

République Algérienne Démocratique et populaire

Ministère de l'enseignement Supérieure et de la Recherche scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département de Génie Mécanique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

المكتبة — BIBLIOTHEQUE

Ecole Nationale Polytechnique

Mémoire du Projet de fin d'études

Pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'état en Mécanique

SUJET :

Conception d'un robot pour l'application de soudage par points



Proposé et encadré par:

M. L.RIACHE

Etudié par :

M. SALAHOUELHADJ Abdellah



PROMOTION 2001

DEDICACES

Je dédie ce modeste travail

A ma mère et mon père

A mes frères et sœurs

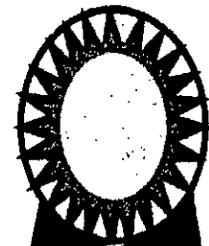
A toute ma famille

A tous mes amis

A tous ceux qui me sont chers

A mes collègues de la promotion 2001

Abdellah



REMERCIEMENTS

Au terme de ce travail, je tiens à remercier très sincèrement mon promoteur M.RIACHE qui a bien voulu assumer la lourde responsabilité de m'encadrer, et pour ses orientations et ses conseils précieux qu'il n'a cessé de me prodiguer tout au long de la réalisation de ce mémoire. Mes remerciements vont aussi à messieurs les membres jury qui m'ont fait l'honneur d'en être membres.

J'exprime mon immense gratitude à tous ceux qui ont contribué à ma formation et qui m'ont apporté l'aide nécessaire pendant mes études : primaires, secondaires et universitaires.

Mon sincère reconnaissance à mes parents qui m'ont aidé et encouragé tout au long de mes études.

Je remercie les responsables des centres de documentation des universités de Blida, de Boumerdes, et de Babezzouar (USTHB), ainsi que celui de l'EMP et du CDTA de me permettre l'accès à leur documents.

Enfin, je remercie le personnel de la bibliothèque centrale et à tout ceux qui ont contribué par leur aide morale ou matérielle à la réalisation de ce travail, qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde reconnaissance à la hauteur de leur dévouement et de leur disponibilité.

Résumé :

Ce projet contient la conception d'un robot qui servira pour la robotisation de l'opération de soudage par points dans une chaîne de production de carrosseries d'automobiles. En donnant une analyse de la tâche assignée au robot, on a choisi l'architecture convenable pour ce problème, et on calcul les éléments du robot après détermination des torseurs des liaisons à l'aide du modèle dynamique.

Summary:

This project contain the design of a robot which will be useful for robotization of the operation of spot welding in a chain of production of body of cars. By giving to an analysis of the task assigned to the robot, one selected suitable architecture for this problem, and one calculation elements of the robot after determination of the torques of the connections using the dynamic model.

ملحق :

هذا المشروع يحتوي على ابتكار ذراع آلية و الذي ستستعمل لعملية التلحيم بالنقاط في سلسلة إنتاج عربات السيارات. بإعطاء تحليل للعمل المخصص للذراع الآلية، نختار الهندسة اللائقة لهذا المشروع، ثم نحسب أعضاء الذراع الآلية بعد إيجاد قوى الرباطات بواسطة النموذج الديناميكي.

Mots clefs :

Conception, robot, robotique, soudage, résistance, points, carrosserie, tâche, architecture, calcul, résistance des matériaux.

TABLE DES MATIERES

| | |
|--|-----------|
| Introduction générale | 2 |
| Chapitre I: Généralités | 6 |
| I.1. Historique | 6 |
| I.2. Champ d'application des robots | 7 |
| I.3. Définition du robot industriel | 8 |
| I.4. Classification des robots..... | 9 |
| I.5. Notion de degré de liberté | 10 |
| I.6. Constitution d'un robot manipulateur | 11 |
| I.6.1. Structure générale d'un robot | 11 |
| I.6.2. Structure mécanique | 12 |
| I.6.3. constitution de la structure mécanique | 13 |
| I.7. Notions sur les robots manipulateurs..... | 18 |
| I.7.1. Indice de mobilité..... | 18 |
| I.7.2 Degré de liberté d'un robot..... | 18 |
| I.7.3. Redondance et singularité..... | 18 |
| I.7.4. Degré de liberté d'une tâche | 18 |
| I.7.5. Compatibilité..... | 19 |
| I.7.6. Volume de travail | 19 |
| I.8. Actionneurs..... | 20 |
| I.8.1. Critères de performance..... | 20 |
| I.8.2. Différents types d'actionneurs | 20 |
| I.9. Capteurs..... | 22 |
| I.9.1. Capteurs proprioceptifs | 23 |
| I.9.2. Capteurs extéroceptifs..... | 23 |

| | |
|--|-----------|
| I.10. Systèmes robotisés point à point et à trajectoire continue..... | 23 |
| I.10.1. Systèmes robotisés point à point..... | 23 |
| I.10.2. Systèmes robotisés à trajectoire continue..... | 24 |
| I.11. Robots de soudage par points | 24 |
| I.11.1. Poste de soudage par points à pince de soudage robotisée | 24 |
| I.11.2. Particularités des robots à souder par points..... | 26 |
| I.11.3. Robots de soudage par points pour carrosseries d'automobiles..... | 26 |
| I.12. Conclusion | 27 |
| | |
| Chapitre II: Soudage par résistance par points..... | 29 |
| II.1. Introduction | 29 |
| II.2. Principe du soudage par points | 29 |
| II.3. Cycle du soudage par points..... | 30 |
| II.3.1. Soudage à pression constante..... | 31 |
| II.3.2. Soudage avec forgeage | 32 |
| II.3.3. Soudage par impulsion à pression constante | 32 |
| II.3.4. Soudage par impulsion avec préchauffage et post-chauffage..... | 32 |
| II.4. Formation de la soudure..... | 33 |
| II.5. Paramètre du soudage par points..... | 34 |
| II.5.1. Electrodes..... | 35 |
| II.5.2. Efforts..... | 37 |
| II.5.3. Courant | 38 |
| II.5.4. Temps de passage du courant..... | 38 |
| II.6. Dimensions des points de soudure | 39 |
| II.6.1. Dimension du point isolé | 39 |
| II.6.2. Positionnement des points de soudure | 40 |

| | |
|---|----|
| II.7. Porte électrode..... | 41 |
| II.8. Course de l'électrode..... | 42 |
| II.9. Choix des paramètres de soudage par points..... | 42 |
| II.10. Conclusion | 43 |
| | |
| Chapitre III: Modélisation géométrique..... | 45 |
| III.1. Introduction..... | 45 |
| III.2. Utilité du modèle géométrique | 46 |
| III.3. Modèle géométrique direct MGD | 46 |
| III.4. Outils de modélisation géométrique..... | 47 |
| III.4.1. Matrice de changement de base..... | 47 |
| III.4.2. Coordonnées d'un point dans deux repères différents..... | 48 |
| III.4.3. Matrice de transformation homogène | 49 |
| III.4.4. Angles d'Euler | 50 |
| III.4.5. Angles de cardan | 51 |
| III.5. Modèle géométrique directe MGD..... | 53 |
| III.5.1. Hypothèses de base..... | 53 |
| III.5.2. Définition de la chaîne cinématique..... | 53 |
| III.5.3. Position d'un point de l'effecteur | 54 |
| III.5.4. Orientation de l'effecteur | 55 |
| III.5.5. Paramétrage de Denavit-Hartenberg modifié..... | 55 |
| III.5.6. Référentiels utilisés dans l'environnement de travail..... | 57 |
| III.6. Choix de la structure du robot..... | 59 |
| III.7. Modèle géométrique inverse (MGI)..... | 64 |
| III.7.1. Définition | 64 |
| III.7.2. Modèle géométrique inverse du robot choisi..... | 65 |
| III.8. Conclusion | 66 |

| | |
|--|------------|
| Chapitre IV: Modélisation dynamique | 68 |
| IV.1. Introduction..... | 68 |
| IV.2. Principe de calcul..... | 69 |
| IV. 3. Calcul du modèle dynamique sous forme implicite..... | 69 |
| IV.4. Calcul itératif direct des vitesses et des accélérations..... | 70 |
| IV.5. Calcul itératif inverse des efforts..... | 71 |
| IV.6. Calcul extrinsèque..... | 73 |
| IV.7. Equations d'équilibre pour le robot..... | 74 |
| IV.8. Conclusion | 76 |
| | |
| Chapitre V: Calcul des éléments du robot..... | 78 |
| V.1. Introduction | 78 |
| V.2. Calcul de la pince de soudage..... | 78 |
| V.3. Calcul des accélérations des moteurs..... | 84 |
| V.4. Choix des longueurs des éléments..... | 85 |
| V.5. Premier calcul des éléments du robot..... | 85 |
| V.5.1. Calcul du corps 4 | 86 |
| V.5.2. Calcul du corps 3 | 88 |
| V.5.3. Calcul du corps 2 | 89 |
| V.5.4. Calcul du corps 1 | 92 |
| V.5.5. Calcul des masses des éléments | 94 |
| V.6. Deuxième calcul des éléments du robot..... | 94 |
| V.6.1. Deuxième calcul du corps 4..... | 94 |
| V.6.2. Deuxième calcul du corps 3..... | 95 |
| V.7. Calcul des élément du robot par itérations | 95 |
| V.8. Choix des actionneurs | 96 |
| V.9. Calcul de la précision du robot | 98 |
| V.10. Conclusion | 98 |
| Conclusion générale | 100 |

LISTE DES FIGURES ET DES TABLEAUX

•Figures:

| | |
|---|----|
| Fig.I.1 structure générale d'un robot manipulateur | 12 |
| Fig.I.2 structure à chaîne simple | 16 |
| Fig.I.3 structure à chaîne arborescente | 16 |
| Fig.I.4 structure à chaîne complexe | 16 |
| Fig.I.5. structure PPP | 17 |
| Fig.I.6. structure PRP | 17 |
| Fig.I.7. Structure RRP | 17 |
| Fig.I.8. Structure PRR | 17 |
| Fig.I.9. Structure RRR | 17 |
| Fig.I.10. Poignet à axes concourants | 17 |
| Fig.I.11. pince de soudage par points robotisée | 25 |
| Fig.I.12. Définition géométrique d'un assemblage soudé par points | 25 |
| Fig.II.1. Soudage par résistance par points | 30 |
| Fig.II.2. Phases de l'opération de soudage par points | 31 |
| Fig.II.3. Représentation du cycle de soudage par points | 31 |
| Fig.II.4. Les variantes du cycle de soudage | 33 |
| Fig.II.5. Coupe d'un point de soudure | 34 |
| Fig.II.6. les deux formes principales des électrodes | 37 |
| Fig.II.7. Caractéristiques dimensionnelles d'un point de soudure | 39 |
| Fig.II.8. Position des points de soudure | 40 |
| Fig.II.9. Porte électrode avec sa circulation d'eau | 41 |
| Fig.III.1. Passage entre les repères R_i et R_j | 48 |
| Fig.III.2. Coordonnées d'un point dans deux repères | 49 |
| Fig.III.3. Angles d'Euler | 51 |
| Fig.III.4. Angles de Cardan | 52 |

| | |
|--|----|
| Fig.III.5. Chaîne articulaire et repères associés | 54 |
| Fig.III.6. Paramétrage de Dénavit-Hartenberg modifié | 56 |
| Fig.III.7. Référentiels utilisés dans l'environnement de travail du robot | 59 |
| Fig.III.8. Coordonnées des points de soudure | 59 |
| Fig.III.9. Architecture du robot choisi et repères attachés au robot | 62 |
| Fig.III.10. Définition du repère R_4 | 62 |
| Fig.IV.1. Efforts exercés sur le corps C_i | 72 |
| Fig.V.1. schéma de la pince..... | 78 |
| FigV.2.Modélisation de la pince..... | 79 |
| FigV.3. calcul de la première partie de la pince | 79 |
| Fig.V.4.section de l'axe..... | 80 |
| FigV.5.Coefficient de concentration de contrainte relatif à la torsion K_t | 81 |
| Fig.V.6.calcul de la deuxième partie de la pince..... | 82 |
| FigV.7.Commande trapézoïdale..... | 83 |
| fig.V.8. Schéma du corps 4 | 86 |
| Fig.V.9.direction de la flèche du corps 4 | 88 |
| Fig.V.10. Schéma du corps 3 | 88 |
| Fig.V.11.direction de la flèche du corps 3 | 89 |
| Fig.V.12. Schéma du corps 2 | 90 |
| Fig.V.13.Direction de la flèche du corps 2..... | 91 |
| Fig.V.14.Schéma du corps 1 | 92 |
| Fig.V.15.Direction de la flèche du corps 1..... | 93 |
| Fig.V.16. Schéma du corps 4 avec charge répartie..... | 95 |
| Fig.V.17. Schéma du corps 3 avec charge répartie | 95 |

• Tableaux:

| | |
|--|----|
| Tableau I.1: Représentation des liaisons mécaniques d'après la norme NF E04-015..... | 15 |
| Tableau I.2. comparaison des différents volumes de travail des robots..... | 19 |
| Tableau II. Paramètres du soudage choisies..... | 43 |
| Tableau III. Position et orientation des repères R_b par rapport à R_P | 61 |

NOMENCLATURE

- d.d.l : degrés de liberté
- M.G.D : Modèle géométrique direct
- M.G.I : Modèle géométrique inverse
- n : nombre de corps mobiles et nombre de liaisons.
- m : nombre de degrés de liberté que peut avoir l'organe terminal
- C_i, L_i : corps d'ordre i ($i = 1$ à n) et sa liaison amont.
- $q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i$: $i^{\text{ème}}$ coordonné généralisée du système et ses deux premières dérivées.
- R : Liaison rotoïde ou pivot.
- P : Liaison prismatique ou glissière .
- R_i : Repère numéro i attaché au corps C_i .
- $A_{i,i+1}$: matrice de passage du repère R_i au repère R_{i+1}
- $P_{i,i+1}$: vecteur translation entre les origines O_i et O_{i+1} respectivement des repères R_i et R_{i+1}
- $T_{i,i+1}$: matrice de passage homogène du repère R_i au repère R_{i+1} .
- X_i : $i^{\text{ème}}$ coordonnée de position ou d'orientation de l'effecteur .
- m_i : masse du corps C_i .
- $d_{i,i}$: vecteur position du centre de masse G_i du corps C_i dans le repère R_i .
- ω_i : Vitesse de rotation absolue du corps C_i exprimé dans R_i .
- v_i : Vitesse du point G_i centre de masse du corps C_i .
- γ_i : accélération du point G_i centre de masse du corps C_i .
- a_i : accélération de rotation du corps C_i .
- P_i : Résultante cinétique du corps C_i .
- μ : moment cinétique du corps C_i au point G_i .
- f^i : la force d'interaction exercée au point O_i par le corps C_{i-1} sur le corps C_i .
- c^i : le couple d'interaction exercé par le corps C_{i-1} sur le corps C_i .
- F_i : la force exercée, au point O_i , par le corps C_{i-1} et le $i^{\text{ème}}$ actionneur sur le corps C_i .

- C^i : le couple exercé par le corps C_{i-1} et le $i^{\text{ème}}$ actionneur sur le corps C_i .
- $F_{i, \text{res}}$: la force résultante exercée au point G_i sur le corps C_i .
- $C_{i, \text{res}}$: le couple résultant exercé sur le corps C_i .
- \dot{P}_i : dérivée de la résultante cinétique du corps C_i .
- $\dot{\mu}^i$: dérivée du moment cinétique du corps C_i au point G_i .

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

L'accroissement des cadences de production dans l'industrie, et l'amélioration de la qualité des produits manufacturés ont été permis par l'automatisation et la robotisation.

Le rythme de travail et la qualité exigée ne peuvent être assurés par l'homme seul, cela à conduit les entreprises manufacturières à remplacer l'homme par des robots industriels pour exécuter son travail avec un rendement meilleur et une qualité supérieure. Il ont l'avantage d'exécuter des tâches pénibles répétitives sans dégradation de la qualité du produit. Il peuvent aussi accomplir des tâches d'intervention inaccessible à l'homme en milieu hostile, par exemple sous marin, nucléaire ou spatial.

La robotique est la première technique d'automatisation qui a présentée le caractère de souplesse par opposition aux machines simples ou sophistiquées qui constitue aujourd'hui la partie majoritaire du parc industriel et qui sont complètement figées dans la tâche pour laquelle elles ont été conçues.

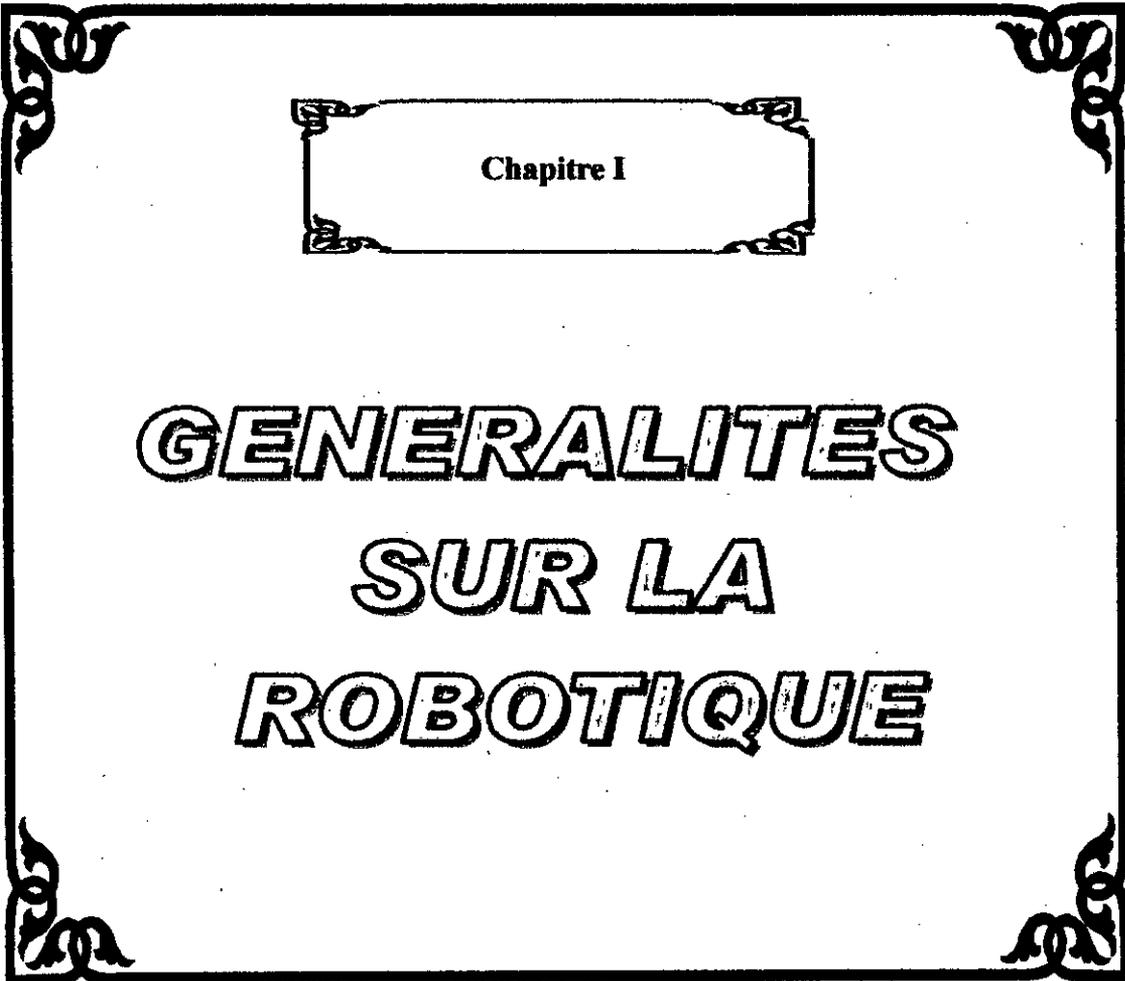
Dans ce sens les fabricants ont été obligés à réduire le recours aux machines simples, qui meurent avec le produit et qui exigent le temps de mise au point incompatible avec l'exigence de non rupture de la production. Aussi la tendance actuelle des industriels va vers l'emploi des machines à commande numérique, et à l'utilisation des moyens de manutention automatisés, où le recours à la flexibilité d'emploi des robots, pour automatiser les dernières opérations qui semblaient réservées à l'homme (peinture, soudage, ébavurage,...).

L'automatisation avancée de la production industrielle à l'aide de robots se développe à grands pas dans les pays industriels. En revanche la robotique en Algérie est presque inutilisable pour des raisons socio-économiques et techniques, mais cela ne nous empêche pas de faire une étude sur la conception d'un robot pour l'opération de soudage par points des carrosseries d'automobiles, qui est une application très répandue de la robotique.

Notre travail se présente en cinq chapitres :

- Dans le **premier chapitre**, et après un long historique, on va donner quelques définitions générales concernant la modélisation des robots, leurs constituants, leur architecture et leur classification. On va donner aussi quelques notions sur les robots de soudage par points.
- Dans le **deuxième chapitre**, on donnera un aperçu sur l'opération de soudage par points, son principe, ses différentes phases, ainsi que les caractéristiques et les paramètres constituant les différentes phases de ce procédé. Et enfin on choisira les paramètres nécessaires pour notre étude.
- Au **troisième chapitre**, on présentera l'aspect géométrique qui induit la notion de la matrice de transformation homogène, qui permettra l'établissement des modèles géométriques : direct et inverse.
L'établissement des deux modèles géométriques, a été illustré par l'utilisation des outils géométriques. On choisira aussi dans ce chapitre l'architecture du robot qui convient pour notre étude, et on établira les deux modèles géométriques pour cette architecture .
- Au **quatrième chapitre**, on va déterminer les équations du mouvement du robot nécessaire à la détermination des torseurs au niveau des liaisons, en utilisant le formalisme de Newton-Euler qui donne des formulations récurrentes très adaptées pour construire le modèle dynamique inverse. Ce dernier présente un intérêt indéniable pour la conception.

- Au **cinquième**, et dernier, **chapitre** ; on entamera le calcul des éléments du robot et le choix des motorisations.
- Et enfin, on terminera notre étude par une **conclusion générale**.



Chapitre I

GENERALITES
SUR LA
ROBOTIQUE



GENERALITES

I.1. Introduction :

I.1. Historique :

La robotique est issue des travaux effectués sur les automates. Parmi les premiers constructeurs d'automates, on peut citer Léonard de Vinci ou encore le mécanicien français Jacques de Vaucanson, qui tenta au XVIII^{ème} siècle de reproduire au moyen d'automates les fonctions vitales des êtres. En 1741, Vaucanson présenta ainsi à l'Académie de Lyon un projet d'automate « qui imite dans ses mouvements les opérations animales ». Au XIX^{ème} siècle furent conçues les premières machines-outils, qui par leurs fonctions peuvent être considérées comme les précurseurs des robots.

Le terme « robot » fut introduit pour la première fois en 1921 par l'écrivain tchèque Karel Capek dans sa pièce de théâtre RUR (Rossum's Universal Robots). OÙ de petits êtres artificiels anthropomorphes répondant parfaitement aux ordres de leurs maîtres" sont désignés pour la première fois par le terme robot. Ce terme, provenant du tchèque « robota » qui signifie travail forcé, corvée ou servage, désigne une machine androïde capable de remplacer l'homme dans toutes ses tâches. La littérature de science-fiction fait, depuis, la part belle aux robots en tout genre côté de la créature artificielle, à l'origine lointaine du robot dit *de substitution* possédant une grande autonomie, l'idée d'outil a suivi un chemin propre depuis l'Antiquité pour finalement donner lieu au robot industriel classique et au robot de *coopération*.

La fonction d'approvisionnement de machines automatiques destinées à la production de masse a très vite été satisfaite par des manipulateurs simples, souvent pneumatiques, associés à des dispositifs de mise en série comme des bols vibrants. L'idée de les rendre plus polyvalents a abouti au concept de robot manipulateur industriel, développé entre les années 1950 et 1960 et aboutissant au brevet déposé par Georges Devol en 1961. C'est à cette époque que J. Engelberger fonde avec lui la compagnie *Unimation* et installe en production

automobile le premier robot industriel, à technologie hydraulique, pour la manipulation de pièces de fonderie. L'industrie automobile s'est imposée comme le client principal de cette robotique, suivie plus tard par celles de l'électroménager, et de l'électronique grand public, s'élargissant enfin vers l'ensemble du secteur de la mécanique, des fonderies aux constructions navales. Cette démarche s'inscrivait dans celle, plus large, de l'automatisation des moyens de production. Les fonctions remplies étaient alors principalement le "pick and place", la soudure par points, l'assemblage simple et, plus tard, la peinture et la finition.

1.2. Champ d'application des robots :

A l'époque actuelle, les robots manipulateurs sont utilisés pour de nombreuses applications. Ce sont des outils qui peuvent rendre d'innombrables services de part la multitude des tâches qu'ils sont capables de remplir.

- Lorsque les industriels ont commencé à s'intéresser à l'automatisation de leurs systèmes de production vers 1950-1960, ils se sont aperçu que de nombreuses machines de procédés (de transformation de matière) pouvaient être automatisées mais que le transfert de pièces entre ces machines restait largement manuel. C'est pourquoi la **manipulation** de pièces a été la première application des robots, pour charger et décharger les machines ou les caisses de pièces.

Le premier robot industriel livré par Unimation à General Motors a vite fait des adeptes en se révélant avantageux dans la décharge de lopins brûlant dans un four (1961).

- La deuxième application à être testée avec succès a concerné la **peinture** des automobiles, Trallfa à commercialiser son premier robot peintre en 1966. Ainsi les applications liées à la **projection de produits** par des robots ont pris une grande extension.
- A la même époque, le **soudage par points** à l'aide de robots a commencé à se développer. Les trois opérations précédentes peuvent se réaliser assez aisément par des robots play-back c'est à dire par reproduction sans prise d'informations sur l'environnement. le robot et l'outil ne font que reproduire bêtement des trajectoires préenregistrées.

- Il n'en a pas été de même lorsqu'on s'est attaqué au **soudage en continu** qui nécessite un contrôle en ligne de plusieurs paramètres et qui n'a été correctement maîtrisé que récemment, et à **l'assemblage** qui offre une variété de cas considérable. Olivetti a proposé un premier robot d'assemblage à deux bras vers 1975. Ce robot n'a pu donner satisfaction car la précision était insuffisante pour réussir ce type d'opération en aveugle.

- IL existe d'autres applications intéressées par le développement des robots à un degré moindre. Citons la robotique médicale, dans laquelle le robot est destiné à se substituer à une fonction déficiente chez un handicapé, ou à aider un chirurgien dans une opération. Citons également la robotique militaire où le besoin se situe plutôt dans le domaine des robots mobiles évoluant dans un environnement inconnu et sur le sol accidenté. Citons enfin les robotiques spatiale et sous-marine qui doivent concevoir des robots qui doivent manipuler des objets dans des conditions extrêmes de température et de pression.

I.3. Définition du robot industriel :

Il y existe plusieurs définitions parmi elles on note :

- Celle de la **J.I.R.A** (Japan Industrial Robot Association), cette dernière met plus l'accent sur la notion d'anthomorphisme en donnant comme définition (1980) :

« Dispositif versatile et flexible offrant des fonctions de déplacement similaires à celle des membres humains ou dont les fonctions de déplacements sont commandées par des capteurs et ses moyens de reconnaissance ».

- **L'A.F.R.I** (Association Française de Robotique Industrielle) a, de son côté, donnée une définition générale (définition enregistrée par l'AFNOR : NF E61-100) on y trouve ainsi défini :

le manipulateur :

« Mécanisme généralement composé d'éléments en série, articulés ou coulissants l'un par rapport à l'autre, dont le but est la saisie et le déplacement d'objets suivant plusieurs degrés de liberté. Il est multifonctionnel et peut être commandé directement par un opérateur humain ou par tout système logique (système à cames, logique pneumatique, logique électrique câblée ou programmée) » ;

et le **robot industriel** :

« Manipulateur automatique, asservi en position, reprogrammable, polyvalent, capable de positionner et d'orienter des matériaux, pièces, outils, ou dispositifs spécialisés au cours de mouvements variables et programmés pour l'exécution de tâches variées.

Il se présente souvent sous la forme d'un ou plusieurs bras se terminant par un poignet. Son unité de commande utilise, notamment, un dispositif de mémoire et éventuellement de perception de l'environnement, et des circonstances ainsi que l'adaptation en résultant.

Ces machines polyvalentes sont généralement étudiées pour effectuer la même fonction de façon cyclique et peuvent être adaptées à d'autres fonctions sans modification permanente du matériel ».

- La **R.I.A** (**Robotic Industries Association**) aux états unis insiste sur l'utilisation en proposant (1979) :

« Manipulateur multifonction reprogrammable conçu pour déplacer des matériaux, des pièces, des outils ou des dispositifs spécialisés au travers de déplacements variables et programmables pour accomplir diverses tâches ».

I.4. Classification des robots :

On classe généralement les robots en fonction de leur système de commande. Bien que la **R.I.A** et l'**A.F.R.I** s'appuient sur leur propre classification, c'est la proposition de la **J.I.R.A** qui sert le plus souvent de référence. Selon cette dernière les robots sont répartis en six classes:

- **Classe 1 :**

Cette classe groupe les **manipulateurs manuels**, c'est à dire les mécanismes à plusieurs degrés de liberté actionnés par un opérateur humain (on y trouvera donc, en particulier, tout les télémanipulateurs mécaniques ou électromécaniques).

- **Classe 2 :**

Elle comporte les **manipulateurs (automatique) à séquence fixe** qui exécutent d'une façon répétitive une succession d'opérations en suivant un protocole fixé à l'avance, mais la séquence des différentes étapes de travail est difficile à modifier.

• Classe 3 :

Elle rassemble les **manipulateurs à séquence variable**, ce qui signifie que l'ordre, le sens ou l'amplitude de déplacement des articulations sont aisément réglable ou programmables .

• Classe 4 :

On y trouve les **robots copieurs** (ou play-back) qui sont capables de reproduire des mouvements qui ont été exécutés sous contrôle d'un opérateur humain, et qui ont été enregistrés dans une mémoire. Ce type d'opération sous-entend aussi que l'ensemble des opérations que doit réaliser ce type de robots a été enregistré. Par exemple, la position du robot à un instant donné, mais aussi la tâche qu'il doit réaliser en chaque point de sa trajectoire. En fonctionnant en esclave, le robot copieur exécute automatiquement et de façon éventuellement répétitive une séquence opératoire qui a été enregistrée.

• Classe 5 :

C'est le domaine des **robots à commande numérique**. L'opérateur humain fournit au robot un programme, informatique, de déplacement (il ne guide plus manuellement le robot, comme précédemment en phase d'apprentissage).

• Classe 6 :

Elle englobe tous les **robots dits intelligents**, dotés de moyens sensoriels de perception de l'environnement comme le sens visuel, le sens tactile, et ils sont capables de modifier eux mêmes leur comportement pour mener à bien la tâche demandée, programmée ou enregistrée à l'avance, en dépit des variations des conditions d'exécution.

1.5. Notion de degré de liberté :

Pour définir la situation d'un objet dans l'espace, on doit fixer la position de trois points non alignés de cet objet soit neuf paramètres non indépendants car les coordonnées de ces points sont liées par trois relations qui expriment l'inter-variabilité de la distance entre ces points.

Définir la situation d'un objet libre nécessite donc, dans le cas générale, la connaissance de six paramètres indépendants :

- trois paramètres indépendants définissent la position d'un point de l'objet (coordonnés cartésiennes, cylindriques, sphériques, etc....) ;

- trois paramètres indépendants déterminent l'orientation de l'objet autour du point précédent (angles d'EULER, etc....).

Par définition, cet objet possède six degrés de liberté.

