



Pour l'obtention

DU DIPLOME DE MAGISTER EN HYDRAULIQUE

Par :

Sâadia BENMAMAR

SUJET

**ETUDE DE LA DISTRIBUTION
DE LA VITESSE D'ÉCOULEMENT
D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
HYDRAULIQUE NOYÉ**

Soutenu en Juin 1990
Devant la Commission d'Examen

<i>Président</i>	Mr M. BOUHADEF	<i>Maître de Conférence</i>	USTHB
<i>Examineurs</i>	Mr B. ACHOUR	<i>Chargé de Cours</i>	INEST. Z
	Mr A. BILEK	<i>Maître Assistant</i>	ENP.
<i>Membre</i>	Mr A KETTAB	<i>Maître Assistant</i>	ENP.
<i>Rapporteur</i>	Mr M. BERKANI	<i>Maître Assistant</i>	ENSH.
<i>Invité</i>	Mr MATARI	<i>Ingénieur</i>	Ministère d'Équipement

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTÈRE DÉLÉGUÉ AUX UNIVERSITÉS

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



DU DIPLOME DE MAGISTER EN HYDRAULIQUE

Par :

Sâadia BENMAMAR

SUJET

ETUDE DE LA DISTRIBUTION
DE LA VITESSE D'ÉCOULEMENT
D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
HYDRAULIQUE NOYÉ

Soutenue en Juin 1990
Devant la Commission d'Examen

<i>Président</i>	<i>Mr M. BOUHADEF</i>	<i>Maître de Conférence</i>	<i>USTHB</i>
<i>Examineurs</i>	<i>Mr B. ACHOUR</i>	<i>Chargé de Cours</i>	<i>INEST. Z</i>
	<i>Mr A. BILEK</i>	<i>Maître Assistant</i>	<i>ENP.</i>
<i>Membre</i>	<i>Mr A. KETTAB</i>	<i>Maître Assistant</i>	<i>ENP.</i>
<i>Rapporteur</i>	<i>Mr M. BERKANI</i>	<i>Maître Assistant</i>	<i>ENSH.</i>
<i>Invité</i>	<i>Mr MATARI</i>	<i>Ingénieur</i>	<i>Ministère d'Équipement</i>

//

// A MEMOIRE DE MES GRANDS PARENTS

LA MEMOIRE DE ZOUBIDA

//)//ES PARENTS

//)//ES FRERES, SOEURS ET BELLE - SOEUR

//)//A NIECE ET MON NEUVEU

//)//A GRANDE FAMILLE

//)//ES AMI(E)S

REMERCIEMENTS

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à toutes les personnes ayant contribuées de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

Mes remerciements s'adressent à :

- Mr BOUHADEF M., maître de conférence à l'U.S.T.H.B., pour avoir bien voulu accepter d'assurer la présidence du jury.

- Mr BERKANI M., maître assistant à l'E.N.S.H., qui a bien voulu assurer la direction de mes travaux.

- Mr KETTAB A., docteur d'état à l'E.N.P., pour son aide et son soutien.

- Mr ACHOUR B., chargé de cours, qui m'a beaucoup conseillé et qui a toujours été disponible quand j'ai sollicité son avis. Je le remercie d'avoir d'accepter d'être membre du jury.

- Mr BILEK, chargé de cours à l'E.N.P., pour son aide et qui a accepté également d'être membre du jury.

Mr MATARI a bien voulu accepter d'être invité à participer à ce jury. Je l'en remercie vivement.

J'adresse également mes remerciements à :

- Mr PIMENOV, qui a accepté de suivre mes travaux durant trois années (85,86,87), ses conseils et son aide ont été très fructueux.

- Mr ZOURDANI, qui m'a aidé dans l'élaboration du programme.

- Melle BOUABBAS et Melle ZERFA, pour l'aide qu'elles m'ont apporté et leur soutien moral.

- Mr BRARA, pour son aide et son soutien moral.

- Mme MISBOUA, pour son aide et son soutien moral.

- Mme KETTAB, pour son soutien moral.

- Mr BAHIDJ, président du conseil scientifique du département hydraulique pour son aide.

SOMMAIRE

NOTATIONS	page 4
INTRODUCTION	page 13
GENERALITES SUR LE RESSAUT STATIONNAIRE	page 14
1 / Définition	page 15
2 / Caractéristique du ressaut	page 15
2.1) Origine et extrémité du ressaut	page 15
2.2) Profondeurs conjuguées - longueur et hauteur du ressaut	page 16
2.3) Différents types de ressaut	page 17
3 / Turbulence	page 18
3.1) Définition	page 18
3.2) Vitesse instantanée dans un écoulement turbulent	page 18
 CHAPITRE I	 page 20
ETAT DE CONNAISSANCE SUR LE RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL RECTANGULAIRE HORIZONTAL	page 20
I.1 Détermination des caractéristiques du ressaut hydraulique	page 20
I.1.1 / Détermination des profondeurs conjuguées	page 20
I.1.2 / Détermination de la longueur du ressaut	page 22
I.1.3 / Détermination des pertes de charge dues au ressaut	page 23
I.2 Etude de la structure cinématique et dynamique	page 24
I.2.1 / Etude théorique	page 25
I.2.2 / Inconvénients de l'étude	page 30
I.3 Mesure de la turbulence dans le ressaut	page 31
I.3.1 / Dispositif expérimental	page 32
I.3.2 / Ecoulements étudiés et mesures effectuées	page 33
I.3.3 / Analyse des résultats	page 34
I.3.4 / Commentaires des résultats	page 35
I.4 Etude de la vitesse moyenne	page 40
I.4.1 / Analyse des résultats	page 40
I.4.2 / Commentaires des résultats	page 42
I.5 Conclusion	page 42

CHAPITRE II

EQUATIONS DU MOUVEMENT D'UN RESSAUT HYDRAULIQUE NOYE	page 44
II.1 Généralités	page 44
II.1.1 / Définition de l'écoulement turbulent	page 44
II.1.2 / Equations du mouvement des écoulements turbulents	page 44
II.2 Equations du mouvement d'un ressaut noyé	page 49
II.2.1 / Schémas du ressaut noyé - Hypothèses de base	page 49
II.2.2 / Equations générales du mouvement	page 50
II.2.3 / Hypothèses supplémentaires pour la résolution du système d'équations	page 51
II.3 Equations du mouvement du ressaut écrites sous forme adimensionnelle	page 53

CHAPITRE III

CONCEPTION D'UN MODELE MATHEMATIQUE POUR L'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT HYDRAULIQUE NOYE	page 57
III.1 Equation définissant le ressaut hydraulique noyé	page 57
III.1.1 / Autres hypothèses simplificatrices	page 57
III.1.2 / L'équation de continuité écrite sous la forme adimensionnelle	page 58
III.2 Détermination des conditions aux limites	page 60
III.3 Conclusion	page 61

CHAPITRE IV

REPARTITION DE LA VITESSE DANS UNE SECTION TRANSVERSALE A PROXIMITE AVAL DE LA VANNE	page 63
IV.1 Transformation de l'équation d'écoulement d'un fluide dans un ressaut noyé	page 63
IV.2 Données du problème posé - cas concret	page 65
$\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 7$	
IV.3 Détermination de la répartition de la vitesse $u(\eta)$ et la fonction $z(\eta)$ dans une section au	page 66

niveau de la vanne pour le cas $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = ?$

IV.3.1 / Détermination du profil de la vitesse $u(\eta)$	page 67
IV.3.2 / Détermination de la fonction $z(\eta)$	page 75
IV.4 Détermination de $\bar{u}(\eta)$ et $z(\eta)$ pour différents	page 80
IV.4.1 / Détermination de $u(\eta)$ pour différents débits	page 80
IV.4.2 / Détermination de la fonction $z(\eta)$	page 85
IV.5 Détermination du coefficient de submersion (S) pour les différents α	page 89
IV.6 Conclusion	page 90
CHAPITRE V	page 91
SOLUTION NUMERIQUE DE L'EQUATION DU MOUVEMENT DU RESSAUT HYDRAULIQUE NOYE	page 91
V.1 Signification physique des termes de la relation proposée	page 91
V.2 Méthode de résolution numérique - Méthode des différences finies	page 94
V.2.1 / Principe de la méthode	page 94
V.2.2 / Approximation des dérivées partielles	page 94
V.2.3 / Application de la méthode des différences finies	page 96
V.3 Organigramme	page 97
V.4 Programmation	page 97
V.5 Analyse des résultats théoriques	page 102
CHAPITRE VI	page 105
ETUDE EXPERIMENTALE	page 105
VI.1 Appareillage expérimental	page 105
VI.1.1 / Canal ouvert	page 105
VI.1.2 / Appareillage de mesure	page 106
VI.2 Mesures effectuées	page 108
VI.2.1 / Description d'une mesure	page 108
VI.2.2 / Résultats expérimentaux	page 109

VI.3	Discussion des résultats expérimentaux	page 111
VI.4	Vérification de l'équation de quantité de mouvement	page 112
CONCLUSION		page 116
ANNEXE I	Tableaux des valeurs numériques des coefficients $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8$ et B	page 118
ANNEXE II	Résultats expérimentaux	page 120
ANNEXE III	Figures donnant la répartition de la vitesses dans différentes sections transversales, pour différents α .	page 126
BIBLIOGRAPHIE		page 181

