

M0028/97A

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL

BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

THESE DE MAGISTER

Présenté par : SAHA Ouafi

Ingénieur d'Etat en Génie Civil

THEME

**INVESTIGATION NUMERIQUE DE LA
REPONSE SISMIQUE DETERMINISTE
ET STOCHASTIQUE DES
FONDATIONS TRIDIMENSIONNELLES**

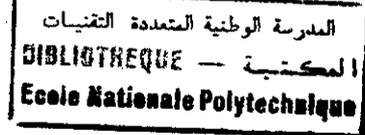
Soutenue publiquement en Juillet 1997 devant le jury composé de :

B. TILIOUINE	Professeur	ENP	Président.
M. K. BERRAH	Maître de conférences	ENP	Rapporteur.
S. BELKACEMI	Maître de conférences	ENP	Examineur.
M. HAMMOUTENE	Chargé de cours	ENP	Examineur.
M. DEMIDEM	Chargé de cours	ENP	Examineur.

Juillet 97

ENP. 10, Avenue Hassan Badi, El-Harrach, ALGER

SOMMAIRE



CHAPITRE 1

INTRODUCTION GENERALE.....	1
----------------------------	---

CHAPITRE 2

INTERACTION SOL-STRUCTURE: ETAT DE L'ART ET NOTIONS ESSENTIELLES	4
2.1. Introduction	4
2.2. Historique	5
2.3. Analyse de l'interaction sol-structure	7
2.3.1. Définition de l'interaction sol-structure	7
2.3.2. Méthodes de prise en compte de l'interaction sol-structure	7
2.4. Introduction à la notion de fonction d'impédance	8
2.4.1. Définition des fonctions d'impédance.....	9
2.4.2. Méthodes de calcul des fonctions d'impédance.....	13
2.5. Caractérisation aléatoire de l'input pour l'analyse de l'ISS	15
2.6. Conclusion.....	16

CHAPITRE 3

FORMULATION INTEGRALE EN ELASTODYNAMIQUE STATIONNAIRE	17
3.1. Introduction	17
3.2. Equations gouvernant un état élastodynamique	18
3.3. Relations intégrales	20
3.4. Solutions fondamentales	21
3.5. Problème extérieur et condition de radiation	22
3.6. Equations intégrales adaptées aux problèmes à symétrie de révolution.....	23
3.6.1. Passage du repère cartésien au repère cylindrique.....	24
3.6.2. Décomposition en modes de Fourier selon θ	26
3.7. Discrétisation et intégration des équations.....	28
3.7.1. Ecriture des équations discrétisées	28
3.7.2. Choix de la position du point singulier en θ	29
3.7.3. Evaluation des intégrales	30

3.8. Conclusion.....	30
----------------------	----



CHAPITRE 4

RIGIDITE DYNAMIQUE DES FONDATIONS TRIDIMENSIONNELLES : CAS DES FONDATIONS CYLINDRIQUES.....	32
4.1. Introduction.....	32
4.2. Définition.....	33
4.3. Evaluation des fonctions d'impédance par la BEM.....	35
4.4. Application.....	36
4.5. Présentation des résultats.....	39
4.5.1. Notation.....	39
4.5.2. Validation des programmes.....	39
4.5.3. Etude de l'influence de certains paramètres.....	41
4.6. Conclusion.....	42

CHAPITRE 5

REPONSE SISMIQUE DES FONDATIONS TRIDIMENSIONNELLES.....	49
5.1. Introduction.....	49
5.2. Notions sur la propagation d'ondes sismiques.....	50
5.2.1. Origine des séismes.....	50
5.2.2. Types d'ondes.....	51
5.3. Détermination de la réponse sismique.....	53
5.4. Application aux fondations tridimensionnelles.....	57
5.5. Conclusion.....	60

CHAPITRE 6

RÉPONSE STOCHASTIQUE DES FONDATIONS TRIDIMENSIONNELLES.....	83
6.1. Introduction.....	83
6.2. Eléments de vibrations aléatoires.....	85
6.2.1. Processus aléatoires.....	85
6.2.2. Processus stationnaires.....	86
6.2.3. Représentation dans le domaine fréquentiel.....	87
6.2.4. Fonction d'auto-corrélation et DSP de processus dérivés.....	88
6.2.5. Relation d'Entrée-Sortie (I/O Relationship).....	88

6.3. Evaluation de la réponse stochastique des fondations.....89

6.4. Applications91

6.5. Conclusion.....93

CHAPITRE 7

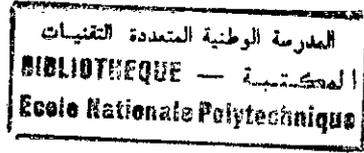
CONCLUSION GENERALE ET RECOMMANDATIONS112

ANNEXES

Annexe 1. Evaluation et intégration des termes singuliers.....115

Annexe 2. Représentation mathématique des ondes sismiques122

BIBLIOGRAPHIE124



CHAPITRE 1

INTRODUCTION

GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

L'évaluation de la réponse dynamique des structures est sans doute une étape indispensable dans la conception parasismique de ces dernières. Les séismes sont des phénomènes très complexes qui ne peuvent être négligés dans l'estimation de la sécurité des systèmes et ouvrages. La théorie de la tectonique des plaques donne une explication assez probante quant à l'origine des tremblements de terre, en mettant en cause les mouvements relatifs entre les différentes plaques continentales. Le mouvement engendré à la surface par les explosions sismiques est très complexe vu que le milieu traversé présente plusieurs caractéristiques inconnues. L'onde sismique atteignant la surface présente une grande variabilité au double plan spatio-temporelle. S'il est vrai que la variabilité temporelle est relativement maîtrisée, pour avoir fait l'objet de denses investigations sur des décennies, il n'en est pas de même pour la variabilité spatiale, dont l'importance est établie pour des structures étendues ou à appuis multiples.

Dans le cadre de la conception parasismique des systèmes, l'ingénieur est amené à traiter des problèmes d'interaction sol-structures. L'étude de la réponse dynamique des structures en prenant en considération l'interaction sol-structure peut se faire de deux manières différentes: approche directe et approche par sous-structures (Fig. 1.1). Les méthodes globales (directes) sont celles qui prennent en compte le sol et la structure simultanément; la Méthode des Eléments Finis (MEF) est la plus généralement utilisée dans ce cadre. La méthode des éléments de frontières (BEM) peut aussi traiter le problème dans sa totalité en présentant l'inconvénient de n'étudier que les domaines linéaires.

L'approche par sous-structures, quant à elle, est plus intéressante car elle permet de décomposer le problème global en plusieurs problèmes de taille réduite. La solution du problème global est obtenue en superposant les solutions des problèmes partiels, cela sous-entend que l'on travaille dans un contexte de linéarité (superposition). Le problème d'interaction sol-structure est généralement divisé par cette approche en deux parties; la première est l'interaction cinématique, qui consiste à déterminer la réponse de la fondation sans masse à l'excitation externe. La seconde partie est l'interaction inertielle, qui calcule la réponse de la structure à partir des résultats de l'étape précédente.

Plusieurs méthodes peuvent être utilisées dans le cadre de l'approche par sous-structures. Les plus importantes sont l'approche analytique, la MEF et la BEM. Chacune de ces méthodes présente des avantages et des inconvénients. Les différentes méthodes utilisées, chacune dans son domaine de prédilection, peuvent être couplées (avantage de la sous-structuration) afin d'avoir des résultats plus précis avec un moindre coût.

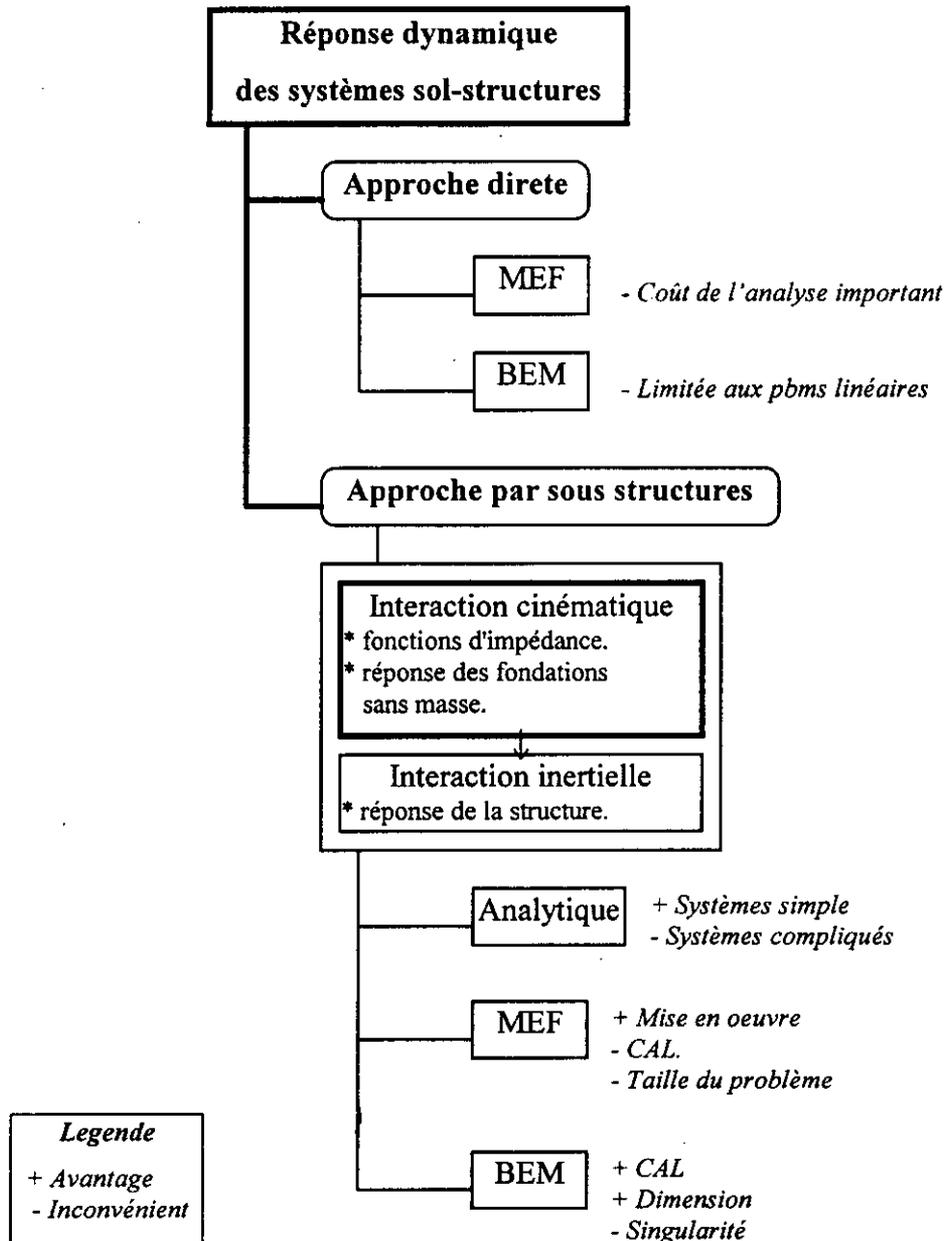


Fig. 1.1. Etude de la réponse dynamique des systèmes sol-structures.

L'utilisation de l'approche par sous-structures pour la détermination de la réponse dynamique des systèmes sol-structures nous impose la décomposition des interactions en : interaction cinématique et interaction inertielle. L'évaluation de la réponse de fondations

tridimensionnelles dans le cadre de l'interaction cinématique constitue le but principal de notre travail avec un intérêt particulier aux cas de symétrie de révolution géométrique. Pour cela, on utilise la méthode des équations intégrales aux frontières dans le domaine fréquentiel. Le calcul des fonctions d'impédance constitue une étape importante avant de passer à celui de la réponse déterministe et probabiliste de fondations tridimensionnelles sous l'effet des ondes sismiques. La variabilité spatiale a été prise en compte dans ses volets: passage d'ondes et incohérence du mouvement.

Le travail effectué dans le cadre de cette recherche a été organisé de la manière suivante:

L'état de l'art en matière d'interaction sol-structure est passé en revue dans le chapitre deux, il s'agit de présenter de manière critique l'essentiel des contributions dans ce domaine, ainsi que quelques notions fondamentales se rapportant au problème.

Le troisième chapitre est relatif au traitement des problèmes élastodynamiques stationnaires par la méthode des équations intégrales aux frontières. L'adaptation de la BEM au cas de symétrie de révolution géométrique constitue une importante partie dans ce chapitre.

Le quatrième chapitre constitue la première étape dans l'évaluation de la réponse dynamique des structures. En effet, il s'agit de la détermination des fonctions d'impédance. Pour ce faire, la BEM a été utilisée et une étude paramétrique a été menée afin d'examiner l'influence de certains facteurs sur les fonctions d'impédance des fondations cylindriques, cas de symétrie de révolution géométrique.

Le chapitre cinq, après une présentation sommaire de la propagation d'ondes, traite de la réponse cinématique déterministe de fondations tridimensionnelles à différents types d'ondes. Les résultats obtenus nous permettent de distinguer l'effet du passage d'ondes sur les différents modes de vibration.

La nature aléatoire des séismes, nous impose l'introduction de cet aspect dans notre étude. Le chapitre six donne quelques éléments de base de la théorie des vibrations aléatoires, puis traite de la réponse stochastique des fondations tridimensionnelles.

Enfin, le chapitre sept est consacré à une conclusion générale et des recommandations pour des travaux futures.

CHAPITRE 2

INTERACTION SOL-STRUCTURE :

ETAT DE L'ART ET NOTIONS

ESSENTIELLES

INTERACTION SOL-STRUCTURE: ETAT DE L'ART ET NOTIONS ESSENTIELLES

2.1. INTRODUCTION:

Jusqu'à un passé relativement récent, n'excédant pas un quart de siècle, les structures soumises à des charges dynamiques étaient supposées encastées à la base. Cette hypothèse, souvent dans les usages pour les structures courantes, se trouve peu à peu remise en question à la faveur d'une conjonction de faits. Ainsi, l'avènement de l'ère de l'informatique avec l'apparition des calculateurs puissants d'une part, et les normes d'exigences de plus en plus élevées en matière de conception de systèmes et ouvrages stratégiques d'autre part, ont donné au phénomène d'interaction sol-structure toute son importance.

Au début du développement de la théorie de l'interaction sol-structure, une attention particulière a été accordée aux dit problèmes "à charges externes" i.e. la charge est appliquée directement à la structure, par exemple les structures élancées soumises à l'action du vent ou les structures supportant des machines vibrantes. Dans ce cas, l'interaction se présente comme le résultat des forces extérieures et d'inertie transmises à un sol interagissant aux efforts imposés. Une telle interaction est appelée "Interaction inertielle". L'énergie transmise au sol se propage sous forme d'onde de contraintes et se dissipe sous l'effet de l'amortissement radiatif.

La conception d'ouvrages d'importance stratégique tels que les centrales nucléaires et les barrages etc... a obligé les chercheurs à considérer les charges internes i.e. prenant naissance au sein du sol tel que le séisme. Dans ce cas, il y a lieu de considérer une interaction supplémentaire qui apparaît à cause de la non flexibilité de la fondation par rapport au sol. La fondation se présente alors comme un objet opaque réfléchissant les ondes sismiques incidentes produisant ainsi une dispersion du champ d'ondes qui modifie localement le mouvement. Ce phénomène est appelé l'effet de passage d'onde ou dispersion des ondes sismiques par une inclusion rigide ou encore "l'interaction cinématique". Cette interaction dépend de la géométrie de la fondation, de la configuration du sol et de l'angle d'incidence. Il

est tout à fait évident que l'évaluation de l'interaction cinématique est plus difficile que l'évaluation de l'interaction inertielle.

La réponse d'une structure soumise à une charge dynamique dépend étroitement du sol de fondation. Si par exemple la fondation est sur un sol rocheux il est évident que l'effet de l'interaction est négligeable alors qu'il est plus important si elle est sur un sol souple ou flexible.

2.2. HISTORIQUE:

La complexité de l'analyse du problème d'interaction sol-structure et en particulier le problème d'interaction sol-fondation est traduite par l'abondance de la littérature et du grand nombre de travaux de recherche qui continuent à être menés pour traiter les différents aspects présents dans ce phénomène.

L'étude des vibrations des massifs de fondation a constitué l'un des premiers sujets d'intérêt en dynamique des sols. Dans ce domaine, les premiers résultats ont été obtenus par Lamb [33] qui a étudié la vibration d'un demi-espace élastique, causé par une force concentrée en fonction du temps, un problème dénommé aussi "problème dynamique de Bousinesq".

Reissner [45], a été le premier à appliquer cette théorie à un problème pratique et a analysé la vibration verticale d'une fondation circulaire reposant sur un demi-espace élastique en faisant l'hypothèse d'une répartition uniforme des contraintes sous la fondation.

En réalité, la répartition des contraintes sous une fondation vibrante n'est pas uniforme sauf si les modules élastiques du sol et de la fondation sont égaux. Sung [51] et Quinlan [44] ont donc proposé d'autres modèles de répartition des contraintes (parabolique et modèle rigide Fig. 2.1.). Bycroft [9] en se basant sur ces modèles a étudié tous les modes de vibration d'une fondation circulaire reposant soit sur un demi-espace élastique, soit sur une couche élastique sur substratum rigide.

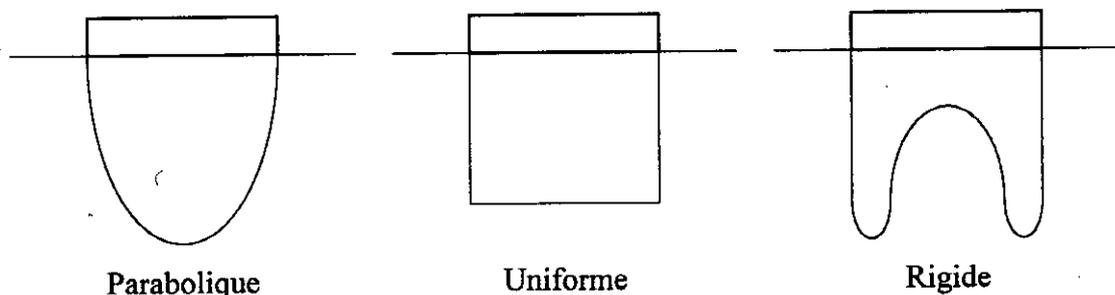


Fig. 2.1. Les trois répartitions des contraintes.

En réorganisant les équations de base de Reissner et de Bycroft, Hsieh [27] a pu mieux mettre en évidence le terme représentant l'amortissement géométrique. Il a ainsi déduit les paramètres de rigidité et d'amortissement correspondant à chaque mode de vibration et les a présentés en fonction du coefficient de Poisson et de la fréquence.

Toutes ces méthodes analytiques reposent sur des hypothèses non conformes à la réalité car le problème d'une fondation vibrante est un problème mixte. En effet, les déplacements sont imposés à l'interface sol-fondation et les contraintes sont nulles sur la surface libre; par conséquent la répartition des contraintes à l'interface est une inconnue du problème et varie avec la fréquence.

Lysmer [37] a obtenu une expression analytique plus rigoureuse du déplacement rigide en discrétisant l'interface sol-fondation en plusieurs éléments et en y imposant des vecteurs contraintes constants par morceaux mais dépendant de la fréquence. Ensuite, pour obtenir une réponse approchée aux basses fréquences il a proposé des coefficients indépendants de la fréquence "Lysmer's analog".

Les travaux par les méthodes analytiques et approximatives se sont poursuivis. Notons la contribution de Novak et Bergudo en 1972 rapportée dans [21] sur les fondations cylindriques, celle d'Oien en 1973 rapportée dans [21] sur les fondations flexibles et celle d'Iguchi en 1977 rapportée dans [21] pour la détermination de la réponse sismique des fondations rectangulaires.

Les méthodes analytiques et approximatives se limitent aux cas ne présentant pas une grande complexité, les méthodes numériques deviennent incontournables pour le traitement des cas compliqués.

L'utilisation de la MEF n'a été possible de manière efficace qu'après le développement de la frontière absorbante par Lysmer et Kuhlmeyer en 1969 [37]. Waas rapporté dans [1] en 1972 et Kausel rapporté dans [1] en 1974 ont marqué les premières applications de la MEF pour un problème d'interaction sol-structure. Isenberg and Adham rapportés dans [4], Chu rapporté dans [4] et Kausel and Roesset rapportés dans [28] ont utilisé quant à eux la MEF pour l'étude de la réponse dynamique des centrales nucléaires.

La détermination de la solution fondamentale en élastodynamique par Cruse [14] et Cruse and Rizzo [15] en 1968 a rendu l'utilisation de la méthode des éléments de frontière (BEM) possible pour l'étude des problèmes dynamiques. Dominguez en 1978 [19] a été le

premier à utiliser la BEM dans le domaine des fréquences pour la détermination de la réponse dynamique des fondations bi et tridimensionnelles. Ce n'est qu'en 1983 que l'équipe Spyrakos; Karabalis et Beskos rapportés dans [6] a pu étudier le même problème dans le domaine temporel.

2.3. ANALYSE DE L'INTERACTION SOL-STRUCTURE:

2.3.1. Définition de l'interaction sol-structure:

Le terme Interaction Sol-Structure est couramment utilisé par les ingénieurs géotechniciens, mais il n'a pas encore une définition exacte et universelle. Ce qui est possible de dire sur sa définition est qu'il traite de l'interprétation phénoménologique du comportement de la structure avec la présence du sol de fondation et l'étude des influences mutuelles entre ces deux composantes.

L'Interaction Sol-Structure (ISS) signifie la modification du mouvement du sol ou de la structure lors d'une excitation dynamique du fait de la présence de l'autre composante. Il faut dire donc que le mouvement de l'interface sol-structure est différent du mouvement en champ libre et différent aussi du mouvement de l'interface en l'absence de la structure i.e. le sol moins la partie excavée. L'interaction sol-structure est une discipline de la mécanique appliquée s'intéressant au développement de méthodes théoriques et pratiques pour l'analyse des structures soumises à des charges dynamiques en prenant en considération l'influence du sol de fondation et de ses propriétés.

2.3.2. Méthodes de prise en compte de l'interaction sol-structure:

Même dans l'état actuel des connaissances, il n'est pas possible de cerner tous les paramètres intervenant dans le comportement du sol et de la structure. Des hypothèses simplificatrices sont à formuler pour parvenir à étudier le problème d'ISS moyennant un modèle relativement simple.

Parmi les méthodes de prise en compte de l'interaction sol-structure, il y a principalement les méthodes globales et les méthodes par sous-structures.

a. Les méthodes globales:

Comme leur nom l'indique les méthodes globales sont celles qui analysent le comportement du sol et de la structure de manière simultanée. Le plus souvent la Méthode des Elements Finis (MEF) est utilisée pour résoudre le problème de l'ISS par l'approche globale.

La Méthode des Eléments de Frontières (BEM) peut également traiter le problème mais dans le cas linéaire seulement. Comme tout problème dynamique, un problème traité par l'approche globale peut être étudié soit dans le domaine temporel soit dans le domaine fréquentiel. Dans le domaine temporel, la solution est obtenue par la méthode d'intégration directe, et tout type de comportement peut être envisagé (comportement non linéaire du sol ou de la structure, décollement ou glissement à l'interface etc...). Par contre dans le domaine fréquentiel on utilise les transformations de Fourier qui donnent une solution plus simple, l'inconvénient est la limitation au domaine linéaire.

b. Les méthodes des sous-structures:

Cette approche décompose le problème de l'interaction sol-structure en plusieurs sous problèmes (étapes). Chaque sous problème est censé être plus simple à modéliser ou à résoudre que le problème global. La solution globale est obtenue en superposant les solutions élémentaires. Cette méthode est particulièrement attrayante dans le cas où une partie du système a une géométrie simple (fondation par exemple) alors que la structure requiert une analyse plus poussée. Elle permet aussi d'apprécier la part relative de chaque composante (interaction cinématique ou inertielle) contribuant à la réponse globale. D'autre part, il y a lieu de citer l'avantage de la facilité de mise en oeuvre de cette méthode et son aptitude à réutiliser les résultats de l'analyse d'une partie d'un système global qui se retrouverait dans un système global différent. Notons au passage la limitation de cette approche à l'analyse des domaines linéaires, car elle est basée sur le principe de superposition.

2.4. INTRODUCTION A LA NOTION DE FONCTION D'IMPEDANCE:

Une des étapes les plus importantes dans l'évaluation de la réponse dynamique des structures est le calcul des fonctions d'impédance, ou rigidités dynamiques, d'une fondation rigide et non pesante. Le système sol-fondation ne diffère alors du système réel que par la masse de la fondation supposée nulle. Lorsque ces fonctions d'impédance sont connues, il est possible de calculer la réponse de la fondation réelle grâce à la méthode des sous-structures qui permet de décomposer un problème donné en plusieurs sous problèmes. Chacune de ces sous-structures, le sol, la fondation et la structure, sera analysée séparément et les compatibilités des vecteurs contrainte et déplacement aux différents interfaces permettent ensuite d'obtenir la solution de l'ensemble.

Les fonctions d'impédance sont un moyen de remplacer le sol qui retient la fondation par un système de ressort et d'amortisseurs reliant, cette fois, la fondation pesante à une base fixe ou rigide. La liaison est faite pour les six degrés de liberté. Ces fonctions d'impédance dépendent essentiellement de la fréquence d'excitation et de la géométrie de la fondation.

Pour l'évaluation de ces fonctions d'impédance il existe plusieurs méthodes analytiques et numériques. Les méthodes analytiques sont limitées aux cas de fondations à géométrie simple et à des sols principalement homogènes. Les méthodes numériques les plus utilisées sont la méthode des éléments finis, la méthode des équations intégrales aux frontières. Il existe aussi des méthodes pratiques telles que l'essai de plaque mais les résultats ne sont valables que pour le site testé.

2.4.1. Définition des fonctions d'impédance:

Les fonctions d'impédance sont d'une telle importance dans le calcul dynamique des structures qu'on peut leur donner plusieurs définitions: mathématique, physique et même pratique.

a. Définition mathématique:

Mathématiquement parlant, les fonctions d'impédance sont la relation matricielle qui relie la résultante des forces et des moments de contact aux six composantes de déplacement, et éventuellement de rotations, référés à un point de repère qui est généralement le centre à la base de la fondation.

$$F = K U \quad (2.1)$$

F : les trois forces et les trois moments appliqués à la fondation.

U : les trois translations et les trois rotations du point de référence de la fondation.

K : la matrice définissant les fonctions d'impédance ou rigidités dynamiques.

Pour une fondation de géométrie quelconque, la matrice K est pleine.

Si la fondation présente une double symétrie selon les plans verticaux, les mouvements se découpent deux à deux et la matrice prend la forme suivante:

$$\begin{bmatrix} K_{HH}^{xx} & K_{HR}^{xy} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{RH}^{yx} & K_{RR}^{yy} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{HH}^{yy} & K_{HR}^{yx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{RH}^{xy} & K_{RR}^{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{VV} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{TT} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Si de plus la fondation est cylindrique, c'est à dire qu'elle présente une symétrie axiale, il restera seulement 5 termes indépendants et la relation matricielle sera définie comme suit:

$$\begin{Bmatrix} F_H \\ M_R \\ F_V \\ M_T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{HH} & K_{HR} & 0 & 0 \\ K_{RH} & K_{RR} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{VV} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{TT} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_H \\ \theta_R \\ U_V \\ \theta_T \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

U_H : translation horizontale.

θ_R : rotation autour de l'axe horizontal passant par le centre de la base.

U_V : translation verticale.

θ_T : rotation autour de l'axe vertical passant par le centre.

F_H : force horizontale.

M_R : moment autour de l'axe horizontal (balancement ou rocking).

F_V : force verticale.

M_T : moment autour de l'axe vertical (torsion).

Les termes de la matrice sont complexes et souvent, on les décompose en une partie réelle et une autre imaginaire. On les écrit sous la forme suivante:

$$K = K_S (k + i a_0 c) \quad (2.4)$$

avec K_S : rigidité statique.

k, c : coefficients de rigidité et d'amortissement.

$a_0 = \omega r / V_S$: paramètre adimensionnel représentant la fréquence, le type du sol et la dimension de la fondation.

ω : la fréquence.

r : le rayon de la fondation.

V_S : la vitesse de propagation des ondes secondaires "S".

La relation matricielle devient alors:

$$\begin{Bmatrix} F_H \\ M_R \\ F_V \\ M_T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{HH}(k_{hh} + ia_0 c_{hh}) & K_{HR}(k_{hr} + ia_0 c_{hr}) & 0 & 0 \\ K_{RH}(k_{rh} + ia_0 c_{rh}) & K_{RR}(k_{rr} + ia_0 c_{rr}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{VV}(k_{vv} + ia_0 c_{vv}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{TT}(k_{tt} + ia_0 c_{tt}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_H \\ M_R \\ U_V \\ M_T \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

b. Définition physique:

Soit la fondation enterrée représentée dans la Fig. 2.2. Les six composantes de déplacements sont liées aux six composantes de force par la relation matricielle évoquée dans la définition mathématique.

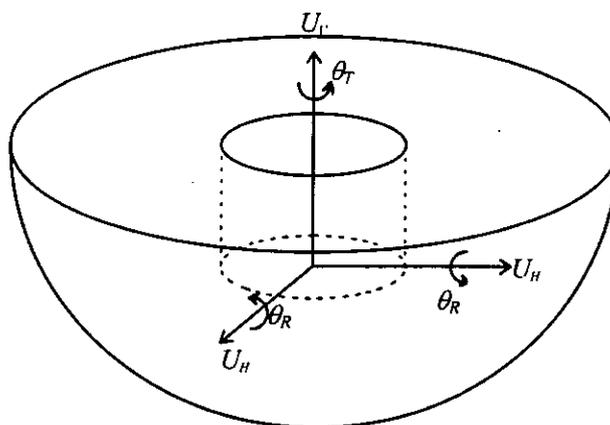


Fig. 2.2. Fondation enterrée avec les six d.d.l.

Pour notre fondation cylindrique, la matrice d'impédance est de la forme:

$$\begin{bmatrix} K_{HH} & K_{HR} & 0 & 0 \\ K_{RH} & K_{RR} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{VV} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{TT} \end{bmatrix}$$

Pour expliquer la signification de ces termes nous allons prendre par exemple le terme K_{HH} . On a :

$$F_H = K_{HH} U_H \quad (2.6)$$

Par analogie à la relation de la rigidité en calcul de structures classique ($K.U=F$), on peut dire que K_{HH} est la force horizontale nécessaire pour produire un déplacement horizontale unitaire. Cependant, cette fois, la relation est appliquée pour un cas dynamique, ce qui signifie que K_{HH} est la force horizontale nécessaire pour produire un déplacement harmonique horizontale d'amplitude unitaire. Le même raisonnement peut être appliqué aux autres termes chacun selon le degré de liberté spécifié par les indices.

Les termes de la matrice sont par conséquent complexes et dépendent de la fréquence. La partie réelle représente la rigidité et l'inertie du sol alors que la partie imaginaire représente l'amortissement radiatif et interne du sol. Le fait que la matrice d'impédance soit complexe induit un déphasage entre le déplacement et l'excitation.

Les termes extra-diagonaux K_{HR} et K_{RH} montrent qu'il y a un couplage entre le déplacement horizontal et la rotation autour d'un axe horizontal qu'on appelle aussi balancement, i.e. une force horizontale donne lieu non seulement à un déplacement horizontal, mais aussi à une rotation autour d'un axe horizontal perpendiculaire. Notons que pour les fondations superficielles, les termes de couplages sont négligeables, alors que plus le degré d'enterrement augmente, plus ces termes prennent de l'importance.

c. Sens pratique:

L'analyse des problèmes linéaires par la méthode des sous structures, stipule que l'on peut décomposer un problème compliqué en plusieurs problèmes plus simples. Pour cela considérons la Fig. 2.3.

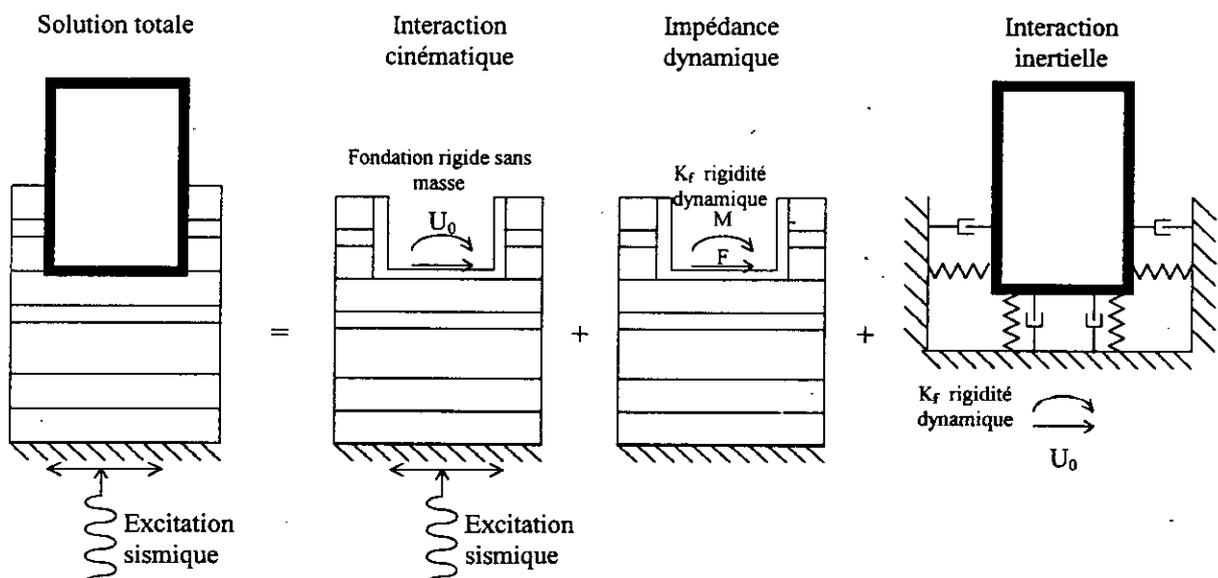


Fig. 2.3. Décomposition en sous structures.

La méthode des trois étapes Kausel [30] décompose le problème de la manière suivante: dans un premier temps, on calcule le mouvement de la fondation rigide sans masse vis à vis de l'excitation dynamique appliquée au système d'origine. Cette étape rend compte de l'interaction cinématique. Ensuite on évalue les fonctions d'impédance en condensant les degrés de liberté à l'interface en un seul point de référence, on obtient alors une liaison de la fondation à une base rigide par des ressorts et des dashpots dans les six degrés de liberté de la fondation. La troisième étape est celle de l'évaluation de la réponse de la structure reliée par le système de ressorts-dashpots déterminé dans la deuxième étape, et sujette à l'excitation calculée dans la première étape.

Pour les cas simples de charges extérieurs telles que le vent ou les machines vibrantes, il n'y a pas lieu de procéder à la première étape, et tout ce que l'on a à faire, est de calculer les fonctions d'impédance qui sont en réalité le **reflet de l'effet du sol sur la structure**, puis on applique la charge extérieure à la structure reposant sur le système de ressorts-dashpots. Ces derniers constituent les fonctions d'impédance.

2.4.2. Méthodes de calcul des fonctions d'impédance:

Plusieurs méthodes pour l'évaluation des fonctions d'impédance sont actuellement disponibles, il y a des méthodes analytiques, semi-analytiques et numériques. Le choix de l'une de ces approches dépend essentiellement de la précision exigée des résultats, des moyens disponibles et de la nature du problème posé.

Pour ce qui est des méthodes analytiques, semi-analytiques ou analytique approchées, nous citerons en plus de ce qui a été dit dans la section 2.2. les développements proposés par Nogami [39] et Novak [40] pour traiter les problèmes de structures sur pieux. Ils ont utilisé des hypothèses simplificatrices de découplage entre les différents modes de vibration. Ces hypothèses conduisent à des calculs simples, facilement mis en oeuvre en bureaux d'études, et aboutissent souvent à des résultats très satisfaisants.

Parmi les méthodes numériques, il y a la méthode des éléments finis, qui est particulièrement utilisée pour traiter les problèmes complexes qui ne peuvent être résolus par des formulations analytiques. Il en est ainsi lorsque la géométrie du problème est complexe, lorsque le sol est hétérogène avec des couches non horizontales, etc... L'ensemble de la fondation et du sol sont modélisés par un maillage d'éléments finis et le problème est alors traité dans sa globalité, selon une méthode dite "méthode directe". A chaque élément du

maillages peuvent être attachées des propriétés mécaniques propres. La solution de ce problème nous donne les déplacements aux noeuds. Ensuite, à partir de ces déplacements et des fonctions de forme utilisées dans chaque élément, le tenseur de contrainte peut être déduit en tout point intérieur.

Les fondations enterrées et les sols multicouches peuvent être étudiés sans effort supplémentaire par la M.E.F.. Cependant, le problème géomécanique est fréquemment infini dans une ou plusieurs directions et il doit être modélisé par un maillage fini qui nécessite la mise en oeuvre d'une frontière spéciale. Actuellement, trois principaux types de frontières ont été développés:

(i) la frontière visqueuse [37] n'amortissant parfaitement que les ondes P et S à incidence normale.

(ii) l'introduction d'éléments infinis avec des fonctions de forme spéciales [13].

(iii) la frontière consistante [53].

Cette dernière, après calcul des modes propres de la frontière discrétisée par éléments finis, absorbe tous ces modes propres. Elle peut être placée près de la fondation puisque l'angle d'incidence peut être quelconque. Quant à la limite horizontale inférieure, elle est souvent choisie de type visqueux si on veut modéliser un demi espace infini, car à une profondeur suffisante, les ondes qui l'atteignent sont à incidence normale. Par contre, si la limite inférieure est un substratum rigide, on impose des conditions aux limites spéciales pour les noeuds de la base.

Une autre méthode numérique, en l'occurrence la méthode des équations intégrales aux frontières est plus ancienne que la précédente dans sa formulation mathématique mais plus récente dans sa mise en oeuvre numérique. Elle s'adapte mieux aux problèmes dynamiques d'interaction sol-structure lorsque le sol est faiblement hétérogène et composé de trois couches au maximum. Cette méthode transforme les équations de l'élastodynamique en relations intégrales entre les vecteurs déplacements et les vecteurs contraintes à la frontière du domaine. On ne discrétise alors que la frontière du domaine et la dimension du problème se trouve réduite d'une unité. Les conditions de radiation des ondes à l'infini sont incluses de manière inhérente dans la formulation intégrale aux frontières. Ainsi peut-on traiter aisément des problèmes de dimension infinie dans une, deux ou trois dimensions.

Plus récente encore, est apparue la méthode des couches minces (TLM). Dans cette méthode, on procède à une triple transformation de Fourier des équations de Navier par rapport au temps et par rapport aux variables d'espace horizontale. Les équations résolues dans chaque couche permettent de relier les déplacements et les contraintes en haut et en bas de celle ci par une matrice de propagation où apparaît le découplage entre ondes $P-SV$ et ondes SH . En tenant compte des conditions de continuité aux interfaces, des conditions aux limites en surface et des conditions aux limites à la base (déplacement nul s'il y a un substratum rigide ou absence d'onde montante si la base est un demi-espace élastique), on peut résoudre le problème à toute profondeur du demi espace hétérogène formé de couches horizontales. Ce problème peut être, soit la détermination de la réponse du domaine à une source sismique symbolisée par une force ou par un moment concentré (connu sous le nom de fonction de Green), soit la détermination d'un champs incident d'après sa forme dans le demi espace, soit encore la détermination de l'impédance de l'ensemble sol-fondation pour une fondation de forme quelconque.

2.5. CARACTERISATION ALEATOIRE DE L'INPUT POUR L'ANALYSE DE L'ISS:

Les mouvements sismiques ont une grande variabilité spatio-temporelle, ils sont modélisés par le biais de processus stochastiques ou aléatoires. Si le séisme est d'une durée relativement longue, on peut en général le considérer stationnaire dans le temps, et homogène dans l'espace (du moins pour des petites distances).

Le mouvement du sol en champ libre peut être décrit soit par une densité spectrale de puissance, soit par un spectre de réponse.

Pour les structures longues, la variabilité spatiale ne peut être négligée et la prise en compte de celle ci doit être faite ne serait ce qu'approximativement. Plusieurs approches ont été proposées pour estimer l'effets de la variabilité spatiale, citons principalement les travaux de Hoshia et Ishii [26], Veletsos et Prasad [54] qui ont étudié respectivement l'effet de l'incohérence et l'effet du passage d'onde. Luco et Wong [36] ont en plus pris en considération l'effet du contact entre le sol et la fondation.

La variabilité spatiale est gouvernée essentiellement par l'effet de l'incohérence et l'effet du passage d'onde. L'incohérence est la perte de cohérence entre les ondes durant leur trajet du foyer au point de surface qui est due à plusieurs facteurs (étendue de la faille, structures

interne du sol etc...). Le passage d'onde est le mouvement différentiel qui est du à l'inclinaison de l'onde incidente entre deux points de la surface séparés d'une distance finie.

D'autres aspects aléatoires du mouvement sismique sont; la présence de plusieurs types d'onde (P, SV, SH, Rayleigh, Love), l'amplitude de chaque type d'onde qui dépend de plusieurs points, dont: la distance à la source, la magnitude de l'explosion sismique, le site (qui comprend lui même le type du sol, la stratigraphie etc...), l'angle d'incidence des ondes. Tous ces paramètres peuvent être aléatoires, et chacun à lui seul peut constituer un objet de recherche.

2.6. CONCLUSION:

Le développement considérable en matière de conception de structures soumises à des charges dynamiques a été résumé dans l'historique depuis la recherche de solutions fondamentales dans un demi-espace au calcul des fonctions d'impédance et l'évaluation de la réponse dynamique des structures par des techniques sophistiquées.

Une définition et interprétation phénoménologique du problème d'interaction sol-structure a été présentée. Le problème d'interaction sol-structure est régi par plusieurs facteurs et peut être abordé de deux manières essentielles; l'approche directe ou globale et l'approche par sous-structures. Cette dernière approche qui se base sur le principe de superposition, comporte une étape non des moins importantes qui est l'évaluation des fonctions d'impédance.

L'importance des fonctions d'impédance nous a conduit à lui consacrer un traitement particulier dans lequel a été présentée la définition de la rigidité dynamique de différents points de vue, ainsi que quelques méthodes qui nous permettent de les calculer.

Finalement un bref aperçu sur l'aspect aléatoire des vibrations de structures a été donné dans le dernier paragraphe. Ce dernier point nous a permis de ressentir la nécessité de considérer et de prendre en compte la nature aléatoire du problème d'interaction sol-structure, vu que la quasi totalité des paramètres ne sont connus que de façon approximative.

CHAPITRE 3

FORMULATION INTEGRALE EN ELASTODYNAMIQUE STATIONNAIRE

FORMULATION INTEGRALE EN ELASTODYNAMIQUE STATIONNAIRE

3.1. INTRODUCTION:

La méthode des éléments de frontières (BEM) a connu un essor considérable et constitue une alternative intéressante à la méthode des éléments finis (MEF), vu les avantages qu'elle offre (réduction de la taille du problème, facilité de l'introduction des données etc.). Cependant, son domaine d'application est resté limité à un certain type de problèmes (élasticité linéaire, diffusion de la chaleur, problème de potentiel etc...) car la solution fondamentale n'était disponible que pour ces problèmes. Ce n'est que pendant ces deux dernières décennies que cette méthode a vu son champ d'application s'élargir aux problèmes dynamiques, faisant de la BEM une technique performante.