I.6. Constitution d'un robot manipulateur :

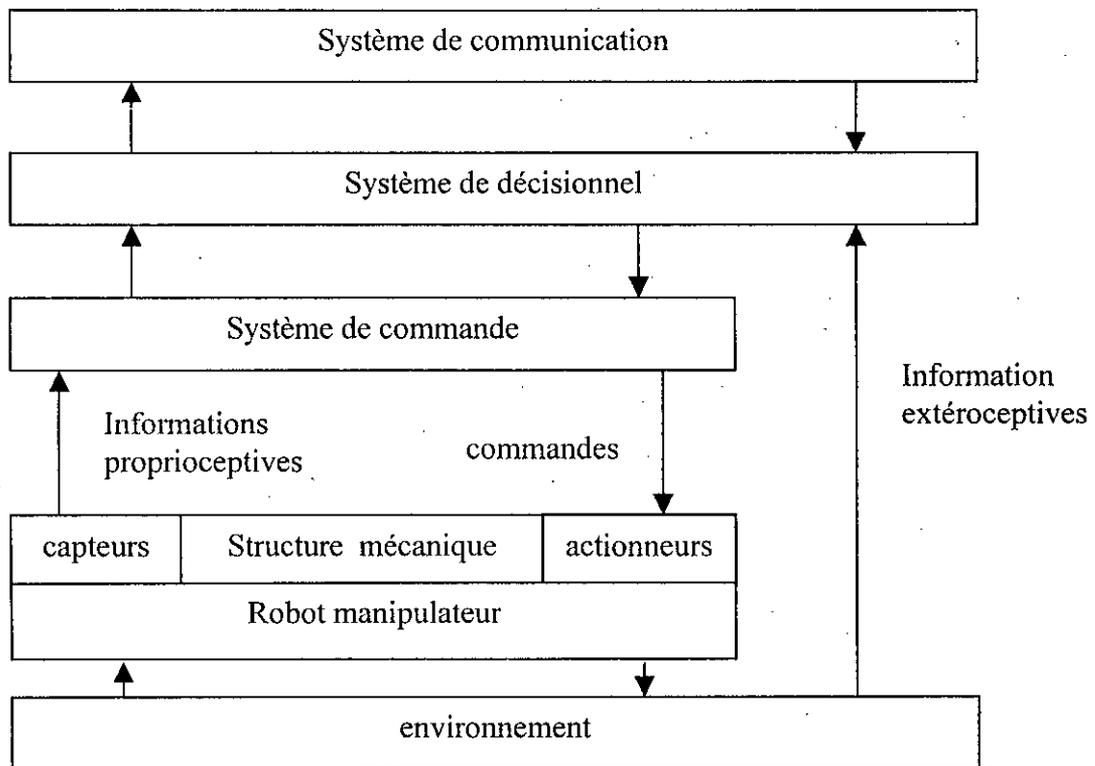
I.6.1. Structure générale d'un robot :

Un robot manipulateur est l'ensemble formé par :

- une structure mécanique qui supporte l'organe terminal ;
- des actionneur qui servent à agir sur la structure précédente pour en modifier la configuration et donc la situation de l'organe terminal ;
- des capteurs nécessaires à la commande, parmi lesquels on distingue les capteurs proprioceptifs qui permettent la saisie de l'état mécanique du robot et les capteurs extéroceptifs qui indiquent l'état de l'environnement du robot ;
- un système de commande qui pilote les actionneurs du robot à partir de la définition du mouvement à exécuter transmise par le système décisionnel et des informations délivrées par les capteurs proprioceptifs ;
- un système décisionnel qui assure la fonction de raisonnement et élabore le mouvement du robot à partir de la définition de la tâche à exécuter transmise par l'opérateur à l'aide du système de communication ;
- un système de communication qui gère les messages transmis entre le système décisionnel et l'opérateur via une console.

Cette structure générale d'un robot manipulateur est définie sur la **fig.I.1**. Le robot ainsi décrit peut s'adapter à toute évolution de l'environnement sur lequel il agit. Les robots manipulateurs industriels, actuels, dans leurs majorité, ne possèdent pas cette faculté d'adaptation à cause de l'absence du système décisionnel. De plus, le système de communication est moins sophistiqué.

Cette étude concerne la structure mécanique du robot manipulateur (chaînon et liaisons).



FigI.1 structure générale d'un robot manipulateur

I.6.2. Structure mécanique :

I.6.2.1. Liaison mécanique :

La structure mécanique d'un robot manipulateur industriel est un ensemble de corps, rigide en théorie, assemblés à l'aide de liaisons. Une liaison intervient entre deux corps et permet une mobilité relative entre ceux-ci.

L'association Française de Normalisation (AFNOR) fixe la norme de représentation de toutes les liaisons mécaniques c'est la norme **NF E04-015**. Cette norme est indiquée sur le **tableau I.1**.

Quand on commande un robot, on a intérêt à pouvoir contrôler individuellement chaque articulation ou axe pour être bien maître de la trajectoire. C'est pourquoi on utilise principalement des liaisons rotoïdes (ou pivot) et prismatiques (ou glissière). Elle ont par ailleurs l'avantage d'une réalisation pratique, peu onéreuse, comparée aux articulations à plusieurs degrés de liberté. On comprend qu'une combinaison de liaisons rotoïdes et prismatiques permet de réaliser toutes les liaisons mécaniques données dans le **tableau I.1**.

Dans ce qui suit on utilise deux types de liaisons:

- la liaison rotoïde notée (R), qui permet un mouvement relatif de rotation;
- la liaison de prismatic notée (P), qui permet le mouvement relatif de translation.

I.6.2.2. Types de structure des robots :

Les corps C_i et les liaisons L_i constituant un robot manipulateur peuvent être disposés à partir d'un corps de référence C_0 ou bâti suivant :

- **structure à chaîne simple : (ou série) fig.I.2**

Pour ce type de structure il n'y a qu'un seul chemin possible pour aller du bâti à l'organe terminal (ou l'effecteur).

- **structure à chaîne arborescente : fig.I.3**

Elle possède deux ou plusieurs chaînes simples partent d'une même chaîne commune, chacune peut avoir un effecteur.

- **structure à chaîne complexe : fig.I.4**

Constituée de boucles mécaniques fermées, c'est à dire des chemins qui permettent partant d'un corps d'y revenir après une succession de corps et de liaisons.

Dans notre étude, nous allons se limiter seulement aux robots à chaîne simple ouverte, à cause de leur utilisation répandue et leur réalisation facile.

I.6.3. constitution de la structure mécanique :

On distingue dans un robot manipulateur série trois sous-ensembles qui sont :

a. Véhicule :

Le véhicule assure le transport de la structure mécanique vers la zone d'application. Cette partie est inexistante dans les robots à poste fixe.

b. Porteur :

La tâche du porteur est d'amener l'effecteur dans un endroit précis de l'espace, une combinaison de trois degrés de liberté (plus si le porteur est redondant) de rotation ou de translation, est nécessaire pour accomplir cette tâche.

Les liaisons utilisées sont généralement des articulations rotoïdes (R) et des articulations prismatique (P). ainsi le nombre de combinaisons possible est de 8. ils sont dérivés des différents systèmes de repérage :

- **structure PPP : (fig.I.5)** Ce type de structure concernant 14 % des robots industriels est bien adapté au repérage en coordonnées cartésiennes ;
- **structure RPP ou PRP : (fig.I.6)** Ce type de structure concernant 47 % des robots industriels, est bien adapté au repérage en coordonnées cylindriques ;
- **structure RRP : (fig.I.7)** Ce type de structure concernant 13 % des robots industriels, est bien adapté au repérage en coordonnées sphériques ;
- **structure RPR , PRR ou RRP: (fig.I.8)** Ce type de structure concernant 1 % des robots industriels, est bien adapté au repérage en coordonnées toriques ;
- **structure RRR : (fig.I.9)** Ce type de structure concernant 25 % des robots industriels, est bien adapté au repérage dans un système de coordonnées d'anthropomorphes par analogie avec le bras humain .

c. Le poignet :

L'organe terminal du robot est lié à sa structure au moyen du poignet. Il est destiné à donner une orientation convenable à l'outil porté par le robot.

La structure la plus courante, représentée sur la **fig.I.10.** est constituée de trois articulations rotoïdes en série et à axes concourants en un point C et orthogonaux deux à deux. Cette structure est équivalente à une liaison sphérique, elle permet donc d'obtenir une orientation quelconque de la pince. Cette structure est très répandue, car elle permet un découplage ente la position et l'orientation de la pince.

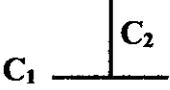
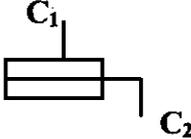
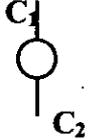
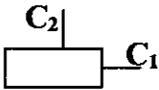
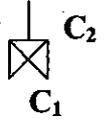
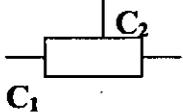
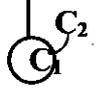
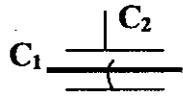
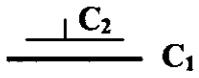
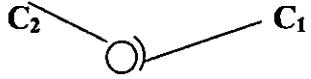
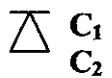
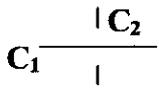
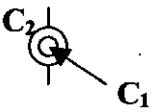
| Nom de la liaison | Mouvements relatifs | Nombre de degrés de liberté | Symboles |
|---|---|-----------------------------|---|
| Encastrement | 0 rotation 0 translation | 0 |  C ₁ : corps 1 C ₂ : corps 2 |
| Pivot (articulation cylindrique) | 1 rotation 0 translation | 1 |   |
| Glissière (articulation prismatique) | 0 rotation 1 translation | 1 |   |
| Glissière hélicoïdale | 1 rotation 1 translation conjuguées | 1 |   |
| Pivot Glissant | 1 rotation 1 translation | 2 |   |
| Appui Plan | 1 rotation 2 translations | 3 |  |
| Rotule (articulation sphérique) | 3 rotations 0 translation | 3 |  |
| Linéaire Rectiligne | 2 rotations 2 translations | 4 |   |
| Linéaire Annulaire | 3 rotations 1 translation | 4 |   |
| Ponctuelle | 3 rotations 2 translations | 5 |   |
| Libre | 3 rotations 3 translations | 6 | Pas de symbole : Pas de contact entre les deux corps |

Tableau I.1 Représentation des liaisons mécaniques d'après la norme NF E04-015

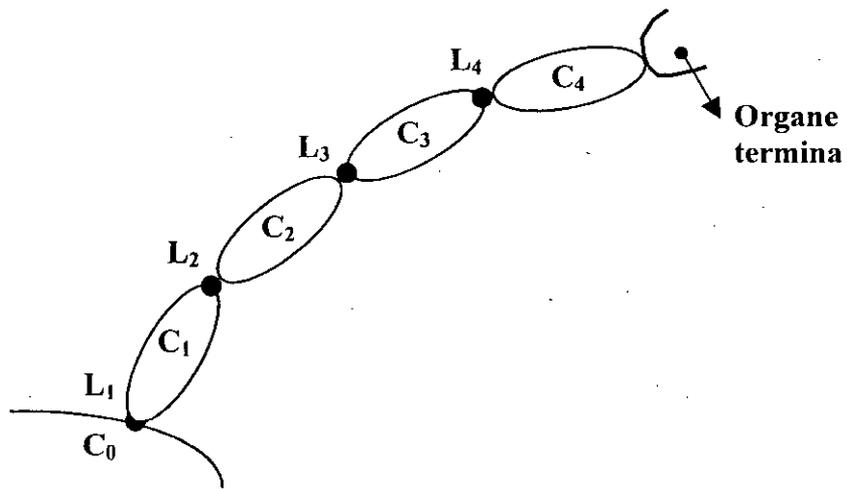


Fig.I.2 structure à chaîne simple

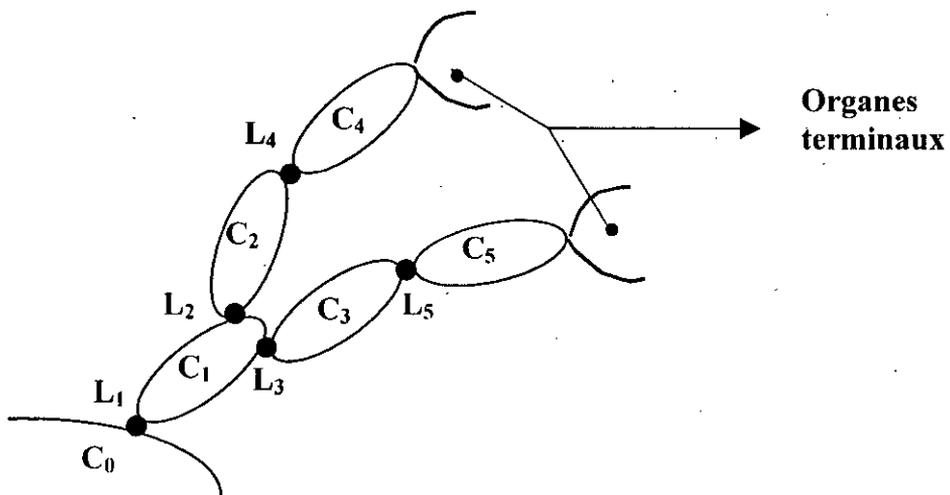


Fig.I.3 structure à chaîne arborescente

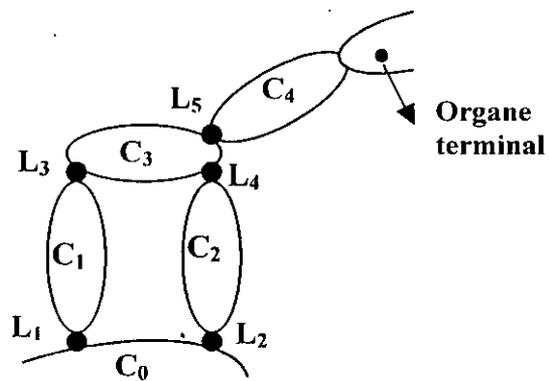


Fig.I.4 structure à chaîne complexe

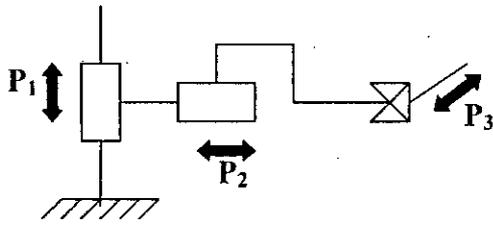


fig.I.5. structure PPP

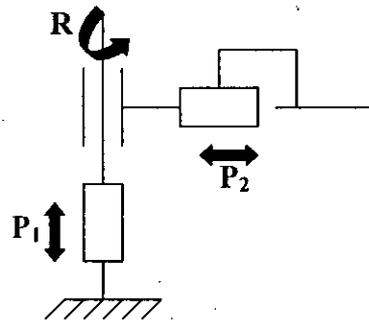


fig.I.6. structure PRP

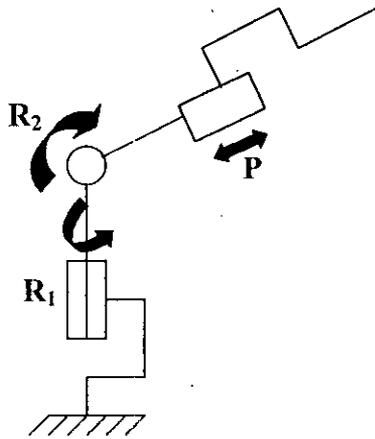


fig.I.7. Structure RRP

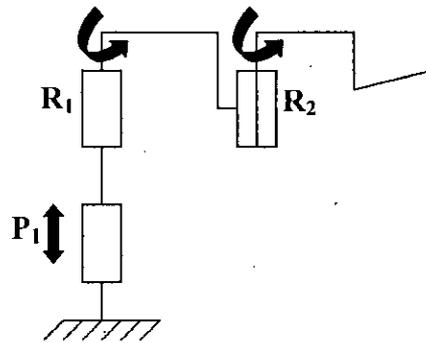


fig.I.8. Structure PRR

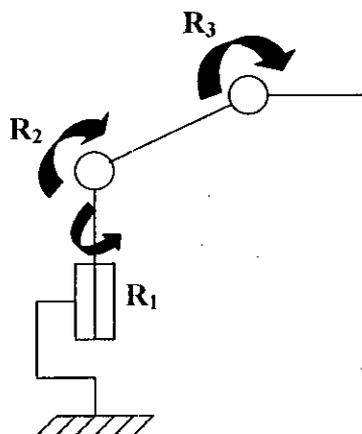


fig.I.9. Structure RRR

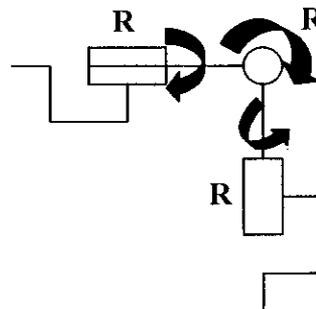


fig.I.10. Poignet à axes concourants

I.7. Notions sur les robots manipulateurs :

I.7.1. Indice de mobilité :

Dans notre cas pour une structure à chaîne simple possédant n corps C_i (plus le bâti C_0) connectés entre eux par n liaisons L_i rotoïdes et/ou prismatiques, l'indice de mobilité M est égal au nombre de liaisons motorisées (qui est égale à n dans ce cas).

I.7.2 Degré de liberté d'un robot :

Le degré de liberté d'un robot DLr est égal au nombre de paramètres indépendants qui fixent la situation de l'effecteur. Il peut être fonction de la configuration du robot mais l'inégalité: $DLr \leq M$ est toujours vérifiée.

Par exemple un mécanisme qui comporte trois liaisons rotoïdes autour du même axe possède deux degrés de liberté car le lieu atteignable par l'extrémité reste dans un plan , donc dans ce cas $DLr = 2$ par contre $M = 3$.

I.7.3. Redondance et singularité :

Si quelle que soit la configuration du robot, $DLr = M$, il est dit non redondant.

Dans le cas contraire (si $DLr < M$), il y a deux situations :

- cette inégalité est satisfaite pour toutes les configurations que peut prendre le robot qui est dit alors **redondant**.
- Cette inégalité est satisfaite pour certaines configurations du robot qui est dit **localement redondant**, est les configurations correspondantes sont dites **singulières**.

La redondance permet d'augmenter le volume du domaine des points accessibles et de préserver les capacités de déplacement de l'effecteur en présence d'obstacles, le ou les ddl supplémentaires autorisent leurs contournement.

I.7.4. Degré de liberté d'une tâche :

Le degré de liberté d'une tâche DLt est égal au nombre de paramètres indépendants permettant de fixer toutes les situations que l'effecteur doit atteindre pour exécuter sa tâche.

I.7.5. Compatibilité :

La notion de compatibilité traduit la possibilité de trouver la configuration du robot qui permet d'atteindre la situation désirée de l'effecteur.

La condition $DLr = DLt$ est une condition nécessaire mais non suffisante pour qu'un robot puisse exécuter une tâche donnée.

I.7.6. Volume de travail :

Le volume de travail est l'espace physique engendré par un point de l'effecteur lorsque la configuration du robot évolue. Il est généralement représenté par deux sections perpendiculaires choisies en fonction du type du robot.

Ce volume est fonction des longueurs des éléments du robot et des valeurs maximales des variables articulaires, un tableau comparatif des cinq types de porteurs, les plus utilisés en robotique et qui sont déjà cités, est donné ci-dessous montrant les volumes de travail obtenus avec les hypothèses simplificatrices suivantes

- la rotation permise par chaque liaison rotoïde est de 360° ;
- la translation permise par chaque liaison prismatique est égale à L ;
- la dimension « principale » la plus grande de chaque corps du robot est égale à L .

| Type de structure | Volume de travail | Forme du volume de travail |
|-------------------|-----------------------------|--|
| PPP | L^3 | Cube de côté « L » |
| PRP | $\pi 3L^3 \approx 9L^3$ | Tore de section carrée (L,2L) Rint = L et Rext = 2L |
| RRP | $28/3\pi L^3 \approx 9L^3$ | Sphère creuse Rint = L et Rext = 2L |
| PRR | $4\pi L^3 \approx 13L^3$ | Cylindre plein de rayon « 2L » |
| RRR | $23/3\pi L^3 \approx 34L^3$ | Sphère pleine de rayon « 2L » |

Tableau I.2. comparaison des différents volumes de travail des robots

I.8. Actionneurs :

Les actionneurs sont les organes du robot qui animent la structure mécanique. La maîtrise de leur commande permet de faire réaliser des tâches prédéfinies par l'opérateur. Le mouvement est imposé par un ou plusieurs actionneurs par transformation d'une énergie source en énergie mécanique.

I.8.1. Critères de performance :

Les performances des actionneurs des robots sont jugées d'après des critères dont la liste ci-après présente les plus déterminants:

- La puissance massique: rapport de la puissance développée par l'actionneur à sa masse ;
- La capacité d'accélération: rapport de l'effort maximal que peut délivrer l'actionneur à son inertie;
- Le facteur de service: rapport du temps pendant lequel l'actionneur peut fonctionner en accélération / décélération au temps du cycle;
- Régularisation de l'effort moteur : qui est aussi importante pour le cas restreint de la motorisation directe ;
- La commandabilité des axes du robot qui sera d'autant plus aisée que la relation liant la commande à l'effort exercé sur les axe du robot sera simple;
- La consommation énergétique;
- La fiabilité, la maintenabilité et leur résultante la disponibilité;
- La sensibilité à l'environnement, vis à vis de laquelle les actionneurs se démarquent surtout par les risques qu'il génèrent potentiellement en atmosphère à risque d'explosion.

I.8.2. Différents types d'actionneurs :

On peut classer les actionneurs en robotique en trois classes selon le type de sources d'énergie utilisées: électrique, pneumatique et hydraulique.

I.8.2.1. actionneurs électriques :

La motorisation électrique des robots repose sur l'emploi des moteurs électriques rapides qui entraînent les axes à travers des réducteurs mécaniques. Ces moteurs sont :

- Soit à courant continu constitués principalement d'un rotor, d'un stator et d'un collecteur. De l'action du champs magnétique sur ce courant résulte le couple moteur.
- Soit des moteurs synchrone triphasés qui présente une construction inverse avec un stator bobiné et un rotor muni d'aimants.
- Soit des moteurs pas à pas qui reçoivent un signal de fréquence variable à l'aide d'un translateur qui les fait tourner à chaque impulsion d'une quantité constante appelée pas angulaire.

Ces actionneurs ont les avantages suivants :

- rendement énergétique global supérieur à celui rencontré en hydraulique;
- la fiabilité et la maintenabilité des servomoteurs est excellente, et ils bénéficient d'une formation adaptée du personnel de maintenance;
- démarrage et arrêt rapides et possibles dans les deux sens de rotation.

Mais ils ont les inconvénients suivants :

- faible puissance massique ou couple massique inférieur au moyenne de deux à cinq fois à celui des actionneurs hydrauliques;
- présence de courants élevés dans les câbles. C'est ce qui a exclu la motorisation électrique des tâches explosives.

I.8.2.2. Actionneurs hydrauliques :

La technologie hydraulique se caractérise par une puissance massique élevée qui est en fait la source la plus utilisée au début de la robotique industrielle.

Ces actionneurs ont les avantages suivants :

- puissance massique élevée;
- temps de réponse court ;
- précision.

Certains inconvénients sont à considérer :

- consommation énergétique nettement plus élevée que les actionneurs électrique ;
- coût élevé de certains éléments ;
- ces actionneurs ont un très grand nombre de non-linéarités ;

De ce fait l'utilisation des actionneurs hydrauliques a été progressivement restreinte au robots :

- travaillant en atmosphère explosive ;
- à très forte capacité de charge.

I.8.2.3. Actionneurs pneumatiques :

Ceux-ci sont très peu utilisés. Ils sont d'usage pour les robots « tout ou rien ». Ces robots possède un nombre de ddl limité permettant une succession de mouvement contrôlés uniquement par des capteurs de fin de course réglables manuellement. Ces robots sont destinés à faire du transfert de pièces à cadence élevée d'une position à une autre, sans possibilité de maîtriser la trajectoire. La différence pour ces actionneurs apparaît au niveau de la commande qui ne comporte pas d'asservissement de position. Il existe par contre des robots pneumatiques ayant toutes les possibilités de contrôle de la trajectoire de l'organe terminal. Ils sont peut développés à cause de la difficulté de réalisation de l'asservissement en position des vérins pneumatiques, difficulté qui provient de la compressibilité de l'air.

I.9. Capteurs :

La perception est un domaine central de la robotique, l'élément de base du système de perception est le capteur, qui fait traduire en une information exploitable des données représentant des caractéristiques de l'environnement.

La fonction du capteur définit le type d'information délivrée selon la provenance, elle concerne deux entités :

- le système mécanique articulé : capteurs proprioceptifs ;
- l'environnement dans lequel évolue le robot : capteurs extéroceptifs.

I.9.1. Capteurs proprioceptifs :

Ce type de capteurs nous permet de savoir la position, la vitesse, l'accélération et la force de chaque élément mobile.

I.9.2. Capteurs extéroceptifs :

Les capteurs extéroceptifs sont des capteurs capables de fournir au robot des informations sur l'environnement où il fonctionne. On peut mentionner quelques uns :

- les capteurs d'effort ;
- les capteurs de proximité ;
- les capteurs tactiles ;
- les capteurs de vision.

I.10. Systèmes robotisés point à point et à trajectoire continue :

On pourrait penser que deux robots, dont l'un fait la soudure par points et l'autre de la soudure à l'arc, sont tout à fait ressemblants ; seul leurs outils paraissent différents. Il s'agit en réalité de systèmes robotisés très dissemblables.

I.10.1. Systèmes robotisés point à point :

Les robots de soudure par points sont un bon exemple de robots point à point. Un tel robot se déplace d'un point à souder à l'autre, positionne ses électrodes, serre les tôles à assembler, effectue sa soudure et réitère ce cycle de proche en proche. C'est le cas du robot qui fait l'objet de notre étude.

Plus généralement un robot point à point se déplace jusqu'à un point dont les coordonnées ont été numériquement définies. Une fois rendu, il s'arrête, son effecteur alors effectue une tâche sans déplacement de l'ensemble de la structure. Après exécution, le robot se déplace vers un nouveau point pour y effectuer le même travail.

Dans ce type de robots le chemin suivi par l'effecteur et sa vitesse n'ont aucune importance, pour cela on cherche à ce que l'effecteur prend le chemin le plus court avec la plus grande vitesse possible pour accroître la cadence du travail du robot.

I.10.2. Systèmes robotisés à trajectoire continue :

Ces robots effectuent leurs travaux tout en déplaçant leurs effecteurs. Ce dernier suit un chemin prédéfini, à allure relativement régulière. Leurs ddl évoluent simultanément de façon à obtenir un suivi précis de la trajectoire.

I.11. Robots de soudage par points :

Avec le chargement et le déchargement automatique des machines-outils, le soudage par résistance par points a été la première application à faire l'objet d'une robotisation à grande échelle. Ainsi les premiers robots à souder par points ont été installés en 1969 chez General Motors pour assembler les carrosseries des véhicules.

Dans notre étude les pièces à assembler sont mises en place dans une position bien définie et la pince à souder est déplacée par le robot d'un point de soudure à l'autre.

I.11.1. Poste de soudage par points à pince de soudage robotisée : (Fig.I.11)

Cette pince comprend essentiellement:

- le transformateur de soudage suspendu et son armoire de commande;
- la pince de soudage et le câble de liaison secondaire;
- le poignet du robot à deux degrés de liberté;
- la pièce à souder.

On a résumé, sur la **Fig.I.12**, le principe de la définition d'un assemblage que l'on se propose à réaliser au moyen d'une pince robotisée et qui est caractérisé par:

- le nombre total de points;
- leur position sur la pièce et dans l'espace de travail par rapport auquel ils sont référencés;
- pour chacun d'eux la perpendiculaire au centre du point à la surface adjacente de la tôle ou à la direction de soudure;
- la nature du métal, les épaisseurs en présence;
- le temps imparti pour l'assemblage global;
- l'ordre de réalisation des soudures.

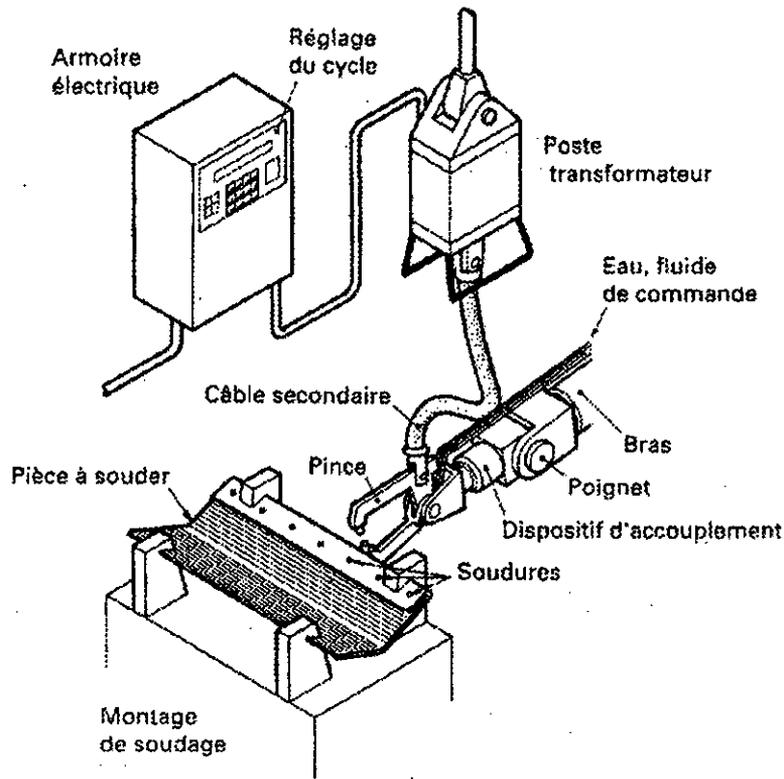


fig.I.11. pince de soudage par points robotisée

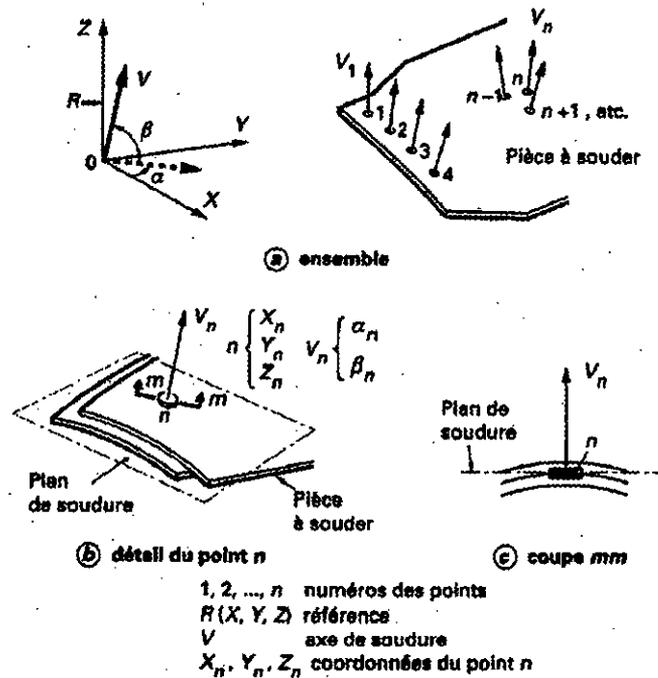


fig.I.12. Définition géométrique d'un assemblage soudé par points

I.11.2. Particularités des robots à soudure par points :

Le robot utilisé doit manipuler la pince, les câbles d'alimentation et les canalisations de refroidissement qui sont parfois nécessaires, vu les intensités admises. La pince, constituée de deux électrodes opposables, pèse de 10 à 80 Kg, et la plupart des moteurs à courant continu sont généralement inaptes à entraîner des charges aussi importantes. C'est pourquoi l'on fait, le plus souvent appel à l'hydraulique.

Le robot est du genre point à point. Sa tolérance de positionnement est de l'ordre de $\pm 1\text{mm}$. D'autre part, la cadence du robot peut être fortement accélérée lorsque les points de soudure sont proches les uns des autres. Dans ce cas la répartition de soudure est très régulière, ce qui assure une qualité uniforme.

La soudure par points engendre des parasites électromagnétiques de fort niveau (étincelles), qui ne doivent absolument pas perturber les boucles d'asservissement du robot. C'est pourquoi ils sont munis de blindages, de transformateurs d'isolement, de circuits différentiels et de filtres qui leur permettent de résister aux agressions hertziennes conduites par les liaisons d'alimentation. Des écrans sont aussi prévus autour de la pince, pour éviter l'arrosage incandescent des câbles et des conduites de fluide alentour.

I.11.3. Robots de soudage par points pour carrosseries d'automobiles :

Les premiers robots à soudure par points ont été installés en 1969 chez General Motors pour assembler les carrosseries de véhicules. Depuis, lors cette utilisation s'est généralisée, vu le gain de productivité apporté.

