

7/02

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**

DEPARTEMENT GENIE MECANIQUE

**Projet de fin d'études**

*Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en génie mécanique*

Thème :

**Etude des effets d'interaction entre un écoulement externe et un milieu poreux**

Proposé Par :

Mr H. BELHANECHÉ  
Mr S. LARBI

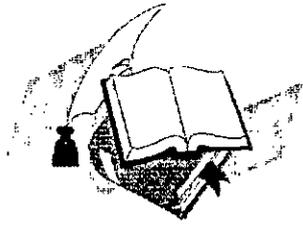
Étudié par :

Mr MALKI Maâmar

Dirigé par :

Mr H. BELHANECHÉ  
Mr S. LARBI

Promotion  
- Juin 2002 -



E.N.P 10, Avenue Hassen Badi – El Harrach – Alger



## Dédicaces :

*Je dédie ce modeste travail :*

*A Mr Ahmed,  
A mes deux grands-mères,  
A mes chères oncles Nour-eddine, Mustapha et Mohamed,  
A mes chères parents,  
A mes chères tantes,  
A mon chère frère Braham,  
A toute la famille Ben Mouna,  
A tous mes amis : Nabil, lahcene, Lakhdher, Abd-el-afidh.....*

*Ainsi qu'à toute ma famille et mes amis.*

*Maâmar.*

# REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier dieu pour la volonté et le courage qui m'ont donné pour l'achèvement de ce modeste travail.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude envers mes promoteurs Mr. H. BELHANECHÉ et Mr. S. LARBI pour leurs encouragements, leur suivi, et pour les conseils qui ont apporté pour l'achèvement de ce projet.

Je tiens également à remercier messieurs les membres de jury pour avoir accepté d'examiner ce travail, ainsi que l'ensemble des enseignants qui ont contribué à ma formation, sans oublier tout le personnel de la bibliothèque.

Mes remerciements vont également à mes collègues et amis de la promotion.

في دراستنا هته نهتم بالتأثير المتبادل بين جريان خارجي للهواء و وسط مسامي. نهتم في بداية الأمر بدراسة الجريان الخارجي و الوسط المسامي كل على حدة من خلال برنامجي حساب، و ثانيا أخذنا بعين الإعتبار التأثير المتبادل بين الوسطين و هذا بواسطة إدماج برنامجي الحساب.

النتائج المتحصل عليها خاصة بالتوزيع الحراري، و معامل التبادل الحراري، و درجة حرارة الصفيحة.

مقارنة النتائج المحصل عليها بالموجودة في المراجع توضح توافق كبير بينهما.

وسط المسامي، جريان خارجي، التأثير المتبادل:الكلمات المفتاحية

## RESUME :

*Le travail présenté dans ce mémoire concerne l'étude des effets d'interaction entre un écoulement d'air externe et un milieu poreux. Nous nous sommes intéressés en premier lieu à l'étude de l'écoulement externe et du milieu poreux séparément par l'établissement de deux codes de calculs, en second lieu nous avons pris en compte l'effet d'interaction entre les deux milieux par le biais d'interaction des deux codes de calcul. Les résultats obtenus sont relatifs à la détermination des champs thermiques, du coefficient d'échange convectif et de la température superficielle.*

*La confrontation de nos résultats à ceux de la littérature a montré un bon accord entre les deux.*

**Mots clés :** *Milieu poreux – Ecoulement externe – interaction*

## ABSTRACT:

*The present work concerns the study of the interaction effects between an air out-flow and a porous medium. First, we were interested separately in the study of the out-flow and the porous medium by the establishment of two numerical programme. Second, we took in account the effect of interaction between the two surroundings by the interaction of the two numerical programme of calculation. The gotten results are relative to the thermal field determination, the convectif exchange coefficient and the superficial temperature.*

*The confrontation of our results to those of the literature showed a good agreement between the two.*

**Key words:** *porous medium – out-flow – interaction*

## SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE	1
-----------------------	---

### CHAPITRE I : EQUATIONS FONDAMENTALES DE LA MECANIQUE DES FLUIDES

I.1 ETABLISSEMENT DES EQUATIONS FONDAMENTALES DE LA MECANIQUE DES FLUIDES	3
* I.1.1 Equation de continuité	3
I.1.2 Equations de Navier et Stokes	4
I.1.3 Equation de conservation de l'énergie	7
I.1.4 Forme adimensionnelle des équations	12
I.2 EQUATIONS DES COUCHES LIMITES	13
I.2.1 Couche limite dynamique	13
I.2.2 Couche limite thermique	15

### CHAPITRE II : MODELISATION MATHEMATIQUE ET CONDITIONS AUX FRONTIERES

II.1 MODELISATION COTE ECOULEMENT EXTERNE	17
II.1.1 Couche limite dynamique	17
II.1.2 Couche limite thermique	18
II.2 MODELISATION COTE MILIEU POREUX	19
II.3 RACCORDEMENT ENTRE L'ECOULEMENT EXTERNE ET LE MILIEU POREUX	21

### CHAPITRE III : RESOLUTION NUMERIQUE

III.1 CLASSIFICATION MATHEMATIQUE DES EQUATIONS AUX DERIVEES PARTIELLES	24
III.2 CONDITIONS AUX LIMITES	25
III.3 DISCRETISATION (METHODE DES DIFFERENCES FINIS)	26
III.3.1 Méthode des différences finis	26
III.3.2 Les différents schémas des différences finies	30
III.4 REPRESENTATION DE LA METHODE ADI	31
III.4.1 Stabilité de la méthode ADI	31
III.5 APPLICATION DE LA METHODE ADI AU CAS TRAITE	32
III.5.1 Discrétisation de l'équation de la chaleur	33
III.5.2 Discrétisation des équations des couches limites dynamique et thermique	35
III.5.3 Raccordement entre l'écoulement externe et le milieu poreux	39

**CHAPITRE IV : RESULTATS ET DISCUSSION**

IV.1 PRESENTATION ET INTERPRETATION DES RESULTATS	41
IV.1.1 Etude de l'écoulement externe	42
IV.1.2 Etude du Milieu poreux	49
IV.1.3 Etude des paramètres d'écoulement à l'interface	60
IV.2 CONCLUSION	72
CONCLUSION GENERALE	73
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	

NOMENCLATURE

$A_x, B_x, C_x, D_x$  : Vecteurs du système tridiagonale suivant la direction x

$A_y, B_y, C_y, D_y$  : Vecteurs du système tridiagonale suivant la direction y

$C_p$  : Capacité calorifique à pression constante [kJ/kg K]

e : Energie interne par unité de masse [kJ/kg]

F : Force [N]

g : Accélération de la pesanteur [m/s<sup>2</sup>]

$h_e$  : Coefficient d'échange convectif [W/m<sup>2</sup> K]

$h_{emp}$  : Coefficient d'échange convectif empirique [W/m<sup>2</sup> K]

$h_{moy}$  : Coefficient d'échange convectif moyen [W/m<sup>2</sup> K]

h : Enthalpie par unité de masse [kJ/kg]

L : Une longueur caractéristique de la plaque [cm]

$\dot{m}$  : Débit massique [kg/s]

m : Nombre de nœuds du milieu poreux suivant y

n : Nombre de nœuds du milieu poreux suivant x

$N_x$  : Nombre de nœuds du milieu extérieur suivant x

$N_y$  : Nombre de nœuds du milieu extérieur suivant y

p : Pression [N/m<sup>2</sup>]

q : Densité de flux de chaleur à l'interface [W/m<sup>2</sup>]

r : Vecteur de déplacement [cm]

T : Température [°C]

$T_{ex}$  : Température du fluide extérieur [°C]

$T_{MP}$  : Température du milieu poreux [°C]

$T_p$  : Température à la paroi [°C]

$T_u$  : Température unidimensionnelle du milieu poreux [°C]

$T_\infty$  : Température du fluide loin de la plaque [°C]

t : Temps [s]

u, v, w : Composante du vecteur vitesse [m/s]

$U_\infty$  : Vitesse de l'écoulement loin de la plaque [m/s]

x, y, z : Dimension d'espace [cm]

**Symbole grec**

- $\alpha$  : Diffusivité thermique du milieu poreux [ $m^2/s$ ]  
 $\delta$  : Epaisseur de la couche limite dynamique [cm]  
 $\delta_T$  : Epaisseur de la couche limite thermique [cm]  
 $\mu$  : Viscosité dynamique [kg/m.s]  
 $\nu$  : Viscosité cinématique [ $cm^2/s$ ]  
 $\lambda$  : Conductivité thermique [W/m K]  
 $\lambda_{ex}$  : Conductivité thermique du fluide extérieur [W/m K]  
 $\lambda_{MP}$  : Conductivité thermique du milieu poreux, W/m K  
 $\rho$  : Masse volumique [ $kg/m^3$ ]  
 $\Delta$  : Pas de discrétisation  
 $\nabla$  : Opérateur de dérivation  
 $\Omega$  : Domaine d'étude  
 $\Gamma$  : Frontière du domaine d'étude  
 $\sigma_{ij}$  : Tenseur des contraintes  
 $\delta_{ij}$  : Tenseur de Kronecker

**Indice et exposant**

- $ex$  : Extérieur  
 $c$  : Convectif  
 $i, j, k$  : Des axes correspondants respectivement à  $x, y, z$   
 $MP$  : Milieu poreux  
 $p$  : Paroi  
 $u$  : Unidimensionnelle  
 $0$  : Valeur initiale  
 $*$  : Grandeur adimensionnelle  
 $\infty$  : Grandeur loin de la plaque

# INTRODUCTION

## GENERALE

**INTRODUCTION GENRALE**

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

*Dans de nombreux phénomènes naturels et processus industriels, différents types de transferts se produisent entre un milieu poreux et son environnement, on peut citer les processus de séchage, de filtration, d'isolation thermique (utilisée pour étudier par exemple l'écoulement dans les vaisseaux capillaires des alvéoles pulmonaire) et les échanges sol – atmosphère [1].*

*Dans un grand nombre de cas il est possible de modéliser les transferts au sein du milieu poreux et au sein du milieu constituant son environnement à l'aide des équations fondamentales de la mécanique des fluides. Dans ces conditions afin d'obtenir l'évolution spatio – temporelle des différentes grandeurs, la démarche naturelle consiste à coupler les systèmes d'équations rendant compte des transferts coté milieu externe et coté milieu poreux en exprimant la continuité des variables d'état et des densités de flux normales à l'interface entre les deux milieux [1].*

*L'étude d'un problème de transfert de chaleur entre un milieu poreux et un écoulement externe, passe par la connaissance des paramètres de l'écoulement externe et ceux relatifs aux phénomènes de transfert dans le milieu poreux. Pour cela il faut élaborer un code permettant le calcul des paramètres d'écoulement à l'intersection de l'écoulement externe et de la paroi poreuse c'est à dire que l'on doit utiliser deux codes, le premier permet la détermination des paramètres d'écoulement externe et le second est relatif au calcul du champ de température dans le milieu poreux.*

*Le but de notre travail est d'étudier l'évolution spatio – temporelle des paramètres d'écoulement à la paroi et les champs de températures dans le milieu poreux et l'écoulement externe pour différents nombres de Reynolds et différentes vitesses d'aspiration.*

*Le travail présenté dans ce mémoire est divisé en quatre chapitres :*

- *Le premier chapitre est consacré à l'établissement des équations des couches limites dynamique et thermique à partir des équations fondamentales de la mécanique des fluides ;*
- *Le deuxième chapitre traite la modélisation mathématique du transfert de chaleur entre un milieu poreux et un écoulement d'air externe ;*
- *Le troisième chapitre porte sur la résolution numérique des équations aux dérivées partielles données par la modélisation ;*
- *Le quatrième chapitre est relatif à la présentation des résultats ainsi qu'à leur interprétation.*

*Enfin nous terminerons ce travail par une conclusion générale.*

CHAPITRE I :  
EQUATIONS  
FONDAMENTALES  
DE LA MECANIQUE  
DES FLUIDES

Dans ce chapitre, nous présentons les équations des couches limites dynamique et thermique en passant par les équations fondamentales de la mécanique des fluides.

En premier lieu, nous allons établir ces équations pour le cas général et puis les simplifier pour le cas qui nous intéresse c'est à dire le cas d'un écoulement bidimensionnel sur une plaque plane.

**I.1 ETABLISSEMENT DES EQUATIONS FONDAMENTALES DE LA MECANIQUE DES FLUIDES :**

Dans ce paragraphe, nous allons considérer le mouvement d'un fluide Newtonien dans le cas d'un écoulement tridimensionnel.

**I.1.1 EQUATION DE CONTINUTE :**

Considérons un élément fluide de dimensions infinitésimales  $dx, dy, dz$  (Figure I-1) ; faisons un bilan de masse autour de cet élément (sans génération de masse).

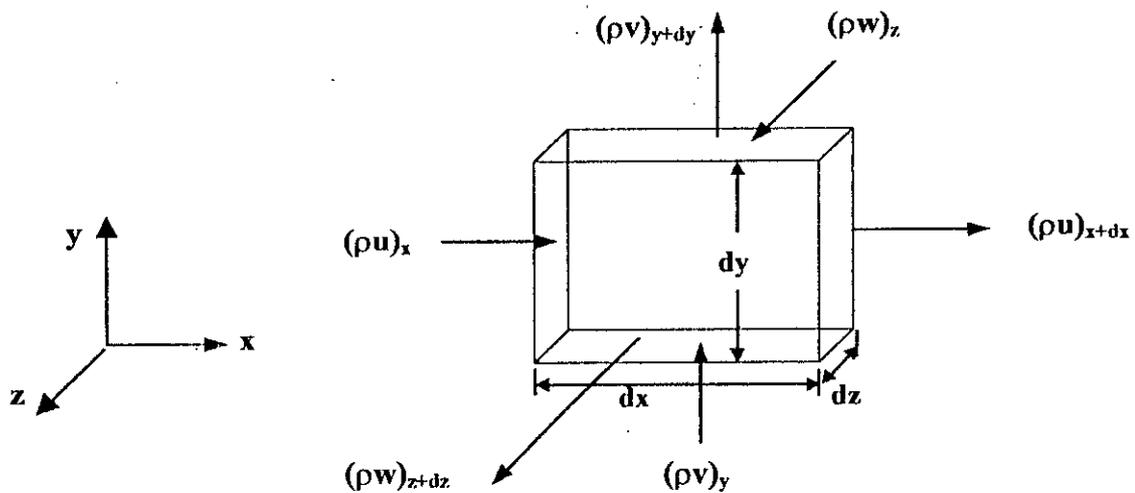
On aura :

$$\dot{m}_e - \dot{m}_s = \dot{m}_{acc}$$

avec :  $\dot{m}_e$  : débit massique entrant ;

$\dot{m}_s$  : débit massique sortant ;

$\dot{m}_{acc}$  : débit massique accumulé.



**Figure I-1. Elément fluide de dimension  $dx, dy, dz$**

alors :

$$[(\rho u)_x - (\rho u)_{x+dx}]dydz + [(\rho v)_y - (\rho v)_{y+dy}]dx dz + [(\rho w)_z - (\rho w)_{z+dz}]dxdy = dxdydz \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

En faisant un développement limité d'ordre 1, on obtient :

$$\begin{cases} (\rho u)_{x+dx} = (\rho u)_x + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx \\ (\rho v)_{y+dy} = (\rho v)_y + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dy \\ (\rho w)_{z+dz} = (\rho w)_z + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} dz \end{cases}$$

Donc, l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0$$

Sous forme vectorielle, elle s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \tag{1.1}$$

Pour un fluide incompressible ( $\rho = \text{est}$ ), l'équation de continuité se réduit à :

$$\text{div}(\vec{V}) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{1.2}$$

### L1.2 EQUATIONS DE NAVIER ET STOKES :

Les équations de Naviers et Stokes expriment la conservation de la quantité de mouvement pour un fluide Newtonien, elles sont déduites de la seconde loi de Newton qui stipule que la somme des forces extérieures est égale à l'accélération multipliée par la masse. Dans le cas du mouvement d'un fluide, on doit considérer les deux types de forces : les forces volumiques et les forces surfaciques.

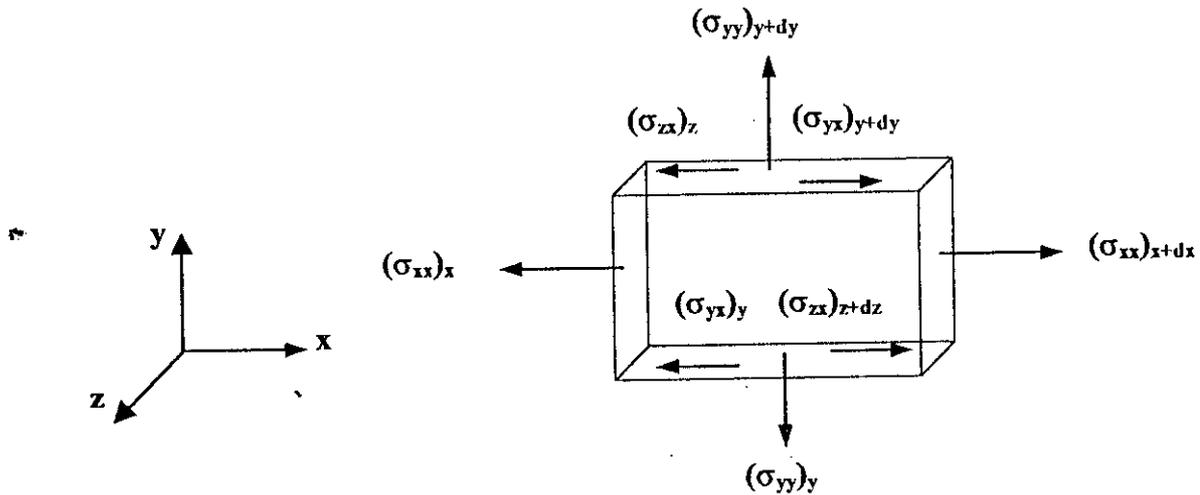
Considérons un élément de fluide de dimensions infinitésimales  $dx, dy, dz$  ayant une accélération :  $\vec{\gamma} = \frac{D\vec{V}}{Dt}$ . Les forces agissant sur cet élément sont les forces volumiques (dus essentiellement à l'effet de la pesanteur) et les forces surfaciques (dus aux contraintes) [2].

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_v + \vec{F}_s \quad \text{où : } \vec{F}_s = Xi + Yj + Zk : \text{représente les forces surfaciques ;}$$

$$\vec{F}_v = \rho \vec{g} : \text{représente les forces volumiques.}$$

Appliquons la deuxième loi de Newton à cet élément de volume :

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_v + \vec{F}_s = \rho \frac{D\vec{V}}{Dt} \quad (1.3)$$



**Figure I-2. Forces surfaciques agissant sur un élément fluide**

Essayons maintenant de déterminer les forces surfaciques qui agissent sur un élément fluide de dimensions infinitésimales  $dx, dy, dz$  (Figure I-2).

Considérons les contraintes qui agissent dans chaque direction :

• **Suivant Ox :**

$$[(\sigma_{xx})_{x+dx} - (\sigma_{xx})_x] dydz + [(\sigma_{yx})_{y+dy} - (\sigma_{yx})_y] dx dz + [(\sigma_{zx})_{z+dz} - (\sigma_{zx})_z] dx dy$$

• **Suivant Oy :**

$$[(\sigma_{xy})_{x+dx} - (\sigma_{xy})_x] dydz + [(\sigma_{yy})_{y+dy} - (\sigma_{yy})_y] dx dz + [(\sigma_{zy})_{z+dz} - (\sigma_{zy})_z] dx dy$$

• **Suivant Oz :**

$$[(\sigma_{xz})_{x+dx} - (\sigma_{xz})_x]dydz + [(\sigma_{yz})_{y+dy} - (\sigma_{yz})_y]dxdz + [(\sigma_{zz})_{z+dz} - (\sigma_{zz})_z]dxdy$$

En faisant un développement limité d'ordre 1, on obtient :

• **Suivant Ox :**  $\left( \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} \right) dxdydz$  (I.4.a)

• **Suivant Oy :**  $\left( \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} \right) dxdydz$  (I.4.b)

• **Suivant Oz :**  $\left( \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) dxdydz$  (I.4.c)

En injectant les équations (I.4.a), (I.4.b), (I.4.c) dans l'équation (I.3), on obtient les équations suivant chaque direction :

➤ **Suivant Ox :**  $\rho \frac{Du}{Dt} = \rho g_x + \left( \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} \right)$  (I.5.a)

➤ **Suivant Oy :**  $\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho g_y + \left( \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} \right)$  (I.5.b)

➤ **Suivant Oz :**  $\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho g_z + \left( \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right)$  (I.5.c)

On peut écrire les équations sous une forme vectorielle et on aura :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \sigma_{ij}$$

Les observations expérimentales ont montré pour les fluides Newtoniens, il y'a une relation linéaire entre les contraintes (tangentielles et normales) et les déformations.

Ces relations sont données par :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.6)$$

$\delta_{ij}$  : symbole de Kronecker

En remplaçant ces expressions dans la deuxième loi de Newton, on aboutit à :

$$\begin{cases} \rho \frac{Du}{Dt} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \rho \frac{Dv}{Dt} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \rho \frac{Dw}{Dt} = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{cases} \quad (1.7)$$

Dans le cas d'un fluide incompressible, l'équation de continuité nous donne :

$$\text{div} \vec{V} = 0 \quad (1.8)$$

Les équations de Navier et Stokes pour un écoulement laminaire s'écrivent alors :

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (1.9.a)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (1.9.b)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (1.9.c)$$

### I.1.3 EQUATION DE CONSERVATION DE L'ENERGIE :

L'équation de conservation de l'énergie se déduit à partir du premier principe de la thermodynamique selon lequel la variation de l'énergie totale d'un système quelconque est égale à la différence entre la chaleur échangée avec le milieu extérieure et le travail fourni au système. Ce premier principe de la thermodynamique peut être exprimer par [3] :

$$dE_T = dQ - dW \quad (1.10)$$

avec :  $dE_T$  : Variation de l'énergie totale du système ;

$dQ$  : Variation de la quantité de chaleur ;

$dW$  : Variation du travail.

Dans ce qui suit, on va essayer d'évaluer chacun des termes précédents pour aboutir à l'équation de conservation de l'énergie :

❖ **Evaluation de  $dE_T$ :**

$$dE_T = dE_i + dE_c + dE_p = d \left[ \rho dx dy dz \cdot e + \rho dx dy dz \cdot \frac{1}{2} V^2 - \rho dx dy dz \cdot \vec{g} \cdot \vec{r} \right] \quad (I.11)$$

avec :  $dE_i$  : variation de l'énergie interne du système ;

$dE_c$  : variation de l'énergie cinétique ;

$dE_p$  : variation de l'énergie potentielle.

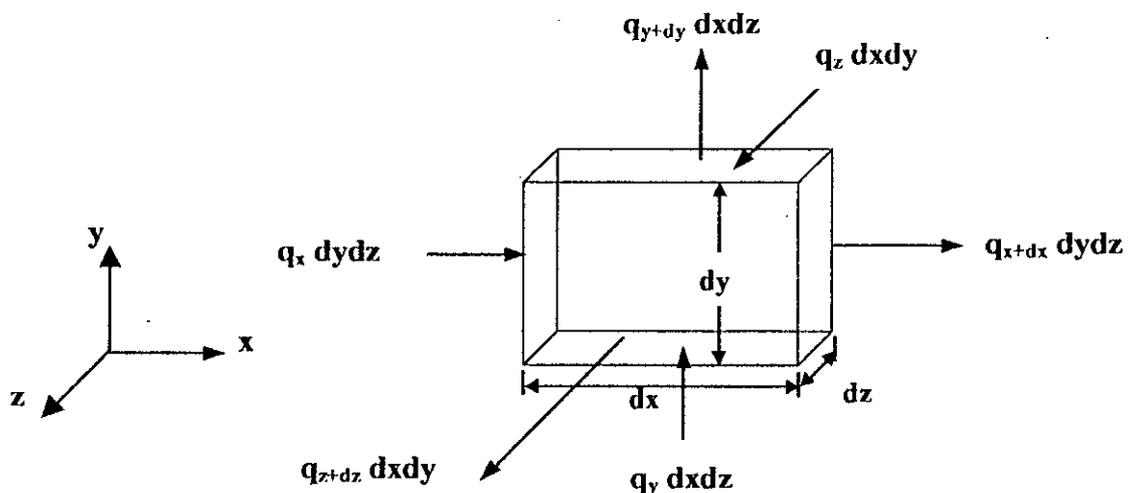
Donc, la variation de l'énergie totale du système s'écrit :

$$dE_T = \rho dx dy dz \cdot d \left[ e + \frac{1}{2} V^2 - \vec{g} \cdot \vec{r} \right] \quad (I.12)$$

❖ **Evaluation de  $dQ$  :**

En considérant un volume de contrôle de dimension  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  (Figure I.3), la variation de la chaleur s'écrit :

$$dQ = [(q_x - q_{x+dx}) dy dz + (q_y - q_{y+dy}) dx dz + (q_z - q_{z+dz}) dx dy] dt$$



**Figure I-3.** Variation de chaleur dans un élément fluide

Par développement, on obtient :

$$dQ = -\text{div} \vec{q} \cdot dx dy dz \cdot dt \quad (\text{I.13})$$

❖ **Evaluation de dW :**

La variation du travail est égale au produit des forces surfaciques par le déplacement, on écrit :

$$dW = \vec{F} \cdot \vec{dl}$$

Considérons les forces surfaciques suivant chaque direction :

• **Suivant Ox :**

$$\begin{cases} W_x = (\sigma_{xx}u + \sigma_{xy}v + \sigma_{xz}w)_x dydzdt \\ W_{x+dx} = (\sigma_{xx}u + \sigma_{xy}v + \sigma_{xz}w)_{x+dx} dydzdt \end{cases}$$

$$dW_x = -\left( \frac{\partial(\sigma_{xx}u)}{\partial x} + \frac{\partial(\sigma_{xy}v)}{\partial x} + \frac{\partial(\sigma_{xz}w)}{\partial x} \right) dx dy dz dt \quad (\text{I.14})$$

• **Suivant Oy :**

$$\begin{cases} W_y = (\sigma_{xy}u + \sigma_{yy}v + \sigma_{yz}w)_y dx dz dt \\ W_{y+dy} = (\sigma_{xy}u + \sigma_{yy}v + \sigma_{yz}w)_{y+dy} dx dz dt \end{cases}$$

$$dW_y = -\left( \frac{\partial(\sigma_{xy}u)}{\partial y} + \frac{\partial(\sigma_{yy}v)}{\partial y} + \frac{\partial(\sigma_{yz}w)}{\partial y} \right) dx dy dz dt \quad (\text{I.15})$$

• **Suivant Oz :**

$$\begin{cases} W_z = (\sigma_{xz}u + \sigma_{yz}v + \sigma_{zz}w)_z dx dy dt \\ W_{z+dz} = (\sigma_{xz}u + \sigma_{yz}v + \sigma_{zz}w)_{z+dz} dx dy dt \end{cases}$$

$$dW_z = -\left( \frac{\partial(\sigma_{xz}u)}{\partial z} + \frac{\partial(\sigma_{yz}v)}{\partial z} + \frac{\partial(\sigma_{zz}w)}{\partial z} \right) dx dy dz dt \quad (\text{I.16})$$

La résultante est la somme des variations de travail suivant chaque direction, donc :

$$dW = dW_x + dW_y + dW_z = -\vec{\nabla}(\vec{V} \cdot \sigma_{ij}) dx dy dz dt \quad (I.17)$$

En injectant les équations (I.12), (I.13) et (I.17) dans l'équation (I.10), on obtient :

$$\rho dx dy dz d \left[ e + \frac{1}{2} V^2 - \vec{g} \cdot \vec{r} \right] = -div \vec{q} dx dy dz dt + \vec{\nabla}(\vec{V} \cdot \sigma_{ij}) dx dy dz dt$$

La relation ci-dessus peut s'exprimer par :

$$\rho \frac{De}{Dt} + \rho V \frac{DV}{Dt} - \rho \vec{g} \cdot \vec{V} = -div \vec{q} + \vec{\nabla}(\vec{V} \cdot \sigma_{ij}) \quad (I.18)$$

Avec :

$$\begin{cases} \vec{\nabla}(\vec{V} \cdot \sigma_{ij}) = \vec{V}(\vec{\nabla} \sigma_{ij}) + \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \\ \rho \frac{DV}{Dt} = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \sigma_{ij} \end{cases} \quad (I.19)$$

La relation (I.18) devient alors :

$$\rho \frac{De}{Dt} = -div \vec{q} + \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -div \vec{q} - P div \vec{V} + \sigma'_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (I.20)$$

$$\begin{cases} \vec{q} = -\lambda \vec{\nabla} T \\ \sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \\ \sigma'_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \end{cases} \quad (I.21)$$

On aura :

$$\rho \frac{De}{Dt} + P div \vec{V} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \mu \Phi \quad (I.22)$$

Sous forme vectorielle :

$$\rho \frac{De}{Dt} + P div \vec{V} = div(\lambda \vec{\nabla} T) + \mu \Phi \quad (I.23)$$

Avec :

$$\Phi = 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - \frac{2}{3} (\text{div} \vec{V})^2 \quad (I.24)$$

D'autre part, l'équation de continuité donne :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) &= 0 \Rightarrow \text{div} \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \\ \Rightarrow P \text{div} \vec{V} &= -\frac{P}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \end{aligned} \quad (I.25)$$

En remplaçant l'équation (I.25) dans l'équation (I.23) on obtient :

$$\rho \frac{De}{Dt} - \frac{P}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = \text{div}(\lambda \vec{\nabla} T) + \mu \Phi$$

L'expression d'enthalpie en fonction de l'énergie interne est :

$$h = e + \frac{P}{\rho} \Rightarrow \rho \frac{Dh}{Dt} = \frac{DP}{Dt} + \text{div}(\lambda \vec{\nabla} T) + \mu \Phi \quad (I.26)$$

$$dh = C_p dT + \frac{1}{\rho} (1 - T\beta) dP \quad \text{avec} \quad \beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad \text{facteur de dilatation volumique}$$

L'équation de conservation de l'énergie s'écrit :

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = T\beta \frac{DP}{Dt} + \vec{\nabla}(\lambda \vec{\nabla} T) + \mu \Phi \quad (I.27)$$

Dans le cas d'un fluide incompressible  $\beta=0$ , donc l'équation de conservation de l'énergie se simplifie en :

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \vec{\nabla}(\lambda \vec{\nabla} T) + \mu \Phi \quad (I.28)$$

Pour un solide avec conductivité thermique constante, l'équation (I.27) se simplifie en :

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \vec{\nabla}(\lambda \vec{\nabla} T) \quad (I.29)$$

**I.1.4 FORME ADIMENSIONNELLE DES EQUATIONS :**

Dans ce paragraphe nous allons considérer le cas d'un écoulement bidimensionnel en régime transitoire d'un fluide incompressible ( $\rho = \text{cst}$ ), on aura  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  ; en négligeant les effets de la gravité.

