctions d'appartenances.

#### Définition

Une variable linguistique est caractérisée par un triplet  $(x, T(x), X)$  où :

- $x$  : est la variable linguistique.
- $T(x)$  : est l'ensemble des valeurs linguistiques des  $x$ .
- $X$  : est l'univers de discours.

### III.2.4 Fonction d'appartenance

Pour un traitement mathématique des variables linguistiques et dans le but de traiter des déductions floues par ordinateur, on attribue à chaque valeur de la variable linguistique une fonction d'appartenance, variant entre 0 et 1. La fonction d'appartenance est désignée par  $\mu_{A_i}(x)$  où  $x$  est rapporté à la variable linguistique tandis que  $A_i$  est le sous-ensemble flou concerné[15].

Les fonctions d'appartenances les plus utilisées sont : triangulaires, trapézoïdales, sigmoïdales, et gaussiennes.

Les fonctions d'appartenances sont choisies par l'utilisateur en se basant sur l'expérience, ou bien en s'appuyant sur des procédés d'optimisation[16].

Une très grande résolution est obtenue en utilisant plus de fonctions d'appartenances au prix d'une plus grande complexité de calcul.

Généralement, les fonctions d'appartenances sont normalisées entre 0 et 1.

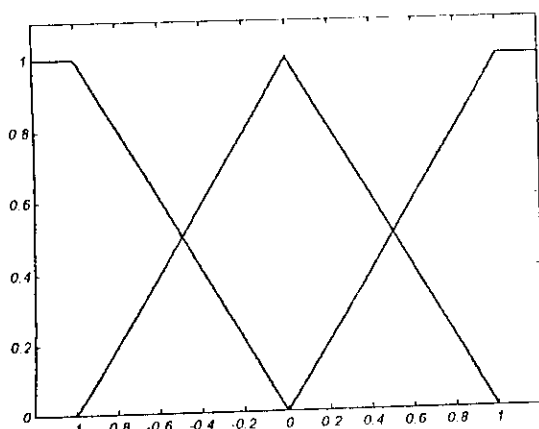
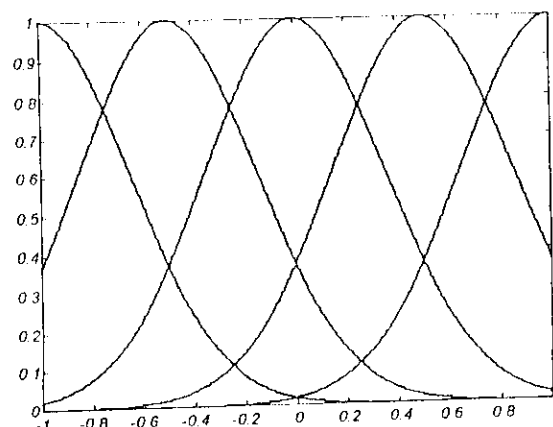


Figure III.1.a) Fonction d'appartenance triangulaire



b). Fonction d'appartenance Gaussienne

### III.2.5 Opérations sur les sous ensembles flous

Soient A et B deux sous ensembles flous de X définis par les fonctions d'appartenance  $\mu_A$  et  $\mu_B$  respectivement. Alors nous avons les propriétés suivantes :

$$\text{Union : } \begin{cases} \mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \\ \text{ou} \\ \mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) * \mu_B(x) \end{cases} \quad (III.3)$$

$$\text{Inter section : } \begin{cases} \mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \\ \text{ou} \\ \mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) * \mu_B(x) \end{cases} \quad (III.4)$$

$$\text{Négation : } \mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (III.5)$$

### III.2.6 Relations de compositions sur le produit de deux espaces de référence

Une relation floue représente un degré de présence d'association, interaction ou d'interconnexion entre les éléments de deux ou plusieurs sous-ensembles flous.

Soient U et V deux univers de discours, une relation R(U,V) est un ensemble flou de produit cartésien  $U * V$ , c'est à dire un sous ensemble flou de  $U * V$ , et il est caractérisé par une fonction d'appartenance :

$\mu_R(x,y)$  où  $x \in U$  et  $y \in V$ , c'est à dire

$$R(u,v) = \left\{ \frac{((x,y), \mu_R(x,y))}{(x,y) \in U * V} \right\} \quad (III.6)$$

On peut généraliser ce résultat à n sous-ensembles flous.

Soient R(x,y) et S(x,y) deux relations floues dans le même espace de produit cartésien  $U * V$  :

$$\begin{cases} \mu_{R \cap S}(x,y) = \mu_R(x,y) * \mu_S(x,y) \\ \mu_{R \cup S}(x,y) = \mu_R(x,y) \oplus \mu_S(x,y) \end{cases} \quad (III.7)$$

où  $*$  = t-norme et  $\oplus$  = t-conorme

### III.2.7 Raisonnement flou

Les ensembles flous et la théorie des possibilités sont des éléments importants de la représentation des connaissances imparfaitement définies. Pour raisonner sur de telles connaissances, la logique classique ne suffit pas. On utilise la logique floue lorsque les connaissances sont imprécises, vagues et éventuellement incertaines. Voici quelques définitions utilisées [12] :

Soit  $x$  une variable linguistique et  $A$  une caractéristique

#### Définition 1 (proposition)

Une proposition floue est définie à partir d'une variable linguistique ( $x, T(x), X$ ) par la qualification : "  $x$  est  $A$  ".

#### Définition 2 (conjonction)

La conjonction de deux propositions floues est réalisée par l'opérateur ET par exemple :  
"  $x_1$  est  $A_1$  ET  $x_2$  est  $A_2$  "

#### Définition 3 (disjonction)

La disjonction de deux propositions floues est réalisée par l'opérateur OU par exemple :  
"  $x_1$  est  $A_1$  OU  $x_2$  est  $A_2$  "

#### Définition 4 (implication)

L'implication entre deux propositions floues définit aussi une proposition floue que l'on peut exprimer par : "  $x_1$  est  $A_1$  ALORS  $x_2$  est  $A_2$  "

Plus généralement, on peut construire des propositions floues par conjonction, disjonction ou implication portant sur des propositions floues élémentaires.

#### Définition 5 (règle floue) :

Une règle floue est une proposition floue utilisant une implication entre deux propositions floues quelconques. Par exemple :

où : " SI  $x_1$  est  $A_1$  ET  $x_2$  est  $A_2$  ALORS  $x_3$  est  $A_3$  "  
"  $x_1$  est  $A_1$  ET  $x_2$  est  $A_2$  " est la prémisse de la règle  
et "  $x_3$  est  $A_3$  " est sa conclusion.

En utilisant les règles de composition d'inférence, nous pouvons formaliser une procédure d'inférence, appelé raisonnement flou sur l'ensemble des règles (Si-Alors).

### III.3 Commande par logique floue

La commande par logique floue est le domaine dans lequel il existe le plus de réalisation

effective, en particulier industrielle. Son but est de traiter des problèmes de commande de processus, le plus souvent à partir des connaissances des experts.

### III.3.1 contrôleur flou

La configuration de base d'un contrôleur flou (*fig.III.2*) comprend les éléments suivants :

#### a) Fuzzification

C'est la partie du contrôleur flou chargé de convertir les grandeurs physiques en variables linguistiques.

#### b) Base de règles

Elle contient les définitions des termes utilisés dans la commande et l'ensemble des règles caractérisant la cible de la commande et décrivant la conduite de l'expert.

#### c) Inférence

L'inférence transforme à l'aide du jeu de règles (en manipulant la base de règles) la partie floue issue de la fuzzification en une nouvelle partie floue qui caractérise la sortie du contrôleur.

#### d) Défuzzification

La défuzzification consiste à convertir la partie floue issue de l'inférence en une grandeur physique.

Plusieurs stratégies de défuzzification sont utilisées:

- *Méthode du maximum :*

La commande est égale à la valeur dont le degré d'appartenance est le plus fort.

- *Méthode de la moyenne des maximas :*

La commande sera égale à la moyenne des valeurs dont le degré d'appartenance est maximal.

- *Méthode du centre de gravité :*

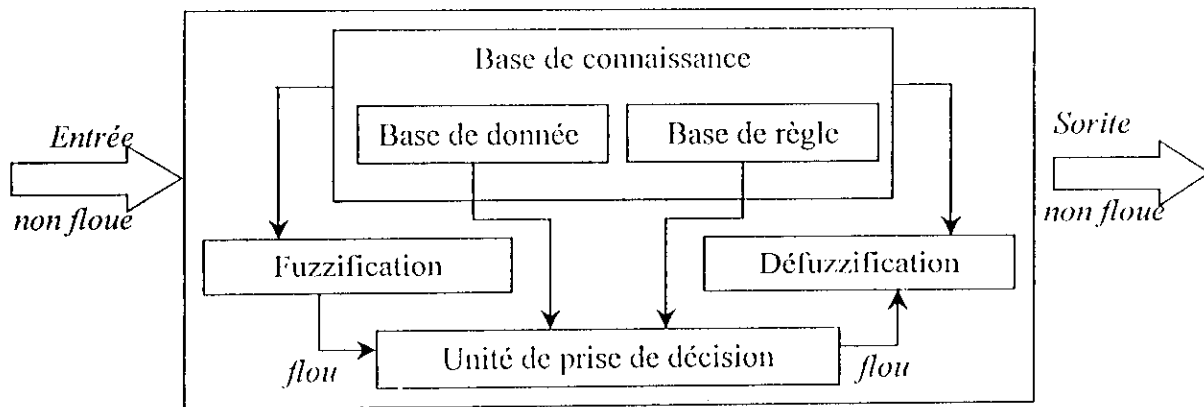
C'est la méthode la plus utilisée dans les contrôleurs flous. Dans celle-ci la commande sera égale au centre de gravité de l'ensemble flou de sortie, on obtient donc pour :

\*Univers de discours discret :

$$C = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \mu_A(x_i)}{\sum_{i=1}^n \mu_A(x_i)} \quad (III.8)$$

\*univers de discours continu :

$$C = \frac{\int x \cdot \mu_A dx}{\int \mu_A dx} \quad (III.9)$$



**Fig.III.2** Architecture générale d'un contrôleur flou

### III.4 Conception d'un contrôleur flou

Pour synthétiser un contrôleur flou, la connaissance du modèle mathématique du système n'est pas nécessaire mais le comportement qualitatif doit être connu. Les étapes de synthèse d'un régulateur flou sont les suivantes :

- Choix des variables d'entrée et de sortie du contrôleur :

Le choix des variables linguistiques et leurs fonctions d'appartenance est très important. En effet, c'est de ce choix que vont dépendre les performances de la commande. En général et par analogie avec un régulateur PD, on utilise comme variables linguistiques d'entrée, l'erreur et la variation de l'erreur.

- Normalisation et partitionnement des variables linguistiques :

La normalisation est l'opération qui consiste à ramener l'univers de discours de chaque variable en entrée ou en sortie à un intervalle normalisé  $[-1, 1]$ . L'intervalle de discours de chaque variable linguistique est divisé en classe, chacune caractérisée par un terme linguistique et une fonction d'appartenance.

### III.5 Types de régulateurs flous

Il existe plusieurs types de régulateurs flous, ils peuvent différer sur plusieurs aspects. On cite par exemple : régulateur de type *Mamdani*, de type *Sugeno*, ... etc.

#### III.5.1 Régulateur de type Mamdani

Mamdani fut le premier à utiliser la logique floue pour la synthèse de stratégies de commande floues. Il utilise le minimum comme opérateur de jonction et l'implication pour représenter le graphe flou associé à chaque règle et l'opérateur maximum pour l'agrégation. Dans la règle  $i$  :

$$\text{Si } x_1 \text{ est } A_1 \text{ et } \dots \text{ et } x_n \text{ est } A_n \text{ Alors } y \text{ est } B^i \quad (\text{III-10})$$

Les  $B^i$  sont des sous ensembles flous. Ils forment en général une partition de l'univers de sortie.

#### Exemple

Considérons un ensemble de deux règles floues défini par :

$R1$  : Si  $x_1$  est  $A1$  et  $x_2$  est  $B1$  Alors  $y$  est  $C1$

$R2$  : Si  $x_1$  est  $A2$  et  $x_2$  est  $B2$  Alors  $y$  est  $C2$

Pour deux entrées  $x_1^0$  et  $x_2^0$ , on aura  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  caractérisant les degrés de confiance de  $R1$  et  $R2$  avec :

$$\alpha_1 = \min(\mu_{A1}(x_1^0), \mu_{B1}(x_2^0))$$

$$\alpha_2 = \min(\mu_{A2}(x_1^0), \mu_{B2}(x_2^0))$$

la première règle donne :  $\mu_{R1}(y) = \min(\alpha_1, \mu_{C1}(y))$

la deuxième règle donne :  $\mu_{R2}(y) = \min(\alpha_2, \mu_{C2}(y))$

le résultat des deux règles est  $\mu_C(y) = \min(\mu_{R1}(y), \mu_{R2}(y))$ .

#### III.5.2 Régulateur de type Sugeno

Dans les régulateurs de ce type les conclusions des règles ne sont pas symboliques (i.e. représentées par des sous ensembles flous) mais une fonction des entrées, par exemple :  $b^i = f(x_1, \dots, x_n)$

Où  $f(\cdot)$  est généralement une fonction polynomiale.

Et la sortie du régulateur est donnée par :

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i(x) * b^i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i(x)} \quad (\text{III-11})$$

Où les  $\alpha_i$  sont les valeurs de vérité de chaque règle pour  $i=1$  à  $n$ .

Notons que la sortie donnée par le régulateur est en effet la variation du signal de commande.



### III.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons vu des notions de base sur la logique floue, la représentation d'un régulateur flou ainsi que ses différents constituants. Nous avons vu aussi qu'il y a deux types de régulateurs flous : Sugeno et Mamdani. Le premier utilise des valeurs numériques pour les conclusions alors que le deuxième utilise des sous-ensembles flous pour les conclusions. Nous avons aussi exposé les différents avantages qu'offrent la logique floue dans le traitement d'informations incertaines ou imprécises.

*Chapitre IV*  
*La commande Neuro-floue*

## IV.1 Introduction

Pour palier au problème de la synthèse des régulateurs flous qui nécessite des essais de simulation assez longs, en effet des tâtonnements sont indispensables, les recherches actuelles sont orientées vers l'association de la logique floue et des réseaux de neurones pour améliorer le dimensionnement du contrôleur flou.

Cette association consiste à intégrer Propriétés intéressantes de traitement de l'imprécis ou l'incertain des systèmes flous, à des propriétés d'apprentissage des réseaux de neurones. Cet apprentissage est d'autant plus facile que l'on parle d'une information structurée contenue dans des règles floues de production. Cela permet d'introduire des capacités d'autoréglage et d'adaptativité dans les systèmes flous.

## IV.2 Réseaux de neurones

### IV.2.1 Le modèle biologique

L'élément fonctionnel de base du système nerveux est le neurone. Cette unité de base présente des différences notoires d'une espèce animale à une autre, et à l'intérieure d'une même espèce il existe de nombreuses variétés de neurones. Ces dernières se différencient tant par des aspects anatomiques que fonctionnels. Cependant, des points communs existent entre ces différents neurones et sont à la base de l'archétype de la cellule nerveuse qui sera présenté dans ce qui suit [17],[26].

#### IV.2.1.1 Anatomie du neurone

Le neurone est constitué de trois parties principales (Figure IV.1) [17],[26] : les dendrites, le soma et l'axone, chacune de ces parties ayant une fonction vis à vis du transfert de l'information.

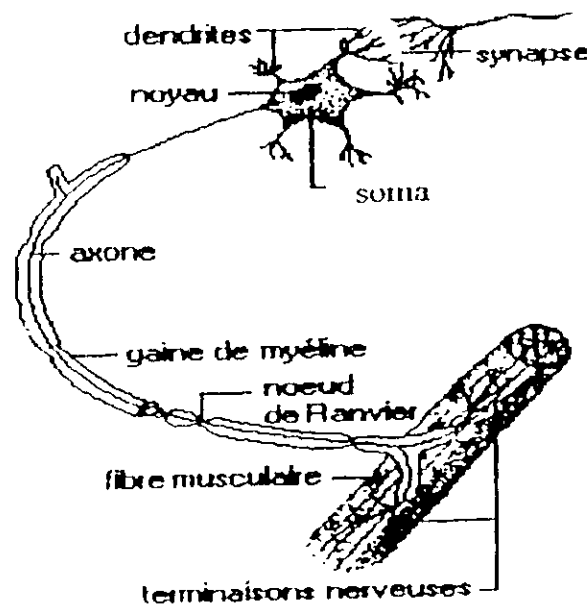


Fig.IV.1 Neurone typique de vertébré

Les dendrites collectent des signaux venants d'autres cellules ou de l'extérieur. Cette collecte se fait au niveau de points de contact avec les autres neurones, ces points de contact sont appelés «synapses». L'information est ensuite acheminée vers le corps cellulaire ou somma qui joue le rôle de sommateur d'informations, une sommation qui est dite «spatio-temporelle» : spatio vue son étendue, et temporelle parce que la transmission des signaux le long des dendrites est caractérisée par un retard, une atténuation et un effet de filtrage.

Si le potentiel somatique dépasse un seuil il y a émission d'un potentiel d'action «spike» qui est transmis sans atténuation le long de l'axone, et réparti sur les différentes synapses des neurones cibles grâce à l'arborisation terminale.

### IV.2.1.2 Organisation en réseaux

On estime à environ 100 à 1000 milliards le nombre de neurones du système nerveux humain, chaque neurone compte en moyenne 1000 à 100.000 synapses. Ces valeurs traduisent bien la complexité du système nerveux.

Bien que les neurones soient fortement liés entre eux, néanmoins ces connections ne sont pas aléatoires et correspondent à des réseaux dont les architectures sont bien définies mais dont les fonctionnements restent toujours difficiles à cerner. [17],[26]

Les architectures de ces réseaux sont caractérisées par une certaine variabilité d'un individu à un autre, ceci est du en partie au hasard et à l'expérience propre de chaque individu.

### IV.2.1.3 Plasticité synaptique

Ce titre évoque l'une des plus importantes propriétés des réseaux de neurones : « La plasticité du système nerveux ». Cette caractéristique englobe la faculté d'évolution des cellules nerveuses et de leurs interconnexions. Les notions d'apprentissage et de mémoire sont étroitement liées à cette propriété [17],[26]. Cette plasticité se reflète dans plusieurs caractéristiques du système nerveux. Ainsi lors de la maturation de ce dernier, les circuits neuraux – grâce aux stimulations externes et à la plasticité cérébrale – se spécialisent par sélection, élimination ou renforcement des connexions.

En 1862 déjà, Spencer supposait que les modifications cellulaires en fonction de l'activité étaient à l'origine du phénomène de mémoire, plus tard (1911), à partir des travaux de Cajal, Tanzi suggérait que le développement fonctionnel des réseaux de neurones reposait sur des modifications synaptiques.