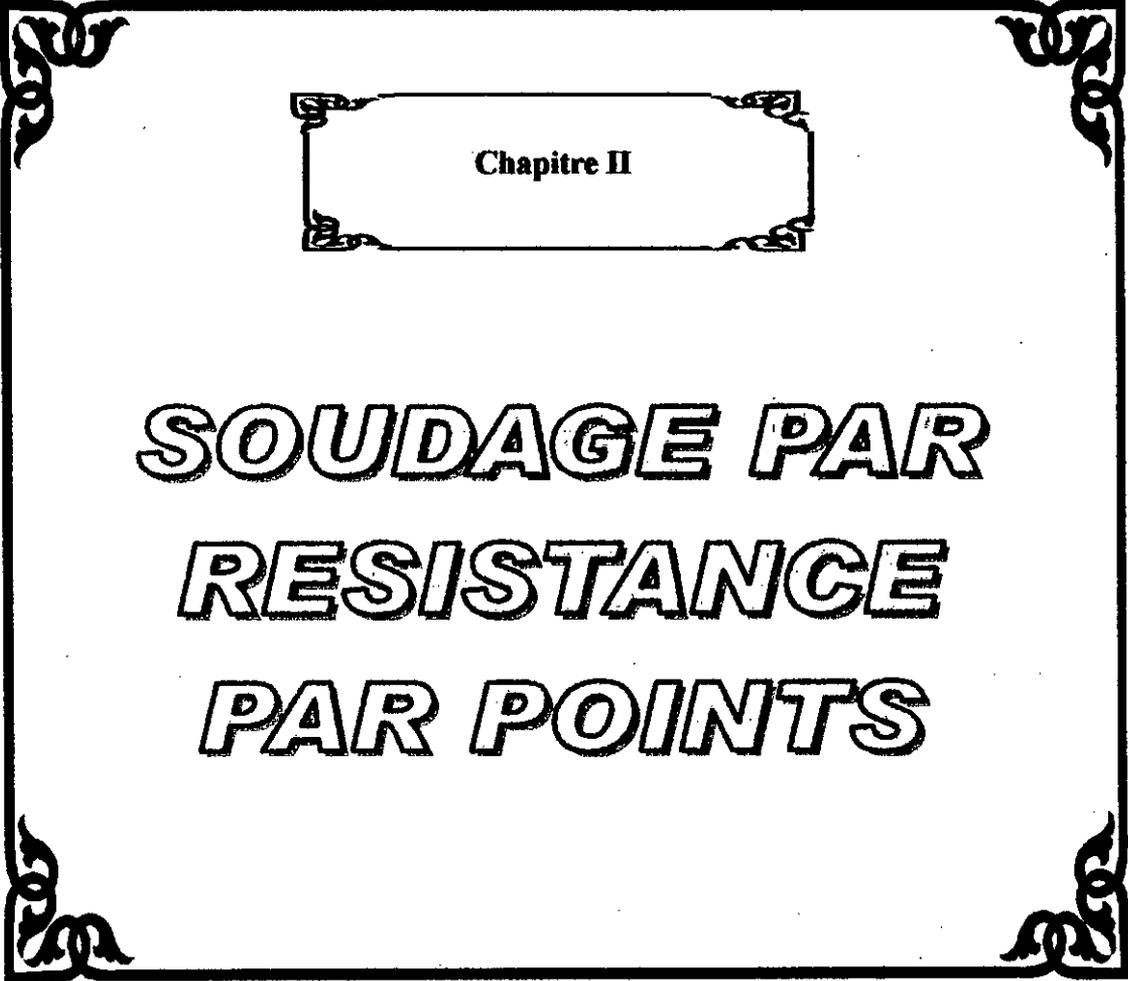
Sur une chaîne de montage, les carrosseries sont chariotées en suspension pour gagner de la place au sol. Plusieurs robots peuvent d'abord travailler sur le même véhicule, ce qui augmente la productivité de la chaîne.

Ces robots sont plus que de simples machines point à point ; elles accompagnent les carrosseries dans leur mouvement continu sur la même chaîne dont le débit peut atteindre de 50 à 90 véhicules à l'heure. Les emplacements prévus pour la soudure doivent donc être assignés en translation synchrone de la chaîne. La programmation du robot est faite en conséquence ; elle doit bien sûr être adaptée à la vitesse uniforme de la chaîne de montage.

I.12. Conclusion :

Nous nous sommes contenté dans ce chapitre, de donner quelques définitions de termes concernant plus particulièrement les domaines de modélisation des robots, ainsi que des généralités sur les robots de soudage par points. Ces définitions reviendront très souvent dans cette étude et certaines seront reformulées de façon plus vigoureuse.

Dans le chapitre qui suit nous allons aborder des généralités sur le soudage par résistance par points.



Chapitre II

**SOUDAGE PAR
RESISTANCE
PAR POINTS**



SOUDAGE PAR RESISTANCE PAR POINTS

II.1. Introduction :

L'assemblage mécanique par soudage est largement répandu dans l'industrie, il consiste à rendre solidaire des pièces métalliques par fusion localisée des métaux à assembler.

On peut classer les méthodes de soudage en deux catégories :

- La soudure autogène, qui n'utilise pas de matériau d'apport;
- Le brasage, qui fait appel à un eutectique métallique destiné à unir les pièces.

A ces deux méthodes correspondent les opérations spécifiques : soudure par résistance pour l'une et soudure à l'arc pour l'autre.

Dans notre étude nous nous intéressons uniquement au soudage par résistance par points qui est utilisé surtout pour l'assemblage des carrosseries d'automobiles.

II.2. Principe du soudage par points : (Fig. II.1)

Le soudage par résistance par points est un procédé qui met en œuvre les effets d'un courant électrique traversant les pièces à assembler sans métal d'apport, sur des joints par recouvrement ou en bout.

Les pièces à souder sont serrées entre deux électrodes de cuivre énergiquement refroidies. Au passage du courant à basse tension, il y a échauffement par effet Joule dans toute l'épaisseur des pièces au droit des électrodes. L'échauffement est maximal à l'interface des pièces, et il se forme un noyau de métal liquide maintenu en place grâce à l'effort exercé par les électrodes. Cette technique d'assemblage se prête parfaitement à l'automatisation et se caractérise par sa rapidité d'exécution. Elle se trouve des applications de choix en construction automobile, matériaux ferroviaire, emballage métallique, etc...

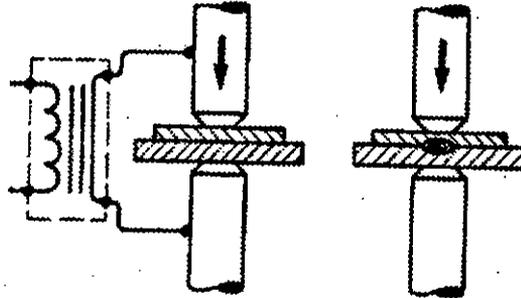


fig.II.1. Soudage par résistance par points

II.3. Cycle du soudage par points :

Les deux pièces à assembler sont placés et maintenus en place. Elles subissent un cycle complet pour chacun des points et qui comprend les phases suivantes : (Fig. II.2)

- **L'accostage** : les électrodes se rapprochent et viennent se serrer sur les pièces à souder à l'endroit prévu et sous un effort donné ;
- **Le soudage** : le courant passe, déclenché par la fermeture du contacteur du circuit de puissance;
- **Le forgeage** : ou maintien d'effort à la fin duquel les électrodes s'écartent et reviennent au repos.

Ces différentes phases , dont la durée totale reste de l'ordre de quelques secondes selon les épaisseurs, sont rigoureusement temporisées et se déroulent automatiquement.

La représentation graphique des paramètres de ce cycle (effort de serrage, et intensité du courant en fonction du temps) sont définies par la figure II.3. Ce cycle de base peut subir plusieurs variantes:

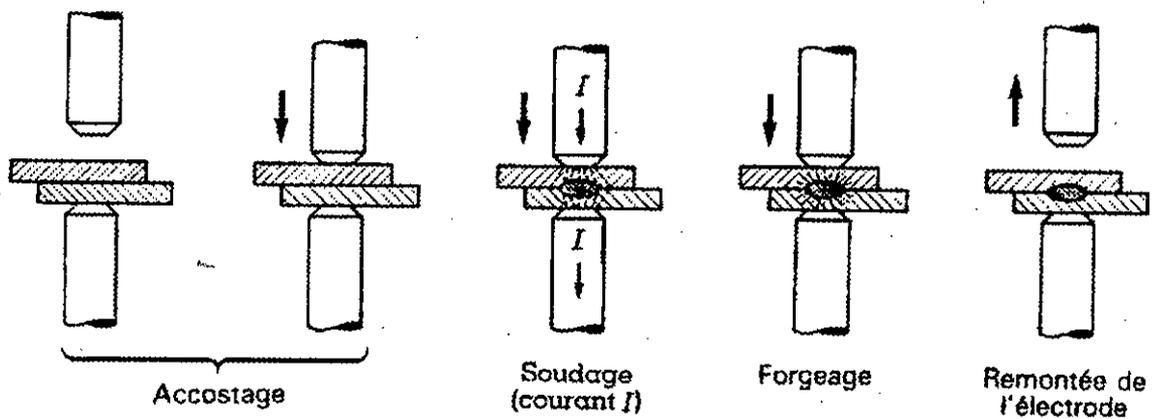


fig.II.2. Phases de l'opération de soudage par points

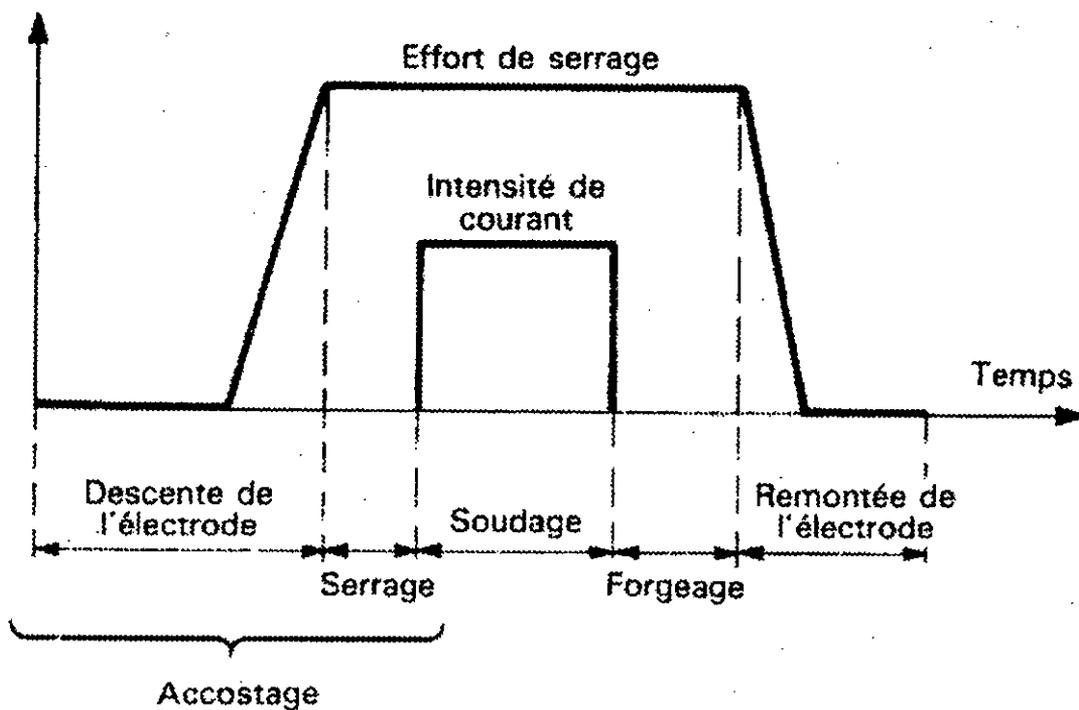


fig.II.3. Représentation du cycle de soudage par points

II.3.1. Soudage à pression constante : (Fig. II.4.a)

Le cycle avec effort de compression constant et le plus fréquemment utilisé. L'effort de compression assure l'accostage et le maintien des pièces pendant l'opération de soudage.

II.3.2. Soudage avec forgeage : (Fig. II.4.b)

Le forgeage consiste à augmenter la pression après le soudage pour les raisons suivantes :

- Maintien en place la masse du métal en fusion;
- Eliminer la formation des bulles des gaz dissous;
- Affiner le grain du métal.

Le forgeage est d'autant plus indispensable que les tôles sont épaisses.

En règle générale $F_2 = 1,8 F_1$, où F_1, F_2 : efforts de compression.

II.3.3. Soudage par impulsion à pression constante : (Fig. II.4.c)

Il est surtout utilisé pour permettre le chauffage des tôles épaisses et pour les accostage difficiles.

II.3.4. Soudage par impulsion avec préchauffage et post-chauffage :(Fig. II.4.d)

- Préchauffage : pour éviter les déformations et les tensions résiduelles.
- Post-chauffage : la rupture brusque du courant entraîne un refroidissement rapide de la soudure, le post-chauffage provoque un recuit.

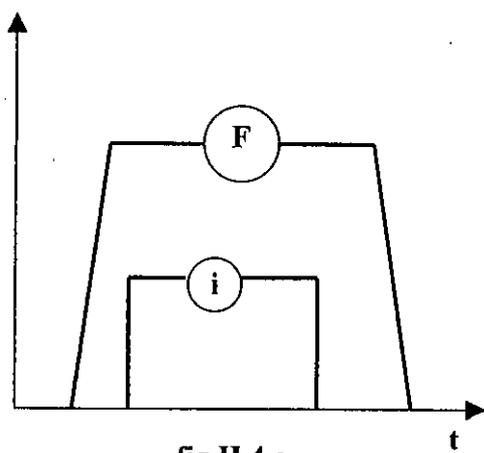


fig.II.4.a

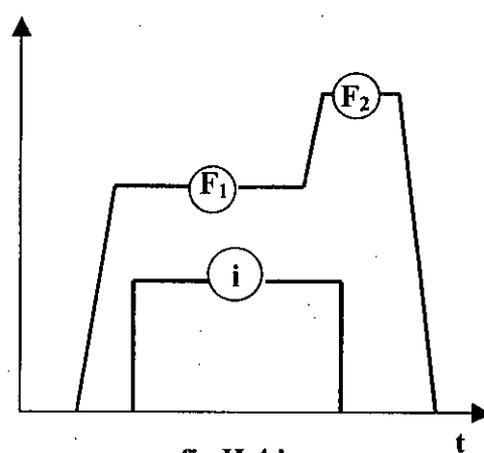


fig.II.4.b

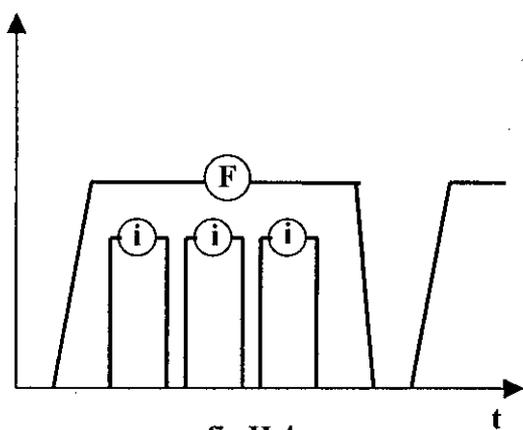


fig.II.4.c

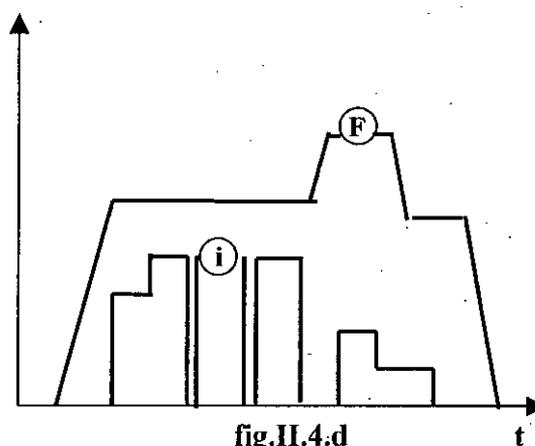


fig.II.4.d

fig.II.4. Les variantes du cycle de soudage

II.4. Formation de la soudure :

Dès le serrage des électrodes, nécessaire à l'accostage des tôles, le contacteur primaire se ferme et le courant s'établit dans le circuit secondaire. Il traverse les pièces à souder et rencontre, entre les électrodes, un certain nombre de résistances électriques, les unes localisées aux interfaces et les autres réparties dans la matière.

Les premières résultent des phénomènes de contact. Ceux-ci, limités au début aux aspérités. Les secondes sont dues à la résistivité des matériaux.

Par effet Joule, la température s'élève dans la zone de soudage, en premier lieu aux interfaces, où la résistance d'abord prépondérante diminue, puis dans la matière elle-même où la résistivité augmente avec la température. Au bout d'un certain temps, la fusion est atteinte au point central et progresse dans le plan de joint sous la forme d'un lingot formé en vase clos, qui atteint un diamètre comparable à celui des électrodes : le point de soudure. Le courant est alors interrompu. Le métal en fusion se refroidit, formant la liaison des deux tôles, les électrodes restant serrées avec effet de forgeage jusqu'au refroidissement quasi complet.

La figure II.5 représente la coupe transversale d'un point de soudure avec ses différentes zones et leur nature métallurgique.

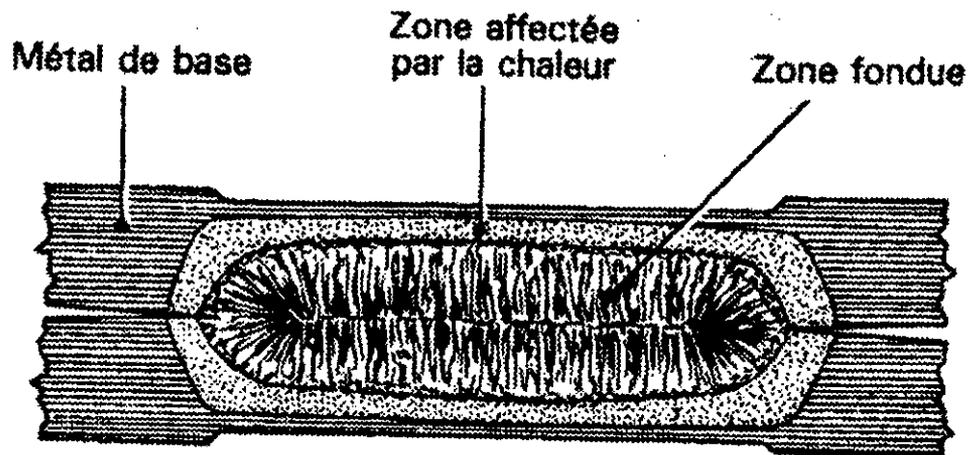


fig.II.5. Coupe d'un point de soudure

II.5. Paramètres du soudage par points

Les paramètres du soudage par points sont essentiellement :

- Le diamètre des électrodes;
- L'effort de serrage ou de forgeage;
- L'intensité du courant;
- La durée de passage du courant et celle du forgeage.

II.5.1. Electrodes :

II.5.1.1. Définitions :

l'électrode est l'organe, qui est en contact avec les pièces à souder. Elle doit localiser et contacter le courant de soudage et transmettre l'effort de compression à chacun des endroits où l'on veut réaliser les points de soudure. Elle doit dissiper la chaleur engendrée localement le plus rapidement possible.

II.5.1.2. Qualités demandées à une électrode :

- Elle doit être en matériau de conductibilité élevée;
- Elle doit avoir une résistance de contact avec les pièces à souder la plus faible possible ;
- Elle doit être en matériau d'une dureté et d'une résistance mécanique élevée, même à haute température.
- Elle doit présenter une surface de contact déterminée avec la pièce à souder pour assurer l'obtention d'un diamètre du point donné.

II.5.1.3. Matériau :

Le cuivre est déconseillé à cause de sa dureté et de sa résistance mécanique trop faible. De plus l'échauffement local au contact des pièces à souder a comme effet néfaste de recuit. Le cuivre qui, à cet état, a une dureté encore diminuée.

Des matériaux spéciaux composés de cuivre et de molybdène, cadmium, chrome, tungstène ont été élaborés.

Dans des conditions moyenne d'utilisation, une électrode en cuivre allié demande une retouche après 4000 à 6000 points de soudure. Tandisqu'une électrode en cuivre doit être retouchée après quelque centaine de points de soudure.

II.5.1.4. Formes et dimensions des électrodes :

Deux formes spéciales de pointes sont utilisés : (Fig. II.6)

- Pointe tronconique ; (Fig. II.6.a)
- Pointe sphérique ou bombée . (Fig. II.6.b)

Le diamètre D de l'électrode sera d'autant plus grand que l'intensité du courant secondaire, le temps de soudage et la cadence seront élevés.

Dans le cas des électrodes tronconiques, l'angle α sera au maximum de 30° . On prendra des valeurs supérieures en cas où la forme des pièces à souder le nécessite. Plus cet angle α sera grand plus les usures et la déformation de la pointe des électrodes seront importantes.

Les avantages des électrodes à pointes sphériques sont :

- Meilleur refroidissement de la pointe d'électrode;
- Meilleur accostage, alignement des électrodes moins critiques que pour les électrodes tronconiques;
- Forme du point de soudure régulière;
- Un rayon de bombage convient pour plusieurs épaisseurs.

Le diamètre D des pointes d'électrode pour des extrémités coniques et le rayon de bombage r pour les extrémités sphériques ont été déterminés en fonction des épaisseurs e à souder par les relations :

$$D = 5 \sqrt{e} \dots\dots\dots [\text{II.1}]$$

$$r = A \cdot e + B \dots\dots\dots [\text{II.2}]$$

où D, r et e exprimés en mm.

avec : A = 20 et B = 50 mm pour l'acier doux et l'acier inoxydable.

A = 70 et B = 70 mm pour les alliages légers.

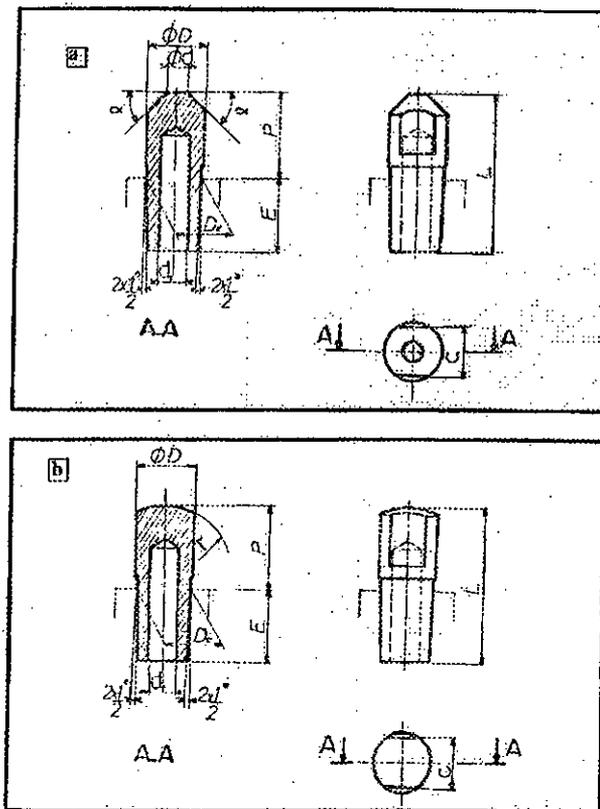


Fig.II.6. les deux formes principales des électrodes

II.5.2. Efforts :

L'action de l'effort s'exerce durant tout le cycle de soudage, c'est à dire avant, pendant et après le passage du courant:

- Avant, il établit l'accostage des électrodes sur les pièces et les pièces entre elles. Il doit être suffisant pour vaincre la raideur des tôles, afin d'assurer la localisation du courant par déformation élastique. On est amené à augmenter l'effort dans le cas de matériaux très résistants mécaniquement et, lorsque les pièces sont très raides.

- Pendant le passage du courant , les électrodes ont un rôle électrique et un rôle thermique, décrits par une loi générale : R (Résistance thermique ou électrique) = $f(1 / F)$, qui montre que l'effort F intervient indirectement sur la formation du lingot et sur la tenue des électrodes par la température atteinte à l'interface.
- Après le passage du courant, l'effort appliqué effectue le forgeage de la soudure afin de lui conférer ses qualités mécaniques.

La valeur de l'effort appliqué dépend de la nature du matériau. Pour les tôles minces, cette valeur est suffisante pour assurer un bon accostage des pièces et une bonne tenue thermique des électrodes en soudage. C'est pourquoi, pour de telles épaisseurs, l'effort appliqué est maintenu simplement constant pendant le cycle du soudage. Mais pour les tôles épaisses et raides, on fait appel à des efforts variables pendant le cycle.

II.5.3. Courant :

L'intensité du courant dépend de la nature des matériaux à souder (par leur résistivité), des épaisseurs et de l'effort appliqué.

L'obtention de la fusion et d'un lingot de dimensions données et d'autant plus rapide que le courant est élevé. La limite supérieure est donnée par l'apparition de crachements et d'expulsions de métal fondu. En soudage par résistance, le courant alternatif monophasé à la fréquence du réseau, donnant lieu à la mise en œuvre d'un simple transformateur comme générateur de courant, convient pour la majorité des matériaux.

II.5.4. Temps de passage du courant :

Il intervient physiquement par le biais de la notion d'énergie. Il découle donc d'abord du choix de l'intensité.

Compte tenu de la brièveté (Fraction de seconde) de la formation de la soudure, les appareillages temporisateurs sont synchronisé sur la fréquence du réseau et les durées réglées en nombre de périodes.

Le tableau 1 de l'annexe 2 donne quelques valeurs des paramètres de soudage par points, selon la nature du matériau et les épaisseurs de la tôle.

II.6. Dimensions des points de soudure :

II.6.1. Dimension du point isolé : (Fig.II.7)

- Diamètre du lingot, Il est mesuré sur une coupe macrographique ou après une opération de déboutonnage. Il est en relation avec la nature des matériaux et des épaisseurs ;
- Pénétration, mesurée sur une coupe. Elle est de l'ordre de 60 à 80 % de l'épaisseur de la tôle ;
- Séparation des tôles, elle doit être négligeable, car elle découle de valeurs paramétriques trop élevées et dégrade la tenue mécanique ;
- Empreinte, mesuré directement ou sur une coupe. Elle ne doit pas dépasser 10 % de l'épaisseur de la tôle.

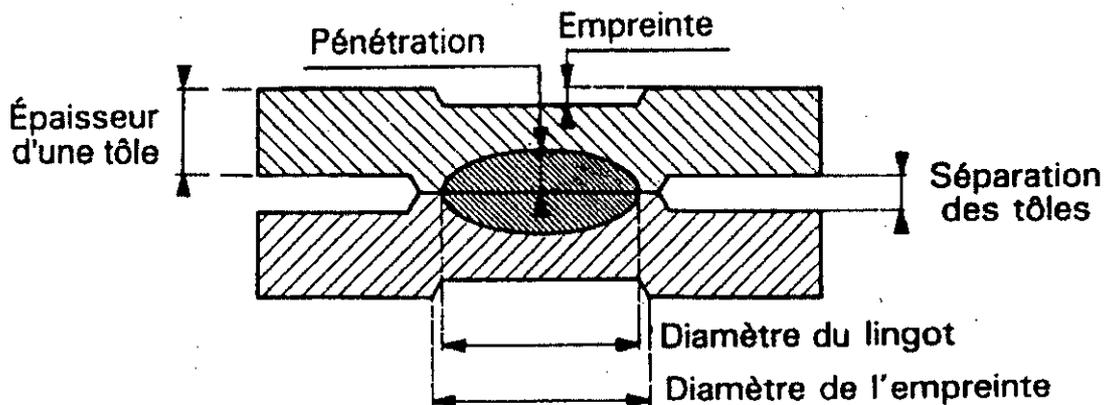


Fig.II.7. Caractéristiques dimensionnelles d'un point de soudure

II.6.2. Positionnement des points de soudure : (Fig. II.8)

L'écartement des points, leur position par rapport à la lisière de l'une des tôles, etc. ... sont des critères intervenant dans la tenue globale de l'assemblage.

Ce positionnement par rapport à la géométrie des pièces :

Fig. II.8.a : $l \geq 6 e + 4$

Fig. II.8.b : $l \geq 5 e + 3$

Fig. II.8.c : $l \geq 3 e + 2$

Par rapport aux points voisins : (Fig. II.8.d)

Acier doux : 2 épaisseurs : $d \geq 10 e + 10$

3 épaisseurs : $d \geq 13 e + 10$

Acier inoxydable : 2 épaisseurs : $d \geq 8 e + 5$

3 épaisseurs : $d \geq 11 e + 5$

Laiton : 2 épaisseurs : $d \geq 15 e + 10$

3 épaisseurs : $d \geq 20 e + 12$

Où : e : épaisseur de la tôle.

Les dimensions sont en mm

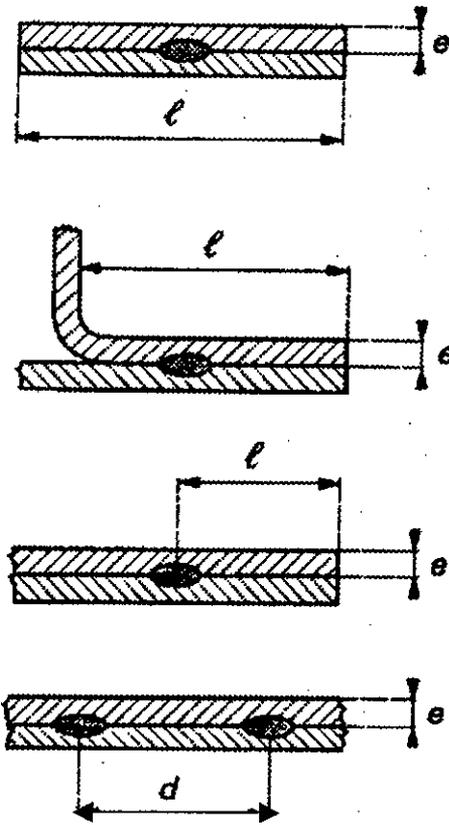


Fig.II.8. Position des points de soudure

II.7. Porte électrode :

Le porte électrode est l'organe conducteur intermédiaire entre l'électrode et le bras conducteur. Sa fixation sur le bras peut se faire de plusieurs façons : bride, douille élastique, etc... Il maintient l'électrode en position, de plus il assure son refroidissement grâce à une circulation d'eau. A cet effet, un trou est percé dans l'axe de l'électrode pour l'introduction d'un tube qui amène l'eau de refroidissement le plus près possible de la pointe. L'extrémité de ce tube, en cuivre ou en laiton est coupé en biseau et arrive à environ 1 à 2 mm du fond de trou de l'électrode (Fig. II.9).

L'électrode est fixée à la partie supérieure du porte électrode généralement par un emmanchement conique normalisé, lui donnant à la fois un large contact électrique et une facilité de mise en place et d'extraction. L'assemblage de l'électrode sur le porte électrode doit être étanche. L'emmanchement conique assure cette étanchéité.

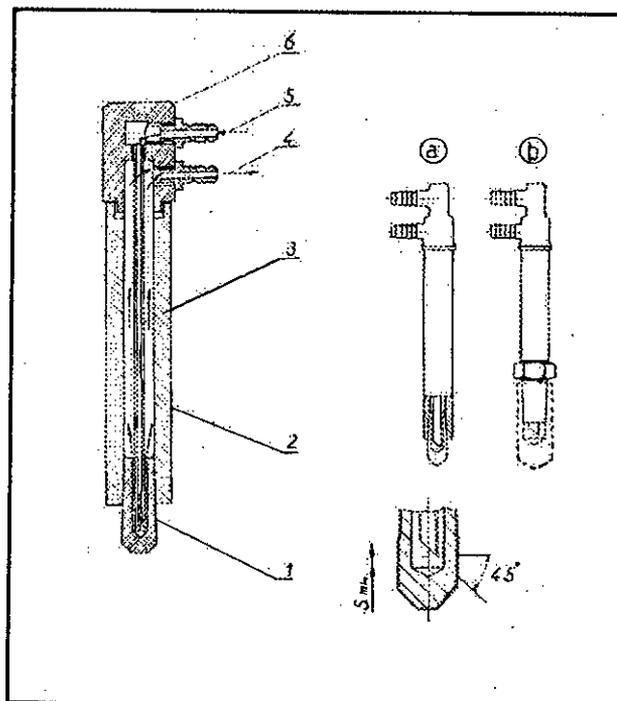


Fig.II.9.Porté électrode avec sa circulation d'eau

II.8. Course de l'électrode :

La course de soudage est la course parcourue par les électrodes en passant de ses positions supérieures de repos à la position accostage et serrage des pièces à souder.

C'est la forme des pièces à souder qui détermine la course nécessaire des électrodes. Il faut toujours choisir la plus petite course pour avoir les avantages suivants :

- Possibilité de cadences de soudage plus élevées.
- Consommation d'huile (ou air) comprimé réduite.
- Martelage des électrodes fortement diminué.
- Plus grande facilité pour réaliser les points de soudure aux emplacements voulus.

Pour des raisons d'encombrement, certaines assemblages nécessitent une course importante. C'est pour cette raison que des pinces à double course ont été créées :

- Une course dite grande ouverture entre les électrodes ou course de dégagement.
- Une course de soudage ou de travail.

II.9. Choix des paramètres de soudage par points :

Pour notre étude, on prend des tôles en acier doux d'épaisseur $e = 1$ mm. Les paramètres de soudage sont tirés du tableau de l'annexe 2, et l'écartement entre les points de soudure sont données par l'inégalité : $d \geq 10 e + 10$ déjà citée.

