

D0008/99B

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département de Génie Electrique

Thèse de Doctorat d'Etat

présentée par



Zahir DJEMAI

intitulée

DETERMINATION DE LA DIMENSION FRACTALE
DES DECHARGES ELECTRIQUES
RADIALES SUR LES SURFACES ISOLANTES

soutenue le: 26 Décembre 1999

devant le Jury composé de:

A.Zerguerras	Professeur ENP	Président
A.Béroual	Professeur ECLyon	Rapporteur
A.Aïssani	Professeur USTHB	Examineur
M.Nemamcha	Professeur CUGuelma	Examineur
A.Boubakeur	Maître de Conférences ENP	Examineur

Dédicaces

à ma chère Famille,

à ma belle-Famille,

à toi Linda

*à l'enfant qui viendra,
qui nous ressemblera,
qui sera à la fois toi et moi..*

Remerciements

Je tiens à présenter mes vifs remerciements et ma plus profonde gratitude au Professeur Abderrahmane Béroutal, pour m'avoir encadrer dans mes travaux de recherche, ainsi que pour ses précieux conseils et orientations très judicieuses.

Je remercie très amicalement le Professeur Alain Nicolas, Directeur du CEGELY, de m'avoir accueilli dans le Laboratoire de Génie Electrique de l'Ecole Centrale de Lyon, m'ayant permis de mener à terme ce travail.

Je remercie très respectueusement le Professeur Ahmed Zerguerras, d'avoir accepter de présider le Jury de soutenance de ma thèse et pour l'intérêt très particulier qu'il a porté à mon travail.

Je présente toute ma reconnaissance aux Professeurs Amar Aïssani et Mohamed Nemamcha, d'avoir examiné ma thèse et les remercie beaucoup pour leurs remarques pertinentes.

Que Monsieur Ahmed Boubakeur, Maître de Conférences, Chef du Laboratoire de Recherche de Haute Tension de l'E.N.P., trouve ici l'expression de mes sentiments les plus amicaux, et de mes remerciements particuliers pour avoir examiné ma thèse et de m'avoir fourni toute l'aide nécessaire pour l'aboutissement de ma soutenance.

Je tiens aussi à remercier toutes les personnes qui m'ont soutenu dans la réalisation de mes travaux, plus particulièrement mes amis de la haute tension de l'Ecole Nationale Polytechnique d'El-Harrach, et de l'Ecole Centrale de Lyon.

SOMMAIRE

INTRODUCTON GENERALE	5
----------------------------	---

CHAPITRE I

INTRODUCTION.....	9
I.1 Phénomènes de décharges dans les gaz	9
I.1.1 Rigidité diélectrique de l'air	10
I.1.2 Propagation des décharges dans l'air	12
I.1.3 Rigidité diélectrique d'autres isolants gazeux	13
I.2 Phénomènes de décharges dans les solides	14
I.2.1 Mécanisme de claquage électrique	15
I.2.2 Mécanisme de claquage thermique	17
I.2.3 Mécanisme de claquage électromécanique	17
I.2.4 Autres phénomènes conduisant au claquage	18
I.2.5 Figures de Lichtenberg sur les diélectriques solides	21
I.3 Phénomènes de décharges dans les liquides	22
I.3.1 Mécanisme de claquage électronique	24
I.3.2 Mécanisme de claquage par la formation d'une phase gazeuse	24
I.3.3 Mécanisme de claquage dû à la formation d'un pont de particules	25
I.4 Phénomènes de décharges électriques à l'interface solide/ liquide	26
I.4.1 Mise en évidence d'un effet d'interface	27
I.4.2 Double couche et conductivité superficielle	28

I.5 Conclusion	31
----------------------	----

CHAPITRE II

INTRODUCTION	34
II.1 LA GEOMETRIE FRACTALE	36
II.1.1 Le graphique triadique de Von Koch	36
II.1.2 Détermination de la dimension du graphique de Von Koch	39
II.2 LE PROCESSUS DE LAPLACE	44
II.3 LA DIMENSION FRACTALE	46
II.4 PROPRIETES DE LA CROISSANCE DES DECHARGES	47
II.5 LES FRACTALES PAR ITERATION ANALYTIQUE	49
II.5.1 Notation d'une fonction, Orbite	50
II.5.2 Point fixe et point périodique	52
II.5.3 Algorithme d'itération	53
II.6 LES FRACTALES PAR ITERATION GEOMETRIQUE	55
II.6.1 Le triangle de Sierpinski	55
II.6.2 Programme imprimant le triangle de Sierpinski par méthode graphique	57
II.6.3 Calcul de la dimension fractale du triangle de Sierpinski	60
II.7 Conclusion	61

CHAPITRE III

INTRODUCTION	63
--------------------	----

III. DIMENSION FRACTALE D'UN CLAQUAGE DIELECTRIQUE EN SURFACE.....	64
--	----

III.1 Modèle de Niemeyer et al	64
III.2 Modèle de J.L. Vicente et al	70
III.3 Modèle de Wiesmann-Zeller	72
III.4 Conclusion	74

CHAPITRE IV

INTRODUCTION	76
--------------------	----

IV DETERMINATION DE LA DIMENSION FRACTALE DES STREAMERS SE PROPAGEANT A L'INTERFACE LIQUIDE/ SOLIDE	76
---	----

IV.1 Description du modèle mathématique	78
---	----

IV.2 Résolution numérique du potentiel, méthode de Gauss-Seidel	81
---	----

IV.3 Détermination de la probabilité de progression de la décharge électrique	83
---	----

IV.4 Organigramme de calcul de la dimension fractale	95
--	----

IV.5 Résultats et Interprétations	103
---	-----

IV.6 DIMENSION FRACTALE DES STREAMERS SE PROPAGEANT EN VOLUME	112
---	-----

IV.7 Conclusion	114
-----------------------	-----

CONCLUSION GENERALE	115
---------------------------	-----

REFERENCES	118
------------------	-----

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION



INTRODUCTION

Les mécanismes de décharges électriques diffèrent suivant que l'on soit en présence d'une isolation gazeuse, solide ou liquide.

Les phénomènes électriques apparaissant sur les surfaces des matériaux diélectriques ont polarisé la recherche fondamentale durant ces dernières décennies. La caractérisation des décharges électriques a fait l'objet de plusieurs travaux aussi bien dans les gaz, liquides ou solides. En général, les isolants sont utilisés en association; cette isolation mixte est utilisée soit pour éliminer les inclusions gazeuses dans les systèmes isolants solides (exemple de l'isolation liquide/solide dans les transformateurs), soit pour allonger la longueur de fuite et donc la distance de contournement dans les gaz (exemple de l'isolation solide/gaz avec les barrières isolantes dans un intervalle de gaz SF₆).

Plus récemment, des études de modélisation mathématique des décharges ont pris un essor considérable; c'est dans le but d'apporter une contribution dans ce sens que s'inscrit notre travail.

Il s'agit d'étudier la propagation des décharges électriques en particulier leur forme, en élaborant une relation mathématique qui permettrait de suivre l'évolution de ces décharges à l'interface d'une isolation mixte solide/fluide. Cette relation mathématique nous permettra de décrire et de quantifier les décharges électriques par un paramètre spécifique que nous nous proposons de rechercher: il s'agit de la dimension fractale.

B.B. Mandelbrot est considéré comme le père du concept de la dimension fractale. Mathématicien, il s'intéressa dans son ouvrage intitulé " The fractale geometry of the nature" [1] (ouvrage qui fut et reste la référence à tous les travaux de recherche d'un grand nombre

d'auteurs) à décrire la forme des objets qui évoluent de façon aléatoire dans la nature, puis à calculer leur dimension.

Pour corriger toutes les hypothèses qui considèrent que les nuages sont des sphères, les montagnes des cônes, le littoral des cercles et la foudre suit une ligne droite..., il a conçu et développé une nouvelle géométrie de la nature et a généralisé son utilisation dans divers domaines. Cette géométrie décrit un grand nombre de modèles "irréguliers" et "fragmentés" en les identifiant à une famille de formes appelées *fractales*. Le concept de la dimension fractale est tiré en fait de la dimension de Hausdorff [2].

L'observation de B.B. Mandelbrot de l'existence de la géométrie fractale de la nature a conduit nombre de chercheurs à réfléchir à une nouvelle vision scientifique des phénomènes stochastiques.

M. Barnsley [3] considère que la géométrie classique fournit une première approximation de la structure des objets physiques; c'est le langage que nous utilisons pour communiquer la conception de produits technologiques, et très approximativement, les formes des créations naturelles. La géométrie fractale est une extension de la géométrie classique; elle peut être utilisée à produire des modèles précis des structures physiques depuis la plante jusqu'aux turbulences atmosphériques en passant par les décharges électriques [4, 5, 6, 7, 8].

L'objet de notre travail porte essentiellement sur la recherche d'une dimension fractale des décharges électriques qui se propagent en surface.

Pour cela, nous présenterons dans un premier chapitre les structures des décharges électriques et les modèles physiques de génération et de propagation de ces dernières dans les gaz, les solides, les liquides et les isolations mixtes; les facteurs physiques et géométriques qui influencent l'apparition, la progression et la forme de ces décharges.

Dans un deuxième chapitre, nous montrerons par des exemples simples, comment peut se construire un objet fractal et définir sa dimension. Nous décrirons aussi le processus de Laplace et les propriétés de la croissance des décharges électriques. Seront donnés également quelques organigrammes qui permettent d'obtenir des figures fractales par l'itération analytique et l'itération géométrique.

Les différents modèles existants élaborés par d'autres chercheurs seront décrits dans un troisième chapitre, on insistera surtout sur la mise en évidence des hypothèses prises en compte. Ces modèles permettent de déterminer la dimension fractale des décharges électriques à deux dimensions qui se propagent sur un plan.

Le quatrième chapitre sera consacré à une description de notre modèle mathématique et à la recherche de la dimension fractale des streamers se propageant à l'interface liquide/solide. Nous décrirons les différentes phases qui permettent d'obtenir l'évolution de la décharge, tout en calculant à chaque étape de la progression la nouvelle distribution du champ électrique.

Les organigrammes ayant permis la programmation de notre modèle seront donnés afin qu'ils puissent être traduits dans n'importe quel langage machine.

Enfin nous concluons par l'analyse des résultats et leur interprétations à la lumière de ce qui a été avancé et traité dans la littérature.

CHAPITRE I

LES PHENOMENES DE DECHARGES ELECTRIQUES

INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous donnerons une description générale des phénomènes de claquage en volume dans les gaz, les liquides et les solides. Nous nous intéresserons aux structures des décharges en volume et aux interfaces solide/fluide; nous présenterons leur forme suivant la nature de l'isolant et les mécanismes qui interviennent dans leur propagation. Les phénomènes de leur génération et leur propagation seront également discutés. Nous insisterons en particulier sur les décharges aux interfaces solide/fluide, en mettant en évidence l'effet d'interface et l'apparition de la double couche.

I.1 Phénomènes de décharges dans les gaz

Le plus dominant des gaz utilisés dans les applications haute tension est l'air. La technique de l'isolation gazeuse fait l'objet de développements importants liés à l'élévation des tensions et courants utilisés dans les grands réseaux de transport et de distribution. Pour ce type d'application, l'isolant gazeux présente deux avantages principaux:

- c'est un milieu homogène, enrobant parfaitement les conducteurs, quelle que soit la complexité de leurs formes, qu'ils soient statiques (cas des lignes aériennes) ou mobiles (cas des disjoncteurs) [9].

- après passage puis rupture d'un arc, le gaz est le diélectrique qui recouvre le plus rapidement ses propriétés isolantes; contrairement aux diélectriques solides et liquides, l'air est un isolant auto-régénérateur.

I.1.1 Rigidité diélectrique de l'air

Un gaz parfait soumis à un champ électrique faible serait aussi un isolant parfait. Mais le rayonnement cosmique et la radioactivité naturelle ou artificielle sont à l'origine de son ionisation [9, 10, 11]. Tout gaz présente donc une certaine conductivité qui se modifie au cours de plusieurs stades d'évolution lorsque le champ électrique augmente. Toutefois, les ions générés par des agents extérieurs disparaissent après leur recombinaison avec les nouveaux électrons et ions générés dans l'air [10]. Ainsi, un état plus ou moins stable s'établit.

Lorsqu'une tension continue (U) est appliquée, les porteurs de charges (électrons et ions) se déplacent vers l'électrode de polarité opposée, entraînant la génération d'un courant électrique.

Dans une première phase, la densité de courant augmente proportionnellement avec la tension (Figure 1.1). En augmentant la tension, les porteurs de charges sont recueillis plus rapidement par les électrodes, puisque le nombre d'ions générés dans l'espace inter-électrodes ne peut assurer l'augmentation proportionnelle du courant; le courant atteint une valeur constante; et la tension correspondante est appelée *tension de saturation*. Le courant demeure constant jusqu'à ce que la tension atteigne la valeur U_i appelée *tension d'ionisation*, alors l'énergie des ions sera suffisante pour ioniser les particules neutres. Il résulte que, la densité de courant croît de façon abrupte, et l'ionisation s'effectue par avalanche.

Pour les tensions inférieures à U_i , les décharges sont dites "dépendantes" ou "non autonomes" [9, 10, 11] et sont caractérisées par l'absence de tout phénomène lumineux; et au-delà de U_i , le phénomène d'avalanche ionique se déclenche et les décharges sont dites "autonomes" et "sombres". La tension U_0 pour laquelle des décharges, faiblement lumineuses, apparaissent autour

de l'électrode acérée, est la *tension de couronne* ou la *tension d'initiation* des décharges couronne.

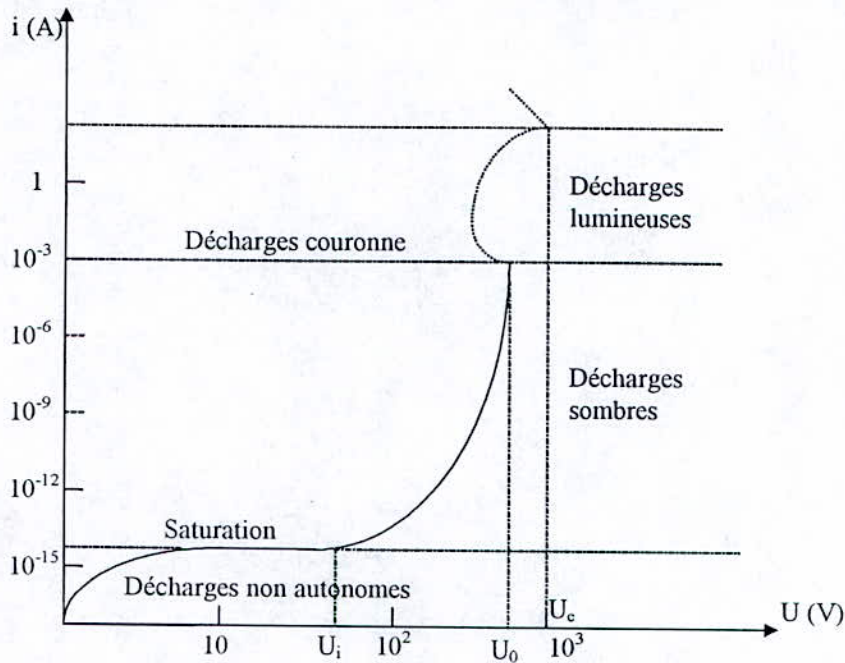


Figure 1.1: Caractéristique schématique d'une décharge dans un gaz [10, 11]

Lorsqu'on augmente encore la tension au delà de U_0 , les décharges partielles deviennent de plus en plus régulières; alors de petits canaux lumineux sont visibles (aigrettes). Ces décharges croissent et se propagent avec la tension jusqu'à ce qu'une étincelle complète reliant les deux électrodes apparaisse; c'est le claquage. La tension U_c correspondante à cette phase finale est appelée *tension disruptive* ou *tension de claquage*.

La rigidité diélectrique de l'air dépend de la température, de la pression et de l'humidité dans le cas d'un champ électrique divergent. Dans les conditions normales de température et de pression, la tension disruptive U_c est proportionnelle à la densité relative de l'air.

La tension de claquage et le tension d'initiation de décharges couronne dépendent également

de la géométrie des électrodes (espace inter-électrodes et forme des électrodes) et de la tension (forme, amplitude, polarité, durée d'application). Il en est de même de la forme des décharges. La figure 1.2 montre des décharges en dendrites dans l'air en champ divergent [27].



Figure 1.2: Décharges dans l'air dans un système divergent [27].

1.1.2 Propagation des décharges dans l'air

Dans les conditions réelles, le mécanisme de propagation des décharges électriques dans l'air dépend :

- De la géométrie des électrodes: forme, distance inter-électrodes et symétrie (c'est à dire la distribution du champ électrique).
- De la forme de la tension (alternative, continue, impulsionnelle) et sa durée d'application
- De la polarité des électrodes qui régit la distribution du champ électrique en tenant compte de la présence de charges d'espace.
- Des barrières isolantes éventuelles insérées dans l'espace inter-électrodes.

Pour les faibles intervalles d'air (< 1 cm), les décharges se développent suivant le mécanisme de Townsend où les mécanismes cathodiques dominent, et pour les grands intervalles d'air, elles obéissent aux mécanismes de streamers.

I.1.3 Rigidité diélectrique d'autres isolants gazeux

Hormis l'air, le gaz le plus utilisé dans l'isolation à haute tension est l'hexafluorure de soufre (SF_6). Il a d'excellentes propriétés isolantes: un grand pouvoir d'extinction d'arc et une grande rigidité diélectrique (2.5 à 3 fois celle de l'air), dues à l'électronégativité des atomes de fluor qu'il contient. Comme dans le cas des autres gaz isolants, sa rigidité diélectrique dépend de la géométrie des électrodes, de la pression et de la température, la forme et la polarité de la tension, le type et la concentration des impuretés qu'il contient.

Cependant, il présente quelques inconvénients tels que la liquéfaction à des pressions inférieures à celles requises pour l'azote ou l'air.

Le processus de décharge dans le SF_6 est régi par deux mécanismes qui dépendent des conditions expérimentales: mécanisme de Townsend et mécanisme de streamer.

Pour une configuration d'électrodes et un gaz donnés, le claquage des diélectriques gazeux obéit à la loi de Paschen. Selon cette loi, à température constante, la tension de claquage ne dépend que du produit de la pression (p) par la distance (d) séparant les électrodes [9, 11, 12] (figure 1.3)

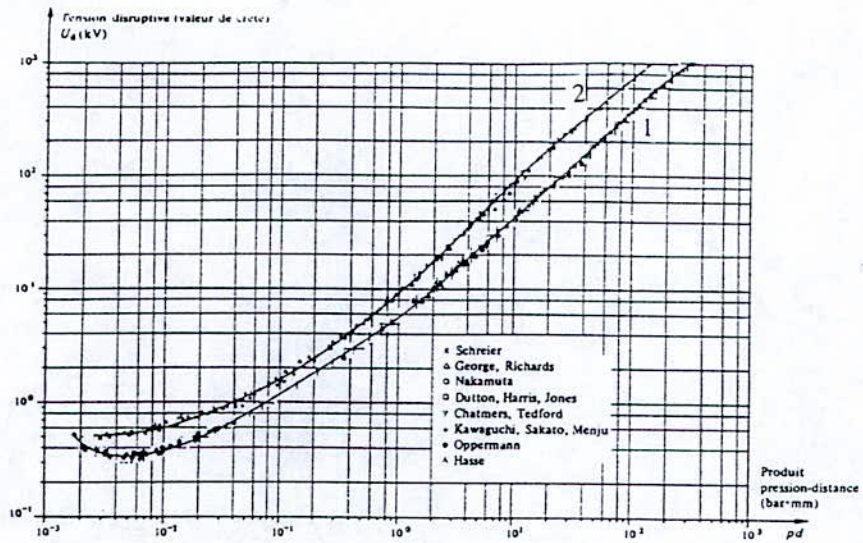


Figure 1.3: Courbe de Paschen pour l'air et le SF₆ en échelles logarithmiques [11]
 (1): air à T = 20°C (2): SF₆ à T = 25°C

I.2 Phénomènes de décharges dans les solides

Dans les diélectriques solides, le claquage se traduit par des changements structuraux permanents irréversibles après suppression du champ électrique extérieur, et par la perte de leurs qualités d'isolation.

A la différence des gaz et des liquides, le claquage des isolants solides entraîne la destruction du matériau, et par conséquent l'arrêt du système dont il fait partie.

La complexité des phénomènes qui interviennent lors de la phase de préclaquage rend difficile l'énoncé d'une théorie unifiée pour expliquer le mécanisme de claquage. Cependant, c'est selon les processus de préclaquage qu'on classe les mécanismes de claquage des diélectriques solides [10].

En général, on distingue trois types de mécanismes de claquage des isolants solides:

- le claquage " électrique ",
- le claquage " thermique ",
- le claquage " électromécanique ".

A ceux-ci, il faut ajouter d'autres phénomènes secondaires liés à des défauts introduits lors de la fabrication (défauts de jeunesse), à des défauts apparaissant dans le temps (vieillessement) dans le volume (cavités gazeuses ou impuretés) ou à la surface du matériau, au mode opératoire et aux conditions expérimentales. Dans ces cas, on parle de:

- claquage par ionisation (décharges partielles) et
- claquage par vieillissement.

I.2.1 Mécanisme de claquage électrique

Le claquage électrique est très rapide et n'est précédé d'aucune augmentation de la température. Il est provoqué par ionisation par chocs.

La théorie de Rogowski (1926) fut la première concernant le claquage des diélectriques solides. Selon cette théorie, le claquage d'un solide isolant de structure cristalline consiste en la destruction mécanique de son réseau électrostatique par les forces induites par le champ électrique [10].

De récentes théories distinguent deux types de claquage électrique: intrinsèque et par avalanches. Ces deux théories ont été élaborées initialement pour les diélectriques solides de structure cristalline.

a) *Claquage intrinsèque*

D'après la théorie de Frohlich (1937) et Von Hippel (1938) , seuls les électrons situés dans la bande de conduction prennent part dans le mécanisme de claquage [10]. Ce mécanisme est purement électronique. Il est basé sur deux phénomènes essentiels: le transfert de l'énergie du champ aux électrons mobiles ou piégés, contenus dans le matériau, et l'interaction entre l'électron et le réseau cristallin. En effet, sous un champ électrique, les électrons gagnent de l'énergie qui leur permet le passage d'un niveau d'énergie à un autre (par exemple de la bande de valence à la bande de conduction). Pour que le claquage puisse avoir lieu, les électrons doivent recevoir plus d'énergie du champ électrique extérieur qu'ils n'en perdent lors de leur freinage.

b) *Claquage par avalanche*

Il existe plusieurs théories de claquages par avalanche. Elles sont liées à la manière d'initiation de l'avalanche électronique (émission d'un électron de la bande de valence vers la bande de conduction, émission d'un électron par la cathode,...) et au critère de claquage considéré. Ainsi, un électron libre gagne suffisamment d'énergie pour pouvoir produire un nouvel électron par collision, et une avalanche semblable à celle observée dans les gaz s'établit dans le solide [10, 13]. Ces théories supposent que l'augmentation du courant de conduction électronique est continue jusqu'à l'instant où le diélectrique commence pratiquement à conduire.

I.2.2 Mécanisme de claquage thermique

En présence d'un champ électrique, l'existence de porteurs de charges dans un matériau isolant implique celle d'un courant de conduction qui peut conduire à l'échauffement de cet isolant par effet Joule. Cependant, ce courant n'est pas la seule source de chaleur. Nous savons que les diélectriques présentent des phénomènes de relaxation quand ils sont soumis à un champ alternatif. Ce qui engendre des mécanismes de pertes qui contribuent à leur tour à l'échauffement.

Si la quantité de chaleur n'est pas évacuée aussi rapidement qu'elle est produite, la température de l'échantillon augmente dans le temps à une vitesse plus ou moins grande, selon que la tension appliquée est plus ou moins importante [10].

Le claquage thermique a lieu alors, quand une accumulation importante de chaleur se produit et que la température du matériau atteint une valeur critique, au-delà de laquelle le courant croît rapidement, entraînant sa rupture totale.

I.2.3 Mécanisme de claquage électromécanique

Ce mécanisme dépend essentiellement des caractéristiques mécaniques de l'échantillon [10, 14, 15] et des contraintes électriques appliquées. En effet, quand un matériau est soumis à un champ électrique, la pression électrostatique due aux attractions Coulombiennes mutuelles des électrodes, peut réduire son épaisseur par déformation mécanique. Si cette pression est suffisante pour causer une déformation considérable, le champ se trouve renforcé et provoque le claquage du matériau et par conséquent, la réduction de sa rigidité diélectrique.

I.2.4 Autres phénomènes conduisant au claquage

Il existe un certain nombre d'autres phénomènes qui peuvent contribuer d'une façon décisive au claquage des solides; les plus fréquents sont: les décharges partielles et les renforcements locaux du champ électrique par création de charges d'espace, ou par inclusions conductrices.

a) Décharges partielles

Elles prennent naissance suite à un renforcement local du champ aux bords des électrodes ou dans des inclusions ou cavités gazeuses que peut renfermer le matériau. Elles apparaissent dès que la tension appliquée atteint la tension seuil correspondant au minimum de Paschen du gaz en présence (air ou autres). Ces décharges peuvent conduire à des transformations chimiques entraînant la dégradation du matériau ou sa défaillance, à la suite de l'un des processus suivants:

- Propagation à travers le matériau de canaux microscopiques (arborescences)
- Echauffement cumulatif par les décharges
- Cheminement superficiel ou contournement.

En général, la tension d'amorçage des décharges dans les isolants est beaucoup moins importante que la tension nécessaire pour causer un claquage rapide. Ainsi, on pourrait prédire avec assez de précision, la durée de vie du matériau, d'après des mesures indiquant les taux d'érosion, ou de détérioration chimique, au cours d'essais relativement de courte durée.

Remarquons que pour réduire les effets des décharges partielles, plusieurs solutions peuvent être adoptées: imprégnation, moulage et métallisation...

b) Charge d'espace

Quand un isolant est soumis à un champ électrique, des charges d'espace peuvent apparaître dans son volume et au voisinage des électrodes. Si la densité de ces charges est importante, elle provoque l'accroissement local du champ électrique et le claquage du matériau peut intervenir.

Ce phénomène a été étudié pour différentes formes d'ondes de tension (continue, alternative, créneaux). La méthode la plus utilisée pour créer des charges d'espace, est celle qui consiste à appliquer une précontrainte (continue) au matériau. Il a été montré [10] que lorsque la contrainte principale est appliquée par la suite, la rigidité de l'isolation diminue selon la durée, l'amplitude et la polarité de la précontrainte.

L'effet des charges d'espace est plus visible surtout, quand le matériau est soumis à un champ électrique divergent. Ceci est souvent rencontré dans l'étude expérimentale des arborescences électriques en géométrie pointe-plan ou pointe-pointe, où les charges d'espace jouent un rôle important dans la génération du mécanisme.

L'application d'un champ électrique crée souvent des cavités ramifiées appelées "*arborescences*". On distingue deux types d'arborescences:

- Les arborescences électriques (figure 1.4 et figures 1.5.a et 1.5.b): Elles résultent de l'action des décharges partielles. Toute irrégularité dans l'attaque de la paroi isolante d'une vacuole est instable et tend à se développer plus vite.
- Les arborescences électrochimiques ou "d'eau" (figure 1.6): On n'observe pas de décharges partielles, du moins au début. Il se forme des cavités ramifiées ressemblant à des houppes à plusieurs branches. Ces cavités ne sont pas toujours continues, mais souvent des chaînes de

petites bulles allongées. Elles poussent dans des champs moyens de l'ordre de 10 kV/mm sur des défauts de l'isolant ou des électrodes. L'humidité et la présence d'électrolytes favorisent leur génération, d'où leur nom. La propagation est souvent symétrique autour d'un noyau et s'étend dans deux directions parallèlement au champ électrique. On obtient alors des décharges dites en noeud papillon (figure 1.7).

