

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**



**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**

**DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE**

**Mémoire de magister**

Présenté par :  
MALKI MAAMAR

***Thème :***

**INFLUENCE DES PARAMETRES DE STRUCTURES SUR  
LES EFFETS D'INTERACTION ENTRE UN ECOULEMENT  
EXTERNE ET UNE STRUCTURE POREUSE**

Devant le jury composé de :

Mr A.BALI	President
Mr S.LARBI	Directeur
Mr H. BELHANECHÉ	Codirecteur
Mr B.BENKOUSSAS	Examineur
Mr A.SMAILI	Examineur
Mr A.BOUHDJAR	Examineur



Promotion : **2007**



## *Dédicaces*

*Je dédie ce modeste travail :*

*A Mr Abbassi Ahmed,  
A mes chers oncles Nour-eddine, Mustapha et Mohamed,  
A mes chers parents,  
A mes chères tantes,  
A mon chère frère Braham,  
A toute la famille Ben Mouna,  
A tous mes amis : samir , Lakhdhar, Nabil .....*

*Ainsi qu'à toute ma famille et mes amis.*

*Mâamar.*

# REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier Dieu pour la volonté et le courage qu'il m'a donné pour l'achèvement de ce modeste travail.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude envers mes promoteurs Mr. S. LARBI et Mr. H. BELHANECHÉ pour leurs encouragements, leur suivi et pour les conseils qu'ils ont apportés pour l'achèvement de ce projet.

Je tiens également à remercier Messieurs les membres de jury pour avoir accepté d'examiner ce travail, ainsi que l'ensemble des enseignants qui ont contribué à ma formation, sans oublier tout le personnel de la bibliothèque.

Mes remerciements vont également à mes collègues et amis de la promotion.

## ملخص :

في دراستنا هذه نهتم بتأثير عوامل البنية على التأثير المتبادل بين جريان خارجي للهواء و وسط مسامي. نهتم في بداية الأمر بدراسة الجريان الخارجي و الوسط المسامي كل على حدة من خلال برنامجي حساب، و ثانيا أخذنا بعين الإعتبار التأثير المتبادل بين الوسطين و هذا بواسطة إدماج برنامجي الحساب.

النتائج المتحصل عليها خاصة بالتوزيع الحراري و توزيع الرطوبة، وتأثير عوامل البنية على معامل التبادل الحراري و الكتلي، و درجة حرارة الصفيحة.

مقارنة النتائج المحصل عليها بالموجودة في المراجع توضح توافق كبير بينهما.

الكلمات المفتاحية: وسط المسامي، جريان خارجي، التأثير المتبادل.

## RESUME :

*Le travail présenté dans ce mémoire concerne l'influence des coefficients de diffusion sur les effets d'interaction entre un écoulement d'air externe et une structure poreuse. Nous nous sommes intéressés en premier lieu à l'étude de l'écoulement externe et du milieu poreux séparément par l'établissement de deux codes de calculs, en second lieu nous avons pris en compte l'effet d'interaction entre les deux milieux par le biais d'interaction des deux codes de calcul. Les résultats obtenus sont relatifs à la détermination des champs thermique et hydrique, à l'influence des paramètres de structures sur les coefficients d'échange de chaleur et de masse et à la température de surface.*

*La confrontation de nos résultats à ceux de la littérature a montré un bon accord entre les deux.*

## ABSTRACT:

***The present work is related to the influence of structure parameters on the interaction effects between an external laminar air flow and a porous medium. We were interested separately in the study of the external flow and the porous medium by the establishment of two numerical software. We have taken into account the effect of this interaction between the two surroundings by using two numerical softwar. The results presented are related to the temperature and moisture content distributions, and the influence of structure parameters on convective heat and mass transfers coefficients.***

***A good agreement is observed between our results and this obtained by others***

**Key words:** porous medium – external flow – interaction

**SOMMAIRE**

<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	1
<b><u>CHAPITRE I : CONTEXTE BIBLIOGRAPHIQUE</u></b>	4
<b><u>CHAPITRE II : EQUATIONS FONDAMENTALES DE LA MECANIQUE DES FLUIDES</u></b>	
II.1 ETABLISSEMENT DES EQUATIONS FONDAMENTALES DE LA MECANIQUE DES FLUIDES	8
II.1.1 Equation de continuité	8
II.1.2 Equations de Navier – Stokes	9
II.1.3 Equation de conservation de l'énergie	12
II.1.4 Forme adimensionnelle des équations	17
II.2 EQUATIONS DES COUCHES LIMITES	18
II.2.1 Couche limite dynamique	18
II.2.2 Couche limite thermique	20
II.2.3 Couche limite massique	22
II.3 EQUATION DE TRANSFERT DANS LE MILIEU POREUX	25
II.3.1 EQUATIONS DE BILAN	26
II.3.1.1 Equations de conservation de masse	26
II.3.1.2 Equations de conservation de l'énergie	26
II.3.2 EQUATIONS DE FERMETURE	27
II.3.2.1 Loi de DARCY polyphasique (bilan de quantité de mouvement)	27

II.3.2.2 Loi de diffusion macroscopique — loi de transfert	28
II.3.2.3 Equations d'état	28
II.3.2.4 Equations complémentaires	28

### **CHAPITRE III : MODELISATION MATHEMATIQUE ET CONDITIONS AUX FRONTIERES**

III.1 MODELISATION COTE ECOULEMENT EXTERNE	32
III.1.1 Couche limite dynamique	32
III.1.2 Couche limite thermique	33
III.1.3 Couche limite massique	34
III.2 MODELISATION COTE MILIEU POREUX	35
III.2.1 Modélisation thermique	35
III.2.1 Modélisation massique	36
III.3 RACCORDEMENT ENTRE L'ECOULEMENT EXTERNE ET LE MILIEU POREUX	38
III.3.1 Raccordement thermique	38
III.3.2 Raccordement massique	39

### **CHAPITRE IV : RESOLUTION NUMERIQUE**

IV.1 CLASSIFICATION MATHEMATIQUE DES EQUATIONS AUX DERIVEES PARTIELLES	42
IV.2 CONDITIONS AUX LIMITES	43
IV.3 DISCRETISATION (METHODE DES DIFFERENCES FINIES)	44

---

IV.3.1 Méthode des différences finies	44
IV.3.2 Les différents schémas des différences finies	48
IV.4 REPRESENTATION DE LA METHODE ADI	49
IV.4.1 Stabilité de la méthode ADI	49
IV.5 APPLICATION DE LA METHODE ADI AU CAS TRAITE	50
IV.5.1 Discrétisation de l'équation de la chaleur	51
IV.5.2 Discrétisation de l'équation de changement de phase	53
IV.5.3 Discrétisation des équations des couches limites dynamique, thermique et massique	55
IV.5.4 Raccordement entre l'écoulement externe et le milieu poreux	60

## **CHAPITRE V : RESULTATS ET DISCUSSION**

V.1 PRESENTATION ET INTERPRETATION DES RESULTATS	63
V.1.1 Etude de l'écoulement externe	64
V.1.2 Etude du Milieu poreux	72
V.1.2.1 Etude thermique du Milieu poreux	72
V.1.2.2 Etude massique du Milieu poreux	83
V.1.3 Etude des paramètres d'écoulement à l'interface	90
V.1.3.1 Etude des paramètres thermiques d'écoulement à l'interface	90
V.1.3.2 Etude des paramètres massiques d'écoulement à l'interface	99
V.1.4 Influence des paramètres de structure sur les Profils thermique et massique au niveau de la paroi poreuse	103
V.1.4.1 Profils thermiques et massiques en augmentant les coefficients de diffusion	103

V.1.4.1.1 Profils des paramètres thermiques en augmentant les coefficients de diffusion	103
V.1.4.1.2 Profils des paramètres massiques en augmentant les coefficients de diffusion	111
V.1.4.2 Profils thermiques et massiques en diminuant les coefficients de diffusion	115
V.1.4.2.1 Profils des paramètres thermiques en diminuant les coefficients de diffusion	115
V.1.4.2.2 Profils des paramètres massiques en diminuant les coefficients de diffusion	122
V.2 CONCLUSION	126
<b>CONCLUSION GENERALE</b>	127
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b>	

**NOMENCLATURE**

$C$  : concentration [ $\text{mol}/\text{m}^3$ ]

$c_p$  : chaleur spécifique à pression constante [ $\text{J}/\text{kg K}$ ]

$c_l$  : chaleur spécifique à pression constante de la phase liquide [ $\text{J}/\text{kg K}$ ]

$c_g$  : chaleur spécifique à pression constante de la phase gazeuse [ $\text{J}/\text{kg K}$ ]

$D$  : coefficient de diffusion massique binaire [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]

$D_o, D_T$  : respectivement, diffusivité massique isotherme [ $\text{m}^2/\text{s}$ ] et non isotherme [ $\text{m}^2/\text{s K}$ ]

$D_G$  : diffusivité massique associée au transfert de masse due a la gravité [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]

$D_p$  : diffusivité massique associée au transfert de masse du  $\Delta P$  [ $\text{m}^2/\text{s pa}$ ]

$e$  : énergie interne par unité de masse [ $\text{J}/\text{kg}$ ]

$Ec$  : nombre d'Eckert

$F$  : force [ $\text{N}$ ]

$g$  : accélération de la pesanteur [ $\text{m}/\text{s}^2$ ]

$h_m$  : coefficient de transfert de masse [ $\text{m}/\text{s}$ ]

$h_c$  : coefficient d'échange convectif [ $\text{W}/\text{m}^2 \text{K}$ ]

$h$  : enthalpie par unité de masse [ $\text{J}/\text{kg}$ ]

$k$  : perméabilité effective [ $\text{m}^2$ ]

$L$  : longueur caractéristique de la plaque [ $\text{m}$ ]

$\dot{m}$  : débit massique [ $\text{kg}/\text{s}$ ]

$m$  : nombre de nœuds du milieu poreux suivant  $y$

$M$  : masse molaire du mélange air et de la vapeur [ $\text{kg}/\text{mol}$ ]

$n$  : nombre de nœuds du milieu poreux suivant  $x$

$N_x, N_y$  : respectivement, nombre de nœuds du milieu extérieur suivant  $x$  et  $y$

$p$  : pression [ $\text{N}/\text{m}^2$ ]

$Pr$  : nombre de Prandtl

$q_m$  : densité de flux de masse à l'interface [ $\text{Kg}/\text{m}^2.\text{s}$ ]

$q_c$  : flux de chaleur à l'interface [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]

$R$  : constante universelle des gaz parfaits [ $\text{J}/\text{K}.\text{mol}$ ]

$Re$  : nombre de Reynolds

$Sc$  : nombre de Schmidt

$Sh_x$  : nombre de Sherwood

$T$  : température [ $^{\circ}C$ ]

$t$  : temps [s]

$U$  : vitesse de l'écoulement externe [m/s]

$u, v, w$  : composantes du vecteur vitesse [m/s]

$x, y, z$  : dimensions du repère cartésien d'espace [m]

### Symbole grec

$\omega$  : teneur en eau [%]

$\alpha$  : diffusivité thermique du milieu poreux [ $m^2/s$ ]

$\delta$  : épaisseur de la couche limite [m]

$\mu$  : viscosité dynamique [kg/m.s]

$\nu$  : viscosité cinématique [ $m^2/s$ ]

$\lambda$  : conductivité thermique [W/m K]

$\lambda^*$  : conductivité thermique équivalente du milieu poreux [W/m K]

$\gamma$  : accélération [ $m/s^2$ ]

$\rho$  : masse volumique [ $kg/m^3$ ]

$\rho_0$  : masse volumique apparente du milieu poreux à l'état sec [ $kg/m^3$ ]

$\rho^*$  : masse volumique équivalente du milieu poreux à l'état humide [ $kg/m^3$ ]

$\Delta$  : pas de discrétisation

$\nabla$  : opérateur de dérivation

$\Omega$  : domaine d'étude

$\Gamma$  : frontière du domaine d'étude

$\sigma_{ij}$  : tenseur des contraintes

$\delta_{ij}$  : tenseur de Kronecker

$\Phi_v$  : densité de flux massique de diffusion de vapeur [ $kg/m^2 s$ ]

$\Phi_{qc}$  : flux de chaleur par conduction [ $W/m^2$ ]

**Indice et exposant**

ex : fluide extérieur

MP : milieu poreux

c : convectif

emp : empirique

moy : moyen

i, j, k : des nœuds correspondants respectivement à x, y, t

p : paroi

u : unidimensionnelle du milieu poreux

0 : valeur initiale

\* : grandeur adimensionnelle

$\infty$  : grandeur loin de la plaque

d : dynamique

T : thermique

m : massique

l : liquide

v : vapeur

g : gaz

a : air sec

s : solide

gr : grand

pt : petit

## **INTRODUCTION GENRALE**

*Le séchage est une opération considérée comme un maillon important de la chaîne de fabrication des produits tels que les matériaux de construction (brique, céramique, etc). Son bon dimensionnement participe à l'obtention des produits de qualité et permet d'économiser l'énergie. L'une des préoccupations des chercheurs est de réduire le temps de séchage et l'énergie consommée sans affecter la qualité du produit à sécher. Pour atteindre cet objectif, il faut maîtriser les différents mécanismes complexes des transferts de chaleur et de masse à l'intérieur du milieu poreux et dans le fluide asséchant au cours de l'opération de séchage [1].*

*Dans un grand nombre de cas il est possible de modéliser les transferts au sein du milieu poreux et au sein du milieu constituant son environnement à l'aide des équations fondamentales de la mécanique des fluides. Dans ces conditions afin d'obtenir l'évolution spatio – temporelle des différentes grandeurs, la démarche naturelle consiste à coupler les systèmes d'équations rendant compte des transferts côté milieu externe et côté milieu poreux en exprimant la continuité des variables d'état et des densités de flux normales à l'interface entre les deux milieux [2].*

*L'étude d'un problème de transfert de chaleur entre un milieu poreux et un écoulement externe, passe par la connaissance des paramètres de l'écoulement externe et ceux relatifs aux phénomènes de transfert dans le milieu poreux. Pour cela, il faut élaborer un code de calcul des paramètres d'écoulement à l'interface, donc on doit utiliser deux codes,*

*le premier permet la détermination des paramètres d'écoulement externe et le second est relatif au calcul des paramètres dans le milieu poreux.*

*Le but de notre travail est d'étudier l'influence des coefficients de diffusions sur l'évolution spatio – temporelle des paramètres de transfert de masse et de chaleur à la paroi et les champs thermiques et hydriques dans le milieu poreux.*

*Le travail présenté dans ce mémoire vise à mettre en évidence certains aspects des mécanismes de transfert de masse et de chaleur à deux dimensions d'espace et d'étudier l'influence des coefficients de diffusion sur les effets d'interaction au niveau d'une paroi poreuse.*

*Les résultats obtenus sont validés en considérant des calculs numériques basés sur l'écoulement bidimensionnel [2].*

*Le développement de ce travail est effectué dans le cadre d'une présentation qui s'articule autour de cinq chapitres :*

- *Le premier chapitre présente une revue bibliographique des travaux déjà entrepris dans le domaine ainsi que les détails de notre contribution dans le sujet.*
- *Le second chapitre est consacré à l'établissement des équations des couches limites dynamique, thermique et massique, et l'équation de l'énergie et de changement de phase.*
- *Le troisième chapitre traite la modélisation mathématique du transfert couplé de masse et de chaleur entre un milieu poreux et un écoulement d'air externe qui utilise les conditions initiales et les conditions aux limites associées.*

- *Le quatrième chapitre porte sur la résolution numérique des équations aux dérivées partielles données par la modélisation en utilisant la méthode ADI (ALTERNATING DIRECTION IMPLICITE) en raison du caractère couplé et non linéaire des équations aux dérivées partielles.*
- *Le cinquième chapitre est relatif à la présentation des résultats ainsi qu'à leur interprétation.*

*Enfin nous terminerons ce travail par une conclusion générale.*

## **CONTEXTE BIBLIOGRAPHIE**

L'étude des écoulements autour des corps poreux constitue en fait une classe de problème particulier. Ainsi c'est la seule parmi ce que nous appelons les problèmes de frontière poreux qui a suscité une littérature assez abondante. Historiquement, les premiers travaux ont commencé en 1955 avec l'étude de Gheorghita [3, 4, 5] qui a déterminé la traînée d'une sphère poreuse placée dans un écoulement de Stokes. Dix ans plus tard le problème refait surface dans l'étude de la lubrification du coussinet poreux [6].

Avec le problème de Beavers et Joseph en 1967 [7] qui ont étudié le problème en considérant un écoulement de Poiseuille limité d'un côté par une paroi imperméable et de l'autre côté par la surface d'un milieu poreux, la question atteint une célébrité qui ne se démentira pas puisque depuis cette date au moins un article est publié chaque année sur ce sujet.

En 1988 J.C Larrea et M.prat [2] ont étudié une configuration pour le calcul d'écoulement dans des canaux à paroi poreuse qui se rencontre dans divers processus industriels comme le séchage, la filtration ou encore l'isolation thermique [8]. L'écoulement dans le canal à paroi poreuse, est supposé laminaire et le régime permanent.

On considère que les parois poreuses sont telles que les pores sont interconnectés et que la taille des pores caractérisables par une seule échelle devant l'épaisseur des parois. Dans ces conditions, un écoulement supposé homogène et isotropes se produit également à l'intérieur des parois poreuses.

Pour l'analyse de ce qui se passe dans la zone interfaciale, on considère une paroi poreuse constituée d'un réseau de barres parallèles entre elles et de section carrée. Cette géométrie a été choisie car elle permet une mise en œuvre simple pour la détermination des champs de pression et de vitesse dans le réseau.

L'interaction dynamique qui se produit à l'interface entre l'écoulement au sein de la paroi poreuse et l'écoulement dans le canal conduit à une diminution de la perte de charge à débit donné par rapport au cas où la paroi est imperméable.

En 1989 Marc Prat [2] a soutenu sa thèse de doctorat, qui a été plus particulièrement dévoué à l'analyse du séchage convectif des matériaux capillaires qui, en terme scientifiques, s'énonce comme l'analyse du transfert de quantité de mouvement, de masse et de chaleur entre un matériau poreux non saturé et un écoulement externe laminaire ou turbulent.

La plupart des études [2,9,10,11,1,...] se focalisent en fait sur l'analyse de ce qui se passe au sein du matériaux poreux. L'effet de l'écoulement externe est pris généralement en compte lorsqu'il existe au moyen des coefficients de transfert thermique et massique adapté aux situations classiques (couche limite sur plaque plane, etc.). L'objectif est de rationaliser cette démarche et plus généralement l'approche expérimentale du séchage convectif.

La configuration étudiée par Prat [2] est celle de l'écoulement externe parallèle à la surface du milieu poreux. Sur le plan théorique, l'étude des couches limites massique et thermique sur paroi poreuse, il s'agit de prouver le bien-fondé du couplage entre les équations macroscopiques classiques de transfert de chaleur et de masse en milieu poreux non saturé d'une part et les équations de Prandtl et ses sœurs massique et thermique côté écoulement externe d'autre part. Nous montrons que lorsque l'interface milieu poreux\_fluide externe est de grande dimension par rapport à la taille des pores, le problème hydrodynamique prend un caractère classique, on peut alors admettre une condition de vitesse tangentielle nulle à l'interface et en ce qui concerne les transferts côté milieu poreux négliger les effets convectifs dans la zone interfaciale. Le problème se simplifie à un problème classique de transferts couplés, donc c'est une simulation du réchauffement d'un bloc poreux.

Le but est de proposer une méthode permettant la prédiction complète du séchage, c'est-à-dire non seulement l'évolution dans le temps des champs de teneur en eau et de température au sein du milieu poreux mais également l'évolution des flux de masse et de chaleur à l'interface, ce point à distinguer en particulier au travail de Crausse [12]. En effet, ce dernier a utilisé comme conditions aux limites à l'interface un flux de masse et une température mesurés.

La modélisation proposée est utilisée ensuite pour étudier le comportement des coefficients de transfert convectifs interfaciaux, l'hétérogénéité des distributions de teneur en eau et des températures liées au couplage entre transferts internes et transferts de l'écoulement externe ne modifie guère les valeurs des coefficients convectifs locaux par rapport à celles données par les résultats classiques de l'aérothermique. Et à illustrer son travail par une

comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux, et ces derniers ont fait le but d'une soufflerie régulé en humidité et en température permettant une maîtrise aussi bonne que possible des caractéristiques de l'écoulement externe.

Une simulation des phénomènes de transfert dans un milieu granulaire (étude d'un séchoir tunnel) a été faite par B. Khiari, S. Ben Mabrouk et M. Sassi [9], ils ont présenté une étude des transferts de chaleur et de masse lors du séchage convectif d'une couche mince de produits granulaires. Ils ont proposé un modèle de comportement qui décrit le fonctionnement d'un séchoir tunnel en tenant compte des phénomènes qui interviennent au sein du produit, modèle susceptible d'un certain intérêt pour la conception et l'automatisation de tels séchoirs.

Le séchoir convectif et particulièrement le séchoir tunnel est très répandu dans les différents secteurs industriels [10,11]. Il s'agit de séchoirs opérant dans le mode de la convection forcée. Ils utilisent un circulateur pour assurer l'écoulement d'air chaud et ils permettent de modifier les conditions opératoires.

La résolution numérique du système d'équations régissant les transferts par une méthode implicite de différence finies qui utilise une approche du type volume de contrôle a permis d'apprécier l'influence des paramètres régissant les phénomènes de transfert et de suivre le déplacement du front de séchage pour des conditions aérothermiques données [11].

Les résultats numériques obtenus sont comparés à des observations expérimentales faites lors de campagnes de séchage. L'accord entre ces deux groupes de résultats étant obtenus par ajustement de plusieurs paramètres caractérisant les transferts de chaleur et de masse à l'échelle du grain.

En 2005, un article [1] a été publié sur une étude qui a été faite sur les effets des couches limites dynamique, thermique et massique sur les mécanismes de transfert de chaleur et de masse au sein d'un milieu poreux soumis à une convection forcée laminaire.

Le système physique étudié est composé d'une plaque poreuse non saturé, ayant les caractéristiques de la brique formée de trois phases solide (indéformable), liquide (eau pure) et gazeuse (mélange d'air et de vapeur d'eau). Les deux parois verticales de la plaque poreuse ainsi que la paroi basse sont assimilées à des parois adiabatiques et imperméables. La face haute de la plaque poreuse représente l'interface perméable. Ce système est exposé à un

écoulement convectif forcé rentrant dans le canal dont les paramètres ambiants (pression, température et concentration en vapeur) sont contrôlés.

Le système d'équation est résolu numériquement par la méthode des différences finis (schéma implicite).

Dans ce chapitre, nous présentons les équations des couches limites dynamique, thermique et massique pour l'écoulement externe et l'équation de l'énergie pour le milieu poreux.

Pour les équations des couches limites, nous allons établir ces équations pour le cas général puis les simplifier pour le cas qui nous intéresse, c'est à dire le cas d'un écoulement bidimensionnel sur une plaque plane.

**II.1 ETABLISSEMENT DES EQUATIONS FONDAMENTALES DE LA MECANIQUE DES FLUIDES :**

Dans ce paragraphe, nous allons considérer le mouvement d'un fluide Newtonien dans le cas d'un écoulement tridimensionnel.

**II.1.1 EQUATION DE CONTINUTE :**

Considérons un élément fluide de dimensions infinitésimales  $dx, dy, dz$  (Figure II-1) ; faisons un bilan de masse autour de cet élément (sans génération de masse).

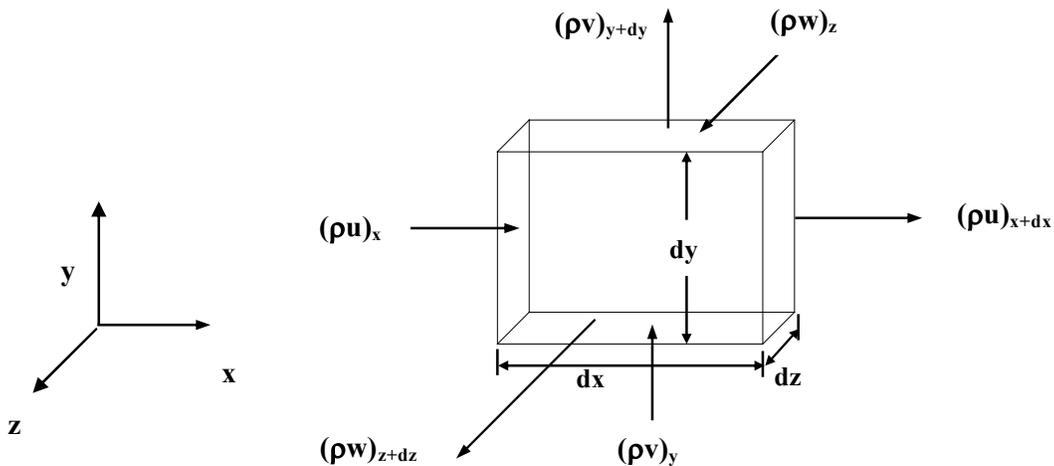
On aura :

$$\dot{m}_e - \dot{m}_s = \dot{m}_{acc}$$

avec :  $\dot{m}_e$  : débit massique entrant ;

$\dot{m}_s$  : débit massique sortant ;

$\dot{m}_{acc}$  : débit massique accumulé.



**Figure II-1. Élément fluide de dimension  $dx, dy, dz$**

alors :

$$[(\rho u)_x - (\rho u)_{x+dx}]dydz + [(\rho v)_y - (\rho v)_{y+dy}]dx dz + [(\rho w)_z - (\rho w)_{z+dz}]dxdy = dxdydz \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

En faisant un développement limité d'ordre 1, on obtient :

$$\begin{cases} (\rho u)_{x+dx} = (\rho u)_x + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx \\ (\rho v)_{y+dy} = (\rho v)_y + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dy \\ (\rho w)_{z+dz} = (\rho w)_z + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} dz \end{cases}$$

Donc, l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0$$

Sous forme vectorielle, elle s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \tag{II.1}$$

Pour un fluide incompressible ( $\rho = \text{cst}$ ), l'équation de continuité se réduit à :

$$\text{div}(\vec{V}) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{II.2}$$

### **II.1.2 EQUATIONS DE NAVIER – STOKES :**

Les équations de Naviers – Stokes expriment la conservation de la quantité de mouvement pour un fluide Newtonien. Elles sont déduites de la seconde loi de Newton qui stipule que la somme des forces extérieures est égale à l'accélération multipliée par la masse. Dans le cas du mouvement d'un fluide, on doit considérer les deux types de forces : les forces volumiques et les forces surfaciques.

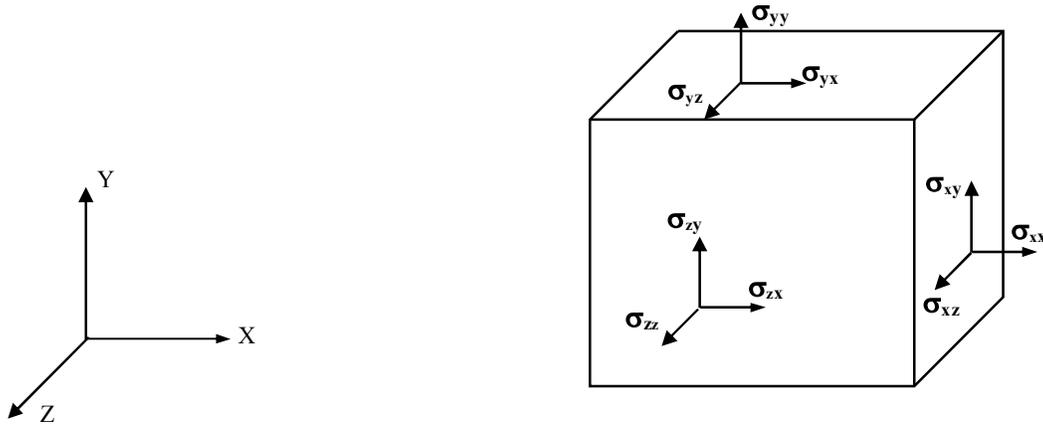
Considérons un élément de fluide de dimensions infinitésimales  $dx, dy, dz$  ayant une accélération :  $\vec{\gamma} = \frac{D\vec{V}}{Dt}$ . Les forces agissant sur cet élément sont les forces volumiques (dues essentiellement à l'effet de la pesanteur) et les forces surfaciques (dues aux contraintes) [14].

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_v + \vec{F}_s \quad \text{où : } \vec{F}_s = X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k} : \text{représente les forces surfaciques ;}$$

$$\vec{F}_v = \rho \vec{g} : \text{représente les forces volumiques.}$$

Appliquons la deuxième loi de Newton à cet élément de volume :

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_v + \vec{F}_s = \rho \frac{D\vec{V}}{Dt} \quad \text{(II.3)}$$



**Figure II-2. Forces surfaciques agissant sur un élément fluide**

Essayons maintenant de déterminer les forces surfaciques qui agissent sur un élément fluide de dimensions infinitésimales  $dx, dy, dz$  (Figure II-2).

Considérons les contraintes qui agissent dans chaque direction :

• **Suivant Ox :**

$$[(\sigma_{xx})_{x+dx} - (\sigma_{xx})_x] dydz + [(\sigma_{yx})_{y+dy} - (\sigma_{yx})_y] dx dz + [(\sigma_{zx})_{z+dz} - (\sigma_{zx})_z] dx dy$$

• **Suivant Oy :**

$$[(\sigma_{xy})_{x+dx} - (\sigma_{xy})_x] dydz + [(\sigma_{yy})_{y+dy} - (\sigma_{yy})_y] dx dz + [(\sigma_{zy})_{z+dz} - (\sigma_{zy})_z] dx dy$$

• **Suivant Oz :**

$$[(\sigma_{xz})_{x+dx} - (\sigma_{xz})_x]dydz + [(\sigma_{yz})_{y+dy} - (\sigma_{yz})_y]dx dz + [(\sigma_{zz})_{z+dz} - (\sigma_{zz})_z]dxdy$$

En faisant un développement limité d'ordre 1, on obtient :

• *Suivant Ox :*  $\left( \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} \right) dxdydz$  (II.4.a)

• *Suivant Oy :*  $\left( \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} \right) dxdydz$  (II.4.b)

• *Suivant Oz :*  $\left( \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) dxdydz$  (II.4.c)

En injectant les équations (II.4.a), (II.4.b), (II.4.c) dans l'équation (II.3), on obtient les équations suivant chaque direction :

➤ **Suivant Ox :**  $\rho \frac{Du}{Dt} = \rho g_x + \left( \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} \right)$  (II.5.a)

➤ **Suivant Oy :**  $\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho g_y + \left( \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} \right)$  (II.5.b)

➤ **Suivant Oz :**  $\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho g_z + \left( \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right)$  (II.5.c)

On peut écrire les équations sous une forme vectorielle et on aura :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \sigma_{ij}$$

Les observations expérimentales ont montré, pour les fluides Newtoniens, qu'il y'a une relation linéaire entre les contraintes (tangentielles et normales) et les déformations [14].

Ces relations sont données par :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{II.6})$$

$\delta_{ij}$  : symbole de Kronecker

En remplaçant ces expressions dans la deuxième loi de Newton, on aboutit à :

$$\begin{cases} \rho \frac{Du}{Dt} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \rho \frac{Dv}{Dt} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \rho \frac{Dw}{Dt} = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

Dans le cas d'un fluide incompressible, l'équation de continuité nous donne :

$$\text{div} \vec{V} = 0 \quad (\text{II.8})$$

Les équations de Navier – Stokes pour un écoulement laminaire s'écrivent alors :

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II.9.a})$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II.9.b})$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II.9.c})$$

### **II.1.3 EQUATION DE CONSERVATION DE L'ENERGIE :**

L'équation de conservation de l'énergie se déduit à partir du premier principe de la thermodynamique selon lequel la variation de l'énergie totale d'un système quelconque est égale à la différence entre la chaleur échangée avec le milieu extérieure et le travail fourni au système. Ce premier principe de la thermodynamique peut être exprimé par [15] :

$$dE_T = dQ - dW \quad (\text{II.10})$$

Avec :  $dE_T$  : Variation de l'énergie totale du système ;  
 $dQ$  : Variation de la quantité de chaleur ;  
 $dW$  : Variation du travail.

Dans ce qui suit, on va essayer d'évaluer chacun des termes précédents pour aboutir à l'équation de conservation de l'énergie :

❖ **Evaluation de  $dE_T$ :**

$$dE_T = dE_i + dE_c + dE_p = d \left[ \rho dx dy dz \cdot e + \rho dx dy dz \cdot \frac{1}{2} V^2 - \rho dx dy dz \cdot \vec{g} \cdot \vec{r} \right] \quad (\text{II.11})$$

Avec :  $dE_i$  : variation de l'énergie interne du système ;

$dE_c$  : variation de l'énergie cinétique ;

$dE_p$  : variation de l'énergie potentielle.

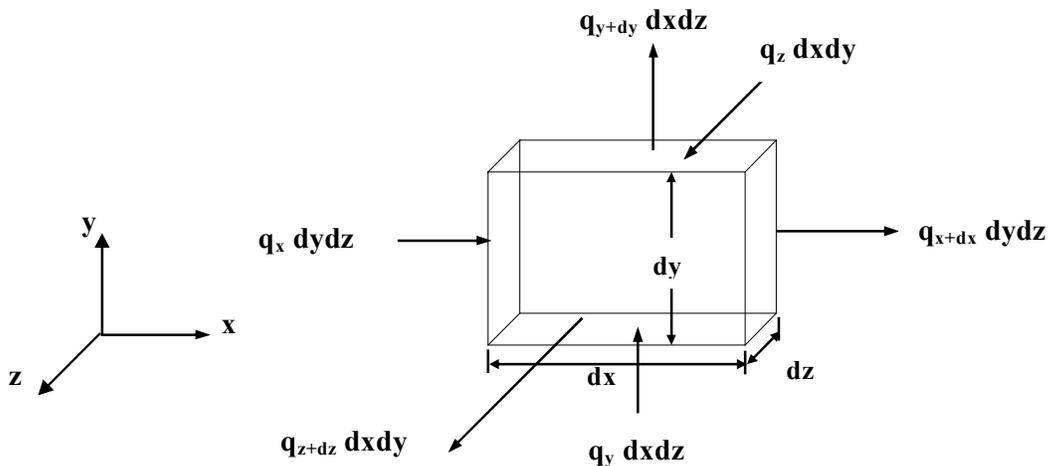
Donc, la variation de l'énergie totale du système s'écrit :

$$dE_T = \rho dx dy dz \cdot d \left[ e + \frac{1}{2} V^2 - \vec{g} \cdot \vec{r} \right] \quad (\text{II.12})$$

❖ **Evaluation de  $dQ$ :**

En considérant un volume de contrôle de dimension  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  (Figure II-3), la variation de la chaleur s'écrit :

$$dQ = [(q_x - q_{x+dx}) dy dz + (q_y - q_{y+dy}) dx dz + (q_z - q_{z+dz}) dx dy] dt$$



**Figure II-3. Variation de chaleur dans un élément fluide**

Par développement, on obtient :

$$dQ = -\text{div} \vec{q} . dx dy dz . dt \quad (\text{II.13})$$

❖ **Evaluation de dW :**

La variation du travail est égale au produit des forces surfaciques par le déplacement, on écrit :

$$dW = \vec{F} . d\vec{l}$$

Considérons les forces surfaciques suivant chaque direction :

• **Suivant Ox :**

$$\begin{cases} W_x = (\sigma_{xx}u + \sigma_{xy}v + \sigma_{xz}w)_x dydzdt \\ W_{x+dx} = (\sigma_{xx}u + \sigma_{xy}v + \sigma_{xz}w)_{x+dx} dydzdt \end{cases}$$

$$dW_x = -\left( \frac{\partial(\sigma_{xx}u)}{\partial x} + \frac{\partial(\sigma_{xy}v)}{\partial x} + \frac{\partial(\sigma_{xz}w)}{\partial x} \right) dx dy dz dt \quad (\text{II.14})$$

• **Suivant Oy :**

$$\begin{cases} W_y = (\sigma_{xy}u + \sigma_{yy}v + \sigma_{zy}w)_y dx dz dt \\ W_{y+dy} = (\sigma_{xy}u + \sigma_{yy}v + \sigma_{zy}w)_{y+dy} dx dz dt \end{cases}$$

$$dW_y = -\left( \frac{\partial(\sigma_{xy}u)}{\partial y} + \frac{\partial(\sigma_{yy}v)}{\partial y} + \frac{\partial(\sigma_{zy}w)}{\partial y} \right) dx dy dz dt \quad (\text{II.15})$$

• **Suivant Oz :**

$$\begin{cases} W_z = (\sigma_{xz}u + \sigma_{yz}v + \sigma_{zz}w)_z dx dy dt \\ W_{z+dz} = (\sigma_{xz}u + \sigma_{yz}v + \sigma_{zz}w)_{z+dz} dx dy dt \end{cases}$$

$$dW_z = -\left( \frac{\partial(\sigma_{xz}u)}{\partial z} + \frac{\partial(\sigma_{yz}v)}{\partial z} + \frac{\partial(\sigma_{zz}w)}{\partial z} \right) dx dy dz dt \quad (\text{II.16})$$

La résultante est la somme des variations de travail suivant chaque direction, donc :

$$dW = dW_x + dW_y + dW_z = -\vec{\nabla}(\vec{V} \cdot \sigma_{ij}) dx dy dz dt \quad (\text{II.17})$$

En injectant les équations (II.12), (II.13) et (II.17) dans l'équation (II.10), on obtient :

$$\rho dx dy dz d \left[ e + \frac{1}{2} V^2 - \vec{g} \cdot \vec{r} \right] = -\text{div} \vec{q} \cdot dx dy dz dt + \vec{\nabla}(\vec{V} \cdot \sigma_{ij}) dx dy dz dt$$

La relation ci-dessus peut s'exprimer par :

$$\rho \frac{De}{Dt} + \rho V \frac{DV}{Dt} - \rho \vec{g} \cdot \vec{V} = -\text{div} \vec{q} + \vec{\nabla}(\vec{V} \cdot \sigma_{ij}) \quad (\text{II.18})$$

Avec :

$$\begin{cases} \vec{\nabla}(\vec{V} \cdot \sigma_{ij}) = \vec{V}(\vec{\nabla} \sigma_{ij}) + \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \\ \rho \frac{DV}{Dt} = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \sigma_{ij} \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

La relation (II.18) devient alors :

$$\rho \frac{De}{Dt} = -\text{div} \vec{q} + \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\text{div} \vec{q} - P \text{div} \vec{V} + \sigma'_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (\text{II.20})$$

$$\begin{cases} \vec{q} = -\lambda \cdot \vec{\nabla} T \\ \sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \\ \sigma'_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

On aura :

$$\rho \frac{De}{Dt} + P \text{div} \vec{V} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \mu \Phi \quad (\text{II.22})$$

Sous forme vectorielle :

$$\rho \frac{De}{Dt} + P \text{div} \vec{V} = \text{div}(\lambda \vec{\nabla} T) + \mu \Phi \quad (\text{II.23})$$

Avec :

$$\Phi = 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - \frac{2}{3} \left( \text{div} \vec{V} \right)^2 \quad (\text{II.24})$$

D'autre part, l'équation de continuité donne :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) &= 0 \Rightarrow \text{div} \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \\ \Rightarrow P \text{div} \vec{V} &= -\frac{P}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \end{aligned} \quad (\text{II.25})$$

En remplaçant l'équation (II.25) dans l'équation (II.23) on obtient :

$$\rho \frac{De}{Dt} - \frac{P}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = \text{div}(\lambda \vec{\nabla} T) + \mu \Phi$$

L'expression d'enthalpie en fonction de l'énergie interne est :

$$h = e + \frac{P}{\rho} \Rightarrow \rho \frac{Dh}{Dt} = \frac{DP}{Dt} + \text{div}(\lambda \vec{\nabla} T) + \mu \Phi \quad (\text{II.26})$$

$$dh = c_p dT + \frac{1}{\rho} (1 - T\beta) dP \quad \text{avec} \quad \beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \text{ facteur de dilatation volumique}$$

L'équation de conservation de l'énergie s'écrit :

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = T\beta \frac{DP}{Dt} + \vec{\nabla}(\lambda \vec{\nabla} T) + \mu \Phi \quad (\text{II.27})$$

Dans le cas d'un fluide incompressible  $\beta=0$ , donc l'équation de conservation de l'énergie se simplifie en :

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \vec{\nabla}(\lambda \vec{\nabla} T) + \mu \Phi \quad (\text{II.28})$$

Pour un solide avec conductivité thermique constante, l'équation (II.27) se simplifie en :

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \vec{\nabla}(\lambda \vec{\nabla} T) \quad (\text{II.29})$$

### II.1.4 FORME ADIMENSIONNELLE DES EQUATIONS :

Dans ce paragraphe nous allons considérer le cas d'un écoulement bidimensionnel en régime non stationnaire d'un fluide incompressible ( $\rho = \text{cst}$ ), on aura  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  ; en négligeant les effets de la gravité.

Dans ces conditions les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie se réduisent à :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 & (II.30.a) \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) & (II.30.b) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) & (II.30.c) \\ \rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \Phi & (II.30.d) \end{cases}$$

En écriture adimensionnelle :

$$x^* = \frac{x}{L}, \quad y^* = \frac{y}{L}, \quad u^* = \frac{u}{U_\infty}, \quad v^* = \frac{v}{U_\infty}, \quad p^* = \frac{P}{\rho U_\infty^2}, \quad \theta^* = \frac{T - T_p}{T_\infty - T_p}$$

$$t^* = \frac{t}{t_l} ; \quad \text{avec : } t_l = \frac{L}{U_\infty}.$$

Les équations précédentes deviennent :

$$\begin{cases} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 & (II.31.a) \\ \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) & (II.31.b) \\ \frac{\partial v^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right) & (II.31.c) \\ \left( \frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} \right) = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \left( \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} \right) + \frac{Ec}{\text{Re}} \Phi^* & (II.31.d) \end{cases}$$

Où :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Re} = \frac{\rho U_{\infty} L}{\mu} \quad \text{Nombre de Reynolds ;} \\ \text{Pr} = \frac{\mu c_p}{\lambda} \quad \text{Nombre de Prandtl ;} \\ \text{Ec} = \frac{U_{\infty}^2}{c_p \theta_0} \quad \text{Nombre d'Eckert.} \end{array} \right.$$

## **II.2 EQUATIONS DES COUCHES LIMITES :**

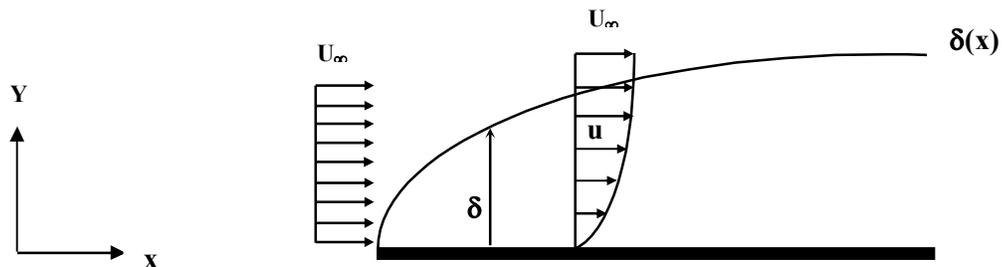
Nous allons établir dans ce qui suit les équations de la couche limite dynamique, thermique et massique à partir des équations précédentes.

### **II.2.1 Couche limite dynamique :**

Dans la couche limite, la vitesse du fluide est nulle au contact de la plaque (adhérence des particules fluides à la paroi) ; elle augmentent jusqu'à atteindre sa valeur maximale [16].

L'épaisseur de la couche limite est très petite devant la longueur L de la plaque ( $\delta_d \ll L$ ) [15].

La Figure (II-4) montre la distribution de vitesses dans la couche limite dynamique dans le cas d'un écoulement laminaire sur une plaque plane.



**Figure II-4. Couche limite dynamique**

Pour établir les équations de la couche limite dynamique, utilisons les équations (II.31.a), (II.31.b) et (II.31.c) et essayons de déterminer les termes qui sont négligeables devant les autres.

Les équations sous forme adimensionnelles s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \\ \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) \\ \frac{\partial v^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial y^*} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right) \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

En utilisant les méthodes d'approximation [14], on déduit que  $\frac{\partial u^*}{\partial x^*}$  sera toujours inférieur à l'unité, et de même pour  $\frac{\partial v^*}{\partial y^*}$  d'après l'équation de continuité.

D'autre part, dans la couche limite,  $v^*$ ,  $\frac{\partial v^*}{\partial x^*}$  et  $\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}}$  sont d'ordre  $\delta$  (épaisseur de la couche limite), alors que  $\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}}$  est d'ordre 1. Les termes  $\frac{\partial u^*}{\partial y^*}$  et  $\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}$  sont d'ordre  $\frac{1}{\delta}$  et  $\frac{1}{\delta^2}$  respectivement car  $u^*$  varie de 0 au niveau de la plaque jusqu'à 1 à partir de  $\delta$  [14]. On peut donc négliger les termes d'ordre  $\delta$ , et écrire le système ci-dessus comme suit :

$$\begin{cases} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \\ \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \end{cases} \quad (\text{II.33})$$

Si on considère que la vitesse d'écoulement loin de la plaque  $U_\infty$  est fonction de  $x$  et  $t$ , alors :

$$\frac{\partial U_\infty^*}{\partial t^*} + U_\infty^* \frac{\partial U_\infty^*}{\partial x^*} = - \frac{\partial P^*}{\partial x^*} \quad (\text{II.34})$$

Dans notre cas on suppose que  $U_\infty = cte$  donc  $\frac{\partial P^*}{\partial x^*} = 0$  ce qui réduit le système ci-dessus à :

$$\begin{cases} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \\ \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \end{cases} \quad (\text{II.35})$$

Les conditions aux limites correspondantes s'écrivent alors :

- Pour  $y^* = 0$  ;  $u^*(x,t) = 0$  ;  $v^*(x,t) = V_0$  (condition d'adhérence)
- Pour  $y^* \rightarrow 1$  ;  $u^*(x,t) = 1$

Les conditions initiales s'écrivent :

- $t^* \leq 0$  ;  $u^*(x,y) = 0$

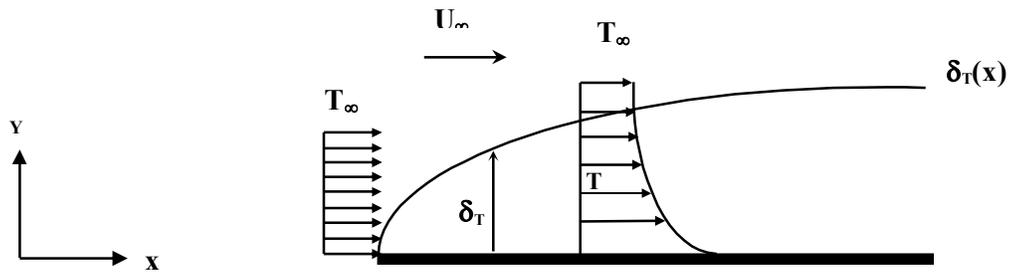
### **II.2.2 Couche limite thermique :**

La couche limite thermique apparaît dans un écoulement si la température entre un écoulement et le corps solide diffère, la résolution de l'équation de la couche limite thermique nous permet de déterminer le coefficient d'échange convectif.

