

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur  
et de la Recherche Scientifique



**Ecole Nationale Polytechnique**

DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE  
FILIERE AUTOMATIQUE

*Projet de fin d'études*

En vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état  
en Automatique.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

*Thème*

**La commande LQG adaptative :**  
Application à la stabilisation d'un simulateur d'hélicoptère.

Proposé et dirigé par :

Mr M. TADJINE  
Mr R. ILLOUL

Etudié par :

Mr ATEK Sofiane  
Mr DAHIA Karim

*Promotion : juin 2000*

*E.N.P.10, Avenue Hassen-Badi, 16200 EL-HARRACH, ALGER.*



République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur  
et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique



DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE  
FILIERE AUTOMATIQUE

*Projet de fin d'études*

En vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état  
en Automatique.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

*Thème*

**La commande LQG adaptative :**  
Application à la stabilisation d'un simulateur d'hélicoptère.

Proposé et dirigé par :

Mr M. TADJINE  
Mr R. ILLOUL

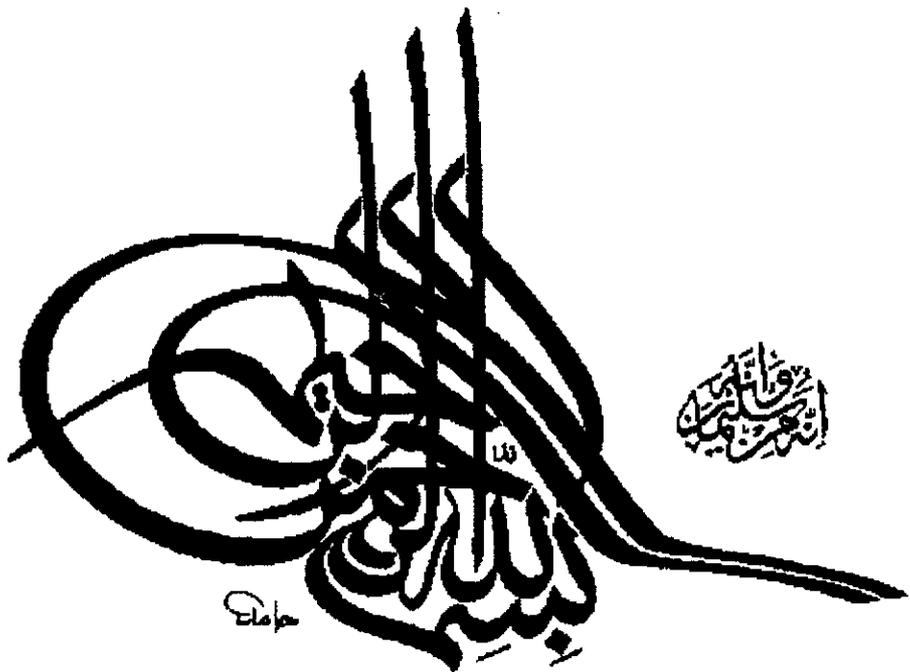
Etudié par :

Mr ATEK Sofiane  
Mr DAHLIA Karim

*Promotion : juin 2000*

*E.N.P.10, Avenue Hassen-Badi, 16200 EL-HARRACH, ALGER.*

الطبعة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique



## Dédicace

A mon père qu'il trouve l'aboutissement de ses sacrifices.

A ma mère pour son amour et sa générosité.

A mes sœurs Abla et Wassila pour leurs encouragements.

A mon frère Hakim pour son aide.

A mes enseignants pour leur aide et soutien durant tout le long de mes études, qu'ils trouvent ici tout mes remerciements.

A tout mes amis Alla, Nourddine, Madjid, Mehdi, Nadjim, Abess, Djamel, Yacine, Benalia, Hocine, Taib, Sofiane, Nabila, Nadia et tous les autres

je dédie ce modeste travail.

Karim

## Dédicace

*Je dédie mon labeur*

*A ma mère pour la grandeur de son âme et pour tout son amour,*

*A mon père dont ma fierté et mon respect sont incontestables,*

*A mes frères, Riad, Azeddine et Driss.*

*A mes amis, Karim, Amine, Hakim, Nazim, Malia, Sara et Kamelia*

*A tous mes enseignants pour qui ma reconnaissance est sans*

*limite,*

*Et à mon grand père qui est mort pour la patrie.*

*Sofiane*

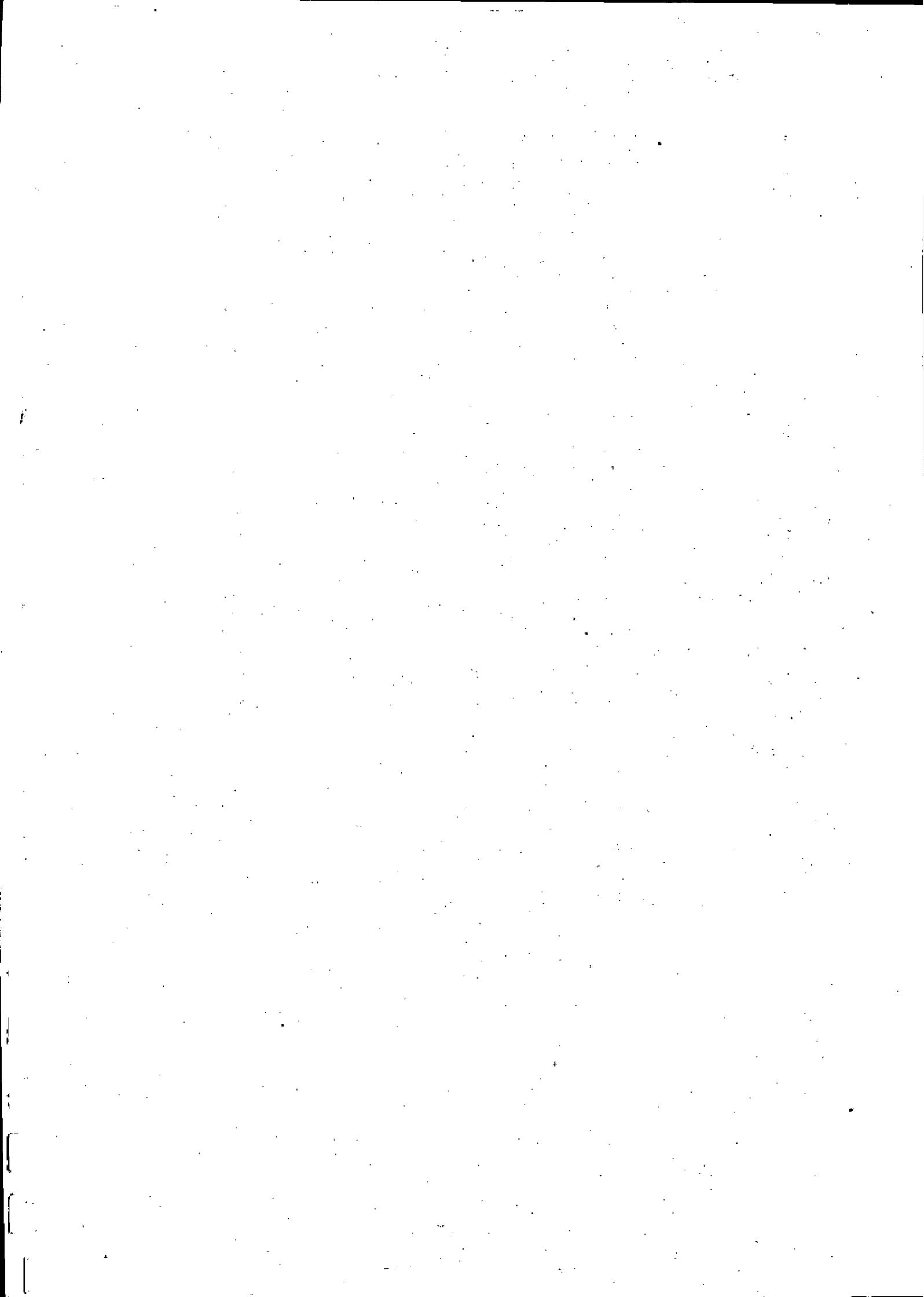
## Remerciement

Nos sincères remerciements et reconnaissances vont à nos deux promoteurs Mr M.TADJINE et Mr R.ILLOUL pour leurs conseils, leurs remarques constructives et leur aide qu'ils nous ont apportée.

Nous remercions, notamment, Messieurs les membres du jury pour l'honneur qu'il nous font en évaluant notre travail.

Nous n'oublierons pas d'exprimer notre immense gratitude à tous ceux qui nous ont aidés de près comme de loin : à Azzedine, à Fateh, à El Hadj, à Reda à Mr Souïssi , à M<sup>elle</sup> Merazka et à tous ceux que nous n'avons pas cité.

Que tous les enseignants qui ont contribué à notre formation reçoivent l'expression de notre profonde gratitude.



### Résumé:

Dans notre travail nous avons traité la COMMANDE LQG ADAPTATIVE appliquée à la stabilisation d'un simulateur d'hélicoptère.

Nous avons commencé par donner des généralités sur l'identification et la commande adaptative. Nous avons abordé la commande LQG adaptative et en fin la modélisation du simulateur d'hélicoptère sur lequel nous lui avons appliqué la commande.

Pour se faire, nous avons utilisé deux approches: une approche monovariante et une seconde multivariante.

Mots Clés: identification, commande LQG adaptative, simulateur d'hélicoptère, monovariante, multivariante, filtre de Kalman.

### Abstract :

In this work, the LQG adaptive control was applied on a helicopter simulator.

We, first, develop the modelisation of the helicopter simulator, then we apply the LQG adaptive control using to different ways:

One in which we consider the system as a SISO systems and the second one in which we consider the full MIMO system.

Keywords: Identification, LQG adaptive control, helicopter simulator, SISO approach, MIMO approach, Kalman filtering.

### ملخص :

في عملنا هذا، نعرض تقنية للتحكم الآلي التلاؤمي باستخدام طريقة التحكم الخطي التزايغي الغوصي. نطبق هذه التقنية على جهاز يماثل طيران الهيليكوبتر. لقد تطرقنا في هذه الاشكالية عن طريق وجهتي نظر: الاولى باعتبار المنظومة ذي بنية لامركزية مكونة من منظومتين ذي مدخل واحد ومخرج واحد. في الطريقة الثانية، اعتبرنا فيها الجهاز كمنظومة مركزية ذي مدخلين ومخرجين.

الكلمات المفاتيح : التماثل، التحكم التلاؤمي الخطي التزايغي الغوصي، مماثل الهيليكوبتر، المنظومة وحيدة المدخل - وحيدة المخرج، المنظومة متعددة الداخل - متعددة الخارج، مرشح كالمان.

## Table des matières



### Introduction générale

<b>Chapitre I : Généralités</b> .....	3
I- Rappels sur l'identification.....	3
I-1- Principe de l'identification.....	4
I-2- Le problème de l'identification en boucle fermé.....	5
I-2-1- L'approche directe.....	7
I-2-2- L'approche indirecte.....	7
I-3- Le modèle utilisé.....	8
I-4- Les algorithmes d'identification.....	9
I-4-1- L'algorithme du gradient.....	9
I-4-2- L'algorithme des moindres carrés.....	10
I-4-3- Choix du gain d'adaptation.....	11
I-4-4- L'algorithme des moindres carrés étendus (MCE).....	12
I-5- La commande adaptative.....	13
I-5-1- Introduction.....	13
I-5-2- Définitions.....	13
I-5-4- Aspects essentiels de la commande adaptative.....	15
I-6- Les systèmes à phase non minimale (NMP).....	18
I-6-1- Définitions.....	18
I-6-2- Commande adaptative des systèmes NMP.....	18
I-6-3- Les effets rendant un système NMP.....	19
<b>Chapitre II : l'étude de la commande LQG adaptative</b> .....	21
II-1- Définitions.....	21
II-2- Problème de commande optimale.....	22
II-3- Problème de filtrage de données.....	22
II-3-1- définitions.....	22
II-3-2- filtre de Kalman.....	23
II-3-3- Estimation du vecteur d'état.....	23
II-3-4- Expression du gain du filtre de Kalman.....	25
II-4- Théorème de séparation.....	25
II-5- La commande LQG adaptative.....	27
II-5-1- Filtre de Kalman adaptatif.....	28
II-5-2- Annulation de l'erreur statique.....	30
II-5-3- Interprétation fréquentielle de la commande LQG.....	31
II-5-4- Conclusion.....	33

<b>Chapitre III : Application sur un simulateur d'hélicoptère.....</b>	<b>34</b>
III-1- Introduction .....	34
III-2- L'étude des forces agissantes sur l'hélicoptère.....	35
III-3- Les différentes positions de vol de l'hélicoptère.....	36
III-4- Le rotor principal.....	37
III-5- Quelques exemples de couplages.....	38
III-6- Relation entre le simulateur d'hélicoptère et l'hélicoptère.....	39
III-7- Description du simulateur d'hélicoptère.....	40
III-7-1- La carte de puissance.....	41
III-7-2- le système d'interface .....	42
III-8-Modélisation .....	42
III-8-1- sous-système d'élévation.....	43
III-8-2- sous-système d'azimut.....	44
III-8-3- les moteurs à courant continu.....	45
III-8-4- les équations du simulateur d'hélicoptère.....	47
III-8-5- les points de fonctionnement.....	48
III-9-Simulation en boucle ouverte.....	49
III-9-1-Tests de plusieurs commandes.....	49
III-9-2- Influence du coefficient de viscosité $B\psi$ .....	50
III-9-3- Influence des perturbations .....	50
III-10-Identification des paramètres du simulateur d'hélicoptère.....	59
III-11- Application de la commande LQG sur le simulateur d'hélicoptère.....	65
III-11-1- Simulation dans le cas monovariante .....	65
III-11-2- Simulation dans le cas multivariante.....	85
<b>Conclusion Générale et perspectives .....</b>	<b>108</b>

**Annexes**

**Références bibliographiques**

المدسة الوطنفة المنعدة الفففباف  
BIBLIOTHEQUE — المكنفة  
Ecole Nationale Polytechnique

# Introduction générale

« So far as the laws of mathematics refer to reality, they are not certain. And so far as they are certain, they do not refer to reality »

**Albert Einstein**

## Introduction :

Les sciences traditionnelles concernent, pour l'essentiel, la connaissance et l'étude des systèmes produits par la nature, l'homme ou la société. L'Automatique est une science récente qui s'est développée dans la deuxième moitié du XX<sup>ème</sup> siècle, axée sur l'action et la décision pour maîtriser ces systèmes, notamment dans leurs aspects dynamiques les plus complexes, en vue de l'objectif à atteindre.

Tous les systèmes Automatiques comportent:

- des dispositifs de mesure et de traitement qui visent à extraire toute information utile sur l'état des systèmes, rarement accessible de façon directe. C'est une composante essentielle pour le plan d'action à développer.
- des dispositifs d'actionneurs et de commande qui pilotent ces systèmes de manière conforme aux objectifs, en s'appuyant sur l'information sans cesse actualisée: c'est la notion de « boucle » ou « rétroaction », qui est une spécificité de l'Automatique et que l'on retrouve dans les sciences du vivant.

Les systèmes Automatiques balayent un large éventail de domaines: depuis les automates et leurs dynamique formelle sur symboles discrets jusqu'aux systèmes aux dérivées partielles de la physique continue. Cela passe par des intermédiaires (systèmes hybrides continus-discrets, à dimension finie ou infinie,...) et des contextes variés (non-linéaire, stochastique,...).

Devant la complexité des systèmes à piloter, l'Automatique est devenue largement algorithmique et numérique. Son développement et ses possibilités vont de pair avec les moyens et performances croissantes des systèmes informatiques de commande. Les unités du système à commander sont dotées de capteurs et d'actionneurs intelligents capables d'effectuer des traitements de bas niveau à partir d'ordres reçus du niveau supérieur.

L'attraction vers le monde de l'aéronautique ne date pas d'aujourd'hui, du fait que l'homme a toujours été submergé par le besoin d'explorer les cieux.

Du fait que l'Automatique figure dans le carrefour des différentes disciplines, les ingénieurs et chercheurs automaticiens se sont penchés sur le problème de la commande des avions et hélicoptères vu que les systèmes aéronautiques sont difficiles à commander manuellement .

L'apparition dans les années cinquante de la commande adaptative fut l'objet de recherches très actives dont le but était la conception de pilotes automatiques d'avions.

Malheureusement à l'époque la technologie était très limitée et l'absence de calculateurs évolués rendit la chose irréalisable.

Les premières applications furent réalisées au cours des années soixante dans la théorie de la commande (programmation dynamique, théorie de la stabilité, contrôle stochastique,...) qui permirent une meilleure maîtrise des algorithmes de commande adaptative.

Dans ce travail, on s'intéresse à l'étude de la commande adaptative LQG et son application sur un simulateur d'hélicoptère qui est un système à phase non minimale.

L'abondance de la littérature sur la commande des systèmes à phase minimale contraste énormément avec les rares études rigoureuses portant sur les systèmes à phase non minimale. Cela vient du fait que le problème dans le cas des systèmes à non minimum de phase est plus complexe. Dans ce cas, il ne suffit pas d'assurer que la sortie du procédé reste bornée pour que l'entrée le soit aussi.

Dans le premier chapitre, nous donnons toutes les généralités nécessaires pour la suite, comme l'identification qui est une étape primordiale dans la commande adaptative.

Dans le second chapitre, nous présentons l'étude de la commande adaptative LQG.

Tandis que dans le troisième chapitre nous nous penchons sur l'application de la commande adaptative LQG à un simulateur d'hélicoptère.

Enfin, nous achevons notre travail par une conclusion générale et certaines perspectives.

# Chapitre I

# Généralités

*Tout est dit... tout reste à faire*

**Ludwig Van Beethoven**

## I- Rappels sur l'identification :

### Introduction :

Le premier problème qui se pose à l'automaticien, chronologiquement, est d'obtenir un modèle du système à étudier. On distingue la modélisation, qui consiste à trouver les variables pertinentes et la forme des équations à utiliser, de l'identification, dont l'objet est l'évaluation numérique des paramètres apparaissant dans ces équations.

Le choix du modèle élaboré doit tenir compte de ce qu'on veut en faire, et exige, pour être bien mené, une bonne connaissance des propriétés des modèles mathématiques. On distingue les modèles de «connaissance», qui cherchent à être aussi précis que possible et doivent permettre de simuler au mieux le processus; par exemple pour tester plusieurs régulations, des modèles d'«observation» destinés à permettre la conception d'une régulation.

Une tendance moderne consiste à utiliser plusieurs modèles afin d'approcher un même système; cela est justifié, par exemple, lorsqu'on veut représenter de petits écarts du système autour d'un régime nominal. Une façon d'obtenir la réponse impulsionnelle consiste à superposer à la commande nominale une perturbation pseudoblanche (de spectre plat dans le domaine de fréquences d'intérêt). Les fonctions de corrélation croisée des sorties avec l'entrée perturbée sont alors les éléments correspondants de la matrice de réponse impulsionnelle. La théorie des systèmes linéaires guide l'expérimentation et permet de passer de la description identifiée à celle qui est souhaitée.

D'une manière générale, le problème de l'identification peut se ramener à un problème d'optimisation. Pour une expérience d'entrée-sortie fixée, on choisit les paramètres à identifier pour minimiser une mesure (par exemple l'écart quadratique moyen) de l'écart entre la sortie observée et la sortie simulée par le modèle. Dans le cas non stationnaire, cela conduit à un problème de commande optimale.

L'extension de cet algorithme au cas multivariable est élémentaire. L'un des inconvénients majeurs réside dans le fait que la dimension minimale d'une réalisation interne  $n$  n'est pas connue a priori, et peut varier.

La procédure d'identification comporte quatre étapes :

- ◆ Acquisition des données.
- ◆ Choix de la structure du modèle.
- ◆ Estimation des paramètres.
- ◆ Validation du modèle.

### I-1-Principe de l'identification [10]:

Ces méthodes, appelées aussi méthode des moindres carrés, partent du principe que l'erreur d'équation ou résidu peut être considéré comme un bruit de mesure entre la sortie prédite pour le modèle et la sortie réelle du système. L'avantage de ces méthodes est d'être implantées en temps réel sur ordinateur sous forme récursive.

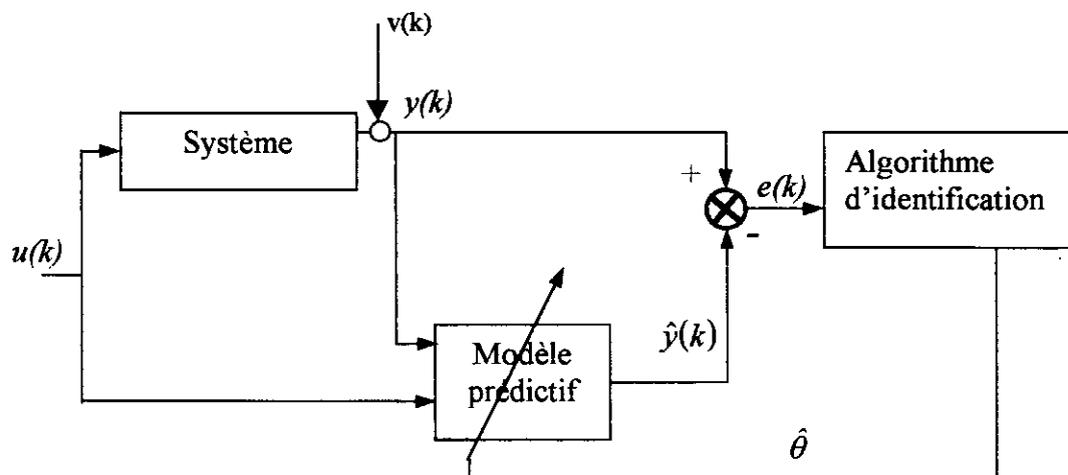


Figure I-1 : Structure d'un algorithme récursif.

Lors de l'identification nous minimisons le critère quadratique suivant :

$$V_N(\theta) = \epsilon \left\{ \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N e_f(t)^2 \right\} \quad (\text{I-1})$$

avec :

$$e_f = w(q^{-1}) [y(t) - \hat{y}(t/t-1)] \quad (\text{I-2})$$

Où  $w(q^{-1})$  est un filtre .

Nous définissons le vecteur de paramètre servant à l'estimation du modèle  $\hat{\theta}_N$  donné par :

$$\hat{\theta}_N = \arg[\min\{V_N(\theta)\}]$$

Lorsque N tend vers l'infini, le vecteur de paramètre  $\hat{\theta}_\infty$  vérifie (en utilisant la relation de Parseval) :

$$\hat{\theta}_\infty = \arg[\min\{\Phi_{e_f}(\theta, w)\}]$$

où  $\Phi_{e_f}(\theta, w)$  est la densité spectral de l'erreur de prédiction filtré  $e_f(t)$ .

Comme les signaux  $u(t)$  et  $v(t)$  sont indépendants, nous avons :

$$\Phi_{e_f}(\theta, q^{-1}) = \left\{ G(q^{-1}) - G(\theta, q^{-1}) \right\}^2 |u(q^{-1})|^2 + |v(q^{-1})|^2 \left\{ w(q^{-1}) |H(q^{-1})|^{-1} \right\}^2 \quad (I-3)$$

Le vecteur de paramètre  $\hat{\theta}_\infty$  est alors donné par :

$$\hat{\theta}_\infty = \arg_\theta \min \left\{ \frac{1}{2\lambda} \int_{-\lambda}^{\lambda} \left[ |G(w) - G(\theta, w)|^2 + |v(w)|^2 \right] w(w) |H(w)|^{-1} dw \right\}$$

Cette dernière équation montre clairement que, lorsque l'identification est réalisée en boucle ouverte,  $G(\hat{\theta}_N, q^{-1})$  minimise le carré de l'intégral du biais entre la fonction de transfert réelle  $G(z)$  et la fonction du transfert nominale estimée  $G(\theta, q^{-1})$  pondérée par le transfert  $|w(q^{-1})| |H(q^{-1})|^{-1}$ .

## I-2-Le problème de l'identification en boucle fermée :

Dans les procédures d'identification les plus communément utilisées, il est toujours supposé que l'entrée du procédé soit indépendante de la sortie.

Toutefois, il existe une multitude de systèmes opérant sous le contrôle d'organes qui les maintiennent dans un état stable en contre réaction, en conséquence le signal d'entrée devient dépendant du signal de sortie.

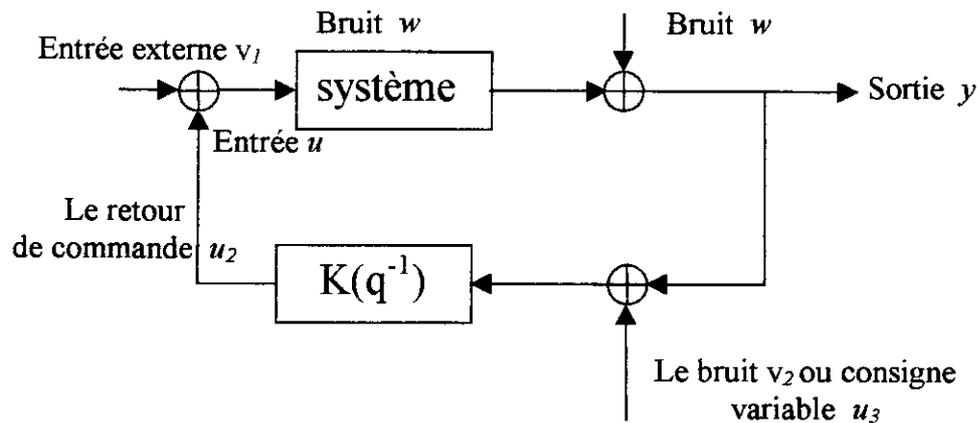


Figure I-2 : Schéma bloc type d'un système en boucle fermée.

On est alors amené à effectuer les essais en boucle fermée (c'est à dire en présence des régulateurs) ? Dans de telles conditions de fonctionnement, il est alors évident de se poser la question : peut-on déduire le modèle du système sur la base des mesures de signaux d'entrées/sorties effectuées alors même que la boucle de retour est active ?

Dans ce cas le signal de commande est donné par l'équation

$$u(q^{-1}) = [I + K(q^{-1})G(q^{-1})]^{-1} K(q^{-1}) (r(q^{-1}) - y(q^{-1})) \quad (\text{I-4})$$

où  $K(q^{-1})$  représente la matrice de transfert du régulateur et  $r(q^{-1})$  la référence, l'erreur de prédiction s'écrit alors

$$e_r(\theta, q^{-1}) = w(q^{-1}) (H(q^{-1}))^{-1} [(g(q^{-1}) - G(\theta, q^{-1})) K(q^{-1}) y(q^{-1}) + (I + G(\theta, q^{-1})) K(q^{-1}) y(q^{-1})] * (I + G(q^{-1})) (K(q^{-1}))^{-1} \quad (\text{I-5})$$

Les remarques suivantes peuvent être faites :

- ◆ Lorsque l'identification est réalisée en boucle fermée, un grand poids est mis au voisinage de la fréquence de coupure ( $G(q^{-1})K(q^{-1}) = -I$ ). Aussi, le modèle identifié sera très précis dans cette plage de fréquence.

- ◆ Dans la plage de fréquence où  $|r(q^{-1})| \gg |v(q^{-1})|$ , le modèle identifié en boucle fermée minimise la norme  $H_2$  de la différence entre les matrices de transfert en boucle ouverte  $G(q^{-1})K(q^{-1})$  et  $G(\theta, q^{-1})K(q^{-1})$  pondérée par la fonction de sensibilité.
- ◆ Si la séquence de référence n'est pas suffisamment excitante, soit  $|v(q^{-1})| \gg |r(q^{-1})|$ , alors le modèle identifié en boucle fermée tend vers l'inverse du régulateur.
- ◆ Par ailleurs, il existe deux approches qui permettent d'identifier les paramètres du système en boucle fermée à savoir l'approche directe et indirecte.

### I-2-1-L'approche directe :

L'approche directe consiste à identifier un modèle opérant en boucle fermée en utilisant des méthodes paramétriques telles la méthode à erreur de prédiction sur les données entrée/sortie du processus, comme si le système était en boucle ouverte. Le modèle du processus est directement identifié sans utiliser un modèle en boucle fermée et l'existence de régulateur est négligée. La connaissance du modèle de ce dernier n'est donc pas nécessaire.

Cette approche est basée sur le fait que la sortie du modèle prédite est indépendante du bruit du processus malgré la présence d'un asservissement. L'avantage de cette approche est qu'elle peut être appliquée pour une large variété de structures possibles de régulateurs, même pour des régulateurs non linéaires.

### I-2-2- l'approche indirecte

L'approche d'identification indirecte suppose que  $v_2$  est mesurable, et indépendante de  $w$ .

Elle consiste en deux étapes à :

**Etape 1 :** Identifier le système en boucle fermée en utilisant  $v_2$  comme entrée et  $y(t)$  comme sortie.

**Etape 2 :** Déterminer les paramètres du système en boucle ouverte en se basant sur un modèle en boucle fermée obtenu à l'étape 1, en connaissant le modèle de la chaîne de retour.

**I-3-Le modèle utilisé :**

La forme générale des modèles utilisés est la suivante [2]:

$$y(t) = q^{-d} \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + w(t) \quad (\text{I-5})$$

Où :

$u(t)$  est l'entrée du procédé.

$y(t)$  sa sortie.

$w(t)$  une perturbation aléatoire.

Les polynômes  $A(q^{-1})$  et  $B(q^{-1})$  sont donnés par :

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_m q^{-m}$$

Le signal  $w(t)$  est le terme perturbation qui est constitué par tous les termes affectant la sortie  $y(t)$ . Il est généralement représenté par l'équation suivante :

$$w(t) = q^{-d} \frac{D(q^{-1})}{A(q^{-1})} v(t) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})B(q^{-1})} e(t) \quad (\text{I-6})$$

Les polynômes  $D(q^{-1})$ ,  $C(q^{-1})$  sont donnés par :

$$D(q^{-1}) = d^{-1} q^{-1} + \dots + d_{nd} q^{-nd}$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{nc} q^{-nc}$$

$v(t)$  et  $e(t)$  sont les entrées des perturbations dynamiques mesurables et des perturbations stochastiques. Il est important de souligner que le modèle mathématique (I-7) est une représentation naturelle du point physique.

$$y(t) = q^{-d} \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} e(t). \quad (\text{I-7})$$

Connu aussi sous l'appellation de « modèle auto régressif à moyenne mobile et à entrée exogène (ARMAX) », ce modèle permet de modéliser, d'une façon très simple, l'influence de la commande et des perturbations aléatoires sur la sortie du système; c'est pour cela que nous l'utiliserons pour la simulation en temps réel.

#### I-4-Les algorithmes d'identification :

L'identification consiste à recueillir toutes les mesures nécessaires et à déterminer, par leur traitement statistique, les paramètres du modèle. L'identification est alors dite *en temps différé* (OFF LINE).

Cette approche pose des difficultés lorsque les paramètres du système sont variables dans le temps. Dans ce cas il faut à chaque instant réactualiser les paramètres identifiés, d'où l'appellation « d'identification *en temps réel* (ON LINE) ».

##### I-4-1-l'Algorithme du gradient :

Considérons le modèle décrit par l'équation

$$y(t) = \varphi^T(t-1) \theta(t) \quad (\text{I-8})$$

Le critère quadratique à minimiser à chaque pas est :

$$J(t) = [y(t) - \varphi^T(t-1) \theta(t-1)]^2 \quad (\text{I-9})$$

Les estimés des paramètres seront calculés par :

$$\theta(t) = \theta(t-1) + \alpha \varphi(t-1) \quad (\text{I-10})$$

où  $\alpha$  est calculé de manière à avoir :

$$y(t) = \varphi^T(t-1) \theta(t) \quad (\text{I-11})$$

$$y(t) = \varphi^T(t-1) \theta(t-1) + \alpha \varphi^T(t-1) \varphi(t-1) \quad (\text{I-12})$$

Ce qui donne :

$$\alpha = \frac{1}{\varphi^T(t-1) \varphi(t-1)} [y(t) - \varphi^T(t-1) \theta(t-1)] \quad (\text{I-13})$$

la formule de calcul des paramètres  $\theta$  sera alors :

$$\theta(t) = \theta(t-1) + \frac{\varphi(t-1)}{\varphi^T(t-1) \varphi(t-1)} [y(t) - \varphi^T(t-1) \theta(t-1)] \quad (\text{I-14})$$

Les données sont générées par l'équation (I-8)

Pour éviter le problème de la division par zéro, qui surgit quand  $\varphi(t)$  est nul, l'algorithme est modifié dans la pratique de la manière suivante :

$$\theta(t) = \theta(t-1) + a(t) \frac{\varphi(t-1) [y(t) - \varphi^T(t-1) \theta(t-1)]}{c + \varphi^T(t-1) \varphi(t-1)} \quad (\text{I-15})$$

où  $c > 0$  et  $0 < a(t) < 2$ .

$a(t)$  est une constante de gain.

Cet algorithme a la propriété d'avoir un gain d'adaptation scalaire ne tendant pas vers zéro. Il est donc utilisé pour l'identification et la régulation adaptative de systèmes stationnaires ou à paramètres variables dans le temps .

Il possède l'avantage de la simplicité, d'où une mise en œuvre plus simple ; mais sa convergence est très lente .

En pratique, il est utilisé pour les systèmes dont les paramètres varient lentement dans le temps .

#### I-4-2-L'algorithme des moindres carrés :

Le principe de cet algorithme est de minimiser la somme des carrés de l'erreur commise entre la sortie du système et celle du modèle sur l'horizon  $[0,t]$

$$J = \sum_{i=1}^t [\varepsilon(i)]^2 \quad (\text{I-16})$$

où  $\varepsilon(i)$  est donné par

$$\varepsilon(i) = y(i) - \hat{\theta}(t) \phi(i-1)$$

sur un horizon de  $t$  pas

pour le modèle ARMAX avec  $C(q^{-1})$  nul, on a :

$$\hat{\theta}(t) = [\hat{a}_1(t) \dots \hat{a}_n(t) \hat{b}_0(t) \dots \hat{b}_m(t)] \quad (\text{I-17})$$

$$\phi^T(i-1) = [-y(i-1) \dots -y(i-n) \ u(i-1-d) \dots u(i-m-1-d)] \quad (\text{I-18})$$

Le terme  $\hat{\theta}(t) \phi(i-1) = \hat{y}(i/\hat{\theta}(t))$  correspond à une prédiction de la sortie à l'instant  $i \leq t$ , basée sur l'estimée des paramètres du procédé après  $t$  mesures.

L'algorithme d'identification est le suivant :

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + F(t) \phi(t) \varepsilon(t+1)$$

$$F(t+1) = F(t) \frac{F(t) \phi(t) \phi^T(t) F(t)}{1 + \phi^T(t) F(t) \phi(t)} \quad (\text{I-19})$$

$$\varepsilon(t+1) = \frac{y(t+1) - \hat{\theta}^T(t) \phi(t)}{1 + \phi^T(t) F(t) \phi(t)}$$

$F(t)$  est le gain d'adaptation paramétrique.

$\varepsilon(t+1)$  est l'erreur à posteriori.

Le gain initial  $F(0)$  est une mesure de la confiance dans l'estimation initiale  $\hat{\theta}(0)$ .

Dans le cas d'absence d'information  $F(0)=(GI)^*I$  avec  $GI$  grand (1000).

C'est un algorithme d'adaptation à gain décroissant.

### I-4-3-Choix du gain d'adaptation :

L'algorithme des moindres carrés récurrents (MCR) avec facteur d'oubli donne de moins en moins de poids aux nouvelles mesures, en conséquence on prend le critère suivant :

$$J(t) = \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} [\varepsilon(i)]^2 \quad ; \quad \lambda < 1 \quad (I-20)$$

Qui conduit à un algorithme d'identification identique à (I-11), à l'exception de l'équation du gain d'adaptation qui devient :

$$F(t+1) = \frac{1}{\lambda_1(t)} \left[ F(t) \frac{F(t)\phi(t)\phi^T(t)F(t)}{\lambda_1(t) + \phi^T(t)F(t)\phi(t)} \right] \quad (I-21)$$

Différents types d'algorithmes sont obtenus en fonction des valeurs de  $\lambda_1(t)$  et  $\lambda_2(t)$ , on peut citer :

- $\lambda_1(t) = \lambda_1 < 1$  (valeurs typiques de 0.95 à 0.99).  
 $\lambda_2(t) = 1$ .

Appelé « Algorithme à facteur d'oubli fixe »

- $\lambda_1(t) = \lambda_0 \lambda_1(t-1) + 1 - \lambda_0$   
 $\lambda_2(t) = 1$

Appelé « Algorithme à facteur d'oubli variable ».

- $\lambda_1(t)$  et  $\lambda_2(t)$  variables tel que  $\text{trace } F(t) = \text{constante}$ .

On pose  $\lambda_1(t) = \alpha(t) \lambda_2(t)$  en tenant compte de (I-13) :

$$\text{tr } F(t+1) = \frac{1}{\lambda_1(t)} \text{tr} \left[ F(t) \frac{F(t)\phi(t)\phi^T(t)F(t)}{\alpha(t) + \phi^T(t)F(t)\phi(t)} \right] \quad (I-22)$$

Il est aussi possible de combiner plusieurs types d'algorithmes pour certaines applications, surtout lorsque le système n'est pas stationnaire [2].

**I-4-4-L'algorithme des moindres carrés étendus (MCE) :**

Cette méthode a été développée pour pouvoir identifier sans biais des modèles « procédé + perturbations » définis par l'équation (I-7).

Nous utilisons le même algorithme défini par les équations (I-19) et (I-21), et nous prenons les vecteurs  $\hat{\theta}(t)$  et  $\phi(i-1)$  sous la forme suivante :

$$\hat{\theta}(t) = [\hat{a}_1(t) \dots \hat{a}_n(t) \hat{b}_0(t) \dots \hat{b}_m(t) \hat{c}_1(t) \dots \hat{c}_n(t)]$$

$$\phi^T(i-1) = [-y(i-1) \dots -y(i-n) u(i-1-d) \dots u(i-m-1-d) e(i-1) \dots e(i-n_c)]$$

Où  $\hat{e}(i-1)$  est une estimation obtenue à partir de  $\hat{e}(i-2)$ ,  $\hat{e}(i-3)$ , .....

**Remarque :**

La condition de convergence de cet algorithme est :

$$\frac{1}{C(q^{-1})} \frac{\lambda_2}{2} ; 2 > \lambda_2 > \max \lambda_2(t) \quad (I-23)$$

## **I-2 la commande adaptative :**

### ***Introduction :***

Les modèles linéaires sont une représentation mathématique simplifiée des processus réels. L'approximation d'un système non linéaire par un système linéaire est valable uniquement au voisinage d'un point de fonctionnement. L'intérêt de considérer les systèmes en question comme étant linéaires est celui de pouvoir les commander par des lois simples .

Lorsque les paramètres du modèle sont fixes et connus, l'automaticien peut appliquer une commande dite linéaire, calculée en fonction des objectifs désirés. Malheureusement, dans la réalité, les paramètres du procédé peuvent varier pour diverses raisons: changement de point de fonctionnement, non linéarité etc...

Les performances d'une commande linéaire se dégradent au fur et à mesure que l'écart entre les paramètres réels et ceux utilisés dans le calcul de la commande augmente.

L'objectif d'une commande adaptative est de parvenir à commander un processus sujet à des changements de paramètres non prévisibles. Une telle commande doit donc être prévue pour détecter ces variations et pour les compenser automatiquement .

### **Définitions :**

Plusieurs définitions de la commande adaptative ont été introduites au cours des deux dernières décennies ; parmi elles [9] :

« la commande adaptative est un ensemble de techniques utilisées pour l'ajustement automatique en ligne et en temps réel des régulateurs des boucles de commande afin de réaliser ou maintenir un certain niveau de performance quand les paramètres du procédé à commander sont soit inconnus, soit variant dans le temps ».

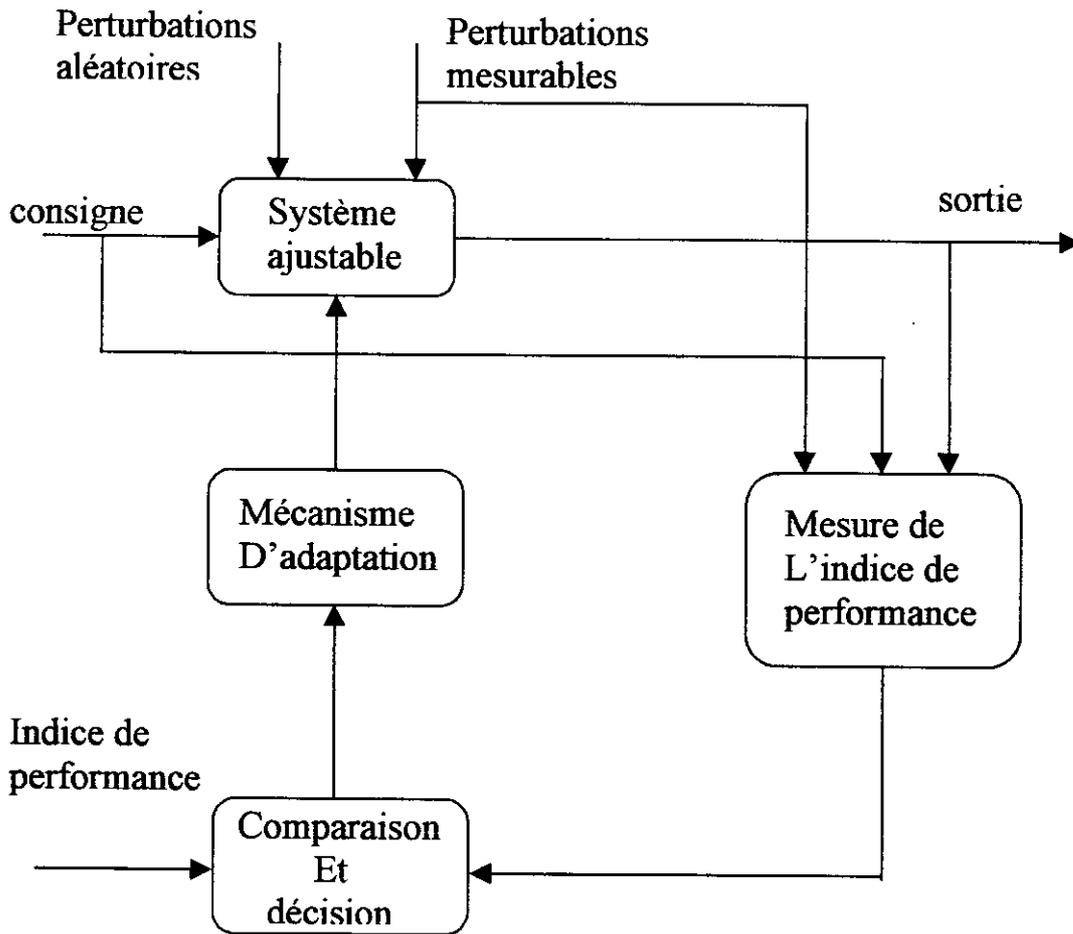


Figure I-3: Composantes essentielles de la commande adaptative.

Elle est basée sur l'estimation en temps réel des paramètres du modèle ou ceux du régulateur. La commande est calculée en utilisant les paramètres estimés, c'est ce qu'on appelle le principe de *l'équivalence certaine*[6].

#### **Le principe d'équivalence certaine :**

Dans ce principe, nous considérons que les paramètres estimés sont les paramètres réels [15].

### I-5-3- Aspects essentiels de la commande adaptative :

#### Commande adaptative en boucle ouverte :

Cette dernière a été introduite initialement en boucle ouverte. L'adaptation se fait en fonction de variables auxiliaires, on n'a pas donc de mesure sur les performances de la boucle fermée.

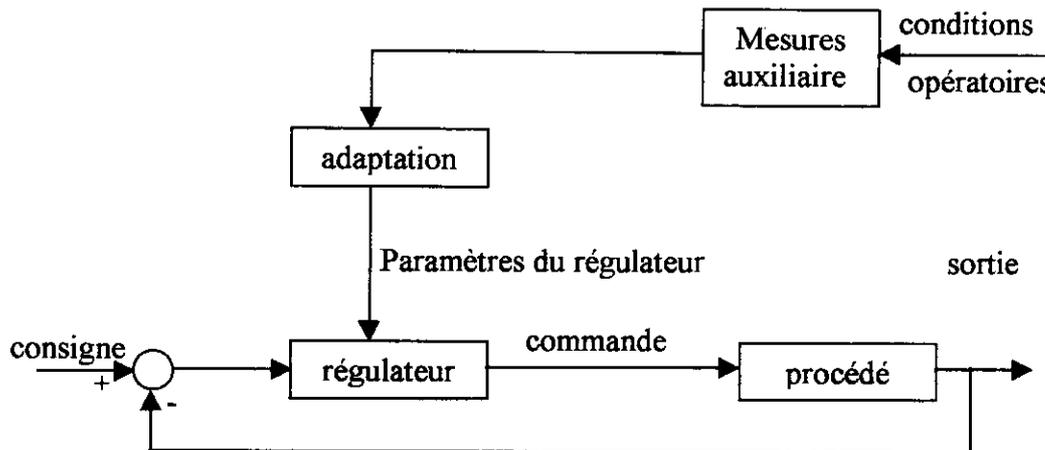


Figure I-4 : Schéma de la commande adaptative en boucle ouverte

Le principal exemple de la commande adaptative en boucle ouverte est la méthode du gain programmé; le bloc d'adaptation possède une table de gains disponibles utilisée par le régulateur pour un changement du gain du processus.

Mais malheureusement ceci ne permet pas de contrôler totalement «l'effet des perturbations paramétriques». Car si la loi liant les paramètres aux variables auxiliaires change ou si la mesure des variables auxiliaires est défectueuse alors les performances espérées ne seront plus obtenues. Nous noterons l'absence de boucle de contre-réaction sur la mesure des performances du système.

#### Commande adaptative en boucle fermée :

Il existe deux types de structure de commande adaptative:

- 1) la commande adaptative directe: où l'on désire que la sortie suive un modèle de référence. Nous citons comme exemple la commande à modèle de référence .
- 2) la commande adaptative indirecte: où l'on ajuste les paramètres du régulateur. Par exemple les méthodes de régulation auto-ajustable .

### Commande adaptative à modèle de référence « commande directe »:

L'indice de référence, dans cette technique, est l'écart entre la sortie du procédé et celle du modèle de référence.

