

7/03
République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la
Recherche Scientifique
Ecole Nationale Polytechnique
Département du Génie Mécanique

Lex

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

Présenté pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état
en génie mécanique

Thème

Contribution à l'étude du robot DELTA

Encadré par :

Mr M.MADANI

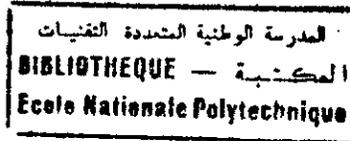
Présenté par :

BELHABIB Sofiane

Promotion : Juin 2003

ENP -10,avenue Hacène Badi - El Harrach - Alger

Dédicaces



Je dédie mon travail à :

Ma tendre mère

Pour l'éducation qu'elle

M'a apporté et pour tous ses sacrifices

REMERCIEMENTS

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

Je tiens à remercier tous ceux qui ont contribué à la réalisation de ce travail .

Mes premiers remerciements vont naturellement à mon Promoteur Mr MADANI Mohamed . Ses qualités scientifiques et humaines m'ont permis de mener à bien ce travail .La mise à notre disponibilité du labo de robotique et de la connexion Internet nous a beaucoup aidé .

Je remercie très sincèrement les membres de mon jury, d'avoir accepté de relire ce PFE.

Je n'oublie pas mes frères et amis principalement Adlane ,Nabile et Slimane, Lotfi Mahand ,Rabah , Hamza , Azzedine , Amine , Abed el moumen , Djamel , Nabil ThEt la liste est certes très longue .

Je tiens à remercier tout les étudiant de l'ENP et surtout notre promotion . Ma gratitude va aussi à tous mes enseignants du primaire jusqu'à ma dernière année au département de Mécanique .

Mes derniers remerciements iront pour ma famille et surtout pour Ma mère , mon père , mes sœurs et frères surtout Dalila , mes tantes , oncles et cousins qui m'ont beaucoup soutenu durant mes études et surtout ces cinq dernières années .

Pour mon frère Adlane , je le remercie tout particulièrement pour tous ses bons gestes , je lui dis que les journées qu'on a passées à Boumerdès durant la préparation des examens , le train de six heures du matin , resteront gravés dans nos mémoires .

ملخص :

تتميز الروبوتات المتوازية بعدة خصائص مقارنة بالروبوتات المنسلسلة والتي
تمثل في كتلة متحركة صغيرة سلاية كبيرة و دقة عالية .
• من خلال هذا العمل قمنا بالعطاء فكرة عامة عن الروبوتات المتوازية .
• لقد حضي الروبوت دالتا الذي تم تصميمه من طرف Clavel و فرقته باهمية كبيرة .
• قمنا بدراسة ال مثال المباشر و وضع طريقة جديدة تسمح بتحديد حيز عمل الروبوت .
• كم قمنا ايضا بدراسة المثال الحركي واقترح طريقة لعله - و قد ارفقنا هذا العمل بعدة
• برامج تحت Matlab متعلقة بكلا المثالين الهندسي و الحركي .
الكلمات المفتاحية : الروبوت المتوازية الروبوت دالتا المثال الهندسي المثال الحركي حيز عمل .

Résumé :

Les robots parallèles présentent par rapport au robot série plusieurs avantages tels masse mobile très faible , une grande rigidité et une précision nettement meilleure que celle des robots série .

Dans ce travail on a essayé de donner une idée générale sur les robots parallèles et l'intérêt qu'ils présentent . Le robot DELTA ,développé par Clavel et son équipe à l'EPFL de Lausanne , est un exemple de robots parallèles qui a trouvé un très grand succès auprès des chercheurs comme chez les industriels .

L'étude du modèle géométrique s'est soldé par la présentation d'un schéma itératif de résolution du modèle direct ainsi que la présentation d'une nouvelle méthode de détermination des limites de l'espace de travail .Le modèle cinématique a été aussi étudié et des programmes informatiques , sous Matlab , correspondants au différents modèles ont été mis au point .

Mots clés : Robots parallèles ,Robot-DELTA , Modèle Géométrique, Modèle Cinématique, Espace de travail .

Abstract :

Parallel robots present very interesting features , small mobile mass , high rigidity , more precision than serial ones .The complexity of their direct models remains the major problem in the study of this type of robots .

The Delta robot which was patented by Clavel at l'EPFL of Lausanne , is an example of a parallel robot which has received an increasing interest for scientific research as well as industrial applications.

In this work we tried to present some aspects of this robot .We started our study by presenting it's different components. A new method for the determination of the workspace is presented here . A description of the geometric problem and the kinematics is also discussed and related software programs in Matlab software are presented .

Key words : Parallel robots , DELTA robot , Geometric problem , Kinematics problem , Workspace .

Table des matières

Dédicaces
Remerciements
Résumé
Table des matière
Table des figures
Notation

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

Introduction Générale

1 Introduction 2

2 La progression des robots 2

 2.1 Les évolutions techniques et le prix des robots 2

 2.2 La commande et la modélisation du comportement dynamique des robots 3

 2.3 Architecture et câblage des robots 3

 2.4 L'IPAO et la programmation hors ligne des robots 4

 2.5 Utilisation d'un bras de mesure 4

 2.6 L'apparition des robots parallèles sur le marché 5

3 Conclusion 5

Chapitre 01 Présentation des robots parallèles

1 Introduction 7

2 Comparaison entre les robots sériels et les robots parallèles 9

 2.1 Les robots série 9

 2.1.1 Les avantages des robots série 9

 2.1.2 Les inconvénients des robots série 9

 2.2 Les robots parallèles 10

 2.2.1 Les avantages des robots parallèles 10

 2.2.2 Inconvénients des robots parallèles 11

 2.3 Domaine d'applications des robots parallèles 12

3 Les différents types de robots parallèles 13

 3.1 Robots plans 13

 3.1.1 Robots à 2 degrés de liberté 13

 3.1.2 Robot plan à 3 degrés de liberté 14

 3.2 Les robots spatiaux 15

 3.2.1 Robots à 3 degrés de liberté 15

 3.2.2 Manipulateurs à 4 degrés de liberté 18

 3.2.3 Manipulateurs à 5 degrés de liberté 19

 3.2.4 Manipulateurs à 6 degrés de liberté 19

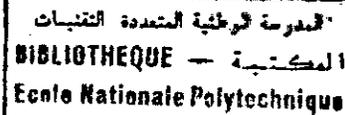
4	Définitions de quelques concepts utilisés dans l'étude des robots parallèles	23
4.1	<i>Configurations et postures</i>	23
4.1.1	<i>Configuration articulaire</i>	23
4.1.2	<i>Configuration opérationnelle</i>	23
4.1.3	<i>Configuration d'un manipulateur</i>	24
4.2	<i>Les Modèles Géométriques</i>	24
4.2.1	<i>Le Modèle Géométrique Inverse (MGI)</i>	24
4.2.2	<i>Le Modèle Géométrique Direct (MGD)</i>	25
4.3	<i>L'espace de travail</i>	25
4.4	<i>Singularités</i>	26
4.5	<i>Modèle cinématique</i>	26
4.5.1	<i>La matrice jacobienne</i>	27
4.5.2	<i>Le modèle direct</i>	29
4.5.3	<i>Le modèle cinématique inverse</i>	29
5	Conclusion	29

Chapitre 02 Le robot DELTA

1.	Historique du robot Delta	30
2.	Présentation et caractéristiques Robot Delta	31
2.1.	<i>Description du concept Delta et définition de ses constituants</i>	31
3.	Domaines d'application	32
3.1.	<i>Exemples d'applications industrielles existantes</i>	33
3.2.	<i>Possibilités d'utilisations futures</i>	33
3.3.	<i>Illustration des applications du robot DELTA</i>	34
4.	Singularités du robot Delta	38
5.	Espace de Travail	39
6.	Conclusion	40

CHAPITRE 03 Le MODELE GEOMETRIQUE du robot DELTA

1	Paramétrage géométrique	42
1.1	<i>Introduction :</i>	42
1.2	<i>Paramétrage des longueurs :</i>	42
1.3	<i>Simplification de la géométrie :</i>	43



2	Le Modèle géométrique du robot DELTA :	45
2.1	Modèle géométrique direct (MGD)	48
2.1.1	Méthode analytique :	48
2.1.2	Méthode numérique :	51
2.1.3	Discussion des résultats	54
2.2	Modèle géométrique inverse (MGI)	54
2.3	Discussions des résultats du MGD et du MGI :	57
2.3.1	Pour le MGD	57
2.3.2	Pour le MGI	57
3	Détermination de l'espace de travail du robot Delta :	58
3.1	Détermination de l'appartenance d'un point à l'espace de travail :	58
3.2	Détermination des limites de l'espace de travail dans un plan donné	59
3.2.1	La première étape	59
3.2.2	Deuxième étape	61
3.2.3	Troisième étape	62
3.3	Discussion des résultats :	65
4	Conclusion :	65
chapitre 04 : Le modèle cinématique du robot DELTA		
1	Introduction	67
2	Le modèle cinématique direct (MCD)	67
2.1	Détermination de la matrice Jacobienne	67
2.2	Résultats :	70
3	Modèle Cinématique inverse (MCI)	71
3.1	Détermination de la Jacobienne Inverse	71
3.2	Résultats	72
4	Discussion des Résultats	73
4.1	Pour le MCD	73
4.2	Pour le MCI	73
5	Conclusion	74
Conclusion générale		75
Perspectives		76
Annexes		77

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Table Des Figures

Fig 01 Schéma provenant du brevet de Pollard	07
Fig.02 Plate-forme de Gough (1947)	08
Fig 03 Les robots plans à 2 degrés de liberté d'après McCloy	13
Fig 04 Les robots plans à 3 degrés de liberté	14
Fig 05 Le robot « H » à gauche et à droite le « prism robot »	15
Fig 06 Les prototypes de Mianovsky	16
Fig 07 le prototype de Neumann	16
Fig 08 Robots à orientation autour du point p	17
Fig 09 Poignet sphérique de Gosselin	17
Fig 10 Manipulateur à 4 degrés de liberté de Koevermans.....	18
Fig 11 Le robot de Zamanov.....	19
Fig 12 Deux types de robots à chaîne RRPS	20
Fig 13 Le robot « Nabla ».....	21
Fig 14 Le robot « Hexaglide »	21
Fig 15 A gauche le robot de Hunt et à droite le robot « Hexa » de Pierrot	22
Fig 16 Le robot DELTA	32
Fig 17 SurgiScope en service à « Surgical Robotics Lab »	34
Fig 18 Le robot IRB 340 FlexPicker de la société ABB Flexible Automation's	35
Fig 19 Conditionnement de produits en assortiments	36
Fig 20 Installation de conditionnement de « bretzels »	36
Fig 21 machine outils de perçage de la société Hitachi Seiki	37



Fig 22 Représentation des 4 types de singularité du robots DELTA	38
Fig 23 Espace de travail dur robot DELTA d'après [Clavel 91]	39
Fig 24 Paramètres géométriques d'une chaîne cinématique du robot DELTA	43
Fig 25 La chaîne cinématique simplifier	44
Fig 26 Projection de la chaîne cinématique sur le plan horizontal	44
Fig 27 Représentation de la sphère $Sp1$ et le cercle $C1$	46
Fig 28 Vérification de l'appartenance de point à l'espace de travail	59
Fig 29 limites de l'espace de travail pour $z = -100$	60
Fig 30 limites de l'espace de travail pour $z = -150$	61
Fig 31 limites de l'espace de travail pour $z = -200$	60
Fig 32 Limite de l'espace pour $-100 < z < -200$	61
Fig 33 Projection sur le plan de la Limite de l'espace pour $-100 < z < -200$	61
Fig 34 L'espace de travail du robot DELTA	62
Fig 35 Projection de l'espace de travail sur le plan (y, x)	63
Fig 36 Projection de l'espace de travail sur le plan (y, z)	63
Fig 37 Espace de travail en 3d	64
Fig 38 L'espace de travail trouvé par Michilini	64

NOTATIONS

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

- α, q : Vecteur des coordonnées articulaires.
- $\dot{\alpha}, \dot{q}$: Vecteur des vitesses articulaires
- α_i, q_i : Coordonnées articulaires .
- $\dot{\alpha}_i, \dot{q}_i$: Vitesses articulaires .
- θ_i : L'angle que fait la projection horizontale du bras de la chaîne (i) avec l'axe x .
- γ_i : L'angle que la projection des deux barres du parallélogramme (i) avec la projection du bras correspondant .
- J : Matrice jacobienne cinématique.
- J^{-1} : Matrice jacobienne cinématique inverse .
- L_a : La longueur du bras lié à l'autre bout du parallélogramme et la base fixe .
- L_b : Longueur d'une barre parallèle .
- R_a : Distance entre la base et l'axe de rotation du bras .
- R_b : La distance entre le bout du parallélogramme lié à la nacelle et le centre de la nacelle
- R : La différence entre R_a et R_b :
- X : Vecteur des coordonnées opérationnelles permettant de définir la configuration de la plate-forme mobile du manipulateur
- \dot{X} : Vecteur de vitesses opérationnelles de l'organe terminal .
- P : Liaison prismatique non motorisée
- P : Liaison prismatique motorisée
- R : Liaison pivot ou rotoïde non motorisée
- R : Liaison pivot ou rotoïde motorisée
- S : Liaison sphérique non motorisée
- S : Liaison sphérique motorisée

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Introduction Générale

1 Introduction

On assiste ces dernières années, de plus en plus à l'application et l'intégration des robots dans les différents domaines et ils ont même réussi à remplacer l'homme dans certaines tâches. Le nombre de robots industriels opérationnels dans le monde est estimé à environ 743 000 en 1999 avec une progression annuelle d'environ 5 %. Dans l'Union Européenne, les robots industriels à usage multiple ont progressé en moyenne de 16 % de 1998 à 1999, la France à elle seule détient le record avec une progression de 90 %. Les diverses associations de robotique, notamment l'IFR — International Federation of Robotics — prédisent un parc de 32 712 unités en 2004.

2 La progression des robots

L'évolution spectaculaire de l'utilisation des robots industriels est due à plusieurs facteurs qui sont :

2.1 Les évolutions techniques et le prix des robots

Au cours des dernières années, les robots industriels ont considérablement évolué techniquement. Un important fabricant de robots industriels a ainsi obtenu, entre 1985 et 1995, des améliorations importantes résumées dans le tableau suivant :

Paramètres	Evolution
- capacité de charges transportées	+ 50 %
- rayon d'action	+ 20 %
- vitesse	+ 40 %
- réduction du nombre de composants du robot	de 100 à 5
- temps moyen entre chaque défaillance (MTBF)	de 5 000 à 40 000 heures.

Dans le même temps, le prix du robot correspondant a été divisé par deux. L'investissement dans la robotique est stimulé par : la chute des prix des robots, la grande fiabilité des robots actuels, leurs meilleures performances techniques, la facilité de leur mise en œuvre et leur programmation (amélioration des interfaces homme-machine, programmation hors ligne).

2.2 La commande et la modélisation du comportement dynamique des robots

La majorité des robots conçus aujourd'hui, possèdent de grandes facultés de répétabilité ($\pm 0,02$ mm pour certains robots courants), alors que la précision reste faible (plus de 1 mm pour certains robots généralement de type sériel car les robots parallèles ont quand même une assez bonne précision par rapport à ces derniers). Ceci est dû au fait que la précision d'un robot ne dépend pas uniquement de ses caractéristiques morphologiques, mais est aussi fonction de paramètres (très difficiles à bien connaître et maîtriser lors de la conception du robot) : masses déplacées, phénomènes de flexions, phénomènes dynamiques, influence des jeux, frottements et ajustements.

2.3 Architecture et câblage des robots

On assiste à l'intégration des commande ,des réseaux et des bus modernes ,qui ont fait leurs preuves en milieu industriel , pour véhiculer toute information nécessaire au fonctionnement du robot .A titre d'exemple on peut citer l'utilisation de :

- Bus et PCs industriels bien connus et maîtrisés pour remplacer les lourdes armoires de commandes.
- La technologie de bus FireWire pour les fonctions de pilotage des robots, d'axes supplémentaires, de la vision et d'entrées / sorties à architecture évolutive (ce bus permet de transférer rapidement de gros volumes de données tout en réduisant la complexité des câblages)
- Commandes d'axes robustes indépendantes du PC qui intègrent une connexion temps réel avec celui-ci
- Contrôleurs plus petits, plus performants et moins chers.
- Systèmes de reconnaissance d'objets robustes et performants qui s'affranchissent de la nécessité d'équipements ou de protections particulières.

2.4 L'IPAO et la programmation hors ligne des robots

Les bureaux des méthodes assistent à une mutation des anciens logiciels de programmation hors ligne de robots (PHL) , devenus des logiciels plus complets et plus performants dits d'IPAO (Ingénierie de Process Assistée par Ordinateur). L'IPAO, ou usine numérique, est une solution logicielle intégrée complète entre le monde de la conception et le monde de la fabrication. C'est une passerelle nécessaire pour aider le bureau des méthodes dans sa recherche de l'optimisation de la production.

L'IPAO intervient ainsi dans les différents domaines du métier des méthodes : gamme d'usinage, gamme d'assemblage, flux dans l'atelier, conception de l'atelier et de ses postes, ergonomie...

2.5 Utilisation d'un bras de mesure

L'IPAO, qui implique de posséder des logiciels adaptés généralement coûteux, nécessite aussi la construction du modèle informatique des pièces à travailler ; ce qui est quasiment exclu pour la plupart des sous-traitants.

La programmation de robots à l'aide d'un bras de mesure apparaît alors comme un compromis intéressant puisqu'elle conserve les avantages de la PHL (pas d'arrêt de la production pendant la programmation, prédiction du temps de cycle) tout en dispensant l'utilisateur de disposer de logiciels complexes et coûteux. Cette méthode de la programmation d'un robot reste rapide, simple et intuitive (manipulation directe du bras de mesure le long des trajectoires à effectuer).

Cette solution a le mérite d'être simple et satisfaisante dans la plupart des cas où l'IPAO n'est ni utilisable, ni rentable.

Les bras de mesure sont à l'évidence, et dans un avenir proche, en voie d'intégrer de nouvelles fonctionnalités qui leur permettront de se positionner sur le marché spécifique et mal pourvu de la PHL.

2.6 L'apparition des robots parallèles sur le marché

L'apparition des robots parallèles a ouvert de nouvelles perspectives quant à l'application des robots dans le domaine industriel. Ces robots disposent de plusieurs chaînes cinématiques fermées. Les avantages et les améliorations apportés par ces robots sont discutés dans le chapitre 1.

Bien que le nombre de robots parallèles conçus jusqu'à présent, le nombre de robots ayant trouvés une vie industrielle reste quand même très limité. Les robots manipulateurs qui ont été testés dans l'industrie ont fait leurs preuves et connaissent une demande de plus en plus croissante. L'exemple du robot DELTA de la société suisse DEMAUREX n'en est que plus intéressant. Ce type d'architecture intéresse aussi le domaine de la machine-outil où un certain nombre de machines parallèles commencent à apparaître.

3 Conclusion

Plus fiable, plus performante — répétitivité, vitesse, précision —, plus accessible tant du point de vue financier que du point de vue programmation et utilisation, la robotique d'aujourd'hui possède de grands atouts pour l'industrie moderne. Elle est ainsi de plus en plus présente dans les PME-PMI, y compris dans le secteur agro-alimentaire où les coûts de main d'œuvre sont généralement plus bas que dans les autres secteurs industriels.

La robotique de demain est riche de promesses et de progrès pour son utilisateur comme pour son concepteur en matière de :

- Réduction des études et mises au point (simulation)
- Accroissement de la flexibilité (moins de périphériques)
- Diminution des prix des robots (au niveau de l'achat et de l'exploitation)
- Diminution des coûts d'installation des cellules robotisées (et parallèlement augmentation des fonctionnalités des robots)
- Maximisation de la productivité du fait de la fiabilité (moins de composants et de connectique)
- Adaptation rapide aux nouveaux produits à traiter, les modifications se limitant souvent aux organes de préhension et aux programmes.

Chapitre 1
Présentation des manipulateurs parallèles

1 Introduction

Le mot robot provient du tchèque "robota", travail forcé. La pièce de théâtre "Rossum's Universal Robots" de Karel Capek jouée à Paris vers 1920 popularisa le terme robot. Elle mettait en scène des petits êtres artificiels exécutant parfaitement les consignes de leur maître.

A l'origine, leur conception s'inspire du bras humain, les manipulateurs anthropomorphes. Un ingénieur du domaine automobile dénommé Pollard [Pollard 38], fut réellement le précurseur de la robotique parallèle en déposant son brevet de mécanisme pour peindre automatiquement les carrosseries de voitures en 1938 Fig [01]. Son idée n'a pu être développée, faute de moyens électroniques et informatiques adéquats pour le commander à cette époque là. Certains chercheurs affirment que c'est la première idée de robot industriel.

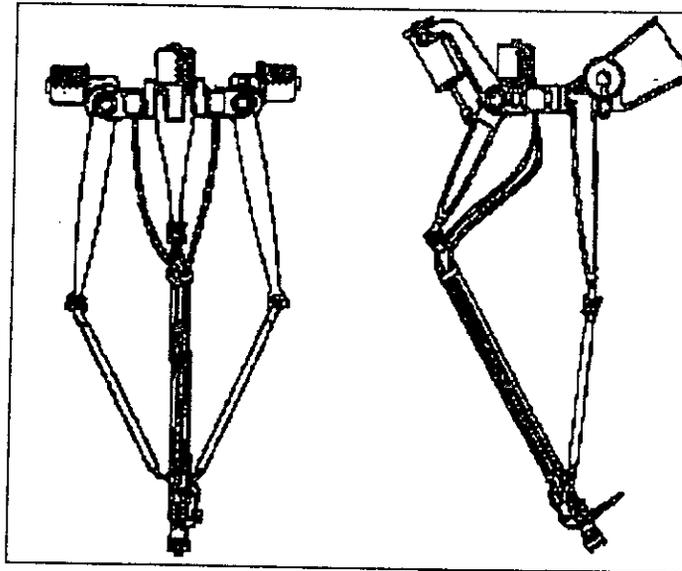


Fig 01 Schéma provenant du brevet de Pollard

Il faut attendre jusqu'à 1957 quand Gough [Gough 57] propose une nouvelle architecture de manipulateurs . Ce manipulateur connu sous le nom de plate-forme de Gough est un manipulateur parallèle Fig [02] est destiné pour tester les pneumatiques. Il est constitué d'un ensemble de chaînes cinématiques simples, lui donnant une plus grande rigidité. Le plateau mobile portant le pneumatique est connecté au sol à l'aide de segments de longueurs variables .En variant la longueur des segments on change l'orientation de la plate-forme et ainsi la position du pneumatique on arrive ainsi à tester l'usure du pneumatique .

Pourtant, ce n'est que vers la fin des années 70 et au début des années 80, que les manipulateurs parallèles ont commencé à attirer l'attention des mécaniciens et des roboticiens en tant qu'alternative possible aux structures sérielles.

