

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

**THESE**

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

Présentée au Laboratoire de Commande des Processus  
DER de Génie Electrique & Informatique  
pour l'obtention du titre de :

**MAGISTER**

EN AUTOMATIQUE

Par

**LOUDINI Malik**

Ingénieur d'état en Automatique

THEME

---

**MODELISATION, ANALYSE ET METHODOLOGIES  
DE COMMANDE LINGUISTIQUE FLOUE  
D'UN BRAS MANIPULATEUR DE ROBOT FLEXIBLE**

---

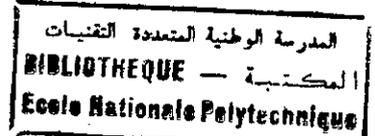
Soutenue publiquement en Juillet 1997 devant la commission d'examen :

<b>M. M. S. BOUCHERIT</b>	<b>Maître de Conférences</b>	<b>Président</b>
<b>M. C. LARBES</b>	<b>Ph. D.</b>	<b>Examineur</b>
<b>M. R. ILLOUL</b>	<b>Chargé de Cours</b>	<b>Examineur</b>
<b>M. D. BOUKHETALA</b>	<b>Chargé de Cours</b>	<b>Examineur</b>
<b>M. M. C. SOUAMI</b>	<b>Ph. D.</b>	<b>Directeur de thèse</b>

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

# SOMMAIRE

## SOMMAIRE



INTRODUCTION GENERALE . . . . .	1
<b>CHAPITRE I      GENERALITES SUR LES BRAS MANIPULATEURS DE ROBOTS FLEXIBLES</b>	
Introduction . . . . .	5
I.1      Introduction à la modélisation des robots flexibles . . . . .	5
I.2      Méthodes et formalismes existants . . . . .	6
I.3      Principales méthodes de modélisation des robots flexibles . . . . .	7
I.4      Introduction à la commande des bras de robots flexibles . . . . .	16
I.5      Principales méthodes de commande des robots flexibles . . . . .	18
I.6      Conclusion . . . . .	33
<b>CHAPITRE II      MODELISATION DU BRAS MANIPULATEUR DE ROBOT A UNE LIAISON FLEXIBLE</b>	
Introduction . . . . .	34
II.1      Présentation du bras de robot flexible . . . . .	34
II.2      Etude mécanique . . . . .	35
II.3      Etude énergétique . . . . .	40
II.4      Obtention du modèle linéaire du bras de robot flexible . . . . .	45
II.4.1 <i>Etude par simulation du comportement en boucle ouverte</i> . . . . .	51
II.5      Obtention du modèle non linéaire du bras de robot flexible . . . . .	74
II.5.1 <i>Etude par simulation du comportement en boucle ouverte</i> . . . . .	77
II.6      Conclusion . . . . .	90

CHAPITRE III METHODOLOGIES DE CONTROLE FLOU

Introduction . . . . .	91
III.1 Logique floue . . . . .	91
III.2 Principes de la logique floue . . . . .	93
III.2.1 Ensembles flous et terminologie . . . . .	93
III.2.2 Opérations ensemblistes élémentaires . . . . .	94
III.2.3 Variables linguistiques et ensembles flous . . . . .	95
III.2.4 Logique floue et raisonnement approximatif . . . . .	97
III.3 Principe du contrôleur flou . . . . .	97
III.3.1 Stratégies de fuzzification . . . . .	99
III.3.2 Base de données . . . . .	100
III.3.3 Base de règles . . . . .	107
III.3.4 Logique de prise de décision . . . . .	117
III.3.5 Stratégies de défuzzification . . . . .	124
III.4 Conclusion . . . . .	128

CHAPITRE IV ASPECTS DE LA MISE EN OEUVRE DU CONTROLEUR FLOU DE MAMDANI ET SON APPLICATION A LA COMMANDE DU BRAS MANIPULATEUR DE ROBOT FLEXIBLE

Introduction . . . . .	129
IV.1 Description du schéma de contrôle typique . . . . .	130
IV.2 Algorithme du contrôle flou . . . . .	131
IV.2.1 Loi de commande . . . . .	132
IV.2.2 Implémentation . . . . .	132
IV.3 Application de l'algorithme du contrôle flou de Mamdani au modèle linéaire du bras de robot flexible . . . . .	134
IV.3.1 Fonctions d'appartenance . . . . .	134
IV.3.2 Règles décisionnelles de contrôle flou . . . . .	137
IV.3.3 Choix de la méthode d'inférence . . . . .	137
IV.3.4 Choix de la période d'échantillonnage . . . . .	137
IV.3.5 Simulation et résultats des essais en boucle fermée . . . . .	138

IV.4	Application de l'algorithme du contrôle flou de Mamdani au modèle non linéaire du bras de robot flexible . . . . .	148
IV.4.1	<i>Simulation et résultats des essais en boucle fermée</i> . . . . .	148
IV.5	Conclusion . . . . .	156
<b>CHAPITRE V</b>	<b>COMMANDES FLOUES MULTI-ECHELLE ET HYBRIDE DU BRAS MANIPULATEUR DE ROBOT FLEXIBLE</b>	
	Introduction . . . . .	157
V.1	Commande floue multi-échelle . . . . .	157
V.2	Commande floue hybride . . . . .	159
V.3	Tests et performances . . . . .	160
V.3.1	<i>Poursuite de trajectoire</i> . . . . .	160
V.3.2	<i>Test de répétabilité</i> . . . . .	162
V.3.3	<i>Test de robustesse vis-à-vis des variations de charge</i> . . . . .	162
V.3.4	<i>Test de robustesse vis-à-vis de bruits de perturbation</i> . . . . .	163
V.4	Conclusion . . . . .	171
	CONCLUSION GENERALE . . . . .	172
	ANNEXE A . . . . .	175
	ANNEXE B . . . . .	176
	ANNEXE C . . . . .	181
	ANNEXE D . . . . .	183
	REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES . . . . .	184

**SYMBOLES ET NOMENCLATURE**

$M_c$	: masse de la charge
$J_c$	: moment d'inertie de la charge
$J_a$	: moment d'inertie de l'actionneur
$J_o$	: moment d'inertie de la liaison relativement à l'articulation
$C_m$	: couple de commande appliqué au niveau de l'articulation
$M_L$	: masse de la liaison
$L$	: longueur de la liaison
$E$	: module de Young du matériau de la liaison
$I$	: moment d'inertie de la liaison
$\rho$	: densité uniforme du matériau de la liaison
$w(x, t)$	: déflexion de la liaison
$\theta(t)$	: variable angulaire articulaire
$\alpha(t)$	: variable de l'angle généré par un point le long de liaison
$\xi$	: position normalisée le long de la liaison
$\Phi(\xi)$	: fonction modale de forme
$\delta(t)$	: coordonnée généralisée temporelle
$\omega$	: fréquence propre
$\beta$	: solution admissible de l'équation fréquentielle transcendante $Q(\beta)$
$B$	: matrice d'inertie
$n_1$	: terme des forces de Coriolis
$n_2$	: terme des forces centrifuges
$K$	: matrice de raideur
$F$	: matrice d'amortissement
$u$	: variable d'entrée de commande
$m$	: nombre de modes vibratoires
$U$	: univers de discours
$\mu_F$	: fonction d'appartenance de l'ensemble flou $F$
<i>Réf</i>	: référence
$e$	: erreur de position
$\Delta e$	: variation de l'erreur de position sur une période d'échantillonnage
$\Delta u$	: variation ou incrément de commande
$G_e$	: gain relatif à l'erreur
$G_{\Delta e}$	: gain relatif à la variation de l'erreur
$G_{\Delta u}$	: gain relatif à la variation de commande
$e^*$	: erreur après fuzzification
$\Delta e^*$	: variation de l'erreur après fuzzification
$\Delta u^*$	: variation de la commande avant défuzzification.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# **INTRODUCTION GENERALE**

Depuis les temps les plus reculés, l'homme a toujours eu l'ambition de faire reproduire par des dispositifs artificiels des actions humaines ou animales. Les mécaniciens grecs de l'époque alexandrine ont cherché à animer automatiquement des figurines.

Le terme robot vient de la langue tchèque et signifie: travail forcé. Le terme sous son acception moderne fut introduit par l'auteur tchèque Kacel KAPEK dans un ouvrage qui date de 1921.

Le concept de robot industriel fut breveté en 1954 par G. C. DEVOL (BREVET US no. 2988237). Ce brevet décrit la réalisation d'un bras mécanique asservi capable d'effectuer des tâches de caractère industriel. Le premier modèle du genre fut mis en oeuvre en 1961 par Unimation Inc. aux Etats Unis. Les robots industriels d'aujourd'hui sont en fait des appareils actionnés mécaniquement sous le contrôle d'un ordinateur. Ils ne se comportent pas encore comme des êtres humains et sont très loin d'en avoir l'aspect extérieur mais ils s'avèrent très précieux dans de nombreuses applications industrielles:

- manutention
- peinture
- soudure
- contrôle et assemblage mécanique... .

Les perspectives ouvertes par le robot sont très impressionnantes:

- espace
- chirurgie
- défense
- agriculture
- tâches domestiques... .

Le robot industriel est capable de remplacer des opérateurs pour effectuer des tâches différentes. Ses performances surhumaines telles que l'infatigabilité, l'insensibilité aux environnements hostiles, la répétabilité des tâches, la précision et la rapidité d'action ... poussent sans cesse au développement de la robotisation dans l'industrie.

Dans un premier temps, on a considéré des robots avec des bras et des articulations rigides. Pour répondre aux hautes exigences de l'industrie robotique des grandes structures mécaniques ( par exemple les plate-formes de forage, les grandes grues dans les chantiers de construction, ...) et la télérobotique spatiale (par exemple les bras manipulateurs équipant les navettes), il s'est avéré nécessaire d'étudier les problèmes de flexibilité. D'une part, on cherche à tenir compte de la flexibilité de l'articulation causée par la dynamique du système de transmission qu'on a négligée dans l'étude du robot rigide. D'autre part, on cherche à tenir compte de la flexibilité des robots légers ayant des bras flexibles.

La recherche sur ce sujet est motivée par les avantages d'utilisation des manipulateurs flexibles par rapport à celle des manipulateurs rigides. Utilisant des matériaux légers, un manipulateur flexible possède des

caractéristiques intéressantes : rapport élevé entre charge et masse propre de la structure, baisse du coût de réalisation, augmentation de la vitesse, amélioration de la manoeuvrabilité, meilleure efficacité d'énergie, sûreté de fonctionnement, ... [BOO 90, FRA 91]. En revanche, on est confronté aux difficultés causées par le bras flexible: modèle dynamique complexe non linéaire avec paramètres distribués, variation importante de la dynamique en fonction de la charge transportée et de la configuration du robot, plusieurs modes de vibration peu amortis (si ce n'est que structurellement), interaction entre dynamiques rigides et flexibles, introduction de couplages supplémentaires entre les mouvements pour des robots à plusieurs degrés de liberté, etc... .

La commande de telles structures flexibles représente un défi formidable pour nombre de chercheurs vu l'apparition de nouveaux problèmes par rapport à ceux déjà existants en robotique classique.

Un des problèmes clefs est celui de la non-colocalisation de l'actionneur et du capteur. L'actionneur est un moteur (sur lequel est encastré le bras à une extrémité). Le capteur (ou les capteurs) peut être une jauge de déformation (ou plusieurs) située le long du bras, ou bien un dispositif disposé à l'extrémité libre du bras, qui permet de repérer la position de cette extrémité. Entre l'actionneur et le capteur, on se trouve en présence d'un système dynamique régi par des équations mathématiques. Comme l'écrit Vidyasagar dans un article dédié aux défis de la commande [BOI 88]:

"tandis que la philosophie derrière les robots flexibles est assez claire, le problème de modélisation et de commande de tels robots est un problème formidable. On peut en effet s'en éloigner et traiter ce problème comme un problème de contrôle d'équations différentielles partielles non linéaires et invoquer la théorie des semi-groupes contractants non linéaires sur les espaces de Sobolev, etc...".

Il faut garder à l'esprit la nécessité d'obtenir des modèles suffisamment simples, utilisables pour la commande en temps réel.

Par rapport aux robots rigides classiques dont on peut assez facilement obtenir de bons modèles (non linéaires et/ou linéaires) de connaissance, les robots flexibles sont régis par des équations aux dérivées partielles d'ordre infini. Le problème de modélisation et d'identification est beaucoup plus complexe. En effet, les modes propres de vibration sont très sensibles aux variations de charge dans la mesure où les ordres de grandeur des inerties dues au bras et à la charge sont proches. D'autre part, il est très difficile de caractériser les amortissements relatifs à chaque mode de vibration naturelle. Il est clair qu'une bonne commande sous-entend une bonne connaissance des modes naturels et leur amortissements. La commande classique des robots rigides est donc limitée dans des bandes de fréquences qui excluent les modes de vibrations naturelles des structures composant ces robots.

Implicitement, on ne peut donc exiger des vitesses ou accélérations trop fortes qui se manifesteraient par l'apparition d'oscillations compromettantes.

Les études théoriques et expérimentales de commande de bras flexibles à un degré de liberté ont donné de nombreux résultats intéressants. Il y a bon nombre de références sur ce sujet, disponibles dans la littérature spécialisée. Mais, il est à noter que les lois de commande utilisées sont assez sophistiquées pour répondre aux exigences d'un tel système.

Ces résultats constituent une partie importante de la recherche sur les robots flexibles.

Plusieurs techniques de commande ont été appliquées. Elles feront l'objet d'un passage en revue plus loin. Mais, toutes nécessitent l'adoption d'un modèle qui gagne en complexité à mesure qu'on veuille l'améliorer pour le faire rapprocher le plus possible du comportement du système réel. En particulier, la commande adaptative, la plus en vogue ces dernières années, qui est un ensemble de techniques utilisées pour l'ajustement automatique en ligne et en temps réel des régulateurs des boucles de commande; ceci afin de réaliser ou de maintenir un certain niveau de performances quand les paramètres du procédé à commander sont inconnus ou varient dans le temps. Les régulateurs auto-ajustables, par exemple, sont un type parmi d'autres de commande adaptative caractérisés par la présence d'une boucle d'identification en ligne. Ce type de commande adaptative est très répandu en raison de sa flexibilité concernant d'une part, le choix de la méthodologie de conception du régulateur (critère quadratique linéaire, variance minimale, ...) et d'autre part, le choix de l'algorithme d'identification (maximum de vraisemblance, moindres carrés récursifs, ...) [FRA 91]. Cependant, l'emploi d'une telle stratégie de contrôle, à l'instar des autres stratégies dites "conventionnelles", s'appuie crucialement sur une modélisation du processus à commander. Or, celle-ci n'est pas toujours évidente surtout lorsqu'il s'agit d'un système complexe et/ou non linéaire tel que le bras de robot flexible. D'autres problèmes dus à la complexité numérique des algorithmes d'identification et à la quantité d'informations acquises limitent les performances du système commandé.

Pour résoudre de tels problèmes, de nouvelles stratégies de commande dites "non conventionnelles" ont été élaborées. En effet, les efforts consentis pour comprendre les aspects structurels et fonctionnels des systèmes biologiques et en particulier les mécanismes de la pensée humaine, ont conduit au développement de nouvelles approches qui peuvent tenir compte des non-linéarités et des incertitudes inhérentes aux systèmes réels. Une des plus attrayantes n'est autre que l'approche linguistique floue.

L'approche floue est basée sur l'imitation des aspects approximatifs et qualitatifs du raisonnement humain. Des citations conditionnelles linguistiques du type "Si-Alors" sont utilisées pour résoudre des problèmes de décision (contrôle) ou pour décrire le comportement dynamique d'un système inconnu ou mal défini (identification).

L'objectif du présent travail est d'adopter cette nouvelle génération de contrôleurs pour contribuer au mouvement de recherche de stratégies de commande adéquates pour un système aussi complexe que le bras de robot flexible.

Le premier chapitre présente quelques généralités sur les bras flexibles. On donnera une bibliographie succincte des différentes techniques de modélisation et de commande des bras flexibles les plus courantes.

Le deuxième chapitre traite des modèles linéaire et non linéaire du bras flexible adopté en vue de sa commande. Des simulations du comportement du système en boucle ouverte sont données en fin de chapitre avec les commentaires qui s'imposent.

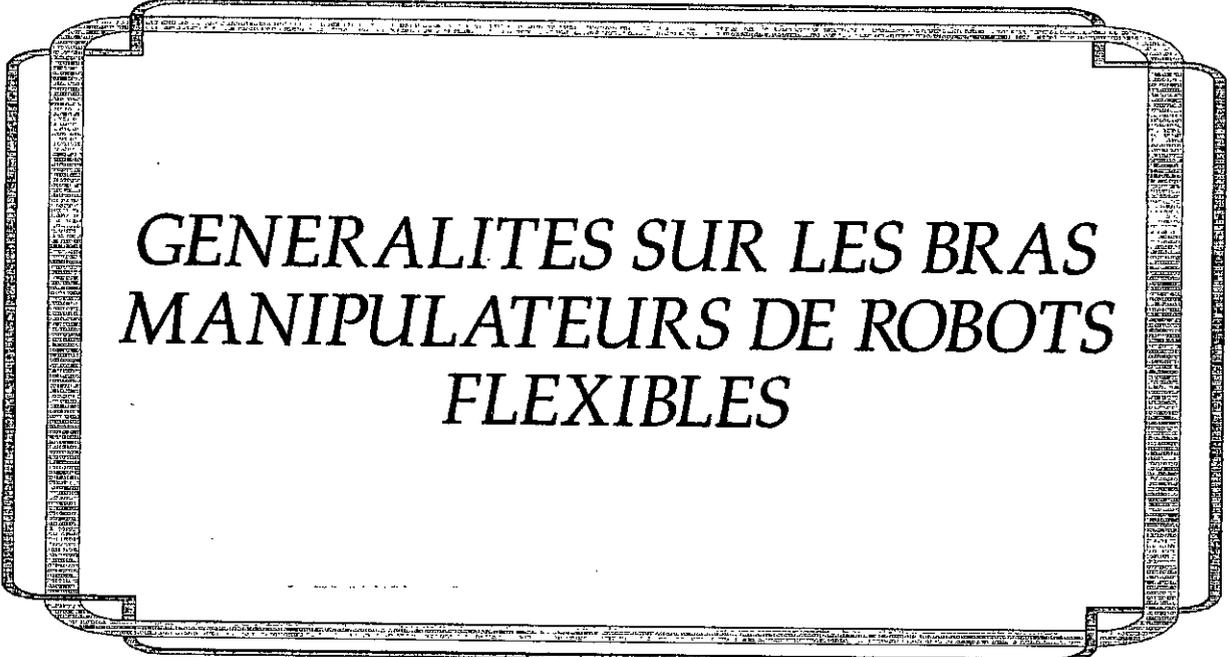
Dans le troisième chapitre, nous commencerons par présenter la théorie des ensembles flous et de la logique floue ainsi qu'un ensemble de méthodologies concernant le contrôle flou (fuzzification, règles de contrôle flou, inférence, défuzzification).

Le premier schéma de contrôle flou synthétisé pour la commande de notre bras flexible ainsi que l'illustration de son application par des résultats de simulation incluant différents tests feront l'objet du quatrième chapitre.

Le cinquième et dernier chapitre sera consacré à l'amélioration des performances obtenues au chapitre précédent par l'implémentation de deux nouvelles structures de contrôle: la commande multi-échelle et la commande hybride. Les détails des résultats de leurs application sur le bras flexible seront mis en évidence à travers une étude en simulateur.

Le couronnement de notre étude, inclura la conclusion générale résumant les différentes discussions des résultats obtenus et les enseignements à en tirer, ainsi que les perspectives envisagées pour un éventuel enrichissement de ce travail.

# Chapitre I



GENERALITES SUR LES BRAS  
MANIPULATEURS DE ROBOTS  
FLEXIBLES

*"Car il est plus facile, une fois qu'on a acquis une certaine connaissance des questions, d'en imaginer ensuite la démonstration, que si l'on recherchait celle-ci sans aucune notion au préalable".*

*Archimède (287-217 av. J. -C)*

INTRODUCTION

Dans ce premier chapitre, nous passerons en revue quelques généralités sur les bras manipulateurs de robots flexibles résumant la recherche bibliographique réalisée. Nous commencerons par la présentation de quelques techniques de modélisation de tels systèmes, puis, nous aborderons différentes approches de commande.

## I.1 INTRODUCTION A LA MODELISATION DES ROBOTS FLEXIBLES

L'étude bibliographique a permis de classer chronologiquement les générations de robots, d'un point de vue structurel, en quatre catégories différentes:

- a) liaisons et articulations rigides (robots classiques)
- b) liaisons rigides et articulations flexibles
- c) liaisons flexibles et articulations rigides
- d) liaisons et articulations flexibles

Remarque: Dans la littérature, nous avons rencontré les trois expressions (mots) "flexible", "souple" et "élastique" qui sont étymologiquement équivalents pour notre application. A notre connaissance, le plus fréquemment utilisé est "flexible".

Au niveau méthodologique, deux approches assez différentes ont été identifiées [MIT 92] :

\* Première approche: Elle ne concerne que les systèmes linéaires et est basée sur la théorie de la superposition. A partir de la connaissance du mouvement en corps rigides, on détermine les forces d'inertie puis les déformations élastiques. Le mouvement final résulte de la superposition de ces dernières au mouvement en corps rigides : on a alors un modèle découplé.

\* Deuxième approche: Elle tient compte directement du couplage entre les mouvements en corps rigides et les déformations; elle n'est donc pas obligatoirement linéaire, le modèle étant d'emblée couplé.

Néanmoins, il existe dans la littérature différentes autres méthodes ne relevant pas des deux classes précédentes [TAR 88, BOO 90, MIT 92, BOO 93]. Celles-ci sont:

- \* Méthodes de construction des graphes adjoints [SMI 73, TOU 84],
- \* Méthodes des masses concentrées [REN 80, VUK 82],

- \* Méthodes des éléments finis [MID 79, SUN 81, SUN 83, USO 86, NAG 87, LEE 88b, NAG 88, BAY 89a, DE SME 89, SER 89, JON 90, CAR 94],
- \* Approche modale [PAP 76, TRU 81, CAN 84, HAS 86, HAS 87, BAR 88, OAK 89a, OAK 89b, OAK 89c, OAK 90, DE LUC 90a, DE LUC 90b, DE LUC 91],
- \* Analyse harmonique (pour mouvements périodiques) [IMA 81],
- \* Approches utilisant le principe de moindre courbure [LOS 85],
- \* Méthode de la perturbation singulière [SIC 88],
- \* Méthode par programmation symbolique [CET 86, CET 87],
- \* Méthode des Bonds-Graphs [MAR 77, YAZ 88, SAM 90],
- \* Approches utilisant le vecteur de rotation fini et les quaternions [GER 87, LOS 91],
- \* Approches utilisant l'algèbre (groupes) de Lie [GUA 89],
- \* Approche fréquentielle [BOO 83, BAY 89, SER 90, SPE 90, KEL 93].

Cependant, de manière générale, les méthodes de modélisation des robots flexibles sont une combinaison des méthodes de modélisation des robots rigides et des méthodes d'analyse des structures flexibles: méthode des éléments finis et analyse modale [TZA 89, MIT 92].

Toutes ces méthodes de modélisation utilisent un premier jeu de coordonnées relatives à la description des mouvements rigides de la structure. Ce sont les mouvements supposés connus et en général de grande amplitude. Le deuxième type de mouvements est constitué des petits déplacements élastiques en général de faibles amplitudes.

## I.2 METHODES ET FORMALISMES EXISTANTS

Notre travail se basant essentiellement sur une étude en simulation, il est opportun de rappeler les quatre principales catégories de problèmes de simulation [YAZ 88, MIT 92]:

- \* Problème statique: pour lequel on fait appel à la théorie de l'élasticité. Les forces inertielles sont calculées à partir du mouvement rigide; on calcule ensuite les déformées statiques de la structure soumise aux forces inertielles. La modélisation statique donne une idée sur la flexibilité de la structure en fonction des forces auxquelles elle est soumise, mais elle ne donne aucune information sur le comportement dynamique réel du système.

\* Problème aux valeurs propres du système linéarisé: on considère le robot dans une position définie et on détermine les fréquences propres et les modes propres d'oscillations de faible amplitude autour de cette position [GIR 75, DAT 76, GIR 77, DE VRI 86, DAT 87, GIV 87, BIT 89, KAN 89].

\* Problème dynamique découplé: on suppose que le mouvement du robot en corps rigides est connu et on évalue ensuite les déformations élastiques des liaisons du robot en fonction du temps. Cette approche suppose que les mouvements rigides influencent les mouvements élastiques, mais que ces derniers n'influent pas sur les premiers [SUN 83, BRI 87a].

\* Problème dynamique couplé: pour lequel un repère est associé à chaque liaison du robot. Le vecteur de variables généralisées comprend à la fois les termes décrivant le mouvement rigide du repère associé et les termes décrivant les déformations élastiques de la liaison considérée par rapport à ce repère [BOO 84]. La description des déformations élastiques est présentée comme une combinaison linéaire d'un nombre fini de fonctions de forme dites aussi fonctions d'interpolation. A cette fin peuvent être appliquées principalement: l'approche modale [TIM 55, BIS 60, MEI 67, CLO 75, MEI 75, MEI 80, THO 81] ou la méthode des éléments finis [MAR 73, DHA 75, BAT 76, ROC 79, DAV 80, BAT 82, ZEN 89].

### I.3 PRINCIPALES METHODES DE MODELISATION DES ROBOTS FLEXIBLES

#### I.3.1 Méthode de VUKOBRATOVIC [VUK 82]

Le formalisme utilisé étant celui de Newton-Euler [FU 87] et utilisant les théorèmes généraux de la mécanique classique [GOL 80], Vukobratovic propose une méthode qui tient compte des élasticités dynamiques (forces d'inertie) ainsi que des actions externes.

La méthode est basée sur les hypothèses simplificatrices suivantes:

- les effets d'amortissement ne sont pas pris en compte.
- Les masses des liaisons sont concentrées aux articulations du robot.
- Chaque liaison est repérée par rapport à sa précédente en faisant l'hypothèse d'un encastrement rigide.

Le calcul des déformations de chacune des liaisons se fait successivement en allant de la base vers l'extrémité. La position de l'extrémité du robot est présentée comme la somme des

déformations consécutives de chaque liaison en utilisant le principe de superposition. Cette méthode est valable pour des articulations prismatiques et rotoïdes. Les expressions des déformations linéaires et angulaires sont obtenues en fonction des forces et moments appliqués aux liaisons.

La méthode de Vukobratovic est une méthode simplifiée de calcul des vibrations élastiques.

### I.3.2 Méthode de SUNADA et DUBOWSKY [SUN 83]

En 1983, Sunada et Dubowsky ont présenté un article pionnier concernant l'analyse dynamique des robots flexibles par application des éléments finis. En utilisant le formalisme de Lagrange [PAU 81, MAH 82], la méthode présentée résout le problème kinétostatique aux valeurs propres. Dans ce travail, les auteurs considèrent le problème dynamique découplé. Pour formuler les énergies cinétique et potentielle, ils utilisent les matrices de passage de type 4x4 en se basant sur la représentation de Denavit-Hartenberg [DEN 55]. Le vecteur position d'un point par rapport au repère de référence, lié à la liaison, varie en fonction du temps compte tenu des déformations élastiques. Ce vecteur est présenté comme une série infinie de modes séparés sous la forme:

$$q_{ig}(t) = \sum_{j=1}^{np(i)} \Phi_{igj} \cdot q_{ij}(t) + v_{ig} \quad (1.1)$$

avec:

$q_{ig}(t)$  et  $v_{ig}$  : vecteurs position respectivement, déformé et non déformé (rigide) du point  $g$  de la liaison  $i$ .

$\Phi_{igj}$  : fonctions spatiales (formes propres ou formes modales) correspondant à la discrétisation en éléments finis de la  $i^{\text{ème}}$  liaison.

$q_{ij}(t)$  : coordonnée généralisée (déplacement élastique du noeud  $j$ ).

En dérivant cette dernière équation par rapport au temps, on obtient les vitesses  $\dot{q}_{ig}(t)$ . Les énergies cinétique et potentielle discrètes sont ensuite obtenues à l'aide des équations de Lagrange. Les équations dynamiques sont finalement obtenues sous la forme standard:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = 0 \quad (1.2)$$

avec:

$M$ : matrice des masses généralisées  $M_i$  (diagonale d'ordre  $n$ ),

$C$ : matrice des viscosités généralisées définie positive d'ordre  $n$ , pas obligatoirement diagonale,

$K$ : matrice des rigidités généralisées  $K_i$  (diagonale d'ordre  $n$ ),  
 $Q$ : vecteur des forces généralisées.

Notons que cette méthode ne tient pas compte d'un éventuel couplage entre les mouvements rigides et les mouvements élastiques.

### I.3.3 Méthode de BOOK [BOO 84]

Il s'agit d'un travail parmi les plus prestigieux et le plus souvent adopté pour la modélisation des robots à liaisons flexibles ne comportant que des articulations rotoïdes avec mouvement tridimensionnel.

Présentée en 1984, la méthode est basée sur l'utilisation de la matrice de passage homogène de type 4x4 de Denavit-Hartenberg. A chaque liaison on associe un repère en considérant les articulations comme figées. Les valeurs maximales des écarts de flexion des liaisons se situent aux extrémités de celles-ci. Chaque matrice, caractérisant la liaison  $i$  est exprimée comme une combinaison linéaire d'un jeu de modes propres de déformation. Les coefficients de ce développement linéaires sont les variables généralisées qui décrivent le mouvement élastique de la liaison.

La position d'un point est exprimée comme une fonction des rotations des articulations et des modes flexibles. Les vitesses et les accélérations sont obtenues en dérivant les expressions ainsi obtenues par rapport au temps.

Book établit l'énergie cinétique sous une forme intégrale le long de chaque liaison. L'expression de l'énergie potentielle est obtenue d'une façon analogue. Les coefficients qui y apparaissent peuvent être déterminés analytiquement ou numériquement.

Il est à noter que la méthode de Book est du type dynamique couplé. En effet, les coordonnées généralisées utilisées par l'auteur tiennent compte à la fois des variables généralisées correspondants aux mouvements rigides et des variables modales correspondant aux déformations de flexion. Elle permet d'obtenir les expressions explicites des coefficients de la matrice d'inertie pour l'ensemble des variables articulaires et de déformation.

Notons enfin que cette méthode du type dynamique couplé est très efficace pour la commande des robots manipulateurs car le comportement dynamique de la structure mécanique du robot est présentée à la fois en fonction des mouvements rigides et des mouvements élastiques.

#### I.3.4 Méthode de GERADIN, ROBERT et BERNARDIN [GER 84, GER 86]

En 1984 et en 1986, Geradin, Robert et Bernardin ont présenté deux travaux dans lesquels les liaisons du robot sont considérées comme des éléments de poutres tridimensionnelles. La position déformée des points intermédiaires est interpolée à partir des positions déformées des noeuds en utilisant la méthode des éléments finis.

Le modèle dynamique, sous la forme d'équations de Lagrange, est obtenu en fonction des variables généralisées du mouvement rigide et des déformations élastiques. Evidemment, on se ramène au problème dynamique couplé. Sur le plan du choix de la configuration de référence par rapport à laquelle la configuration déformée est décrite, les deux possibilités suivantes sont utilisées:

- \* référentiel intermédiaire mobile: le repère est lié à l'élément déformé au niveau de son premier noeud,

- \* référentiel en mouvement de corps rigides: on choisit un repère lié à la première articulation de l'élément non déformé à sa position nominale.

La présente méthode concerne les robots en mouvement tridimensionnel et ne comportant que des articulations rotoïdes. L'effet de frottement aux articulations est aussi pris en compte. L'avantage de cette méthode, comme dans celle de Book, est que les équations régissant le mouvement sont des équations différentielles de type couplé, ce qui est très utile pour la commande.

#### I.3.5 Méthode de JUDD et FALKENBERG [JUD 85]

Cette méthode est présentée sous la forme d'un article très synthétique portant sur la modélisation cinématique et dynamique des robots composés de  $n$  liaisons flexibles.

Le formalisme utilisé est celui de Lagrange. La formulation matricielle est similaire à celle proposée par Book. La méthode résout le problème dynamique couplé et elle est illustrée par une application à un robot planaire à deux liaisons en rotation dont la première seulement est flexible.

Le manque de détails dans la formulation des matrices d'inertie et de raideur généralisées ne nous a pas permis de faire apparaître l'originalité de cette méthode par rapport à celle de Book.

## I.3.6 Méthode de CHRETIEN, DELPECH et LOUHADI [CHR 85]

En 1985, Chrétien, Delpech et Louhadi proposèrent une approche assez originale. La procédure de discrétisation de la structure consiste à localiser d'une manière simple les propriétés du milieu continu. La méthode de Chrétien est un exemple d'application de l'approche en robotique dite des "articulations fictives". Elle consiste à discrétiser l'énergie potentielle de la structure déformable du robot par un système de solides rigides avec masses réparties, articulés entre eux et liés par des ressorts de rappel fictifs convenablement choisis et localisés, qui simulent la flexibilité de la structure.

En utilisant ce procédé, le modèle dynamique est obtenu sous la forme:

$$M(q) \cdot \ddot{q} + C(q, \dot{q}) = T \quad (1.3)$$

avec:

$M$ : Matrice d'énergie cinétique,

$C$ : vecteur des forces de Coriolis et centrifuges,

$T$ : vecteur des forces/moments généralisés appliqués aux actionneurs (les effets de la gravitation sont négligés).

Cette méthode de "flexibilités localisées" a l'avantage de pouvoir reprendre les algorithmes de modélisation de corps rigides mais sa difficulté réside dans l'utilisation d'un nombre important d'éléments intermédiaires.

## I.3.7 Méthode de NAGANATHAN et SONI [NAG 87]

Ce travail présente une méthode non linéaire pour obtenir les équations d'un robot à liaisons flexibles. Le vecteur de variables généralisées pour chaque liaison a pour composantes trois déformations élastiques  $[u \ w \ \phi]^T$ , les liaisons du robot étant considérées comme des poutres tridimensionnelles de Timoshenko [TIM 55]. Le formalisme de Newton-Euler et la méthode des éléments finis sont utilisés.

La méthode comporte quatre étapes:

1. Obtention des équations du mouvement pour un élément de longueur élémentaire  $dx$ . Par utilisation des équations de Newton-Euler, les équations aux dérivées partielles sont obtenues.

2. Rangement par la méthode de Galerkin [MEI 80] des équations ainsi obtenues sous une forme intégrale nécessaire pour l'application de la méthode des éléments finis (MEF).

3. Application de la MEF: les déplacements le long de chaque liaison sont présentés en fonction des déplacements par les

matrices d'interpolation. Les fonctions d'interpolation sont de type spatial. Les trois déplacements  $u$ ,  $w$  et  $\phi$  sont exprimés par les mêmes fonctions d'interpolation (de classe  $C_0$  type Lagrange) ce qui amène à présenter la déformation sous une forme discontinuë pas trop approchée.

#### 4. Résolution des équations.

Les équations dynamiques du système entier sont obtenues après assemblage des équations des différentes liaisons en utilisant les conditions aux limites appropriées. La forme générale est la suivante:

$$M(q) \cdot \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \cdot \dot{q} + K(q, \dot{q}, \ddot{q}) = Q(q, \dot{q}, \ddot{q}) \quad (1.4)$$

avec:

$M$ : matrice d'inertie (symétrique),

$C$ : matrice des forces gyroscopiques, centrifuges (antisymétrique),

$K = K_c + K_b$ : matrice de rigidité (symétrique),

où  $K_c$ : matrice de rigidité conventionnelle (au sens MEF)

symétrique,  $K_b$ : matrice de rigidité complémentaire due aux déformations élastiques,

$Q$ : vecteur des forces généralisées dues aux forces extérieures (d'accélération, de gravitation, etc...),

$q$ : vecteur des variables généralisées élastiques (déplacements aux noeuds).

Les équations ainsi obtenues (1.4) sont résolues par une procédure itérative de résolution d'équations différentielles non linéaires [BAT 82].

D'après les auteurs, l'avantage de leur méthode est qu'elle peut être facilement étendue à des robots en mouvement tridimensionnel avec liaisons prismatiques.

#### 1.3.8 Méthode de YAZMAN [YAZ 88]

Yazman a présenté dans sa thèse de doctorat, en 1988, une contribution au développement d'une méthodologie de conception technologique des robots basée sur les Bond-Graphs [KAR 75, RAY 83]. Pour modéliser le comportement dynamique des robots flexibles, une extension de l'application de Multibond-Graphs à ces systèmes est développée en associant le formalisme de Newton-Euler, la méthode des travaux virtuels de D'Alembert et la méthode de Lagrange.

En effet, la méthode repose sur la technique des Bond-Graphs et la technique d'analyse modale. Dans le cas où la rigidité structurale est prédominante, on établit les modèles en grande

déplacements de liaisons flexibles non contraintes en associant les méthodes des modes statiques, d'analyse modale et des éléments finis.

Une analyse comparative des procédures de construction récursive des modèles dynamiques de liaisons flexibles à section variable est présentée dans cette référence. Les modèles développés sont utilisés en vue d'analyser les performances dynamiques d'un robot hydraulique en phase de conception. Pour réduire la complexité du modèle global, l'auteur présente une extension de la méthode de double décomposition modale aux modèles de Bond-Graphs comportant des non-linéarités dues exclusivement au fait que le repère est mobile.

### I.3.9 Méthode de LOW [LOW 89]

Cette méthode permet l'obtention des équations dynamiques d'un robot à liaisons flexibles en chaîne ouverte. Le formalisme choisi est celui de Lagrange. Le vecteur de variables généralisées tient compte à la fois des variables généralisées en mouvements rigides et de celles élastiques. Les matrices de transformation de coordonnées (de passage) sont données par la somme suivante:

$$P_t = P_1 + D_1 + (P_2 + C_2) + D_2 \quad (1.5)$$

ou sous la forme explicite:

$$P_t = R_{01}D_1 + R_{01}d_1 + R_{01}R_{11}/R_{1/2}D_2 + R_{01}R_{11}/R_{1/2}d_2 \quad (1.6)$$

où

$R_{01}$  et  $R_{1/2}$ : matrices de transformation associées au mouvement en liaisons rigides,

$R_{11}$ : matrice de transformation due à la déformation élastique à l'extrémité de la liaison précédente,

$D_j$  et  $d_j$  ( $j=1,2$ ): vecteurs relatifs exprimés dans le système local.

Cette présentation des matrices de passage permet d'obtenir le modèle dynamique sous forme découplée:

$$M\ddot{q} + (C + D)\dot{q} + (K + H)q = Q \quad (1.7)$$

avec:

$M$ : matrice d'inertie (symétrique),

$C$ : matrice des forces gyroscopiques ou de Coriolis (antisymétrique),

$D$ : matrice d'amortissement (symétrique),

$K$ : matrice de rigidité (symétrique),

$H$ : matrice circulaire (antisymétrique),

$Q$ : vecteurs des forces généralisées,

$q$ : vecteurs des variables généralisées.

Dans la détermination de la réponse statique, la méthode de la séparation des variables et l'approche de Galerkin sont utilisées pour résoudre le problème global avec conditions aux limites dépendantes du temps.

### I.3.10 Méthode de DE LUCA, LUCIBELLO et ULIVI [DE LUC 89b]

Dans cette méthode originale qui ressemble à celle de Chrétien, chaque liaison du robot est divisée en deux éléments avec deux masses concentrées reliées par un ressort. Le vecteur des variables généralisées est  $q = [q_1 \ q_2]^T$  où  $q_1$  est la variable généralisée du mouvement rigide et  $q_2$  la rotation angulaire due à la flexion.

Utilisant le formalisme de Lagrange, les équations dynamiques sont obtenues sous la forme standard:

$$M(q) \cdot \ddot{q} + C(q, \dot{q}) + e(q) = G(q) \cdot Q \quad (1.8)$$

avec:

$q \in \mathbb{R}^n$ : vecteur des coordonnées généralisées,

$n$ : nombre de liaisons du robot,

$Q \in \mathbb{R}^m$ : vecteur des forces généralisées extérieures appliquées au système,

$m$ : nombre de forces généralisées extérieures appliquées au système,

$M$ : matrice d'inertie (symétrique) définie positive pour chaque  $q$ ,

$C$ : vecteur des forces gyroscopiques (de Coriolis) et des forces centrifuges,

$e$ : vecteur des forces de gravitation et d'élasticité,

$G$ : matrice de dimension  $(n \times m)$  avec colonnes pleines de rang  $(m)$  définissant la manière dont les forces données  $Q$  agissent sur les coordonnées généralisées  $q$ ,

Cette méthode n'est qu'une approximation du phénomène réel car les liaisons sont présentées sous forme de deux segments rigides reliés par des ressorts. Elle présente les mêmes inconvénients que celle de Chrétien. En effet, pour augmenter la précision, il faut augmenter le nombre de segments par liaison d'où une augmentation considérable de la complexité des équations.

**Discussion:** L'analyse bibliographique nous a montré que les méthodes développées, à ce jour, pour la modélisation des robots flexibles et spécialement ceux à plusieurs liaisons, ne satisfont que partiellement les contraintes imposées par la conception des robots et par la réalisation de leurs systèmes de commande.

La majorité des travaux contribue d'une façon ou d'une autre au mouvement de modélisation de cette nouvelle génération de robots en se basant sur différentes hypothèses et approches.

Selon les approches de mise en équation utilisées, quelques grandes catégories se dégagent [KAN 86, BOO 90, FRA 91, MIT 92]:

- ◆ *Lagrange/Expansion Modale (L/E.M)*
- ◆ *Lagrange/Eléments Finis (L/E.F)*
- ◆ *Newton-Euler/Expansion Modale (N-E/E.M)*
- ◆ *Newton-Euler/Eléments Finis (N-E/E.F)*
- ◆ *Perturbation Singulière (P.S) et techniques dans le Domaine Fréquentiel (D.F).*

L'appartenance à l'une des catégories citées ci-dessus constitue la première caractéristique de base dans le tableau [1.1] que nous avons dressé pour résumer les plus importants travaux réalisés dans le domaine de modélisation des bras de robots flexibles à travers la littérature étudiée.

Tableau [1.1]: Classification des méthodes

Référence	Catégorie	Liaison flexible	Articulation flexible	Nombre de liaisons = 1	Nombre de liaisons > 1	Modèle linéaire (L) ou non linéaire (N-L)
[BOO 79]	D.F	X			X	L
[BOO 83]	D.F	X			X	L
[SUN 83]	L/E.F	X			X	L
[BOO 84]	L/E.M	X			X	N-L
[HAS 86]	L/E.M	X		X		L
[SIC 86]	P.S	X		X		N-L
[USO 86]	L/E.F	X			X	N-L
[NAG 87]	N-E/E.F	X			X	N-L
[LBB 88a]	L/E.F	X			X	L
[BAY 89a]	L/E.F	X			X	N-L
[BAY 89b]	D.F	X			X	N-L
[DE LUC 89a]	L/E.M	X		X		N-L
[DE LUC 89b]	L/E.M	X		X		N-L
[DE SMR 89]	L/E.F	X			X	N-L
[SBR 89]	L/E.F	X			X	N-L
[SPO 89]	L/E.M		X	X		N-L
[BBL 90]	L/E.M	X		X		L
[CHA 90]	L/E.F	X			X	N-L
[DE LUC 91]	L/E.M	X			X	N-L
[ICA 92]	N-E/E.F	X		X		L
[KEL 93]	D.F	X		X		L
[LI 93]	L/E.M	X			X	N-L
[CAR 94]	L/E.F	X			X	N-L

#### I.4 INTRODUCTION A LA COMMANDE DES BRAS DE ROBOTS FLEXIBLES

Le problème de commande des bras de robots flexibles appartient à la classe des systèmes ayant un nombre de variables de commande inférieur au nombre de degrés de liberté. En d'autres termes, ceci correspond au problème de commande d'un système à grande dimension au moyen d'un contrôleur de dimension inférieure [TAK 72, BAL 78]. Ceci complique la tâche de conception de la stratégie de contrôle en rejetant bon nombre de solutions habituellement adoptées pour le cas des robots rigides.

Le système de commande doit faire face à l'ensemble des non-linéarités et des nouvelles dynamiques introduites par la nature flexible de tels systèmes.

Plusieurs facteurs augmentent la difficulté de la conception de la commande:

- \* La configuration du manipulateur change fréquemment et rapidement,
- \* Les pôles en boucle ouverte du système ne sont que très légèrement amortis (vibrations de la structure),
- \* Le bras peut faire l'objet de charges inconnues ou variables,
- \* Le modèle est théoriquement de dimension infinie.

Il est très difficile, si ce n'est impossible, de concevoir un contrôleur basé sur la dimension entière (infinie) d'un système à paramètres distribués. Il faut plutôt un modèle d'ordre réduit pour la synthèse du contrôleur. Ceci peut mener au phénomène d'excitation des modes résiduels (ceux qui ne figurent pas dans le modèle réduit) par l'action de commande ("Control Spillover") et même à une contamination des signaux des capteurs par ces modes résiduels ("Observation Spillover"). Ces problèmes ont suscité une considérable attention de la part des chercheurs et spécialement pour les structures flexibles spatiales [BAL 82, FRA 91].

Le professeur Hughes affirme [HUG 87], pour sa part, que le concept d'infinité du nombre de modes pour un système physique est une aberration. Selon lui, ce concept est plutôt lié aux équations aux dérivées partielles utilisées pour décrire le système qu'à la structure physique elle-même.

Bien que l'expérience ait montré que les modèles modaux peuvent donner lieu à de très bonnes approximations de la réponse des systèmes flexibles aux basses fréquences, elle a aussi montré qu'au delà d'une certaine fréquence la précision des modèles modaux se détériore rapidement surtout dans le cas des structures opérant dans l'espace. Pour celles opérant dans l'environnement gravitationnel, le problème est moins crucial. Plusieurs améliorations physiques ont été proposées pour éviter des déflexions statiques excessives et amortir ainsi les hautes fréquences.

Les problèmes qui sont, de loin, les plus importants dans le cas pratique sont ceux relatifs à un positionnement rapide et précis de l'extrémité de préhension du bras tout en éliminant, où à la rigueur, en limitant les oscillations résiduelles (commande point à point). Les problèmes dûs aux effets de variation des charges et de la configuration du manipulateur sont aussi des plus significatifs.

Ainsi, l'algorithme de contrôle devra répondre aux exigences suivantes:

- *Commande stable*
- *Rapidité d'exécution pour contrôler le mouvement rapide du bras (commande en temps réel, parallélisme d'implémentation, ...)*
- *Robustesse aux changements du comportement du manipulateur dûs aux variations de configuration ou de chargement*
- *Aptitude de rejet de perturbation.*

A présent, nous allons passer en revue quelques approches de commande rencontrées dans la littérature étudiée.

## I.5 PRINCIPALES METHODES DE COMMANDE DES ROBOTS FLEXIBLES

Nous avons adopté un classement des différentes approches de commande en trois groupes:

- ◆ *Contrôle non-adaptatif*
- ◆ *Contrôle adaptatif*
- ◆ *Contrôle intelligent*

### I.5.1 Contrôle non-adaptatif

#### I.5.1.1 Commande proportionnelle-Derivée (PD)

La loi de commande PD est utilisée pour la poursuite d'une trajectoire articulaire désirée  $\theta_d(t)$  dans l'article de De Luca [DE LUC 90b]:

$$u_{PD} = K_P(\theta_d - \theta) + K_D(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \quad (1.8)$$

Les matrices de gain  $K_P > 0$ ,  $K_D > 0$  sont diagonales.

L'expérience s'effectue sur un bras manipulateur à deux liaisons dont la première seulement est flexible. Une mise en oeuvre, purement numérique, de  $K_P \theta$  fait apparaître des instabilités. Le retour de vitesse est réalisé analogiquement. La partie numérique de la commande PD est calculée par:

$$u_{pd} = K_P(\hat{\theta}_d - \theta) \quad \text{où} \quad \hat{\theta}_d = \theta_d - K_P^{-1} K_D \dot{\theta}_d \quad (1.9)$$

et les commandes réellement appliquées aux moteurs sont

$$u_{PD} = u_{pd} - K_D \dot{\theta} \quad (1.10)$$

La loi de commande PD est aussi appliquée pour la commande point à point [SIC 92] en tenant compte de l'influence de la gravité  $g_\theta(\theta, \delta)$ . Dans ce cas la commande s'écrit:

$$u = K_P(\theta_d - \theta_c) - K_D \dot{\theta} + g_\theta(\theta_d, \delta_d) \quad (1.11)$$

avec les matrices de gain  $K_P > 0$ ,  $K_D > 0$  diagonales et  $\delta_d = -K^{-1}g_\delta(\theta_d)$ .

L'état d'équilibre  $q_d(\theta_d^T, \delta_d^T)$  du système en boucle fermée (1.10) satisfait les équations suivantes:

$$\begin{aligned} g_\theta(\theta, \delta) &= K_P(\theta_d - \theta) + g_\theta(\theta_d, \delta_d) \\ g_\delta(\theta) &= -K\delta \end{aligned} \quad (1.12)$$

Si on s'intéresse à la position de l'extrémité du bras,  $p=k(\theta, \delta)$ , alors  $\theta_d$  peut être calculée par inversion de l'équation cinématique directe  $k(\theta, -K^{-1}g_\delta(\theta))=p_d$  pour atteindre le point  $p_d$  à l'état statique.

### 1.5.1.2 Commande d'amortissement de vibration

Durant l'exécution d'une tâche point à point, le bras subit des déformations dynamiques qui sont excitées par les accélérations imposées. Au point final, la déformation résiduelle du bras est supposée disparaître selon les caractéristiques d'amortissement propres à la structure mécanique. Celles-ci peuvent être améliorées par un choix convenable des matériaux et du traitement de surface des liaisons. Quand cet amortissement passif est très lent, des oscillations persisteront dans le bras flexible. Pour pallier à cet inconvénient, une commande linéaire d'amortissement actif de vibration peut être conçue [SIN 86a, SIN 86b] sur un modèle linéarisé de l'équation dynamique de mouvement autour d'un point d'équilibre (final) donné  $q_d$ :

$$\begin{bmatrix} M_{\theta\theta}(q_d) & M_{\theta\delta} \\ M_{\theta\delta}^T(q_d) & M_{\delta\delta}(q_d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\dot{\theta} \\ \Delta\dot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial g_\theta}{\partial \theta}(q_d) & \frac{\partial g_\theta}{\partial \delta}(q_d) \\ \frac{\partial g_\delta}{\partial \theta}(q_d) & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta u \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

où  $\Delta q = q_d - q$ ,  $\Delta u = u_d - u$  avec  $u_d = g_\theta(q_d)$ .

Une représentation dans l'espace d'état de (1.12) peut être obtenue en choisissant comme variables d'état les variations des positions et de moment généralisé:

$$\Delta x = \begin{bmatrix} \Delta q \\ M(q_d) \Delta \dot{q} \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

En définissant  $H = \begin{bmatrix} H_{\theta\theta} & H_{\theta\delta} \\ H_{\theta\delta}^T & H_{\delta\delta} \end{bmatrix} = M^{-1}(q_d)$  (1.15), les équations

d'état linéaires deviennent:

$$\Delta \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & H_{\theta\theta} & H_{\theta\delta} \\ 0 & 0 & H_{\theta\delta}^T & H_{\delta\delta} \\ -\frac{\partial g_\theta}{\partial \theta} & -\frac{\partial g_\theta}{\partial \delta} & 0 & 0 \\ -\frac{\partial g_\delta}{\partial \theta} & -K & -CH_{\theta\delta}^T & -CH_{\delta\delta} \end{bmatrix} \Delta x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix} \Delta u = A \Delta x + B \Delta u \quad (1.16)$$

Le retour d'état stabilisateur linéaire peut être réalisé par:

$$\Delta u = F \Delta x = K_p \Delta \theta + K_d \Delta \dot{\theta} + K_{p\delta} \Delta \delta + K_{d\delta} \Delta \dot{\delta} \quad (1.17)$$

selon les méthodes bien établies telles que la technique de placement de pôles.

Cette procédure peut être aussi appliquée par la linéarisation de la dynamique le long d'une trajectoire nominale, ce qui donne un système linéaire variable dans le temps dont la stabilisation par retour constant est encore plus critique [DAS 90].

### I.5.1.3 Inversion dynamique du système linéaire

L'article de Kwon et Book [KWO 90] présente des résultats de simulation et expérimentaux de la méthode d'inversion dynamique sur un bras flexible à un degré de liberté.

L'équation dynamique du bras est exprimée par:

$$\begin{bmatrix} M_{\theta\theta} & M_{\theta\delta} \\ M_{\theta\delta}^T & M_{\delta\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{\theta\theta} & C_{\theta\delta} \\ C_{\theta\delta}^T & C_{\delta\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_\theta \\ Q_\delta \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

et dans l'espace d'état:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ M^{-1}K & M^{-1}C \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}Q \end{bmatrix} T \quad (1.17)$$

$$y = [D]x + [F]T$$

où  $x = [0 \ \delta \ 0 \ \delta]^T$ .

En posant  $x_1 = [\delta \ \delta]^T$  et  $\theta_t = [0 \ 0]^T$ , l'équation dynamique inverse a la forme:

$$\dot{x}_1 = \begin{bmatrix} 0 & I \\ M_1^{-1}K_1 & M_1^{-1}C_1 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 0 & I \\ M_1^{-1}Q_{11} & M_1^{-1}Q_{12} \end{bmatrix} \theta_t \quad (1.19)$$

$$T = [D_1]x_1 + [F_1]\theta_t$$

où les matrices  $M_1, K_1, C_1, Q_1, D_1, F_1$  sont calculées à partir des matrices  $M, Q, K, C$ .

D'autres méthodes fondées sur l'inversion dans le domaine fréquentiel sont présentées dans [BAY 88], [SIC 92].

Le modèle dynamique du bras flexible est donné par:

$$\begin{bmatrix} M_{\theta\theta} & M_{\theta\delta} \\ M_{\theta\delta}^T & M_{\delta\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}(t) \\ \ddot{\delta}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}(t) \\ \dot{\delta}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \delta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

La position angulaire de l'extrémité du bras est considérée comme une sortie:

$$y(t) = [1 \ C_e^T] \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \delta(t) \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

où  $C_e = \phi'(l)$  exprime les contributions de chaque mode à la position angulaire de l'extrémité.

Pour reproduire un profil de trajectoire désirée dans le temps  $y_d(t)$ , une inversion stable peut être réalisée dans le domaine de Fourier en considérant l'entrée et la sortie comme des fonctions périodiques [BAY 87a].

Le système (1.20) est réécrit de la sorte:

$$\begin{bmatrix} M_{\theta\theta} & M_{\theta\delta}^T - M_{\theta\theta} C_e^T \\ M_{\delta\theta} & M_{\delta\delta} - M_{\delta\theta} C_e^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

où (1.21) a été utilisée. Soit alors

$$\ddot{Y}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(j\omega t) \dot{y}(t) dt \quad (1.23)$$

la transformée de Fourier bilatérale de l'accélération de la sortie. Le système est alors réécrit dans le domaine fréquentiel comme suit:

$$\begin{bmatrix} M_{\theta\theta} & M_{\theta\delta}^T - M_{\theta\theta} C_c^T \\ M_{\delta\theta} & M_{\delta\delta} - M_{\delta\theta} C_e^T + \frac{1}{j\omega} C - \frac{1}{\omega^2} K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{Y} \\ \Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U(\omega) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

où  $\Delta(\omega)$  et  $\ddot{Y}(\omega)$  sont, respectivement, les transformées de Fourier de l'accélération flexible et du couple moteur d'entrée.

L'inversion de l'équation (1.24) donne:

$$\begin{bmatrix} \ddot{Y}(\omega) \\ \Delta(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}(\omega) & h_{12}^T(\omega) \\ M_{\delta\theta} & h_{21}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(\omega) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

d'où: 
$$U(\omega) = \frac{1}{h_{11}(\omega)} \ddot{Y}(\omega) = r(\omega) \ddot{Y}(\omega) \quad (1.26)$$

Donc, pour un profil d'accélération désiré  $\ddot{y}_d(t)$ , on a par transformation de Fourier  $\ddot{Y}_d(\omega)$ . Celle-ci, remplacée dans (1.26), générera le couple d'entrée nécessaire  $U_d(t)$  obtenu par une transformation de Fourier inverse finie.

Cette méthode fondée sur des hypothèses de linéarité ne peut être étendue au cas non linéaire multi-liaisons que par itération de son application à des approximations linéaires répétées du système le long de la trajectoire nominale [BAY 89b].

## I.5.1.4 Commande optimale

Cette technique de contrôle a été utilisée dans plusieurs travaux à travers ses deux approches populaires, à savoir:

- le placement de pôles optimal [BOO 75, TRU 81],
- le régulateur optimal [TRU 79, SAN 84, SCH 85, HAS 85, LEE 88b, OAK 89a, OAK 90, OAK 91, BAL 92].

Pour illustrer ces deux approches, étudions le travail de Oakley [OAK 90, OAK 91]. En effet, ce travail est basé sur la technique du régulateur optimal LQG (Linear Quadratic Gaussian).

Le modèle dynamique adopté est constitué d'équations d'état du modèle linéarisé par approximation, d'un manipulateur à deux bras flexibles autour d'un point de fonctionnement, avec un angle entre les deux liaisons de  $90^\circ$ .

Les équations d'état discrètes sont écrites comme suit:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_{ff}x(k) + B_{ff}u(k) \\ y_{ff}(k) &= C_{ff}x(k) \end{aligned} \quad (1.27)$$

où le vecteur d'état  $x$  comprend 14 éléments pour les positions, vitesses et vitesses d'axes filtrées:

$x = [\theta_1 \theta_2 \delta_1 \delta_2 \delta_3 \delta_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \dot{\delta}_1 \dot{\delta}_2 \dot{\delta}_3 \dot{\delta}_4 \theta_{1f} \theta_{2f}]^T$ , les entrées sont  $u = [\tau_1 \tau_2]^T$  et les sorties  $y_{ff} = [\theta_{1f} \theta_{2f} x_{ep} y_{ep}]$  où  $x_{ep}$ ,  $y_{ep}$  sont les positions dans le plan de l'extrémité du bras.

Basé sur le modèle (1.27), le régulateur LQG commande l'extrémité du bras flexible en minimisant le critère suivant:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [x_{ep}^2 + y_{ep}^2 + \rho_1^2 (\dot{x}_{ep}^2 + \dot{y}_{ep}^2) + \rho_2^2 (\tau_1^2 + \rho_3^2 \tau_2^2)] dt \quad (1.28)$$

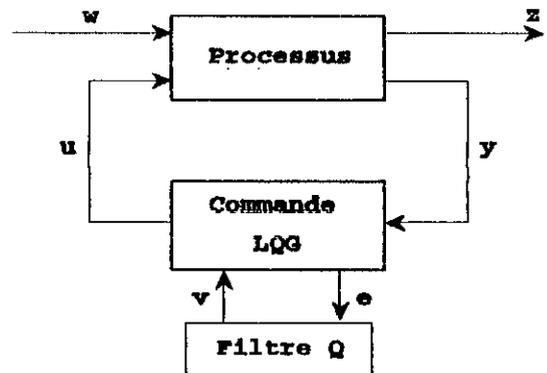
où  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  et  $\rho_3$  sont, respectivement, les pondérations sur les vitesses de l'extrémité du bras, sur les couples des deux moteurs et la pondération relative entre les deux moteurs.

La matrice de gain du régulateur est obtenue par minimisation du critère (1.28) et la loi de commande est la suivante:

$$u_{LQG}(k) = -K_{LQG}\hat{x}(k) \quad (1.29)$$

où  $\hat{x}(k)$  est le vecteur d'état estimé à l'instant  $k$ .

Figure [1.1]: Schéma de commande de Oakley



Pour modéliser les performances du système en boucle fermée, un filtre  $Q$  est ajouté (Fig. [1.1]) avec :

- $u$  est le vecteur d'entrée issu du contrôleur,
- $w$  est le vecteur de référence et de bruits,
- $y$  est le vecteur de sortie accessible au contrôleur,
- $z$  est le vecteur de toutes les sorties du procédé,
- $e$  est le vecteur d'erreur et  $v$  est celui de la sortie du filtre.

Les signaux d'entrée deviennent :

$$u(k) = K_{LQG}(x_{ref}(k) - \hat{x}(k)) + v(k) \quad (1.30)$$

où  $x_{ref} = [\theta_{1ref} \theta_{2ref} 0 \dots 0]^T$ .

L'expérience est réalisée avec comme trajectoire désirée une ligne droite sur le plan horizontal.

#### 1.5.1.5 Inversion dynamique non linéaire [BAY 88, MOU 89, CHE 92, SIC 92, DE LUC 93, LED 93]

La poursuite de trajectoire pour les systèmes non linéaires multi-entrées - multi-sorties peut être réalisée par les techniques de contrôle d'inversion entrée-sortie [ISI 89].

Une fois qu'une sortie significative a été définie pour le système, un retour d'état non linéaire est conçu de façon à ce que le système en boucle fermée résultant soit un système linéaire découplé. L'apparition possible d'une dynamique interne inobservable est tolérée.

En supposant que le système en boucle fermée résultant soit stable, une reproduction exacte de la trajectoire de sortie désirée est réalisable [DE LUC 93].

Soit le modèle dynamique présenté par Siciliano [SIC 92]:

$$\begin{bmatrix} M_{\theta\theta}(\theta, \delta) & M_{\theta\delta}(\theta, \delta) \\ M_{\theta\delta}^T(\theta, \delta) & M_{\delta\delta}(\theta, \delta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{\theta}(\theta, \delta, \dot{\theta}, \dot{\delta}) \\ c_{\delta}(\theta, \delta, \dot{\theta}, \dot{\delta}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_{\theta}(\theta, \delta) \\ g_{\delta}(\theta, \delta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ D\dot{\delta} + K\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

avec:

- $\theta$ : vecteur des variables rigides,
- $\delta$ : vecteur des variables flexibles,
- $M$ : matrice d'inertie symétrique défini-positive divisée en blocs concernant les éléments rigides et flexibles,
- $c$ : vecteur des forces de Coriolis et centrifuges,
- $g$ : vecteur des forces de gravité,
- $K$ : matrice de raideur diagonale,
- $D$ : matrice d'amortissement diagonale.

A partir du modèle (1.31), l'accélération liées aux variables flexibles est déduite comme suit:

$$\ddot{\delta} = M_{\delta\delta}^{-1} (u - (c_{\delta} + g_{\delta} + K\delta + D\dot{\delta}) - M_{\theta\delta}^T \ddot{\theta}) \quad (1.32)$$

qui substituée dans la partie supérieure de (1.31) donne:

$$(M_{\theta\theta} - M_{\theta\delta} M_{\delta\delta}^{-1} M_{\theta\delta}^T) \ddot{\theta} + c_{\theta} + g_{\theta} - M_{\theta\delta} M_{\delta\delta}^{-1} (c_{\delta} + g_{\delta} + K\delta + D\dot{\delta}) = u \quad (1.33)$$

Soit  $a$  dénotant un vecteur d'accélération articulaire. En remplaçant  $\ddot{\theta}$  par  $a$  dans (1.33), on obtient la loi de commande suivante:

$$u = (M_{\theta\theta} - M_{\theta\delta} M_{\delta\delta}^{-1} M_{\theta\delta}^T) a + c_{\theta} + g_{\theta} - M_{\theta\delta} M_{\delta\delta}^{-1} (c_{\delta} + g_{\delta} + K\delta + D\dot{\delta}) \quad (1.34)$$

où  $(M_{\theta\theta} - M_{\theta\delta} M_{\delta\delta}^{-1} M_{\theta\delta}^T)^{-1}$  est la matrice dite de découplage du système et elle est non-singulière.

Par (1.34), le système en boucle fermée (1.33) est transformé en la forme linéarisée entrée-sortie suivante:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} &= a \\ \ddot{\delta} &= -M_{\delta\delta}^{-1} (M_{\theta\delta}^T a + c_{\delta} + g_{\delta} + K\delta + D\dot{\delta}) \end{aligned} \quad (1.35)$$

Dans le but de réaliser une poursuite d'une trajectoire désirée  $\theta_d(t)$ , la conception de la commande est complétée en choisissant l'accélération articulaire comme:

$$a = \ddot{\theta}_d + K_d(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + K_p(\theta_d - \theta) \quad (1.36)$$

où  $K_p > 0$  et  $K_d > 0$  sont les matrices de gain du retour qui permettent un placement de pôles dans le demi-plan complexe ouvert de gauche.

La mise en oeuvre de cette loi de commande ne demande que l'inversion de la matrice  $M_{\delta\delta}$  relative aux variables flexibles.

La complexité de cette méthode augmente avec le nombre de variables flexibles.

1.5.1.5 *Perturbation singulière [KHO 88, SIC 88, SIC 89, CAL 90, SIC 92]*

Dans cette approche [KOK 84, KOK 86, FRA 91], le système est décomposé en deux sous-systèmes:

- un sous-système lent de même ordre que le robot considéré comme rigide,
- un sous-système rapide contenant les variables relatives aux déplacements flexibles et leurs dérivées.

Les équations du mouvement du bras de robot peuvent être séparées en parties rigide et flexible en considérant l'inverse  $H$  de la matrice d'inertie  $M$  qui peut être partitionnée comme suit:

$$M^{-1}(\theta, \delta) = H(\theta, \delta) = \begin{bmatrix} H_{\theta\theta}(\theta, \delta) & H_{\theta\delta}(\theta, \delta) \\ H_{\delta\theta}^T(\theta, \delta) & H_{\delta\delta}(\theta, \delta) \end{bmatrix} \quad (1.38)$$

alors le modèle (1.31) devient:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} = & H_{\theta\theta}(\theta, \delta) [u - c_{\theta}(\theta, \delta, \dot{\theta}, \delta) - g_{\theta}(\theta, \delta)] \\ & - H_{\theta\delta}(\theta, \delta) [c_{\delta}(\theta, \delta, \dot{\theta}, \delta) + g_{\delta}(\theta) + D\dot{\delta} + K\delta] \end{aligned} \quad (1.39)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\delta} = & H_{\delta\delta}^T(\theta, \delta) [u - c_{\theta}(\theta, \delta, \dot{\theta}, \delta) - g_{\theta}(\theta, \delta)] \\ & - H_{\delta\delta}(\theta, \delta) [c_{\delta}(\theta, \delta, \dot{\theta}, \delta) + g_{\delta}(\theta) + D\dot{\delta} + K\delta] \end{aligned} \quad (1.40)$$

Soit  $K_m$  le plus petit coefficient de raideur telle que la matrice diagonale  $K$  puisse être factorisée comme suit:

$$K = K_m \tilde{K} \quad (1.41)$$

Les variables de force élastique peuvent être définies par:

$$z := K_m \tilde{K} \delta = \frac{1}{\epsilon^2} \tilde{K} \delta \quad (1.42)$$

et le modèle (1.39, 1.40) se réécrit de la sorte [SIC 88]:

$$\ddot{\theta} = H_{\theta\theta}(\theta, \epsilon^2 z) [u - c_{\theta}(\theta, \epsilon^2 z, \dot{\theta}, \epsilon^2 \dot{z}) - g_{\theta}(\theta, \epsilon^2 z)] - H_{\theta z}(\theta, \epsilon^2 z) [c_z(\theta, \epsilon^2 z, \dot{\theta}, \epsilon^2 \dot{z}) + g_z(\theta) + \epsilon^2 D\tilde{K}^{-1}\dot{z} + z] \quad (1.43)$$

$$\epsilon^2 \ddot{z} = \tilde{K}H_{\theta\theta}^T(\theta, \epsilon^2 z) [u - c_{\theta}(\theta, \epsilon^2 z, \dot{\theta}, \epsilon^2 \dot{z}) - g_{\theta}(\theta, \epsilon^2 z)] - \tilde{K}H_{\theta z}^T(\theta, \epsilon^2 z) [c_z(\theta, \epsilon^2 z, \dot{\theta}, \epsilon^2 \dot{z}) + g_z(\theta) + \epsilon^2 D\tilde{K}^{-1}\dot{z} + z] \quad (1.44)$$

Les équations (1.42) et (1.43) représentent une forme singulièrement perturbée du modèle du bras flexible où  $\epsilon$  est le paramètre dit de perturbation.

Pour que cette forme soit signifiante, c'est-à-dire, pour qu'il y ait une séparation d'échelle effective, il faut que  $\epsilon$  soit petit. Il est à remarquer que la rigidité flexurale  $EI$  et la longueur  $l$  de chaque liaison du robot influent sur la magnitude du paramètre de perturbation et donc sur la validité de l'approche.

Quand  $\epsilon \rightarrow 0$ , on retrouve le modèle d'un bras de robot rigide équivalent. En effet, en mettant  $\epsilon=0$  et en résolvant pour  $z$  dans (1.44), on a :

$$z_1 = H_{\theta z}^{-1}(\theta_1, 0) H_{\theta\theta}^T(\theta_1, 0) [u_1 - c_{\theta}(\theta_1, 0, \dot{\theta}_1, 0) - g_{\theta}(\theta_1, 0)] - c_z(\theta_1, 0, \dot{\theta}_1, 0) - g_z(\theta_1) \quad (1.45)$$

où l'indice 1 indique que le système est considéré dans l'échelle lente. En remplaçant (1.45) dans (1.43) avec  $\epsilon=0$ , on obtient :

$$\ddot{\theta}_1 = (H_{\theta\theta}(\theta_1, 0) - H_{\theta z}(\theta_1, 0) H_{\theta z}^{-1}(\theta_1, 0) H_{\theta\theta}^T(\theta_1, 0)) \times (u_1 - c_{\theta}(\theta_1, 0, \dot{\theta}_1, 0) - g_{\theta}(\theta_1, 0)) \quad (1.46)$$

Il est aisé de vérifier que

$$H_{\theta\theta}(\theta_1, 0) - H_{\theta z}(\theta_1, 0) H_{\theta z}^{-1}(\theta_1, 0) H_{\theta\theta}^T(\theta_1, 0) = M_{\theta\theta}^{-1}(\theta_1, 0) \quad (1.47)$$

où  $M_{\theta\theta}(\theta_1, 0)$  est la matrice d'inertie du bras rigide équivalent. Alors l'équation (1.46) devient :

$$M_{\theta\theta}(\theta_1, 0) \ddot{\theta}_1 + c_{\theta}(\theta_1, 0, \dot{\theta}_1, 0) + g_{\theta}(\theta_1, 0) \quad (1.48)$$

Pour étudier la dynamique du système à l'échelle rapide :

- on pose  $\tau = \frac{t}{\epsilon}$ ,
- on considère les variables lentes comme constantes,
- on introduit les variables rapides  $z_r = z - z_1$ .

Le sous-système rapide de (1.44) est alors décrit par :

$$\frac{d^2 z_r}{dt^2} = -\tilde{K}H_{00}(\theta_1, 0)z_r + \tilde{K}H_{00}^T(\theta_1, 0)u_r \quad (1.49)$$

où la commande rapide  $u_r = u - u_1$  a été introduite en conséquence.

Sur la base du modèle à deux niveaux d'échelle ci-dessus, la synthèse d'un contrôleur anticipé pour le système (1.43, 1.44) peut être réalisé selon une stratégie composite:

$$u = u_1(\theta_1, \dot{\theta}_1) + u_r(z_r, \frac{dz_r}{dt}) \quad (1.50)$$

avec la contrainte  $u_r(0,0) = 0$  telle que  $u_r$  est inactive sur (1.45).

Le contrôle lent pour le sous-système non linéaire rigide (1.48) peut être conçu sur la base du concept bien connu de la dynamique inverse utilisé pour les manipulateurs rigides.

Le sous-système rapide est un système variable dans le temps, linéaire et marginalement stable qui peut être stabilisé par un contrôle rapide tel que le placement de pôles [SIC 88] ou le LQG [KHO 88].

## I.5.2 Contrôle adaptatif

### I.5.2.1 Commande adaptative par modèle de référence (MRAC) [SIC 86, WEN 86, YUH 87, YUA 89]

L'idée de base dans cette approche [LAN 79] est de synthétiser un signal de commande qui forcera le système à se comporter d'une manière prescrite par un modèle de référence. Ce dernier est idéalement choisi comme un système stable, linéaire, découplé et invariable dans le temps. Cependant, vu qu'un bras flexible possède moins d'entrées de commande que de variables d'état non-triviales, il n'est pas possible d'utiliser la conception MRAC sur le système en boucle ouverte.

Une solution [SIC 86] consiste à appliquer la MRAC, simultanément, au système et à un contrôleur nominal (par exemple un contrôleur optimal basé sur un modèle linéarisé du système). L'action de commande est composée de deux termes:  $u_1$ , la commande nominale et  $u_2$  la commande adaptative qui est destinée à assurer la stabilité du système entier. Les techniques classiques telles que le critère de stabilité de Lyapunov et le critère d'hyperstabilité peuvent être utilisés pour la conception de la boucle adaptative.

### I.5.2.2 Commande adaptative auto-ajustable (STAC)

Cette approche a fait l'objet de quelques travaux [NEL 85, NEL 86, NEM 86, ROV 87, ROV 88, MEN 88, YUR 90, LUC 90].

Dans la STAC, le modèle du système est supposé être d'ordre constant avec des paramètres inconnus. Si le système est invariant dans le temps, il peut être montré que les paramètres et le contrôleur convergent vers leurs vraies valeurs. La méthode est idéale pour les systèmes lents.

Pour appliquer la STAC aux robots, ils doivent être modélisés comme des systèmes linéaires variant dans le temps et l'estimateur de paramètres doit opérer plus rapidement que la fréquence à laquelle la dynamique du système change. Ceci est une restriction sévère expliquant pourquoi cette approche n'a été appliquée aux manipulateurs flexibles que récemment.

Pour les besoins de l'estimation, les dynamiques inconnues sont souvent modélisées comme un modèle à séries temporelles ARMA (Auto Régressive Moving Average) [FRA 91]:

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) + e(t) \quad (1.51)$$

où:

- $y(t)$  est la sortie (exemple: la déflexion de l'extrémité),
- $u(t)$  est l'entrée de commande,
- $A$  et  $B$  sont des polynômes en  $q^{-1}$  l'opérateur de retard
- $e(t)$  inclut les erreurs de modélisation.

Nemir et al. [NEM 86] ont proposé une approche de placement de pôles pour contrôler la position de l'extrémité d'un bras à une seule liaison flexible. Dans ce cas, le système en boucle fermée est choisi comme ayant une dynamique de second ordre avec une fréquence naturelle  $\omega_n$  et un amortissement  $\xi$ . Les données entrée/sortie sont sous la forme de couple d'entrée et lectures de jauges de contraintes en des points distants le long de la longueur de la barre. Une nette amélioration est démontrée par rapport au contrôle conçu pour sur la base de liaisons rigides. Les réponses montrent un temps de retard dû au délai de propagation entre la base et l'extrémité du bras. Cependant, les trajectoires de robot sont souvent connues a priori et il est donc possible d'inclure les échantillons de référence futurs dans la commande (action prédictive) pour remédier à cet effet.