L'ajustement des paramètres du régulateur est fait de telle sorte que l'erreur, entre la sortie du modèle et celle du procédé, tende vers zéro.

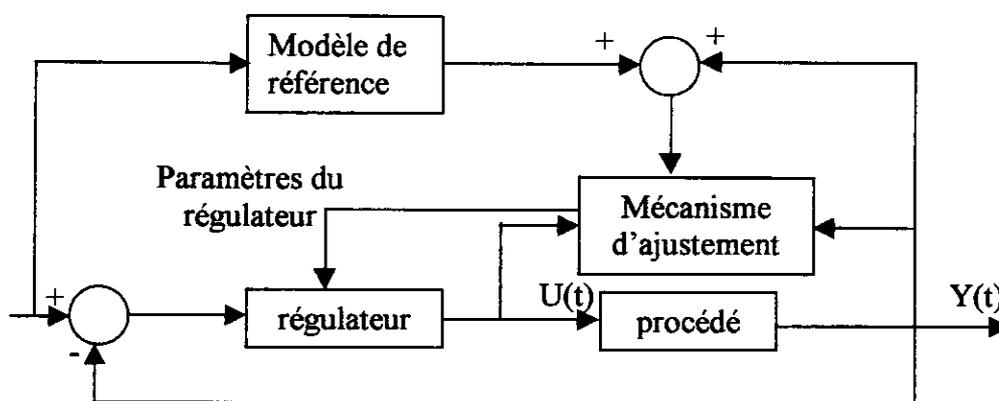


Figure I-5: Commande adaptative avec modèle de référence

### Commande Auto-ajustable (Self-tuning control) « commande indirecte »:

Durant la décennie précédente, divers algorithmes de commande adaptative ont été développés. Les régulateurs auto-ajustables représentent une importante catégorie de ces derniers: ils sont faciles à implémenter et peuvent être appliqués à des procédés complexes.

Cette technique est couramment utilisée lorsque les caractéristiques du procédé sont inconnus et variants avec le temps.

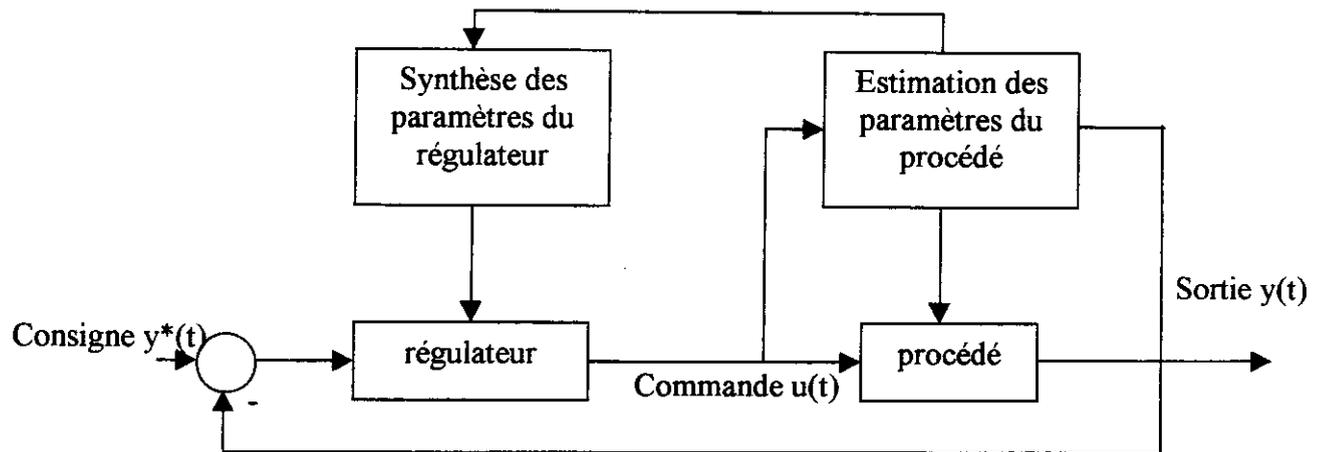


Figure I-6: Commande auto-ajustable

## I-6-Les systèmes à phase non minimale (NMP) [9]:

### I-6-1-Définitions :

Un système à déphasage non minimale est un système dont les zéros se trouvent dans la demie partie droite du plan complexe dans le cas continu; tandis que s'il est discret ils se trouvent à l'extérieur du cercle unité.

La discrétisation d'un système à phase minimale peut donner un système à phase non minimale.

Comme exemples de systèmes NMP: les pompes hydrauliques, les machines asynchrones, les robots manipulateurs, les chaudières,...

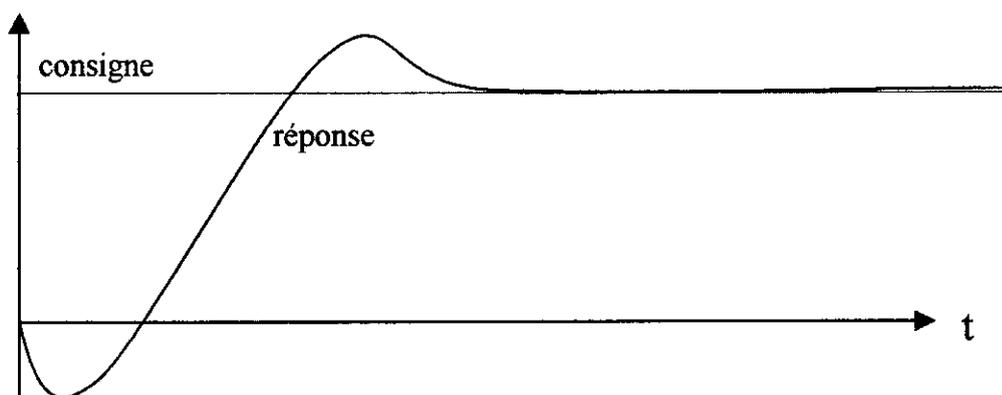


Figure I-7 : Réponse d'un système à phase non minimale de second ordre à un échelon.

### I-6-2-Commande adaptative des systèmes NMP :

La théorie de la commande adaptative des systèmes présente un écart entre la conception et la pratique sur les systèmes NMP. Ceci est dû à l'instabilité qui apparaît lors de l'élimination des pôles-zéros. Les algorithmes de commande adaptative STR et MRAC ont fait augmenter le malentendu préconisant que les systèmes NMP peuvent donner des problèmes insolubles avec l'application de cette commande ; d'où la plupart des systèmes exhibent des formes de comportement NMP. L'utilité des méthodes auto-ajustables semblent restreintes .

La relation entre les diagrammes d'amplitude et de phase de BODE des systèmes à phase minimale, est gouverné par le théorème de BODE. Cette relation n'est plus valable pour les systèmes NMP.

**I-6-3-Les effets rendant un système NMP :**

Si le système continu est à phase minimale, on peut avoir un système échantillonné NMP [7].

**a- L'utilisation d'un long intervalle d'échantillonnage :**

Soit  $G(s)$  une fonction de transfert avec  $G(1)$  et  $G(\infty)$  finis. Lorsque  $T_e$  tend vers l'infini, la fonction de transfert  $G(z^{-1})$  tend vers :

$$G(\infty) + [G(1) - G(\infty)]z^{-1} \quad (\text{I-16})$$

Pour cela l'unique zéro est à :

$$1 - G(1)/G(\infty) \quad (\text{I-17})$$

qui se situe à l'extérieur du cercle unité si  $G(1)$  et  $G(\infty)$  sont de signes différents et si  $G(1)/G(\infty) > 3$ .

Si  $G(s)$  est strictement propre (ce qui est le cas pour la plupart des systèmes),  $G(\infty) = 0$  et  $G(z^{-1})$  tend vers  $G(1)z^{-1}$  qui n'a pas de zéro. La conséquence de cela est qu'un long intervalle d'échantillonnage peut être utilisé pour éviter des zéros instables. En pratique, la commande correspondante est très souvent mauvaise ; elle peut être utilisée dans certains cas pour rejeter les perturbations hautes fréquences.

**b- degré relatif (>1) :**

Si  $G(s)$  a  $j$  pôles de plus que de zéros, alors  $G_e(z)$  devient, lorsque  $T_e$  tend vers zéro, équivalent au système obtenu après échantillonnage d'une fonction de transfert continue avec  $j$  intégrateur :

$$G(z^{-1}) \text{ tend vers } b_m (1-z^{-1}) \frac{D^j}{j!} \left\{ \frac{1}{1-z^{-1}} \right\} \quad \text{Lorsque } T_e \rightarrow 0$$

Où  $D$  est l'opérateur :  $-hz \cdot \frac{d}{dz}$

La conséquence de ce résultat est que le système ayant un déphasage en haute fréquence auront des modèles discrets à NMP si l'intervalle d'échantillonnage est trop petit .

**c- temps mort non entier :**

Sous l'hypothèse que  $G(s)$  soit propre et que le retard non entier  $\delta$  tend vers  $h$  tel que  $0 < \delta \leq T_e$ , alors au moins un zéro de  $G_e(z^{-1})$  deviendra instable à cause du fait que :

$$\begin{aligned} b_0 &= G(1) + \sum \alpha_i \gamma_i \approx G(1) + \sum (1 - p_i \delta) \gamma_i \\ &= -\delta_i \sum p_i \gamma_i \end{aligned} \quad (\text{I-18})$$

qui tend vers zéro lorsque  $\delta_i \longrightarrow 0$ .

## Chapitre II

# La commande LQG adaptative

*« Chaque fois que vous fabriquez une théorie, il vous faut analyser toutes ses  
Conséquences possibles, pour voir si elle prédit quelque chose d'autre »*

**Richard Feynman**

## II-La commande LQG adaptative: [17]

### II-1-Définitions :

Les techniques de commande optimale linéaire et quadratique figurent parmi les méthodes les plus anciennes et les plus puissantes utilisées en commande des systèmes multientrées-multisorties.

La commande résulte de la combinaison d'une commande LQ avec un estimateur de Kalman qui se base sur le principe de séparation.

Soit le système linéaire à commander :

$$\begin{cases} x(k+1) = A x(k) + B u(k) + w(k) \\ y(k) = C x(k) + v(k) \end{cases} \quad (\text{II-1})$$

Où  $x(k) \in \mathbb{R}^n$  représente l'état du système.

$u(k) \in \mathbb{R}^m$  représente le vecteur d'entrée.

$y(k) \in \mathbb{R}^m$  représente le vecteur de sortie.

$\{ w(k) \}$  et  $\{ v(k) \}$  sont des séquences de variables aléatoires indépendantes de moyennes nulles et de covariances  $Q_0$  et  $R_0$  respectivement.

$A, B, C$  sont les matrices d'état de commande et de sortie. Les matrices de transfert sont données par:

$$H(z) = C\Phi(z)B \in \mathbb{R}^{m \times m}(z) \quad (\text{II-2})$$

$$\text{où } \Phi(z) = (zI - A)^{-1} \in \mathbb{R}^{n \times n}(z) \quad (\text{II-3})$$

Avec une condition initiale  $x(k_0) = x_0$ , nous cherchons à trouver la commande minimisant, sur un horizon infini, un critère quadratique:

$$J(x(k)) = \lim \frac{1}{N} E \left[ \sum_{j=0}^N (x^T(k+j) Q x(k+j) + u^T(k+j) R u(k+j)) \right] \quad (\text{II-4})$$

Nous présentons d'un côté la commande optimale et d'un autre côté le filtrage de Kalman .

## II-2-Problème de commande optimale :

Le problème consiste à minimiser le critère :

$$J(x(k)) = \lim \frac{1}{N} E \left[ \sum_{j=0}^N (x^T(k+j) Q x(k+j) + u^T(k+j) R u(k+j)) \right]$$

R et Q sont des matrices, respectivement définie positive et semi-positive, permettant de pondérer les exigences formulées sur la variation de l'état et le coût de la commande.

On montre que la commande optimale est définie par :

$$u(k) = -K x(k) \quad (\text{II-5})$$

avec:

$$K = [R + B^T P B]^{-1} B^T P A \quad (\text{II-6})$$

Où P est une matrice nxn symétrique, qui est l'unique solution définie semi positive de l'équation algébrique de Riccati :

$$A^T P A - P - (A^T P B)(R + B^T P B)^{-1} (B^T P A) + Q = 0 \quad (\text{II-7})$$

Sous les conditions que d'une part , la paire (A B) soit stabilisable et que, d'autre part, la paire (M A) soit détectable avec  $Q = M^T M$ .

Dans beaucoup d'applications industrielles, le premier problème consistera à traduire les clauses techniques sous forme des matrices de pondération Q et R.

La mise en œuvre de la loi de commande correspond à celle d'un retour d'état complet, et suppose donc qu'on peut mesurer, d'une façon ou d'une autre, toutes les composantes du vecteur d'état.

## II-3-Problème de filtrage de données :

### II-3-1-Définitions :

Par filtre nous entendons une description mathématique des opérations de traitement que subit le signal mélangé au bruit.

Avant tous, nous devons préciser :

1°) que les entrées de ces filtres seront soit des processus aléatoires, soit une combinaison de signaux déterministes et aléatoires. Nous disposerons en général d'un nombre minimal d'informations caractérisant ces entrées.

2°) que nous considérons uniquement les systèmes stationnaires linéaires. Dans le cas où une réalisation matérielle est recherchée, il y aura lieu de considérer la réalisabilité du filtre.

Il y a plusieurs types de filtres, nous pouvons citer: le filtre adapté, le filtre de Wiener et le filtre de Kalman.

Le développement de ces filtres suppose que l'on dispose d'informations à priori à la fois sur les signaux et sur les bruits. Il s'agit, en particulier, de la connaissance des fonctions ou des matrices d'autocorrelation. Dans le cas où leur connaissance nous fait défaut, on aura comme alternative l'utilisation des *filtres adaptatifs*. Ces derniers « apprennent les caractéristiques des signaux au fur et à mesure que ceux ci se déroulent.

### II-3-2-Filtre de Kalman :

On propose ici de développer un filtre qui permet d'estimer de manière récursive le signal . C'est un filtre plus approprié au traitement par ordinateur.

Kalman a introduit ce filtre, dès 1960, à partir de la représentation des systèmes dans l'espace d'état par des équations matricielles du premier ordre.

Ce filtre est basé sur le fait qu'un processus aléatoire peut être modélisé comme étant la sortie d'un système linéaire gouverné par un bruit blanc.

### II-3-3-Estimation du vecteur d'état :

Considérons le signal  $x(k)$  représenté dans l'espace d'état par les équations récursives suivantes :

$$x(k+1) = A x(k) + B u(k) \quad (\text{II-8})$$

$$y(k) = Cx(k) + v(k) \quad (\text{II-9})$$

Où :

$u(k)$ , processus générateur, et  $v(k)$ , bruit de mesure, sont supposés indépendants, blancs et de moyenne nulle :

$$E\{u(k)\} = 0 \quad (\text{II-10})$$

$$E\{v(k)\} = 0 \quad (\text{II-11})$$

$$E\{u(k) v^T(l)\} = 0 \quad \forall k, l \quad (\text{II-12})$$

$$E\{u(k) u^T(l)\} = Q_0(k) \delta(k, l) \quad \forall k \quad (\text{II-13})$$

$$\text{et } E\{x(0) u^T(k)\} = 0 \quad \forall k \quad (\text{II-14})$$

$$E\{v(k) v^T(l)\} = R_0(k) \delta(k, l) \text{ et } E\{x(0) v^T(k)\} = 0 \quad \forall k. \quad (\text{II-15})$$

$Q_0(k)$  et  $R_0(k)$  sont respectivement les matrices de covariance du processus générateur et du bruit de mesure.  $\delta(k, l)$  est le symbole de Kronecker.

Il s'agit alors d'estimer le vecteur d'état  $x(k)$  compte tenu des informations disponibles à l'instant  $n$ , postérieur, antérieur ou identique à l'instant  $k$ .

On considérera les trois cas suivants :

- 1)  $k=n$ : il s'agit de déterminer une estimation de l'état, compte tenu de toutes les mesures disponibles à l'instant  $n$ . On appelle ce cas le **filtrage**.
- 2)  $k < n$ : on ne prendra en compte qu'une partie des mesures. On fait ici dans ce cas du **lissage** ou de **l'interpolation**.
- 3)  $k > n$ : on fait ici de la **prédiction** ou de **l'extrapolation**.

Nous noterons l'estimation des états par le vecteur  $\hat{x}(k/n)$  c'est à dire l'estimation des états  $x$  sachant celles disponibles à l'instant  $n$ .

On peut aussi définir cette estimée par l'expression suivante :

$$\hat{x}(k/n) = E\{x(k) / y(1), \dots, y(n)\} \quad (\text{II-16})$$

où  $y(1), \dots, y(n)$  sont les mesures des sorties.

Comme nous pouvons le voir l'estimée est exprimée en fonction d'une espérance mathématique.

Notre objectif est d'avoir une estimation récursive du vecteur d'état. Nous opterons pour un estimateur linéaire de la forme :

$$\hat{x}(k/k) = \hat{x}(k/k-1) + L(k) [y(k) - H(k) \hat{x}(k/k-1)] \quad (\text{II-17})$$

La quantité  $H(k) \hat{x}(k/k-1)$  que nous noterons aussi  $\hat{y}(k)$  apparaît ainsi comme une prédiction de la mesure.

L'optimalité du filtre recherché vient du fait que le poids  $L(k)$  à accorder à cette mise à jour résulte de la minimisation de l'erreur au sens des moindres carrés entre l'état et son estimation. Le gain  $L(k)$  est appelé le **gain du filtre de Kalman**.

le filtre de Kalman est un filtre à variance minimale.

### II-3-4-Expression du gain du filtre de Kalman :

Le gain  $L(k)$  est la solution de cette équation :

$$\begin{aligned} P(k/k) &= P(k/k-1) - L(k) H(k) P(k/k-1) \\ &= [I - L(k) H(k)] P(k/k-1) \end{aligned} \quad (\text{II-18})$$

Cette équation ressemble à l'équation différentielle de Riccati. Par analogie nous pouvons l'appeler équation de Riccati discrète.

La matrice  $L(k) H(k) P(k/k-1)$  est définie positive ou à la rigueur semi définie positive, c'est ce qui garantit la convergence du filtre.

### II-4-Théorème de séparation :

Nous nous limiterons ici à une formulation à état continu et à temps discret (le cas du temps continu fera appel à la théorie des équations différentielles stochastiques et le cas du temps et de l'état discrets, à celle des chaînes de Markov).

Cette formulation revient à préciser la classe des stratégies (ou commandes en boucle fermée) sur laquelle l'optimisation est conduite. Ces stratégies seront toujours causales, c'est-à-dire ne dépendant que des observations passées. On distingue le cas de l'observation parfaite (on observe  $x(t)$  exactement) et celui de l'observation imparfaite.

Le cas de l'observation parfaite est évidemment plus simple. Dans le cas général, la grande difficulté vient du fait que l'information contenue dans l'observation  $\hat{x}(t)$  dépend des stratégies utilisées avant l'instant  $t$ , d'où le phénomène connu sous le nom d'*effet dual* de la commande stochastique. Sur le plan mathématique, le problème se ramène à celui de la commande d'un système stochastique de dimension infinie.

Il est cependant un cas qui échappe à cette complexité: c'est le cas où la dynamique et l'observation sont linéaires et le critère est quadratique. Les problèmes de filtrage et de commande optimale peuvent alors être résolus séparément (d'où le nom de *théorème de séparation*).

La stratégie optimale, consiste à remplacer  $x$  par l'estimée  $\hat{x}$ , fournie par le filtre de Kalman, dans la solution du problème déterministe. On constate ici l'absence d'effet dual,

la covariance de la loi conditionnelle (gaussienne) de  $x(t)$  (fournie par le filtre de Kalman) étant indépendante de la loi de commande (linéaire) utilisée.

## II-5- La commande LQG adaptative [14]:

Nous proposons un schéma ci-dessous de commande LQG adaptatif

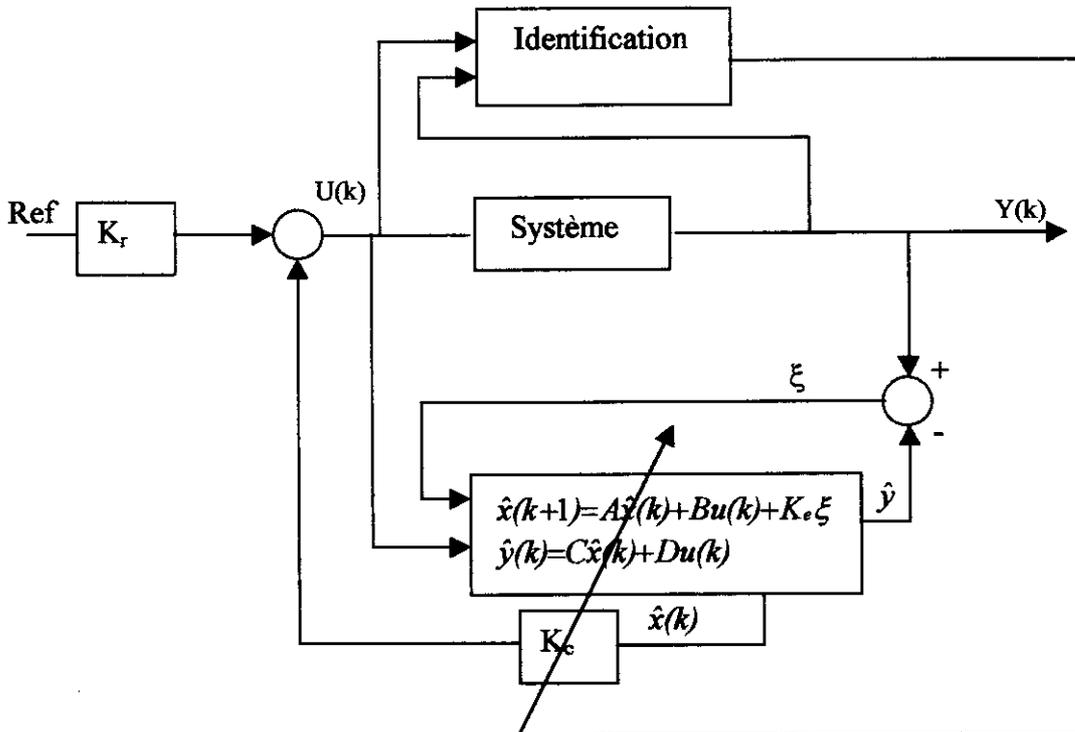


Figure II-1-Régulateur LQG adaptatif avec un gain statique  $K_r$

Le problème de la commande linéaire LQG avec une fonction coût quadratique ergodique, est probablement le plus connu des problèmes de contrôle ergodique. Dans le cas des paramètres connus la commande optimale peut être aisément calculée, et l'existence d'un coût invariant découle de la stabilité de ce système optimal. Le problème de la commande LQG est essentiel dans le cadre de la commande stochastique adaptative où les paramètres sont inconnus.

Le problème de la commande adaptative stochastique peut être posé comme un problème de commande optimale avec observation partielle, où les paramètres inconnus sont considérés comme des états non observés d'un système stochastique. Avec cette approche aucun résultat spécifique n'a été obtenu car les méthodes utilisées pour résoudre le problème optimal sont difficiles à la fois analytiquement et numériquement. Ces difficultés

sont en général évitées en utilisant le principe d'équivalence certaine où la détermination se fait en deux étapes .

1-élaboration de la commande optimale en supposant que les valeurs vraies des paramètres inconnus sont disponibles.

2- remplacement des paramètres inconnus dans la commande par ses estimées courantes (*ON LINE*).

Pour la deuxième étape dans cette procédure, l'algorithme des moindres carrés est usuellement utilisé pour l'estimation des paramètres. Il est naturel de supposer que la famille des estimés au sens des Moindre Carré est compatible avec les mesures et que la commande déterminée par cette procédure est asymptotiquement optimale. Cependant, puisque les signaux qui sont utilisés dans l'algorithme MCR sont obtenus d'une équation stochastique non linéaire compliquée, les conditions bien connues d'excitation qui sont nécessaires pour garantir la stabilité des estimées des MCR sont difficiles à vérifier en général. .

Les conditions de stabilité et d'optimalité de la commande LQG adaptative ne sont pas résolues. Si on utilise des pondérations dans l'algorithmes moindres carrés à la place des algorithmes standards, en choisissant convenablement les poids dans l'algorithme, il est possible d'établir quelques propriétés de convergence, au contraire de l'algorithme MCR standard, sans exiger ni stabilité ni propriétés d'excitation des systèmes en boucle fermée. En effet, concernant les modèles ARMAX en temps discret, un schéma MCR à facteur d'oubli présenté par Bercu [11] a été montré comme convergent sous l'hypothèse de stabilité ou d'excitation de la boucle fermée, ce qui permet de résoudre le problème associé à la commande LQG adaptative.

### **II-5-1-Filtre de Kalman adaptatif :**

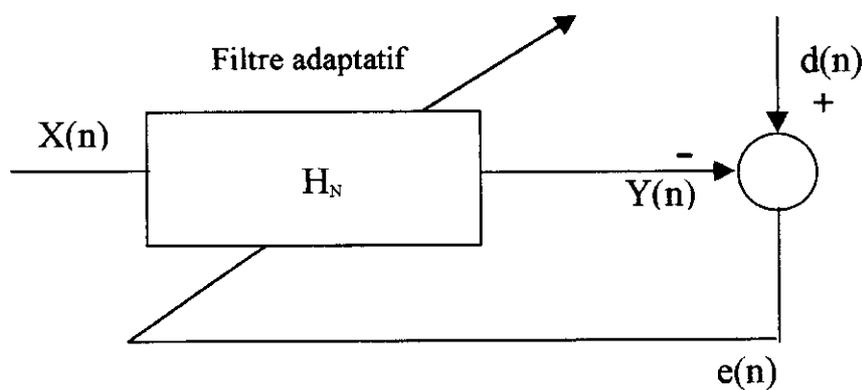
On appelle filtre adaptatif un filtre numérique dont les coefficients évoluent en fonction des signaux reçus. Ces coefficients seront estimés par des algorithmes récursifs, au sens d'un certain critère.

Les critères qui sont généralement retenus pour l'obtention de ces algorithmes sont du type moindres carrés car ils conduisent à des résultats plus simples à interpréter. Les filtres peuvent être à réponse impulsionnelle finie (RIF) ou infinie (RII).

Les familles d'algorithmes qui en découlent ont des complexités arithmétiques différentes et leur comportement dépend du type d'excitation et de l'absence ou de la présence de bruit .

On considérera deux grandes familles d'algorithmes basées sur le **gradient stochastique** ou **LMS** (Least Mean Squares ) et sur les **moindres carrés récurrents** type **MCR** (ou **RLS**). Dans cette dernière famille, la recherche d'algorithmes à très faibles complexité a conduit à développer des algorithmes dits rapides, appelés FTF(Fast Transversal Filters).

Le développement d'algorithmes rapides de type FTF, qui peuvent opérer en temps réel, résulte de la réduction des redondances. Cette réduction de la redondance « fragilise » en quelque sorte ces algorithmes sous l'effet conjugué des arrondis ou des troncatures quand ces algorithmes doivent opérer sur des processeurs à virgule fixe. Il en résulte ainsi une instabilité que l'on a essayé de circonscrire durant les dernières années en développant des versions dites stabilisées.



FigureII-2-filtrage adaptatif

**II-5-2-Annulation de l'erreur statique:**

Afin d'annuler l'erreur statique qui survient lors de la poursuite, il existe plusieurs méthodes. Parmi elles, l'ajout d'un effet intégral ou l'utilisation d'un précompensateur adaptatif. Nous avons combiné les deux méthodes, de sorte à ce que l'adaptation de  $K_r$  se fasse en boucle ouverte.

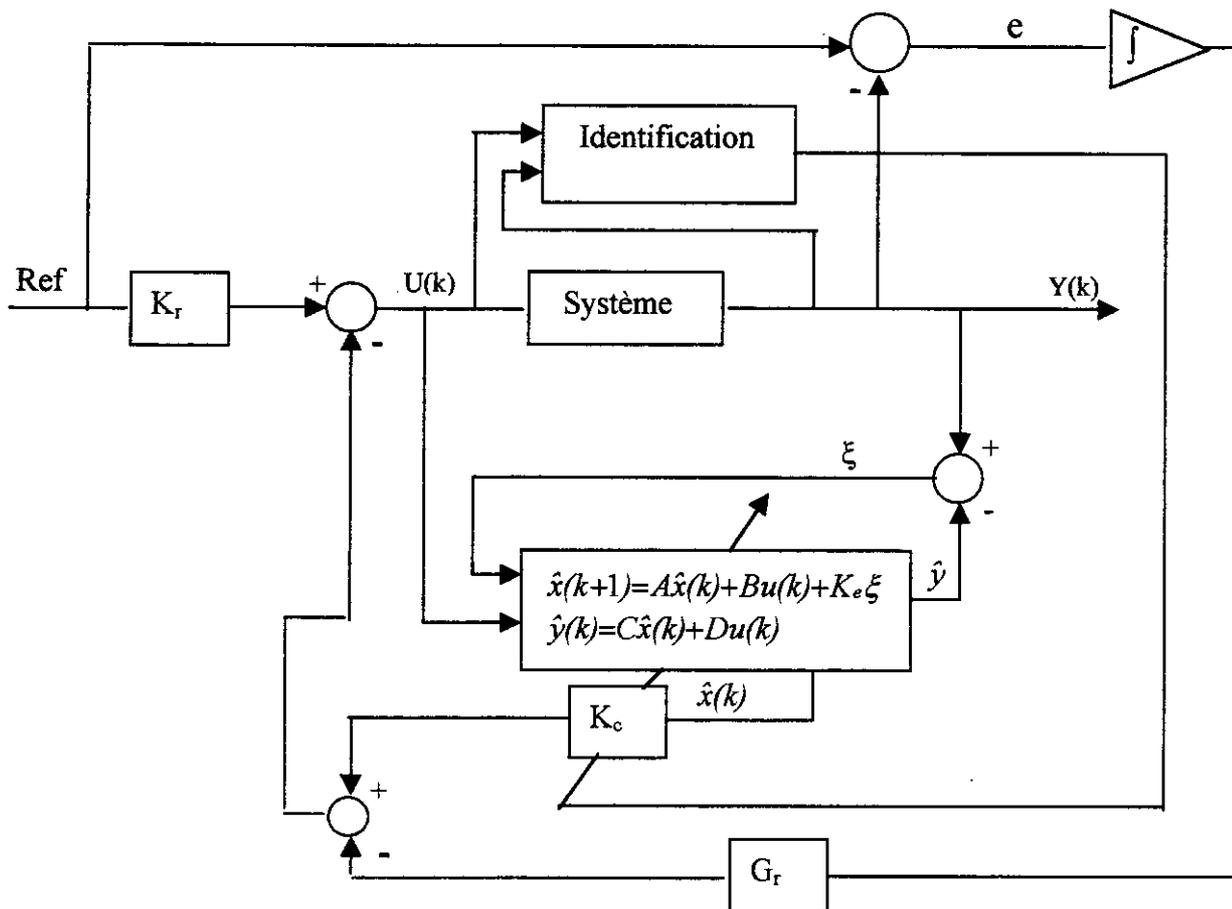


Figure II-2-Régulateur LQG adaptatif avec intégrateur

### II-5-3-Interprétation fréquentielle de la commande LQG [10]:

Nous allons montrer que la commande LQG est équivalente à un problème d'optimisation  $H_2$ , où la matrice à minimiser exprime un compromis performance /robustesse en entrée ou en sortie.

Considérons le système de commande LQG (II-1) et le critère (II-4):

Ce système de commande peut être réécrit dans le domaine fréquentiel sous la forme

$$y(z)=[P(z) H\phi(z) \Gamma] \begin{bmatrix} u(z) \\ w(z) \\ v(z) \end{bmatrix} \quad (\text{II-19})$$

avec

$$u(z)=-R(z)y(z) \quad (\text{II-20})$$

où  $P(z)=H\phi(z)G$  et  $R(z)$  sont respectivement les matrices de transfert du système à commander et du régulateur LQG.

Le système en boucle fermée qui en résulte est décrit par

$$\begin{bmatrix} x(z) \\ u(z) \end{bmatrix} = T_{bf}(z) \begin{bmatrix} w(z) \\ v(z) \end{bmatrix} \quad (\text{II-21})$$

avec

$$T_{bf}(z) = \begin{bmatrix} [I - \phi BR(z)[I + P(z)R(z)]^{-1} C] \phi & -\phi BR(z)[I + P(z)R(z)]^{-1} \\ -[I + R(z)P(z)]^{-1} R(z) C \phi & -[I + R(z)P(z)]^{-1} R(z) \end{bmatrix} \quad (\text{II-22})$$

$T_{bf}(z)$  est la matrice de transfert en boucle fermée que l'on peut réécrire en utilisant la fonction de sensibilité à l'entrée du système  $S_e(z)=[I+R(z)P(z)]^{-1}$  et la fonction de sensibilité à la sortie du système  $S_s=[I+P(z)R(z)]^{-1}$  comme suit:

$$T_{bf}(z) = \begin{bmatrix} [I - \phi BR(z)S_s(z)C] \phi & -\phi BR(z)S_s(z) \\ -S_e(z)R(z)C \phi & -S_e(z)R(z) \end{bmatrix} \quad (\text{II-23})$$

Par ailleurs, le critère (II-4)  $J(x(t))$  peut se mettre sous la forme

$$J(x(t)) = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{j=0}^N \gamma(t+j)^T \gamma(t+j) \right\} \quad (\text{II-24})$$

Avec

$$\gamma(t) = [Q_c^{1/2} x(t) R_c^{1/2} u(t)]^T \quad (\text{II-25})$$

En utilisant le théorème de Parseval nous avons:

$$J(x(t)) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \text{Trace}[\Gamma(e^{j\omega}) \Gamma^T(e^{j\omega})] \quad (\text{II-26})$$

avec

$$\Gamma(z) = \begin{bmatrix} Q_c^{1/2} & 0 \\ 0 & R_c^{1/2} \end{bmatrix} T_{bf}(z) \begin{bmatrix} (Q_0^{1/2})^T & 0 \\ 0 & (R_0^{1/2})^T \end{bmatrix}$$

$$\Gamma(z) = \begin{bmatrix} Q_c^{1/2} [I - \phi B R S_s C] \phi (Q_0^{1/2})^T & -Q_c^{1/2} \phi B R S_s (R_0^{1/2})^T \\ -R_c^{1/2} S_e R C \phi (Q_0^{1/2})^T & -R_c^{1/2} S_e R (R_0^{1/2})^T \end{bmatrix} \quad (\text{II-27})$$

Comme la procédure LQG à l'entrée du système consiste à prendre  $Q_0 = BB^T$  et  $R_0 = \rho I$

avec  $\rho \rightarrow 0$ , la matrice de transfert en boucle fermée  $\Gamma(z)$  correspondante satisfait alors :

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \Gamma(z) = \begin{bmatrix} S_s(z) C \phi B S_e(z) & 0 \\ -R_c^{1/2} T_e(z) & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II-28})$$

Où  $T_e(z) = R(z)P(z)[I + R(z)P(z)]^{-1}$  représente la fonction de sensibilité complémentaire à l'entrée. Ce résultat montre que la commande LQG à l'entrée du système est un cas particulier de la commande  $H_2$  et qu'elle exprime bien un compromis entre la performance et la robustesse à l'entrée du système.

De la même manière, comme la procédure LQG à la sortie du système consiste à prendre  $Q_c = CC^T$  et  $R_c = \rho I$  avec  $\rho \rightarrow 0$ , la matrice de transfert en boucle fermée  $\Gamma(z)$  qui en résulte est alors :

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \Gamma(z) = \begin{bmatrix} S_s(z) C \phi(z) (Q_0^{1/2})^T & -T_s(z) (R_0^{1/2})^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II-29})$$

Où  $T_s(z) = P(z)R(z)[I + P(z)R(z)]^{-1}$  représente la fonction de sensibilité complémentaire en sortie. Ceci montre que la commande LQG à la sortie du système est équivalente à un

problème d'optimisation  $H_2$  exprimant un compromis performance / robustesse à la sortie du système .

**Remarque :**

Les équations (II-28), (II-29) montrent l'influence des matrices de pondérations  $Q_c$ ,  $R_c$  et  $Q_0$ ,  $R_0$  sur le critère à minimiser par la commande LQG. Pour pouvoir privilégier une plage de fréquence par rapport à une autre, on peut utiliser des pondérations fréquentielles  $Q_c(z)$ ,  $R_c(z)$ ,  $Q_0(z)$  et  $R_0(z)$ . On parle alors de la commande LQG à pondération fréquentielles.

**II-5-4-Conclusion :**

Le traitement qui élabore la commande est fondée sur une comparaison entre l'information de commande et l'information d'état. Ce traitement est d'autant plus efficace que l'on dispose d'un modèle du système qui peut prédire son comportement en fonction des variations de l'information de commande et des perturbations extérieures. On a recours à une modélisation qui consiste à trouver les variables et la forme des équations qui régissent le processus, puis à une identification dont l'objet est l'évaluation des paramètres contenus dans ces équations. Ce modèle est généralement placé dans un ordinateur. Il permet de donner en temps réel et au fur et à mesure du déroulement du processus, les consignes aux automatismes locaux qui gouvernent les actionneurs.

Étant donné la complexité du processus, il est souvent demandé d'atteindre les objectifs de la meilleure manière possible, c'est-à-dire d'optimiser les performances, par exemple en améliorant statistiquement les résultats en minimisant l'écart quadratique moyen de telle grandeur de sortie.

## Chapitre III

# **Application sur un simulateur d'hélicoptère**

*Il n'y pas de problèmes ,il n'y a que des solutions l'esprit de l'homme  
invente ensuite les problèmes*

**Andre Gide**

### III-1-Introduction :

L'hélice chinoise, jouet connu en Europe dès le Moyen âge, fait remonter très loin dans le temps l'invention du rotor sustentateur. L'intérêt de son application à des machines volantes a été également perçu très tôt; en témoignent les célèbres esquisses de Léonard de Vinci, les nombreux projets ou modèles volants apparus aux XVIII<sup>e</sup> et XIX<sup>e</sup> siècles et, en 1863, le *Manifeste de l'autolocomotion aérienne* de Nadar: «C'est l'hélice, la sainte hélice! [...] qui va nous emporter dans l'air, comme la vrille entre dans le bois.»

Malheureusement, les premières tentatives de vol (les Français P. Cornu et L. Breguet en 1907) ne furent guère concluantes et la plupart des pionniers se tournèrent alors, Breguet le premier, vers l'avion, d'un abord moins difficile.

L'hélicoptère pose, en effet, de redoutables problèmes de puissance, de tenue mécanique, de pilotage, qui étaient hors de portée de la technique du temps.

De fait, le progrès fut lent jusqu'en 1936, malgré la persévérance des chercheurs: S. Petroczy et T. von Karman en Autriche, H. Berliner et G. de Bothezat aux Etats-Unis, l'Espagnol R. P. de Pescara en France, C. d'Ascanio en Italie, E. Oemichen en France, M. Florine en Belgique, et bien d'autres...

Cependant, dès 1923, l'autogire, de conception mécanique plus simple, fut développé par l'Espagnol Juan de La Cierva, qui apporta des solutions très élégantes et fécondes au dessin des rotors.

La technique de l'hélicoptère s'affirma ensuite, avec les appareils de L. Breguet et R. Dorand (France, 1936), de H. Focke (Allemagne, 1938) et de I. Sikorsky (Etats-Unis, 1939). C'est ce dernier qui, en 1942, ouvrit l'ère industrielle, avec la production en série de son modèle R 4.

L'hélicoptère put, enfin, dans les années cinquante, donner toute sa mesure grâce au turbomoteur, léger, puissant, facile à monter. Les conflits de Corée, du Vietnam confirmèrent sa valeur militaire et suscitèrent le développement d'une forte industrie spécialisée. Dans les années soixante-dix, les besoins nés de la recherche et de l'exploitation pétrolières jouèrent un rôle analogue dans l'expansion du marché des appareils civils.

Les hélicoptères les plus courants pèsent entre 1,5 tonnes (4 sièges) et 25 tonnes (50 sièges). Il en existe aussi de géants de plus de 50 tonnes et de très légers de moins de 1 tonne pour 2 ou 3 sièges.

Les principaux constructeurs mondiaux sont Sikorsky et Bell aux Etats-Unis, Aérospatiale en France. Il faut citer encore McDonnell Douglas (ex-Hughes), Boeing Helicopters (ex-Vertol) aux Etats-Unis, M.B.B. en R.F.A., Westland en Grande-Bretagne, Agusta en Italie. Enfin, des industries locales en Egypte, au Japon, en Indonésie, en Ind., en Chine... construisent, totalement ou partiellement, sous licences françaises et américaines [17].

### III-2- L' étude des forces agissantes sur l'hélicoptère :

La dynamique de l'hélicoptère obéit aux hypothèses suivantes :

- H<sub>1</sub> : les pales du rotor principal décrivent un disque dont l'axe passe par le centre de gravité G.
- H<sub>2</sub> : l'hélicoptère en vol est soumis à trois forces :
  - Le poids, applique au point G.
  - La force, générée par le rotor.
  - La traînée générale de l'appareil  $\vec{F}_X$  provoquée en vol de translation, par la résistance de l'air sur la structure.

L'état d'équilibre de l'hélicoptère impose que la résultante  $\vec{R}$  du poids  $\vec{P}$  et de la traînée  $\vec{F}_X$  soit égale et opposée à  $\vec{F}_N$ . Sous cette condition la résultante des forces est alors nulle et le vol est stable, il est soumis au principe d'inertie des corps matériels.

Le mouvement de l'hélicoptère résulte des variations en intensité et en direction du vecteur  $\vec{F}_N$ .

L'intensité de  $\vec{F}_N$  varie en fonction de la portance du rotor. L'inclinaison vers le pilote du levier de pas collectif donne à l'hélicoptère un mouvement ascendant.

La direction de  $\vec{F}_N$  varie en fonction de l'inclinaison du rotor sur laquelle le pilote peut agir grâce à un levier de pas cyclique :  $\vec{F}_N$  s'incline dans le même sens que la manche.

### III-3-Les différentes positions de vol de l'hélicoptère :

#### III-3-1-Le vol stationnaire :

En vol stationnaire, si le vent est nul, les seules forces appliquées à l'hélicoptère sont le poids et la portance. Le pilote règle l'intensité de  $\vec{F}_N$  pour que la résultante des forces soit nulle. Si le centre de gravité est vers l'arrière l'appareil cabre, s'il est vers l'avant il pique.

#### III-3-2-Le vol vertical ascendant :

Le vol vertical est obtenu, à partir du vol stationnaire, par action sur le manche de pas collectif dont l'inclinaison crée une variation uniforme de la portance sur le disque rotor et génère un déplacement vertical .

$\vec{V}_z$  est la vitesse normale acquise par l'hélicoptère,  $\vec{F}_x$  la traînée résultante,  $\vec{F}_N$  la portance modifiée par la commande appliquée et  $\vec{P}$  le poids.

#### III-3-3-Le vol de translation longitudinale et latérale :

Le vol translation est obtenu, à partir du vol stationnaire, par action sur le levier de pas cyclique qui fait incliner le disque du rotor.

La portance  $\vec{F}_N$  se décompose alors en deux forces :

$\vec{F}_h$  assurant le déplacement longitudinal et latéral de l'appareil et  $\vec{F}_s$  qui assure la sustentation.

#### III-3-4- Le lacet :

Le lacet est obtenu, à partir du vol stationnaire, en actionnant les deux palonniers, ce qui crée une variation de la poussée du rotor arrière qui induit un mouvement de rotation de la cabine autour de son centre de gravité G.

### III-4- Le rotor principal :

#### III-4-1-Description du rotor principal :

Un rotor comprend :

- Un mât entraîné par un moteur.
- Un moyen assurant la liaison du mât avec les pales.
- Les pales (au nombre de 2,3 ou 4).

Le montage des pales se fait par l'intermédiaire d'articulation. Elles permettent aux pales de se déplacer :

- Dans le plan vertical : c'est l'articulation de battement.
- Dans le plan horizontal : c'est l'articulation de pas qui permet de faire varier la portance.

#### III-4-2-Les articulations :

- L'articulation de pas : l'articulation de pas est reliée au manche du pas collectif par une tringlerie de commande. Il suffit d'actionner ce manche pour faire varier le pas du rotor principal, et ainsi de modifier uniformément les portances des pales. L'articulation de pas permet donc de donner à l'appareil un mouvement vertical.

- L'articulation de battement: une pale en mouvement est soumise à son poids  $\vec{P}_p$  appliquée à son centre de gravité  $G_p$ , à la force centrifuge  $\vec{F}_c$  appliquée au même point et à la portance  $\vec{F}_N$  appliquée au centre de poussée .

Considérons l'expression mathématique du module de la portance  $\vec{F}_N$  :

$$|F_n| = \frac{1}{2} \rho V_r^2 S C_z \quad (\text{III-1})$$

avec :

$\rho$  : La masse volumique de l'air.

$V_r$ : Module de la vitesse relative de la pale.

$S$  : Surface de la pale.

$C_z$ : Coefficient de portance qui dépend de l'incidence de la pale.

Deux facteurs sont donc susceptibles de faire varier la portance de la pale : la vitesse relative par rapport au vent et l'angle d'incidence.

L'angle d'incidence : il agit sur la portance des pales par l'intermédiaire de l'angle de pas. La vitesse relative agit différemment sur la portance suivant que le vol est stationnaire ou pas. C'est la raison essentielle pour laquelle l'hélicoptère ne pourrait pas voler sans articulations de battement.

L'articulation de traînée : lorsqu'une pale bat, le rayon de la trajectoire d'un élément de pale quelconque est modifié. La pale étant animée d'un mouvement de rotation, elle est donc soumise aux variations de vitesse angulaire. Lorsque la pale est avançante (elle se soulève), elle est soumise à une flexion dirigée vers l'arrière. Pour éviter ces flexions qui fatiguent les matériaux, l'articulation de traînée est introduite.

### III-4-3- Le rotor arrière :

Toute force prend appui sur un support pour se manifester. Si le support est libre, il se déplace au sens contraire de la force qui s'appuie sur lui. L'action de la force est égale et opposée à la réaction.

Le mât du rotor principal entraîné par un moteur pour tourner prend appui sur la cabine de l'hélicoptère, celle-ci est donc soumise à un couple de réaction égale et opposé au couple délivré par le moteur de la cabine.