La couche limite thermique se développe de la même manière que la couche limite dynamique c'est à dire que la différence de température engendre un gradient de température dans une zone, cette dernière est définie comme étant la couche limite thermique.

On note par  $\delta_T$  l'épaisseur de la couche limite thermique qui est très petite devant la longueur de la plaque  $L$  ( $\delta_T \ll L$ ) [15].

La Figure (II-5) montre la formation de la couche limite thermique sur une plaque plane où  $T_\infty$  est la température de l'écoulement loin de la plaque.



**Figure II-5. Couche limite thermique**

Pour établir l'équation de couche limite thermique, utilisons l'équation (II.31.d) de conservation de l'énergie sous forme adimensionnelle.

$$\left( \frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} \right) = \frac{1}{Re \cdot Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} \right) + \frac{Ec}{Re} \Phi^* \quad (II.36)$$

En faisant certaine simplification, on obtient l'équation suivante :

$$\left( \frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} \right) = \frac{1}{Re \cdot Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (II.37)$$

Les conditions aux limites correspondantes s'écrivent alors :

- Pour  $y^* = 0$  ;  $\theta^*(x,t) = 0$
- Pour  $y^* \rightarrow 1$  ;  $\theta^*(x,t) = 1$

Les conditions initiales s'écrivent :

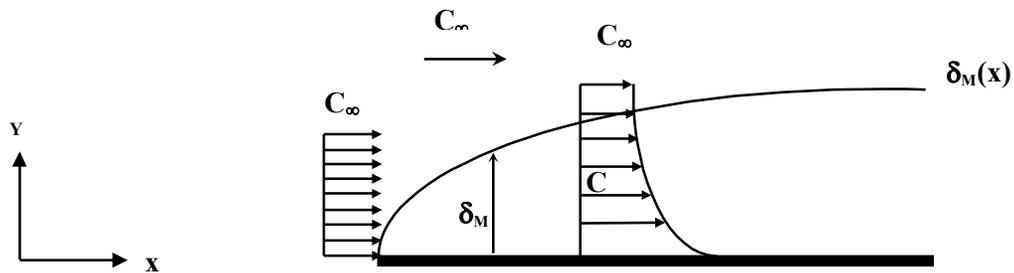
- $t^* \leq 0$  ;  $\theta^*(x,y) = 0$

### **II.2.3 Couche limite massique :**

Comme pour la couche limite thermique, la différence de concentration entre le fluide et la paroi engendre un gradient de concentration, la résolution de l'équation de la couche limite massique nous permet de déterminer le coefficient de transfert de masse.

La couche limite massique d'épaisseur  $\delta_m$  se développe de la même manière que la couche limite dynamique et thermique c'est à dire que la différence de concentration engendre un gradient de concentration dans une zone, cette dernière est définie comme étant la couche limite massique.

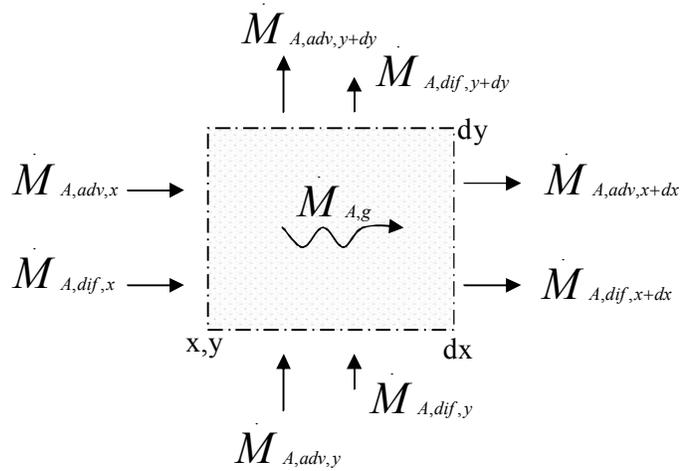
La Figure (II-6) montre la formation de la couche limite massique sur une plaque plane où  $C_\infty$  est la concentration de l'écoulement loin de la plaque.



***Figure II-6. Couche limite massique***

Pour établir l'équation de couche limite massique, considérons un volume de contrôle  $dx.dy.1$  Figure (II-7).

L'échange massique se fait par advection (transport de masse par écoulement) et par diffusion dans chaque direction.



**Figure II-7. Echange massique autour d'un volume de contrôle**

Le bilan massique nous donne [15] :

$$\dot{M}_{adv,x} - \dot{M}_{adv,x+dx} + \dot{M}_{adv,y} - \dot{M}_{adv,y+dy} + \dot{M}_{dif,x} - \dot{M}_{dif,x+dx} + \dot{M}_{dif,y} - \dot{M}_{dif,y+dy} + \dot{M}_g = 0$$

Les termes du bilan dus à l'échange par advection sont donnés par [15] :

$$\dot{M}_{adv,x} - \dot{M}_{adv,x+dx} = (\rho u) dy - \left[ (\rho u) + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \right] dy = -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx dy$$

$$\dot{M}_{adv,y} - \dot{M}_{adv,y+dy} = -\frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dx dy$$

En ce qui concerne l'échange massique par diffusion, on sait que la loi de Fick qui exprime la relation du flux molaire associé au transfert par diffusion nous donne [15] :

$$N'' = -D \frac{\partial C}{\partial y} \quad \text{où } D \text{ est le coefficient de diffusion binaire.}$$

Le flux massique du à la diffusion s'écrit alors [15] :

$$n'' = -D \frac{\partial \rho}{\partial y}$$

Les termes du bilan dus à l'échange par diffusion sont donnés par [15] :

$$\begin{aligned} \dot{M}_{dif,x} - \dot{M}_{dif,x+dx} &= \left(-D \frac{\partial \rho}{\partial x}\right) dy - \left[\left(-D \frac{\partial \rho}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(-D \frac{\partial \rho}{\partial x}\right) dx\right] dy = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \rho}{\partial x}\right) dx dy \\ \dot{M}_{dif,y} - \dot{M}_{dif,y+dy} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial \rho}{\partial y}\right) dx dy \end{aligned}$$

En remplaçant ces formules dans le bilan massique, on trouve :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \rho}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial \rho}{\partial y}\right) + \dot{n} \quad (\text{II.38})$$

On suppose que le système ne génère pas de masse (pas de réaction chimique), l'équation (II.38) se réduit à :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \rho}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial \rho}{\partial y}\right) \quad (\text{II.39})$$

En termes de concentration, l'équation (II.39) s'écrit :

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial C}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial C}{\partial y}\right) \quad (\text{II.40})$$

Et sous forme adimensionnelle s'écrit :

$$u^* \frac{\partial C^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial C^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Sc}} \left( \frac{\partial^2 C^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (\text{II.41})$$

Avec :

$$\text{Sc} = \frac{\nu}{D} : \text{Nombre de Schmidt}$$

$$C^* = \frac{C - C_P}{C_\infty - C_P}$$

Le coefficient de transfert de masse  $h_m$  est donné moyennant le nombre de Sherwood qui est exprimé par la relation suivante :

$$\begin{aligned} Sh_x &= \frac{h_m \cdot x}{D} = \left( \frac{\partial C}{\partial y} \right)_{y=0} \cdot \frac{x}{C_P - C_\infty} \\ \Rightarrow h_m &= \left( \frac{\partial C}{\partial y} \right)_{y=0} \cdot \frac{D}{C_P - C_\infty} \end{aligned}$$

L'équation de la couche limite massique s'écrit en régime non stationnaire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( D \frac{\partial C}{\partial y} \right) \quad (\text{II.42})$$

Sous une forme adimensionnelle cette équation s'écrit :

$$\frac{\partial C^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial C^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial C^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Sc}} \left( \frac{\partial^2 C^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (\text{II.43})$$

Les conditions aux limites s'écrivent alors :

- Pour  $y^* = 0$  ;  $C^*(x,t) = 0$
- Pour  $y^* \rightarrow 1$  ;  $C^*(x,t) = 1$

Les conditions initiales s'écrivent :

- $t^* \leq 0$  ;  $C^*(x,y) = 0$

### **II.3 EQUATION DE TRANSFERT DANS LE MILIEU POREUX :**

Dans cette partie, nous présentons les équations du transfert de masse en milieu poreux.

Le modèle mathématique utilisé pour notre étude est celui de PHILIP et DE VRIES. Cette modélisation s'appuie sur les hypothèses suivantes :

- la matrice solide constituant le milieu poreux est indéformable, homogène et isotrope ;
- l'enthalpie des différentes phases est indépendante de la pression ;
- les phénomènes d'ébullition ou du gel ne sont pas pris en compte ;
- la densité de la phase liquide est constante
- les différentes phases sont continues ;
- la phase gazeuse obéit à la loi des gaz parfaits ;
- la pression totale de la phase gazeuse est uniforme et constante ;
- le travail des forces de compression et de dissipation visqueuse est négligeable ;
- la phase liquide ne contient qu'un seul constituant ;

- les différentes phases sont en équilibre thermodynamique local ;
- la diffusion de vapeur est du type moléculaire, l'effusion par effet KNUDSEN est négligeable
- les phénomènes d'hystérésis ne sont pas pris en compte ;
- il y a pas de réaction chimique au sein du milieu poreux ;
- le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.

### **II.3.1 EQUATIONS DE BILAN :**

#### **II.3.1.1 EQUATIONS DE CONSERVATION DE MASSE :**

- *En phase liquide*  $\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 \omega_l) + \nabla(\rho_l U_l) = \dot{m}$  (II.44.a)

- *En phase gazeuse*  $\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 \omega_g) + \nabla(\rho_g U_g) = -\dot{m}$  (II.44.b)

- *Vapeur*  $\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 \omega_v) + \nabla(\rho_v U_g + \Phi_v) = -\dot{m}$  (II.44.c)

- *Air sec*  $\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 \omega_a) + \nabla(\rho_a U_g - \Phi_v) = 0$  (II.44.d)

#### **II.3.1.2 EQUATIONS DE CONSERVATION DE L'ENERGIE :**

$$(\rho c)^* \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho_l c_l U_l + \rho_g c_g U_g) \cdot \nabla T = -\nabla \cdot \Phi_{qc} - \Delta h_v \dot{m} \quad (\text{II.45})$$

Où :

$U_i$  : vitesse de filtration ;

$\Phi_v$  : densité de flux massique de diffusion des constituants air et vapeur de la phase gazeuse ;

$\dot{m}$  : taux de changement de phase ;

$\Phi_{qc}$  : densité de flux thermique macroscopique par conduction ;

$\Delta h_v$  : l'enthalpie massique de changement de phase ;

Dans les équations de bilan (équations II.44 et II.45) [17] :

- Les premiers termes représentent le taux de changement temporel de masse ou d'énergie thermique ;
- Les seconds termes représentent la masse convective ou l'énergie de transport ;
- Les troisièmes termes (éventuels) représentent la masse diffusée ou l'énergie conductive ;
- Les quatrièmes termes (éventuels) représentent la masse ou l'énergie créée (ou consommée) par le processus de changement de phase.

### **II.3.2 EQUATIONS DE FERMETURE :**

La fermeture du système formé par les équations (II.44 et II.45) requiert la connaissance :

- 1- Des lois phénoménologiques pour obtenir  $U_l$  ;  $U_g$  ;  $\Phi_v$  ;  $\Phi_{qc}$
- 2- Des lois ou équations d'états des différentes phases.
- 3- Des équations complémentaires gouvernant les conditions d'équilibre entre phases.

Les expressions des équations de fermeture sont respectivement :

#### **II.3.2.1 LOI DE DARCY POLYPHASIQUE (BILAN DE QUANTITE DE MOUVEMENT) :**

Les équations de **DARCY** généralisées [18] décrivent l'écoulement simultané des deux phases fluides (liquide et gaz) dans l'espace des pores sont :

$$U_l = -\frac{k_l}{\mu_l} \cdot (\nabla P_l - \rho_l g) \quad (\text{II.46})$$

$$U_g = -\frac{k_g}{\mu_g} \cdot (\nabla P_g - \rho_g g) \quad (\text{II.47})$$

Où :

$P$  : pression totale du gaz ;

$P_l$  : pression dans le liquide ;

**II.3.2.2 LOI DE DIFFUSION MACROSCOPIQUE — LOI DE TRANSFERT :**

- *Densité de flux de masse due à la diffusion moléculaire (Loi de Fick)*

$$\Phi_v = -\rho_g D \cdot \nabla \left( \frac{\rho_v}{\rho_g} \right) \quad (\text{II.48})$$

- *Densité de flux de chaleur due à la conduction (Loi de Fourier)*

$$\Phi_{qc} = -\lambda \cdot \nabla T \quad (\text{II.49})$$

Avec :

$D^*$  : diffusivité massique apparente de la vapeur d'eau au sein du milieu poreux ;

$\lambda$  : conductivité thermique équivalente.

**II.3.2.3 EQUATIONS D'ETAT :**

La phase gazeuse et par hypothèse assimilée à un gaz parfait d'où :

$$\begin{cases} P = P_a + P_v = \rho_a \frac{R}{M_a} T + \rho_v \frac{R}{M_v} T \\ \rho_g = \rho_a + \rho_v \end{cases} \quad (\text{II.50})$$

**II.3.2.4 EQUATIONS COMPLEMENTAIRES :**

- *Pression capillaire :*  $P_c = P - P_l = -\rho_l g \psi(\omega_l, T)$  (II.51)

- *Equation de Kelvin (dans le domaine de la condensation capillaire) :*

$$P_v = P_{vs} \cdot \exp \left( -\frac{P_c M_v}{\rho_l T R} \right) \quad (\text{II.52})$$

$$\blacksquare \text{ Equation de Clausius-Clapeyron : } \Delta h_v = -\frac{R}{M_v} \frac{d(\ln \varphi)}{d(1/T)} \quad (\text{II.53})$$

$$\blacksquare \text{ Contrainte sur le volume des vides : } \varepsilon = \rho_l + \rho_g \quad (\text{II.54})$$

▪ Equation d'évolution des propriétés physiques :

$$\mu_l(T) ; \mu_g(T) ; C_l(T) ; \Delta h_v(T, \omega_l) \quad (\text{II.55})$$

En combinant les équations (II.44) à (II.55) et en choisissant la température T, la teneur massique en liquide  $\omega_l$  et la pression de la phase gazeuse P comme variables indépendantes, le système d'équations précédent se réduit aux trois équations aux dérivées partielles non linéaires couplées suivantes :

❖ **Bilan de masse :**

$$\frac{\partial \omega_l}{\partial t} + \underbrace{\alpha \frac{\partial \omega_l}{\partial t} + \xi \frac{\partial T}{\partial t}}_{(a)} = \nabla \cdot \left( \underbrace{D_{\omega} \cdot \nabla \omega_l}_{(b)} + \underbrace{D_T \cdot \nabla T}_{(c)} + \underbrace{D_P \cdot \nabla P}_{(d)} + \underbrace{D_G \cdot \nabla Z}_{(e)} \right) \quad (\text{II.56})$$

❖ **Bilan d'énergie :**

$$\begin{aligned} (\rho C)^* \frac{\partial T}{\partial t} = & \nabla \cdot (\lambda^* \cdot \nabla T) + \underbrace{\rho_0 c_l (D_{\omega_l} \cdot \nabla \omega_l + D_{T_l} \cdot \nabla T + D_{P_l} \cdot \nabla P + D_G \cdot \nabla Z)}_{(f)} \cdot \nabla T \\ & + \underbrace{\rho_0 c_g (D_{P_g} \cdot \nabla P)}_{(g)} \cdot \nabla T \\ & + \rho_0 \Delta h_v \underbrace{\left( \nabla \cdot (D_{\omega_v} \cdot \nabla \omega_l + D_{T_v} \cdot \nabla T + D_{P_v} \cdot \nabla P) - \alpha \frac{\partial \omega_l}{\partial t} - \xi \frac{\partial T}{\partial t} \right)}_{(h)} \end{aligned} \quad (\text{II.57})$$

❖ *Equation de la pression :*

$$\gamma \frac{\partial P}{\partial t} - \delta \frac{\partial \omega_l}{\partial t} - \zeta \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot (D_{\omega_v} \cdot \nabla \omega_l + D_{T_v} \cdot \nabla T + D_{P_v} \cdot \nabla P) \quad (\text{II.58})$$

Les termes qui apparaissent dans les équations (II.56) et (II.57) représentent :

- (a) : le taux de variation de la masse de vapeur ;
- (b) et (c) : les densités de flux massique totales (liquide + vapeur) dues aux gradients de pression capillaire, de pression partielle de vapeur et pression totale ;
- (d) et (e) : les densités de flux massique totales dues aux gradient de pression dans la phase gazeuse et à la force de gravité ;
- (f) et (g) : respectivement, le transport d'énergie convective associé à l'écoulement des phases liquide et gazeuse ;
- (h) : la consommation ou la production d'énergie due au changement de phase.

Dans les équations (II.56), (II.57) et (II.58) :

$D_{\omega} = (D_{\omega_l} + D_{\omega_v})$ ,  $D_T = (D_{T_l} + D_{T_v})$  sont respectivement appelés diffusivités massiques isotherme et non isotherme,  $D_{\omega_l}$  (resp.  $D_{\omega_v}$ ) diffusivité massique isotherme du liquide (resp. de la vapeur),  $D_{T_l}$  (resp.  $D_{T_v}$ ) diffusivité massique non isotherme du liquide (resp. de la vapeur).

$D_P = (D_{P_l} + D_{P_v})$ ,  $D_G$  sont les diffusivités massiques associées au transfert de masse dû respectivement au gradient de pression totale de la phase gazeuse et à la gravité.

Les coefficients [19] :  $\alpha$ ,  $\xi$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\zeta$  sont des fonctions explicites de  $k_l$ ,  $k_g$ ,  $P_c$ ,  $D^*$ ,  $\varphi$  et des propriétés thermophysiques des phases :  $\mu_l$ ,  $\mu_g$ ,  $\rho_l$ ,  $\rho_v$ . Par conséquent, ils dépendent de  $\omega_l$ ,  $T$  et  $P$ .

L'estimation numérique des coefficients de transfert et l'étude de sensibilité du modèle général aux variations des paramètres [12, 20, 21], montre que les phénomènes de transferts en milieu capillaro-poreux à pression atmosphérique et aux faibles températures (en dessous

du point d'ébullition de l'eau) plusieurs hypothèses peuvent être utilisées pour simplifier les équations de transfert de chaleur et de masse. Ces hypothèses sont :

- 1- La pression totale P est supposée constante ( $\nabla P = 0$ ) ;
- 2- Les termes  $\alpha \frac{\partial \omega_l}{\partial t}$  et  $\xi \frac{\partial T}{\partial t}$  correspondant au taux de changement temporel de la masse en phase vapeur dans l'équation de bilan massique (II.56), sont négligeables en comparaison au taux de changement temporel de la masse en phase liquide,  $\omega_l = \omega$ , ( $\omega = \omega_l + \omega_v$ ) ;
- 3- Les termes d'énergie convective de la phase liquide et gazeuse sont supposés négligeables dans l'équation de bilan énergétique (II.57).

Dans ces conditions, le modèle utilisé se met sous la forme :

$$\begin{cases} \frac{\partial \omega}{\partial t} = \nabla \cdot (D_\omega \cdot \nabla \omega + D_T \cdot \nabla T + D_G \cdot \nabla Z) \\ (\rho C)^* \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\{\lambda^* + \rho_0 \Delta h_v D_{T_v}\} \nabla T + \{\rho_0 \Delta h_v D_{\omega_v}\} \nabla \omega) \end{cases} \quad (\text{II.59})$$

Le modèle (II.59) a fait l'objet de plusieurs études d'évaluations dans différentes situations (**Prat [2], Larbi [21,22], Recan [23,24], Guellatti [25],...**).

Dans ce chapitre nous allons établir la modélisation du transfert couplé de masse et de chaleur entre un milieu poreux et un écoulement d'air externe en régime laminaire.

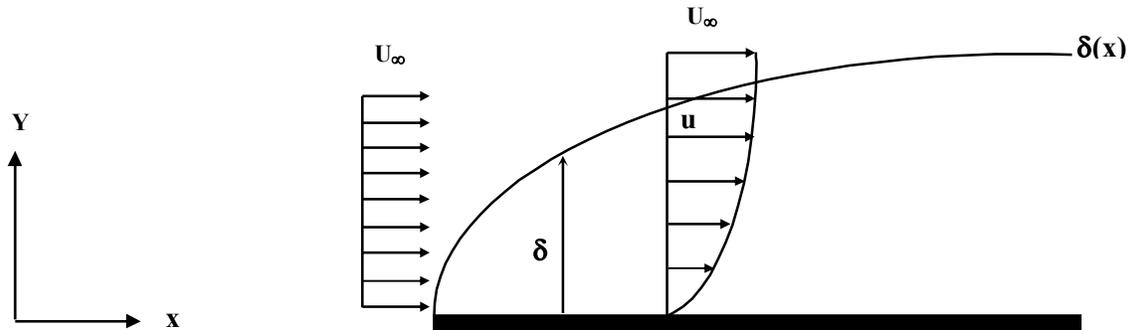
La modélisation proposée est utilisée ensuite pour étudier le comportement des coefficients d'échange convectif et du transfert de masse et voir l'influence des paramètres de structure sur ces derniers.

**III.1 MODELISATION COTE ECOULEMENT EXTERNE :**

L'écoulement considéré est supposé laminaire. Loin de la paroi, sa vitesse est  $U_\infty$ , sa température est  $T_\infty$  et sa concentration est  $C_\infty$ .

**III.1.1 Couche limite dynamique :**

La figure (III-1) montre la formation de la couche limite dynamique sur une plaque plane.



***Figure III-1. Couche limite dynamique***

Les équations de couche limite dynamique sous une forme adimensionnelle s'écrivent sous la forme :

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right) = 0 \\ \left( \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right) = \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) \end{cases} \quad \text{(III.1)}$$

Avec :

$$x^* = \frac{x}{L}, \quad y^* = \frac{y}{L}, \quad u^* = \frac{u}{U_\infty}, \quad v^* = \frac{v}{U_\infty}, \quad p^* = \frac{P}{\rho U_\infty^2}, \quad \theta^* = \frac{T - T_p}{T_\infty - T_p}, \quad C^* = \frac{C - C_p}{C_\infty - C_p}$$

$$t^* = \frac{t}{t_l}; \quad \text{avec: } t_l = \frac{L}{U_\infty}.$$

Les conditions aux limites correspondantes s'écrivent alors :

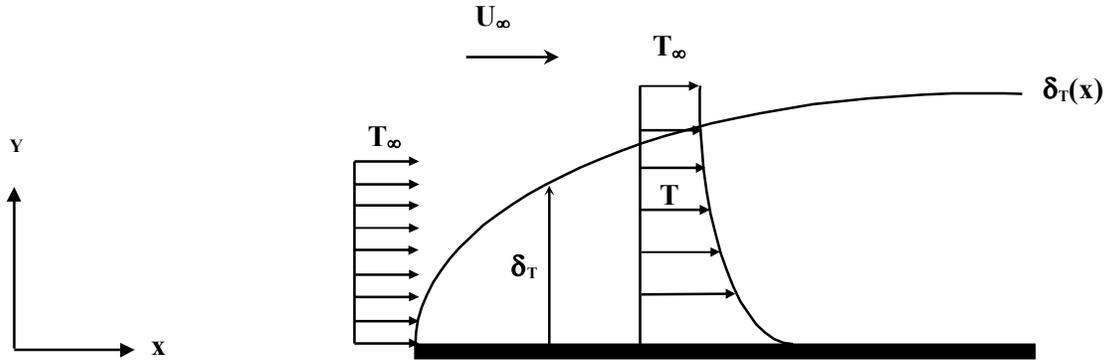
- Pour  $y^* = 0$  ;  $u^*(x,t) = 0$  ;  $v^*(x,t) = V_0$  (condition d'adhérence) ;
- Pour  $y^* \rightarrow 1$  ;  $u^*(x,t) = 1$  ;

Les conditions initiales s'écrivent :

- $t^* \leq 0$  ;  $u^*(x,y) = 0$ .

### III.1.2 Couche limite thermique :

La figure (III-2) montre la formation de la couche limite thermique sur une plaque plane.



**Figure III-2. Couche limite thermique**

L'équation de couche limite thermique sous une forme adimensionnelle s'écrit sous la forme :

$$\left( \frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} \right) = \frac{1}{Re.Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (III.2)$$

Les conditions aux limites correspondantes s'écrivent alors :

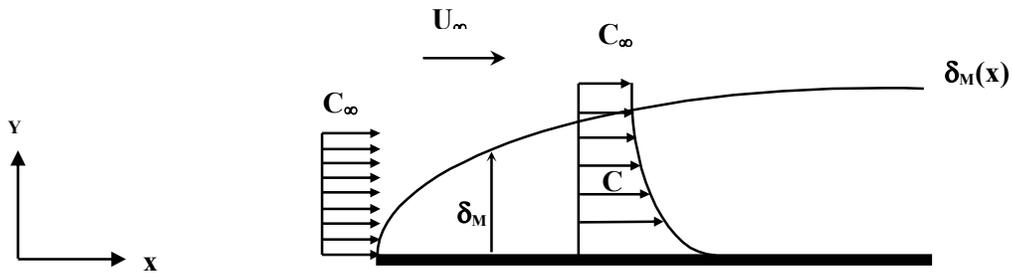
- Pour  $y^* = 0$  ;  $\theta^*(x,t) = 0$  ;
- Pour  $y^* \rightarrow 1$  ;  $\theta^*(x,t) = 1$  ;

Les conditions initiales s'écrivent :

- $t^* \leq 0$  ;  $\theta^*(x,y) = 0$ .

### **III.1.3 Couche limite massique :**

La figure (III-3) montre la formation de la couche limite massique sur une plaque plane.



***Figure III-3. Couche limite massique***

L'équation de couche limite massique sous une forme adimensionnelle s'écrit sous la forme :

$$\left( \frac{\partial C^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial C^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial C^*}{\partial y^*} \right) = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Sc}} \left( \frac{\partial^2 C^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (\text{III.3})$$

Les conditions aux limites s'écrivent alors :

- Pour  $y^* = 0$  ;  $C^*(x,t) = 0$
- Pour  $y^* \rightarrow 1$  ;  $C^*(x,t) = 1$

Les conditions initiales s'écrivent :

- $t^* \leq 0$  ;  $C^*(x,y) = 0$

### **III.2 MODELISATION COTE MILIEU POREUX :**

Dans une large classe de problème les effets convectifs peuvent être négligés devant les effets de conductions au sein du milieu poreux [2].

#### **III.2.1 MODELISATION THERMIQUE :**

La figure (III-4) donne un schéma d'un milieu poreux placé dans une enceinte où les conditions à la paroi sont adiabatiques ( $x = 0$  et  $x = L_x$ ), la partie supérieure ( $y = 0$ ) est en contact avec un écoulement d'air externe et la partie inférieure ( $y = L_y$ ) est isotherme.

La résolution de cette équation nous donne la distribution de température dans le milieu poreux.

Dans ces conditions (cas bidimensionnel), l'équation (II.29) devient :

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III.4})$$

$$\Rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III.5})$$

$$\text{Avec : } \alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}$$

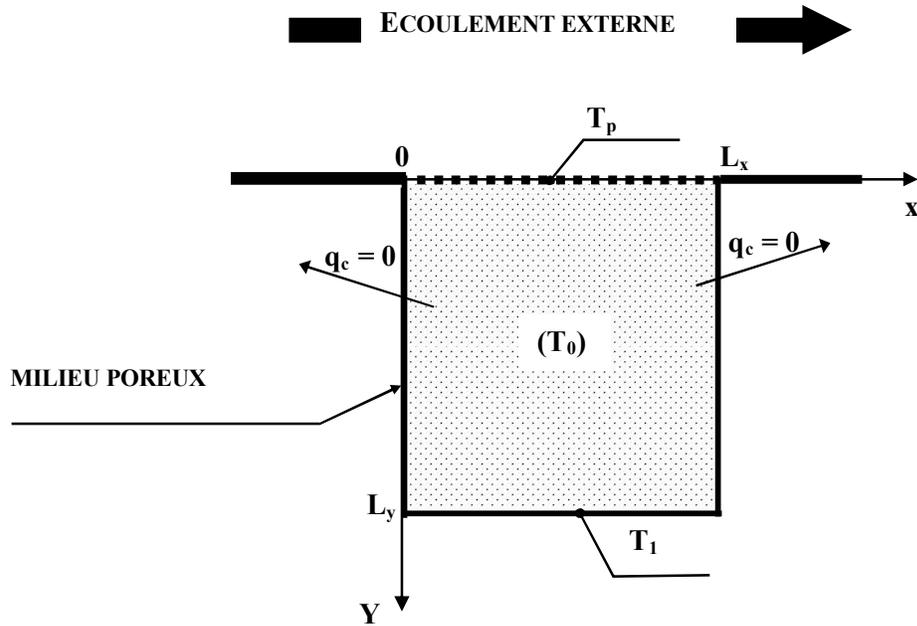
Les conditions aux limites correspondantes s'écrivent :

$$\begin{cases} x = 0 ; q_c = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \\ x = L_x ; q_c = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = 0 \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

$$\begin{cases} y = L_y ; T(x, L_y, t) = T_1 ; \text{ tel que : } T_1 = \text{cst} \\ y = 0 ; q_c = h_c (T_p - T_\infty) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

Les conditions initiales s'écrivent :

$$t \leq 0 ; T(x, y, 0) = T_0 \quad (\text{III.8})$$



*Figure III-4. Modélisation thermique du milieu poreux*

### III.2.1 MODELISATION MASSIQUE :

La figure (III-5) donne un schéma d'un milieu poreux placé dans une enceinte où, les conditions à la paroi sont imperméable ( $x = 0$ ,  $x = L_x$ ,  $y = L_y$ ), la partie supérieure ( $y = 0$ ) est en contact avec un écoulement d'air externe.

La résolution de cette équation nous donne la distribution de la teneur en eau dans le milieu poreux.

Dans ces conditions (cas bidimensionnel), et après simplification l'équation (II.59) devient :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \nabla \cdot (D_{\omega} \cdot \nabla \omega + D_T \cdot \nabla T)$$

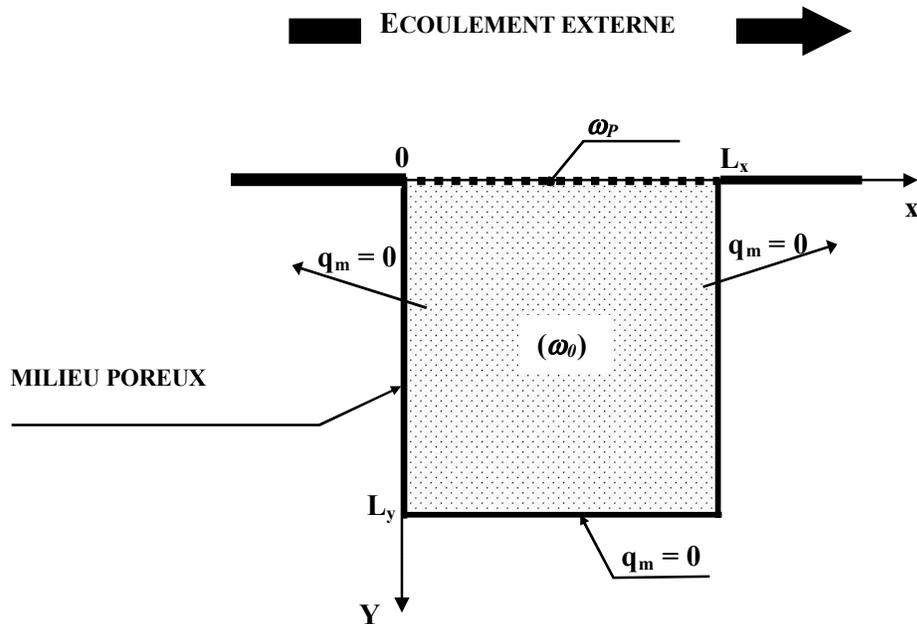
Les conditions aux limites correspondantes s'écrivent :

$$\begin{cases} x = 0 ; q_m = D_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x} \Big|_{x=0} + D_T \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \\ x = L_x ; q_m = D_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x} \Big|_{x=L_x} + D_T \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = 0 \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

$$\begin{cases} y = L_y ; q_m = D_\omega \frac{\partial \omega}{\partial y} \Big|_{y=L_y} + D_T \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = 0 \\ y = 0 ; q_m = D_\omega \frac{\partial \omega}{\partial y} \Big|_{y=0} + D_T \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = h_m (C_P - C_\infty) \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

Les conditions initiales s'écrivent :

$$t \leq 0 ; \omega(x,y,0) = \omega_0 \quad (\text{III.11})$$



***Figure III-5. Modélisation massique du milieu poreux***

### **III.3 RACCORDEMENT ENTRE L'ÉCOULEMENT EXTERNE ET LE MILIEU POREUX :**

La situation étudiée est schématisée sur la figure (III-6). On considère donc le chauffage ou le refroidissement par l'écoulement externe d'un milieu poreux initialement à la température  $T_0$ , et à une teneur en eau  $\omega_0$ . Les parois verticales sont adiabatiques et imperméable, la partie supérieure est en contact avec un écoulement d'air externe et la partie inférieure est imperméable et isotherme à une température  $T_1$ . La température et la concentration loin de la plaque sont  $T_\infty, C_\infty$ .

La solution du problème exige de mettre en œuvre une procédure numérique permettant de résoudre à la fois les équations de couche limite dynamique, thermique et massique pour l'écoulement externe et l'équation de la chaleur et de changement de phase pour le milieu poreux en utilisant des coefficients de transfert de masse et de chaleur obtenus par l'interaction du transfert couplé de masse et de chaleur. Ceci pour la détermination des champs thermiques et hydriques et les coefficients d'échange convectif et massique et la température de surface et l'influence des coefficients de diffusion sur ces derniers.

Comme l'a montré MASMOUDI [26], les expressions du transfert couplé de masse et de chaleur, qui se prêtent bien au calcul, ne sont pas sans poser de problèmes et sérieuses difficultés pour accéder aux coefficients de transfert de masse et de chaleur.

#### **III.3.1 RACCORDEMENT THERMIQUE :**

Pour faire le raccordement thermique entre l'écoulement externe et le milieu poreux on utilise les conditions de Prat [27] qui sont les suivantes :

❖ **Egalité des températures :**

$$T_{ex}(x,0,t) = T_{MP}(x,0,t) ; 0 \leq x \leq L_x \quad (III.12)$$

❖ **Egalité des densités flux thermique:**

$$q_{c\ ex} = q_{c\ MP}$$

$$\text{Tel que : } \begin{cases} q_{c\text{ ex}} = h_c(T_P - T_\infty) \\ q_{c\text{ MP}} = -\lambda_{MP} \frac{\partial T_{MP}}{\partial y} \Big|_{y=0} \end{cases}$$

$$q_{c\text{ ex}} = q_{c\text{ MP}} \Rightarrow h_c(T_P - T_\infty) = -\lambda_{MP} \frac{\partial T_{MP}}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (\text{III.13})$$

$$\Rightarrow h_c(x, t) = \frac{-\lambda_{MP} \frac{\partial T_{MP}}{\partial y} \Big|_{y=0}}{(T_P - T_\infty)} \quad (\text{III.14})$$

Pour calculer  $h_c$  à tout instant et à toute position, on initialise la valeur de  $h_c$  par l'utilisation d'une relation sur le coefficient d'échange convectif autour d'une plaque plane [28].

$$\begin{aligned} Nu &= 0.453 \cdot \text{Re}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{Pr}^{\frac{1}{3}} = \frac{h_{c\text{ emp}} \cdot L}{\lambda} \\ \Rightarrow h_{c\text{ emp}} &= \frac{0.453 \cdot \lambda \cdot \text{Re}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{Pr}^{\frac{1}{3}}}{L} \end{aligned} \quad (\text{III.15})$$

### **III.3.2 RACCORDEMENT MASSIQUE :**

Pour faire le raccordement massique entre l'écoulement externe et le milieu poreux on utilise les conditions suivantes [21]:

#### **❖ Egalité des densités de flux massique :**

$$q_{m\text{ ex}} = q_{m\text{ MP}}$$

$$\text{Tel que : } \begin{cases} q_{mex} = h_m(C_P - C_\infty) \\ q_{mMP} = D_\omega \frac{\partial \omega}{\partial y} \Big|_{y=0} + D_T \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \end{cases}$$

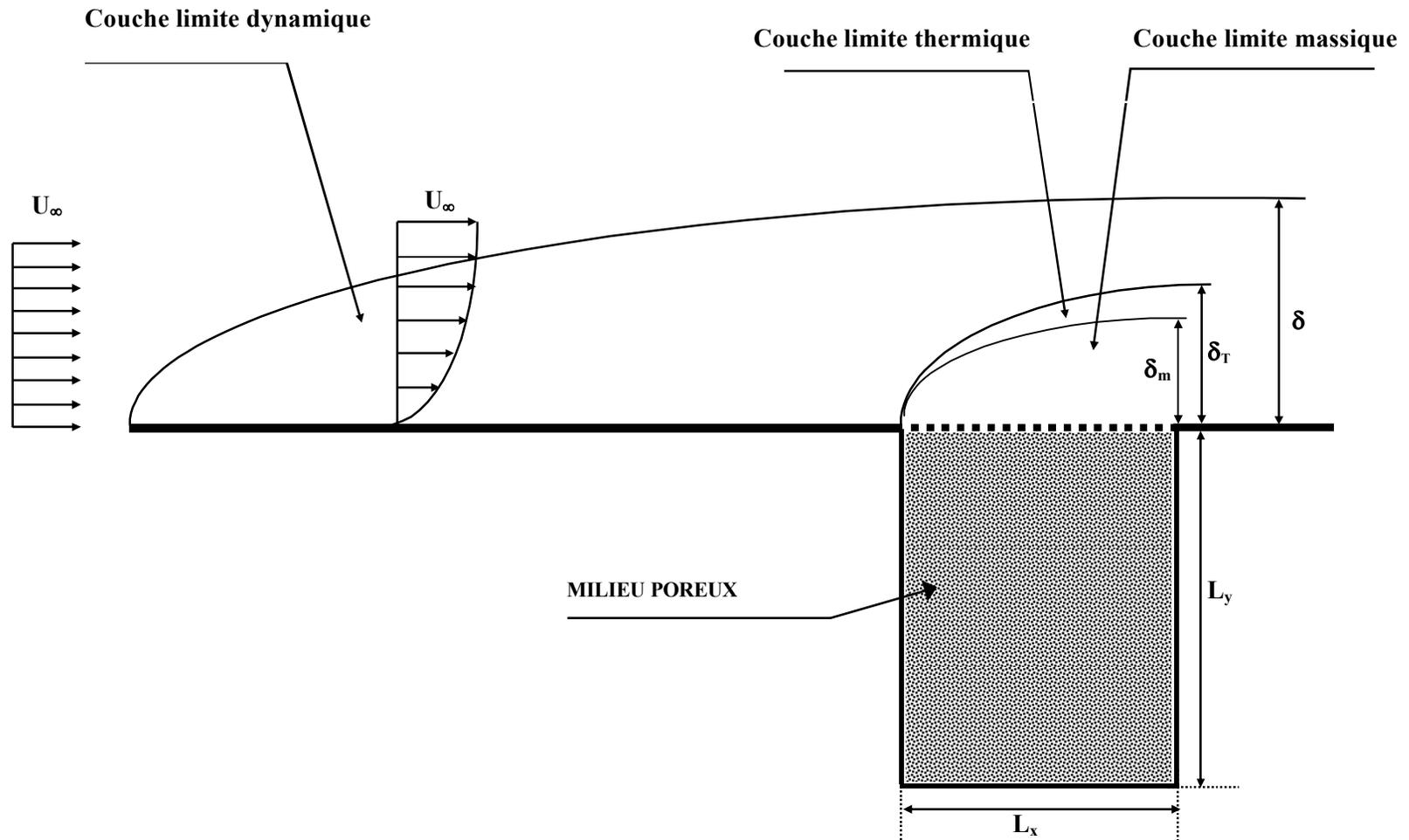
$$q_{mex} = q_{mMP} \Rightarrow h_m(C_P - C_\infty) = D_\omega \frac{\partial \omega}{\partial y} \Big|_{y=0} + D_T \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

$$\Rightarrow h_m(x, t) = \frac{D_\omega \frac{\partial \omega}{\partial y} \Big|_{y=0} + D_T \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}}{(C_P - C_\infty)} \quad (\text{III.16})$$

Pour calculer  $h_m$  à tout instant et à toute position on initialise la valeur de  $h_m$  par l'utilisation d'une relation sur le coefficient d'échange massique autour d'une plaque plane [15].

$$Sh_x = 0.332 \cdot Re^{\frac{1}{2}} \cdot Sc^{\frac{1}{3}} = \frac{h_{m\ emp} \cdot L}{D}$$

$$\Rightarrow h_{m\ emp} = \frac{0.332 \cdot D \cdot Re^{\frac{1}{2}} \cdot Sc^{\frac{1}{3}}}{L} \quad (\text{III.16})$$



***Figure III-6. Configuration étudiée***

Dans le chapitre précédent, nous avons modélisé notre problème en utilisant les équations de Navier-Stokes, l'équation de l'énergie et l'équation de changement de phase. Le caractère non linéaire et couplé des équations aux dérivées partielles exige la recherche de solution numérique à ces problèmes, l'ingénieur a à sa disposition plusieurs méthodes numériques s'appuyant plus au moins à un type d'équation donné.

Parmi les méthodes les plus répandues on peut citer : la méthode des différences finies, la méthode des volumes finies et la méthode des éléments finies, on a utilisé la méthode ADI (ALTERNATING DIRECTION IMPLICIT) schéma implicite de la différence finies pour résoudre notre problème pour des raisons de stabilité de cette méthode. Pour le milieu externe nous avons retenu un maillage uniforme : 200 x 20, et pour le milieu poreux : 80 x 20.

#### **IV.1 CLASSIFICATION MATHÉMATIQUE DES ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES :**

Les équations aux dérivées partielles {EDP} de deuxième ordre sont en général des EDP de types elliptiques, hyperboliques ou paraboliques [29].

Cette classification est possible si l'équation est réduite par des transformations à la forme :

$$\sum_{i=1}^n A1_i \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} + \sum_{i=1}^n A2_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + A3 f + A4 = 0 \quad (\text{IV.1})$$

Avec  $f$  une fonction de  $x_i$  et  $x_i$  des variables indépendantes.

Les coefficients  $A1_i$ ,  $A2_i$ ,  $A3$  et  $A4$  sont des fonctions de  $x_i$  c'est à dire qu'on les considère comme des équations linéaires.

- Si tous les coefficients  $A1_i$  sont différents de zéro et ils ont le même signe, cette EDP est de type elliptique ;
- Si tous les coefficients  $A1_i$  sont différents de zéro et tous les  $A1_i$  sauf un, ont le même signe, cette EDP est de type hyperbolique ;
- Si un coefficient  $A1_k$  est égal à zéro et les autres  $A1_i$  sont différents de zéro et ils ont le même signe, et si le coefficient  $A2_k$  de  $\frac{\partial f}{\partial x_k}$  est différent de zéro, cette EDP est de type parabolique.

*A titre d'exemple :*

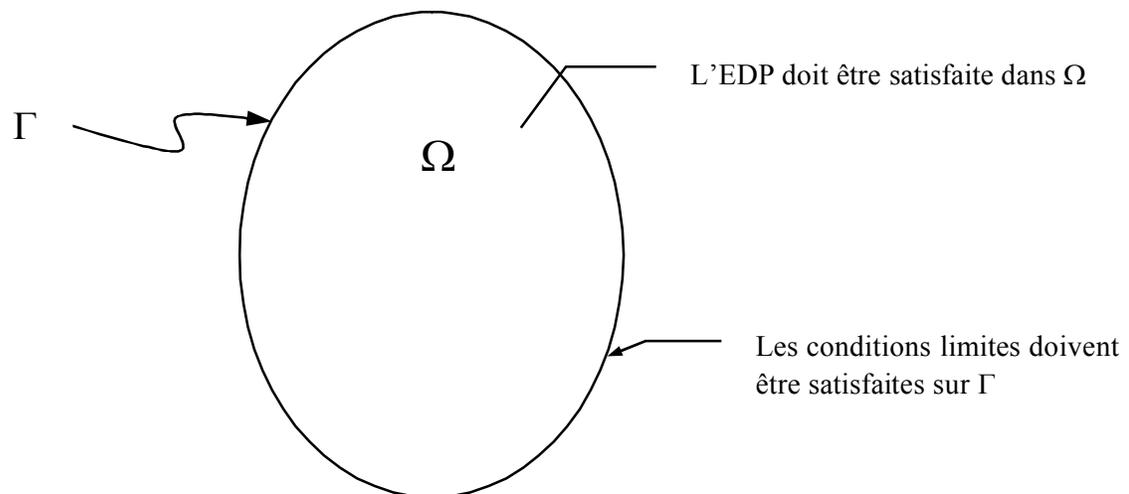
- $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$  est du type elliptique (L'équation de Laplace) ;
- $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$  est du type hyperbolique ;
- $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial f}{\partial z}$  est du type parabolique.

Pour les équations hyperboliques, on ne peut pas obtenir de solution unique si les conditions initiales sont données sur la frontière du domaine d'influence de la solution.

On dira qu'un problème entraînant la résolution d'une EDP est bien posée lorsqu'une solution existe et qu'elle est unique. La solution doit aussi dépendre continuellement des conditions initiales et des conditions aux limites.

#### **IV.2 CONDITIONS AUX LIMITES :**

D'une manière générale pour l'EDP, il existe trois types de conditions aux limites [29,30] :



***Figure IV.1. Domaine de définition et des conditions aux limites***

- Conditions aux limites de Dirichlet :  $u = f(s)$  sur  $\Gamma$ .

Où :  $s$ , représente l'arc curviligne.

- Conditions aux limites de Newmann :  $\frac{\partial u}{\partial n} = g(s)$  sur  $\Gamma$ .
- Conditions aux limites de Robin :  $a_1(s)\frac{\partial u}{\partial n} + a_2(s).u = g(s)$  sur  $\Gamma$ .

L'équation aux dérivées partielle est définie dans un domaine  $\Omega$  et est associée aux conditions aux limites [31] sur le contour  $\Gamma$  du domaine  $\Omega$  figure (IV.1).