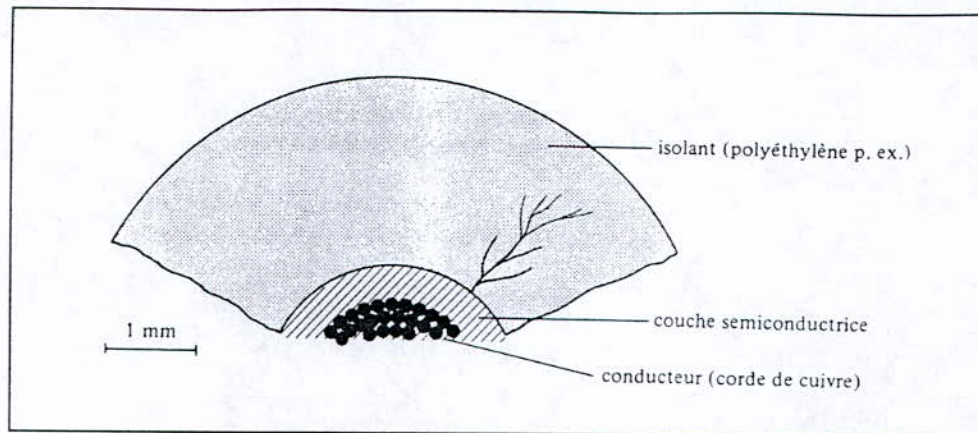


Figure 1.4: Arborescences électriques dans le polymère d'un câble à haute tension [9]

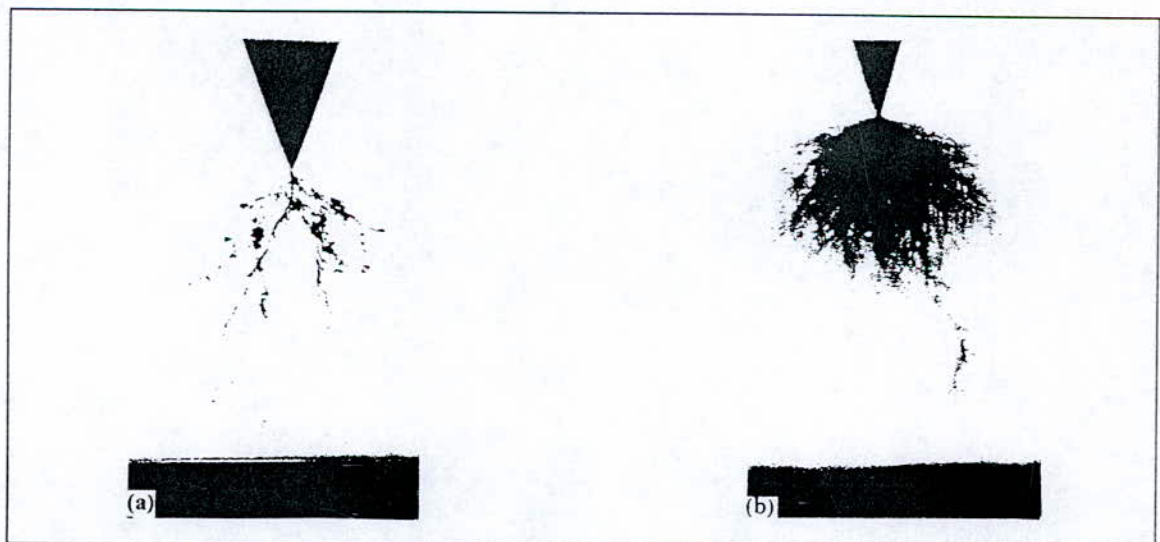


Figure 1.5: arborescences électriques dans le polyéthylène [41]



Figure 1.6: arborescences d'eau apparaissant dans le PE à $V = 8 \text{ kV}$ et à température ambiante [27]



Figure 1.7: Décharge en noeud papillon dans le PE [27]

1.2.5 Figures de Lichtenberg sur les diélectriques solides

Lorsque l'épaisseur du solide est assez grande pour empêcher une perforation en volume, ou lorsque ce dernier est utilisé comme barrière dans un intervalle d'air ou de liquide, des décharges peuvent contourner le diélectrique solide et se propager sur sa surface. En se propageant, ces décharges creusent sur la surface du solide et laissent des traces telles des canaux ramifiés de faible diamètre appelés " *figures de Lichtenberg* " (figure 1.8). Les figures de Lichtenberg apparaissent souvent sur les surfaces des polymères, elles prennent toujours

naissance du côté de l'électrode acérée, et sont plus marquées lorsqu'elles se présentent perpendiculairement aux lignes de champ appliqué [16,17]

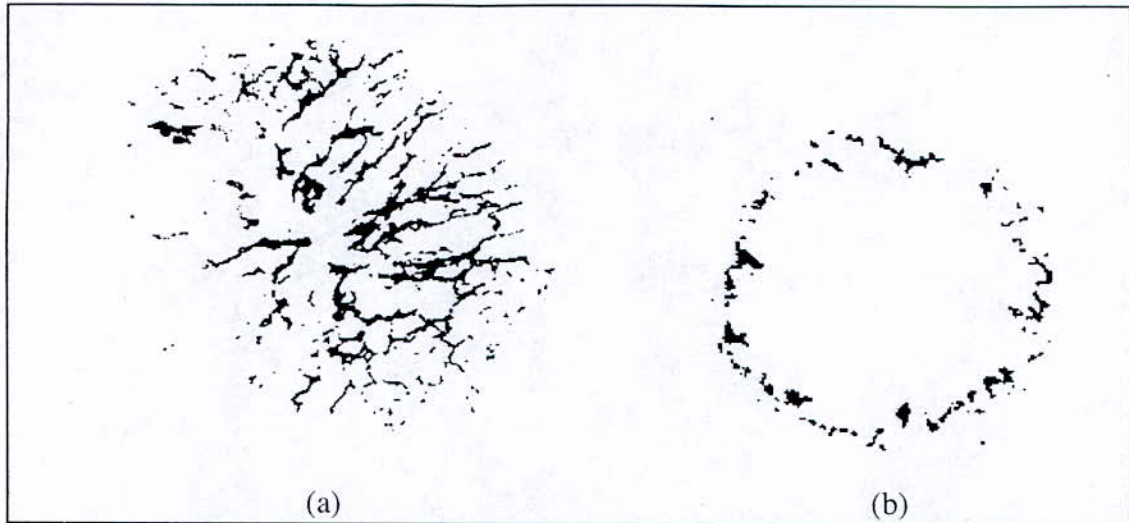


Figure 1.8: Figures de Lichtenberg sur des échantillons de polymère [16]
dans un système plan-plan (a)
et dans un système pointe-plan (b)

I.3 Phénomènes de décharges dans les liquides

Les isolants liquides ont une grande importance dans la technique des hautes tensions, car ils jouent un double rôle: isolation et refroidissement. On doit leur intégration en tant que diélectrique en 1887 par G. Westinghouse [18]. Les huiles hydrocarbures sont actuellement les plus utilisées dans l'industrie des transformateurs de puissance.

Ils présentent une bonne rigidité diélectrique (plusieurs fois supérieure à celle des gaz), des permittivité et pertes diélectrique très faibles ($\epsilon_r = 2$ à 2.5 et $\text{tg}\delta \# 10^{-4}$). Cependant, leur principale inconvénient est leur inflammabilité, sans compter d'autres problèmes liés à la santé publique dont font l'objet les PCB (polychlorobiphényles).

Le claquage des isolants liquides diffère fondamentalement de celui des gaz et des solides. Dans les huiles techniquement pures, le claquage est dû essentiellement à la présence d'impuretés, au phénomène de vieillissement, ou encore à la charge d'espace.

Durant ces deux dernières décennies, des progrès importants ont été réalisés en matière d'explication du mécanisme de décharges dans les huiles. En effet, l'utilisation de nouvelles techniques ultra-rapides d'enregistrement et de mesures électriques, a montré que le claquage est précédé d'une phase de préclaquage, elle-même comportant deux phases: une phase de génération et une phase de propagation. La phase de génération correspond à l'apparition d'une perturbation, dans le liquide soumis à un champ élevé, dont l'indice de réfraction diffère de celui du liquide [19]. Cette perturbation évoluant en streamer prend naissance au voisinage de l'électrode acérée, se propage dans le liquide et conduit au claquage. En général, dans les liquides purs et pour un système d'électrodes pointe-plan, les streamers positifs (produits lorsque la pointe est anode) sont filamenteux (figure 1.9.a) et leur vitesse moyenne est supérieure ou très supérieure (2 à 50 fois) à celle des streamers négatifs; elle excède la vitesse du son (environ 1 km/s) dans la plupart des liquides et peut atteindre 100 km/s. Les streamers négatifs sont plutôt lents et leur allure rappelle celle des buissons (figure 1.9.b) [19].

Deux mécanismes fondamentaux de claquage dans les liquides isolants ont été avancés:

le mécanisme de claquage électronique, basé sur un processus cumulatif d'ionisations et de collisions entre les électrons et les molécules du liquide et le mécanisme de claquage dû à la formation d'une phase gazeuse. En présence d'impuretés, le claquage peut intervenir suite à l'établissement d'un pont de particules entre les électrodes.

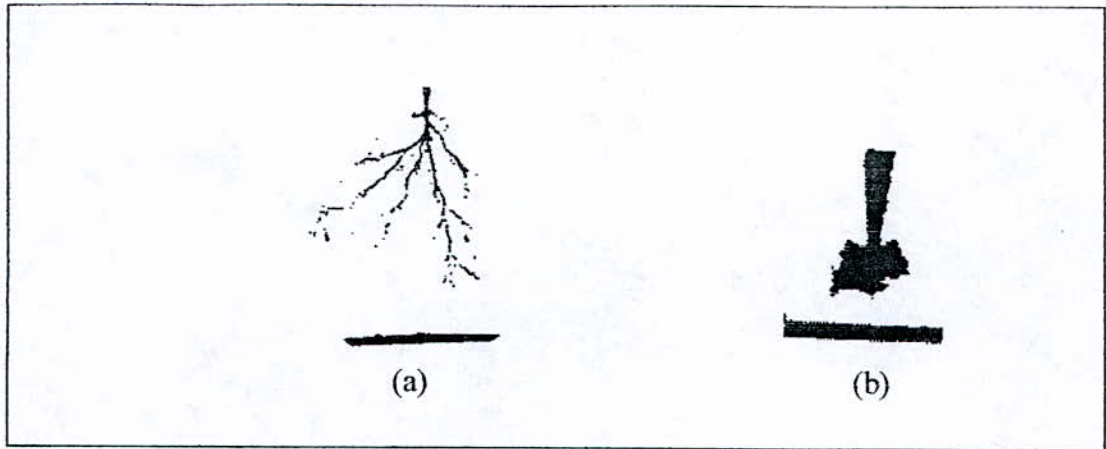


Figure 1.9: Forme des streamers dans le cyclohexane [19]
 $U = 40 \text{ kV}$, $L = 2 \text{ mm}$ et $r_p = 3 \text{ }\mu\text{m}$
(a) pointe positive. (b) pointe négative.

I.3.1 Mécanisme de claquage électronique

Ce mécanisme est une extension du mécanisme d'avalanches observé dans les gaz [18]. Il suppose que, sous l'action d'un champ électrique élevé, des électrons accélérés entrent en collision avec les molécules du liquide et les ionisent; ainsi, une avalanche électronique prend naissance. Cependant, cette théorie n'est pas à même d'expliquer la dépendance de la tension de claquage avec la pression qui suggère un changement de phase durant le claquage.

I.3.2 Mécanisme de claquage par formation d'une phase gazeuse

L'apparition d'une phase gazeuse (bulle) peut résulter d'une cavitation due à des écoulements électrohydrodynamiques induits par l'injection de charges dans le liquide, de poches de gaz au niveau des électrodes, ou encore d'une vaporisation locale du liquide. Selon les

conditions expérimentales (géométriques et physiques), les instabilités de l'interface entre la cavité gazeuse et le liquide environnant, peuvent conduire à un claquage soit par expansion de cette phase gazeuse, soit suite à la propagation d'une décharge streamer prenant naissance dans une zone de champ intense sur l'interface cavité gazeuse/liquide [21, 22].

Cette séparation en mécanismes électronique et gazeux est discutable. En effet, de récents travaux montrent que ces deux mécanismes agissent simultanément durant la phase de préclaquage du liquide [19, 20].

L'addition de faibles concentrations de composés à bas potentiel d'ionisation ou capteurs d'électrons dans un liquide agit de façon significative sur la décharge électrique; de même que l'action d'une faible pression hydrostatique peut faire disparaître les streamers et relever leurs tensions de génération. La prédominance de l'un ou l'autre des mécanismes (électronique ou gazeux) dépend des propriétés physico-chimiques du liquide, du champ local à la tête du streamer et du champ électrique moyen dans l'intervalle inter-électrodes.

De même, Il a été proposé un modèle qui montre qu'il existe une relation étroite entre le courant, (donc la charge électrique), la lumière émise, la forme et la vitesse des streamers [19, 20]. Une relation mathématique permettant de déterminer les vitesses a été également proposée [20].

I.3.3 Mécanisme de claquage dû à la formation d'un pont de particules

Les grands volumes de liquides, utilisés dans l'industrie électrique, contiennent généralement des impuretés sous forme de particules en suspension: fibres, poussières, débris métalliques, gouttelettes d'eau, bulles de gaz,... Ces particules (isolantes ou conductrices)

présentes dans le liquide sont responsables d'une diminution significative de sa rigidité diélectrique [23, 24]. Sous l'action d'un champ électrique, les particules sont attirées vers les zones de champ intense pour former des ponts entre les électrodes, facilitant ainsi le claquage du liquide [18]. Dans le cas de particules déformables (bulles de gaz, gouttelettes d'eau), le claquage peut intervenir suite à l'élongation de ces particules reliant ainsi les électrodes par un canal, après ionisation.

I.4 Phénomènes de décharges électriques à l'interface solide/liquide

La tension de claquage d'une isolation mixte solide/fluide est inférieure à celle des diélectriques pris séparément [25, 26]. Dans la plupart des cas, le claquage a lieu le long de l'interface entre les deux diélectriques. Les expériences sur les isolants solide/fluide ont montré que l'interface entre deux diélectriques qui présentent un grand rapport des permittivités (le rapport de la permittivité du solide sur celle du liquide) tend à abaisser la tension de génération des décharges surfaciques. La figure 1.10 montre des décharges streamers à l'interface liquide/solide [32].

Dans la disposition parallèle des diélectriques solide et liquide, la tension dans chacun des matériaux est indépendante de la permittivité de l'un ou de l'autre des matériaux [26]. Cependant, l'interface introduit une erreur dans cette appréciation. En effet, les irrégularités de surface (du solide) de quelques microns, se présentent en série avec les deux diélectriques et la différence entre leur permittivité provoque une élévation de l'intensité de champ qui dépend à la fois du degré d'inégalité des permittivités, de la forme et des dimensions de l'irrégularité de surface.

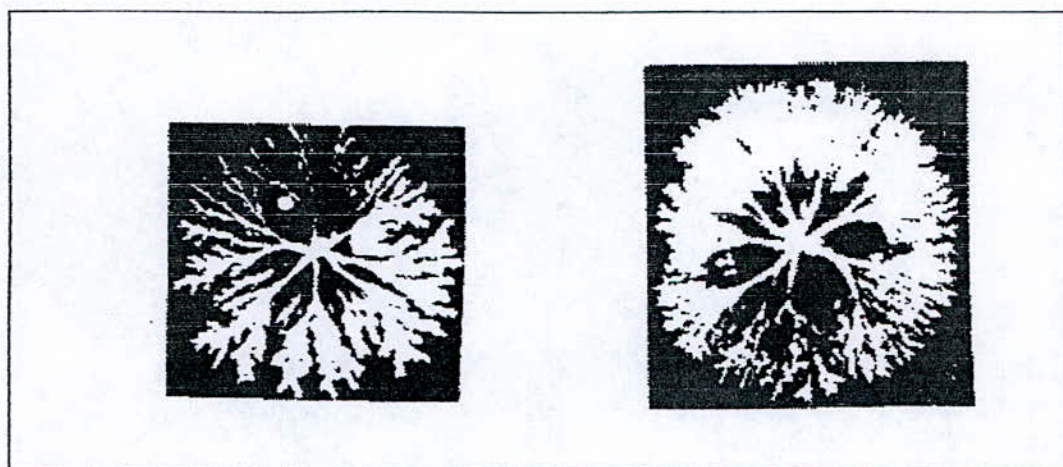


Figure 1.10: décharges à l'interface liquide/solide dans un système pointe-plan [32]

I.4.1 Mise en évidence d'un effet d'interface

La mesure des pertes diélectriques ($\text{tg } \delta$) sur les échantillons imprégnés montre que celles-ci sont généralement supérieures à celles des composants seuls (solide non imprégné et liquide) [28, 29], comme indiquée sur la figure 1.11, alors que ($\text{tg } \delta$) devrait être compris entre ($\text{tg } \delta_s$) (pertes diélectriques du solide) et ($\text{tg } \delta_l$) (pertes diélectriques du liquide). Par conséquent, il existe des pertes supplémentaires dues à l'interaction entre les deux milieux hétérogènes.

Nous avons lié ces pertes et cette conduction supplémentaire à la double couche électrique aux interfaces liquide/solide; par conséquent, les charges de la double couche participent à la conduction du matériau.

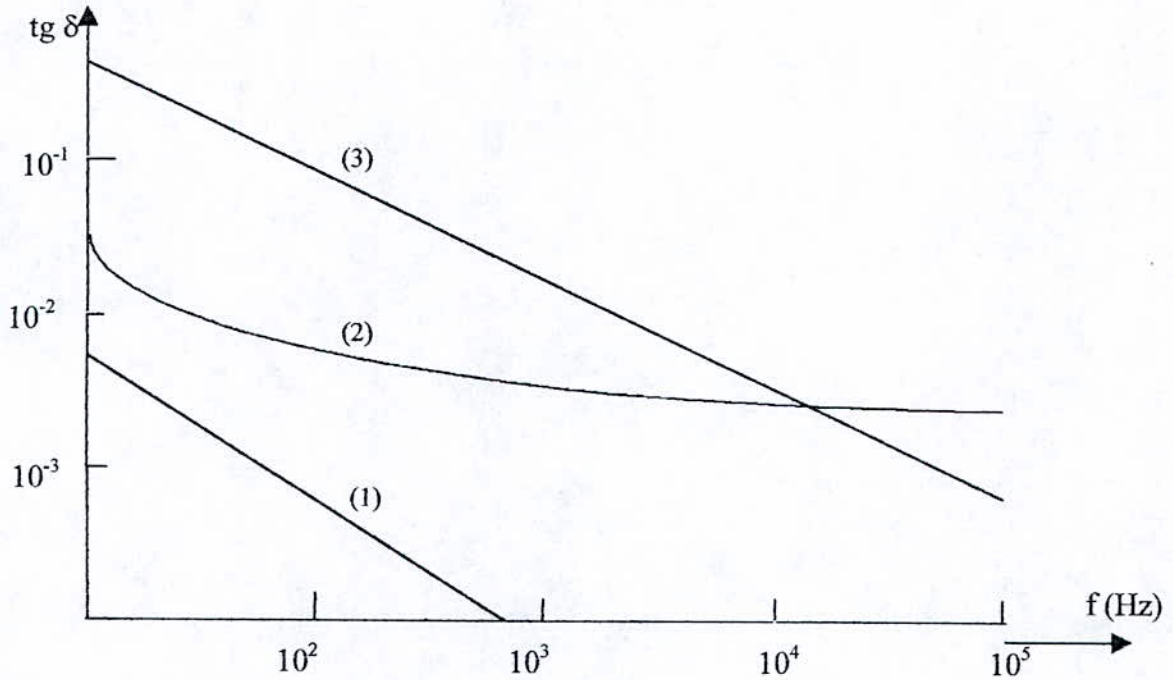


Figure 1.11: Variation des pertes en fonction de la fréquence [28]
 (1): CH saturé de TIAP (Picrate de Tri-Iso-Aminolammonium)
 (2): échantillon non imprégné de verre fritté
 (3): échantillon imprégné

1.4.2 Double couche et conductivité superficielle

En mettant deux phases quelconques en contact, elles développent une différence de potentiel à l'interface, en particulier lorsqu'il s'agit de deux surfaces hétérogènes (solide-fluide). Ainsi, la surface du solide acquiert une charge électrique d'un signe, celle du fluide acquiert une charge de signe opposé en vertu du principe de l'électroneutralité. D'où le nom de la double couche électrique.

Plusieurs modèles décrivant la répartition des charges dans la double couche ont été avancés. Le premier fut celui de Helmholtz en 1853 et amélioré par Gouy et Chapman en 1910 [28]. Ils supposent qu'une partie des ions de charges opposées présents dans le liquide est située à

la surface du solide pour compenser la charge de ce dernier (figure 1.12).

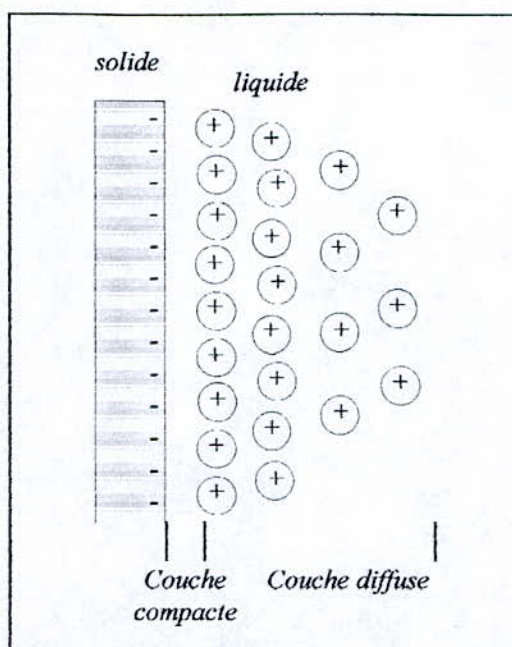


Figure 1.12 Schéma de la double couche

Cependant, ce modèle considère les ions comme des charges ponctuelles qui peuvent s'approcher indéfiniment de la surface du solide, sans prendre en compte leur diamètre ionique. Partant de ce constat, Stern a supposé qu'il existe un plan de moindre approche dans la couche diffuse dû à la taille finie de l'ion, et que ce dernier ne peut s'approcher du solide qu'à une distance minimale égale à son rayon ionique [30]. Par conséquent, il existe au voisinage du solide, deux couches distinctes, dont la première, entre le solide et le plan de moindre approche, appelée couche compacte, et une deuxième couche entre le plan de moindre approche et le liquide, appelée la couche diffuse.

La distribution de la densité de charges positives dans le liquide suit une loi exponentielle décroissante, suivant l'axe perpendiculaire à la surface, de la forme [31]:

$$\rho = \left(\frac{\sigma_0}{\delta} \right) \cdot \exp \left[-\frac{(x-s)}{\delta} \right]$$

où s et σ_0 représentent respectivement l'épaisseur et la densité de charge surfacique de la couche compacte. δ est la longueur de Debye, qui détermine l'épaisseur de la couche diffuse.

$$\delta = \sqrt{D \cdot \tau}$$

avec D : coefficient de diffusion des ions positifs.

τ : temps de relaxation ($\tau = \frac{\epsilon}{\sigma}$), où ϵ est la permittivité et σ la conductivité.

Notons que lorsque le liquide est au repos, la double couche se forme et se stabilise de façon à ce que l'interface reste électriquement neutre sur l'épaisseur de cette couche. Les ions positifs de la double couche sont compensés par les ions négatifs de la couche compacte. Cependant, lorsqu'un champ électrique très intense est appliqué au système, la double couche sera détruite, et les ions qui la constituent seront entraînés dans le liquide [32]; ceci peut donner naissance au phénomène d'électrisation statique [31].

La structure du liquide et du solide ainsi que son épaisseur ont une influence significative sur la progression des décharges électriques à l'interface liquide/solide. Dans le PVC et l'EPDM, la longueur finale du streamer est d'autant plus importante que l'épaisseur de l'échantillon solide est faible [16].

De même que, la longueur finale est d'autant plus élevée que la tension et/ou sa durée d'application sont importantes. D'autre part, dans un système divergent, plus le rayon de courbure de l'électrode acérée est faible, plus la longueur finale du streamer est importante; il apparaît donc que la composante tangentielle du champ électrique appliqué à l'échantillon solide joue un rôle important dans la propagation des décharges.

I.5 Conclusion

Bien que les mécanismes de génération et de propagation des décharges électriques diffèrent suivant qu'on soit en présence d'un isolant gazeux, liquide ou solide, les paramètres physiques et géométriques qui ont une influence sur ces décharges sont pratiquement communs à chacun de ces diélectriques.

La géométrie des électrodes (forme et espace inter-électrodes), la pression, la température, la forme de la tension et sa durée d'application ainsi que la polarité des électrodes jouent un rôle important dans la génération, la propagation et la forme des décharges électriques.

De même que la structure du liquide et du solide, l'épaisseur du solide ainsi que la composante tangentielle du champ électrique, agissent de façon significative sur la propagation des décharges électriques à l'interface liquide/solide.

Il ressort de ce qui précède que le claquage diélectrique des isolants gazeux, solide ou liquide s'effectue souvent par des canaux de décharges qui manifestent une forte tendance de

ramification (branchement): foudre, décharges surfaciques (figures de Lichtenberg), arborescences dans les polymères, streamers dans les liquides,...

La structure globale des décharges en branches montre souvent une similitude structurale au sens statistique pour une variété de types de décharges; ceci laisse supposer que la ramification des décharges est régie par des lois universelles, ces lois dépendent uniquement du phénomène physique fondamental [33]. Ce type d'universalité simplifierait énormément la classification et la description des phénomènes de décharges en branches et par conséquent fournirait une méthodologie pour des applications pratiques telle que la conception d'isolation.

Ces propriétés stochastiques des décharges électriques font l'objet du prochain chapitre.

CHAPITRE II

DIMENSION FRACTALE ET PROCESSUS DE LAPLACE

INTRODUCTION

Dans son ouvrage intitulé "Fractals, form, chance and dimension" [33] (ouvrage paru d'abord en Français en 1975 sous le titre "Objets Fractals: forme, hasard et dimension"), B.B. Mandelbrot, définit la complexité des ramifications des décharges comme étant un phénomène aléatoire par rapport au chemin suivi par ces décharges; mais la longueur totale des branches de ces décharges circonscrites dans des rayons bien définis, obéit à une loi mathématique précise. De nombreux travaux ultérieurs sont venus corroborer cette thèse.

Pour faciliter l'analyse des modèles de décharges, nous considérons les décharges qui présentent une symétrie radiale à deux dimensions telles que celles montrées sur la figure 2.1 appelées aussi modèles de Laplace.

La géométrie globale de ces figures montre une certaine auto-similarité structurelle, c'est à dire en examinant les décharges à des rayons différents, on constate que les branches se reproduisent de la même manière.

Nous examinerons aussi des exemples qui nous permettront de saisir la notion de dimension fractale.

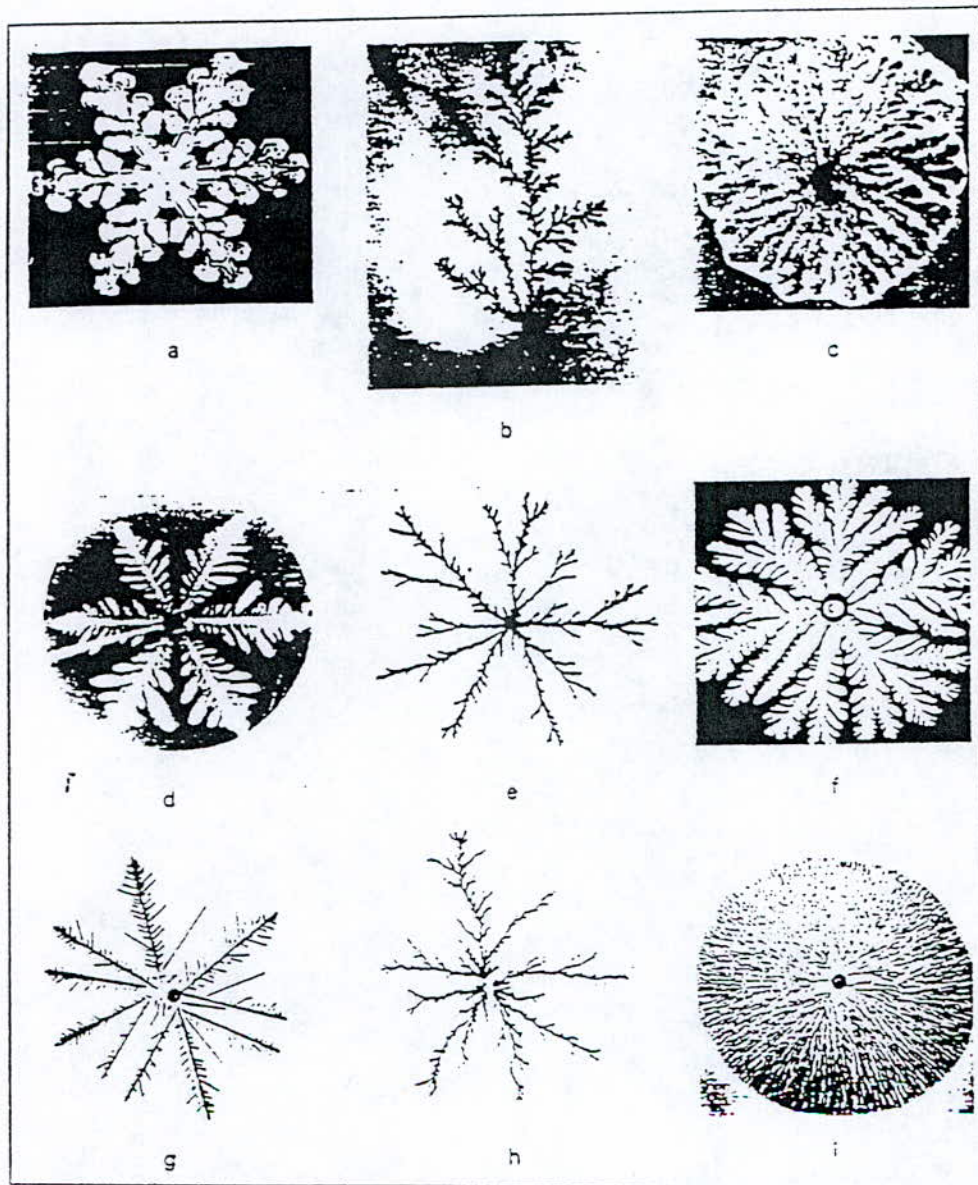


Figure 2.1: Modèles de Laplace obtenus sous différentes conditions expérimentales

II.1 LA GEOMETRIE FRACTALE

Qu'est ce que les fractales? De quoi diffèrent elles des formes usuelles Euclidiennes?

Premièrement, les fractales sont un concept récent. Bien qu'elles possèdent leurs racines depuis le début du siècle, elles n'ont été reconnues utiles que depuis moins de deux décennies.

Deuxièmement, tandis que les formes Euclidiennes ont une grandeur, des dimensions caractéristiques ou des échelles de longueur (le rayon d'une sphère, le côté d'un cube...), les fractales n'en possèdent pas. Les configurations de la fractale sont dites self-similaires (auto-similaires) et indépendantes d'une échelle ou graduation.

Troisièmement, la géométrie Euclidienne fournit une description précise et brève des objets créés par l'homme, mais elle est inappropriée pour les formes naturelles [34].

D'autre part, les fractales donnent une description excellente de plusieurs formes naturelles, et ont déjà donné à l'imagerie informatique une saveur naturelle; en témoignent les différentes figures illustrées dans la littérature [1, 3, 34, 35, 36, 37, 54].

Finalement, bien que les formes Euclidiennes soient souvent décrites par de simples formules algébriques (ex: $r^2 = x^2 + y^2$ définit un cercle de rayon r), les fractales, en général, sont le résultat d'une procédure de construction ou d'algorithme qui est souvent récursif et convient idéalement aux ordinateurs.

II.1.1 Le graphique triadique de Von Koch

Le graphique triadique de Von Koch appelé aussi le graphique "en flocon de neige" a été initialement proposé en 1904 [34]. C'est l'exemple standard utilisé pour montrer que le

graphique peut avoir une dimension fractale [36].

La construction du graphique de Koch commence par un segment de longueur unité $L(1) = 1$ (figure 2.2). Cette forme initiale est appelée "*l'initiateur*". L'initiateur est la 0^{ème} génération du graphique de Koch.

La construction de Koch procède par le remplacement de l'initiateur par le générateur tel que montré sur la figure 2.2 à $n = 1$. Ainsi nous obtenons la 1^{ère} génération qui est un graphique de 4 segments. Ces segments sont obtenus en divisant l'initiateur en 3 parties égales dont le milieu sera remplacé par 2 segments égaux de telle sorte qu'ils forment un triangle équilatéral; donc la longueur de chacun des segments est: $\delta = 1/3 = 3^{-1}$.

La longueur du graphique est maintenant: $L(1/3) = 4/3$.

La génération suivante est obtenue par le remplacement de chacun des segments par le générateur. Par conséquent, à la 2^{ème} génération, nous avons un graphique constitué de:

$N = 4^2 = 16$ segments, dont la longueur de chacun est $\delta = 3^{-2} = 1/9$, et la longueur total du graphique devient $L(1/9) = 16 * 1/9 = (4/3)^2$

En appliquant le générateur à tous les segments de cette dernière génération, une nouvelle génération est obtenue. Un tel graphique est appelé "*préfractal*" [36].