NOTATIONS

a	[m]	: Ouverture de la vanne
a'	[m]	: Hauteur du ressaut
b	[m]	: Largeur du canal
B	[-]	: $\Delta p / \Delta s$ gradient de pression
c	[-]	: Coefficient variable dépendant de la turbulence et de la longueur du ressaut
C _c	[-]	: Coefficient de contraction
C _{1, ...} ...C ₈	[-]	: Constantes d'intégration
d	[-]	: Coefficient variable dépendant de la turbulence et de la longueur du jet
d'	[-]	: Pente de la ligne de courant
E	[]	: Rapport des dissipation relatives du ressaut submergé et du ressaut dénoyé
Fr	[-]	: Nombre de Froude
Fr ₁	[-]	: Nombre de Froude à l'amont de l'écoulement
Fr*	[-]	: Nombre de Froude au pied du ressaut
g	[ms ⁻²]	: Accélération gravitationnelle
h	[m]	: Hauteur d'écoulement
h'	[m]	: Hauteur d'eau entre le fond du canal de réception et la crête du déversoir
h"	[m]	: Epaisseur de la lame déversante
h ₀	[m]	: Hauteur d'eau après le ressaut noyé
h ₁	[m]	: Hauteur conjuguée du ressaut dénoyé à l'amont
h ₂	[m]	: Hauteur conjuguée du ressaut dénoyé à l'aval
h _v	[m]	: Hauteur d'eau à proximité aval de la vanne
h _s	[m]	: Hauteur d'eau dans le ressaut

h_{sa}	[m]	: Hauteur de submersion limite
h^*	[m]	: Epaisseur minimale du courant principal d'un ressaut submergé
ΔH	[m]	: Perte d'énergie
Δh	[-]	: Pas vertical
L_{res}	[m]	: Longueur du ressaut
L_{av}	[m]	: Longueur d'une zone en aval du ressaut
P	[Nm ⁻²]	: Pression
\bar{P}_0	[Nm ⁻²]	: Pression dynamique moyenne dans la section se trouvant après le ressaut
$P_0, P_2 \dots$	[-]	: Sections transversales de mesures
\bar{P}	[Nm ⁻²]	: Pression moyenne
\bar{P}_1	[-]	: Pression moyenne adimensionnelle
q	[m ² s ⁻¹]	: Débit par unité de largeur
Q	[m ³ s ⁻¹]	: Débit d'écoulement
R_t	[-]	: Nombre de Reynolds turbulent
S	[-]	: Coefficient de submersion égal à a / h_v
S_0	[-]	: Coefficient de submersion égal à $(h_0 - h_2) / h_2$
s	[-]	: Coordonnée adimensionnelle le long du courant
Δs	[-]	: Pas horizontal
t	[-]	: Coordonnée horizontale adimensionnelle
\bar{u}	[ms ⁻¹]	: Vitesse moyenne locale longitudinale
\bar{u}_0	[ms ⁻¹]	: Vitesse moyenne de l'écoulement à l'aval du ressaut
\bar{u}_1	[-]	: Vitesse moyenne longitudinale adimensionnelle
\bar{u}_s	[ms ⁻¹]	: Vitesse d'écoulement du fluide à la sortie de la vanne
u'	[ms ⁻¹]	: Fluctuation de la composante longitudinale de la vitesse

\bar{u}	$[ms^{-1}]$: Fluctuation moyenne de la composante longitudinale de la vitesse
$u'_i u'_j$	$[-]$: Notation tensorielle des fluctuations des composantes de la vitesse
$u_i u_j$	$[-]$: Notation tensorielle des composantes de la vitesse
U	$[-]$: Vitesse adimensionnelle
v	$[ms^{-1}]$: Composante transversale de la vitesse
\bar{v}	$[ms^{-1}]$: Composante transversale moyenne de la vitesse
\bar{v}_1	$[ms^{-1}]$: Vitesse moyenne transversale adimensionnelle
v'	$[ms^{-1}]$: Fluctuation de la composante transversale de la vitesse
\bar{v}'	$[ms^{-1}]$: Fluctuation moyenne de la composante transversale de la vitesse
w	$[ms^{-1}]$: Composante de la vitesse dans la direction oz
w'	$[ms^{-1}]$: Fluctuation de la composante de la vitesse dans la direction oz
\bar{w}'	$[ms^{-1}]$: Fluctuation moyenne de la composante de la vitesse dans la direction oz
x	$[m]$: Coordonnée longitudinale
X	$[Nm^{-1}]$: Composante longitudinale de la force massique
y	$[m]$: Coordonnée transversale horizontale
Y	$[Nm^{-1}]$: Composante de la force massique
z	$[m]$: Coordonnée transversale verticale
Z	$[Nm^{-1}]$: Composante de la force massique
α	$[-]$: Coefficient de proportionnalité
β	$[-]$: Taux de présence de la phase liquide
θ	$[-]$: Taux de présence de la phase gazeuse
n	$[-]$: Coordonnée verticale adimensionnelle

- τ [Nm⁻¹] : Tension de frottement
 λ [-] : Coefficient des pertes de charge linéaires
 ϵ_t [Nm⁻³] : Coefficient de viscosité de turbulence
 μ [Nm⁻³] : Viscosité dynamique
 ν [m²s⁻¹] : Viscosité cinématique
 ρ [kgm⁻³] : masse volumique de l'eau
 Γ [m²s⁻²] : Carré de la vitesse moyenne
 σ [-] : Dissipation relative d'énergie dans le ressaut dénoyé
 σ_B [-] : Dissipation relative d'énergie dans le ressaut submergé
 w [Nm⁻³] : Poids volumique du fluide
 θ_1, θ_2 [-] : Fonctions définissant les conditions aux limites
 δ [m] : Epaisseur de la couche limite

FIGURES

- Figure 1 Ressaut hydraulique
- Figure 1a Schéma de définition du ressaut
- Figure 1b Ressaut hypothétique - Répartition de la vitesse
- Figure 2.a Ecoulement dénoyé
- Figure 2.b Ecoulement noyé
- Figure 3 Volume de contrôle et notation
- Figure 4 Variation du rapport de hauteurs amont et aval en fonction du nombre de Froude
- Figure 5 Schéma des différentes conditions de l'écoulement amont
- Figure 6 Répartition des intensités de turbulence et des tensions de Reynolds dans le ressaut hydraulique $F_1 = 2.85$; écoulement amont pleinement développé
- Figure 7 Répartition des intensités de turbulence et des tensions de Reynolds dans le ressaut hydraulique $F_1 = 2.85$; écoulement amont à potentiel
- Figure 8 Répartition des intensités de turbulence et des tensions de Reynolds dans un ressaut hydraulique $F_1 = 6.00$; écoulement amont pleinement développé
- Figure 9 Répartition des intensités de turbulence et des tensions de Reynolds dans un ressaut hydraulique $F_1 = 6.00$; écoulement amont à potentiel
- Figure 10.a Distribution des vitesses moyennes $F_1 = 2.85$; écoulement amont pleinement développé
- Figure 10.b Distribution des vitesses moyennes $F_1 = 2.85$; écoulement amont à potentiel
- Figure 10.c Distribution des vitesses moyennes $F_1 = 6.00$; écoulement amont pleinement développé
- Figure 10.d Distribution des vitesses moyennes $F_1 = 6.00$; écoulement amont à potentiel
- Figure 11 Schéma au ressaut hydraulique noyé parfait
- Figure 12 Notations

- Figure 13 Schémas des conditions aux limites
a) Cas sans frottement
b) Cas avec frottement au fond du canal
- Figure 14 Schéma des données du problème
- Figure 15 Domaines d'écoulement
- Figure 16 Fonction aux noeuds de maillage
- Figure 17 Maillage
- Figure 18 Modèle expérimental
- Figure 19 Déversoir triangulaire
- Figure 20 Sections transversales de mesures
- Figure 21 Distribution de la vitesse d'écoulement dans différentes sections transversales pour $\bar{u}_s/\bar{u}_0 = 4$
- Figure 22 Distribution de la vitesse d'écoulement dans différentes sections transversales pour $\bar{u}_s/\bar{u}_0 = 7$
- Figure 23 Distribution de la vitesse d'écoulement dans différentes sections transversales pour $\bar{u}_s/\bar{u}_0 = 9$
- Figure 24 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans la section transversale $s = 0$ et pour $\bar{u}_s/\bar{u}_0 = 2$
- Figure 25 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans la section transversale $s = 0$ et pour $\bar{u}_s/\bar{u}_0 = 3$
- Figure 26 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans la section transversale $s = 0$ et pour $\bar{u}_s/\bar{u}_0 = 4$
- Figure 27 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans la section transversale $s = 0$ et pour $\bar{u}_s/\bar{u}_0 = 5$
- Figure 28 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans la section transversale $s = 0$ et pour $\bar{u}_s/\bar{u}_0 = 6$
- Figure 29 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans la section transversale $s = 0$ et pour $\bar{u}_s/\bar{u}_0 = 7$
- Figure 30 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans la section transversale $s = 0$ et pour $\bar{u}_s/\bar{u}_0 = 8$
- Figure 31 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans la section transversale $s = 0$ et pour $\bar{u}_s/\bar{u}_0 = 9$
- Figure 32 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide

dans la section transversale $s = 0$ et pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 10$

- Figure 33 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 2$ et sans force de frottement
- Figure 34 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 3$ et sans force de frottement
- Figure 35 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 4$ et sans force de frottement
- Figure 36 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 5$ et sans force de frottement
- Figure 37 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 6$ et sans force de frottement
- Figure 38 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 7$ et sans force de frottement
- Figure 39 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 8$ et sans force de frottement
- Figure 40 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 9$ et sans force de frottement
- Figure 41 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 10$ et sans force de frottement
- Figure 42 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales, pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 2$ avec force de frottement au fond du canal et $\epsilon_t = \text{constante}$

- Figure 43 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales, pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 3$ avec force de frottement au fond du canal et $\epsilon_t = \text{constante}$
- Figure 44 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales, pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 4$ avec force de frottement au fond du canal et $\epsilon_t = \text{constante}$
- Figure 45 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales, pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 5$ avec force de frottement au fond du canal et $\epsilon_t = \text{constante}$
- Figure 46 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales, pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 6$ avec force de frottement au fond du canal et $\epsilon_t = \text{constante}$
- Figure 47 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales, pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 7$ avec force de frottement au fond du canal et $\epsilon_t = \text{constante}$
- Figure 48 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales, pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 8$ avec force de frottement au fond du canal et $\epsilon_t = \text{constante}$
- Figure 49 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales, pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 9$ avec force de frottement au fond du canal et $\epsilon_t = \text{constante}$
- Figure 50 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales, pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 10$ avec force de frottement au fond du canal et $\epsilon_t = \text{constante}$
- Figure 51 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales, pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 2$ avec force de frottement au fond du canal et ϵ_t linéaire
- Figure 52 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales, pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 3$ avec force de frottement au fond du canal et ϵ_t linéaire
- Figure 53 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales, pour $\bar{u}_g/\bar{u}_0 = 4$ avec force de frottement au fond du canal et ϵ_t linéaire

sections transversales, pour $\bar{u}_s/\bar{u}_0 = 4$ avec force de frottement au fond du canal et ϵ_t linéaire

- Figure 54 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales, pour $\bar{u}_s/\bar{u}_0 = 5$ avec force de frottement au fond du canal et ϵ_t linéaire
- Figure 55 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales, pour $\bar{u}_s/\bar{u}_0 = 6$ avec force de frottement au fond du canal et ϵ_t linéaire
- Figure 56 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales, pour $\bar{u}_s/\bar{u}_0 = 7$ avec force de frottement au fond du canal et ϵ_t linéaire
- Figure 57 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales, pour $\bar{u}_s/\bar{u}_0 = 8$ avec force de frottement au fond du canal et ϵ_t linéaire
- Figure 58 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales, pour $\bar{u}_s/\bar{u}_0 = 9$ avec force de frottement au fond du canal et ϵ_t linéaire
- Figure 59 Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique dans différentes sections transversales, pour $\bar{u}_s/\bar{u}_0 = 10$ avec force de frottement au fond du canal et ϵ_t linéaire.