Dans ces conditions les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie se réduisent à :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (I.30.a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (I.30.b)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (I.30.c)$$

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \Phi \quad (I.30.d)$$

En écriture adimensionnelle :

$$x^* = \frac{x}{L}, \quad y^* = \frac{y}{L}, \quad u^* = \frac{u}{U_\infty}, \quad v^* = \frac{v}{U_\infty}, \quad p^* = \frac{P}{\rho U_\infty^2}, \quad \theta^* = \frac{T - T_\infty}{T_p - T_\infty}, \quad \theta = T - T_\infty, \quad \theta_0 = T_p - T_\infty$$

$$t^* = \frac{t}{t_1} ; \quad \text{avec : } t_1 = \frac{L}{U_\infty}.$$

Où :

$L$  : une longueur caractéristique de la plaque ;

$U_\infty$  : vitesse de l'écoulement loin de la plaque ;

$T_p$  : la température à la paroi ;

$T_\infty$  : température du fluide loin de la plaque.

Les équations précédentes deviennent :

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \quad (I.31.a)$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (I.31.b)$$

$$\frac{\partial v^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial y^*} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (I.31.c)$$

$$\left( \frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} \right) = \frac{1}{Re.Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} \right) + \frac{Ec}{Re} \Phi^* \quad (I.31.d)$$

Où :

$$\left\{ \begin{array}{l} Re = \frac{\rho U_{\infty} L}{\mu} \quad \text{Nombre de Reynolds ;} \\ Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} \quad \text{Nombre de Prandtl ;} \\ Ec = \frac{U_{\infty}^2}{C_p \theta_0} \quad \text{Nombre d'Eckert.} \end{array} \right.$$

## I.2 EQUATIONS DES COUCHES LIMITES :

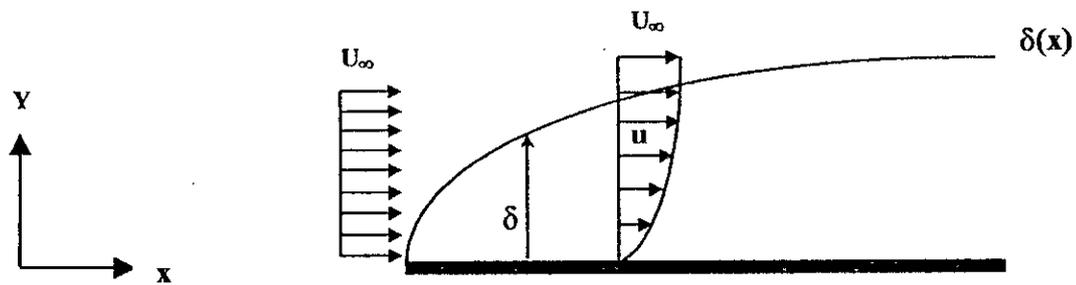
Nous allons établir dans ce qui suit les équations de la couche limite dynamique, thermique à partir des équations précédentes.

### I.2.1 Couche limite dynamique :

Dans la couche limite, la vitesse du fluide est nulle au contact de la plaque (adhérence des particules fluides à la paroi) ; elle augmentent jusqu'à atteindre sa valeur maximale [4].

L'épaisseur de la couche limite est très petite devant la longueur L de la plaque ( $\delta_d \ll L$ ) [3].

La Figure (I-4) montre la distribution de vitesses dans la couche limite dynamique dans le cas d'un écoulement laminaire sur une plaque plane.



**Figure I-4. Couche limite dynamique**

Pour établir les équations de couche limite dynamique, utilisons les équations (I.31.a), (I.31.b) et (I.31.c) et essayons de déterminer les termes qui sont négligeables devant les autres.

Les équations sous forme adimensionnelles s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \\ \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) \\ \frac{\partial v^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial y^*} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right) \end{cases} \quad (I.32)$$

En utilisant les méthodes d'approximation [2], on déduit que  $\frac{\partial u^*}{\partial x^*}$  sera toujours inférieur à l'unité, et de même pour  $\frac{\partial v^*}{\partial y^*}$  d'après l'équation de continuité.

D'autre part, dans la couche limite,  $v^*$ ,  $\frac{\partial v^*}{\partial x^*}$  et  $\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}}$  sont d'ordre  $\delta$  (épaisseur de la couche limite), alors que  $\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}}$  est d'ordre 1. Les termes  $\frac{\partial u^*}{\partial y^*}$  et  $\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}$  sont d'ordre  $\frac{1}{\delta}$  et  $\frac{1}{\delta^2}$  respectivement car  $u^*$  varie de 0 au niveau de la plaque jusqu'à 1 à partir de  $\delta$  [2]. On peut donc négliger les termes d'ordre  $\delta$ , et écrire le système ci-dessus comme suit :

$$\begin{cases} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \\ \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \end{cases} \quad (1.33)$$

Si on considère que la vitesse d'écoulement loin de la plaque  $U_\infty$  est fonction de  $x$  et  $t$ , alors :

$$\frac{\partial U_\infty^*}{\partial t^*} + U_\infty^* \frac{\partial U_\infty^*}{\partial x^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial x^*} \quad (1.34)$$

Dans notre cas on suppose que  $U_\infty = cte$  donc  $\frac{\partial P^*}{\partial x^*} = 0$  ce qui réduit le système ci-dessus à :

$$\begin{cases} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \\ \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \end{cases} \quad (1.35)$$

Les conditions aux limites correspondantes s'écrivent alors :

- Pour  $y^* = 0$  ;  $u^*(x,t) = 0$  ;  $v^*(x,t) = V_0$  (condition d'adhérence)
- Pour  $y^* \rightarrow 1$  ;  $u^*(x,t) = 1$

Les conditions initiales s'écrivent :

- $t^* \leq 0$  ;  $u^*(x,y) = 0$

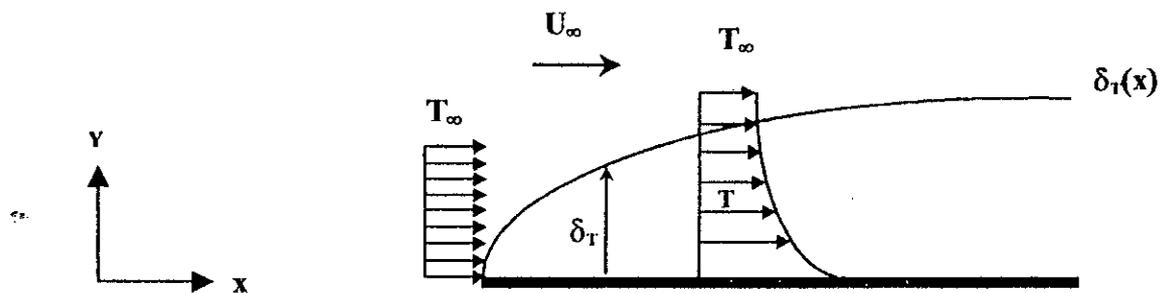
### 1.2.2 Couche limite thermique :

La couche limite thermique apparaît dans un écoulement si la température entre un écoulement et le corps solide diffère, la résolution de l'équation de la couche limite thermique nous permet de déterminer le coefficient d'échange convectif.

La couche limite thermique se développe de la même manière que la couche limite dynamique c'est à dire que la différence de température engendre un gradient de température dans une zone, cette zone est définie comme étant la couche limite thermique.

On note par  $\delta_T$  l'épaisseur de la couche limite thermique qui est très petite devant la longueur de la plaque  $L$  ( $\delta_T \ll L$ ) [3].

La Figure (I-5) montre la formation de la couche limite thermique sur une plaque plane où  $T_\infty$  est la température de l'écoulement loin de la plaque.



**Figure I-5. Couche limite thermique**

Pour établir l'équation de couche limite thermique, utilisons l'équation (I.31.d) de la conservation de l'énergie sous forme adimensionnelle.

$$\left( \frac{\partial \theta^*}{\partial t} + u^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} \right) = \frac{1}{Re \cdot Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} \right) + \frac{Ec}{Re} \Phi^* \quad (I.36)$$

En faisant certaine simplification, on obtient l'équation suivante :

$$\left( \frac{\partial \theta^*}{\partial t} + u^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} \right) = \frac{1}{Re \cdot Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (I.37)$$

Les conditions aux limites correspondantes s'écrivent alors :

- Pour  $y^* = 0$  ;  $\theta^*(x,t) = 0$
- Pour  $y^* \rightarrow 1$  ;  $\theta^*(x,t) = 1$

Les conditions initiales s'écrivent :

- $t^* \leq 0$  ;  $\theta^*(x,y) = 0$

CHAPITRE II :  
MODELISATION  
MATHEMATIQUE  
ET CONDITION  
AUX FRONTIERES

Dans ce chapitre nous allons établir la modélisation du transfert de chaleur entre un milieu poreux et un écoulement d'air externe.

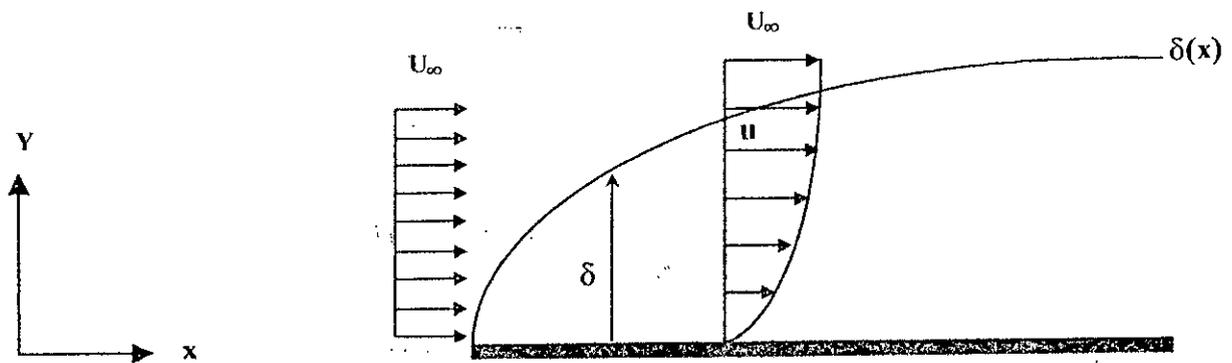
La modélisation proposée est utilisée ensuite pour étudier le comportement du coefficient d'échange convectif.

**II.1 MODELISATION COTE ECOULEMENT EXTERNE :**

L'écoulement considéré est supposé laminaire. Loin de la paroi, sa vitesse est  $U_\infty$  et sa température est  $T_\infty$ .

**II.1.1 Couche limite dynamique :**

La figure (II-1) montre la formation de la couche limite dynamique sur une plaque plane.



***Figure II-1. Couche limite dynamique***

Les équations de couche limite dynamique sous une forme adimensionnelle s'écrivent sous la forme :

$$\begin{cases} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \\ \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \end{cases} \quad (II.1)$$

Avec :

$$x^* = \frac{x}{L}, \quad y^* = \frac{y}{L}, \quad u^* = \frac{u}{U_\infty}, \quad v^* = \frac{v}{U_\infty}, \quad p^* = \frac{P}{\rho U_\infty^2}, \quad \theta^* = \frac{T - T_\infty}{T_p - T_\infty}, \quad \theta = T - T_\infty, \quad \theta_0 = T_p - T_\infty$$

$$t^* = \frac{t}{t_l}; \quad \text{avec: } t_l = \frac{L}{U_\infty}.$$

Les conditions aux limites correspondantes s'écrivent alors :

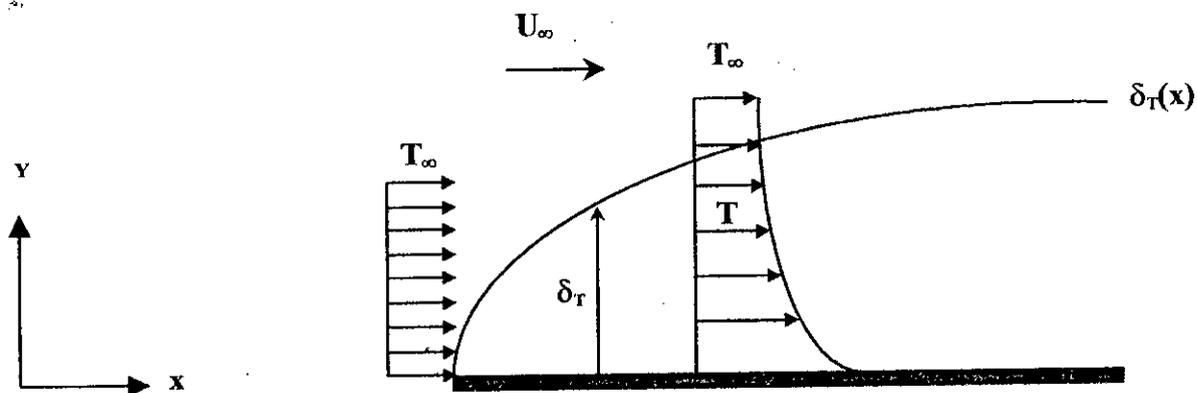
- Pour  $y^* = 0$  ;  $u^*(x,t) = 0$  ;  $v^*(x,t) = V_0$  (condition d'adhérence) ;
- Pour  $y^* \rightarrow 1$  ;  $u^*(x,t) = 1$  ;

La condition initiale s'écrit :

- $t^* \leq 0$  ;  $u^*(x,y) = 0$ .

### II.1.2 Couche limite thermique :

La figure (II-2) montre la formation de la couche limite thermique sur une plaque plane.



**Figure II-2. Couche limite thermique**

L'équation de couche limite thermique sous une forme adimensionnelle s'écrivent sous la forme :

$$\left( \frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} \right) = \frac{1}{Re \cdot Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (II.2)$$

Les conditions aux limites correspondantes s'écrivent alors :

- Pour  $y^* = 0$  ;  $\theta^*(x,t) = 0$  ;
- Pour  $y^* \rightarrow 1$  ;  $\theta^*(x,t) = 1$  ;

La condition initiale s'écrit :

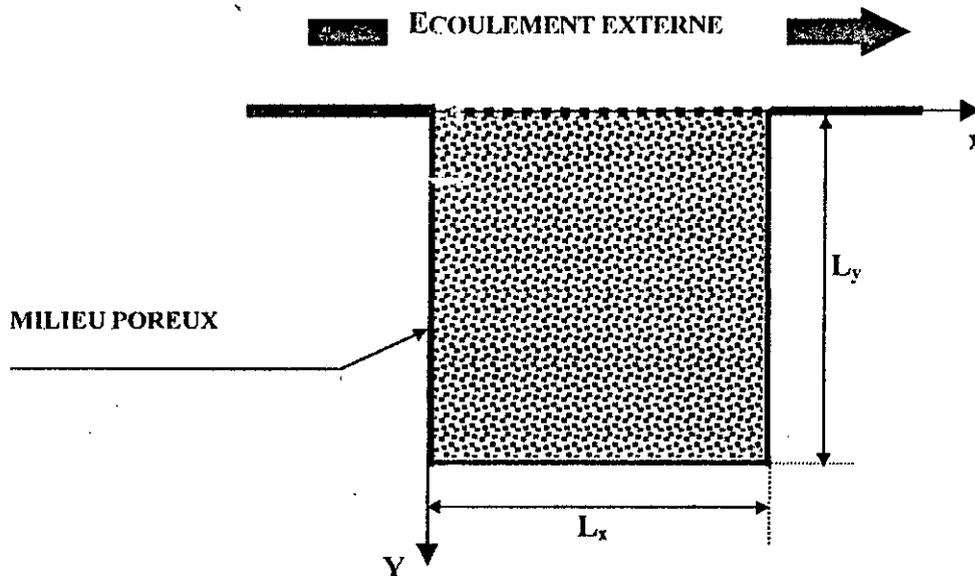
- $t^* \leq 0$  ;  $\theta^*(x,y) = 0$ .

## II.2 MODELISATION COTE MILIEU POREUX :

Dans une large classe de problème les effets convectifs peuvent être négligés devant les effets de conductions au sein du milieu poreux [1].

La figure (II.3) donne un schéma d'un milieu poreux placé dans une enceinte ou, les conditions à la paroi sont adiabatiques ( $x = 0$  et  $x = L_x$ ), la partie supérieure ( $y = 0$ ) est en contact avec un écoulement d'air externe et la partie inférieure ( $y = L_y$ ) est isotherme.

La résolution de cette équation nous donne la distribution de température dans le milieu poreux.



*Figure II-3. Milieu poreux*

En prenant en considération le fait que le transfert de chaleur par changement de phase est négligeable par rapport au transfert par conduction [5]. Le transfert de masse n'est pas pris en compte dans notre modélisation.

Dans ces conditions (cas bidimensionnel), l'équation (I.29) devient :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.3})$$

$$\Rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.4})$$

$$\text{Avec : } \alpha = \frac{\lambda}{\rho C_p}$$

- $T$  : température du milieu poreux ;
- $\lambda$  : conductivité thermique du milieu poreux ;
- $\alpha$  : diffusivité thermique du milieu poreux ;
- $\rho$  : masse volumique du milieu poreux ;
- $C_p$  : capacité calorifique à pression constante du milieu poreux.

Les conditions aux limites correspondantes s'écrivent :

$$\begin{cases} x=0 ; q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \\ x=L_x ; q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

$$\begin{cases} y=L_y ; T(x, L_y, t) = T_1 ; \text{ tel que : } T_1 = \text{cst} \\ y=0 ; q = h_c (T_p - T_\infty) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

La condition initiale s'écrit :

$$t \leq 0 ; T(x, y, 0) = T_0 \quad (\text{II.7})$$

**II.3 RACCORDEMENT ENTRE L'ÉCOULEMENT EXTERNE ET LE MILIEU POREUX :**

La situation étudiée et schématisée sur la figure (II.4). On considère donc le chauffage ou le refroidissement par l'écoulement externe d'un milieu poreux initialement à la température  $T_0$ . Les parois verticales sont adiabatiques (condition de flux nuls sur les parois). La température loin de la plaque est égale à  $T_\infty$ .

La solution du problème exige la résolution des équations de couche limite dynamique et thermique et l'équation de la chaleur du milieu poreux.

Il est effectivement possible de mettre en œuvre une procédure numérique permettant de résoudre à la fois les équations de l'écoulement externe et celle du milieu poreux.

Pour faire le Raccordement entre l'écoulement externe et le milieu poreux on utilise les conditions suivantes [9] :

❖ **Egalité des températures :**

$$T_{ex}(x,0,t) = T_{MP}(x,0,t) ; 0 \leq x \leq L_x \quad (II.8)$$

❖ **Egalité des flux :**

$$q_{ex} = q_{MP}$$

$$\text{Tel que : } \begin{cases} q_{ex} = h_c (T_p - T_\infty) \\ q_{MP} = -\lambda_{MP} \frac{\partial T_{MP}}{\partial y} \Big|_{y=0} \end{cases}$$

$$q_{ex} = q_{MP} \Rightarrow h_c (T_p - T_\infty) = -\lambda_{MP} \frac{\partial T_{MP}}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (II.9)$$

$$\Rightarrow h_c(x,t) = \frac{-\lambda_{MP} \frac{\partial T_{MP}}{\partial y} \Big|_{y=0}}{(T_p - T_\infty)} \quad (II.10)$$

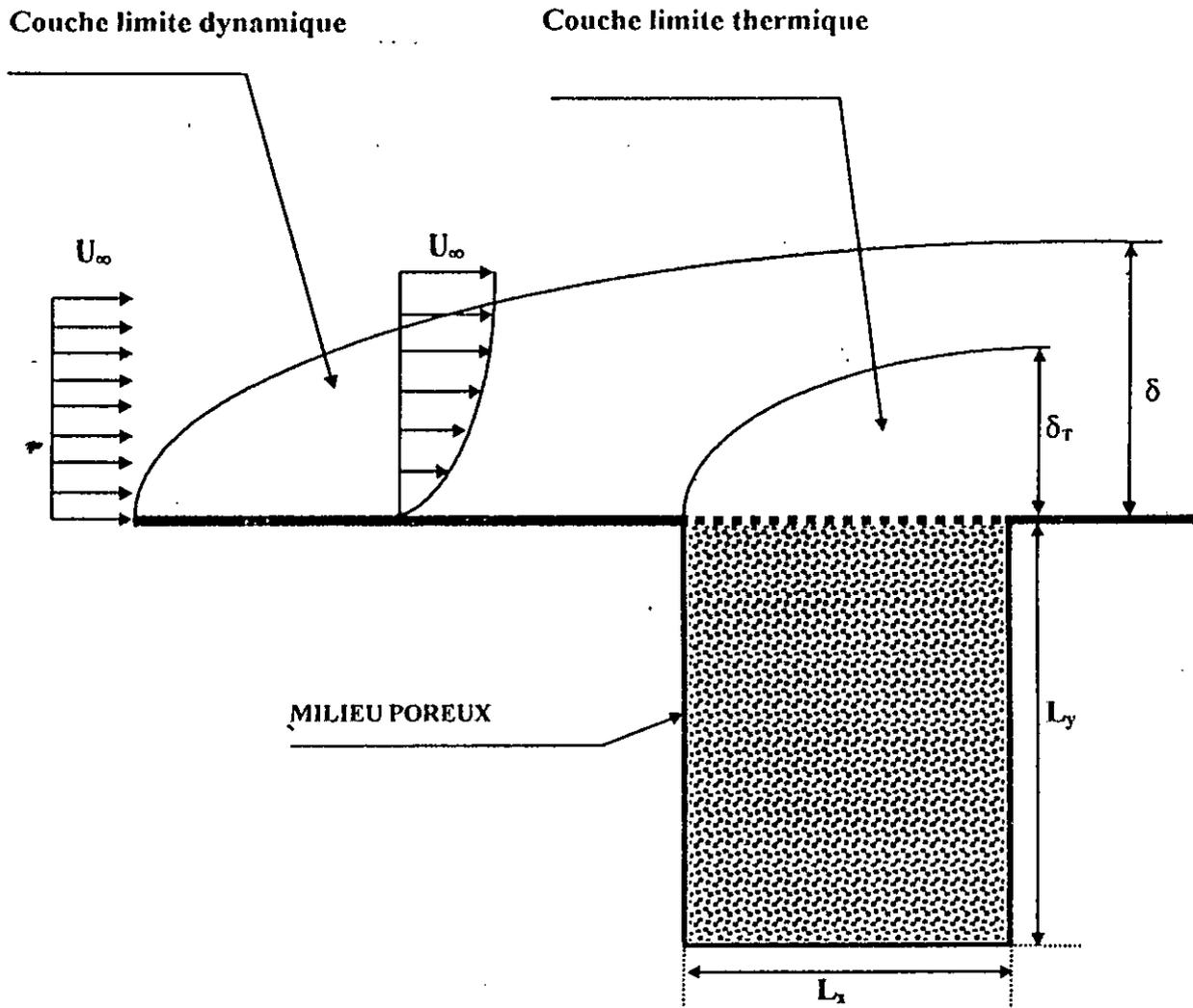
Avec :

- $h_c$  : coefficient d'échange convectif ;
- $q$  : densité de flux de chaleur à l'interface ;
- $T_{ex}$  : température du fluide extérieur ;
- $T_{MP}$  : température du milieu poreux ;
- $T_p$  : température à la paroi ;
- $T_\infty$  : température du fluide loin de la plaque ;
- $\lambda_{ex}$  : conductivité thermique du fluide extérieur ;
- $\lambda_{MP}$  : Conductivité thermique du milieu poreux.

Pour calculer  $h_c$  à tout instant et à toute position on initialise la valeur de  $h_c$  par l'utilisation d'une relation sur le coefficient d'échange convectif autour d'une plaque plane [6].

$$Nu = 0.453.Re^{\frac{1}{2}}.pr^{\frac{1}{3}} = \frac{h_{emp}.L}{\lambda}$$

$$\Rightarrow h_{emp} = \frac{0.453.\lambda.Re^{\frac{1}{2}}.pr^{\frac{1}{3}}}{L} \quad (II.11)$$



*Figure II-4. Configuration étudiée.*

CHAPITRE III :  
RESOLUTION  
NUMERIQUE

Dans le chapitre précédent, nous avons modélisé notre problème en utilisant les équations de Navier-Stokes et l'équation de l'énergie. Le caractère non linéaire des équations aux dérivées partielles exige la recherche de solution numérique à ces problèmes.

### III.1 CLASSIFICATION MATHEMATIQUE DES EQUATIONS AUX DERIVEES PARTIELLES :

Les équations aux dérivées partielles {EDP} de deuxième ordre sont en général des EDP de types elliptiques, hyperboliques ou paraboliques [7].

Cette classification est possible si l'équation est réduite par des transformations à la forme :

$$\sum_{i=1}^n A_i \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} + \sum_{i=1}^n B_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + Cf + D = 0 \quad (\text{III.1})$$

Avec  $f$  fonction de  $x_i$ ,  $x_i$  sont des variables indépendantes.

Les coefficients  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C$  et  $D$  sont des fonctions de  $x_i$  c'est à dire qu'on les considère comme des équations linéaires.

- Si tout les coefficients  $A_i$  différents de zéro et ils ont le même signe, cette EDP est de type elliptique ;
- Si tout les coefficients  $A_i$  différents de zéro et tout les  $A_i$  sauf un, ont le même signe, cette EDP est de type hyperbolique ;
- Si un coefficient  $A_k$  est égal à zéro et les autres  $A_i$  différents de zéro et ils ont le même signe, et si le coefficient  $B_k$  de  $\frac{\partial f}{\partial x_k}$  est différent de zéro, cette EDP est de type parabolique.