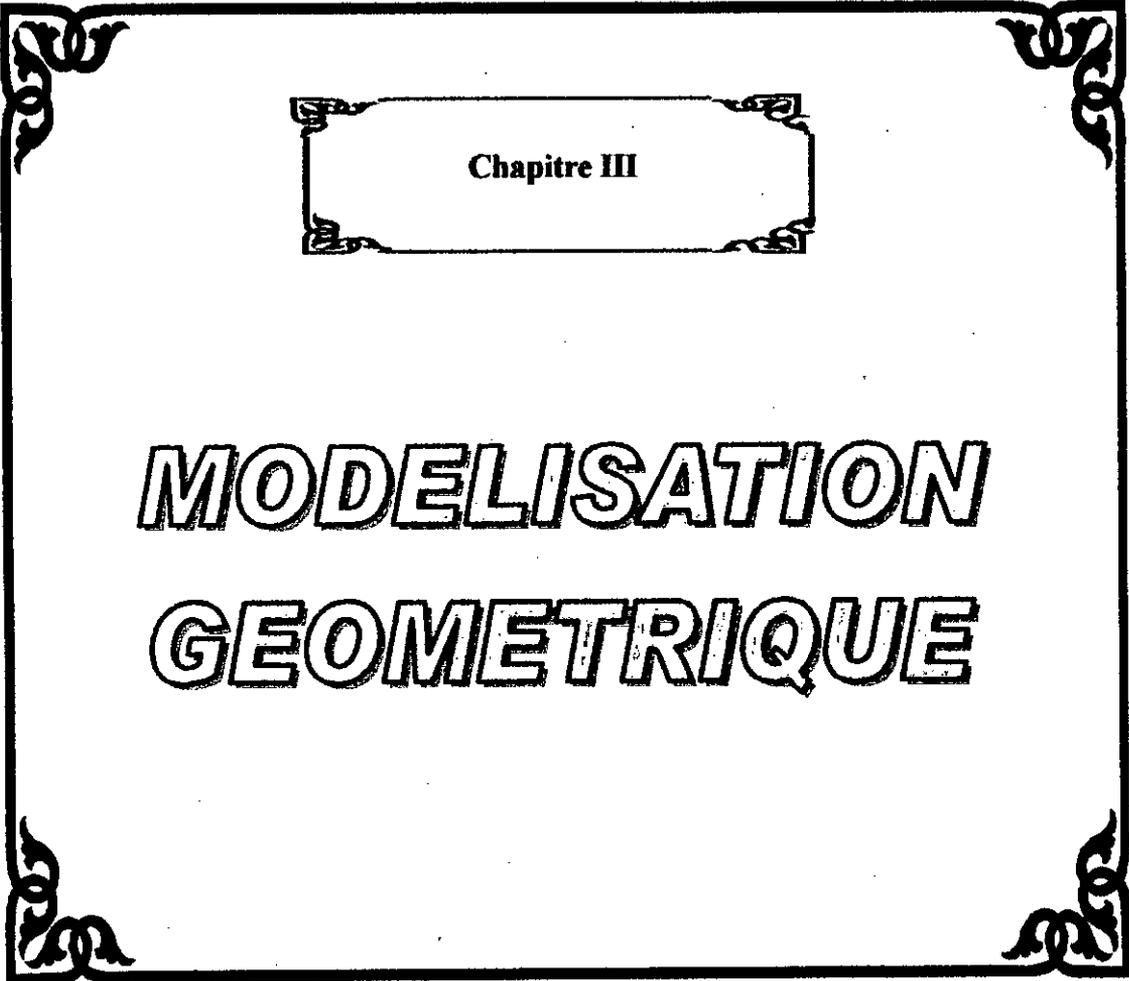
On résume les paramètres choisies dans le tableau ci-dessous :

| e (mm) | ∅ l'électrode (mm) | Effort de pression F(N) | Intensité du courant (A) | Temps de soudage (s) | ∅ du point soudé (mm) | Ecartement entre les points de soudure d(mm) |
|--------|--------------------------|-------------------------------|--------------------------------|----------------------------|-----------------------------|--|
| 1 | 5 | 1 000 | 3 000 | 0,4 | 5 | 70 |

Tableau II. Paramètres du soudage choisies

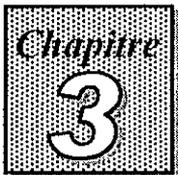
II.10. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons donné un aperçu sur l'opération de soudage par points, ses principes, et ses différentes phases après on a donné les caractéristiques et les paramètres constituant les phases du soudage. Et enfin on a illustré le choix des paramètres qui sont nécessaires pour notre étude.



Chapitre III

**MODELISATION
GEOMETRIQUE**



MODELISATION GEOMETRIQUE

III.1. Introduction :

Pour concevoir, simuler ou commander un robot, il est nécessaire, entre autres de disposer des modèles du mécanisme.

Plusieurs niveaux de modélisation sont possibles, qui dépendent des spécifications du cahier des charges de l'application envisagée : modèles géométrique, cinématique et dynamique à partir desquels peuvent être engendrés les mouvements du robot.

Avant toute considération temporelle ou dynamique, un robot quelle que soit la tâche qu'il doit réaliser, doit positionner et orienter son outil de travail, qui est une pince de soudage, dans notre étude, et assurer son déplacement d'un point à un autre.

Le modèle géométrique consiste à prévoir la position et l'orientation de l'outil de travail dans l'espace opérationnel. Cet espace est lié à un repère fixe car l'utilisateur du robot perçoit de façon naturelle la tâche à accomplir dans cet espace. La difficulté réside dans le fait que les actionneurs dont est doté le robot n'agissent pas directement sur la position et l'orientation de l'effecteur. C'est à travers les articulations du robot, que les actionneurs agissent sur la position et l'orientation des différents corps constituants du robot.

Le modèle géométrique direct (MGD) est la description de la position de l'outil de travail en fonction de l'état des articulations du robot (sa configuration). Ainsi connaissant la configuration du robot, ce modèle nous informe sur la situation de l'outil de travail ou l'effecteur du robot.

Le modèle géométrique inverse permet de résoudre le problème inverse, et nous informe sur la configuration du robot. C'est la description de la configuration du robot en fonction de la situation de l'effecteur.

III.2. Utilité du modèle géométrique :

L'avantage de l'utilisation d'un tel modèle est de déterminer la position de l'outil de travail avec une grande précision, comme dans le cas du robot qui fait l'objet de notre étude. Le seul inconvénient pour ce modèle, c'est qu'il ne prend pas en considération le temps de l'exécution de la tâche.

Le modèle géométrique est utilisé pour concevoir le robot, il sera utilisé pour analyser son comportement face à des perturbations externes comme des erreurs de longueur ou des jeux aux niveaux des articulations.

Ce modèle est utilisé pour la commande du robot. Le modèle géométrique inverse nous donne les valeurs des variables articulaires en connaissant la position et l'orientation de l'effecteur. En connaissant les variables articulaires on peut commander le robot afin de réaliser la tâche assignée à celui-ci.

III.3. Modèle géométrique direct : MGD

Le MGD d'un système mécanique articulé est la fonction f qui permet d'exprimer la situation de l'effecteur (sa position et son orientation) en fonction de la configuration de ce système lui-même. Cette situation est définie par m coordonnées appelées opérationnelles définies par le vecteur :

$$X = (X_1, X_2, \dots, X_m)^t \quad \text{avec } m \leq 6$$

La configuration du robot est définie par n coordonnées appelées généralisées (coordonnées articulaires) définie par le vecteur :

$$q = (q_1, q_2, \dots, q_n)^t$$

avec n : nombre d'articulations motorisées.

Le modèle géométrique direct s'écrit donc :

$$X = f(q) \dots \dots \dots [III.1]$$

Donc la fonction f est définie par les composantes :

$$f_1, f_2, \dots, f_m$$

Afin de mieux comprendre ce modèle mathématique, nous allons donner quelques outils géométriques de calcul qui expliciteront notre démarche.

III.4. Outils de modélisation géométrique :

III.4.1. Matrice de changement de base :

• Définition :

Soit, (Fig. III.1) deux repères orthonormés directs R_i et R_j de vecteurs unitaires $\bar{S}_i, \bar{n}_i, \bar{a}_i$ et $\bar{S}_j, \bar{n}_j, \bar{a}_j$ respectivement. L'origine peut être commune. On définit la matrice de passage de R_i à R_j , par la matrice dont les colonnes sont les composantes des vecteurs unitaires de R_j exprimés dans R_i . Cette matrice notée $A_{i,j}$ prend la forme :

$$A_{i,j} = (S_{ij}, n_{ij}, a_{ij}).$$

où S_{ij}, n_{ij}, a_{ij} désignent les vecteurs unitaires du repère R_j exprimés dans R_i .

Si a_{kl} est le terme générique de la matrice $A_{i,j}$ avec $k, l = 1,2,3$ où k est l'indice de ligne et l l'indice de colonne on aura :

$$A_{i,j} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \dots\dots\dots [III.2]$$

$A_{i,j}$ est appelée aussi matrice des cosinus directeurs.

• Propriétés de la matrice $A_{i,j}$:

La matrice $A_{i,j}$ est dite orthogonale, elle a les propriétés suivantes :

- L'inverse de $A_{i,j}$ est : $(A_{i,j})^{-1} = (A_{i,j})^t = A_{j,i}$
- Le déterminant de $A_{i,j}$ est égal à 1
- Les 9 termes de $A_{i,j}$ ne sont pas indépendants. Ils sont liés par 6 relations traduisant que : $A_{i,j} \cdot (A_{i,j})^t = [1]$

où $[1]$ désigne la matrice unité d'ordre 3.

Ces relations sont :

$$\begin{cases} a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{13}^2 = 1 \\ a_{21}^2 + a_{22}^2 + a_{23}^2 = 1 \\ a_{31}^2 + a_{32}^2 + a_{33}^2 = 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} a_{11} \cdot a_{21} + a_{12} \cdot a_{22} + a_{13} \cdot a_{23} = 0 \\ a_{21} \cdot a_{31} + a_{22} \cdot a_{32} + a_{23} \cdot a_{33} = 0 \\ a_{31} \cdot a_{11} + a_{32} \cdot a_{12} + a_{33} \cdot a_{13} = 0 \end{cases}$$

• Composantes d'un vecteur dans deux bases :

Soit un vecteur V . Il lui est associée la matrice unicolonne .

$V^i = (V_x^i, V_y^i, V_z^i)^t$ de ses composantes dans R_i et la matrice unicolonne.

$V^j = (V_x^j, V_y^j, V_z^j)^t$ de ses composantes dans R_j , on peut écrire :

$$V^i = A_{ij} \cdot V^j \dots\dots\dots [III.3]$$

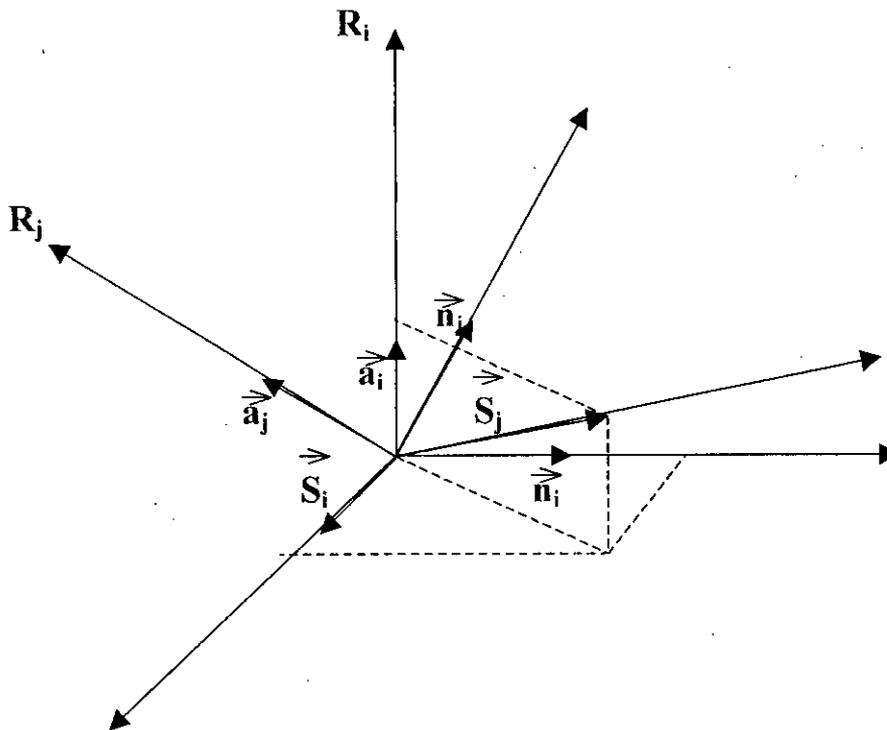


Fig. III.1. Passage entre les repères R_i et R_j

III.4.2. Coordonnées d'un point dans deux repères différents :

La figure III.2 représente les repères R_i et R_j d'origine O_i et O_j respectivement, et un point B .

Soit $X^i = (x^i, y^i, z^i)^t$ la matrice unicolonne des coordonnées de B dans R_i , et

$X^j = (x^j, y^j, z^j)^t$ la matrice unicolonne des coordonnées de B dans R_j . Soit aussi

$P_{ij} = (P_x, P_y, P_z)^t$ la matrice unicolonne des coordonnées de O_j dans R_i .

La relation $\overrightarrow{O_i B} = \overrightarrow{O_j B} + \overrightarrow{O_i O_j}$ peut s'écrire aussi :

$$X^i = A_{i,j} X^j + P_{i,j} \dots\dots\dots [III.4]$$

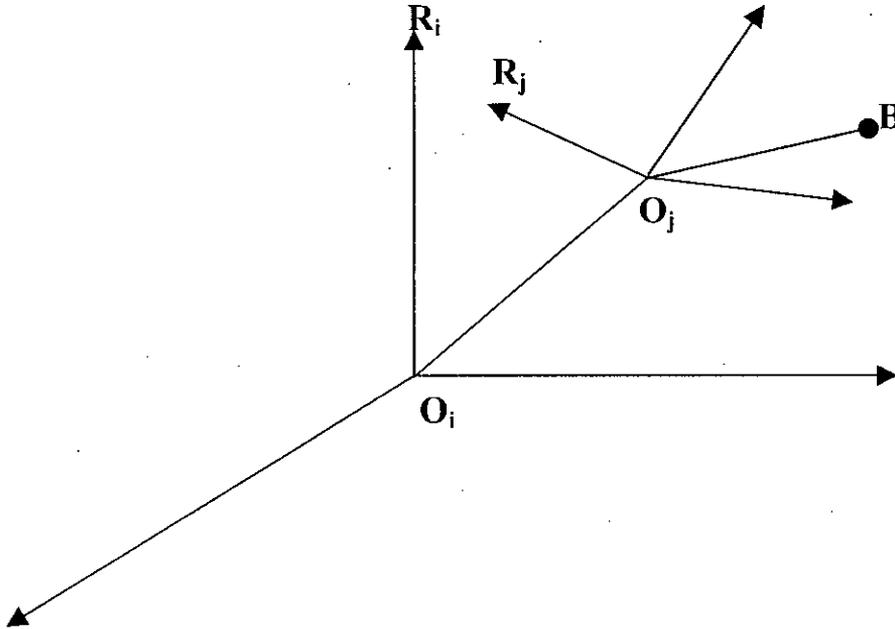


Fig. III.2. Coordonnées d'un point dans deux repères

III.4.3. Matrice de transformation homogène :

• Définition :

Les deux paragraphes précédents montrent que :

- La matrice unicolonne $P_{i,j}$ de dimension (3×1) , des composantes du point O_j dans le repère R_i permet de définir la position du repère R_j par rapport au repère R_i .
- La matrice carrée $A_{i,j}$ d'ordre 3, de passage classique du repère R_i au repère R_j permet de définir l'orientation du repère R_j par rapport au repère R_i .

Il est possible de prendre en compte simultanément les deux informations précédentes en utilisant la matrice de passage homogène notée $T_{i,j}$ du repère R_i au repère R_j de dimension (4×4) définit par :

$$T_{i,j} = \left[\begin{array}{ccc|c} & & & \\ & A_{i,j} & & P_{i,j} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \dots\dots\dots [III.5]$$

Ainsi, il est possible d'obtenir une relation plus compacte de [III.4] en introduisant les coordonnées homogène du point B.

La matrice unicolonne des coordonnées homogène du point B est définie par :

$$X^i = (x^i, y^i, z^i, 1).$$

Il est facile de démontrer la relation :

$$X^i = T_{i,j} \cdot X^j \dots\dots\dots [III.6]$$

• **Propriétés de la matrice $T_{i,j}$:**

- Le déterminant de $T_{i,j}$ est égal à 1.
- L'inverse de la matrice $T_{i,j}$ est noté $T_{j,i}$, et est défini par :

$$T_{j,i} = (T_{i,j})^{-1} = \left[\begin{array}{ccc|c} & & & \\ & A_{j,i} & & -A_{j,i} \cdot P_{i,j} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \dots\dots\dots [III.7]$$

La matrice de passage homogène contient donc à la fois la rotation et la translation entre deux repères.

III.4.4. Angles d'Euler :

Dans ce paragraphe nous donnons l'expression des termes de la matrice de passage $A_{i,j}$ dans le cas du repérage angulaire de R_j par rapport à R_i par les angles d'Euler notés ψ , θ , ϕ et appelées respectivement : précision, nutation et rotation propres.

Le repère R_j se déduit du repère R_i par les trois rotations successives ψ autour de Z_i , θ autour de X_1 , et enfin ϕ autour de z_2 (Fig. III.3) .

Les matrices $A_{i,1}$, $A_{1,2}$, $A_{2,j}$ ont les formes suivantes :

$$A_{i,1} = \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad A_{1,2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta & -S\theta \\ 0 & S\theta & C\theta \end{bmatrix}; \quad A_{2,j} = \begin{bmatrix} C\phi & -S\phi & 0 \\ S\phi & C\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

et on a : $A_{ij} = A_{i,1} \cdot A_{1,2} \cdot A_{2,j}$

La multiplication de ces trois matrices nous donne :

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} C\psi C\phi - S\psi C\theta S\phi & -C\psi S\phi - S\psi C\theta C\phi & S\psi S\theta \\ S\psi C\phi + C\psi C\theta S\phi & -S\psi S\phi + C\psi C\theta C\phi & -C\psi S\theta \\ S\theta S\phi & S\theta C\phi & C\theta \end{bmatrix} \dots\dots\dots [III.8]$$

Le sens de rotation positif est donné par la règle de tire-bouchon autour de l'axe de rotation.

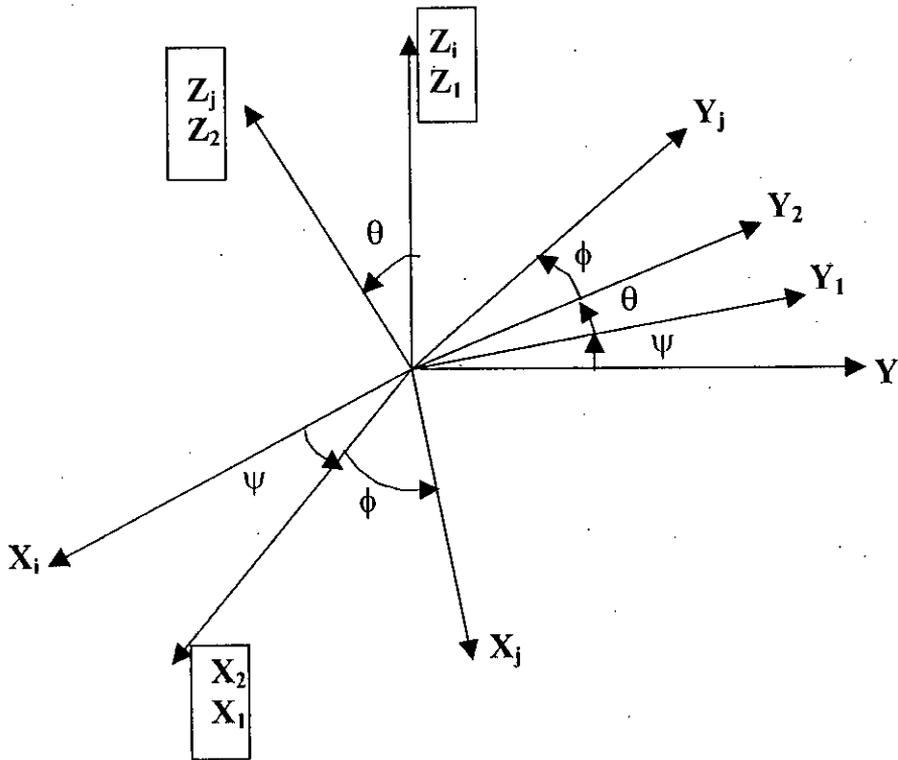


Fig. III.3. Angles d'Euler

III.4.5. Angles de cardan :

Dans ce paragraphe on va déterminer l'expression des termes de la matrice de passage A_{ij} dans le cas du repérage angulaire de R_j par rapport à R_i par les angles de cardan notés ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 et appelés respectivement roulis, tangage et lacet.

Le repère R_j se déduit du repère R_i par les trois rotations successives ϕ_1 autour de X_i , ϕ_2 autour de Y_1 et enfin ϕ_3 autour de Z_2 (Fig. III.4)

Les matrices de passage $A_{i,1}$, $A_{1,2}$ et $A_{2,j}$ ont les formes suivantes :

$$A_{i,1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\phi_1 & -S\phi_1 \\ 0 & S\phi_1 & C\phi_1 \end{bmatrix}; A_{1,2} = \begin{bmatrix} C\phi_2 & 0 & S\phi_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\phi_2 & 0 & C\phi_2 \end{bmatrix}; A_{2,j} = \begin{bmatrix} C\phi_3 & -S\phi_3 & 0 \\ S\phi_3 & C\phi_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

et on a : $A_{i,j} = A_{i,1} \cdot A_{1,2} \cdot A_{2,j}$

En faisant cette multiplication, il vient :

$$A_{i,j} = \begin{bmatrix} C\phi_2 \cdot C\phi_3 & -C\phi_2 \cdot S\phi_3 & S\phi_2 \\ C\phi_1 S\phi_3 + S\phi_1 S\phi_2 C\phi_3 & C\phi_1 C\phi_3 - S\phi_1 S\phi_2 S\phi_3 & -S\phi_1 C\phi_2 \\ S\phi_1 S\phi_3 - C\phi_1 S\phi_2 C\phi_3 & S\phi_1 C\phi_3 + C\phi_1 S\phi_2 S\phi_3 & C\phi_1 C\phi_2 \end{bmatrix} \dots [III.9]$$

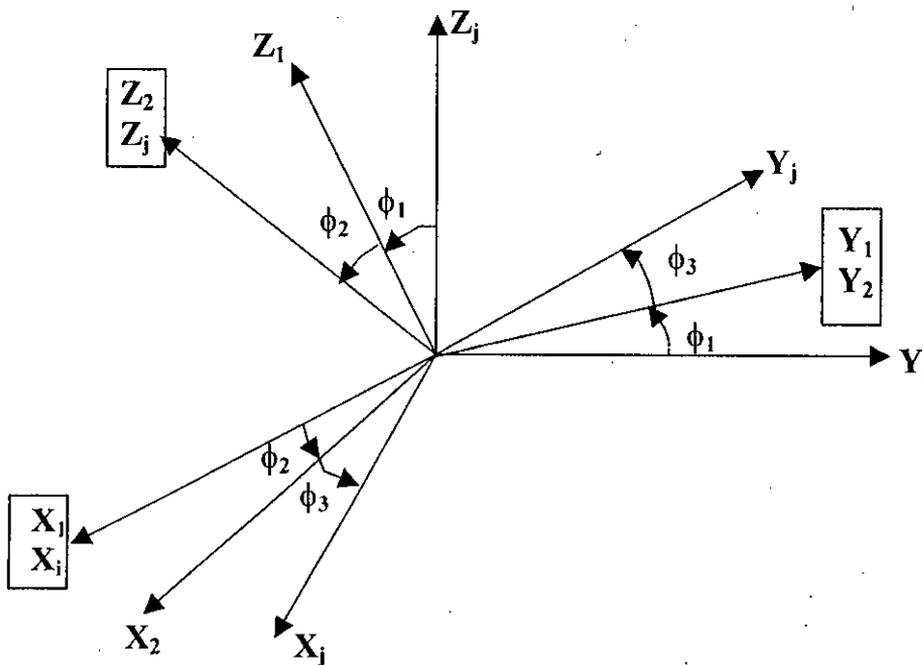


Fig. III.4. Angles de Cardan

III.5. Modèle géométrique directe MGD :

III.5.1. Hypothèses de base :

Afin de simplifier les calculs, nous allons supposer les conditions suivantes :

- La base du robot est fixe ;
- Le repère de référence R_0 est lié à la base du robot ;
- Il n'existe pas d'obstacles dans le volume atteignable du robot ;
- Les mouvements articulaires sont des rotations ou des translations, les liaisons à plusieurs d.d.l sont décomposées en autant de liaisons à un seul d.d.l par l'adjonction de corps fictifs ;
- Les articulations sont parfaites, sans jeux ni frottements ;
- Les éléments du robots sont infiniment rigides .

III.5.2. Définition de la chaîne cinématique :

On considère une chaîne simple ouverte constituée de n corps solides C_i articulés entre eux par des liaisons rotoïde (R) ou prismatique (P). Le premier corps de la chaîne est articulé sur le bâti et le dernier corps supporte l'effecteur E. Les corps et les liaisons sont numérotés de 1 à n dans un ordre croissant en partant du bâti C_0 .

Chaque corps solide C_i est attaché à un repère R_i dont l'origine O_i se trouve sur l'axe de la liaison L_i . On attache au bâti C_0 le repère R_0 , et à l'effecteur E le repère R_E .

La fig. III.5 montre schématiquement l'installation des repères sur la chaîne cinématique du robot. Nous allons déterminer d'abord la position d'un point B de l'organe terminal puis ensuite l'orientation de ce dernier en supposant connus les matrices de passage $A_{i-1,i}$ et les vecteurs $P_{i-1,i}$.

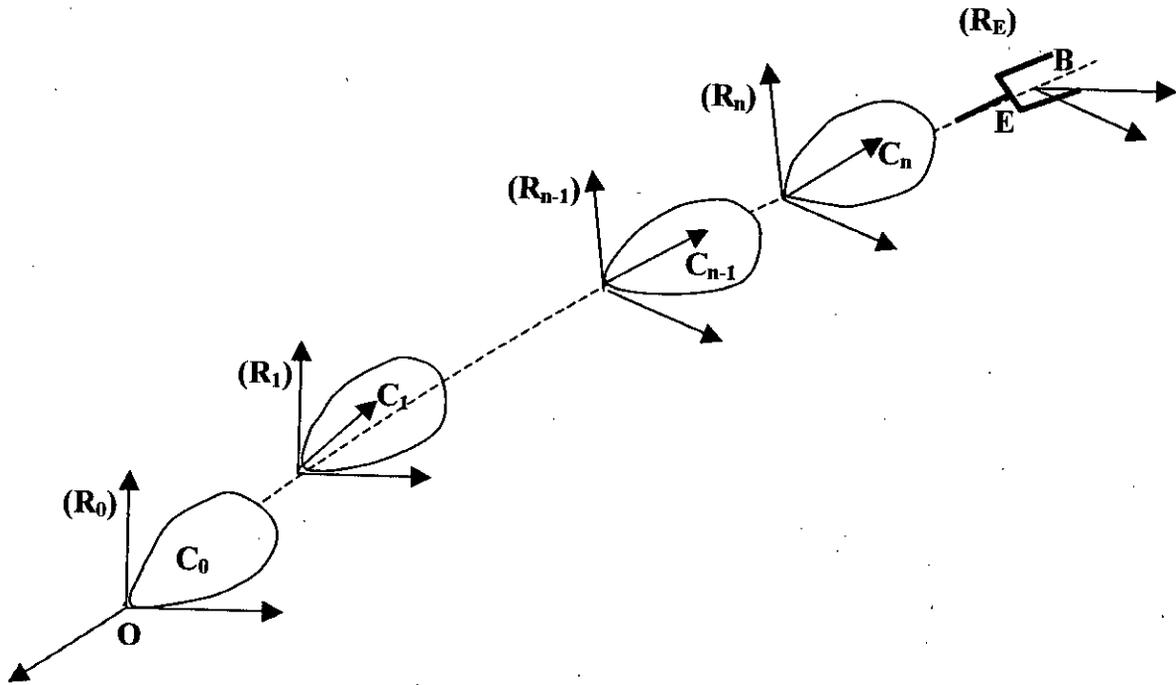


fig.III.5. Chaîne articulatoire et repères associés

III.5.3. Position d'un point de l'effecteur :

• **Formule de récurrence :**

On exprime les coordonnées du point B dans R_n , puis dans R_{n-1} puis dans R_{n-2} et enfin dans R_0 .

La formule [III.4] peut être appliquée itérativement après avoir changé dans cette formule les indices i et j par les indices $i, i-1$ respectivement. Il vient :

$$X^{i-1} = A_{i-1,i} X^i + P_{i-1,i} \quad i = n \text{ à } 1 \dots\dots\dots [III.10]$$

Partant de $X^n = (x^n, y^n, z^n)^t$ connus, ce sont les coordonnées cartésiennes du point B dans R_n , on arrive par une récurrence arrière à $X^0 = (x^0, y^0, z^0)^t$ qui sont les coordonnées de B dans R_0 .

Cette procédure est bien adaptée aux calculs numériques.

• **Emploi des coordonnées homogènes :**

Pour les besoins de calculs littéraux et les raisonnements, il est utile d'employer les coordonnées homogènes définies au § III.4.3 par la relation [III.6], on peut écrire :

$$X^{i-1} = T_{i-1,i} \cdot X^i$$

Ainsi on aura : $X^0 = T_{0,1} X^1 = T_{0,1} T_{1,2} \cdot X^2 = \dots$

$$X^0 = T_{0,1} T_{1,2} \cdot T_{2,3} \dots T_{n-1,n} X^n \dots \dots \dots [III.11]$$

Ou encore : $X^0 = T_{0,n} \cdot X^n$

avec T_n la matrice de transformation homogène de R_0 à R_n tel que :

$$T_{0,n} = \prod_{i=1}^n T_{i-1,i} \dots \dots \dots [III.12]$$

III.5.4. Orientation de l'effecteur :

Le calcul des vecteurs unitaires du repère lié à l'effecteur dans le repère lié au bâti, donne l'orientation de l'effecteur par rapport au bâti.

Pour cela nous utilisons la formule [III.3] . D'après cette relation on a :

$$V^0 = A_{0,1} \cdot V^1 = A_{0,1} \cdot A_{1,2} \cdot V^2 = \dots = A_{0,1} \cdot A_{1,2} \cdot A_{2,3} \dots A_{n-1,n} \cdot A_{n,E} \cdot V^E.$$

avec V_i est les composantes d'un vecteur V exprimées dans le repère R_i .

On obtient ainsi la matrice $A_{0,E}$ de changement de base entre R_0 et R_E par :

$$A_{0,E} = \left(\prod_{i=1}^n A_{i-1,i} \right) A_{n,E} = A_{0,n} \cdot A_{n,E} \dots \dots \dots [III.13]$$

En pratique, si on a calculé la position de B par la relation [III.11] la partie rotation de $T_{0,n}$ qui est $A_{0,n}$ est déjà connu. Il suffit de multiplier par la matrice $A_{n,E}$ pour obtenir $A_{0,E}$.

III.5.5. Paramétrage de Denavit-Hartenberg modifié :

On cherche un paramétrage des liaisons tels que les matrices de passage aient toutes la même forme littérale, ce qui facilitera les calculs. Ce paramétrage, introduit par Dénavit et Hartenberg pour l'étude systématique des chaînes cinématiques, a été quelque peu adapté à la définition de paramétrage donnée ici est celle de W. Khalil.