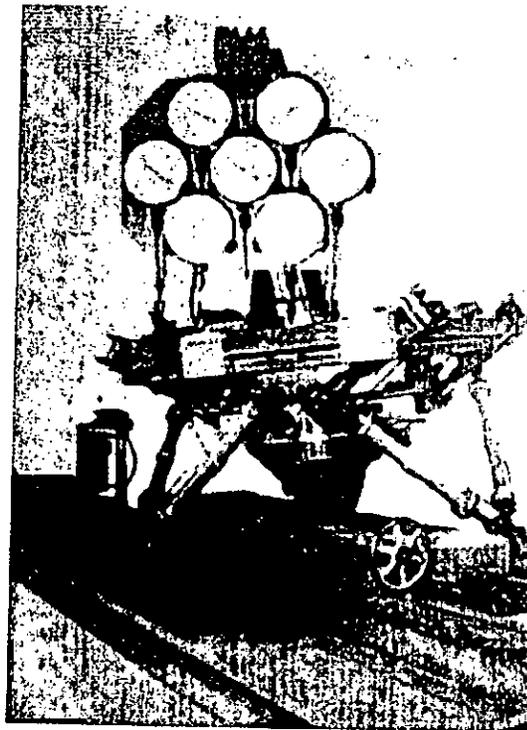


Fig 02 Plate-forme de Gough (1947)

2 Comparaison entre les robots sériels et les robots parallèles

2.1 Les robots série

Dans les années 70, pratiquement tous les robots étaient des bras manipulateurs dont les actionneurs placés en série (caractère antromorphique). Ce type de robots, parfois appelé robot sériel, est défini de la façon suivante : la structure articulée est une chaîne ouverte d'une succession de segments reliés entre eux par des liaisons de 1 degré de liberté. Chaque articulation est commandée par un actionneur situé à un l'articulation ou sur l'un des segments précédents.

2.1.1 Les avantages des robots série

Ces robots ont pour avantage de disposer d'un grand volume de travail et d'être relativement simples sur le plan des calculs liés à leur commande. Par contre, ces robots présente des inconvénients quand il s'agit d'effectuer des tâches demandant de la précision (ex : assemblage) ou des tâches devant être exécutées avec rapidité.

2.1.2 Les inconvénients des robots série

Les principaux défauts des robots série sont les suivants :

- Une inertie élevée, due aux masses réparties sur toute la chaîne cinématique (actionneurs et organes de transmission) qui peut engendrer des erreurs de positionnement, des oscillations et surtout limite la rapidité. Ceci entraîne un rapport (charge utile / masse du robot) qui n'est jamais supérieurs à 0.15 dans le meilleurs des cas [Merlet 97]
- Un manque de rigidité dû à la mise en série d'éléments souple. Le fait que les éléments soient disposés en série implique que chaque segment doit supporter la charge, mais aussi la masse des segments suivants. Si l'on souhaite une bonne répétabilité, celle-ci peut être obtenue en rendant les segments plus rigides, donc en alourdissant la structure.
- Une fatigue et une usure des liaisons de puissance assurants l'alimentation des actionneurs peut engendrer des pannes plus fréquentes.

- Une fatigue et une usure des liaisons assurant la circulation des informations entre les capteurs et la commande a des conséquences importantes sur la sécurité car une erreur de transmission peut engendrer des mouvements désastreux du robot .

Ces inconvénients sont à l'origine de nombreux travaux de recherches qui ont pu apporter quelques méthodes telle que l'utilisation de capteurs de reconnaissance de l'environnement extérieur et la mise en œuvre de lois de commande très complexes ,la prise en compte de la flexibilité de la structure ...mais les solutions apportées ne sont que partielles et compliquent d'avantage la conception du robot et sa commande .

De ce fait certains chercheurs se sont orienté vers des solutions plus radicales en mettant en évidence l'utilisation des robots parallèles qui ont prouvé leur efficacité dans le terrain. Les robots à structure parallèle peuvent être une solution pour pallier certains de ces inconvénients

2.2 Les robots parallèles

Un robot parallèle est constitué d'une plate forme fixe et d'une autre mobile (souvent appelée nacelle). La plate forme mobile est reliée à la plate forme fixe par plusieurs chaînes cinématiques en parallèle [Merlet 97] .

2.2.1 Les avantages des robots parallèles

Le fait de mettre en parallèle plusieurs chaînes cinématiques entraînées chacune par un actionneur offre les avantages suivants [Clavel 91] :

- La capacité de charge est généralement plus importante que celle d'un robot série avec un poids de robot équivalent .
- Cette structure parallèle donne la possibilité d'obtenir des mouvements à haute dynamique car les accélérations sont très élevées .

- La masse mobile est faible , car les actionneurs sont souvent solidaires de la plate-forme fixe contrairement aux robots série qui comportent des actionneurs sur certaines articulations .
- La fréquence propre de tels robots est élevée , donc des erreurs de répétabilité dues aux oscillations incontrôlées de la structure mobile , observées sur les robots série , sont minimisées .
- Une bonne rigidité mécanique confère aux structures parallèles une bonne précision .
- La possibilité de positionner les actionneurs directement sur la base fixe procure de nombreux avantages . Tout d'abord , cela offre un choix important pour les actionneurs car leur masse n'est plus un critère de sélection du fait qu'elle n'intervient dans l'inertie . Les problèmes de liaisons entre actionneurs , capteurs et contrôleur sont simplifiés . Les moteurs sont plus facilement isolables de l'espace de travail dans le cas d'applications en atmosphère propre .
- La symétrie des robots parallèles donne la possibilité de fabrication en série car le robot est composé de plusieurs parties identiques .

2.2.2 Inconvénients des robots parallèles

En contre partie de ces avantages , les robots parallèles présentent certains inconvénients par rapport aux robots série .

- Un des principaux inconvénients est la limitation de l'espace de travail d'une structure parallèle .
- Le modèle géométrique est parfois difficile à obtenir .
- La présence de singularité peut conduire à une perte de contrôle de la structure mobile .
- L'existence d'un couplage fortement variable entre les différentes chaînes cinématiques complique souvent le réglage et oblige à surdimensionner les actionneurs pour contourner cette difficulté .

Les coordonnées articulaires dépendent les unes des autres à cause de la présence de boucles fermées dans sa topologie. C'est pourquoi, contrairement au robot sériel toutes les liaisons ne sont pas actives. Une structure est dite pleinement parallèle si aucun actionneur n'est disposé en série avec un autre sur une même chaîne cinématique.

2.3 Domaine d'applications des robots parallèles

Depuis leur apparition, plusieurs études ont vu le jour pour trouver des applications nouvelles des robots parallèles afin de bénéficier des avantages de ces robots par rapport aux robots sériels [Merlet 97]. Ainsi diverses applications des robots parallèles existent déjà dans les domaines suivants :

- Domaine Spatiales .
- Domaine Médicales .
- Domaine industriel .
- Simulateurs (de vol, de char, équestre ...).
- Applications Spéciales (positionneurs, contrôle de vibration.....).

Toutefois, il faut noter que dans certains domaines les applications des robots parallèles restent encore au stade d'études et limitées à l'utilisation de quelques prototypes. La vulgarisation de ces prototypes n'est qu'une affaire de temps, le nombre de travaux de recherche croissant en vue de résoudre les problèmes liés à la modélisation de ces robots en est témoin. Les robots parallèles qui ont eu une vie commerciale connaissent une intégration de plus en plus croissante dans différentes branches de l'industrie. Les domaines d'application des robots parallèles ont été bien présentés par Merlet [Merlet 97]

3 Les différents types de robots parallèles

Contrairement aux robots sériels, où la conception est limitée par le fait que les chaînes sont ouvertes et les articulations intermédiaires sont motorisées, la possibilité de construction de robots parallèles est très riche ce qui justifie le nombre énorme de robots parallèles proposés et traités dans la littérature. On va essayer dans ce qui suit de donner une idée sur quelques architectures parallèles existantes.

3.1 Robots plans

Dans cette partie on va parler brièvement d'un type simple de robot parallèle, qui sont les robots plans

3.1.1 Robots à 2 degrés de liberté

En supposant que ces manipulateurs ne sont constitués que d'articulation de type rotoïde et prismatiques [Merlet 97], la combinaison possible pour des manipulateurs plans à 2 degrés en translation était étudiée par McCloy et il a trouvé qu'il y a 20 architectures différentes. En supposant en outre que les actionneurs sont liés au sol, ce nombre se réduit à 6 Fig [03]

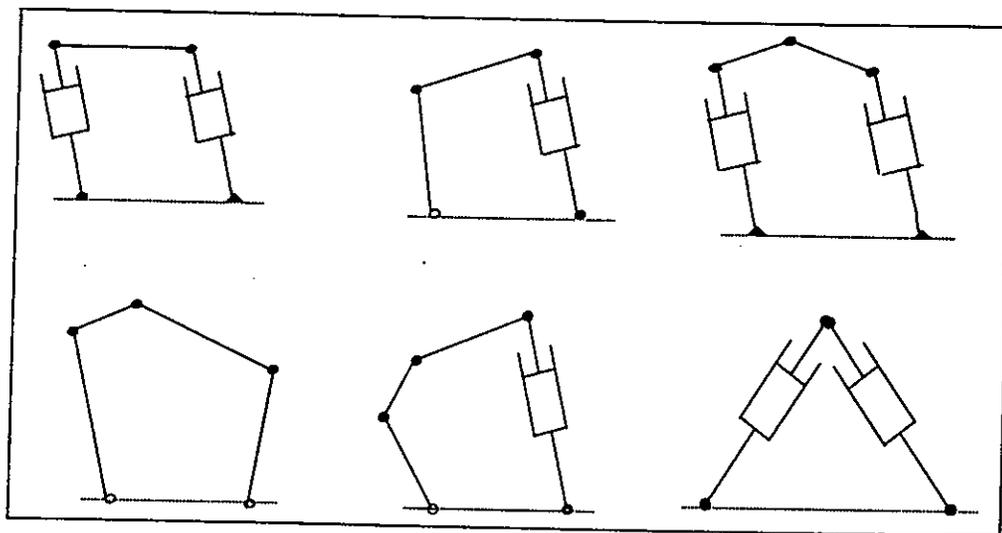


Fig 03 Les robots plans à 2 degrés de liberté d'après McCloy

3.1.2 Robot plan à 3 degrés de liberté

Un autre type de robots plans est les robots plans à 3 degrés de liberté, deux translations selon les axes x, y et une rotation ϕ autour de l'axe z .

Puisque chacune de ces chaînes devant être relié à la fois au sol et à la plate-forme, on aura donc trois points d'attaches au sol et à la plate forme. Les possibilités pour la disposition des chaînes sont les suivantes [Merlet 97]:

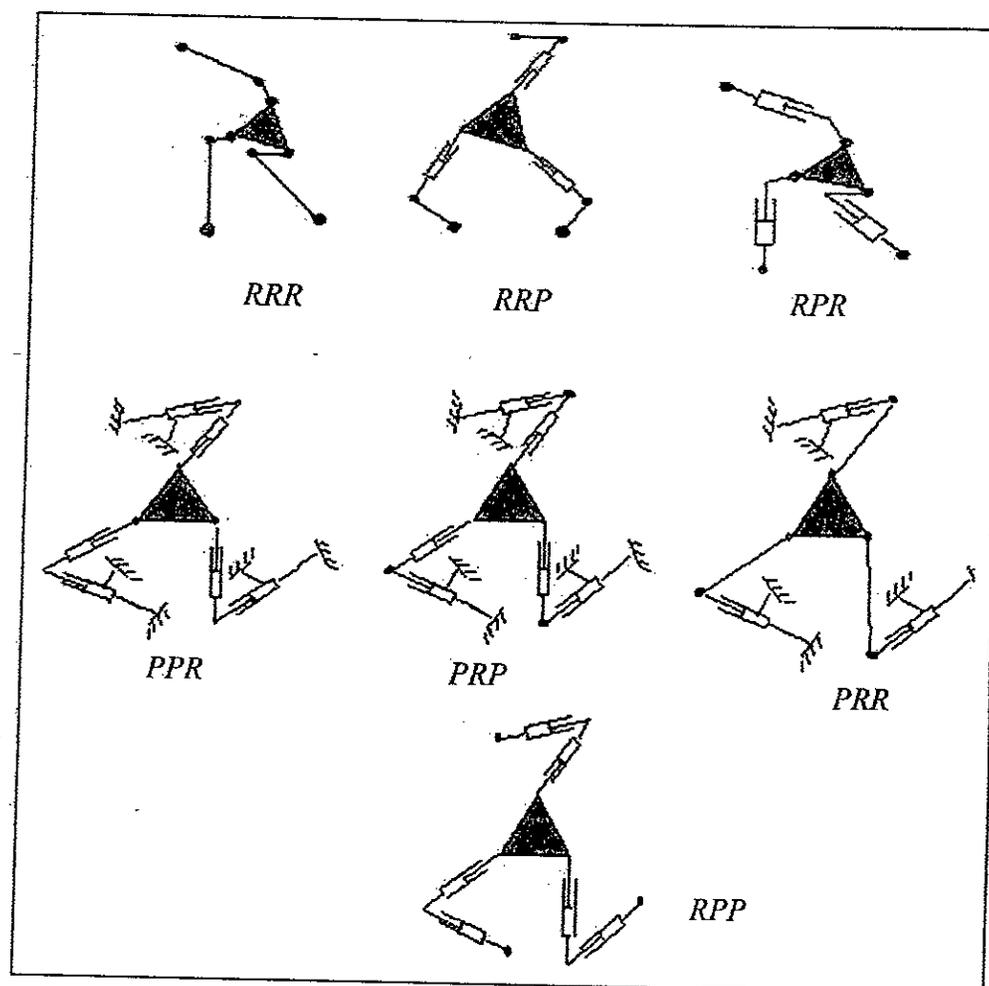


Fig 04 Les robots plans à 3 degrés de liberté

3.2 Les robots spatiaux

3.2.1 Robots à 3 degrés de liberté

Pour les robots parallèles spatiaux à trois degrés de liberté on distingue deux types. Le premier type est les manipulateurs qui ont les trois degrés de liberté en translation et le deuxième type est les manipulateurs en rotation. On va donner quelques exemples de ces deux types dans cette section.

3.2.1.1 Manipulateurs pour translation

Différents type de ces architectures ont été proposées, à cause de leur importance pour les opérations de transfert.

Un exemple très connu de ce type de robots qui a fait preuve et voit son utilisation se développer de plus en plus dans différents domaines est le robot Delta. Ce manipulateur va être étudié en détail dans les chapitres qui suivent. Un autre type s'inscrivant dans cette même catégorie est le manipulateur « Star » proposé par Hervé [Hervé 91], ce même auteur a proposé aussi le robot « H » qui utilise trois vis lisses à axes parallèles qui entraînent en translations des parallélogrammes, ainsi qu'une variante de ce manipulateur, le « prism robot » fig [05].

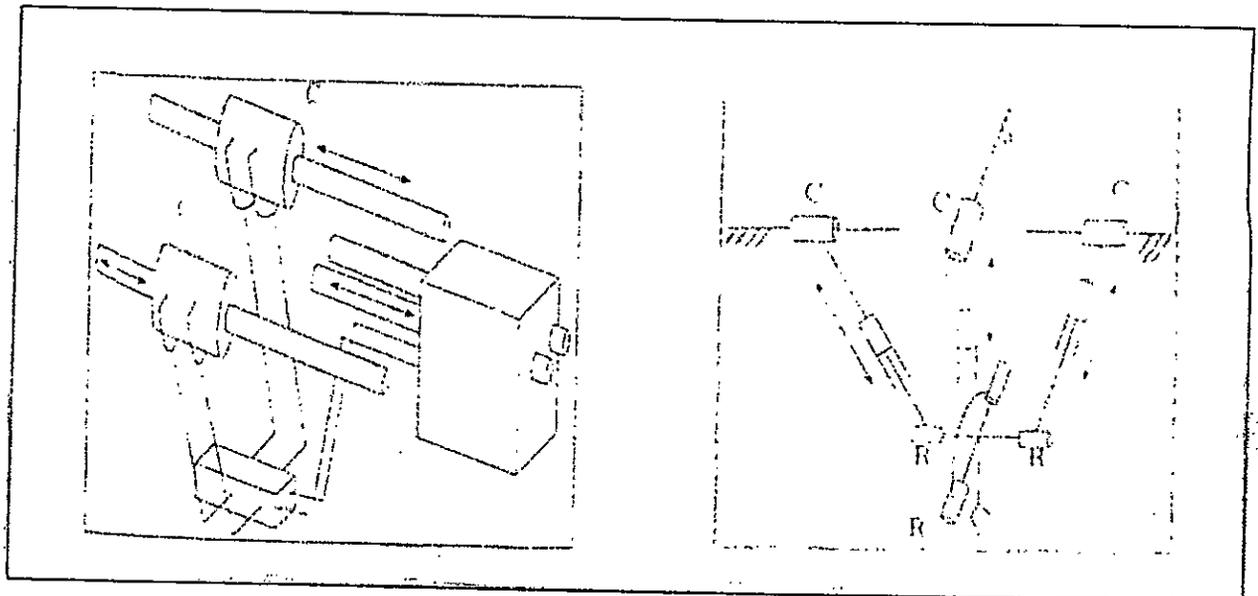


Fig 05 Le robot « H » à gauche et à droite le « prism robot ».

Dans ce même esprit Reboulet [Reboulet 92] propose un mécanisme comparable au Delta , sauf qu'il a remplacé les actionneurs rotatifs par des actionneurs linéaires , ce mécanisme présente des caractéristiques de vitesses très intéressantes .

Millies et Kiokkinis ont proposé un positionneur utilisant trois actionneurs rotatifs agissants sur un levier à extrémité duquel se trouve un joint de cardan . L'organe terminal est connecter à une des chaînes par un joint de cardan et pour les deux chaînes restantes , par des rotules reliant un levier au joint de cardan . Les trois articulations sur l'organe terminal ont la propriété d'être alignées .

On peut construire un manipulateur en faisant agir trois actionneurs linéaires soit sur une triple rotule , soit sur une structure équivalente Fig [06] .En procédant ainsi Neumann a breveté son prototype Fig [07]

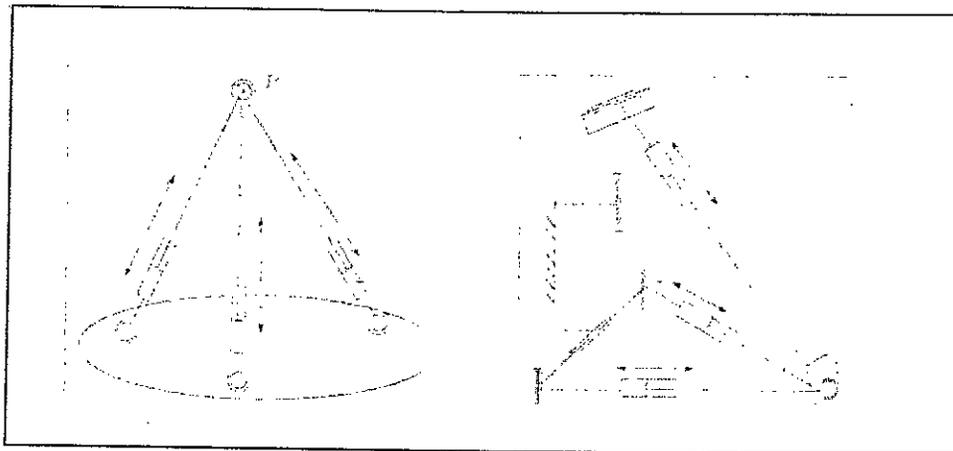


Fig 06 Les prototypes de Mianovsky

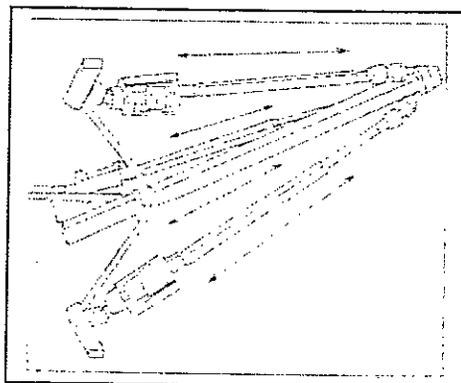


Fig 07 le prototype de Neumann

3.2.1.2 Manipulateurs pour orientation :

Ce type de manipulateurs permet de faire trois rotations autour d'un point .L'une des méthodes utilisée est l'utilisation de quatre générateurs , dont un qui est un générateur passif de mouvement de rotation autour d'un point . Généralement on le générateur passif se trouve au milieu , composé d'un mât central relié à la base et comportant en son sommet une rotule sur laquelle s'articule le plateau mobile Fig [08]

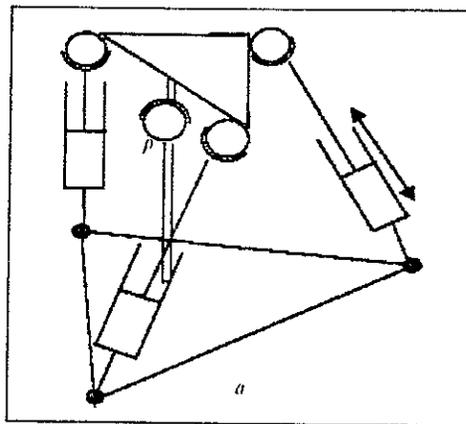


Fig 08 Robots à orientation autour du point p

Gosselin [Gosselin 88] quant à lui propose un autre de robot qui utilise des chaînes génératrices de mouvement de rotation autour d'un point .La figure Fig [09] montre le poignet sphérique réalisé par Gosselin et son équipe .



Fig 09 Poignet sphérique de Gosselin

3.2.2 Manipulateurs à 4 degrés de liberté

Ce sont des manipulateurs qui ont trois rotations et une translation selon l'axe z . Koevermans a proposé en 1975 son manipulateur, qui est utilisé comme mécanisme pour simulateur de vol. La figure Fig [10] montre ce prototype qui est un manipulateur à 4 degrés de liberté. Un autre exemple plus récent est le poignet de l'INRIA qui a été proposé dans le cadre du projet VAP (Véhicule Autonome Planétaire). Il est formé de quatre chaînes PRRS avec un mât central laissé libre selon sa direction et sur lequel s'articule l'organe terminal par l'intermédiaire d'une rotule [Merlet 97]. Les degrés de liberté sont donc trois rotations autour de la rotule et la translation selon l'axe du mât centrale.