Le rotor arrière empêche la cabine de tourner sur elle-même en produisant une poussée dans le plan horizontal.

La force provoquée par le rotor arrière ne peut pas, à elle seule, compenser l'action du rotor principal sur la cabine. En réalité cette force crée un couple qui équilibre la cabine et une force qui s'appuie sur le centre de gravité et qui provoque un mouvement de dérivé latéral. Pour éviter cela, le rotor est légèrement incliné sur le côté.

### III-5-Quelques exemples de couplage :

Les exemples de couplage ci-dessous permettent de mieux mesurer la difficulté de piloter l'hélicoptère et d'obtenir des mouvements bien précis.

### III-5-1 Couplage mouvement de le lacet-mouvement de roulis :

Lorsqu'une commande en lacet est appliquée, l'équilibre des forces provoquées par l'action du rotor arrière et l'inclinaison du rotor principal est rompue. L'hélicoptère prend de la vitesse latérale.

### III-5-2 Couplage mouvement normal-mouvement roulis tangage :

Pour acquérir un mouvement de translation longitudinal ou latéral, une commande de pas cyclique est appliquée pour incliner le rotor principal soit vers l'avant (mouvement de tangage), soit vers le côté (mouvement de roulis). Cette inclinaison provoque une perte de la portance du rotor de l'hélicoptère, ce qui lui fait prendre une vitesse normale.

### III-5-3 Couplage mouvement normal-mouvement de lacet :

Pour augmenter la vitesse normale, il faut augmenter le pas collectif, c'est à dire l'incidence des pales du rotor principal, ceci augmente la portance des pales, mais aussi leur traînée donc le mouvement résistant en lacet du rotor principal, donc un mouvement en lacet.

En plus des couplages rotatifs aux commandes, les dérivées aérodynamiques font apparaître de nombreux autres termes de couplage, des interactions rotor-cabine...etc.

L'hélicoptère a donc un comportement naturel fortement couplé.

### III-6-Relation entre le simulateur d'hélicoptère et l'hélicoptère :

Le simulateur d'hélicoptère est un appareil qui permet de représenter artificiellement le fonctionnement réel d'un hélicoptère. Il permet aussi d'observer l'influence des actions perturbatrices et à en déduire le comportement réel de l'hélicoptère sous les mêmes actions.

Il permet notamment de tester toutes les commandes capables de donner les meilleurs performances possibles.

L'expérimentation réelle pose plusieurs problèmes, et ce en raison d'impératifs temporels, de contraintes budgétaires et de risques d'accidents graves. Les résultats, ainsi obtenus, sont d'ailleurs presque aussi riches et détaillés que ceux d'une expérimentation opérationnelle.

Pour que la simulation ait une valeur scientifique, il faut, évidemment, que le modèle soit une reproduction fidèle de la réalité, c'est-à-dire qu'il repose sur des bases théoriques assurées.

### III-7- Description du simulateur d'hélicoptère [10] :

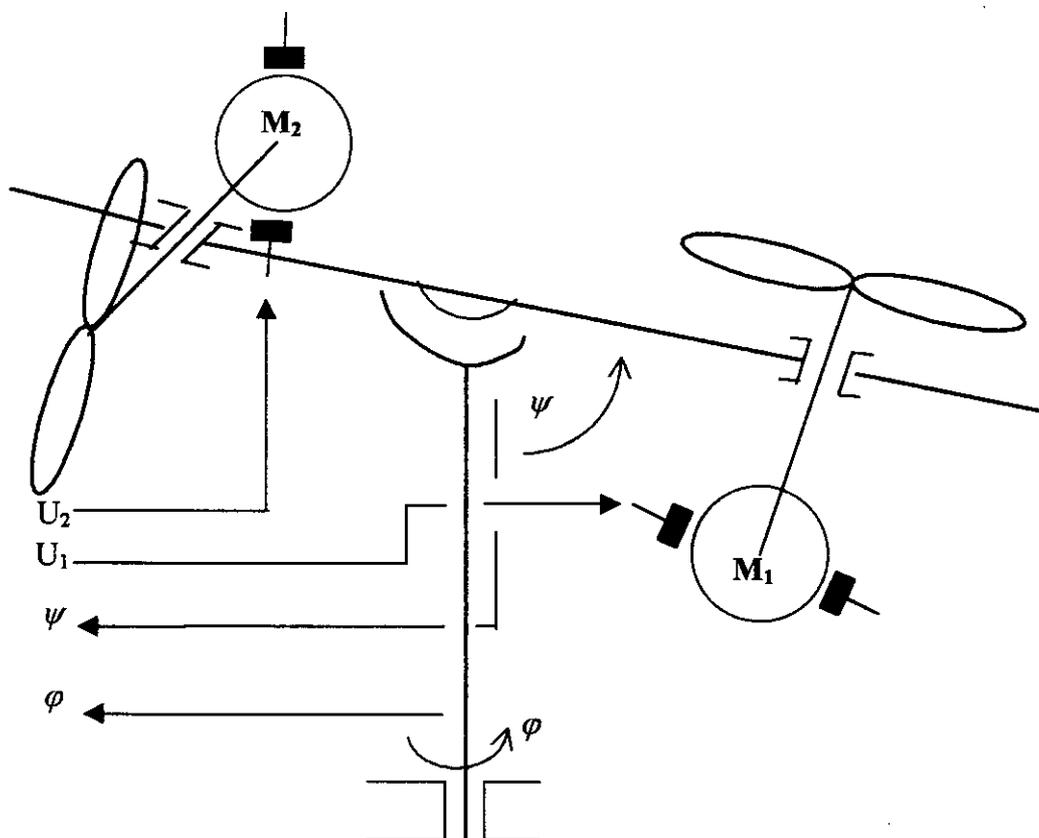


Figure III-1 :Le simulateur d'hélicoptère

Le simulateur d'hélicoptère, est formé d'un corps portant deux moteurs à courant continu. Les tensions de commande sont appliquées aux moteurs via une carte de puissance MLI(hacheur 24V). Ce simulateur existe au niveau du laboratoire d'Automatique de l'EMP (voir figure III-1).

Sur les axes de rotation de chaque moteur sont fixées des pales (hélices) rigides constituant le rotor sustentateur et le rotor anticouple. Les axes de rotations des hélices sont perpendiculaires .

Le corps du simulateur peut pivoter autour d'un axe horizontal (angle de tangage  $\psi$ ) fixé sur une fourche solidaire d'une tige verticale pivotant librement autour de son axe vertical (angle de lacet  $\phi$ ), le système formé possède deux degrés de liberté.

L'image des positions angulaires est fournie par des capteurs potentiométriques alimentés par  $\pm 10$  V. Le système est multivariable à deux entrées et deux sorties (MIMO  $2 \times 2$ ). Les sorties sont l'angle d'élévation  $\psi$ , et l'angle d'azimut  $\phi$ . Les entrées sont les tensions appliquées sur deux moteurs à courant continu. Le système est essentiellement non linéaire, instable en boucle ouverte et présente des couplages importants. Le modèle mathématique peut être linéarisé autour d'un point de fonctionnement.

La sévérité de ces caractéristiques implique des difficultés aussi bien pour l'analyse (modélisation et identification) que pour la synthèse des lois de commande.

### III-7-1- La carte de puissance :

Le hacheur est un convertisseur statique alimenté par une source de tension continue et qui produit aux bornes du moteur une tension de valeur moyenne (diode de roue libre) permettant au courant dans le moteur de se refermer pendant l'ouverture du hacheur et évite la surtension.

Le signal (cycle) est la comparaison du signal de commande revenant du PC, à travers la carte DSP WIN 30 PGH, et d'un signal triangulaire donné par un générateur de fréquence. Donc le cycle est un signal rectangulaire à deux niveaux ( $\pm 10$  V).

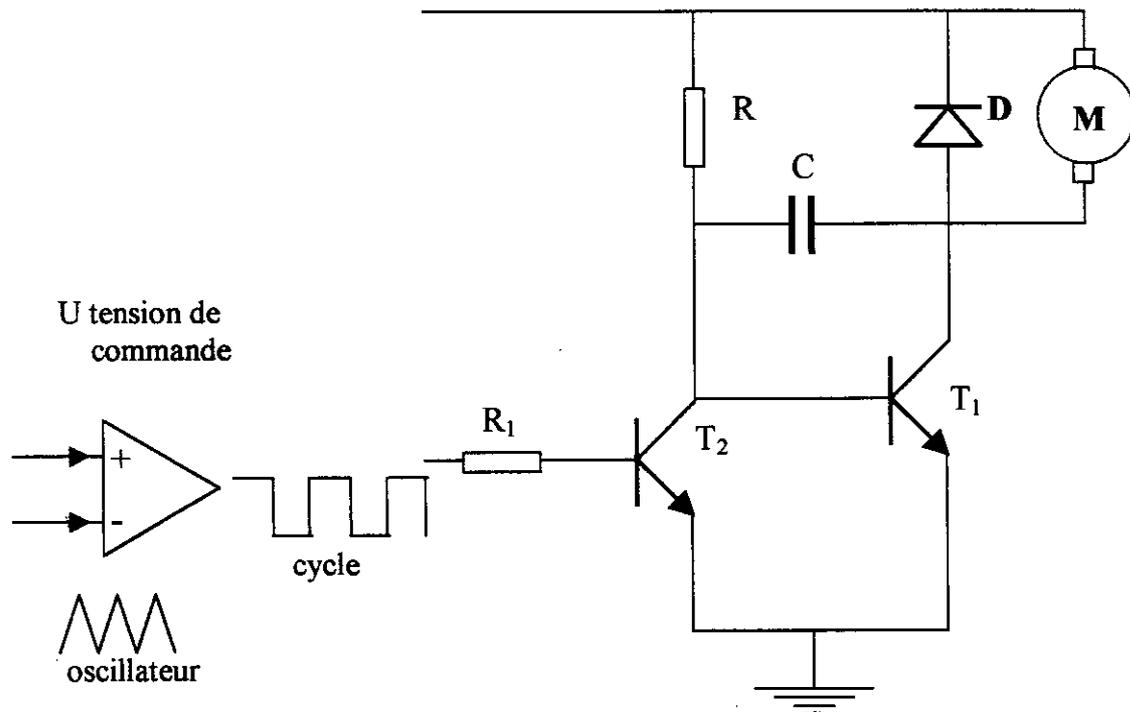


Figure III-2 : La carte de puissance

### III-7-2 Le système d'interface

L'application est munie de deux cartes DSP (Digital Signal Processing), la WIN 30 PGH et la PCL 818H.

### III-8- Modélisation :

Dans ce paragraphe, nous établissons un modèle de comportement du simulateur à partir des lois de la physique.

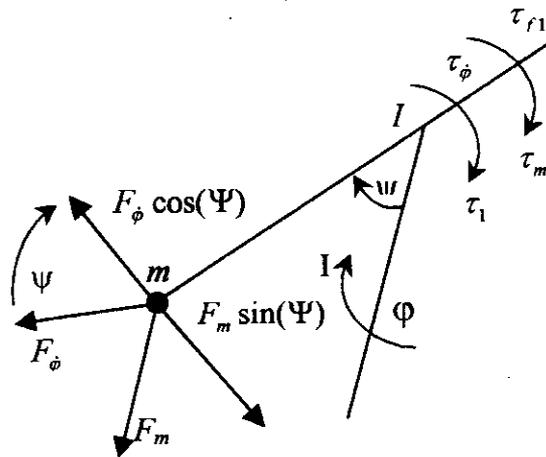


Figure III-3 : Les couples agissant sur le corps dans le plan vertical

**III-8-1- Sous-Système d'élévation :**

En représentant les forces dans le plan vertical agissant sur le corps du simulateur (voire figure III-2).

$$L\ddot{\Psi} = \tau_1 + \tau_\phi - \tau_{f1} - \tau_m + \tau_G \tag{III-2}$$

avec :

$\tau_\phi$ : Couple centrifuge [N.m].

$\tau_G$ : Couple gyroscopique [N.m].

$\tau_m$ : Le couple gravitationnel [N.m].

$\tau_{f1}$ : Couple de frottement (coulomb et visqueux) [N.m].

$\tau_1$ : Couple moteur d'élévation (influence de l'hélice) [N.m].

$I$ : Moment d'inertie du corps du simulateur au tour de l'axe horizontal [Kg.m<sup>2</sup>].

$L$ : La longueur du bras de levier [m].

$g$ : Gravité [Kg.m.s<sup>-2</sup>].

$w_1$ : Vitesse angulaire du rotor principal [rad/s].

Les différents couples sont donnés par :

$$\tau_m = F_m L \sin(\Psi) = mgL \sin(\Psi) \tag{III-3}$$

$$\tau_\phi = m \dot{\phi}^2 L \sin(\Psi) \cos(\Psi) = \frac{1}{2} m L \dot{\phi}^2 \sin(2\Psi) \tag{III-4}$$

$$\tau_1 = k w_1^2 \tag{III-5}$$

$$\tau_{f1} = C_{\Psi} \text{sign}(\dot{\Psi}) + B_{\Psi} \dot{\Psi} \quad (\text{III-6})$$

$$\tau_G = K_G \dot{\phi} \omega_1 \cos(\Psi) \quad \text{pour } \dot{\phi} \ll \omega_1 \quad (\text{III-7})$$

$C_{\Psi}$ : Constante de frottement statique.

$B_{\Psi}$ : Constante de frottement dynamique.

$F_m$ : La composante de la force pesanteur.

$K_G$ : Constante de couple gyroscopique.

$K_{\omega 1}$ : La constante du couple d'élévation.

Nous travaillons sous l'hypothèse que l'influence de certains paramètres est négligée. C'est le cas par exemple du couple de réaction du moteur stabilisateur et de la variation de la résistance de l'air en fonction de la vitesse de rotation de l'hélice principale. L'influence du moteur anti-couple sur l'angle d'élévation est négligeable. La variation de l'amortissement est négligeable. La variation de l'amortissement de l'oscillation du corps en élévation est mesurable. L'influence de la vitesse de l'hélice principale sur le couple de frottement en élévation est difficile à modéliser analytiquement.

### III-8-2-Sous-Système Azimut :

Les équations suivantes montrent l'équilibre des couples dans le plan horizontal, en tenant compte des principales forces agissantes sur le corps du simulateur dans la direction de l'angle  $\phi$  :

$$\text{On a : } I_{\Psi} \ddot{\phi} = \tau_2 - \tau_{f2} - \tau_r \quad (\text{III-8})$$

$\tau_2$ : Couple moteur stabilisateur [N.m].

$\tau_{f2}$ : Couple de frottement [N.m].

$\tau_r$ : Couple de réaction créé par le moteur principal [N.m].

$\omega_2$ : Vitesse angulaire du rotor d'azimut [rad/s].

$$I_{\Psi} = I \sin(\Psi) \quad (\text{III-9})$$

$$\tau_2 = K_2 L_2 \sin(\Psi) \omega_2^2 \quad (\text{III-10})$$

$$\tau_{f2} = C_{\tau} \text{sign}(\dot{\phi}) + B_{\tau} \dot{\phi} \quad (\text{III-11})$$

$C_{\tau}$ : Constante de frottement statique.

$B_{\tau}$ : Constante de frottement dynamique.

$I_{\tau}$ : Moment d'inertie du corps du simulateur au tour de l'axe verticale [Kg.m<sup>2</sup>].

$K_2$ : La constante du couple d'élévation.

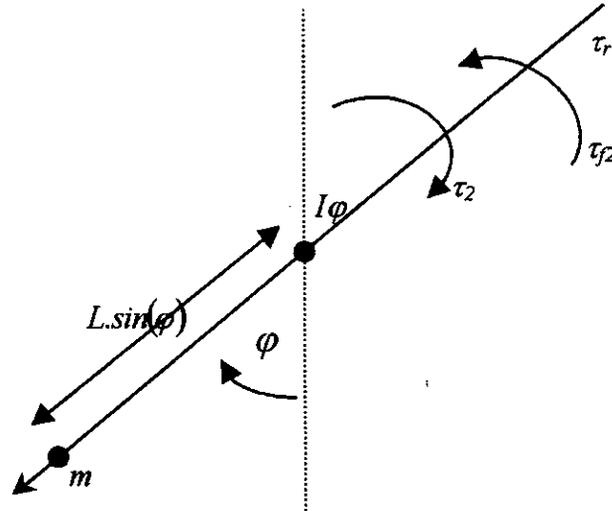


Figure III-4 : L'ensemble des couples en azimut sur le simulateur.

Conformément à la dynamique du corps en élévation, aucune relation entre la vitesse de l'hélice latérale et le couple de frottement autour de l'axe de rotation verticale n'est introduite pour l'obtention du modèle analytique de la dynamique du simulateur d'hélicoptère. Le couple  $\tau_r$  est significatif, il provient du couple généré par le moteur principal agissant sur le corps tournant.

### III-8-3- Les moteurs à courant continu :

Les deux moteurs sont des MCC commandés en tension (vitesse) par une carte de puissance MLI 24 V. Dans leur modélisation on considère que :

- L'inductance de l'armature est très faible.
- Le frottement de coulomb et le couple résistant généré par la rotation de l'hélice dans l'air sont insignifiants.
- Le couple résistant provenant de la rotation de l'hélice dépend de la vitesse angulaire  $w$  en basse vitesse et de  $w^2$  aux vitesses élevées.

Voici les équations décrivant leur fonctionnement :

$$i = \frac{1}{R}(u - K_b w) \quad (\text{III-12})$$

$$\tau = K_t \cdot i \quad (\text{III-13})$$

$$\tau_c = B_p + D_p \cdot \omega_2 \quad (\text{III-14})$$

$$I \cdot \dot{\omega} = \tau - \tau_c - B\omega - \tau_p \quad (\text{III-15})$$

avec :

$U$  : La tension aux bornes du moteur [V].

$\omega$  : La vitesse angulaire du rotor [rad/s].

$K_t$  : La constante du couple.

$i$  : Courant de l'armature [A].

$\tau$  : Le couple moteur [N.m].

$\tau_c$  : Le couple de frottement de coulomb [N.m].

$B_p$  : Le coefficient de résistance de l'air (écoulement laminaire).

$R$  : Résistance de l'armature [ $\tau$ ].

$K_b$  : Constante de FEM [V.s/rad].

$I$  : Le moment d'inertie du rotor et hélice [Kg.m<sup>2</sup>].

$B$  : Coefficient de frottement visqueux [N.m.s].

$C$  : Coefficient des frottements secs [N.m].

$\tau_p$  : Le couple de résistance de l'air [N.m].

$D_p$  : Le coefficient de résistance de l'air (écoulement turbulent).

Les couples développés par les deux moteurs sont donnés par les équations suivantes :

$$\tau_1 = K_{\omega_1} \cdot \omega_1^2 \quad (\text{III-16})$$

$$\tau_2 = K_{\omega_2} \cdot \omega_2^2 \quad (\text{III-17})$$

avec :

$\omega_1$  : La vitesse angulaire de l'hélice principale [rad/s].

$\omega_2$  : La vitesse angulaire de l'hélice secondaire [rad/s].

$\tau_1$  : Le couple d'élévation généré par l'hélice principale [N.m].

$\tau_2$  : Le couple d'élévation généré par l'hélice secondaire [N.m].

**III-8-4-Les équations du simulateur d'hélicoptère :**

En fonction du choix des variables d'états, plusieurs modèles d'états du simulateur d'hélicoptère ont été proposés parmi eux celui décrit dans [16]:

Le simulateur d'hélicoptère est décrit par le vecteur d'état :

$$X^t = [\Psi, \dot{\Psi}, w_1, \dot{w}_1, \varphi, \dot{\varphi}, w_2, \dot{w}_2], \text{ avec :}$$

$\psi$  : L'angle d'azimut.

$\psi$  et  $\dot{\Psi}$  : L'angle et la vitesse d'azimut.

$w_1$  et  $\dot{w}_1$  : La vitesse et l'accélération angulaire du moteur d'azimut.

Dans ce cas, les équations d'états qui décrivent le système non linéaire non simplifié sont données par  $\dot{X} = f(x, u) + g(u)$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{X}_1 = X_2 \\ \dot{X}_2 = -\alpha_1 X_2 - \alpha_2 \sin X_1 + \alpha_3 X_3^2 + \alpha_4 X_3 - \beta X_3 X_6 \cos X_1 \\ \dot{X}_3 = X_4 \\ \dot{X}_4 = -\alpha_6 X_3 - \alpha_5 X_4 + \alpha_3 U_1 \\ \dot{X}_5 = X_6 \\ \dot{X}_6 = -\alpha_9 X_6 + \alpha_7 X_3^2 + \alpha_8 X_7 - \alpha_{10} U_1 \\ \dot{X}_7 = X_8 \\ \dot{X}_8 = -\alpha_{11} X_8 - \alpha_{12} X_7 + \alpha_{12} U_2 \end{array} \right. \quad \text{(III-18)}$$

avec les paramètres suivants :

$$\alpha_1 = \frac{B_\psi}{I_1} ; \quad \alpha_2 = \frac{\tau_g}{I_1} ; \quad \alpha_3 = \frac{a_1}{I_1} ; \quad \alpha_4 = \frac{b_1}{I_1} ; \quad \alpha_5 = \frac{2}{I_1} ; \quad \alpha_6 = \frac{1}{I_1^2} ;$$

$$\alpha_7 = \frac{a_2}{I_2} ; \quad \alpha_8 = \frac{b_2}{I_2} ; \quad \alpha_9 = \frac{B_\varphi}{I_2} ; \quad \alpha_{10} = \frac{k_r T_{or}}{I_2 T_{pr}} ; \quad \alpha_{11} = \frac{2}{I_2} ; \quad \alpha_{12} = \frac{1}{I_2^2} .$$

### III-8-5- les points de fonctionnement : [13]

Le point d'équilibre est généralement choisi comme point de fonctionnement, et il réalise la condition suivante :

$$x|_{x_0, u_0} = f(x_0, u_0) = 0.$$

- En fixant  $\varphi$  et  $\psi$  dans le système d'équations (III-18), nous cherchons à déterminer les composantes de  $x_0$  et  $u_0 = \begin{pmatrix} u_{10} \\ u_{20} \end{pmatrix}$  des points d'équilibre.

On est alors amené à résoudre l'équation :

$$a_1 u_1 + b_1 u_1 - \tau_g \sin(\psi_0) = 0. \quad (\text{III-19})$$

Cette équation n'admet pas de solutions réelles pour :

$$\sin(\psi_0) < \frac{-b_1}{4a_1 \tau_g} = \nu \quad (\text{III-20})$$

Pour les valeurs de  $\psi_0$  négatives inférieures à  $\arcsin(\nu)$ , on obtient un modèle linéaire à paramètres complexes lors de l'identification, c'est à dire on ne peut pas linéariser.

Pour les valeurs de  $\Psi_0$  très proche de zéro on obtient un modèle linéaire mal conditionné.

Toute fois, nous n'avons pas pu commander le système pour des valeurs négatives de  $\Psi_0$ .

### III-9- simulation en boucle ouverte :

Dans cette partie nous avons effectué des essais en boucle ouverte du simulateur d'hélicoptère.

Nous avons pu décrire à travers ces résultats un aspect global de son comportement.

Deux types d'essais ont été effectués pour deux valeurs distinctes de  $B\psi$  et ce afin de montrer l'influence de ce paramètre.

Voici, ci-dessous, les différents essais :

#### III-9-1-Tests de plusieurs commandes :

- $u_1=1$  et  $u_2=1$  :

Dans ce cas, les deux sorties sont instables. Nous remarquons que les vitesses convergent vers des valeurs constantes et que les réponses ont tendance à se comporter comme des rampes. Dans cet exemple on ne peut rien dire sur les effets mutuels de couplage.

- $u_1=1$  et  $u_2=0$  :

L'élévation est instable comme dans le premier cas et l'azimut diverge négativement.

Nous remarquons un couplage élévation-azimut.

- $u_1=0$  et  $u_2=1$  :

En ce qui concerne ce cas, nous remarquons que l'azimut est instable et que l'élévation est nulle. Nous pouvons dire qu'il y a un découplage azimut-élévation évident.

Afin d'avoir plus d'informations sur le système nous avons ajouté d'autres essais, qui sont les suivants :

- $u_1=0.5$  et  $u_2=0$  :

Dans ce cas nous avons pu stabiliser l'élévation, ce qui n'est pas le cas pour l'azimut. Nous avons effectué plusieurs tests complémentaires et ce afin de déterminer un intervalle de  $u_1$  pour lequel le système est stable. Nous avons trouvé que pour  $u_1 \in [-0.63, 0.5]$  l'élévation converge.

- $u_1=0$  et  $u_2=\alpha.\delta(t)$  :

Où  $\delta(t)$  est une impulsion d'amplitude 1 et  $\alpha$  un coefficient multiplicatif. Dans cet essai nous avons pris  $\alpha=10$ .

La raison du choix de cette entrée découle du fait que lorsque nous avons testé les commandes  $u_1=0$  et  $u_2=1$ , la réponse de l'azimut avait l'allure d'une droite. Et donc le deuxième sous système  $(u_2, y_2)_{u_1=0}$  se comportait comme un intégrateur .

### III-9-2-Influence du coefficient de viscosité $B_\psi$ :

Pour les essais avec  $B_\psi=1.84 \cdot 10^{-03}$  nous remarquons des oscillations sur l'élévation.

Pour  $B_\psi=1.84 \cdot 10^{-02}$  , il n'y a pas d'oscillations. Ce coefficient joue un rôle dans la vitesse de la réponse : s'il est petit, il rend le système plus rapide mais apporte un effet qui dégrade la stabilité.

### III-9-3-Influences des perturbations :

#### III-9-3-1-Perturbation sur l'élévation :

Lorsque nous appliquons une perturbation sur l'élévation nous observons que le second sous système a tendance à revenir de lui même vers sa position d'équilibre, ceci bien sûr pour des valeurs de  $u_1$  comprises dans l'intervalle précédent. Nous devons retenir cette remarque car ceci nous aidera dans les interprétations lors de l'application de la commande.

#### III-9-3-2-Perturbation sur l'azimut :

Contrairement au cas précédent cette sortie ne revient pas vers sa position initiale.

### III-9-4-Conclusion :

Nous pouvons dire, d'après les essais en boucle ouverte, que le système est fortement instable et qu'il présente un couplage dont l'effet , non négligeable, est déstabilisant.

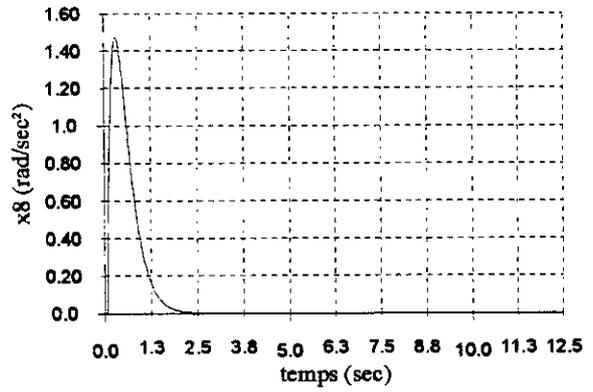
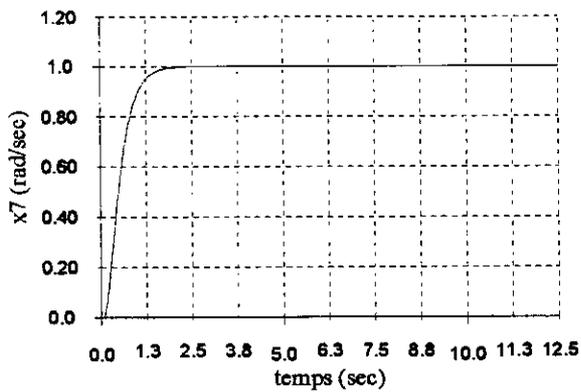
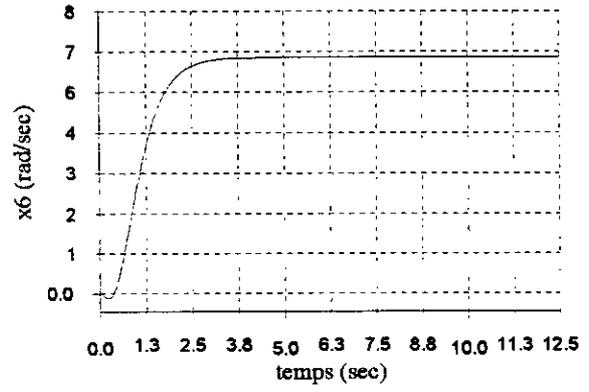
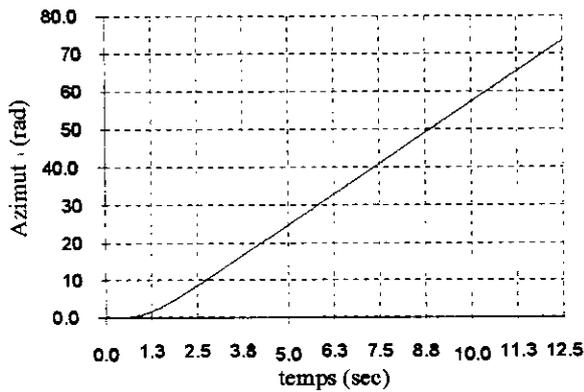
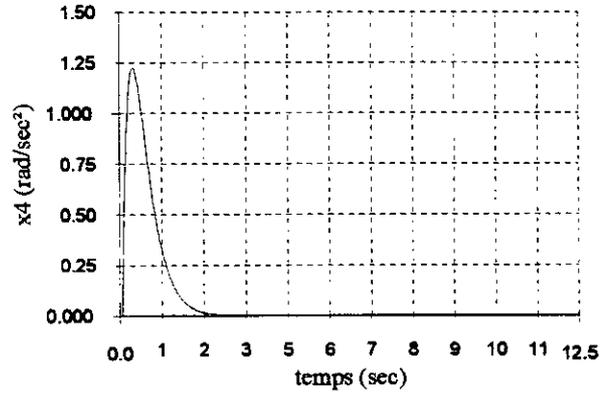
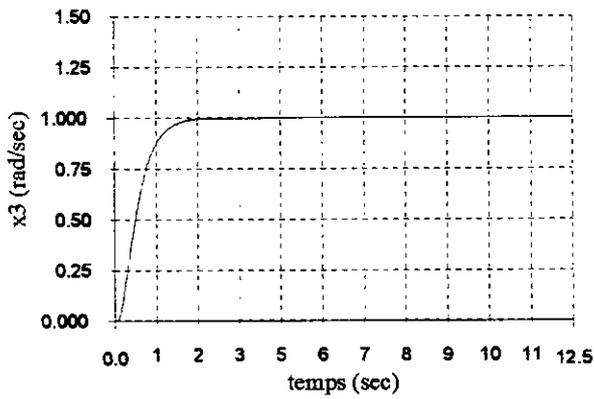
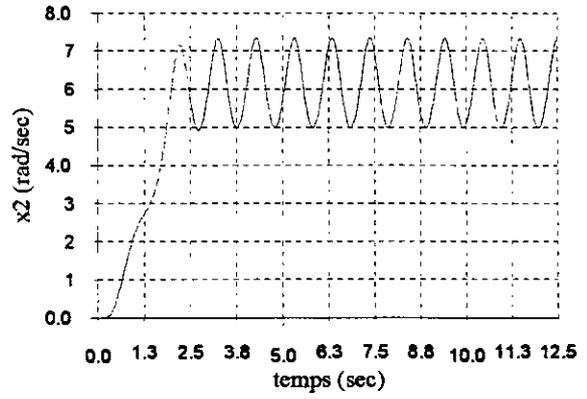
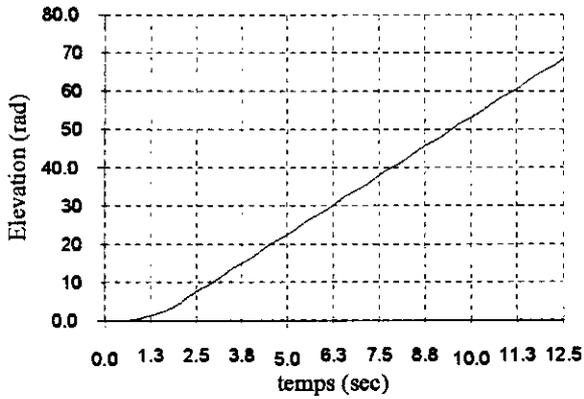


Figure III-1-1 : Réponse à vide pour  $u_1=1$  et  $u_2=1$

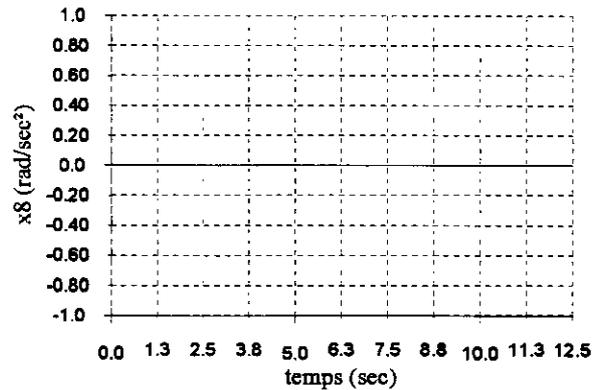
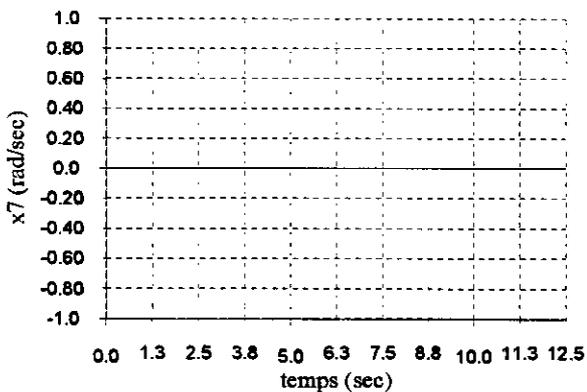
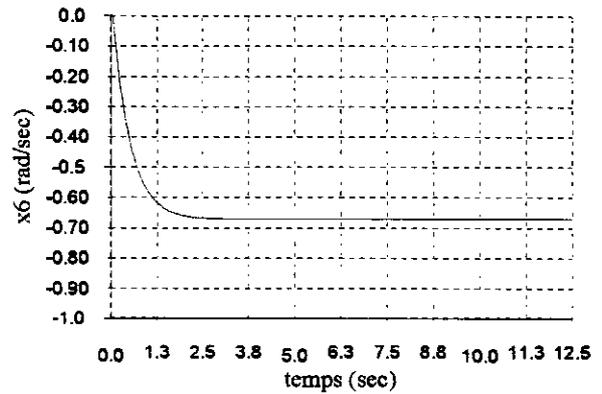
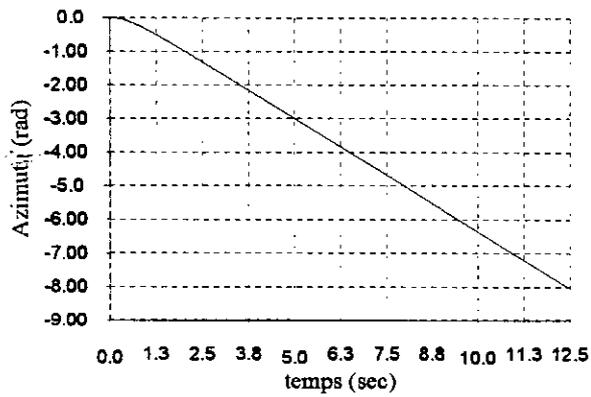
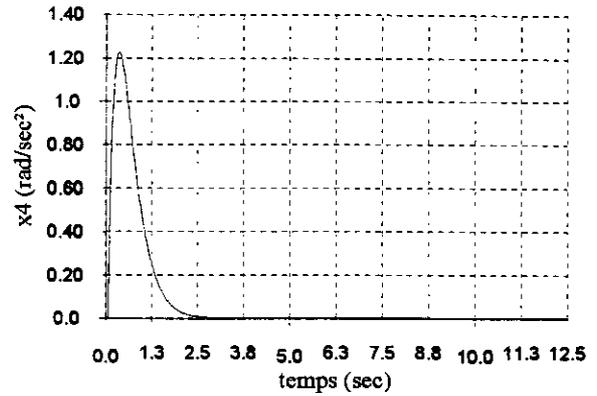
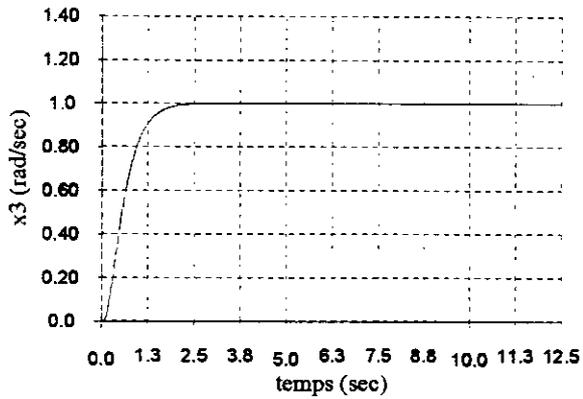
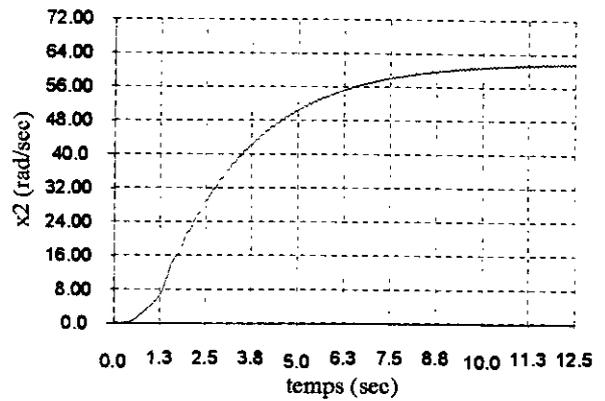
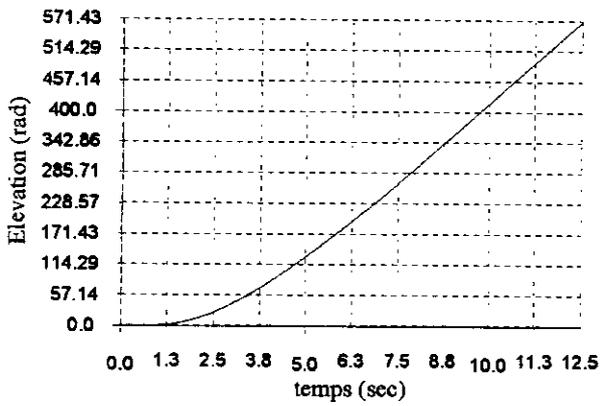


Figure III-1-2 : Réponse en boucle ouverte pour  $u_1=1$  et  $u_2=0$ .

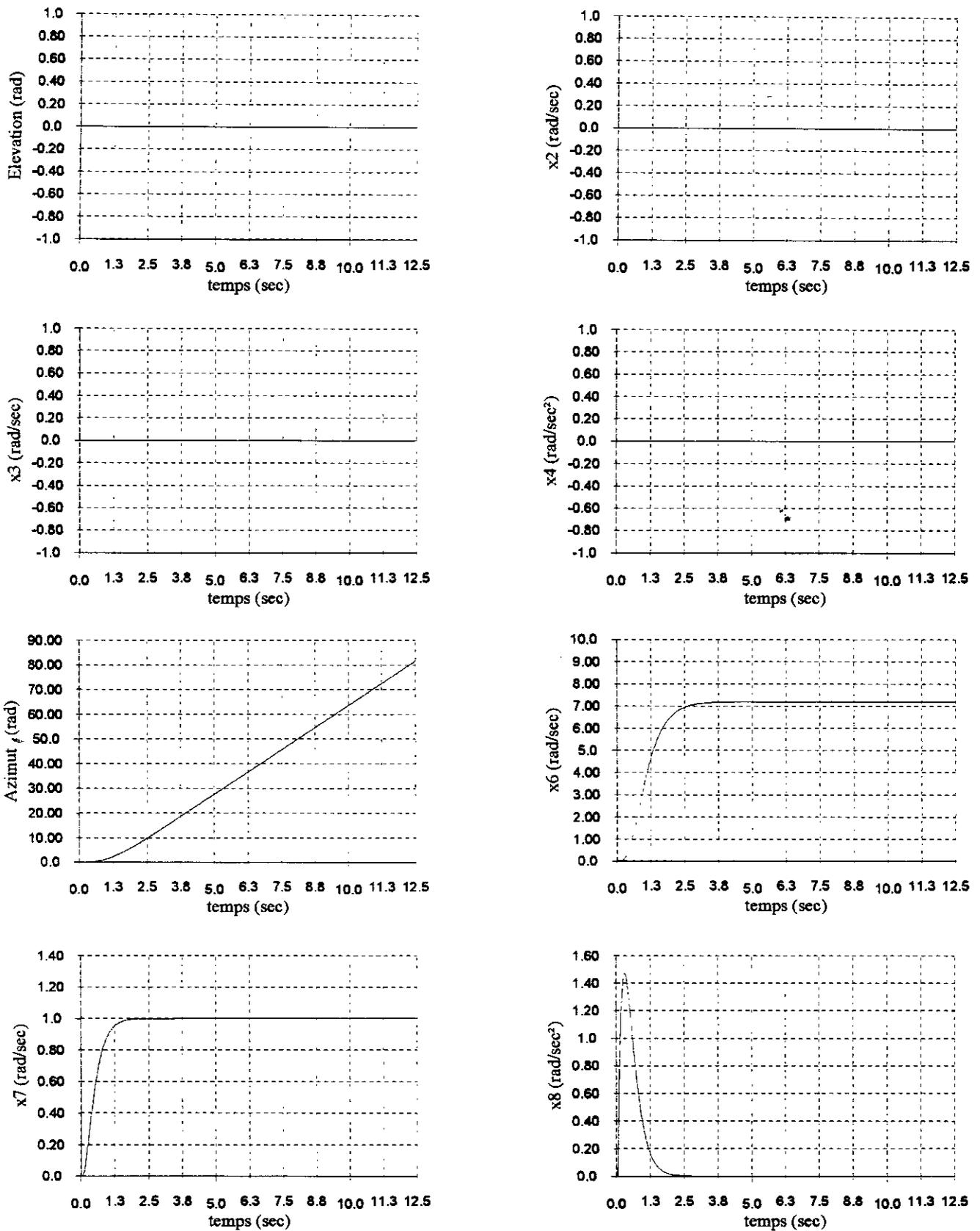


Figure III-1-3 : Réponse en boucle ouverte pour  $u1=0$  et  $u2=1$ .

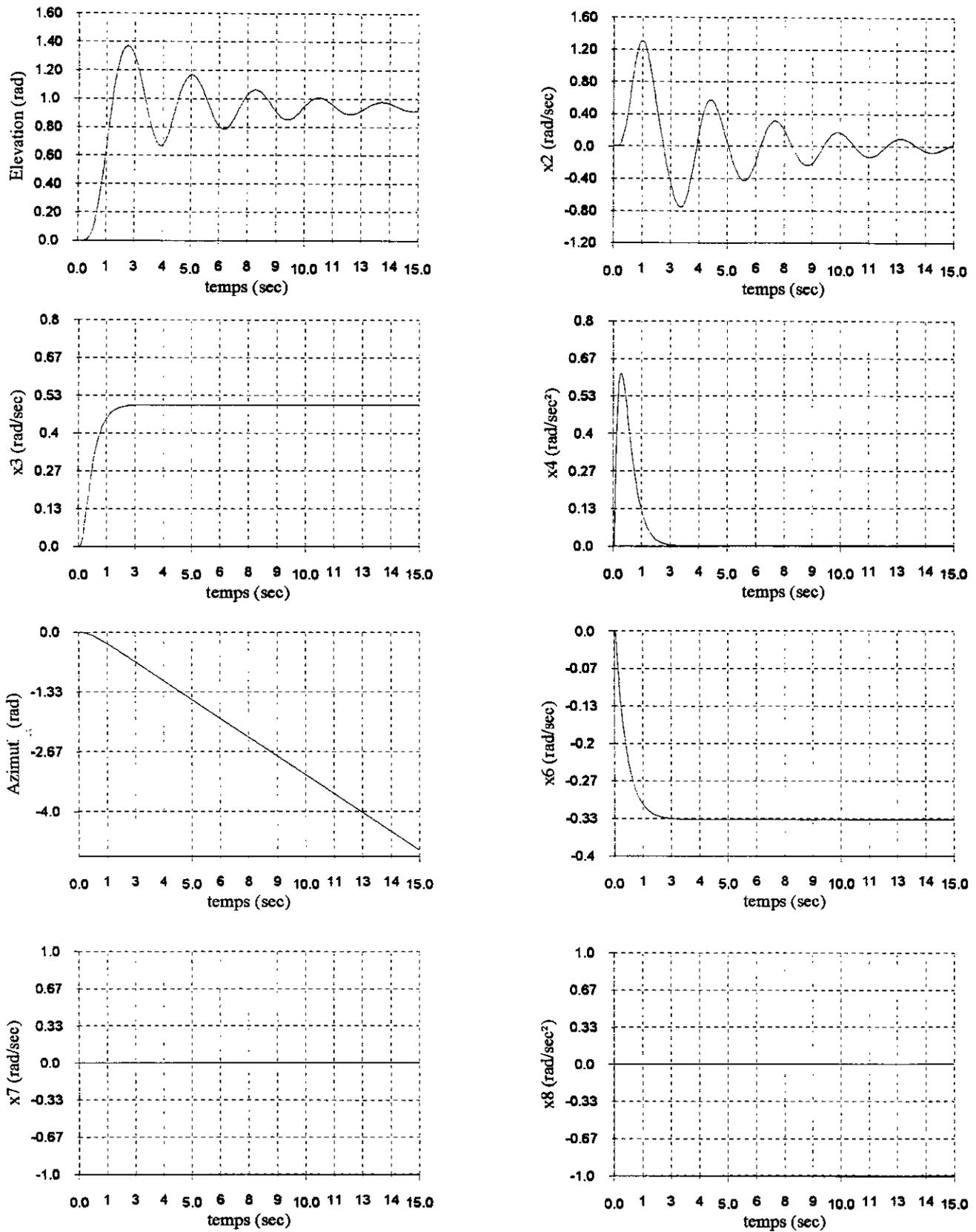


Figure III-1-5 : Réponse en boucle ouverte pour  $u_1=0.5$  et  $u_2=0$ .