Cependant on doit à Hebb, en 1949, le premier énoncé d'une règle qualitative régissant la plasticité synaptique.

L'observation fondamentale de Hebb réside dans le fait que le renforcement synaptique intervient lorsqu'il y a activité conjointe du neurone pré-synaptique (cause) et du neurone post-synaptique (effet). Ceci est illustré par le passage suivant (passage tiré de son livre) [17] :

« When an axon of cell A is near enough to excite cell B and repeatedly takes part in firing it, some growth process or metabolic change takes place in one or both cells such that A's efficiency, as one of the cells firing B, is increased. »

Cette règle peut être schématisée par le tableau suivant [17] qui représente les 4 états conjoints des neurones pré et post-synaptiques. Selon Hebb l'efficacité de la synapse augmente si les 2 éléments sont actifs simultanément.

Neurone pre-synaptique.	Neurone post-synaptique.	Efficacité de la synapse.
Λ	Λ	+1
I	Λ	0
Λ	I	0
I	I	0

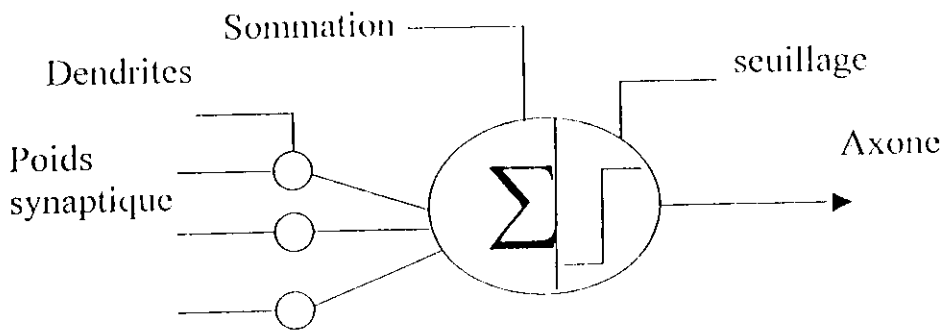
Λ : actif.

I : inactif.

**Tableau IV.1 Règles de plasticité de Hebb**

### IV.2.2 Neurone formel

Une analogie directe, faite par Mc Culoch et Pitts, avec le neurone biologique a donné le neurone formel [17], qui est en effet un corps cellulaire qui effectue des sommes pondérées de ces entrées, si le résultat de cette somme dépasse un certain seuil le neurone sera actif, si non le neurone reste inactif ou à l'état bas



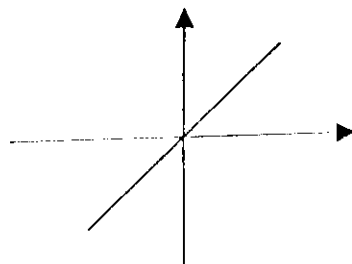
**Fig.IV.2 neurone formel-**

L'activation du neurone se fait par la fonction neurone qui peut avoir plusieurs formes selon l'utilisation du réseau. Soit la somme des entées pondérées :

$$P = \sum_{i=1}^n w_i x_i \tag{VI.1}$$

Où  $x_i$  est la  $i^{ème}$  entrée,  $w_i$  est le poids de pondération (ou poids synaptique) et P la somme pondérée. les différentes fonctions neurone sont [29] :

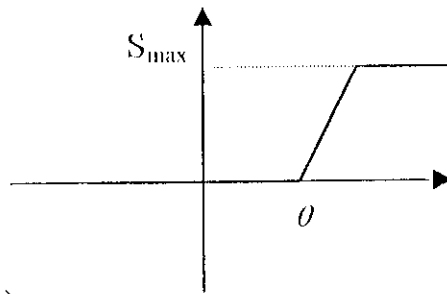
- Fonction identité  $N(P) = P$



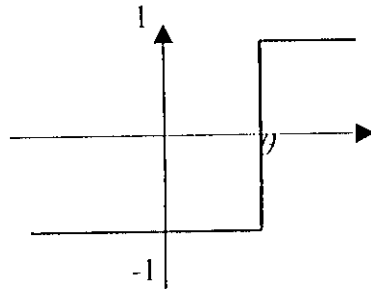
elle est utilisée dans les mémoires associatives

- $N(P) = \min [S_{\max}, \max (0, \Delta P)]$

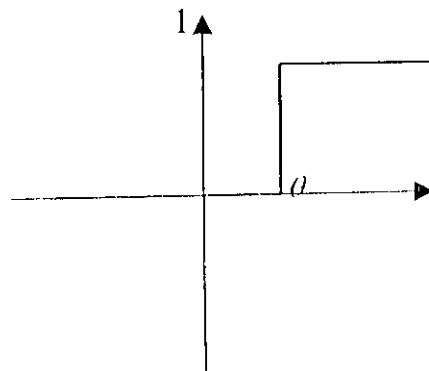
C'est la fonction la plus proche de la caractéristique entrée/sortie d'un neurone réel.



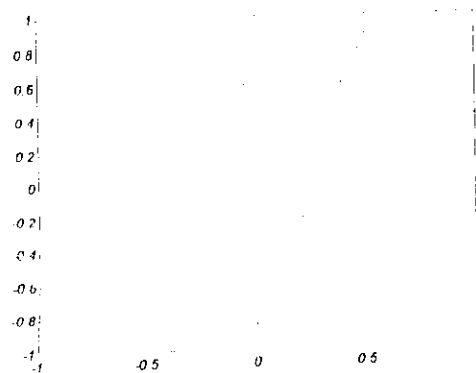
- $N(P) = \text{sign} (p - \theta )$



ou  $N(P) = U[ P - \theta ]$



- La fonction sigmoïde qui est très utilisée  $N(P) = \frac{\exp(\frac{P-\theta}{T})-1}{\exp(\frac{P-\theta}{T})+1}$



### IV.2.3 Eléments constitutifs d'un réseau de neurones

Le neurone en lui-même autant qu'unité élémentaire n'a aucun pouvoir. La force et l'efficacité d'un cerveau résident en effet dans le groupement de ses neurones et le partage de tâches entre eux. Donc un réseau de neurone est un graphe orienté et pondéré. Les nœuds de ce graphe sont les neurones formels (les unités connexionnistes) dotés d'un état interne, l'activation, par laquelle il influence les autres neurones du réseau. Cette activité se propage le long d'ares pondérés appelés poids synaptiques. Admettons que les  $N$  neurones du réseau sont indexés, on peut donc exprimer cet état global sous la forme d'un vecteur d'activation dont les composants sont les activations de chaque neurone

$$A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$$

De même on définit la matrice des liens synaptiques qui est constituée des poids synaptiques :

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & \cdot & \cdot & w_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ w_{n1} & \cdot & \cdot & w_{nn} \end{bmatrix} \quad (IV.2)$$

En général la connectivité d'un réseau est rarement complète, mais obéit plutôt à des contraintes imposées lors de la structuration, les liens manquant sont alors représentés par des éléments nuls. On appellera architecture la structure (connectivité, nombre et type des neurones) du réseau [29].

#### • Entrées et sorties du réseau

Il est nécessaire de communiquer aux neurones du réseau les données du problème qu'on veut résoudre et d'en retirer les résultats des calculs. Donc les neurones du réseau sont répartis en trois ensembles [5],[29] :

- L'ensemble  $E$  des neurones d'entrée qui sont les neurones qui perçoivent les données du problème.
- L'ensemble  $S$  des neurones de sortie qui sont ceux qui nous donneront la réponse du réseau.
- L'ensemble  $C$  des neurones cachés qui sont ceux qui n'appartiennent ni à la couche  $E$  ni à la couche  $S$ , ils n'ont donc aucun lien avec l'utilisateur.

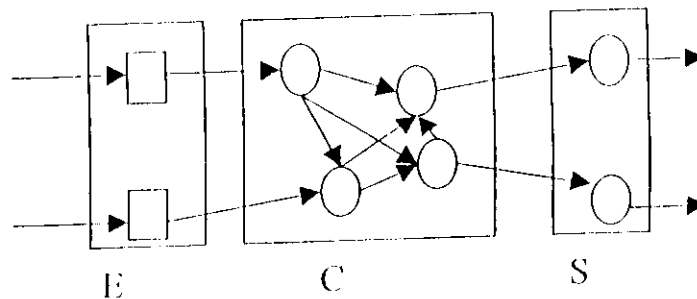


Fig.IV.3 Couches d'un RNA

### IV.2.4 Classification des réseaux de neurones

La classification des réseaux de neurones se fait suivant trois critères [29] : architecture, apprentissage et la fonction pour laquelle la réseau a été conçu.

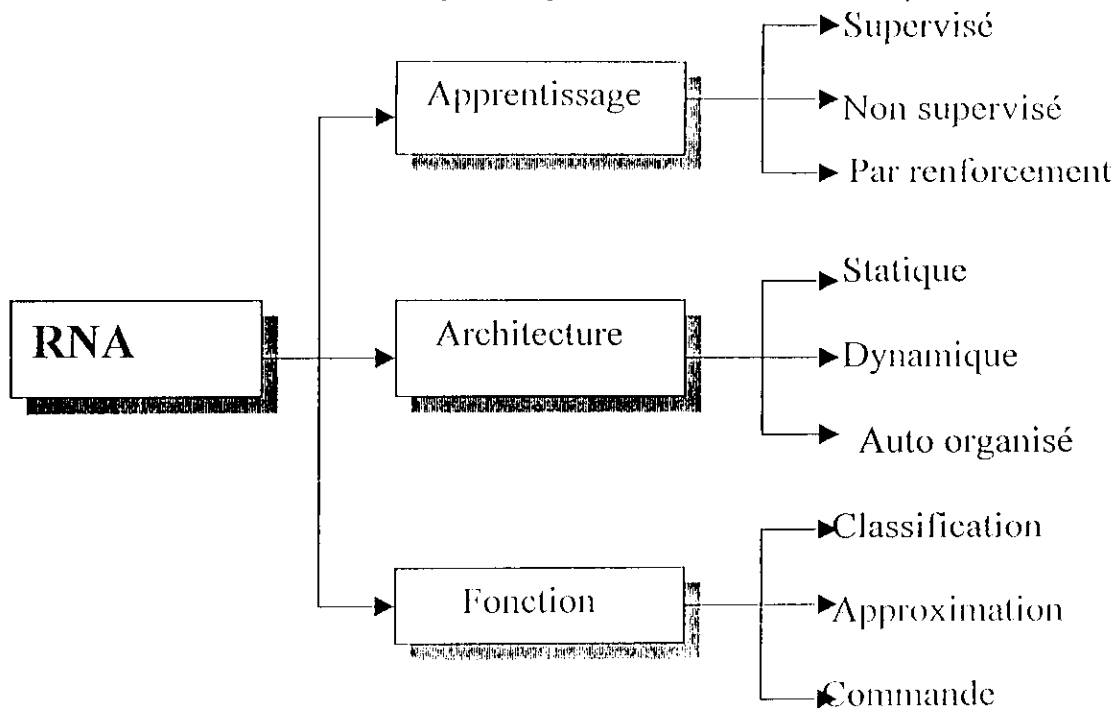
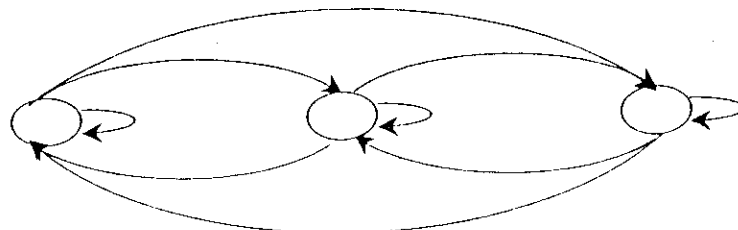


Fig.IV.4 Classification des réseaux de neurones-

### IV.2.5 Architecture des réseaux de neurones

On trouve trois types de réseaux de neurones à architectures différentes [30] :

- **Réseaux statiques** : ce type de réseaux peut être utilisé pour la classification ou l'approximation des fonctions complexes non linéaires. Il est organisé généralement en couches, chaque neurone d'une couche reçoit de l'information des neurones de la couche précédente (ou simplement de l'entrée du réseau pour les neurones de la couche E) et il n'y a pas de feed-back d'information.
- **Réseaux dynamiques** : ce genre de réseaux a été utilisé au début pour les problèmes de classification ou de mémorisation mais actuellement il est utilisé pour l'identification des systèmes dynamiques. Il est caractérisé par un feed-back entre les neurones, ce qui rend le système dynamique.



FigIV.5 RNA dynamique



## • Réseaux à architecture évolutive et réseaux auto organisé

Les réseaux auto organisés sont des réseaux de neurones qui changent leur structure pendant l'utilisation. Ainsi les neurones se regroupent topologiquement suivant la représentation des exemples issus de l'espace d'entrée. Ces réseaux sont généralement des dérivées des modèles de Kohonen.

Les réseaux sont dits évolutifs au vu de leur méthode d'apprentissage, c'est la dimension du réseau qui change pendant l'entraînement, ainsi le nombre de neurones augmente ou diminue. La structure n'est cependant pas bouleversée par ce changement.

### Stabilité des réseaux de neurones

On sait que tous les systèmes dynamiques sont confrontés au problème de stabilité, en particulier les réseaux de neurones à architecture complètement connectée [29]. En effet le réseau de neurones après avoir été stimulé, entre en phase de circulation massive de l'information entre ses composants, et à chaque instant les activations des neurones sont calculées et envoyées vers d'autres neurones ou vers la sortie du réseau. Il est donc important pour un fonctionnement correct du réseau que ce régime de circulation de l'information s'arrête en atteignant la stabilité et prévoir où ce dernier s'arrêtera.

La vérification de la stabilité du réseau de neurones revient à vérifier, qu'écarté de son état initial, celui-ci tend vers un état d'équilibre. Pour ce faire on peut utiliser le théorème de Lyapunov.

### IV.2.6 Apprentissage des réseaux de neurones

L'apprentissage d'un réseau de neurone est un problème d'optimisation qui consiste à trouver les poids synaptiques qui minimisent une certaine fonction de coût (l'erreur). En fonction de la source d'information dont on dispose, on peut différencier plusieurs types d'apprentissages. Les deux méthodes les plus utilisées dans la communauté de l'automatique sont [29] :

- Apprentissage supervisé
- Apprentissage non supervisé

#### IV.2.6.1 Apprentissage supervisé

Dans ce type d'apprentissage, on présente au RNA les paires (entrée/sortie désirée) qui sont connues (c'est en quelque sorte un superviseur).

Et on adapte ses poids de manière à minimiser le critère :

$$E = \sum_{k=1}^n (y_k - \hat{y}_k) \quad (IV.3)$$

Où  $y_k$  est la sortie désirée et  $\hat{y}_k$  est la sortie calculée par le RNA. Ce type d'apprentissage est utilisé pour l'identification d'un modèle, direct ou inverse d'un processus physique.

## IV.2.6.2 Apprentissage non supervisé

Dans ce type d'apprentissage, le réseau peut apprendre sans connaître les sorties désirées. Il modifie ces poids en fonction d'un critère interne. Ce type d'apprentissage est plus rapide et moins complexe en terme de calcul que l'apprentissage supervisé, donc il est adapté pour les systèmes rapides ou dans le cas où l'on a une insuffisance d'information.

## IV.2.6.3 Les algorithmes d'apprentissage

### • RNA statique

L'apprentissage des RNA statiques est basé sur la minimisation de l'erreur quadratique. L'algorithme le plus utilisé pour l'apprentissage est l'algorithme de rétro propagation.

#### a) Algorithme de rétro propagation

L'algorithme de rétro propagation de l'erreur dans les RNA multicouches est l'algorithme d'apprentissage le plus utilisé car il a une capacité d'apprendre à travers des modèles non linéaire. Il a été découvert par Werbo en 1974, en suite un algorithme similaire nommé algorithme de la logique d'apprentissage est développé par Parker en 1982. En 1986 Rumelhart, hunton et William ont développé l'algorithme de back-propagation en se basant sur les règles de windrows-hopf sur les RNA multicouches.

#### Résumé de l'algorithme

1. Appliquer le vecteur d'entrée  $x_p = (x_{p1}, x_{p2}, \dots, x_{pn})$  à la couche d'entrée.
2. Calculer les entrées totales de chaque neurone de la couche cachée

$$net_{pj}^h = \sum_{i=1}^N w_{ij}^h x_{pi} + \theta_j^h \quad (IV.4)$$

3. Calculer les sorties de la couche cachée

$$i_{pj}^h = f_j^h(net_{pj}^h). \quad (IV.5)$$

4. Passer à la couche de sortie, calculer les entrées totales de chaque neurone

$$net_{pk}^o = \sum_{j=1}^{I_h} w_{kj}^o i_{pj}^h + \theta_k^o \quad (IV.6)$$

5. Calculer les sorties

$$O_{pk}^o = f_k^o(net_{pk}^o) \quad (IV.7)$$

6. Calculer l'erreur de la couche de sortie :

$$\delta_{pk}^o = (y_{pk}^o - O_{pk}^o) f_k^o'(net_{pk}^o) \quad (IV.8)$$

7. Calculer les nouveaux poids

$$w_{kj}^o(n+1) = w_{kj}^o(n) + \eta \delta_{pk}^o x_{pj}^h \quad (IV.9)$$

## 8. Adaptation des poids de la couche cachée

$$w_{kj}^o(n+1) = w_{kj}^h(n) + \eta \delta_{pj}^o x_i \quad (IV.10)$$

## 9. Calculez l'erreur

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (O_{pk} - y_{pk}) \quad (IV.11)$$

**b – Back-propagation avec momentum**

C'est une amélioration de l'algorithme de back-propagation, en introduisant un terme d'inertie dans la connexion des poids en tenant compte de la connexion précédente. Cette approche consiste à minimiser le critère :

$$E(n) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \gamma^{n-i} \|y_i - \hat{y}_i\|^2 \quad (IV.12)$$

Avec  $\gamma < 1$  ; (momentum)

Ce critère est la somme des erreurs quadratiques pondérées exponentiellement. La règle d'adaptation avec momentum est la suivante :

$$\Delta w_{jk}(n) = \gamma w_{jk}(n) - \alpha \delta_j(n) x_k(n) \quad (IV.13)$$

$$w_{jk}(n+1) = w_{jk}(n) + \Delta w_{jk}(n) \quad (IV.14)$$

Avec  $\gamma$  la constante de momentum ( $0 < \gamma < 1$ ). En pratique, elle est au environs de 0.8 à 0.9.

- **RNA dynamiques**

L'apprentissage des RNA dynamiques est effectué à l'aide des algorithmes [5] :

- fixed point learning
- trajectory learning

L'entraînement d'une même structure de réseau dynamique avec différents algorithmes peut montrer une conduite dynamique différente. Le réseau est défini en connaissant son architecture et les algorithmes d'apprentissage i.e. il est composé de deux systèmes dynamiques : la transmission et le système d'ajustement.