Yurkovich [YUR 90] a présenté dans son travail des résultats expérimentaux de commande adaptative pour un manipulateur à deux liaisons flexibles. Le modèle ARMA utilisé est monovariable:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) \quad (1.52)$$

où  $y(t)$  est l'accélération à l'extrémité de chaque liaison.

Un prédicteur à un pas est utilisé:

$$y(t+1) = \alpha(q^{-1})y(t) + \beta(q^{-1})u(t) \quad (1.53)$$

où:  $\alpha(q^{-1}) = -(\alpha_0 + \alpha_1 q^{-1} + \dots + \alpha_{n-1} q^{-(n-1)})$

$\beta(q^{-1}) = -(\beta_0 + \beta_1 q^{-1} + \dots + \beta_{n-1} q^{-(n-1)})$

avec  $n$ : ordre du modèle.

La loi de commande qui minimise le critère:

$$J(t+1) = \frac{1}{2} [(y(t+1) - y_r(t+1))^2 + \lambda u^2(t)] \quad (1.54)$$

où  $y_r$  est la sortie désirée et  $\lambda$  est la pondération de l'entrée, a la forme suivante:

$$u(t) = \frac{\beta_0}{\beta_0^2 + \lambda} [y_r(t+1) + \Phi^T(t)\theta_0] \quad (1.55)$$

où  $\theta_0(t) = [\alpha_0 \dots \alpha_{n-1}, -\beta_0 \dots -\beta_{n-1}]$

$\Phi(t) = [y(t) \dots y(k), u(t-1) \dots u(k)]$

$k=t-n+1$ ,  $\theta_0(t)$  est le vecteur des paramètres estimés à l'instant  $t$ .

Utilisant l'approche de commande indépendante pour chaque articulation, l'auteur montre la robustesse de cette loi de commande à paramètres fixes aux variations de la charge.

### 1.5.2.3 Commande prédictive généralisée (GPC)

Nous avons relevé les principaux travaux suivants: [LAM 87, TSA 90, DIO 90, DUG 91, DUG 92, NGU 93].

Lambert [LAM 87] a appliqué avec succès la GPC pour la commande d'un bras de robot à une liaison flexible à l'université d'Oxford en Angleterre.

A l'instar des schémas du régulateur optimal décrit précédemment, la GPC inclue la minimisation d'un critère de performance quadratique de la forme:

$$J(N_p) = \sum_{j=1}^{N_p} [\hat{y}(t+j) - \hat{w}(j+t)]^2 + \lambda (\Delta u)^2 \quad (1.56)$$

où:

- $N_p$  est l'horizon de prédiction,
- $\hat{y}(t+j)$  la valeur prédite de la sortie avec  $j$  échantillons dans le futur avec l'entrée comme constante,
- $\hat{w}$  est la référence (le régime établi)  $j$  échantillons dans le futur,
- $\Delta u$  est l'incrément de commande à l'échantillon présent,
- $\lambda$  est un facteur de pondération entre l'action de contrôle et la performance.

La solution à ce problème de minimisation est:

$$u = [G^T G + \lambda]^{-1} G^T (w - f) \quad (1.57)$$

où:

- $G$  est la séquence de la réponse indicielle du bras,
- $w$  est le vecteur des estimées futures de la référence
- $f$  est la réponse libre prédite du bras basée sur les mesures passées des entrées et sorties.

Contrairement au régulateur LQG, la GPC ne nécessite pas la résolution d'une équation de Riccati qui est coûteuse en temps de calcul.

Deux formes du contrôleur ont été implémentées sur le bras: l'un à paramètres fixes et l'autre auto-ajustable. Dans les deux cas, le bras a été modélisé comme une fraction entre deux polynômes du quatrième ordre en  $q^{-1}$  et un algorithme d'estimation des moindres carrés récursifs est utilisé pour générer le modèle de prédiction avec un horizon de prédiction de 10 échantillons.

La version adaptative du contrôleur a eu de meilleures performances en répondant rapidement pour maintenir la qualité de la réponse aux variations de la charge à l'extrémité du bras. Grâce à la nature prédictive de la GPC, le contrôleur a été capable d'anticiper les changements dans le régime établi.

Tsang [TSA 90] a pour sa part étudié l'application de la commande GPC sur un robot à un ou deux bras flexibles sous l'effet de la gravité. Le schéma général composé de deux boucles de commande est présenté dans la figure [1.2].

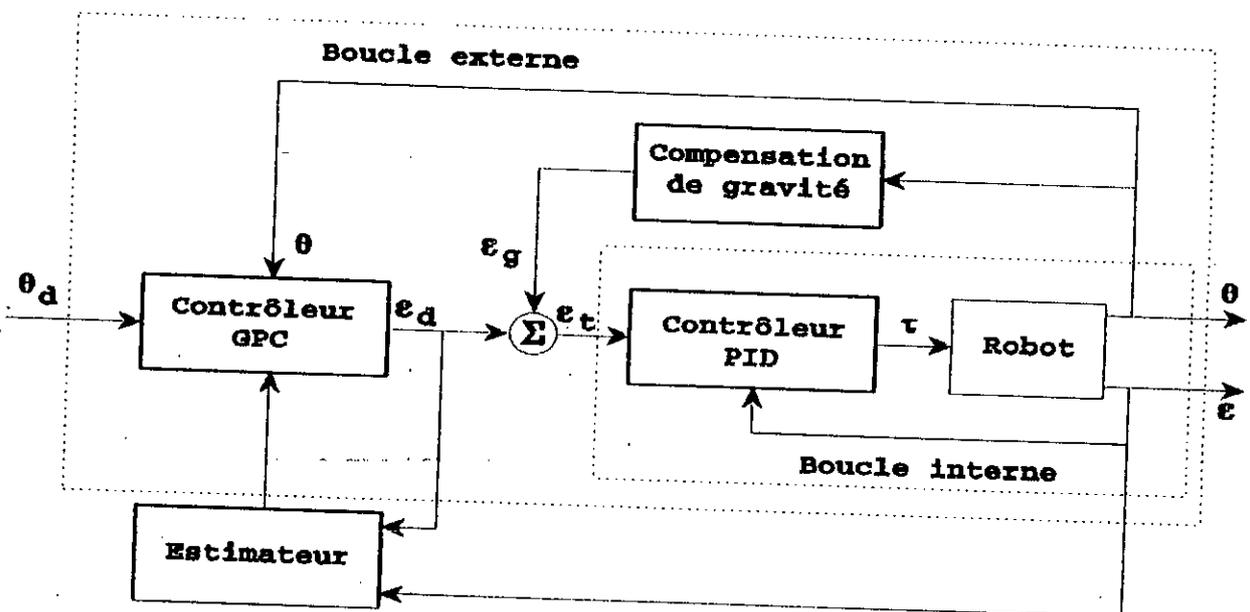


Figure [1.2]: Schéma de commande de Tsang

Les sorties choisies sont les positions articulaires  $\theta$  avec des références  $\theta_d$  ayant un profil sinusoïdal. La boucle interne est un contrôleur PID qui fournit les couples moteurs en fonction de l'erreur entre la flexibilité mesurée  $\epsilon$  et la consigne  $\epsilon_t$ . La boucle externe est un contrôleur GPC qui utilise les trajectoires désirées  $\theta_d$  et les sorties mesurées  $\theta$  pour calculer la consigne flexible désirée  $\epsilon_d$ .

Ce signal est ajouté au signal de compensation de gravité pour former la consigne de flexibilité de la boucle interne  $\epsilon_t$ . Le modèle ARMA utilisé pour la commande GPC est de la forme (1.51). L'auteur montre l'efficacité de la commande en cascade avec deux contrôleurs PID et GPC sous l'influence de la non-linéarité. De plus, la boucle interne traitant la flexibilité améliore les performances de la commande d'articulation.

## I.5.2 Contrôle intelligent

### I.5.2.1 Commande Floue [KUB 93]

Dans ce récent travail, la stratégie de commande floue est appliquée à un bras manipulateur à une liaison flexible. Ce dernier est modélisé comme une poutre d'*Euler-Bernoulli* flexible dans le plan horizontal. Un seul mode vibratoire est considéré et l'extrémité de préhension du bras est libre de tout chargement.

Kubica utilise deux tables de décision pour deux contrôleurs distincts. Le premier sert à commander la position rigide du bras et est régi par une table décisionnelle à deux entrées (erreur de position x variation de cette erreur) de dimension 9x9 (neufs sous-ensembles flous). Le second contrôleur est consacré à l'atténuation du mode vibratoire occasionnant des oscillations de l'extrémité du bras. Il est régi par une table de décision (position de l'extrémité x vitesse de l'extrémité) de dimension 9x3.

Des résultats expérimentaux et en simulation sont donnés pour mettre en évidence la capacité d'une telle approche à contrôler un tel système.

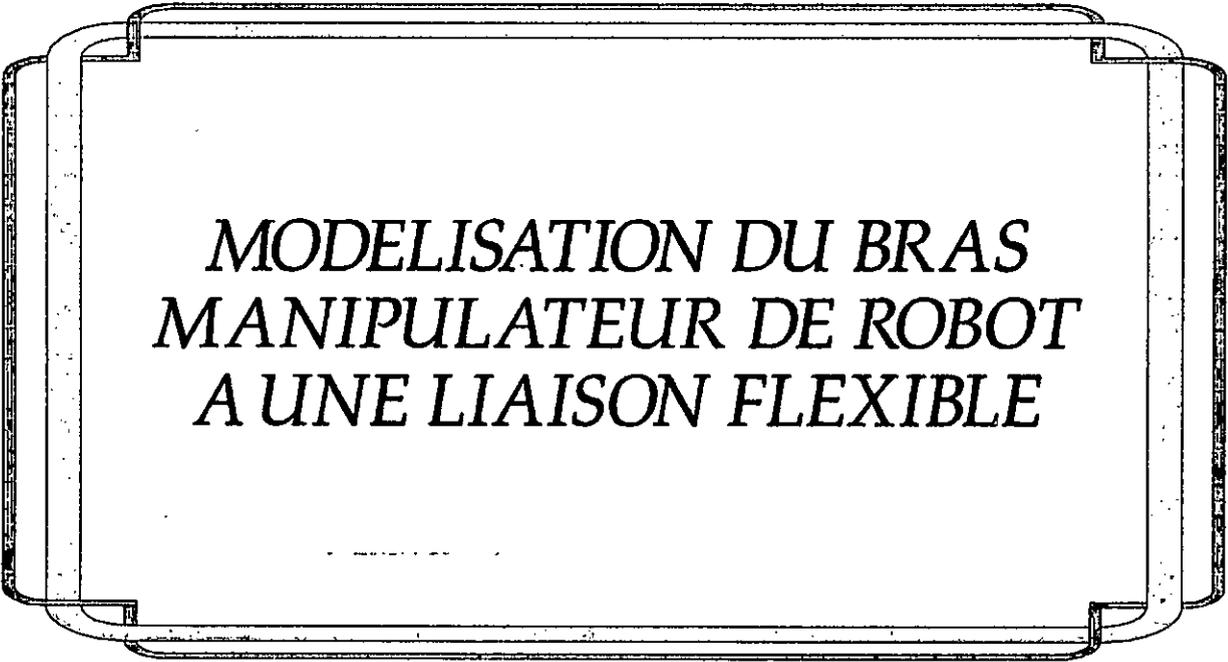
## I.6 CONCLUSION

Dans ce chapitre introductif, nous avons présenté une synthèse générale des différentes techniques de modélisation et de commande des bras manipulateurs de robots à liaisons flexibles, rencontrées dans la bibliographie étudiée.

Il en ressort que les différentes approches de modélisation sont en général une combinaison de celles habituellement utilisées pour les robots rigides et de techniques d'analyse de structures flexibles telles que la méthode d'analyse modale ou celle des éléments finis, les liaisons étant modélisées par poutres bidimensionnelles d'Euler-Bernoulli ou tridimensionnelles de Timoshenko.

Pour ce qui est de la majorité des méthodes de commande, elles sont nécessairement conditionnées par la disponibilité de modèles complets et précis. Ceci complique la tâche de synthèse de ces méthodes et affecte la réelle prise en charge des problèmes de contrôle de tels systèmes complexes.

# Chapitre II



## MODELISATION DU BRAS MANIPULATEUR DE ROBOT A UNE LIAISON FLEXIBLE

*"Les sciences n'essaient pas d'expliquer; c'est tout juste si elles tentent d'interpréter; elles font essentiellement des modèles. Par modèle, on entend une construction mathématique qui, à l'aide de certaines interprétations verbales, décrit les phénomènes observés.*

*La justification d'une telle construction mathématique réside uniquement et précisément dans le fait qu'elle est censée fonctionner".*

*Johannes Von Neumann (1903-1957)*



- $M_c$  : masse de la charge  
 $J_c$  : moment d'inertie de la charge  
 $x$  : distance le long de la longueur du bras  
 $\theta$  : position angulaire rigide (angle de rotation de l'articulation ou du moteur)  
 $\alpha$  : position angulaire flexible (angle de rotation d'un point du bras)  
 $w(x, t)$  : déflexion (écartement dû à la flexion) par rapport à la position cible d'équilibre final  
 $C_m$  : couple moteur.

## II.2 ETUDE MECANIQUE

L'application des lois de la dynamique des systèmes mécaniques et de la résistance des matériaux sur une portion infinitésimale le long du bras flexible montre que cette portion est régie par l'équation générale des poutres de Timoshenko [TIM 55, THO 81] suivante:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - (J + \frac{EIp}{KAG}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{J\rho}{KAG} \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} = P(x, t) + \frac{J}{KAG} \frac{\partial^2 P(x, t)}{\partial t^2} - \frac{EI}{KAG} \frac{\partial^2 P(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.1)$$

- $J$  : Moment d'inertie de la poutre  
 $A$  : Section droite de la poutre  
 $G$  : Module du cisaillement  
 $K$  : Facteur dépendant du cisaillement  
 $P(x, t)$  : Chargement par unité de longueur de la poutre.

Remarque: Les détails de l'obtention de l'équation de Timoshenko sont largement traités en Annexe B.

L'obtention d'un modèle mathématique de ce bras est assujétié à l'adoption des hypothèses usuelles [SIC 92] suivantes:

- 1) Le bras est une poutre mince avec des caractéristiques géométriques uniformes et une distribution massique homogène,
- 2) Le bras est flexible dans la direction latérale et est rigide par rapport aux forces axiales, à la torsion et aux forces de flexion dues à la gravité (flexion verticale); de plus, seules les déformations élastiques sont présentes,
- 3) Les déformations non linéaires au même titre que la friction interne ou d'autres perturbations externes sont des effets négligeables (cas du modèle linéaire),
- 4) La déflexion est petite comparée à la longueur du bras ( $< 0.1L$ ).

La première hypothèse est celle qui caractérise le plus la théorie des poutres d'*Euler-Bernoulli*, impliquant que la déflexion d'une section le long du bras est due seulement à la flexion et non au cisaillement. De plus, la contribution de l'inertie de rotation d'une section du bras à l'énergie totale est négligeable (dimensions de la section droite du bras négligeables devant sa longueur) [MEI 67]. Il est à noter que les équations aux dérivées partielles résultantes ne représentent pas les très hautes fréquences d'oscillation dont les longueurs d'onde deviennent comparables à la section droite du bras.

La seconde hypothèse est réalisée par une construction mécanique appropriée du bras flexible réel. En effet, dans la figure [2.1], la petite extension de la liaison le long de son axe neutre est négligée dans la description de la flexion. L'inclusion de cet effet tend à rigidifier le comportement du bras.

Concernant la troisième hypothèse, l'inclusion des termes de déformation non linéaire est possible au prix d'une nette complication du modèle et le modèle précis de la friction interne est souvent difficile à obtenir.

Les effets de l'inertie de rotation, des forces axiales et du cisaillement étant négligés et le chargement par unité de longueur n'existant pas (nul), nous aboutissons à la célèbre équation de la poutre prismatique d'*Euler-Bernoulli*:

$$EI \frac{\partial^4 w(\eta, t)}{\partial \eta^4} + \rho L^4 \frac{\partial^2 w(\eta, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.2)$$

avec  $\eta = x/L$  : la position normalisée le long du bras.

En divisant par  $EI$  et en notant respectivement par des primes et des points les dérivées par rapport à la position  $\eta$  et au temps  $t$ , l'équation (2.1) s'écrit:

$$w''''(\eta, t) + \frac{\rho L^4}{EI} \ddot{w}(\eta, t) = 0 \quad (2.3)$$

Pour résoudre une telle équation, nous faisons appel à la "*méthode d'analyse modale*" ou "*approche des modes supposés*" [MEI 67]. C'est une procédure de discrétisation des systèmes à paramètres distribués tels que le notre; la nature distribuée étant mise en évidence par la présence de dérivées partielles. La variable distribuée est supposée être une série de fonctions admissibles spatiales  $\Phi(\eta)$  qui vérifient des conditions aux limites de type géométrique dont les coefficients (amplitudes), fonctions du temps, sont des coordonnées généralisées  $\delta(t)$ .

Le déplacement en déflexion latérale  $w(\eta, t)$  d'un point du bras flexible d'abscisse  $\eta$  est donné, selon la méthode classique de séparation des variables espace-temps [MEI 67], par:

$$w(\eta, t) = \phi(\eta) \cdot \delta(t) \quad (2.4)$$

avec

$\phi(\eta)$ : fonction spatiale (forme propre ou forme modale),  
 $\delta(t)$ : coordonnées généralisées dans la base modale.

En d'autres termes, le mouvement de vibration du système encastré-libre consiste en une forme constante ou un motif  $\Phi(\eta)$  dont l'amplitude varie dans le temps selon  $\delta(t)$ .

En remplaçant (2.3) dans (2.2), puis en divisant par  $\Phi(\eta)\delta(t)$ , nous parvenons alors à la séparation souhaitée:

$$\frac{\phi''''(\eta)}{\phi(\eta)} + \frac{\rho L^4}{EI} \frac{\delta(t)}{\delta(t)} = 0 \quad (2.4)$$

Le premier terme de (2.4), n'étant fonction que de  $\eta$  et le second que de  $t$ , l'équation ne peut être satisfaite pour des  $\eta$  et des  $t$  arbitraires que si chacun des termes est une constante; soit:

$$\frac{\phi''''(\eta)}{\phi(\eta)} = c = -\frac{\rho L^4}{EI} \frac{\delta(t)}{\delta(t)} \quad (2.5)$$

Nous obtenons ainsi deux équations différentielles ordinaires. En posant  $c = \beta^4$ , nous pouvons écrire:

$$\phi''''(\eta) - \beta^4 \phi(\eta) = 0 \quad (2.5a)$$

$$\delta(t) + \omega^2 \delta(t) = 0 \quad (2.5b)$$

avec  $\omega^2 = \frac{\beta^4 EI}{\rho L^4}$  ou  $\beta^4 = \frac{\omega^2 \rho L^4}{EI}$  (2.6)

$\omega$ : pulsation naturelle du système.

Nous reconnaissons l'équation (2.5b) comme celle des vibrations libres d'un système à un degré de liberté sans amortissement dont la solution s'écrit:

$$\delta(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (2.7)$$

où les constantes  $A$  et  $B$  dépendent des conditions initiales de vitesse et de déplacement.

La résolution de l'équation (2.5a) se fait de la manière habituelle en supposant que la solution est de la forme:

$$\phi(\eta) = Ce^{s\eta} \quad (2.8)$$

L'équation (2.5a) devient alors:

$$(s^4 - \beta^4) Ce^{s\eta} = 0$$

d'où  $s = \pm\beta, \pm i\beta$

et par utilisation de ces quatre valeurs de  $s$  dans (2.8), nous avons:

$$\phi(\eta) = C_1 e^{i\beta\eta} + C_2 e^{-i\beta\eta} + C_3 e^{\beta\eta} + C_4 e^{-\beta\eta}$$

que nous écrivons, plus commodément, en exprimant les fonctions exponentielles sous leurs formes trigonométriques et hyperbolyques:

$$\phi(\eta) = A_1 \sin(\beta\eta) + A_2 \cos(\beta\eta) + A_3 \sinh(\beta\eta) + A_4 \cosh(\beta\eta) \quad (2.9)$$

Les quatre constantes  $A_i$  définissent la forme de l'amplitude des vibrations. Leur détermination se fait en considérant les conditions aux limites aux deux extrémités du bras.

A l'extrémité encastree, nous avons les conditions relatives à l'appui ( $\eta=0$ ):

$$* w(\eta, t) |_{\eta=0} = 0 \quad (2.10)$$

$$* \frac{\partial w(\eta, t)}{\partial \eta} |_{\eta=0} = 0 \quad (2.11)$$

Concernant le restant des conditions aux limites, il est souvent supposé, dans la littérature, que le bras est libre de contraintes dynamiques, vu la difficulté de prise en compte des charges et inerties inconnues ou variables dans le temps. Nous disons, cependant, qu'il est plus correct de tenir compte des conditions aux limites relatives à la charge  $M_c$  représentant le moment fléchissant et l'effort tranchant :

$$EI \frac{\partial^2 w(\eta, t)}{\partial \eta^2} |_{\eta=1} = -J_c \frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{\partial w(\eta, t)}{\partial \eta} \right) |_{\eta=1} \quad (2.12)$$

$$EI \frac{\partial^3 w(\eta, t)}{\partial \eta^3} |_{\eta=1} = M_c \frac{d^2}{dt^2} (w(\eta, t) |_{\eta=1}) \quad (2.13)$$

Tenant compte de (2.3), (2.5b) et (2.6), les quatre conditions aux limites précédentes donnent les deux systèmes suivants :

$$\text{en } \eta = 0 \quad \begin{cases} \Phi(0) = 0 \\ \Phi'(0) = 0 \end{cases} \quad (1) \quad (2.14)$$

$$\text{en } \eta = 1 \quad \begin{cases} \Phi''(1) = \frac{J_c \beta^4}{\rho L^3} \Phi'(1) \\ \Phi'''(1) = -\frac{M_c \beta^4}{\rho L} \Phi(1) \end{cases} \quad (2) \quad (2.15)$$

Pour la détermination des constantes  $A_1$ , définissant la forme et l'amplitude des vibrations, nous faisons appel aux deux systèmes précédents. En reportant l'expression de l'équation (2.9) dans le premier système, nous tirons :

$$A_2 = -A_4 \quad \text{et} \quad A_3 = -A_1$$

Quant au second système (2.15), il mène à la relation suivante:

$$[Q(\beta)] \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = 0$$

Le déterminant de la matrice 2X2  $Q(\beta)$ , devant être nul pour trouver  $A_1$  et  $A_2$ , nous aboutissons à l'équation caractéristique fréquentielle suivante :

$$(1 + \cos\beta \cosh\beta) - \frac{M_c \beta}{\rho L} (\sin\beta \cosh\beta - \cos\beta \sinh\beta) - \frac{J_c \beta^3}{\rho L^3} (\sin\beta \cosh\beta + \cos\beta \sinh\beta) + \frac{M_c J_c \beta^4}{\rho^2 L^4} (1 - \cos\beta \cosh\beta) = 0 \quad (2.16)$$

La résolution de cette équation transcendante donne une infinité de solutions pour  $\beta$ . Ces valeurs représentent les fréquences de vibration du bras flexible.

Le coefficient  $A_2$  est donné en fonction de  $A_1$  par :

$$A_2 = \frac{J_c \beta^3 (\cos\beta - \cosh\beta) + (\sin\beta + \sinh\beta)}{J_c \beta^3 (\sin\beta + \sinh\beta) - (\cos\beta + \cosh\beta)} A_1$$

et nous pouvons alors exprimer la fonction modale comme:

$$\Phi(\eta) = A_1 \left[ (\sin\beta\eta - \sinh\beta\eta) + \frac{J_c\beta^3 (\cos\beta - \cosh\beta) + (\sin\beta + \sinh\beta)}{J_c\beta^3 (\sin\beta + \sinh\beta) - (\cos\beta + \cosh\beta)} (\cos\beta\eta - \cosh\beta\eta) \right] \quad (2.17)$$

dont les allures sont déterminées de manière unique après obtention des valeurs de  $\beta$ , alors que les amplitudes restent a priori arbitraires. Ce caractère arbitraire peut être contourné par une normalisation appropriée [CLO 75] que nous aborderons plus loin.

### II.3 ETUDE ENERGETIQUE

Pour modéliser la dynamique de notre système, qui est une combinaison d'une partie à paramètre localisé (rotation de l'articulation ou du manchon) et d'une partie à paramètre distribué (déformation de la liaison), une méthode énergétique est la plus convenable [SIC 92] telles que le formalisme lagrangien ou le principe d'Hamilton [GOL 80]. Par conséquent, nous avons à calculer l'énergie cinétique  $T$  et l'énergie potentielle  $U$ .

Dans notre étude, nous avons opté pour le formalisme de Lagrange car il est plus avantageux, du point de vue complexité de calcul, pour un système tel que le notre [BOO 84, BOO 90, MIT 92].

#### II.3.1 Cinématique du bras

Le repérage nécessaire pour l'élaboration des équations cinématiques est décrit sur la figure [2.1].

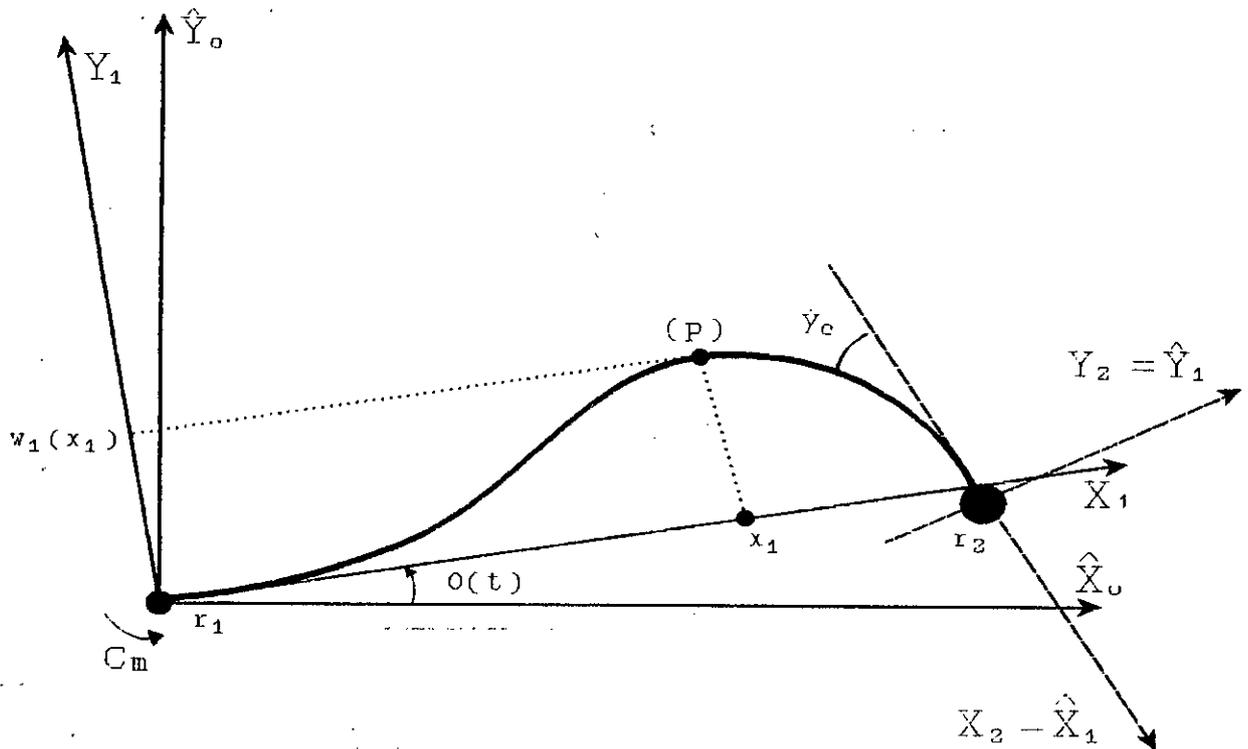


Figure [2.2]: Repérage cinématique du bras flexible

avec:

$(\hat{X}_0, \hat{Y}_0)$ : repère absolu

$(X_1, Y_1)$ : repère associé au mouvement rigide de la liaison  $i$

$(\hat{X}_1, \hat{Y}_1)$ : repère associé au mouvement flexible de la liaison  $i$

$y_1(x_1)$  ou  $w_1(x_1)$ : déflexion d'un point de la liaison exprimée dans le repère  $(X_1, Y_1)$

$\theta(t)$  : rotation rigide

Soient les notations usuelles suivantes :

\*  ${}^1p_1(x_1) = (x_1, y_1(x_1))^T$ : composantes d'un point  $p$  de la liaison dans le repère  $i$

\*  ${}^0p_1(x_1)$ : composantes d'un point  $p$  de la liaison dans le repère absolu

\*  ${}^1r_2 = {}^1p_1(L)$ : position de l'origine du repère 2 par rapport au repère 1

\*  ${}^0r_2$ : composantes de l'origine du repère 2 par rapport au repère absolu.

Soit  $A$  la matrice de passage exprimant la rotation rigide de  $(x_1, y_1)$  par rapport au repère  $(\hat{x}_0, \hat{y}_0)$  :

$$A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Ainsi nous pouvons clairement exprimer les positions absolues d'un point  $p$  le long du bras comme suit :

$${}^0p_1 = A^1p_1 \quad (2.19)$$

La vitesse de ce point dans le repère absolu est alors :

$${}^0\dot{p}_1 = \dot{A}^1p_1 + A^1\dot{p}_1 \quad (2.20)$$

où  $\dot{A} = SA\dot{\theta}$  avec  $S = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

### II.3.1 Calcul du lagrangien

Les équations dynamiques du mouvement sont extraites après un calcul classique du lagrangien.

A. *Energie cinétique* : L'énergie cinétique totale du système s'exprime par la somme des contributions suivantes :

$$T = T_A + T_L + T_C \quad (2.21)$$

#### a. Energie cinétique de l'articulation :

$$T_A = \frac{1}{2} m_a {}^0\dot{x}_1^T {}^0\dot{x}_1^T + \frac{1}{2} J_a \dot{\theta}^2 \quad (2.22)$$

Notre articulation étant un encastrement, la quantité  ${}^0\dot{x}_1^T {}^0\dot{x}_1^T$  disparaît et nous nous retrouvons avec :

$$T_A = \frac{1}{2} J_a \dot{\theta}^2 \quad (2.22a)$$

#### b. Energie cinétique de la liaison :

$$T_L = \frac{1}{2} \int_0^1 \rho L {}^0\dot{p}_1^T {}^0\dot{p}_1 d\eta \quad (2.23)$$

Développons alors la quantité  ${}^0\dot{p}_1^T {}^0\dot{p}_1^T$  :

comme  ${}^0\dot{p}_1 = \dot{A}^1 p_1 + A^1 \dot{p}_1$  et  ${}^0\dot{p}_1^T = {}^1 p_1^T \dot{A}^T + \dot{p}_1^T A^T$   
 alors  ${}^0\dot{p}_1^T {}^0\dot{p}_1 = (\eta^2 + w^2) \dot{\theta}^2 + 2\eta \dot{w} \dot{\theta} + \dot{w}^2$   
 d'où:

$$T_L = \frac{1}{2} \int_0^1 \rho L^2 (\eta^2 + w^2) \dot{\theta}^2 d\eta + \frac{1}{2} \int_0^1 \rho L \dot{w}^2 d\eta + \frac{1}{2} \int_0^1 2\rho L^2 \eta \dot{w} \dot{\theta} d\eta \quad (2.23a)$$

Notons que :

$$A^T \cdot A = I$$

$$A^T \cdot \dot{A} = \dot{\theta}^2$$

$$\dot{A}^T \cdot A = S^T \dot{\theta}$$

et que, le bras étant supposé inextensible ( $\dot{x}_1 = 0$ ) puisque les déformations ne se produisent qu'exclusivement dans le plan latéral, nous avons  ${}^1\dot{p}_1 = [0 \quad \dot{y}_1(x1)]^T$ .

c. Energie cinétique de la charge:

$$T_c = \frac{1}{2} M_c {}^0\dot{x}_2^T {}^0\dot{x}_2 + \frac{1}{2} J_c (\dot{\theta} + \dot{w}'_e)^2 \quad (2.24)$$

avec :

$w_e = w(\eta, t) |_{\eta=1}$  : déflexion de l'extrémité de préhension du bras  
 $w'_e = \frac{\partial w(\eta, t)}{\partial \eta} |_{\eta=1}$  : angle introduit par la charge à l'extrémité de préhension du bras

et comme  ${}^0\dot{x}_2^T \cdot {}^0\dot{x}_2 = ({}^1 I_2^T \dot{A}^T + \dot{x}_2^T A^T) (\dot{A}^1 I_2 + A^1 \dot{x}_2)$ , alors

$$T_c = \frac{1}{2} M_c [(L^2 + w_e^2) \dot{\theta}^2 + 2\dot{\theta} L \dot{w}'_e] + \frac{1}{2} J_c (\dot{\theta} + \dot{w}'_e)^2 \quad (2.24a)$$

Remplaçons  $w(\eta, t)$  par l'expression obtenue, lors de l'application de la méthode de séparation des variables :

$$w(\eta, t) = \sum_i \Phi_i(\eta) \cdot \delta_i(t), \quad i=1, \dots, n \quad (2.25)$$

Notons l'introduction du signe somme dans cette expression; il indique l'infinité de fréquences modales vérifiant l'équation fréquentielle transcendante vue précédemment (2.16).

$$T_L = \frac{1}{2} \int_0^1 \rho L^2 \eta^2 \theta^2 d\eta + \frac{1}{2} \left[ \sum_i \delta_i(t) \int_0^1 \rho L \Phi_i(\xi) d\eta \right] \left[ \sum_j \delta_j(t) \int_0^1 \rho L \Phi_j(\eta) d\eta \right] \theta^2 +$$

$$\frac{1}{2} \left[ \sum_i \delta_i(t) \int_0^1 \rho L \Phi_i(\eta) d\eta \right] \left[ \sum_j \delta_j(t) \int_0^1 \rho L \Phi_j(\eta) d\eta \right] + \left[ \sum_i \delta_i(t) \int_0^1 \rho L^2 \eta \Phi_i(\eta) d\eta \right] \theta$$

et

$$T_C = \frac{1}{2} M_c L^2 \theta^2 + \frac{1}{2} M_c \left[ \sum_i \delta_i(t) \Phi_{ie} \right] \left[ \sum_j \Phi_{je} \delta_j(t) \right] \theta^2 +$$

$$M_c L \left[ \sum_j \Phi_{jc} \delta_j(t) \right] \theta + \frac{1}{2} M_c \left[ \sum_i \Phi_{ic} \delta_i(t) \right] \left[ \sum_j \Phi_{jc} \delta_j(t) \right] +$$

$$\frac{1}{2} J_c \theta^2 + \frac{1}{2} J_c \left[ \left( \sum_i \Phi'_{ie} \delta_i(t) \right) \left( \sum_j \Phi'_{je} \delta_j(t) \right) \right] + J_c \left[ \sum_j \Phi'_{ie} \delta_j(t) \right] \theta$$

avec  $\Phi_{ie} = \Phi_i(\eta) |_{\eta=1}$  et  $\Phi_{ie} = \frac{d\Phi_i(\eta)}{d\eta} |_{\eta=1}$

En utilisant la propriété d'orthogonalité des fonctions modales vibratoires due à la loi de Betti [CLO 75], stipulant que pour deux fréquences distinctes, les deux fonctions modales  $\Phi_i(\eta)$  et  $\Phi_j(\eta)$  vérifient la relation :

$$\int_0^1 \Phi_i(\eta) \Phi_j(\eta) d\xi = 0 \quad (i \neq j) \quad (2.26)$$

et du fait que le moment d'inertie de la section droite est négligé, les énergies cinétiques se simplifient davantage pour donner finalement :

$$T_L = \frac{1}{2} \int_0^1 \rho L^2 \eta^2 \theta^2 d\eta + \frac{1}{2} \sum_i \delta_i^2(t) \int_0^1 \rho L^2 \Phi_i^2(\eta) d\eta +$$

$$\left[ \sum_i \delta_i(t) \int_0^1 \rho L^2 \eta \Phi_i(\eta) d\eta \right] \theta \quad (2.27)$$

$$T_C = \frac{1}{2} M_c L^2 \theta^2 + \frac{1}{2} M_c \left[ \sum_i \Phi_{ie}^2 \delta_i^2(t) \right] + M_c L \left[ \sum_i \Phi_{ie} \delta_i(t) \right] \theta +$$

$$\frac{1}{2} J_c \theta^2 + \frac{1}{2} J_c \left[ \sum_i \Phi_{ie}'^2 \delta_i^2(t) \right] + J_c \left[ \sum_i \Phi_{ie}' \delta_i(t) \right] \theta \quad (2.28)$$

$$T_A = \frac{1}{2} J_a \theta^2 \quad (2.29)$$

**Remarque:** La loi de Betti sur la notion d'orthogonalité est détaillée en Annexe C.

B. Energie potentielle :

Notre bras de robot étant planaire, c'est à dire, ne pouvant se mouvoir que dans le plan horizontal, les forces de gravité tendant à le fléchir dans le sens vertical sont ignorées. L'énergie potentielle ne traduit ainsi que l'énergie élastique de flexion horizontale emmagasinée dans la barre :

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EI \left( \frac{d^2 w}{d\eta^2} \right)^2 d\eta \quad (2.30)$$

Sachant que  $\frac{d^2 w}{d\eta^2} = \sum_i \Phi_i''(\eta) \delta_i(t)$ , nous avons:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EI L^3 [\sum_i \Phi_i''(\eta) \delta_i(t)] [\sum_j \Phi_j''(\eta) \delta_j(t)] d\eta \quad (2.31)$$

et par application de la propriété d'orthogonalité, nous aboutissons à :

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EI L^3 \sum_i \Phi_i''^2(\eta) \delta_i^2(t) d\eta \quad (2.32)$$

II.3.2 Adoption d'un nombre fini de fréquences modales

Théoriquement, le nombre de modes vibratoires est infini. Cependant, en pratique, seul un nombre fini peut être utilisé ( $n \leq 10$ ) [HUG 87, FRA 91]. L'effet de cette "troncation" sur le modèle fini final, approximant le modèle infini réel, a fait l'objet du travail de l'équipe de recherche du Professeur W. J. BOOK au Flexible Automation Laboratory du Georgia Institute of Technology d'Atlanta (U.S.A) [HAS 86a, HAS 86b, HAS 87]. En effet, cette équipe a procédé à la confrontation des réponses indicielles d'un modèle linéaire à cinq fréquences puis à deux fréquences avec celles d'un dispositif expérimental. Les résultats ont été surprenants, puisque, ceux obtenus pour deux fréquences seulement se sont avérés les meilleurs.

Se basant sur les résultats de cette investigation, nous n'utiliserons que les deux premières fréquences modales pour la synthèse de notre modèle.

II.4 OBTENTION DU MODELE LINEAIRE DU BRAS DE ROBOT FLEXIBLE

Avant d'écrire notre modèle linéaire, reprenons les expressions des énergies cinétique et potentielle en introduisant

les paramètres constants, caractérisant certaines propriétés mécaniques de la liaison (à densité uniforme) [SIC 92], comme suit:

$J_b = \rho L^2 \int_0^1 \eta^2 d\eta$  : inertie du bras par rapport à l'axe de l'articulation

$w_i = \rho L^2 \int_0^1 \eta \Phi_i(\eta) d\eta$  : moments de déformation d'ordre un de la liaison pour les deux modes (i=1,2)

$z_i = \rho L^2 \int_0^1 \Phi_i^2(\eta) d\eta$  : moment transversal pour les deux modes (i=1,2)

$k_i = EIL^3 \int_0^1 \Phi_i^{1/2}(\eta) d\eta$  : coefficient d'élasticité transversale du premier et second mode (i=1,2).

Ainsi l'expression de l'énergie cinétique totale est :

$$T_T = \frac{1}{2} [J_a + J_b + J_c + M_c L^2] \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} [(z_1 + J_c \Phi_{1e}'^2 + M_c \Phi_{1e}'^2) \delta_1^2 + (z_2 + J_c \Phi_{2e}'^2 + M_c \Phi_{2e}'^2) \delta_2^2] + [(w_1 + M_c L \Phi_{1e}' + J_c \Phi_{1e}') \delta_1 + (w_2 + M_c L \Phi_{2e}' + J_c \Phi_{2e}') \delta_2] \dot{\theta} \quad (2.33)$$

et celle de l'énergie potentielle :

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 k_i \delta_i^2(t) = \frac{1}{2} [k_1 \delta_1^2(t) + k_2 \delta_2^2(t)] \quad (2.34)$$

L'amortissement est mis en évidence par l'expression de la fonction de dissipation suivante [THO 81]:

$$P = \frac{1}{2} \sum_I \sum_J c_{IJ} \dot{q}_I(t) \dot{q}_J(t) \quad (2.35)$$

En considérant la forme proportionnelle, introduite par Rayleigh, liant le facteur d'amortissement à ceux relatifs aux énergies cinétique ( $z_i$ ) et potentielle ( $k_i$ ) [CLO 75, THO 81] et qui s'écrit:

$$c_i = az_i + bk_i \quad (2.36)$$

où  $a, b$ : coefficients déterminés par orthogonalisation ( $\Phi_i c_j \Phi_k = 0, i \neq k$ ) [CLO 75].

L'expression de la fonction de dissipation se simplifie par application de la propriété d'orthogonalité des fonctions de forme:

$$P = \frac{1}{2} \sum_I c_i \dot{q}_i^2(t) \quad (2.37)$$

Les forces généralisées  $Q_i$  sont déterminées à partir du travail  $\delta W$  dû aux forces appliquées, pour un déplacement virtuel  $\delta q_i$  [THO 81]:

$$\delta W = F(\eta, t) \delta w(\eta, t) + M(\eta, t) \delta \left( \frac{\partial w(\eta, t)}{\partial t} \right) \quad (2.38)$$

où  $F(\eta, t), M(\eta, t)$  étant respectivement la force et le moment concentrés au point  $\eta$ .

Le bras n'étant soumis qu'au couple moteur au niveau de l'encastrement,  $F$  et  $M$  s'écrivent:

$$F(\eta, t) = 0 \quad \text{pour} \quad 0 \leq \eta \leq 1 \quad (2.39)$$

$$M(\eta, t) = 0 \quad \text{pour} \quad 0 < \eta \leq 1 \quad (2.40)$$

$$M(0, t) = C_m \quad (2.41)$$

$$\text{d'où: } \delta W = C_m \sum_{i=1}^2 \left( \frac{d\phi_i(0)}{d\eta} \right) \delta q_i \quad (2.42)$$

$$Q_i = \frac{\delta W}{\delta q_i} \quad (2.43)$$

et donc par identification:

$$Q_i = C_m \frac{d\phi_i(0)}{d\eta} \quad (2.44)$$

Pour établir l'équation dynamique de notre système, nous formons le lagrangien des énergies cinétique et potentielle pour pouvoir écrire l'équation de Lagrange:

$$L = T_T - U \quad (2.45)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i - \frac{\partial P}{\partial q_i} \quad (2.46)$$

La mise en oeuvre de cette procédure de calcul nous permet d'aboutir au modèle dynamique linéaire suivant:

$$M\ddot{q} + D\dot{q} + Kq = Q \quad (2.47)$$

$$q = [\theta(t) \quad \delta_1(t) \quad \delta_2(t)]$$

avec:

$M$ : matrice d'inertie des masses généralisées symétrique  $m_i$

$D$ : matrice des amortissements ou viscosités généralisés  $d_i$

$K$ : matrice des rigidités généralisés  $k_i$

$q$ : vecteur des variables généralisées ( $\theta(t)$ : variable rigide de rotation,  $\delta_1(t)$  et  $\delta_2(t)$ : variables flexibles relatives aux deux modes vibratoires retenus).

La matrice d'inertie  $M$  est formée comme suit:

$$\begin{bmatrix} J_a + J_b + M_c L^2 + J_c & w_1 + M_c L \phi'_{1e} + J_c \phi'_{1e} & w_2 + M_c L \phi'_{2e} + J_c \phi'_{2e} \\ w_1 + M_c L \phi'_{1e} + J_c \phi'_{1e} & z_1 + J_c \phi'^2_{1e} + M_c \phi^2_{1e} & 0 \\ w_2 + M_c L \phi'_{2e} + J_c \phi'_{2e} & 0 & z_2 + J_c \phi'^2_{2e} + M_c \phi^2_{2e} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Comme nous avons déjà affirmé (Cf. II.3, page 8), les amplitudes des formes modales vibratoires sont arbitraires alors que leurs allures sont définies de manière unique. Le contournement de ce caractère arbitraire se fait par une normalisation convenable [MEI 67, CLO 75] qui puisse simplifier au maximum les expressions de  $M$ ,  $K$  et  $D$ . Cette procédure donne les égalités suivantes [HAS 86, DE LUC 90, SIC 92]:

$$z_1 + J_c \phi'^2_{1e} + M_c \phi^2_{1e} = 1 \quad (2.49)$$

$$z_2 + J_c \phi'^2_{2e} + M_c \phi^2_{2e} = 1 \quad (2.50)$$

$$k_1 = \omega_1^2, \quad k_2 = \omega_2^2 \quad (2.51)$$

( $k_0=0$ : encastrement articulaire rigide)

$$d_1 = 2\xi_1 \omega_1, \quad d_2 = 2\xi_2 \omega_2 \quad (2.52)$$

( $d_0 = f_v = 0$ : friction visqueuse articulaire négligeable)

$\omega_i$ : pulsation propre du  $i^{\text{ème}}$  mode.

Les valeurs de  $d_i$  ont été approximées dans [DE LUC 91, DE LUC 93] comme suit:  $d_i = 0.1\sqrt{k_i}$  (2.53)

Nous aboutissons finalement aux expressions suivantes:

$$M = \begin{bmatrix} J_a + J_b + M_c L^2 + J_c & w_1 + M_c L \phi_{1e} + J_c \phi'_{1e} & w_2 + M_c L \phi_{2e} + J_c \phi'_{2e} \\ w_1 + M_c L \phi_{1c} + J_c \phi'_{1e} & 1 & 0 \\ w_2 + M_c L \phi_{2e} + J_c \phi'_{2e} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_2^2 \end{bmatrix} \quad (2.55);$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\xi_1 \omega_1 & 0 \\ 0 & 0 & 2\xi_2 \omega_2 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

$$Q = \begin{bmatrix} C_m \\ C_m \frac{d\phi_1(0)}{d\eta} \\ C_m \frac{d\phi_2(0)}{d\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_m \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

( $\frac{d\phi_i(0)}{d\eta} = 0$  selon les conditions aux limites (2.14)).

Le passage à la représentation dans l'espace d'état se fait aisément pour donner:

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A X(t) + B U(t) \\ Y(t) = C^T X(t) + D U(t) \end{cases} \quad (2.58)$$

avec:

$$X(t) = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \delta_1(t) \\ \delta_2(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \dot{\delta}_1(t) \\ \dot{\delta}_2(t) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{V_1 \omega_1^2}{\det} & \frac{V_2 \omega_2^2}{\det} & 0 & \frac{2\xi_1 \omega_1 V_1}{\det} & \frac{2\xi_2 \omega_2 V_2}{\det} \\ 0 & \frac{(V_2^2 - J_T) \omega^2}{\det} & -\frac{V_1 V_2 \omega_2^2}{\det} & 0 & \frac{2\xi_1 \omega_1 (V_1^2 - J_T)}{\det} & -\frac{2\xi_2 \omega_2 V_1 V_2}{\det} \\ 0 & -\frac{V_1 V_2 \omega_1^2}{\det} & \frac{(V_1^2 - J_T) \omega_2^2}{\det} & 0 & -\frac{2\xi_1 \omega_1 V_1 V_2}{\det} & \frac{2\xi_2 \omega_2 (V_1^2 - J_T)}{\det} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/\det \\ -V_1/\det \\ -V_2/\det \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \eta \\ \phi_1(\eta) \\ \phi_2(\eta) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D = [0]$$

avec:

$$J_T = J_a + J_b + M_c L^2 + J_c$$

$$V_1 = w_1 + M_c L \phi_{1e} + J_c \phi'_{1e}$$

$$V_2 = w_2 + M_c L \phi_{2e} + J_c \phi'_{2e}$$

$$\det = J_T + V_1^2 + V_2^2$$

## II.4.1 Etude par simulation du comportement en boucle ouverte

### II.4.1.1 Paramètres physiques du système étudié

Les paramètres physiques du bras de robot à une liaison flexible étudié peuvent être trouvés dans [FRA 91]. Nous les avons présentés dans l'annexe A.

Ce bras manipulateur est sous forme d'une poutre en aluminium type 6061-T06 encastree, par une articulation rotoïde rigide, sur l'arbre d'un moteur à courant continu dont l'inertie a été introduite implicitement avec celle de l'articulation dans le terme  $J_a$ .

### II.4.1.2 Outils informatiques

Notre étude en simulation a été réalisée sur un micro-ordinateur AT 486. Pour tous nos calculs, nous avons utilisé le logiciel MATLAB [MAT 90]. Ses typiques utilisations incluent le calcul numérique complexe, la résolution des problèmes à formulation matricielle, son élément de base étant une matrice.

### II.4.1.3 Comportement en boucle ouverte

Dans ce paragraphe nous mettons en évidence des caractéristiques très importantes du système étudié.

Tout d'abord, nous donnons, sur la figure [2.3], un aperçu sur l'analyse spectrale du signal de sortie du modèle linéaire retenu ainsi que son lieu des racines.

Nous remarquons nettement, sur le diagramme de Bode, les deux fréquences retenues .

Pour ce qui est du lieu des racines, les zéros situés sur l'axe des réels indiquent qu'il s'agit d'un système non-collocalisé [GEV 70, FRA 91] (la variable mesurée et la variable commandée sont distantes) et ayant un zéro dans le demi-plan droit, il est à phase non-minimale. Un tel système nécessite donc une minutieuse stratégie de commande pour éviter la migration des pôles vers ces zéros, ce qui conduirait à un comportement instable.

#### A- Fonctions de forme modales

Dans la figure [2.4], nous donnons les quatre premières fonctions de forme modales pour le cas du bras encastree-

libre, puis, dans la figure [2.5], celles du bras encastré-chargé. Celles-ci correspondent aux quatre premiers modes flexibles.

### B- Réponses impulsionnelles

Nous débutons la série de tests sur notre bras de robot flexible par l'application d'une impulsion de couple unitaire.

La figure [2.6a] montre la réponse du bras encastré-libre à cette impulsion. Nous remarquons un comportement intégral oscillatoire de la position de l'extrémité du bras libre suivant la croissance linéaire du mode rigide ayant pour fonction de forme  $\phi_0(\eta) = \eta$ . Ces oscillations sont dues à la déflexion vibratoire totale de l'extrémité de préhension par rapport à l'axe neutre ou rigide du bras en évolution. Cette déflexion ou écartement, présentée dans la figure [2.6b], comporte les deux premiers modes flexibles dont les allures sont données respectivement dans les figures [2.6c] et [2.6d]. Les vitesses ou dérivées premières des précédentes réponses sont illustrées par les figures [2.7a], [2.7b], [2.7c] et [2.7d] respectivement.

Toutes ces étapes sont reprises pour le cas *encastré-chargé*, la charge transportée par le robot ayant les caractéristiques données dans l'annexe A.

Dans la figure [2.8a], nous constatons toujours des oscillations autour du mode rigide. Nous remarquons que cette fois-ci, elles sont moins importantes aux premiers instants et tendent à disparaître par la suite. Ceci est en parfaite cohérence avec les constatations faites dans les travaux expérimentaux réalisés dans [WRE 89, FRA 91]. En d'autres termes, la charge transportée tend à amortir le mouvement, donc, à atténuer les amplitudes de la déflexion totale (figure [2.8b]) composée des deux premiers modes flexibles (figures [2.8c] et [2.8d]). Les dérivées premières ou vitesses des précédentes réponses sont regroupées dans les figures [2.9a], [2.9b], [2.9c] et [2.9d] respectivement.

Toujours pour le cas du bras chargé, nous avons voulu mesurer, sur un même intervalle de temps, la déflexion de différents points le long du bras situés à 20 %, 40 %, 60 %, et 80 % de l'extrémité.

Nous notons sur la figure [2.10] que cette déflexion s'accroît de plus en plus en s'éloignant de l'articulation. En effet, plus le point est proche de l'encastrement, moins il est libre de se mouvoir.

Pour vérifier la validité du choix du nombre de modes flexibles adopté, nous avons appliqué la même entrée impulsionnelle en couple au système *encastré-libre* dont le modèle inclut le mode rigide et les quatre premiers modes flexibles. D'après les figures [2.11a], [2.11b], [2.12a], [2.12b], [2.12c] et [2.12d] nous constatons que :

- la superposition des modes montre que la déflexion totale composée de quatre modes flexibles est identique à celle composée de deux modes seulement ([2.11a] comparée à [2.6a]),

- la fréquence d'oscillation augmente d'un mode à un autre. Quant à l'amplitude maximale, elle diminue jusqu'à devenir insignifiante.

De là, nous pouvons conclure que l'ajout des troisième et quatrième modes flexibles n'affecte guère le comportement de l'extrémité du bras. Ceci explique l'adoption des deux premiers modes uniquement et concorde avec les résultats trouvés dans [HAS 86a, HAS 86b, HAS 87].

### C- Réponses indicielles

Une entrée en échelon de couple unitaire à été appliquée pour connaître le comportement de l'extrémité du bras en réponse indicielle.

Tout d'abord, le système étant libre de tout chargement, nous remarquons, d'après la figure [2.13a], que la position totale de l'extrémité de préhension du bras suit une forme parabolique, c'est-à-dire, un comportement double-intégral: ce qui est logique par rapport au comportement intégral de la réponse impulsionnelle.

Cette fois-ci nous n'apercevons pas d'oscillations, dues à la déflexion, dans la réponse totale. Ceci est dû au fait que le mode rigide, par son amplitude, l'emporte sur ceux flexibles. Cette déflexion, étant de ce fait logiquement négative, est montrée dans la figure [2.13b]. Ses composantes sont visualisées aux figures [2.13c] et [2.13d]. Quant aux réponses en vitesse, elles apparaissent dans les figures [2.14a], [2.14b], [2.14c] et [2.14d].

Dans une seconde étape, le système étant chargé et le même test appliqué, nous faisons les constatations suivantes :

► dans la réponse totale, le mode rigide l'emporte toujours (figure [2.15a]),

► la déflexion est évidemment oscillatoire négative (figure [2.15b]) composée des deux modes flexibles (figures [2.15c] et [2.15d]),

► la présence de la charge affecte les réponses du système de la même manière, par un effet atténuant, que pour le cas de la réponse impulsionnelle.

#### D- Effet de la variation de la longueur du bras

Afin de mettre en évidence l'effet de variation de la longueur de la liaison d'un bras de robot flexible sur la position de son extrémité de préhension, nous avons choisi quatre longueurs différentes, à savoir:  $0.5\text{ m}$ ,  $0.7\text{ m}$ ,  $0.9\text{ m}$  et  $1.1\text{ m}$ . La charge a été fixée à  $10^{-2}\text{ Kg}$  pour mieux faire apparaître l'effet de la longueur. A ces différents systèmes, nous avons appliqué une entrée impulsionnelle en couple et le résultat apparaissant dans la figure [2.17] est commenté comme suit:

► la position totale de l'extrémité diminue avec l'augmentation de la longueur de la liaison,

► avec la diminution de la longueur, l'inertie de la barre diminue. Les oscillations deviennent donc plus importantes par rapport au mode rigide qui, au contraire, s'affaiblit,

► l'amplitude maximale de la déflexion totale diminue avec l'augmentation de la longueur, alors que la fréquence augmente.

#### E- Effet de la variation de la charge transportée

La charge transportée est un paramètre très important en robotique. Pour mettre en évidence l'influence de sa variation sur la position de l'extrémité de préhension d'un bras de robot flexible, nous avons sélectionné cinq charges différentes, à savoir:  $0.25\text{ kg}$ ,  $0.5\text{ kg}$ ,  $0.75\text{ kg}$ ,  $1\text{ kg}$  et  $1.25\text{ kg}$ . Les réponses impulsionnelles obtenues sont données sur la figure [2.18]. Nous pouvons relever les points suivants:

► le système étant de plus en plus lourd, la position totale de l'extrémité est de moins en moins importante, ce qui est parfaitement logique en terme d'effet d'inertie,

► les oscillations ne sont vraiment apparentes que pour une faible charge ce qui montre l'effet d'amortissement de celle-ci,

► il ya une régression de l'amplitude de la déflexion totale ainsi que la valeur de la fréquence avec l'augmentation de la valeur de la charge.

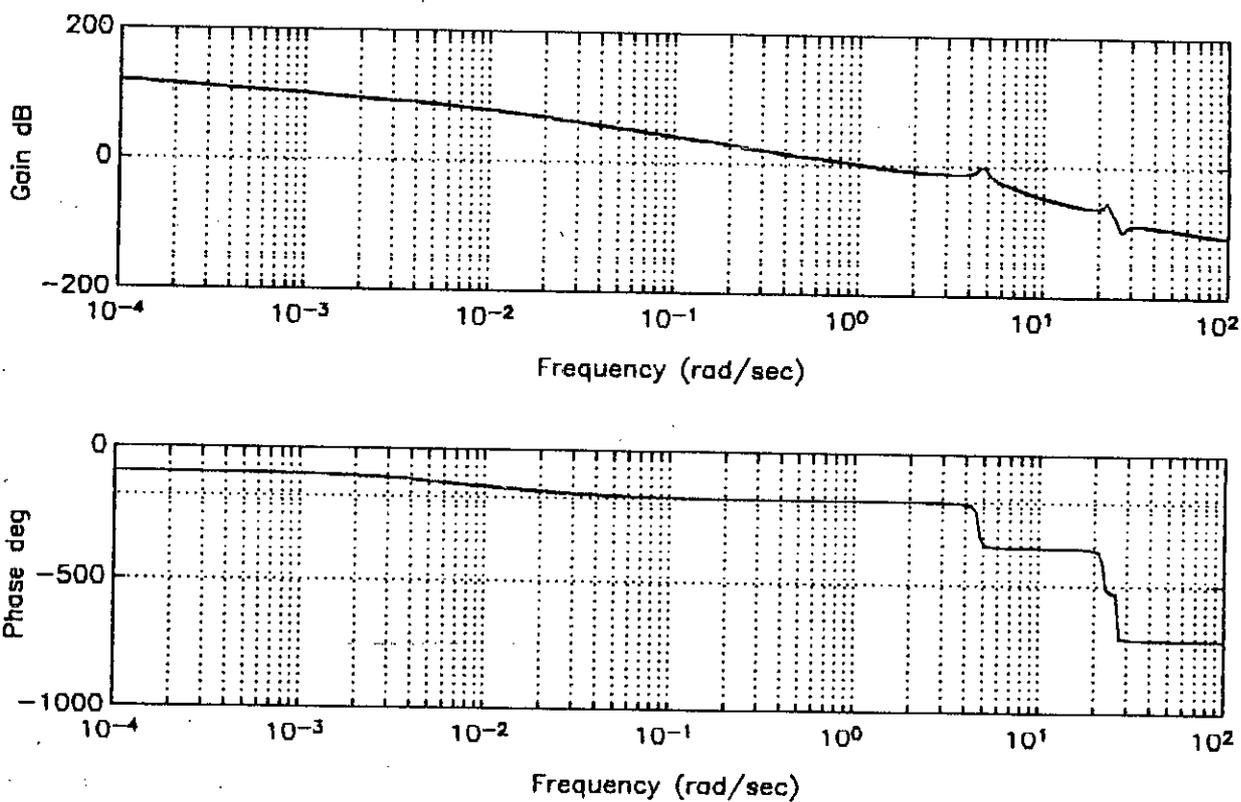


Figure [2.3a]: Diagramme de Bode (gain et phase)

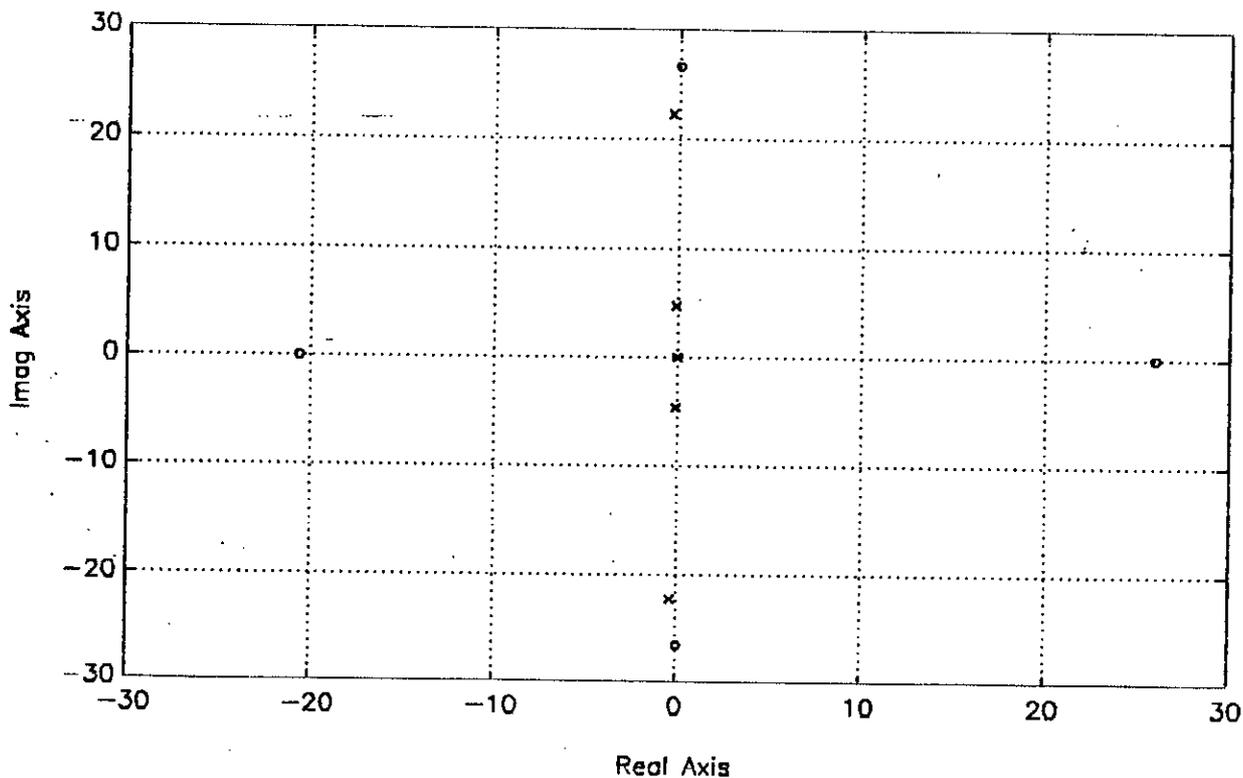


Figure [2.3b]: Lieu des racines d'Evans

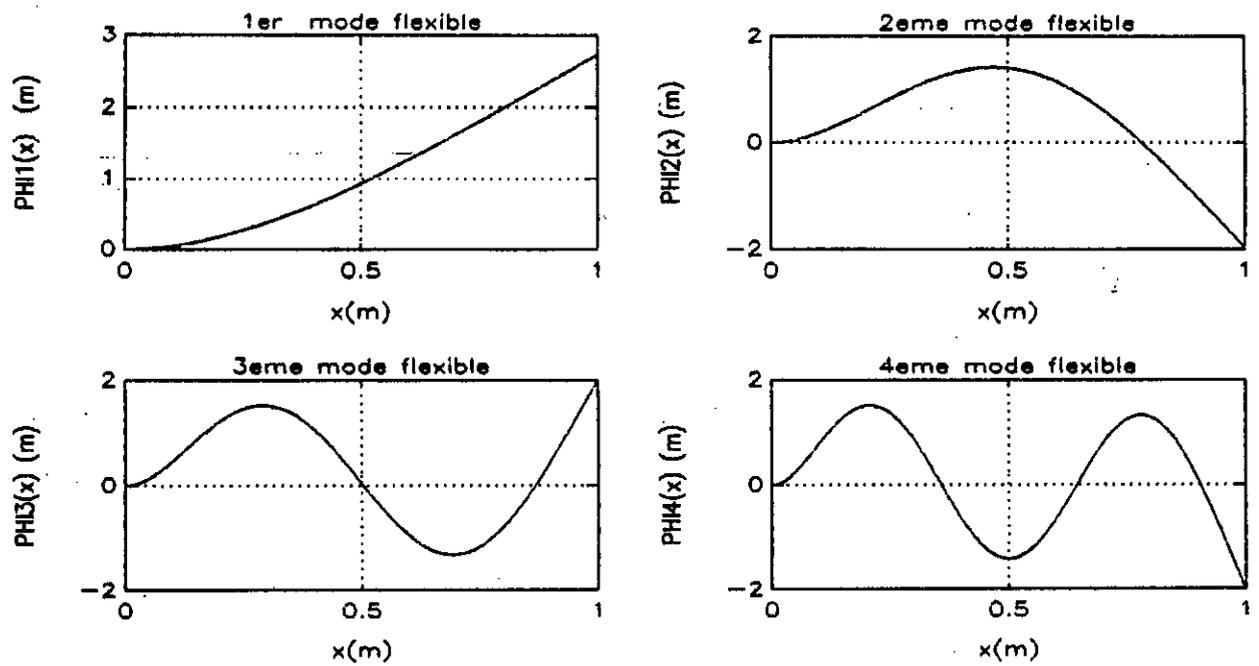


Figure [2.4]: Formes des quatre premières fonctions modales pour le système encastré-libre

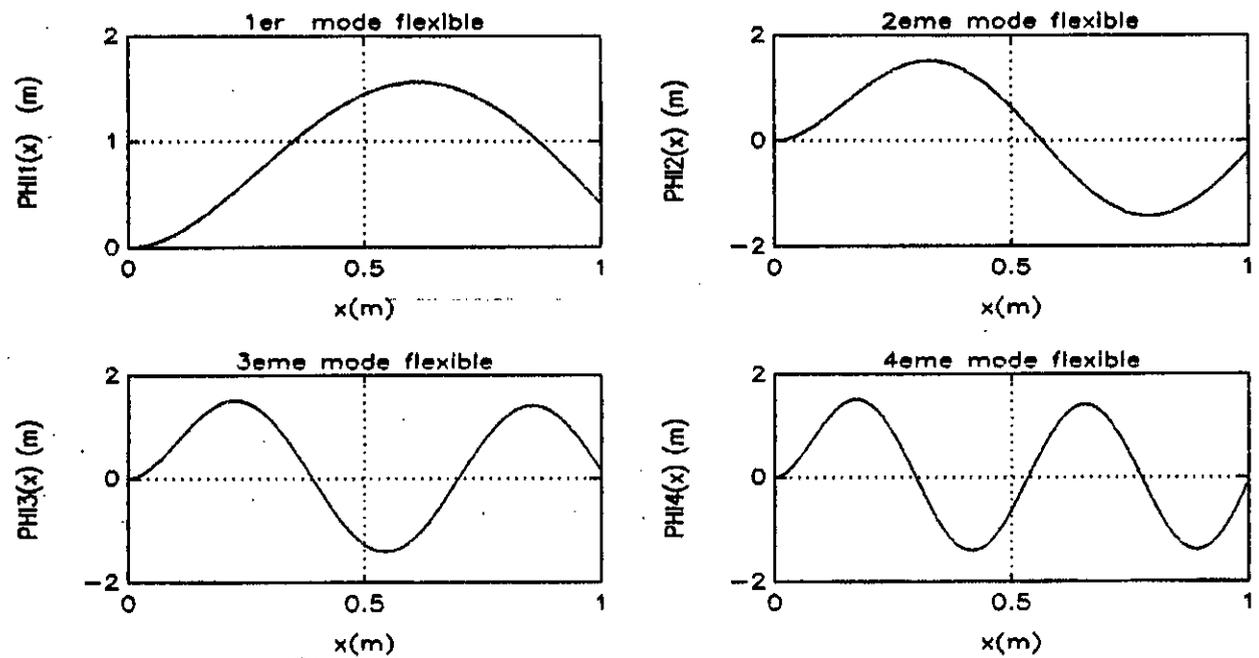


Figure [2.5]: Formes des quatre premières fonctions modales pour le système encastré-chargé

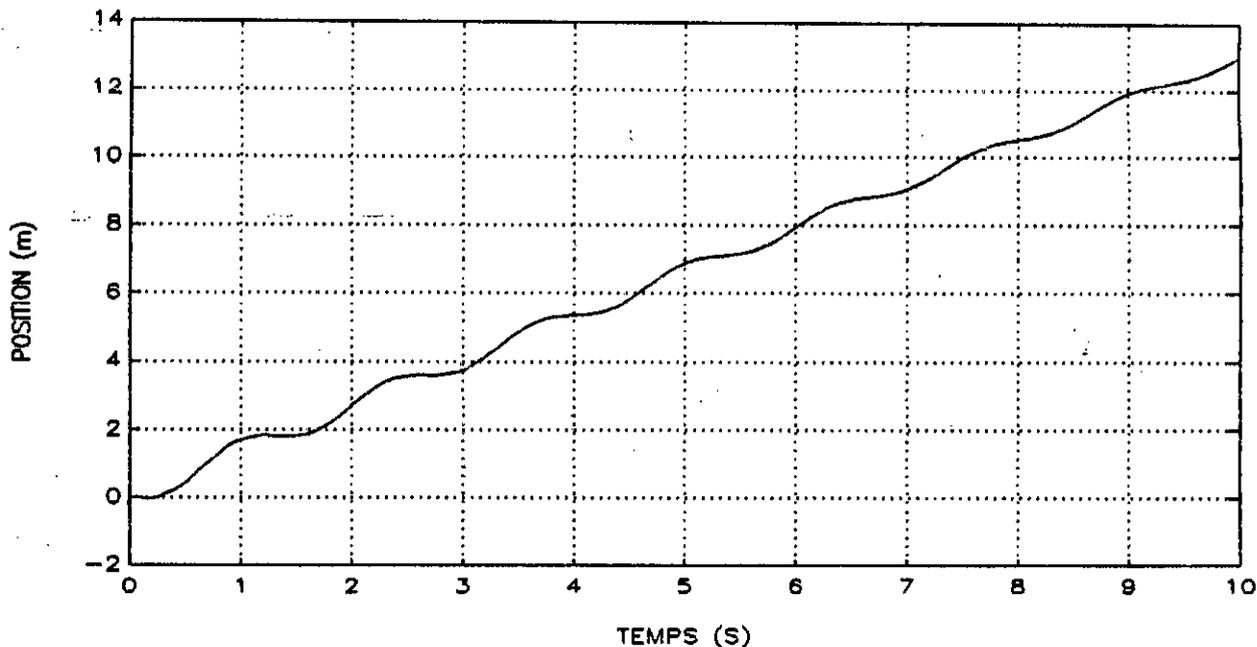


Figure [2.6a]: Réponse impulsionnelle de l'extrémité du bras encastré-libre

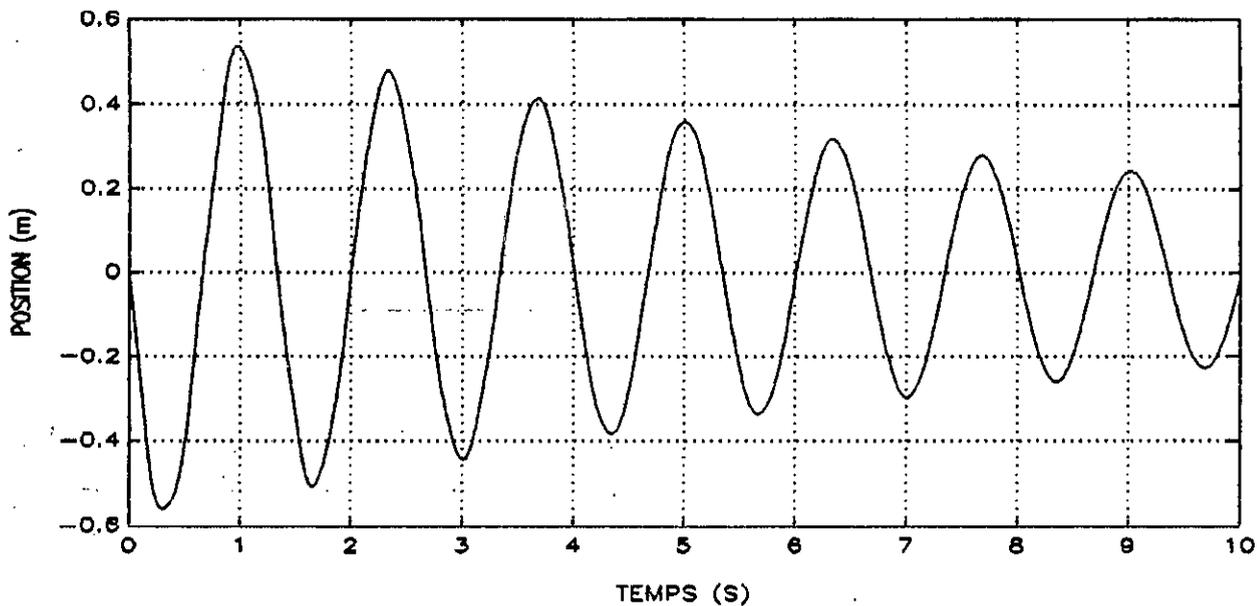


Figure [2.6b]: Déflexion totale de l'extrémité du bras encastré-libre

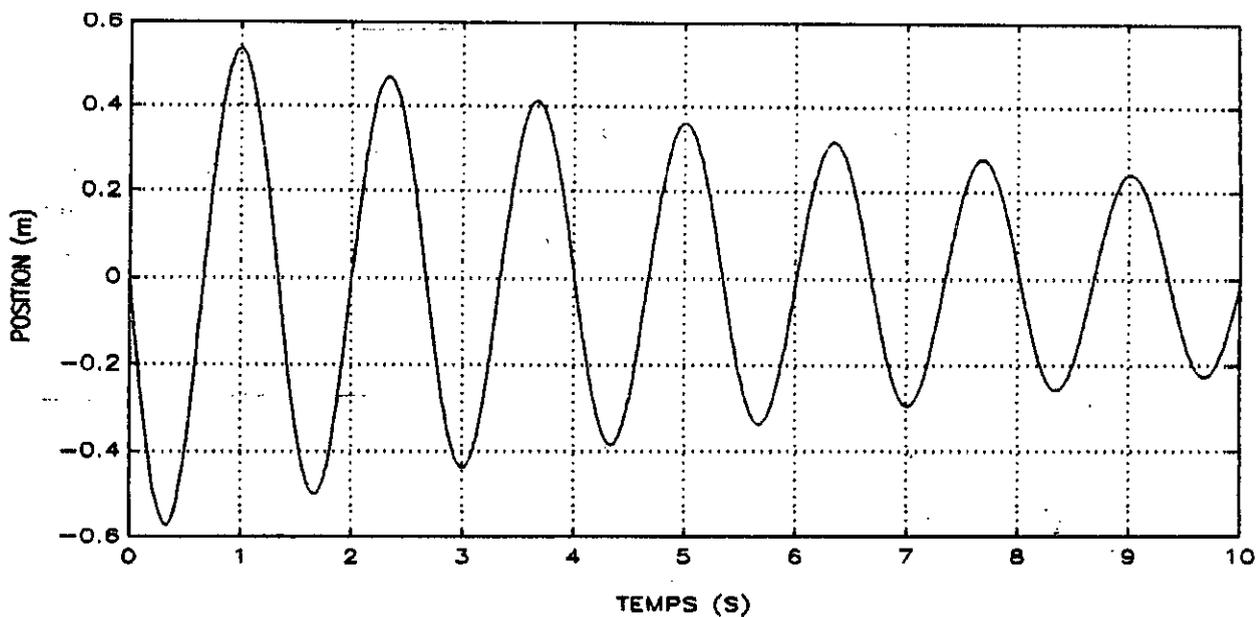


Figure [2.6c]: Réponse impulsionnelle du premier mode flexible du bras encastré-libre