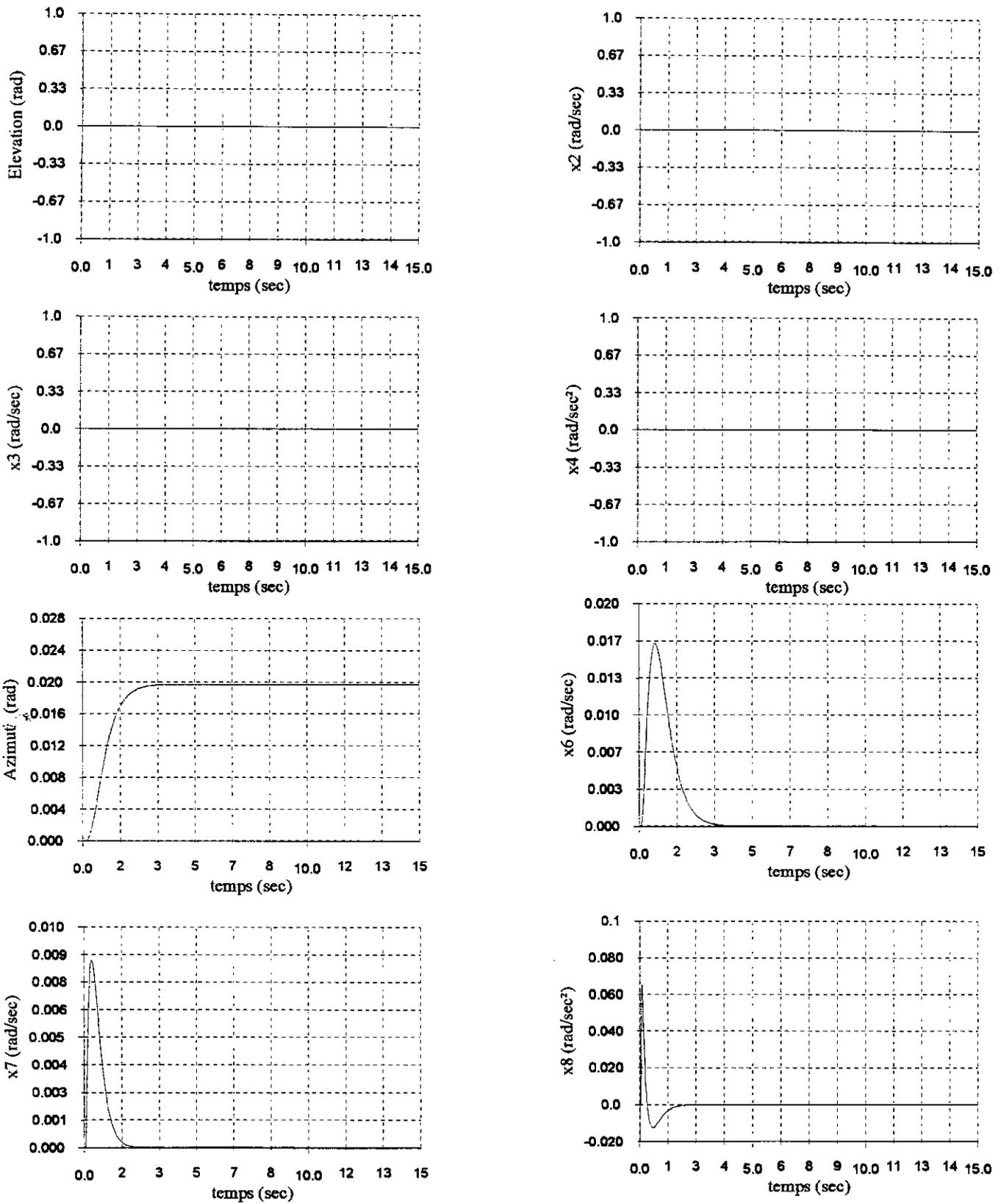


Figure III-1-6 : réponse en boucle ouverte pour  $u_1=0$  et une commande  $u_2$  impulsionnelle.

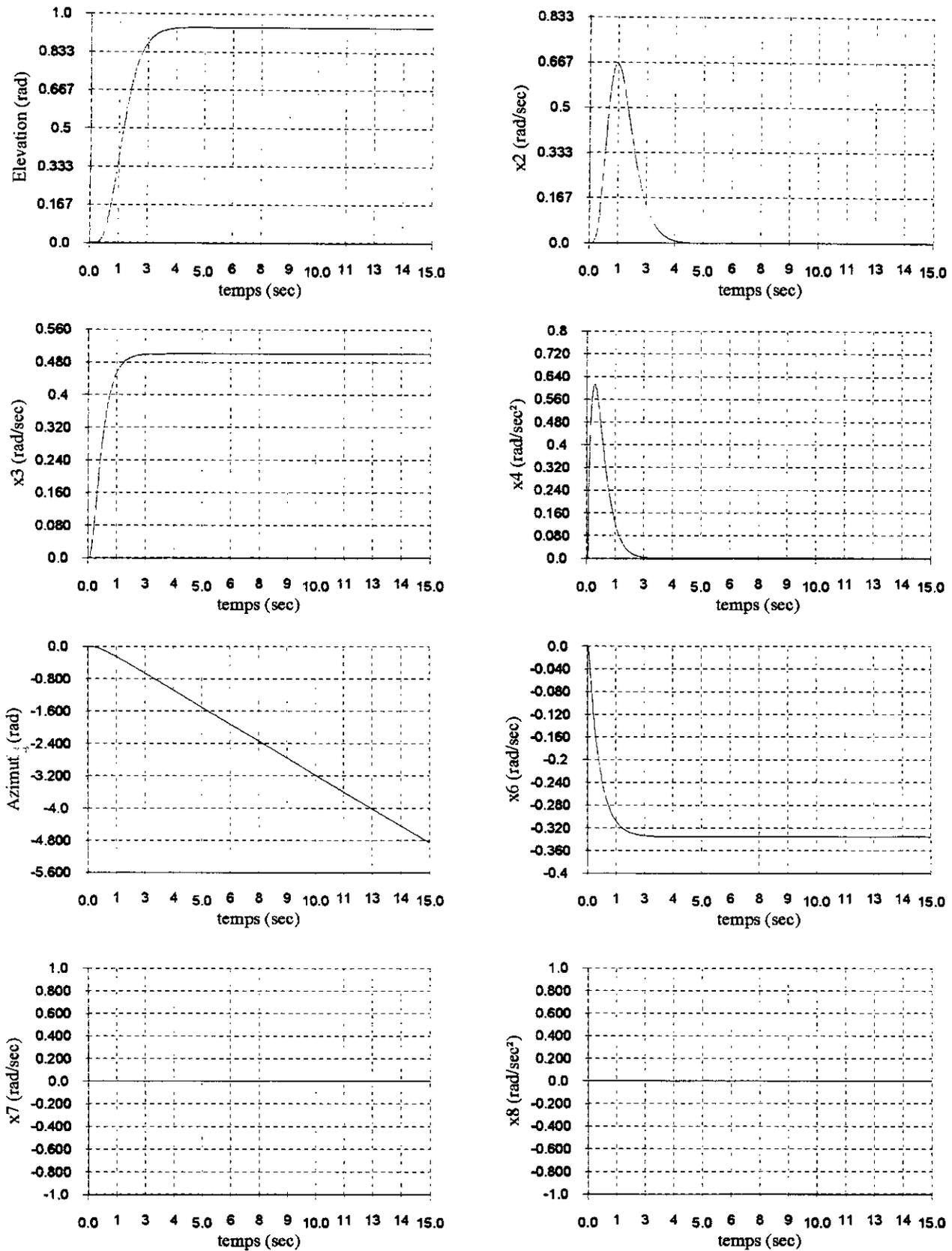


Figure III-1-4 : Réponse en boucle ouverte pour  $u_1=1$  et  $u_2=1$  avec  $B\psi=1.84 \cdot 10^{-02}$ .

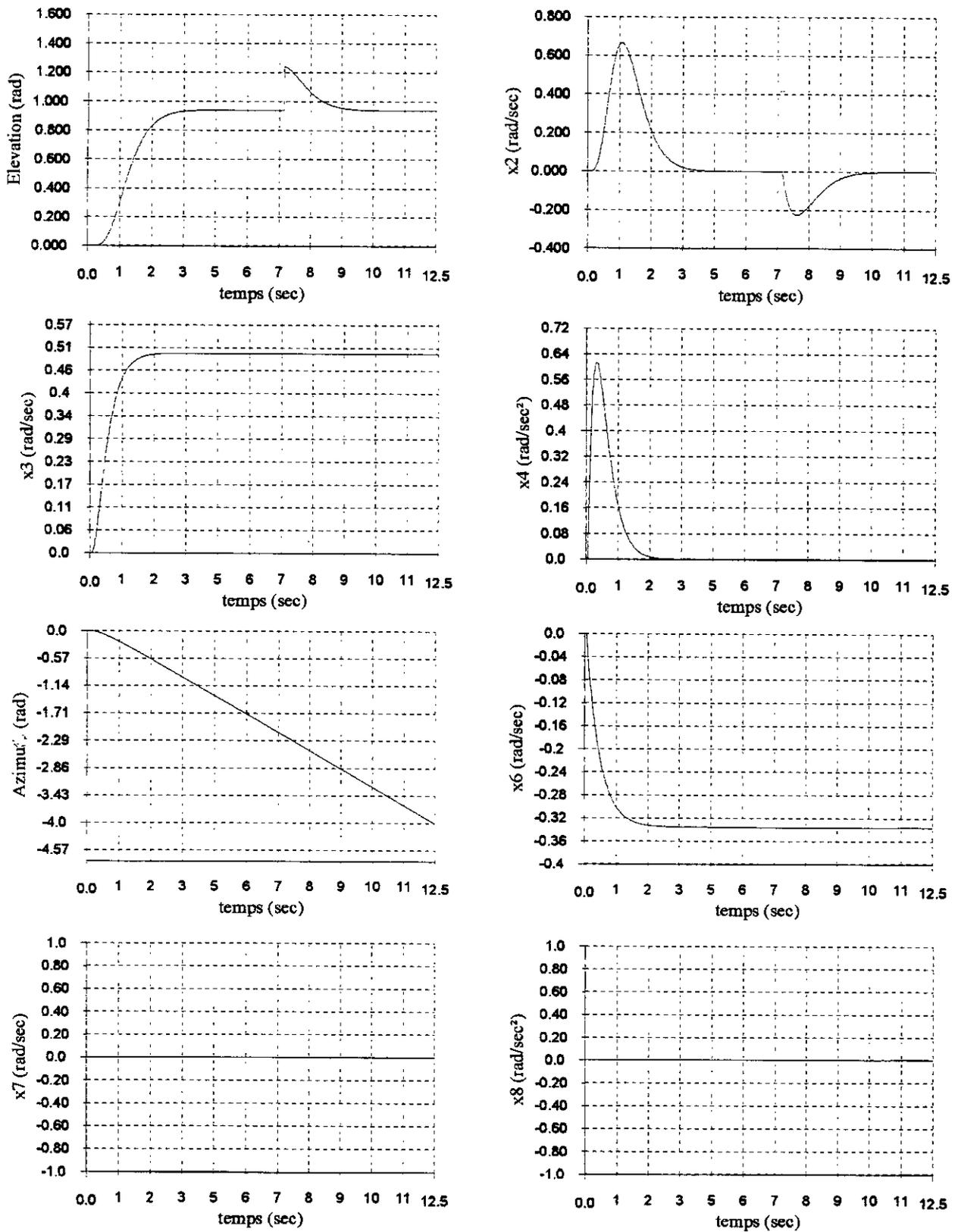


Figure III-1-7 : Réponse à une perturbation en élévation pour  $u_1=0.5$  et  $u_2=0$  et  $B\psi=1.84 \cdot 10^{-02}$ .

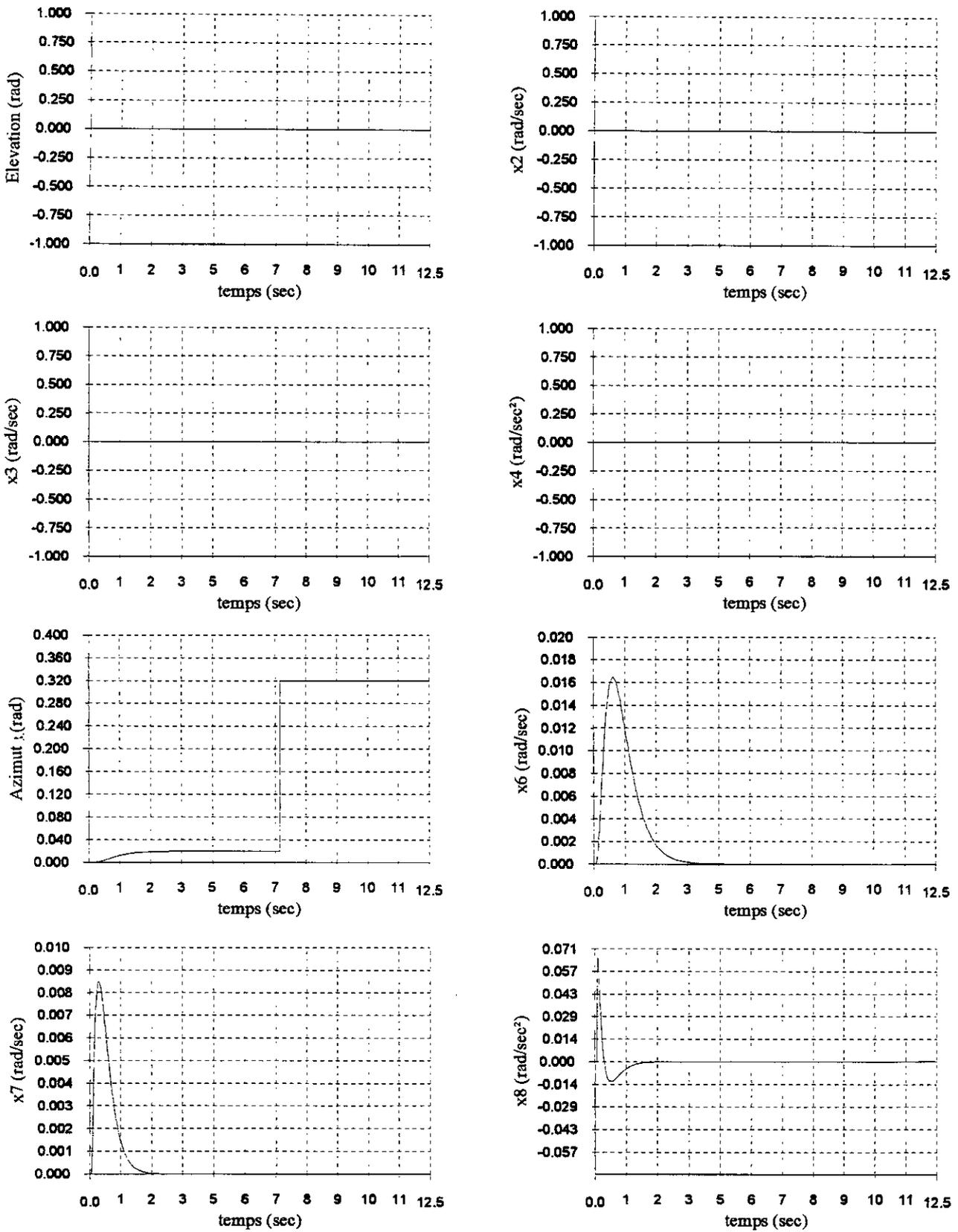


Figure III-1-8 : Réponse à une perturbation au niveau de l'azimut pour  $u1=0$  et  $u2$  sous forme impulsionnelle avec  $Bu=1.84 \cdot 10^{-02}$ .

**III-10- Identification des paramètres de simulateur d'hélicoptère:**

Dans cette partie nous avons procédé à une identification *off line* et ce pour identifier les paramètres de démarrage, qui rendront le système stable, lors du lancement de la commande adaptative.

Pour se faire nous avons utilisé un régulateur LQG non adaptatif et nous avons recueilli les informations des entrées et des sorties.

Nous avons schématisé ceci par la figure suivante :

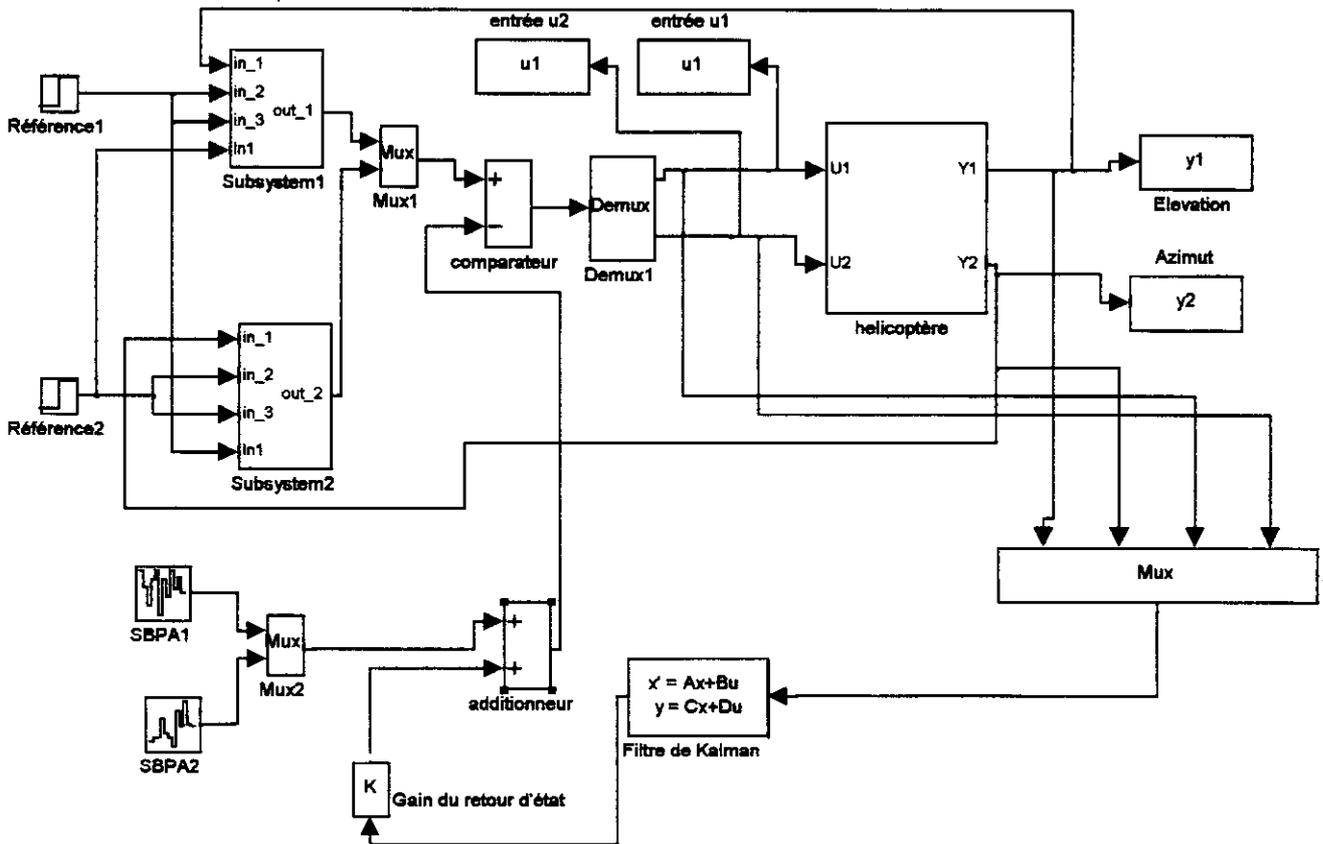


Figure III-5 : Schéma de la saisie des données en vue de l'identification.

Le but de cette identification est de déterminer la structure adéquate et d'obtenir à priori les degrés des polynômes  $B_{ij}$ ,  $A_{ij}$  et  $C_{ij}$  des différentes fonctions de transferts  $H_{ij}$ . Où l'indice  $i$  dénote l'entrée et  $j$  la sortie. Les  $A_{ij}$  représentent les dénominateurs et les  $B_{ij}$  les numérateurs .

$$\text{Avec } H_{i,j}(z) = \frac{\sum_{k=1}^3 B_{i,j}(k)z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^3 A_{i,j}(k)z^{-k}} \quad (III-21)$$

Pour l'identification nous avons utilisé une SBPA de longueur maximale égale à 1023 avec une amplitude de 10% de l'amplitude nominale. Nous avons utilisé la méthode des moindres carrés étendu. Nous avons pris un pas d'échantillonnage égal à 0.02 s.

Dans tout notre travail, nous considérons  $e_1$  et  $e_2$  comme étant les erreurs d'estimations de l'élévation et d'azimut respectivement.

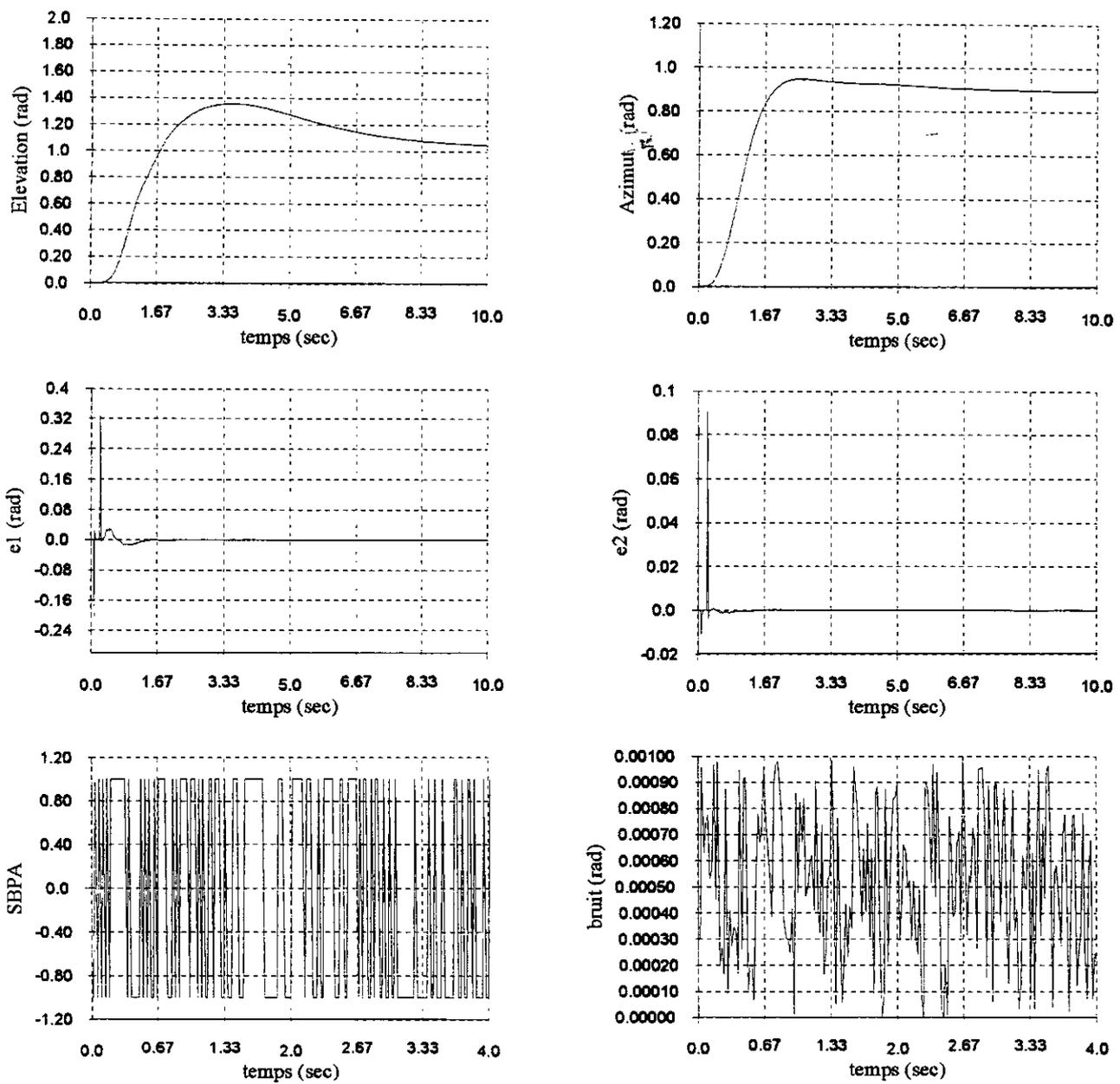


Figure III-2-1 : Identification en boucle fermée en utilisant un LQG comme stabilisateur

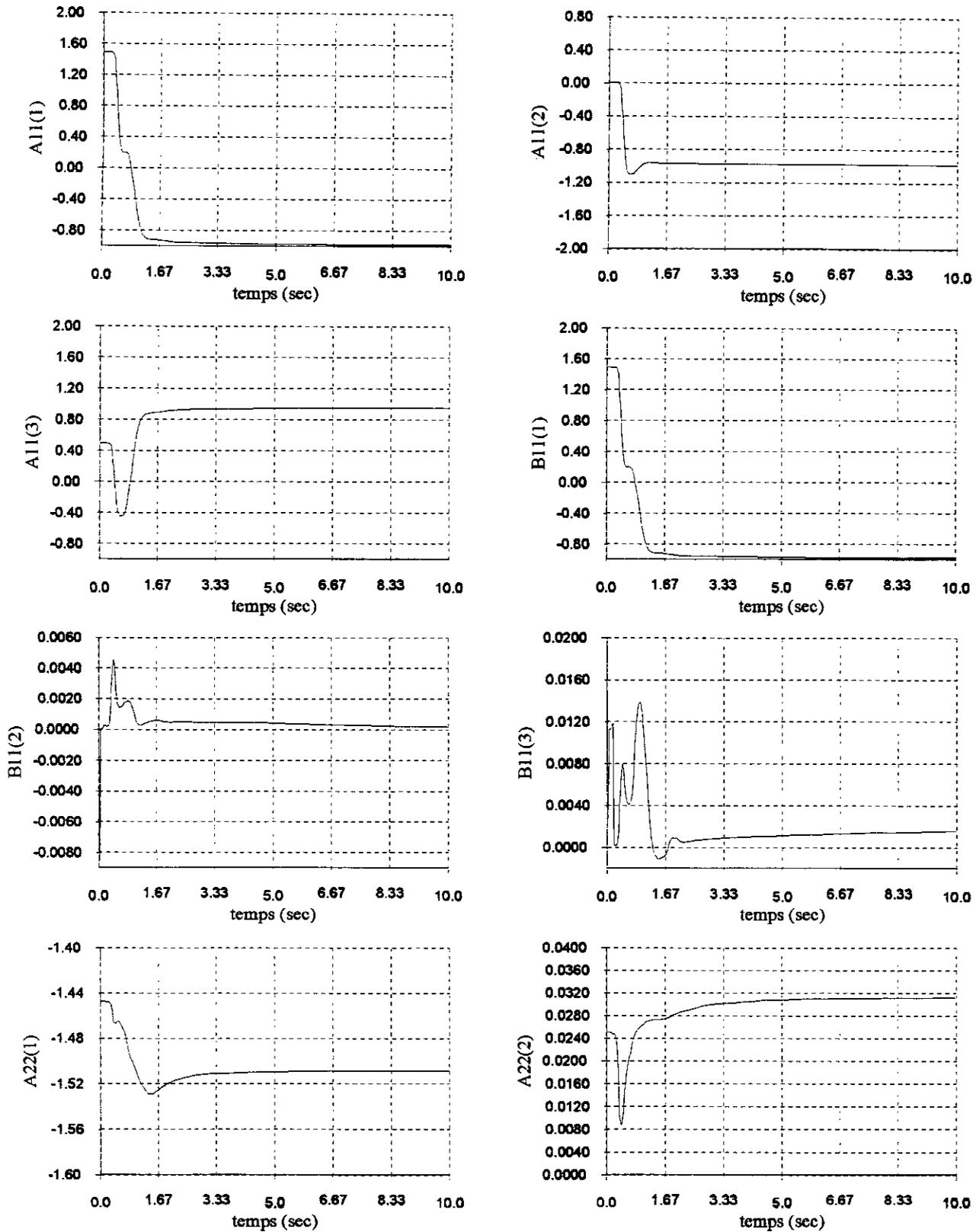


Figure III-2-2 : Allure des paramètres

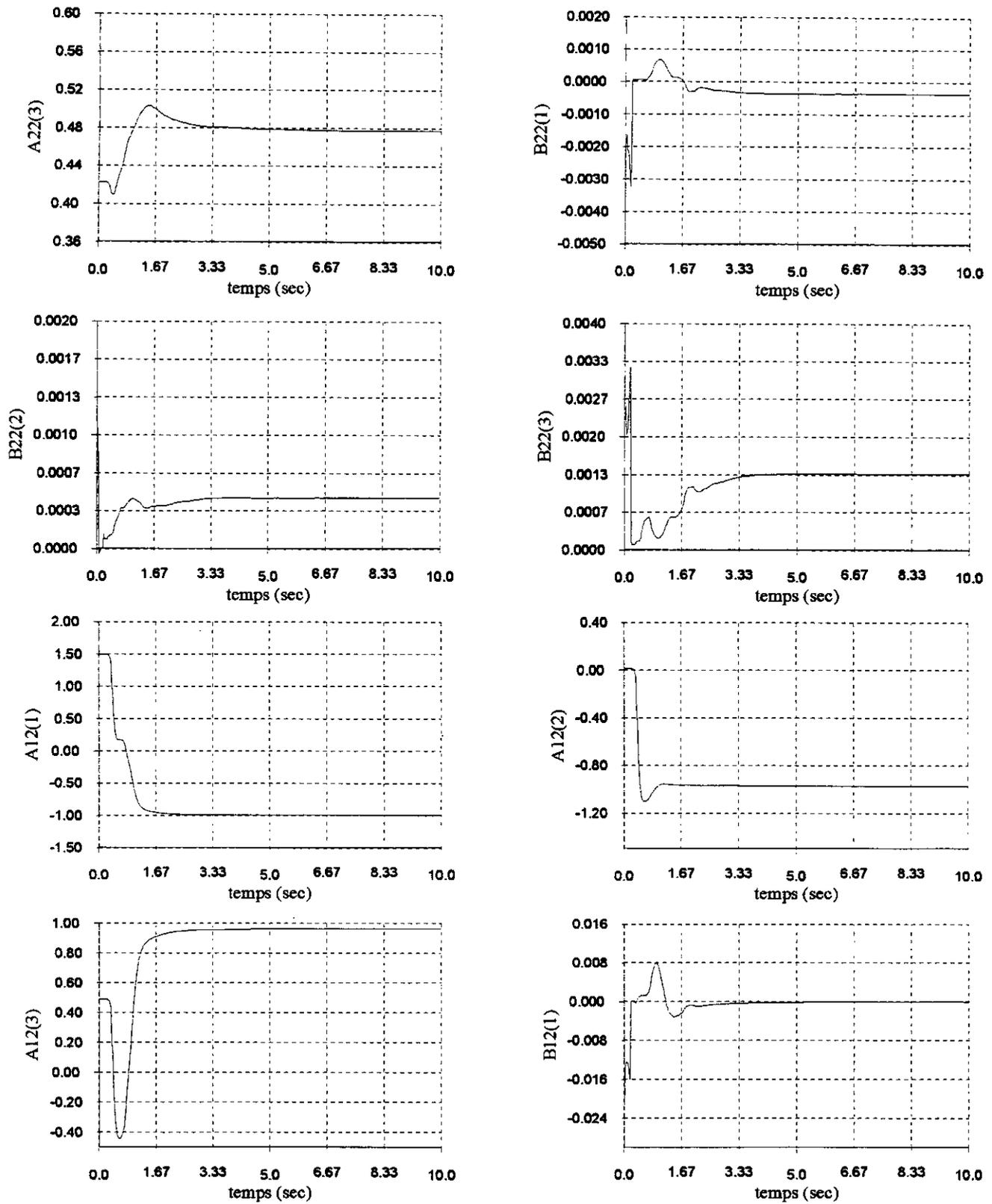


Figure III-3-2 : Allure des paramètres

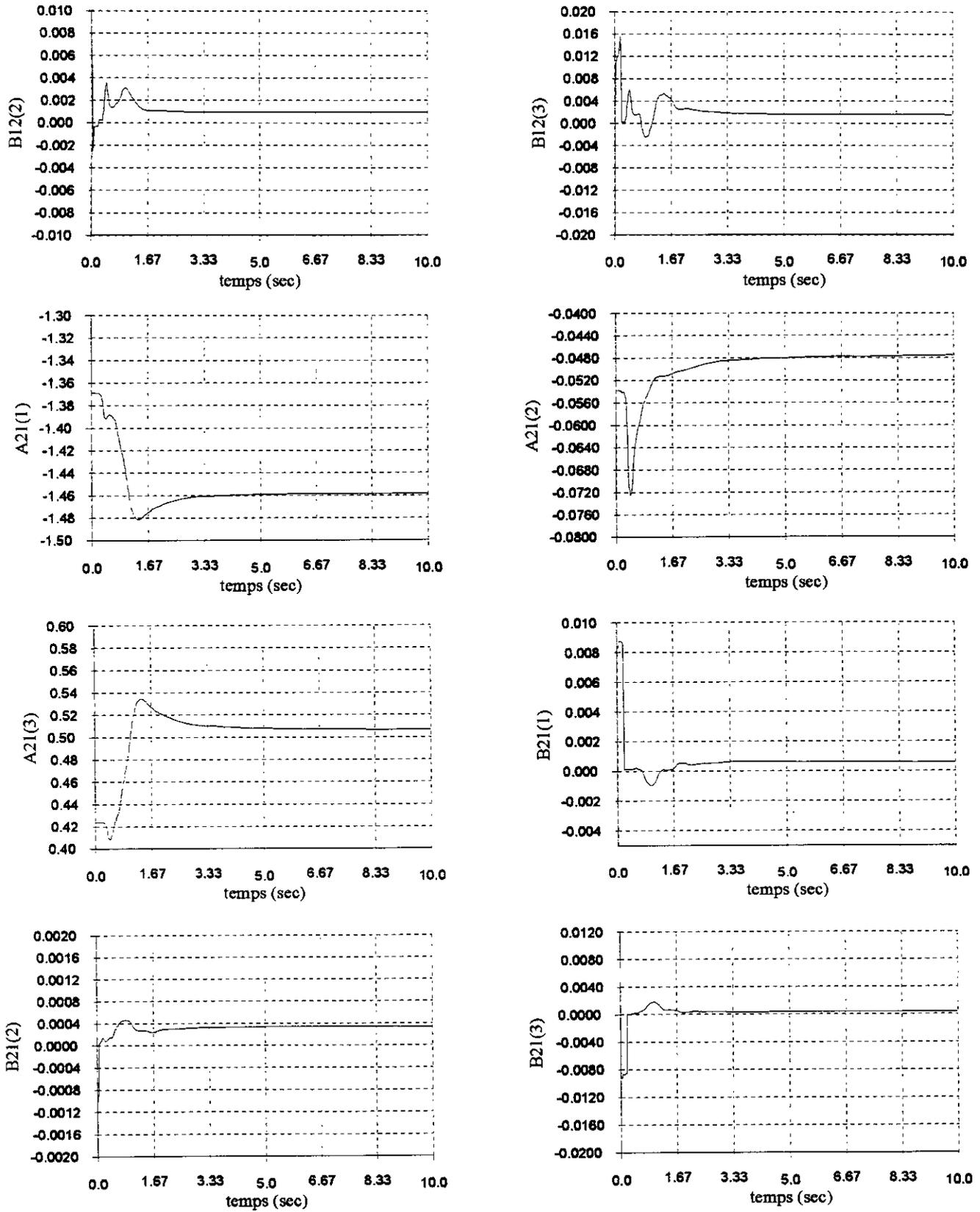


Figure III-2-4 : Allure des paramètres

*L'Approche monovariabile*

### III-11- Application de la commande LQG adaptative sur le simulateur d'hélicoptère:

Pour cette commande nous avons trouvé utile d'aborder le problème par deux approches: la commande monovariante LQG adaptative et la commande multivariante LQG adaptative.

#### III-11-1 Simulation dans le cas monovariante :

Considérons le schéma suivant :

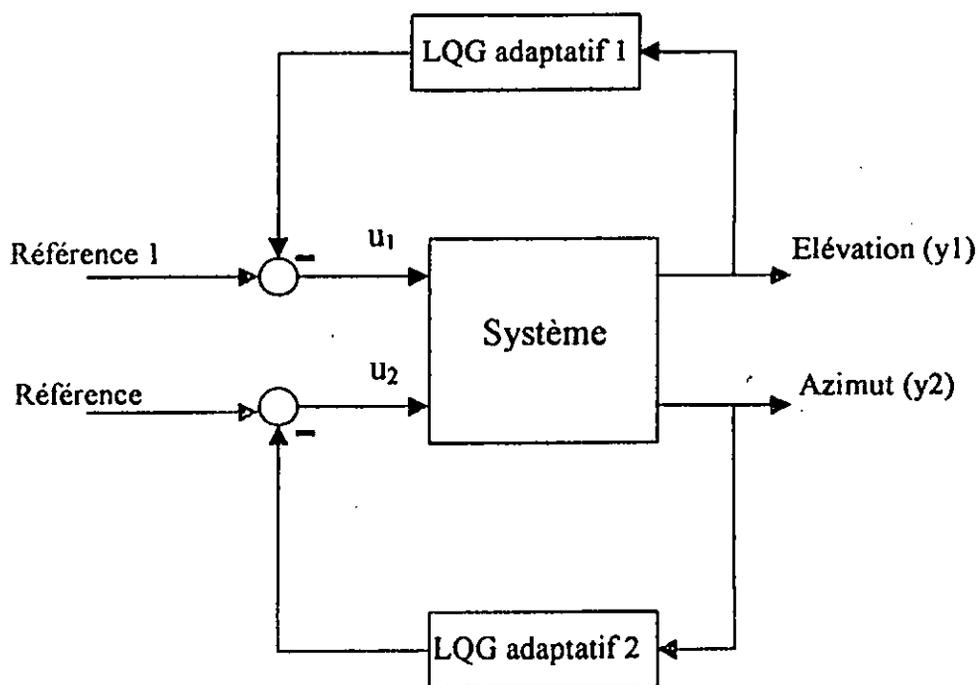


Figure III-6 Schéma du système de commande adaptative LQG monovariante.

Cette technique consiste à considérer le simulateur composé de deux sous systèmes en fonction des sorties  $y_1$  et  $y_2$  et à les commander séparément. Puisque  $u_2$  n'influe pas sur  $y_1$  nous considérons donc  $u_1$  comme étant l'entrée de  $y_1$  et  $u_2$  comme étant l'entrée de  $y_2$ .

Afin d'annuler l'erreur statique nous avons ajouter l'effet intégral aux deux entrées.

Dans l'annexe n°4 nous apportons le programme détaillant la technique de la commande monovariante.

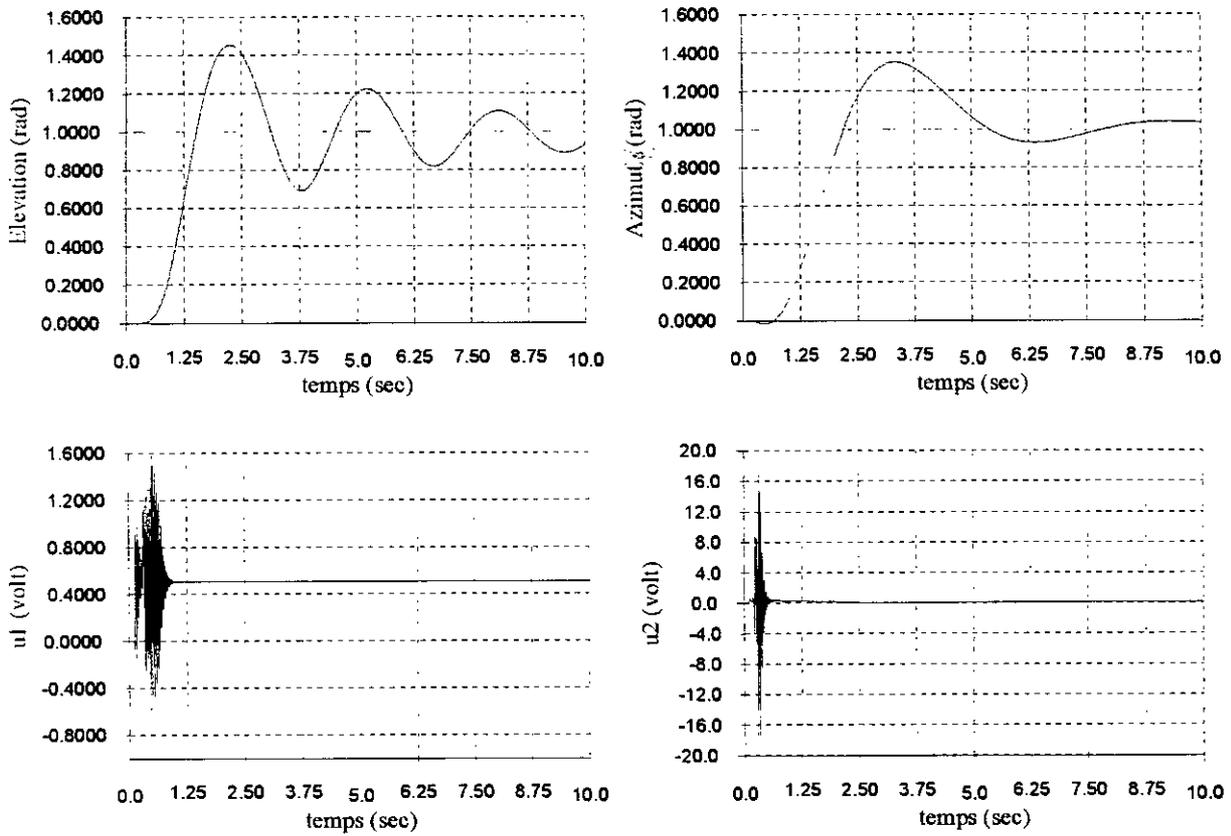
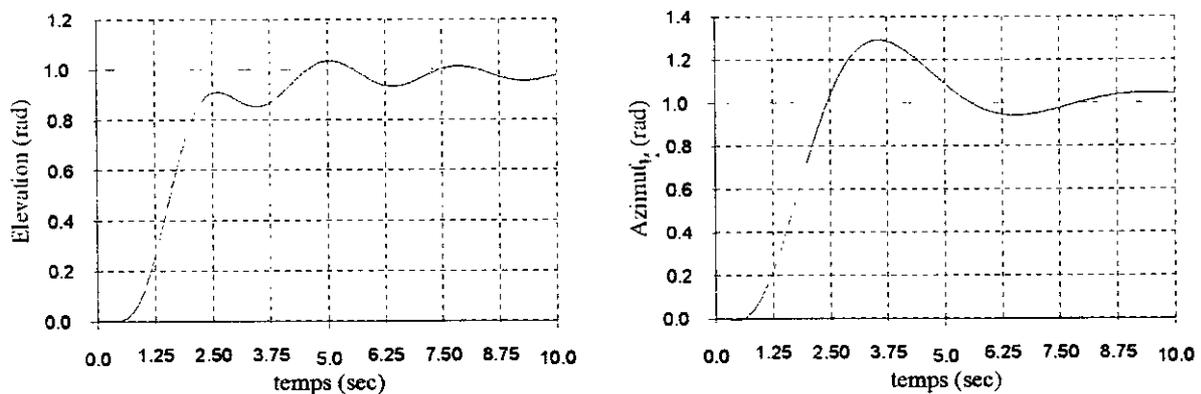


Figure III-7 Réponse du système de commande à des échelons unitaires pour  $B\psi=1.84 \cdot 10^{-03}$ .

Nous remarquons le caractère très oscillatoire de l'élévation et les dépassements de l'azimut. Pour remédier à ce problème nous proposons de placer deux filtres du premier ordre, aux sorties de chaque commande, dont les constantes de temps sont  $\tau_1$  et  $\tau_2$ .

Après l'insertion des deux filtres nous obtenons les réponses suivantes :



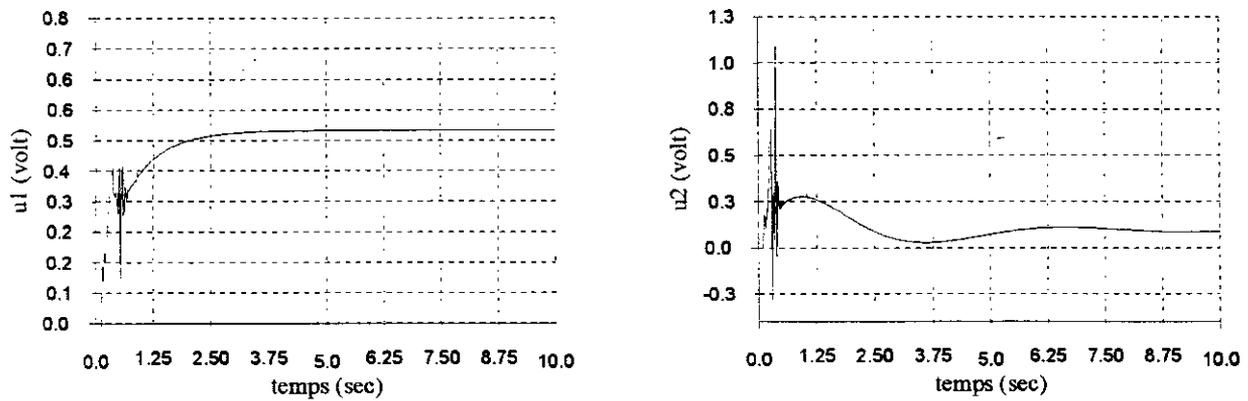


Figure III-8 Réponse du système de commande aux échelons unitaires pour  $\tau_1=0.015$  et  $\tau_2=0.012$ .

Nous remarquons l'atténuation des oscillations ainsi que l'élimination d'oscillations hautes fréquences au niveau des commandes.