INTRODUCTION

L'étude du ressaut hydraulique stationnaire ou mobile revêt depuis longtemps et surtout depuis quelques années un nouvel intérêt du fait de deux de ses caractéristiques. D'une part, par son caractère brusquement varié, il se distingue du point de vue hydraulique, des études classiques du type écoulements filaires (réseaux d'adduction ou de distribution, canaux). Les méthodes globales relevant des équations intégrales (Bernoulli et Euler) qui ont servi à déterminer ses caractéristiques (hauteur, pertes de charge et longueur) ne sont plus suffisantes lorsqu'on s'intéresse à l'évolution de l'écoulement interne, on doit alors revenir à la représentation de l'écoulement en un point matériel (équation de Reynolds). D'autre part, une telle étude devient indispensable quant à l'optimisation du processus relevant d'autres techniques (génie mécanique).

Le souci permanent d'amélioration du rendement et des économies sur la dissipation d'énergie, nécessite d'abord une meilleure connaissance de l'influence de l'écoulement interne dans le ressaut, puis la recherche de l'écoulement optimal et des moyens technologiques à le réaliser.

La présente étude consiste à étudier la distribution de la vitesse dans le ressaut hydraulique noyé dans un canal horizontal et de section rectangulaire uniforme.

Après avoir rappelé certaines définitions indispensables à la compréhension du texte et examiner les formes particulières

prises par les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement pour le problème considéré, un modèle mathématique a été établi.

La résolution numérique du modèle a donné des résultats qui ont permis la détermination du profil de la vitesse dans le ressaut noyé.

Les résultats expérimentaux obtenus avec le tube de pitot ont servi à l'évaluation de cette vitesse.

GENERALITES SUR LE RESSAUT STATIONNAIRE

Les écoulements dans les canaux peuvent varier graduellement ou rapidement en fonction du lieu.

Une variation de l'écoulement est considérée comme graduelle si tous les paramètres qui l'influencent, subissent des petits changements locaux, tandis que dans le cas des écoulements à variation rapide, la hauteur d'eau par exemple, peut changer brusquement (ressaut hydraulique).

Pour l'écoulement graduellement varié on admet que :

- la vitesse est constante et égale à : $V = Q / S$,
- la loi de distribution de pression est hydrostatique.

Pour l'écoulement brusquement varié ces hypothèses ne sont plus valables.

L'écoulement dans des canaux rectangulaires à ciel ouvert peut être caractérisé par le nombre de Froude $F_r = \sqrt[3]{Q^2 / g(bh)^3}$ où Q est le débit, g l'accélération, b la largeur du canal et h la hauteur d'eau dans le canal.

1/ Définition :

Le ressaut est défini comme étant le phénomène hydraulique correspondant au passage brutal d'un écoulement dans un état supercritique (régime dit "torrentiel" $F_r > 1$) à un écoulement dans un état subcritique (régime dit "fluvial" $F_r < 1$).

L'expérience montre alors qu'une onde stationnaire prend naissance et dissipe de l'énergie par éclatement de la veine liquide.

Ce phénomène est observable dans plusieurs ouvrages hydro-techniques en particulier :

- * dans les biefs aval des déversoirs,
- * dans les écoulements sous vanne .

2/ Caractéristiques du ressaut

Pour la simplification de l'étude, un ressaut hypothétique est introduit, dans lequel deux zones sont à distinguer :

- zone d'étalement, animée de mouvement de translation à brusque élargissement en verticale;
- zone rouleau, animée de mouvement rotatif d'un courant saturé d'air (figure 1, page 16).

Un échange constant de particules se produit entre les deux zones.

2.1/ Origine et extrémité du ressaut

Une section du courant torrentiel en amont du ressaut sera prise comme origine. Dans cette section subsiste encore l'épure

de répartition des vitesses, correspondant à l'écoulement du liquide graduellement varié (section 1-1, figure 1 page 16).

La section dans laquelle l'accroissement des profondeurs se termine sera prise comme extrémité du ressaut. Dans cette section la répartition des vitesses du courant fluvial diffère peu de celle correspondant à l'écoulement graduellement varié (section 2-2, figure 1 page 16).

2.2/ Profondeurs conjuguées-longueur et hauteur du ressaut

Les profondeurs dans les sections (1-1) et (2-2) limitant le ressaut sont appelées "profondeurs conjuguées" (h_1, h_2).

La profondeur $h_2 - h_1 = a'$, est appelée "hauteur du ressaut".

La distance entre les deux sections (1-1) et (2-2) est appelée "longueur du ressaut" (L_{res}).

Sur la longueur d'une zone en aval du ressaut dénommée L_{av} , l'épure des vitesses se transforme en épure d'écoulement uniforme. Les impulsions s'y amortissent jusqu'à atteindre les valeurs correspondant à cet écoulement (figure 1 ci-dessous).

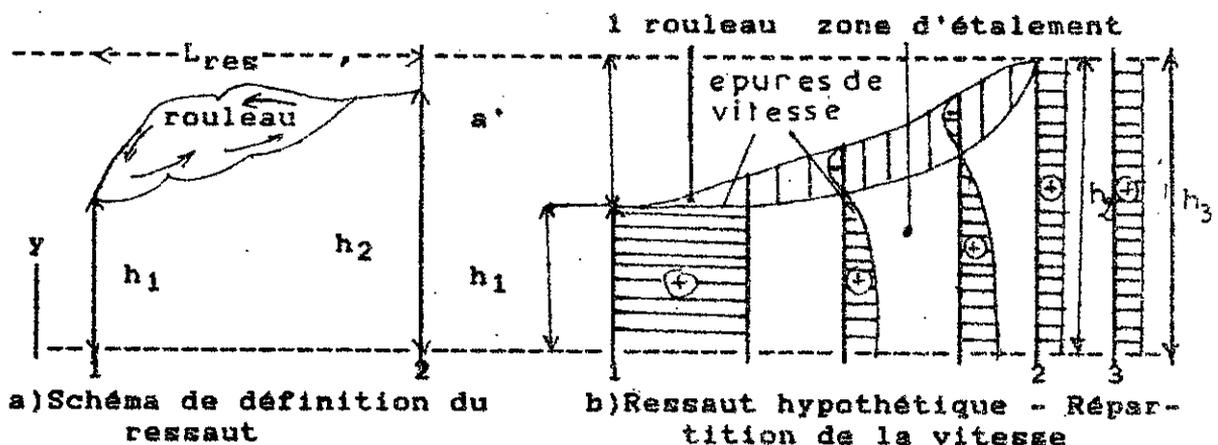


Figure 1 Resson Hydraulique

2.3/ Différents types de ressauts

a) La classification des ressauts :

Elle est fonction du nombre de Froude amont F_{r1} . Il existe des ressauts ondulés ($1 < F_{r1} < 1.7$), des ressauts faibles ($1.7 < F_{r1} < 2.5$), des ressauts oscillants ($2.5 < F_{r1} < 4.5$), des ressauts stationnaires ($4.5 < F_{r1} < 9$) dans cette catégorie il y a des ressauts dénoyés et des ressauts noyés (figure 2 ci-dessous) et enfin des ressauts forts ($9 < F_{r1}$) [2 et 32].

b) Ecoulement noyé

Considérons l'écoulement par dessous une vanne plane dans un canal rectangulaire à fond horizontal de largeur b (figure 2 ci-dessous).

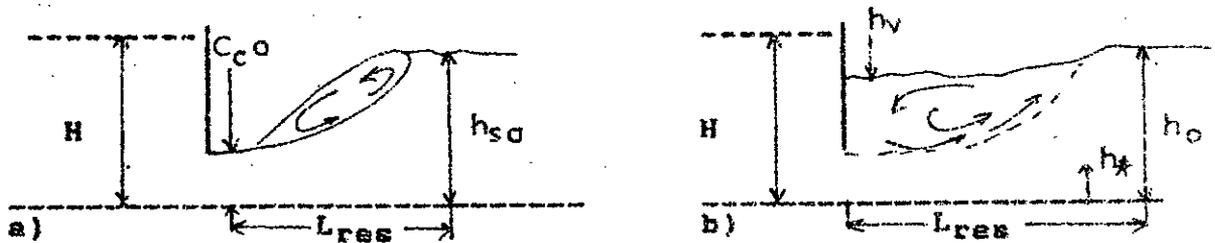


Figure 2 a) Ecoulement dénoyé

b) Ecoulement noyé

Pour $h_0 < h_{sa}$, l'écoulement au dessous de la vanne est dénoyé (ressaut dénoyé), mais il est noyé (ressaut submergé) si $h_0 > h_{sa}$, h_0 étant la hauteur d'eau aval et h_{sa} la hauteur de submersion limite.

La submersion aval limite est atteinte si le pied d'un ressaut hydraulique se trouve à l'endroit de la section

contactée. La hauteur d'eau aval h_{sa} se calcule selon l'équation :

$$h_{sa} / C_c a = [(1 + 8F_{r2}^2)^{1/2} - 1] / 2$$

avec C_c : coefficient de contraction, a : l'ouverture de la vanne et F_{r2} : nombre de Froude aval.

3/ Turbulence

Puisque le ressaut est phénomène hydraulique particulièrement turbulent, un rappel des fondements de la théorie de la turbulence est nécessaire.

3.1/ Définition :

La turbulence est caractérisée par le fait qu'il n'est pas possible de maintenir un écoulement permanent; à l'écoulement moyen se superpose un mouvement non stationnaire présentant des caractéristiques aléatoires: l'agitation turbulente caractérisée par une vitesse moyenne nulle et par des paramètres statistiques. C'est essentiellement la turbulence qui est responsable des pertes de charge en provoquant un échange de quantité de mouvement entre les différentes couches de fluide dans l'écoulement moyen, mais c'est également la turbulence qui détermine les propriétés diffusives de l'écoulement et l'équilibre des suspensions.

3.2/ Vitesse instantanée dans un écoulement turbulent

A débit constant, en un point de l'écoulement, la vitesse subit des variations continues en direction et en

intensité. Mais les variations s'effectuent autour d'une valeur moyenne définie par :

$$v_m = \bar{v} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} v dt$$

Δt grand devant les durées des fluctuations

ETAT DE CONNAISSANCE SUR LE RESSAUT HYDRAULIQUE DANS
UN CANAL RECTANGULAIRE ET HORIZONTAL

I 1 Détermination des caractéristiques du ressaut hydraulique

Les connaissances actuelles sur le ressaut ne sont pas encore suffisamment étendues pour que l'écoulement interne soit parfaitement compris. Par contre, en ce qui concerne le phénomène dans son ensemble, des approches simplifiées permettent d'en analyser les caractéristiques les plus marquantes. En particulier, il peut être décrit par :

- ses profondeurs conjuguées h_1 et h_2 (figure 1 page 16),
- sa longueur (L_{res}),
- pertes d'énergie (ΔH).

