

MINISTRE DELEGUE AUX UNIVERSITES

THESE

Présentée à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger
pour obtenir le diplôme de

MAGISTER EN HYDRAULIQUE

**CONTRIBUTION A LA DETERMINATION
DE LA PRESSION INTERSTITIELLE DANS
LES BARRAGES EN TERRE HOMOGENE**

par

Djamel ABDERRAHIM

Ingénieur en Génie Civil, E.N.P.

soutenue le 30 Juin 1990 devant la commission d'Examen

Jury

MM B. TILIOUINE	Président
B. UPPALURI	Rapporteur
B. BERKANI	Examineur
N. DECHEMI	Examineur
B. KHAMMARI	Examineur
SOUAG	Invité
J.L. THONY	Invité

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DELEGUE AUX UNIVERSITES

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

THESE

Présentée à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger
pour obtenir le diplôme de

MAGISTER EN HYDRAULIQUE

**CONTRIBUTION A LA DETERMINATION
DE LA PRESSION INTERSTITIELLE DANS
LES BARRAGES EN TERRE HOMOGENE**

par

Djamal ABDERRAHIM
Ingénieur en Génie Civil, E.N.P.

soutenue le 30 Juin 1990 devant la commission d'Examen

Jury

MM B. TILIOUINE	Président
B. UPPALURI	Rapporteur
B. BERKANI	Examinateur
N. DECHEMI	Examinateur
B. KHAMMARI	Examinateur
SOUAG	Invité
J.L. THONY	Invité

* CONTRIBUTION A LA DETERMINATION DE LA PRESSION INTERSTICIELLE *
* DANS LES BARRAGES EN TERRE HOMOGENE *

Etudié par : Mr D. ABDERRAHIM

Ingénieur ENP

Dirigé par : Mr B.M. UPPALURI

Maitre de Conférences

ملخص

- ان معرفة المسامات في دراسة استقرار سدود التربة عامل ضروري.
- تم تجريبيا تحديد المساحة الحرة بالقياس مع متعلق اللزوجة كما تم تحديد ضغط المسامات بالقياس مع متعلق الكهرباء. يسمح برنامج مصمم بطريقة التجزيئات المتناهية بمقارنة النتائج المتحصل عليها في نظام الجريان الدائم. كما أستعمل برنامج على الطريقة المذكورة أعلاه لدراسة عملية الأفراغ السريعة.
- يعتبر هذا البحث مساهمة في دراسة استقرار سدود التربة المتجانسة.

Résumé

Dans les études de stabilité des barrages en terre, la connaissance de la pression interstitielle est un paramètre important.

Expérimentalement, la surface libre est déterminée par analogie visqueuse et la pression interstitielle, par analogie électrique. Un programme élaboré en éléments finis a permis de comparer les résultats en régime permanent. L'étude de la vidange rapide a été réalisée en adaptant un programme d'éléments finis.

La présente recherche contribuera à l'étude de la stabilité des barrages en terre homogène.

Abstract

An understanding of the pore pressures with in earth dams is essential to investigate their stability.

Experimentally, the free surface is determined by viscous flow model and the pore pressures were evaluated through electrical analogy. A finite element program was elaborated, which allowed a comparison of the results in steady flow. The rapid drawdown was studied by adopting a finite element program.

The present research contributes in the study of the stability of the homogenous earth dams.

TABLE DE MATIERES

	page
I - INTRODUCTION	1
I-1 Généralités	1
I-2 Objet de la thèse	2
I-3 Formulation du problème	3
I-3-1 Cas isotrope	3
I-3-2 Cas anisotrope	5
I-3-3 Conditions aux limites.	7
I-4 Présentation du travail.	9
II - ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	11
II-1 Modèles physiques	11
II-1-1 Modèles à sable	11
II-1-2 Modèles analogiques	12
II-1-2-1 Analogie visqueuse	13
II-1-2-2 Analogie électrique	15

II-1-3 Conclusion	17
II-2 Modèles Analytiques	17
II-3 Méthodes numériques	23
II-3-1 Méthodes des différences finies	23
II-3-2 Méthodes des éléments finis	25
II-3-3 Méthodes des équations intégrales aux frontières.	28
III - METHODES EXPERIMENTALES DE RESOLUTION	30
III-1 Analogie visqueuse	30
III-1-1 Principe	30
III-1-2 Analyse dimensionnelle	36
III-1-3 Similitude	45
III-1-3-1 Modèle expérimental	49
III-1-3-2 Mode opératoire	49
III-1-4 Résultats et interprétations.	54
III-2 Analogie électrique	56
III-2-1 Principe	56

III-2-2	Téchnique du papier conducteur	58
III-2-2-1	Caractéristiques du papier conducteur	58
III-2-2-2	Mode opératoire	58
III-2-3	Résultats et interprétations	60
IV	METHODE NUMERIQUE DES ELEMENTS FINIS	61
IV-1	Méthode variationnelle	61
IV-1-1	Introduction	61
IV-1-2	Principe de dissipation minimale	61
IV-1-3	Application	63
IV-2	Méthode des éléments finis en régime permanent	65
IV-2-1	Introduction	65
IV-2-2	Méthode de GALERKIN	66
IV-2-2-1	Introduction	66
IV-2-2-2	Application pour l'équation de LAPLACE	66
IV-2-2-3	Intégration par partie	68
IV-2-3	Application aux éléments triangulaires linéaires	70
IV-2-3-1	Principe	70

IV-2-3-2 L'élément archétype	71
IV-2-3-3 Groupe d'éléments	73
IV-2-4 Assemblage de la matrice de conductivité	74
IV-2-4-1 Processus	74
IV-2-4-2 Matrice de conductivité d'un élément	76
IV-2-4-3 Matrice de conductivité globale	78
IV-2-5 Conditions aux limites	83
IV-2-5-1 Flux	84
IV-2-5-2 Charge	85
IV-2-6 Organigramme	86
IV-2-6-1 Présentation	86
IV-2-6-2 Détermination de la surface libre	86
IV-2-6-3 Méthode de résolution	87
IV-2-7 Résultats et discussion	89
IV-3 Programme adapté pour le cas de la vidange rapide	90
IV-3-1 Résultats et discussion	91
V - CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS	92

PRINCIPALES NOTATIONS

- A^e : Aire de l'élément triangulaire du maillage
 a : Fente de l'analogie visqueuse
 C : Courbe de la surface libre dans le barrage
 D : Domaine d'écoulement dans le barrage
 E : Tension électrique
 E_u : Nombre d'EULER
 e : Élément triangulaire du maillage en éléments finis
 F_r : Nombre de FROUDE
 F_x, F_z : Forces par unité de masse suivant les axes x et z
 F_l : Condition au limite au noeud l
 F_n : Conditions aux limites
 G : Matrice globale de conductivité
 G^e : Matrice de conductivité de l'élément e
 g : Accélération de la pesanteur
 H : Charge hydraulique
 H_u : Nombre de simultanété
 H_o : Hauteur maximum dans la retenue
 h : Hauteur de suintement
 h^e : Charge dant l'élément e
 h_m : Charge modale au noeud l avec $l = i, j$ ou k
 I : Intensité du courant électrique
 i, j, k : Indices des noeuds de l'élément e
 J : Fonctionnelle
 K : Perméabilité du barrage
 K : Tenseur de perméabilité
 K_m : Perméabilité du modèle à analogie visqueuse
 K_x, K_z : Perméabilités suivant les axes Ox et Oz
 L : Largeur du barrage
 L' : Longueur du tube capillaire
 L_b : Longueur du barrage
 m : Indice du modèle à analogie visqueuse

N : Nombre total de noeuds
 n_e : Porosité efficace spécifique du barrage
 P, P' : Pressions
 P^* : Pression réduite
 Q : Débit volumique
 q : Débit spécifique
 t : Temps
 t° : Température
 V : Vitesse d'écoulement
 u, v, w : Composantes de la vitesse
 x_1, z_1 : Coordonnées du noeud 1
 z : Côte au point considéré
 ρ : Masse volumique de l'eau

 ρ_e : Résistivité du papier conducteur

 λ : Echelle

 λ_k : Echelle de perméabilité

 λ_l : Echelle de Longueur

 λ_t : Echelle de temps

 ν : Viscosité cinématique du fluide
 μ : Viscosité dynamique du fluide
 ϕ : Potentiel ou charge hydraulique

LISTE DES FIGURES

- I-1 - Illustration des conditions aux limites
- II-1 - Ligne de saturation de DUPUIT
- II-2 - Ligne de saturation de KOZENY
- II-3 - Ligne de saturation de CASAGRANDE
- II-4 - Méthode graphique
- III-1- Maillage en difference finies.
- III-1-1 Vue en perspective partielle du modèle
à analogie visqueuse
- III-1-2 Vue de dessus du modèle à analogie visqueuse
- III-1-1 Forme des barrages
- III-1-2 Lignes de saturation
- III-1-3 Barrage avec dimensions réduites
- III-1-4 Abaissement du plan d'eau dans le barrage
- III-1-5 Viscosimètre capillaire
- III-1-6 Vue de face du modèle à analogie visqueuse
- III-1-7 Vue en perspective du modèle à analogie visqueuse
- III-1-8 Viscosité en fonction de la température
- III-1-9 Perméabilité en fonction de la viscosité
- III-1-10 Perméabilité en fonction de la température
- III-1-11 Débit en fonction de la température
- III-1-12 Variation de la charge de la retenue en
fonction du temps
- III-1-13 Surface libre en régime permanent
du barrage à suintement
- III-1-14 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,053$
- III-1-15 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,123$
- III-1-16 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,183$
- III-1-17 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,383$
- III-1-18 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,698$
- III-1-19 Surface libre pour $Kt/L.ne = 1,156$
- III-1-20 Evolution de la surface libre en régime
transitoire du barrage à suintement

- III-1-21 Surface libre en régime permanent du barrage avec tapis filtrant
- III-1-22 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,035$
- III-1-23 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,085$
- III-1-24 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,192$
- III-1-25 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,304$
- III-1-26 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,560$
- III-1-27 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,787$
- III-1-28 Evolution de la surface libre du barrage avec tapis filtrant
- III-1-29 Rabattement de la surface libre en régime permanent.
- III-2-1 Schéma de l'analogie électrique
- III-2-2 Réseau des équipotentiels en régime permanent du barrage à suintement
- III-2-3 Réseau des équipotentiels pour $Kt/L.ne = 0,053$
- III-2-4 Réseau des équipotentiels pour $Kt/L.ne = 0,123$
- III-2-5 Réseau des équipotentiels pour $Kt/L.ne = 0,183$
- III-2-6 Réseau des équipotentiels pour $Kt/L.ne = 0,383$
- III-2-7 Réseau des équipotentiels pour $Kt/L.ne = 0,698$
- III-2-8 Réseau des équipotentiels pour $Kt/L.ne = 1,156$
- III-2-9 Réseau des équipotentiels pour une vidange rapide de 25% de la charge de la retenue
- III-2-10 Réseau des équipotentiels pour une vidange rapide de 50% de la charge de la retenue
- III-2-11 Réseau des équipotentiels pour une vidange rapide de 75% de la charge de la retenue
- III-2-12 Réseau des équipotentiels pour une vidange

- totale instantanée de la retenue
- III-2-13 Réseau des équipotentiellles en régime permanent du barrage avec tapis filtrant
 - III-2-14 Réseau des équipotentiellles pour $Kt/L.ne = 0,035$
 - III-2-15 Réseau des équipotentiellles pour $Kt/L.ne = 0,085$
 - III-2-16 Réseau des équipotentiellles pour $Kt/L.ne = 0,192$
 - III-2-17 Réseau des équipotentiellles pour $Kt/L.ne = 0,304$
 - III-2-18 Réseau des équipotentiellles pour $Kt/L.ne = 0,560$
 - III-2-19 Réseau des équipotentiellles pour $Kt/L.ne = 0,787$
 - III-2-20 Réseau des équipotentiellles pour une vidange rapide de 25% de la charge de la retenue
 - III-2-21 Réseau des équipotentiellles pour une vidange rapide de 50% de la charge de la retenue
 - III-2-22 Réseau des équipotentiellles pour une vidange rapide de 75% de la charge de la retenue
 - III-2-23 Réseau des équipotentiellles pour une vidange totale instantanée de la retenue
 - IV-2-1 Schéma de l'élément triangulaire du maillage
 - IV-2-1a Vue en plan des éléments de groupe contenant le noeud 1
 - IV-2-2b Vue tridimensionnelle de la fonction de base nodale $N_1(x,z)$
 - IV-2-3 Diagramme schématique montrant l'apport des matrices de conductivité des éléments et la formation de la matrice globale
 - IV-2-4 Traitement d'un élément pour un écoulement limite spécifié
 - IV-2-5 Organigramme du programme d'éléments finis
 - IV-2-6 Maillage en régime permanent du barrage à suintement
 - IV-2-7 Maillage en régime permanent du barrage avec tapis filtrant
 - IV-2-8 Données en régime permanent du barrage à suintement

- IV-2-9 Résultats en régime permanent du barrage
à suintement
- IV-2-10 Résultats en régime permanent du barrage
à tapis filtrant
- IV-2-11 Comparaison des surfaces libres en régime
permanent du barrage à suintement
- IV-2-12 Comparaison des surfaces libres en régime
permanent du barrage avec tapis filtrant
- IV-2-13 Maillage en vidange rapide du barrage
à suintement
- IV-2-14 Maillage en vidange rapide du barrage
avec tapis filtrant
- IV-2-15 Données en vidange rapide de 25% de la charge
de la retenue du barrage à suintement
- IV-2-16 Résultats en vidange rapide de 25% de la charge
de la retenue du barrage à suintement
- IV-2-17 Résultats en vidange rapide de 25% de la charge
de la retenue du barrage avec tapis filtrant

I - INTRODUCTION

I-1 - Généralités

Les infiltrations qui se produisent dans les barrages en terre et les variations de la pression interstitielle qui en résultent, responsables d'un grand nombre d'accidents, doivent être parfaitement connues. [14], [21], [27], [41], [45].

Pendant sa construction et après sa réalisation, un barrage en terre est soumis aux actions de forces produites par diverses causes et pouvant varier au cours du temps. Avant d'entreprendre l'étude de stabilité d'un barrage, il est indispensable de connaître le plus exactement possible les sollicitations auxquelles seront soumis le massif et sa fondation, il sera également indispensable de déterminer la résistance des matériaux en place et les efforts maximum qu'ils peuvent subir. Les forces extérieures les plus importantes sont le poids du massif, la pression de l'eau emmagasinée dans la retenue, les infiltrations dans le massif, en particulier lors d'une vidange rapide, les sous-pressions et les forces sismiques. Les infiltrations sont dangereuses quand elles peuvent donner naissance à des renards ou à des courants provoquant des glissements des parements.

Les infiltrations en régime permanent doivent être prises en compte pour déterminer le profil de la face aval et celles du régime non permanent servent à déterminer le profil de la face amont. L'eau emmagasinée dans le barrage au voisinage de la face amont, a tendance à rejoindre la retenue. Si les matériaux du barrage sont peu perméables, la surface libre varie très peu, et des pressions interstitielles non négligeables sont créées dans l'ouvrage [4], [14], [58].

Ainsi la connaissance de la pression interstitielle est indispensable pour le calcul de stabilité des barrages en terre en fin de construction, en régime permanent et lors de la vidange

rapide de la retenue.

On appelle conformément à l'usage, ligne phréatique à travers le barrage, la ligne de courant supérieure, connue comme ligne de pression nulle. Cette ligne est parfois improprement nommée ligne de saturation, alors que cette dernière est au-dessus de la ligne phréatique, à une distance correspondant à l'élévation capillaire. Pratiquement seule la ligne phréatique intervient dans l'écoulement et on l'appellera pour la suite, ligne de la surface libre.

Le problème de la détermination du champ de potentiel de l'écoulement dans le barrage, revient tout d'abord à déterminer la position, a priori inconnue, de la surface libre et de son analyse pour évaluer la pression interstitielle.

Il y a donc intérêt à rechercher des méthodes simples et rapides, d'une précision suffisante pour les besoins pratiques, et permettant de résoudre les problèmes mathématiques posés par les écoulements de filtration.

I.2 - Objet de la thèse

L'objet de cette présente recherche est basée sur les méthodes expérimentales d'analogies visqueuse et électrique, et numérique des éléments finis, afin de proposer une méthode permettant de déterminer la position de la surface libre et la pression interstitielle dans le corps des barrages en terre homogène.

La surface libre est obtenue rapidement par analogie visqueuse pour n'importe quel instant. Les équipotentielles sont déterminées par analogie électrique, permettant d'en déduire les pressions interstitielles. Une méthode de résolution théorique, pour les cas du régime permanent et de la vidange rapide de la retenue a été appliquée à l'aide de la méthode des éléments finis, qui s'adapte bien pour les écoulements en milieu poreux à surface libre.

Les conditions les plus défavorables ont été considérées, c'est à dire lorsque l'eau de la retenue atteint son niveau maximum.

I - 3 Formulation du problème

I-3-1 - Cas Isotrope

La théorie mathématique des écoulements de l'eau dans les milieux poreux a fait l'objet de nombreux exposés. Un écoulement plan dans un milieu perméable isotrope et homogène obéit en tout point, sous réserves de vitesses suffisamment lentes, à la loi de Darcy (Nombre de Reynolds variant de 1 à 10 [53]) :

$$\vec{V} = -K \text{ grad } h \quad (\text{I.1})$$

V étant la vitesse de l'écoulement au point considéré (on rappelle que cette vitesse n'est pas la vitesse de déplacement d'une particule de liquide, mais la vitesse vraie multipliée par la porosité efficace spécifique du milieu perméable). K est la perméabilité du milieu poreux et h la charge hydraulique, qui a pour expression :

$$h = z + (p / \rho \cdot g) \quad (\text{I.2})$$

où le terme de l'énergie cinétique $V^2/2g$ est négligé car une vitesse de filtration de 1 cm/s correspond à un écoulement souterrain rapide.

La connaissance de la charge et de l'ordonnée nous permet de déterminer la pression interstitielle :

$$\frac{p}{\rho g} = h - z \quad (\text{I.3})$$

L'équation de continuité pour un liquide supposé incompressible,

et le milieu traversé saturé et indéformable est :

$$\frac{\delta u}{\delta x} + \frac{\delta v}{\delta y} = 0 \quad (I.4)$$

avec u et v les composantes de la vitesse

$$\left\{ \begin{array}{l} u = -K \frac{\delta h}{\delta x} \\ v = -K \frac{\delta h}{\delta z} \end{array} \right. \quad (I.5)$$

Ainsi, on a l'équation suivante :

$$K \frac{\delta^2 h}{\delta x^2} + K \frac{\delta^2 h}{\delta z^2} = 0 \quad (I.6)$$

soit

$$\frac{\delta^2 h}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 h}{\delta z^2} = 0 \quad (I.7)$$

ou $\nabla^2 h = 0$, qui n'est autre que l'équation de LAPLACE.

Le potentiel de l'écoulement est donc harmonique, et est entièrement défini à l'intérieur du domaine considéré de l'écoulement si l'on connaît les conditions aux limites, c'est à dire pour ce qui concerne la suite de cet exposé, si l'on connaît le long de la frontière du domaine, soit la valeur de θ (condition de DIRICHLET), soit la valeur de sa dérivée $\delta \theta / \delta n$, prise normalement à la frontière (condition de NEUMANN).

En appelant Ψ la fonction conjuguée de Φ , les lignes de courant sont représentées par :

$$\Psi(x, z) = \text{cste} \quad (I.8)$$

Elles sont normales aux lignes équipotentiels définies par :

$$\Phi(x, z) = \text{cste} \quad (I.9)$$

En tout point non singulier du domaine, on a

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = - \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (I.10)$$

n et t sont deux directions orthogonales quelconques.

La connaissance des deux familles de courbes $\Phi = \text{Cte}$ et $\Psi = \text{Cte}$ permet la résolution du problème, car on peut en déduire les répartitions des pressions, des vitesses et des débits.

I-3-2 - Cas d'un milieu homogène et anisotrope

La loi de DARCY généralisée par un écoulement bidimensionnel anisotrope est :

$$\vec{v} = -K \text{ grad } h \quad (I.11)$$

où K est le tenseur de perméabilité.

Les composantes de la vitesse étant :

$$\left\{ \begin{array}{l} u = -K_x \frac{\partial h}{\partial x} \\ v = -K_z \frac{\partial h}{\partial z} \end{array} \right. \quad (I.12)$$

où K_x et K_z sont les perméabilités suivant les axes Ox et Oz .
 L'équation de continuité reste valable, même si le milieu est anisotrope, entraîne

$$K_x \frac{\delta^2 h}{\delta x^2} + K_z \frac{\delta^2 h}{\delta z^2} = 0 \quad (I.13)$$

On n'obtient plus l'équation de LAPLACE et le réseau (θ, ψ) n'est pas orthogonal. Pour ramener l'étude d'un écoulement à travers un milieu isotrope, on utilise une transformation affine, afin d'avoir l'équation de LAPLACE, en posant :

$$\begin{cases} X = x \sqrt{K_z/K_x} \\ Y = y \end{cases} \quad (I.14)$$

ainsi :

$$\frac{\delta X}{\delta x} = \sqrt{K_z/K_x} \quad (I.15)$$

d'où :

$$\frac{\delta^2 h}{\delta x^2} = \frac{K_y}{K_x} \frac{\delta^2 h}{\delta X^2} \quad (I.16)$$

et

$$\frac{\delta^2 h}{\delta z^2} = \frac{\delta^2 h}{\delta Y^2} \quad (I.17)$$

L'équation de continuité devient :

$$K_z \left[\frac{\delta^2 h}{\delta X^2} + \frac{\delta^2 h}{\delta Z^2} \right] = 0 \quad (I.18)$$

C'est à dire l'équation de LAPLACE.

La transformation affine dans le sens horizontal de rapport

$\sqrt{K_z/K_x}$ permet d'étudier l'écoulement isotrope correspondant à l'écoulement anisotrope, et pour se ramener au cas d'anisotropie, on fait la transformation inverse.

I-3-3 - Conditions aux limites

- Surface imperméable :

C'est soit une assise de terrain imperméable, soit une paroi étanche. L'imperméabilité se traduit par le fait qu'aucun débit ne traverse la limite.

Pour un milieu isotrope, on peut écrire :

$$V \cdot n = -K \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (I.19)$$

La composante de la vitesse de filtration selon la normale n à la surface imperméable est nulle. La condition à la limite valable sur une surface imperméable sera donc :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (I.20)$$

C'est une condition de NEUMANN. Elle implique que sur les surfaces équipotentielles ($\phi = Cte$) recoupent les surfaces imperméables à angle droit.

- Surface filtrante :

Pour cette surface, l'écoulement souterrain est en contact avec une masse d'eau libre dans laquelle les pertes de charge sont négligeables, de sorte que la charge hydraulique y est constante. La condition à la limite y est donc :

$$\phi = Cte \quad (I-21)$$

C'est une condition de DIRICHLET. Les surfaces filtrantes

s'identifient avec des surfaces équipotentiellles.

- Surface de suintement :

Une surface de suintement existe lorsque la surface libre ne se raccorde pas au plan d'eau aval. Ainsi, l'eau sort à l'air libre à travers une telle surface. La pression qui y régné est donc la pression atmosphérique et la condition à la limite correspondante est :

$$\phi = z \quad (I-22)$$

Cas des surfaces libres :

Un écoulement à surface libre est caractérisé par la présence d'une surface libre qui limite cet écoulement vers le haut. La ligne de saturation de l'écoulement à travers un barrage en terre est une surface libre, qui est une ligne de courant en régime permanent.

La permanence implique en effet l'immobilité de cette surface qui n'est possible que si aucun flux ne la traverse.

La condition de NEUMANN est donc valable sur la surface libre.

Par ailleurs, la surface libre est soumise à la pression atmosphérique. On a donc, du moins en première approximation, en négligeant l'action de la capillarité, une seconde condition $p = 0$, ou son équivalent $\phi = z$ (l'origine des pressions étant la pression atmosphérique).

En fin de compte, on a donc sur la surface libre la double condition :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad \text{et} \quad \phi = z \quad (I.23)$$

Les conditions aux limites pour un barrage en terre avec suintement sont illustrées sur la figure I.1 :

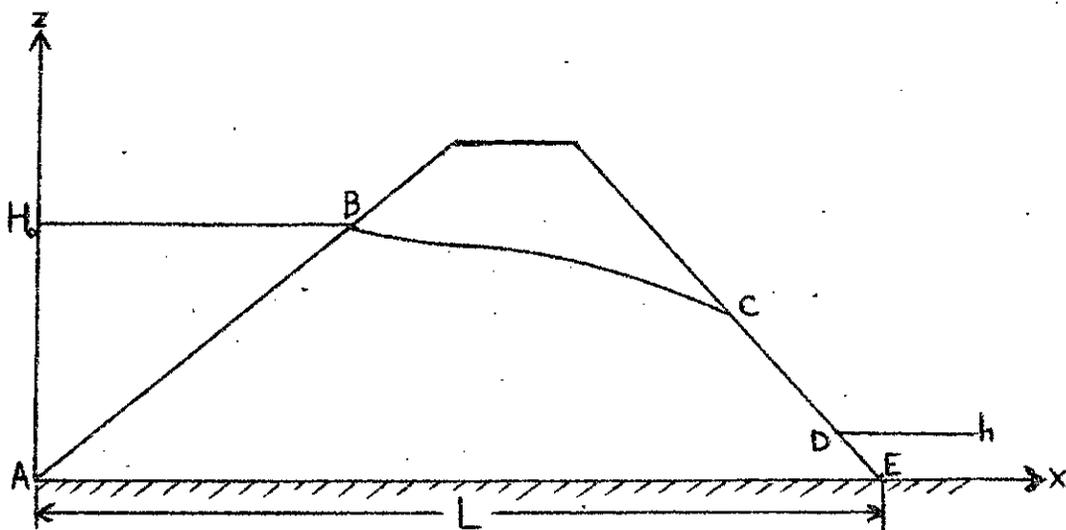


Fig. I.1 - Illustration des conditions aux limites

AB : Surface filtrante, $\phi = H$

BC : Surface libre, $\phi = z$ et $\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$

CD : Surface de suintement, $\phi = z$

DE : Surface filtrante : $\phi = h$

AE : surface imperméable, $\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$

I-4 - Présentation du travail

Les points principaux de la présente recherche sont les suivants: Les généralités, la formulation du problème, le but et le plan de travail sont présentés dans le chapitre courant.

Les recherches antérieures concernant les différentes étapes de résolution du problème des infiltrations dans les barrages en

terre sont décrites dans le deuxième chapitre.

Dans le troisième chapitre, les méthodes expérimentales d'analogies visqueuse et électrique utilisées sont exposées. Les résultats expérimentaux obtenus sont analysés.

Le principe variationnel et la méthode des éléments finis sont présentés dans le quatrième chapitre, ainsi qu'un autre programme en éléments finis, adapté pour le cas de la vidange de la retenue.

La comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques sont analysés.

La conclusion et les suggestions pour de futures recherches sont faites dans le dernier chapitre.

II - ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Pour parvenir à résoudre le problème complexe des infiltrations à travers les barrages en terre, plusieurs possibilités, par des voies et des moyens extrêmement divers ont été utilisées. que l'on peut classer de la façon suivante :

- Modèles physiques par similitude ou analogies
- Méthodes de l'analyse mathématique.
- Méthodes numériques aboutissant à la construction de modèles mathématiques.

II-1 - Modèles physiques

II-1-1 - Modèles à sable

La méthode des modèles à sable est la plus ancienne et la plus directe, car elle opère sur un modèle réduit du barrage réalisé dans un chenal vitré [6], [36], [45], [46].

Les conditions de similitude sont assez simples dans le cas d'un écoulement permanent dans un terrain homogène. Les conditions aux limites de la surface libre pour l'écoulement souterrain,

impose le choix de l'échelle des charges. Le nombre de REYNOLDS doit rester en dessous de la limite de validité de la loi de DARCY. Toutefois la réalisation pratique de tels modèles pose de nombreux problèmes :

- La condition sur le nombre de REYNOLDS peut conduire à choisir un matériau fin, difficile de mettre en place d'une façon homogène et qui se tassera.

- La présence de la surface libre aura pour effet d'augmenter l'effet d'échelle dû aux phénomènes d'ascension capillaire. En effet, la hauteur de la frange capillaire varie à peu près comme l'inverse de la dimension d des grains. La perméabilité K variant comme d^2 , la mise à l'échelle λ du modèle de la hauteur d'ascension capillaire nécessiterait comme échelle λ_k des perméabilités $\lambda_k = \lambda^{-2}$.

Ceci conduirait dans la plupart des cas à prendre un matériau grossier et le nombre de Reynolds limite serait dépassé.

Afin d'éliminer les effets de la capillarité, des recherches ont été faites avec des solutions aqueuses de produits plus visqueux que l'eau comme la glycérine, le polyéthylène-glycol, le modocall, le teepol, la gomme arabique [46].

En raison de ces difficultés, les modèles à sable ne sont guère utilisés en hydraulique souterraine. Ils servent soit à donner une première idée des phénomènes soit comme moyen de recherche.

II-1-2 - Méthodes analogiques

En raison des difficultés d'expérimentation sur modèles réduits, les méthodes analogiques d'étude des problèmes d'hydraulique souterraine se sont beaucoup développées depuis 1950.

L'idée de base est d'établir une analogie entre les écoulements souterrains et des phénomènes physiques ayant les mêmes expressions mathématiques (champs dérivant de potentiels harmoniques) et plus faciles à mesurer. On peut citer :

II-1-2-1 - L'analogie visqueuse ou de HELE-SHAW :

Elle utilise le fait que l'écoulement d'un fluide visqueux entre deux plaques parallèles rapprochées suit une loi analogue à celle de LAPLACE. La visualisation des filets liquides est facile et on peut utiliser ces modèles pour les écoulements plans à surface libre, permanents ou non.

De plus, l'ascension capillaire est infiniment moins marquée que dans le modèle à sable.

Les détails concernant cette analyse sont décrits dans le chapitre III-1.

Le premier modèle à analogie visqueuse a été développé pour la première fois par H.S HELE-SHAW en 1897 [62] pour étudier les lignes d'écoulement autour d'ouvrages de formes diverses. R. DACHLER en 1936 [62], a été le premier à suggérer ce modèle pour étudier les écoulements des eaux souterraines. PARR en 1937 [62] a décrit la similitude remarquable de l'écoulement laminaire autour d'obstacles et appelé cet appareil "fluid-flow Analyser". RIEGELS en 1938 [62] a étudié l'écoulement permanent autour d'un cylindre. GUNTHER en 1940 [2 et 62] a fait une étude extensive de ce modèle analogique pour les écoulements en milieu poreux avec des conditions aux limites différentes. L'appareil de HELE-SHAW a été utilisé par DIETZ en 1941 et 1944 [62] pour des études de bilan hydrologique. KRUL et LIEFRINK en 1946 [62], après avoir apporté des modifications, ont pu simuler des expériences concernant les effets de précipitations, d'irrigation et d'évaporation sur la surface piézométrique des eaux souterraines. HOWLAND en 1943, le Corps des Ingénieurs de l'Armée Américaine en 1946, KELLOG en 1948, CASAGRANDE et SHANNON en 1953 [62] ont étudié le drainage par analogie visqueuse. SANTING en 1951 [62] a décrit la possibilité d'étudier le problème des nappes côtières ou plus exactement l'invasion d'eau salée dans les nappes d'eau douce. BEAR en 1956 et SANTING en 1957 [2] ont développé ce type d'analogie pour étudier l'écoulement horizontal dans un aquifère avec un niveau piézométrique fluctuant. V.HALEK

et J. CISTIN en 1960 [29], ont effectué des recherches sur l'écoulement non permanent, provoqué par des variations brusques du niveau d'une rivière, dans les terrains perméables voisins. BRAHMA et HARR [4] et GALLEA [22] en 1962 ont utilisé l'analogie visqueuse permettant d'étudier les écoulements non permanents dans les barrages en terre. DAS GUPTA en 1967 [12] a étudié le comportement des drains d'interception en milieu poreux, et a pu montrer que l'analogie visqueuse est une technique précise et particulièrement commode pour l'étude des écoulements souterrains permanents à surface libre. NEWLIN et ROSSIER en 1967 [50], ont étudié la vidange rapide dans un talus en terre. THIRRIOT a beaucoup utilisé l'analogie visqueuse pour étudier les écoulements dans les barrages en terre. En 1967 [57], il a étudié la conséquence de la vidange du réservoir sur l'évolution de la nappe dans le barrage d'Aratos en supposant son noyau imperméable. En 1968 [58 et [59], il a étudié l'écoulement transitoire, et en 1971 [60] et [61], il a étudié les problèmes industriels d'infiltration de vidange et de remplissage. DESAI et SHERMAN en 1971 [16] ont étudié l'écoulement transitoire dans des talus. KHAMMARI en 1974 [38] a étudié l'interaction des écoulements souterrains et des écoulements superficiels d'une crue se propageant dans une nappe. LIGETT et LIU en 1971 [[43], ont quant à eux étudié la réfraction de la ligne phréatique entre deux zones de perméabilité différente. DESAI en 1984 [15], a étudié les fluctuations du niveau d'eau dans les terrains avoisinant le fleuve Mississippi, ainsi que les écoulements non permanents dans un barrage en terre comportant des zones réduites de perméabilité différente. MICHEL et HUNT en 1985 [48] ont étudié l'abaissement rapide du niveau d'eau dans le corps de digues JAIGBENU et LIGETT en 1979 [55] ont étudié l'écoulement des nappes en charge.

L'analogie visqueuse est couramment utilisée pour l'étude des écoulements permanents et transitoires dans les milieux poreux saturés. Elle a de nombreuses applications pour les écoulements

souterrains : drainage, bilan hydrique dans les nappes, infiltrations dans les barrages, etc... Il est évident d'après les recherches que l'analogie visqueuse est bien adaptée pour les divers problèmes d'écoulement souterrain.

II-1-2-2 - Analogie électrique

L'analogie électrique est une méthode expérimentale couramment utilisée en raison de sa facilité de mise en oeuvre, pour l'étude de problèmes divers dépendant de l'équation de LAPLACE, ou d'équations d'un type identique (élasticité, aérodynamique, thermodynamique, infiltration, etc..).

Le principe est d'étudier l'écoulement plan dans le barrage par analogie dans un corps conducteur soumis à une tension électrique.

Les détails concernant l'analogie électrique que nous avons utilisée est décrite au chapitre III.2.

Les différentes techniques de l'analogie électrique sont les suivantes :

La cuve rhéoélectrique [6], [36]

C'est une méthode assez ancienne adaptée aux problèmes à trois dimensions en milieu homogène. Le conducteur utilisé est généralement de l'eau placée dans une cuve de forme adaptée au problème à résoudre. La surface libre est représentée par une paroi déformable de forme quelconque que l'on doit matérialiser par une paroi isolante de même forme. Comme on ne connaît pas la position exacte de cette surface libre, on est amené ainsi à réaliser un certain nombre d'approximations successives de cette surface, avec toutes les opérations nécessaires (vidange de la cuve, nettoyage, étanchéité, remplissage, etc...). BORELLI en 1954 [53] a proposé un procédé intéressant, consistant à matérialiser la surface libre par une bande de caoutchouc mousse, collée à l'aide de vaseline et que l'on peut déplacer durant les diverses opérations, sans pour cela nuire à l'étanchéité.

Le papier conducteur :

En 1935, WYCKOFF et REED [55] préparèrent un papier spécial conducteur, en enduisant du bristol avec de l'aquadag et l'utilisèrent pour des problèmes d'infiltration à surface libre. La fabrication de ce papier semble néanmoins assez longue (enduit de douze à vingt couches d'aquadag, à l'aide d'un vaporisateur). Ce n'est que vers 1949, que fut utilisé à l'Institut Blaise PASCAL par MALAVARD [44], pour l'étude de divers champs harmoniques, un papier conducteur vendu dans le commerce sous le nom de paiper "Teledeltos". Ce papier destiné pour un tout autre usage (enregistrement graphite), présente sensiblement des qualités requises pour la confection de modèles analogiques. Ses qualités électriques permettent d'obtenir des résultats satisfaisants. La précision du papier "Teledeltos" en fait un matériau conducteur tout indiqué pour l'étude de problèmes d'infiltration, qui ont été abordés pour la première fois par D'OLIVERA E SOUSA en 1951 [18], ensuite par HUARD DE LA MARRE en 1952 [32], en 1953 [33] et en 1956 [34].

Depuis ces derniers travaux, la technique du papier conducteur est très utilisée [5], [13], [27], [31], [47], [49], [51].

Les réseaux de résistance

La technique des réseaux de résistance a été développée selon SHNEEBELI [53] après 1950, grâce aux travaux de HUARD DE LAMARRE. Le principe d'un réseau est simple, car étant formé de résistances reliant les noeuds d'un moulage suivant des lois formellement analogues au système résultant de la discrétisation des équations de l'hydraulique souterraine par la méthode des différences finies.

Cette méthode avait pu paraître fertile, il y a quelques années, car elle permettait de représenter des écoulements à travers des milieux hétérogènes et anisotropes. Toutefois, elle ne paraît pas avoir eu le développement escompté sous cette forme.