La première contribution à la résolution d'un problème élastodynamique transitoire par la BEM a été faite par Cruse et Rizzo [15] et Cruse [14] qui ont déterminé les solutions fondamentales à ce problème. En 1978, Cole et al. [12] ont formulé le problème en terme d'équations intégrales aux frontières dans le domaine temporel et il l'ont résolu par un processus incrémental dans le temps. Manolis et Beskos [38] ont résolu le problème élastodynamique stationnaire, avec une modification de la transformée de Laplace.

Dans son principe, la méthode des équations intégrales aux frontières consiste à transformer les équations locales décrivant le comportement d'entités physiques à l'intérieur et aux frontières d'un domaine (le déplacement et la traction dans notre cas) en une équation intégrale liant les fonctions inconnues aux fonctions connues sur la frontière uniquement (réduction de la taille du problème). En fait, la résolution de cette équation intégrale écrite seulement sur la frontière, nous permet d'avoir, non seulement les inconnues du problème sur la frontière, mais aussi les inconnues à l'intérieur du domaine, via une simple transformation.

Cette méthode (BEM) est particulièrement adaptée à l'étude des problèmes dynamiques puisqu'en plus de l'avantage cité ci-dessus, elle présente un autre avantage non moins important, qui est la prise en compte inhérente par cette méthode de la condition de radiation des ondes à l'infini. La condition de radiation, satisfaite par la BEM, demeure cependant, un

obstacle devant la MEF qui doit surmonter le problème de la finitude artificielle du domaine par certaines méthodes, qui font toujours l'objet d'investigations soutenues.

En revanche, une difficulté que l'on rencontre dans le cadre de l'utilisation de la BEM est la présence de matrices pleines et non symétriques, ainsi que de termes singuliers à intégrer semi-analytiquement.

La nature axisymétrique du problème sera traitée dans le cadre d'une partie spécifique consacrée au développement théorique et à la formulation mathématique nécessaire au traitement numérique des équations intégrales appliquées aux problèmes élastodynamiques stationnaires à symétrie de révolution géométrique.

3.2. EQUATIONS GOUVERNANT UN ETAT ELASTODYNAMIQUE:

Les équations présentées ci-dessous caractérisent l'état élastodynamique d'un corps constitué d'un matériau homogène isotrope élastique linéaire en petites déformations. Le corps est défini par un domaine Ω délimité par Γ . Les déplacements selon la direction i du point x défini par les coordonnées x_i sont données par:

$$u_i(x, t) \quad (3.1)$$

Dans ces conditions, les équations de mouvement peuvent être écrites en notation indicielle sous la forme suivante:

$$\mu u_{i,jj} + (\lambda + \mu) u_{j,ji} + \rho \cdot f_i = \rho \ddot{u}_i \quad (3.2)$$

le point " " indique une différentiation par rapport au temps.

λ et μ sont les coefficients de Lamé définis par

$$\lambda = \frac{E \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}; \quad \mu = G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.3)$$

ρ : densité du matériau.

f_i : la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur forces volumiques.

Les relations déformations-déplacements s'énoncent comme suit:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3.4)$$

Le matériau est supposé suivre la loi de Hooke conformément aux hypothèses de travail, et les équations exprimant les relations contraintes-déplacements sont:

$$\sigma_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} + \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \quad (3.5)$$

Les conditions aux limites et les conditions initiales pour un domaine Ω borné par Γ sont:

$$\text{conditions initiales: } \begin{cases} u_i(x, t) = u_i^0(x) \\ \dot{u}_i(x, t) = v_i^0(x) \end{cases} \quad \text{pour } t=t_0 \text{ sur } \Omega+\Gamma \quad (3.6)$$

$$\text{conditions aux limites: } \begin{cases} u_i(x, t) = \bar{u}_i(x, t) \\ p_i(x, t) = \bar{p}_i(x, t) \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{pour } t > t_0 \text{ sur } \Gamma_1 \\ \text{pour } t > t_0 \text{ sur } \Gamma_2 \end{array} \quad (3.7)$$

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$$

Les contraintes et les tractions peuvent être exprimées en fonction des déplacements sous la forme:

$$\sigma_{ij} = \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) + \lambda u_{k,k} \delta_{ij} \quad (3.8)$$

$$p_i = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial n} + u_{j,i} n_j \right) + \lambda u_{j,j} n_i \quad (3.9)$$

où n représente le vecteur normal extérieur au domaine Ω en un point sur Γ .

Equations de base dans le domaine fréquentiel (Transformée de Fourier):

Il est souvent plus intéressant de traiter les problèmes élastodynamiques dans le domaine des fréquences. Pour ce faire, on doit appliquer la transformée de Fourier à l'équation (3.2) et ainsi supprimer la variabilité temporelle. L'équation (3.2) devient:

$$\mu \tilde{u}_{i,jj} + (\lambda + \mu) \tilde{u}_{j,ji} + \rho \tilde{f}_i + \rho \omega^2 \tilde{u}_i = 0 \quad (3.10)$$

où: $\tilde{u}_i(x, \omega) = F[u_i(x, t)]$, $\tilde{f}_i(x, \omega) = F[f_i(x, t)]$ sont les transformées de Fourier.

et les conditions aux limites :

$$\begin{aligned} \tilde{u}_i(x, \omega) &= \tilde{\bar{u}}_i(x, \omega) & \text{sur } \Gamma_1 \\ \tilde{p}_i(x, \omega) &= \tilde{\bar{p}}_i(x, \omega) & \text{sur } \Gamma_2 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Notons la non présence des conditions initiales car on travaille dans la partie stationnaire du mouvement.

3.3. RELATIONS INTEGRALES:

La formulation intégrale est basée sur le théorème de réciprocité qui permet de relier deux états élastodynamiques définis dans un domaine Ω borné par Γ . Le théorème de réciprocité entre deux états élastodynamiques est en fait, l'extension du théorème de réciprocité de Maxwell Betti en élastostatique.

Soient deux états élastodynamiques I et II définis par:

$u_i^I, \sigma_{ij}^I, f_i^I$ et $u_i^{II}, \sigma_{ij}^{II}, f_i^{II}$ respectivement.

Le théorème de réciprocité nous permet d'écrire:

$$\int_{\Gamma} \sigma_{ij}^I u_i^{II} n_j d\Gamma + \int_{\Omega} \rho f_i^I u_i^{II} d\Omega = \int_{\Gamma} \sigma_{ij}^{II} u_i^I n_j d\Gamma + \int_{\Omega} \rho f_i^{II} u_i^I d\Omega \quad (3.12)$$

où n représente le vecteur normal extérieur au domaine Ω en un point sur Γ .

A partir de ce point et pour des raisons de simplification le symbole " \sim " désignant la transformée de Fourier sera omis.

Considérons l'état élastodynamique particulier où la force de volume est une distribution de Dirac au point ξ dans la direction i , l'équation (3.10) devient:

$$\mu U_{ij,kk}^{\omega} + (\lambda + \mu) U_{ik,kj}^{\omega} + \rho U_{ij}^{\omega} + \delta_{ij} \delta(\xi, x) = 0 \quad (3.13)$$

$U_{ij}^{\omega}(x, \xi), T_{ij}^{\omega(n)}(x, \xi)$ sont les fonctions de Green satisfaisant l'équation (3.13) et qui représentent le déplacement ou la traction au point x dans la direction j induit par une impulsion unitaire de fréquence ω appliquée au point ξ dans la direction i . Le théorème de réciprocité appliqué à l'état élastodynamique $u(x), \sigma(x), f(x)$ et à celui défini par la fonction de Green et $U^{\omega}, \sigma^{\omega}, \delta^{\omega}$ nous permet d'avoir l'équation intégrale suivante:

$$\alpha u_i + \int_{\Gamma} T_{ij}^{\omega(n)} u_j d\Gamma = \int_{\Gamma} U_{ij}^{\omega} t_j^{(n)} d\Gamma + \int_{\Omega} \rho U_{ij}^{\omega} f_j d\Omega \quad (3.14)$$

$u_i, t_i^{(n)}$ sont le déplacement ou la traction au point x dans la direction i .

$$\text{avec: } \alpha = \begin{cases} 1 & \text{si } \xi \in \Omega \\ \frac{1}{2} & \text{si } \xi \in \Gamma \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

3.4. SOLUTIONS FONDAMENTALES:

Solutions fondamentales dans le domaine fréquentiel:

La solution fondamentale dans le domaine fréquentiel cité dans la section 3.3 est donnée pour un cas tridimensionnel en coordonnées cartésiennes, pour les déplacements et les tractions $U_{ij}^\omega, T_{ij}^{\omega(n)}$ sous la forme [6]:

$$U_{ij}^\omega = \frac{1}{4\pi\rho} \left\{ \left(\frac{3r_i r_j}{r^3} - \frac{\delta_{ij}}{r} \right) \left[\frac{e^{ikr} - e^{ihr}}{\omega^2 r^2} - \frac{i}{\omega r} \left(\frac{e^{ikr}}{C_2} - \frac{e^{ihr}}{C_1} \right) \right] + \frac{r_i r_j}{r^3} \left(\frac{e^{ihr}}{C_1^2} - \frac{e^{ikr}}{C_2^2} \right) + \frac{\delta_{ij}}{r C_2^2} e^{ikr} \right\} \quad (3.15)$$

$$T_{ij}^{\omega(n)} = \frac{n_i}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} & -6C_2^2 \left(\frac{5r_i r_j r_l}{r^5} - \frac{\delta_{ij} r_l + \delta_{jl} r_i + \delta_{il} r_j}{r^3} \right) \left[\frac{e^{ikr} - e^{ihr}}{\omega^2 r^2} - \frac{i}{\omega r} \left(\frac{e^{ikr}}{C_2} - \frac{e^{ihr}}{C_1} \right) \right] + 2 \left(\frac{6r_i r_j r_l}{r^5} - \frac{\delta_{ij} r_l + \delta_{jl} r_i + \delta_{il} r_j}{r^3} \right) \\ & \left(e^{ikr} - \frac{C_2^2}{C_1^2} e^{ihr} \right) - 2ik \frac{r_i r_j r_l}{r^4} \left(e^{ikr} - \frac{C_2^3}{C_1^3} e^{ihr} \right) - \\ & \frac{\delta_{il} r_j}{r^3} \left(1 - 2 \frac{C_2^2}{C_1^2} \right) (1 - ihr) e^{ihr} - \frac{\delta_{ij} r_l + \delta_{jl} r_i}{r^3} (1 - ikr) e^{ikr} \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

où ω est la fréquence d'excitation.

ρ, λ, μ sont les caractéristiques du matériau.

$C_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, C_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$: respectivement les vitesses d'ondes P et S.

$h = \frac{\omega}{C_1}, k = \frac{\omega}{C_2}$: respectivement le nombre d'ondes P et S.

$r = \sqrt{\sum_i (x_i - \xi_i)^2}$ est la distance entre le point singulier et le point courant.

r_i est la $i^{\text{ème}}$ composante de r .

n_i : la $i^{\text{ème}}$ composante de la normale extérieure.

3.5. PROBLEME EXTERIEUR ET CONDITION DE RADIATION:

La représentation intégrale (3.14) a été développée pour un domaine Ω borné. Pour un problème extérieur, Ω tend vers l'infini. Nous traitons ce problème en considérant un domaine Ω de frontière $\Gamma \cup \Gamma_R$, Γ_R étant la surface d'une sphère centrée à l'origine, de rayon R , que nous ferons tendre vers l'infini Fig. 3.1.

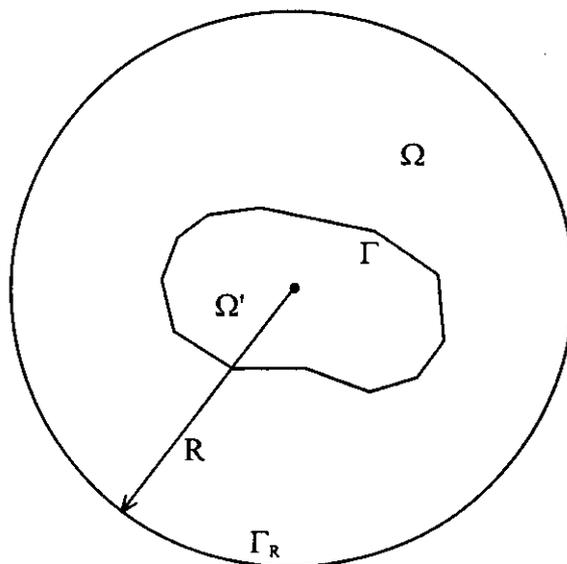


Fig. 3.1. Représentation du domaine infini.

L'équation (3.14) devient alors:

$$cu_i + \int_{\Gamma} T_{ij}^{\omega(n)} u_j d\Gamma + \int_{\Gamma_R} T_{ij}^{\omega(n)} u_j d\Gamma_R = \int_{\Gamma} U_{ij}^{\omega} t_j^{(n)} d\Gamma + \int_{\Gamma_R} U_{ij}^{\omega} t_j^{(n)} d\Gamma_R + \int_{\Omega} \rho U_{ij}^{\omega} f_j d\Omega \quad (3.17)$$

Il a été démontré [10] que s'il n'y a pas de sources à l'infini alors, l'intégrale suivante tend vers zéro quand R tend vers l'infini

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \left(\int_{\Gamma_R} U_{ij}^{\omega} t_j^{(n)} d\Gamma_R - \int_{\Gamma_R} T_{ij}^{\omega(n)} u_j d\Gamma_R \right) = 0 \quad \left(\frac{1}{R} \right) \quad (3.18)$$

On voit donc que l'équation (3.17) se réduit à l'équation (3.14) quand $R \rightarrow \infty$ ce qui signifie que la condition de radiation est automatiquement prise en compte par la méthode des équations intégrales aux frontières.

3.6. EQUATIONS INTEGRALES ADAPTEES AUX PROBLEMES A SYMETRIE DE REVOLUTION:

Arrivé à ce niveau, il est utile de rappeler les principaux avantages offerts par la méthode des équations intégrales aux frontières.

1. La dimension du problème est réduite d'une unité. Les équations originales satisfaites initialement dans le domaine sont maintenant écrites sur la frontière uniquement.

2. La simplicité d'utilisation de cette méthode, car seule la frontière est à discrétiser.

3. La capacité de cette méthode à traiter les domaines infinis ou semi-infinis avec une aisance considérable. Rappelons que notre travail se rapporte dans une large mesure au sol, qui est modélisé par un demi-espace viscoélastique.

Dans notre travail, se rapportant aux fondations tridimensionnelles, on s'intéresse particulièrement aux problèmes à symétrie de révolution géométrique, le type de sollicitation est bien entendu quelconque. Le problème initialement tridimensionnel, pourra être réduit à un problème bidimensionnel grâce à la possibilité de décomposer le problème 3D en plusieurs problèmes plans chacun représentant un mode de déplacement, cette décomposition est faite par le biais des séries de Fourier. Les problèmes bidimensionnels seront réduits en problèmes unidimensionnels en utilisant la méthode des équations intégrales aux frontières

La solution fondamentale pour le problème élastodynamique stationnaire n'étant disponible que pour le cas tridimensionnel, devra faire l'objet de certaines transformations afin de pouvoir être utilisée pour le cas axisymétrique. D'abord, il faudrait procéder au passage du repère cartésien au repère cylindrique afin d'avoir les solutions fondamentales dans le nouveau repère, puis procéder au découplage des modes de déplacement par le biais des séries de Fourier dans le but de décomposer le problème global en plusieurs problèmes chacun étudié dans un domaine plan.

Vu l'importance des deux sections suivantes nous allons adopter une numérotation séparée de celle des sections précédentes.

3.6.1. Passage du repère cartésien au repère cylindrique:

Dans le but d'utiliser la BEM pour les problèmes à symétrie de révolution, on doit évaluer l'expression des solutions fondamentales dans le repère cylindrique en fonction de celles dans le repère cartésien.

L'équation fondamentale (3.14) en l'absence de forces volumiques et pour un point de la frontière s'écrit comme suit:

$$\frac{1}{2}u_i(\xi) + \int_S (\Sigma_{ij}^\omega u_j(x) - \Gamma_{ij}^\omega t_j(x)) dS = 0 \quad (3.6.1)$$

Σ_{ij}^ω et Γ_{ij}^ω sont les solutions fondamentales en terme de traction et de déplacement respectivement dans le système de coordonnées cylindrique.

S : la frontière du domaine (remplace Γ dans le système de coordonnées cartésien)

$dS = r.dr.d\theta.dz$ et i, j représentent r, θ ou z .

Soient r, θ, z les coordonnées du point singulier ξ .

et r', θ', z' les coordonnées du point courant x .

le développement de 3.6.1. pour l'indice i nous conduit à:

$$(3.6.1) \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}u_r(\xi) + \int_S (\Sigma_{rj}^\omega u_j(x) - \Gamma_{rj}^\omega t_j(x)) dS = 0 \\ \frac{1}{2}u_\theta(\xi) + \int_S (\Sigma_{\theta j}^\omega u_j(x) - \Gamma_{\theta j}^\omega t_j(x)) dS = 0 \\ \frac{1}{2}u_z(\xi) + \int_S (\Sigma_{zj}^\omega u_j(x) - \Gamma_{zj}^\omega t_j(x)) dS = 0 \end{cases} \quad (3.6.1')$$

Les équations fondamentales en coordonnées cartésiennes en l'absence de forces volumiques sont:

$$(3.14) \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}u_1(\xi) + \int_S (T_{1j}^\omega u_j(x) - U_{1j}^\omega t_j(x)) dS = 0 \\ \frac{1}{2}u_2(\xi) + \int_S (T_{2j}^\omega u_j(x) - U_{2j}^\omega t_j(x)) dS = 0 \\ \frac{1}{2}u_3(\xi) + \int_S (T_{3j}^\omega u_j(x) - U_{3j}^\omega t_j(x)) dS = 0 \end{cases} \quad (3.6.1'')$$

Les formules de passage de repère sont données par (Fig. 3.2.):

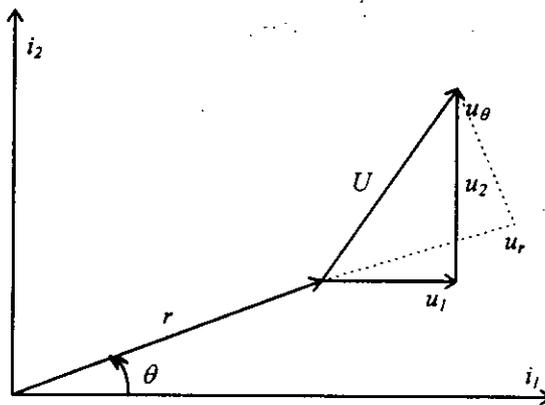


Fig. 3.2. Passage entre coordonnées cylindriques et cartésiennes.

$$\begin{cases} u_r(\xi) = u_1(\xi) \cdot \cos \theta + u_2(\xi) \cdot \sin \theta \\ u_\theta(\xi) = -u_1(\xi) \cdot \sin \theta + u_2(\xi) \cdot \cos \theta \\ u_z(\xi) = u_3(\xi) \end{cases} \quad (3.6.2)$$

$$\begin{cases} u_1(x) = u_r(x) \cdot \cos \theta' - u_\theta(x) \cdot \sin \theta' \\ u_2(x) = u_r(x) \cdot \sin \theta' + u_\theta(x) \cdot \cos \theta' \\ u_3(x) = u_z(x) \end{cases} \quad (3.6.3)$$

$$\begin{cases} t_1(x) = t_r(x) \cdot \cos \theta' - t_\theta(x) \cdot \sin \theta' \\ t_2(x) = t_r(x) \cdot \sin \theta' + t_\theta(x) \cdot \cos \theta' \\ t_3(x) = t_z(x) \end{cases} \quad (3.6.3')$$

En associant les équations (3.6.1") à (3.6.2), on obtient:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} u_r(\xi) = \int_S \left(\cos \theta (U_{1j}^\omega t_j(x) - T_{1j}^\omega u_j(x)) + \sin \theta (U_{2j}^\omega t_j(x) - T_{2j}^\omega u_j(x)) \right) dS \\ \frac{1}{2} u_\theta(\xi) = \int_S \left(-\sin \theta (U_{2j}^\omega t_j(x) - T_{2j}^\omega u_j(x)) + \cos \theta (U_{1j}^\omega t_j(x) - T_{1j}^\omega u_j(x)) \right) dS \\ \frac{1}{2} u_z(\xi) = \int_S (U_{3j}^\omega t_j(x) - T_{3j}^\omega u_j(x)) dS \end{cases} \quad (3.6.4)$$

En remplaçant les équations (3.6.3) et (3.6.3') dans le système (3.6.4) développé pour l'indice j on obtient le premier terme u_r :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} u_r = \int_S & \left[\begin{aligned} & \left(U_{11}^\omega (t_r \cdot \cos \theta' - t_\theta \cdot \sin \theta') - T_{11}^\omega (u_r \cdot \cos \theta' - u_\theta \cdot \sin \theta') + \right. \\ & U_{12}^\omega (t_r \cdot \sin \theta' + t_\theta \cdot \cos \theta') - T_{12}^\omega (u_r \cdot \sin \theta' + u_\theta \cdot \cos \theta') + \end{aligned} \right] \cos \theta + \\ & \left[\begin{aligned} & \left(U_{21}^\omega (t_r \cdot \cos \theta' - t_\theta \cdot \sin \theta') - T_{21}^\omega (u_r \cdot \cos \theta' - u_\theta \cdot \sin \theta') + \right. \\ & U_{22}^\omega (t_r \cdot \sin \theta' + t_\theta \cdot \cos \theta') - T_{22}^\omega (u_r \cdot \sin \theta' + u_\theta \cdot \cos \theta') + \end{aligned} \right] \sin \theta \, dS \\ & \left(U_{13}^\omega t_z - T_{13}^\omega u_z \right) \end{aligned} \quad (3.6.5)_r$$

Afin d'alléger l'équation, on s'est abstenu d'écrire ξ et x ainsi que les deux autres termes

$$\frac{1}{2}u_\theta, \frac{1}{2}u_z.$$

En tirant les termes u_i et t_i en facteur et en identifiant l'équation (3.6.5) à l'équation (3.6.1') développée par rapport à l'indice j , on obtient les solutions fondamentales en coordonnées cylindriques en fonction des solutions fondamentales en coordonnées cartésiennes sous la forme suivante:

$$\begin{cases} \Gamma_{rr}^\omega = U_{11}^\omega \cdot \cos \theta \cdot \cos \theta' + U_{12}^\omega \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta' + U_{21}^\omega \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta' + U_{22}^\omega \cdot \sin \theta \cdot \sin \theta' \\ \Gamma_{r\theta}^\omega = -U_{11}^\omega \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta' + U_{12}^\omega \cdot \cos \theta \cdot \cos \theta' - U_{21}^\omega \cdot \sin \theta \cdot \sin \theta' + U_{22}^\omega \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta' \\ \Gamma_{rz}^\omega = U_{13}^\omega \cdot \cos \theta + U_{23}^\omega \cdot \sin \theta \\ \Gamma_{\theta r}^\omega = -U_{11}^\omega \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta' - U_{12}^\omega \cdot \sin \theta \cdot \sin \theta' + U_{21}^\omega \cdot \cos \theta \cdot \cos \theta' + U_{22}^\omega \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta' \\ \Gamma_{\theta\theta}^\omega = U_{11}^\omega \cdot \sin \theta \cdot \sin \theta' - U_{12}^\omega \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta' - U_{21}^\omega \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta' + U_{22}^\omega \cdot \cos \theta \cdot \cos \theta' \\ \Gamma_{\theta z}^\omega = -U_{13}^\omega \cdot \sin \theta + U_{23}^\omega \cdot \cos \theta \\ \Gamma_{zr}^\omega = U_{31}^\omega \cdot \cos \theta' + U_{32}^\omega \cdot \sin \theta' \\ \Gamma_{z\theta}^\omega = -U_{31}^\omega \cdot \sin \theta' + U_{32}^\omega \cdot \cos \theta' \\ \Gamma_{zz}^\omega = U_{33}^\omega \end{cases} \quad (3.6.6)$$

Des expressions analogues sont obtenues pour les solutions fondamentales $\Sigma_{ij}^\omega(\xi, x)$

3.6.2. Décomposition en modes de Fourier selon θ

Le passage de coordonnées effectué dans la section précédente ne fait que simplifier l'introduction des conditions aux limites (CAL) pour les problèmes traités. Afin de tirer profit de l'axisymétrie, et réduire la dimension du problème une deuxième fois, on doit découpler les modes de déplacement en mode de Fourier selon l'angle θ . Cette décomposition nous permettra après intégration d'éliminer la variable θ des vecteurs déplacements et tractions, on travail par conséquent dans le repère 2D r, z et seule la trace du domaine est à discrétisée. Rappelons que la trace est la courbe génératrice de la surface du domaine quand on lui fait subir une rotation de 2π autour de l'axe z .

Si nous nous limitons à l'ordre N , la décomposition aura la forme [18]:

$$\begin{cases} u_r(r, \theta, z) = u_r^0(r, z) + \sum_{n=1}^N u_r^{n,s}(r, z) \cdot \cos(n\theta) + \sum_{n=1}^N u_r^{n,a}(r, z) \cdot \sin(n\theta) \\ u_\theta(r, \theta, z) = u_\theta^0(r, z) + \sum_{n=1}^N u_\theta^{n,s}(r, z) \cdot \sin(n\theta) - \sum_{n=1}^N u_\theta^{n,a}(r, z) \cdot \cos(n\theta) \\ u_z(r, \theta, z) = u_z^0(r, z) + \sum_{n=1}^N u_z^{n,s}(r, z) \cdot \cos(n\theta) + \sum_{n=1}^N u_z^{n,a}(r, z) \cdot \sin(n\theta) \end{cases} \quad (3.6.7)$$

$u_i^{n,s}$ et $u_i^{n,a}$ sont les déplacements selon la direction i pour le mode n symétrique et antisymétrique respectivement.

Des expressions similaires sont obtenues pour r' , θ' , z' et pour t_i .

En utilisant (3.6.7) avec (3.6.1) on peut obtenir les équations de base pour les trois différents modes:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(u_r^0 + u_r^s \cos \theta + u_r^a \sin \theta) + \int_S (\Sigma_{rj}^\omega u_j(x) - \Gamma_{rj}^\omega t_j(x)) dS = 0 \\ \frac{1}{2}(u_\theta^0 + u_\theta^s \sin \theta + u_\theta^a \cos \theta) + \int_S (\Sigma_{\theta j}^\omega u_j(x) - \Gamma_{\theta j}^\omega t_j(x)) dS = 0 \\ \frac{1}{2}(u_z^0 + u_z^s \cos \theta + u_z^a \sin \theta) + \int_S (\Sigma_{zj}^\omega u_j(x) - \Gamma_{zj}^\omega t_j(x)) dS = 0 \end{cases} \quad (3.6.8)$$

En remplaçant (3.6.7) pour θ' et (3.6.8) développée par rapport à j , on obtient la première équation. Les deux autres sont obtenues de la même manière:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(u_r^0 + u_r^s \cos \theta + u_r^a \sin \theta) + \int_S \begin{pmatrix} \Sigma_{rr}^\omega (u_r^0 + u_r^s \cos \theta + u_r^a \sin \theta) + \\ \Sigma_{r\theta}^\omega (u_\theta^0 + u_\theta^s \sin \theta + u_\theta^a \cos \theta) + \\ \Sigma_{rz}^\omega (u_z^0 + u_z^s \cos \theta + u_z^a \sin \theta) \end{pmatrix} dS - \\ \int_S \begin{pmatrix} \Gamma_{rr}^\omega (t_r^0 + t_r^s \cos \theta + t_r^a \sin \theta) + \\ \Gamma_{r\theta}^\omega (t_\theta^0 + t_\theta^s \sin \theta + t_\theta^a \cos \theta) + \\ \Gamma_{rz}^\omega (t_z^0 + t_z^s \cos \theta + t_z^a \sin \theta) \end{pmatrix} dS = 0 \end{aligned} \quad (3.6.9)$$

En réécrivant le système d'équation pour chaque mode isolé on abouti à:

Mode 0:

$$\frac{1}{2}u_i^0 + \int_S \Sigma_{ij}^\omega u_j^0 dS - \int_S \Gamma_{ij}^\omega t_j^0 dS = 0 \quad (3.6.10)$$

Mode 1 symétrique:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}u_i^s \cos \theta + \int_S (\Sigma_{ir}^\omega u_r^s \cos \theta + \Sigma_{i\theta}^\omega u_\theta^s \sin \theta + \Sigma_{iz}^\omega u_z^s \cos \theta) dS - \\ \int_S (\Gamma_{ir}^\omega t_r^s \cos \theta + \Gamma_{i\theta}^\omega t_\theta^s \sin \theta + \Gamma_{iz}^\omega t_z^s \cos \theta) dS = 0 \end{aligned} \quad (3.6.11)$$

pour $i = r$ ou z . Si $i = \theta$ il suffit de remplacer $\cos \theta$ par $\sin \theta$.

Un problème à symétrie de révolution géométrique peut ainsi être décomposé en $2N+1$ problèmes traitant chacun l'un des modes. Dans notre étude nous nous intéressons aux fondations rigides. Les modes nous permettant de représenter les déplacements de la fondation *rigide* sont le mode 0 et le mode 1, Fig. 3.3. Nous nous limiterons donc à $N = 1$.

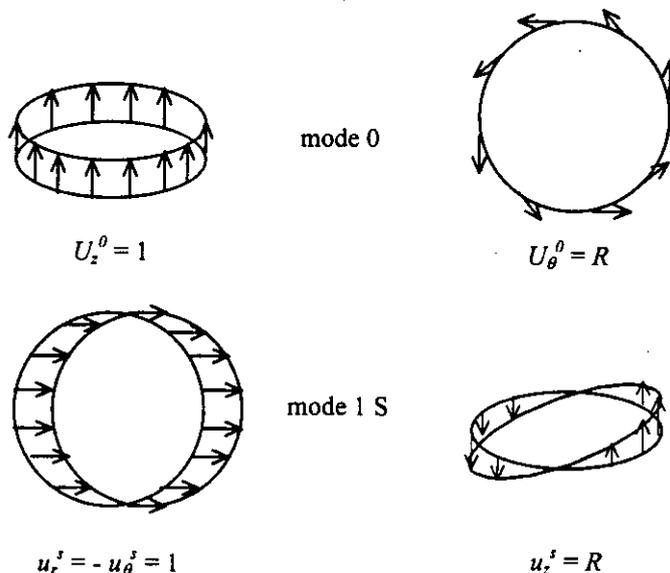


Fig. 3.2. Modes de déplacement de fondations rigides.

La Fig. 3.2. montre qu'on peut représenter le déplacement vertical et la torsion par le mode 0. Les deux translations horizontales et les deux balancements, quant à eux sont représentés par le mode 1 symétrique et antisymétrique.

3.7. DISCRETISATION ET INTEGRATION DES EQUATIONS:

Dans cette formulation $u_i^0, t_i^0, u_i^s, t_i^s, u_i^a$ et t_i^a ne dépendent que de r' et z' . La discrétisation de la frontière du domaine se fera par des segments droit dans le repère (r, z) qui représente la trace de la surface du domaine. Une interpolation constante des éléments de frontières semble être très intéressante dans la mesure où on peut s'attendre à de bon résultats sans encombrement particulier du code de calcul. Une étude paramétrique sur le raffinement de la discrétisation sera menée dans le chapitre suivant.

3.7.1. Ecriture des équations discrétisées:

L'interpolation constante a la forme:

$$v_i^h = \sum_{l=1}^{Nh} v_l^i \cdot w_l \tag{3.19}$$

v_i^h est l'approximation de v_i .

$w_l = 1$ pour tout point r', z' de l'élément l .

$w_l = 0$ pour tout point r', z' d'un élément $k \neq l$.

L'équation discrétisée pour le mode 0 prendra alors la forme:

$$\frac{1}{2} u_i^{0k} + \sum_{e=1}^N u_j^{0e} \int_{S_e} \Sigma_{ij}^{\omega} dS_e = \sum_{e=1}^N t_j^{0e} \int_{S_e} \Gamma_{ij}^{\omega} dS_e \quad (3.20)$$

et pour le mode 1 symétrique:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} u_i^{sk} \cos \theta + \sum_e u_r^{se} \int_{S_e} \Sigma_{ir}^{\omega} \cos \theta' dS_e + \sum_e u_{\theta}^{se} \int_{S_e} \Sigma_{i\theta}^{\omega} \sin \theta' dS_e + \sum_e u_z^{se} \int_{S_e} \Sigma_{iz}^{\omega} \cos \theta dS_e = \\ \sum_e t_r^{se} \int_{S_e} \Gamma_{ir}^{\omega} \cos \theta' dS_e + \sum_e t_{\theta}^{se} \int_{S_e} \Gamma_{i\theta}^{\omega} \sin \theta' dS_e + \sum_e t_z^{se} \int_{S_e} \Gamma_{iz}^{\omega} \cos \theta dS_e \end{aligned} \quad (3.21)$$

pour $i = r$ ou z . Si $i = \theta$ on change $\cos \theta$ par $\sin \theta$.

N est le nombre d'éléments de frontière.

On peut écrire les équations (3.20) et (3.21) sous forme matricielle comme suit:

$$c a u_i + \sum_{j=1}^N H_{ij} \cdot u_j = \sum_{j=1}^N G_{ij} \cdot t_j \quad (3.22)$$

3.7.2. Choix de la position du point singulier en θ :

L'intégration des équations (3.20) et (3.21) fait disparaître l'angle θ' mais l'angle θ subsiste dans les équations du mode 1.

En théorie, les résultats $u_i^0, t_i^0, u_i^s, t_i^s, u_i^a$ et t_i^a sont indépendants de l'angle θ . Cependant il faut choisir θ de telle manière que le conditionnement numérique du système soit le meilleur possible. Pour cela, nous devons essayer de conserver les termes diagonaux des matrices H et G aussi grands que possible.

Pour le mode 0, les équations sont indépendantes de θ qui peut être quelconque. Par simplicité on prendra $\theta = 0$.

Pour le mode 1, les premiers coefficients de l'équation (3.21) sont multipliés par $\cos \theta$ ou par $\sin \theta$. En choisissant θ égale à 0, nous allons diminuer l'influence des termes multipliés par $\sin \theta$ c.a.d. u_{θ} . La valeur $\theta = \pi/4$ paraît le meilleur choix car elle donne au sinus et au

cosinus la même valeur, donc la même influence pour tous les termes. Le système sera ainsi mieux conditionné.

3.7.3. Evaluation des intégrales:

Les avantages cités au début de la section 3.6. ont une contrepartie, qui est l'apparition de singularité au niveau des noyaux Γ_{ij}^ω et Σ_{ij}^ω lorsque le point source et le point courant appartiennent au même élément.

a. Le point courant x et le point singulier ξ n'appartiennent pas au même élément:

Dans ce cas la distance entre x et ξ n'est jamais nulle. On utilise alors la quadrature de Gauss à quatre points.

Cette méthode n'étant pas très appropriée pour les fonctions trigonométriques, l'intervalle $[0, 2\pi]$ ou $[\pi/4, \pi/4 + 2\pi]$ sera divisé en 4 segments de $\pi/2$ chacun. Rappelons que pour le mode 1 ($\theta = \pi/4$) donc, on doit assurer une symétrie d'intégration par rapport à l'origine.

b. Le point courant x et le point singulier ξ appartiennent au même élément:

Une analyse particulière doit être menée dans ce cas car la différence entre x et ξ peut s'annuler, par conséquent des divisions par zéro vont paraître sous le signe d'intégration. La solution adoptée [18] consiste à faire une intégration semi-analytique, la première étape est l'intégration analytique des noyaux Γ_{ij}^ω et Σ_{ij}^ω par rapport à r' ou z' selon le cas (éléments horizontaux ou verticaux respectivement). L'étape suivante consiste à intégrer numériquement le résultat non singulier obtenu dans la première étape, par la quadrature de Gauss. Néanmoins, il reste important de concentrer les points de Gauss au niveau de θ (0 en mode 0 et $\pi/4$ en mode 1).

Quelques termes singuliers ainsi que leur intégration sont présentés dans l'annexe 1.

3.8. CONCLUSION:

Dans ce chapitre, on a pu voir l'adaptation de la méthode des équations intégrales aux frontières aux problèmes élastodynamiques stationnaires ainsi que les nombreux avantages qu'offre cette méthode par rapport à la méthode des éléments finis.

Une importante partie de ce chapitre a été consacrée à l'adaptation de BEM aux problèmes à symétrie de révolution. Pour ce faire on a été amené à procéder à deux transformations. La première est le passage du système de coordonnées cartésien au système

de coordonnées cylindriques, dans le but d'avoir les solutions fondamentales dans le nouveau système. La deuxième transformation est celle du découplage des modes de déplacement selon la variable azimutale θ . A la suite de ces deux transformations, on a abouti au traitement de deux problèmes plans pour les fondations rigides, plus simple à étudier que le problème tridimensionnel initial.

Enfin, l'écriture matricielle des équations ainsi que l'intégration des termes singuliers a été initiée.

Les développements issus de ce chapitre vont être à la base de l'application de la méthode des équations intégrales aux frontières pour l'évaluation des fonctions d'impédance, et la détermination de la réponse déterministe et probabiliste des fondations cylindriques. Ce sera l'objectif des prochains chapitres.

CHAPITRE 4

RIGIDITE DYNAMIQUE DES FONDATEMENTS TRIDIMENSIONNELLES: CAS DES FONDATEMENTS CYLINDRIQUES

RIGIDITE DYNAMIQUE DES FONDATEIONS TRIDIMENSIONNELLES: CAS DES FONDATIONS CYLINDRIQUES

4.1. INTRODUCTION:

Dans le cadre de l'application de la méthode des sous-structures à l'étude de l'interaction dynamique sol-structure, L'évaluation de la rigidité dynamique des fondations rigides non pesantes de différentes formes et pour différents profils de sol est une étape fondamentale et fait l'objet de recherches soutenues. La difficulté majeure de ces problèmes a été la représentation de la radiation de l'énergie dans un domaine non borné. La BEM s'est avérée être une approche très efficace à cet égard, transformant les équations gouvernantes du domaine en intégrales de frontière, elle satisfait implicitement les conditions de radiation pour les domaines infinis ou semi-infinis.

Dans la littérature, la méthode des équations intégrales aux frontières ou BEM a été utilisée pour calculer la rigidité dynamique des fondations cylindriques enterrées dans un sol homogène ou multicouche [2, 18, 20 etc...]. Une grande partie des travaux a été faite par l'approche indirecte combinée à la solution fondamentale correspondant à un demi-espace homogène ou multicouche. Les difficultés associées à cette approche (indirecte) sont:

- i- la localisation de la surface contenant les sources fictives.
- ii- le calcul de la solution fondamentale non connue sous forme analytique exacte mais en termes d'intégrales contenant le produit de deux fonctions de Bessel.

L'utilisation de l'approche directe avec une solution fondamentale de demi-espace élastique ne requiert pas la définition de frontière où la source devra être placée. Cependant, les résultats sont satisfaisant pour les basses fréquences seulement [46].

Dans ce qui suit, nous allons utiliser l'approche directe de la méthode des équations intégrales aux frontières pour calculer les rigidités dynamiques des fondations cylindriques, cas particulier des fondations tridimensionnelles, posées ou enterrées dans un demi-espace viscoélastique. L'utilisation de la solution fondamentale de l'espace infini va nécessiter la

discrétisation de la surface. Cependant, seule une partie de la surface sera discrétisée à cause de la radiation et de l'amortissement interne du sol.

Les fonctions d'impédance ou rigidités dynamiques des différents modes de vibration seront exposées dans ce chapitre. Leur évaluation est faite par le biais de deux codes de calcul, développés sur la base de l'étude théorique menée dans le chapitre précédent.

Une étude paramétrique sera faite à la fin de ce chapitre afin de montrer l'influence de différents paramètres intervenant dans le calcul des fonctions d'impédance.

4.2. DEFINITION:

Les fonctions d'impédance sont le système de "ressorts et amortisseurs" reliant la fondation sans masse à une base fixe. En fait, c'est l'effet du sol retenant la fondation qui est condensé en un point de référence.

Le travail se faisant sur des fondations tridimensionnelles, les fondations cylindriques présentent un cas particulier d'intérêt pratique et de simplicité relative, feront l'objet d'un développement conséquent.

La relation matricielle reliant les six déplacements généralisés aux six forces généralisées s'écrit comme suit (Fig. 4.1):

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ M_1 \\ F_2 \\ M_2 \\ F_3 \\ M_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{hh} & -K_{hr} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_{rh} & K_{rr} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{hh} & K_{hr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{rh} & K_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{vv} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{tt} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ \varphi_1 \\ U_2 \\ \varphi_2 \\ U_3 \\ \varphi_3 \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

avec: F_1, F_2, U_1, U_2 : forces et déplacements horizontaux dans les deux sens.

$M_1, M_2, \varphi_1, \varphi_2$: moments et rotations selon les deux axes horizontaux.

F_3, U_3 : force et déplacement verticaux respectivement.

M_3, φ_3 : moment et rotation selon l'axe vertical, i.e. torsion.

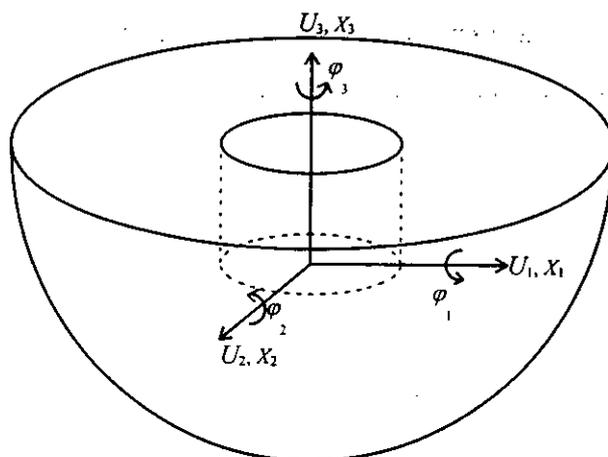


Fig. 4.1. fondation enterrée avec son système de coordonnées.

Si l'on considère la symétrie axiale, les axes X_1 et X_2 auront les mêmes propriétés et la relation précédente se simplifie à:

$$\begin{Bmatrix} F_H \\ M_R \\ F_V \\ M_T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{HH} & K_{HR} & 0 & 0 \\ K_{RH} & K_{RR} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{VV} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{TT} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_H \\ \theta_R \\ U_V \\ \theta_T \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

F_H, U_H : force et translation horizontale.

M_R, θ_R : moment et rotation autour de l'axe horizontal passant par le centre de la base.

F_V, U_V : force et translation verticale.

M_T, θ_T : moment et rotation autour de l'axe vertical passant par le centre.

Les termes de la matrice sont complexes et on les décompose souvent en une partie réelle et une partie imaginaire:

$$K_{ij} = k_{ij} + i.a_0.c_{ij} \quad (4.3)$$

k_{ij}, c_{ij} : coefficients de rigidité et d'amortissement.

$a_0 = \omega.r/C_2$ fréquence adimensionnelle.

Il est clair que la fréquence adimensionnelle englobe trois paramètres qui sont: la fréquence d'excitation (ω), la dimension de la fondation (r) et la vitesse de propagation des ondes de cisaillement (C_2) caractérisant le type du sol.

La partie réelle de la fonction d'impédance représente la rigidité et l'inertie du sol pour le mode de déplacement considéré, alors que la partie imaginaire représente l'amortissement radiatif et interne du sol. Les termes extra-diagonaux K_{HR} et K_{RH} sont l'effet du couplage qui existe entre la translation horizontale et le balancement (Rocking). Ces termes peuvent être négligés pour les fondations superficielles, mais cela n'est pas le cas pour les fondations enterrées.