### **IV.3 DISCRETISATION (METHODE DES DIFFERENCES FINIES) :**

La méthode des différences finies est utilisée pour résoudre les différents types de problèmes numériques. Cette méthode est puissante et joue un rôle dans la détermination des solutions [32].

La méthode des différences finies est dite d'approximation, car elle est basée sur la discretisation directe en remplaçant les équations aux dérivées partielles par des équations aux différences finies aboutissant à des équations algébriques.

Pour résoudre un problème par la méthode des différences finies, on doit suivre trois étapes :

- 1- discrétiser le domaine de la solution par une grille de nœuds ;
- 2- approximer l'équation différentielle ou aux dérivées partielles par une équation aux différences finies équivalente ;
- 3- résoudre l'équation aux différences finies en respectant les conditions aux limites et les conditions initiales.

#### **IV.3.1 Méthode des différences finies :**

L'une des premières étapes à prendre en compte pour établir une procédure en différences finies est de remplacer le domaine continu en un domaine discret appelé «maillage».

Soit une fonction  $f$  définie sur un domaine  $[a,b]$ , cet intervalle peut être discrétisé en considérant l'ensemble :  $x_0 = a, x_1, \dots, x_i, \dots, x_{n+1} = b$ . La représentation discrète de  $f(x)$  sera l'ensemble :  $\{f(a), f(x_1), \dots, f(x_i), \dots, f(b)\}$ .

En général  $f(x_i)$  est notée  $f_i$ , la valeur de  $f(x_i)$  calculée par une méthode numérique n'est pas exacte mais elle est approchée.

La dérivée d'ordre  $m$  de la fonction «  $f$  » au point  $x_i$  est approximée par [32] :

$$\frac{d^m f(x_i)}{dx_m} = \sum_{j=-j_1}^{j_2} \beta_j f_{i+j}$$

Où  $\beta_j$ , sont déterminés par le développement en série de Taylor de  $f_{i+j}$  et  $J_1, J_2$  sont des entiers qui dépendent de l'ordre  $m$  et aussi du degré de précision de l'approximation. Si  $m=1$ , on considère une approximation en utilisant trois valeurs de  $f_i$  c'est à dire  $J_1+J_2 = 2$ , et nous prendrons  $J_1= J_2=1$ .

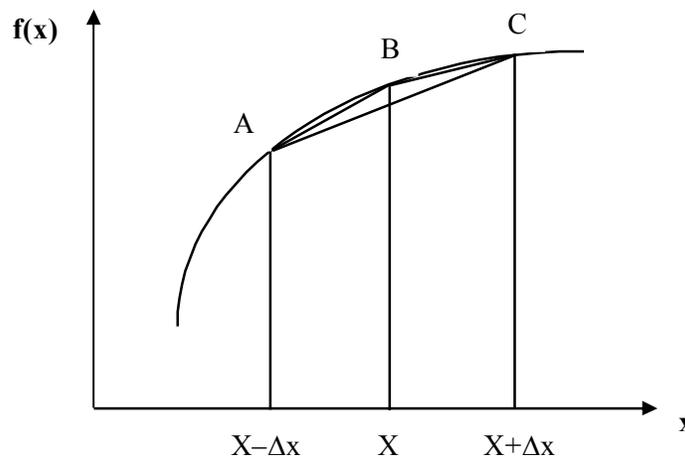
On peut écrire l'expression générale :

$$\frac{df(x_i)}{dx} = \frac{(1-\beta)f_{i+1} + 2\beta f_i - (1+\beta)f_{i-1}}{2\Delta x}$$

Où :  $\beta$  constante arbitraire.

L'erreur de telle approximation est [32] :

$$-\frac{\beta\Delta x}{2} \frac{d^2 f}{dx^2} - \frac{\Delta x^2}{6} \frac{d^3 f}{dx^3} + O(\Delta x^3)$$



***Figure IV.2. Représentation de  $f(x)$***

En spécifiant la valeur de  $\beta$  on obtient les différences standard [32] :

- Différences centrées :  $\beta = 0$  {Selon la courbe AC}

$$\frac{df(x_i)}{dx} \cong \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} = \Delta_x^0 f_i \quad \text{l'erreur} = O(\Delta x^2)$$

- Différences décentrées (arrière) :  $\beta = 1$  {Selon la courbe AB}

$$\frac{df(x_i)}{dx} \cong \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} = \Delta_x^- f_i \quad \text{l'erreur} = O(\Delta x)$$

- Différences décentrées (avant) :  $\beta = -1$  {Selon la courbe BC}

$$\frac{df(x_i)}{dx} \cong \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} = \Delta_x^+ f_i \quad \text{l'erreur} = O(\Delta x)$$

- Si nous prenons  $J_1=2$  et  $J_2=0$ , on obtient une approximation du second ordre [32] :

$$\frac{df(x_i)}{dx} \cong \frac{3f_i - 4f_{i-1} + f_{i-2}}{2\Delta x}$$

- Si nous prenons  $J_1=0$  et  $J_2=2$ , on obtient une approximation du second ordre [32] :

$$\frac{df(x_i)}{dx} \cong \frac{-f_{i+2} + 4f_{i+1} - 3f_i}{2\Delta x}$$

Pour une approximation du quatrième ordre [32] :  $J_1=J_2=2$

$$\frac{df(x_i)}{dx} \cong \frac{-f_{i+2} + 8f_{i+1} - 8f_{i-1} + f_{i-2}}{12\Delta x}$$

De la même façon, nous pouvons définir des approximations pour toutes les dérivées.

A titre d'exemple, la dérivée seconde de  $f(x)$  est [32] :

$$\frac{d^2 f(x_i)}{dx^2} \cong \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{(\Delta x)^2} = \Delta_{xx} f_i \quad \text{la précision est de l'ordre de } O(\Delta x^2)$$

L'utilisation des opérateurs de différences  $\Delta_x^0, \Delta_x^+, \Delta_x^-$  est très utile et nous pouvons aussi vérifier les relations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(\Delta_x^+ + \Delta_x^-) = \Delta_x^0 \\ \Delta_x^+ - \Delta_x^- = \Delta_x \Delta_{xx} \\ \Delta_x^+ \Delta_x^- = \Delta_{xx} \end{cases}$$

tel que :

$$\begin{cases} \Delta_x^0 = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2 \cdot \Delta x \cdot f_i} \\ \Delta_x^- = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x \cdot f_i} \\ \Delta_x^+ = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x \cdot f_i} \\ \Delta_{xx} = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{(\Delta x)^2 \cdot f_i} \end{cases}$$

### **i) Consistance :**

Une approximation est dite consistante si l'erreur de troncature tend vers zéro lorsque tous les pas de la discretisation tendent eux même vers zéro. La troncature est la différence entre l'EDP et son approximation en différences finies (EDF).

Dans ce cas la forme discretisée représentera convenablement l'équation à résoudre.

### **ii) Stabilité :**

Un schéma aux différences finies est dit stable si les erreurs d'arrondis ne s'amplifient pas au fur et à mesure que les calculs progressent. Cela signifie qu'il est indispensable qu'à une itération de calcul donnée, l'erreur d'arrondi de calcul ne s'amplifie pas aux prochaines itérations de calcul.

**iii) Convergence :**

On dit qu'un schéma aux différences finies est convergent si la différence entre la solution approchée et la solution exacte tend vers zéro quand les pas de discretisation tendent vers zéro.

**IV.3.2 Les différents schémas des différences finies :**

Pour illustrer les différents schémas des équations aux dérivées partielles, on considère une équation aux dérivées partielles parabolique simple à une variable spatiale indépendante.

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad (\text{IV.2})$$

La discrétisation de l'équation (IV.2) peut se faire selon les différents schémas suivants [29] :

- **Schéma explicite :**

$$\frac{f_i^{j+1} - f_i^j}{\Delta t} = \frac{f_{i+1}^j - 2f_i^j + f_{i-1}^j}{(\Delta x)^2}, \text{ stable pour } 0 < \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \leq 0.5.$$

- **Schéma implicite :**

$$\frac{f_i^{j+1} - f_i^j}{\Delta t} = \frac{f_{i+1}^{j+1} - 2f_i^{j+1} + f_{i-1}^{j+1}}{(\Delta x)^2}, \text{ Inconditionnellement stable.}$$

- **Schéma mixte (GRANK-NICOLSON) :**

$$\frac{f_i^{j+1} - f_i^j}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left[ \frac{f_{i+1}^j - 2f_i^j + f_{i-1}^j}{(\Delta x)^2} + \frac{f_{i+1}^{j+1} - 2f_i^{j+1} + f_{i-1}^{j+1}}{(\Delta x)^2} \right], \text{ inconditionnellement stable.}$$

- **Schéma explicite de LEAPFROG :**

$$\frac{f_i^{j+1} - f_i^{j-1}}{2\Delta t} = \frac{f_{i+1}^j - 2f_i^j + f_{i-1}^j}{(\Delta x)^2}, \text{ conditionnellement stable.}$$

- **Schéma explicite de DUFORT-FRANKEL :**

$$\frac{f_i^{j+1} - f_i^{j-1}}{2\Delta t} = \frac{f_{i+1}^j - f_i^{j+1} - f_i^{j-1} + f_{i-1}^j}{(\Delta x)^2}, \text{ conditionnellement stable.}$$

#### **IV.4 REPRESENTATION DE LA METHODE ADI :**

On présentera la méthode ADI (ALTERNATING DIRECTION IMPLICITE) en détail, car c'est la méthode qu'on a choisie pour traiter notre problème à cause de sa stabilité, il est toutefois recommandé d'utiliser celles pour lesquelles nous aurons à résoudre un système d'équations algébriques tridiagonales.

La méthode ADI qui a été introduite par Peaceman et Rachford [33] nous permettra de construire des schémas implicites très efficaces.

##### **IV.4.1 Stabilité de la méthode ADI :**

La stabilité de cette méthode est étudiée par le critère de Von Neumann. Le problème de stabilité ne se pose pas si  $\Delta t$  est très petit ( $\Delta t \rightarrow 0$ ) pour plusieurs schémas des différences finies.

Pour illustrer le critère de Von Neumann, prenons un exemple d'équation aux dérivées partielle parabolique [29] :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \tag{IV.3}$$

Pour le schéma explicite :

$$\frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{\Delta t} = \frac{f_{i+1}^n - 2f_i^n + f_{i-1}^n}{(\Delta x)^2}$$

En remplaçant :  $f(x, t) = \psi(t) \cdot e^{j\beta x}$ , on aura :

$$\frac{\psi(t + \Delta t)e^{j\beta x} - \psi(t)e^{j\beta x}}{\Delta t} = \frac{\psi(t)}{(\Delta x)^2} [e^{j\beta(x-\Delta x)} - 2e^{j\beta x} + e^{j\beta(x+\Delta x)}]$$

$$\Rightarrow \psi(t + \Delta t) = \psi(t) \left( 1 - \frac{4\Delta t}{(\Delta x)^2} \sin^2 \frac{\beta \Delta x}{2} \right)$$

on pose  $\psi(0) = 1$ , on aura :

$$\psi(t) = \left( 1 - \frac{4\Delta t}{(\Delta x)^2} \sin^2 \frac{\beta \Delta x}{2} \right)^{t/\Delta t}$$

pour la stabilité de  $\psi(t)$  il faut :

$$\left| 1 - \frac{4\Delta t}{(\Delta x)^2} \sin^2 \frac{\beta \Delta x}{2} \right| \leq 1$$

du point de vue équivalent on définit le facteur amplificateur  $\xi$  :

$$\xi = \frac{\psi(t + \Delta t)}{\psi(t)} = 1 - \frac{4\Delta t}{(\Delta x)^2} \sin^2 \frac{\beta \Delta x}{2}$$

dans ce cas la condition de stabilité est  $|\xi| \leq 1$ .

Pour le schéma implicite :

$$\frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{\Delta t} = \frac{f_{i+1}^{n+1} - 2f_i^{n+1} + f_{i-1}^{n+1}}{(\Delta x)^2}$$

On remplace :  $f(x, t) = \psi(t).e^{j\beta x}$ , on aura :

$$\xi = \frac{1}{1 + \frac{4\Delta t}{(\Delta x)^2} \sin^2 \frac{\beta \Delta x}{2}}$$

$|\xi| \leq 1$  quelle que soit  $\frac{\Delta t}{(\Delta x)^2}$ , donc la méthode implicite est inconditionnellement stable.

#### **IV.5 APPLICATION DE LA METHODE ADI AU CAS TRAITE :**

On se propose d'illustrer le schéma implicite, vu qu'il est inconditionnellement stable et présente une erreur de troncature relativement faible et par conséquent plus consistant pour résoudre les équations des couches limites ainsi que l'équation de la chaleur et de changement de phase dans le milieu poreux.

### **IV.5.1 Discrétisation de l'équation de chaleur :**

Dans le milieu poreux, l'équation de la chaleur s'écrit [34] :

$$\rho c_p \frac{\partial T_{MP}}{\partial t} = \lambda_{MP} \left( \frac{\partial^2 T_{MP}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{MP}}{\partial y^2} \right) \quad (IV.4)$$

$$\frac{\partial T_{MP}}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T_{MP}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{MP}}{\partial y^2} \right) ; \quad \alpha = \frac{\lambda_{MP}}{\rho c_p}$$

Les conditions initiales et aux limites sont données par les relations (III.6), (III.7) et (III.8).

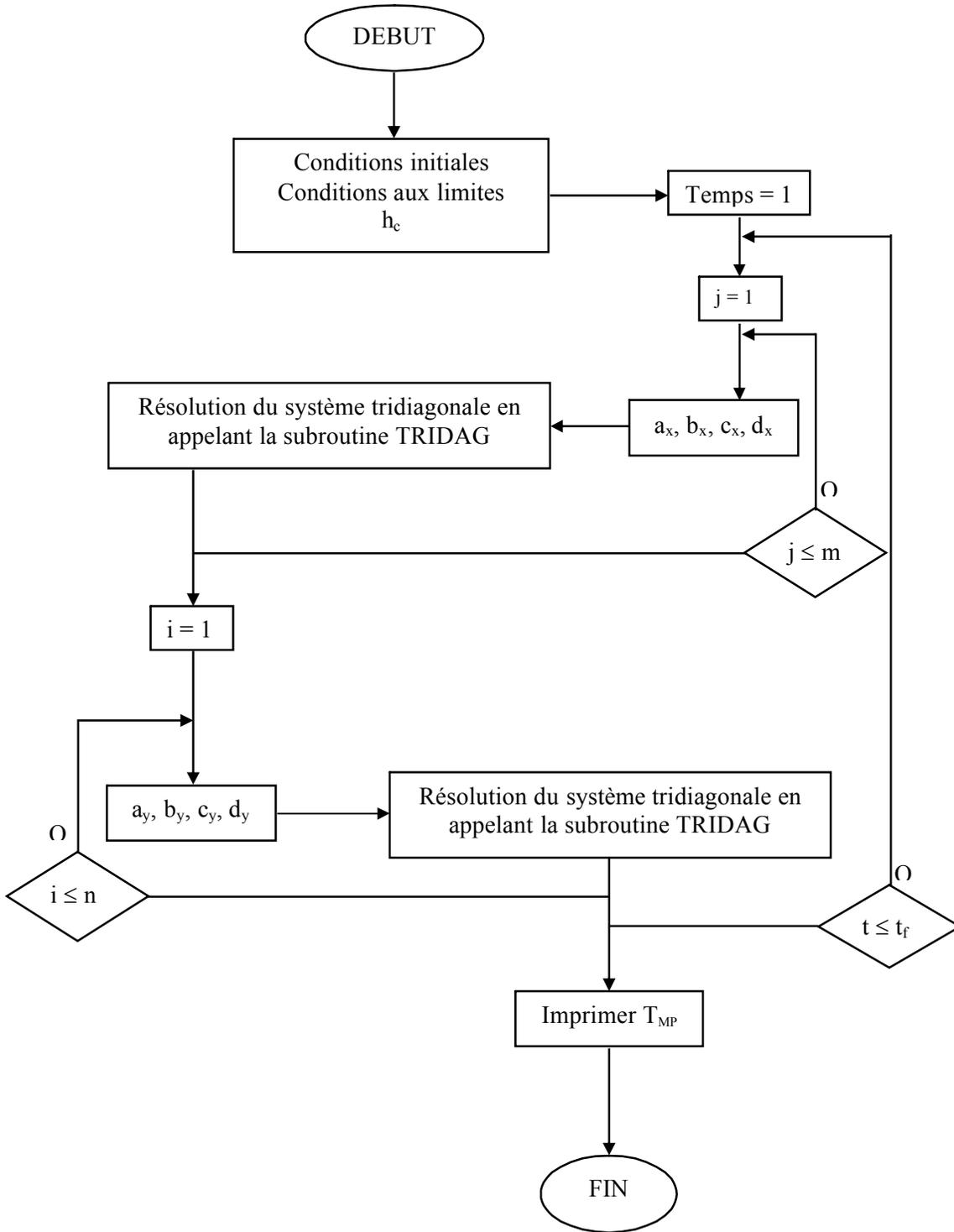
Soient n et m les nombres des nœuds suivant x et y respectivement. En utilisant les différences finies, les dérivées partielles présentées ci-dessus s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T_{MP}}{\partial t} = \frac{T_{MPi,j}^{k+1} - T_{MPi,j}^k}{\Delta t} \\ \frac{\partial^2 T_{MP}}{\partial x^2} = \frac{T_{MPi+1,j}^{k+1} - 2T_{MPi,j}^{k+1} + T_{MPi-1,j}^{k+1}}{(\Delta x)^2} \\ \frac{\partial^2 T_{MP}}{\partial y^2} = \frac{T_{MPi,j+1}^{k+1} - 2T_{MPi,j}^{k+1} + T_{MPi,j-1}^{k+1}}{(\Delta y)^2} \end{array} \right. \quad (IV.5)$$

Après réarrangement l'équation (IV.4) s'écrit :

$$\frac{T_{MPi,j}^{k+1} - T_{MPi,j}^k}{\Delta t} = \alpha \cdot \left( \frac{T_{MPi+1,j}^{k+1} - 2T_{MPi,j}^{k+1} + T_{MPi-1,j}^{k+1}}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{MPi,j+1}^{k+1} - 2T_{MPi,j}^{k+1} + T_{MPi,j-1}^{k+1}}{(\Delta y)^2} \right) \quad (IV.6)$$

L'organigramme correspondant à ce schéma est :



**Figure IV.3.** Organigramme de calcul du champ thermique dans le milieu poreux

### **IV.5.2 Discrétisation de l'équation de changement de phase :**

Dans le milieu poreux, l'équation de changement de phase s'écrit :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \nabla \cdot (D_{\omega} \cdot \nabla \omega + D_T \cdot \nabla T) \quad (IV.7)$$

Les conditions initiales et aux limites sont données par les relations (III.9), (III.10) et (III.11).

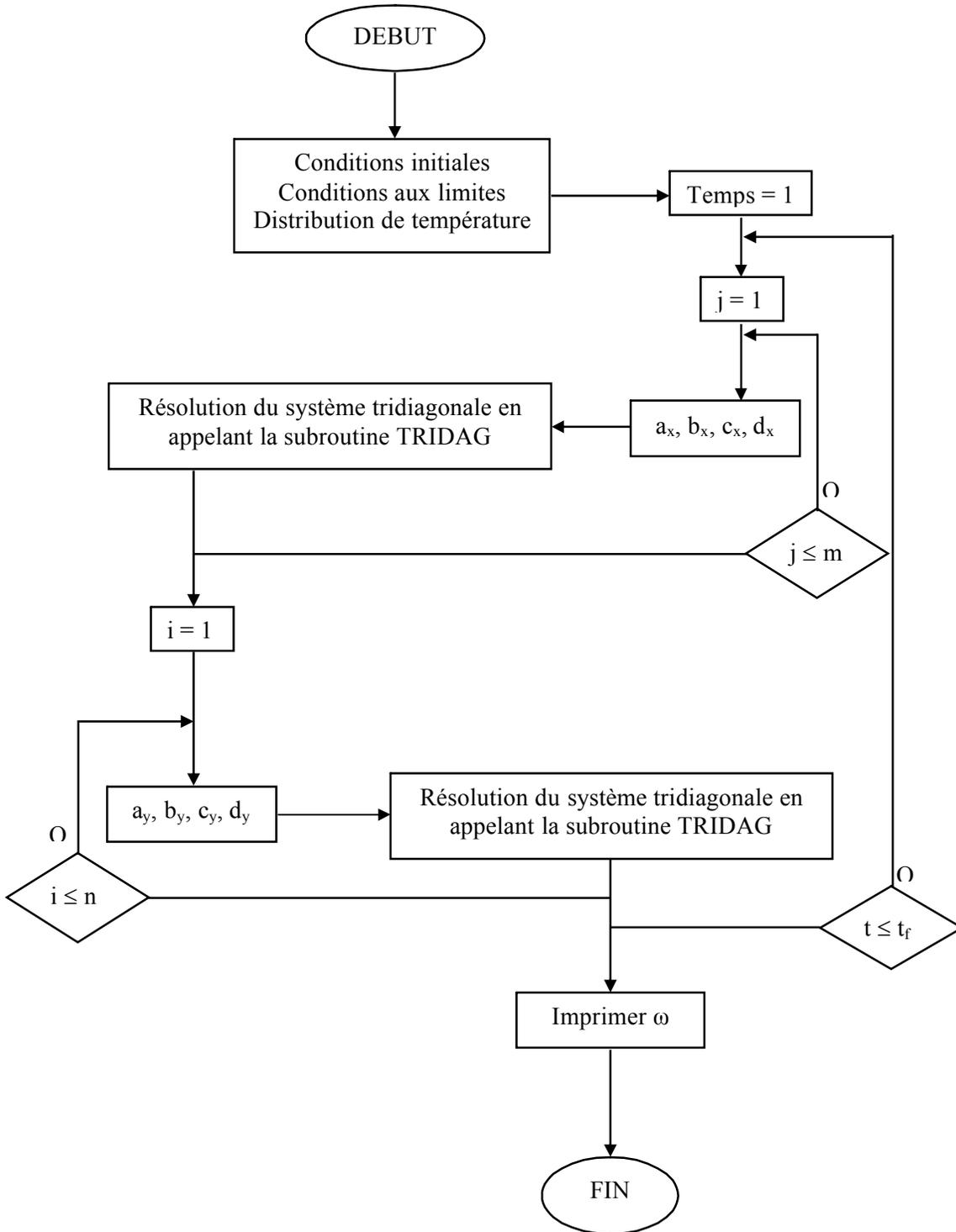
Soient n et m les nombres des nœuds suivant x et y respectivement. En utilisant les différences finies, les dérivées partielles présentées ci-dessus s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\omega_{i,j}^{k+1} - \omega_{i,j}^k}{\Delta t} \\ \frac{\partial^2 T_{MP}}{\partial x^2} = \frac{T_{MP,i+1,j}^{k+1} - 2T_{MP,i,j}^{k+1} + T_{MP,i-1,j}^{k+1}}{(\Delta x)^2} \\ \frac{\partial^2 T_{MP}}{\partial y^2} = \frac{T_{MP,i,j+1}^{k+1} - 2T_{MP,i,j}^{k+1} + T_{MP,i,j-1}^{k+1}}{(\Delta y)^2} \\ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = \frac{\omega_{i+1,j}^{k+1} - 2\omega_{i,j}^{k+1} + \omega_{i-1,j}^{k+1}}{(\Delta x)^2} \\ \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} = \frac{\omega_{i,j+1}^{k+1} - 2\omega_{i,j}^{k+1} + \omega_{i,j-1}^{k+1}}{(\Delta y)^2} \end{array} \right. \quad (IV.8)$$

Après réarrangement l'équation (IV.7) s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{i,j}^{k+1} - \omega_{i,j}^k}{\Delta t} = D_{\omega} & \left( \frac{\omega_{i+1,j}^{k+1} - 2\omega_{i,j}^{k+1} + \omega_{i-1,j}^{k+1}}{(\Delta x)^2} + \frac{\omega_{i,j+1}^{k+1} - 2\omega_{i,j}^{k+1} + \omega_{i,j-1}^{k+1}}{(\Delta y)^2} \right) \\ & + D_T \left( \frac{T_{MP,i+1,j}^{k+1} - 2T_{MP,i,j}^{k+1} + T_{MP,i-1,j}^{k+1}}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{MP,i,j+1}^{k+1} - 2T_{MP,i,j}^{k+1} + T_{MP,i,j-1}^{k+1}}{(\Delta y)^2} \right) \end{aligned} \quad (IV.9)$$

L'organigramme correspondant à ce schéma est :



**Figure IV.4.** Organigramme de calcul du champ hydrique dans le milieu poreux

**IV.5.3 Discrétisation des équations des couches limites dynamique, thermique et massique :**

Les équations de la couche limite dynamique sont donnée par :

$$\begin{cases} \frac{\partial u_{ex}^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v_{ex}^*}{\partial y^*} = 0 \\ \frac{\partial u_{ex}^*}{\partial t^*} + u_{ex}^* \frac{\partial u_{ex}^*}{\partial x^*} + v_{ex}^* \frac{\partial u_{ex}^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_{ex}^*}{\partial y^{*2}} \end{cases} \quad (IV.10)$$

Les conditions aux limites correspondantes s'écrivent alors :

- Pour  $y^* = 0$  ;  $u_{ex}^*(x,t) = 0$  ;  $v_{ex}^*(x,t) = V_0$  (condition d'adhérence)
- Pour  $y^* \rightarrow 1$  ;  $u_{ex}^*(x,t) = 1$

Les conditions initiales s'écrivent :

- $t^* \leq 0$  ;  $u_{ex}^*(x,y) = 0$

L'équation de la couche limite thermique s'écrit :

$$\left( \frac{\partial \theta_{ex}^*}{\partial t^*} + u_{ex}^* \frac{\partial \theta_{ex}^*}{\partial x^*} + v_{ex}^* \frac{\partial \theta_{ex}^*}{\partial y^*} \right) = \frac{1}{Re.Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta_{ex}^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (IV.11)$$

Les conditions aux limites correspondantes s'écrivent alors :

- Pour  $y^* = 0$  ;  $\theta_{ex}^*(x,t) = 0$
- Pour  $y^* \rightarrow 1$  ;  $\theta_{ex}^*(x,t) = 1$

Les conditions initiales s'écrivent :

- $t^* \leq 0$  ;  $\theta_{ex}^*(x,y) = 0$

L'équation de couche limite massique s'écrit :

$$\left( \frac{\partial C^*}{\partial t^*} + u_{ex}^* \frac{\partial C^*}{\partial x^*} + v_{ex}^* \frac{\partial C^*}{\partial y^*} \right) = \frac{1}{Re.Sc} \left( \frac{\partial^2 C^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (IV.12)$$

Les conditions aux limites correspondantes s'écrivent alors :

- Pour  $y^* = 0$  ;  $C^*(x,t) = 0$
- Pour  $y^* \rightarrow 1$  ;  $C^*(x,t) = 1$

Les conditions initiales s'écrivent :

- $t^* \leq 0$  ;  $C^*(x,y) = 0$

Soient  $N_x$  et  $N_y$  les nombres des nœuds suivant  $x$  et  $y$  respectivement. En utilisant les différences finies les dérivées partielles présentées ci-dessus s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_{ex}^*}{\partial t^*} = \frac{u_{ex(i,j)}^{*k+1} - u_{ex(i,j)}^{*k}}{\Delta t^*} \\ \frac{\partial u_{ex}^*}{\partial x^*} = \frac{u_{ex(i+1,j)}^{*k+1} - u_{ex(i-1,j)}^{*k+1}}{2\Delta x^*} \\ \frac{\partial u_{ex}^*}{\partial y^*} = \frac{u_{ex(i,j+1)}^{*k+1} - u_{ex(i,j-1)}^{*k+1}}{2\Delta y^*} \\ \frac{\partial v_{ex}^*}{\partial y^*} = \frac{v_{ex(i,j+1)}^{*k+1} - v_{ex(i,j-1)}^{*k+1}}{2\Delta y^*} \\ \frac{\partial^2 u_{ex}^*}{\partial y^{*2}} = \frac{u_{ex(i,j+1)}^{*k+1} + u_{ex(i,j-1)}^{*k+1} - 2u_{ex(i,j)}^{*k+1}}{\Delta y^{*2}} \end{array} \right. \quad (IV.13)$$

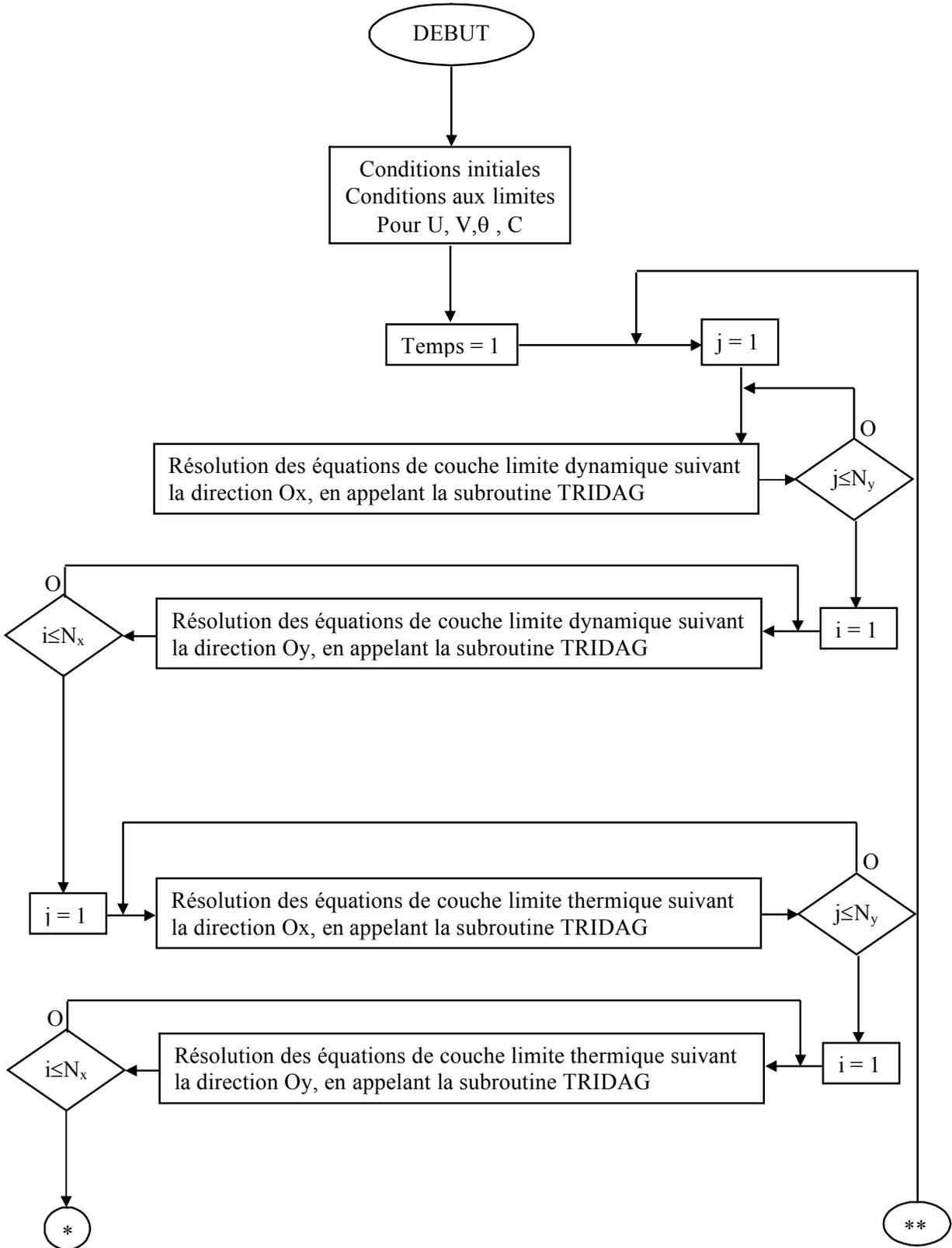
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \theta_{ex}^*}{\partial t^*} = \frac{\theta_{ex(i,j)}^{*k+1} - \theta_{ex(i,j)}^{*k}}{\Delta t^*} \\ \frac{\partial \theta_{ex}^*}{\partial x^*} = \frac{\theta_{ex(i+1,j)}^{*k+1} - \theta_{ex(i-1,j)}^{*k+1}}{2\Delta x^*} \\ \frac{\partial \theta_{ex}^*}{\partial y^*} = \frac{\theta_{ex(i,j+1)}^{*k+1} - \theta_{ex(i,j-1)}^{*k+1}}{2\Delta y^*} \\ \frac{\partial^2 \theta_{ex}^*}{\partial x^{*2}} = \frac{\theta_{ex(i+1,j)}^{*k+1} + \theta_{ex(i-1,j)}^{*k+1} - 2\theta_{ex(i,j)}^{*k+1}}{\Delta x^{*2}} \\ \frac{\partial^2 \theta_{ex}^*}{\partial y^{*2}} = \frac{\theta_{ex(i,j+1)}^{*k+1} + \theta_{ex(i,j-1)}^{*k+1} - 2\theta_{ex(i,j)}^{*k+1}}{\Delta y^{*2}} \end{array} \right. \quad (IV.14)$$

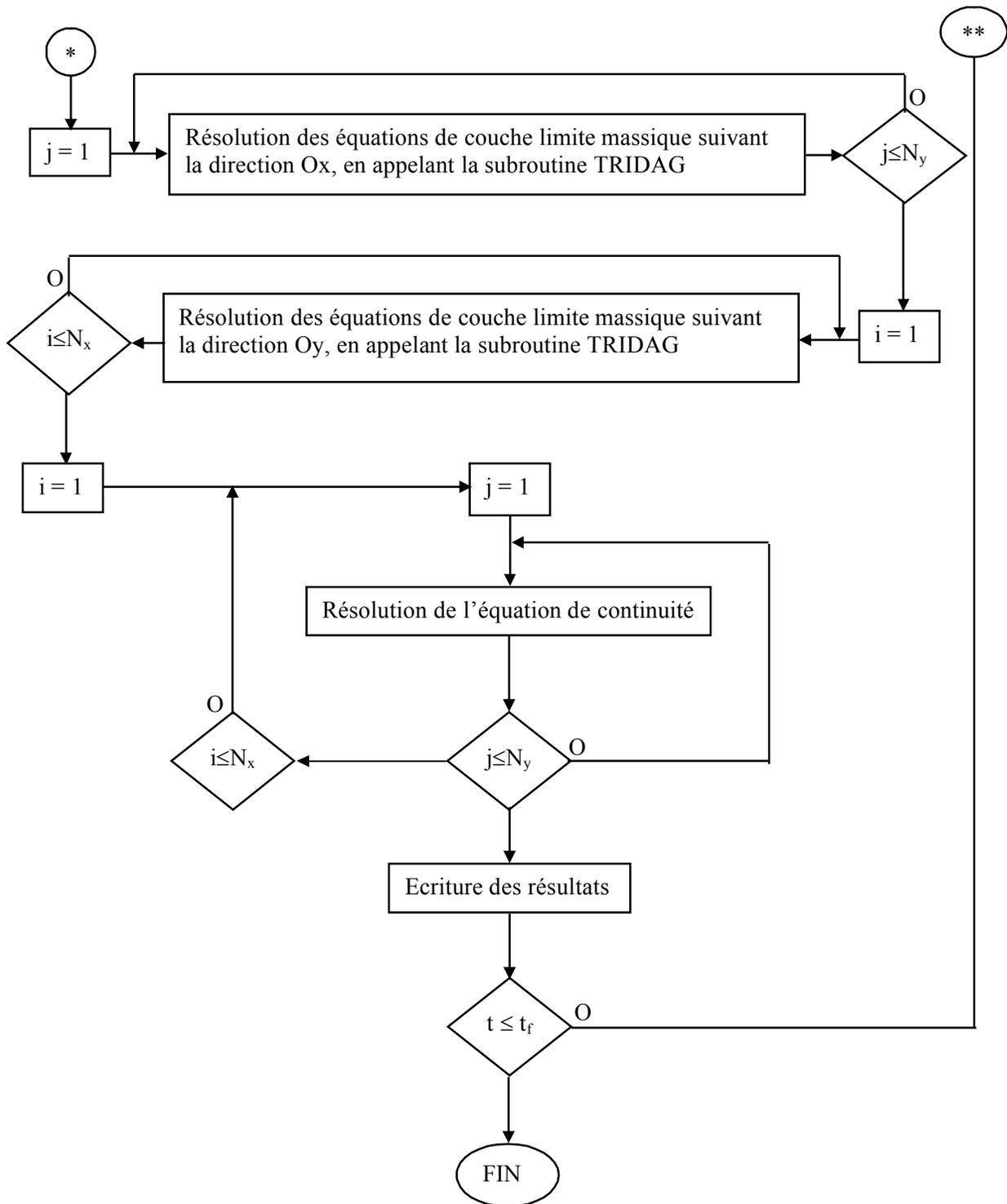
$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{\partial C_{ex}^*}{\partial t^*} = \frac{C_{ex(i,j)}^{*k+1} - C_{ex(i,j)}^{*k}}{\Delta t^*} \\
 \frac{\partial C_{ex}^*}{\partial x^*} = \frac{C_{ex(i+1,j)}^{*k+1} - C_{ex(i-1,j)}^{*k+1}}{2\Delta x^*} \\
 \frac{\partial C_{ex}^*}{\partial y^*} = \frac{C_{ex(i,j+1)}^{*k+1} - C_{ex(i,j-1)}^{*k+1}}{2\Delta y^*} \\
 \frac{\partial^2 C_{ex}^*}{\partial x^{*2}} = \frac{C_{ex(i+1,j)}^{*k+1} + C_{ex(i-1,j)}^{*k+1} - 2C_{ex(i,j)}^{*k+1}}{\Delta x^{*2}} \\
 \frac{\partial^2 C_{ex}^*}{\partial y^{*2}} = \frac{C_{ex(i,j+1)}^{*k+1} + C_{ex(i,j-1)}^{*k+1} - 2C_{ex(i,j)}^{*k+1}}{\Delta y^{*2}}
 \end{array} \right. \quad (IV.15)$$

Dans ce cas, le système d'équation discrétisé nous permet de calculer les deux composantes de vitesses et la température ainsi que la concentration, telle que, les équations de Navier-Stokes et de continuité nous donnent les deux composantes de vitesses  $u$  et  $v$  et, l'équation de la chaleur la température  $T$  et finalement, l'équation de transfert de masse la concentration  $C$ . En d'autres termes :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{v_{ex(i,j+1)}^{*k+1} - v_{ex(i,j-1)}^{*k+1}}{2\Delta y^*} + \frac{u_{ex(i+1,j)}^{*k+1} - u_{ex(i-1,j)}^{*k+1}}{2\Delta x^*} = 0 \\
 \frac{u_{ex(i,j)}^{*k+1} - u_{ex(i,j)}^{*k}}{\Delta t^*} + u_{ex(i,j)}^{*k} \frac{u_{ex(i+1,j)}^{*k+1} - u_{ex(i-1,j)}^{*k+1}}{2\Delta x^*} + v_{ex(i,j)}^{*k} \frac{u_{ex(i,j+1)}^{*k+1} - u_{ex(i,j-1)}^{*k+1}}{2\Delta y^*} = \frac{1}{Re} \frac{u_{ex(i,j+1)}^{*k+1} + u_{ex(i,j-1)}^{*k+1} - 2u_{ex(i,j)}^{*k+1}}{\Delta y^{*2}} \\
 \frac{\theta_{ex(i,j)}^{*k+1} - \theta_{ex(i,j)}^{*k}}{\Delta t^*} + u_{ex(i,j)}^{*k} \frac{\theta_{ex(i+1,j)}^{*k+1} - \theta_{ex(i-1,j)}^{*k+1}}{2\Delta x^*} + v_{ex(i,j)}^{*k} \frac{\theta_{ex(i,j+1)}^{*k+1} - \theta_{ex(i,j-1)}^{*k+1}}{2\Delta y^*} = \frac{1}{Re.Pr} \frac{\theta_{ex(i,j+1)}^{*k+1} + \theta_{ex(i,j-1)}^{*k+1} - 2\theta_{ex(i,j)}^{*k+1}}{\Delta y^{*2}} \\
 \frac{C_{(i,j)}^{*k+1} - C_{(i,j)}^{*k}}{\Delta t^*} + u_{ex(i,j)}^{*k} \frac{C_{(i+1,j)}^{*k+1} - C_{(i-1,j)}^{*k+1}}{2\Delta x^*} + v_{ex(i,j)}^{*k} \frac{C_{(i,j+1)}^{*k+1} - C_{(i,j-1)}^{*k+1}}{2\Delta y^*} = \frac{1}{Re.Sc} \frac{C_{(i,j+1)}^{*k+1} + C_{(i,j-1)}^{*k+1} - 2C_{(i,j)}^{*k+1}}{\Delta y^{*2}}
 \end{array} \right.$$

L'organigramme correspondant à ce schéma est :





**Figure IV.5.** Organigramme de calcul des paramètres d'écoulement externe

#### **IV.5.4 Raccordement entre l'écoulement externe et le milieu poreux :**

La résolution du problème couplé exige la résolution des équations des couches limite dynamique, thermique et massique pour l'écoulement externe (premier code : pour la détermination du champ de température et de concentration adimensionnelle) et l'équation de l'énergie et de changement de phase pour le milieu poreux (deuxième code : pour la détermination du champ thermique et hydrique) et faire l'interaction entre les deux code de calcul pour la déterminations des paramètres d'écoulement à l'interface : coefficient d'échange convectif et massique et température de surface (condition aux limites pour le deuxième code).

Le calcul des paramètres d'écoulement à la paroi poreuse (coefficient de transfert de masse et de chaleur et température de surface) exige la mise en œuvre d'une procédure itérative à chaque temps.

Pour faire le Raccordement thermique entre l'écoulement externe et le milieu poreux, on utilise les conditions suivantes [27] :

##### **❖ Egalité des températures :**

$$T_{ex}(x,0,t) = T_{MP}(x,0,t) ; 0 \leq x \leq L_x$$

##### **❖ Egalité des densités de flux thermique :**

$$q_{c\ ex} = q_{c\ MP}$$

$$\text{Tel que : } \begin{cases} q_{c\ ex} = h_c(T_P - T_\infty) \\ q_{c\ MP} = -\lambda_{MP} \frac{\partial T_{MP}}{\partial y} \Big|_{y=0} = -\lambda_{MP} \frac{T_{MP(i,n,k)} - T_{MP(i,n-1,k)}}{\Delta y} \Delta x \end{cases}$$

$$q_{c\ ex} = q_{c\ MP} \Rightarrow h_c(T_P - T_\infty) = -\lambda_{MP} \frac{T_{MP(i,n,k)} - T_{MP(i,n-1,k)}}{\Delta y} \Delta x$$

$$\Rightarrow h_c(x,t) = \frac{-\lambda_{MP} \frac{T_{MP(i,n,k)} - T_{MP(i,n-1,k)}}{\Delta y} \Delta x}{(T_p - T_\infty)}$$

Et pour faire le Raccordement massique entre l'écoulement externe et le milieu poreux on utilise la condition suivante :

❖ **Egalité des densités de flux massique :**

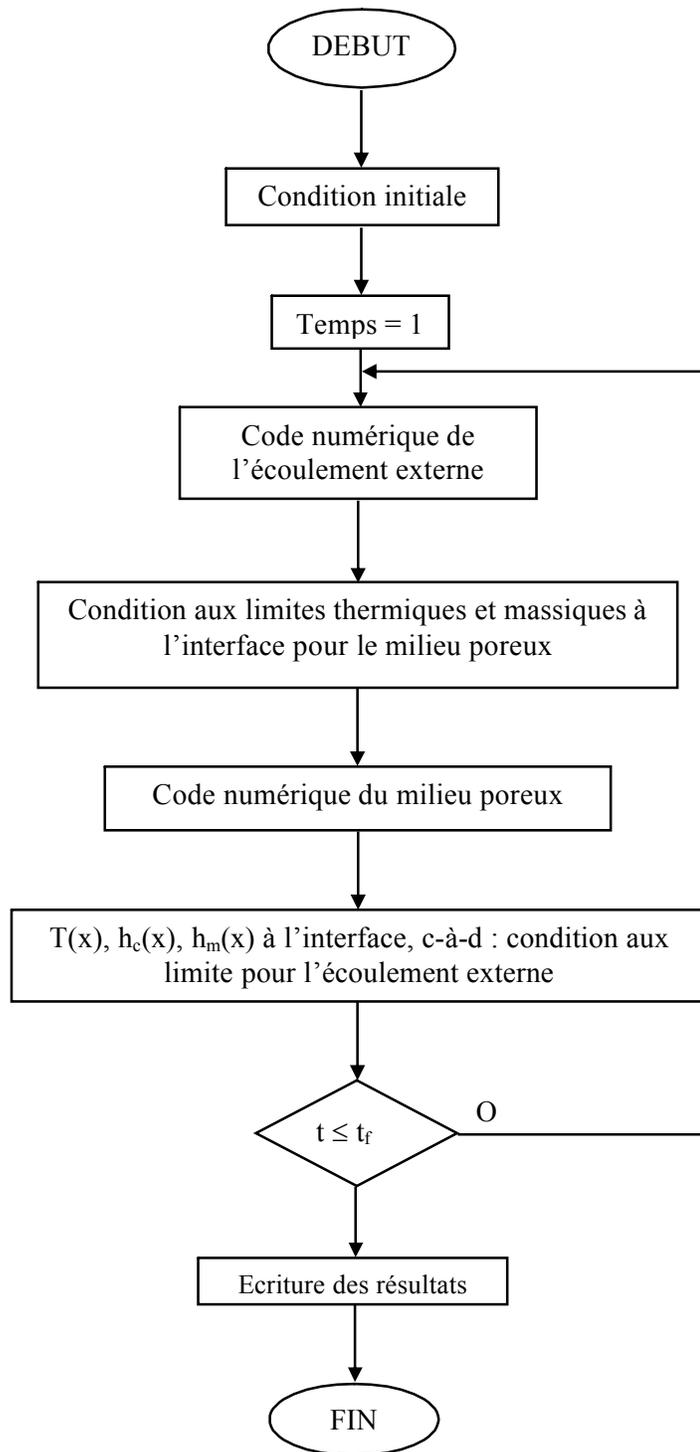
$$q_{m\ ex} = q_{m\ MP}$$

$$\text{Tel que: } \begin{cases} q_{m\ ex} = h_m (C_p - C_\infty) \\ q_{m\ MP} = D_\omega \frac{\partial \omega}{\partial y} \Big|_{y=0} + D_T \frac{\partial T_{MP}}{\partial y} \Big|_{y=0} \\ = \Delta x \cdot D_\omega \frac{\omega_{(i,n,k)} - \omega_{(i,n-1,k)}}{\Delta y} + \Delta x \cdot D_T \frac{T_{MP(i,n,k)} - T_{MP(i,n-1,k)}}{\Delta y} \end{cases}$$

$$q_{m\ ex} = q_{m\ MP} \Rightarrow h_m (C_p - C_\infty) = \Delta x \cdot D_\omega \frac{\omega_{(i,n,k)} - \omega_{(i,n-1,k)}}{\Delta y} + \Delta x \cdot D_T \frac{T_{MP(i,n,k)} - T_{MP(i,n-1,k)}}{\Delta y}$$

$$\Rightarrow h_m(x,t) = \frac{D_\omega \frac{\partial \omega}{\partial y} \Big|_{y=0} + D_T \frac{\partial T_{MP}}{\partial y} \Big|_{y=0}}{(C_p - C_\infty)} = \Delta x \cdot \frac{D_\omega \frac{\omega_{(i,n,k)} - \omega_{(i,n-1,k)}}{\Delta y} + D_T \frac{T_{MP(i,n,k)} - T_{MP(i,n-1,k)}}{\Delta y}}{(C_p - C_\infty)}$$

La résolution du problème couplé est effectuée suivant l'organigramme de la figure IV.6.