*A titre d'exemple :*

- $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$  est du type elliptique (L'équation de Laplace) ;
- $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$  est du type hyperbolique ;

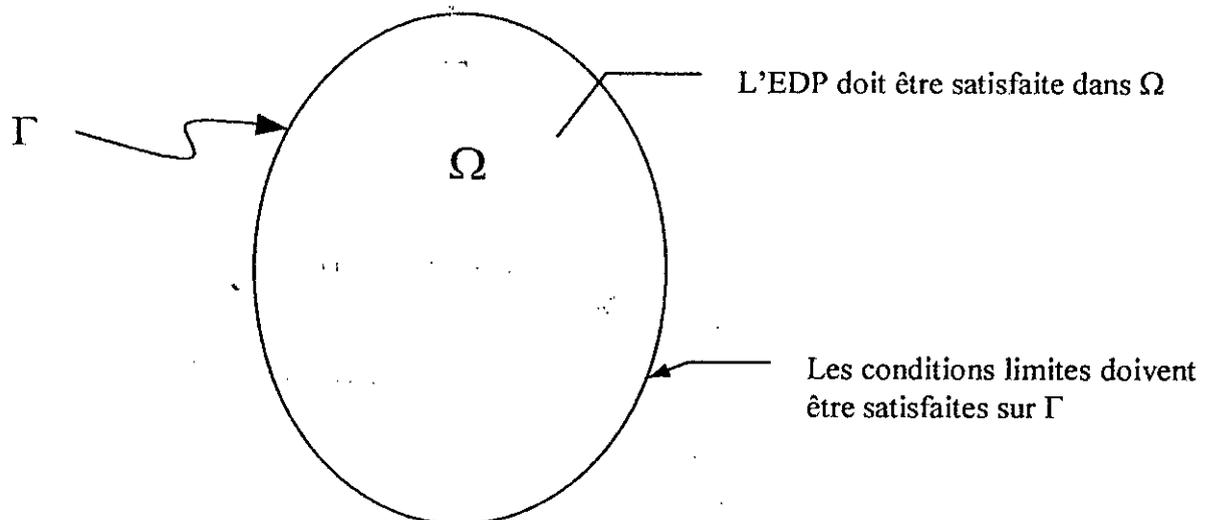
- $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial f}{\partial z}$  est du type parabolique.

Pour les équations hyperboliques, on ne peut pas obtenir de solution unique si les conditions initiales sont données sur la frontière du domaine d'influence de la solution.

On dira qu'un problème entraînant la résolution d'une EDP est bien posée lorsqu'une solution existe et qu'elle est unique. La solution doit aussi dépendre continuellement des conditions initiales et des conditions aux limites.

### III.2 CONDITIONS AUX LIMITES :

D'une manière générale pour l'EDP, il existe trois types de conditions aux limites [7] :



***Figure III.1. Domaine de définition et des conditions aux limites***

- Conditions aux limites de Dirichlet :  $u = f(s)$  sur  $\Gamma$ .  
Où :  $s$ , représente l'arc curviligne.
- Conditions aux limites de Neumann :  $\frac{\partial u}{\partial n} = g(s)$  sur  $\Gamma$ .
- Conditions aux limites de Robin :  $a_1(s) \frac{\partial u}{\partial n} + a_2(s) \cdot u = g(s)$  sur  $\Gamma$ .

L'équation aux dérivées partielle est définie dans un domaine  $\Omega$  et est associée aux conditions aux limites sur le contour  $\Gamma$  du domaine  $\Omega$  figure (III.1).

### **III.3 DISCRETISATION (METHODE DES DIFFERENCES FINIS) :**

La méthode des différences finies est utilisée pour résoudre les différents types de problèmes numériques. Cette méthode est puissante et joue un rôle dans la détermination des solutions [8].

La méthode des différences finies est dite d'approximation, car elle est basée sur la discretisation directe en remplaçant les équations aux dérivées partielles par des équations aux différences finies aboutissant à des équations algébriques.

Pour résoudre un problème par la méthode des différences finies, on doit suivre trois étapes :

- 1- discrétiser le domaine de la solution par une grille de nœuds ;
- 2- approximer l'équation différentielle ou à dérivées partielles par une équation aux différences finies équivalente ;
- 3- résoudre l'équation aux différences finies en respectant les conditions aux limites et les conditions initiales.

#### **III.3.1 Méthode des différences finis :**

L'une des premières étapes à prendre en compte pour établir une procédure en différences finies est de remplacer le domaine continu en un domaine discret appelé «grille».

Soit une fonction  $f$  défini sur un domaine  $[a,b]$ , cet intervalle peut être discrétisé en considérant l'ensemble :  $x_0 = a, x_1, \dots, x_i, \dots, x_{n+1} = b$ . La représentation discrète de  $f(x)$  sera l'ensemble :  $\{f(a), f(x_1), \dots, f(x_i), \dots, f(b)\}$ .

En général  $f(x_i)$  est notée  $f_i$ , la valeur de  $f(x_i)$  calculée par une méthode numérique n'est pas exacte mais elle est approchée.

La dérivée d'ordre  $m$  de la fonction «  $f$  » au point  $x_i$  est approximée par [8] :

$$\frac{d^m f(x_i)}{dx^m} = \sum_{j=J_1}^{J_2} \beta_j f_{i+j}$$

Où :  $\beta_j$ , sont déterminés par le développement en série de Taylor de  $f_{i+j}$  et  $J_1, J_2$  sont des entiers qui dépendent de l'ordre  $m$  et aussi du degré de précision de l'approximation. Si  $m=1$ , on considère une approximation en utilisant trois valeurs de  $f_i$  c'est à dire  $J_1+J_2 = 2$ , et nous prendrons  $J_1=J_2=1$ .

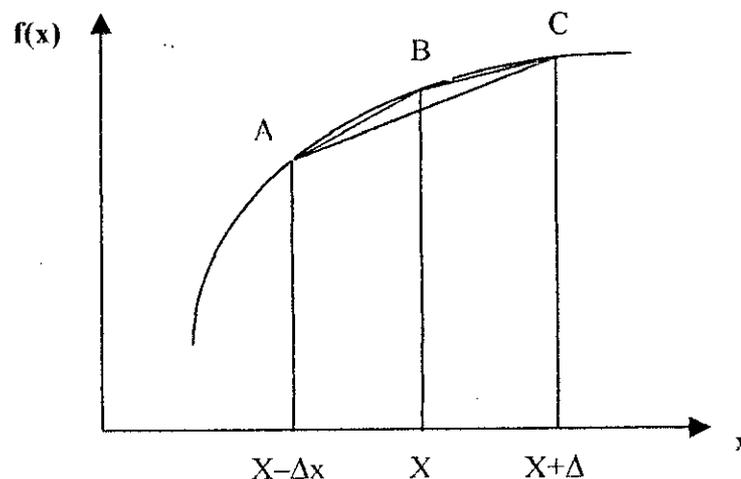
On peut écrire l'expression générale :

$$\frac{df(x_i)}{dx} = \frac{(1-\beta)f_{i+1} + 2\beta f_i - (1+\beta)f_{i-1}}{2\Delta x}$$

Où :  $\beta$  est une constante arbitraire.

L'erreur de telle approximation est [8] :

$$-\frac{\beta\Delta x}{2} \frac{d^2 f}{dx^2} - \frac{\Delta x^2}{6} \frac{d^3 f}{dx^3} + O(\Delta x^3)$$



**Figure III.2. Représentation de  $f(x)$**

En spécifiant la valeur de  $\beta$  on obtient les différences standards [8] :

- Différences centrées :  $\beta = 0$  {Selon la courbe AC}

$$\frac{df(x_i)}{dx} \cong \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} = \Delta_x^0 f_i \quad \text{l'erreur} = O(\Delta x^2)$$

- Différences décentrées (arrière) :  $\beta = 1$  {Selon la courbe AB}

$$\frac{df(x_i)}{dx} \cong \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} = \Delta_x^- f_i \quad \text{l'erreur} = O(\Delta x)$$

- Différences décentrées (avant) :  $\beta = -1$  {Selon la courbe BC}

$$\frac{df(x_i)}{dx} \cong \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} = \Delta_x^+ f_i \quad \text{l'erreur} = O(\Delta x)$$

- Si nous prenons  $J_1=2$  et  $J_2=0$ , on obtient une approximation du second ordre [8] :

$$\frac{df(x_i)}{dx} \cong \frac{3f_i - 4f_{i-1} + f_{i-2}}{2\Delta x}$$

- Si nous prenons  $J_1=0$  et  $J_2=2$ , on obtient une approximation du second ordre [8] :

$$\frac{df(x_i)}{dx} \cong \frac{-f_{i+2} + 4f_{i+1} - 3f_i}{2\Delta x}$$

Pour une approximation du quatrième ordre [8] :  $J_1=J_2=2$

$$\frac{df(x_i)}{dx} \cong \frac{-f_{i+2} + 8f_{i+1} - 8f_{i-1} + f_{i-2}}{12\Delta x}$$

De la même façon, nous pouvons définir des approximations pour toutes les dérivées.

A titre d'exemple, la dérivée seconde de  $f(x)$  est [8] :

$$\frac{d^2 f(x_i)}{dx^2} \cong \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{(\Delta x)^2} = \Delta_{xx} f_i \quad \text{la précision est de l'ordre de } O(\Delta x^2)$$

L'utilisation des opérateurs de différences  $\Delta_x^0, \Delta_x^+, \Delta_x^-$  est très utile et nous pouvons aussi vérifier les relations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(\Delta_x^+ + \Delta_x^-) = \Delta_x^0 \\ \Delta_x^+ - \Delta_x^- = \Delta_x \Delta_{xx} \\ \Delta_x^+ \Delta_x^- = \Delta_{xx} \end{cases}$$

tel que :

$$\begin{cases} \Delta_x^0 = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2 \cdot \Delta x \cdot f_i} \\ \Delta_x^- = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x \cdot f_i} \\ \Delta_x^+ = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x \cdot f_i} \\ \Delta_{xx} = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{(\Delta x)^2 \cdot f_i} \end{cases}$$

### **i) Consistance :**

Une approximation est dite consistante si l'erreur de troncature tend vers zéro lorsque tous les pas de la discretisation tendent eux même vers zéro. La troncature est la différence entre l'EDP et son approximation en différences finis (EDF).

Dans ce cas la forme discretisée représentera convenablement l'équation à résoudre.

### **ii) Stabilité :**

Un schéma aux différences finies est dit stable si les erreurs d'arrondis ne s'amplifient pas au fur et à mesure que les calculs progressent, cela signifie qu'il est indispensable qu'à une itération de calcul donnée, l'erreur d'arrondi du calculateur ne s'amplifie pas aux prochaines itérations de calcul.

**iii) Convergence :**

On dit qu'un schéma aux différences finies est convergent si la différence entre la solution approchée et la solution exacte tend vers zéro quand les pas de discretisation tendent vers zéro.

**III.3.2 Les différents schémas des différences finies :**

Pour illustrer les différents schémas des équations aux dérivées partielles, on considère une équation aux dérivées partielles parabolique simple à une variable spatiale indépendante.

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad (\text{III.2})$$

La discrétisation de l'équation (III.2) peut se faire selon les différents schémas suivants [7] :

- **Schéma explicite :**

$$\frac{f_i^{j+1} - f_i^j}{\Delta t} = \frac{f_{i+1}^j - 2f_i^j + f_{i-1}^j}{(\Delta x)^2}, \text{ stable pour } 0 < \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \leq 0.5.$$

- **Schéma implicite :**

$$\frac{f_i^{j+1} - f_i^j}{\Delta t} = \frac{f_{i+1}^{j+1} - 2f_i^{j+1} + f_{i-1}^{j+1}}{(\Delta x)^2}, \text{ Inconditionnellement stable.}$$

- **Schéma mixte (GRANK-NICOLSON) :**

$$\frac{f_i^{j+1} - f_i^j}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left[ \frac{f_{i+1}^j - 2f_i^j + f_{i-1}^j}{(\Delta x)^2} + \frac{f_{i+1}^{j+1} - 2f_i^{j+1} + f_{i-1}^{j+1}}{(\Delta x)^2} \right], \text{ inconditionnellement stable.}$$

- **Schéma explicite de LEAPFROG :**

$$\frac{f_i^{j+1} - f_i^{j-1}}{2\Delta t} = \frac{f_{i+1}^j - 2f_i^j + f_{i-1}^j}{(\Delta x)^2}, \text{ conditionnellement stable.}$$

- **Schéma explicite de DUFORT-FRANKEL :**

$$\frac{f_i^{j+1} - f_i^{j-1}}{2\Delta t} = \frac{f_{i+1}^j - f_i^{j+1} - f_i^{j-1} + f_{i-1}^j}{(\Delta x)^2}, \text{ conditionnellement stable.}$$

### III.4 REPRESENTATION DE LA METHODE ADI :

On présentera la méthode ADI (ALTERNATING DIRECTION IMPLICITE) en détail, car c'est la méthode qu'on a choisie pour traiter notre problème à cause de sa stabilité, il est toutefois recommandé d'utiliser celles pour lesquelles nous aurons à résoudre un système d'équations algébriques tridiagonales.

La méthode ADI qui a été introduite par Peaceman et Rachford, nous permettra de construire des schémas implicites très efficaces [8].

#### III.4.1 Stabilité de la méthode ADI :

La stabilité de cette méthode est étudiée par le critère de Von Neumann.

Le problème de stabilité ne se pose pas si  $\Delta t$  est très petit ( $\Delta t \rightarrow 0$ ) pour plusieurs schémas des différences finies.

Pour illustrer le critère de Von Neumann, prenons un exemple d'équation aux dérivées partielles parabolique [7] :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \tag{III.3}$$

Pour le schéma explicite :

$$\frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{\Delta t} = \frac{f_{i+1}^n - 2f_i^n + f_{i-1}^n}{(\Delta x)^2}$$

On remplaçant :  $f(x,t) = \psi(t).e^{j k x}$ , on aura :

$$\frac{\psi(t + \Delta t)e^{j k x} - \psi(t)e^{j k x}}{\Delta t} = \frac{\psi(t)}{(\Delta x)^2} [e^{j k(x + \Delta x)} - 2e^{j k x} + e^{j k(x - \Delta x)}]$$

$$\Rightarrow \psi(t + \Delta t) = \psi(t) \left( 1 - \frac{4\Delta t}{(\Delta x)^2} \sin^2 \frac{\beta \Delta x}{2} \right)$$

on pose  $\psi(0) = 1$ , on aura :

$$\psi(t) = \left( 1 - \frac{4\Delta t}{(\Delta x)^2} \sin^2 \frac{\beta \Delta x}{2} \right)^{t/\Delta t}$$

pour la stabilité de  $\psi(t)$  il faut :

$$\left| 1 - \frac{4\Delta t}{(\Delta x)^2} \sin^2 \frac{\beta \Delta x}{2} \right| \leq 1$$

du point de vue équivalent on définit le facteur amplificateur  $\xi$  :

$$\xi = \frac{\psi(t + \Delta t)}{\psi(t)} = 1 - \frac{4\Delta t}{(\Delta x)^2} \sin^2 \frac{\beta \Delta x}{2}$$

dans ce cas la condition de stabilité est  $|\xi| \leq 1$ .

Pour le schéma implicite :

$$\frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{\Delta t} = \frac{f_{i+1}^{n+1} - 2f_i^{n+1} + f_{i-1}^{n+1}}{(\Delta x)^2}$$

On remplace :  $f(x, t) = \psi(t).e^{j\beta x}$ , on aura :

$$\xi = \frac{1}{1 + \frac{4\Delta t}{(\Delta x)^2} \sin^2 \frac{\beta \Delta x}{2}}$$

$|\xi| \leq 1$  quelle que soit  $\frac{\Delta t}{(\Delta x)^2}$ , donc la méthode implicite est inconditionnellement stable.

### III.5 APPLICATION DE LA METHODE ADI AU CAS TRAITE :

On se propose d'illustrer le schéma implicite, vu qu'il est inconditionnellement stable et présente une erreur de troncature relativement faible et par conséquent plus consistant pour résoudre les équations des couches limites ainsi que l'équation de la chaleur dans le milieu poreux.

### III.5.1 Discrétisation de l'équation de la chaleur :

Dans le milieu poreux, l'équation de la chaleur s'écrit [10] :

$$\rho C_p \frac{\partial T_{MP}}{\partial t} = \lambda_{MP} \left( \frac{\partial^2 T_{MP}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{MP}}{\partial y^2} \right) \quad (III.4)$$

$$\frac{\partial T_{MP}}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T_{MP}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{MP}}{\partial y^2} \right) ; \quad \alpha = \frac{\lambda_{MP}}{\rho C_p}$$

Où :

- $\lambda_{MP}$  : conductivité thermique du milieu poreux (constante)
- $\alpha$  : diffusivité thermique du milieu poreux (constante)

Les conditions initiales et aux limites sont données par les relations (II.5), (II.6) et (II.7).

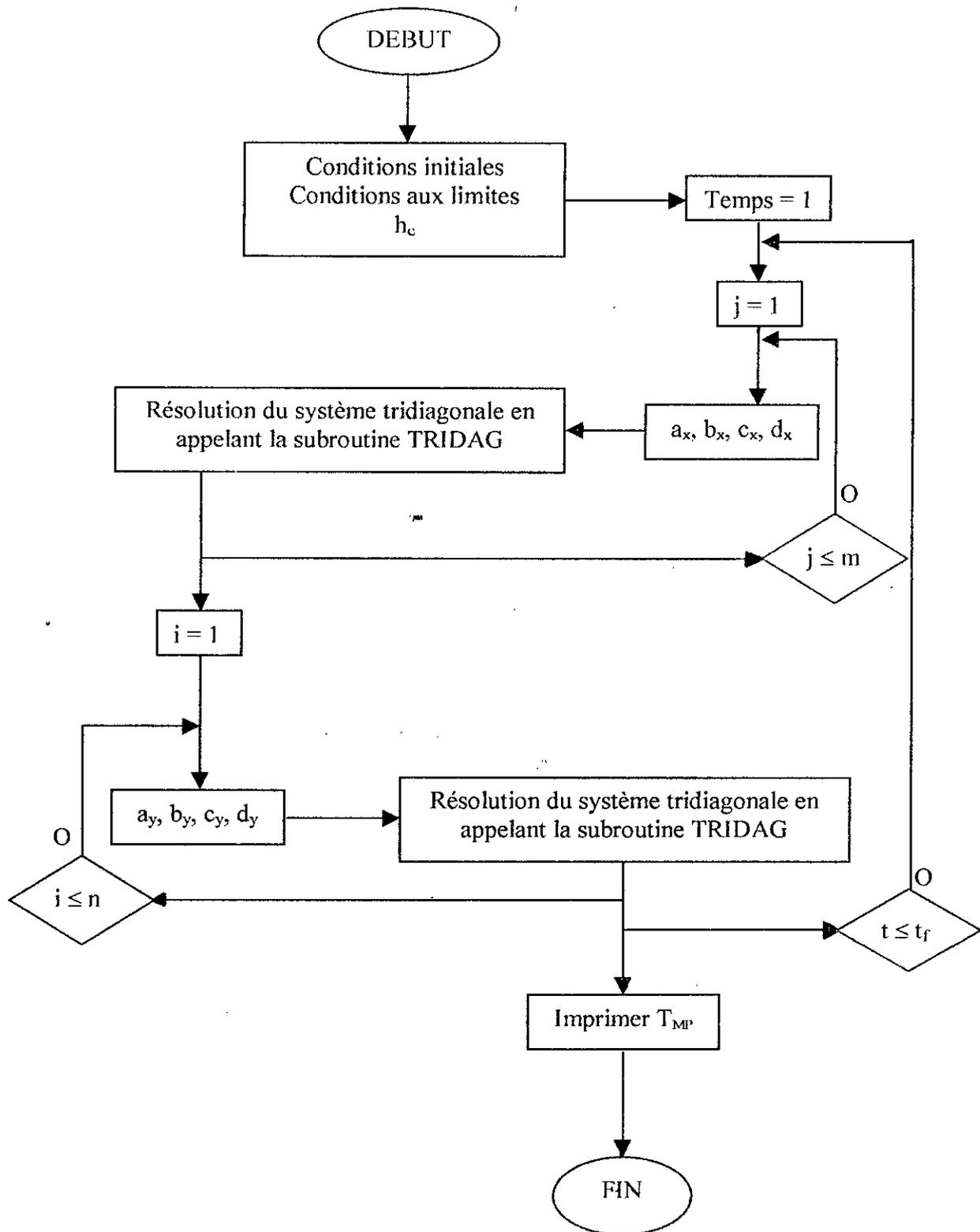
Soient n et m les nombres des nœuds suivant x et y respectivement. En utilisant les différences finies, les dérivées partielles présentées ci-dessus s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T_{MP}}{\partial t} = \frac{T_{MP,i,j}^{k+1} - T_{MP,i,j}^k}{\Delta t} \\ \frac{\partial^2 T_{MP}}{\partial x^2} = \frac{T_{MP,i+1,j}^{k+1} - 2T_{MP,i,j}^{k+1} + T_{MP,i-1,j}^{k+1}}{(\Delta x)^2} \\ \frac{\partial^2 T_{MP}}{\partial y^2} = \frac{T_{MP,i,j+1}^{k+1} - 2T_{MP,i,j}^{k+1} + T_{MP,i,j-1}^{k+1}}{(\Delta y)^2} \end{array} \right. \quad (III.5)$$

Après réarrangement l'équation (III.4) s'écrit :

$$\frac{T_{MP,i,j}^{k+1} - T_{MP,i,j}^k}{\Delta t} = \alpha \left( \frac{T_{MP,i+1,j}^{k+1} - 2T_{MP,i,j}^{k+1} + T_{MP,i-1,j}^{k+1}}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{MP,i,j+1}^{k+1} - 2T_{MP,i,j}^{k+1} + T_{MP,i,j-1}^{k+1}}{(\Delta y)^2} \right) \quad (III.6)$$

L'organigramme correspondant à ce schéma est :



*Figure III.3. Organigramme de calcul du champ de température dans le milieu poreux*

### III.5.2 Discretisation des équations des couches limites dynamique et thermique :

Les équations de la couche limite dynamique sont donnée par :

$$\begin{cases} \frac{\partial u_{ex}^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v_{ex}^*}{\partial y^*} = 0 \\ \frac{\partial u_{ex}^*}{\partial t^*} + u_{ex}^* \frac{\partial u_{ex}^*}{\partial x^*} + v_{ex}^* \frac{\partial u_{ex}^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_{ex}^*}{\partial y^{*2}} \end{cases} \quad (III.7)$$

Les conditions aux limites correspondantes s'écrivent alors :

- Pour  $y^* = 0$  ;  $u_{ex}^*(x,t) = 0$  ;  $v_{ex}^*(x,t) = V_0$  (condition d'adhérence)
- Pour  $y^* \rightarrow 1$  ;  $u_{ex}^*(x,t) = 1$

La condition initiale s'écrit :

- $t^* \leq 0$  ;  $u_{ex}^*(x,y) = 0$

L'équation de la couche limite thermique s'écrit :

$$\left( \frac{\partial \theta_{ex}^*}{\partial t^*} + u_{ex}^* \frac{\partial \theta_{ex}^*}{\partial x^*} + v_{ex}^* \frac{\partial \theta_{ex}^*}{\partial y^*} \right) = \frac{1}{Re.Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta_{ex}^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (III.8)$$

Les conditions aux limites correspondantes s'écrivent alors :

- Pour  $y^* = 0$  ;  $\theta_{ex}^*(x,t) = 0$
- Pour  $y^* \rightarrow 1$  ;  $\theta_{ex}^*(x,t) = 1$

La condition initiale s'écrit :

- $t^* \leq 0$  ;  $\theta_{ex}^*(x,y) = 0$

Soient  $N_x$  et  $N_y$  les nombres des nœuds suivant  $x$  et  $y$  respectivement. En utilisant les différences finies les dérivées partielles présentées ci-dessus s'écrivent :

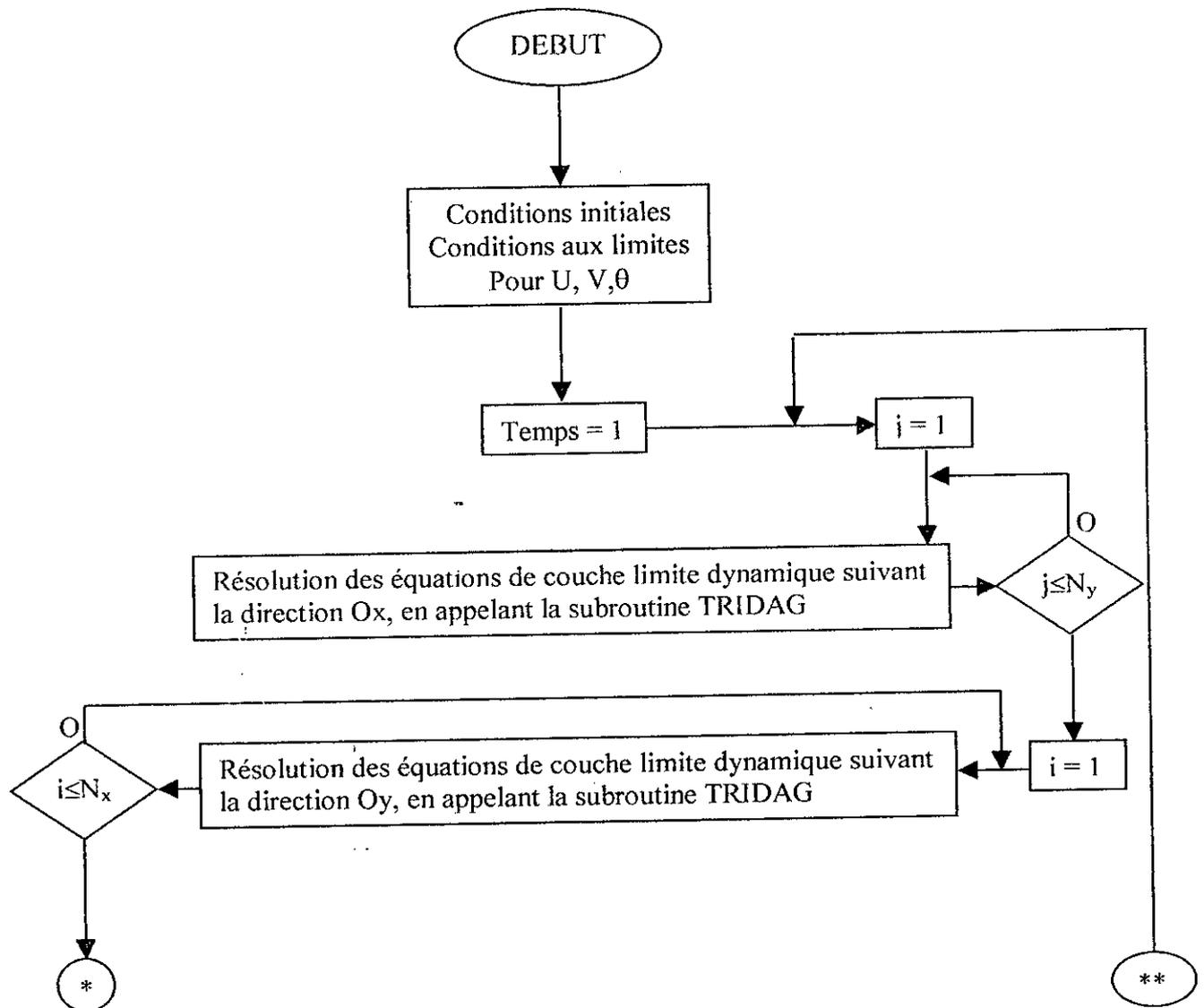
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_{ex}^*}{\partial t^*} = \frac{u_{ex(i,j)}^{*n+1} - u_{ex(i,j)}^{*n}}{\Delta t^*} \\ \frac{\partial u_{ex}^*}{\partial x^*} = \frac{u_{ex(i+1,j)}^{*n+1} - u_{ex(i-1,j)}^{*n+1}}{2\Delta x^*} \\ \frac{\partial u_{ex}^*}{\partial y^*} = \frac{u_{ex(i,j+1)}^{*n+1} - u_{ex(i,j-1)}^{*n+1}}{2\Delta y^*} \\ \frac{\partial v_{ex}^*}{\partial y^*} = \frac{v_{ex(i,j+1)}^{*n+1} - v_{ex(i,j-1)}^{*n+1}}{2\Delta y^*} \\ \frac{\partial^2 u_{ex}^*}{\partial y^{*2}} = \frac{u_{ex(i,j+1)}^{*n+1} + u_{ex(i,j-1)}^{*n+1} - 2u_{ex(i,j)}^{*n+1}}{\Delta y^{*2}} \end{array} \right. \quad (III.9)$$