**a- Fixed point learning**

Dans cet algorithme, le point d'équilibre est imposé. Pour le réseau à trois couches, l'erreur est définie par :

$$E = \frac{1}{2} \sum (y_\infty^k - y)(y_\infty^k - y) \quad (IV.15)$$

avec  $y_\infty^k$  : vecteur des d'équilibre désiré

L'algorithme d'apprentissage peut être déduit par l'application de l'algorithme de la descente du gradient à ce réseau :

$$\begin{cases} h_i(k+1) = h_i(k) - r_1 \frac{\partial E(k)}{\partial h_i} \\ w_y(k+1) = w_y(k) - r_2 \frac{\partial E(k)}{\partial w_y} \\ b_y(k+1) = b_y(k) - r_3 \frac{\partial E(k)}{\partial b_y} \end{cases} \quad (IV.16)$$

### b) Trajectory learning

L'erreur dans ce cas est donnée par :

$$E = \frac{1}{2} \int_n^{n_0} [d(\tau) - y(\tau)]^T [d(\tau) - y(\tau)] d\tau \quad (IV.17)$$

avec  $d(\tau)$  : vecteur de trajectoires désirées

$t_1$  : constante (technique off-line) ou variable (technique on-line)

dans le cas discret :

$$E = \frac{1}{2} \sum [d(\tau) - y(\tau)]^T [d(\tau) - y(\tau)] \quad (IV.18)$$

Dans cet algorithme, le réseau doit être entraîné à suivre la trajectoire désirée à chaque instant. C'est une généralisation de fixed point.

## IV.3 Contrôleur neuro flou

### 1° Stratégie

Dans cette stratégie, l'implémentation de l'algorithme de commande du contrôleur neuro flou comporte les mêmes étapes que celui du contrôleur flou, la différence réside dans l'utilisation des RNA pour la fuzzification, défuzzification et les règles d'inférence. Pour cela on utilise deux méthodes [11] :

- Méthode explicite : elle utilise pour chaque étape un réseau de neurones.
- Méthode implicite : elle utilise un même réseau englobant les trois étapes.

Dans la méthode implicite, l'esprit de ce réseau est d'intégrer a priori une connaissance, même imparfaite, mais permettant un apprentissage plus rapide qu'avec des poids initiaux aléatoires. Ce réseau est donc constitué de 4 couches (figure IV.6). Pour  $p$  entrées et une sortie [11] :

( Si nous avons  $n$  prédicats et  $p$  entrées, on aura un réseau :  $p+1, n*p+1, n^p, 1$  )

pour deux entrées  $(x_1, x_2)$  par exemple on a :

La couche 1 : couche d'entrée

Les entrées de cette couche sont les valeurs normalisées de l'erreur  $e(k)$  et de la dérivée de l'erreur de la sortie du système  $de(k)$ . Les neurones de cette couche ne font que transmettre les valeurs des entrées vers la deuxième couche.

$$\text{L'unité d'entrée : } I_i^{(1)} = x_i, \quad i = 1, 2 \quad (IV.19)$$

$$\text{L'unité de sortie : } O_j^{(1)} = I_j^{(1)}, \quad i = 1, 2; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (IV.20)$$

La couche 2 : couche de fuzzification

Cette couche reçoit les signaux de la couche d'entrée et utilise des fonctions gaussiennes comme fonctions d'appartenance pour déterminer la contribution relative du signal observé. La relation entrée/sortie de cette couche est défini comme suit :

$$\text{L'unité d'entrée : } I_y^{(2)} = -\frac{(O_y^{(1)} - a_y)^2}{b_y^2}, \quad i = 1,2 ; j = 1,2,\dots,n \quad (IV.21)$$

$$\text{L'unité de sortie : } O_y^{(2)} = \mu_{A_y} = \exp(I_y^{(2)}), \quad i = 1,2 ; j = 1,2,\dots,n \quad (IV.22)$$

Où  $a_y$  et  $b_y$  sont les paramètres des fonctions gaussiennes.

La couche 3 : couche des règles

C'est la couche qui calcule la valeur d'agrégation de chaque règle. Le critère de connexion est que chaque neurone de cette couche n'a qu'une liaison avec une variable linguistique. On a donc :

$$\text{Unité d'entrée : } I_{(j-1)n+l}^{(3)} = O_{1j}^{(2)} O_{2l}^{(2)}, \quad j = 1,2,\dots,n; \quad l = 1,2,\dots,n \quad (IV.23)$$

$$\text{Unité de sortie : } O_i^{(3)} = \mu_i = I_i^{(3)}, \quad i = 1,2,\dots,m(=n^2) \quad (IV.24)$$

On peut affecter aux connexions qui lient la 2<sup>ème</sup> et la 3<sup>ème</sup> couche des poids qui sont tous fixés initialement à 1 puis réajustés au cours de l'apprentissage, les unités d'entrées et de sortie seront donc :

$$I_{(j-1)n+l}^{(3)} = O_{1j}^{(2)} V_{1j} V_{2l} O_{2l}^{(2)}, \quad j = 1,2,\dots,n; \quad l = 1,2,\dots,n \quad (IV.25)$$

$$O_i^{(3)} = \mu_i = I_i^{(3)}, \quad i = 1,2,\dots,m(=n^2) \quad (IV.26)$$

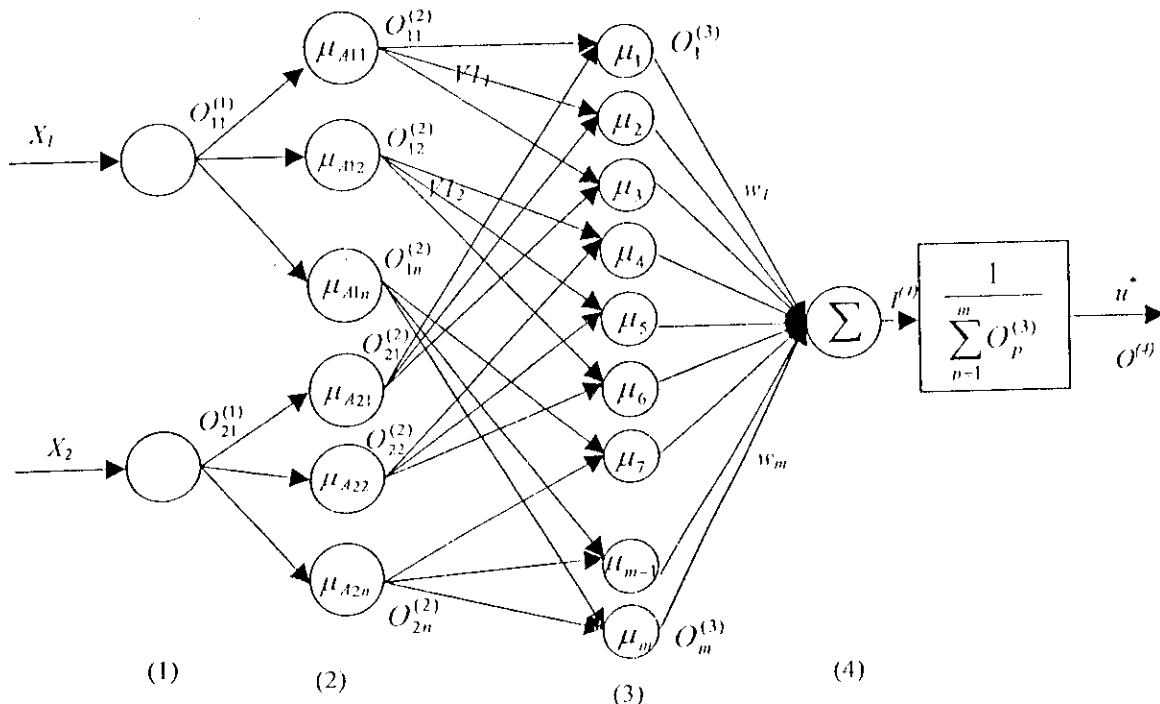


Figure IV.6 . la structure du contrôleur neuro flou

La couche 4 : couche de sortie

Toutes les sorties de la 3<sup>ème</sup> couche sont connectées au neurone de sortie et elles sont interprétées comme l'action du régulateur neuro flou. Cette couche utilise la defuzzification par centre de gravité pour obtenir l'inférence de sortie.

$$\text{Unité d'entrée : } I^{(4)} = \sum_{p=1}^m O_p^{(3)} \cdot w_p \quad (IV.27)$$

$$\text{Unité de sortie : } O^{(4)} = u^* = \frac{I^{(4)}}{\sum_{p=1}^m O_p^{(3)}} \quad (IV.28)$$

Où  $u^*$  est la variation de la commande.

#### IV.4. Apprentissage du contrôleur neuro flou

Une fois que le régulateur neuro flou est connecté, le but de l'apprentissage sera d'optimiser les valeurs des paramètres des fonctions d'appartenance  $a_j$  et  $b_j$ , ainsi que les poids  $w_i$  (qui sont les valeurs des conclusions) [11] et les poids des liaisons  $ET(V_{ij})$  [15].

L'apprentissage est assuré par la méthode de rétro propagation, qui n'est pas évidente à appliquer si on fait un mauvais choix des valeurs initiales des variables à optimiser, cela pourrait entraîner une divergence. Pour éviter ce problème, les valeurs initiales des paramètres  $a_j$  et  $b_j$  sont choisies de telle manière à recouvrir uniformément l'univers de discours  $[-1,1]$ . Les poids  $w_i$  sont fixés initialement à des valeurs empiriques données par l'expert ou par les données du processus. Dans le cas où les connaissances de l'expert et/ou les informations sur le processus sont incomplètes ou insignifiantes on peut initialiser ces poids aléatoirement. Dans notre travail nous avons initialisés notre régulateur en se basant sur la table1 [11].

Cette dernière initialisation est plus significative et plus stable que l'aléatoire. Après l'initialisation, l'algorithme de rétro propagation est utilisé pour ajuster les paramètres du contrôleur neuro flou. Le critère à minimiser est :

$$E = \frac{1}{2} (y^* - y_d)^2 \quad (IV.29)$$

Les paramètres du régulateur sont ajustés par [11] :

$$w_v(k+1) = w_v(k) - \eta \frac{\partial E}{\partial w_v}, \quad v = 1, 2, \dots, m \quad (IV.30)$$

$$a_j(k+1) = a_j(k) - \eta \frac{\partial E}{\partial a_j}, \quad j = 1, 2 ; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (IV.31)$$

$$b_j(k+1) = b_j(k) - \eta \frac{\partial E}{\partial b_j}, \quad j = 1, 2 ; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (IV.32)$$

$$V1_j(k+1) = V1_j(k) - \eta \frac{\partial E}{\partial V1_j}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (IV.33)$$

$$V2_j(k+1) = V2_j(k) - \eta \frac{\partial E}{\partial V2_j} ; j = 1, 2, \dots, n \tag{IV.34}$$

Le terme  $\frac{\partial E}{\partial w_v}$  est donné par :

$$\frac{\partial E}{\partial w_v} = \frac{\partial E}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial u^*} \frac{\partial u^*}{\partial w_v} = (y - y_d) \frac{\partial y}{\partial u^*} \frac{O_v^{(3)}}{\sum_{p=1}^m O_p^{(3)}} \tag{IV.35}$$

L'équation précédente donne un moyen d'optimiser les conclusions du régulateur neuro flou, à supposer que l'on connaisse la dérivée partielle  $\frac{\partial y}{\partial u^*}$ , ce qui, en général, n'est pas le cas. Une simplification intéressante est possible[16], quand on connaît le sens de variation de la dérivée : il suffit alors de remplacer la dérivée par son signe,  $\pm 1$ . Cette approximation n'est valable que localement, dans les domaines où la dérivée ne change pas de signe. Les termes,  $\frac{\partial E}{\partial V1_j}$  et  $\frac{\partial E}{\partial V2_j}$  sont calculés de la même façon.

$x_1 \backslash x_2$		Partition							
		Négatif ←				→ Positif			
		1	2	3	....	2N-1	2N	2N+1	
P a r t i t i o n	N é g a t i f ↑	1	-1 (w <sub>1</sub> )	-1 (w <sub>m+1</sub> )	$\frac{N-1}{N}$	.....	$-\frac{1}{N}$	$-\frac{1}{N}$	0
		2	-1 (w <sub>2</sub> )	$\frac{N-1}{N}$	$\frac{N-1}{N}$	.....	$-\frac{1}{N}$	0	$\frac{1}{N}$
		3	$-\frac{N-1}{N}$	$-\frac{N-1}{N}$	$-\frac{N-1}{N}$	.....	0	$\frac{1}{N}$	$\frac{1}{N}$
		.	.	.	.	.....	.	.	.
		.	.	.	.	.....	.	.	.
	P o s i t i f ↓	2N-1	$-\frac{1}{N}$	$-\frac{1}{N}$	0	.....	$\frac{N-2}{N}$	$\frac{N-1}{N}$	$\frac{N-1}{N}$
		2N	$-\frac{1}{N}$	0	$\frac{1}{N}$	.....	$\frac{N-1}{N}$	$\frac{N-1}{N}$	1 (w <sub>m-1</sub> )
		2N+1	0	$\frac{1}{N}$	$\frac{1}{N}$	.....	$\frac{N-1}{N}$	1 (w <sub>m-n</sub> )	1 (w <sub>m</sub> )
		.	.	.	.	.....	.	.	.
		.	.	.	.	.....	.	.	.

Tableau IV.1 les valeurs initiales des poids

## 2° stratégie :

Cette stratégie repose sur la mise en parallèle de deux régulateurs (figure IV.7), flou et neuronal.

- Un SIF (système d'inférence floue), pour exprimer, en langage naturel, la plupart de la relation entrée/sortie. La base de règles traduit la connaissance disponible.
- Un réseau de neurones (RN), pour raffinements ultérieurs et la possibilité d'introduire des degrés de liberté supplémentaires. Ce RN peut être [16] :
  - un réseau multicouche ordinaire,
  - un réseau récurant pour la modélisation ou la commande des systèmes dynamiques,
  - un réseau à base radiale (RBF) pour tenir compte des effets locaux.

**Rmq :** Le SIF ramène le système vers son point de fonctionnement alors que le RN réalise une action correctrice prenant en compte la partie non déterministe du système ;

Les deux parties du système hybride peuvent avoir des entrées différentes [16] :

- pour le SIF nous ne prendrons en compte que les entrées les plus informatives,
- le RN aura toutes les entrées.

### Optimisation du régulateur

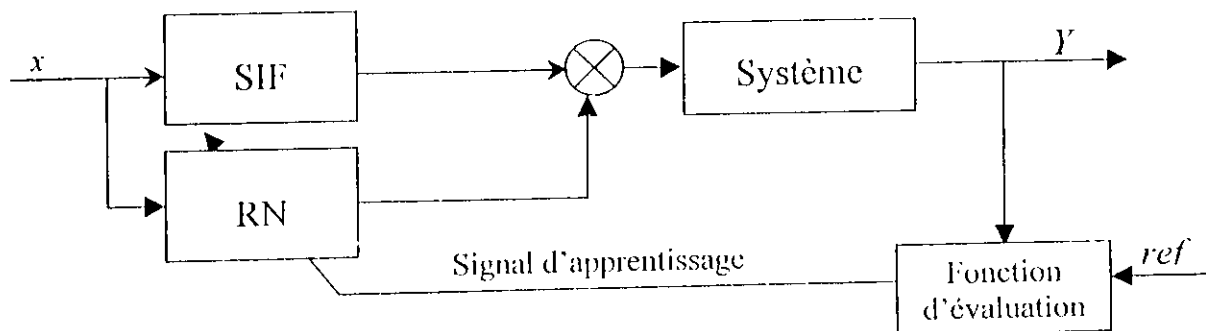
Le SIF n'est pas optimisé lors de l'apprentissage, mais seulement le RN. Soit  $Y_d$  un signal de référence permettant de calculer une fonction d'évaluation pour le RN, cette fonction d'évaluation peut être l'erreur en sortie du système. Le RN est optimisé pour minimiser le critère  $J(x)$  donné par :

$$J(x) = \frac{1}{2} (Y(x) - Y_d(x))^2 \quad (IV.36)$$

avec :

$Y(x)$  : sortie du système.

$Y_d(x)$  : Sortie désirée.



**Figure IV.7 Schéma d'optimisation du régulateur Neuro-flou 2**

Les poids du régulateur neuronal sont optimisés de la même manière que dans la stratégie précédente.



## Commentaires

Les avantages de cette stratégie «diviser pour régner » sont les suivants [16] :

- Exploitation de la connaissance disponible, grâce à la base de règles.
- Réduction de la taille de la base de règles : il suffit d'avoir des règles générales, les détails seront fournis par le RN.
- Réduction de la complexité de l'apprentissage : Le RN doit simplement apprendre les cas particuliers ou les exeptions, pas le problème complet.
- Efficacité immédiate dès le début de l'apprentissage et possibilité d'éviter des comportements initiaux erratiques.

## IV.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les deux stratégies de commande neuro-floues utilisées lors de notre application.

Ces deux stratégies sont similaires du point de vue principe car elles reposent toutes les deux sur l'intégration des avantages qu'offrent les régulateurs flous et neuronaux en un seul régulateur plus performant. Mais ces dernières restent très différentes du point de vue structure. En effet la première stratégie repose sur l'implémentation d'un régulateur flou par un réseau connexionistes équivalent, alors que la seconde s'appuie sur la mise en parallèle (coopération) de deux régulateurs flou et neuronal.

Nous avons aussi exposé différents types d'algorithmes d'apprentissages, ainsi que leur application à notre problème de commande.

*Chapitre V*  
*Application à une colonne d'absorption*

## Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter les résultats de simulation obtenus par l'application des stratégies de commande « Floue » et « neuro-floue » (exposées dans le chapitre précédent) à une colonne d'absorption pilote.

Nous commencerons d'abord par présenter les résultats de régulation par rapport aux perturbations intervenants sur la concentration de  $\text{CO}_2$  à l'entrée de la colonne. Nous effectuerons plusieurs essais (pour chacune des commandes) correspondants à différents niveaux de perturbations, cela afin d'étudier la robustesse ainsi que les performances des régulateurs utilisés.

En deuxième partie de travail, nous nous intéresserons aux réponses du système à des perturbations sur le flux gazeux. Plusieurs essais seront là aussi effectués (correspondants à différents niveaux de perturbation).

Cette étude sera complétée par une comparaison entre les différentes stratégies de commande. Cette comparaison portera sur deux aspects importants :

1. Robustesse et performances des régulateurs par rapport aux perturbations.
2. Robustesse et performances des régulateurs par rapport à une mauvaise initialisation des conclusions des règles ainsi que pour une diminution de la base de règles

## V.1 Présentation des stratégies de commande

### V.1.1 Régulateur flou

Le régulateur flou synthétisé dans notre application est de type Takagi-Sugeno, il possède deux entrées (erreur en sortie du système et sa dérivée) et une seule sortie (variation de la commande) :

$e(k)$ : Erreur en sortie du système = (sortie désirée) – (sortie du système).