**Figure IV.6.** Organigramme de calcul des paramètres d'écoulement à l'intersection de l'écoulement externe et la paroi poreuse

Dans le troisième chapitre nous avons modélisé le problème du transfert couplé de masse et de chaleur entre une paroi poreuse et un écoulement d'air externe. Nous avons développé un code de calcul qui est basé sur la méthode de résolution (Méthode ADI) décrit au quatrième chapitre.

Ce code de calcul est développé en utilisant deux codes, le premier pour l'écoulement externe (couche limite dynamique, thermique et massique) et le deuxième pour le milieu poreux (équations de l'énergie et de changement de phase).

Dans ce chapitre, nous allons présenter et interpréter les résultats obtenus après résolution.

Les résultats présentés ont été classés en quatre catégories. La première concerne l'écoulement externe, la deuxième traite le milieu poreux et la troisième partie est relative aux paramètres d'écoulement à l'interface (coefficient d'échange convectif, coefficient de transfert de masse, température de la surface) pour des coefficients de diffusion donnés par la littérature. Et la quatrième sur l'influence des paramètres de structure (coefficient de diffusion) sur les effets d'interaction entre l'écoulement externe et la paroi poreuse.

### **V.1 PRESENTATION ET INTERPRETATION DES RESULTATS :**

Nous présentons et commentons dans ce qui suit les résultats obtenus pour les conditions suivantes :

Les propriétés de l'air (fluide externe) sont :

$$\lambda_{\text{ex}} = 2.65 \times 10^{-2} \text{ W/m K.}$$

$$\text{Pr} = 0.70734.$$

$$\text{Sc} = 0.70734.$$

$$T_{\infty} = 30 \text{ }^{\circ}\text{C.}$$

La vitesse d'aspiration adimensionnelle,  $V^*$  est choisie de telle sorte à satisfaire la condition [14] :  $V^* < \frac{1}{\sqrt{Re}}$ , qui nous permet de considérer que les effets de viscosité n'atteignent pas l'écoulement potentiel loin de la paroi. On a choisi  $V^*$  égale à 0,  $10^{-4}$  et  $10^{-3}$  pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et  $10^4$ .

Les propriétés du milieu poreux sont :

$$L_x = 5 \text{ cm}$$

$$L_y = 20 \text{ cm}$$

$$\lambda_{MP} = 0.5 \text{ W/m K.}$$

$$\alpha = 25 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s.}$$

$$T_0 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_1 = 10 \text{ }^\circ\text{C (température de la partie inférieure du milieu poreux en } y = L_y).$$

$$\omega_0 = 0.02 \%$$

$$C_\infty = 0.02275 \text{ kg/m}^3$$

$$D_w = 5.10^{-9} \text{ m}^2/\text{s K}$$

$$D_T = 25.10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$$

Et pour la partie **V.1.4** :

$$D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$$

$$D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$D_{wpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s K}$$

$$D_{Tpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$$

### **V.1.1 Etude de l'écoulement externe :**

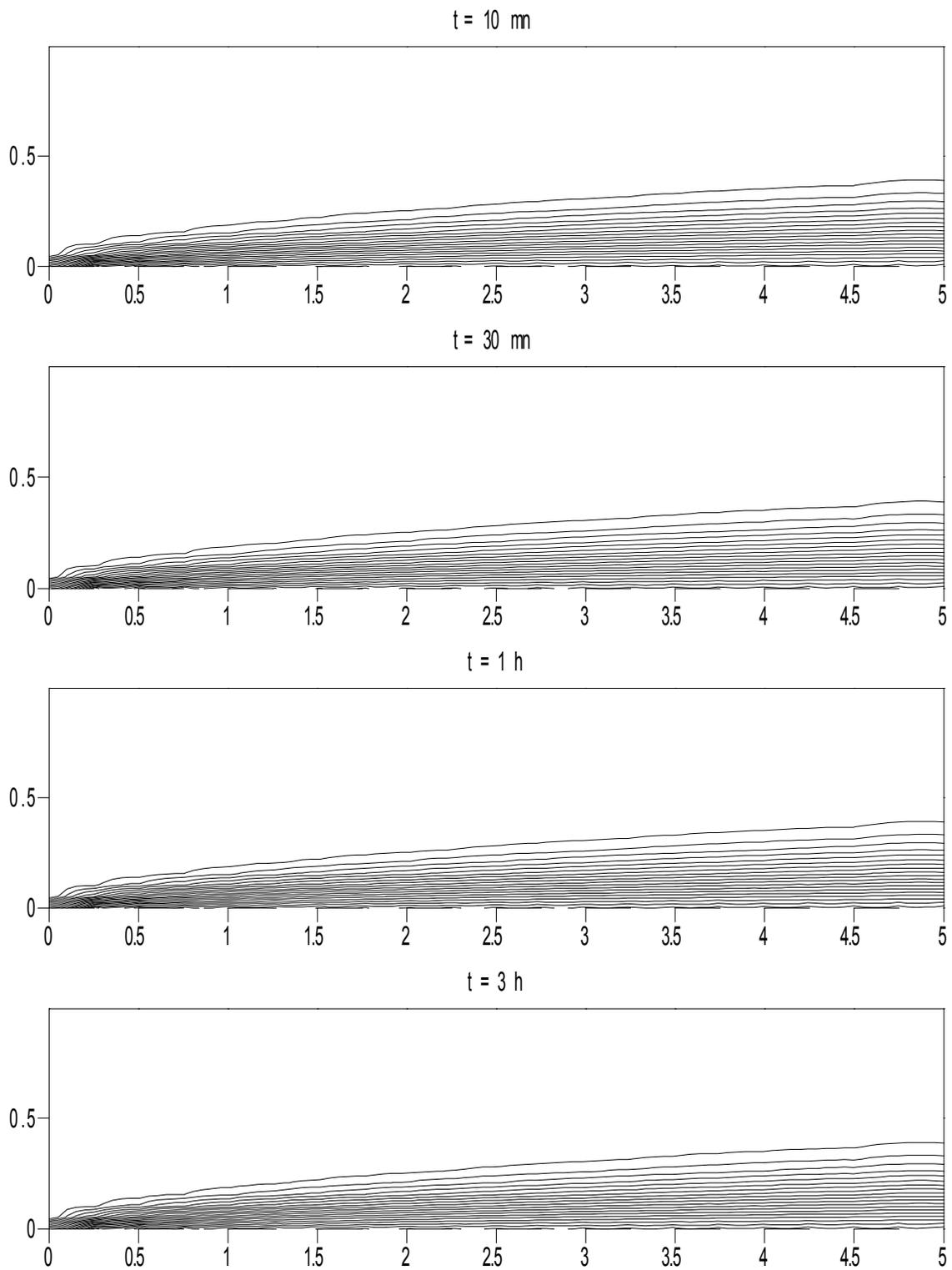
Nous allons présenter dans cette partie les isothermes et les isoconcentrations de l'écoulement d'air externe qui sont obtenues par résolution des équations des couches limites dynamique, thermique et massique pour différents nombres de Reynolds et pour différentes vitesses d'aspiration.

Les isothermes et les isoconcentrations ont les mêmes allures car les valeurs du nombre de Reynolds  $Re$  et du nombre de Schmidt  $Sc$  sont égales.

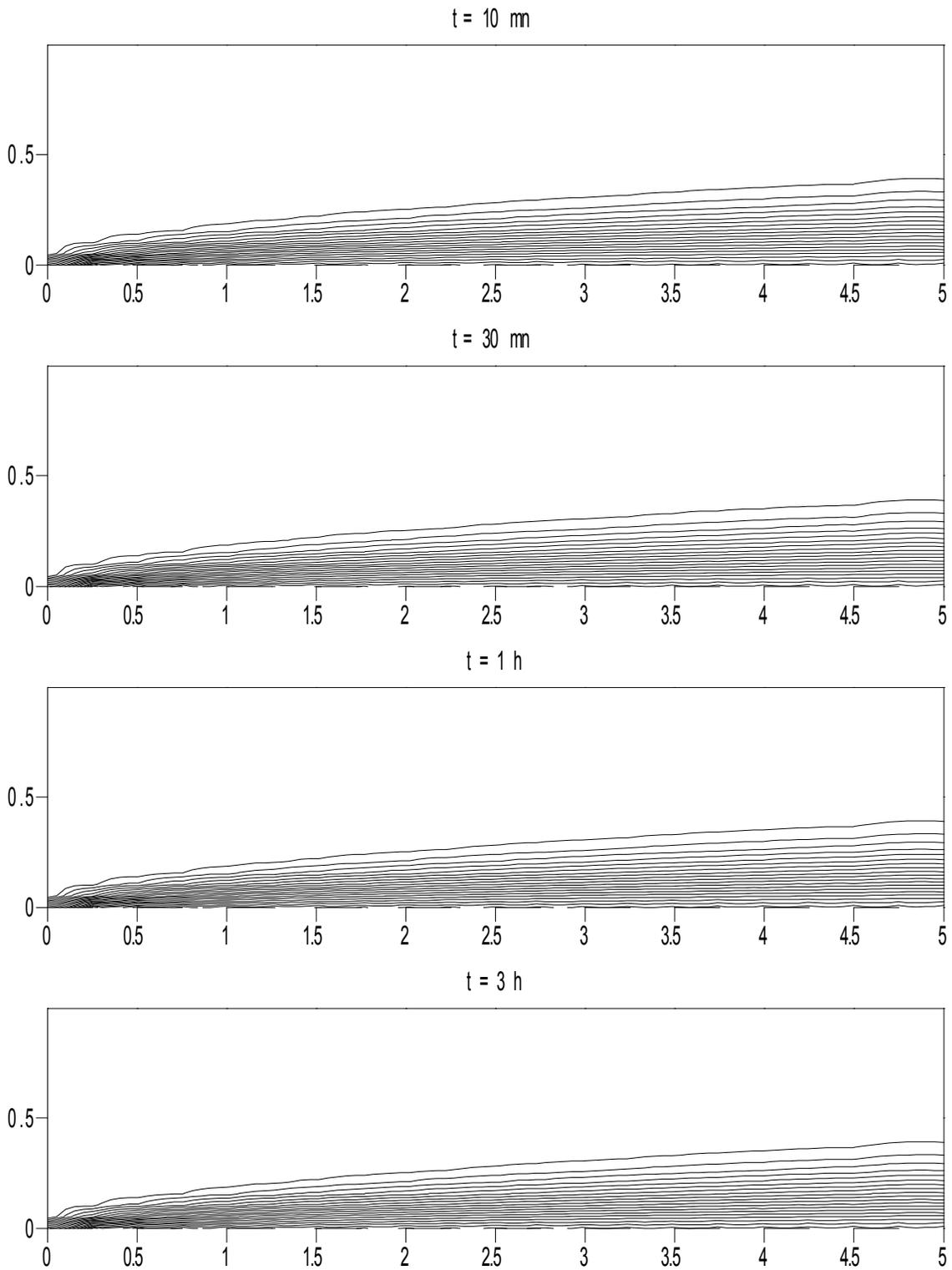
Les figures (V.1), (V.2) et (V.3) représentent respectivement l'évolution des isothermes et des isoconcentration pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égale à : 0,  $-10^{-4}$ , et  $-10^{-3}$  et pour des temps allant de 10 mn à 3 h. On peut noter la diminution (même si elle est légère) des épaisseurs des couches limite thermique et massique lorsque la vitesse d'aspiration augmente.

Les figures (V.4), (V.5) et (V.6) représentent respectivement l'évolution des isothermes et isoconcentration pour un nombre de Reynolds égale à  $10^4$  et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égale à : 0,  $-10^{-4}$  et  $-10^{-3}$  et pour des temps allant de 10 mn à 3 h. On peut noter la diminution (même si elle est légère) des épaisseurs des couches limite thermique et massique par augmentation de la vitesse d'aspiration.

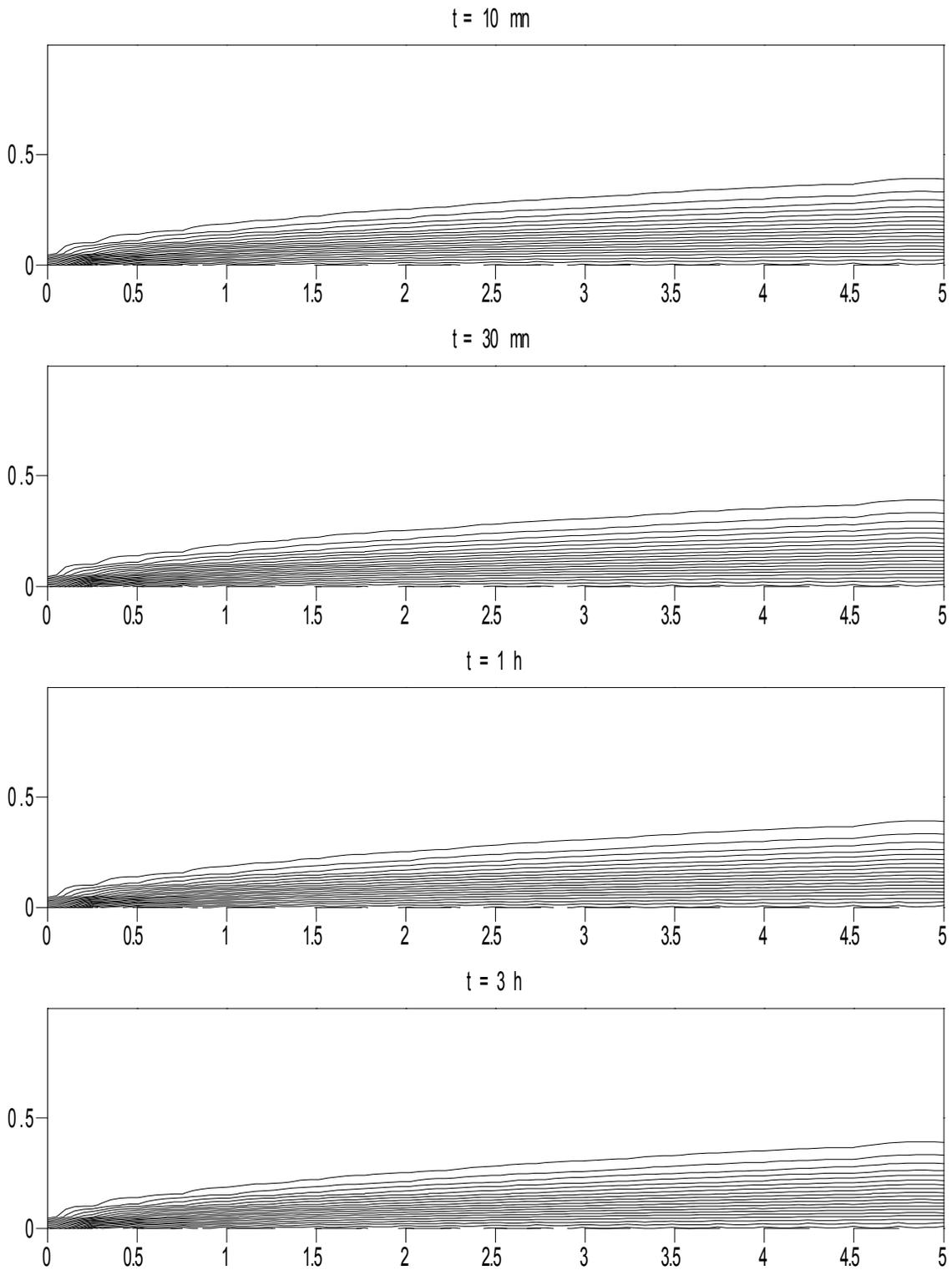
On peut noter aussi une diminution des épaisseurs des couches limite thermique et massique on augmente respectivement le nombre de Reynolds et de Schmidt.



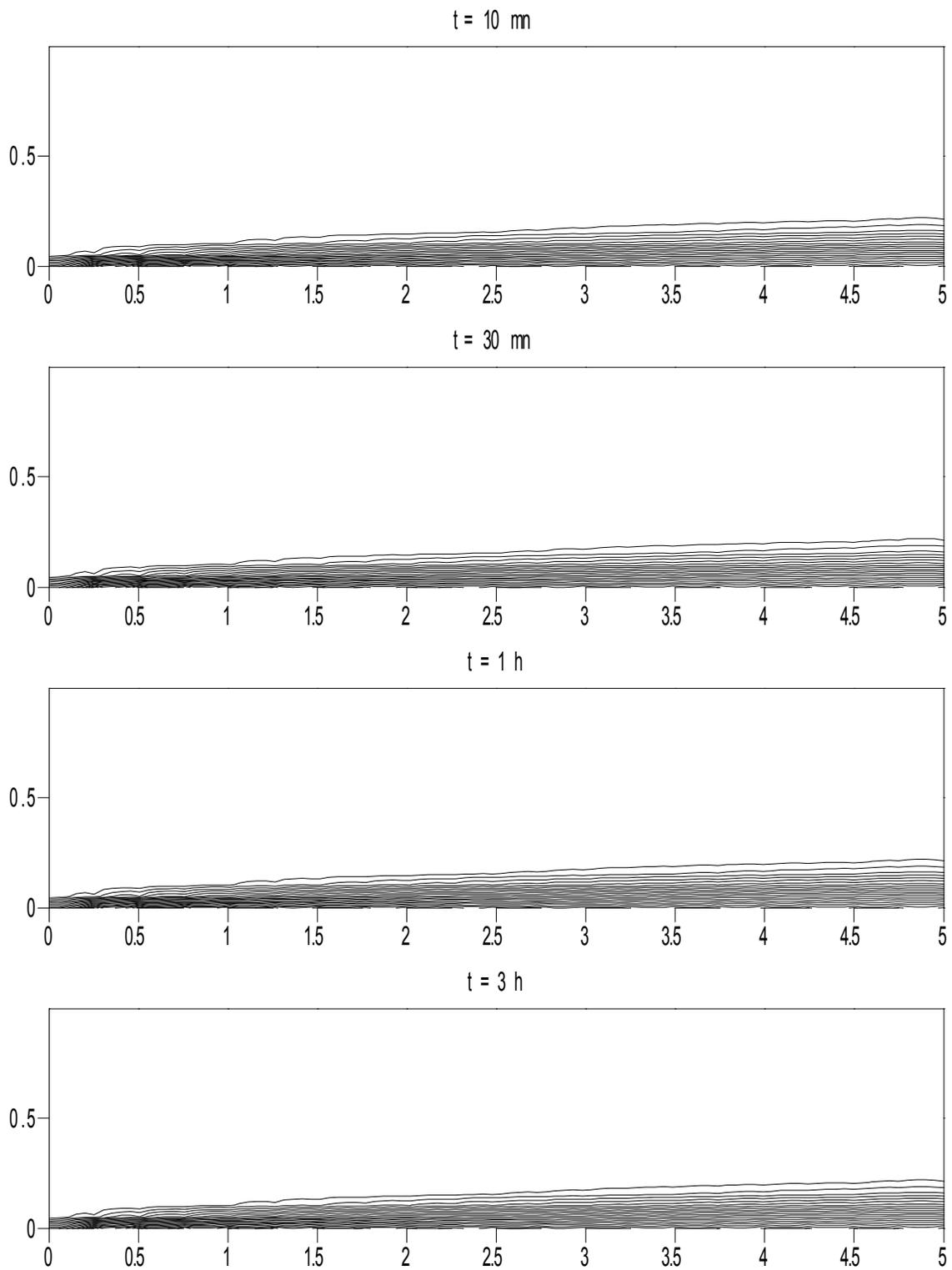
**Figure V.1. Isothermes et isoconcentration de l'écoulement externe pour  $Re = 3000$  et  $V^* = 0$  à différents instants**



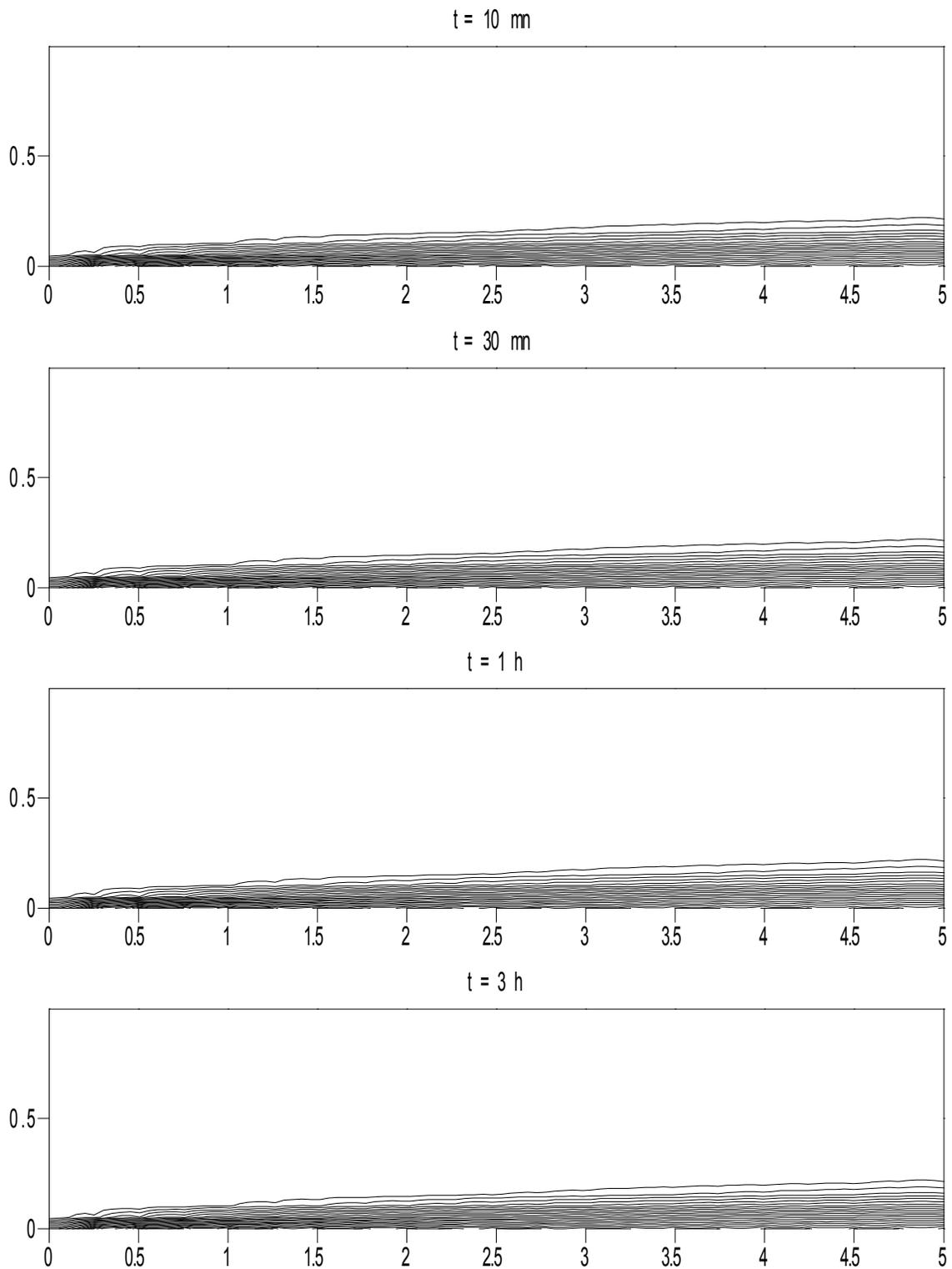
**Figure V.2. Isothermes et isoconcentration de l'écoulement externe pour  $Re = 3000$  et  $V^* = -10^{-4}$  à différents instants**



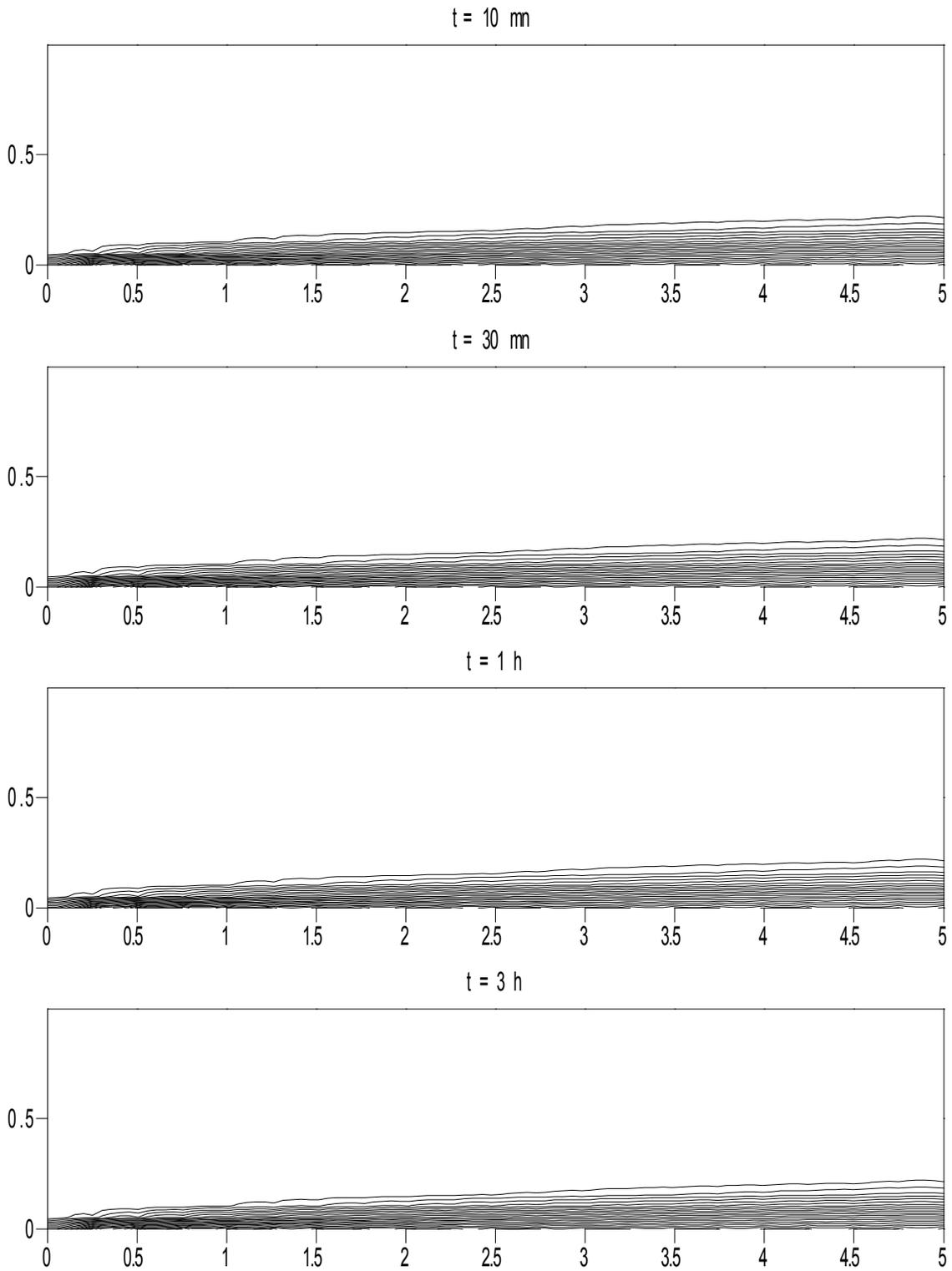
**Figure V.3. Isothermes et isoconcentration de l'écoulement externe pour  $Re = 3000$  et  $V^* = -10^{-3}$  à différents instants**



**Figure V.4. Isothermes et isoconcentration de l'écoulement externe pour  $Re = 10000$  et  $V^* = 0$  à différents instants**



**Figure V.5. Isothermes et isoconcentration de l'écoulement externe pour  $Re = 10000$  et  $V^* = -10^{-4}$  à différents instants**



**Figure V.6. Isothermes et isoconcentration de l'écoulement externe pour  $Re = 10000$  et  $V^* = -10^{-3}$  à différents instants**

**V.1.2 Etude du Milieu poreux :**

Les résultats sont classés en deux catégories : la première traite la partie thermique et la seconde la partie massique.

**V.1.2.1 Etude thermique du Milieu poreux :**

Les résultats de la partie thermique sont classés en deux types : le premier est relatif aux isothermes dans le milieu poreux et le deuxième concerne la température unidimensionnelle du milieu poreux.

La distribution de la température du milieu poreux est obtenue par la résolution de l'équation de la chaleur pour différents nombres de Reynolds de l'écoulement externe et pour différentes vitesses d'aspiration en utilisant un coefficient d'échange convectif qui est obtenu par l'interaction.

La température unidimensionnelle est calculée comme suit :

$$T_u(y,t) = \frac{1}{L_x} \int_0^{L_x} T(x,y,t) dx \quad (V.1)$$

Le tracé de la température unidimensionnelle permet de déterminer le régime permanent.

Les figures (V.7), (V.8) et (V.9) représentent respectivement l'évolution des isothermes dans le milieu poreux pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et pour des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales à : 0,  $-10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et le temps passe de 1 h à 3 J.

Les figures (V.10), (V.11) et (V.12) représentent respectivement l'évolution des isothermes dans le milieu poreux pour un nombre de Reynolds égale à  $10^4$  et pour des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales à : 0,  $-10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et le temps passe de 1 h à 3 J.

D'après ces isothermes, on peut noter l'effet du bord d'attaque, c'est-à-dire que la densité de flux de chaleur est particulièrement élevée dans la zone du bord d'attaque thermique. En dehors d'une très petite zone au voisinage du bord d'attaque, les gradients de températures suivant x sont faibles comparés aux gradients suivant y.

Si on augmente le nombre de Reynolds, les gradients de température suivant  $x$  diminuent et la température du milieu poreux augmente.

Les figures (V.13), (V.14) et (V.15) représentent respectivement l'évolution de la température unidimensionnelle du milieu poreux pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et pour des vitesses d'aspiration adimensionnelle égale à : 0,  $-10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et le temps passe de 30 mn à 3 J.

Les figures (V.16), (V.17) et (V.18) représentent respectivement l'évolution de la température unidimensionnelle du milieu poreux pour un nombre de Reynolds égale à  $10^4$  et pour des vitesses d'aspiration adimensionnelle égale à : 0,  $-10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et le temps passe de 30 mn à 3 J.

On peut noter une légère diminution de la température unidimensionnelle du milieu poreux lorsque la vitesse d'aspiration augmente, et si on augmente le nombre de Reynolds la température unidimensionnelle augmente.

Le régime permanent est atteint après trois jours.

A partir des résultats obtenus, il est clair qu'une simulation monodimensionnelle est suffisante pour calculer les profils verticaux hors zone du bord d'attaque dès que la surface d'échange milieu poreux-écoulement externe est suffisamment étendue en  $x$  pour que la zone du bord d'attaque proprement dite ne concerne qu'une petite partie de cette zone d'échange.

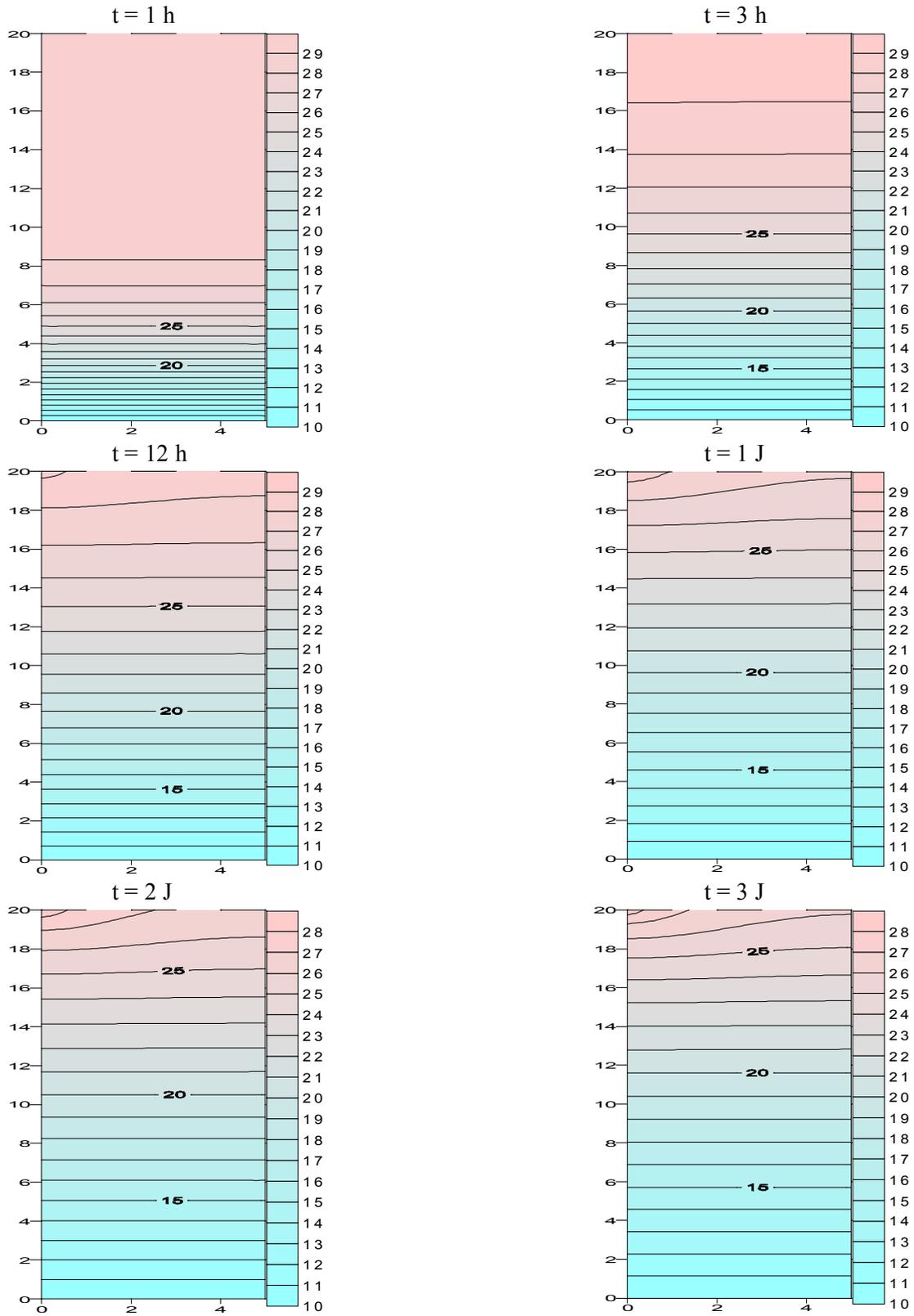


Figure V.7. Isothermes du milieu poreux pour  $Re = 3000$  et  $V^* = 0$  à différents instants

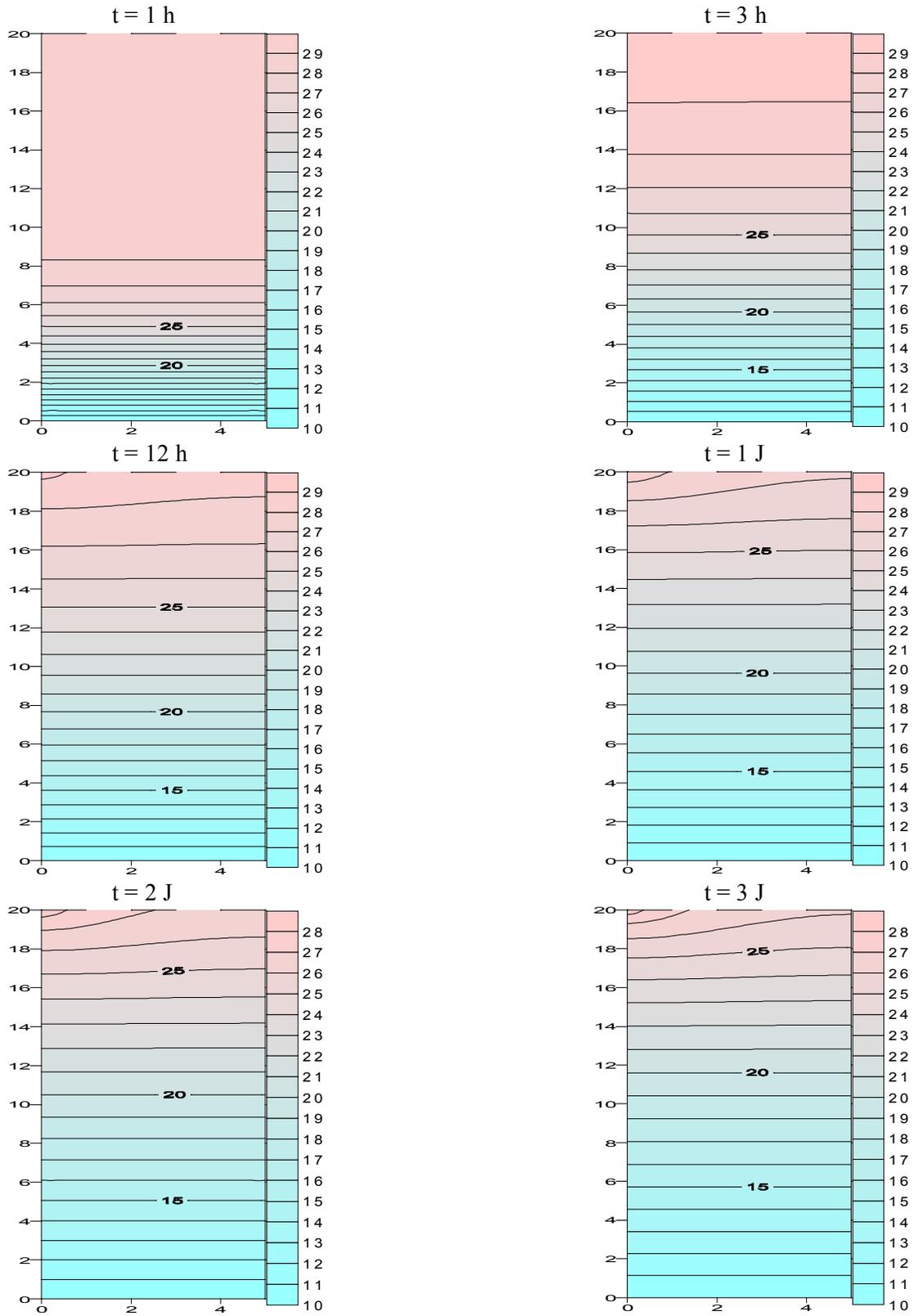


Figure V.8. Isothermes du milieu poreux pour  $Re = 3000$  et  $V^* = -10^{-4}$  à différents instants

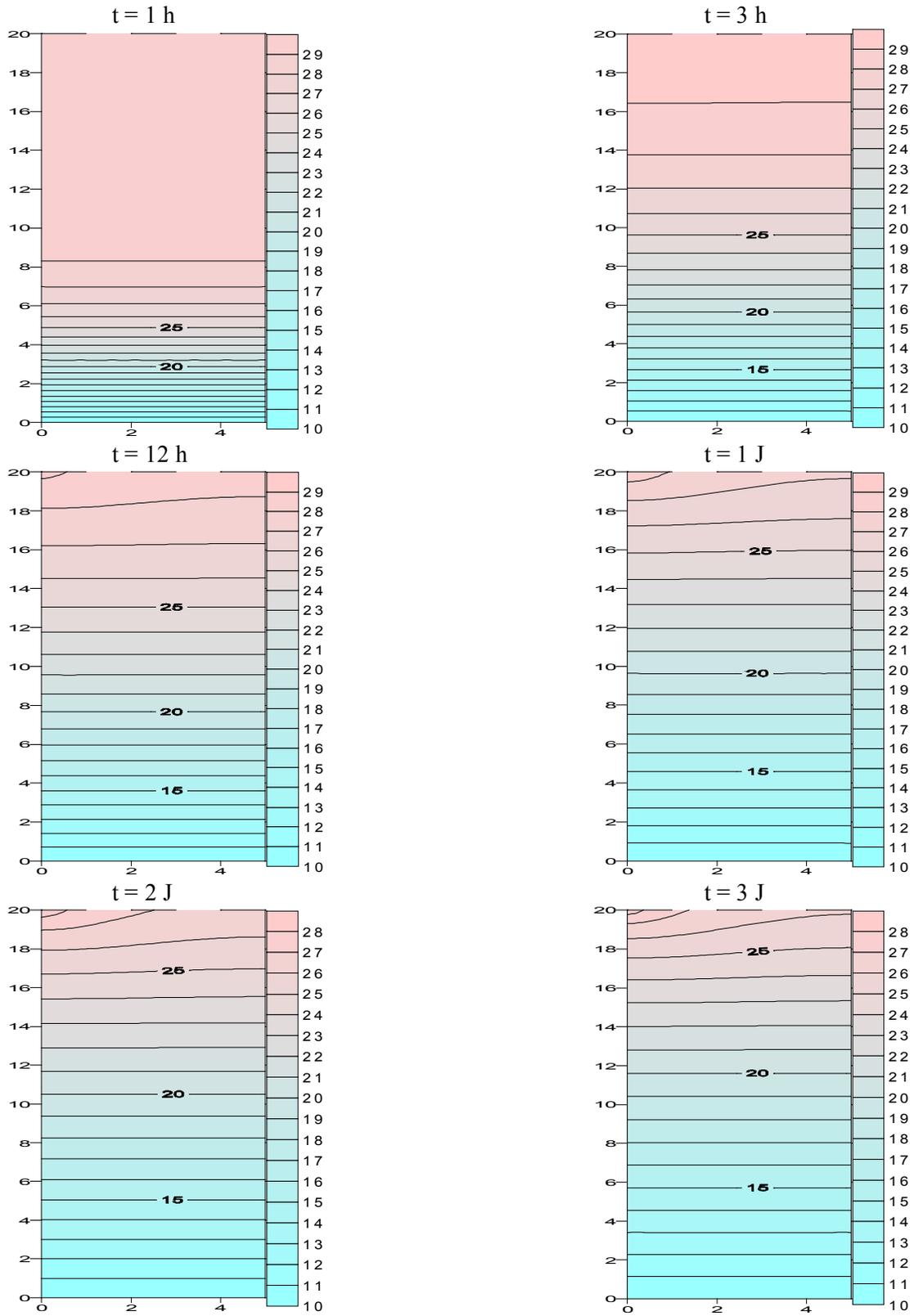


Figure V.9. Isothermes du milieu poreux pour  $Re = 3000$  et  $V^* = -10^{-3}$  à différents instants

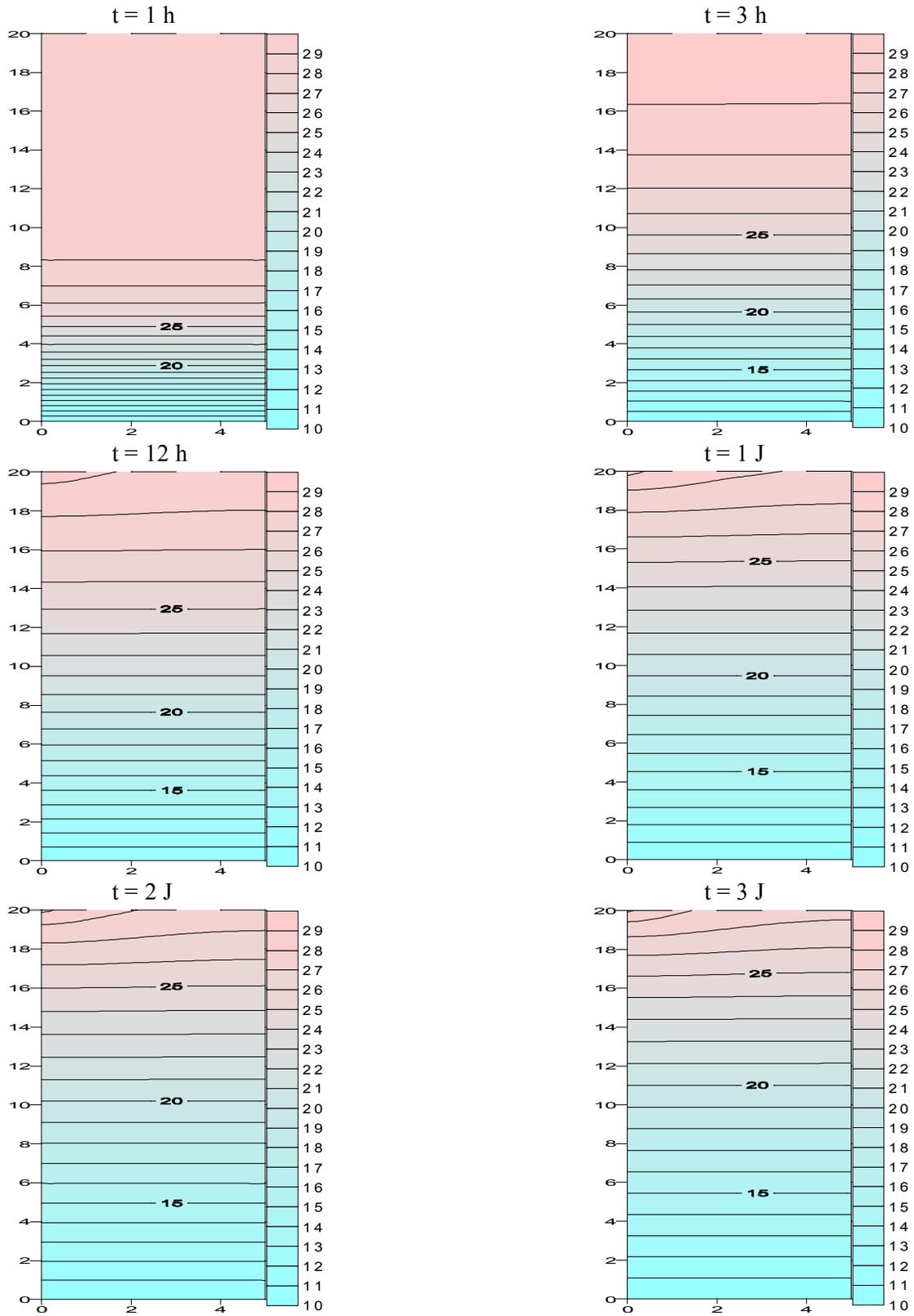


Figure V.10. Isothermes du milieu poreux pour  $Re = 10000$  et  $V^* = 0$  à différents instants