Nous avons effectué les mêmes essais pour la seconde valeur de  $B\psi = 1.84 \cdot 10^{-02}$  et nous avons obtenu les résultats suivants :

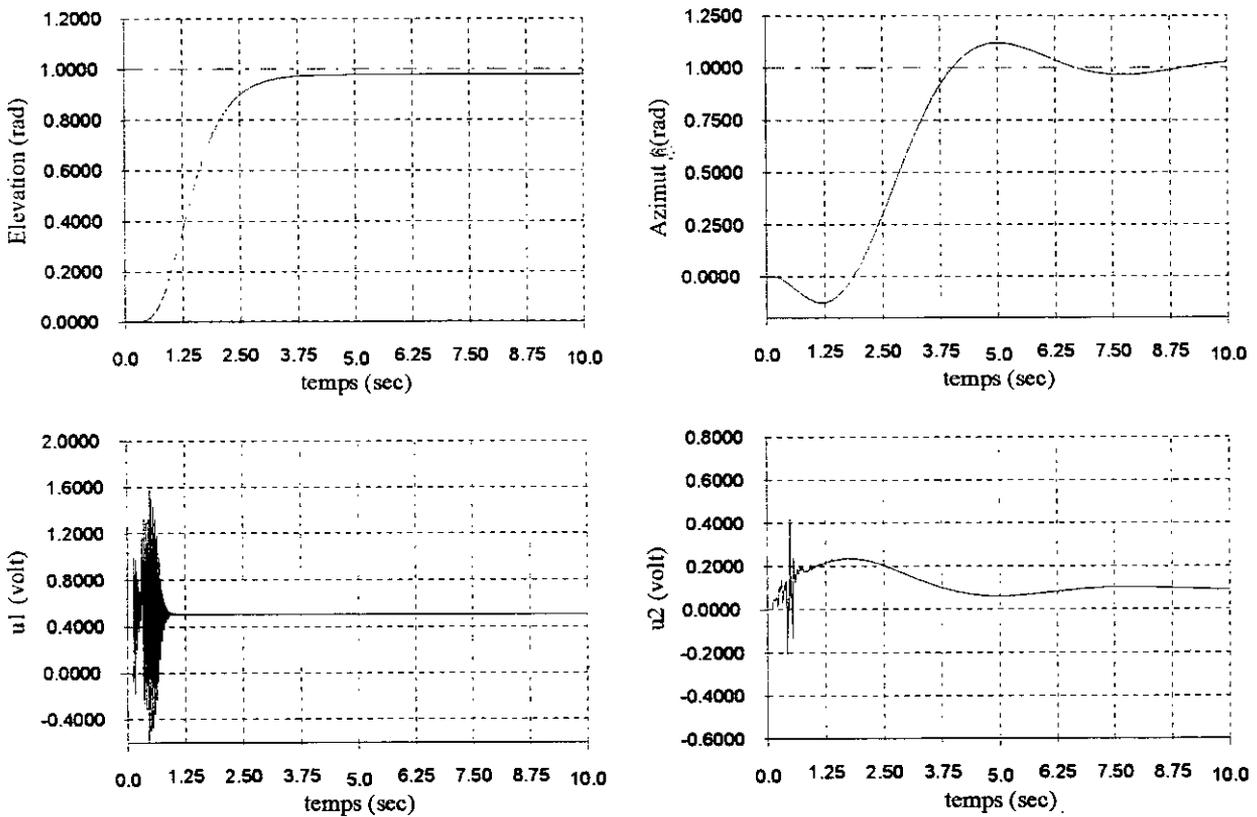


Figure III-9 Allure des réponses pour  $B\psi=1.84 \cdot 10^{-02}$  sans filtrage.

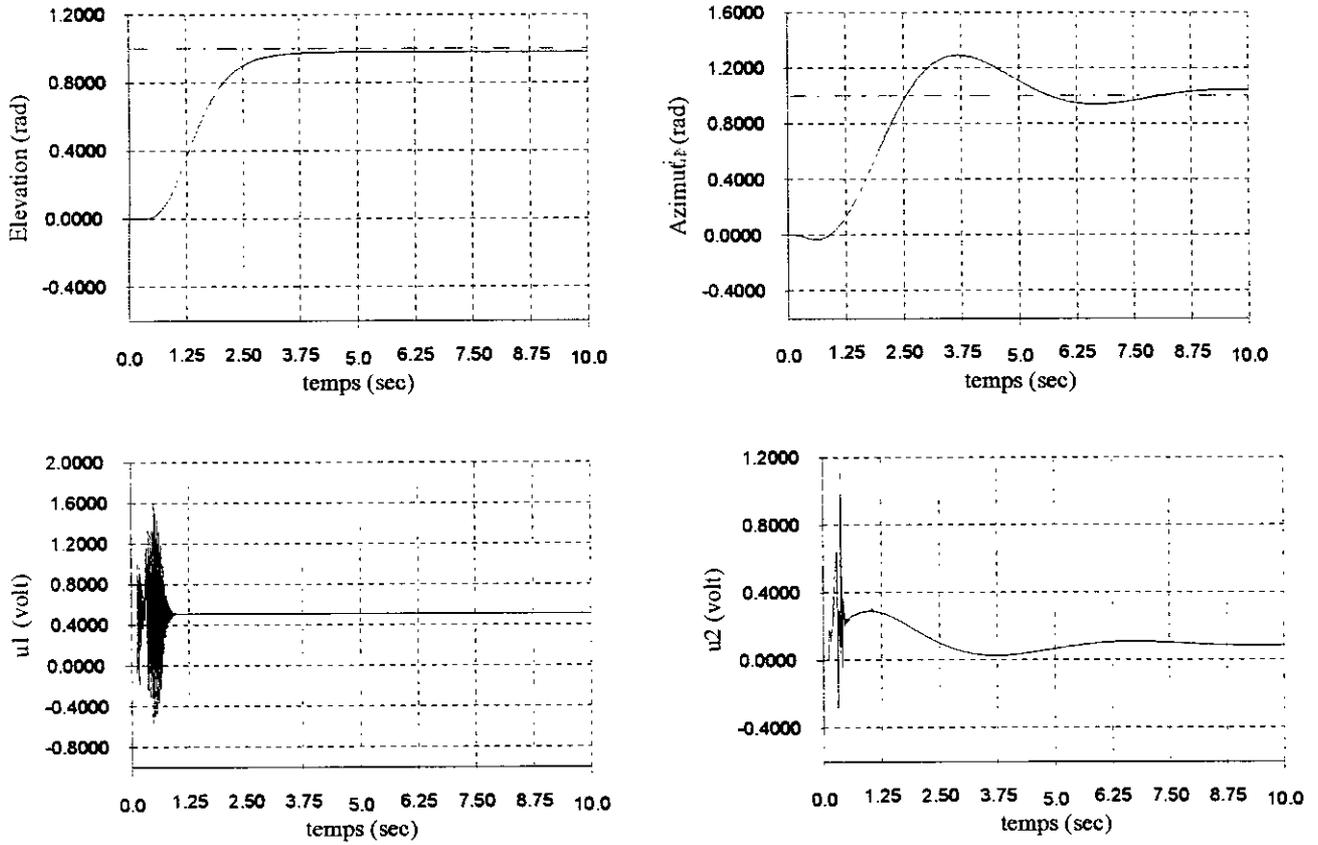


Figure III-10: Allure des réponses pour  $B\psi=1.84 \cdot 10^{-02}$  avec  $\tau_1=0.015$  et  $\tau_2=0.012$ .

Nous remarquons que la réponse, pour la valeur de  $B\psi=1.84 \cdot 10^{-02}$ , est lisse. L'effet du filtrage a diminué le dépassement de l'azimut.

Les simulations suivantes nous montrent les variations des paramètres durant l'identification en temps réel.

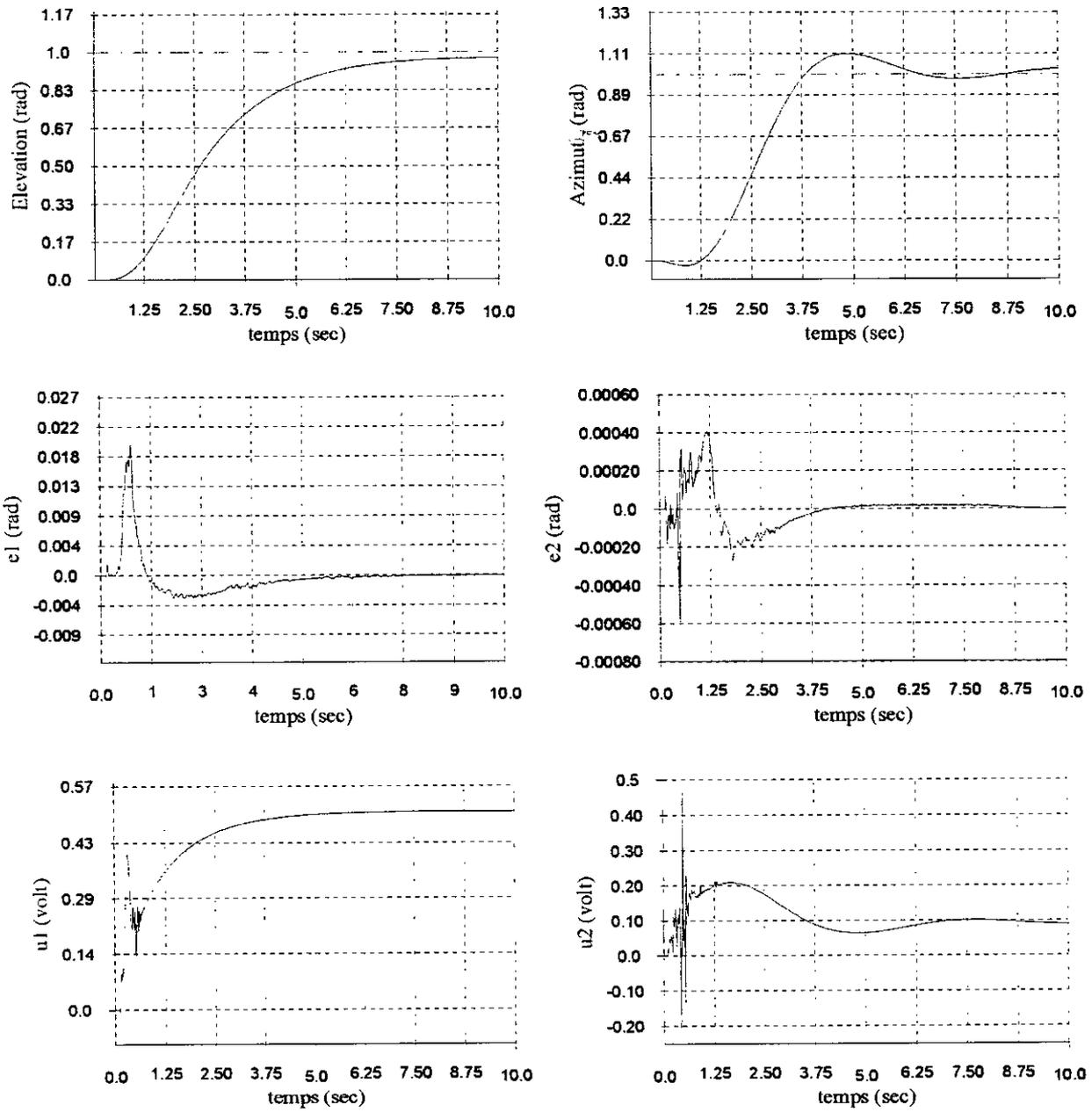


Figure III-11 : Poursuite pour des références constantes Ref1=1, Ref2=1 avec  $B\psi=1.84 \cdot 10^{-02}$

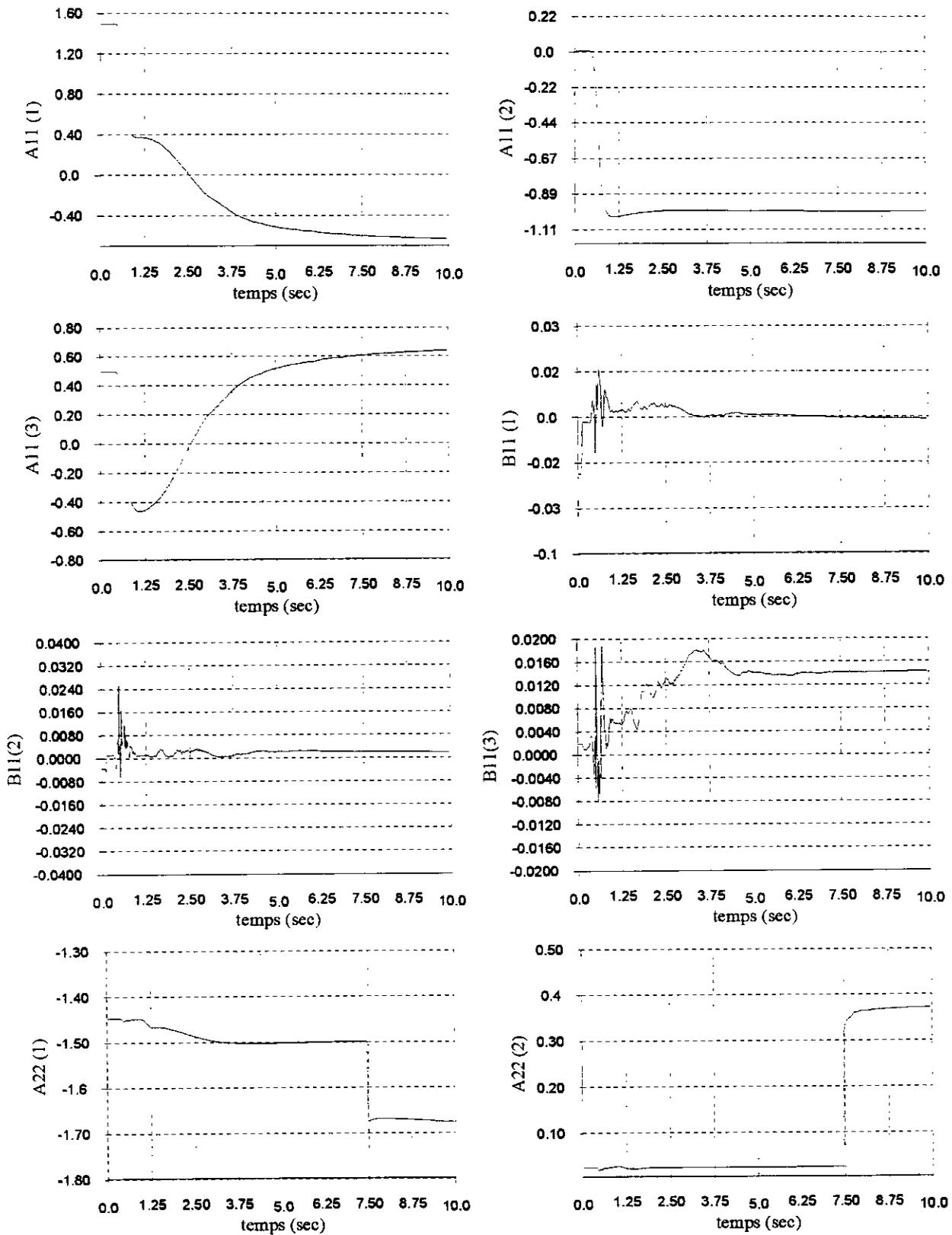


Figure III-12 :Allure des variations des paramètres du modèle (suite) pour  $B\psi=1.84 \cdot 10^{-02}$

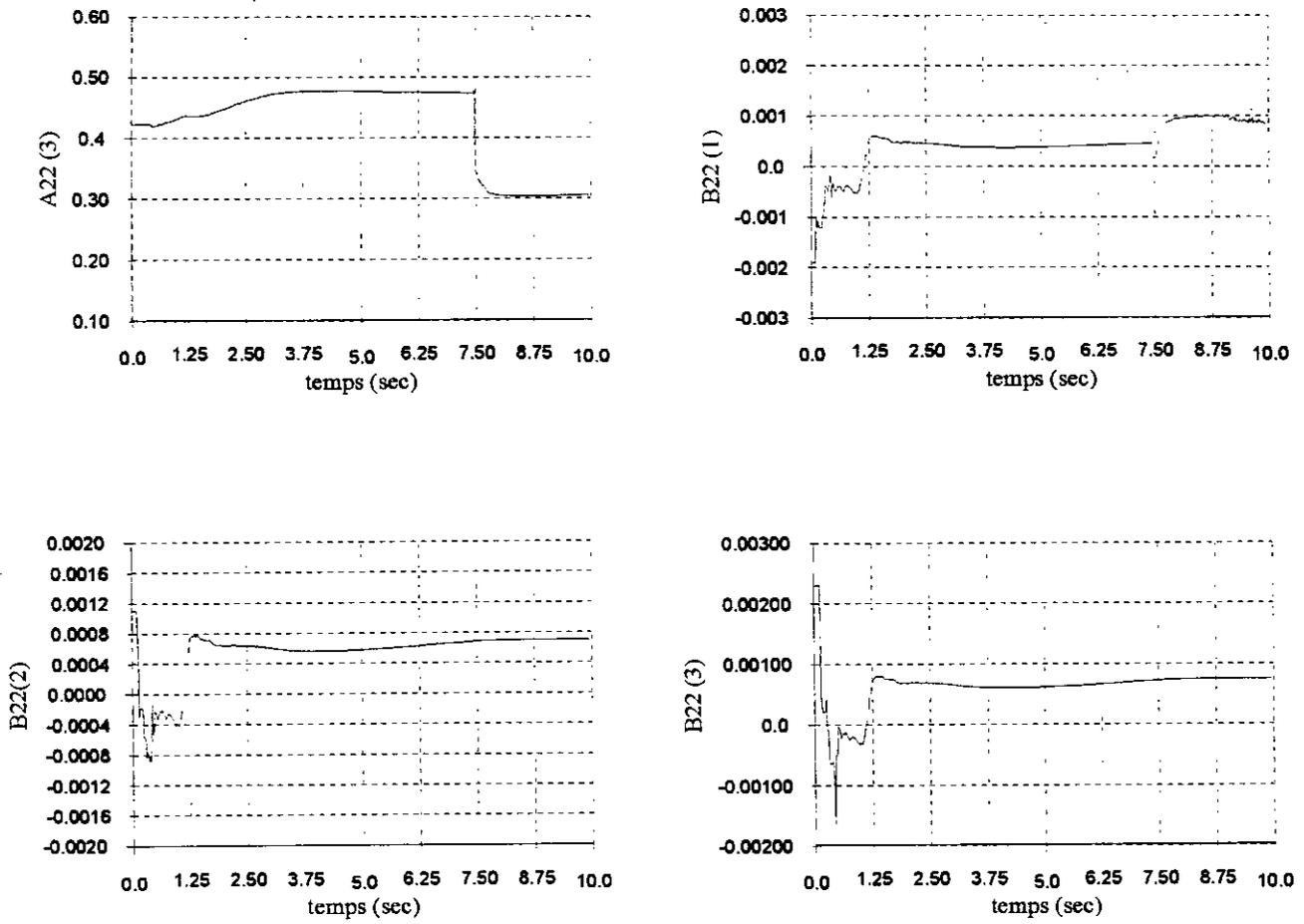


Figure III-13 : Allure des variations des paramètres du modèle (suite et fin )

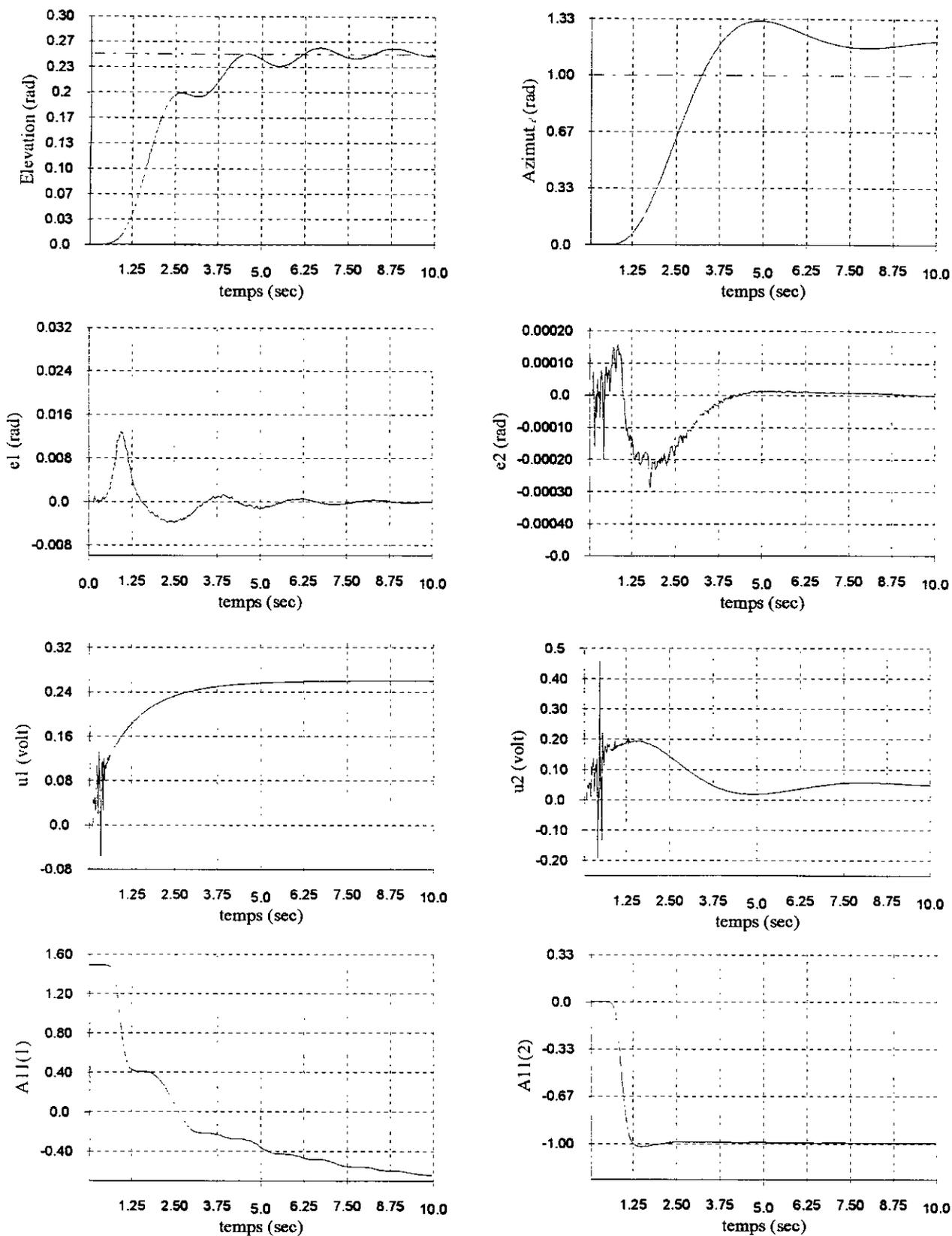


Figure III-14: Poursuite pour les références Ref1=0.25,Ref2=1 avec filtrage du 1<sup>er</sup> ordre et  $B_{\psi}=1.84 \cdot 10^{-03}$

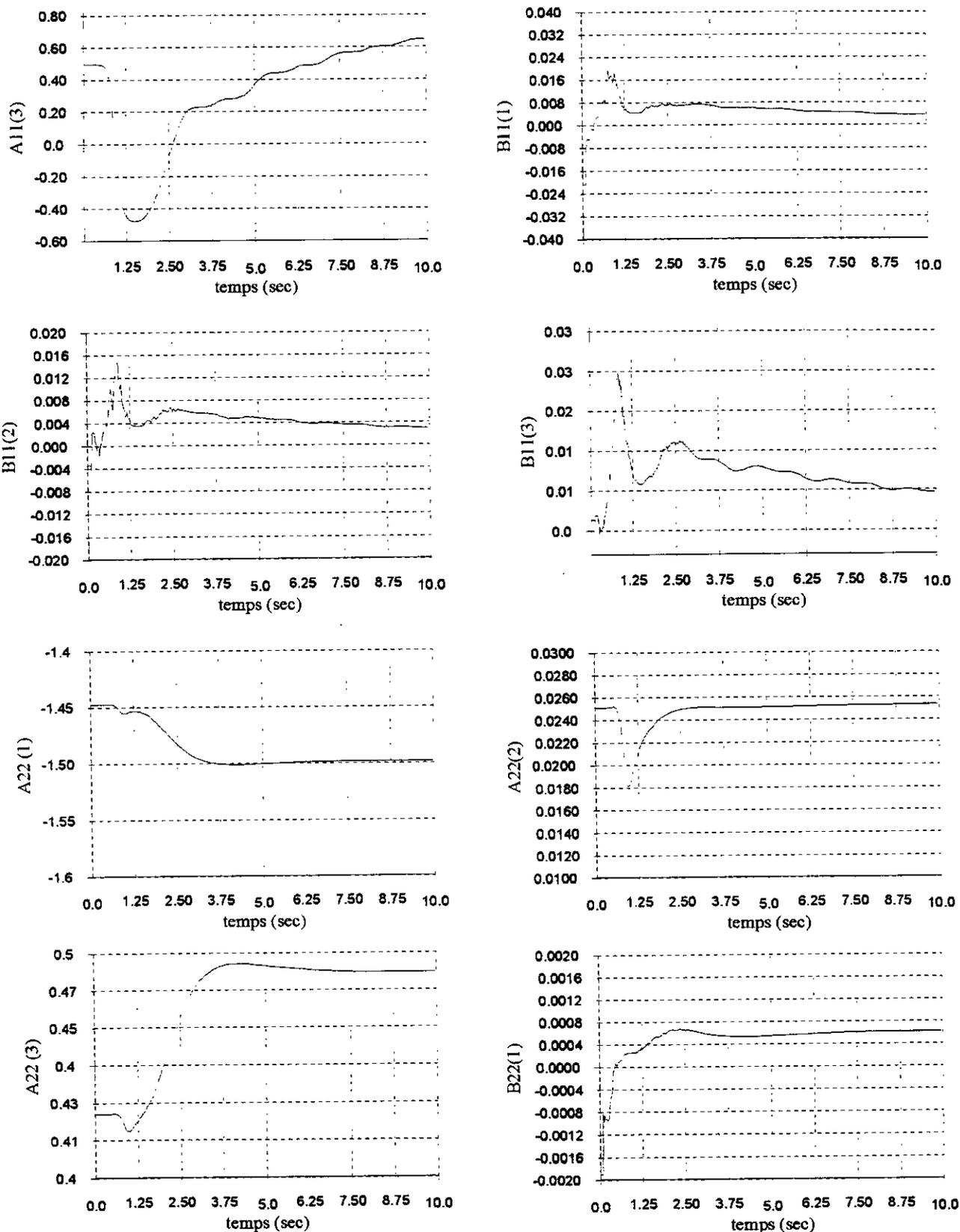


Figure III-15: Allure des variations des paramètres du modèle  $B\psi = 1.84 \cdot 10^6 \cdot 0.3$  (suite)

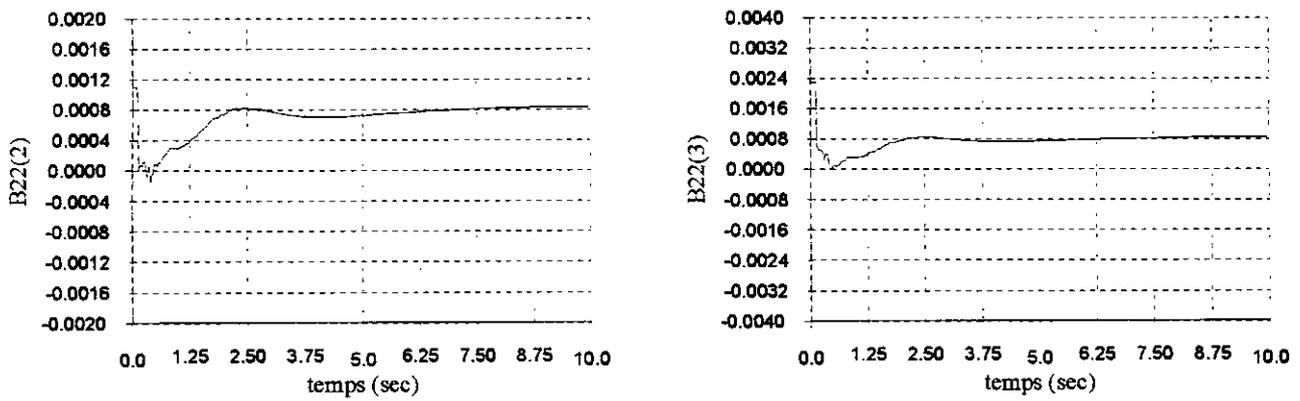


Figure III-16: Allure des variations des paramètres du modèle  $B\psi = 1.84 \cdot 10^{-3}$  (suite et fin )

### III-11-1-1-Interprétation des résultats :

Pour la poursuite en référence nous avons effectué plusieurs essais afin de juger les performances de la commande.

Nous dénotons par  $Ref_1$  et  $Ref_2$  les références d'élévation et d'azimut respectivement.

Pour  $Ref_1=1$  et  $Ref_2=1$ , les sorties atteignent leurs références et tous les paramètres convergent. En ce qui concerne le polynôme  $\{I+A_{22}(1)z^{-1}+A_{22}(2)z^{-2}+A_{22}(3)z^{-3}\}$  nous remarquons qu'à l'instant 7.5 s la somme des variations de  $A_{22}(1)$  et  $A_{22}(3)$  est égale à l'opposé de la variation de  $A_{22}(2)$ . Ceci peut être expliqué par le phénomène de dérive des paramètres. C'est à dire qu'à l'instant de la convergence de l'algorithme d'identification la somme des paramètres du polynôme du dénominateur reste constante dans le temps. Ce saut est dû à l'algorithme d'identification utilisé. Comme nous utilisons un facteur d'oubli variable, l'algorithme a tendance à oublier les anciennes valeurs ce qui peut causer des sauts (discontinuité) dans l'allure des paramètres.

Pour y remédier il faut insérer une zone morte dans l'algorithme ce qui nous amène à figer dans le temps les paramètres après avoir vérifié un critère de convergence.

Pour  $Ref_1=0.25$  et  $Ref_2=1$ , nous constatons une erreur statique au niveau de l'azimut. Ceci est dû au couplage élévation-azimut qui est non négligeable. Nous pouvons dire que nous avons amélioré sur la stabilité du second sous système car la réponse reste stable quelque soit la valeur admissible de  $Ref_1$ .

Nous remarquons à travers ces simulations que les paramètres  $B_{ij}$  convergent vers des valeurs très petites et peuvent ainsi paraître inaperçue devant de grandes valeurs du régime transitoire.

En complément à ces derniers essais nous en avons effectué d'autres qui concernent la régulation et la robustesse :

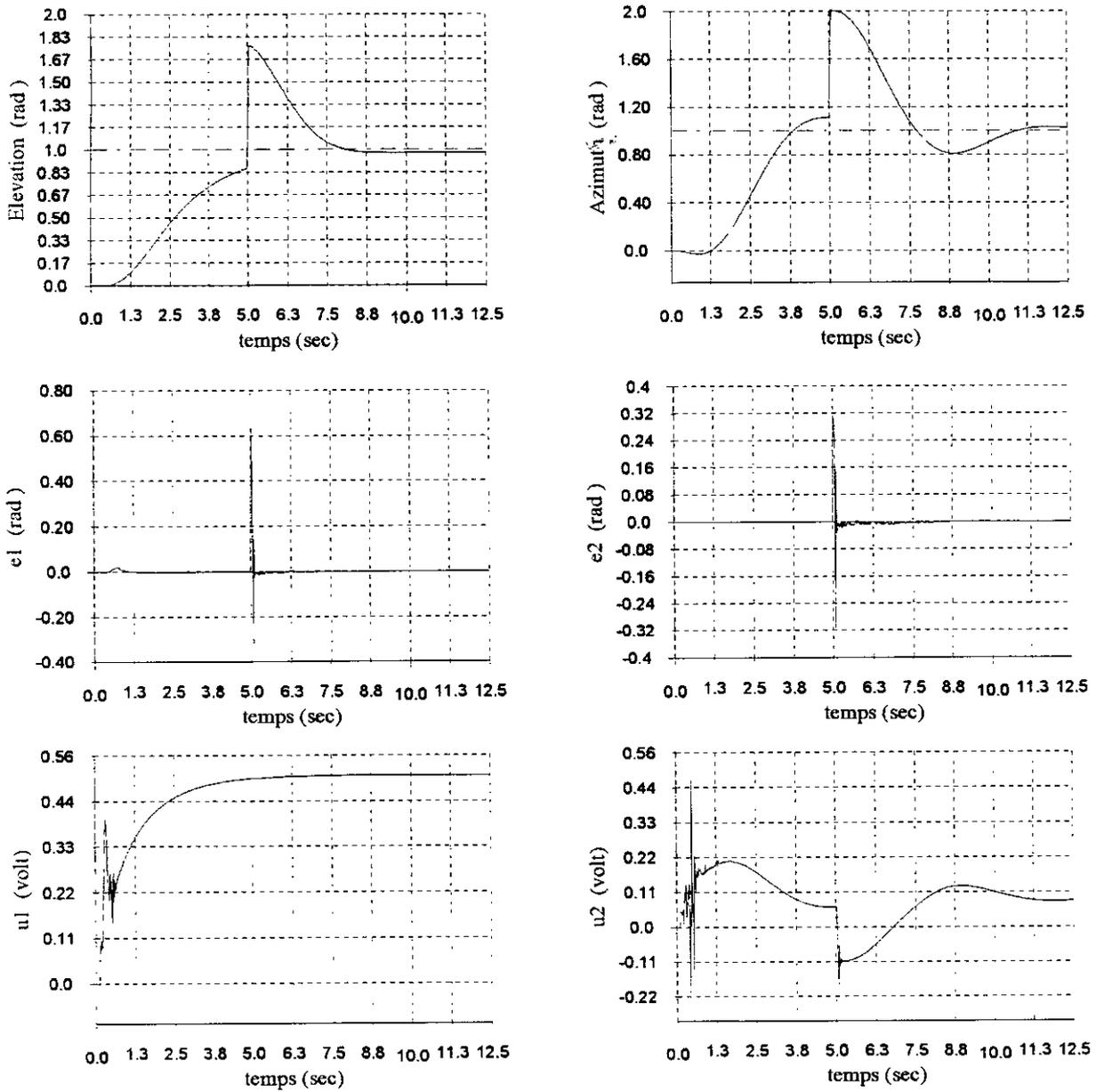


Figure III-17 : Régulation avec les références Ref1=1, Ref2=1 pour une perturbation inférieure à  $2\pi$   
 $B\Psi=1.84 \cdot 10^2 \cdot 02$

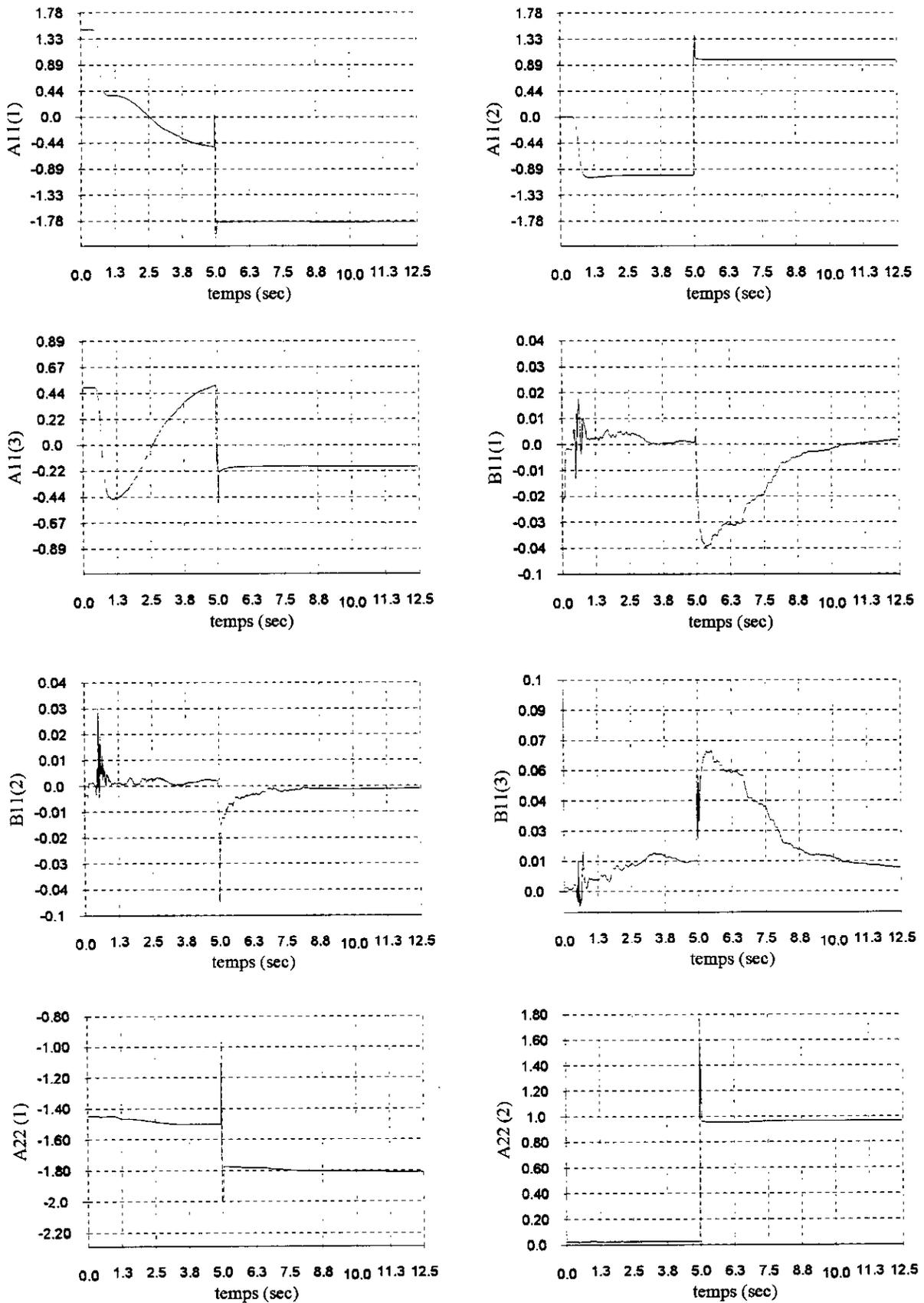


Figure III-18 : Allure des variations des paramètres dans le temps.

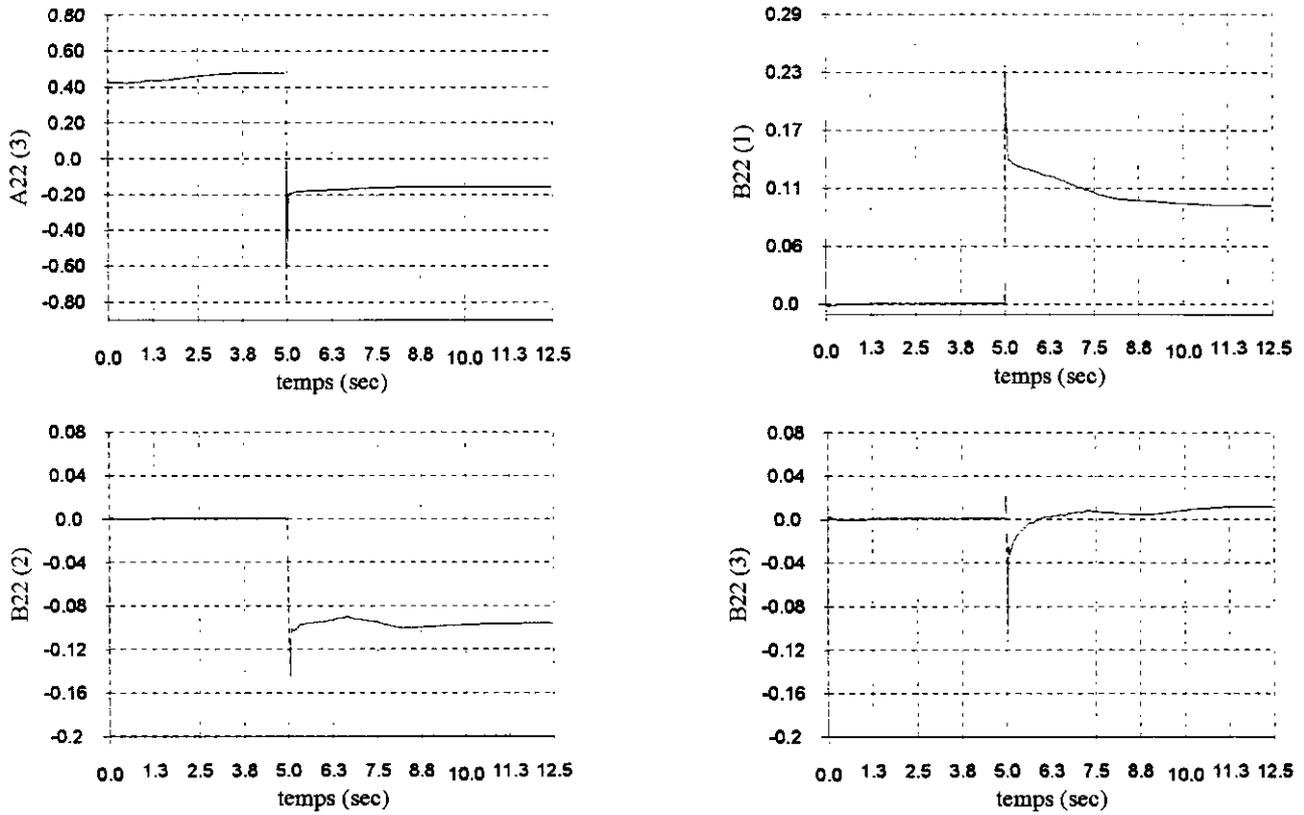


Figure III-19 : Allure des variations des paramètres dans le temps.

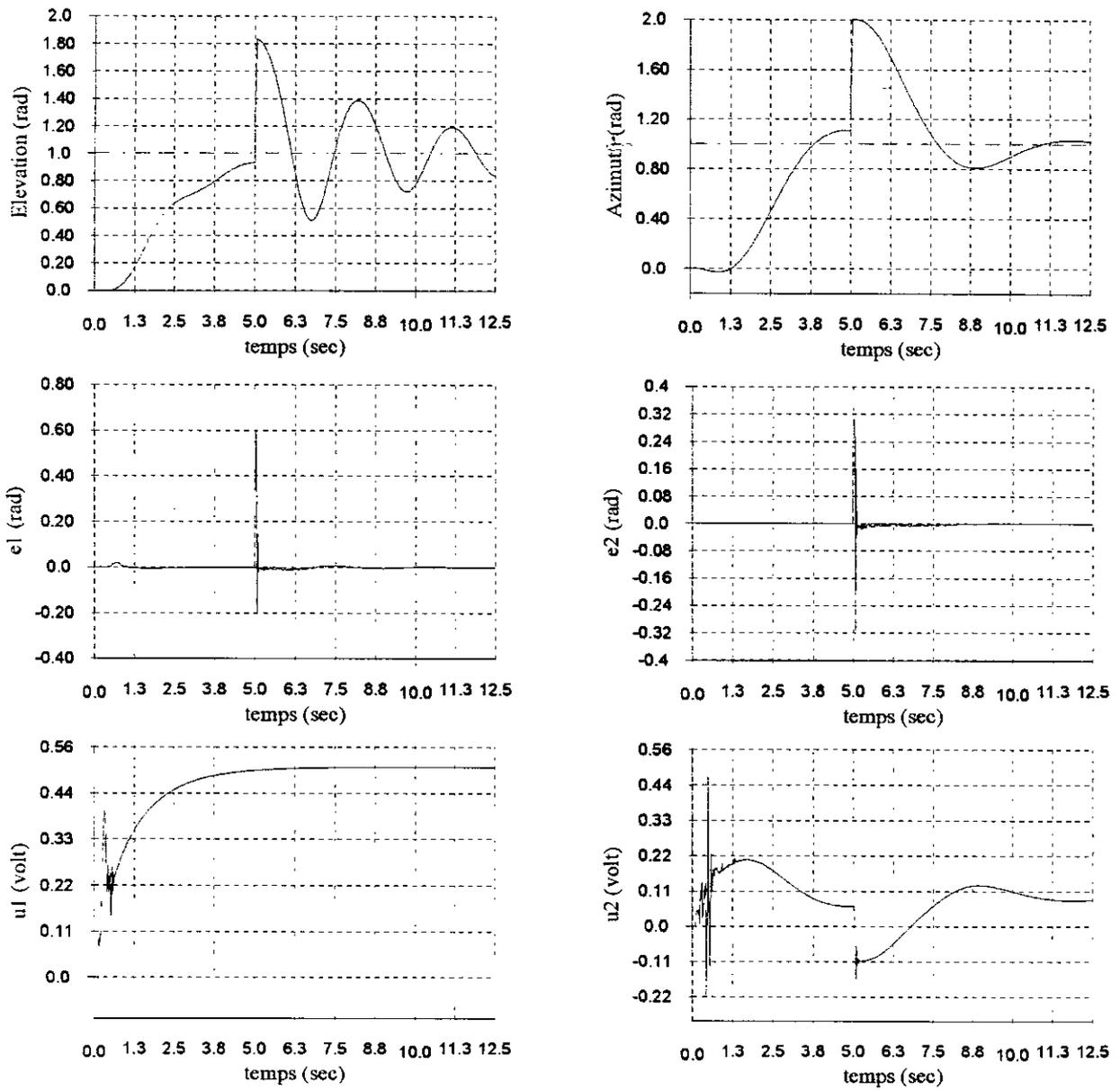


Figure III-20 : Régulation avec les références Ref1=1, Ref2=1 pour une perturbation Inférieure à  $2\pi B\Psi=1.84.10^2-03$

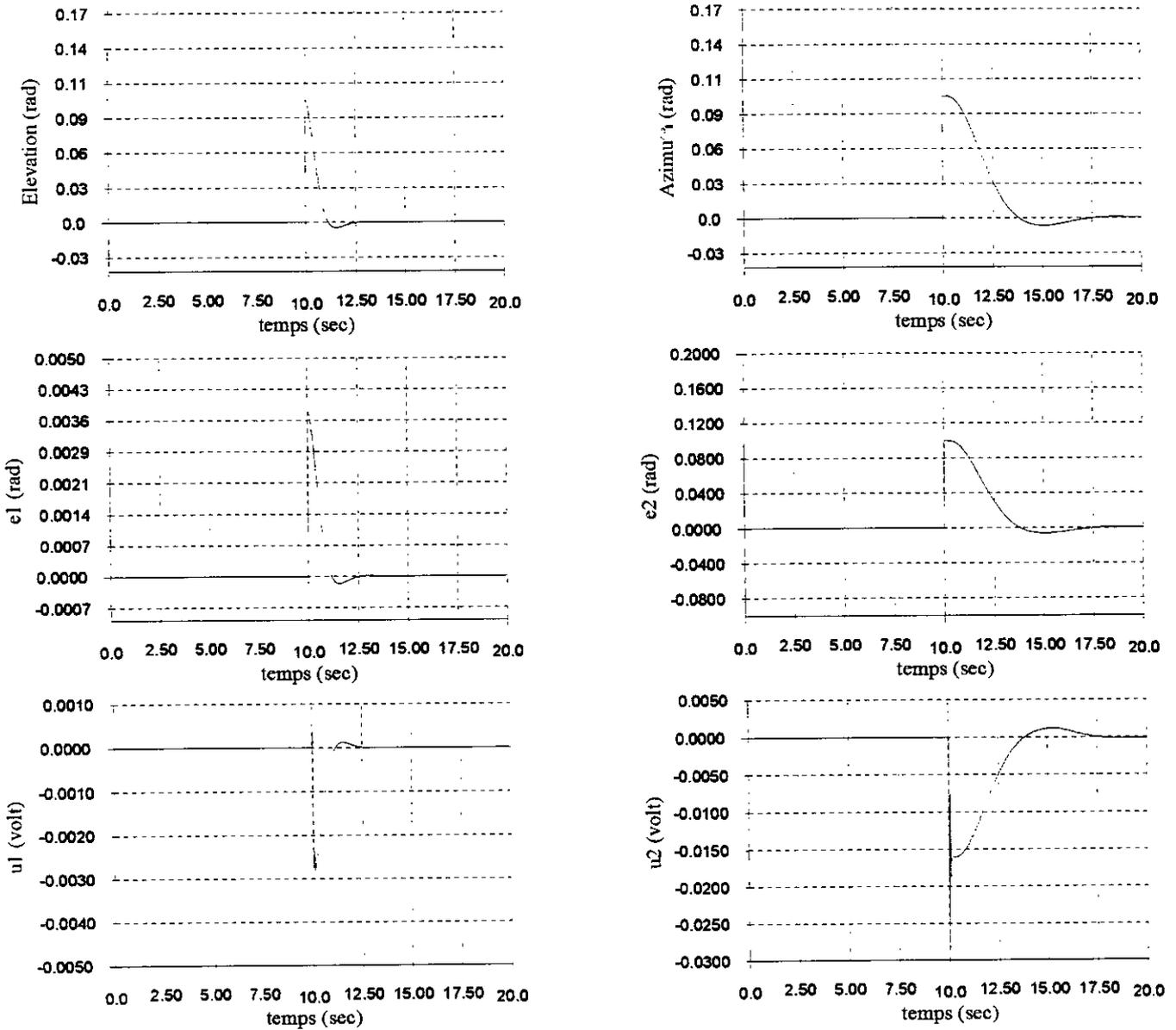


Figure III-21 : Réponse à une perturbation inférieure à  $2\pi$  pour des références nulles avec  $B\psi=1.84 \cdot 10^{-02}$ .