L'amortissement du sol pour un milieu viscoélastique peut être pris en compte en remplaçant C_1 , C_2 et G par leurs équivalents complexes (Principe de correspondance):

$$\begin{aligned} C_1^* &= \frac{C_1}{1+i\beta}; & C_2^* &= \frac{C_2}{1+i\beta} \\ G^* &= G(1+2i\beta) \end{aligned} \quad (4.4)$$

où β est l'amortissement interne du sol.

4.3. EVALUATION DES FONCTIONS D'IMPEDANCE PAR LA BEM:

Le calcul des fonctions d'impédance à partir de la formulation intégrale se fait en suivant une séquence d'étapes, notamment l'introduction des conditions aux limites (CAL) de type mixte et la résolution du système ainsi conditionné dans une première étape. L'étape suivante est la détermination des forces de contact à partir des tractions à l'interface pour enfin aboutir aux fonctions d'impédance.

Une fois la formulation intégrale développée, on aboutit au système d'équation (3.25) ou encore:

$$H.u = G.t \quad (4.5)$$

où u et t sont les vecteurs déplacements et tractions à la frontière.

H et G sont les matrices d'influence, elle sont pleines, car tous les éléments du domaine sont couplés.

Le problème est en général mixte; sur la frontière on a principalement deux types d'éléments, les éléments de contact entre le sol et la fondation dénoté " c ", et les éléments de la surface libre ayant l'indice " l ". L'équation (4.5) s'écrira alors:

$$\begin{bmatrix} H^{cc} & H^{cl} \\ H^{lc} & H^{ll} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^c \\ u^l \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G^{cc} & G^{cl} \\ G^{lc} & G^{ll} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t^c \\ t^l \end{Bmatrix} \quad (4.6)$$

sachant que les tractions t^l en surface libre sont nulles et les déplacements à l'interface sont imposées, on aura:

$$\begin{bmatrix} H^{cc} & H^{cl} \\ H^{lc} & H^{ll} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^c \\ u^l \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G^{cc} \\ G^{lc} \end{bmatrix} \{t^c\} \quad (4.7)$$

on peut alors procéder à un réarrangement en transformant le système précédent en un système de la forme:

$$\begin{bmatrix} G^{cc} & -H^{cl} \\ G^{lc} & -H^{ll} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t^c \\ u^l \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H^{cc} \\ H^{lc} \end{bmatrix} \{u^c\} \quad (4.8)$$

le système précédent est de la forme " $A X = B$ ", où X contient toutes les inconnues (t^c et u^l) et B joue le rôle de second membre connu. La matrice A est constituée à partir de H et G . Les coefficients des contraintes sont multipliés par le module de Young du matériau afin d'éviter des perturbations numériques. Le système ainsi constitué est résolu pour donner toutes les inconnues du problème aussi bien en déplacements qu'en tractions.

L'évaluation des fonctions d'impédance est faite en suivant la même démarche. Les conditions aux limites que l'on doit imposer seront celles qui nous conduiront à la détermination des fonctions d'impédance. Des déplacements unitaires (translations ou rotations) sont imposés à la zone de contact, et des tractions nulles sont imposées à la surface libre.

La résolution du système ainsi conditionné nous donnera les tractions à l'interface sol-fondation. L'intégration des tractions sur leurs éléments conduit à la détermination des forces globales. Ces dernières constituent en fait les fonctions d'impédance, car rappelons le, les déplacements imposés étaient unitaires.

4.4. APPLICATION:

On se propose de déterminer les fonctions d'impédance des fondations cylindriques posées ou enterrées dans un demi-espace viscoélastique homogène ayant les caractéristiques mécaniques ρ , λ , μ . La discrétisation est faite pour la trace de la frontière seulement et par des éléments constants réduisant ainsi la taille numérique du problème initialement tridimensionnelle de domaine semi-infini.

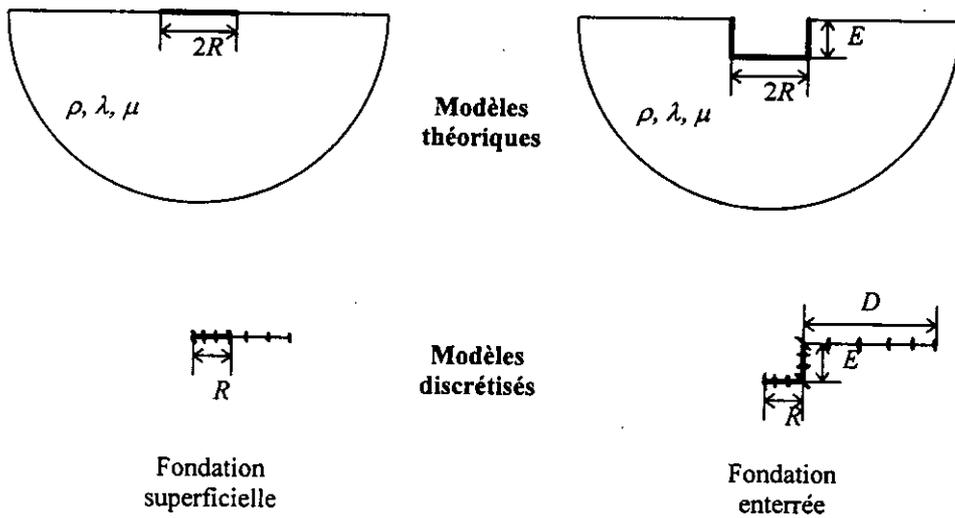


Fig. 4.2. Fondations superficielles et enterrées et leur discrétisation.

L'équation (4.2) relie les forces généralisées aux déplacements généralisés par la matrice des impédances $K U=F$. La détermination des termes de la matrice est faite grâce à l'intégration des tractions sur les éléments d'interface $F = \int t \cdot d\Gamma$, les tractions sont obtenues en résolvant le système $H u=G t$. Ci-dessous, nous représentons la manière dont l'intégration est faite pour les différents modes de vibration.

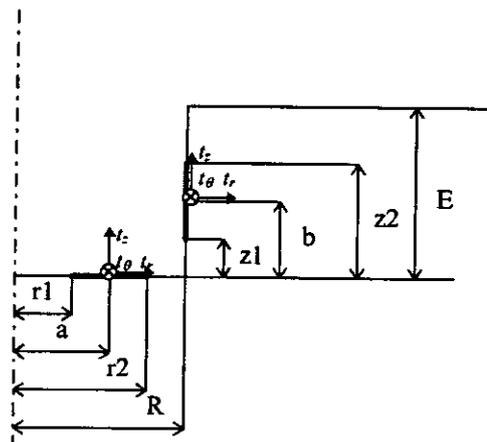


Fig. 4.3. Intégration sur les différents éléments.

- Rigidité verticale:

On doit imposer une translation verticale unitaire qui se traduit par:

$U_z^0 = 1, U_r^0 = U_\theta^0 = 0$. En intégrant les résultats t_z^0 nous trouvons F_v :

$$F_v = \sum_{j=1}^{N_h} \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} t_z^0 r dr d\theta + \sum_{j=1}^{N_v} \int_0^{2\pi} \int_{z_1}^{z_2} t_z^0 R dz d\theta$$

$$F_v = \sum_{j=1}^{N_h} \pi (r_2^2 - r_1^2) t_z^0 + \sum_{j=1}^{N_v} 2\pi R (z_2 - z_1) t_z^0 \quad (4.9)$$

avec N_h : le nombre d'éléments horizontaux.

et N_v : le nombre d'éléments verticaux.

- Rigidité torsionnelle:

$$U_\theta^0 = a, U_r^0 = U_z^0 = 0$$

$$M_\theta = \sum_{j=1}^{N_h} \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} t_\theta^0 r^2 dr d\theta + \sum_{j=1}^{N_v} \int_0^{2\pi} \int_{z_1}^{z_2} t_\theta^0 R^2 dz d\theta$$

$$M_\theta = \sum_{j=1}^{N_h} \frac{2\pi}{3} (r_2^3 - r_1^3) t_\theta^0 + \sum_{j=1}^{N_v} 2\pi R^2 (z_2 - z_1) t_\theta^0 \quad (4.10)$$

- Rigidité horizontale et horizontale-balancement couplés:

$$U_r^{1s} = -U_\theta^{1s} = 1, U_z^{1s} = 0$$

$$F_h = \sum_{j=1}^{N_h} \frac{\pi}{2} (r_2^2 - r_1^2) (t_r^{1s} - t_\theta^{1s}) + \sum_{j=1}^{N_v} \pi R (z_2 - z_1) (t_r^{1s} - t_\theta^{1s}) \quad (4.11)$$

$$M_\phi = \sum_{j=1}^{N_h} \frac{\pi}{3} (r_2^3 - r_1^3) t_z^{1s} + \sum_{j=1}^{N_v} \pi R^2 (z_2 - z_1) t_z^{1s} - \sum_{j=1}^{N_v} \pi \cdot R \cdot b (z_2 - z_1) (t_r^{1s} - t_\theta^{1s}) \quad (4.12)$$

- Rigidité de balancement et de balancement-horizontale couplés:

pour les éléments horizontaux: $U_z^{1s} = a, U_r^{1s} = U_\theta^{1s} = 0$

et pour les éléments verticaux: $U_z^{1s} = R, U_r^{1s} = -U_\theta^{1s} = U_z^{1s} = -b$

on applique les mêmes formules (4.11) et (4.12) pour déterminer les forces et moments.

4.5. PRESENTATION DES RESULTATS:

4.5.1. Notation:

Dans la représentation des résultats, on a souvent recours à des procédures de normalisation, faisant en sorte que les résultats obtenus pour un exemple donné soient valables pour d'autres exemples moyennant certains facteurs adimensionnels.

La normalisation généralement adoptée dans de tels problèmes consiste à prendre une fréquence adimensionnelle, qui englobe la fréquence d'excitation ω , les caractéristiques mécaniques C_2 et les dimensions de la fondation R ($a_0 = \omega R / C_2$). La deuxième normalisation est faite sur les rigidités dynamiques, où on a divisé les termes réels de translation par $G R$ et leurs correspondants imaginaires par $G R a_0$, alors que les fonctions d'impédance de rotation ont été divisées par R^3 au lieu de R .

4.5.2. Validation des programmes:

Afin de valider les codes de calcul, on doit procéder à quelques tests nous permettant de vérifier les résultats obtenus.

Deux paramètres influent significativement sur les résultats. Ce sont la taille des éléments et la discrétisation du champ libre. Une fois les deux paramètres cernés pour donner des résultats satisfaisant, on procède à la validation des résultats obtenus en les comparant à des résultats publiés.

a. Raffinage du maillage:

Rappelons que des éléments de frontière constants ont été choisis, ce qui implique en principe une discrétisation importante du domaine par ce type d'élément. On s'est proposé donc d'étudier l'influence de la taille des éléments sur la qualité des résultats. La procédure a consisté à prendre des éléments de plus en plus petits pour discrétiser l'interface; des éléments allant de $\frac{1}{2}$ à $\frac{1}{12}$ du rayon de la fondation ont été choisis. Les résultats (Fig. 4.4.) montrent qu'à partir d'une taille de $R/5$, on a une courbe d'allure acceptable, et que les rapports $R/8$, $R/10$ et $R/12$ donnent des résultats pratiquement identiques. On a décidé de prendre le rapport $R/10$ car il est conforme à la norme en la matière, qui préconise une longueur d'éléments inférieure ou égale à $\lambda_s/8$. (λ_s étant la longueur des ondes de cisaillement) et reste valable pour une gamme de fréquence plus élevée.

b. discrétisation du champ libre:

La solution fondamentale choisie (espace infini) nécessite la discrétisation de toute la frontière du domaine, qui est dans notre cas la surface du demi-espace. Par ailleurs, du fait de l'amortissement radiatif et la faible participation des éléments lointains du champ libre à l'interaction, on peut se permettre de limiter notre discrétisation [22], [18] à la zone de contact et à son voisinage. Ce qui réduit considérablement l'inconvénient de cette solution fondamentale par rapport à la solution fondamentale du demi-espace.

Dans la Fig. 4.5. on a représenté l'influence de la discrétisation du champ libre sur les fonctions d'impédance pour différents facteur d'enterrement E/R . Un résultat intéressant est observé pour les impédances dynamiques des fondations superficielles: celles-ci ne dépendent pas de la discrétisation du champ libre. Ceci induit une simplification importante pour ce type de problème.

Pour les fondations enterrées les résultats ne sont acceptable qu'à partir d'une certaine longueur " D " (Fig. 4.2.) de discrétisation du champ libre. Cette longueur vaut $3R$ pour $E/R=0,5$ et $7R$ pour $E/R=1$. On peut dire que pour toute fondation, le rapport D/R doit valoir entre 6 et 7 fois le degré d'enterrement E/R .

A titre d'indication, les courbes sont tracées pour une fréquence adimensionnelle $a_0=2.5$, car c'est à ce niveau qu'on trouve la plus grande dispersion des résultats.

c. Comparaison avec les résultats publiés:

Une fois les résultats stabilisés par cette approche (BEM), on doit les comparer aux résultats publiés. On a pris le cas d'une fondation enterrée dans un demi-espace viscoélastique avec un degré d'enterrement égale à un, un facteur d'amortissement interne égale à 1% et un coefficient de poisson égale à 0,25 et on l'a comparé aux résultats de Day [16] qui a utilisé la méthode des éléments finis pour le même cas sauf pour l'amortissement interne qui est nul dans ce cas. Les résultats sont illustrés dans la Fig. 4.6. pour différents facteurs d'enterrement.

La comparaison des résultats normalisés obtenus par ces deux méthodes est probante. Les principales différences sont au niveau de certains coefficients d'amortissement aux basses fréquences. Cette différence est due vraisemblablement au fait de la non prise en compte de l'amortissement interne par Day. Ainsi, on peut dire que l'effet de l'amortissement interne est visible pour les basses fréquences, alors qu'il disparaît devant l'amortissement radiatif aux moyennes et hautes fréquences.

4.5.3. Etude de l'influence de certains paramètres:

a. Effet du coefficient de Poisson:

L'un des paramètres ayant un effet important sur les fonctions d'impédance est le coefficient de Poisson. Les rigidités dynamiques obtenues par la BEM pour divers coefficients de Poisson et divers degrés d'enterrement sont présentées dans la Fig. 4.7.

A première vue l'effet du coefficient de Poisson sur les fondations superficielles est faible sauf pour la composante verticale. Pour les fondations enterrées, on remarque que la rigidité dynamique augmente proportionnellement au degré d'enterrement. On peut remarquer aussi que l'effet du coefficient de Poisson est plus prononcé pour les modes de translation qu'il ne l'est pour les modes de rotation.

b. Effet du facteur d'amortissement:

La théorie de l'élastodynamique nous a permis d'utiliser la BEM pour étudier les vibrations dans un demi-espace élastique. L'étude des problèmes dynamiques des milieux viscoélastiques est rendue possible grâce au principe de correspondance §4.2. qui remplace le module de cisaillement G par son équivalent complexe G^* , prenant ainsi l'amortissement interne du matériau en considération.

On s'est proposé de voir l'effet du facteur d'amortissement interne β sur les fonctions d'impédance. La Fig. 4.8. présente la variation des fonctions d'impédance pour des degrés d'enterrement $E/R = 0, 0.5, 1$ en fonction de la fréquence adimensionnelle a_0 et de l'amortissement interne $\beta = 0, 1\%, 5\%$. Comme il a été avancé dans la comparaison des résultats Fig. 4.6., on note une très faible réduction de la partie réelle en hautes fréquences, mais surtout une augmentation considérable de la partie imaginaire (amortissement) en basses fréquences, car la courbe représente $C_m/G.R^n.a_0$, ($a_0 \rightarrow 0 \Rightarrow C_m \rightarrow \infty$). L'effet de l'amortissement interne s'atténue très rapidement pour disparaître quantitativement en hautes fréquences.

c. Influence du degré d'enterrement:

L'un des paramètres les plus influents sur les fonctions d'impédance est le degré d'enterrement. Cet effet a été illustré dans la Fig. 4.9. Une vue globale des graphes nous permet de dire que l'enterrement fait augmenter incontestablement la valeur des fonctions d'impédance, que ce soit pour la partie réelle ou imaginaire. C_v, C_h ont une croissance presque

linéaire avec le rapport E/R , alors que l'augmentation des autres termes n'est pas aussi régulière.

Les termes Kh , Cv , Ch dépendent peu de la fréquence, alors que Kv , Kt , Kr montrent une certaine dépendance dans le sens décroissant. Ct , Cr quant à eux, augmentent rapidement en basses fréquences pour atteindre une valeur asymptotique en hautes fréquences. Les valeurs limites atteintes par Cv , Ch sont supérieures à celles atteintes par Ct , Cr ; ce qui veut dire que la dissipation d'énergie liée à la translation est supérieure à la dissipation d'énergie liée à la rotation. Cependant, l'augmentation linéaire de Cv , Ch avec le degré d'enterrement et l'augmentation presque exponentielle de Ct , Cr laisse à penser que pour les fondations à enterrement profond, le rapport de dissipation d'énergie s'inversera.

4.6. CONCLUSION:

La définition et l'interprétation physique des fonctions d'impédance a été donnée dans ce chapitre ainsi qu'une présentation de la manière de les déterminer par la méthode des équations intégrales aux frontières. L'utilisation des séries de Fourier pour décomposer le problème bidimensionnel à symétrie de révolution en un problème unidimensionnel nous a permis de contourner les complexités liées à la taille numérique du problème initial.

Les résultats obtenus par cette approche ont été comparés après stabilisation aux résultats obtenus par la MEF, où l'on a observé une concordance très satisfaisante.

Enfin, une étude paramétrique portant sur la variation du coefficient de Poisson ainsi que sur le facteur d'amortissement interne et le degré d'enterrement, a été menée afin de montrer l'influence de ces paramètres sur les fonctions d'impédance. Le coefficient de Poisson a un effet plus prononcé sur les translations que sur les rotations. L'enterrement fait augmenter les rigidités dynamiques aussi bien en translation qu'en rotation.

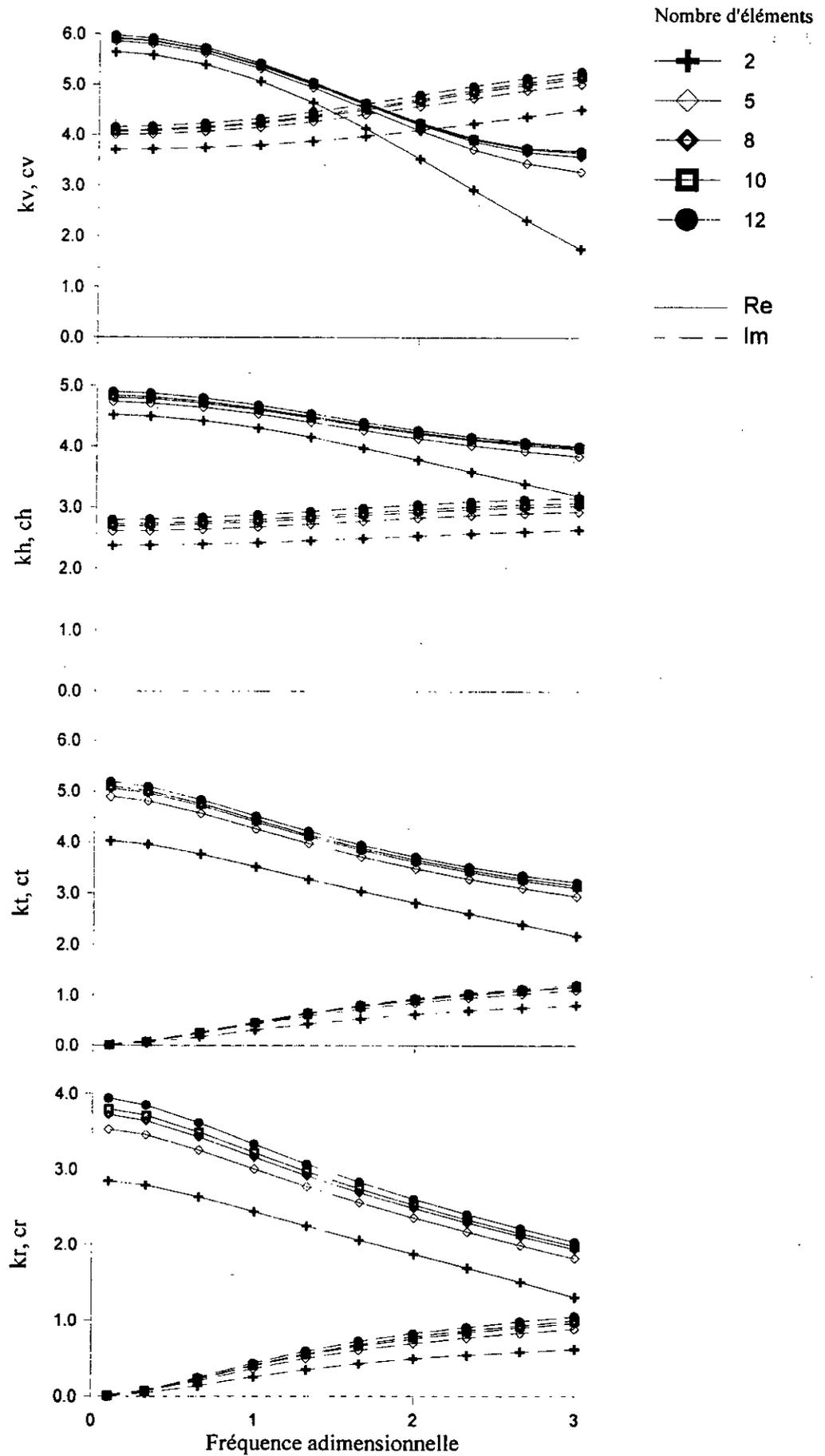


Fig. 4.4. Effet du raffinement des éléments.

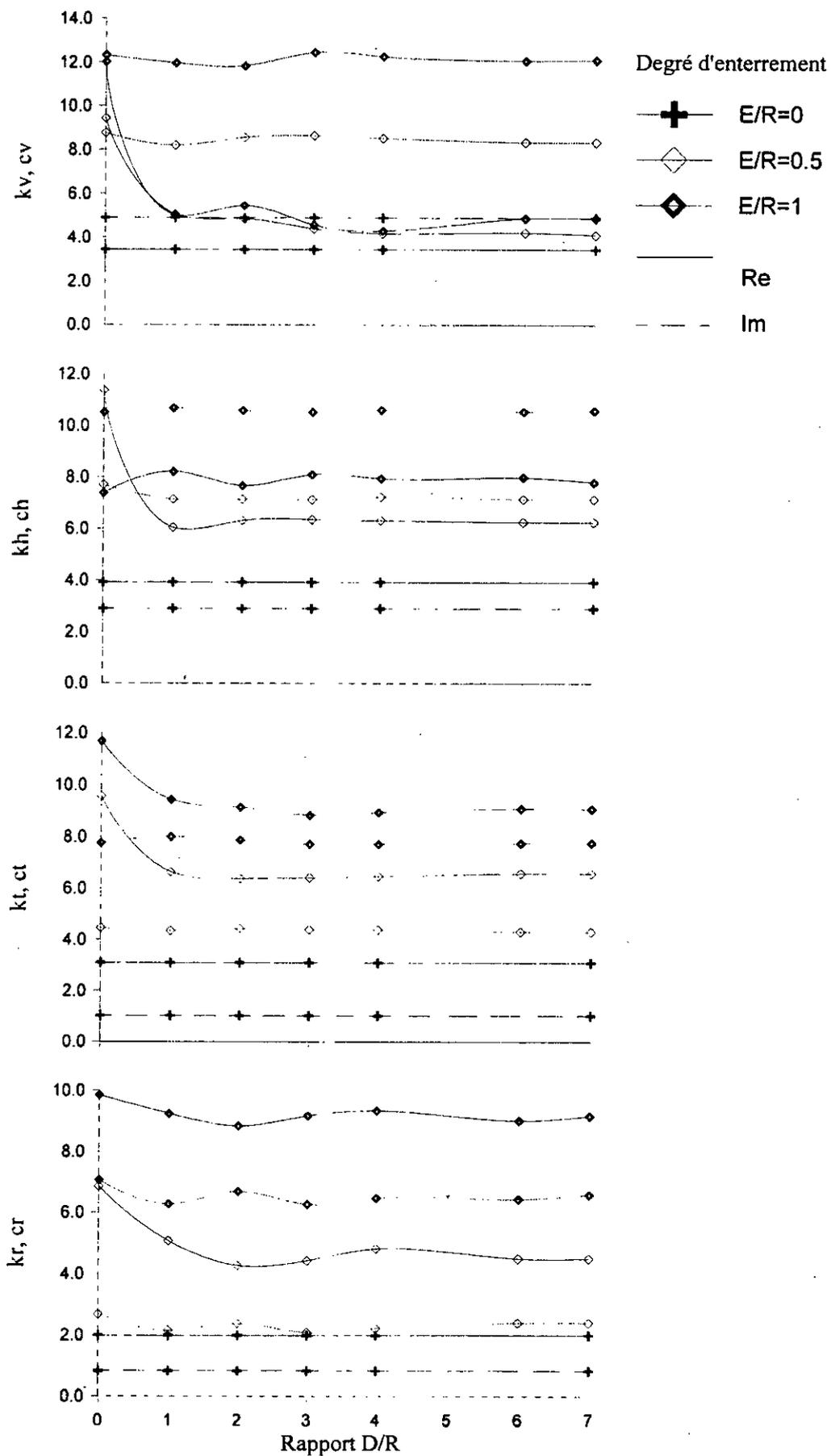


Fig. 4.5. Effet de la discrétisation du champ libre.

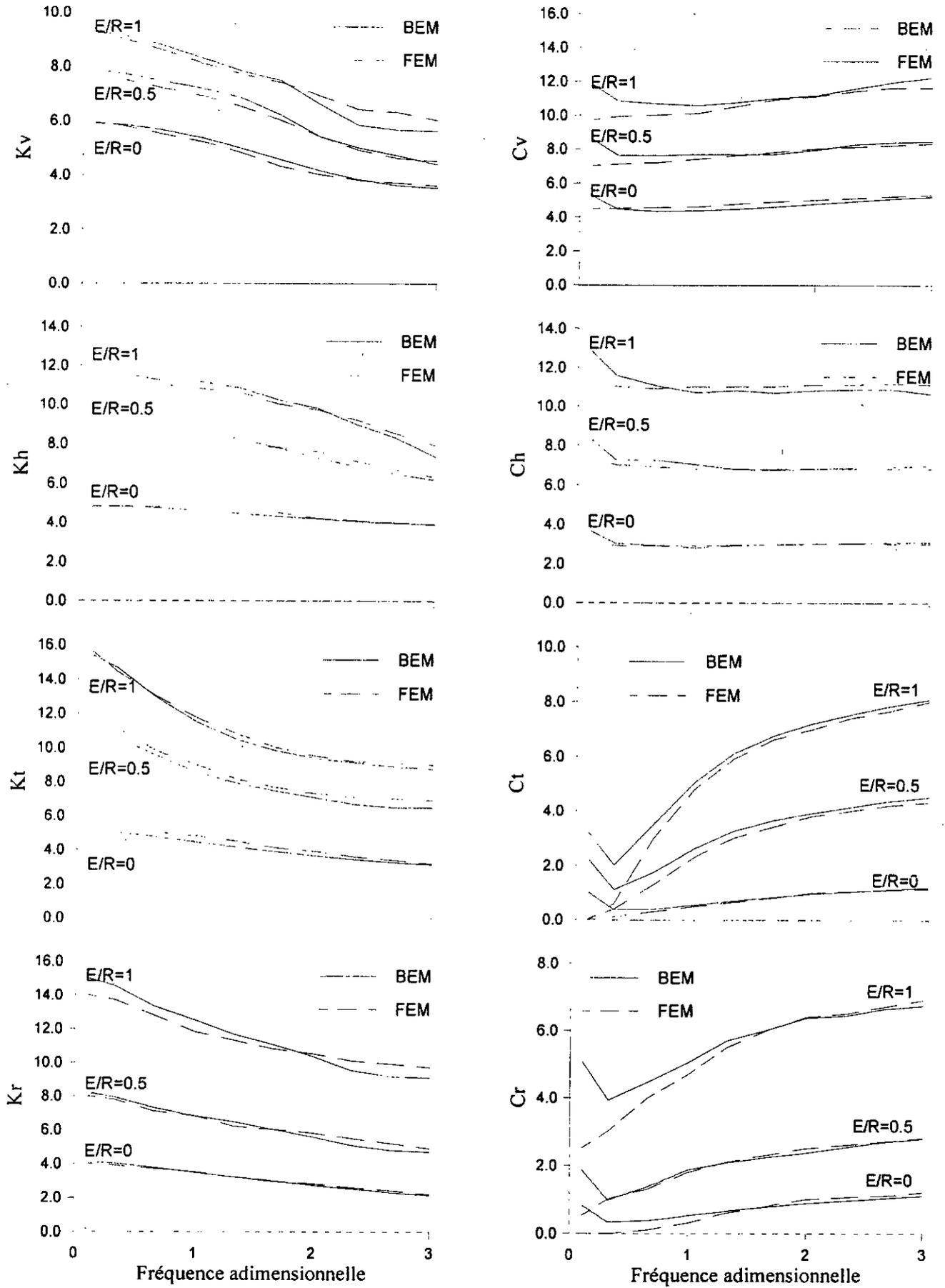


Fig. 4.6. Comparaison avec les résultats publiés.

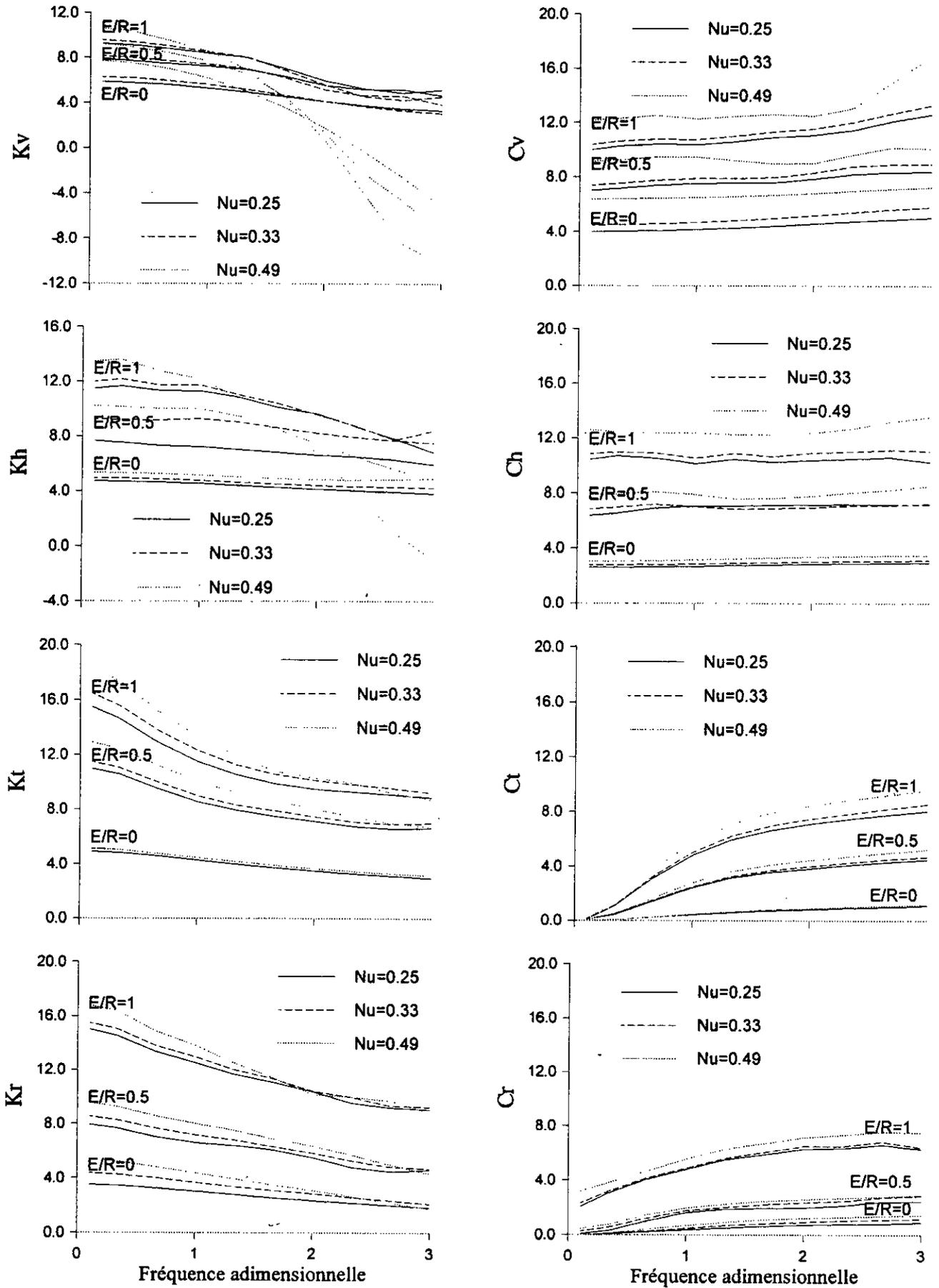


Fig. 4.7. Effet du coefficient de Poisson.

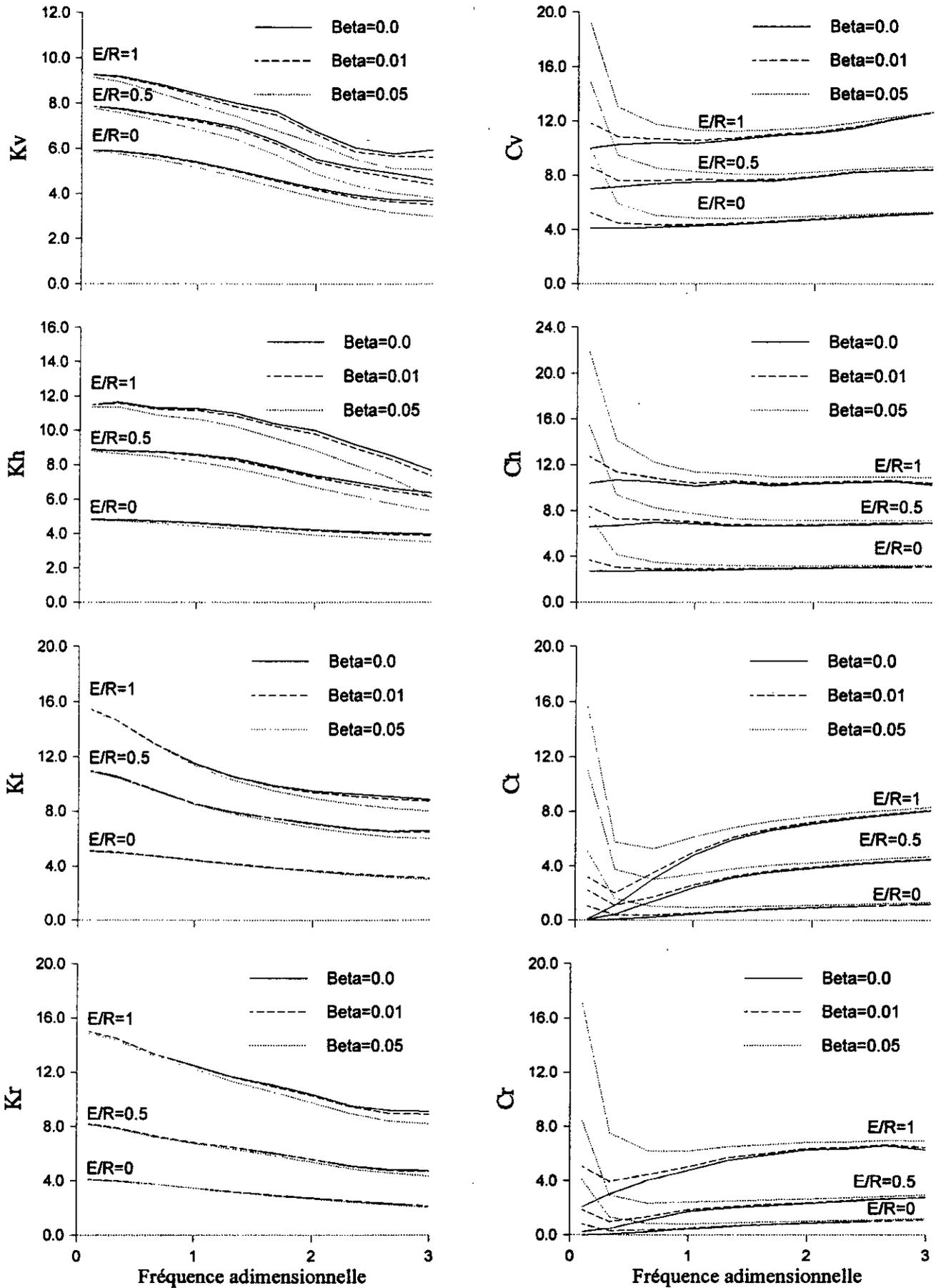


Fig. 4.8. Effet du facteur d'amortissement.

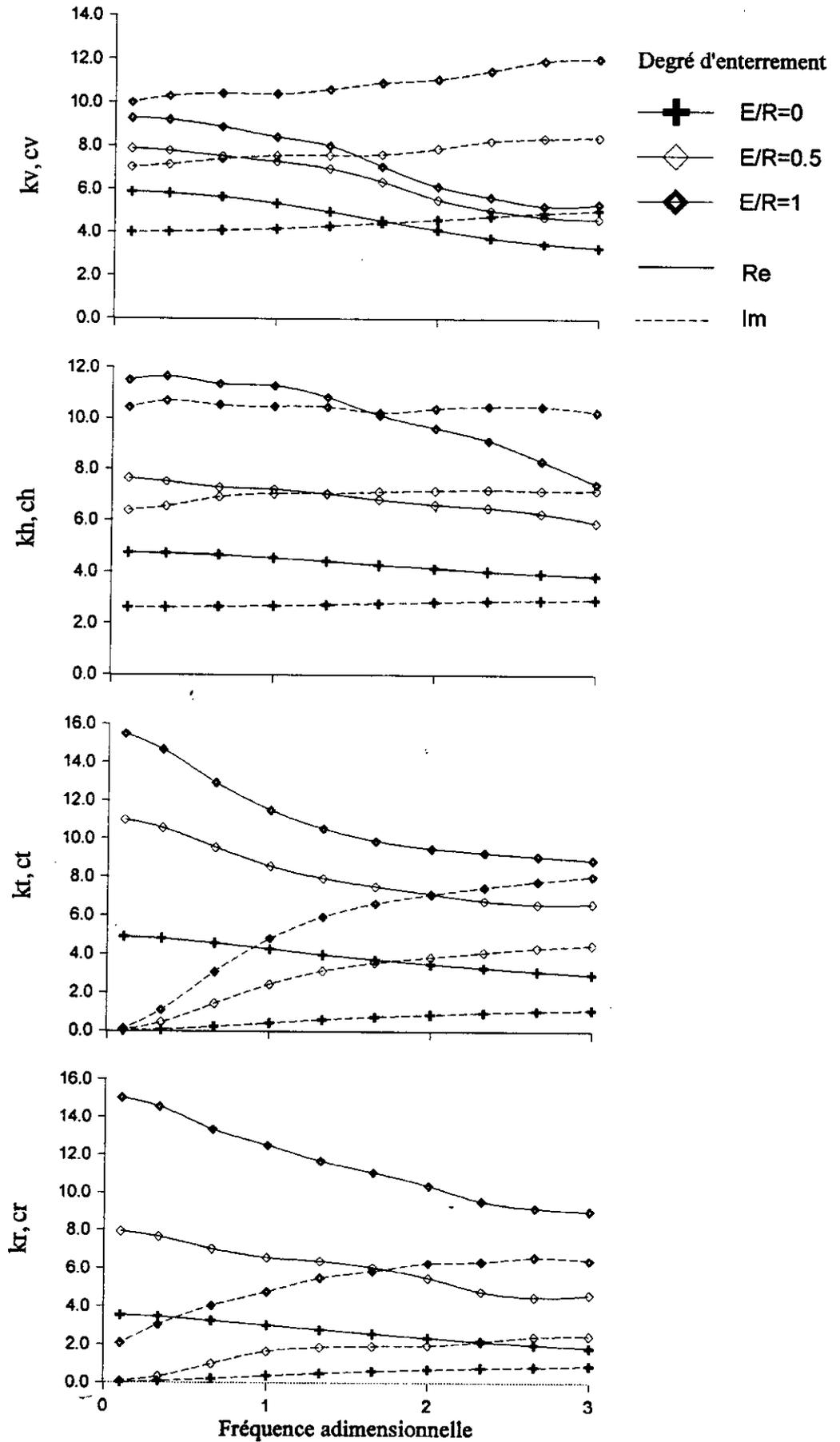


Fig. 4.9. Influence du degré d'enterrement.

CHAPITRE 5

REPONSE SISMIQUE

DES FONDATIONS

TRIDIMENSIONNELLES

REPONSE SISMIQUE DES FONDATEIONS TRIDIMENSIONNELLES

5.1. INTRODUCTION:

L'étude d'un problème d'interaction sol-structure peut se limiter à la détermination des fonctions d'impédance si les charges considérées sont extérieures (machines vibrantes); or, les charges les plus destructives pour des structures importantes restent les séismes (charges internes). De ce fait, le traitement de la réponse sismique des fondations s'est imposé.

Les charges sismiques sont souvent, pour des raisons de simplicité, considérées comme résultant d'un mouvement de propagation verticale des ondes [19, 53]. Cette hypothèse est fondée dans le cas où le foyer est suffisamment profond ou le milieu présente plusieurs couches molles ayant polarisé les ondes. En revanche, elle n'est plus valable dans le cas de foyers peu profonds et des couches de sol dures à la surface [56]. La prise en compte de tous les types d'ondes pour tous types d'incidence est devenue indispensable pour le calcul parasismique des structures. La preuve a été donnée par des structures symétriques détruites sous l'effet de charges torsionnelles, ce qui est contradictoire avec l'hypothèse de la propagation verticale des ondes. Cette considération (ondes obliques) va donner lieu à un déphasage dans l'arrivée des ondes à la surface de contact, ce phénomène est appelé "l'effet du passage d'ondes". Dans le cas d'une structure de dimension comparable ou supérieure à la longueur d'onde, on peut s'attendre dans certains cas à une "réduction" du mouvement de la fondation sous l'effet de l'auto-annulation des déplacements "self-canceling".

Dans le cadre de l'évaluation de la réponse sismique de fondations, plusieurs contributions ont été apportées par différents auteurs et par différentes approches. Les premiers apports dans ce domaine sont à inscrire à l'actif de l'approche analytique. Kobori et al. [32] ont donnée la réponse dynamique d'une fondation circulaire posée sur un demi-espace à une incidence oblique des ondes SH. Luco [34] a déterminé la réponse torsionnelle d'un disque et d'une demi-sphère enterrés dans un demi espace, soumis à la même incidence (SH oblique). Apsel et Luco [3] ont généralisé les derniers résultats au cas d'une fondation ellipsoïdale. Wong et Trifunac [56] ont analysé, quant à eux, le cas d'une fondation filante avec un enterrement semi-elliptique. Toutes ces approches analytiques considèrent une

incidence oblique des ondes SH, lesquelles présentent une relative simplicité dans le traitement mathématique.