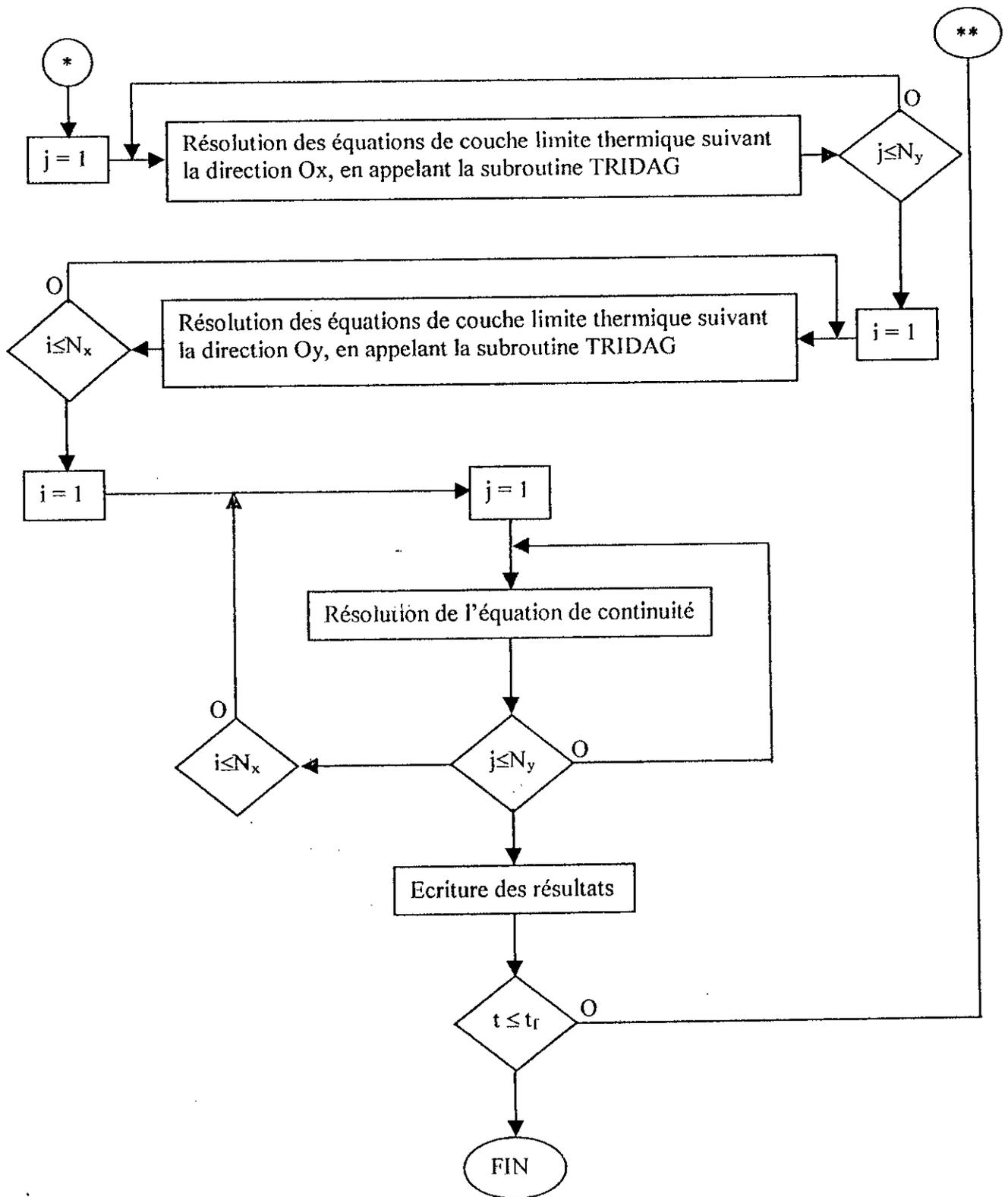
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \theta_{ex}^*}{\partial t^*} = \frac{\theta_{ex(i,j)}^{*n+1} - \theta_{ex(i,j)}^{*n}}{\Delta t^*} \\ \frac{\partial \theta_{ex}^*}{\partial x^*} = \frac{\theta_{ex(i+1,j)}^{*n+1} - \theta_{ex(i-1,j)}^{*n+1}}{2\Delta x^*} \\ \frac{\partial \theta_{ex}^*}{\partial y^*} = \frac{\theta_{ex(i,j+1)}^{*n+1} - \theta_{ex(i,j-1)}^{*n+1}}{2\Delta y^*} \\ \frac{\partial^2 \theta_{ex}^*}{\partial x^{*2}} = \frac{\theta_{ex(i+1,j)}^{*n+1} + \theta_{ex(i-1,j)}^{*n+1} - 2\theta_{ex(i,j)}^{*n+1}}{\Delta x^{*2}} \\ \frac{\partial^2 \theta_{ex}^*}{\partial y^{*2}} = \frac{\theta_{ex(i,j+1)}^{*n+1} + \theta_{ex(i,j-1)}^{*n+1} - 2\theta_{ex(i,j)}^{*n+1}}{\Delta y^{*2}} \end{array} \right. \quad (III.10)$$

Dans ce cas, le système d'équation discrétisé nous permet de calculer les deux composantes de la vitesse ainsi que la température, telle que, les équations de Navier-Stokes et de continuité nous donnent les vitesses  $u$  et  $v$  et finalement, l'équation de la chaleur la température  $T$ . En d'autres termes :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{u_{ex(i,j)}^{*n+1} - u_{ex(i,j)}^{*n}}{\Delta t^*} + u_{ex(i,j)}^{*n} \frac{u_{ex(i+1,j)}^{*n+1} - u_{ex(i-1,j)}^{*n+1}}{2\Delta x^*} + v_{ex(i,j)}^{*n} \frac{u_{ex(i,j+1)}^{*n+1} - u_{ex(i,j-1)}^{*n+1}}{2\Delta y^*} &= \frac{1}{Re} \frac{u_{ex(i,j+1)}^{*n+1} + u_{ex(i,j-1)}^{*n+1} - 2u_{ex(i,j)}^{*n+1}}{\Delta y^{*2}} \\ \frac{v_{ex(i,j+1)}^{*n+1} - v_{ex(i,j-1)}^{*n+1}}{2\Delta y^*} + \frac{u_{ex(i+1,j)}^{*n+1} - u_{ex(i-1,j)}^{*n+1}}{2\Delta x^*} &= 0 \\ \frac{\theta_{ex(i,j)}^{*n+1} - \theta_{ex(i,j)}^{*n}}{\Delta t^*} + u_{ex(i,j)}^{*n} \frac{\theta_{ex(i+1,j)}^{*n+1} - \theta_{ex(i-1,j)}^{*n+1}}{2\Delta x^*} + v_{ex(i,j)}^{*n} \frac{\theta_{ex(i,j+1)}^{*n+1} - \theta_{ex(i,j-1)}^{*n+1}}{2\Delta y^*} &= \frac{1}{Re.Pr} \frac{\theta_{ex(i,j+1)}^{*n+1} + \theta_{ex(i,j-1)}^{*n+1} - 2\theta_{ex(i,j)}^{*n+1}}{\Delta y^{*2}} \end{aligned} \right.$$

L'organigramme correspondant à ce schéma est :





**Figure III.4.** Organigramme de calcul des paramètres d'écoulement externe

### III.5.3 Raccordement entre l'écoulement externe et le milieu poreux :

La résolution du problème couplé exige la résolution des équations de la couche limite dynamique, thermique et l'équation de la chaleur du milieu poreux.

Pour faire le Raccordement entre l'écoulement externe et le milieu poreux on utilise les conditions suivantes [9] :

❖ Egalité des températures :

$$T_{\text{ex}}(x,0,t) = T_{\text{MP}}(x,0,t) ; 0 \leq x \leq L_x$$

❖ Egalité des flux :

$$q_{\text{ex}} = q_{\text{MP}}$$

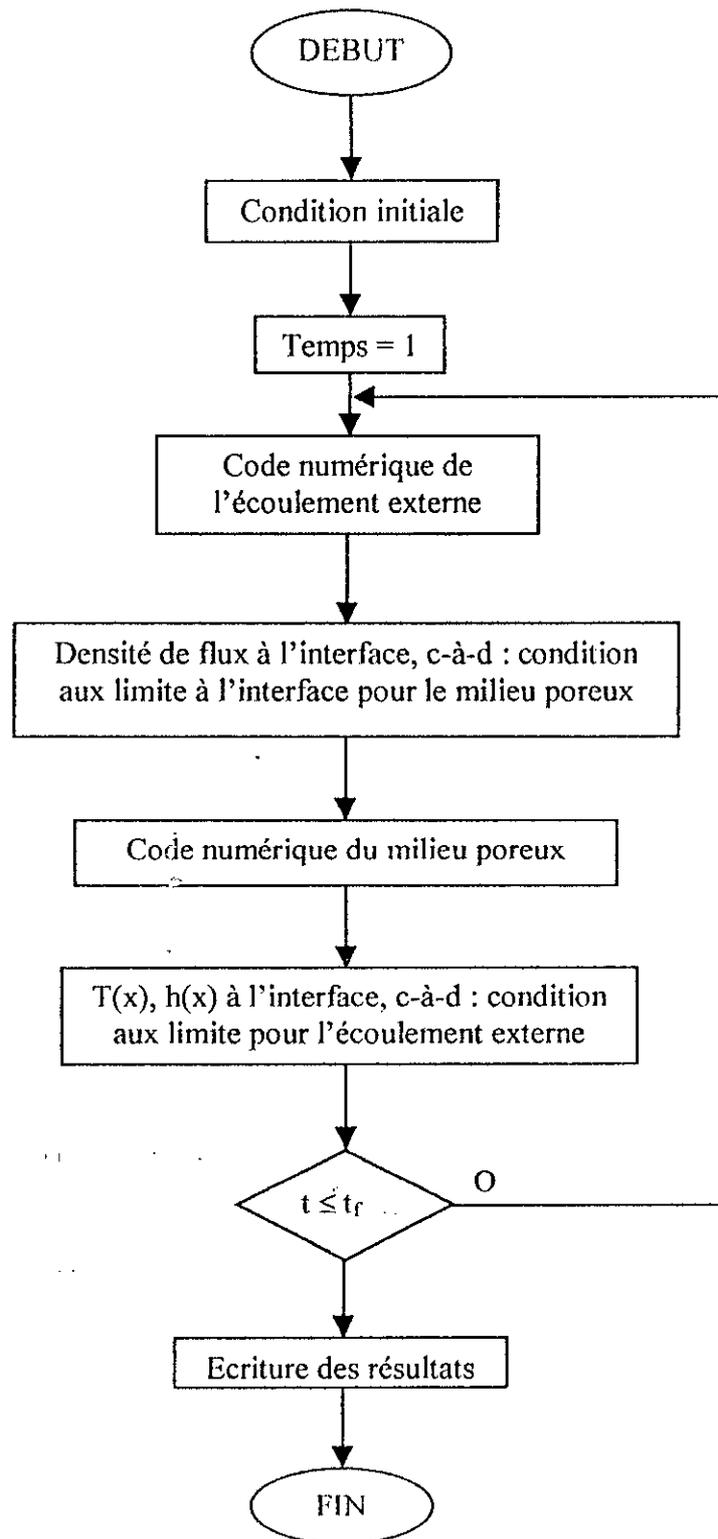
$$\text{Tel que : } \begin{cases} q_{\text{ex}} = h_c (T_p - T_\infty) \\ q_{\text{MP}} = -\lambda_{\text{MP}} \frac{\partial T_{\text{MP}}}{\partial y} \Big|_{y=0} = -\lambda_{\text{MP}} \frac{T_{\text{MP}(i,n,k)} - T_{\text{MP}(i,n-1,k)}}{\Delta y} \Delta x \end{cases}$$

$$q_{\text{ex}} = q_{\text{MP}} \Rightarrow h_c (T_p - T_\infty) = -\lambda_{\text{MP}} \frac{T_{\text{MP}(i,n,k)} - T_{\text{MP}(i,n-1,k)}}{\Delta y} \Delta x$$

$$\Rightarrow h_c(x,t) = \frac{-\lambda_{\text{MP}} \frac{T_{\text{MP}(i,n,k)} - T_{\text{MP}(i,n-1,k)}}{\Delta y} \Delta x}{(T_p - T_\infty)}$$

Le calcul des conditions à l'interface (Température, coefficient d'échange convectif) exige la mise en œuvre d'une procédure itérative à chaque pas de temps.

La résolution du problème couplé est effectuée suivant l'organigramme de la figure III.5.



**Figure III.5.** Organigramme de calcul des paramètres d'écoulement à l'intersection de l'écoulement externe la-paroi-poreuse et de la paroi poreuse

CHAPITRE IV :  
RESULTATS ET  
DISCUSSIONS

Dans le deuxième chapitre nous avons modélisé le problème du transfert de chaleur entre une paroi poreuse et un écoulement d'air externe. Nous avons aussi abordé la méthode de résolution (Méthode ADI) dans le troisième chapitre.

Dans ce chapitre, nous allons présenter et interpréter les résultats obtenus après résolution.

Les résultats présentés ont été classés en trois catégories. La première concerne l'écoulement externe, la deuxième traite le milieu poreux et la troisième partie est relative aux paramètres d'écoulement à l'interface (coefficient d'échange convectif, température de la surface).

#### IV.1 PRESENTATION ET INTERPRETATION DES RESULTATS :

Nous présentons et commentons dans ce qui suit les résultats obtenus pour les conditions suivantes :

Les propriétés de l'air (fluide externe) sont :

$$\lambda_{\text{ex}} = 2.65 \times 10^{-2} \text{ W/m K.}$$

$$\text{Re} = 3000 \text{ et } 10^4.$$

$$\text{Pr} = 0.70734.$$

$$T_{\infty} = 30 \text{ }^{\circ}\text{C.}$$

La vitesse d'aspiration adimensionnelle,  $V^*$  est choisie de telle sorte à satisfaire la condition [2] :  $V^* < \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}}$ , qui nous permet de considérer que les effets de viscosité n'atteignent pas l'écoulement potentiel loin de la paroi. On a choisis  $V^*$  égale à 0,  $10^{-4}$  et  $10^{-2}$  pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et  $V^*$  égale à 0,  $-3 \cdot 10^{-4}$  et  $10^{-3}$  pour un nombre de Reynolds égale à  $10^4$ .

Les propriétés thermiques du milieu poreux sont de l'ordre de celle d'un sable sec :

$$\lambda_{\text{Mil}} = 0.5 \text{ W/m K.}$$

$$\alpha = 25 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s.}$$

$$T_0 = 30 \text{ }^\circ\text{C.}$$

$$T_1 = 10 \text{ }^\circ\text{C (température de la partie inférieure du milieu poreux en } y = L_y).$$

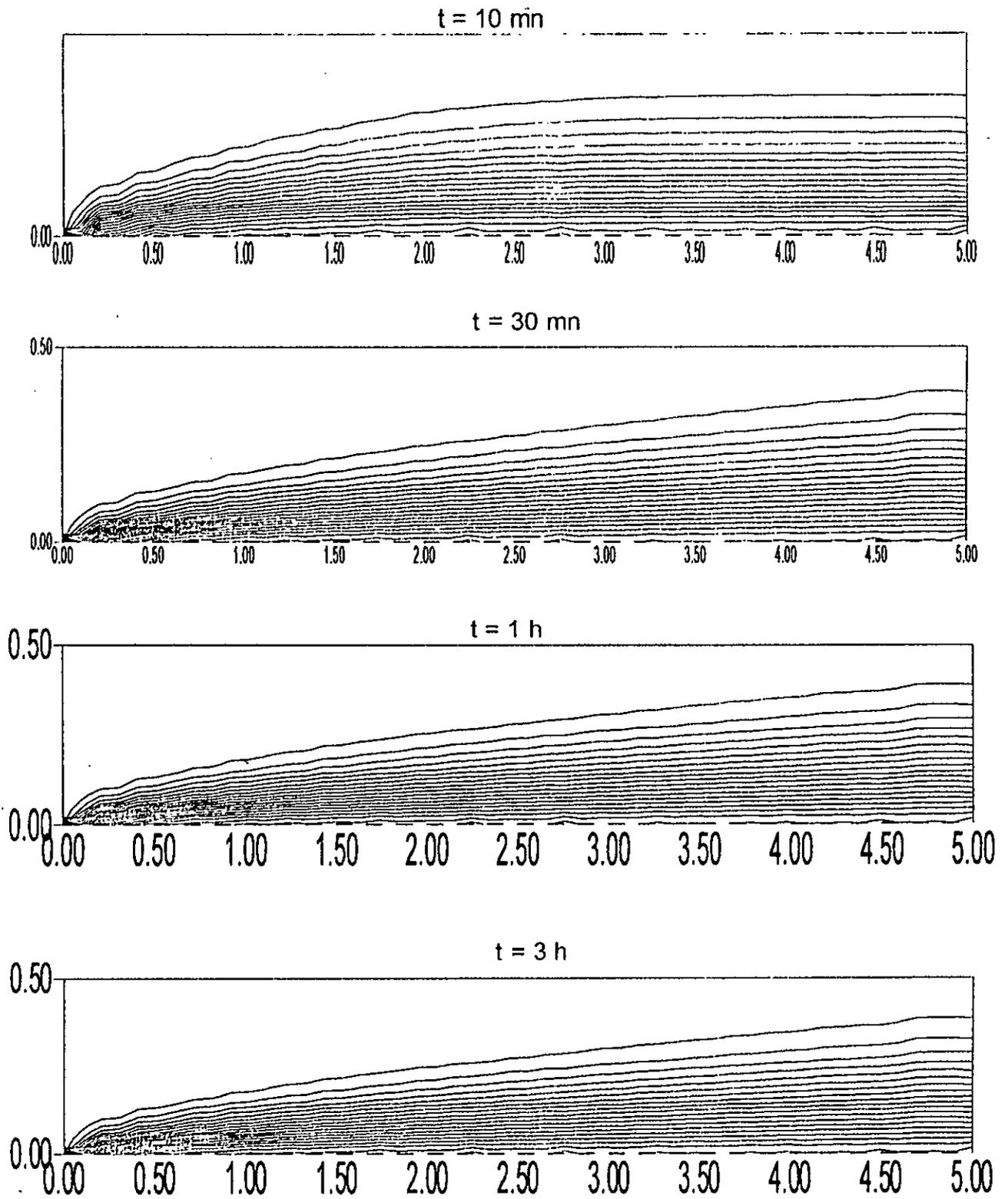
#### **IV.1.1 Etude de l'écoulement externe :**

Nous allons présenter dans cette partie les isothermes de l'écoulement d'air externe qui sont obtenu par résolution des équations des couches limites dynamique et thermique pour différents nombres de Reynolds et pour différentes vitesses d'aspiration, compte tenu que l'on s'intéresse à l'aspect thermique du problème.

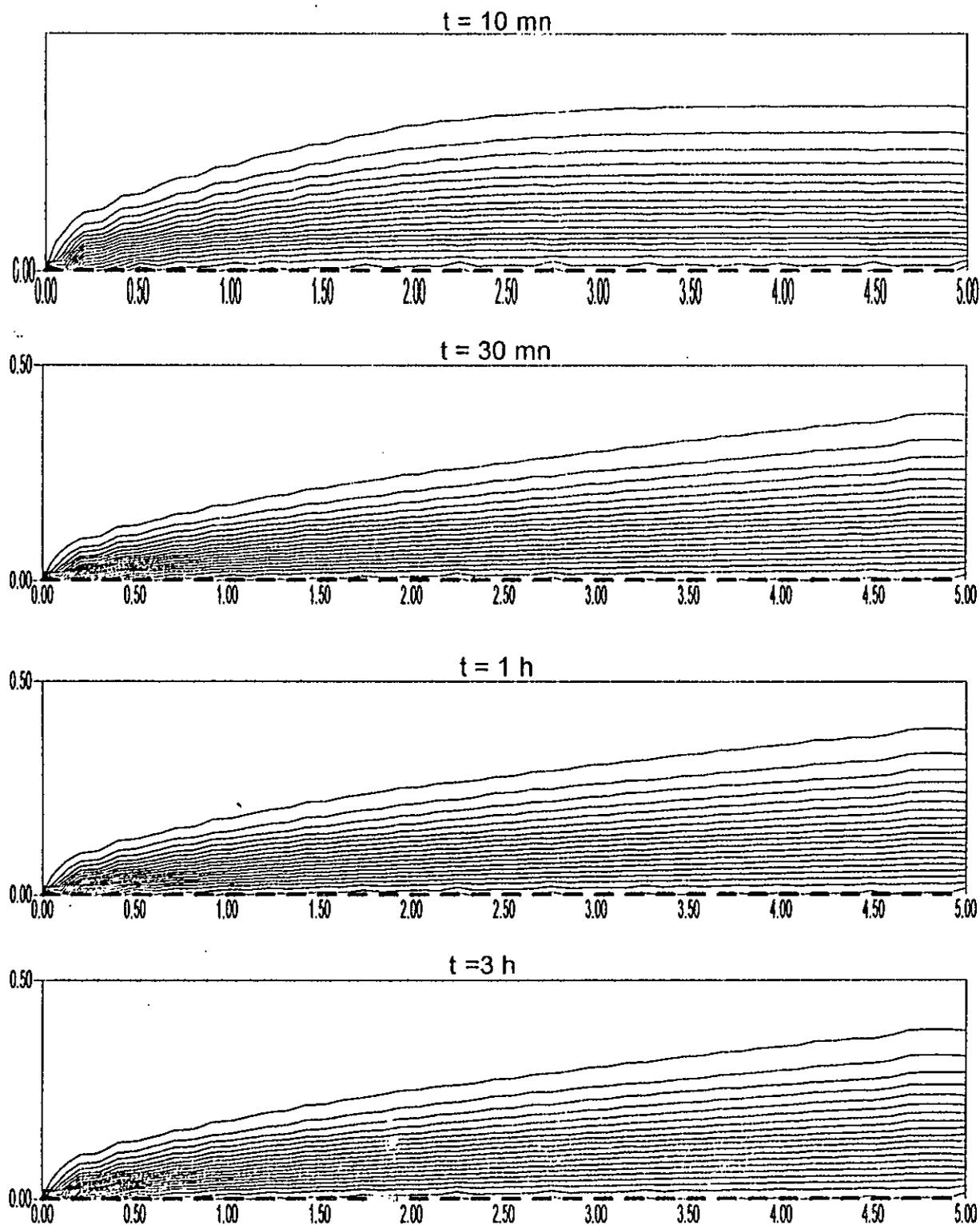
Les figures (IV.1), (IV.2) et (IV.3) représentent respectivement l'évolution des isothermes pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égale à : 0,  $-10^{-4}$  et  $-10^{-2}$  et pour des temps allant de 10 mn à 3 h. On peut noter la diminution (même si elle est légère) de l'épaisseur de la couche limite thermique lorsque la vitesse d'aspiration augmente.

Les figures (IV.4), (IV.5), et (IV.6) représentent respectivement l'évolution des isothermes pour un nombre de Reynolds égale à  $10^4$  et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égale à : 0,  $-3 \cdot 10^{-4}$  et  $-10^{-3}$  et pour des temps allant de 10 mn à 3 h. On peut noter la diminution (même si elle est légère) de l'épaisseur de la couche limite thermique par augmentation de la vitesse d'aspiration.

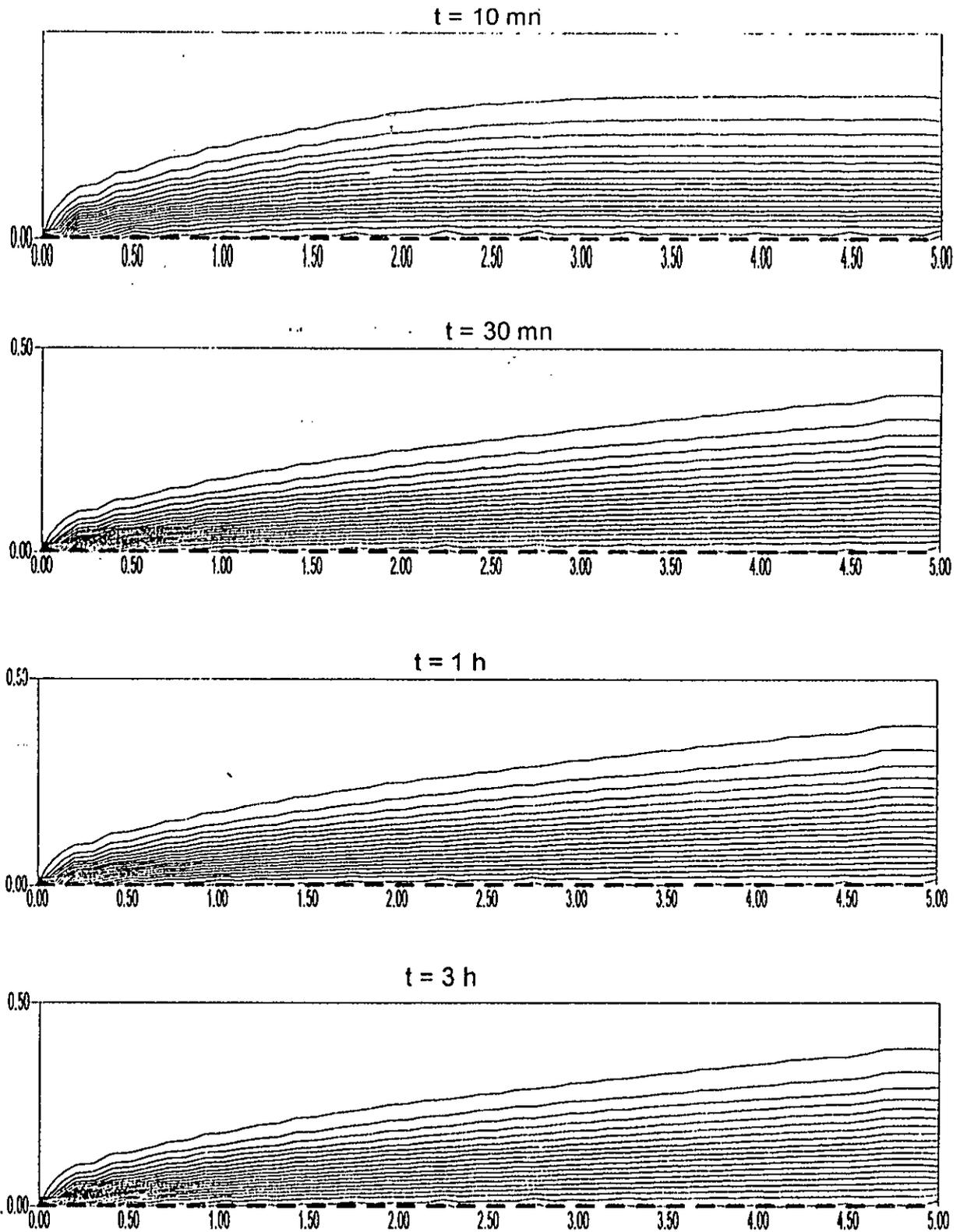
On peut noter aussi une diminution de l'épaisseur de la couche limite thermique si on augmente le nombre de Reynolds.