• Conventions et définitions :

La définition des repères successivement l'un par rapport à l'autre est réalisé de la manière suivante :

Au corps C_i on attache le repère $R_i (O_i, X_i, Y_i, Z_i)$ définit par :

- Z_i : axe portant le mouvement de la liaison L_i de C_i / C_{i-1}
- X_i : perpendiculaire commune entre Z_i et Z_{i+1} , s'ils sont parallèles des considérations de symétrie ou de simplification peuvent orienter le choix de la perpendiculaire à retenir.
- $Y_i = Z_i \wedge X_i$

La position et l'orientation (donc la situation) du corps C_i par rapport au corps C_{i-1} sont définis par deux groupes de paramètres : (Fig. III.6)

- Deux paramètres de localisation de l'axe Z_i dans le corps C_{i-1} :
 - α_i = angle (Z_{i-1}, Z_i) mesuré autour de X_{i-1} ;
 - d_i = distance (Z_{i-1}, Z_i) mesurée suivant X_{i-1} ;
- deux paramètres de mouvement (rotation et / ou translation) de C_i / C_{i-1} .
 - θ_i = angle (X_{i-1}, X_i) mesuré autour de Z_i ;
 - r_i = distance (X_{i-1}, X_i) mesurée suivant Z_i ;

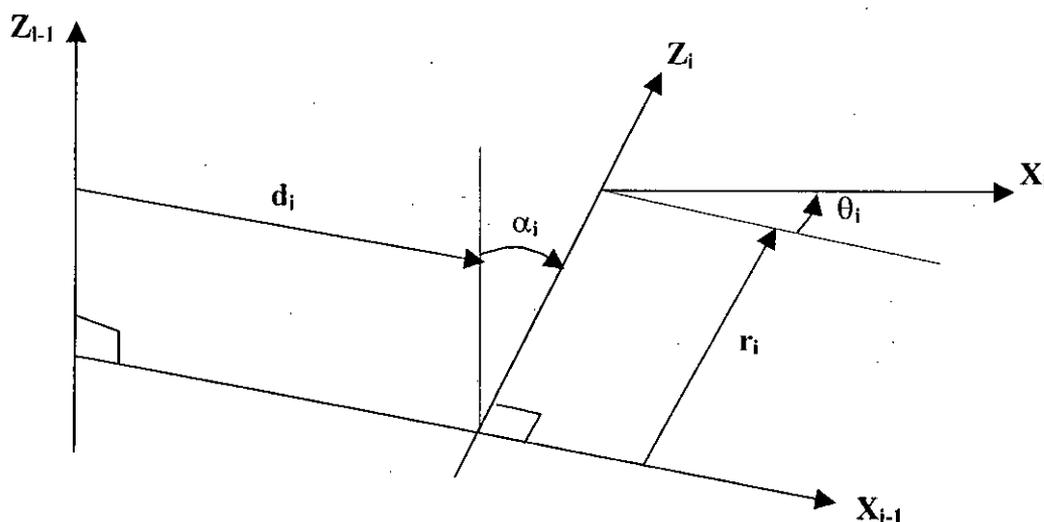


Fig. III.6. Paramétrage de Dénavit-Hartenberg modifié

Le paramètre articulaire q_i de la liaison sera θ_i si la liaison est de rotation ou r_i si la liaison est de translation. Introduisant la variable booléenne σ_i définie par :

$$\begin{cases} \sigma_i = 0 & \text{si la liaison est de rotation.} \\ \sigma_i = 1 & \text{si la liaison est de translation.} \end{cases}$$

On peut écrire : $q_i = \bar{\sigma}_i \cdot \theta_i + \sigma_i r_i \dots\dots\dots$ [III.14]

avec $\bar{\sigma}_i = 1 - \sigma_i$

• Expression de la matrice de passage homogène : $T_{i-1,i}$

On peut calculer les matrices de passage homogène de chacune des transformations cités ci-dessus et les multiplier pour trouver la matrice homogène global $T_{i-1,i}$, mais il est plus simple de calculer séparément la partie translation et la partie rotation de la matrice $T_{i-1,i}$ définit par la relation [III.5].

Ainsi on a : $P_{i-1,i} = (d_i, -r_i s \alpha_i, r_i c \alpha_i)^t$

Pour obtenir $A_{i-1,i}$, il suffit d'écrire :

$A_{i-1,i} = \text{Rot}(X_{i-1}, \alpha_i) \cdot \text{Rot}(Z_i, \theta_i)$

Finalement on trouve :

$$T_{i-1,i} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & d_i \\ C\alpha_i S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i & -r_i S\alpha_i \\ S\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i C\theta_i & C\alpha_i & r_i C\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots$$
 [III.15]

III.5.6. Référentiels utilisés dans l'environnement de travail :

Pour résoudre le modèle géométrique inverse MGI, les données du problème sont $P_{0,E}$ et $A_{0,E}$. Ces données seront en fait le résultat d'une instruction de planification de la tâche. Pour notre cas le robot va souder les deux pièces à assembler dans un endroit donné. Une telle instruction, doit pouvoir être traduite en terme mathématique pour obtenir $P_{0,E}$ et $A_{0,E}$ (position et orientation de l'effecteur) qui permettront de calculer les q_i qui donneront au robot la configuration adéquate pour exécuter la tâche (soudure par points).

Les différents référentiels utilisés sont représentés sur la fig. III.7 définis ci-après :

R_f : référentiel du site ou de l'atelier.

R_0 : référentiel lié à la base du robot. Il est connu par rapport à R_f on peut donc connaître la matrice de passage homogène $T_{f,0}$.

R_t : Référentiel de la tâche. Lié à une base de travail, qui est la chaîne de production, ce référentiel est connu par rapport à R_f par la matrice $T_{t,f}$.

R_p : Référentiel pièce . Il définit la position et l'orientation des deux pièces à souder sur la chaîne de production, on connaît donc $T_{t,p}$.

R_b : Référentiel but, c'est le référentiel constitué par les axes des points de soudure. Il est connu par rapport à R_p par $T_{p,b}$.

Dans notre étude, le soudage d'un point des pièces de l'automobile va consister à mettre en coïncidence les deux repères R_E et R_b . Donc instruction prise $\Rightarrow R_E \equiv R_b$.

Il nous faut donc connaître $T_{0,b}$ qui sera identique à $T_{0,E}$, dont la partie translation donnera $P_{0,E}$ et la partie rotation $A_{0,E}$, on effectuera le calcul suivant faisant appel aux matrices connues :

$$T_{0,b} = T_{0,f} \cdot T_{f,t} \cdot T_{t,p} \cdot T_{p,b} \dots\dots\dots [III.16]$$

Pour simplifier le problème, on considère que la base du robot est fixe par rapport à la chaîne de production. Si la chaîne de production est arrêtée pendant la période pour laquelle le robot est entrain de souder, il y aura perte de temps car la durée des différentes tâches de la chaîne n'est pas la même.

La solution adéquate est que la base du robot est mobile, elle accompagne les carrosseries dans leur mouvement continu sur la chaîne.

La relation [III.16] s'écrit donc :

$$T_{0,b} = T_{0,E} = T_{0,f} \cdot T_{f,t} \cdot T_{t,p} \cdot T_{p,b} \dots\dots\dots [III.17]$$

avec $T_{0,E}$ inconnu, on peut déterminer cette matrice en effectuant le produit des matrices de droite connues.

La relation [III.17] détermine la ou les solutions (si elles existent) qui permettent la mise dans une position de l'effecteur et de cette manière on peut déterminer l'architecture du robot qui peut effectuer la tâche à exécuter.

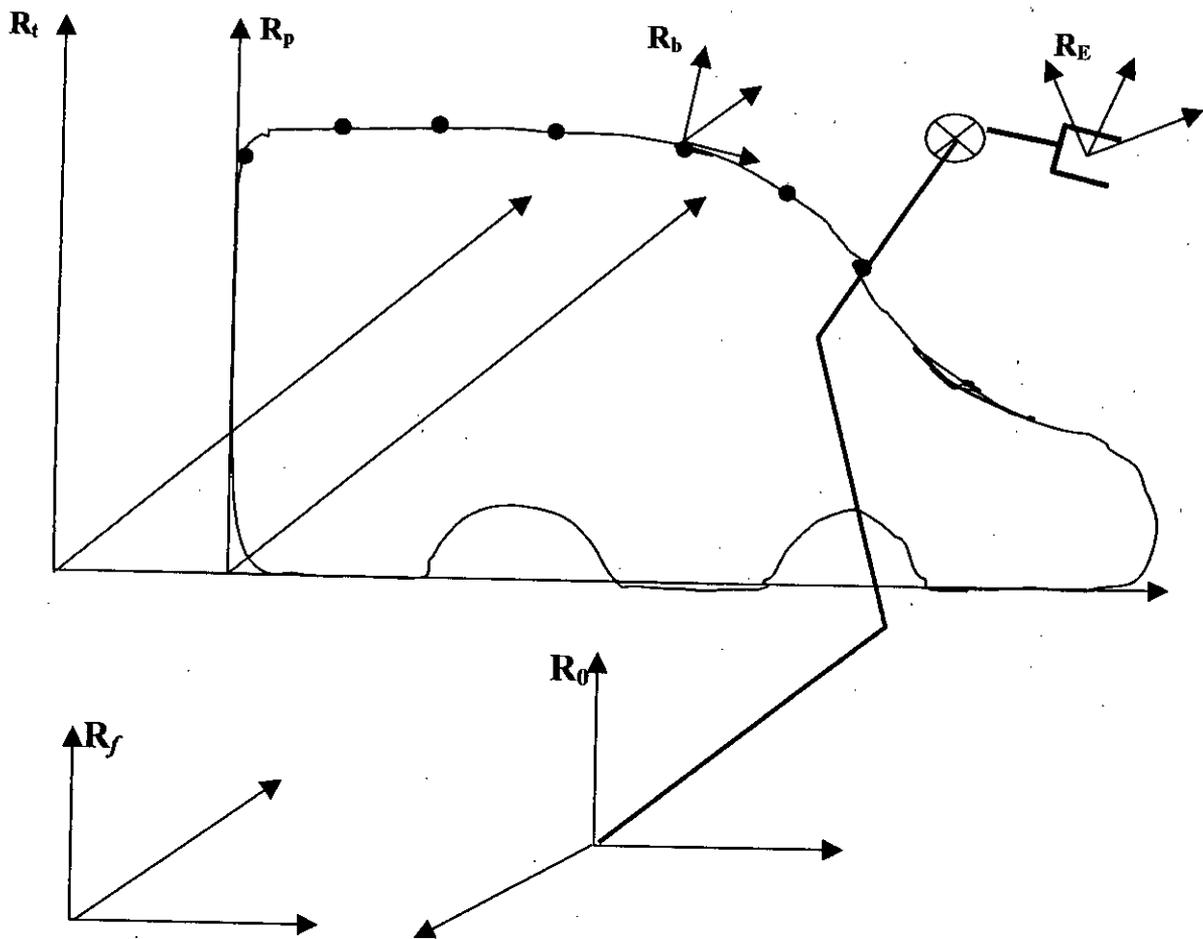


Fig. III.7. Référentiels utilisés dans l'environnement de travail du robot

III.6. Choix de la structure du robot :

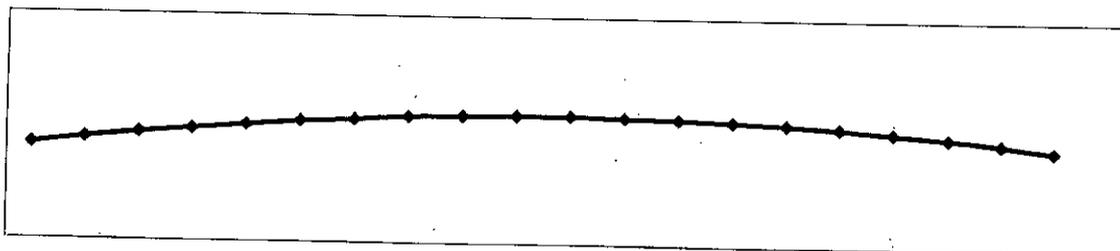


fig. III.8. Coordonnées des points de soudure

Soit deux tôles d'une carrosserie d'automobile qu'on veut assembler à l'aide d'un robot. Le joint de soudure et les points de soudure sont représentés dans le plan (X_p, Z_p) tel que $Y_p = 400$ mm (c.f figure III.8).

Le joint de soudure a l'équation : $z_i = - 0.0838 \cdot x_i^2 + 0.2278 \cdot x_i + 1.2285$

Les points sont séparés par l'espacement d déjà défini au tableau II. On peut déterminer les coordonnées de ces points par une intégrale curviligne sur la courbe :

$$d = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + \left(\frac{dz_i}{dx_i}\right)^2} \cdot dx_i \quad \dots\dots\dots [III.18]$$

Si on connaît x_1 coordonnée d'un point donné, et d la distance qui sépare ce point et le point suivant à souder, on peut déterminer x_2 la coordonnée de ce dernier.

Les points de soudure sont définis par leur positions dans le repère R_p et par l'orientation de la direction de soudure définies par les repères R_b .

L'orientation des repères R_b par rapport au repères R_p est donnée par la pente de la tangente au joint de soudure au point approprié. La position et l'orientation des repères R_b par rapport au repère R_p sont données par le tableau ci-dessous.

Où : $(x_i, y_i, z_i)^t$: coordonnées du point p_i exprimés dans le repère R_p avec $y_i=400$ mm.

ϕ_i : rotation du repère R_b par rapport à R_p selon l'axe y_p .

La matrice de passage homogène de R_0 à R_b est :

$$T_{0,b} = T_{0,p} \cdot T_{p,b}$$

La matrice $T_{0,p}$ est constante, elle ne dépend pas des coordonnées des points de soudure, elle dépend de l'emplacement du robot.

$$T_{0,p} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_1 \\ 0 & 1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 1 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matrice $T_{p,b}$ dépend des coordonnées des points de soudure, et elle prend la forme :

$$T_{p,b} = \begin{bmatrix} C\phi_i & 0 & S\phi_i & x_1 \\ 0 & 1 & 0 & y_i \\ -S\phi_i & 0 & C\phi_i & z_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En effectuant le produit de ces deux matrices, on aura :

$$T_{0,b} = \begin{bmatrix} C\phi_i & 0 & S\phi_i & x_i + a_1 \\ 0 & 1 & 0 & y_i + a_2 \\ -S\phi_i & 0 & C\phi_i & z_i + a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots [III:19]$$

Pour que le robot effectue sa tâche, son effecteur doit prendre les positions de soudure définies par les repères but R_b . Donc l'égalité suivante doit être satisfaite :

$$T_{0,b} = T_{0,E}$$

Pour avoir cette égalité pour chaque point de soudure, on a fait le choix d'un robot possédant quatre degrés de liberté, soit trois liaisons prismatiques (P) et une liaison rotoïde (R).

Ainsi le robot prend l'architecture PPPR dont le schéma cinématique est défini par la figure III.9.

| Points de soudure | x_i (mm) | z_i (mm) | ϕ_i (°) | Points de soudure | x_i (mm) | z_i (mm) | ϕ_i (°) |
|-------------------|------------|------------|--------------|-------------------|------------|------------|--------------|
| P_1 | | | | P_1 | | | |
| P_1 | 680 | 1345 | 6,53 | P_{11} | 1378 | 1383 | -0,18 |
| P_2 | 749 | 1352 | 5,86 | P_{12} | 1448 | 1383 | -0,85 |
| P_3 | 819 | 1359 | 5,19 | P_{13} | 1518 | 1381 | -1,53 |
| P_4 | 889 | 1365 | 4,52 | P_{14} | 1588 | 1379 | -2,20 |
| P_5 | 958 | 1370 | 3,85 | P_{15} | 1658 | 1376 | -2,87 |
| P_6 | 1028 | 1374 | 3,18 | P_{16} | 1728 | 1372 | -3,54 |
| P_7 | 1098 | 1378 | 2,51 | P_{17} | 1798 | 1367 | -4,21 |
| P_8 | 1168 | 1380 | 1,83 | P_{18} | 1870 | 1361 | -4,90 |
| P_9 | 1238 | 1382 | 1,16 | P_{19} | 1937 | 1355 | -5,55 |
| P_{10} | 1308 | 1383 | 0,49 | P_{20} | 2007 | 1348 | -6,22 |

Tableau III. Position et orientation des repères R_b par rapport à R_P

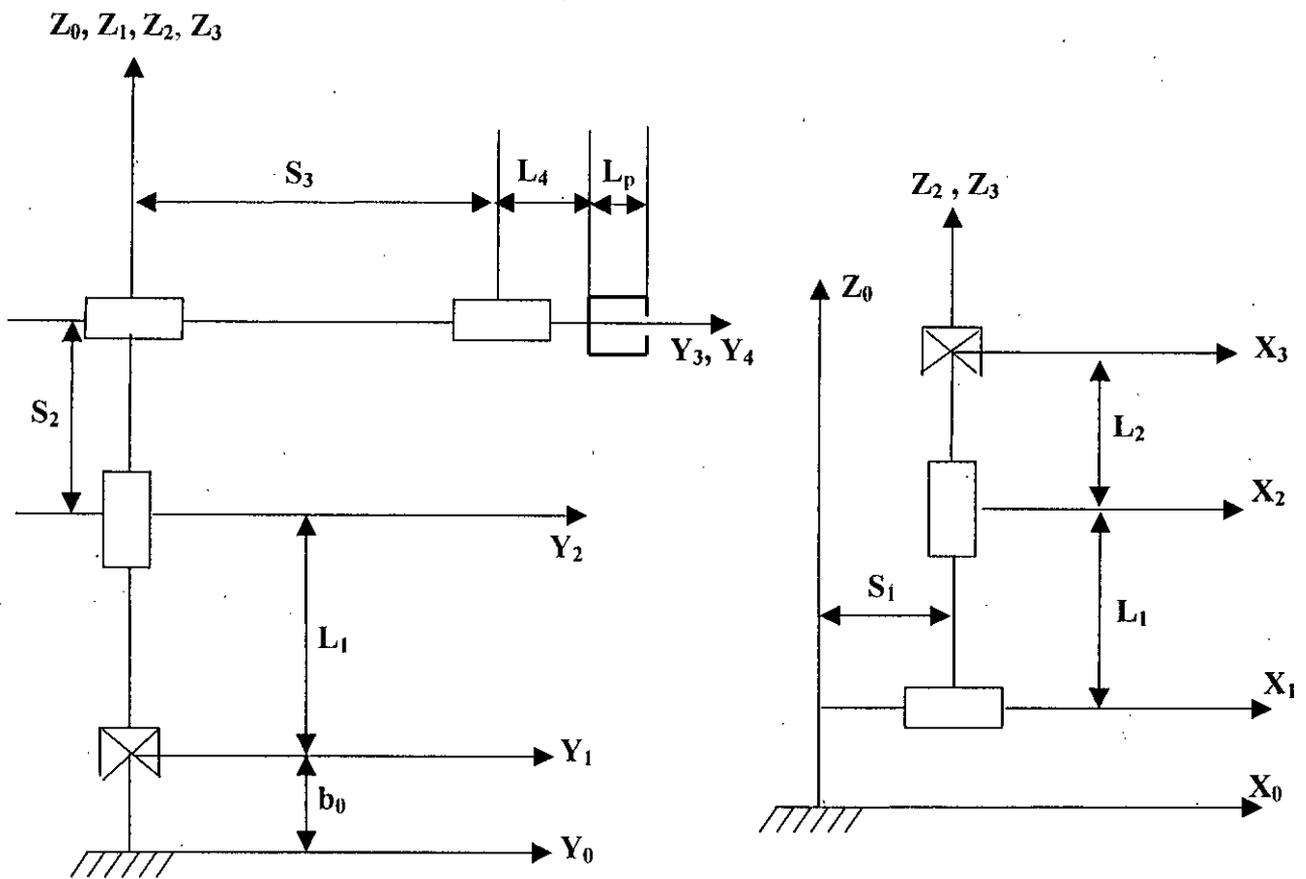


fig. III.9. Architecture du robot choisi et repères attachés au robot

Tout les repères du robot sont définis ci-dessus sauf le repère R_4 définis dans la figure III.10.

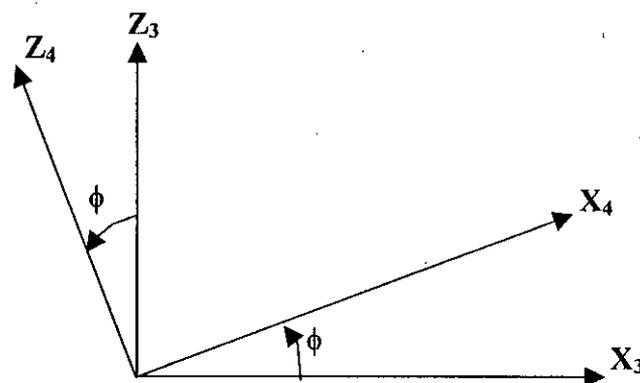


fig. III.10. Définition du repère R_4

Les matrices de passage des différents repères liés aux liaisons du robot sont :

$$T_{0,1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & S_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & b_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad T_{1,2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{2,3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad T_{3,4} = \begin{bmatrix} C\phi & 0 & S\phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & S_3 \\ -S\phi & 0 & C\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{4,E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_4 + L_p \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

On trouve après multiplication de ces matrices :

$$T_{0,E} = \begin{bmatrix} C\phi & 0 & S\phi & S_1 \\ 0 & 1 & 0 & L_p + S_3 + L_4 \\ -S\phi & 0 & C\phi & L_1 + S_2 + b_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots [\text{III.20}]$$

III.7. Modèle géométrique inverse : (MGI)

III.7.1. Définition :

On rappelle que le modèle géométrique direct d'un robot manipulateur est la relation qui relie les m coordonnées opérationnelles X_i au n coordonnées généralisées q_i .

Au moment de la conception ou la synthèse de la commande d'un robot manipulateur, le problème qui se pose est de déterminer les coordonnées généralisées qui correspondent à des coordonnées opérationnelles données du problème.

Résoudre ce problème consiste à calculer une fonction réciproque f^{-1} , si elle existe. La difficulté de cette résolution réside dans le fait que la fonction f est non linéaire, les théorèmes d'existence et d'unicité font alors défaut.

Une fonction réciproque constitue un modèle géométrique inverse du robot manipulateur exprimé par la relation :

$$q = f^{-1}(X) \dots\dots\dots [III.21]$$

Lorsque les m coordonnées opérationnelles X appartiennent au volume de travail, le résultat global suivant est valable dans la majorité des cas :

- Lorsque n est inférieur au degrés de liberté de la tâche, il n'existe pas de solution.
- Lorsque n est égal au degrés de liberté de la tâche, il existe :
 - Un nombre fini de solutions en dehors des configurations singulières.
 - Un nombre infini de solutions pour les configurations singulières.
- Lorsque n est supérieur au degrés de liberté de la tâche, il existe une infinité de solutions.

Néanmoins, il faut garder en mémoire que le résultat précédent peut être inexact dans certains cas particuliers, et noter qu'il est très difficile, a priori, de savoir si les m coordonnées opérationnelles appartient ou non au volume de travail.

Pour trouver n composantes de q correspondant à m coordonnées X données, il est possible d'utiliser des méthodes analytiques ou des méthodes numériques itératives.

Les méthodes analytiques amènent à l'obtention de tous les modèles géométriques inverses sous forme littérales. Hélas, elles ne sont pas générales et ne s'applique qu'à des

robots simples (qui possèdent un grand nombre de paramètres de Denavit-Hartenberg nuls) du type de ceux en service dans l'industrie.

Les méthodes générales de résolution du MGI d'un robot pour lequel les axes des liaisons sont tout à fait quelconques sont assez complexes et ne sont pas présentés dans notre travail. On s'est limité au modèle géométrique inverse de notre robot.

III.7.2. Modèle géométrique inverse du robot choisi :

Pour commander notre robot, on doit trouver les coordonnées généralisées q nécessaires pour mettre l'effecteur en position convenable pour l'exécution de la tâche définie par les coordonnées opérationnelles.

Pour cela, on doit avoir l'égalité suivante :

$$T_{0,b} = T_{0,E} \dots\dots\dots [III.22]$$

Cette relation détermine la ou les solutions (si elles existent) qui permettent la mise dans une position donnée de l'effecteur.

L'égalité des deux matrices (4 × 4) nous fournit a priori 16 relations, quatre d'entre elles sont banales, elle concernent l'égalité entre les éléments de la quatrième ligne (0 0 0 1).

On peut donc en fait écrire douze relations, trois relations se déduisent de l'égalité entre les éléments de la quatrième colonne des deux matrices; elle représente la mise en position du point E de l'effecteur dans le repère R₀.

Les neuf autres relations définissent l'orientation du repère R_E par rapport au repère R₀. Ces neuf relations ne sont bien évidemment pas indépendantes (voir propriétés des matrices de changement de bases) et nous ferons des choix parmi ces relations suivant l'exemple considéré.

Dans notre cas on aura :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_i = \phi \\ S_1 = x_i + a_1 \\ L_3 + S_3 + L_4 = y_i + a_2 \\ L_1 + S_2 + b_0 + L_2 = z_i + a_3 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \phi = \phi_i \\ S_1 = x_i + a_1 \\ S_2 = z_i + a_3 - L_1 - b_0 - L_2 \\ S_3 = y_i + a_2 - L_3 - L_4 \end{array} \right. \dots\dots [III.23]$$

III.8. Conclusion

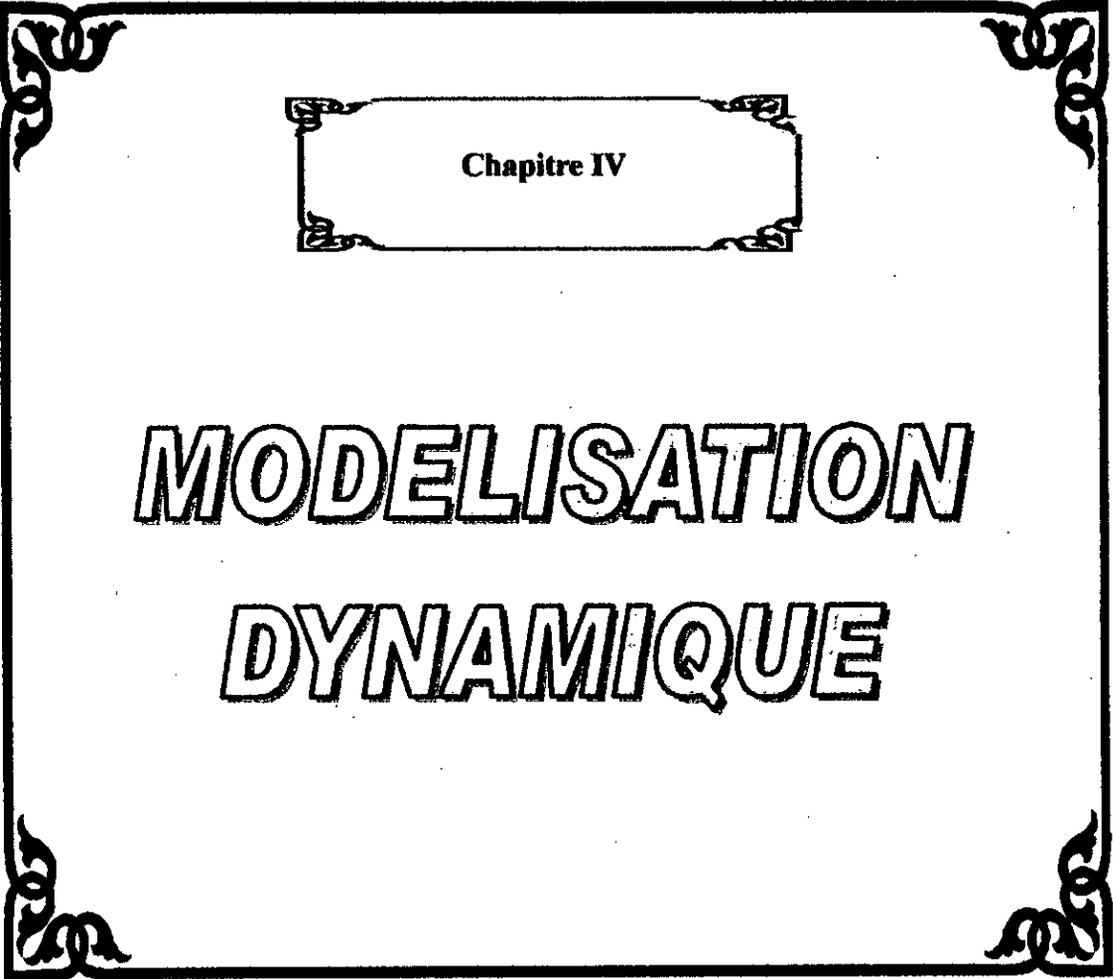
Nous avons exposés dans ce chapitre, deux modèles géométriques direct et inverse, ainsi que les différents outils permettant l'élaboration d'un modèle géométrique pour les robots.

Nous avons présentés la méthode du choix de l'architecture du robot qui convient pour notre étude, ainsi que le modèle géométrique inverse pour ce robot nécessaire pour trouver les variables généralisées nécessaire pour la commande.

Les méthodes présentées dans ce chapitre sont générales et surtout utilisées pour des systèmes complexes nécessitant des méthodes numériques de résolution . Dans notre cas le robot est simple, pour cela on a pas utilisé le paramétrage de DénavitHartenberg.

Le soudage par points se faisant par points d'arrêt, ne nécessite pas la mise en œuvre du modèle cinématique.

Dans le chapitre qui suit, on exposera le modèle dynamique inverse nécessaire pour le calcul des éléments de notre robot.



Chapitre IV

**MODELISATION
DYNAMIQUE**



MODELISATION DYNAMIQUE

IV.1. Introduction :

Un robot est avant tout un générateur de déplacements de son organe terminal. Néanmoins les corps du robot sont soumis à des efforts extérieurs, en particulier leur propre poids et des efforts dynamiques lors des phases d'accélération et de décélération, ou des efforts d'interaction avec l'environnement quand l'effecteur est en contact avec celui-ci.

Dans l'industrie, les exigences sont de plus en plus grandes. Il faut concevoir des robots performants, capables d'exécuter des tâches à des vitesses de plus en plus élevées. Notamment dans le cas de notre étude où le robot doit déplacer son organe terminal, entre les points de soudure, avec la plus grande vitesse possible afin de diminuer ce temps mort. Donc, dans ce cas, on ne peut négliger les effets dynamiques dus aux accélérations, et décélération entre ces points.

Le modèle dynamique calcule les torseurs aux niveaux des liaisons en fonction des variables cinématiques articulaires (q_i , \dot{q}_i et \ddot{q}_i), des paramètres géométriques, des n groupes de paramètres inertiels du robot et des efforts extérieurs exercés par l'environnement sur l'organe terminal. Pour les besoins de la commande seuls les forces ou les couples, selon que la liaison est prismatique ou rotoïde respectivement, portés par les axes Z_i sont nécessaires.

Dans ce chapitre, on va déterminer les équations différentielles du mouvement du robot nécessaire à la détermination des torseurs au niveau des liaisons, et ceci en utilisant le formalisme de Newton-Euler. Ce formalisme donne des formulations récurrentes très adaptées pour construire le modèle dynamique inverse qui présente un intérêt pratique indéniable aussi bien pendant la conception (dimensionnement de la structure et des motorisations) que lors de l'utilisation : les résultats peuvent être exploités, par une commande évoluée pour améliorer la précision dynamique.

IV.2. Principe de calcul :

On distingue deux étapes essentielles dans les calculs :

Etape 1 :

Le robot est parcouru dans le sens amont-aval (sens des numérotations croissantes des liaisons) : on calcul les accélérations au niveau des liaisons et des centres de masse des différents corps par composition récursives des caractéristiques cinématiques des liaisons puis on calcul les actions statio-dynamiques du corps considéré sur sa liaison portante.

Etape 2 :

Le robot est parcouru dans le sens aval-amont : calcul des torseurs complets de liaison par cumul et transport des torseurs dynamiques partiels préalablement calculés avec prise en charge des forces extérieures éventuelles directement appliquées sur les différents corps.

IV. 3. Calcul du modèle dynamique sous forme implicite :

Soient v_i la vitesse du point G_i et ω_i la vitesse de rotation instantanée du corps C_i . Soient $\gamma_i = \dot{v}_i$ l'accélération du point G_i et $a_i = \dot{\omega}_i$ l'accélération de rotation instantanée du corps C_i .

Etant donné que :

$$P_{0,i} = P_{0,i-1} + P_{i-1,i} \dots\dots\dots [IV.1]$$

et $d_{0,i} = P_{0,i} = d_{i,i} \dots\dots\dots [IV.2]$

avec $d_{i,i}$ vecteur position du centre de masse G_i du corps C_i .

On peut écrire, en dérivant :

$$\dot{P}_{0,i} = \dot{P}_{0,i-1} + \omega_{i-1} \wedge P_{i-1,i} + \sigma_i \dot{q}_i z_i \dots\dots\dots [IV.3]$$

et $v_i = \dot{d}_{0,i} = \dot{P}_{0,i} + \omega_i \wedge d_{i,i} \dots\dots\dots [IV.4]$

Soit, en dérivant une seconde fois :

$$\ddot{P}_{0,i} = \ddot{P}_{0,i-1} + \underline{a}_{i-1} \wedge \underline{P}_{i-1,i} + \omega_{i-1} \wedge (\omega_{i-1} \wedge \underline{P}_{i-1,i}) + \sigma_i (2 \dot{q}_i \omega_{i-1} \wedge \underline{z}_i + \ddot{q}_i \underline{z}_i) \dots\dots\dots [IV.5]$$

et $\gamma_i = \dot{v}_i = \ddot{d}_{0,i} = \ddot{P}_{0,i} + \underline{a}_i \wedge \underline{d}_{i,i} + \omega_i \wedge (\omega_i \wedge \underline{d}_{i,i}) \dots\dots\dots [IV.6]$

De plus nous allons voir, ci-après, qu'il est intéressant de faire intervenir le vecteur :

$$\alpha_i = \ddot{P}_{0,i} + g \underline{z}_0 \dots\dots\dots [IV.7]$$

avec g accélération de la pesanteur.