Pour d'autres types d'ondes et d'autres formes géométriques de fondations, les méthodes numériques sont incontournables. Wong et Luco [55] ont calculé la réponse dynamique des fondations rectangulaires soumises à une incidence oblique des ondes. La MEF a été utilisée par Day [16] pour déterminer la réponse des fondations semi-sphériques et cylindriques à une propagation verticale et horizontale des ondes SH. Scanlan [48] a étudié l'effet des ondes SH à incidence horizontale sur les fondations rectangulaires. Pais et Kausel [43] ont utilisé une méthode approchée pour évaluer la réponse de fondations cylindriques et rectangulaires sujettes à une incidence oblique des ondes SH.

La BEM a été appliquée pour la première fois en 1978 par Dominguez [19] pour résoudre le problème de diffraction d'ondes sismiques. L'application a été faite dans le domaine fréquentiel. Karabalis et Beskos [29] et Spyrakos et Beskos [50] ont étudié le problème dans le domaine temporel pour les fondations bi- et tridimensionnelles. D'autres contributions à l'étude de la réponse stochastique des fondations filantes ont été apportées depuis, dont celle de Hadid [22].

La BEM exposée dans les chapitres précédents va être utilisée dans ce chapitre pour déterminer la réponse des fondations tridimensionnelles sous l'effet des ondes P, SV, SH et Rayleigh. Un aperçu sur la propagation des ondes sismiques dans un milieu élastique sera donné. La détermination de la réponse de la fondation sera faite à partir des matrices issues de la formulation intégrale, mais d'une manière différente de celles utilisées pour déterminer les fonctions d'impédance. Les résultats seront présentés sous forme de fonctions de transfert reliant les déplacements en champ libre aux déplacements de la fondation sans masse (interaction cinématique).

5.2. NOTIONS SUR LA PROPAGATION D'ONDES SISMQUES:

5.2.1. Origine des séismes:

La cause principale génératrice des tremblements de terre est, en référence à l'état actuel des connaissances, un phénomène complexe non entièrement élucidé [11]. Néanmoins, une relation étroite peut être établie entre les tremblements de terre et la tectonique des plaques.

Le tremblement de terre est dû au mouvement relatif entre les différentes plaques continentales, comme il peut être dû, moins souvent, à des sources volcaniques ou encore des affaissements de cavités souterraines.

Le mouvement relatif de deux blocs rocheux se déplaçant latéralement suivant des directions opposées [41], va accumuler de l'énergie jusqu'à la rupture Fig. 5.1. Brutalement, en un point qui sera l'origine du tremblement de terre, la rupture se propagera en formant une faille. Après rupture, les deux blocs reviennent à une position stable, et l'énergie de déformation redevient nulle.

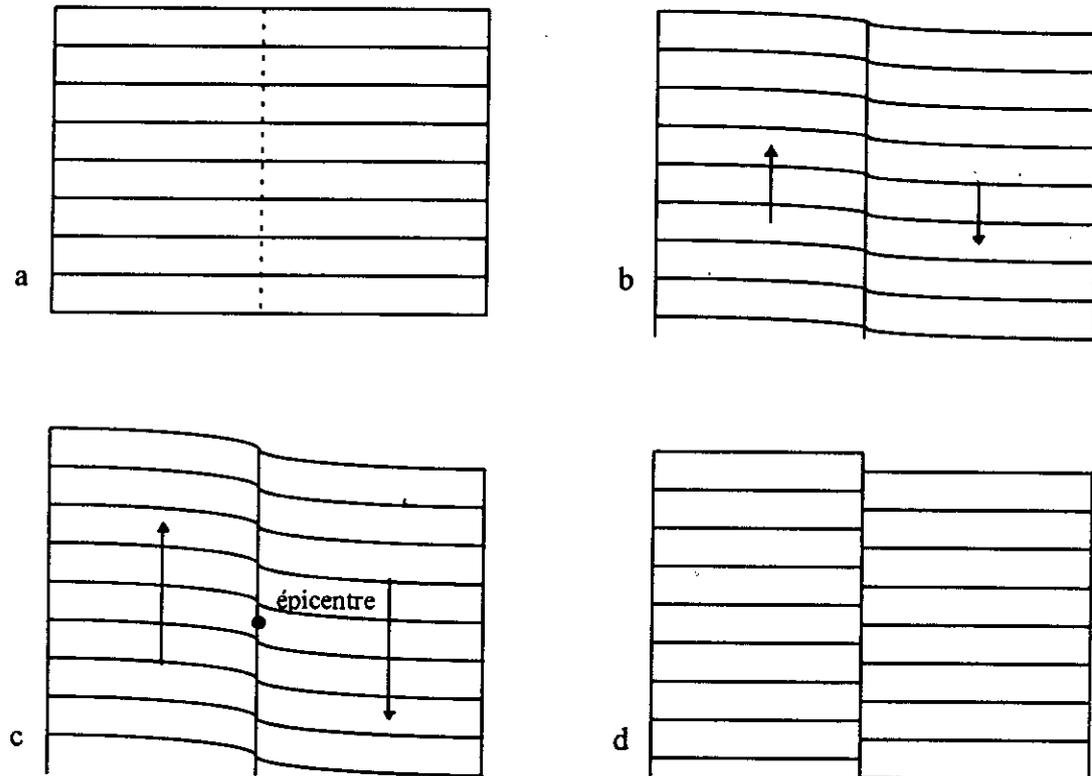


Fig. 5.1. Origine du tremblement de terre.

D'une manière générale, les ondes sismiques sont créées en même temps que la faille, les premières à être détectées sont les ondes P "primaires", ensuite arrivent les ondes S "secondaires"; ces deux types d'ondes constituent les ondes de volume. En atteignant la surface ou en rencontrant des discontinuités, celles-ci subiront des réflexions et des réfractions donnant lieu à d'autres types d'ondes se propageant le long de la surface.

5.2.2. Types d'ondes:

a. Ondes de volume:

L'explosion sismique à l'intérieur de la terre donne lieu à une propagation "sphérique" des ondes dans le milieu tridimensionnel (le front d'onde se déplace sous forme d'une sphère ayant comme centre l'origine de l'explosion sismique). En s'éloignant de la source, la propagation d'onde peut être considérée comme une propagation plane, car la distance entre

l'épicentre et le front d'onde devient assez importante. Il existe deux types d'ondes de volume, les ondes P et les ondes S.

- **Ondes P: (Primaires)**

Ce sont les plus rapides (5,5 km/s dans le granite). Elles se propagent exactement comme le son, dans une succession de compressions et de dilatations, aussi bien dans un liquide que dans un solide Fig. 5.2. Elles sont émises dans la gamme de fréquence comprise entre 0 et 100 Hz.



Fig. 5.2. Propagation des ondes P.

- **Ondes S: (Secondaires)**

On les appelle aussi ondes de cisaillement, car elles déforment le milieu traversé en le cisillant. Elles sont plus lentes que les ondes P (3,5 km/s dans le granite). Leur gamme de fréquence est la même que celles des ondes P. Les ondes S sont très analogues aux ondes lumineuses, c'est à dire, contrairement aux précédentes, leur mouvement est transversal à la direction de propagation Fig. 5.3. Conséquence, les ondes S ne se propagent pas dans les milieux qui ne peuvent être cisillés (liquides et gaz). Généralement, les ondes S sont décomposées en deux types, ondes SH et ondes SV.

Les ondes SV représentent la partie des ondes S ayant un déplacement dans le plan de propagation, tandis que les ondes SH sont celles qui se propagent dans l'"anti-plan".

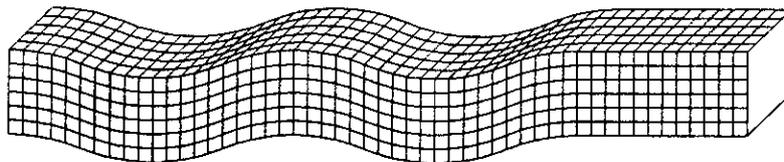


Fig. 5.3. Propagation des ondes S.

b. Les ondes de surface:

Les ondes de volume arrivant à la surface donnent naissance à d'autres types d'ondes, n'intéressant le sol que sur une faible profondeur. On distingue essentiellement les ondes de Rayleigh et les ondes de Love.

- **Ondes R: (Rayleigh)**

Leur vitesse est inférieure aux deux autres vitesses. Le mouvement qu'elles créent est à la fois vertical et horizontal par rapport à la direction de propagation Fig. 5.4. Cela veut dire que la surface rocheuse bougera selon un trajet quasi elliptique. L'onde s'atténue très rapidement à mesure que la profondeur augmente.

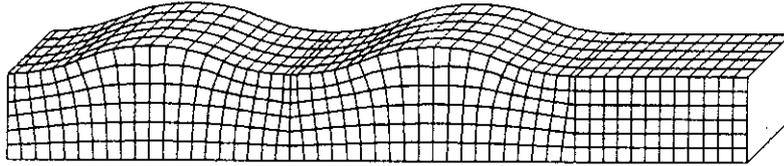


Fig. 5.4. Propagation des ondes de Rayleigh.

- **Ondes Q: (Love)**

Ce sont également des ondes de surface, mais créées à partir d'ondes S. Les réflexions multiples des ondes S entre les différentes couches de la croûte terrestre donnent lieu à ce type d'ondes qui n'ont pas d'oscillations verticales, leur mouvement ressemble à celui d'un serpent rampant sur le sol Fig. 5.5.

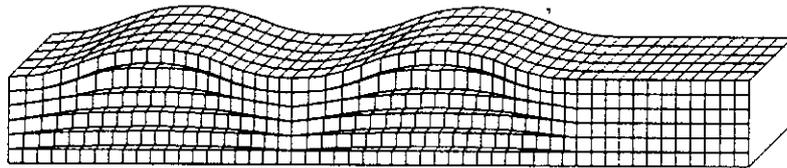


Fig. 5.5. Propagation des ondes de Love.

La vitesse de propagation des ondes de surface est bien inférieure à celle des ondes de volume (moins de 3km/s dans le granite) mais elles s'atténuent moins vite. La diminution de l'amplitude des ondes de volume est fonction de la distance, alors qu'elle est fonction de la racine carrée de la distance pour les ondes de surface.

L'expression mathématique des déplacements provoqués par les différents types d'ondes nous intéressant est donnée en annexe 2.

5.3. DETERMINATION DE LA REPONSE SISMIQUE:

Les équations intégrales en élastodynamique stationnaire, pour un domaine borné, sont données par l'équation 3.17. Pour un domaine non borné, on considère qu'on a une frontière fictive Γ_R qui tend vers l'infini, on obtient de cette manière l'équation 3.20. En l'absence de sources à l'infini, il a été démontré que les intégrations sur la frontière donnent des termes nuls.

Pour un problème de propagation d'ondes élastiques, l'équation 3.21 ne tend plus vers zéro, mais plutôt vers une valeur plus ou moins connue (problème de la source à l'infini). La condition de radiation est définie alors, pour un demi espace par:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \left(\int_{\Gamma_R} U_{ij}^\omega t_j d\Gamma_R - \int_{\Gamma_R} T_{ij}^{\omega(n)} u_j d\Gamma_R \right) = \frac{1}{2} u_i^g \quad (5.1)$$

avec: u_i^g : la composante du déplacement en champ libre selon la direction i .

$U_{ij}^\omega, T_{ij}^\omega$: les solutions fondamentales.

u_j, t_j : les composante de déplacements et de traction du point considéré selon la direction j .

En prenant en considération la nouvelle condition de radiation, l'équation 3.20 devient:

$$\alpha \cdot u_i + \int_{\Gamma} T_{ij}^{\omega(n)} u_j d\Gamma = \int_{\Gamma} U_{ij}^\omega t_j^{(n)} d\Gamma + \frac{1}{2} u_i^g \quad (5.2)$$

La discrétisation de la frontière Γ en " n " éléments constants pour les déplacements et les tractions conduit à l'écriture de l'équation (5.2) sous la forme suivante:

$$\frac{1}{2} u_i + \sum_{e=1}^n u_j^e \int_{\Gamma_e} T_{ij}^\omega d\Gamma_e = \sum_{e=1}^n t_j^e \int_{\Gamma_e} U_{ij}^\omega d\Gamma_e + \frac{1}{2} u_i^g \quad (5.3)$$

où u_j^e, t_j^e sont les composantes de déplacements et de traction de l'élément e .

L'écriture de l'équation (5.3) pour les indices i, j variant de 1 à n nous donne l'écriture matricielle condensée suivante:

$$H u = G t + \frac{1}{2} I u^g \quad (5.4)$$

Cette écriture a été établie pour le mode 0, l'écriture du mode 1 symétrique doit être adaptée à la théorie exposée dans le chapitre 4.

La détermination de la réponse dynamique de la fondation sera faite d'une manière différente de celle utilisée pour déterminer les fonctions d'impédance [22], i.e., sans introduction implicite des conditions aux limites. Cette manière simplifie l'implémentation et l'introduction des conditions aux limites (CAL) pour les codes de calcul.

Sur la frontière on a principalement deux types d'éléments, les éléments de contact entre le sol et la fondation dénoté "c", et les éléments de la surface libre ayant l'indice "l". L'équation (5.4) s'écrira alors:

$$\begin{bmatrix} H^{cc} & H^{cl} \\ H^{lc} & H^{ll} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^c \\ u^l \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G^{cc} & G^{cl} \\ G^{lc} & G^{ll} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t^c \\ t^l \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} u^{gc} \\ u^{gl} \end{Bmatrix} \quad (5.5)$$

Sachant que les tractions t^l en surface libre sont nulles, on aura:

$$\begin{bmatrix} H^{cc} & H^{cl} \\ H^{lc} & H^{ll} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^c \\ u^l \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G^{cc} \\ G^{lc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t^c \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} u^{gc} \\ u^{gl} \end{Bmatrix} \quad (5.6)$$

L'équation (5.6) peut être écrite sous forme explicite comme suit:

$$H^{cc}u^c + H^{cl}u^l = G^{cc}t^c + \frac{1}{2}u^{gc} \quad (5.7.a)$$

$$H^{lc}u^c + H^{ll}u^l = G^{lc}t^c + \frac{1}{2}u^{gl} \quad (5.7.b)$$

Isolons u^l de l'équation (5.7.b):

$$u^l = (H^{ll})^{-1} \left[G^{lc}t^c + \frac{1}{2}u^{gl} - H^{lc}u^c \right] \quad (5.8)$$

En substituant u^l de l'équation (5.8) dans l'équation (5.7.a) et en isolant t^c on a:

$$t^c = \left[G^{cc} - H^{cl} (H^{ll})^{-1} G^{lc} \right]^{-1} \left[\left(H^{cc} - H^{cl} (H^{ll})^{-1} H^{lc} \right) u^c + \frac{1}{2} \left(H^{cl} (H^{ll})^{-1} u^{gl} - u^{gc} \right) \right] \quad (5.9)$$

Travaillant sur des fondations rigides, il est possible de relier les déplacements de l'interface aux déplacements rigides du centre de la fondation par la relation:

$$u^c = T U_f \quad (5.10)$$

où u^c : est le vecteur déplacement des noeuds de contact.

U_f : est le vecteur déplacement du centre de la fondation.

T : est la matrice de transformation géométrique.

L'intégration des tractions sur la surface de contact nous donne la résultante des forces et moments rapportée au centre de la fondation:

$$F = T^t . A . t^c \quad (5.11)$$

où F : est la résultante des forces de contact.

T^t : est la matrice de transformation géométrique transposée.

t^c : est le vecteur des tractions de contact.

En remplaçant (5.9) et (5.10) dans (5.11) on obtient:

$$F = T^t A \left(G^{cc} - H^{cl} (H^{ll})^{-1} G^{lc} \right)^{-1} \left(H^{cc} - H^{cl} (H^{ll})^{-1} H^{lc} \right) T U_f + \frac{1}{2} T^t A \left(G^{cc} - H^{cl} (H^{ll})^{-1} G^{lc} \right)^{-1} \left(H^{cl} (H^{ll})^{-1} u^{gl} - u^{gc} \right) \quad (5.12)$$

Il a été démontré [22] que le produit des premiers termes du second membre est en fait la matrice de rigidité dynamique.

$$K = T^t . A . \left(G^{cc} - H^{cl} (H^{ll})^{-1} G^{lc} \right)^{-1} . \left(H^{cc} - H^{cl} (H^{ll})^{-1} H^{lc} \right) . T \quad (5.13)$$

La substitution de (5.13) dans (5.12) nous donne:

$$F = K . U_f + \frac{1}{2} T^t . A . \left(G^{cc} - H^{cl} (H^{ll})^{-1} G^{lc} \right)^{-1} . \left(H^{cl} (H^{ll})^{-1} u^{gl} - u^{gc} \right) \quad (5.14)$$

Le déplacement généralisé de la fondation en l'absence de forces extérieures harmoniques peut être déterminé à partir de l'équation (5.15) comme suit:

$$U_f = \frac{1}{2} K^{-1} . T^t . A . \left(G^{cc} - H^{cl} (H^{ll})^{-1} G^{lc} \right)^{-1} . \left(u^{gc} - H^{cl} (H^{ll})^{-1} u^{gl} \right) \quad (5.15)$$

Une procédure de normalisation consiste à diviser le déplacement rigide de la fondation par le déplacement en champ libre. Les rotations ont été multipliées par la demi-largeur de la fondation. Les fonctions normalisées obtenues constituent des fonctions de transfert.

$$T_h = \frac{U_{fh}}{U_{gh}} : \text{fonction de transfert horizontale.}$$

$$T_v = \frac{U_{fv}}{U_{gv}} : \text{fonction de transfert verticale.}$$

$$T_t = \frac{U_{f\theta} \cdot R}{U_{gh}} : \text{fonction de transfert torsionnelle.}$$

$$T_r = \frac{U_{f\phi} \cdot R}{U_{gv}} : \text{fonction de transfert de balancement.}$$

U_{gv} et U_{gh} sont les déplacements verticaux et horizontaux en champ libre.

U_{fv} , U_{fh} , $U_{f\theta}$ et $U_{f\phi}$ sont les déplacements du centre de la fondation.

5.4. APPLICATION AUX FONDATIONS TRIDIMENSIONNELLES:

Les fonctions de transfert entre le mouvement en surface libre et le mouvement de la fondation sont calculées pour divers angles d'incidence des différents types d'ondes. Dans notre travail, on a considéré les ondes de types P, SV, SH et de Rayleigh. Les Fig. 5.7.-5.28. représentent la valeur absolue des fonctions de transfert en fonction de la fréquence adimensionnelle a_0 variant de 0 à 9. Chacune des cinq courbes d'un même graphe représente la fonction de transfert pour un certain angle d'incidence des ondes (P, SV et SH) par rapport à l'horizontale Fig. 5.6. 0° traduit une propagation horizontale tandis que 90° exprime une propagation verticale.

Trois types de fondations ont été pris en considération, fondation circulaire, carrée et rectangulaire; ce sont d'ailleurs les principaux types de fondations rencontrés en pratique.

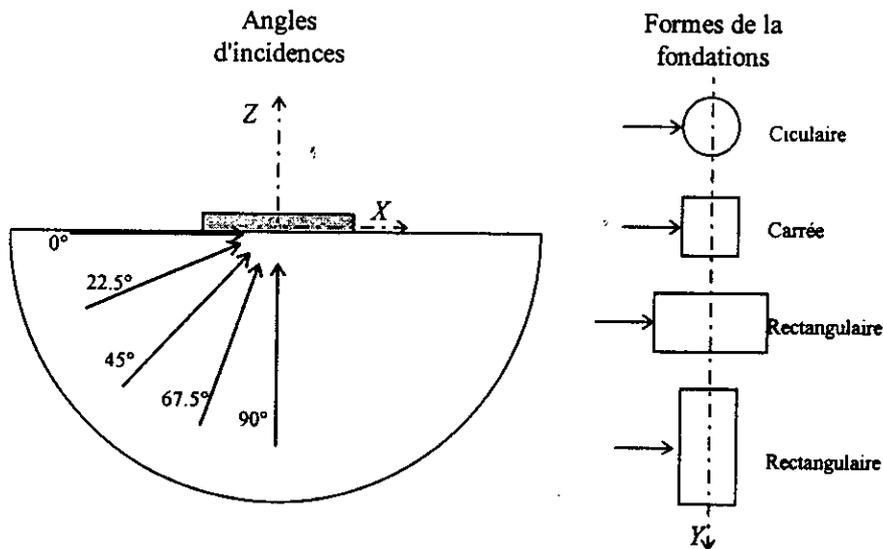


Fig. 5.6. Incidence des ondes sur les différentes fondations.

Les Fig. 5.7. et 5.8. montrent l'effet de la variation du coefficient de Poisson et du facteur d'amortissement interne sur les fondations circulaires pour le déplacement vertical et torsionnel respectivement. On remarque que l'effet du facteur d'amortissement est négligeable et que l'augmentation du coefficient de Poisson réduit légèrement le déplacement vertical en hautes fréquences.

Les Fig. 5.9-5.12. représentent la fonction de transfert horizontale pour les différents types de fondations et les différents types d'ondes (P, SV, SH et Rayleigh respectivement). Il peut être observé que l'angle d'incidence des ondes P, SV et SH a une influence importante sur la forme des fonctions de transfert. Quand les ondes arrivent verticalement, le mouvement de tous les points de la surface est en phase, il n'y a donc pas d'atténuation du mouvement due à la rigidité de la fondation. Cependant, si l'onde arrive avec une certaine inclinaison, les

fonctions de transfert montrent une réduction d'autant plus importante que l'incidence est proche de l'horizontale. Notons au passage, que le degré de diminution des fonctions de transfert n'est pas proportionnel à l'angle d'incidence mais à son cosinus (la différence entre $67^{\circ},5$ et 90° est plus prononcée que la différence entre 0° et $22^{\circ},5$).

Pour certaines valeurs de l'excitation harmonique a_0 , on voit que la translation de la fondation exhibe un minimum local, qui correspond au cas où la fondation tend à basculer autour de la base pour suivre le mouvement du champ libre. On peut assimiler cela à l'inverse de la fréquence de résonance. Une conséquence est que proportionnellement à ces fréquences, on trouve les maximum de balancement et de torsion correspondant à l'angle d'incidence considéré.

Dans la gamme des hautes fréquences, la translation est réduite à cause de l'interaction cinématique, la raison est que la fondation rigide ne peut se conformer aux grandes variations du déplacement en champ libre.

Les fondations rectangulaires ont un paramètre supplémentaire L/B . Pour une fondation carrée $L/B=1$, et pour la fondation rectangulaire on a pris $L/B=2$. La comparaison de la fondation carrée et de la fondation circulaire nous permet de constater une grande similitude entre les deux fonctions de transfert; la différence majeure est le degré de diminution initial, qui est plus grand pour la fondation carrée. En effet, si le rayon de la fondation circulaire est ajusté de façon à avoir l'aire des deux fondations égales, les fonctions de transfert seront approximativement les mêmes en basses fréquences; pour les hautes fréquences, la fondation carrée est sujette à une plus grande translation.

La fondation rectangulaire se présente de deux manières, soit le côté L parallèle à la direction de propagation i.e. au plan XZ , soit le côté L perpendiculaire à ce dernier i.e. parallèle au plan YZ . Le premier cas peut être comparé à la fondation carrée en divisant les fréquences adimensionnelles de celle-ci par 2 ($L/B=2$). En d'autres termes, si on étire le graphe de la fondation rectangulaire dans le sens de l'axe $X=a_0$, on obtient celui de la fondation carrée. Le deuxième cas de la fondation rectangulaire est moins significatif pour les modes de translation. En réalité, dans le contexte hypothétique considéré, ce cas présente exactement les mêmes résultats que la fondation carrée. Une explication qu'il serait possible d'avancer est que le mouvement étant identique en tout point de l'axe Y et présentant la même variation selon le même axe, on ne peut s'attendre à ce qu'il y ait une différence entre ce cas et celui de la fondation carrée. L'interprétation précédente appliquée au premier cas nous permet de dire que pour une fréquence a_0 donnée, l'effet du passage d'onde sur la fondation rectangulaire doit être

prévu pour le double de la même fréquence pour la fondation carrée. Afin d'alléger les graphes, le deuxième cas de la fondation rectangulaire ne sera plus tracé à partir de la Fig. 5.20., sauf pour la torsion.

Les Fig. 5.13-5.15. montrent les fonctions de transfert verticales dues aux ondes P, SV, R. L'effet du passage d'onde sur le déplacement vertical est qualitativement le même que celui des déplacements horizontaux. Néanmoins, la réduction des déplacements horizontaux est plus "rapide". Cette remarque va aussi dans le sens du développement du balancement proportionnellement aux minimum observés sur les translations.

Le balancement de la fondation est représenté sur les Fig. 5.16-5.18. pour les ondes P, SV et R. Rappelons que l'on a multiplié le balancement par la demi-largeur de la fondation pour avoir une grandeur adimensionnelle. En basses fréquences, le balancement est très faible et s'annule pour une fréquence égale à zéro. La valeur maximale du balancement est pratiquement indépendante de l'angle d'incidence; cependant, la fréquence correspondant à ce maximum est inversement proportionnelle au cosinus de l'angle d'incidence. La forme de la fondation influe significativement sur la réponse. En fait, la valeur maximale est inversement proportionnelle au moment d'inertie de la fondation par rapport à l'axe Y .

La Fig. 5.19. montre la valeur absolue de la fonction de transfert reliant les déplacements en surface à la torsion de la fondation. La rotation est toujours multipliée par la demi-largeur. D'importantes différences entre l'étude du problème en déformation plane et l'étude du problème en 3D sont à noter quant au développement de la torsion. Premièrement elle n'est observée que pour l'incidence des ondes SH; deuxièmement, elle ne peut être évaluée dans un contexte bidimensionnel, i.e., en déformation plane.

Pour l'incidence verticale, il n'y a pas de torsion car tous les points de la surface se déplacent de la même manière. Par contre, pour une incidence oblique, la variation spatiale du mouvement induit des torsions de la fondation, même en basses fréquences. La valeur maximale de la torsion est très faiblement proportionnelle à l'angle d'incidence. La fréquence correspondant au maximum est proportionnelle au sinus de l'angle d'incidence. En comparant les différents types de fondations, on constate que la valeur maximale dépend de l'inertie torsionnelle et du sens d'arrivée des ondes. Etant donné que l'inertie torsionnelle de la fondation circulaire est la plus faible, il est tout à fait normal que la valeur maximale de la torsion soit observée pour cette fondation. La fondation rectangulaire se présente en deux cas: sachant que le moment d'inertie est une caractéristique de la fondation, le sens d'arrivée des ondes ne l'est pas. Quand les ondes arrivent selon la direction longitudinale il est clair que les

moments induits par le passage d'onde seront plus importants que si les ondes arrivaient selon la direction transversale. C'est pourquoi on observe des torsions plus importantes dans le premier cas.

De la Fig. 5.20 à la Fig. 5.28. on voit une comparaison entre l'effet des différents types d'ondes, on a donc fixé la géométrie et le mode de vibration de la fondation pour une même figure. Le mouvement de translation Fig. 5.20-5.25. est réduit qualitativement de la même manière sous l'effet des ondes de volume. Quantitativement les ondes SV et SH ont les mêmes actions, alors que la réduction sous l'effet des ondes P est moins importante.

L'effet de l'onde de Rayleigh est comparable à celui des ondes SV ou SH pour une faible incidence. La réduction des déplacements par ce type d'onde est très accentuée. Une réduction allant jusqu'à 80% est observée dans la gamme des basses fréquences.

Les mêmes remarques sont valables pour les modes de rotation. Les ondes de surface prennent et perdent leurs effets dans les basses fréquences, alors que les ondes de volume peuvent aller jusqu'aux moyennes, voire même en hautes fréquence pour les ondes P.

5.5. CONCLUSION:

Les éléments de base de la propagation d'ondes dans un milieu élastique ont été exposés afin de caractériser l'input sismique excitant la fondation. La réponse dynamique des fondations tridimensionnelles a été évaluée à partir de la formulation intégrale sans introduction explicite des conditions aux limites.

Les fondations ont été soumises à l'action d'ondes P, SV, SH et R arrivant suivant divers angles d'incidence. Certaines caractéristiques mécaniques du sol ont été variées aux fins d'examiner leur influence qui s'est avérée peu significative. L'incidence oblique des ondes réduit sensiblement les déplacements de translation, cette réduction est d'autant plus importante que l'incidence est superficielle. Elle est aussi plus importante pour les ondes de cisaillement que pour les ondes de compression-dilatation.

Le développement du balancement est observé dans des gammes de fréquence proportionnelles aux zones de chute des translations. On doit donc chercher des zones de compromis entre la diminution de la translation et la diminution du balancement.

Un point important est à prendre en considération, c'est le développement de la torsion sous l'effet de l'incidence oblique des ondes SH. Cette torsion dépend étroitement de la symétrie axiale ou du moment d'inertie torsionnel de la fondation.

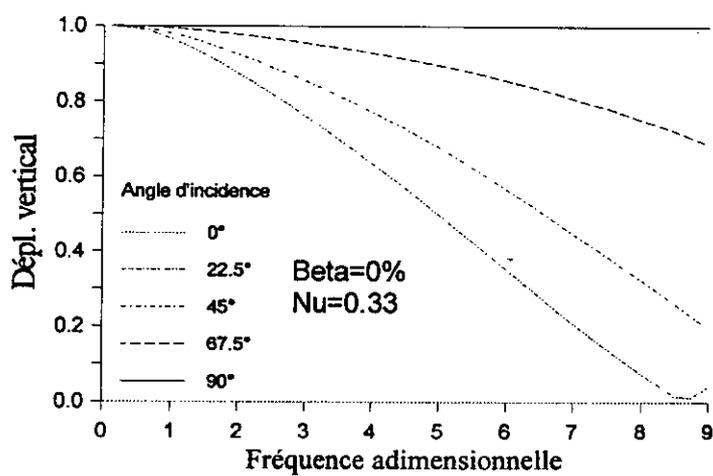
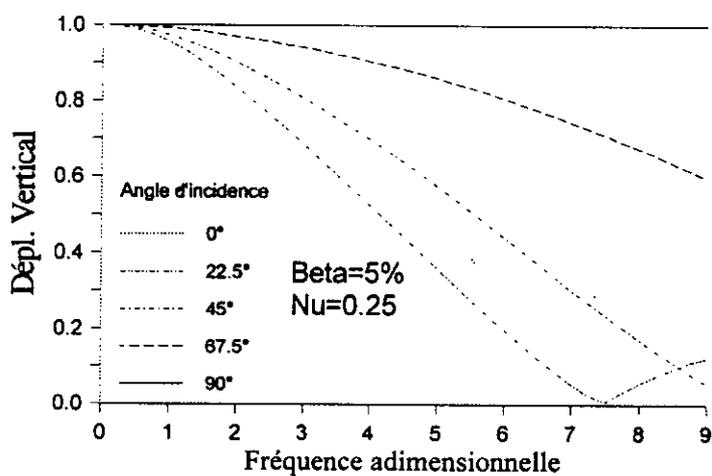
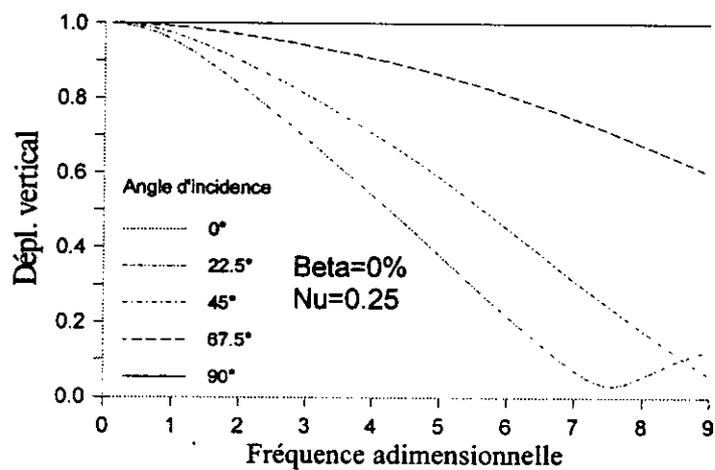


Fig. 5.7. Effet de β et de ν sur le déplacement vertical.

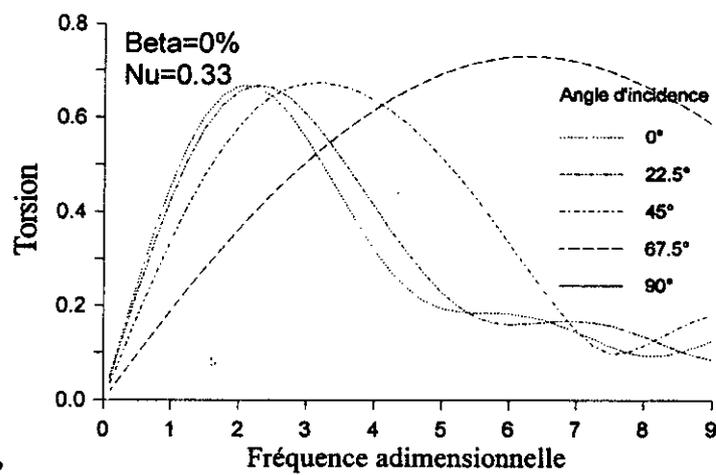
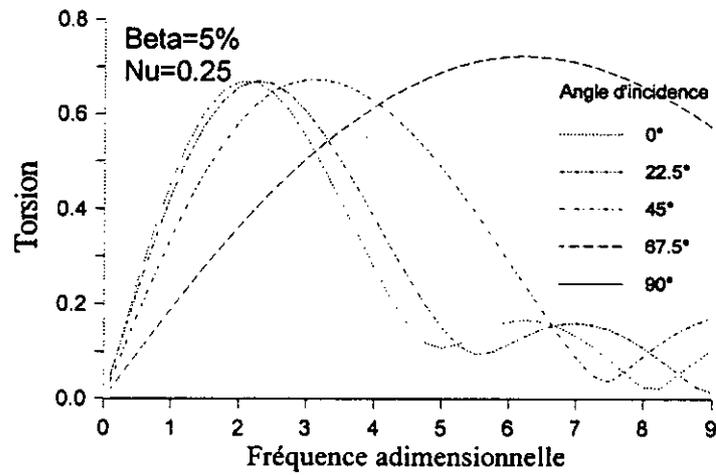
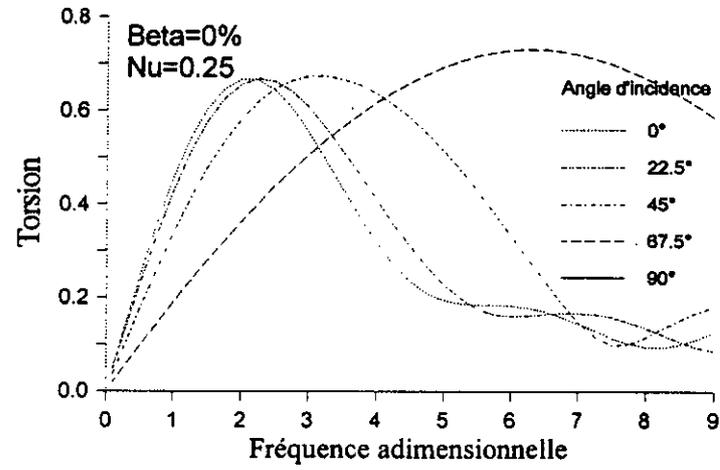


Fig. 5.8. Effet de β et de ν sur la torsion.

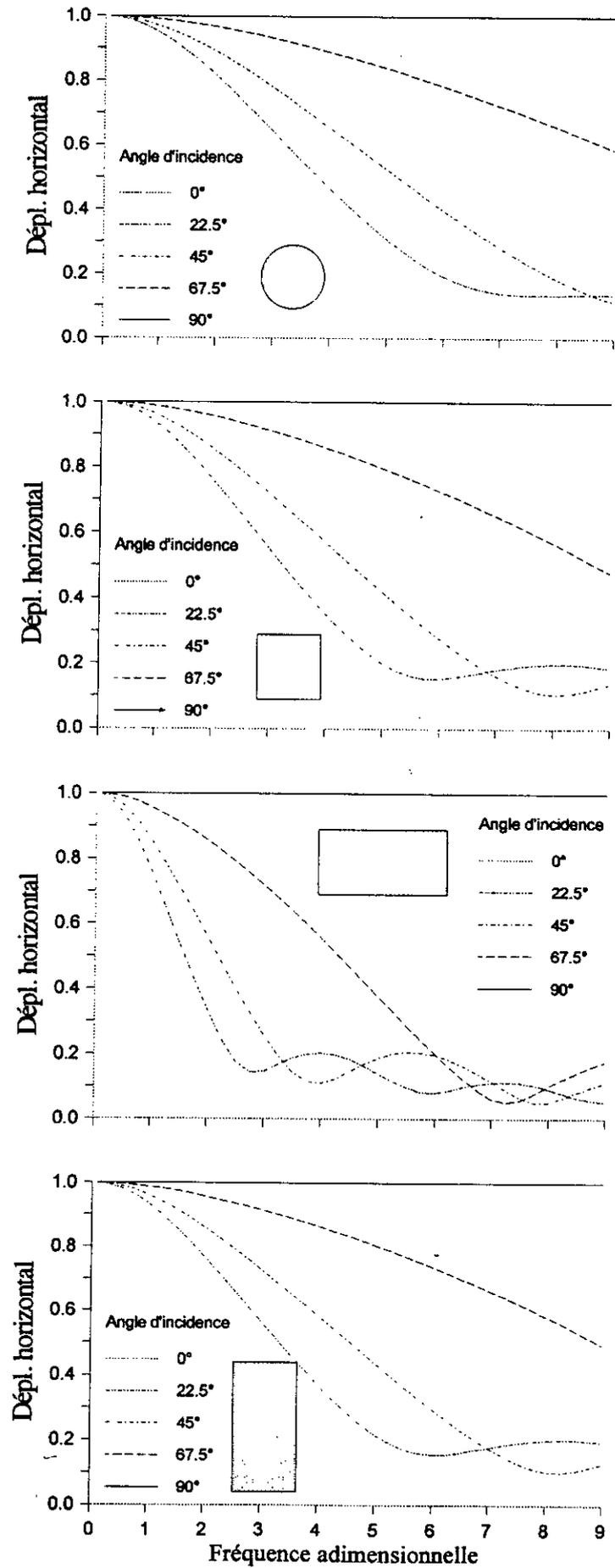


Fig. 5.9. Réponse horizontale aux ondes P.

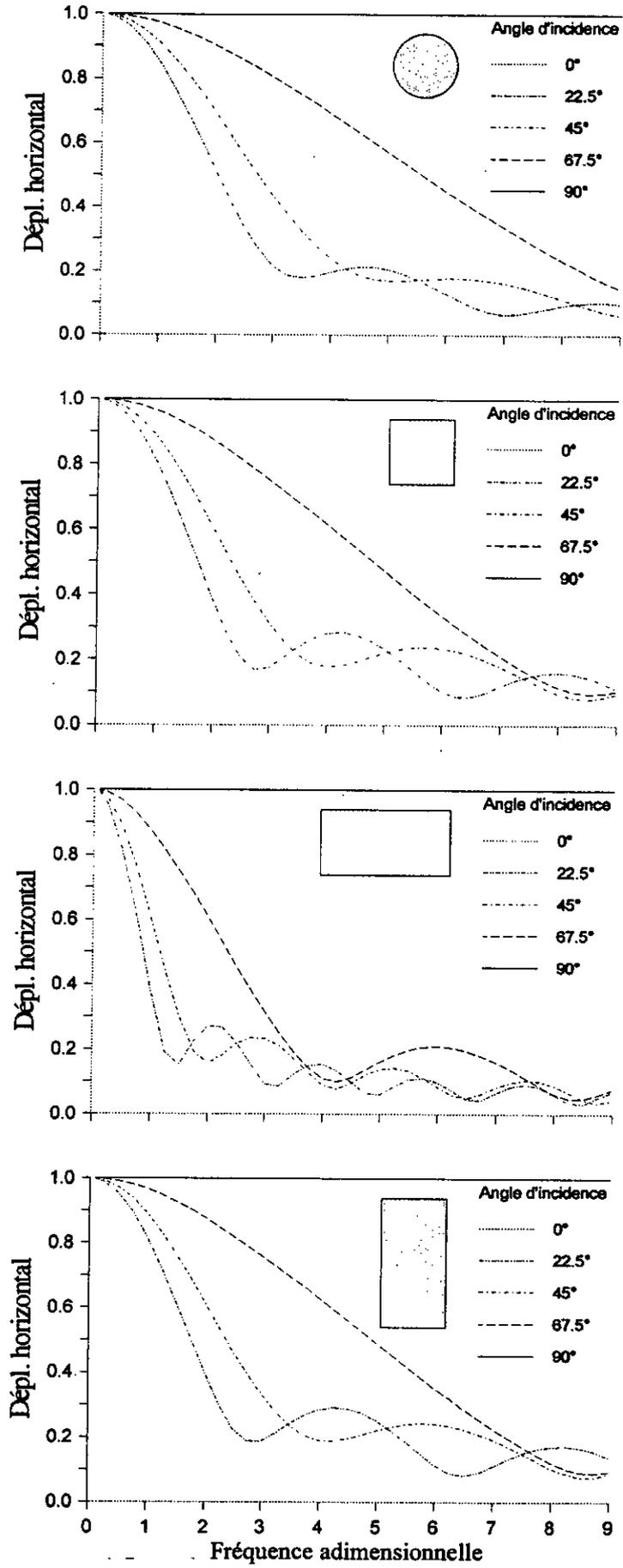


Fig. 5.10. Réponse horizontale aux ondes SV.

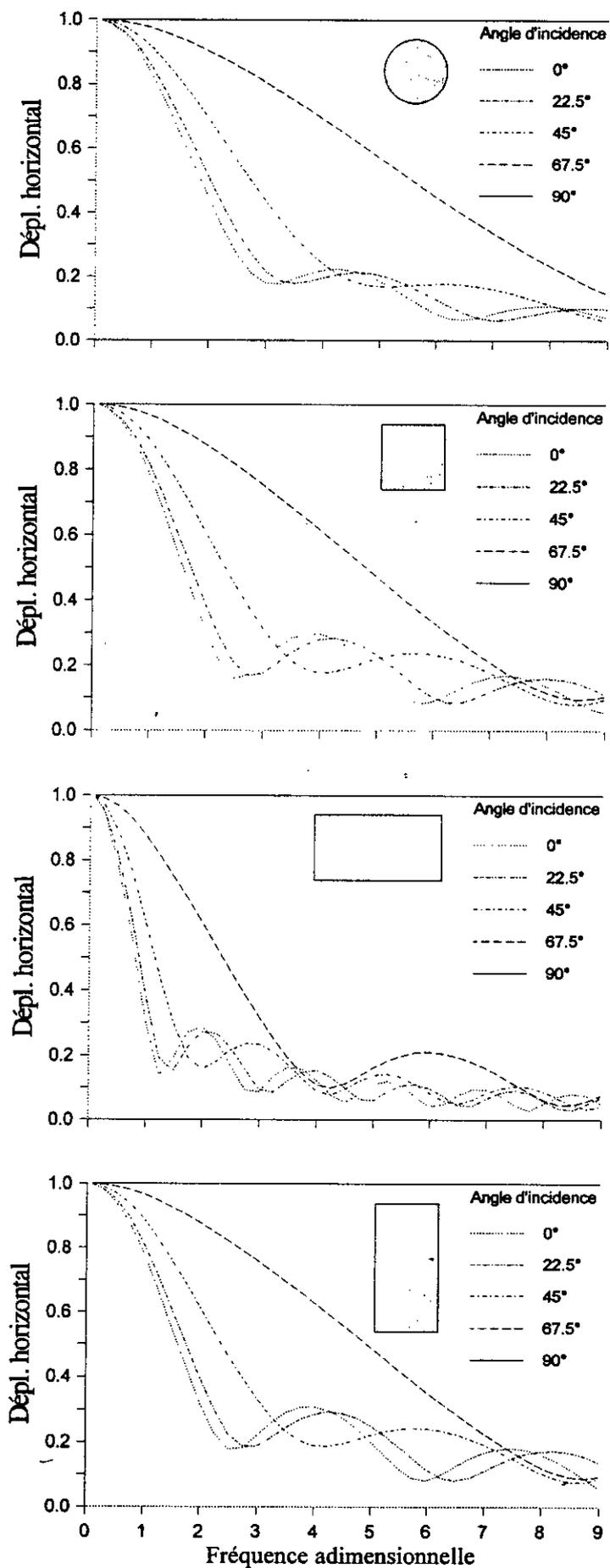


Fig. 5.11. Réponse horizontale aux ondes SH.