Voyons maintenant comment s'obtient l'expression de sa dimension D:

La longueur de la n^{ième} génération de la préfractale est donnée par:

$$L(\delta) = (4/3)^n \quad (2.1)$$

La longueur de chaque petit segment est:

$$\delta = 3^{-n}$$

donc le nombre n de générations peut être écrit sous la forme:

$$n = -\text{Log}(\delta) / \text{Log}(3) \quad (2.2)$$

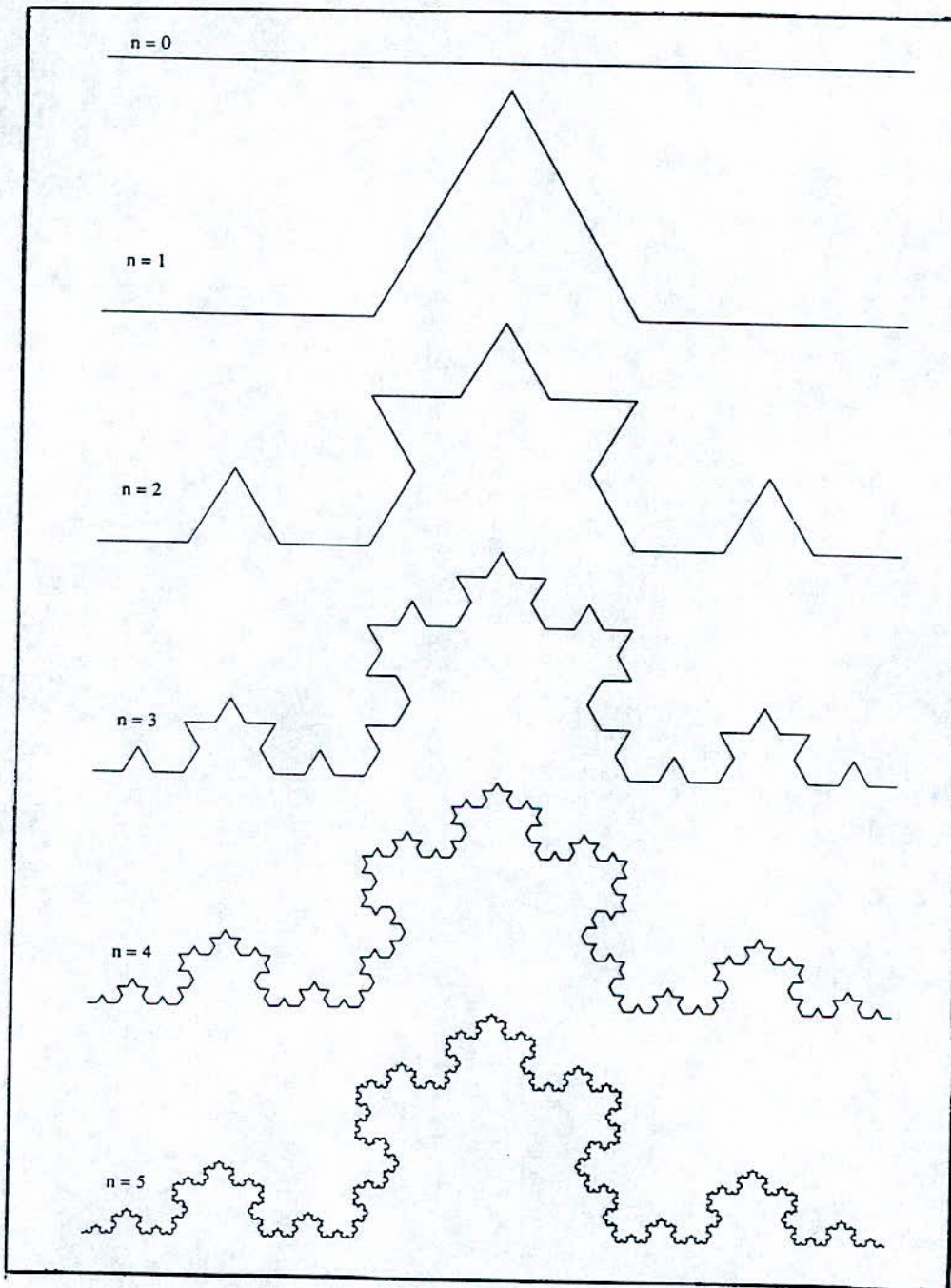


Figure 2.2: Construction du graphique fractal de Von Koch [36]

Par conséquent, la longueur peut s'exprimer comme suit:

$$L(\delta) = \left(\frac{4}{3}\right)^n = \exp\left(\frac{-\log \delta (\log 4 - \log 3)}{\log 3}\right) = \delta^{1-D} \quad (2.3)$$

avec $D = \log 4 / \log 3 = 1.2628$

Le nombre de segments est $N(\delta) = 4^n = 4^{-\log \delta / \log 3}$, il peut être écrit sous la forme:

$$N(\delta) = \delta^{-D} \quad (2.4)$$

Nous verrons que D est la dimension fractale du graphique triadique de Koch.

II.1.2 Détermination de la dimension du graphique de Von Koch

Afin de donner une mesure de la grandeur d'un ensemble de points, S , dans l'espace, nous considérons une fonction test $h(\delta) = \gamma(d) \cdot \delta^d$ (2.5)

avec $\gamma(d)$ facteur de forme ou facteur géométrique, et

d dimension de la fonction test (elle confirme ou infirme que la dimension de l'objet considéré est fractale).

L'ensemble forme la grandeur $M_d = \sum h(\delta)$ (2.6)

Pour les ensembles linéique, carré, et cubique, on admet pour le moment que $\gamma(d) = 1$ [36].

De même que $\gamma(d) = \pi / 4$ pour un disque, et

$\gamma(d) = \pi / 6$ pour une sphère.

En général, lorsque $\delta \rightarrow 0$, on trouve que la valeur de M_d est soit 0 ou ∞ , cela dépend du choix de d .

La dimension fractale (ou dimension de Hausdorff-Besicovitch) D de l'ensemble S est la dimension critique pour laquelle la valeur M_d change de zéro à l'infini:

$$M_d = \sum \gamma(d)\delta^d = \gamma(d)N(\delta)\delta^d \xrightarrow{\delta \rightarrow 0} \begin{cases} 0 & \text{si } d > D \\ \infty & \text{si } d < D \end{cases} \quad (2.7)$$

On appelle M_d la mesure d de l'ensemble S . La valeur de M_d pour $d = D$ est souvent finie mais peut être zéro ou infini.

Revenons maintenant à l'exemple de Von Koch. Notons d'abord que, la longueur de n'importe quelle génération de la construction du graphique de Koch est une valeur finie. Cependant, lorsque nous augmentons le nombre de générations, δ tend vers 0, et la longueur du graphique diverge.

Evidemment, l'ensemble de points définis dans une limite de nombres infinis d'itérations n'est pas un graphique pour lequel la longueur peut être une mesure utile. Cependant, si on choisit d'utiliser la fonction test $h(\delta) = \delta^d$, on trouve la valeur de d telle que:

$$M_d = \sum h(\delta) = N(\delta) \cdot h(\delta) = \delta^{-D} \cdot \delta^d = \delta^{d-D} \quad (2.8)$$

Nous voyons bien que la valeur de M_d reste finie et égale à 1 si et seulement si d de la fonction test est égale à D . On conclue alors que la dimension critique donc la dimension de Hausdorff-Besicovitch pour le graphique triadique de Koch est donnée par:

$$D = \log 4 / \log 3 = 1.26$$

Remarquons que le générateur peut être un triangle, un carré ou un polygone quelconque.

Cet exemple montre que l'itération d'une simple procédure peut produire des formes complexes. A la différence des formes Euclidiennes, ce graphique possède des détails sur toutes les échelles de longueur. Plus encore, le graphique possède une self-similarité exacte; chaque petite portion considérée, lorsqu'elle est grossie (amplifiée) peut produire exactement la portion initiale.

A chaque étape de la construction, la longueur du graphique augmente d'un facteur de 4/3. Par conséquent, le graphique qui est un espace limité, remplit une longueur infinie dans un domaine fini du plan, sans s'auto-croiser. Finalement, bien que l'algorithme générateur du graphique de Von Koch est court, simple à décrire et facilement programmable, il n'y a cependant aucune formule algébrique qui définit les points du graphique.

Une autre façon de calculer la dimension fractale afin de généraliser son utilisation, est la suivante [34]:

Un objet considéré normalement comme unidimensionnel tel que le segment par exemple, possède aussi une propriété similaire de graduation. Il peut être divisé en N parties identiques dont chacune est à l'échelle d'un rapport $r = 1 / N$ de l'objet initial.

De même qu'un objet bidimensionnel tel que le carré, peut être divisé en N parties égales, à l'échelle r telle que $r = 1 / \sqrt{N}$.

A trois dimensions, un cube peut aussi être divisé en N petits cubes identiques dont l'échelle est r telle que $r = 1 / \sqrt[3]{N}$.

Par conséquent, un objet self-similaire D-dimensionnel peut être divisé en N petites parties semblables à lui même dont chacune est à l'échelle d'un facteur r tel que:

$$r = \frac{1}{\sqrt[D]{N}} \quad (2.9)$$

ou
$$N = \frac{1}{r^D} \quad (2.10)$$

Réciproquement, étant donné un objet self-similaire de N parties, à l'échelle r par rapport à l'objet initial, sa dimension fractale est donnée par [34]:

$$D = \frac{\log N}{\log\left(\frac{1}{r}\right)} \quad (2.11)$$

La figure 2.3 montre la procédure de remplacement récursif pour générer le graphique triadique de Koch ainsi que des variantes avec différentes dimensions fractales. On voit à présent que, n'importe quel segment du graphique de Koch est composé de 4 sous segments dont chacun est à l'échelle $r = 1/3$ du segment source. Sa dimension fractale est $D = \log 4 / \log 3$. Cette dimension non entière, supérieure à l'unité et inférieure à 2, montre que les propriétés de ce graphique sont différentes des propriétés Euclidiennes usuelles.

Le graphique occupe, dans un sens, plus d'espace qu'une simple ligne ($D = 1$), mais moins qu'un plan ($D = 2$).

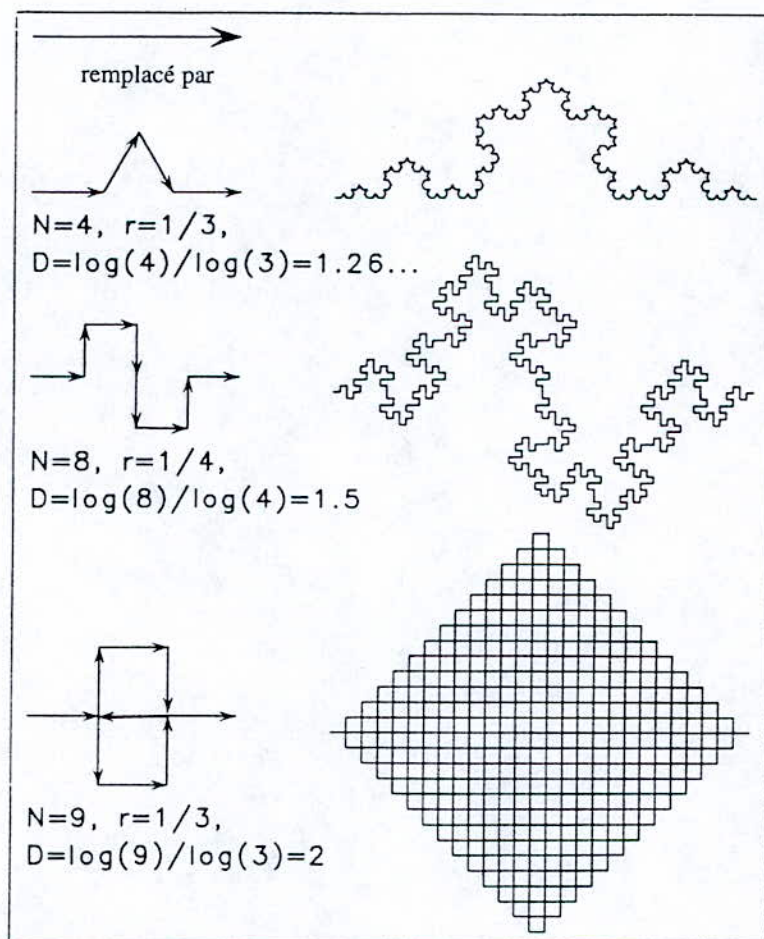


Figure 2.3: Procédure de remplacements récursifs pour la génération du graphique triadique de Von Koch ainsi que des variantes [34]

La figure 2.4 illustre un récapitulatif de l'interprétation des figures à dimension standard entière, dans le sens de self-similarité exacte, et l'extension aux fractales à dimension non entière. Nous remarquons que le facteur $N.r^1 = 1 = N.r^2 = N.r^3$ n'est que le facteur de forme $\gamma(d)$ dont nous avons admis précédemment qu'il était égal à l'unité pour les ensembles linéique, carré et cubique.

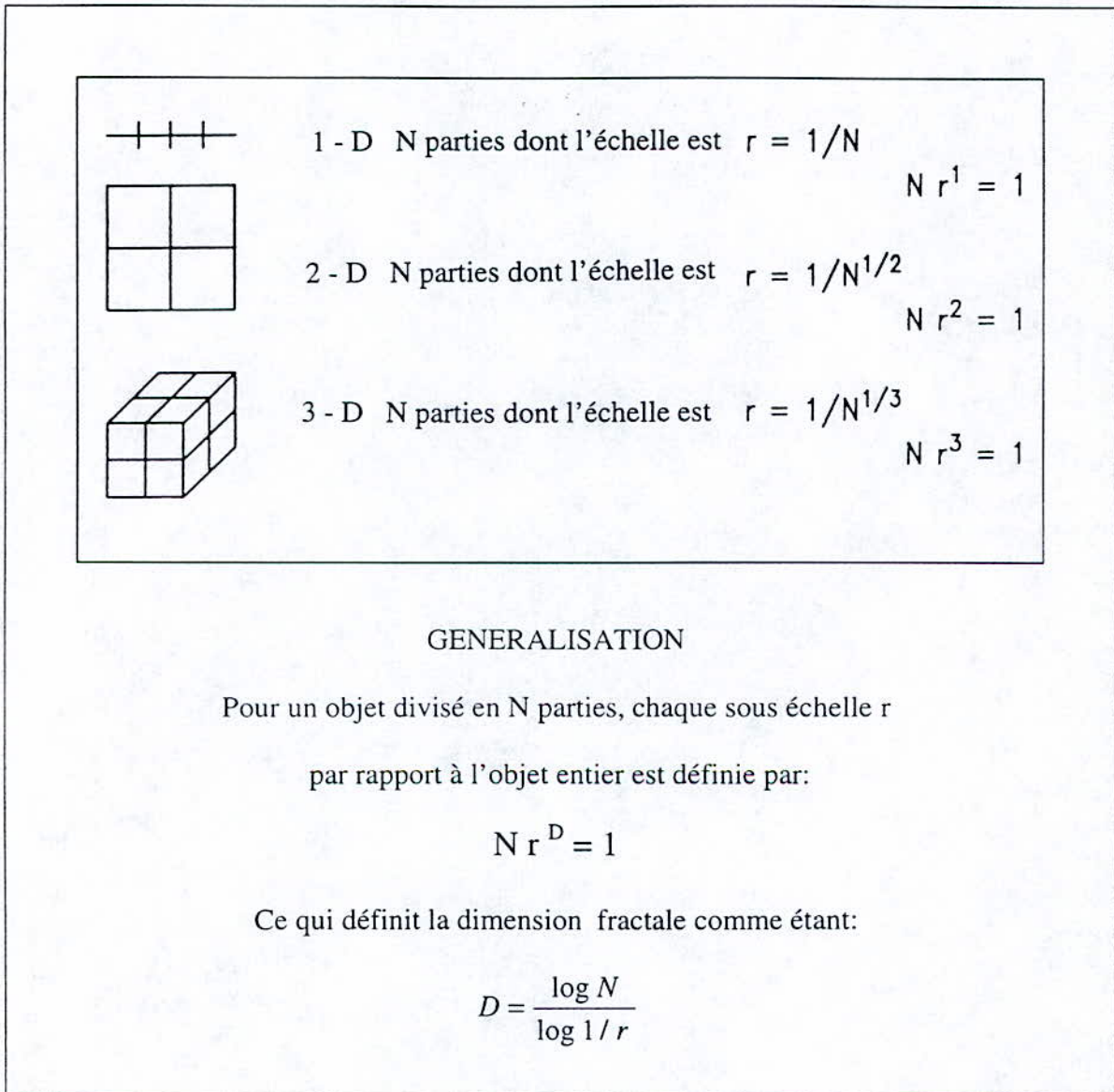


Figure 2.4: Généralisation de la dimension fractale à partir des figures Euclidiennes

II.2 LE PROCESSUS DE LAPLACE

Le processus d'évolution des phénomènes complexes d'interfaces possède une structure commune dans plusieurs domaines scientifiques et technologiques. Parmi les exemples de formation de telles figures, nous citerons la solidification en dendrites de la fonte lorsque la phase cristalline évolue dans de la fonte refroidie [38], l'injection d'un liquide visqueux dans un autre liquide plus visqueux [39, 40], l'électrodéposition des ions sur une électrode, les arborescences sur les surfaces des polymères [41], ...

La figure 2.1 nous a montré la diversité des interfaces formées sous différentes conditions expérimentales. L'explication de l'analogie de ces différents processus de croissance réside dans les équations qui décrivent le mouvement de cette interface: l'équation fondamentale est l'équation de Laplace [38, 42, 43, 44]

$$\nabla^2 u = 0 \quad (2.12)$$

où u représente la distribution de la pression (deux milieux de viscosités différentes), la température (cristallisation) ou le champ électrique (électrodéposition, arborescence).

L'équation (2.12) s'accorde souvent à des approximations et doit être résolue numériquement.

Pour résoudre cette équation, des conditions aux limites appropriées doivent être satisfaites.

Les phénomènes de croissance décrits par les équations de Laplace sont aussi appelés "processus de Laplace" ou "diffusion limitée".

Pour étudier les propriétés géométriques des traces imprimées par les décharges, il est plus efficace d'utiliser des techniques de simulation. Le modèle de l'agrégation par diffusion limitée (DLA) introduit par Witten et Sander en 1981 [44, 45] se présente comme étant le plus

important qui décrit le processus de Laplace. Le modèle DLA et sa généralisation ont contribué à la compréhension de la formation des traces (impressions) à diffusion limitée menant à une variété de figures analogues à celles de la figure 2.1 .

Des méthodes analytiques incluant l'analyse de la stabilité ont été étudiées par plusieurs auteurs. Des groupes de l'université de Californie, Schlumberger-Doll Research et de l'Ecole Normale Supérieure de Paris ont démontré l'importance de l'anisotropie des contraintes de surface dans la formation de ces traces. Ces traces peuvent être tout à fait différentes.

Dans certains cas, l'interface limite la région qui est irrégulière mais reste homogène sur la longueur (Fig. 2.1 a, d, g). Pour un autre ensemble, les traces ont une structure branchiale ouverte (Fig. 2.1 b, e, h) et peuvent être décrites en termes de géométrie fractale [37, 38, 42].

Cet état est commun à tous les processus de croissance c'est à dire que la structure de croissance est "self-identique" ou "self-similaire" dans le sens statistique; elle est itérative et ressemble à elle même.

La géométrie fractale est définie aussi comme étant la description naturelle des objets en arrangement désordonné [46]. Des structures telles que celles de la figure 2.1 peuvent être simplement caractérisées par un seul paramètre D , à savoir la dimension fractale qui est définie comme étant l'exposant qui relie la masse M des objets à leur rayon R

$$M \sim R^D \quad (2.13)$$

La relation (2.13) s'applique aussi aux objets Euclidiens tels que tige, cercle ou sphère pour lesquels l'exposant D est égal à 1, 2 ou 3 respectivement, rappelant ainsi la notion usuelle de la dimension [46]. Pour les objets à structure fractale cependant, l'exposant D n'est pas un entier et est plus petit que la dimension Euclidienne d de l'espace où la fractale est incluse.

Nous retrouvons cette forme d'équation dans la relation qui lie la longueur totale des branches d'une décharge électrique $L(r)$ contenues dans un cercle de rayon r et le rayon lui même [33, 42, 47, 48]

$$L(r) \sim r^D \quad (2.14)$$

II.3 LA DIMENSION FRACTALE

D'après Fujimori [49], les investigations sur la morphologie des décharges étaient initiées par Terada au Japon, puis des progrès ont été faits par Mandelbrot [1], Sawada [50] et Havlin [51] et bien d'autres. D'autre part, la fractale, terme inventé par Mandelbrot incluant la forme des figures aléatoires et la forme des figures self-similaires, est considérée comme étant une des meilleures descriptions des figures de décharges électriques.

Il y a plusieurs définitions mathématiques des dimensions telles que celles de Urishon-Menge, Cech, Lesbeg et autres [49, 52]. Cependant, il y a aussi des dimensions définies comme topologique et fractale. La dimension topologique pour un espace en treillis est une dimension étendue à partir d'un espace ordinaire vers l'espace treillissé.

L'espace treillissé est un espace composé de plusieurs cellules obtenues en divisant un espace ordinaire comme un treillis. La dimension fractale est l'arrangement d'un tel type de transformation de l'espace. De ce fait, si nous supposons que E_0 et E_n sont deux échelles de mesure d'une figure S , L_0 et L_n les longueurs correspondantes, alors nous avons:

$$\frac{L_n}{L_0} = \left(\frac{E_n}{E_0} \right)^D \quad (2.15)$$

D est appelé la dimension fractale de la figure S s'il est indépendant des échelles choisies. Si D dépend des échelles, alors il est aussi appelé la dimension fractale locale de la figure S .

La non dépendance de D des échelles implique que la figure est self-similaire ou approximativement self-similaire. Par conséquent, $D (\geq 0)$ est obtenue par différenciation de l'équation (2.15) [49]:

$$D = - \frac{d \log(L)}{d \log(E)} \quad (2.16)$$

où E est l'échelle, et L est la longueur mesurée par E .

II.4 PROPRIETES DE LA CROISSANCE DES DECHARGES

Considérons une décharge qui se développe par le processus de Laplace, avec son centre comme origine. La dimension fractale D est mesurée par rapport à la longueur totale de toutes les branches qui constituent la décharge $L(R)$ contenues dans un cercle de rayon R pour diverses valeurs de R [47], (figure 2.5).

$$L(R) = \int_0^R \rho(r) r^{(d-1)} dr = R^D \quad (2.17)$$

avec $\rho(r)$ = le nombre de branches qui coupent (r) c'est-à-dire la densité radiale des branches.

d = la dimension Euclidienne dans laquelle est incluse la fractale (dans notre cas $d=2$

car on considère les décharges sur une surface).

L'équation (2.17) implique que la densité $\rho(r)$ est proportionnelle à :

$$\rho(r) \sim r^{-(d-D)} = r^{D-2} \quad (2.18)$$

Le nombre total de branches qui coupent le cercle est:

$$N(r) = \frac{dL(r)}{dr} = r^{D-1} \quad (2.19)$$

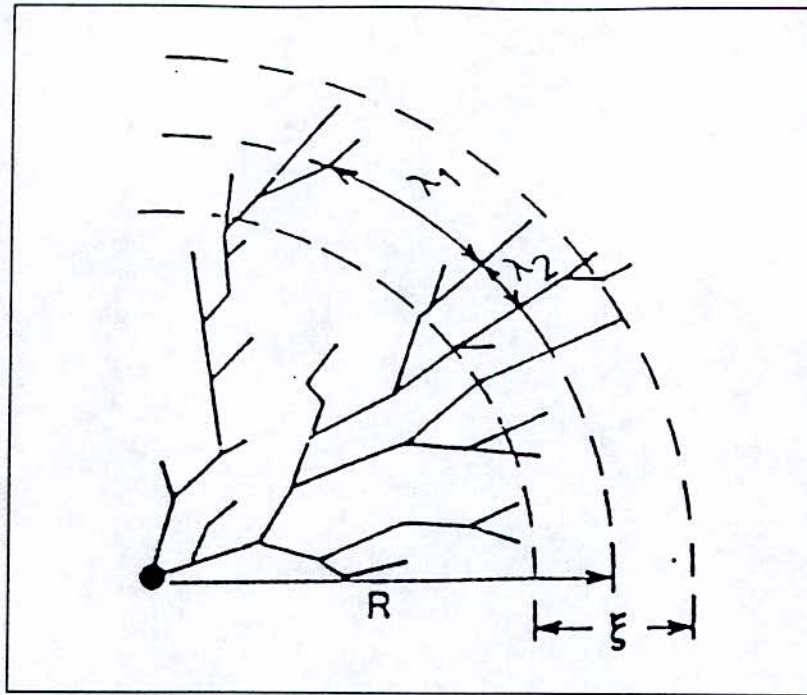


Figure 2.5: Schéma de quelques branches d'une fractale Laplacienne [47].
La zone de croissance est caractérisée par ξ .

Si on considère que toutes les branches sont d'épaisseur égale, alors l'aire moyenne de la surface associée à chaque branche est:

$$\langle \sigma(r) \rangle = \frac{r^{d-1}}{N(r)} = r^{d-D} = r^{2-D} \quad (2.20)$$

où $\langle \sigma(r) \rangle$ est calculée en tenant compte de toutes les branches.

La distance moyenne entre deux branches voisines est alors (figure 2.5):

$$\langle \lambda(r) \rangle = \langle \sigma(r) \rangle^{1/(d-1)} = r^{(d-D)/(d-1)} = r^{2-D} \quad (2.21)$$

$\lambda_i(r)$ est la distance entre la i^{eme} branche et la suivante le long du cercle de rayon r .

Du point de vue processus d'agrégation à diffusion limitée [44, 45], il est clair que les longueurs seront d'une grande importance pour le processus de croissance. On voit bien que la longueur caractéristique $\langle \lambda(r) \rangle$, en général, ne progresse pas comme r . Remarquons que si

$$\langle \lambda(r) \rangle \sim r \Rightarrow D = 1$$

Il résulte de ce qui précède, qu'un comptage rigoureux du nombre de branches pour différentes valeurs de r fournirait des informations sur l'exposant D .

II.5 LES FRACTALES PAR ITERATION ANALYTIQUE

Il existe plusieurs processus mathématiques qui sont itératifs. Nous allons nous intéresser à quelques fonctions qui, lorsqu'elles sont réitérées, donnent naissance à des dynamiques complexes.

Considérons un exemple simple: la fonction « racine carrée » lorsqu'elle est réitérée donne:

$$\sqrt{256} = 16$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{1.090508} = 1.044274$$

Si nous continuons l'opération, nous constatons que les applications répétées de la fonction $(\sqrt{\quad})$ tendent vers 1. Ceci est aussi valable pour les nombres inférieurs à 1, par exemple 0.5

$$\begin{aligned}\sqrt{5} &= .707107 \\ \sqrt{.707107} &= .840896 \\ \sqrt{.840896} &= .917004 \\ \sqrt{.917004} &= .957603 \\ \sqrt{.957603} &= .978572\end{aligned}$$

II.5.1 Notation de la fonction, Notion d'orbite

Afin de rendre plus facile l'itération d'une fonction, nous introduisons une notation qui permettrait une utilisation simplifiée des opérateurs mathématiques.

$$\text{Soit } R(x) = \sqrt{x} = R$$

Ceci implique que R convertit les nombres ≥ 0 en d'autres nombres ≥ 0 , par exemple:

$$R(256) = 16$$

$$R(9) = 3$$

$$R(1) = 1$$

De la même manière on peut noter

$$T(x) = x^2$$

$$C(x) = \cos x$$

$$E(x) = \exp(x)$$

La notation F(x) pour les fonctions est particulièrement utile pour l'itération afin de pouvoir appliquer la fonction F autant de fois qu'on le désire. Par conséquent, on peut d'abord calculer

$F(x)$; comme $F(x)$ est un nombre réel, on peut lui appliquer F , ainsi on obtiendra la nouvelle valeur $F(F(x))$. De la même manière, on pourra appliquer F une troisième fois, obtenant ainsi $F(F(F(x)))$.

Il est clair que nous avons besoin d'une meilleure notation pour les applications successives de F . Ainsi $F^j(x)$ indiquerait que nous calculons la $j^{\text{ème}}$ itération de F , c'est à dire:

$$F^1(x) = F(x)$$

$$F^2(x) = F(F(x))$$

$$F^3(x) = F(F(F(x)))$$

En reprenant l'exemple précédent, on aura alors:

$$R(x) = \sqrt{x}$$

$$R^2(x) = \sqrt{\sqrt{x}}$$

$$R^3(x) = \sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}$$

Remarquons que $F^2(x)$ n'est pas le carré du nombre $F(x)$ ou le produit $F(x) \cdot F(x)$ mais la 2^{ème} itération de F au nombre x .

Donc, si nous considérons encore la même fonction que précédemment, on aura:

$$R(256) = 16$$

$$R^2(256) = R(16) = 4$$

$$R^3(256) = R^2(16) = R(4) = 2$$

$$R^4(256) = R^3(16) = R^2(4) = R(2) = 1.414214$$

$$R^{20}(256) = 1.000005$$

On peut alors dire que $R^n(x) \rightarrow 1$ quand $n \rightarrow \infty$

De même, si on considère la fonction $T(x) = x^2$, on peut écrire:

$$\text{pour } x > 1 \quad T^n(x) \rightarrow \infty \quad \text{qd } n \rightarrow \infty$$

$$0 < x < 1 \quad T^n(x) \rightarrow 0 \quad \text{qd } n \rightarrow \infty$$

$$x = 1 \quad T^n(x) = 1 \quad \text{qd } n \rightarrow \infty$$

$$x = 0 \quad T^n(x) = 0 \quad \text{qd } n \rightarrow \infty$$

La liste des itérations successives d'un nombre x est appelée « orbite de x ».

exemple: l'orbite de 2 par la fonction $T(x) = x^2$ est: 2, 4, 16, 256, 65536

l'orbite de 0.5 par la fonction $R(x) = x^{0.5}$ est: 0.7071, 0.84089, 0.9170

II.5.2 Point fixe et point périodique

On constate que certains points x , pour des fonctions données, ne changent pas après itération, c'est le cas de 1 pour $R(x)$ ou $T(x)$ ou 0 (zéro) pour les mêmes fonctions, c'est à

dire l'orbite de 1 reste 1 quand $n \rightarrow \infty$. Le point 1 est appelé alors point fixe de la fonction $F(x)$.

Un autre type d'orbite est l'orbite périodique ou cycle. Une orbite est périodique si elle retourne éventuellement au point de départ; autrement dit, l'orbite de x_0 est périodique s'il existe un entier N tel que $F^N(x_0) = x_0$. Le point x_0 est appelé point périodique de période N .

Pour illustrer cela, considérons la fonction $I(x) = 1/x$

Pour tout $x \neq 0$, $I(x)$ génère un cycle de période 2.

$$I(x) = 1/x \neq x$$

$$I^2(x) = 1/(1/x) = x$$

Notons que 1 et -1 sont des points fixes ($I(1) = 1$ et $I(-1) = -1$).

L'importance des orbites périodiques ou cycles réside dans le fait qu'elles représentent un phénomène naturel cyclique ou répétitif.

II.5.3 Algorithme d'itération

Pour obtenir les orbites de n'importe quel nombre x_0 par une fonction donnée, Devaney [37] a proposé un programme simple qui se traduit par l'organigramme de la figure 2.6. La simplicité de l'organigramme ne se reflète pas dans le résultat (orbites), puisque pour une même fonction, il suffit de changer la variable d'entrée x_0 pour que les orbites (variables de sortie) se comportent différemment. Ceci est prévisible sachant que certains points x_0 peuvent être des points fixes ou périodiques ou alors tendre vers zéro (ou constante) ou vers l'infini.