En appliquant les lois de la conservation de la masse et de la quantité de mouvement à un écoulement sur fond horizontal, des relations ont été établies, afin de calculer les différentes caractéristiques indiquées ci-dessus [1 et 10].

1.1/ Détermination des profondeurs conjuguées

Le problème classique posé par le ressaut hydraulique est de calculer l'une des profondeurs conjuguées en fonction de l'autre pour un débit et un canal donné.

En appliquant le théorème d'EULER à la masse liquide continue entre les sections (1-1) et (2-2) (figure 1 page 16) et en supposant que :

- le canal est rectangulaire à fond horizontal;
- les effets de frottements sur les parois et le fond du canal le long de la faible distance séparant S(1-1) et S(2-2) sont négligeables par rapport à la perte de charge due à la turbulence créée par le ressaut;
- les vitesses des différents filets liquides dans chacune des sections (1-1) et (2-2) sont parallèles et égales à la vitesse moyenne dans la section considérée [23].

Il en résulte :

$$\frac{q^2}{gh_1} + \frac{h^2_1}{2} = \frac{q^2}{gh_2} + \frac{h^2_2}{2} \quad (\text{I.1.1})$$

avec $q = Q / b$ débit unitaire, b : largeur du canal,

Q : débit d'écoulement

Après réduction et simplification par $h_1 - h_2$, l'équation devient :

$$h^2_2 + h_1 h_2 - 2q^2/gh_1 = 0 \quad (\text{I.1.2})$$

seule la racine positive a un sens physique, soit :

$$h_2 = h_1 \left[\sqrt{1 + 8q_1^2/gh_1^3} - 1 \right] / 2$$

qui s'écrit :

$$h_2/h_1 = \left[\sqrt{1 + 8F_{r1}^2} - 1 \right] / 2 \quad (\text{I.1.3})$$

avec $F_{r1} = \sqrt{q_1^2/gh^3}$, F_{r1} nombre de Froude dans la section (1-1).

Cette équation théorique classique, appelée équation de Belanger, fut vérifiée expérimentalement par différents auteurs et a donné lieu à l'expression :

$$h_2/h_1 = [\sqrt{1 + a Fr_1^2} - 1] \quad (I.1.4)$$

avec "a" variant selon les auteurs ($8 \leq a \leq 12,54$) suivant la distribution de la vitesse dans la section (1 - 1) \bar{u}_1 [23].

Dans le cas d'un ressaut noyé (figure 2b page 17), on connaît souvent la hauteur d'eau aval (h_0), mais la hauteur à proximité aval de la vanne (h_v) n'est pas connue. La relation entre ces deux hauteurs d'eau s'obtient en appliquant le théorème de la quantité de mouvement. Soit U_m la vitesse moyenne dans la section contractée. La hauteur d'eau correspondante h_* de l'écoulement principal du ressaut noyé est donc $h_* = Q / bU_m = C_c a$. Par conséquent, on obtient :

$$bh_v^2 / 2 + QU_m / g = bh_0^2 / 2 + Q^2 / gbh_0$$

1.1.2/ Détermination de la longueur du ressaut

Si la hauteur du ressaut est accessible au calcul, il n'en est malheureusement pas de même de sa longueur. Actuellement seule l'expérience permet de recueillir quelques données sur ce point.

Plusieurs formules empiriques ont été proposées [1] :

formule de PAVLOWSKI : $L_{res} = 2,5 h_2 (1,9 - h_1/h_2)$ (I.1.5)

formule de SMETANA : $L_{res} = 6 (h_2 - h_1)$ (I.1.6)

formule de PIKALOV : $L_{res} = 4 h_1 \sqrt{1 + 2Fr_1}$ (I.1.7)

avec, L_{res} : longueur du ressaut,

h_1 : hauteur conjuguée à l'amont du ressaut,

h_2 : hauteur conjuguée à l'aval du ressaut,

F_{r1} : nombre de Froude à l'amont du ressaut.

La longueur du ressaut dénoyé qui est d'habitude adoptée et qui est basée sur la fin du rouleau [1 et 26] est :

$$L_{res} = 6h_2$$

Et pour le ressaut noyé [17 et 18] elle est :

$$L_{res} = (6.1 + 4.9S_0)h_2$$

où $S_0 = (h_0 - h_2) / h_2 \geq 0$, est le facteur de submersion et h_2 hauteur conjuguée par rapport à $h_* = C_c a$ du ressaut dénoyé.

Ainsi, on constate que le ressaut submergé est plus long que le ressaut dénoyé.

Certains auteurs définissent la longueur du ressaut (L_{res}) comme la distance longitudinale entre le point où commence la discontinuité de l'écoulement supercritique et le point, (dans la partie subcritique du ressaut) où les conditions de l'écoulement sont de nouveau essentiellement définies par les caractéristiques du canal (pente, rugosité, etc...).

Alors la longueur effective du ressaut dénoyé est nettement supérieure à la valeur ci-dessus mentionnée. Elle peut atteindre 20 à 25 fois la valeur subcritique h_2 [25 et 26].

1.1.3/ Détermination des pertes de charge dues au ressaut

L'intérêt technique du ressaut hydraulique est particulièrement dû à la dissipation d'énergie mécanique qu'il permet de réaliser. Elle est mesurée par l'abaissement de la ligne d'énergie entre les sections (1-1) et (2-2) (figure 1 page 16):

$$\Delta H = H_1 - H_2 = (z_1 + \bar{u}_1^2/2g) - (z_2 + \bar{u}_2^2/2g) \quad (I.1.8)$$

z_1 et z_2 : côtes des surfaces libres des sections (1-1) et (2-2)
 \bar{u}_1 et \bar{u}_2 : vitesses dans les sections (1-1) et (2-2).

Pour un canal horizontal de section rectangulaire :

$$\Delta H = (h_1 + q^2/2gh^3_1) - (h_2 + q^2/2gh^3_2) \quad (I.1.9)$$

de l'équation (I.1.2), il en résulte :

$$q^2/2g = h_2^3 h_1/4 + h_1^3 h_2/4 \quad (I.1.10)$$

d'où l'expression de la perte de charge est :

$$\Delta H = (h_2 - h_1)^3 / 4h_1 h_2 \quad (I.1.11)$$

La dissipation relative d'énergie dans un ressaut submergé $\sigma_s = \Delta H_s/H$, peut être plus faible ou plus grande que dans le ressaut dénoyé correspondant [34]. Soit $E = \sigma_s / \sigma$ le rapport des dissipations relatives du ressaut submergé et du ressaut dénoyé. Comme démontré par Rajaratnam [18] E devient très faible pour des grandes valeurs du facteur de submersion S_0 (ressauts fortement submergés). Cependant, E peut être plus grand que l'unité si $S_0 < 0.5$ et le nombre de Froude F_* au pied du ressaut sont simultanément petits.

I.2/ Etude de la structure cinématique et dynamique

Concernant la structure cinématique et dynamique du ressaut des études théoriques et expérimentales ont été réalisées. Il y a lieu de citer les travaux de ROUSE et col [33] RESH, F.J. et J. LEUTHEUSSER [24, 25 et 26]; ainsi que ceux de RESH, F.J. et col [29] qui sont une suite des travaux précédemment cités.

Sur le plan théorique, ces travaux sont basés sur l'intégration des équations de la continuité et de la conservation de la quantité de mouvement sur un volume de contrôle.

1.2.1 Etude théorique

a) Système de coordonnées et notations

Les notations et le système de coordonnées utilisées sont indiqués sur la figure 3 page 26 :

- l'axe OX est choisi suivant la direction de l'écoulement,
- l'axe OY est perpendiculaire à OX suivant la verticale,
- l'axe OZ est la direction horizontale transversale à l'écoulement,
- les composantes de la vitesse dans les directions OX, OY et OZ sont notées u, v et w et leurs fluctuations respectives u', v' et w'.

Pour l'écoulement bidimensionnel, stationnaire et turbulent d'un fluide incompressible dans un canal lisse horizontal et de section rectangulaire uniforme, les équations de Reynolds s'écrivent :

- dans la direction OX :

$$\left| \frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{u} \bar{v}}{\partial y} \right| + \left| \frac{\partial \bar{\rho} \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho} \overline{u'v'}}{\partial y} \right| = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) \quad (I.2.1)$$

- dans la direction OY :

$$\left| \frac{\partial \bar{\rho} \bar{u} \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{v}^2}{\partial y} \right| + \left| \frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}' \bar{v}'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{v}'^2}{\partial y} \right| = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) - \bar{\rho} g$$

- $\bar{\rho}$, \bar{P} , μ et g représentent respectivement la masse volumique du fluide, la pression, la viscosité dynamique du fluide et l'accélération de la pesanteur.

Pour la résolution de ces équations REZH et col [26] ont proposé leur intégration sur un volume de contrôle donné, représenté par la figure 3 ci-dessous.

Ce volume est délimité dans :

- la direction OX : par les sections S_1 et S_2 . La première étant la section située immédiatement en amont du ressaut où l'écoulement est encore supercritique. La seconde est la dernière section en aval du ressaut.