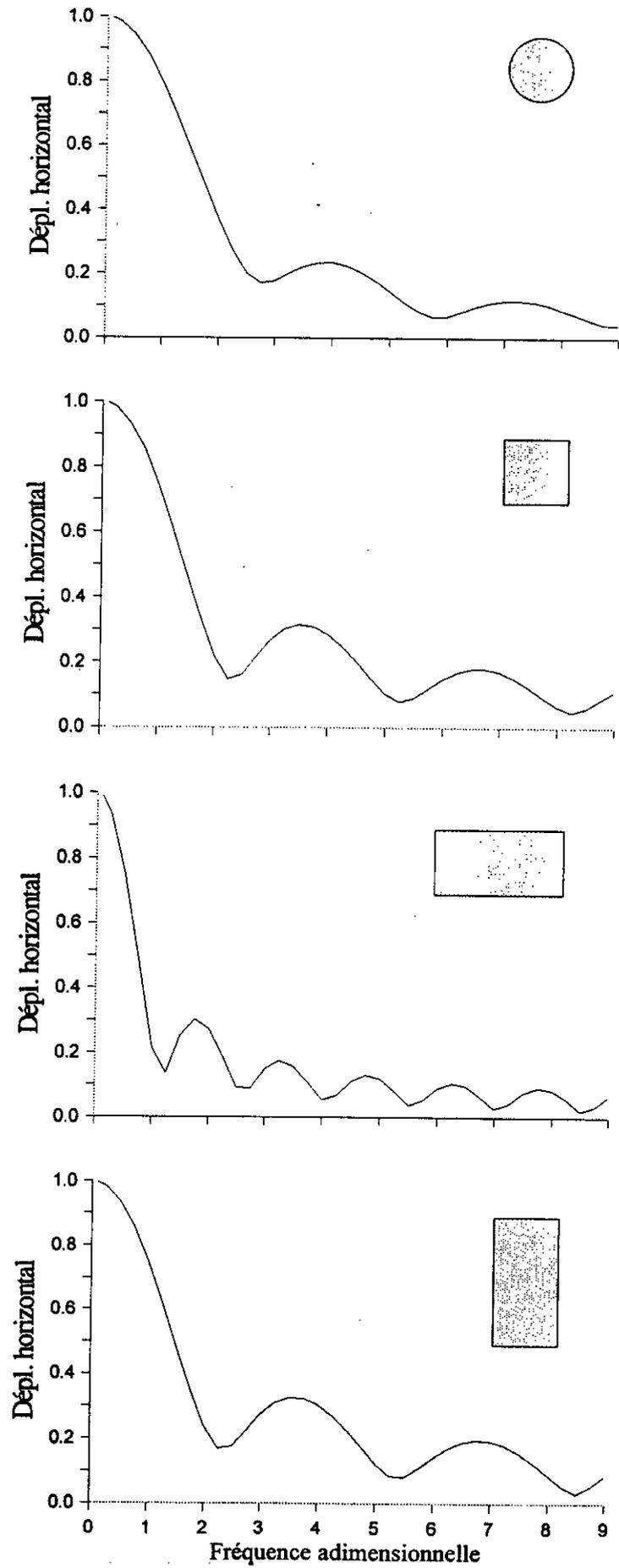


Fig. 5.12. Réponse horizontale aux ondes R.

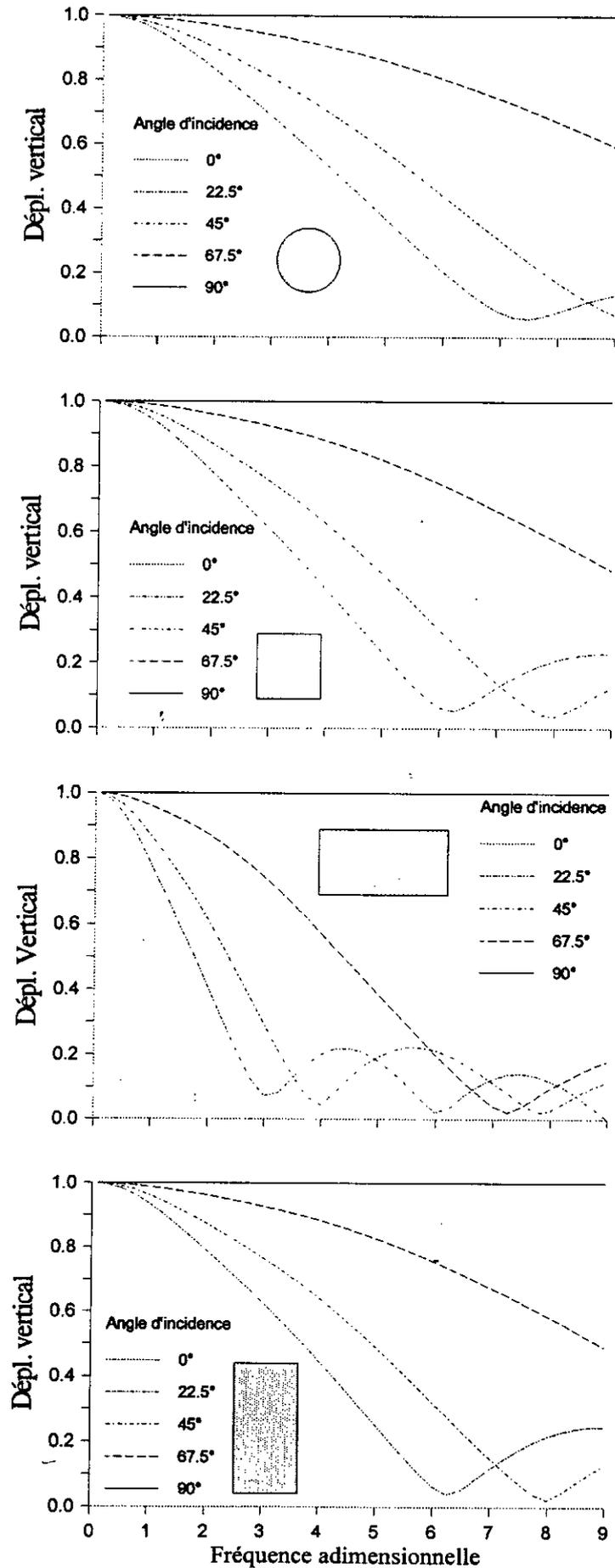


Fig. 5.13. Réponse verticale aux ondes P.

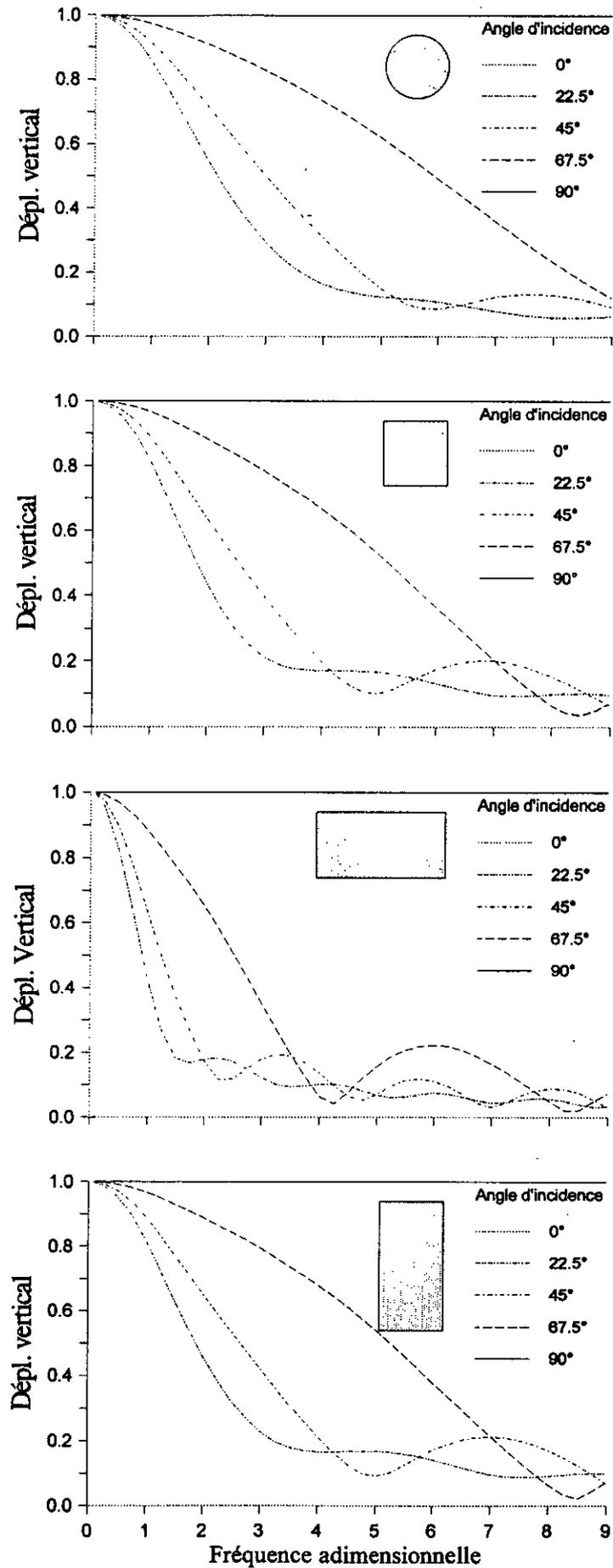


Fig. 5.14. Réponse verticale aux ondes SV.

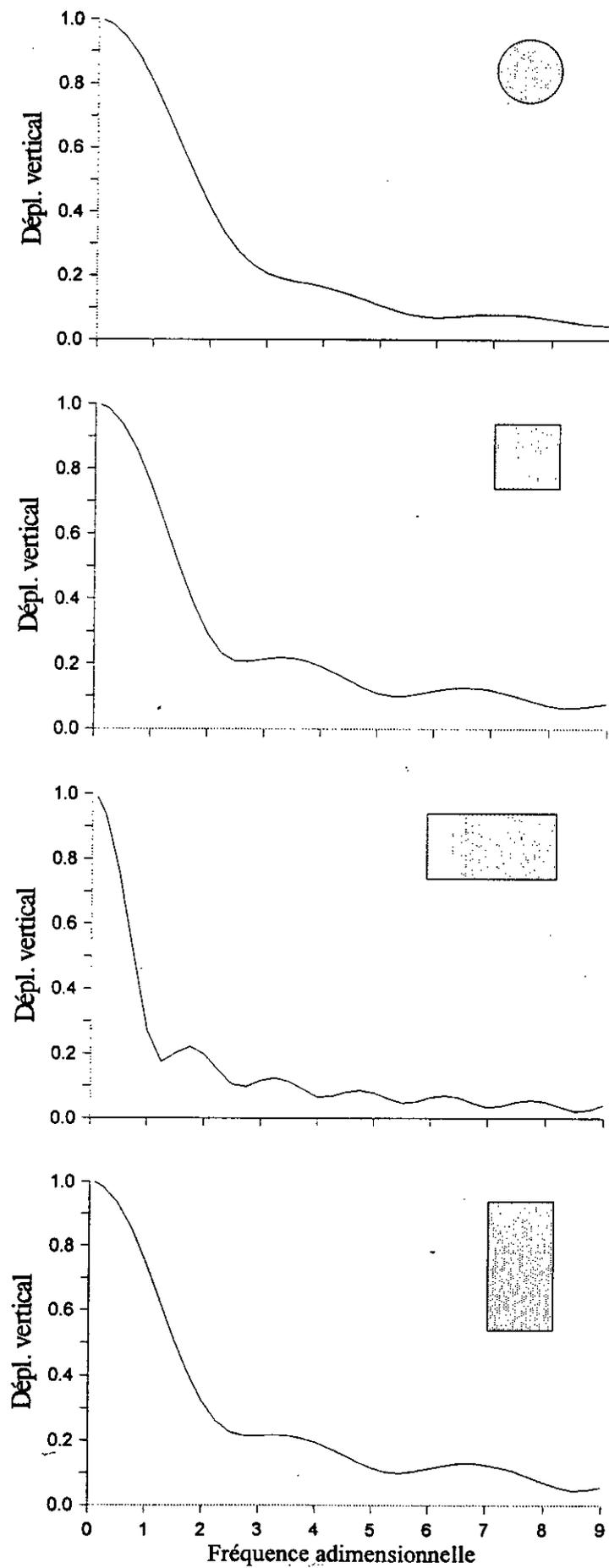


Fig. 5.15. Réponse verticale aux ondes R.

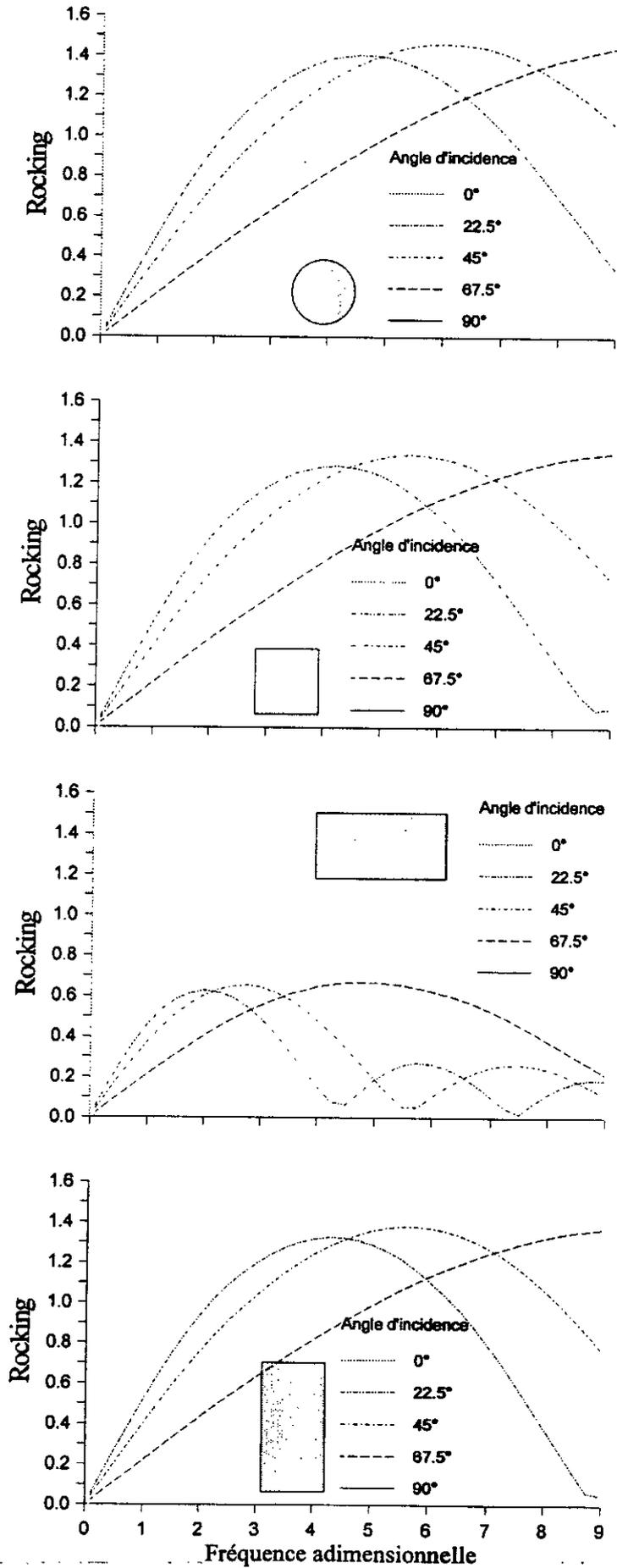


Fig. 5.16. Réponse de balancement aux ondes P.

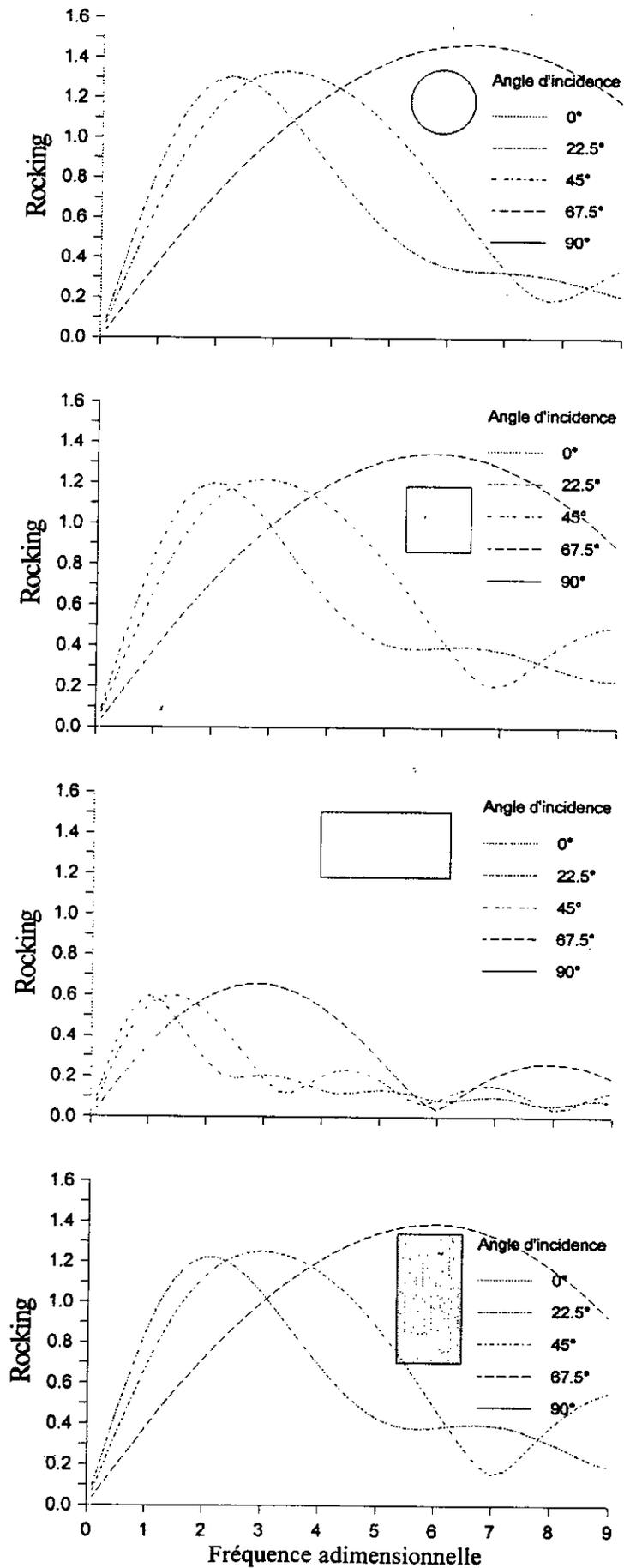


Fig. 5.17. Réponse de balancement aux ondes SV.

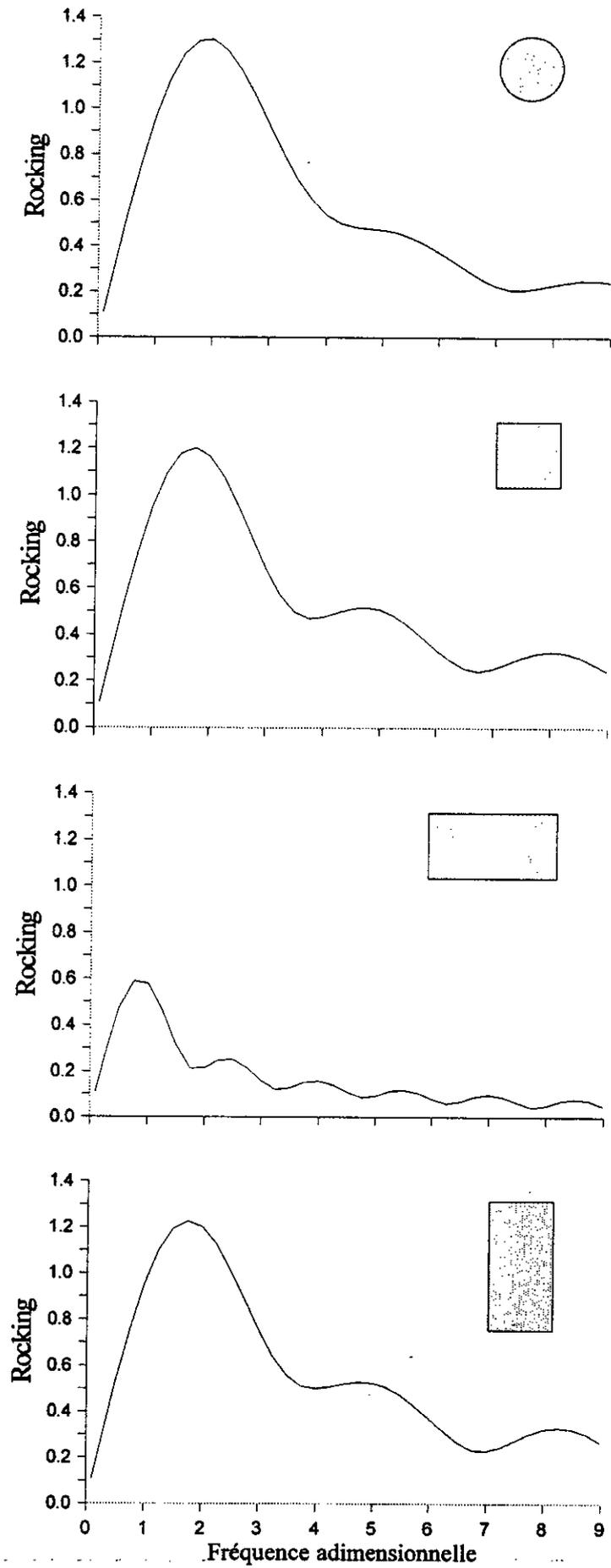


Fig. 5.18. Réponse de balancement aux ondes R.

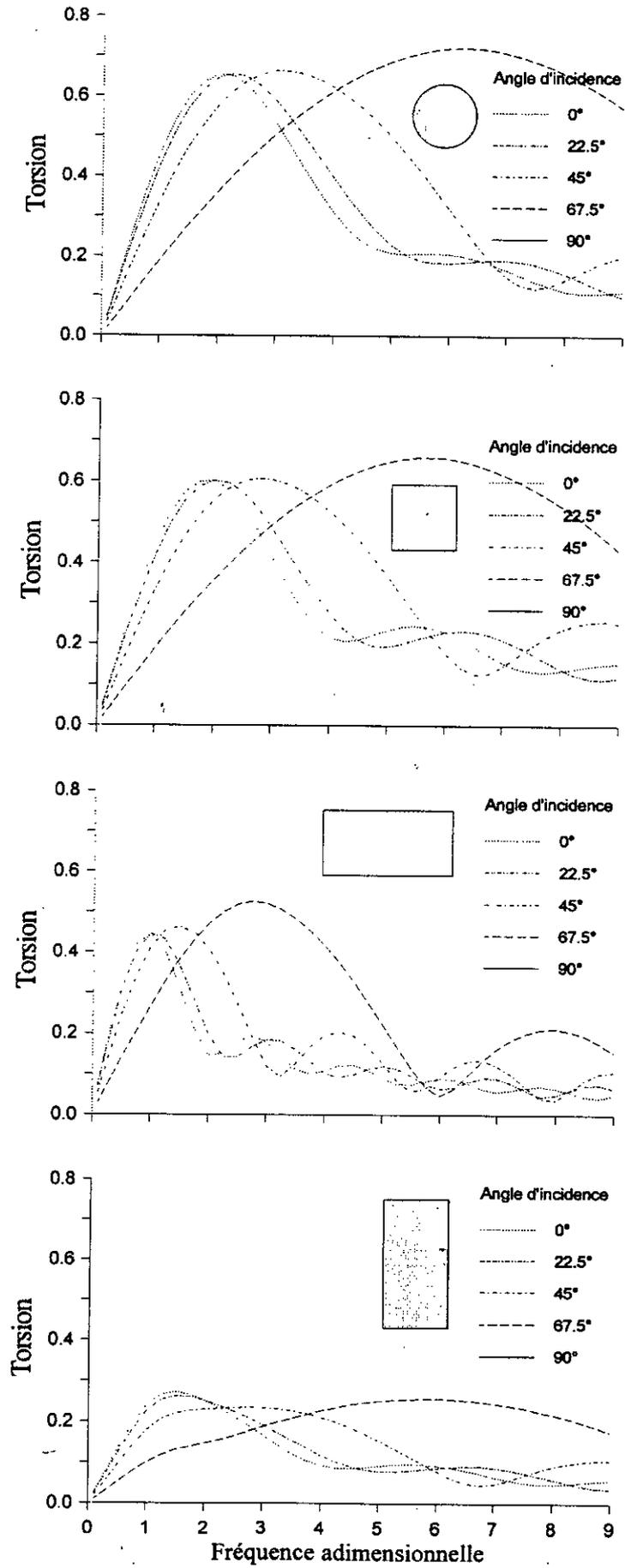


Fig. 5.19. Réponse torsionnelle aux ondes SH.

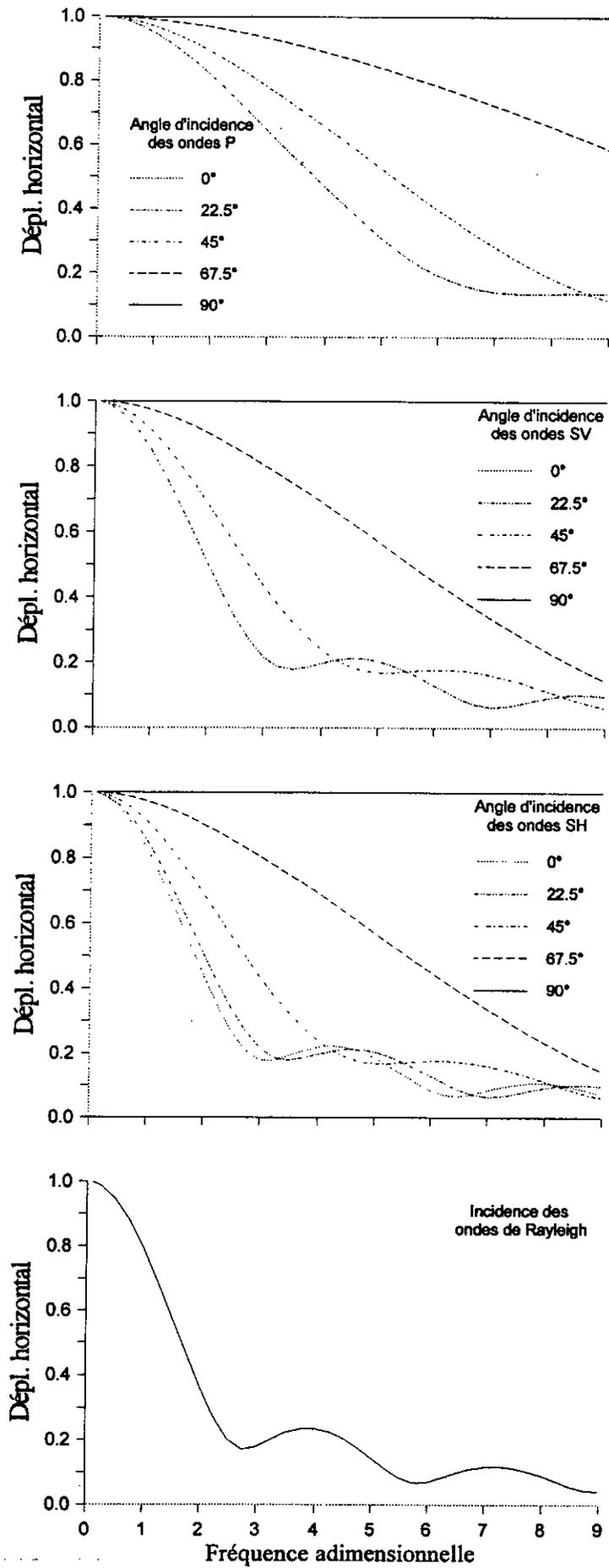


Fig. 5.20. Réponse horizontale de la fondation circulaire.

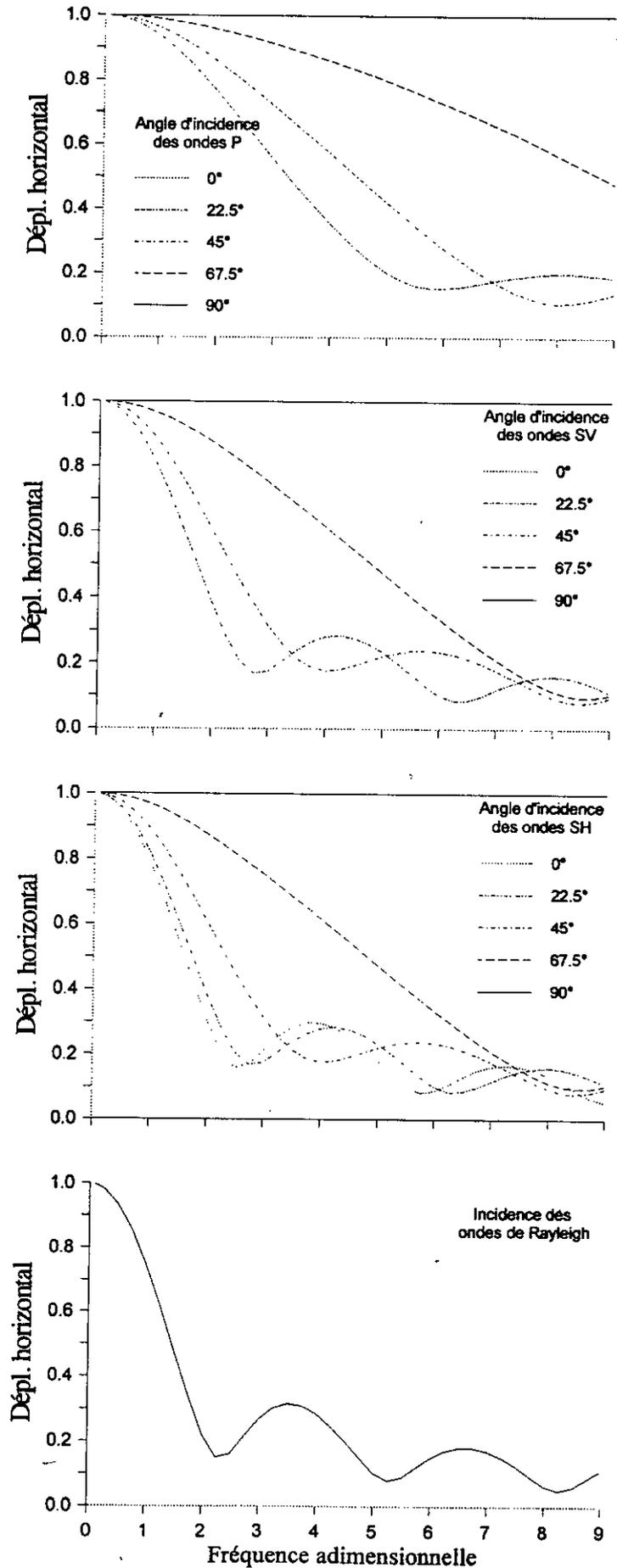


Fig. 5.21. Réponse horizontale de la fondation carrée.

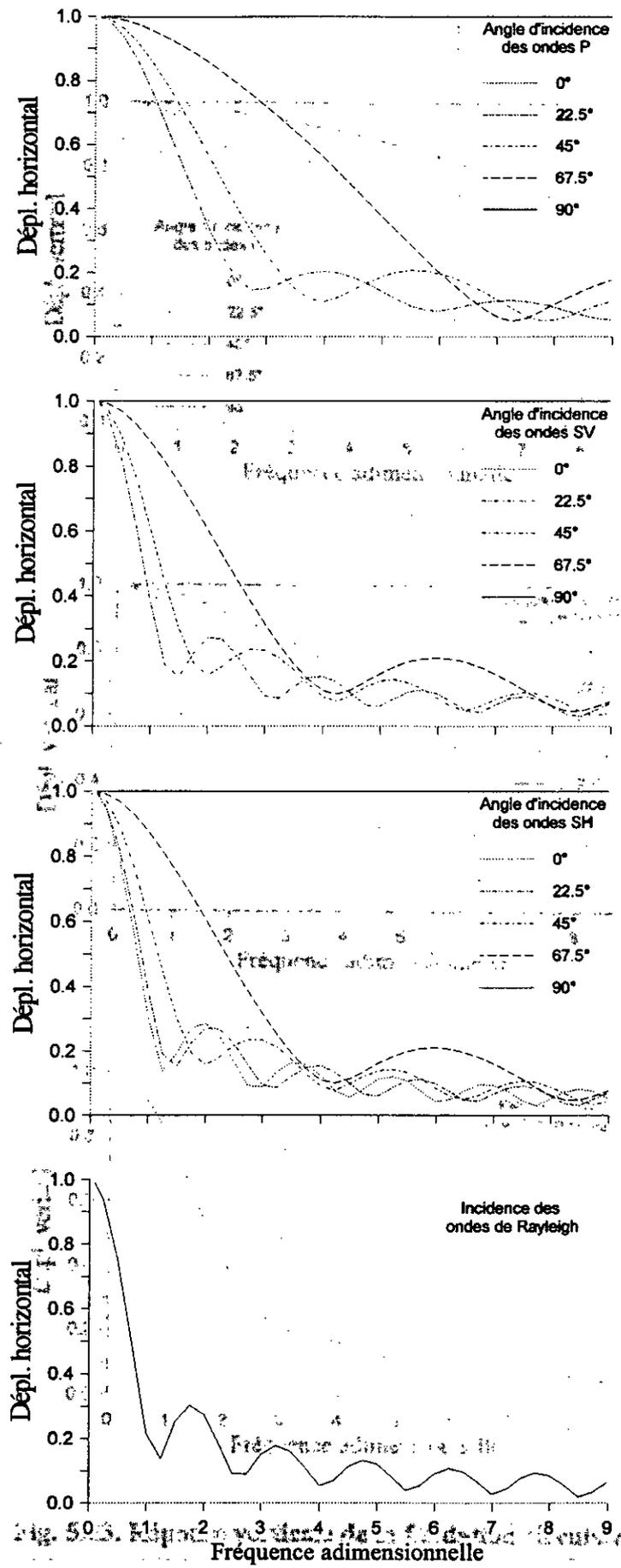


Fig. 5.22. Réponse horizontale de la fondation rectangulaire.

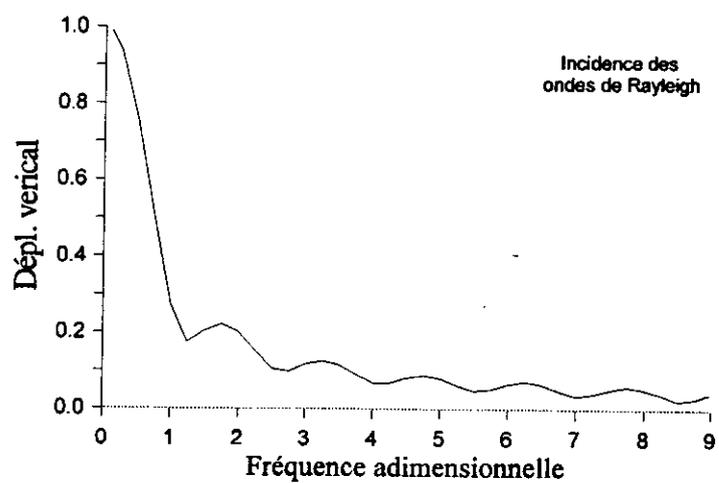
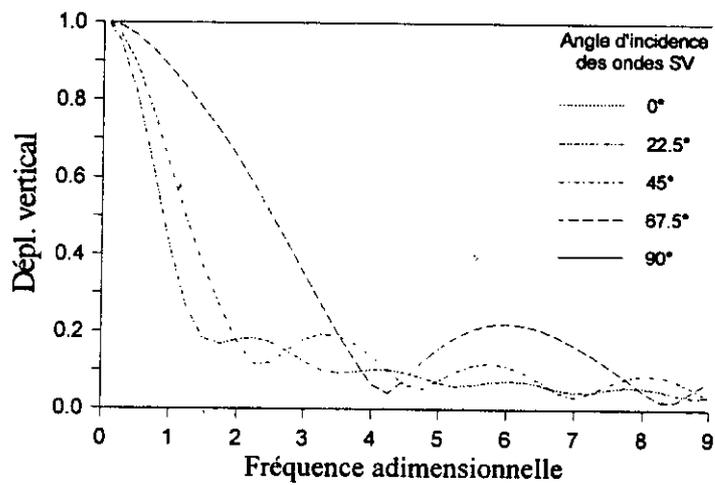
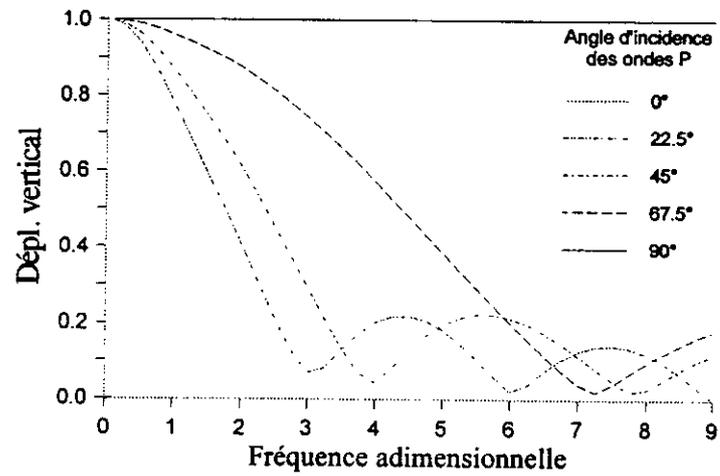


Fig. 5.25. Réponse verticale de la fondation rectangulaire.

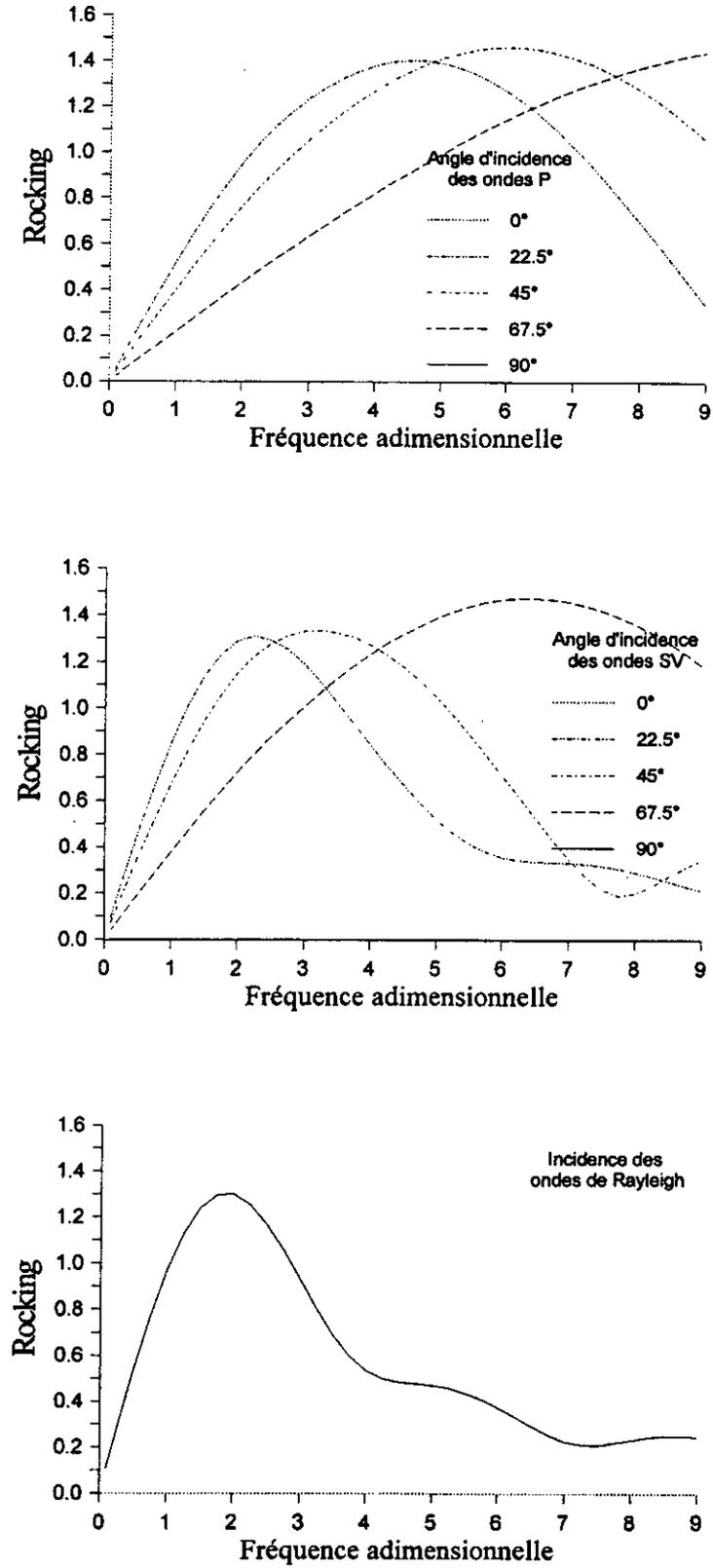


Fig. 5.26. Réponse de balancement de la fondation circulaire.