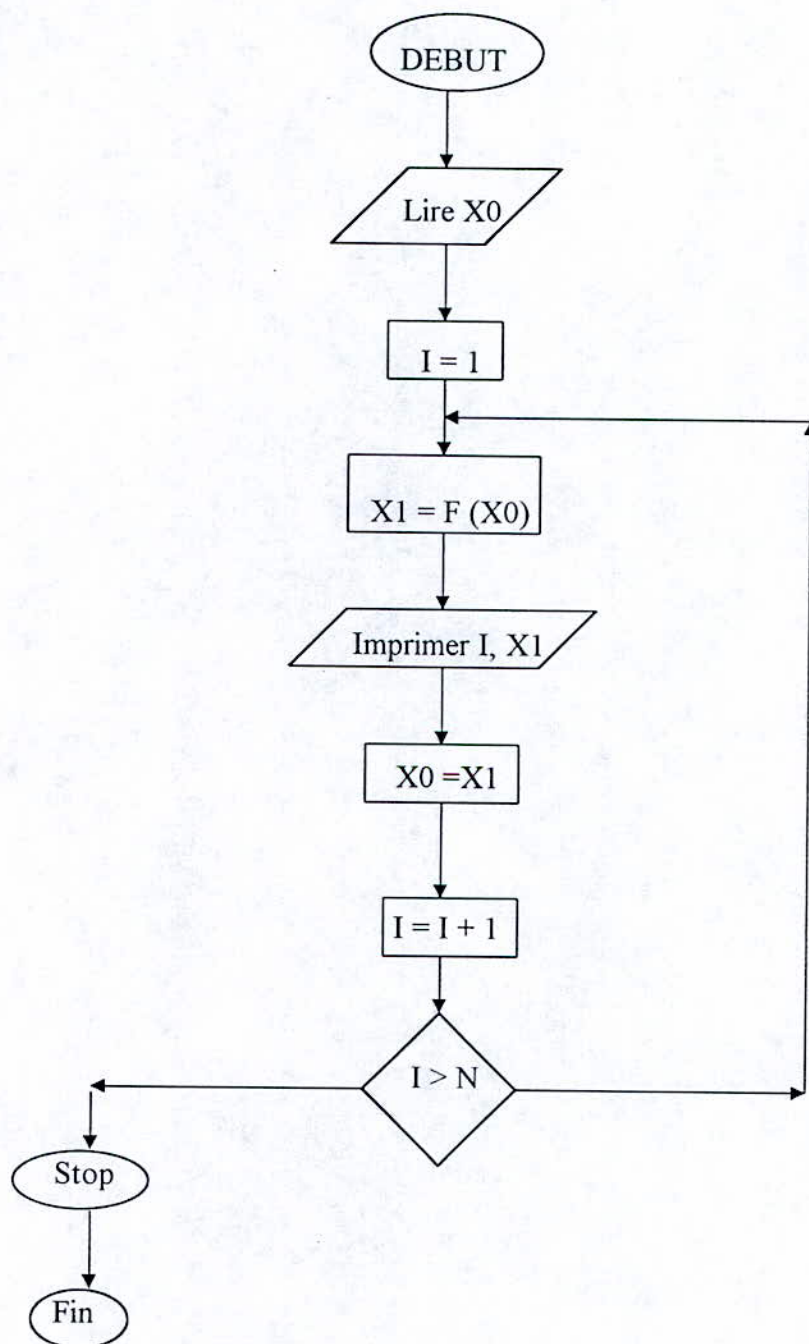


Figure 2.6: Organigramme imprimant les N premiers points de l'orbite x_0 d'une fonction $F(x)$.

II.6 FRACTALES PAR ITERATION GEOMETRIQUE

II.6.1 Le triangle de Sierpinski

De la même manière que pour l'exemple du graphique triadique de Koch, le triangle de Sierpinski [37] est généré par une infinité de « déplacements » successifs. On considère d'abord un triangle équilatéral, auquel on retranche le triangle semblable au milieu tel que présenté sur la figure 2.7 . Cette procédure est aussi utilisée pour générer l'ensemble de Cantor qui débute par un segment auquel on enlève l'intervalle central ouvert de longueur $1/3$ (appelé ainsi l'ensemble Cantorien du tiers médian) [53, 55].

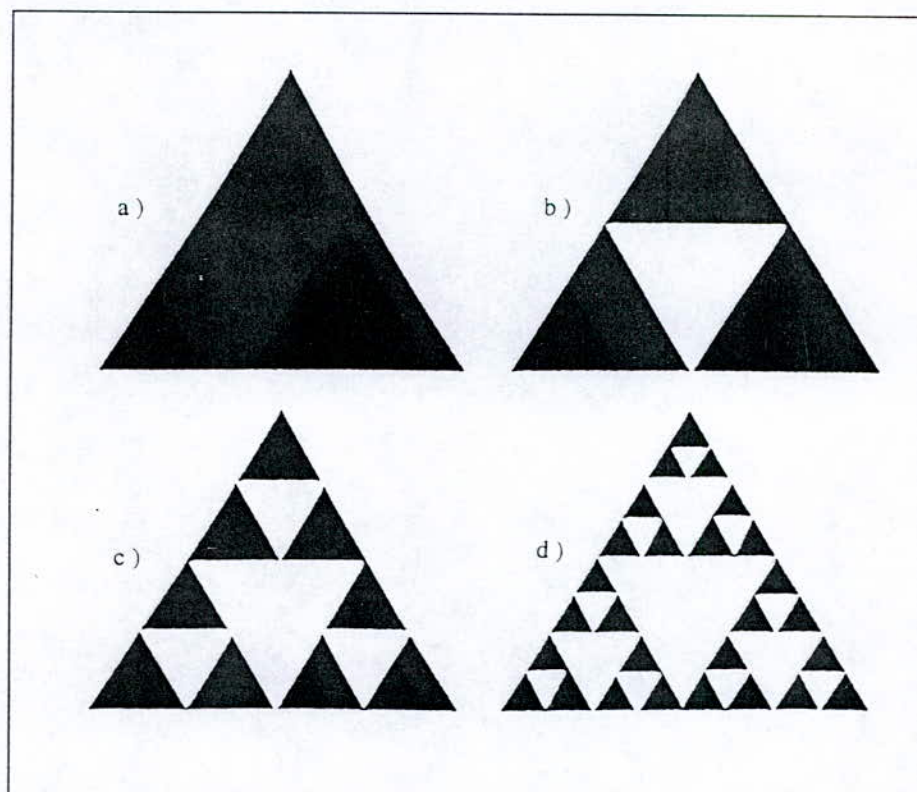


Figure 2.7: Construction du triangle de Sierpinski

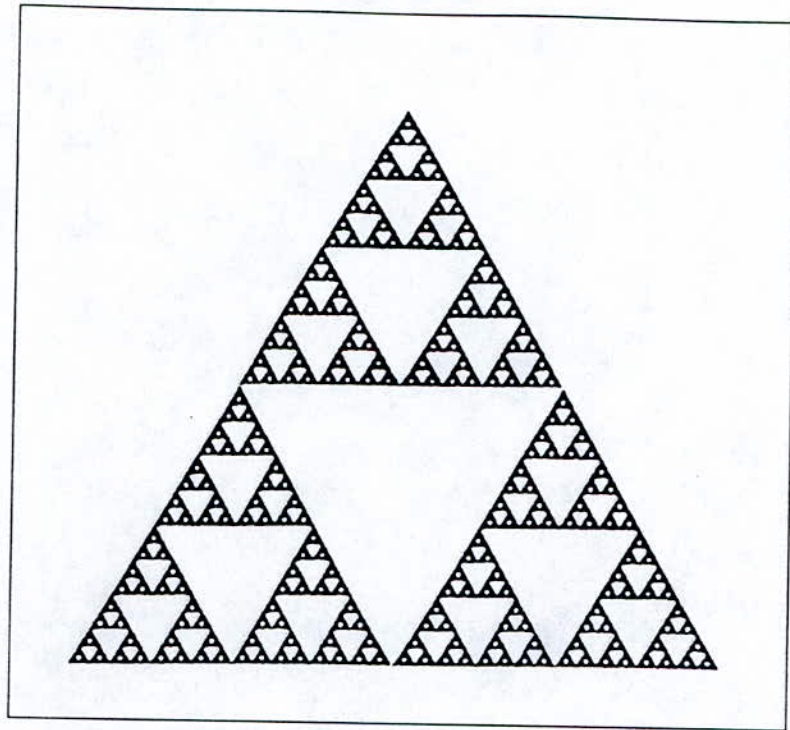


Figure 2.8: Triangle de Sierpinski

Ceci fait apparaître 3 triangles égaux (figure 2.7 b) semblables au premier (figure 2.7 a). A partir de chacun de ces triangles, on réitère l'opération précédente. Il résulte alors 9 petits triangles semblables (figure 2.7 c) à celui de la figure (2.7 a) et ainsi de suite. On constate qu'à la 5^{ème} itération, on obtient le triangle de Sierpinski (figure 2.8).

Cette figure est self-similaire. En effet, considérons le triangle en bas à gauche (ou à droite) de la figure (2.7 b); la longueur de chaque côté de ce triangle est exactement la moitié de celle du triangle original (2.7 a). De même, si nous considérons la figure (2.7 c) chacun des 9 triangles, lorsqu'il est multiplié par 4, donne exactement le triangle original.

De cette manière, à la $n^{\text{ième}}$ itération, il suffit de multiplier par 2^n pour retrouver le triangle d'origine. Nous verrons plus loin que ce triangle a une dimension fractale.

II.6.2 Programme imprimant le triangle de Sierpinski par la méthode graphique

Il est facile d'établir un programme qui imprimerait le triangle de Sierpinski [37]. Nous obtiendrons ces fractales comme étant l'orbite d'un point sous itération d'une famille de fonctions avec cependant deux particularités: les fonctions seront réitérées dans un ordre aléatoire, et que ces fonctions seront définies directement dans les coordonnées de l'écran (du micro-ordinateur) au lieu que ce soit dans le plan cartésien.

Soient 3 points $A(0, 0)$, $B(0, 300)$ et $C(300, 300)$ dans le plan de l'écran (en général les écrans des PC ont des dimensions 300×300). On définit 3 fonctions F_A , F_B et F_C .

F_A est donnée par la règle suivante: Tout point (M, N) de l'écran est translaté au point milieu entre A et (M, N) . F_B et F_C sont définies de façon analogue (figure 2.9).

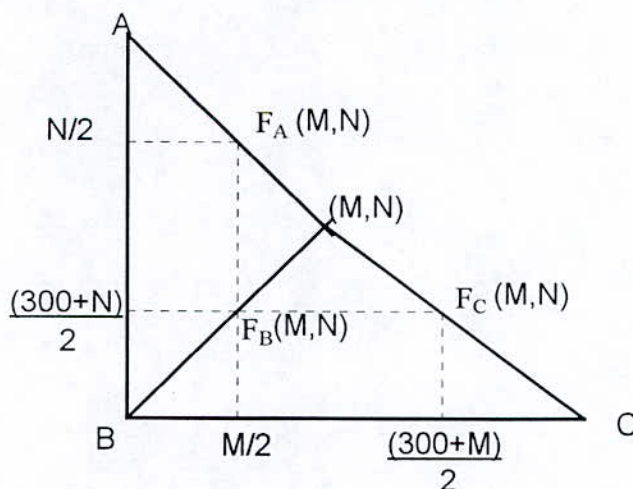


Figure 2.9: Les fonctions F_A , F_B et F_C

On voit bien que le point milieu entre A et (M, N) a pour coordonnées $(M/2, N/2)$. De même

que, le point milieu entre B et (M,N) est donné par:

$$F_B(M,N) = \left(\frac{M}{2}, \frac{300+N}{2} \right)$$

et le point milieu entre C et (M,N) est donné par :

$$F_C(M,N) = \left(\frac{300+M}{2}, \frac{300+N}{2} \right)$$

Si nous dessinons le triangle T ayant comme sommet A, B et C, alors l'interprétation géométrique est illustrée sur la figure 2.10 . Chaque fonction réduit T exactement à la moitié de la taille de T avec un sommet commun avec T. Par exemple $F_A(T)$ est le petit triangle rectangle avec un sommet en A.

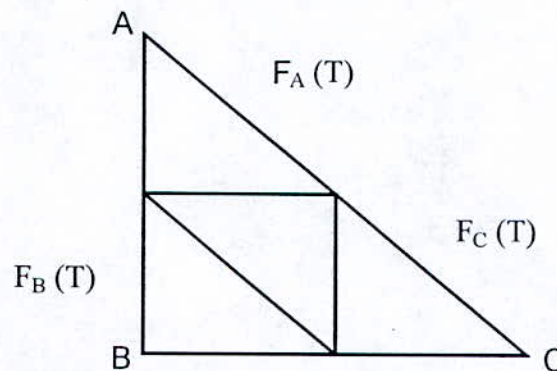


Figure 2.10: L'image de T sous les fonctions F_A , F_B et F_C

On procédera maintenant à l'itération de ces 3 fonctions dans un ordre quelconque. Plus précisément, nous injecterons comme variable d'entrée un point quelconque (M, N) dans les coordonnées de l'écran.

Nous choisirons au hasard un point q entre 0 et 3. Si $0 \leq q < 1$, nous appliquons F_A ; si $1 \leq q < 2$, nous appliquons F_B et si $2 \leq q < 3$, nous appliquons alors F_C . Les itérations résultantes nous donnent ce qui est appelé « orbite aléatoire » de (M, N).

En réalité, n'importe quel point (M, N) injecté en entrée aboutit au même résultat de sortie.

L'algorithme permettant d'obtenir le triangle de Sierpinski est illustré par la figure 2.11

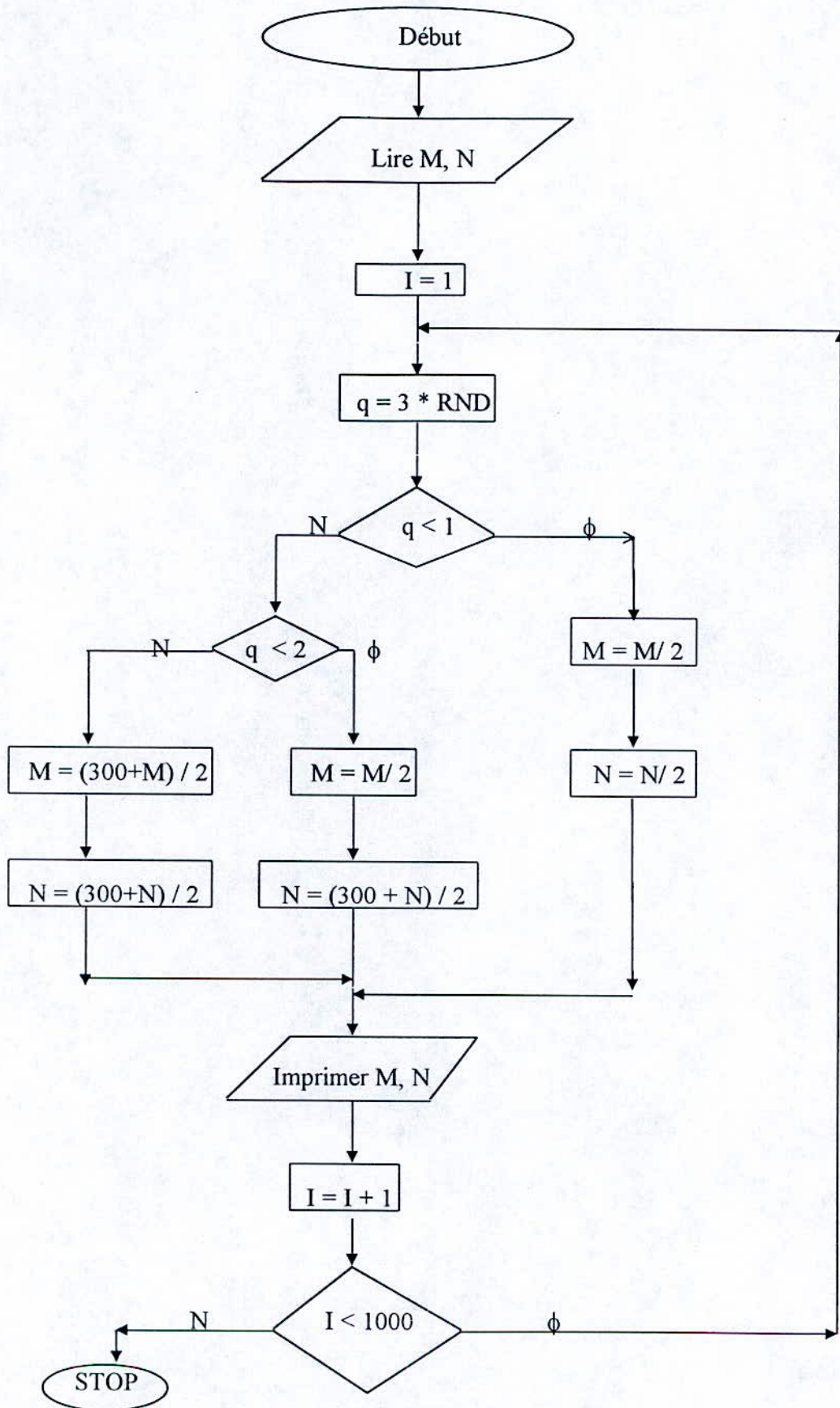


Figure 2.11: Organigramme qui permet de tracer le triangle de Sierpinski

II.6.3 Calcul de la dimension fractale du triangle de Sierpinski

La dimension D d'une figure présentant une géométrie fractale selon Devaney, est donnée par:

$$D = \frac{\log(\text{nombre d'éléments semblables})}{\log(\text{grossissement})} \quad (2.11)$$

Le numérateur (n) désigne le nombre de figures semblables obtenues après un nombre défini d'itérations. Dans le cas du triangle précédent:

$n = 3$ après la 1ère itération

$n = 9$ " 2ème "

$n = 27$ " 3ème "

Le dénominateur désigne le nombre par lequel il faut multiplier chacune des pièces (des éléments) obtenues après subdivision (itération) pour retrouver la figure originale.

Dans le cas du triangle de Sierpinski, on a :

$$D = \frac{\log(\text{nombre de triangles})}{\log(\text{grossissement})}$$

$$D = \frac{\log 3}{\log 2} = 1.585$$

On voit bien que sa dimension est fractale et de valeur 1.585 . Nous retrouvons le même résultat en considérant les figures (2.7 c) ou (2.7 d)

$$D = \frac{\log 9}{\log 4} = \frac{\log 3^2}{\log 2^2} = \frac{\log 27}{\log 8} = \frac{\log 3^3}{\log 2^3} = 1.585$$

II.7 Conclusion

Nous voyons bien qu'un objet fractal peut être construit par une procédure graphique ou un algorithme analytique ou géométrique. Le point commun à ces procédures est l'itération. L'itération d'une fonction ou d'un objet, aussi simples puissent ils paraître, peut mener à des graphiques tout à fait inattendus, dont la dimension est fractale.

En outre, les exemples précédemment traités, montrent que les objets fractals manifestent une self-similarité à tous les stades de leur évolution. C'est suite à cette logique, que de nombreux travaux ont été menés sur les décharges électriques afin d'étudier leur comportement fractal.

Ce qui fera l'objet du chapitre suivant.

CHAPITRE III

DIMENSION FRACTALE D'UNE DECHARGE
ELECTRIQUE

INTRODUCTION

Depuis que B.B. Mandelbrot [33] a avancé le concept de la fractale au milieu des années 70, la recherche sur la théorie des fractales est devenue un sujet d'actualité.

Sawada et al [56] ont peut être été les premiers à introduire le modèle stochastique pour décrire les ramifications des décharges électriques. Ils ont affecté un facteur de priorité arbitraire à la progression de la tête de la décharge électrique. Cependant, ce modèle a produit des figures à dimension fractale égale à la dimension Euclidienne. Ceci n'a rien d'anormal, puisque la tête des décharges, aussi bien à l'intérieur de la structure qu'à sa périphérie, ont la même probabilité de progression.

En 1984, dans un travail d'investigation, Niemeyer et al [42] ont utilisé la théorie des fractales en élaborant un modèle maillé dit modèle fractal, en treillis, des décharges électriques radiales dans les gaz. Dans ce modèle, la probabilité de progression des décharges est explicitement liée au champ électrique local; c'est ce qu'on appelle aussi modèle NPW (dû à Niemeyer, Pietronero et Wiesmann).

En 1986, Wiesmann et Zeller [61] ont introduit plusieurs paramètres du champ électrique au modèle NPW et ont effectué quelques recherches concernant le caractère stochastique des décharges surfaciques (à 2 dimensions) développant ainsi le modèle WZ.

III. DIMENSION FRACTALE D'UNE DECHARGE ELECTRIQUE EN SURFACE

III.1 Modèle de Niemeyer, Pietronero et Wiesmann

L. Niemeyer et al [42] ont associé une probabilité de progression des streamers en surface en introduisant la relation:

$$P(i, k \rightarrow i', k') = \frac{(\phi_{i, k})^\eta}{\sum (\phi_{i', k'})^\eta} \quad (3.1)$$

où (i, k) sont les indices des points appartenant à la décharge électrique (c'est à dire au potentiel $\phi = 1$) et (i', k') sont les indices des points susceptibles d'être amorcés pour une branche de la décharge électrique.

Le dénominateur représente tous les processus de progression possibles à partir d'un point donné de la décharge électrique.

Le paramètre η , en exposant, tient compte de la non homogénéité de certains systèmes (liquide, solide ou polymère). Ils considèrent que la relation entre la probabilité de progression et le champ électrique local est mieux décrite par une fonction non linéaire [42].

La figure 3.1 illustre le résultat obtenu par le modèle NPW pour des décharges radiales. Leur dimension fractale correspondante est $D = 1.75 \pm 0.02$

Dans la simulation des décharges à deux dimensions, quand $\eta = 0$, la probabilité P ne dépend pas du champ électrique local, ce qui implique que la progression de la décharge est homogène et sa dimension fractale est $D_H = 2$, c'est à dire qu'elle équivaut la dimension Euclidienne. Dans ce cas, la décharge remplit tout l'espace dans lequel elle évolue.

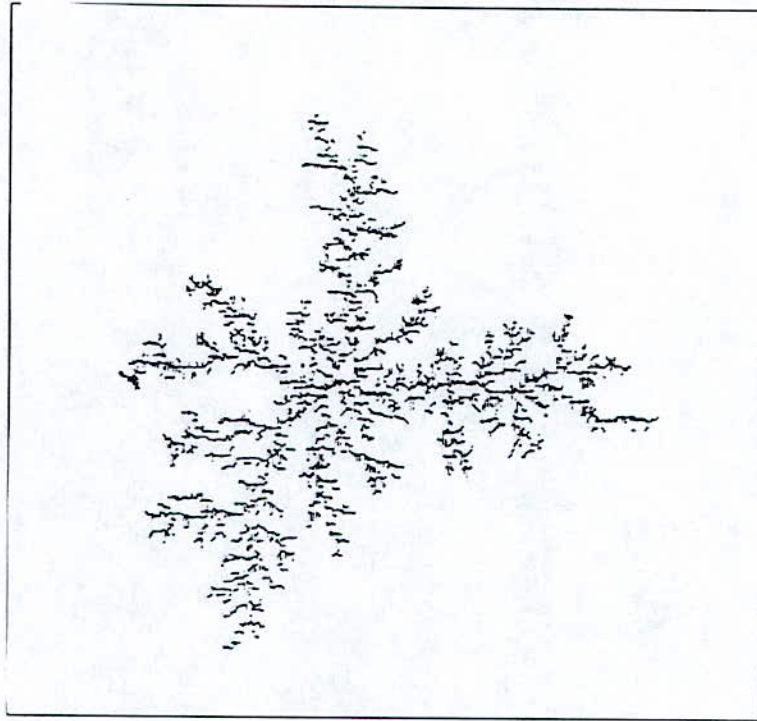


Figure 3.1: Exemple de décharges générées numériquement après 5000 pas. [42]

Partant du modèle NPW, L. Jiaqi et al [57] ont étudié la variation de la dimension fractale en fonction de η . Les résultats trouvés sont indiqués sur la figure 3.2. On remarque que les décharges sont plus filamentaires quand η augmente.

D.A. Willming et al [58] ont appliqué le modèle NPW pour les décharges arborescentes apparaissant dans le diélectrique d'un condensateur plan. Ils considèrent un plan d'évolution des décharges allant d'une armature à l'autre. Les équations utilisées dans leur modèle sont les mêmes que celles du modèle NPW. Les résultats obtenus pour un maillage rectangulaire sont illustrés par la figure 3.3, après des nombres de séquences respectivement croissants en allant de la figure 3.3.(a) à la figure 3.3.(d).




<p>Dimension Euclidienne</p> <p>$d = 2$</p> <p>$\eta = 0.6$</p> <p>Dimension de Hausdorff</p> <p>$D_H = 1.68$</p>	
<p>Dimension Euclidienne</p> <p>$d = 2$</p> <p>$\eta = 1.0$</p> <p>Dimension de Hausdorff</p> <p>$D_H = 1.54$</p>	
<p>Dimension Euclidienne</p> <p>$d = 2$</p> <p>$\eta = 1.6$</p> <p>Dimension de Hausdorff</p> <p>$D_H = 1.30$</p>	

Figure 3.2: Figures fractales en fonction de l'exposant η [57]

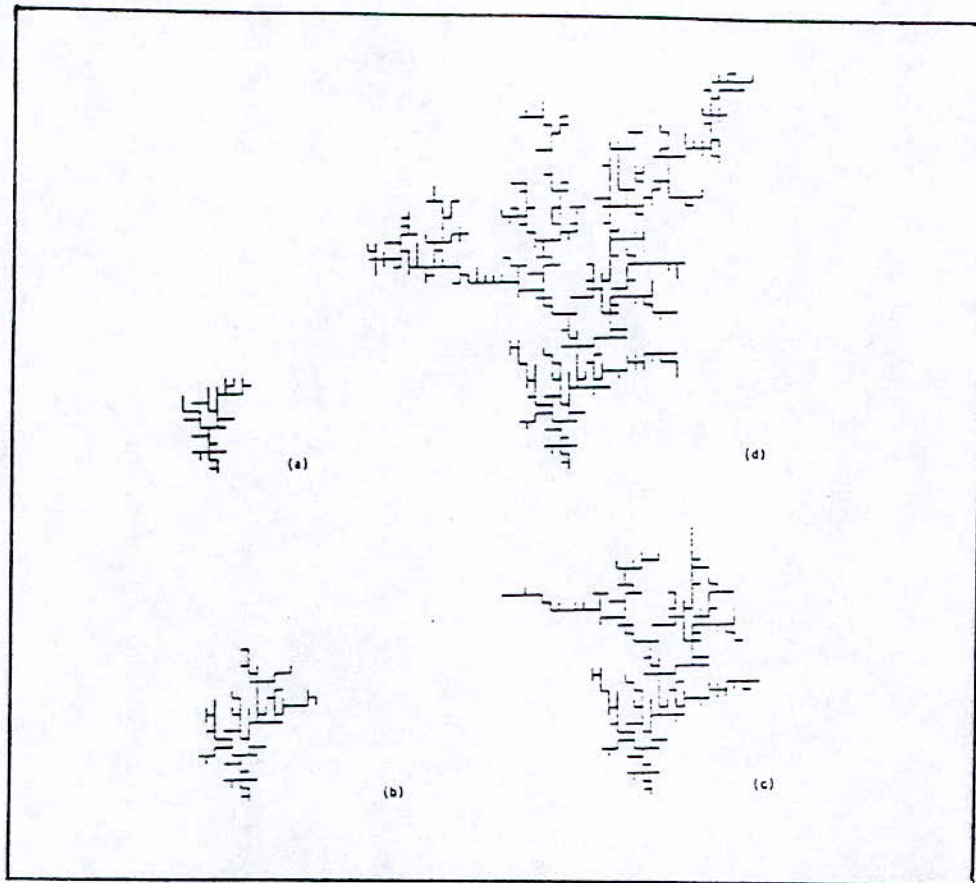


Figure 3.3: Décharges arborescentes à différentes séquences dans le diélectrique d'un condensateur plan [58].

M. Murat [59] a appliqué le modèle NPW à un système dont le matériau diélectrique à 2 dimensions a été placé entre 2 lignes portées à des potentiels différents.

Les résultats sont plus proches de ceux obtenus par Willming et al [58], bien que, les points d'initiation des décharges sur la ligne où celles-ci sont générées, sont plus nombreux.

Par ailleurs, le tableau 3.1 montre la variation de la dimension fractale en fonction de l'exposant η dans les décharges obtenues sur une plaque de verre plongée dans du SF₆ sous tension impulsionnelle [42].

η	D
0	2
0.5	1.89 ± 0.01
1	1.75 ± 0.02
2	~ 1.6

Tableau 3.1: Dimension fractale en fonction de l'exposant η [42]

Nous voyons bien que lorsque $\eta = 0$, la probabilité de progression ne dépend pas du champ électrique local.

Le tableau 3.2 montre la comparaison entre les résultats trouvés dans le modèle NPW par Niemeyer et al [42] et ceux de Willming et al [58] pour différentes valeurs de l'exposant η .

Dimension fractale				
	Décharges radiales (Niemeyer et al)	Décharges entre 2 plaques parallèles minces (Willming et al) (Taille = lignes x colonnes)		
		10 x 100	20 x 200	50 x 500
η				
0	2.0	2.0	2.0	2.0
1	1.75	1.39	1.46	1.58
2	1.6	1.203	1.248	1.319

Tableau 3.2: Comparaison des dimensions fractales des décharges en surface

Il apparaît que, la dimension fractale dans le cas des décharges se propageant entre les armatures d'un condensateur plan est inférieure à celle des décharges radiales. Ceci serait dû au fait que, pour les décharges radiales où l'électrode circulaire entoure le point central, il y a une moindre tendance pour que les décharges s'éloignent du point central. Alors que, dans un condensateur parallèle, le champ est dirigé directement vers l'armature opposée et fait propager les décharges plus rapidement. Par conséquent, dans les décharges se propageant entre deux plaques parallèles, il n'y a pas de symétrie des ramifications, et la distance limitée entre les deux plaques affecte les branchements éventuels qui s'ajouteraient à la structure. Moins de branches sont nécessaires pour que les décharges se déplacent d'une armature à l'autre. Il résulte que, l'exposant fractal est réduit.

III.2 Modèle de J.L. Vicente, A.C. Razzitte et E.E. Mola

J.L.Vicente et al [60] ont développé un modèle à partir de celui de Niemeyer et al [42]. Dans ce modèle, le processus de progression de la décharge électrique évolue de la manière suivante: La tête de chaque branche peut amorcer les points environnants en $(i, j \pm 1)$ ou $(i \pm 1, j)$ ainsi que les points se situant en diagonal, c'est à dire en $(i \pm 1, j \pm 1)$ (figure 3.4).