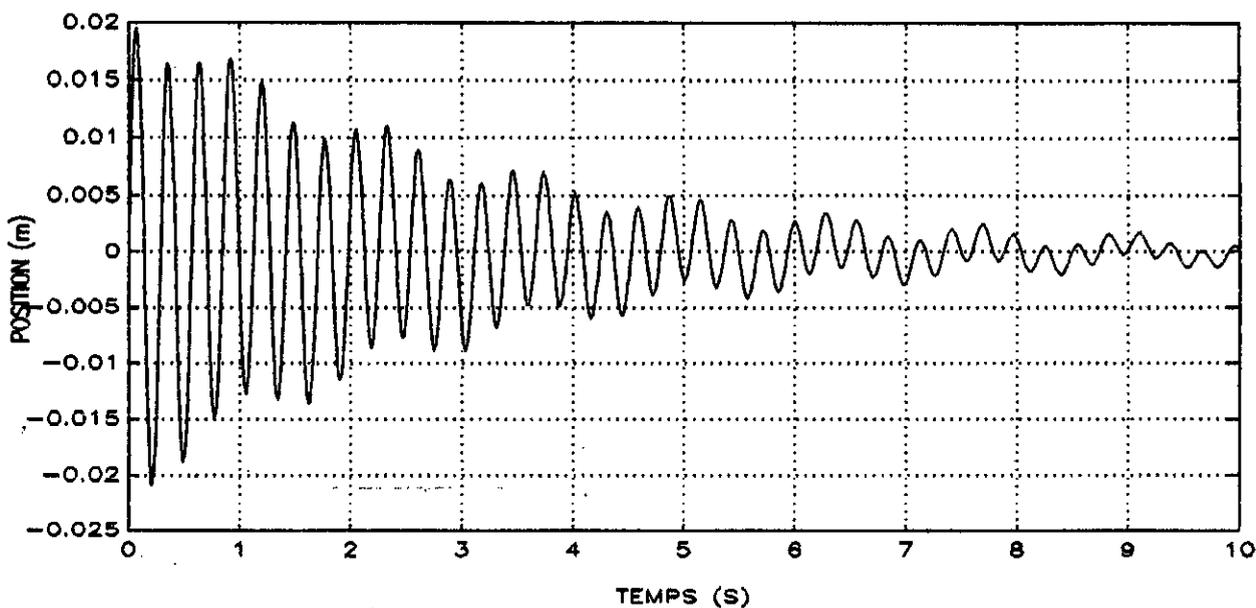


Figure [2.6d]: Réponse impulsionnelle du deuxième mode flexible du bras encastré-libre

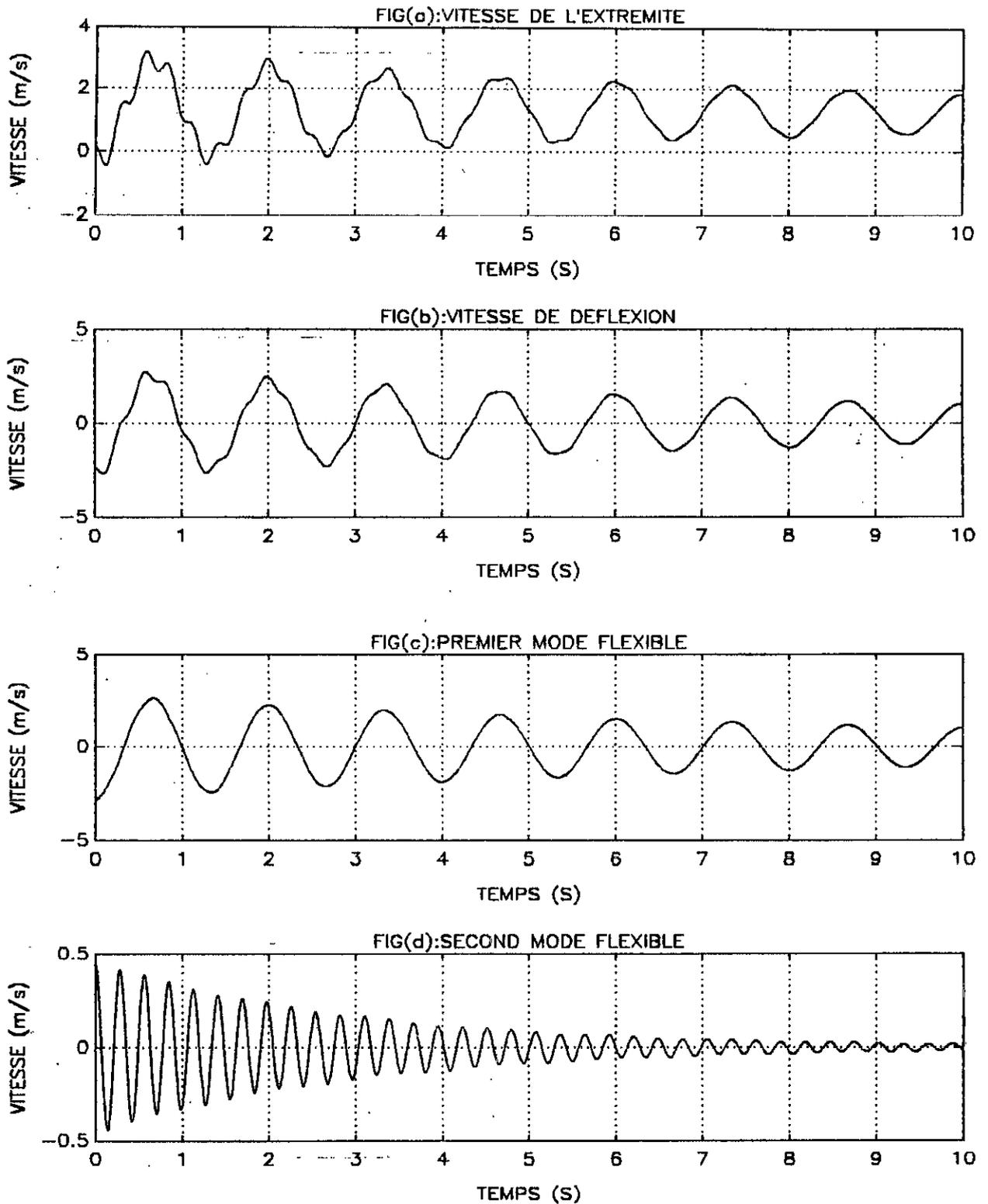


Figure [2.7]: Réponses en vitesse à une impulsion de couple du système encastré-libre

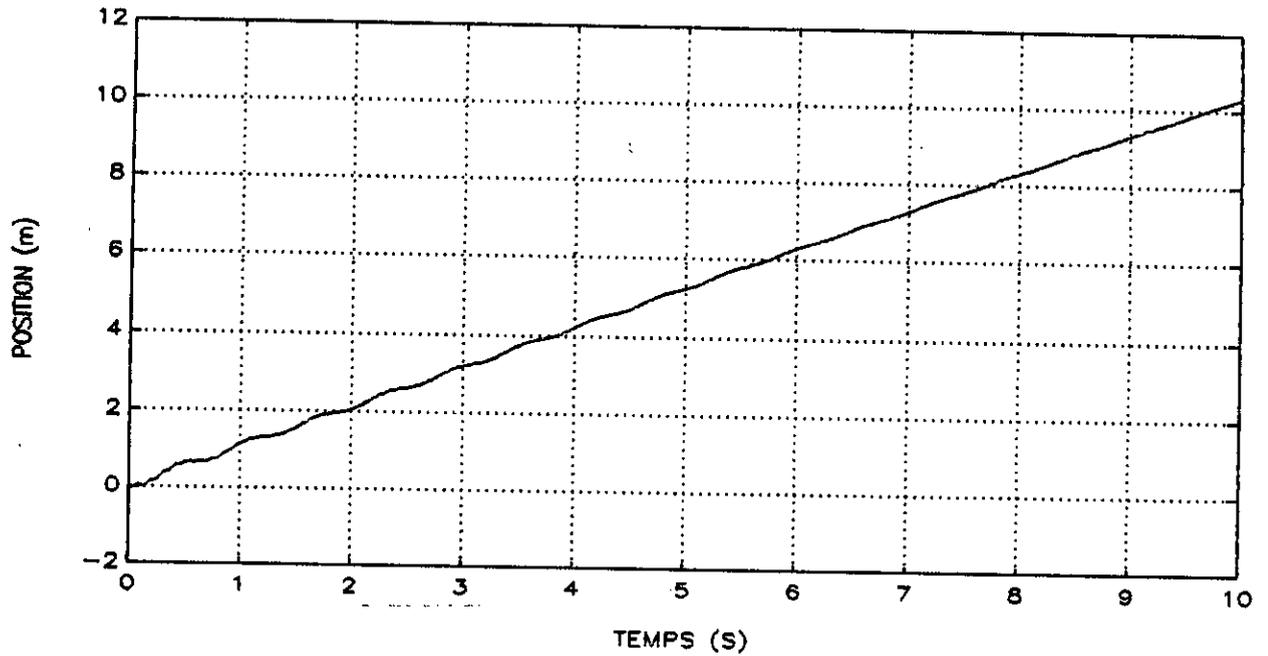


Figure [2.8a]: Réponse impulsionnelle de l'extrémité du bras encastré-chargé

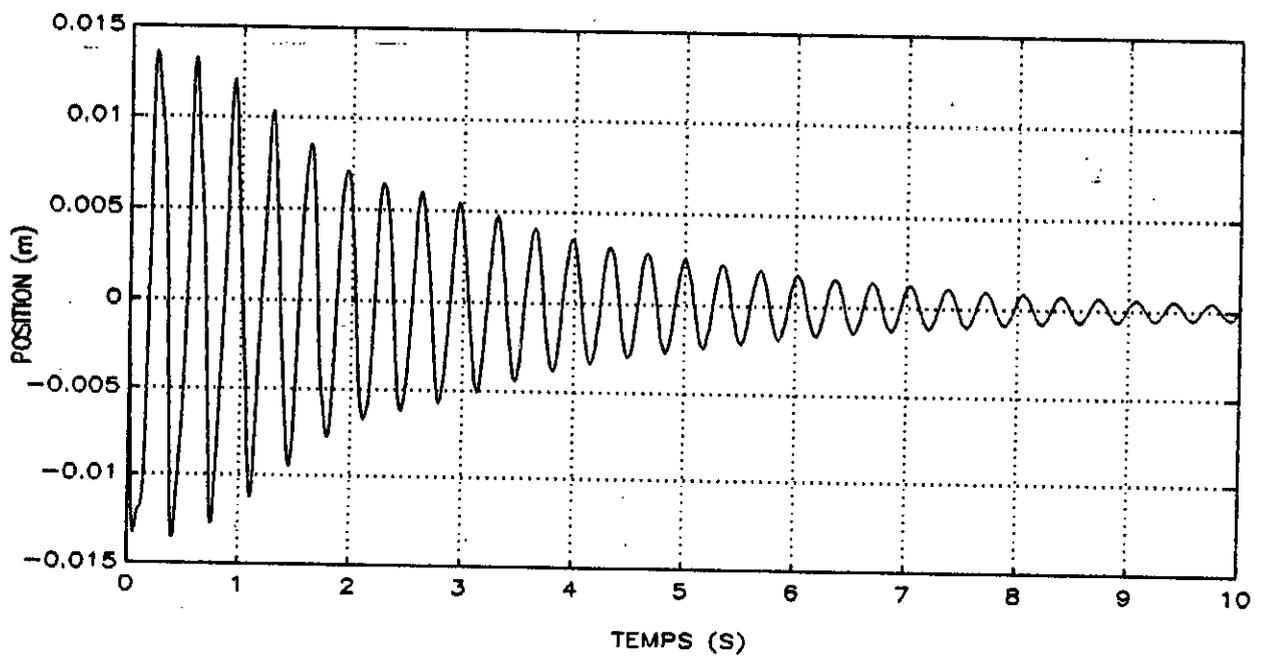


Figure [2.8b]: Déflexion totale de l'extrémité du bras encastré-chargé

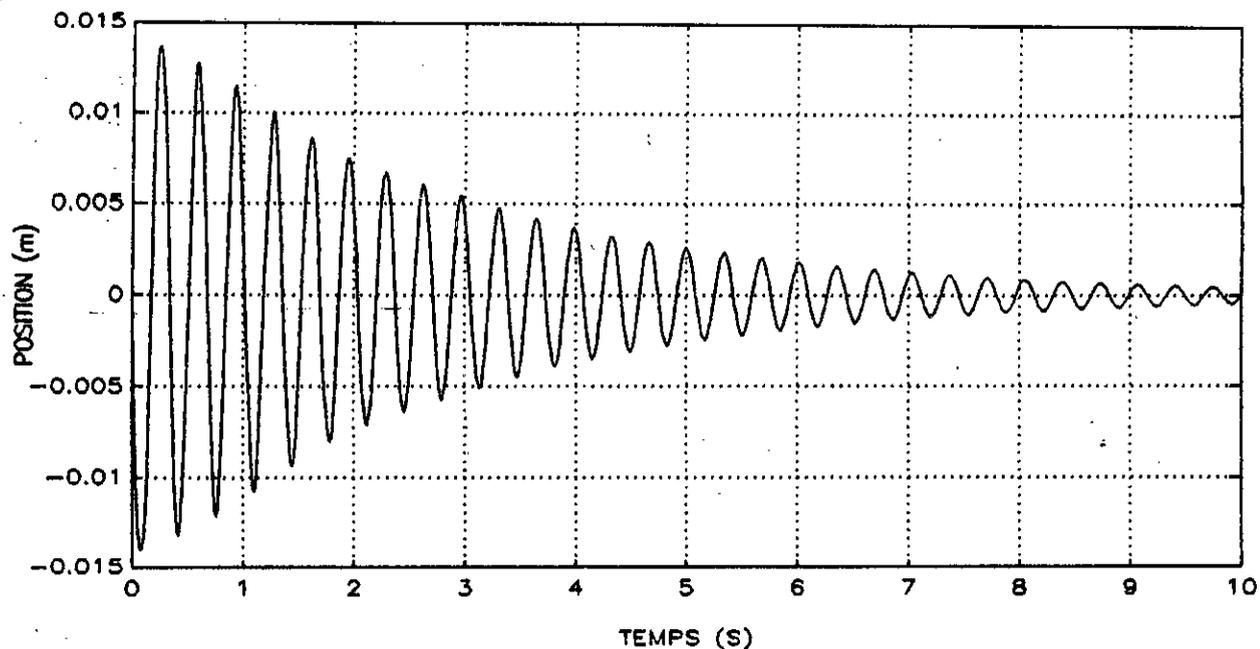


Figure [2.8c]: Réponse impulsionnelle du premier mode flexible du bras encastré-chargé

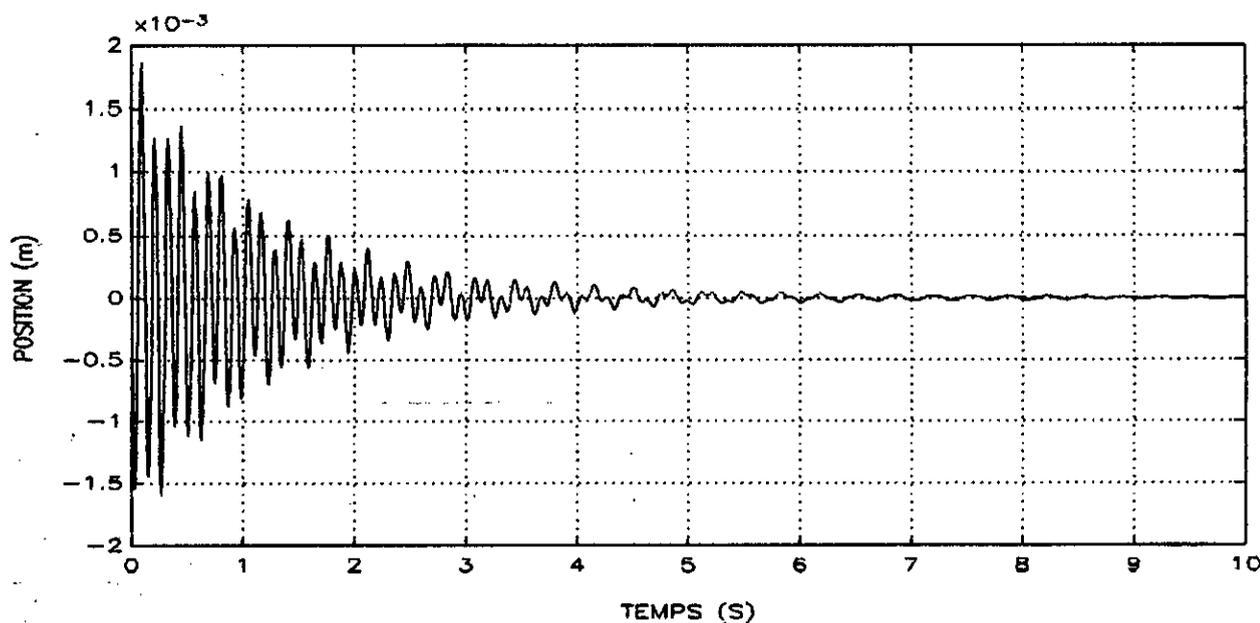


Figure [2.8d]: Réponse impulsionnelle du deuxième mode flexible du bras encastré-chargé

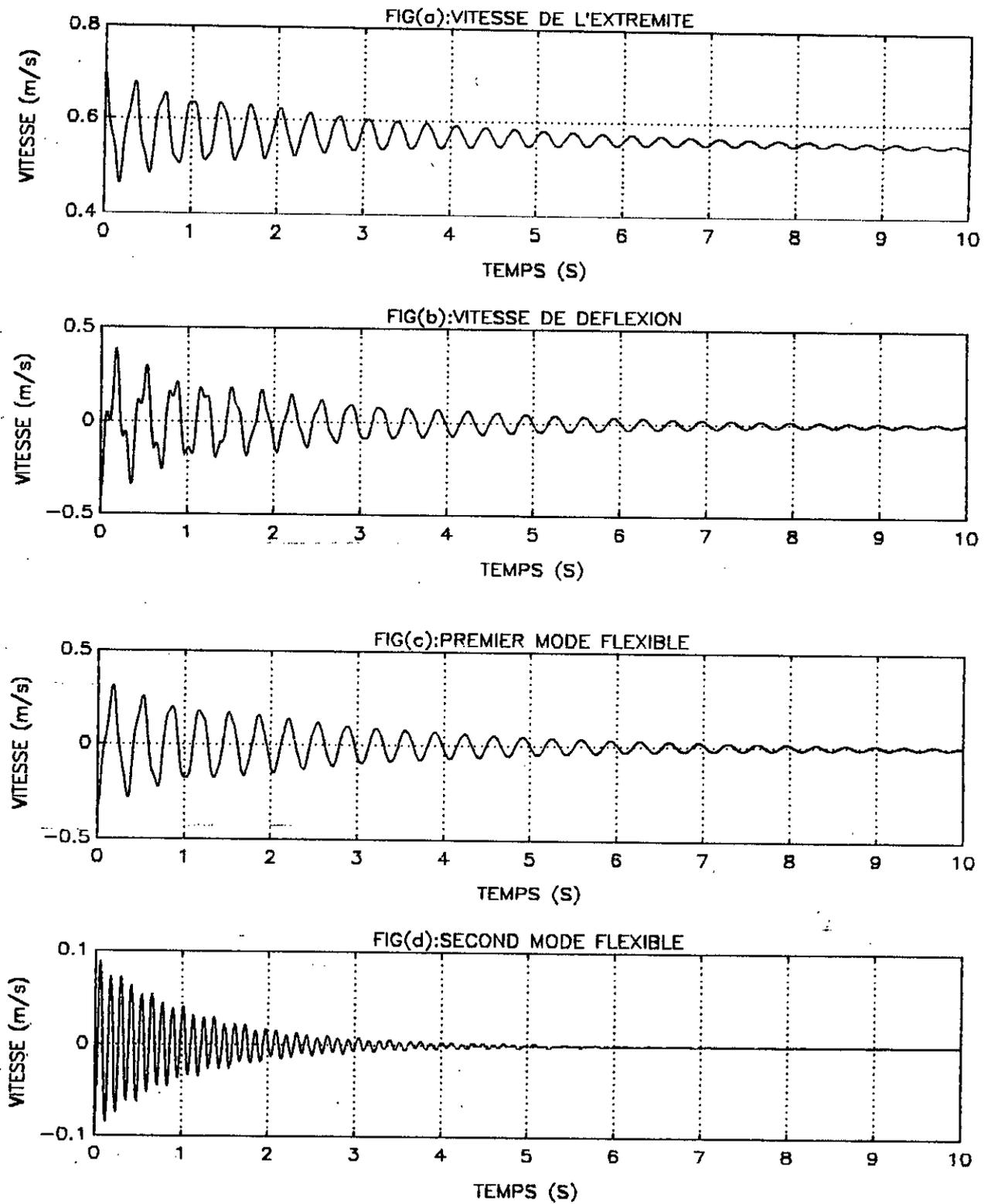


Figure [2.9]: Réponses en vitesse à une impulsion de couple du système encasté-chargé

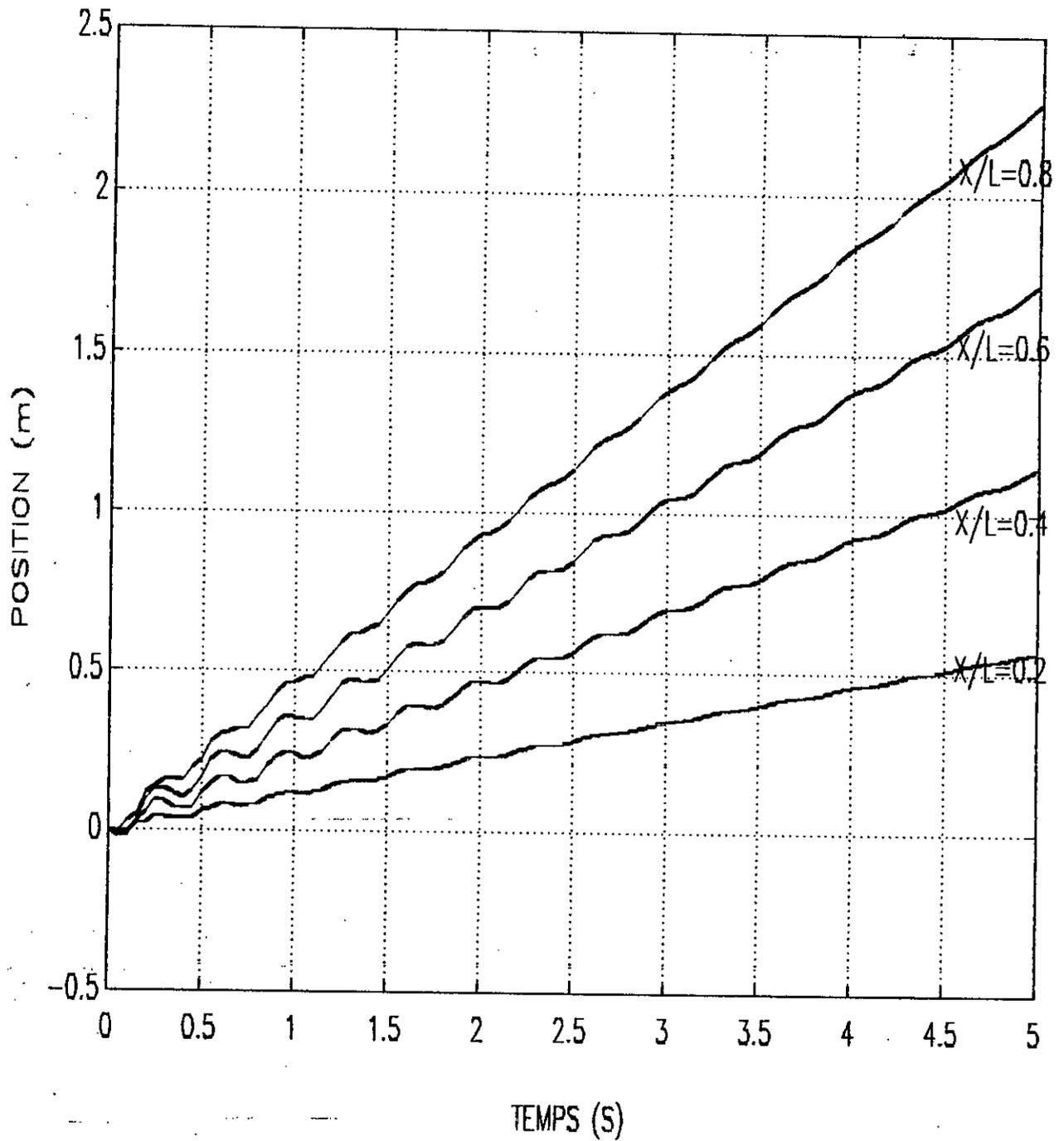


Figure [2.10]: Comportement d'un point  $x$  du bras encastré-chargé sous une impulsion de couple

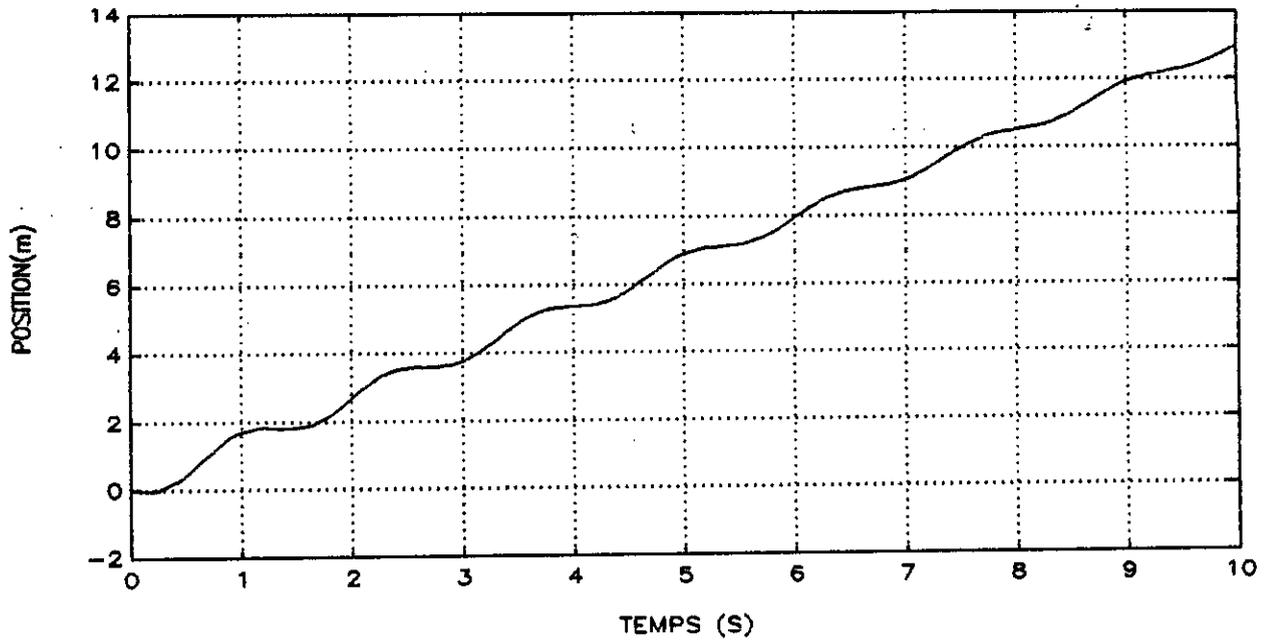


Figure [2.11a]: Réponse en position à une impulsion de couple du système encastré-libre avec quatre modes flexibles

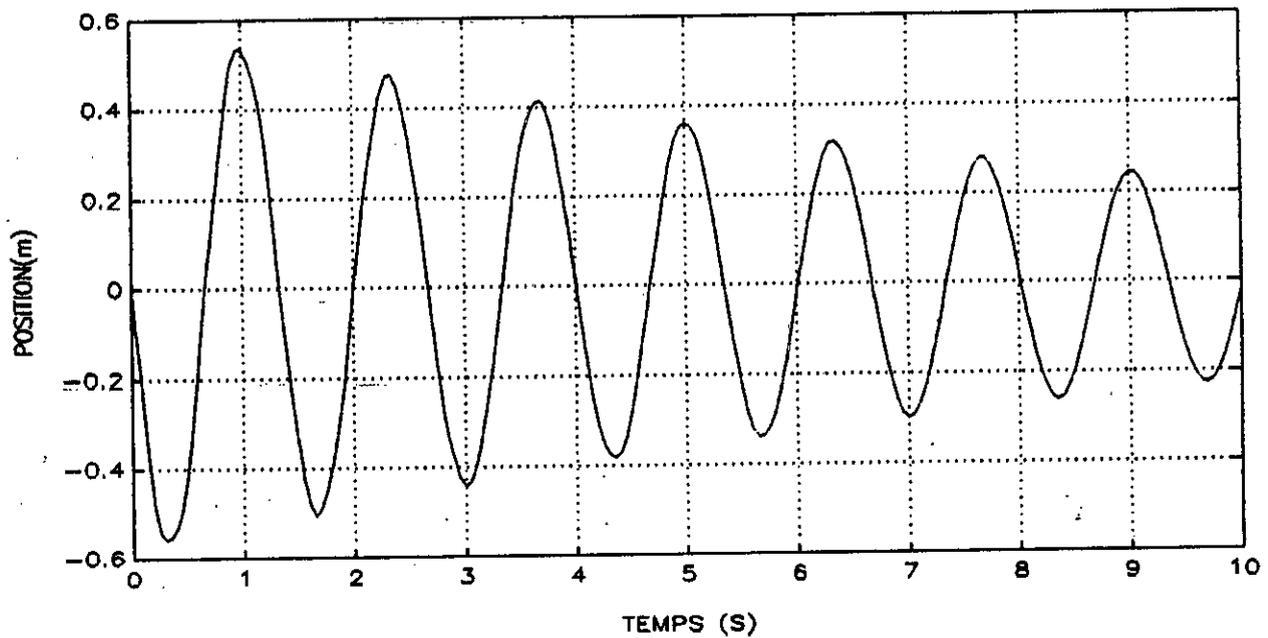


Figure [2.11b]: Déflexion totale de l'extrémité du bras encastré-libre

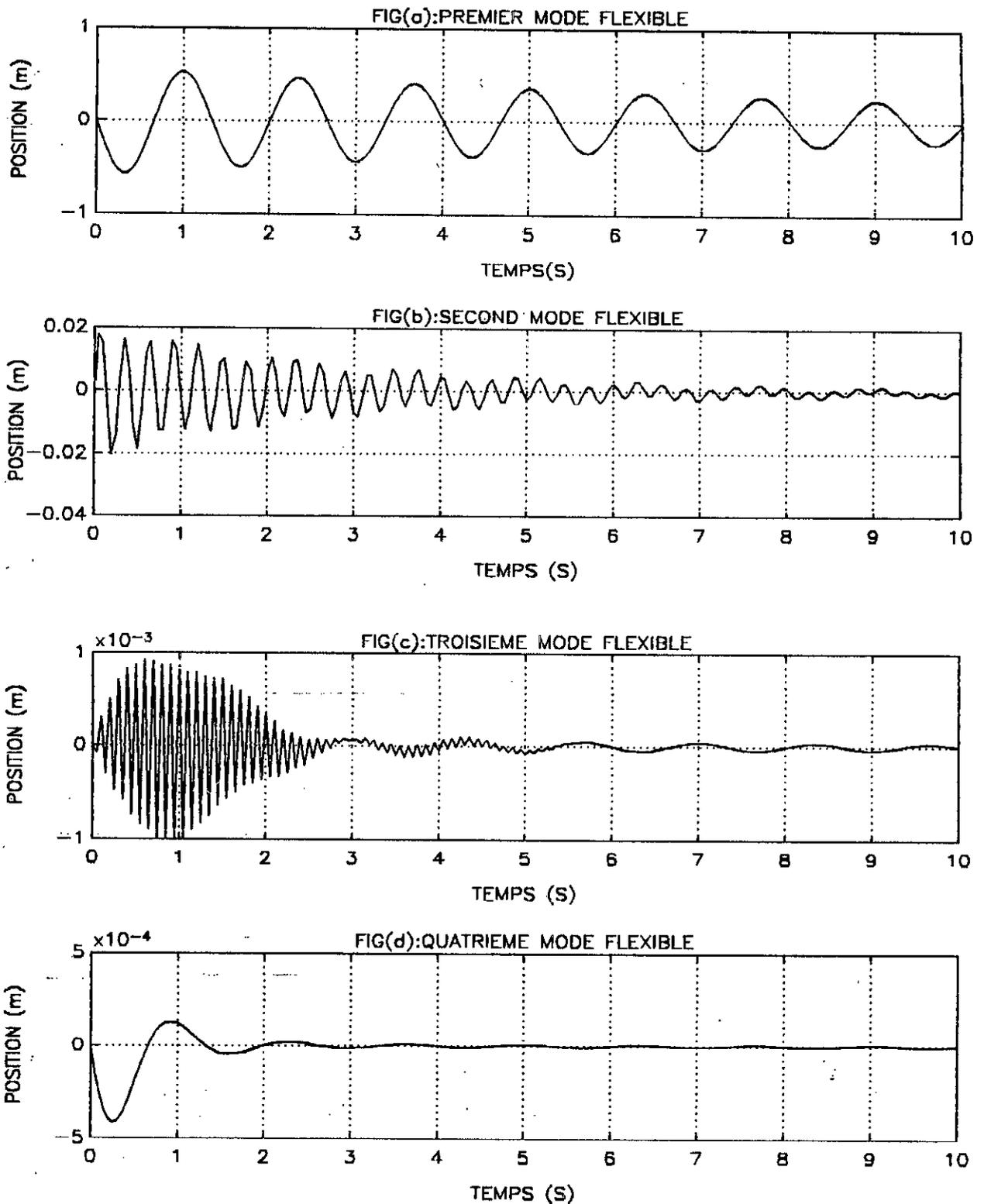


Figure [2.12]: Réponses en position des quatre premiers modes flexibles du bras encasté-libre à une impulsion de couple

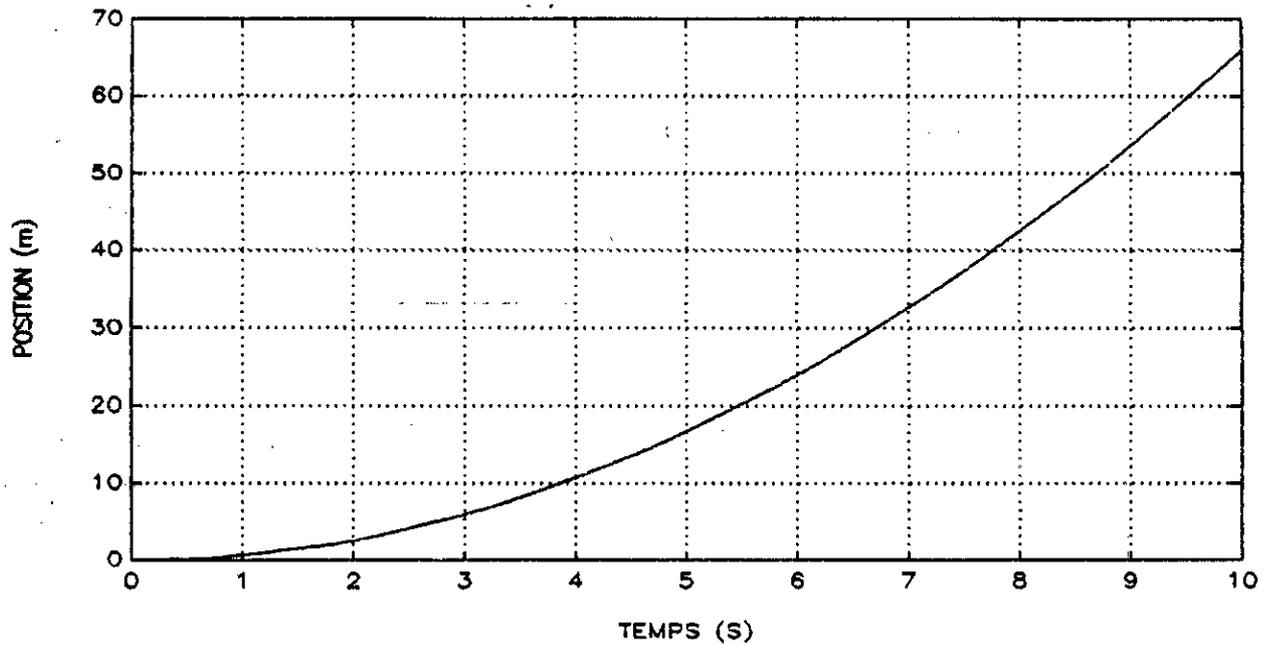


Figure [2.13a]: Réponse en position à un échelon de couple de l'extrémité du bras encastré-libre

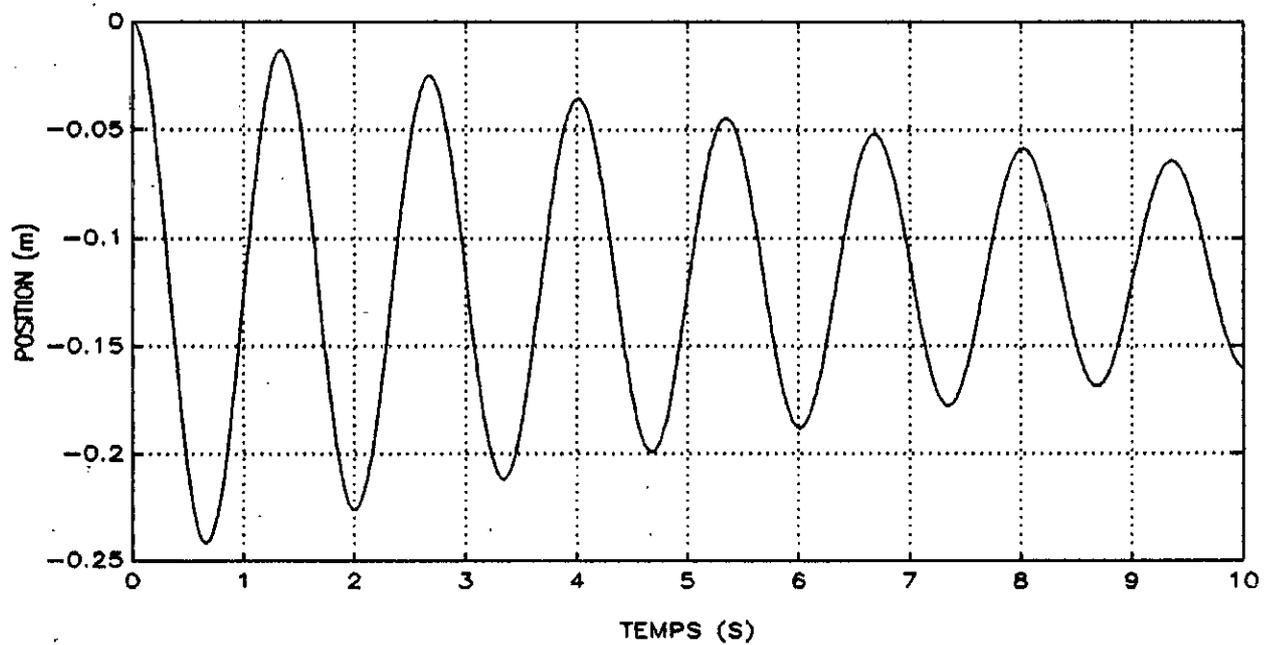


Figure [2.13b]: Déflexion totale de l'extrémité du bras encastré-libre

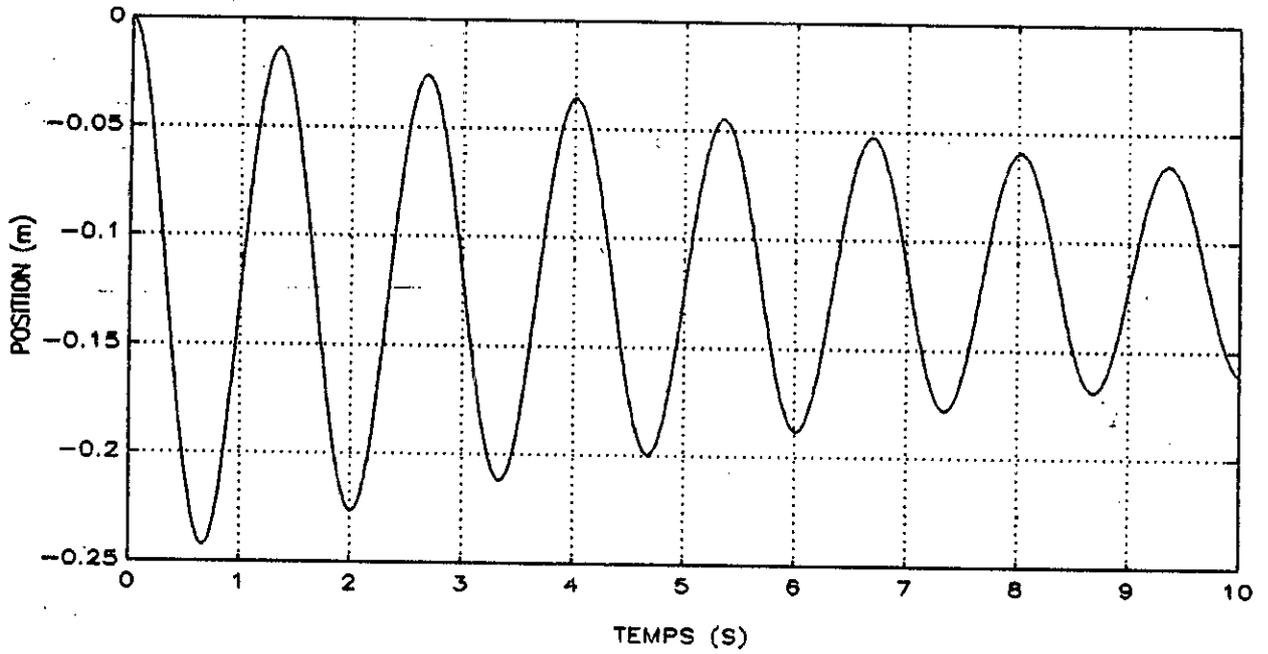


Figure [2.13c]: Réponse indicielle du premier mode flexible du bras encastré-libre

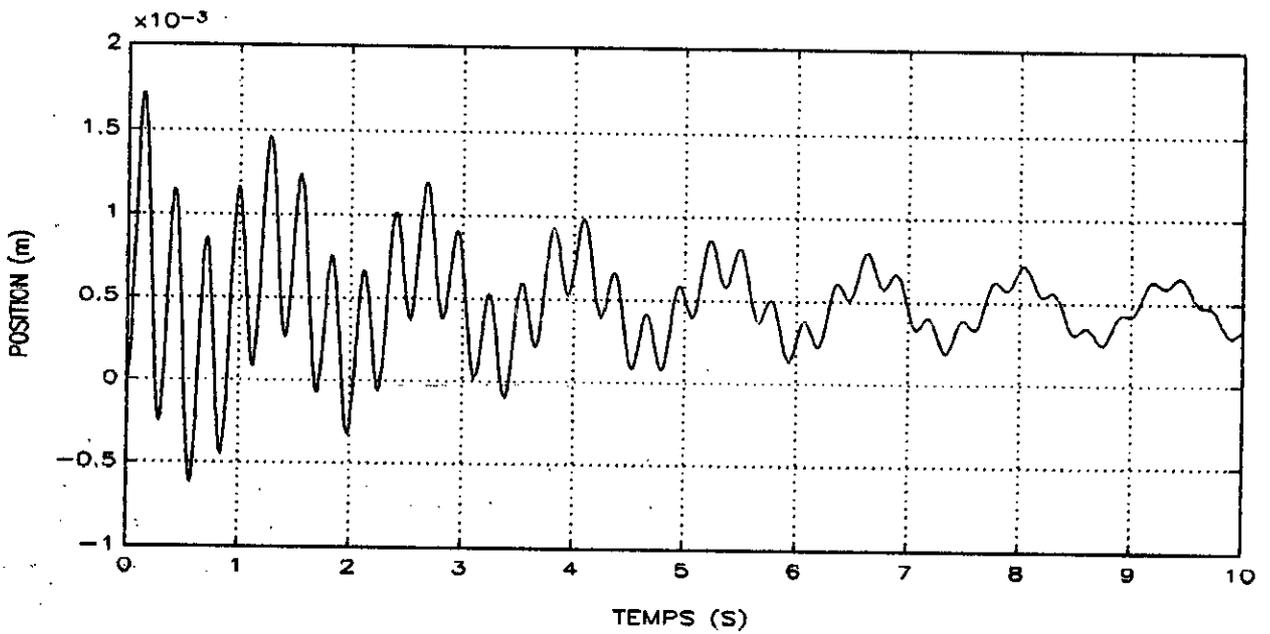


Figure [2.13d]: Réponse indicielle du deuxième mode flexible du bras encastré-libre

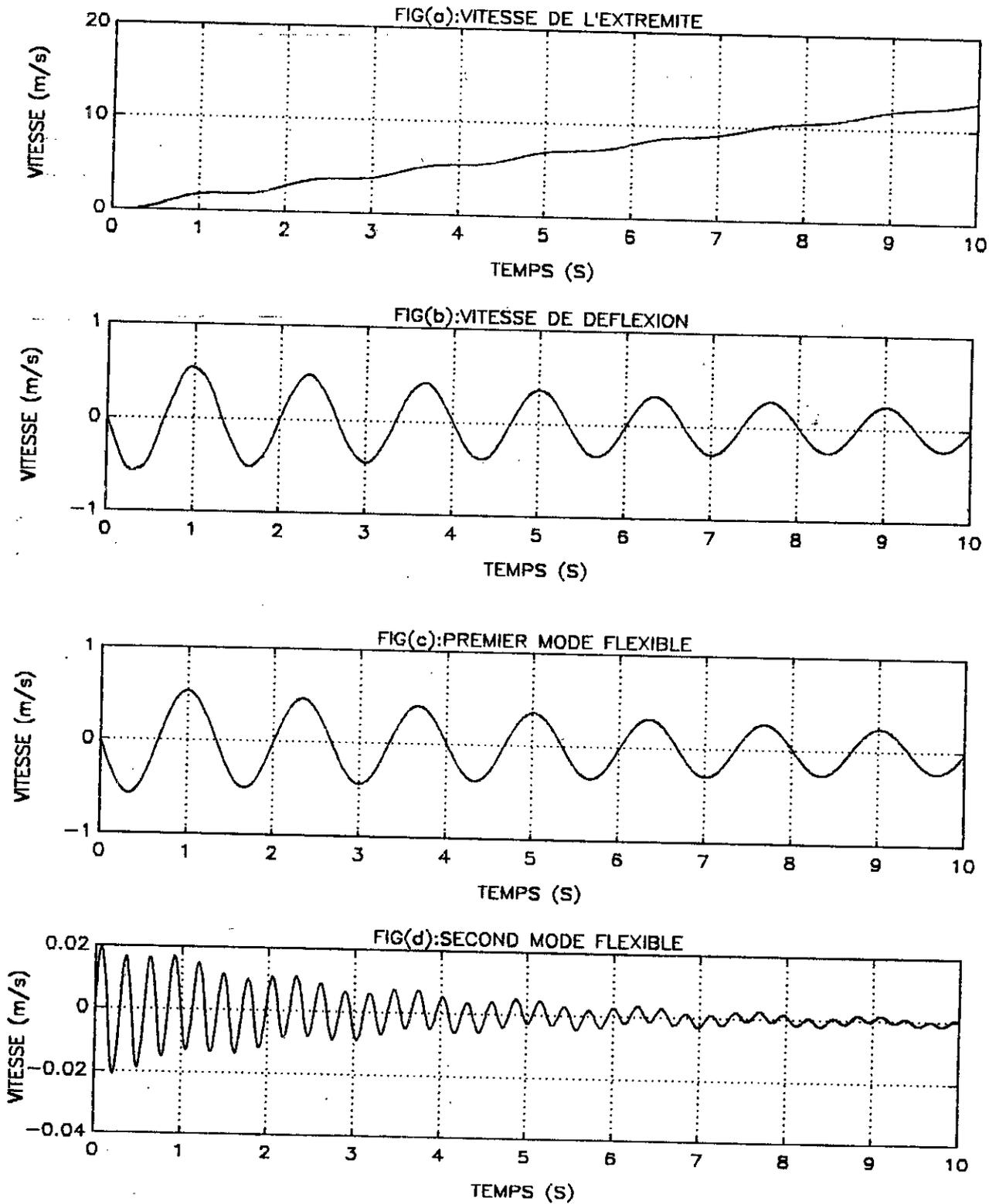


Figure [2.14]: Réponses en vitesse à un échelon de couple du bras encasturé-libre

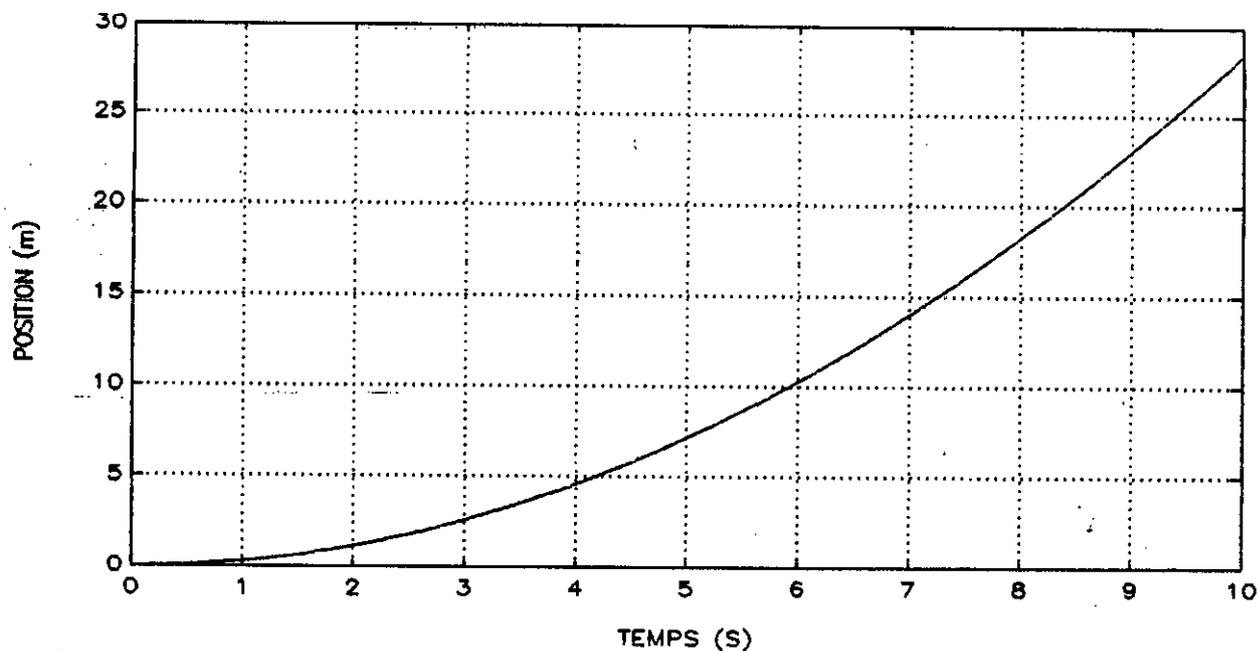


Figure [2.15a]: Réponse en position à un échelon de couple de l'extrémité du bras encastré-chargé

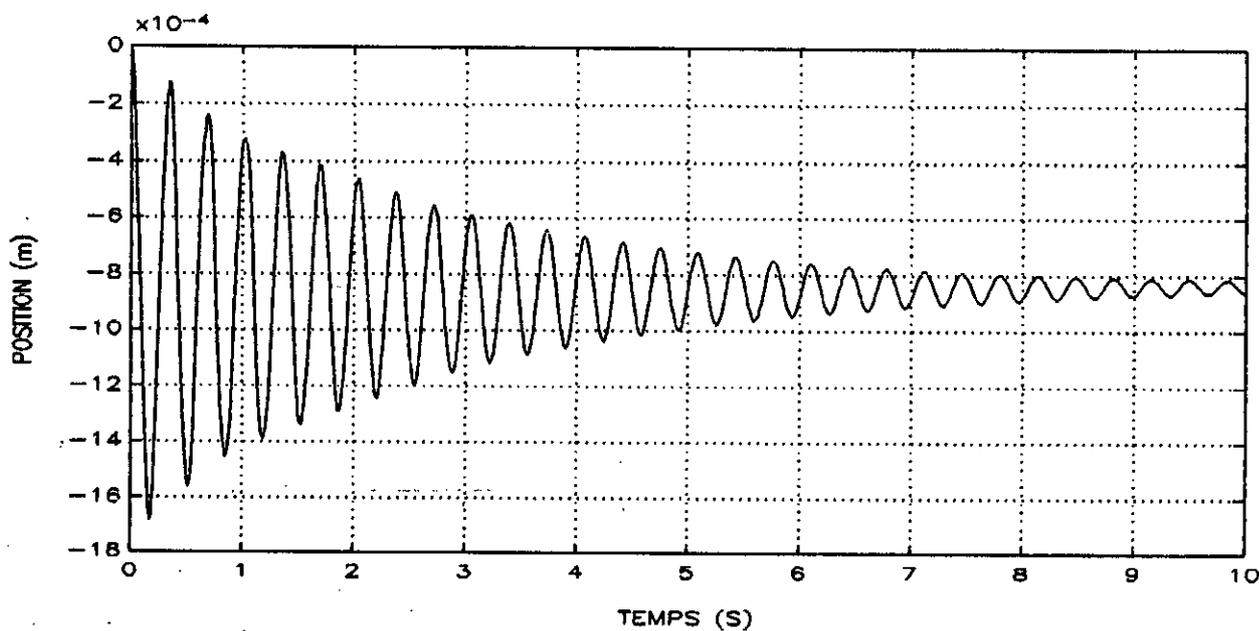


Figure [2.15b]: Déflexion totale de l'extrémité du bras encastré-chargé

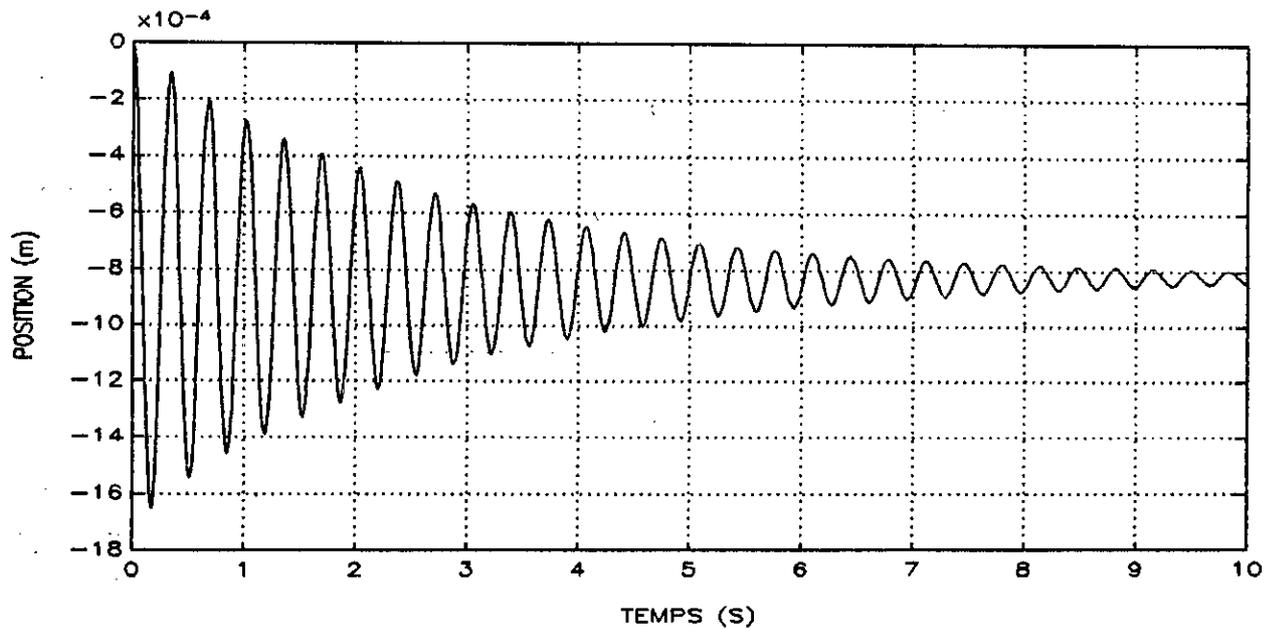


Figure [2.15c]: Réponse indicielle du premier mode flexible du bras encastré-chargé

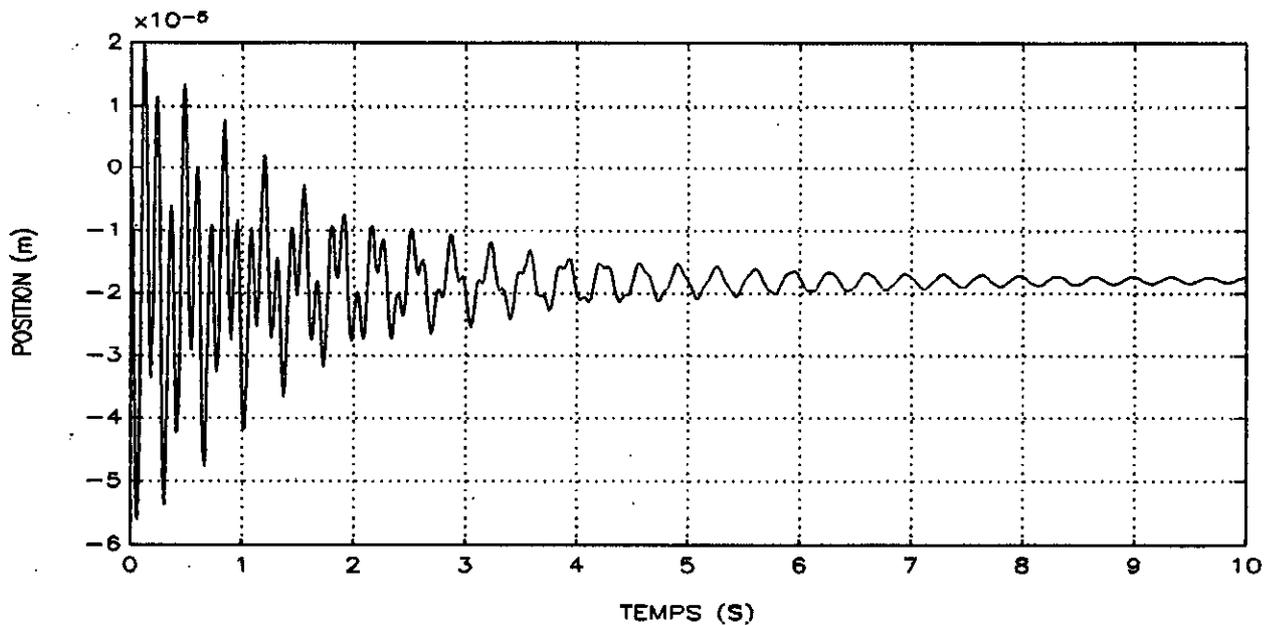


Figure [2.15d]: Réponse indicielle du deuxième mode flexible du bras encastré-chargé

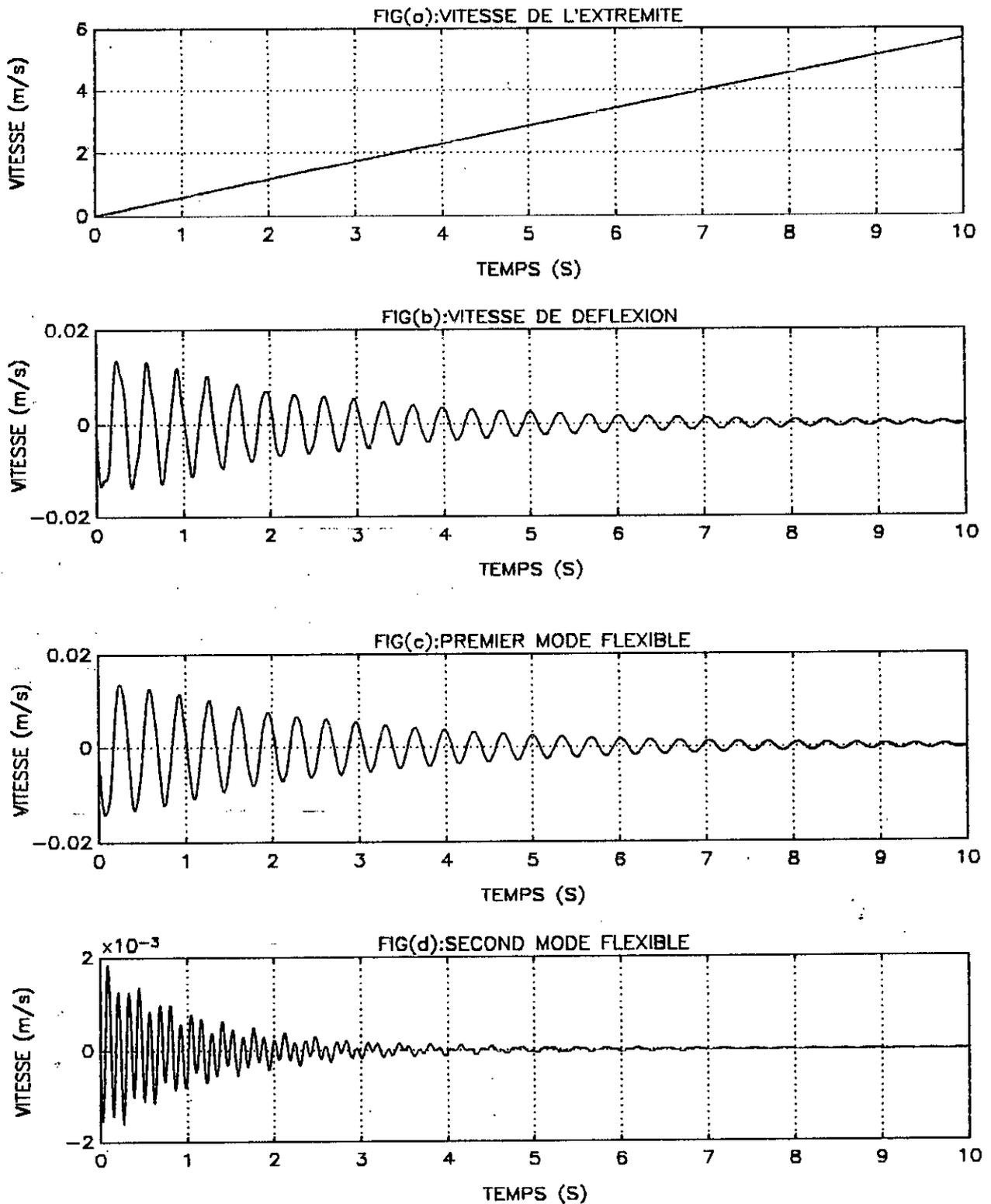


Figure [2.16]: Réponses en vitesse à un échelon de couple du bras encastré-chargé

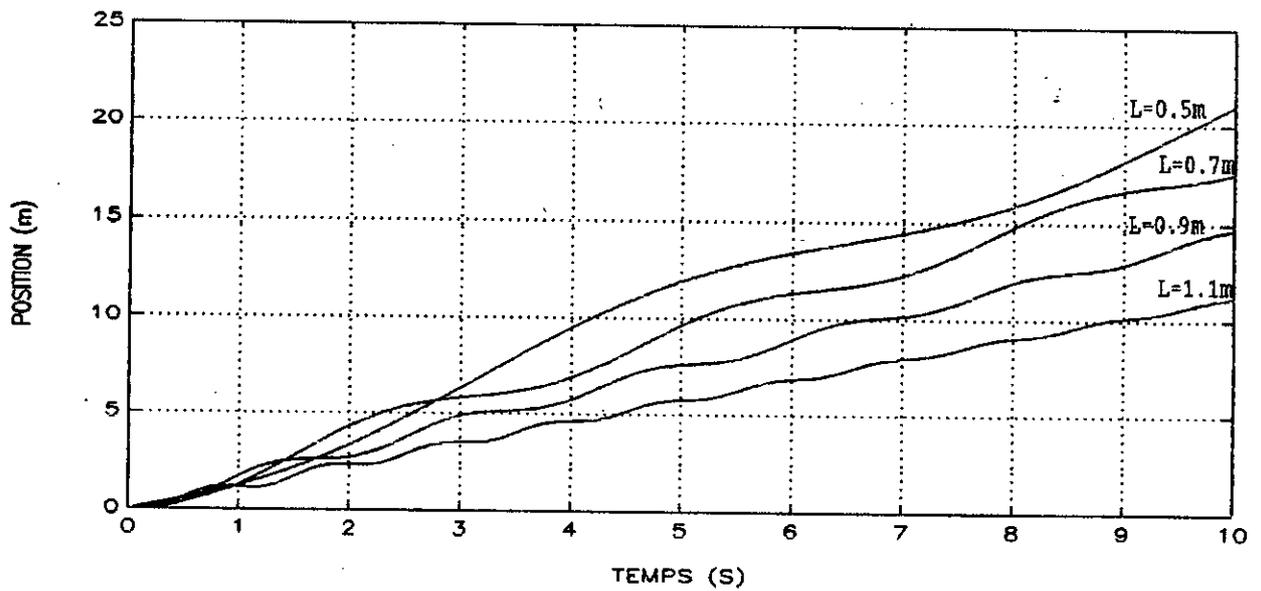


Figure [2.17]: Effet de la variation de la longueur sur la position de l'extrémité du bras encasté-chargé sous une impulsion de couple

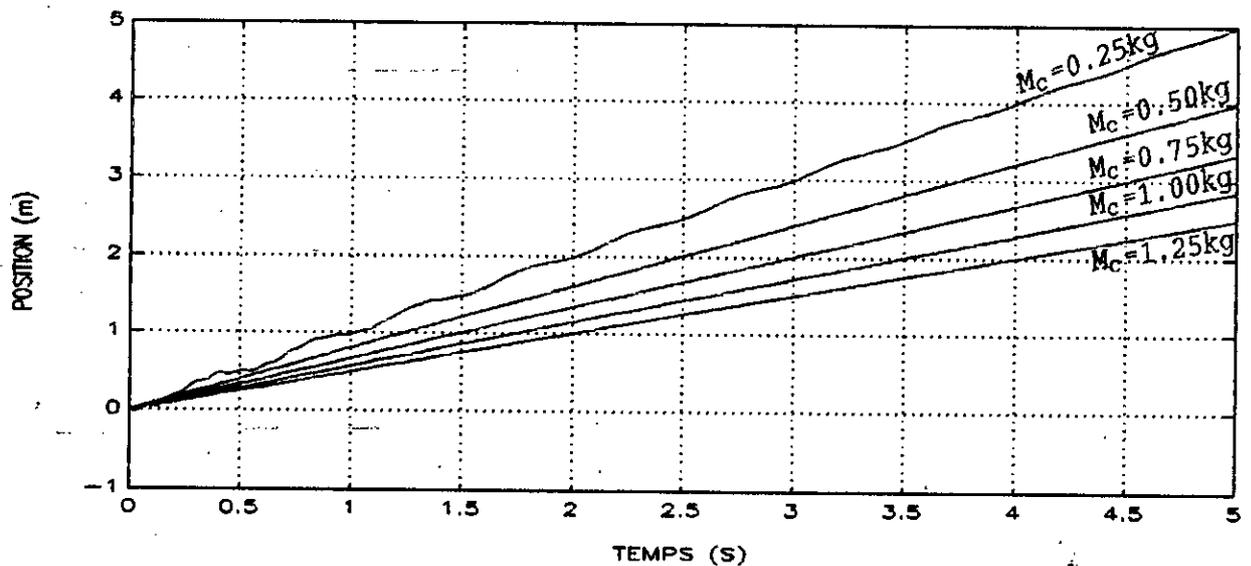


Figure [2.18]: Effet de la variation de la charge sur la position de l'extrémité du bras encasté-chargé sous une impulsion de couple

II.5 OBTENTION DU MODELE NON LINEAIRE DU BRAS DE ROBOT FLEXIBLE

Reprenons les expressions des différentes énergies calculées précédemment, au paragraphe II.3.1, puis, adoptons les notations suivantes: —

$$\sigma_i = \int_0^1 \rho L \Phi_i(\eta) d\eta \quad (2.59)$$

$$w_i = \int_0^1 \rho L^2 \eta \Phi_i(\eta) d\eta \quad (2.60)$$

Nous avons alors:

$$T_A = \frac{1}{2} J_A \dot{\theta}^2 \quad (2.61)$$

$$T_L = \frac{1}{2} J_b \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} (\sigma_1 \delta_1 + \sigma_2 \delta_2)^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} (\sigma_1 \delta_1 + \sigma_2 \delta_2)^2 + (w_1 \delta_1 + w_2 \delta_2) \dot{\theta} \quad (2.62)$$

$$T_C = \frac{1}{2} M_c L^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} M_c (\Phi_{1e} \delta_1 + \Phi_{2e} \delta_2)^2 \dot{\theta}^2 + M_c \cdot L (\Phi_{1e} \delta_1 + \Phi_{2e} \delta_2) \dot{\theta} + \frac{1}{2} M_c (\Phi_{1c} \delta_1 + \Phi_{2c} \delta_2)^2 + \frac{1}{2} J_c \dot{\theta}^2 + J_c (\Phi'_{1e} \delta_1 + \Phi'_{2e} \delta_2) \dot{\theta} + \frac{1}{2} J_c (\Phi'_{1e} \delta_1 + \Phi'_{2e} \delta_2)^2 \quad (2.63)$$

L'énergie cinétique totale étant donnée par

$$T_T = T_A + T_L + T_C$$

et celle potentielle, d'après l'équation (2.34), par

$$U = \frac{1}{2} (k_1 \delta_1^2 + k_2 \delta_2^2),$$

la même procédure de détermination des équations dynamiques pour le cas du modèle linéaire (approche lagrangienne) va être reprise ici. Mais, cette fois-ci, les termes mettant en évidence les non-linéarités sont pris en compte et notamment ceux de second ordre (produits de variables généralisées). De plus, nous ne recourerons plus aux approximations adoptées précédemment et données par les équations (2.49), (2.50), (2.51) et (2.52).