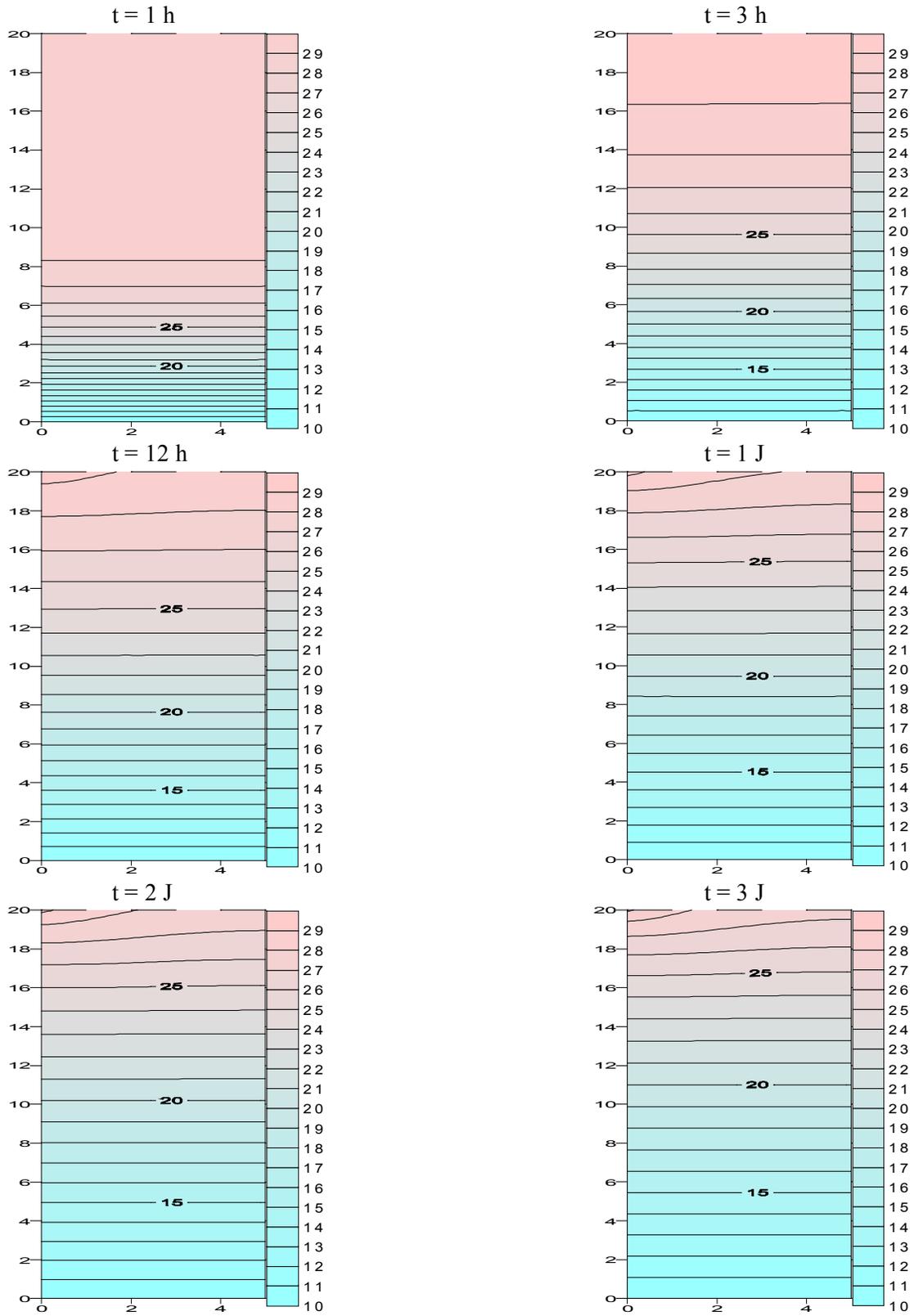


Figure V.11. Isothermes du milieu poreux pour  $Re = 10000$  et  $V^* = -10^{-4}$  à différents instants

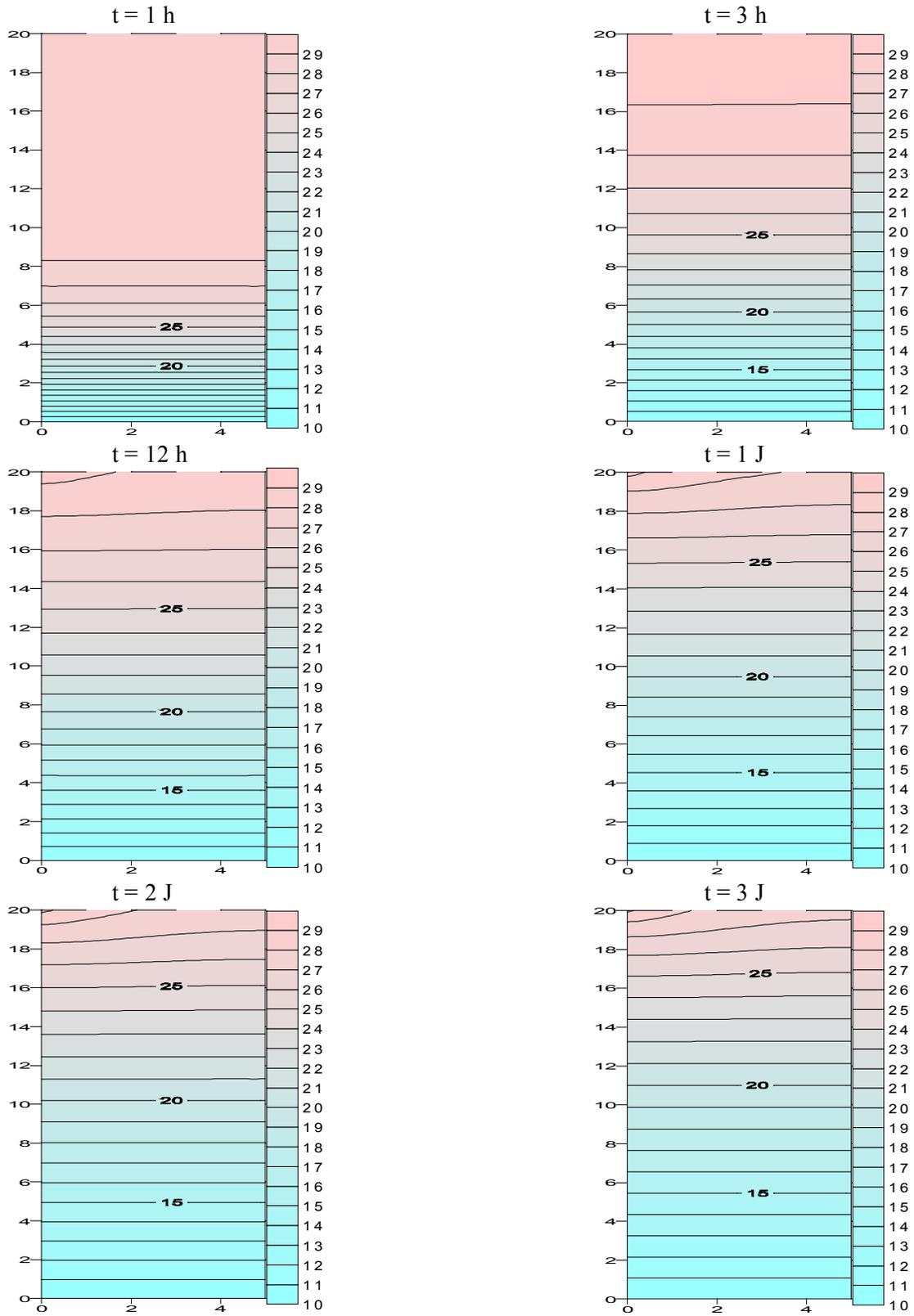
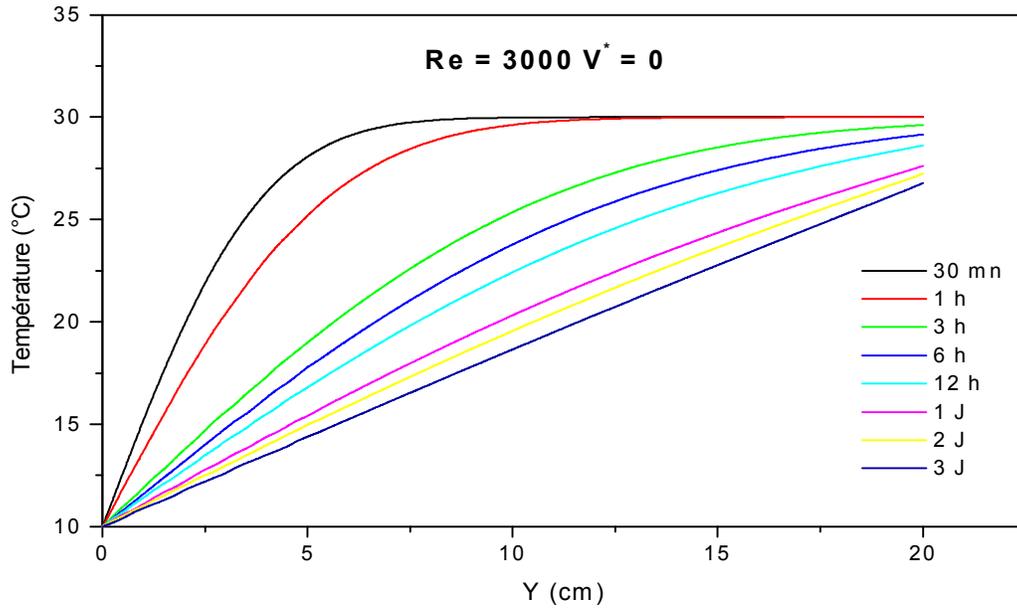
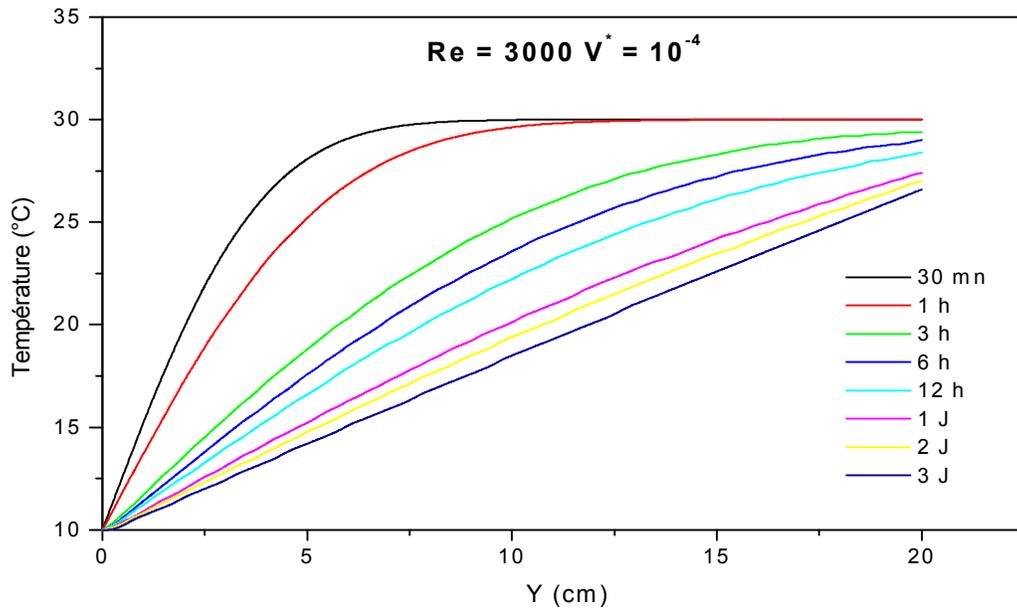


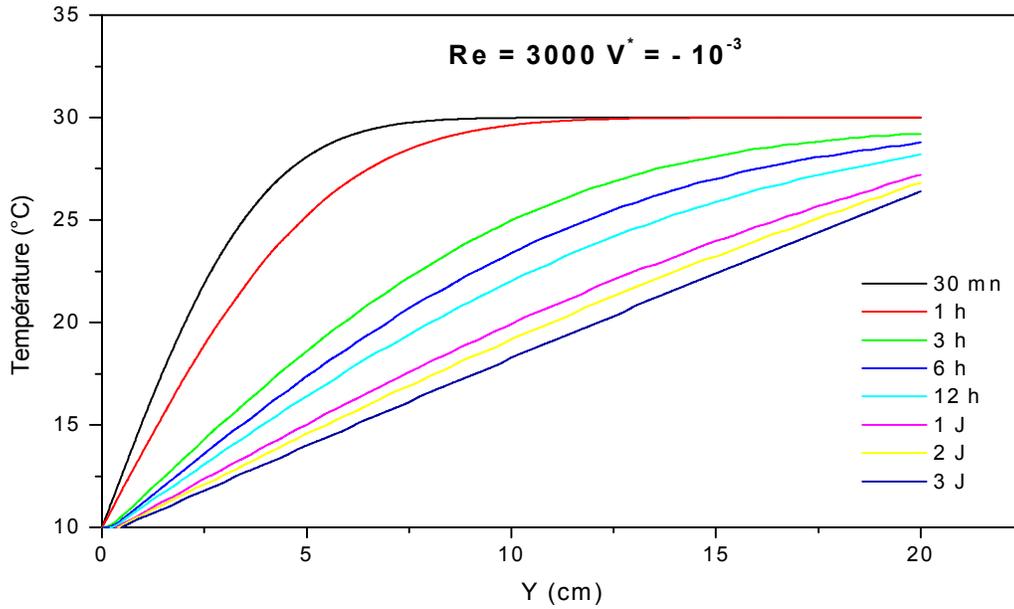
Figure V.12. Isothermes du milieu poreux pour  $Re = 10000$  et  $V^* = -10^{-3}$  à différents instants



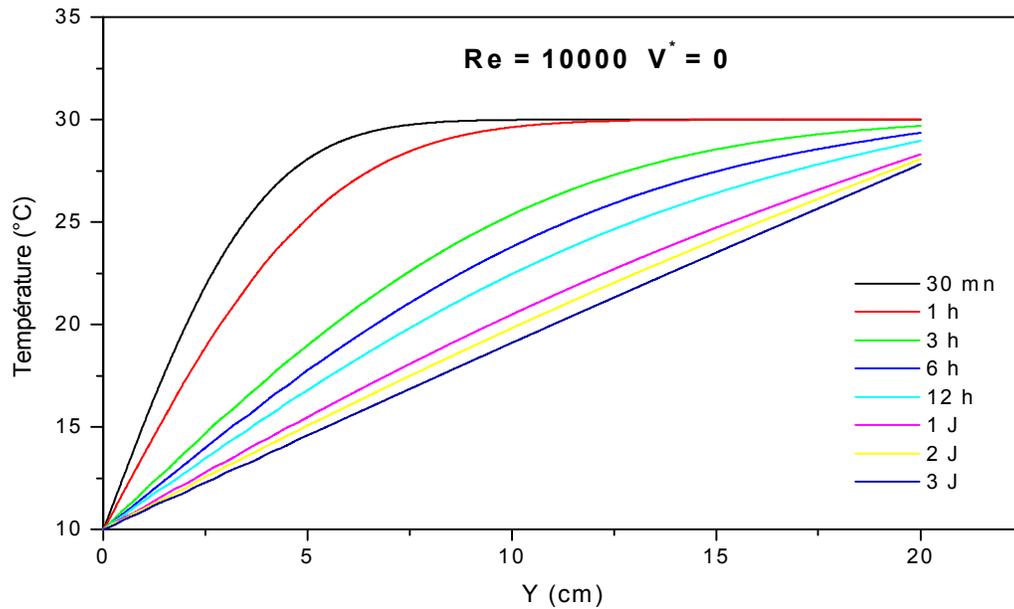
**Figure V.13. Evolution spatiale de la température unidimensionnelle du milieu poreux pour différents temps et pour  $Re = 3000$  et  $V^* = 0$**



**Figure V.14. Evolution spatiale de la température unidimensionnelle du milieu poreux pour différents temps et pour  $Re = 3000$  et  $V^* = -10^{-4}$**



**Figure V.15. Evolution spatiale de la température unidimensionnelle du milieu poreux pour différents temps et pour  $Re = 3000$  et  $V^* = -10^{-3}$**



**Figure V.16. Evolution spatiale de la température unidimensionnelle du milieu poreux pour différents temps et pour  $Re = 10000$  et  $V^* = 0$**

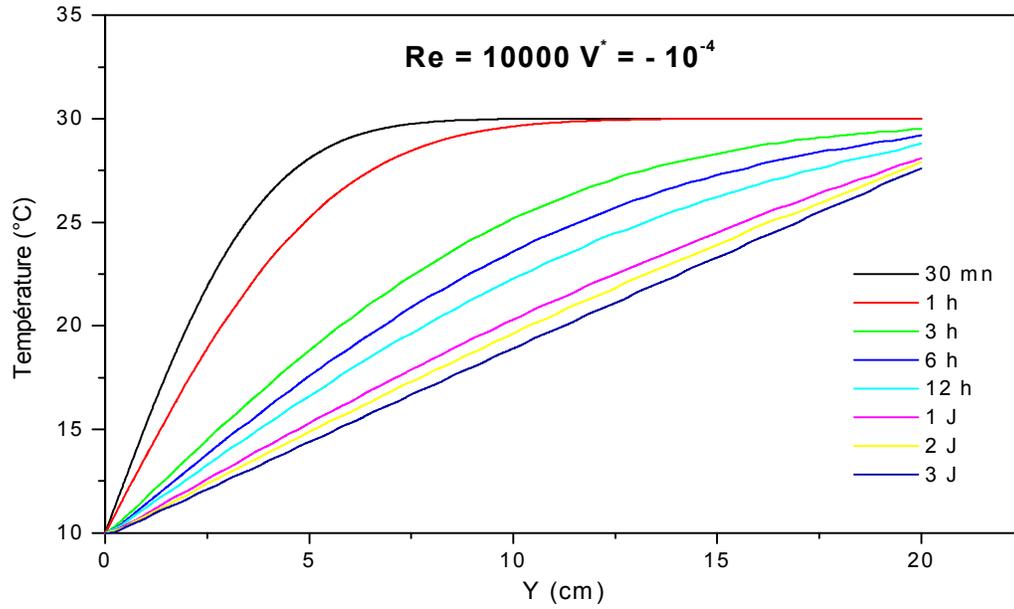


Figure V.17. Evolution spatiale de la température unidimensionnelle du milieu poreux pour différents temps et pour  $Re = 10000$  et  $V^* = -10^{-4}$

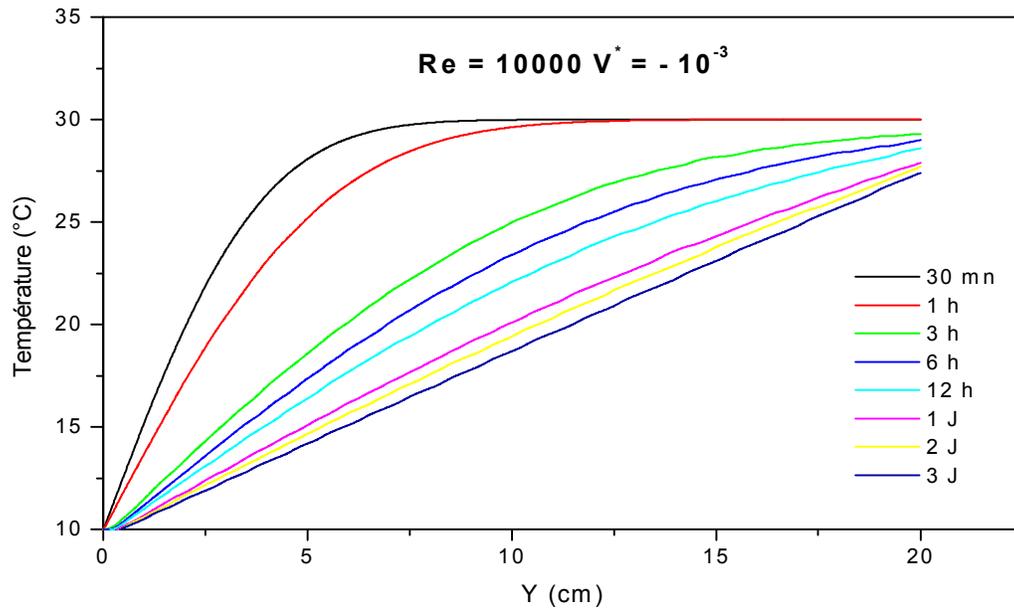


Figure V.18. Evolution spatiale de la température unidimensionnelle du milieu poreux pour différents temps et pour  $Re = 10000$  et  $V^* = -10^{-3}$

### **V.1.2.2 Etude massique du Milieu poreux :**

La distribution de la teneur en eau est obtenue par résolution de l'équation de changement de phase pour différents nombres de Reynolds de l'écoulement externe et pour différentes vitesses d'aspiration en utilisant un coefficient de transfert de masse qui est obtenu par l'interaction.

Les figures (V.19), (V.20) et (V.21) représentent respectivement l'évolution des isoteneurs en eau dans le milieu poreux pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et pour des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales à : 0,  $-10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et le temps passe de 1 h à 3 J.

Les figures (V.22), (V.23) et (V.24) représentent respectivement l'évolution des isoteneurs en eau dans le milieu poreux pour un nombre de Reynolds égale à  $10^4$  et pour des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales à : 0,  $-10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et le temps passe de 1 h à 3 J.

D'après ces isoteneurs en eau, on peut noter l'effet du bord d'attaque, c'est-à-dire que la densité de flux de masse est particulièrement élevée dans la zone du bord d'attaque.

On note une légère augmentation de la teneur en eau du milieu poreux lorsque la vitesse d'aspiration augmente, et si on augmente le nombre de Reynolds la teneur en eau du milieu poreux diminue.

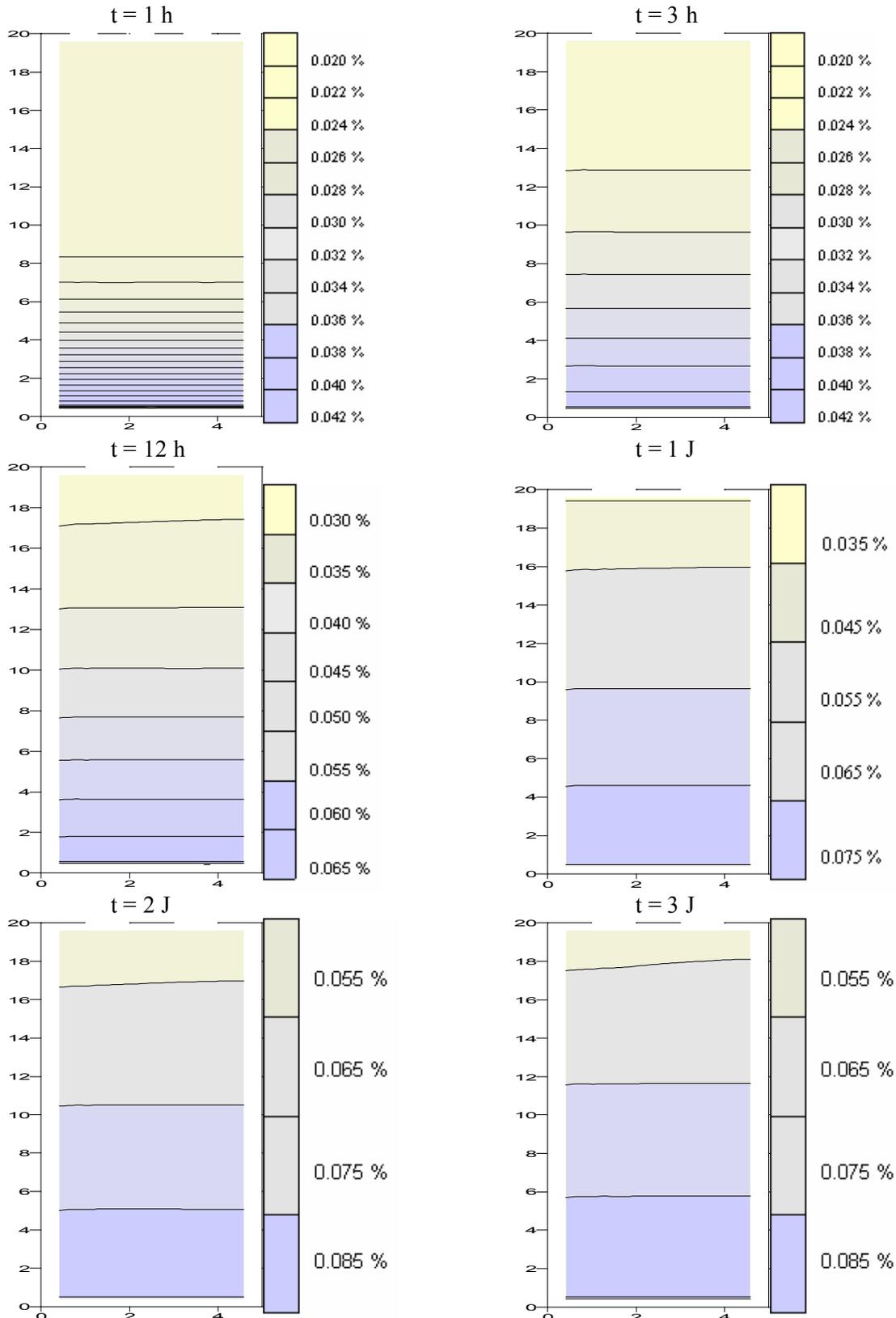


Figure V.19. Isothermes en eau du milieu poreux pour  $Re = 3000$  et  $V^* = 0$  à différents instants

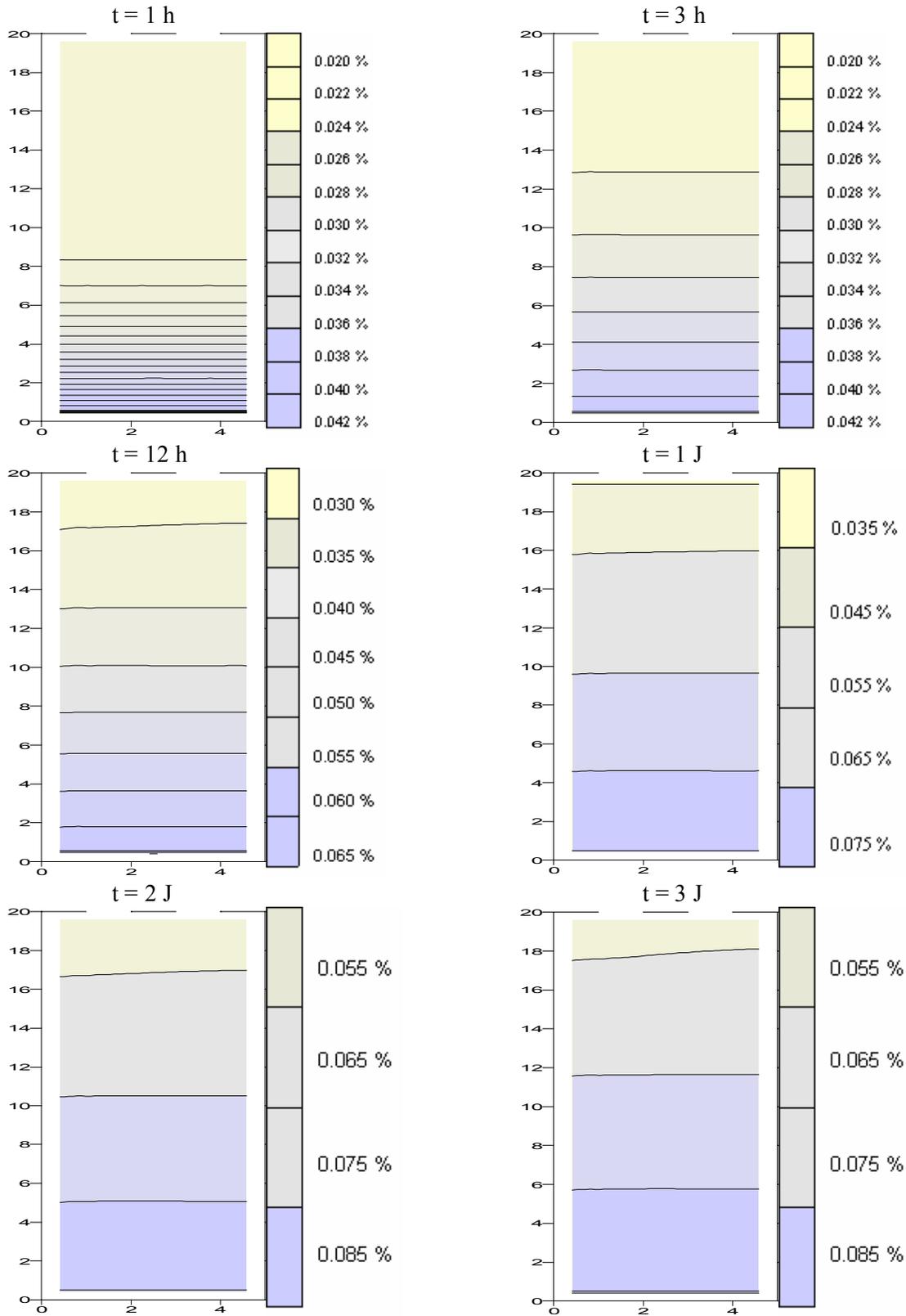


Figure V.20. Isoteneurs en eau du milieu poreux pour  $Re = 3000$  et  $V^* = -10^{-4}$  à différents instants

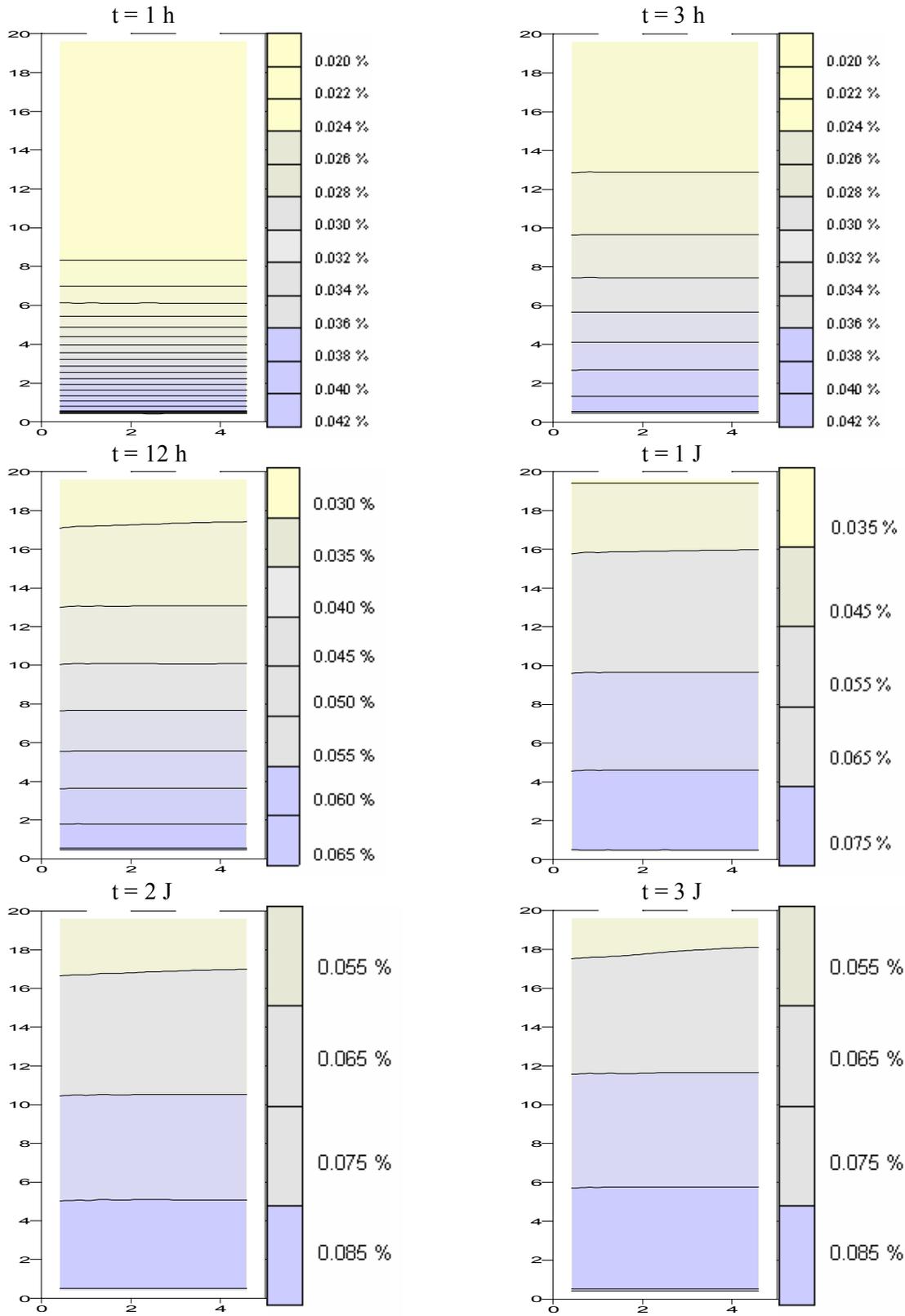


Figure V.21. Isoneurs en eau du milieu poreux pour  $Re = 3000$  et  $V^* = -10^{-3}$  à différents instants

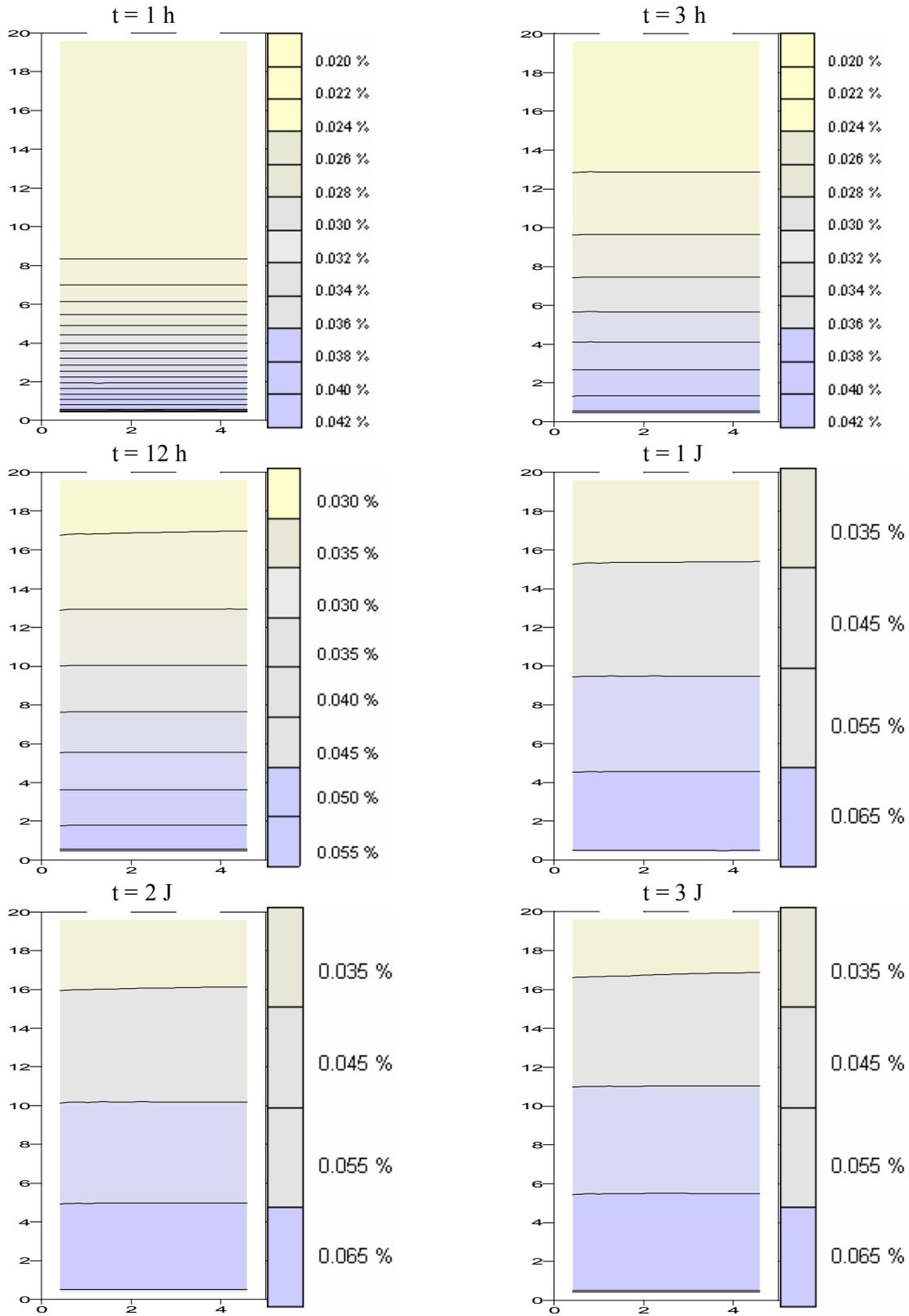


Figure V.22. Isoteneurs en eau du milieu poreux pour  $Re = 10000$  et  $V^* = 0$  à différents instants

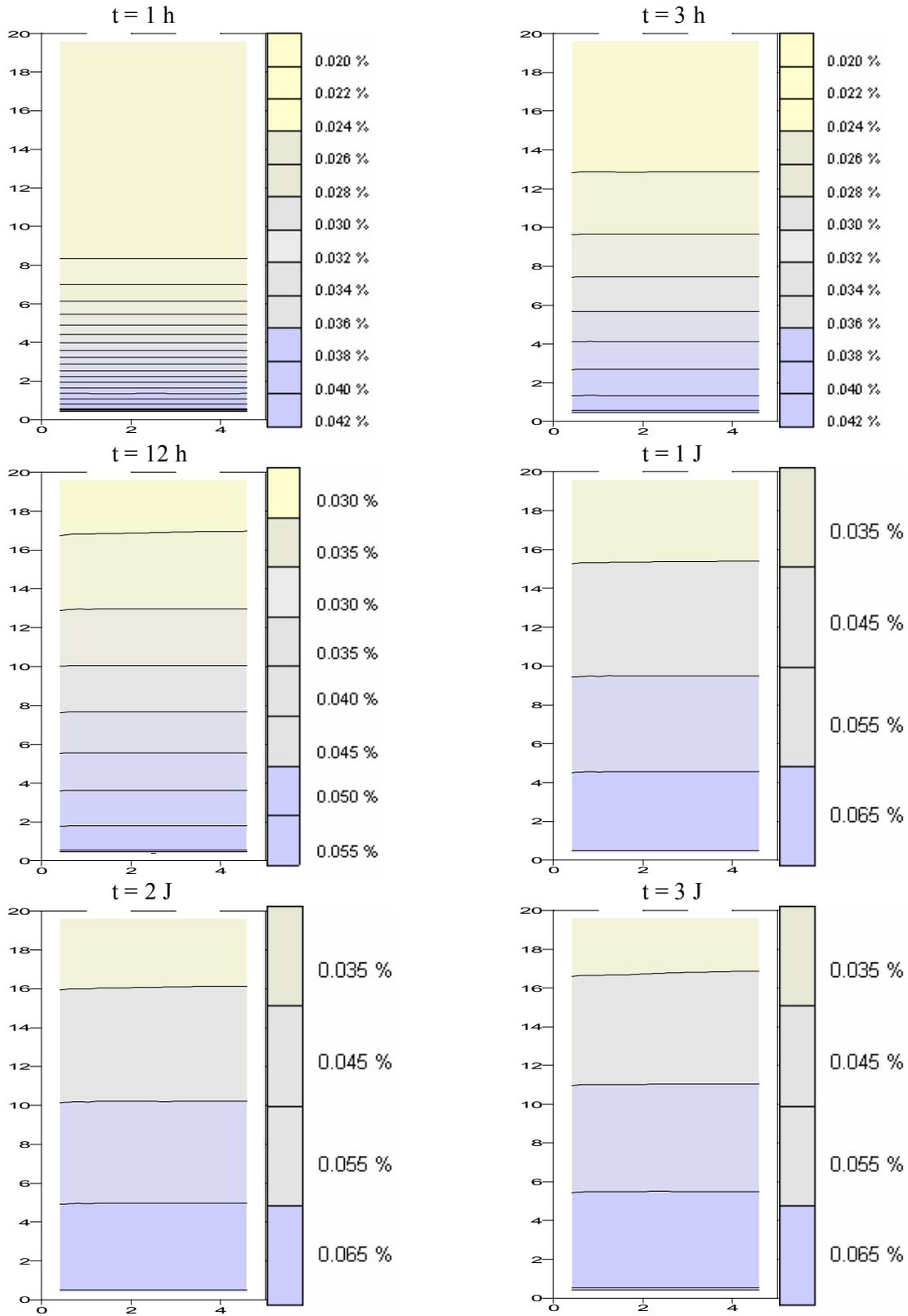


Figure V.23. Isoteneurs en eau du milieu poreux pour  $Re = 10000$  et  $V^* = -10^{-4}$  à différents instants

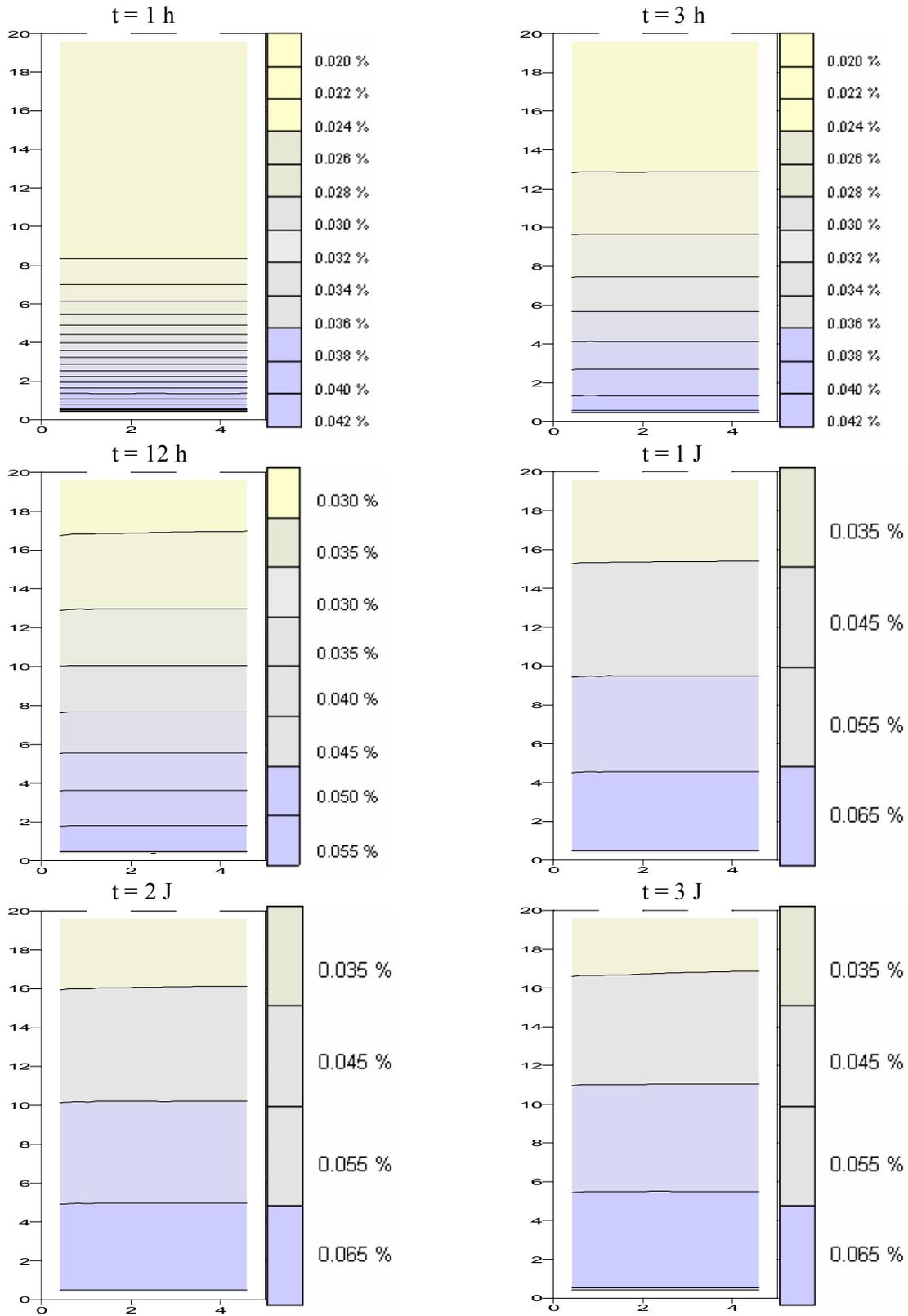


Figure V.24. Isoteneurs en eau du milieu poreux pour  $Re = 10000$  et  $V^* = -10^{-3}$  à différents instants

**V.1.3 Etude des paramètres d'écoulement à l'interface :**

De la même façon que le paragraphe précédent les résultats sont classés en deux catégories : la première traite la partie thermique et la deuxième la partie massique.

**V.1.3.1 Etude des paramètres thermiques d'écoulement à l'interface :**

Les résultats présentés sont relatifs aux coefficients d'échange convectif et à la température de surface. Ils sont obtenus en prenant en considération l'interaction entre l'écoulement externe et le milieu poreux pour différents nombres de Reynolds de l'écoulement externe et pour différentes vitesses d'aspirations.

On a représenté sur les graphes d'évolution spatio-temporelle du coefficient d'échange convectif, la variation de ce coefficient à différents instants allant de 30mn à 3 J et les valeurs de  $h_{c \text{ emp}}$  et  $h_{c \text{ moy}}$  qui est calculés comme suit :

$$h_{c \text{ moy}} = \frac{1}{L_x} \int_0^{L_x} h_c(x) dx = \frac{\sum_{i=1}^n h_c(i)}{n} \quad (\text{V.1})$$

La figure (V.25) représente l'évolution du coefficient d'échange convectif obtenue par M.Prat [2], pour une vitesse  $U_\infty = 1 \text{ m/s}$  et une température initiale  $T_0 = 10 \text{ }^\circ\text{C}$  avec  $T_\infty = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  après 1 heure (M.Prat à considérer la partie inférieure du milieu poreux adiabatique).