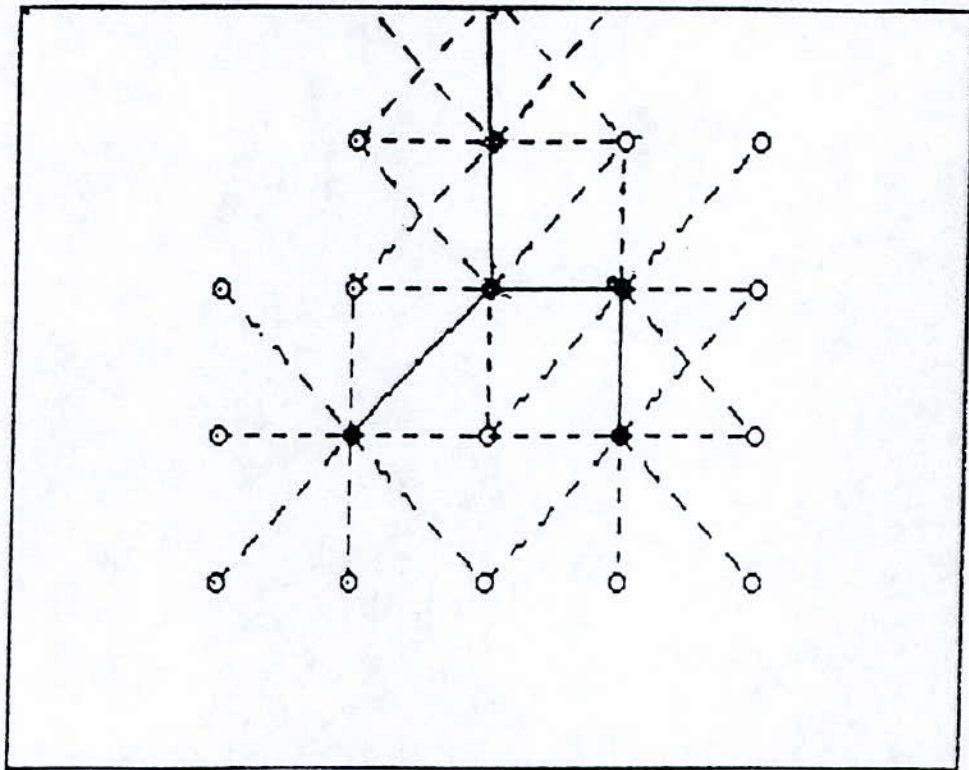


figure 3.4: Modèle de J.L. Vicente et al [60]

La même probabilité de progression que dans le modèle de Niemeyer a été associée et les résultats de la dimension fractale en fonction de l'exposant η sont illustrés par la figure 3.5 .

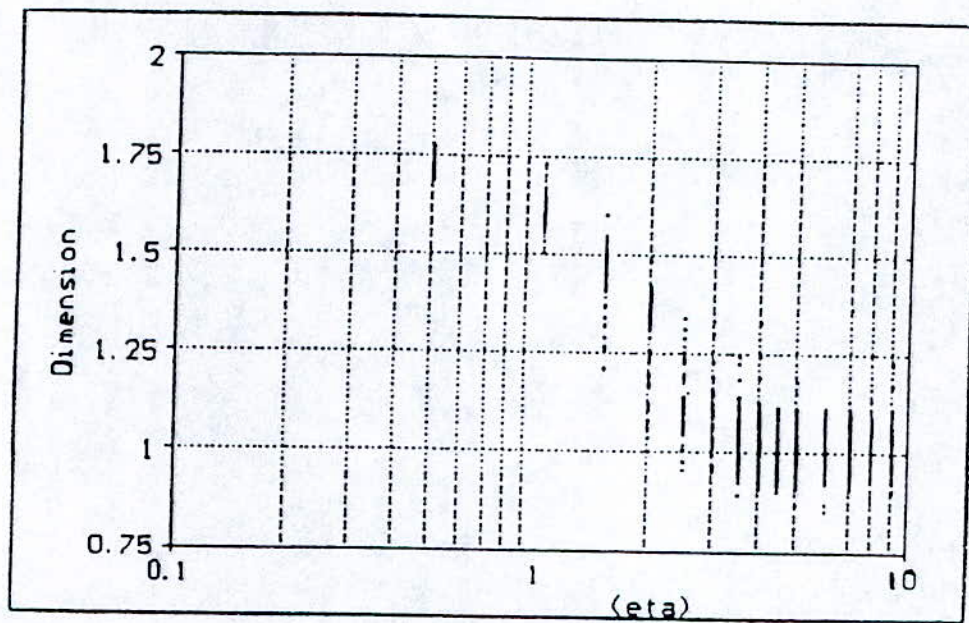


Figure 3.5: Dimension fractale en fonction de l'exposant η [60]

Nous constatons que lorsque η croît de 0,1 à 10, la dimension fractale diminue de 2 (plan) à 1 (linéique). La variation de η a permis de tester le comportement de la dimension fractale dans un modèle à maillage carré et branchements en diagonal.

III.3 Modèle de Wiesmann - Zeller

Partant du modèle NPW, Wiesmann et Zeller [61] ont généralisé ce modèle en le développant sur deux directions:

- En introduisant le champ électrique critique de progression E_c . La probabilité de progression est supposée proportionnelle au champ électrique local E_{loc} si $E_{loc} \geq E_c$ et nulle si $E_{loc} < E_c$;
- En tenant compte d'un champ E_s interne dans la structure de la décharge électrique. Le potentiel de la structure n'est plus égal à V_0 mais à $V_0 + E_s \cdot s$, où s est le segment de la structure qui relie le point à l'électrode.

Les points susceptibles d'être connectés lors de la progression de la décharge électrique sont tels que définis par le modèle NPW, en plus des points situés en diagonal définis par J.L. Vicente et al [60].

La figure 3.6 montre les résultats obtenus pour des branches de streamers formant une équipotentielle lorsque le champ critique E_c et le champ interne E_s sont nuls (a), et lorsque le champ critique est égal au champ initial au bout de la branche (b).

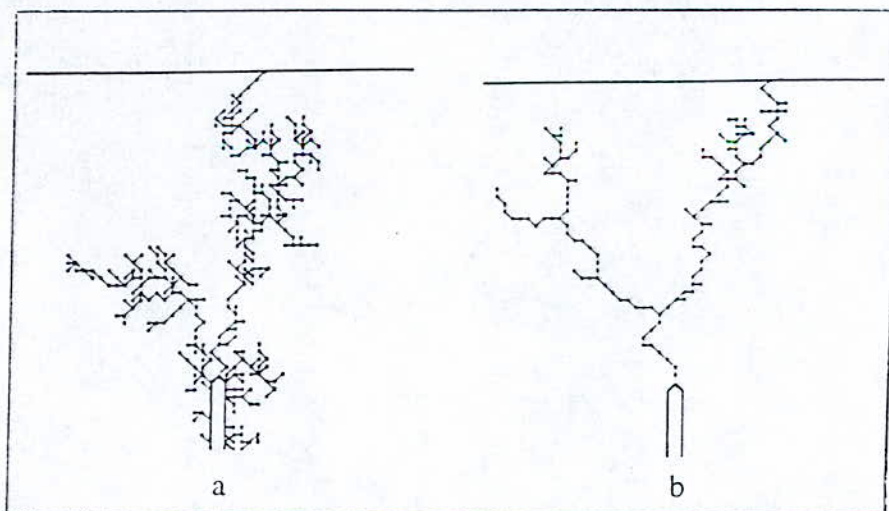


Figure 3.6: Figures fractales obtenues par le modèle WZ [61]

Pour le cas de la figure 3.6.a, à part la possibilité de progression en diagonal, les résultats sont analogues à ceux du modèle NPW.

Quant au cas 3.6.b, le champ électrique critique E_c a une valeur finie, alors que $E_s = 0$. Au début, il n'y a pas de possibilité de ramification; lorsqu'on s'approche de l'électrode opposée, le champ local croît et provoque une augmentation de la probabilité de ramification.

Si $E_c \neq E_s$, alors aucune ramification n'est possible, et la progression s'effectue sous forme d'un filament unique le long du chemin où le gradient du potentiel est maximum. Le champ initial doit être légèrement supérieur à E_c .

La figure 3.7 représente la structure des décharges lorsque $E_c \neq 0$ et $E_s \neq 0$. La chute de tension dans la structure peut engendrer une halte dans la progression des décharges avant que l'électrode opposée ne soit atteinte [61]. Il y a alors une région de l'espace dans laquelle, l'amorçage est confiné à une zone bien limitée et ne traverse pas l'intervalle inter-électrodes.

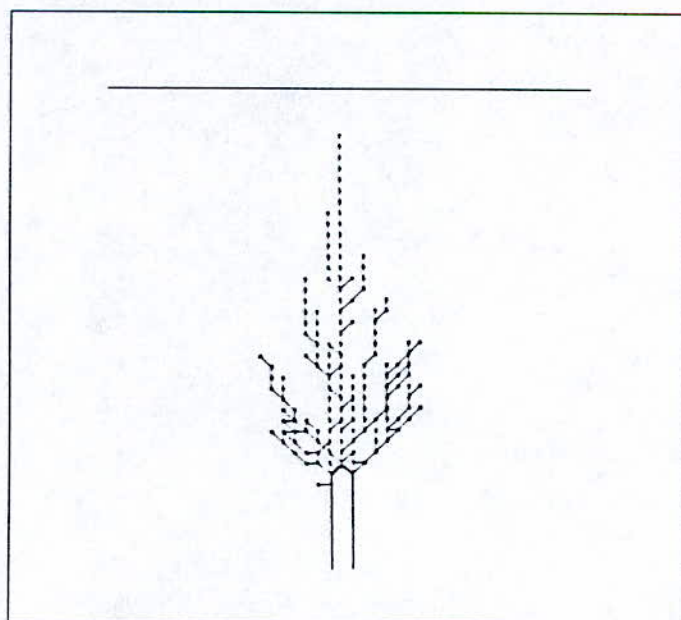


Figure 3.7: Structure de la décharge lorsque $E_s = 5/6 E_c$ [61]

De même qu'à partir du modèle NPW, A.L. Kopershtokh [62] a étudié les décharges radiales (pointe-plan) en prenant en compte, le flux de charges électriques le long des canaux conducteurs des branches, lors du calcul de la distribution du champ électrique.

En outre, un pas de temps est associé à la probabilité de progression d'un des bonds de la décharge; il s'agit du minimum de temps requis pour qu'un bond ait lieu.

Les mesures des caractéristiques fractales montrent que, la structure du streamer ne peut être décrite par une valeur unique de la dimension fractale. Ceci serait dû au fait qu'au voisinage immédiat de l'électrode centrale où le champ est intense, l'amorçage s'effectue rapidement, ainsi la ramification des branches est très dense et remplit donc tout l'espace environnant (branches en buisson).

Dans la région de faible intensité de champ, le streamer se développe en branches dispersées (de type filamenteuses) puisque la relaxation de champ s'effectue.

Lorsque les têtes des streamers s'approchent de l'électrode opposée, le champ électrique croît jusqu'à une valeur constante, le processus s'accélère alors et la structure devient de nouveau très ramifiée (de type arborescentes) [62].

III.4 Conclusion

Nous remarquons que les modèles proposés se rejoignent dans le fait que la dimension des structures étudiées sont fractales, et les figures simulées sont très proches de celles obtenues expérimentalement.

Les paramètres introduits successivement au modèle NPW, par d'autres chercheurs, ont permis d'améliorer ce modèle en tenant compte de nouveaux facteurs physiques, tout en gardant le caractère stochastique des décharges.

CHAPITRE IV

MODELISATION DES DECHARGES ELECTRIQUES

INTRODUCTION

Il est bien connu que lorsqu'une isolation mixte solide/ fluide est soumise à un champ électrique suffisamment élevé, des décharges surfaciques ou volumiques peuvent apparaître sur la surface ou dans le volume de l'isolant solide respectivement. Dans les deux cas, la forme de ces décharges a une structure filamenteuse plus ou moins ramifiée et rappellent les figures de Lichtenberg ou les arborescences. La propagation de ces décharges qui peut mener au contournement ou au claquage de l'isolation, présente un caractère stochastique, et les figures de Lichtenberg laissées lors de leur évolution montrent souvent une self-similarité.

IV. DETERMINATION DE LA DIMENSION FRACTALE DES STREAMERS SE PROPAGEANT A L'INTERFACE LIQUIDE / SOLIDE

Nous nous intéresserons dans ce qui va suivre aux phénomènes de propagation des décharges sous forme de streamers sur la surface des échantillons Polymère en particulier le PVC et l'EPDM de différentes épaisseurs, immergés dans une huile isolante sous tension alternative 50 Hz [16].

Comme nous l'avons déjà mentionné, les décharges en se propageant sur la surface des polymères impriment des traces sur ces derniers sous forme de figures de Lichtenberg. La figure 4.1 donne des exemples de décharges de surfaces sous forme de figures de Lichtenberg dans un gaz SF₆ comprimé dont les propriétés ont été étudiées par Niemeyer et al [42]; la figure 4.2 montre des décharges sur la surface du PVC imprégné dans l'huile de transformateur [16].

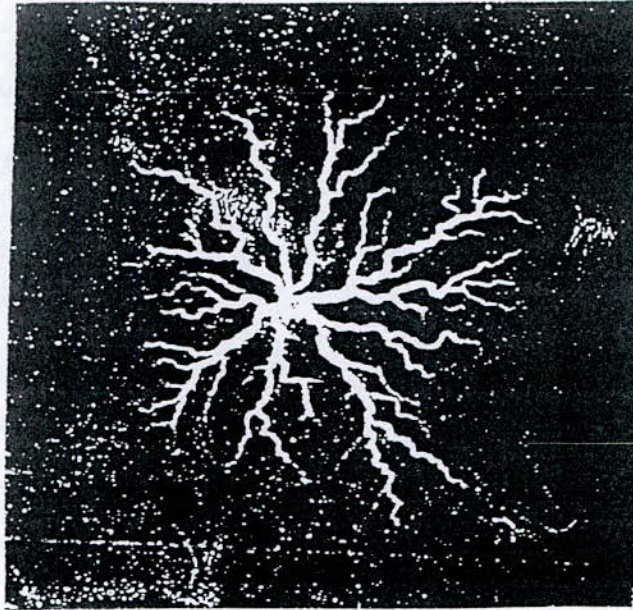


Figure 4.1: Décharges de surface sur une plaque de verre de 2 mm d'épaisseur dans du SF₆ à 0.3 MPa.
Tension appliquée: 30 kV x 1μs impulsionnelle [42]

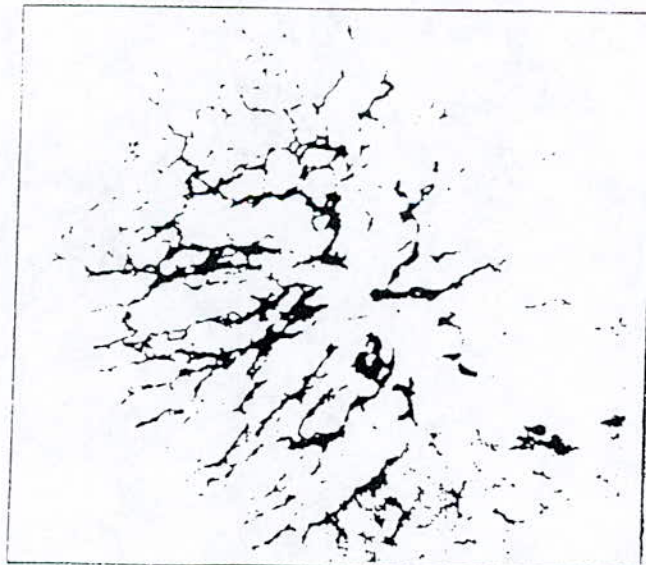


Figure 4.2: Forme des streamers sur l'interface PVC ou EPDM/ huile de transformateur en système pointe-plan sous tension alternative 50 Hz [16]

Il s'agit de savoir si cette structure présente une géométrie fractale, et de calculer éventuellement la valeur de sa dimension fractale. Pour ce faire, nous décrirons d'abord le modèle mathématique de propagation de ces décharges.

IV.1 Description du modèle mathématique

Les paramètres expérimentaux ont été pris de telle sorte que [42, 63, 64] :

- 1) La chute de tension le long du canal de décharge soit faible devant la tension appliquée, afin que les canaux forment approximativement une structure équipotentielle. les canaux sont donc supposés parfaitement conducteurs.
- 2) Le champ électrique montre une symétrie cylindrique et possède sa frontière extérieure à une distance grande des traces de la décharge.
- 3) La croissance des traces de la décharge s'effectue durant un intervalle de temps bien déterminé (de l'ordre de $1\mu\text{s}$) durant lequel les canaux demeurent conducteurs et préservent leur comportement équipotentiel.

Lors des expérimentations, les décharges se manifestent par des canaux équipotentiels croissant dans un plan avec une symétrie radiale à partir du point central.

La structure en branches des figures 4.1 et 4.2 laisse penser que le phénomène évolue avec une dimension fractale [33, 38, 42]. Dans un tel cas, la relation entre la longueur totale de toutes les branches dans un cercle de rayon (r) et le rayon lui même devrait suivre une loi avec un exposant D non entier $N(r) = r^D$ [42, 47, 65].

L'épaisseur des branches est supposée de dimension nulle, elle ne croît pas avec la taille de l'objet.

Dans le but d'étudier les caractéristiques du phénomène de claquage diélectrique par ses propriétés fractales, nous introduisons un modèle maillé approprié que nous traiterons par simulations numériques. Nous considérons un maillage carré (figure 4.3) dans lequel le point central représente une électrode alors que l'autre électrode est représentée par le cercle dont le diamètre est suffisamment grand [65]. Afin de bien définir les différentes étapes du programme nous prenons en considération les hypothèses suivantes [42, 64, 66]:

a) La trace de la décharge croît par pas. La figure (4.3) donne un exemple de la configuration après quelques pas: La trace de la décharge est indiquée par des points noirs reliés par des traits épais. Le potentiel électrique ϕ est défini pour tous les points du maillage par l'équation de Laplace discrétisée, avec les conditions aux limites suivantes:

* $\phi = 1$ pour tout point de la décharge

* $\phi = 0$ hors de la frontière circulaire.

b) A chaque pas, un bond (saut) est ajouté à la trace (de la décharge électrique) reliant l'extrémité de celle-ci avec le nouveau point. Les points susceptibles d'être amorcés sont indiqués sur la figure (4.3) par les bonds en pointillés qui relient le point noir au point blanc.

c) A chaque bond en pointillés, une probabilité d'amorçage est associée. Elle est proportionnelle à la différence de potentiel (champ électrique local) entre les points noirs et blancs reliés par ce bond.

Etant donnée cette distribution de probabilité, un nouveau bond (et un point) est choisi aléatoirement et ajouté à la trace de la décharge. Avec cette nouvelle trace, on recommence

le processus à nouveau. Ces règles définissent aussi le début du processus de croissance à partir du point central.

Il est à noter que les branches de la décharge électrique ne s'entrecroisent pas; les traces sont simplement connectées les unes aux autres.

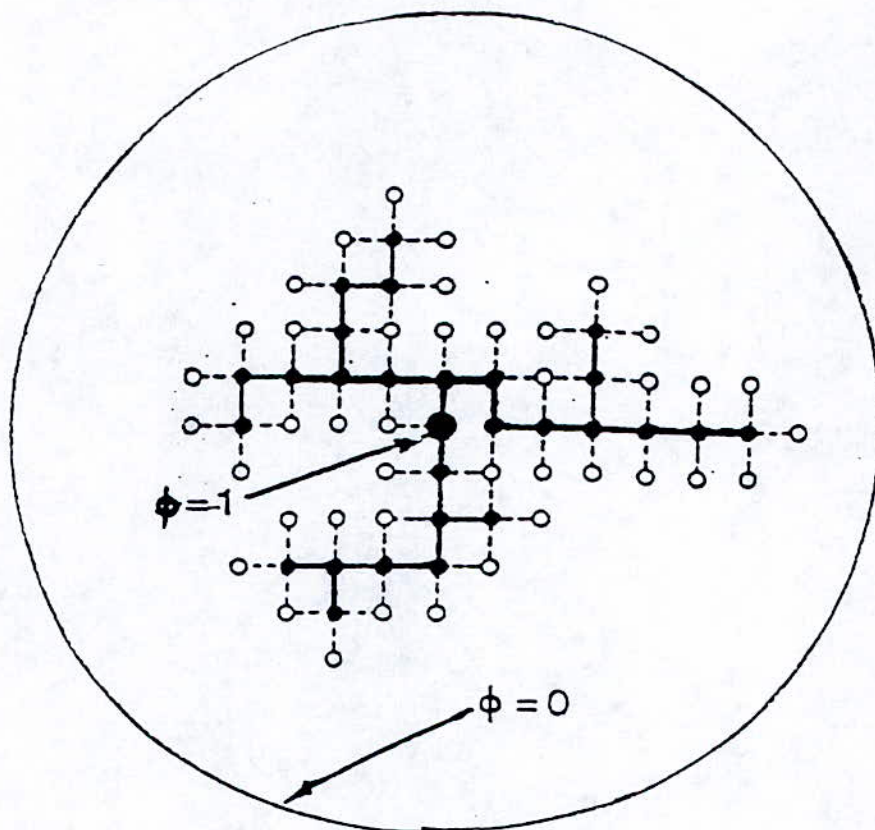


Figure 4.3: Modèle qui illustre la simulation d'une décharge électrique

IV.2 Résolution numérique du potentiel, méthode de Gauss-Seidel

Sachant que le potentiel est connu en deux limites du domaine: le centre et la frontière extérieure, il est donc utile de calculer le potentiel en tout point du domaine à l'aide d'une méthode numérique.

Comme l'équation de Laplace est une équation elliptique [67] de la forme $\nabla^2\varphi = 0$, c'est à dire

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = g \quad \text{avec } g = 0 \quad (4.1)$$

sa résolution à l'aide de la méthode des différences finies donne des résultats satisfaisants. La mise en équation à l'aide des différences finies comporte les étapes suivantes:

- a) Définition d'un maillage couvrant le domaine et sa frontière;
- b) Expression des dérivées à l'aide des différences finies en tout noeud intérieur au domaine, ces termes contiennent des points situés sur la frontière;
- c) Expression des valeurs de la fonction en tout point sur la frontière en tenant compte des conditions aux limites. On obtient alors un système de N équations à N inconnues dont on choisit une technique de résolution.

Il faut donc résoudre l'équation de Laplace suivante:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0 \quad (4.2)$$

assortie des conditions aux limites ci-dessus.

En chaque noeud intérieur ($1 \leq i \leq N$ et $1 \leq j \leq N$), on exprime alors l'équation (4.2) à l'aide des différences finies, ce qui donne l'équation suivante [67, 69]:

$$\frac{1}{(\Delta x)^2}(\varphi_{i-1,j} - 2\varphi_{i,j} + \varphi_{i+1,j}) + \frac{1}{(\Delta y)^2}(\varphi_{i,j-1} - 2\varphi_{i,j} + \varphi_{i,j+1}) = 0 \quad (4.3)$$

On utilise alors la méthode de Gauss-Seidel pour calculer numériquement le potentiel en tout point du domaine.

Après multiplication par $(\Delta x)^2$ et regroupement des termes, l'équation (4.3) s'écrit:

$$\varphi_{i-1,j} + \varphi_{i+1,j} - 2\left[1 + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2\right]\varphi_{i,j} + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2\varphi_{i,j-1} + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2\varphi_{i,j+1} = 0 \quad (4.4)$$

on voit bien que le coefficient de $\varphi_{i,j}$ est plus grand en module. On peut donc écrire:

$$\varphi_{i,j} = \frac{\left[\varphi_{i-1,j} + \varphi_{i+1,j} + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2\varphi_{i,j-1} + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2\varphi_{i,j+1}\right]}{2 + 2\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2} \quad (4.5)$$

Nous voyons par conséquent que si on prend un maillage carré où $\Delta x = \Delta y$, on obtient:

$$\varphi_{i,j} = \frac{1}{4}(\varphi_{i-1,j} + \varphi_{i+1,j} + \varphi_{i,j-1} + \varphi_{i,j+1}) \quad (4.6)$$

On applique alors le procédé d'itération de Gauss-Seidel [67, 68]; on se donne une distribution $\varphi_{i,j}^{(0)}$ qui, portée dans le second membre de (4.6) pour chaque couple (i,j) donne une nouvelle valeur $\varphi_{i,j}^{(1)}$, et ainsi de suite.

Après chaque saut (connexion d'un point à la trace de la décharge), l'équation de Laplace doit être résolue de nouveau en tenant compte de la nouvelle distribution du champ électrique à cause de l'évolution de la décharge électrique.

IV.3 Détermination de la probabilité de progression de la décharge électrique

Comme la progression du canal de décharge électrique se fait par bond (dans la simulation), alors les points entourant l'extrémité du canal sont amorcés par une loi probabilistique. C'est pour cela qu'on a utilisé la méthode de Monte-Carlo.

La méthode de Monte-Carlo est utilisée pour une propriété essentielle, celle de pouvoir simuler des distributions de grandeurs aléatoires. Cette technique consiste à générer des nombres aléatoires [67], c'est à dire tirés au sort dans un intervalle [0, 1] et de les comparer au potentiel du point considéré comme nous le verrons plus loin.

Afin de générer des nombres aléatoires dont la distribution $f(x)$ n'est pas uniforme entre a et b (a et/ou b peuvent être infinis), on a besoin d'engendrer des fonctions de distribution; la distribution uniforme (rectangulaire) signifie que pour obtenir des nombres aléatoires dans une distribution rectangulaire, on utilise des tables. Lorsqu'on utilise un ordinateur, on construit des nombres pseudo-aléatoires [67]; ils diffèrent des nombres aléatoires du fait que, lorsque le ou les premiers sont arbitrairement choisis, toute la suite est complètement déterminée, la séquence est alors reproductible, ce qui permet de vérifier les programmes dans lesquels ils sont utilisés.

Générer des nombres aléatoires dans une distribution non uniforme signifie que si on engendre un tel ensemble de nombres ξ , la proportion de ces nombres tels que $x \leq \xi \leq x + dx$, vaut $f(x)dx$.

Une manière équivalente d'exprimer cela est de dire que la probabilité pour que ξ tombe dans l'intervalle $[x, x+dx]$ vaut $f(x)dx$. Soit $F(x)$ la fonction de répartition de $f(x)$ définie par:

$$F(x) = \int_a^x f(x)dx \quad (4.7)$$

Pour $a \leq x \leq b$, on a $0 \leq F(x) \leq 1$.

Etant donné un nombre aléatoire r à distribution uniforme sur $[0,1]$, on lui associe ξ défini par:

$$r = F(\xi) = \int_a^{\xi} f(u)du \quad (4.8)$$

La fonction de distribution de ξ , soit $g(x)$, est telle que:

$$dP = \text{Prob}(x \leq \xi \leq x + dx) = g(x)dx \quad (4.9)$$

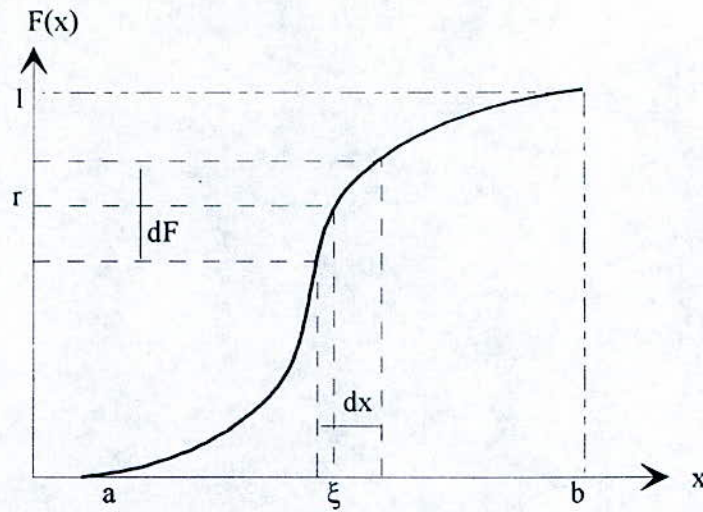


figure 4.4

la figure 4.4 montre que la probabilité dP pour que ξ tombe dans l'intervalle dx est égale à celle pour que r tombe dans dF et qui vaut dP .

$$dP = dF = \frac{dF}{dx} dx = f(x) dx \quad (4.10)$$

En comparant (4.9) et (4.10), on voit que $f(x) = g(x)$.

Par conséquent la fonction densité de probabilité $f(x)$ est constante selon :

$$f(x) = 1 \quad \text{si } 0 \leq x \leq 1 \quad \text{et } f(x) = 0 \quad \text{ailleurs.}$$

La fonction de probabilité cumulée est donnée par l'expression suivante:

$$P(\xi < \eta) = \int_0^\eta f(p) dp = \eta \quad (4.11)$$

c'est à dire la probabilité pour qu'un nombre aléatoire ξ tombe dans l'intervalle $[0, \eta]$ est égale à η .

Pour un potentiel normalisé par rapport à la différence de potentiel extrême nous avons:

$$P(\xi < (1 - \Phi)) = 1 - \Phi \quad (4.12)$$

$$\Phi_{\max} = 1, \Phi_{\min} = 0 \quad \text{et} \quad 0 \leq \Phi \leq 1$$

Or la probabilité pour qu'un saut ait lieu entre deux points voisins de la décharge électrique est reliée au champ électrique local, c'est à dire à la différence de potentiel entre ces deux points. Par conséquent, plus la différence de potentiel est grande, plus la probabilité est importante et vice versa. Il s'agit alors de comparer un nombre aléatoire généré dans l'intervalle $[0, 1]$ avec le potentiel du point considéré.

En considérant ainsi les cas extrêmes, on peut bien expliquer que si le point voisin de la tête de la décharge est au potentiel $\Phi_1 = 1$

$$\text{alors} \quad P(\xi < (1 - \Phi_1)) = P(\xi < 0) = 0$$

Il n'y a donc pas de chance pour que ce point soit amorcé. Par contre, si le potentiel est $\Phi_0 = 0$, la différence de potentiel est maximale (le champ électrique aussi); on aura

$$P(\xi < (1 - \Phi_0)) = P(\xi < 1) = 1$$

la probabilité d'amorçage est alors entière.

On tiendra compte de cette probabilité dans le programme en exprimant ceci:

Si $(\xi < (1 - \Phi))$ alors il y a claquage, cela veut dire qu'il y a un saut d'un point à un autre du maillage. ξ est le nombre aléatoire généré par une fonction intrinsèque du langage Fortran.