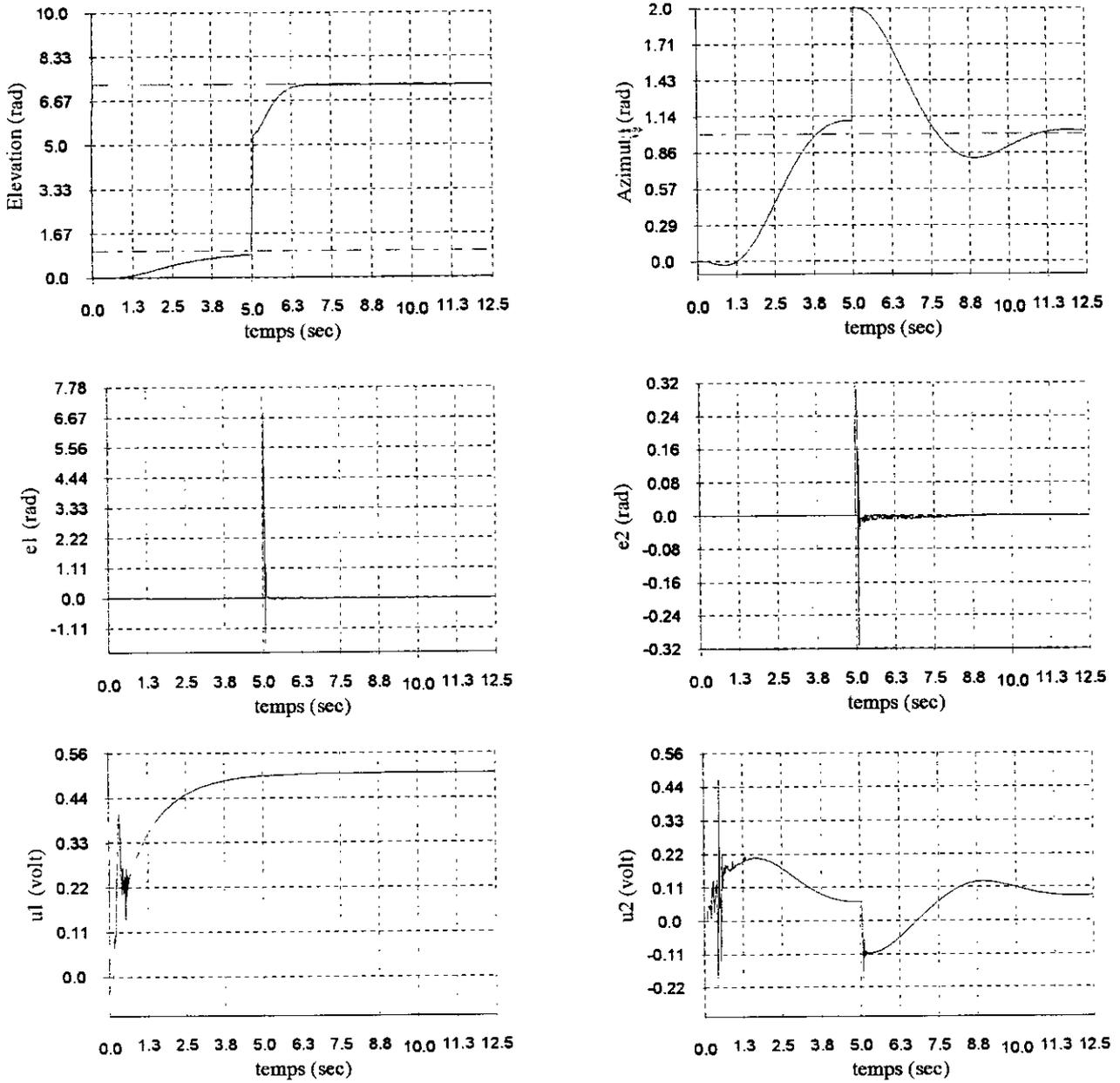


Figure III-21 : Régulation avec les références Ref1=1, Ref2=1 pour une perturbation supérieure à  $2\pi$ ,  $B\Psi=1.84 \cdot 10^2 \cdot 02$

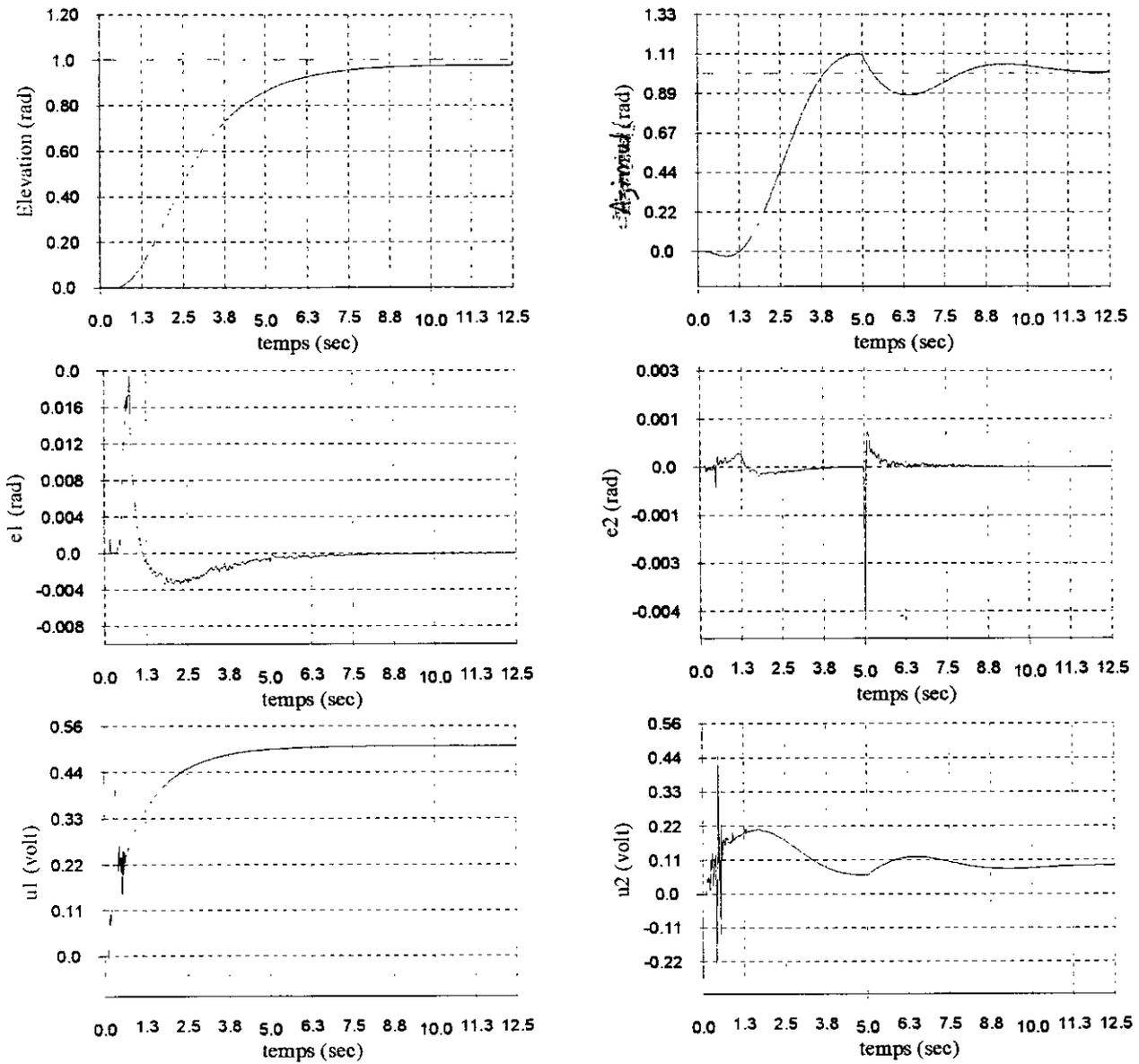


Figure III-22 : Test de Robustesse avec les références Ref1=1, Ref2=1  $B\psi=1.84 \cdot 10^{-2}$

### III-11-1-2 Interprétation des résultats :

- **Régulation :**

Nous avons appliqué une perturbation à l'instant 10 s. En effectuant deux types de tests: l'un pour une perturbation inférieure à  $2\pi$  et l'autre pour une perturbation supérieure à  $2\pi$ .

Nous avons aussi essayé deux types de références : nulle et unitaire.

Nous avons mis en évidence l'effet de la constante de viscosité  $B\psi$  dans l'atténuation des perturbations. Pour une valeur de  $1.84 \cdot 10^{-03}$ , le système a tendance à auto entretenir des oscillations autour de la référence, et prend donc un temps assez grand pour les rejeter.

Pour la valeur de  $1.84 \cdot 10^{-02}$ , la perturbation est aussitôt éliminée.

L'effet sur la commande  $u_1$  paraît très petit. Nous pouvons le constater pour la régulation avec  $Ref_1=0$ , c'est pourquoi nous n'en apercevons rien lorsque la référence  $Ref_1=1$ .

Pour l'azimut l'effet est visible et nous remarquons quand même de petites oscillations de haute fréquence sur la commande à l'instant de la perturbation.

Les erreurs d'estimation oscillent fortement autour du zéro pour  $y$  converger immédiatement .

Evidemment l'effet de la perturbation se répercute sur les paramètres en provoquant une discontinuité et donc un changement brusque du modèle .

Pour des perturbations supérieures à  $2\pi$  radians, les sorties du simulateur convergent vers une valeur qui est égale à la référence modulo  $2\pi$ . L'effet de la perturbation sur la commande  $u_1$  paraît toujours aussi petit.

- **Robustesse :**

Nous avons introduit une variation sur tous les paramètres du système qui est égale à 200% du plus grand d'entre eux. Nous remarquons que l'influence apparaît sur l'azimut mais elle est vite atténuée. L'influence n'apparaît pas sur l'élévation. Nous pouvons dire que le second sous système est insensible aux variations paramétriques, et l'effet  $y$  est négligeable. Donc la commande est robuste pour des variations allant jusqu'à 200%.

**III-11-1-3-Conclusion :**

La commande adaptative monovariante offre des avantages au niveau de la réjection des perturbations et paraît très robuste. Cependant son inconvénient réside dans la poursuite où nous pouvons apercevoir l'importance de l'effet du couplage et les désagréments qu'il procure aux performances.

# *L'Approche multivariable*

### III-11-2-Simulation dans le cas multivariable :

Dans ce cas de figure nous prenons le système couplé, et nous lui appliquons la commande LQG multivariable.

Nous allons utiliser pour cela l'identification multivariable en temps réel par la méthode des moindres carrés étendus.

Comme pour l'approche mono-variable nous allons aborder le problème du point de vue poursuite, régulation et nous allons aussi tester la robustesse du système.

#### III-11-2-1-Problème de poursuite :

- **Poursuite de consigne constante :**

Comme pour le cas mono-variable nous avons inséré un filtrage du premier ordre et avons abordé les deux cas dont les valeurs de  $B\psi$  sont  $1.84 \cdot 10^{-02}$  et  $1.84 \cdot 10^{-03}$ .

Nous avons appliqué plusieurs références afin de vérifier la performance de poursuite, pour la comparer au cas mono-variable. Nous avons remarqué que les sorties suivent bien les références. Nous pouvons aussi remarquer que pour les mêmes valeurs des constantes de temps des filtres la réponse de l'élévation est légèrement plus rapide qu'au cas siso.

Nous pouvons à travers la réponse de l'azimut confirmer que le système est réellement à phase non minimale.

- **Poursuite de consigne variable :**

Dans ce cas nous avons utilisé deux types de références : créneaux du premier ordre et une sinusoïde. Nous avons aussi effectué des essais pour les deux valeurs de  $B\psi$ .

Pour tous les cas cités ci dessus nous avons inséré des simulations où nous mettons en évidence les variations des paramètres dans le temps :

Dans l'annexe n°5 nous apportons le programme détaillant la technique de la commande multivariable.

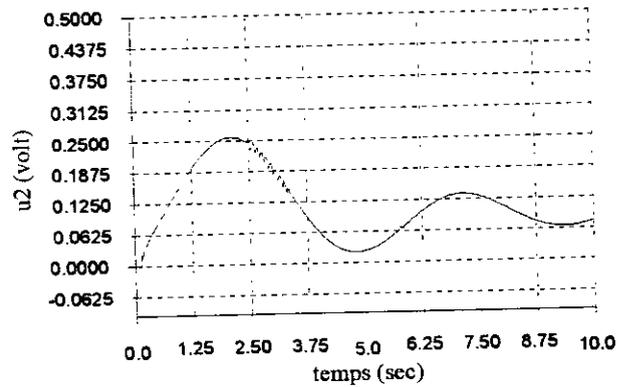
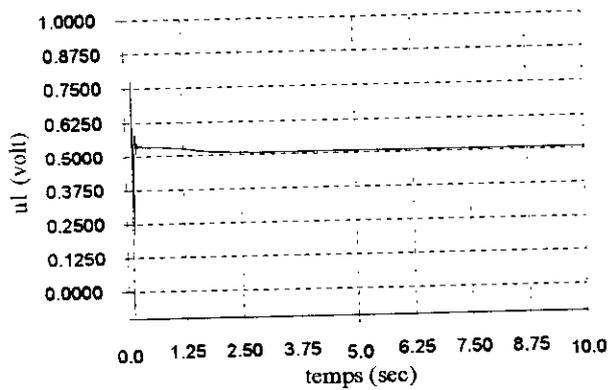
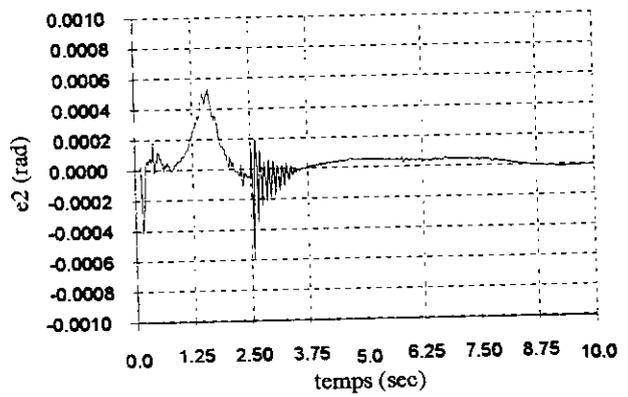
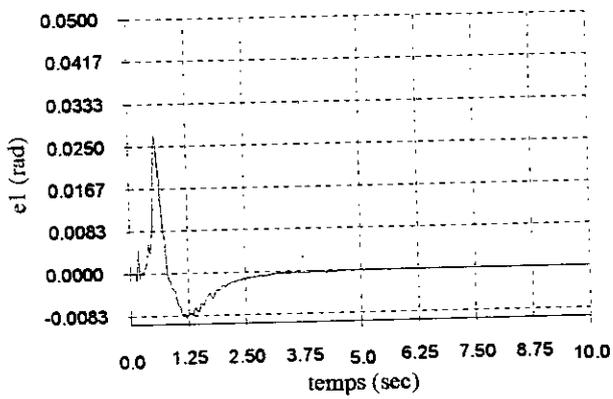
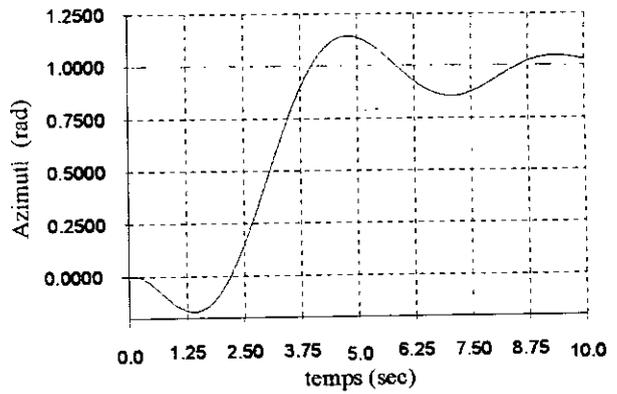
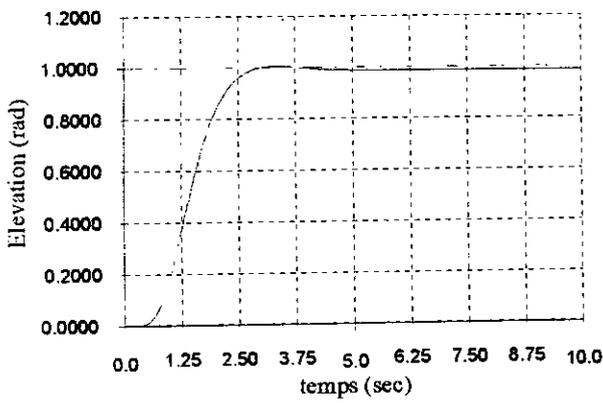


Figure III-24 : Poursuite de référence Ref1=1, Ref2=1 pour  $B\Psi=1.84 \cdot 10^{-3}$   
Avec filtrage  $\tau_1=0$   $\tau_2=0.03$

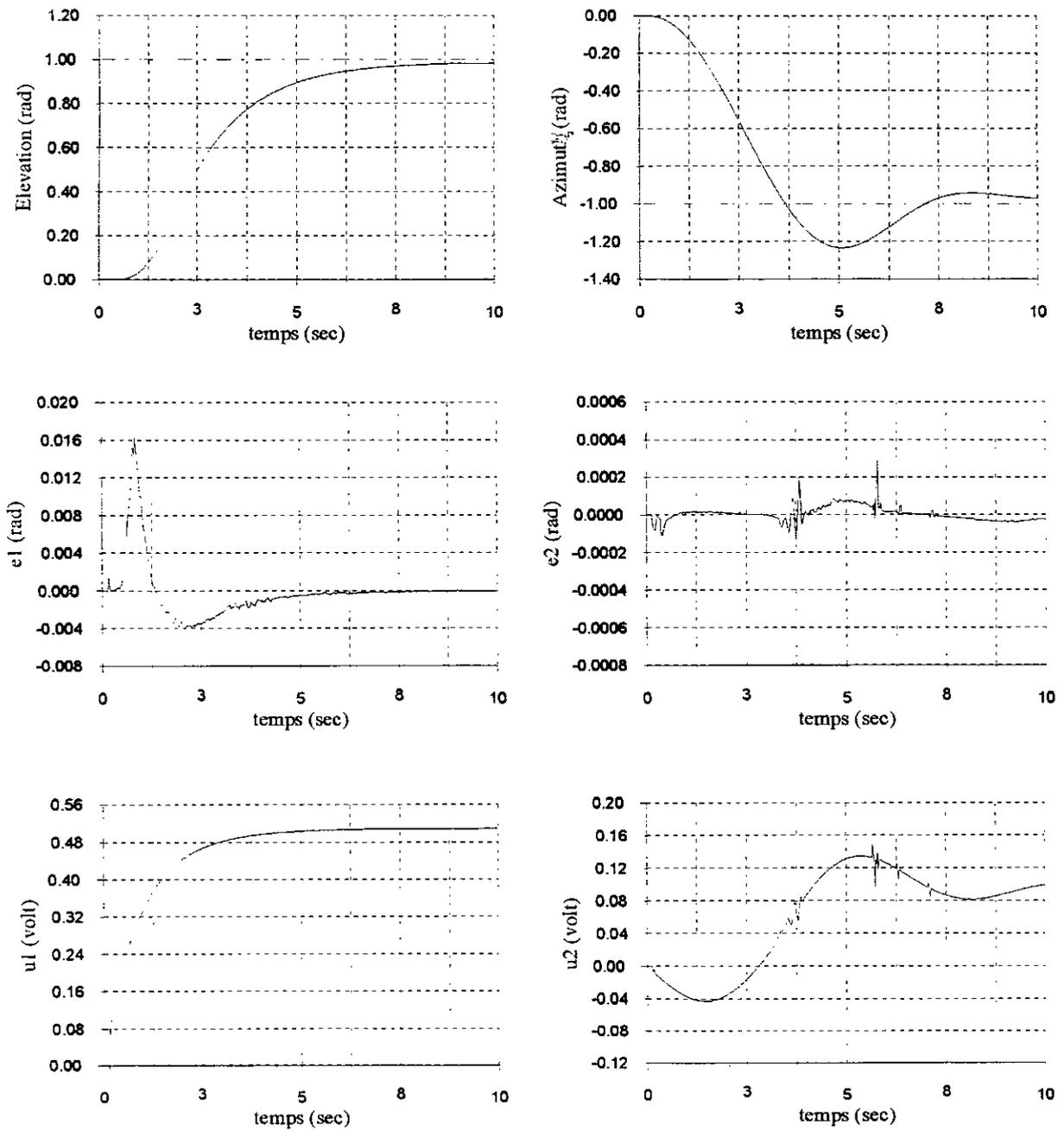


Figure III-25 : Poursuite de référence Ref1=1, Ref2=-1 pour  $B\Psi=1.84 \cdot 10^{-2}$

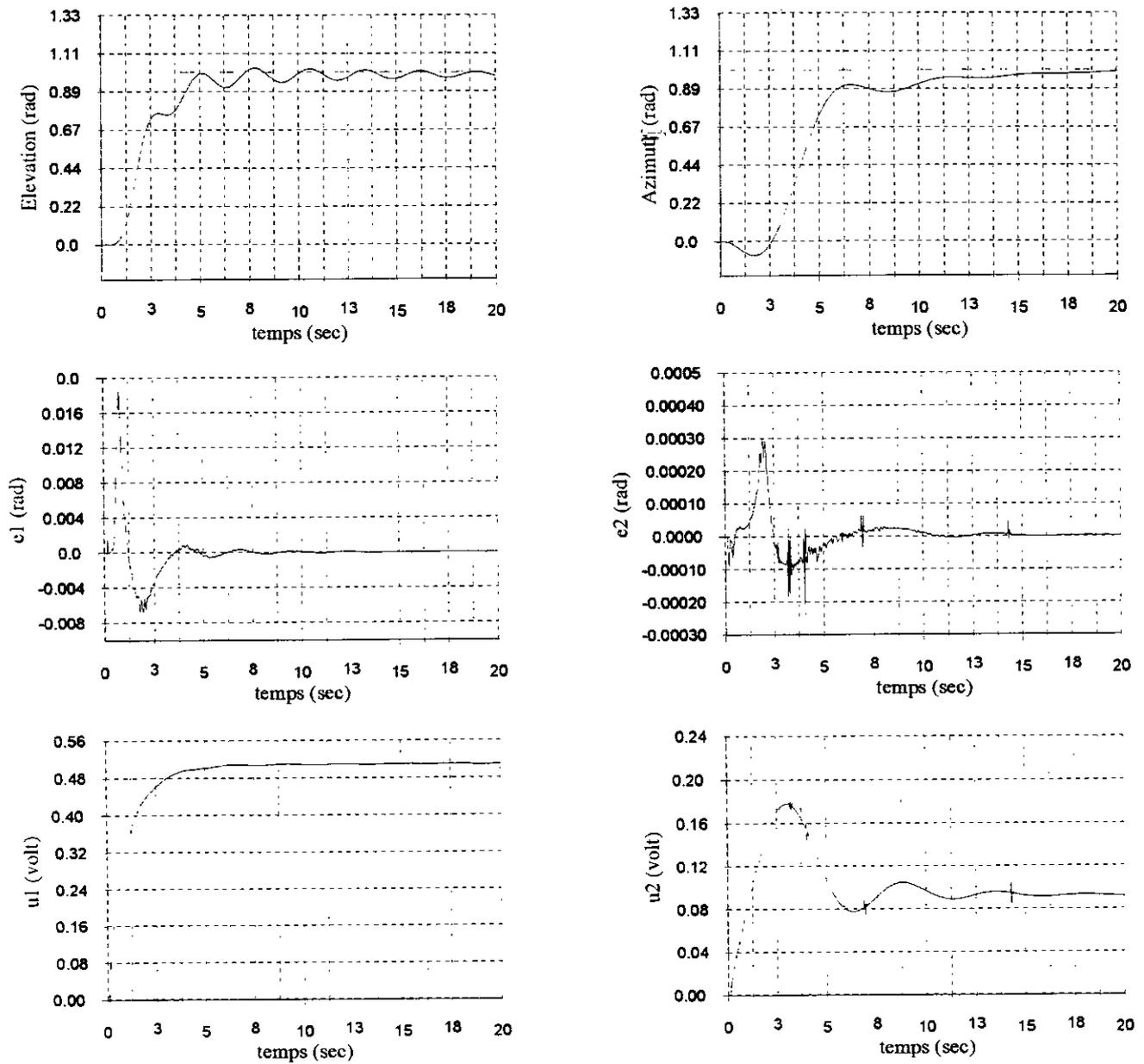


Figure III-26 : Poursuite de référence Ref1=1, Ref2=1 pour  $B\Psi=1.84 \cdot 10^{-3}$

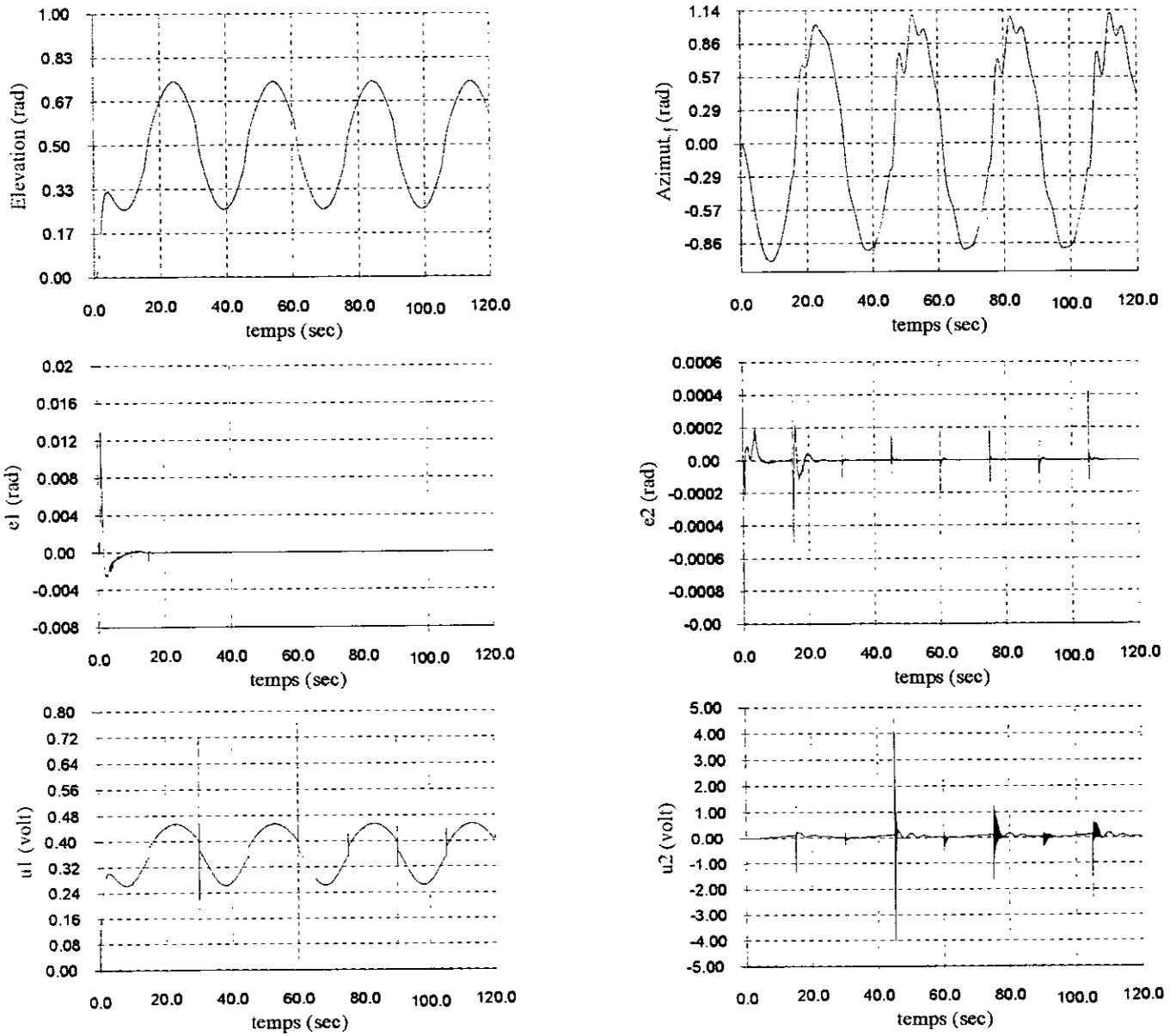


Figure III-27: Poursuite de référence sinusoïdale pour  $B\psi=1.84 \cdot 10^2 \cdot 02$

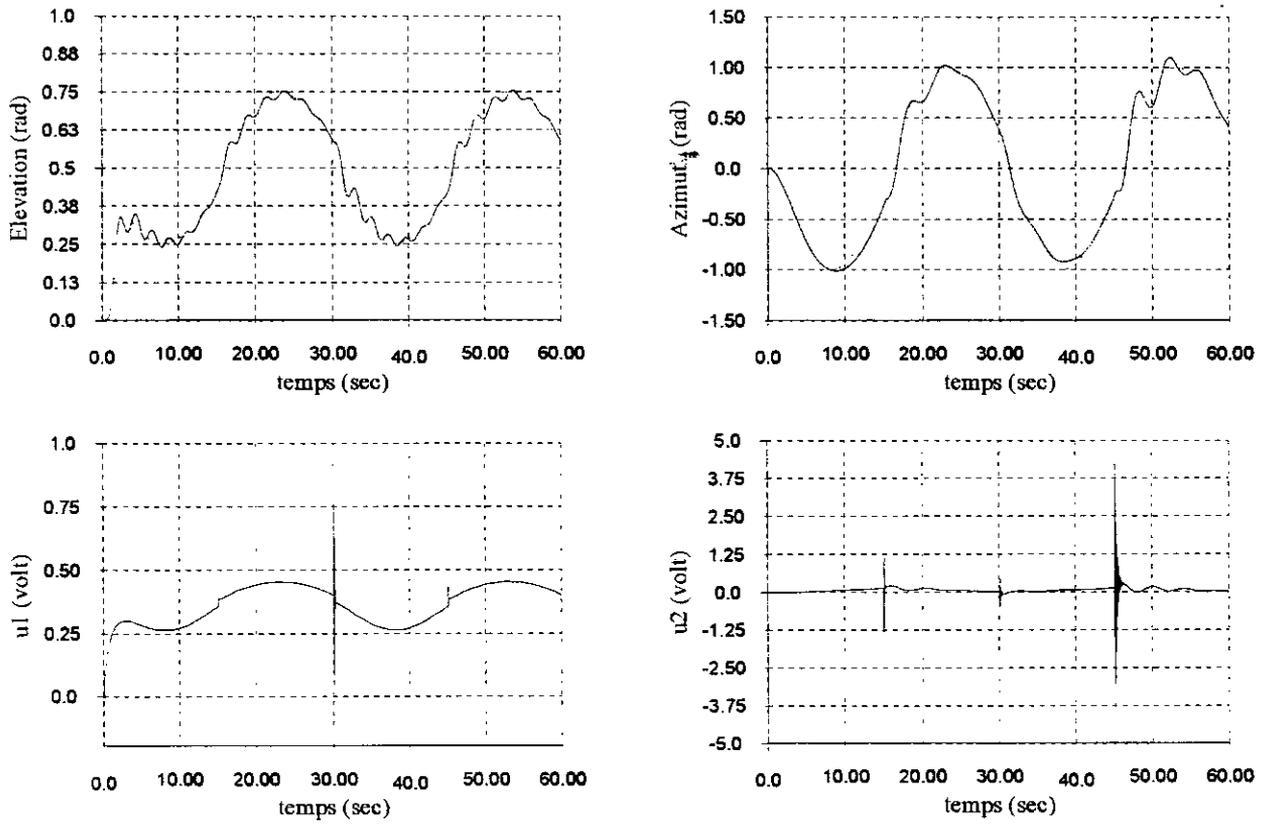


Figure III-28 : poursuite d'une référence sinusoïdale

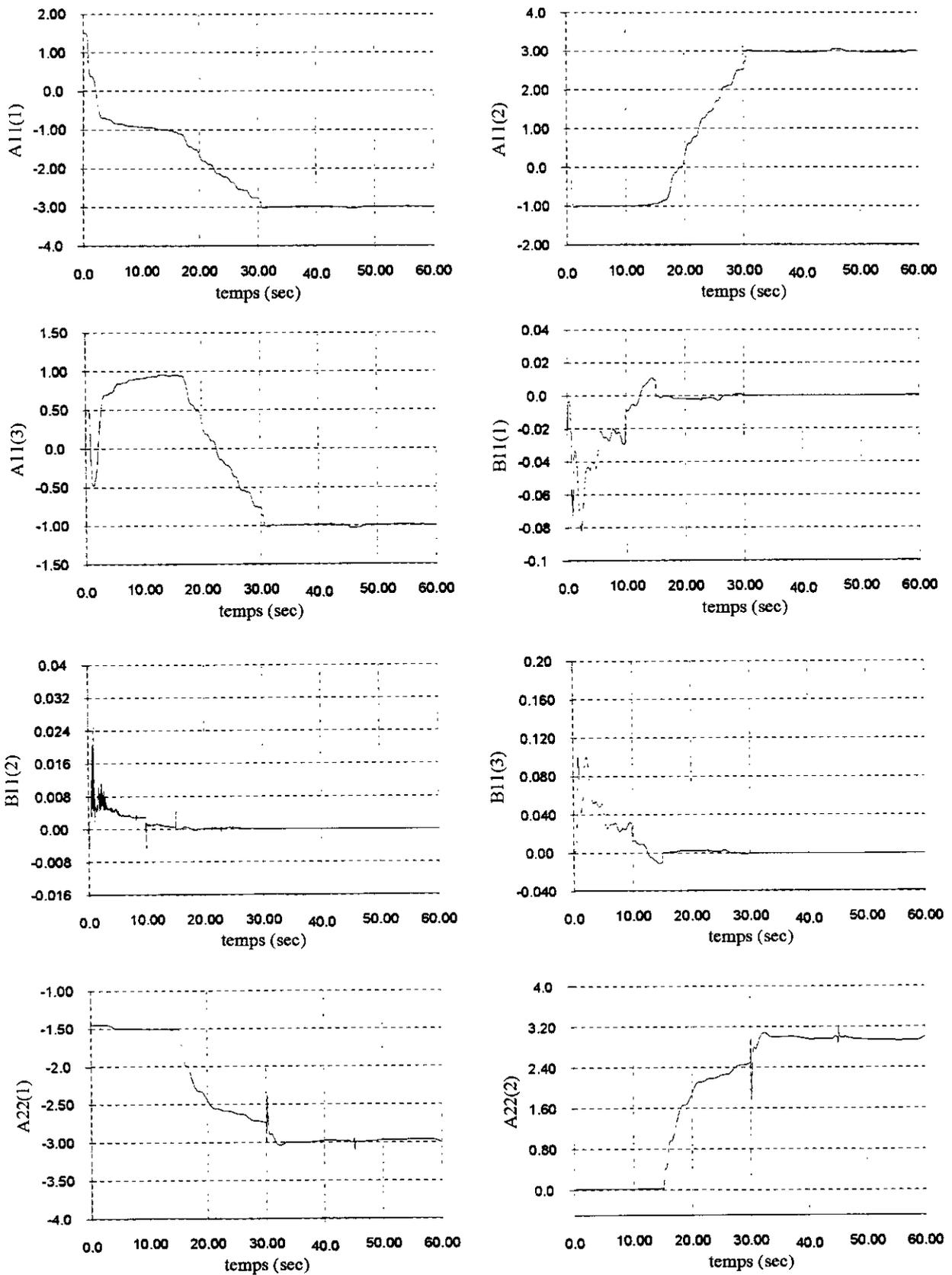


Figure III-29 : Allure des variations des paramètres du modèle pour le cas sinusoïde.

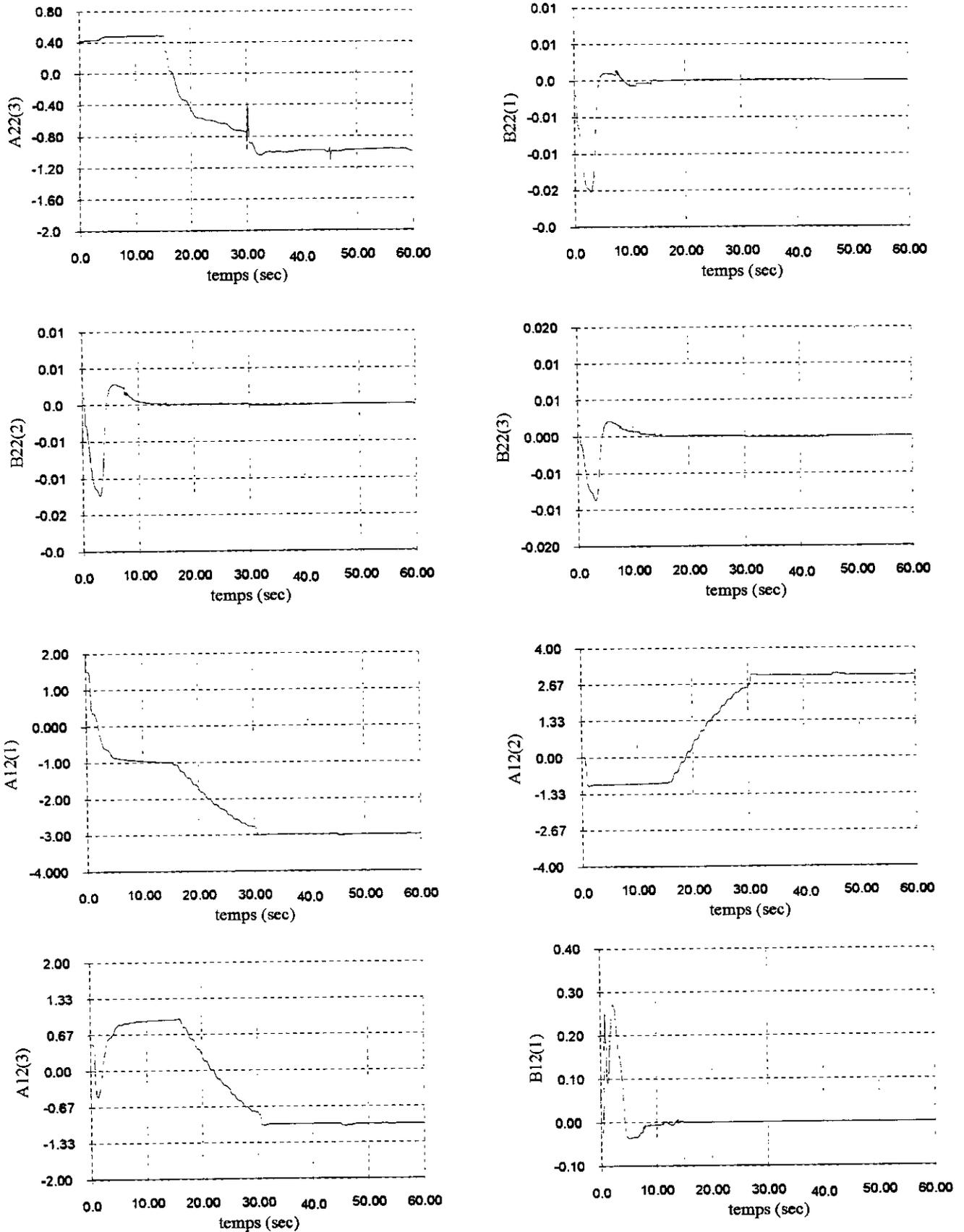


Figure III-30 : Allure des variations des paramètres du modèle (suite)

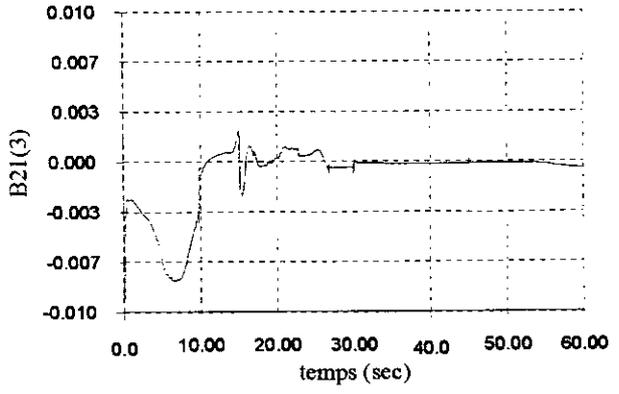
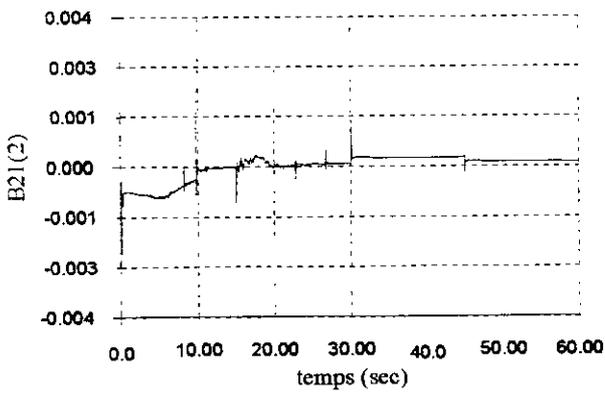
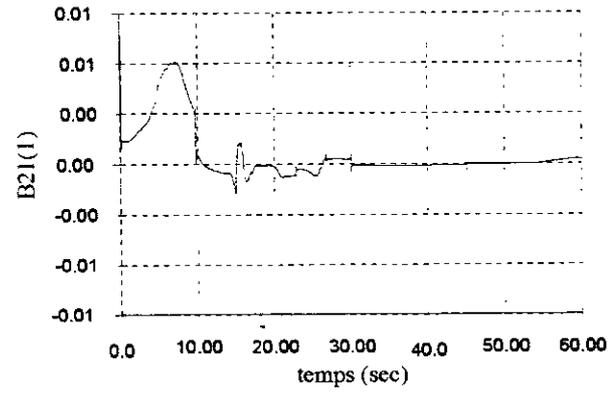
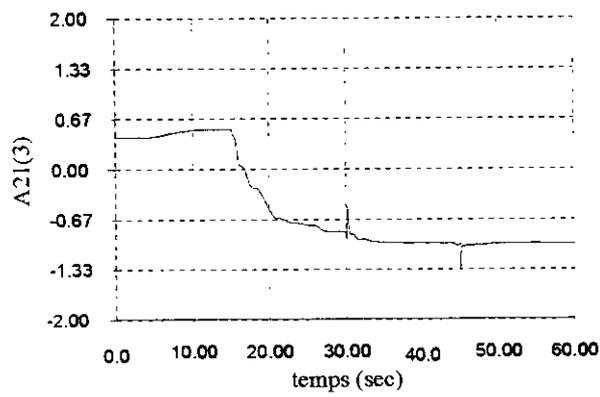
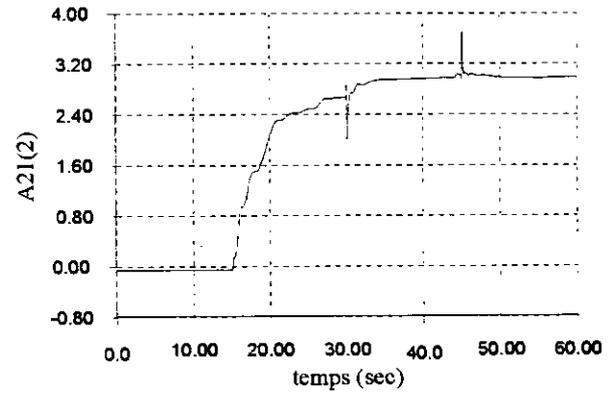
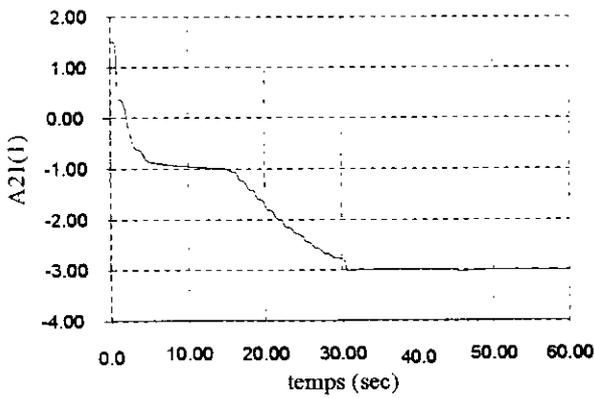
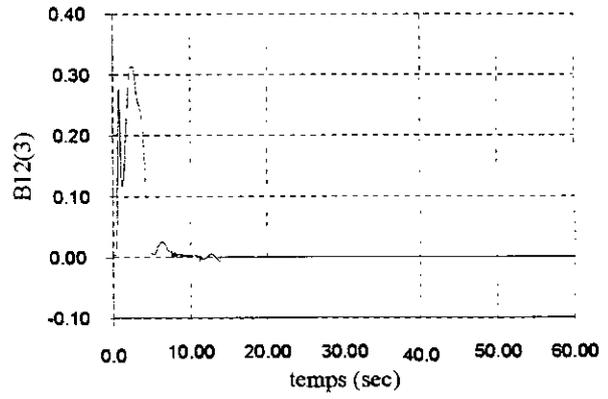
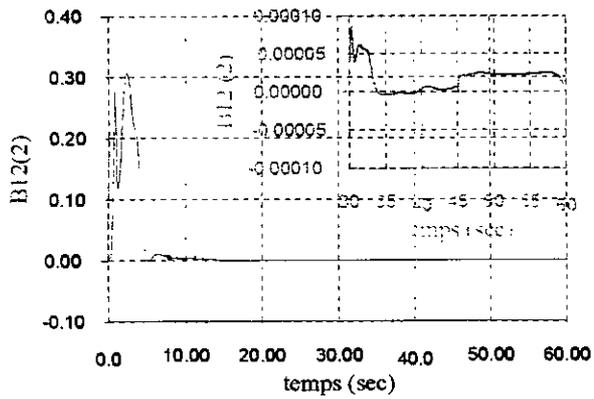