- la direction OY : par le fond du canal ($y=0$) et par la ligne de courant ($\Psi = 1$). La pente de la ligne de courant est :

$$d' = \bar{v} / \bar{u} \quad (1.2.3)$$

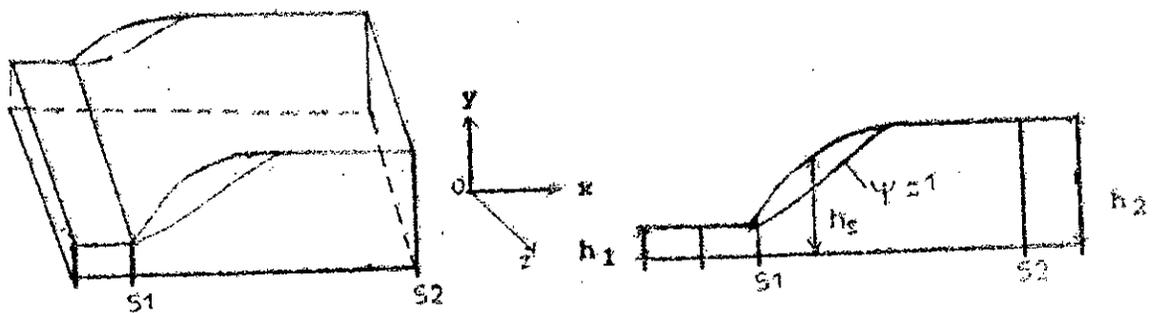


Figure 3 Volume de contrôle et notations

L'intégration des équations (I.2.1) et (I.2.2) dans le volume de contrôle indiqué donne les équations suivantes :

$$\int_0^h \rho \bar{u}^2 dy + \int_0^h \rho \bar{u}'^2 dy + \int_0^h \bar{P} dy = \int_0^x \left. \rho \bar{u}^2 \right|_{y=h} d'x - \int_0^x \left. \rho \bar{u}'^2 \right|_{y=h} d'x -$$

$$- \int_0^x \left. \bar{P} \right|_{y=h} d'x + \int_0^x \left. \rho \bar{u} \bar{v} \right|_{y=h} d'x + \int_0^x \left. \rho \bar{u}' \bar{v}' \right|_{y=h} d'x + \int_0^x \left. \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|_{y=0} d'x = K_0 =$$

$$= \int_0^{h_1} \rho \bar{u}^2 dy + \int_0^{h_1} \rho \bar{u}'^2 dy + \int_0^{h_1} \bar{P} dy \quad (I.2.4)$$

et

$$P(y) = - \int_{h_K}^y \rho g dy' = \rho (\bar{v}^2 + \bar{v}'^2) = \int_{h_K}^y \frac{\partial}{\partial x} (\rho \bar{v} \bar{u} + \rho \bar{v}' \bar{u}') dy' \quad (I.2.5)$$

La première équation (I.2.4) se présente sous la forme d'un bilan énergétique le long du courant. Alors que la deuxième équation (I.2.5) représente la distribution de la pression suivant la profondeur OY (dans le cas du ressaut la pression n'obéit pas à la loi hydrostatique; $gy + P/\rho \neq \text{constante}$).

Les auteurs ont introduit la notion de taux de présence de la phase gazeuse θ , notion intervenant dans l'expression de la masse volumique ρ ($\rho = (1 - \theta)\rho_{\text{eau}} = \theta\rho_{\text{air}}$).

Finalement pour le cas étudié, les équations de Reynolds générales s'écrivent :

représente un terme correctif pour la pression hydrostatique, due aux forces d'inerties verticales.

- [3] le frottement pariétal sur le fond du canal.

- [4a] + [4b] le flux de la quantité correspondant aux mouvements turbulents à travers la surface S3 (section dont le profil est délimité par la ligne de courant $I = 1$ entre S1 et S2 .

- [5a] l'effet de la force de pression hydrostatique sur la surface S3, c'est à dire du poids de la hauteur d'eau située entre la surface S3 et la surface libre.

-[5b] qui est égal à la somme des termes [5b₁], [5b₂] et [5b₃] est le terme correctif à apporter au terme précédent, par suite des forces verticales d'inertie dans l'intervalle $h_g - h$

-[6] le débit de quantité de mouvement à travers la surface S.

Tandis que sur le plan expérimental, ils ont déterminé les caractéristiques suivantes :

- le flux de quantité de mouvement longitudinal correspondant au mouvement moyen [1a].

- la variation de la pression [2a].

- le flux de la quantité de mouvement longitudinal correspondant au mouvement turbulent [1b].

- le terme de frottement pariétal [3]

- le terme [2b] qu'ils ont réduit au terme [2b₂] et cela du fait que le terme [2b₃] faisant intervenir les distributions $\overline{u'v'}$, et $\overline{u''v''}$ dans le rouleau du ressaut n'a pas pu être

calculé, et ils ont négligé le terme $[2b_1]$ en v^2 devant le terme $[2a]$.

- les tensions de Reynolds locales (termes en \bar{u}'^2 , d' et $\bar{u}'\bar{v}'$).

1.2.2 Inconvénients de l'étude

Les caractéristiques déterminées par les auteurs sont importantes pour comprendre la structure interne du phénomène.

Pour la résolution de l'équation (I.2.6), les auteurs ont introduit certaines hypothèses telles que :

- négliger les frottements,
- négliger l'effet de la turbulence dans les sections S1 et S2.

Ces hypothèses ont éliminé le processus important dans le ressaut ce qui nous ramène à l'équation déjà connue de Belanger :

$$h_2 / h_1 = (\sqrt{1 + 8 \cdot Fr_1^2} - 1) / 2$$

Les variations du rapport des hauteurs sont représentées en fonction du nombre de Froude Fr_1 sur la figure 4 page 31 :

- la droite "1" représente la relation de Belanger (formule ci-dessus),
- la droite "2" joint le rapport des hauteurs obtenues par lectures directes des niveaux d'eau en amont et en aval du ressaut.

Pour un nombre de Froude donné, on remarque que la relation de Belanger donne la plus forte valeur du rapport h_2 / h_1 .

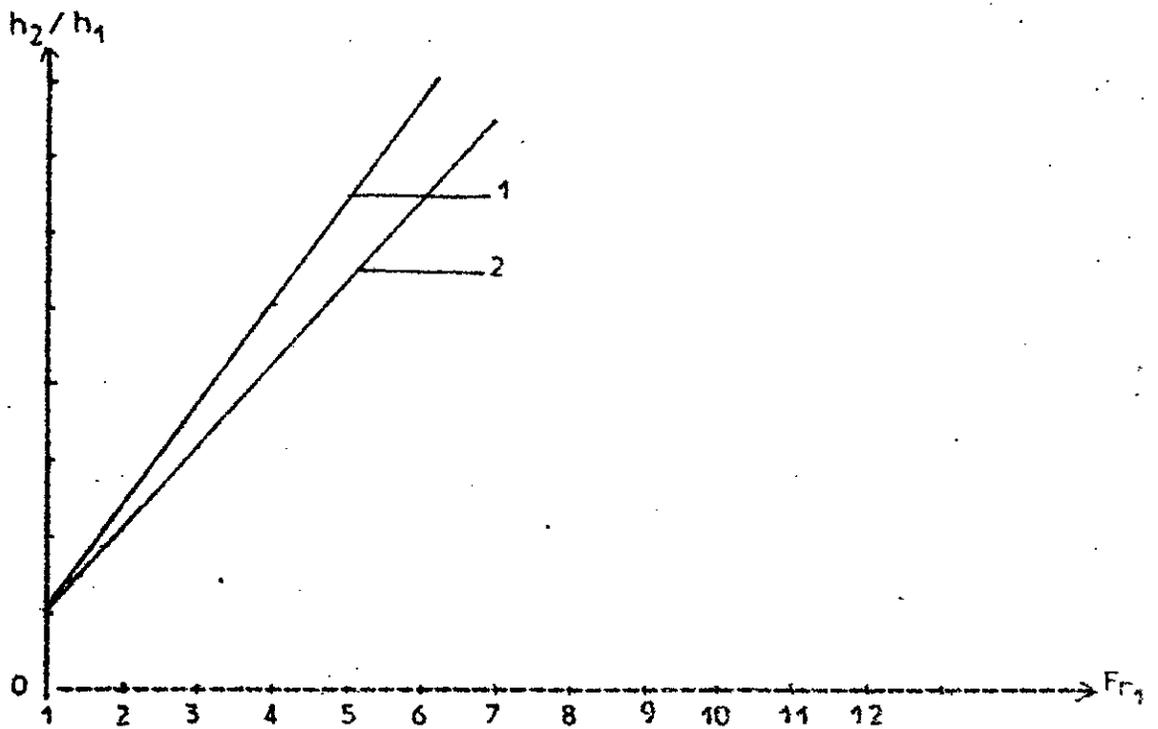


Figure 4 Variation du rapport des hauteurs
amont et aval en fonction du nombre de Froude

Les équations de la mécanique des fluides turbulents concernant la conservation de la masse et de la quantité de mouvement ont été appliquées sous une forme approchée négligeant certains effets diphasiques au cas particulier du ressaut. Elles ont été ensuite intégrées sur un volume de contrôle préalablement défini de façon à exclure la région dite du rouleau.

1.3/ Mesure de la turbulence dans le ressaut

Le ressaut est un phénomène hydraulique particulièrement turbulent. Tout effet de l'écoulement moyen s'accompagnera de changements équivalents, sans doute plus prononcés, dans la structure de l'écoulement turbulent [8].

Des appareillages et des techniques de mesures des grandeurs de turbulence dans des écoulements liquides ont été mis au point ces dernières années (anémomètre à film chaud, méthodes digitales...) [13,15,29 et 30].

Cet arsenal technique a amené les chercheurs à entreprendre des travaux sur la structure turbulente du ressaut, tenant compte des conditions de l'écoulement amont [11,24,25 et 26].

Ainsi à l'aide des techniques précédemment citées, des intensités de turbulence et des tensions de Reynolds ont été mesurées par RESH et LEUTHEUSSER [24,25 et 26], et ce pour :

- deux (02) nombres de Froude différents
- deux (02) conditions de l'écoulement amont différentes.

I.3.1 / Dispositif expérimental

Les mesures ont été effectuées dans un canal ouvert, d'une longueur total de 15 m, d'une largeur de 0.39 m et d'une hauteur de 0.60m.

L'appareillage de mesure est composé de:

- deux (02) chaînes anémométriques
- d'un convertisseur analogique -digital
- d'un visicordeur pour enregistrement graphique du signal turbulent.

Des sondes à films chauds doubles en forme de V_a ont été utilisées et les signaux aléatoires obtenus par les deux films ont été enregistrés sous forme digitale sur bandes magnétiques pour traitement.

I.3.2 / Ecoulements étudiés et mesures effectuées

Quatre (04) mesures ont été prises pour :

- deux (02) nombres de Froude différents ($F_r=2.85$ et $F_r=6.00$),
- deux (02) conditions d'écoulement amont différentes:
 - * écoulement à potentiel ou écoulement non développé,
 - * écoulement pleinement développé.

a) Définitions des écoulements amont

L'écoulement supercritique amont après la vanne coulissante est toujours composé de deux (02) couches distinctes; une couche limite d'épaisseur δ au dessus de laquelle se trouve une couche à potentiel (figure 5 ci-dessous).

L'écoulement est dit non développé, si le ressaut se produit immédiatement après la vanne et pleinement développé s'il a lieu après que l'épaisseur de la couche limite δ devient égale à la profondeur de l'eau (y) [11].