Les équations de Lagrange étant données par:

$$L = T_T - U$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q_i - \frac{\partial D}{\partial \dot{q}}$$

avec:

$$q = \begin{bmatrix} \theta \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \end{bmatrix}$$

$\theta$ : variable articulaire;

$\delta$ : vecteur des variables représentant les amplitudes temporelles modales,

$n$ : nombre de modes,

et  $n$  étant égal à 2 (nombre de modes flexibles sélectionné précemment), les différentes dérivations nous permettent d'écrire:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) = [J_a + J_b + M_c L^2 + J_c + M_c (\Phi_{1e} \delta_1 + \Phi_{2e} \delta_2)^2] \dot{\theta} +$$

$$2 \{ [\sigma_1^2 \delta_1 - \sigma_1 \sigma_2 \delta_2 + M_c (\Phi_{1e}^2 \delta_1 + \Phi_{1e} \Phi_{2e} \delta_2)] \delta_1 +$$

$$[\sigma_2^2 \delta_2 + \sigma_1 \sigma_2 \delta_1 + M_c (\Phi_{2e}^2 \delta_2 + \Phi_{1e} \Phi_{2e} \delta_1)] \delta_2 \} \dot{\theta} +$$

$$(M_c L \Phi_{1e} + J_c \Phi'_{1e} + w_1) \delta_1 + (M_c L \Phi_{2e} + J_c \Phi'_{2e} + w_2) \delta_2$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\delta}_1} \right) = (w_1 + M_c L \Phi_{1e} + J_c \Phi'_{2e}) \dot{\theta} + (\sigma_1^2 + M_c \Phi_{1e}^2 + J_c \Phi_{1e}'^2) \delta_1 +$$

$$(\sigma_1 \sigma_2 + M_c \Phi_{1e} \Phi_{2e} + J_c \Phi'_{1e} \Phi'_{2e}) \delta_2$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\delta}_2} \right) = (w_2 + M_c L \Phi_{2e} + J_c \Phi'_{2e}) \dot{\theta} + (\sigma_1 \sigma_2 + M_c \Phi_{1e} \Phi_{2e} + J_c \Phi'_{1e} \Phi'_{2e}) \delta_1 +$$

$$(\sigma_2^2 + M_c \Phi_{2e}^2 + J_c \Phi_{2e}'^2) \delta_2$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\delta}_1} \right) = \sigma_1^2 \delta_1 \dot{\theta}^2 + \sigma_1 \sigma_2 \delta_2 \dot{\theta}^2 + M_c \Phi_{1e}^2 \delta_1 \dot{\theta}^2 + M_c \Phi_{1e} \Phi_{2e} \delta_2 \dot{\theta}^2 - k_1 \delta_1$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\delta}_2} \right) = \sigma_2^2 \delta_2 \dot{\theta}^2 + \sigma_1 \sigma_2 \delta_1 \dot{\theta}^2 + M_c \Phi_{2e}^2 \delta_2 \dot{\theta}^2 + M_c \Phi_{1e} \Phi_{2e} \delta_1 \dot{\theta}^2 - k_2 \delta_2$$

Après les différentes simplifications, nous aboutissons aux équations dynamiques du modèle non linéaire donné sous la forme compacte suivante:

$$B(\delta) \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(\theta, \delta, \delta) \\ n_{21}(\theta, \delta) \\ n_{22}(\theta, \delta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ k_1 \delta_1 \\ k_2 \delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ d_1 \dot{\delta}_1 \\ d_2 \dot{\delta}_2 \end{bmatrix}$$

ou encore:

$$B(\delta) \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(\theta, \delta, \delta) \\ n_2(\theta, \delta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K\delta + D\dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les éléments  $b_{ij}$  de la matrice d'inertie symétrique définie-positive  $B(\delta)$  sont donnés par:

$$\begin{aligned} b_{11}(\delta) &= J_b + J_c + M_c L^2 + J_a + M_c (\Phi_e^T \delta)^2 \\ b_{1j} &= M_c L \Phi_{j-1,e} + J_c \Phi'_{j-1,e} + w_{j-1}, & j=2, \dots, n+1 \\ b_{ii} &= M + M_c \Phi_{i-1,e}^2 + J_c \Phi_{i-1,e}^2, & i=2, \dots, n+1 \\ b_{ij} &= M_c \Phi_{i-1,e} \Phi_{j-1,e} + J_c \Phi'_{i-1,e} \Phi'_{j-1,e}, & i=2, \dots, n+1; j \neq i \end{aligned}$$

avec:

$$\begin{aligned} \Phi_e^T &= \Phi^T|_{\eta=1} = [\Phi_1 \dots \Phi_n]|_{\eta=1} = [\Phi_{1e} \dots \Phi_{ne}] ; \Phi_{ie} = \Phi_i(\eta)|_{\eta=1} \\ \Phi_e'^T &= \Phi'^T|_{\eta=1} = [\Phi'_1 \dots \Phi'_n]|_{\eta=1} = [\Phi'_{1e} \dots \Phi'_{ne}] ; \Phi'_{ie} = \Phi'_i(\eta)|_{\eta=1} \\ w_i &= \rho L^2 \int_0^1 \eta \Phi_i(\eta) d\eta, \quad i=1, \dots, n \end{aligned}$$

Les termes non linéaires  $n_1$  et  $n_2$ , qui peuvent aussi être obtenus par différentiation des éléments de la matrice d'inertie comme suit:

$$n_i = \sum_j \sum_k \left( \frac{\partial B_{ij}}{\partial q_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial B_{jk}}{\partial q_i} \right) \dot{q}_j \dot{q}_k$$

représentent les forces de Coriolis et centrifuges. Ils sont donnés par:

$$\begin{aligned} n_1(\theta, \delta, \dot{\delta}) &= 2 M_c \dot{\theta} (\Phi_e^T \delta) (\Phi_e^T \dot{\delta}) \\ n_2(\theta, \delta) &= -M_c \dot{\theta}^2 (\Phi_e \Phi_e^T) \delta = \begin{bmatrix} n_{21} \\ n_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -M_c \dot{\theta}^2 (\Phi_{1e}^2 \delta_1 + \Phi_{1e} \Phi_{2e} \delta_2) \\ -M_c \dot{\theta}^2 (\Phi_{1e} \Phi_{2e} \delta_1 + \Phi_{2e}^2 \delta_2) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$K$  est une matrice de raideur constante donnée comme suit:

$$K = \text{diag} \{ k_1, \dots, k_n \} \quad \text{avec} \quad k_i = \frac{EI}{L^3} \int_0^1 \left[ \frac{d^2 \Phi_i(\eta)}{d\eta^2} \right]^2 d\eta$$

$D$  est la matrice d'amortissement (friction visqueuse interne dans la structure flexible) donnée comme suit:

$$D = \text{diag} \{ d_1, \dots, d_n \} \quad \text{avec} \quad d_i = 0.1 \sqrt{k_i} \quad ([\text{DE LUC 91}, \text{DE LUC 93}])$$

### II.5.1 Etude par simulation du comportement en boucle ouverte

Entamons une nouvelle série de tests sur notre bras de robot flexible, de mêmes caractéristiques physiques, par l'application d'une impulsion de couple unitaire puis d'un échelon de couple unitaire au modèle non linéaire que nous venons d'établir.

Dans les deux cas et pour les mêmes conditions de test toutes les figures et notamment celles données par [2.19a] [2.19b], [2.19c], [2.19d], [2.20a], [2.20b], [2.20c], et [2.20d] [2.21b], [2.21c], [2.21d], [2.22a], [2.22b], [2.22c], et [2.22d] montrent sans équivoque un comportement nettement plus oscillatoire avec des déflexions plus importantes et moins amorties que pour le modèle linéaire.

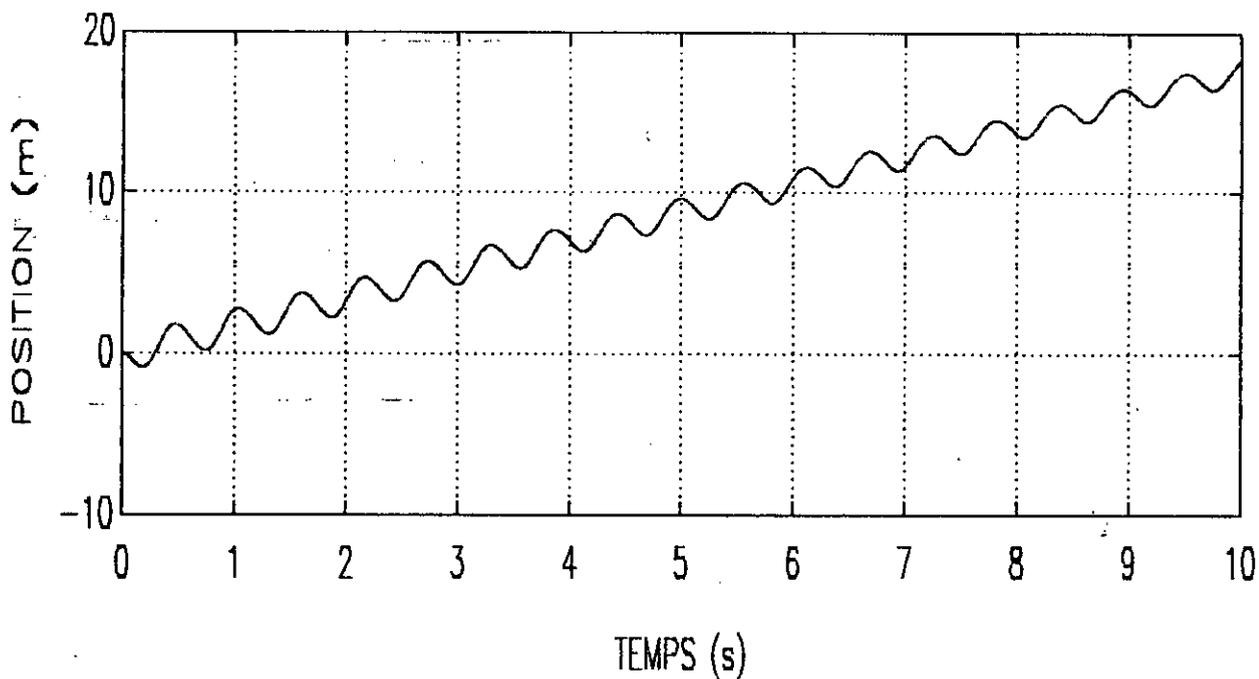


Figure [2.19a]: Réponse impulsionnelle de l'extrémité du bras encastré-libre

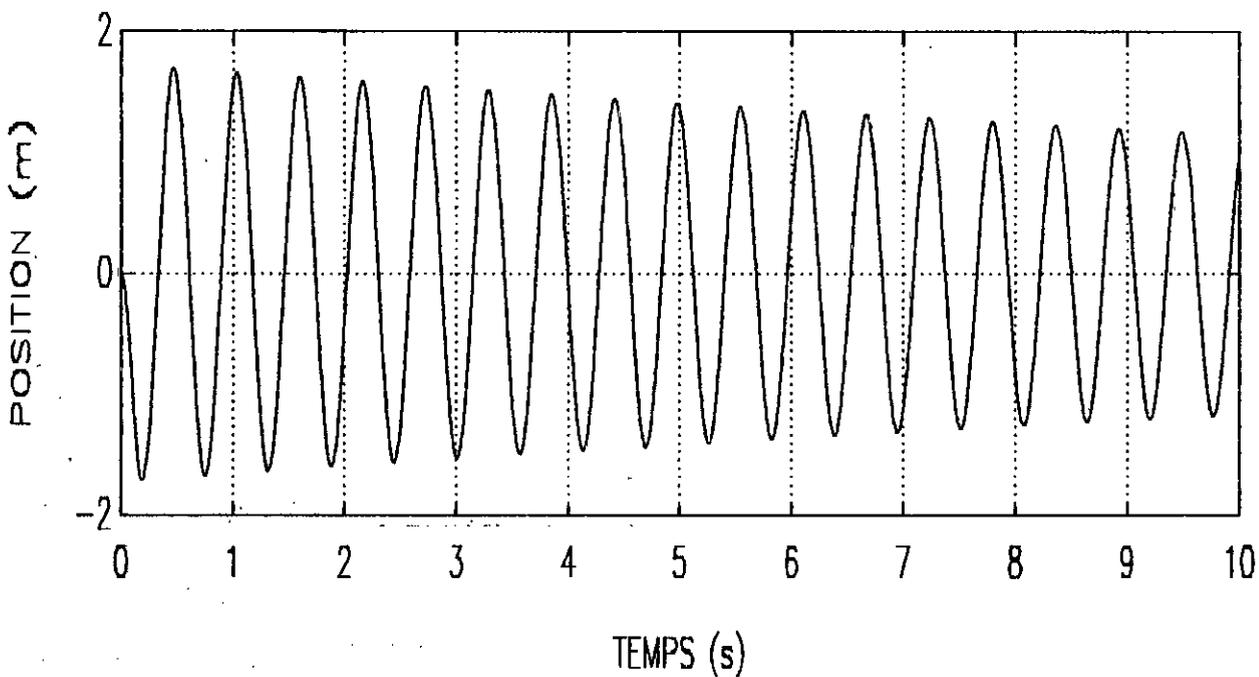


Figure [2.19b]: Déflexion totale de l'extrémité du bras encastré-libre

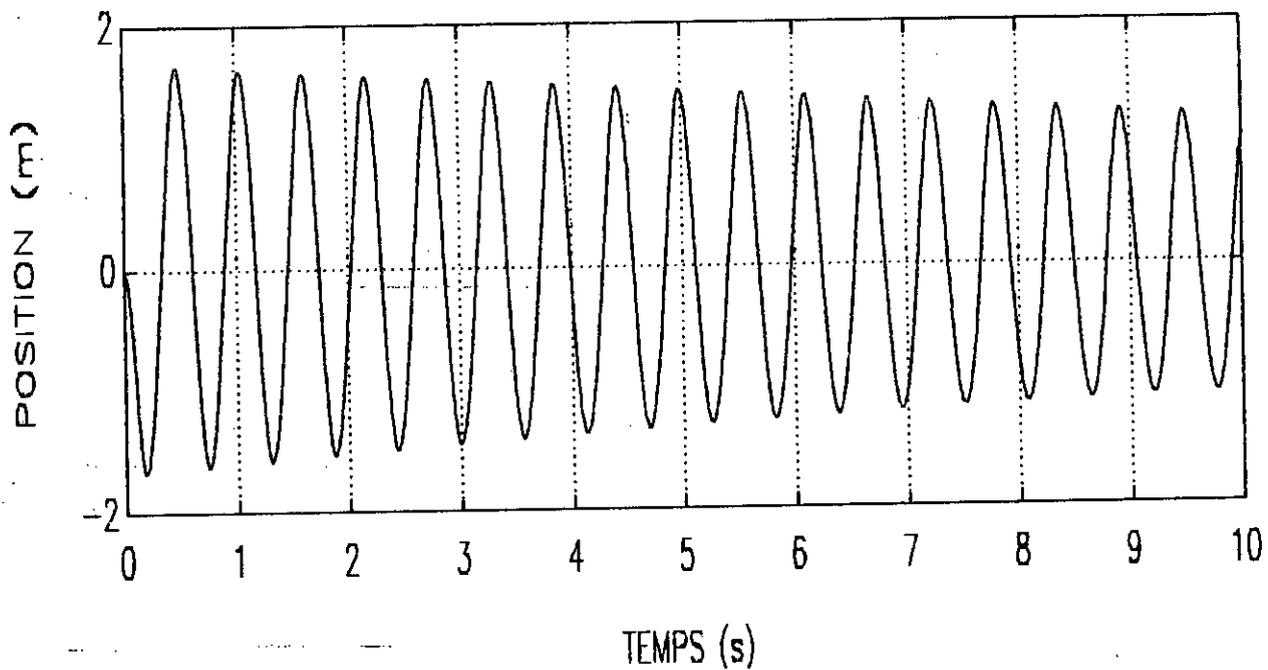


Figure [2.19c]: Réponse impulsionnelle du premier mode flexible du bras encastré-libre

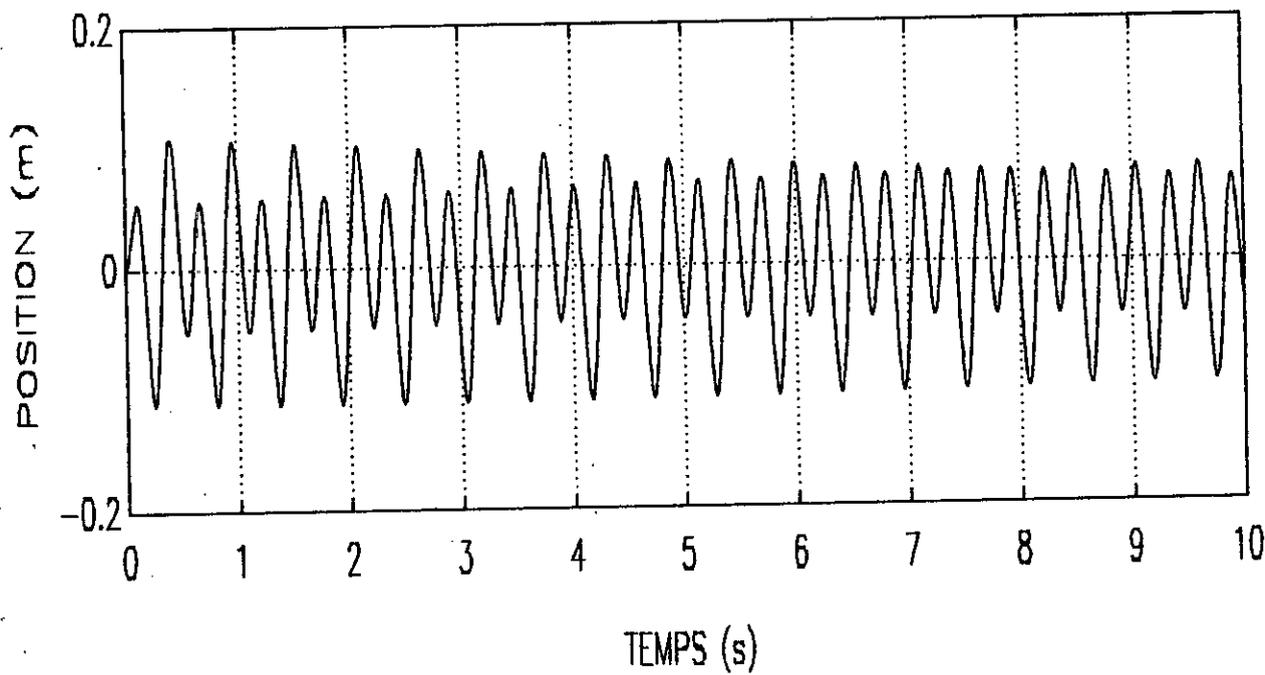


Figure [2.19d]: Réponse impulsionnelle du deuxième mode flexible du bras encastré-libre

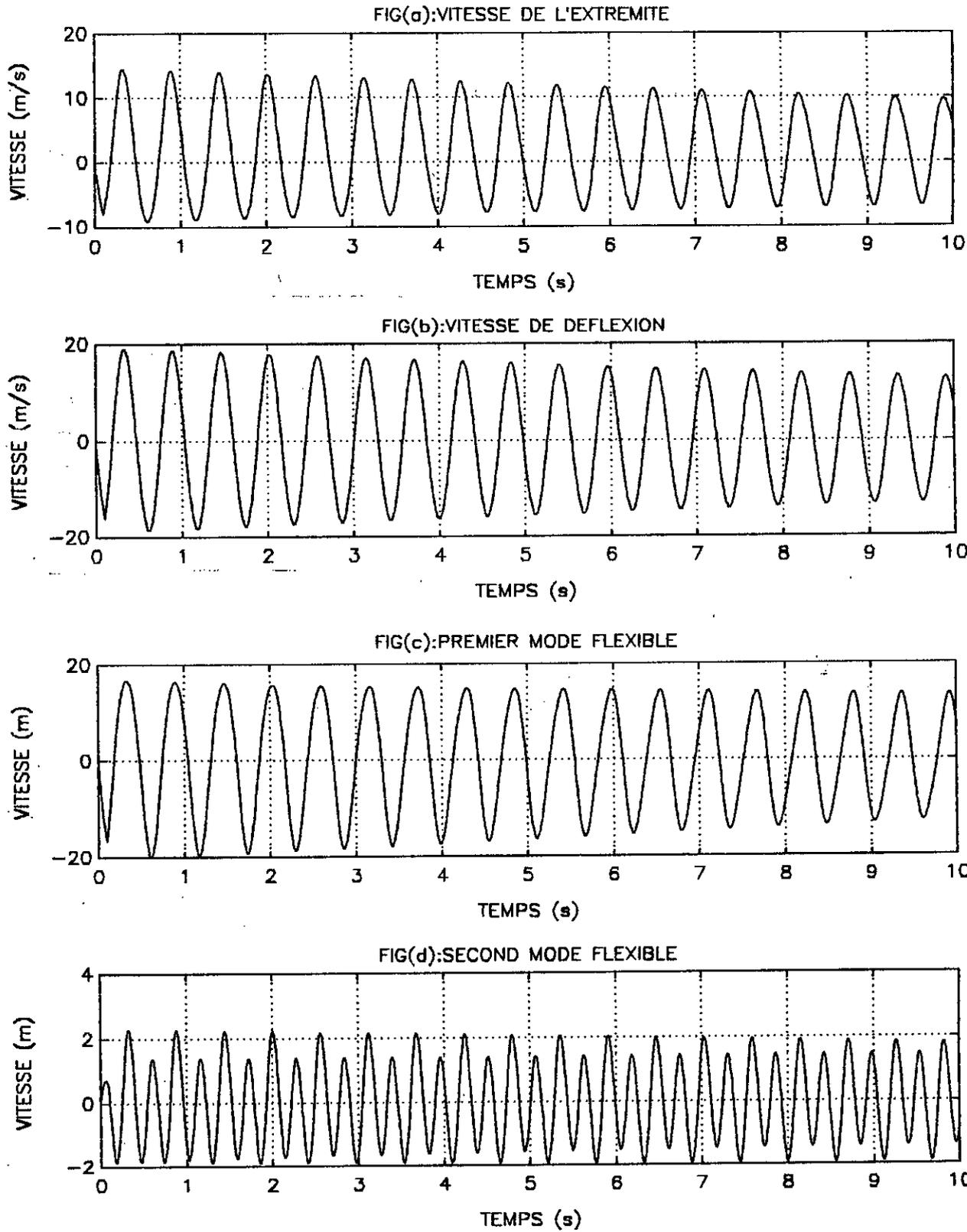


Figure [2.20]: Réponses en vitesse à une impulsion de couple du système encasté-libre

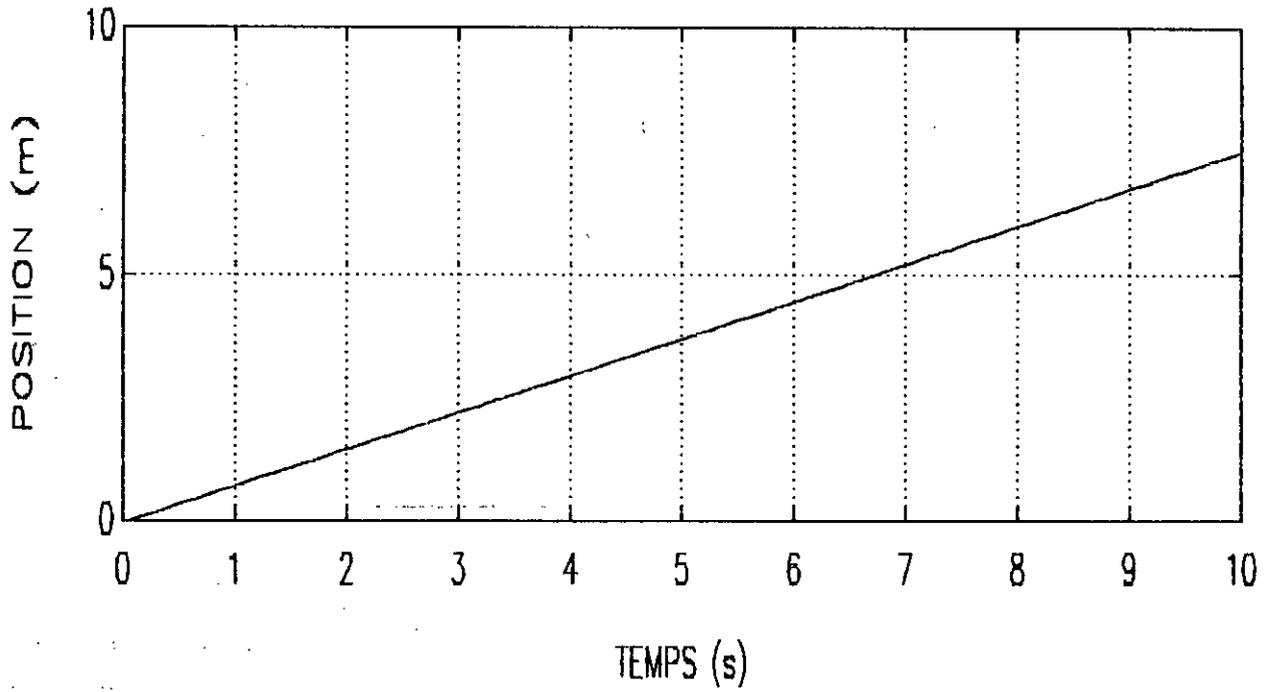


Figure [2.21a]: Réponse impulsionnelle de l'extrémité du bras encastré-chargé

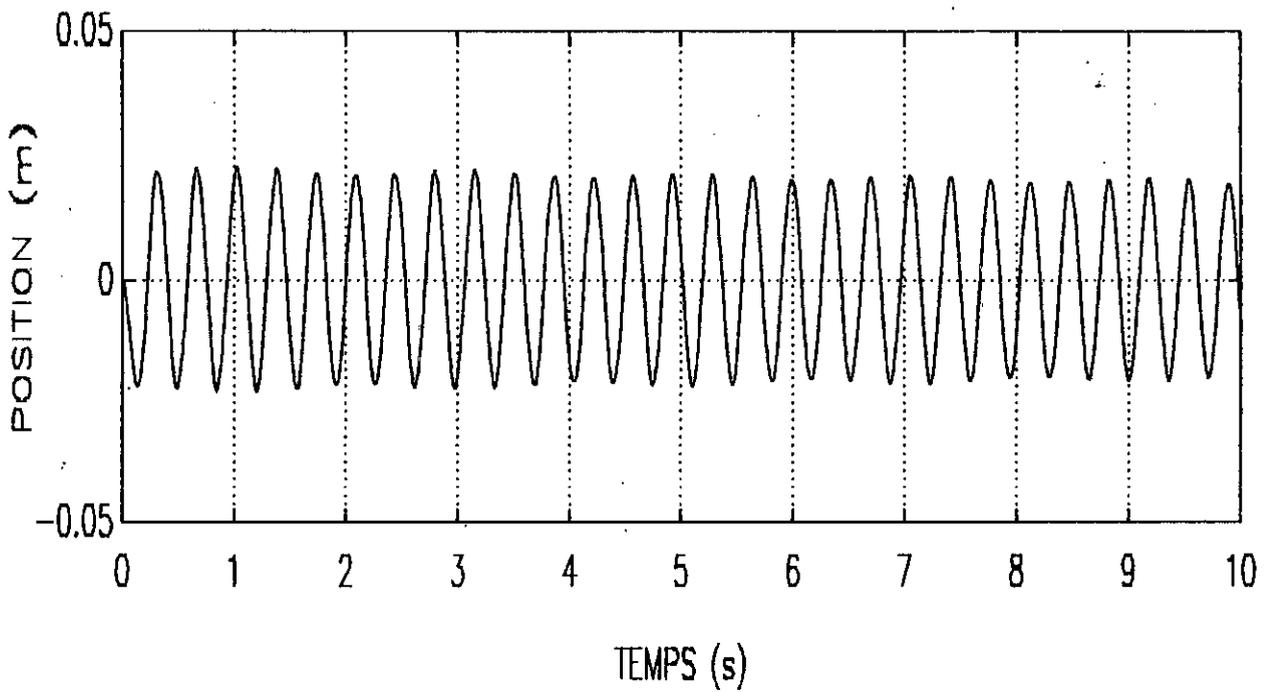


Figure [2.21b]: Déflexion totale de l'extrémité du bras encastré-libre

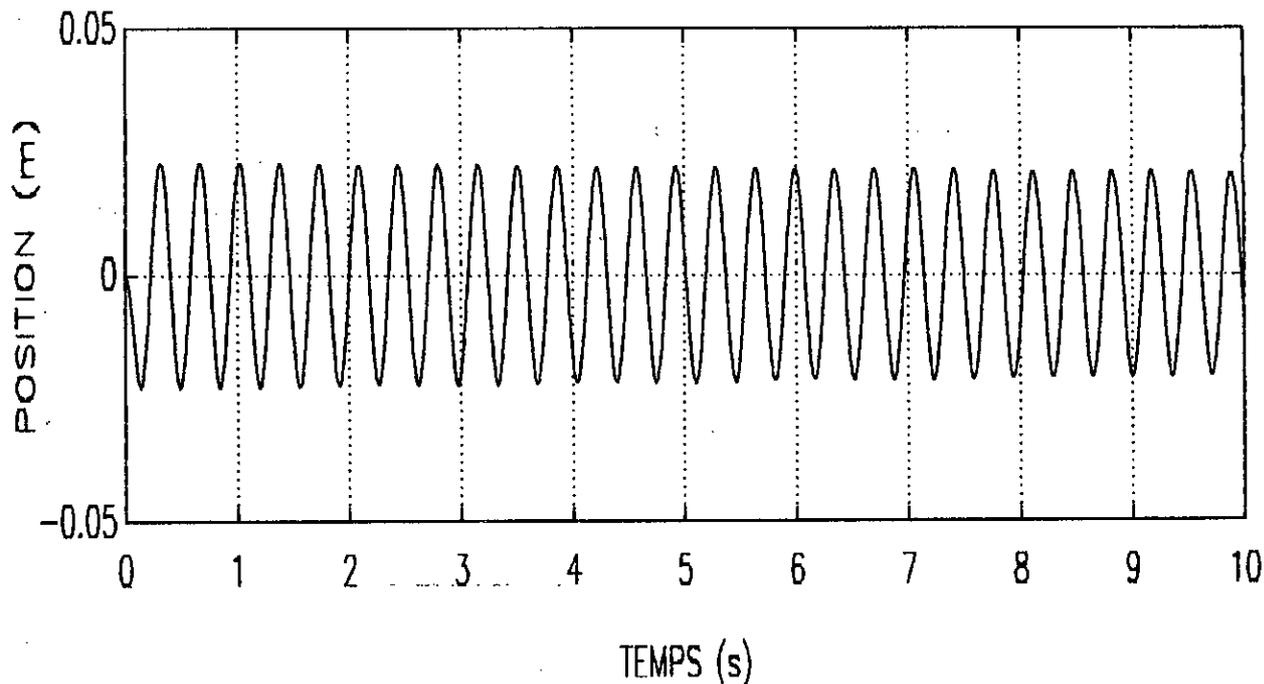


Figure [2.21c]: Réponse impulsionnelle du premier mode flexible du bras encastré-chargé

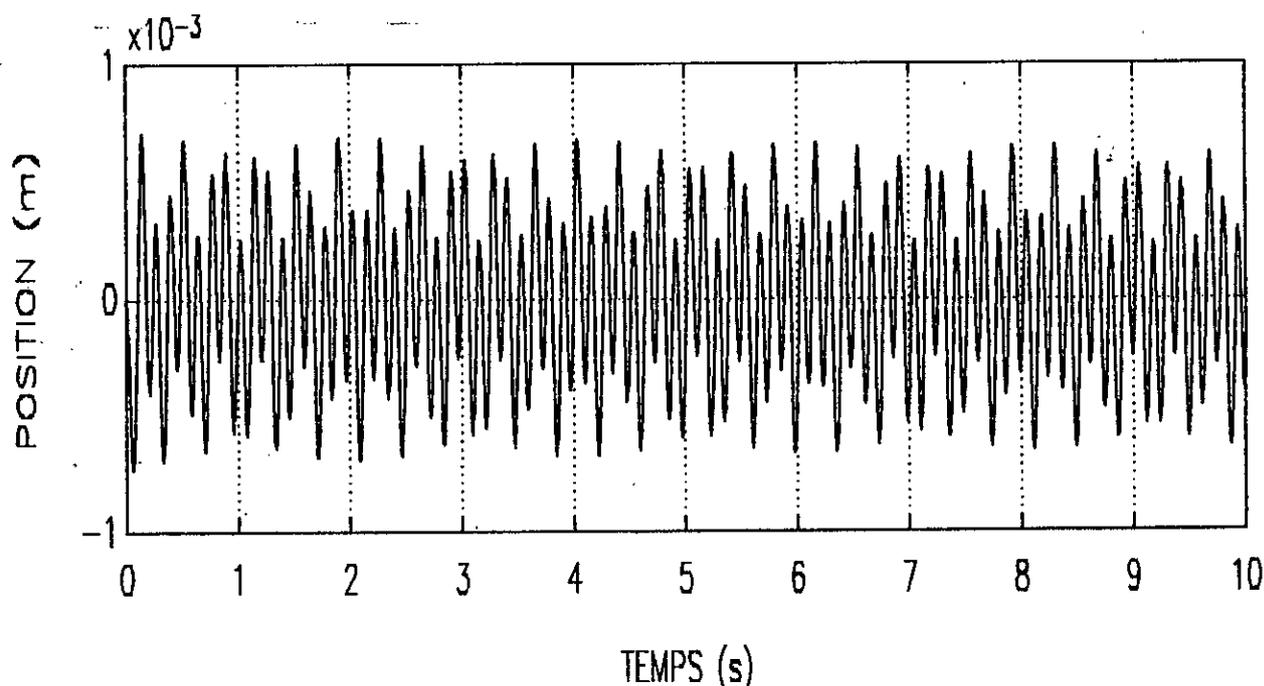


Figure [2.21d]: Réponse impulsionnelle du deuxième mode flexible du bras encastré-chargé

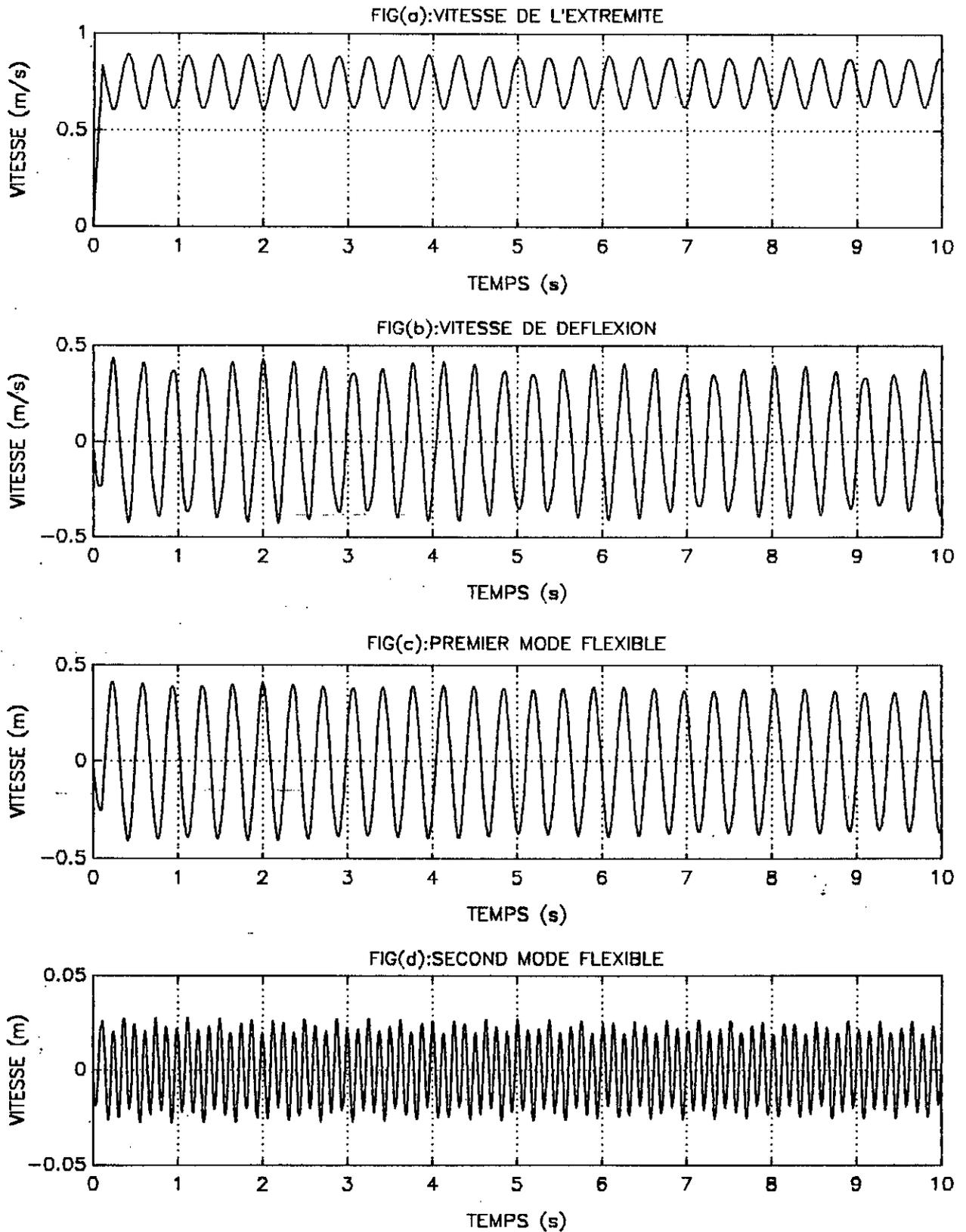


Figure [2.22]: Réponses en vitesse à une impulsion de couple du système encasté-chargé

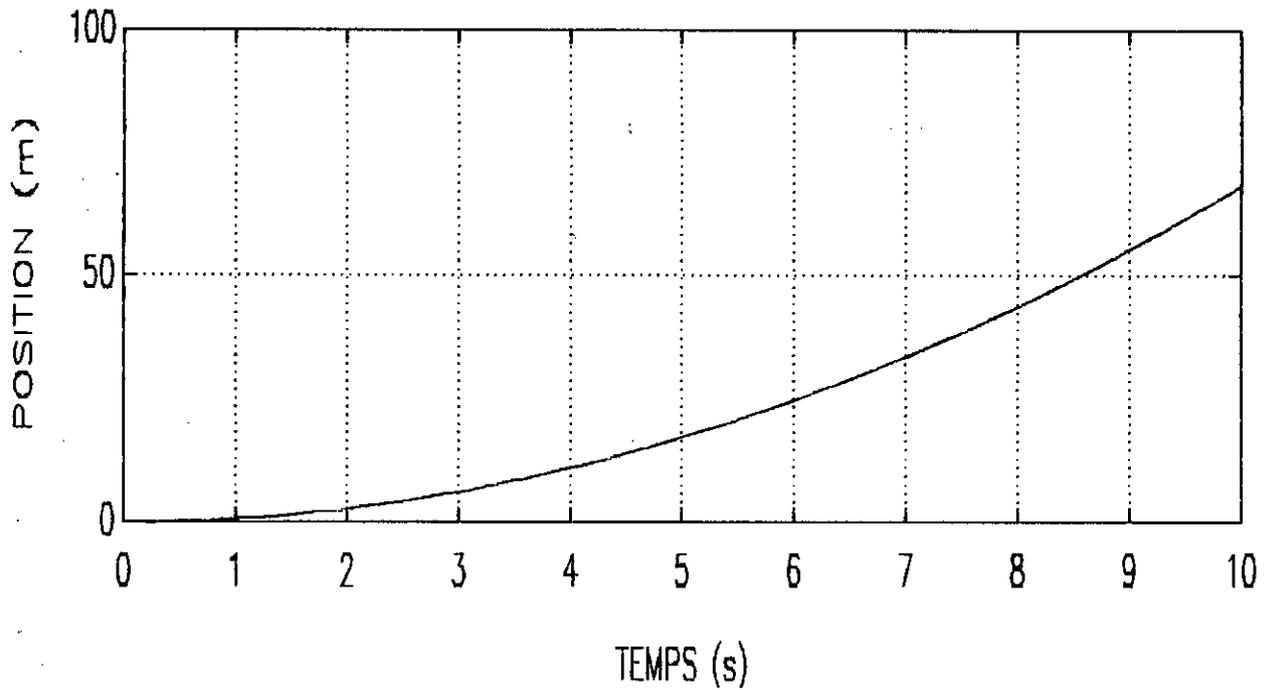


Figure [2.23a]: Réponse indicielle de l'extrémité du bras encastré-libre

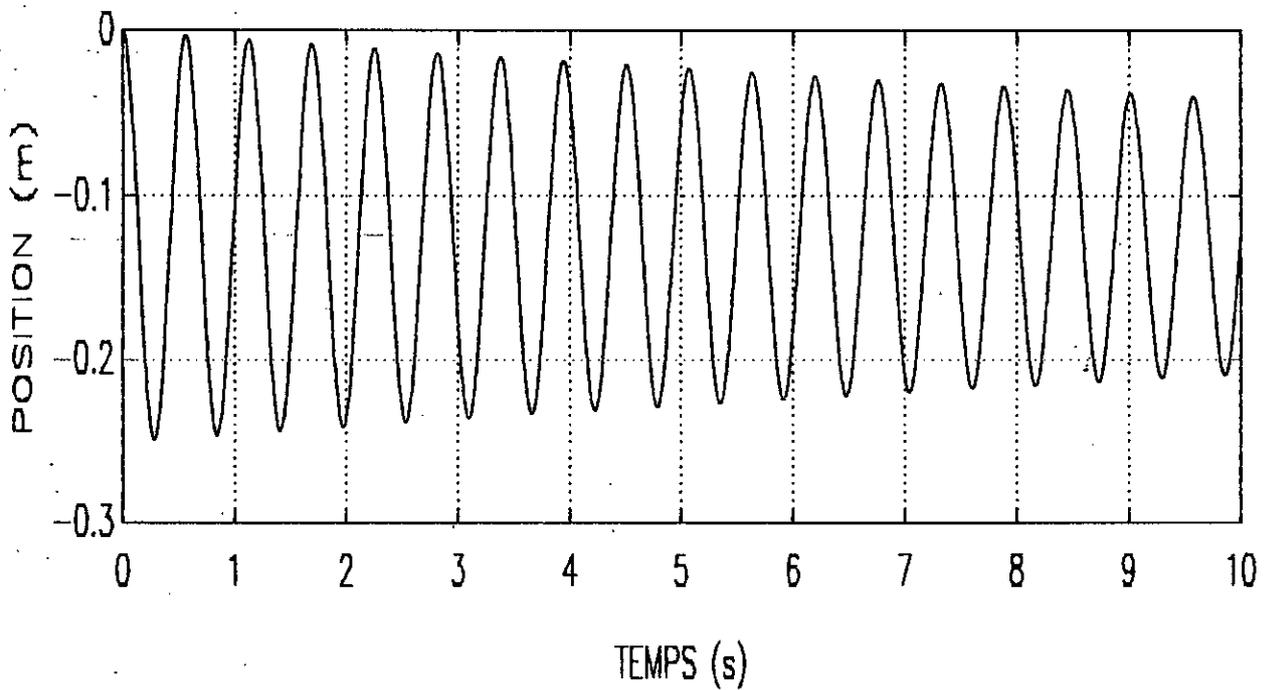


Figure [2.23b]: Déflexion totale de l'extrémité du bras encastré-libre

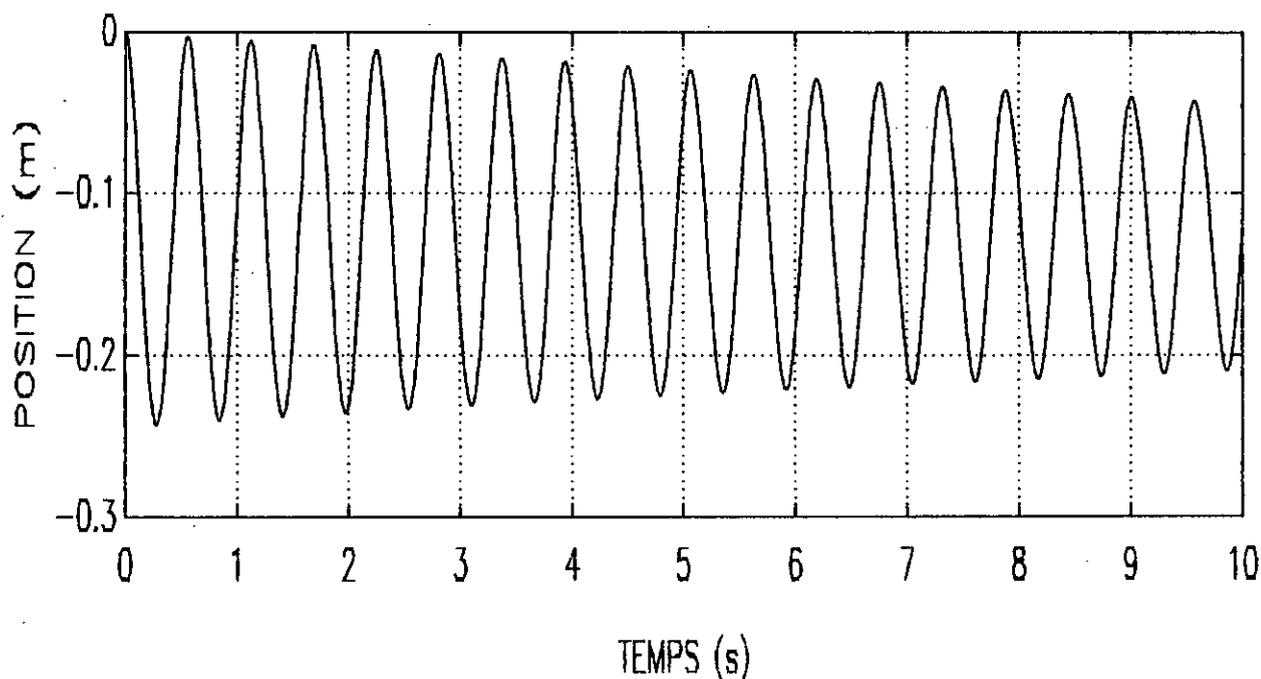


Figure [2.23c]: Réponse indicielle du premier mode flexible du bras encastré-libre

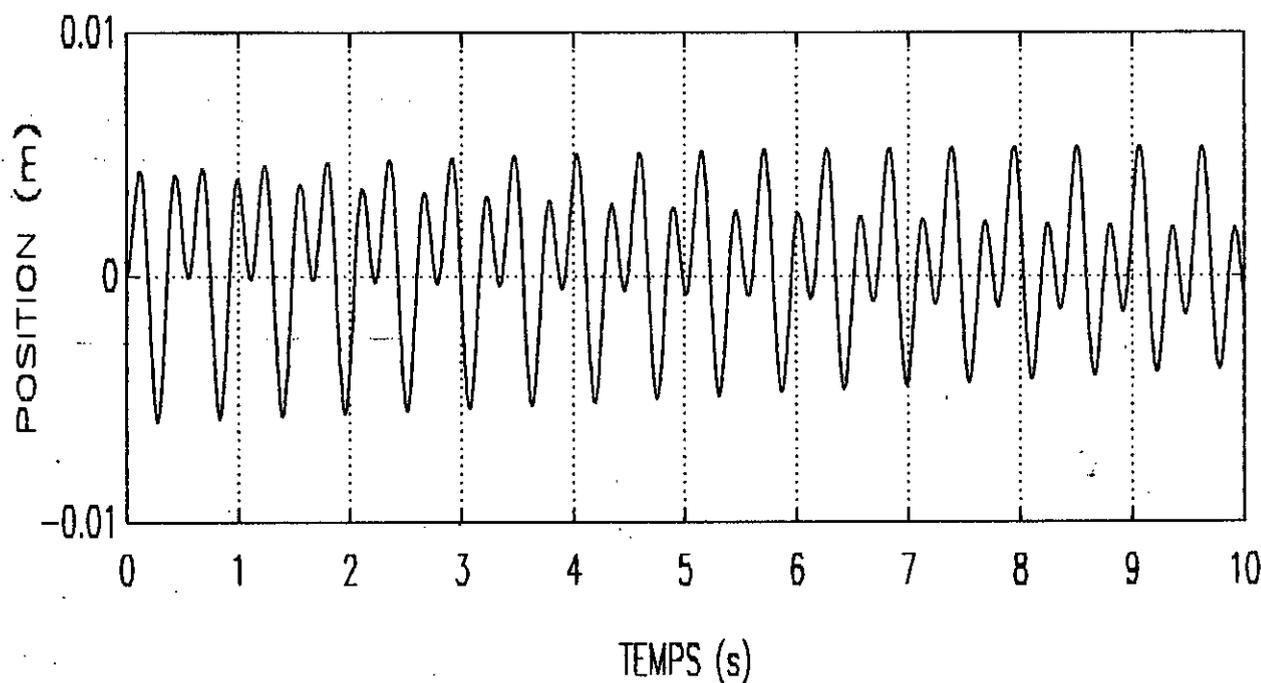


Figure [2.23d]: Réponse indicielle du deuxième mode flexible du bras encastré-libre

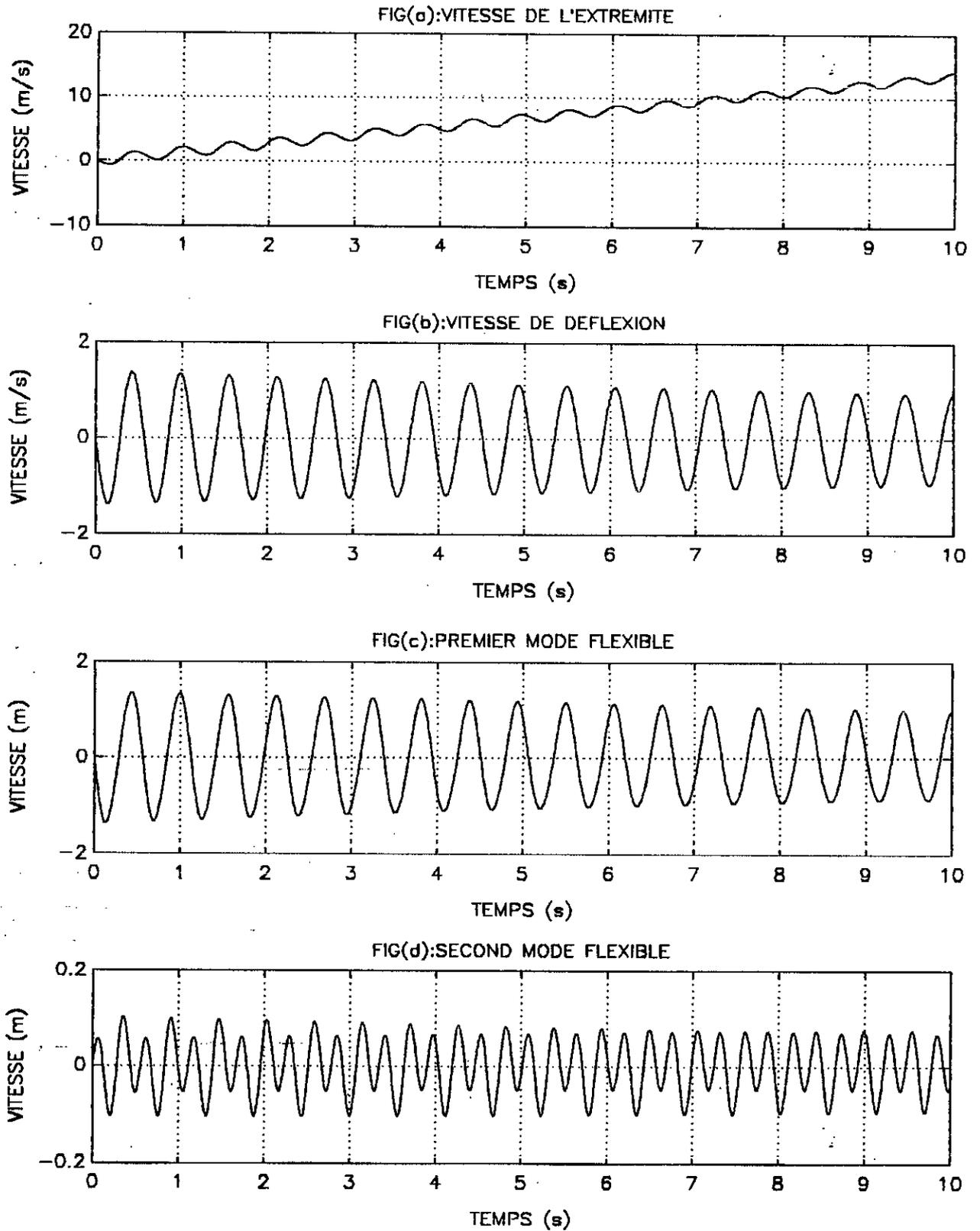


Figure [2.24]: Réponses en vitesse à un échelon de couple du système encasté-libre

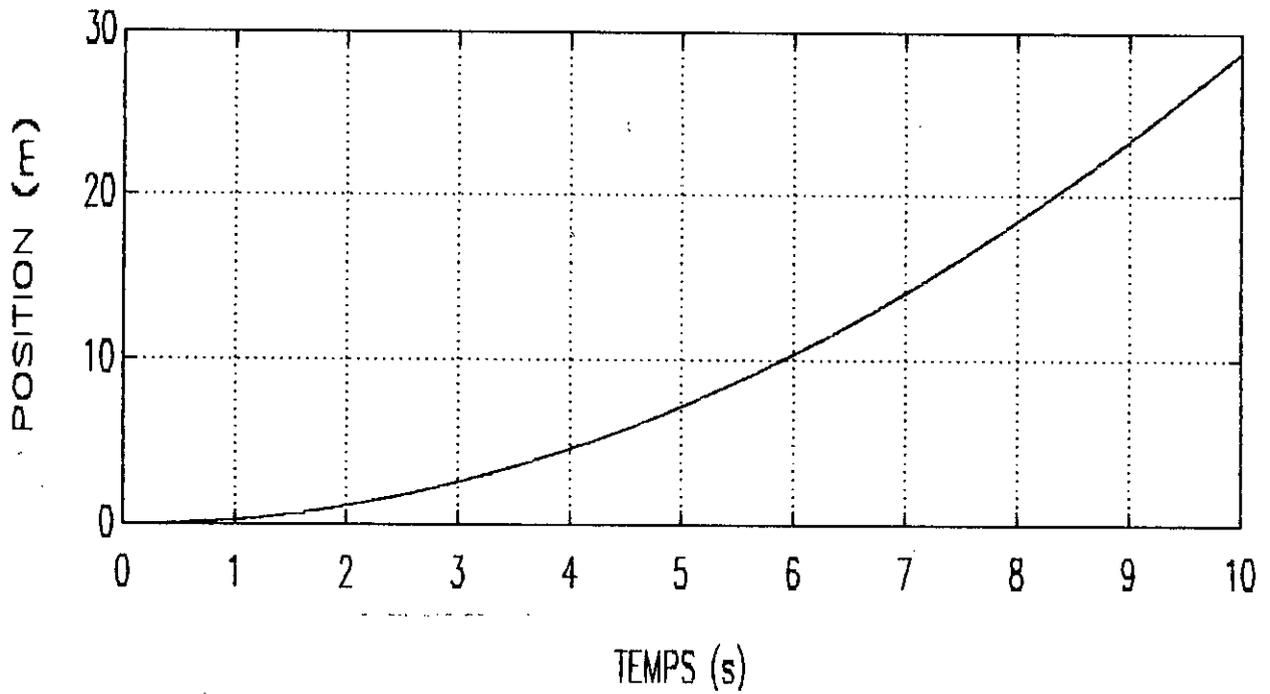


Figure [2.25a]: Réponse indicielle de l'extrémité du bras encastré-chargé

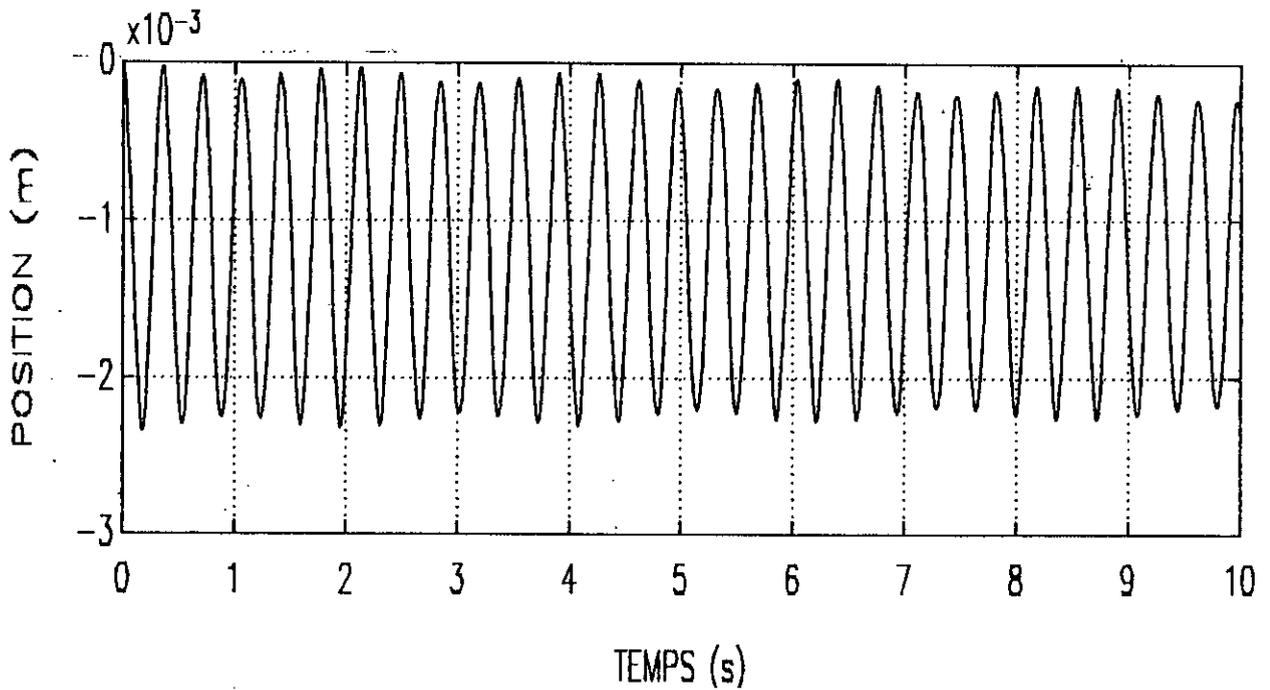


Figure [2.25b]: Déflexion totale de l'extrémité du bras encastré-chargé

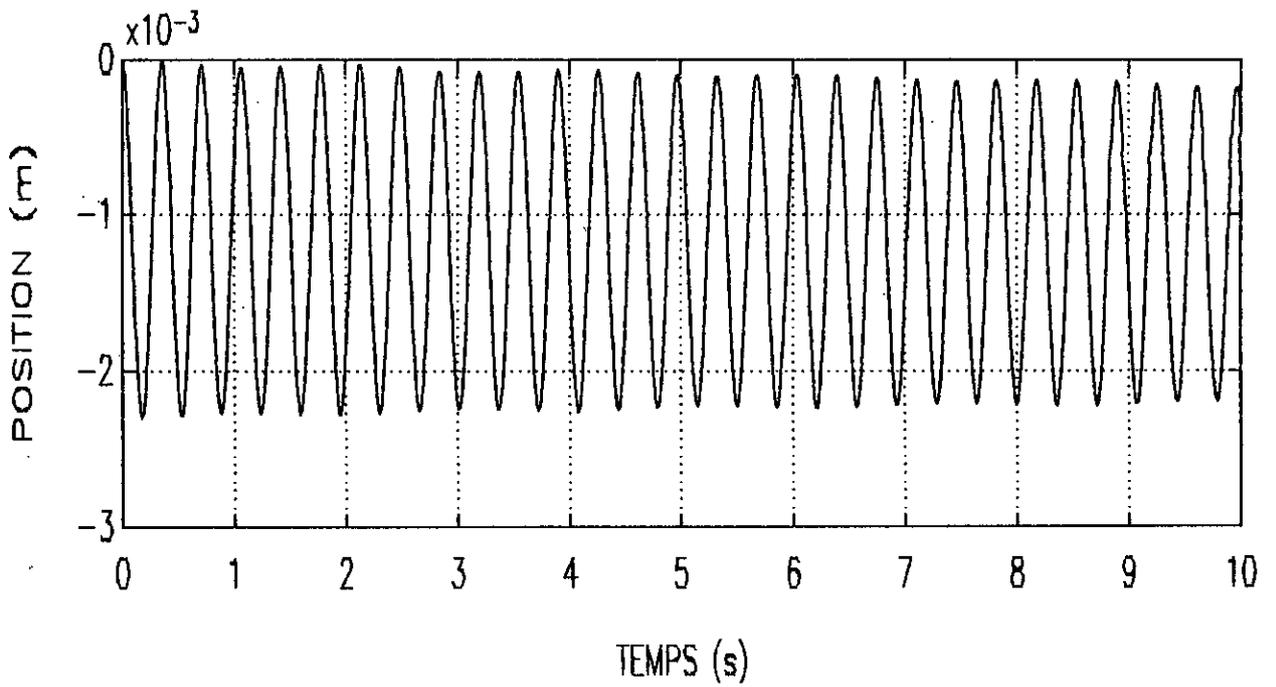


Figure [2.25c]: Réponse indicielle du premier mode flexible du bras encastré-chargé

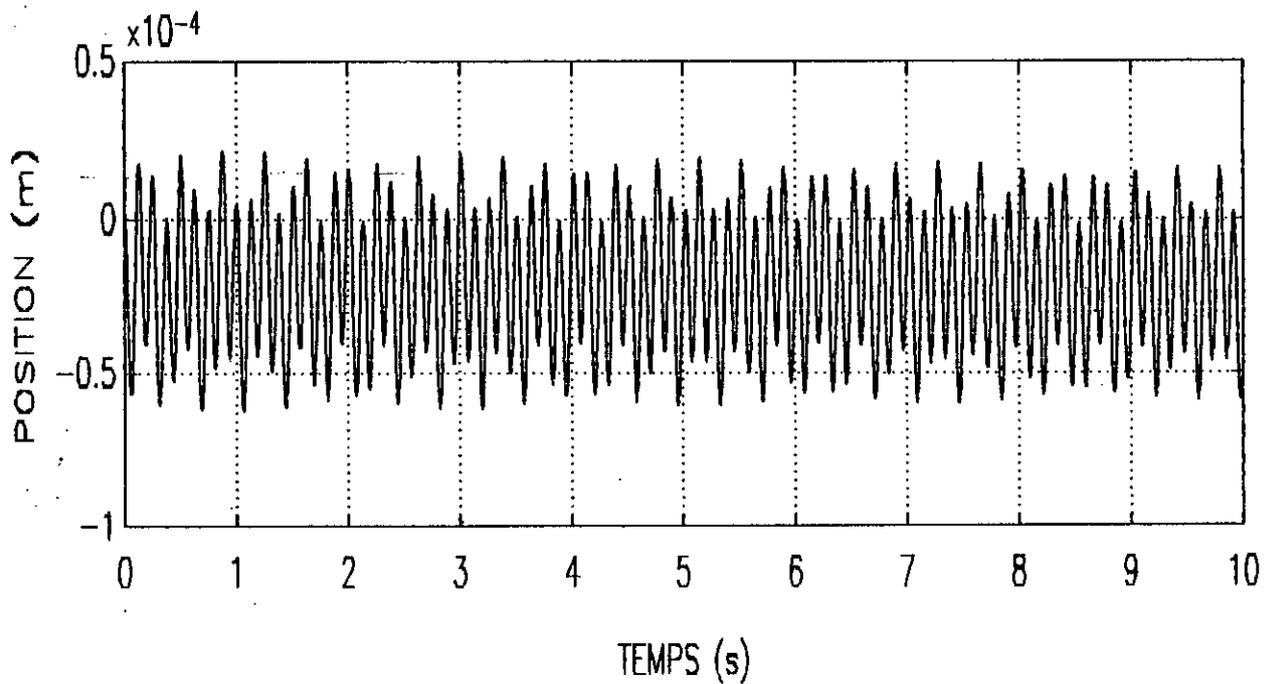


Figure [2.25d]: Réponse indicielle du deuxième mode flexible du bras encastré-chargé

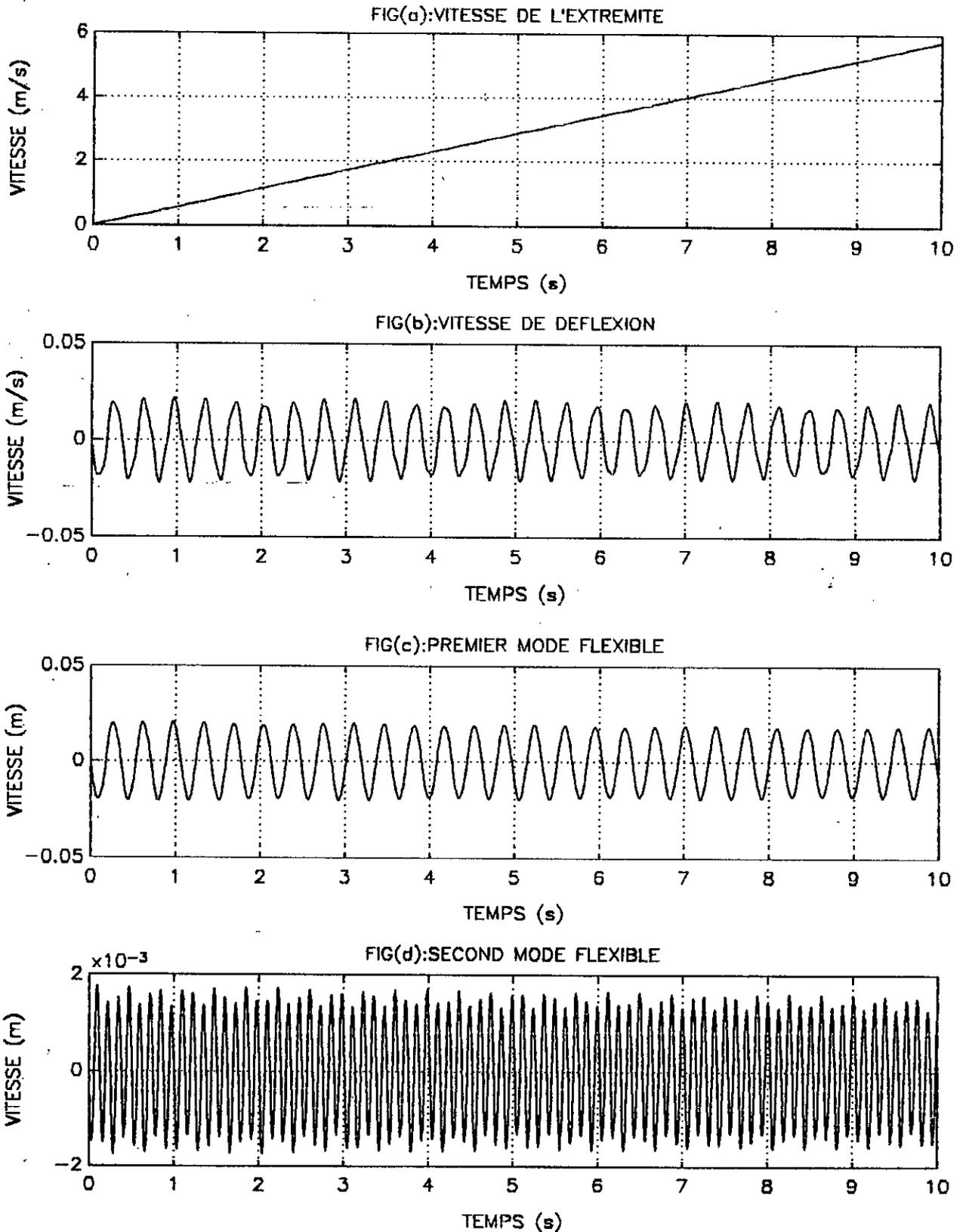


Figure [2.24]: Réponses en vitesse à un échelon de couple du système encasté-chargé

## II.6 CONCLUSION

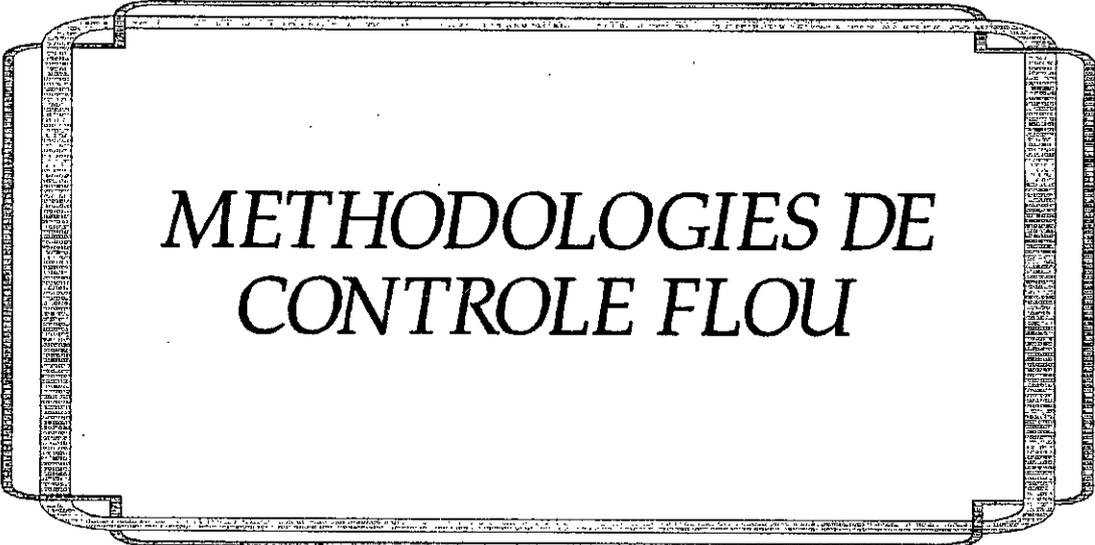
La modélisation de la structure d'un robot flexible est généralement considérée comme un problème à dimension infinie s'exprimant sous la forme d'équations aux dérivées partielles dites intégral-différentielles, fonctions de l'espace et du temps (spatio-temporelles). En fait, elle peut être ramenée à un problème de dimension finie par une décomposition du champ de déplacements en des fonctions de forme (spatiales) sur une base modale (temporelle) caractérisée par un nombre fini suffisant de modes, ce qui constitue un modèle d'ordre réduit convenable pour les besoins de la commande.

Nous avons alors, développé deux modèles dynamiques d'un robot manipulateur à une liaison flexible en nous appuyant, après une étude énergétique, sur le formalisme lagrangien associé à une méthode d'analyse modale (*méthode des modes supposés ou en anglais "assumed modes method"*), la liaison étant considérée comme une poutre bidimensionnelle d'*Euler-Bernoulli*.

Un premier modèle linéaire a pu être obtenu après avoir eu recours à certaines approximations usuelles. Ensuite, ne faisant plus appel à celles-ci, un modèle explicite complet, mais non linéaire, cette fois-ci, a été synthétisé.

Des simulations numériques, incluant différents tests instructifs, ont été réalisées pour les deux modèles en utilisant le logiciel *MATLAB*. Ceci nous a permis d'avoir un bon aperçu sur le comportement dynamique en boucle ouverte de notre structure flexible vibratoire en vue de sa commande. La modification de certains paramètres et particulièrement la charge s'est avérée influente, de façon notable, sur le comportement de l'organe terminal ou extrémité de préhension du bras souple. Ceci nous pousse, déjà, à entrevoir l'utilisation d'une technique de contrôle assurant la robustesse vis-à-vis de ces variations significatives de dynamique.

# Chapitre III



METHODOLOGIES DE  
CONTROLE FLOU

*"So far as the laws of mathematics refer to reality, they are not certain. And so far as they are certain, they do not refer to reality".*

*Albert Einstein (1879-1955)*

**INTRODUCTION:**

La majorité des systèmes industriels complexes sont difficiles à contrôler automatiquement. Cette difficulté provient de :

- leur non-linéarité,
- la variation de leurs paramètres,
- la qualité des variables mesurables,

En général les modèles de ces procédés, basés soit sur des relations physico-chimiques, soit sur des méthodes d'estimation des paramètres, sont des approximations du système réel et nécessitent un temps de calcul important. Néanmoins, avec ces approximations, plusieurs expériences ont été menées avec succès, mais des difficultés expérimentales sont apparues vu que les systèmes réels fonctionnent sous contraintes, avec des saturations et en présence de perturbations aléatoires.

Pour contrôler ces processus complexes, une alternative a été mise en œuvre et consiste à investiguer les stratégies de contrôle employées par l'opérateur humain. Afin d'introduire les actions de contrôle de cet opérateur dans un schéma d'automatisation une méthode de modélisation de sa stratégie est nécessaire. Ce sujet a été le thème de nombreuses recherches, car, pour obtenir une description précise, on est souvent confronté aux problèmes suivants:

- les actions de contrôle d'un opérateur de processus sont souvent irrégulières, inconsistantes ou sujettes à erreurs dues à la nature des processus de décision humains. L'activité de contrôle de l'opérateur est difficile à interpréter avec précision,

- l'opérateur intervenant dans le processus répond, fréquemment, non seulement aux mesures unitaires, mais aussi aux motifs complexes de mesures et d'observations de variables non mesurables, telles que la couleur, la consistance, ...etc.

Ces observations sont alors subjectivement classifiées et utilisées comme une base pour les décisions de contrôle.

Un observateur techniquement instruit peut obtenir une description de la stratégie de contrôle de l'opérateur par observation et discussion avec l'opérateur expérimenté. Le résultat est une stratégie de contrôle qualitative, linguistiquement exprimée sous la forme d'un ensemble de règles de décisions heuristiques, imprécises et difficiles à convertir en un système de contrôle quantitatif. Or, la théorie des ensembles et des algorithmes flous développée dans les années 60 peut être judicieusement utilisée pour évaluer directement ces expressions linguistiques imprécises à l'aide d'un ordinateur.

Dans ce chapitre, nous allons examiner les fondements théoriques nécessaires pour cette démarche en donnant un rappel sur la théorie des ensembles flous et un aperçu général sur la logique floue en se limitant aux concepts essentiels constituant la base de la théorie du contrôle flou [PED 93]. Dans les dernières sections, nous allons présenter succinctement la méthodologie de conception d'un contrôleur flou.

**III.1 LOGIQUE FLOUE**

La logique floue ("fuzzy logic" en anglais) [ZAD 88] suscite actuellement un fervent intérêt de la part des chercheurs, des ingénieurs et des industriels, mais plus généralement de la part de tous ceux qui éprouvent le besoin de formaliser des

méthodes empiriques, de généraliser des modes de raisonnement naturels, d'automatiser la prise de décision dans leur domaine, de construire des systèmes artificiels capables d'effectuer les tâches habituellement prises en charge par les humains [BOU 93].

La pensée humaine est une symbiose de la logique et de l'imagination, c'est à dire, une superposition de rigueur et d'intuition agissant de concert ou séparément. La logique humaine est un enchaînement d'idées, de concepts, concrets ou abstraits, aboutissant à des conclusions qui entraînent des décisions ou restant à l'état de résultats utilisables ou non.

Le caractère flou de la pensée humaine est illustré par sa capacité de résumer les informations pour extraire à partir des collections de masses de données stockées dans la mémoire, les sous-collections qui ont un rapport avec la tâche considérée. Par sa nature, un résumé est une approximation de ce qu'il résume.

Pour plusieurs cas, une caractérisation très approximative d'une collection de données est suffisante, car la plupart des tâches faites par les êtres humains n'exigent pas un degré très élevé de précision dans leur exécution [ZAD 88].

Une imitation de ces aspects qualitatifs et approximatifs de la pensée humaine a donné naissance à un autre type de systèmes de contrôle qui trouvent de puissantes applications, surtout dans des situations où le système à contrôler est mal défini (mathématiquement).

L'étude contemporaine de la logique floue ou multivalente est venue résoudre certains paradoxes auxquels la logique binaire ou bivalente (ou loi du tiers exclu) n'a pu trouver de solutions.

C'est en 1920 que le logicien polonais Jan LUCASIEWICZ a établi les principes de la logique multivalente, où les propositions peuvent être partiellement vraies, dans une proportion qui varie entre le "zéro" et le "un" de la logique binaire.

Dans un article paru en 1937, le philosophe de la mécanique quantique Max BLACK appliqua la logique multivalente à des listes, ou à des ensembles d'objets, et dessina ainsi les premiers diagrammes d'ensembles flous; il les nomma "vagues".

Presque trente ans plus tard, en 1965, l'iranien Lotfi A. ZADEH, alors professeur au département d'ingénierie électrique de l'université de Californie à Berkeley, introduisit la notion d'"Ensembles Flous" (en anglais "Fuzzy Sets") qui donna son nom à cette discipline [ZAD 65].

L'idée de contrôle flou a été proposée dans des notes publiées par Zadeh, lui même, en 1968 et 1972 et a été décrite avec plus de détails en 1973 [ZAD 73].

Une année après, en 1974, la première implémentation d'un contrôle flou a vu le jour grâce à l'équipe du professeur

tanzanien Ebrahim MAMDANI réalisée sur une machine à vapeur au Queen Mary College de Londres [MAM 75].

Récemment, le déferlement de toute une vague commerciale de dispositifs à logique floue, japonais pour la plupart, a popularisé cette nouvelle notion de logique. La plus célèbre application floue est sans doute le contrôleur du métro de Sendai au Japon réalisé par la société Hitachi en 1988 [KOS 93].