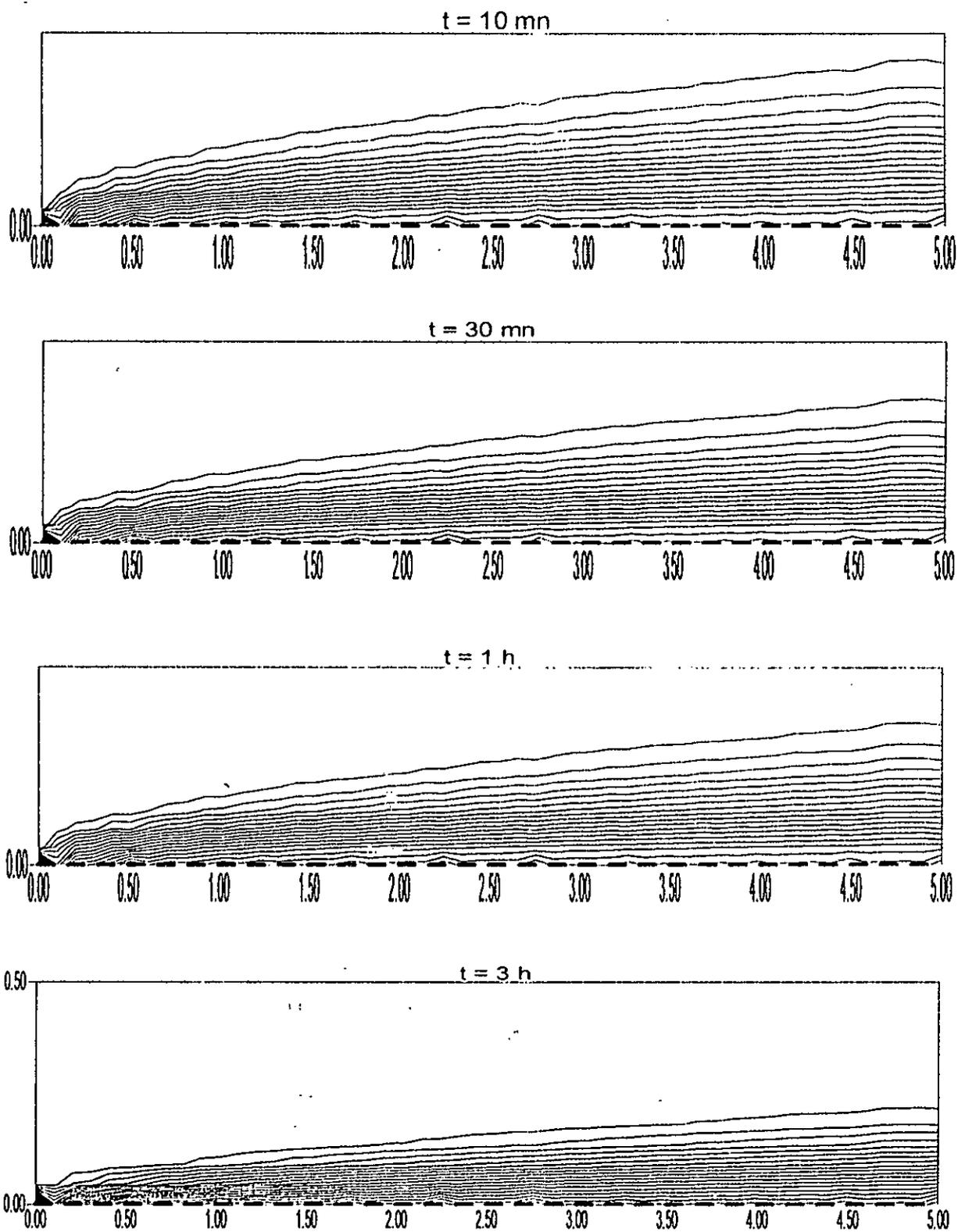
**Figure IV.1.** Isothermes de l'écoulement externe pour  $Re=3000$  et  $V^* = 0$  à différents instants



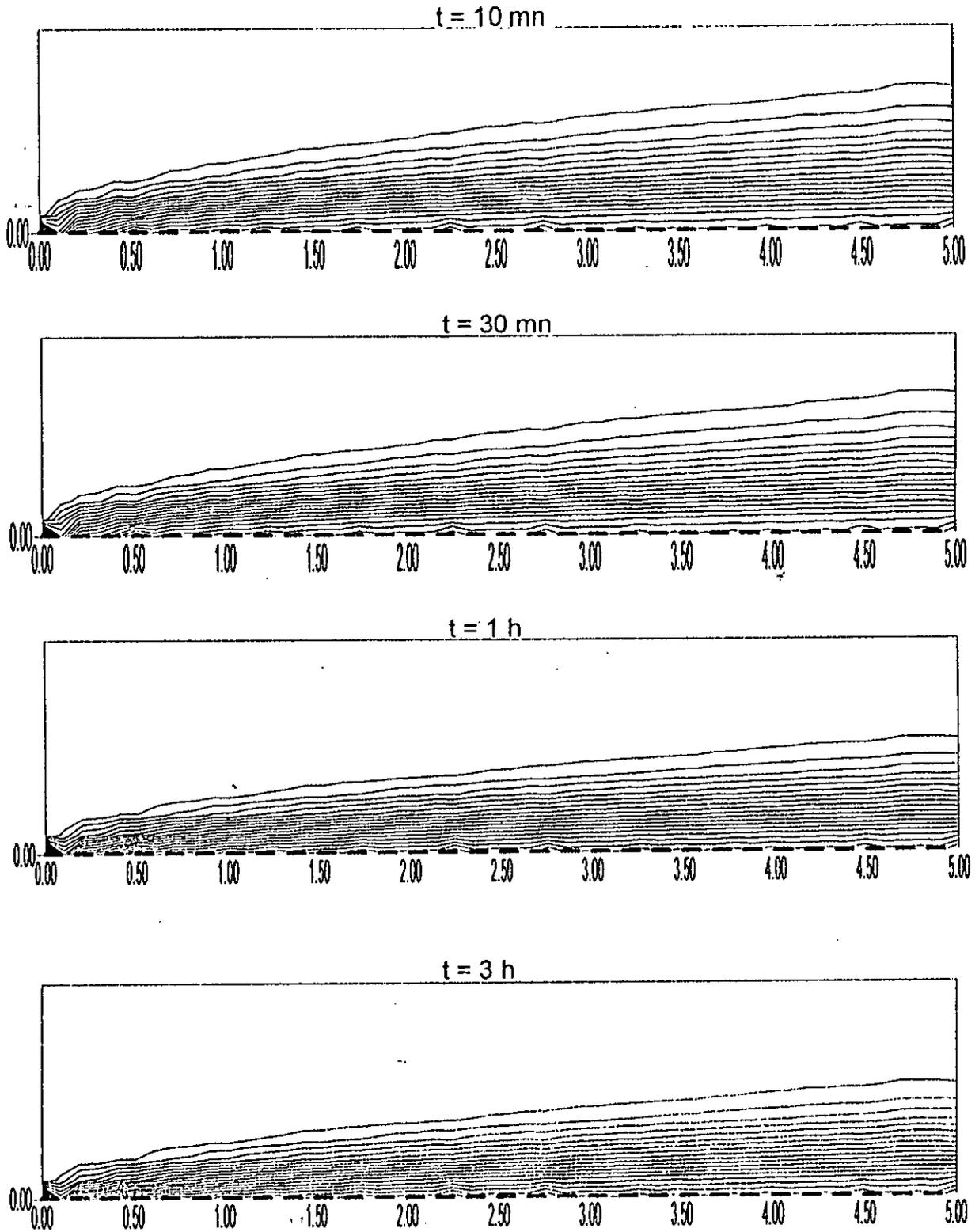
**Figure IV.2.** Isothermes de l'écoulement externe pour  $Re=3000$  et  $V^* = -10^{-4}$  à différents instants



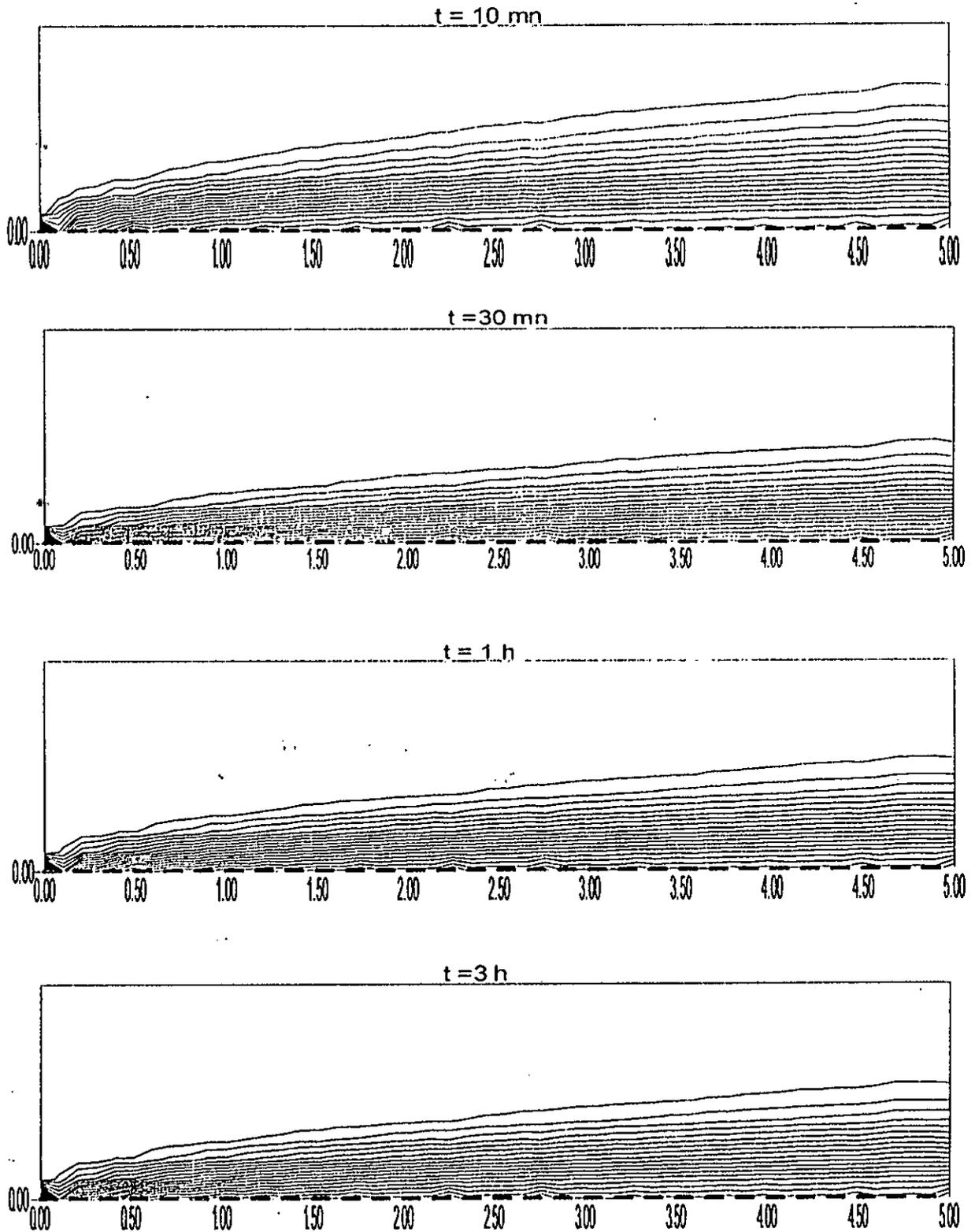
**Figure IV.3.** Isothermes de l'écoulement externe pour  $Re=3000$  et  $V^* = -10^{-2}$  à différents instants



**Figure IV.4.** Isothermes de l'écoulement externe pour  $Re=10^4$  et  $V^* = 0$  à différents instants



**Figure IV.5.** Isothermes de l'écoulement externe pour  $Re=10^4$  et  $V^* = -3.10^{-4}$  à différents instants



**Figure IV.6.** Isothermes de l'écoulement externe pour  $Re=10^4$  et  $V^* = -10^{-3}$  à différents instants

### IV.1.2 Etude du Milieu poreux :

On ne s'intéresse dans cette étude, qu'au régime de conduction avec conductivité thermique constante.

Les résultats sont classés en deux types : le premier est relatif aux isothermes dans le milieu poreux et le deuxième concerne la température unidimensionnelle du milieu poreux.

Ils sont obtenus par résolution de l'équation de la chaleur pour différents nombres de Reynolds de l'écoulement externe et pour différentes vitesses d'aspiration en utilisant un coefficient d'échange convectif qui est obtenu par l'interaction.

La température unidimensionnelle est calculée comme suit :

$$T_u(y,t) = \frac{1}{L_x} \int_0^{L_x} T(x,y,t) dx = \frac{\sum_{i=1}^m T(i,j,n)}{m} \quad (IV.1)$$

Le tracé de la température unidimensionnelle permet de déterminer le régime permanent.

Les figures (IV.7), (IV.8) et (IV.9) représentent respectivement l'évolution des isothermes dans le milieu poreux pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et pour des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales à : 0,  $-10^{-4}$  et  $-10^{-2}$ , le temps passe de 1 h à 3 J.

Les figures (IV.10), (IV.11) et (IV.12) représentent respectivement l'évolution des isothermes dans le milieu poreux pour un nombre de Reynolds égale à  $10^4$  et pour des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales à : 0,  $-3 \cdot 10^{-4}$  et  $-10^{-3}$ , le temps passe de 1 h à 3 J.

D'après ces isothermes, on peut noter l'effet du bord d'attaque, c'est-à-dire que la densité de flux de chaleur est particulièrement élevée dans la zone du bord d'attaque thermique. En dehors d'une très petite zone au voisinage du bord d'attaque, les gradients de températures suivant x sont faibles comparés aux gradients suivant y.

Si on augmente le nombre de Reynolds, les gradients de température suivant  $x$  diminuent et la température du milieu poreux augmente.

Les figures (IV.13), (IV.14) et (IV.15) représentent respectivement l'évolution de la température unidimensionnelle du milieu poreux pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et pour des vitesses d'aspiration adimensionnelle égale à : 0,  $-10^{-4}$  et  $-10^{-2}$ , le temps passe de 10 mn à 3 J.

Les figures (IV.16), (IV.17) et (IV.18) représentent respectivement l'évolution de la température unidimensionnelle du milieu poreux pour un nombre de Reynolds égale à  $10^4$  et pour des vitesses d'aspiration adimensionnelle égale à : 0,  $-3 \cdot 10^{-4}$  et  $-10^{-3}$ , le temps passe de 10 mn à 3 J.

On peut noter une légère diminution de la température unidimensionnelle du milieu poreux lorsque la vitesse d'aspiration augmente, et si on augmente le nombre de Reynolds la température unidimensionnelle augmente.

Le régime permanent est atteint après trois jours.

A partir des résultats obtenus, il est clair qu'une simulation monodimensionnelle est suffisante pour calculer les profils verticaux hors zone du bord d'attaque dès que la surface d'échange milieu poreux-écoulement externe est suffisamment étendue en  $x$  pour que la zone du bord d'attaque proprement dite ne concerne qu'une petite partie de cette zone d'échange.

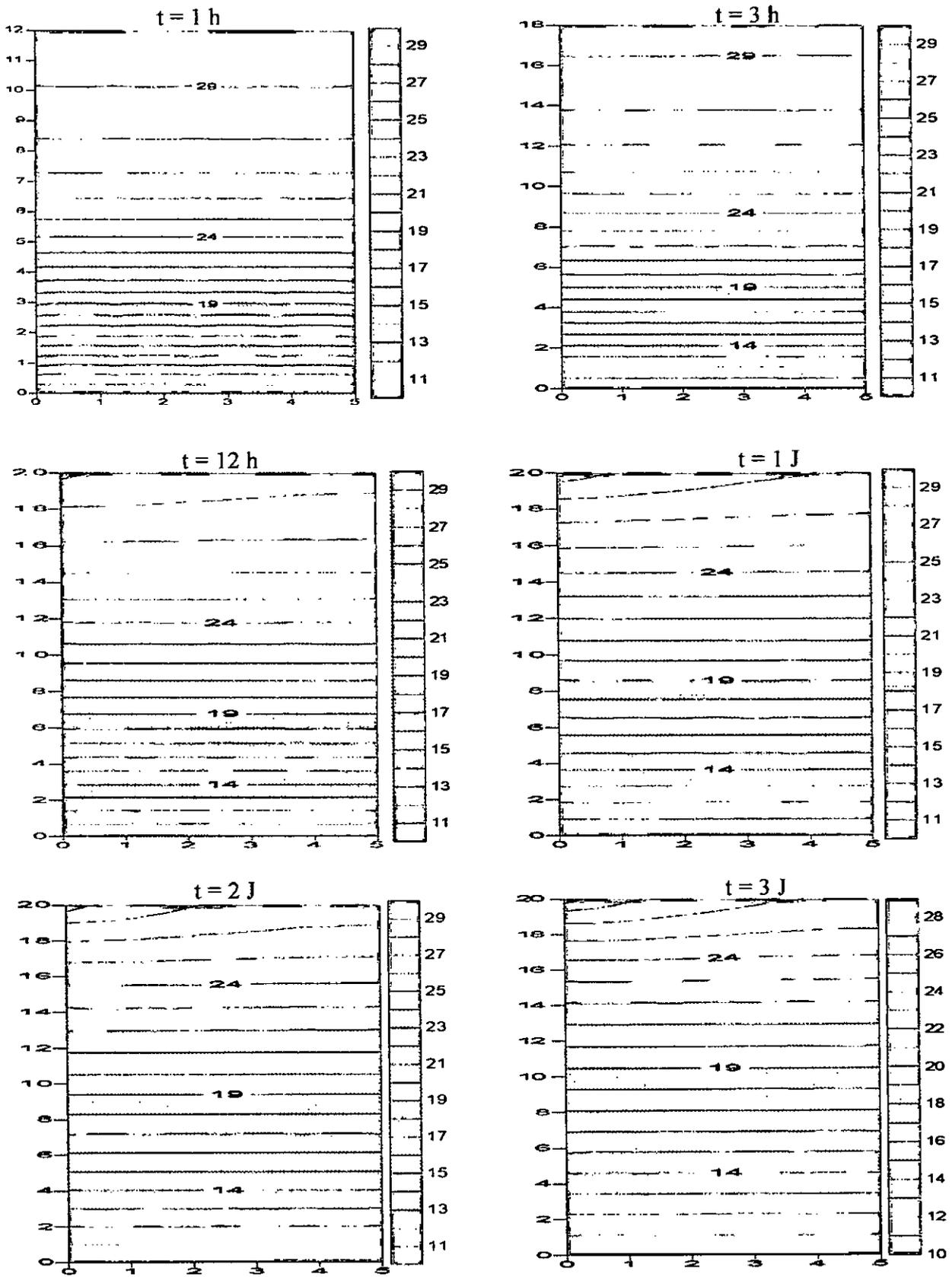
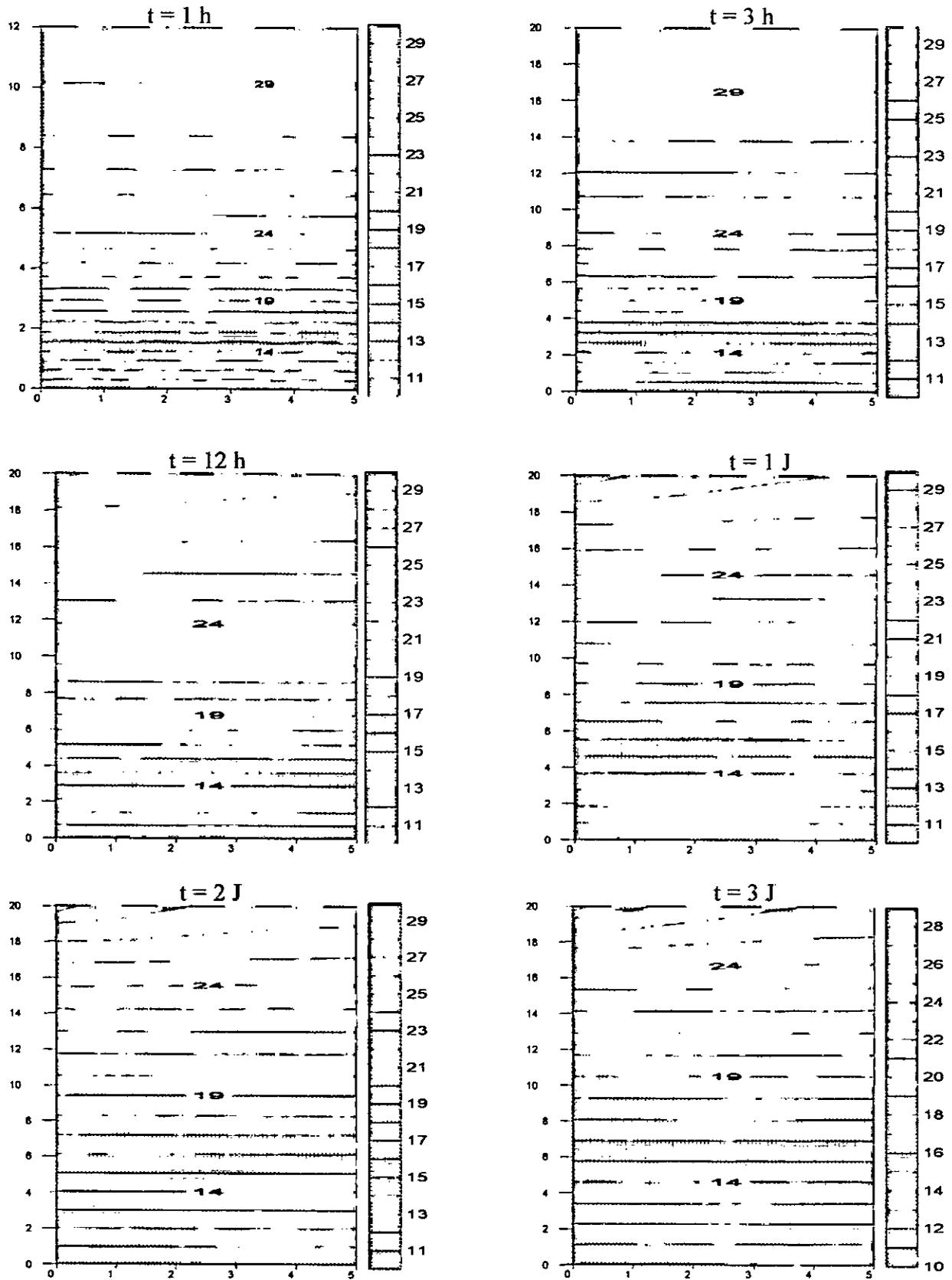


Figure IV.7. Isothermes du milieu poreux pour  $Re=3000$  et  $V^* = 0$  à différents instants



**Figure IV.8.** Isothermes du milieu poreux pour  $Re=3000$  et  $V^* = -10^{-4}$  à différents instants

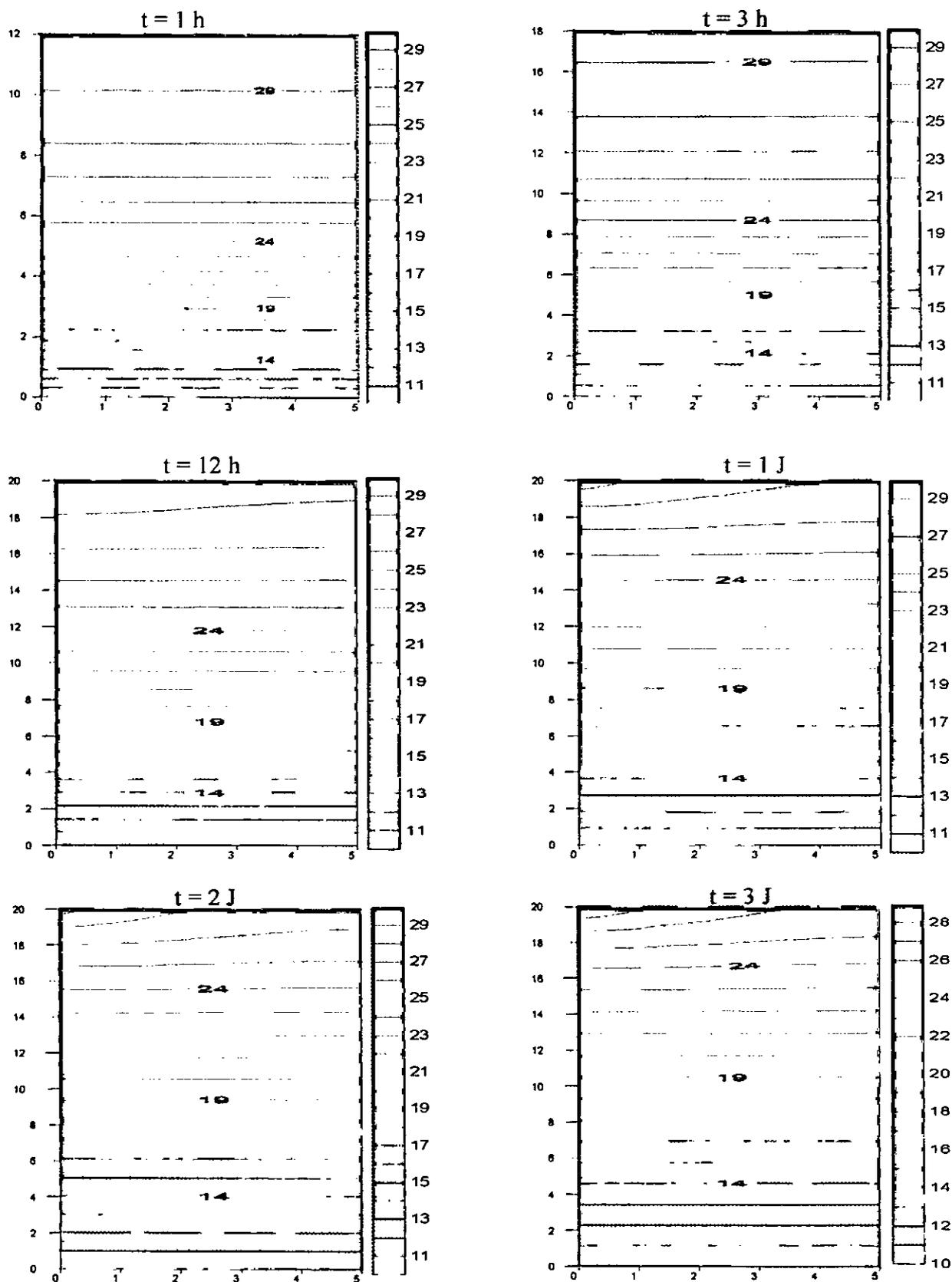
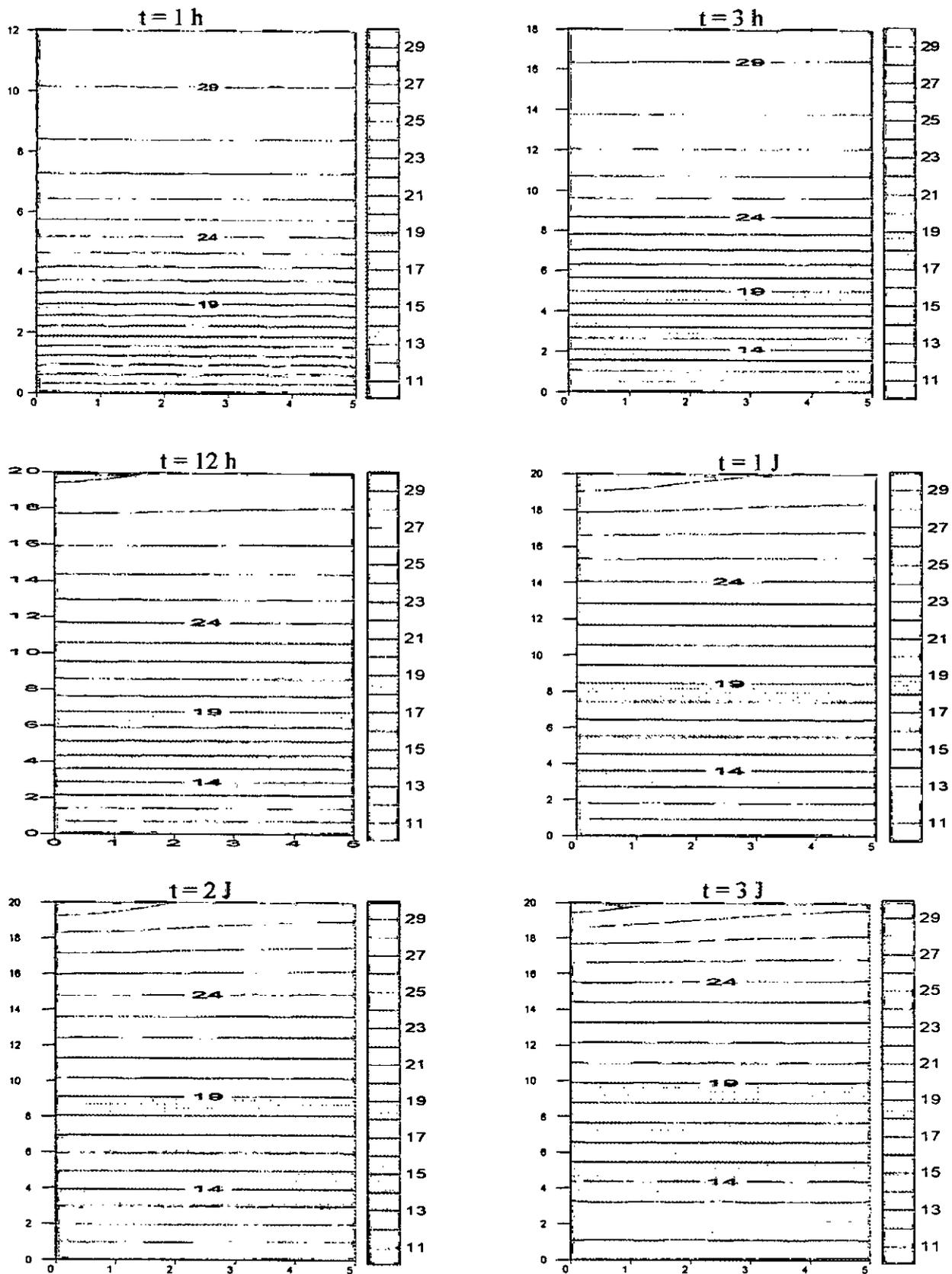