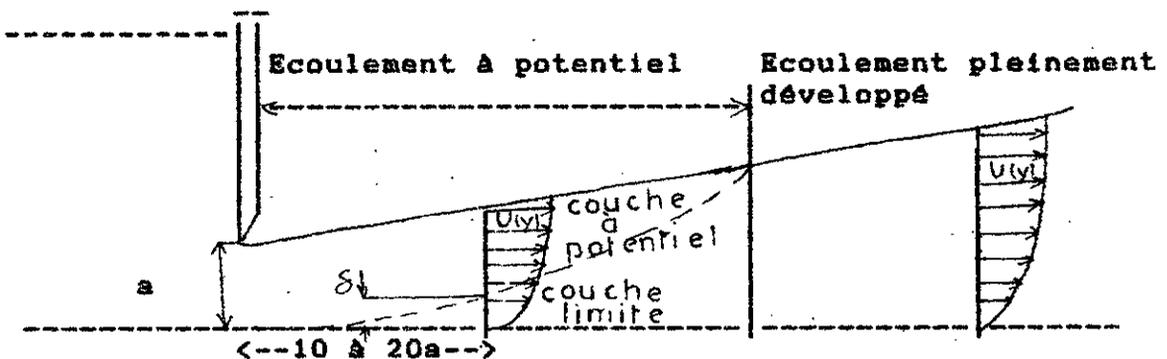


Figure 5 Schéma des différentes conditions de l'écoulement amont

b) Mesures effectuées

Sur sept (07) sections verticales choisies à partir de l'origine du ressaut, de l'amont vers l'aval et dans l'axe central, des mesures ont été relevées. Ces sections dénommées P2, P3.5, P5, P7, P10, P15, P20, sont situées à des distances à partir de la section P0 égales respectivement à 2, 3.5, ..., 15, 20 fois la hauteur subcritique h_2 .

Les répartitions des grandeurs $\sqrt{\overline{u'^2}}/\bar{u}_1$, $\sqrt{\overline{v'^2}}/\bar{u}_1$ et $\overline{u'v'}/\bar{u}_1^2$ en fonction de y/h_1 sont représentées par les figures 6 à 8 (pages à). Les grandeurs $\sqrt{\overline{u'^2}}/\bar{u}_1$ et $\sqrt{\overline{v'^2}}/\bar{u}_1$ sont les intensités de turbulence respectivement axiales et verticales, la grandeur $\overline{u'v'}/\bar{u}_1^2$ représente la tension de Reynolds (\bar{u}_1 vitesse moyenne dans la section amont; u' et v' fluctuations des composantes de la vitesse d'écoulement).

I.3.3 Analyse des résultats

a) L'écoulement amont pleinement développé

- Les intensités de turbulence axiales et verticales sont très fortes et non uniformes pour les premières sections. Elles ont tendance à faiblir et à devenir uniformes. Pour une même section, ces intensités sont importantes à la surface libre et faibles au fond, ceci est vrai pour les deux nombres de Froude (figures 6 a et b page 36 et 8 a et b page 38).
- Les tensions de Reynolds sont importantes à la surface libre et faibles au fond, ceci pour les premières sections (P0 à P10)

et pour le nombre de Froude $F_r = 2,85$. Quant au reste des sections les tensions sont nulles (figure 6.c page 36). Pour $F_r = 6.0$ les tensions atteignent le maximum dans la section P2 et s'annulent dans le reste des sections (figure 8.c page 38).

b) L'écoulement amont à potentiel

- Les intensités de turbulence sont aussi fortes que pour l'écoulement précédemment évoqué pour les premières sections, s'affaiblissent et s'uniformisent pour le reste des sections (figures 7 a et b page 37 et 9 a et b page 39) et pour les deux nombres de Froude.

- Les tensions de Reynolds existent juste au début du ressaut (sections P2 + P3.5, figures 7.c page 37 et 9.c page 39).

I.3.4 Commentaires des résultats

A travers les résultats obtenus, il est à constater:

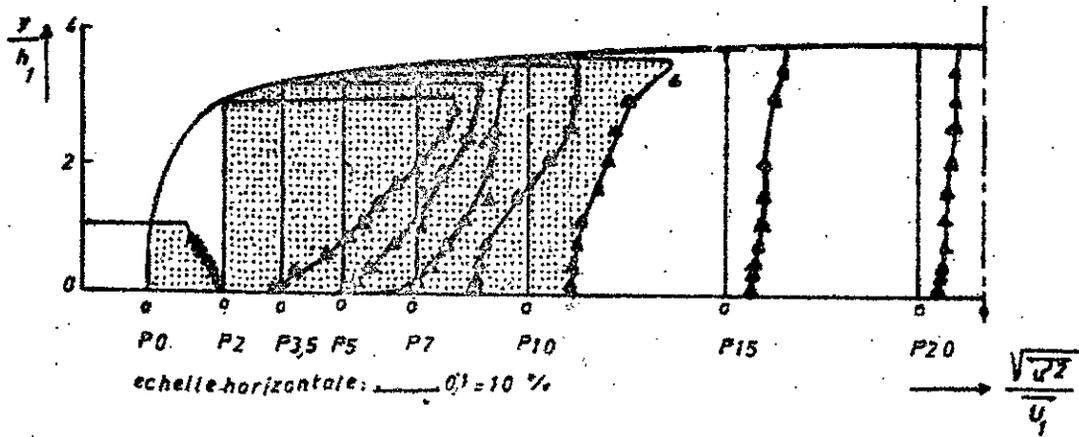
- la dualité des structures interne et externe des écoulements amont pleinement développé (type I) et à potentiel (type II).

En particulier, la longueur du ressaut type I est plus grande que celle du type II. D'autre part, les niveaux de turbulence sont plus élevés.

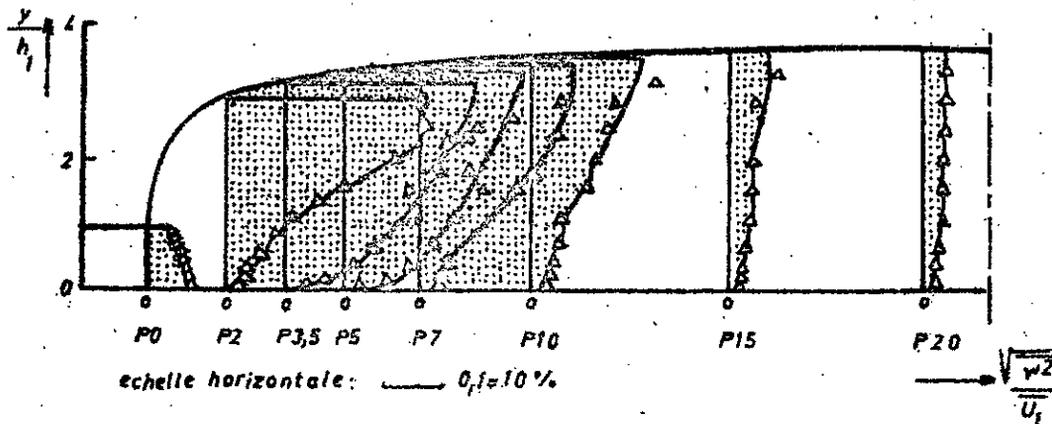
Ceci montre que la structure de l'écoulement dans les ressauts hydrauliques dépend fortement des conditions de l'écoulement supercritique amont.

L'existence d'un écoulement pleinement développé juste à l'amont du rouleau conduit à un état de turbulence. Ce dernier

a)



b)



c)

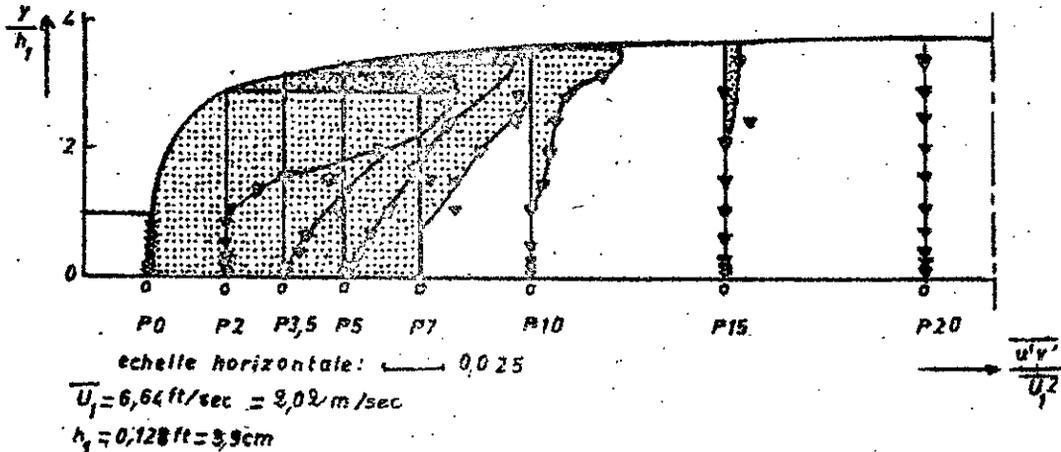


Figure 5 Répartition des intensités de turbulence et des tensions de Reynolds dans le ressaut hydraulique $F_1 = 2,85$; écoulement amont pleinement développé.