En effet, en posant : $\underline{b}_i = \underline{\hat{a}}_i + \underline{\hat{\omega}}_i \cdot \underline{\hat{\omega}}_i \dots\dots\dots [IV.8]$

Et en fonction de ce qui précède, nous pouvons écrire :

$$\alpha_i = \sigma_i t_i + \underline{r}_{i-1} \dots\dots\dots [IV.9]$$

avec : $t_i = 2 \dot{q}_i \cdot \omega_{i-1} \wedge \underline{z}_i + \ddot{q}_i \underline{z}_i \dots\dots\dots [IV.10]$

et $\underline{r}_{i-1} = \alpha_{i-1} + \underline{b}_{i-1} \cdot \underline{P}_{i-1,i} \dots\dots\dots [IV.11]$

IV.4. Calcul itératif direct des vitesses et des accélérations :

Etant donné le théorème de composition des vitesses de rotation instantanées, on peut écrire :

$$\omega_i = \omega_{i-1} + \bar{\sigma}_i \dot{q}_i \underline{z}_i \dots\dots\dots [IV.12]$$

et par conséquent en dérivant, on trouve :

$$\underline{a}_i = \underline{a}_{i-1} + \bar{\sigma}_i (\dot{q}_i \cdot \omega_{i-1} \wedge \underline{z}_i + \ddot{q}_i \underline{z}_i) \dots\dots\dots [IV.13]$$

En fonction de ce qui précède le calcul itératif direct des vitesses et des accélérations peut être organisé de la sorte :

conditions initiales $\omega_0 = a_0 = 0; \alpha_0 = g z_0$.

Do $i = 1, 2, \dots, n$

$$\omega_i = \omega_{i-1} + \bar{\sigma}_i \dot{q}_i z_i$$

$$a_i = a_{i-1} + \bar{\sigma}_i (\dot{q}_i \cdot \omega_{i-1} \wedge z_i + \ddot{q}_i z_i)$$

$$\underline{b}_i = \underline{\hat{a}}_i + \underline{\hat{\omega}}_i \cdot \underline{\hat{\omega}}_i$$

$$\sigma_i t_i = \sigma_i (2 \dot{q}_i \cdot \omega_{i-1} \wedge z_i + \ddot{q}_i z_i)$$

$$r_{i-1} = \alpha_{i-1} + \underline{b}_{i-1} \cdot P_{i-1,i}$$

$$\alpha_i = \sigma_i t_i + r_{i-1}$$

End do

On a la relation : $\gamma_i + g z_0 = \alpha_i + \underline{b}_i \cdot \underline{d}_{i,i}$

IV.5. Calcul itératif inverse des efforts :

Soient :

$P_i = m_i \cdot v_i$: la résultante cinétique du corps C_i ,

$\mu_i = I_{G_i} \cdot \omega_i$: le moment cinétique du corps C_i au point G_i ,

f_i : la force d'interaction exercée, au point O_i par le corps C_{i-1} sur le corps C_i ,

c^i : le couple d'interaction exercé par le corps C_{i-1} sur le corps C_i ,

$F_i = f_i + \sigma_i \Gamma_i z_i$: la force exercée, au point O_i , par le corps C_{i-1} et le $i^{\text{ème}}$ actionneur sur le corps C_i .

$C^i = c^i + \bar{\sigma}_i \Gamma_i z_i$ le couple exercé par le corps C_{i-1} et le $i^{\text{ème}}$ actionneur sur le corps C_i ,

F_{res}^i : la force résultante exercée, au point G_i sur le corps C_i ,

C_{res}^i : le couple résultant exercé sur le corps C_i . Il est possible d'écrire : (cf. figIV.1)

$$F_{res}^i = F^i - F^{i+1} - m_i g z_0 \dots \dots \dots [IV.14]$$

$$C_{res}^i = C^i - C^{i+1} - d_{i,i} \wedge F^i + d_{i+1,i} \wedge F^{i+1} \dots \dots \dots [IV.15]$$

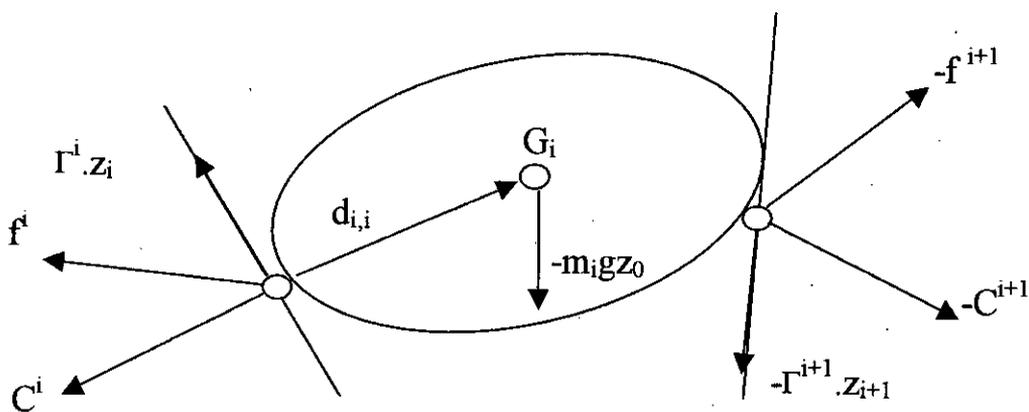


Fig.IV.1. Efforts exercés sur le corps \$C_i\$

On suppose que les efforts d'interaction sont dus exclusivement à des frottements visqueux et secs. On peut écrire :

$$z_i (\sigma_i f^i + \bar{\sigma}_i c^i) = -F^{ii} \dot{q}_i - H^{ii} \text{sgn} \dot{q}_i$$

et par conséquent : $\Gamma^i - F^{ii} \dot{q}_i - H^{ii} \text{sgn} \dot{q}_i = z_i (\sigma_i F^i + \bar{\sigma}_i C^i)$

D'après les théorèmes de la résultante dynamique (Théorème de Newton) et du moment cinétique (théorème d'Euler) on peut écrire :

$$F_{res}^i = \dot{p}^i = m_i \gamma_i \dots\dots\dots[IV.16]$$

$$C_{res}^i = \dot{\mu}^i = I_{G_i} \cdot a_i + \omega_i \wedge (I_{G_i} \cdot \omega_i) \dots\dots\dots[IV.17]$$

Soit d'après les relations précédentes :

$$F^i = F^{i+1} + m_i (\alpha_i + \underline{b}_i d_{i,i}) \dots\dots\dots[IV.18]$$

et $C^i = C^{i+1} + I_{G_i} \cdot a_i + \omega_i \wedge (I_{G_i} \cdot \omega_i) + d_{i,i} \wedge (F^i - F^{i+1}) + P_{i,i+1} \wedge F^{i+1} \dots\dots[IV.19]$

Le calcul itératif inverse des efforts peut être organisé de la sorte :

Conditions initiales : $F^{n+1} = f^{n+1}$, $C^{n+1} = c^{n+1}$

Do $i = n, n-1, \dots, 1$

$$F^i = F^{i+1} + m_i \cdot \underline{b}_i \cdot d_{i,i} + m_i \alpha_i$$

$$C^i = C^{i+1} + I_{G_i} \cdot a_i + \omega_i \wedge (I_{G_i} \cdot \omega_i) + d_{i,i} \wedge (F^i - F^{i+1}) + P_{i,i+1} \wedge F^{i+1}$$

$$F^i = z_i (\sigma_i F^i + \bar{\sigma}_i C^i) + F^{ii} \dot{q}_i - H^{ii} \operatorname{sgn} \dot{q}_i$$

End do

IV.6. Calcul extrinsèque :

Ce calcul consiste à projeter les quantités qui interviennent dans le calcul du modèle dynamique alternativement dans les repères R_{i-1} et R_i . Il peut être organisé de la façon suivante :

Conditions initiales : $\omega_{0(0)} = a_{0(0)} = (0,0,0)^t$ et $\alpha_{0(0)} = g \cdot Z$ avec : $Z = (0,0,1)^t$

Do $i = 1, 2, \dots, n$

$$\omega_{i-1(i)} = A_{i,i-1} \omega_{i-1(i-1)}$$

$$\omega_{i(i)} = \omega_{i-1(i)} + \bar{\sigma}_i \dot{q}_i Z$$

$$a_{i-1(i)} = A_{i,i-1} \cdot a_{i-1(i-1)}$$

$$a_{i(i)} = a_{i-1(i)} + \bar{\sigma}_i (\dot{q}_i \hat{\omega}_{i-1(i)} Z + \ddot{q}_i Z)$$

$$b_{i(i)} = \hat{a}_{i(i)} + \hat{\omega}_{i(i)} \hat{\omega}_{i(i)}$$

$$\sigma_i \cdot t_{i(i)} = \sigma_i (2\dot{q}_i \cdot \hat{\omega}_{i-1(i)} Z + \ddot{q}_i \cdot Z)$$

$$r_{i-1(i-1)} = \alpha_{i-1(i-1)} + b_{i-1(i-1)} P_{i-1,i(i-1)}$$

$$r_{i-1(i)} = A_{i,i-1} r_{i-1(i-1)}$$

$$\alpha_{i(i)} = \sigma_i t_{i(i)} + r_{i-1(i)}$$

End do

Conditions initiales : $F_{(n)}^{n+1} = f_{(n)}^{n+1}$, $C_{(n)}^{n+1} = c_{(n)}^{n+1}$

Do $i = n, n-1, \dots, 1$

$$F_{(i)}^i = F_{(i)}^{i+1} + b_{(i)} \cdot m_i \cdot d_{i,i(i)} + m_i \cdot \alpha_{i(i)}$$

$$F_{(i-1)}^i = A_{i-1,i} \cdot F_{(i)}^i$$

$$C_{(i)}^i = C_{(i)}^{i+1} + I_{G_{(i)}} \cdot a_{(i)} + \hat{\omega}_{(i)} \cdot I_{G_{(i)}} \cdot \omega_{(i)} + m_i \hat{d}_{i,i(i)} \alpha_{(i)} + \hat{P}_{i,i+1(i)} F_{(i)}^{i+1}$$

$$C_{(i-1)}^i = A_{i-1,i} C_{(i)}^i$$

$$\Gamma^i = Z^i \left(\sigma_i F_{(i)}^i + \bar{\sigma}_i C_{(i)}^i \right) + F^{ii} \dot{q}_i + H^{ii} \operatorname{sgn} \dot{q}_i$$

End do

IV.7. Equations d'équilibre pour le robot :

Les accélérations γ_i des différents corps du robot sont :

$$\gamma_1 = \ddot{S}_1 X_0$$

$$\gamma_2 = \ddot{S}_1 X_0 + \ddot{S}_2 Z_0$$

$$\gamma_3 = \ddot{S}_1 X_0 + \ddot{S}_3 Y_0 + \ddot{S}_2 Z_0$$

$$\gamma_4 = \ddot{S}_1 X_0 + \ddot{S}_3 Y_0 + \ddot{S}_2 Z_0$$

L'accélération de la pince :

$$\gamma_P = \gamma_4$$

La dérivée du moment cinétique du corps C_4 et de la pince :

$$\dot{\mu}^4 = I_{Y_{G_4}} \ddot{\phi} Y_0$$

$$\dot{\mu}^P = I_{Y_p} \ddot{\phi} Y_0$$

La force et le moment d'inertie dus à la pince sont :

$$F^P = -m_p \gamma_p = -m_p (\ddot{S}_1 X_0 + \ddot{S}_3 Y_0 + \ddot{S}_2 Z_0)$$

$$C^P = -I_{Y_p} \ddot{\phi} Y_0$$

Les équations du mouvement du robot sont :

• Corps (4) :

$$F_X^4 - m_p \ddot{S}_1 = m_4 \ddot{S}_1 \dots\dots\dots (IV.20)$$

$$F_Y^4 - m_p \ddot{S}_3 = m_4 \ddot{S}_3 \dots\dots\dots (IV.21)$$

$$F_Z^4 - (m_4 + m_p)g - m_p \ddot{S}_2 = m_4 \ddot{S}_2 \dots\dots\dots (IV.22)$$

$$C_X^4 - m_p \cdot g \cdot \frac{L_4}{2} - F_X^4 \cdot \frac{L_4}{2} = 0 \dots\dots\dots (IV.23)$$

$$C_Y^4 - I_{Y_p} \ddot{\phi} = I_{Y_p} \ddot{\phi} \dots\dots\dots (IV.24)$$

$$C_Z^4 + F_X^4 \cdot \frac{L_4}{2} = 0 \quad \text{(IV.25)}$$

$$\Gamma^4 = C_Y^4 \quad \text{(IV.26)}$$

• Corps (3) :

$$F_X^3 - F_X^4 = m_3 \ddot{S}_1 \quad \text{(IV.27)}$$

$$F_Y^3 - F_Y^4 = m_3 \ddot{S}_3 \quad \text{(IV.28)}$$

$$F_Z^3 - F_Z^4 - m_3 g = m_3 \ddot{S}_2 \quad \text{(IV.29)}$$

$$C_X^3 - C_X^4 + F_Z^3 \left(\frac{L_3}{2} - S_3 \right) - F_Z^4 \cdot \frac{L_3}{2} = 0 \quad \text{(IV.30)}$$

$$C_Y^3 - C_Y^4 = 0 \quad \text{(IV.31)}$$

$$C_Z^3 - C_Z^4 - F_X^3 \left(\frac{L_3}{2} - S_3 \right) + F_X^4 \cdot \frac{L_3}{2} = 0 \quad \text{(IV.32)}$$

$$\Gamma^3 = F_Y^3 \quad \text{(IV.33)}$$

• Corps (2) :

$$F_X^2 - F_X^3 = m_2 \ddot{S}_1 \quad \text{(IV.34)}$$

$$F_Y^2 - F_Y^3 = 0 \quad \text{(IV.35)}$$

$$F_Z^2 - F_Z^3 - m_2 g = m_2 \ddot{S}_2 \quad \text{(IV.36)}$$

$$C_X^2 - C_X^3 - F_Y^2 \left(\frac{L_2}{2} - S_2 \right) + F_Y^3 \cdot \frac{L_2}{2} = 0 \quad \text{(IV.37)}$$

$$C_Y^2 - C_Y^3 + F_X^2 \left(\frac{L_2}{2} - S_2 \right) - F_X^3 \cdot \frac{L_2}{2} = 0 \quad \text{(IV.38)}$$

$$C_Z^2 - C_Z^3 = 0 \quad \text{(IV.39)}$$

$$\Gamma^2 = F_Z^2 \quad \text{(IV.40)}$$

• Corps (1) :

$$F_X^1 - F_X^2 = m_1 \ddot{S}_1 \quad \text{(IV.41)}$$

$$F_Y^1 - F_Y^2 = 0 \quad \text{(IV.42)}$$

$$F_z^1 - F_z^2 - m_1 g = 0 \dots\dots\dots (IV.43)$$

$$C_x^1 - C_x^2 + F_y^1 \cdot \frac{L_1}{2} + F_y^2 \cdot \frac{L_1}{2} = 0 \dots\dots\dots (IV.44)$$

$$C_y^1 - C_y^2 - F_x^1 \cdot \frac{L_1}{2} - F_x^2 \cdot \frac{L_1}{2} = 0 \dots\dots\dots (IV.45)$$

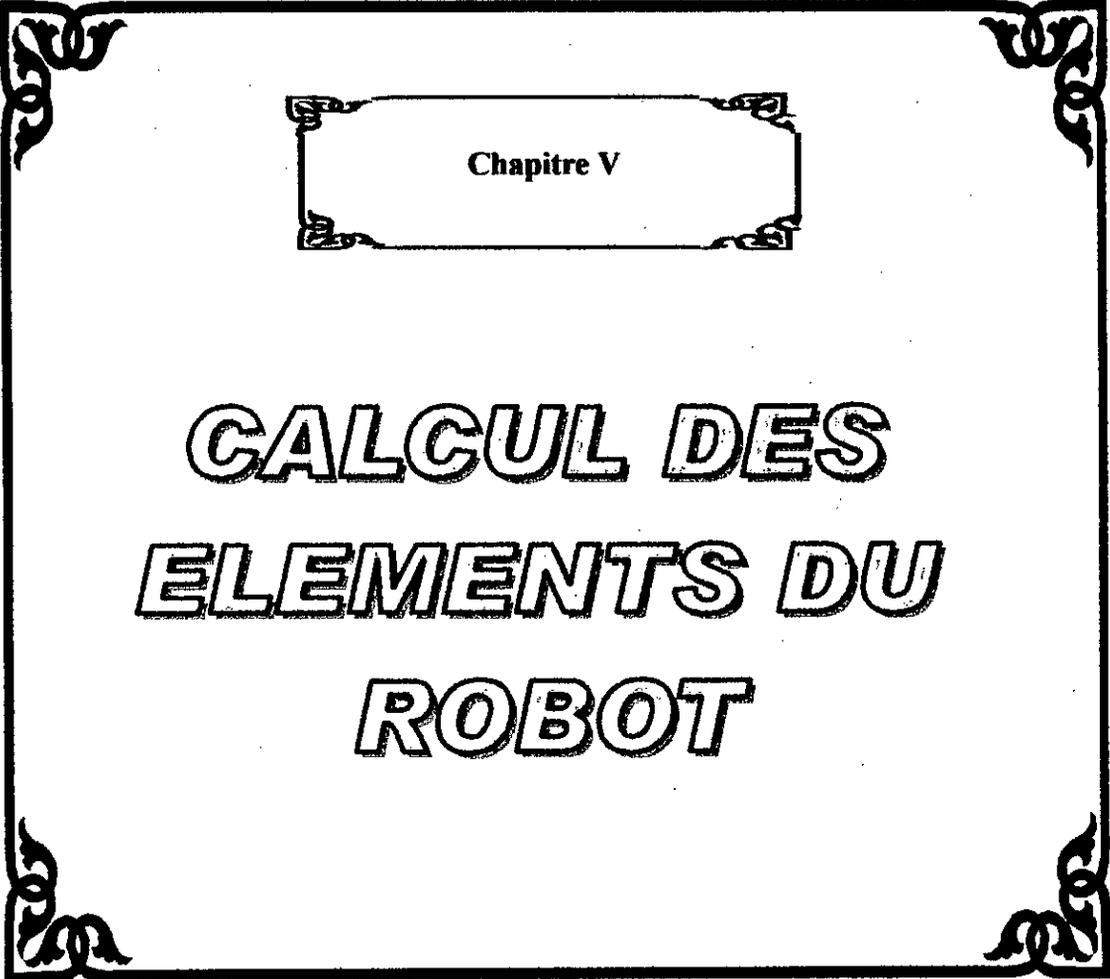
$$C_z^1 - C_z^2 = 0 \dots\dots\dots (IV.46)$$

$$\Gamma^1 = F_x^1 \dots\dots\dots (IV.47)$$

IV.8. Conclusion :

Nous avons exposés, dans ce chapitre, le modèle dynamique inverse nécessaire pour la détermination des torseurs aux liaisons en fonction des variables cinématiques et des paramètres géométriques et inertiels du robot et des efforts extérieurs en utilisant le formalisme de Newton-Euler.

On a déterminé les équations différentielles ,du mouvement de notre robot. Elle sont nécessaires pour le calcul des torseurs aux liaisons. Ces équations sont utilisées au chapitre suivant pour le calcul des éléments de notre robot.



Chapitre V

**CALCUL DES
ELEMENTS DU
ROBOT**

Chapitre
5

CALCUL DES ELEMENTS DU ROBOT

V.1. Introduction :

Dans le chapitre précédent, on a déterminé les équations du mouvement des différents corps du robot. Ces équations sont nécessaires à la détermination des torseurs d'effort aux liaisons. Ces torseurs ont un grand intérêt pour le dimensionnement de la structure du robot et des motorisations.

Mais on voit bien que les masses et les moments d'inertie des corps du robot sont inconnus, pour cela on va calculer les éléments du robot par itérations.

V.2. Calcul de la pince de soudage:

On sait que la force de serrage F est de 1000 N. (Tableau II). On va déterminer le couple C du moteur qui fait tourner l'élément supérieur de la pince pour serrer les électrodes au point de soudure. On déterminera aussi les dimensions de la pince, sa masse m_p et son moment d'inertie I_{Yp} .

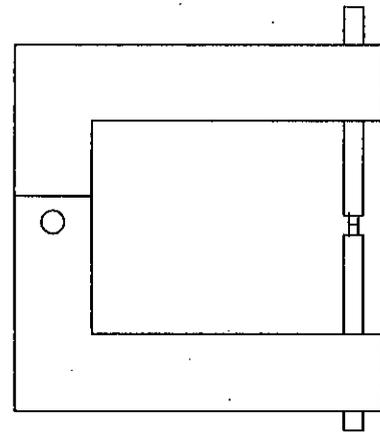


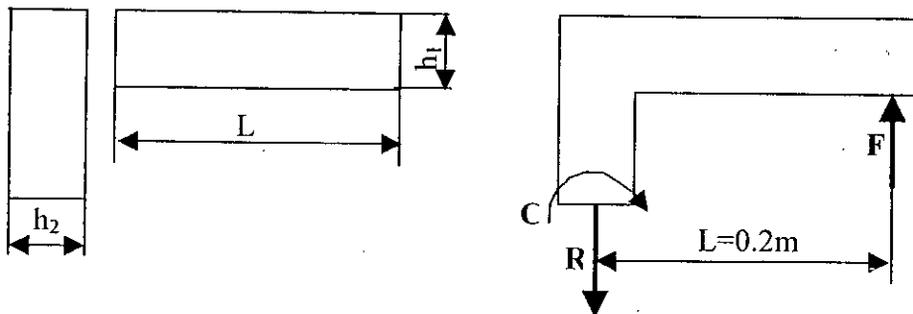
Fig.V.1. schéma de la pince

A l'équilibre on a:

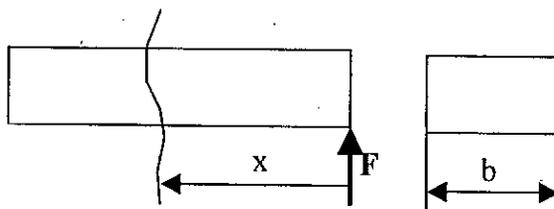
$$C = F.L \dots\dots\dots [V.1]$$

$$R = F \dots\dots\dots [V.2]$$

On divise les deux éléments de la pince en deux parties et on dimensionne chacun d'eux. (fig.V.2)



FigV.2. Modélisation de la pince



FigV.3. calcul de la première partie de la pince

L'élément de droite est soumis à une flexion.

Le moment de flexion est donné par :

$$M_f = F \cdot x \dots\dots\dots [V.3]$$

L'effort tranchant :

$$T = F \dots\dots\dots [V.4]$$

La contrainte maximale s'écrit:

$$\sigma_{x \max} = \frac{M_{f \max}}{I_z} \cdot (h_1 / 2) \dots\dots\dots [V.5]$$

avec : $I_z = (1/12) \cdot b \cdot h^3$

La section dangereuse est à $x = L$.

La condition de résistance est :

$$\sigma_{x \max} \leq \sigma_{adm} \dots\dots\dots [V.6]$$

La contrainte de cisaillement maximale est donnée par :

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{b \cdot I_z} \int_0^{h/2} y \cdot dA \dots\dots\dots [V.7]$$

La section dangereuse est à $x = 0$

La condition de résistance au cisaillement est :

$$\tau_{\max} \leq \tau_{\text{adm}} \dots\dots\dots [V.8]$$

On prend $b = 50 \text{ mm}$ et un diamètre des portes électrodes $d_{pe} = 20 \text{ mm}$.

La pince est faite par un acier allié 25CD4 de résistance élastique à l'extension:

$R_e = 700 \text{ Mpa}$. (voir tableau2 de l'annexe2)

La contrainte admissible d'extension

$$\sigma_{\text{adm}} = R_e / s \dots\dots\dots [V.9]$$

Avec s : coefficient de sécurité donné par le tableau3 de l'annexe2. On prend $s = 3$

La résistance élastique au glissement est donnée par : $R_g = 0,8.R_e$ (voir le tableau5 de l'annexe2).

La contrainte admissible de cisaillement :

$$\tau_{\text{adm}} = R_g / s' \dots\dots\dots [V.10]$$

On prend $s' = 3$

Après calcul on prend : $h_1 = 15 \text{ mm}$.

• Calcul de l'axe :

Cet axe est soumis à la torsion et au cisaillement. Il est fait en acier XC48 de résistance élastique à l'extension de 250 Mpa.

Cet axe transmet le mouvement de rotation à l'élément supérieur de la pince par l'intermédiaire d'une clavette parallèle.

La section de l'axe est représentée sur la fig.V.4 :

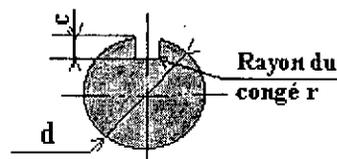


Fig.V.4. section de l'axe

La contrainte de cisaillement maximale τ_{\max} s'écrit:

$$\tau_{\max} = K_t \cdot \frac{M_{t \max}}{I_0} \cdot (d/2) + \frac{F}{2A} \dots\dots\dots [V.11]$$

avec: $A = \pi \cdot (d^2 / 4)$ et $I_0 = \pi \cdot (d^4 / 32)$ (voir tableau 6 annexe 2)

où K_t est le coefficient de concentration de contrainte relatif à la torsion.

On doit satisfaire la condition : $\tau_{\max} \leq \tau_{\text{adm}}$

On prend $s=2.5$

K_t est fonction de r et de c : voir la courbe sur la fig.V.5 .

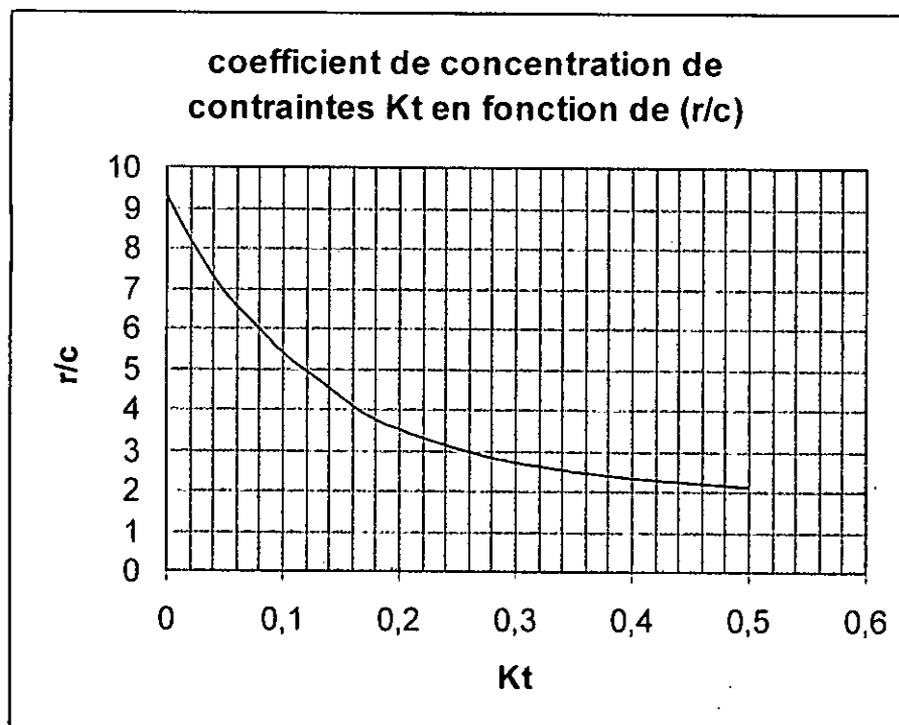


Fig.V.5. Coefficient de concentration de contrainte relatif à la torsion K_t

Pour un premier essai, on prend $K_t = 5.4$.

Après calcul, on trouve $d = 44$ mm.

Pour un diamètre d de 44 mm, on a $c = 5$ (voir Tableau 9 de l'annexe 2).

Pour un coefficient $K_t = 5.4$, on a $r/c = 0.1$; ce qui donne un rayon de congé $r = 0.5$ qui est une valeur acceptable.

• **Calcul de la clavette :**

Pour un diamètre d de 44 mm, on a les dimensions de la clavette : $a = 12$ et $b = 8$ (voir Tableau9 de l'annexe2).

La clavette est soumise à la compression et au cisaillement.

La condition de résistance à la compression donne :

$$\sigma_c = \frac{2 \cdot C}{l_p \cdot d \cdot K} \leq \sigma_{adm} \dots\dots\dots [V.12]$$

Avec : $K = b - c$

La condition de résistance au cisaillement donne :

$$\tau_c = \frac{2 \cdot C}{l_p \cdot d \cdot a} \leq \tau_{adm} \dots\dots\dots [V.13]$$

Les pressions admissibles sur les flans des clavettes sont données par le tableau10 de l'annexe2.

Ainsi, on trouve une longueur pratique: $l_p = 40$ mm

On prend une clavette parallèle, forme B, de $12 \times 8 \times 40$.

• **Calcul de la deuxième partie de la pince :**

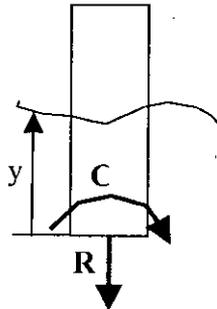


Fig.V.6.calcul de la deuxième partie de la pince

Elle est soumise à la flexion et à la traction.

Le moment de flexion :

$$M_f = C \dots\dots\dots [V.14]$$

L'effort de traction:

$$N = F \dots\dots\dots [V.15]$$

La section dangereuse est à $y = 0$.

La contrainte normale maximale est :

$$\sigma_{x \max} = \frac{M_{f \max}}{I_z} \cdot (h_1 / 2) + \frac{F}{A} \dots\dots\dots [V.16]$$

avec: $I_z = (1/12) \cdot b \cdot (h_2 - d)^3$

et : $A = b (h_2 - d)$

On doit vérifier la condition:

$$\sigma_{x \max} \leq \sigma_{adm}$$

Après calcul on trouve : $h_2 = 70 \text{ mm}$.

On prend pour cette longueur partie une longueur : $l = 0.1 \text{ m}$.

• **Choix du moteur :**

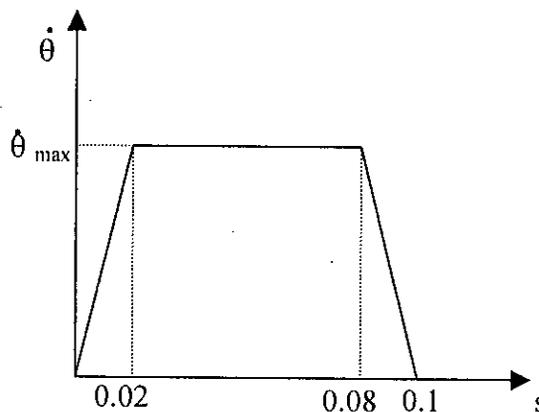
On prend un moteur hydraulique avec un couple minimum de 200 N.m.

Calcul de la vitesse maximale :

On prend un temps mort entre les soudure $t_m = 0.2 \text{ s}$, et une course d'angle $\theta = 10^\circ$, cette sera :

$$C_0 = L \cdot \theta = 35 \text{ mm} \text{ . Cette course est parcouru en aller retour.}$$

Ce moteur suit une loi de commande trapézoïdale.



figV.7. Commande trapézoïdale

$$\theta = \frac{1}{2} \cdot \ddot{\theta} \cdot t^2, \quad 0 \leq t \leq 0.02 \dots\dots\dots [V.17]$$

$$\theta = \dot{\theta}_{\max} \cdot t + \theta_0, \quad 0.02 \leq t \leq 0.08 \dots\dots\dots [V.18]$$

$$\theta = -\frac{1}{2} \cdot \ddot{\theta} \cdot t^2 + \dot{\theta}_{\max} \cdot t + \theta_0, \quad 0.08 \leq t \leq 0.1 \dots\dots\dots [V.19]$$

On trouve : $\dot{\theta}_{\max} = 125^\circ / s$

• **Masse et moment d'inertie de la pince :**

Cette pince est fabriquée en acier dont la masse volumique $\rho = 7,9 \cdot 10^3 \text{ Kg} / \text{m}^3$ excepté les porte électrodes et les électrodes qui sont fabriqués en alliage de cuivre de masse volumique $\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ Kg} / \text{m}^3$.