II.1.3 - Conclusion

Les analogies électriques constituent un moyen rapide pour résoudre les problèmes d'écoulement en milieu poreux saturé. La méthode la plus riche en possibilités est celle des réseaux. Toutefois, la cuve trouvera souvent son utilisation, notamment pour les problèmes à trois dimensions. La méthode du papier conducteur est la plus simple et la plus utilisée.

II-2 Les modèles analytiques

Ils sont basés sur l'emploi des méthodes classiques de l'analyse pour trouver par intégration une solution particulière de l'équation qui constitue le modèle conceptuel. Ces méthodes ne sont applicables que pour certaines formes d'équations et pour certaines conditions particulières simples en ce qui concerne la géométrie, répartition des paramètres, conditions aux limites. Quand leur mise en oeuvre s'avère possible, elles conduisent à une solution qui s'exprime sous forme d'une équation analytique explicite constituée par une combinaison de fonctions algébriques élémentaires aisément calculables ou déjà tabulées.

C'est évidemment la méthode de résolution la plus ancienne et la seule pratiquée jusqu'aux développements récents de l'électronique. Comme elle s'applique tout particulièrement aux équations aux dérivées partielles qui représentent un phénomène de transfert dans un champ de force dérivant d'un potentiel qui est le cas de beaucoup de phénomènes physiques importants, elle a été largement utilisée par de nombreux chercheurs appartenant à des disciplines diverses (mathématiciens, électriciens, hydrodynamiciens, thermiciens). Il existe donc actuellement un nombre important de ces solutions particulières qui constituent autant de modèles analytiques ne nécessitant aucun moyen de calcul puissant et sont donc d'un emploi particulièrement commode.

L'inconvénient de ces modèles est que chacun ne s'applique qu'à un type très bien défini de problème et en général pour des milieux homogènes de géométrie simple.

Dupuit en 1863 [7] a appliqué l'hypothèse que la vitesse est identique en grandeur et en direction pour tous les points d'une même section verticale. Autrement dit, la composante verticale de la vitesse est négligeable. Le débit q par unité de longueur de la digue, dans toute section verticale perpendiculaire au plan de la figure II.1 est :

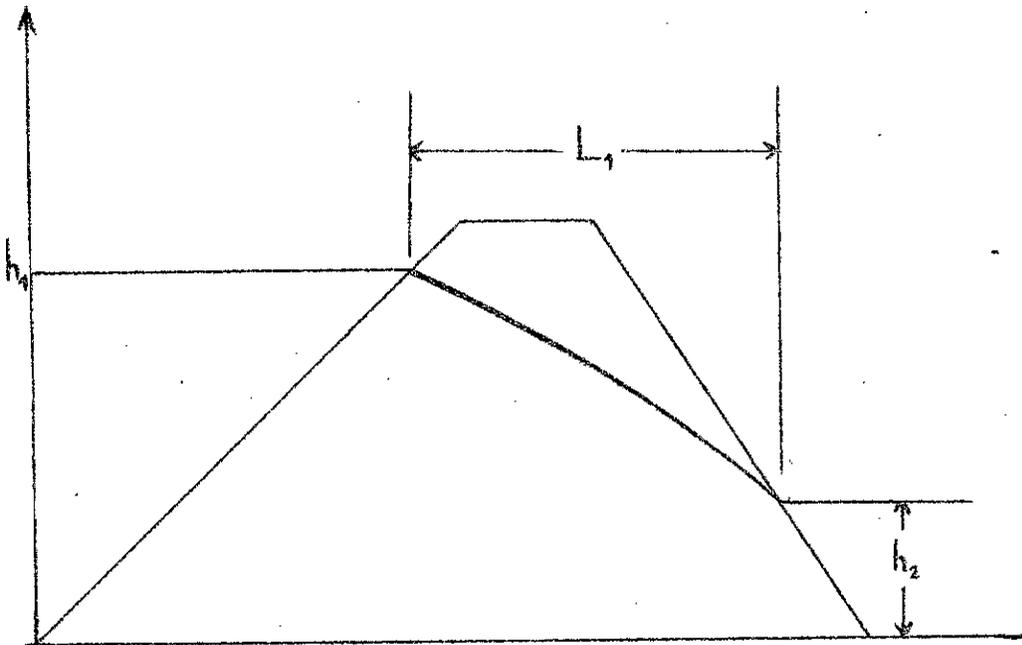


Fig.II.1 Ligne de saturation par la méthode de Dupuit

$$q = - Kh. \frac{dh}{dx} \quad (II.1)$$

$$\text{d'où } q = \frac{K}{2L} (h_1^2 - h_2^2) \quad (II.2)$$

L'équation de la ligne de saturation est alors une parabole:

$$h^2 = - \frac{2q}{K} x + h^2_1 \quad (\text{II-3})$$

Ces formules appellent les objections suivantes :

- Elles ne tiennent pas compte des conditions d'entrée (surface libre normale au parement) ni des conditions de sortie (existence d'une surface de suintement).
- Les valeurs de débit q et de l'ordonnée de la ligne de saturation ($h(x)$) sont indépendantes de la pente des parements.

Des méthodes d'approximation de la surface libre ont été proposées séparément par SHAFFERNAK et VAN ITERSON en 1916 [30]. En 1931, PAVOLSKY a donné des expressions de débit d'une ligne permettant ensuite de déterminer la hauteur de suintement. KOZENY en 1931 [50] a déterminé les expressions du débit et de la surface libre dans un barrage en terre homogène à tapis filtrant en considérant le parement amont de forme parabolique (figure II-2). Il a utilisé la fonction complexe $z = Cw^2$, où c est une constante, avec $w = \theta + i$ et $z = x + iy$.

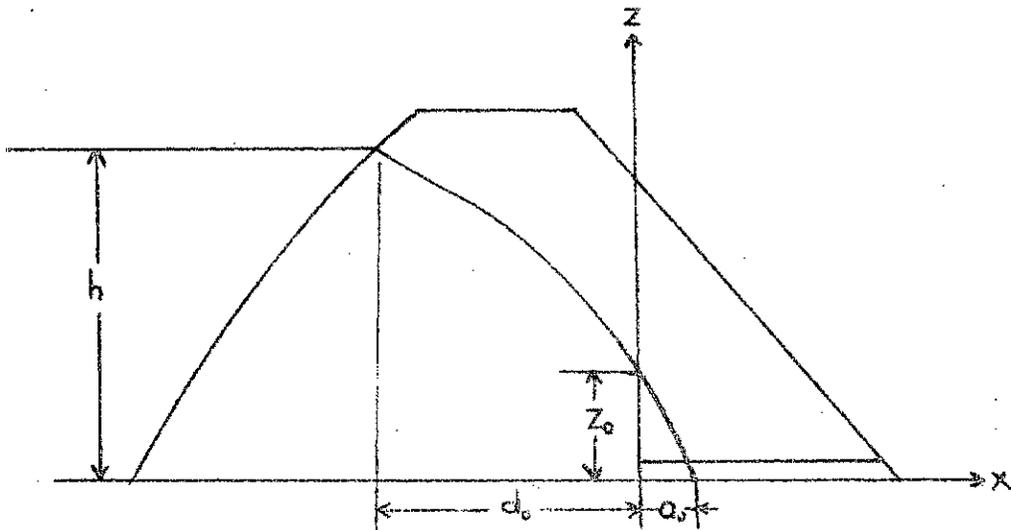


Fig.II-2 - Ligne de saturation de KOZENY.

La surface libre a pour expression :

$$z^2 = z_0^2 - 2z_0x \quad (II.4)$$

$$\text{avec } z_0 = \sqrt{d_0^2 + h^2} - d_0 \quad (II.5)$$

$$\text{et } a_0 = \frac{z_0}{2} \quad (II.6)$$

$$\text{Le débit étant : } q = K (\sqrt{d_0^2 + h^2} - d_0) \quad (II.7)$$

CASAGRANDE en 1932 [30], en prenant le gradient hydraulique égal à dz/ds , où s est mesuré le long de la surface libre et z l'ordonnée, a montré que la parabole de Dupuit passe par le point D' tel que $DD' = 0,3 \Delta_1 = 0,3 h \cotg B$, et par le point B tel que $BC = a$ est la longueur de suintement (Figure III.3).

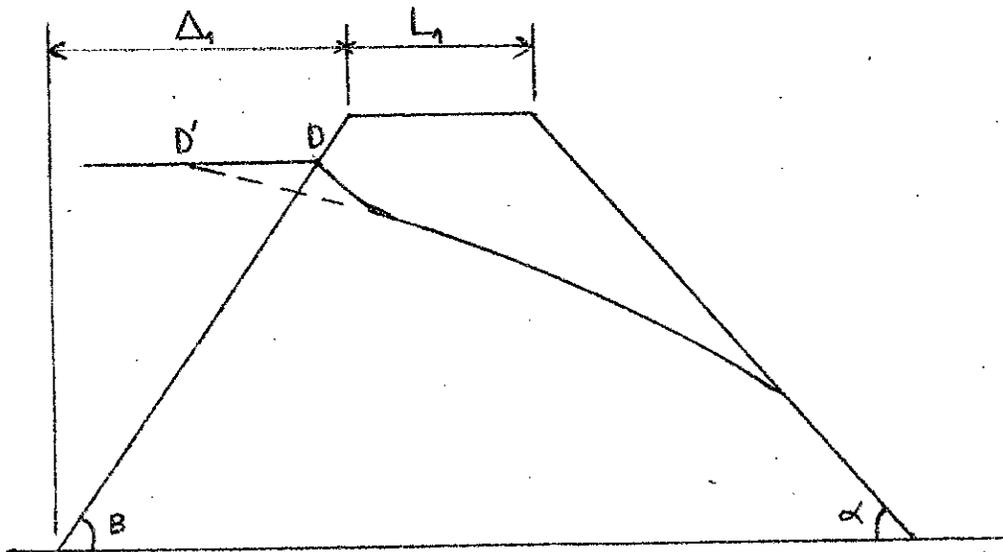


Fig II-3 - Ligne de saturation de CASAGRANDE

Le débit et la longueur de suintement ont respectivement pour expression :

$$q = Ka_1 \sin^2 \alpha \quad (\text{II.7})$$

$$a = \sqrt{d_1^2 + h^2} - \sqrt{d_1^2 - h^2 \cotg^2 \alpha} \quad (\text{II.8})$$

Une solution qui évite l'approximation de CASAGRANDE a été obtenue par GILBOY en 1933 [6], proposant ainsi des abaques qui définissent un paramètre m en fonction de α et d/h , et qui permettent de déterminer q et a_1 :

$$q = mkh \quad (\text{II.9})$$

$$a_1 = \frac{mh}{\sin^2 \alpha} \quad (\text{II.10})$$

CASAGRANDE en 1940 [51], a étendu la méthode de KOZENY pour les barrages de forme trapézoïdale à suintement et à drain de pied. GUEVEL en 1960 [26], a proposé une solution sur les transformations conformes, permettant d'avoir la surface libre dans le cas de digues homogènes à parois verticales. MATTA en 1961 [46], après une comparaison avec les résultats obtenus par HUARD DE LA MARRE par analogie électrique a proposé une formule empirique pour des digues symétriques. JEPPSON en 1968 [37] a démontré la difficulté d'utiliser un potentiel complexe pour obtenir la solution des écoulements à travers des barrages en terre homogène isotropes et anisotropes, le travail revenant à utiliser la méthode des différences finies après avoir défini la fonction potentielle. HAGER en 1985 [28] a étudié à l'aide de la théorie de DUPUIT l'écoulement transitoire dans un barrage en terre avec un noyau imperméable. MITCHEL et HUNT également en 1985 [48] ont montré que les solutions classiques de l'équation de DUPUIT linéarisée ou non, sont en défaut en raison de composantes verticales relativement importantes de la vitesse le long de la surface libre, dans les instants qui suivent immédiatement l'effondrement du niveau de la retenue des digues.

METHODE GRAPHIQUE

La méthode graphique qui était la plus appliquée pour le cas des barrages en terre où l'on connaît la position de la surface libre est celle de PRASIL (cité par CARLIER [6], HARR [30], SCHNEEBELI [53], etc ...

Connaissant la position de la surface libre qui est aussi une ligne de courant $\Psi_0 = Cte$) et les valeurs de θ sur cette ligne que l'on graduera en valeurs de θ s'échelonnant en progression arithmétique de raison $\delta\theta$. En traçant des lignes inclinées à 45° sur les normales, on obtient des points appartenant à une nouvelle ligne de courant $\Psi = \Psi_0 + \delta\Psi$ avec :

$$\delta\Psi = \frac{\delta\theta}{2} \quad (II.11)$$

De proche en proche, on peut alors construire tout le réseau. Si la dernière ligne de courant ainsi obtenue coïncide avec la limite imperméable qui est une ligne de courant, imposée par les conditions aux limites, le tracé obtenu sera conservé, sinon on procède par approximations successives jusqu'à ce que le réseau tracé s'inscrive suffisamment bien dans les limites du problème posé.

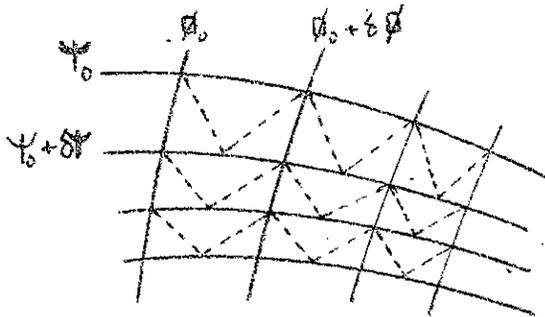


Fig.II-4 - Méthode graphique

II-3 - Méthodes numériques

Les méthodes numériques appliquées pour le problème des infiltrations à travers les barrages en terre sont celles des différences finies, des éléments finis et des équations intégrales aux frontières.

II-3-1 Méthode des différences finies

La méthode des différences finies consiste à discrétiser des équations différentielles sans chercher à les intégrer. La discrétisation est la substitution dans une équation des grandeurs différentielles infiniment petites par des grandeurs finies petites en regard des dimensions générales du milieu poreux étudié.

En appliquant le développement en série de TAYLOR de la fonction à deux variables $h(x,z)$, supposées suffisamment différentiables, l'équation de LAPLACE (I-7) d'après le maillage de la figure II-1 ($\Delta x = \Delta z$) est :

$$h_0 = \frac{h_1 + h_2 + h_3 + h_4}{4} \quad (\text{II.3.1})$$

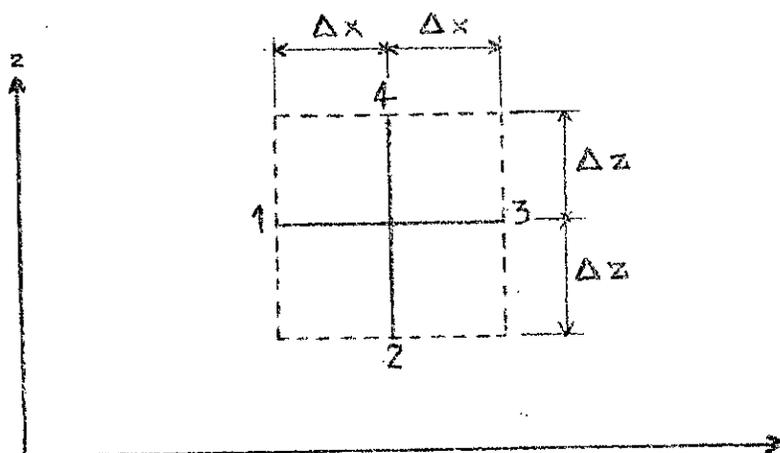


Fig. III - Maillage en différences finies.

Dans cette dernière relation, la valeur de la fonction du potentiel en un noeud du maillage apparaît comme la moyenne arithmétique des valeurs de cette même fonction aux quatre noeuds les plus proches (Figure. II.3.1). Il s'agit de la méthode de LIEBMANN (citée par HARR [30] qui consiste à chercher à l'aide de la relation (II.3.1) la valeur du potentiel en chaque noeud du maillage considéré. A cette fin, on utilise les valeurs connues du potentiel de par les conditions aux limites, ainsi que des valeurs arbitraires attribuées à chaque noeud intérieur. On arrive aussi à corriger ces mêmes valeurs arbitraires jusqu'à ce qu'elles satisfassent à la relation de la moyenne.

Cette méthode simple de principe et aussi précise qu'on le désire, conduit cependant à des calculs très fastidieux.

SOUTHWELL en 1946 (cité par HARR [30]) a considéré en chaque point du maillage de base non plus la valeur absolue de la fonction, mais bien de sa différence avec la moyenne. Cette différence

([ho] absolue - [ho] moyen) est appelé résidu. La correction des valeurs arbitraires adoptées au départ est obtenue par annulation successive des résidus.

La précision de la méthode dite de relaxation, dépend du maillage de départ et de la valeur maximum admise pour les résidus finaux, dans ce cas, le procédé de calcul est itératif.

Le déroulement des opérations est le suivant :

- Dessiner le milieu poreux et ses limites à l'échelle, y fixer le système des coordonnées et une grille à mailles carrées.
- Déterminer les coordonnées de chaque noeud de la grille.
- Déterminer la charge hydraulique sur les équipotentielles limites.
- Choisir arbitrairement, mais de manière aussi logique que possible pour diminuer le nombre d'itérations de calcul, la charge hydraulique en chaque noeud.
- Calculer en chaque noeud en partant systématiquement l'aont la charge selon la règle de l'équation (II.13) et faire un premier

passage complet d'amont en aval, en tenant compte du résidu.

- Répéter le calcul avec autant d'itérations qu'il est nécessaire pour qu'il y ait convergence, c'est à dire que les valeurs calculées ne varient plus.

FINEMORE et PERRY en 1968 [19] ont utilisé la méthode des différences finies pour étudier l'écoulement permanent à travers un barrage en terre homogène de forme rectangulaire. DESAI et SHERMANN en 1971 [16] ont étudié avec cette méthode, l'écoulement transitoire dans les pentes longeant une rivière. STEPHENSON, a quant à lui en 1971 [54], étudié l'abaissement de la nappe phréatique dans un remblai, à la suite d'un affaissement brutal du réservoir, l'équation de non équilibre pour l'écoulement dans le milieu poreux est simplifiée et résolue pour produire des graphiques généraux indiquant la variation de la surface de l'eau avec le temps. VERMA et BRUTSAERT en 1971 [63] ont analysé l'écoulement transitoire dans un talus en terre homogène.

D'après plusieurs auteurs [14], [19], [30], [31], [50], la méthode des différences finies est beaucoup plus utilisée pour l'étude des nappes souterraines que pour les écoulements dans les barrages.

III-3-1 - Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis a été créée en 1946 pour le calcul des ailes d'avions (cité par HUG [36]). Avec le développement des ordinateurs, ZIENKIEWICZ et CHEUNG en 1965 [66] ont appliqué cette méthode numérique pour des problèmes de mécanique des milieux continus, tel l'écoulement en charge dans un milieu poreux saturé.

La méthode des éléments finis est une méthode variationnelle approchée ; physiquement elle revient à décomposer le milieu continu en éléments qui sont étudiés séparément, puis assemblés suivant certaines lois. Tous les problèmes variationnels peuvent être abordés par cette méthode, elle a été d'abord appliquée aux

théorèmes de l'énergie mécanique : énergie potentielle minimum, énergie complémentaire minimum, principe de REISNER ; à chacun de ces théorèmes correspond respectivement les modèles "déplacement", "équilibre" et "mixtes".

L'étude de chaque élément est faite en faisant une hypothèse sur le champ des fonctions inconnues. La loi d'assemblage des éléments est déduite du principe variationnel.

L'application de cette méthode est relativement simple, on aboutit à la résolution d'un système linéaire ou non, présentant un grand nombre d'inconnues, mais bien conditionné.

La précision des résultats est satisfaisante même si le nombre d'éléments reste limité.

Il est possible d'aborder par cette méthode les problèmes plans et tridimensionnels, à symétrie cylindrique ou non, l'étude des milieux homogènes ou hétérogènes, isotropes ou anisotropes. Les problèmes complexes de plasticité, de dynamique d'écoulement, de rupture, etc ne présentent pas de difficultés de calcul [17], [67].

La méthode des éléments finis s'est développée ces dernières années et peut s'adapter à tous les problèmes, en raison de son caractère physique intuitif, et de sa mise en oeuvre simple et rapide pour les problèmes les plus complexes.

Ce n'est qu'en 1967, qu'a été utilisée cette méthode par LIAM FINN [42] et TAYLOR et BROWN [56], pour résoudre les problèmes des écoulements en milieu poreux saturé avec surface libre. VOLKER en 1969 [64] a considéré le problème non linéaire des infiltrations. GUELLEC en 1970 [23] a résolu le problème d'une nappe captive en régimes stationnaire et transitoire et de la détermination de la surface libre en régime permanent d'une nappe libre. FRANCE, PAREKH et PETERS en 1971 [20] ont proposé une solution faite par éléments finis, au problème linéaire des infiltrations en se référant au mouvement dépendant du temps d'une nappe phréatique horizontale à l'instant initial, la généralisation de l'approche est démontrée en étudiant les

écoulements vers un puits et à travers une digue en terre. BATHE et KHOSGOFTAAR en 1979 [1] ont utilisé un algorithme employant une perméabilité non linéaire du matériau, afin d'éviter les variations des mailles durant les itérations. DESAI en 1983 avec LI [14] et en 1984 [15] a utilisé une formulation variationnelle pour l'étude des écoulements permanent et transitoire en milieu poreux, en considérant que le flux résiduel englobe un calcul correctif d'une fonction liant la perméabilité à la pression, et la procédure utilisée ne requiert pas de modification des mailles durant les itérations de calcul. CIVIDINI et GIODA en 1984 [9] ont employé une procédure approximative pour analyser l'écoulement transitoire dans un barrage. Le maillage représentant tout le barrage est constitué d'éléments rectangulaires constants. Pour chaque calcul itératif, la surface libre est assimilée par des segments verticaux et horizontaux pour ainsi approximer celle-ci. HUMBERT en 1984 [37] a analysé en régime permanent l'écoulement autour d'une galerie souterraine et dans un barrage, les infiltrations dans un massif à partir d'une alimentation sur une partie de la surface la vidange rapide de la retenue d'un barrage homogène et l'influence sur une nappe aquifère de la construction d'une rocade. RANK et VERNER en 1986 [52], ont montré que l'on peut obtenir une précision appréciable avec la méthode des éléments finis, en utilisant des mailles variables et que l'influence des singularités sur la convergence disparaît. CIVIDINI, NOVA, ROSSI et SALANI en 1987 [11], ont eux aussi déterminé la position de la surface libre, les pressions interstitielles et le débit dans des barrages en terre homogène. GIODA que l'on retrouve en 1987 a beaucoup utilisé la méthode des éléments finis ; avec PANDOLFI [25] il a analysé la filtration non confirmée en proposant une programmation mathématique, ensuite avec GENTILE [24] en suggérant une programmation mathématique non linéaire pour les écoulements permanents à surface libre. LACY et PREVOST en 1987 [39] ont également employé cette dernière procédure pour des écoulements en milieu poreux

aturé . BHATIA et HAKEER en 1989 [3] ont déterminé les pressions dans une fondation d'une structure où a lieu un écoulement et montré que les résultats obtenus avec la méthode des éléments finis sont fonction des dimensions et du nombre d'éléments utilisés. On retrouve en 1989 CIVIDINI et GIODA [10] qui, en étudiant la solution par éléments finis avec mailles variables des problèmes d'écoulement, ont proposé une procédure pour éliminer les inconvénients d'application dans les analyses stationnaire et transitoire . Ils ont ainsi démontré que les algorithmes couramment utilisés peuvent faire apparaître des oscillations fausses de la surface libre dans le voisinage de l'intersection avec une limite perméable exposée à l'atmosphère. Ces oscillations tendent à devenir excessives lorsque le maillage comprend un nombre limité d'éléments, de sorte qu'on obtient parfois des configurations finales (stationnaires) de la surface libre qui sont incorrectes. Pour éliminer cet effet négatif, ils proposent un critère basé sur un algorithme minimisant une fonctionnelle non linéaire.

On voit d'après ces articles, que la méthode des éléments finis est un outil numérique efficace, et très utilisé pour les problèmes des écoulements en milieu poreux, notamment pour la détermination de la surface libre.

III-3-3 - Méthode des équations intégrales aux frontières

Cette méthode n'est appliquée que depuis ces dernières années (BREBBIA en 1978, CHANG en 1981 et 1986, LIGGET et LIU en 1983, cité par CHANG [8]) pour l'étude des écoulements en milieu poreux avec surface libre.

Elle transforme l'équation différentielle de l'écoulement en une équation intégrale, en utilisant les fonctions de GREEN. Seul le contour du domaine d'écoulement est discrétisé. Elle demande moins de données et de temps de calcul par rapport à celle des éléments finis ; de plus des difficultés sont évitées tel que

l'ajustement de la forme et de la taille des mailles durant les itérations.

III. METHODES EXPERIMENTALES DE RESOLUTION

III-1 - ANALOGIE VISQUEUSE [2], [12], [57], [62]

III-1-1 - Principe

Il s'agit d'étudier l'écoulement plan dans un barrage par analogie dans un modèle où un fluide visqueux s'écoule entre deux plaques parallèles et rapprochées (Figures III.1.1 et 2) à une distance 2δ l'une de l'autre .

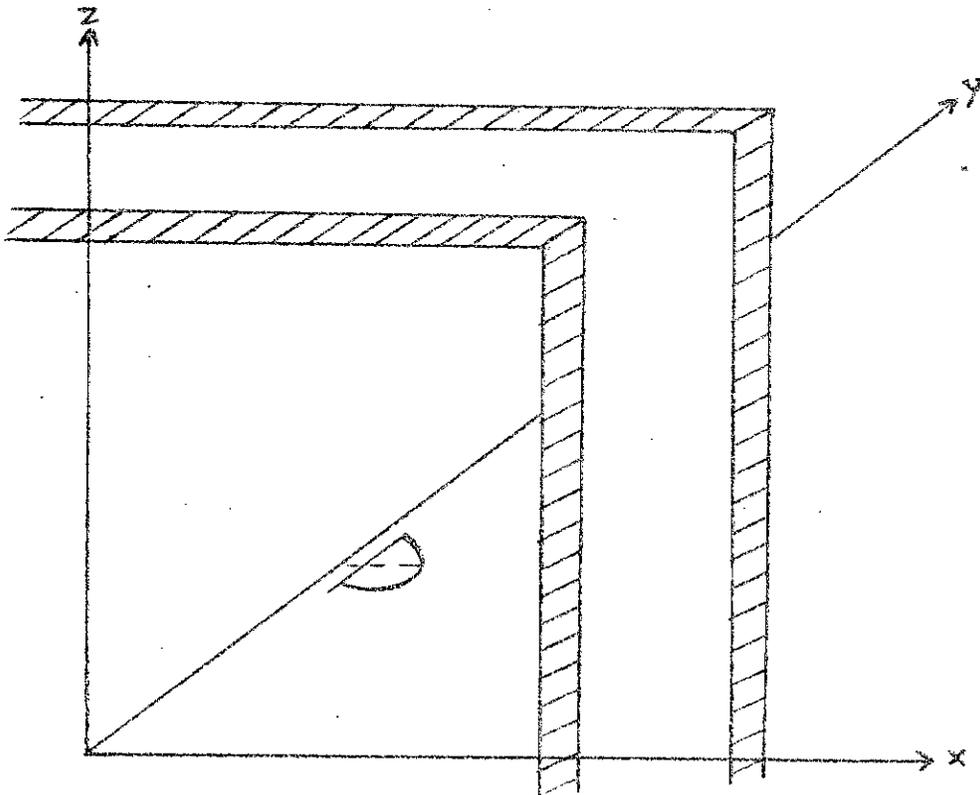


Fig.III-1 1 Vue en perspective partielle du modèle à analogie visqueuse.

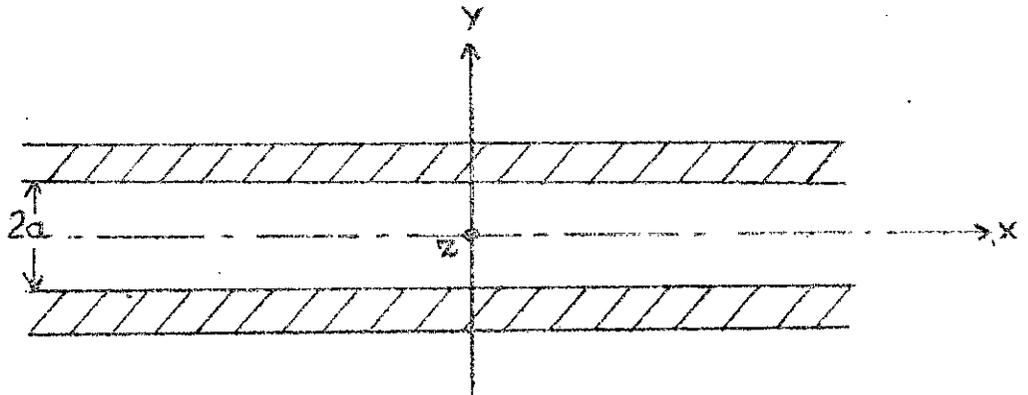


Fig. III.1. 2 Vue de dessus du modèle à analogie visqueuse



Soient u , v et w les composantes de la vitesse \vec{V} suivant Ox , Oy et Oz en un point du liquide.

$$\vec{V} = \begin{cases} u \\ v \\ w \end{cases}$$

On suppose que l'écoulement est assez lent pour que le régime soit laminaire, de sorte que le mouvement obéit aux équations de NAVIER-STOKES dont les projections sur les axes Ox , Oy et Oz ont respectivement pour expression :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (\text{III.1.1})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} \quad (\text{III.1.2})$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} \quad (\text{III.1.3})$$

L'équation de continuité a pour expression :

$$\frac{\delta u}{\delta x} + \frac{\delta v}{\delta y} + \frac{\delta w}{\delta z} = 0 \quad (\text{III-1})$$

L'analogie visqueuse ou de HELE-SHAW suppose valable les trois hypothèses suivantes :

- 1°) - Les trajectoires des particules fluides sont placées dans des plans parallèles à xOz ;, de sorte que $v = 0$
- 2°) - Le long d'une ligne parallèle à Oy, pour une même valeur de x et z, toutes les vitesses sont situées dans un même plan.
- 3°) - Par suite du faible écartement entre les plaques et de l'évolution relativement lente des vitesses en fonction de x et de z on peut exprimer ainsi l'ordre de grandeur de chaque terme de l'équation (III-1), compte tenu que $v=0$:

$$\frac{\delta u}{\delta t} + \mu \left(\frac{\delta^2 u}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 u}{\delta z^2} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\delta P}{\delta x} = v \left(\frac{\delta^2 u}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 u}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 u}{\delta z^2} \right) \quad (\text{III.1.5})$$

$\frac{U^2}{T}$	$\frac{U^2}{X}$	$\frac{U^2}{X}$	$\frac{U}{X^2}$	$\frac{U}{4d^2}$	$\frac{U}{X^2}$
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	------------------	-----------------

Comme l'échelle X selon Ox ou Oz est supposée grande devant $2d$, il ne subsiste des termes de vitesse que v ($\delta^2 u / \delta y^2$)
 On néglige par ailleurs le terme $\delta u / \delta t$ si T est grand devant $(2e)^2 / v$.

Les équations (III.1, 2 et 3) se réduisent à :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\delta P}{\delta x} = v \frac{\delta^2 u}{\delta y^2} \quad (\text{III-6})$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\delta P'}{\delta y} = v \frac{\delta^2 v}{\delta y^2} = 0 \quad (\text{III 1-7})$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\delta P'}{\delta z} = v \frac{\delta^2 w}{\delta z^2} \quad (\text{III 1-8})$$

avec $P' = P + \rho g z \quad (\text{III 1.9})$

L'équation de continuité (III.4) devient :

$$\frac{\delta u}{\delta x} + \frac{\delta w}{\delta z} = 0 \quad (\text{III 1-10})$$

L'équation (III.7) montre que P' ne dépend pas de y , et par conséquent $\delta P'/\delta x$ et $\delta P'/\delta y$ ne dépendent pas non plus de y . On peut donc intégrer deux fois les relations (III.6 et 7) en tenant compte du fait que les composantes u et w sont nulles.

L'équation (III.6) devient :

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\delta P'}{\delta x} (y^2 + by + c) \quad (\text{III 1-11})$$

En appliquant les conditions aux limites $u = 0$ pour $y = \pm a$, on obtient :

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\delta P'}{\delta x} (y^2 - a^2) \quad (\text{III 1-12})$$

De la même façon, on obtient :

$$w = \frac{1}{2\mu} \frac{\delta P'}{\delta z} (y^2 - a^2) \quad (\text{III 1-13})$$

En remplaçant les expressions de u et w dans l'équation de continuité (III-10), on obtient ainsi l'équation de LAPLACE :

$$\nabla^2 P' = \frac{\delta^2 P'}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 P'}{\delta z^2} = 0 \quad (\text{III-1-14})$$

La vitesse moyenne a pour composantes u et w le long de y :

$$u = \frac{1}{a} \int_0^a u \, dy \quad (\text{III-1-15})$$

$$w = \frac{1}{a} \int_0^a w \, dy \quad (\text{III-1-16})$$

Après intégration, on obtient :

$$u = \frac{a^2}{3\mu} \frac{\delta P'}{\delta x} \quad (\text{III-1-17})$$

$$w = \frac{a^2}{3\mu} \frac{\delta P'}{\delta z} \quad (\text{III-1-18})$$

→

Soit ∇ le vecteur vitesse de composantes u et w et θ_1 un potentiel défini par :

$$\theta_1 = \frac{ae^2}{3\mu} P' \quad (\text{III-1-19})$$

On obtient finalement une équation :

$$\nabla = \text{grad } \theta_1 \quad (\text{III-1-20})$$

analogue à la relation de base des milieux poreux homogènes :

$$\vec{\nabla} = \text{grad } \theta, \quad (\text{III } 1-21)$$

ou bien :

$$\vec{\nabla} = -K \text{ grad } \frac{P'}{w} \quad (\text{III } 1-22)$$

Les formules (III-20 et 21) font apparaître une analogie entre l'écoulement dans le modèle à analogie visqueuse et celui dans le milieu poreux. On peut en effet définir un coefficient de perméabilité fictif ou équivalent K_m de l'analogie en comparant les équations (III 1-19 et 22) :

$$K_m = \frac{g \cdot a^2}{3 \cdot \nu} \quad (\text{III } 1-23)$$

où ν est la viscosité cinématique du fluide utilisé.

D'après ces conditions, on a pour la nature ou le barrage :

$$\vec{\nabla} = K \text{ grad } h, \quad \text{div } \vec{\nabla} = 0$$

et pour le modèle en analogie visqueuse

$$\vec{\nabla}/m = K \text{ grad } hm, \quad \text{div } \vec{\nabla}/m = 0$$

III-1-2 - Validité de l'analogie visqueuse

On trouve en général dans la littérature un critère introduit par ARAVIN [12], exprimant la condition que l'écoulement entre les plaques doit être laminaire. ARAVIN définit le nombre de REYNOLDS:

$$Re = \frac{V \cdot R_H}{\nu} \quad (\text{III.1.24})$$

qui doit être inférieur à 500, R_H étant le rayon hydraulique V la vitesse moyenne dans la section considérée de l'écoulement et ν

la viscosité cinématique du fluide . R_m est équivalent à d , par suite de la faible épaisseur de l'intervalle entre les plaques et :

$$Re = \frac{V \cdot a}{\nu} \quad (III.i.25)$$

Si on utilisait de l'eau pour les essais, la condition d'ARAVIN paraît raisonnable. En effet si $\bar{a} = 1$ mm et $\nu = 10^{-2}$ stokes, la vitesse doit en tout point être inférieure à 50 cm/s. En fait, on utilise non pas de l'eau, mais un fluide de viscosité cinématique élevé de plusieurs stokes. Dans notre cas, $\nu = 2,20$ stokes à 20°C, la condition d'ARAVIN est réalisée si la vitesse en tout point est inférieure à 110 m/s, ce qui, bien entendu, est toujours le cas. Il en résulte que la condition d'ARAVIN ne présente en pratique aucun intérêt.

CURTET [12] a montré, en étudiant l'écoulement à proximité de drains d'interception et l'écoulement d'une nappe dans un milieu poreux, que l'analogie visqueuse n'est plus valable pour des nombres de Reynolds égaux ou supérieures à 5, on est loin de la condition d'ARAVIN.