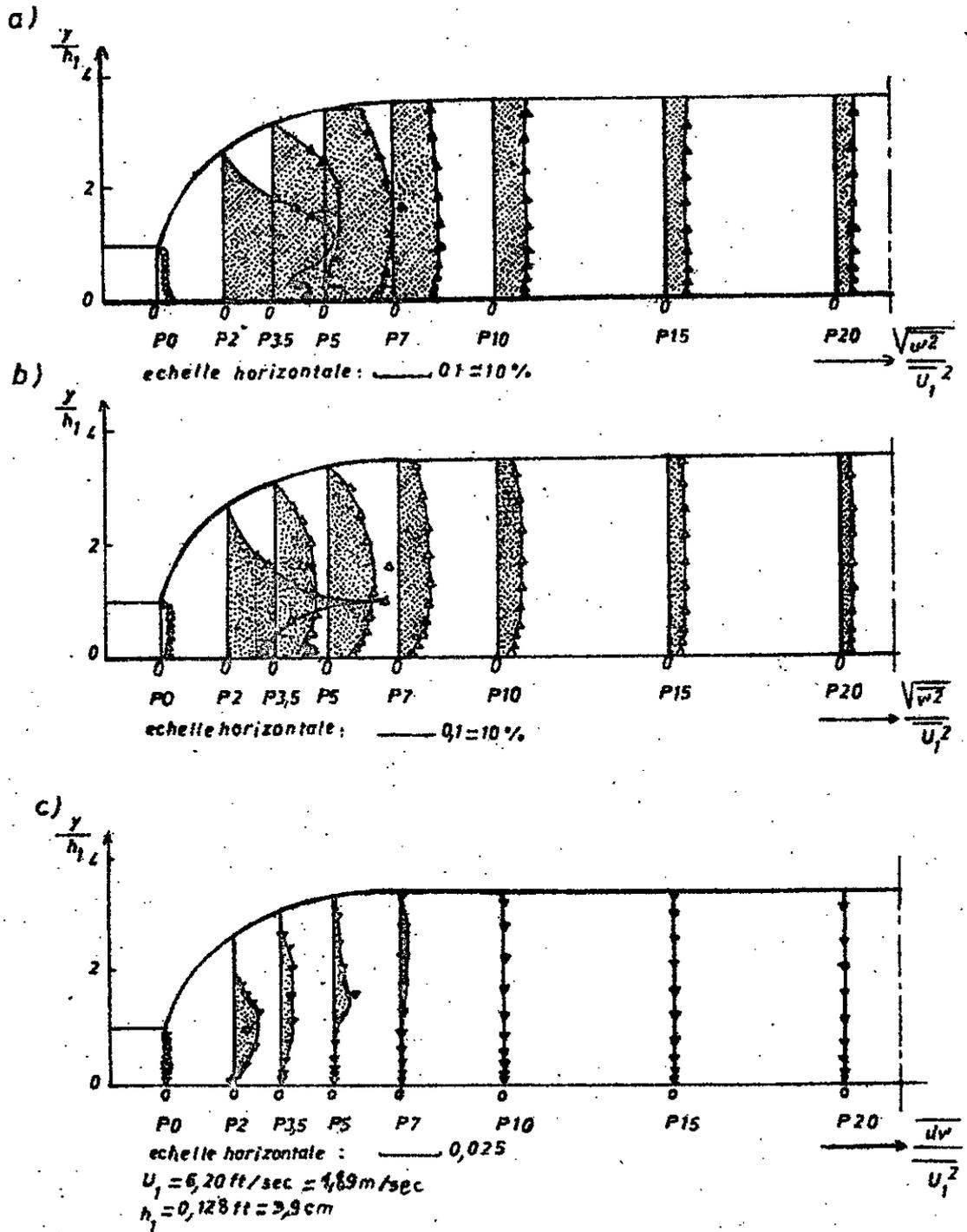
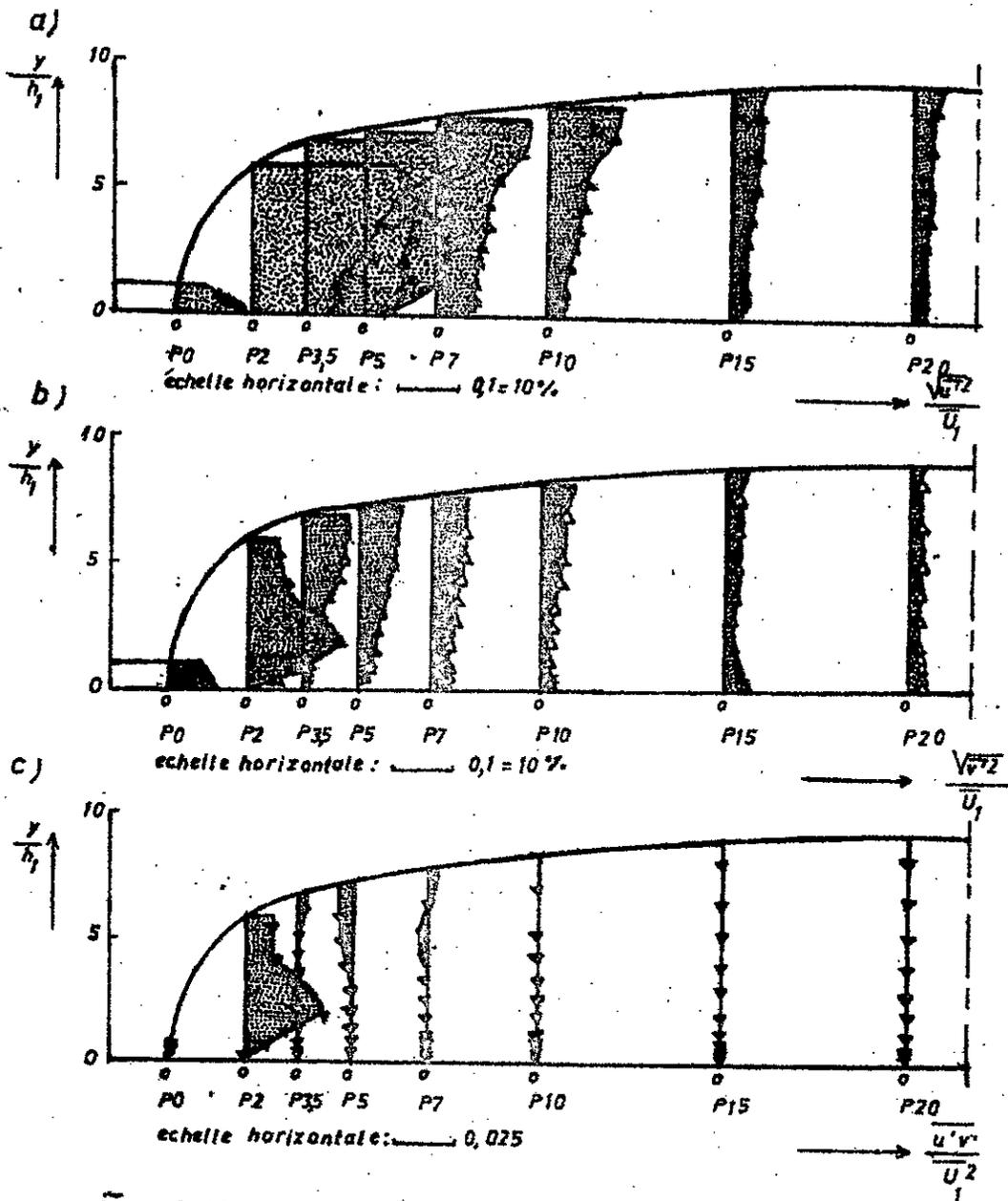


Figure 7 Répartition des intensités de turbulence et des tensions de Reynolds dans le ressaut hydraulique $F_1 = 2.85$; écoulement amont à potentiel.



$$\bar{U}_1 = 8.49 \text{ ft/sec} = 2.59 \text{ m/sec}$$

$$h_f = 0.04 \text{ ft} = 1.22 \text{ cm}$$

Figure 8 Répartition des intensités de turbulence et des tensions de Reynolds dans le ressaut hydraulique, $F_1 = 6.00$; écoulement amont pleinement développé

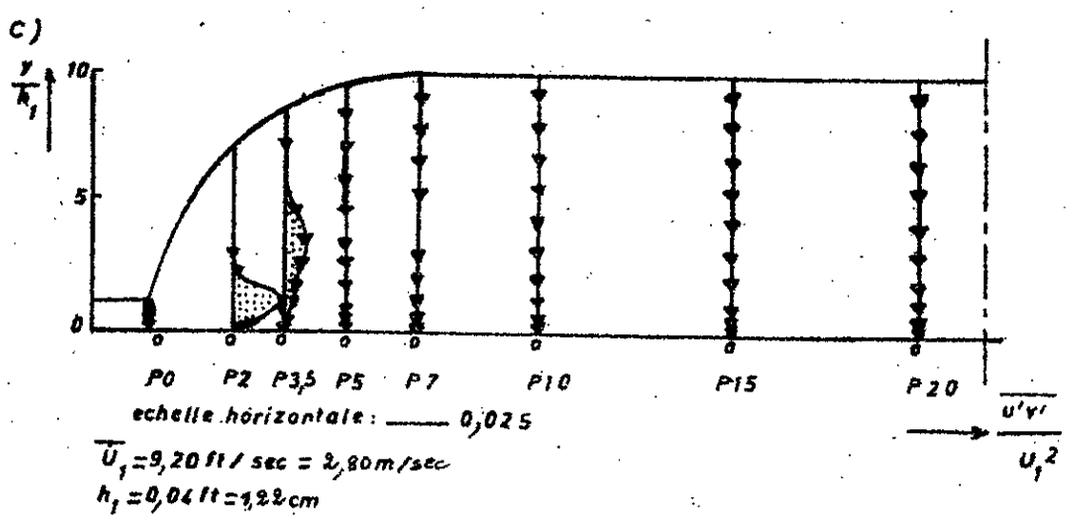
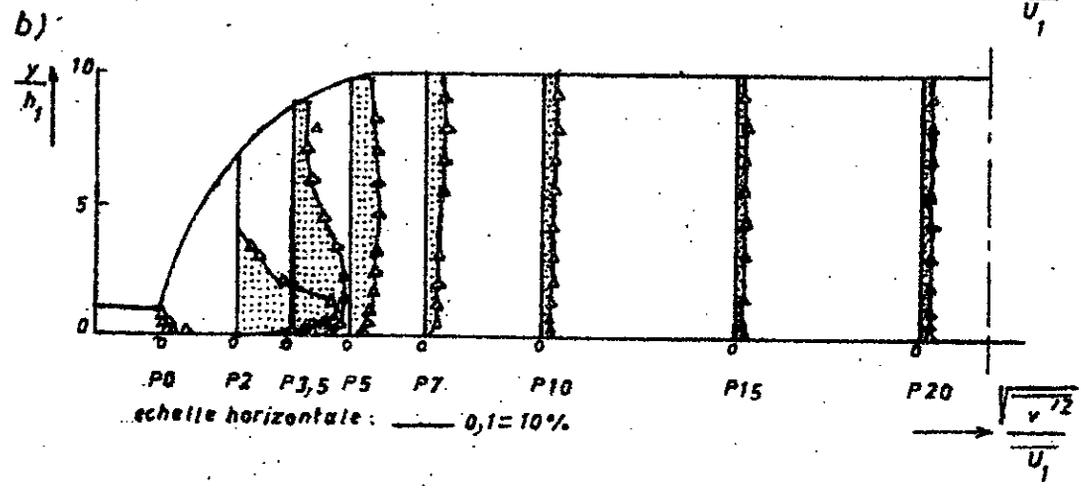
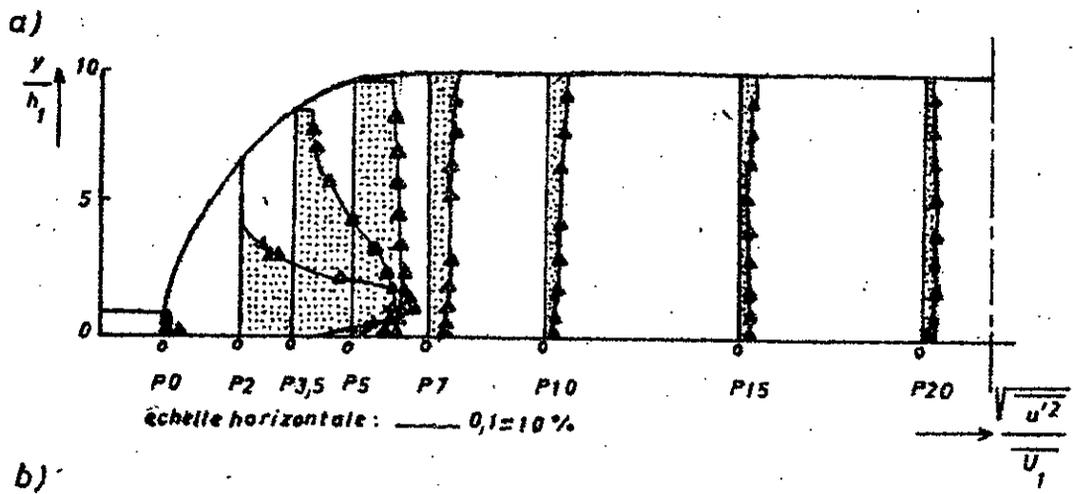


Figure 9 Répartition des intensités de turbulence et des tensions de Reynolds dans le ressaut hydraulique, $F_1 = 6,00$, écoulement à potentiel.

est sans doute, constitué par l'effet de l'apparition d'une couche de turbulence libre au sommet de la nappe supercritique et de la turbulence de parois à la base du canal.