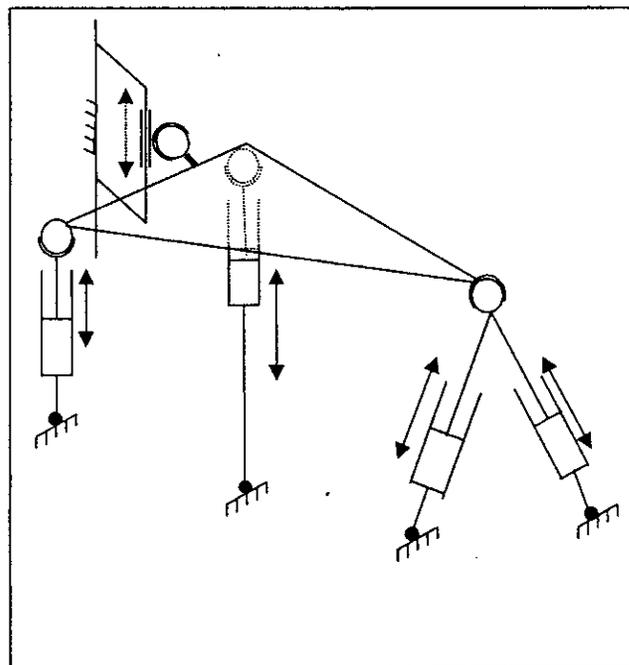


Fig 10 Manipulateur à 4 degrés de liberté
de Koevermans

3.2.3 Manipulateurs à 5 degrés de liberté

Le couplage de deux manipulateurs plan peut donner un manipulateur spatial ayant plus de trois degrés de liberté, le manipulateur à cinq degrés de liberté proposé par Zamanov est basé sur ce principe Fig [11]. AUSTAD a proposé quant à lui, un mécanisme hybride, combinant un robot parallèle et un robot sériel. Le premier assure le placement d'un point dans l'espace et le deuxième assure la rotation du plateau mobile.

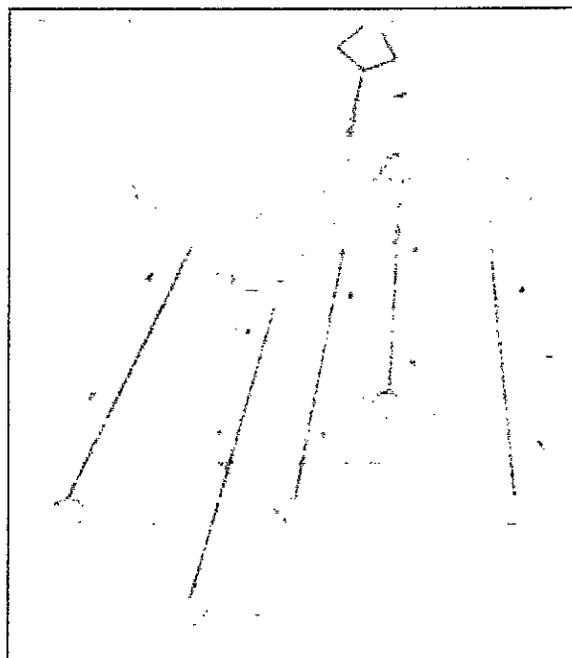


Fig 11 Le robot de Zamanov

3.2.4 Manipulateurs à 6 degrés de liberté

Dans ce type de manipulateurs, la base est liée à la nacelle par six chaînes cinématiques, on va donc trouver des chaînes de type : RRPS, RPRS, PRRS, RRRS.

a) Robots à chaînes RRPS

Ce type de manipulateur est le plus souvent utilisé, on l'appelle « robot général » [Merlet 97].

La figure Fig [12] montre deux robots de ce type, le robot à gauche est le prototype proposé par le Pr. McCallin de l'université de Christchurch pour une station d'assemblage robotisée, celui à droite est le prototype développé par Shelef.

L'INRIA a développé quant à elle, une architecture à motorisation électrique basée sur les travaux de Reboulet [Reboulet 92].

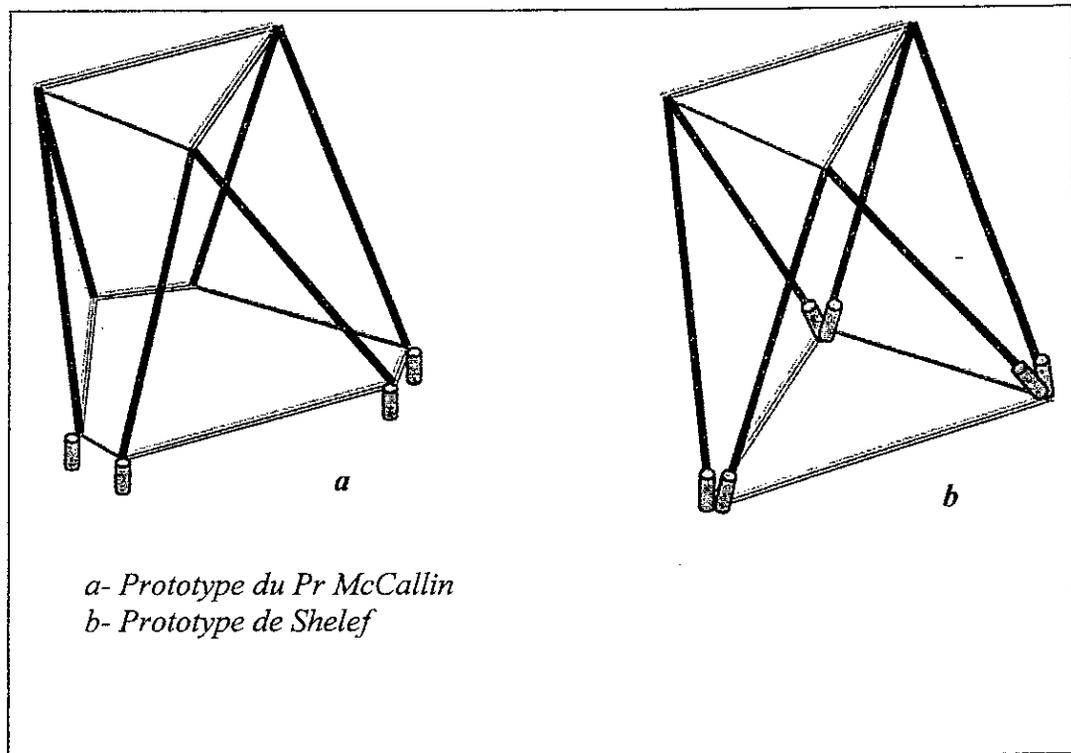


Fig 12 Deux types de robots à chaîne RRPS

C'est des manipulateurs relativement récents .On peut citer à titre d'exemples le poignet actif de l'INRIA .On trouve aussi d'autres exemples dans la littérature [Merlet 97] tel que le mécanisme proposé par Bernier , qu'il a baptisé « Nabla 6 » Fig [13] , et le robot « Hexaglide » développé par l'Ecole Polytechnique Fédérale de Zurich Fig [14], ce manipulateur est caractérisé par le fait que les axes des articulations principales sont horizontaux et parallèles .

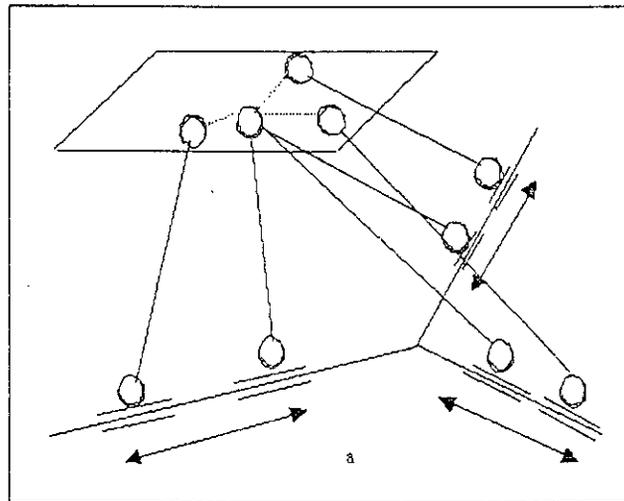


Fig 13 Le robot « Nabla 6 »

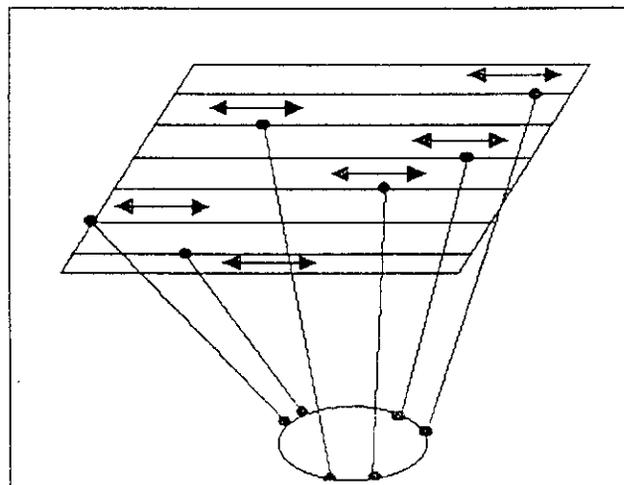


Fig 14 Le robot « Hexaglide »

c) Robots à chaînes RRRS

Ce type de chaînes a été utilisé dès 1983 par Hunt en proposant un prototype ayant ce type de chaînes Fig [15].

Un autre exemple est « le robot Hexa », développé par Pierrot [Pierrot 91], qui est la généralisation du principe du robot Delta Fig [15]. Ce robot comme l'a fait souligner Merlet ne diffère de l'architecture de Hunt que par la disposition des axes des articulations sur la plateforme mobile. Si on fait fonctionner de manière identique les segments d'une paire on retrouve le fonctionnement du robot DELTA. Ce robot est en cours de commercialisation par la société Toyoda.

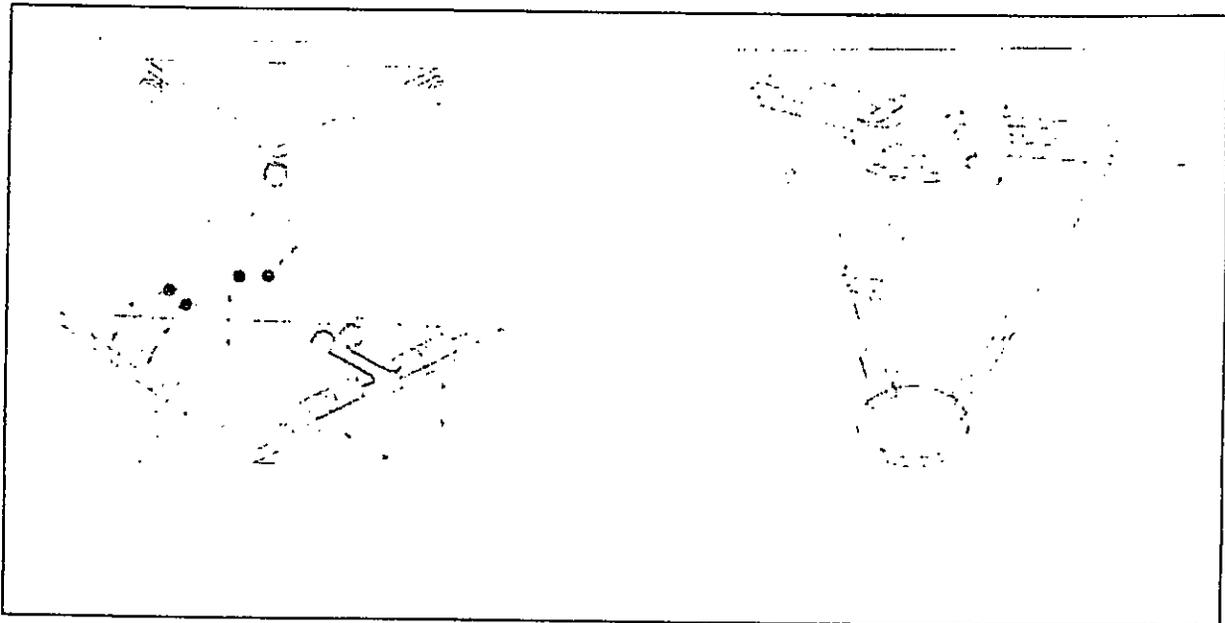


Fig 15 A gauche le robot de Hunt et à droite le robot « Hexa » de Pierrot

4 Définitions de quelques concepts utilisés dans l'étude des robots parallèles

L'étude des robots revient souvent à évaluer des paramètres qui sont plus ou moins classiques tel que le modèle géométrique, cinématique l'espace de travail ...etc. Et pour bien appréhender et comprendre le jargon utilisé dans ce PFE , lors du calcul des différents paramètres du robot DELTA . On va donner ici quelques définitions liées aux manipulateurs parallèles , d'autres définitions sont données dans l'annexe A .

4.1 Configurations et postures

Bien qu'il y existe une certaine analogie entre les robots parallèles et les robots sériels, certains termes utilisés pour les manipulateurs sériels peuvent être incomplets lorsqu'on les utilise pour les manipulateurs parallèles. Ainsi, le terme de configuration peut posséder des significations différentes.

4.1.1 Configuration articulaire

Nous appellerons configuration articulaire q d'un manipulateur l'ensemble des n coordonnées généralisées, liées aux articulations motorisées, notées q_1, \dots, q_n tel que $q = [q_1, \dots, q_n]$. Cependant, une configuration articulaire ne permet pas de définir de manière unique la position et l'orientation c'est-à-dire la configuration de la plate-forme mobile si le manipulateur possède plusieurs solutions au modèle géométrique direct ou plusieurs modes d'assemblage.

4.1.2 Configuration opérationnelle

Nous appellerons configuration de la plate-forme mobile X d'un manipulateur, l'ensemble des m coordonnées généralisées, notées x_1, \dots, x_m , permettant de définir la position et l'orientation de la plate-forme mobile, tel que $X = [x_1, \dots, x_m]$. Cependant, la configuration de la plate-forme mobile X ne permet pas de définir la posture, c'est-à-dire la position et l'orientation de tous les solides constituant les jambes si le manipulateur possède plusieurs solutions au modèle géométrique inverse.

4.1.3 Configuration d'un manipulateur

Nous appellerons configuration (X, q) d'un manipulateur, l'ensemble des $n + m$ coordonnées généralisées, notées $(q_1, \dots, q_n, x_1, \dots, x_m)$. Ainsi, pour les manipulateurs pleinement parallèles et en dehors de toute configuration singulière, une configuration (X, q) permet de définir la situation de tous les solides le constituant, c'est-à-dire les jambes et la plate-forme mobile.

Pour simplifier l'écriture, nous parlerons simplement de configuration pour désigner la configuration d'un manipulateur.

4.2 Les Modèles Géométriques

La résolution des modèles géométriques direct et inverse est un problème important de la robotique et plus généralement de l'étude des manipulateurs. Le modèle géométrique inverse d'un manipulateur parallèle doit permettre de trouver l'ensemble des configurations articulaires permettant de placer la plate-forme du manipulateur dans la configuration voulue. Alors que le modèle géométrique direct doit permettre de trouver l'ensemble des configurations de la plate-forme mobile du manipulateur en fonction d'une configuration articulaire donnée.

4.2.1 Le Modèle Géométrique Inverse (MGI)

La résolution du modèle géométrique inverse ne pose généralement pas de problème. Dans le cas de certains manipulateurs possédant des articulations prismatiques motorisées, nous obtenons unicité de solutions pour le modèle géométrique inverse. Sinon, il peut exister plusieurs solutions à ce modèle .

Pour calculer le modèle géométrique inverse, on écrit un système d'équations non linéaires dont chaque équation est associée à une jambe du manipulateur.

4.2.2 Le Modèle Géométrique Direct (MGD)

La résolution du modèle géométrique direct des manipulateurs pleinement parallèles est un problème complexe. Sa difficulté est comparable à celle du modèle géométrique inverse pour les manipulateurs sériels. Ainsi, de nombreuses recherches ont été réalisées pour résoudre les problèmes suivants :

- la recherche du nombre maximal de solutions réelles ;
- la recherche rapide d'une solution à partir d'une configuration connue ;
- la simplification du modèle par l'ajout de capteurs additionnels.

4.3 L'espace de travail

L'espace de travail définit l'ensemble des configurations accessibles de la plate-forme mobile. Il se caractérise par l'ensemble des positions et orientations accessibles par un repère lié à la plate-forme mobile .

Il existe plusieurs projections de l'espace de travail :

- L'espace de travail maximal, qui correspond à l'ensemble des positions accessibles par la plate-forme mobile pour au moins une orientation de celle-ci .
- l'espace de travail dextre, qui correspond à l'ensemble des positions accessibles par la plate-forme mobile pour toutes les orientations de celle-ci .
- l'espace de travail à orientation constante, qui correspond à l'ensemble des positions accessibles par la plate-forme mobile pour orientation de celle-ci donnée .

Dans notre étude, nous utiliserons l'espace de travail et non ses projections.

4.4 Singularités

Pour tous les manipulateurs, de type sériel ou parallèle, on trouve des configurations dites singulières où le nombre de degrés de liberté de la plate-forme mobile est différent de la dimension de l'espace opérationnel dans lequel il évolue. Ainsi, un manipulateur pleinement parallèle peut gagner ou perdre un ou plusieurs degrés de liberté.

De plus, ces configurations peuvent se situer sur la frontière de l'espace de travail, comme pour les manipulateurs sériels ainsi qu'à l'intérieur. Ce sont ces singularités qui seront les plus perturbantes pour la génération de trajectoires. Ainsi, au voisinage de ces singularités, on rencontre les problèmes suivants :

- -Une augmentation importante des efforts dans les articulations pouvant endommager la structure du manipulateur ;
- Une perte de rigidité du manipulateur qui peut se traduire par une instabilité de la plate-forme mobile, c'est-à-dire des mouvements incontrôlés de celle-ci alors que les articulations motorisées sont bloquées.

Pour rechercher ces configurations singulières, il existe deux approches. La première méthode est une méthode analytique fondée sur l'étude de la matrice jacobienne du manipulateur. La seconde méthode est une méthode géométrique utilisant la géométrie de Grassmann.

4.5 Modèle cinématique

Le modèle cinématique est, littéralement, un modèle des vitesses. Il exprime les relations entre les vitesses articulaires de chaque joint et les vitesses cartésiennes d'un point de la chaîne cinématique, généralement l'organe terminal. Ce modèle est donc un modèle par accroissements infinitésimaux: chaque variation élémentaire de la valeur d'une articulation implique une variation de position de l'organe terminal, et inversement. Lorsque ces variations infinitésimales sont exprimées par rapport au temps, on peut les considérer comme des vitesses.

Le modèle cinématique permet donc non seulement de compléter éventuellement le modèle géométrique en tenant compte des vitesses, mais aussi de remplacer le modèle géométrique: en agissant par accroissements successifs, on peut se déplacer d'un point donné à un autre.

Le modèle cinématique possède une propriété essentielle: il est une différentiation du modèle géométrique. Il est donc une linéarisation du système d'équations non linéaires représentant le modèle géométrique. Par conséquent on peut toujours facilement obtenir les transformations inverses puisqu'elles proviennent de l'inversion d'un problème linéaire.

4.5.1 La matrice jacobienne

L'outil principalement utilisé pour traiter le problème de la cinématique des robots est la matrice jacobienne. Elle représente un opérateur permettant de lier les vitesses des corps d'un robot exprimées dans différents espaces vectoriels.

Considérons le modèle géométrique d'un robot possédant m degrés de liberté évoluant dans un espace à n dimensions (m et n indépendants):

$$\begin{aligned} x_1 &= f_1(q_1, q_2, \dots, q_n) \\ x_2 &= f_2(q_1, q_2, \dots, q_n) \\ &\dots \\ x_n &= f_n(q_1, q_2, \dots, q_n) \end{aligned} \quad (1.1)$$

où x représente le vecteur de la position de l'organe terminal dans l'espace opérationnel, et q le vecteur des coordonnées articulaires.

On peut simplifier l'écriture en mettant (1.1) sous forme vectorielle:

$$x = f(q) \quad (1.2)$$

Si maintenant nous différencions l'équation (3.1), nous obtenons:

$$\begin{aligned} \delta x_1 &= \frac{\partial f_1}{\partial q_1} \delta q_1 + \frac{\partial f_1}{\partial q_2} \delta q_2 + \dots + \frac{\partial f_1}{\partial q_n} \delta q_n \\ \delta x_2 &= \frac{\partial f_2}{\partial q_1} \delta q_1 + \frac{\partial f_2}{\partial q_2} \delta q_2 + \dots + \frac{\partial f_2}{\partial q_n} \delta q_n \\ &\dots \\ \delta x_n &= \frac{\partial f_n}{\partial q_1} \delta q_1 + \frac{\partial f_n}{\partial q_2} \delta q_2 + \dots + \frac{\partial f_n}{\partial q_n} \delta q_n \end{aligned} \quad (1.3)$$

ou sous forme condensée:

$$\delta \mathbf{x} = \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \right] \cdot \delta \mathbf{q} \quad (1.4)$$

Nous posons alors comme définition de la matrice jacobienne J:

$$[\mathbf{J}(\mathbf{q})] = \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \right] \quad (1.5)$$

En divisant les deux côtés de l'équation (1.4) par l'élément différentiel de temps, on peut voir la matrice jacobienne comme l'opérateur reliant les vitesses cartésiennes aux vitesses articulaires .

Si les fonctions $f_1 \dots f_n$ sont non linéaires, alors leurs dérivées partielles sont fonction des q_i . La matrice jacobienne est donc un opérateur linéaire dépendant de la position instantanée du robot.

4.5.2 Le modèle direct

Le modèle direct qui exprime les vitesses cartésiennes en fonction des vitesses articulaires s'écrit alors:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} = [\mathbf{J}] \cdot \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

4.5.3 Le modèle cinématique inverse

Le modèle cinématique inverse est donc représenté par :

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} = [\mathbf{J}]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

5 Conclusion

Après avoir fait une comparaison entre les robots parallèles et les robots sériels , on a pu voir les avantages que présentent les robots parallèles par rapport aux robots sériels . Les possibilités de construction qu'offrent les robots parallèles sont de loin supérieures à celle des robots sériels , On a ainsi présenter quelques exemples de robots qui sont décrits dans la littérature .Bien que l'étude des robots parallèles fait appel aux mêmes notions utilisées dans l'étude des robots sériels , certaines notions utilisées pour les robots parallèles différent légèrement ,c'est pour cela qu'on a fait un petit rappel de quelques notions utilisées généralement pour décrire les robots et dont certaines sont utilisées dans le présent PFE .

Chapitre2 :
Le robot DELTA

1. Historique du robot Delta

C'est au début des années 80 quand Reymond Clavel (professeur à l'EPFL –Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne) a eu la brillante l'idée d'utiliser des parallélogrammes pour construire un robot parallèle ayant trois translations selon les trois axes xyz ,et contrairement à ce qui se dit ,son inspiration est originale et ne vient pas du mécanisme de Pollard Fig [02] .

Il a baptisé son mécanisme « le Robot Delta » sans penser qu'il deviendrait à la fin du siècle une des conceptions de robots qui ont fait un très grand succès que ça soit dans l'industrie que dans le milieu universitaire, d'ailleurs un certain nombre de robots ont été développés sur la base du robot Delta ,on cite à titre d'exemple le robot Hexa et le robot 2-Delta .

Quelques dates importantes de la vie du Delta

1983 Marc-Olivier Demareux crée Demareux, robotique & microtechnique SA dont la spécialité est l'automatisation flexible.

1988 Demareux commence le développement du robot à géométrie parallèle Delta en partenariat avec l'école polytechnique fédérale de Lausanne (EPFL)

1992 Demareux vend la première application industrielle du robot Delta à un fabricant de produits de boulangerie.

1996 Nestlé acquit une ligne de 7 robots Delta guidés par un système de vision pour automatiser la mise en blisters de ses pralinées.