$de(k) = e(k) - e(k-1)$ : Dérivée de l'erreur.

$u^*(k)$ : Variation de la commande qui représente la variation du débit d'Amine.

Chacune des deux entrées possède 7 variables linguistiques (7 prédicats) {GN, MN, PN, Z, PP, MP, GP}, où les termes GN, MN, ....., et PP sont les abréviations des termes « grand négatif », « moyen négatif », ....., et « petit positif », respectivement. Nous aboutissons donc ainsi à une base de règles comprenant 49 règles. Les valeurs des conclusions sont données par le tableau V.1, elles ont été obtenues en s'appuyant sur le tableau IV.1 pour  $n=7$  ( $N=3$ ). Ces valeurs traduisent bien les connaissances que nous avons du processus et qui stipulent que : « Toute augmentation du débit d'amine conduit à une diminution de la concentration de  $\text{CO}_2$  en haut de la colonne ».

Les fonctions d'appartenance choisies pour chaque prédicat sont des fonctions Gaussiennes (figure V.1). Les paramètres de ces fonctions sont choisis de la manière suivante :

$$[a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{i7}] = \left[ -1, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1 \right], \text{ et } b_{ij} = 0.25, \text{ pour } i=1,2 \text{ et } j=1,2, \dots, 7 \text{ avec :}$$

$a_{ij}$  : Centres des fonctions d'appartenances Gaussienne.

$b_{ij}$  : Largeur des fonctions d'appartenances Gaussienne.

Ces paramètres sont choisis de cette manière pour couvrir uniformément l'univers de discours [-1,1]. Les fonctions d'appartenance Gaussienne sont données par l'équation (V.1) :

$$f_{ij}(x) = \exp\left(-\frac{(x - a_{ij})^2}{b_{ij}^2}\right) \quad (V.1)$$

Pour  $i=1,2$  et  $j=1,2, \dots, 7$ .

Le gain en sortie du régulateur est fixé à  $k = 1e^{-6}$ .

Le schéma de la commande utilisée est donné par la figure (V.2).

$x_1$		Partition							
		Négatif ←				→ Positif			
$x_2$		$GN$	$MN$	$PN$	$Z$	$PP$	$MP$	$GP$	
P a r t i t i o n	N é g a t i f ↑	$GN$	-1 ( $w_1$ )	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0
		$MN$	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$
		$PN$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
		$Z$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
		$PP$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$
		$MP$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	1 ( $w_{48}$ )
		$GP$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	1 ( $w_{41}$ )	1 ( $w_{49}$ )

Tableau V.1 valeurs des conclusions des règles.

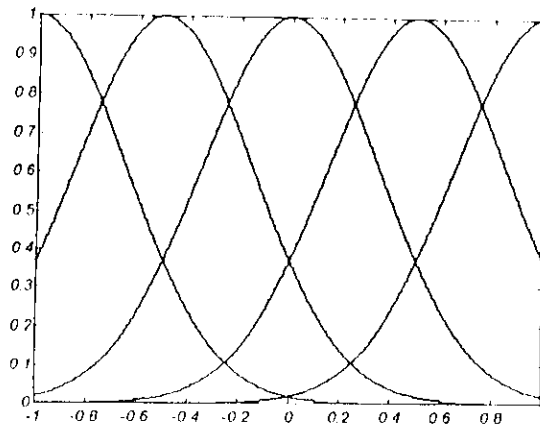


Figure V.1 fonction d'appartenance Gaussienne.

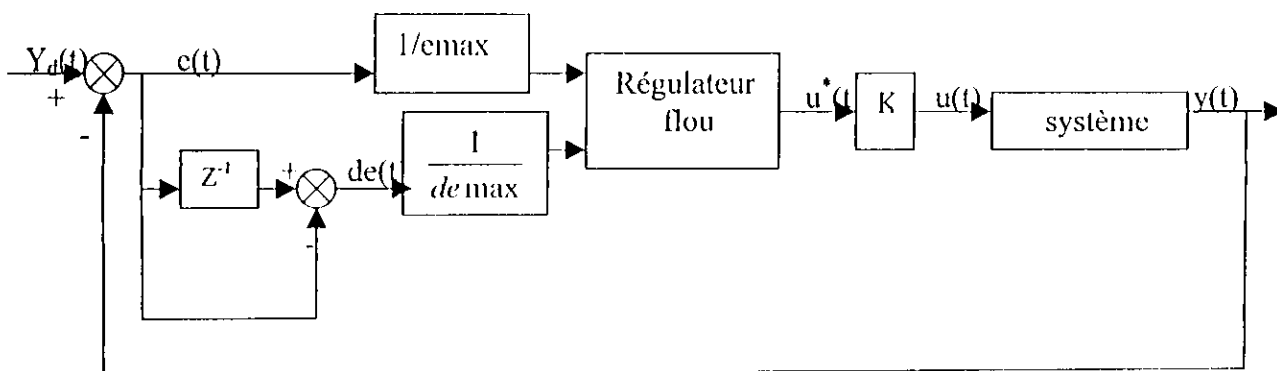


Figure V.2 schéma de la stratégie de commande floue.

Avec :

$e(t)$  : erreur en sortie du système.

$de(t)$  : dérivée de l'erreur.

$e_{max}$  : erreur maximale.

$de_{max}$  : dérivée de l'erreur maximale.

$y_d(t)$  : point de fonctionnement.

$y(t)$  : sortie du système (concentration en haut de la colonne).

### V.1.2 Régulateur Neuro-flou 1

Ce régulateur est construit sous forme d'un réseau connexionniste à quatre couches (Chapitre IV). Sa structure est choisie de la manière suivante : 2-14-49-1, en d'autres termes chacune des deux variables d'entrée (l'erreur en sortie du système et sa dérivée) possède 7 variables linguistiques (7 prédicats).

Les poids initiaux  $w_{ij}(0)$  (représentants les conclusions initiales des règles) sont donnés par le tableau V.1. Ces poids sont obtenus de la même manière que pour le régulateur flou.

Les fonctions d'appartenance choisies sont de type Gaussienne, leurs paramètres ont été aussi choisis de la même manière que pour le régulateur flou.

Apparemment, le régulateur ainsi synthétisé est équivalent à un régulateur flou classique, où les couches 1 et 2 correspondent à la partie prémisses des règles floues, et les couches 3 et 4 à la partie conclusion de ces dernières, à la seule différence que le régulateur « Neuro-flou 1 » possède en plus la faculté d'adapter ses paramètres suivant un algorithme d'apprentissage.

En effet l'adaptation s'effectue sur les conclusions des règles ( $w_{ij}$ ), les poids du « ET » ( $V_{ij}$ ) [16], ainsi que les paramètres des fonctions d'appartenances ( $a_{ij}$  et  $b_{ij}$ ).

L'algorithme d'apprentissage utilisé pour la réadaptation des différents paramètres est un algorithme de rétropropagation du gradient (chapitre IV) basé sur la minimisation de la fonction de l'erreur en sortie du système  $E = \frac{1}{2}(y - y_d)^2$ .

Le pas d'adaptation paramétrique a été fixé, après plusieurs essais, à  $\eta = 0.001$ .

Le gain en sortie du régulateur est fixé à  $k = 1e^{-6}$ .

Le schéma de la commande est donné par la figure V.4.

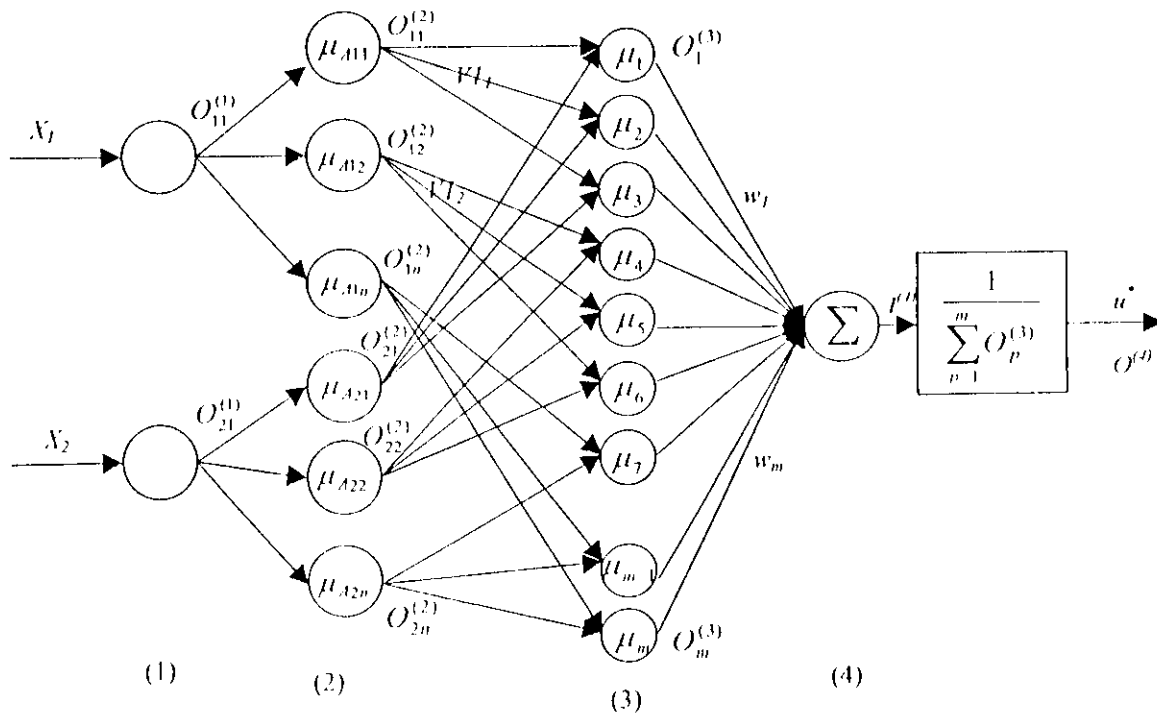


Figure V.3. structure du contrôleur neuro flou 1

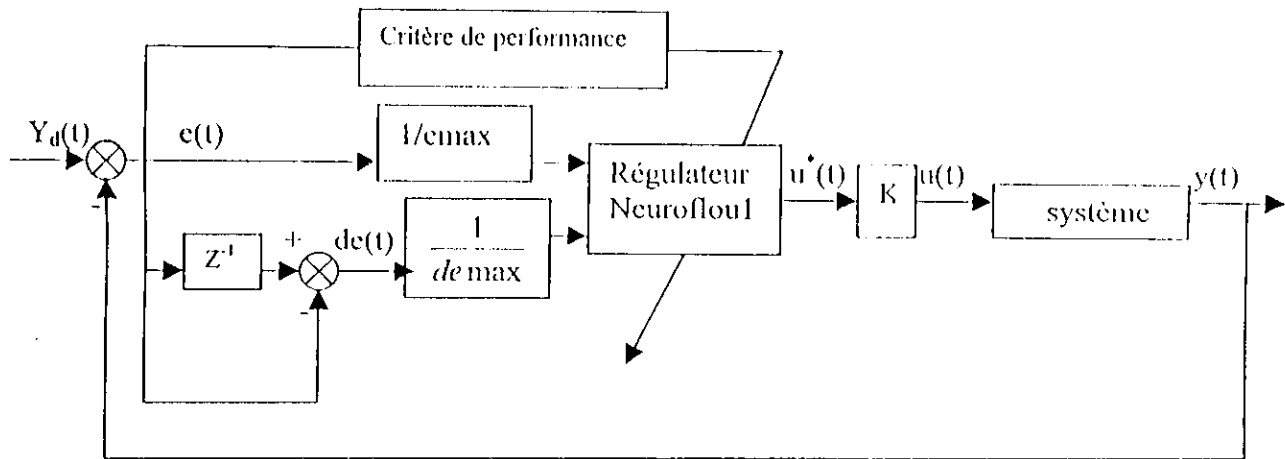


Figure V.4 schéma de la stratégie de commande Neuro-floue 1

### V.1.3 Régulateur Neuro-flou2

Dans cette stratégie de commande, nous avons mis en parallèle un régulateur flou statique et un régulateur neuronal.

Le régulateur flou est similaire à celui synthétisé pour la stratégie de commande floue (Paragraphe V.1.1).

Le régulateur neuronal est constitué par trois couches (figure V.5) :

#### a) La couche d'entrée

Elle est constituée de 11 neurones, elle a pour entrée le vecteur  $x_1 = (x - r)$ .

Avec :

$X$  : vecteur d'état du système.

$R = [0 ; 0 ; 0 ; \dots ; \text{sortie désirée}]$ .

Les fonctions d'activations des neurones sont des fonctions sigmoïdes (chapitre IV).

#### b) La couche cachée

Cette couche est constituée de 7 neurones à fonctions d'activation sigmoïdes.

#### c) La couche de sortie

Cette couche est constituée d'un seul neurone linéaire.

Dans cette stratégie, seul les poids du réseau de neurone sont réadaptés (chapitre IV). L'algorithme d'apprentissage utilisé est un algorithme de rétropropagation du gradient basé sur la minimisation d'une fonction de l'erreur en sortie du système :  $E = \frac{1}{2} (y_d - y)^2$ .

Le pas d'adaptation est fixé à  $\eta = 0.01$ .

Le schéma de la commande est donné par la figure V.6.

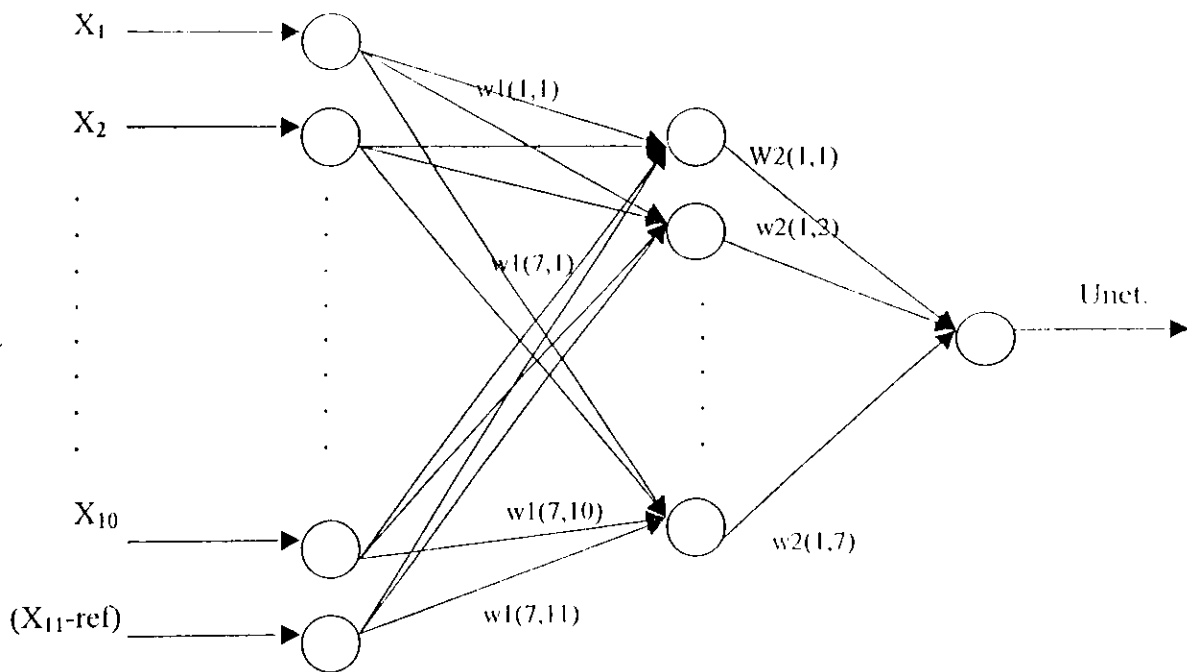


Figure V.5 schéma du contrôleur neuronal.

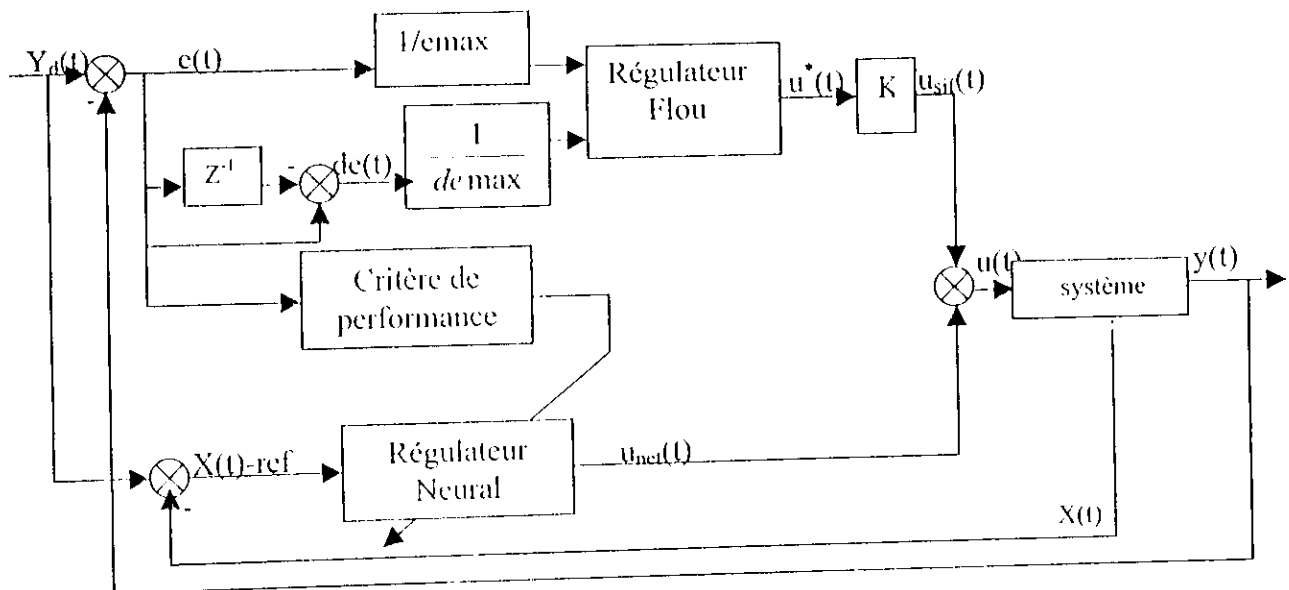


Figure V.6 schéma de la stratégie de commande Neuro-floue 2



## V.2 Résultats de simulation

Dans ce qui suit, nous allons exposer les résultats obtenus par l'exécution des programmes de simulation des différentes stratégies de commande. Ces programmes ont été réalisés sur MATLAB 5.3.

Nous commencerons d'abord par présenter les différentes réponses du système correspondant aux différents niveaux de perturbation sur la concentration de  $\text{CO}_2$  à l'entrée de la colonne et cela pour les trois stratégies de commande proposées.