Les figures (V.26), (V.27) et (V.28) représentent respectivement l'évolution du coefficient d'échange convectif pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales : 0,  $-10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et pour des temps allant de 30 mn à 3 J.

Les figures (V.29), (V.30) et (V.31) représentent respectivement l'évolution du coefficient d'échange convectif pour un nombre de Reynolds égale à  $10^4$  et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales : 0,  $-10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et pour des temps allant de 30 mn à 3 J.

L'ensemble des figures représentatives du coefficient d'échange convectif montre un profil hyperbolique de ce dernier (h diminue quand x augmente), on peut noter également l'effet du bord d'attaque, (c'est-à-dire une grande valeur du coefficient d'échange au niveau

du bord d'attaque) d'où une valeur élevée de la densité de flux de chaleur à cette zone, ce qui est en accord avec la deuxième partie (Milieu poreux).

Du point de vue temporel, on ne note pas une évolution sensible de ce coefficient au cours du processus.

Si on augmente le nombre de Reynolds, la valeur du coefficient d'échange convectif augmente (donc un bon échange de chaleur si on augmente la vitesse de l'écoulement externe  $U_\infty$ ), d'où l'augmentation de la température du milieu poreux. On peut noter aussi une légère diminution de la valeur du coefficient d'échange convectif si la vitesse d'aspiration augmente, d'où la diminution légère de la température du milieu poreux.

Les figures (V.32), (V.33) et (V.34) représentent respectivement l'évolution des températures de surface pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales : 0,  $-10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et pour des temps allant de 30 mn à 3 J.

Les figures (V.35), (V.36) et (V.37) représentent respectivement l'évolution des températures de surface pour un nombre de Reynolds égale à  $10^4$  et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales : 0,  $-10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et pour des temps allant de 30 mn à 3 J.

La figure (V.38) représente l'évolution de la température à l'interface obtenue par M.Prat [2], pour une vitesse  $U_\infty = 1\text{m/s}$  et une température initiale  $T_0 = 10\text{ }^\circ\text{C}$  avec  $T_\infty = 20\text{ }^\circ\text{C}$  à quatre instants différents (M.Prat à considérer la partie inférieure du milieu poreux adiabatique).

L'analyse des résultats donnés par les figures ci-dessous, montre que si on augmente le nombre de Reynolds, la température de la surface augmente, ce qui est en accord avec la deuxième partie (Milieu poreux). On peut noter aussi une légère diminution de la température de surface si la vitesse d'aspiration augmente, ce résultat concorde avec ceux de la deuxième partie vue au paravent (partie thermique du milieu poreux).

Nos résultats obtenus par le code de calcul sont en bonne concordance avec ceux de M.Prat.

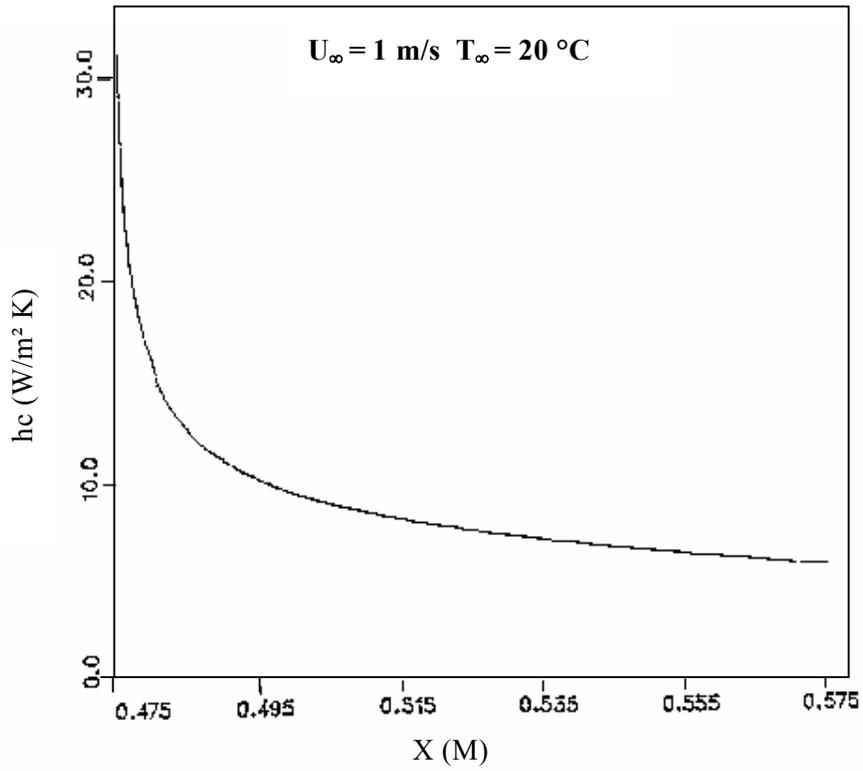


Figure IV.25. Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour  $U_{\infty} = 1 \text{ m/s}$  et  $T_{\infty} = 20 \text{ }^{\circ}C$  après 1 heure, d'après [2].

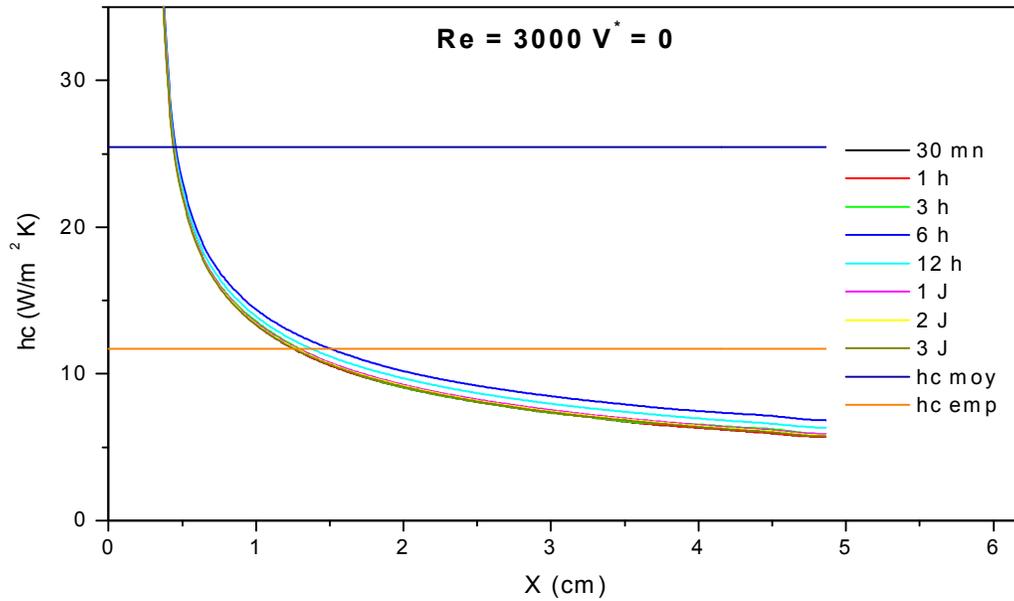


Figure V.26. Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re = 3000$  et  $V^* = 0$

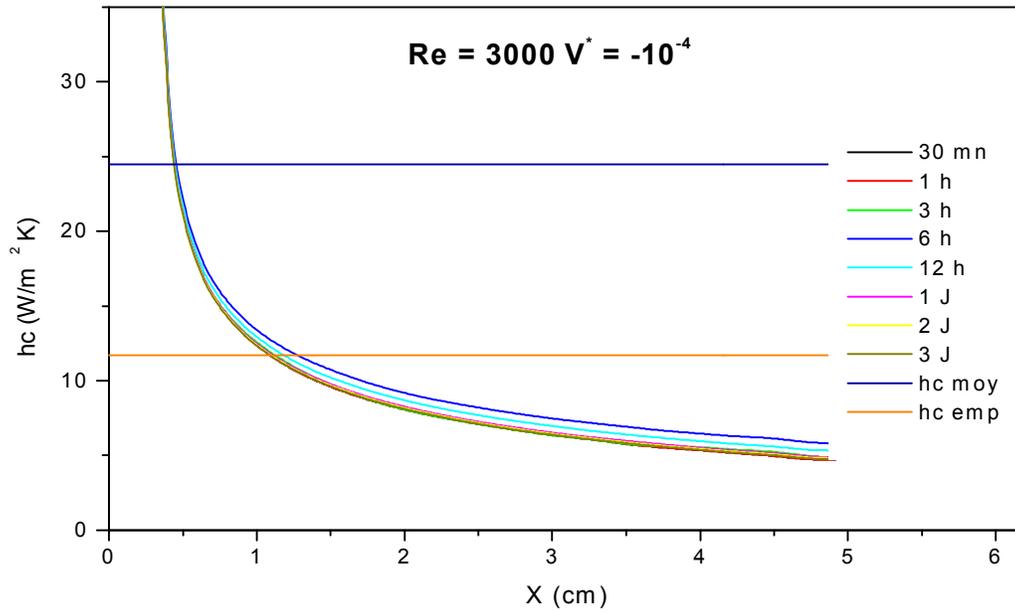


Figure V.27. Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re= 3000$  et  $V^* = -10^{-4}$

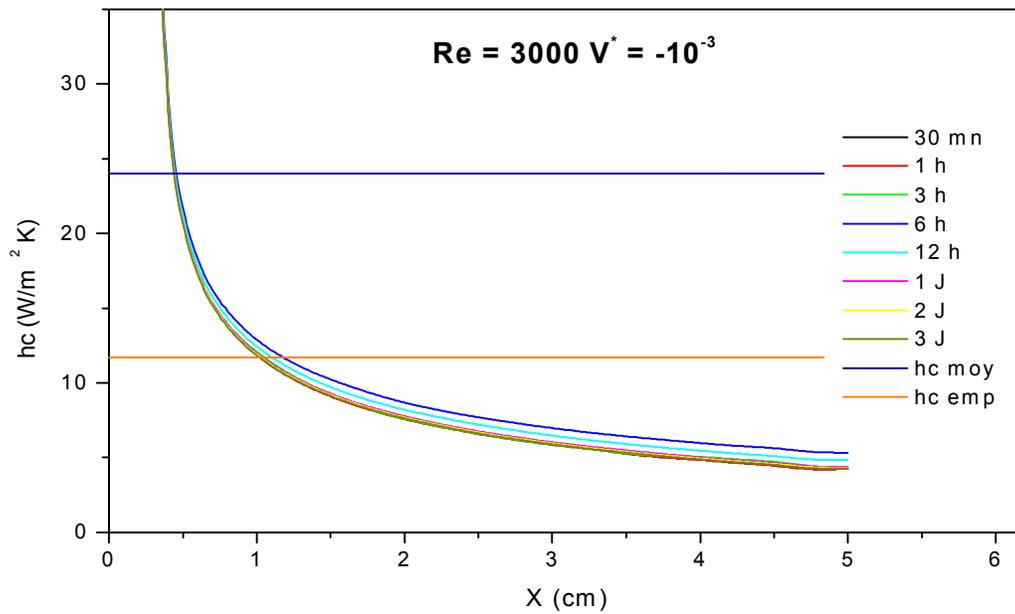


Figure V.28. Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re= 3000$  et  $V^* = -10^{-3}$

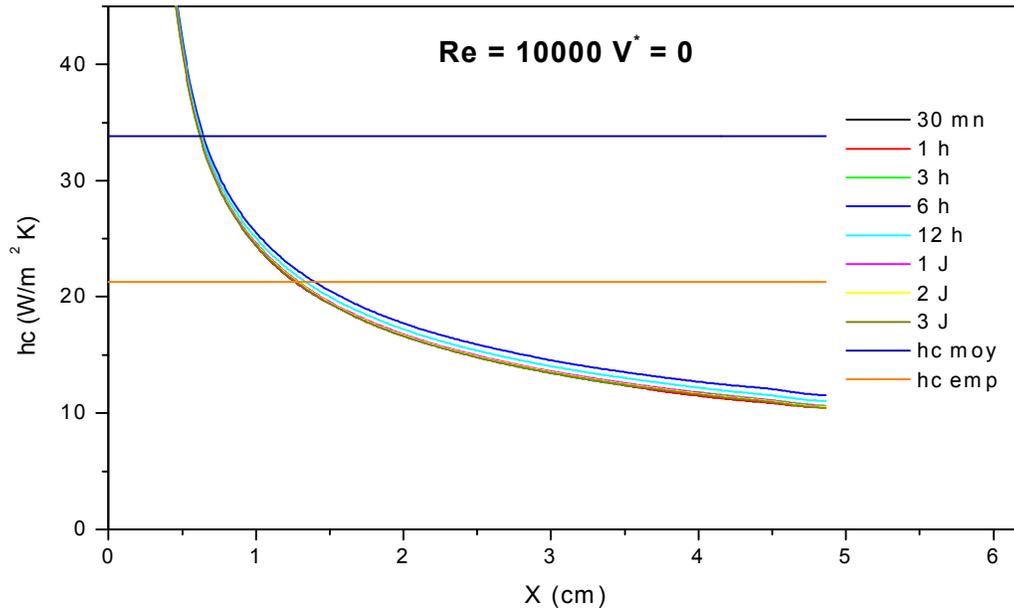


Figure V.29. Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re= 10^4$  et  $V^* = 0$

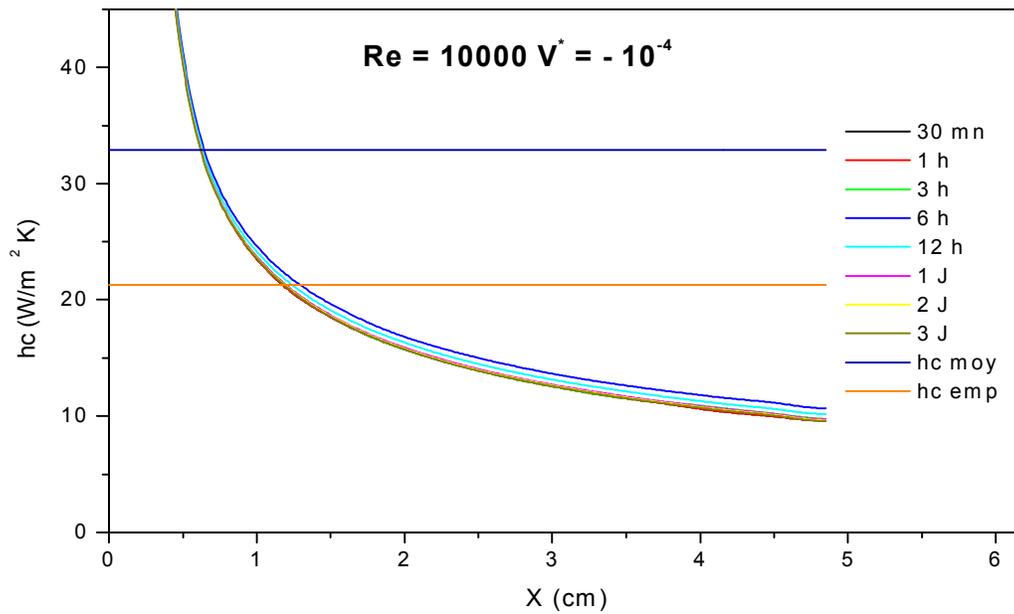


Figure V.30. Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re= 10^4$  et  $V^* = -10^{-4}$

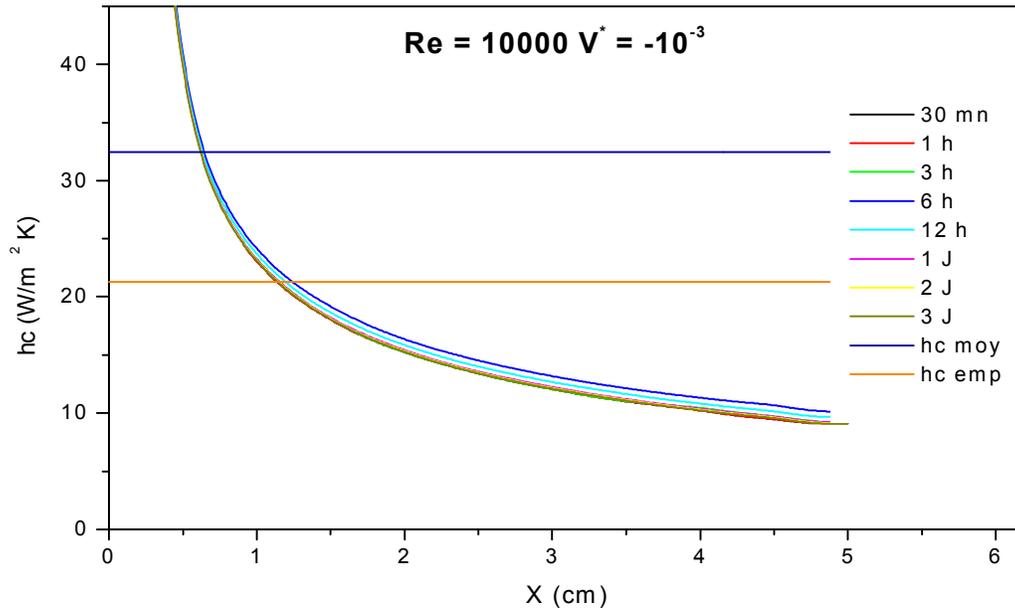


Figure V.31. Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re = 10^4$  et  $V^* = -10^{-3}$

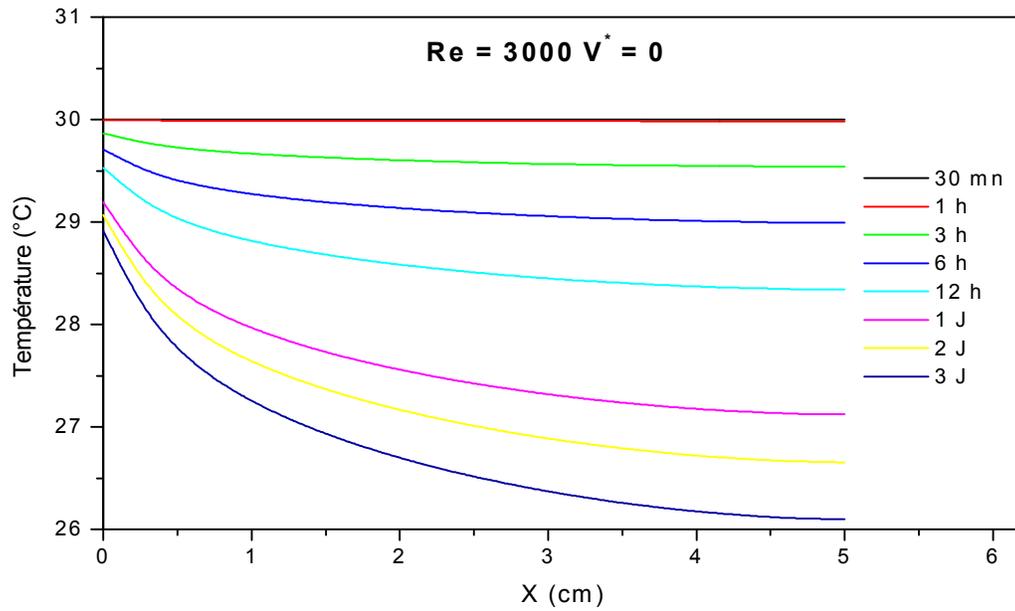


Figure V.32. Evolution de la température superficielle pour  $Re = 3000$ ,  $V^* = 0$  et pour différents instants

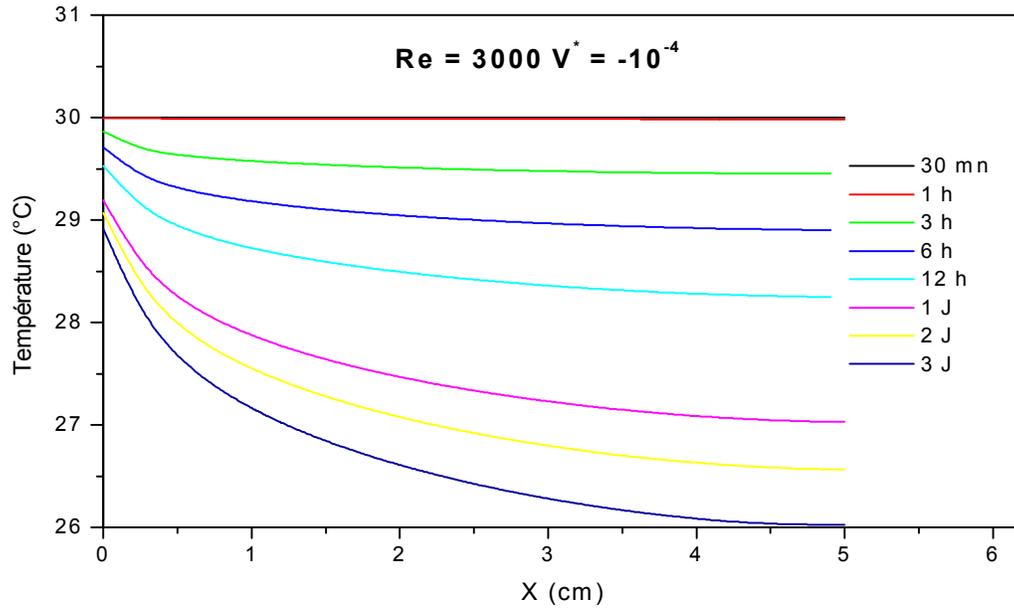


Figure V.33. Evolution de la température superficielle pour  $Re = 3000$ ,  $V^* = -10^{-4}$  et pour différents instants

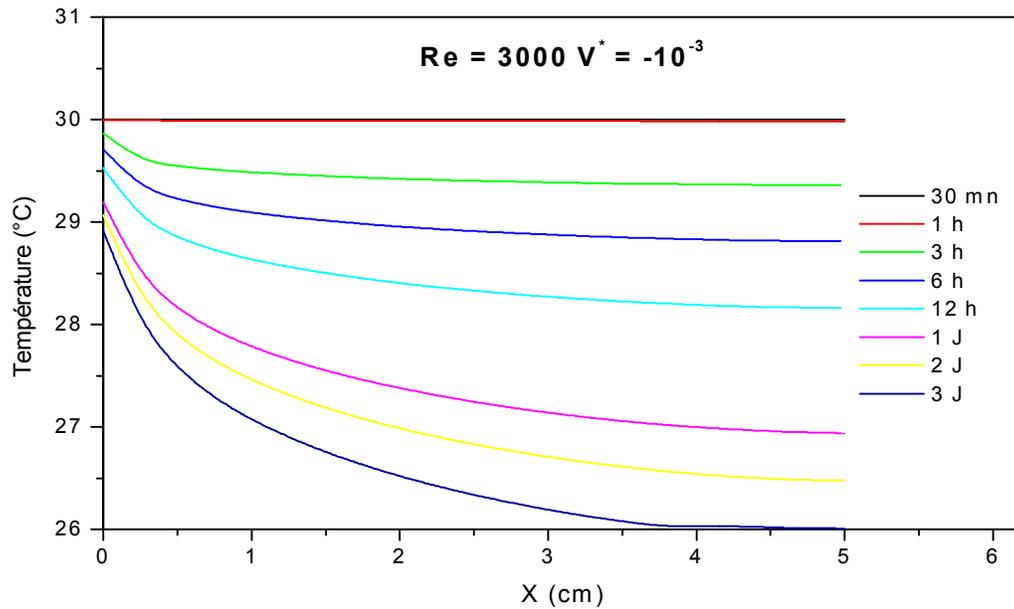
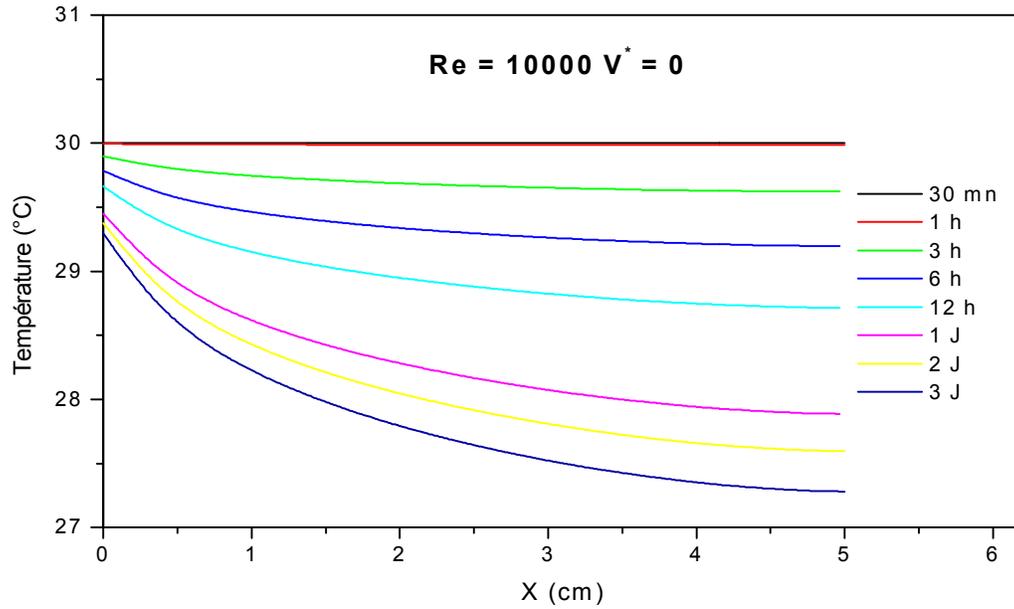
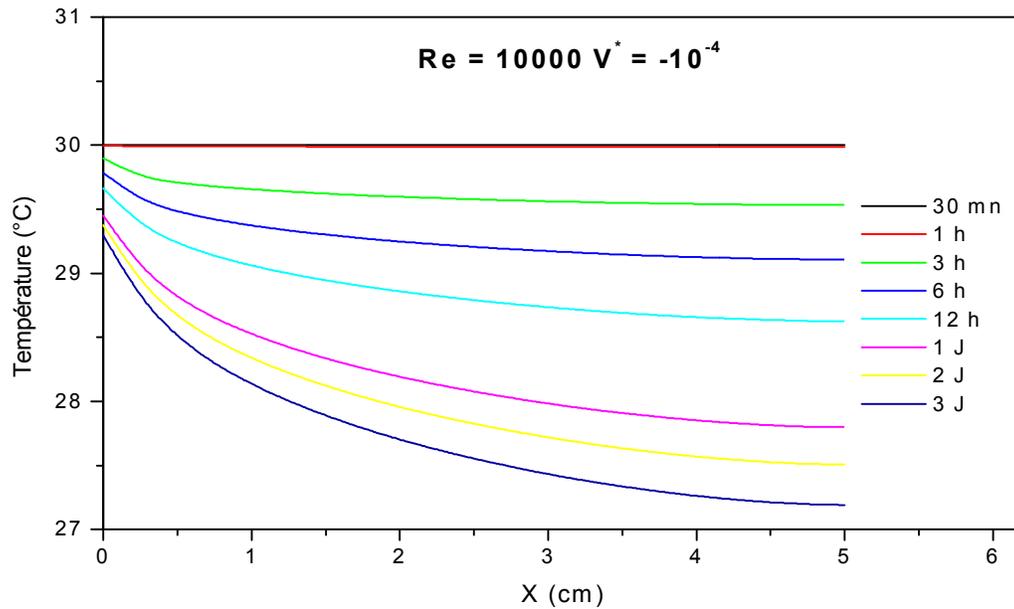


Figure V.34. Evolution de la température superficielle pour  $Re = 3000$ ,  $V^* = -10^{-3}$  et pour différents instants



**Figure V.35. Evolution de la température superficielle pour  $Re = 10^4$ ,  $V^* = 0$  et pour différents instants**



**Figure V.36. Evolution de la température superficielle pour  $Re = 10^4$ ,  $V^* = -10^{-4}$  et pour différents instants**

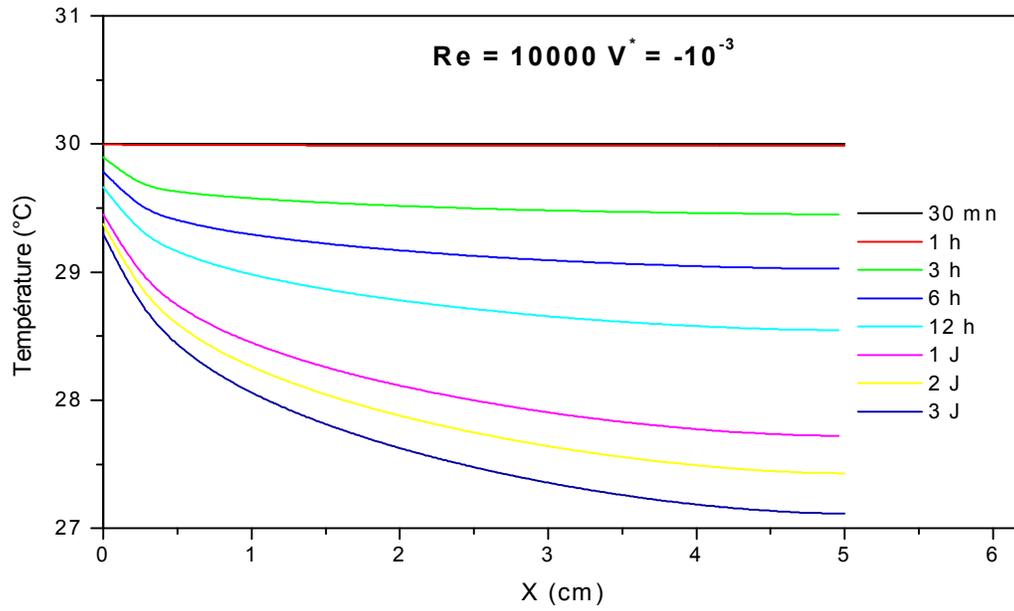


Figure V.37. Evolution de la température superficielle pour  $Re = 10^4$ ,  $V^* = -10^{-3}$  et pour différents instants

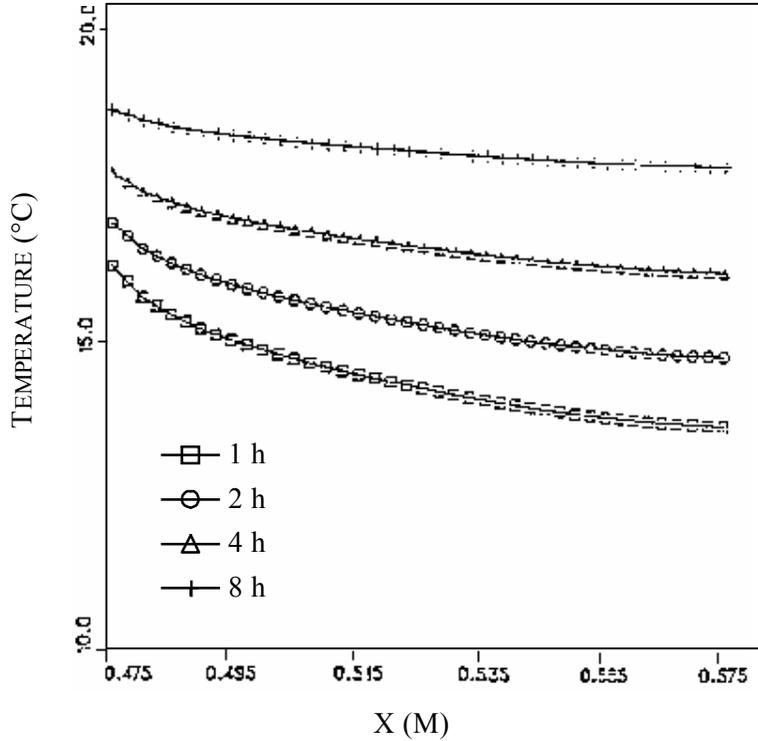


Figure IV.38. Evolution de la température à l'interface à quatre instants différents pour  $U_\infty = 1$  m/s et  $T_\infty = 20$  °C, d'après [2]

### **V.1.3.2 Etude des paramètres massiques d'écoulement à l'interface :**

Les résultats présentés sont relatifs aux coefficients de transfert de masse. Ils sont obtenus en prenant en considération l'interaction entre l'écoulement externe et le milieu poreux pour différents nombres de Reynolds de l'écoulement externe et pour différentes vitesses d'aspirations.

On a représenté sur les graphes d'évolution spatio-temporelle du coefficient d'échange massique, la variation de ce coefficient à différents instants allant de 30mn à 3 J et les valeurs de  $h_{m \text{ emp}}$  et  $h_{m \text{ moy}}$  qui est calculés comme suit :

$$h_{m \text{ moy}} = \frac{1}{L_x} \int_0^{L_x} h_m(x) dx = \frac{\sum_{i=1}^n h_m(i)}{n} \quad (\text{V.2})$$

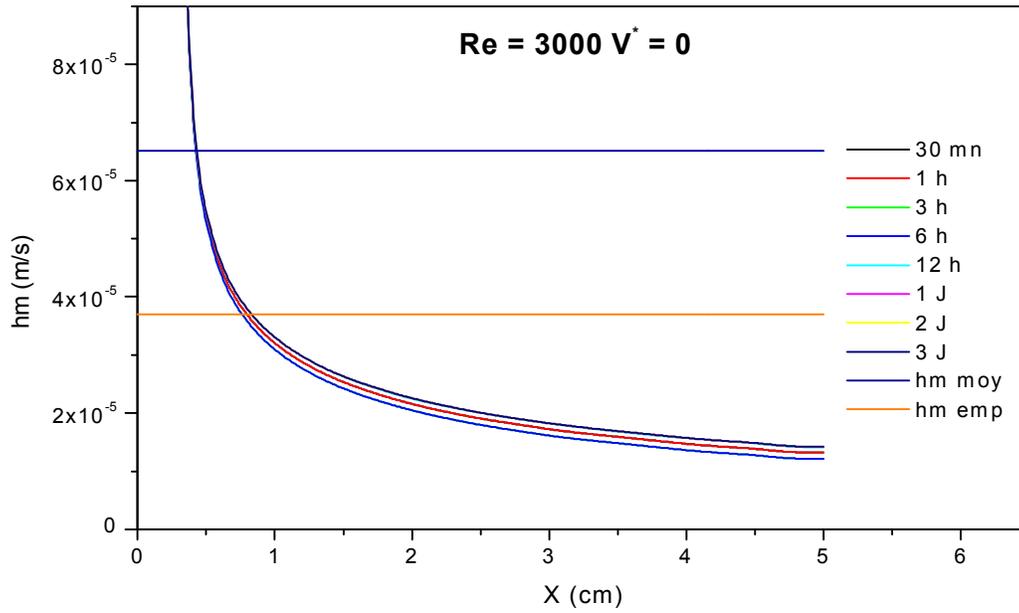
Les figures (V.39), (V.40) et (V.41) représentent respectivement l'évolution du coefficient de transfert de masse pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales : 0,  $-10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et pour des temps allant de 30 mn à 3 J.

Les figures (V.42), (V.43) et (V.44) représentent respectivement l'évolution du coefficient de transfert de masse pour un nombre de Reynolds égale à  $10^4$  et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales : 0,  $-10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et pour des temps allant de 30 mn à 3 J.

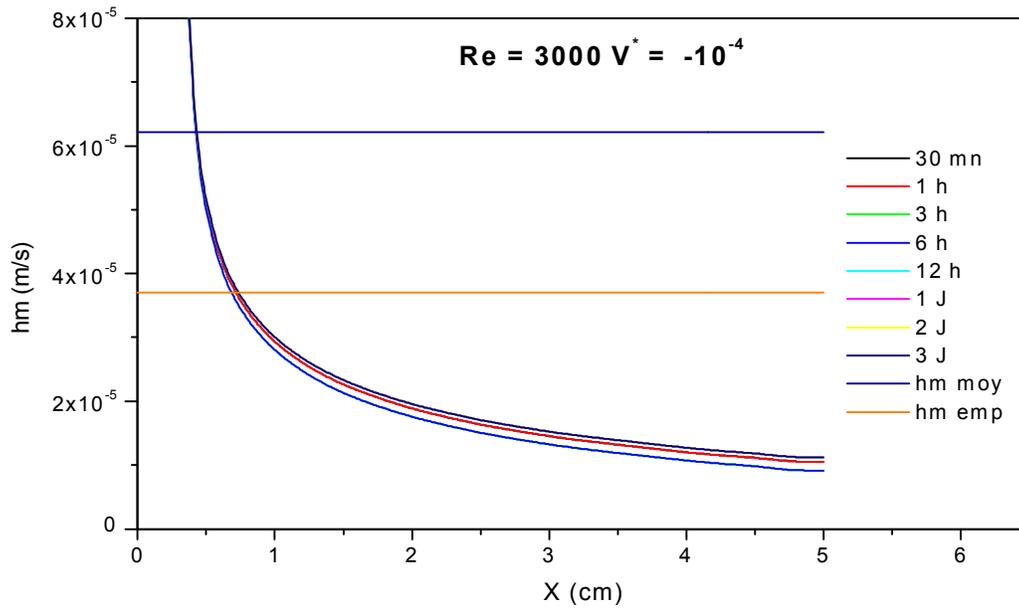
L'ensemble des figures représentatives du coefficient de transfert de masse montre un profil hyperbolique de ce dernier, on peut noter également l'effet du bord d'attaque, (c'est-à-dire une grande valeur du coefficient d'échange au niveau du bord d'attaque) d'où une valeur élevée de la densité de flux massique dans cette zone, ce qui en accord avec la deuxième partie (Milieu poreux).

Du point de vue temporel, on ne note pas une évolution sensible de ce coefficient au cours du processus.

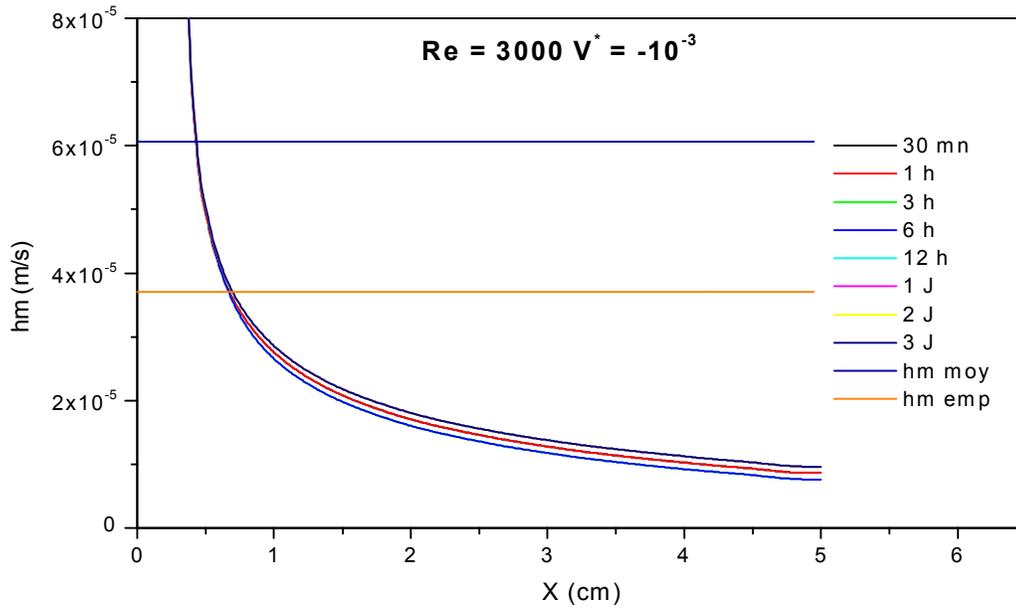
Si on augmente le nombre de Reynolds, la valeur du coefficient de transfert de masse augmente. On peut noter aussi une légère diminution de la valeur du coefficient de transfert de masse si la vitesse d'aspiration augmente.



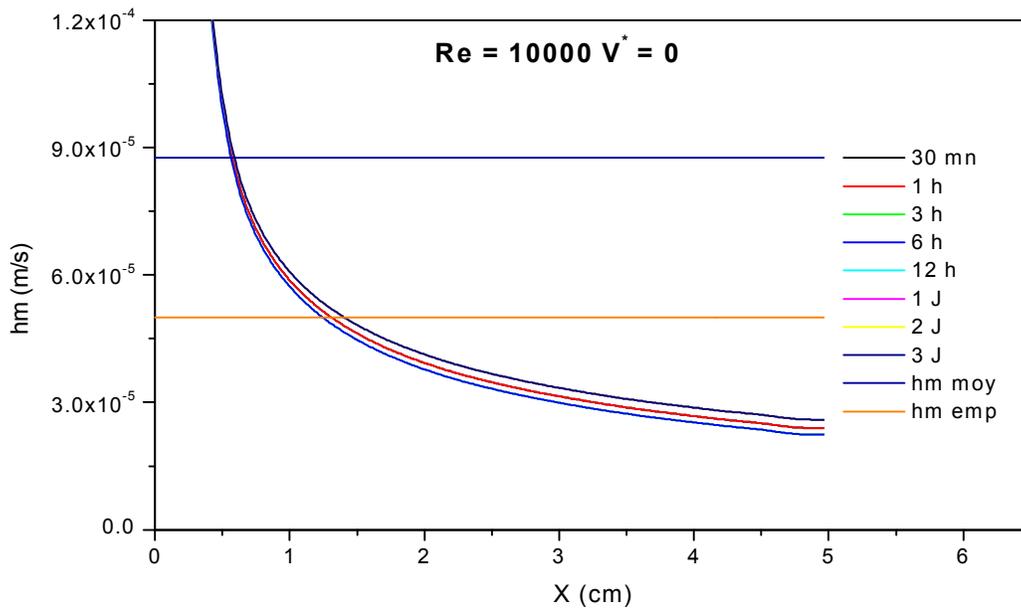
**Figure V.39. Evolution spatiale du coefficient de transfert de masse pour différents temps et pour  $Re= 3000$  et  $V^* = 0$**



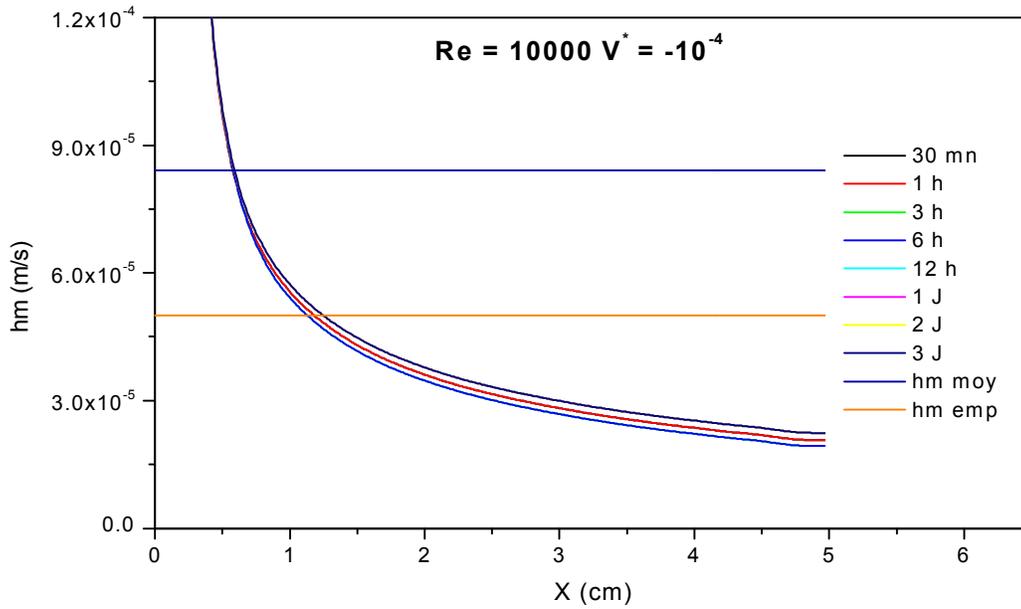
**Figure V.40. Evolution spatiale du coefficient de transfert de masse pour différents temps et pour  $Re= 3000$  et  $V^* = -10^{-4}$**



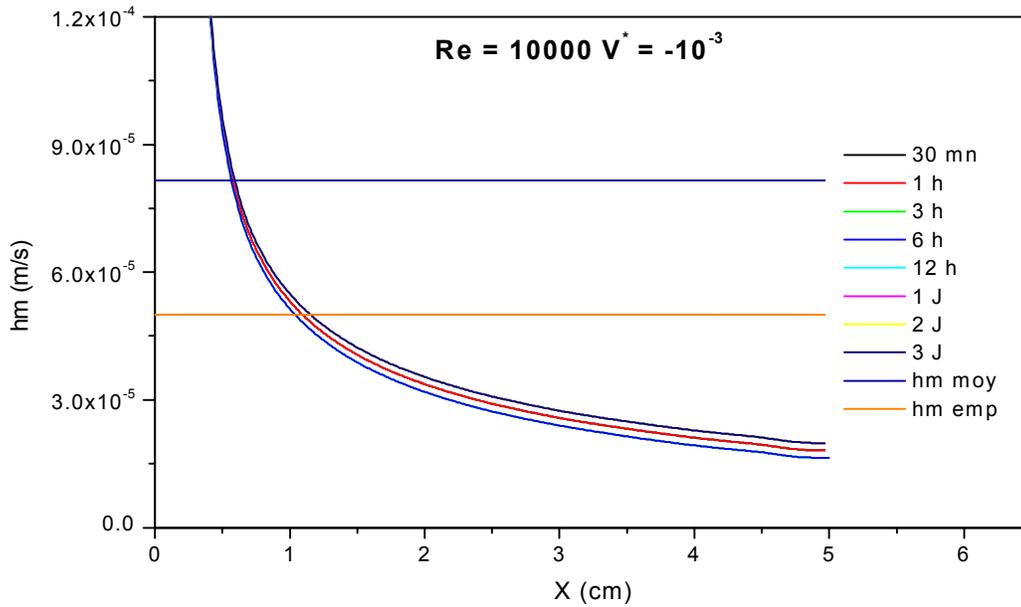
**Figure V.41. Evolution spatiale du coefficient de transfert de masse pour différents temps et pour  $Re= 3000$  et  $V^* = -10^{-3}$**



**Figure V.42. Evolution spatiale du coefficient de transfert de masse pour différents temps et pour  $Re= 10^4$  et  $V^* = 0$**



**Figure V.43. Evolution spatiale du coefficient de transfert de masse pour différents temps et pour  $Re= 10^4$  et  $V^* = -10^{-4}$**



**Figure V.44. Evolution spatiale du coefficient de transfert de masse pour différents temps et pour  $Re= 10^4$  et  $V^* = -10^{-3}$**

#### **V.1.4 Influence des paramètres de structure sur les profils thermique et massique au niveau de la paroi poreuse :**

Dans ce paragraphe, on va traiter l'influence des coefficients de diffusion sur les profils des paramètres thermique et massique à l'interface d'une structure poreuse. Pour cela on a tourné notre code de calcul en utilisant des coefficients de diffusion beaucoup plus grand dans une première partie et beaucoup plus petit dans une seconde partie pour l'obtention des profils thermique et massique à l'interface relatif aux coefficients d'échange convectif et massique et à la température de surface et faire une comparaison avec les résultats précédent ou on a utilisé des coefficients de diffusion donné par la littérature.