1997 Demareux décide de se concentrer sur l'industrie de l'emballage.

1998 300 robots Delta sont vendus à travers le monde depuis son développement en 1988.

1999 Demareux rejoint le groupe SIG afin de pouvoir relier la technologie du robot Delta avec les autres technologies d'emballage du groupe SIG.

2001 SIG Demareux développe une stratégie de machines standard avec le but de rendre l'automatisation flexible accessible à tout type de production. Les résultats de ces efforts sont le «Top Loading» et le «Feed Placing».

2001 Plus de 600 robots Delta conditionnent des productions dans le monde entier.

2002 SIG Demareux collabore avec SIG Dobby et SIG Transver et complète ainsi sa gamme avec les «Flow Wrapper» et les systèmes de convoyage.

2. Présentation et caractéristiques Robot Delta

Le robot DELTA a eu comme premier objectif ,lors de sa conception , est le transfert des pièces de faible masse (5 à 20 g) à cadence élevée (> 150 pièces par minute) ; pour la plupart des applications de conditionnement envisagées, les translations selon x, y, z et une rotation d'axe z étaient suffisantes. Dans le paragraphe suivant ,on va décrire sommairement le robot DELTA ,ses composants et les domaines d'application .

2.1. Description du concept Delta et définition de ses constituants

La figure Fig [16] servira de support pour la description du robot Delta et de son fonctionnement.

Ce robot à 4 degrés de liberté est constitué d'une base fixe (1) solidaire d'un bâti support de l'installation (non représenté) et d'une plaque mobile (5) ; le nom donné à cette dernière pièce est nacelle. La liaison entre la base fixe (1) et la nacelle (5) est assurée par 3 chaînes cinématiques ; chacune d'elles est formée d'un bras (2) monté en articulation pivot sur la base fixe et de 2 barres parallèles (3) munies chacune d'une articulation (4) à chaque extrémité ; l'ensemble formé de 2 barres parallèles et des 2 éléments de liaison au bras et à la nacelle sera nommé parallélogramme. Chaque bras (2) est entraîné par un moteur de bras (7) qui aura le plus souvent la forme d'un ensemble moteur-réducteur- capteur.

Le préhenseur (10) sera monté en pivotement sur la nacelle et entraîné par le moteur (6) par l'intermédiaire de l'arbre télescopique (8) muni d'une articulation de type cardan (9) à chacune de ses extrémités.

L'orientation de la nacelle est constamment assurée par les 3 parallélogrammes dont le petit côté supérieur (niveau « coude ») est par construction toujours parallèle à l'axe de pivotement du bras 2. Les articulations aux extrémités des barres parallèles sont de type rotule, chaque barre peut donc tourner autour de son axe longitudinal ; cette rotation ne perturbe pas le comportement de cette structure articulée formant le parallélogramme de l'espace .

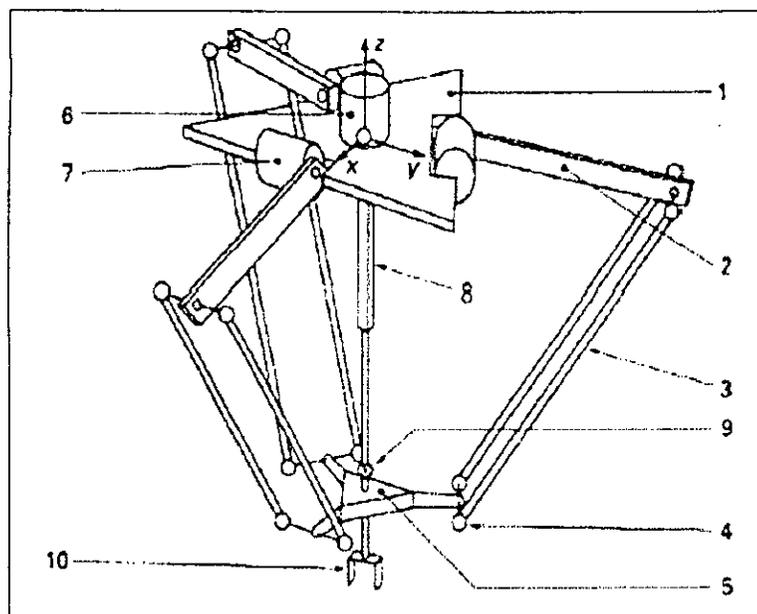


Fig 16 Le robot DELTA

3. Domaines d'application

Le robot Delta a été développé en vue d'applications de conditionnement dans le domaine alimentaire ; il est donc normal que les premières applications industrielles se situent dans ce secteur.

Les figures Fig [19] et Fig [20] montrent 2 applications réalisées par l'entreprise Demarex. La figure Fig [20] montre la scène de travail d'une installation de conditionnement de pralinés composée de 2 robots Delta couplés chacun à un système de vision ; les pralinés sont saisis sur une bande transporteuse en mouvement continu et déposés dans des barquettes alvéolées également en déplacement continu. La figure Fig [20] est une vue d'ensemble d'une installation de 6 robots Delta adaptée au conditionnement de bretzels ; un préhenseur a spécialement été développé pour cette application ; plus de 500 pièces par minute sont conditionnées par cette installation.

3.1. Exemples d'applications industrielles existantes

Une des caractéristique du robot DELTA est sa versatilité ainsi des applications différentes ont été développées , on cite à titre d'exemple :

- Manipulation de nougats ;
- Transfert de gobelets de yoghourt ;
- Conditionnement de flûtes à la sortie du four d'une boulangerie industrielle.

composée de 2 robots Delta

- Mise en bande de composants électroniques ;
- Composition de blisters de traitement dans l'industrie pharmaceutique ;
- Application Médicale
- Machines outils

3.2. Possibilités d'utilisations futures

Les caractéristiques du robot Delta et les extrapolations de ce concept permettent d'imaginer d'autres types d'applications telles que :

- Fabrication personnalisée de mosaïques en céramique ;
- Travail en salle blanche ;
- Composition d'assortiments d'aquarelles ;
- Montage de composants électroniques;
- Assemblages de mécanismes ;
- Tri de déchets ;
- Palettisation de pièces légères ;
- Contrôle dimensionnel rapide en utilisant le robot comme une machine à mesurer.

3.3. Illustration des applications du robot DELTA

Une application du robot Delta dans le domaine médical a été développée par l'entreprise DeeMed SA ; il s'agit d'un porteur de microscope situé au-dessus d'une table d'opération (figure 15) ; le contrôleur compense l'effet de la gravité sur l'appareil porté ; le chirurgien peut aisément déplacer cette masse importante (20 kg) et la positionner au point de travail ; le microscope peut également être positionné par le robot sur un point précis fonction d'informations reçues d'un système de diagnostic (scanner par exemple).



Fig 17 SurgiScope en service à « Surgical Robotics Lab », Université de Humboldt-Berlin)

ABB Flexible Automation a lancer son robot Delta, sous le nom IRB 340 FlexPicker. Ce robot a été destiné essentiellement aux industries : Agro-alimentaire, pharmaceutique et l'électronique. Ce manipulateur peut atteindre une vitesse de 10 m/s et des accélérations de 100 m/s^2 (environ 150 transferts par minute)

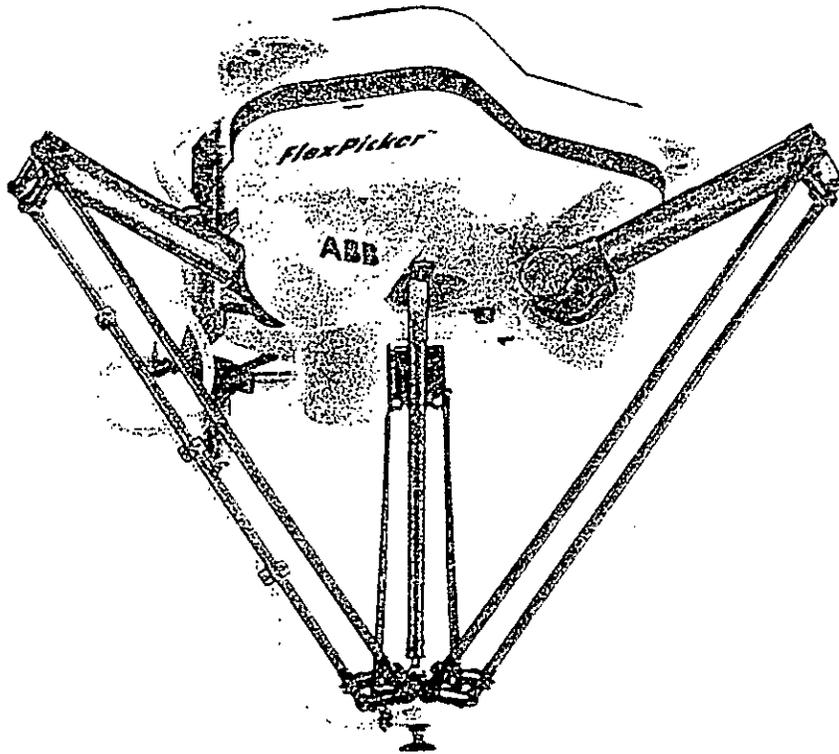


Fig 18 Le robot IRB 340 FlexPicker de la société ABB Flexible Automation's

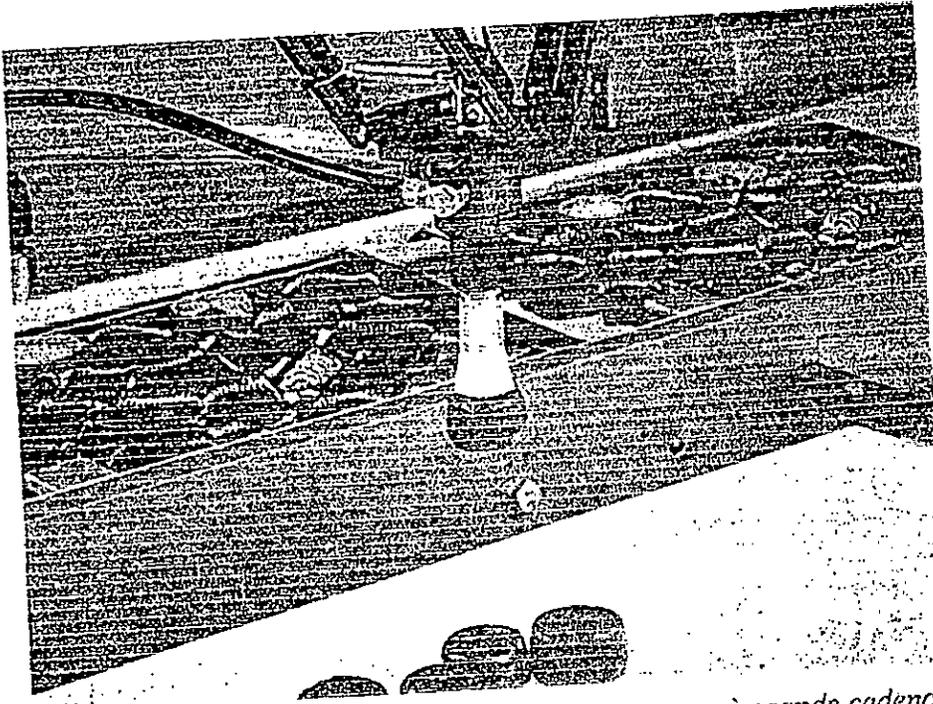


Fig 19 Conditionnement de produits en assortiments à grande cadence avec guidage vision

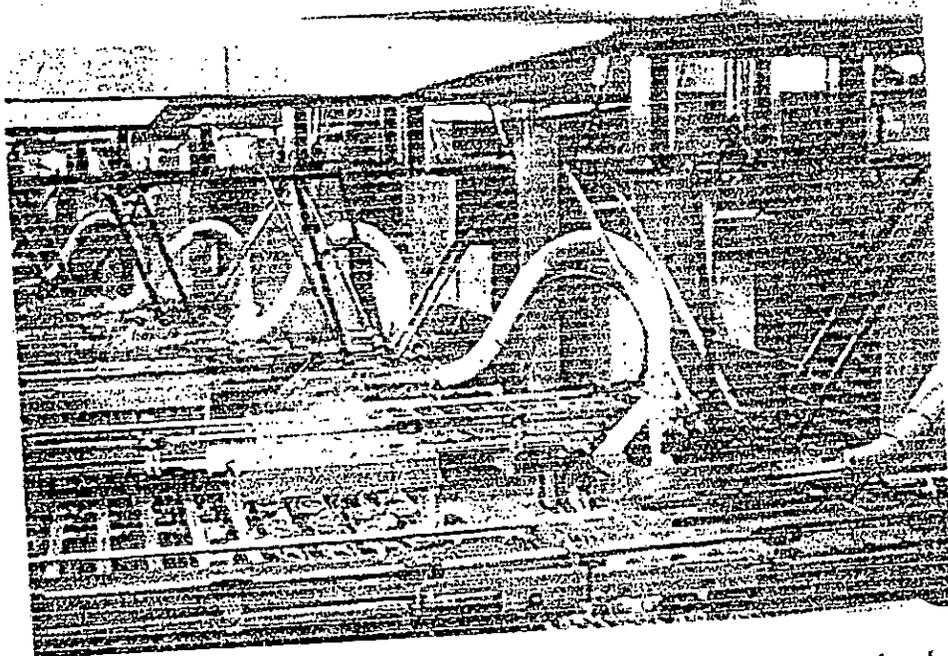


Fig 20 Installation de conditionnement de « bretzels » dans une boulangerie industrielle : cadence : 500 par minute

L'utilisation du robot DELTA n'est pas limitée au transfert d'objets légers mais on le trouve aussi présent dans le domaine de la machine outils. La figure ci-dessous (fig) montre le Robot DELTA utilisé comme machine de perçage

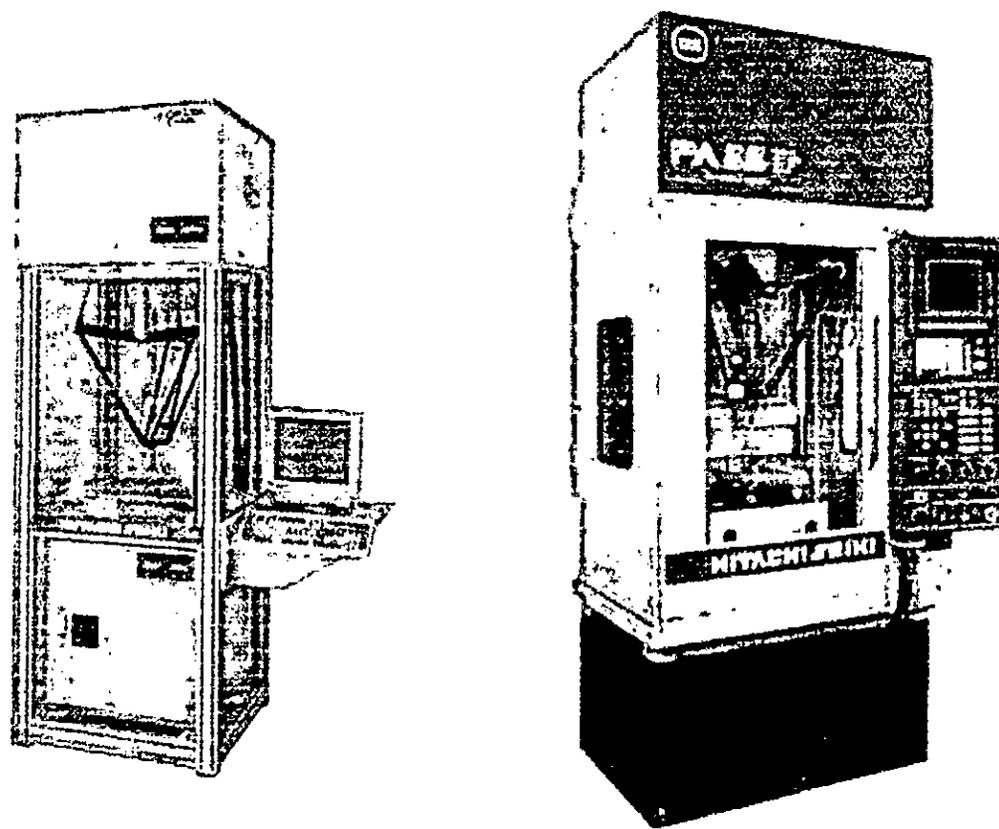


Fig 21 machine outils de perçage de la société Hitachi Seiki basée sur le principe du robot DELTA

4. Singularités du robot Delta

Dans un manipulateur sériel, les positions singulières découlent de la perte de degrés de liberté alors que, dans un manipulateur parallèle, elles résultent du gain de un ou plusieurs degrés de liberté [Fichter 86]; en réalité, le passage à un point singulier entraîne un hyperguidage qui, à peine dépassé, conduit à l'augmentation du nombre de degrés de liberté.

Les singularités du robot Delta ont été étudiées par Clavel [Clavel 91] il s'est basé dans son étude sur l'analyse de la position relative des 6 barres solidaires de la nacelle. La stabilité de la nacelle est liée à la vérification des deux conditions suivantes :

1. Les lignes d'action des forces (dans les barres parallèles) sont situées dans trois plans différents non parallèles.
2. Deux lignes d'action au maximum sont parallèles.

Partant sur ces conditions il a pu mettre en évidence les quatre singularités :

- a) Les 6 (3 paires) barres sont toutes parallèles à une même direction
- b) Deux barres (2 paires) sont parallèles.
- c) Deux barres (2 paires) sont dans un même plan ou dans deux plans parallèles.
- d) Les trois parallélogrammes sont situés dans trois plans parallèles ou confondus

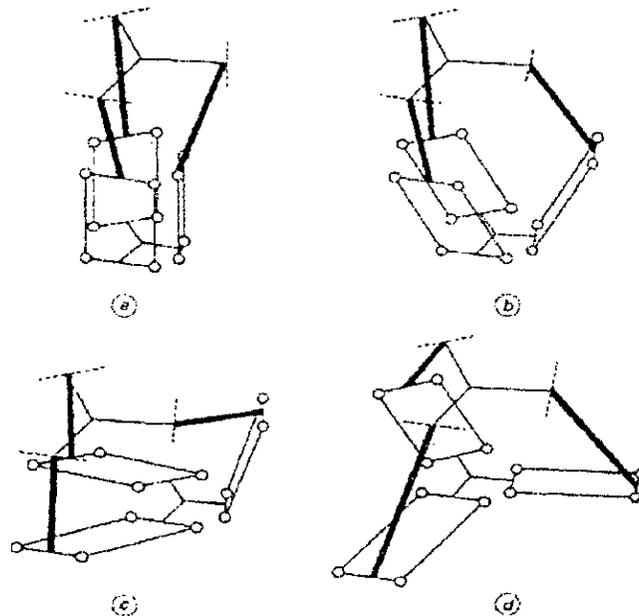


Fig 22 Représentation des 4 types de singularité du robots DELTA

5. Espace de Travail

Le volume de travail est la zone que le centre de la nacelle peut atteindre. Par le fait que les dimensions des constituants sont finies et qu'ils ont des mouvements relatifs restreints, le déplacement de la nacelle est limité à une portion de l'espace. Des limitations sont encore imposées à certains mouvements pour éviter les ambiguïtés lors du calcul des transformations de coordonnées et les singularités mentionnées précédemment.

La détermination de l'espace de travail d'un robot jouit d'une très grande importance lors de l'étude des caractéristiques d'un robot.

La figure Fig [23] montre l'espace de travail du robot DELTA d'après Clavel [Clavel 91]

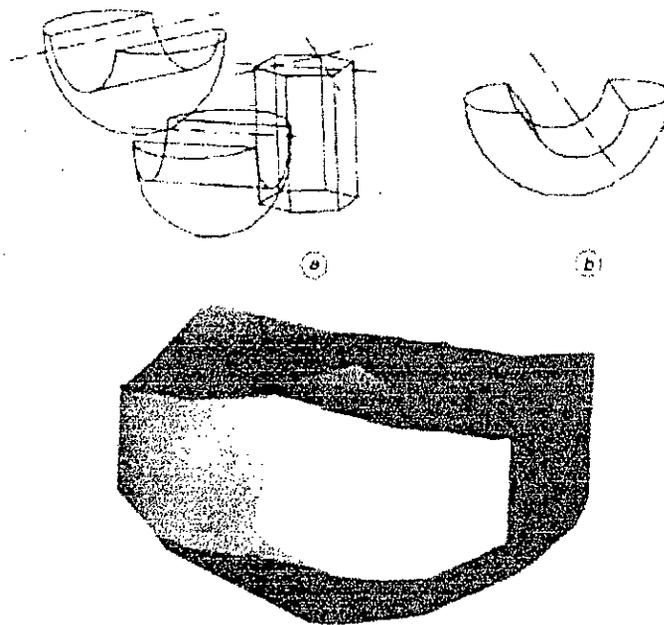


Fig 23 Espace de travail du robot DELTA d'après [Clavel 91]

6. Conclusion

Dans le présent chapitre , on a donné une description générale du robot DELTA , ses différents composants . L'intérêt que présente le robot DELTA est justifié par le nombre d'applications croissant . On a ainsi donné quelques applications de ce robot dans différents domaines pour mettre en évidence l'intérêt que présente l'étude de ce robot .

La présence de singularités dans l'espace de travail des robots en général et les robots parallèles en particulier rend leur détermination primordiale . Clavel a bien étudié ce problème et pu démontrer les différents types de singularités du robot DELTA , c'est ainsi qu'il a proposé de dimensionner le robot de manière à éviter le passage par ces singularités .

La détermination des limites de l'espace de travail jouit d'une très grande importance , lors de la conception et l'étude des robots . Pour sa détermination on fait généralement appel aux logiciels de CAO. Un des résultats importants du présent travail , comme nous allons le voir par la suite , est la présentation d'une méthode de détermination des limites de l'espace de travail , et les résultats obtenus sont en parfait accord avec l'espace présenté dans ce chapitre .

Chapitre 3
Modèle Géométrique direct et inverse

1 Paramétrage géométrique

1.1 Introduction :

La présente partie nous permettra de décrire les différents paramètres géométriques du robot DELTA , et les suppositions nécessaires pour simplifier l'étude . Pour mener à bien l'étude , on supposera le long de ce travail que :

- Les frottements sont négligeables
- La géométrie des pièces est parfaite
- Les pièces sont rigides
- Les jeux sont négligeables .

1.2 Paramétrage des longueurs :

Une des caractéristiques des robots parallèles est leur configuration symétrique , c'est à dire que les chaînes cinématiques sont disposées d'une manière symétrique, pour le cas du robot DELTA on peut facilement remarquer qu'il possède une symétrie ternaire [Clavel 91]. L'usage de cette symétrie simplifie énormément l'étude , et apporte un gain de temps considérable . Il suffit seulement de faire l'étude sur une seule chaîne cinématique et de la généraliser pour les autres chaînes en faisant des rotations de 120° pour le cas du robot DELTA .Une démonstration mathématique est donnée par Mr N.Gadoum [Gadoum 2002], d'ailleurs il a utilisé ce même principe pour le calcul de l'ensemble de l'espace de travail de la plate-forme de Stewart .