### III.2 PRINCIPES DE LA LOGIQUE FLOUE

Dans ce qui suit, nous allons résumer les concepts de la théorie des ensembles flous nécessaires pour la conception des contrôleurs flous.

#### III.2.1 Ensembles flous et terminologie

Soit  $U$  une collection continue ou discrète d'objets génériquement dénotés par  $\{u\}$ .  $U$  est appelé *univers de discours* et  $u$  représente l'élément générique de  $U$ .

##### Définition 1: Ensemble flou

Un ensemble flou peut être vu comme une généralisation du concept d'ensemble ordinaire dont la *fonction d'appartenance* prend seulement deux valeurs  $\{0,1\}$  (ensemble "booléen").

Ainsi, sur un univers de discours  $U$ , un ensemble flou  $F$  est caractérisé par une fonction d'appartenance  $\mu_F$  prenant des valeurs dans l'intervalle  $[0,1]$ , i.e  $\mu_F: U \rightarrow [0,1]$ . Deux exemples de fonctions d'appartenance sont illustrés par la figure [3.1].

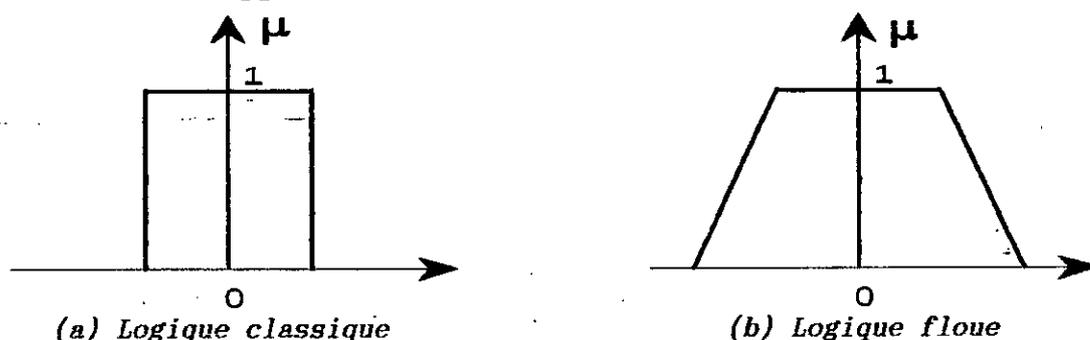


Figure [3.1]: Exemples de fonctions d'appartenance

Cet ensemble flou peut être représenté comme un ensemble de paires (élément générique, degré d'appartenance) ordonnées:  $F = \{(u, \mu_F(u)) \mid u \in U\}$  et on le notera:

\* si  $U$  est continu et infini:  $F = \int_U \mu_F(u) / u$

\* si  $U$  est discret et fini:

$$F = \sum_{i=1}^n \mu_F(u_i) / u_i = \frac{\mu_F(u_1)}{u_1} + \frac{\mu_F(u_2)}{u_2} + \dots + \frac{\mu_F(u_n)}{u_n} \quad (3.1)$$

Dans les deux notations, la barre horizontale n'est pas un quotient, mais plutôt un délimiteur. En effet, le numérateur dans les deux notations est le degré d'appartenance à l'ensemble  $F$  associé à l'univers de l'univers indiqué dans le dénominateur de chaque expression. Dans la première notation, le signe d'intégration ne représente pas une intégration algébrique mais plutôt une notation d'union ensembliste pour des variables continues. Dans la seconde notation, le symbole de sommation ne représente pas une sommation algébrique, mais plutôt une "union floue"; de plus, les signes "+" ne représentent pas une addition algébrique mais une union théorique de fonctions.

**Définition 2:** Support, point de commutation et singleton flou

- Le support d'un ensemble flou  $F$  est l'ensemble de tous les points  $u$  dans  $U$  tels que  $\mu_F(u) > 0$ .
- Le point de commutation est le cas particulier où l'élément  $u$  de  $U$  tels que  $\mu_F = 0.5$ .
- L'ensemble flou dont le support est un singleton dans  $U$  avec  $\mu_F(u) = 1$  est appelé singleton flou.

### III.2.2 Opérations ensemblistes élémentaires

Soient  $A$  et  $B$  deux ensembles flous dans  $U$  ayant respectivement  $\mu_A$  et  $\mu_B$  comme fonctions d'appartenance. Les opérations d'union, d'intersection et de complémentation dans les ensembles flous sont définies à l'aide de leurs fonctions d'appartenance.

**Définition 3:** Union

La fonction d'appartenance  $\mu_{A \cup B}$  de l'union  $A \cup B$  est définie, pour tout  $u \in U$ , par:  $\mu_{A \cup B} = \max\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$  (3.2)

**Définition 4:** Intersection

La fonction d'appartenance  $\mu_{A \cap B}$  de l'intersection  $A \cap B$  est définie, pour tout  $u \in U$ , par:  $\mu_{A \cap B} = \min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$  (3.3)

Définition 5: Complémentation

La fonction d'appartenance  $\mu_{\bar{A}}$  du complément d'un ensemble flou  $A$  est définie, pour tout  $u \in U$ , par:  $\mu_{\bar{A}} = 1 - \mu_A(u)$  (3.4)

Définition 6: Produit cartésien

Si  $A_1, A_2, \dots, A_n$  sont des ensembles flous dans respectivement  $U_1, U_2, \dots, U_n$ , le produit cartésien de  $A_1, A_2, \dots, A_n$  est un ensemble flou dans l'espace produit  $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$  ayant pour fonction d'appartenance:

$$\mu_{A_1, A_2, \dots, A_n}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \min\{\mu_{A_1}(u_1), \mu_{A_2}(u_2), \dots, \mu_{A_n}(u_n)\} \quad (3.5)$$

ou bien

$$\begin{aligned} \mu_{A_1, A_2, \dots, A_n}(u_1, u_2, \dots, u_n) &= \mu_{A_1}(u_1) \times \mu_{A_2}(u_2) \times \dots \times \mu_{A_n}(u_n) \\ &= \prod \mu_{A_i}(u_i) \end{aligned}$$

Définition 7: Relation floue

Une relation floue d'ordre  $n$  est un ensemble flou dans  $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$  et est exprimée comme:

$$R_{U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n} = \{(u_1, u_2, \dots, u_n), \mu_R(u_1, u_2, \dots, u_n)\}, \{(u_1, u_2, \dots, u_n) \in U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n\} \quad (3.6)$$

Définition 8: Composition "Sup-Star"

Si  $R$  et  $S$  sont deux relations floues dans respectivement  $U \times V$  et  $V \times W$ , la composition de  $R$  et  $S$  est une relation floue dénotée par  $RoS$  et définie par:

$$RoS = \{[(u, w), \sup_v (\mu_R(u, v) * \mu_S(v, w))], u \in U, v \in V, w \in W\} \quad (3.7)$$

où  $*$  pourrait être n'importe quel opérateur appartenant à la classe des normes triangulaires [WEB 83, MIZ 89] (Cf. Annexe D).

## III.2.3 Variables linguistiques et ensembles flous

Définition 9: Nombre flou

Un nombre flou  $F$ , dans un univers de discours  $U$ , est un ensemble flou  $F$  (dans  $U$ ) normal et convexe:

$$\max_{u \in U} \mu_F(u) = 1 \quad (\text{normal})$$

$$\mu_F(\lambda u_1 + (1-\lambda) u_2) \geq \min(\mu_F(u_1), \mu_F(u_2)), u_1, u_2 \in U, \lambda \in [0, 1] \quad (\text{convexe}) \quad (3.8)$$

ou autrement, si on a dans  $U$ :  $u_1 \leq u_2 \leq u_3$ , alors

$$\mu_F(u_2) \geq \min(\mu_F(u_1), \mu_F(u_3)) \quad (3.9)$$

**Définition 10: Variables linguistiques**

L'utilisation des ensembles flous offre une base pour une voie systématique de manipulation des concepts vagues et imprécis. En particulier, on peut employer les ensembles flous pour représenter des variables linguistiques.

Une variable linguistique peut être vue:

- soit comme une variable dont la valeur est un nombre flou,
- soit comme une variable dont les valeurs sont définies en termes linguistiques (mots ou phrases).

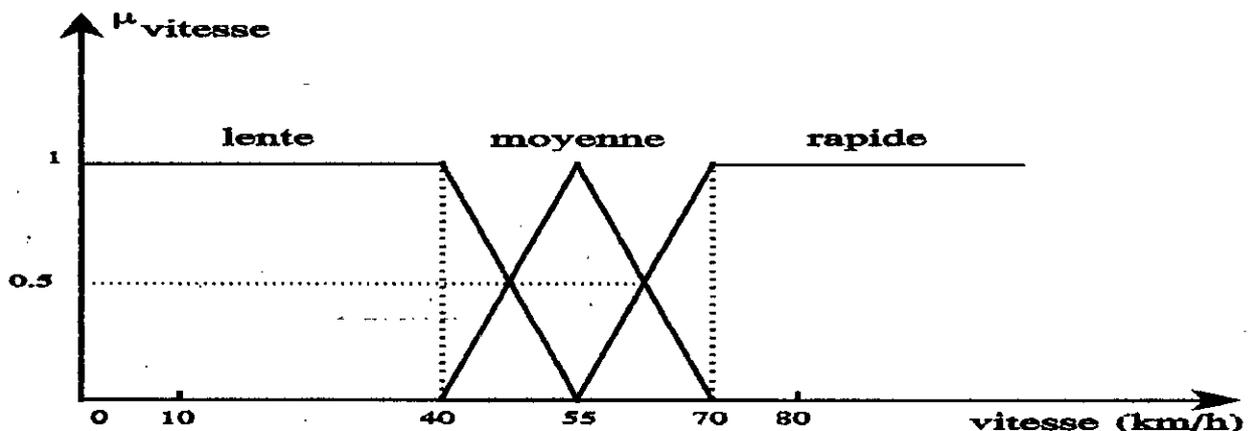
Une variable linguistique est caractérisée par un 5-uple  $(x, T(x), U, G, M)$  dans lequel:

- $x$  est le nom de la variable,
- $T(x)$  est l'ensemble des termes de  $x$ , c'est à dire, l'ensemble des noms des valeurs linguistiques de  $x$ , chacune étant un nombre flou défini sur  $U$ ,
- $G$  est une règle syntaxique pour la génération des noms des valeurs de  $x$ ,
- $M$  est une règle sémantique qui associe à chaque valeur son sens.

Par exemple, si la vitesse est interprétée comme une variable linguistique, alors son ensemble de termes  $T(\text{vitesse})$  peut être:

$$T(\text{vitesse}) = \{ \text{lente}, \text{moyenne}, \text{rapide}, \text{très lente}, \text{très rapide} \}$$

où chaque terme est caractérisé par un ensemble flou dans un univers de discours  $U = [0, 100]$  par exemple.  $M$  interprétera "lente" comme "une vitesse inférieure ou égale à 40 Km/h", "moyenne" comme "une vitesse d'environ (ou toute proche de) 55 Km/h" et rapide comme "une vitesse supérieure ou égale à 70 Km/h". Ces termes peuvent être caractérisés comme des ensembles flous dont les fonctions d'appartenance sont illustrées par la figure [3.2].



**Figure [3.2]: Représentation graphique des vitesses floues, "vitesse" est la variable linguistique avec trois termes: "lente", "moyenne" et "rapide"**

### III.2.4 Logique floue et raisonnement approximatif

En logique floue et raisonnement approximatif, il ya deux importantes règles d'inférence ou d'implication floues proposées par Zadeh en 1973 nommées le "Modus Ponens Généralisé" (MPG) et le "Modus Tollens Généralisé" (MTG) [ZAD 88] (qui ne sont que les généralisations des règles d'inférence bivalentes classiques "Modus Ponens" (MP) et "Modus Tollens" (MT)) [KAU 87, KAU 91]:

Prémisse 1	: x est A'		
Prémisse 2	: Si x est A, alors y est B		
conséquence	: y est B'	( M P G )	(3.10)

Prémisse 1	: y est B'		
Prémisse 2	: Si x est A, alors y est B		
conséquence	: x est A'	( M T G )	(3.11)

L'implication floue est basée sur la règle compositionnelle d'inférence pour le raisonnement approximatif proposé par Zadeh. Ici on a introduit les ensembles flous A, A', B, B' par des variables linguistiques x, y au lieu des ensembles ordinaires de la logique traditionnelle. Le MPG, qui se réduit au "Modus Ponens" quand  $A'=A$  et  $B'=B$ , est utilisé dans le raisonnement par chaînage avant (déduction successive de faits) et est particulièrement utile dans la commande floue [VER 92, VIN 94]. Quant au MTG, utilisé en chaînage inférentiel arrière (vérification d'hypothèse), il trouve son domaine d'application dans les systèmes experts et spécialement ceux du diagnostic médical.

**Définition 11: règle compositionnelle d'inférence "Sup-Star"**

Si R est une relation floue dans  $U \times V$  et x est ensemble flou dans U, alors la "règle compositionnelle d'inférence Sup-Star" stipule que l'ensemble flou y dans V induit par x est donné par  $y = x \circ R$  où  $x \circ R$  est la composition "Sup-Star". Si l'opérateur "Star" représente l'opérateur minimum, alors cette définition se réduit à la règle compositionnelle d'inférence de Zadeh [ZAD 88].

### III.3 PRINCIPE DU CONTROLEUR FLOU

Après avoir passé en revue les principaux concepts de la théorie des ensembles flous, nous pouvons à présent procéder au

développement des notions importantes constituant la base des contrôleurs flous.

La figure [3.3] montre le schéma synoptique général d'un contrôleur flou appliqué à un processus.

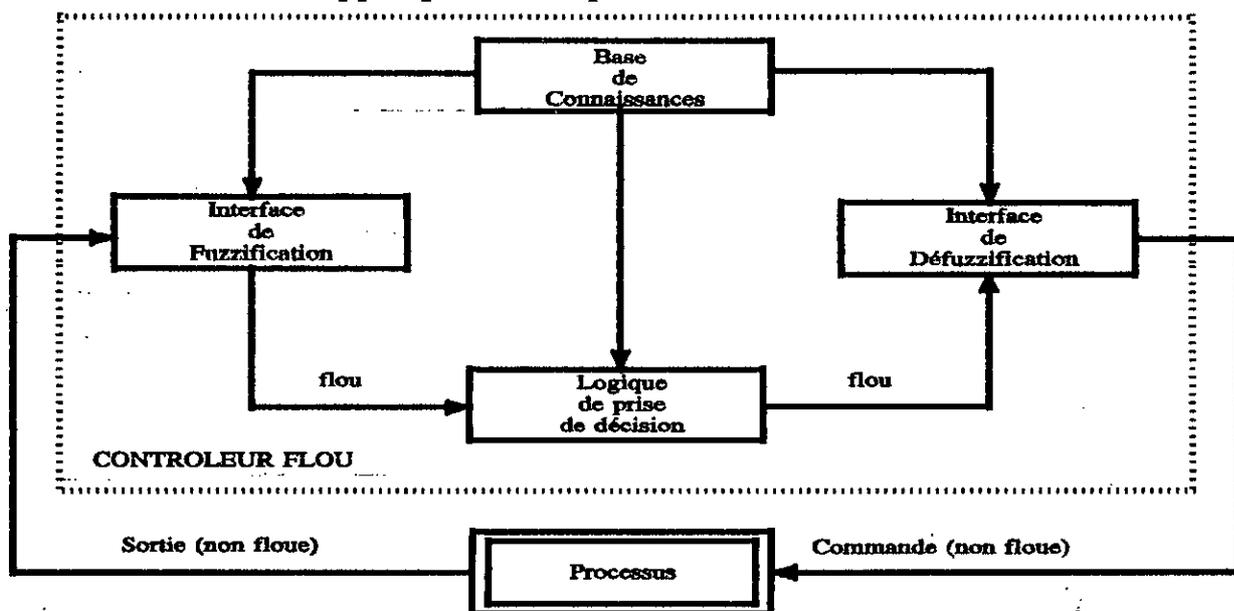


Figure [3.3]: *Schéma synoptique général d'un contrôleur flou*

Ce schéma est composé comme suit:

- une interface de fuzzification à l'entrée
- une base de connaissances
- une logique de prise de décision
- une interface de défuzzification à la sortie.

#### 1) Interface de fuzzification:

L'interface de fuzzification inclut les fonctions suivantes:

- a) mesure les valeurs des variables d'entrée,
- b) réalise une cartographie d'échelle transférant la plage des variables d'entrée aux univers de discours correspondants,
- c) réalise la fonction de fuzzification qui convertit les données d'entrée en valeurs linguistiques pouvant être vues comme étiquettes d'ensembles flous.

#### 2) Base de connaissance:

La base de connaissances comprend une connaissance du domaine d'application et les buts du contrôle prévus. Elle consiste en une "base de données" et une "base de règles de contrôle linguistique flou":

- a) la base de données fournit les définitions nécessaires utilisées pour définir les règles de contrôles linguistiques et la manipulation des données floues dans le contrôleur flou,

b) La base de règles caractérise les buts et la stratégie de la commande émis par les experts du domaine au moyen d'un ensemble de règles linguistiques de contrôle.

### 3) Logique de prise de décision (d'inférence):

La logique de prise de décision est le noyau du contrôleur flou; elle a la capacité de simuler la prise de décision de l'être humain en se basant sur les concepts flous et d'inférer les actions de commande en employant l'implication floue et les règles d'inférence en logique floue.

### 4) Interface de défuzzification:

L'interface de défuzzification réalise les fonctions suivantes:

- a) une cartographie d'échelle qui convertie la plage des valeurs des variables de sortie aux univers de discours correspondant,
- b) La défuzzification, qui fournit une action de commande non floue (physique) à partir d'une action inférée de commande floue.

Nous pouvons maintenant faire apparaître les principaux paramètres de conception pour un contrôleur flou à savoir :

1- les stratégies de fuzzification

2- la base de données :

- a) discrétisation/normalisation des univers de discours,
- b) partition floue des espaces d'entrée et de sortie,
- c) complétude,
- d) choix des fonctions d'appartenance.

3- la base de règles:

- a) choix des variables d'états (d'entrée) du processus et des variables de commande (de sortie) du contrôleur flou,
- b) source et dérivation des règles de contrôle flou,
- c) types de règles de contrôle flou,
- d) consistance, interactivité, complétude des règles de contrôle flou.

4- la logique de prise de décision:

- a) définition d'une implication floue,
- b) interprétation du connecteur de phrases ET,
- c) interprétation du connecteur de phrases AUSSI,
- d) définition d'un opérateur de composition des règles,
- e) mécanisme d'inférence.

5- les stratégies de défuzzification.

Dans ce qui suit, chacune de ces parties fera l'objet d'un développement détaillé.

#### III.3.1 Stratégies de fuzzification

La fuzzification est liée au caractère vague et à

l'imprécision dans un langage naturel. C'est une évaluation subjective qui transforme une mesure en une évaluation d'une valeur subjective, et donc, elle peut être définie comme une cartographie d'un espace d'entrée observé vers des ensembles flous en certains univers de discours d'entrée. La fuzzification joue un rôle important en relation avec l'information incertaine qui peut être objective ou subjective.

Dans les applications de commande floue, les données observées sont habituellement physiques (réelles numériques). Or, le traitement de données dans un contrôleur flou est basé sur la théorie des ensembles flous; ceci nécessite donc une fuzzification.

La fuzzification s'articule autour des axes suivants:

1) un opérateur de fuzzification convertit une valeur numérique en un singleton flou à l'intérieur d'un certain univers de discours. Cette stratégie est largement utilisée [MIZ 93] dans les contrôleurs flous car elle est naturelle et facile à implémenter. Elle interprète une entrée  $x_0$  comme un ensemble flou A ayant une fonction d'appartenance  $\mu_A(x_0)$  égale à zéro partout sauf au point  $x_0$  (égale à 1).

2) les données observées sont affectées par un bruit aléatoire. Dans ce cas, un opérateur de fuzzification devrait convertir ces données probabilistes en nombres flous, i.e, données "possibilistes" floues. Dans [LEE 90a], un triangle isocèle a été choisi comme fonction de fuzzification; le sommet de ce triangle correspond à la valeur moyenne d'un ensemble de données, tandis que sa base est deux fois la variance de cet ensemble. De cette façon, on forme un nombre flou triangulaire convenable à manipuler.

### III.3.2 Base de données

La base de connaissances d'un contrôleur flou est composée de deux parties: une base de données et une base de règles de contrôle flou. Cette dernière fera l'objet de la prochaine section. Les concepts associés à la base de données sont utilisés pour caractériser les règles de contrôle flou et la manipulation des données floues dans un contrôleur flou. Ces concepts sont subjectivement définis et basés sur l'expérience et le jugement de l'expert en engineering. Dans cet ordre d'idée, il peut être noté que le choix correct des fonctions d'appartenance d'un ensemble de termes joue un rôle essentiel dans la réussite d'une application. On va donc chercher à déterminer les phases importantes de construction d'une base de données dans un contrôleur flou.

### III.2.1 Discrétisation/normalisation des univers de discours

La représentation d'une information incertaine par des ensembles flous pose le problème de quantification d'une telle information pour la traiter sur ordinateur. En général, cette représentation dépend de la nature de l'univers de discours. Dans un contrôleur flou, un univers de discours peut être continu ou discret. Si l'univers est continu, on peut toujours le discrétiser. De plus, un univers continu peut être normalisé comme on le verra par la suite.

#### A) Discrétisation d'un univers de discours

La discrétisation d'un univers de discours est fréquemment associée à une quantification. En effet, la quantification discrétise un univers en un certain nombre de segments (niveaux de quantification). Chaque segment est étiqueté comme un élément générique et forme un univers discret. Un ensemble flou est alors défini par des degrés d'appartenance attribués à chaque élément générique de ce nouvel univers de discours discret. Basée sur les univers discrets, une table de décision, définissant la sortie du contrôleur flou pour toutes les combinaisons possibles des signaux d'entrée, peut être implémentée grâce à un traitement hors ligne, afin de réduire le temps d'exécution du contrôleur [RUT 76] dans la perspective de la commande en temps réel. Dans le cas des univers continus, le nombre des niveaux de quantification doit être assez grand pour fournir une approximation adéquate mais tout de même faible pour limiter les besoins en mémoire. Le choix des niveaux de quantification a une importante influence sur la manière d'obtenir un contrôle fin (commande fine) [LOU 96, LOU 97b, LOU 97c, LOU 97d]]. Par exemple, si un univers est quantifié toutes les cinq unités de mesure au lieu de dix unités, alors le contrôleur est deux fois plus sensible aux variables observées. La discrétisation nécessite une cartographie d'échelle transformant les variables mesurées en valeurs dans l'univers de discours. La cartographie peut être uniforme (linéaire) ou non uniforme (non linéaire) ou les deux en même temps. Le choix des niveaux de quantification reflète une connaissance à priori. Par exemple, une résolution grossière devrait être utilisée pour des erreurs importantes (régime transitoire dans la réponse d'un système) et une fine résolution pour des erreurs faibles (régime permanent) [LOU 97b, LOU 97c, LOU 97d]. Ainsi, dans un système flou à trois entrées et une seule sortie, on peut avoir des règles de contrôle flou de la forme:

$R_i$  : si l'erreur (e) est  $A_i$ , la somme des erreurs (ie) est  $B_i$  et la variation de l'erreur (de) est  $C_i$  alors la sortie (du) est  $D_i$ .

Un cas de contrôleur flou peut alors être représenté par:

$$g_4[du(k)] = F[g_1 \cdot e(k), g_2 \cdot ie(k), g_3 \cdot de(k)] \quad (3.12)$$

où F représente la relation floue définie par la base de règles et  $g_i$  ( $i=1,2,3,4$ ) une cartographie d'échelle appropriée. Dans cette relation, on voit une analogie avec les paramètres d'un contrôleur PID conventionnel [MAM 74, TAN 87] dans lequel F est une fonction linéaire de ses arguments (cas spécial de l'équation précédente). Un exemple de discrétisation est montré dans la table T I où un univers de discours est discrétisé en treize niveaux de quantification et sept termes linguistiques (ensembles flous) y sont définis. En général, à cause de la discrétisation, la performance d'un contrôleur flou est moins sensible aux petites variations des valeurs des variables d'état du processus.

*Table T I*

*Quantification et ensembles flous utilisant une définition numérique*

No niveau de quantification	Plage de variation	Termes linguistiques						
		NG	NM	NP	EZ	PP	PM	PG
-6	$x_0 \leq -3.2$	1.0	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-5	$-3.2 < x_0 \leq -1.6$	0.7	0.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-4	$-1.6 < x_0 \leq -0.8$	0.3	1.0	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0
-3	$-0.8 < x_0 \leq -0.4$	0.0	0.7	0.7	0.0	0.0	0.0	0.0
-2	$-0.4 < x_0 \leq -0.2$	0.0	0.3	1.0	0.3	0.0	0.0	0.0
-1	$-0.2 < x_0 \leq -0.1$	0.0	0.0	0.7	0.7	0.0	0.0	0.0
0	$-0.1 < x_0 \leq +0.1$	0.0	0.0	0.3	1.0	0.3	0.0	0.0
1	$+0.1 < x_0 \leq +0.2$	0.0	0.0	0.0	0.7	0.7	0.0	0.0
2	$+0.2 < x_0 \leq +0.4$	0.0	0.0	0.0	0.3	1.0	0.3	0.0
3	$+0.4 < x_0 \leq +0.8$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.7	0.7	0.0
4	$+0.8 < x_0 \leq +1.6$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.3	1.0	0.3
5	$+1.6 < x_0 \leq +3.2$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.7	0.7
6	$3.2 < x_0$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.3	1.0

### B) Normalisation d'un univers de discours

La normalisation d'un univers de discours nécessite une discrétisation de cet univers en un nombre fini de segments ayant chacun un segment correspondant dans l'univers normalisé. Dans ce cadre, un ensemble flou est alors défini explicitement par sa fonction d'appartenance. La normalisation d'un univers de discours repose aussi sur une connaissance à priori de l'espace entrée/sortie. La cartographie d'échelle peut être uniforme ou non ou les deux. Un exemple est montré dans la table T II, où l'univers de discours  $[-10,+10]$  est transformé en l'intervalle normalisé  $[-1,+1]$ . Cette normalisation introduit une grande flexibilité lors de l'implémentation d'un contrôleur flou.

TABLE T II

*Normalisation et ensembles flous utilisant une définition analytique*

Univers normalisé	Intervalle normalisé	Intervalle nominal	Ensembles flous
[-1, +1]	[-1.000, -0.500]	[-10, -5]	NG
	[-0.500, -0.250]	[-5, -2.50]	NM
	[-0.250, -0.125]	[-2.50, -1.50]	NP
	[-0.125, +0.125]	[-1.50, +1.50]	EZ
	[+0.125, +0.250]	[+1.50, +2.50]	PP
	[+0.250, +0.500]	[+2.50, +5]	PM
	[+0.500, +1.000]	[+5, +10]	PG

### III.2.2 Partition des espaces d'entrée et de sortie

Dans l'antécédent d'une règle de contrôle flou, une variable linguistique forme un espace d'entrée flou en respect à un certain univers de discours, tandis que celle dans la conséquence de la règle forme un espace de sorti flou. En général, une variable linguistique est associée à un ensemble de termes dont chacun est défini sur le même univers de discours. Une partition floue détermine alors le nombre de termes. Ceci est équivalent à la détermination du nombre d'ensembles flous. Ce nombre constitue la *granulité* de la commande réalisable par un contrôleur flou.

Les ensembles flous (termes linguistiques) ont habituellement un sens tel que NG (Négatif Grand), NM (Négatif Moyen), NP (Négatif Petit), EZ (Environ Zéro), PP (Positif Petit), PM (Positif Moyen) et PG (Positif Grand). Un exemple typique est montré dans la figure [3.4] décrivant deux partitions floues dans le même univers de discours normalisé [-1,+1]. Des fonctions d'appartenance de forme triangulaire et trapézoïdale sont utilisées ici.

Puisqu'un univers de discours implique la connaissance de l'espace entrée/sortie via des cartographies d'échelle appropriées, un ensemble de termes bien formé peut être réalisé. Si ce n'est pas le cas, ou un univers non normalisé est utilisé, les termes pourraient être asymétriques et distribuées de façon non uniforme dans l'univers. En outre, la cardinalité d'un ensemble de termes dans un espace d'entrée flou détermine le nombre maximal de règles de contrôle flou qu'on peut construire. Dans le cas des systèmes flous à deux entrées et une sortie, si les cardinalités de  $T(x)$  et  $T(y)$  sont respectivement  $n$  et  $m$ , le nombre de règles est de  $n \times m$ . Il peut être noté que la partition floue de l'espace d'entrée/sortie flou n'est pas déterministe et n'a pas de solution

unique. Une procédure heuristique d'essai/erreur est habituellement nécessaire pour trouver la partition floue optimale.

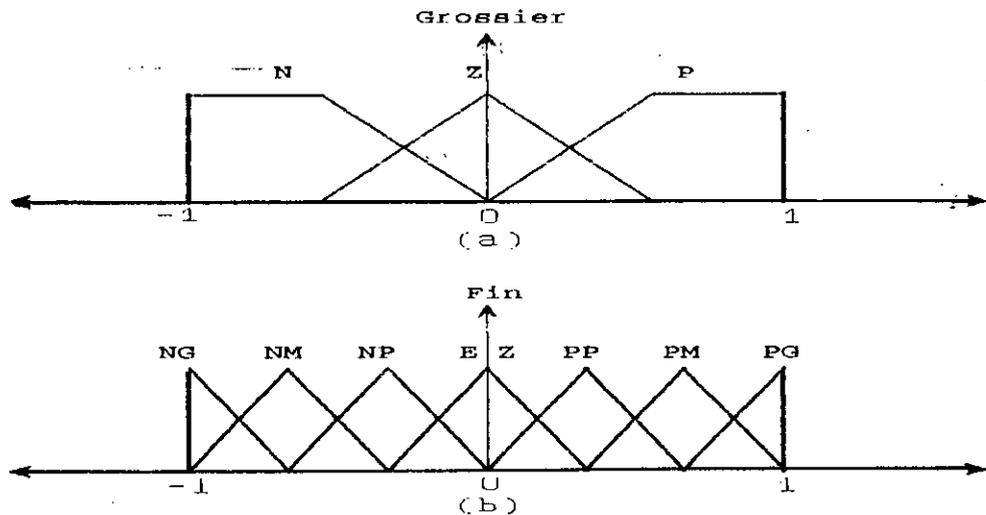


Figure [3.4]: Représentation diagrammatique de la partition floue:  
 (a) partition grossière à trois termes: N: négatif; EZ: environ zéro; P: positif.  
 (b) partition fine à sept termes: NG: négatif grand; NM: négatif moyen;  
 NP: négatif petit; EZ: environ zéro; PP: positif petit; PM: positif moyen;  
 PG: positif grand.

### III.2.3 Complétude

Intuitivement, un algorithme de contrôle flou devrait être toujours capable d'inférer une action de commande propre à tout état du processus. Cette propriété est appelée "complétude".

La complétude [SUD 94] pour un contrôleur flou est relative à sa base de données, sa base de règles ou les deux.

#### A) Stratégie de la base de données

La stratégie de la base de données concerne les supports sur lesquels les ensembles flous sont définis. L'union de ces supports devrait couvrir l'univers de discours relatif avec un degré  $\epsilon$ . Cette propriété, dans un contrôleur flou, est appelée  $\epsilon$ -complétude. En général, on choisit le degré  $\epsilon$  au point de chevauchement ou commutation comme il est montré dans la figure, impliquant que nous avons une forte croyance en la positivité du sens des règles du contrôle flou qui sont associées au contrôleur flou. Dans ce sens, une règle dominante existe toujours et est associée à un degré de croyance supérieur à 0.5. Dans le cas extrême, deux règles dominantes sont activées avec un degré commun égal à 0.5.

### B) Stratégie de la base de règles

La stratégie de la base de règles traite des règles de contrôle flou elles-mêmes. La propriété de complétude est incorporée dans ces règles selon l'expérience de conception et les connaissances d'experts en engineering. Une règle additionnelle est ajoutée si jamais une condition floue n'est pas incluse dans la base de règles ou si jamais le degré d'harmonie partielle entre quelques entrées et les conditions floues prédéfinies est inférieur à un certain niveau, disons 0.5. Le premier cas montre qu'aucune action de commande ne résultera. Le dernier indique qu'aucune règle dominante ne sera activée.

### III.2.4 Fonction d'appartenance d'un ensemble flou

Pour la définition des ensembles flous, il ya deux méthodes dépendant de ce que l'univers de discours est discret ou continu: *numérique* ou *fonctionnelle (analytique)*.

#### A) Définition numérique:

Dans ce cas, le degré de la fonction d'appartenance d'un ensemble flou est représenté comme un vecteur de nombres dont la dimension dépend du degré de discrétisation. Un exemple illustratif est montré dans la table T I. Dans ce cas, la fonction d'appartenance de chaque ensemble flou a la forme de

$$\mu_f(u) = \sum_{i=1}^5 a_i/u_i, \quad \text{où} \quad a_i = [0.3, 0.7, 1.0, 0.7, 0.3] \quad (3.13)$$

#### B) Définition fonctionnelle (analytique):

Une approche analytique exprime la fonction d'appartenance d'un ensemble flou comme une forme fonctionnelle typique: en forme de cloche (gaussienne), de forme triangulaire, de forme trapézoïdale ... .

De telles fonctions sont utilisées dans les contrôleurs flous car elles mènent elles-mêmes à une manipulation selon une arithmétique floue. La définition fonctionnelle peut être adaptée à volonté à un changement dans la normalisation d'un univers. La table T II et la figure 3.5 montrent un exemple d'une définition analytique exprimée par:

$$\mu_f(x) = \exp \left\{ \frac{-(x-\mu_f)^2}{2\sigma_f^2} \right\} \quad (3.14)$$

TABLE T 11

Normalisation et ensembles flous utilisant une définition analytique

Univers normalisé	Variation de $x$ segments normalisés	Plage	Moyenne $\mu_f$ de $x$	Variance $\sigma_f$ de $x$	Ensembles flous primaires
[-1,+1]	[-1,-0.6]	[-3.60,-2.16]	-1.0	0.4	NG
	[-1,-0.3]	[-3.60,-1.08]	-0.5	0.2	NM
	[-0.6,0.0]	[-2.16,-2.20]	-0.2	0.2	NP
	[-0.3,0.3]	[-2.20,-0.00]	0.0	0.2	EZ
	[0.0,0.6]	[-0.00,+1.00]	+0.2	0.2	PP
	[0.3,1.0]	[+1.00,+2.50]	+0.5	0.2	PM
	[0.6,1.0]	[+2.50,+4.50]	+1.0	0.4	PG

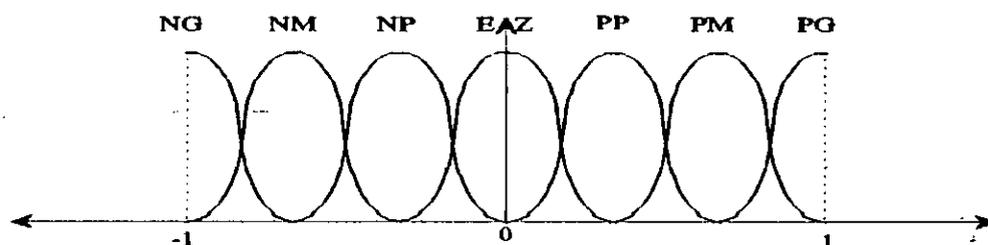


Figure [3.5]: Exemple de définition analytique d'ensembles flous

Notons que si l'univers normalisé est changé, les paramètres  $\mu_f$  et  $\sigma_f$  doivent être changés en concordance. L'une ou l'autre des définitions numérique ou analytique peut être utilisée pour affecter les degrés d'appartenance aux ensembles flous primaires. Le choix de ces degrés est basé sur un critère subjectif de décision. En particulier si les données mesurables sont perturbées par du bruit, les fonctions d'appartenance doivent être suffisamment larges pour réduire la sensibilité au bruit. Ceci augmente l'issue de la fuzzification ou, plus précisément, la spécificité d'une fonction d'appartenance, qui affecte la robustesse d'un contrôleur flou [LEE 90a].

### III.3 Base de règles

Un système flou est caractérisé par un ensemble de déclarations ou d'expressions linguistiques basées sur une connaissance d'expert. Cette connaissance est habituellement sous la forme de règles "si-alors" qui sont faciles à implémenter par

des expressions conditionnelles floues. La collection de ces règles de contrôle flou forme la base de règles ou l'ensemble de règles d'un contrôleur flou. Dans cette partie, nous allons examiner les points suivants relatifs aux règles de contrôle flou:

- le choix des variables d'état (entrées) du processus et des variables de commande,
- la source et la dérivation des règles de contrôle flou,
- la justification des règles de contrôle flou,
- les types des règles de contrôle flou,
- les propriétés de: consistance, interactivité et complétude.

### *III.3.1 Choix des variables d'état du processus et des variables de contrôle des règles de contrôle flou*

Le choix approprié des variables d'état du processus et des variables de contrôle est essentiel pour caractériser un système flou. De plus, la sélection des variables linguistiques a un effet important sur les performances d'un contrôleur flou. Durant cette étape de sélection, l'expérience et la connaissance de l'ingénieur jouent un rôle important. En particulier, les choix des variables linguistiques et leurs fonctions d'appartenance ont une grande influence sur la structure linguistique du contrôleur flou. Typiquement, dans un contrôleur flou, les variables linguistiques sont: l'état, l'erreur de l'état, la variation de cette erreur et l'intégrale de cette erreur.

### *III.3.2 Source et dérivation des règles de contrôle flou*

Il ya quatre modes de dérivation des règles de contrôle flou [TAK 83]. Ces quatre modes ne sont pas mutuellement exclusifs, et il semble probable que leur combinaison serait nécessaire pour la construction d'une méthode efficace pour la dérivation des règles de contrôle flou.

#### *A) Expérience d'expert et connaissance d'automaticien*

Les règles de contrôle flou ont la forme d'expressions conditionnelles reliant les variables d'état comme antécédents et les variables de contrôle comme conséquences.

Dans cette connection, il est à noter que dans notre vie

quotidienne, la plupart des informations sur lesquelles se basent nos décisions sont plutôt linguistiques que numériques, dans leur nature. Vues, dans cette perspective, les règles de contrôle flou apportent un outil naturel pour la caractérisation du comportement humain et l'analyse décisionnelle. Plusieurs experts ont trouvé que les règles de contrôle flou constituent une manière convenable pour l'expression de leur domaine de connaissances.

La formulation des règles de contrôle flou peut être accomplie à l'aide de deux approches heuristiques. La plus commune nécessite une verbalisation introspective de l'expertise humaine. Un exemple typique d'une telle verbalisation est le manuel opérationnel de conduite d'un four de ciment [HOL 82]. Une autre approche comporte une interrogation d'experts expérimentés ou d'opérateurs utilisant un questionnaire soigneusement organisé. De cette manière, on peut former un prototype de bases de règles de contrôle flou pour un domaine d'application particulier. Pour l'optimisation des performances, des procédures test/erreur sont souvent nécessaires.

#### B) Modélisation des actions de contrôle d'un opérateur

Dans plusieurs systèmes homme-machine de contrôle, les relations entrée/sortie ne sont pas connues avec une précision suffisante pour pouvoir employer la théorie de la commande classique pour la modélisation et la simulation. Or des opérateurs qualifiés peuvent tout à fait contrôler de tels systèmes avec succès sans avoir aucun modèle quantitatif en vue. En fait, un opérateur humain utilise consciemment ou subconsciemment un ensemble de règles "si-alors" floues pour contrôler le processus. Comme souligné par Sugeno [SUG 84, SUG 85], pour l'automatisation de tels processus, il est avantageux d'exprimer les règles de contrôle de l'opérateur sous la forme de règles "si-alors" floues en employant des variables linguistiques. En pratique de telles règles peuvent être déduites à partir de l'observation des actions du contrôleur humain en termes de données de fonctionnement entrée/sortie .

#### C) Modélisation floue d'un processus

Dans l'approche linguistique, la description linguistique des caractéristiques dynamiques d'un processus contrôlé peut être vue comme un modèle flou de ce dernier. Sur la base de ce modèle, on peut générer un ensemble de règles de

contrôle flou pour atteindre des performances optimales d'un système dynamique. Cet ensemble constitue la base de règles d'un contrôleur flou.

#### D) Apprentissage et auto-organisation

Plusieurs contrôleurs flous ont été conçus pour émuler le comportement humain de prise de décision mais peu sont basés sur l'apprentissage humain, autrement dit, l'aptitude de créer des règles de contrôle flou et de les modifier en se basant sur l'expérience. Procyk et Mamdani [PRO 79] ont décrit le premier contrôleur auto-organisé. Ce contrôleur a une structure hiérarchique composée de deux bases de règles. La première est la base générale. La seconde est construite par des "méta-règles" qui exhibent la parenté avec l'aptitude de l'apprentissage humain à créer et modifier la base générale de règles basée sur la performance totale désirée du système.

#### III.3.3 *Justification des règles de contrôle flou*

Il ya deux approches principales pour la dérivation des règles de contrôle flou.

La première est une méthode heuristique dans laquelle une collection de règles de contrôle flou est formée par l'analyse du comportement du processus à contrôler. Ces règles de contrôle sont établies de telle sorte que l'écart par rapport à un état désiré puisse être corrigé. L'établissement de ces règles est purement heuristique en nature et repose sur la connaissance qualitative du comportement du processus [FOU 89]. Plusieurs méthodes ont été développées pour l'ajustement de la sélection des règles [BAA 75]. La seconde approche est fondamentalement une méthode déterministe qui peut systématiquement déterminer la structure linguistique et/ou les paramètres des règles de contrôle flou satisfaisants les objectifs et les contraintes du contrôle [TAK 83]. King et Mamdani [KIN 75] ont introduit une méthode très utile pour la justification des règles: une cartographie d'échelle doit être ajustée en premier pour que la trajectoire du système puisse terminer sur un état désiré. La justification des règles est faite en se référant à la trajectoire du système en boucle fermée dans le plan de phase. Une connaissance d'ajustement de paramètres basée sur l'analyse dans le plan de phase (dépassement, temps de montée) et une

évaluation intuitive du comportement du système en boucle fermée sont nécessaires.

Par exemple, la figure [3.6] montre la réponse d'un système à contrôler où les variables d'entrée du contrôleur flou sont l'erreur  $e$  et sa variation  $\Delta e$ . La sortie est la variation de la commande  $\Delta u$ . On suppose que les ensembles des termes des variables d'entrée/sortie ont le même cardinal, 3, avec un terme commun (négatif, zéro, positif). Les tables T III et T IV représentent un prototype de règles de contrôle flou et leur justification dans T V et T VI.

La règle correspondante à la région A peut être formulée comme la règle  $R_A$  ayant pour effet la réduction du temps de montée ( $t_r$ ). La règle  $R_B$  pour la région B diminue le dépassement ( $D_p$ ) de la réponse du système; plus spécifiquement:

- $R_A$ : Si  $e$  est positive et  $\Delta e$  est négative, alors  $\Delta u$  est positive,
- $R_B$ : Si  $e$  est négative et  $\Delta e$  est négative, alors  $\Delta u$  est négative.

Une meilleure performance de contrôle peut être obtenue par l'utilisation de sous-espaces plus finement partitionnés, par exemple, l'ensemble des termes {NG, NM, NP, EZ, PP, PM, PG}.

Le prototype et la justification des règles de contrôle flou sont aussi données dans les tables T V et T VI.

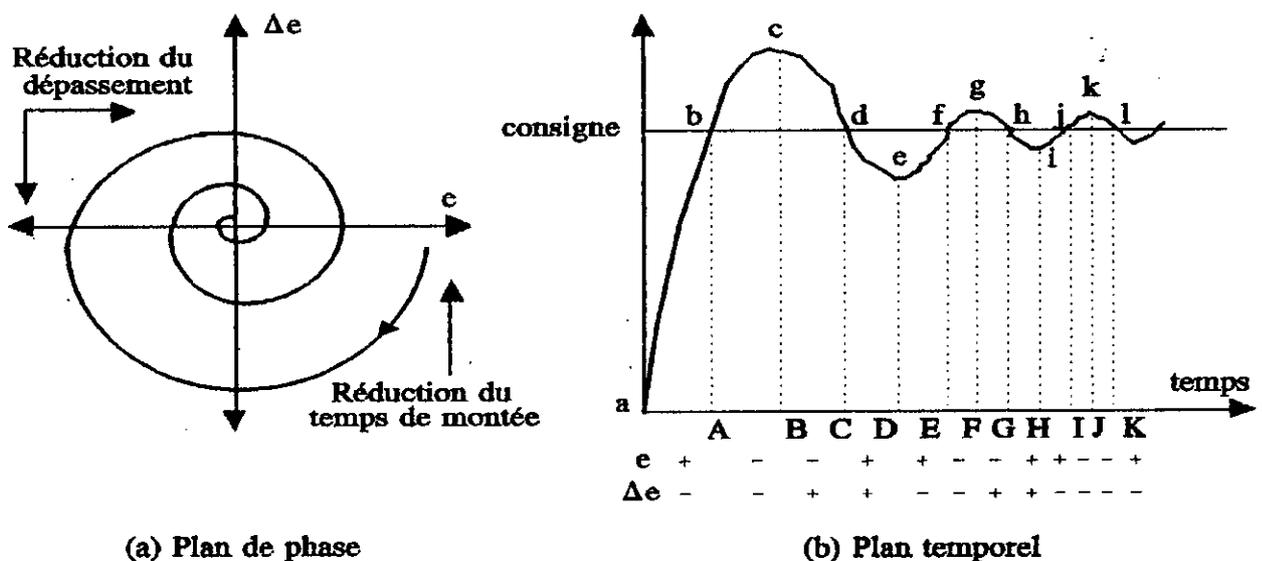


Figure [3.6]: Exemple d'un système à contrôler

Table T III

No règle	e	$\Delta e$	$\Delta u$	Point de la courbe
1	P	Z	P	a e i
2	Z	N	N	b f j
3	N	Z	N	c g k
4	Z	P	P	d h l
5	Z	Z	Z	référence

Table T IV

No règle	e	$\Delta e$	$\Delta u$	Domaine de variation de la courbe
6	P	N	P	A ( $t_n$ ), E
7	N	N	N	B ( $D_n$ ), F
8	N	P	N	C , G
9	P	P	P	D , H
10	P	N	Z	I
11	N	P	Z	K

Table T V

No règle	e	$\Delta e$	$\Delta u$	Point de la courbe
1	PG	EZ	PG	a
2	PM	EZ	PM	e
3	PP	EZ	PP	i
4	EZ	NG	NG	b
5	EZ	NM	NM	f
6	NG	NP	NP	j
7	NM	EZ	NG	c
8	PP	EZ	NM	g
9	EZ	EZ	PP	k
10	EZ	PG	PG	d
11	EZ	PM	PM	h
12	EZ	PP	PP	l
13	EZ	EZ	EZ	référence (consigne)

Table T VI

No règle	e	$\Delta e$	$\Delta u$	Domaine de variation de la courbe
14	PG	NP	PM	A ( $t_m$ )
15	PP	NG	NM	B ( $D_p$ )
16	NG	PP	NM	C
17	NP	PG	PM	C
18	PP	NP	EZ	I
19	NP	PP	EZ	K

Une méthode légèrement modifiée a été proposée dans [BRA 79]. Elle poursuit la trajectoire linguistique d'un système en boucle fermée dans un "plan de phase linguistique". L'idée principale est que la cartographie d'échelle doit être ajustée initialement pour produire approximativement une trajectoire désirée (dynamique imposée). Ceci peut être inféré à partir des trajectoires linguistiques. La modification des règles peut être alors accomplie par l'utilisation de l'allure de la trajectoire linguistique pour optimiser la réponse du système dans le plan de phase linguistique. Un exemple est montré dans la figure [3.7].

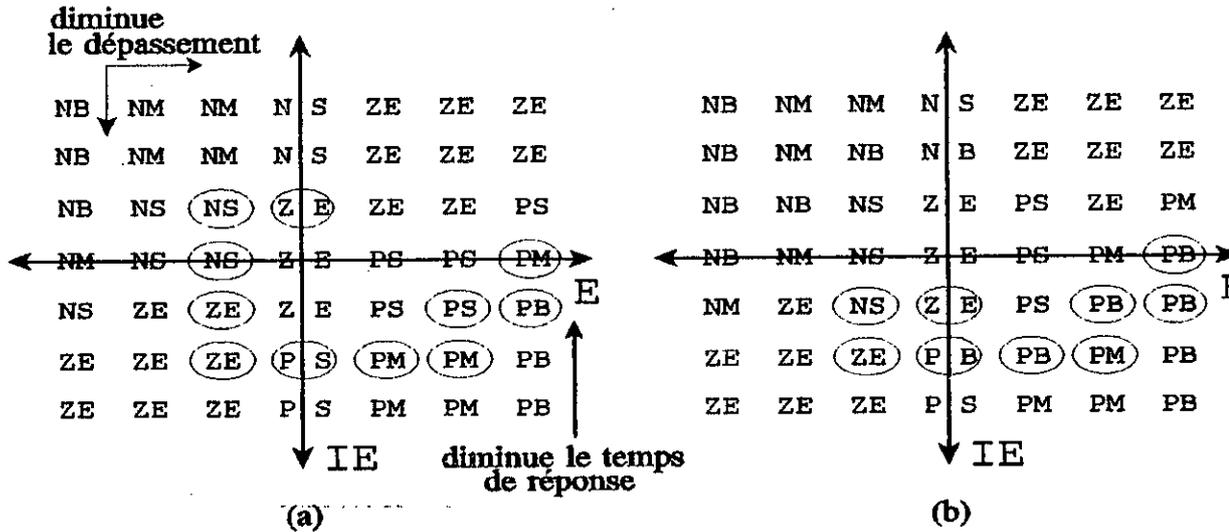


Figure [3.7]: Justification des règles en utilisant un plan de phase linguistique:

(a) avec règles initiales (b) avec modification de règles

Une approche pour la génération de la base de règles d'un contrôleur à logique floue, qui est analogue au contrôleur conventionnel synthétisé par placement de pôles, est décrite dans [BRA 79].

Braa et Rutherford supposent que les règles de contrôle flou d'un système ouvert (processus) et d'un système en boucle fermée désiré sont initialement données. Le but est de synthétiser un élément de contrôle linguistique (contrôleur flou) basé sur les modèles flous décrits ci-avant. L'idée principale est d'inverser le modèle linguistique d'ordre faible d'un certain système en boucle ouverte. Cependant, les cartographies d'inversion linguistique sont souvent incomplètes ou multivalentes. Ainsi, une stratégie "approximative", qui est un peu heuristique et subjective, est nécessaire pour compléter la cartographie inverse. Cette méthode est limitée aux systèmes d'ordre relativement faible (inférieur ou égal à 2), mais elle fournit une solution explicite pour la génération des règles du contrôleur flou, en supposant que les modèles flous des systèmes en boucle ouverte et en boucle fermée soient disponibles.

La justification systématique des règles a été récemment proposée et étudiée au moyen d'équations relationnelles floues [CZO 81] et de règles de contrôle linguistique [TON 78, TAK 83].

La notion de base de ces deux approches est ce qu'on appelle "identification floue". Comme dans l'identification conventionnelle, l'identification floue comprend deux phases, à savoir, l'identification de structure et l'estimation de paramètres. Les études en question concernent l'une d'elles ou les deux à la fois.

Takagi et Sugeno [TAK 83] ont proposé un algorithme d'identification floue pour la modélisation des actions de contrôle d'un opérateur humain. Ceci permet de trouver facilement une structure linguistique convenable du moment qu'on peut observer et/ou demander le type d'informations nécessaires à l'opérateur telles que les variables d'état du processus. Les règles de contrôle flou qui sont à identifier ont la forme:

$R_i$  : si  $x$  est  $A_i$ , ... , et  $y$  est  $B_i$ , alors  $z=f_i(x, \dots, y)$

où:

- $x, \dots, y$  et  $z$  sont des variables linguistiques représentant les variables d'état du processus et la variable de commande.
- $A_i, \dots, B_i$  sont des termes linguistiques des variables linguistiques  $x, \dots, y$  dans les univers de discours  $U, \dots, V$  respectivement avec  $i=1, 2, \dots, n$ .
- $z$  est une fonction logique des variables d'état du processus telle qu'une fonction linéaire de  $x, \dots, y$ .

De cette façon, le problème se réduit à une estimation des paramètres qui se fait par l'optimisation d'un indice de performance quadratique via une méthode régressive linéaire pondérée.

Sugeno a appliqué avec succès cette méthode pour la conception d'un contrôleur flou en vue de garer une voiture dans

un parking [SUG 84, SUG 85]. Cette méthode fournit une approche plus systématique pour la conception d'un contrôleur flou et les résultats expérimentaux sont tout à fait remarquables. Cependant, quelques étapes de cet algorithme telles que le choix des variables d'état du processus, la partition floue des espaces d'entrée et le choix des fonctions d'appartenance des ensembles flous dépendent des essais et des observations.

Takagi et Sugeno ont pu, par la suite, améliorer leur algorithme de telle sorte que l'estimation des paramètres puisse être entièrement programmée (automatisée).

### III.3.4 Types de règles de contrôle flou

Selon leur nature, deux types de règles de contrôle flou, un pour l'évaluation d'état et l'autre pour l'évaluation de l'objectif, sont couramment utilisés dans la conception des contrôleurs à logique floue.

#### A) Règles de contrôle flou pour l'évaluation d'état

La plupart des contrôleurs flous ont des règles de contrôle flou pour l'évaluation d'état qui, dans le cas des systèmes multi-entrées/mono-sortie, sont caractérisés comme une collection de règles de la forme:

$$\begin{aligned}
 R_1: & \text{ si } x \text{ est } A_1, \dots, \text{ et } y \text{ est } B_1 \text{ alors } z \text{ est } C_1 \\
 R_2: & \text{ si } x \text{ est } A_2, \dots, \text{ et } y \text{ est } B_2 \text{ alors } z \text{ est } C_2 \\
 & \dots \dots \dots \\
 & \dots \dots \dots \\
 R_n: & \text{ si } x \text{ est } A_n, \dots, \text{ et } y \text{ est } B_n \text{ alors } z \text{ est } C_n
 \end{aligned}$$

où :

- $x, \dots, y$  et  $z$  sont des variables linguistiques représentant les variables d'état du processus et la variable de commande.
- $A_i, \dots, B_i$  et  $C_i$  sont des termes linguistiques des variables linguistiques  $x, \dots, y$  et  $z$  dans les univers de discours  $U, \dots, V$  et  $W$  respectivement avec  $i=1, 2, \dots, n$ .

D'une façon générale, la conséquence est représentée comme une fonction des variables d'état  $x, \dots, y$  du processus:

$$R_i: \text{ si } x \text{ est } A_i, \dots, \text{ et } y \text{ est } B_i \text{ alors } z=f_i(x, \dots, y)$$

Les règles de commande floue de ce type, qui sont référées comme "règles de commande floue d'évaluation d'état", évaluent l'état du processus (état, erreur de l'état, intégrale de l'état) à l'instant  $t$  et calcule une action de commande floue à l'instant  $t$  en fonction de  $x, \dots, y$ .

### B) Règles de contrôle flou par l'évaluation de l'objectif

Yasunobu, Miyamoto et Ihara [YAS 83] ont proposé un autre algorithme qui prédit les actions de commande présentes et futures et évalue les objectifs de commande. Il est appelé "commande floue pour l'évaluation de l'objectif" ou "commande floue prédictive". Les règles en question, qui sont obtenues à partir de l'expérience d'un opérateur habile et expérimenté, sont référées comme "règles de contrôle flou d'évaluation de l'objectif". Une règle typique est décrite comme:

$R_i$  : Si ( $u$  est  $C_i$  ----- ( $x$  est  $A_i$  et  $y$  est  $B_i$ )) alors  $u$  est  $C_i$

Une action de commande est déduite à partir d'une évaluation d'objectif du résultat d'une commande floue satisfaisant les états et les objectifs désirés. Une commande  $u$  prend une valeur réelle et  $x$  et  $y$  sont des indices de performance pour l'évaluation de la  $i^{\text{ème}}$  règle en prenant des valeurs comme "bonne" ou "mauvaise". La règle de commande la plus adaptée est sélectionnée à travers la prédiction des résultats  $(x, y)$  correspondant pour chaque commande  $C_i$ .

En termes linguistiques, la règle est interprétée comme: "si l'indice de performance  $x$  est  $A_i$  et l'indice  $y$  est  $B_i$  quand une commande  $u$  est choisie égale à  $C_i$ , alors cette règle est sélectionnée et la commande  $C_i$  est prise pour être la sortie du contrôleur".

Il est bien connu que la commande des systèmes rencontre des difficultés pour satisfaire des indices de performance multiples simultanément et pour réaliser un contrôle précis en présence de perturbations. Dans de telles circonstances, la commande floue fournit un outil effectif comme solution. Cependant, la commande floue d'évaluation d'état n'évalue pas les actions de commande calculées de la même manière qu'un opérateur humain. Par

contre, la commande floue prédictive fournit un mécanisme d'évaluation pour que les états désirés et les objectifs de contrôle puissent être atteints plus facilement. Ce type de contrôle a été utilisé avec succès sur des trains et des grues [YAS 83, YAS 86].

### III.3.5 Propriétés de consistance, interactivité et complétude

#### A) Complétude

Ce thème a été déjà exposé et le lecteur est prié de se référer au paragraphe III.2.3.

#### B) Nombre de règles de contrôle flou

Il n'ya aucune procédure générale pour décider du nombre optimal de règles de contrôle flou vu qu'un certain nombre de facteurs sont impliqués dans la décision tels que: la performance du contrôleur, l'efficacité de calcul, le comportement de l'opérateur humain et le choix des variables linguistiques.

#### C) Consistance des règles de contrôle flou

Si la dérivation des règles de contrôle flou est basée sur l'expérience de l'opérateur humain, les règles peuvent être soumises à différents critères de performance. Dans la pratique, il est important de vérifier la consistance des règles de contrôle flou pour minimiser la possibilité de contradiction [MAM 75, CZO 81].

#### D) Interactivité des règles de contrôle flou

En supposant qu'une collection de règles de contrôle flou a la forme suivante:

$$R_i: \text{si } x \text{ est } A_i \text{ alors } z \text{ est } C_i, i=1, 2, \dots, n$$

Si une entrée  $x_0$  est  $A_i$ , on s'attendrait que l'action de contrôle  $z$  soit  $C_i$ . En fait, l'action de contrôle  $z$  peut être un sous-ensemble ou un ensemble tout entier de  $C_i$  [CZO 81, GOT 85], dépendant de la définition de l'implication floue et de la composition "sup-star". Ceci peut se produire comme conséquence de l'interaction entre les règles. Le problème d'interaction est complexe et non encore bien

compris. Les recherches effectuées indiquent que l'interactivité des règles peut être contrôlée par le choix de l'implication floue et de la composition "sup-star". La consistance des règles peut être améliorée à travers l'utilisation du concept de noyau de règles de contrôle flou. Dans cet ordre d'idée, il est à noter que l'algorithme de raisonnement et d'identification de Sugeno apportent une solution alternative à ces problèmes [TAK 85, SUG 88].

### III.4 Logique de prise de décision

Comme il a été déjà signalé, un contrôleur flou peut être vu comme un moyen d'émulation d'un opérateur humain habile. Plus généralement, l'utilisation d'un contrôleur à logique floue peut être considérée comme un pas dans la direction de la modélisation de la prise de décision humaine avec l'aide de la logique floue et du raisonnement approximatif.

#### III.4.1 Fonctions d'implication floue

En général, une règle de contrôle flou est une relation exprimée sous forme d'implication floue. En logique floue il ya plusieurs voies dans lesquelles une implication floue peut être définie. La définition d'une implication floue peut être exprimée comme une fonction d'implication floue.

##### A) Familles de fonctions d'implication floue

A la suite de l'introduction de la règle compositionnelle d'inférence en raisonnement approximatif par Zadeh [ZAD 65], un nombre de chercheurs ont proposé différentes sortes d'implications floues dans lesquelles les antécédents et les conséquences contiennent des variables floues. En effet, près de 40 fonctions d'implications floues distinctes ont été décrites dans la littérature.

Plusieurs fonctions d'implications floues peuvent être générées en employant les "normes" et les "co-normes" triangulaires [WEB 83, MIZ 89] (Cf. Annexe C).

Les implications floues, qui sont souvent adoptées dans un contrôleur flou [BOU 91, BOU 93] sont définies  $\forall x \in U_1, \forall y \in U_2$ , par  $R(x, y) = F(\mu_1(x), \mu_2(y))$  :

- opérateur minimum d'implication floue [Mamdani]

$$R_M(x, y) = \min(\mu_1(x), \mu_2(y))$$

- opérateur produit d'implication floue [Larsen]

$$R_{La}(x, y) = \mu_1(x) * \mu_2(y)$$

- opérateur minimum d'implication floue [Lukasiewicz]

$$R_{Lu}(x, y) = \min(1 - \mu_1(x) + \mu_2(y), 1)$$

- etc ...

Dans la suite de notre étude, nous allons nous servir uniquement de l'implication de Mamdani qui est la plus utilisée en commande floue.

### B) Choix d'une fonction d'implication floue

Pour choisir une fonction d'implication, un ensemble de critères intuitifs construisant les relations entre les antécédents et les conséquences d'une proposition conditionnelle a été proposée [LEE 90b].

Comme il a été signalé précédemment (Cf. paragraphe I.4), il ya deux importantes règles d'inférence floue:

- "Modus Ponens Généralisé" (MPG)
- "Modus Tollens Généralisé" (MTG)

Dans les applications de commande à logique floue, une action de contrôle est déterminée par les entrées observées et les règles de commande, sans que la conséquence d'une règle soit l'antécédent d'une autre. En effet les fonctions du contrôleur à logique floue ont un seul niveau de chainage avant (MPG) [VIN 94].

### III.4.2 *Interprétation des connecteurs de phrases "AUSSI" et "ET"*

Dans la plupart des contrôleurs flous existants, le connecteur de phrases "ET" est d'habitude implémenté comme une conjonction floue dans un espace de produit cartésien dans lequel les variables prennent des valeurs dans des univers de discours différents.

Comme illustration, dans "Si (A et B) alors C", l'antécédent est interprété comme un ensemble flou dans l'espace produit  $U*V$  avec la fonction d'appartenance suivante:

$$\mu_{AxB}(u, v) = \min\{\mu_A(u), \mu_B(v)\} \text{ ou } \mu_{axB}(u, v) = \mu_A(u) * \mu_B(v) \quad (3.15)$$

où  $U$  et  $V$  sont les univers de discours associés respectivement à  $A$  et  $B$ .

Quand un système flou est caractérisé par un ensemble de règles de contrôle flou, l'ordre des règles est sans importance. Ceci implique que le connecteur de phrases "AUSSE" doit avoir les propriétés de commutativité et d'associativité [MIZ 89, LEE 90b].

D'un point de vue pratique, la mise en oeuvre d'un contrôleur flou nécessite une simplification des algorithmes de contrôle flou. Dans cette perspective et avec le connecteur "AUSSE" comme opérateur d'union, les règles de Mamdani et de Larsen apparaissent comme étant les plus convenables dans la construction des contrôleurs flous vu la simplicité d'utilisation des opérateurs min et produit comme T-normes.

### III.4.3 Opérateurs compositionnels et mécanismes d'inférence

La stratégie de réglage dépend essentiellement des inférences (opérateurs compositionnels) adoptés. Elles lient les grandeurs mesurées, qui sont les variables d'entrée (transformées en variables linguistiques par fuzzification), à la variable de sortie ou de commande qui est également exprimée comme variable linguistique. Dans les inférences du contrôleur flou interviennent les opérateurs ET et OU. L'opérateur ET s'applique aux variables à l'intérieur d'une règle, tandis que l'opérateur OU lie les différentes règles. A cause du chevauchement des fonctions d'appartenance, en général deux ou plusieurs règles sont activées en même temps. Ce fait doit être pris en considération lors de la réalisation de l'opérateur OU.

Une règle d'inférence est activée lorsque le degré d'appartenance lié à la condition de cette de règle est non nul. Il existe plusieurs possibilités pour réaliser ces opérateurs qui s'appliquent aux fonctions d'appartenance. On introduit alors la notion de méthode ou de mécanisme d'inférence. Elle détermine la réalisation des différents opérateurs dans une inférence, permettant ainsi un "traitement numérique" de cette dernière.

En commande floue, on utilise en général une des méthodes suivantes [BUH 94, MIZ 95]:

- \* méthode d'inférence maximum-minimum (MAX-MIN)
- \* méthode d'inférence maximum-produit (MAX-PROD)
- \* méthode d'inférence somme-produit (SOM-PROD)

Elles permettent un traitement numérique des inférences. A partir de certaines valeurs (degrés d'appartenance) pour les fonctions d'appartenance des variables d'entrée (données par fuzzification), nous obtenons l'allure de la fonction d'appartenance de la variable de sortie.

Ces trois méthodes d'inférence seront décrites aux paragraphes suivants. Afin de mettre en évidence le traitement numérique, nous ferons appel à un exemple à deux variables d'entrée  $x_1$  et  $x_2$  et une variable de sortie  $x_r$ . Chacune est décomposée en trois ensembles NG, EZ, PG et définie par des fonctions d'appartenance comme le montre la figure [3.8]. Pour les variables d'entrée prenons comme valeurs numériques:

$$x_1 = 0.44 \text{ et } x_2 = -0.67.$$

L'inférence est composée de deux règles:

$x_r$  : si ( $x_1$  est PG ET  $x_2$  est EZ), alors  $x_r$  est EZ OU  
si ( $x_1$  est EZ OU  $x_2$  est NG), alors  $x_r$  est NG

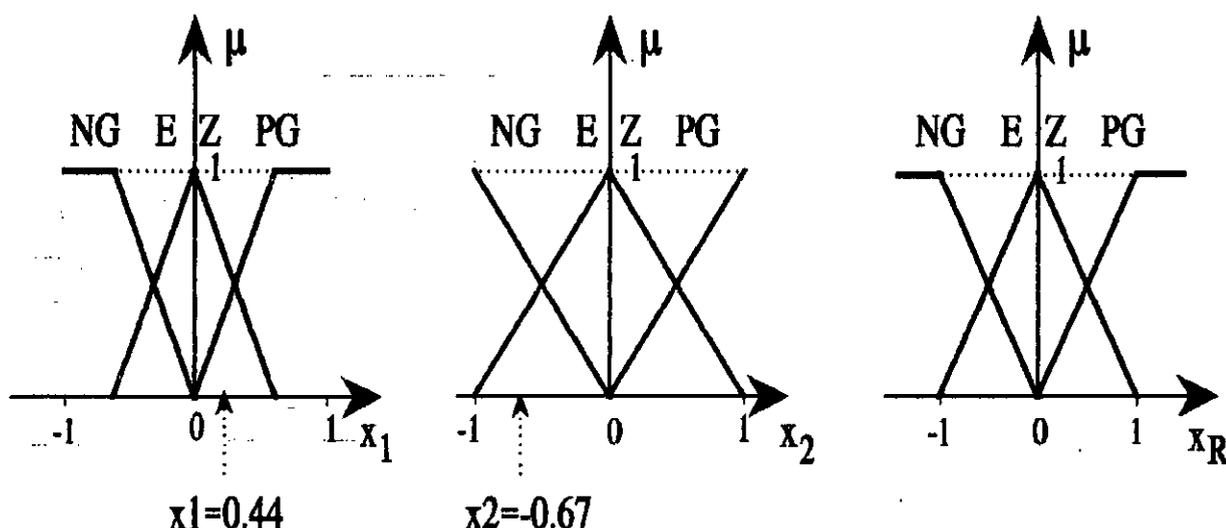


Figure [3.8]: Exemples pour la description des inférences

#### A) Méthode d'inférence MAX-MIN

La méthode d'inférence max-min réalise, au niveau de la condition, l'opérateur OU par la formation du maximum et l'opérateur ET par la formation du minimum. La conséquence dans

chaque règle, introduite par ALORS, lie le degré d'appartenance de la condition avec la fonction d'appartenance de la variable de sortie par l'opérateur ET, réalisé par la formation du maximum [ZIM 91]. Enfin, l'opérateur OU qui lie les différentes règles est réalisé par la formation du maximum.

**MAX-MIN:** OU       $\longrightarrow$       MAXIMUM  
 ALORS       $\longrightarrow$       MINIMUM

La figure [3.9] représente graphiquement le principe de la méthode d'inférence max-min.

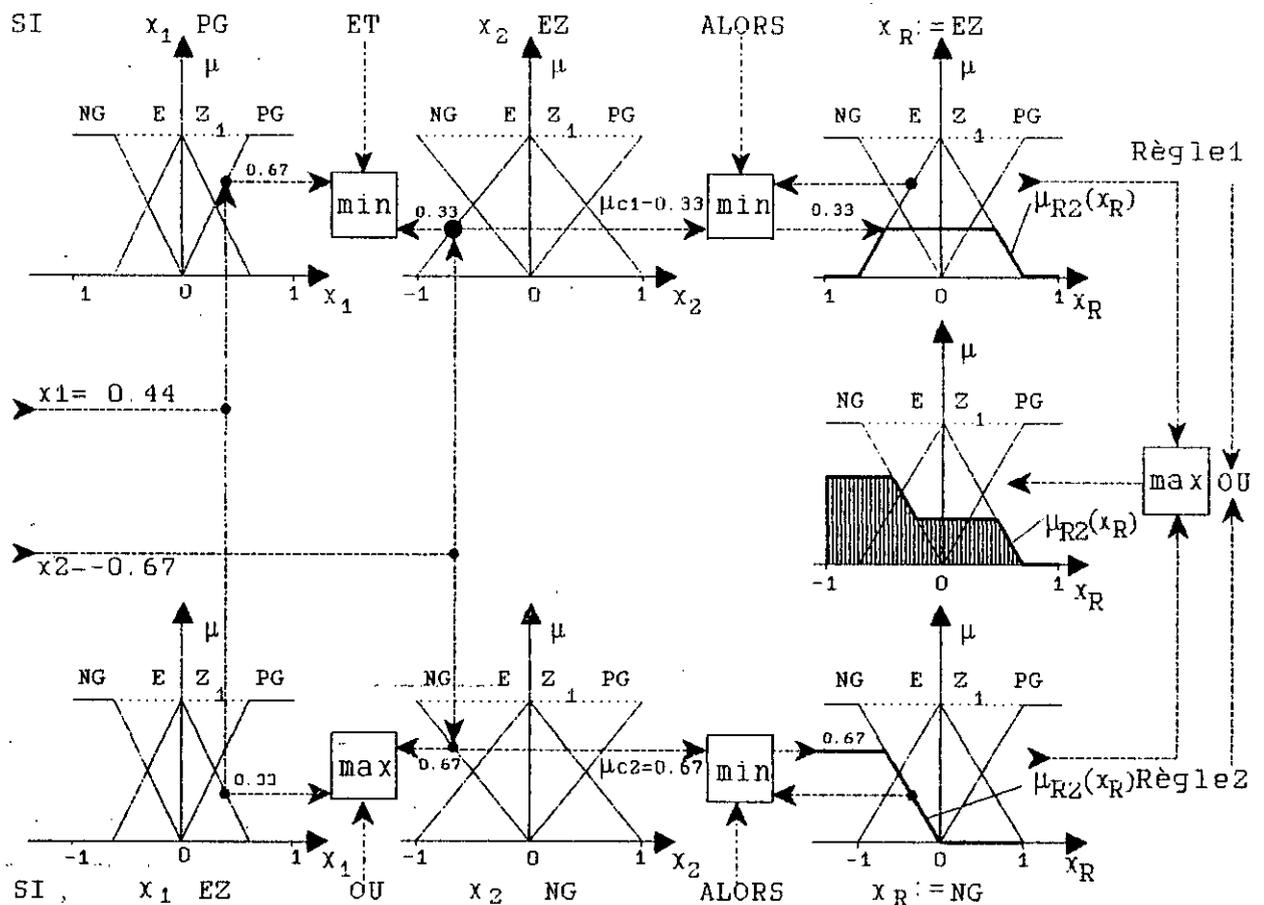


Figure [3.9]: Méthode d'inférence MAX-MIN

**B) Méthode d'inférence MAX-PROD**

Cette méthode d'inférence réalise en général au niveau de la condition, l'opérateur OU par la formation du maximum et

L'opérateur ET par la formation du minimum. En revanche, la conclusion dans chaque règle, introduite par ALORS, liant le degré d'appartenance de la condition à la fonction d'appartenance de la variable de sortie par l'opérateur ET, est réalisée par la formation du produit. L'opérateur OU qui lie les différentes règles est réalisé par la formation du maximum [ZIM 91].

**MAX-PROD:** OU       $\longrightarrow$       MAXIMUM  
 ALORS       $\longrightarrow$       PRODUIT

La figure [3.10] représente graphiquement le principe de la méthode d'inférence max-prod.