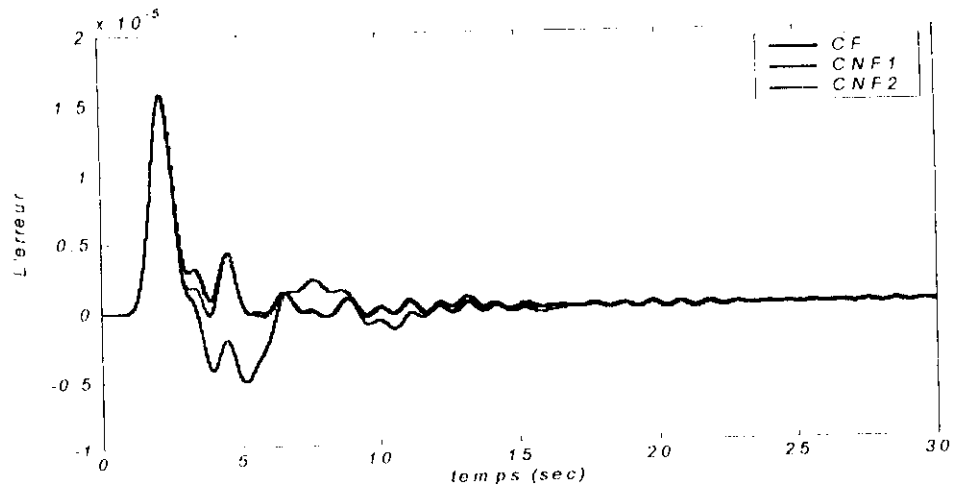
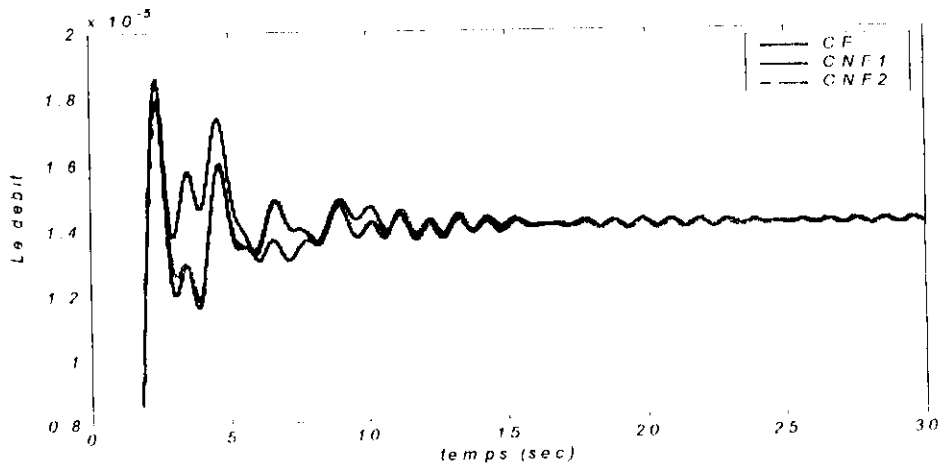
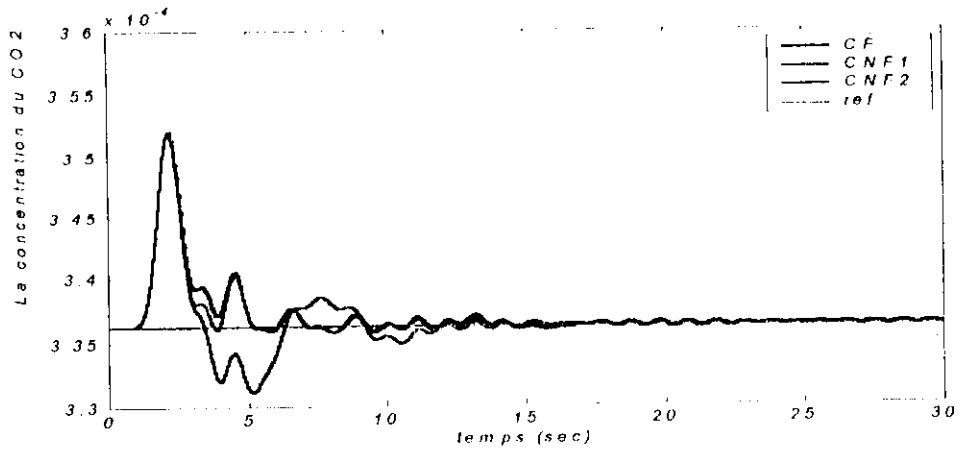
Puis nous étudierons l'influence des perturbations agissantes sur le flux gazeux, et enfin nous terminerons par l'étude des répercussions d'une mauvaise initialisation des conclusions des règles et d'une diminution de la base de règles sur les performances de chacun des régulateurs proposés.

### Abréviations

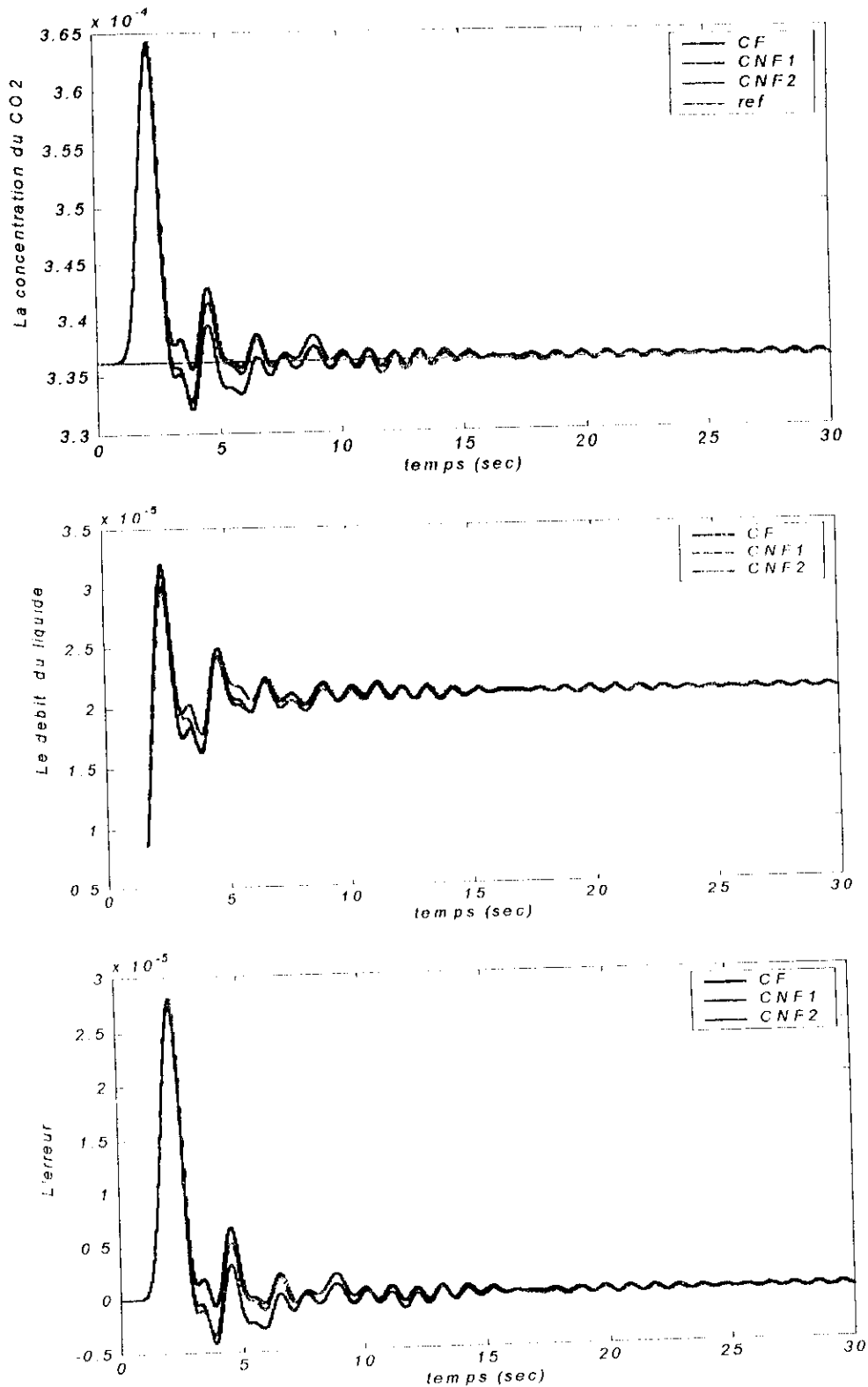
CF : commande floue.

CNF1 : commande neuro-floue (1<sup>o</sup> stratégie).

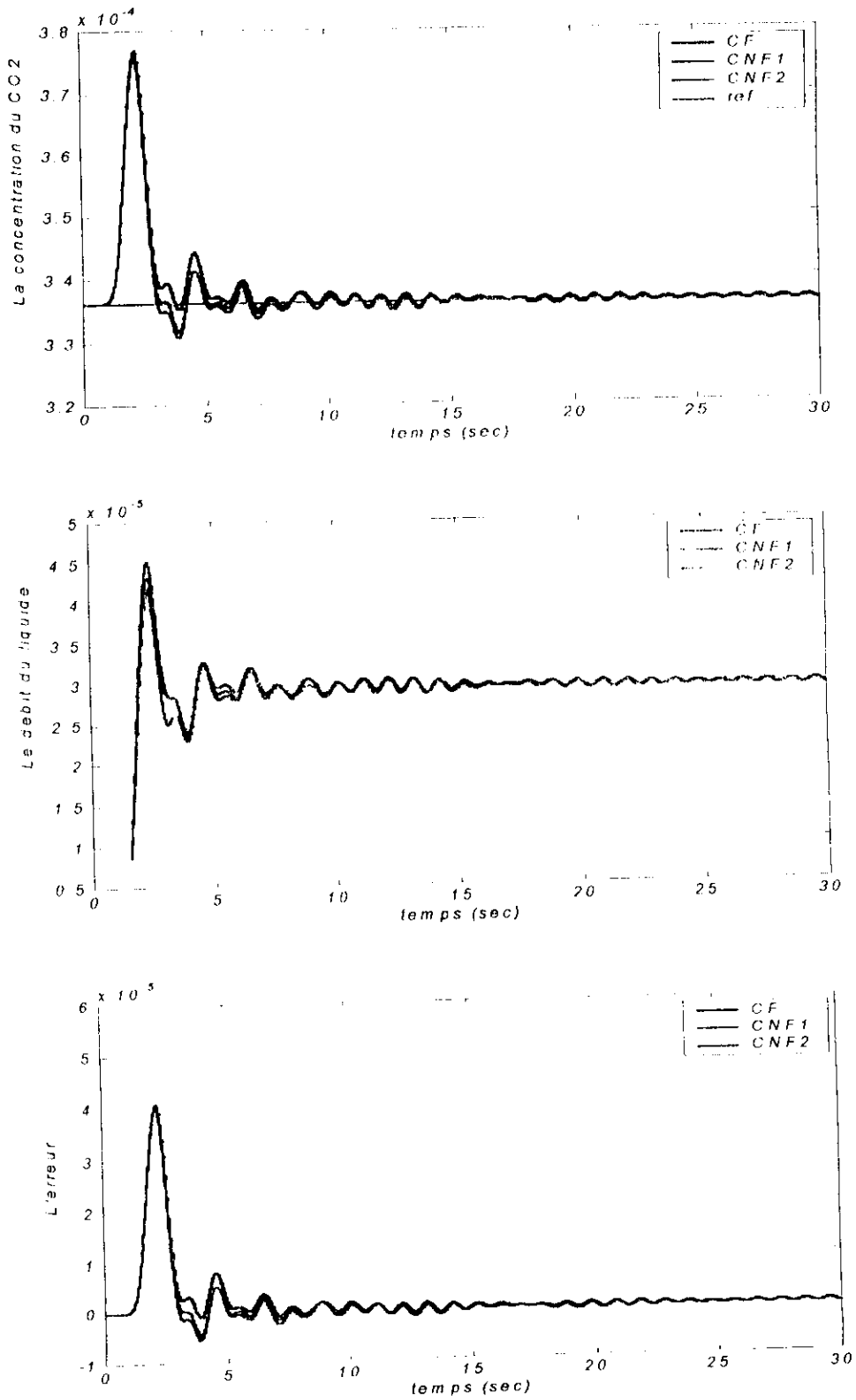
CNF2 : commande neuro-floue (2<sup>o</sup> stratégie).



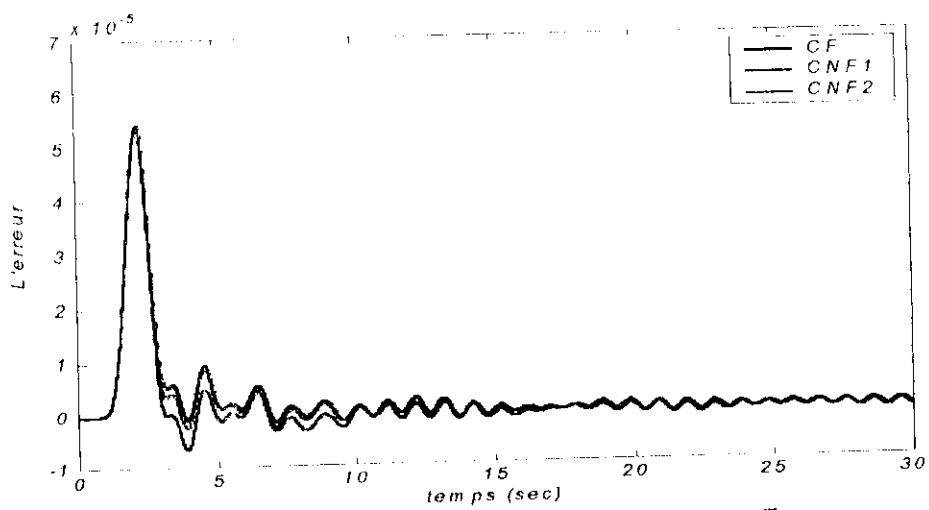
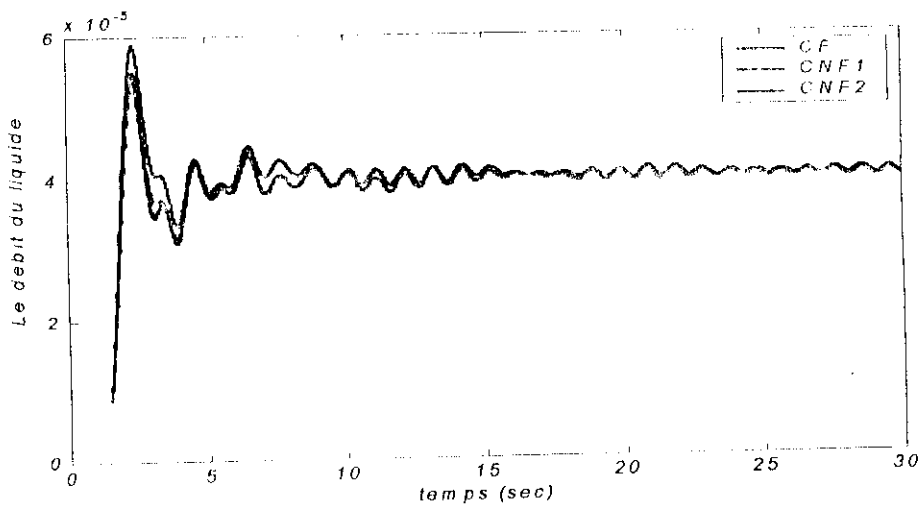
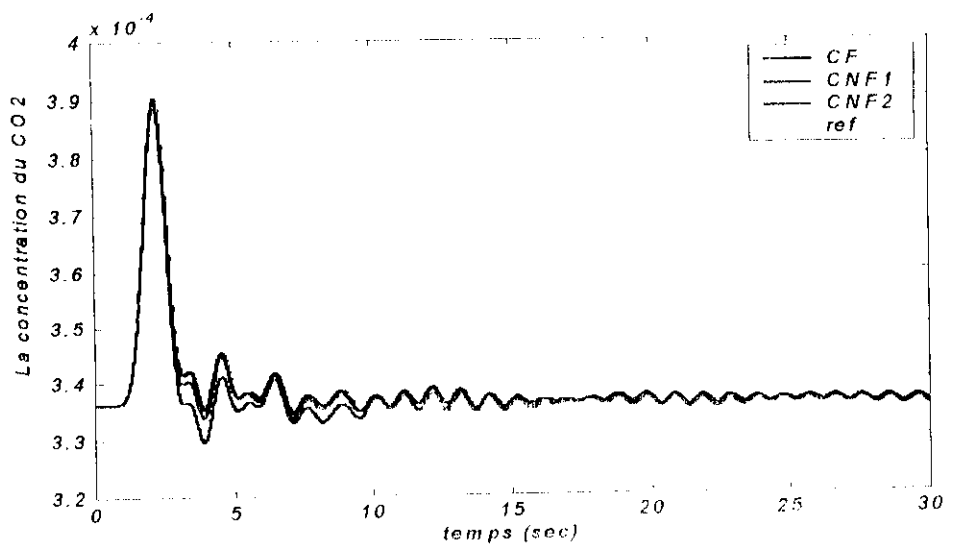
**FigV.7. Résultats de la régulation floue et neuro floue pour une perturbation de 5% sur la concentration du gaz**