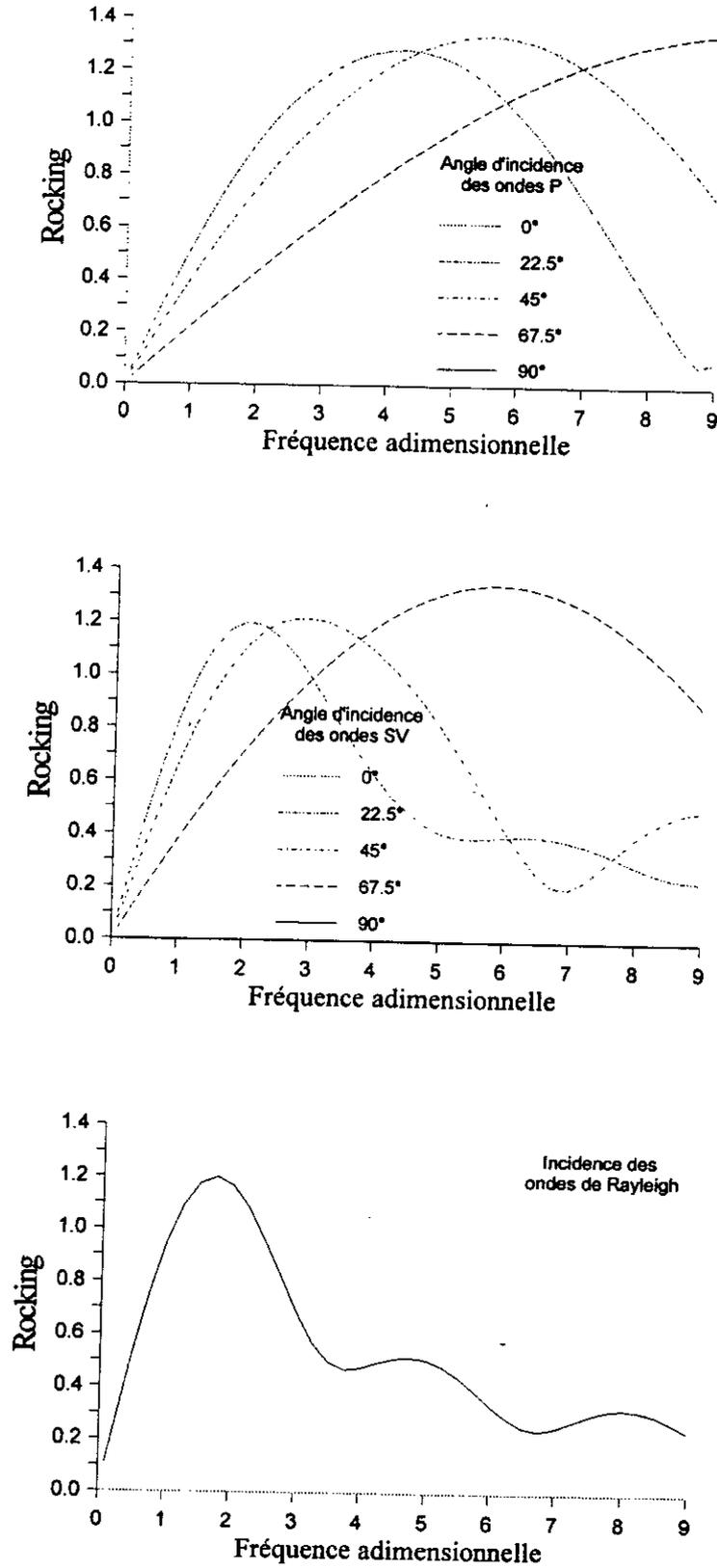


Fig. 5.27. Réponse de balancement de la fondation carrée.

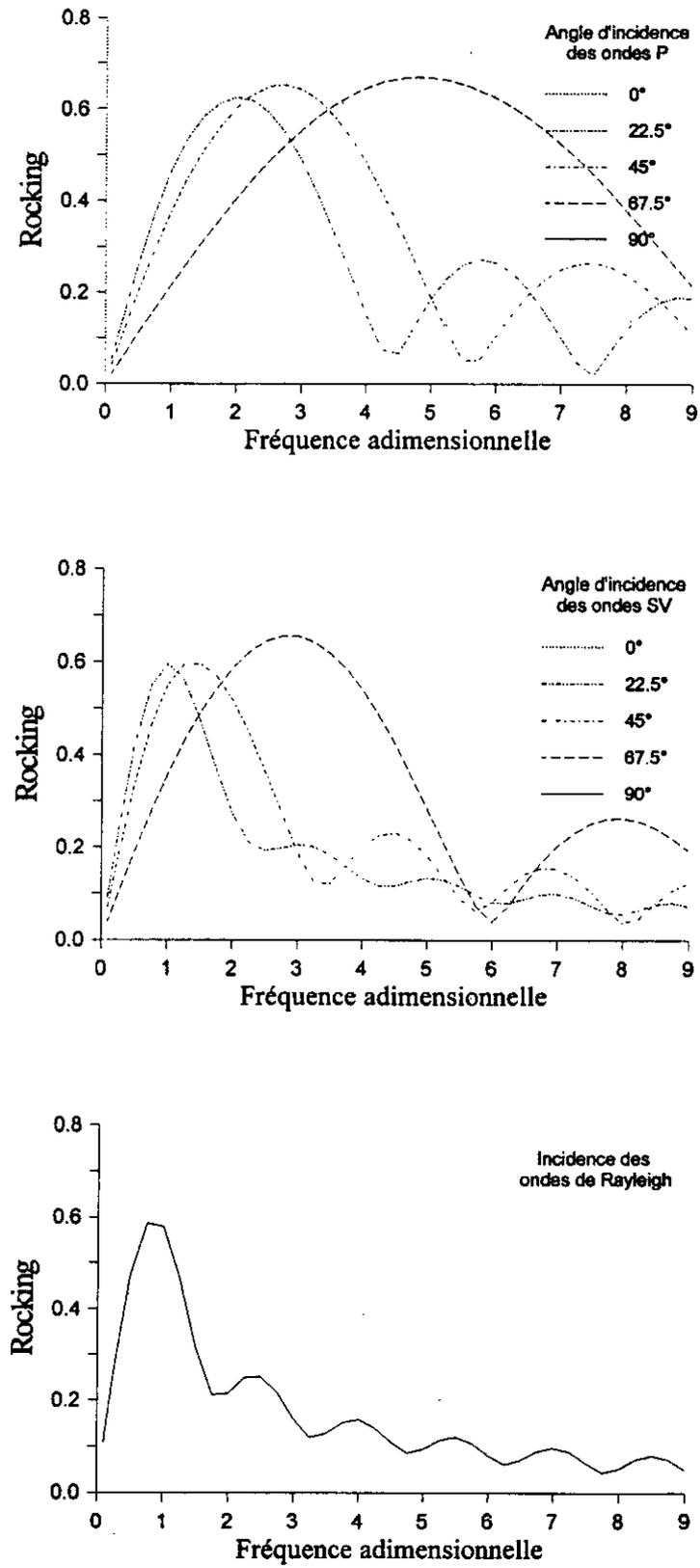


Fig. 5.28. Réponse de balancement de la fondation rectangulaire.

CHAPITRE 6

REPONSE STOCHASTIQUE DES FONDATIONS TRIDIMENSIONNELLES

REPONSE STOCHASTIQUE DES FONDATIONS TRIDIMENSIONNELLES

6.1. INTRODUCTION:

Les tremblements de terre ont une grande variabilité au double plan spatio-temporel, ils peuvent donc être traités comme des champs aléatoires. Dans le cas des tremblements de terre de "longue durée", ces processus sont considérés stationnaires dans le temps et homogènes dans l'espace. Le mouvement en champ libre est décrit soit par sa densité spectrale de puissance, soit par son spectre de réponse. Vu la complexité des séismes, leur variabilité spatiale est relativement peu connue. S'il est vrai que cette variabilité peut être négligée pour des fondations de taille réduite, il ne peut en être ainsi pour des fondations de taille relativement importante ou pour des structures à appuis multiples suffisamment éloignés.

Plusieurs facteurs contribuent à la variabilité spatiale du mouvement sismique. Les plus importants [17] sont le passage d'onde, l'incohérence, les conditions de site et l'effet de l'atténuation.

L'incidence oblique d'ondes planes engendre un déphasage dans l'arrivée des ondes à la surface, il en résulte donc un déplacement différentiel des points de la surface. Autrement dit, deux points de l'interface sol-fondation distants d'une longueur finie sont animés l'un par rapport à l'autre d'un mouvement différentiel. Ce phénomène est appelé passage d'ondes "Wave Passage".

Durant leur propagation de la source à la surface, les ondes subissent des modifications importantes en phase, en amplitude et en inclinaison. Ces modifications sont dues en majeure partie à la structure souterraine du sol et à l'étendue de la faille. En résumé, la perte d'information reliant les différentes arrivées d'ondes est nommée "effet de l'incohérence".

Le site influe considérablement sur le mouvement sismique. En effet, les modifications des conditions locales du sol se répercutent sur les divers enregistrements tant en amplitude qu'en contenu fréquentiel.

L'effet de l'atténuation, quant à lui, n'est considéré que pour des structures extrêmement longues, telle que les pipe-lines. Il se traduit par la diminution de l'amplitude due à la dissipation d'énergie dans le massif du sol.

Plusieurs approches ont été proposées pour estimer l'effet de la variabilité spatiale du mouvement du sol sur la réponse des fondations.

Une première approche consiste à considérer une représentation analytique du mouvement de sol en champ libre dans le domaine fréquentiel et l'utilisation de la moyenne spatiale pondérée des mouvements en champ libre. Pour ce qui est de la variabilité spatiale, les caractéristiques aléatoires du mouvement du sol sont représentées par l'inter-corrélation ou la fonction de cohérence entre les mouvements en deux points distincts. Cette approche a été utilisée par Hoshiya et Ishii [26] pour l'évaluation de l'interaction cinématique de fondations rectangulaires enterrées. Dans leur étude, seul l'effet de l'incohérence a été pris en compte. Harichandran [24] a étudié l'interaction cinématique des fondations rectangulaires superficielles. Son modèle stochastique était basé sur les résultats fournis par le SMART1 (Strong Motion Array Recorded near Taiwan). Veletsos et Prasad [54], en se basant sur le modèle stochastique proposé par Harichandran et Vanmarcke [25], ont analysé l'interaction cinématique et inertielle de structures supportées par des fondations circulaires.

Une deuxième approche se base sur une représentation analytique de la variabilité spatiale. Cette approche ne néglige pas le contact entre le sol et la fondation et considère ce problème comme étant un problème aux valeurs limites de nature mixte. Luco et Wong [36] ont présenté une procédure pseudo-analytique pour déterminer la réponse dynamique de fondations superficielles sollicitées par un mouvement sismique basé sur un modèle stochastique de la variabilité spatiale du mouvement du sol. Luco et Mita [35] ont étudié le cas d'une fondation circulaire reposant sur un demi-espace élastique soumis au même modèle d'excitation que celui de Luco et Wong.

La troisième approche découle des travaux de Kausel et Pais [31] et Pais et Kausel [43]. Elle consiste à mettre en oeuvre un modèle physique décrivant la variabilité spatiale du mouvement sous l'effet de la propagation d'ondes stochastiques de type SH arrivant suivant un secteur d'incidence. Cette approche prend en compte l'effet du passage d'onde et l'effet de l'incohérence en même temps. Dans leur travaux, Kausel et Pais ont évalué de manière approximative (Iguchi) la réponse stochastique de fondations cylindriques et rectangulaires sous l'effet des ondes SH. Il ont considéré que les ondes arrivant à la fondation étaient non corrélées.

Dans le cadre de ce travail, la méthode des équations intégrales aux frontières est utilisée pour déterminer la réponse stochastique des fondations circulaires et rectangulaires reposant sur un demi-espace viscoélastique, sous l'effet des ondes P, SV et SH arrivant selon

des secteurs d'angles. L'effet de passage d'ondes et de l'incohérence sont pris en compte par la considération d'une corrélation nulle entre les différentes ondes.

Dans ce qui suit, une présentation sommaire de la théorie des vibrations aléatoires sera faite. Cette présentation va constituer l'étayage théorique nécessaire pour la prise en compte du caractère aléatoire du mouvement sismique (Input) dans l'évaluation de la réponse stochastique (Output) des fondations tridimensionnelles.

6.2. ELEMENTS DE VIBRATIONS ALEATOIRES:

L'étude des propriétés statistiques nécessaires à la caractérisation d'un phénomène aléatoire relève de la théorie des processus aléatoires.

Les vibrations aléatoires quant à elles, constituent une discipline qui combine la théorie des processus aléatoires à la dynamique des systèmes. Le principal objectif est de caractériser la sortie (output) d'un système, ayant des caractéristiques plus ou moins connus, en fonction de la nature de l'entrée (input).

6.2.1. Processus aléatoires:

a. Définition:

Un phénomène physique est aléatoire, si chaque échantillon $x(t)$ de ce phénomène est le résultat de circonstances uniques qui ne se répéteront pas à l'occasion d'autres réalisations. Un nombre infini d'échantillons $x(t)$ constitue un processus aléatoire.

b. Caractérisation:

De manière générale, la caractérisation probabiliste complète des processus aléatoires nécessite l'établissement de la fonction de densité de probabilité conjointe d'ordre n . Cependant, dans le cas particulier de processus aléatoires Gaussiens, une connaissance limitée aux statistiques du premier et second ordres suffit pour une description complète du processus.

Notons par $P_x(x,t)$ la fonction de densité de probabilité d'ordre 1 et $P_x(x_1,t_1,x_2,t_2)$ la fonction de densité de probabilité d'ordre 2.

On définit le moment initial du premier ordre ou la valeur moyenne par:

$$m_x(t) = E[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x P_x(x,t) dx \quad (6.1)$$

E est l'opérateur de l'espérance mathématique.

Le moment du second ordre ou la fonction d'auto-covariance est défini par:

$$\Gamma_{xx}(t_1, t_2) = E[(x(t_1) - m_x(t_1))(x(t_2) - m_x(t_2))] \quad (6.2)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x_1 - m_x(t_1))(x_2 - m_x(t_2)) P_x(x_1, t_1, x_2, t_2) dx_1 dx_2$$

La fonction d'auto corrélation:

$$R_{xx}(t_1, t_2) = E[x(t_1).x(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1.x_2.P_x(x_1, t_1, x_2, t_2) dx_1 dx_2 \quad (6.3)$$

Une caractérisation basée sur les deux premiers moments (SM), consiste à spécifier la moyenne et la fonction d'auto-covariance.

D'autres fonctions utiles et qui sont d'ailleurs reliées aux deux précédentes sont:

La variance $\sigma_x = \sqrt{E[(x(t) - m_x(t))^2]}$ (6.4)

Le coefficient de corrélation $\rho_{xx}(t_1, t_2) = \frac{\Gamma_{xx}(t_1, t_2)}{\sigma_x(t_1)\sigma_x(t_2)}$ (6.5)

6.2.2. Processus stationnaires:

Un processus aléatoire est dit stationnaire, si les densités de probabilité obtenues pour l'ensemble ne dépendent que des temps relatifs et non absolus, ou encore, si sa structure de probabilité est invariante vis à vis d'une translation dans le temps. Cela implique qu'un processus stationnaire ne devrait avoir ni début ni fin et que les moments individuels sont constants et les moments conjoints sont fonction de la différence des abscisses temporelles.

Dans le cas d'un processus stationnaire, les formules précédentes deviennent:

$$E[x(t)] = m_x = cte \quad (6.6)$$

$$E[(x(t) - m_x)^2] = \sigma_x^2 = cte \quad (6.7)$$

$$R_{xx}(t_1, t_2) = E[x(t_1).x(t_2)] = R_{xx}(t_2 - t_1) = R_x(\tau) \quad (6.8)$$

$$\Gamma_{xx}(t_1, t_2) = \Gamma_x(\tau) \quad (6.9)$$

Les processus aléatoires utilisés en pratique ont toujours un début et une fin et ne peuvent être par conséquent strictement stationnaires. Pour convenance mathématique

néanmoins, on peut supposer, de manière justifier du reste, que le processus est stationnaire pour l'essentiel de la durée.

6.2.3. Représentation dans le domaine fréquentiel:

La caractérisation d'un processus aléatoire homogène $x(t)$ dans le domaine fréquentiel peut se faire par le biais de la fonction d'auto-densité spectrale de puissance $S_x(\omega)$. En particulier, lorsqu'il s'agit d'un processus aléatoire stationnaire, celle-ci peut être définie par les relations de Wiener-Khinchine:

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (6.10)$$

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (6.11)$$

$R_x(\tau)$ et $S_x(\omega)$ constituent une paire de transformées de Fourier. La densité spectrale de puissance (DSP) $S_x(\omega)$ donne une indication sur le contenu spectral du signal. Elle décrit la répartition fréquentielle de l'énergie moyenne du processus.

Notons que $S_x(\omega)$ est une fonction réelle et paire par rapport à ω . Le fait que $S_x(\omega)$ soit symétrique par rapport à $\omega=0$ a motivé l'introduction de la densité spectrale de puissance unilatérale $G_x(\omega)$ définie pour des valeurs positives de ω , les valeurs négatives n'ayant pas de signification physique.

$$G_x(\omega) = 2.S_x(\omega) \quad \omega \geq 0 \quad (6.12)$$

Les relations de Wiener-Khinchine deviennent:

$$G_x(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R_x(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau \quad (6.13)$$

$$R_x(\tau) = \int_0^{\infty} G_x(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega \quad (6.14)$$

On peut aussi trouver dans la littérature l'expression de la DSP unilatérale en fonction de la fréquence:

$$E[x^2] = \int_0^{\infty} G_x(f) df \quad (6.15)$$

$$\text{où } f = \frac{\omega}{2\pi}$$

La relation entre $G_x(\omega)$ et $S_x(\omega)$ est:

$$G_x(f) = 4\pi \cdot S_x(\omega) \quad (6.16)$$

6.2.4. Fonction d'auto-corrélation et DSP de processus dérivés:

Il est souvent utile d'exprimer les fonctions d'auto-corrélation et de densité spectrale de puissance de processus dérivés en fonction des mêmes fonctions pour le processus d'origine.

$$R_{\dot{x}}(\tau) = \frac{-d^2}{d\tau^2} R_x(\tau) \quad (6.17)$$

$$R_{\ddot{x}}(\tau) = \frac{d^4}{d\tau^4} R_x(\tau) \quad (6.18)$$

$$S_{\dot{x}}(\omega) = \omega^2 S_x(\omega) \quad (6.19)$$

$$S_{\ddot{x}}(\omega) = \omega^4 S_x(\omega) \quad (6.20)$$

6.2.5. Relation d'Entrée-Sortie (I/O Relationship):

Il convient à la suite de ce qui précède de se pencher sur les relations mathématiques permettant de relier l'output à l'input du système vibratoire. En somme, un problème d'entrée-sortie revient à rechercher le signal de sortie du système en fonction de celui de l'entrée. Notons que dans ce qui suit, il est question de systèmes linéaires, ce sont des systèmes pour lesquels le principe de superposition est applicable aussi bien dans le domaine temporel que dans le domaine fréquentiel.

- Réponse d'un système linéaire dans le domaine fréquentiel:

La réponse d'un système linéaire à une excitation harmonique unitaire $e^{i\omega t}$ est caractérisée par la fonction de transfert $H(\omega)$. $H(\omega)$ est une caractéristique intrinsèque des systèmes déterministes, elle nous donne la réponse du système considéré à une excitation harmonique par une simple multiplication.

$$Y(\omega) = H(\omega) X(\omega) \quad (6.21)$$

où $X(\omega)$ et $Y(\omega)$ sont respectivement l'input et l'output de notre système.

La DSP de sortie est reliée à la DSP d'entrée par:

$$S_Y(\omega) = H(\omega) H(\omega)^* S_X(\omega) \quad (6.22)$$

$$S_Y(\omega) = |H(\omega)|^2 S_X(\omega) \quad (6.22')$$

Cette relation est très importante dans la théorie des vibrations aléatoires et, très simple d'utilisation comparée à son homologue dans le domaine temporel faisant intervenir la fonction d'auto-corrélation. En fait si la relation I/O dans le domaine fréquentiel est caractérisée par une double multiplication, elle est caractérisée dans le domaine temporel par un double produit de convolution.

6.3. EVALUATION DE LA REPOSE STOCHASTIQUE DES FONDATIONS:

Les déplacements de la fondation rigide sont donnés par le vecteur U_f , qui comprend trois translations (2 horizontales et 1 verticale) et trois rotations (2 balancements et 1 torsion).

$$U_f^T = \{U_{f_{hx}}, U_{f_{hy}}, U_{f_v}, U_{f_{\theta}}, U_{f_{\phi}}, U_{f_{\theta}}\} \quad (6.23)$$

Pour déterminer la fonction de transfert reliant le déplacement en champ libre U_g au déplacement de la fondation U_f , on va supposer, dans un premier temps, que l'on a une seule onde arrivant suivant un angle θ . Dans ce cas $U_f = T_l \cdot U_g$, où T_l représente la fonction de transfert due à l'interaction cinématique, et qui peut être calculée selon la démarche décrite dans le chapitre précédent.

$$T_h = \frac{U_{fh}}{U_{gh}} : \text{fonction de transfert horizontale.}$$

$$T_v = \frac{U_{fv}}{U_{gv}} : \text{fonction de transfert verticale.}$$

$$T_t = \frac{U_{f\theta} \cdot R}{U_{gh}} : \text{fonction de transfert torsionnelle.}$$

$$T_r = \frac{U_{f\phi} \cdot R}{U_{gv}} : \text{fonction de transfert de balancement.}$$

U_{gv} et U_{gh} sont les déplacements verticaux et horizontaux en champ libre.

U_{fv} , U_{fh} , $U_{f\theta}$ et $U_{f\phi}$ sont les déplacements du centre de la fondation. Notons que les rotations ont été multipliées par la demi-largeur de la fondation pour avoir des fonctions de transfert normalisées.

Dans le cas où l'on a une onde de type P, SV ou SH arrivant suivant un angle θ et ayant une densité spectrale de puissance $S_g(\omega)$, la DSP du mouvement de la fondation est facilement obtenue par:

$$S_{f_o}(\omega) = |T_{f_o}|^2 S_g(\omega) \quad (6.24)$$

Jusqu'à présent, il a été supposé l'arrivée d'une seule onde, selon une direction connue et ayant une DSP prescrite. La réalité est tout autre, la direction des ondes n'est pas connue au préalable et les ondes peuvent arriver simultanément selon plusieurs angles d'incidence. La formule (6.24) doit être étendue à ce cas.

Considérons deux ondes arrivant suivant des angles différents θ_1 et θ_2 . Le mouvement résultant peut être calculé dans le domaine temporel par la somme des déplacements induits par chaque onde. (On travaille dans le domaine linéaire).

$$U(t) = U_{\theta_1}(t) + U_{\theta_2}(t) \quad (6.25)$$

(l'indice f et omis pour simplification)

La fonction d'auto-corrélation du déplacement de la fondation est calculée par:

$$R_u(\tau) = E[U(t)U(t+\tau)] = E[U_{\theta_1}(t)U_{\theta_1}(t+\tau)] + E[U_{\theta_2}(t)U_{\theta_2}(t+\tau)] \\ + E[U_{\theta_1}(t)U_{\theta_2}(t+\tau)] + E[U_{\theta_1}(t-\tau)U_{\theta_2}(t)] \quad (6.26)$$

La transformée de Fourier de l'équation (6.26) donne la densité spectrale de puissance du déplacement de la fondation:

$$S_U(\omega) = S_{U_{\theta_1}}(\omega) + S_{U_{\theta_2}}(\omega) + S_{U_{\theta_1}U_{\theta_2}}(\omega) + S_{U_{\theta_1}U_{\theta_2}}^*(\omega) \quad (6.27)$$

Supposons maintenant que les trains d'ondes arrivent à la fondation suivant plusieurs directions simultanément. En principe, l'évaluation de la réponse stochastique de la fondation sous ces conditions nécessite la considération de l'inter-corrélation qui peut exister entre les trains d'ondes. Cependant, ceux-ci arrivent à la fondation selon des parcours et des temps de passage différents. Il en résulte que la fonction d'inter-densité spectrale de puissance entre deux ondes peut être négligée.

L'équation (6.27) devient donc:

$$S_U(\omega) = S_{U_{\theta_1}}(\omega) + S_{U_{\theta_2}}(\omega) \quad (6.28)$$

Si on a n ondes arrivant suivant différents angles $\theta_1, \theta_2 \dots \theta_n$ on peut écrire l'équation (6.28) comme suit:

$$S_U(\omega) = \sum_{i=1}^n S_{U_{\theta_i}}(\omega) \quad (6.29)$$

Supposons que les ondes arrivant à la fondation ont la même densité spectrale de puissance, mais pas nécessairement les mêmes amplitudes.

$$S_{g_a}(\omega) = U_{g_a}^2 \cdot S_g(\omega) \quad (6.30)$$

$$S_U(\omega) = S_g(\omega) \cdot \sum_{i=1}^n |T_{l_{\theta_i}}|^2 U_{g_a}^2 \quad (6.31)$$

$$\text{où : } S_U(\omega) = |T_f|^2 \cdot S_g(\omega) \quad (6.32)$$

$$\text{avec : } |T_f|^2 = \sum_{i=1}^n |T_{l_{\theta_i}}|^2 U_{g_a}^2 \quad (6.33)$$

Afin d'avoir des résultats comparables à ceux obtenus pour le cas déterministe, on définit la fonction de transfert normalisée par rapport à la somme des carrés de l'amplitude de chaque onde par:

$$|T_f^{nor}|^2 = \frac{S_U(\omega)}{S_g(\omega)} = \frac{\sum |T_{l_{\theta_i}}|^2 U_{g_a}^2}{\sum U_{g_a}^2} \quad (6.34)$$

Si l'on considère que la somme des carrés des amplitudes d'onde est unitaire, la fonction de transfert se simplifie sous la forme suivante:

$$|T_f|^2 = \frac{S_U(\omega)}{S_g(\omega)} = \sum |T_{l_{\theta_i}}|^2 U_{g_a}^2 \quad (6.35)$$

6.4. APPLICATIONS:

La formulation précédente a été utilisée pour calculer les fonctions de transfert stochastiques des fondations tridimensionnelles (circulaire, carrée, rectangulaire). Les valeurs de $T_{l_{\theta}}$ sont déterminées en suivant la démarche présentée dans le chapitre précédent. On suppose que les ondes arrivent continuellement entre deux directions extrêmes et que les ondes sont non corrélées, comme il a été mentionné dans §6.3. Dans le but de comparer les résultats de chaque cas et pour obtenir des courbes similaires à celles présentées pour le cas déterministe, il convient de normaliser les résultats par rapport au carré du déplacement $U_{g_a}^2$.

Pour simuler une arrivée continue des ondes, on a décomposé le secteur d'arrivée en cent sous-secteurs. Un coefficient de Poisson $\nu=0.25$ et un facteur d'amortissement $\beta=0$ ont été pris.

Le carré de la valeur absolue de la fonction de transfert de chaque composante du mouvement a été tracé sur les Fig. 6.2-6.18. en fonction de la fréquence adimensionnelle a_0 qui varie de 0 à 9. On a pris quatre secteurs d'incidence Fig. 6.1., l'un (0° - 45°) décrit une incidence superficielle, le deuxième (45° - 90°) une incidence raide (profonde), le troisième ($22^\circ,5$ - $67^\circ,5$) une arrivée moyenne et enfin (0° - 90°) une arrivée continue. Trois types d'ondes ont été considérés dans cette étude (P, SV et SH), le quatrième type (ondes de Rayleigh) ne peut être traité sous l'effet de l'incohérence car il ne peut arriver que superficiellement.

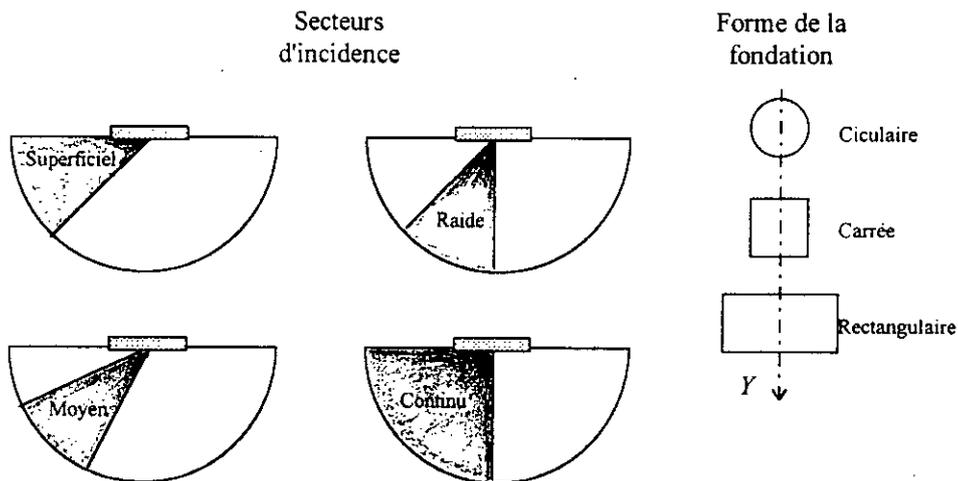


Fig. 6.1. Secteurs d'incidence et formes de la fondation.

Une remarque générale peut être faite concernant toutes les figures. Il s'agit du fait que les fonctions de transfert de la fondation circulaire accusent les plus petites réductions des mouvements de translations et les plus importants développements de mouvements de rotations, la fondation rectangulaire présente le cas inverse. La fondation carrée quant à elle, présente un cas intermédiaire décalé plutôt vers la fondation circulaire.

Les Fig. 6.2-6.6. montrent les fonctions de transfert des mouvements de translation horizontaux et verticaux. Nous observons pour ces figures que les mouvements de translation engendrés par une arrivée profonde sont réduits moins brutalement que ceux engendrés par une arrivée superficielle. L'arrivée moyenne est entre les deux cas précédents mais plus proche du deuxième. L'arrivée continue, par contre, présente un cas pratiquement intermédiaire. La

réduction des translations horizontales est légèrement plus importante que la réduction des translations verticales.

Les fonctions de transfert de balancement dues aux ondes P et SV sont tracées sur les Fig. 6.7 et Fig. 6.8. A l'encontre de ce qui a été trouvé dans le cas déterministe, le maximum est observé pour une arrivée superficielle, l'arrivée continue présente le minimum. Ceci est dû probablement à la répartition des maximums sur l'axe des fréquences en fonction du cosinus de l'angle d'incidence et non de l'angle lui-même. La position des maximums est étalée des basses aux moyennes fréquences. Elle est observée pour l'arrivée superficielle en premier lieu, ensuite vient l'arrivée continue et enfin l'arrivée moyenne et profonde.

La Fig. 6.9. représente la fonction de transfert torsionnelle des différentes fondations due aux ondes SH. Qualitativement, on constate deux différences majeures: la torsion est moins importante que le balancement; le sens d'arrivée des ondes a une influence sur la torsion de la fondation rectangulaire transversale alors que pour la même fondation transversale, le balancement ne présente aucune différence par rapport à la fondation carrée.

Les Fig. 6.10-6.18. illustrent la comparaison entre l'effet des ondes P et des ondes S. D'abord, on peut facilement constater que les ondes SH et SV se présentent de la même manière pour les déplacements horizontaux. Comme pour le cas déterministe, la réduction de la translation sous l'effet de l'onde SV est plus sévère que sous l'effet de l'onde P. A titre d'exemple, on peut dire que la fondation rectangulaire accuse 70% de réduction du déplacement horizontal sous une incidence profonde des ondes P, à la fréquence adimensionnelle $a_0=6$, alors que le même taux de réduction pour les ondes SV est observé pour $a_0=3$ (Fig. 6.12.). La même remarque est applicable pour les mouvements de rotation.

6.5. CONCLUSION:

La définition et la caractérisation des processus aléatoires ont été données dans les premières pages de ce chapitre. L'association de la théorie des processus aléatoires à celle de la dynamique des systèmes, plus connue sous le vocable de vibrations aléatoires, nous permet d'estimer la réponse d'un système structural à une excitation donnée par ses caractéristiques statistiques. La détermination de la réponse stochastique cinématique des fondations tridimensionnelles a été faite par la méthode des équations intégrales aux frontières (BEM) dans le domaine fréquentiel.

D'importants résultats ont été obtenus grâce à l'introduction de l'effet de l'incohérence dans le calcul de la réponse dynamique des fondations. Certains résultats, n'ont pas changé

qualitativement par rapport au cas déterministe, comme par exemple la réduction des translations et le développement des rotations ou encore l'atténuation plus sévère sous l'effet des ondes SV que sous l'effet des ondes P.

En revanche, quelques différences apparaissent. Pour la translation, il n'existe plus de fonctions de transfert unitaire (pas d'interaction) car on n'a plus une incidence strictement verticale mais un secteur d'incidence raide à la place. On constate également que les rotations induites par une arrivée profonde des ondes sont moins importantes en valeur absolue que celles induites par une arrivée superficielle, mais que la fréquence de parution est plus élevée pour la première que pour la seconde.

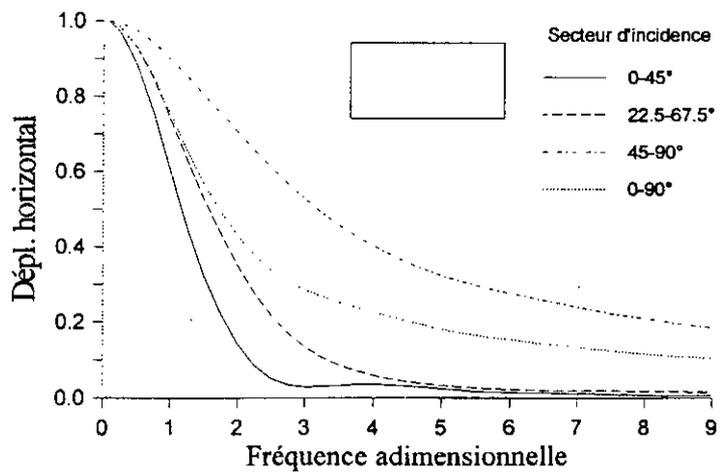
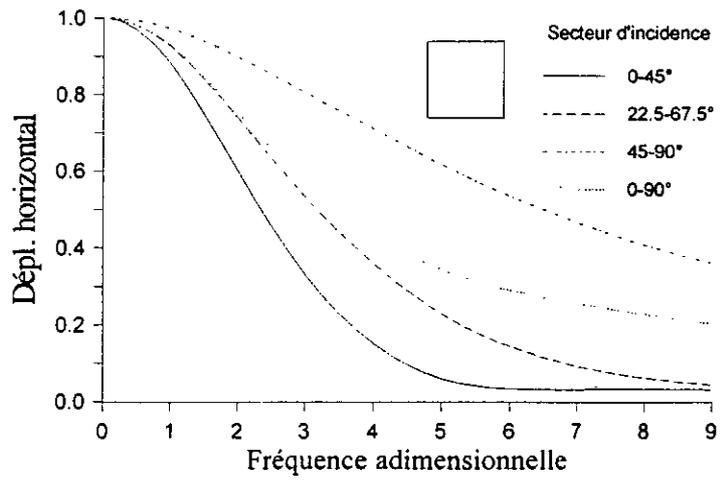
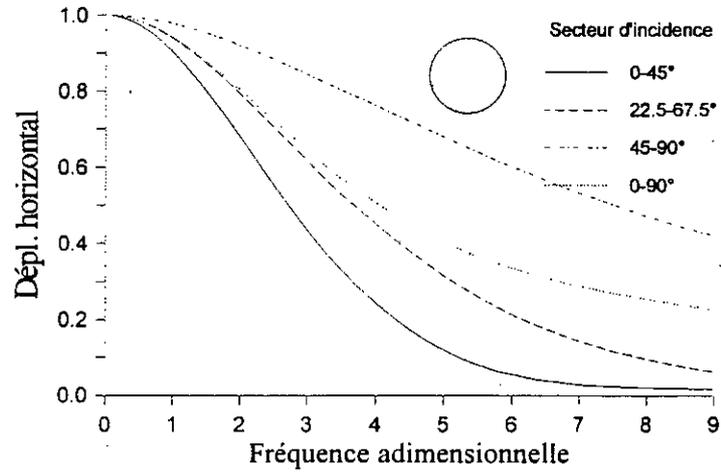


Fig. 6.2. Réponse horizontale aux ondes P.

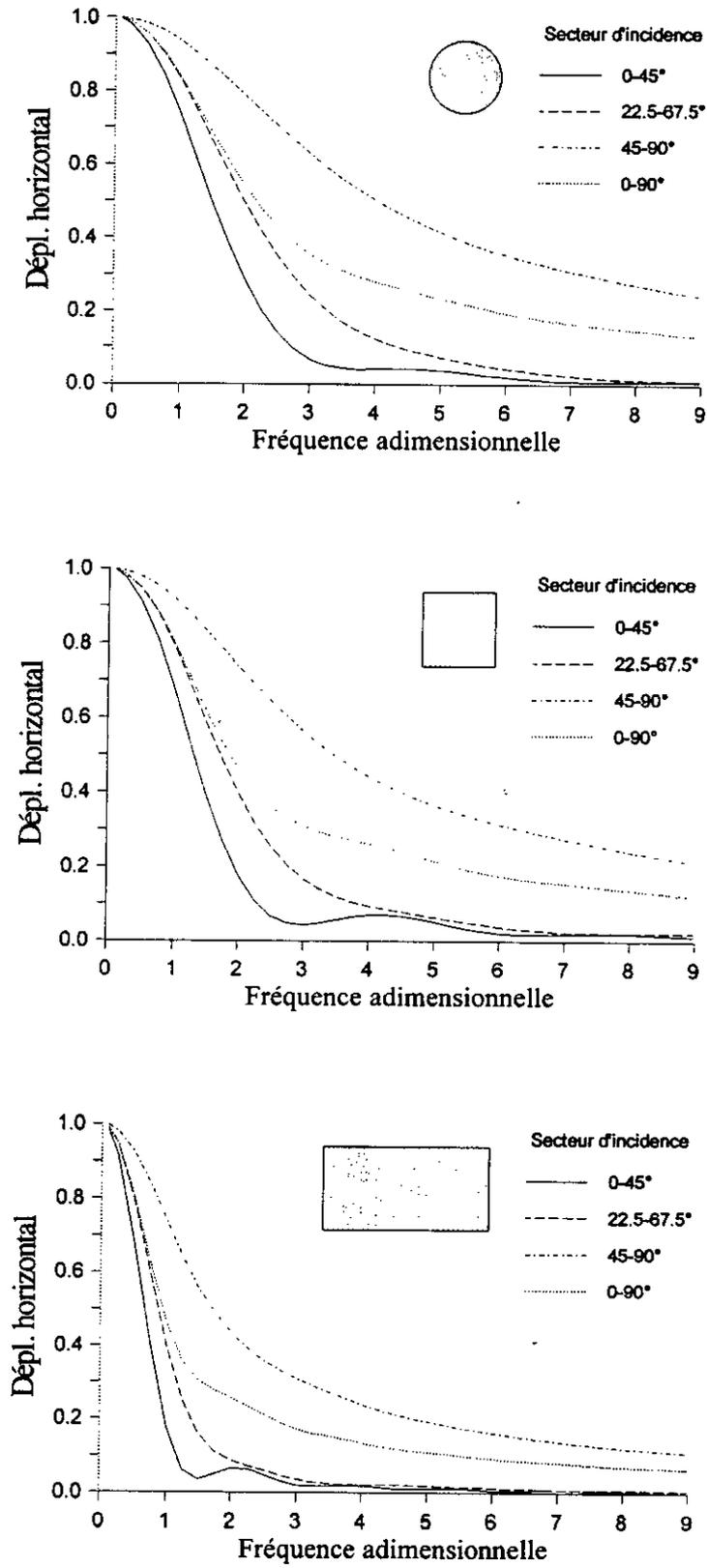


Fig. 6.3. Réponse horizontale aux ondes SV.

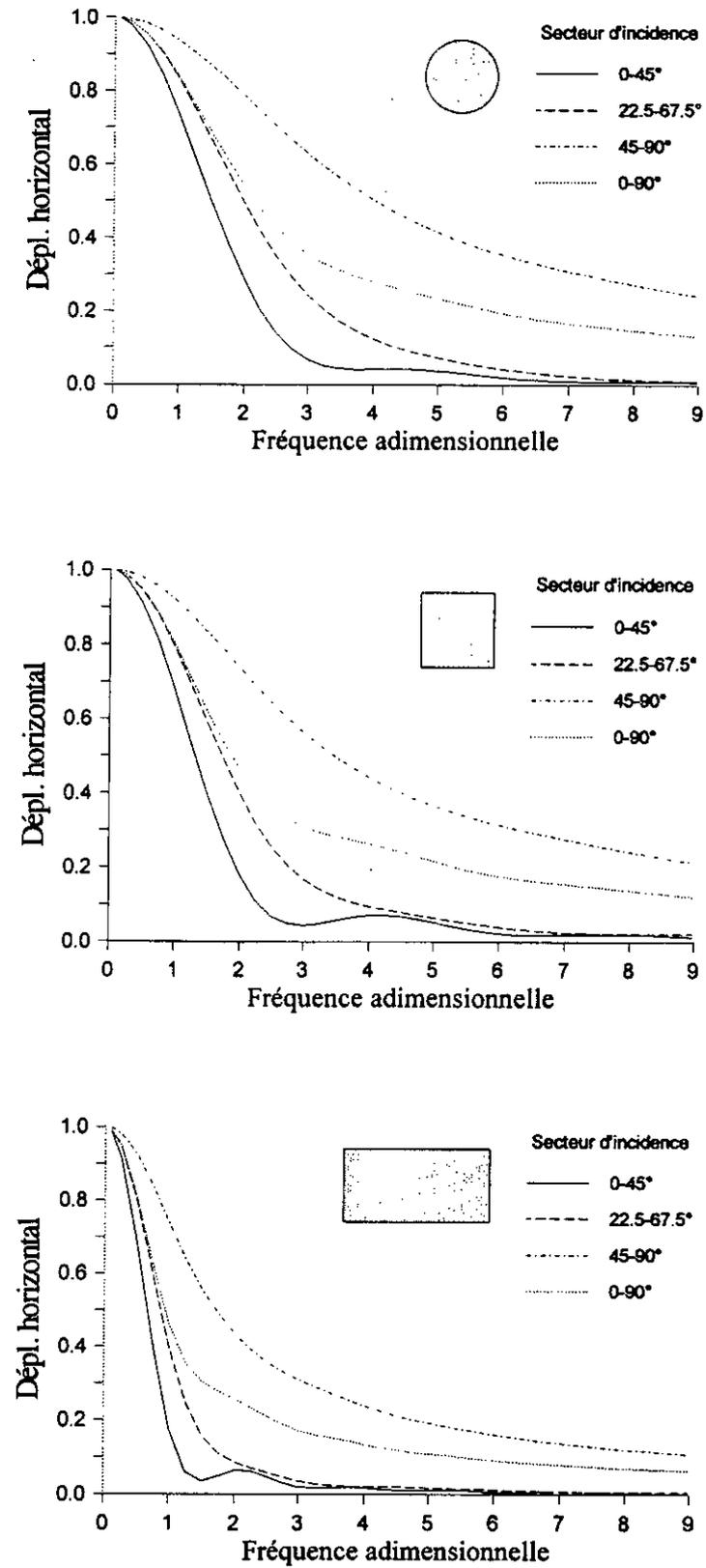


Fig. 6.4. Réponse horizontale aux ondes SH.