Pour notre étude sur le robot DELTA , on a repris les mêmes notations utilisées par Mr Clavel et qu'on trouve généralement dans la littérature relative au DELTA .Les différents paramètres sont représentés sur la figure [fig 24] :

La : la longueur du bras lié à l'autre bout du parallélogramme et la base fixe

Lb : longueur d'une barre parallèle

Ra : distance entre la base et l'axe de rotation du bras .

Rb : la distance entre le bout du parallélogramme lié à la nacelle et le centre de la nacelle

Dans un souci de simplification de l'étude on posera R comme étant la différence entre Ra et Rb :

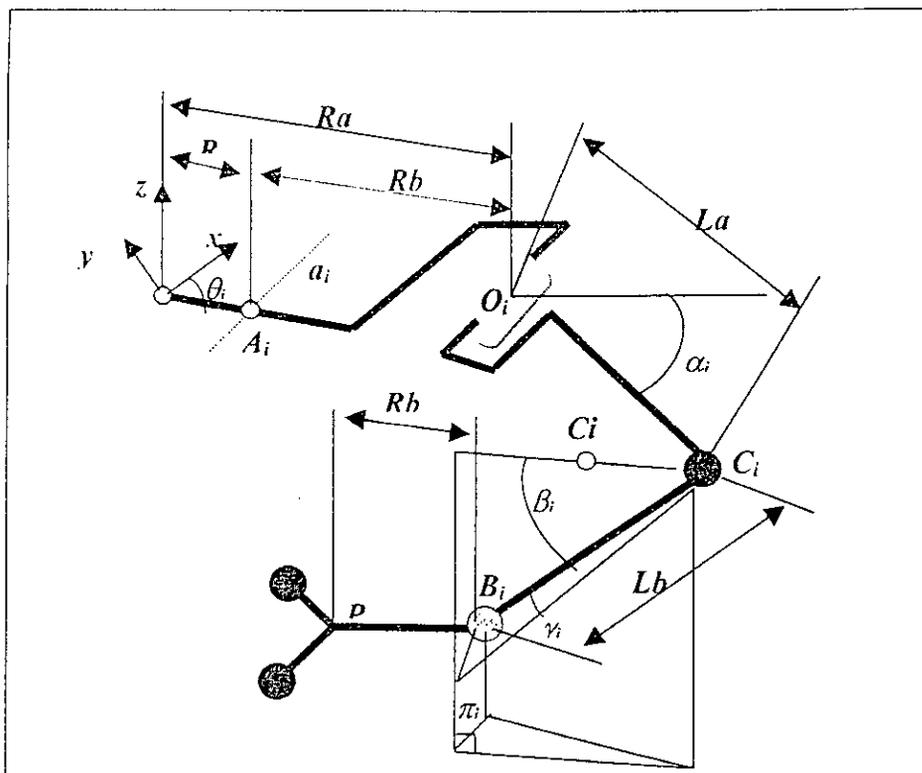


Fig 24 Paramètres géométriques d'une chaîne cinématique du robot DELTA

1.3 Simplification de la géométrie :

Le fait que la rotation de la nacelle du robot DELTA reste constante lors de son déplacement, on peut faire une translation de longueur (Rb) [Clavel 91]. Ainsi la figure Fig [25] montre la représentation simplifiée de la chaîne cinématique de la figure Fig [24]. Ainsi les points P et C_i deviennent confondus avec B_i et C_i respectivement et le repère (x,y,z) aura A_i comme centre .

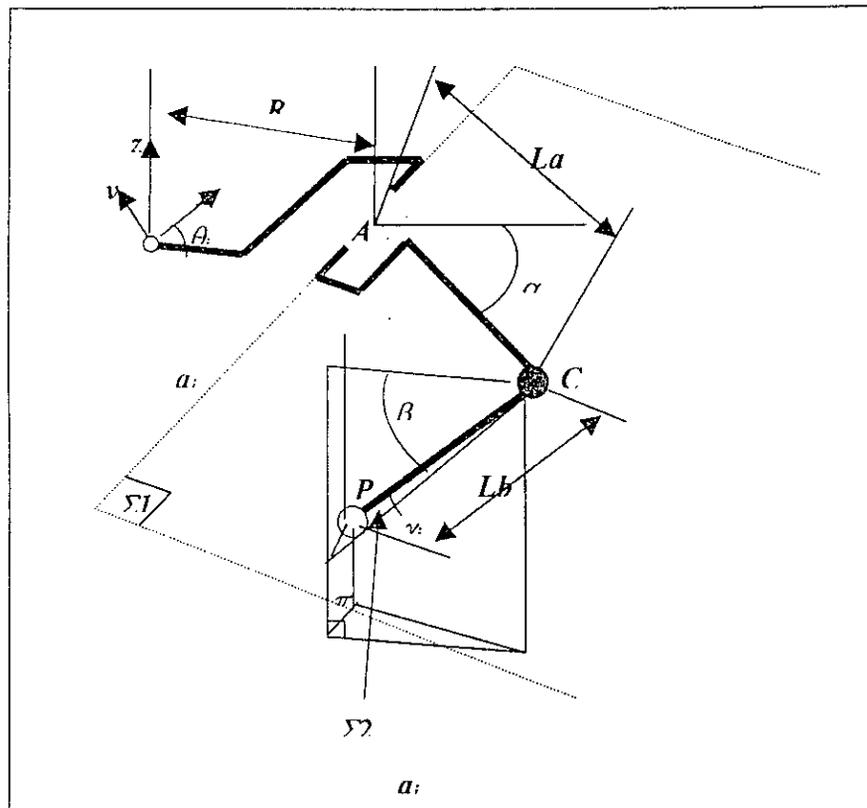


Fig 25 la chaîne cinématique simplifiée

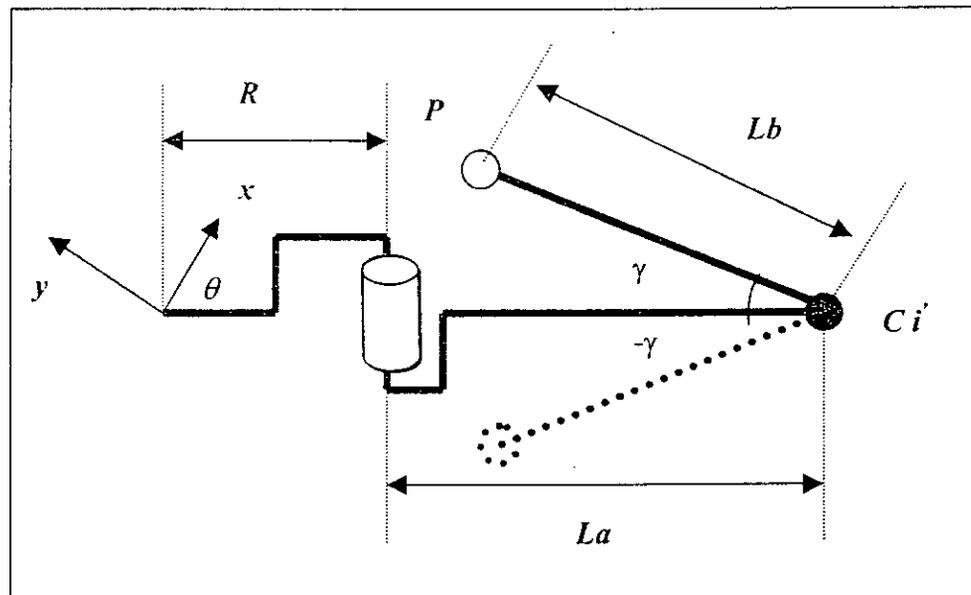


Fig 26 projection de la chaîne cinématique sur le plan horizontal

2 Le Modèle géométrique du robot DELTA :

Comme on l'a déjà défini dans le chapitre 2 le modèle géométrique d'un robot , traite avec les relations existantes entre les coordonnées articulaires et la configuration de l'organe terminal .Dans cette partie on va commencer par la présentation du modèle géométrique de Clavel

Contrairement aux robots sériels , le modèle géométrique direct est très difficile à déterminer , et constitue d'ailleurs un sérieux problème lors de l'étude des robots parallèles . Le robot Delta en tant que robot parallèle n'échappe pas à cette règle ,on trouve dans la littérature plusieurs travaux qui ont porté sur la détermination du modèle géométrique du robot Delta .On peut citer la méthode proposée par Khalil [Dombre 88] , qui consiste à ouvrir les boucles cinématiques au niveau de la nacelle et à étudier chaque chaîne séparément en fonction des contraintes imposées par les autres chaînes.

Sternheim quant à lui propose une méthode basée sur le fait que la nacelle n'effectue que des mouvements de translations et pas de rotation .Il a fait intervenir les angles β_i et γ_i qui définissent les directions des barres parallèles .

Pour la détermination du modèle géométrique directe et inverse du robot Delta , on a choisi le modèle proposé par Clavel , vu sa simplicité et les résultats satisfaisants qu'il donne . Pour la résolution de ce modèle , on a utilisé deux méthodes .La première méthode consiste à la résolution du système d'équation par la soustraction et remplacement .La deuxième méthode consiste à utiliser un schéma itératif .Ainsi en démarrant d'une estimée initiale de la solution ,on fait un calcul itératif jusqu'à ce que la différence entre les solutions approchées d'ordre i et $i-1$ soit négligeable .

Modèle de Clavel :

Le modèle de Clavel est basé sur le fait que le point (A_1) de la figure Fig [25] est le centre de cercle (Ce_1) de rayon (L_a) appartenant au plan (π_1) et le point (P) peut être considéré comme étant le centre d'une sphère (Sp_1) de rayon (L_b). Ainsi le point (C'_1) est donné par l'intersection du cercle (Ce_1) et la sphère (Sp_1) Fig [27].

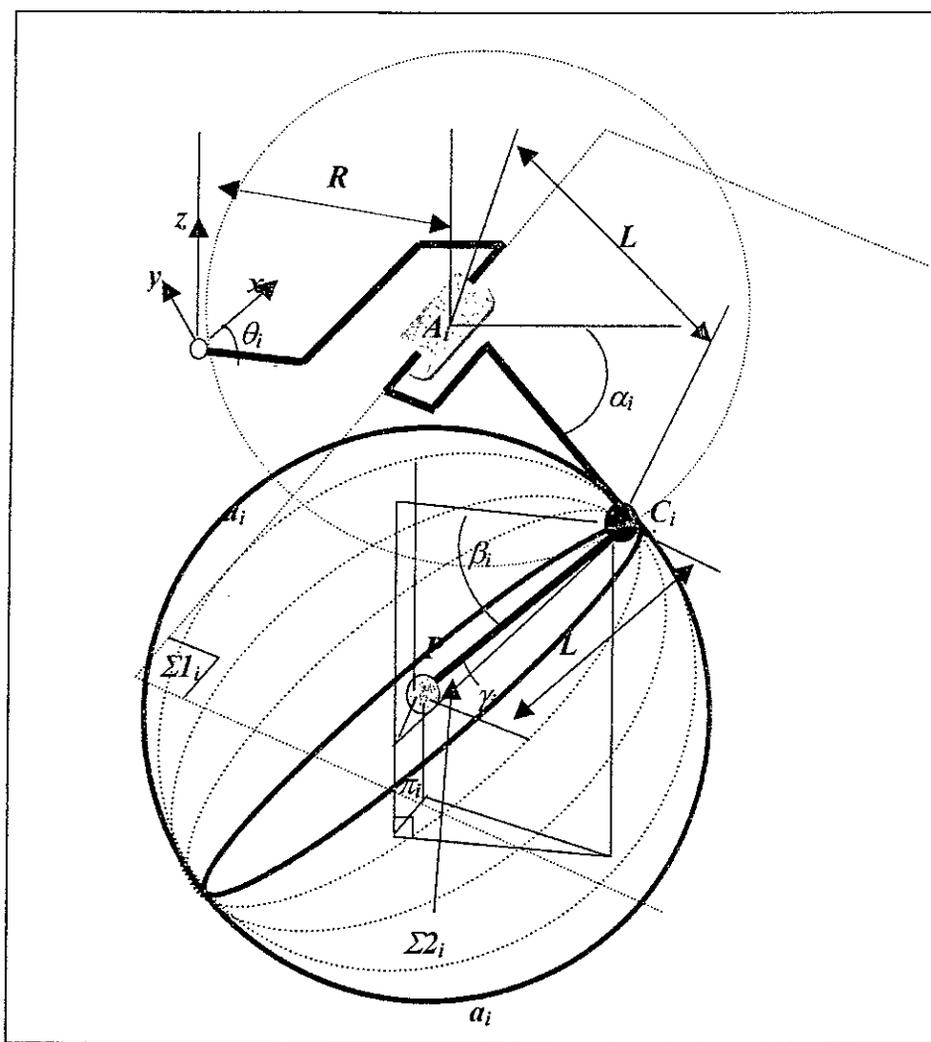


Fig 27 Représentation de la sphère Sp_1 et le cercle C_1

Les coordonnées du point C_1 sont données par :

$$[(R+La \cdot \cos(\alpha_1)) \cdot \cos(\theta_1) \cdot (R+La \cdot \cos(\alpha_1)) \cdot \sin(\theta_1), -La \cdot \sin(\alpha_1)] \quad (3.1)$$

L'équation de la sphère Sp_1 de centre $P(x,y,z)$ et de rayon Lb est donnée par :

$$(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2 + (z - z_p)^2 = Lb^2 \quad (3.2)$$

Puisque le point C_1 appartient à la sphère Sp_1 alors :

$$(x_{c_1} - x_p)^2 + (y_{c_1} - y_p)^2 + (z_{c_1} - z_p)^2 = Lb^2 \quad (3.3)$$

Après avoir remplacer les coordonnées de C_1 par leurs expressions et simplifier l'expression de l'équation (3.3), on trouve :

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot (R+La \cdot \cos(\alpha_1)) \cdot \cos(\theta_1) + y^2 - 2 \cdot y \cdot (R+La \cdot \cos(\alpha_1)) \cdot \sin(\theta_1) + z^2 + 2 \cdot z \cdot La \cdot \sin(\alpha_1) = Lb^2 - La^2 - R^2 - 2 \cdot R \cdot La \cdot \cos(\alpha_1) \quad (3.4)$$

En procédant de même pour les chaînes 2 et 3, on obtient finalement le système d'équations suivant :

$$(3.5) \left\{ \begin{array}{l} x^2 - 2 \cdot x \cdot (R+La \cdot \cos(\alpha_1)) \cdot \cos(\theta_1) + y^2 - 2 \cdot y \cdot (R+La \cdot \cos(\alpha_1)) \cdot \sin(\theta_1) + z^2 + 2 \cdot z \cdot La \cdot \sin(\alpha_1) = Lb^2 - La^2 - R^2 - 2 \cdot R \cdot La \cdot \cos(\alpha_1) \\ x^2 - 2 \cdot x \cdot (R+La \cdot \cos(\alpha_2)) \cdot \cos(\theta_2) + y^2 - 2 \cdot y \cdot (R+La \cdot \cos(\alpha_2)) \cdot \sin(\theta_2) + z^2 + 2 \cdot z \cdot La \cdot \sin(\alpha_2) = Lb^2 - La^2 - R^2 - 2 \cdot R \cdot La \cdot \cos(\alpha_2) \\ x^2 - 2 \cdot x \cdot (R+La \cdot \cos(\alpha_3)) \cdot \cos(\theta_3) + y^2 - 2 \cdot y \cdot (R+La \cdot \cos(\alpha_3)) \cdot \sin(\theta_3) + z^2 + 2 \cdot z \cdot La \cdot \sin(\alpha_3) = Lb^2 - La^2 - R^2 - 2 \cdot R \cdot La \cdot \cos(\alpha_3) \end{array} \right.$$

2.1 Modèle géométrique direct (MGD)

La résolution du système d'équations (3.5), peut se faire par deux méthodes :

2.1.1 Méthode analytique :

Pour la résolution du modèle géométrique Clavel [Clavel 91] propose l'algorithme suivant :

$$D_i = -Lb^2 + La^2 + R^2 + 2 \cdot R \cdot \cos(\alpha_i)$$

$$E_i = 2 \cdot (R + La \cdot \cos(\alpha_i)) \cos(\theta_i)$$

$$F_i = 2 \cdot (R + La \cdot \cos(\alpha_i)) \cdot \sin(\theta_i)$$

$$G_i = -2 \cdot La \cdot \sin(\alpha_i)$$

$$H_1 = E_1 \cdot G_2 - E_1 \cdot G_3 - E_2 \cdot G_1 + E_2 \cdot G_3 + E_3 \cdot G_1 - E_3 \cdot G_2$$

$$H_2 = -E_1 \cdot F_2 + E_1 \cdot F_3 + E_2 \cdot F_1 - E_2 \cdot F_3 - E_3 \cdot F_1 + E_3 \cdot F_2$$

$$H_3 = -E_1 \cdot D_2 + E_1 \cdot D_3 + E_2 \cdot D_1 - E_2 \cdot D_3 - E_3 \cdot D_1 + E_3 \cdot D_2$$

$$H_4 = -E_1 \cdot F_2 + E_1 \cdot F_3 + E_2 \cdot F_1 - E_2 \cdot F_3 - E_3 \cdot F_1 + E_3 \cdot F_2$$

$$H_4 = F_1 \cdot D_2 - F_1 \cdot D_3 - F_2 \cdot D_1 + F_2 \cdot D_3 + F_3 \cdot D_1 - F_3 \cdot D_2$$

$$H_5 = -F_1 \cdot G_2 + F_1 \cdot G_3 + F_2 \cdot G_1 - F_2 \cdot G_3 - F_3 \cdot G_1 + F_3 \cdot G_2$$

$$L = \frac{H_5^2 + H_1^2}{H_2^2} + 1$$

$$M = 2 \cdot \frac{H_5 \cdot H_4 + H_1 \cdot H_3}{H_2^2} - \frac{H_5 \cdot E_1 + H_1 \cdot F_1}{H_2} - G_1$$

$$N = 2 \cdot \frac{H_5^2 + H_3^2}{H_2^2} - \frac{H_4 \cdot E_1 + H_3 \cdot F_1}{H_2} - D$$

On alors :

$$z = \frac{-M \pm \sqrt{M^2 - 4LN}}{2L}$$

$$x = z \cdot \frac{H_5}{H_2} + \frac{H_4}{H_2}$$

$$y = z \cdot \frac{H_1}{H_2} + \frac{H_3}{H_2}$$

On remarque que le modèle géométrique admet deux solutions (3.6) et (3.7) avec :

$$(3.6) \left\{ \begin{array}{l} z_1 = \frac{-M - \sqrt{M^2 - 4LN}}{2L} \\ x_1 = z_1 \cdot \frac{H_5}{H_2} + \frac{H_4}{H_2} \\ y_1 = z_1 \cdot \frac{H_1}{H_2} + \frac{H_3}{H_2} \end{array} \right. \quad (3.7) \left\{ \begin{array}{l} z_2 = \frac{-M + \sqrt{M^2 - 4LN}}{2L} \\ x_2 = z_2 \cdot \frac{H_5}{H_2} + \frac{H_4}{H_2} \\ y_2 = z_2 \cdot \frac{H_1}{H_2} + \frac{H_3}{H_2} \end{array} \right.$$

Le fait que le robot DELTA travaille dans la zone des z négatifs, nous pousse à choisir (3.6) comme solution, la deuxième solution est refusée car elle donne des valeurs positives de z

Ainsi sur la base des résultats obtenus on a pu mettre au point la fonction ope.m sous Matlab. ope.m nous permet de déterminer les coordonnées opérationnelles de n'importe quel point en introduisant les coordonnées articulaires correspondantes, le programme est donné dans l'annexe B. Ainsi l'exemple suivant nous illustre l'application de cette fonction pour la détermination des coordonnées articulaires de quelques points :

α_i	$X_i = \text{ope}(\alpha_i)$		
	x	y	z
$\alpha_1 = [0.0249 \quad 0.6826 \quad -0.3087]$	10	-40	-100
$\alpha_2 = [0.4008 \quad 0.4008 \quad 0.4008]$	0	0	-132.7471
$\alpha_3 = [0.0797 \quad 0.0797 \quad 0.0797]$	0	0	-100
$\alpha_4 = [0.9582 \quad 1.0091 \quad 1.1419]$	10	10	-200
$\alpha_5 = [1.0294 \quad 1.0294 \quad 1.0294]$	0	0	-200
$\alpha_6 = [1.6484 \quad 0.7365 \quad 1.3199]$	10	100	-200
$\alpha_7 = [-2.0103 \quad 0.6005 \quad 2.0805]$	100	100	-20
$\alpha_8 = [0.9665 \quad 0.8736 \quad 0.5443]$	10	10	-20
$\alpha_{10} = [0.9582 \quad 1.0091 \quad 1.1419]$	10	10	-200
$\alpha_{11} = [0.9582 \quad 1.1419 \quad 1.0091]$	10	-10	-200
$\alpha_{12} = [-0.8007 \quad -1.0121 \quad -1.0354]$	0.1334	0.1185	-62.8075
$\alpha_{13} = [-2.0099 \quad -2.0099 \quad -2.0099]$	0	0	-86.79

2.1.2 Méthode numérique :

La résolution du modèle géométrique peut se faire aussi numériquement , pour cela on a proposé une méthode basée sur la correction d'une estimée initial de la solution x_0 à l'aide de matrice qui est elle-même fonction de x comme suit :

Le système (3.5) peut s'écrire sous forme matricielle comme suit :

$$\begin{bmatrix} x^2 + y^2 + z^2 \\ x^2 + y^2 + z^2 \\ x^2 + y^2 + z^2 \end{bmatrix} + A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = D \quad (3.8)$$

avec :

$$A = \begin{bmatrix} -E_1 & -F_1 & -G_1 \\ -E_2 & -F_2 & -G_2 \\ -E_3 & -F_3 & -G_3 \end{bmatrix}$$

et

$$D = \begin{bmatrix} -D_1 \\ -D_2 \\ -D_3 \end{bmatrix}$$

Les facteurs E , F , G , D sont les mêmes facteurs qui ont été définis dans lors de la résolution analytique .