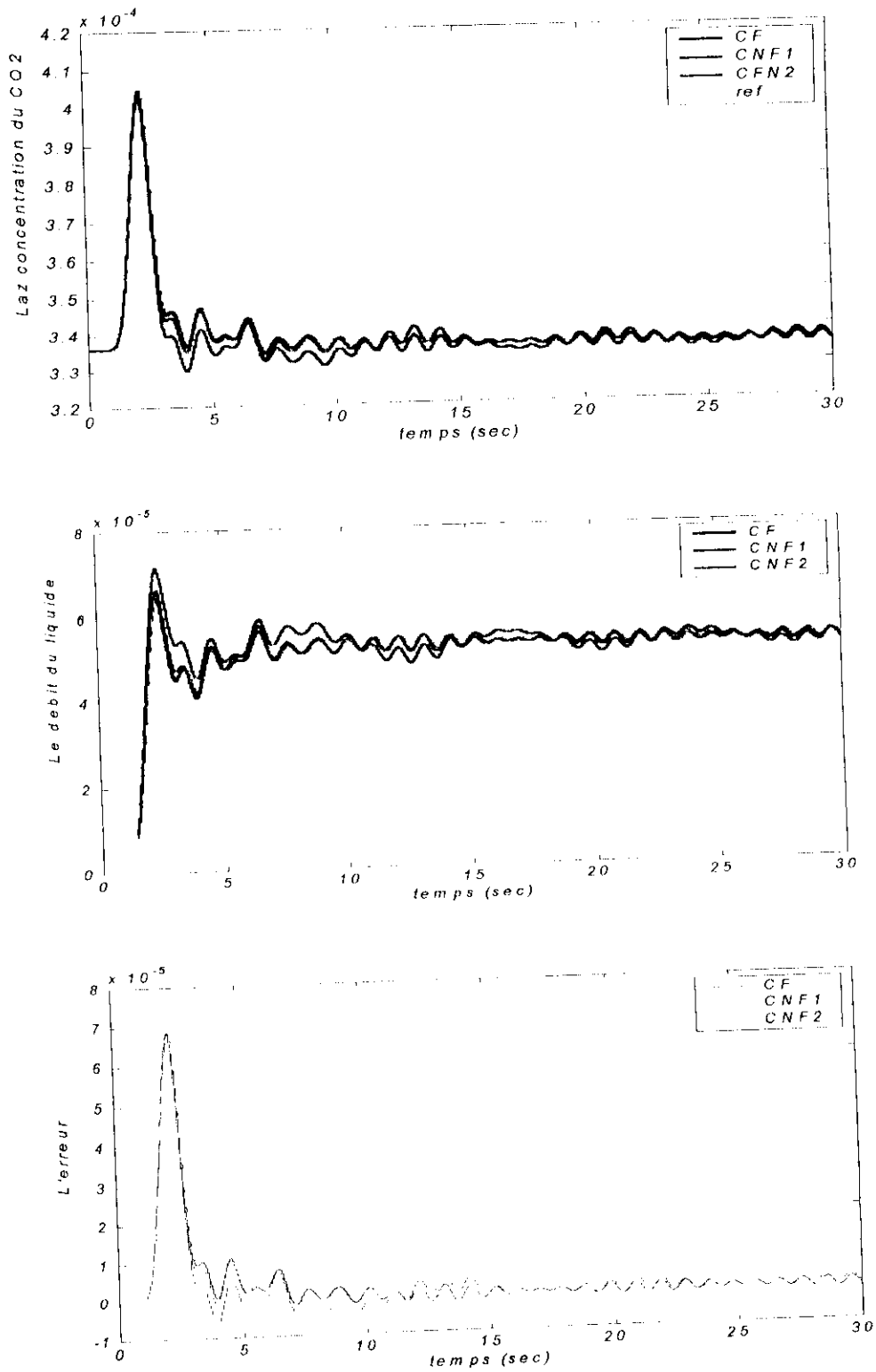
**FigV.8. Résultats de la régulation floue et neuro floue pour une perturbation de 10% sur la concentration du gaz**



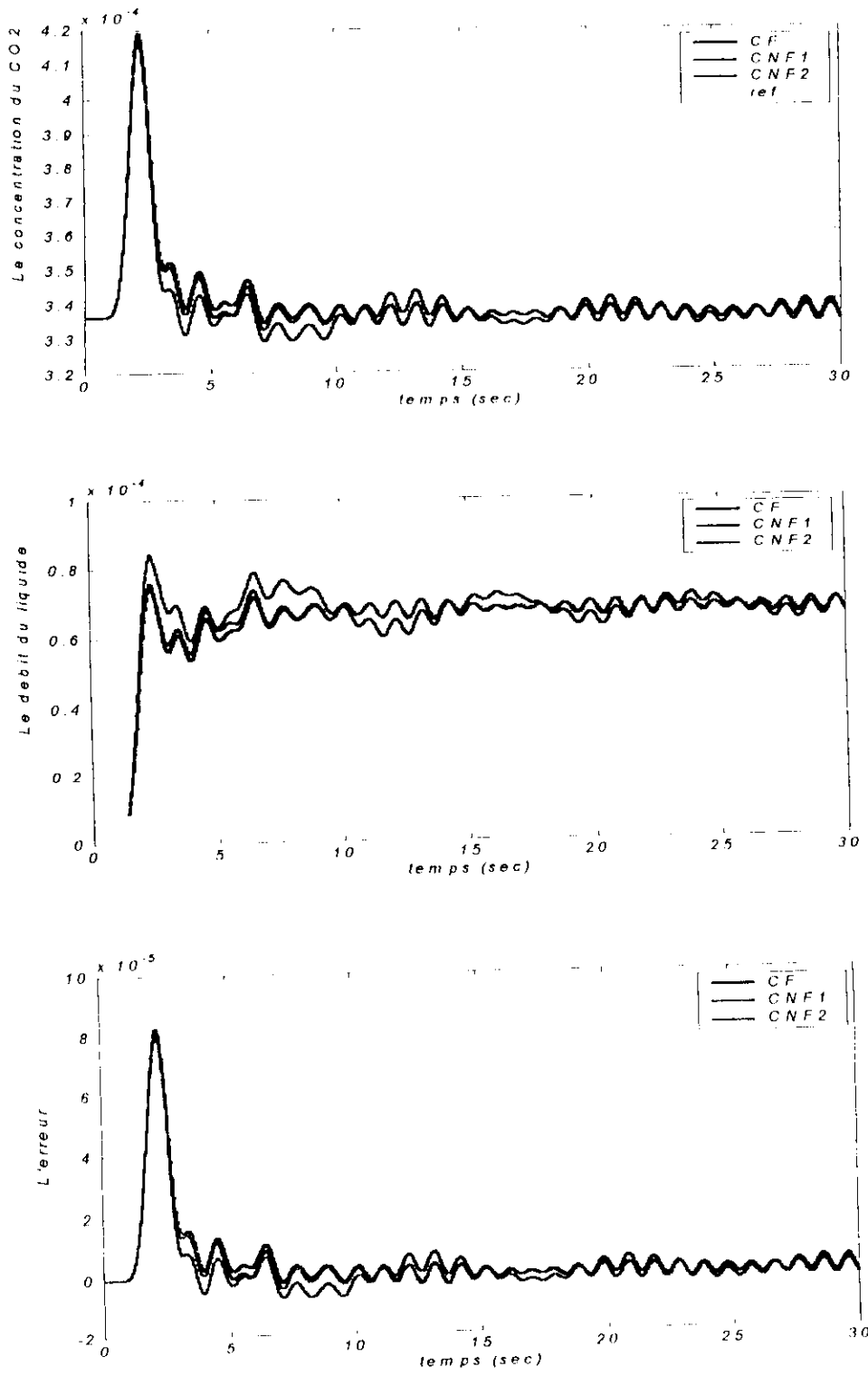
**FigV.9. Résultats de la régulation floue et neuro floue pour une perturbation de 15% sur la concentration du gaz**



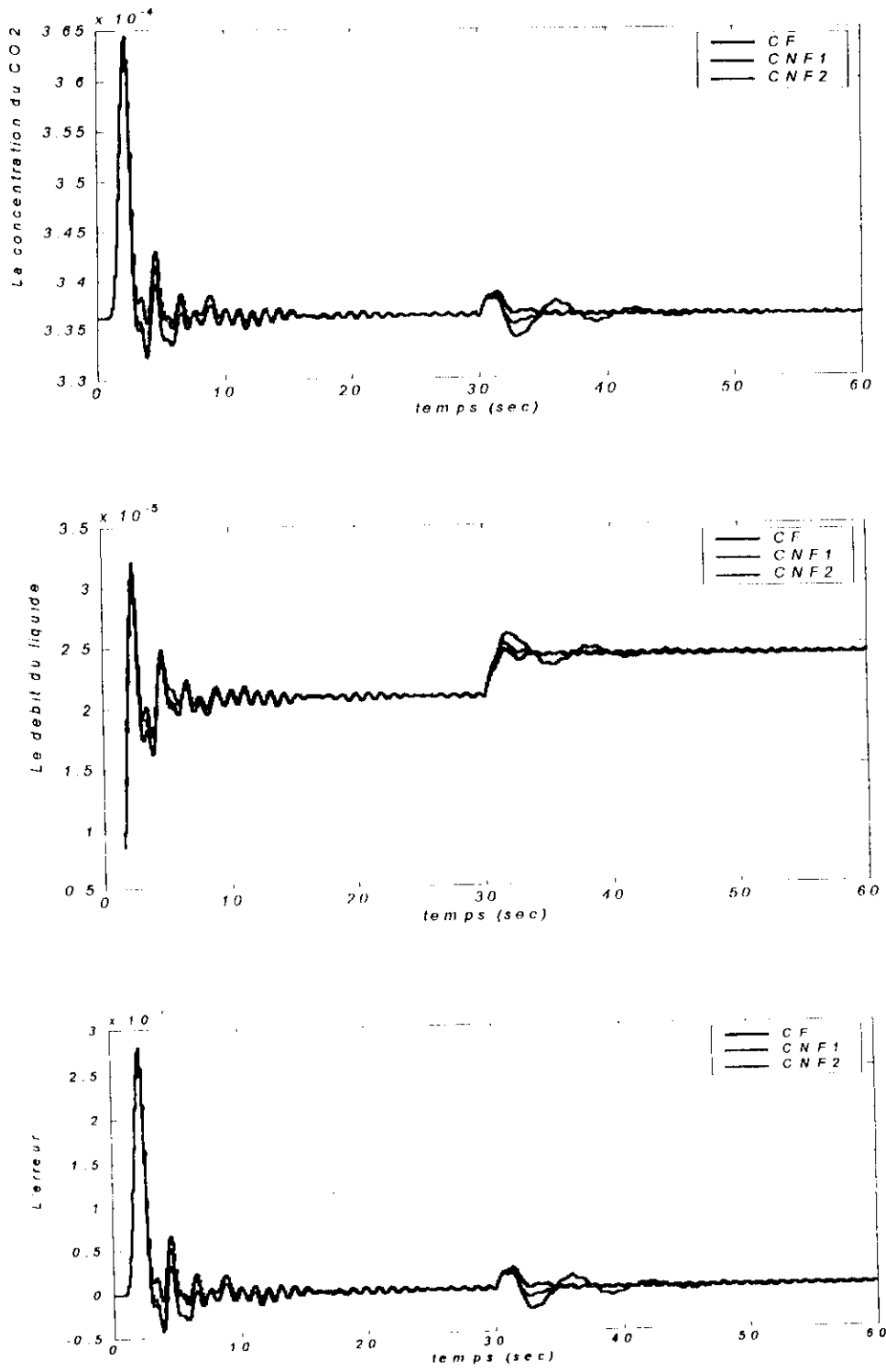
**FigV.10. Résultats de la régulation floue et neuro floue pour une perturbation de 20% sur la concentration du gaz**



**FigV.11. Résultats de la régulation floue et neuro floue pour une perturbation de 25% sur la concentration du gaz**

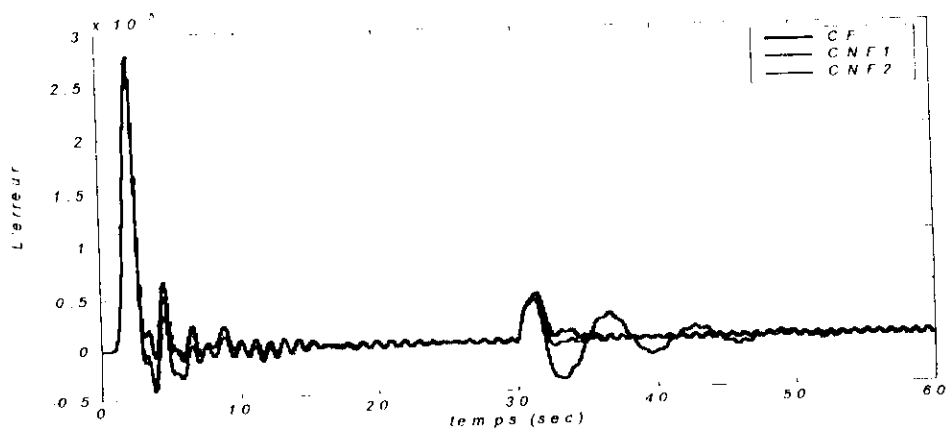
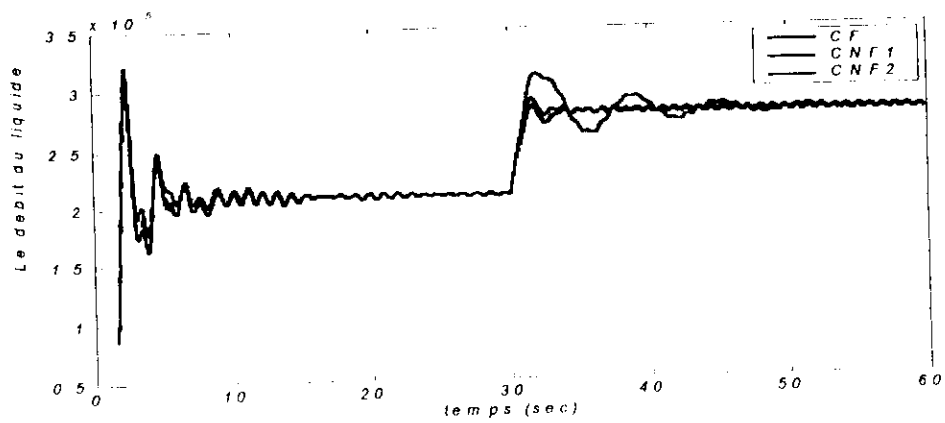
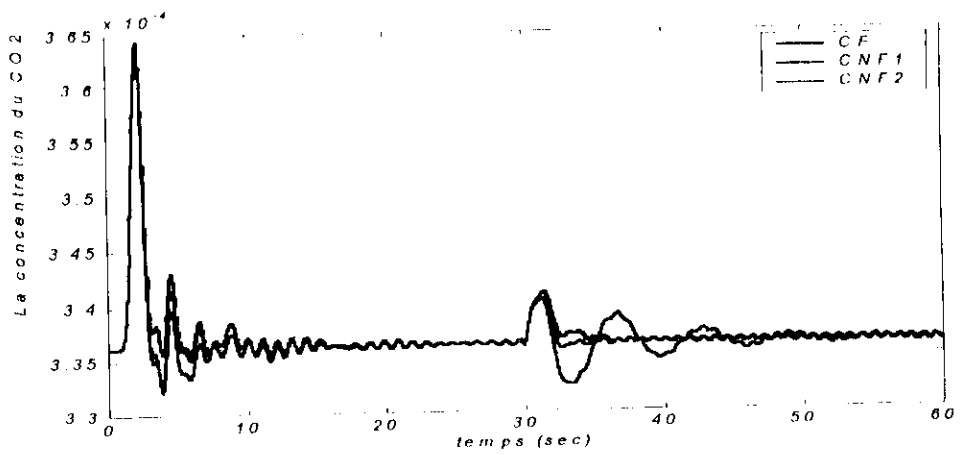


**FigV.12. Résultats de la régulation floue et neuro floue pour une perturbation de 30% sur la concentration du gaz**

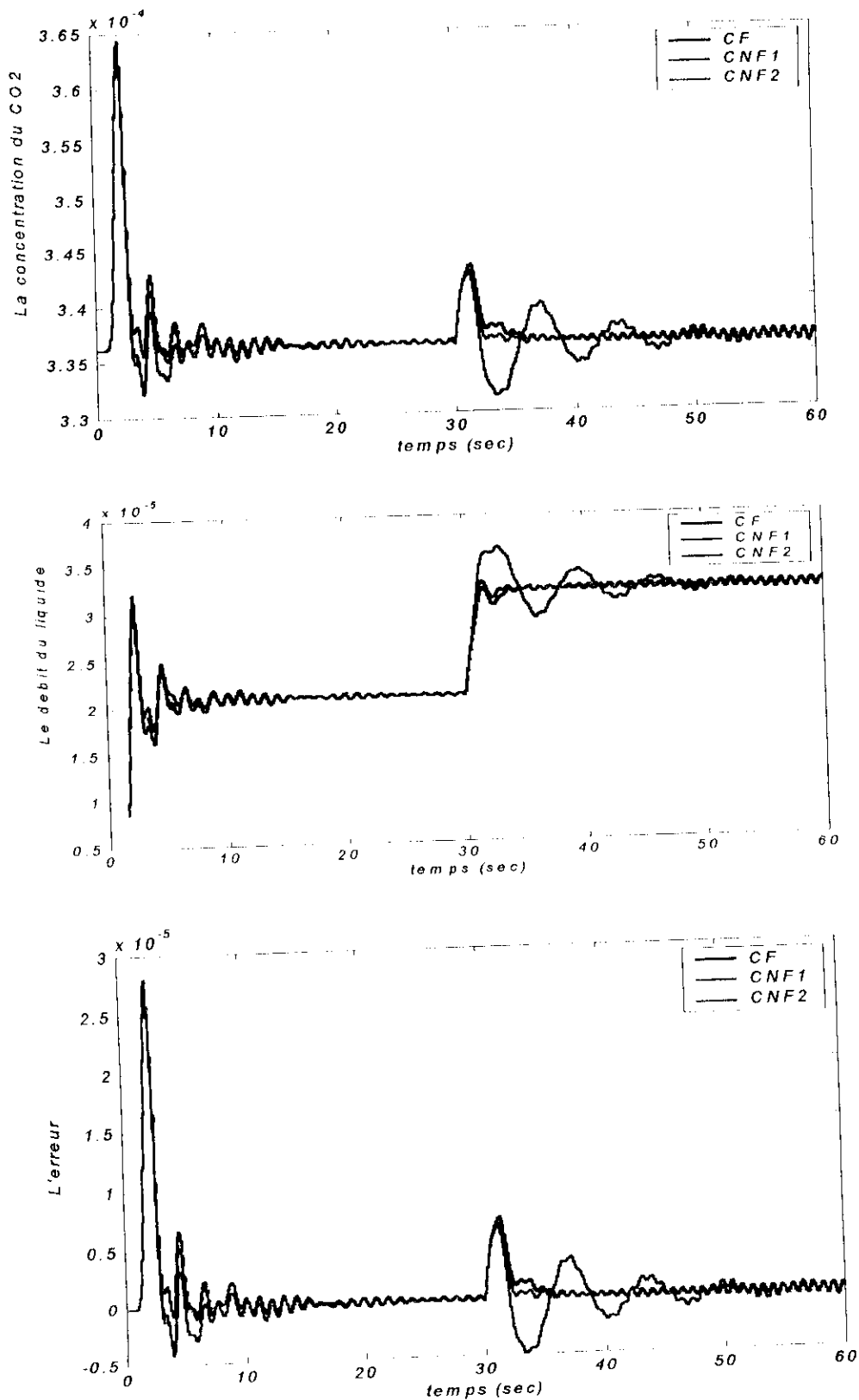


**FigV.13. Résultats de la régulation floue et neuro floue pour une perturbation de 10% sur la concentration du gaz et 5% sur le débit de gaz**