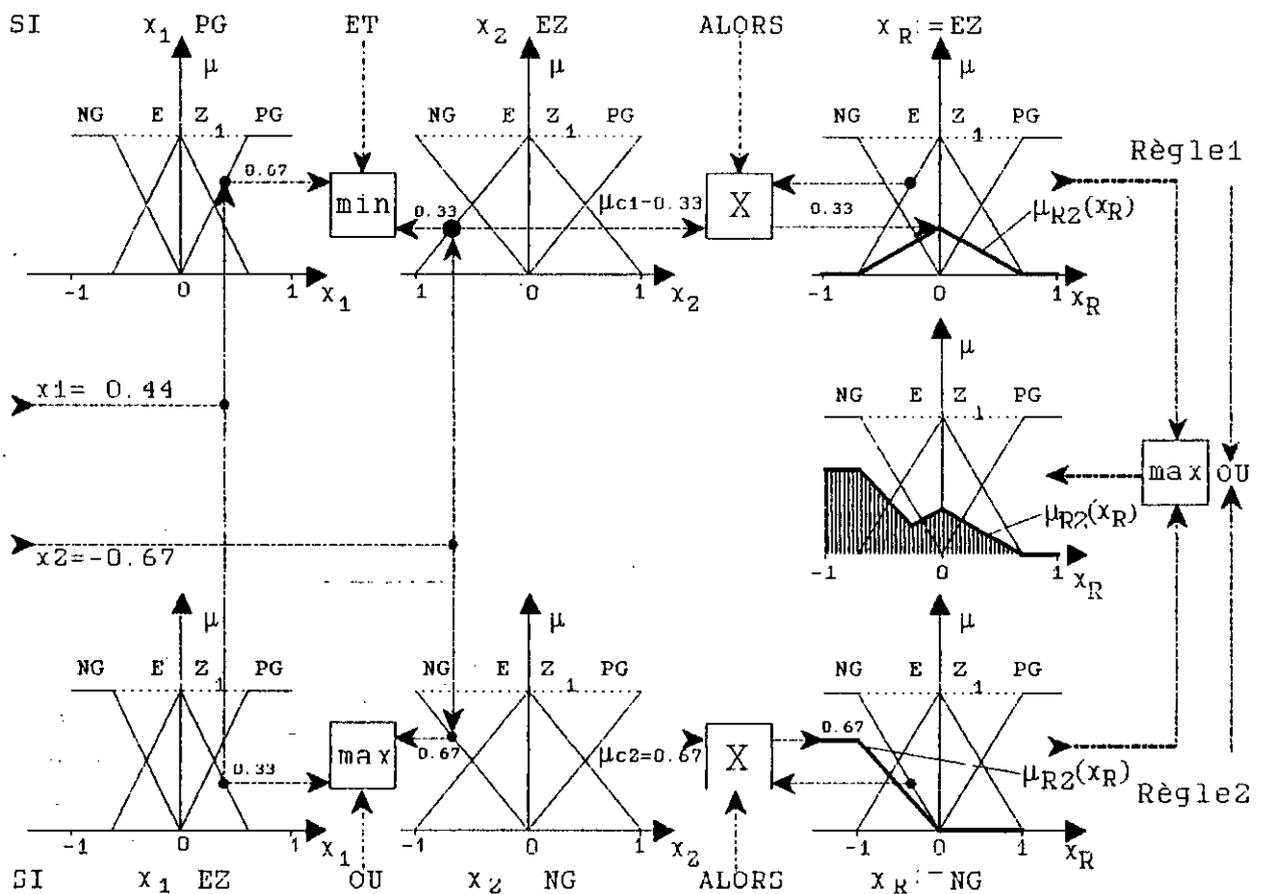


Figure [3.10]: Méthode d'inférence MAX-PROD

C) Méthode d'inférence SOM-PROD

Par opposition aux méthodes d'inférence précédentes, la méthode d'inférence somme-prod réalise, au niveau de la condition,



### III.4.4 Stratégies de défuzzification

Comme nous l'avons précédemment vu, les méthodes d'inférence fournissent une fonction d'appartenance résultante  $\mu_{RRS}(x_r)$  pour la variable de sortie  $x_r$ . Il s'agit donc d'une information floue. Etant donné que l'organe de commande nécessite un signal de commande  $u$  précis à son entrée, il faut prévoir une transformation de cette information floue en une information déterminée. Cette transformation est appelée défuzzification.

Plusieurs stratégies de défuzzification existent [JAG 92, JAM 93, PED 93, SCH 95]. Les plus utilisées sont :

- \* méthode du *maximum*,
- \* méthode de *la moyenne des maxima*,
- \* méthode du *centre de gravité*.

#### A. Méthode du maximum

Pour cette méthode, la commande est égale à la commande locale au point où la distribution de la fonction d'appartenance relative à l'action de contrôle est maximale.

#### B. Méthode de la moyenne des maxima

Cette stratégie génère une commande qui représente la valeur moyenne de toutes les actions de contrôle locales correspondant aux points ayant des fonctions d'appartenance maximales. Plus spécialement, dans le cas d'un univers de discours discret, l'action de commande peut être exprimée par :

$$u_0 = \sum_{i=1}^l \frac{w_i}{l} \quad (3.16)$$

où  $w_i$  est la valeur de la commande locale pour laquelle la fonction d'appartenance atteint la valeur maximale  $\mu_u(w_i)$  et  $l$  est le nombre total des valeurs prises par la fonction d'appartenance.

#### C. Méthode du centre de gravité

Cette méthode est la plus utilisée dans les contrôleurs flous. Elle génère le centre de gravité de l'espace flou délimité par la distribution de la fonction d'appartenance résultante représentant l'action de commande. Dans le cas d'un univers de discours discret, cette méthode donne :

$$u_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_u(w_i) \cdot W_i \cdot S_i}{\sum_{i=1}^n \mu_u(w_i) \cdot S_i} \quad (3.17)$$

où  $n$  est le nombre des niveaux de quantification de la sortie du contrôleur et  $S_i$  est la surface de la  $i^{\text{ème}}$  fonction d'appartenance de la variable de sortie. Dans le cas où ces fonctions d'appartenance sont de forme symétrique et de distribution uniforme l'équation (3.17) devient :

$$u_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_u(w_i) \cdot W_i}{\sum_{i=1}^n \mu_u(w_i)} \quad (3.18)$$

La figure [3.12] montre une interprétation graphique de ces différentes stratégies de défuzzification.

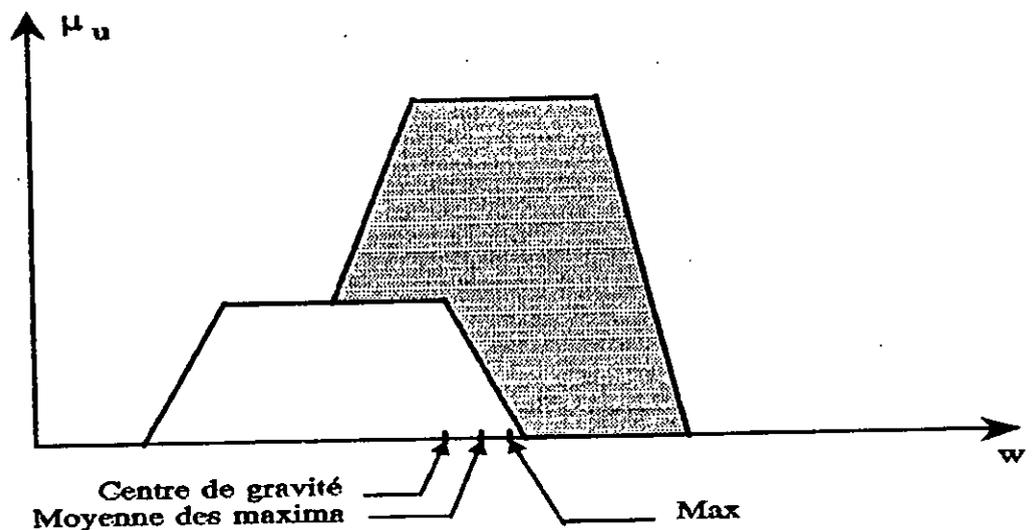


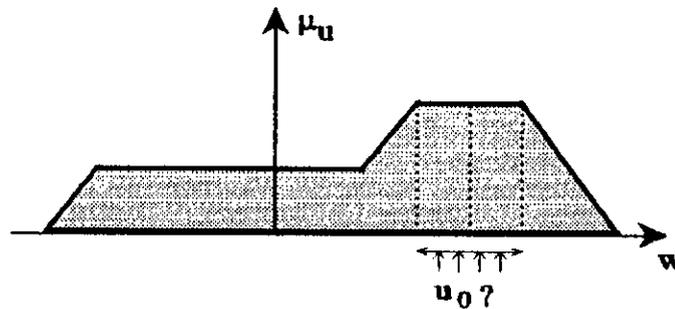
Figure 3.12: Interprétation graphique des différentes méthodes de défuzzification

Dans [BRA 78, JAG 92, PED 93, BUH 94], des analyses détaillées de plusieurs stratégies de défuzzification sont présentées et il en ressort que la méthode du centre de gravité donne des résultats supérieurs. Cependant, la méthode de la moyenne des maxima fournit une meilleure performance transitoire alors que celle du centre de gravité est plus performante en régime permanent.

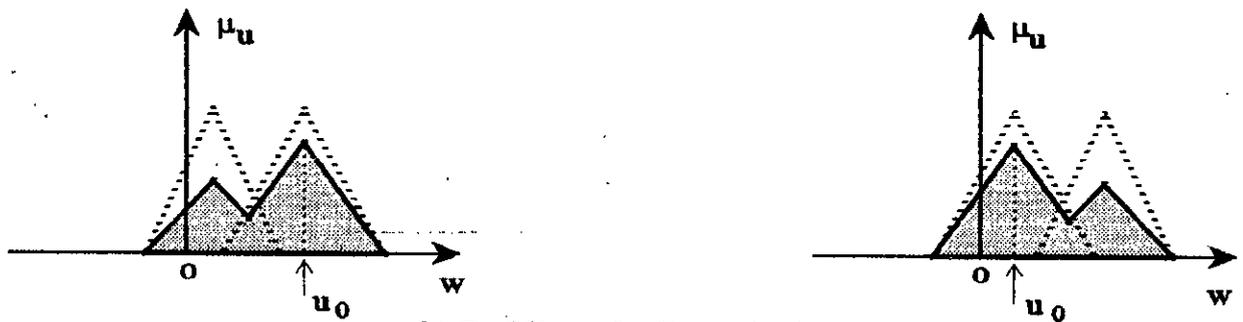
A noter aussi que lorsque la méthode de la moyenne des maxima est utilisée, la performance du contrôleur flou est similaire à celle d'un système à relais à plusieurs niveaux [PED 88], tandis que la méthode du centre de gravité produit des résultats similaires à ceux d'un PI conventionnel.

Un contrôleur flou basé sur la méthode du centre de gravité produit donc généralement une erreur plus faible qu'avec la méthode de la moyenne des maxima.

*Remarque:* Un problème posé par la méthode du maximum est le choix de la commande nécessaire quand plusieurs éléments atteignent cette valeur maximale (Figure [3.13a]). Choisir une valeur au hasard est bien sûr à éviter, la solution serait de prendre la moyenne de ces commandes locales; c'est la méthode de la moyenne des maxima. Il ya un second inconvénient qui entâche cette méthode; la valeur du signal de commande résultant saute si la dominance change d'une fonction d'appartenance partielle à une autre ce qui provoque des à-coups sur le signal de commande et conduit à un mauvais comportement d'un circuit de réglage (Figure [3.13b]). Par conséquent, cette méthode de défuzzification n'est pas recommandée [BUH 94].



a) Problème du choix de  $u_0$



b) Problème de discontinuité et saut

Figure 3.13: Problèmes posés par la méthode de défuzzification du maximum

#### D. Traitement du signal de sortie

Le signal de sortie  $u_0$  fournit par la défuzzification doit être soumis à un traitement afin d'obtenir le signal de commande effectif  $u$ . Dans la plupart des cas, il ya proportionnalité entre  $u_0$  et  $u$  lorsque l'organe de commande fonctionne comme amplificateur de puissance [BUH 94]:

$$u = G_u * u_0, \quad (3.19)$$

$G_u$  est le gain associé à la commande.

Il est parfois judicieux de formuler les règles d'inférence de sorte que le signal de sortie  $u_0$  intervient comme incrément du signal de commande  $u$ . Entre les instants d'échantillonnage  $k-1$  et  $k$ , il y a alors la relation:

$$u(k) = u(k-1) + G_u * u_0(k) \quad (3.20)$$

Si l'on exprime le signal de commande en grandeurs relatives, rapportées à  $\pm u_{\max}$ , ce signal sera limité entre deux valeurs extrêmes (saturation de l'organe de commande):

$$u_{\min} \leq u(k) \leq u_{\max} \quad (3.21)$$

nous remarquons que l'incrémentatation introduit un comportement intégral au niveau du contrôleur global. Cette loi de commande [LOU 97a, LOU 97e] sera utilisée plus loin.

## III.5 CONCLUSION

Ce chapitre a été consacré aux rappels sur la théorie de la logique floue en vue de son application pour la commande. Ensuite, les aspects liés à l'utilisation de cette brillante théorie dans le domaine de la commande des systèmes ont été succinctement présentés.

La stratégie de contrôle à base de logique floue s'apparente à une commande experte (système expert), en ce sens qu'elle s'appuie sur une base de connaissances et sur des règles de traitement de celles-ci (mode de raisonnement: inférence) dont la forme dépend, essentiellement, du processus sous contrôle et d'heuristiques.

Plusieurs expériences ont montré que, dans différentes applications, les résultats obtenus avec un contrôleur flou (technique non conventionnelle) sont meilleurs que ceux obtenus avec des algorithmes de contrôle conventionnel. En particulier, la méthodologie du contrôleur flou apparait utile quand les processus sont très complexes à analyser par des techniques quantitatives ou quand les sources d'information sont jugées non précises ou incertaines.

Ainsi, le contrôle par logique floue peut être vu comme un pas vers un rapprochement entre le contrôle mathématique précis et la prise de décision humaine.

# Chapitre IV

ASPECTS DE LA MISE EN  
OEUVRE DU CONTROLEUR  
FLOU DE MAMDANI ET SON  
APPLICATION A LA  
COMMANDE DU BRAS  
MANIPULATEUR DE ROBOT  
FLEXIBLE

*"Chaque fois que vous fabriquez une théorie, il vous faut analyser toutes ses conséquences possibles, pour voir si elle prédit quelque chose d'autre".*

*Richard Feynman*

INTRODUCTION:

Le souci d'une vaste utilisation de l'intelligence humaine a poussé les chercheurs au développement d'algorithmes flous. En raison de leur simplicité d'implémentation, de mise au point et de la non nécessité de modélisation mathématique du processus, ils sont devenus de plus en plus appliqués dans plusieurs domaines (médical, industriel, etc ...) quelque soit la complexité du système.

L'approche floue possède trois caractéristiques qui la distinguent des techniques conventionnelles :

- \* Utilisation des variables linguistiques à la place ou en plus des variables numériques,
- \* Caractérisation de relations simples entre les variables par des citations conditionnelles floues,
- \* Caractérisation de relations complexes par des algorithmes flous.

La combinaison des variables floues avec des algorithmes flous fournit un outil très efficace pour la description du comportement des systèmes qui sont très complexes et/ou mal définis pour admettre une analyse mathématique précise.

On peut affirmer que les techniques conventionnelles d'analyse des systèmes sont intrinsèquement indésirées pour des systèmes complexes mal définis. Cette affirmation va dans le sens du "Principe d'incompatibilité" de Zadeh [ZAD 73], cité comme suit :

" Lorsque la complexité d'un système augmente, notre capacité pour faire des citations précises et significatives concernant son comportement diminue jusqu'à un seuil au delà duquel la précision et la signification deviennent presque des caractéristiques mutuellement exclusives ".

En commande, la plupart des algorithmes utilisés sont basés sur le schéma simple proposé par Mamdani [MAM 77]. La majorité ont été appliqués avec succès, surtout sur des processus industriels plus ou moins lents. Cependant, ils ont montré des limites de performances sur des systèmes rapides et fortement non linéaires, ce qui a poussé à entrevoir des solutions pour améliorer ces algorithmes de base.

Dans cette partie de notre travail, nous nous sommes inspirés du même algorithme pour commander en position l'extrémité de préhension du bras manipulateur de robot à une liaison flexible étudié précédemment. En premier lieu, notre système étant simulé par un modèle linéaire, le contrôleur de base de Mamdani a donné de très bonnes performances. Dans une seconde étape, ayant adopté un modèle non linéaire du même processus, les résultats obtenus avec le même algorithme de contrôle montrent la nécessité d'amélioration d'une telle stratégie à différents niveaux.

Les différentes étapes du présent travail, à savoir:

- le développement de la stratégie de commande basée sur l'algorithme flou simple de Mamdani,
- l'application d'un tel algorithme au:
  - \* modèle linéaire du bras manipulateur de robot flexible
  - \* modèle non linéaire de ce bras de robot

- l'analyse et la comparaison des performances obtenues,
  - l'amélioration de ce schéma de contrôle par:
    - \* l'adaptation de la méthode d'inférence et de la période d'échantillonnage,
    - \* l'optimisation des fonctions d'appartenance,
  - la mise en évidence de l'apport de ces raffinements de la stratégie de commande appliquée à notre système,
- seront présentées dans ce chapitre.

#### IV.1 DESCRIPTION DU SCHEMA DE CONTROLE TYPIQUE

La majorité des contrôleurs développés utilisent le schéma simple proposé par Mamdani pour les systèmes mono-entrée-mono-sortie. Ce schéma est représenté dans la figure [4.1].

D'après ce schéma, le système est composé:

- \* du contrôleur flou comprenant:
  - un bloc de calcul de la variation de l'erreur ( $\Delta e$ ) au cours du temps,
  - les facteurs d'échelle ou gains associés à l'erreur ( $e$ ), à sa variation ( $\Delta e$ ) et à la variation de la commande ( $\Delta u$ ),
  - un bloc de fuzzification de l'erreur et sa variation,
  - une base des règles de contrôle flou,
  - une logique floue utilisée pour l'évaluation des règles de contrôle flou (inférence),
  - un bloc de défuzzification servant à convertir la variation de la commande floue en une valeur numérique,
- \* du processus à contrôler.

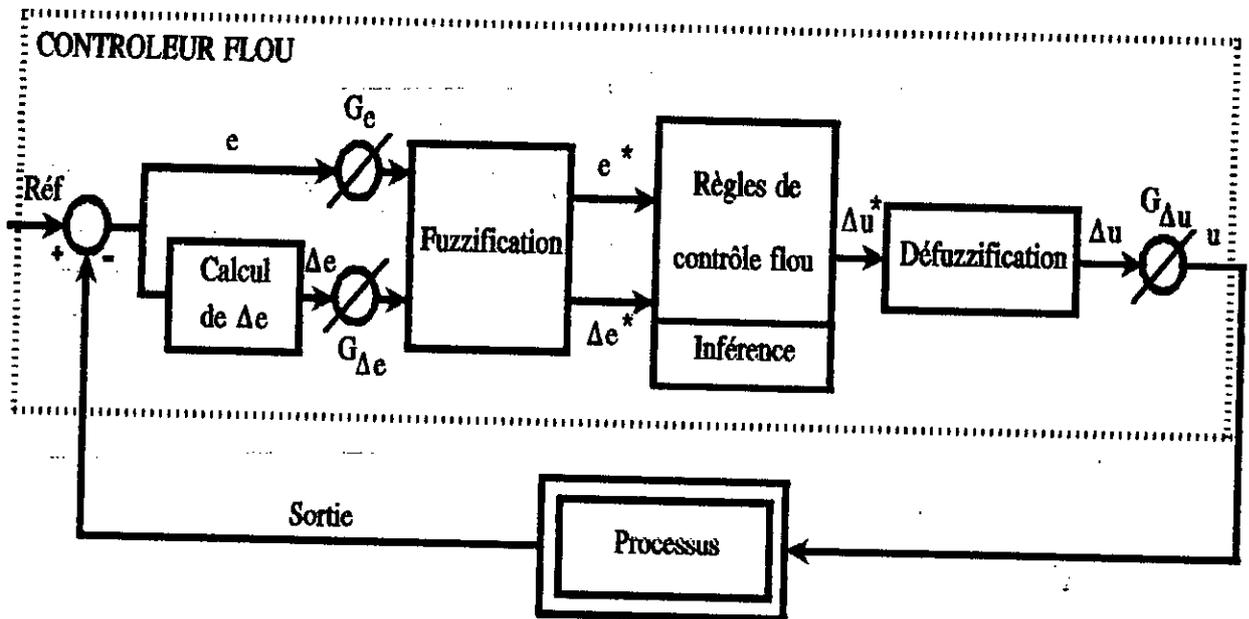


Figure [4.1]: Schéma bloc d'une boucle de régulation à contrôleur flou du type Mamdani

#### IV.2 ALGORITHME DU CONTROLLE FLOU

Le succès des algorithmes flous dans la commande des processus complexes est dû au choix de méthodes relativement pratiques, permettant avec une simplicité notable, la mise au point de tels algorithmes.

Ces méthodes consistent à formuler un ensemble de règles de décision en termes linguistiques, utilisant des ensembles flous pour décrire les amplitudes de l'erreur, de sa variation et la variation de la commande appropriée. En combinant ces règles, on peut dresser des tables de décision permettant de donner les valeurs de la sortie du contrôleur correspondant aux situations d'intérêt. Pour ce faire, on est appelé à quantifier ces différentes variables. Les niveaux de quantification ainsi obtenus forment les univers de discours (pour l'erreur, sa variation, la variation de la commande et éventuellement pour les gains correspondants) et les valeurs obtenues sont assignées à un ensemble de sous-ensembles flous linguistiquement étiquetés par des termes ou symboles.

Les valeurs des degrés d'appartenance sont subjectivement attribuées pour définir le sens des étiquettes des sous-ensembles flous selon certaines formes de fonctions d'appartenance.

Ces sous-ensembles flous pourront être combinés grâce aux opérateurs fondamentaux suivants qu'il est opportun de rappeler:

- réunion:  $A \cup B$  correspondant à la fonction OU définie  
 par:  $\mu_{(A \text{ OU } B)}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$  (4.1)

- intersection:  $A \cap B$  correspondant à la fonction ET  
 définie par:  $\mu_{(A \text{ ET } B)} = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$  (4.2)

- complémentation:  $\bar{A}$  correspondant à la fonction NON  
 définie par:  $\mu_{(NON A)} = 1 - \mu_A(x)$  (4.3)

#### IV.2.1 Loi de commande

La loi adoptée est fonction des entrées choisies pour notre contrôleur, en l'occurrence, l'erreur et sa variation sur une période d'échantillonnage  $T_e$  :  $(u(kT_e) = f(e(kT_e), \Delta e(kT_e)))$ . Par conséquent, l'activation de l'ensemble des règles de décision associées donne la variation de la commande  $\Delta u$  nécessaire et qui constitue donc la sortie de notre contrôleur.

Cette variation de la commande est obtenue par une simple lecture d'une table de décision prédéfinie hors ligne. Notre choix de la loi de commande s'est porté sur la forme, déjà vue précédemment [Cf. Chap. III, parag. II.3.5.D], suivante :

$$u(kT_e) = G_{\Delta u} * \Delta u(kT_e) \quad (4.4)$$

où  $G_{\Delta u}$  est le gain associé à la commande, en général choisi faible pour assurer la stabilité du système et  $\Delta u(kT_e)$  est la variation de la commande à l'instant  $T_e$ .

#### IV.2.2 Implémentation

En résumé, la valeur de la commande correspondante peut être obtenue en suivant les étapes suivantes :

1- calcul de l'erreur présente et de sa variation :

$$e(kT_e) = \text{référence} - \text{sortie du processus} \quad (4.5)$$

$$\Delta e(kT_e) = \frac{e(kT_e) - e(kT_e - T_e)}{T_e} \quad (4.6)$$

2- normalisation de l'erreur et de sa variation à l'aide des facteurs d'échelle ou gains correspondants :

$$e^*(kT_e) = G_e * e(kT_e) \quad (4.7)$$

$$\Delta e^*(kT_e) = G_{\Delta e} * \Delta e(kT_e) \quad (4.8)$$

- 3- fuzzification ou conversion des valeurs obtenues en variables floues,
- 4- lecture du niveau de quantification du sous-ensemble flou résultant de la variation de la commande dans la table de décision par application de la règle d'inférence,
- 5- défuzzification ou conversion du niveau obtenu en valeur numérique normalisée de la variation de la commande,
- 6- détermination de la commande à appliquer à l'entrée du processus à réguler à l'aide du facteur d'échelle ou gain correspondant :

$$u(kT_e) = G_{\Delta u} * \Delta u(kT_e) \quad (4.9)$$

L'organigramme de la figure [4.2] regroupe toutes ces étapes.

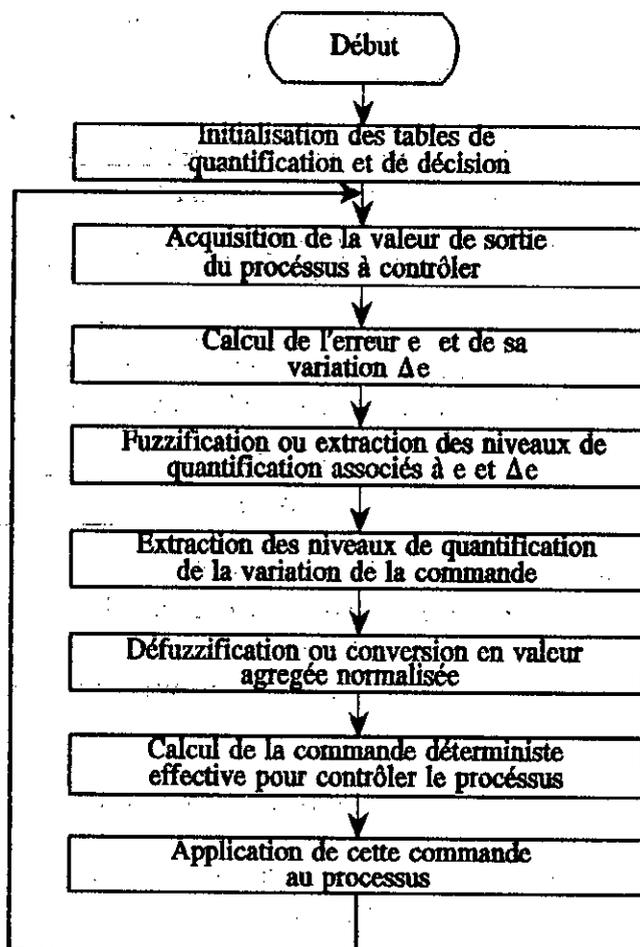


Figure [4.2]: Organigramme de l'algorithme de contrôle flou

limites des univers de discours. Les résultats obtenus n'ont pas été assez satisfaisants. En revanche, le choix de formes triangulaires s'est avéré le plus approprié.

#### IV.3.1.1 Choix de la nature de la distribution des fonctions d'appartenance

Eu égard à la nature du présent modèle de notre système et au vu de certaines investigations [BUH 94], nous avons adopté une distribution uniforme ou équidistante avec des formes symétriques ce qui donne un chevauchement de 50 % entre les sous-ensembles (voir figure [4.3]). A noter que ce type de distribution facilite énormément la tâche de programmation numérique de ces fonctions.

#### IV.3.1.2 Choix du nombre de classes ou sous-ensembles flous

Des investigations psychologiques [NOV 89, LIU 93] ont montré que la capacité de la mémoire opérationnelle humaine est d'environ  $7 \pm 2$ . A cet effet, le nombre de sous-ensembles flous est souvent restreint à  $7 \pm 2$ . Pour notre cas, nous en avons pris 7 symbolisés comme suit :

- \* Positif Grand PG
- \* Positif Moyen PM
- \* Positif Petit PP
- \* Environ Zéro EZ
- \* Négatif Petit NP
- \* Négatif Moyen NM
- \* Négatif Grand NG

#### IV.3.1.3 Choix des univers de discours

Les trois univers de discours affectés aux trois variables de notre contrôleur à savoir  $e$ ,  $\Delta e$  et  $\Delta u$  ont été fixés, après une longue série d'essais en simulation, comme suit:

$$UD_e : [-180^\circ , +180^\circ]$$

$$UD_{\Delta e} : [-510^\circ/s , +510^\circ/s]$$

$$UD_{\Delta u} : [-120 N.m , +120 N.m] \text{ avec } UD_x : \text{Univers de Discours de } x$$

Souvent, pour une plus grande flexibilité dans l'implémentation et l'adaptation des composantes du contrôleur flou, ces univers de discours sont normalisés à l'intervalle  $[-1, +1]$  par l'intermédiaire de facteurs de mise à échelle constants [LEE I 90, LAY 93, SOU 94]. Pour le cas de notre contrôleur, nous avons directement utilisé les gains  $G_e$ ,  $G_{\Delta e}$  et  $G_{\Delta u}$  pour normaliser les univers de discours  $UD_e$ ,  $UD_{\Delta e}$  et  $UD_{\Delta u}$  respectivement.

Le gain  $G_e$  a été choisi de telle sorte que la plage des valeurs de  $G_e * e(kT_e)$  soit limitée à l'intervalle  $[-1, +1]$ . Le gain  $G_{\Delta u}$  a été sélectionné de la même manière par utilisation de la plage admissible des valeurs de l'entrée de commande du processus. Pour ce qui est du gain  $G_{\Delta e}$ , nous avons procédé par des essais en simulation en appliquant différentes valeurs de l'entrée de commande pour déterminer la plage des valeurs que prend  $\Delta e$ ; ensuite nous l'avons choisi de manière à ramener cette plage de valeurs à l'échelle admissible  $[-1, +1]$ .

La figure [4.3] met en évidence l'allure des fonctions d'appartenance utilisées.

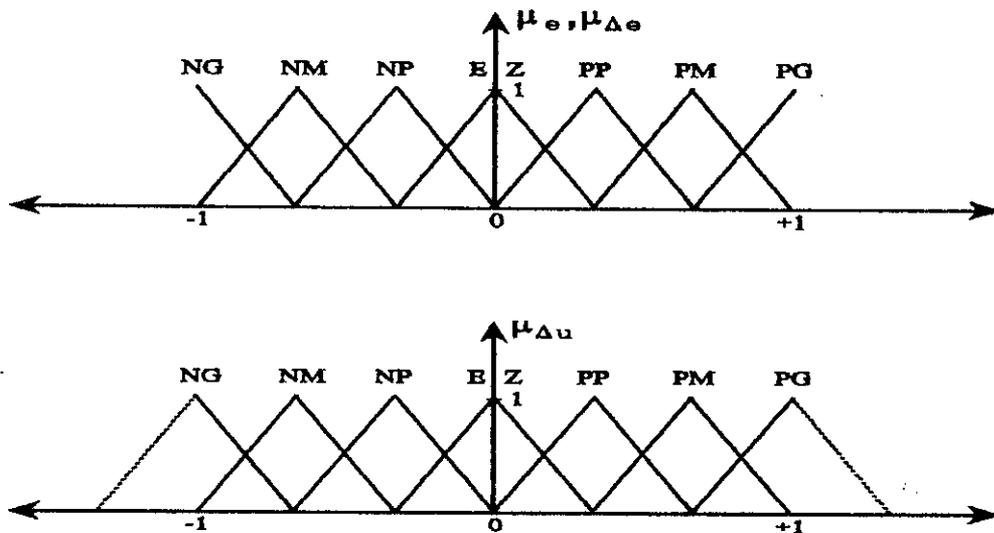


Figure [4.3]: Fonctions d'appartenance des sous-ensembles flous des variables d'entrée et de la variable de sortie

Il est important de noter la forme particulière de la fonction d'appartenance de la sortie du contrôleur par rapport à celle des entrées. Dans le cas où elle lui est identique, et lors des grandes interventions de l'organe de commande (activation des

sous-ensembles PG ou NG), la méthode de défuzzification prônée (méthode du centre de gravité) donne des abscisses pour le centre de gravité qui n'atteignent jamais les limites admissibles -1 ou +1. L'organe de commande n'est donc pas complètement utilisé.

Pour pallier cet inconvénient, il est opportun d'élargir les sous-ensembles NG et PG symétriquement par rapport aux deux limites. Dans ce cas, l'abscisse du centre de gravité pourra atteindre ces limites admissibles et l'organe de commande sera entièrement exploité lors des grandes interventions [BUH 94].

#### IV.3.2 Règles décisionnelles de contrôle flou

Table T I

$\begin{matrix} \Delta e \rightarrow \\ e \downarrow \Delta u \end{matrix}$	NG	NM	NP	ZE	PP	PM	PG
NG	NG	NG	NG	NG	NM	NP	EZ
NM	NG	NG	NG	NM	NP	EZ	PP
NP	NG	NG	NM	NP	EZ	PP	PM
EZ	NG	NM	NP	EZ	PP	PM	PG
PP	NM	NP	EZ	PP	PM	PG	PG
PM	NP	EZ	PP	PM	PG	PG	PG
PG	EZ	PP	PM	PG	PG	PG	PG

Figure [4.4]: Table de décision diagonale de Mac Vicar-Whelan

Les règles décisionnelles se composent de paires situation/action de la forme: *Si e est A et  $\Delta e$  est B, alors  $\Delta u$  est C*

Cet ensemble de règles devrait regrouper toutes les situations possibles du système évaluées pour les différentes valeurs attribuées à e et  $\Delta e$  et toutes les valeurs correspondantes de  $\Delta u$ .

Pour le cas de notre application, nous avons opté pour la célèbre base de règles de *Mac Vicar-Whelan* [MAC 76, LEE I 90] qui a souvent été utilisée avec succès dans plusieurs applications [SOU 91, HER 92, LIU 93, SOU 94, BOU 95, EL\_MET 96, HIL 96, LOU 96, LOU 97a LOU 97b LOU 97c LOU 97d LOU 97e].

Elle est organisée sous la forme d'une table de décision diagonale symétrique (voire figure [4.4]), inspirée du comportement d'une réponse d'un système dans le plan de phase linguistique (erreur versus variation de l'erreur).

#### IV.3.3 Choix de la méthode d'inférence

Après avoir essayé les trois méthodes vues au chapitre précédent, notre choix s'est porté sur la méthode d'inférence MAX-PROD qui a donné plus de satisfaction.

#### IV.3.4 Choix de la période d'échantillonnage

Ce paramètre, caractérisant la bande passante de notre contrôleur, s'est avéré d'une grande importance dans la stratégie de commande. Son effet a affecté différents niveaux de la réponse de notre système. A la suite de plusieurs simulations et au vu de la dynamique de notre système (pour éviter de provoquer une excitation des modes vibratoires), nous l'avons fixée à 0.05 s.

#### IV.3.5 Simulation et résultats des essais en boucle fermée

Le but du contrôle d'un robot est de réaliser un transport de charge rapide, efficace, précis et robuste.

Cette partie concerne l'analyse, à partir des simulations numériques, de l'application de la commande floue au modèle linéaire du bras de robot souple étudié.

Dans une première série d'essais, nous examinerons les performances dynamiques qu'offre le contrôleur flou, détaillé dans les paragraphes précédents, à travers les réponses indicielles en boucle fermée de notre système. Ensuite, nous étudierons les capacités d'un tel contrôleur en examinant sa robustesse vis-à-vis des variations de charge et de consigne.

#### IV.3.5.1 Performances dynamiques de la commande

Notre système étant porteur d'une charge nominale de 1 kg, quatre différentes consignes unitaires lui ont été appliquées, à savoir: 10°, 90°, 150° et -90°. Les réponses sont présentées, respectivement, dans les figures [4.5], [4.7], [4.8] et [4.9].

Nous pouvons remarquer (figure [4.5]) des performances dynamiques très intéressantes: un temps de réponse à 5 % de 0.68s, un dépassement très négligeable et une erreur statique pratiquement nulle. Toutefois, nous observons quelques faibles oscillations tendant à disparaître très rapidement.

Il est important de signaler que cette commande a été élaborée pour faire suivre à l'extrémité du bras, sous l'action du moteur au niveau de l'articulation, un profil de trajectoire désiré ("commande non-colocalisée" [FRA 91]). Elle fait, donc, en sorte que le mode rigide (angle de rotation de l'articulation) et la déflexion (figure [4.6a]) aient, mutuellement, des effets compensatoires tendant à aboutir à une réponse lisse (superposition de la position angulaire articulaire rigide et de la position angulaire flexible de l'extrémité). En fait, le contrôleur agit directement sur la position de l'extrémité du bras, à travers l'angle rigide, et non pas sur les variables modales.

Par ailleurs, nous pouvons remarquer que le premier mode flexible (figure [4.6b]) est nettement plus amorti que le deuxième (figure [4.6c]). Le contrôleur tend, donc, à éliminer les vibrations en agissant, surtout, sur le mode le plus influent dans le mouvement du bras souple.

#### IV.3.5.2 Variation de la charge transportée

Quatre charges différentes ont été sélectionnées pour tester les capacités d'adaptation de notre contrôleur flou: 0.5, 0.6, 1.2 et 1.5 kg.

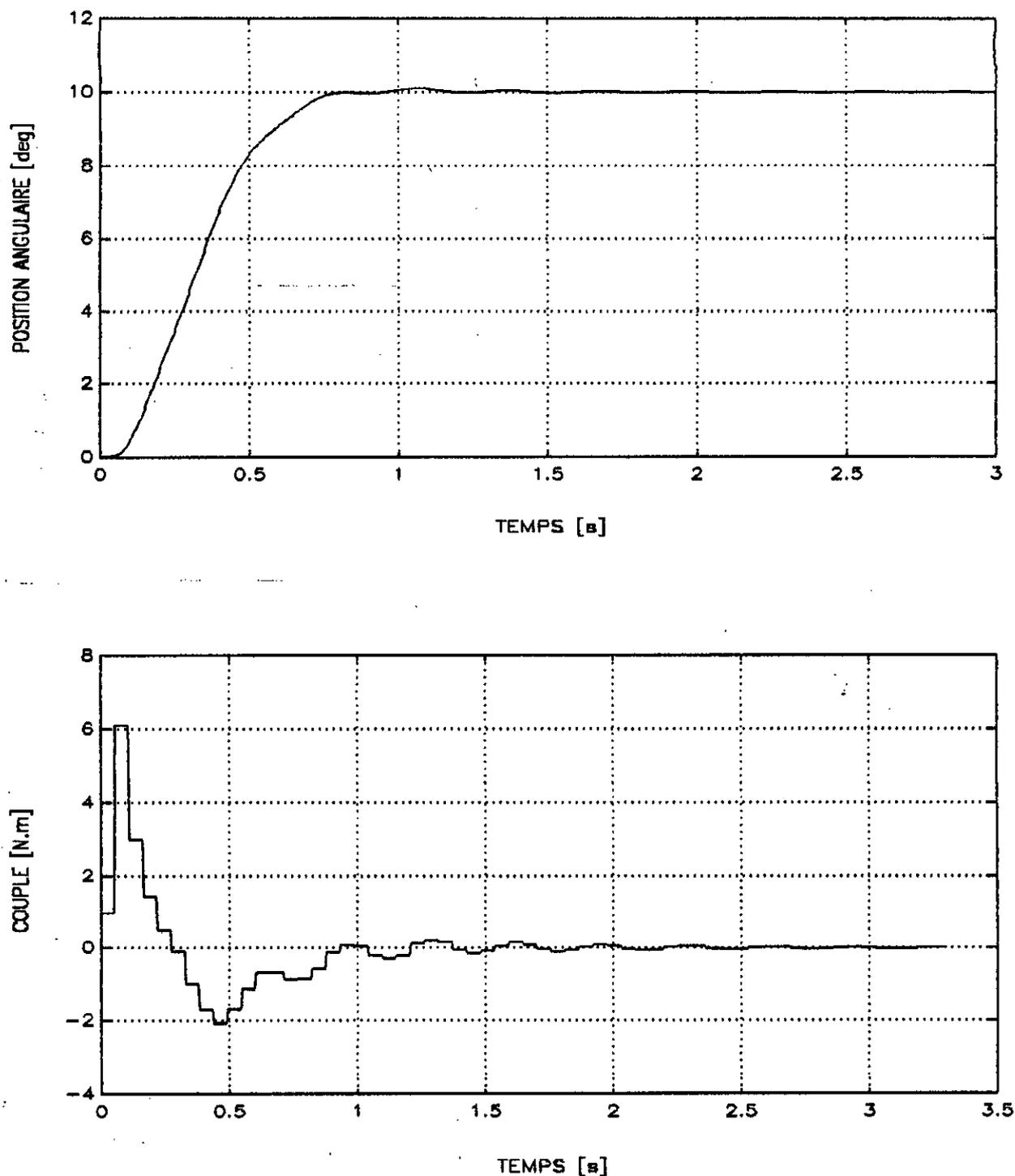
Les réponses indicielles obtenues, pour ces valeurs de charge, sont montrées, respectivement, sur la figure [4.10].

Nous sommes en mesure d'affirmer que le régulateur flou fait preuve d'une bonne robustesse pour des variations de charge dans la plage [-50% , +50%] de la charge nominale. Au delà de ces limites, les performances commencent à se détériorer et notamment pour des charges inférieures à 0.5 kg (50% de la charge nominale).

#### IV.3.5.3 Test de répétabilité de tâche

Il est très intéressant d'avoir un aperçu sur le comportement de l'organe terminal du bras manipulateur souple lors de l'exécution de tâches répétitives, très courantes dans le domaine industriel. A cet effet, nous l'avons soumis à deux signaux de référence ayant la même caractéristique de périodicité mais avec des amplitudes différentes.

Les résultats obtenus sont donnés sur les figures [4.11a] et [4.11b]. Nous constatons d'assez bonnes performances si ce n'est une certaine accumulation d'erreur négligeable occasionnant des dépassements sans grande importance. Ceci apparait notamment sur la figure [4.11b] qui englobe deux tests simultanés: changement d'amplitude de la référence et répétabilité de tâche.



*Figure [4.5]: Réponse indicielle de l'extrémité du bras et couple de commande appliqué pour une référence unitaire de 10°*

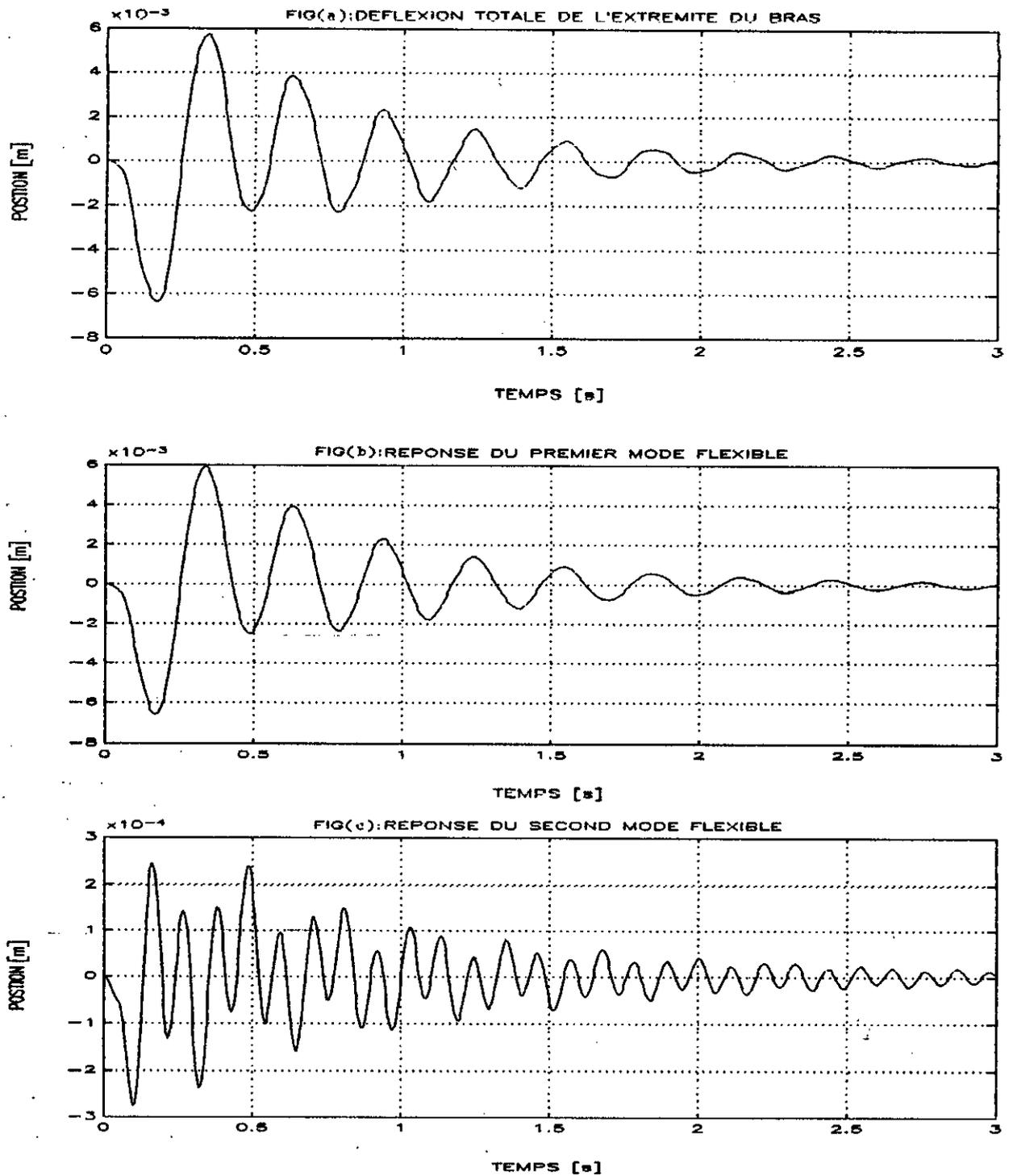


Figure [4.6]: (a) Déflexion totale de l'extrémité du bras

(b),(c) Réponses des deux premiers modes flexibles

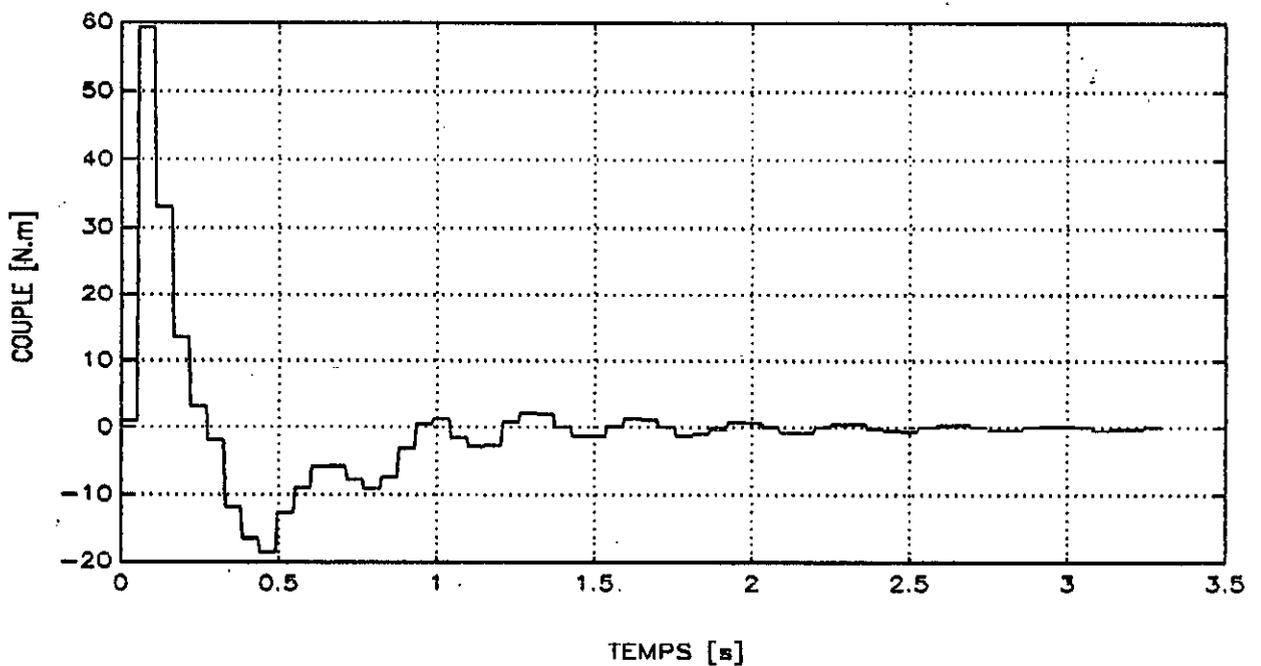
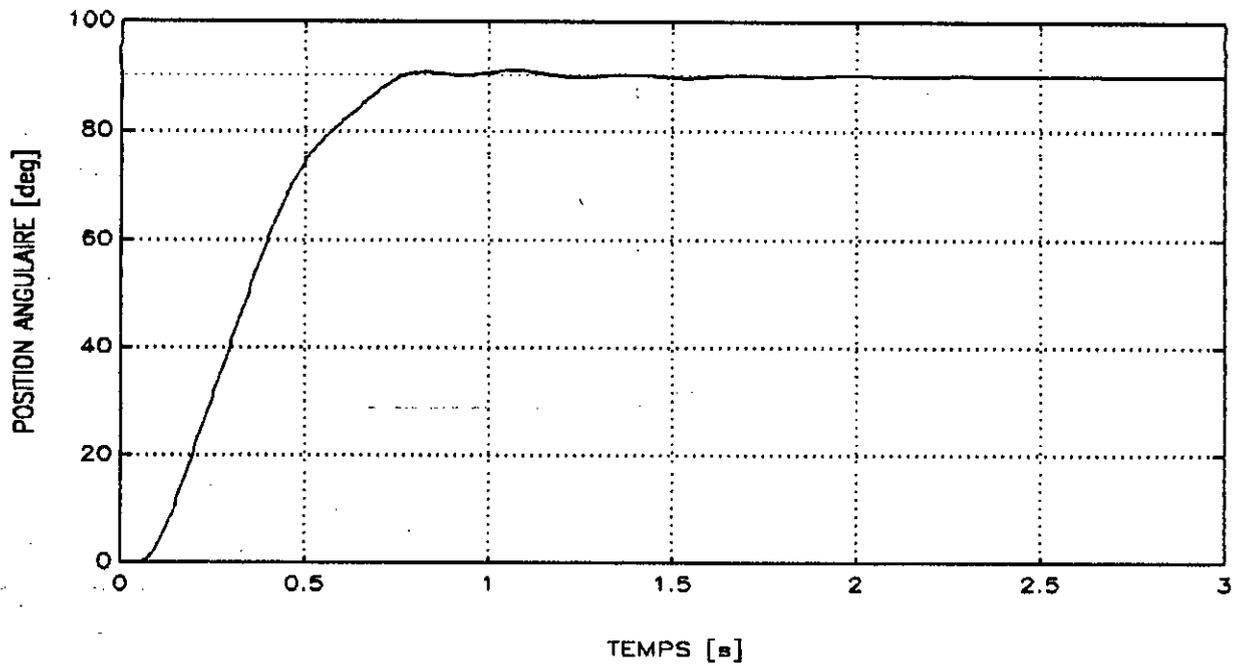


Figure [4.7]: Réponse indicielle de l'extrémité du bras et couple de commande appliqué pour une référence unitaire de  $90^\circ$

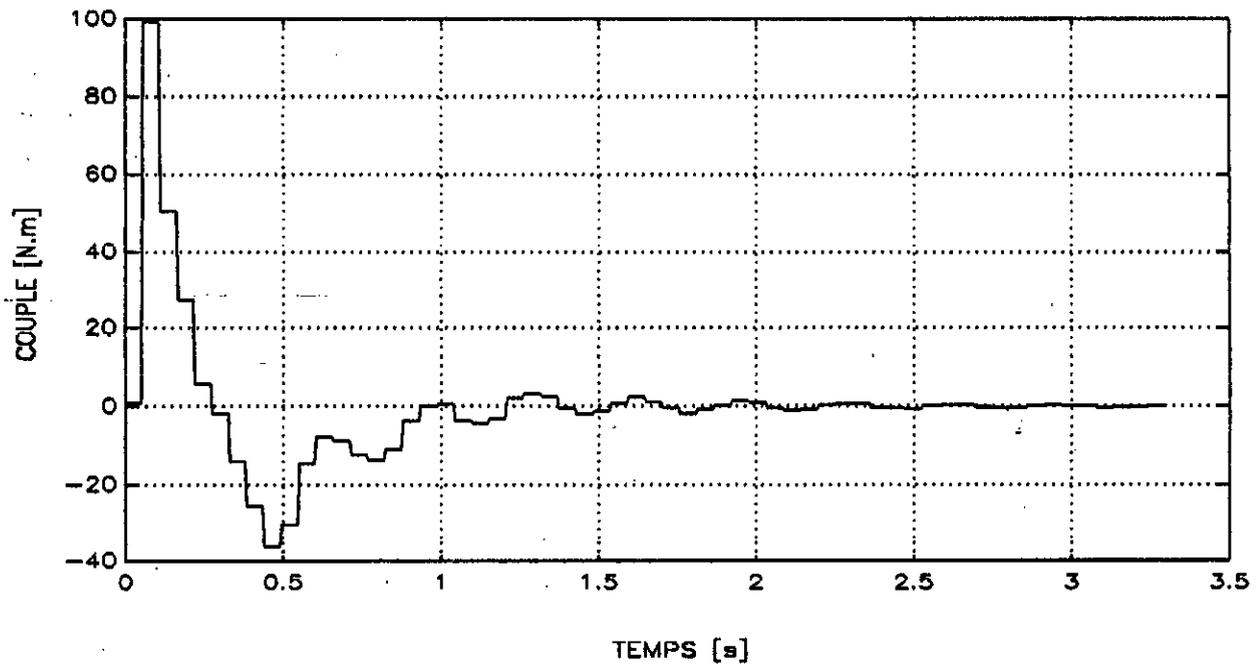
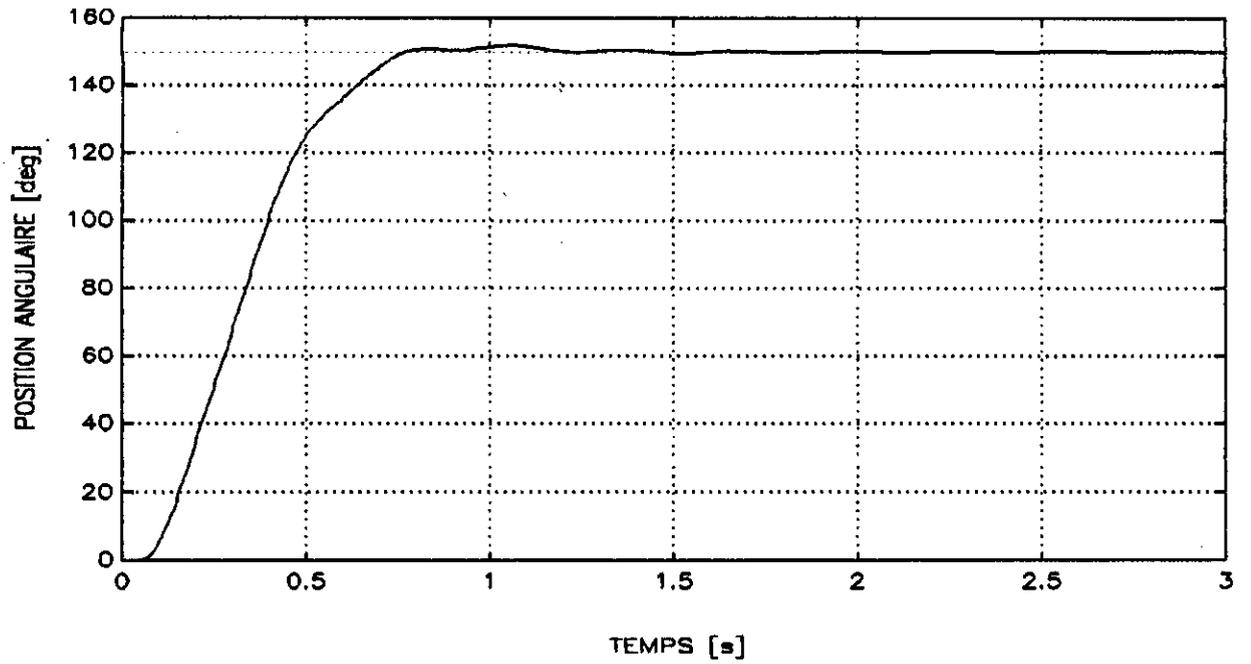


Figure [4.8]: Réponse indicielle de l'extrémité du bras  
et couple de commande appliqué pour  
une référence unitaire de  $150^\circ$

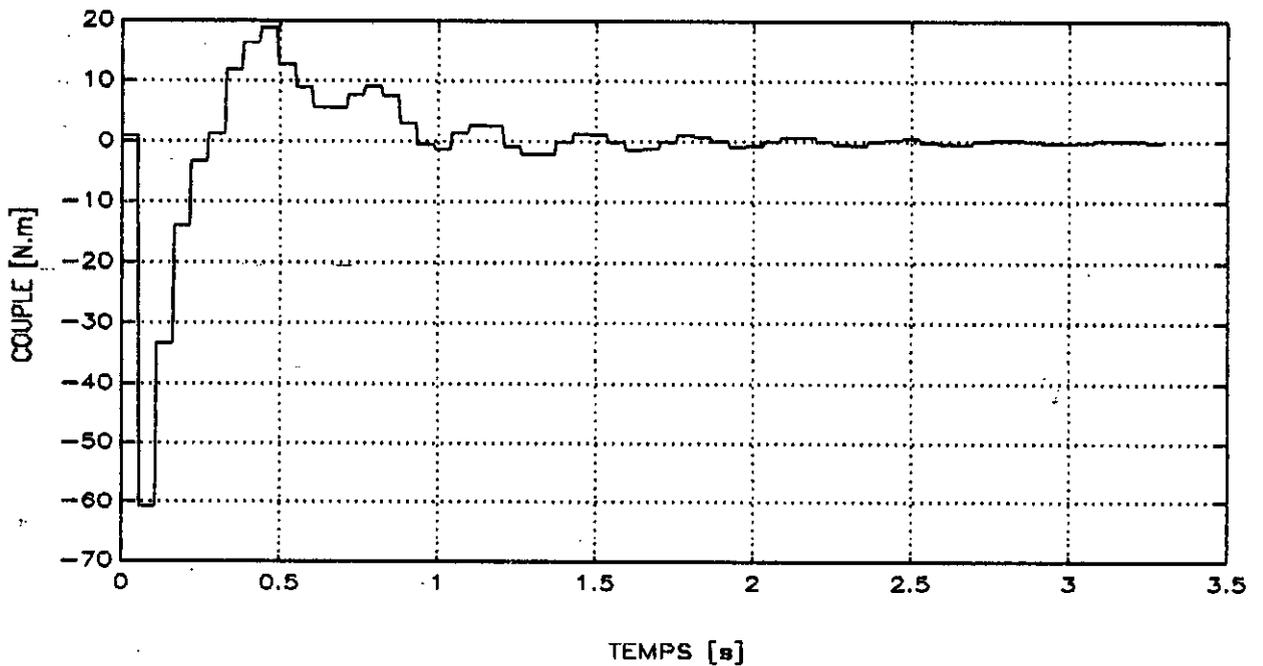
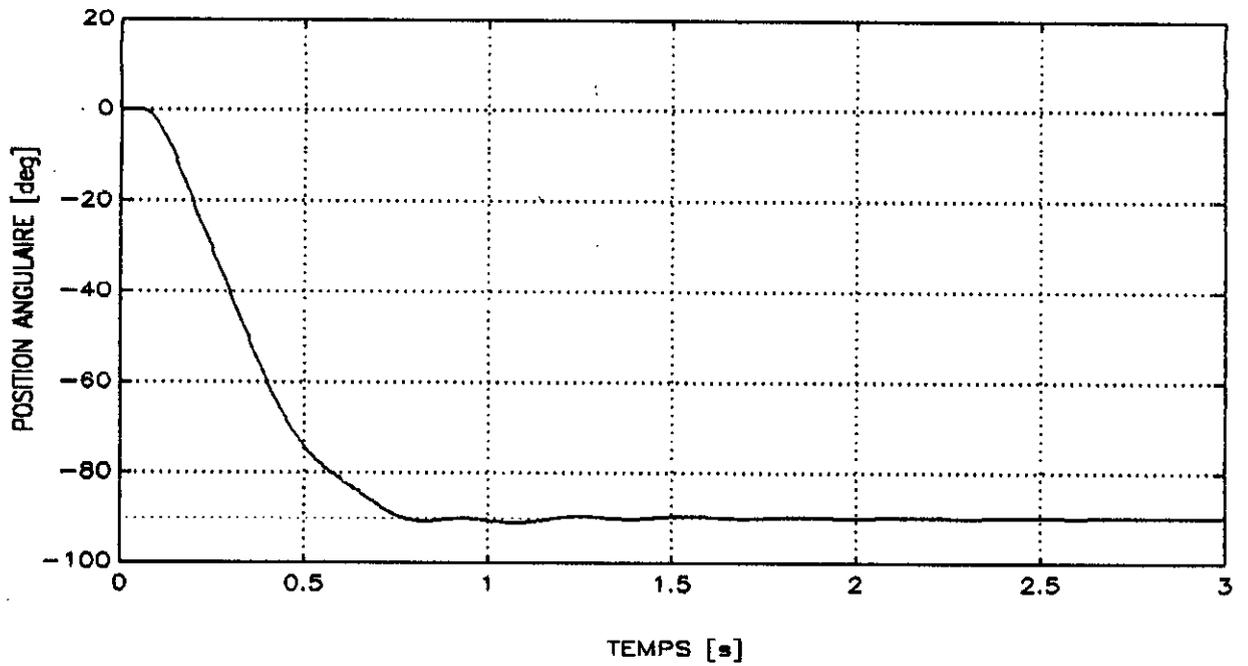


Figure [4.9]: Réponse indicielle de l'extrémité du bras et couple de commande appliqué pour référence unitaire de  $-90^\circ$

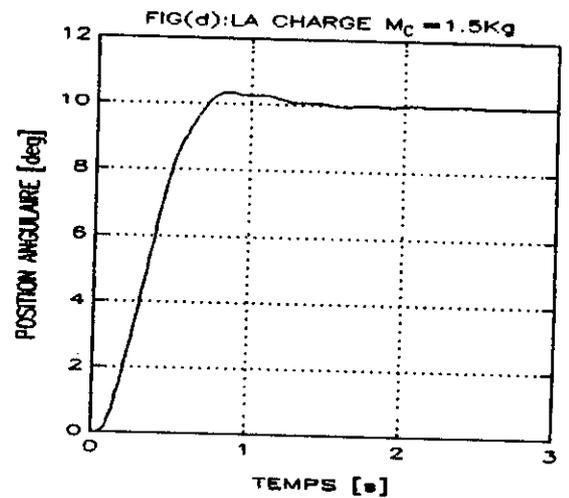
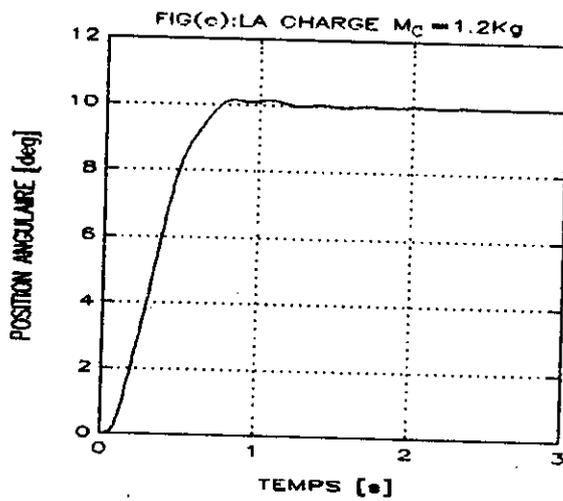
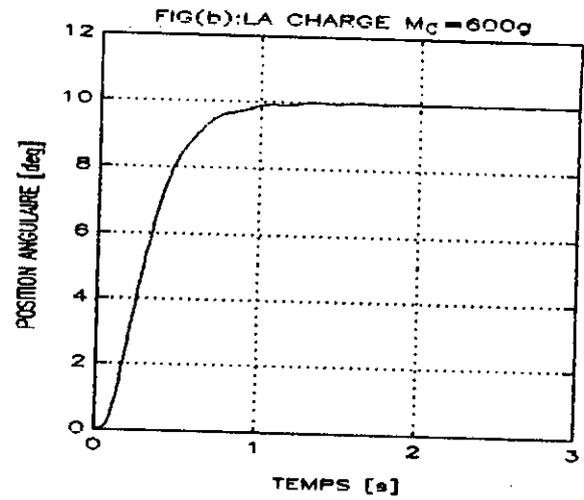
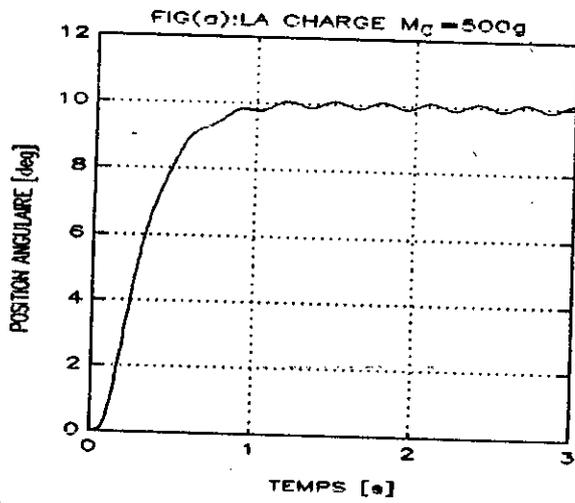


Figure [4.10]: Réponses indicielles de l'extrémité du bras pour quatres charges différentes pour une référence unitaire de  $10^\circ$

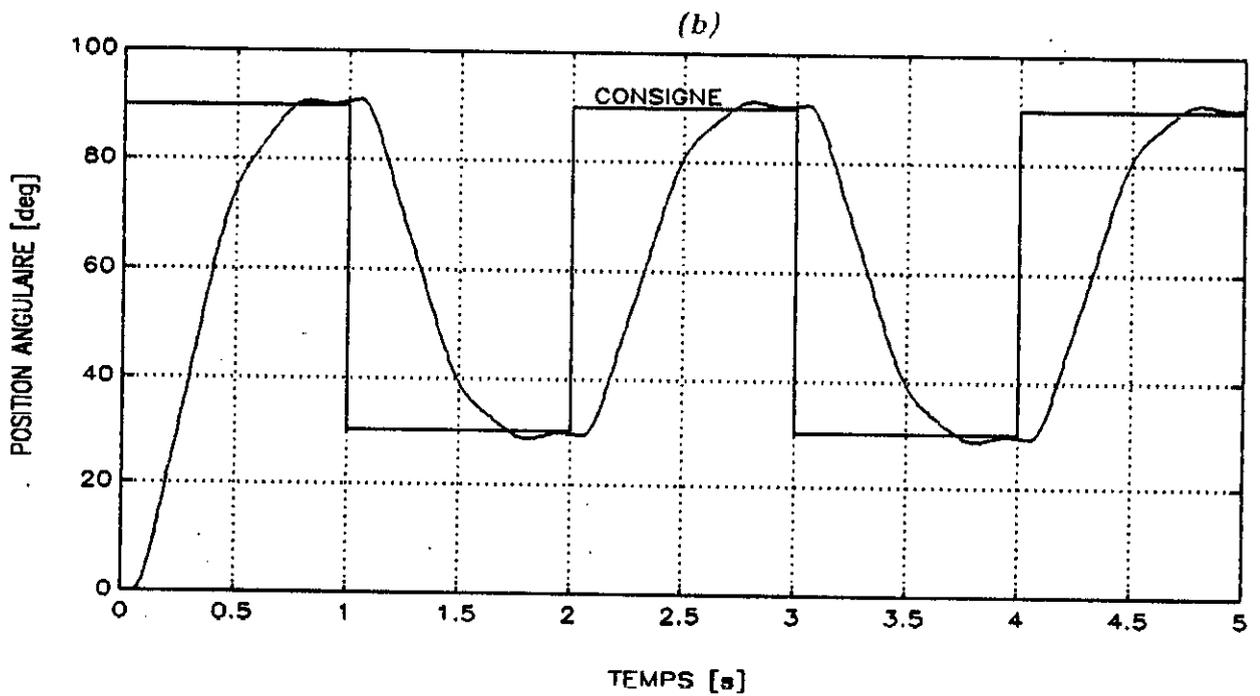
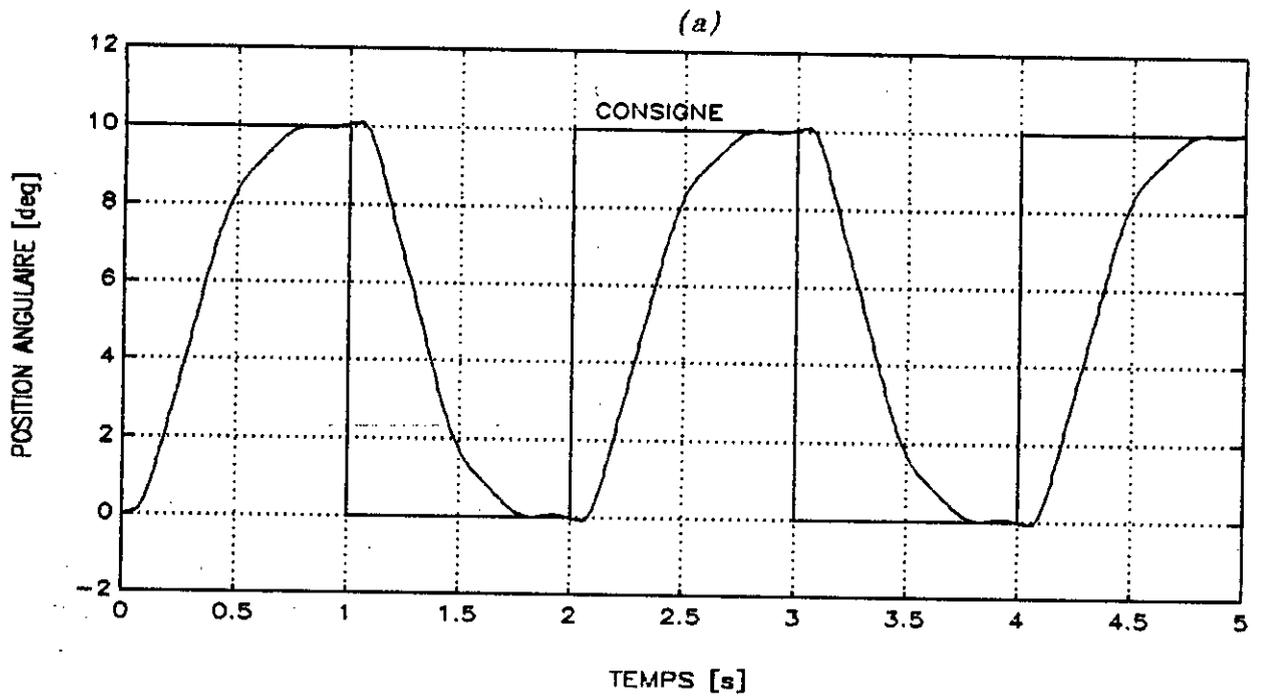


Figure [4.11]: Réponses des deux tests de répétabilité

Après cette augmentation du nombre de sous-ensembles de la variable de commande, une nouvelle table de décision est alors établie. Elle est illustrée par la figure [4.12].

Table T II

$\begin{matrix} \Delta e \\ \Delta u \\ e \end{matrix}$	NG	NM	NP	ZE	PP	PM	PG
NG	NG	NG	NG	NM	NP	NTP	EZ
NM	NG	NG	NM	NP	NTP	EZ	PTP
NP	NG	NM	NP	NTP	EZ	PTP	PP
EZ	NM	NP	NTP	EZ	PTP	PP	PM
PP	NP	NTP	EZ	PTP	PP	PM	PG
PM	NTP	EZ	PTP	PP	PM	PG	PG
PG	EZ	PTP	PP	PM	PG	PG	PG

Figure [4.12]: Nouvelle table de décision avec 9 sous-ensembles flous pour la variable de commande

Cette nouvelle partition est explicitée par la figure [4.13]:

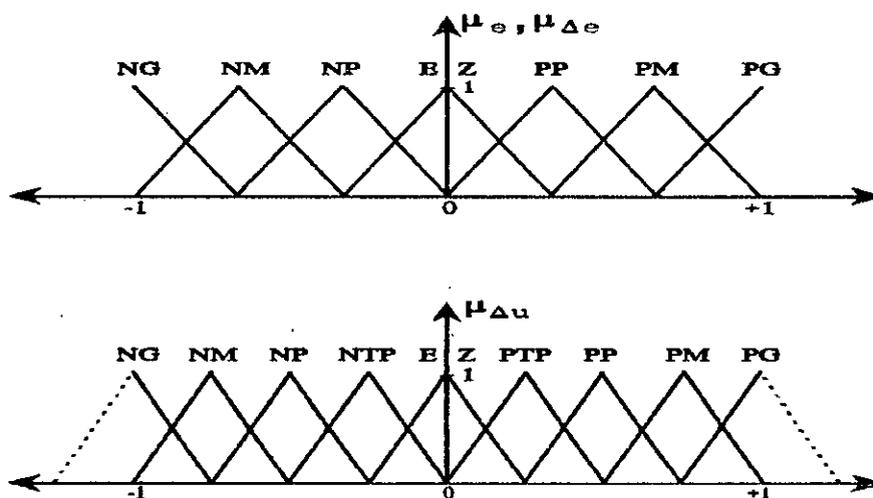


Figure [4.13]: Fonctions d'appartenance pour le cas:  
 $UD_e, UD_{\Delta e}$ : 7 classes ;  $UD_{\Delta u}$ : 9 classes

La figure [4.19c] représente le résultat obtenu avec comme couple de commande celui de la figure [4.19d]. Aucune amélioration notable n'est à relever, si ce n'est une légère atténuation des oscillations autour de la consigne due à la partition plus fine de l'univers de discours de la commande.

(b)  $UD_e$  et  $UD_{\Delta e} \rightarrow 9$  classes ;  $UD_{\Delta u} \rightarrow 9$  classes:

L'utilisation des fonctions d'appartenance de la figure [4.14], et la table de décision de la figure [4.15] a donné lieu à la réponse et le couple de commande des figures [4.19e] et [4.19f] respectivement.

Par rapport au résultat précédent, aucune amélioration notable n'a été obtenue.

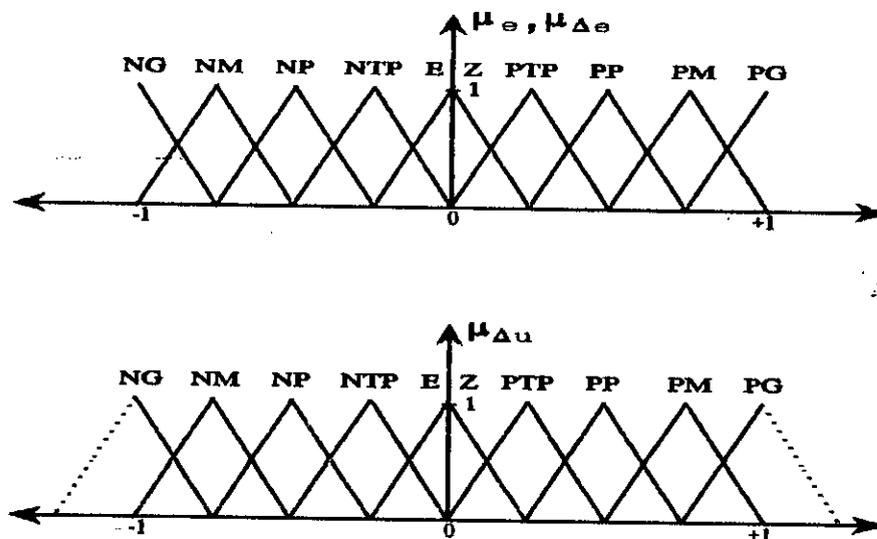


Figure [4.14]: Fonctions d'appartenance pour le cas:  
 $UD_e, U_{\Delta e} : 9$  classes ;  $UD_{\Delta u} : 9$  classes

Table T.11

$\Delta u_0$ $\Delta u_1$	NG	NM	NP	NTP	EZ	PTP	PP	PM	PG
NG	NG	NG	NG	NG	NG	NM	NP	NTP	EZ
NM	NG	NG	NG	NG	NM	NP	NTP	EZ	PTP
NP	NG	NG	NG	NM	NP	NTP	EZ	PTP	PP
NTP	NG	NG	NM	NP	NTP	EZ	PTP	PP	PM
EZ	NG	NM	NP	NTP	EZ	PTP	PP	PM	PG
PTP	NM	NP	NTP	EZ	PTP	PP	PM	PG	PG
PP	NP	NTP	EZ	PTP	PP	PM	PG	PG	PG
PM	NTP	EZ	PTP	PP	PM	PG	PG	PG	PG
PG	EZ	PTP	PP	PM	PG	PG	PG	PG	PG

Figure [4.15]: Nouvelle table de décision avec 9 sous-ensembles flous pour toutes les variable du contrôleur

Ces différentes tentatives se sont avérées, donc, inconcluantes. C'est alors que nous avons reconsidéré, au vu de la nature du présent modèle [LOU 96, LOU 97a], la répartition même de la distribution des fonctions d'appartenance choisie précédemment comme uniforme. Ceci nous a conduit à envisager une distribution à caractère non uniforme. Mais cette non-uniformité, par quelle loi devrait-elle être régie ?