L'algorithme de la progression des décharges et du calcul de la dimension fractale se présente comme indiqué sur la figure 4.5

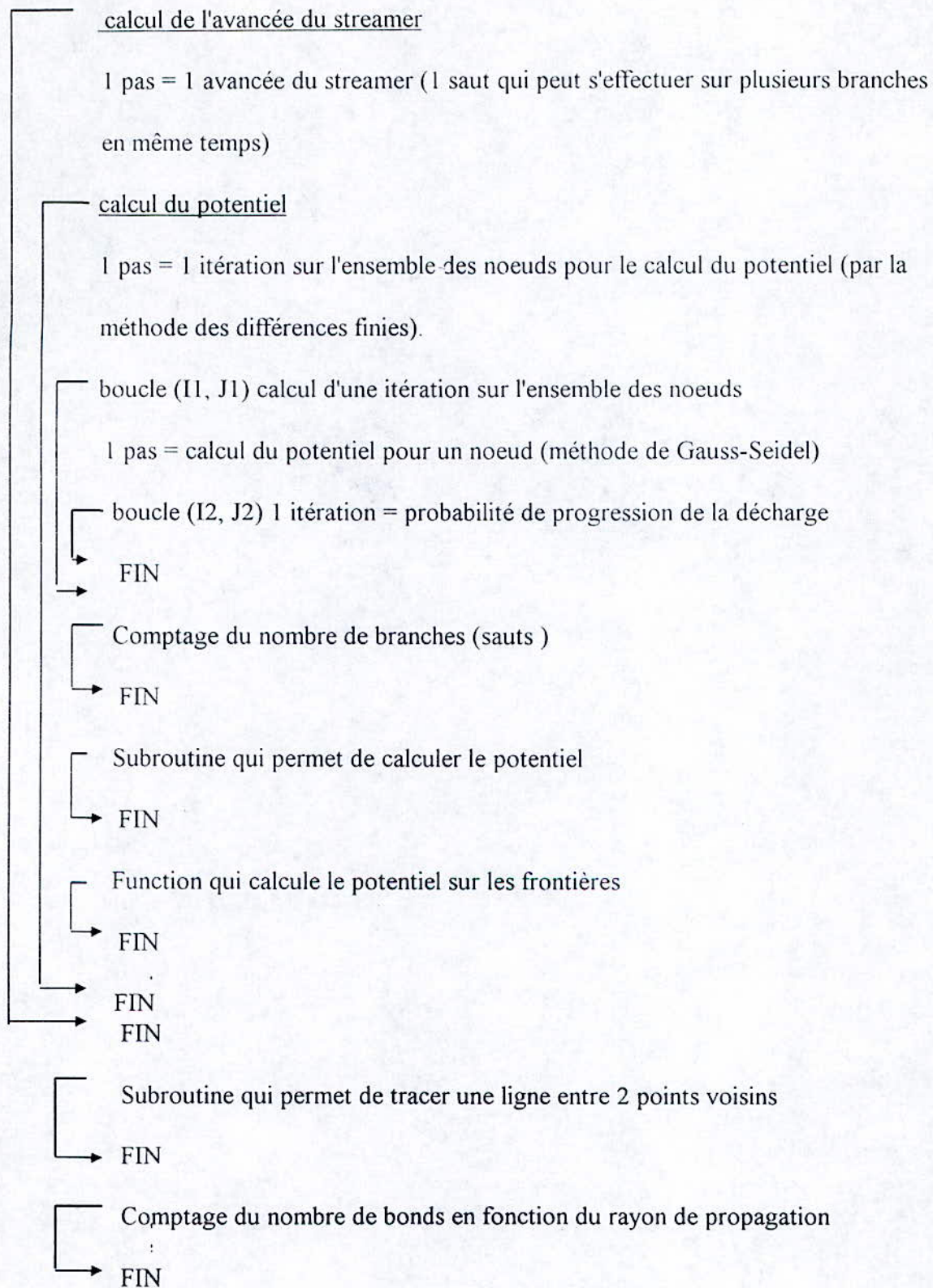


Figure 4.5: Algorithme de calcul de la dimension fractale

Remarquons que les branches et les rayons sont calculés de façon adimensionnelle (puisque ils possèdent la même unité); ceci implique que le nombre de branches ou la longueur des branches se confondent.

Nous avons élaboré un premier programme qui calcule le nombre de branches (Nbre) créées par la progression de la décharge en fonction du nombre d'itérations qui fait avancer cette décharge. En variant le nombre d'itérations (L), on arrivait à calculer le nombre de sauts effectués par la décharge.

En fonction de la finesse du maillage (N), nous avons relevé la valeur du nombre de branches en fonction du nombre d'itérations. On a ainsi tracé les courbes donnant Log (Nbre) en fonction de Log (L) pour différents (N) (Figure 4.6 à 4.8).

En traçant les courbes $\text{Log (Nbre)} = f(\text{Log(L)})$, nous obtenons des droites. Comme la dimension fractale est donnée par la relation suivante (Eq. 2.16):

$$D = \frac{d \log(BRA)}{d \log(R)}$$

d'où la pente de la droite des courbes $\text{Log (Nbre)} = f(\text{Log(L)})$ représente la dimension fractale recherchée.

Nous remarquons à la figure 4.6 que la droite ne passe pas par tous les points; ceci est dû au fait que le maillage n'est pas serré ($N = 35$) et donc le calcul numérique du potentiel n'est pas précis. La précision est d'autant meilleure que le maillage est fin [65]. En revanche, lorsque le maillage devient trop serré ($N > 200$, voir figures 4.8.a et 4.8.b), le nombre d'itérations dans ce cas peut dépasser $L = 150$; dans ce cas la droite passe bien par tous les points mais sa pente tend vers 2, donc vers la dimension Euclidienne. Ceci s'explique par le fait qu'en progressant par un nombre d'itérations élevées, la décharge électrique occupe presque

tous les noeuds du maillage et devient plus compacte. Par conséquent, sa dimension tend à devenir bidimensionnelle.

La figure 4.9 donne la courbe de la dimension fractale en fonction de la finesse du maillage. Nous remarquons que le point optimal est obtenu lorsque l'ordre de la finesse du maillage se situe entre 50 et 75 correspondant aux courbes des figures 4.7.a et 4.7.b. En ce point, la dimension fractale (la pente de cette droite) vaut $D \approx 1.7$, ce qui correspond à celle trouvée par le modèle de l'agrégation à diffusion limitée (DLA) largement développé par T.A. Witten et L.M. Sander [38, 45].

Nous remarquons enfin que pour des maillages dont la finesse varie beaucoup (entre 35 et 200), les droites de la caractéristique $\text{Log}(\text{Nbre}) = f(\text{Log}(L))$ ont des pentes voisines comprises entre 1 et 2 (figure 4.10); ceci prouve que le programme reste valide pour de larges variations de L et N.

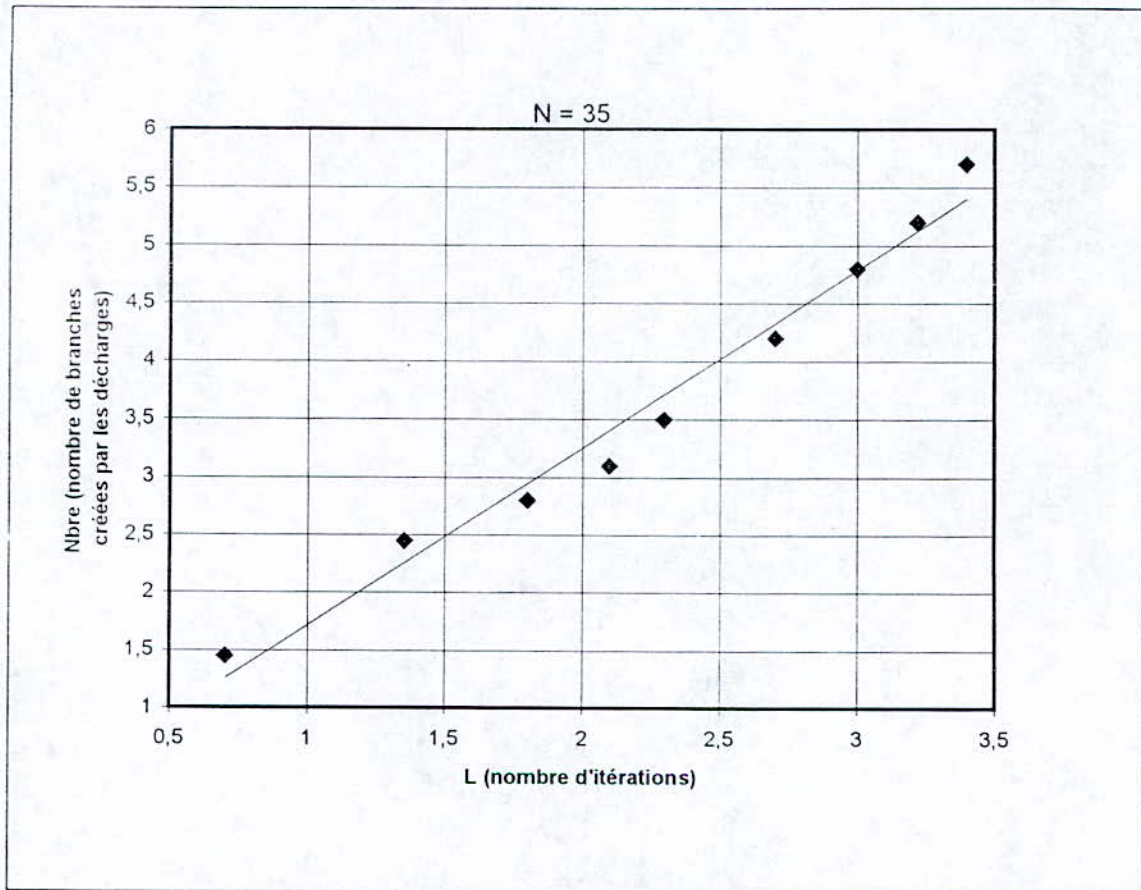


Figure 4.6: Logarithme du nombre de branches en fonction du logarithme du nombre d'itérations

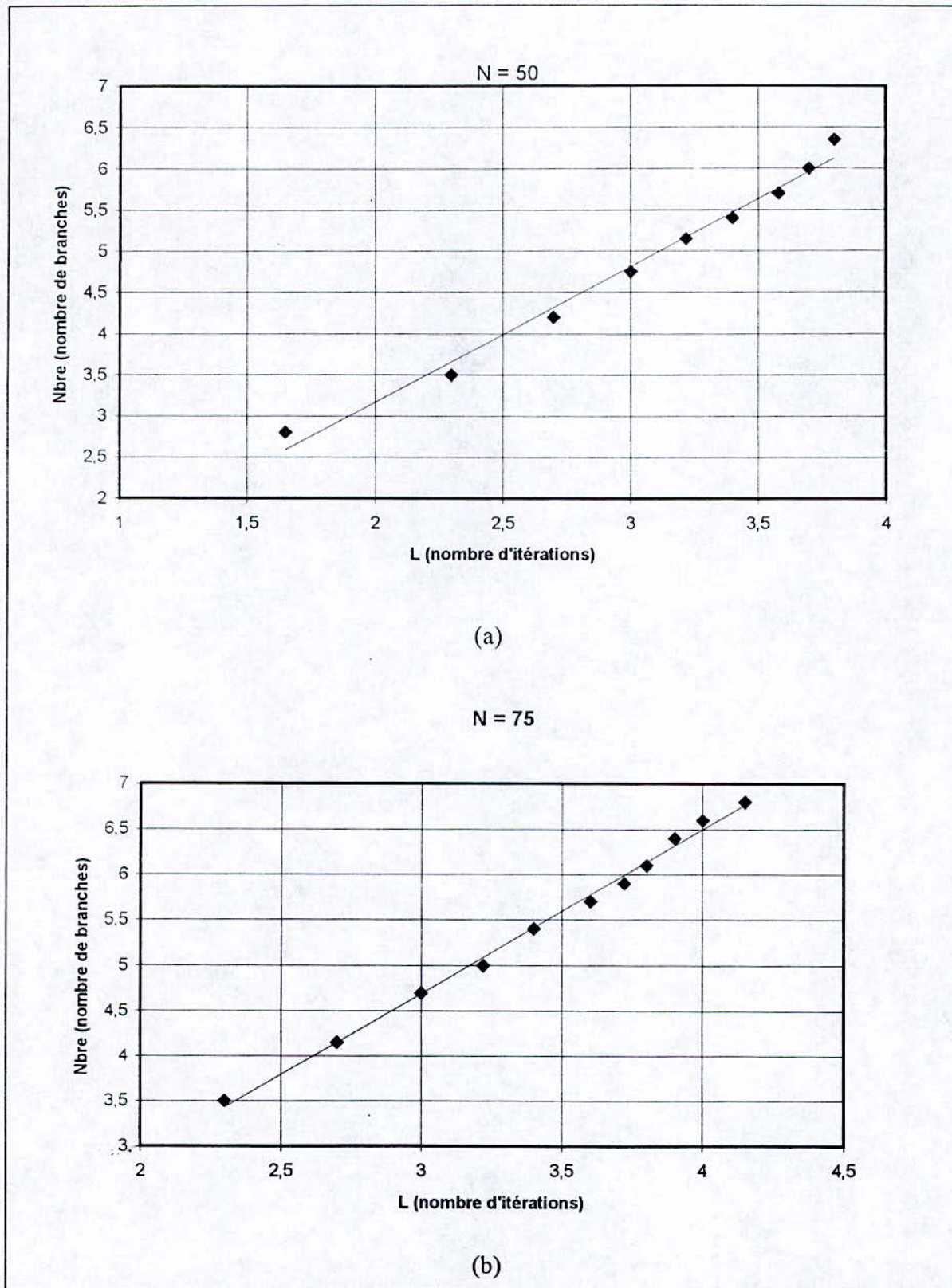


Figure 4.7: $\text{Log}(\text{Nbre}) = f(\text{log}(L))$

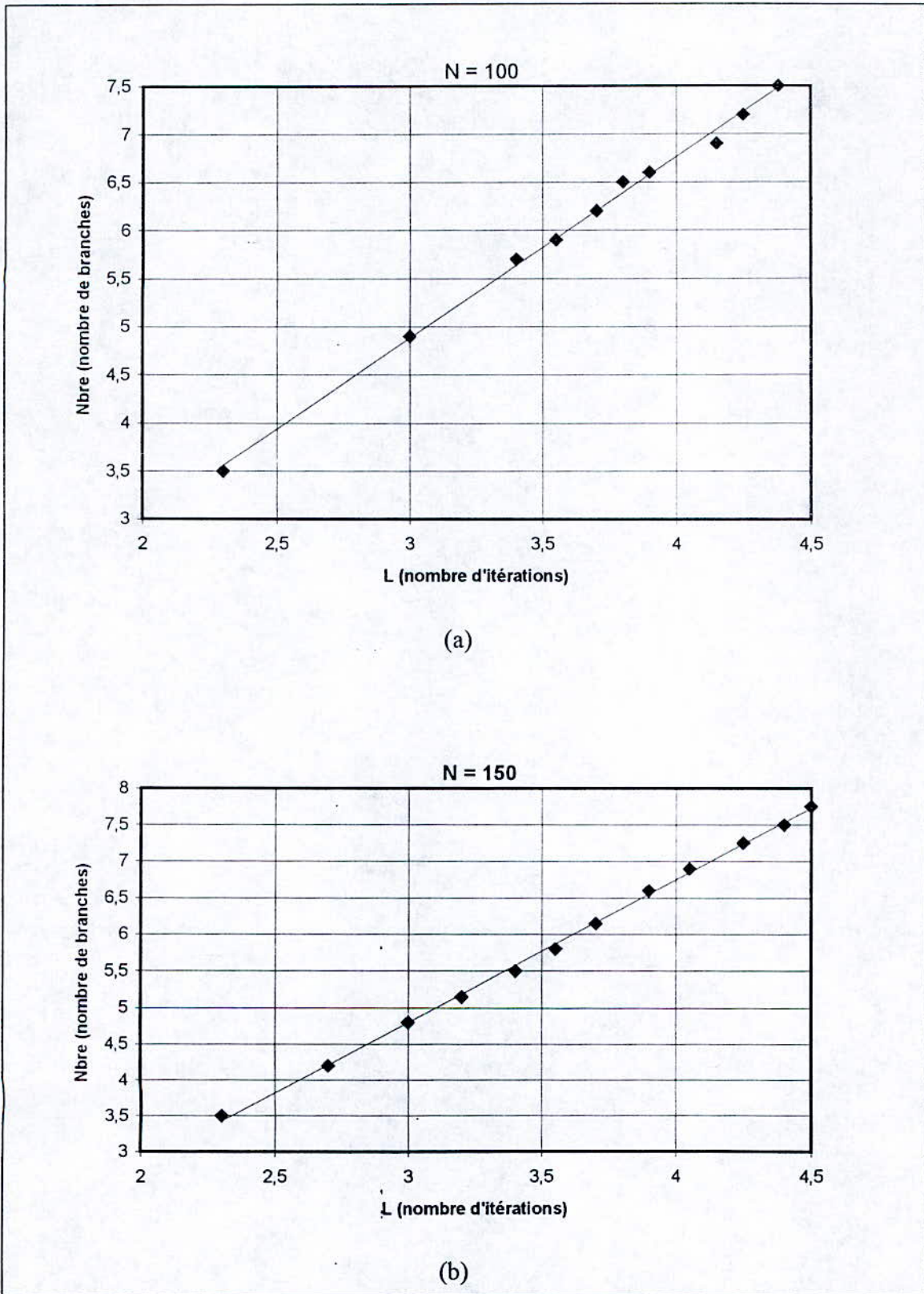


Figure 4.8: $\text{Log}(\text{Nbre}) = f(\text{Log}(L))$

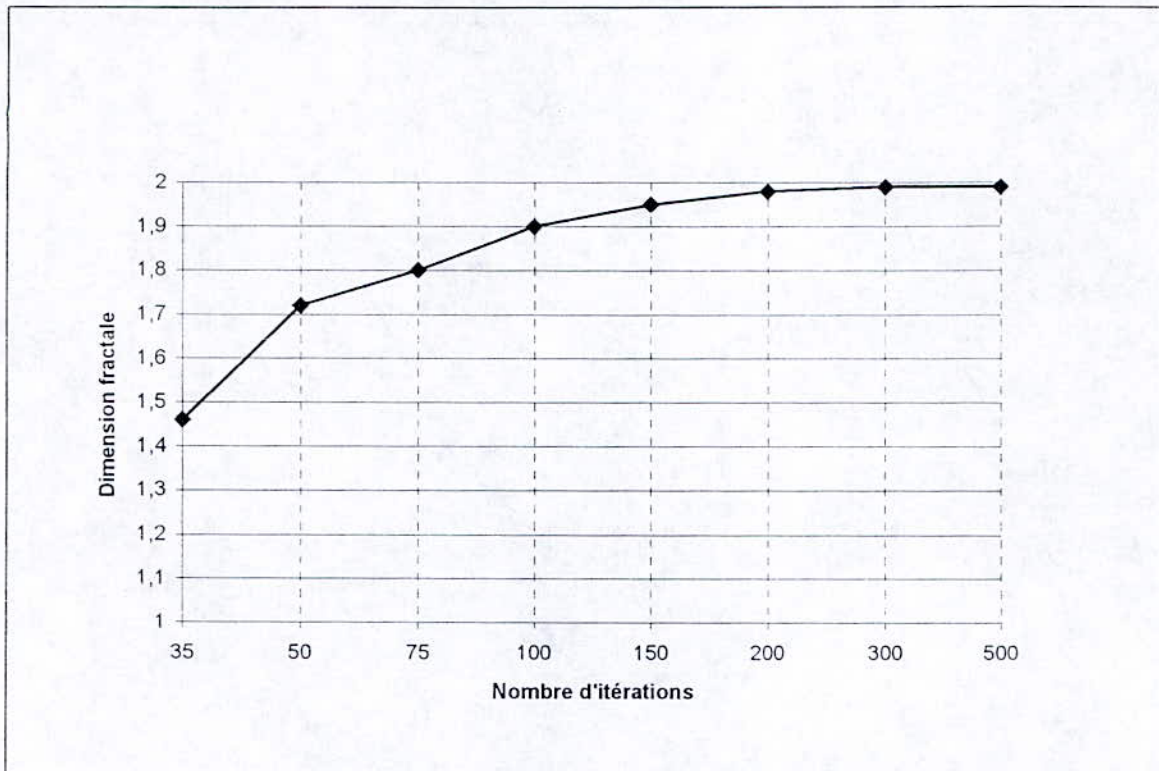


Figure 4. 9: Dimension fractale en fonction du nombre d'itérations

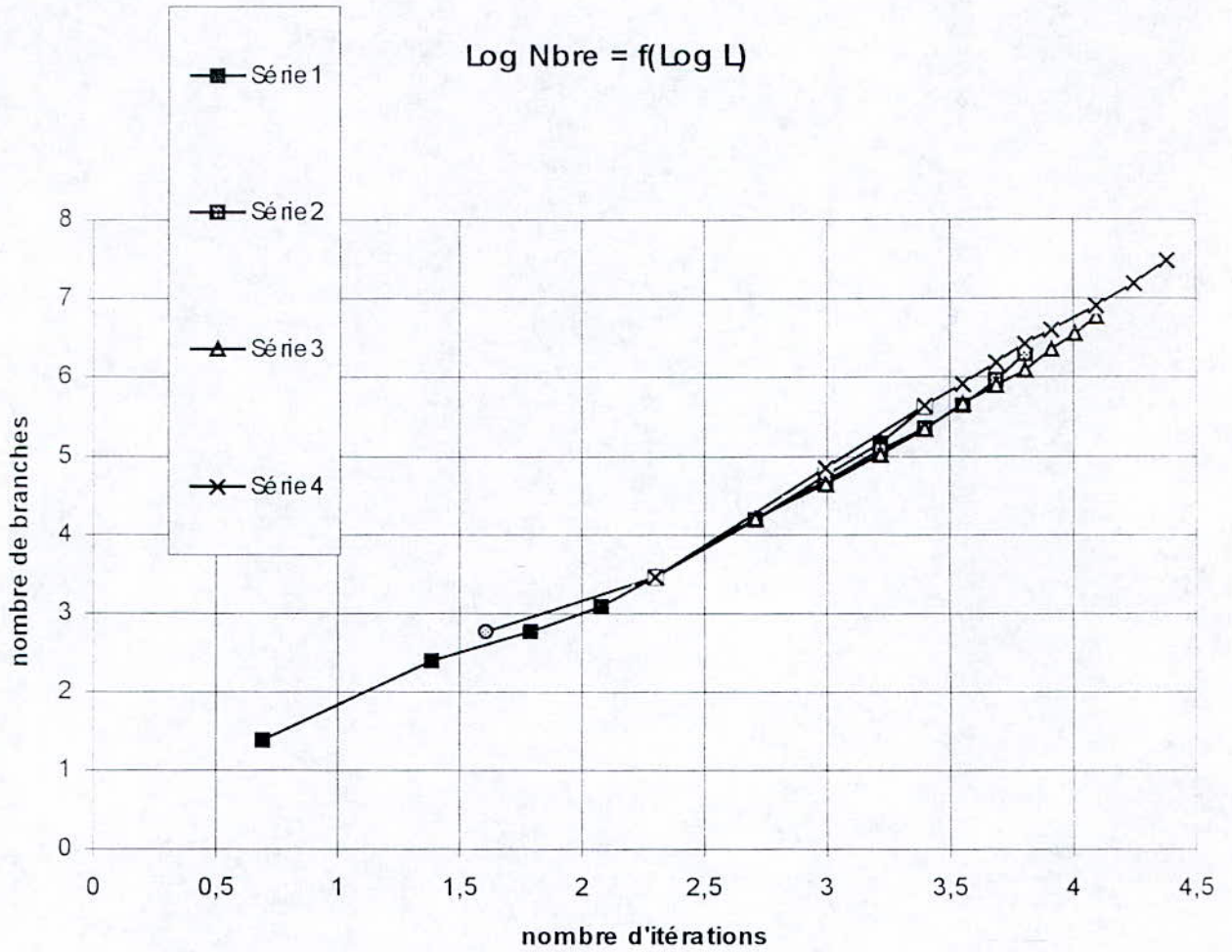


Figure 4.10: $\text{Log}(\text{Nbre}) = f(\text{Log}(L))$ pour différentes valeurs de N

serie 1 \Rightarrow N = 35

serie 2 \Rightarrow N = 75

serie 3 \Rightarrow N = 100

serie 4 \Rightarrow N = 200

Dans ce qui précède, nous avons remplacé les rayons dans lesquels évoluent les décharges par le nombre d'itérations (L) qui permettent à la décharge électrique d'avancer en comparant à chaque pas le potentiel de la tête du canal de la décharge aux potentiels des 4 noeuds environnants. Le résultat, par cette méthode, est satisfaisant mais le calcul de la dimension fractale à partir du rayon R aboutit à la loi qui relie celle-ci à R, c'est à dire :

$$B(r) = r^D$$

Par conséquent, pour chaque rayon r donné des figures de Lichtenberg, on peut déterminer la longueur totale des branches contenues dans ce rayon. Cette loi relie donc deux paramètres physiques de la décharge; alors que dans notre cas, par analogie, s'il est permis d'écrire que

$$B(L) = L^D$$

le nombre d'itérations L ne représente pas un paramètre physique; cette loi n'est donc pas vérifiable en pratique.

Afin de pallier à cet inconvénient, nous avons amélioré le programme en tenant compte plutôt du rayon de propagation des décharges que du nombre d'itérations qui faisaient progresser la décharge.

IV.4 Organigramme de calcul de la dimension fractale

Le programme calcule le nombre de bonds (de branches ou encore de points amorcés) effectués dans un rayon donné. On obtient alors un tableau de valeurs du nombre de branches en fonction du rayon de l'enveloppe dans laquelle évoluent les décharges.

Les organigrammes qui ont permis de simuler les décharges électriques, de les tracer et de déterminer leur dimension fractale sont illustrés par les figures 4.11 à 4.14

A l'aide d'un code de calcul CAO.BIBS élaboré par le Centre de Génie Electrique de Lyon (CEGELY) et le Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble (LEG) [71], nous avons pu tracer la propagation des streamers pour différents rayons de l'enveloppe limite dans laquelle évoluent ces streamers.

Les abréviations utilisées dans les organigrammes sont les suivantes:

- * LIBRE, FIXE1, FIXE0: paramètres, tels que:
LIBRE = 0, FIXE1 = 1 et FIXE0 = -1 .
- * NBRE: Nombre de branches (bonds) créées dans un rayon donné de la décharge.
- * RI(I₀): Rayon de propagation (pas) de la décharge.
- * RAYN: fonction qui calcule le rayon en un point repéré par (I, J) par rapport au centre de la décharge électrique.
- * CALC: Subroutine qui calcule le potentiel en tout point du domaine.
- * ND (I, J), ND2 (I, J) et ND3 (I, J): différentes matrices du potentiel.
- * RAN (ISEED): Fonction intrinsèque qui génère des nombres aléatoires.
- * SOM: Somme des 4 potentiels calculés autour d'un point central.
- * TEMP: Potentiel (temporaire) d'un point du maillage.
- * VERIF: Variable logique.

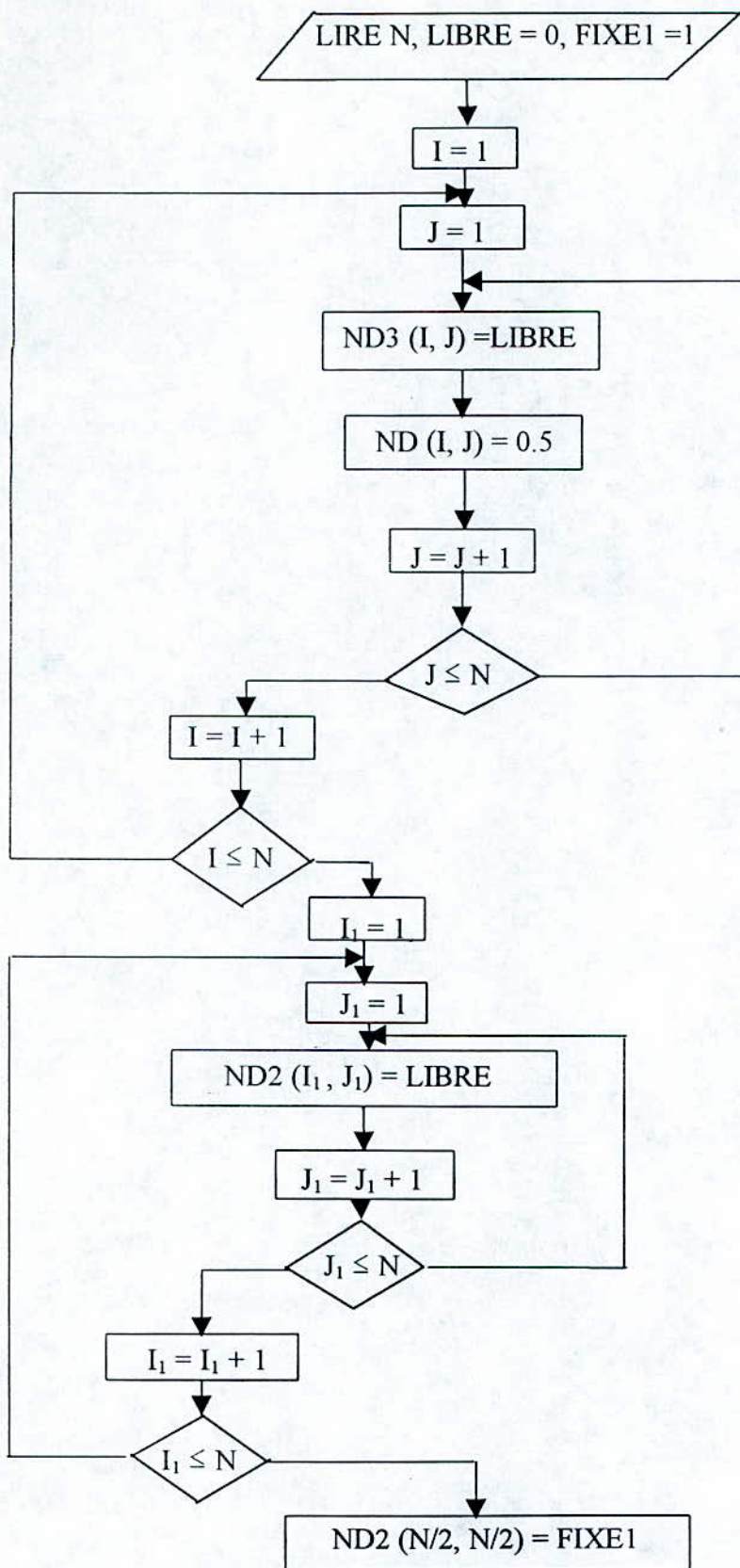
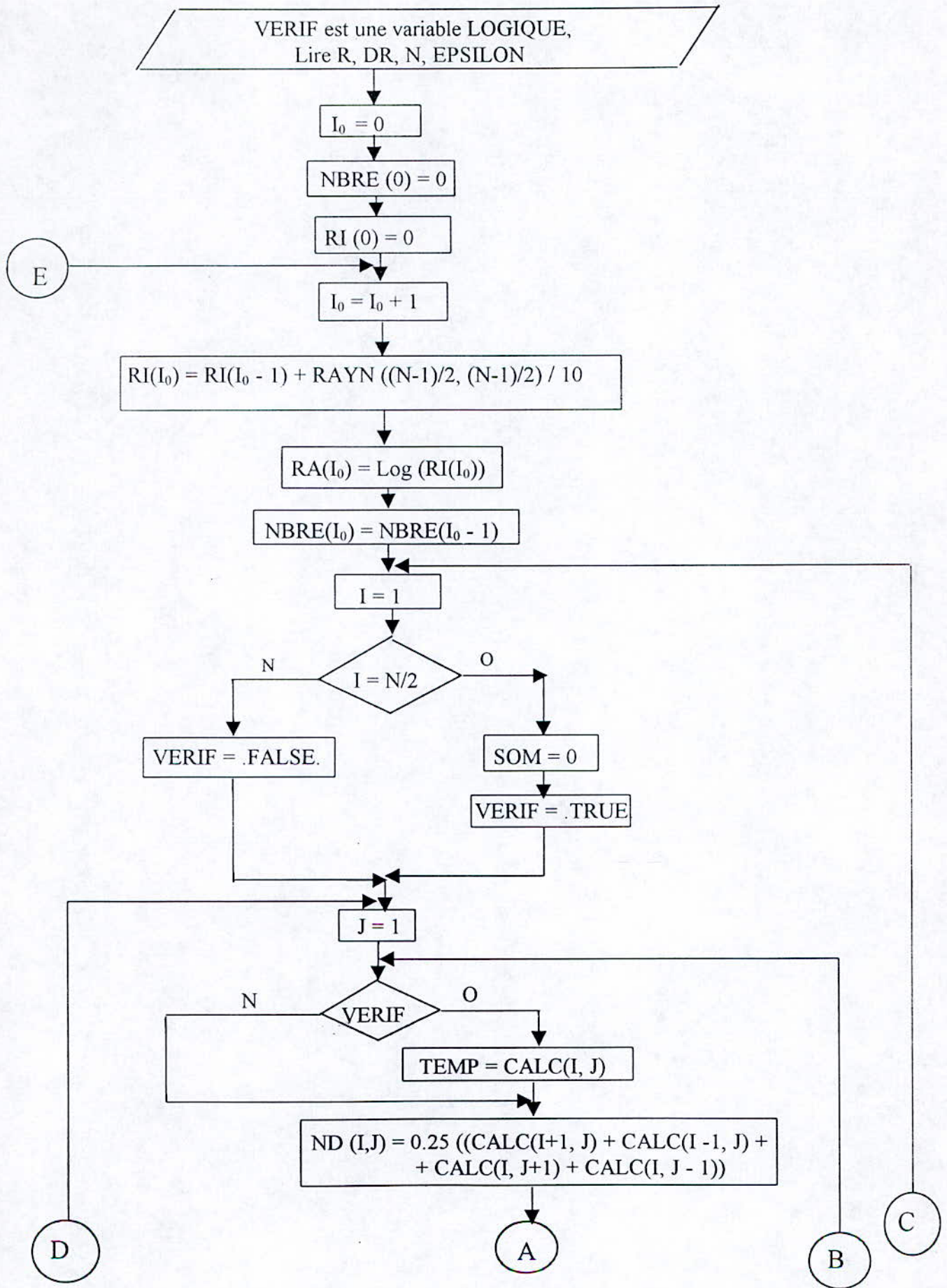