##### **V.1.4.1 Profils thermiques et massiques en augmentant les coefficients de diffusion :**

Les résultats présentés sont relatifs aux coefficients d'échange convectif et massique et à la température de surface. Ils sont obtenus en prenant en considération l'interaction entre l'écoulement externe et le milieu poreux pour différents nombres de Reynolds de l'écoulement externe et différentes vitesses d'aspirations et pour des coefficients de diffusion beaucoup plus grand.

##### **V.1.4.1.1 Profils des paramètres thermiques en augmentant les coefficients de diffusion :**

Les figures (V.45), (V.46) et (V.47) représentent respectivement l'évolution du coefficient d'échange convectif pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales : 0,  $-10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et des temps allant de 30 mn à 3 J et pour des coefficients de diffusion :  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  ;  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ .

Les figures (V.48), (V.49) et (V.50) représentent respectivement l'évolution du coefficient d'échange convectif pour un nombre de Reynolds égale à  $10^4$  et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales : 0,  $-10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et des temps allant de 30 mn à 3 J et pour des coefficients de diffusion :  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  ;  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ .

L'ensemble des figures représentatives du coefficient d'échange convectif montre un profil hyperbolique de ce dernier avec l'effet du bord d'attaque et du point de vue temporel on ne remarque pas une évolution sensible de ce coefficient au cours du processus.

Si on augmente le nombre de Reynolds, la valeur du coefficient d'échange convectif augmente et on peut noter une légère diminution de ce dernier si la vitesse d'aspiration augmente.

Et par rapport aux coefficients de diffusion on ne note pas une variation sensible par rapport aux figures représentatif du coefficient d'échange convectif en utilisant des coefficients de diffusion normal.

Les figures (V.51), (V.52) et (V.53) représentent respectivement l'évolution des températures de surface pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales : 0,  $10^{-4}$ ,  $10^{-3}$  et des temps allant de 30 mn à 3 J et pour des coefficients de diffusion :  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  ;  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ .

Les figures (V.54), (V.55) et (V.56) représentent respectivement l'évolution des températures de surface pour un nombre de Reynolds égale à  $10^4$  et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales : 0,  $10^{-4}$ ,  $10^{-3}$  et des temps allant de 30 mn à 3 J et pour des coefficients de diffusion :  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  ;  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ .

L'analyse des résultats donnés par les figures ci-dessous, montre que si on augmente le nombre de Reynolds, la température de surface augmente et on peut noter une légère diminution de la température de surface si la vitesse d'aspiration augmente.

Et par rapport aux coefficients de diffusion on ne note pas une variation sensible par rapport aux figures représentatif de la température de surface en utilisant des coefficients de diffusion normal.

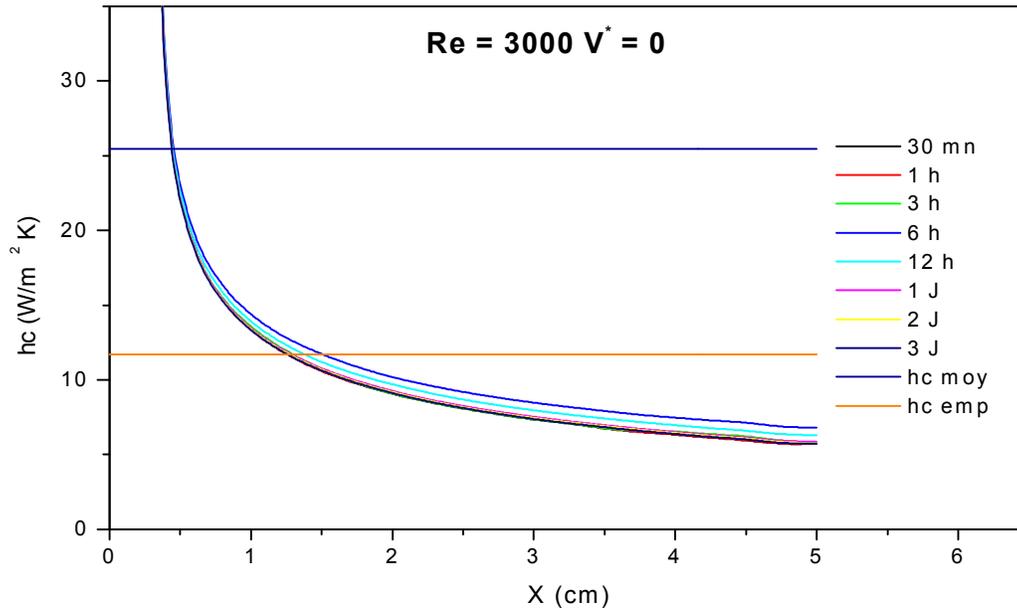


Figure V.45. Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re= 3000$ ,  $V^* = 0$ ,  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

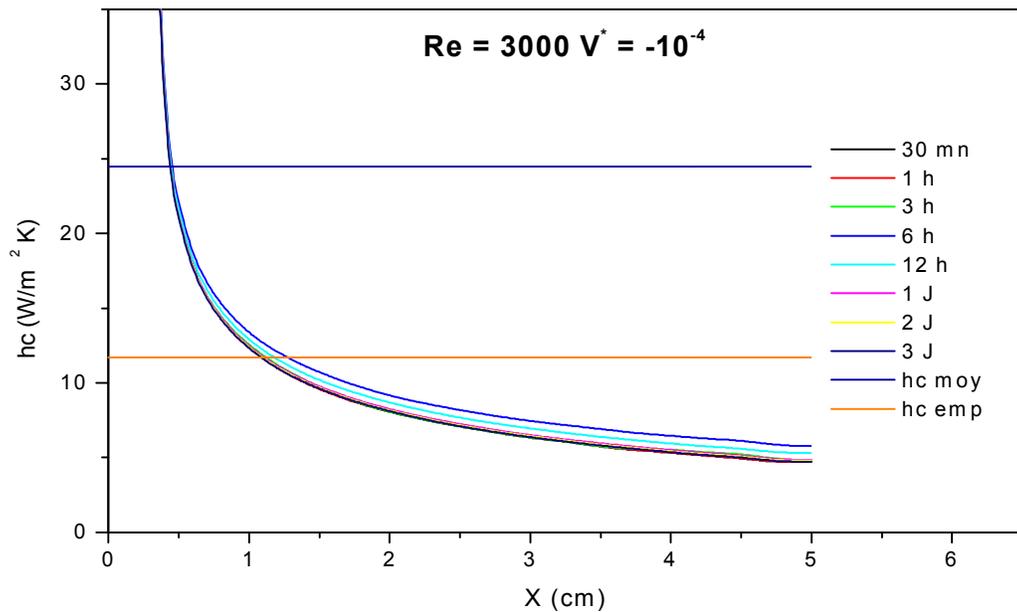
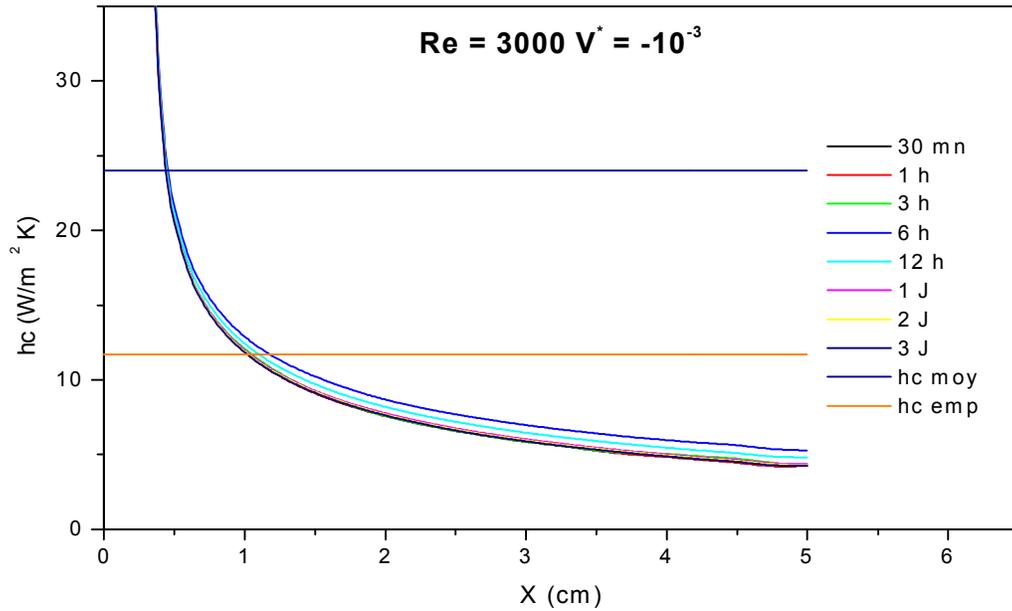
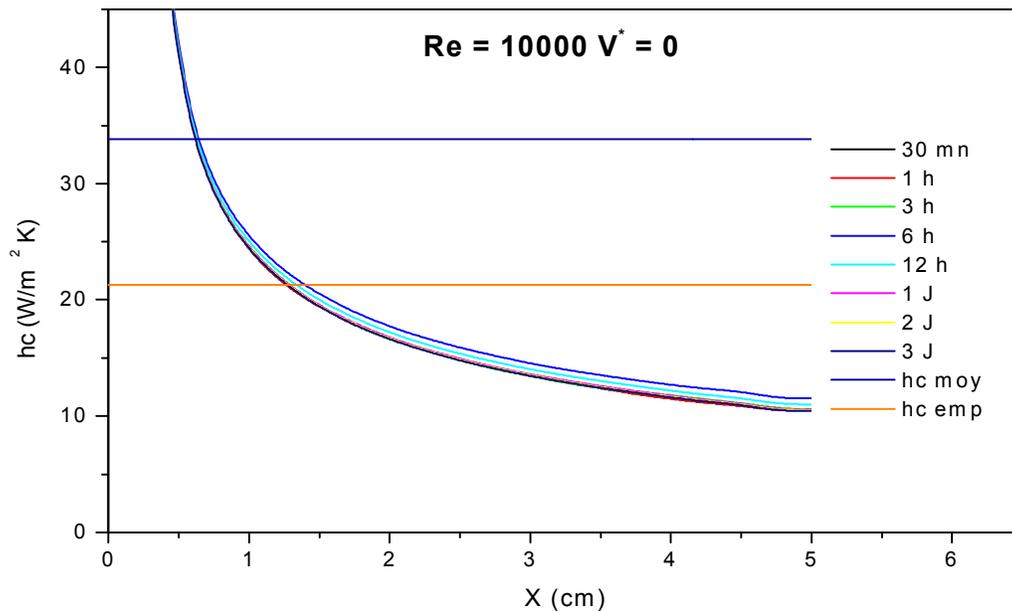


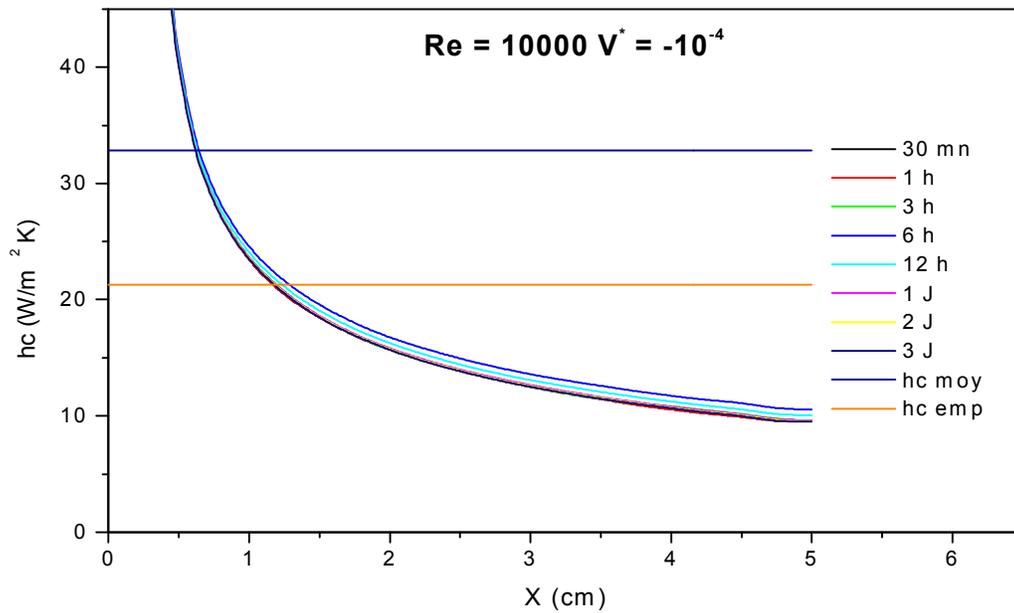
Figure V.46. Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re= 3000$ ,  $V^* = -10^{-4}$ ,  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$



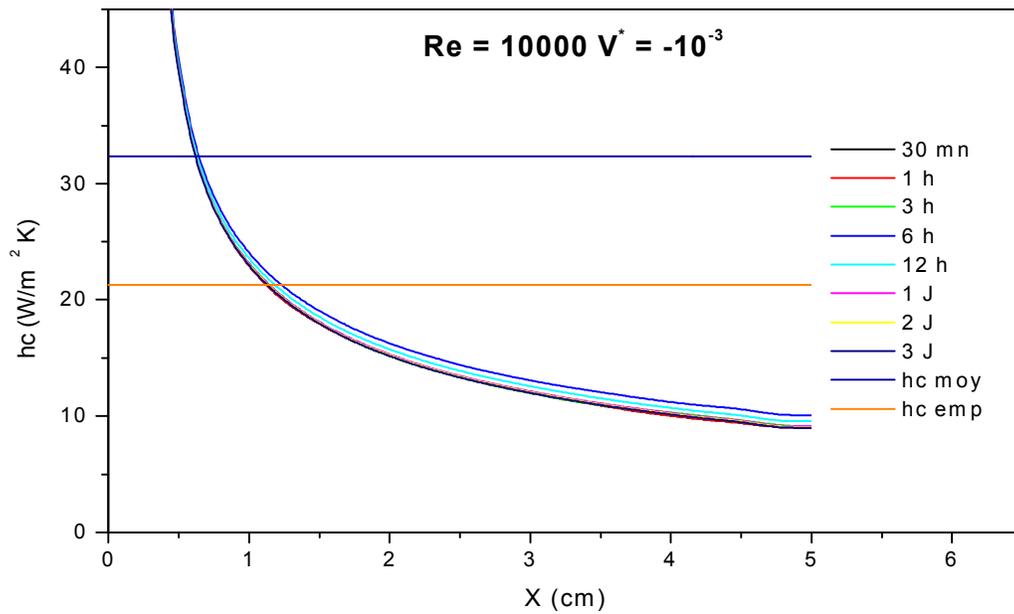
**Figure V.47. Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re= 3000$ ,  $V^* = -10^{-3}$ ,  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$**



**Figure V.48. Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re= 10^4$ ,  $V^* = 0$ ,  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$**



**Figure V.49. Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re=10^4$ ,  $V^* = -10^{-4}$ ,  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$**



**Figure V.50. Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re=10^4$ ,  $V^* = -10^{-3}$ ,  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$**

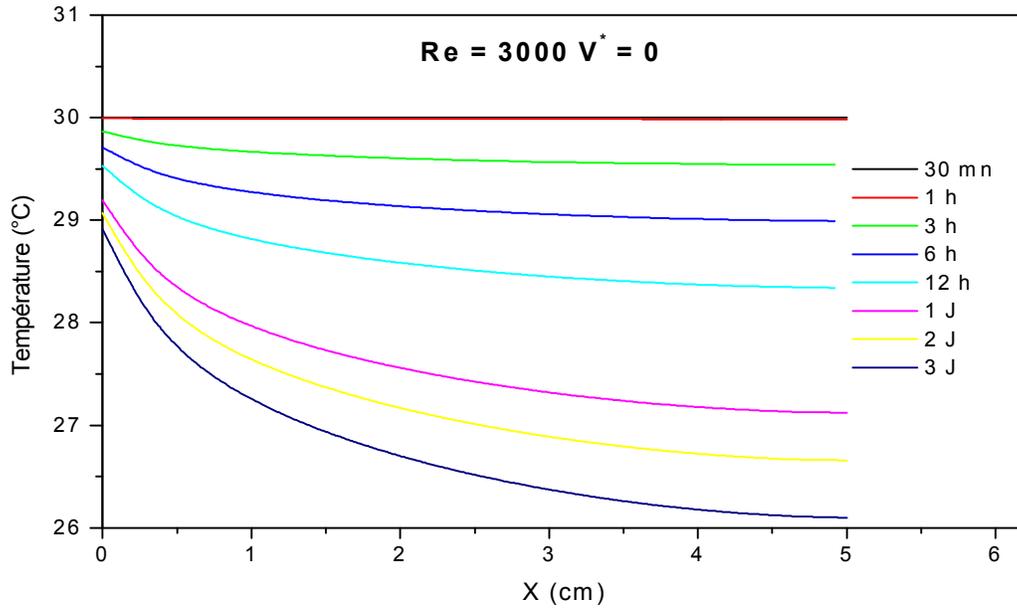


Figure V.51. Evolution de la température superficielle à différents instants et pour  $Re = 3000$ ,  $V^* = 0$ ,  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

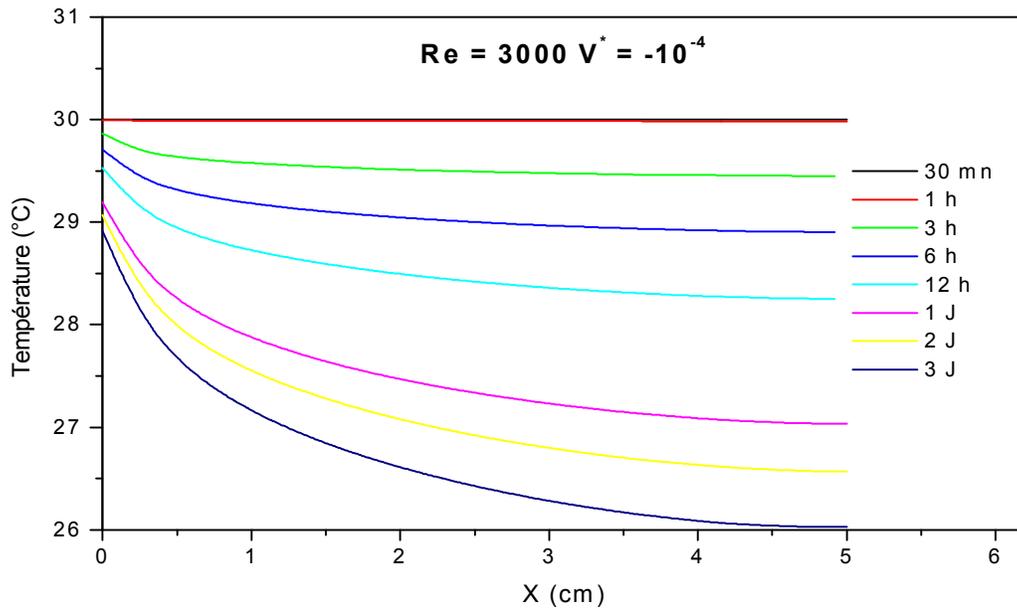


Figure V.52. Evolution de la température superficielle à différents instants et pour  $Re = 3000$ ,  $V^* = -10^{-4}$ ,  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

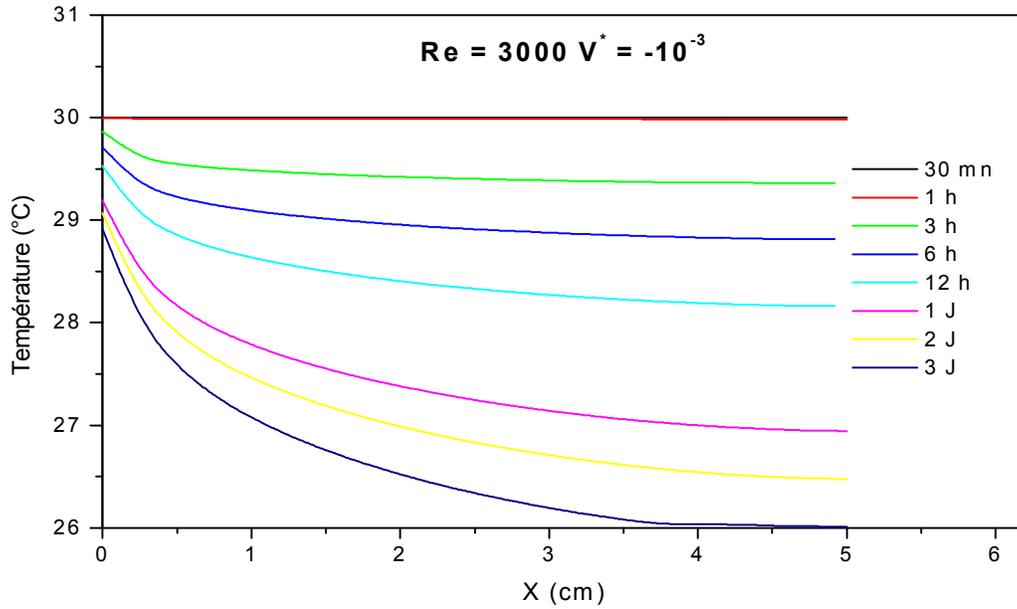


Figure V.53. Evolution de la température superficielle à différents instants et pour  $Re = 3000$ ,  $V^* = -10^{-3}$ ,  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

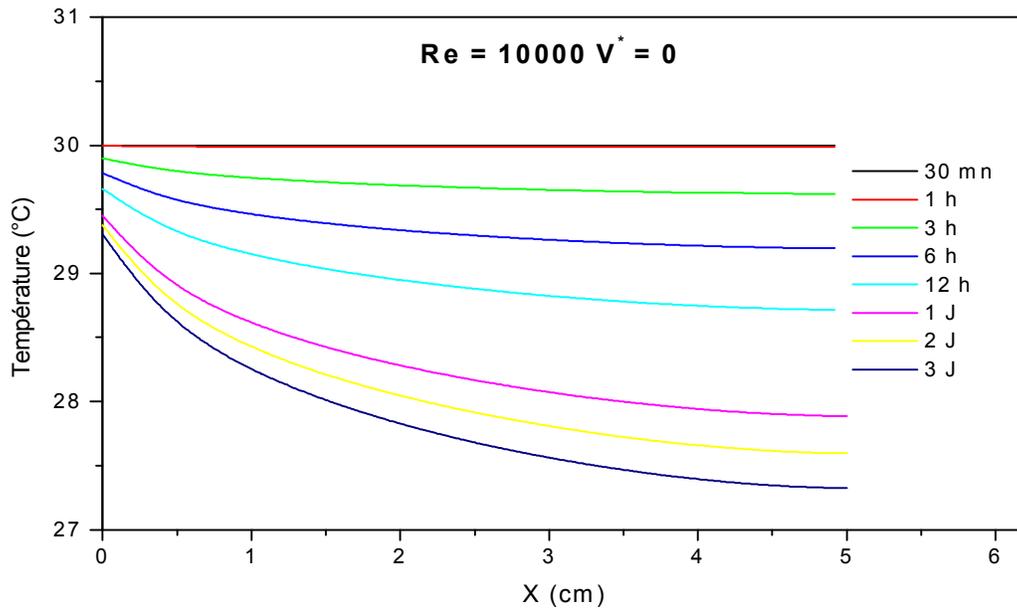


Figure V.54. Evolution de la température superficielle à différents instants et pour  $Re = 10^4$ ,  $V^* = 0$ ,  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

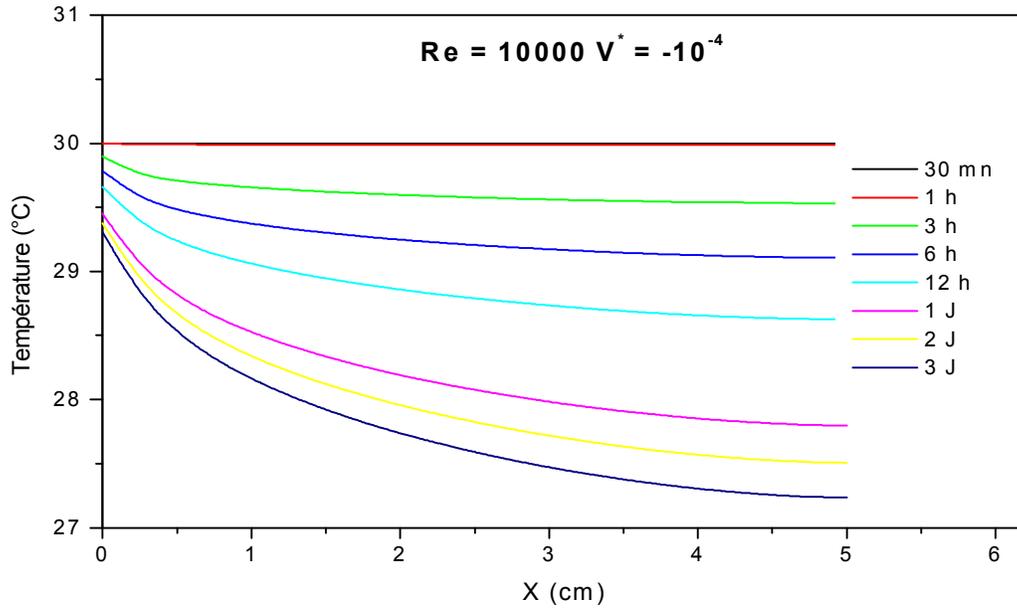


Figure V.55. Evolution de la température superficielle à différents instants et pour  $Re = 10^4$ ,  $V^* = -10^{-4}$ ,  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

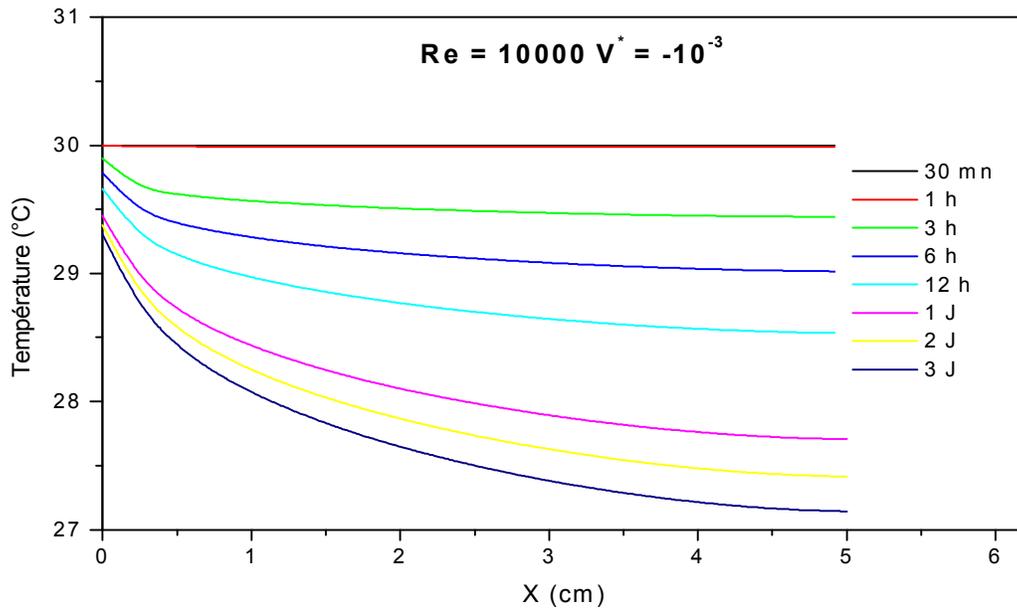


Figure V.56. Evolution de la température superficielle à différents instants et pour  $Re = 10^4$ ,  $V^* = -10^{-3}$ ,  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

**V.1.4.1.2 Profils des paramètres massiques en augmentant les coefficients de diffusion :**

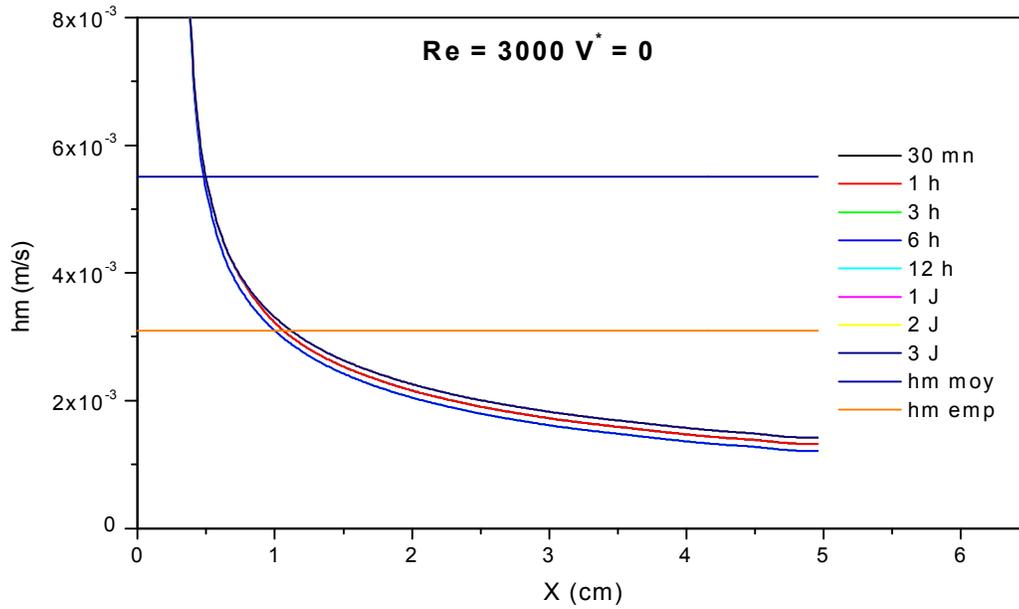
Les figures (V.57), (V.58) et (V.59) représentent respectivement l'évolution du coefficient d'échange massique pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales : 0,  $-10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et des temps allant de 30 mn à 3 J et pour des coefficients de diffusion :  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  ;  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ .

Les figures (V.60), (V.61) et (V.62) représentent respectivement l'évolution du coefficient d'échange massique pour un nombre de Reynolds égale à  $10^4$  et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales : 0,  $-10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et des temps allant de 30 mn à 3 J et pour des coefficients de diffusion :  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  ;  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ .

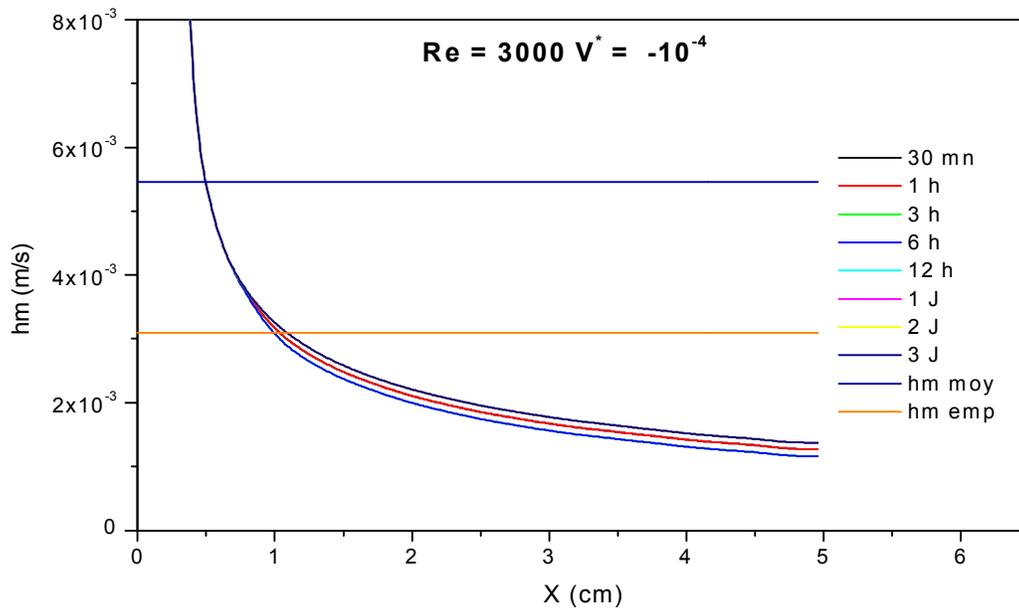
L'ensemble des figures représentatives du coefficient d'échange massique montre un profil hyperbolique de ce dernier avec l'effet du bord d'attaque et du point de vue temporel on ne remarque pas une évolution sensible de ce coefficient au cours du processus.

Si on augmente le nombre de Reynolds, la valeur du coefficient d'échange massique augmente et on peut noter une légère diminution de ce dernier si la vitesse d'aspiration augmente.

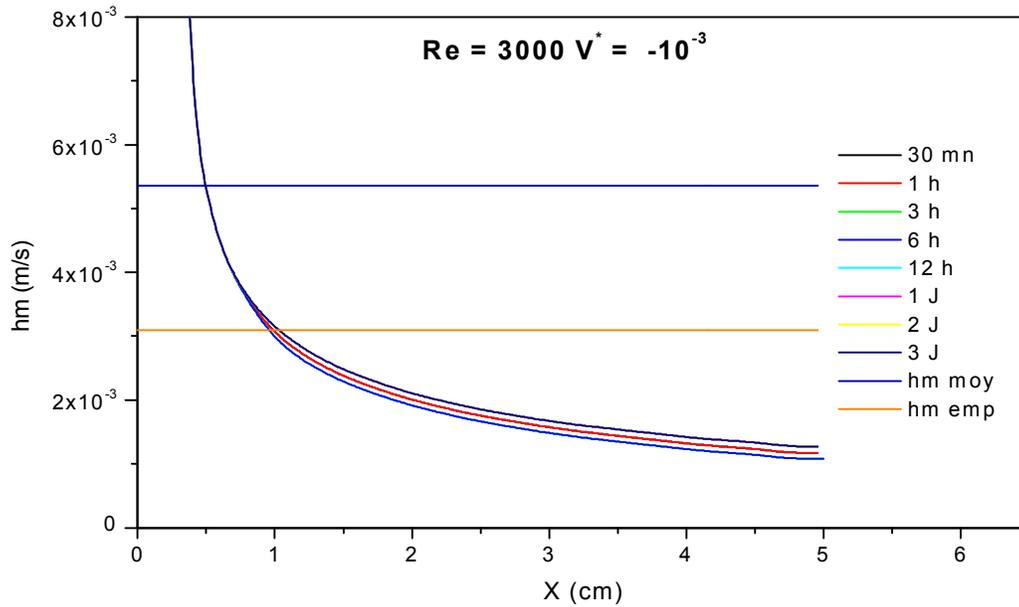
Et par rapport aux coefficients de diffusion on remarque une augmentation du coefficient de transfert de masse si on augmente les coefficients de diffusion.



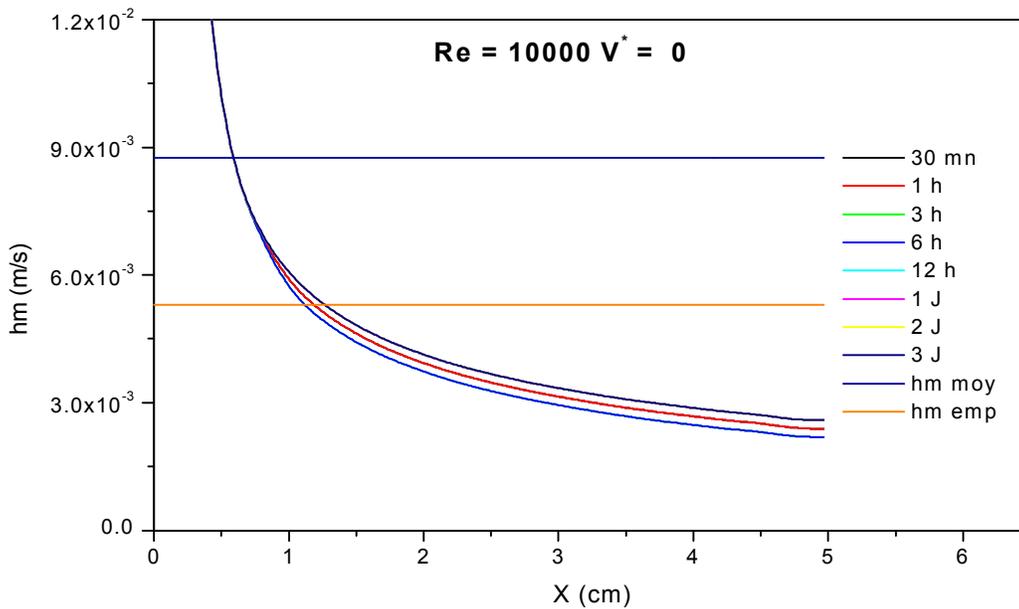
**Figure V.57.** Evolution spatiale du coefficient de transfert de masse pour différents temps et pour  $Re= 3000, V^* = 0, D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$



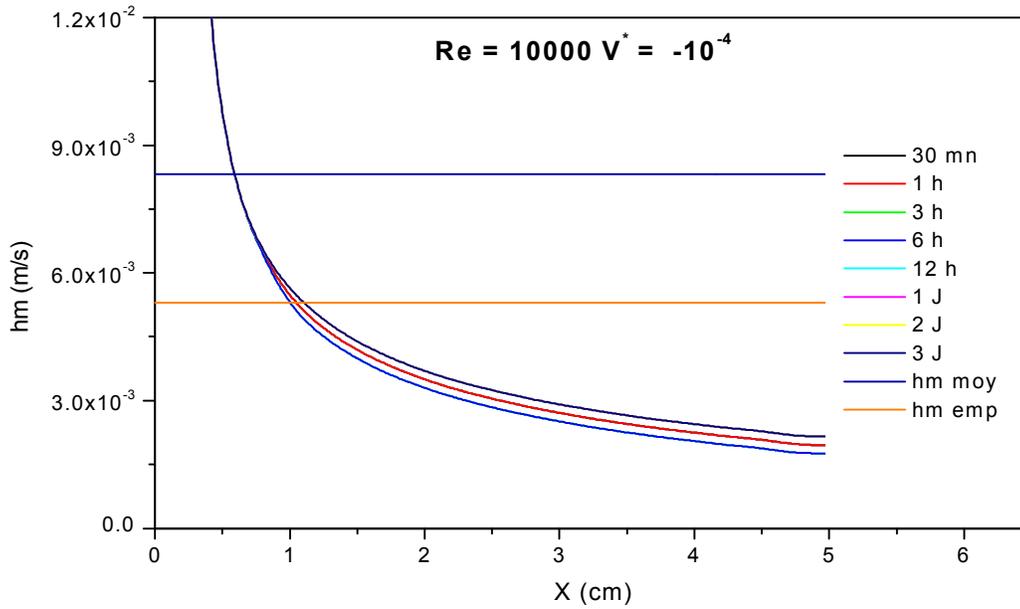
**Figure V.58.** Evolution spatiale du coefficient de transfert de masse pour différents temps et pour  $Re= 3000, V^* = -10^{-4}, D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$



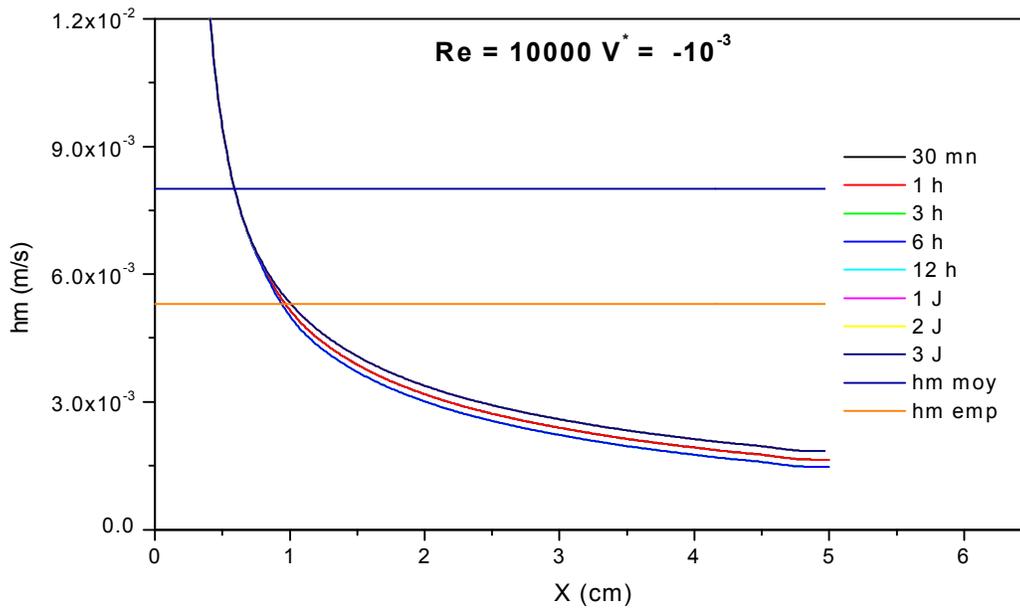
**Figure V.59. Evolution spatiale du coefficient de transfert de masse pour différents temps et pour  $Re= 3000$ ,  $V^* = -10^{-3}$ ,  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$**



**Figure V.60. Evolution spatiale du coefficient de transfert de masse pour différents temps et pour  $Re= 10^4$ ,  $V^* = 0$ ,  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$**



**Figure V.61. Evolution spatiale du coefficient de transfert de masse pour différents temps et pour  $Re= 10^4$ ,  $V^* = -10^{-4}$ ,  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$**



**Figure V.62. Evolution spatiale du coefficient de transfert de masse pour différents temps et pour  $Re= 10^4$ ,  $V^* = -10^{-3}$ ,  $D_{wgr} = 5.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tgr} = 25.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$**

**V.1.4.2 Profils thermiques et massiques en diminuant les coefficients de diffusion :**

Les résultats présentés sont relatifs aux coefficients d'échange convectif et massique et à la température de surface. Ils sont obtenus en prenant en considération l'interaction entre l'écoulement externe et le milieu poreux pour différents nombres de Reynolds de l'écoulement externe et différentes vitesses d'aspirations et pour des coefficients de diffusion beaucoup plus petit.

**V.1.4.2.1 Profils des paramètres thermiques en diminuant les coefficients de diffusion :**

Les figures (V.63), (V.64) et (V.65) représentent respectivement l'évolution du coefficient d'échange convectif pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales : 0,  $-10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et des temps allant de 30 mn à 3 J et pour des coefficients de diffusion :  $D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  ;  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$ .

Les figures (V.66), (V.67) et (V.68) représentent respectivement l'évolution du coefficient d'échange convectif pour un nombre de Reynolds égale à  $10^4$  et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales : 0,  $-10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et des temps allant de 30 mn à 3 J et pour des coefficients de diffusion :  $D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  ;  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$ .

L'ensemble des figures représentatives du coefficient d'échange convectif montre un profil hyperbolique de ce dernier avec l'effet du bord d'attaque et du point de vue temporel on ne remarque pas une évolution sensible de ce coefficient au cours du processus.

Si on augmente le nombre de Reynolds, la valeur du coefficient d'échange convectif augmente et on peut noter une légère diminution de ce dernier si la vitesse d'aspiration augmente.

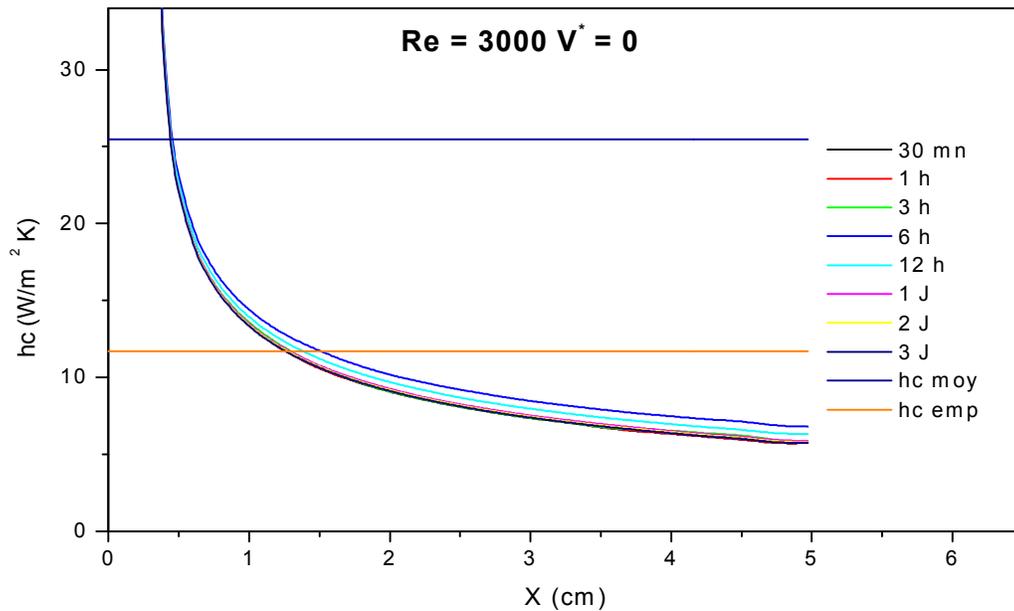
Et par rapport aux coefficients de diffusion on ne note pas une variation sensible par rapport aux figures représentatifs du coefficient d'échange convectif en utilisant des coefficients de diffusion normal.

Les figures (V.69), (V.70) et (V.71) représentent respectivement l'évolution des températures de surface pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales : 0,  $10^{-4}$ ,  $10^{-3}$  et des temps allant de 30 mn à 3 J et pour des coefficients de diffusion :  $D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  ;  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$ .

Les figures (V.72), (V.73) et (V.74) représentent respectivement l'évolution des températures de surface pour un nombre de Reynolds égale à  $10^4$  et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales : 0,  $10^{-4}$ ,  $10^{-3}$  et des temps allant de 30 mn à 3 J et pour des coefficients de diffusion :  $D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  ;  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$ .

L'analyse des résultats donnés par les figures ci-dessous, montre que si on augmente le nombre de Reynolds, la température de surface augmente et on peut noter une légère diminution de la température de surface si la vitesse d'aspiration augmente.

Et par rapport aux coefficients de diffusion on ne note pas une variation sensible par rapport aux figurent représentatif de la température de surface en utilisant des coefficients de diffusion normal.