Afin d'éviter un caractère aléatoire à notre choix, nous nous sommes intéressés de près à la base de connaissances acquises lors de l'étude en boucle ouverte de notre système. Ce qui est d'ailleurs, en conformité, avec le caractère même de notre stratégie de commande.

Après une série d'essais/observations ayant trait, surtout, à l'amortissement structural et à l'aspect énergétique qui ont été effectués en boucle ouverte pour différentes entrées de commande et au vu d'une judicieuse loi comportementale établie dans [SOU 91], nous avons utilisé la loi de distribution des fonctions d'appartenance de  $1/2^n$  avec  $n$ : nombre de classes de la moitié positive ou négative de l'univers de discours.

Nous avons alors entamé une nouvelle série de tests pour différentes combinaisons des fonctions d'appartenance, selon les étapes suivantes:

(a)  $UD_e$  et  $UD_{\Delta e} \rightarrow 7$  classes ;  $UD_{\Delta u} \rightarrow 7$  classes:

Pour une même consigne, nous constatons sur la figure [4.20a] une nette amélioration de la réponse du point de vue dépassement et erreur en régime permanent et ce après avoir utilisé la première combinaison de la paire de fonctions d'appartenance données sur la figure [4.16]. Le couple de commande réalisant cette réponse est présenté sur la figure [4.20b].

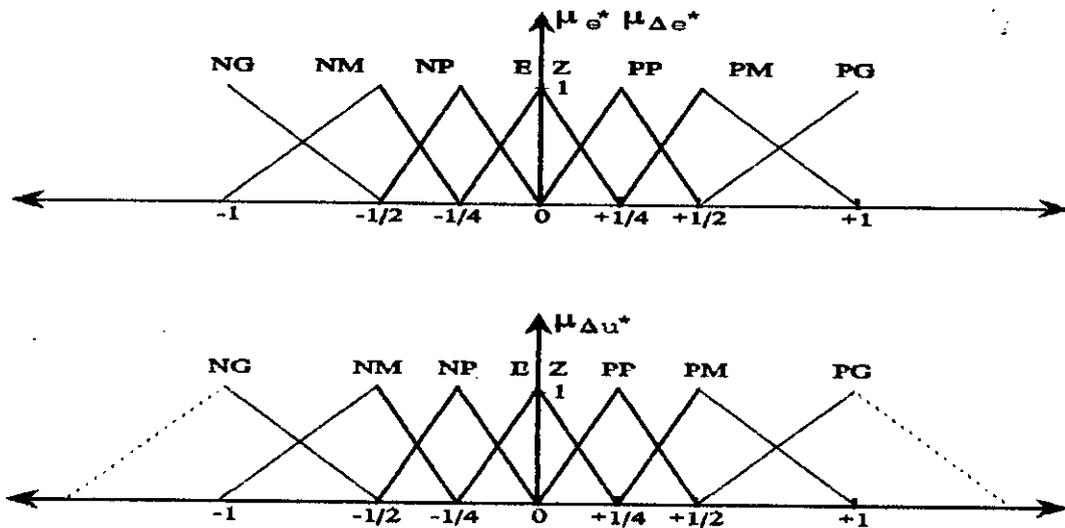


Figure [4.16]: Fonctions d'appartenance pour le cas:  
 $UD_e, UD_{\Delta e} : 7$  classes ;  $UD_{\Delta u} : 7$  classes

(b)  $UD_e$  et  $UD_{\Delta e} \rightarrow 7$  classes ;  $UD_{\Delta u} \rightarrow 9$  classes:

Dans ce cas, la nouvelle paire de fonctions d'appartenance, données sur la figure [4.17], a donné une meilleure satisfaction en atténuant le premier dépassement et les quelques fluctuations autour de la consigne mais a altéré le temps de réponse comme nous pouvons le remarquer sur la figure [4.20c] accompagnée de celle de la commande appliquée [4.20d].

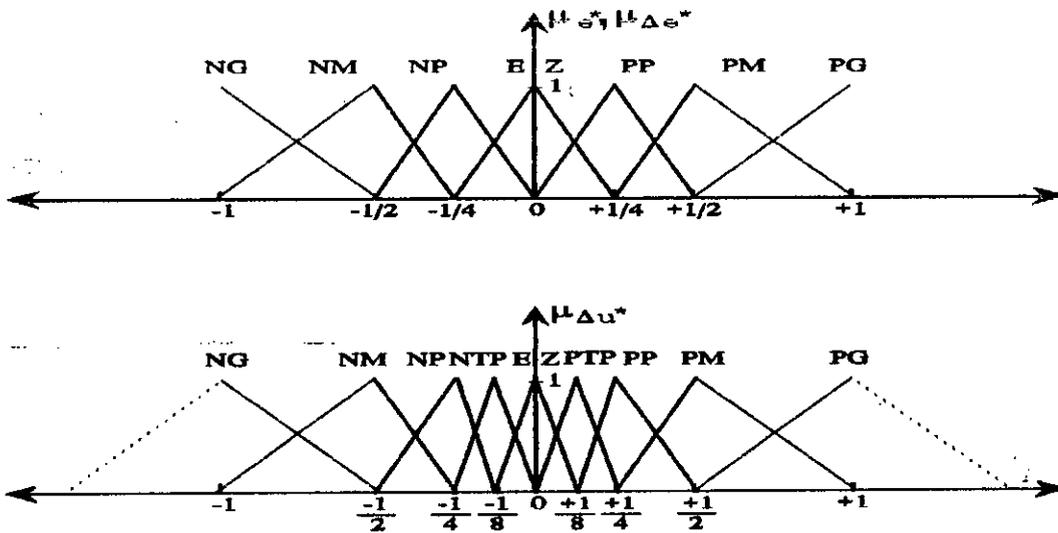


Figure [4.17]: Fonctions d'appartenance pour le cas:  
 $UD_e, UD_{\Delta e}$  : 7 classes ;  $UD_{\Delta u}$  : 9 classes

(c)  $UD_e$  et  $UD_{\Delta e}$  → 9 classes ;  $UD_{\Delta u}$  → 9 classes:

Nous avons réussi à réaliser un meilleur résultat en utilisant les répartitions des univers de discours données sur la figure [4.18]. La réponse obtenue est illustrée par la figure [4.22.e] avec comme couple de commande résultant celui montré sur la figure [4.22.f].

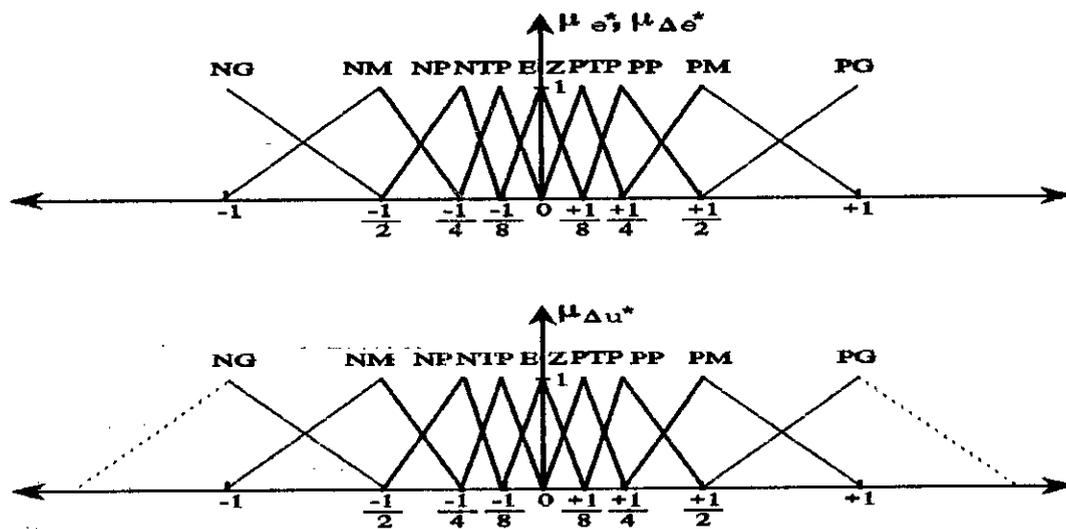


Figure [4.18]: Fonctions d'appartenance pour le cas:  
 $UD_e, UD_{\Delta e}$  : 9 classes ;  $UD_{\Delta u}$  : 9 classes

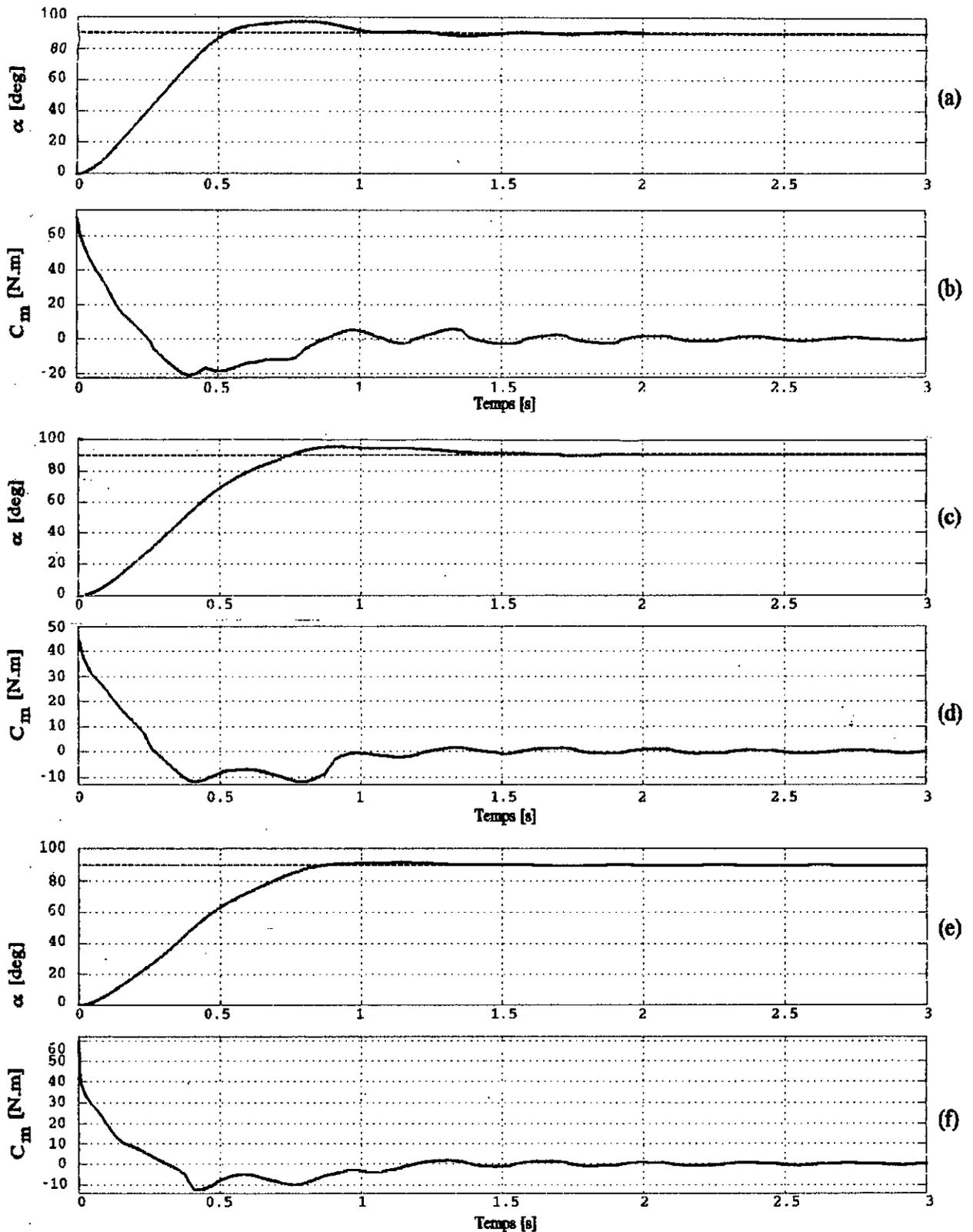


Figure [4.19]: Réponses angulaires en position de l'extrémité de préhension du bras de robot et couples de commandes correspondants

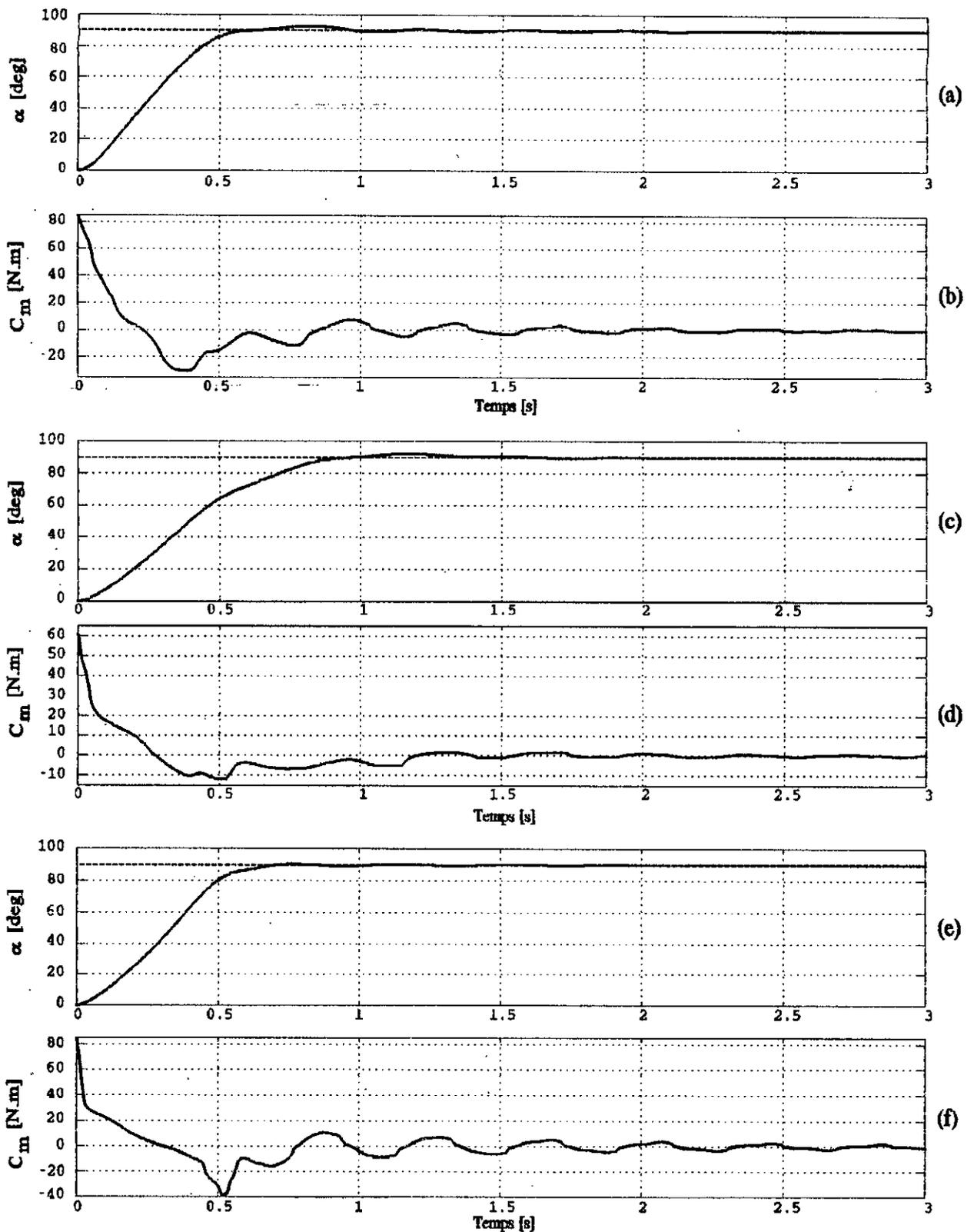


Figure [4.20]: Réponses angulaires en position de l'extrémité de préhension du bras de robot et couples de commandes correspondants

#### IV.5 CONCLUSION

Ce chapitre a traité des détails de l'application du contrôleur flou de Mamdani à la commande en position de l'organe terminal du bras de robot flexible étudié.

Après un travail fastidieux caractérisé par une longue série d'essais/erreur qui ont permis de sélectionner la méthode appropriée pour chaque niveau du schéma de contrôle, puis, de fixer les valeurs de certains paramètres tels que les gains associés aux variables d'entrée/sortie, un premier contrôleur a pu être mis au point pour le cas du modèle linéaire du processus à commander. Ceci est dû à l'indisponibilité de méthodes systématiques déterminantes. Néanmoins, nous avons eu un riche aperçu sur l'influence et le classement par degré d'importance des paramètres et méthodes utilisés.

Les différents choix adoptés se sont avérés judicieux au vu des résultats de simulation des différentes réponses du système.

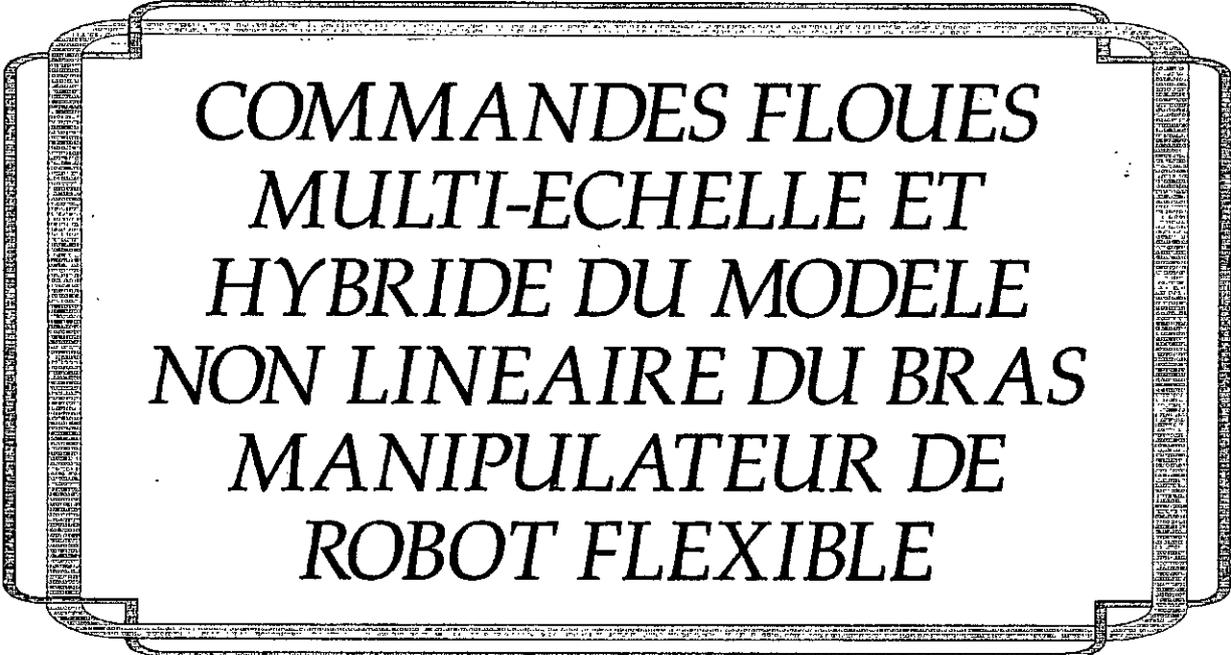
En effet, les multiples tests effectués ont montré des performances fort intéressantes.

Pour le cas du modèle non linéaire, ce premier contrôleur a montré des limites quant à la prise en charge du nouveau système.

Ceci nous a poussé à entrevoir des actions d'amélioration de la stratégie de commande en agissant à plusieurs niveaux du schéma de contrôle. Mais les résultats obtenus n'ont pas été assez satisfaisants.

Il serait, donc, nécessaire de pousser nos investigations pour mettre au point d'autres solutions plus radicales. Celles-ci feront l'objet du chapitre suivant.

# Chapitre V



COMMANDES FLOUES  
MULTI-ECHELLE ET  
HYBRIDE DU MODELE  
NON LINEAIRE DU BRAS  
MANIPULATEUR DE  
ROBOT FLEXIBLE

*"En matière de prévision, le jugement est supérieur à l'intelligence.  
L'intelligence montre toutes les possibilités pouvant se produire. Le jugement  
discerne parmi ces possibilités celles qui ont le plus de chance de se réaliser".*

*Gustave Le Bon (1841-1931)*

INTRODUCTION:

Dans ce chapitre, nous poursuivons nos investigations pour améliorer les résultats obtenus pour le cas du modèle non linéaire du bras flexible en proposant de nouveaux schémas de contrôle flou.

Le premier schéma de commande réalise une adaptation des niveaux d'intervention du contrôleur flou de Mamdani. Il s'agit du contrôleur multi-échelle (contrôle grossier et contrôle fin).

Dans une seconde étape, nous nous proposons de synthétiser un second schéma de commande basé sur la combinaison de deux types de commande (PI: Proportionnelle Intégrale) et PD: Proportionnelle Dérivée): contrôleur hybride.

Après une analyse des performances offertes par ces deux structures de commande, la plus avantageuse des deux sera soumise à différents tests à l'épreuve de notre bras manipulateur de robot flexible.

V.1 COMMANDE MULTI-ECHELLE

Dans ce qui suit, nous proposons la première structure de commande que nous avons appelée "*commande multi-échelle*" (en anglais "*multiscale control*") [SOU 91], [LOU 97b], [LOU 97c].

Le schéma synoptique de base de son implémentation est donné sur la figure [5.1].

Il s'agit de réaliser une commande plus fine dès que l'erreur se retrouve dans la région du sous-ensemble flou EZ en subdivisant son intervalle  $[-1/8, +1/8]$  de la même manière que pour l'intervalle initial  $[-1, +1]$ . Ceci est explicité par la figure [5.2]. A noter que ce changement d'échelle s'accompagne nécessairement par celui des valeurs des différents gains selon les directives suivantes:

- \* diminution de  $G_e$
- \* augmentation de  $G_{\Delta e}$
- \* augmentation de  $G_{\Delta u}$

L'application de ce schéma de contrôle a donné lieu à la réponse montrée sur la figure [5.4a] avec comme entrée de commande celle donnée sur la figure [5.4b]. Nous pouvons affirmer que nous avons réussi à obtenir un résultat très satisfaisant par rapport aux résultats précédents. En effet, cette idée, tout à fait logique, de passer d'une commande grossière (grands efforts d'intervention du contrôleur) pour des valeurs importantes de l'erreur à une commande fine (légers efforts d'intervention du contrôleur) pour les petites valeurs de l'erreur, a permis de venir à bout des faibles oscillations qui persistaient autour de la référence (réduction de l'erreur en régime permanent) et même

d'améliorer le temps de réponse (0.54 s) et donc la vitesse d'exécution de la tâche de notre robot manipulateur.

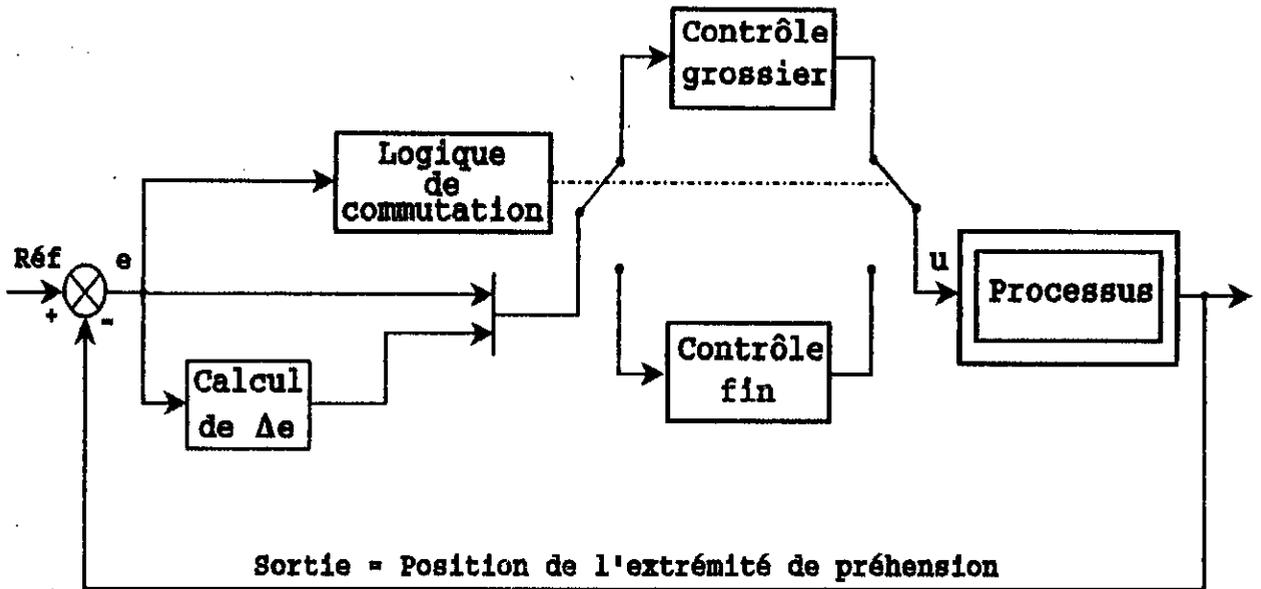


Figure [5.1]: Schéma synoptique d'implémentation de la "commande multi-échelle"

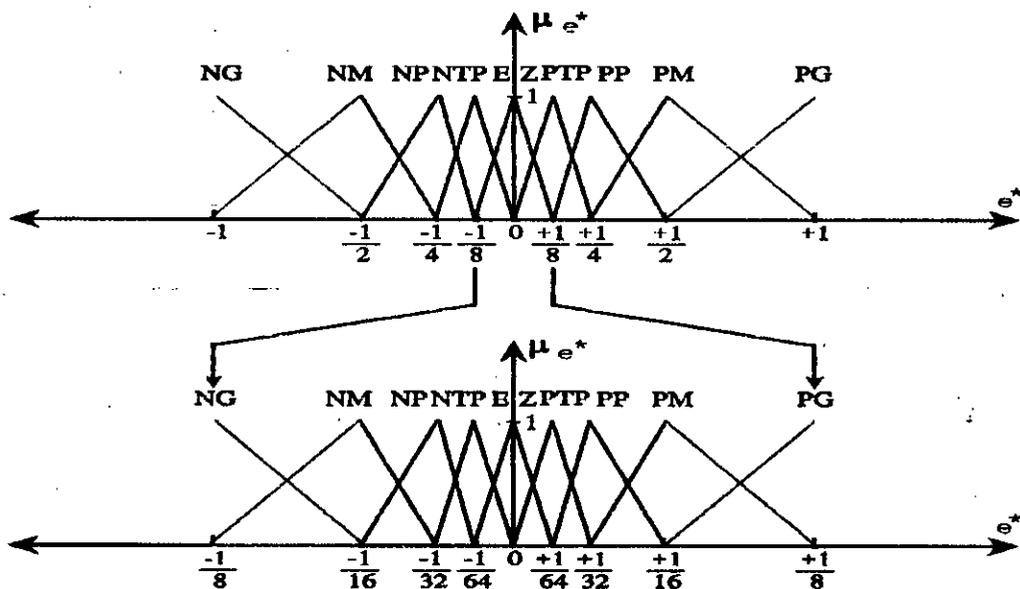


Figure [5.2]: Fonctions d'appartenance de la variable erreur pour les deux niveaux (échelles) de commande

V.2 COMMANDE HYBRIDE

Toujours par soucis d'amélioration des performances de notre système commandé, nous proposons une seconde structure de contrôle appelée "commande hybride" [LOU 97d]. Elle résulte de la combinaison d'un contrôle type PI intervenant pour les grandes valeurs de l'erreur et pour le régime permanent et d'un contrôle type PD (contrôleur de Mamdani déjà utilisé) destiné aux petites valeurs de l'erreur.

Un effet évident du contrôle intégral est que l'ordre du système est augmenté de 1. Par conséquent, l'erreur en régime permanent peut être réduite grâce à la propriété de l'action de contrôle intégral. Le contrôle dérivateur mesure la pente instantanée de l'erreur, prédit les larges dépassements dans le temps et fournit un effort de correction avant que le dépassement ne se produise. Généralement, le contrôle intégral améliore le temps de montée et réduit l'erreur permanente mais peut occasionner des dépassements. Donc la combinaison ou l'hybridation PI-PD pourrait améliorer la réponse du point de vue vitesse et précision. Cette structure est explicitée par la table de la figure [5.3].

changement d'erreur  $\Delta e$

		-1	-0.5	-0.25	-0.125	0	+0.125	+0.25	+0.50	+1	
erreur e	-1	Contrôle type PI					Contrôle type PI				
	-0.50										
	-0.25										
	-0.125										
	0	Contrôle type PI					Contrôle type PI				
	+0.125	Contrôle type PI					Contrôle type PI				
	+0.25	Contrôle type PI					Contrôle type PI				
	-0.50	Contrôle type PI					Contrôle type PI				
	-1	Contrôle type PI					Contrôle type PI				

Figure [5.3]: Niveaux d'intervention du contrôleur flou hybride

Nous rapellons, ci-après, les lois de commande pour les deux types de commande:

$$\text{Commande type PI: } u(k) = u(k-1) + G_{\Delta u} * \Delta u(k) \quad (5.1)$$

où  $G_{\Delta u}$  devrait être choisi aussi faible que possible pour des raisons de stabilité.

$$\text{Commande type PD: } u(k) = G_{\Delta u} * \Delta u(k) \quad (5.2)$$

Il est à noter que les différents gains ne sont pas les mêmes pour les deux types de contrôle et que le choix de leurs valeurs demeure toujours empreint de subjectivité.

Le résultat de l'application de cette nouvelle structure de commande est illustré par la figure [5.5a] avec comme couple de commande celui montré sur la figure [5.5b]. Nous avons réussi à apporter une satisfaction supplémentaire par rapport au résultat de la commande multi-échelle en améliorant nettement le temps de réponse. En effet, il a été ramené à 0.41s ce qui constitue un autre important acquis dans nos efforts d'amélioration des performances du contrôle flou.

Cette nouvelle structure de commande s'étant avérée la meilleure, nous allons étudier ses capacités en la soumettant à divers tests.

### V.3 TESTS ET PERFORMANCES

#### V.3.1 Poursuite de trajectoire

Le problème de poursuite précise d'une trajectoire désirée par l'organe terminal est la plus importante difficulté pour les robots flexibles.

En effet, bien qu'une stratégie de contrôle efficace ait été conçue pour agir au niveau de l'articulation, une persistance de vibrations résiduelles à l'extrémité peut être observée durant le mouvement.

Il est à remarquer que le choix de trajectoires de référence  $\alpha_d(t)$  appropriées qui n'introduiseraient pas de larges déflexions et n'exciteraient pas les modes vibratoires dans la bande fréquentielle d'intérêt est plus critique que le cas de poursuite d'une poursuite articulaire [BAY 87b].

Différentes études [HYD 91, SIC 92] ont montré qu'il serait plus convenable de définir la trajectoire désirée non pas en fonction des termes  $(\theta_d(t), \delta_d(t))$  mais plutôt, par équivalence, en termes de  $(\alpha_d(t), \delta_d(t))$ .

Pour notre application, nous avons sélectionné trois cas usuels de profils de trajectoires assez diversifiés. Ils sont donnés comme suit:

\* Première trajectoire:

$$\alpha_1(t) = \begin{cases} 120 \left( \frac{t}{T} - \frac{1}{360} \sin(360t/T) \right) & \text{pour } 0 \leq t \leq T=0.8s \\ 120^\circ & \text{pour } t > 0.8s \end{cases}$$

\* Deuxième trajectoire:

$$\alpha_2(t) = \begin{cases} 120 \sin(360t/5) & \text{pour } 0 \leq t \leq 6.25s \\ 120^\circ & \text{pour } t > 6.25s \end{cases}$$

\* Troisième trajectoire:

$$\alpha_3(t) = \begin{cases} 120 \left( \frac{t}{T} - \frac{1}{360} \sin(360t/T) \right) & \text{pour } 0 \leq t \leq T=1s \\ 120^\circ & \text{pour } 1 < t \leq 2s \\ 120 - 120 \left( (t-2) - \frac{1}{360} \sin(360(t-2)) \right) & \text{pour } 2 < t \leq 3.5s \\ 0^\circ & \text{pour } 3.5 < t \leq 5s \\ 120 \sin(360t/5) & \text{pour } 5 < t \leq 11.25s \\ 120^\circ & \text{pour } t > 11.25s \end{cases}$$

Les résultats des trois tests de poursuite de trajectoire sont illustrés par les figures [5.6a], [5.7a] et [5.8a] respectivement. Quant aux couples de commande résultants, ils sont montrés sur les figures [5.6b], [5.7b] et [5.8b].

En dépit de quelques négligeables erreurs (de l'ordre de 0.5%) dues à la difficulté de poursuivre le pic d'un profil sinusoïdal, nous pouvons affirmer que notre contrôleur a donné satisfaction lors de l'exécution de cette tâche de poursuite généralement difficile pour les robots flexibles.

### V.3.2 Test de répétabilité

Ce test, consistant à donner à l'organe terminal du robot un signal de consigne carré périodique variant entre deux valeurs différentes. Il a pour but de quantifier une éventuelle accumulation d'erreurs statiques lorsque l'extrémité du bras flexible effectue un mouvement de va et vient (répétition de tâche) entre deux positions distinctes.

Pour notre application, nous les avons choisies à  $0^\circ$  et  $90^\circ$ .

Le résultat de cet essai s'est avéré très satisfaisant au vu de la réponse enregistrée sur la figure [5.9a] accompagnée du couple de commande résultant à la figure [5.9b].

### V.3.3 Test de robustesse vis-à-vis des variations de charge

Lors de l'étude en boucle ouverte de notre système non linéaire, nous avons vu que les variations de charge faisaient varier de façon significative la dynamique propre du bras de robot dont la principale fonction est de déplacer des objets. Il est donc intéressant de faire subir au système de commande de pareils changements de dynamique pour tester ses capacités compensatoires.

A cet effet, trois tests différents ont été prévus dans cette section.

En premier lieu, nous allons essayer de voir l'influence du transport de charges différentes pour une même tâche à réaliser, sur les performances de notre stratégie de contrôle. Pour cela, huit charges ont été sélectionnées, à savoir: 0.54 Kg, 0.6 Kg, 0.7 Kg, 0.8 Kg, 1.25 Kg, 1.5 Kg, 2 Kg et 2.5 Kg.

Les résultats de ce test nous font remarquer que notre contrôleur fait preuve d'une bonne robustesse pour des variations de charge dans la plage  $[-46\%, +150\%]$  de la charge nominale. Au delà de ces limites, les performances commencent à se détériorer et notamment pour des charges inférieures à 0.54 Kg (54% de la charge nominale).

Cette plage de robustesse est nettement plus importante que celle fixée pour le système linéaire.

Le second test consiste à prévoir de subites variations de charge occasionnées par de soudaines pertes ou ajouts de charge. Supposons, donc, qu'à l'instant  $t=0.5s$ , une partie de la charge évaluée à 40 % de la charge nominale, ait échappé à la préhension de l'organe terminal de notre manipulateur au cours de son parcours d'une trajectoire désirée donnée par:

$$\alpha_d(t) = \begin{cases} 120 \left( \frac{t}{T} - \frac{1}{360} \sin(360t/T) \right) & \text{pour } 0 \leq t \leq T=1.5s \\ 120^\circ & \text{pour } t > 1.5s \end{cases}$$

La réponse de la simulation de ce test est illustrée par la figure [5.10a] avec comme couple de commande celui de la figure [5.10b]. Nous remarquons une très bonne prise en charge de cette subite variation de charge par notre contrôleur. En effet, aucune dégradation notable n'est à relever sur le résultat obtenu.

Toujours, lors de la poursuite de la même trajectoire, un autre test est considéré. A l'instant  $t=0.5s$ , nous causons un surplus de charge de 100% de la charge nominale (charge doublée) que nous retirons ensuite à l'instant  $t=1s$ .

Le résultat de cet essai est enregistré sur la figure [5.11a] avec comme couple de commande celui donné sur la figure [5.11b].

Cet autre test, par la qualité de la réponse obtenue, a encore confirmé les aptitudes de robustesse de notre stratégie de commande au vu des performances réalisées.

#### V.3.4 Test de robustesse vis-à-vis de bruits de perturbation

Le but de cet essai est de tester les capacités de robustesse de notre contrôleur sujet à des bruits aléatoires introduits par le circuit de mesure ou capteur de position de l'extrémité du bras souple.

Nous allons, donc, considérer que les signaux délivrés par ce capteur sont entachés de bruits blancs aléatoires de différentes importances, à savoir: 1%, 2%, 3% et 4% de la valeur de référence.

Les réponses enregistrées et montrées sur la figure [5.12] permettent d'affirmer que notre contrôleur n'est pas assez robuste vis-à-vis des perturbations par bruits de mesure et notamment à partir d'un bruit de 4% où nous assistons à une remarquable dégradation de la réponse de notre système.

Ceci peut être expliqué par le fait que le contrôleur flou est insensible aux bruits de mesure dont l'effet n'est pas pris en compte par la méthode de fuzzification généralement utilisée (méthode du singleton).

Il serait peut être intéressant d'opter, dans ce cas, pour une méthode qui, lors de la fuzzification, prendrait en compte non pas des singleton flous comme entrées mais plutôt des nombres flous ayant eux mêmes des fonctions d'appartenance (un triangle par exemple) dont l'étendue est caractérisée par l'écart ou la variance propres aux caractéristiques du bruit source de l'incertitude. Ceci pourrait rendre plus conséquente la prise en compte des erreurs aléatoires entachant les mesures et améliorer, ainsi, les performances de robustesse, par rejet de perturbations, de la stratégie de commandé.

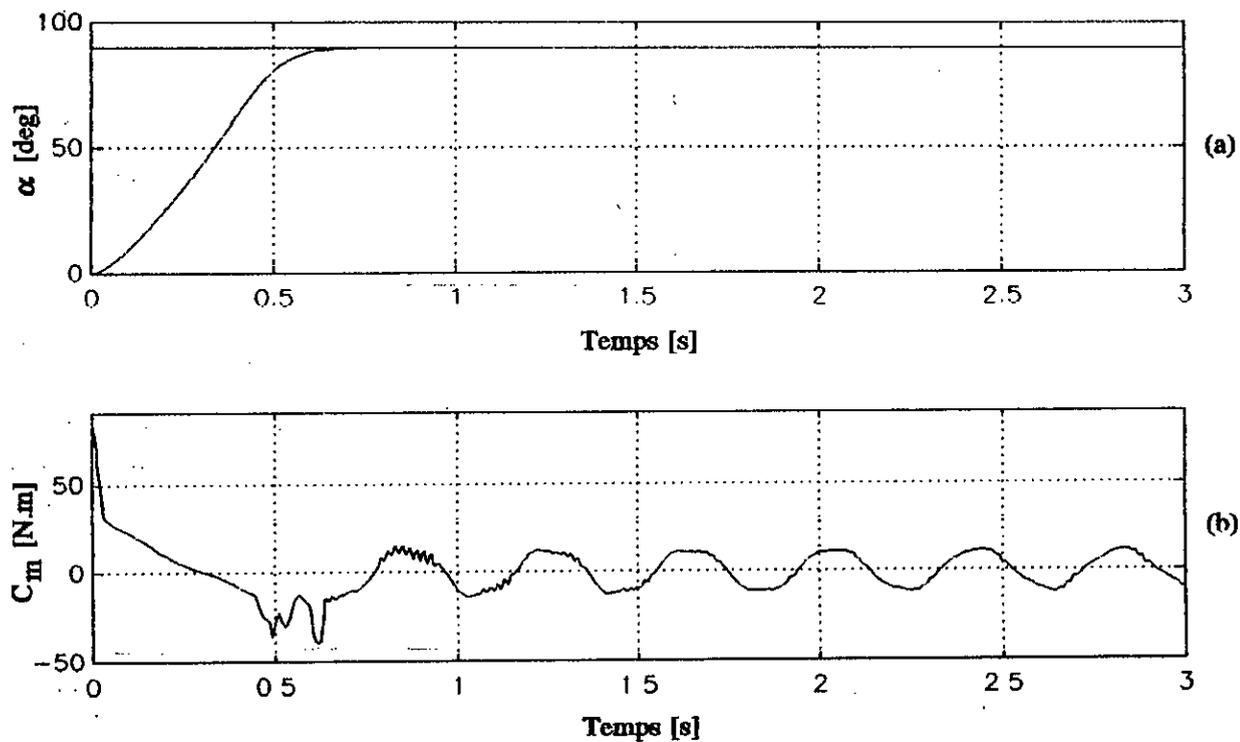


Figure [5.4]: Réponse angulaire en position du bras de robot et couple de commande correspondant: cas de la commande multi-échelle

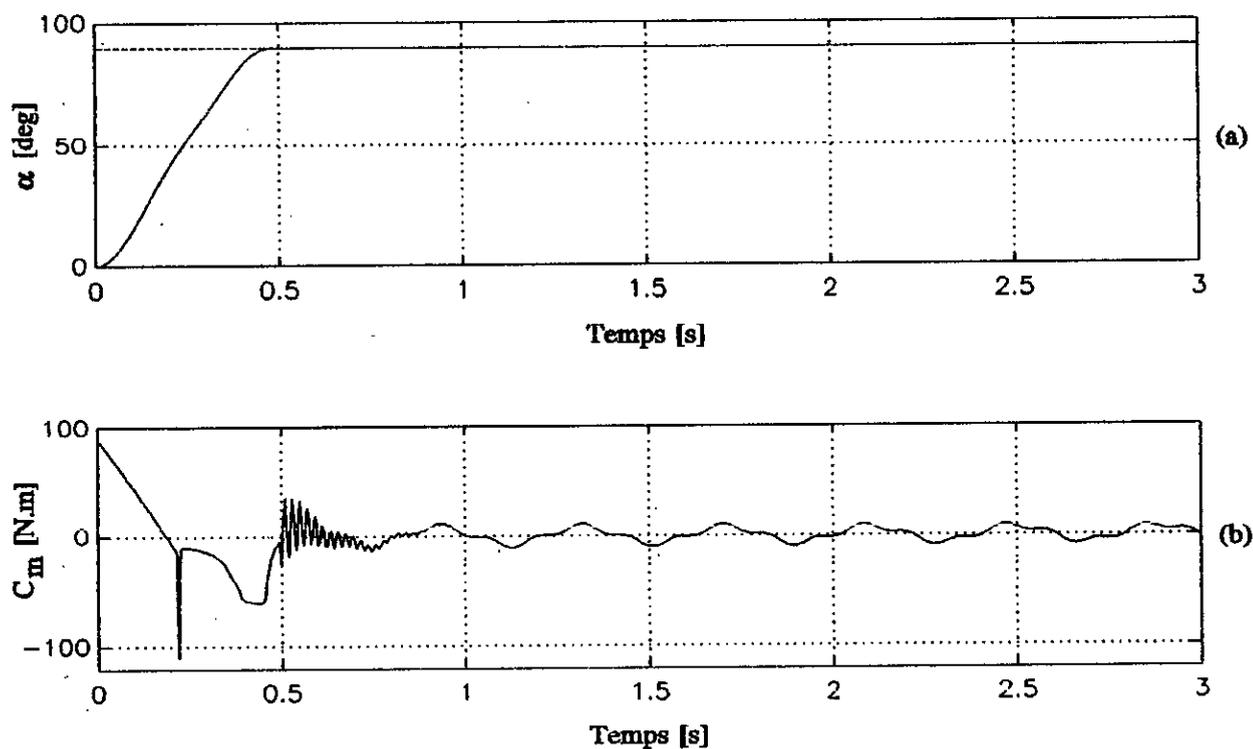


Figure [5.5]: Réponse angulaire en position du bras de robot et couple de commande correspondant: cas de la commande hybride

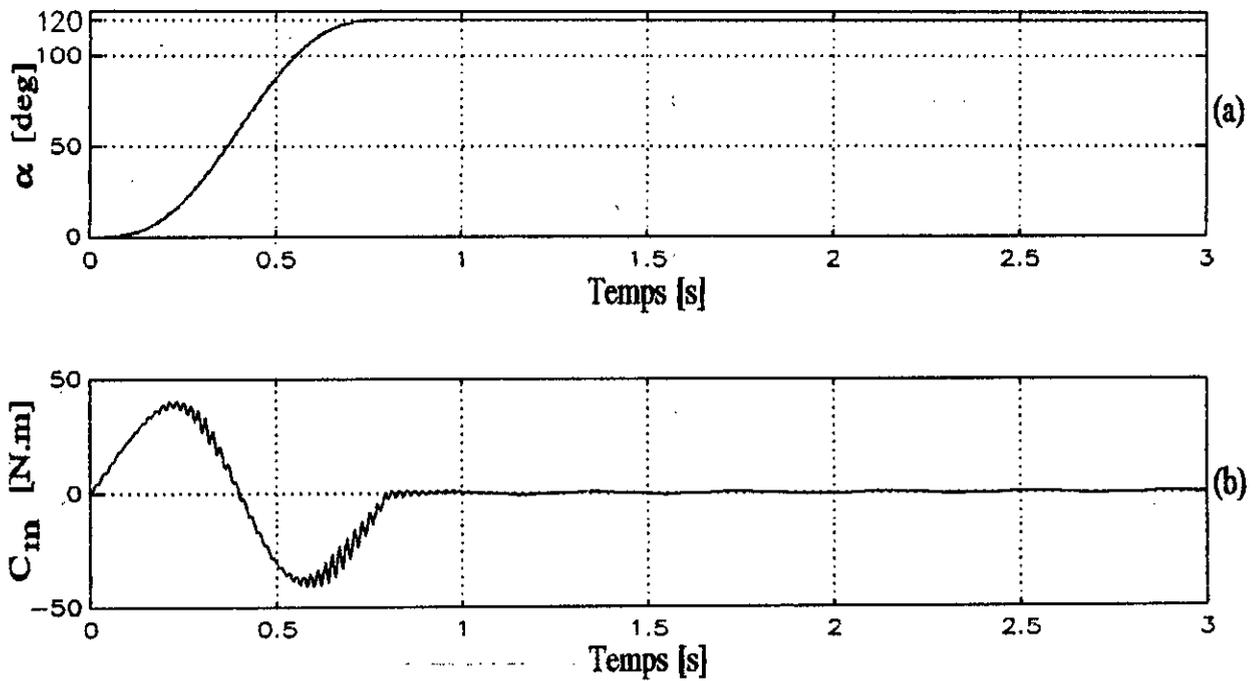


Figure [5.6]: Réponse angulaire en position de l'extrémité de préhension du bras de robot à la première trajectoire de référence et couple de commande correspondant

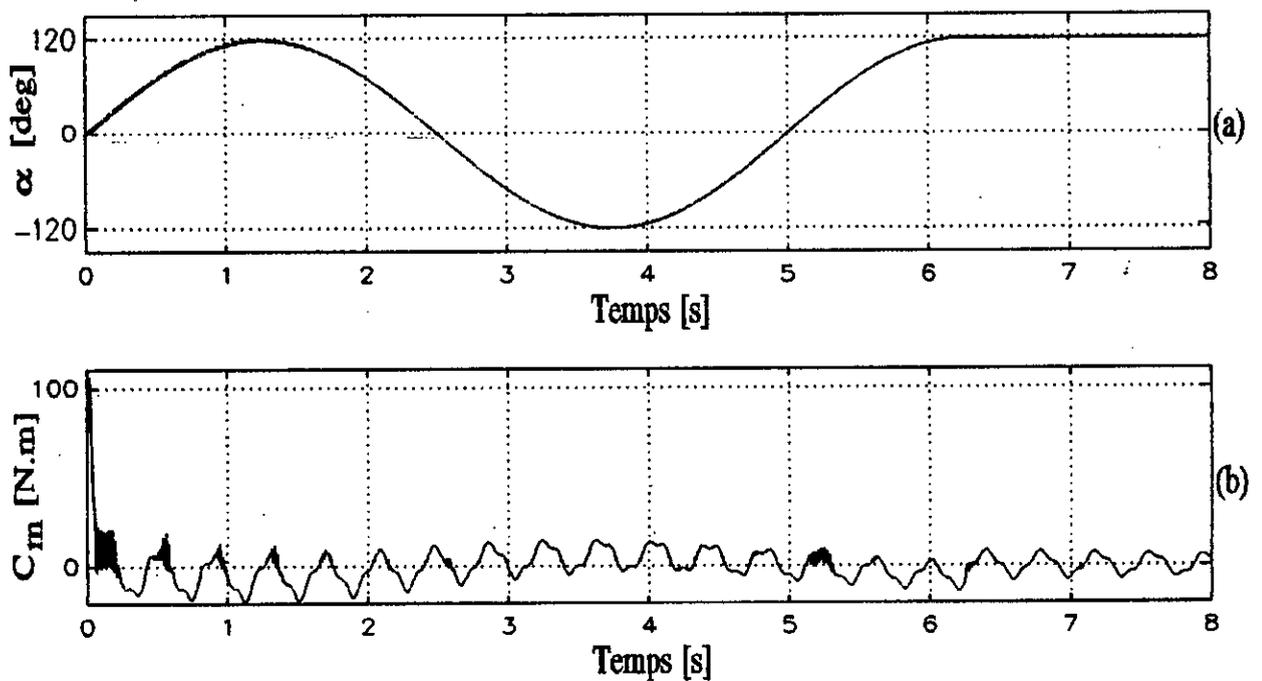


Figure [5.7]: Réponse angulaire en position de l'extrémité de préhension du bras de robot à la deuxième trajectoire de référence et couple de commande correspondant

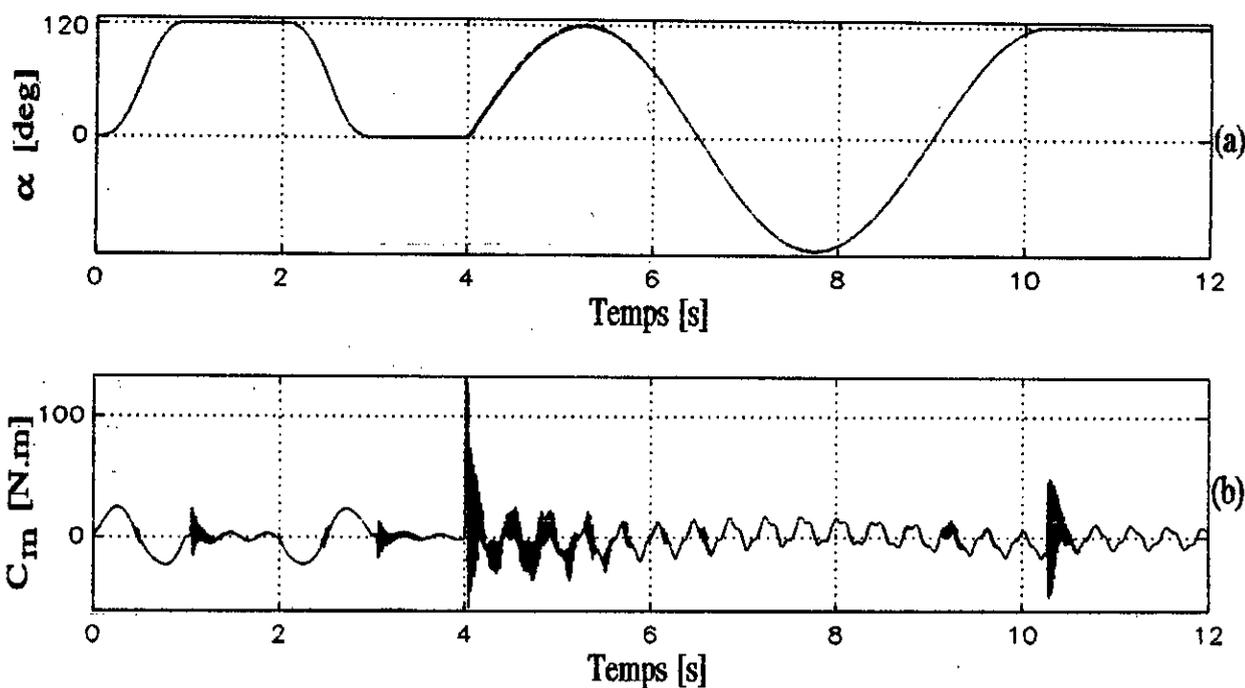


Figure [5.8]: Réponse angulaire en position de l'extrémité de préhension du bras de robot à la troisième trajectoire de référence et couple de commande correspondant

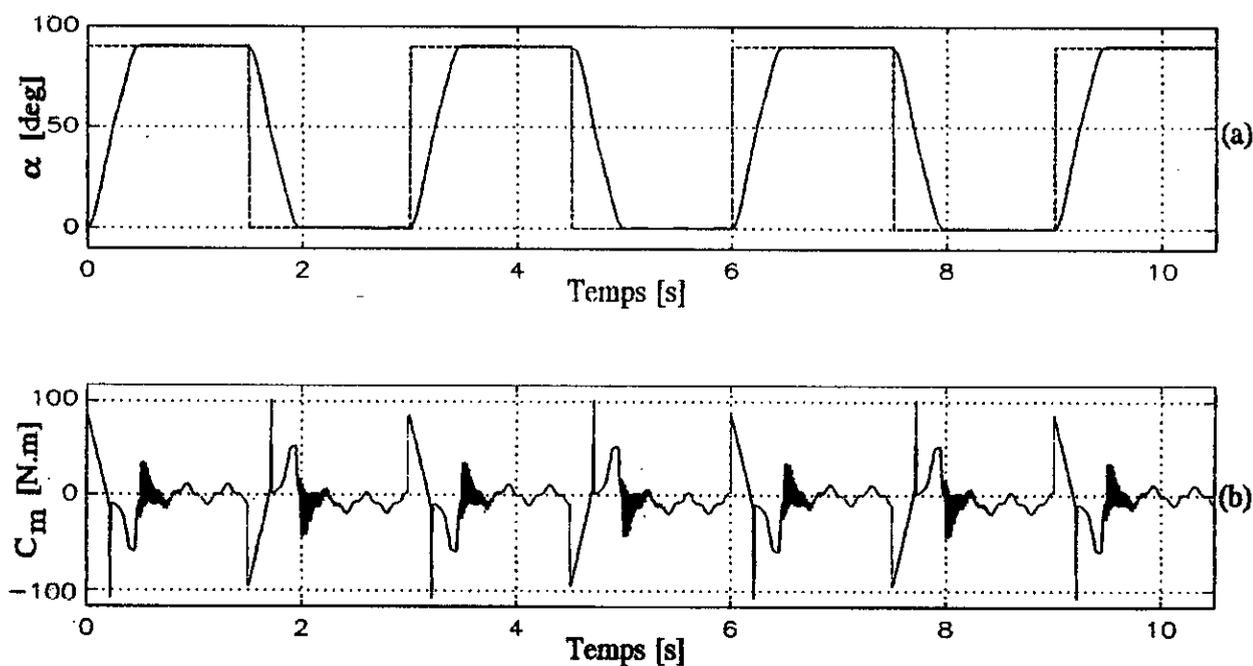


Figure [5.9]: Réponse angulaire en position de l'extrémité de préhension du bras de robot au test de répétabilité et couple de commande correspondant

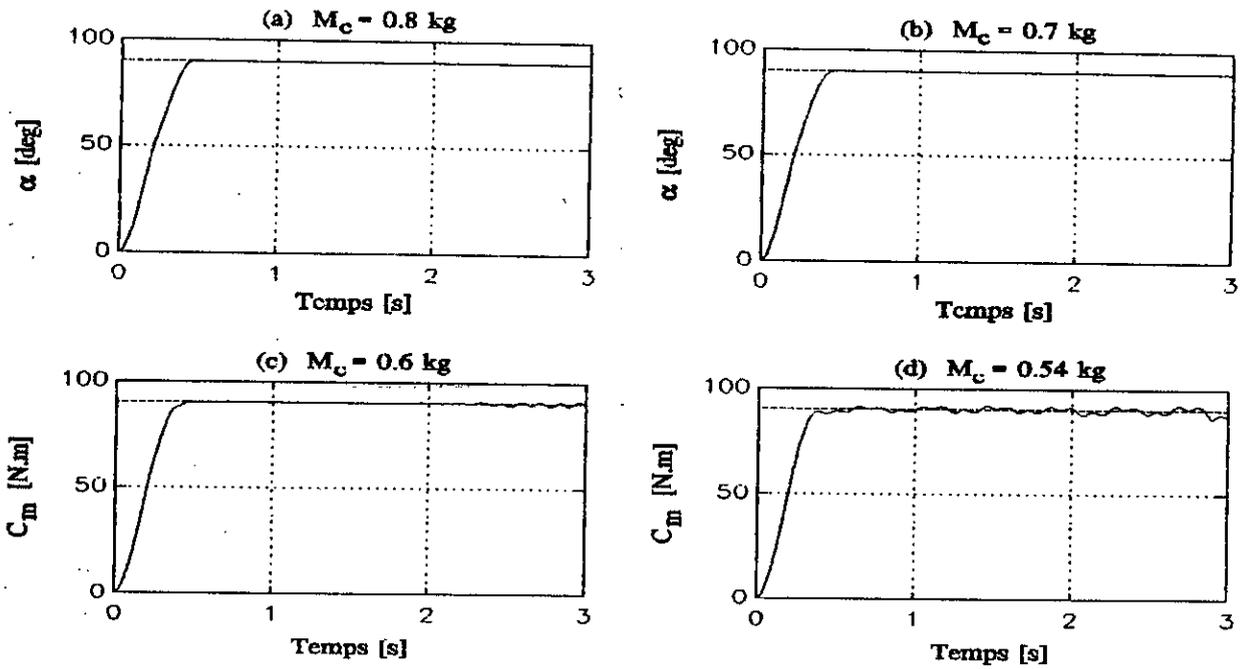


Figure [5.10]: Réponse angulaire en position de l'extrémité de préhension du bras de robot pour des charges de: 80%, 70%, 60% et 54% de la charge nominale

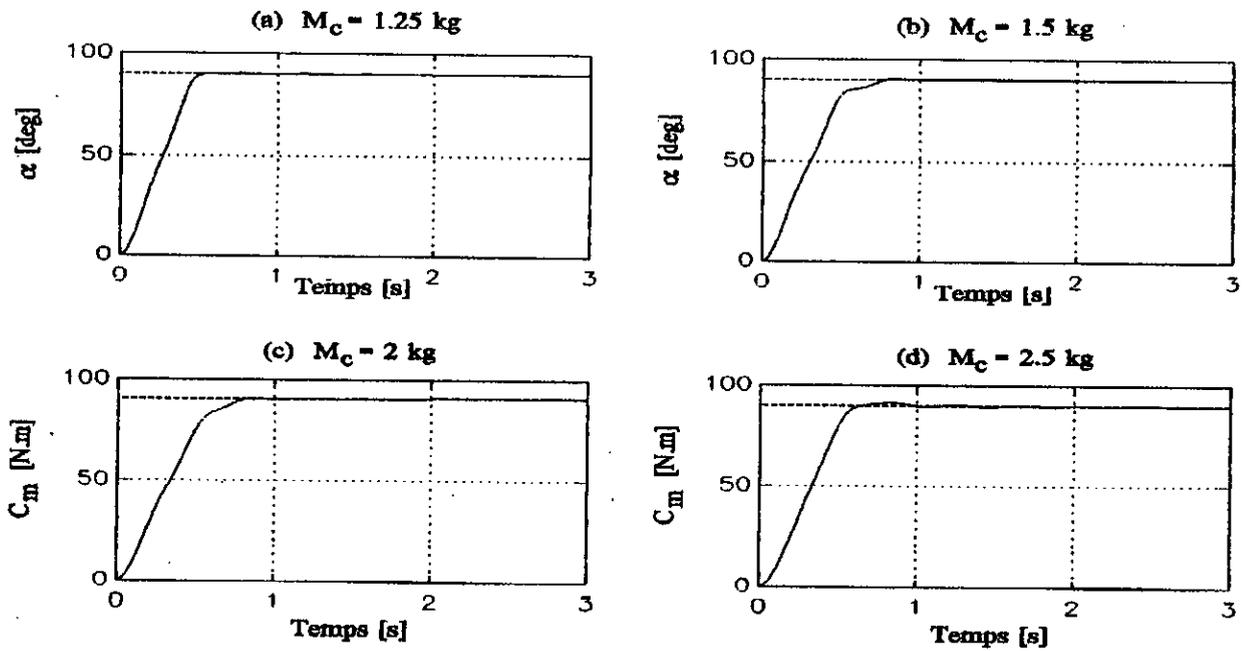


Figure [5.11]: Réponse angulaire en position de l'extrémité de préhension du bras de robot pour des charges de: 125%, 150%, 200% et 250% de la charge nominale

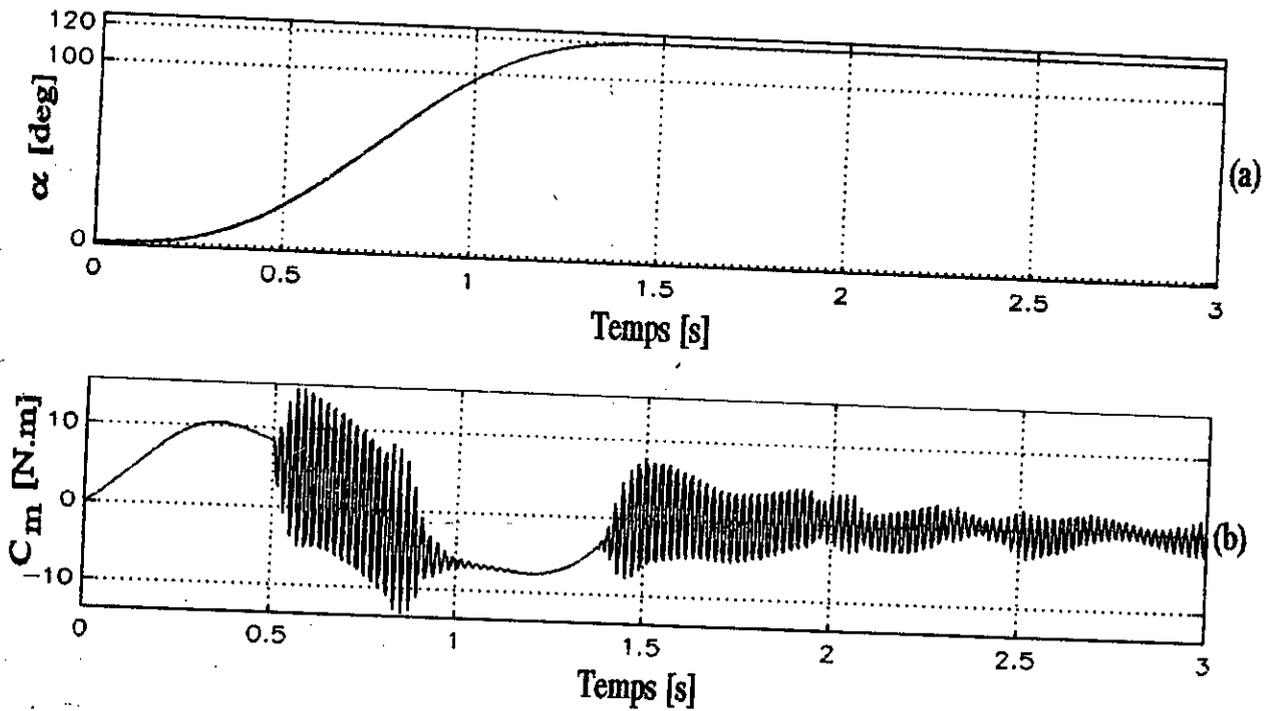


Figure [5.12]: Réponse angulaire en position de l'extrémité de préhension du bras de robot au premier test de robustesse par variation de charge et couple de commande correspondant

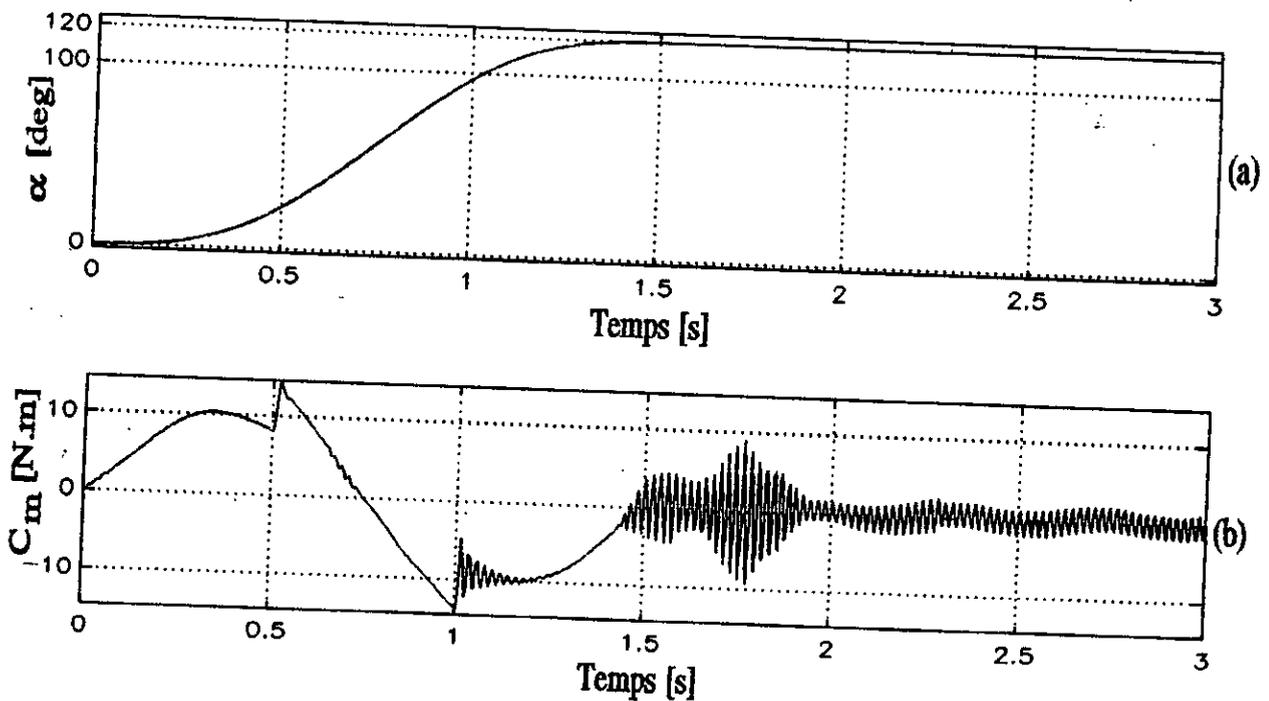


Figure [5.13]: Réponse angulaire en position de l'extrémité de préhension du bras de robot au deuxième test de robustesse par variation de charge et couple de commande correspondant

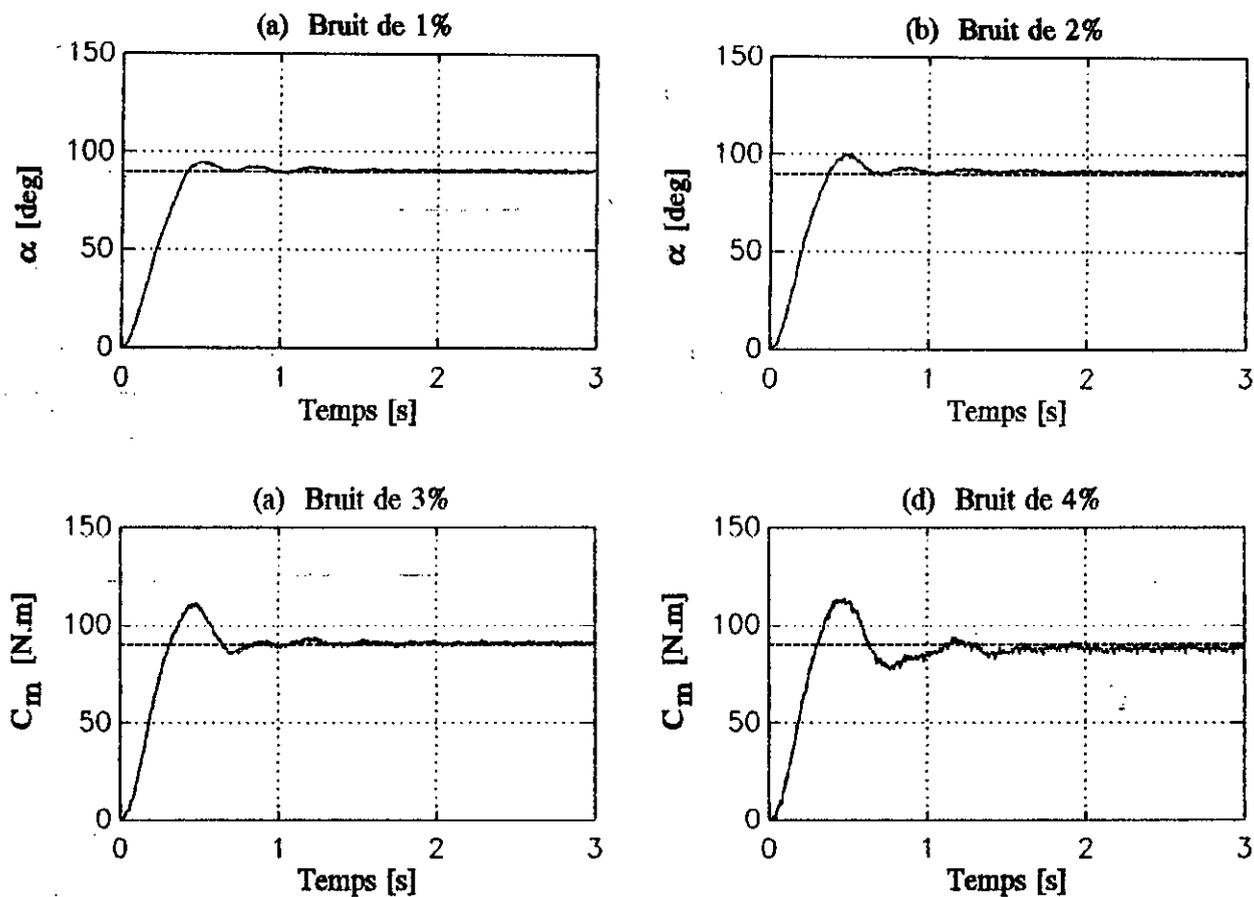


Figure [5.14]: Réponses angulaires en position de l'extrémité de préhension du bras de robot aux tests de robustesse vis-à-vis de bruits de mesure

#### V.4 CONCLUSION

L'adoption de ces nouvelles structures de commande a eu un apport conséquent quant à l'amélioration des performances obtenues au chapitre précédent.

En effet, la commande multi-échelle a offert une très bonne aptitude à réaliser la tâche de positionnement avec précision grâce à ces deux niveaux d'intervention: commande grossière et commande fine.

La deuxième structure de commande proposée qu'est la commande hybride a encore amélioré les résultats obtenus en offrant, simultanément une meilleure vitesse d'exécution et même une excellente précision.

Les différents tests ont démontré à travers les résultats réalisés, illustrés par l'étude en simulation, les réelles capacités de ce schéma de contrôle à prendre en charge des conditions opératoires variables.

# **CONCLUSION GENERALE**

*"Tout est dit ... tout reste à faire".*

*Ludwig Van Beethoven (1770-1827)*

Les travaux exposés, dans ce mémoire de thèse, ont porté sur la modélisation, l'analyse et l'application d'une technique de contrôle intelligent à la commande en position et en poursuite de trajectoire d'un bras manipulateur de robot planaire à une seule liaison flexible. Ils ont été réalisés au Laboratoire de Commande des Processus (L.C.P).

Une synthèse bibliographique succincte a été présentée au premier chapitre. Elle a porté sur de multiples approches de modélisation des robots flexibles ainsi que sur différentes stratégies de commande de tels systèmes.

L'analyse du procédé étudié s'est faite sur la base de deux modèles dynamiques, l'un linéaire et l'autre, plus complet, non linéaire élaborés puis étudiés, à travers une série de simulations numériques en boucle ouverte, dans le deuxième chapitre. Elle nous a permis d'acquérir une base conséquente de connaissances concernant les différents aspects du comportement dynamique de notre système ainsi qu'un bon aperçu situant les principales difficultés à rencontrer en prévision de la commande en boucle fermée.

Dans le troisième chapitre, nous avons donné quelques fondements théoriques ainsi qu'un ensemble de méthodologies concernant la commande à base de logique floue. Une étude détaillée a permis de décrire les principales caractéristiques de chacune des composantes constituant le schéma synoptique général d'un contrôleur flou.

Les deux derniers chapitres ont été consacrés aux détails du développement et de la mise en œuvre d'algorithmes de contrôle flou en vue de leur application à la commande en position et en poursuite de trajectoire de l'organe terminal du bras manipulateur de robot souple étudié.

En effet, nous nous sommes attachés à réaliser les deux objectifs initiaux suivants:

- concevoir et mettre en œuvre un contrôleur flou capable d'assurer des performances de précision, de rapidité et de robustesse à la commande en position de l'organe terminal du bras manipulateur flexible simulé par un modèle linéaire.
- mettre le contrôleur précité à l'épreuve du même procédé à commander simulé, cette fois-ci, par un modèle mathématique non linéaire pour s'enquérir de ses capacités à le prendre en charge.

En ce qui concerne le premier point, nous sommes arrivés, après de fastidieuses investigations pour optimiser certaines caractéristiques du contrôleur, à des résultats satisfaisants. Les différents tests accomplis ont permis d'obtenir un contrôleur de qualité et nous ont surtout fourni un premier apport d'informations caractérisant les paramètres dont le réglage devrait faire l'objet

d'une attention particulière. Ceci a, donc, constitué un complément enrichissant de la base de connaissances à priori inhérentes à notre système.

Le second point, nous a vu constater la détérioration des capacités du contrôleur, tel qu'il a été conçu, à s'acquies convenablement de la nouvelle tâche qui lui incombait.