III 1-2 - ANALYSE DIMENSIONNELLE [40]

Du fait que la vitesse d'écoulement dérive d'un potentiel h (équation I-1), on peut affirmer que l'écoulement en milieu poreux saturé est irrotationnel, c'est à dire :

$$\text{rot } \vec{V} = 0 \quad (III-1-2-1)$$

On applique l'équation de NAVIER-STOKES à un tel écoulement :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \text{grad } \frac{V^2}{2} + \text{rot } V_1 \cdot V \quad (III.2.2)$$

puisque $\text{rot } V = 0$, il vient

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \text{grad} \frac{v^2}{2} \quad (\text{III.2.3})$$

et $\Delta \vec{V} = \text{rot} (\text{rot} \vec{V}) = 0 \quad (\text{III-2-4})$

En portant les relations III .2.3 et 4 dans l'équation de NAVIER-STOKES on a :

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{g} - \text{grad} \frac{v^2}{2} - \text{grad} P \quad (\text{III.2.5})$$

On pose que \vec{g} dérive d'un potentiel (forces de pesanteur essentiellement), soit :

$$U = -gz \quad (\text{III-2-6})$$

d'où

$$\vec{g} = -\text{grad} (U) \quad (\text{III-2-7})$$

donc :

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\text{grad} (U) - \text{grad} \frac{v^2}{2} - \text{grad} P \quad (\text{III-2-8})$$

$$= -\text{grad} \left(-U + \frac{v^2}{2} + P \right) \quad (\text{III-2-8a})$$

$$= -\text{grad} \left(gz + \frac{v^2}{2} + P \right) \quad (\text{III-2-8b})$$

$$= -\text{grad} \left(gz + \frac{v^2}{2g} + \frac{P}{g} \right) \quad (\text{III-2-8c})$$

Pour un écoulement souterrain, puisque V est négligeable, on a :

$$\frac{\delta v}{\delta t} = - \frac{P}{L} \text{grad} (gz + \frac{P}{\rho g}) \quad (\text{III-2-9})$$

et d'après l'équation (I-2)

$$\frac{\delta V}{\delta t} = - \text{grad} gh \quad (\text{III-2-10})$$

On définit les variables réduites suivantes :

$$\begin{aligned} r^* &= \frac{r}{L} \quad (X^* = \frac{X}{L} ; z^* = \frac{z}{L}) \\ V^* &= \frac{V}{K} \text{ne} ; \quad P^* = \frac{P}{P} \\ t^* &= \frac{t}{T} ; \quad g^* = \frac{g}{g} = 1 \end{aligned} \quad (\text{III-2-11})$$

L'équation (III-2-10) peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\delta V}{\delta t} + g + \frac{1}{L} \frac{\delta P}{\delta r} = 0 \quad (\text{III-2-12})$$

En appliquant les variables réduites, il vient :

$$\frac{K}{\text{ne}T} \frac{\delta V^*}{\delta t^*} + g \cdot g^* + \frac{P}{L} \frac{\delta P^*}{\delta r^*} = 0 \quad (\text{III-2-13})$$

On multiplie cette dernière équation $L/(K/\text{ne})^2$ pour avoir

$$\frac{Ln_e \delta V^*}{KT \delta t^*} + g.g^* \frac{L}{(K/n)^2 L} + \frac{P}{\rho (K/ne)^2} \frac{\delta P^*}{\delta r^*} = 0 \quad (\text{III-2-13a})$$

où $(Ln_e/KT) = Hc$ (III-2-14) Nombre d'Homochronie
ou de simultanéité.

$(K/ne)^2/gL = Fr$ (III-2-15) Nombre de Froude

$P/\rho (K/n)^2 = Eu$ (III-2-16) Nombre d'Euler

L'équation (III-2-13a) devient :

$$Hc \frac{\delta V}{\delta t^*} + \frac{1}{Fr} g^* + Eu \frac{\delta P^*}{\delta r^*} = 0 \quad (\text{III-2-17})$$

L'équation (I-4) s'écrit :

$$\frac{K}{n_e L} \frac{\delta v^*}{\delta r^*} = 0 \quad (\text{III-2-18})$$

Les conditions de similitude entre deux écoulements 1 et 2 s'expriment par la même condition adimensionnelle des équations III-2-17 et 18, correspondant aux deux écoulements. Pour que les solutions soient identiques, il faut que Hc , Fr , et Eu soient les mêmes et que les conditions adimensionnelles initiales et aux limites soient identiques, donc il faut que :

$$\begin{aligned} Hc_1 &= Hc_2 \\ Fr_1 &= Fr_2 \\ Eu_1 &= Eu_2 \end{aligned} \quad (\text{III-2-19})$$

Pour que les conditions initiales et aux limites soient les mêmes, il faut tout d'abord assurer que les formes géométriques des limites du domaine soient semblables et que les répartitions des pressions et des vitesses adimensionnelles soient identiques en tous points homologues des limites des deux domaines aux instants homologues.

Si on considère des formes triangulaires des barrages, la similitude géométrique est assurée par l'égalité des deux rapports des côtés homologues, donc :

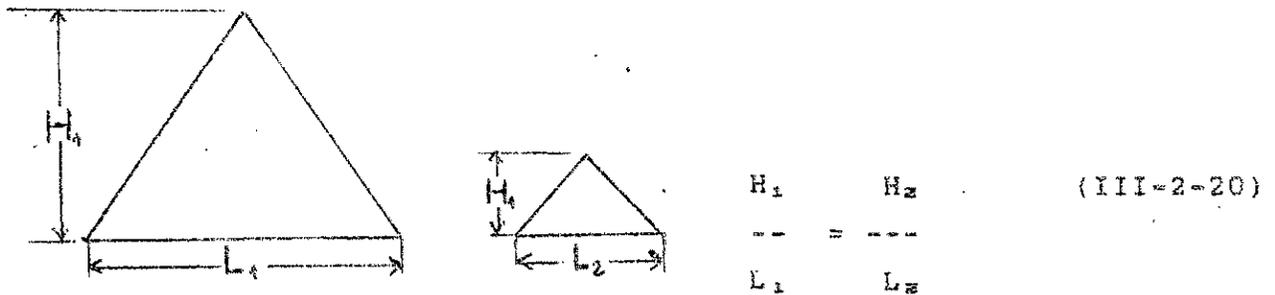
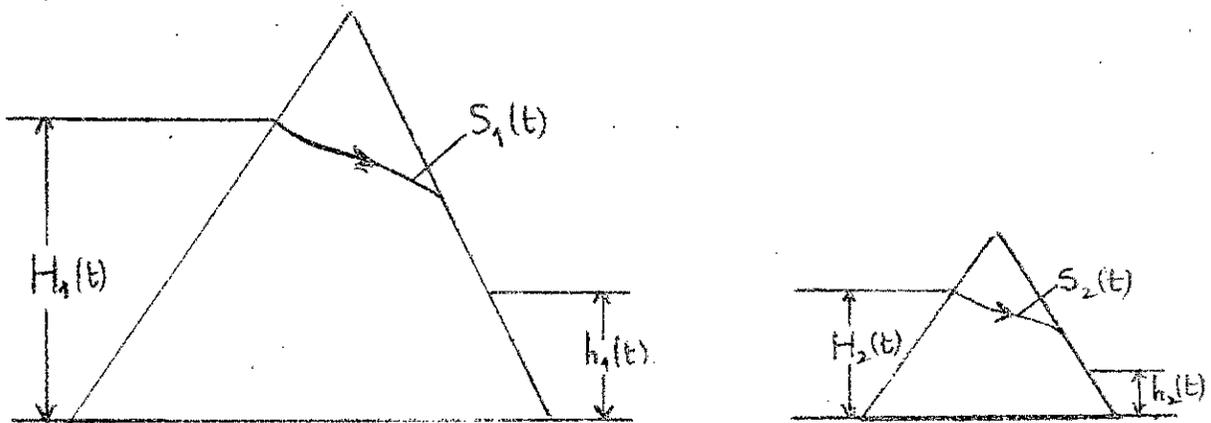


Fig. Forme des barrages

L'écoulement est limité par les parois obliques, par la base imperméable (fondation) qui est une ligne de courant et par la ligne instantanée de saturation.



Les lignes de saturation sont définies par :

$$S_1(t) : \begin{aligned} y_1 &= z_1(t_1) \\ x_1 &= x_1(t_1) \end{aligned}$$

$$S_2(t) : \begin{aligned} z_2 &= z_2(t_2) \\ x_2 &= x_2(t_2) \end{aligned}$$

$$z_1^*(t_1) = \frac{z_1(t_1)}{L_1} = z_2^* = \frac{z_2(t_2)}{L_2} \quad (\text{III.2.21})$$

$$x_1^*(t_1) = \frac{x_1(t_1)}{L_1} = x_2^* = \frac{x_2(t_2)}{L_2}$$

Les temps t_1 et t_2 doivent être comptés de façon homologue c'est à dire satisfaisant à la condition du nombre d'homochronie H_o .

Enfin:

$$z_1^*(t_1^*) = z_2^*(t_2^*) = z^*(t^*) \quad (\text{II-2-22})$$

$$x_1^*(t_1^*) = x_2^*(t_2^*) = x^*(t^*)$$

$$\text{on a : } t_1^* = t_2^* \quad \text{ou} \quad \frac{t_1}{T_1} = \frac{t_2}{T_2} \quad (\text{III-2-23})$$

Les vitesses, les longueurs et les temps caractéristiques respectifs de deux écoulements sont :

$$\frac{K_1}{ne_1} \quad \text{et} \quad \frac{K_2}{ne_2} \quad (\text{III-2-24})$$

$$L_1 \quad \text{et} \quad L_2$$

$$T_1 = L_1 / (K_1 / ne_1) \quad \text{et} \quad T_2 = L_2 / (K_2 / ne_2)$$

En portant (III-2-24) dans III 2-23), on a :

$$\frac{t_1 K_1}{L_1 ne_1} = \frac{t_2 K_2}{L_2 ne_2} \quad \text{d'où :}$$

$$Hc_1 = Hc_2$$

L'isochronisme est donc assuré par l'égalité des nombres d'Homochronie

Si les deux écoulements sont dynamiquement semblables, les conditions de similitude à satisfaire sont :

$$Hc_1 = Hc_2$$

$$Fr_1 = Fr_2$$

$$Eu_1 = Eu_2$$

Si de plus la similitude géométrique est assurée, la similitude complète est alors réalisée (similitudes géométrique, cinématique et dynamique).

La ligne de saturation étant définie par l'équation suivante

$$\frac{ne}{K} \frac{\delta h}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{\delta h}{\delta x} \right) + \frac{\delta}{\delta z} \left(\frac{\delta h}{\delta z} \right) - \left(\frac{\delta h}{\delta z} \right) \quad (\text{III-2-25})$$

h dépendant de l'ordonnée y de la ligne de saturation donc :

$$h = \frac{h}{L} = h^* (x^*, t^*) \quad (\text{III-2-26})$$

La forme adimensionnelle de l'équation (III-2-26) est :

$$\frac{nL}{KT} \frac{\delta h^*}{\delta t^*} = \frac{\delta}{\delta x^*} \left(\frac{\delta h^*}{\delta x^*} \right) + \frac{\delta}{\delta z^*} \left(\frac{\delta h^*}{\delta z^*} \right) - \left(\frac{\delta h^*}{\delta z^*} \right) \quad (\text{III-2-27})$$

Avec la définition du nombre d'homochronie, on a :

$$H_c \frac{\delta h^*}{\delta t^*} = \frac{\delta}{\delta x^*} \left(\frac{\delta h^*}{\delta x^*} \right) + \frac{\delta}{\delta z^*} \left(\frac{\delta h^*}{\delta z^*} \right) - \left(\frac{\delta h^*}{\delta z^*} \right) \quad (\text{III-2-28})$$

Conclusion :

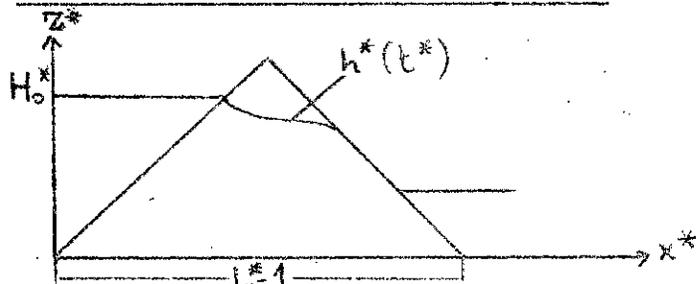
Si $H_{c1} = H_{c2}$, la ligne de saturation prend la même forme adimensionnelle à des instants homologues à condition que les formes initiales adimensionnelles soient identiques.

$$h_{1z}^* (x_{1z}^*, t_{1z}^*=0) = h_{2z}^* (x_{2z}^*, t_{2z}^*=0) \quad (\text{III-2-29})$$

qui est la condition initiale sur la limite :

$$S^* (x^*, t^*)$$

Condition de similitude d'Euler :



$$H_{c0}^* = \frac{H_0}{L}$$

En comparant les deux systèmes, les pressions adimensionnelles en tous points homologues doivent être égales :

$$P^*_1 = P^*_2 \quad (\text{III-2-30})$$

$$\frac{\int g(h^*(t^*)-y^*)L_1}{\rho g H_{o1}} = \frac{\int g(h^*(t^*)-y^*)}{\rho g H_{o2}} \quad (\text{III-2-31})$$

d'où

$$\frac{L_1}{H_{o1}} = \frac{L_2}{H_{o2}} \quad (\text{III-2-32})$$

Cette dernière relation est satisfaite si la condition initiale (III-2-30) est assurée. Ainsi la condition d'Euler est satisfaite automatiquement.

Par un autre raisonnement, on peut choisir $\rho(K/ne)$ comme pression de référence et ainsi le nombre d'Euler devient :

$$Eu = \frac{P}{\rho(K/ne)^2} = \frac{\rho(K/ne)^2}{\rho(K/ne)^2} = 1 \quad (\text{III-2-33})$$

De ce point de vue, on peut dire que le nombre d'Euler n'impose aucune condition de similitude, il est satisfait automatiquement à tout instant.

D'autre part, on pourrait dire que la condition (III-2-32) qui est un rapport géométrique est une forme du nombre d'Euler à satisfaire et que par la similitude géométrique, l'égalité de ces rapports est assurée.

Les conditions de similitude sont :

- Similitude géométrique : H_o , x , y
-
- 1 , 1 , 1
- Définitions du système : H_o , $h^*(t^*)_{z=z_0}$

- Condition du nombre d'Homochronie : $H_c = L.n_e/K.T$

- Condition du nombre de Froude : $Fr = (K/n_e)^2/g.L$

Les points homologues sont définis par la relation :

$$z^* = f(x^*, Ho^*, h^*(x^*, t^*=0), H_c, Fr) \quad (III-2-34)$$

x^* et z^* sont les coordonnées à l'intérieur du domaine.

Si on veut examiner les coordonnées de la ligne de saturation, z^* et h^* se confondent, d'où il vient

$$h^* = f(x^*, Ho^*, h^*(x^*, t^* = 0), H_c, Fr) \quad (III-2-34a)$$

L'étude étant exécutée à partir d'une ligne de saturation en régime permanent, d'où $h^*(x^*, t^* = 0)$ est toujours la même.

Cette condition initiale étant satisfaite automatiquement, il reste donc :

$$h^* = h(x^*, Ho^*, H_c, Fr) \quad (III-2-34b)$$

Le nombre de froude n'est pas prépondérant à cause des très faibles vitesses, d'où :

$$h^* = f(x^*, Ho^*, H_c) \quad (III-2-34c)$$

soit :

$$z/l = f(x/L, Ho/L, L.n_e/K.t) \quad (III-2-35)$$

III-1-3 Similitude

L'indice b correspond aux grandeurs afférentes au prototype (ouvrage réel) et m à celles du modèle Hele-Shaw. Les variables réduites obtenues sont introduites en rapportant les valeurs des grandeurs physiques à des grandeurs de référence ayant même dimension. En choisissant de façon convenable ces grandeurs de référence, il doit y avoir identité entre les variables réduites afférentes au prototype et au modèle. Cette manière de procéder inspirée de l'analyse dimensionnelle permet la mise en évidence des règles de similitude les plus larges lorsqu'on connaît les équations régissant le phénomène. On considère essentiellement l'équation de continuité sous sa forme intégrale.

À chaque instant, en tenant compte de l'incompressibilité du liquide, le débit Q_1 doit traverser une ligne () joignant les deux lignes de courant extrêmes (et en particulier les débits d'écoulement à travers les parements amont et aval) est égal au débit Q_2 fourni par l'abaissement vertical du plan d'eau.

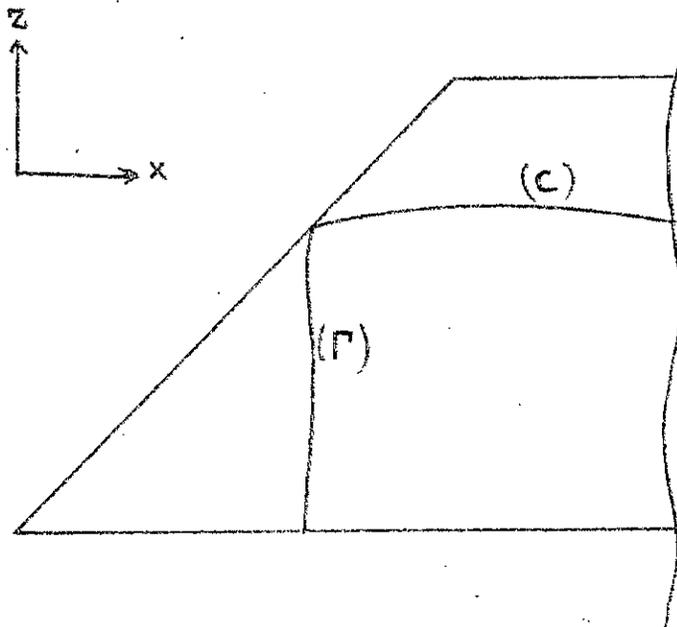


FIG.III.3.1 Abaissement du plan d'eau dans le barrage

Pour une longueur l_B de barrage, les débits Q_{1B} et Q_{2B} ont pour expression :

$$Q_{1B} = \int l_B K_B \left(\frac{\delta h_B}{\delta x_B} dz_B + \frac{\delta h_B}{\delta z_B} dx_B \right) \quad (\text{III-3-1})$$

puisque d'après la loi de Darcy $V_B = -K_B \text{ grad } h_B$

$$Q_{2B} = \int l_B n_B \frac{\delta h_B}{\delta t_B} dx_B \quad (\text{III-3-2})$$

n_B étant la porosité effective du milieu poreux du barrage.

En utilisant les grandeurs réduites :

$$X = \frac{x}{l} ; \quad Z = \frac{z}{l} ; \quad H = \frac{h}{H} ;$$

$$T = \frac{t}{t^*} \quad \text{et} \quad q = \frac{Q}{Q^*}$$

En supposant qu'il n'y a pas de distorsion

$x^* = z^* = h^*$ il vient :

$$q_{1B} = \frac{l_B K_B h_B}{Q_B^*} \int \left(\frac{\delta H_B}{\delta X_B} dZ_B + \frac{\delta H_B}{\delta Z_B} dX_B \right) \quad (\text{III-3-4})$$

$$q_{2B} = \frac{l_B n_B h_B^*}{Q_B^* t_B^*} \int \frac{\delta H_B}{\delta T_B} dX_B \quad (\text{III-3-5})$$

En opérant de la même manière pour l'écoulement sur modèle, on obtient :

$$q_{1M} = \frac{e K_M k_M^*}{Q_M^*} \int \left(\frac{\delta H_M}{\delta X_M} dZ_M + \frac{\delta H_M}{\delta Z_M} dX_M \right) \quad (\text{III-3-6})$$

$$q_{zv} = \frac{an_m h_m^{-2}}{Q_m^{-1} t_m^{-1}} \left[\begin{array}{l} \delta H_m \\ \delta X_m \\ \delta T_m \end{array} \right] \quad (\text{III-3-7})$$

avec $n_m = 1$

La condition de similitude est l'identité des fonctions q et H dépendant des variables réduites X , Z et T dont les plages de variation doivent coïncider.

Les conditions de similitude seront donc :

$$\frac{l_b \cdot K_b \cdot h_b^{-2}}{Q_b^{-1}} = \frac{a \cdot K_m \cdot h_m^{-2}}{Q_m^{-1}} \quad (\text{III-3-8})$$

et

$$\frac{l_b \cdot n_b \cdot h_b^{-2}}{Q_b^{-1} \cdot t_b^{-1}} = \frac{a \cdot n_m \cdot h_m^{-2}}{Q_m^{-1} \cdot t_m^{-1}} \quad (\text{III-3-9})$$

En faisant les rapports membres à membres de ces deux équations, on obtient la relation suivante :

$$\frac{n_b}{n_m} \cdot \frac{h_m^{-2}}{h_b^{-2}} \cdot \frac{K_m}{K_b} \cdot \frac{t_m^{-1}}{t_b^{-1}} = 1 \quad (\text{III-3-10})$$

Les rapports h_m^{-2}/h_b^{-2} , K_m/K_b et t_m^{-1}/t_b^{-1} représentent respectivement les échelles de longueur, de perméabilité et de temps.

L'équation précédente conduit à la relation principale :

$$\lambda_n \cdot \lambda_m \cdot \lambda_t = \lambda_H = \lambda_L \quad (\text{III-3-11})$$

$$n_e \cdot \lambda_m \cdot \lambda_t = \lambda_{K_e} = \lambda_L \quad (\text{III-3-11a})$$

$$\text{avec } n = \frac{n_b}{n_m} = \frac{n_b}{1} = n_b = n_e \quad (\text{III-3-12})$$

$$q_{zB} = \frac{2n_m h_m^{-2}}{Q_m^{-1} t_m^{-1}} \left[\frac{\delta H_m}{\delta T_m} dX_m \right] \quad (\text{III-3-7})$$

avec $n_m = 1$

La condition de similitude est l'identité des fonctions q et H dépendant des variables réduites X , Z et T dont les plages de variation doivent coïncider.

Les conditions de similitude seront donc :

$$\frac{l_B \cdot K_B \cdot h_B^{-2}}{Q_B^{-1}} = \frac{a \cdot K_m \cdot h_m^{-2}}{Q_m^{-1}} \quad (\text{III-3-8})$$

et

$$\frac{l_B \cdot n_B \cdot h_B^{-2}}{Q_B^{-1} \cdot t_B^{-1}} = \frac{a \cdot n_m \cdot h_m^{-2}}{Q_m^{-1} \cdot t_m^{-1}} \quad (\text{III-3-9})$$

En faisant les rapports membres à membres de ces deux équations, on obtient la relation suivante :

$$\frac{n_B}{n_m} \cdot \frac{h_m^{-2}}{h_B^{-2}} \cdot \frac{K_m}{K_B} \cdot \frac{t_m^{-1}}{t_B^{-1}} = 1 \quad (\text{III-3-10})$$

Les rapports h_m^{-2}/h_B^{-2} , K_m/K_B et t_m^{-1}/t_B^{-1} représentent respectivement les échelles de longueur, de perméabilité et de temps.

L'équation précédente conduit à la relation principale :

$$\lambda_n \cdot \lambda_K \cdot \lambda_t = \lambda_H = \lambda_L \quad (\text{III-3-11})$$

$$n_e \cdot \lambda_n \cdot \lambda_t = \lambda_{K_e} = \lambda_L \quad (\text{III-3-11a})$$

$$\text{avec } n = \frac{n_B}{n_m} = \frac{n_B}{1} = n_B = n_e \quad (\text{III-3-12})$$

$$\lambda_b = \lambda = \frac{L_m}{L_b} \quad (\text{III-3-13})$$

$$\lambda_t = \frac{t_m}{t_b} \quad (\text{III-3-14})$$

$$\lambda_k = \frac{\kappa_m}{K_b} \quad (\text{III-3-15})$$

$$\text{où} \quad K_m = \frac{g \cdot a e^2}{12 \cdot \nu} \quad (\text{III-3-16})$$

Pour une température de 20° C la valeur de la viscosité cinématique est 2,20 cm²/s , d'où :

$$K_m = 37.16 \cdot 10^{-2} \text{ cm/s}$$

Pour une perméabilité de l'ouvrage $K_b = 10^{-6} \text{ cm/s}$, l'échelle de perméabilité est

$$\lambda_k = \frac{K_m}{K_b} = 3716$$

La valeur de l'échelle des temps est alors égale à :

$$\lambda_t = \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{0,25} \cdot \frac{1}{3716} \cdot \frac{1}{92900} = \frac{1}{92900}$$

$$\text{d'où} \quad t_b = 92900 t_m$$

Ainsi la durée d'une seconde sur le modèle correspond à une durée de 92900s , soit 25,8 heures sur l'ouvrage. Les valeurs ci-dessus ne sont qu'indicatives et devront être déterminées à chaque essai pour tenir compte des fluctuations éventuelles de la température.

Il est à noter qu'il n'y a pas d'étude en similitude concernant la vidange de la retenue. L'abaissement du niveau de la retenue sera simulé par une variation de quelques secondes.

Il est à remarquer que l'échelle des vitesses n'est pas définie directement à partir des échelles de longueur et de temps mais à partir de la loi de DARCY.

III-1-3-1 Le modèle expérimental

Le modèle à analogie visqueuse (Figure III-1-4-1 et 2) entièrement conçu et réalisé par nos soins au Département Hydraulique de l'Ecole Nationale Polytechnique est composé de :

- deux plaques de plexiglas verticales et parallèles (1) et (2) distantes l'une de l'autre de 15mm

- une cuve cylindrique (3), faisant office de réservoir principal ou de retenue, placée à l'amont

- une deuxième cuve (4), est placée à l'aval permettant de récupérer l'huile

- une pompe (5), reliant les deux cuves

- un plongeur cylindrique en cuivre (6), rempli de sable, permettant de maintenir ou de varier le niveau amont

- le modèle en plexiglas (7), ayant la forme du barrage, est fixé sur la plaque de fond, une distance $a = 1\text{mm}$ de la plaque avant (1)

- un support (8) sur lequel repose le système.

III-1-3-2 Mode opératoire

a) Régime permanent

Le plongeur est maintenu à une certaine profondeur afin que l'huile soit à une hauteur fixée. Le débit de la pompe est réglé

de telle manière que le régime permanent soit établi, c'est à dire que les niveaux smont et sval et de la surface libre soient constants. Ainsi, la surface libre est directement reproduite en relevant ses coordonnées.

b) Régime transitoire

Après stabilisation du régime permanent, un opérateur fait remonter rapidement le plongeur afin de vidanger la retenue. L'évolution de la surface libre est suivie par des prises photographiques à différents instants. La plaque de plexiglas de face (1) a été quadrillée par des mailles carrées de 5 cm afin de faciliter le dépouillement des diapositives.

Difficultés de l'analogie visqueuse

La mise au point des installations nous a montré que les difficultés principales sont les suivantes :

- assurer un parallélisme aussi rigoureux que possible des deux plaques de plexiglas, afin d'avoir un écartement constant, ce dernier devant être connu avec précision.
- obtenir à la fois l'étanchéité du fond imperméable et des raccordements aux bassins, ainsi que des conditions aux limites bien définies.
- obtenir des propriétés physiques du liquide constantes au cours du temps, car la pompe sur le circuit tend à échauffer le liquide, d'où la nécessité d'un échangeur de température. Cette précaution est indispensable surtout si l'on veut mesurer des débits, car la viscosité varie avec la température. On conseille de travailler dans une salle climatisée.

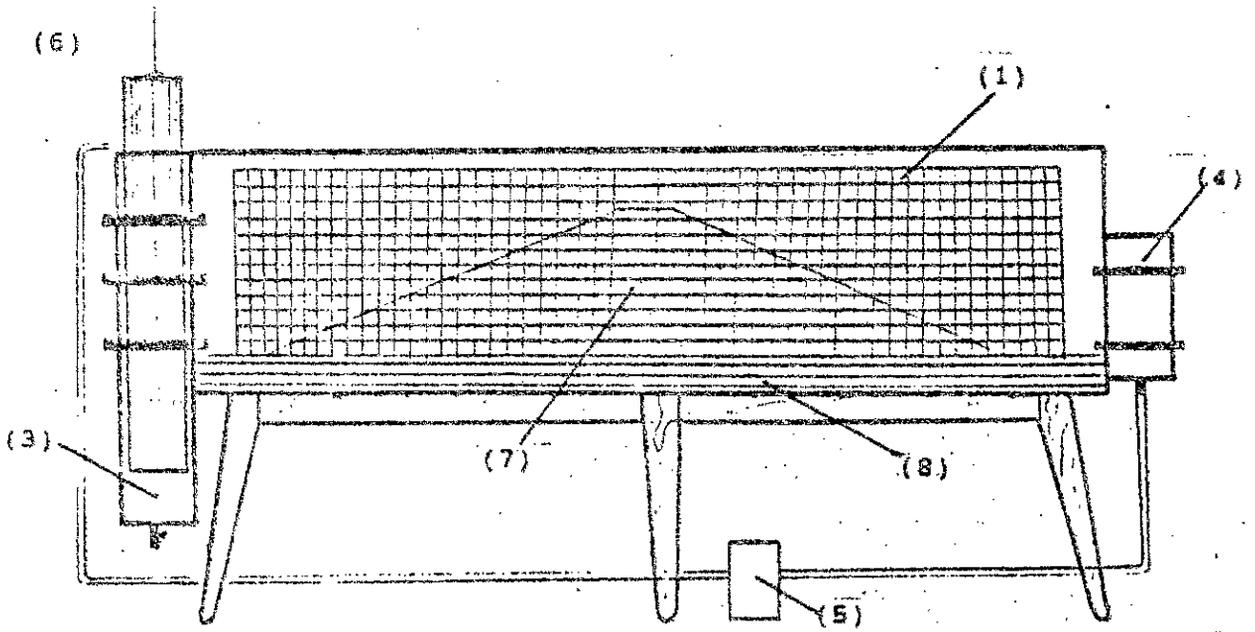


FIG. III-1-6 VUE DE FACE DU MODELE A ANALOGIE VISQUEUSE

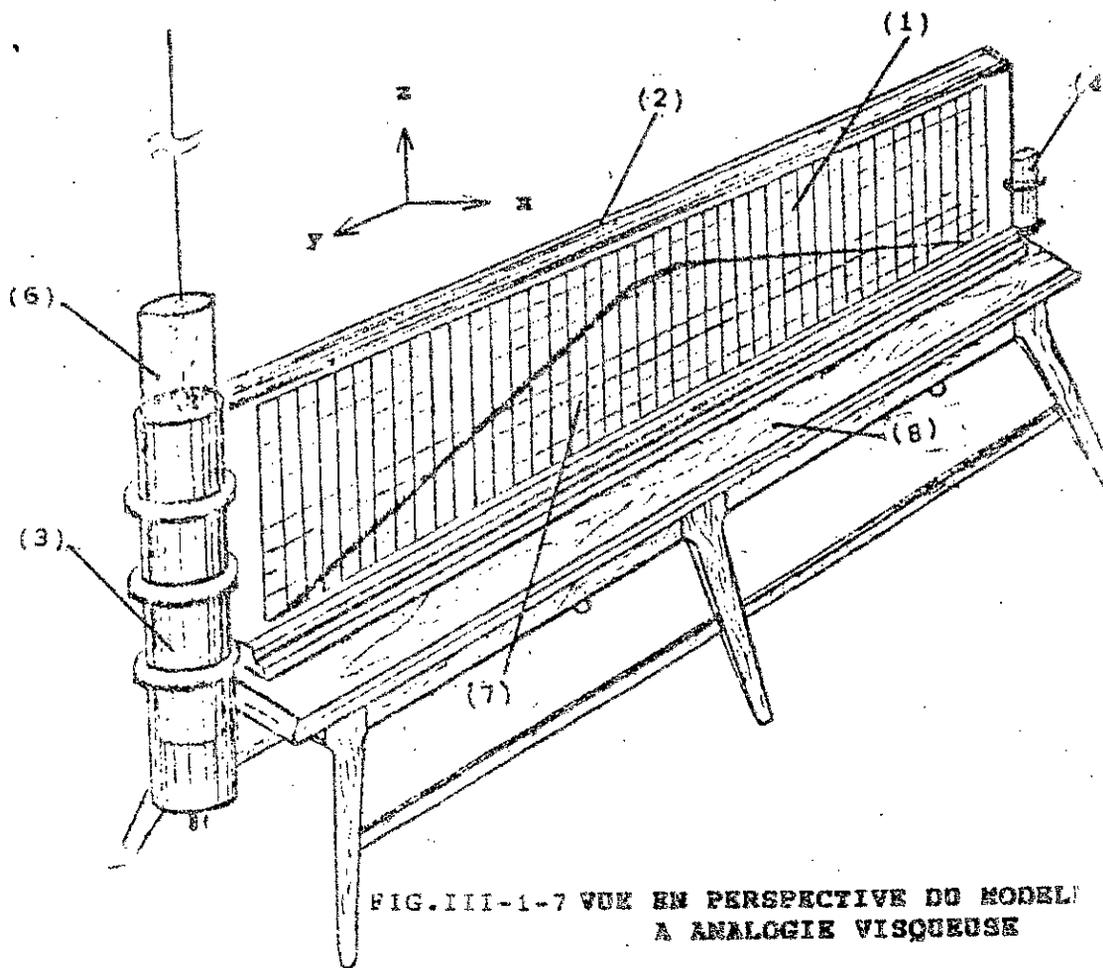


FIG. III-1-7 VUE EN PERSPECTIVE DU MODELE A ANALOGIE VISQUEUSE

Description du viscosimètre capillaire

Il se compose d'un tube vertical de diamètre $D'=20\text{mm}$ qui laisse écouler le liquide qu'il contient par un tube capillaire horizontal de diamètre $d'=2,5\text{mm}$ et de longueur $L'=400\text{mm}$.

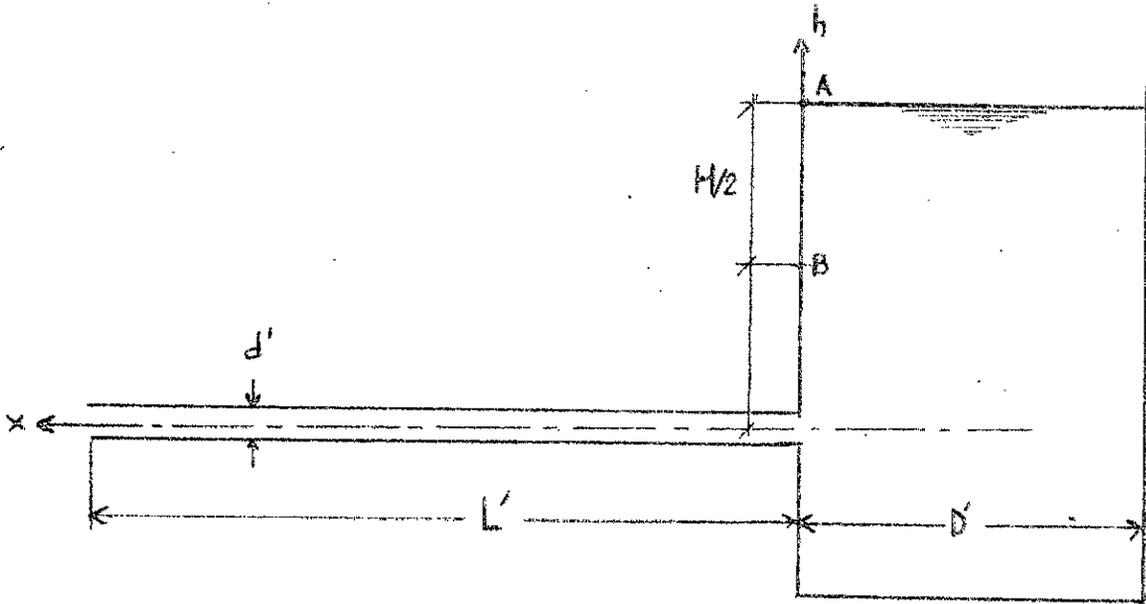


FIG.III.1.4.3 Viscosimètre capillaire

Principe : l'écoulement étant très lent, le régime est laminaire dans le tube capillaire horizontal

Le débit est donné par la formule de POISEUILLE

$$q_1 = \frac{\pi d'^4}{128\mu} \frac{dp'}{dx} \quad (\text{III.3.15})$$

En négligeant la perte de charge à l'entrée, on a :

$d'p = \rho gh'$ et $dx = L'$, d'où :

$$q_1 = \frac{\pi d'^4}{128\mu} \frac{dh'}{dt} \quad (\text{III.3.17})$$

L'égalité des débits entraîne :

$$\pi d'^4 \frac{dh'}{h} = - \frac{1 \text{nd}'^2}{32\mu L'D'^2} dt \quad (\text{III.3.18})$$

La solution de cette équation différentielle est :

$$\gamma = \frac{g}{32} \cdot \frac{d'^2}{D'^2} \cdot \frac{t}{L' \ln(H'/h')} \quad (\text{III.3.19})$$

On définit le temps mis par la surface libre de l'huile pour descendre de A jusqu'à B, la hauteur ainsi parcourue sera H/2 et la formule du viscosimètre étalonné est :

$$\gamma = 0,108 t \quad (\text{III.3.20})$$

avec t en secondes et γ en centistokes.

Le calcul de l'erreur absolue étant :

$$\frac{\Delta \gamma}{\gamma} = \frac{\Delta g}{g} + 4 \frac{\Delta d'}{d'} + \frac{\Delta L'}{L'} + \frac{\Delta t}{t} + 2 \frac{\Delta D'}{D'} + \frac{1}{L' \ln(H'/h')} \left(\frac{\Delta H'}{H'} + \frac{\Delta h'}{h'} \right) \quad (\text{III.3.21})$$

avec :

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$	$\Delta g = 0,01 \text{ m/s}^2$
$d' = 2,50 \text{ mm}$	$\Delta d' = 0,01 \text{ mm}$
$D' = 20,0 \text{ mm}$	$\Delta D' = 0,1 \text{ mm}$
$L' = 400,0 \text{ mm}$	$\Delta L' = 0,2 \text{ mm}$
$H' = 50,0 \text{ mm}$	$\Delta H' = 0,2 \text{ mm}$
$h' = 25,0 \text{ mm}$	$\Delta h' = 0,2 \text{ mm}$
	$\Delta t = 0,5 \text{ s}$

On a :
$$\frac{\Delta \gamma}{\gamma} = 0,05 + \frac{0,5}{t} \quad (\text{III.3.22})$$

Puisque le temps est assez grand ($t > 1900\text{s}$), le terme $0,5/t$ devient négligeable, d'où :

$$\frac{\Delta \gamma}{\gamma} = 0,05 = 5\% \quad (\text{III.3.23})$$

De plus , les premières mesures de la viscosité ont été comparées avec la viscosité d'Oswald et l'écart relatif n'est que de 4%, ce qui prouve la bonne précision du viscosimètre réalisé.