Figure III-31 : Allure des variations des paramètres du modèle

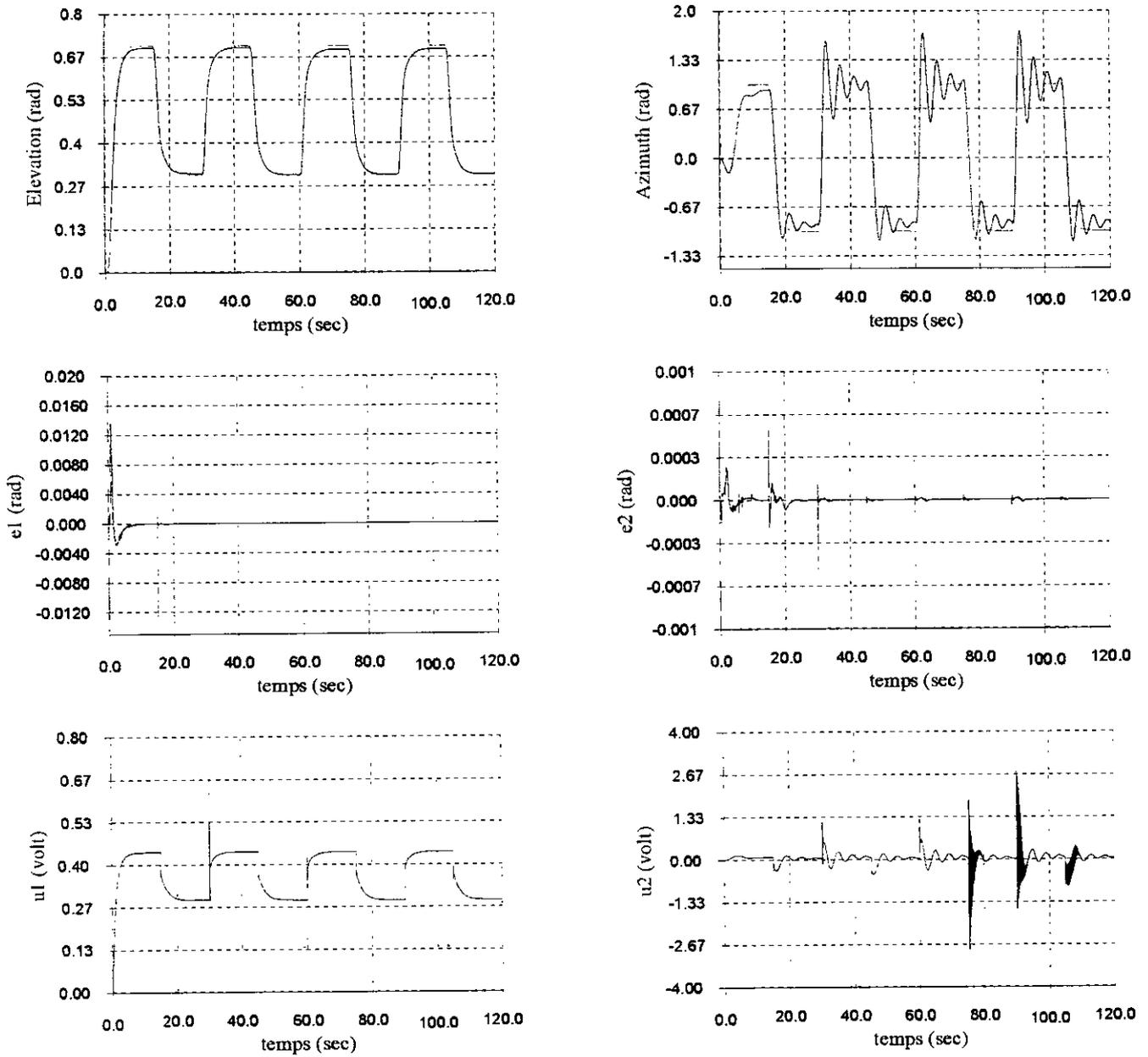


Figure III-32: Poursuite d'un créneau du premier ordre  $B\Psi=1.84 \cdot 10^2 \cdot 03$

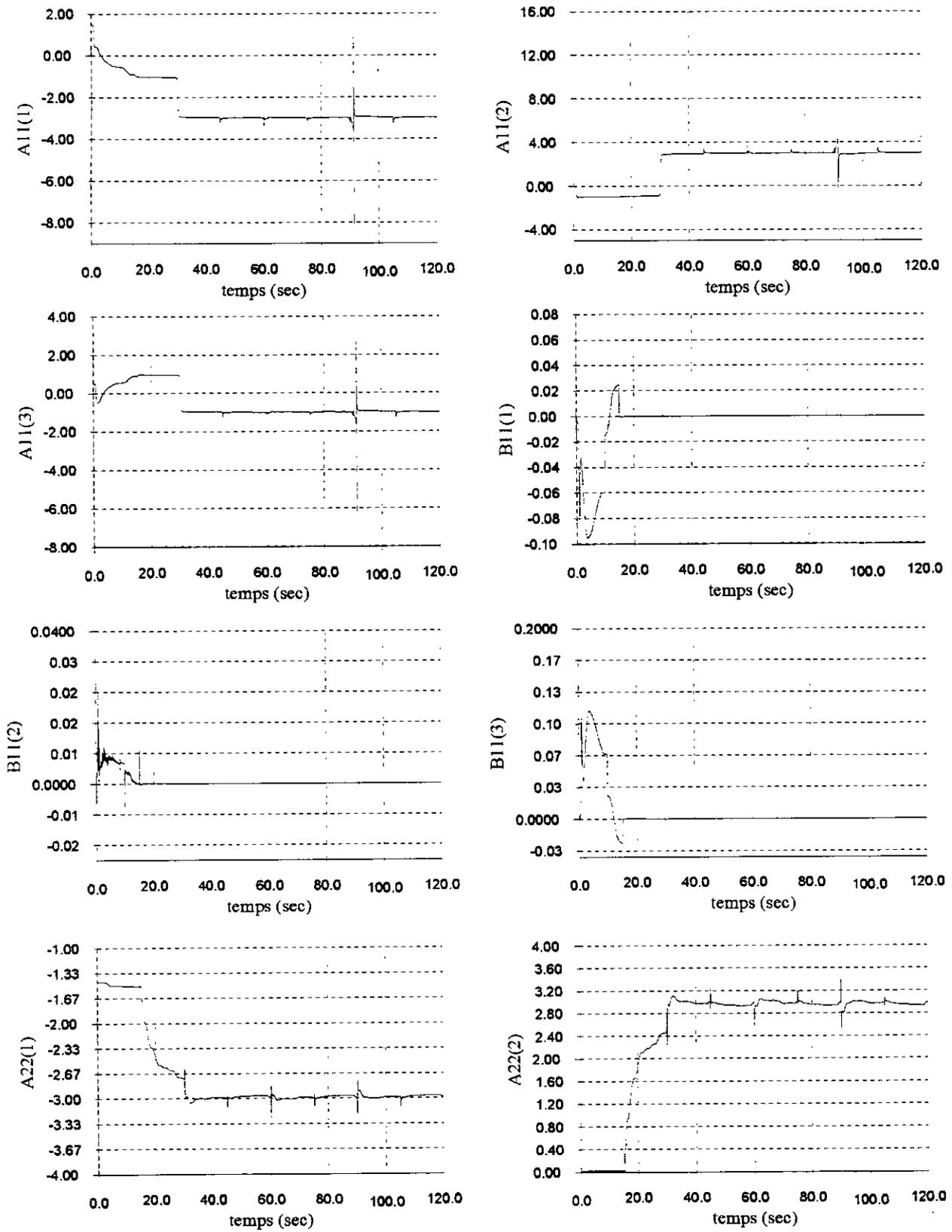


Figure III-33 : Allure des paramètres dans le temps dans le cas des creux

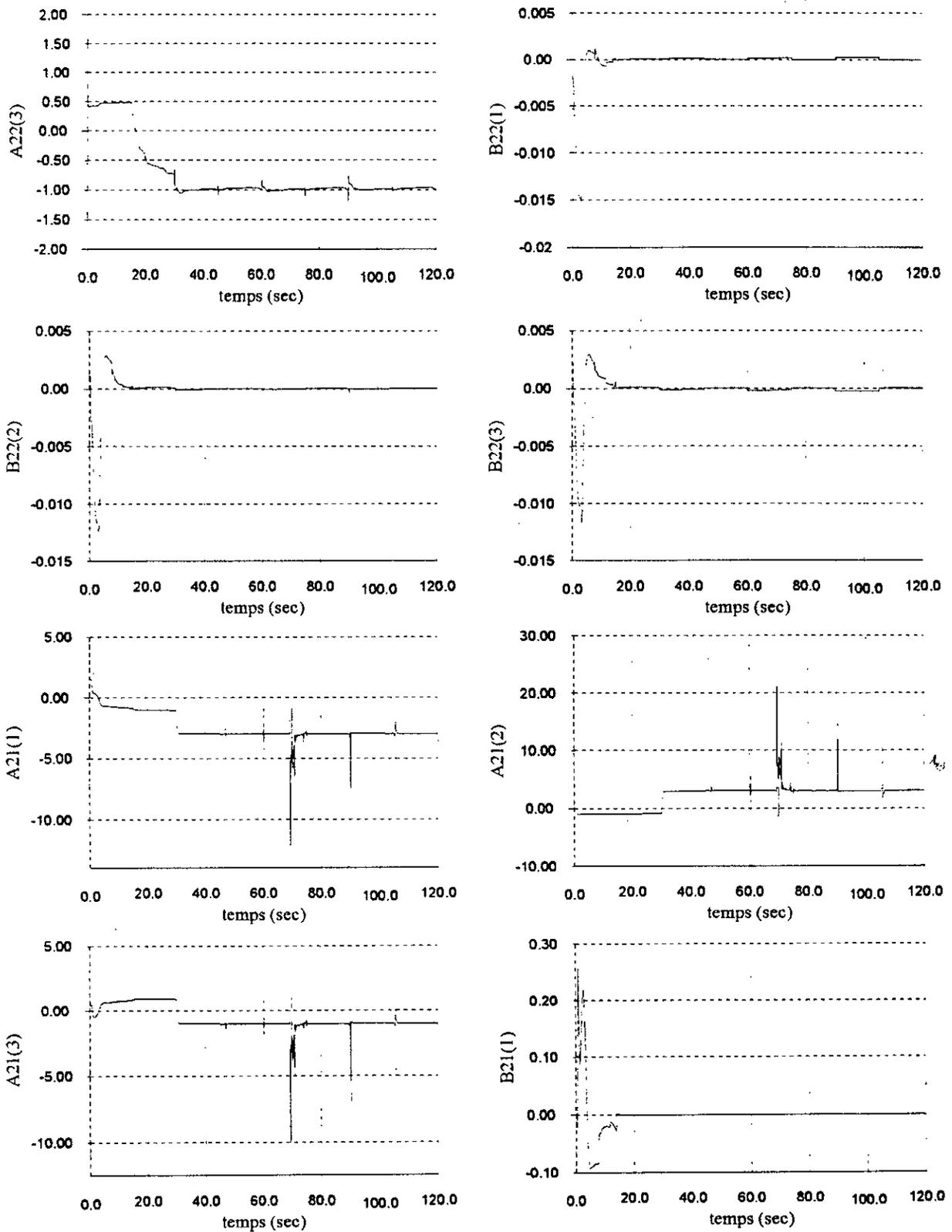


Figure III-34 : Allure des paramètres dans le temps.

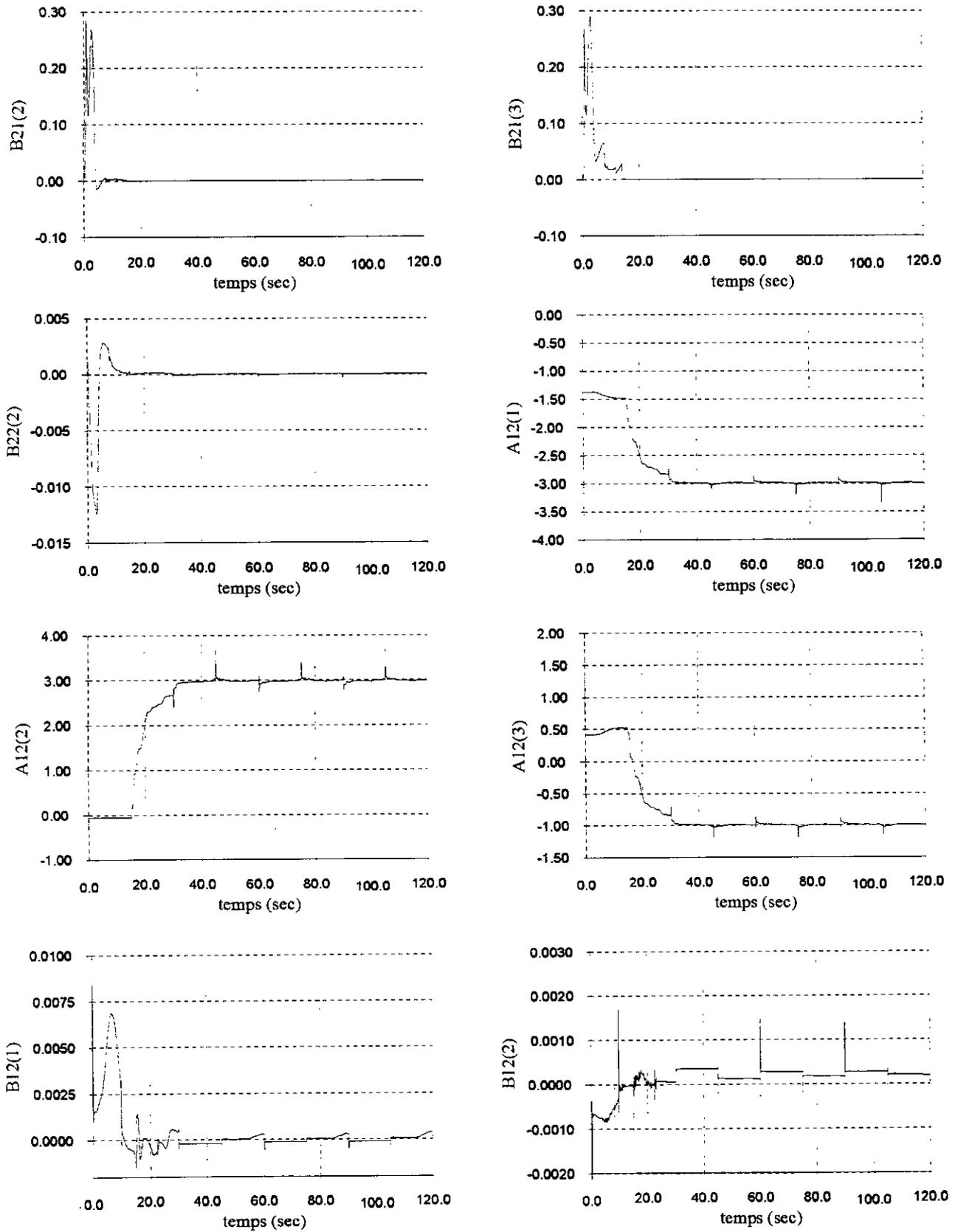


Figure III-35 :Allure des variations des paramètres dans le temps

### III-11-2-2-Interprétation des résultats :

- **Poursuite constante :**

Lorsque nous appliquons plusieurs références la poursuite est meilleure que dans le cas monovariable dans le sens où il n'y a pas d'erreur statique résultante d'un effet de couplage. Or cet effet est compensé par la commande.

- **Poursuite variable :**

- **Cas de la sinusoïde :**

Lorsque la consigne est une sinusoïde, la poursuite se fait après avoir dépassé un léger premier temps transitoire qui est de l'ordre de 2 s. Après ceci, un autre régime transitoire s'établit pendant 30 s à partir du début de la simulation. A cet instant la poursuite est finalement atteinte.

Après l'instant 30 s, les paramètres  $B_{ij}$  sont très petits comparés à leurs valeurs durant le régime transitoire. Nous avons effectué un zoom sur les graphes.

Des oscillations de hautes fréquences apparaissent sur les commandes. Ceci est dû au caractère non minimal de phase du système. Or l'instabilité des zéros influencent la commande en la rendant instablement oscillatoire. Ceci apparaît sur certains paramètres mais paraît très négligeable sur d'autres.

- **Poursuite de créneaux :**

La poursuite de créneaux se fait sans problème. Néanmoins nous remarquons au niveau de la commande de très fortes oscillations .

Si nous prenons en considération les remarques faites lors de la modélisation, nous pouvons dire que ces oscillations sont dues à des impulsions provoquées par la commande afin que le système puisse atteindre la référence. Lorsqu'il atteint celle-ci la commande revient et oscille autour d'une basse valeur afin de pouvoir faire stabiliser la sortie autour de la consigne.

En ce qui concerne les variations des paramètres, nous pouvons faire les mêmes remarques que le cas précédent.

Pour étudier le comportement des sorties vis à vis des perturbations et des variations de paramètres nous avons effectué les tests suivants :

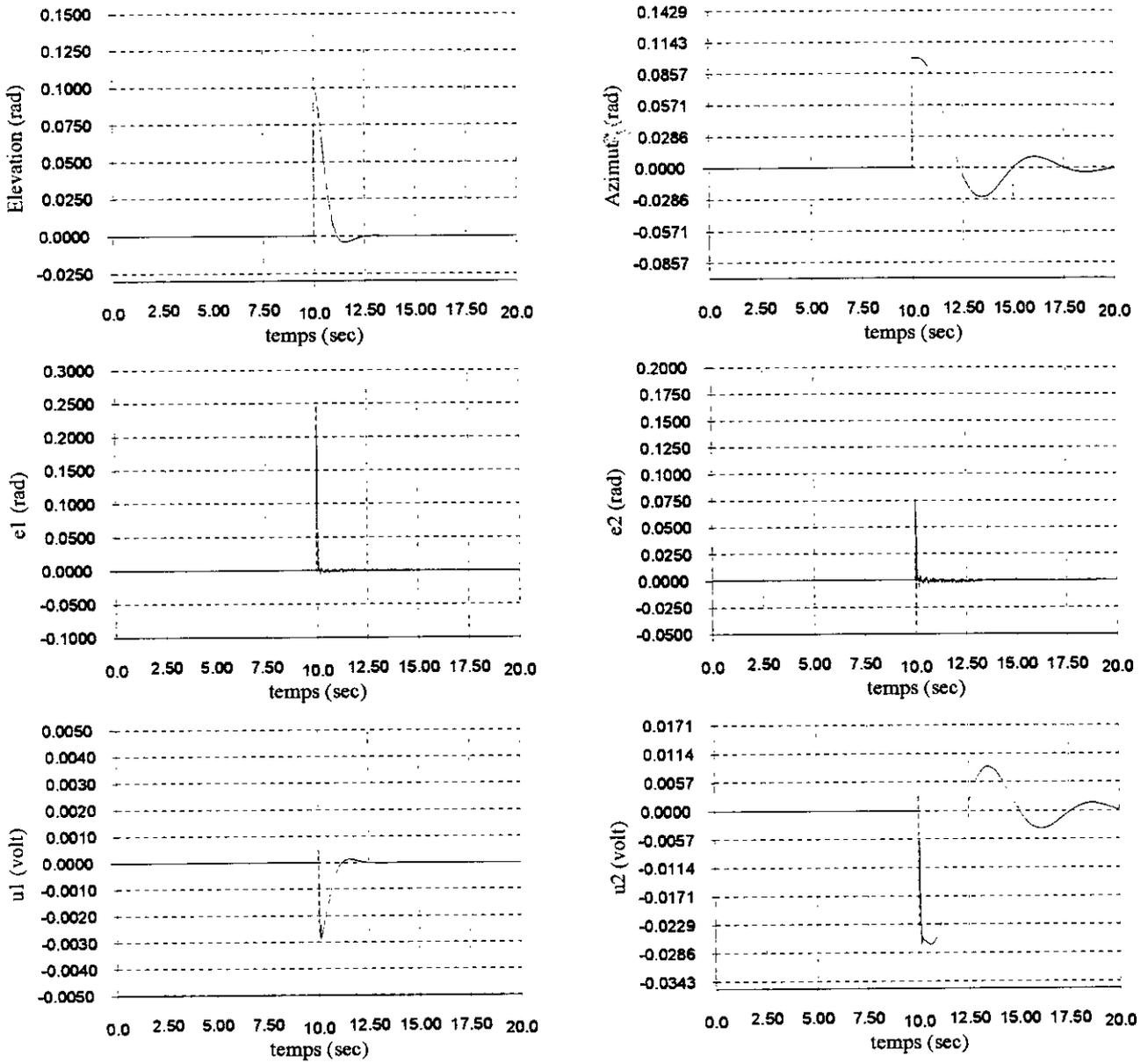


Figure III-36: régulation autour de la position (0,0).

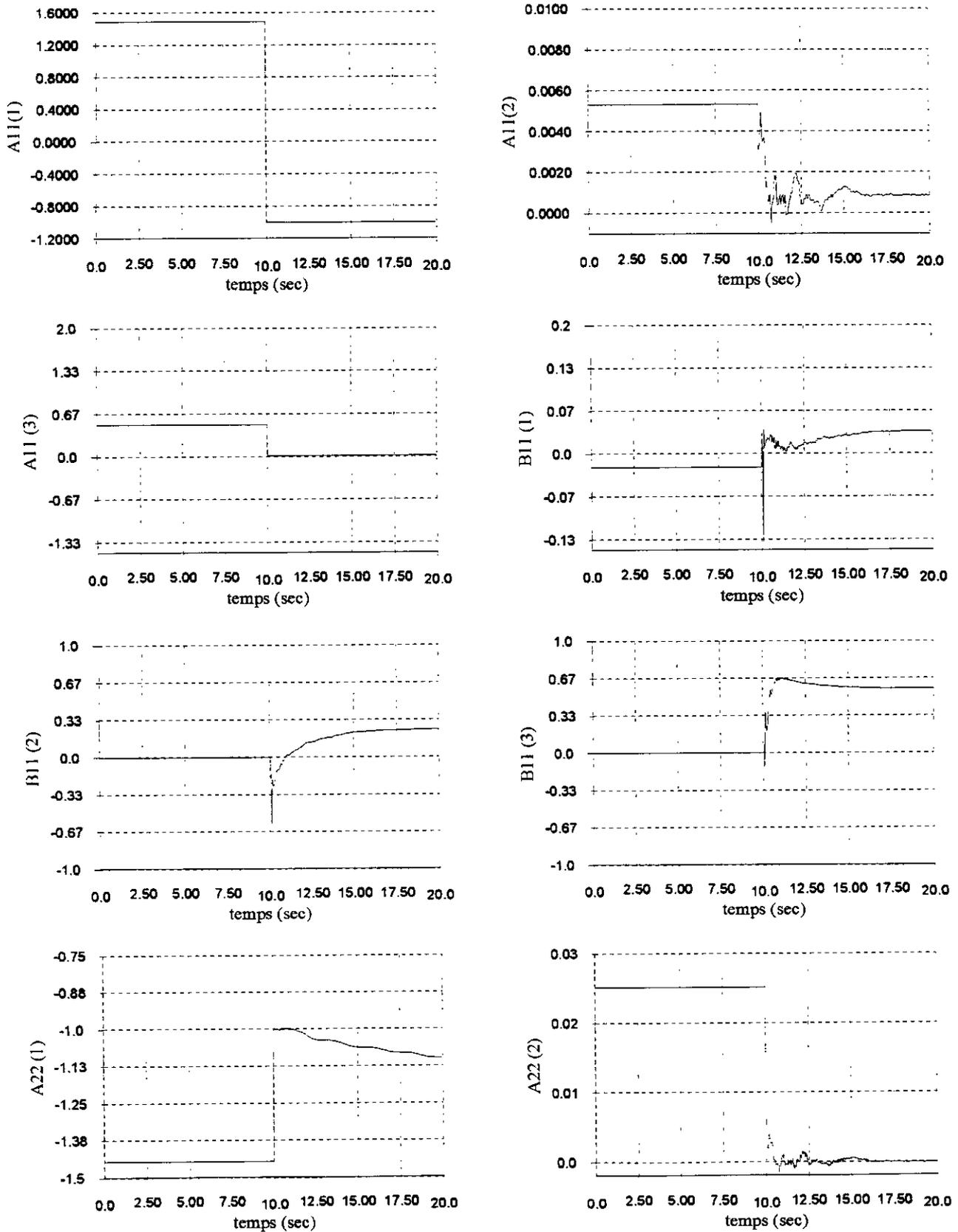


Figure III-37 : Allure des variations des paramètres

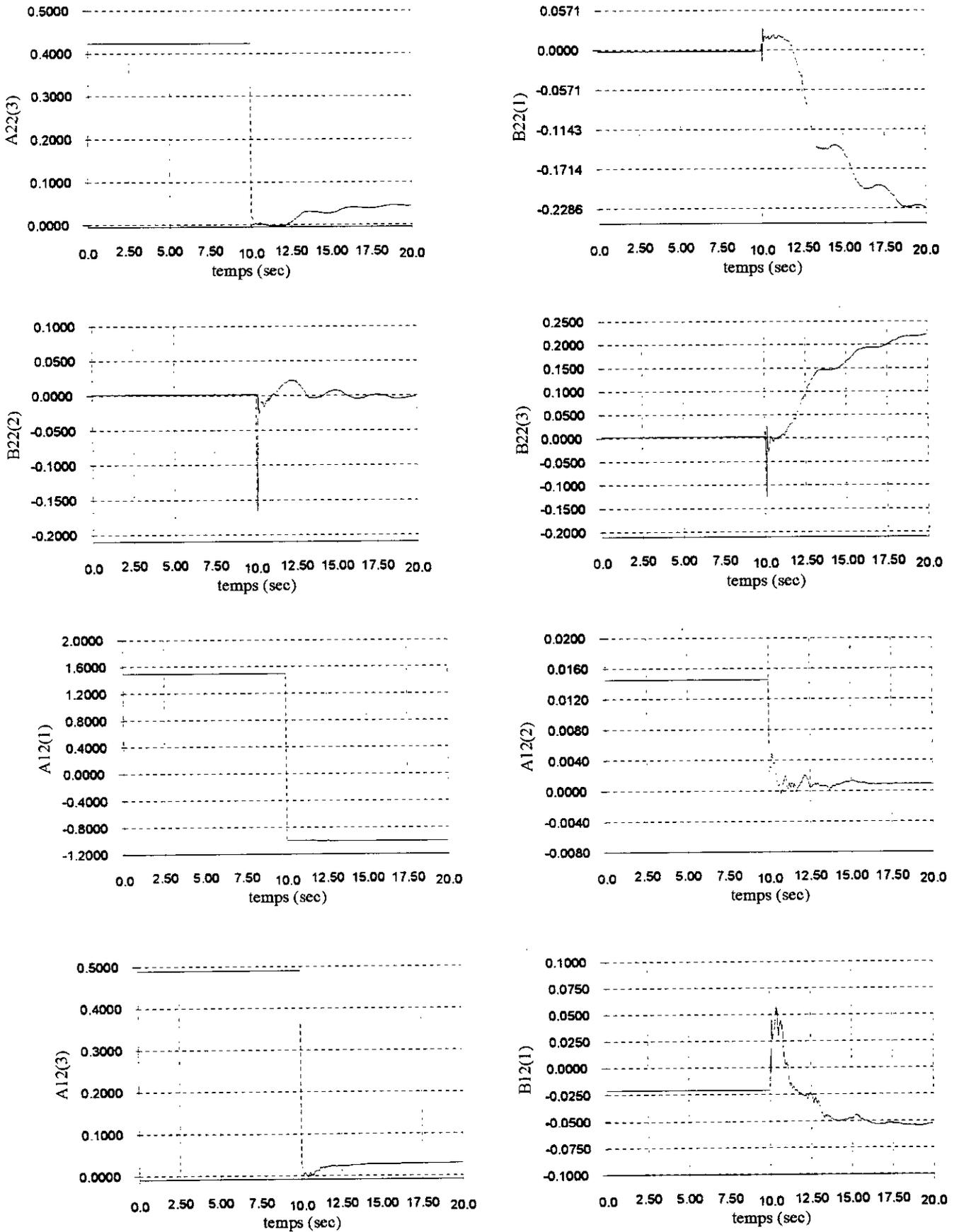


Figure III-38 : Allure des paramètres

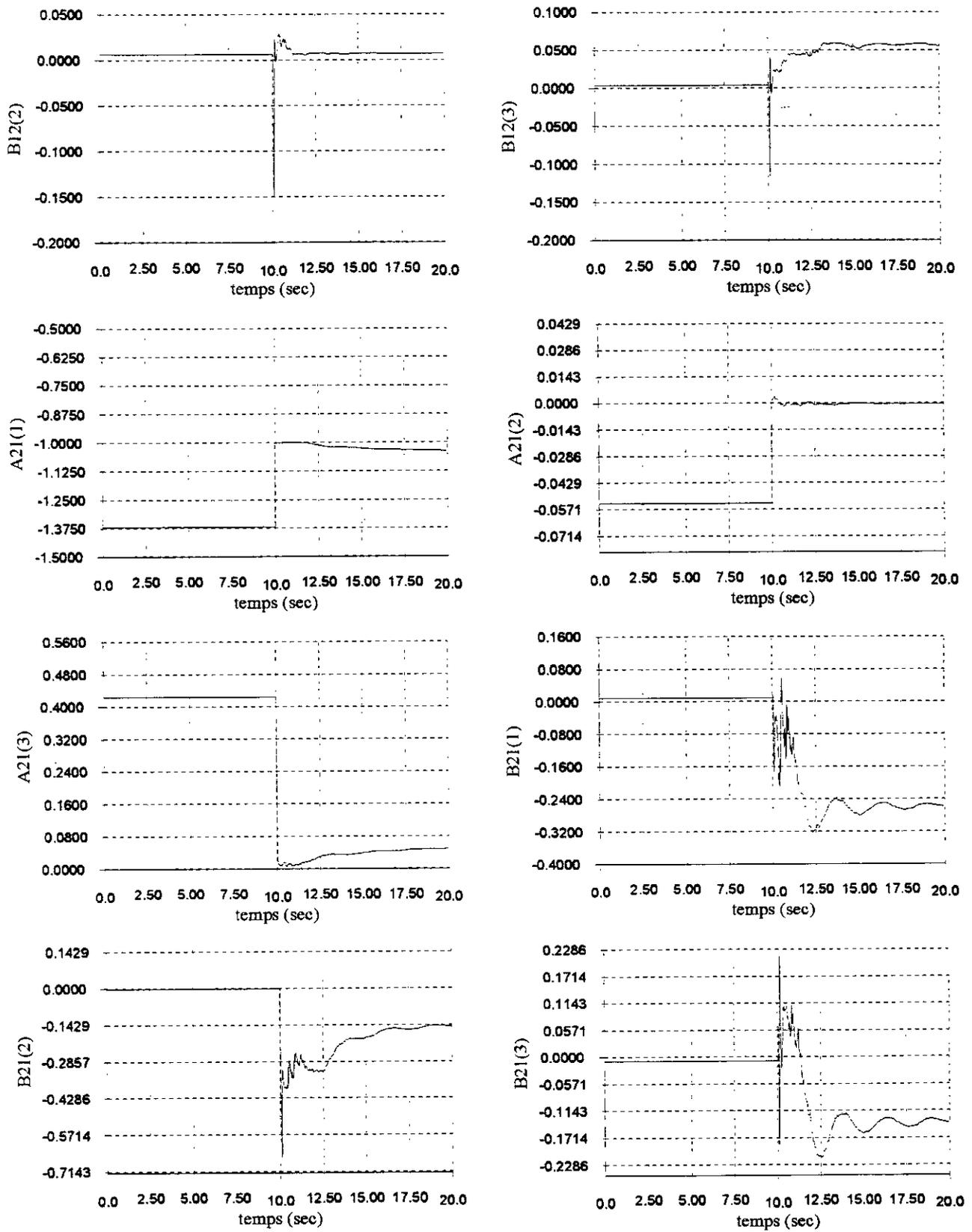


Figure III-39 : régulation autour de la position (0,0).

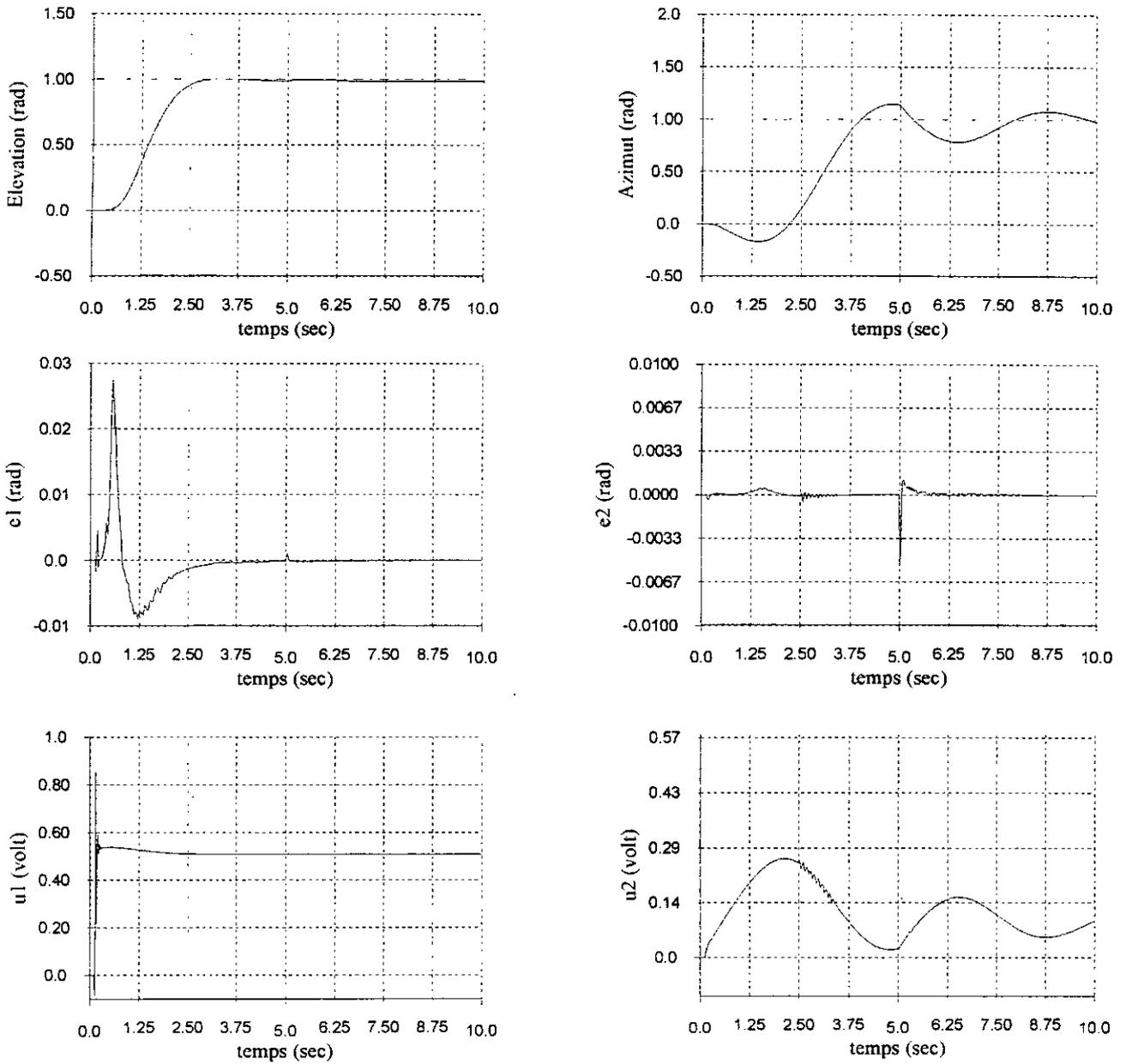


Figure III-40 : Test de robustesse pour  $B\psi=1.84 \cdot 10^2 \cdot 10^{-02}$

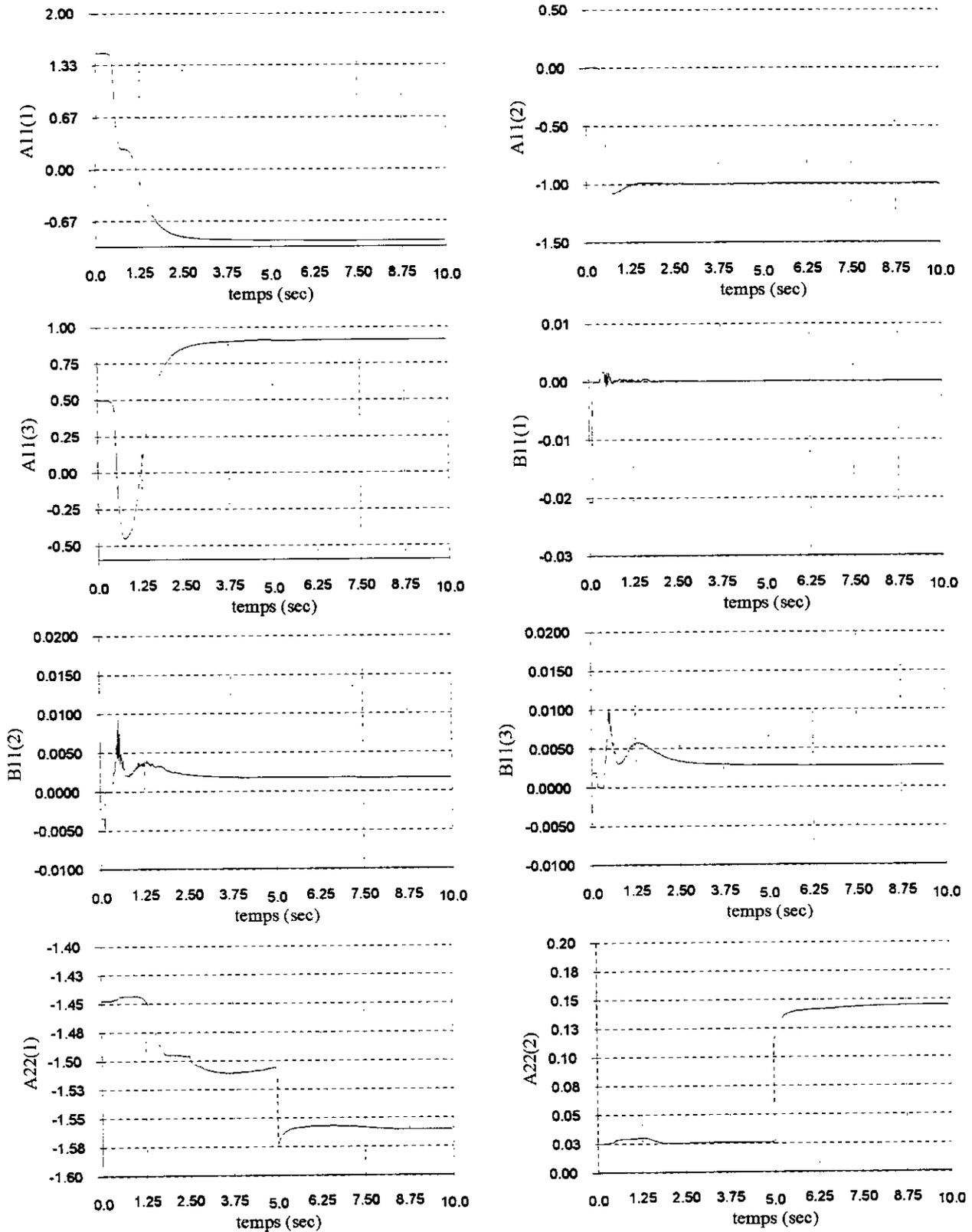


Figure III-41 : Allure des variations des paramètres dans le temps

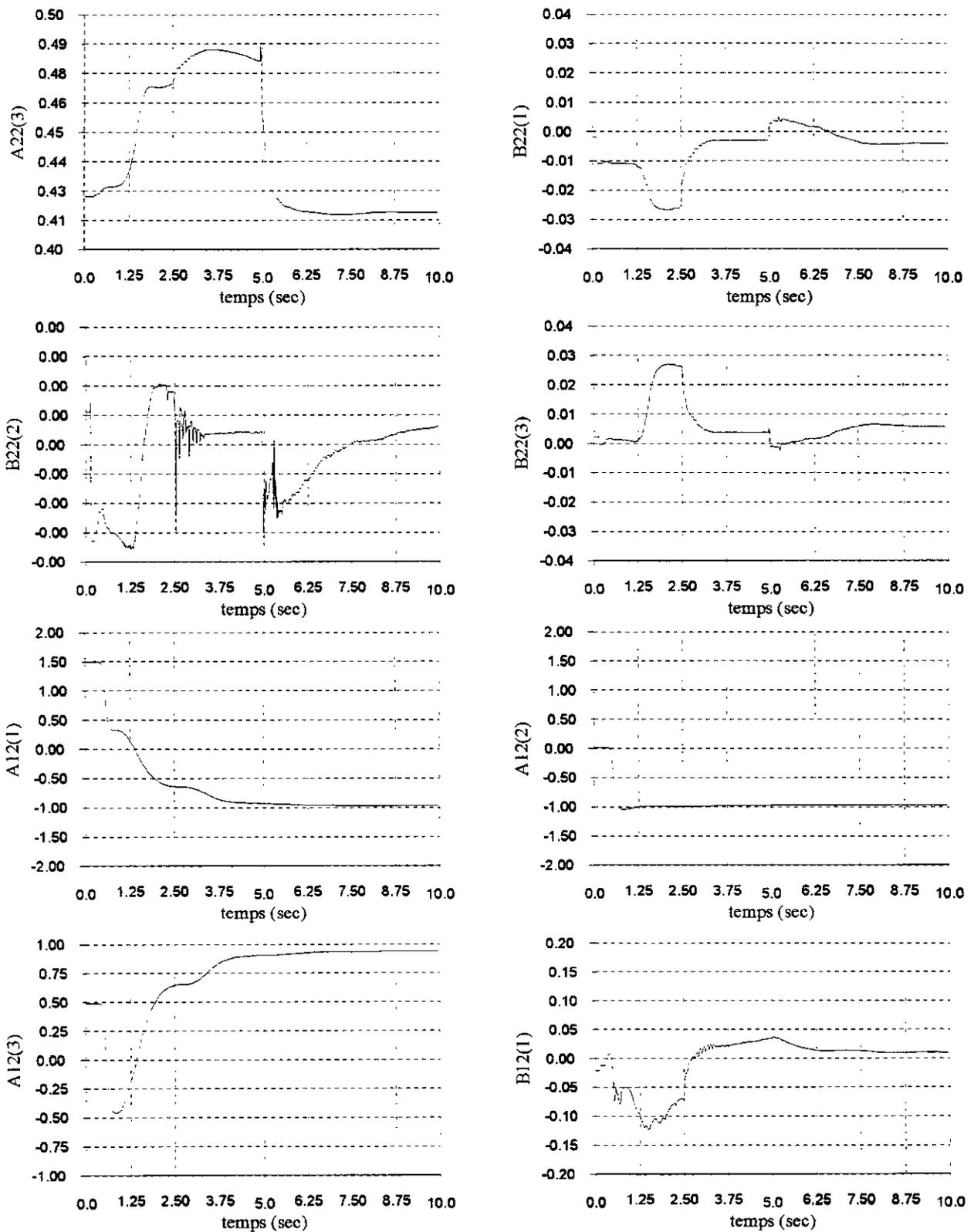


Figure III-42 :Allure des variations des paramètres dans le temps

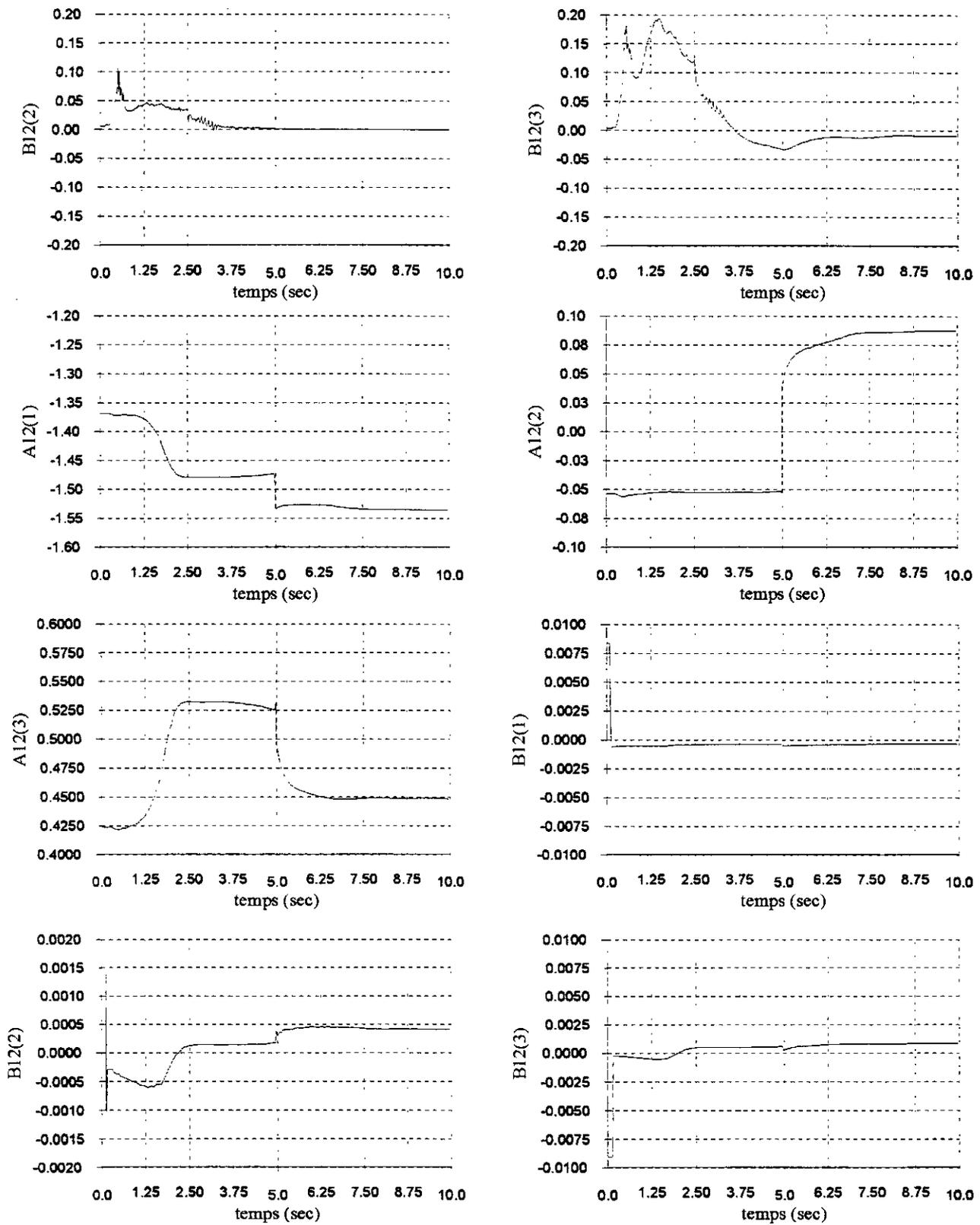


Figure III-43 : Allure des variations des paramètres dans le temps.