Nous avons alors été amenés à essayer de raffiner notre stratégie de commande pour apporter des améliorations aux résultats déjà obtenus.

Nos investigations se devaient d'être dotées d'idées directrices. Ce furent les constatations de l'analyse du comportement en boucle ouverte et le capital d'informations acquis de la série d'essais/observation réalisés lors de la commande en boucle fermée du modèle linéaire qui ont été à la base des actions entreprises.

Les solutions proposées, sous forme de diverses structures de commande, ont progressivement prouvé leur efficacité à travers les performances enregistrées tout au long des simulations numériques des différents tests effectués sur le modèle non linéaire du bras souple.

Ce travail ne saurait s'arrêter à ce stade et gagnerait énormément à être enrichi par d'éventuels travaux dont nous proposons quelques axes que nous envisageons nous mêmes comme futures perspectives d'approfondissement de nos recherches dans ce domaine.

Il serait particulièrement intéressant d'essayer de remédier au caractère subjectif du choix des fonctions d'appartenance, de leurs intervalles d'intérêt et des différents gains par une association de l'approche neuronale à celle floue pour compléter les capacités de décision et de raisonnement approximatif de cette dernière par celles d'apprentissage et d'optimisation des réseaux de neurones. Une autre alternative serait d'opter pour un contrôleur flou auto-organisé ayant la capacité d'adaptation et d'apprentissage en termes de règles de décision selon un indice de performance prédéfini. Les algorithmes génétiques ou le contrôle comportemental pourraient aussi avoir un apport conséquent.

Nous suggérons aussi l'utilisation de réseaux flous adaptatifs comme outil d'identification et de commande permettant de construire un modèle flou du système complexe étudié sur la base de données entrées/sorties et de prendre en charge son contrôle.

Pour tirer profit des performances réelles et prouvées offertes par les techniques conventionnelles, des algorithmes flous pourraient superviser les paramètres d'un régulateur type PID.

L'inclusion d'une troisième entrée (deuxième dérivée de l'erreur) pour le contrôleur flou pourrait renforcer son effort de contrôle intégral.

Une prise en compte du retour d'effort ou retour du moment fléchissant propre au système ferait réduire la consommation d'énergie motrice et favoriserait une meilleure stabilité de commande et la non excitation des modes vibratoires.

Une autre idée serait d'adopter deux niveaux de commande s'acquittant respectivement de la tâche de stabilisation des mouvements rigide et flexible. Ceci supposerait, au préalable, une séparation hiérarchique des natures des mouvements du bras flexible par une technique telle que celle des perturbations singulières.

La stabilité au sens flou et notamment l'établissement d'un critère la régissant constitue aussi un axe d'étude fort intéressant.

Ce travail gagnerait certainement en généralisation par les extensions suivantes:

- \* multiplication des liaisons flexibles,
- \* inclusion de la gravité,
- \* inclusion des différents efforts: cisaillement, torsion,... (cas des poutres de Timoshenko tridimensionnelles),
- \* prise en compte des flexibilités articulaires,
- \* inclusion de la dynamique de l'actionneur,
- \* une base mobile pour le manipulateur,
- \* prise en compte des forces de contact (commande en force) lors de l'exécution des tâches.

Enfin, nous recommandons aussi l'adoption d'une technique récente fort attractive dite des "Bond Graphs" qui faciliterait énormément la tâche de modélisation de tels systèmes complexes.

# **ANNEXES**

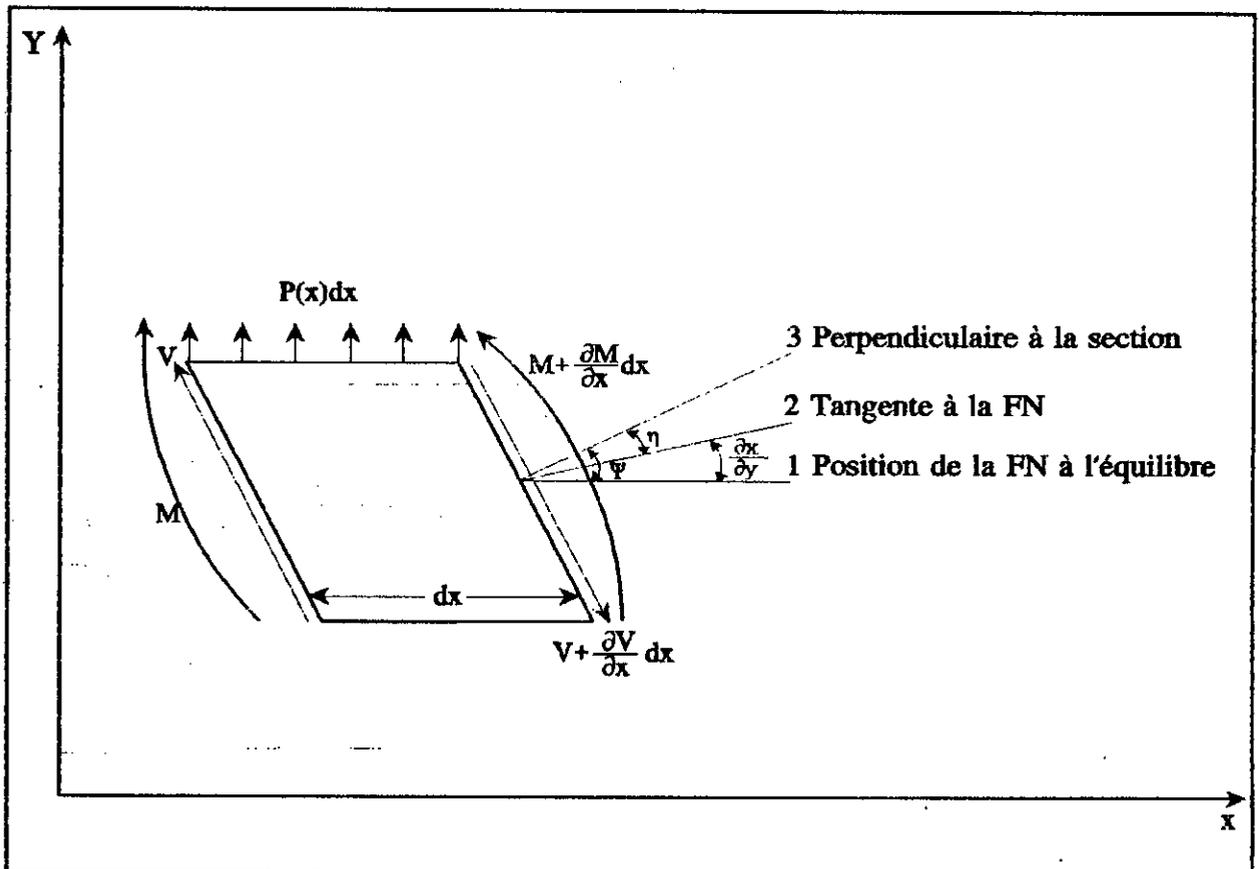
**VALEURS DES PARAMETRES  
PHYSIQUES DU SYSTEME ETUDIE**

<i>Sous-système</i>	<i>Grandeur</i>	<i>Valeur</i>	<i>Unité</i>
<i>Articulation + Moteur</i>	$J_A$	0.4	$Kg.m^2$
<i>Bras</i>	$L$	1	$m$
	$\rho$	1	$Kg/m$
	$EI$	1	$N.m^2$
	$J_B$	$\frac{1}{3}$	$Kg.m^2$
<i>Charge</i>	$M_C$	1	$Kg$
	$J_C$	$5 \cdot 10^{-3}$	$Kg.m^2$

<i>Mode</i>	$\beta$	$\omega$	$\Phi(\xi) _{\xi=1}$	$\Phi'(\xi) _{\xi=1}$
0	0	0	1	1
1	1.2479	1.5572	0.8985	1.3270
2	4.0271	16.2171	-0.2988	-6.3745
3	7.1136	50.6037	0.1806	10.7889
4	10.1958	103.9535	-0.1231	-15.7169

## EQUATION DU MOUVEMENT DE LA POUTRE DE TIMOSHENKO

Dans cette annexe, nous allons établir l'équation de la poutre de Timoshenko [TIM 55, THO 81, CLO 75]. Nous commençons par faire le bilan des forces et des moments appliqués à un élément  $dx$  de la poutre ([figure B.1]).



*Figure [B.1]: Bilan des forces et moments sur  
un élément  $dx$  de la poutre*

$y$  : Déflexion de la fibre neutre (FN) ou ligne centrale de la poutre,

$\frac{\partial y}{\partial x}$  : Pente de la ligne centrale de la poutre,

$\Psi$  : Pente due au fléchissement,

$\eta = \Psi - \frac{\partial y}{\partial x}$  : Angle de cisaillement.

$V$  et  $M$  sont respectivement l'effort tranchant et le moment fléchissant, alors que  $P(x)$  est le chargement par unité de longueur. Sous l'effet d'une flexion pure (absence de l'effort tranchant), la fibre neutre, comme son nom l'indique, ne subit aucune déformation; elle reste perpendiculaire à la section droite de la poutre comme illustré dans la figure [B.2].

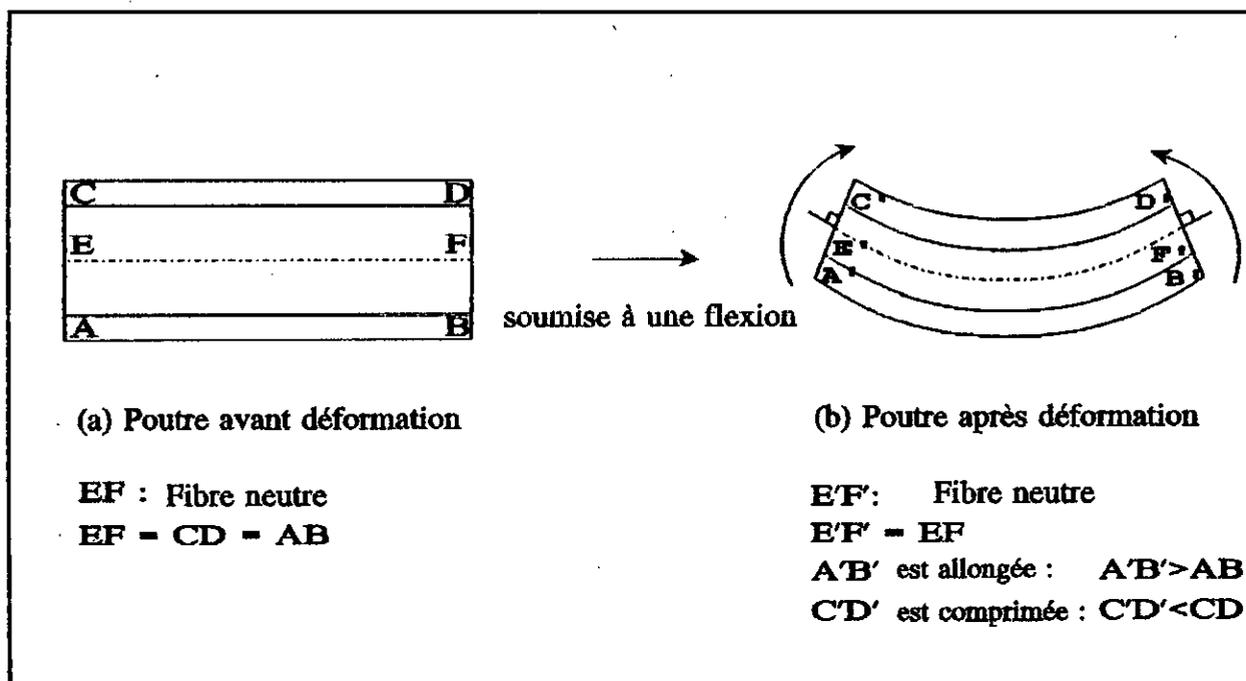


Figure [B.2]

Cependant, dans la théorie de Timoshenko, l'effet de l'effort tranchant est pris en compte. Ceci est traduit par une inclinaison de la FN d'un angle  $\eta$  (angle de cisaillement) par rapport à la perpendiculaire à la section.

Ainsi, d'après la figure [B.1], la droite 1 représente la position de la FN à l'équilibre avant toute déformation. A l'équilibre, cette droite est perpendiculaire à la section droite. Quant à la droite 2, elle serait perpendiculaire à la section et dans le prolongement de la FN, si la poutre n'était soumise qu'au fléchissement; ce qui n'est pas le cas. La droite 2 est donc la tangente à la FN alors que la droite 3 est perpendiculaire à la section.

Considérons la superposition des deux déformations suivantes:

\* La flexion caractérisée par:

$$M = EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (\text{B.1})$$

d'où

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{M}{EI} \quad (\text{B.2})$$

\* Le cisaillement décrit par la formule:

$$\Psi - \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{V}{KAG} \quad (\text{B.3})$$

avec:

$G$ : module de cisaillement,

$A$ : section droite de la poutre,

$K$ : facteur dépendant de la forme de la section,

$V$ : raideur en flexion.

Le bilan des forces du système décrit en figure [B.1] donne:

$$V + Pdx - V - \frac{\partial V}{\partial x} dx - f_i dx = 0 \quad (\text{B.4})$$

où  $f_i$  représente l'effort d'inertie réparti, transversal, il est donné par le produit de la masse élémentaire et de l'accélération locale:

$$f_i dx = \rho(x) dx \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \quad (\text{B.5})$$

après substitution dans l'équation (B.4) et simplification, on a:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = P(x,t) - \rho(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \quad (\text{B.6})$$

Le bilan des moments se traduit par l'équation:

$$M + Vdx + P(x,t) \frac{(dx)^2}{2} + f_i \frac{(dx)^2}{2} + m_I dx - (M + \frac{\partial M}{\partial x} dx) = 0 \quad (\text{B.7})$$

et après simplification, on obtient:

$$\frac{\partial M}{\partial x} = V + m_I \quad (\text{B.8})$$

où  $m_I$  représente l'inertie de rotation par unité de longueur; elle est donnée par le produit du moment d'inertie massique de la section et de l'accélération angulaire:

$$m_I = \frac{\rho(x)}{A} J \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \quad (\text{B.9})$$

avec  $\rho(x)$ : masse linéique,

$J$ : moment d'inertie de la section.

En reportant l'expression de l'inertie de rotation dans l'équation (B.8), nous aboutissons à:

$$\frac{\partial M}{\partial x} = V + \rho(x) \frac{J}{A} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \quad (B.10)$$

Nous obtenons, ainsi, deux systèmes à deux équations; l'un, reflétant les lois de la R.D.M (résistance des matériaux):

$$\begin{cases} V = KAG \left( \Psi - \frac{\partial y}{\partial x} \right) & (B.3) \\ M = EI \frac{\partial \Psi}{\partial x} & (B.2) \end{cases}$$

et l'autre, les relations générales de la dynamique:

$$\begin{cases} -\frac{\partial V}{\partial x} + P(x,t) = \rho(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} & (B.6) \\ \frac{\partial M}{\partial x} - V = \rho(x) \frac{J}{A} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} & (B.10) \end{cases}$$

Remplaçons les valeurs de  $V$  et  $M$  dans les équations (B.6) et (B.10) par leurs expressions tirées des équations (B.2) et (B.3):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ EI \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right] + KAG \left[ \frac{\partial y}{\partial x} - \Psi \right] - \rho(x) \frac{J}{A} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0 \quad (B.11)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left[ KAG \left( \frac{\partial y}{\partial x} - \Psi \right) \right] - P(x,t) + \rho(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (B.12)$$

Les caractéristiques physiques de la poutre ne variant pas par rapport à la variable  $x$ ; dérivons (B.11) par rapport à  $x$  et remplaçons l'expression

$KAG \left[ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right]$  par celle de l'équation (B.12); l'équation (B.11) devient alors:

$$EI \left( \frac{\partial^3 \Psi}{\partial x^3} \right) - P(x,t) + \rho(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \rho(x) \frac{J}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \right) = 0 \quad (B.13)$$

et de l'équation (B.11), nous avons:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{1}{KAG} \left[ P(x,t) - \rho(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right] + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (B.14)$$

En introduisant (B.14) dans (B.13), nous aboutissons à l'équation de Timoshenko:

$$EI \left( \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} \right) - \left( P(x,t) - \rho(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) - \rho(x) \frac{J}{A} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + \frac{EI}{KAG} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( P(x,t) - \rho(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) + \rho(x) \frac{J}{A} \frac{1}{KAG} \frac{\partial}{\partial t^2} \left( P(x,t) - \rho(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) = 0$$

Les différents termes composant l'équation de Timoshenko sont identifiés comme suit:

$$EI \left( \frac{d^4 y}{dx^4} \right) + \rho(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = P(x,t) \quad : \quad \text{Equation dans le cas élémentaire}$$

$$\rho(x) \frac{J}{A} \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} \quad : \quad \text{Inertie de rotation}$$

$$\frac{EI}{KAG} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( P(x,t) - \rho(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) \quad : \quad \text{Déformation angulaire de l'effort tranchant}$$

$$\frac{J}{KAG} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( P(x,t) - \rho(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) \quad : \quad \text{Combinaison de la déformation angulaire de l'effort tranchant et de l'inertie de rotation.}$$

**LA LOI DE BETTI**

Les modes de vibration des poutres à caractéristiques réparties possèdent des propriétés d'orthogonalité [CLO 75].

Pour la mise en évidence de cette loi, considérons la poutre représentée ci-dessous (figure [C.1]).

Nous supposons ici qu'elle a une rigidité et une masse variables et arbitraires sur toute sa longueur. Les conditions d'appui sont aussi supposées arbitraires (bien que la figure ne représente que des appuis simples).

Deux modes vibratoires distincts  $m$  et  $n$  sont considérés. Nous avons indiqué, pour chaque mode, la déformée et les forces d'inertie qui provoquent les déplacements.

Appliquée à ces deux déplacements, la loi de Betti s'énonce ainsi:

*"Le travail fourni par les forces d'inertie du mode  $n$ , agissant sur le mode  $m$ , est égal au travail des forces d'inertie du mode  $m$  agissant sur les déplacements du mode  $n$ ".*

Ceci est illustré par:

$$\int_0^l W_m(x) F_{in}(x) dx = \int_0^l W_n(x) F_{im} dx$$

$$F_i: \text{force inertielle valant } m \cdot \ddot{w}(x) = \rho(x) \cdot \frac{\partial^2 w(x)}{\partial t^2}$$

Pour notre cas  $w(x)$  équivaut à  $W(x, t) = \sum_I \Phi_I(x) \delta_I(t)$  avec

$$\delta_I(t) = e^{j\omega_I t}$$

d'où:

$$Y_m Y_n \omega_n^2 \int_0^l \rho(x) \Phi_m(x) \Phi_n(x) dx - Y_m Y_n \omega_m^2 \int_0^l \rho(x) \Phi_n(x) \Phi_m(x) dx = 0$$

$$(\omega_n^2 - \omega_m^2) \int_0^l \rho(x) \Phi_m(x) \Phi_n(x) dx = 0$$

Pour des fréquences distinctes, les deux modes doivent satisfaire à la condition d'orthogonalité:

$$\int_0^L \rho(x) \Phi_m(x) \Phi_n(x) dx = 0$$

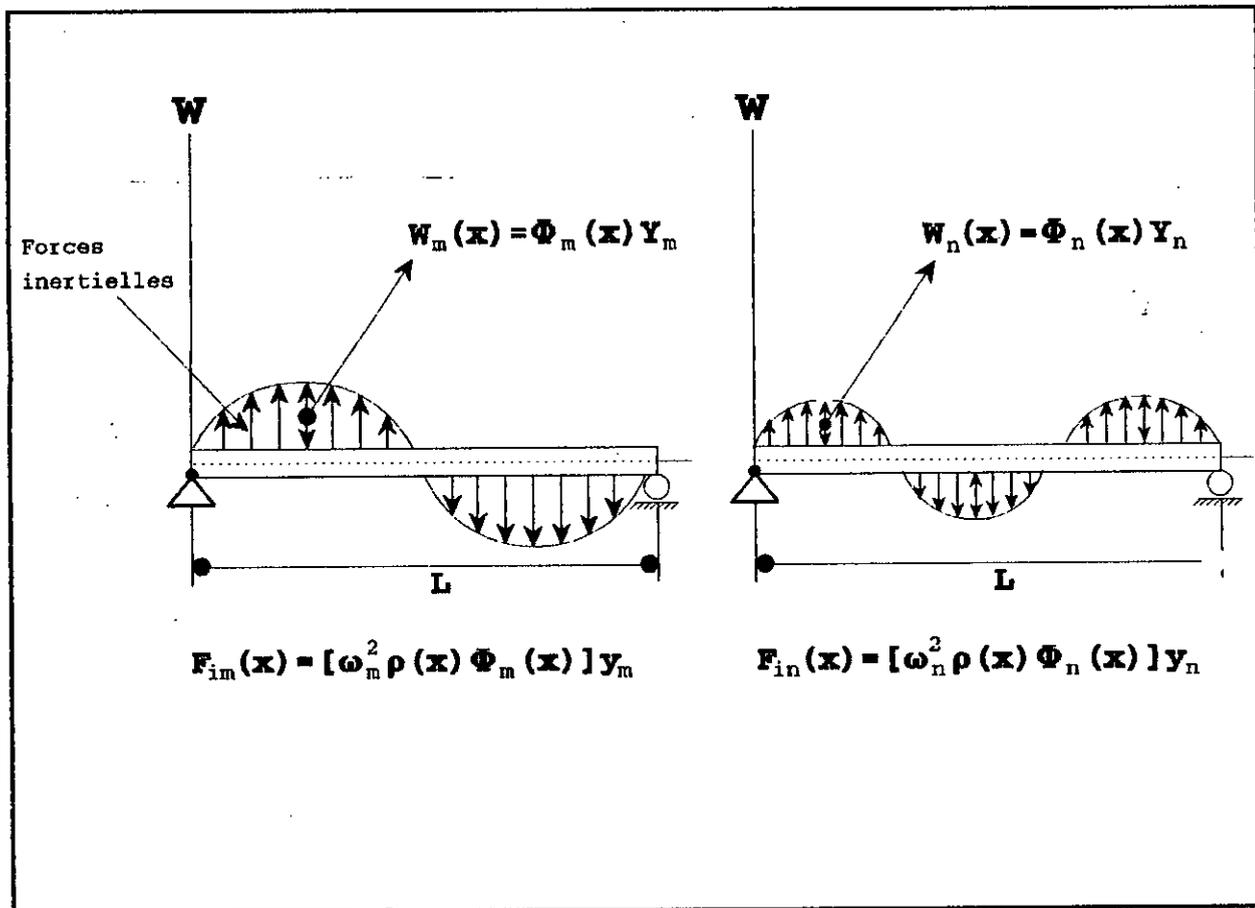


Figure [C.1]

**NORMES ET CO-NORMES**

**1-NORME TRIANGULAIRE:** Pour tout  $x$  et  $y$  appartenant à  $[0,1]$

intersection	:	$x \wedge y = \min(x, y)$
produit algébrique	:	$x \cdot y = xy$
produit borné	:	$x \otimes y = \max(0, x+y-1)$
produit drastique	:	$x \bar{\cap} y =$
		* $x$ si $y = 1$
		* $y$ si $x = 1$
		* $0$ si $x < 1$ et $y < 1$

**2-CO-NORME TRIANGULAIRE:** Pour tout  $x$  et  $y$  appartenant à  $[0,1]$

union	:	$x \cup y = \max(x, y)$
somme algébrique	:	$x \hat{+} y = x+y-xy$
somme bornée	:	$x \oplus y = \min(1, x+y)$
somme drastique	:	$x \cup y =$
		* $x$ si $y = 1$
		* $y$ si $x = 1$
		* $0$ si $x < 1$ et $y < 1$

**REFERENCES**  
**BIBLIOGRAPHIQUES**

- [AND 85] T. R. ANDERSON, S. B. NIELSEN, "An Efficient Single Output Fuzzy Control Algorithm for Adaptive Applications," *Automatica*, vol. 21, no. 5, pp.539-545, 1985.
- [BAA 75] N. BAAKLINI, E. H. MAMDANI, "Prescriptive Methods for Deriving Control Policy in a Fuzzy-Logic Controller," *Electronic Letters*, vol. 11, pp. 625-626, 1975.
- [BAL 78] M. J. BALAS, "Feedback Control of Flexible Systems," *IEEE Trans. Aut. Contr.*, vol. AC-23, no. 4, pp. 673-679, Aug. 1978.
- [BAL 82] M. J. BALAS, "Trends in Large Space Structure Control Theory: Fondest Hopes, Wildest Dreams," *IEEE Trans. Aut. Contr.*, vol. AC-27, no. 3, pp. 522-535, Jun. 1982.
- [BAL 92] W. L. BALLHAUS, S. M. ROCK, A. E. BRYSON JR., "Optimal Control of a Two-Link Flexible Robot Manipulator Using Time-Varying Controller Gains: Initial Experiments," *AAS 92-05 Report*, Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University, Stanford, CA, USA, 1992.
- [BAR 88] E. BARBIERI, U. OZGUNER, "Unconstrained and Constrained Mode Expansions for a Flexible Slewing Link," *Trans. ASME J. of Dynam. Syst. Meas. and Contr.*, vol. 110, pp. 416-421, 1988.
- [BAT 76] K. J. BATHE, E. L. WILSON, *Numerical Methods in Finite Element Analysis*. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1976.
- [BAT 82] K. J. BATHE, *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*. Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1982.
- [BAY 87a] E. BAYO, "A finite Element Approach to Control the End-Point Motion of a Single-Link Flexible Robot," *Journal of Robotic Systems*, vol. 4, pp. 63-75, 1987.
- [BAY 87b] E. BAYO, B. PADEN, "On trajectory Generation for Flexible Robots," *Journal of Robotic Systems*, vol. 4, pp. 229-235, 1987.
- [BAY 88] E. BAYO, R. MOVAGHAR, M. MEDUS, "Inverse Dynamics of a Single-Link Flexible Robot, Analytical and Experimental Results," *Int. J. of Robotics and Automation*, vol. 2, no. 3, pp. 150-157, 1988.
- [BAY 89a] E. BAYO, M. A. SERNA, "Penalty Formulations for the Dynamic Analysis of Elastic Mechanisms," *Trans. ASME J. of Mechanics, Transmissions, and Automation in Design*, vol. 111, no. 3, pp. 321-327, 1989.
- [BAY 89b] E. BAYO, P. PAPADOPOULUS, J. STUBBE, M. A. SERNA, "Inverse Dynamics and Kinematics of a Multi-link Elastic Robot: An Iterative Frequency Domain Approach," *Int. Journal of Rob. Research*, vol. 8, no. 6, pp. 49-62, 1989.
- [BIS 60] R. E. D. BISHOP, D. C. JOHNSON, *The Mechanics of Vibration*. Cambridge University Press, UK, 1960.

- [BIT 89] B. BITU, "Diagnostic en Vibration," *FEMCAD'89*, pp. 249-258, 1989.
- [BOI 88] J. D. BOISSONNAT, B. FAVERJON, J.-P. MERLET. *Techniques de la Robotique - Architectures et Commande*. Hermes, Paris, France 1988.
- [BOO 75] W. J. BOOK, O. MAIZZA-NETO, D. E. WHITNEY, "Feedback Control of Two Beam, Two Joint Systems with Distributed Flexibility," *Trans. ASME Journal of Dyn. Syst. Meas. and Contr.*, vol. 97, no. 4, pp. 424-431, Dec. 1975.
- [BOO 83] W. J. BOOK, M. MAJETTE, "Controller Design for Flexible, Distributed Parameter Mechanical Arms Via Combined State Space and Frequency Domain Techniques," *Trans. ASME J. of Dynam. Syst. Meas. and Contr.*, vol. 105, pp. 245-254, 1983.
- [BOO 84] W. J. BOOK, "Recursive Lagrangian Dynamics of Flexible Manipulator Arms," *Int. Journal of Robotics Research*, vol. 3, no. 3, pp. 87-101, Fall 1984.
- [BOO 90] W. J. BOOK, "Modeling, Design, and Control of Flexible Manipulator Arms: A Tutorial Review," *Proc. of the 29th Conf. on Decision and Control*, Honolulu, Hawaii, USA, Dec. 1990, pp. 500-506.
- [BOO 93] W. J. BOOK, "Controlled Motion in an Elastic World," *ASME J. of Dynam. Syst., Meas., and Contr.*, vol. 115, pp. 252-261, Jun. 1993.
- [BOU 91] B. BOUCHON-MEUNIER, "Various Logical Approaches in Fuzzy Control," *Journée Nationale Commande Floue*, CNRS, Paris, 24 Octobre 1991.
- [BOU 93] B. BOUCHON-MEUNIER, *La Logique Floue*. Série Que sais-je ?, Presses Universitaires de France, 1993.
- [BOU 95] S. BOURSAS, "Modélisation et Commande Floue d'un Bras de Robot à une Liaison Flexible," Mémoire de Projet de Fin d'Etudes, Institut d'Electronique, U.S.T.H.B., Déc. 1995.
- [BRA 78] M. BRAAE, D. A. RUTHERFORD, "Fuzzy Relations in a Control Setting," *Kybernetes*, vol. 7, no. 3, pp. 185-188, 1978.
- [BRA 79] M. BRAAE, D. A. RUTHERFORD, "Theoretical and Linguistic Aspects of the Fuzzy Logic Controller," *Automatica*, vol. 15, no. 5, pp. 553-577, 1979.
- [BRI 87a] J.-N. BRICOURT, "Contribution à la Modélisation du Comportement Dynamique de Manipulateurs Déformables," Thèse de Doctorat en Mécanique, Lille, France, Juin 1987.
- [BUH 94] H. BUHLER, *Réglage par Logique Floue*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, CH-1015 Lausanne, Suisse 1994.
- [CAL 90] A. J. CALISE, J. V. R. PRASAD, B. SICILIANO, "Design of Optimal Output Feedback Compensators in Two-Time Scale Systems," *Int. Trans. Aut. Contr.*, vol. 35, no. 4, pp. 488-492, Apr. 1990.

- [CAN 84] R. H. JR. CANNON, E. SCHMITZ, "Initial Experiments on the End-point Control for a Flexible One-link Robot," *Int. J. Robotics Res.*, vol. 3, no. 3, pp. 62-75, Fall 1984.
- [CAR 94] E. CARRERA, M. A. SERNA, "A General Solution for the Inverse Dynamics of Flexible Robots," *Proc. of the European Robotics and Intelligent Systems Conference*, Malaga, Spain, Aug. 22-25 1994.
- [CET 86] S. CETINKUNT, B. SICILIANO, W. J. BOOK, "Symbolic Modeling and Dynamic Analysis of Flexible Manipulators," *Proc. 1986 IEEE Int. Conf. Syst., Man, Cybern.*, Atlanta, GA, USA, Oct. 1986, pp. 798-803.
- [CET 87] S. CETINKUNT, W. J. BOOK, "Symbolic Modeling of Flexible Manipulators," *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Rob. and Automation*, Raleigh, NC, USA, Apr. 1987, vol. 3, pp. 2074-2080.
- [CHA 90] L.-W. CHANG, K. P. GANNON, "A Dynamic Model of a Single-Link Flexible Manipulator," *Trans. ASME Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 112, pp. 138-143, Jan. 1990.
- [CHE 92] C. CHEVALLERREAU, Y. Aoustin, "Nonlinear Control Laws for a Two Flexible Link Robot: Comparison of Applicability Domains," *Proc. 1992 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Nice, France, May 1992, pp. 748-752.
- [CHR 85] J.-P. CHRETIEN, M. DELPECH, A. LOUHMADI, "Modeling and Simulation of Distributed Flexibility in a Spaceborn Manipulator," *10th IFAC Symp. on Aut. Contr. in Space*, Toulouse, France, 1985, pp. 268-277.
- [CLO 75] R. W. CLOUGH, J. PENZIEN, *Dynamics of Structures*. Mc Graw-Hill, Inc., 1975.
- [CZO 81] E. CZOGALA, W. PEDRICZ, "Some Problems Concerning the Construction of Algorithms of Decision-Making in Fuzzy Systems," *Int. J. Man, Mach. Studies*, vol. 15, pp. 201-221, 1981.
- [DAS 90] A. DAS, S. N. SINGH, "Dual Mode Control of an Elastic Robot Arm: Nonlinear Inversion and Stabilization by Pole Assignment," *Int. J. of Systems Science*, vol. 21, pp. 1185-1204, 1990.
- [DAT 76] R. DAT, "Détermination des Caractéristiques Dynamiques d'une Structure par l'Analyse de ses Fonctions de Transfert," *Revue Française de Mécanique*, no. 58-59, pp. 15-19, 1976.
- [DAT 87] R. DAT, "L'Essai de Vibration des Structures Imparfaitement Linéaires," *Revue Française de Mécanique*, no. 3, pp. 139-148, 1987.
- [DE LUC 89a] A. DE LUCA, B. SICILIANO, "Trajectory Control of a Non-linear One-Link Flexible Arm," *International Journal of Control*, vol. 50, no. 5, pp. 1699-1715, 1989.
- [DE LUC 89b] A. DE LUCA, P. LUCIBELLO, G. ULIVI, "Inversion Techniques for Trajectory Control of Flexible Robot Arms," *J. Rob. Syst.*, vol. 6, no. 4, pp. 325-344, 1989.

- [DE LUC 90a] A. DE LUCA, B. SICILIANO, "Dynamic modelling of Multi-Link Flexible Robot Arms," *IFIP Int. Conf. on Modelling the Innovation*, Roma, Italy, 1990, pp. 193-200.
- [DE LUC 90b] A. DE LUCA, L. LANARI, P. LUCIBELLO, S. PANZIERI, G. ULIVI, "Control Experiments on a Two-link Robot with a Flexible Forearm," *Proc. 29th IEEE Conf. on Decision and Control*, Honolulu, HI, 1990, pp. 520-527.
- [DE LUC 90c] A. DE LUCA, B. SICILIANO, "Explicit Dynamic Modeling of a Planar Two-link Flexible Manipulator," *Proc. 29th IEEE Conf. on Decision and Control*, Honolulu, HI, 1990, pp. 528-530.
- [DE LUC 91] A. DE LUCA, B. SICILIANO, "Closed-Form Dynamic Model of Planar MultiLink Lightweight Robots," *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 21, no. 4, pp. 826-839, 1991.
- [DE LUC 93] A. DE LUCA, B. SICILIANO, "Inversion-Based Nonlinear Control of a Robot Arm with Flexible Links," *AIAA J. of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 16, no. 6, pp. 1169-1176, 1993.
- [DEN 55] J. DENAVIT, R. S. HARTENBERG, "A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices," *Trans. ASME J. Appl. Méch.*, Vol. 22, pp. 215-221, Jun. 1955.
- [DHA 84] G. DHATT, G. TOUZOT, *Une Présentation de la Méthode des Eléments Finis*. 2nd Ed., MALOINE S.A Editeur, Paris, 1984.
- [DE SME 89] M. DE SMET, C. LIEFOOGHE, P. SAS, R. SNOEYS, "Dynamic Analysis of Flexible Structures Using Component Mode Synthesis," *Trans. ASME Journal of Applied Mechanics*, vol. 56, pp. 874-880, 1989.
- [DE VRI 86] G. DE VRIES, C. BEATRIX, "Les Procédés Généraux de Mesure des Caractéristiques Vibratoires des Structures Linéaires Faiblement Amorties," *Progress in Aeronautical Sciences*, vol. 9, 1986.
- [DIO 90] J. M. DION, L. DUGARD T. NGUYEN THI THANH, "Long Range Predictive Multivariable Control of a Two-Link Flexible Manipulator," *Int. Workshop*, Grenoble, France, 1990. Also in *Advanced Robot Control*. C. Canudas de Wit Editor, Lecture Notes in Control and Information Sciences, Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1990, pp. 229-250.
- [DUG 91] L. DUGARD, J. M. DION, T. NGUYEN THI THANH, "Control of a Two-Link Flexible Manipulator," *Proc. of the IMACS Symposium MCTS*, Lille, France, 1991.
- [DUG 92] L. DUGARD, J. M. DION, T. NGUYEN THI THANH, "End-Point Adaptive Control of a Two-Link Flexible Arm," *Proc. of the IFAC Symposium ACASP 92*, Grenoble, France, 1992.
- [EL-MET 96] K. A. EL-METWALLY, G. C. HANCOCK, O. P. MALIK, "Implementation of a Fuzzy Logic PSS Using a Micro-controller and Experimental Test Results," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol. 11, no. 1, Mar. 1996.

- [FOU 89] L. FOULLOY, M. LE GOC, "Towards a Methodology to Write Rules for Expert Controllers," *AIPAC'89*, pp. 239-245, 1989.
- [FRA 91] A. R. FRASER, R. W. DANIEL, *Perturbation Techniques for Flexible Manipulators*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, USA, 1991.
- [FU 87] K. S. FU, R. C. GONZALEZ, C. S. G. LEE, *Robotics: Control, Sensing, Vision, and Intelligence*. Mc Graw-Hill, 1987.
- [GER 84] M. GERADIN, G. ROBERT, C. BERNARDIN, "Dynamic Modelling of Manipulators with Flexible Members," *Congress of Advanced Software in Robotics*, Liège, Belgique, 4-6 Mai 1984, pp. 27-39.
- [GER 86] M. GERADIN, C. BERNARDIN, G. ROBERT, "A Computer Approach to Dynamic Modelling of Robot Manipulators with Flexible Members," *Rapport RA, Université de Liège LTAS, Belgique*, May 1986.
- [GER 87] M. GERADIN, A. CARDONA, "Kinematics and Dynamics of Rigid and Flexible Mechanics Using Finite Element and Quaternion Algebra," *Rapport VA-46, Université de Liège, LTAS, Belgique*, May 1987.
- [GEV 70] W. B. GEVARTER, "Basic Relations for the Control of Flexible Vehicles," *A.I.A.A. Journal*, vol. 8, no. 4, pp. 666-672, 1970.
- [GIR 75] A. GIRARD, H. LOISEAU, "Réponse Harmonique d'une Structure de Satellite à une table Vibrante," *L'Aéronautique et l'Astronautique*, vol. 3, no. 52, pp. 49-56, 1975.
- [GIR 77] A. GIRARD, "Identification Dynamique des Structures : Les Essais d'Analyse Modale," *Note technique du CNES*, no. 77, Nov. 1977.
- [GIV 87] J. R. GIVRI, "Détermination en Temps Réel de la Forme des Pales d'un Rotor par Analyse Modale," *Revue Française de Mécanique*, no. 2, pp. 101-102, 1987.
- [GOL 80] H. GOLDSTEIN, *Classical Mechanics*. 2nd Ed. Addison-Wesley Publishing Co. Reading, MA, 1980.
- [GOT 85] S. GOTTWALD, W. PEDRYCZ, "Problems of the Design of Fuzzy Controllers," in *Approximate Reasoning in Expert Systems*, M. M. Gupta, A. Kandel, W. Brandler, and J. B. Kiszka, Ed. Amsterdam: North-Holland, 1985, pp. 393-405.
- [GUA 89] P. GUAY, "Modèle Mécanique des Mécanismes. Formulation à l'aide de Groupes de Lie des déplacements," Thèse de Doctorat en Mécanique, INSA de Lyon, Mars 1989.
- [HAS 85] G. G. HASTINGS, W. J. BOOK, "Experiments in Optimal Control of a Flexible Arm," *Proc. of the American Control Conference*, Boston, MA, June 10-12 1985, pp. 728-729.
- [HAS 86a] G. G. HASTINGS, W. J. BOOK, "Verification of a Linear Dynamic Model for Flexible Robotic Manipulators," *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Fransisco, CA, Apr. 1986, pp. 1024-1029.

- [HAS 86b] G. G. HASTINGS, "Controlling Flexible Manipulators, an Experimental Investigation," Ph. D. Thesis, School of Mechanical Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, USA, Aug. 1986.
- [HAS 87] G. G. HASTINGS, W. J. BOOK, "A Linear Dynamic Model for Flexible Robotic Manipulators," *IEEE Control Syst. Magazine*, vol. 7, no. 1, pp. 61-64, 1987.
- [HER 92] R. HERRERO et al., "A Highly Nonlinear Fuzzy Control Algorithm for Servo Systems Positioning," in *Proc. IFAC Intelligent Components and Instruments for Control Applications*, Malaga, Spain, 1992, pp. 93-98.
- [HIL 96] R. M. HILLOOWALA, A. M. SHARAF, "A Rule-Based Fuzzy Logic Controller for PWM Inverter in a Stand Alone Wind Energy Conversion Scheme," *IEEE Trans. Industry Applications*, vol. 32, no. 1, pp. 57-65, Jan./Feb. 1996.
- [HOL 82] L. P. HOLMBLAD, J.J. OSTERGAARD, *Control of a Cement Kiln by Fuzzy Logic*. Fuzzy Information and Decision Processes, North-Holland Publishing Company, 1982.
- [HUG 87] P. C. HUGHES, "Space Structure Vibration Modes: How Many Exists? Which Ones are Important?," *IEEE Control System Magazine*, no. 7, pp. 22-28, 1987.
- [HYD 91] J. M. HYDE, W. P. SEERING, "Using Input Command Pre-Shaping to Suppress Multiple Mode Vibration," *Proc. 1991 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Sacramento, CA, USA, 1991, pp. 2604-2609.
- [ICA 92] S. ICART, J. LEBLOND, C. SAMSON, "Some Results on Feedback Stabilisation of a One-Link Flexible Arm," *Rapport de Recherche INRIA*, no. 1682, 1992.
- [IMA 81] E. IMAM, "Contribution à l'Etude Dynamique des Mécanismes Déformables," Thèse de Docteur Ingénieur en Mécanique, Lyon 1-INS A, France, 1981.
- [ISI 89] A. ISIDORI, *Nonlinear Control Systems*. 2nd. Edition, Springer Verlag, Berlin, Germany, 1989.
- [JAG 92] R. JAGER, H. B. VERBRUGGEN, P. M. BRUIJN, "The Role of Defuzzification Methods in the Application of Fuzzy Control," *Proc. IFAC Intelligent Components and Instruments for Control Applications*, Malaga, Spain, 1992, pp. 75-80.
- [JAM 93] M. JAMSHIDI, N. VADIEE, T. J. ROSS, *Fuzzy Logic and Control: Software and Hardware Applications*. Prentice Hall, USA, 1993.
- [JON 90] B. JONKER, "A Finite Element Analysis of Flexible Manipulators," *Int. J. Rob. Res.*, vol. 9, no. 4, pp. 59-74, Aug. 1990.
- [JUD 85] R. JUDD, R. FALKENBERG, "Dynamics of Nonrigid Articulated Robot Linkages," *IEEE Trans. on Autom. Contr.*, vol. AC-30, no. 5, pp. 499-502, May 1985.

- [KAN 89] H. KANO, "An Identification Method of Multi-Input, Multi-output Linear Modern Analysis of Mechanical Structures," *Trans. ASME J. Dyn. Syst. Meas. and Cont.*, vol. 111, no. 2, pp. 146-152, 1989.
- [KAR 75] D. C. KARNOPP, R. C. ROSENBERG, *System Dynamics - A Unified Approach*. Wiley, New York 1975.
- [KAU 87] A. KAUFMANN, *Nouvelles Logiques pour l'Intelligence Artificielle*. Ed. Hermès, 1987.
- [KAU 91] A. KAUFMANN, "Introduction à la Logique floue," *Techniques de l'Ingénieur, Mes-Con.*, A120-R7032, pp. 1-9, 1991.
- [KEL 93] M. KELEMEN, A. BAGCHI, "Modeling and Feedback Control of a Flexible Arm of a Robot for Prescribed Frequency-domain Tolerances," *Automatica*, vol. 29, no. 4, pp. 899-909, 1993.
- [KET 92] R. KETATA, "Méthodologies de Régulation Numérique Incluant la Logique Floue," Thèse de Doctorat de l'Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, L.A.A.S., France, 1992.
- [KHO 88] F. KHORRAMI, U. OZGUNER, "Perturbation Methods in Control of Flexible Link Manipulators," *Proc. 1988 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, (Philadelphia, PA), IEEE, Piscataway, NJ, USA, Apr. 1988, pp. 310-315.
- [KIN 75] P. J. KING, E. H. MAMDANI, "The Application of Fuzzy Control Systems to Industrial Processes," *Automatica*, vol. 13, no. 3, pp. 235-242, 1975.
- [KOK 84] P. KOKOTOVIC, U. OZGUNER, "Applications of Singular Perturbation Techniques to Control Problems," *SIAM Review*, Vol. 26, no. 4, pp. 501-550, 1984.
- [KOK 86] P. KOKOTOVIC, H. K. KHALIL, J. O'REILLY, *Singular Perturbation Method in Control: Analysis and Design*. Academic Press, 1986.
- [KOS 92] B. KOSKO, *Neural Networks and Fuzzy Systems, A Dynamical Systems Approach to Machine Intelligence*. Prentice-Hall International Editions, 1992.
- [KOS 93] B. KOSKO, S. ISAKA, "La logique floue," *Pour La Science*, no. 191, pp. 62-68, Sept. 1993.
- [KWO 90] D. S. KWON, W. J. BOOK, "An Inverse Dynamic Method Yielding Flexible Manipulator State Trajectories," *Proc. of the American Control Conference*, 1990, pp. 186-193.
- [KUB 93] E. KUBICA, D. WANG, "A Fuzzy Control Strategy for a Flexible Single Link Robot," *Proc. IEEE Conf. Robot. Automat.*, 1993, pp. 236-241.
- [LAM 87] M. LAMBERT, "Adaptive Control of Flexible Systems," Ph.D. Thesis, Department of Engineering Science, Oxford University, England, 1987.

- [LAN 79] Y. D. LANDAU, *Adaptive Control: The Model Reference Approach*, Marcel Dekker, New York, 1979.
- [LAY 93] J. R. LAYNE, "Fuzzy Learning Control for Antiskid Braking Systems," *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.*, vol. 1, no. 2, pp. 122-129, 1993.
- [LED 93] R. LEDESMA, E. BAYO, "Non-recursive Methods for the Solution of the Inverse Dynamics of Flexible Multibody Systems," *Computer Aided Analysis of Rigid and Flexible Mechanical Systems*, NATO-ASI, vol. 2, pp. 403-421, Troia, Portugal, 27 Jun.-9 Jul. 1993.
- [LEE 88a] J. D. LEE, B.-L. WANG, "Dynamic Equations for a Two-Link Flexible Robot Arm," *Computers and Structures*, vol. 29, no. 3, pp. 469-477, 1988.
- [LEE 88b] J. D. LEE, B.-L. WANG, "Optimal Control of a Flexible Robot Arm," *Computers and Structures*, vol. 29, no. 3, pp. 459-467, 1988.
- [LEE 90a] C. C. LEE, "Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller -Part I," *IEEE Trans. Syst. Man and Cybern.*, vol. 20, no. 2, pp. 404-418, Mar/Avr. 1990.
- [LEE 90b] C. C. LEE, "Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller -Part II," *IEEE Trans. Syst. Man and Cybern.*, vol. 20, no. 2, pp. 419-435, Mar/Avr 1990.
- [LIU 93] T. S. LIU, "A Model for a Rider-Motorcycle System Using Fuzzy Control," *IEEE Trans. Syst. Man and Cybern.*, vol. 23, no. 1, pp. 267-276, Jan./Feb. 1993.
- [LOS 85] L. LOSCO, F. PELLETIER, J.-P. TAILLARD, "Le Principe de Moindre courbure en Robotique," *4th IFTOMM Int. Symposium of Linkages and Computer Aided Design Methods*, Bucarest, Romania, Jul. 4-9, 1985.
- [LOS 91] L. LOSCO, F. PELLETIER, J.-P. TAILLARD, "Modelling of a Chain of Rigid Bodies By Biquaternions," *Eur. J. Mech. A/Solids*, vol. 10, no. 4, pp. 433-451, 1991.
- [LOU 96] M. LOUDINI, S. BOURSAS, M. C. SOUAMI, "Commande Floue d'un Bras de Robot Flexible," *Actes de la Deuxième Conférence Maghrébine sur l'Automatique, l'Electrotechnique et l'Electronique Industrielle (COMAEI'96)*, Tlemcen, vol. 1, pp. 38-42, 3-5 Dec. 1996.
- [LOU 97a] M. LOUDINI, M. C. SOUAMI, "Commande Floue Hybride d'un Bras de Robot Flexible," *Actes des Deuxièmes Journées Maghrébines de Mécanique (JMM'97)*, vol. 1, pp. 398-403, Guelma, 29 & 30 Avril, 1997.
- [LOU 97b] M. LOUDINI, M. C. SOUAMI, "Commande Linguistique Floue Multi-échelle d'un Bras Manipulateur de Robot Souple," *Actes des Deuxièmes Journées Scientifiques et Techniques (JST'97)*, vol. 2, pp. 385-388, Boumerdes, 5 & 6 Mai 1997.

- [LOU 97c] M. LOUDINI, M. C. SOUAMI, "Méthodologies de Commande Linguistique floue d'un Bras Manipulateur de Robot Flexible," *CMSES'97*, Saida, 13 & 14 Mai 1997.
- [LOU 97d] M. LOUDINI, M. C. SOUAMI, "Commande Floue Multi-échelle d'un Bras de Robot Flexible," *Actes du Premier Congrès Arabe sur la Mécanique (CAM'97)*, vol. 3, pp. 239-245, Damas, Syrie, 1-3 juin, 1997.
- [LOU 97e] M. LOUDINI, M. C. SOUAMI, "Comparative Study of Fuzzy Linguistic Control of a Planar One-Link Flexible Manipulator with a Revolute Joint," *Soumis aux 17èmes Journées Tunisiennes d'Electrotechnique et d'Automatique (JTEA'97)*, Nabeul, Tunisie, 5 & 6 Nov., 1997.
- [LOU 97f] M. LOUDINI, M. C. SOUAMI, "Comparative Studies of Fuzzy Linguistic Control Strategies for a Planar Single Link Flexible Manipulator with a Revolute Joint," *Soumis au IEEE International Annual Conference (IEEA'97)*, Batna, 13-15 Oct., 1997.
- [LOW 89] K. H. LOW, "Solutions Schemes for the System Equations of Flexible Robots," *J. Robotic Syst.*, vol. 6, no. 4, pp. 383-405, 1989.
- [LUC 90] P. LUCIBELLO, F. BELLEZZA, "Nonlinear Adaptive Control of a Two Link Flexible Robot Arm," *29th Conf. on Decision and Control*, Honolulu, Hawaii, USA, Dec. 5-7 1990, pp. 1-24.
- [MAC 76] P. J. MAC VICAR-WHELAN, "Fuzzy Sets for Man Machine Interactions," *Int. J. Man Machine Studies*, vol. 8, pp. 687-697, 1976.
- [MAH 82] S. S. MAHIL, "On the Application of Lagrange's Method to the Description of Dynamic Systems," *IEEE Trans. Syst. Man and Cybern.*, vol. SMC-12, no. 6, pp. 877-889, 1982.
- [MAM 74] E. H. MAMDANI, "Applications of Fuzzy Algorithms to for Simple Dynamic Plant," *Proc. IEE*, vol. 121, no. 12, pp. 1585-1588, 1974.
- [MAM 75] E. H. MAMDANI, "An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller," *Int. J. Man Mach. Studies*, vol. 7, no. 1, pp. 1-13, 1975.
- [MAM 77] E. H. MAMDANI, "Application of Fuzzy Logic to Approximate Reasoning Using Linguistic Synthesis," *IEEE Transactions on Computers*, vol. C-26, no. 12, pp. 1182-1191, 1977.
- [MAR 77] D. L. MARGOLIS, D. C. KARNOPP, "Bond Graphs for Flexible Multibody Systems," *Proc. IUTAM Conf. on Multibody Dynamics*, Munich, 1977, pp. 208-219.
- [MAR 73] H. C. MARTIN, G. F. MARTIN, *Introduction to Finite Element Analysis. Theory and Application*. Mc Graw-Hill Book Company, 1973.
- [MAT 90] 386-MATLAB, *User's Guide*. The MathWorks, Inc., Cochituate Place, 24 Prime Park Way, Natick, MA 01760, USA, 1990.

- [MEI 67] L. MEIROVITCH, *Analytical Methods in Vibrations*. The Mac Millan Company, Collier-Mac Millan Limited, London 1967.
- [MEI 75] L. MEIROVITCH, *Elements of Vibration Analysis*. Mc- Graw Hill, 1975.
- [MEI 80] L. MEIROVITCH, *Computational Methods in Structural Dynamics*. Stijthoff and Noordhoff, Alphen aan den Rijn, The Netherlands, 1980.
- [MEN 88] C. MENQ, J. CHEN, "Dynamic Modeling and Payload-Adaptive Control of a Flexible Manipulator," in *Proc. IEEE Int. Conf. Rob. and Automat.*, 1988, vol. 1, pp. 488-493.
- [MIT 92] P. MITROUCHEV, "Méthodologie pour l'Elaboration de Modèles de Comportement de Robot-Manipulateurs Sujets à des Déformations Elastiques," Thèse de Doctorat de l'U.F.R des Sciences et Techniques de l'Université de Franche-Comté, France, 1992.
- [MIZ 89] M. MIZUMOTO, "Pictorial Representation of Fuzzy Connectives, Part I: Cases of t-norms, t-conorms and Averaging Operators," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 32, no. 2, pp. 217-242, 1989.
- [MIZ 91] M. MIZUMOTO, "Min-Max-Gravity Method Versus Product-Sum-Gravity Method for Fuzzy Controls," *4th IFSA World Congress*, pp. 127-130, Brussels, Belgium, 1991.
- [MIZ 93] M. MIZUMOTO, "Fuzzy Controls by Fuzzy Singleton-Type Reasoning Method," in *5th IFSA World Congress*, pp. 945-948, 1993.
- [MIZ 95] M. MIZUMOTO, "Realization of PID Controls by Fuzzy Control Methods," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 70, pp. 171-182, 1995.
- [MOU 89] H. MOULIN, "Problems in the Inverse Dynamics Solution for Flexible Manipulators," Ph.D. Thesis, University of California, Santa Barbara, USA, 1989.
- [NAG 87] G. NAGANATHAN, A. H. SONI, "Coupling Effects of Kinematics and Flexibility in Manipulators," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 6, no. 1, pp. 75-84, 1987.
- [NAG 88] G. NAGANATHAN, A. H. SONI, "Nonlinear Modeling of Kinematic and Flexibility Effects in Manipulator Design," *Trans. ASME Journal of Mechanics, Transmissions, and Automation in Design*, vol. 110, no. 3, pp. 243-254, 1988.
- [NEL 85] W. L. NELSON, D. MITRA, R. BOIE, "End-Point Sensing and Load Adaptive Control of a Flexible Robot Arm," in *Proc. 24th IEEE Conference on Decision and Control*, Ft Lauderdale, FL, USA, Dec. 11-13 1985.
- [NEL 86] W. L. NELSON, D. MITRA, "Load Estimation and Load Adaptive Optimal Control for a Flexible Robot Arm," in *Proc. 25th IEEE Conference on Decision and Control*, Athens, Greece, Dec. 10-12 1986.

- [NEM 86] D. NEMIR, A. J. KOIVO, R. L. KASHYAP, "Control of Gripper Position of a Compliant Link Using Strain Gauge Measurements," *Proc. 25th IEEE Conf. on Decision and Control*, Athens, Greece, Dec. 10-12, 1986.
- [NGU 93] T. NGUYEN THI THANH, "Identification et Commande d'un Bras Flexible à Deux Degrés de Liberté," Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, France, 1993.
- [NOV 89] V. NOVAK, *Fuzzy Sets and their Applications*. Philadelphia: Adam Hilger, 1989, p. 169.
- [OAK 89a] C. M. OAKLEY, R. H. CANNON, "End-Point Control of a Two-Link Manipulator with a very Flexible Forearm: Issues and Experiments," in *Proc. of the American Control Conference*, Pittsburgh, PA, USA, Jun. 1989, pp. 1381-1388.
- [OAK 89b] C. M. OAKLEY, R. H. CANNON, "Equations of Motion for an Experimental Planar Two-Link Flexible Manipulator," in *Proc. 1989 ASME Winter Annual Meeting*, San Francisco, CA, USA, Dec. 1989, pp. 267-278.
- [OAK 89c] C. M. OAKLEY, R. H. CANNON, "Theory and Experiments in Selecting Mode Shapes for Two-Link Flexible Manipulators," in *Proc. 1st International Symposium on Experimental Robotics*, Montréal, Canada, Jun. 1989.
- [OAK 90] C. M. OAKLEY, R. H. CANNON, "Anatomy of an Experimental Two-Link Flexible Manipulator Under End-Point Control," in *Proc. IEEE Conf. on Decision and Control*, Honolulu, HI, Dec. 1990.
- [OAK 91] C. M. OAKLEY, "Experiments in Modelling and End-Point Control of Two-Link Flexible Manipulator," Ph.D. Thesis, Stanford University, Department of Mechanical Engineering, Stanford, CA, USA, Apr. 1991.
- [PAU 81] R. P. PAUL, *Robot Manipulators: Mathematics, Programming, and Control*. Cambridge, MA: The MIT Press, USA, 1981.
- [PED 88] W. PEDRYCZ, *Fuzzy Control and Fuzzy Systems*. Department of Electrical Engineering, University of Manitoba, Winnipeg, Canada, R.S.P Taunton, Sonerset, England, 1988.
- [PED 93] W. PEDRYCZ, *Fuzzy Control and Fuzzy Systems*. Second extended edition, Research Studies Press LTD, U.K - John Wiley & Sons Inc. USA, 1993.
- [PRO 79] T. J. PROCYK, E. H. MAMDANI, "A Linguistic Self-Organizing Process Controller," *Automatica*, vol. 15, no. 1, pp. 15-30, 1979.
- [RAP 76] P. RAPIN, "Vue d'Ensemble sur l'Evolution Récente des Méthodes d'Etude des systèmes Vibratoires," *Revue Française de Mécanique*, no. 58-59, pp. 7-14, 1976.
- [REN 80] M. RENAUD, "Contribution à la Modélisation et à la Commande Dynamique des Robots Manipulateurs," Thèse d'Etat, Université Paul Sabatier, Toulouse, France, Septembre 1980.

- [ROC 79] K. C. ROCKEY, H. R. EVANS, D. W. GRIFFITHS, D. A. NETHERCOT, *Introduction à la Méthode des Eléments Finis*. Eyrolles, Paris, France, 1979.
- [ROS 83] R. C. ROSENBERG, D. C. KARNOPP, *Introduction to Physical System Dynamics*. Mc Graw-Hill, New York, USA, 1983.
- [ROV 87] D. ROVNER, "Experiments Towards On-Line Identification and Control of a very Flexible Single-Link Manipulator," *Int. J. Rob. Res.*, vol. 6, pp. 3-19, 1987.
- [ROV 88] D. ROVNER, "Experiments in Load-Adaptive Control of a very Flexible One-Link Manipulator," *Automatica*, vol. 24, no. 4, pp. 541-548, 1988.
- [RUT 76] D. A. RUTHERFORD, G. C. BLOORE, "The Implementation of Fuzzy Algorithms for Control," *Proc. IEEE*, vol. 64, no. 4, pp. 572-573, 1976.
- [SAM 90] B. SAMANTA, "Dynamics of Flexible Multibody Systems Using Bond-Graphs and Lagrange Multipliers," *Trans. ASME J. of Mechanical Design*, vol. 112, no. 1, pp. 30-35, Mar. 1990.
- [SAN 84] V. SANGVERAPHUNSIRI, "The Optimal Control and Design of a Flexible Manipulator Arm," Ph. D. Thesis, School of Mechanical Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, USA, 1984.
- [SCH 85] E. SCHMITZ, "Experiments on the End-Point Control of a Very Flexible One-Link Manipulator Arm," Ph. D. Thesis, Guidance and Control Laboratory, Stanford University, Stanford, CA, USA, 1985.
- [SER 89] M. A. SERNA, E. BAYO, "A Simple and Efficient Computational Approach for the Forward Dynamics of Elastic Robots," *Journal of Robotic Systems*, vol. 6, no. 4, pp. 363-382, 1989.
- [SER 90] M. A. SERNA, E. BAYO, "Off-Line Trajectory Planning for Flexible Manipulators," in *Proc. of the IFIP TC7 Conf. on Modelling the Innovation: Communications, Automation and Information Systems*, Roma, Italy, 21-23 March 1990, pp. 213-220.
- [SIC 86] B. SICILIANO, B. YUAN, W. J. BOOK, "Model Reference Adaptive Control of a One-Link Flexible Arm," in *Proc. 25th IEEE Conference on Decision and Control*, Athens, Greece, Dec. 10-12 1986, pp. 91-95.
- [SIC 88] B. SICILIANO, W. J. BOOK, "A Singular Perturbation Approach to Control of Lightweight Flexible Manipulators," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 7, no. 4, pp. 79-90, Aug. 1988.
- [SIC 89] B. SICILIANO, A. J. CALISE, J. V. R. PRASAD, "Two-Time Scale Stabilization of Flexible of a Flexible Arm with Output Feedback," in *Proc. of the American Control Conference*, Pittsburgh, PA, USA, June 21-23 1989, vol. 3, pp. 2377-2382.

- [SIC 92] B. SICILIANO, "Control of Flexible Robots," dans "Théorie de la Commande des Robots", Ecole d'Eté d'Automatique de Grenoble, Laboratoire d'Automatique de Grenoble, Unité de Recherche associée au CNRS, Grenoble, France, 7-11 Sept. 1992.
- [SIN 86a] S. N. SINGH, A. A. SCHY, "Control of Elastic Robotic Systems by Nonlinear Inversion and Modal Damping," *Trans ASME Journal of Dyn. Syst., Meas., and Contr.*, vol. 108, pp. 180-189, 1986.
- [SIN 86b] S. N. SINGH, A. A. SCHY, "Elastic Robot Control: Nonlinear Inversion and Linear Stabilization," *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 22, pp. 340-348, 1986.
- [SMI 73] D. A. SMITH, M. A. CHACE, A. C. RUBENS, "The Automatic Generation of a Mathematical Model for Machinery Systems," *Trans. ASME Journal of Engineering for Industry*, pp. 629-635, 1973.
- [SOU 91] M. C. SOUAMI, "Real Time Transputer Based Intelligent Robot Control System design," Ph.D. Thesis, Leeds University, England, 1991.
- [SOU 94] G. C. D. SOUZA and B. K. BOSE, "A fuzzy set theory based control of a phase-controlled converter DC machine drive," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 30, no. 1, pp. 34-44, 1994.
- [SPE 90] V. A. SPECTOR, H. FLASHNER, "Modeling and Design Implications of Noncollocated Control in Flexible Systems," *ASME Journal of Dynam. Syst. Meas. and Contr.*, vol. 112, pp. 186-193, 1990.
- [SUD 94] T. SUDKAMP, R. J. HAMELL II, "Interpolation, Completion, and Learning Fuzzy Rules," *IEEE Trans. on Syst. Man and Cybernetics*, vol. 24, no. 2, pp. 332-342, Feb. 1994.
- [SUG 84] M. SUGENO, K. MURAKAMI, "Fuzzy Parking Control of Model Car," in *23rd IEEE Conf. on Decision and Control*, Las Vegas, USA, 1984.
- [SUG 85] M. SUGENO, "An Introductory Survey of Fuzzy Control," *Information Sciences*, vol. 36, pp. 59-83, 1985.
- [SUG 88] M. SUGENO, G. T. KANG, "Structure Identification of Fuzzy Model," *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 28, no. 1, pp. 15-33, 1988.
- [SUN 81] W. SUNADA, S. DUBOWSKY, "The Application of Finite Element Method to the Dynamic Analysis of Flexible Spatial and Co-planar Linkage Systems," *ASME Journal of Mechanical Design*, vol. 103, no. 3, pp. 643-651, 1981.
- [SUN 83] W. SUNADA, S. DUBOWSKY, "On the Dynamic Analysis and Behavior on Industrial Robotic Manipulators with Elastic Members," *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, vol. 105, pp. 42-51, 1983.
- [TAN 87] K. L. TANG, R. J. MULHOLLAND, "Comparing Fuzzy Logic with Classical Controller Designs," *IEEE Trans. Syst. Man and Cybernetics*, vol. SMC-17, no. 6, pp. 1085-1087, 1987.

- [TAK 83] T. TAKAGI, M. SUGENO, "Derivation of Fuzzy Control Rules from Human Operator's Control Actions," *Proc. of the IFAC Symposium on Fuzzy Information, Knowledge Representation and Decision Analysis*, Marseilles, France, juillet 1983, pp. 55-60.
- [TAK 85] T. TAKAGI, M. SUGENO, "Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modeling and Control," *IEEE Trans. Syst. Man and Cybernetics*, vol. SMC-15, no. 1, pp. 116-132, 1985.
- [TAK 72] Y. TAKAHASHI, M. RABINS, D. AUSLANDER, *Control and Dynamic Systems*. Addison-Wesley, 1972, pp. 431-452,
- [TAN 87] K. L. TANG, R. J. MULHOLLAND, "Comparing Fuzzy Logic with Classical Controller Designs," *IEEE Trans. Syst. Man and Cybernetics*, Vol. SMC-15, no. 1, pp. 1085-1087, 1987.
- [TAR 88] T. J. TARN, A. K. BEJCZY, X. DING, "On the Modeling of Flexible Robot Arms," *Robotics Laboratory Report, SSM*, Washington University, Sept. 1988.
- [THO 81] W. T. THOMSON, *Theory of Vibrations with Applications*. Second Edition, Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs, 1981.
- [TIM 55] W. T. TIMOSHENKO, *Vibration Problems in Engineering*. New York: Van Nostrand, 1955.
- [TON 78] R. M. TONG, "Synthesis of Fuzzy Models for Industrial Processes," *Int. Gen. Syst.*, vol. 4, pp. 143-162, 1978.
- [TOU 84] P. TOURON, "Modélisation de la Dynamique des Mécanismes Polyarticulés. Application à la CAO et à la Simulation des Robots," Thèse USTL, Montpellier, France, Juillet 1984.
- [TRU 79] A. TRUCKENBRODT, "Dynamics and Control Methods for Moving Flexible Structures and their Application to Industrial Robots," *Proc. 5th World Cong. on Theory of Machines and Mechanisms*, pp. 831-834, 1979.
- [TRU 81] A. TRUCKENBRODT, "Modelling and Control of Flexible Manipulator Structures," *Proc. 4th Int. CISM-IFTOMM Symposium on Theory and Practice of Robots and Manipulators*, A. Morecki, G. Bianchi and K. Kedzior Eds., Zaborow, Poland, PWN Polish Scientific Publishers, Sept. 8-12 1981, pp. 90-101.
- [TRU 81] A. TRUCKENBRODT, "Truncation Problems in the Dynamics and Control of Flexible Mechanical Systems," *Proc. IFAC 5th Triennial World Congress on Control Science and Technology*, Kyoto, Japan, 1981.
- [TSA 90] T. C. TSANG, "The Application of Predictive Control to Flexible Robot Arms," Ph.D. Thesis, Department of Engineering Science, Oxford University, England, 1990.
- [TUN 86] R. TUNER, *Logiques pour l'Intelligence Artificielle*. Ed. Masson-Paris, 1986.

- [TZA 89] S. TZAFESTAS, H. KANOH, "Dynamic Studies of Flexible Robot Manipulators," in *"Distributed Parameter Systems: Modelling and Simulation"*, T. Futagami, S.G Tzafestas and Y. Sunahara Ed., Elsevier Science Publishers B.V. (North Holland), IMACS 1989, pp.329-344.
- [USO 86] P. B. USORO, R. NADIRA, S. S. MAHIL, "A Finite Element/Lagrange Approach to Modeling Lightweight Manipulators," *ASME Journal of Dynam. Syst. Meas. and Contr.*, vol. 108, no. 3, pp. 198-205, 1986.
- [VER 92] J. -L. VERN, "La Logique Floue: Concepts et Définitions," *Electronique Radio Plans*, no. 541, pp. 11-18, 1992.
- [VIN 94] N. VINCENT, C. DUJET, "Modus Ponens and Inference in Control," in *Proc. of the 5th Int. Conf. on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-based Systems (IPMU)*, Paris, France, 4-8 juillet 1994, vol. 1, pp. 102-107.
- [VUK 82] M. VUKOBRATOVIC, V. POTKONJAC, *Dynamics of Manipulation Robots, Theory and Application*. Scientific Fundamentals of Robotics 1, Springer-Verlag, Berlin 1983.
- [WEB 83] S. WEBER, "A General Concept of Fuzzy Connectives, Negations, and Implications based on t-norms and t-conorms," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 11, pp. 115-134, 1983.
- [WEN 86] J. T. WEN, D. R. MELDRUM, M. J. BALAS, "Discrete-Time Model Reference Adaptive Control Using the CGT Concept," *Proc. of the ASME Winter Annual Meeting*, Dec. 7-12, 1986, vol. 3, pp. 17-22.
- [YAS 83] S. YASUNOBU, S. MIYAMOTO, H. IHARA, "Fuzzy Control for Automatic Train Operation System," in *Proc. 4th IFAC/IFIP/IFORS Int. Congress on Control in Transportation Systems*, Baden-Baden, April 1983.
- [YAS 86] S. YASUNOBU, T. HASEGAWA, "Evaluation of an Automatic Container crane Operation System Based on Predictive Fuzzy Control," *Control Theory Adv. Technol.*, vol. 2, no. 3, pp. 419-432, 1986.
- [YAZ 88] A. YAZMAN, "Modélisation des Robots Flexibles Par les Bond-Graphs, Application à l'Analyse de leurs Performances Dynamiques," Thèse de Doctorat en Automatique, Paris 11, France, 1988.
- [YUA 89] B.-S. YUAN, W. J. BOOK, B. SICILIANO, "Direct Adaptive Control of a One-Link Flexible Arm with Tracking," *J. Rob. Syst.*, vol. 6, no. 6, pp. 663-680, 1989.
- [YUH 87] J. YUH, "Application of Discrete-Time Model Reference Adaptive Control to a Flexible Single Link Robot," *J. Rob. Syst.*, vol. 4, pp. 621-630, 1987.
- [YUR 90] S. YURKOVICH, A. P. TZES, I. LEE, K. L. HILLSLEY, "Control and System Identification of a Two-Link Flexible Manipulator," in *Proc. 1990 Int. Conf. Rob. and Automat.*, May 1990, pp. 1626-1631.

- [ZAD 65] L. A. ZADEH, "Fuzzy Sets," *Information and Control*, vol. 8, pp. 338-353, 1965.
- [ZAD 73] L. A. ZADEH, "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes," *IEEE Trans. Syst. Man and Cybernetics*, vol. SMC-3, pp. 28-44, 1973.
- [ZAD 88] L. A. ZADEH, "Fuzzy Logic," *IEEE Computer*, pp. 83-93, April 1988.
- [ZIE 89] O. C. ZIENKIEWICZ, R. L. TAYLOR, *The Finite Element Method*. 4th Edition, vol. 1 & 2, Mc Graw-Hill Book Company (U.K) Limited, 1989.
- [ZIM 91] H. J. ZIMMERMAN, *Fuzzy Sets Theory and Applications*. Kluwer Academic Publishers, Boston, Dortrecht, London, 1991.

**Résumé-** Les travaux présentés dans cette thèse concernent la modélisation, l'analyse et le contrôle intelligent de l'organe terminal d'un bras de robot planaire à une liaison flexible.

Le but principal est la conception de stratégies de commande évoluées basées sur les concepts de logique floue et leur application à la commande en position et à la poursuite de trajectoire de l'extrémité de préhension du robot étudié. L'élasticité structurale inhérente à la liaison est étudiée en utilisant la théorie des poutres de Timoshenko. Deux modèles dynamiques linéaire et non linéaire sont alors développés en se basant sur l'association du formalisme Lagrangien et de la méthode des modes supposés. Nous appliquons un premier schéma de commande au modèle linéaire que nous testons, après, sur le modèle non linéaire. Nous proposons, ensuite, deux nouvelles structures de contrôle pour améliorer les résultats obtenus. Une simulation numérique montre les réponses du système commandé à ces structures de contrôle que nous discutons et prouvons l'efficacité à travers les performances réalisées.

**Mots clés:** Structure mécanique légère, robot manipulateur flexible, modèle linéaire, modèle non linéaire, logique floue, base de connaissances, commande linguistique floue, commande en position, poursuite de trajectoire, contrôleur de Mamdani, commande multi-échelle, commande hybride.

العنوان: نمذجة، تحليل ومنهجيات التحكم اللغوي الغامض لذراع ممارس لروبوت مرن

**ملخص-** يتعلق العمل المقدم في هذه الأطروحة بالنمذجة، التحليل والتحكم الذكي للعضو النهائي لذراع روبوت مستوي الحركة ذي وصلة مرنة واحدة.

يكمن الهدف الرئيسي في تصميم خطط تحكم متطورة تركز أساساً على مفاهيم المنطق الغامض وتطبيقها للتحكم الموقعي والمتابعة المسارية للطرف النهائي الملتقط للروبوت المدروس. لدراسة المرونة البنيوية للوصلة المكونة للذراع، نستعمل نظرية روافد تيموشينكو. ثم يتم التحصل على نموذجين دينامكيين خطي ولاخطي بإشراك صياغة لاغرانج وطريقة الأنماط المفترضة. تطبق خطة تحكمية أولى على النموذج الخطي وتختبر بعد ذلك على النموذج اللاخطي. ثم يتم اقتراح بنيتين تحكميتين جديدتين لتحسين النتائج المنحصلة عليها. تبين محاكاة عددية إجابات النظام المتحكم فيه لهذه الهياكل التحكمية والتي سنناقشها ونثبت مدى نجاعتها من خلال الأداءات المنجزة.

**الكلمات الدلالية:** هيكل ميكانيكي خفيف، ذراع ممارس مرن، نموذج خطي، نموذج لاخطي، منطق غامض، قاعدة المعارف، تحكم لغوي غامض، تحكم موقعي، متابعة مسارية، متحكم مامداني، التحكم متعدد المستويات، التحكم الهجين.

**Title: Modelling, analysis and fuzzy linguistic control methodologies of a flexible robot manipulator arm**

**Abstract-** The work presented in this thesis deals with the modelling, analysis and end-point intelligent control of a planar one-link flexible robot arm.

The main aim is the design of advanced control strategies based on fuzzy logic concepts and their application to the end-point positioning and trajectory tracking of the studied robot. The Timoshenko beam theory has been used to characterize the structural link elasticity. Then, two suitable dynamic models, linear and nonlinear, are derived on the basis of the Lagrangian-assumed modes method. We apply a first control scheme to the linear model and test it after to the nonlinear one. Then, two new control structures are proposed to enhance the obtained results. A computer simulation illustrates the responses of the controlled system to these control structures which we discuss and prove the effectiveness through the realized performances.

**Key words:** Lightweight mechanical structure, flexible robot manipulator, linear model, nonlinear model, fuzzy logic, knowledge base, fuzzy linguistic control, position control, trajectory tracking, Mamdani's controller, multiscale control, hybrid control.