Figure 4.11: Organigramme qui permet d'initialiser la matrice des potentiels afin de déterminer la distribution du potentiel sur l'échantillon solide



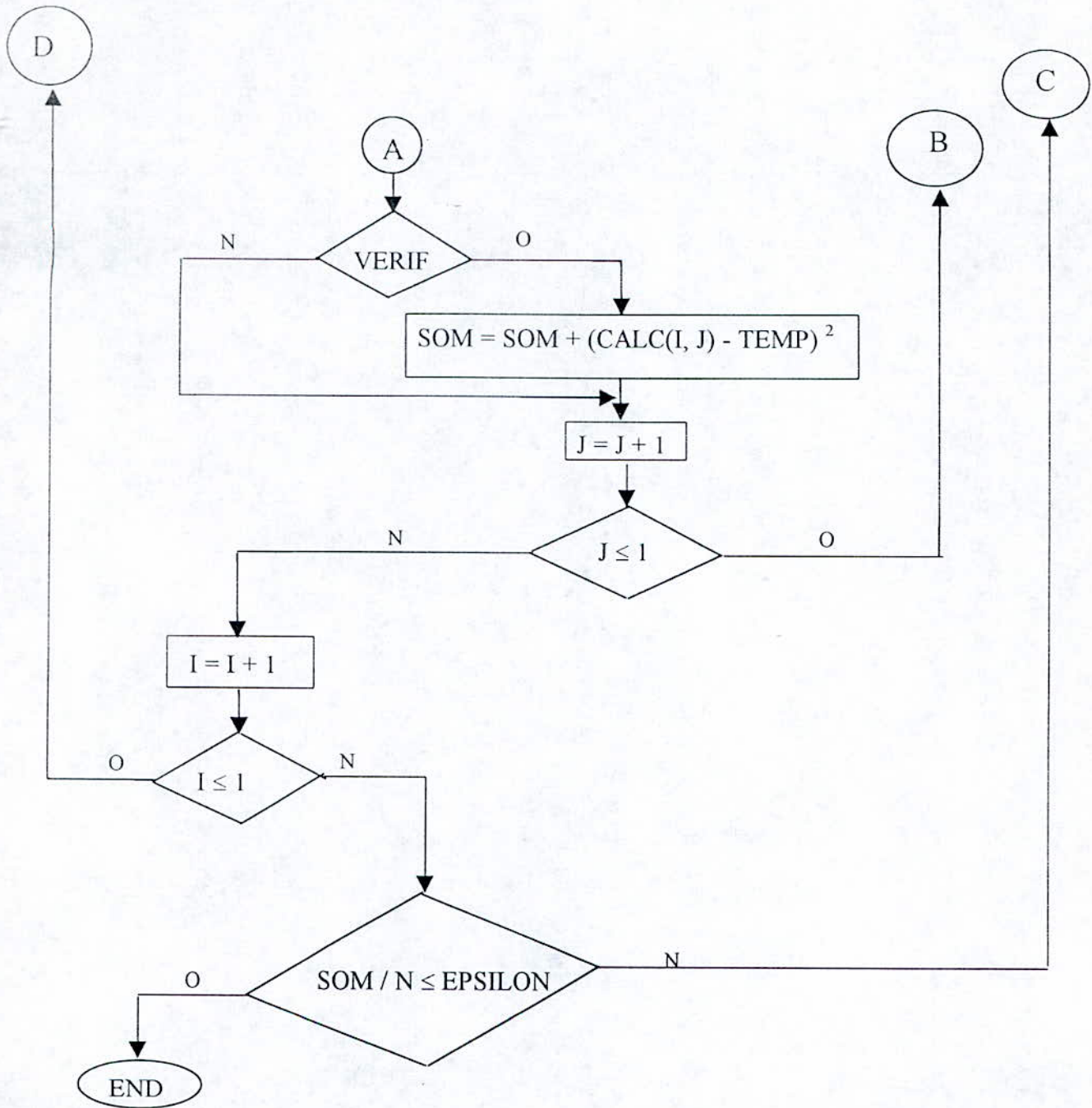
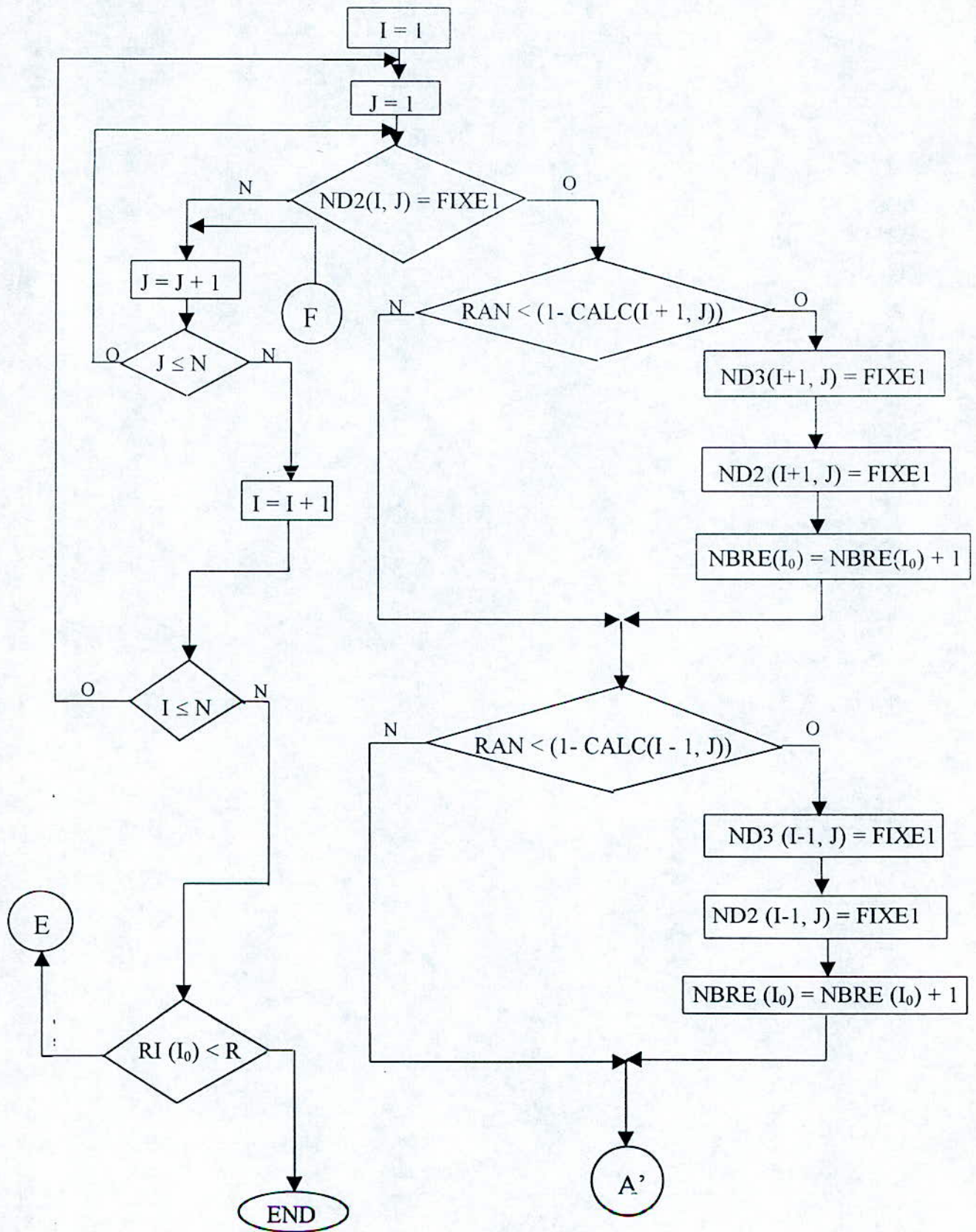


Figure 4.12: Organigramme qui calcule la distribution du potentiel sur l'échantillon solide



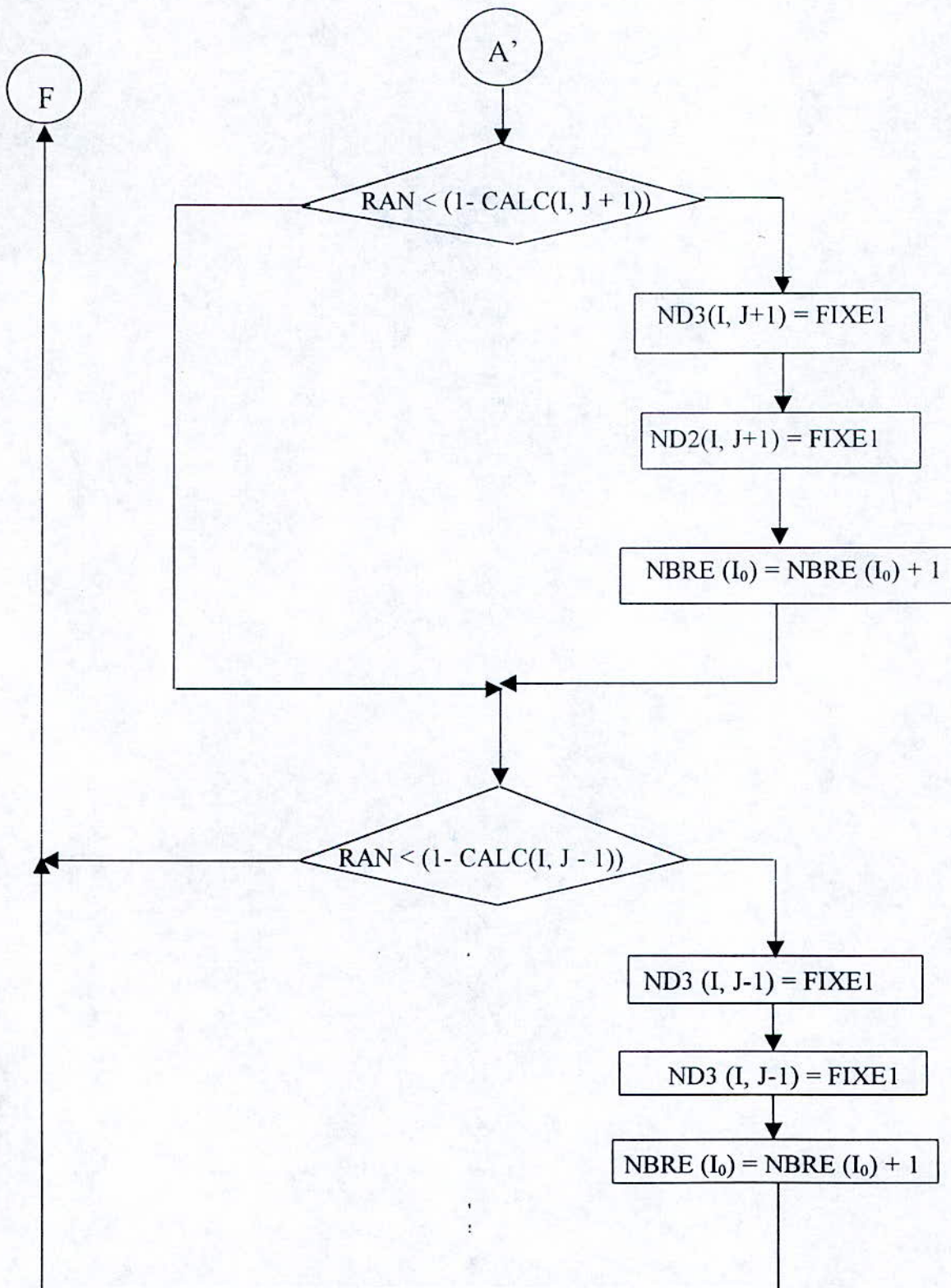


Figure 4.13: Diagramme donnant la progression de la décharge électrique
et le nombre de branches contenues dans différents rayons

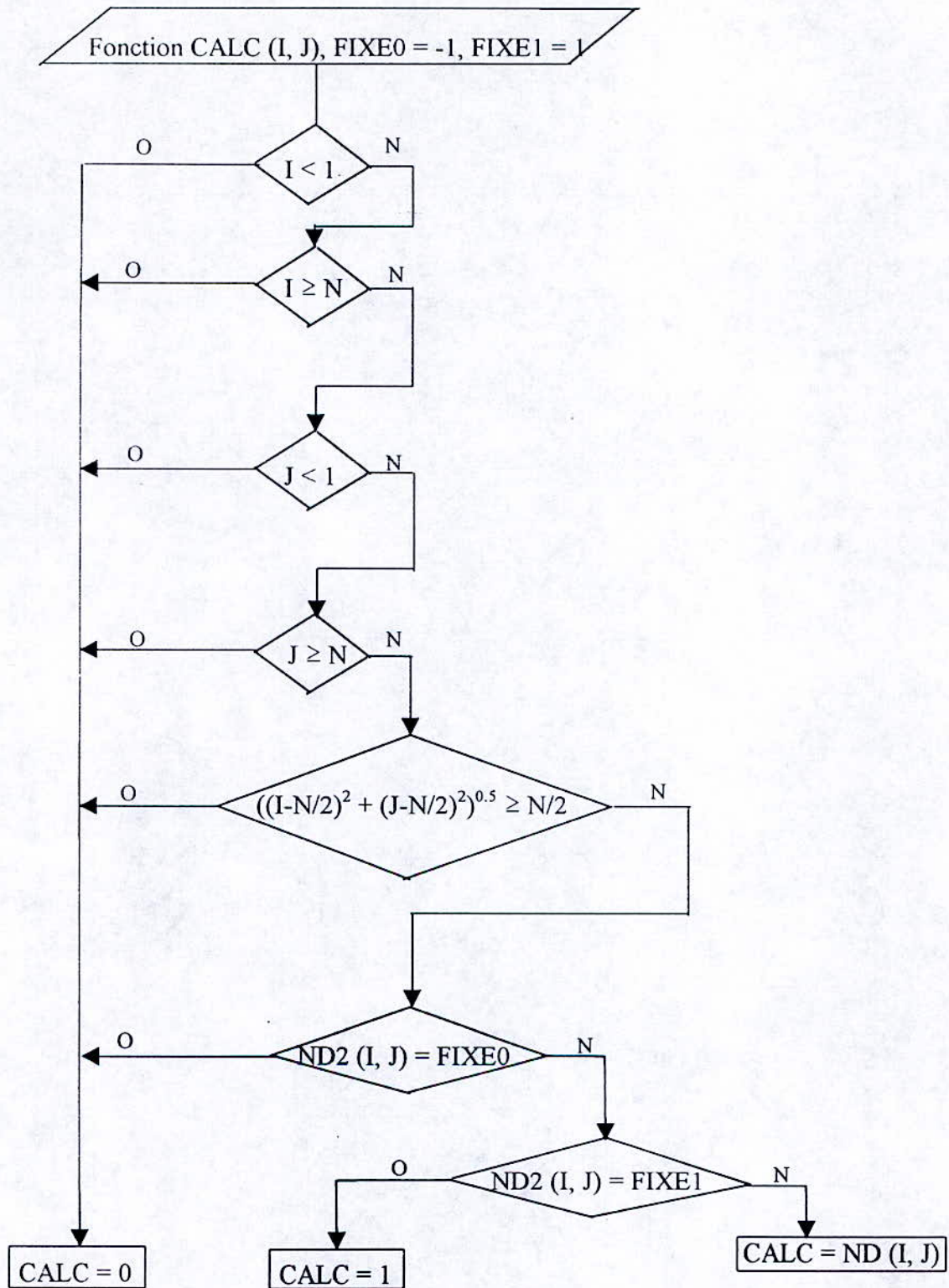


Figure 4.14: Organigramme donnant la fonction qui calcule le potentiel aux limites

IV.5 Résultats et interprétations

La figure 4.15 montre des décharges électriques obtenues par simulation numérique pour différents rayons de l'enveloppe (cercle) et pour un maillage 100x100.

La figure 4.16 montre la relation entre le nombre de branches contenues dans un rayon R et le rayon lui-même. Nous remarquons que la courbe est pratiquement une droite. D'après l'équation 2.16, la dimension fractale correspond à la pente de cette droite, soit:

$$D \approx 1.6$$

Cette valeur est compatible avec les résultats obtenus par ailleurs [42, 61, 57, 60] et conforte ainsi l'hypothèse que les streamers qui se propagent en surface possèdent bien une dimension fractale [70].

Nous avons remarqué sur les figures obtenues lors des manipulations que la génération des nombres aléatoires par le calculateur à chaque essai renouvelé est la même, c'est à dire que la décharge électrique simulée est la même. Par contre, le calculateur génère d'autres tableaux de nombres aléatoires lorsque les essais de simulation se suivent sans s'interrompre c'est à dire sans suite d'entrée/ sortie (figure 4.17).

Bien que les décharges électriques illustrées sur la figure 4.17 sont obtenues par des tableaux de nombres aléatoires différents, leur dimension fractale est pratiquement la même comme nous le constatons sur la figure 4.18. Les droites sont pratiquement parallèles.

Pour un maillage 100x100, nous introduisons dans la formule (4.12) qui relie la probabilité de progression au champ électrique local l'exposant η qui tient compte de la non linéarité de la relation entre le champ électrique local et la probabilité de progression.

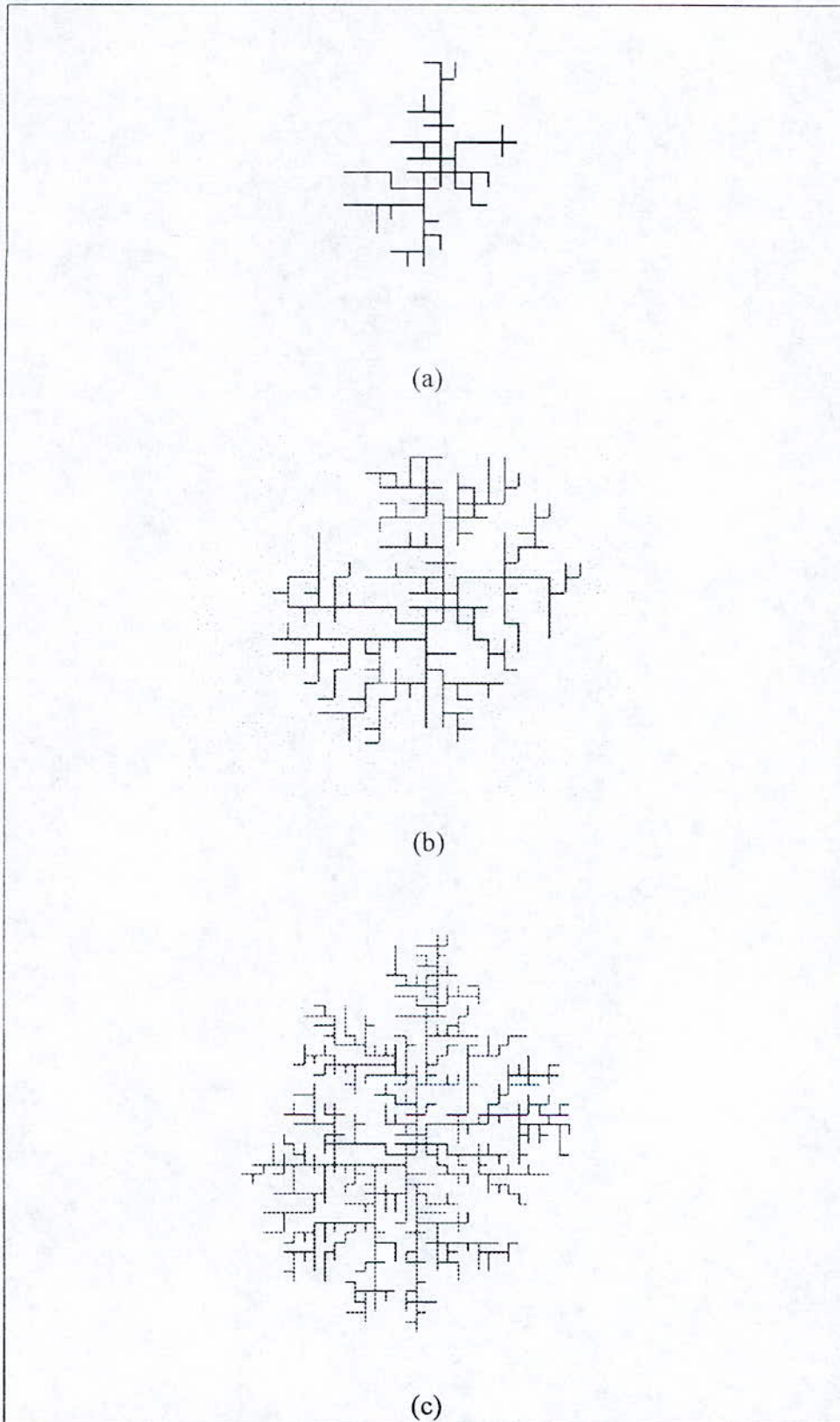


Figure 4.15: Différentes étapes de la décharge électrique obtenues par simulation numérique
(a): $R = 4$, (b): $R = 6$, (c): $R = 10$

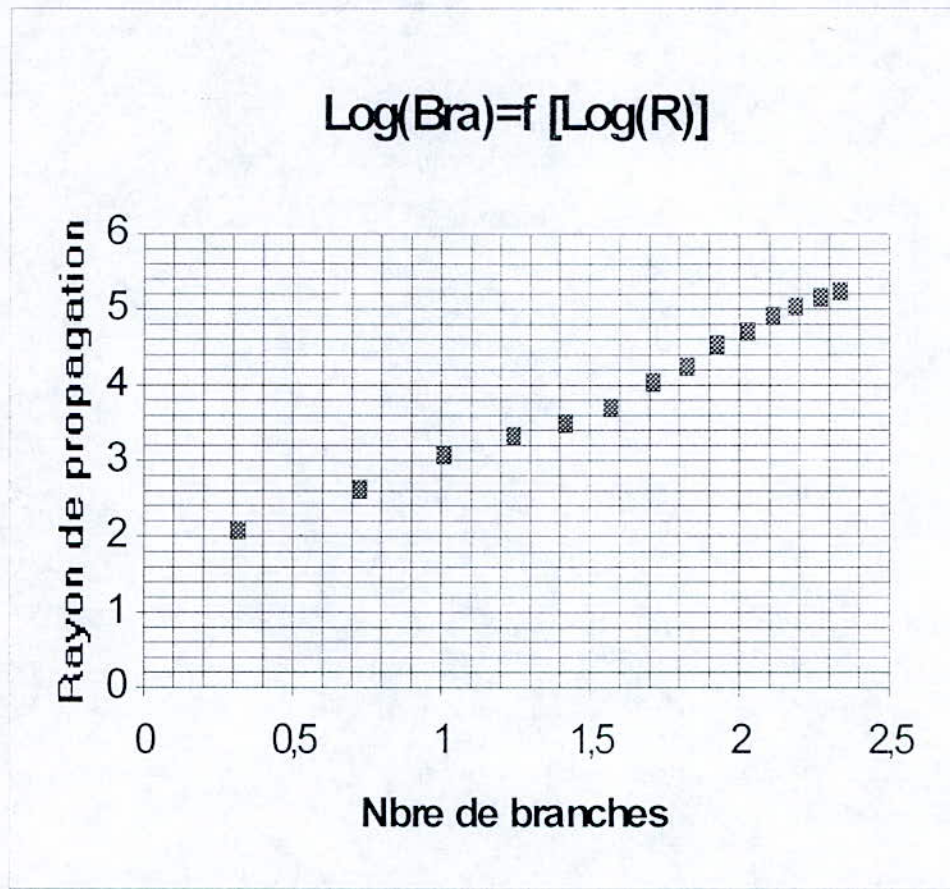


Figure 4.16: Nombre de branches en fonction du rayon de propagation

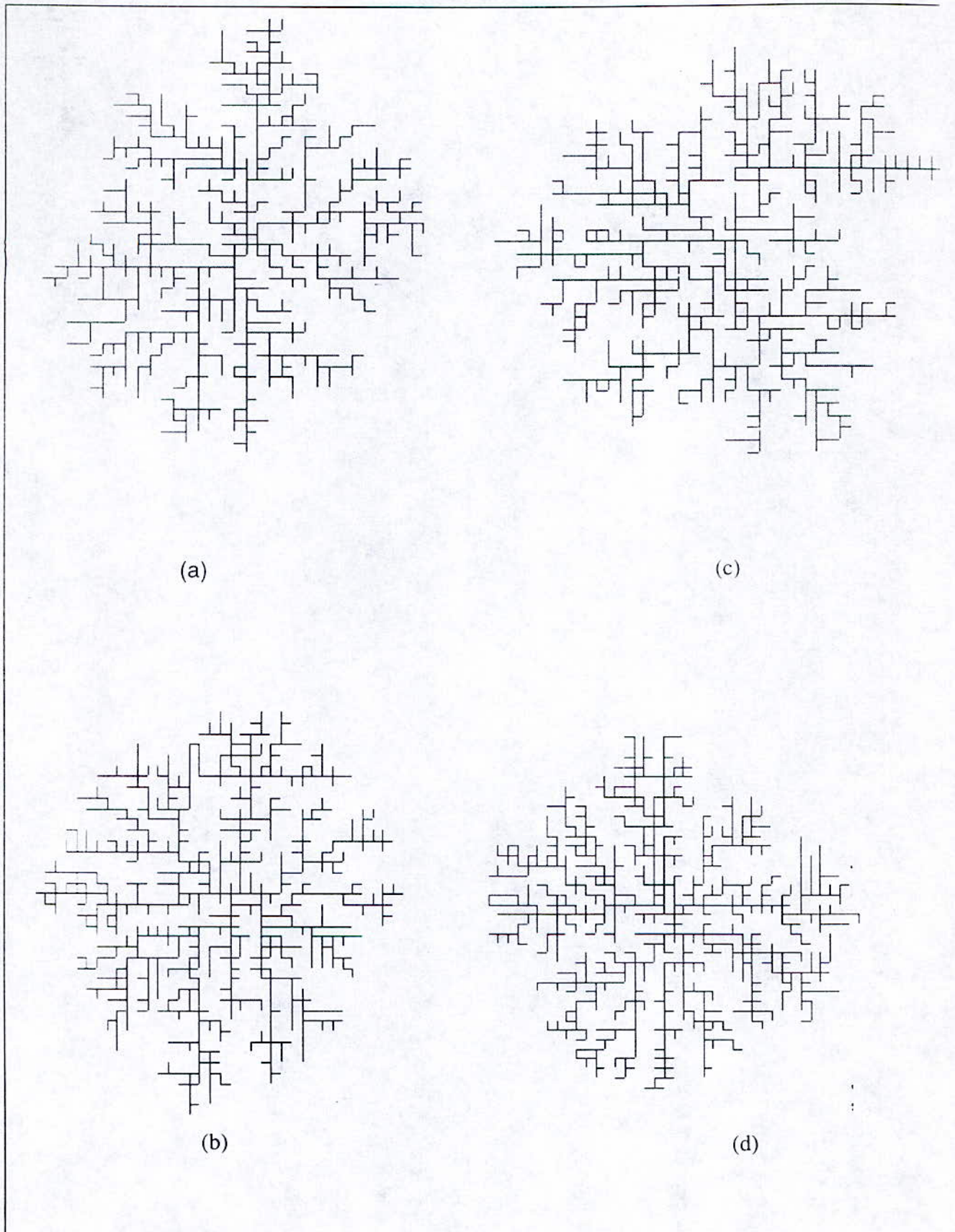


Figure 4.17: Décharges électriques obtenues par simulation à partir de différents tableaux de valeurs aléatoires

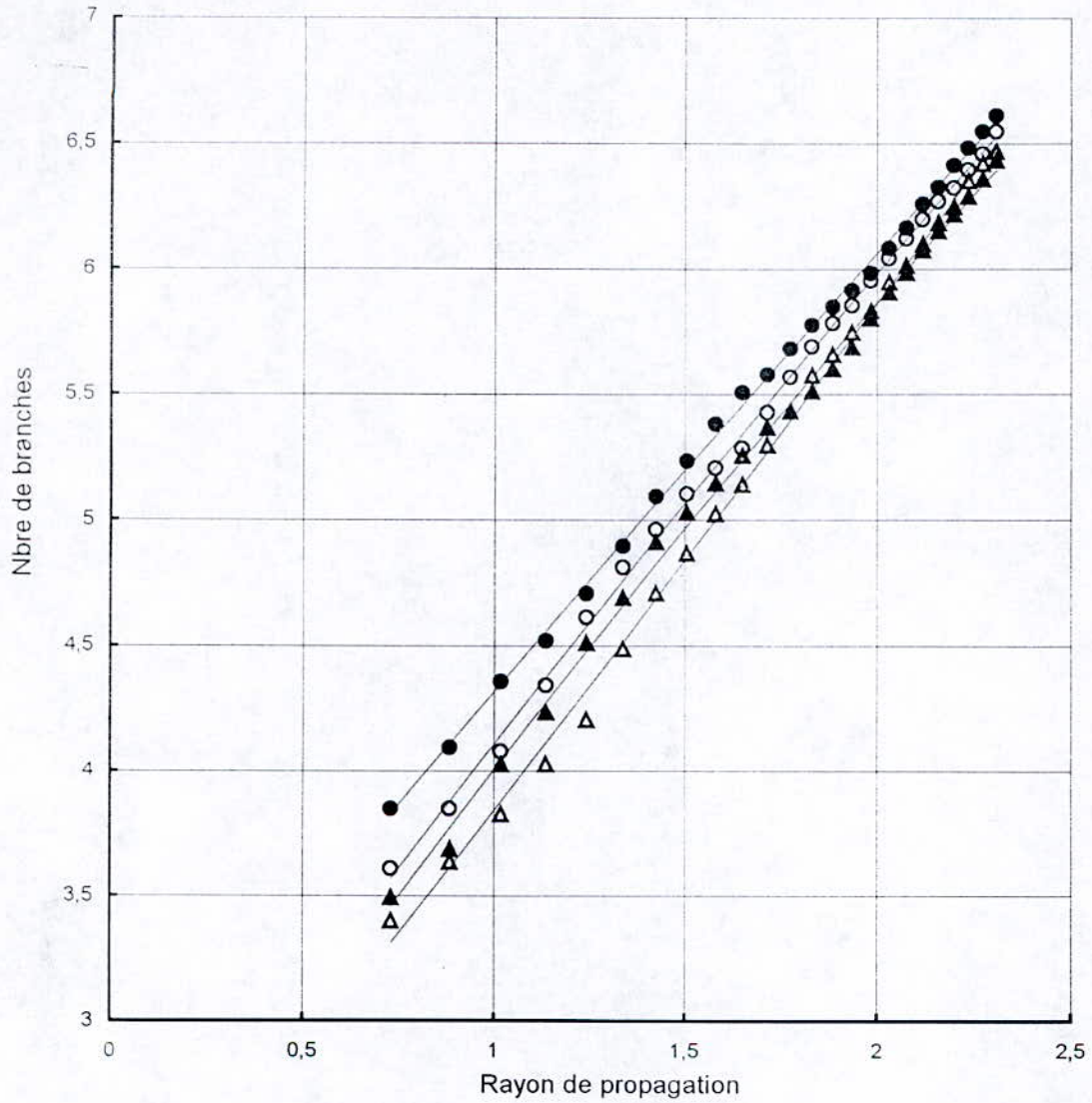


Figure 4.18: $\text{Log}(\text{Nbre}) = f(\text{Log}(\text{RI}))$ pour des figures obtenues par différents tableaux de nombres aléatoires

La figure 4.19 montre la variété des décharges obtenues en variant l'exposant η . Nous constatons que plus η est faible, plus la décharge est filamenteuse (cas a). Lorsque $\eta = 2$, la décharge est plus ramifiée (cas d). Autrement dit, l'augmentation de η induit une augmentation de la divergence du champ électrique local.