Figure IV.9. Isothermes du milieu poreux pour  $Re=3000$  et  $V^* = -10^{-2}$  à différents instants



**Figure IV.10.** Isothermes du milieu poreux pour  $Re=10^4$  et  $V^* = 0$  à différents instants

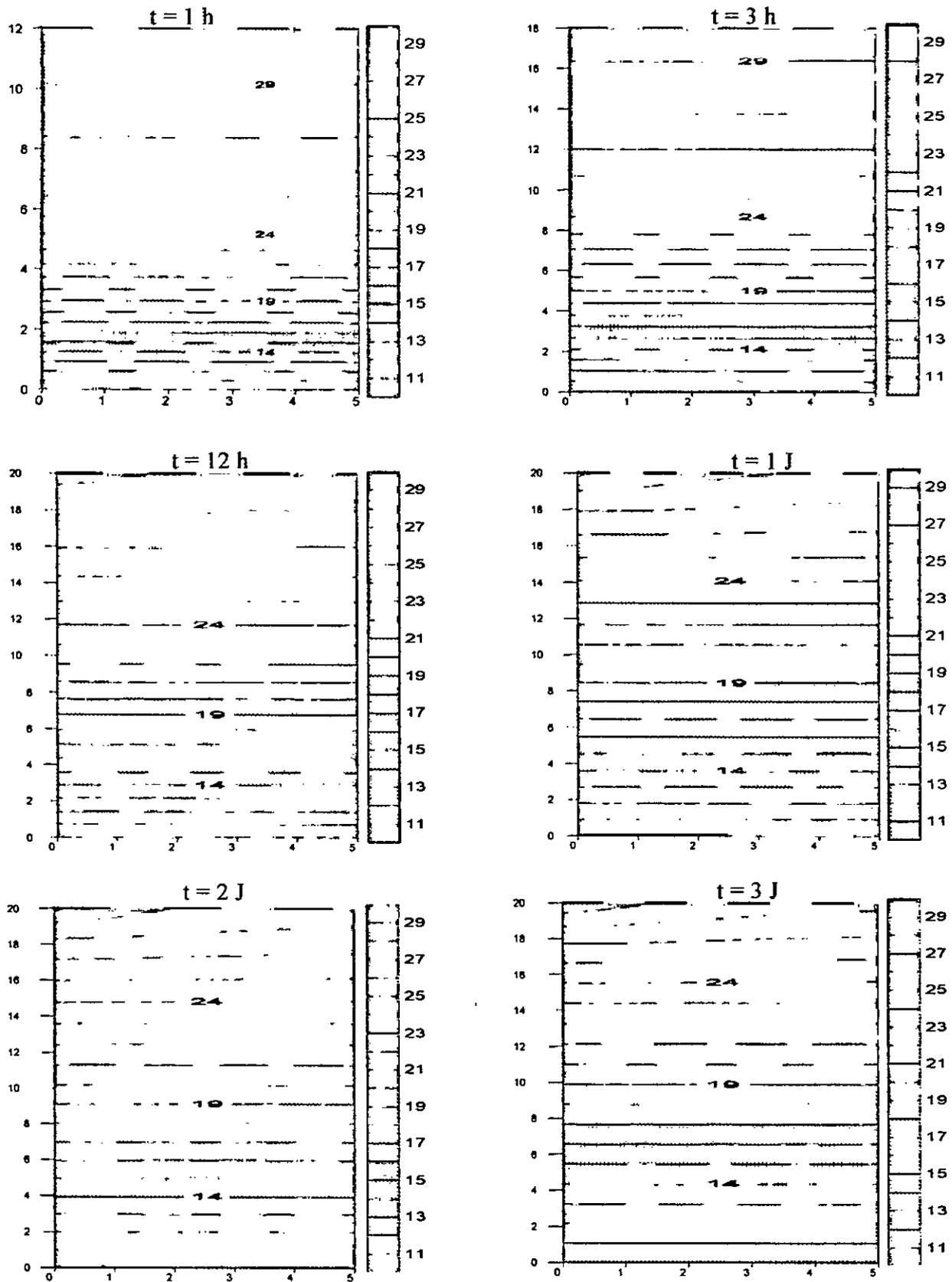


Figure IV.11. Isothermes du milieu poreux pour  $Re=10^4$  et  $V^* = -3.10^{-4}$  à différents instants

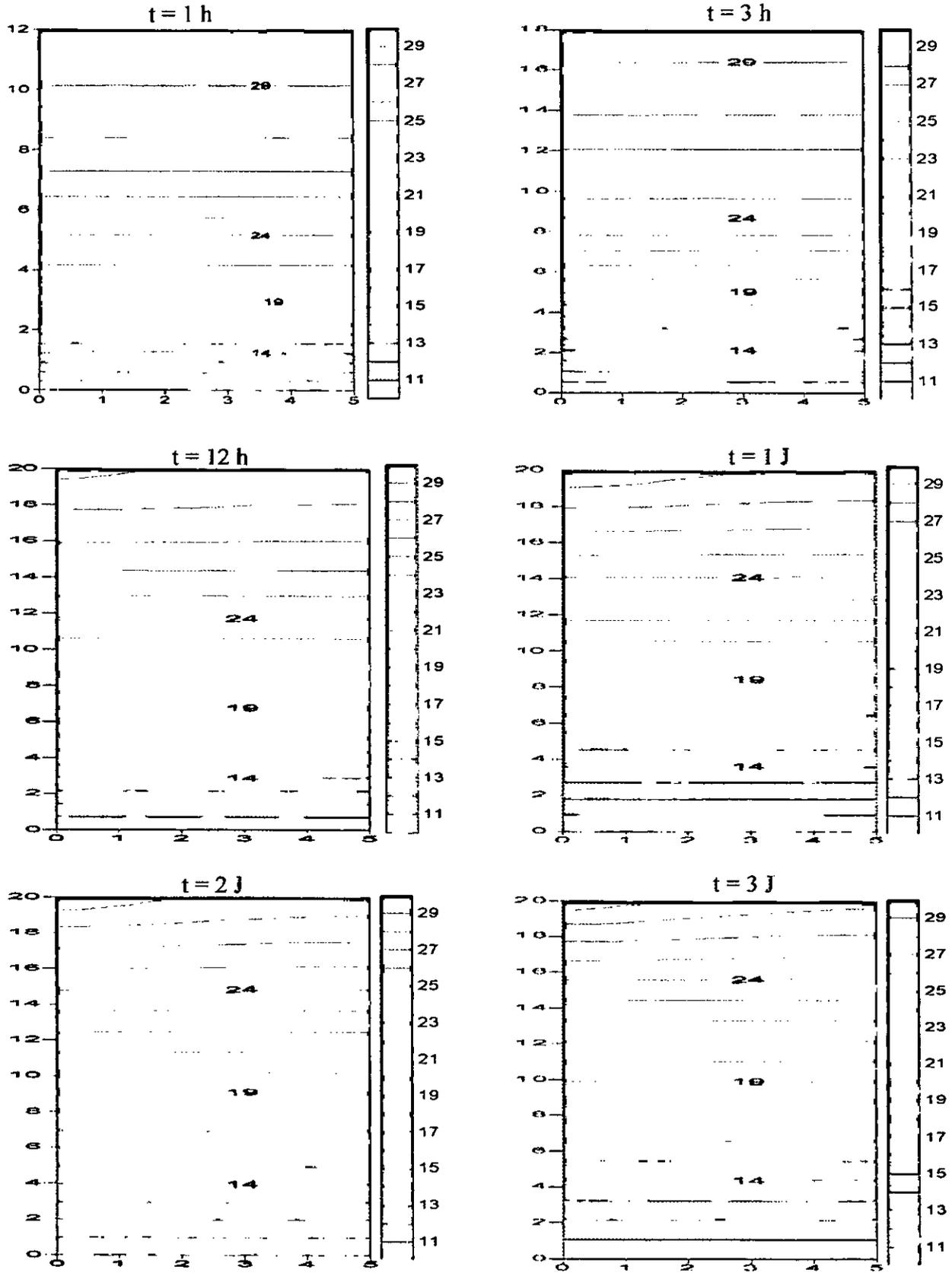
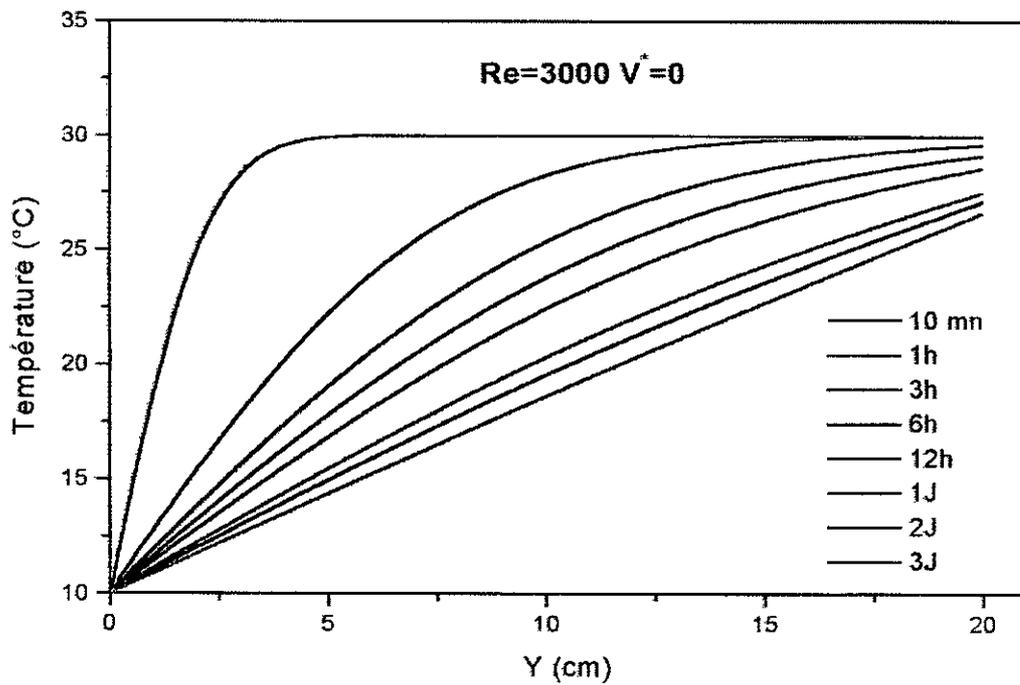
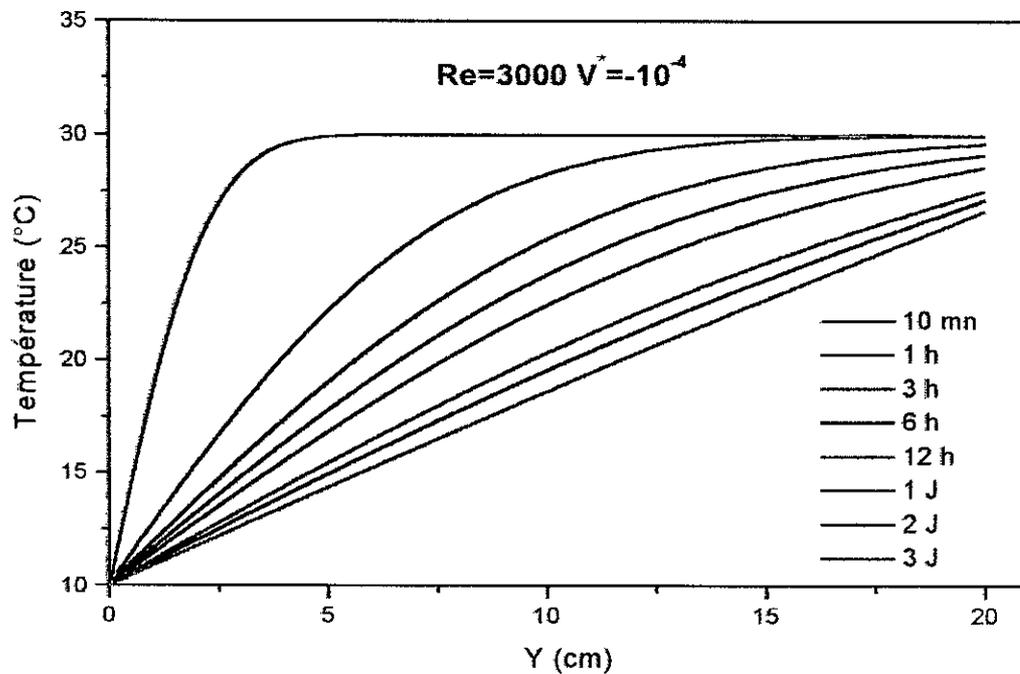


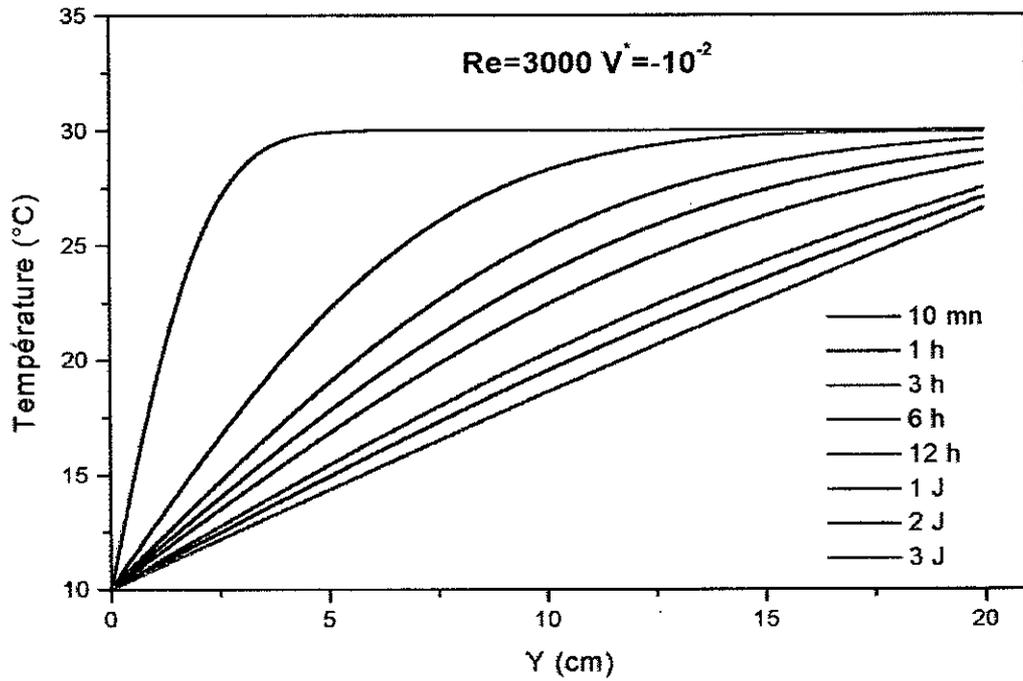
Figure IV.12. Isothermes du milieu poreux pour  $Re=10^4$  et  $V^* = -10^{-3}$  à différents instants



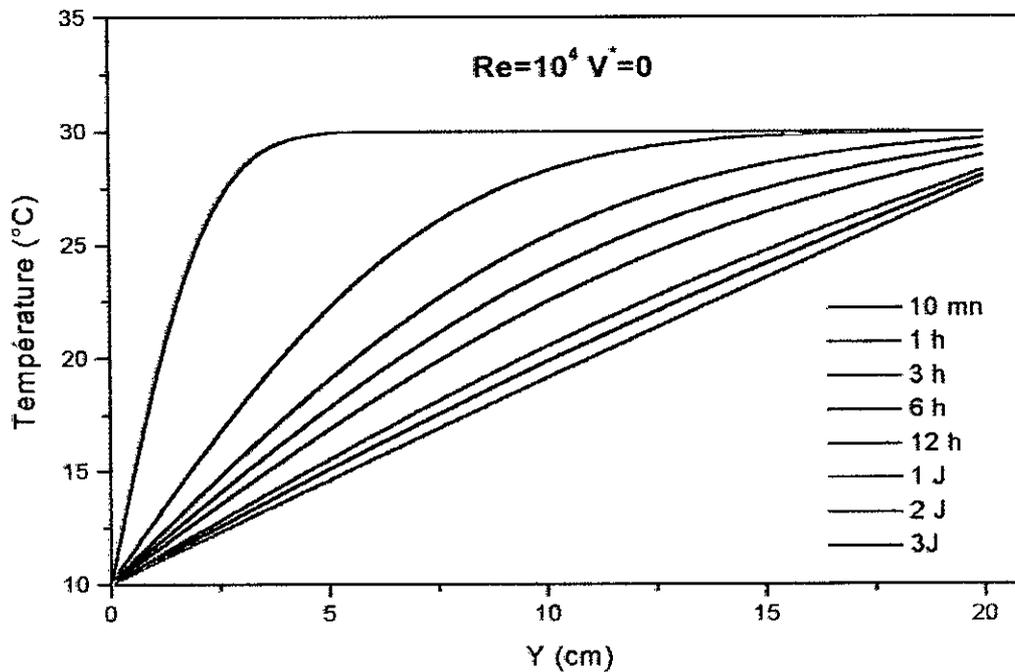
**Figure IV.13.** Evolution spatiale de la température unidimensionnelle du milieu poreux pour différents temps et pour  $Re = 3000$  et  $V^* = 0$



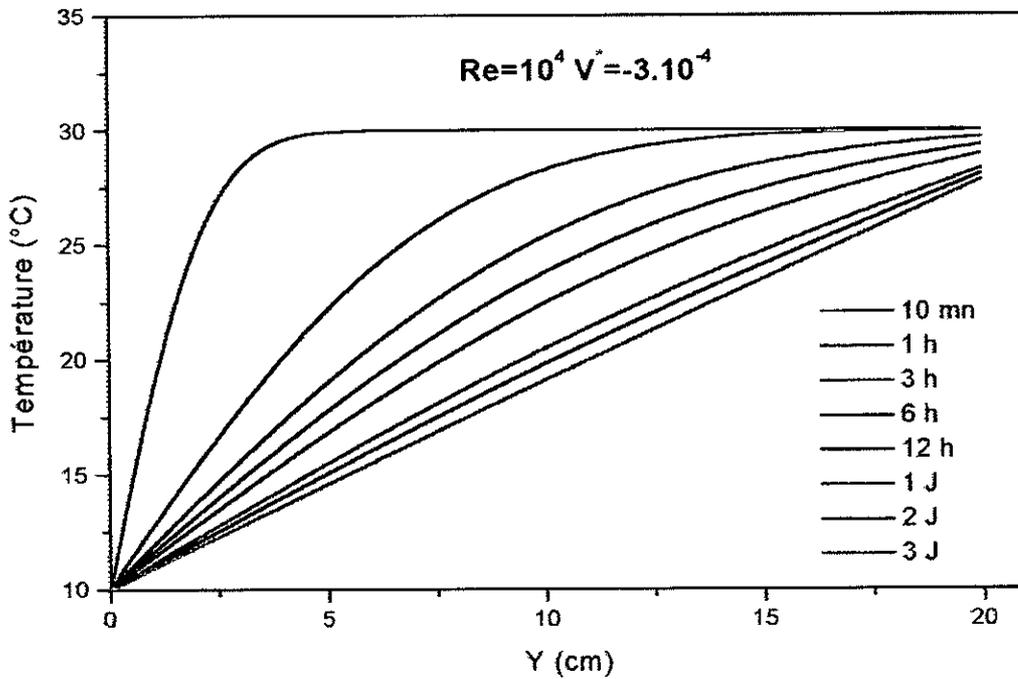
**Figure IV.14.** Evolution spatiale de la température unidimensionnelle du milieu poreux pour différents temps et pour  $Re = 3000$  et  $V^* = -10^{-4}$



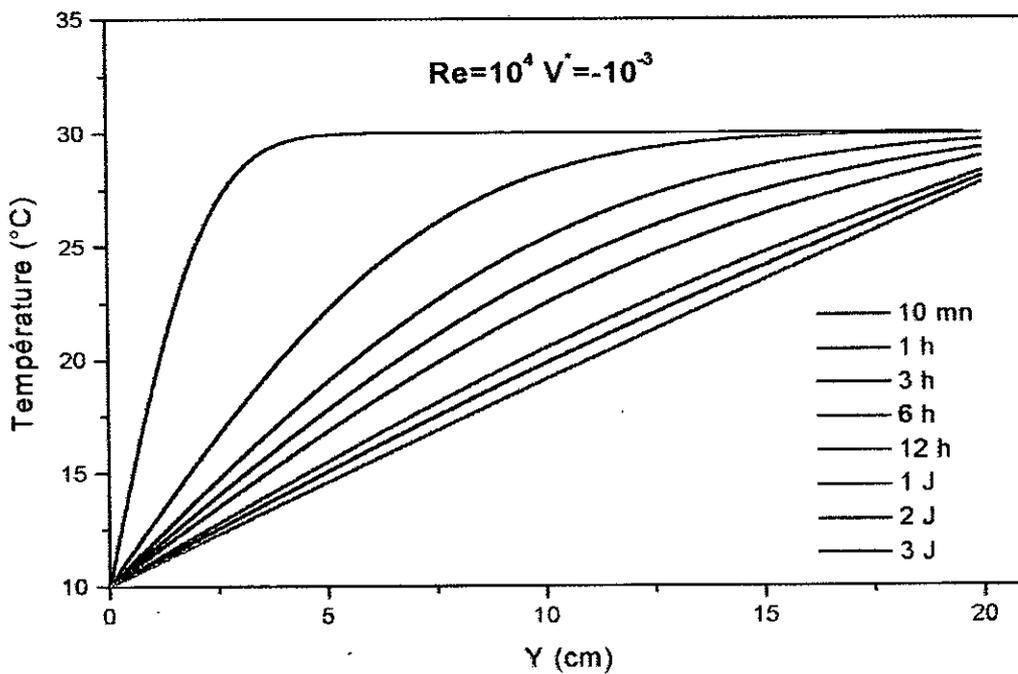
**Figure IV.15.** Evolution spatiale de la température unidimensionnelle du milieu poreux pour différents temps et pour  $Re = 3000$  et  $V^* = -10^{-2}$



**Figure IV.16.** Evolution spatiale de la température unidimensionnelle du milieu poreux pour différents temps et pour  $Re = 10^4$  et  $V^* = 0$



**Figure IV.17.** Evolution spatiale de la température unidimensionnelle du milieu poreux pour différents temps et pour  $Re = 10^4$  et  $V^* = -3.10^{-4}$



**Figure IV.18.** Evolution spatiale de la température unidimensionnelle du milieu poreux pour différents temps et pour  $Re = 10^4$  et  $V^* = -10^{-3}$

**IV.1.3 Etude des paramètres d'écoulement à l'interface :**

Les résultats présentés sont relatifs aux coefficients d'échange convectif et à la température de surface. Ils sont obtenus en prenant en considération l'interaction entre l'écoulement externe et le milieu poreux pour différents nombres de Reynolds de l'écoulement externe et pour différentes vitesses d'aspirations.

On a représentée sur les graphes d'évolution spatio-temporelle du coefficient d'échange convectif, la variation de ce coefficient à différents instants allant de 1 h à 3 J et les valeurs de  $h_{moy}$  et  $h_{emp}$  qui sont calculés comme suit :

$$\begin{cases} h_{emp} = \frac{0.453 \cdot \lambda \cdot Re^{\frac{1}{2}} \cdot pr^{\frac{1}{3}}}{L} \\ h_{moy} = \frac{1}{L_x} \int_0^{L_x} h(x) dx = \frac{\sum_{i=1}^m h(m)}{m} \end{cases} \quad (IV.2)$$

donc :

$$h_{emp} = \begin{cases} 11.70 & \text{pour } Re = 3000; \\ 21.27 & \text{pour } Re = 10^4. \end{cases}$$

La figure (IV.19) représente l'évolution du coefficient d'échange convectif obtenue par M.Prat [1], pour une vitesse  $U_{\infty} = 1 \text{ m/s}$  et une température initiale  $T_0 = 10 \text{ }^{\circ}\text{C}$  avec  $T_{\infty} = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$  après 1 heure (M.Prat à considérer la partie inférieure du milieu poreux adiabatique).

La figure (IV.20.a) représente l'évolution du coefficient d'échange convectif pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et une vitesse d'aspiration nulle et pour des temps allant de 1 h à 3 J. Le détail de la partie comprise entre 0 et 50  $\text{W/m}^2 \text{ K}$  est représenté sur la figure (IV.20.b).

La figure (IV.21.a) représente l'évolution du coefficient d'échange convectif pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et une vitesse d'aspiration adimensionnelle égale à :  $-10^{-1}$  et pour des temps allant de 1 h à 3 J. Le détail de la partie comprise entre 0 et 50  $\text{W/m}^2 \text{ K}$  est représenté sur la figure (IV.21.b).

La figure (IV.22.a) représente l'évolution du coefficient d'échange convectif pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et une vitesse d'aspiration adimensionnelle égale à :  $-10^{-2}$  et

pour des temps allant de 1 h à 3 J. Le détail de la partie comprise entre 0 et 50 W/m<sup>2</sup> K est représenté sur la figure (IV.22.b).

La figure (IV.23.a) représente l'évolution du coefficient d'échange convectif pour un nombre de Reynolds égale à 10<sup>4</sup> et une vitesse d'aspiration adimensionnelle nulle et pour des temps allant de 1 h à 3 J. Le détail de la partie comprise entre 10 et 60 W/m<sup>2</sup> K est représenté sur la figure (IV.23.b).

La figure (IV.24.a) représente l'évolution du coefficient d'échange convectif pour un nombre de Reynolds égale à 10<sup>4</sup> et une vitesse d'aspiration adimensionnelle égale à : -3.10<sup>-4</sup> et pour des temps allant de 1 h à 3 J. Le détail de la partie comprise entre 10 et 60 W/m<sup>2</sup> K est représenté sur la figure (IV.24.b).

La figure (IV.25.a) représente l'évolution du coefficient d'échange convectif pour un nombre de Reynolds égale à 10<sup>4</sup> et une vitesse d'aspiration adimensionnelle égale à : -10<sup>-3</sup> et pour des temps allant de 1 h à 3 J. Le détail de la partie comprise entre 10 et 60 W/m<sup>2</sup> K est représenté sur la figure (IV.25.b).

L'ensemble des figures ci-dessus montre un profil hyperbolique du coefficient d'échange convectif ( $h$  diminue quand  $x$  augmente), on peut noter également l'effet du bord d'attaque, (c'est-à-dire une grande valeur du coefficient d'échange au niveau du bord d'attaque) d'où une valeur élevée de la densité de flux de chaleur à cette zone, ce qui en accord avec la deuxième partie (Milieu poreux).

On remarque d'après les graphes que  $h_{\text{moy}}$  (calculé à partir des valeurs obtenues par le programme de calcul ) et  $h_{\text{emp}}$  sont quantitativement différentes et qualitativement bonne.

Du point de vue temporel, on ne note pas une évolution sensible de ces coefficients au cours du processus.