Tableau de mesures de la viscosité en fonction de la température

Température θ (°C)	Temps t(s)	Viscosité (cst)	Perméabilité K(cm/s) 10 ⁻⁴
7.50	11 640	1 257	6.5
9.00	6 300	680	12.0
9.60	5 520	596	13.7
12.00	3 428	370	22.1
13.00	3 182	344	23.8
14.40	2 743	296	27.6
14.70	2 595	280	29.2
15.80	2 470	267	30.6
16.50	2 297	248	33.0
18.00	2 229	241	33.9
19.10	2 130	230	35.5
20.00	2 036	220	37.2
21.00	1 954	211	38.7
22.00	1 900	205	40.0

III-1-4 Résultats et interprétations

Les valeurs expérimentales obtenues par analogie visqueuse pour les surfaces libres, sont reproduites dans les graphes (Figures III-1-13 A 31) sous les formes adimensionnelles $z/L = f(x/L, H_1/L, K.t/L.n_0)$.

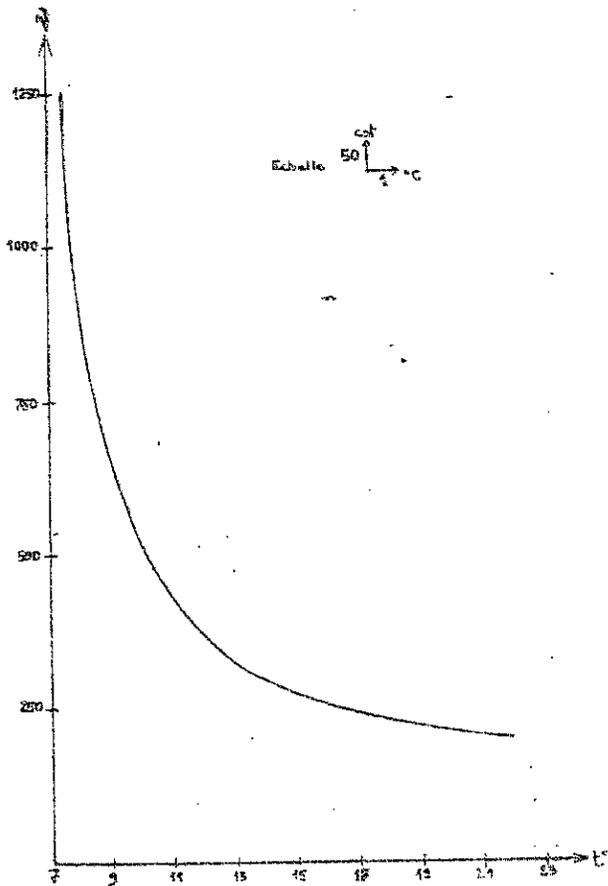


FIG.III-1-8 Viscosité en fonction de la température

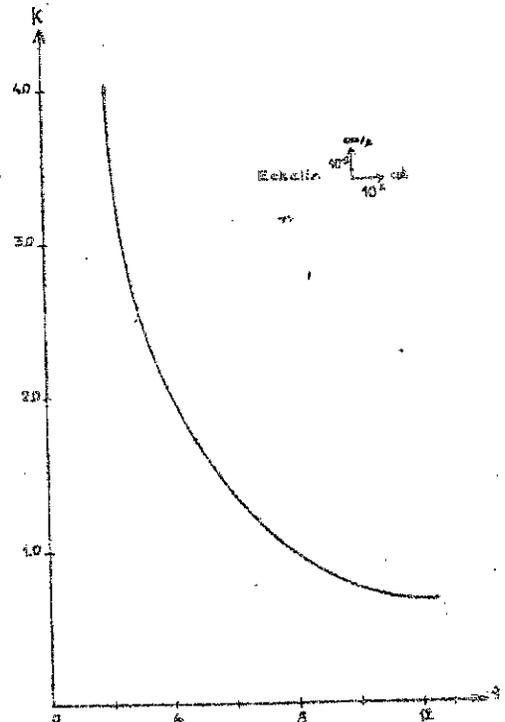


FIG.III-1-9 Perméabilité en fonction de la viscosité

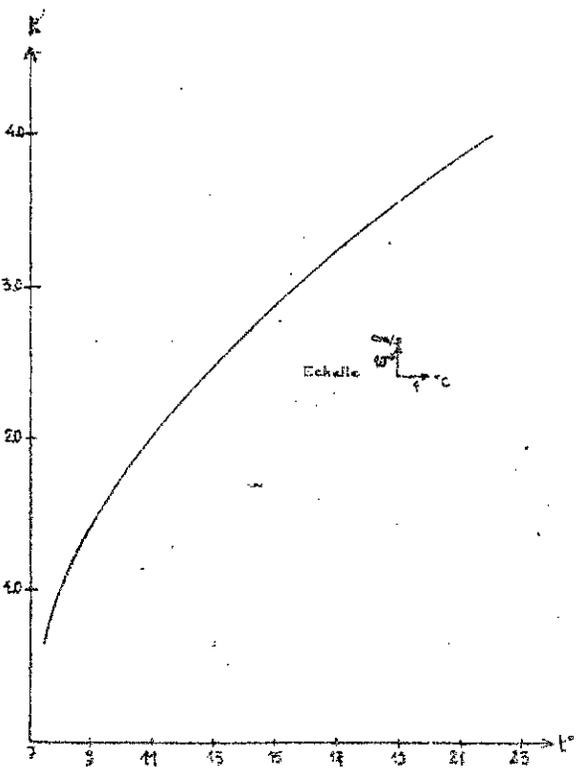


FIG.III-1-10 Perméabilité en fonction de la température

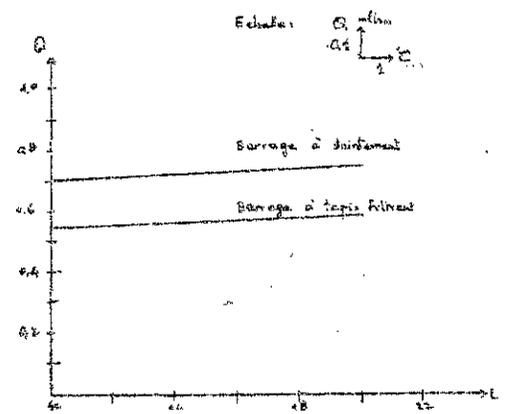


FIG.III-1-11 Débit en fonction de la température

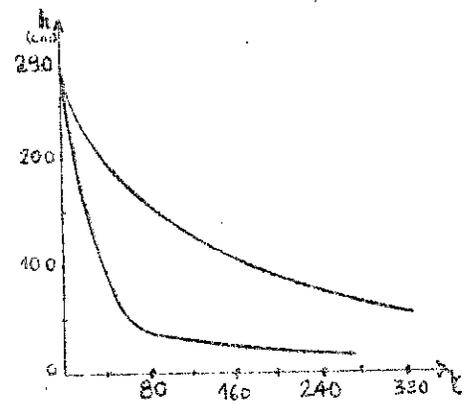


FIG.III-1-12 Variation de la charge de la retenue en fonction du temps

54-2

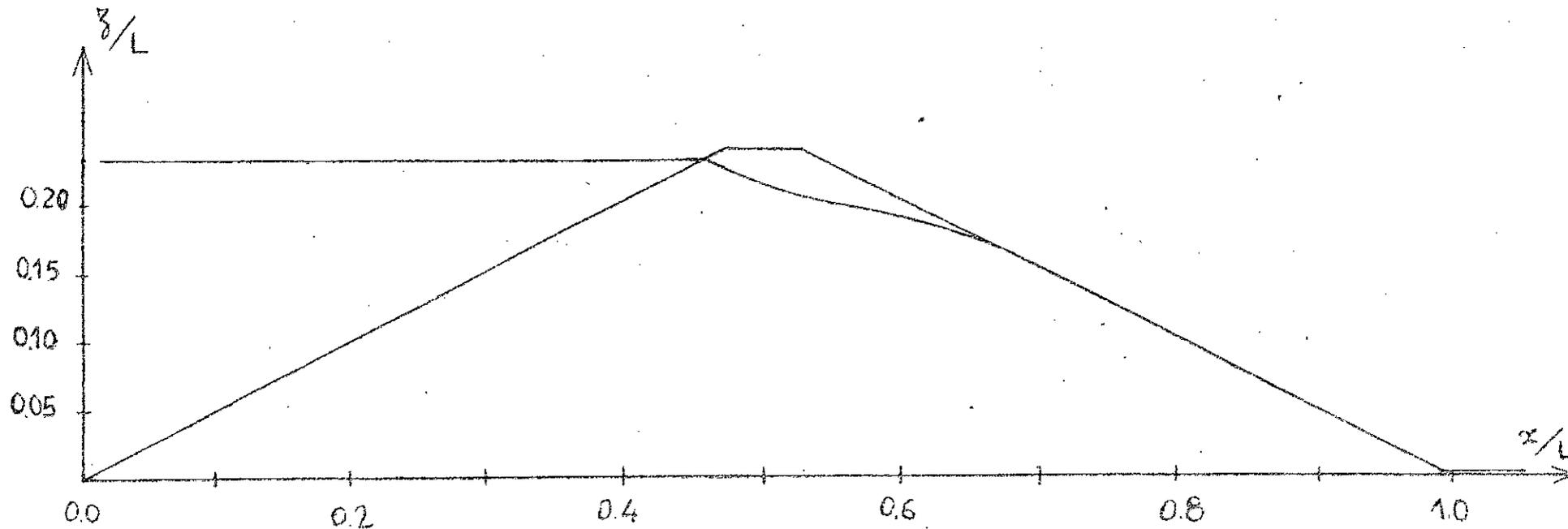


FIG.III-1-13 Surface libre en régime permanent
du barrage à suintement

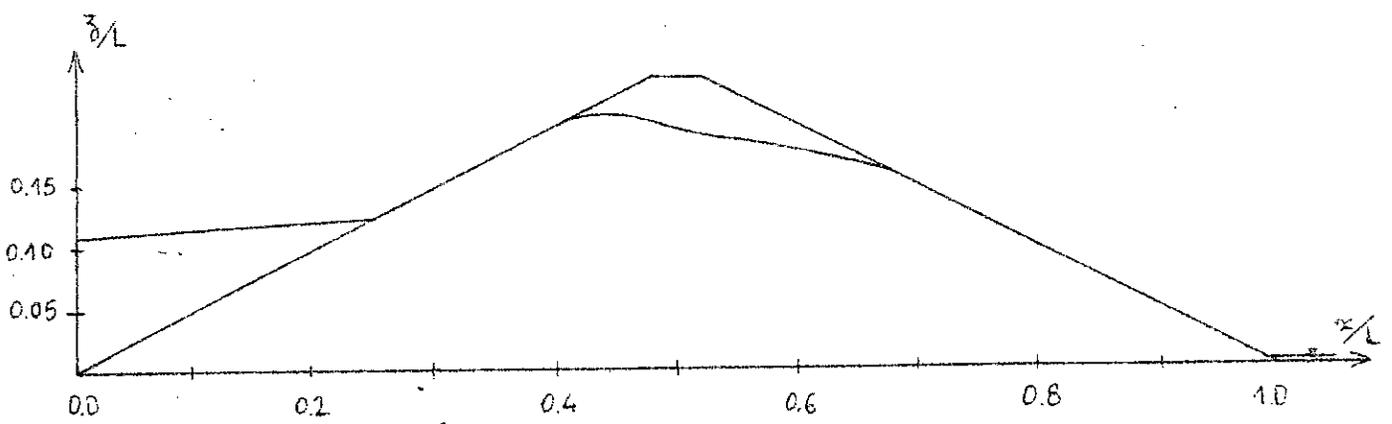


FIG.III-1-14 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,053$

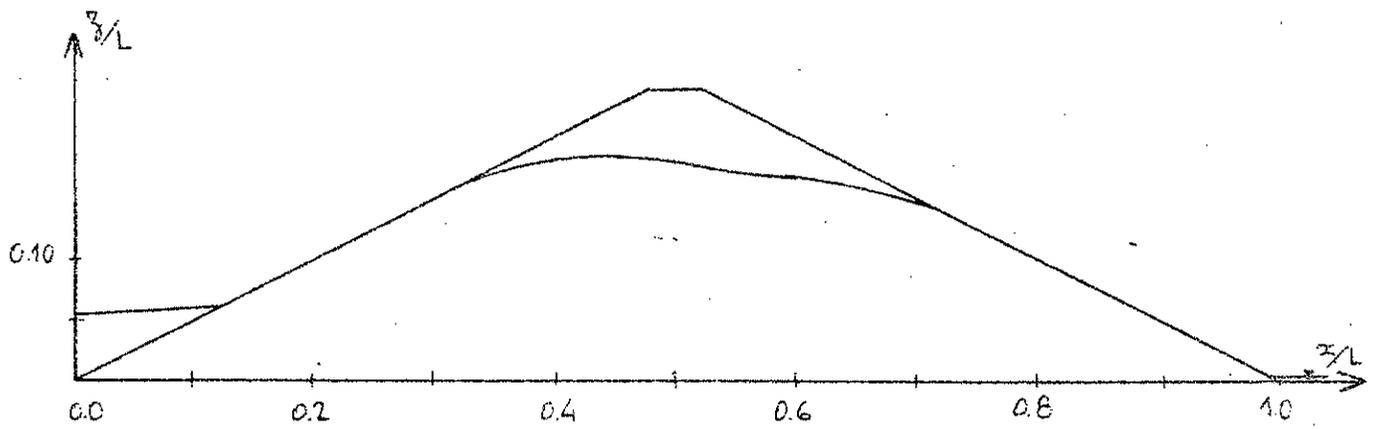


FIG.III-1-15 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,123$

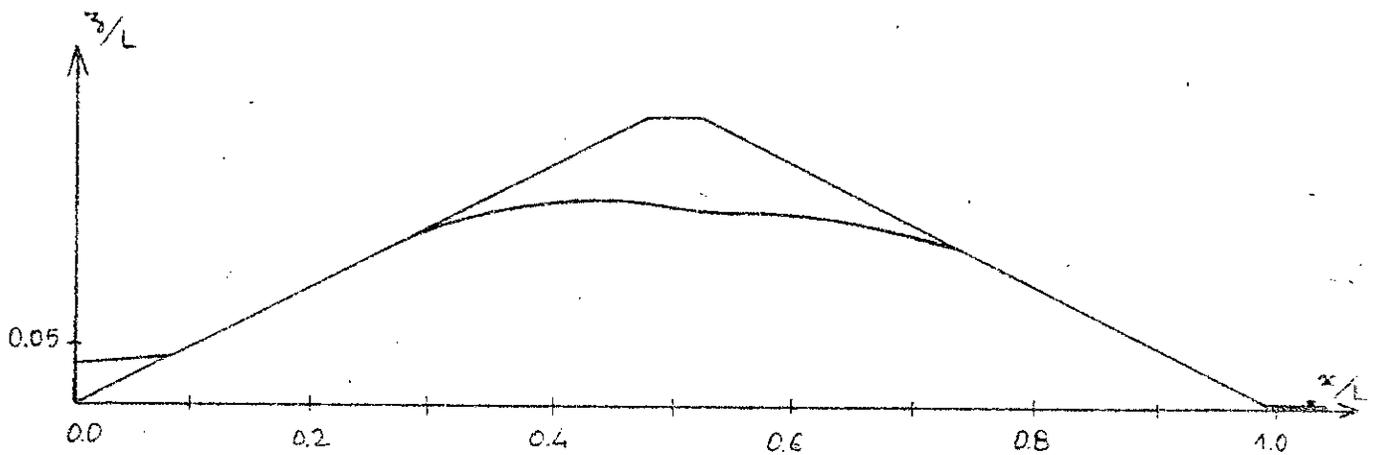


FIG.III-1-16 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,183$

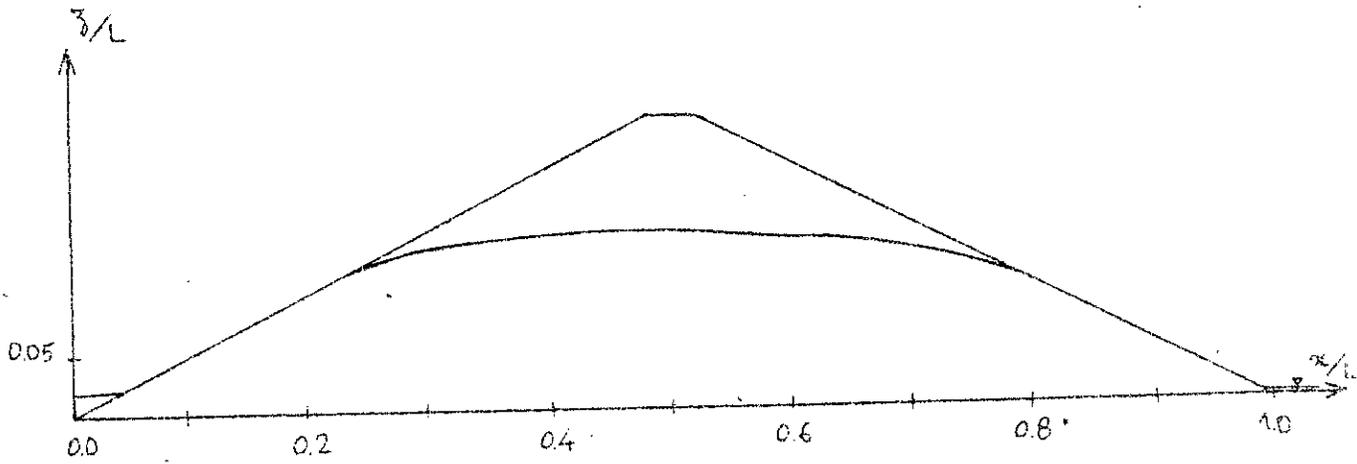


FIG.III-1-17 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,383$

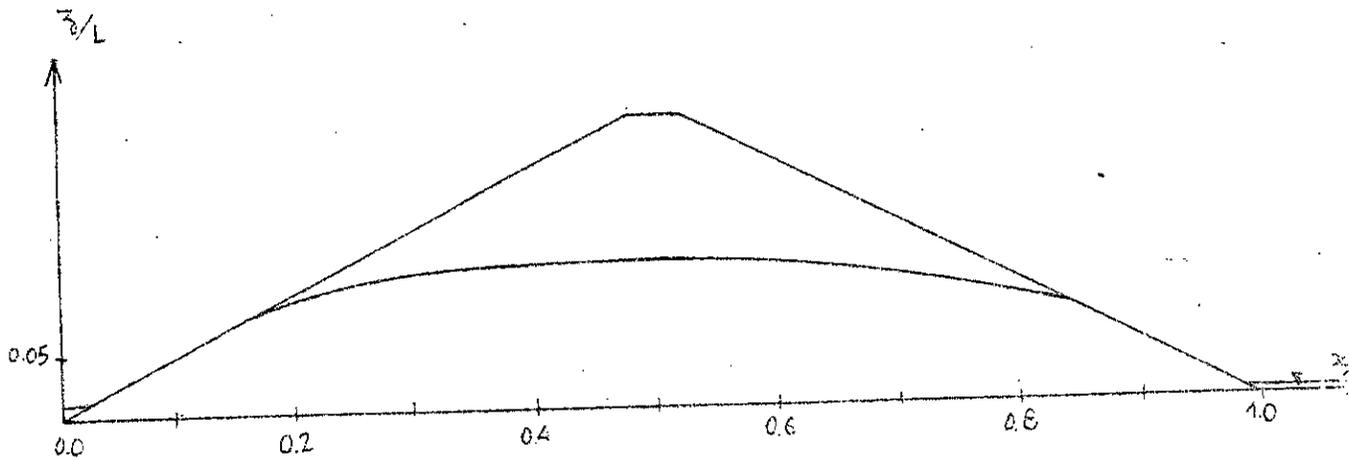


FIG.III-1-18 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,698$

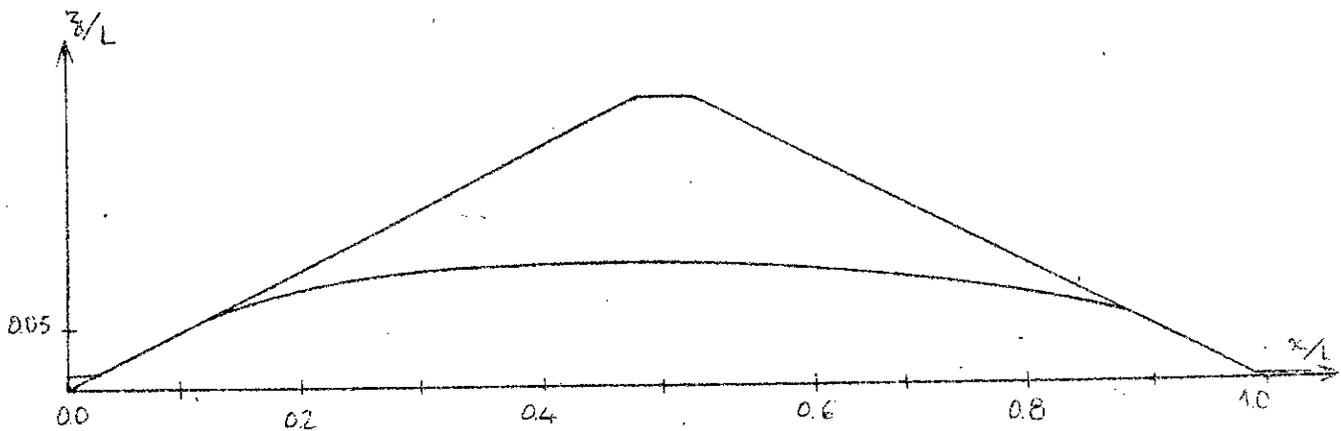


FIG.III-1-19 Surface libre pour $Kt/L.ne = 1,156$

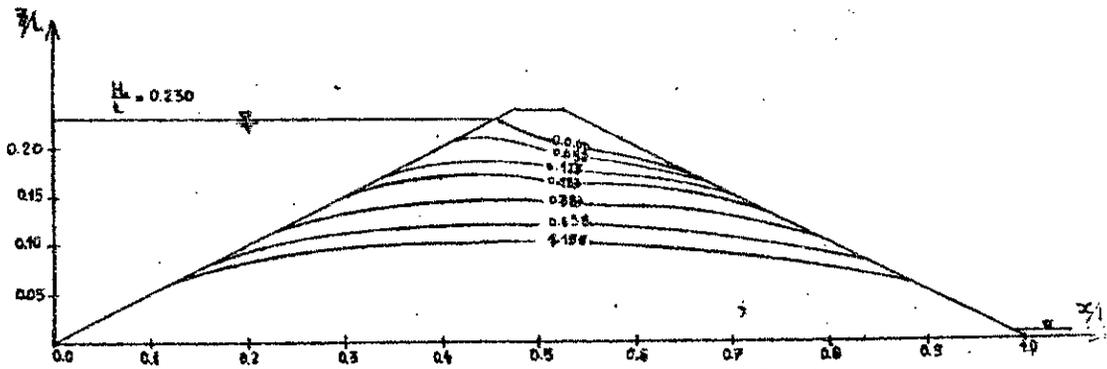


FIG. III-1-20 Evolution de la surface libre en régime transitoire du barrage à suintement

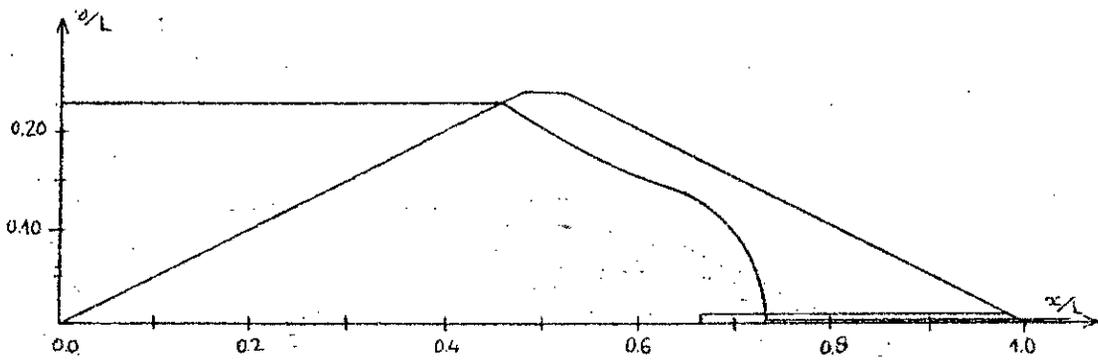


FIG. III-1-21 Surface libre en régime permanent du barrage avec tapis filtrant

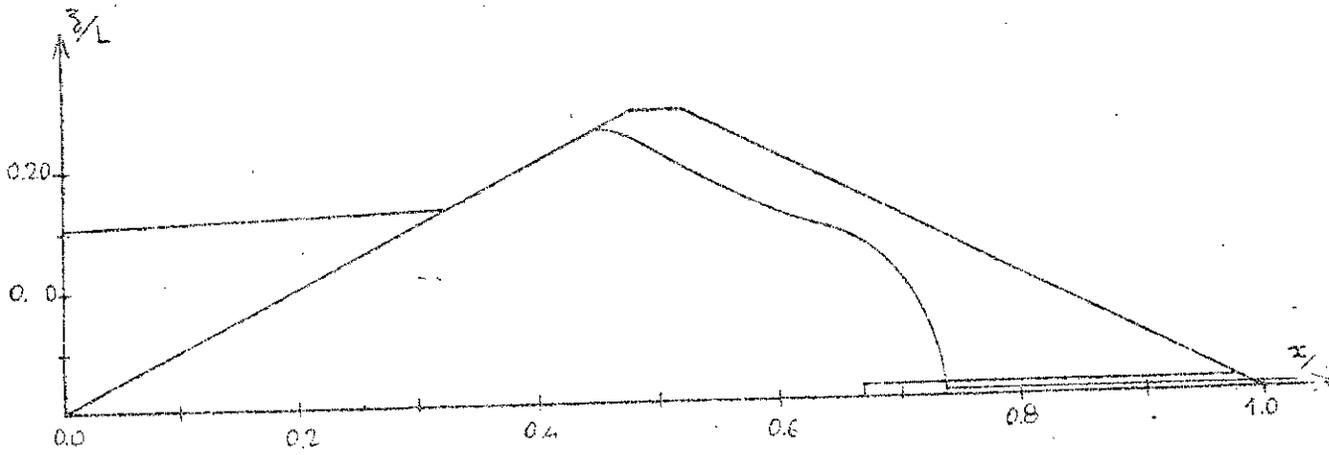


FIG.III-1-22 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,035$

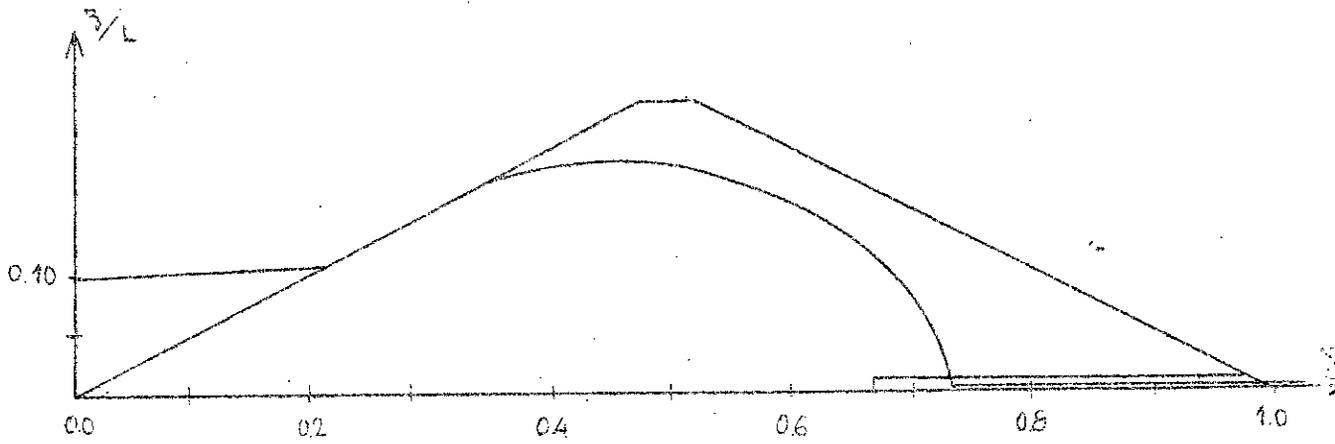


FIG.III-1-23 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,085$

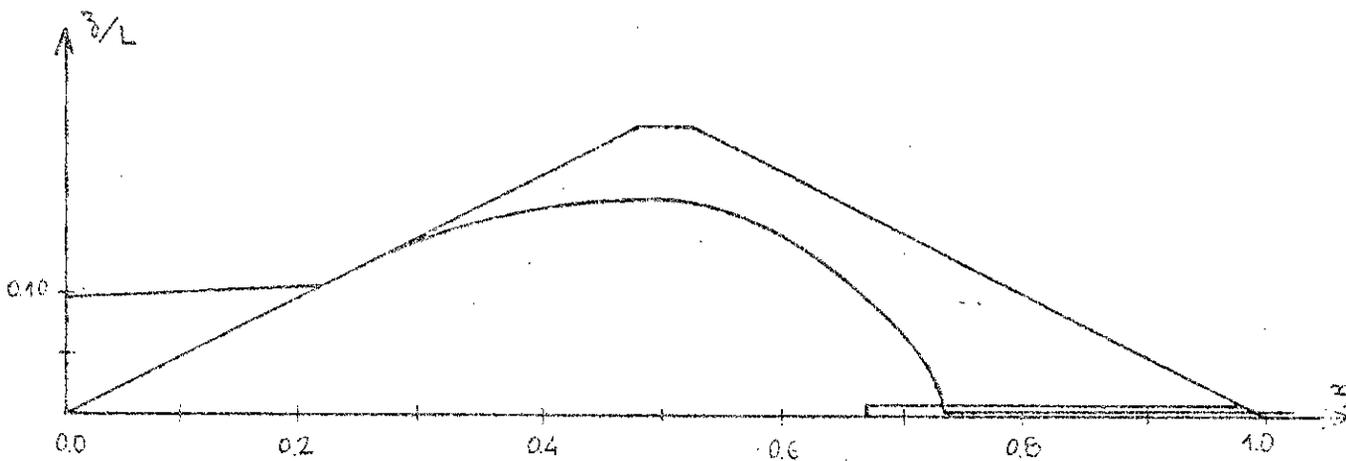


FIG.III-1-24 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,192$

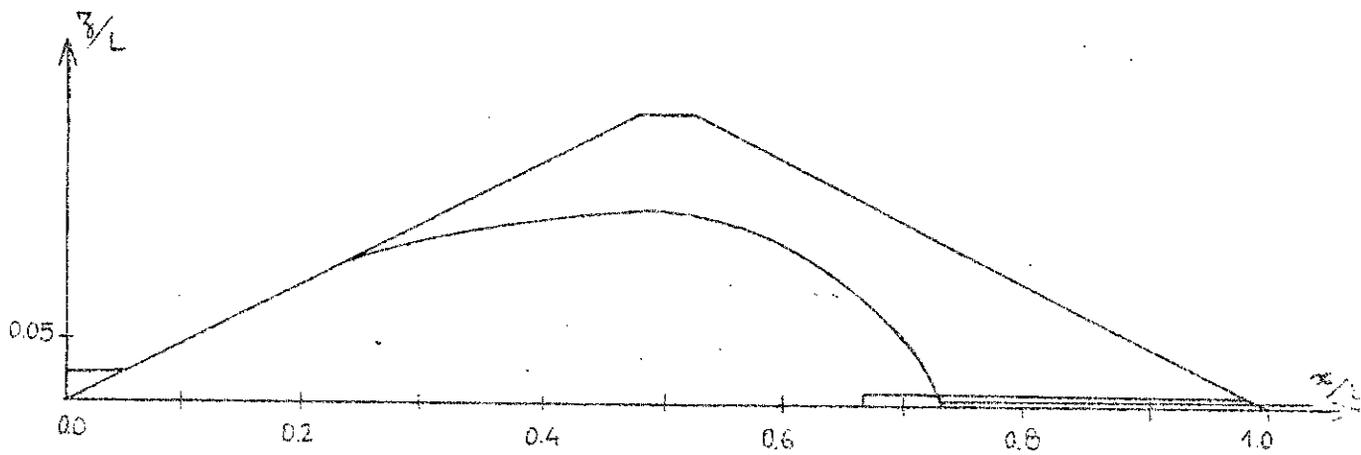


FIG.III-1-25 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,304$

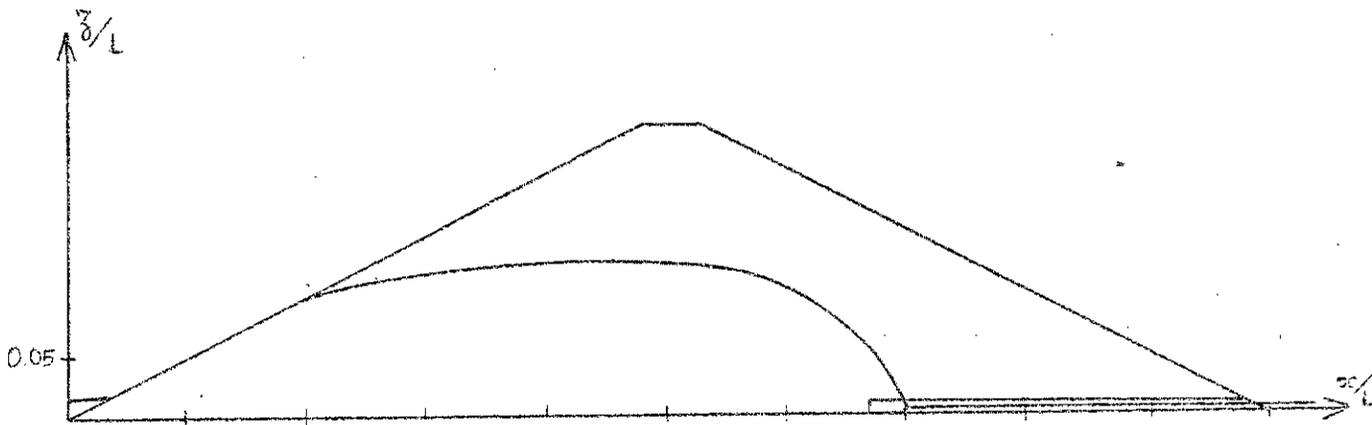


FIG.III-1-26 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,560$

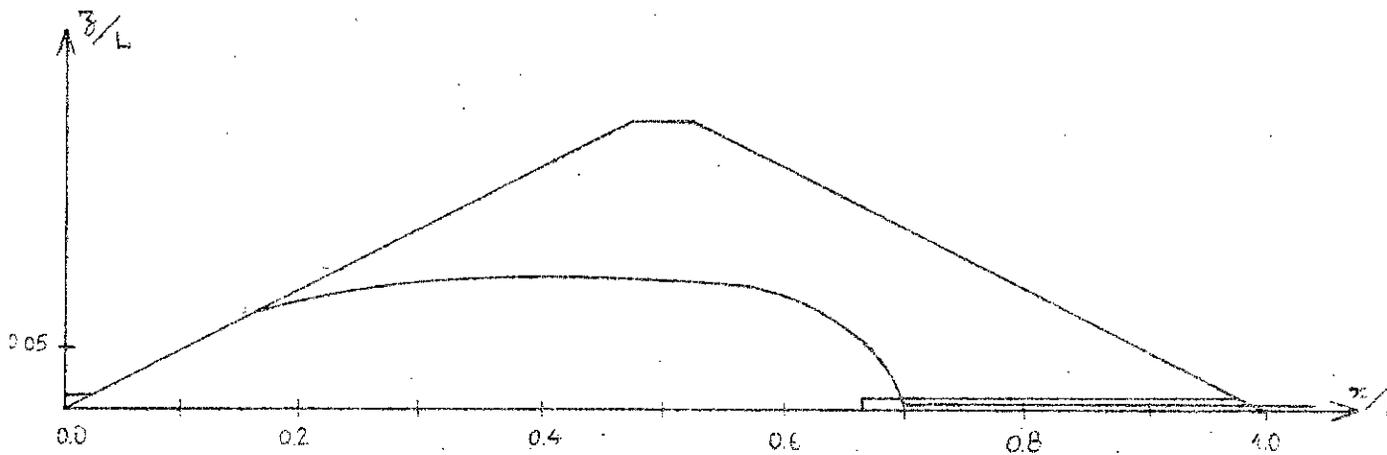


FIG.III-1-27 Surface libre pour $Kt/L.ne = 0,787$

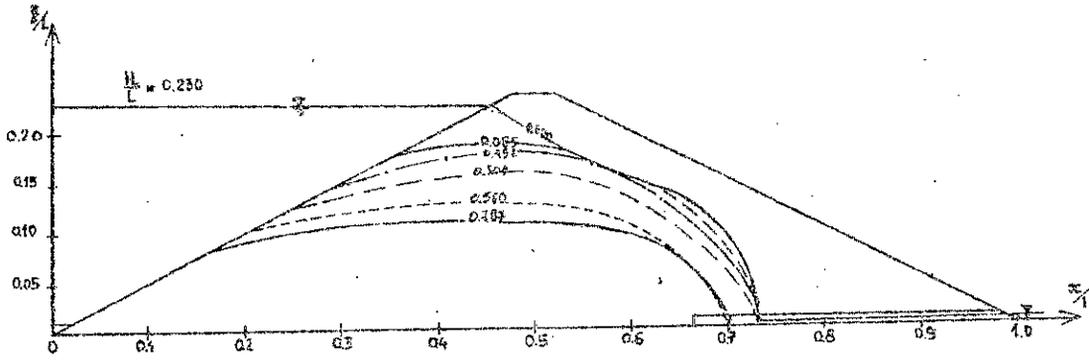


FIG.III-1-28 Evolution de la surface libre du barrage avec tapis filtrant

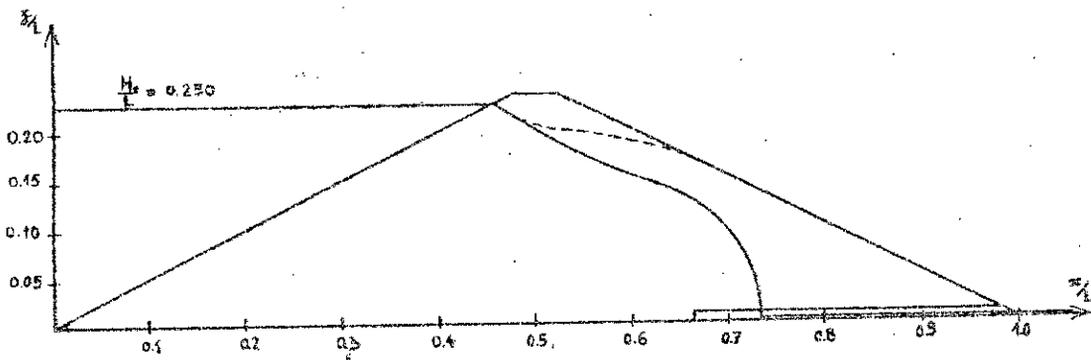


FIG.III-1-29 Rabalement de la surface libre en régime permanent.

a) Régime permanent

- D'après les graphes III-1-8 et 9, on remarque la viscosité cinématique du fluide diminue et que la perméabilité augmente lorsque la température augmente. La figure III-1-10 montre que la perméabilité diminue quand la viscosité augmente.