**III-11-2-3-Cas de la régulation :**

Nous constatons que le système rejette bien les perturbations.

**• Robustesse :**

Nous avons introduit une variation sur tous les paramètres du système qui est égale à 300 % du plus grand d'entre eux. Nous remarquons que l'influence apparaît sur l'azimut mais elle est vite atténuée. L'influence n'apparaît pas sur l'élévation ni sur ses paramètres. Nous pouvons dire que la seconde sortie est insensible aux variations paramétriques, et l'effet y est négligeable. Donc la commande est robuste.

**III-11-3-Conclusion :**

La commande en multivariable offre des avantages beaucoup plus intéressants que dans l'approche monovariable. Ceci apparaît bien sûr lors des poursuites de références. Elle offre aussi des avantages dans la régulation, et la robustesse.

### Conclusion Générale et Perspectives

Notre travail traite de la commande adaptative LQG appliquée au simulateur d'hélicoptère.

Les essais en boucle ouverte du simulateur démontrent que le système est fortement instable. Nous avons conclu que l'effet du couplage élévation-azimut est important tandis que le couplage azimut-élévation est négligeable.

Nous avons abordé l'identification par deux approches, une approche *off-line* et une autre *on-line*. Nous avons ainsi effectué une identification préliminaire, afin de trouver les paramètres de la commande qui stabilisent le système au démarrage. L'identification *on-line* doit donc se faire à l'aide de paramètres initiaux qui rendent la boucle fermée stable. Pour se faire nous avons utilisé un régulateur LQG.

Nous avons traité la commande adaptative LQG par deux approches : l'approche monovariante et l'approche multivariante.

Un ensemble de résultats de simulation a été présenté pour mieux appréhender le comportement des algorithmes d'adaptation paramétrique et les performances des deux types de commandes face à des critères de poursuite, de régulation et de robustesse.

Seul le régulateur multivariante a pu remplir tous ces critères.

Nous pouvons dire que les aspects fondamentaux de la synthèse d'une commande adaptative mettent en évidence un filtrage préalable des signaux d'entrée-sortie, une bonne initialisation des algorithmes d'adaptation paramétrique et le gel de l'adaptation paramétrique quand l'information courante n'est pas suffisamment riche pour affiner la précision du modèle estimé.

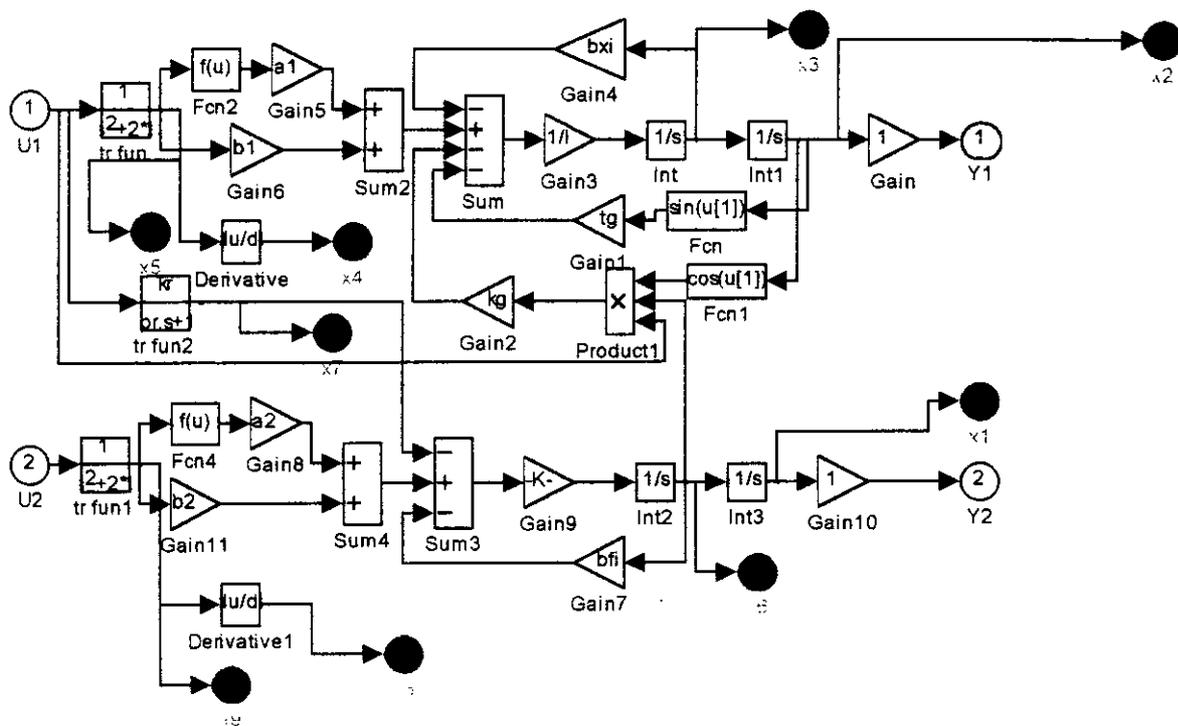
Enfin, nous proposons comme axe de recherches, Pour poursuivre notre travail, les thèmes suivants :

- La commande RST adaptative.
- La commande RST adaptative multivariante.
- La commande adaptative Neuro-floue.

*Annexes*

# ANNEXE 1

Le modèle non linéaire du simulateur obtenu par DELTALAB (CE 150 Helicopter Model)



## ANNEXE 2

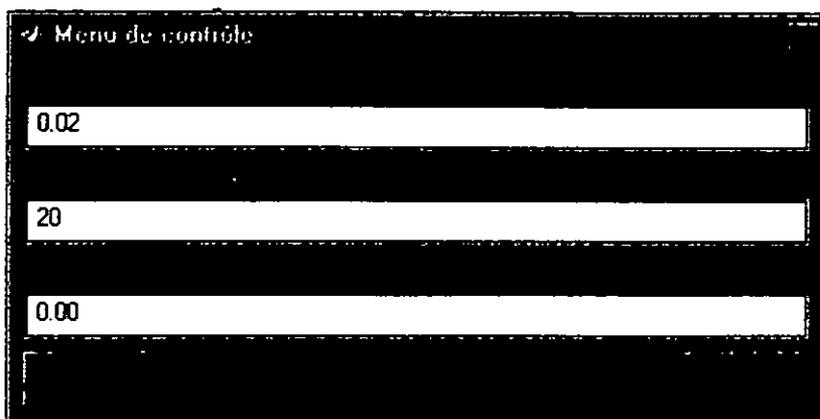
### Les paramètres du modèle du simulateur d'hélicoptère

$B_\psi = 1.84 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2/\text{s}$	$I_1 = 4.37 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$	$\tau_g = 3.83 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}$
$a_1 = 0.105 \text{ N.m/MU}^2$	$b_1 = 0.00936 \text{ N.m/MU}$	$T_1 = 0.3 \text{ s}$
$a_2 = 0.033 \text{ N.m/MU}^2$	$I_2 = 4.14 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$	$b_2 = 0.0294 \text{ N.m/MU}$
$B_\phi = 8.69 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2/\text{s}$	$k_r = 0.00162 \text{ N.m/MU}$	$T_{or} = 2.7 \text{ s}$
$T_{pr} = 0.75 \text{ s}$	$T_2 = 0.25 \text{ s}$	$k_{gyro} = 0.015 \text{ N.m/s}$

### ANNEXE 3

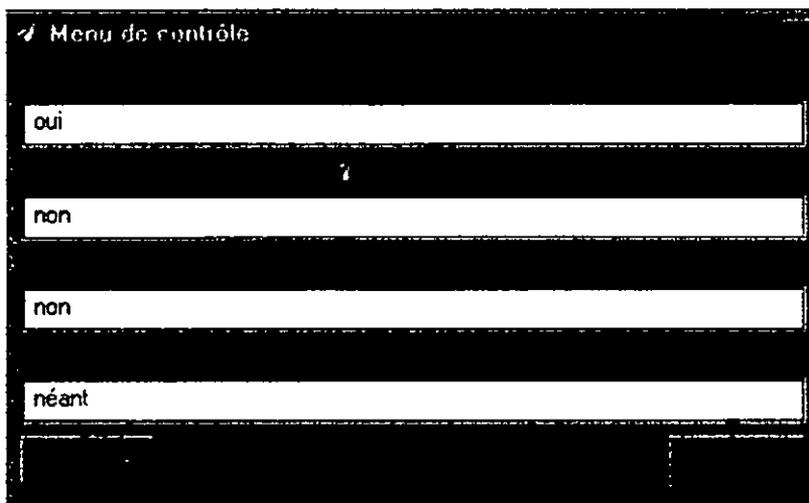
Nous présentons l'interface du programme qui est la suivante :

Menu de contrôle préliminaire :



A screenshot of a software interface titled "Menu de contrôle". It features three horizontal input fields stacked vertically. The first field contains the value "0.02", the second field contains "20", and the third field contains "0.00". The interface has a dark background with white text and input areas.

Menu de contrôle principal :



A screenshot of a software interface titled "Menu de contrôle". It features four horizontal input fields stacked vertically. The first field contains the value "oui", the second field contains "non", the third field contains "non", and the fourth field contains "néant". The interface has a dark background with white text and input areas.

Régulation et teste de robustesse :

A screenshot of a control menu window titled "Menu de contrôle". It contains seven input fields, each containing the value "0.00". The first field is preceded by the text "oui" and the second by "non".

Dans le cas de la poursuite :

A screenshot of a control menu window titled "Menu de contrôle". It contains seven input fields. The first two fields contain the value "1.00", and the remaining five fields contain "0.00".

Bar d'exécution du programme :

A screenshot of a program execution bar. It features a progress bar and the text "patientez SVP..." centered above it.

## ANNEXE 4

```
clear
clc
% Commande adaptative LQG monovariante appliquée au simulateur d'hélicoptère:
% Chargement de données:
% vu=perturbation
% ref reference
% v bruit
% vu perturbations

load per vu
load reff ref4 ref3 ref2 ref1 ref0 bxi
load bruit v
global Oref1 Oref2 u1 u2
global per v1 v2 v i vol per0
%-----
%-----
%-----
%-----
% Interface graphique
%-----
%question;
echo on
% pas d'echantillonnage:
temps=0.02;
% Nombre d'iterations:
N=500;
% Gains pour ref=1 et (y1,y2)=(0,0)
echo off
%-----
% matrices de pondération:
%-----
Q1=[102.93597000005e14 0 0;0 3e6 0;0 0 3e1];
Q2=[7.9999e8 0 0;0 8e2 0; 0 0 2e1];
R1=7.75*1e0;%9.5*1e6;%6
R2=4.99*1e8;%5*1e6 %8

gain1=1.;gain2=1;gain3=1;gain4=1;
integ1=52.5;integ2=5;
% conditions initiales:
x1=0.0;x2=0.00;x3=-.00;
x4=0.0;x5=0.0;x6=0.0;
x7=-0.0;x8=0;
x=[-1 -0.5 -0.2 -0.1 -0.01 0.072 0.1748 0.27779 0.379 0.4823 0.585 0.68 0.78
0.88 0.98 1.085 1.18 1.28 1.39 1.59 2.595 3.6 4.6226];
y=[-1.0 -0.5088 -0.3078 -0.5225 -0.46 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5
1.6 1.7 1.8 2 3 4 5];
xx=[ 0.02 0.057 0.1105 0.1799 0.264 .369 0.4989 0.6623 0.8776 1.18 1.23 1.29
1.384 1.52];
yy=[1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 10.1 10.2 10.3 10.4];
%paramètres initiaux du facteur d'oubli
l(1)=0.99;
l0=0.99;
xetat=[ x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 ]';
echo on
echo off
np=10;
Kk1=zeros(3,1);Kk2=zeros(3,1);
xxBar1=Kk1;xxBar2=Kk2;
```

```

xBar1=Kk1;xBar2=Kk2;
yxxBar1=Kk1;yxxBar2=Kk2;
yxBar1=Kk1;yxBar2=Kk2;
NN=[1 Kk1(2,1) 0]';
M=6;
d=0;
% Génération de la SBPA:
u=1:10;
u=(-1).^u;
for i=11:N*M
    u(i)=-u(i-7)*u(i-10);
end
% initialisation des gains d'adaptation paramétriques:
P11=1e3*eye(np);
P12=1e3*eye(np);
P21=1e3*eye(np);
P22=1e3*eye(np);
yP11=1e3*eye(np);
yP12=1e3*eye(np);
yP21=1e3*eye(np);
yP22=1e3*eye(np);

v1=0;
v2=0;
err=0;
L1=0.99;
L2=1;
% vecteur des paramètres de départ:

teta1(:,1)=[1.4910;
    0.0053;
    .4949;
    -0.0207;
    -0.0034;
    0.0019;0;0;0;0];
teta2(:,1)=[1.4957;
    0.0145;
    0.4894;
    -0.0211;
    0.0058;
    0.0032;0;0;0;0];
teta21(:,1)=[-1.3690;
    -0.0538;
    0.4238;
    0.0084;
    -0.0010;
    -0.0091;0;0;0;0];
teta22(:,1)=[-1.4472
    0.0251;
    0.4227;
    -0.0019;
    0.0011;
    0.0023;0;0;0;0];
yteta1(:,1)=[1.4910;
    0.0053;
    .4949;
    -0.0207;
    -0.0034;
    0.0019;0;0;0;0];
yteta2(:,1)=[1.4957;

```

```

0.0145;
0.4894;
-0.0211;
0.0058;
0.0032;0;0;0;0];
yteta21(:,1)=[-1.3690;
-0.0538;
0.4238;
0.0084;
-0.0010;
-0.0091;0;0;0;0];
yteta22(:,1)=[-1.4472
0.0251;
0.4227;
-0.0019;
0.0011;
0.0023;0;0;0;0];
rteta11(:,1)=[1.4910;
0.0053;
.4949;
-0.0207;
-0.0034;
0.0019;0;0;0;0];
rteta12(:,1)=[1.4957;
0.0145;
0.4894;
-0.0211;
0.0058;
0.0032;0;0;0;0];
rteta21(:,1)=[-1.3690;
-0.0538;
0.4238;
0.0084;
-0.0010;
-0.0091;0;0;0;0];
rteta22(:,1)=[-1.4472
0.0251;
0.4227;
-0.0019;
0.0011;
0.0023;0;0;0;0];

```

```

% initialisations:
states=zeros(8,N);
y1(1:N)=0;
y2(1:N)=0;
e1(1:N)=0;
e2(1:N)=0;
%erreur1(1:N)=0;
%erreur2(1:N)=0;

```

```

u1(1:N)=0;
u2(1:N)=0;
c=0;
d11=0;d12=0;d21=0;
d22=0;d=d22;k=0;
v11=0;
v22=0;
v=v/100;
u=u/100;

```

```

err1=0;
err2=0;
vol=0;
per=0.0;
per0=0.0;
A11=[1 teta11(1:3,1)'];      B11=[1 teta11(4:6,1)'];
A12=[1 teta12(1:3,1)'];      B12=[1 teta12(4:6,1)'];
A21=[1 teta21(1:3,1)'];      B21=[1 teta21(4:6,1)'];
A22=[1 teta22(1:3,1)'];      B22=[1 teta22(4:6,1)'];
%-----
entrees;
%-----

for i=1:N
    r1(i)=ref1;
    r2(i)=ref2;
end

ror1=interp1(xx,yy,ref1);
ror2=interp1(x,y,ref2);

%clc
% Interface graphique
wait = waitbar(0,'patientez SVP...');
nh=0;
% Lancement de la régulation:
for i=4+d:N
waitbar(i/N)
    sys11=tf(B11,A11,temps);
    sys22=tf(B22,A22,temps);
    sys11=ss(sys11);sys22=ss(sys22);
    [AA1,BB1,CC1,DD1]=ssdata(sys11);
    [AA2,BB2,CC2,DD2]=ssdata(sys22);

% Régulateur LQ:

[K1,S1,E10] = DLQR(AA1,BB1,Q1,R1,NN);
[K2,S2,E20] = DLQR(AA2,BB2,Q2,R2,NN);

% Filtre de Kalman:

[kalm1,L11,P,M,Z] = KALMAN(sys11,1,1,1);
[kalm2,L22,P,M,Z] = KALMAN(sys22,1,1,1);
[ae1,be1,ce1,de1]=ssdata(kalm1);
[ae2,be2,ce2,de2]=ssdata(kalm2);
xxBar1=xxBar1;xxBar2=xxBar2;
xxBar1 = ae1*xxBar1 + be1*u1(i-d11-1) + L11*(e1(i-1) - ce1(1,:)*xxBar1 -
de1(1,:)*u1(i-1-d11));
xxBar2 = ae2*xxBar2 + be2*u2(i-d22-1) + L22*(e2(i-1) - ce2(1,:)*xxBar2 -
de2(1,:)*u2(i-1-d22));
xx1(i)=xxBar1(1);
xx2(i)=xxBar1(2);
xx3(i)=xxBar1(3);

xx5(i)=xxBar2(1);
xx6(i)=xxBar2(2);
xx7(i)=xxBar2(3);

```

% Référence:

% adaptation en BO

ror1=interpl(xx,yy,ref1);

ror2=interpl(x,y,ref2);

Oref1(i)=ror1;

Oref2(i)=ror2;

% Integration de l'erreur de régulation:

err1=1/150\*(err1+e1(i-1));

err2=1/150\*(err2+e2(i-1));

% commandes u1 et u2:

u1(i)=(-1\*K1\*xxBar1-1.7905\*integ1\*err1);%\*(1-exp(-  
0.015\*i));%\*(1-exp(-0.015\*i));

u2(i)=(-1\*K2\*xxBar2+1.2475\*integ2\*err2)\*(1-exp(-  
0.05\*i));%\*(1-exp(-0.012\*i));

% vecteurs de mesures:

% Nous pouvons considérer la SBPA comme étant un bruit blanc:

phi11=[-e1(i-1) -e1(i-2) -e1(i-3) u1(i-1-d11) u1(i-2-d11) u1(i-3-d11) u(i)  
u(i-1) u(i-2) u(i-3)]';

phi12=[-e1(i-1) -e1(i-2) -e1(i-3) u2(i-1-d12) u2(i-2-d12) u2(i-3-d12) u(i)  
u(i-1) u(i-2) u(i-3)]';

phi21=[-e2(i-1) -e2(i-2) -e2(i-3) u1(i-1-d21) u1(i-2-d21) u1(i-3-d21) u(i)  
u(i-1) u(i-2) u(i-3)]';

phi22=[-e2(i-1) -e2(i-2) -e2(i-3) u2(i-1-d22) u2(i-2-d22) u2(i-3-d22) u(i)  
u(i-1) u(i-2) u(i-3)]';

yphi11=[-y1(i-1) -y1(i-2) -y1(i-3) u1(i-1-d11) u1(i-2-d11) u1(i-3-d11) u(i)  
u(i-1) u(i-2) u(i-3)]';

yphi12=[-y1(i-1) -y1(i-2) -y1(i-3) u2(i-1-d12) u2(i-2-d12) u2(i-3-d12) u(i)  
u(i-1) u(i-2) u(i-3)]';

yphi21=[-y2(i-1) -y2(i-2) -y2(i-3) u1(i-1-d21) u1(i-2-d21) u1(i-3-d21) u(i)  
u(i-1) u(i-2) u(i-3)]';

yphi22=[-y2(i-1) -y2(i-2) -y2(i-3) u2(i-1-d22) u2(i-2-d22) u2(i-3-d22) u(i)  
u(i-1) u(i-2) u(i-3)]';

%système à commander:

ii=i;

[t,etat]=ode23('syst',[0 temps],xetat);

xetat = etat(length(etat),:);

% restitution des états et des sorties:

xetat(1)=xetat(1);

xetat(2)=xetat(2)+u(i);

xetat(3)=xetat(3);

xetat(4)=xetat(4);

xetat(6)=xetat(6)+u(i);

xetat(7)=xetat(7);

xetat(8)=xetat(8);

x1(i)= xetat(1);

x2(i)= xetat(2);

```

x3(i)= xetat(3);
x4(i)= xetat(4);
x5(i)= xetat(5);
x6(i)= xetat(6);
x7(i)= xetat(7);
x8(i)= xetat(8);

```

```

y1(i)=xetat(1)+u(i);
y2(i)=xetat(5)+u(i);
states(:,i)=xetat;
e1(i)=(gain1*y1(i-1)/2.65e3-gain2*Oref1(i-1)/13.9680);
e2(i)=(gain3*y2(i-1)-gain4*Oref2(i-1));
erreur1(i)=y1(i-1)-ref1;
erreur2(i)=y2(i-1)-ref2;

```

% Insertion des differentes perturbations et bruits:

% Identification des paramètres du système:

% Méthode des moindres carrés étendus avec facteru d'oubli

variable:

% Modèle du processus à identifier:ARMAX

%y(t)=a1\*y(t-1)+a2\*y(t-2)+a3\*y(t-3)+b1\*u(t-d)+b2\*u(t-1-d)+b3\*u(t-2-d)+b4\*u(t-3-d)+c1\*v(t)+c2\*v(t-1);

%v(t) : bruit gaussien centré de variance=1;

% vecteurs des paramètres à estimer:

```

tetal1(:,i-2-d) =tetal1(:,i-3-d) +P11*phi11*(e1(i) -tetal1(:,i-3-d)
d)*phi11)/(1+phi11'*P11*phi11);
tetal2(:,i-2-d) =tetal2(:,i-3-d) +P12*phi12*(e1(i) -tetal2(:,i-3-d)
d)*phi12)/(1+phi12'*P12*phi12);
teta21(:,i-2-d) =teta21(:,i-3-d) +P21*phi21*(e2(i) -teta21(:,i-3-d)
d)*phi21)/(1+phi21'*P21*phi21);
teta22(:,i-2-d) =teta22(:,i-3-d) +P22*phi22*(e2(i) -teta22(:,i-3-d)
d)*phi22)/(1+phi22'*P22*phi22);
ytetal1(:,i-2-d)=ytetal1(:,i-3-d)+yP11*yphi11*(y1(i)-ytetal1(:,i-3-d)
d)*yphi11)/(1+yphi11'*yP11*yphi11);
ytetal2(:,i-2-d)=ytetal2(:,i-3-d)+yP12*yphi12*(y1(i)-ytetal2(:,i-3-d)
d)*yphi12)/(1+yphi12'*yP12*yphi12);
yteta21(:,i-2-d)=yteta21(:,i-3-d)+yP21*yphi21*(y2(i)-yteta21(:,i-3-d)
d)*yphi21)/(1+yphi21'*yP21*yphi21);
yteta22(:,i-2-d)=yteta22(:,i-3-d)+yP22*yphi22*(y2(i)-yteta22(:,i-3-d)
d)*yphi22)/(1+yphi22'*yP22*yphi22);

```

% Matrices de gains d'adaptations paramétriques:

```

P11=1/L1*(P11-(P11*phi11*phi11'*P11)/(L1/L2+phi11'*P11*phi11));
P12=1/L1*(P12-(P12*phi12*phi12'*P12)/(L1/L2+phi12'*P12*phi12));
P21=1/L1*(P21-(P21*phi21*phi21'*P21)/(L1/L2+phi21'*P21*phi21));
P22=1/L1*(P22-(P22*phi22*phi22'*P22)/(L1/L2+phi22'*P22*phi22));
yP11=1/L1*(yP11-(yP11*yphi11*yphi11'*yP11)/(L1/L2+yphi11'*yP11*yphi11));
yP12=1/L1*(yP12-(yP12*yphi12*yphi12'*yP12)/(L1/L2+yphi12'*yP12*yphi12));
yP21=1/L1*(yP21-(yP21*yphi21*yphi21'*yP21)/(L1/L2+yphi21'*yP21*yphi21));
yP22=1/L1*(yP22-(yP22*yphi22*yphi22'*yP22)/(L1/L2+yphi22'*yP22*yphi22));

```

% Estimés des sorties:

```

y1m(i)=ytetal1(:,i-3-d)*yphi11;
y2m(i)=yteta22(:,i-3-d)*yphi22;

```

% numerateurs et dénominateurs des fonctions de transferts:

A11=[1 teta11(1:3,i-2-d)' ];

B11=[ 1 teta11(4:6,i-2-d)' ];

A22=[1 teta22(1:3,i-2-d)' ];

B22=[ 1 teta22(4:6,i-2-d)' ];

end

close(wait)

e1=y1-y1m;

e2=y2-y2m;

graphique;

%Dieu est témoin de notre travail

## ANNEXE 5

```
clear
clc
% Commande adaptative LQG multivariable appliquée au simulateur d'hélicoptère:
% Chargement de données:
% vu=perturbation
% ref reference
% v bruit
% vu perturbations

load per vu
load reff ref5 ref4 ref3 ref2 ref1 ref0
global Oref1 Oref2 u1 u2 taux2
global v1 v2 v i
sof1=1;sof2=1;
integ1=52.5;integ2=5.0;
x1=0.0;x2=0.00;x3=.00;
x4=0.0;x5=0.0;x6=0.0;
x7=-0.0;x8=0;

%-----
%----          Menu          -----
%-----
% Interface graphique
  clc
  tab;
%-----
v=rand(1,N);
% matrices de pondération ( en se basant sur le principe de superposition (dans
les systèmes linéaires)):
Q1=[1002.93597000005e14 0 0;0 3e6 0;0 0 3e1];
Q2=[700.9999e8 0 0;0 8e2 0; 0 0 2e1];
Q3=[5e10 0 0;0 1e4 0;0 0 1e1];
Q4=[1e6 0 0 ;0 1e2 0; 0 0 1e1];

R1=7.75*1e9;
R2=6.99*1e8;
R3=1.9*1e6;
R4=5.6*1e8;

gain1=1.;gain2=1;gain3=1;gain4=1;
x3=.00;
x4=0.0;
x7=0.0;
x8=0;
kbh=0;
load pol xx yy xi yi zi

l(1)=0.95;
l0=0.95;
xetat=[ x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 ]';
np=10;
Kk1=zeros(3,1);Kk2=zeros(3,1);
xxBar1=Kk1;xxBar2=Kk2;
xBar1=Kk1;xBar2=Kk2;
xxBar3=Kk1;xxBar4=Kk2;
xBar3=Kk1;xBar4=Kk2;
```

```

NN=[1 Kk1(2,1) 0]';
M=6;
d=0;
% Génération de la SBPA:
u=1:10;
u=(-1).^u;
for i=11:N*M
    u(i)=-u(i-7)*u(i-10);
end
v=v/1000;
v=v*bruitage/100;
P11=1e3*eye(np);
P12=1e3*eye(np);
P21=1e3*eye(np);
P22=1e3*eye(np);
yP11=1e3*eye(np);
yP12=1e3*eye(np);
yP21=1e3*eye(np);
yP22=1e3*eye(np);

rP11=1e3*eye(np);
rP12=1e3*eye(np);
rP21=1e3*eye(np);
rP22=1e3*eye(np);

v1=0;
v2=0;
L1=0.99;
L2=1;
% vecteur des paramètres de départ:

tetal1(:,1)=[1.4910;
0.0053;
.4949;
-0.0207;
-0.0034;
0.0019;0;0;0;0];
tetal2(:,1)=[1.4957;
0.0145;
0.4894;
-0.0211;
0.0058;
0.0032;0;0;0;0];
teta21(:,1)=[-1.3690;
-0.0538;
0.4238;
0.0084;
-0.0010;
-0.0091;0;0;0;0];
teta22(:,1)=[-1.4472
0.0251;
0.4227;
-0.0019;
0.0011;
0.0023;0;0;0;0];
ytetal1(:,1)=[1.4910;
0.0053;
.4949;
-0.0207;
-0.0034;

```

```

    0.0019;0;0;0;0];
yteta12(:,1)=[1.4957;
    0.0145;
    0.4894;
    -0.0211;
    0.0058;
    0.0032;0;0;0;0];
yteta21(:,1)=[-1.3690;
    -0.0538;
    0.4238;
    0.0084;
    -0.0010;
    -0.0091;0;0;0;0];
yteta22(:,1)=[-1.4472
    0.0251;
    0.4227;
    -0.0019;
    0.0011;
    0.0023;0;0;0;0];
rteta11(:,1)=[1.4910;
    0.0053;
    .4949;
    -0.0207;
    -0.0034;
    0.0019;0;0;0;0];
rteta12(:,1)=[1.4957;
    0.0145;
    0.4894;
    -0.0211;
    0.0058;
    0.0032;0;0;0;0];
rteta21(:,1)=[-1.3690;
    -0.0538;
    0.4238;
    0.0084;
    -0.0010;
    -0.0091;0;0;0;0];
rteta22(:,1)=[-1.4472
    0.0251;
    0.4227;
    -0.0019;
    0.0011;
    0.0023;0;0;0;0];

```

```

% initialisations:
states=zeros(8,N);
y1(1:N)=0;
y2(1:N)=0;
e1(1:N)=0;
e2(1:N)=0;
%erreurl(1:N)=0;
%erreurl2(1:N)=0;
lk=0;
u1(1:N)=0;
u2(1:N)=0;
c=0;
d11=0;d12=0;d21=0;
d22=0;d=d22;
kb=0;
k=1.0;

```

```

v11=0;
v22=0;
v=v/1000;
err1=0;
err2=0;

A11=[1 teta11(1:3,1)'];      B11=[1 teta11(4:6,1)'];
A12=[1 teta12(1:3,1)'];      B12=[1 teta12(4:6,1)'];
A21=[1 teta21(1:3,1)'];      B21=[1 teta21(4:6,1)'];
A22=[1 teta22(1:3,1)'];      B22=[1 teta22(4:6,1)'];
A12=[1 teta12(1:3,1)'];
B12=[1 teta12(4:6,1)'];
A21=[1 teta21(1:3,1)'];
B21=[1 teta21(4:6,1)'];

err1(1:10)=0;
err2(1:10)=0;

erreur1(1:10)=0;
erreur2(1:10)=0;%clc
% Interface graphique
clc
wait = waitbar(0,'patientez SVP...');
nh=0;
% Lancement de la régulation:
lk=1;a=0;b=0;
for i=4+d:N
    % computation here %
    waitbar(i/N)

    sys11=tf(B11,A11,temps);
    sys22=tf(B22,A22,temps);
    sys12=tf(B12,A12,temps);
    sys21=tf(B21,A21,temps);
    sys11=ss(sys11);sys22=ss(sys22);
    sys12=ss(sys12);sys21=ss(sys21);

    [AA1,BB1,CC1,DD1]=ssdata(sys11);
    [AA2,BB2,CC2,DD2]=ssdata(sys22);
    [AA3,BB3,CC3,DD3]=ssdata(sys12);
    [AA4,BB4,CC4,DD4]=ssdata(sys21);

    [K1,S1,E10] = DLQR(AA1,BB1,Q1,R1,NN);
    [K2,S2,E20] = DLQR(AA2,BB2,Q2,R2,NN);
    [K3,S3,E30] = DLQR(AA3,BB3,Q3,R3,NN);
    [K4,S4,E40] = DLQR(AA4,BB4,Q4,R4,NN);

    [kalm1,L11,P,M,Z] = KALMAN(sys11,1,1,1);
    [kalm2,L22,P,M,Z] = KALMAN(sys22,1,1,1);
    [kalm3,L12,P,M,Z] = KALMAN(sys12,1,1,1);
    [kalm4,L21,P,M,Z] = KALMAN(sys21,1,1,1);

    [ae1,be1,ce1,de1]=ssdata(kalm1);
    [ae2,be2,ce2,de2]=ssdata(kalm2);
    [ae3,be3,ce3,de3]=ssdata(kalm3);
    [ae4,be4,ce4,de4]=ssdata(kalm4);

    xBar1=xxBar1;xBar2=xxBar2;
    xBar3=xxBar3;xBar4=xxBar4;

```

```

xxBar1 = ae1*xBar1 + be1*u1(i-d11-1) + L11*(e1(i-1) - ce1(1,:)*xBar1 -
de1(1,:)*u1(i-1-d11));
xxBar2 = ae2*xBar2 + be2*u2(i-d22-1) + L22*(e2(i-1) - ce2(1,:)*xBar2 -
de2(1,:)*u2(i-1-d22));
xxBar4 = ae4*xBar4 + be4*u1(i-d11-1) + L21*(e1(i-1) - ce4(1,:)*xBar4 -
de4(1,:)*u1(i-1-d11));
xxBar3 = ae3*xBar3 + be3*u2(i-d22-1) + L12*(e2(i-1) - ce3(1,:)*xBar3 -
de3(1,:)*u2(i-1-d22));

```

```

% Référence:

```

```

% adaptation en boucle ouverte (voir le mémoire)
ror1=interp1(xx,yy,ref1(i*lk));
ror2 =griddata(xi,zi,yi,ref1(i*lk),ref2(i*lk)/1.0655);
Oref1(i)=ror1;
Oref2(i)=ror2;

```

```

% Integration de l'erreur de régulation:

```

```

err1(i)=1/150*(err1(i-1)+e1(i-1));
err2(i)=1/150*(err2(i-1)+e2(i-1));

```

```

% commandes u1 et u2:

```

```

u1(i)=(-1*K1*xxBar1-1.7905*integ1*err1(i)+a);
u2(i)=(-1*K2(1:3)*xxBar2-
(K3*xxBar3)+1.2475*integ2*err2(i)+b)*(1-exp(-0.00308100909512*(i)));

```

```

% vecteurs de mesures:

```

```

phi11=[-e1(i-1) -e1(i-2) -e1(i-3) u1(i-1-d11) u1(i-2-d11) u1(i-3-d11) v(i)
v(i-1) v(i-2) v(i-3)]';
phi12=[-e1(i-1) -e1(i-2) -e1(i-3) u2(i-1-d12) u2(i-2-d12) u2(i-3-d12) v(i)
v(i-1) v(i-2) v(i-3)]';
phi21=[-e2(i-1) -e2(i-2) -e2(i-3) u1(i-1-d21) u1(i-2-d21) u1(i-3-d21) v(i)
v(i-1) v(i-2) v(i-3)]';
phi22=[-e2(i-1) -e2(i-2) -e2(i-3) u2(i-1-d22) u2(i-2-d22) u2(i-3-d22) v(i)
v(i-1) v(i-2) v(i-3)]';

```

```

yphi11=[-y1(i-1) -y1(i-2) -y1(i-3) u1(i-1-d11) u1(i-2-d11) u1(i-3-d11) u(i)
u(i-1) u(i-2) u(i-3)]';
yphi12=[-y1(i-1) -y1(i-2) -y1(i-3) u2(i-1-d12) u2(i-2-d12) u2(i-3-d12) u(i)
u(i-1) u(i-2) u(i-3)]';
yphi21=[-y2(i-1) -y2(i-2) -y2(i-3) u1(i-1-d21) u1(i-2-d21) u1(i-3-d21) u(i)
u(i-1) u(i-2) u(i-3)]';
yphi22=[-y2(i-1) -y2(i-2) -y2(i-3) u2(i-1-d22) u2(i-2-d22) u2(i-3-d22) u(i)
u(i-1) u(i-2) u(i-3)]';

```

```

% système à commander:

```

```

[t,etat]=ode23('systeme',[0 temps],xetat);
xetat = etat(length(etat),:);

```

```

% restitution des états et des sorties:

```

```

if i==n0
xetat(1)=xetat(1)+0.1*taux1;
xetat(5)=xetat(5)+0.1*taux1;
end
if i==n0+1
    taux1=0;
end

y1(i)=xetat(1);
    y2(i)=xetat(5);
states(:,i)=xetat;
e1(i)=(gain1*y1(i-1)/2.65e1-gain2*Oref1(i-1)/13.9680);
e2(i)=(gain3*y2(i-1)-gain4*Oref2(i-1));
    erreur1(i+1)=y1(i)-ref1(i);
    erreur2(i+1)=y2(i)-ref2(i);

```

% Insertion des differentes perturbations et bruits:

```

y1(i)=y1(i)+v(i);
y2(i)=y2(i)+v(i);
e1(i)=e1(i)+v(i);
e2(i)=e2(i)+v(i);

```

% Identification des paramètres du système:

% Méthode des moindres carrés étendus avec facteru d'oubli

variable:

% Modèle du processus à identifier:ARMAX

```

%y(t)=a1*y(t-1)+a2*y(t-2)+a3*y(t-3)+b1*u(t-d)+b2*u(t-1-
d)+b3*u(t-2-d)+b4*u(t-3-d)+c1*v(t)+c2*v(t-1);

```

%v(t) : bruit gaussien centré de variance=1;

% vecteurs des paramètres à estimer:

```

teta11(:,i-2-d) =teta11(:,i-3-d) +P11*phi11*(e1(i) -teta11(:,i-3-
d)'*phi11)/(1+phi11'*P11*phi11);
teta12(:,i-2-d) =teta12(:,i-3-d) +P12*phi12*(e1(i) -teta12(:,i-3-
d)'*phi12)/(1+phi12'*P12*phi12);
teta21(:,i-2-d) =teta21(:,i-3-d) +P21*phi21*(e2(i) -teta21(:,i-3-
d)'*phi21)/(1+phi21'*P21*phi21);
teta22(:,i-2-d) =teta22(:,i-3-d) +P22*phi22*(e2(i) -teta22(:,i-3-
d)'*phi22)/(1+phi22'*P22*phi22);
yteta11(:,i-2-d)=yteta11(:,i-3-d)+yP11*yphi11*(y1(i)-yteta11(:,i-3-
d)'*yphi11)/(1+yphi11'*yP11*yphi11);
yteta12(:,i-2-d)=yteta12(:,i-3-d)+yP12*yphi12*(y1(i)-yteta12(:,i-3-
d)'*yphi12)/(1+yphi12'*yP12*yphi12);
yteta21(:,i-2-d)=yteta21(:,i-3-d)+yP21*yphi21*(y2(i)-yteta21(:,i-3-
d)'*yphi21)/(1+yphi21'*yP21*yphi21);
yteta22(:,i-2-d)=yteta22(:,i-3-d)+yP22*yphi22*(y2(i)-yteta22(:,i-3-
d)'*yphi22)/(1+yphi22'*yP22*yphi22);

```

% Matrices de gains d'adaptations paramétriques:

```

P11=1/L1*(P11-(P11*phi11*phi11'*P11)/(L1/L2+phi11'*P11*phi11));
P12=1/L1*(P12-(P12*phi12*phi12'*P12)/(L1/L2+phi12'*P12*phi12));
P21=1/L1*(P21-(P21*phi21*phi21'*P21)/(L1/L2+phi21'*P21*phi21));
P22=1/L1*(P22-(P22*phi22*phi22'*P22)/(L1/L2+phi22'*P22*phi22));
yP11=1/L1*(yP11-(yP11*yphi11*yphi11'*yP11)/(L1/L2+yphi11'*yP11*yphi11));
yP12=1/L1*(yP12-(yP12*yphi12*yphi12'*yP12)/(L1/L2+yphi12'*yP12*yphi12));
yP21=1/L1*(yP21-(yP21*yphi21*yphi21'*yP21)/(L1/L2+yphi21'*yP21*yphi21));

```

```

yP22=1/L1*(yP22-(yP22*yphi22*yphi22'*yP22)/(L1/L2+yphi22'*yP22*yphi22));

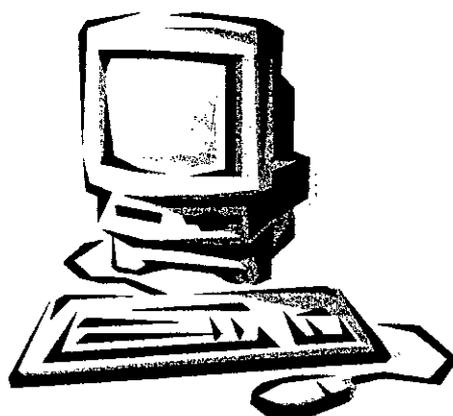
% Estimés des sorties:
    y1m(i)=yteta11(:,i-3-d)*yphi11;
    y2m(i)=yteta22(:,i-3-d)*yphi22;

% numerateurs et dénominateurs des fonctions de transferts:
    A11=[1 teta11(1:3,i-2-d)'];
    A22=[1 teta22(1:3,i-2-d)'];
    A12=[1 teta12(1:3,i-2-d)'];
    A21=[1 teta21(1:3,i-2-d)'];
    B11=[1 teta11(4:6,i-2-d)'];
    B22=[1 teta22(4:6,i-2-d)'];
    B12=[1 teta12(4:6,i-2-d)'];
    B21=[1 teta21(4:6,i-2-d)'];

    end
    close(wait)
    %graphique;
    Data=1:64;Data=(Data'*Data)/64;
    %message=msgbox('Merci','Commande LQG adaptative
    monovariable','custom',Data,hot(64));
    t=1:length(y1);
    t=temps*t;
    %-----
    % Zone de graph:
    graphique ;

```

REFERENCES  
BIBLIOGRAPHIQUES



**BIBLIOGRAPHIE**

- [1] I.D.LANDAU, « Identification et commande des systèmes », Hermes, 1988.
- [2] M.M'SAAD, « Sur l'application de la commande adaptative », Thèse de doctorat, INPG, Grenoble, 1987.
- [3] I.D.LANDAU & L.DUGARD, « Commande adaptative : aspects pratiques et théoriques », Masson, 1986.
- [4] J.M.DION & I.D.LANDAU, « Commande adaptative des systèmes », Ecole d'été d'automatique de Grenoble, 1990.
- [5] V.V.CHALAM, « Adaptive control systems ; techniques and applications », Marcel-Dekker, 1986.
- [6] L.GUENFAF, « études de différentes stratégie de commande adaptative : application à un robot manipulateur », thèse de magister, ENP, Alger, 1995.
- [7] D.W.CLARK, « self tuning control of non minimum phase systems », Automatica, vol.20, N°5, PP 501-517, 1984.
- [8] R.LOZANO, « commande adaptative des systèmes à minimum et non minimum de phase », thèse de doctorat, INPG, Grenoble, 1981.
- [9] A.BENALIA & M.BELHOUS, « commande adaptative des systèmes à phase non minimale : application à un robot manipulateur », projet de fin d'études, ENP, Alger, 1996.
- [10] A.SOUISSI & H.ZADI, « Application d'une commande robuste pour la stabilisation d'un simulateur d'hélicoptère . », projet de fin d'études, EMP, Alger, 1999.
- [11] T.E.DUNCAN L.GUO & B.PASIK-DUNCAN, Adaptive Continuous-Time Linear Quadratic Gaussian Control, IEEE transaction on Automatic Control, vol.44, N°9, september 1999.
- [12] A.NAITSEGHIR & A.BOUZIDA, « Commande Adaptative directe des systèmes multivariables », projet de fin d'études, ENP, Alger, 1993.
- [13] T.KHADIR, « Commande robuste par  $H_{\infty}$ , théorie et applications », projet de fin d'études, ENP, Alger, 1998.
- [14] M.TADJINE, « introduction à la commande LQG », cours de systèmes multivariables, ENP, Alger, 2000.
- [13] K.L.ASTRÖM & B.WITTENMARK, « Adaptive Control », Addison-wesley publishing company, 1989.
- [14] M.NADJIM, « Filtrage optimal », Techniques de l'ingénieur, ENSERB Bordeaux, 2000.
- [15] M.M'SAAD & J.CHEBASSIER, « Commande adaptative des systèmes », Techniques de l'ingénieur, ISMRA Caen et INPG Grenoble, 2000.
- [16] A.FOSSARD, « Systèmes multientrées-multisorties » Techniques de l'ingénieur, ONERA
- [17] Encyclopædia Universalis France 1997.