Si on augmente le nombre de Reynolds, la valeur du coefficient d'échange convectif augmente (donc un bon échange de chaleur si on augmente la vitesse de l'écoulement externe  $U_{\infty}$ ), d'où l'augmentation de la température du milieu poreux. On peut noter aussi une légère diminution de la valeur du coefficient d'échange convectif si la vitesse d'aspiration augmente, d'où la diminution légère de la température du milieu poreux.

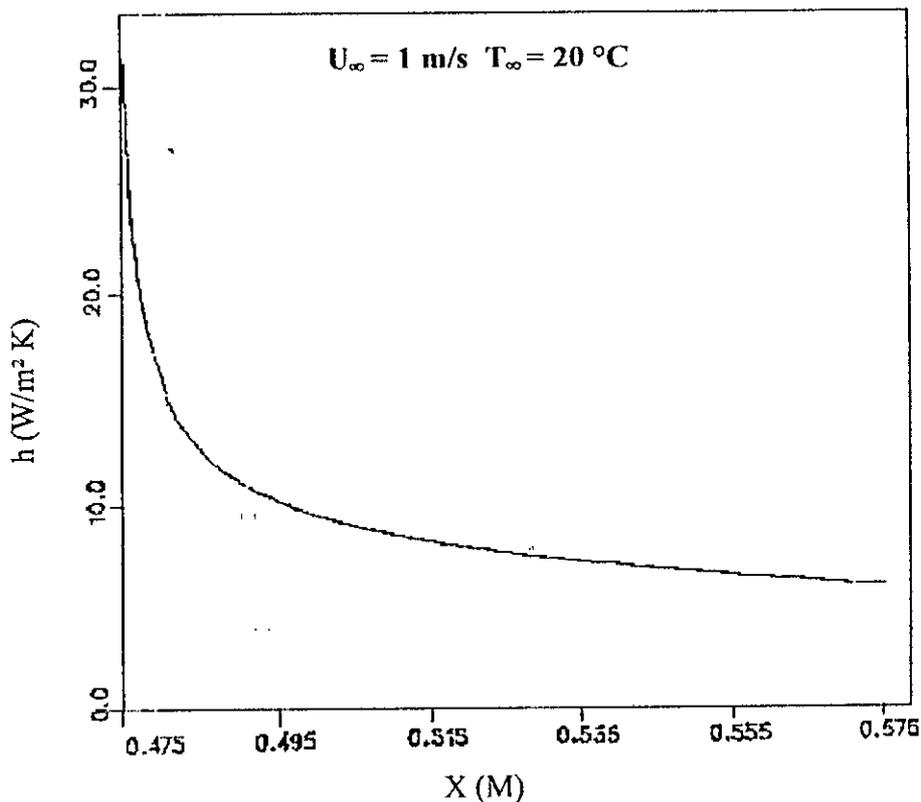
Les figures (IV.26), (IV.27) et (IV.28) représentent respectivement l'évolution des températures de surface pour un nombre de Reynolds égale à 3000 et des vitesses d'aspiration adimensionnelles égales : 0, -10<sup>-4</sup>, -10<sup>-2</sup> et pour des temps allant de 30 mn à 3 J.

Les figures (IV.29), (IV.30) et (IV.31) représentent respectivement l'évolution des températures de surface pour un nombre de Reynolds égale à  $10^4$  et des vitesses d'aspiration adimensionnelle égales : 0,  $-3 \cdot 10^{-4}$ ,  $-10^{-3}$  et pour des temps allant de 30 mn à 3 J.

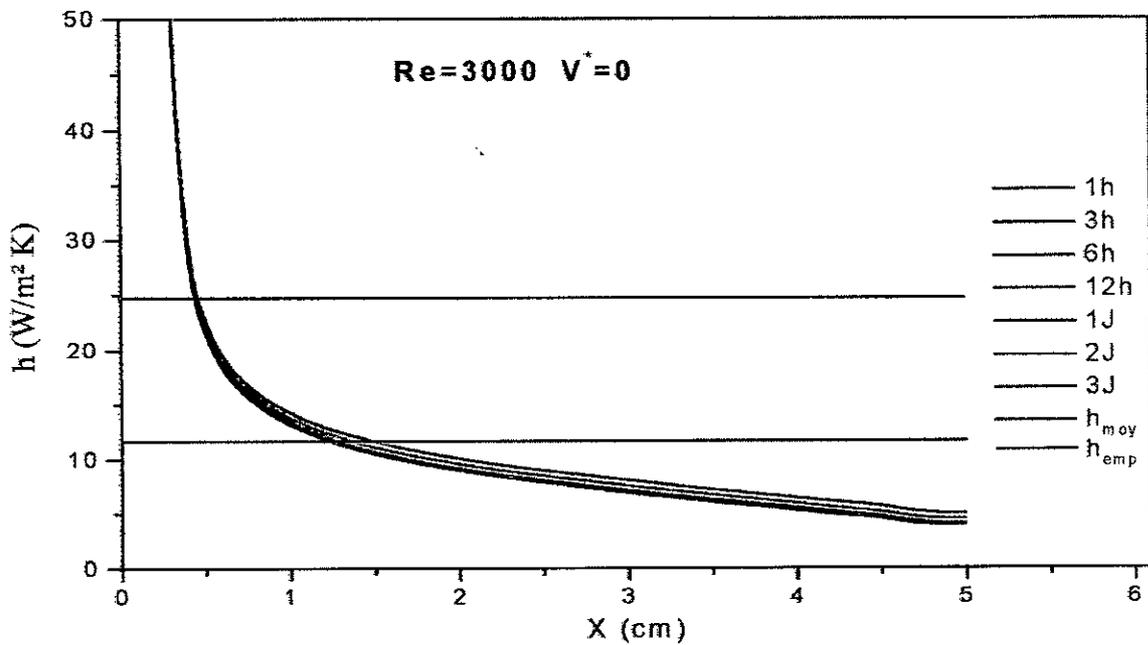
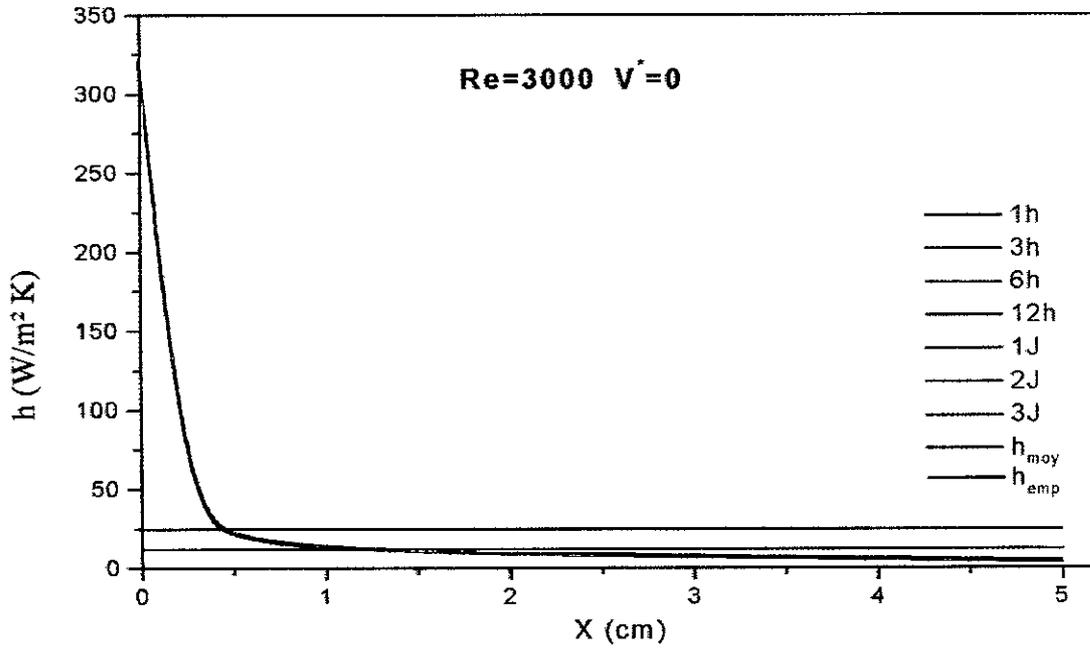
La figure (IV.32) représente l'évolution de la température à l'interface obtenue par M.Prat [1], pour une vitesse  $U_\infty = 1 \text{ m/s}$  et une température initiale  $T_0 = 10 \text{ °C}$  avec  $T_\infty = 20 \text{ °C}$  à quatre instants différents (M.Prat à considérer la partie inférieure du milieu poreux adiabatique).

L'analyse des résultats donnés par les figures ci-dessus, montre que si on augmente le nombre de Reynolds, la température de la surface augmente, ce qui est en accord avec la deuxième partie (Milieu poreux). On peut noter aussi une légère diminution de la température de surface si la vitesse d'aspiration augmente, ce résultat concorde avec ceux de la deuxième partie vue au paravent (partie milieu poreux seul).

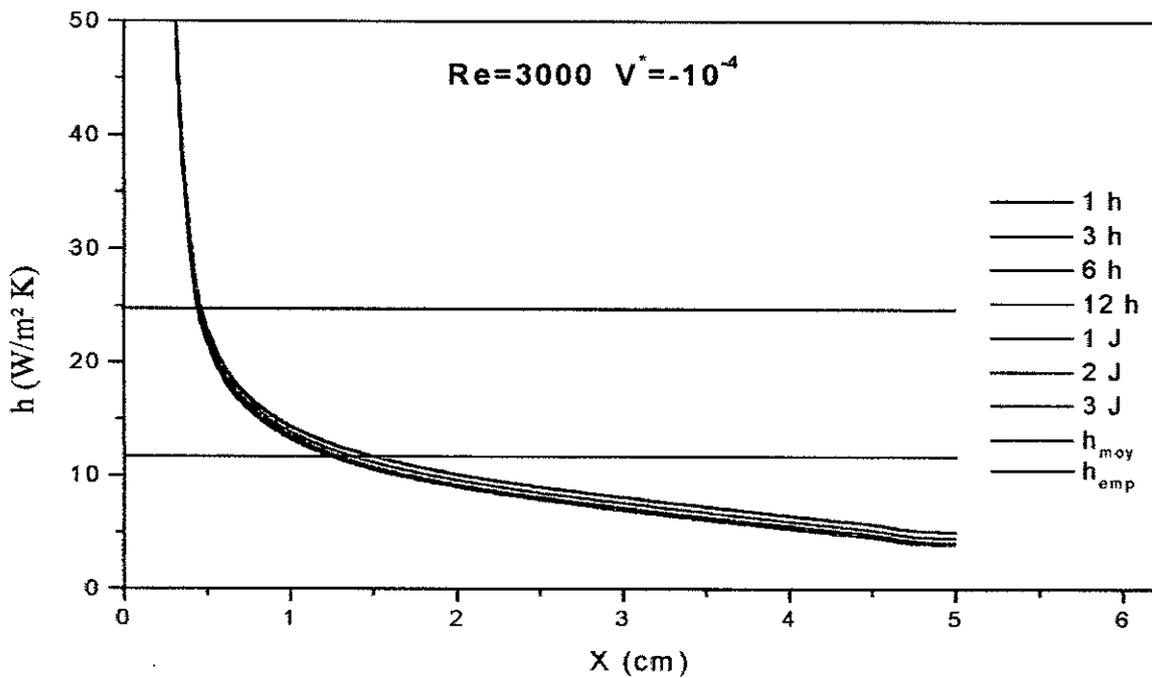
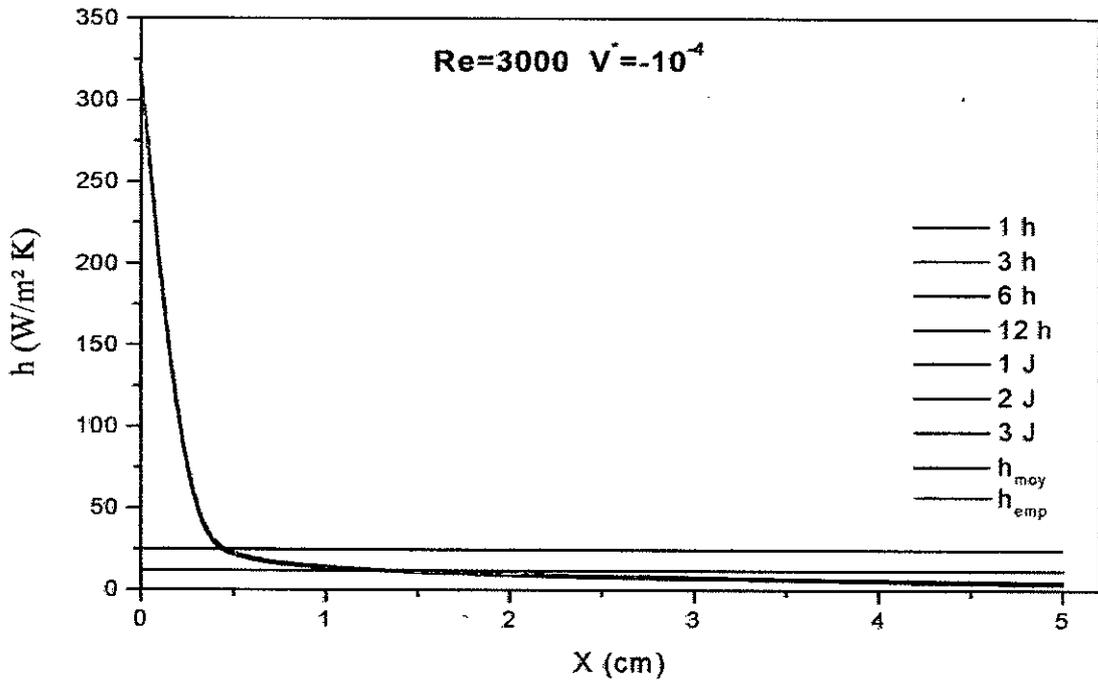
Nos résultats obtenus par le code de calcul sont en bonne concordance avec ceux de M.Prat.



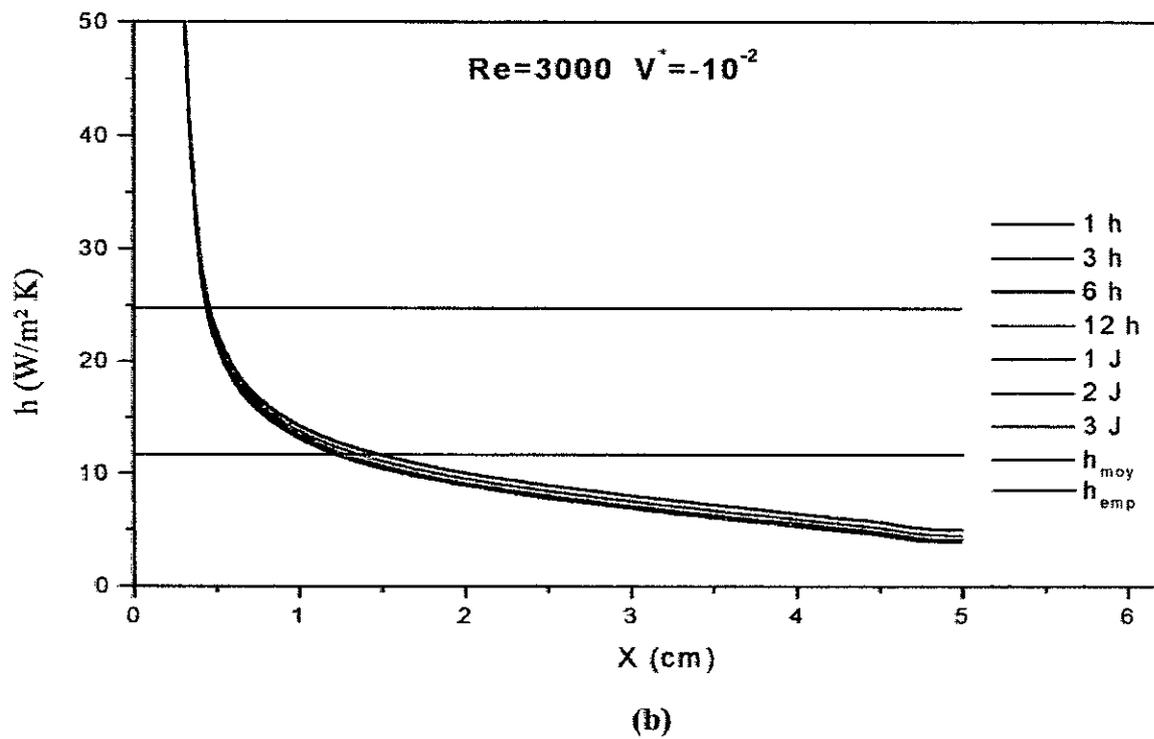
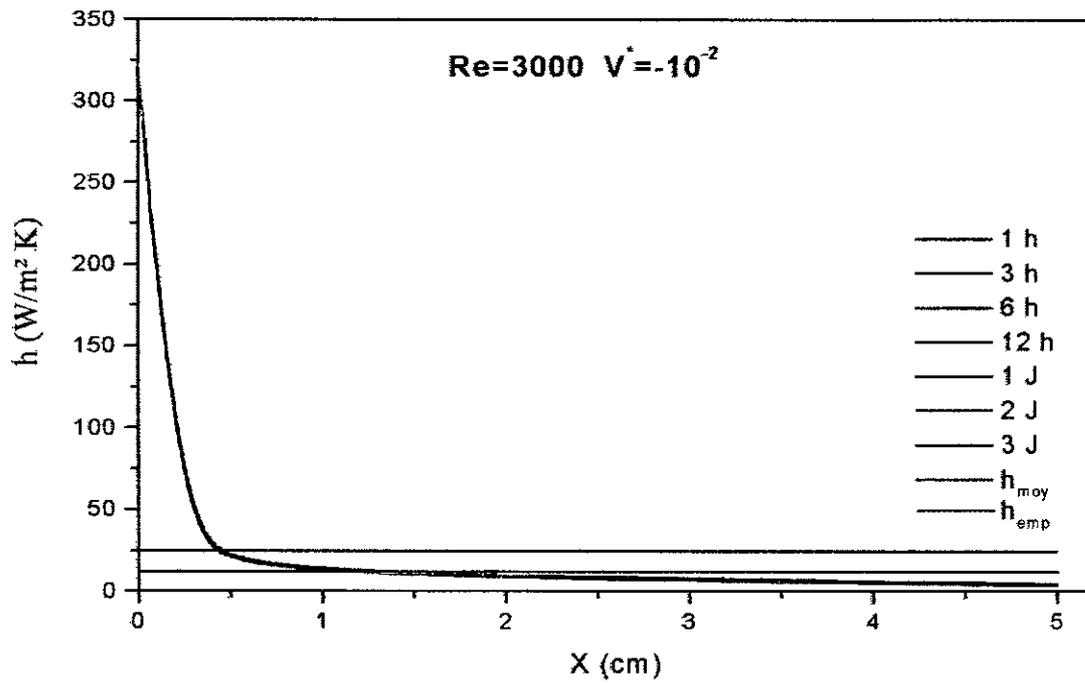
**Figure IV.19.** Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour  $U_\infty = 1 \text{ m/s}$  et  $T_\infty = 20 \text{ °C}$  après 1 heure, d'après [1].



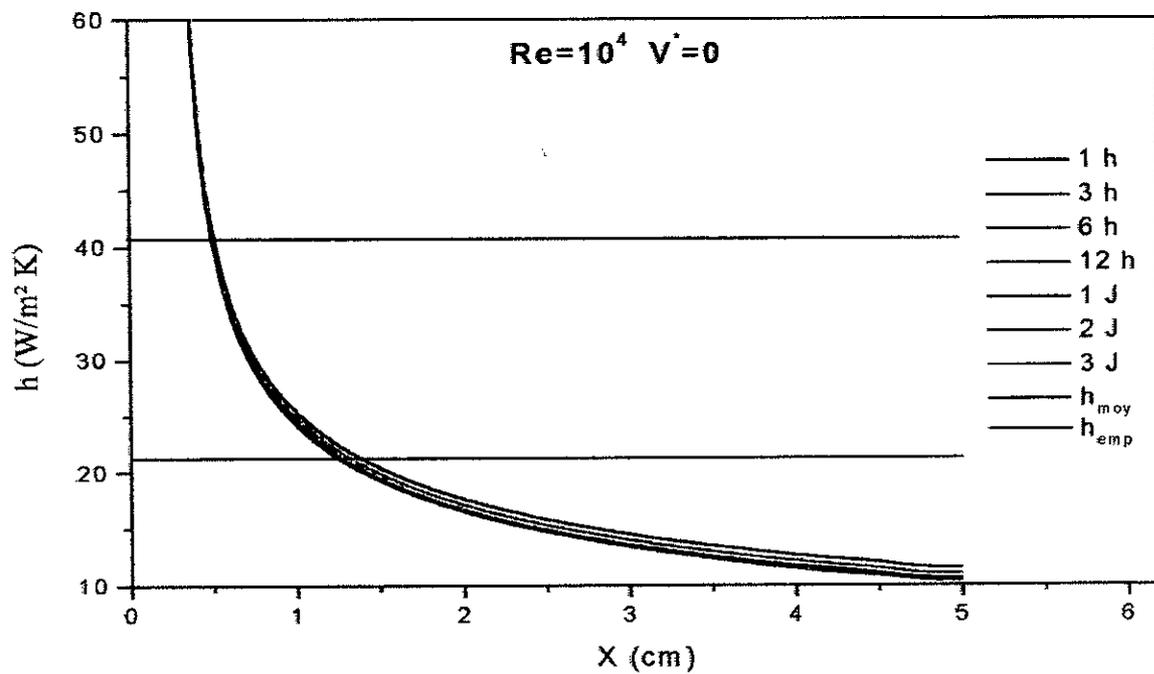
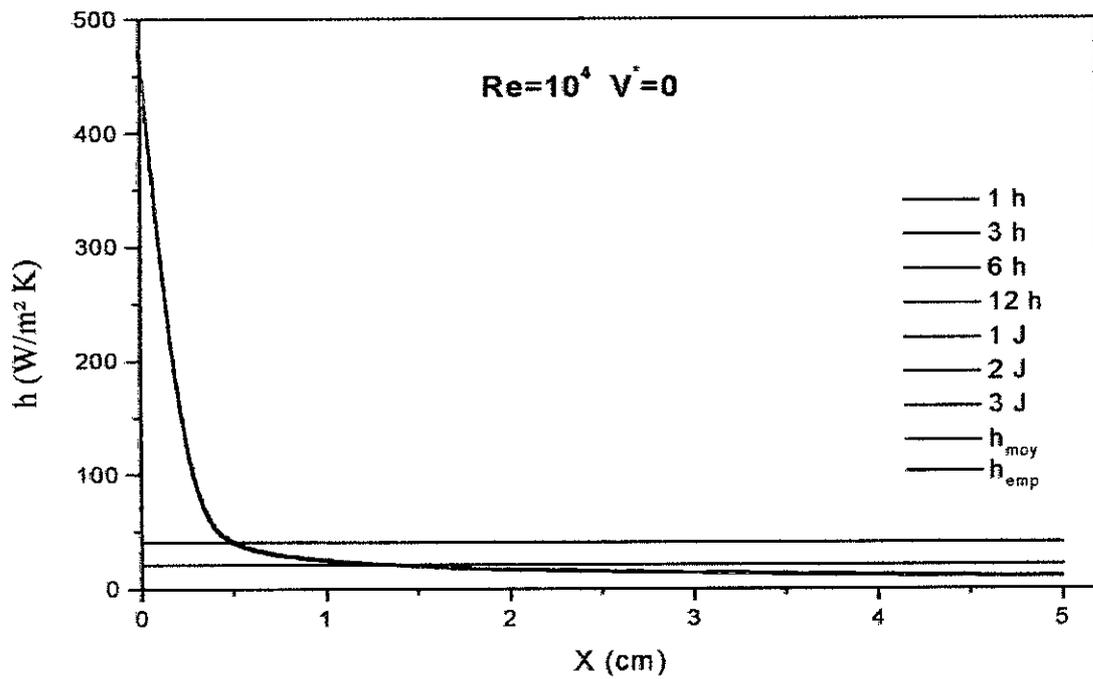
**Figure IV.20.** Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re= 3000$  et  $V^* = 0$



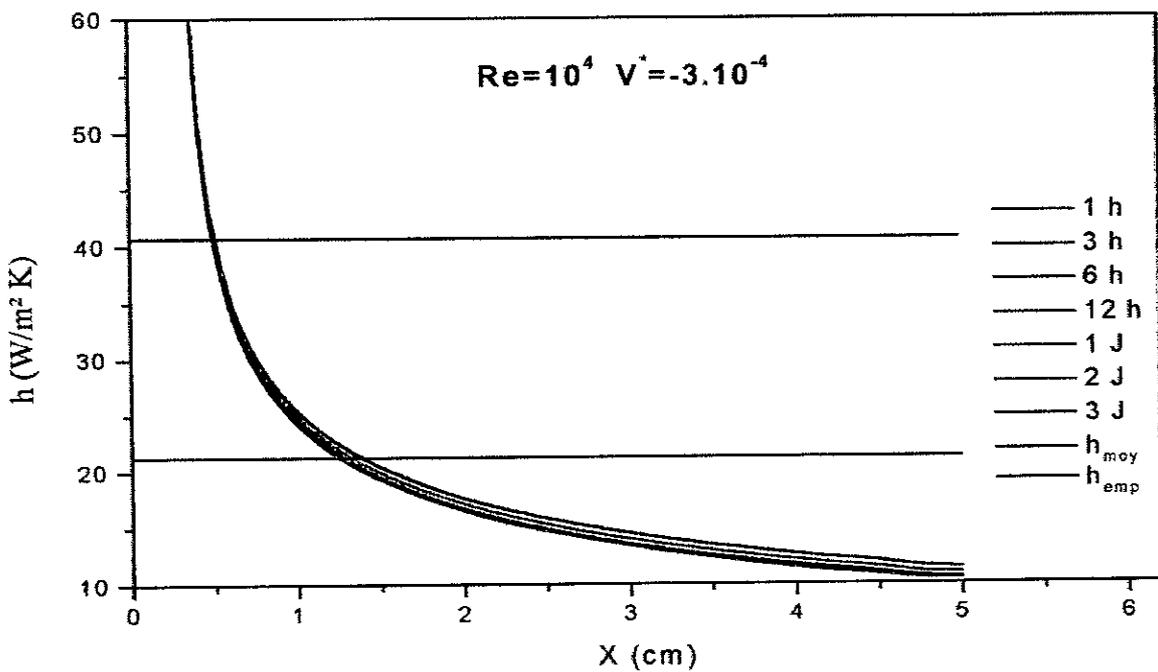
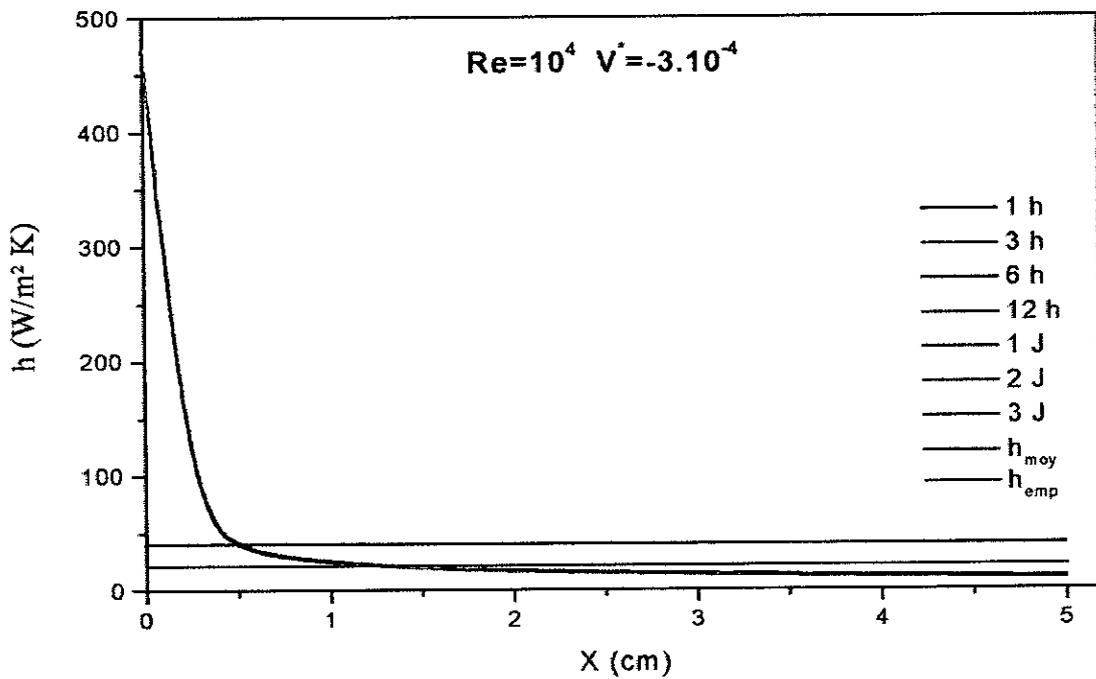
**Figure IV.21.** Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re= 3000$  et  $V^* = -10^{-4}$