- On remarque d'après la fig. III 1-11 que lorsque la perméabilité augmente de 33% (entre 10°C et 20°C), le débit varie de 6% et que la surface libre varie très peu. On peut donc dire que la variation de la perméabilité influe sur le débit et pas sur la surface libre.

- La surface libre dans le barrage à tapis filtrant est rabattue par rapport à celle dans le barrage à suintement (Fig.III-1-31), ce qui montre l'importance du drainage dans ces ouvrages. Le talus aval du barrage avec drainage n'est plus saturé, ce qui augmente sa stabilité.

- On constate que les surfaces libres ne partent pas normalement à l'équipotentielle, ceci étant probablement dû au phénomène de capillarité plutôt qu'au temps nécessaire à l'établissement du régime laminaire pour lequel l'analogie est valable.

b) Régime transitoire

- On constate que le modèle à analogie visqueuse tient compte des phénomènes de rétention, parce que le fluide visqueux a tendance à ramper le long des plaques de plexiglas.

-D'après les figures III-1-12 à 20, les variations du niveau des retenues bien que différentes pour les deux barrages, sont rapides par rapport à celles des surfaces libres. A la vidange, du fait de la forte courbure des surfaces libres, il peut y avoir

de grandes variations de pression interstitielle sur une même horizontale et ceci peut créer des risques pour la stabilité des talus amont.

- Une vidange est dite rapide lorsque la formule suivante (citée par HUNT et MITCHEL [48]) est vérifiée :

$$\frac{K \cdot t_0}{L \cdot n} < 0,03 \quad (\text{III.3.24})$$

pour les cas étudiés, on tire :

$$t_0 < 21,8 \text{ jours}$$

ce qui correspond bien à l'hypothèse admise en Algérie, puisque le temps de vidange rapide est pris égal à 21 jours.

III-2 Analogie électrique

III-2-1 Principe

Il s'agit d'étudier l'écoulement plan dans le barrage par analogie dans un corps conducteur soumis à une tension électrique.

Un corps conducteur parcouru par un courant électrique I est soumis à une certaine répartition de la tension électrique E . On a les relations :

$$I = \frac{1}{f} \text{ grad } E \quad (\text{III-2-1})$$

Où f est la résistivité du conducteur

$$\text{div } I = 0 \quad (\text{III-2-2})$$

Dans le cas d'un conducteur plan et homogène l'écoulement est à deux dimensions avec f constante, l'équation (III-2-2) devient une équation de LAPLACE :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{III-2-3})$$

La comparaison des équations (I.1) et (III-2-1) d'une part et (I.7) et (III-2-3) d'autre part fait apparaître une correspondance analogique particulière :

$$\begin{array}{l}
 I \longrightarrow V \\
 \\
 E \longrightarrow \emptyset \quad (III-2-4) \\
 1 \\
 \hline
 \longrightarrow K \\
 f_0
 \end{array}$$

Il suffit de construire un modèle électrique de dimensions géométriques semblables à celles du barrage et d'y imposer les conditions aux limites correspondantes pour résoudre le problème hydraulique. Les grandeurs électriques mesurées sur le modèle analogique fournissent une solution expérimentale.

Le passage des grandeurs électriques aux grandeurs hydrauliques se fait en écrivant les égalités des rapports analogues sans dimensions, on a par exemple :

$$\frac{E}{U} = \frac{\emptyset}{H} \quad (III-2-5)$$

où H est la hauteur hydraulique de l'écoulement et U la tension électrique correspondante.

De même :

$$\frac{f_0 \cdot I}{U} = \frac{Q}{K \cdot H} \quad (III-2-6)$$

où I est le flux électrique traversant une surface donnée et Q le débit hydraulique correspondant.

L'analogie entre E et \emptyset est désignée sous le nom d'analogie directe, et celle entre E et $\frac{Q}{K \cdot H}$ par analogie inverse. Cette dernière donne, sous forme d'équipotentiels électriques, les lignes de courant de l'écoulement, on peut remarquer que dans cette analogie, qui est possible puisque $\frac{Q}{K \cdot H}$ est harmonique, les conditions aux limites du type équipotentielle et ligne de

courant sont inversées par rapport à celles de l'analogie directe, en vertu de la relation (I.10).

III-2-2 Technique du papier conducteur

III-2-2-1 Caractéristiques du papier conducteur

Le papier conducteur Télédeltos est constitué de deux feuilles collées avec un composé graphite. Une face est grise claire, l'autre grise foncée et métallisée. Le papier habituellement utilisé (qualité L) a une résistance de l'ordre de 2500 ohms. Cette valeur n'est donnée qu'à titre indicatif, car ρ est influencée par la température et le degré hydrométrique, et peut varier, de ce fait, de quelques certains ohms. Il est donc utile de mesurer ρ lors de chaque expérience, à l'aide d'un échantillon rectangulaire découpé en même temps que le modèle, et le plus près possible de celui-ci.

III-2-2-2 Mode opératoire

Les modèles analogiques sont découpés suivant la forme géométrique du domaine à étudier (la surface libre et les conditions aux limites sont connues), à l'aide d'une paire de ciseaux ou d'une lame de rasoir. On impose ces conditions aux limites, en certains points ou lignes, des potentiels constants par l'intermédiaire de potentiomètres (r) et d'un générateur (G).

A l'aide d'une sonde (S) et d'un pont de mesure (P), on détermine le potentiel dont la valeur est fixée en plusieurs points, pour pouvoir tracer les différents équipotentiels et en déduire les pressions interstitielles.

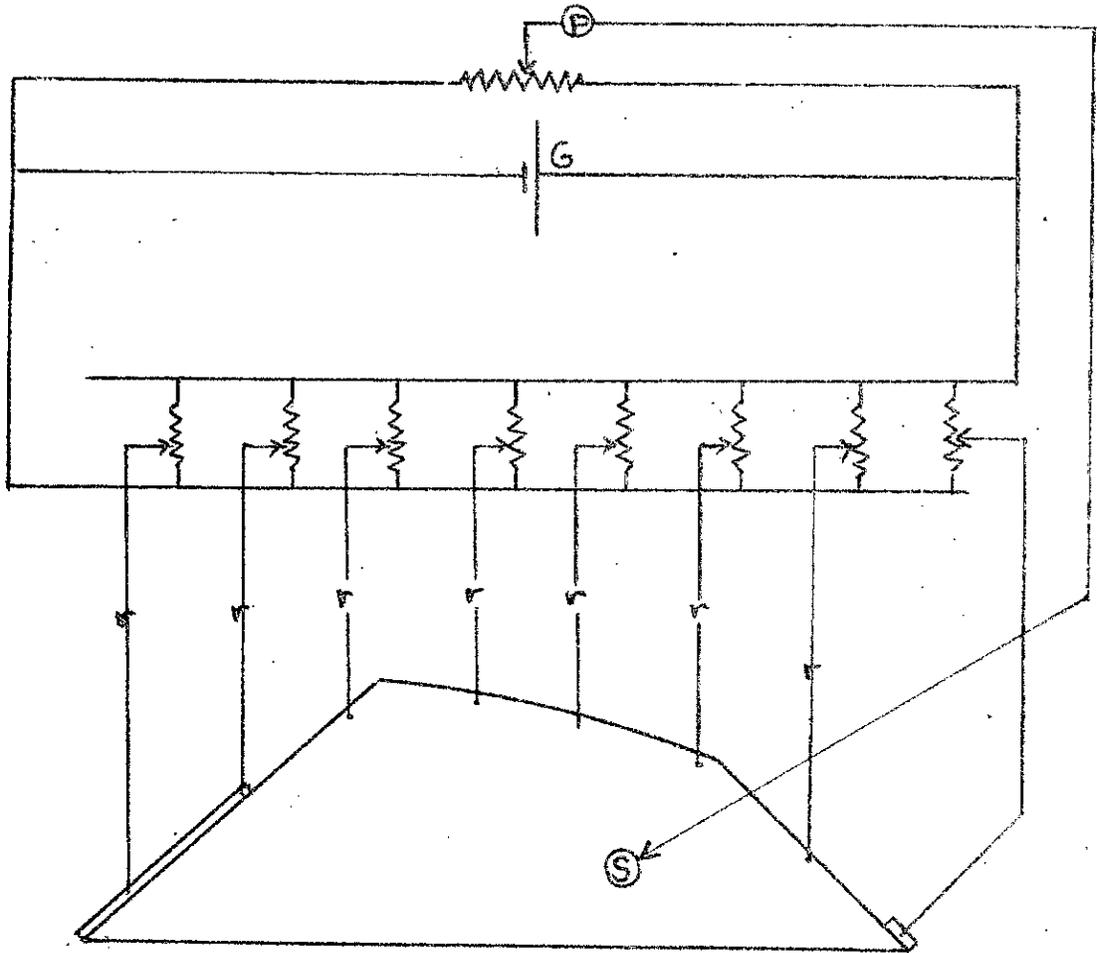


FIG.III.1.5.1. Schéma de l'analogie électrique

On remarque que l'analogie électrique est discrète, et que le papier conducteur utilisé peut présenter des hétérogénéités dans ses propriétés physiques, notamment dans sa conductivité électrique.

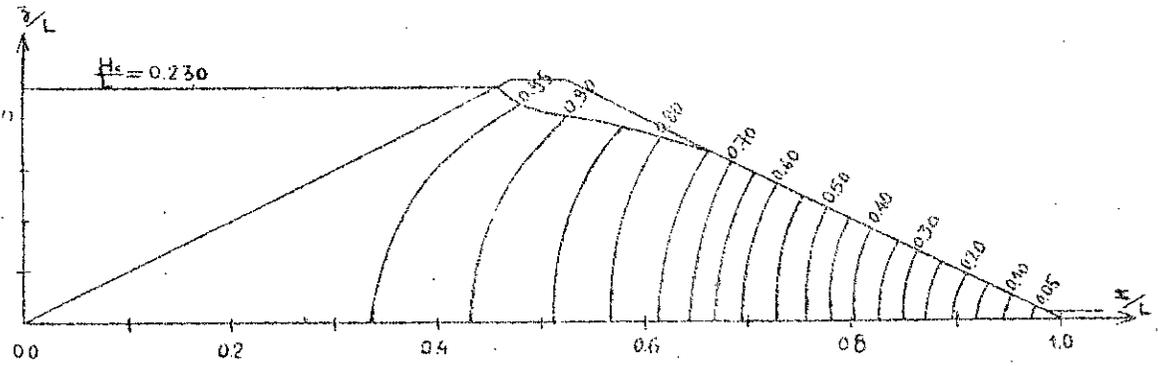


FIG.111-2-2 Réseau des équipotentielles en régime permanent du barrage à suintement

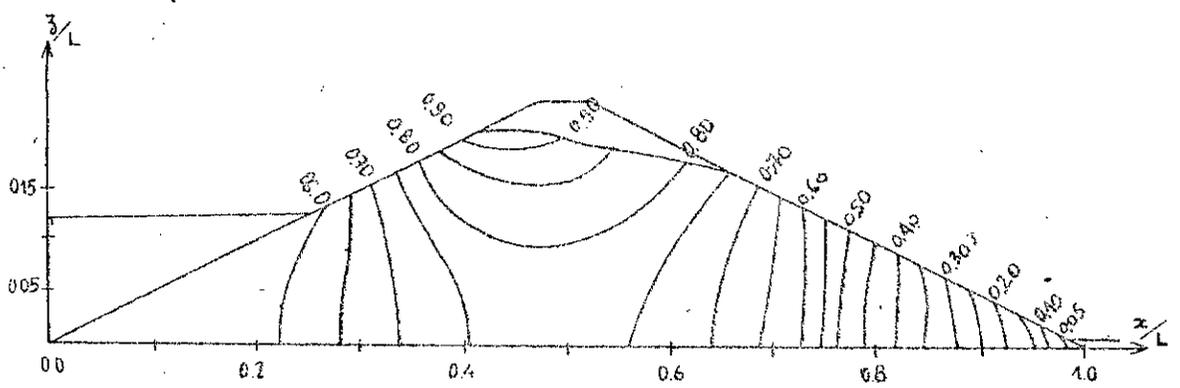


FIG.111-2-3 Réseau des équipotentielles pour $Kt/L.ne = 0.093$

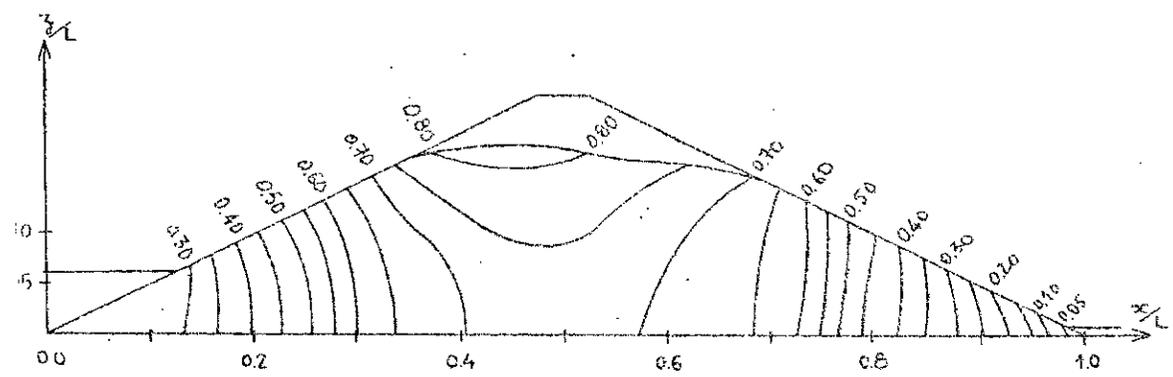


FIG.111-2-4 Réseau des équipotentielles pour $Kt/L.ne = 0.123$

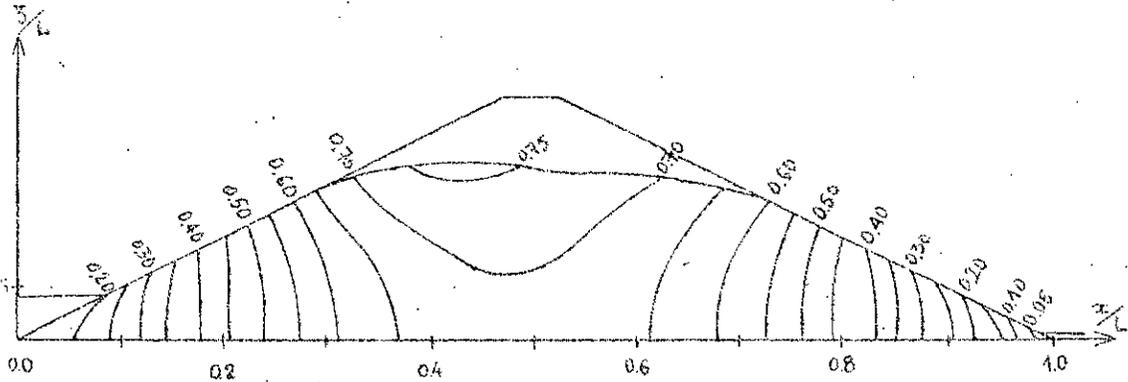


FIG.III-2-5 Réseau des équipotentiellier pour
 $Kt/L.ne = 0,163$

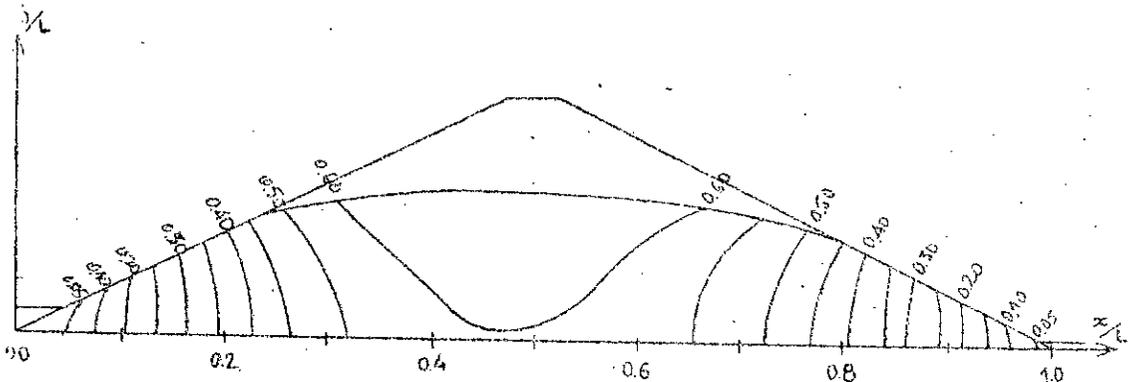


FIG.III-2-6 Réseau des équipotentiellier pour
 $Kt/L.ne = 0,333$

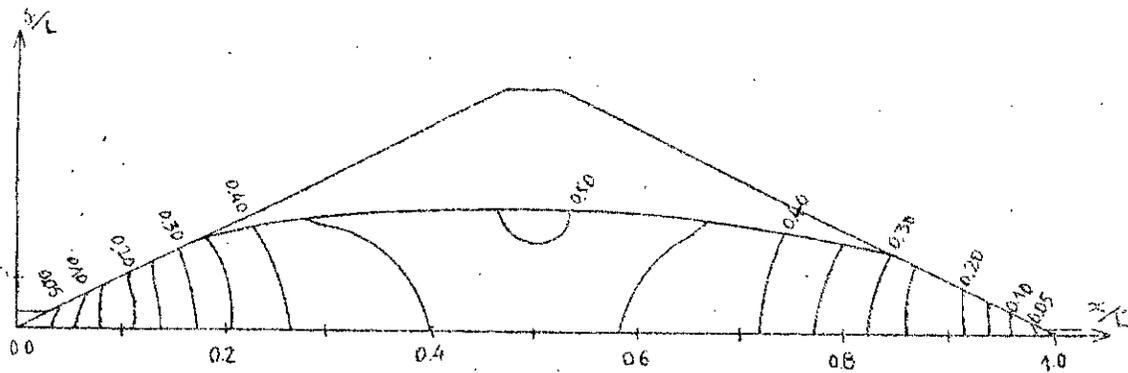


FIG.III-2-7 Réseau des équipotentiellier pour
 $Kt/L.ne = 0,638$

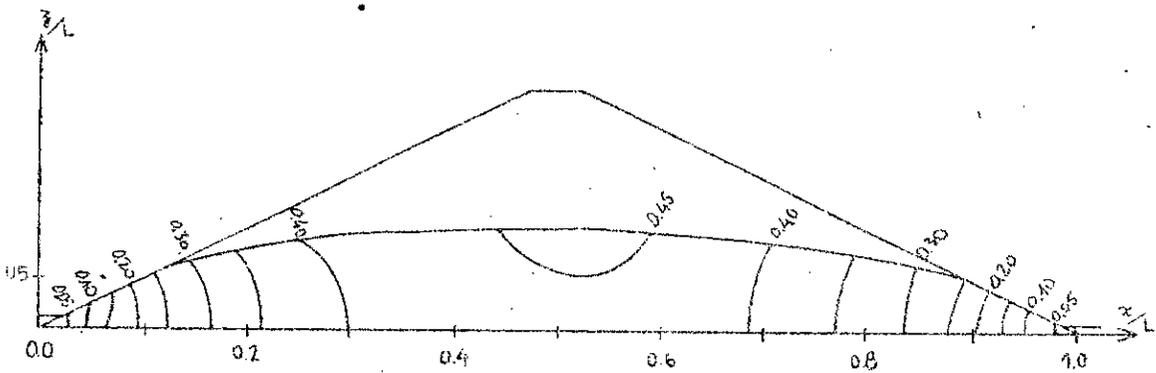


FIG.III-2-8 Réseau des équipotentiellier pour
 $Kt/L.ne = 1,156$

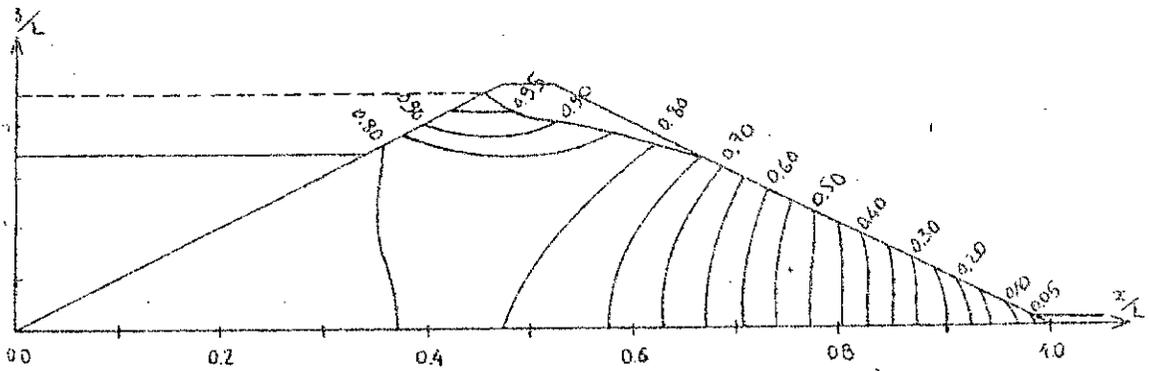


FIG.III-2-9 Réseau des équipotentiellees pour une vidange rapide de 25% de la charge de la retenue

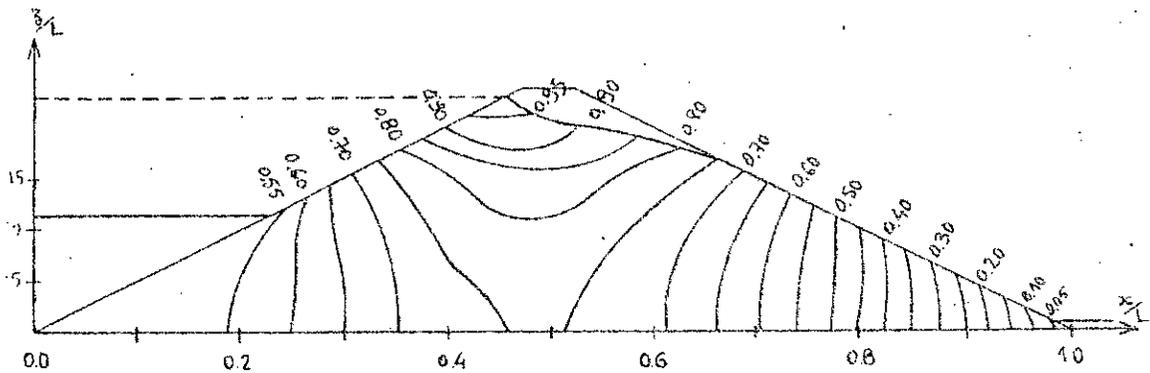


FIG.III-2-10 Réseau des équipotentiellees pour une vidange rapide de 50% de la charge de la retenue

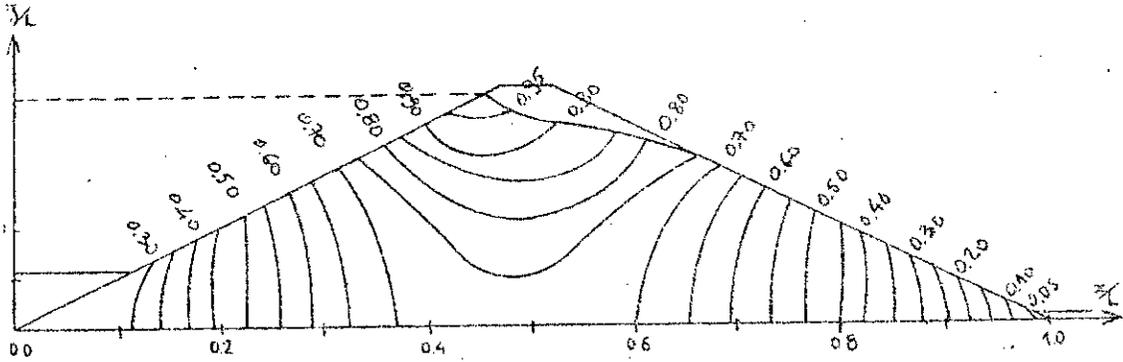


FIG.III-2-11 Réseau des équipotentiellees pour une vidange rapide de 75% de la charge de la retenue

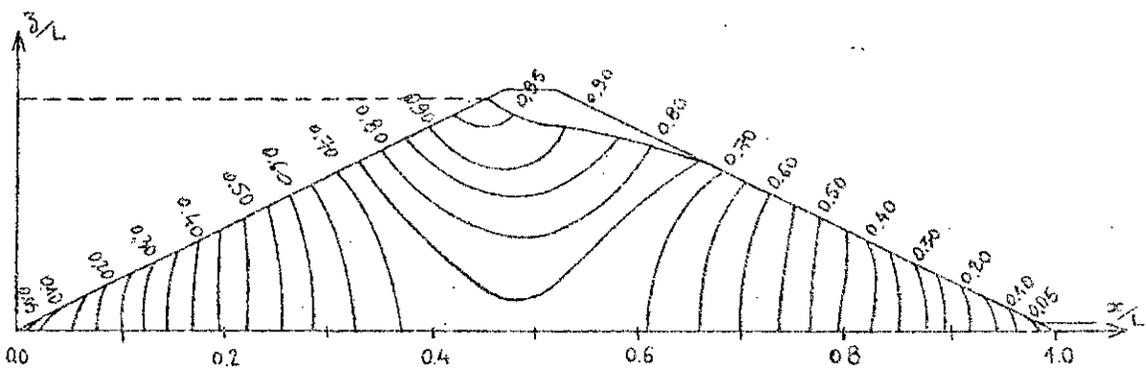


FIG.III-2-12 Réseau des équipotentiellees pour une vidange totale instantanée de la retenue

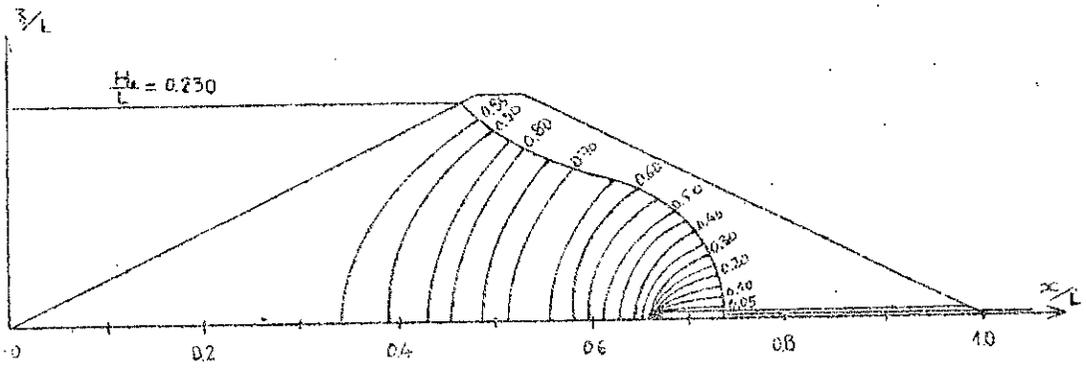


FIG.111-2-13 Réseau des équipotentielles en régime permanent de barrage avec tapis filtrant

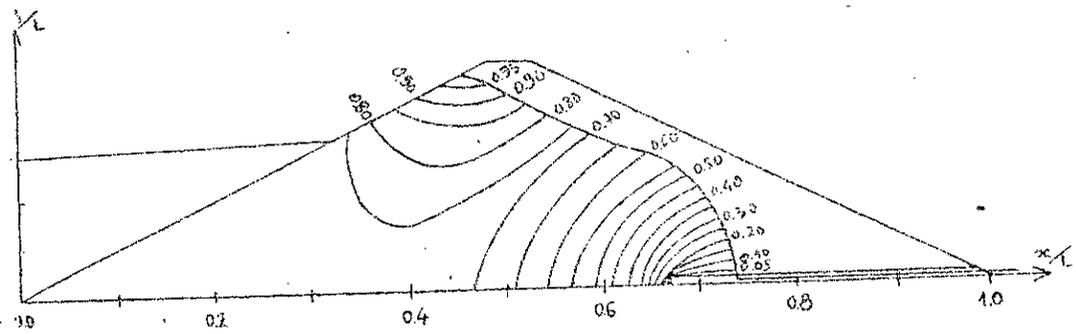


FIG.111-2-14 Réseau des équipotentielles pour $H_u/L_{ne} = 0.055$

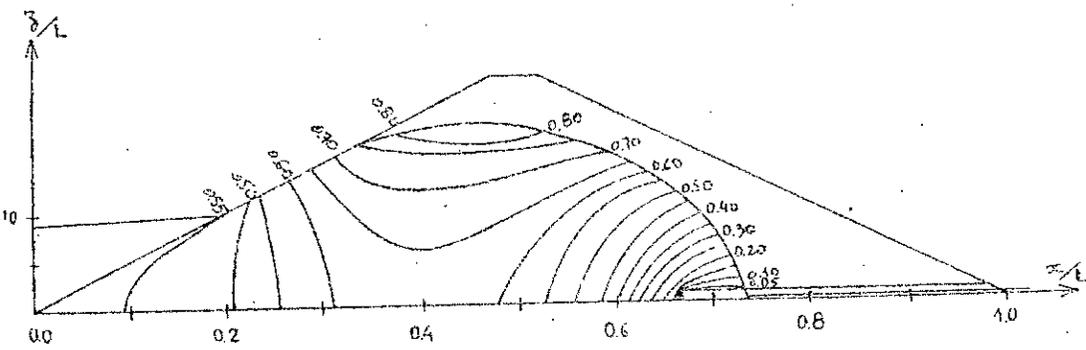


FIG.111-2-15 Réseau des équipotentielles pour $H_u/L_{ne} = 0.065$

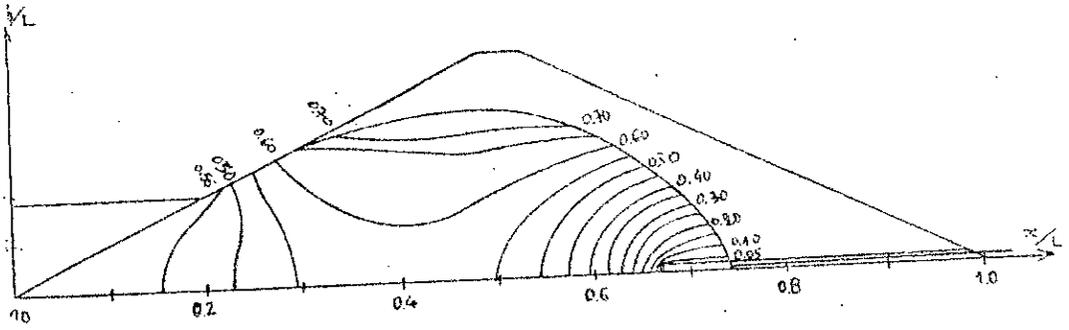


FIG.III-2-16 Réseau des équipotentielles pour $Kt/L.ne = 0.192$

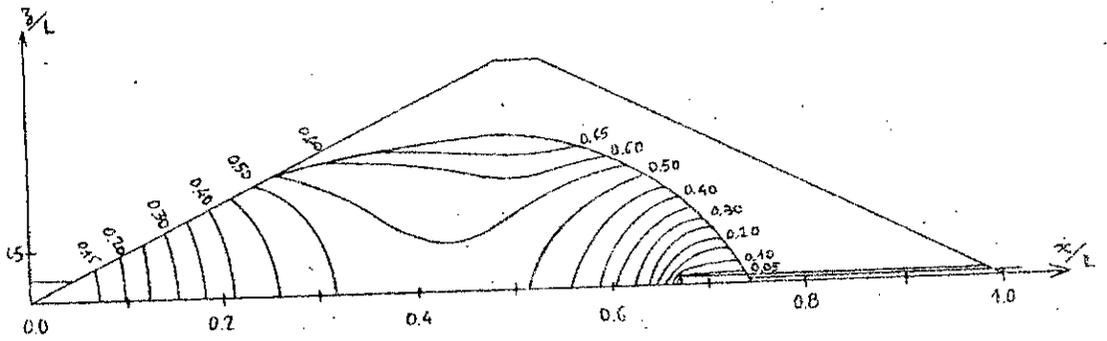


FIG.III-2-17 Réseau des équipotentielles pour $Kt/L.ne = 0.304$

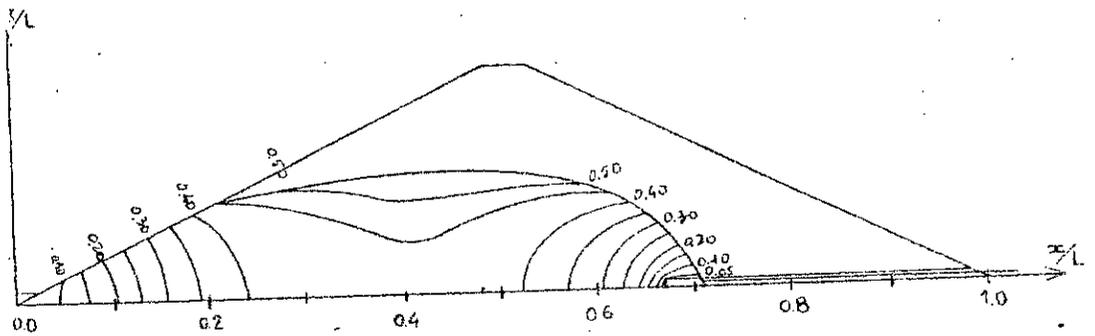


FIG.III-2-18 Réseau des équipotentielles pour $Kt/L.ne = 0.560$

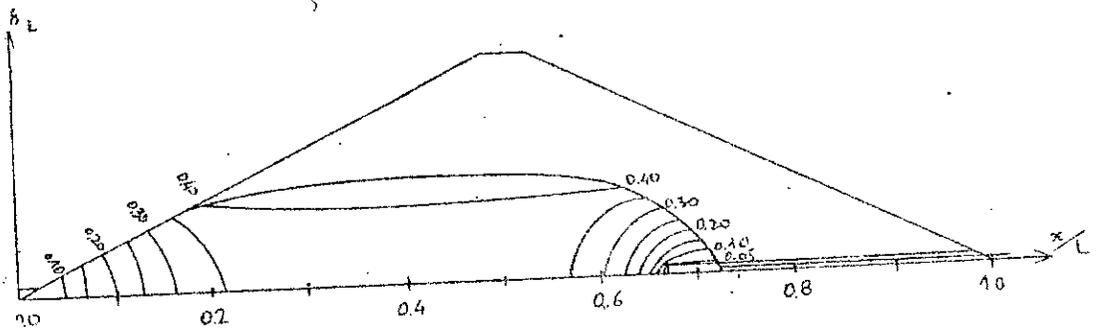


FIG.III-2-19 Réseau des équipotentielles pour $Kt/L.ne = 0.787$

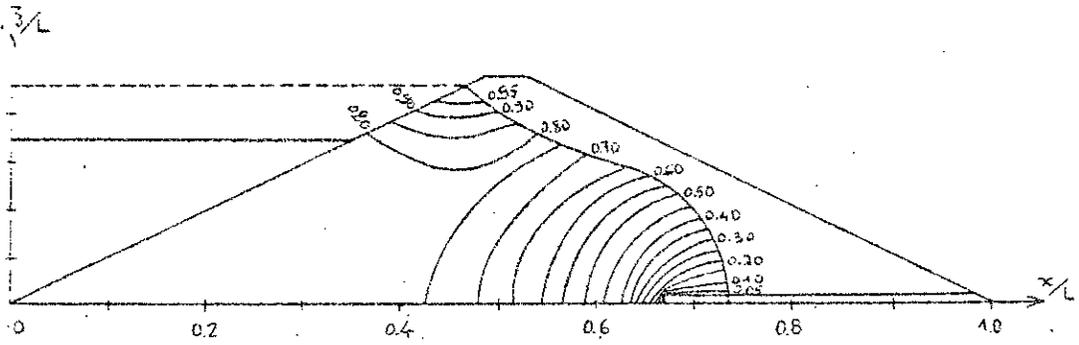


FIG.III-2-20 Réseau des équipotentiels pour une vidange rapide de 25% de la charge de la retenue