Le système (3.8) peut s'écrire encore :

$$\begin{bmatrix} x & y & z \\ x & y & z \\ x & y & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = D \quad (3.9)$$

On posera :

$$X = \begin{bmatrix} x & y & z \\ x & y & z \\ x & y & z \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

On a ainsi:

$$X \mathbf{x} + A \mathbf{x} = D$$

En faisant les transformations nécessaires on aura :

$$\mathbf{x} = (X + A)^{-1} D \quad (3.10)$$

Le schéma itératif est le suivant :

$$\mathbf{x}_i = (X_{i-1} + A)^{-1} D \quad (3.11)$$

$$\mathbf{x}_1 = (X_0 + A)^{-1} D \quad (3.12)$$

où

$$X_0 = \begin{bmatrix} x_0 & y_0 & z_0 \\ x_0 & y_0 & z_0 \\ x_0 & y_0 & z_0 \end{bmatrix}$$

et

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}$$

\mathbf{x}_0 est une estimée initiale de la solution

Sur la base du schéma itératif proposé, on a pu mettre au point la fonction `ope_i.m` sous Matlab. Cette fonction permet de faire la même chose que la fonction `ope.m`, une comparaison entre les résultats obtenus par `ope.m` et `ope_i.m` est donnée dans tableau suivant :

α	$X = \text{Ope}_i(\alpha)$	$X_i = \text{Ope}(\alpha)$ solution exacte
-0.4241 -0.2610 0.1089	10.0000 10.0000 -80.0000	10.0000 10.0000 -80.0000
-0.3953 -0.0530 0.3703	20.0000 15.0000 -90.0000	20.0000 15.0000 -90.0000
-0.4950 0.1755 0.9735	-50.0000 -40.0000 100.0000	50.0000 40.0000 -100.0000
-0.0982 0.2944 0.9202	40.0000 35.0000 -120.0000	40.0000 35.0000 -120.0000
-0.6422 -0.3744 0.7586	30.0757 39.7590 -82.3349	30.0757 39.7590 -82.3349
-0.3233 -0.0414 1.0026	-23.1304 -21.7916 79.5275	40.0000 50.0000 -100.0000
0.3765 0.6952 1.8413	5.0877 19.8207 75.3363	70.0000 90.0000 -150.0000
0.8156 1.1134 1.7714	11.8594 23.2621 69.8683	50.0000 50.0000 -200.0000
0.5874 0.4514 1.8109	10.6967 13.8528 74.8060	50.0000 100.0000 -150.0000

2.1.3 Discussion des résultats

D'après les résultats obtenus pour les deux tableaux ci-dessus, on peut dire la méthode itérative ne donne pas toujours de bons résultats c.à.d qu'elle ne converge pas toujours vers la solution exacte, qui est bien sûr donnée par la méthode analytique. La méthode itérative qu'on a développée peut faire objet d'étude en vue de déterminer les conditions de sa convergence et son utilisation dans d'autre application.

2.2 Modèle géométrique inverse (MGI)

La résolution du modèle géométrique inverse est relativement facile dans le cas des robots parallèles, elle consiste rappelons-le à établir les valeurs des variables articulaires des chaînes cinématiques en fonction de la position de l'organe terminal. Ça revient donc à la résolution du système (3.5) mais cette fois-ci en cherchant à exprimer le vecteur des coordonnées articulaires $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ en fonction du vecteur des coordonnées opérationnelles $X = (x, y, z)$

Résolution :

La résolution du modèle géométrique inverse peut se faire de la manière suivante :

En posant : $T_i = \tan\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)$

Alors $\sin(\alpha_i)$ et $\cos(\alpha_i)$ peuvent s'écrire comme suit :

$$\sin(\alpha_i) = \frac{2 \cdot T_i}{1 + T_i^2} \quad (3.13)$$

$$\cos(\alpha_i) = \frac{1 - T_i^2}{1 + T_i^2} \quad (3.14)$$

Ainsi en remplaçant (3.13) et (3.14) dans (3.5) et en effectuant les simplifications nécessaires, on trouvera trois polynômes du deuxième degré de la forme :

$$a \cdot T_i^2 + b \cdot T_i + c = 0$$

La résolution donne :

$$T_1 = \frac{-2.z \pm \sqrt{4.z^2 + 4.R^2 - S^2 + Q_1^2 \cdot \left(1 - \frac{R^2}{La^2}\right) + Q_1 \cdot \left(-2 \cdot \frac{R.S}{La} - 4.R\right)}}{-2.R - S - Q_1 \cdot \left(\frac{R}{La} - 1\right)}$$

$$T_2 = \frac{-2.z \pm \sqrt{4.z^2 + 4.R^2 - S^2 + Q_2^2 \cdot \left(1 - \frac{R^2}{La^2}\right) + Q_2 \cdot \left(-2 \cdot \frac{R.S}{La} - 4.R\right)}}{-2.R - S - Q_2 \cdot \left(\frac{R}{La} - 1\right)}$$

$$T_3 = \frac{-2.z \pm \sqrt{4.z^2 + 4.R^2 - S^2 + Q_3^2 \cdot \left(1 - \frac{R^2}{La^2}\right) + Q_3 \cdot \left(-2 \cdot \frac{R.S}{La} - 4.R\right)}}{-2.R - S - Q_3 \cdot \left(\frac{R}{La} - 1\right)}$$

avec :

$$Q_i = 2.x \cdot \cos(\theta_i) + 2.y \sin(\theta_i) \quad i=1,2,3$$

$$S = \frac{1}{La} \cdot (-x^2 - y^2 - z^2 + Lb^2 - La^2 - R^2)$$

On remarque qu'il y a deux solutions qui sont symétriques par rapport à l'angle $\alpha_i = 180^\circ$ ainsi on choisira l'angle $\alpha_i \leq 180^\circ$. En remplaçant T_i par $\alpha_i = 2 \cdot \arctan(T_i)$ on trouve alors:

$$\alpha_1 = 2 \cdot \text{atan} \left[\frac{-2.z - \sqrt{4.z^2 + 4.R^2 - S^2 + Q_1^2 \cdot \left(1 - \frac{R^2}{La^2}\right) + Q_1 \cdot \left(-2 \cdot \frac{R.S}{La} - 4.R\right)}}{-2.R - S - Q_1 \cdot \left(\frac{R}{La} - 1\right)} \right]$$

$$\alpha_2 = 2 \cdot \text{atan} \left[\frac{-2.z - \sqrt{4.z^2 + 4.R^2 - S^2 + Q_2^2 \cdot \left(1 - \frac{R^2}{La^2}\right) + Q_2 \cdot \left(-2 \cdot \frac{R.S}{La} - 4.R\right)}}{-2.R - S - Q_2 \cdot \left(\frac{R}{La} - 1\right)} \right]$$

$$\alpha_3 = 2 \cdot \text{atan} \left[\frac{-2.z - \sqrt{4.z^2 + 4.R^2 - S^2 + Q_3^2 \cdot \left(1 - \frac{R^2}{La^2}\right) + Q_3 \cdot \left(-2 \cdot \frac{R.S}{La} - 4.R\right)}}{-2.R - S - Q_3 \cdot \left(\frac{R}{La} - 1\right)} \right]$$

On se basant sur les résultats obtenus lors de la résolution du modèle géométrique inverse , on a pu mettre au point la fonction `art.m` sous Matlab qui permet de déterminer les coordonnées articulaires de n'importe quel point . Ainsi l'exemple suivant illustre l'application de cette fonction pour la détermination des coordonnées articulaires de quelques points :

X_i	$\alpha_i = \text{art}(X_i)$		
	α_1	α_2	α_3
$X_1 = [10 \ -40 \ -100]$	0.0249	0.6826	-0.3087
$X_2 = [0 \ 0 \ -40]$	0.4008	0.4008	0.4008
$X_3 = [0 \ 0 \ -100]$	0.0797	0.0797	0.0797
$X_3 = [10 \ 10 \ -200]$	0.9582	1.0091	1.1419
$X_5 = [0 \ 0 \ -200]$	1.0294	1.0294	1.0294
$X_6 = [10 \ 100 \ -200]$	1.6484	0.7365	1.3199
$X_7 = [100 \ 100 \ -20]$	-2.0103	0.6005	2.0805
$X_8 = [10 \ 10 \ -20]$	0.9665	0.8736	0.5443
$X_{10} = [10 \ 10 \ -200]$	0.9582	1.0091	1.1419
$X_{11} = [10 \ -10 \ -200]$	0.9582	1.1419	1.0091
$X_{12} = [100 \ 10 \ -400]$	-0.8007	-1.0121	-1.0354
$X_{12} = [0 \ 0 \ 300]$	-2.0099	-2.0099	-2.0099

2.3 Discussions des résultats du MGD et du MGI :

2.3.1 Pour le MGD

- On remarque que pour le cas où les trois angles ont la même valeur on a $x = y = 0$, ceci s'explique par le fait que lorsque les trois bras tournent d'un même angle l'organe terminal se déplace suivant l'axe oz , qui est défini dans l'espace par l'équation $x = 0, y = 0$.
- On remarque que pour chaque triplet d'angle $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ on trouve un vecteur de coordonnées. Or ces triplets ne correspondent pas toujours à une configuration articulaire du robot.

2.3.2 Pour le MGI

- On remarque que pour le cas où $x = y = 0$ on a $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$ ce qui est tout à fait logique, car les trois moteurs doivent faire tourner les trois bras d'un même angle pour que l'organe terminal fasse une translation suivant l'axe z comme on l'a vu ci-dessus.
- On a trouvé que le vecteur des coordonnées articulaires correspondant au vecteur $X_{10} = [10 \ 10 \ -200]$ est $\alpha_{10} = [0.958 \ 1.0091 \ 1.142]$ et le vecteur des coordonnées articulaires correspondant au vecteur $X_{11} = [10 \ -10 \ -200]$ est $\alpha_{11} = [0.958 \ 1.142 \ 1.0091]$, on remarque que l'obtention du vecteur des coordonnées articulaires du vecteur X_{11} , le symétrique X_{10} par rapport à $x = 0$, revient à faire une inversion entre la deuxième et la troisième coordonnée du vecteur des coordonnées articulaires.
- On remarque que le vecteur des coordonnées articulaires correspondant au vecteur $X_{12} = [100 \ 10 \ -400]$ est $\alpha_{12} = [-0.8007 \ -1.0121 \ -1.0354]$ or le vecteur des coordonnées opérationnelles du vecteur $\alpha_{12} = [-0.8007 \ -1.0121 \ -1.0354]$ trouvé par le modèle géométrique inverse est $X_{12} = [0.1334 \ 0.1185 \ -62.8075]$ on constate alors que $X_{12} \neq X_{12}$.

La dernière remarque est particulièrement très importante, elle est à l'origine de la mise au point d'une nouvelle méthode de détermination de l'espace de travail qui va être exposée dans la section suivante.

3 Détermination de l'espace de travail du robot Delta :

3.1 Détermination de l'appartenance d'un point à l'espace de travail :

La discussion des résultats du modèle géométrique direct et inverse, nous a poussé à mettre au point un algorithme qui vérifie l'appartenance d'un point à l'espace de travail, et ceci en faisant appel à la fois au modèle géométrique direct et inverse. Ainsi on se donnant un point N de coordonnées opérationnelles $X = [x \ y \ z]$, on détermine le vecteur des coordonnées articulaires $\alpha = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3]$ à l'aide de la fonction art.m, puis à l'aide de la fonction ope.m on cherche les coordonnées opérationnelles du vecteur $\alpha = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3]$, qu'on va noter X_1 . Ayant calculé X_1 , on compare alors le vecteur X_1 au vecteur initial X et si $X = X_1$ alors le point N appartient à l'espace de travail sinon il n'appartient pas. La méthode est résumée dans l'organigramme suivant :

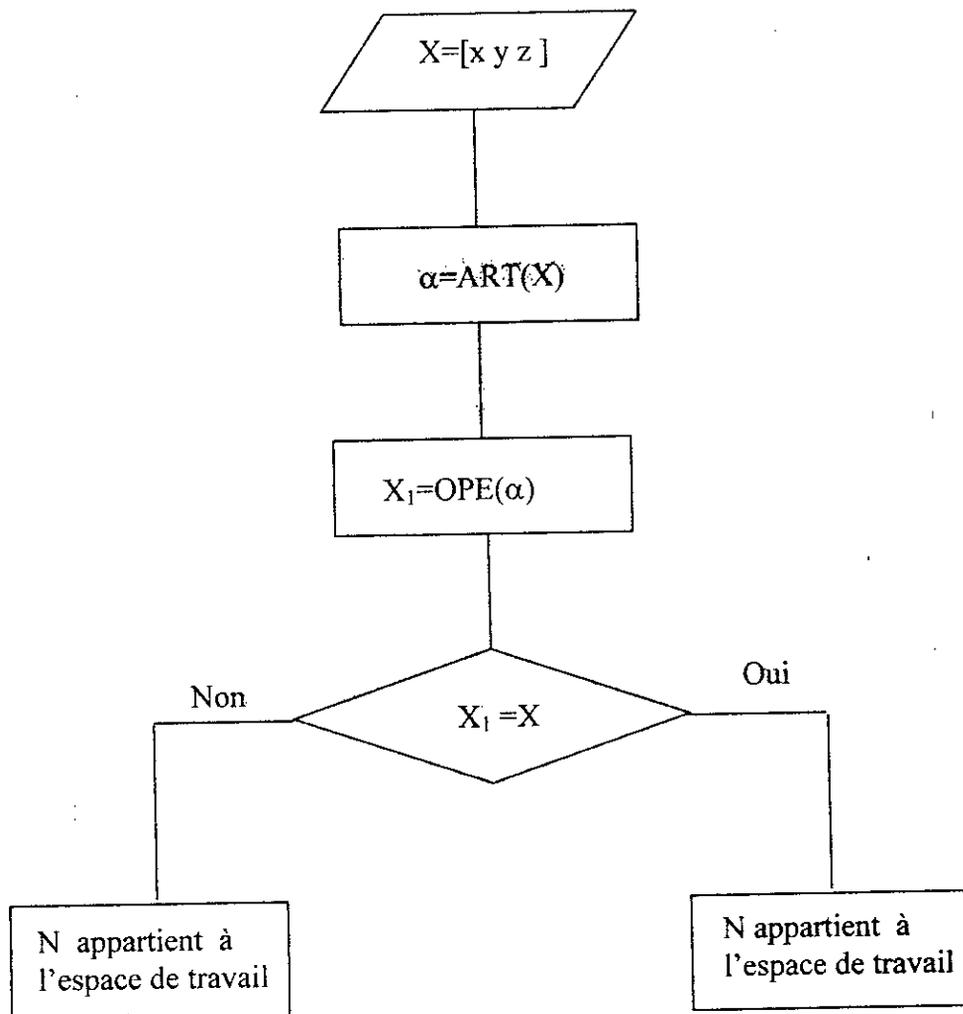


Fig 28 Vérification de l'appartenance de point à l'espace de travail

3.2 Détermination des limites de l'espace de travail dans un plan donné

En se basant sur cet algorithme, on a proposé de suivre trois étapes afin de déterminer l'espace de travail du robot DELTA :

3.2.1 La première étape

Cette étape consiste à se fixer dans un plan z donné, puis pour chaque point d'abscisse x , on cherche le y_{max} tel que le vecteur $X=[x_1 \ y \leq y_{max} \ z_0]$ vérifie la condition : $X = \text{ope}(\text{art}(X))$ Jusqu'à avoir le y_{max} nul pour un x donné qu'on va noter x_{max} . Les résultats obtenus sont montrés dans les figures suivantes pour différente valeur de z

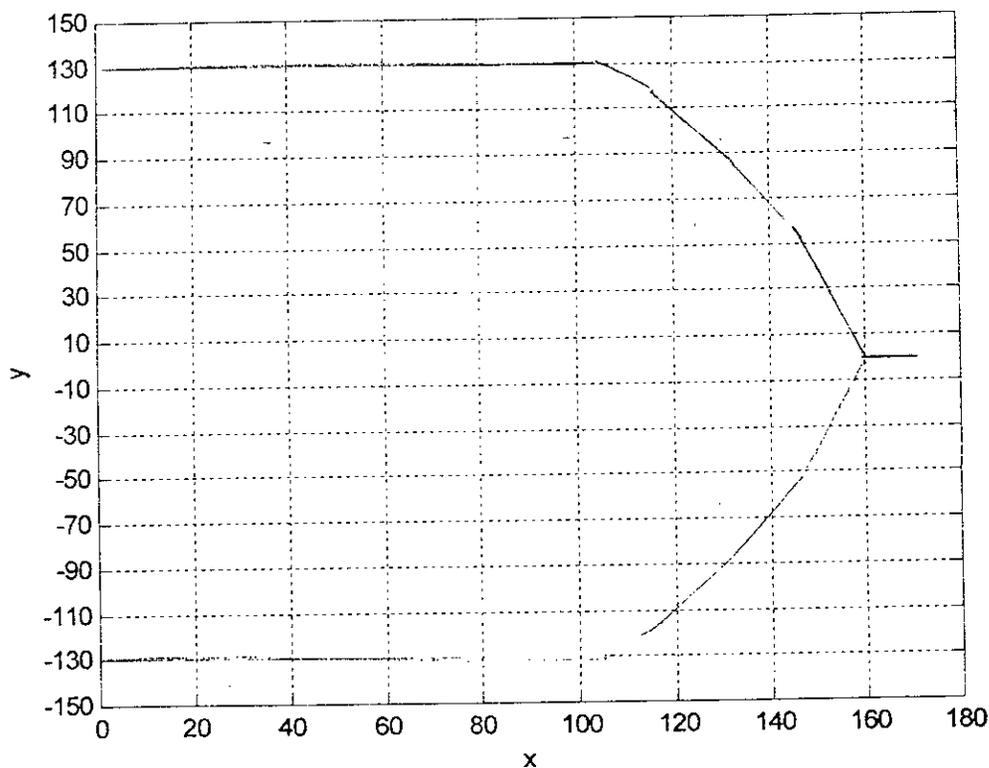


Fig 29 limites de l'espace de travail pour $z = -100$

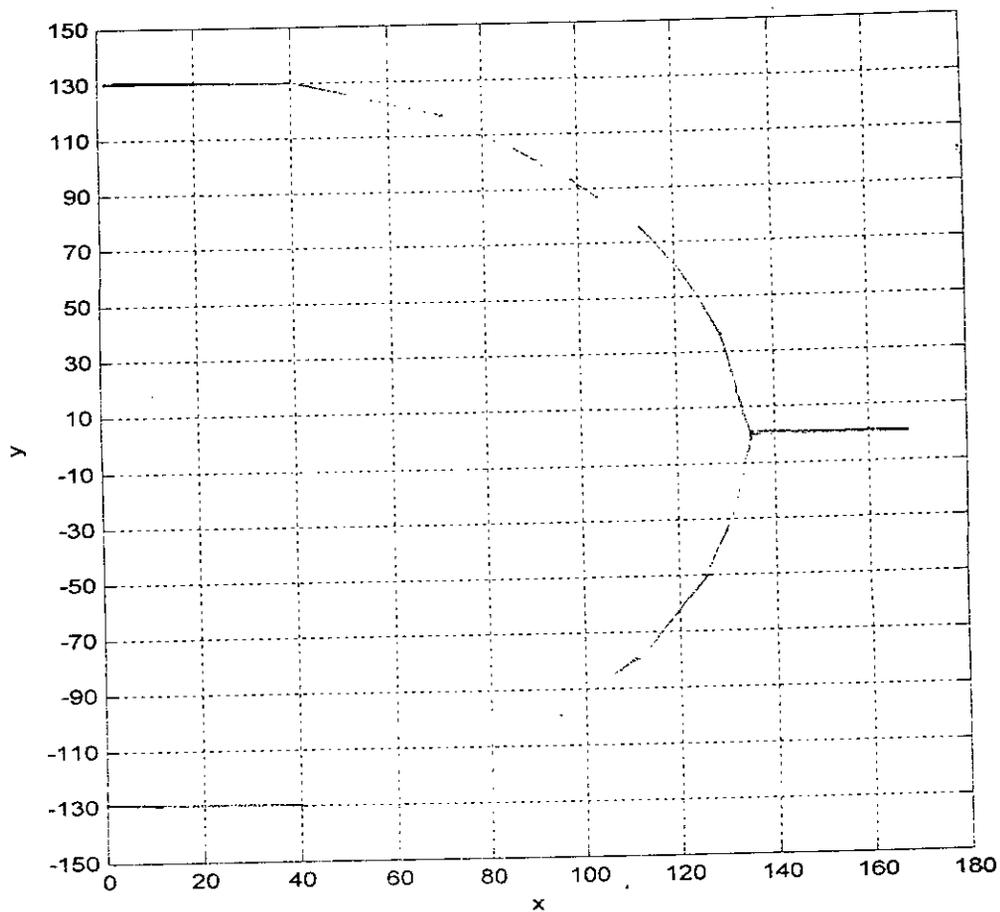


Fig 30 limites de l'espace de travail pour $z = -150$

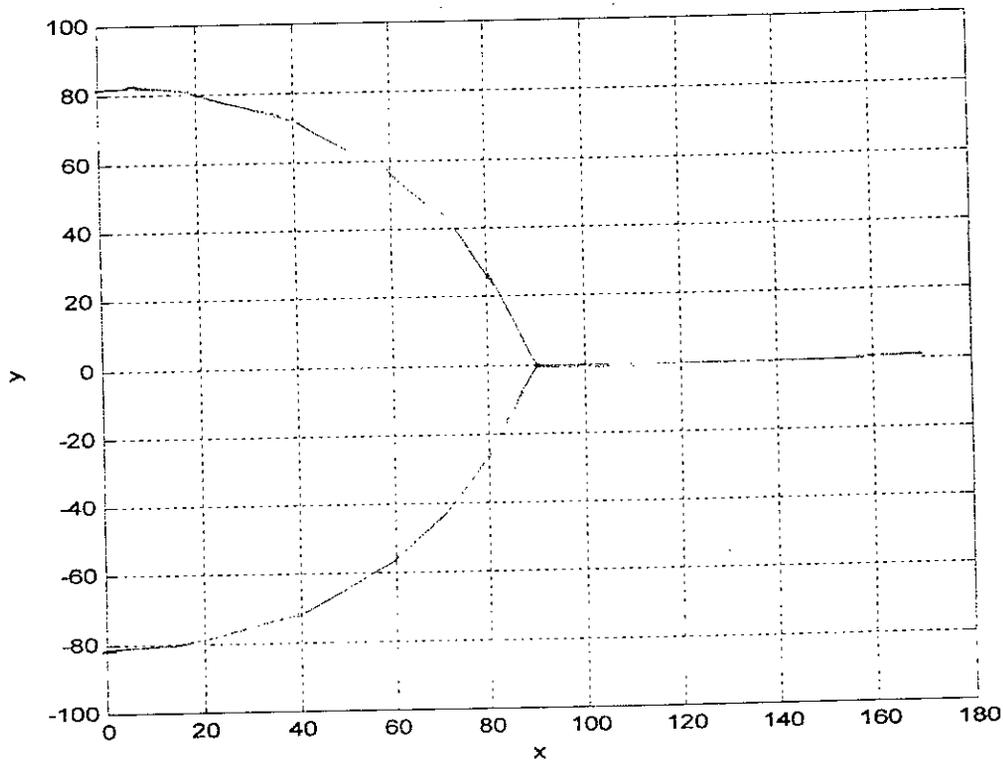


Fig 31 limites de l'espace de travail pour $z = -200$

3.2.2 Deuxième étape

Pour déterminer l'ensemble de l'espace de travail on n'a qu'à faire varier le z et de tracer à chaque fois les limites de l'espace de travail. Différentes vues de l'espace de travail obtenu sont représentées sur les figures suivantes :

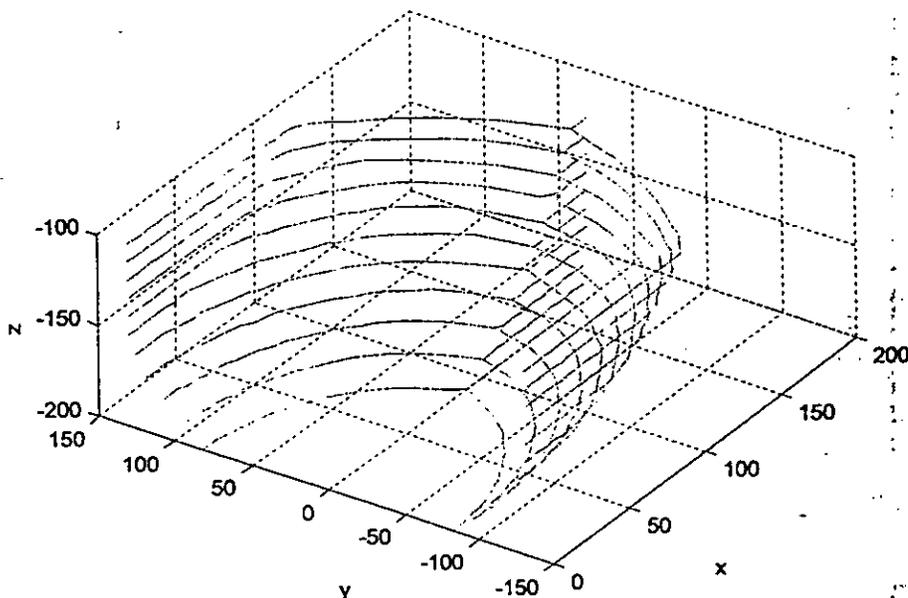


Fig 32 Limites de l'espace pour $-100 < z < -200$

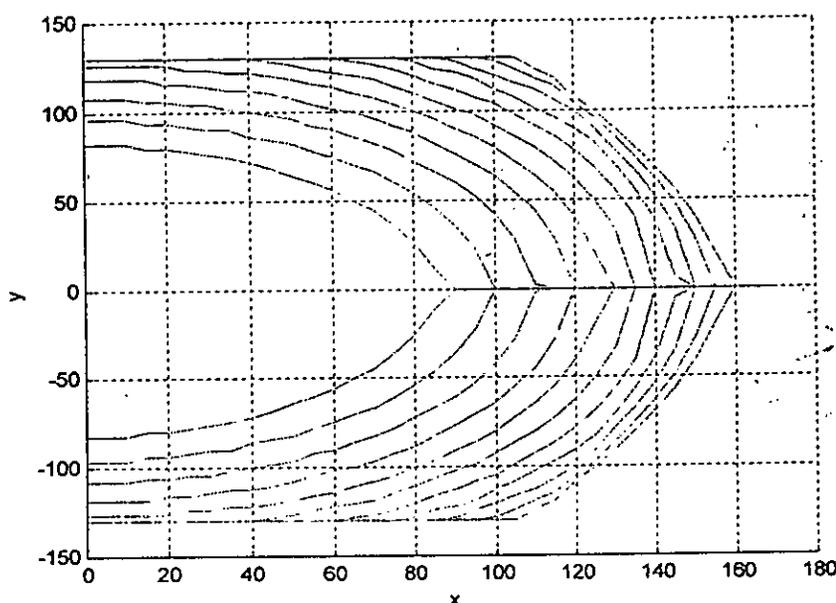


Fig 33 Projection sur le plan de l'espace de travail pour $-100 < z < -200$

3.2.3 Troisième étape

Pour trouver l'ensemble de l'espace de travail du robot DELTA , on va faire deux rotations de 120° autour du centre A (0 0 0) , comme on l'a déjà souligné à la section (1.2) de ce chapitre .Ces rotations vont nous permettre de gagner un temps de calcul précieux.