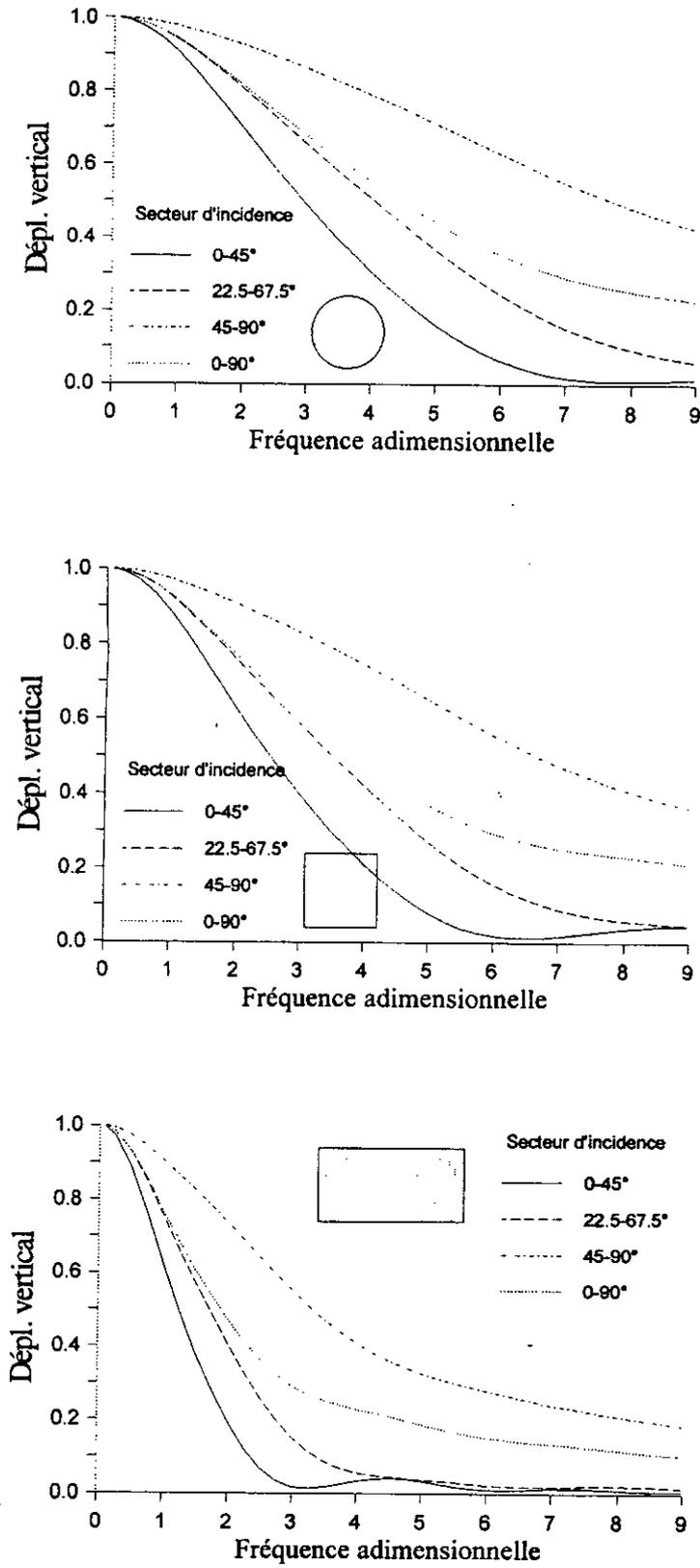


Fig. 6.5. Réponse verticale aux ondes P.

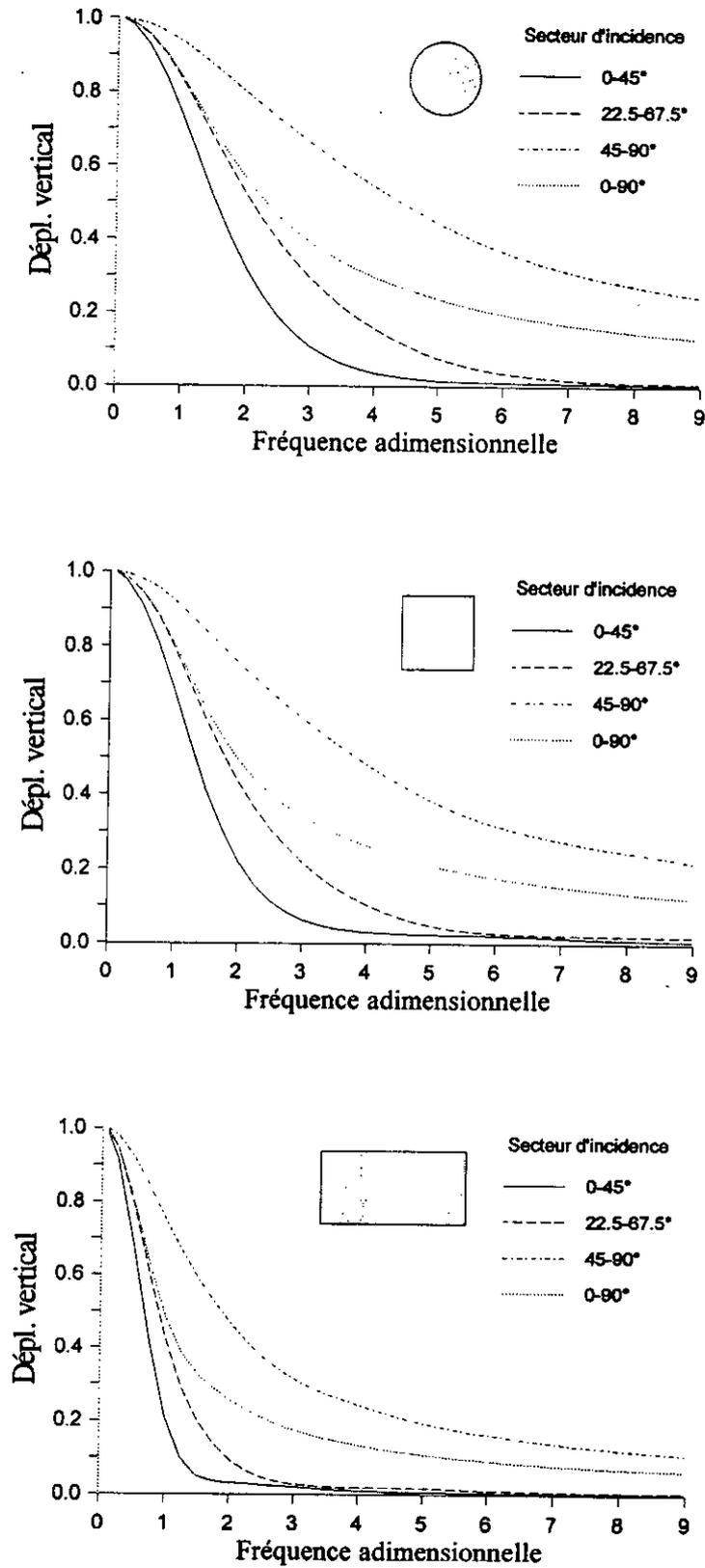


Fig. 6.6. Réponse verticale aux ondes SV.

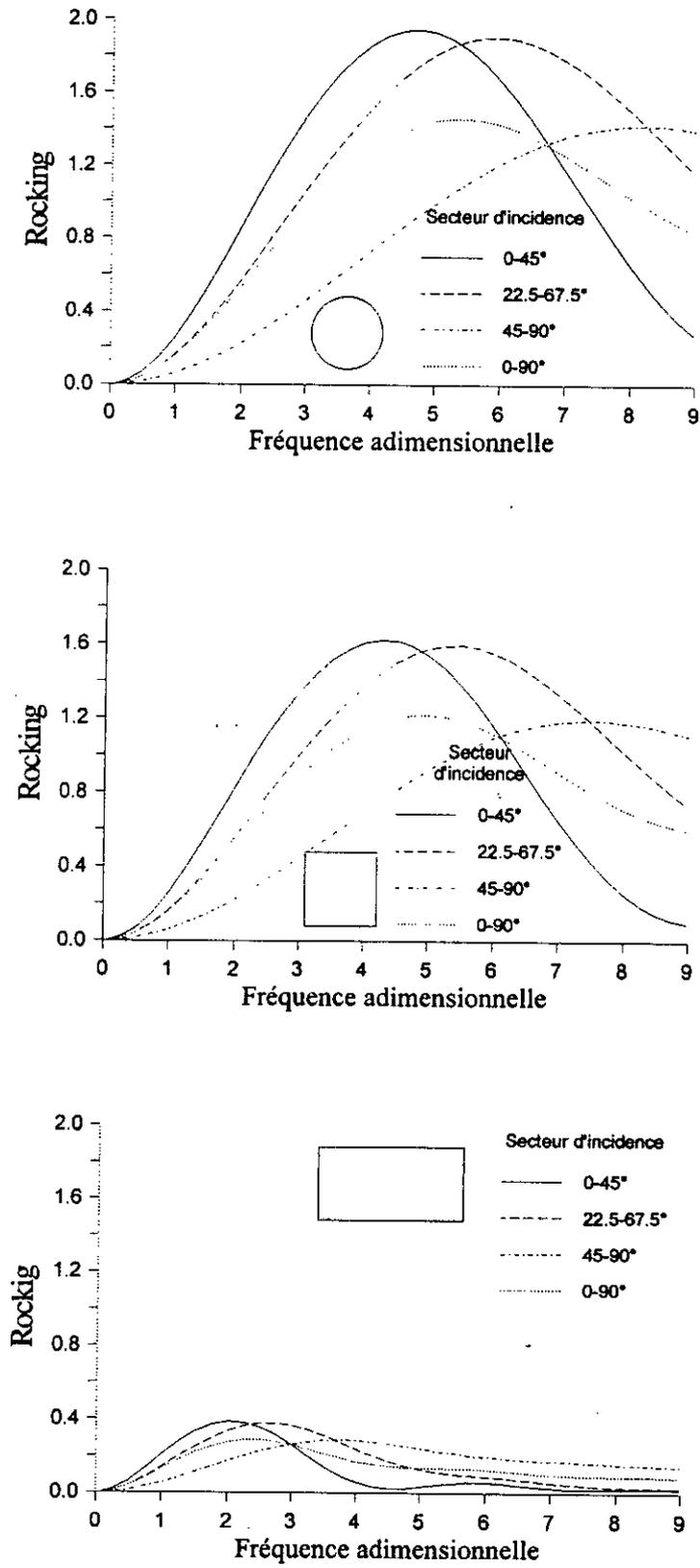


Fig. 6.7. Réponse de balancement aux ondes P.

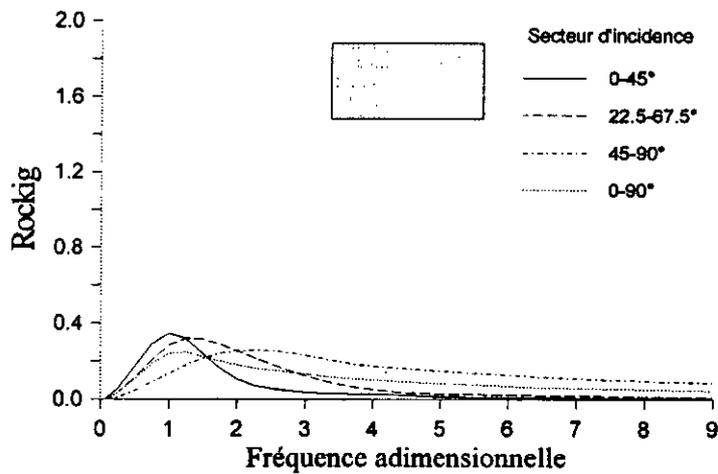
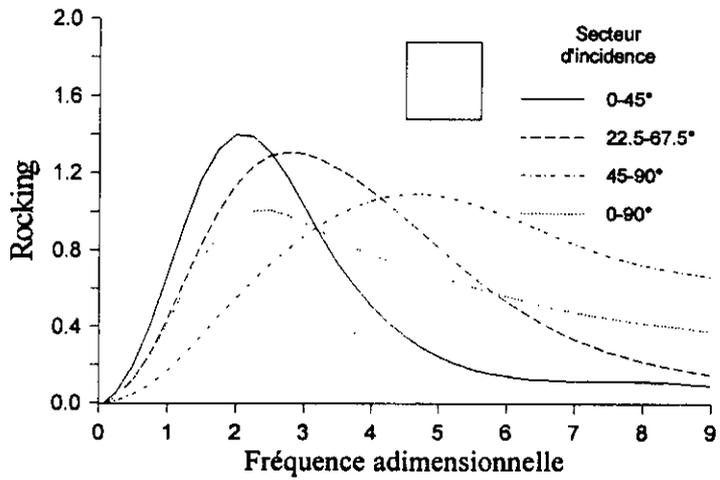
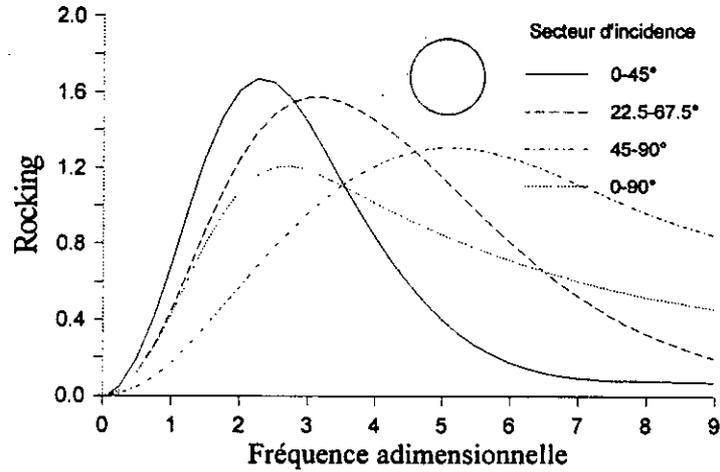


Fig. 6.8. Réponse de balancement aux ondes SV.

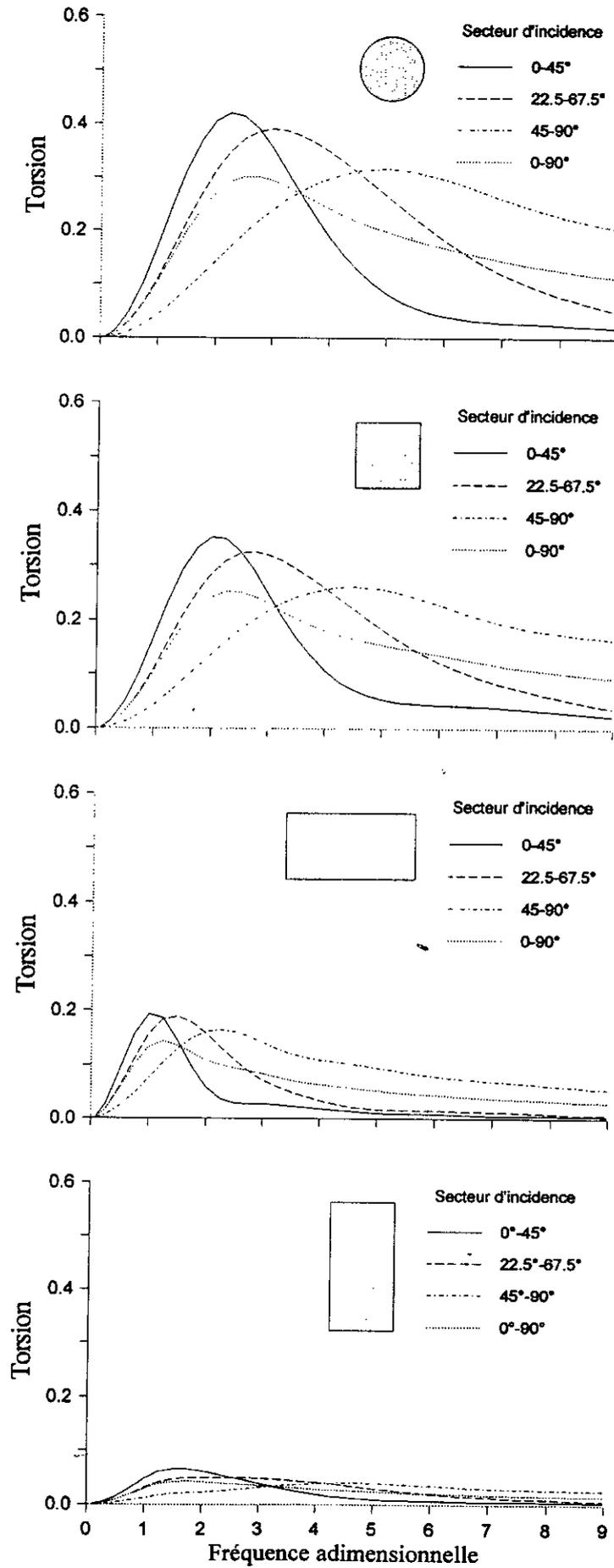


Fig. 6.9. Réponse torsionnelle aux ondes SH.

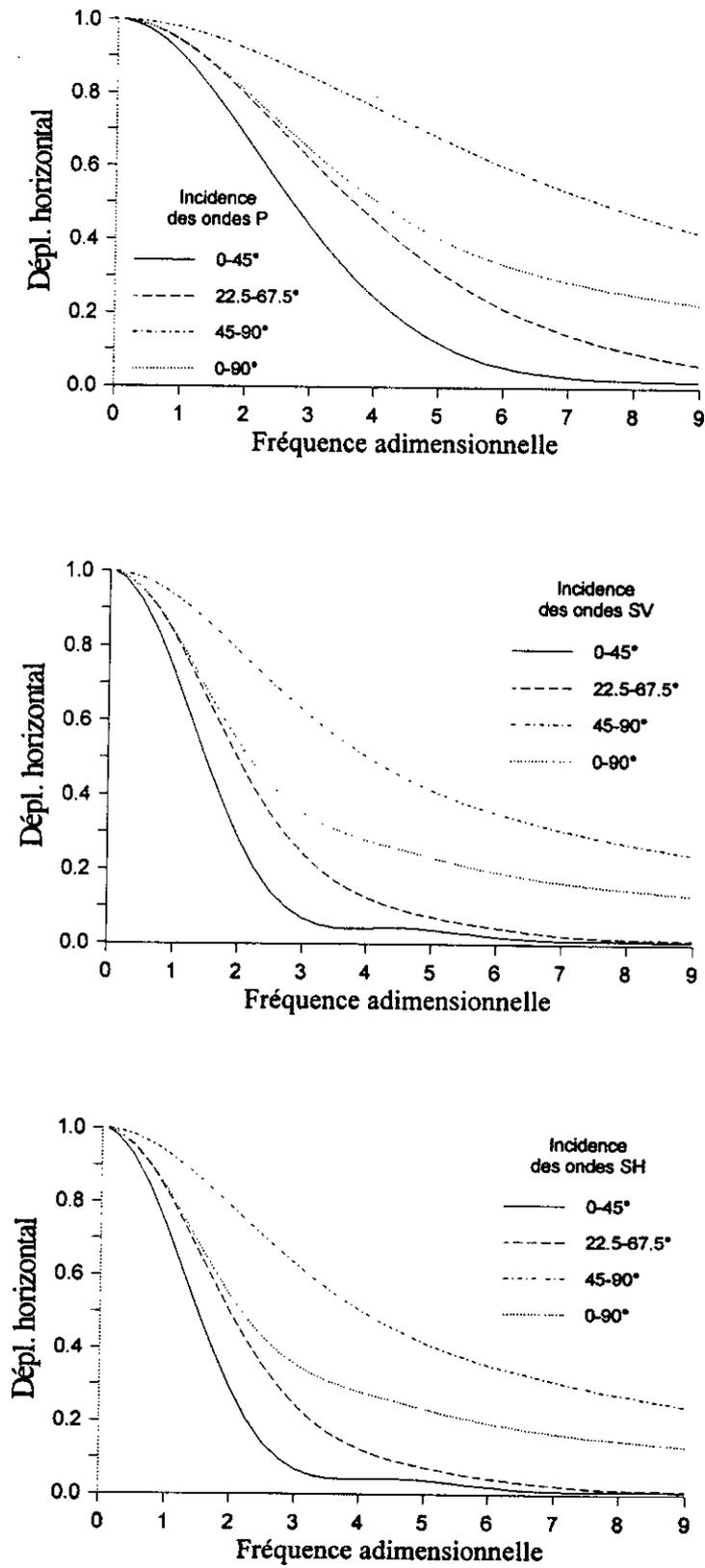


Fig. 6.10. Réponse horizontale de la fondation circulaire.

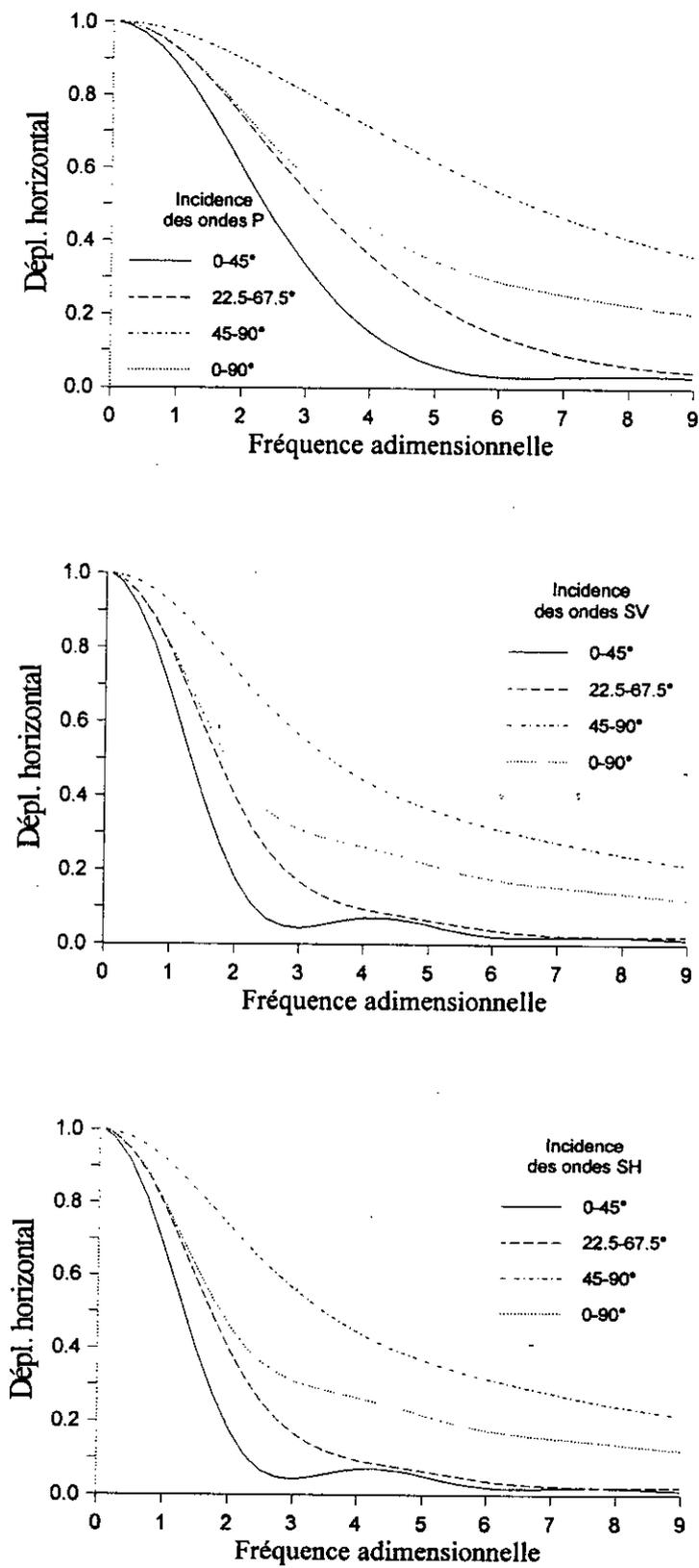


Fig. 6.11. Réponse horizontale de la fondation carrée.

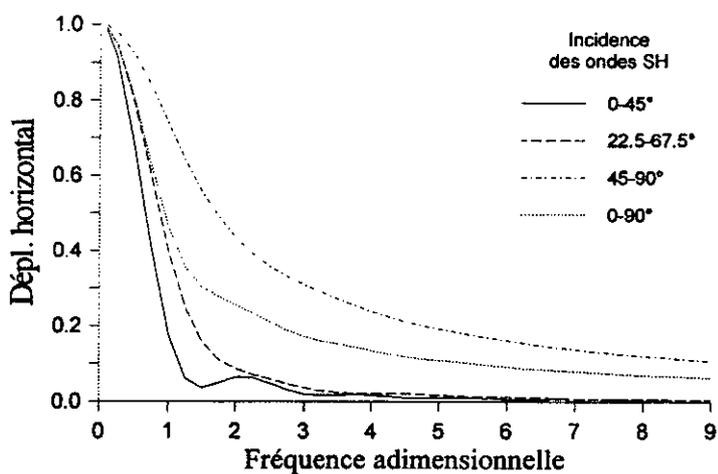
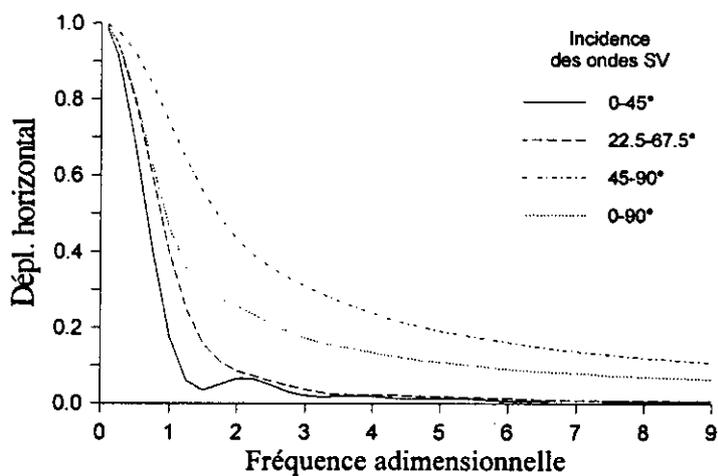
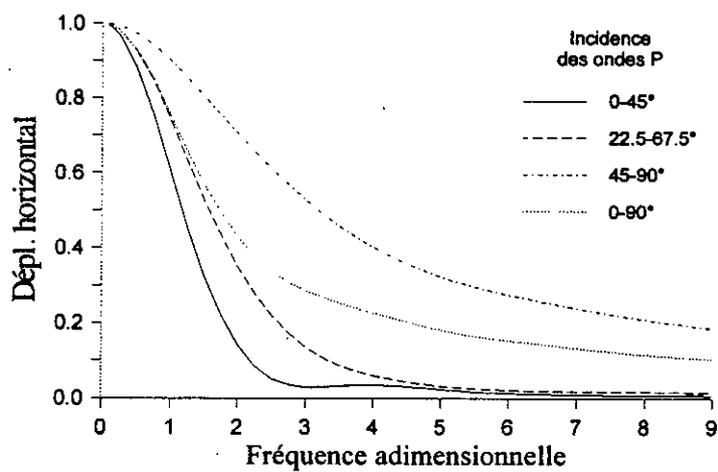


Fig. 6.12. Réponse horizontale de la fondation rectangulaire.

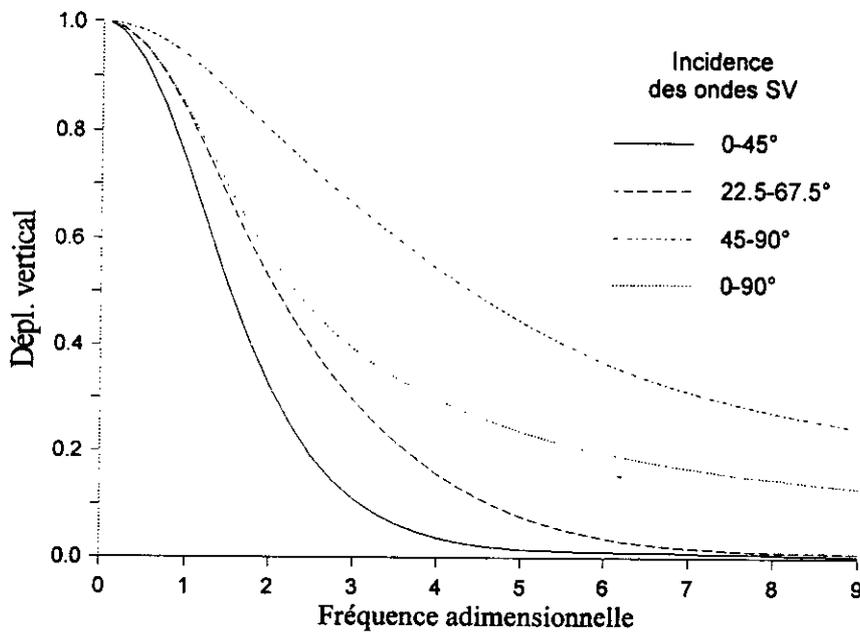
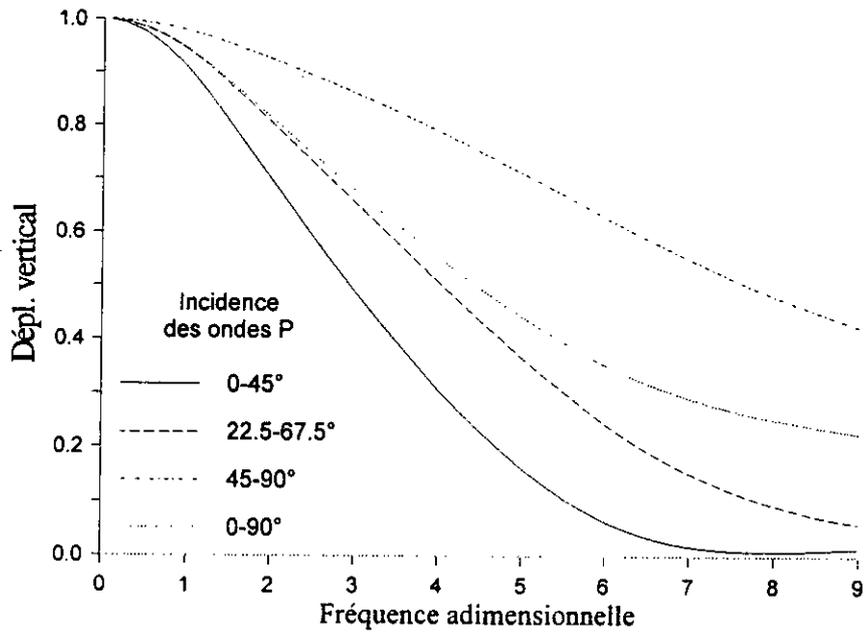


Fig. 6.13. Réponse verticale de la fondation circulaire.

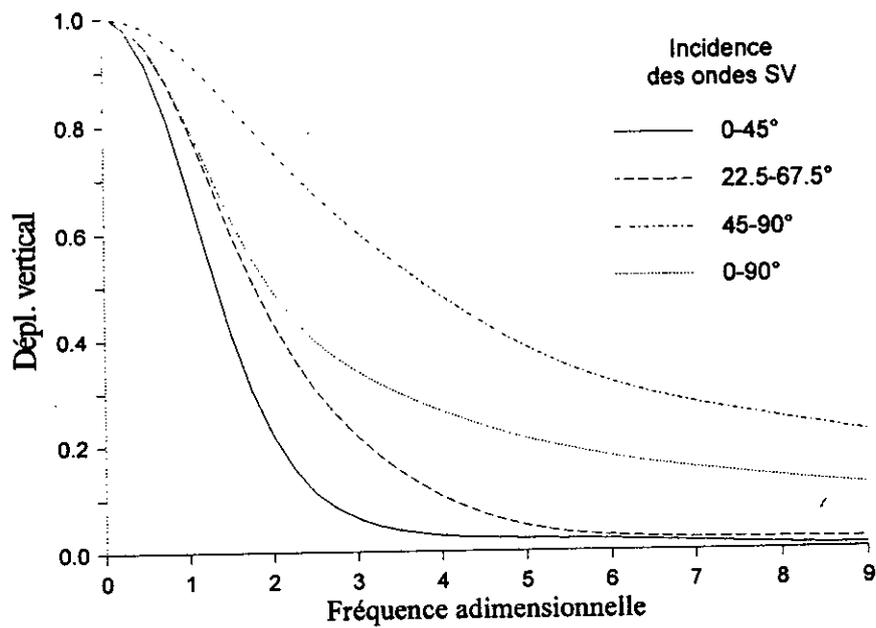
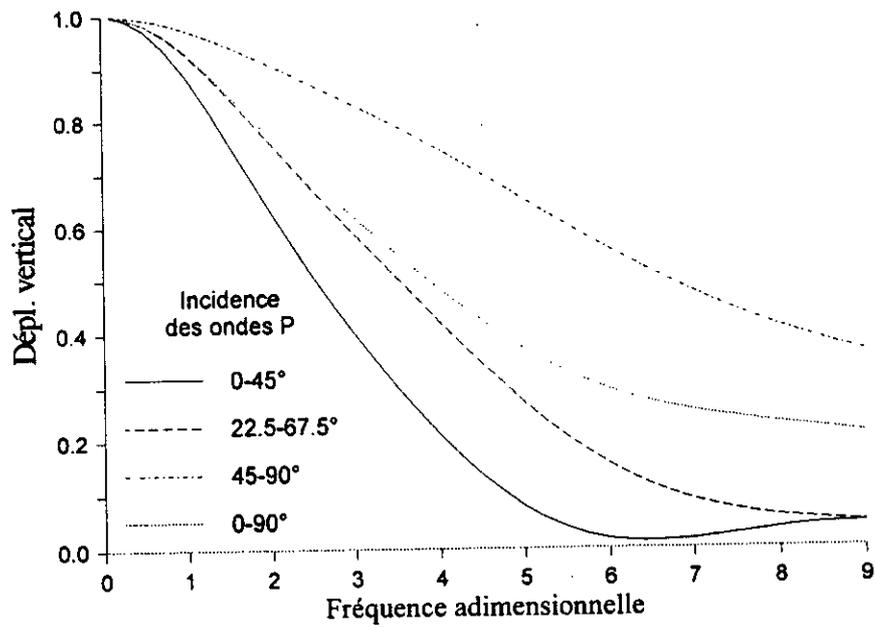


Fig. 6.14. Réponse verticale de la fondation carrée.

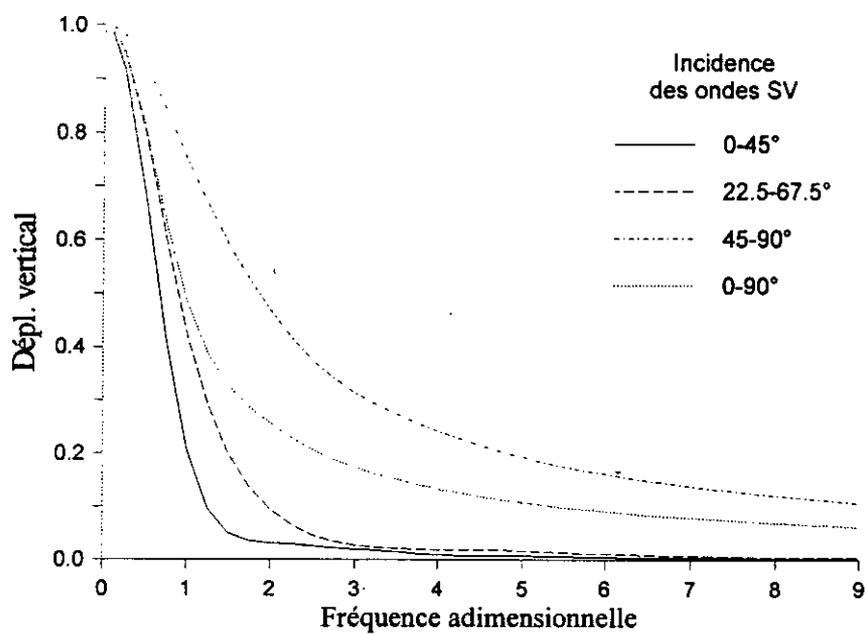
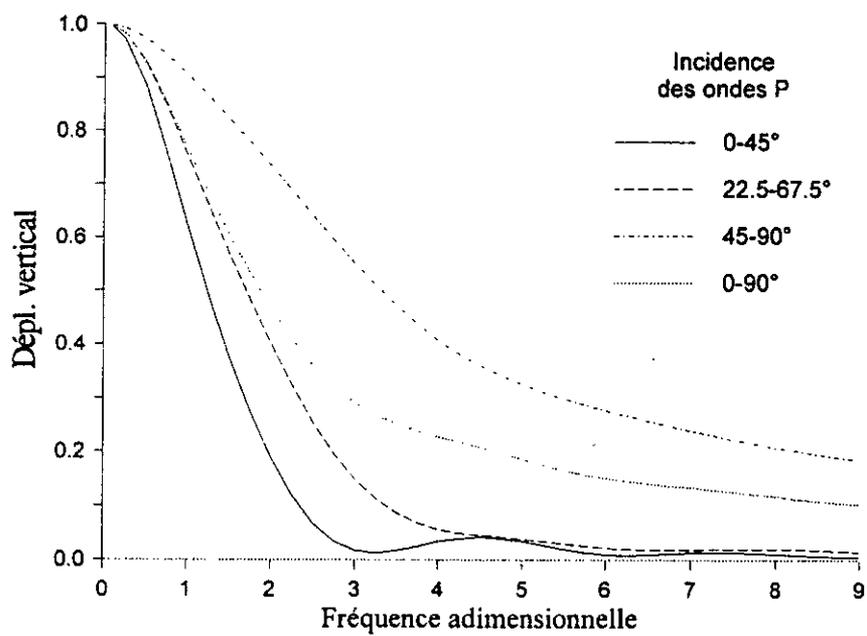


Fig. 6.15. Réponse verticale de la fondation rectangulaire.

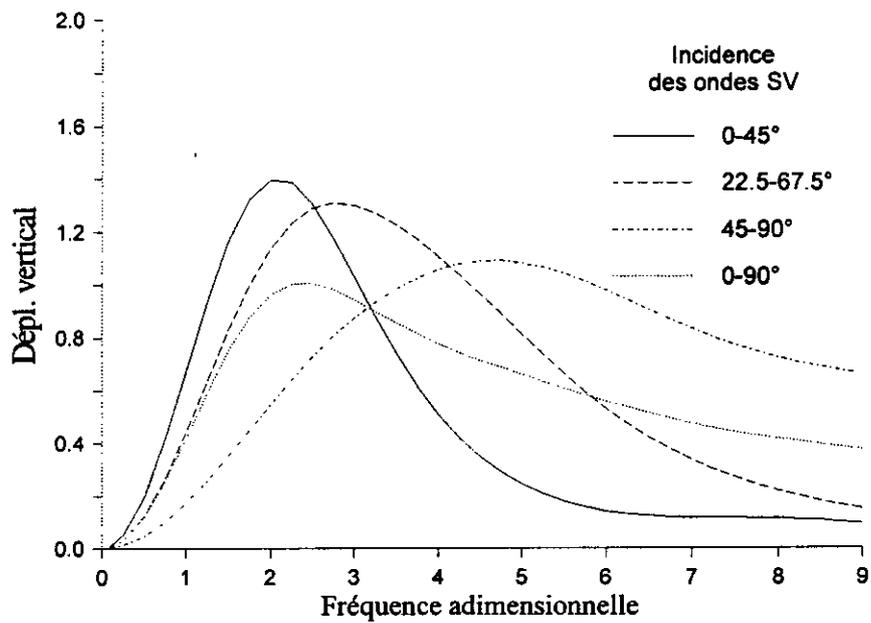
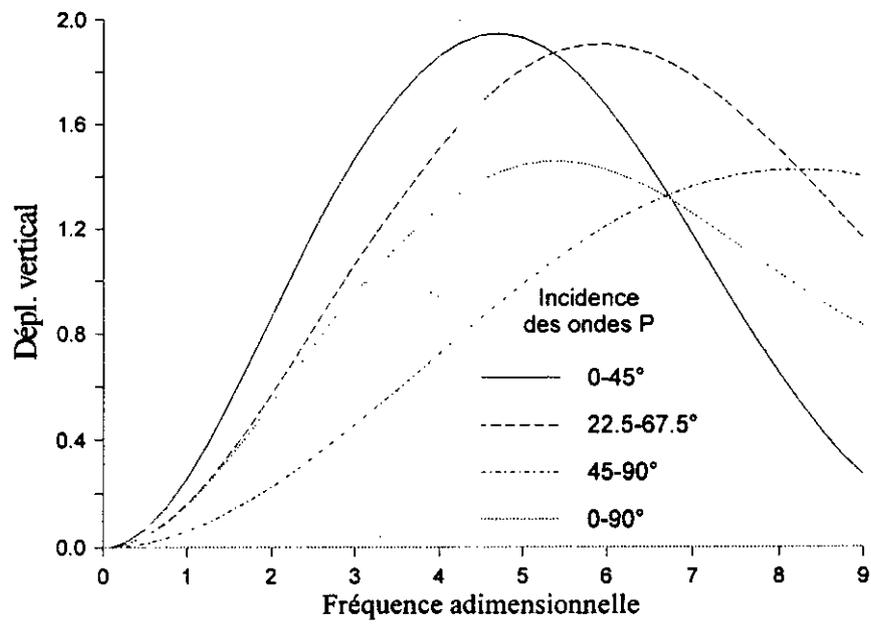


Fig. 6.16. Réponse de balancement de la fondation circulaire.

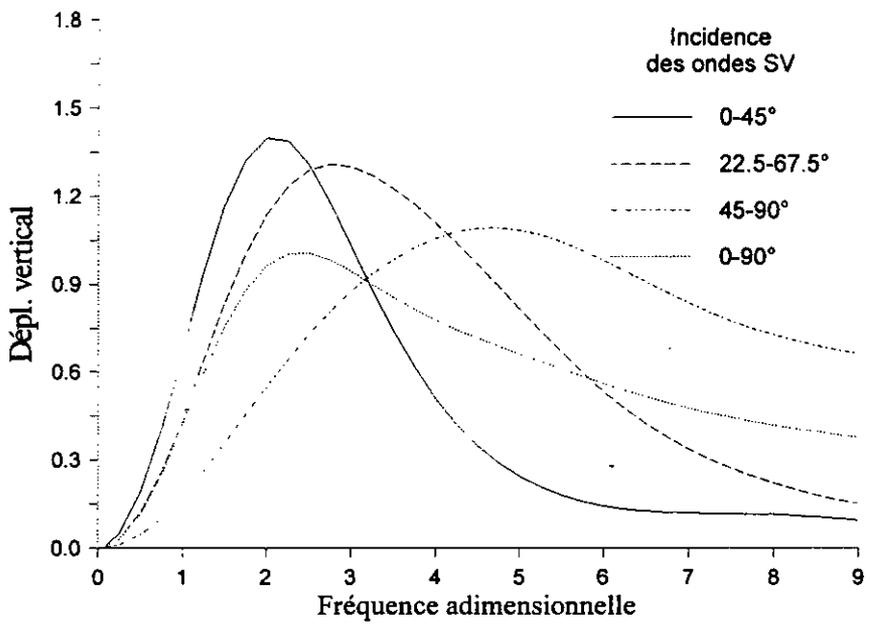
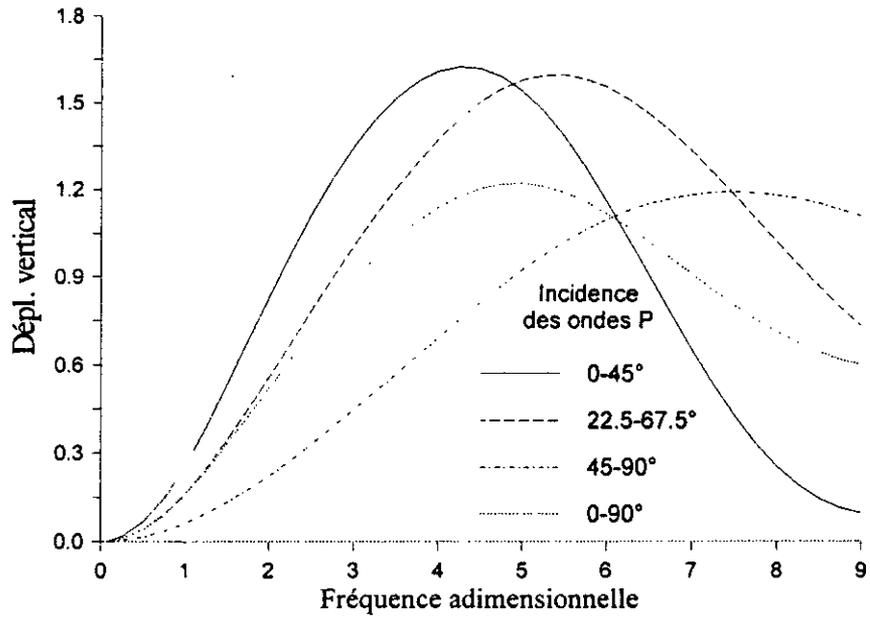


Fig. 6.17. Réponse de balancement de la fondation carrée.