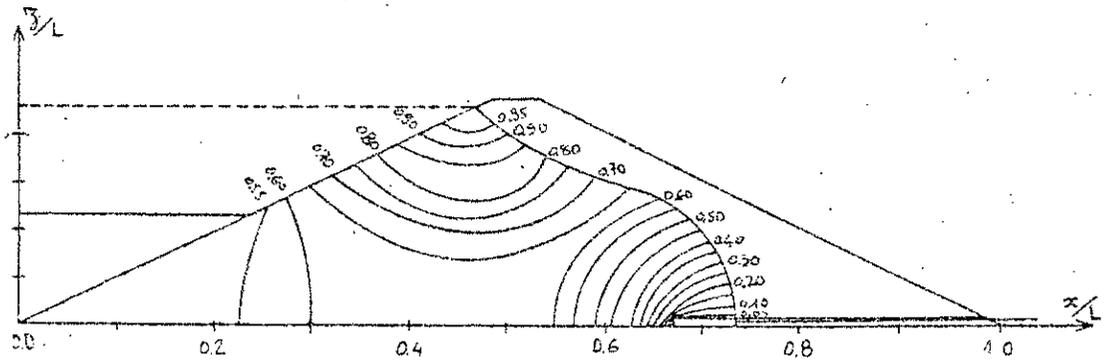


FIG.III-2-21 Réseau des équipotentiels pour une vidange rapide de 50% de la charge de la retenue

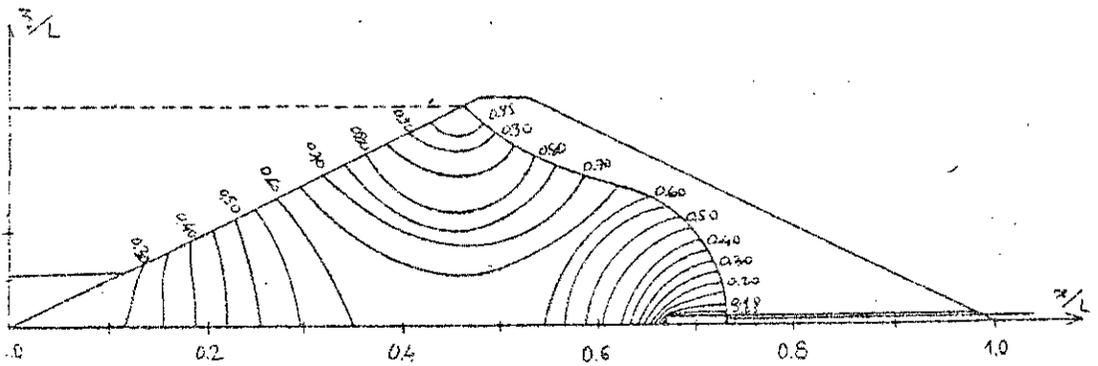


FIG.III-2-22 Réseau des équipotentiels pour une vidange rapide de 75% de la charge de la retenue

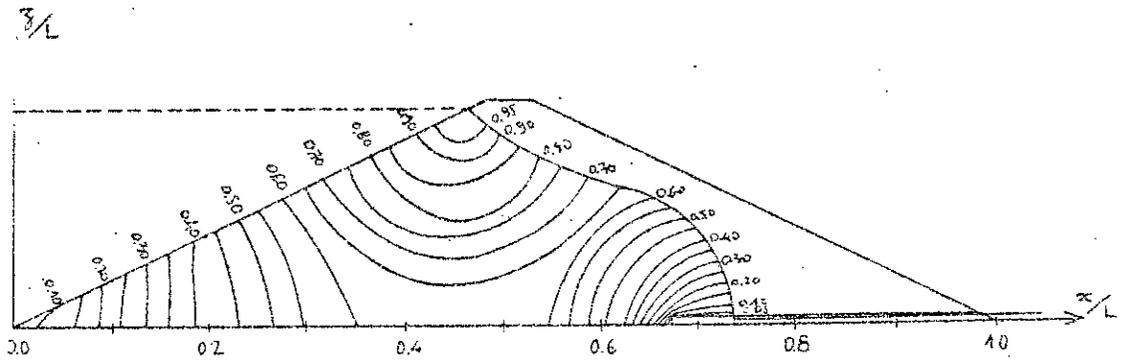


FIG.III-2-23 Réseau des équipotentiels pour une vidange

III-2-3 Résultats et interprétations

Les équipotentiellles obtenues en régime transitoire (Fig III-2-3 à 8 pour le barrage à suintement, et Fig III-2-14 à 19 pour le barrage à tapis filtrant), par rapport à celles du régime permanent (Fig III-2-2 et 13) et à celles des vidanges rapides (Fig III-2-9 à 12 et III-2-25 a 28) montrent que le régime transitoire ressemble au cas de la vidange rapide. Ce dernier cas est défavorable, car des pressions interstitielles non négligeables se maintiennent dans les barrages, et qu'on ne peut faire abstraction de ces pressions interstiellles dans les projets de ces ouvrages.

On a donc étudié les vidanges rapides de la retenue pour différentes variations de niveau (25%, 50%, 75% et 100%). On constate ainsi, que les valeurs de la pression interstiellle pour des points fixes, dépendent de la variation du taux de vidange rapide de la retenue.

METHODE NUMERIQUE

IV-1-METHODE VARIATIONNELLE [17],[65],[67]

IV-1.1 INTRODUCTION

La méthode variationnelle est une formulation alternative pour les problèmes qui peuvent être fonction d'un principe d'extrémum.

Dans ce chapitre on montre que l'approche variationnelle pour l'écoulement permanent des eaux souterraines aboutit aux mêmes équations algébriques que la méthode de GALERKIN.

IV-1.2 Principe de dissipation minimale

Au cours d'un écoulement souterrain ou en milieu poreux, les eaux souterraines perdent leur énergie potentielle par frottement. La dissipation du système des eaux souterraines est définie comme étant la moitié du taux de la perte d'énergie. L'expression intégrale de la dissipation peut être déduite à partir des principes physiques de l'écoulement. Le principe de l'extrémum qui caractérise le problème est que la dissipation, soumise aux conditions limites, soit minimum.

L'énergie potentielle par unité de masse de l'eau est :

$$\bar{\varphi}(x,z) = g h(x,z) \quad (\text{IV.1.1})$$

$\bar{\varphi}$ étant un potentiel de force

$$F_x = - (\delta \varphi / \delta x) \quad (IV.1.2)$$

$$F_z = - (\delta \varphi / \delta z)$$

où F_x et F_z sont les composantes de la force par unité de masse de l'eau . Les composantes de la force par unité de volume de l'aquifère sont $ne \cdot \rho_w \cdot F_x$ et $ne \cdot \rho_w \cdot F_z$, où ρ_w la densité de l'eau .

La vitesse linéaire moyenne est q/ne , où q est la vitesse de DARCY. En chaque point du système d'écoulement , le taux de perte d'énergie par unité de volume de l'aquifère est le produit scalaire de la force par unité de volume de l'aquifère et de la vitesse linéaire moyenne , soit $\rho_w (F_x \cdot q_x + F_z \cdot q_z)$. Cette expression doit être intégrée sur tout le volume de l'aquifère . Si les équations IV.1.1 et IV.1.2, et la loi de DARCY sont substituées , alors la dissipation J qui est définie comme la moitié du taux global de la perte d'énergie est :

$$J = \frac{\rho_w g b}{2} \int \int_D [K(\delta h / \delta x)^2 + K(\delta h / \delta z)^2] dx dz \quad (V.1.3)$$

où b représente l'épaisseur de l'aquifère .

L'expression de la dissipation dans l'équation (IV.1.3) est déterminée d'après les lois fondamentales de la physique et est exprimée en unités de l'énergie par unité de temps . En éliminant les constantes multiplicatrices , l'équation devient :

$$J = \frac{1}{2} \int \int_D [K(\delta h / \delta x)^2 + K(\delta h / \delta z)^2] dx dz \quad (IV.1.4)$$

La minimisation de l'équation (IV.1.4) est équivalente à celle de l'équation (IV.1.3) puisque ces deux équations sont de simples multiples l'une de l'autre .

Si les charges limites ou si les conditions de non écoulement (limite imperméable) sont précisées , alors l'équation (IV.1.4) est l'intégrale variationnelle totale qui doit être minimisée . Si les écoulements ou (flux) non nuls sont spécifiés, un terme complémentaire de l'intégrale limite doit être inclu dans l'équation (IV.1.4) .

IV.1.3 Application à la méthode des éléments finis

On suppose que l'équation (IV.1.4) est applicable , la division du domaine en éléments finis et l'incorporation des fonctions de base sont supposées être effectuées .

La solution approximative $h(x,z)$, définie comme étant le produit des fonctions de base nodale et des charges nodales , est continue élément par élément dans tout le domaine .

Les charges nodales h_i qui minimisent l'intégrale J constituent la solution numérique . Par une approximation d'éléments finis , l'intégrale J peut être considérée comme une fonction des variables h_i , $i = 1,2,\dots,N$ où N est le nombre total de noeuds . L'extrémum de J est déterminée à condition que la dérivée partielle , pour chaque charge nodale h_i soit nulle ; c'est à dire $\delta J / \delta h_i = 0$ pour chaque h_i . Cette condition donne une équation algébrique pour chaque noeud , comme la méthode de GALERKIN .

On considère que l'intégrale J est évaluée pour tous les éléments. La contribution de l'élément e a pour valeur totale de J :

$$J^e = \frac{1}{2} \int \int_e [(\delta h_e / \delta x)^2 + (\delta h_e / \delta z)^2] dx dz \quad (IV.1.5)$$

La substitution des équations (IV.2.14a) et (IV.2.1.4b) dans l'équation (IV.1.5) donne :

$$J^e = \frac{1}{2} \int \int_e \left(\begin{array}{ccc} (\delta N_1^e) & (\delta N_2^e) & (\delta N_K^e) \\ \frac{h_1}{\delta x} + & \frac{h_2}{\delta x} + & \frac{h_K}{\delta x} \end{array} \right)^2 + \left(\begin{array}{ccc} (\delta N_1^e) & (\delta N_2^e) & (\delta N_K^e) \\ \frac{h_1}{\delta z} + & \frac{h_2}{\delta z} + & \frac{h_K}{\delta z} \end{array} \right)^2 dx dz \quad (IV.1.6)$$

La contribution de $\delta J / \delta h_1$ pour l'élément e est donnée par la règle de différentiation :

$$\frac{\delta J^e}{\delta h_1} = \frac{1}{2} \int \int_e \left(\begin{array}{ccc} (\delta N_1^e) & (\delta N_2^e) & (\delta N_K^e) \\ \frac{h_1}{\delta x} + & \frac{h_2}{\delta x} + & \frac{h_K}{\delta x} \end{array} \right) \frac{\delta N_1^e}{\delta x} + \left(\begin{array}{ccc} (\delta N_1^e) & (\delta N_2^e) & (\delta N_K^e) \\ \frac{h_1}{\delta z} + & \frac{h_2}{\delta z} + & \frac{h_K}{\delta z} \end{array} \right) \frac{\delta N_1^e}{\delta z} \quad (IV.1.7)$$

où $l=i, j, \text{ ou } k$. L'équation (IV.1.7) est identique à l'équation (IV.2.18) pour $l=i, j, \text{ ou } k$. On est donc arrivé au même résultat en appliquant les méthodes variationnelle et de GALERKIN .

IV-2 Méthode des éléments finis [17],[65],[67]

IV-2.1 Introduction

L'application de la méthode des éléments finis est un développement relativement récent pour résoudre les problèmes des eaux souterraines .Elle donne une série d'équations algébriques dans lesquelles les inconnues sont des charges d'un nombre fini de points nodaux.

La méthode des éléments finis est utilisée avec une grande variété de type d'éléments. L'élément qu'on utilise est triangulaire et est défini par trois noeuds , un à chaque sommet . Ces noeuds servent à localiser les charges inconnues , c'est à dire que les charges à l'intérieur du domaine sont calculées par rapport aux charges nodales . La charge à l'intérieur de chaque élément est définie par une combinaison de valeurs nodales et de fonctions d'interpolation connues. L'application des fonctions d'interpolation , pour définir le potentiel dans tout le domaine , est une notion importante qui caractérise la méthode des éléments finis . La définition de la charge dans tout le domaine dans la méthode des éléments finis nécessite l'application des principes variationnels ou la méthode des résidus pondérés . La prépondérance de la méthode des éléments finis est la flexibilité pour les problèmes où les conditions limites sont irrégulières et où le milieu est hétérogène et anisotrope.

IV.2.2 Méthode de GALERKIN

IV.2.2.1 Introduction

La méthode de GALERKIN et la technique des éléments finis sont combinées fréquemment pour les solutions numériques des problèmes des eaux souterraines, à tel point que ces deux méthodes sont devenues similaires .

La méthode de GALERKIN est basée sur la méthode des résidus pondérés particuliers, qui se trouve être équivalente au principe variationnel .

La philosophie du principe variationnel est qu'une quantité physique tel que le taux de dissipation d'énergie doit être minimisé dans le domaine . Ce taux étant exprimé en taux de potentiel ou charge dans tout le domaine . Si le potentiel est exprimé par des valeurs nodales , le principe variationnel conduit à des équations algébriques . L'utilisation du principe variationnel et son équivalence pour la méthode de GALERKIN étant décrit précédemment .

La méthode des résidus pondérés est exprimé en termes de l'équation différentielle partielle sans avoir recours à une quantité physique . Le résidu en chaque point du domaine est une mesure de degré pour lequel la charge ne satisfait pas l'équation générale . Lorsqu'une moyenne pondérée particulière du résidu est forcée de disparaître , les charges nodales sont obtenues par la solution du système d'équations algébriques .

IV.2.2.2 Application pour l'équation de LAPLACE

La première étape est de définir une solution approximative ou évidente $h(x,y)$ qui est exprimée en une série de termes ; chaque terme étant le produit d'une charge nodale h_1 et d'une fonction

de base nodale $N_1(x, z)$:

$$h(x, z) = \sum_{l=1}^N h_l \cdot N_l(x, z) \quad (\text{IV.2.1})$$

L'indice l indique le numéro du noeud et N le nombre total de noeuds.

Les fonctions de base de l'équation (IV.2.1) sont analogues à des vecteurs unitaires aux noeuds. La solution approximative est obtenue moyennant une combinaison linéaire de fonctions appelées fonctions d'interpolation.

La deuxième étape consiste à déterminer le nombre total de conditions pour déterminer les N valeurs de h_l .

Dans la méthode de GALERKIN, les N conditions sont tels que les résidus (de l'équation générale) pondérés chacun par les N fonctions de base valent zéro quand l'intégration sur tout le domaine est faite :

$$\int \int_D \left(\frac{\delta^2 h}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 h}{\delta z^2} \right) \cdot N_l(x, z) \cdot dx dz = 0 \quad (\text{IV.2.2})$$

où $l = 1, 2, \dots, N$ et D signifie que l'intégration est faite dans le domaine entier. La quantité entre parenthèses étant le résidu.

Si la solution approchée $h(x, y)$ est exacte, l'équation de LAPLACE

est satisfaite dans tout le domaine et le résidu sera nul partout.

Le résidu est une mesure de l'écart de $h(x, y)$ pour lequel l'équation de LAPLACE n'est pas satisfaite.

Dans la méthode de GALERKIN, il est nécessaire d'avoir les

moyennes pondérées de N nulles, alors les fonctions de base $N_1(x,z)$ deviennent des fonctions de poids.

Le choix de $N_1(x,y)$ comme fonction de poids est essentiel, par exemple il est peut être nécessaire que le résidu soit nul sur tous les petits sous-domaines :

$$\int \int_D \left(\frac{\delta^2 h}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 h}{\delta z^2} \right) w_1 \cdot dx dz = 0 \quad (\text{IV.2.3})$$

où w_1 vaut 1 dans le sous-domaine e et 0 en dehors de e .

Donc, l'équation (IV-23) conduit à un système d'équations pour résoudre l'équation de LAPLACE approximativement. Cette méthode est connue comme méthode des sous-domaines. La méthode de GALERKIN est utilisée fréquemment, car le système d'équations représenté par l'équation (IV-2-2) est le même que celui du système généré par le principe de dissipation minimale.

IV-2-2-3 - Intégration par parties

Les fonctions de $N_1(x,z)$ sont généralement définies dans chaque sous-domaine ou élément et continues dans tout le domaine D . Cependant, les premières dérivées de $N_1(x,z)$ peuvent ne pas être continues, $h(x,z)$ étant une combinaison linéaire des N_1 , les secondes dérivées ne sont pas facilement définies aux pas de discontinuité par palier des premières dérivées, ce qui complique l'évaluation de l'intégrale de l'équation (IV-2-2).

Si on applique l'intégration par parties à l'équation (IV-2-2), l'ordre de dérivation sera diminué d'une dimension.

La formule d'intégration par partie appliquée à une fonction à une dimension donne :

$$\int_a^b \frac{d^2h}{dx^2} N_1(x,z) dx \quad (IV-2-4)$$

La formule d'équation d'intégration par partie est :

$$\int_a^b u \cdot dv = u \cdot v \Big|_a^b - \int_a^b v \cdot du \quad (IV.2.5)$$

En appliquant cette formule à l'équation (IV-2-4), en posant :

$$u = N_1 \quad \text{et} \quad v = \frac{dh}{dx}, \quad \text{on a :}$$

$$\int_a^b \frac{d^2h}{dx^2} N_1(x) \cdot dx = N_1(x) \cdot \frac{dh}{dx} \Big|_a^b - \int_a^b \frac{dN_1(x)}{dx} \cdot \frac{dh}{dx} \quad (IV.2.6)$$

Le premier terme à droite de l'équation (IV-2-6) est proportionnel au flux à travers la limite pondérée N_1 aux points limites.

La généralisation de l'équation (IV-2-6) à deux dimensions est :

$$\iint_D \left(\frac{\delta^2 h}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 h}{\delta z^2} \right) N_1(x,z) dx dz = \int_{\beta} \left(\frac{\delta h}{\delta x} n_x + \frac{\delta h}{\delta z} n_z \right) N_1(x,z) d\sigma - \iint_D \left(\frac{\delta h}{\delta x} \frac{\delta N_1}{\delta x} + \frac{\delta h}{\delta z} \frac{\delta N_1}{\delta z} \right) dx dz \quad (IV-2-7)$$

où β est le contour de D , s une variable généralisée représentant une distance le long de la limite (dans le sens trigonométrique), et n_x et n_y sont les composantes du vecteur unitaire dirigé vers l'extérieur et perpendiculaire à β .

Le premier terme à droite de l'équation (IV-2-7) est proportionnel au flux normal de la limite pondéré par N_1 sur le contour.

Il faut noter que si le flux est nul sur la limite, le terme de l'intégrale limite est nul. Les termes de l'intégrale à droite de l'équation (IV-2-7) contiennent seulement des dérivées premières, ce qui simplifie considérablement le problème.

L'utilité de l'intégration par partie pour la méthode de GALERKIN pour les fonctions de base dont les dérivées premières ont des pas de discontinuité dans le domaine est démontrée au chapitre suivant.

IV-2-3 - Application aux éléments triangulaires linéaires

IV-2-3-1 - Principe

Le principe fondamental de la méthode des éléments finis est de définir les fonctions de base $N_1(x, z)$ de l'équation (IV-2-1) qui interpolent les valeurs nodales de chaque élément (contenant le noeud 1). L'équation (IV-2-2) fournira donc N équations pour déterminer toutes les charges nodales h_1 , où $1 = 1, 2, \dots, N$.

Le domaine est divisé en triangles. Chaque triangle est donné par un numéro d'élément et par trois numéros de noeud (un à chaque sommet). Il faut noter que les noeuds sont numérotés consécutivement et systématiquement colonne par colonne. Il n'est pas nécessaire de numérotter les noeuds par ordre, mais ça réduit le besoin de stockage de la mémoire.

IV-2-3-2 - L'élément archétype

Il faut décrire les propriétés de chaque élément triangulaire (Fig. IV-2-1) qui caractérise la méthode des éléments finis, car chaque élément est traité séparément et il n'est pas nécessaire que tous les noeuds soient situés sur un maillage régulier. Le noeud est désigné par un simple numéro i et par les coordonnées (x_i, z_i) . L'élément triangulaire archétype a les numéros de noeud i, j , et k attribués dans le sens trigonométrique. Les coordonnées des noeuds i, j et k étant désignés par (x_i, z_i) ; (x_j, z_j) et (x_k, z_k) respectivement.

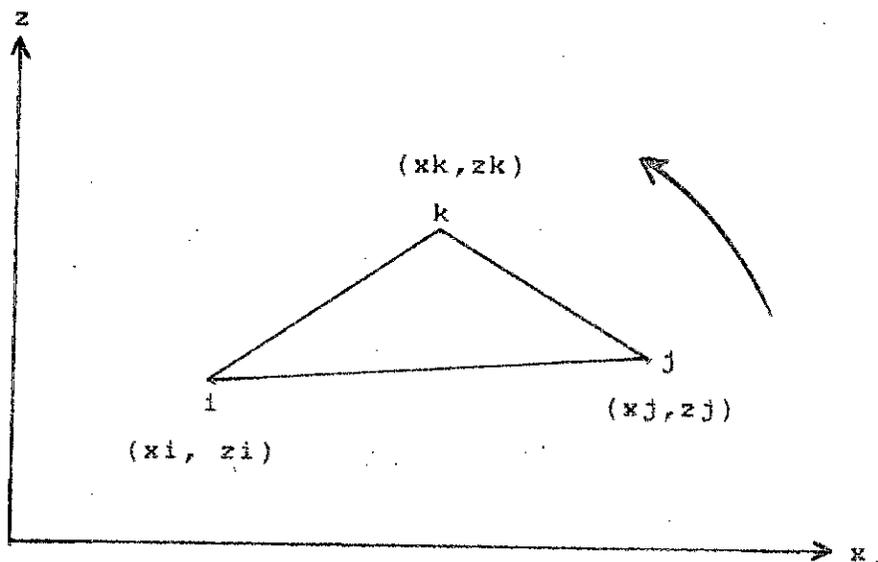


Fig. IV-2-1 - Élément triangulaire archétype

Les inconnues du problème sont les charges aux noeuds i, j et k : $h_i = h(x_i, z_i)$, $h_j = h(x_j, z_j)$ et $h_k = h(x_k, z_k)$.

La solution approximative $h(x, y)$ dans tout l'élément triangulaire est définie par interpolation linéaire des valeurs nodales h_i, h_j , et h_k , c'est à dire :

$$h^e(x,z) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot z \quad (\text{IV.2.8})$$

où a_0 , a_1 et a_2 sont des coefficients qui doivent être déterminés. Le symbole e désigne le numéro de l'élément. Les coefficients sont déterminés en posant trois équations qui nécessitent que les valeurs nodales soient connues.

$$h_i = a + a_1 x_i + a_2 z_i \quad (\text{IV-2-9a})$$

$$h_j = a + a_1 x_j + a_2 z_j \quad (\text{IV-2-9b})$$

$$h_k = a + a_1 x_k + a_2 z_k \quad (\text{IV-2-9c})$$

En résolvant ces équations en a_0 , a_1 et a_2 et en les substituant dans l'équation (IV-2-8), cette dernière devient :

$$h^e(x,z) = N_1^e(x,z) \cdot h_i + N_2^e(x,z) \cdot h_j + N_3^e(x,z) \cdot h_k \quad (\text{IV.210})$$

où :

$$N_1^e(x,z) = [(x_i \cdot z_k - x_k \cdot z_i) + (z_j - z_k)x + (x_k - x_j)] / 2A^e \quad (\text{IV.2.11a})$$

$$N_2^e(x,z) = [(x_k \cdot z_i - x_i \cdot z_k) + (z_k - z_i)x + (x_i - x_k)] / 2A^e \quad (\text{IV.2.11b})$$

$$N_3^e(x,z) = [(x_i \cdot z_i - x_j \cdot z_i) + (z_i - z_j)x + (x_j - x_k)] / 2A^e \quad (\text{IV-2-11c})$$

avec :

$$2A^e = (x_i \cdot z_j - x_j \cdot z_i) + (x_k \cdot z_i - x_i \cdot z_k) + (x_j \cdot z_k - x_k \cdot z_j) \quad (\text{IV-2-12})$$

A^e étant l'aire du triangle ijk exprimée en fonction des coordonnées nodales et $N_1^e(x,z)$, $N_2^e(x,z)$ et $N_3^e(x,z)$, les fonctions d'interpolation de l'élément e qui sont fonction des coordonnées x et z et qui définissent $h^e(x,z)$ de l'élément e en

fonction des charges nodales h_i , h_j et h_k .
 Les expressions algébriques des fonctions de base de l'élément e
 $N^e_L(x,z)$ peuvent être longues mais peuvent être simples
 intuitivement, si les propriétés suivantes sont utilisées :

- 1 - N^e_{1i} vaut 1 au noeud 1 et 0 aux deux autres noeuds.
- 2 - N^e_{1i} vaut linéairement entre deux noeuds
- 3 - N^e_{1i} vaut $1/3$ au centre de gravité du triangle.
- 4 - N^e_{1i} vaut 0 le long du côté opposé au noeud 1.

2-3-3 - Groupe d'éléments

Un ensemble d'éléments qui contiennent un noeud spécifique L
 forme un groupe autour du noeud 1 (Fig. 2-2a). Dans le groupe, la
 fonction de base $N_{1i}(x,z)$ est définie élément par élément par les
 fonctions de base $N^e_{1i}(x,z)$ dans chaque élément appartenant au
 groupe.

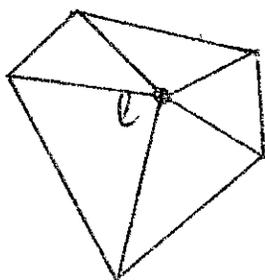


Fig. IV.2.2a

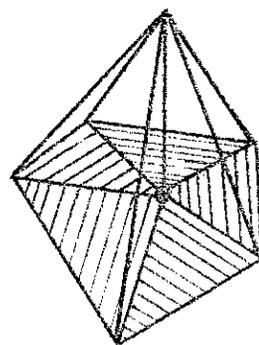


Fig. IV.2.2b

Définition de la fonction de base nodale $N_{1i}(x,z)$
 des éléments de groupe contenant le noeud 1.

- (a) vue en plan des éléments de groupe contenant 1
- (b) vue tridimensionnelle de la fonction de base $N_{1i}(x,z)$.

En dehors du groupe $N_1(x,z)$ vaut 0. Donc, chaque fonction de base $N_1(x,z)$ est de forme pyramidale (Fig. IV-2-2b). La valeur maximale i est directement localisée au noeud L et tend vers 0 pour les autres noeuds.

IV-2-4 - Assemblage de la matrice de conductivité

IV-2-4-1 - Processus

Le système d'équations algébriques étant représenté par l'équation (IV-2-2), on peut construire séquentiellement le système d'équations pour chaque noeud. Une méthode plus efficace que de considérer un seul rang (ou ligne), est de considérer séquentiellement les éléments en incorporant les contributions de l'élément ijk des trois lignes $l = i$, $l = j$ et $l = k$. Le système d'équations sera complet après sommation des contributions du dernier élément.

La définition de N_1 élément par élément indique la continuité entre éléments; les dérivées premières contiennent des pas de discontinuité sur les éléments de contour.

En utilisant le résultat de l'intégration par partie de l'équation (IV-2-7), l'équation (IV-2-2) étant la sommation des intégrales sur les éléments individuels, est alors égale à l'intégrale limite:

$$\int_e \iint \left(\frac{\delta h^*}{\delta x} \frac{\delta N_1}{\delta x} + \frac{\delta h^*}{\delta z} \frac{\delta N_1}{\delta z} \right) dx dz = \int_{\Gamma} \left(\frac{\delta h}{\delta x} n_x + \frac{\delta h}{\delta z} n_z \right) N_1 \cdot d\sigma$$

(IV-2-13)

Il faut remarquer que h est remplacé par h^* à gauche de l'équation.

D'après l'équation (IV-2-10) qui définit $h^e(x,y)$, les termes $\delta h^e/\delta x$ et $\delta h^e/\delta y$ peuvent être écrits en fonction des charges nodales h_i , h_j et h_k et des dérivées des fonctions de base de l'élément :

$$\frac{\delta h^e}{\delta x} = \frac{\delta N_1^e}{\delta x} h_i + \frac{\delta N_2^e}{\delta x} h_j + \frac{\delta N_3^e}{\delta x} h_k \quad (\text{IV.2.14a})$$

$$\frac{\delta h^e}{\delta z} = \frac{\delta N_1^e}{\delta z} h_i + \frac{\delta N_2^e}{\delta z} h_j + \frac{\delta N_3^e}{\delta z} h_k \quad (\text{IV.2.14b})$$

Les dérivées de N_1^e peuvent être écrites en fonction des coordonnées nodales en dérivant l'équation (6-11). Si pour chaque élément, l'équation (IV-2-14) est substituée à gauche de l'équation (6-13), cette dernière devient :

$$G_{1,1} \cdot h_1 + \dots + G_{1,1} \cdot h_1 + \dots + G_{1,3} \cdot h_3 + \dots + G_{1,k} \cdot h_k + \dots + G_{1,N} \cdot h_N = f_1 \quad (\text{IV-2-15})$$

Les expressions explicites pour les contributions de l'élément e des coefficients $G_{1,1}$, $G_{1,3}$ et $G_{1,k}$ sont données dans le chapitre suivant et celles de f_1 sont données par les conditions aux limites.

Le système des N équations, représenté par l'équation (6-15) peut être écrit sous forme matricielle:

$$[G] \{h\} = \{f\} \quad (\text{IV-2-16})$$

La matrice $[G]$ carrée est appelée matrice de conductivité ; la matrice $\{h\}$ est une matrice colonne contenant les charges

e = 1

i j k

i	X	X	X						
j	X	X	X						
k	X	X	X						

e = 2

i j k

i		X	X		X				
j		X	X		X				
k		X	X		X				

e = 3

i j k

i		X		X	X				
j		X		X	X				
k		X		X	X				

e = 4

i j k

i				X	X	X			
j				X	X	X			
k				X	X	X			

nodales h_i et la matrice $\{f\}$ est aussi une matrice colonne contenant les conditions aux limites.

La raison pour laquelle $[G]$ est appelée matrice de conductivité n'est pas aussi évidente pour l'équation de LAPLACE. Si la conductivité hydraulique n'est pas considérée dans l'équation générale, il apparaît comme un facteur multiplicateur dans l'équation (IV-2-13) et entre dans $[G]$.

IV-2-4-2 - Matrice de conductivité d'un élément

La division du domaine en éléments permet d'évaluer les intégrales de l'équation (IV-2-13) pour chaque élément. Une fonction de base N_i est non nulle, seulement, sur le groupe d'éléments autour du noeud i . Donc la double intégrale sur l'élément e est non nulle seulement si l'élément est dans le groupe autour de i et N_i est définie dans l'élément comme fonction de base de l'élément N_i^e .

Autrement dit, un élément e a les noeuds i, j et k qui contribuent seulement à trois équations, l'élément e contribue aux termes h_i, h_j et h_k , c'est à dire dans trois lignes et trois colonnes pour les coefficients de la matrice $[G]$. La contribution d'un élément e peut être écrite d'une matrice 3×3 .

$$[G^e] = \begin{bmatrix} G^e_{ii} & G^e_{ij} & G^e_{ik} \\ G^e_{ji} & G^e_{jj} & G^e_{jk} \\ G^e_{ki} & G^e_{kj} & G^e_{kk} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.2.17})$$

où $[G^e]$ est la matrice de conductivité de l'élément e .

Les termes individuels de $[G^e]$ sont déterminés en évaluant la double intégrale sur l'élément e de l'équation (IV-2-13).

La fonction de base N_1 étant remplacée par N_1^e d'après la description précédente.

$$\iint \left(\frac{\delta h^e}{\delta x} \frac{\delta N_1^e}{\delta x} + \frac{\delta h^e}{\delta z} \frac{\delta N_1}{\delta z} \right) dx dz = \iint_e \left(\frac{\delta N_1^e}{\delta x} h_i + \frac{\delta N_2^e}{\delta x} h_j + \frac{\delta N_k^e}{\delta x} h_k \right) \frac{\delta N_1^e}{\delta x} dx dz$$

$$+ \left[\frac{\delta N_1^e}{\delta z} h_i + \frac{\delta N_2^e}{\delta z} h_j + \frac{\delta N_k^e}{\delta z} h_k \right] \frac{\delta N_1^e}{\delta z} dx dz \quad (\text{IV.2.18})$$

où $l = i, j, k$

La fonction à intégrer qui comporte les dérivées premières des fonctions de base est indépendante de x et de z car les fonctions de base sont linéaires en x et z . Dans ce cas, le résultat de l'intégration est la fonction à intégrer, multipliée par l'aire de l'élément A^e :

$$\iint \left(\frac{\delta h^e}{\delta x} \frac{\delta N_1^e}{\delta x} + \frac{\delta h^e}{\delta z} \frac{\delta N_1}{\delta z} \right) dx dz = A^e \left(\frac{\delta N_1^e}{\delta x} \frac{\delta N_1^e}{\delta x} + \frac{\delta N_1^e}{\delta z} \frac{\delta N_1^e}{\delta z} \right) h_i$$

$$+ A^e \left(\frac{\delta N_2^e}{\delta x} \frac{\delta N_1^e}{\delta x} + \frac{\delta N_2^e}{\delta z} \frac{\delta N_1^e}{\delta z} \right) h_j$$

$$+ A^e \left(\frac{\delta N_k^e}{\delta x} \frac{\delta N_1^e}{\delta x} + \frac{\delta N_k^e}{\delta z} \frac{\delta N_1^e}{\delta z} \right) h_k$$

(IV.2.19)

où $l = i, j, \text{ ou } k$

Les coefficients de h_i, h_j et h_k de l'équation (IV-2-19) sont les données en colonnes le long du rang l de la matrice de

conductivité de l'élément, c'est à dire :

$$G_{1,1}^e = A^e \left(\frac{\delta N_{1x}^e}{\delta x} \frac{\delta N_{1x}^e}{\delta x} + \frac{\delta N_{1z}^e}{\delta z} \frac{\delta N_{1z}^e}{\delta z} \right) \quad (\text{IV.2.20a})$$

$$G_{1,2}^e = A^e \left(\frac{\delta N_{2x}^e}{\delta x} \frac{\delta N_{1x}^e}{\delta x} + \frac{\delta N_{2z}^e}{\delta z} \frac{\delta N_{1z}^e}{\delta z} \right) \quad (\text{IV.2.20b})$$

$$G_{1,k}^e = A^e \left(\frac{\delta N_{kx}^e}{\delta x} \frac{\delta N_{1x}^e}{\delta x} + \frac{\delta N_{kz}^e}{\delta z} \frac{\delta N_{1z}^e}{\delta z} \right) \quad (\text{IV.2.20c})$$

IV-2-4-3 - Matrice de conductivité GLOBALE

La matrice de conductivité de l'élément représente la contribution de cet élément aux trois lignes et trois colonnes de la matrice [G] de l'équation (IV-2-16), appelée matrice de conductivité globale. La sommation dans l'équation (IV-2-13) de tous les éléments conduit à :

$$G_{1,1} = \sum_e G_{1,1}^e \quad (\text{IV-2-21})$$

pour tous les 1 et 1

Il faut noter que la matrice [G] n'est pas construite ligne par ligne. Les contributions des éléments de la matrice globale sont séparés par les paires d'indices 1,i ; 1,j et 1,k dans l'équation (IV-2-20) puisque les éléments sont considérés individuellement. Le processus est illustré par la figure (IV-2-3)

X	X	X						
X	X	X	X	X				
X	X	X		X				
	X		X	X	X			
	X	X	X	X	X	X		
			X	X	X	X	X	
				X	X	X	X	
					X	X	x	

Matrice globale

L'élément (1) , par exemple , est défini par les noeuds $i = 1$, $j = 2$ et $k = 3$. Les neuf valeurs que contient la matrice de l'élément 1 ($[G^{e=1}]$) sont disposées suivant les indices correspondants afin de les localiser correctement dans la matrice globale.

Le processus est effectué pour chacun des six éléments et la sommation des contributions de chaque élément donne une configuration finale de la matrice globale.