Ainsi les figures suivantes donnent différentes vues et projections de l'ensemble de l'espace de travail .

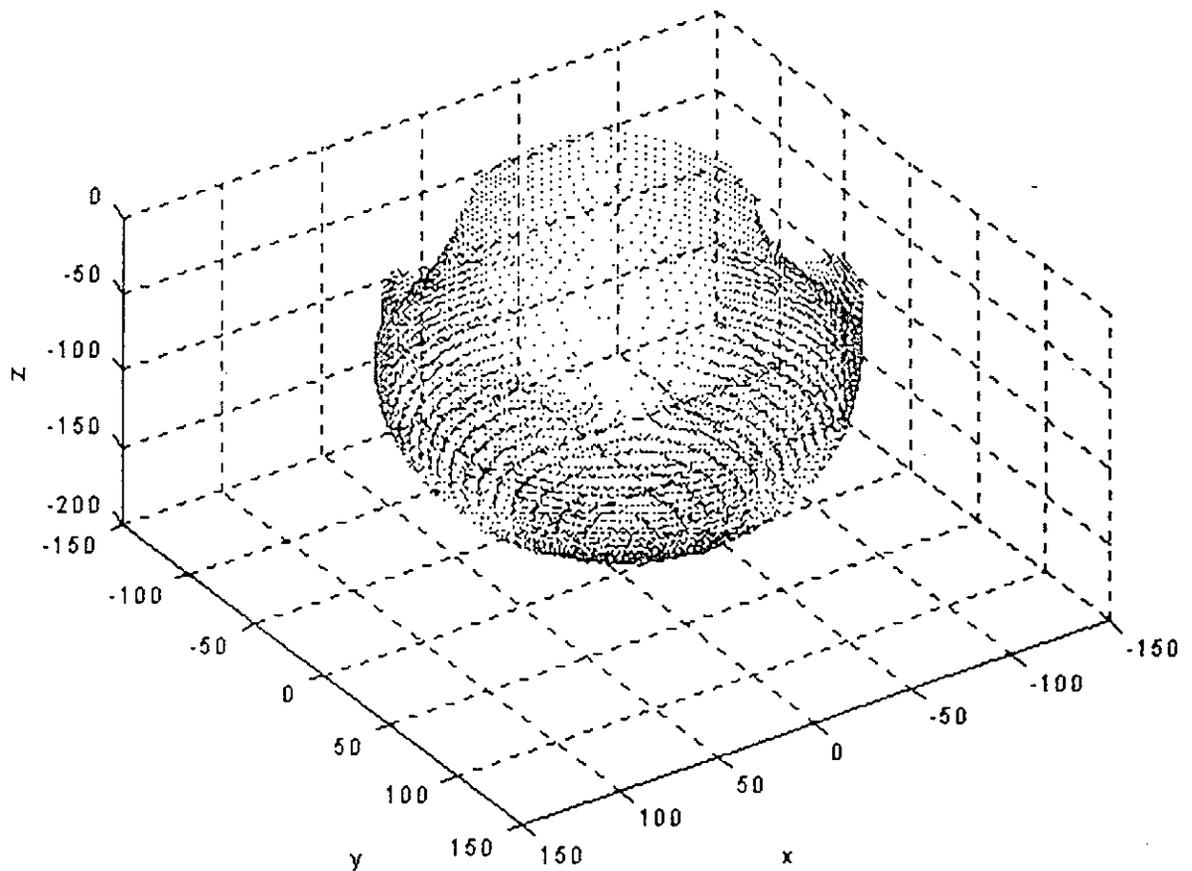


Fig 34 L'espace de travail du robot DELTA 240

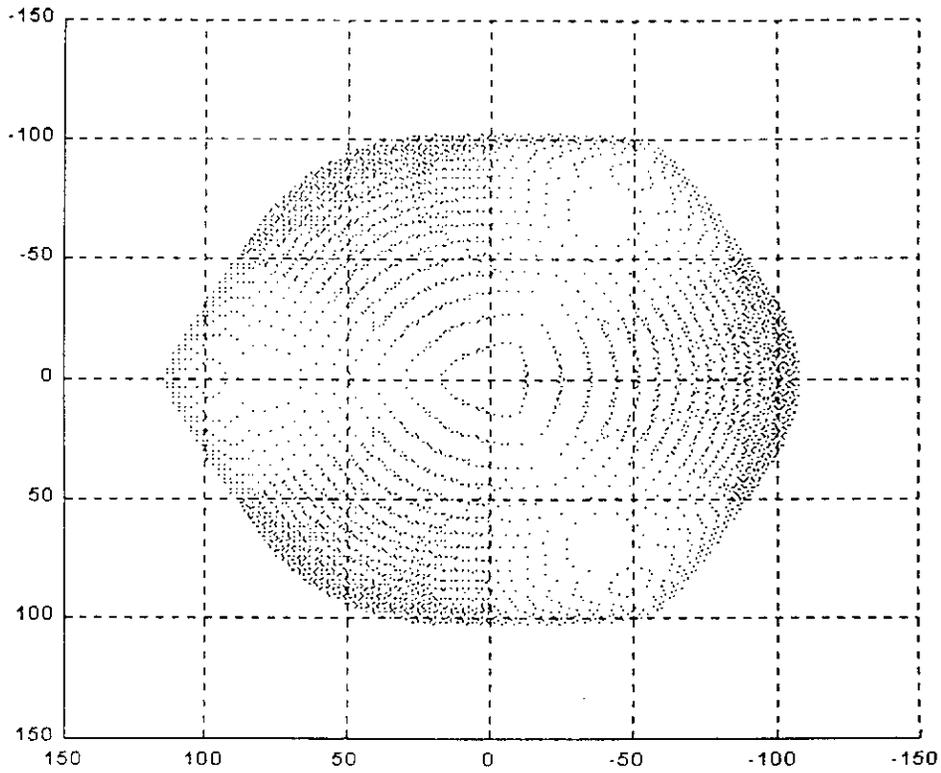


Fig 35 projection de l'espace de travail sur le plan (y,x)

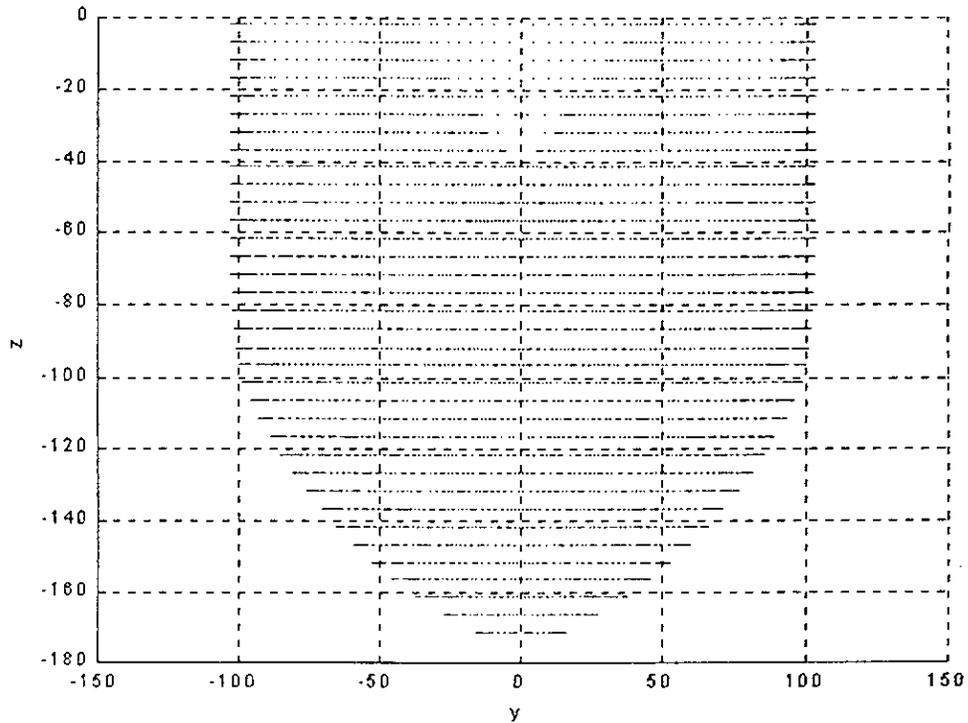


Fig 36 projection de l'espace de travail sur le plan (y, z)

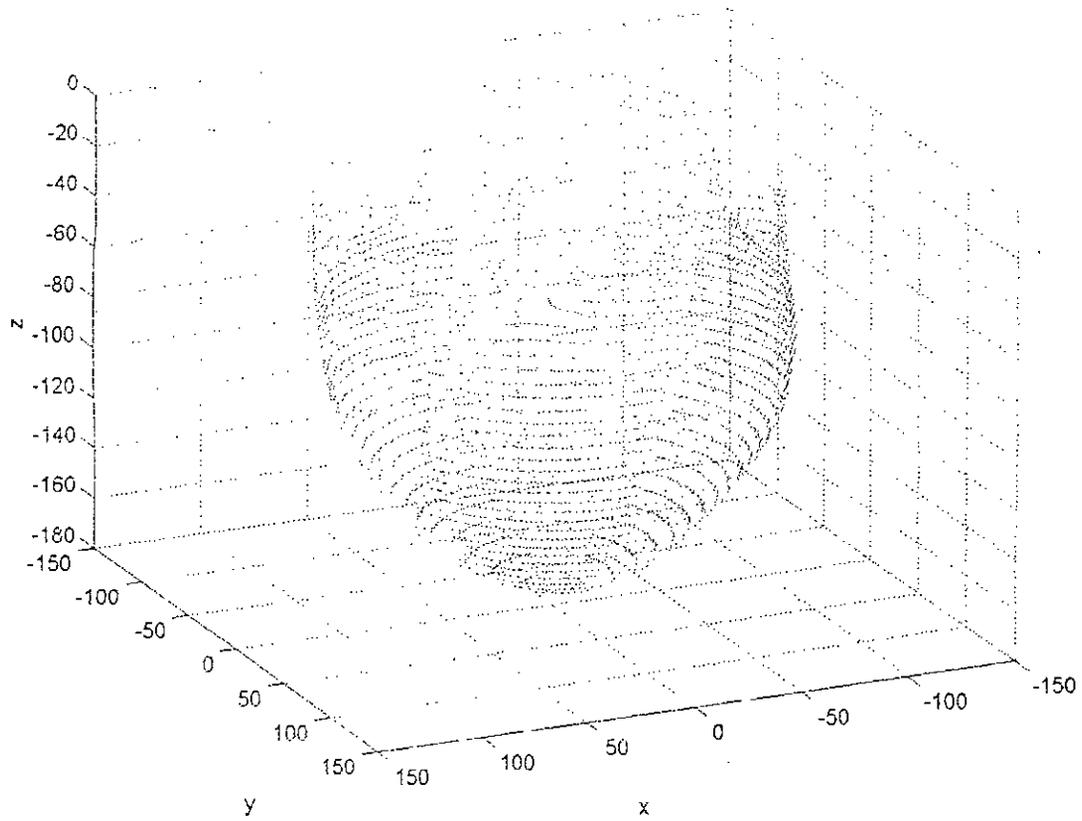


Fig 37 La forme de l'espace de travail en 3d du robot DELTA

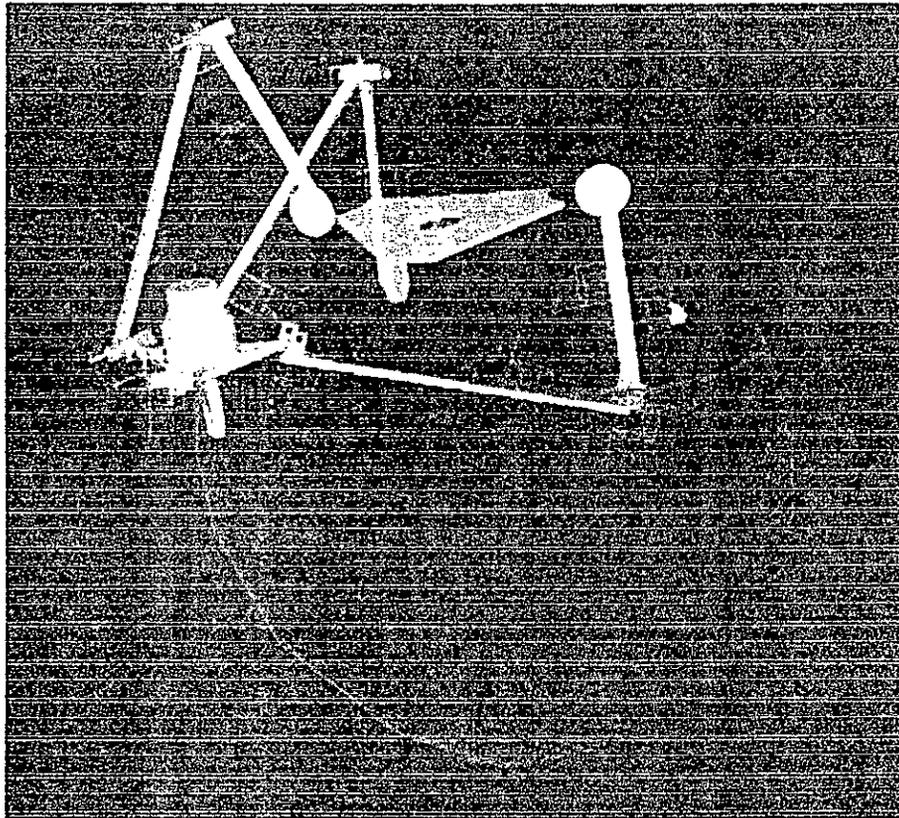


Fig 38 L'espace de travail trouvé par Michelini

3.3 Discussion des résultats :

On remarque que les résultats obtenus, en programmant le modèle géométrique direct et inverse nous ont permis de mettre au point des fonctions sous Matlab pour déterminer les coordonnées articulaires ou opérationnelles de n'importe quel point. Le fait que pour certains point les coordonnées articulaires correspondantes ne donnent pas les mêmes coordonnées opérationnelles de départ, chose qu'est n'est pas logique vue l'unicité de la solution, nous a poussé à proposer une méthode de vérification de l'appartenance d'un point donné à l'espace de travail. En se basant sur cette méthode on a pu généraliser les résultats jusqu'à la détermination de l'ensemble de l'espace de travail. L'espace de travail ainsi obtenu est en parfait accord avec celui trouvé par Clavel [Clavel 91] et Michelini [Michelini 01]. La projection sur le plan (x, y) donne un hexagone, cette forme hexagonale a été démontrée géométriquement par Clavel. On remarque que la hauteur que peut atteindre l'organe terminal est plus grande dans la portion de l'espace opposée à chaque chaîne et elle est minimale autour de chaque bras. La figure Fig [38], tirée de l'article de [Michelini 01] illustre bien ces résultats.

4 Conclusion :

On a pu dans ce chapitre donner les caractéristiques géométriques du robot DELTA. On a aussi pu implémenter la résolution du modèle géométrique sur ordinateur sous forme de fonctions sous Matlab. En discutant les résultats obtenus par le Modèle géométrique direct et inverse on a pu mettre au point une nouvelle méthode pour la détermination de l'espace de travail du robot Delta, qui rappelons-le est l'ensemble des positions atteignables par l'organe terminal. Cette méthode donne d'excellents résultats et elle est en concordance avec l'espace de travail qu'on trouve dans la littérature et qu'on fait généralement appel aux logiciels de CAO pour sa détermination.

Chapitre 4

Le modèle cinématique direct et inverse

Du robot DELTA

1 Introduction

Comme on l'a déjà vu dans le chapitre 2, le modèle cinématique définit les relations entre le torseur cinématique du plateau mobile et les vitesses articulaires ainsi que les relations réciproques. Puisqu'on a déjà obtenu le modèle géométrique, la détermination du modèle cinématique direct et inverse sera moins difficile.

2 Le modèle cinématique direct (MCD)

La détermination du modèle cinématique, revient à la détermination de la matrice Jacobienne J , qui est obtenue par la dérivation partielle des différentes fonctions f_x , f_y et f_z par rapport aux variables α_1 , α_2 , α_3 selon l'expression (3.1).

2.1 Détermination de la matrice Jacobienne

Nous avons établi que :

$$\dot{X} = J \cdot \dot{\alpha} \quad (4.1)$$

où :

$$\dot{X} = \begin{Bmatrix} \dot{dx} \\ \dot{dy} \\ \dot{dz} \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\dot{\alpha} = \begin{Bmatrix} \dot{d\alpha}_1 \\ \dot{d\alpha}_2 \\ \dot{d\alpha}_3 \end{Bmatrix} \quad (4.3)$$

$$J = \begin{Bmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial f_x}{\partial \alpha_2} & \frac{\partial f_x}{\partial \alpha_3} \\ \frac{\partial f_y}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial f_y}{\partial \alpha_2} & \frac{\partial f_y}{\partial \alpha_3} \\ \frac{\partial f_z}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial f_z}{\partial \alpha_2} & \frac{\partial f_z}{\partial \alpha_3} \end{Bmatrix} \quad (4.4)$$

où

$$\begin{cases} x = f_x(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \\ y = f_y(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \\ z = f_z(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \end{cases}$$

Il faut remarquer qu'il est presque impossible de trouver les expressions analytiques des fonctions f_x , f_y et f_z pour procéder à l'évaluation de la matrice Jacobienne J . Ainsi on propose d'utiliser une dérivation numérique basée sur la définition mathématique de la dérivation des fonctions.

On rappelle que :

- Pour une dérivation totale :

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \delta x) - f(x)}{\delta x}$$

- Pour une dérivation partielle on aura alors :

$$\frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x} = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \delta x, y, z) - f(x, y, z)}{\delta x} \quad (4.5)$$

Ainsi les éléments de la matrice J s'écrivent :

$$J(1,1) = \lim_{\delta \alpha_1 \rightarrow 0} \frac{f_x(\alpha_1 + \delta \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) - f_x(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)}{\delta \alpha_1}$$

$$J(1,2) = \lim_{\delta \alpha_2 \rightarrow 0} \frac{f_x(\alpha_1, \alpha_2 + \delta \alpha_2, \alpha_3) - f_x(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)}{\delta \alpha_2}$$

$$J(1,3) = \lim_{\delta \alpha_3 \rightarrow 0} \frac{f_x(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 + \delta \alpha_3) - f_x(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)}{\delta \alpha_3}$$

$$J(2,1) = \lim_{\delta \alpha_1 \rightarrow 0} \frac{f_y(\alpha_1 + \delta \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) - f_y(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)}{\delta \alpha_1}$$

$$J(2,2) = \lim_{\delta \alpha_2 \rightarrow 0} \frac{f_y(\alpha_1, \alpha_2 + \delta \alpha_2, \alpha_3) - f_y(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)}{\delta \alpha_2}$$

$$J(2,3) = \lim_{\delta\alpha_3 \rightarrow 0} \frac{f_y(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 + \delta\alpha_3) - f_y(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)}{\delta\alpha_3}$$

$$J(3,1) = \lim_{\delta\alpha_1 \rightarrow 0} \frac{f_z(\alpha_1 + \delta\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) - f_z(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)}{\delta\alpha_1}$$

$$J(3,2) = \lim_{\delta\alpha_2 \rightarrow 0} \frac{f_z(\alpha_1, \alpha_2 + \delta\alpha_2, \alpha_3) - f_z(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)}{\delta\alpha_2}$$

$$J(3,3) = \lim_{\delta\alpha_3 \rightarrow 0} \frac{f_z(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 + \delta\alpha_3) - f_z(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)}{\delta\alpha_3}$$

En pratique pour évaluer les termes $J(i,j)$ on a utilisé les approximations suivantes :

$$J(1,1) \approx \frac{f_x(\alpha_1 + \delta\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) - f_x(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)}{\delta\alpha_1}$$

$$J(1,2) \approx \frac{f_x(\alpha_1, \alpha_2 + \delta\alpha_2, \alpha_3) - f_x(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)}{\delta\alpha_2}$$

$$J(1,3) \approx \frac{f_x(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 + \delta\alpha_3) - f_x(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)}{\delta\alpha_3}$$

$$J(2,1) \approx \frac{f_y(\alpha_1 + \delta\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) - f_y(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)}{\delta\alpha_1}$$

$$J(2,2) \approx \frac{f_y(\alpha_1, \alpha_2 + \delta\alpha_2, \alpha_3) - f_y(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)}{\delta\alpha_2}$$

$$J(2,3) \approx \frac{f_y(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 + \delta\alpha_3) - f_y(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)}{\delta\alpha_3}$$

$$J(3,1) \approx \frac{f_z(\alpha_1 + \delta\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) - f_z(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)}{\delta\alpha_1}$$

$$J_{(3,2)} \approx \frac{f_z(\alpha_1, \alpha_2 + \delta\alpha_2, \alpha_3) - f_z(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)}{\delta\alpha_2}$$

$$J_{(3,3)} \approx \frac{f_z(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 + \delta\alpha_3) - f_z(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)}{\delta\alpha_3}$$

Avec $\delta\alpha_i \ll 0$. Pour les calculs, on prendra $\delta\alpha_i = 0.0001$.