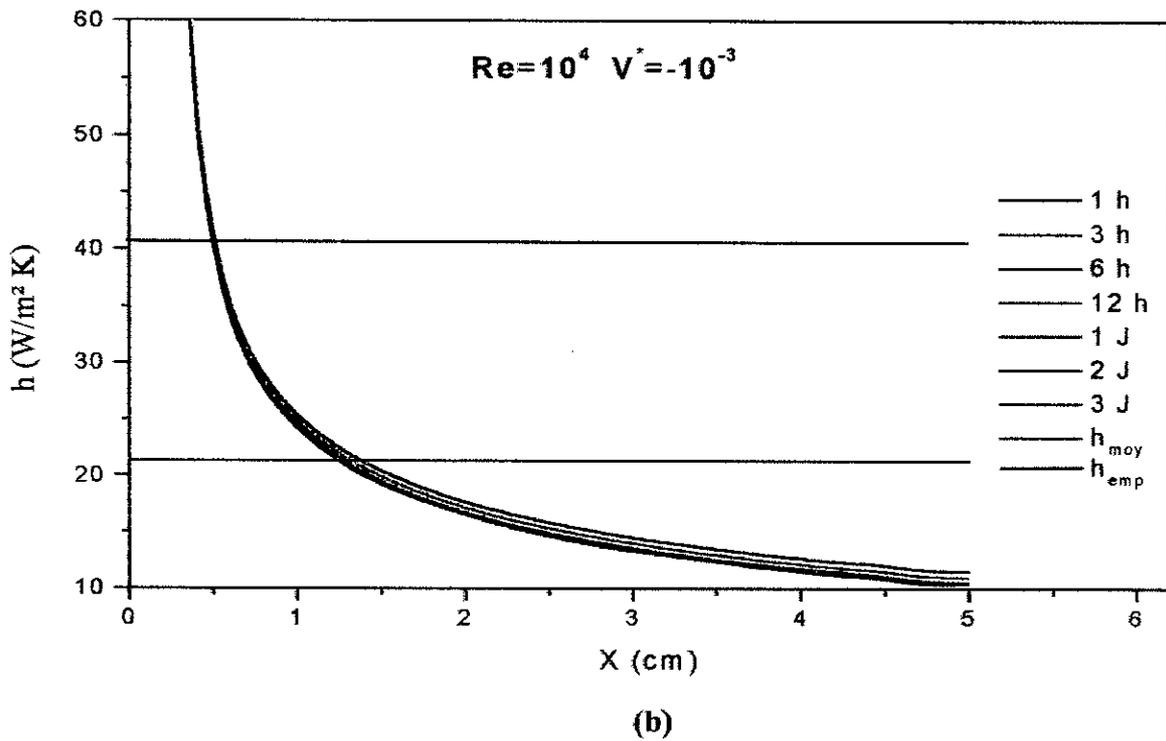
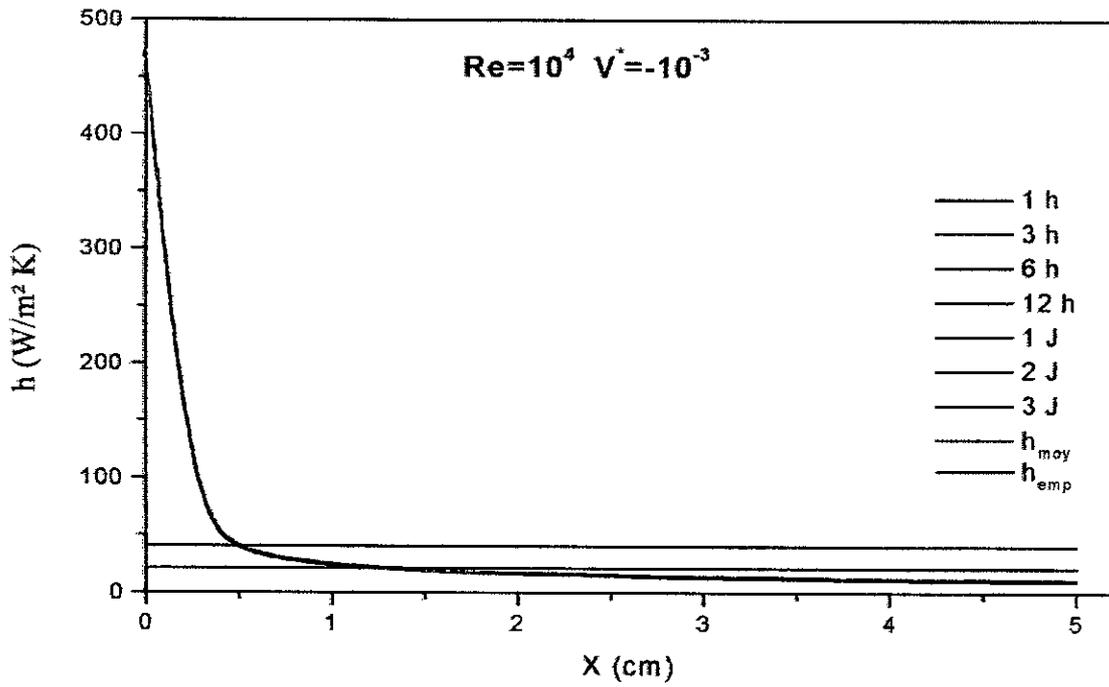
**Figure IV.22.** Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re= 3000$  et  $V^* = -10^{-2}$



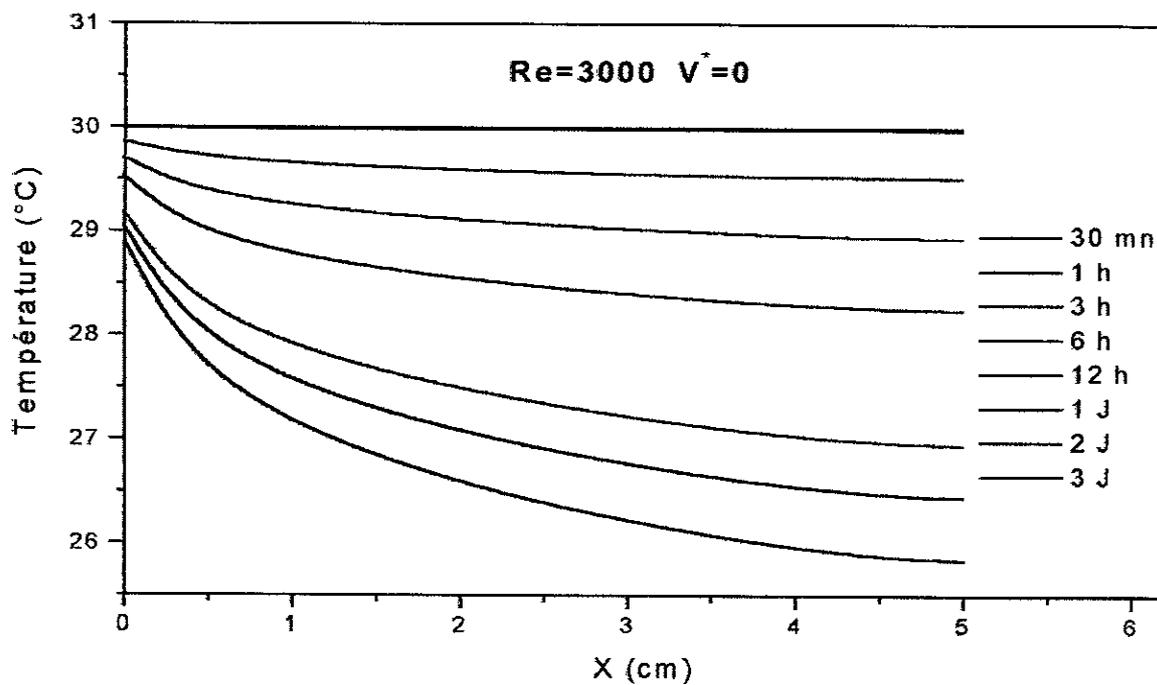
**Figure IV.23.** Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re=10^4$  et  $V^*=0$



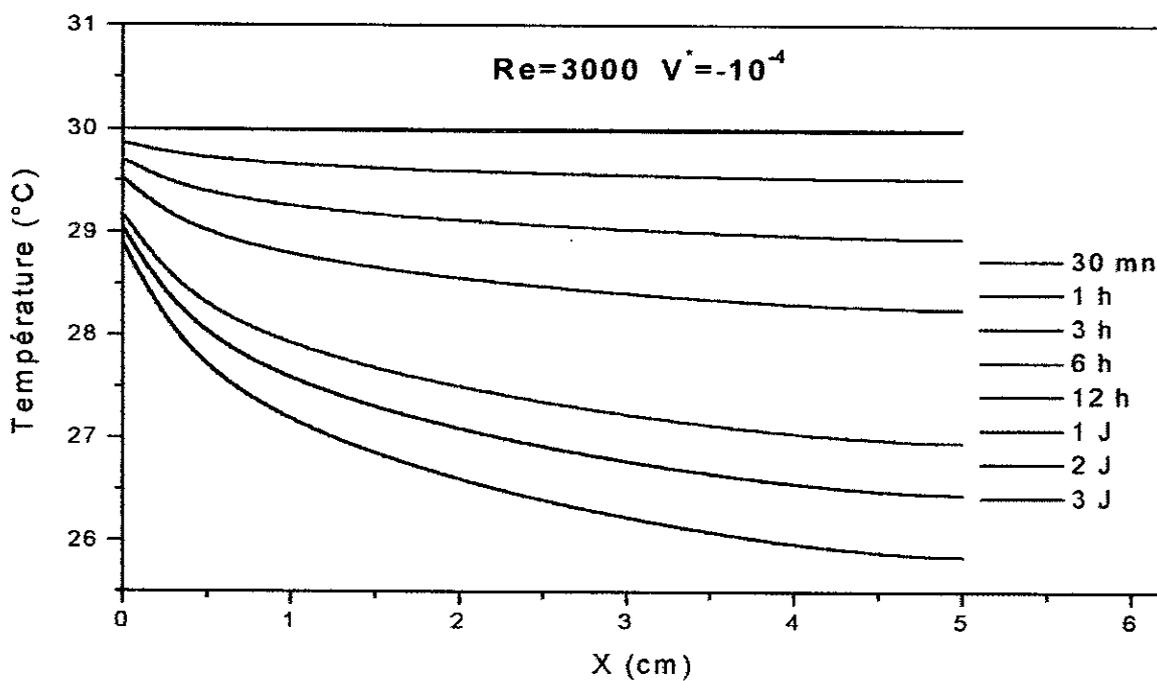
**Figure IV.24.** Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re= 10^4$  et  $V^* = -3.10^{-4}$



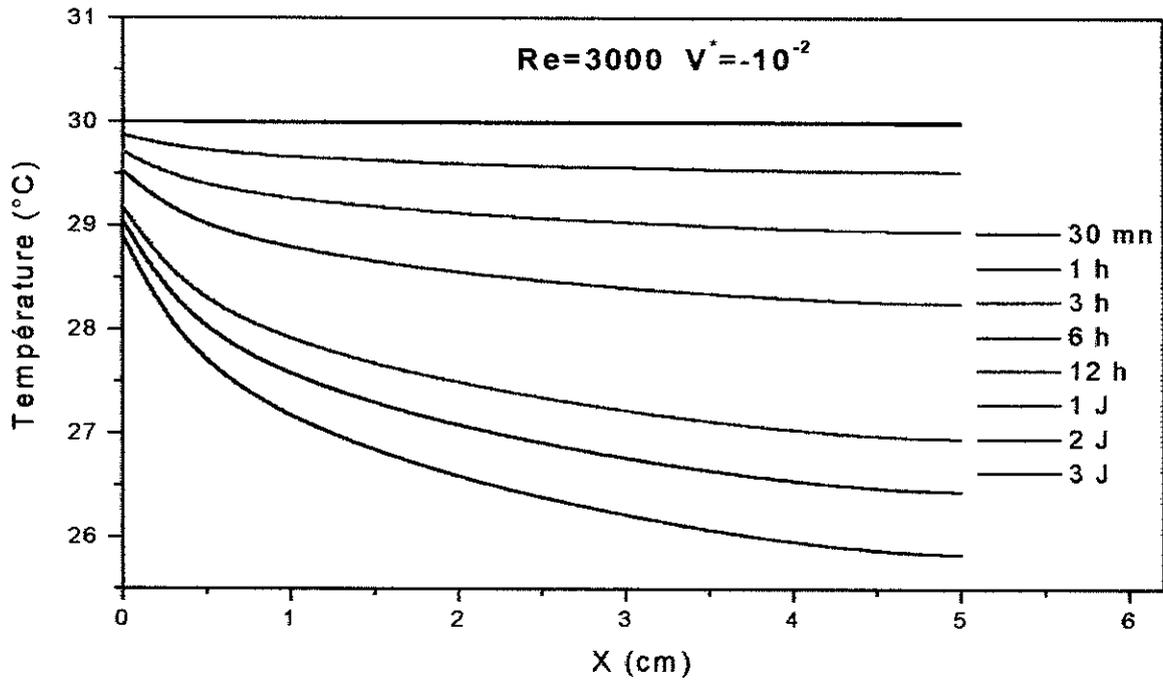
**Figure IV.25.** Evolution spatiale du coefficient d'échange convectif pour différents temps et pour  $Re=10^4$  et  $V^*=-10^{-3}$



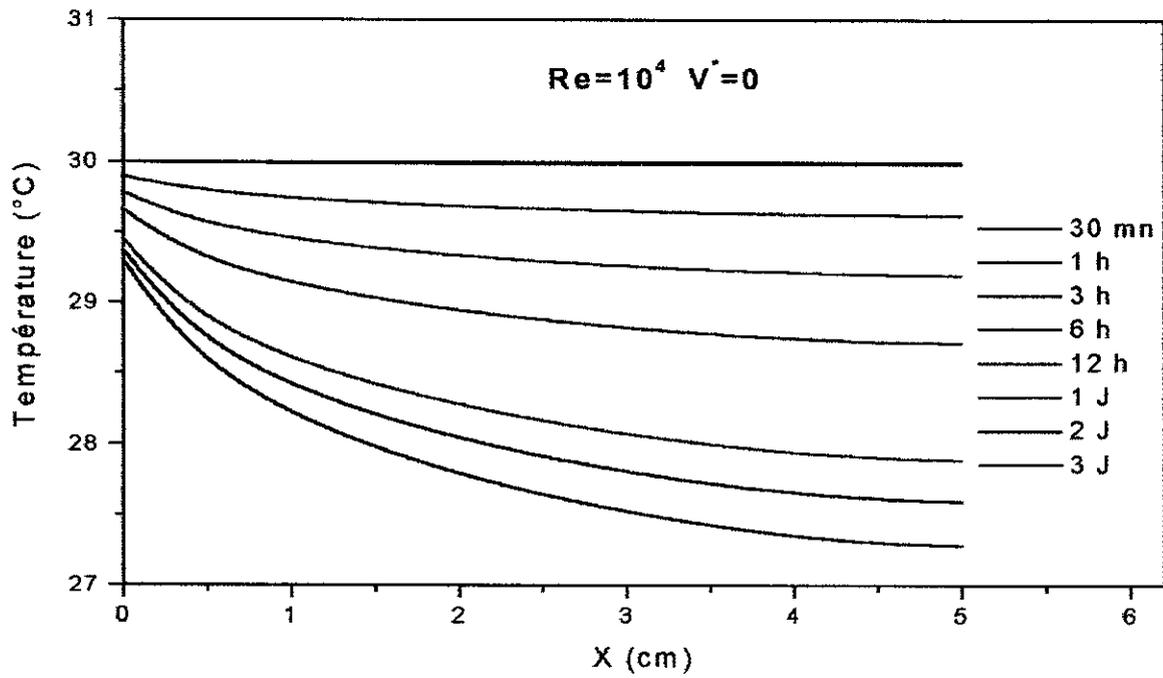
**Figure IV.26.** Evolution de la température superficielle pour  $Re = 3000$ ,  $V^* = 0$  et pour différents instants



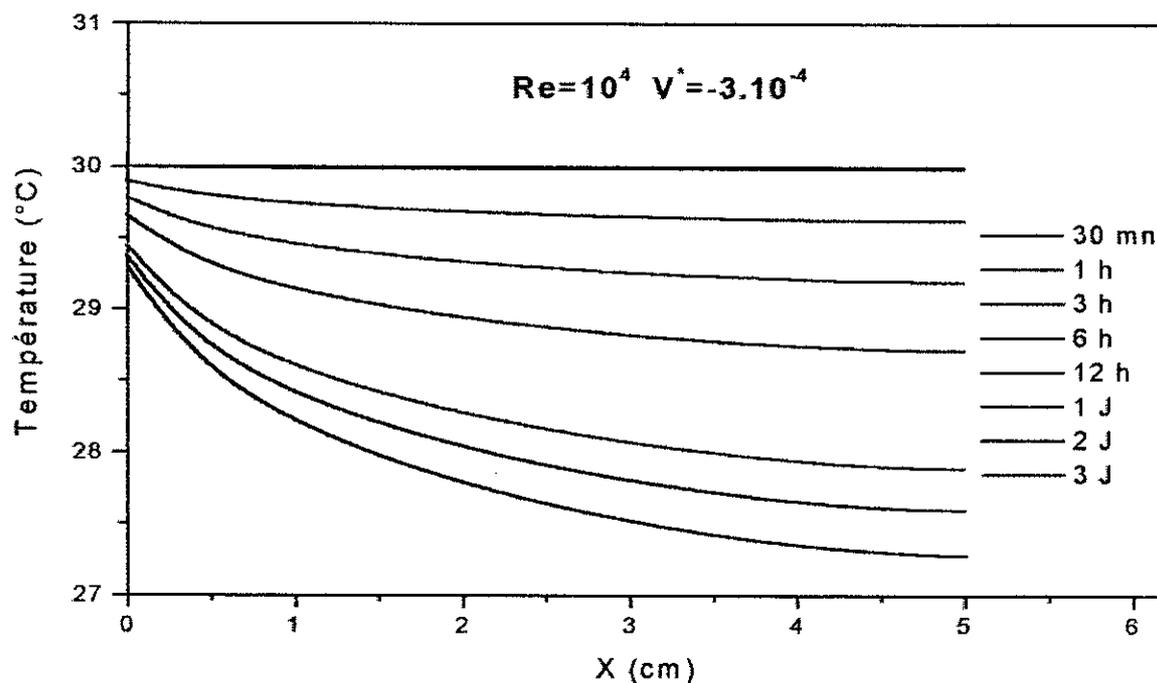
**Figure IV.27.** Evolution de la température superficielle pour  $Re = 3000$ ,  $V^* = -10^{-4}$  et pour différents instants



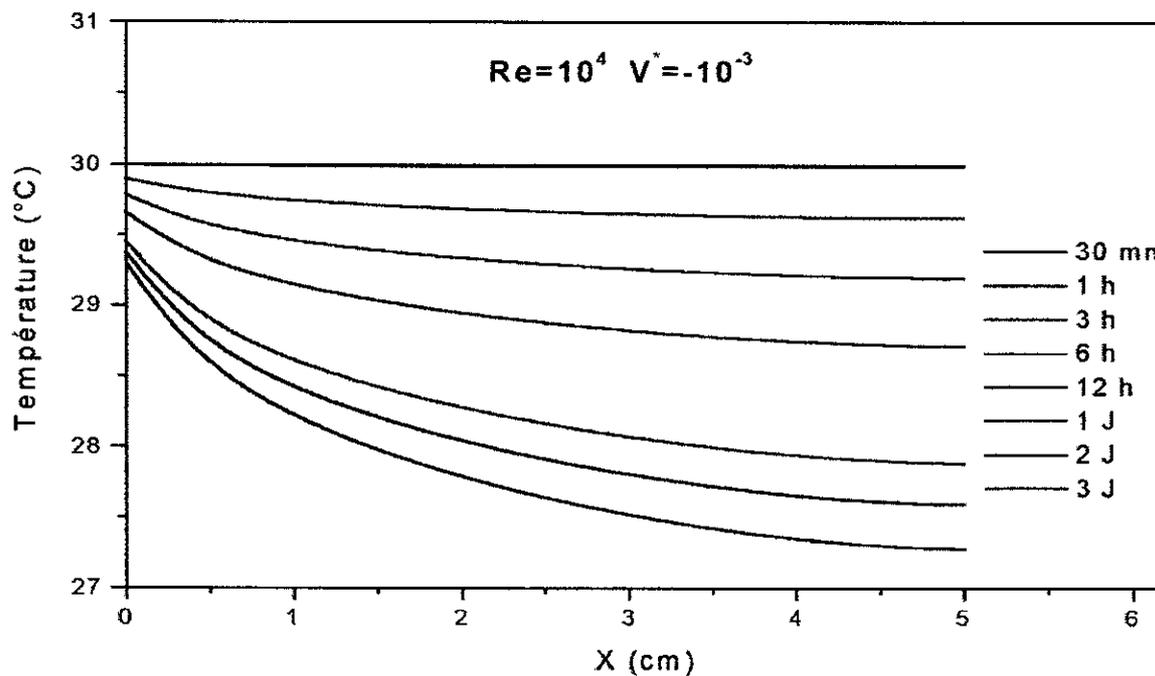
**Figure IV.28.** Evolution de la température superficielle pour  $Re = 3000$ ,  $V^* = -10^{-2}$  et pour différents instants



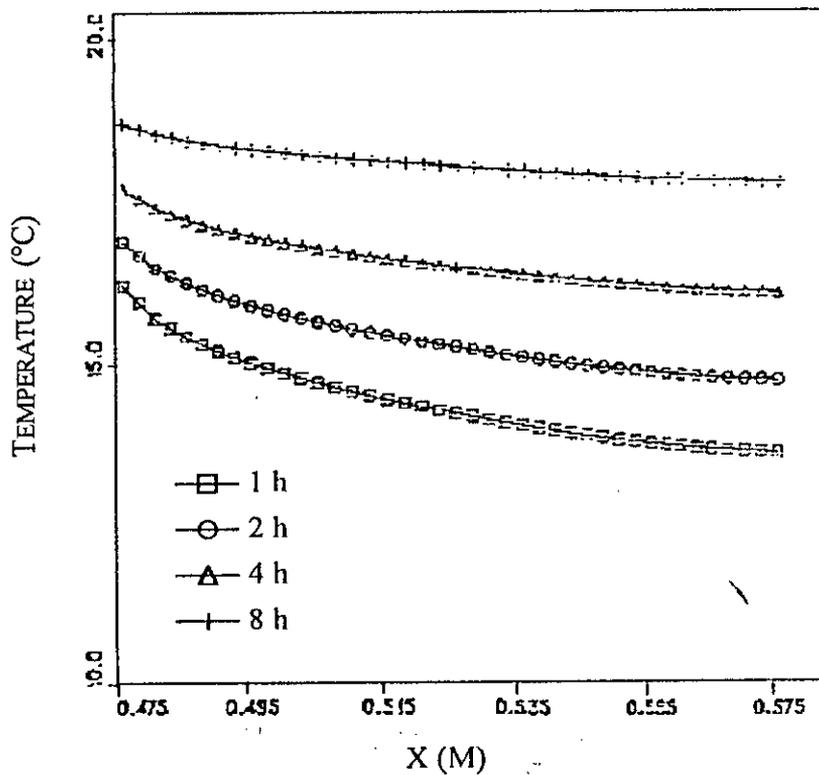
**Figure IV.29.** Evolution de la température superficielle pour  $Re = 10^4$ ,  $V^* = 0$  et pour différents instants



**Figure IV.30.** Evolution de la température superficielle pour  $Re = 10^4$ ,  $V^* = -3.10^{-4}$  et pour différents instants



**Figure IV.31.** Evolution de la température superficielle pour  $Re = 10^4$ ,  $V^* = -10^{-3}$  et pour différents instants



**Figure IV.32.** Evolution de la température à l'interface à quatre instants différents pour  $U_{\infty} = 1 \text{ m/s}$  et  $T_{\infty} = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$ , d'après [1].

#### IV.2 CONCLUSION :

Les résultats obtenus mettent particulièrement en évidence l'effet d'interaction entre les deux milieux avec notamment une influence sensible de l'effet du bord d'attaque thermique.

Un des résultats de cette interaction entre un écoulement externe et un milieu poreux est de créer une inhomogénéité spatiale de la distribution de la température interfaciale et du coefficient d'échange convectif.

Nos résultats vont dans le même sens physique que ceux de M.Prat.

CONCLUSION

GENERALE

## CONCLUSION

Le travail présenté dans ce mémoire, concerne l'étude de l'interaction entre un milieu poreux et un écoulement d'air externe. La recherche de solution à ce problème a nécessité la résolution simultanée des équations des couches limites dynamique et thermique ainsi que l'équation de la chaleur du milieu poreux.

Nous nous sommes intéressés en premier lieu à l'étude de l'écoulement externe par la résolution des équations des couches limites dynamique et thermique, les résultats obtenus ont montré que :

L'épaisseur de la couche limite thermique diminue si on augmente le nombre de Reynolds ou la vitesse d'aspiration.

La résolution de l'équation de la chaleur dans le milieu poreux obtenu par couplage avec les équations de l'écoulement externe, nous a permis de noter :

- L'effet du bord d'attaque sur l'inhomogénéité de la distribution de la température au sein du milieu poreux ;
- Que si on augmente le nombre de Reynolds, la température du milieu poreux augmente ;
- Que l'augmentation de la vitesse d'aspiration engendre une légère diminution de la température du milieu poreux.

La conséquence de la prise en compte simultanée des écoulements (dans le milieu poreux et l'écoulement externe) est :

- L'effet du bord d'attaque, sur le coefficient d'échange convectif ;
- Si on augmente le nombre de Reynolds, le coefficient d'échange convectif et la température superficielle augmente, donc un bon échange de chaleur ;
- Si on augmente la vitesse d'aspiration, le coefficient d'échange convectif et la température superficielle diminuent légèrement.
  
- Un des résultats de l'interaction entre un écoulement externe et un milieu poreux est de créer une inhomogénéité spatiale des paramètres d'écoulement à l'interface et la distribution de la température du milieu poreux ;
- Les résultats obtenus par notre code de calcul vont dans le même sens physique que ceux de M. Prat [1].

REFERENCES  
BIBLIOGRAPHIQUE

**REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

- [1] M.Prat, *Modélisation des transferts en milieux poreux changement d'échelle et conditions aux limites*, Thèse de doctorat ES- SCIENCES physiques, Institut National Polytechnique de Toulouse (1989).
- [2] H. Schlichting, *Boundary layer theory*, McGraw-Hill (1979).
- [3] F.P.Incropera, D.P.De Witt, *Fundamentals of heat and mass transfer*, John Wiley and Sons (1984).
- [4] L.Prandtl, *Guide à travers la mécanique des fluides*, Dunod (1952)
- [5] S.LARBIE, OUKACHA, H.BELHANECHÉ, *Aspect bidimensionnel de la condensation dans les parois internes des structures*, Congrès Euro Méditerranéen de la matière condensée 4 au 6 juin 2001, Tlemcen, Algérie.
- [6] J.P.Holman, P.R.S.White, *Heat transfer* Mc GRAW-HILL BOOK COMPANY (1992).
- [7] B.Carnahan, *Applied numerical methods*. J.Wiley and Sons (1969).
- [8] R.Peyret, D.Taylor, *Computational Methods for Fluid Flow*, Springer-Verlag (1990).
- [9] M.Prat, *Heat and mass transfers predetermination between a drying material and an external flow*, Int. Drying Symposium Paris (1986).
- [10] André B. De Vriendt, *La transmission de la chaleur {Volume1, Tome2}*. Gaëtan Morin éditeur (1984).