La définition des contributions des matrices des éléments (équation IV 2-20) implique que la matrice est symétrique , c'est à dire $G_{i,j,i} = G_{j,i,i}$. Ainsi la matrice globale de conductivité est symétrique , c'est à dire $G_{i,j,i} = G_{j,i,i}$ pour tous les i et j .

L'assemblage de la matrice globale est uniquement constituée de termes géométrique , c'est à dire fonction de base uniquement si le milieu est hétérogène ou anisotrope , la matrice globale

devrait comporter les conductivités hydrauliques . La matrice de conductivité de l'élément e (équation 6-20 a) aurait pour expression :

$$G_{1,1}^e = A^e [K_x^e (\delta N_{1,1}^e / \delta x) (\delta N_{1,1}^e / \delta x) + K_z^e (\delta N_{1,1}^e / \delta z) (\delta N_{1,1}^e / \delta z)] \quad (IV.2.22)$$

Avec K_x^e et K_z^e perméabilités de l'élément considéré e suivant les axes Ox et Oz.

Les propriétés physiques du milieu poreux peuvent varier d'un élément à un autre , mais dans cette dernière équation , K_x^e et K_z^e restent constantes sur chaque élément.

1

IV 2-5 CONDITIONS AUX LIMITES

Les conditions aux limites sont de deux sortes :

- Flux
- Charge.

Le membre droit de l'équation (IV 2-13) est une intégrale limite proportionnelle à une moyenne pondérée du flux normal. La présence de cette intégrale limite où est connu le débit limite peut être en contradiction pour une limite le long de laquelle les charges sont spécifiées.

Pour la l-ième équation , la l-ième fonction de base N_l est la fonction de pondération. Donc les composantes du vecteur colonne {f} de l'équation (IV 2-16) sont données par l'intégrale limite de l'équation (IV 2-13) (une pour chaque fonction nodale N_l).

Si l est un noeud interieur et qu'aucun côté des éléments dans le groupe autour de l ne fait partie de la limite , alors N_l est nulle sur toute la limite . Et même si un côté d'un élément dans le groupe fait partie de la limite , il sera du côté opposé de l et N_l sera nulle le long de ce côté limite.

L'intégrale entière doit être nulle pour tous les noeuds :

intérieurs L car N_1 est une fonction de poids de l'intégrale limite dans l'équation (IV 2-13). En définitif f_1 est nul si l'indice l présente un noeud intérieur quelles que soient les conditions aux limites.

IV 2-5-1 FLUX SPECIFIE

Soit l un noeud limite sur une limite à travers laquelle le flux normal est spécifié (Figure IV 2-4).

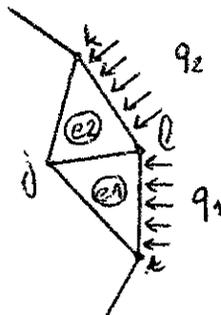


FIG.IV.2.4 Traitement d'un élément pour un écoulement limite spécifié

En appliquant la loi de DARCY, L'équation (IV.2.13) peut être écrite sous la forme de flux spécifié :

$$\int_{\Gamma} \left(\frac{\delta h}{\delta x} n_x + \frac{\delta h}{\delta z} n_z \right) N_1 d\sigma = \int_i^l \frac{q_1}{K} N_1(\sigma) d\sigma + \int_i^l \frac{q_2}{K} N_1(\sigma) d\sigma \quad (\text{IV.2.23})$$

où K est la conductivité hydraulique et σ une variable généralisée représentant la distance le long de la limite.

Par convention de signe, q_1 et q_2 sont positifs lorsque le flux

est entrant ou dirigé vers l'intérieur de la limite.

L'intégrale limite est non nulle aussi sur les deux segments il et lk car N_i vaut zéro au delà des noeuds i et k .

La fonction d'interpolation N_i varie linéairement de 1 à 0 entre les noeuds l et i et l et k . Donc, les intégrales peuvent être effectuées pour avoir la lième donnée du vecteur $\{f\}$ qui est :

$$f_L = q_1/K \cdot il/2 + q_2/K \cdot lk/2 \quad (\text{IV 2-24}).$$

où il est la distance entre les noeuds i et l et lk la distance entre noeuds l et k .

Le flux volumétrique à travers un côté est distribué équitablement aux deux aux deux noeuds constituant le côté.

En résumé, les conditions aux limites de l'écoulement sont incorporées dans le vecteur $\{f\}$ de l'équation (IV 2-16). Pour tous les noeuds intérieurs ou pour tous les noeuds sur une limite sans écoulement f_i vaut zéro, tandis que pour les noeuds limites situés sur une limite d'écoulement spécifié, f_i est donné par l'équation (IV 2-23).

IV 2-5-2 CHARGE SPECIFIE

Lorsque la charge nodale h_i est connue, la l ième équation est en surnombre et la valeur de l'intégrale limite f_i ne compte plus puisque la l ième équation est éliminée.

Le système complet des équations représenté par l'équation (IV 2.16) est résolu par itération.

Les conditions limites fixées ou connues mènent à une réduction du nombre d'inconnues. La valeur de f_i pour une limite nodale l n'importe pas et peut être posée égale à zéro.

IV 2-6 ORGANIGRAMME

IV 2-6-1 Présentation

Les concepts et les équations des chapitres IV 3, IV 4, IV 5 sont implémentés dans le programme qui est complet en lui-même et ne requiert pas de sous-programmes. Il illustre l'architecture générale de tous les programmes d'éléments finis.

Le programme élaboré est divisé en trois blocs principaux (Fig. IV 2-5):

BLOC 1: Données des coordonnées nodales et des éléments.

Spécification des noeuds limites avec les charges fixées et des approximations initiales pour les noeuds intérieurs.

BLOC 2: Construction de la matière globale de conductivité par sommation des contributions de chaque élément.

BLOC 3: Résolution du système d'équation par iteration.

IV 2-6-2 Détermination de la surface libre

Le problème réside dans la détermination de la surface libre BC (Fig. 2-1) puis l'analyse du domaine d'écoulement dans le barrage pour déterminer la pression interstitielle.

On impose sur cette surface libre (choisie arbitrairement) la condition de NEUMANN $\partial\phi/\partial n$ et vérifions la condition de DIRICHLET $\phi = z$. D'où les différentes opérations du calcul itératif, par amélioration pas à pas, de la position de la surface libre en fonction du champ de pression obtenu à chaque approximation.

Le degré de convergence est repéré par deux critères:

- $\sum | \theta_r - z_r |$ sur la surface libre

- $\sum | \theta_{r(s)} - \theta_{r(s-1)} |$ entre les résultats des itérations (s) et (s-1)

Il est nécessaire que ces deux quantités soient suffisamment petites simultanément pour être sûr la convergence.

IV 2-6-3 METHODE DE RESOLUTION

La méthode de résolution utilisé est celle de GAUSS-SEIDEL. La lieme equation linéaire est

$$\sum_{N=1}^N G_{1,N} \cdot h_N = 0 \quad (\text{IV 2-25})$$

La solution de l'équation (IV 2-25) est :

$$h_1 = - \frac{1}{G_{1,1}} \left(\sum_{N=1}^N G_{N,1} \cdot h_N \right) \quad (\text{IV.2.26})$$

B
L
O
C
1

ENTREE DES DONNEES
- coordonnées
- éléments
- conditions aux limites

B
L
O
C
2

$\delta\theta/\delta n = 0$ sur la surface libre

Construction des matrices de
conductivité des éléments

Assemblage de la
matrice globale

$\theta = Z$

B
L
O
C
3

Détermination de la charge θ

Test .

NON

$|\theta - z| \leq 10^{-2}$

OUI

RESULTATS

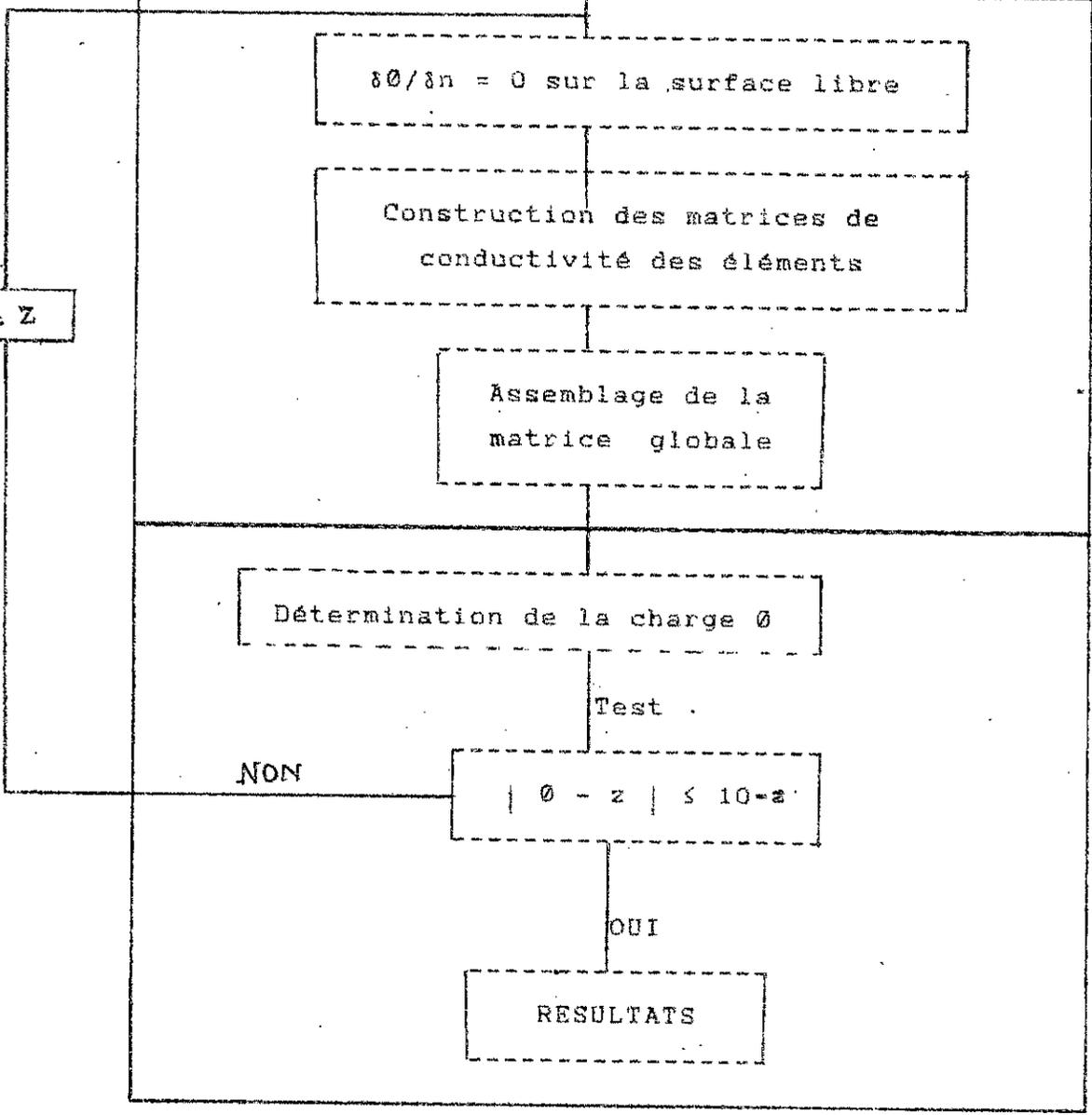


FIG. IV.2.5 ORGANIGRAMME

IV 2-7 RESULTATS ET DISCUSSION

Les maillages et les surfaces libres des barrages sont données sous forme de figures (Fig.IV 2-6 , 7 , 11 et 12). Les données et les résultats du programme d'éléments finis sont données sous forme de listings (Fig.IV 2-8 , 9 et 10).

Les données , par exemple pour le barrage à suintement , sont les suivantes:

- $\theta = 29,00$ m , pour les noeuds 1 à 21 du parement amont
- $\theta = 0,90$ m , pour les noeuds 76 et 77
- $\theta = z$, pour les noeuds 56 à 74 du parement amont
- $\theta = z$ et $\partial\theta/\partial n = 0$, pour les noeuds 30 à 51 de la surface libre
- $\partial\theta/\partial n = 0$, pour les noeuds 1 à 77 de la fondation imperméable.

Les surfaces libres obtenues par la méthode des éléments finis sont rapidement déterminées. Seule la préparation des données du maillage (coordonnées des noeuds, conditions-aux-limites, numérotation des éléments) et leurs introductions dans le programme ont pris du temps.

Le nombre d'itération est beaucoup plus élevé pour le barrage avec drainage (28) que pour celui du barrage avec suintement (06) du fait du domaine d'écoulement plus restreint dans le deuxième cas.

On remarque un écart admissible de 8 % entre les surfaces libres obtenues par analogie visqueuse et par la méthode numérique utilisée.(Fig IV 2-9 et 10). C'est dû probablement au phénomène de capillarité , et afin de le diminuer , il faudra tenir compte dans l'étude numérique de la zone non saturée qui est difficile à détecter.

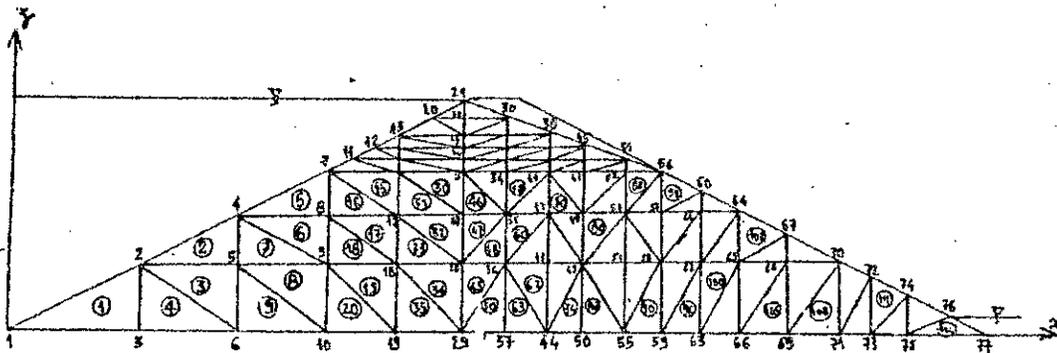


FIG. IV-2-6 Maillage en régime permanent du barrage
à écoulement

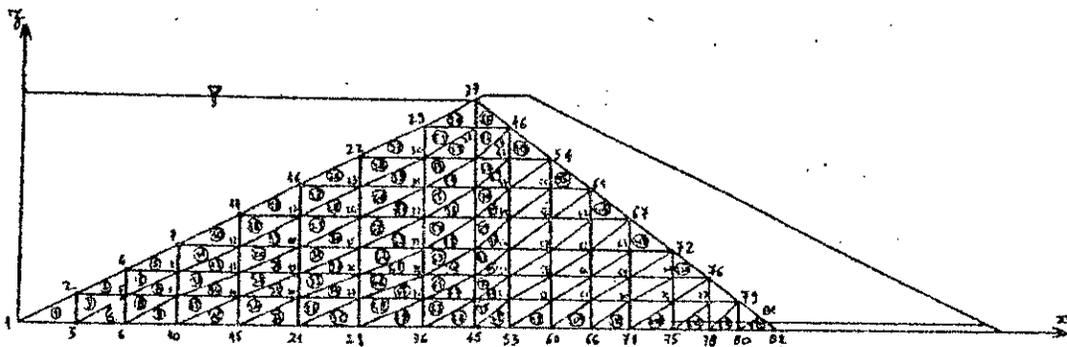


FIG. IV-2-7 Maillage en régime permanent du barrage
avec tapis filtrant

 * DONNEES DU BARRAGE A SUINTEMENT *
 * EN REGIME PERMANENT *

77	114		
0.00	0.00	1	29.00
16.00	8.00	1	29.00
16.00	0.00	0	0.00
30.00	15.00	1	29.00
30.00	8.00	0	0.00
30.00	0.00	0	0.00
43.00	20.50	1	29.00
43.00	15.00	0	0.00
43.00	8.00	0	0.00
43.00	0.00	0	0.00
46.00	23.00	2	29.00
49.00	24.50	1	29.00
52.00	26.00	1	29.00
52.00	24.50	0	0.00
52.00	23.00	0	0.00
52.00	21.50	0	0.00
52.00	15.00	0	0.00
52.00	8.00	0	0.00
52.00	0.00	0	0.00
55.00	27.50	1	29.00
58.00	29.00	1	29.00
58.00	27.50	0	0.00
58.00	26.00	0	0.00
58.00	24.50	0	0.00
58.00	23.00	0	0.00
58.00	21.50	0	0.00
58.00	15.00	0	0.00
58.00	8.00	0	0.00
58.00	0.00	0	0.00
63.40	27.50	0	0.00
63.40	26.00	0	0.00
63.40	24.50	0	0.00
63.40	23.00	0	0.00
63.40	21.50	0	0.00
63.40	15.00	0	0.00
63.40	8.00	0	0.00
63.40	0.00	0	0.00
68.80	26.00	0	0.00
68.80	24.50	0	0.00
68.80	23.00	0	0.00
68.80	21.50	0	0.00
68.80	15.00	0	0.00
68.80	8.00	0	0.00
68.80	0.00	0	0.00
74.20	24.50	0	0.00
74.20	23.00	0	0.00
74.20	21.50	0	0.00
74.20	15.00	0	0.00
74.20	8.00	0	0.00
74.20	0.00	0	0.00
79.60	23.00	0	0.00
79.60	21.50	0	0.00
79.60	15.00	0	0.00
79.60	8.00	0	0.00
79.60	0.00	0	0.00
84.30	20.85	1	20.85
84.30	15.00	0	0.00
84.30	8.00	0	0.00
84.30	0.00	0	0.00
90.00	18.00	1	18.00
90.00	12.00	0	0.00
90.00	6.00	0	0.00
90.00	0.00	0	0.00
96.00	15.00	1	15.00
96.00	8.00	0	0.00
96.00	0.00	0	0.00

(suite)

102.00	12.00	1	12.00
102.00	6.00	0	0.00
102.00	0.00	0	0.00
108.00	9.00	1	9.00
108.00	0.00	0	0.00
114.00	6.00	1	6.00
114.00	0.00	0	0.00
118.00	4.00	1	4.00
118.00	0.00	0	0.00
124.20	0.90	1	0.90
26.00	0.00	1	0.90
1	3	2	
2	5	5	
2	6	6	
2	3	7	
4	8	8	
4	9	9	
4	5	9	
5	10	9	
5	6	10	
12	13	10	
12	15	13	
12	11	14	
11	16	15	
11	7	16	
7	17	16	
7	8	17	
8	18	17	
9	19	18	
9	10	18	
9	11	19	
20	22	21	
20	23	22	
20	13	22	
11	24	23	
11	14	23	
11	15	24	
14	15	25	
15	26	25	
15	16	26	
16	27	26	
16	17	27	
17	28	27	
17	18	28	
18	29	28	
18	19	29	
21	22	30	
22	23	30	
22	31	30	
22	24	31	
22	32	31	
22	33	32	
22	34	32	
22	35	33	
22	36	33	
22	37	34	
22	38	34	
22	39	35	
22	40	35	
22	27	35	
22	28	35	
22	36	35	
22	39	36	
22	40	36	
30	37	37	
30	38	38	
30	39	38	
30	40	38	
32	39	39	
32	40	39	

(suite)

33	34	40
34	41	40
34	35	41
35	42	41
35	36	42
36	43	42
36	44	43
36	37	44
38	39	45
39	40	45
40	46	45
40	41	46
41	47	46
41	48	47
41	42	48
42	49	48
42	43	49
43	44	49
44	50	49
45	46	51
46	47	51
47	52	51
47	48	52
48	53	52
48	49	53
49	54	53
49	55	54
49	50	55
51	52	56
52	53	56
53	57	56
53	58	57
53	54	58
54	55	58
55	59	58
56	57	60
57	61	60
57	58	61
58	62	61
58	59	62
59	63	62
60	61	64
61	62	64
62	65	64
62	63	65
63	66	65
64	65	67
65	68	67
65	66	68
66	69	68
67	68	70
68	69	70
69	71	70
70	71	72
71	73	72
72	73	74
73	75	74
74	75	76
75	77	76

FIG. IV-2-8 DONNEES EN REGIME PERMANENT
DU BARRAGE A SUINTEMENT

 * RESULTATS DU BARRAGE A SUINTEMENT *
 * EN REGIME PERMANENT *

NOMBRE D ITERATIONS= 6

NOEÛD	COORDONNEES		CHARGE	PRESSION
1	0.00	0.00	29.00	29.00
2	16.00	8.00	29.00	21.00
3	16.00	0.00	28.96	28.96
4	30.00	15.00	29.00	14.00
5	30.00	8.00	28.76	20.76
6	30.00	0.00	28.66	28.66
7	43.00	20.50	29.00	8.50
8	43.00	15.00	28.44	13.44
9	43.00	8.00	28.00	20.00
10	43.00	0.00	27.84	27.84
11	46.00	23.00	29.00	6.00
12	49.00	24.50	29.00	4.50
13	52.00	26.00	29.00	3.00
14	52.00	24.50	28.71	4.21
15	52.00	23.00	28.44	5.44
16	52.00	21.50	28.21	6.71
17	52.00	15.00	27.44	12.44
18	52.00	8.00	26.94	18.94
19	52.00	0.00	26.75	26.75
20	55.00	27.50	29.00	1.50
21	58.00	29.00	29.00	0.00
22	58.00	27.50	28.51	1.01
23	58.00	26.00	28.10	2.10
24	58.00	24.50	27.76	3.26
25	58.00	23.00	27.47	4.47
26	58.00	21.50	27.22	5.72
27	58.00	15.00	26.48	11.48
28	58.00	8.00	25.96	17.96
29	58.00	0.00	25.76	25.76
30	63.40	26.55	26.55	0.00
31	63.40	23.90	26.28	2.38
32	63.40	21.24	26.01	4.77
33	63.40	18.59	25.76	7.18
34	63.40	15.93	25.54	9.61
35	63.40	10.62	25.05	14.43
36	63.40	5.31	24.79	19.47
37	63.40	0.00	24.68	24.68
38	68.80	24.87	24.87	0.00
39	68.80	22.11	24.67	2.56
40	68.80	19.34	24.47	5.12
41	68.80	16.58	24.26	7.68
42	68.80	11.05	23.82	12.76
43	68.80	5.53	23.53	18.00
44	68.80	0.00	23.43	23.43
45	74.20	23.33	23.33	0.00
46	74.20	20.41	23.14	2.73

47	74.20	17.50	22.94	5.44
48	74.20	11.66	22.44	10.78
49	74.20	5.83	22.12	16.29
50	74.20	0.00	22.01	22.01
51	79.60	21.86	21.86	0.00
52	79.60	18.74	21.66	2.92
53	79.60	12.49	20.96	8.47
54	79.60	6.25	20.56	14.31
55	79.60	0.00	20.41	20.41
56	84.30	20.85	20.85	0.00
57	84.30	15.00	19.79	4.79
58	84.30	8.00	19.09	11.09
59	84.30	0.00	18.86	18.86
60	90.00	18.00	18.00	0.00
61	90.00	12.00	17.31	5.31
62	90.00	6.00	16.91	10.91
63	90.00	0.00	16.77	16.77
64	96.00	15.00	15.00	0.00
65	96.00	8.00	14.52	6.52
66	96.00	0.00	14.33	14.33
67	102.00	12.00	12.00	0.00
68	102.00	6.00	11.77	5.77
69	102.00	0.00	11.68	11.68
70	108.00	9.00	9.00	0.00
71	108.00	0.00	8.85	8.85
72	114.00	6.00	6.00	0.00
73	114.00	0.00	5.88	5.88
74	118.00	4.00	4.00	0.00
75	118.00	0.00	3.69	3.69
76	124.20	0.90	0.90	0.00
77	126.00	0.00	0.90	0.90

100-1-RESULTS OF RE-APPROVAL
 TO PARAGRAPH 2. STATEMENT

 * PRESSION INTERSTITIELLE DANS *
 * LE BARRAGE A TAPIS FILTRANT *

NOMBRE D ITERATIONS = 28

NOEUD	COORDONNEES		CHARGE	PRESSION
1	0.00	0.00	29.00	29.00
2	7.00	3.50	29.00	25.50
3	7.00	0.00	29.00	29.00
4	14.00	7.00	29.00	22.00
5	14.00	3.50	28.97	25.47
6	14.00	0.00	28.96	28.96
7	21.00	10.50	29.00	18.50
8	21.00	7.00	28.90	21.90
9	21.00	3.50	28.85	25.35
10	21.00	0.00	28.83	28.83
11	28.00	14.00	29.00	15.00
12	28.00	10.50	28.80	18.30
13	28.00	7.00	28.66	21.66
14	28.00	3.50	28.57	25.07
15	28.00	0.00	28.54	28.54
16	35.00	17.50	29.00	11.50
17	35.00	14.00	28.65	14.65
18	35.00	10.50	28.38	17.88
19	35.00	7.00	28.18	21.18
20	35.00	3.50	28.07	24.57
21	35.00	0.00	28.03	28.03
22	42.00	21.00	29.00	8.00
23	42.00	17.50	28.48	10.98
24	42.00	14.00	28.00	14.00
25	42.00	10.50	27.64	17.14
26	42.00	7.00	27.39	20.39
27	42.00	3.50	27.25	23.75
28	42.00	0.00	27.20	27.20
29	49.00	24.50	29.00	4.50
30	49.00	21.00	28.32	7.32
31	49.00	17.50	27.83	10.33
32	49.00	14.00	26.83	12.83
33	49.00	10.50	26.46	15.96
34	49.00	7.00	26.20	19.20
35	49.00	3.50	26.03	22.53
36	49.00	0.00	25.97	25.97
37	58.00	29.00	29.00	0.00
38	58.00	24.50	27.27	2.77
39	58.00	21.00	26.32	5.32
40	58.00	17.50	25.52	8.02
41	58.00	14.00	24.86	10.86
42	58.00	10.50	24.37	13.87
43	58.00	7.00	24.05	17.05
44	58.00	3.50	23.85	20.35
45	58.00	0.00	23.68	23.68

46	61.00	26.96	26.96	0.00
47	61.00	23.11	25.93	2.83
48	61.00	19.25	25.19	5.93
49	61.00	15.40	24.25	8.84
50	61.00	11.55	23.60	12.04
51	61.00	7.70	23.20	15.49
52	61.00	3.85	23.09	19.24
53	61.00	0.00	22.44	22.44
54	65.00	24.67	24.67	0.00
55	65.00	20.56	24.58	4.03
56	65.00	16.44	23.11	6.66
57	65.00	12.33	22.26	9.92
58	65.00	8.22	21.73	13.51
59	65.00	4.11	21.31	17.20
60	65.00	0.00	21.42	21.42
61	69.00	21.74	21.74	0.00
62	69.00	17.39	21.22	3.83
63	69.00	13.04	20.55	7.51
64	69.00	8.70	20.15	11.45
65	69.00	4.35	19.79	15.44
66	69.00	0.00	19.69	19.69
67	74.00	20.09	20.09	0.00
68	74.00	15.07	19.09	4.02
69	74.00	10.05	18.30	8.25
70	74.00	5.02	17.65	12.63
71	74.00	0.00	17.33	17.33
72	79.00	17.63	17.63	0.00
73	79.00	11.75	16.47	4.72
74	79.00	5.88	15.32	9.45
75	79.00	0.00	14.40	14.40
76	84.00	14.94	14.94	0.00
77	84.00	7.47	13.10	5.63
78	84.00	0.00	10.52	10.52
79	89.00	12.28	12.28	0.00
80	89.00	0.00	5.69	5.69
81	90.50	11.21	11.21	0.00
82	92.00	0.00	1.00	1.00

FIG-IV-2-10 RESULTATS EN REGIME PERMANENT
DU BARRAGE A TAPIS FILTRANT

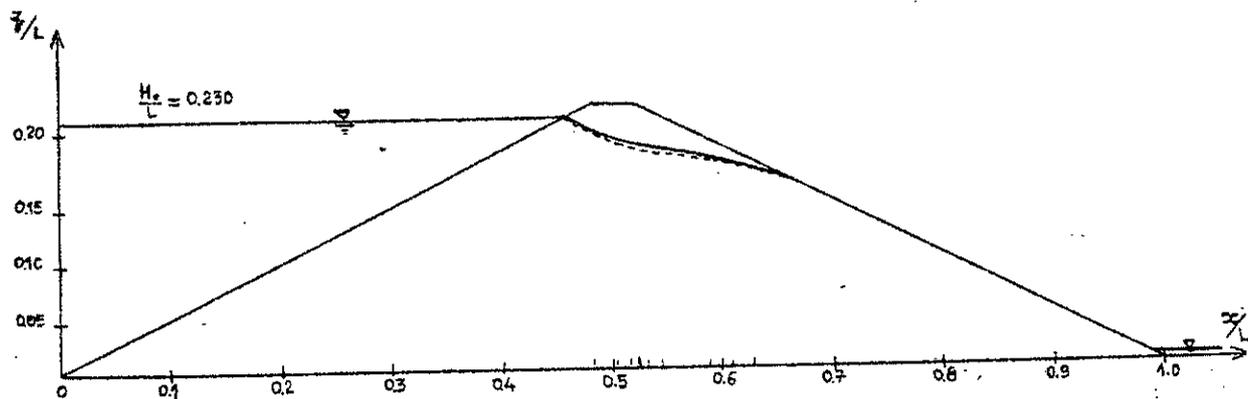


FIG.IV-2-11 Comparaison des surfaces libres en régime permanent du barrage à suintement

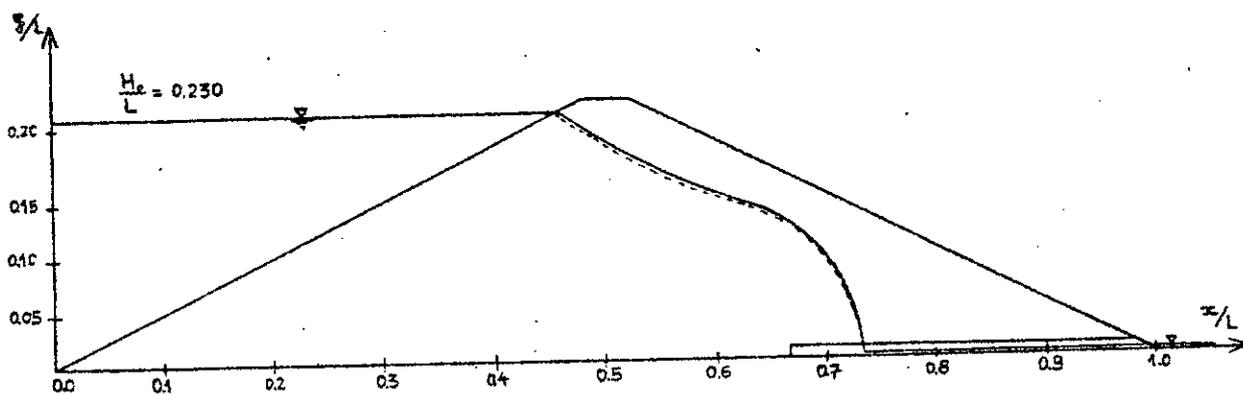


FIG.IV-2-12 Comparaison des surfaces libres en régime permanent du barrage avec tapis filtrant

IV 3 PROGRAMME ADAPTE POUR LE CAS DE LA VIDANGE RAPIDE

L'étude de la vidange rapide par la méthode des éléments finis a été adaptée à partir du problème de transfert de chaleur non stationnaire dans une plaque donnée en exemple par DHATT et TOUZOT [17].

Dans une vidange rapide, on suppose la surface libre est fixe, c'est -à-dire qu'elle conserve la position établie en régime permanent et que seul le niveau amont de la retenue varie. Ainsi les conditions aux limites à imposer sont les suivantes:

- Sur la surface libre: $\theta = z$
- Sur le parement amont :
 - $\theta = z$ pour les noeuds situés au-dessus du niveau d'eau après vidange
 - $\theta = H$ est la hauteur d'eau après vidange pour les noeuds situés au-dessous d'eau après vidange.
- Sur le parement aval:
 - * $\theta = z$ uniquement pour le barrage à suintement
 - * Pour la surface libre et la fondation impénétrable: $\partial\theta/\partial n = 0$

Par exemple, pour une vidange rapide de 25 % de la retenue du barrage à suintement, on a les conditions suivantes (la charge initiale étant de 29,00 m):

- $\theta = 21,75$ m, pour les noeuds 1 à 54 du parement amont
- $\theta = z$, pour les noeuds 55 à 88 du parement amont
- $\theta = z$, pour les noeuds 145 à 182 du parement aval
- $\theta = z$, pour les noeuds 95 à 136 de la surface libre
- $\partial\theta/\partial n = 0$, pour les noeuds 1 à 83 de la fondation impénétrable et 95 à 136 de la surface libre.