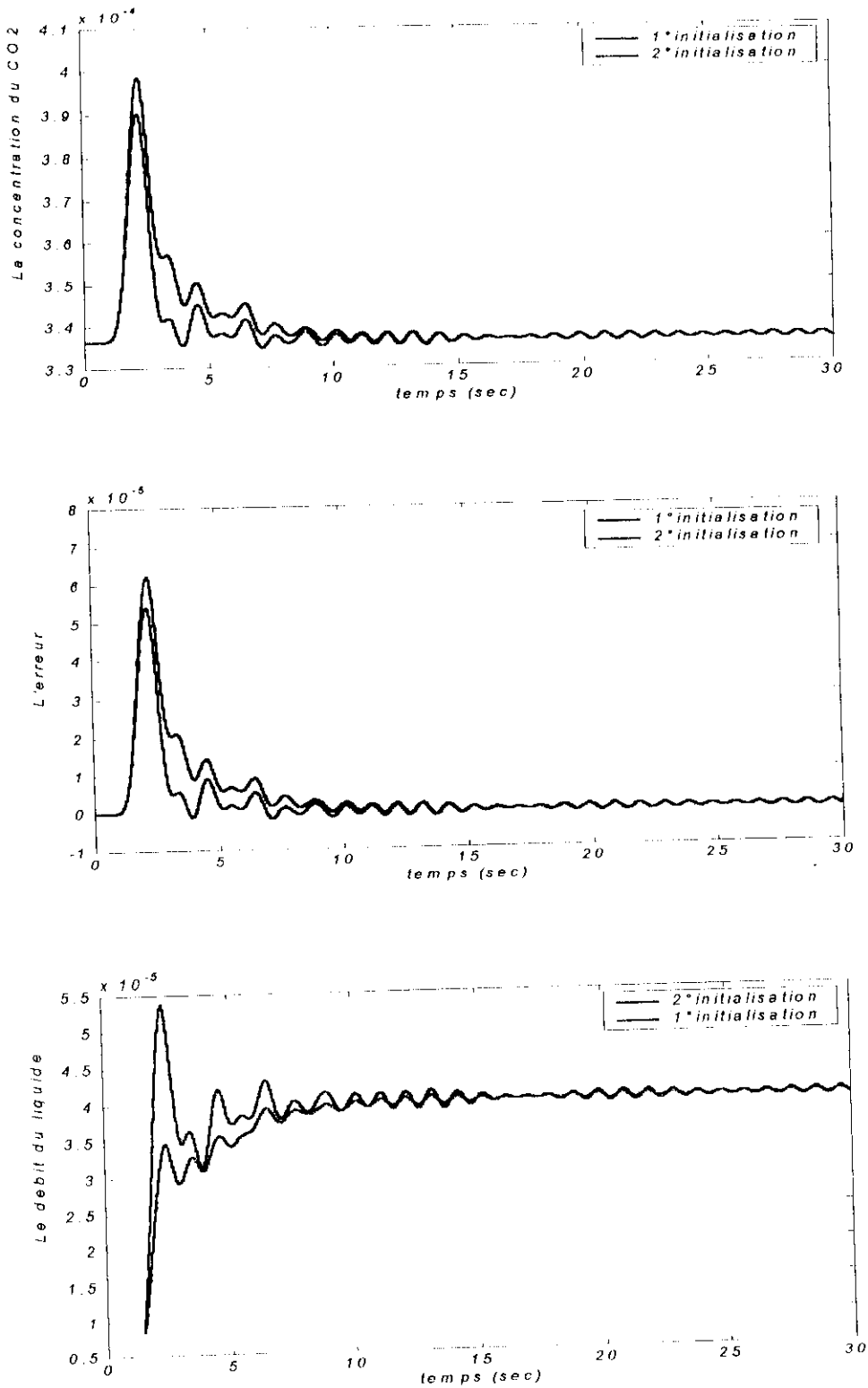




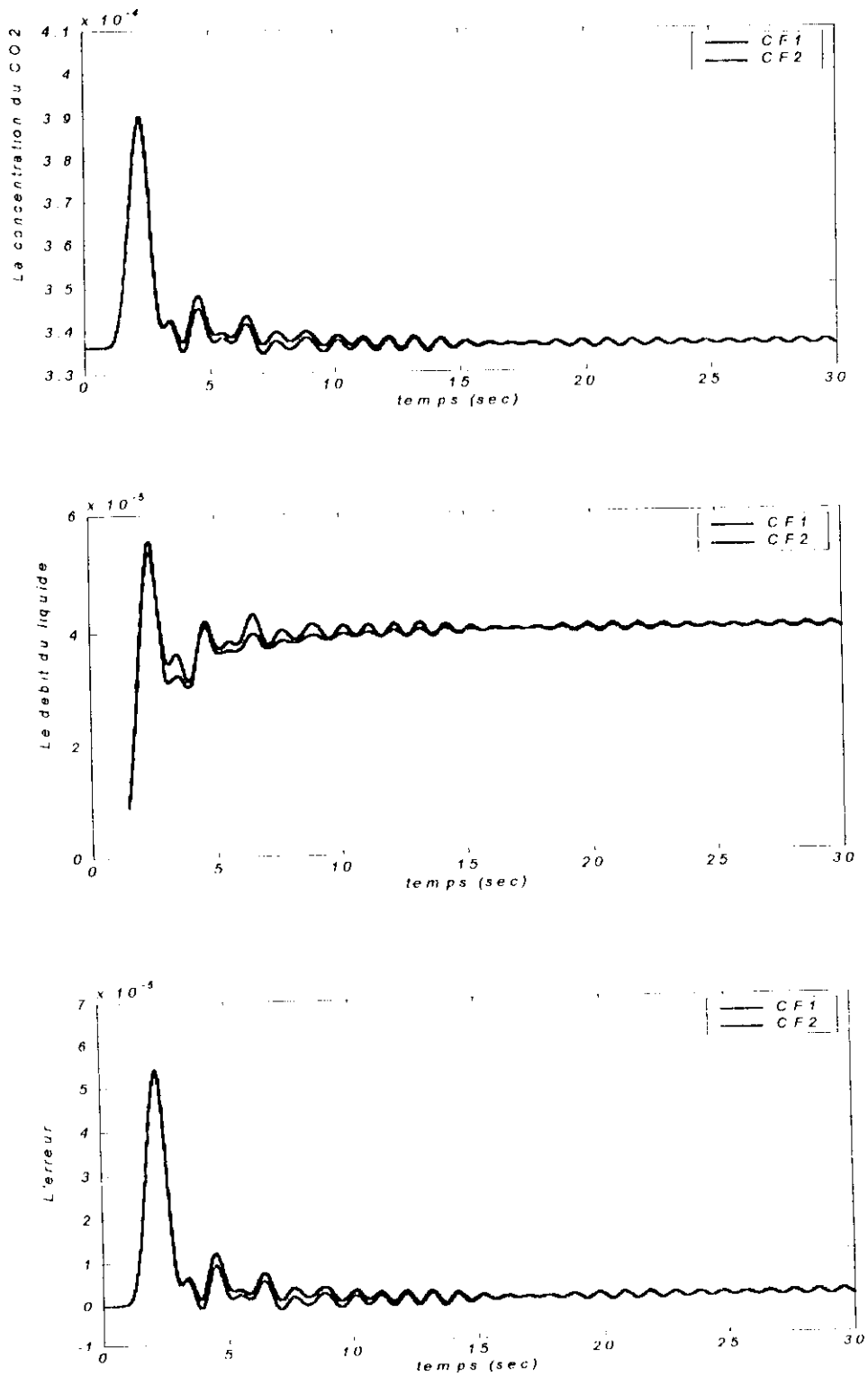
**FigV.14. Résultats de la régulation floue et neuro floue pour une perturbation de 10% sur la concentration du gaz et 5% sur le débit de gaz**



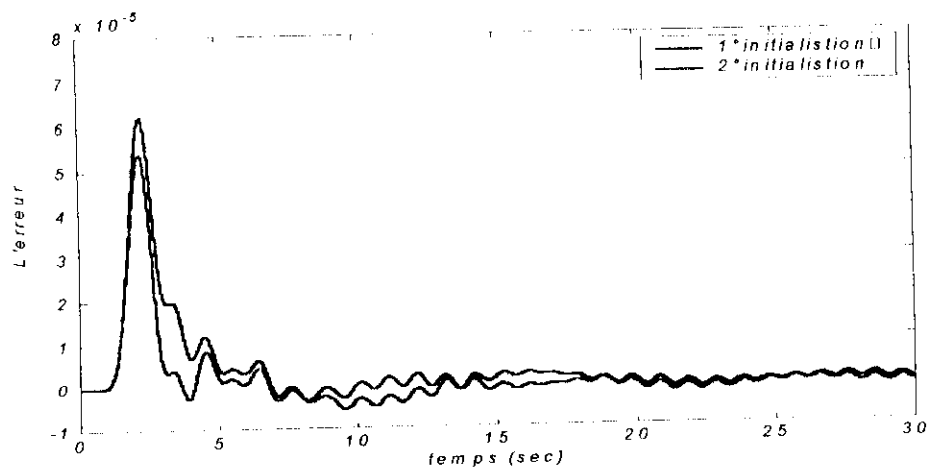
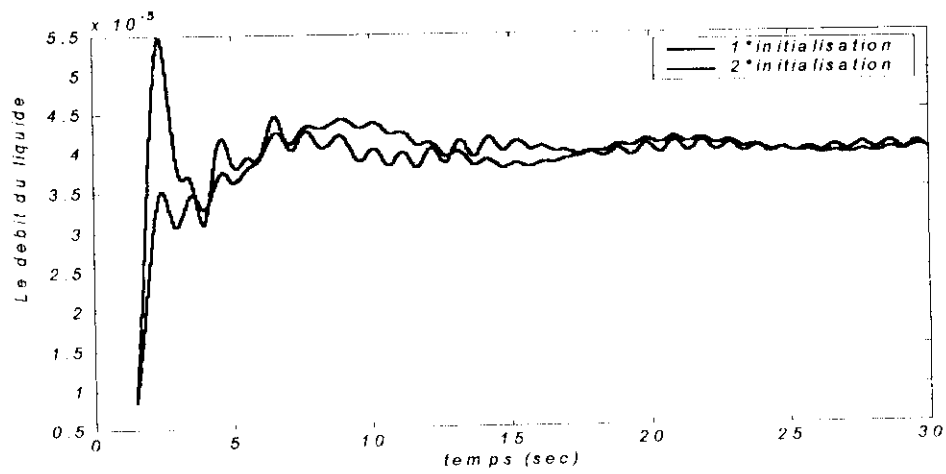
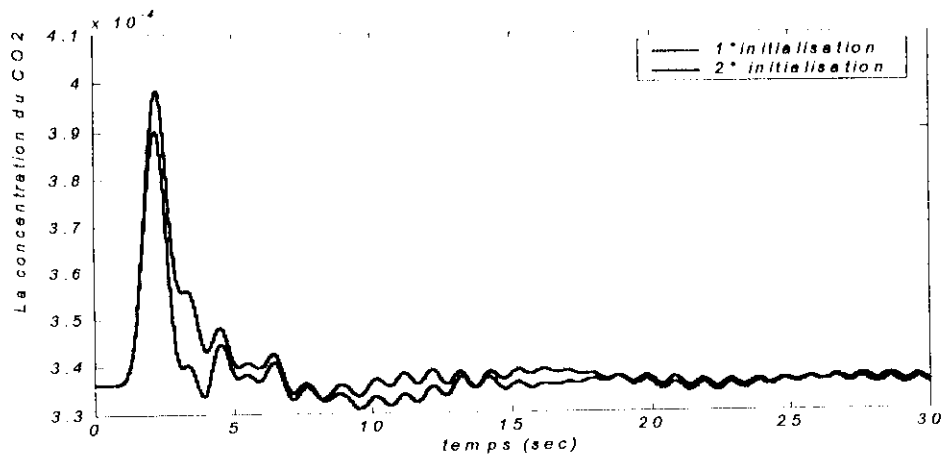
**FigV.15. Résultats de la régulation floue et neuro floue pour une perturbation de 10% sur la concentration du gaz et 15% sur le débit de gaz**



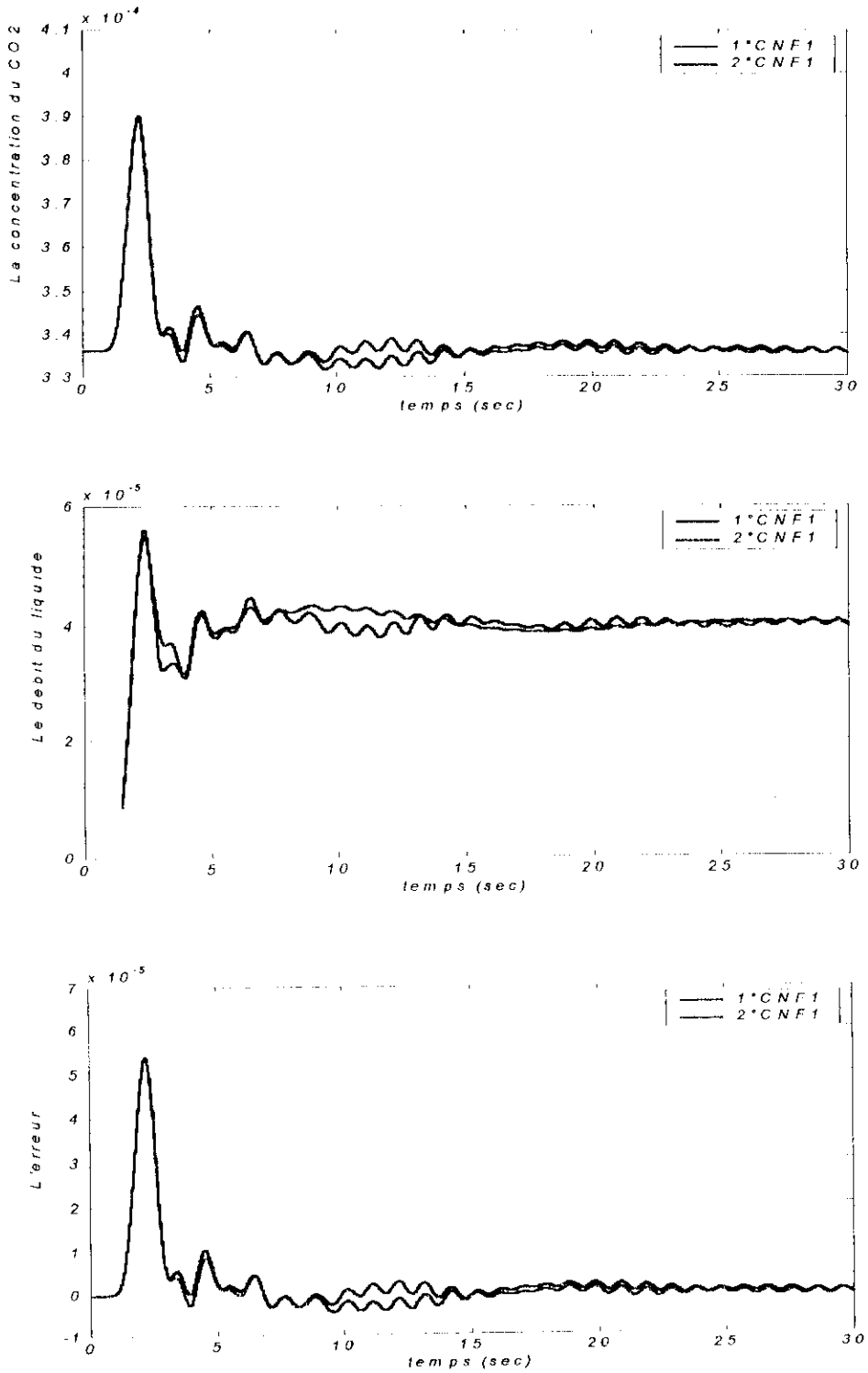
**Fig.V.17. Effet de l'initialisation des conclusions sur le régulateur flou**



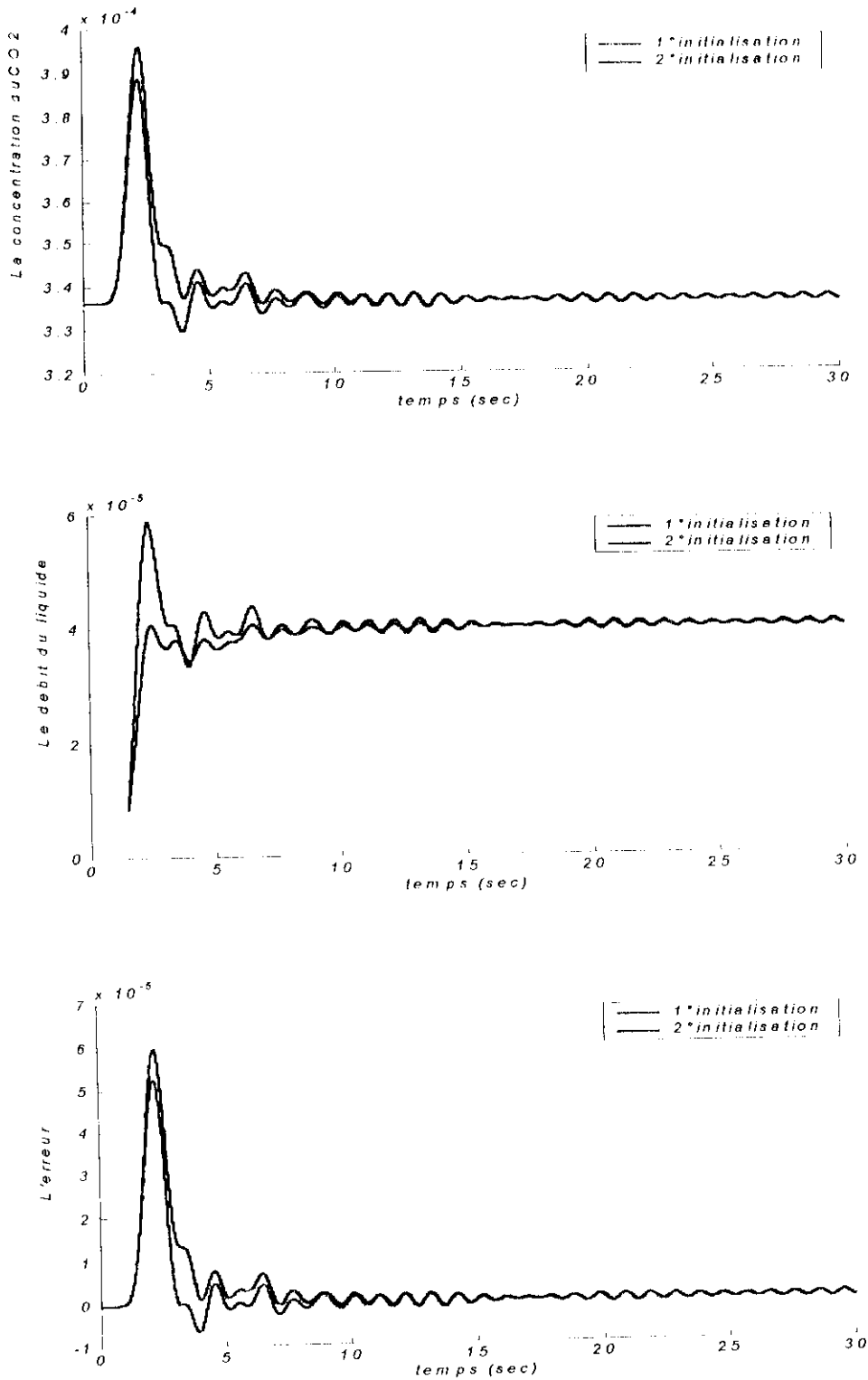
**Fig.V.18. Effet de la taille de la base de règles sur le régulateur flou**