Les masses sont calculées par la formule :

$$M = \rho \cdot V \quad \text{avec } V : \text{ le volume de l'élément.}$$

Après calcul, on trouve la masse des éléments égale à 9.84 Kg.

La masse de la pince y compris le transformateur, les câbles d'alimentation, les canalisations de refroidissement et le moteur de serrage est estimé à 30 Kg.

Après calcul, on estime le moment d'inertie de la pince $I_{yp} = 0.4 \text{ Kg m}^2$

V.3. Calcul des accélérations des moteurs:

On choisit une loi de commande trapézoïdale pour les différents actionneurs du robot, on prendra un temps mort entre les points de soudures de 0.2 s. La plus grande distance entre les points parcourue par l'actionneur entre les points de soudure nous donne la vitesse maximale demandée au du moteur et l'accélération maximale recherchée.

• **premier actionneur :**

La plus grande distance parcourue suivant l'axe x entre les points de soudure est de : 0.07 m

Ainsi en appliquant la loi de commande trapézoïdale on trouve :

$$\dot{S}_{1\max} = 0.44 \text{ m} / \text{s}$$

$$\ddot{S}_{1\max} = 10.94 \text{ m} / \text{s}^2$$

• **deuxième actionneur :**

La plus grande distance parcourue suivant l'axe z entre les points de soudure est de : 0.007 m

Ainsi en appliquant la loi de commande trapézoïdale on trouve :

$$\dot{S}_{2\max} = 0.044 \text{ m} / \text{s}$$

$$\ddot{S}_{2\max} = 1.094 \text{ m} / \text{s}^2$$

• **troisième actionneur :**

Le plus grand angle parcouru entre les points de soudure est de : 0.69°

Ainsi en appliquant la loi de commande trapézoïdale on trouve :

$$\dot{\Phi}_{1\max} 4.31^\circ / s = 0.075rd / s = 0.71875tr / mn$$

$$\ddot{\Phi}_{1\max} = 1.88rd / s^2$$

• **quatrième actionneur :**

Cet actionneur ne se déplace pas quand le robot effectue sa tâche de soudage.

On prend : $\ddot{S}_{3\max} = 5m / s^2$

Le temps nécessaire pour le soudage d'un véhicule est :

$$t = 19 \cdot t_m + 20 \cdot t_s = 11.8 \text{ s}$$

où : t_m : temps mort entre deux points.

t_s : temps de soudage d'un point.

V.4. Choix des longueurs des éléments:

On trouve que : $L_p = 242.5 \text{ mm}$

On prend les longueurs et les courses suivantes pour les différents éléments :

$$L_4 = 150 \text{ mm}$$

$$500 \leq S_3 \leq 1000 \text{ mm et } L_3 = 1300 \text{ mm}$$

$$450 \leq S_2 \leq 550 \text{ mm et } L_2 = 650 \text{ mm}$$

$$L_1 = 700 \text{ mm}$$

$$670 \leq S_1 \leq 2010 \text{ mm, } L_0 = 1500 \text{ mm, et } b_0 = 150 \text{ mm}$$

$$-7^\circ \leq \phi \leq 7^\circ$$

V.5. Premier calcul des éléments du robot :

On connaît la masse et le moment d'inertie de la pince et les accélérations des différents corps, pour une première approche de calcul, on suppose que les masses des différents corps du robot sont nulles.

On calcul les torseurs aux liaisons par les équations d'équilibre vues au chapitre IV. et on trouve :

$$F_x^4 = F_x^3 = F_x^2 = F_x^1 = 328.13N$$

$$F_y^4 = F_y^3 = F_y^2 = F_y^1 = 150 N$$

$$F_z^4 = F_z^3 = F_z^2 = F_z^1 = 327.11 N$$

$$C_x^4 = 46.68Nm, \quad C_y^4 = 0.75Nm, \quad C_z^4 = -24.61Nm$$

$$C_x^3 = 407.2Nm, \quad C_y^3 = 0.75Nm, \quad C_z^3 = -351.72Nm$$

$$C_x^2 = 340Nm, \quad C_y^2 = 181.22Nm, \quad C_z^2 = -351.72Nm$$

$$C_x^1 = 235Nm, \quad C_y^1 = 410.91Nm, \quad C_z^1 = -351.72Nm$$

V.5.1. Calcul du corps 4 :

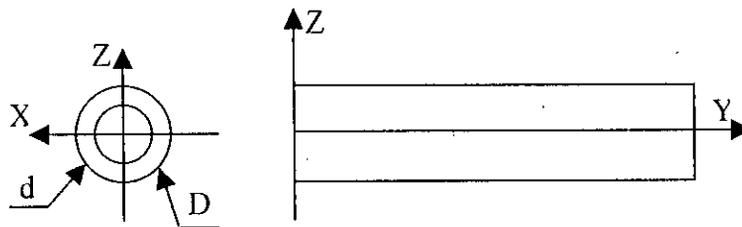


fig.V.8. Schéma du corps 4

Ce corps a une section circulaire creuse. Il est soumis à une flexion déviée composée avec une torsion et une compression.

Le moment de torsion $M_t = 0.75 Nm$

On néglige l'effet de la torsion devant devant celui des autres sollicitation.

Les moments fléchissants sont:

$$Mf_x = F_z^4 \cdot y - C_x^4 \dots\dots\dots [V.20]$$

$$Mf_z = F_x^4 \cdot y + C_z^4 \dots\dots\dots [V.21]$$

La section dangereuse est à : $y = 150 mm$.

La contrainte normale maximale due à la flexion est donnée par :

$$\sigma_{y \max} = \frac{Mf_z \max}{I_z} \cdot (-D/2) - \frac{Mf_x \max}{I_x} \cdot (-D/2) \dots\dots\dots [V.22]$$

La contrainte normale due à la compression est :

$$\sigma_{ycomp} = \frac{F_y^4}{A} \dots\dots\dots [V.23]$$

Avec : $I_x = I_z = (\pi/64) \cdot (D^4 - d^4)$

et : $A = (\pi/4) \cdot (D^2 - d^2)$

On prend $D = (3/4) \cdot d$

Pour la fibre extrême sollicitée en compression, on écrit la condition :

$$\sigma_{ycomp} = \frac{Mf_{z\max}}{I_z} \cdot (-D/2) - \frac{Mf_{x\max}}{I_x} \cdot (-D/2) + \frac{F_y^4}{A} \leq \sigma_{admc} \dots\dots\dots [V.24]$$

Tout les éléments du robot sont fait par un acier allié 25CD4 de résistance élastique à l'extension: $R_e = 700$ Mpa.(voir tableau2 de l'annexe2)

La deuxième condition à satisfaire est la limitation de la flèche :

On a : $E \cdot I_x \ddot{Z} = Mf_x \dots\dots\dots [V.25]$

et : $E \cdot I_y \ddot{X} = Mf_y \dots\dots\dots [V.26]$

La flèche résultante est :

$$f = \sqrt{X^2 + Z^2} \dots\dots\dots [V.27]$$

On suppose que cet élément est encasté à $y = 0$

On doit avoir une flèche maximale tel que :

$$f_{\max} \leq f_{admc} \dots\dots\dots [V.28]$$

On prend une flèche maximale $f_{adm} = 0.2$ mm

La dernière condition est de ne pas dépasser l'angle de torsion admissible:

$$\theta = \frac{M_t}{G \cdot I_0} \leq \theta_{adm} \dots\dots\dots [V.29]$$

On prend un angle $\theta_{adm} = 0.25^\circ / m$

La condition du rétrécissement minimal nous conduit à des petits diamètres.

Après calcul, on prend : $D = 34$ mm et $d = 25$ mm.

La direction de la flèche maximale est donnée par :

$$\text{tg } \alpha = \frac{Mf_{x\max}}{Mf_{z\max}} \dots\dots\dots [V.30]$$

Ainsi, on trouve: $\alpha = 6.54^\circ$

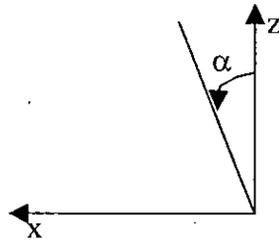


fig.V.8.direction de la flèche du corps 4

V.5.2. Calcul du corps 3 :

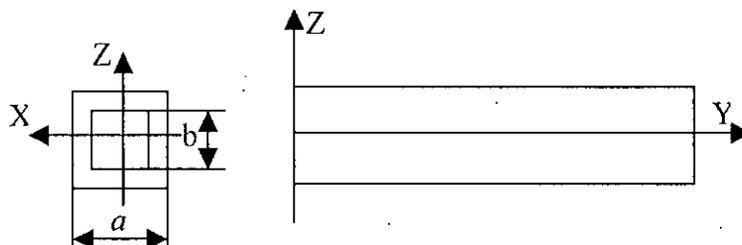


fig.V.10. Schéma du corps 3

Ce corps a une section carrée creuse. Il est soumis à une flexion déviée composée avec une torsion et une compression.

Le moment de torsion $M_t = 0.75 \text{ Nm}$

On néglige l'effet de la torsion devant devant celui des autres sollicitation.

Les moments fléchissants sont:

$$Mf_x = F_z^3 \cdot y - C_x^3 \dots\dots\dots [V.31]$$

$$Mf_z = F_x^3 \cdot y + C_z^3 \dots\dots\dots [V.32]$$

La section dangereuse est à : $y = 0$

La contrainte normale maximale due à la flexion est donnée par :

$$\sigma_{y \max} = \frac{Mf_z \max}{I_z} \cdot (a/2) - \frac{Mf_x \max}{I_x} \cdot (-a/2) \dots\dots\dots [V.33]$$

La contrainte normale due à la compression est :

$$\sigma_{y \text{comp}} = \frac{F_y^3}{A} \dots\dots\dots [V.34]$$

Avec : $I_x = I_z = (1/12) \cdot (a^4 - b^4)$

et : $A = a^2 - b^2$

On prend $b = (1/2) \cdot a$

Pour la fibre extrême sollicitée en compression, on écrit la condition :

$$\sigma_{ycomp} = \frac{Mf_{z \max}}{I_z} \cdot (a/2) - \frac{Mf_{x \max}}{I_x} \cdot (-a/2) + \frac{F_y^3}{A} \leq \sigma_{adm} \dots\dots\dots [V.35]$$

La deuxième condition à satisfaire est la limitation de la flèche :

$$\text{On a : } E \cdot I_x \ddot{Z} = Mf_x \dots\dots\dots [V.36]$$

$$\text{et : } E \cdot I_y \ddot{X} = Mf_y \dots\dots\dots [V.37]$$

La flèche résultante est $f = \sqrt{X^2 + Z^2}$

On suppose que cet élément est encastré à $y = 0$

On doit avoir une flèche maximale tel que :

$$f_{\max} \leq f_{adm}$$

On prend une flèche maximale $f_{adm} = 0.35 \text{ mm}$

La condition du rétrécissement minimal nous conduit à des petites dimensions:

Après calcul, on prend : $a = 76 \text{ mm}$ et $b = 38 \text{ mm}$.

La direction de la flèche maximale est donnée par :

$$\text{tg}\alpha = \frac{Mf_{x \max}}{Mf_{z \max}}$$

Ainsi, on trouve: $\alpha = 61.81^\circ$

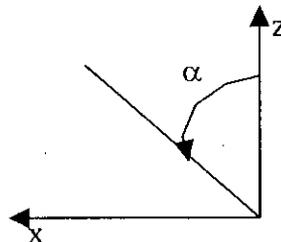


fig.V.11.direction de la flèche du corps 3

V.5.3. Calcul du corps 2 :

Ce corps a une section carrée creuse. Il est soumis à une flexion déviée composée avec une torsion et une compression.

Le moment de torsion $M_t = 411.52 \text{ Nm}$

Les moments fléchissants sont:

$$Mf_x = -F_y^2 \cdot Z - C_x^2 \dots\dots\dots [V.38]$$

$$Mf_y = F_x^2 \cdot Z - C_y^2 \dots\dots\dots [V.39]$$

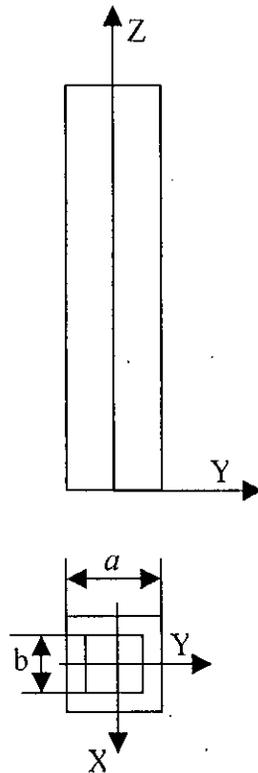


fig.V.12. Schéma du corps 2

La section dangereuse est à : $Z = 0.55$

La contrainte normale maximale due à la flexion s'écrit :

$$\sigma_{z \max} = \frac{Mf_{X \max}}{I_X} \cdot (-a/2) - \frac{Mf_{Y \max}}{I_Y} \cdot (-a/2) \dots\dots\dots [V.38]$$

La contrainte normale due à la compression est :

$$\sigma_{z \text{comp}} = \frac{F_z^2}{A} \dots\dots\dots [V.39]$$

Avec : $I_X = I_Y = (1/12) \cdot (a^4 - b^4)$

et : $A = a^2 - b^2$

On prend $b = (1/2) \cdot a$

Pour la fibre extrême sollicitée en compression, on a :

$$\sigma_{y \text{comp}} = \frac{Mf_{X \max}}{I_X} \cdot (-a/2) - \frac{Mf_{Y \max}}{I_Y} \cdot (-a/2) + \frac{F_z^2}{A} \dots\dots\dots [V.40]$$

La contrainte de glissement due à la torsion est donnée par : (voir annexe 2)

$$\tau_{\max} = \frac{M_t \cdot \alpha_1}{a^3 - b^3} \dots\dots\dots [V.41]$$

Avec $\alpha_1 = 4.81$ (voir tableau8 annexe2)

D'après la formule de saint venant (voir annexe2 tableau7), on peut écrire:

$$\sigma_{yide} = \frac{3}{8} \sigma_{ycomp} + \frac{5}{8} \sqrt{\sigma_{ycomp}^2 + 4 \cdot \tau_{max}^2} \dots\dots\dots [V.42]$$

La condition de résistance est:

$$\sigma_{yide} \leq \sigma_{adme} \dots\dots\dots [V.43]$$

La deuxième condition à satisfaire est la limitation de la flèche :

$$\text{On a : } E \cdot I_x \ddot{Y} = Mf_x \dots\dots\dots [V.44]$$

$$\text{et : } E \cdot I_y \ddot{X} = Mf_y \dots\dots\dots [V.45]$$

La flèche résultante est $f = \sqrt{X^2 + Y^2}$

On suppose que cet élément est encasté à $y = 0$

On doit avoir une flèche maximale tel que :

$$f_{max} \leq f_{adm}$$

On prend une flèche maximale $f_{adm} = 0.35$ mm

On doit vérifier que la déformation angulaire ne dépasse pas l'angle θ_{adm} :

$$\theta = \frac{M_1 \cdot \beta}{G \cdot (a^4 - b^4)} \leq \theta_{adm} \text{ (voir annexe2) } \dots\dots\dots [V.46]$$

On prend : $\theta_{adm} = 0.25^\circ / m$

La condition du rétrécissement minimal nous conduit à des petites dimensions.

Après calcul, on prend : $a = 60$ mm et $b = 30$ mm.

La direction de la flèche maximale est donnée par :

$$\text{tg}\alpha = \frac{Mf_x \text{ max}}{Mf_y \text{ max}}$$

Ainsi, on trouve: $\alpha = 54.67^\circ$

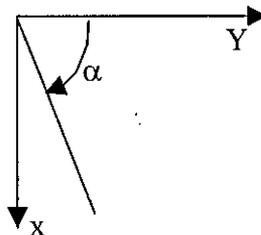


fig.V.13.Direction de la flèche du corps 2

- Calcul des dimensions à $Z = 0.55$, c'est à dire au niveau de la liaison entre les corps 2 et 3 :
On prend $b = 76$ mm, on vérifie la condition de résistance et on trouve $a = 80$ mm .

V.5.4. Calcul du corps 1 :

Ce corps a une section carrée creuse. Il est soumis à une flexion déviée composée avec une torsion et une compression.

Le moment de torsion $M_t = 411.52$ N.m

Les moments fléchissants sont:

$$Mf_x = -F_y^1 \cdot Z - C_x^1 \dots\dots\dots [V.47]$$

$$Mf_y = F_x^1 \cdot Z - C_y^1 \dots\dots\dots [V.48]$$

La section dangereuse est à : $Z = 0$

La contrainte normale maximale due à la flexion s'écrit :

$$\sigma_{z \max} = \frac{Mf_x \max}{I_x} \cdot (-a/2) - \frac{Mf_y \max}{I_y} \cdot (-a/2) \dots [V.49]$$

La contrainte normale due à la compression est :

$$\sigma_{z \text{comp}} = \frac{F_z^1}{A} \dots\dots\dots [V.50]$$

Avec : $I_x = I_y = (1/12) \cdot (a^4 - b^4)$

et : $A = a^2 - b^2$

On prend $b = 60$ mm

Pour la fibre extrême sollicitée en compression, on a :

$$\sigma_{y \text{comp}} = \frac{Mf_x \max}{I_x} \cdot (-a/2) - \frac{Mf_y \max}{I_y} \cdot (-a/2) + \frac{F_z^2}{A} \dots\dots\dots [V.51]$$

La contrainte de glissement due à la torsion est donnée par : (voir annexe 2)

$$\tau_{\max} = \frac{M_t \cdot \alpha_1}{a^3 - b^3} \dots\dots\dots [V.52]$$

Avec $\alpha_1 = 4.81$ (voir tableau8 annexe2)

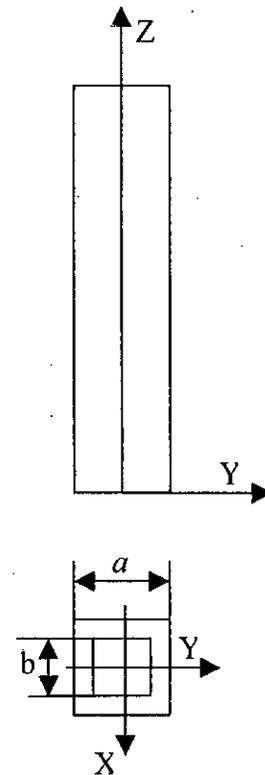


fig.V.14.Schéma du corps 1

D'après la formule de saint venant (voir annexe2 tableau7), on peut écrire:

$$\sigma_{yidc} = \frac{3}{8} \sigma_{ycomp} + \frac{5}{8} \sqrt{\sigma_{ycomp}^2 + 4 \cdot \tau_{max}^2} \dots\dots\dots [V.53]$$

La condition de résistance est:

$$\sigma_{yidc} \leq \sigma_{admc}$$

La deuxième condition à satisfaire est la limitation de la flèche :

$$\text{On a : } E \cdot I_x \ddot{Y} = Mf_x \dots\dots\dots [V.54]$$

$$\text{et : } E \cdot I_y \ddot{X} = Mf_y \dots\dots\dots [V.55]$$

La flèche résultante est $f = \sqrt{X^2 + Y^2}$

On suppose que cet élément est encasté à $y = 0$

On doit avoir une flèche maximale tel que :

$$f_{max} \leq f_{adm}$$

On prend une flèche maximale $f_{adm} = 0.4 \text{ mm}$

On doit vérifier que la déformation angulaire ne dépasse pas l'angle θ_{adm} :

$$\theta = \frac{M_t \cdot \beta}{G \cdot (a^4 - b^4)} \leq \theta_{adm} \quad (\text{voir annexe2})$$

On prend : $\theta_{adm} = 0.25^\circ / \text{m}$

La condition du rétrécissement minimal nous conduit à des petites dimensions.

Après calcul, on prend : $a = 74 \text{ mm}$ et $b = 60 \text{ mm}$.

La direction de la flèche maximale est donnée par :

$$\text{tg}\alpha = \frac{Mf_{x\max}}{Mf_{y\max}}$$

Ainsi, on trouve: $\alpha = 59.47^\circ$

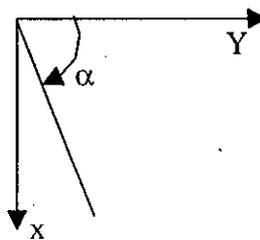


fig.V.15.Direction de la flèche du corps 1

V.5.5. Calcul des masses des éléments :

En prenant en compte les masses des actionneurs. On résume les résultats dans le tableau suivant :

| M_1 (Kg) | M_2 (Kg) | M_3 (Kg) | M_4 (Kg) | I_{y4} (Kg.m ²) |
|------------|------------|------------|------------|-------------------------------|
| 12.53 | 14.82 | 48.5 | 0.5 | $4,38 \cdot 10^{-5}$ |

Tableau.V.1. masses des différents éléments (premier calcul)

V.6. Deuxième calcul des éléments du robot:

On procède de la même façon comme pour le calcul précédent, mais cette fois ci on connaît les masses des éléments. Ainsi on trouve les torseurs aux liaisons par les équations d'équilibre vues au chapitre IV :

$$F_x^4 = 333.6N, F_y^4 = 152.5N, F_z^4 = 332.56N$$

$$F_x^3 = 864.07N, F_y^3 = 395N, F_z^3 = 861.39N$$

$$F_x^2 = 1026.16N, F_y^2 = 395N, F_z^2 = 1023N$$

$$F_x^1 = 1163.2N, F_y^1 = 395N, F_z^1 = 1146.N$$

$$C_x^4 = 47.1Nm, C_y^4 = 0.76Nm, C_z^4 = -25.02Nm$$

$$C_x^3 = 572.65Nm, C_y^3 = 0.76Nm, C_z^3 = -661Nm$$

$$C_x^2 = 395Nm, C_y^2 = 512.46Nm, C_z^2 = -661Nm$$

$$C_x^1 = 118.5Nm, C_y^1 = 1057.83Nm, C_z^1 = -661Nm$$

On montre la méthode de travail pour les corps 4 et 3, car ils ont une charge répartie qui se présente en plus dans les calcul. On retient les autres calculs pour les corps 1,2.

V.6.1. Deuxième calcul du corps 4 :

On utilise les mêmes équations que dans §V.5.1, sauf que dans ce cas on a une charge uniformément répartie $q_4 = M_4 / L_4$. Ainsi, on a Mf_x :

$$Mf_x = F_z^4 \cdot y - C_x^4 - q \cdot \frac{y^2}{2} \dots\dots\dots [V.56]$$

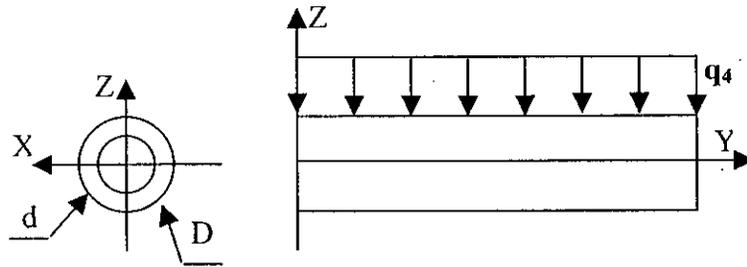


fig.V.16. Schéma du corps 4 avec charge répartie

V.6.2. Deuxième calcul du corps 3 :

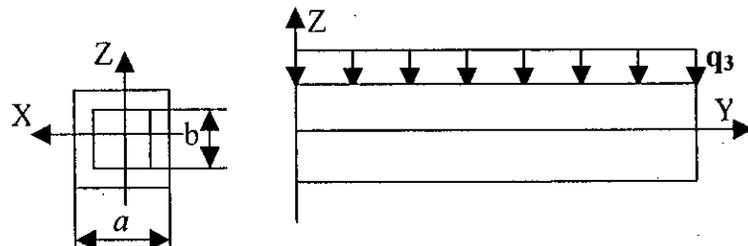


fig.V.17. Schéma du corps 3 avec charge répartie

De même que pour le corps4, on a : $q_3 = M_3 / L_3$, et on trouve :

$$Mf_x = F_z^3 \cdot y - C_x^3 - q \cdot \frac{y^2}{2} \dots\dots\dots [V.57]$$

V.7. Calcul des élément du robot par itérations :

L'organigramme de calcul est présenté dans la fig.V.18

Après calcul par itérations, on trouve les résultats présentés sur les tableaux suivants :

• Corps1:

| a(mm) | b(mm) | Γ^I (N) | α (°) |
|-------|-------|----------------|--------------|
| 90 | 68 | 1500 | -39.38 |

• Corps2:

| $a(\text{mm})$ | $b(\text{mm})$ | $\Gamma^2 (\text{N})$ | $\alpha (^\circ)$ |
|----------------|----------------|-----------------------|-------------------|
| 68 | 34 | 1280 | -85 |

Au niveau de la liaison entre les corps 2 et 3, on prend $a = 95 \text{ mm}$, et $b = 90 \text{ mm}$.

• Corps3 :

| $a(\text{mm})$ | $b(\text{mm})$ | $\Gamma^3 (\text{N})$ | $\alpha (^\circ)$ |
|----------------|----------------|-----------------------|-------------------|
| 90 | 45 | 1060 | 75.63 |

• Corps4 :

| $D(\text{mm})$ | $D(\text{mm})$ | $\Gamma^4 (\text{N. m})$ | $\alpha (^\circ)$ |
|----------------|----------------|--------------------------|-------------------|
| 36 | 27 | 0.76 | 6.37 |

V.8. Choix des actionneurs :

On a choisit des actionneurs hydrauliques vu leurs précision et puissance élevées .

On a présenté dans les tableaux précédents les efforts minimaux que chaque actionneur doit avoir pour mettre en marche le corps associé. Les vitesses et les accélérations maximale nécessaires sont aussi calculés dans la section §.V.3 .

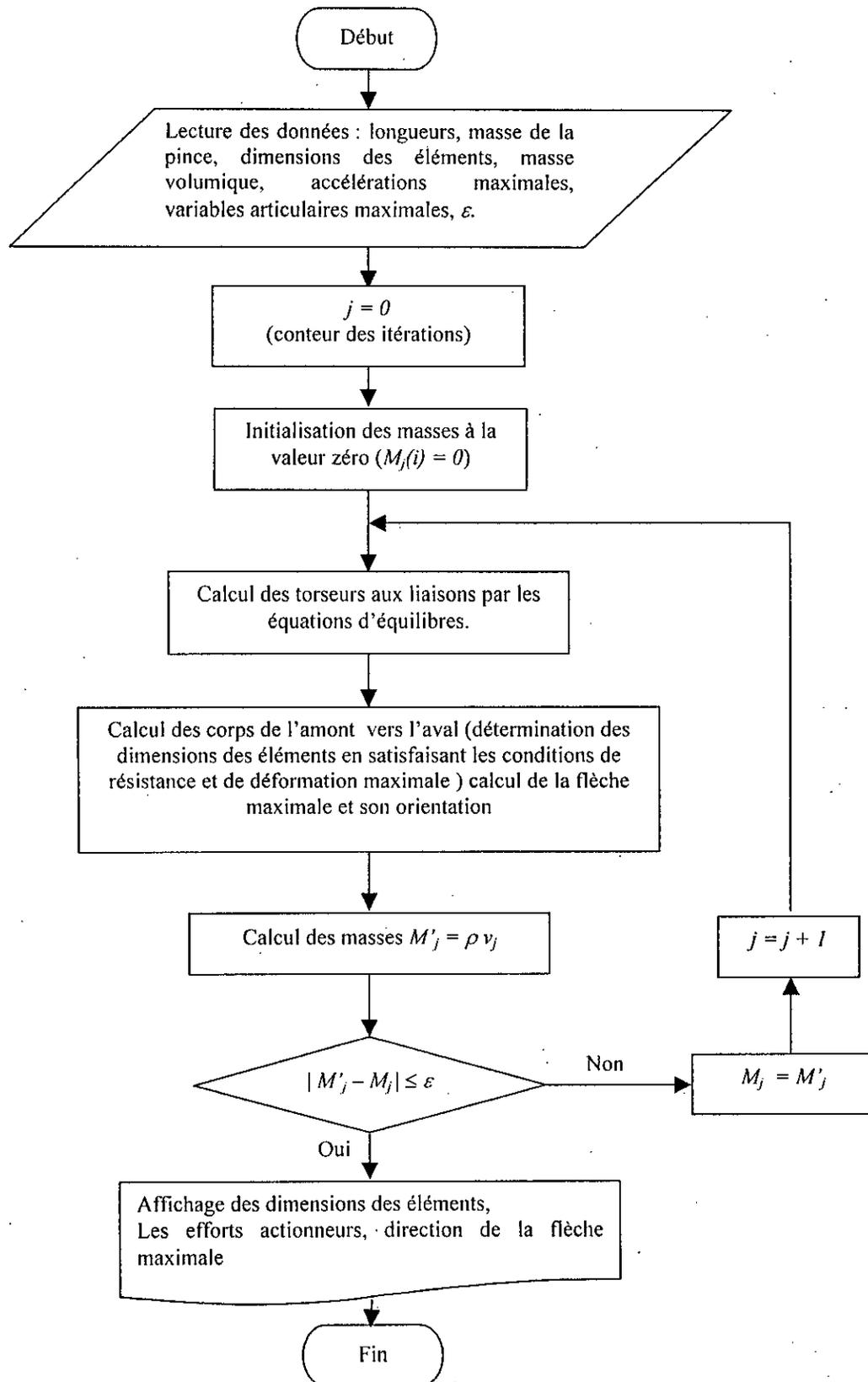


fig.V.18.Organigramme de calcul

V.9. Calcul de la précision du robot :

Après avoir obtenu les directions des différents flèches maximales α_i , on peut calculer la précision du robot à positionner sa pince de soudage :

$$\Delta x = f_1 \sin \alpha_1 + f_2 \sin \alpha_2 + f_3 \sin \alpha_3 + f_4 \sin \alpha_4 \dots \dots \dots [V.58]$$

$$\Delta y = f_1 \cos \alpha_1 + f_2 \cos \alpha_2 \dots \dots \dots [V.59]$$

$$\Delta z = f_3 \cos \alpha_3 + f_4 \cos \alpha_4 \dots \dots \dots [V.60]$$

On obtient: $|\Delta x| = 0.29 \text{ mm}$

$$|\Delta y| = 0.27 \text{ mm}$$

$$|\Delta z| = 0.3 \text{ mm}$$

La précision Δ est tel que :

$$\Delta^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 \dots \dots \dots [V.61]$$

On obtient : $\Delta = 4.58 \text{ mm}$

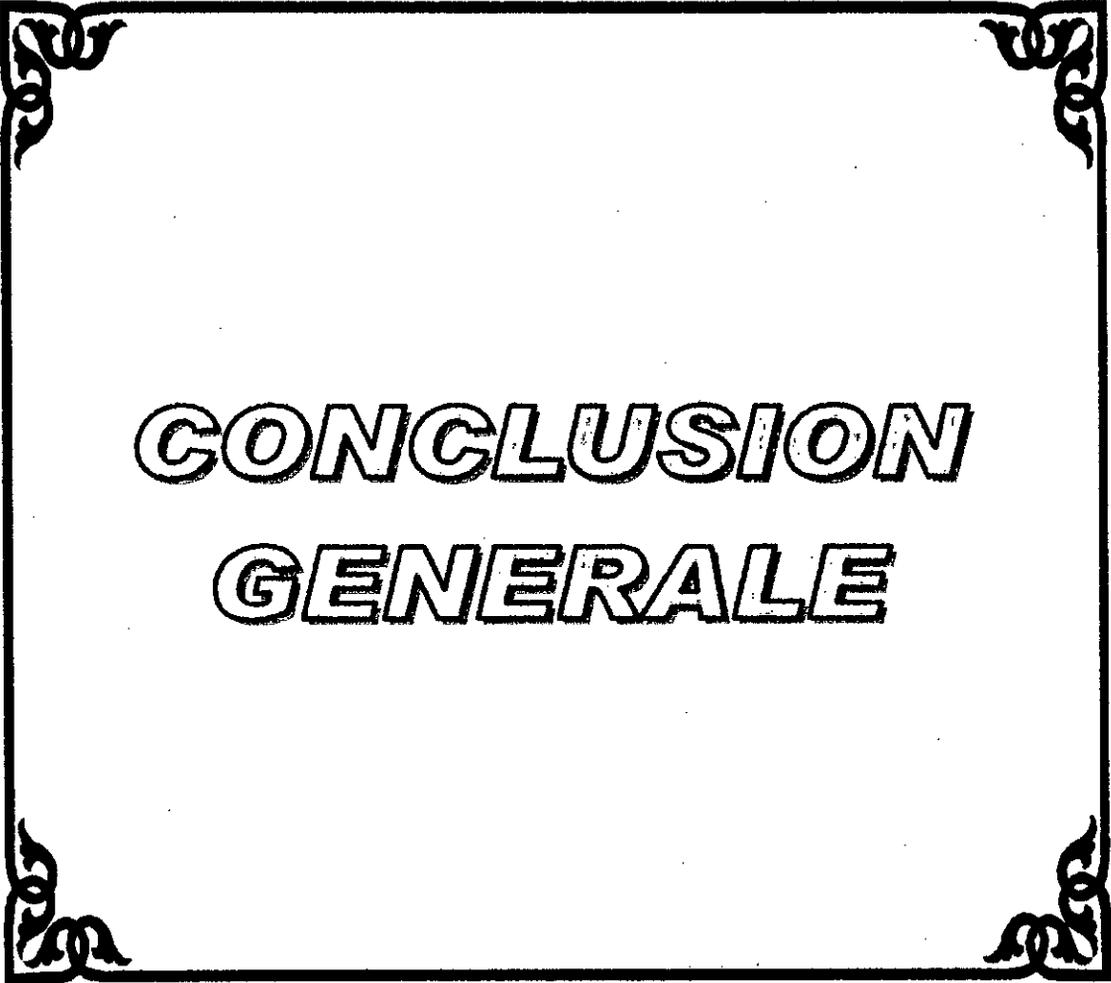
V.10. Conclusion :

Dans ce chapitre, on a exposé la démarche de calcul des éléments du robot. On a commencé par le calcul de la pince, et on a déterminé sa masse et son moment d'inertie I_{yp} .