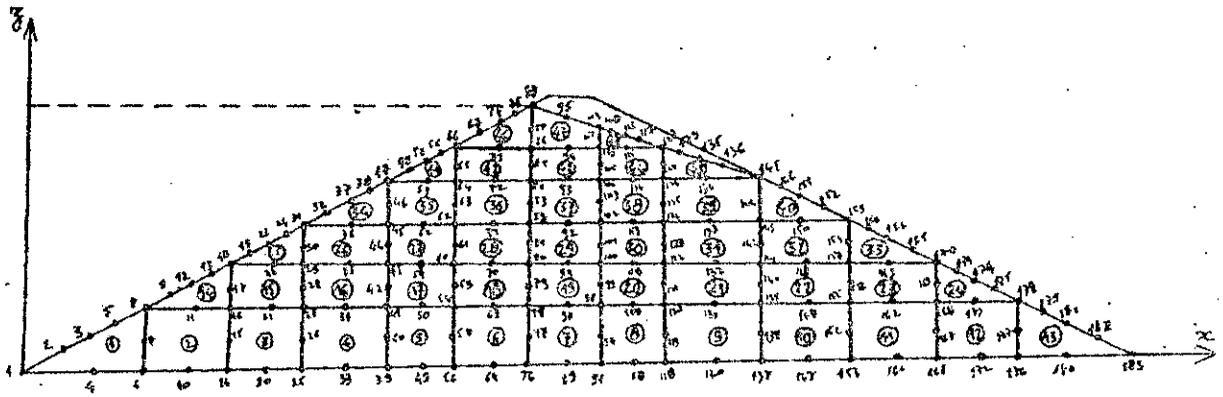


FIG. IV-2-13 Maillage en vidange rapide du barrage
à suiteant

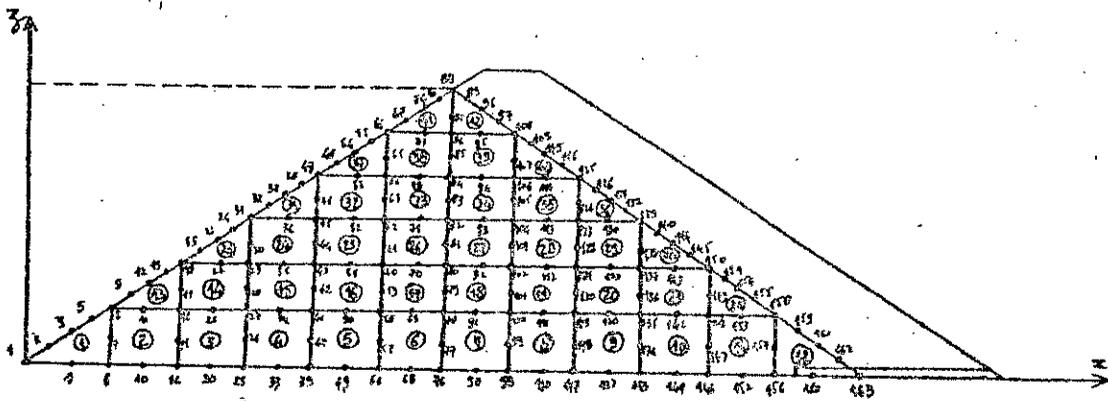


FIG. IV-2-14 Maillage en vidange rapide du barrage
avec tapis filtrant

 * VIDANGE DE 25% de la CHARGE DE LA RETENUE *
 * du barrage a suintement *

(Suite)

COMT
 VIDANGE DE 25% DE LA RETENUE
 DU BARRAGE A SUINTEMENT

COOR

COOR	1	2				
183						
1	0.00	0.00		65	48.30	21.70
2	2.40	1.20		66	48.30	24.15
3	4.80	2.40		67	50.80	25.40
4	4.80	0.00		68	53.10	0.00
5	7.20	3.60		69	53.10	4.83
6	9.66	0.00		70	53.10	9.66
7	9.66	2.40		71	53.10	14.49
8	9.66	4.83		72	53.10	19.32
9	12.00	6.00		73	53.10	24.15
10	14.50	0.00		74	53.10	26.55
11	14.50	4.83		75	55.50	27.75
12	14.50	7.25		76	58.00	0.00
13	16.90	8.45		77	58.00	2.41
14	19.32	0.00		78	58.00	4.83
15	19.32	2.40		79	58.00	7.24
16	19.32	4.83		80	58.00	9.66
17	19.32	7.25		81	58.00	12.07
18	19.32	9.66		82	58.00	14.49
19	21.74	10.87		83	58.00	16.90
20	24.14	0.00		84	58.00	19.32
21	24.14	4.83		85	58.00	21.70
22	24.14	9.66		86	58.00	24.15
23	24.14	12.07		87	58.00	26.55
24	26.60	13.30		88	58.00	29.00
25	28.98	0.00		89	60.70	0.00
26	28.98	2.40		90	60.70	4.83
27	28.98	4.83		91	60.70	9.66
28	28.98	7.25		92	60.70	14.49
29	28.98	9.66		93	60.70	19.32
30	28.98	12.07		94	60.70	24.15
31	28.98	14.49		95	60.70	27.50
32	31.40	15.70		96	63.40	0.00
33	33.80	0.00		97	63.40	2.41
34	33.80	4.83		98	63.40	4.83
35	33.80	9.66		99	63.40	7.24
36	33.80	14.49		100	63.40	9.66
37	33.80	16.90		101	63.40	12.07
38	36.20	18.10		102	63.40	14.49
39	38.64	0.00		103	63.40	16.90
40	38.64	2.41		104	63.40	19.32
41	38.64	4.83		105	63.40	21.70
42	38.64	7.24		106	63.40	24.15
43	38.64	9.66		107	63.40	26.55
44	38.64	12.07		108	63.40	26.50
45	38.64	14.49		109	65.20	26.00
46	38.64	16.90		110	66.10	0.00
47	38.64	19.32		111	66.10	4.83
48	42.00	21.00		112	66.10	9.66
49	43.40	0.00		113	66.10	14.49
50	43.40	4.83		114	66.10	19.32
51	43.40	9.66		115	66.10	24.15
52	43.40	14.49		116	66.10	25.50
53	43.40	19.32		117	67.00	25.00
54	43.40	21.70		118	68.80	0.00
55	45.80	22.90		119	68.80	2.41
56	48.30	0.00		120	68.80	4.83
57	48.30	2.41		121	68.80	7.24
58	48.30	4.83		122	68.80	9.66
59	48.30	7.24		123	68.80	12.07
60	48.30	9.66		124	68.80	14.49
61	48.30	12.07		125	68.80	16.90
62	48.30	14.49		126	68.80	19.32
63	48.30	16.90		127	68.80	21.70
64	48.30	19.32		128	68.80	24.50
				129	74.00	24.00
				130	76.65	0.00
				131	76.65	4.83
				132	76.65	9.66
				133	76.65	14.49
				134	76.65	19.32

(Suite)

2	116	25.00
2	117	24.50
2	128	24.00
2	129	23.50
2	135	23.00
2	136	20.85
2	145	19.0
2	146	18.0
2	151	16.0
2	152	14.25
2	159	13.50
2	160	11.50
2	164	10.50
2	165	9.00
2	170	8.50
2	171	7.50
2	174	6.50
2	175	4.83
2	178	3.63
2	179	2.41
2	181	1.20
2	182	0.90
2	183	

0

PREL

1.1.OE-6.1.OE-6.1.OE-6.5.OE+1

0

ELEM

48	8	1												
1	1	0	1	1	1	1	4	6	7	8	5	3	2	
2	1	0	1	1	1	6	10	14	15	16	11	8	7	
3	1	0	1	1	1	14	20	25	26	27	21	16	15	

(Suite)

4	1	0	1	1	1	25	33	39	40	41	34	27	26
5	1	0	1	1	1	39	49	56	57	58	50	41	40
6	1	0	1	1	1	56	68	76	77	78	69	58	57
7	1	0	1	1	1	76	89	96	97	98	90	78	77
8	1	0	1	1	1	96	110	118	119	120	111	98	97
9	1	0	1	1	1	118	130	137	138	139	131	120	119
10	1	0	1	1	1	137	147	153	154	155	148	139	138
11	1	0	1	1	1	153	161	166	167	168	162	155	154
12	1	0	1	1	1	166	172	176	177	178	173	168	167
13	1	0	1	1	1	176	180	183	182	181	179	178	177
14	1	0	1	1	1	8	11	16	17	18	13	12	9
15	1	0	1	1	1	16	21	27	28	29	22	18	17
16	1	0	1	1	1	27	34	41	42	43	35	29	28
17	1	0	1	1	1	41	50	58	59	60	51	43	42
18	1	0	1	1	1	58	69	78	79	80	70	60	59
19	1	0	1	1	1	78	90	98	99	100	91	80	79
20	1	0	1	1	1	98	111	120	121	122	112	100	99
21	1	0	1	1	1	120	131	139	140	141	132	122	121
22	1	0	1	1	1	139	148	155	156	157	148	141	140
23	1	0	1	1	1	155	162	168	169	170	163	157	156
24	1	0	1	1	1	168	173	178	175	174	171	170	169
25	1	0	1	1	1	18	22	29	30	31	24	23	19
26	1	0	1	1	1	29	35	43	44	45	36	31	30
27	1	0	1	1	1	43	51	60	61	62	52	45	44
28	1	0	1	1	1	60	70	80	81	82	71	62	61
29	1	0	1	1	1	80	91	100	101	102	92	82	81
30	1	0	1	1	1	100	112	122	123	124	113	102	101
31	1	0	1	1	1	122	132	141	142	143	133	124	123
32	1	0	1	1	1	141	149	157	158	159	150	143	142
33	1	0	1	1	1	157	163	170	165	164	160	159	158
34	1	0	1	1	1	31	36	45	46	47	38	37	32
35	1	0	1	1	1	45	52	62	63	64	53	47	46
36	1	0	1	1	1	62	71	82	83	84	72	64	63
37	1	0	1	1	1	82	92	102	103	104	93	84	83
38	1	0	1	1	1	102	113	124	125	126	114	104	103
39	1	0	1	1	1	124	133	143	144	145	134	126	125
40	1	0	1	1	1	143	150	159	152	151	146	145	144
41	1	0	1	1	1	47	53	64	65	66	55	54	48
42	1	0	1	1	1	64	72	84	85	86	73	66	65
43	1	0	1	1	1	84	93	104	105	106	94	86	85
44	1	0	1	1	1	104	114	126	127	128	115	106	105
45	1	0	1	1	1	126	134	145	136	135	129	128	127
46	1	0	1	1	1	66	73	86	87	88	75	74	67
47	1	0	1	1	1	86	94	106	107	108	95	88	87
48	1	0	1	1	1	106	115	128	117	116	109	108	107

SOLC

1	0.0	6	10	14	20	25	33	39	49	56	68	76
1	0.0											
89	96	110	118	130	137	147	153	161	166	172	176	180
1	0.0											
183												
2	0.0											
88	95	108	109	116	117	128	129	135	136			

TEMP

1
1.E08 10
0.0

STOP

FIG. IV-2-15 DONNEES EN VIDANGE RAPIDE DE 25% DE LA CHARGE DE LA RETENUE DU BARRAGE A SUINTEMENT

 * RESULTATS DU BARRAGE A SUINTEMENT *
 * POUR UNE VIDANGE RAPIDE DE 25% DE *
 * LA CHARGE DANS LA RETENUE *

NOEUD	COORDONNEES		CHARGE	PRESSION
1	0.00	0.00	21.75	21.75
2	2.40	1.20	21.75	20.55
3	4.80	2.40	21.75	19.35
4	4.80	0.00	21.75	21.75
5	7.20	3.60	21.75	18.15
6	9.66	0.00	21.74	21.74
7	9.66	2.40	21.74	19.34
8	9.66	4.83	21.75	16.92
9	12.00	6.00	21.75	15.75
10	14.50	0.00	21.73	21.73
11	14.50	4.83	21.74	16.91
12	14.50	7.25	21.75	14.50
13	16.90	8.45	21.75	13.30
14	19.32	0.00	21.73	21.73
15	19.32	2.40	21.73	19.33
16	19.32	4.83	21.73	16.90
17	19.32	7.25	21.74	14.49
18	19.32	9.66	21.75	12.09
19	21.74	10.87	21.75	10.88
20	24.14	0.00	21.74	21.74
21	24.14	4.83	21.74	16.91
22	24.14	9.66	21.75	12.09
23	24.14	12.07	21.75	9.68
24	26.60	13.30	21.75	8.45
25	28.98	0.00	21.77	21.77
26	28.98	2.40	21.77	19.37
27	28.98	4.83	21.77	16.94
28	28.98	7.25	21.77	14.52
29	28.98	9.66	21.76	12.10
30	28.98	12.07	21.76	9.69
31	28.98	14.49	21.75	7.26
32	31.40	15.70	21.75	6.05
33	33.80	0.00	21.83	21.83
34	33.80	4.83	21.83	17.00
35	33.80	9.66	21.82	12.16
36	33.80	14.49	21.78	7.29
37	33.80	16.90	21.75	4.85
38	36.20	18.10	21.75	3.65
39	38.64	0.00	21.91	21.91
40	38.64	2.41	21.91	19.50
41	38.64	4.83	21.92	17.09
42	38.64	7.24	21.93	14.69
43	38.64	9.66	21.94	12.28
44	38.64	12.07	21.94	9.87
45	38.64	14.49	21.91	7.42
46	38.64	16.90	21.87	4.97

47	38.64	19.32	21.75	2.43
48	42.00	21.00	21.75	0.75
49	43.40	0.00	21.99	21.99
50	43.40	4.83	22.02	17.19
51	43.40	9.66	22.11	12.45
52	43.40	14.49	22.21	7.72
53	43.40	19.32	22.16	2.84
54	43.40	21.70	21.75	0.05
55	45.80	22.90	22.90	0.00
56	48.30	0.00	22.04	22.04
57	48.30	2.41	22.05	19.64
58	48.30	4.83	22.10	17.27
59	48.30	7.24	22.17	14.93
60	48.30	9.66	22.28	12.62
61	48.30	12.07	22.42	10.35
62	48.30	14.49	22.59	8.10
63	48.30	16.90	22.84	5.94
64	48.30	19.32	23.15	3.83
65	48.30	21.70	23.53	1.83
66	48.30	24.15	24.15	0.00
67	50.80	25.40	25.40	0.00
68	53.10	0.00	21.99	21.99
69	53.10	4.83	22.07	17.24
70	53.10	9.66	22.34	12.68
71	53.10	14.49	22.84	8.35
72	53.10	19.32	23.72	4.40
73	53.10	24.15	25.34	1.19
74	53.10	26.55	26.55	0.00
75	55.50	27.75	27.75	0.00
76	58.00	0.00	21.80	21.80
77	58.00	2.41	21.82	19.41
78	58.00	4.83	21.90	17.07
79	58.00	7.24	22.02	14.78
80	58.00	9.66	22.20	12.54
81	58.00	12.07	22.44	10.37
82	58.00	14.49	22.76	8.27
83	58.00	16.90	23.17	6.27
84	58.00	19.32	23.72	4.40
85	58.00	21.70	24.34	2.64
86	58.00	24.15	25.21	1.06
87	58.00	26.55	26.75	0.20
88	58.00	29.00	29.00	0.00
89	60.70	0.00	21.62	21.62
90	60.70	4.83	21.72	16.89
91	60.70	9.66	22.03	12.37
92	60.70	14.49	22.58	8.09
93	60.70	19.32	23.41	4.09
94	60.70	24.15	24.79	0.64
95	60.70	28.00	28.00	0.00
96	63.40	0.00	21.39	21.39
97	63.40	2.41	21.42	19.01
98	63.40	4.83	21.49	16.66
99	63.40	7.24	21.61	14.37
100	63.40	9.66	21.79	12.13
101	63.40	12.07	22.01	9.94

102	63.40	14.49	22.29	7.80
103	63.40	16.90	22.62	5.72
104	63.40	19.32	23.03	3.71
105	63.40	21.70	23.41	1.71
106	63.40	22.15	23.86	1.71
107	63.40	22.55	24.44	1.89
108	63.40	27.00	27.00	0.00
109	65.20	26.20	26.20	0.00
110	66.10	0.00	21.11	21.11
111	66.10	4.83	21.20	16.38
112	66.10	9.66	21.49	11.83
113	66.10	14.49	21.93	7.44
114	66.10	19.32	22.53	3.21
115	66.10	22.15	23.11	0.96
116	66.10	26.00	26.00	0.00
117	67.00	25.50	25.50	0.00
118	68.80	0.00	20.77	20.77
119	68.80	2.41	20.80	18.39
120	68.80	4.83	20.86	16.03
121	68.80	7.24	21.00	13.76
122	68.80	9.66	21.16	11.50
123	68.80	12.07	21.34	9.27
124	68.80	14.49	21.50	7.01
125	68.80	16.90	21.85	4.95
126	68.80	19.32	22.05	2.73
127	68.80	21.70	22.32	0.62
128	68.80	25.00	25.00	0.00
129	74.00	24.00	24.00	0.00
130	76.65	0.00	19.51	19.51
131	76.65	4.83	19.64	14.81
132	76.65	9.66	19.96	10.30
133	76.65	14.49	20.45	5.99
134	76.65	19.32	20.91	1.59
135	76.65	23.00	23.00	0.00
136	79.00	22.00	22.00	0.00
137	84.50	0.00	17.51	17.51
138	84.50	2.41	17.60	15.19
139	84.50	4.83	17.79	12.96
140	84.50	7.24	18.21	10.97
141	84.50	9.66	18.71	9.05
142	84.50	12.07	18.82	6.75
143	84.50	14.49	19.09	4.60
144	84.50	16.90	19.66	2.76
145	84.30	20.85	20.85	0.00
146	88.00	19.00	19.00	0.00
147	90.00	0.00	15.66	15.66
148	90.00	4.83	15.66	10.83
149	90.00	9.66	17.14	7.48
150	90.00	14.49	17.40	2.91
151	90.00	18.00	18.00	0.00
152	94.00	16.00	16.00	0.00
153	97.50	0.00	12.90	12.90
154	97.50	2.41	12.94	10.53
155	97.50	4.83	12.97	8.14
156	97.50	7.24	13.10	5.86

157	97.50	9.66	13.24	3.58
158	97.50	12.07	13.75	1.68
159	97.50	14.25	14.25	0.00
160	99.00	13.50	13.50	0.00
161	103.00	0.00	10.81	10.81
162	103.00	4.83	10.90	6.07
163	103.00	9.66	11.24	1.58
164	103.00	11.50	11.50	0.00
165	105.00	10.50	10.50	0.00
166	108.00	0.00	8.72	8.72
167	108.00	2.41	8.70	6.29
168	108.00	4.83	8.80	3.97
169	108.00	7.24	8.89	1.65
170	108.00	9.00	9.00	0.00
171	109.00	8.50	8.50	0.00
172	111.00	0.00	7.32	7.32
173	111.00	4.83	7.39	2.56
174	111.00	7.50	7.50	0.00
175	113.00	6.50	6.50	0.00
176	116.34	0.00	4.70	4.70
177	116.34	2.41	4.87	2.46
178	116.34	4.83	4.83	0.00
179	118.74	3.63	3.63	0.00
180	121.17	0.00	2.37	2.37
181	121.17	2.41	2.41	0.00
182	123.60	1.20	1.20	0.00
183	126.00	0.00	0.90	0.90

FIG-IV-2-16 RESULTATS EN VIDANGE RAPIDE DE 25% DE LA CHARGE DE LA RETENUE DU BARRAGE A SUINTEMENT

 * RESULTATS EN VIDANGE RAPIDE DE 25% DE *
 * LA CHARGE DE LA RETENUE DU BARRAGE A *
 * TAPIS FILTRANT *

NOEUD	COORDONNEES		CHARGE	PRESSION
1	0.00	0.00	21.75	21.75
2	2.40	1.20	21.75	20.55
3	4.80	2.40	21.75	19.35
4	4.80	0.00	21.75	21.75
5	7.20	3.60	21.75	18.15
6	9.66	0.00	21.75	21.75
7	9.66	2.40	21.75	19.35
8	9.66	4.83	21.75	16.92
9	12.00	6.00	21.75	15.75
10	14.50	0.00	21.75	21.75
11	14.50	4.83	21.75	16.92
12	14.50	7.25	21.75	14.50
13	16.90	8.45	21.75	13.30
14	19.32	0.00	21.76	21.76
15	19.32	2.40	21.76	19.36
16	19.32	4.83	21.76	16.93
17	19.32	7.25	21.75	14.50
18	19.32	9.66	21.75	12.09
19	21.74	10.87	21.75	10.88
20	24.14	0.00	21.77	21.77
21	24.14	4.83	21.77	16.94
22	24.14	9.66	21.76	12.10
23	24.14	12.07	21.75	9.68
24	26.60	13.30	21.75	8.45
25	28.98	0.00	21.79	21.79
26	28.98	2.40	21.79	19.39
27	28.98	4.83	21.79	16.96
28	28.98	7.25	21.78	14.53
29	28.98	9.66	21.78	12.12
30	28.98	12.07	21.77	9.70
31	28.98	14.49	21.75	7.26
32	31.40	15.70	21.75	6.05
33	33.80	0.00	21.82	21.82
34	33.80	4.83	21.82	16.99
35	33.80	9.66	21.82	12.16
36	33.80	14.49	21.78	7.29
37	33.80	16.90	21.75	4.85
38	36.20	18.10	21.75	3.65
39	38.64	0.00	21.83	21.83
40	38.64	2.41	21.83	19.42
41	38.64	4.83	21.85	17.02
42	38.64	7.24	21.87	14.63
43	38.64	9.66	21.88	12.22
44	38.64	12.07	21.90	9.83
45	38.64	14.49	21.88	7.39
46	38.64	16.90	21.86	4.96
47	38.64	19.32	21.75	2.43

48	42.00	21.00	21.75	0.75
49	43.40	0.00	21.81	21.81
50	43.40	4.83	21.85	17.02
51	43.40	9.66	21.98	12.32
52	43.40	14.49	22.13	7.64
53	43.40	19.32	22.14	2.82
54	43.40	21.70	21.75	0.05
55	45.80	22.90	22.90	0.00
56	48.30	0.00	21.69	21.69
57	48.30	2.41	21.71	19.30
58	48.30	4.83	21.77	16.94
59	48.30	7.24	21.88	14.64
60	48.30	9.66	22.02	12.36
61	48.30	12.07	22.20	10.14
62	48.30	14.49	22.43	7.94
63	48.30	16.90	22.73	5.83
64	48.30	19.32	23.08	3.76
65	48.30	21.70	23.50	1.80
66	48.30	24.15	24.15	0.00
67	50.80	25.40	25.40	0.00
68	53.10	0.00	21.40	21.40
69	53.10	4.83	21.52	16.69
70	53.10	9.66	21.90	12.24
71	53.10	14.49	22.57	8.08
72	53.10	19.32	23.65	4.33
73	53.10	24.15	25.36	1.21
74	53.10	26.55	26.55	0.00
75	55.50	27.75	27.75	0.00
76	58.00	0.00	20.87	20.87
77	58.00	2.41	20.90	18.49
78	58.00	4.83	21.02	16.19
79	58.00	7.24	21.22	13.98
80	58.00	9.66	21.50	11.84
81	58.00	12.07	21.86	9.79
82	58.00	14.49	22.34	7.85
83	58.00	16.90	22.91	6.01
84	58.00	19.32	23.63	4.31
85	58.00	21.70	24.50	2.80
86	58.00	24.15	25.57	1.42
87	58.00	26.55	27.05	0.50
88	58.00	29.00	29.00	0.00
89	59.50	27.20	27.20	0.00
90	61.00	0.00	20.38	20.38
91	61.00	4.83	20.55	15.72
92	61.00	9.66	21.07	11.41
93	61.00	14.49	21.96	7.47
94	61.00	19.32	23.30	3.98
95	61.00	24.15	25.24	1.09
96	61.00	26.50	26.50	0.00
97	62.50	25.50	25.50	0.00
98	64.00	0.00	19.76	19.76
99	64.00	2.41	19.82	17.41
100	64.00	4.83	19.94	15.11
101	64.00	7.24	20.19	12.95
102	64.00	9.66	20.51	10.85

103	64.00	12.07	20.91	8.84
104	64.00	14.49	21.41	6.92
105	64.00	16.90	22.01	5.11
106	64.00	19.32	22.74	3.42
107	64.00	21.70	23.54	1.84
108	64.00	25.00	25.00	0.00
109	65.50	24.50	24.50	0.00
110	67.00	0.00	19.01	19.01
111	67.00	4.83	19.23	14.40
112	67.00	9.66	19.82	10.16
113	67.00	14.49	20.73	6.24
114	67.00	19.32	21.85	2.53
115	67.00	23.00	23.00	0.00
116	68.50	22.00	22.00	0.00
117	70.00	0.00	18.09	18.09
118	70.00	2.41	18.13	15.72
119	70.00	4.83	18.37	13.54
120	70.00	7.24	18.58	11.34
121	70.00	9.66	19.00	9.34
122	70.00	12.07	19.48	7.41
123	70.00	14.49	19.95	5.46
124	70.00	16.90	20.45	3.56
125	70.00	21.50	21.50	0.00
126	71.50	21.00	21.00	0.00
127	73.00	0.00	16.89	16.89
128	73.00	4.83	17.21	12.38
129	73.00	9.66	18.04	8.38
130	73.00	14.49	19.09	4.60
131	73.00	20.00	20.00	0.00
132	74.50	19.80	19.80	0.00
133	76.00	0.00	15.44	15.44
134	76.00	2.41	15.68	13.27
135	76.00	4.83	15.82	10.99
136	76.00	7.24	16.76	9.52
137	76.00	9.66	17.04	7.38
138	76.00	12.07	17.66	5.59
139	76.00	19.50	19.50	0.00
140	79.00	19.00	19.00	0.00
141	79.00	0.00	14.11	14.11
142	79.00	4.83	14.29	9.46
143	79.00	9.66	16.06	6.40
144	79.00	18.00	18.00	0.00
145	80.50	17.50	17.50	0.00
146	82.00	0.00	12.24	12.24
147	82.00	2.41	12.14	9.73
148	82.00	4.83	13.17	8.34
149	82.00	7.24	13.81	6.57
150	82.00	16.50	16.50	0.00
151	83.50	16.00	16.00	0.00
152	85.00	0.00	10.16	10.16
153	85.00	4.83	10.72	5.89
154	85.00	15.00	15.00	0.00
155	86.50	13.50	13.50	0.00
156	88.00	0.00	4.22	4.22
157	88.00	2.41	7.17	4.76
158	88.00	12.50	12.50	0.00
159	89.00	10.00	10.00	0.00
160	90.00	0.00	3.23	3.23
161	90.00	8.00	8.00	0.00
162	91.00	5.50	5.50	0.00
163	92.00	0.00	1.00	1.00

FIG.-2-17 RESULTATS DU BARRAGE A TAPIS FILTRANT POUR UNE VIDANGE RAPIDE DE 25% DE LA CHARGE DANS LA RETENUE

IV 3-1 RESULTATS ET DISCUSSION

Les pressions interstitielles déterminées expérimentalement diffèrent jusqu'à 21 % de celles calculées.

Ces écarts sont dus principalement aux erreurs systématiques provenant de l'expérience, qui sont décrits dans les sections III 1-2-3 pour l'analogie visqueuse et III 2-2-2 pour l'analogie électrique.

L'hypothèse de BISHOP [21], qui considère que la variation de la pression interstitielle au cours de la vidange rapide, est due uniquement au départ de l'eau au-dessus du parement, est en défaut. Elle donne des valeurs supérieures de plus de 15 % par rapport à celles mesurées ou calculées.

V CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Par ces travaux de simulation , on a déterminé la pression interstitielle dans les barrages en terre homogène à suintement et à tapis filtrant , d'une part par voie expérimentale , et d'autre part par voie numérique pour les cas du régime permanent et de la vidange rapide de la retenue.

On a pu , en réalisant par nos soins un modèle à analogie visqueuse qui est un excellent outil de visualisation et de mesure pour les écoulements en milieu poreux saturé , déterminer la position de la surface libre pour n'importe quel régime. En régime permanent , la surface libre est directement reproduite en relevant ses coordonnées sur le modèle , tandis qu'en régime transitoire il faut suivre l'évolution de cette surface libre par des prises photographiques à différents instants. On a ensuite déterminé les équipotentiels par analogie électrique pour en déduire les pressions interstitielles.

Par voie numérique , on a élaboré en régime permanent un programme en éléments finis , en considérant des éléments triangulaires linéaires. On a pu adapter un autre programme en éléments finis pour le cas de la vidange rapide de la retenue , en utilisant cette fois-ci des éléments isoparamétriques à huit noeuds.

La comparaison des résultats expérimentaux et théoriques a permis de mettre en évidence l'étendue des possibilités et de fiabilité qu'offre le modèle mathématique par rapport aux modèles

analogiques.

Pour chaque cas étudié expérimentalement, il faudrait étudier le modèle par analogie visqueuse et poursuivre le travail par analogie électrique. Tandis qu'avec la méthode numérique, il suffit de changer les paramètres hydrodynamiques et géométriques de l'ouvrage, en considérant les conditions-aux-limites correspondantes.

On peut ainsi suggérer la méthode des éléments finis pour déterminer la pression interstitielle dans les barrages en terre homogène. Il y a peu de limitations au champ d'action de cette méthode, elle peut s'adapter à n'importe quel problème d'écoulement en milieu poreux saturé ou non, pour lequel on dispose de lois élémentaires connues. Certains problèmes complexes inabornables par les méthodes traditionnelles (modèles analogiques; transformations conformes), tels que les écoulements transitoires en milieu hétérogène, peuvent être résolus par le modèle mathématique. La principale limitation pratique ne vient que du nombre de place disponible dans la mémoire de l'ordinateur employé, qui entraîne une contraintes sur le nombre de mailles que l'on peut prendre pour discrétiser le domaine d'écoulement.

Le principal avantage de la méthode des éléments finis est qu'elle complète la méthode expérimentale classique en permettant d'aborder l'étude du comportement de barrages réels. De ce fait, elle constitue un excellent trait d'union entre la scientifique et l'ingénieur préoccupé des résolutions pratiques nécessitant une projection dans le futur. Pour que l'étude soit complète pour les cas réels, il faudrait intégrer les mesures piezométriques et de

perméabilité du barrage. Ces dernières ne peuvent être disponibles qu'en installant un système d'auscultation, et leurs interprétations permettraient de préciser le comportement hydraulique de l'ouvrage afin d'établir le calage des modèles réels et théoriques.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BATHE K.J. and KHOSHGOFTAAR M.R. (1979), Finite Element Free Surface Seepage Analysis without Mesh Iteration, International Journal for Numerical And Analytical Methods In Geomechanics, Vol.3, pp.13-22.
- [2] BEAR J.(1960), Scales of Viscous Analogy Models for Groundwater studies, Journal of the Hydraulics Division, HY2,pp.11-23.
- [3] BHATIA S.K. and BAKEER R.M.(1989), Use of the Finite Element Method in Modelling a Static Earth Pressure Problem, International Journal for Numerical Methods in Geomechanics, Vol.13, pp.207-213.
- [4] BRAMA S.P. and HARR M.(1962), Transient Development of the Free Surface in a Homogeneous Earth Dam, Geotechnique, Vol.12, N°4, pp.283-302.
- [5] BOGAERT J.P. et NALET J.(1984), Les Bassins de MAUREPAS COURANCE et des ROUSSIERES, Bulletin du LCPC, N°131, pp.15-20.
- [6] CARLIER M.(1980), Hydraulique Générale Appliquée, Edition EYROLLES
- [7] CASSAN M.(1986), Aide Mémoire d'Hydraulique Souterraine, Presses de l'ENPC.
- [8] CHANG C.S.(1987), Boundary Element in Drawdown Seepage Analysis for Earth Dams, journal of Computing in Civil Engineering, Vol.1. N°2,pp.83-98.
- [9] CIVIDINI A. and GIODA G.(1984), An Approximate Finite Element Analysis of Seepage with a Free Surface, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol.8, pp.549-566.
- [10] CIVIDINI A. and GIODA G.(1989), On the Variable Mesh Finite Element Analysis of unconfined Seepage Problems, Geotechnique, N°2, pp.251-267.
- [11] CIVIDINI A. and AL (1987), Unconfined Flow Through Earth Dams, IX ECSMFE, Groundwater Effects in Geotechnical Engineering, DUBLIN, Vom.2, Session 8, PP.763-766.
- [12] DAS GUPTA A.(1967), Contribution à l'Etude des Drains d'Interception en Milieu Poreux, Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, N°438.
- [13] DELFAUT et AL (1984), Constatation sur la Digue des ROUSSIERES, Bulletin du LCPC, N°131, pp.29-44.

- [14] DESAI C.S. and LI G.C.(1983), Stress and Seepage Analysis of Earth Dams, Journal of Geotechnical Engineering, Vol.109, N°7, pp.946-960.
- [15] DESAI G.C.(1984), Free Surface Flow Through Porous Media Using a residual procedure, Finite Elements in fluids, Vol.5, Chapter 18, pp.377-392, JOHN WILEY & Sons Limited.
- [16] DESAI.C. S. and SHERMAN C.(1971), Unconfined Transient Seepage in Sloping Banks, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol.97, N°SM12, pp.357-373.
- [17] DHATT G. et TOUZOT G.(1984), Une présentation de la Méthode des Eléments Finis, Collection Université de COMPIEGNE, MALOINE S.A. Editeur.
- [18] D'OLIVEIRA E SOUSA(1951), Détermination de la Ligne de Saturation dans les Digue en Terre par la méthode de l'Analogie Electrique, IV^e Congrès International de Génie-Rural, ROME, pp.177-186.
- [19] FINNEMORE E.J. and PERRY B.(1968), Seepage Computer by the Relaxation Technique, Water Resources Research, Vol.4, N°5, pp.19-28.
- [20] FRANCE P.W.(1971), Numerical Analyses of Free Surface Seepage Problems, Journal of the Irrigation and Drainage Division, Vol.97, N°IR1, pp.165-179.
- [21] FRY J.J. and AL(1985), Some Problems with Pore Pressures in Dams, Proceedings of the Eleventh International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, SAN FRANCISCO, Vol.4, N°16, pp.423-426.
- [22] GALLEA G.(1962), Contribution à l'Etude des Ecoulements en Milieux Poreux, Thèse de Doctorat de Spécialité, GRENOBLE.
- [23] GUELLEC P.(1970), Calcul des Ecoulements en milieu poreux par la Méthode des Eléments finis, Rapport N°10 du LCPC.
- [24] GIODA G. and GENTILE C.(1987), A Nonlinear Programming Analyses of Unconfined Steady-State Seepage, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol.11, pp.283-305.
- [25] GIODA G. and PANDOLFI A.(1985), A Finite Element Analysis of the Free Surface Seepage by Mathematical Programming, Proceedings of the Eleventh Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, SAN FRANCISCO, Vol.8, N°11, pp.791-794.
- [26] GUEVEL P.(1960), A propos des Infiltrations à Travers des Digue en Terre, C.R.Académie des Sciences, pp.1714-1716.

- [27] GUPTA J.P. and AL(1981), Study for Undermining in Barrages by Electric Analog Technique, Water REsources Conservation, Pollution and Abatement, International Symposium, ROORKEE, Vol.1.
- [28] HAGER W.H. und VULLIET L.(1986), Die Rasche Absenkung Von Speicherseen, Wasser-Energie-Luft, 78 Jahrgang, Heft 7/8, pp.154-156.
- [29] HALEK V. et CISTIN J.(1960), Recherche de l'écoulement Permanent de la Nappe Souterraine à l'Aide d'un Modèle à Fente Mince HELE-SHAW, VI^{èmes} Journées de l'Hydraulique, NANCY, Question I, Rapport 8.
- [30] HARR M.E.(1962), Groudwater and Seepage, Mc GRAW HILL.
- [31] LA HOUILLE BLANCHE(1973), Les Barrages en Terre, N° Spécial 5/6.
- [32] HUARD DE LA MARRE(1952), Etude RHéoelectrique de Problèmes d'Infiltration, C.R.Académie des Sciences, Tome N°235, pp.602-603.
- [33] HUARD DE LA MARRE(1953), Nouvelles Méthodes pour le Calcul Expérimental des Ecoulements dans les Massifs Poreux, La Houille Blanche, N°A, pp.87-101.
- [34] HUARD DE LA MARRE(1956), Résolutions de Problèmes d'Infiltration au Moyen d'Analogies Electriques, Thèse de Docteur ès-Sciences Mathématiques présentée à la Faculté de PARIS .
- [35] HUMBERT P.(1984), Application de la Méthode des Elements Finis aux Ecoulements en Milieu Poreux, Bulletin du LCPC, N°132, pp.
- [36] HUG M.(1970), Mécanique des Fluides, Chapitre XIX, Hydraulique Souterraine, pp.1036-1108.
- [37] JEPSON R.W.(1968), Seepage Through DAMs in the Complex Potential Plane, Journal of the Irrigation and DRainage Division, Vol.94, N°IR1, pp.23-39.
- [38] KHAMMARI B.(1974), Etude par Analogie de l'Influence d'une Crue sur l'Evolution d'une nappe phréatique Placée à Proximité d'une Rivière, Thèse d'Ingénieur d'Agronomie INA.
- [39] LACY S.J. and PREVOST J.H.(1987), Flow Through Porous Media: A Procedure for Locating the FRee SURface, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol.11, pp.585-601.
- [40] LANGHAAR H.L.(1956), Analyse Dimensionnelle et Théorie des Maquettes . Edition DUNOD.

- [41] LEBRETON (1985). Les ruptures et Accidents Graves de Barrages 1964 à 1983. La Houille Blanche, N° 6/7, pp.529-544.
- [42] LIAM FINN W.D.(1967). Finite Element Analysis of Seepage Through Dams. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Vol.93, N° SM6, pp.41-48.
- [43] LIGETT J.A. and LIU P.L.F.(1979), Unsteady Interzonal Free Surface Flow in Porous Media. Water Resources Research, Vol.15, N°2, pp.240-246.
- [44] MALAVARD L.(1951). Sur une Nouvelle Technique dans le Calcul Experimental par Analogie Rhéoelectriques. La Recherche Aéronautique.
- [45] MALLET C. et PACQUANT J.(1951). Les Barrages en Terre. Edition EYROLLES.
- [46] MATTA G.(1961). Formules Empiriques pour la détermination de la Surface Libre dans les Ecoulements à travers les Dignes en Terre. Le Génie-Civil, pp.260-262.
- [47] MIEUSSENS C.(1984), Exemples de Problèmes Spécifiques Relatifs à des Dignes de Faible Hauteur. Bulletin N°130, pp.15-23.
- [48] MITCHELL P.H. and HUNT B.(1985), Unsteady Groudwater Drawdown in Embankments. Journal of the Hydraulics Research, Vol.23, N°3, pp.241-254.
- [49] NAGARKAR P.H. and AL(1982), Hydraulic and Electrical Analogy Model Studies. The International Commission on Large Dams, 14th Congress, RIO DE JANEIRO.
- [50] NEWLIN C.W. and ROSSIE S.C.(1967), Embankment Drainage after Instantaneous Drawdown. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Vol.93, N°sm6, pp.79-95.
- [51] POLUBARINOVA-KOCHINA P.Y.(1962). Theory of Groudwater Movement, Princeton University Press.
- [52] RANK E. and WERNER H.(1986), An Adaptive Finite Element Approach For The Free Surface Problem. International Journal For Numerical Methods In Engineering, Vol.23, pp.1217-1228.
- [53] SCHNEEBELI G.(1978). Hydraulique Souterraine, Edition EYROLLES
- [54] STEPHENSON D.(1978). Drawdown in Embankments, Geotechnique Vol.28, N°3, pp.273-280.

- [55] TAIGBENU A. and LIGGET J.(1986), An Integral Formulation Applied to the Diffusion and BOUSSINESQ Equation, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.23, pp.1057-1079.
- [56] TAYLOR R. and BROWN C.B.(1967), DARCY Flow with a Free Surface, Journal of the Hydraulics Division, Vol.93, N°HY2, pp.25-33.
- [57] THIRRIOT C.(1967), Conséquence de la Vidange d'un Réservoir sur L'évolution de la nappe dans le Barrage ARATOS, Rapport N°86RT, Facultés des Sciences de TOULOUSE.
- [58] THIRRIOT C.(1968), Ecoulement Transitoire dans un Barrage En Terre Consécutif à la Variation du Niveau de la Retenue, C.T. N°56, Facultés des Sciences de TOULOUSE.
- [59] THIRRIOT C.(1968), Ecoulement Non Permanent de Filtration dans les Barrages en Terre, XI Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, GENOVÀ, pp.25-27.
- [60] THIRRIOT C.(1971), Sur l'Utilisation des Modèles HELE-SHAW pour l'étude des Problèmes Industriels d'Infiltration, Symposium International de SOFIA.
- [61] THIRRIOT C.(1971), Phénomènes Transitoires ou Périodiques de Vidange et de Remplissage d'un Barrage en Terre, Association International de Recherches Hydrauliques, pp.475-483.
- [62] TODD D.K.(1954), Unsteady Flow in Porous Media by Means of a HELE-SHAW Viscous Fluid Model, Transactions American Geophysical Union, Vol.35, N°6, pp.905-916.
- [63] VERMA R.D. and AL (1971), Unsteady Free Surface groundwater Seepage, Journal of the Hydraulics Division, Vol.97, N°HY8, pp.1213-1229.
- [64] VOLKER R.E.(1969), Nonlinear Flow in Porous Media by Finite Elements, Journal of the Hydraulics Division, Vol.95, N°HY, pp.2093-2114.
- [65] WANG H.F. and ANDERSON M.P.(1982), Introduction to Groudwater Modelling: Finite Differences and Finite Elements Methods, W.H.FREEMAN and Company.
- [66] WYCKOFF R.D. and REED D.W.(1935), Physics,
- [67] ZIENKIEWICZ O.C.(1967), The Finite Element Method in Engineering Science, Mc GRAW HILL.