**Figure V.63. Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re=3000$ ,  $V^* = 0$ ,  $D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$**

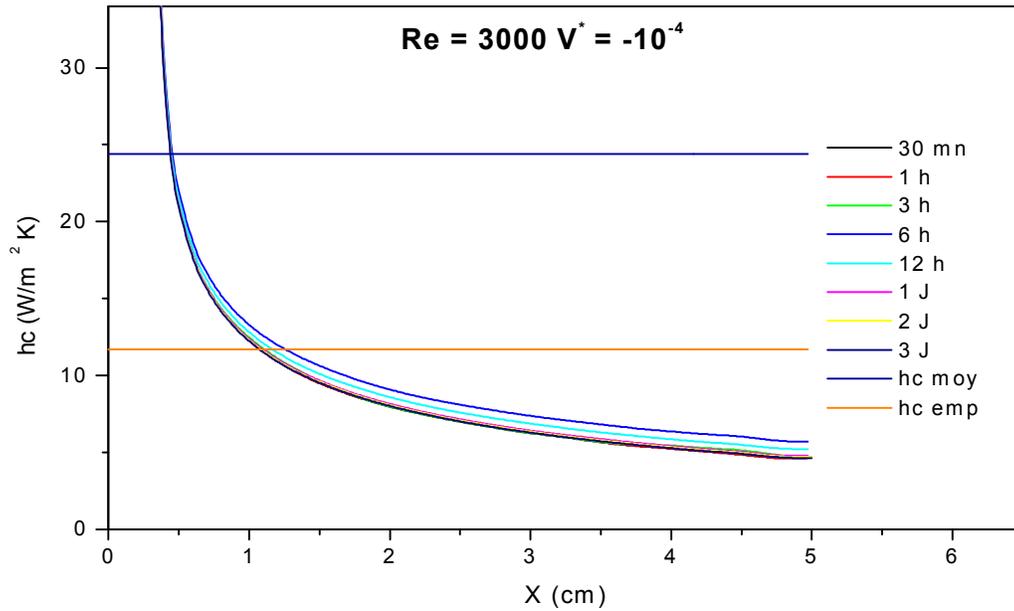


Figure V.64. Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re= 3000$ ,  $V^* = -10^{-4}$ ,  $D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$

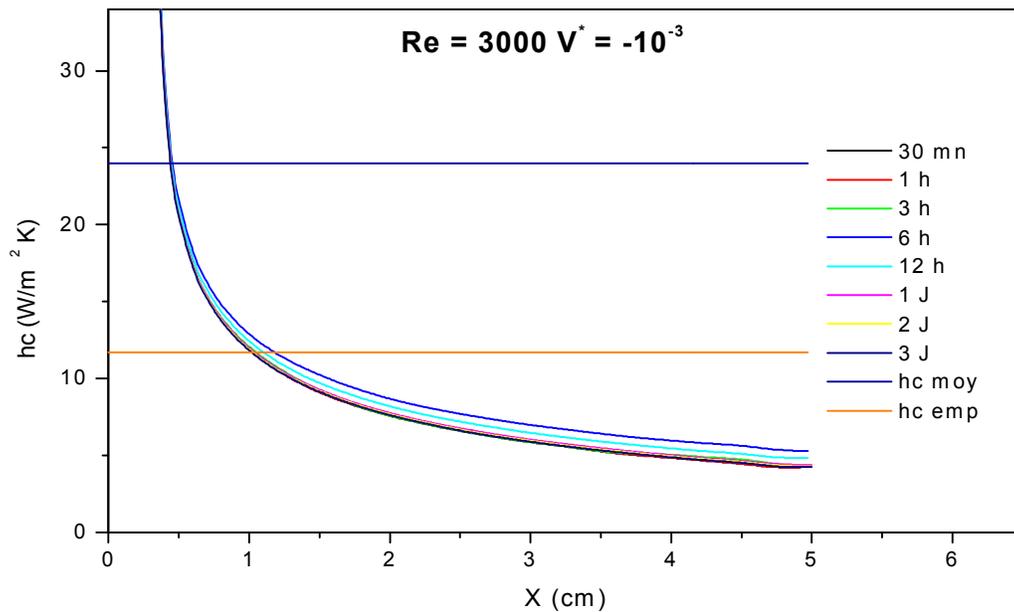


Figure V.65. Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re= 3000$ ,  $V^* = -10^{-3}$ ,  $D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$

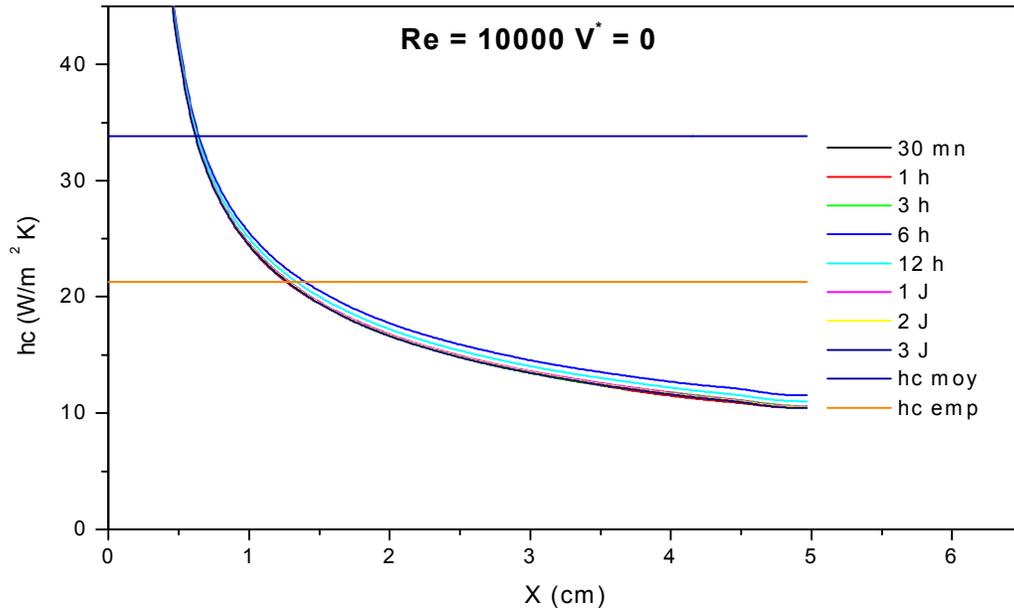


Figure V.66. Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re=10^4$ ,  $V^* = 0$ ,  $D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$

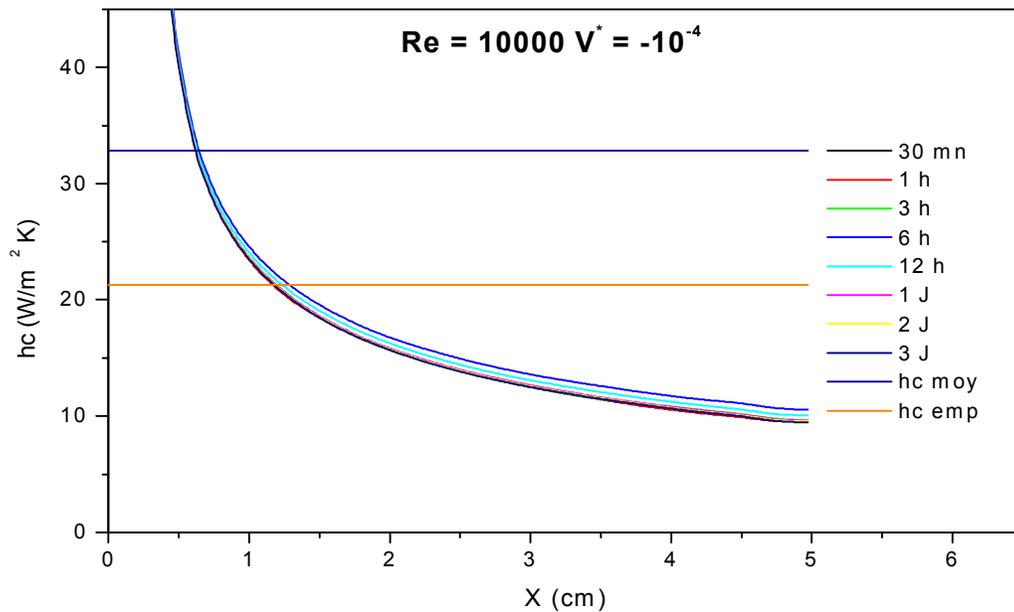
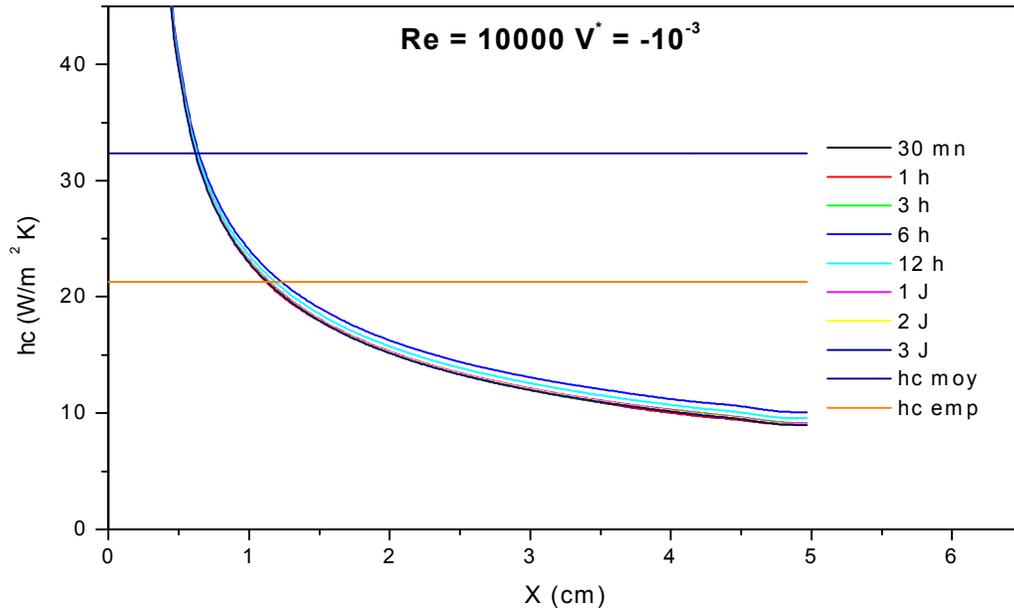
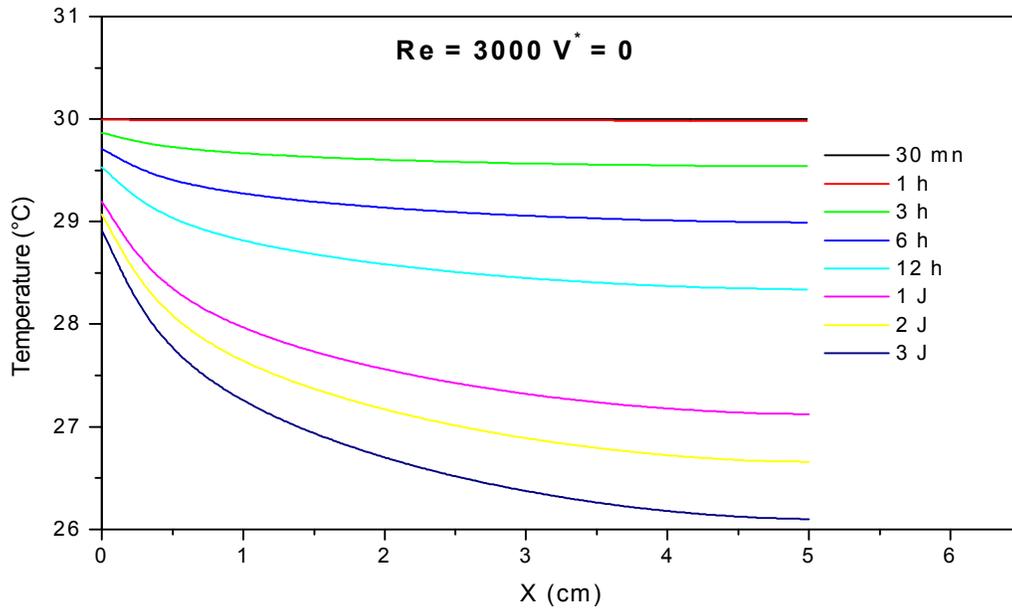


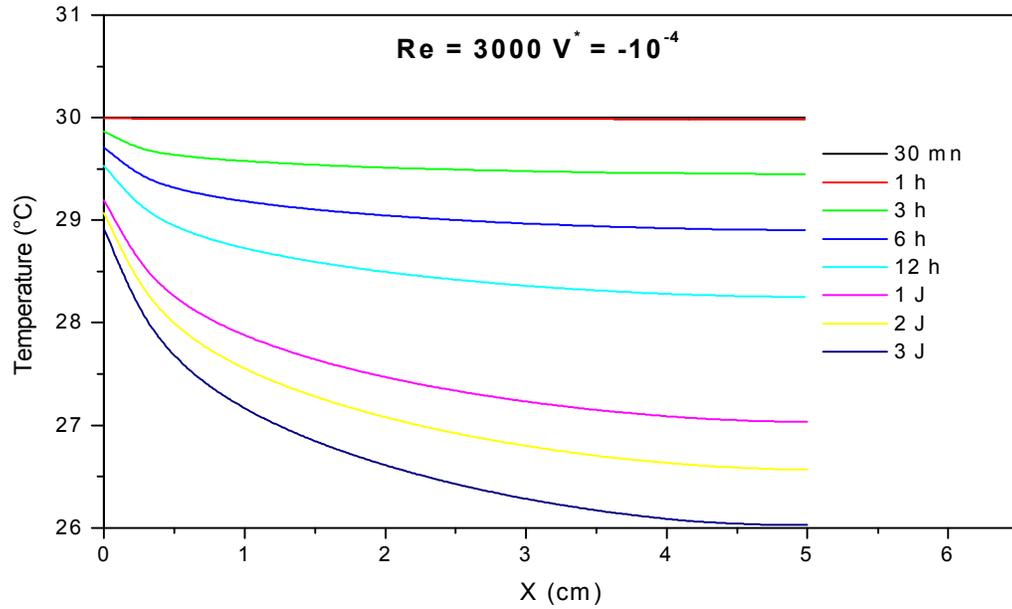
Figure V.67. Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re=10^4$ ,  $V^* = -10^{-4}$ ,  $D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$



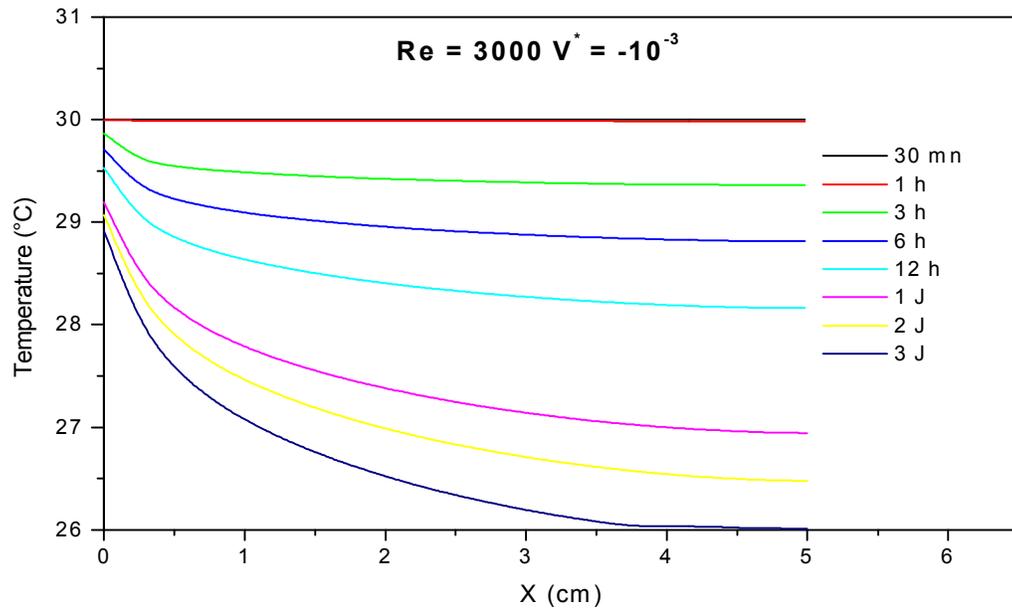
**Figure V.68.** Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re = 10^4$ ,  $V^* = -10^{-3}$ ,  $D_{wpt} = 25 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tpt} = 5 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$



**Figure V.69.** Evolution de la température superficielle à différents instants et pour  $Re = 3000$ ,  $V^* = 0$ ,  $D_{wpt} = 25 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tpt} = 5 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$



**Figure V.70. Evolution de la température superficielle à différents instants et pour  $Re = 3000$ ,  $V^* = -10^{-4}$ ,  $D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$**



**Figure V.71. Evolution de la température superficielle à différents instants et pour  $Re = 3000$ ,  $V^* = -10^{-3}$ ,  $D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$**

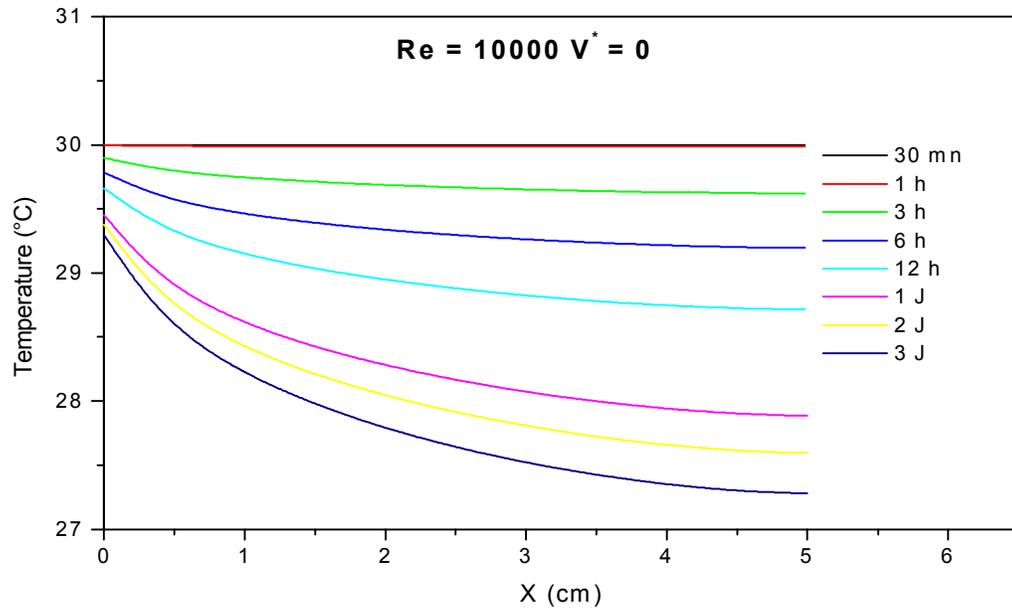


Figure V.72. Evolution de la température superficielle à différents instants et pour  $Re = 10^4$ ,  $V^* = 0$ ,  $D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$

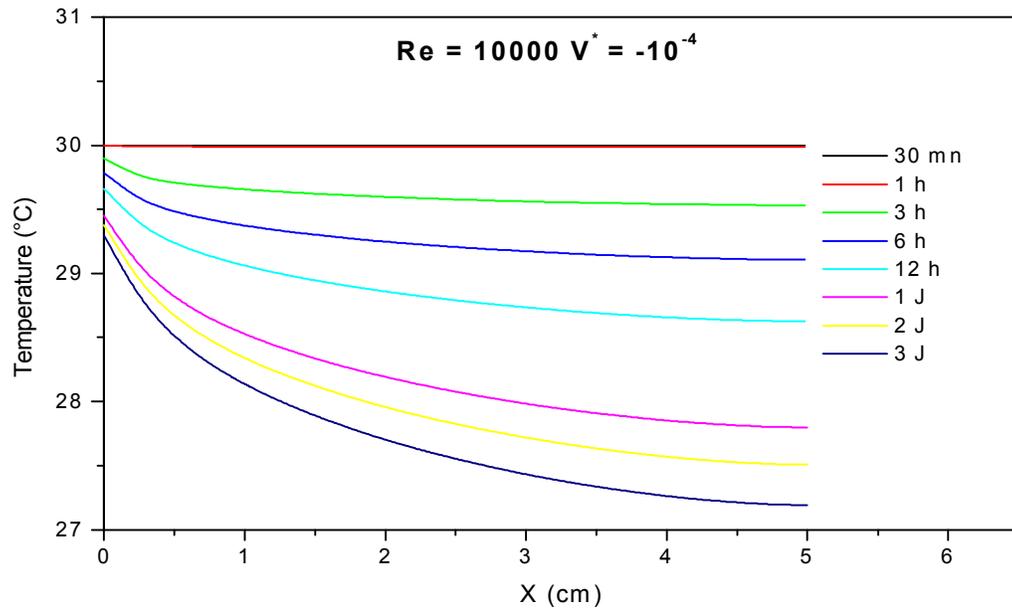
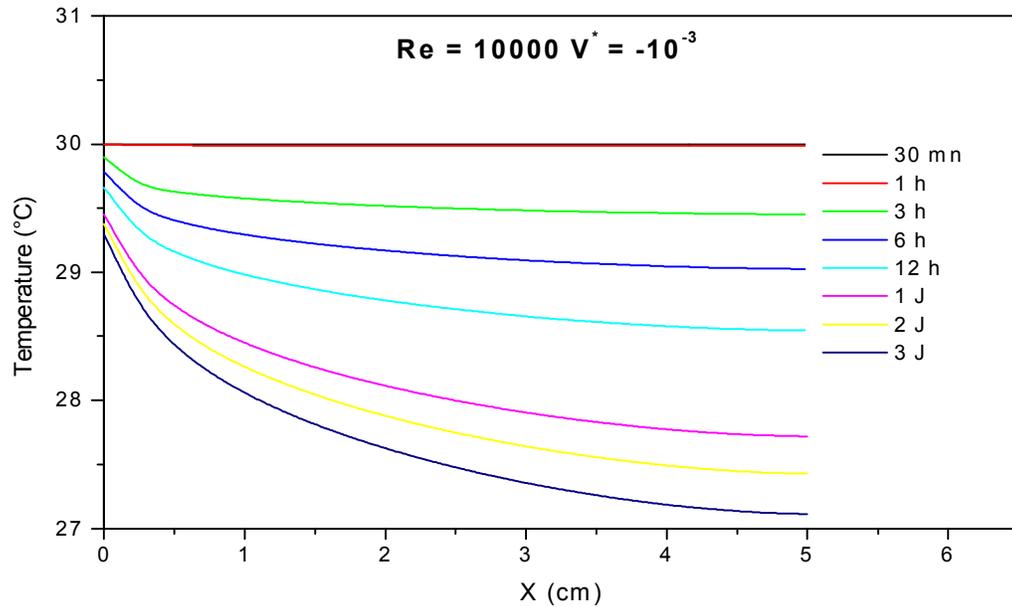


Figure V.73. Evolution de la température superficielle à différents instants et pour  $Re = 10^4$ ,  $V^* = -10^{-4}$ ,  $D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$



**Figure V.74. Evolution de la température superficielle à différents instants et pour  $Re = 10^4$ ,  $V^* = -10^{-3}$ ,  $D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$**

**V.1.4.2.2 Profils des paramètres massiques en diminuant les coefficients de diffusion :**

Les figures (V.75), (V.76) et (V.77) représentent respectivement l'évolution du coefficient d'échange massique pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales : 0,  $-10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et des temps allant de 30 mn à 3 J et pour des coefficients de diffusion :  $D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  ;  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$ .

Les figures (V.78), (V.79) et (V.80) représentent respectivement l'évolution du coefficient d'échange massique pour un nombre de Reynolds égale à  $10^4$  et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales : 0,  $-10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et des temps allant de 30 mn à 3 J et pour des coefficients de diffusion :  $D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  ;  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$ .

L'ensemble des figures représentatives du coefficient d'échange massique montre un profil hyperbolique de ce dernier avec l'effet du bord d'attaque et du point de vue temporel on ne remarque pas une évolution sensible de ce coefficient au cours du processus.

Si on augmente le nombre de Reynolds, la valeur du coefficient d'échange massique augmente et on peut noter une légère diminution de ce dernier si la vitesse d'aspiration augmente.

Et par rapport aux coefficients de diffusion on remarque une diminution du coefficient de transfert de masse si on diminue les coefficients de diffusion.

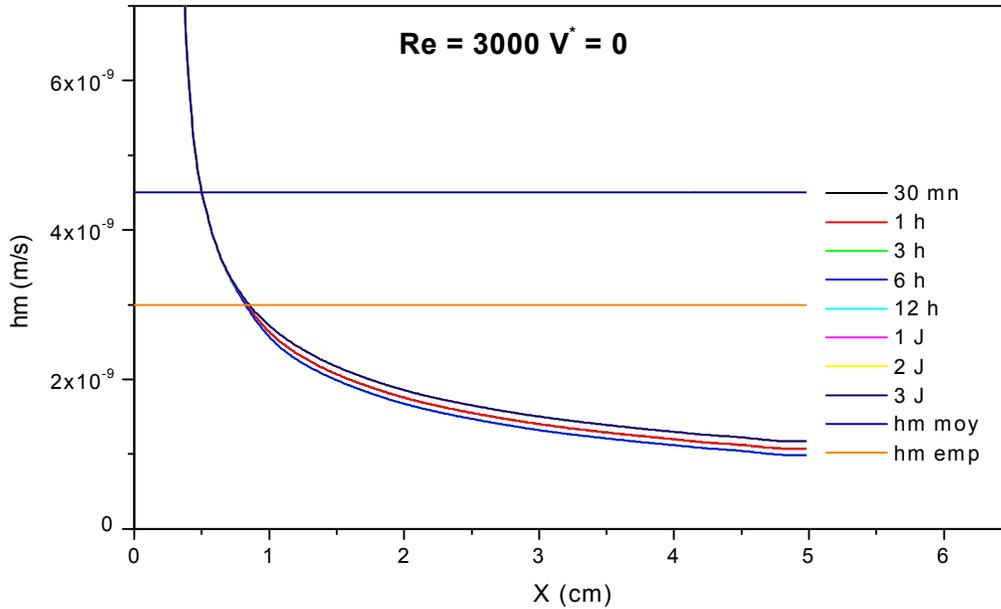


Figure V.75. Evolution spatiale du coefficient de transfert de masse pour différents temps et pour  $Re= 3000, V^* = 0, D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$

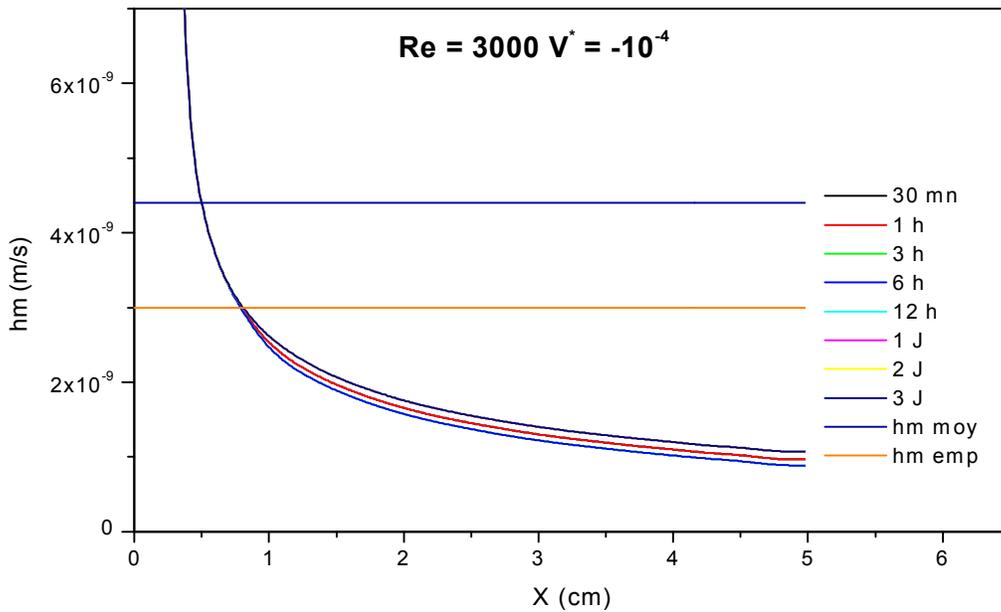
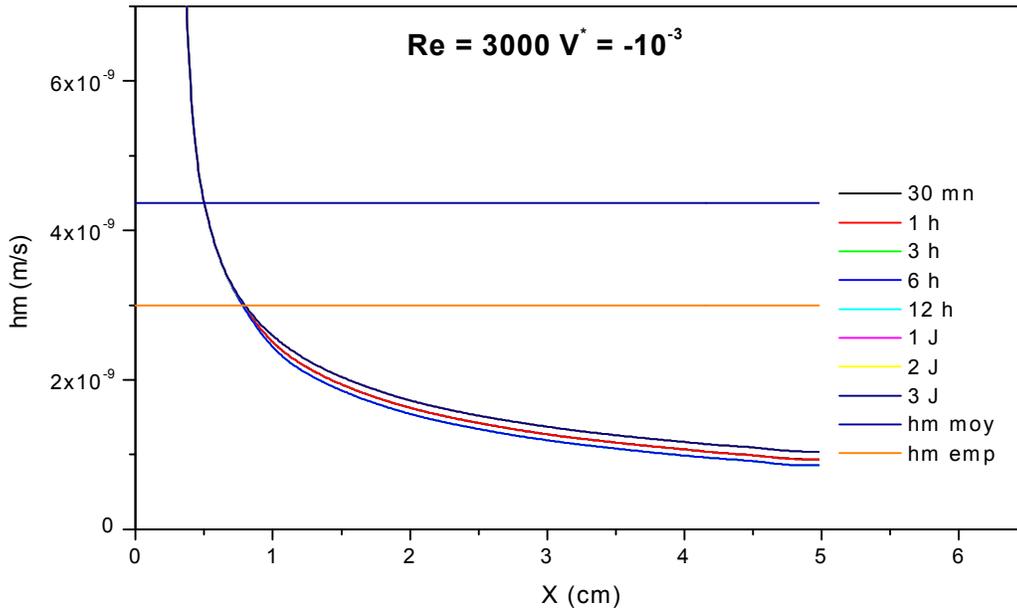
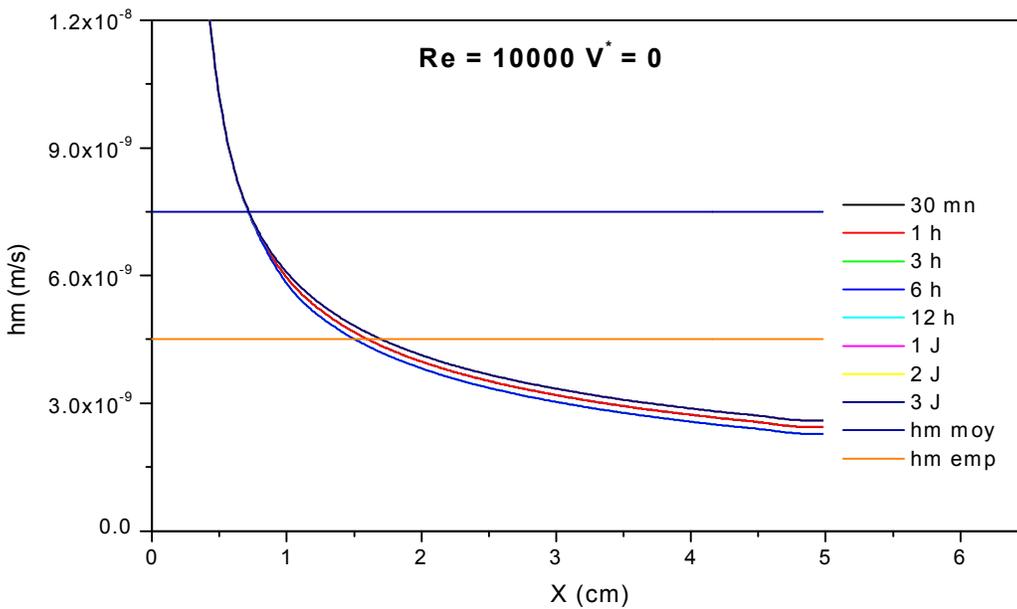


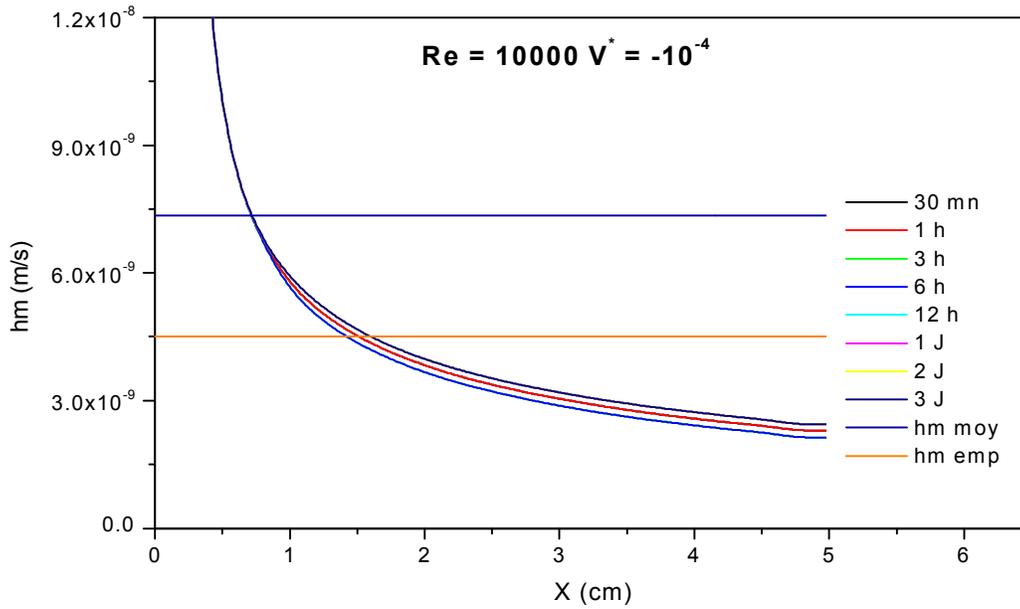
Figure V.76. Evolution spatiale du coefficient de transfert de masse pour différents temps et pour  $Re= 3000, V^* = -10^{-4}, D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$



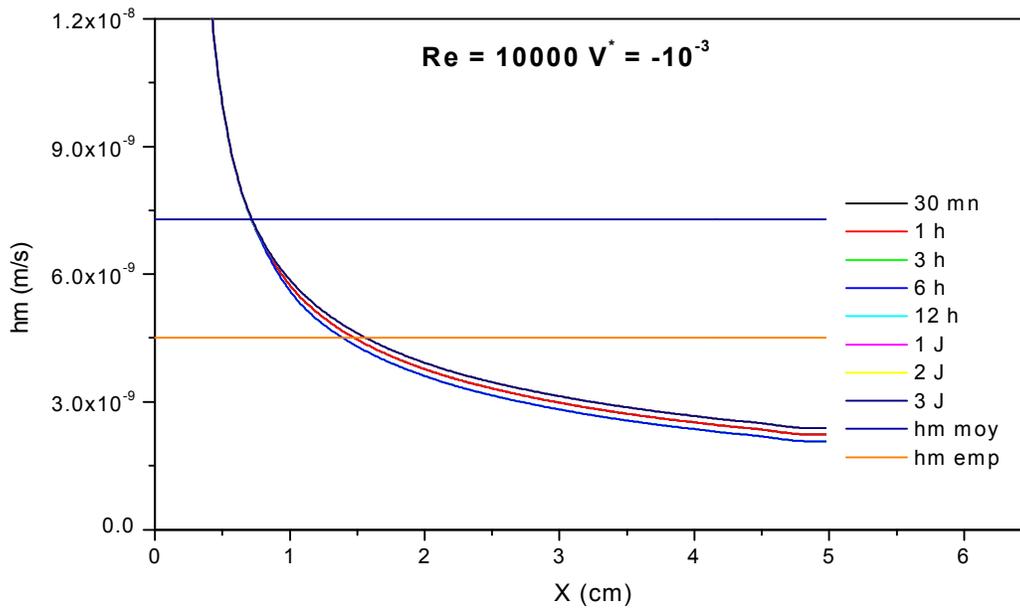
**Figure V.77. Evolution spatiale du coefficient de transfert de masse pour différents temps et pour  $Re= 3000$ ,  $V^* = -10^{-3}$ ,  $D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$**



**Figure V.78. Evolution spatiale du coefficient de transfert de masse pour différents temps et pour  $Re= 10^4$ ,  $V^* = 0$ ,  $D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$**



**Figure V.79.** Evolution spatiale du coefficient de transfert de masse pour différents temps et pour  $Re= 10^4$ ,  $V^* = -10^{-4}$ ,  $D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$



**Figure V.80.** Evolution spatiale du coefficient de transfert de masse pour différents temps et pour  $Re= 10^4$ ,  $V^* = -10^{-3}$ ,  $D_{wpt} = 25.10^{-12} \text{ m}^2/\text{s K}$  et  $D_{Tpt} = 5.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$

**V.2 CONCLUSION :**

Les résultats obtenus montrent particulièrement l'influence des coefficients de diffusion sur les profils des paramètres thermique et massique à l'interface et l'effet d'interaction entre les deux milieux avec une influence sensible de l'effet du bord d'attaque.

Un des résultats de l'interaction entre un écoulement d'air externe et un milieu poreux est de créer une inhomogénéité spatiale de distribution des paramètres à l'interface (température interfaciale, coefficient d'échange convectif, coefficient de transfert de masse).

Nos résultats vont dans le même sens physique que ceux de M.Prat.

## **CONCLUSION**

Le travail présenté dans ce mémoire, concerne l'influence des paramètres de structures sur les effets d'interaction entre un écoulement d'air externe et une structure poreuse.

La recherche de solution à ce problème a nécessité la résolution simultanée des équations de couches limites dynamique, thermique et massique pour l'écoulement externe ainsi que les équations de transfert de masse et de chaleur pour le milieu poreux.

Nous nous sommes intéressés en premier lieu à l'étude de l'écoulement externe par la résolution des équations des couches limites dynamique, thermique et massique, les résultats obtenus ont montré que :

Les épaisseurs des couches limite dynamique, thermique et massique diminuent si on augmente le nombre de Reynolds ou la vitesse d'aspiration.

La résolution des équations de la chaleur et de transfert de masse dans le milieu poreux obtenu par couplage avec les équations de l'écoulement externe (condition aux limites pour le milieu poreux), nous a permis de noter que :

- l'effet du bord d'attaque sur l'inhomogénéité de la distribution de la température et de la teneur en eau au sein du milieu poreux ;
- si on augmente le nombre de Reynolds, la teneur en eau diminue et la température du milieu poreux augmente ;
- l'augmentation de la vitesse d'aspiration engendre une légère diminution de la température du milieu poreux et une légère augmentation de la teneur en eau.

La conséquence de la prise en compte simultanée des transferts couplés de masse et de chaleur et l'influence des paramètres de structure à l'interface permet de déduire que :

- si on augmente les coefficients de diffusion, le coefficient de transfert de masse augmente et si on diminue les coefficients de diffusion, le coefficient de transfert de masse diminue. Sur la température de surface et le coefficient d'échange convectif on ne remarque pas une évolution sensible ;
- l'effet du bord d'attaque, sur les coefficients d'échange convectif et massique est important ;
- si on augmente le nombre de Reynolds, les coefficients d'échange convectif et massique et la température de surface augmentent, donc un bon échange thermique et massique ;
- si on augmente la vitesse d'aspiration, les coefficients d'échange convectif et massique et la température de surface diminuent légèrement.
- un des résultats de l'interaction entre un écoulement d'air externe et un milieu poreux est de créer une inhomogénéité spatiale des paramètres d'écoulement à l'interface et les champs thermique hydrique du milieu poreux ;

Les résultats obtenus par notre code de calcul vont dans le même sens physique que ceux de M. Prat [1].

**REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

- [1] **HELEL DALEL, BOUKADIDA NOUREDDINE, DORIGNAC EVA** (2005), *Effet des couches limites dynamique thermique et massique sur les mécanismes des transferts de chaleur et de masse au sein d'un milieu poreux soumis à une convection forcée laminaire*, Article : Laboratoire d'Energie et environnement, ISSAT, Tunisie. LET, UMR6608 CNRS-ENSMA, 86960 Futuroscope, France.
- [2] **M.PRAT** (1989), *Modélisation des transferts en milieux poreux changement d'échelle et conditions aux limites*, Thèse de doctorat ES–SCIENCES physiques, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- [3] **ST.I.GHEORGITA** (1955), *On the motion of incompressible fluids in presence of porous bodies.*, Com. Acad. Repub.
- [4] **ST.I.GHEORGITA** (1955), *The generalization of the stokes formula*, Buletus Sti. Mat. Fiz. Acad. Repub.
- [5] **ST.I.GHEORGITA** (1955), *The hydrodynamical action in porous bodies*, Buletus Sti. Mat. Fiz. Acad. Repub.
- [6] **D.D.JOSEPH and L.N.Tao** (1966), *Lubrification of Porous Bearing – Stokes solution*, J.Appl. Mech. Trans. A.S.M.E, pp 753-760.
- [7] **G.S.Beavers and D.D.JOSEPH** (1967), *Boundary conditions at a naturally permeable wall*, J.Fluid Mech, vol.30, pp 197-207.
- [8] **TANG H.T and FUNG Y.C** (1975), *Fluid movement in channel with permeable walls covered by porous media. A model of lung alveolar sheet*, J.Appl. Mech, vol.97, pp 45-50.

- [9] **B. KHIARI, S. BEN MABROUK, M. SASSI** (2002), *Simulation Des Phénomènes De Transfert Dans Un Milieu Granulaire : Etude d'un séchoir tunnel*, INIRST, Article : Laboratoire Applications Solaires. ENIM, Laboratoire d'Etude des Systèmes Thermiques et Energétiques, TUNISIE.
- [10] **BEN MABROUK S** (1999), *Etude des transferts simultanés de chaleur et de masse dans les milieux poreux : Modélisation des phénomènes de séchage*. Thèse de Doctorat Es-Sciences, Faculté des Sciences de Tunisie.
- [11] **PIACENTINI R., COMBARNOUS M** (1985), *Modélisation du séchage solaire de fruits: Application au séchage de prunes*. Revue Internationale d'Hélio technique, vol.2, pp 44-49.
- [12] **CRAUSSE P** (1983), *Etude fondamentale des transferts couplés de chaleur et d'humidité en milieu poreux non sature*, Thèse de doctorat es-science, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- [13] **PATANKAR S.V** (1981), *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere Pub. Corp.
- [14] **H. SCHLICHTING** (1979), *Boundary layer theory*. McGraw-Hill.
- [15] **F.P.INCROPERA, D.P.DE WITT** (1984), *Fundamentals of heat and mass transfer*. John Wiley and Sons.
- [16] **L.PRANDTL** (1952), *Guide à travers la mécanique des fluides*. Dunod.
- [17] **BORIES S** (1991), *Fundamentals of Drying capillary-porous bodies*, kluwer academic publishers. Printed in the Netherlands.
- [18] **MARLE C.M** (1984), *Les écoulements polyphasiques en milieux poreux: de l'échelle des pores à l'échelle macroscopique*, Annales de mines, pp 1-6.

- [19] **S.LARBI, OUKACHA, H.BELHANECHÉ** (1999), *Simulation numérique bidimensionnelle des mécanismes d'échange thermiques et massiques dans les milieux capillaro-poreux*, Mémoire de magister, ENP.
- [20] **BORIES S** (1984), *Transfert de chaleur et de masse dans les matériaux. Analyse et critique des différents modèles mathématiques utilisés*. Collège Int. des sci. de la construction, pp13-31.
- [21] **LARBI S** (1990), *Quelques aspects de la physique des transferts en milieu poreux lors d'un processus d'humidification par condensation*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- [22] **LARBI S, BORIES S, BACON G** (1995), *Diffusion d'air humide avec condensation de vapeur d'eau en milieu poreux*, Int. J. Heat and mass Transfer. Vol 38.
- [23] **BORIES S, BACON G, RECAN M** (1984), *Experimental and numerical study of coupled heat and mass transfert in porous materials*, Proceedings of fourth international drying symposium, Vol.1, koyoto japan IDS'84.
- [24] **RECAN M** (1982), *Simulation numérique du comportement thermique d'un sol nu. Application à l'étude de l'évaporation par télédétection*, Thèse de docteur-Ingénieur, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- [25] **GUELLATI A** (1997), *Analyse des aspects massiques et thermiques dans les milieux poreux en régime diffusionnel pure*, Mémoire de magister. département Génie Mécanique, ENP.
- [26] **MASMOUDI W** (1989), *Contribution à l'étude du séchage des matériaux capillaro-poreux. Critique de la modélisation macroscopique et du protocole expérimental de validation*. Thèse INP de Toulouse.

- [27] **M.PRAT** (1986), *Heat and mass transfers predetermination between a drying material and an external flow*, Int. Drying Symposium Paris.
- [28] **J.P.HOLMAN, P.R.S.WHITE** (1992), *Heat transfer*. Mc GRAW-HILL BOOK COMPANY.
- [29] **B.CARNAHAN** (1969), *Applied numerical methods*. J.Wiley and Sons.
- [30] **WHITAKER S** (1977), *Simultaneous Heat, Mass, and Momentum Transfer in Porous Media : A Theory of Drying*, Adv.In Heat Transfer, vol.13, pp 119-200.
- [31] **ANDERSON D.A, TANNEHILL J.C, PLETCHER R.H** (1984), *computational fluid mechanics and heat transfert*. Hemisphere publishing corporation. Département Génie Mécanique.
- [32] **R.PEYRET, D.TAYLOR** (1990), *Computational Methods for Fluid Flow*. Springer-Verlag.
- [33] **PEACEMAN D.W, RACHFORD H.H** (1955), *The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations*, J.Soc. Ind. Appl. Math.
- [34] **ANDRE B. DE VRIENDT** (1984), *La transmission de la chaleur. Volume1*, éditeur : Gaëtan Morin.
- [35] **S.LARBI, OUKACHA, H.BELHANECHÉ** (2001), *Aspect bidimensionnel de la condensation dans les parois internes des structures*, Congrès Euro Méditerranéen de la matière condensée, Tlemcen, Algérie.
- [36] **BORIES S, PRAT M** (1996), *Transfert de chaleur dans les milieux poreux*. ©Techniques de l'ingénieur, traité génie énergétique.

- [37] **EUVRARD D** (1990), *Résolution numérique des équations aux dérivées partielles, Différences finis, Eléments finis, Méthode des singularités*, 2<sup>nd</sup> édition Masson, Paris.
- [38] **MARTHERON G** (1965), *Les variables généralisées et leur estimation*. Thèse Paris.
- [39] **DE VRIES D.A** (1958), *Simultaneous Transfer of Heat and Moisture in Porous Media*, Trans. Ame. Geoph. Union, vol.39, pp 909-916.
- [40] **DE VRIES D.A** (1987), *The theory of Heat and Moisture Transfer in Porous Media revisited*, Int. J.Heat Mass Transfer, vol.30, pp 1343-1350.