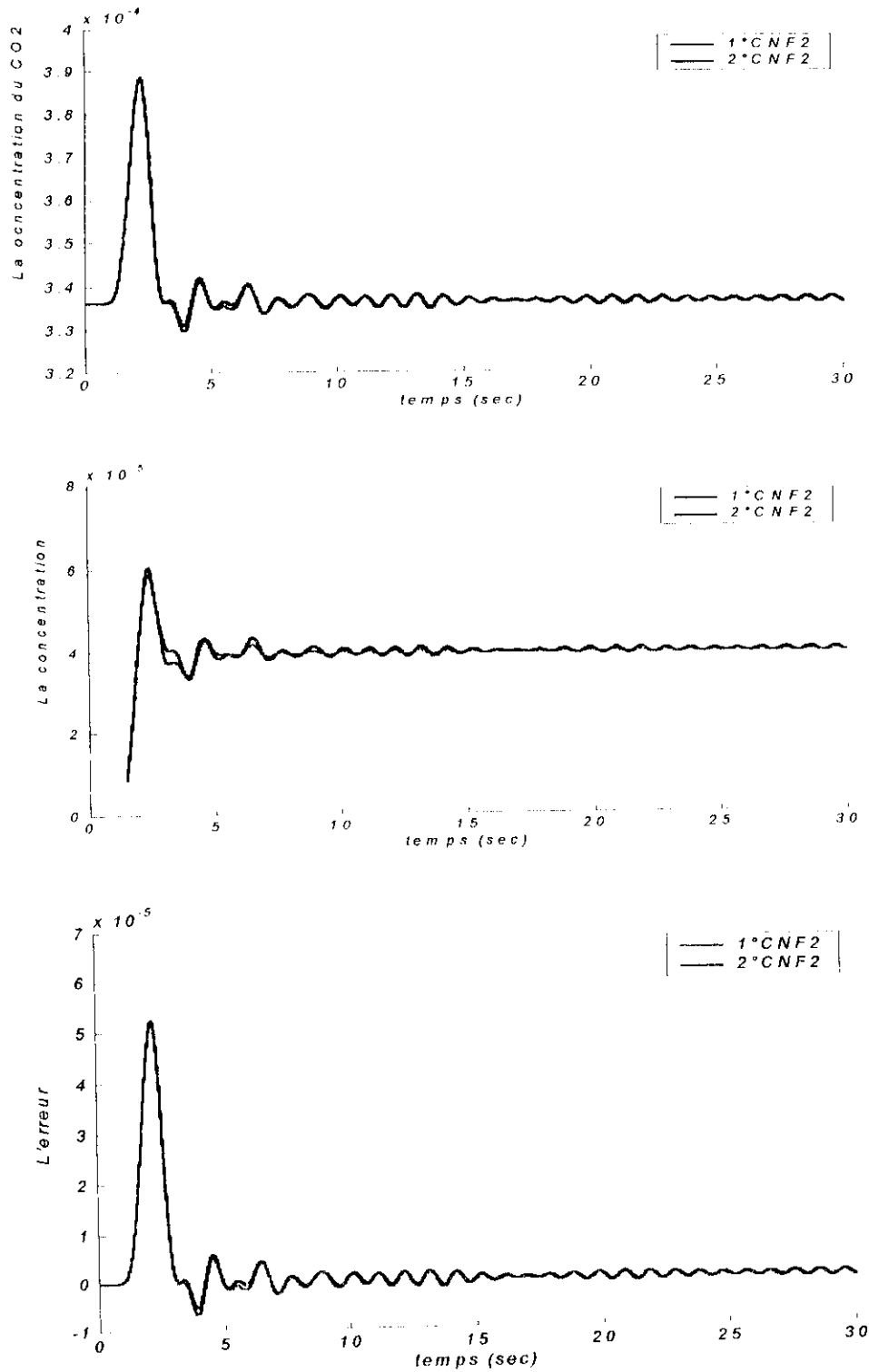
**Fig. V.19. Effet de l'initialisation des conclusions sur le régulateur neuro flou (1<sup>ère</sup> stratégie)**



**Fig.V.20. Effet de la taille de la base de règles sur le régulateur neuro flou(1<sup>ère</sup> stratégie)**



**Fig.V.21. Effet de l'initialisation des conclusions sur le régulateur neuro flou (2<sup>ème</sup> stratégie)**



**Fig.V.22. Effet de la taille de la base de règles sur le régulateur neuro flou(2<sup>ème</sup> stratégie)**



## V.3 Interprétation des résultats

### V.3.1 Perturbations sur la concentration de CO<sub>2</sub> à l'entrée de la colonne

#### a) Commande floue

Les figures V.7,....., V.12, montrent l'évolution de la concentration de CO<sub>2</sub> en haut de la colonne pour différents niveaux de perturbation (de 5% à 30%) sur la concentration de CO<sub>2</sub> à l'entrée de celle-ci.

L'allure de ces courbes montre bien la bonne rejéction des perturbations ainsi que la rapidité des réponses. En effet les temps de réponses varient entre 5 et 8 secondes (sachant que le système étudié est un système chimique).

Les oscillations apparaissant sur les réponses sont partiellement dues à la dispersion fictive introduite par la discrétisation du modèle mathématique du système.

#### Robustesse du régulateur

Sachant que les perturbations maximales admises en pratique sont de l'ordre de 10% à 15%, nous pouvons dire que le régulateur flou ainsi synthétisé est très robuste. Ceci est illustré par les figures V.10,V.11, V.12 qui représentent les réponses du système pour des perturbations de 20%, 25% et 30% respectivement.

#### b) Commande Neuro-floue 1

En se basant toujours sur les figures V.7,....., V.12, nous constatons une amélioration des temps de réponse du système (rapidité des réponses). Cette amélioration se paye par une moins bonne robustesse du régulateur, en effet nous remarquons qu'à partir d'une perturbation de 25% la réponse du système s'écarte du point de fonctionnement.

#### c) Commande Neuro-floue 2

Cette stratégie de commande présente de meilleures performances que les deux précédentes. En effet d'après les figures V.7,....., V.12, nous constatons une réduction du dépassement maximal de la sortie du système (une diminution de l'ordre de 3%), une amélioration de la rapidité des réponses, tout en gardant une grande robustesse par rapport aux perturbations.

### V.3.2 Perturbations sur le flux gazeux

Pour étudier les performances des techniques de régulations proposées, face à des perturbations sur le flux gazeux (paramètre du système), nous avons d'abord introduit une perturbation de l'ordre de 10% sur la concentration de CO<sub>2</sub> à l'entrée de la colonne. 30 secondes après nous avons perturbé le flux gazeux avec différents niveaux de perturbation. Dans ce qui suit nous allons analyser les différents résultats de simulation obtenus pour les différentes stratégies de commande.

### a) Commande floue

Les figures V.13,...V.16 montrent l'évolution de la concentration de  $\text{CO}_2$  en haut de la colonne pour une perturbation de 10% sur la concentration de  $\text{CO}_2$  à l'entrée de celle-ci et pour des perturbations de 5% à 20% sur le flux gazeux (ces perturbations sont introduites après 30 secondes du début de fonctionnement).

L'allure de ces courbes montre bien la bonne atténuation des perturbations intervenantes sur le flux gazeux pour des perturbations allant de 5% à 15%. En effet nous constatons qu'à partir d'un niveau de 20% de perturbation la réponse du système commence à diverger. Les temps de réponse du système (par rapport aux perturbations sur le flux gazeux) varient entre 5 et 7 secondes ce qui montre bien la rapidité des réponses, et donc l'efficacité de la régulation.

### b) Commande Neuro-floue 1

En se basant toujours sur les figures V.13,...V.16, nous constatons une diminution considérable des performances de régulation pour cette stratégie. En effet des oscillations apparaissent pour des perturbations de l'ordre de 5%, ces oscillations s'amplifient avec l'augmentation du niveau de perturbation. Cette diminution des performances est due à une augmentation de la rapidité des réponses (des temps de réponse entre 3 et 4 secondes) ce qui conduit à une moins bonne précision (compromis rapidité précision).

### c) Commande Neuro-floue 2

Cette stratégie, comme pour les perturbations sur la concentration de  $\text{CO}_2$  à l'entrée de la colonne, présente là aussi de meilleures performances que les deux autres stratégies de commande. D'après les figures V.13,...V.16, nous constatons une meilleure atténuation des perturbations (diminution du dépassement maximal de la sortie du système de l'ordre de 3% à 4%), une amélioration des temps de réponse (rapidité des réponses), cette amélioration est de l'ordre de 2 à 3 secondes, tout en gardant une précision et une robustesse similaire au régulateur flou.

## V.3.3 Mauvaise initialisation des conclusions des règles :

Dans ce qui suit nous allons illustrer l'influence d'une mauvaise initialisation des règles sur les trois stratégies de commande proposées et cela pour montrer l'avantage de l'apprentissage des régulateurs Neuro-flous (adaptation) par rapport à un régulateur flou classique qui ne possède pas la faculté de réajuster ses paramètres.

### a) Commande floue

D'après la figure V.17, nous constatons qu'une mauvaise initialisation des conclusions des règles floues diminue considérablement les performances du régulateur flou classique. En effet cette initialisation a causé une augmentation du dépassement maximal de la sortie du système de l'ordre de 3%, une augmentation du temps de réponse de 3 secondes tout en gardant une bonne précision.

### **b) Commande Neuro-flou 1**

La figure V.18 montre que le régulateur Neuro-flou ainsi synthétisé est très sensible à l'initialisation des conclusions des règles, en effet nous constatons l'apparition d'oscillations ainsi qu'une diminution des performances dynamiques du système (temps de réponse et dépassement maximal).

### **c) Commande Neuro-flou 2**

La figure V.19 montre que le régulateur Neuro-flou 2 réagit rapidement à la mauvaise initialisation des règles pour compenser ainsi ses effets, ceci illustre bien les avantages qu'offre cette stratégie par rapport à une régulation floue classique.

## **V.3.4 Diminution de la base de règles**

La taille de la base de règles étant un critère important dans la régulation floue, nous avons voulu montrer l'impact d'une diminution du nombre de règles sur les performances des régulateurs. Pour cela nous avons effectué des essais (avec une perturbation sur la concentration de CO<sub>2</sub> à l'entrée de la colonne de l'ordre de 10%), pour les trois stratégies de commande, avec une base de 49 règles, que nous avons ensuite remplacé par une base de 25 règles floues.

### **a) Commande floue**

D'après la figure V.20, nous pouvons dire que le régulateur flou est peu sensible à la diminution de la base de règles, néanmoins cette diminution a quand même conduit à une augmentation du temps de réponse du système tout en gardant une bonne précision.

### **b) Commande Neuro-floue 1**

Le temps de réponse du système et le dépassement maximal restent inchangés par rapport à la diminution de la base de règles, mais cette dernière intervient par une diminution de la précision (figure V.21).

### **c) Commande Neuro-floue 2**

Le régulateur Neuro-flou 2 compense complètement l'effet de la diminution de la base de règles, en effet d'après la figure V.22, nous remarquons bien que les performances de régulation restent inchangées.

## V.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu l'application des stratégies de commande floue et neuro floue, proposées dans les chapitres précédents, à la colonne d'absorption. Les résultats obtenus s'avèrent très satisfaisants et montrent clairement la bonne réjection des perturbations ainsi que la robustesse de ces régulateurs par rapport aux variations des paramètres du système. Une comparaison des performances de régulation ainsi obtenues illustrent bien les améliorations qu'offre la commande Neuro-floue (particulièrement pour la deuxième stratégie) relativement à une commande floue classique. Cette étude comparative a été complétée par des tests de performances des différents régulateurs face à une mauvaise initialisation des règles ou une diminution de la base de règles, de meilleurs résultats ont été là aussi obtenus pour la Deuxième stratégie de commande Neuro-floue.

## Conclusion Générale

Dans ce travail, nous avons étudié l'application de la commande floue et neuro floue au procédé d'absorption. L'idée principale de ce travail est de combiner les avantages du contrôle flou à ceux de la commande neurale pour une amélioration des performances de régulation.

Il nous a fallu d'abord définir un modèle mathématique de la colonne d'absorption, que nous avons ensuite discretisé à l'aide d'une méthode aux différences finies afin de pouvoir simuler le comportement dynamique du système.

Le modèle mathématique obtenu se base sur l'hypothèse d'un transport axial du  $\text{CO}_2$ , en phase gazeuse et en phase liquide purement convectif, en d'autre terme, nous avons tenu compte de la relation entre le débit de l'absorbant et la concentration du gaz.

Par la suite, nous avons présenté quelques connaissances de base sur la logique floue (dont le but principal est l'exploitation des connaissances des experts) ainsi que les étapes de la construction d'un régulateur flou (de type Mamdani et Takagi Sugeno).

Nous avons entamé, en suite, la présentation de la régulation neuro-floue, il a fallu donc faire une étude sur les réseaux de neurones artificiels, leur classification, ainsi que leurs différents types d'apprentissage et les algorithmes appropriés. Dans ce travail, deux stratégies de régulations neuro floue sont étudiées :

- ◆ Le premier consiste à remplacer un régulateur flou par un réseau de neurones multicouches dont chaque couche représente une étape de la commande floue, ce qui apporter une grande possibilité d'optimisation de ses paramètres.
- ◆ Le deuxième consiste à associer un régulateur flou classique en parallèle avec un régulateur neural.

Les régulateurs flous et neuro flous sont opérationnels directement et ne nécessitent pas des connaissances a priori sur le système.

Dans la dernière partie de ce travail, nous avons présenté l'application de la commande floue et neuro floue, avec ses deux stratégies, à la colonne d'absorption. Les simulations ont montré, malgré la complexité (système à paramètres répartis) et la non linéarité du système, des performances très satisfaisantes (temps de réponses, dépassement et précision) et une grande robustesse par rapport aux perturbations sur la concentration du  $\text{CO}_2$  à l'entrée de la colonne et aux variations des paramètres du système. Notons aussi la robustesse des régulateurs neuro-flous par rapport à une diminution de la base de règles et par rapport à une mauvaise initialisation des règles, en particulier celui de la deuxième stratégie. Cette caractéristique constitue leur principal avantage (affinement des connaissances du régulateur flou).

En perspective, ce travail peut être un bon point de départ pour une application réelle. Des améliorations pourront être amenées en utilisant d'autres techniques de simulations des systèmes à paramètres répartis, et d'autres algorithmes d'apprentissage.

## Références bibliographiques

- [1] ALATIQUI, M.SABRI, E.ALPER. '*Multivariable control systems design of CO<sub>2</sub>/amine absorber/ desober units by using a rigorous study, state model*', Gas separation and purification, Vol 7 N° 2, 1993.
- [2] BABA HADJI, NEFTI, '*Commande floue et neuro floue d'une machine asynchrone triphasée*', PFE ENP, 1995.
- [3] BABHI, DAMA, '*Etude de la commande par RNA : application à un train de laminoir*', PFE ENP, 1995.
- [4] Y.Bennani, '*Systèmes d'apprentissage connexionistes*', Revue d'intelligence artificielle, Volume 15 n°3-4, 2001.
- [5] BENLAMEUR, BENALI, '*Commande adaptative par RNA application à la machine asynchrone alimentée en courant*', PFE ENP, 1998.
- [6] BOUHALI, '*Commande adaptative à structure décentralisée par RNA : application à un bras de robot*', PFE ENP, 1996.
- [7] BOUKHABZA, BOUDAUD, '*Modélisation non linéaire et commande neuro floue et par mode de glissement de la machine asynchrone*', PFE ENP, 1993.
- [8] BOULEHIA, MELAHI, '*Commande floue et neuro floue décentralisée : application en robotique*', PFE ENP, 1997.
- [9] M.A. BOULEROUAI, '*Commande prédictive généralisée appliquée à une colonne d'absorption*', PFE ENP, 2001.
- [10] BÜHLER, '*commande floue*', Edition presses polytechniques et universitaires Romande, 1994
- [11] C.T. CHEN, S.T. PENG, '*Intelligent process control using neural fuzzy techniques*', Journal of process control 9, 1999.
- [12] CHIRIFI, AKHIAN, '*Commande floue et neuro floue d'un filtre à deux niveaux*', PFE ENP, 1998.
- [13] J.P.CORRIOU, '*Commande des procédés*', Technique et Documentation, 1996.
- [14] J.P CORRIOU, '*Automatique des procédés chimiques (Modélisation, estimation, cristallisoir)*', Edition Hermes, 2001.
- [15] L. GACOGNE, '*Eléments de la logique floue*', Edition Hermes, 1997.
- [16] P.Y. GLORENNEC, '*Algorithmes d'apprentissages pour les systèmes d'inférences floues*', Edition Hermes, 1999.

- [17] J.HERAULT, C.JUTTEN, 'Réseaux de neurones et traitement du signal', Edition Hermès, 1994
- [18] KAMED, '*Reconnaissance des formes par RNA*', PFE ENP, 1996, Alger.
- [19] LEKHEL AYAT, BACHIR, '*Commande adaptative décentralisée par RNA*', PFE ENP, 1997, Alger.
- [20] E. MARGAGLIO, '*Modélisation et commande des processus par des méthodes neurales et floues : Application aux colonnes de distillation*', Thèse de Doctorat en informatique et automatique, Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, 1999.
- [21] K. NAJIM, '*Modelling and self adjusting control of an absorption column*', International journal of adaptif control and signal processing, Vol 5, p335, 1991.
- [22] K.NAJIM, '*Outils mathématiques pour le génie des procédés*', Edition Dunod,1999.
- [23] D.PINGLOT, '*Commande optimale et sous optimale d'un système hyperbolique non linéaire : colonne d'absorption*', Doctorat d'état en automatique, Toulouse, 1984.
- [24] A.RACHID, '*Systèmes de régulation*', Masson, 1996.
- [25] P.RAPIN, J.C. LACHAT, 'équations aux dérivées partielles', Techniques de l'ingénieur, février 2001
- [26] J.M.RENDERS, 'Algorithmes génétiques et réseaux de neurones', Edition Hermès, 1995.
- [27] A.SELATNIA, '*Communication au congrès sur les réacteurs polyphasiques*', Louvin, octobre 2002.
- [28] R.VANDER WEG, '*Modélisation et optimisation d'une colonne d'absorption*', Doctorat d'état en automatique, Toulouse, 1976.
- [29] YEDDOU, 'Etude de synthèse sur les réseaux de neurones et leur application', Magister automatique, ENP, 1998, Alger.
- [30] ZEROUAL, '*Application de la commande floue et neuro floue à structure décentralisée au robot PUMA*', PFE ENP, 1998, Alger.