Après on a fait le calcul des éléments du robot par itérations .

Pour une première approche, on a supposé les masses des éléments du robot nulles, puis après détermination des masses des éléments au premier calcul. On a tenu compte du poids des différents éléments dans le dimensionnement de ces derniers.

Enfin, on obtient les dimensions des différents éléments du robot, les efforts moteurs la direction de la flèche maximale pour chaque élément. Cette dernière est nécessaire pour la détermination de la précision de ce robot.



CONCLUSION
GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Depuis la nuit des temps, l'homme cherche des moyens et des méthodes plus développées qui lui serviront pour une vie plus aisée.

A partir de cette idéalité est né le concept « un minimum d'effort pour un maximum rendement », de là depuis des millénaires le maxime a poussé l'homme aux limites de l'imaginable.

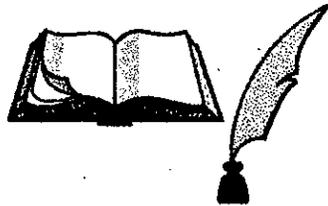
C'est dans cet état d'esprit encore inchangé depuis lors, et à l'occasion de ce projet de fin d'études qu'il m'a été proposé de thème intitulé « conception d'un robot pour l'application de soudage par points ». Cette étude m'a permis de me familiariser avec une technique encore jeune dont les recherches se poursuivent, elle m'a permis aussi de m'initier à un problème de conception dont l'intérêt étant l'approche et l'étude proprement dite d'un travail réel.

Les problèmes rencontrés sont les mêmes que ceux qui se posent lors de l'étude d'une machine. La méthode de travail n'est pas toujours évidente à cause de la dépendance de plusieurs facteurs ; chacun d'eux n'est défini que si les autres le sont.

Cette étude, malgré les insuffisances qu'elle comporte, à cause de l'insuffisance du temps alloué, donne un bon exemple d'application des connaissances théoriques et pratiques déjà acquises. Elle ouvre de nouveaux horizons pour les recherches et études à venir dans ce domaine.

Enfin, on souhaite que cette présente étude puisse apporter un minimum pour les étudiants dans ce vaste domaine qui est la robotique. On souhaite aussi que cette étude soit reprise par les futures promotions pour achever convenablement la conception, et afin que d'autres spécialités (Automatique, Electronique) puissent contribuer de leur part pour compléter l'étude sur la commande et les asservissements des axes et la sensibilité à l'environnement de travail ; pour apporter un produit opérationnel qui servira d'outil de travail et de recherche.

BIBLIOGRAPHIE



BIBLIOGRAPHIE

[1] I. ARTOBOLEVSRI

Théorie des mécanismes et des machines

Mir, Moscou, 1977.

**[2] M. AUBLIN, R. BONCOMPAIN, M. BOULATON, D. CARON, E. JEAY,
B. LACAGE, J. REA**

Systèmes mécaniques: théorie et dimensionnement

Edition Dunod, Paris, 1992.

[3] J-D. BOISSONAT, B. FAVERJON, J-P.MERLET

Techniques de la robotique, tome 1 : Architectures et commande

Hermes éditeur, Paris, 1988.

[4] R. CAEN

Actionneurs en robotique

Technique de l'ingénieur, Doc. B7760 01-1990, volume S3.

[5] R. CAZES

Soudage par résistance : soudage par points

Technique de l'ingénieur, Doc B7720 11-1993 volume BT3.

[6] R. CAZES

Soudage automatique

Technique de l'ingénieur, Doc BM7750 07-1997 volume BT3.

[7] M. CAZIN, J.METGE

Mécanique de la robotique
Edition Dunod, Paris, 1989.

[8] A. CHEVALIER

Guide du dessinateur industriel
Hachette livre, Paris, 1969.

[9] P. COIFFET

La robotique : principes et applications
Hermes Editeur, Paris, 1986.

[10] P. COIFFET

Robots : Définition et classification
Technique de l'ingénieur, Doc. R7700 04-1996 volume S3.

[11] M. FAYOLLE

Applications robotisées : Robots de soudage
Technique de l'ingénieur, Doc. R7860 04-1994 volume S3.

[12] M. FAYOLLE

Aspects mécaniques en robotique
Technique de l'ingénieur, Doc. B7190 05-1998 volume BT2.

[13] A. GIET

Problème de résistance des matériaux : Tome 1
Edition Dunod, Paris, 1973

[14] M. GIORDANO, J. LOTTIN

Cours de robotique : description et fonctionnement des robot industriels
Armand colin éditeur, Paris, 1990.

[15] B. GORLA, M. RENAUD

Modèle des robots manipulateurs, application à leur commande
Cépadues, éditions, Toulouse, 1984.

[16] P.T. HOULDCROFT

Les procédés de soudage
Edition Dunod, Paris, 1971.

[17] W. KHALIL, E. DOMBRE

Modélisation et commande des robots.
Hermes Editeur, Paris, 1988.

[18] Y. KOREN

La robotique pour ingénieurs
Mc Graw – Hill, Paris, 1986.

[19] J -P. LALLEMAND, S. ZEGHLOUL

Robotique : Aspects fondamentaux
Masson, Paris, 1994.

[20] S. LAROZE, R. BOUDET

Résistance des matériaux appliquée aux organes de machines
Technique de l'ingénieur , Doc. B 601 11-1981 volume BD1.

[21] A. LIEGEOIS

Modélisation et commande des robots manipulateurs
Technique de l'ingénieur, Doc. S7730 06-2000 volume S3.

[22] P. LOPEZ, J-N. FOULC

Introduction à la robotique

Edi-tests , Paris, 1984.

[23] WILIAM A. NASH

Résistance des matériaux : Tome1

Mc Graw – Hill, Paris, 1975.

[24] A. PRUSKI

Robotique générale

Ellipses, Paris, 1988.

[25] D. SPENLE, R.GOURHANT

Guide du calcul en mécanique

Hachette livre, Paris, 2000.

[26] R. TOUNSI, A. YOUSNADJ

Modèle récurrent de modélisation dynamique des bras manipulateur

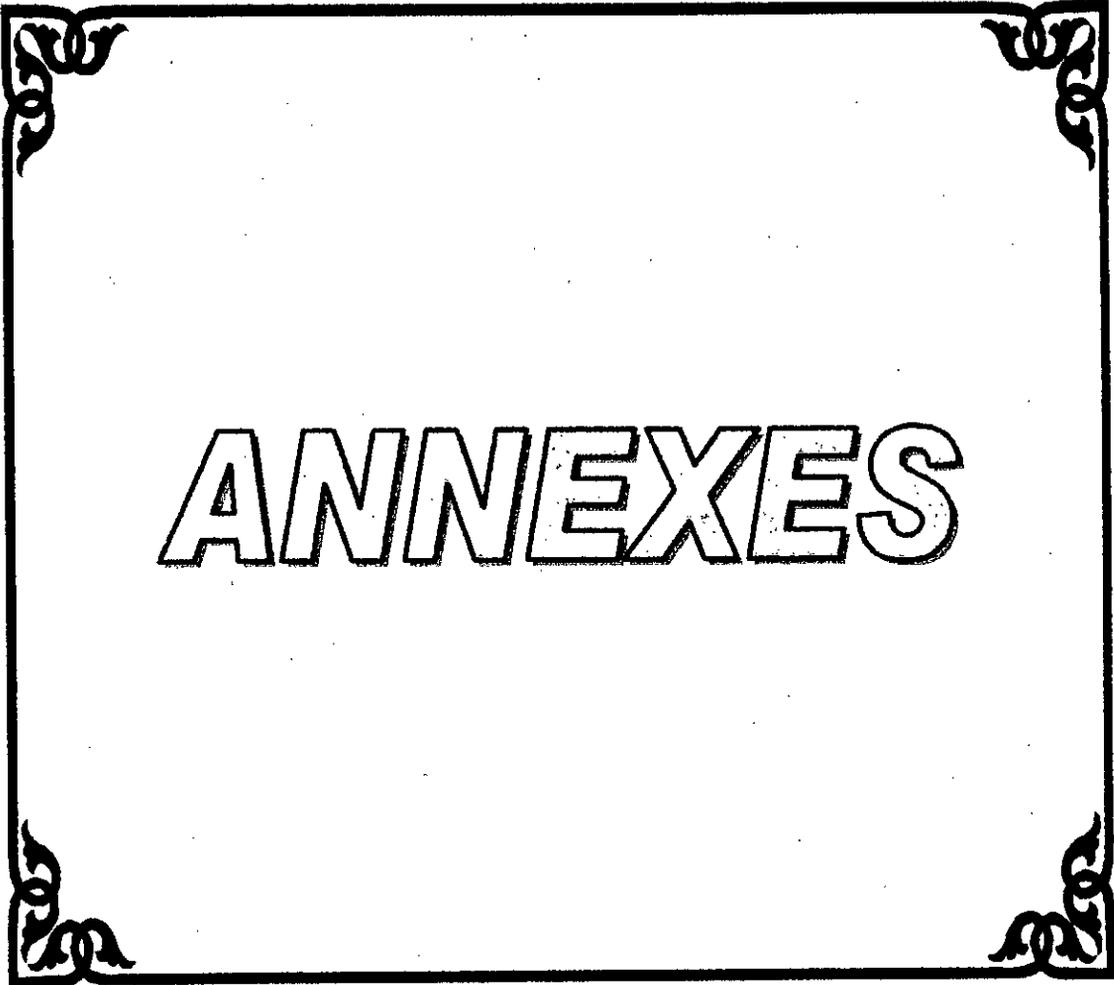
"Actes des journées sur la robotique et son environnement ROB95"

(EMP Ex ENITA 16 – 18 septembre 1995).

[27] C. VIBET

Robots : Principes et contrôle

Ellipses, Paris, 1987.



ANNEXES

Opérations nécessaires au calcul du modèle dynamique

Ce calcul utilise des opérations agissant sur des vecteurs et/ou des tenseurs de l'espace vectoriel euclidien usuel. Les tenseurs sont soulignés de deux barres (t). Si (x,y,z) représente un repère orthonormé de cet espace, il est possible d'écrire :

$$a = a_x x + a_y y + a_z z$$

$$\underline{\underline{t}} = t_{xx} x \otimes x + t_{xy} x \otimes y + \dots + t_{zz} z \otimes z$$

où (a_x, a_y, a_z) et (t_{xx}, t_{xy}, ..., t_{zz}) sont les composantes respectives de vecteur a et du tenseur t dans le repère considéré (⊗ représente le produit tensoriel défini ci-après).

Les opérations suivantes sont utilisées :

a. Produit extérieur : (représenté sous symbole)

$$\lambda a = (\lambda a_x) x + (\lambda a_y) y + (\lambda a_z) z$$

$$\lambda \underline{\underline{t}} = (\lambda t_{xx}) x \otimes x + (\lambda t_{xy}) x \otimes y + \dots + (\lambda t_{zz}) z \otimes z \dots\dots\dots (2)$$

b. Produit contracté : (représenté par)

$$a \cdot b = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z \dots\dots\dots (3)$$

$$t \cdot a = (t_{xx} \cdot a_x + t_{xy} \cdot a_y + t_{xz} \cdot a_z) x + \dots + (t_{zx} a_x + t_{zy} a_y + t_{zz} a_z) z \dots\dots\dots (4)$$

$$a \cdot t = (t_{xx} \cdot a_x + t_{yx} \cdot a_y + t_{zx} \cdot a_z) x + \dots + (t_{zx} a_x + t_{yz} a_y + t_{zz} a_z) z \dots\dots\dots (5)$$

$$t \cdot u = (t_{xx} \cdot u_{xx} + t_{xy} \cdot u_{yx} + t_{xz} \cdot u_{zx}) x \otimes x + \dots + (t_{zx} u_{xz} + t_{zy} u_{yz} + t_{zz} u_{zz}) z \otimes z \dots\dots\dots (6)$$

Remarquons que :

$$a \cdot b = b \cdot a \dots\dots\dots (7)$$

Annexe 1

et que :

$$a \cdot b = a \cdot (t \cdot b) = (a \cdot t) \cdot b \dots\dots\dots (8)$$

c. Produit vectoriel : (représenté par \wedge)

$$a \wedge b = (a_y b_z - a_z b_y) x + (a_z b_x - a_x b_z) y + (a_x b_y - a_y b_x) z \dots\dots\dots (9)$$

Si le tenseur est antisymétrique \hat{a} associé au vecteur a , est défini par :

$$\hat{a} = -a_z x \otimes y + a_y x \otimes z + a_z y \otimes x - a_x y \otimes z - a_y z \otimes x + a_x z \otimes y \dots\dots\dots (10)$$

On peut montrer que :

$$a \wedge b = \hat{a} \cdot b \dots\dots\dots (11)$$

d. Produit mixte : (représenté par (\cdot , \cdot))

$$(a, b, c) = a \cdot (b \wedge c) = (a \wedge b) \cdot c \dots\dots\dots (12)$$

e. Produit tensoriel : (représenté par \otimes)

$$a \otimes b = a_x b_x x \otimes x + a_x b_y x \otimes y + \dots + a_z b_z z \otimes z \dots\dots\dots (13)$$

| Aciers doux et mi-durs | | | | | | | | Aciers inoxydables 18/8 | | | | | | |
|--|------------------------|-------------------------|---------------------------|-----------------------|-------------------------|--|-----------------------|-------------------------|-------------------------------------|---------------------------|-------------------------|--|------------------------|------------------------|
| e mm | Ø de l'électrode mm | Soudage lent | | | Soudage rapide | | | Ø du point soudé mm | e mm | Ø de l'électrode mm | Effort de pression N | Intensité du courant A | Temps de soudage s | Ø du point soudé mm |
| | | Effort de pression N | Intensité du courant A | Temps de soudage s | Effort de pression N | Intensité du courant A | Temps de soudage s | | | | | | | |
| 0,5 | 4 | 600 | 2000 | 0,2 | 1500 | 4000 | 0,04 | 4 | 0,5 | 4 | 1750 | 3750 | 0,04 | 3,5 |
| 1 | 5 | 1000 | 3000 | 0,4 | 2500 | 8000 | 0,1 | 5 | 0,8 | 4,5 | 3000 | 6000 | 0,10 | 4 |
| 2 | 7 | 2000 | 5000 | 1 | 5000 | 14000 | 0,3 | 6,5 | 1 | 5 | 4000 | 7600 | 0,14 | 4,5 |
| 3 | 9 | 3000 | 8000 | 2 | 8000 | 19000 | 0,6 | 8,5 | 1,5 | 6 | 6500 | 11000 | 0,20 | 5,5 |
| 4 | 11 | 3800 | 10000 | 3,2 | 12500 | 24000 | 0,9 | 10,5 | 2 | 7 | 9000 | 14000 | 0,24 | 6,5 |
| 5 | 13 | 4500 | 12000 | 4,5 | 17000 | 28000 | 1,4 | 12,5 | 2,5 | 7,5 | 12000 | 16000 | 0,28 | 7 |
| 8 | 19 | | | | 37000 | 40000 | 3 | 18 | 3 | 8,5 | 15000 | 18000 | 0,32 | 8 |
| Alliages légers (suivant normes industrielles) | | | | | | Alliages légers (suivant normes aéronautiques) | | | | | | | | |
| e mm | r du dôme mm | Effort de pression N | Intensité du courant A | Temps de soudage s | Ø du point soudé mm | e mm | r du dôme mm | Effort de serrage N | Effort de pression de forgeage N | Intensité du courant A | Temps de soudage s | Temps de refroidissement contrôlé s | Temps de forgeage s | Ø du point soudé mm |
| 0,5 | 75 | 1800 | 15000 | 0,04 | 2,8 | 0,5 | 75 | 2000 | 6000 | 25000 | 0,02 | 0,04 | 0,02 | 3 |
| 0,8 | 100 | 2300 | 25000 | 0,04 | 4 | 0,8 | 100 | 3000 | 7000 | 31000 | 0,04 | 0,08 | 0,06 | 4 |
| 1 | 110 | 2500 | 30000 | 0,06 | 4,5 | 1 | 110 | 4000 | 8000 | 35000 | 0,04 | 0,08 | 0,08 | 5 |
| 1,5 | 150 | 3200 | 40000 | 0,06 | 6,2 | 1,5 | 150 | 6000 | 13000 | 50000 | 0,06 | 0,12 | 0,12 | 7 |
| 2 | 180 | 4000 | 50000 | 0,08 | 8 | 2 | 180 | 8000 | 18000 | 64000 | 0,08 | 0,16 | 0,14 | 8,5 |
| 2,5 | 210 | 5200 | 55000 | 0,1 | 9 | 2,5 | 210 | 12000 | 28000 | 80000 | 0,10 | 0,20 | 0,18 | 10 |
| 3 | 240 | 6000 | 60000 | 0,12 | 10 | 3 | 240 | 15000 | 36000 | 98000 | 0,12 | 0,24 | 0,20 | 12 |

Tableau 1 : Paramètres de soudage par points

Annexe 2

| Dénomination et symbole | $R_{e \text{ min}}$ (MPa) | E (MPa) | Dénomination et symbole | R_{min} (MPa) | E (MPa) |
|--|------------------------------|------------|--------------------------------------|---------------------------|------------|
| Fonte à graphite lamellaire FGL 200 | 200 | 80000 | Acrylonitril-butadiène-stryrène(ABS) | 17 | 700 |
| Fonte à graphite sphéroïdal FGS 600. 3 | 370 | 170000 | Polymide type 6-6 (PA 6/6) | 49 | 1830 |
| Acier non allié (E24) S235 | 215 | 210000 | Polycarbonate (Pc) | 56 | 2450 |
| Acier allié (25 CD 4) 25Cr Mo 4 | 700 | 210000 | Polytétrafluoroéthylène (PTFE) | 11 | 400 |
| Bronze: Cu Sn 8P | 390 | 100000 | Polystyrène (PS) | 35 | 2800 |
| Cupro-aluminium Cu Al 10 Ni S Fe 4 | 250 | 122500 | Polychlorure de vinyle(rigide)PVC U | 35 | 2450 |
| Duralumin AW-2017 (Al Cu 4 Mg Si) | 240 | 72500 | Phénoplaste (bakélite) PF 21 | 25 | 7000 |
| Alpax As13 | 80 | 74500 | Époxyde (araldite) | 28 | 2450 |

Tableau 2 : Valeurs des caractéristiques mécaniques des matériaux et plastiques.

| Coefficient de sécurité (s) | Condition générale de calculs (sauf réglementation particulière) |
|-----------------------------|---|
| 1.5 à 2 | Cas exceptionnels de grande légèreté. Hypothèses de charges surévaluées. |
| 2 à 3 | Construction où l'on recherche la légèreté (aviation). Hypothèse de calcul la plus défavorable (charpente avec vent ou neige, engrenages avec une seule dent en prise ...) |
| 3 à 4 | Bonne construction, calculs soignés, haubans fixes. |
| 4 à 5 | Construction courante (légers efforts dynamiques non pris en compte. Treuils.) |
| 5 à 8 | Calculs sommaires, efforts difficiles à évoluer (cas de chocs, mouvements alternatifs, appareils de levage, manutention). |
| 8 à 10 | Matériaux non homogènes. Chocs, élingues de levage. |
| 10 à 15 | Chocs très importants, très mal connus (passes). Ascenseurs. |

Tableau 3 : Les coefficients de sécurité.

| Matériau | Plexiglas | Verre | Alpax Duralumin | Laiton | Fontes | Bronzes | Aciers | Acier à ressort |
|-----------------------------|-----------|--------|--------------------|--------|--------|---------|--------|-----------------|
| Valeur de G_{en} (MPa) | 11 000 | 28 000 | 32 000 | 34 000 | 40 000 | 48 000 | 80 000 | 84 000 |

Tableau 4 : Module d'élasticité transversal de quelque matériaux.

| Matériaux | Relation $R_{e\kappa} = f(R_e)$ |
|---|------------------------------------|
| Acier doux ($R_e \leq 270$ MPa) Alliages d'aluminium | $R_{eg} = 0.5 R_e$ |
| Aciers mi-durs ($320 \leq R_e \leq 500$ MPa) | $R_{eg} = 0.7 R_e$ |
| Acier durs ($R_e \geq 600$ MPa) Fontes | $R_{eg} = 0.8 R_e$ |
| Relation générale $R_{eg} = f(R_e)$ | |
| $R_{eg} = \frac{k_0}{1 + k_0} \cdot R_e \quad , \quad k_0 = \frac{R_v}{R_{ec}}$ | |
| R_{ec} = résistance élastique à la compression | |

Tableau 5 : Relation entre la résistance élastique à la translation (R_d) et la résistance élastique au cisaillement ou glissement.

Annexe 2

| | | | | |
|----------------------------------|---------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| Caractéristiques Sections (S) | | | | |
| | I_{Gy} | $\frac{h \cdot b^3}{12}$ | $\frac{a^4}{12}$ | $\frac{h \cdot b^3 - h' b'^3}{12}$ |
| | I_{Gz} | $\frac{b \cdot h^3}{12}$ | $\frac{a^4}{12}$ | $\frac{b \cdot h^3 - b' h'^3}{12}$ |
| | $I_0 = I_G$ | $\frac{h \cdot b}{12} (b^2 + h^2)$ | $\frac{a^4}{6}$ | $I_{Gy} + I_{Gz}$ |
| | Module de flexion μ_{Gy} | $\frac{h \cdot b^2}{6}$ | $\frac{a^3}{6}$ | $\frac{b \cdot h^3 - b' h'^3}{6b}$ |
| Module de flexion μ_{Gz} | $\frac{b \cdot h^2}{6}$ | $\frac{a^3}{6}$ | $\frac{b \cdot h^3 - b' h'^3}{6h}$ | |
| Caractéristiques Sections (S) | | | | |
| | I_{Gy} | $\frac{\pi \cdot d^4}{64}$ | $\frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$ | $0.784 ab^3$ |
| | I_{Gz} | $\frac{\pi \cdot d^4}{64}$ | $\frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$ | $0.784 a^3 b$ |
| | $I_0 = I_G$ | $\frac{\pi \cdot d^4}{32}$ | $\frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$ | $\frac{\pi}{4} ab(a^2 + b^2)$ |
| | Module de flexion μ_{Gy} | $\frac{\pi \cdot d^3}{32}$ | $\frac{\pi}{32D} (D^4 - d^4)$ | $0.784 ab^2$ |
| | Module de flexion μ_{Gz} | $\frac{\pi \cdot d^3}{32}$ | $\frac{\pi}{32D} (D^4 - d^4)$ | $0.784 a^2 b$ |

Tableau 6 : Valeurs de moments quadratiques particuliers

Annexe 2

| Matériau | Expression de Mf_i |
|--|--|
| Acier : $\lambda \approx \frac{R_{pg}}{R_{pe}} \quad \lambda \approx \frac{1}{2}$ | $Mf_i = \sqrt{Mf^2 + Mt^2} = Mt_i$ (Formule de Coulomb) |
| Fonte : $\lambda \approx 1$ | $Mf_i = \frac{1}{2}Mf + \frac{1}{2}\sqrt{Mf^2 + Mt^2}$ (Formule de Rankine) |
| Matériaux moulés $\lambda \approx \frac{4}{5}$ | $Mf_i = \frac{3}{8}Mf + \frac{5}{8}\sqrt{Mf^2 + Mt^2}$ (Formule de Saint Venant) |

Tableau 7 : Calcul du moment idéal de flexion

• **Contrainte de torsion des poutres de section rectangulaire :**

On sait que les formules utilisées en torsion établies pour les poutres de section circulaire ne sont pas applicables aux poutres de section rectangulaire.

La contrainte de torsion est maximale au milieu du grand côté du rectangle (Fig. 1).

a) Contrainte aux milieux des grands côtés :

$$\tau_A = \tau_{\max} = M_t \cdot \alpha_1 / ab^2$$

b) Contrainte aux milieux des petits côtés :

$$\tau_B = \tau_A \cdot \alpha_2$$

c) Angle de torsion unitaire :

$$\theta = \frac{M_t \cdot \beta}{G \cdot ab^3}$$

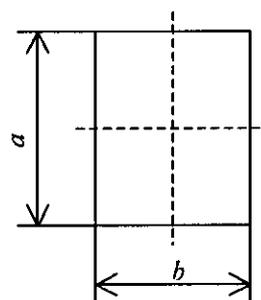


Fig. 1

Dans ces formules $a > b$. Le tableau suivant donne les valeurs des coefficients α_1 , α_2 , β :

| Rapport a/b | | 1 | 1.5 | 1.75 | 2 | 2.5 | 3 | 4 | 6 | 8 | 10 | ∞ |
|--------------------------|------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| Valeurs des coefficients | α_1 | 4.81 | 4.33 | 4.18 | 4.06 | 3.88 | 3.74 | 3.54 | 3.34 | 3.26 | 3.19 | 3.00 |
| | α_2 | 1 | 0.859 | 0.820 | 0.795 | 0.766 | 0.753 | 0.745 | 0.743 | 0.742 | 0.742 | 0.742 |
| | β | 7.09 | 5.10 | 4.67 | 4.37 | 4.02 | 3.80 | 3.56 | 3.34 | 3.26 | 3.19 | 3.00 |

Tableau 8 : Valeurs des coefficients α_1 , α_2 , β en fonction du rapport a/b .

Annexe 2

| d | a | b | S _{min} | j | K |
|-----------------|----|----|------------------|---------|----------|
| de 6 à 8 inclus | 2 | 2 | 0.16 | d - 1.2 | d + 1 |
| 8 à 10 | 3 | 3 | 0.16 | d - 1.8 | d + 1.4 |
| 10 à 12 | 4 | 4 | 0.16 | d - 2.5 | d + 1.8 |
| 12 à 17 | 5 | 5 | 0.25 | d - 3 | d + 2.3 |
| 17 à 22 | 6 | 6 | 0.25 | d - 3.5 | d + 2.8 |
| 22 à 30 | 8 | 7 | 0.25 | d - 4 | d + 3.3 |
| 30 à 38 | 10 | 8 | 0.4 | d - 5 | d + 3.3 |
| 38 à 44 | 12 | 8 | 0.4 | d - 5 | d + 3.3 |
| 44 à 50 | 14 | 9 | 0.4 | d - 5.5 | d + 3.8 |
| 50 à 58 | 16 | 10 | 0.4 | d - 6 | d + 4.3 |
| 58 à 65 | 18 | 11 | 0.4 | d - 7 | d + 4.4 |
| 65 à 75 | 20 | 12 | 0.6 | d - 7.5 | d + 4.9 |
| 75 à 85 | 22 | 14 | 0.6 | d - 9 | d + 5.4 |
| 85 à 95 | 25 | 14 | 0.6 | d - 9 | d + 5.4 |
| 95 à 110 | 28 | 16 | 0.6 | d - 10 | d + 6.4 |
| 110 à 130 | 32 | 18 | 0.6 | d - 11 | d + 7.4 |
| 130 à 150 | 36 | 20 | 1 | d - 12 | d + 8.4 |
| 150 à 170 | 40 | 22 | 1 | d - 13 | d + 9.4 |
| 170 à 220 | 45 | 25 | 1 | d - 15 | d + 10.4 |
| 220 à 230 | 50 | 28 | 1 | d - 17 | d + 11.4 |

Tableau 9 : Dimensions des clavettes parallèles en fonction du diamètre du logement

| Type de montage | Conditions de fonctionnement | | |
|----------------------|------------------------------|----------|-------------|
| | Mauvaises | Moyennes | Excellentes |
| Glissant sous charge | 3 à 10 | 5 à 15 | 10 à 20 |
| Glissant sans charge | 15 à 30 | 20 à 40 | 30 à 50 |
| Fixe | 40 à 70 | 60 à 100 | 80 à 150 |

Tableau 10 Pressions admissibles sur les flans de clavettes et cannelures en MPa

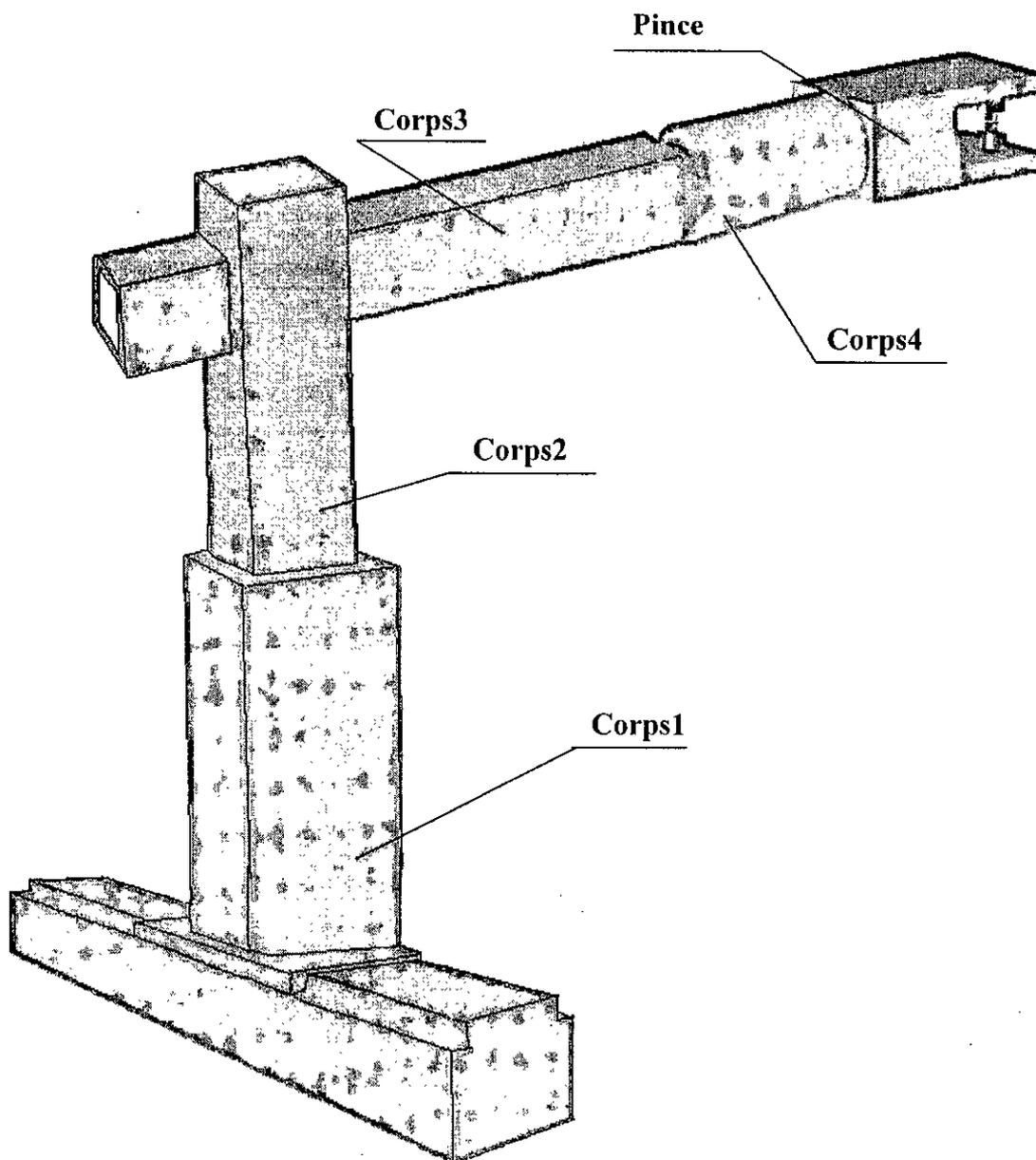


Schéma du robot