2.2 Résultats :

En se basant sur ces dernières équations, on a pu mettre au point le programme mcd.m qui détermine la matrice Jacobienne. Ainsi le tableau ci-dessous donne quelques exemples de la matrice Jacobienne pour quelques positions de l'organe terminal.

X	α	J
[10 10 -80]	-0.4241 -0.2610 0.1089	21.5209 -16.7582 -20.8895 -2.5160 21.1274 -33.3550 -18.2539 18.6286 17.9347
[10 50 -100]	0.0801 -0.3982 0.8094	42.5134 -19.2448 -32.9904 -10.5333 18.8921 -62.1367 27.9149 34.7111 9.0122
[0 0 -70]	-0.4098 -0.4098 -0.4098	19.1426 -9.5713 -9.5713 0 16.5780 -16.5780 11.5914 11.5914 11.5914
[0 0 -150]	0.5531 0.5531 0.5531	69.5173 -34.7587 -34.7587 -0.0000 60.2038 -60.2038 38.0091 38.0091 38.0091

3 Modèle Cinématique inverse (MCI)

L'obtention du modèle cinématique inverse est relativement simple, car une fois qu'on a établi le modèle direct le modèle inverse revient tout simplement à trouver l'inverse de la matrice Jacobienne, qu'on va noter par J^{-1} . Ainsi la recherche de $\dot{\alpha}$ en fonction de \dot{X} est donnée en fonction de l'inverse de la matrice Jacobienne, on peut écrire alors :

$$\dot{\alpha} = J^{-1} \cdot \dot{X} \quad (4.6)$$

avec

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \alpha_1}{\partial f_x} & \frac{\partial \alpha_1}{\partial f_y} & \frac{\partial \alpha_1}{\partial f_z} \\ \frac{\partial \alpha_2}{\partial f_x} & \frac{\partial \alpha_2}{\partial f_y} & \frac{\partial \alpha_2}{\partial f_z} \\ \frac{\partial \alpha_3}{\partial f_x} & \frac{\partial \alpha_3}{\partial f_y} & \frac{\partial \alpha_3}{\partial f_z} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

3.1 Détermination de la Jacobienne Inverse

Vu que la Jacobienne du robot Delta est de l'ordre 3×3 , il est avantageux d'inverser la matrice Jacobienne en faisant appel aux méthodes d'inversion de matrices que de procéder à l'évaluation des différents termes de la matrice J^{-1} comme on l'a déjà fait pour la matrice J .

L'utilisation de Matlab, qui est un logiciel de calculs matriciels par excellence, a rendu la détermination de l'inverse de la matrice Jacobienne très facile. Il suffit d'utiliser la fonction `inv()` qui fait l'inversion des matrices par la méthode de Doolittle-Crout dite aussi méthode d'inversion LU. Cette méthode (LU) est particulièrement adéquate pour inverser des matrices de petit ordre, pour des matrices de grandes dimensions on utilise des méthodes itératives telle que la méthode de Jacobi ou Gauss-Seidel [Boumhrat 92].

3.2 Résultats

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de $\dot{\alpha}$ et J^{-1} pour quelques positions de l'organe terminal à l'aide du programme mci.m qu'on a mis au point.

α	X	J^{-1}
-0.4241 -0.2610 0.1089	[10 10 -80]	0.0250 -0.0022 0.0250 -0.0141 0.0192 0.0193 -0.0108 -0.0177 0.0103
0.0801 -0.3982 0.8094	[10 50 -100]	0.0145 -0.0061 0.0114 -0.0103 0.0082 0.0187 -0.0056 -0.0126 0.0038
-0.4098 -0.4098 -0.4098	[0 0 -70]	0.0348 0.0000 0.0288 -0.0174 0.0302 0.0288 -0.0174 -0.0302 0.0288
0.5531 0.5531 0.5531	[0 0 -150]	0.0096 0 0.0088 -0.0048 0.0083 0.0088 -0.0048 -0.0083 0.0088

Remarque :

Il faut noter que le programme mci.m, comme mcd.m, vérifie d'abord l'appartenance de la position de l'organe terminal à l'espace de travail avant de se lancer dans les calculs. Car il est aberrant de faire des calculs relatifs à une position qui est en dehors de l'espace de travail.

4 Discussion des Résultats

4.1 Pour le MCD

1. L'application de la définition mathématique de la dérivée nous a permis d'évaluer la matrice Jacobienne. La validité de cette procédure a été testée sur des fonctions d'expressions complexes dont le calcul de la dérivée est possible grâce à des logiciels très puissants capable de faire le calcul formel. L'évaluation des dérivées à des points données avec l'expression littérale et l'approximation qu'on a utilisée pour l'évaluation des éléments de matrice Jacobienne, montre que le résultat est d'autant plus précis que la valeur de $\delta\alpha_i$ est petite. Une valeur de 0.0001 pour $\delta\alpha_i$ nous semble très suffisante.

2. On remarque d'après les résultats obtenus que pour les points de coordonnées

$X = [0 \ 0 \ z]$, le vecteur \dot{X} correspondant est de coordonnées $\dot{X} = [0 \ 0 \ \dot{z}]$ cela est tout

- à fait logique car lorsque l'organe terminal se déplace suivant l'axe $x = 0$ et $y = 0$, les

vitesse suivant x et y doivent être nulles.

4.2 Pour le MCI

1. On remarque que pour un déplacement sur l'axe des z , la vitesse articulaire a la forme suivante $\dot{\theta} = \dot{\alpha} [1 \ 1 \ 1]$. Cela est tout à fait logique puisque les moteurs doivent tourner de la même vitesse de rotation pour que l'organe terminal reste toujours suivant l'axe z .
2. En faisant le produit $J_i J_i^T$ on trouve la matrice unité

$$J_1 J_1^T = J_2 J_2^T = J_3 J_3^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ce qui valide l'inversion qu'on a utilisée.

5 Conclusion

On remarque que la détermination du modèle cinématique du robot Delta est relativement facile, du fait qu'on a déjà établi le modèle géométrique. La seule difficulté réside dans le fait qu'on n'a pas une forme analytique explicite des coordonnées opérationnelles en fonction des coordonnées articulaires. On a pu remédier à ce problème en utilisant la dérivation numérique découlant de la définition mathématique de la dérivée. Cette méthode est très efficace et n'est pas exigeante en terme de temps de calcul.

Le modèle inverse quant à lui est très facile à obtenir, il revient à inverser la matrice Jacobienne. La fonction d'inversion `inv()` du logiciel Matlab, qui est basée sur la méthode d'inversion LU, rend la tâche très facile.

La résolution du modèle cinématique jouit d'une grande importance pour la commande du robot. Ainsi les résultats et les programmes qu'on a mis au point peuvent servir à calculer les vitesses maximales et minimales pour des vitesses articulaires données, qui sont utiles pour la phase conception.

Conclusion générale

Au cours du présent projet de fin d'études ,on a essayé de donner sommairement une idée sur les robots parallèles , l'intérêt qu'ils présentent et leurs domaines d'application .

On a ensuite consacré notre étude au robot DELTA , qui présente des caractéristiques intéressantes , et dont l'application dans le milieu industriel a eu un grand succès . On a commencé par définir la géométrie du robot DELTA et ses différentes composantes .La discussion des résultats obtenus lors de la programmation du modèle géométrique direct et inverse s'est soldé par la mise en œuvre d'une nouvelle méthode pour l'évaluation des limites de l'espace de travail maximal atteignable par l'organe terminal du robot . L'espace de travail ainsi obtenu par cette méthode et en parfait accord avec l'espace de travail qu'on obtient avec les logiciels de CAO. Pour le modèle géométrique inverse , on a proposé une méthode itérative de résolution . Bien que cette méthode ne converge pas sur la totalité de l'espace , son utilisation reste envisageable du fait qu'en pratique le robot DELTA ne travail que sur une partie de son espace de travail .

La détermination du modèle cinématique direct , qui revient à évaluer la matrice jacobienne , nous a poussé à faire appel à la définition mathématique de la dérivée .Le modèle cinématique inverse quant à lui est très facile à avoir .Il a été obtenu en inversant la matrice jacobienne .

Notant enfin que l'utilisation du logiciel Matlab s'est avérée un outil déterminant , pour avancer dans le travail .Les nombreuses fonctions qu'il intègre , son efficacité lors du calcul matriciel et la puissance de sa représentation graphique , nous ont permis de gagner un temps précieux et de se concentrer entièrement sur le problème à résoudre et l'interprétation des résultats obtenus .

Perspectives

Vu les avantages que présentent les robots parallèles par rapport aux robots sériels ,et leurs potentialités prometteuses .Les perspectives de notre travail sont multiples et variées , et sur la base des résultats qu'on a obtenus , on propose d'orienter le travail sur plusieurs volets :

- Utilisation des résultats obtenus pour réaliser une simulation numérique du robot *delta* en faisant appel au logiciel de CAO est ainsi étudier les performances du robot en essayant de jouer sur les différents paramètres géométriques du robot .
- Extension de la méthode d'évaluation de l'espace de travail proposer dans ce PFE , qui est basée sur la comparaison simultanée entre le modèle géométrique direct et inverse pour d'autres robots parallèles .
- Faire l'étude du modèle dynamique et en présentant une étude comparative entres les différentes méthodes de résolution de ce modèle .
- Etablissement de la commande du robot DELTA en se basant sur les programmes faits dans le cadre de ce PFE , et ainsi essayer d'asservir le robot en fonction des tâches à réaliser .
- En phase finale on pourra alors passer à la réalisation et ainsi doter notre école d'un prototype du robot DELTA qui pourra servir comme support pour l'étude de ses performances et pourquoi pas le développement d'autres robots parallèles .

Bibliographie

- [Artigues 85] Francis Artigues, André Barraco, and Philippe Coiffet. Dictionnaire de la productique. Hermes, Paris, 1985.
- [Boumhrat 92] Méthode numériques appliquées , opu 1991
- [Dombre 88] Dombre E., Khalil W., « Modélisation et Commande des Robots » ,Hermès, Paris, 1988.
- [Chablat 98] Chablat .D Domaines d'unicité et parcourabilité pour les manipulateurs pleinement parallèles . Thèse de Doctorat , l'École Centrale de Nantes , le 6 novembre 1998.
- [Clavel 91] R.Clavel Conception d'un robot parallèle rapide à 4 degrés de liberté , PhD-thesis N° 925,Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPLF) , 1991
- [Fichter 86] Fichter.E A Stewart platform-based manipulator : general theory and practical construction. The International Journal of Robotics Research, vol. 5, no 2, p. 157-182 (1986).
- [Flückiger 98] Interface pour le pilotage et l'analyse des Robots basée sur un générateur de cinématiques .Ecole polytechnique fédérale de Lausanne Thèse de Doctorat n° 1897 (1998)
- [Gadoum 02] Gadoum .N Etude et conception d'une Plate-Forme de Stewart . Mémoire de Magiter ,Ecole Militaire Polytechnique , Borj El Bahri , Janvier 2002
- [Gosselin 88] Gosselin .C .Kinematic analysis optimisation and programming of parallel robotic manipulators .Thèse de Doctorat , Mc Gill university ,montréal ,June 15th 1988.
- [Gough 57] Gough V.E contribution to discussion of papers on research in automobile stability , control and tyre performance , 1956-1957 Proc.Auto Div.Mech .Eng .
- [Merlet 97] Merlet J.P , Les robots Parallèles , Hermès , 2nd Edition , 1997.
- [McCloy 56] McCloy D .Some comparisons of serial-driven and parallel-driven

- manipulators *Robotica* , 8:355-362,1990.
all'Opera Pia, 15 A - 16145 Genova, Italy.
- [Koevermans 75] Koevermans W.P et al .Design and performance of the four d.o.f motion system of the NLR research flight simulation , pages 17-1/17-11 , La Haye , October 20th -23rd 1975.
- [Michelini 01] R.C. Michelini, R.M. Molino, D. Cattaneo The conceptual design of a parallel-kinematics manipulator for high speed assembly tasks Dept. Machinery Mechanics and Design - University of Genova , Via all'Opera Pia, 15 A - 16145 Genova, Italy.
- [Pollard 42] Pollard W.L.W Position controlling apparatus , June 16th 1942 , United States Patent n° 2.286.571
- [Pierrot 91] Pierrot F., « Robot Pleinement Parallèle Légers : Conception, Modélisation et Commande »,Thèse de Doctorat, Montpellier, Avril 91
- [Reboulet 92] C.Reboulet , C.Lambert , N.Nombril , A parallèles redundant manipulator :Speed-R-Mann and it's control , Preceedings of the International symposium on robotics and Manufacturing (ISRAM ' 92), Santa-Fe, 11-13 Novembre 1992.
- [Saidouni 00] Saidouni T Contribution à l'Etude des Robots Parallèles , Réalisation d'un Robot Parallèle Rapide de Type DELTA . Résumé du Mémoire Magister ,Ecole Militaire Polytechnique ,Borj El Bahri , Janvier 2000.
- [Zamanov 94] Zamanov V.B et Sotirov Z.M Parallel manipulators in robotics .In IMAC / SICE int .symp on Robotics, Mechatronics and Automation , pages 3049.3034, San Diego , May 8th -13th 1994.

Annexes

Annexe A

Définitions fondamentales et terminologie

Articulation prismatique : Liaison de type glissière autorisant exclusivement la translation suivant un axe.

Articulation rotoïde : Liaison de type charnière autorisant exclusivement la rotation autour d'un axe.

CAO: Conception Assistée par Ordinateur.

Chaîne cinématique: Par chaîne cinématique nous désignons l'ensemble des éléments mécaniques qui, à partir des actionneurs, transmettent le mouvement jusqu'aux différents éléments en mouvement. Le terme désigne aussi bien la réalité technologique, vis à billes, engrenages, que la modélisation que le concepteur utilise pour représenter cette réalité.

Configuration: La configuration d'un robot est la posture caractéristique de tous ses liens. Un robot peut souvent atteindre une même position et orientation de l'espace avec plusieurs configurations différentes.

d.d.l.: Degré De Liberté. :degrés de liberté Le nombre de degré de liberté d'un robot est le nombre de mouvements indépendants que ce robot peut effectuer dans un référentiel lié à sa base.

Orientation: L'orientation d'un objet peut être représentée de nombreuses manières différentes (matrices, quaternions, angles de rotation), mais il est nécessaire d'avoir au minimum trois scalaires pour la représenter (un seul suffit dans le plan).

Posture: Le terme posture est utilisé dans ce mémoire pour décrire simultanément la position et l'orientation d'un solide ou référentiel dans l'espace. Une posture est donc représentée par un minimum de six scalaires.

Précision: C'est l'ensemble des paramètres définissant l'incertitude de positionnement absolu de l'organe terminal d'un robot.

Programmation en-ligne: Programmation "on-line". La phase qui permet d'apprendre au robot ce qu'il devra exécuter par la suite s'appelle la programmation du robot. Lorsque cette phase se fait sur les lieux mêmes où se situent le robot et son environnement on parle de programmation "on-line". La production est arrêtée, le robot lui-même est utilisé et donc cette technique est très coûteuse en temps. Pour cette raison les techniques de programmation "off-line" sont de plus en

plus étudiées.

Programmation hors-ligne: Programmation "off-line". Depuis quelques années les moyens de simulation du comportement des robots ont été développés. Il est possible de simuler, sur un écran graphique, une scène et une opération effectuée par un robot. Le résultat de cette simulation est l'obtention des valeurs des coordonnées articulaires correspondant aux points définissant la trajectoire. A partir de ces données, en ajoutant des ordres spécifiques à chaque robot, il est possible d'engendrer un programme exécutable. La phase d'apprentissage n'utilise plus le robot réel mais le robot virtuel. [...]

Répétabilité: La répétabilité définit la précision avec laquelle un robot passe sur un point d'une trajectoire aux cours des cycles répétitifs définis par programmation ou apprentissage. C'est l'aptitude d'un robot à repasser par un même point lors de l'exécution répétitive d'une trajectoire. La répétabilité qui est une borne supérieure d'erreur de position n'est pas la même en tout point d'une trajectoire et dépend de la configuration du robot.

Robot : Provient du tchèque "robota", travail forcé. La pièce de théâtre "Rossum's Universal Robots" de Karel Capek jouée à Paris vers 1920 popularisa le terme robot. Elle mettait en scène des petits êtres artificiels exécutant parfaitement les consignes de leur maître.

Robotique : "Ensemble des études et techniques permettant l'élaboration de robots", selon le Petit Robert. Cette définition bien que correcte et acceptée pose certains problèmes dans la communauté scientifique à cause de la délimitation du domaine. D'un côté les puristes considèrent la robotique comme la science des robots en tant qu'outil isolé. De l'autre les personnes percevant le robot comme outil production dans l'industrie étendent le terme à l'ensemble des systèmes permettant l'automatisation (qui ne sont pas forcément des robots!).

Robot manipulateur : Système mécanique articulé doté d'actionneurs commandés par programme numérique et terminé par un organe de préhension. En langage courant synonyme de robot.

Annexe B

Le programme ope.m

```
function [X]=OPE(ARTIC)
```

```
%*****Modèle Géométrique direct *****
*****
*****
**** Le programme suivant permet de calculer les *****
**** coordonnées opérationnelles en introduisant *****
***** les coordonnées articulaires *****
*****
*****
```

```
alpha=ARTIC;
teta(1)=0;
teta(2)=2*pi/3;
teta(3)=4*pi/3;
La=80 ;
Lb=160 ;
Rb=17;
Ra=67;R=Ra-Rb;
r=R/La ;
b=Lb/La;
```

```
D(1)=-Lb^2+La^2+R^2+2*R*La*cos(alpha(1)) ;
E(1)=2*(R+La*cos(alpha(1)))*cos(teta(1));
F(1)=E(1)*tan(teta(1));
G(1)=-2*La*sin(alpha(1));
```

```
D(2)=-Lb^2+La^2+R^2+2*R*La*cos(alpha(2)) ;
E(2)=2*(R+La*cos(alpha(2)))*cos(teta(2));
F(2)=E(2)*tan(teta(2));
G(2)=-2*La*sin(alpha(2));
```

```
D(3)=-Lb^2+La^2+R^2+2*R*La*cos(alpha(3)) ;
E(3)=2*(R+La*cos(alpha(3)))*cos(teta(3));
F(3)=E(3)*tan(teta(3));
G(3)=-2*La*sin(alpha(3));
H(1)= E(1)*G(2)-E(1)*G(3)-E(2)*G(1)+E(2)*G(3)+E(3)*G(1)-
E(3)*G(2);
```

$$\begin{aligned}
 H(2) &= -E(1)*F(2)+E(1)*F(3)+E(2)*F(1)-E(2)*F(3)- \\
 & E(3)*F(1)+E(3)*F(2); \\
 H(3) &= -E(1)*D(2)+E(1)*D(3)+E(2)*D(1)-E(2)*D(3)- \\
 & E(3)*D(1)+E(3)*D(2);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H(4) &= F(1)*D(2)-F(1)*D(3)-F(2)*D(1)+F(2)*D(3)+F(3)*D(1)-F(3)*D(2); \\
 H(5) &= -F(1)*G(2)+F(1)*G(3)+F(2)*G(1)-F(2)*G(3)- \\
 & F(3)*G(1)+F(3)*G(2);
 \end{aligned}$$

calcer

$$\begin{aligned}
 L &= (H(5)^2+H(1)^2)/H(2)^2+1; \\
 M &= 2*(H(5)*H(4)+H(1)*H(3))/H(2)^2-(H(5)*E(1)+H(1)*F(1))/H(2)-G(1); \\
 N &= (H(4)^2+H(3)^2)/H(2)^2-(H(4)*E(1)+H(3)*F(1))/H(2)+D(1);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z &= (-M-\text{sqrt}(M^2-4*L*N))/(2*L); \\
 x &= z*H(5)/H(2)+H(4)/H(2); \\
 y &= z*H(1)/H(2)+H(3)/H(2);
 \end{aligned}$$

La solution est :

$$X = [x, y, z];$$

Annexe C

Le programme art.m

```

%***** Modèle Géométrique inverse *****
%*****
%*****
%*** Le programme suivant permet de calculer les *****
%*** coordonnées articulaires en introduisant *****
%***** les coordonnées opérationnelles *****
%*****
%*****

```

```
function [ARTIC]=ART(X)
```

```
tetal=0;
teta2=2*pi/3;
teta3=4*pi/3;
```

```
La=80;
Lb=160 ;
Rb=17;
Ra=67;
R=Ra-Rb;
r=R/La ;
b=Lb/La;
```

```
Q1=2*X(1)*cos(tetal)+2*X(2)*sin(tetal);
Q2=2*X(1)*cos(teta2)+2*X(2)*sin(teta2);
Q3=2*X(1)*cos(teta3)+2*X(2)*sin(teta3);
s=1/La*(-X(1)^2-X(2)^2-X(3)^2+Lb^2-La^2-R^2);
alpha1=2*atan((-2*X(3)-sqrt(abs(4*X(3)^2+4*R^2-s^2+Q1^2*(1-
R^2/La^2)+Q1*(-2*R*s/La-4*R))))/(-2*R-s-Q1*(R/La-1)));
alpha2=2*atan((-2*X(3)-sqrt(abs(4*X(3)^2+4*R^2-s^2+Q2^2*(1-
R^2/La^2)+Q2*(-2*R*s/La-4*R))))/(-2*R-s-Q2*(R/La-1)));
alpha3=2*atan((-2*X(3)-sqrt(abs(4*X(3)^2+4*R^2-s^2+Q3^2*(1-
R^2/La^2)+Q3*(-2*R*s/La-4*R))))/(-2*R-s-Q3*(R/La-1)));
```

```
%La solution est ARTIC
```

```
ARTIC=[alpha1;alpha2;alpha3];
```