En variant η , les décharges simulées présentent donc des différences au niveau de la forme (filamenteuse ou arborescente) mais leurs dimensions sont fractales et varient peu comme nous le constatons sur la figure 4.20 .

Le tableau 4.1 donne les dimensions fractales de ces décharges en fonction de l'exposant η .

η	D
0.6	1.33
1.0	1.53
1.5	1.66

Tableau 4.1

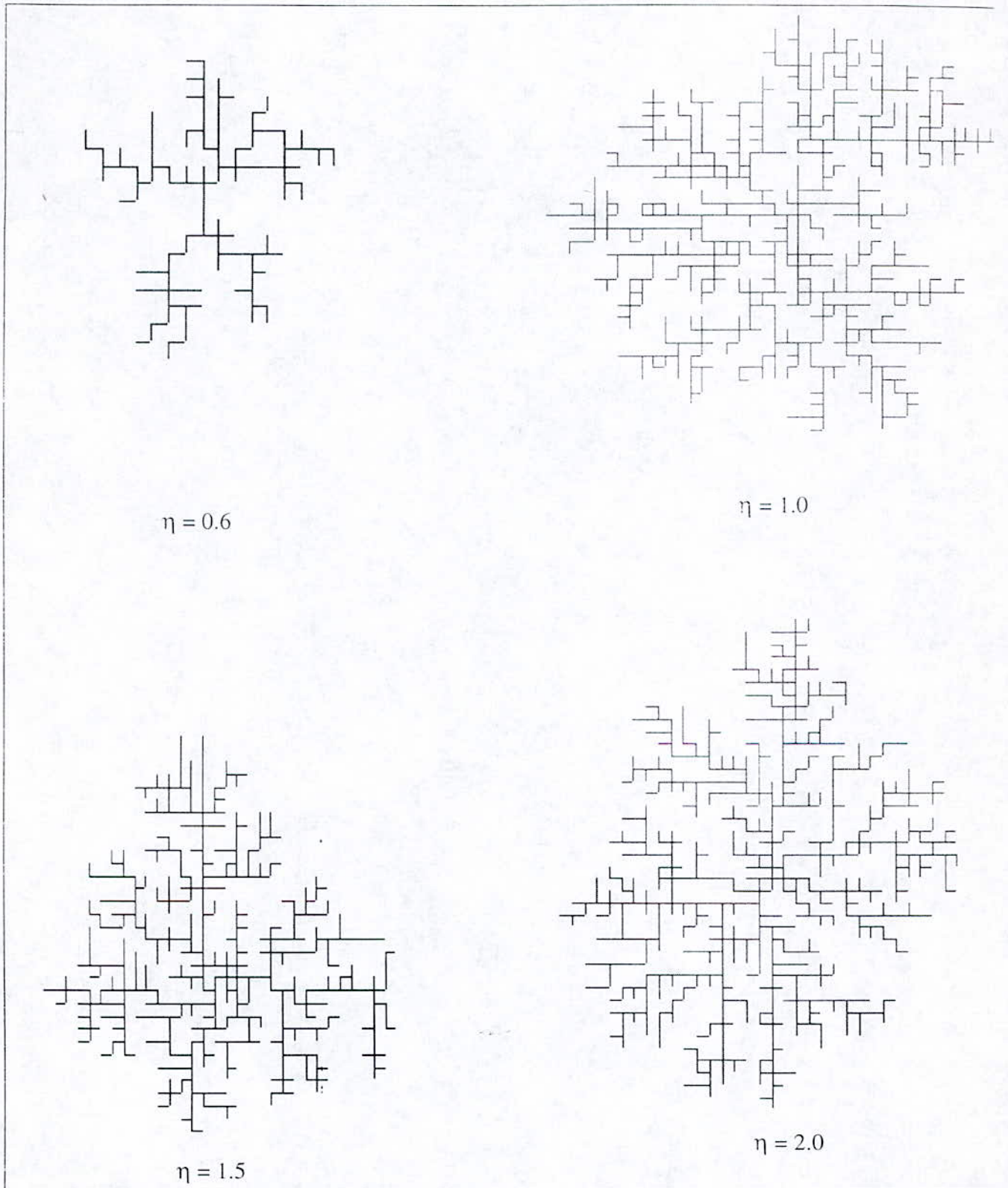
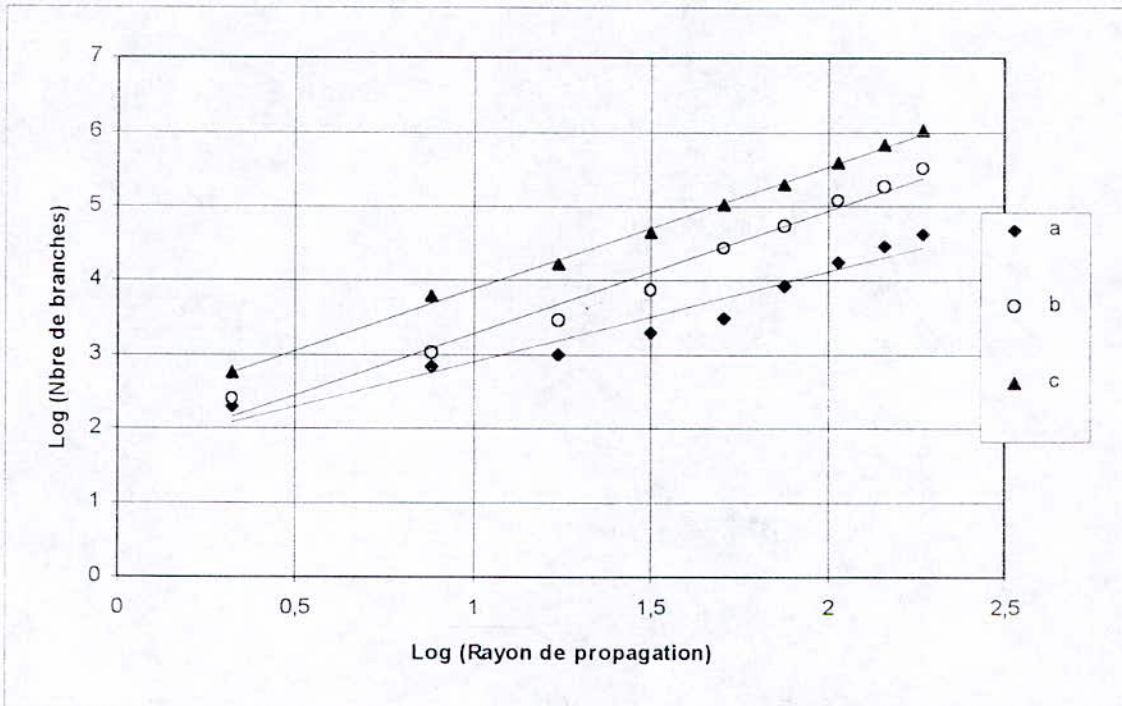


Figure 4.19: Décharges obtenues par la variation de η

Figure 4.19: Décharges obtenues par la variation de η



a: $\eta = 0.6$

b: $\eta = 1.0$

c: $\eta = 1.5$

Figure 4.20: $\text{Log}(\text{nombre}) = f(\text{Log}(\text{rayon de propagation}))$

pour différentes valeurs de η

Dans l'organigramme de la figure 4.14, si nous remplaçons la valeur de `FIXE0` par zéro, donc le test à la 6^{ème} position (c'est à dire `IF ND2 (I, J) = FIXE0`), nous obtiendrons la figure 4.21:

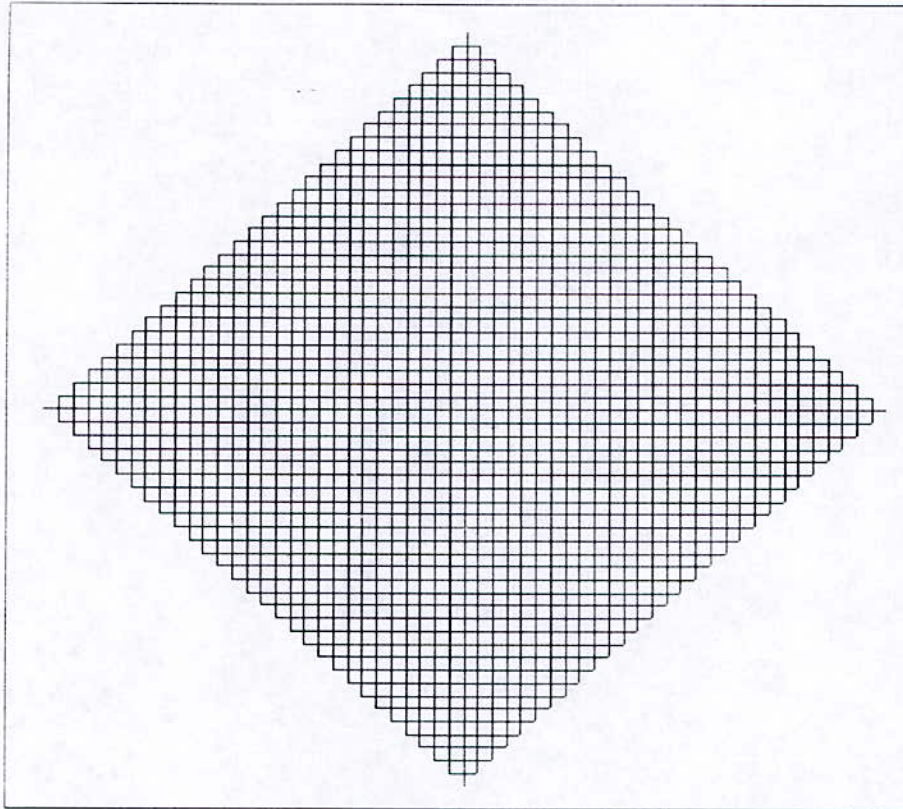


Figure 4.21: structure de dimension Euclidienne

Cette figure est exactement identique à celle de la figure 2.3 (chapitre II) dont la dimension est égale à 2. Ceci veut dire qu'à partir du premier noeud rencontré par le tête de la décharge, si ce point est au potentiel nul, alors ce point est forcément amorcé car n'importe quel nombre aléatoire tiré dans l'intervalle $[0, 1]$ est inférieur à la différence de potentiel $(1 - \phi) = 1 - 0 = 1$. Par conséquent, le point de départ de la décharge amorce les points du maillage environnants à la manière du graphique de la figure 2.3 .

IV.6 DIMENSION FRACTALE DES STREAMERS SE PROPAGEANT EN VOLUME

S. Satpathy [72] a appliqué le modèle NPW [42] pour simuler des décharges se propageant en volume à trois dimensions. Il a pris en considération les deux cas où les décharges se développent dans un volume, et celui où elles sont restreintes à se développer dans un plan. L'examen de ce dernier cas a été motivé par le fait que dans plusieurs travaux expérimentaux, les décharges sont prises comme se propageant sur un plan alors que les équations qui régissent le champ électrique sont décrites dans un espace tridimensionnel.

Le claquage est simulé dans une sphère dont le diamètre représente un maillage de 120 noeuds. La surface de la sphère forme une électrode. Les décharges prennent naissance à partir du centre et se propagent par bond, en amorçant le noeud immédiatement environnant. La probabilité de progression (pour qu'il y ait un bond vers un point voisin) est proportionnelle à la différence de potentiel entre la tête de la décharge et le point considéré, élevée à la puissance η (ici η a été pris de valeur entière entre 1 et 4).

A chaque étape de la progression de la décharge, la distribution du potentiel dans le maillage V_{ijk} est obtenue en résolvant itérativement l'équation de Laplace $\nabla^2 V = 0$ dans sa forme discrète dans un maillage cubique:

$$V_{ijk} = \frac{1}{6} [V_{i+1,j,k} + V_{i-1,j,k} + V_{i,j+1,k} + V_{i,j-1,k} + V_{i,j,k+1} + V_{i,j,k-1}]$$

Les résultats obtenus par ce modèle pour les décharges volumiques montrent beaucoup de similitudes avec ceux des décharges planes radiales, aussi bien dans la forme des figures que dans leur dimension fractale.

Le tableau 4.2 illustre les résultats obtenus par le modèle volumique de S. Satpathy:

D_v/D_b	η	N	D
3/3	0	-	3
	1	5000	2.48
	2	5000	2.11
	3	2600	1.96
	4	1750	1.75
3/2	0	-	2
	1	4500	1.96
	2	2150	1.82
	3	1300	1.78
	4	850	1.69

Tableau 4.2 Dimension fractale des décharges volumiques [72]

Avec D_v : Dimension de l'espace dans lequel sont écrites les équations.

D_b : Dimension de l'espace dans lequel évoluent les décharges.

N: Nombre moyen d'itérations pour générer les décharges.

D: Dimension fractale.

Comme dans le cas de notre modèle et celui NPW, nous remarquons que pour $\eta = 0$, il n'y pas d'influence du champ électrique sur la progression des décharges, celles ci ont une dimension Euclidienne.

Nous remarquons aussi que la dimension fractale de ces décharges dans le volume est inférieure à 2 dans le cas où $\eta = 3$ ou $\eta = 4$, alors que leur espace est tridimensionnel. Ceci serait dû au fait que lorsque η (qui est l'exposant qui relie la probabilité au champ) est élevé, les décharges sont très filamenteuses et leur dimension fractale diminue considérablement.

IV.7 Conclusion

Il ressort de notre étude qu'un phénomène, aussi aléatoire que la propagation des décharges, peut être défini à partir d'une équation mathématique qui relie la longueur totale de ces décharges au rayon de l'enveloppe dans laquelle elles évoluent. Cette relation est régie par un paramètre simple qui est la dimension fractale.

Ceci implique par conséquent, que le nombre ainsi que la longueur totale de ces décharges dans un rayon donné, peuvent être déterminés, connaissant leur dimension fractale.

Nous remarquons aussi que, la phase la plus importante (et la plus longue) du programme reste la détermination de la distribution du champ électrique à chaque pas de l'évolution de la décharge. Le potentiel est calculé autant de fois que la décharge électrique effectue de bonds.

Nous voyons enfin que le programme tient compte plus de la forme de progression des décharges (radiales dans notre cas) que des paramètres physiques intrinsèques des isolants liquide ou solide en présence.

CONCLUSION GENERALE

A partir d'une constatation d'un phénomène aléatoire mais self-similaire, il a été démontré que l'itération d'un graphique initiateur par un générateur simple pouvait aboutir à une forme régulière dont la dimension est fractale non entière, et qui ne peut être décrite par une fonction analytique.

La géométrie fractale est la description naturelle des objets en arrangement désordonné. Les structures fractales peuvent donc être simplement caractérisées par un seul paramètre D (dimension fractale) qui est l'exposant qui relie la masse M des objets à leur rayon R ; et par analogie, elle relie la longueur totale des branches d'une décharge électrique, qui se propage sur la surface des isolants, au rayon de l'enveloppe dans laquelle ces décharges sont contenues.

Un objet fractal peut être construit par itération graphique (exemple du graphique triadique de Koch) ou à partir de l'itération analytique (ensemble de Julia) ou l'itération géométrique (Triangle de Sierpinski).

Les décharges sont supposées se déplacer par bonds, le programme tient compte de leur évolution en recalculant à chaque pas la nouvelle distribution du potentiel, mais le calcul s'effectue dans le domaine électrostatique; nous considérons donc que ces décharges sont figées entre deux bonds.

La méthode que nous avons utilisée, à savoir, la comparaison de la différence de potentiel entre la tête de la branche de la décharge et le point susceptible d'être amorcé, avec un nombre aléatoire tiré dans l'intervalle $[0, 1]$ s'est avérée très intéressante car à chaque itération, elle fait intervenir deux nombres à comparer sans s'occuper de toutes les

probabilités de progression vers les autres points environnants, comme c'est le cas dans la relation de probabilité du modèle NPW (voir équation 3.1).

Ce travail gagnerait à être amélioré en introduisant dans le programme d'autres paramètres physiques caractéristiques des isolants, comme l'épaisseur de l'échantillon solide, sa permittivité diélectrique et celle du liquide.

Enfin, sachant qu'il y a une grande analogie des équations à prendre en considération dans le cas des décharges surfaciques et volumiques, il serait souhaitable d'élaborer un programme global qui passerait d'un espace à l'autre en changeant uniquement les paramètres qui tiennent compte de l'espace dans lequel ces décharges évoluent.

R E F E R E N C E S

- [1] B.B. Mandelbrot: « The fractal geometry of nature ».
Freeman San Francisco 1982.
- [2] F. Hausdorff: « Dimension und äusseres Mass ». Mathematische Annalen 79,
pp 157-179. 1919.
- [3] M. Barnsley: « Fractals everywhere ». Academic Press, Inc. USA, 1988.
- [4] P. Prusinkiewicz and J. Hanan: « Lindenmayer Systems, Fractals, and Plants ».
Springer-Verlag. 2nd printing, 1992.
- [5] A.R. Smith: « Grammars for generating the complexity of reality ».
Video type, Lucasfilm/Pixar, 1985.
- [6] N. Macdonald: « Trees and networks in biological models ». J. Wiley, N.Y 1983.
- [7] R.V. Jean: « Mathematical approach to pattern and form in plant growth ».
John Wiley and Sons, New York, 1984
- [8] A.S. Gurvich: « Experimental research on frequency spectra of atmospheric turbulence ».
Izvestia Akademii Nauk SSSR, Geofizicheskaya, Seriiia 1042.
- [9] Ph. Robert: « Traité d'électricité, Matériaux de l'électrotechnique »
Volume II. Edition Georgi 1979.
- [10] A. Beroual: « Physique de la décharge et matériaux diélectriques ». Cours de DEA de
Génie Electrique. CEGELY, Ecole Centrale de Lyon.
- [11] M. Aguet et M. Ianoz: « Traité d'Electricité, d'Electronique et d'Electrotechnique:
Haute Tension ». Edition Dunod, 1987.
- [12] T.W. Dakin: « Phénomènes disruptifs dans les gaz en champ uniforme; Courbes de

- Paschen pour l'azote, l'air et le SF₆ ». *Electra*, CIGRE n° 32, Janvier 74, pp 61-82.
- [13] F.H. Kreuger: « *Industrial High Voltage* ». Delft University Press. 1991.
- [14] R. Coelho, B. Aladenize: « *Les diélectriques* ». Edition Hermes, 1994.
- [15] C. Oudet: « *Polymères, structures et propriétés* ». Edition Masson, 1994.
- [16] Z. Djemai: « *Etude de la propagation des streamers à l'interface liquide/ solide sous tension alternative 50 Hz* ». Thèse de magister. E.N.Polytechnique d'Alger. Juin 1991.
- [17] S. Ohgaki and Y. Tsunoda: « *A study of the positive streamer growth under surface discharge configuration in liquid paraffin* ».
- IEEE Trans. on Elect. Insul. Vol EI. 19 n° 6, Dec 1984.
- [18] R. Fournié: « *Les Isolants en Electrotechnique, Concepts et théories* ». Collection de la Direction des Etudes et Recherche d'EDF ». Edition Eyrolles, 1986.
- [19] A. Beroual: « *Phénomènes de propagation et de génération des streamers, dans les diélectriques liquides en géométrie pointe-plan sous créneau de tension* ».
- Thèse d'état, Grenoble 1987.
- [20] A. Beroual: « *Electronic and gaseous processes in prebreakdown phenomena of dielectric liquids* ». *J. Appl. Phys.* 73 (9), May 1993.
- [21] A.H. Sharbaugh, J.C. Devins and S.J. Rzed: « *Review of past work on liquid breakdown* ». IEEE Trans. on Elect. Insul. Vol EI 15, n°3, 1980. pp 167-170.
- [22] A. Beroual, M. Zahn, A. Badent, K. Kist, A.J. Schwabe, H. Yamashita, K. Yamazawa, M. Danikas, W.G. Chadband and Y. Torshin: « *Propagation and structure of streamers in liquid dielectrics* ». *IEEE Electrical Insulation Magazine*. Mars 1998 (à paraître).
- [23] Y. Kako, E. Takahashi, H. Okubo, A. Kishi and T. Okamoto: « *Influence des particules de faible dimensions sur la rigidité diélectrique de l'huile isolante* ».
- CIGRE 1986, pp 15-03.
- [24] K. Arie and I. Kitani: « *Effects of pressure and gaseous impurities on breakdown time*

- lags of n-hexane ». *J. Phys. D, Appl. Phys.* 14, 1981, pp 1657-1660.
- [25] R. Tobazeon: « Préclaquage et claquage des diélectriques liquides ».
Technique de l'Ingénieur, D 226, pp 1-16. Sept 1987.
- [26] R.J. Taylor: « The flashover of a solid/ liquid interface »
Dielectric Materials, Measurements and application. Conf. Publ. n° 129. July 1975
- [27] N. Felici: « . Conduction des diélectriques liquides sous haute tension et régime de la
double couche aux électrodes ». *Physique de la matière condensée*, 1965.
- [28] A. Saad: « Conduction électrique superficielle et volumique de films de polymères
au contact de liquides isolants ». Thèse d'état es sciences physiques. Grenoble 1986
- [29] T.R. Jow: « The effect of liquid impregnants on solid polymeric dielectrics »
CEIDP, pp 636-642. Octobre 1990.
- [30] C.W. Reed: « Dielectric and Insulation ». 10th ISH, International Symposium of High
Voltage Engineering. Dresden, 1991. pp 91- 98.
- [31] L. Peyraque: « Etude des phénomènes d'électrisation statique dans les transformateurs
de puissance à débit d'huile forcé ». Thèse de doctorat. Ecole Centrale de Lyon. 1995.
- [32] P. Atten and Saker: « Streamer propagation over a liquid-solid interface ». 10th Interna-
tional Conf. on Conduction and Breakdown in Dielectric Liquid. Grenoble. Sept 1990.
- [33] B.B. Mandelbrot: « Fractals, Form, Chance and Dimension. ».
Freeman, San Francisco. 1977.
- [34] H.O. Peitgen and D. Saupe: « The Science of Fractal Images ». Springer-Verlag,
New York, 1988.
- [35] G. Julia: « Oeuvres de Gaston Julia ». Gauthier-Villars, Paris, 1968.
- [36] J. Feder: « Fractals ». Plenum Press, New York, 1988.
- [37] R.L. Devaney: « Chaos, Fractals and Dynamics. Computer experiments
in mathematics ». Edition Addison-Wesley. 1990.

- [38] T. Vicsek: « Pattern Formation in Diffusion-Limited-Aggregation ». Physical Review Letters. Vol 53, n° 24 , Dec. 1984.
- [39] R. Lenormand: « Invasion percolation in an etched network: Measurement of a fractal dimension ». Phys. Rev. Lett. 54, pp 2226-2229.
- [40] D. Katzen and I. Procaccia: « Phase transitions in the thermodynamic formalism of multifractals ». Phys. Rev. Lett. 58, pp 1169-1172.
- [41] L.A. Dissado, S.J. Dodd, J.V. Champion, P.I. Williams and J.M. Alison: « Propagation of Electrical Tree Structure in Solid Polymeric Insulation ». IEEE Trans. on Dielec. and Elect. Insul. Vol 4 n° 3, June 1997.
- [42] L. Niemeyer, L. Pietronero and H.J. Wiesmann: «Fractal Dimension of Dielectric Breakdown ». Physical Review Letters. Volume 52 n° 12. 1984. pp 1033-1036
- [43] Chao Tang: « Diffusion-Limited-Aggregation and the Saffman-Taylor problem ». Physical Review A. Volume 31. n° 3. 1985. pp 1977-1979
- [44] T.A. Witten and L.M. Sander: « Diffusion-Limited-Aggregation, a Kinetic critical Phenomenon ». Physical Review Letters. Vol 47. p 1400. 1984
- [45] T.A. Witten and L.M. Sander: « Diffusion-Limited-Aggregation ». Physical Review B, Vol 27 n° 9. pp 5686-5697. May 1983.
- [46] D.W. Schaefer: « Polymers, Fractals and Ceramic Material ». Science, Vol 243, Febr 1989.
- [47] L. Pietronero, C. Evertsz and H.J. Wiesmann: « Scaling properties of growing zone and capacity of Laplacian fractals ». FRACTALS IN PHYSICS. Elsevier Science Publishers B.V 1986.
- [48] H.J. Wiesmann and L. Pietronero: « Properties of Laplacian fractals for dielectric breakdown in 2 and 3 dimensions ». Fractals in Physics. Elsevier Sc Publ. B.V 1986.
- [49] S. Fujimori: « Electric Discharge and Fractals ».

- Japanese Journal of Applied Physics, Vol 24. n° 9. pp 1198-1203. Sept 1985.
- [50] Y. Sawada: « Suuri Kagaku (Mathematical Sciences) ». Vol 5 n° 221. Tokyo 1981.
- [51] S. Havlin and D. Den-Avraham . J. Phys. A. 15. L311. 1982
- [52] S. Yanaga: « Mathematical Dictionary ». Iwanami shoten, Tokyo. 1974. 2eme Edition.
- [53] C. Lausberg: « Calcul numérique de la dimension fractale d'un attracteur étrange ».
Thèse de doctorat de mathématiques appliqués. INPG, Grenoble, 1987.
- [54] H.O. Peitgen and P.H. Richter: « The Beauty of Fractals: Images of Complex
Dynamical Systems ». Springer-Verlag. Berlin, 1986.
- [55] C. Allain and M. Cloitre: « Optical diffraction on fractals ».
Physical Review B, Vol 33 n° 5, pp 3566-3569. March 1986.
- [56] Y. Sawada, S. Ohta, M. Yamazaki and H. Honjo: « Self-similarity and a phase-
transition-like behavior of a random growing structure governed by a nonequilibrium
parameter ». Phys. Rev. A, Vol. 26 n° 6, pp 3557-3563. Dec 1982.
- [57] L. Jiaqi and L. Qingquan: « Computer Simulation of Fractal Dimension in Dielectric
Breakdown ». 12eme Conf. Rec ICDDL, Roma, July 15-19 1996
- [58] D.A. Willming and C.H. Wu: « A stochastic model for dielectric breakdown in thin
capacitors ». J. Appl. Phys. 63 (2), January 1988.
- [59] M. Murat: « 2-D Dielectric breakdown between parallel lines ».
FRACTALS IN PHYSICS. Elsevier Science Publishers B.V. 1986.
- [60] J.L. Vicente, A.C. Razzitte and E.E. Mola: « Fractal Characteristics of Dielectric
Breakdown ».
- [61] H.J. Wiesmann and H.R. Zeller: « A fractal model of dielectric breakdown and
prebreakdown in solid dielectrics ». J. Appl. Phys. Vol 60. n°5. Sept 1986
- [62] A.L. Kupershtokh: « Propagation of Streamer Top between Electrodes for Fluctuation
Model of Liquid Dielectrics Breakdown ». 12th Inter. Conf. on Cond. and Breakdown

in Dielect. Liquids. Roma, July 1996.

- [63] L. Niemeyer and F. Pinnekamp: Proc. Inter. Symp. Gaseous Dielectric. p 379.
Pergamon, New York 1982.
- [64] J.C. Fothergill, L.A. Dissado and P.J. Sweeney: « A Discharge Avalanche Theory for the Propagation of Electrical Trees. A Physical Basis for their Voltage Dependence ». IEEE Transaction on Dielectrics and Insulation. Vol. 1 n° 3. June 1994.
- [65] Z. Djemai et A. Beroual: « Recherche de la dimension fractale des décharges électriques à l'interface des isolants liquide/ solide ». 1^{ère} Conférence Nationale sur la Haute Tension. Bejaia, Algérie, Novembre 1995.
- [66] Z. Djemai and A. Beroual: « Fractal Dimension of Discharge Propagation on Insulating Interfaces » (Soumis pour publication).
- [67] J.P. Nougier: « Méthode de calcul numérique ». Edition Masson 1991. 3^e Edition.
- [68] J.C. Vaissière et J.P. Nougier: « Programmes et exercices sur les méthodes numériques »
Edition Masson. Paris 1990.
- [69] D. Euvrard: « Résolution numérique des équations à dérivées partielles »
Edition Masson 1994
- [70] Z. Djemai et A. Beroual: « Simulation numérique des décharges aux interfaces isolantes: Recherche d'une dimension fractale ».
2ème CNHT. Tizi-Ouzou, Algérie, Novembre 1997.
- [71] Guide d'utilisation de CAO.BIBS, version 2.25, Octobre 93. (Document interne CEGELY).
- [72] S. Satpathy: « Dielectric Breakdown in Three Dimensions ». FRACTALS IN PHYSICS.
Elsevier Science Publishers B.V, 1986.

ملخص:

هذا العمل يهدف إلى إنجاز نموذج رياضي يمكن بتفسير المراحل التي تمر بها التسربات الكهربائية بين معدنين صلب / سائل في مجال قطبي دائري . في كل مرحلة يشرع إلى حسب شدة الحقل الكهربائي و أيضا الى البحث عن البعد الهندسي لهذه التسربات الكهربائية .

Résumé :

Ce travail concerne l'élaboration d'un modèle mathématique permettant de décrire les différentes phases de développement des streamers à l'interface solide/liquide dans un système d'électrodes circulaires. A chaque étape de la progression de la décharge, il est procédé au calcul du champ électrique et à la recherche de la dimension fractale.

Abstract :

This work concerns the elaboration of a mathematical model allowing to describe the different development phases of the streamers on the solid/liquid interface in a circular electrode system. At each step of the progression of the discharge, it is processed to the calculation of the electric field and to the search of the fractal dimension.

Mots Clés :

Electrotechnique – Haute tension – Streamers – propagation – Décharges électriques - Dimension fractale.