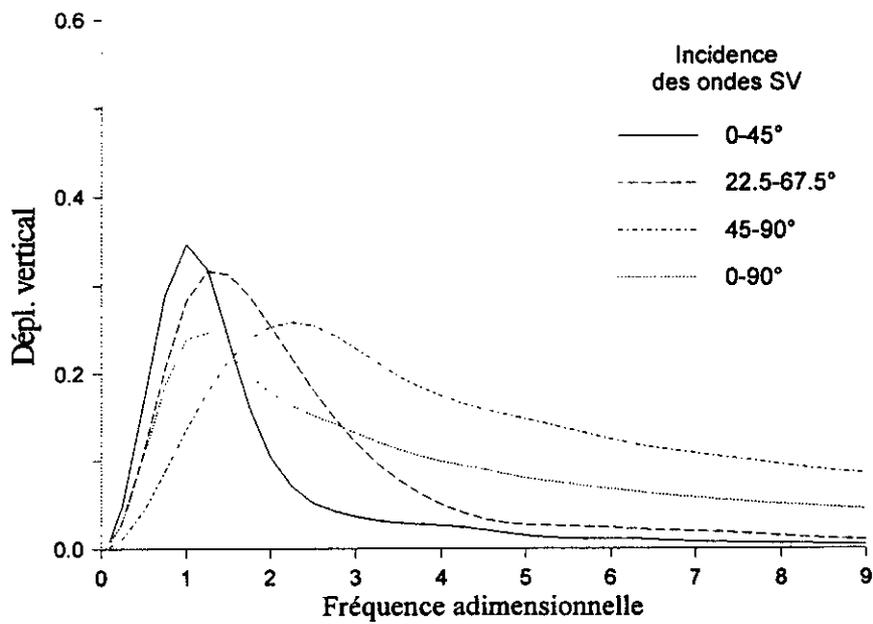
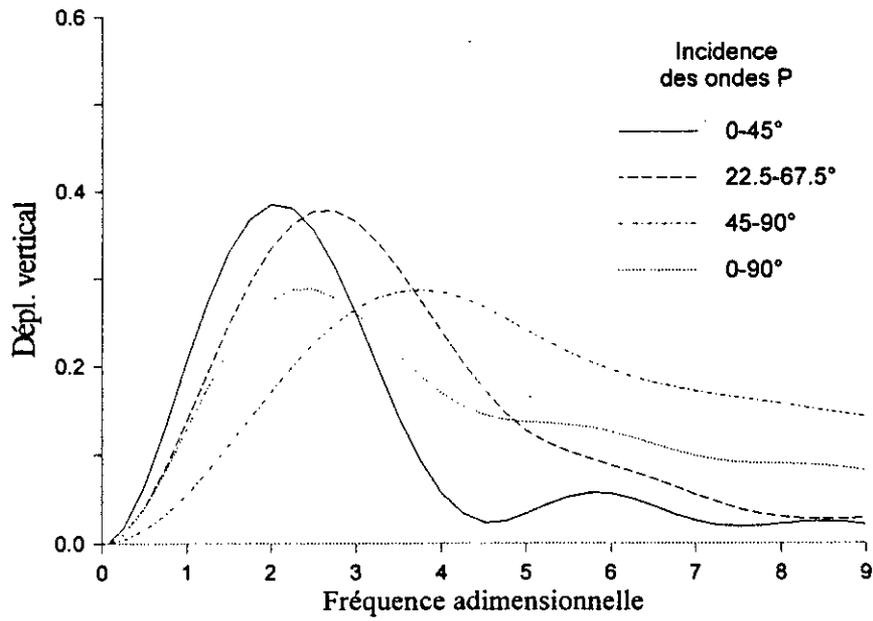


Fig. 6.18. Réponse de balancement de la fondation rectangulaire.

CHAPITRE 7

CONCLUSION GENERALE ET RECOMMANDATIONS

CONCLUSION GENERALE ET RECOMMANDATIONS

La conception des structures a connu une évolution importante depuis que les charges dynamiques ont été prises en compte. Les séismes étant des charges dynamiques à caractère aléatoire et ayant des effets très néfastes pour les structures, ont fait l'objet de nombreuses recherches dans le domaine du génie parasismique. La position et l'énergie dégagée par le tremblement de terre n'étant pas connues à l'avance, on se trouve contraint à jouer entre la sécurité de la vie humaine et le risque à prendre pour la structure.

Dans le cadre de la conception parasismique des structures, la méthode des sous structures se présente comme une approche très attrayante dans la résolution des problèmes d'interaction sol-structure. L'évaluation de la réponse cinématique des fondations constitue une étape importante dans cette approche. Dans notre travail, on s'est proposé de déterminer cette interaction cinématique pour des fondations tridimensionnelles reposant sur un demi-espace viscoélastique. La méthode des équations intégrales aux frontières a été notre outil de calcul, car elle présente de nombreux avantages.

L'adaptation de la solution fondamentale tridimensionnelle au cas de symétrie de révolution géométrique a fait l'objet d'une partie à part entière. L'intégration semi-analytique des solutions fondamentales a été nécessaire afin de contourner les singularités rencontrées lors de l'évaluation des termes d'influences. A l'issue de cette formulation, il a été possible de calculer les fonctions d'impédance, qui constituent un moyen de "remplacer" le sol par un système de ressorts-amortisseurs équivalent, reliant la fondation à une base rigide selon les six degrés de libertés. Les fonctions d'impédance peuvent aussi être interprétées comme les forces nécessaires pour produire un déplacement harmonique unitaire.

Le mouvement sismique se propage dans le sol sous forme d'ondes dont les principaux types ont été décrits dans la thèse. La réponse dynamique des fondations tridimensionnelles aux ondes sismiques a été déterminée pour plusieurs angles d'incidence.

L'aspect probabiliste des séismes a été introduit dans notre étude sous forme de passage d'onde et d'incohérence du mouvement. Si une corrélation nulle entre les ondes a été considérée, la prise en charge d'autres formes de corrélation est tout à fait possible, quoique

l'on considère que cela aurait une influence peu significative sur les fonctions de transfert [43, 23].

Les résultats obtenus, nous permettent de dire que le mouvement sismique sous l'effet de l'interaction cinématique engendre des rotations de la fondation ainsi qu'une réduction des mouvements de translation tant sous l'effet du passage d'onde que sous l'effet de l'incohérence. Quantitativement, on remarque la disparition des minimums locaux (vallées) lors de la considération de l'incohérence. Il a été également constaté une réduction des fonctions de transfert plus sévère sous l'effet des ondes S que sous l'effet des ondes P. L'incidence d'une onde de Rayleigh quant à elle, entraîne une réduction légèrement plus importante des fonctions de transfert que celle engendrée par l'incidence superficielle d'une onde S. La réduction des fonctions de transfert de translation et la génération de fonctions de transfert de rotation, est inversement proportionnelle aux caractéristiques géométriques de la fondation (aire et moment d'inertie). La détermination de la torsion sous l'effet des ondes SH a été rendue possible grâce à la prise en compte de la troisième dimension dans notre étude.

La considération du caractère aléatoire des séismes dans ce travail sous forme d'une arrivée incohérente des ondes sismiques a pour effet de réduire les fonctions de transfert pour une arrivée profonde de ces dernières. Sachant que l'arrivée profonde des ondes se produit plus souvent que l'arrivée superficielle, il se trouve que les fonctions de transfert de rotation sont réduites plus significativement sous l'effet de la première arrivée que sous l'effet de la deuxième.

Quelques remarques d'ordre pratique peuvent être émises quant à l'orientation de la fondation rectangulaire. Pour peu que la source du séisme soit connue en position, on peut choisir une orientation longitudinale de la fondation rectangulaire car elle donne dans cette orientation une plus grande réduction des translations et des rotations. La profondeur de la source ainsi que l'étendue de la faille nous permettent de présélectionner une courbe de secteur d'incidence parmi les courbes obtenues (superficielle, profonde, moyenne ou continue).

Cette étude a permis d'apporter un éclairage concernant le phénomène complexe de l'interaction cinématique. Elle peut être utilisée pour une phase de conception préliminaire.

L'investigation menée jusque-là laisse la porte grande ouverte sur plusieurs extensions possibles:

La formulation intégrale étant très bien adaptée au domaine semi-infini, il est possible désormais d'étendre l'étude aux cas de sols comportant deux, voire trois couches au maximum,

car le nombre d'inconnues du problèmes tendra à augmenter. L'inclusion de l'effet bassin devient alors une simple application.

La corrélation nulle entre les ondes incidentes peut être remplacée par d'autres types de corrélations.

Une extension importante consiste à compléter l'étude en analysant l'interaction inertielle, ne serait-ce que pour un cas simple de structure à un degré de liberté, l'opération pourra être faite par une analyse modale classique. La détermination du spectre de réponse sera alors d'un grand intérêt pour les ingénieurs.

Le couplage entre la BEM et la MEF constitue une extension très intéressante dans la mesure où la MEF stochastique est disponible. On pourra alors décrire le comportement d'un milieu ou d'une structure par leur caractéristiques aléatoires.

ANNEXES

ANNEXE 1

EVALUATION ET INTEGRATION DES TERMES SINGULIERS

A titre d'exemple, nous explicitons ici les calculs menant à l'intégration du terme singulier issu du Γ_{rr} en mode 0 de Fourier pour les éléments horizontaux. Fig. A.1.

$$R = \frac{R_1 + R_2}{2}$$

$$X = r' \cos \theta - R$$

$$Y = r' \sin \theta$$

$$r = \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{r'^2 - 2r'.R.\cos\theta + R^2}$$

En mode 0 Γ_{rr} s'écrit:

$$\begin{aligned} \Gamma_{rr} = & \frac{1}{4\pi\rho\omega^2} \left[\frac{1}{r} (e^{ikr} - e^{ihr}) - i(ke^{ikr} - he^{ihr}) \right] \cdot \\ & \left\{ \frac{3}{r^4} (X^2 \cos \theta + XY \sin \theta) - \frac{1}{r^2} \cos \theta \right\} + \\ & \frac{1}{r^3} (h^2 e^{ihr} - k^2 e^{ikr}) (X^2 \cos \theta + XY \sin \theta) \Big] + \\ & \frac{1}{4\pi\mu.r} e^{ikr} \cos \theta \end{aligned}$$

où: r', θ, z_0 : les coordonnées du point courant.

R, θ, z_0 : les coordonnées du point singulier.

λ, μ, ρ : les caractéristiques mécaniques du milieu.

ω : la fréquence.

$h = \frac{\omega}{C_1}$; $k = \frac{\omega}{C_2}$: les nombres d'ondes P et S respectivement.

$C_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$; $C_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$: les vitesses de propagation d'ondes P et S .

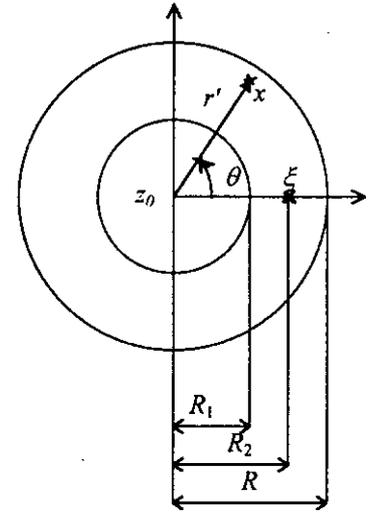


Fig. A.1. Illustration d'un élément horizontal

$$\text{Posons: } K1 = \frac{1}{4\pi\rho\omega^2}; K2 = \frac{1}{4\pi\mu}; V_{sp} = \frac{C_2^2}{C_1^2}; V_{3sp} = 3(V_{sp} - 1); D = R\left(\frac{\cos\theta + \sin\theta}{\sqrt{2}} - 1\right)$$

Lorsque r tend vers 0, Γ_{rr} se réduit à:

$$\Gamma_{rr} = K1 \cdot \frac{1}{2} (h^2 - k^2) R \cdot r' \cdot \sin(\theta)^2 \cdot \frac{1}{r^3} + K2 \cdot \cos\theta \cdot \frac{1}{r}$$

dont l'intégration prend la forme:

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{2\pi} \int_{R1}^{R2} \Gamma_{rr} \cdot r' \cdot dr' \cdot d\theta \\ &= \int_0^{2\pi} \int_{R1}^{R2} \left(K1 \cdot \frac{1}{2} (h^2 - k^2) R \cdot r' \cdot \sin(\theta)^2 \cdot \frac{1}{r^3} + K2 \cdot \cos\theta \cdot \frac{1}{r} \right) \cdot r' \cdot dr' \cdot d\theta \end{aligned}$$

L'intégration analytique par rapport à r' nous conduit à:

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{2\pi} \left[\frac{RK1}{2} (h^2 - k^2) \left\{ \frac{R1(1 - 2\cos^2\theta) + R\cos\theta}{\sqrt{(R1 - R\cos\theta)^2 + R^2\sin^2\theta}} - \frac{R2(1 - 2\cos^2\theta) + R\cos\theta}{\sqrt{(R2 - R\cos\theta)^2 + R^2\sin^2\theta}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sin^2\theta \cdot \ln \left(\frac{(R2 - R\cos\theta) + \sqrt{(R2 - R\cos\theta)^2 + R^2\sin^2\theta}}{(R1 - R\cos\theta) + \sqrt{(R1 - R\cos\theta)^2 + R^2\sin^2\theta}} \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. + K2 \cdot \cos\theta \left[\sqrt{(R2 - R\cos\theta)^2 + R^2\sin^2\theta} - \sqrt{(R1 - R\cos\theta)^2 + R^2\sin^2\theta} \right] \right. \\ &\quad \left. + R\cos\theta \cdot \ln \left(\frac{(R2 - R\cos\theta) + \sqrt{(R2 - R\cos\theta)^2 + R^2\sin^2\theta}}{(R1 - R\cos\theta) + \sqrt{(R1 - R\cos\theta)^2 + R^2\sin^2\theta}} \right) \right] d\theta \end{aligned}$$

L'intégration en θ se fait ensuite numériquement.

1. LES TERMES SINGULIERS:

Une attention particulière a été prise lors de l'écriture des termes singuliers, cependant, une erreur de frappe peut être commise involontairement. Il est conseillé pour d'utilisations ultérieures des termes singuliers, de vérifier leur écriture.

Mode 0 éléments horizontaux:

$$\Gamma_{rr} = K1 \frac{h^2 - k^2}{2} \frac{R \cdot r' \sin^2\theta}{r^3} + K2 \frac{\cos\theta}{r}$$

$$\Gamma_{\theta\theta} = K1 \frac{k^2 - h^2}{2} \frac{R \cdot r' \sin^2\theta - r^2 \cos\theta}{r^3} + K2 \frac{\cos\theta}{r}$$

$$\Gamma_z = \left(K1 \frac{h^2 - k^2}{2} + K2 \right) \frac{1}{r}$$

$$\Sigma_r = \frac{1}{4\pi} V_{sp} \frac{R \cos \theta - r'}{r^3}$$

$$\Sigma_{r'} = \frac{1}{4\pi} V_{sp} \frac{r' \cos \theta - R}{r^3}$$

Mode 0 éléments verticaux:

$$\Gamma_{rr} = K1 \frac{h^2 - k^2}{2} \frac{R^2 (1 - \cos \theta)^2}{r^3} + \left(K1 \frac{h^2 - k^2}{2} + K2 \right) \frac{\cos \theta}{r}$$

$$\Gamma_{\theta\theta} = K1 \frac{k^2 - h^2}{2} \frac{R^2 \sin^2 \theta - r^2 \cos \theta}{r^3} + K2 \frac{\cos \theta}{r}$$

$$\Gamma_{zz} = K1 \frac{k^2 - h^2}{2} \frac{(z' - z0)^2}{r^3} + \left(K1 \frac{h^2 - k^2}{2} + K2 \right) \frac{1}{r}$$

$$\Gamma_{rz} = K1 \frac{k^2 - h^2}{2} \frac{R(1 - \cos \theta)(z' - z0)}{r^3}$$

$$\Gamma_{r'z} = K1 \frac{k^2 - h^2}{2} \frac{R(\cos \theta - 1)(z' - z0)}{r^3}$$

$$\Sigma_{rr} = \frac{R(\cos \theta - 1)}{4\pi} \left(\frac{-R^2(\cos \theta - 1)^2}{r^5} V_{3sp} - \frac{\cos \theta}{r^3} V_{sp} \right) + \frac{R \sin^2 \theta}{4\pi \cdot r^3} V_{sp}$$

$$\Sigma_{\theta\theta} = \frac{R(\cos \theta - 1)}{4\pi} \left(\frac{R^2 \sin^2 \theta}{r^5} V_{3sp} - \frac{\cos \theta}{r^3} V_{sp} \right) + \frac{R \sin^2 \theta}{4\pi \cdot r^3} V_{sp}$$

$$\Sigma_z = \frac{R(\cos \theta - 1)}{4\pi} \frac{(z' - z0)^2}{r^5} V_{3sp} + \frac{R(1 - \cos \theta)}{4\pi \cdot r^3} V_{sp}$$

$$\Sigma_r = \frac{-R^2(\cos \theta - 1)^2}{4\pi} \frac{(z' - z0)}{r^5} V_{3sp} - \frac{z' - z}{4\pi \cdot r^3} V_{sp}$$

$$\Sigma_{r'} = \frac{R^2(\cos \theta - 1)^2}{4\pi} \frac{(z' - z0)}{r^5} V_{3sp} - \frac{\cos \theta (z' - z)}{4\pi \cdot r^3} V_{sp}$$

Mode 1 éléments horizontaux:

$$X = r' \cos \theta - \frac{R}{\sqrt{2}}; \quad Y = r' \sin \theta - \frac{R}{\sqrt{2}}$$

$$\Gamma_{rr} = \frac{K1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{k^2 - h^2}{2r^3} \left[(X^2 + XY) \cos \theta + (XY + Y^2) \sin \theta \right] + \frac{k^2 + h^2}{2r} (\cos \theta + \sin \theta) \right\}$$

$$\Gamma_{r\theta} = \frac{K1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{k^2 - h^2}{2r^3} [(XY - X^2)\cos\theta + (Y^2 - XY)\sin\theta] + \frac{k^2 + h^2}{2r} (\sin\theta - \cos\theta) \right\}$$

$$\Gamma_{\theta r} = \frac{K1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{k^2 - h^2}{2r^3} [(XY + Y^2)\cos\theta - (XY + X^2)\sin\theta] + \frac{k^2 + h^2}{2r} (\cos\theta - \sin\theta) \right\}$$

$$\Gamma_{\theta\theta} = \frac{K1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{k^2 - h^2}{2r^3} [(Y^2 - XY)\cos\theta + (X^2 - XY)\sin\theta] + \frac{k^2 + h^2}{2r} (\cos\theta + \sin\theta) \right\}$$

$$\Gamma_{zz} = \frac{K1}{r} \frac{k^2 + h^2}{2}$$

$$\Sigma_{rz} = \frac{R/\sqrt{2}(\cos\theta + \sin\theta) - r'}{4\sqrt{2}\pi.r^3} V_{sp}$$

$$\Sigma_{\theta z} = \frac{R/\sqrt{2}(\cos\theta - \sin\theta)}{4\sqrt{2}\pi.r^3} V_{sp}$$

$$\Sigma_{zr} = \frac{r'(\cos\theta + \sin\theta) - \sqrt{2}R}{4\sqrt{2}\pi.r^3} V_{sp}$$

$$\Sigma_{z\theta} = \frac{r'(\sin\theta - \cos\theta)}{4\sqrt{2}\pi.r^3} V_{sp}$$

Mode 1 éléments verticaux:

Les noyaux Γ_{rr} , $\Gamma_{r\theta}$, $\Gamma_{\theta r}$ et $\Gamma_{\theta\theta}$ sont les mêmes que les précédents sauf que r' doit être remplacé par R .

$$\Gamma_{rz} = \frac{K1(z'-z0)}{\sqrt{2}r^3} \frac{k^2 - h^2}{2} \cdot R \left(1 - \frac{\cos\theta + \sin\theta}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\Gamma_{\theta z} = \frac{K1(z'-z0)}{\sqrt{2}r^3} \frac{k^2 - h^2}{2} \cdot R \left(\frac{\sin\theta - \cos\theta}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\Gamma_{zr} = \frac{K1(z'-z0)}{\sqrt{2}r^3} \frac{k^2 - h^2}{2} \cdot R (\cos\theta + \sin\theta - \sqrt{2})$$

$$\Gamma_{z\theta} = \frac{K1(z'-z0)}{\sqrt{2}r^3} \frac{k^2 - h^2}{2} \cdot R \left(\frac{\sin\theta - \cos\theta}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\Gamma_{zz} = \frac{K1}{r^3} \frac{k^2 - h^2}{2} (z'-z0)^3 + \frac{K1}{r} \frac{k^2 - h^2}{2}$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{rr} &= \frac{D}{4\sqrt{2}\pi} \left\{ \left[(X^2 + XY) \cos \theta + (XY + Y^2) \sin \theta \right] \frac{V_{3sp}}{r^5} - (\cos \theta + \sin \theta) \frac{V_{sp}}{r^3} \right\} + \\ &\quad \frac{V_{sp}}{4\sqrt{2}\pi \cdot r^3} \{ (n1Y - n2X) \cos \theta + (n2X - n1Y) \sin \theta \} \\ \Sigma_{r\theta} &= \frac{D}{4\sqrt{2}\pi} \left\{ \left[(XY - X^2) \cos \theta + (Y^2 - XY) \sin \theta \right] \frac{V_{3sp}}{r^5} - (\sin \theta - \cos \theta) \frac{V_{sp}}{r^3} \right\} \\ &\quad \frac{V_{sp}}{4\sqrt{2}\pi \cdot r^3} \{ (n1Y - n2X) \cos \theta - (n2X - n1Y) \sin \theta \} \\ \Sigma_{\theta r} &= \frac{D}{4\sqrt{2}\pi} \left\{ \left[(XY + Y^2) \cos \theta - (XY + X^2) \sin \theta \right] \frac{V_{3sp}}{r^5} - (\cos \theta - \sin \theta) \frac{V_{sp}}{r^3} \right\} \\ &\quad \frac{V_{sp}}{4\sqrt{2}\pi \cdot r^3} \{ (n2X - n1Y) \cos \theta - (n1Y - n2X) \sin \theta \} \\ \Sigma_{\theta\theta} &= \frac{D}{4\sqrt{2}\pi} \left\{ \left[(Y^2 - XY) \cos \theta + (X^2 - XY) \sin \theta \right] \frac{V_{3sp}}{r^5} - (\cos \theta + \sin \theta) \frac{V_{sp}}{r^3} \right\} \\ &\quad \frac{V_{sp}}{4\sqrt{2}\pi \cdot r^3} \{ (n1Y - n2X) \cos \theta + (n2X - n1Y) \sin \theta \} \\ \Sigma_{rz} &= \frac{D(z' - z0)}{4\pi} \frac{X \cos \theta + Y \sin \theta}{r^5} V_{3sp} + \frac{V_{sp} \cdot (z' - z0)}{4\pi \cdot r^3} (n1 \cos \theta + n2 \sin \theta) \\ \Sigma_{\theta z} &= \frac{D(z' - z0)}{4\pi} \frac{Y \cos \theta - X \sin \theta}{r^5} V_{3sp} + \frac{V_{sp} \cdot (z' - z0)}{4\pi \cdot r^3} (n2 \cos \theta - n1 \sin \theta) \\ \Sigma_{zr} &= \frac{D(z' - z0)}{4\sqrt{2}\pi} \frac{X + Y}{r^5} V_{3sp} + \frac{V_{sp} \cdot (z' - z0)}{4\sqrt{2}\pi \cdot r^3} (n1 + n2) \\ \Sigma_{z\theta} &= \frac{D(z' - z0)}{4\sqrt{2}\pi} \frac{Y - X}{r^5} V_{3sp} + \frac{V_{sp} \cdot (z' - z0)}{4\sqrt{2}\pi \cdot r^3} (n1 - n2) \\ \Sigma_{zz} &= \frac{D}{4\pi} \left\{ \frac{V_{3sp}}{r^5} (z' - z0)^2 - \frac{V_{sp}}{r^3} \right\} \end{aligned}$$

2. INTEGRATION:

Les intégrales présentées ci-dessous ont été évaluées analytiquement par le Logiciel MATHCAD v5.0 de MathSoft inc., pour calculer les termes singuliers. L'écriture des résultats a été mise sous forme compacte pour faciliter son utilisation dans un code de calcul. Les intégrales du mode 1 s'obtiennent de la même manière.

Éléments horizontaux:

$$r^2 = r'^2 - 2r' R \cos \theta + R^2 = (r' - R \cos \theta)^2 + (R \sin \theta)^2$$

$$RR1 = R_1 - R \cos \theta$$

$$RR2 = R_2 - R \cos \theta$$

$$SQ1 = \sqrt{(R_1 - R \cos \theta)^2 + R^2 \sin^2 \theta}$$

$$SQ2 = \sqrt{(R_2 - R \cos \theta)^2 + R^2 \sin^2 \theta}$$

$$I1 = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r} \cdot r' dr' = SQ2 - SQ1 + R \cos \theta \cdot \ln \left\{ \frac{RR2 + SQ2}{RR1 + SQ1} \right\}$$

$$I2 = \int_{R_1}^{R_2} \frac{r'}{r^3} \cdot r' dr' = \left(1 - \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \right) \left\{ \frac{RR1}{SQ1} - \frac{RR2}{SQ2} \right\} + \ln \left\{ \frac{RR2 + SQ2}{RR1 + SQ1} \right\} + 2R \cos \theta \left\{ \frac{1}{SQ1} - \frac{1}{SQ2} \right\}$$

$$I3 = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r^3} \cdot r' dr' = \frac{1}{SQ1} - \frac{1}{SQ2} - \frac{\cos \theta}{R \sin^2 \theta} \left\{ \frac{RR1}{SQ1} - \frac{RR2}{SQ2} \right\}$$

Elément verticaux:

$$r^2 = 2R^2(1 - \cos \theta) + (z' - z_0)^2$$

$$ZZ1 = z_1 - z$$

$$ZZ2 = z_2 - z$$

$$SQ1 = \sqrt{(z_1 - z_0)^2 + 2R^2(1 - \cos \theta)}$$

$$SQ2 = \sqrt{(z_2 - z_0)^2 + 2R^2(1 - \cos \theta)}$$

$$A2 = 2R^2(1 - \cos \theta)$$

$$I1 = \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{r} \cdot R dz = R \cdot \ln \left\{ \frac{ZZ2 + SQ2}{ZZ1 + SQ1} \right\}$$

$$I2 = \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{r^3} \cdot R dz = \frac{1}{2R(1 - \cos \theta)} \left\{ \frac{ZZ2}{SQ2} - \frac{ZZ1}{SQ1} \right\}$$

$$I3 = \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{r^5} \cdot R dz = \frac{R}{3A2^2} \left\{ \frac{3 \cdot A2 \cdot ZZ2 + 2 \cdot ZZ2^3}{SQ2^3} - \frac{3 \cdot A2 \cdot ZZ1 + 2 \cdot ZZ1^3}{SQ1^3} \right\}$$

$$I4 = \int_{z_1}^{z_2} \frac{z - z_0}{r^3} \cdot R dz = R \left\{ \frac{1}{SQ1} - \frac{1}{SQ2} \right\}$$

$$I5 = \int_{z_1}^{z_2} \frac{z - z_0}{r^5} \cdot R dz = \frac{R}{3} \left\{ \frac{1}{SQ1^3} - \frac{1}{SQ2^3} \right\}$$

$$I6 = \int_{z_1}^{z_2} \frac{(z - z_0)^2}{r^3} \cdot R dz = R \left(\frac{ZZ1}{SQ1} - \frac{ZZ2}{SQ2} + \ln \left\{ \frac{ZZ2 + SQ2}{ZZ1 + SQ1} \right\} \right)$$

$$I7 = \int_{z_1}^{z_2} \frac{(z - z_0)^2}{r^5} \cdot R dz = \frac{R}{3} \left(\left[\frac{ZZ1}{SQ1^3} - \frac{ZZ2}{SQ2^3} \right] + \left[\frac{ZZ2}{SQ2} - \frac{ZZ1}{SQ1} \right] / A2 \right)$$

ANNEXE 2

REPRESENTATION MATHEMATIQUE DES ONDES SISMIQUES

Représentation mathématique de la propagation en champ libre de différents type d'ondes.

D'une manière générale on prendra θ l'angle d'incidence de l'onde par rapport à l'axe horizontal.

Fig. A.2. Le champ de déplacement total s'écrit:

$$U^f(x) = A_0^E D^E(x_1, x_2, \theta, \phi)$$

avec $E = P, SV, SH, Rayleigh$.

A_0^E : l'amplitude de l'onde incidente.

$$\text{On pose: } \eta = \frac{C_2}{C_1} = \sqrt{\frac{1-2\nu}{2-2\nu}}$$

k_p, k_s : le nombre d'onde P et S respectivement.

les vecteurs $D^E(x_1, x_2, \theta, \phi)$ sont donnés par:

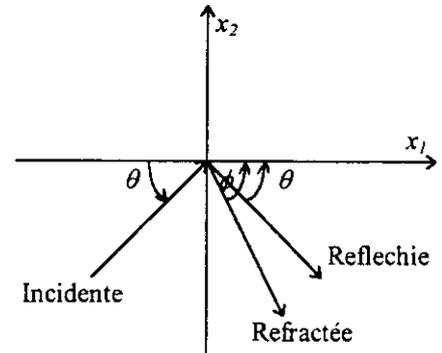


Fig. A.2. Notation générale.

Onde P:

$$D^P = \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{Bmatrix} e^{ik_p(x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta)} + \frac{A_1^P}{A_0^P} \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ -\sin \theta \\ 0 \end{Bmatrix} e^{ik_p(x_1 \cos \theta - x_2 \sin \theta)} + \frac{A_2^P}{A_0^P} \begin{Bmatrix} \sin \phi \\ \cos \phi \\ 0 \end{Bmatrix} e^{ik_s(x_1 \cos \phi - x_2 \sin \phi)}$$

avec : $\cos \phi = \eta \cos \theta$

$$\frac{A_1^P}{A_0^P} = \frac{\eta^2 \sin 2\phi \sin 2\theta - \cos^2 2\phi}{\eta^2 \sin 2\phi \sin 2\theta + \cos^2 2\phi}$$

$$\frac{A_2^P}{A_0^P} = \frac{2\eta \sin 2\theta \cos 2\phi}{\eta^2 \sin 2\phi \sin 2\theta + \cos^2 2\phi}$$

Onde SV:

$$D^{SV} = \begin{Bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \\ 0 \end{Bmatrix} e^{ik_s(x_1 \cos\theta + x_2 \sin\theta)} + \frac{A_1^{SV}}{A_0^{SV}} \begin{Bmatrix} \cos\phi \\ -\sin\phi \\ 0 \end{Bmatrix} e^{ik_p(x_1 \cos\phi - x_2 \sin\phi)} +$$

$$\frac{A_2^{SV}}{A_0^{SV}} \begin{Bmatrix} \sin\theta \\ \cos\theta \\ 0 \end{Bmatrix} e^{ik_s(x_1 \cos\theta - x_2 \sin\theta)}$$

avec : $\cos\phi = \frac{1}{\eta} \cos\theta$

$$\frac{A_1^{SV}}{A_0^{SV}} = \frac{\eta \sin 4\theta}{\eta^2 \sin 2\phi \sin 2\theta + \cos^2 2\theta}$$

$$\frac{A_2^{SV}}{A_0^{SV}} = \frac{2\eta \sin 2\theta \cos 2\phi}{\eta^2 \sin 2\phi \sin 2\theta + \cos^2 2\theta}$$

Onde SH:

$$D^{SH} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} 2 \cos(k_s x_2 \sin\theta) e^{ik_s(x_1 \cos\theta)}$$

Onde R:

$$D^R = \left(1 - 2 \frac{k_R^2}{k_S^2}\right) \begin{Bmatrix} 1 \\ -ik_R \\ \sqrt{k_R^2 - k_S^2} \\ 0 \end{Bmatrix} e^{(ik_R x_1 + x_2 \sqrt{k_R^2 - k_S^2})} + 2 \frac{k_R^2}{k_S^2} \begin{Bmatrix} 1 \\ -i\sqrt{k_R^2 - k_P^2} \\ k_R \\ 0 \end{Bmatrix} e^{(ik_R x_1 + x_2 \sqrt{k_R^2 - k_P^2})}$$

avec: k_R qui vérifie l'équation de Rayleigh:

$$(2k_R^2 - k_S^2)^2 - 4k_R^2 \sqrt{k_R^2 - k_P^2} \cdot \sqrt{k_R^2 - k_S^2} = 0$$

on obtient une bonne approximation de C_R par:

$$C_R = \frac{0.862 - 1.14\nu}{1 + \nu} C_S$$

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Abascal. R. and Dominguez. J. "Vibration of footing on zoned viscoelastic soils". *Journal of Engng. Mech.* Vol. 112. N° 5. pp. 433-447. 1986.
- [2] Apsel. R.J. "Dynamic Green's functions for layered media and applications to boundary value problems". Ph. D. Dissertation, University of California. San Diego. USA. 1979.
- [3] Apsel. R.J. and Luco. J.E. "Torsional response of rigid embedded foundations". *Journal of the Engng. Mech. Div. ASCE.* Vol. 102. N°. EM6. pp. 957-970. 1976.
- [4] Bielak. J. "Modal analysis for building-soil interaction". *Journal of the Engng. Mech. Div. ASCE.* Vol. 102. N°. EM5. pp. 771-786. 1976.
- [5] Berrah. M.K. and Hadid. M. "Earthquake response of rigid strip foundations to spatially varying ground motion". *Third European Conference on Structural Dynamics, Eurodyn 96.* Florence, Italy. Vol. 2. pp. 1045-1050. 1996.
- [6] Beskos. D.E. "Boundary element methods in dynamic analysis". *Appl. Mech. Rev.* Vol 40. N° 1. pp. 1-23. 1987.
- [7] Brebbia. C.A. and Dominguez. J. "Boundary elements, an introductory course". McGraw-Hill Book Company, New York, USA. 1989.
- [8] Brebbia. C.A. Worbel. L.C. and Telles. J.C.F. "Boundary element techniques. Theory and application in engineering". Springer-Verlag, New York, USA. 1984.
- [9] Bycroft. G.N. "Forced vibration of a rigid circular plate on a semi-infinite elastic space or an elastic substratum". *Philosophical Transactions, Royal Soc. of London.* Vol. 248. pp. 327-368. 1956.
- [10] Chapel. F. "Application de la méthode des équations intégrales à la dynamique des sols-structures sur pieux". Thèse de Docteur-Ingenieur, E.C.A.M, France. 1981.
- [11] Clough. R.W. and Penzein. J. "Dynamic of structures". McGraw Hill, New York. 1975.
- [12] Cole. D.M., Kosloff. D.D. and Minster. J.B. "A numerical boundary integral equation method for elastodynamic I". *Bull. Seism. Soc. Amer.* Vol. 68. pp. 1331-1357. 1978.
- [13] Crepel. J.M. "Modélisation tridimensionnelle de l'interaction dynamique sol-structure par des éléments finis et infinis". Thèse de Docteur-Ingenieur, E.C.A.M, France. 1983.
- [14] Cruse T.A. "A direct formulation and numerical solution of the general transient elastodynamic problem II". *J. Math. Anal. App.* Vol. 22. pp. 341-355. 1968.
- [15] Cruse T.A. and Rizzo F.J. "A direct formulation and numerical solution of the general transient elastodynamic problem I". *J. Math. Anal. App.* Vol. 22. pp. 244-259. 1968.
- [16] Day. S.M. "Finite element analysis of seismic scattering problems". Ph.D. Dissertation, University of California, San Diego. USA. 1977.
- [17] Der Kiureghian. A. "A coherency model for spatially varying ground motions". *Earthq. Engng. Struc. Dyn.* Vol. 25. pp. 99-111. 1996.
- [18] DeSilva. N.S. "Calcul d'interaction sol-structures par la méthode des équations intégrales, application aux fondations superficielles et enterrées et comparaison à des essais in-situ". Thèse de Docteur-Ingenieur, E.C.A.M, France. 1984.

- [19] Dominguez. J. "Response of embedded foundation to traveling waves". Research Report N° R 78-24. MIT. Aug. 1978.
- [20] Emperador. J.M. and Dominguez. J. "Dynamic response of axisymmetric embedded foundations". *Earthq. Engng. Struc. Dyn.* Vol. 18. pp. 1105-1117. 1989.
- [21] Gaitanaros. A. and Karabalis. D. "Dynamic analysis of 3D flexible embedded foundation by a frequency domain BEM-FEM". *Earthq. Engng. Struc. Dyn.* Vol. 16. pp. 653-674. 1988.
- [22] Hadid. M. "Analyse de l'interaction cinématique déterministe et stochastique pour fondations rigides bidimensionnelles par une approche intégrale aux frontières". Thèse de Magister, ENP, Algerie. 1995.
- [23] Hadid. M. et Berrah. M.K. "Influence de la variabilité spatiale du mouvement du sol sur la réponse sismique de fondations rigides bidimensionnelles". 4^{ème} Colloque National de Génie Parasismique, AFPS, Saint-Rémy-lès-Chevreuse, France. Vol. 1. pp. 65-72. 1996.
- [24] Harichandran. R.S. "Stochastic analysis of rigid foundation filtering". *Earthq. Engng. Struc. Dyn.* Vol. 15. pp. 889-899. 1987.
- [25] Harichandran. R.S. and Vanmarcke. E.H. "Stochastic variation of earthquake ground motion in space and time ". *Journal of the Engng. Mech. Div. ASCE.* Vol. 112. N° 3. pp. 128-134. 1986.
- [26] Hoshiya. M. and Ishii. K. "Evaluation of kinematic interaction of soil foundation system by a stochastic model". *J. Soil Mech. and Earthq Engng.* Vol. 2. N° 3. pp. 128-134. 1983.
- [27] Hsieh. T.K. "Foundation vibrations". *Proceedings, Institution of Civil Engineering, London, England.* Vol. 22. pp. 211-226. 1962.
- [28] Idriss. I.M. and Sadigh. K. "Seismic SSI of nuclear power plant structures". *J. Geotech. Engn. Div. ASCE.* Vol. 102. N° GT7. pp. 663-682. 1976.
- [29] Karabalis. D.L. and Beskos. D.E. "Dynamic response of 3D rigid surface foundations by time domain boundary element method". *Earthq. Engng. Struct. Dyn.* Vol. 12. pp. 73-94. 1984.
- [30] Kausel. E. Lecture notes for the course "Advanced structural dynamics". MIT. 1988.
- [31] Kausel. E. and Pais. A. "Stochastic deconvolution of earthquake motion". *Journal of the Engng. Mech. Div. ASCE.* Vol. 113. N° 2. pp. 266-277. 1987.
- [32] Kobori. T. Minai. R. and Shinozaki. Y. "Vibration of a rigid circular disk on an elastic half-space subjected to plane waves". *Theoretical and Applied Mechanics.* 21. pp. 109-119. Univ. of Tokyo Press. 1973.
- [33] Lamb. E.H. "On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid". *Philosophical Transactions, Royal Soc. of London.* Vol. 203. 1904.
- [34] Luco. J.E. "Torsional response of structures for SH waves, the case of hemispherical foundations". *Bull. Seism. Soc. Amer.* Vol. 66. N° 1. pp. 109-123. 1976.
- [35] Luco. J.E. and Mita A. "Response of circular foundation to spatially random ground motion". *Journal of the Engng. Mech. Div. ASCE.* Vol. 113. N° 1. pp. 1-15. 1987.
- [36] Luco. J.E. and Wong. H.L. "Response of rigid foundation to a spatially random ground motion". *Earthq. Engng. Struc. Dyn.* Vol. 14. pp. 891-908. 1986.
- [37] Lysmer. J. and Kuhlemeyer. R.L. "Finite dynamic model for infinite media". *Journal of the Engng. Mech. Div. ASCE.* Vol. 95. pp. 859-877. 1969.

- [38] Manolis. G.D. and Beskos. D.E. "Dynamic stress concentration studies by boundary integrals and Laplace transform". *Int. J. Num. Meth. Engng.* Vol. 17. pp. 573-599. 1981.
- [39] Nogami. T. "Dynamic stiffness and damping of pile groups in inhomogeneous soil". *Proc. Dyn. Response of Pile Foundations, Analytical Aspects.* ASCE Conv. 1980.
- [40] Novak. M. "Prediction of footing vibrations". *J. Soil Mech. Found. Div. ASCE.* Vol. 96. pp. 837-861. 1970.
- [41] Ortoli. S. "Essais nucléaires: le détecteur de mensonge des géophysiciens". *SVM.* N° 829. pp. 16-26. 1986.
- [42] Pais. A. and Kausel .E. "Stochastic response of rigid foundations". *Earthq. Engng. Struc. Dyn.* Vol. 19. pp. 611-622. 1990.
- [43] Pais. A. and Kausel. E. "Stochastic response of foundation". *Research Report R85-6.* MIT. 1985.
- [44] Quinlan. P.M. "The elastic theory of soil dynamics". *Symposium on Dynamic Testing of Soils.* ASTM-STP. N°. 156. 1953.
- [45] Reissner. E. "Stationare, axialsymmetrische durch eine schüttenlde masse erregte schwingungen eines homogenen elastischen halbraumes". *Ing. Archiv.* Vol. 7. pp. 381-396. 1936.
- [46] Rizzo. F.J., Shippy. D.J. and Rezayat. M. "A boundary integral equation method for time harmonic radiation and scattering in an elastic half-space". *Advanced Topics in Boundary element Analysis.* AMD. Vol. 72. ASME. pp. 83-90. 1985.
- [47] Saha. O., Hadid. M. and Berrah. M.K. "A study on impedance functions of embedded cylindrical foundation by a boundary element method". *1er Colloque National de Génie Parasismique, Alger.* Vol. 1. pp. 269-275. 1996.
- [48] Scanlan. R.H. "Seismic wave effect on soil structure interaction". *Eathq. Engng. Struc. Dyn.* Vol. 4. pp. 379-388. 1976.
- [49] Schnabel. P., Seed. H.B. and Lysmer. J. "Modification of seismograph records for effects of local soil conditions". *Bull. Seis. Soc. Amer.* Vol. 62. N° 6. pp. 1649-1664. 1972.
- [50] Spyrakos. C.C. and Beskos. D.E. "Dynamic response of rigid strip foundation by time domain BEM". *Int. Journal Num. Meth. Engng.* Vol. 23. pp. 1547-1565. 1986.
- [51] Sung. T.Y. "Vibrations in semi-infinite solids due to periodic loading". *Symp. Dyn. Testing of Soils.* ASTM. Special Technical Publication N° 156. ASTM. Philadelphia. Pa. pp. 35-68. 1953.
- [52] Toki. K. Sato. T. and Miura. F. "Separation and sliding between soil and structure during strong ground motion". *Earthq. Engng. Struc. Dyn.* Vol. 9. pp. 263-277. 1981.
- [53] Valliappan. S., White. W. and Lee. I.K. "Energy absorbing boundary for anisotropic material". *2nd, Int. Conf. on Num. Meth. in Geomechanics,* Blacksburg, Va. 1976.
- [54] Veletsos. A.S and Prasad. A.M. "Seismic interaction of structures and soils: stochastic approach". *J. Struc. Engng.* Vol. 115. N° 4. pp. 935-956. 1989.
- [55] Wong. H.L. and Luco. J.L. "Dynamic response of rectangular foundation to obliquely incident seismic waves". *Earthq. Engng. Struc. Dyn.* Vol. 6. pp. 3-16. 1978.
- [56] Wong. H.L. and Trifunac. M.D. "Interaction of shear wall with the soil for incident plane SH waves: Elliptical rigid foundation". *Bull. Seism. Soc. Amer.* Vol. 64. pp. 1825-1842. 1974.