Donc un ressaut avec un écoulement pleinement développé ne doit pas être tellement différent, par sa structure, du phénomène bien connu de jet turbulent sur parois.

Par ailleurs, un ressaut avec écoulement amont non développé aura tendance à montrer un écoulement séparé de la paroi. Ce qui conduit à un état de turbulence plus proche de la turbulence libre. Etat pouvant être comparé aux processus de mélange d'un jet pénétrant dans un fluide au repos (jet noyé) [5 et 12].

I.4 Etude de la vitesse moyenne

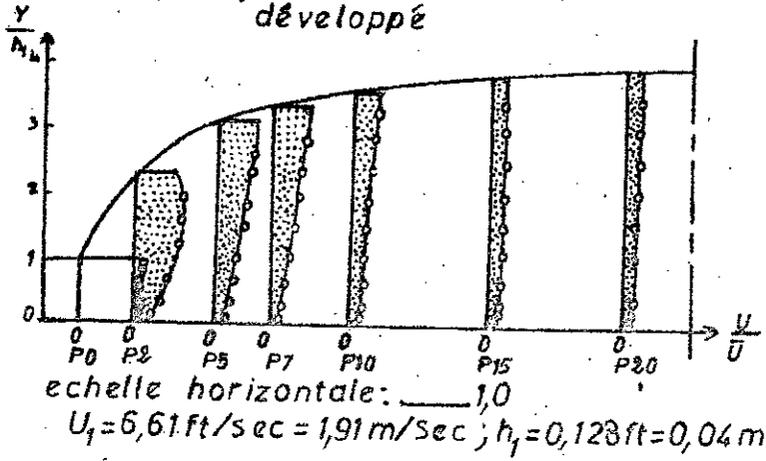
En faisant la mesure de la turbulence (paragraphe I.3) F.J. RESCH et H.J. LEUTHEUSSER [24, 25 et 26] ont mesuré la vitesse moyenne locale avec un tube de pitot relié à un manomètre différentiel à eau (tube en U renversé).

Les auteurs ont effectué des mesures pour chacune des différentes sections transversales citées au paragraphe I.3.

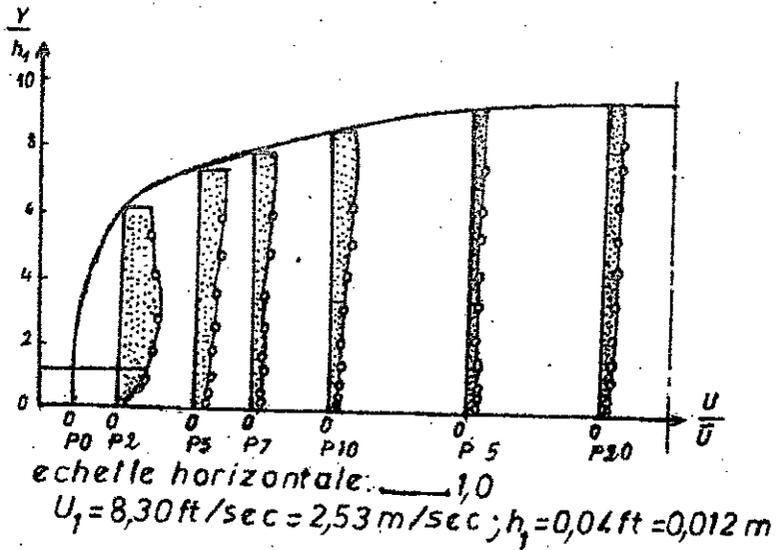
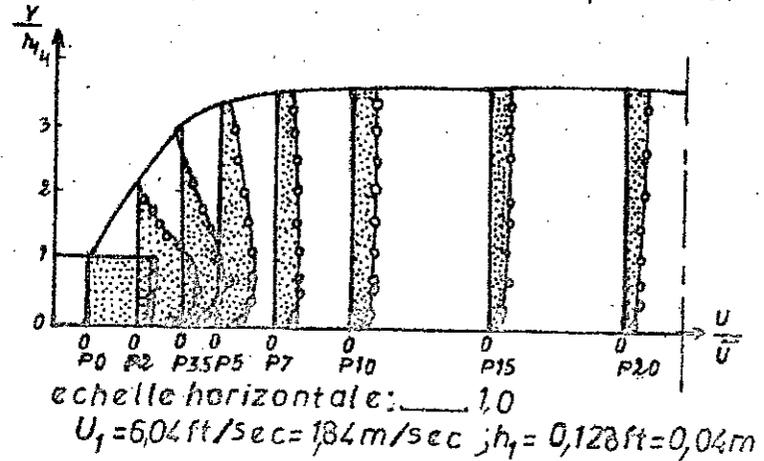
I.4.1 Analyse des résultats

Les distributions des vitesses moyennes sont représentées sur la figure 10 page 41. On se rend compte que les ressauts avec écoulement amont pleinement développé ont une longueur

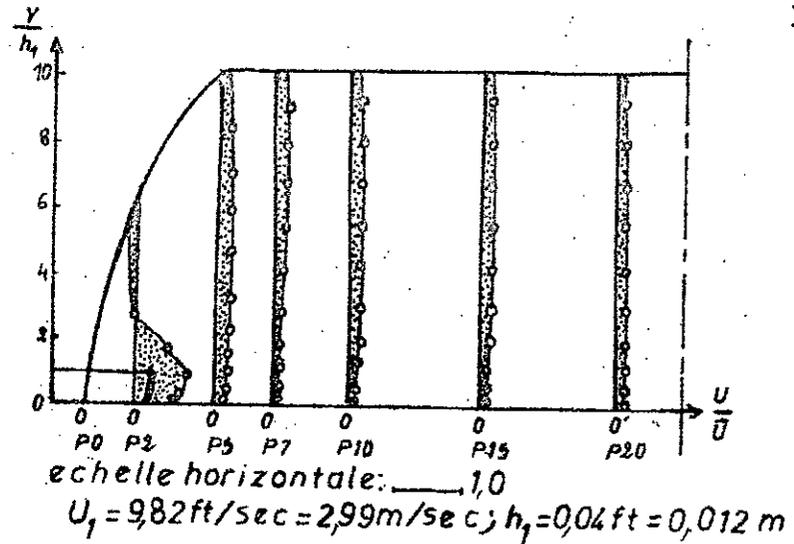
a) Distribution des vitesses moyennes
 $F_r = 2,85$; écoulement amont pleinement développé



b) Distribution des vitesses moyennes
 $F_r = 2,85$; écoulement amont à potentiel



c) Distribution des vitesses moyennes
 $F_r = 6,00$; écoulement amont pleinement développé



d) Distribution des vitesses moyennes
 $F_r = 6,00$; écoulement amont à potentiel

Figure 10

très supérieure à celle des ressauts avec écoulement amont à potentiel. Dans le premier cas on remarque que les distributions des vitesses dans une section ne semblent pas avoir atteint un état d'équilibre à des sections aussi éloignées que $x = 20h_2$, alors que dans le second (écoulement amont à potentiel) l'écoulement semble avoir un équilibre tel, qu'il est possible d'assurer que les effets du ressaut sont insignifiants à une telle distance. Si l'on considère les profils de vitesse dans le rouleau section P2, P5, P7, on peut également noter des différences intéressantes pour les deux types de ressauts. Dans le ressaut type I (écoulement amont pleinement développé) il semble que l'on obtient les plus fortes valeurs de la vitesse plus près de la surface libre que pour les ressauts type II ou les plus fortes valeurs de la vitesse se produisent plus près de la paroi.

1.4.2 Commentaires des résultats

Ces résultats expérimentaux ne sont pas suffisamment précis surtout dans la région du courant de retour (rouleau) où le sens des vitesses s'inverse par rapport au sens de l'écoulement.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté l'état de connaissance sur le ressaut hydraulique dans un canal horizontal de section rectangulaire.

Les connaissances actuelles sur ce phénomène ne sont pas encore étendues pour que l'écoulement interne soit parfaitement compris. Pour cela, on se propose dans ce qui suit, d'étudier l'écoulement interne d'un fluide dans un ressaut hydraulique submergé dans un canal rectangulaire.

EQUATIONS DU MOUVEMENT D'UN RESSAUT

HYDRAULIQUE NOYE

II.1 Généralités

II.1.1 Definition de l'écoulement turbulent

C'est un écoulement qui s'accompagne d'un brassage intense du fluide et de pulsation des vitesses et des pressions. Les particules du fluide se déplacent dans toutes les directions, de manière aléatoire et leurs trajectoires sont souvent des courbes de formes très compliquées [1,8 et 9].

Pour les besoins de l'étude, il sera considéré un écoulement turbulent composé d'un ensemble de tourbillons de tailles, de formes et de vitesses rotationnelles différentes, emportés par un mouvement d'ensemble.

II.1.2 Equations générales du mouvement des écoulements turbulents

Partant de l'écoulement précédemment considéré, le mouvement désordonné en un point fixe de l'espace (apprécié à un instant donné t par un observateur s'y trouvant) peut être représenté par la somme de deux mouvements à savoir:

- un mouvement d'ensemble
- un mouvement fluctuant

Ceci signifie que les valeurs instantanées des composantes de la vitesse (u,v,w) et de la pression (P) en un point seront remplacées par :

$$u = \bar{u} + u' ; v = \bar{v} + v' ; w = \bar{w} + w' \quad (\text{II.1.1})$$

$$\text{et } P = \bar{P} + P' \quad (\text{II.1.2})$$

$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{p}$ représentent les moyennes des grandeurs :

$$\bar{u} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^{\infty} u dt ; \bar{v} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^{\infty} v dt ; \bar{w} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^{\infty} w dt$$

(II.1.3)

Ceci implique que le mouvement moyen est permanent :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} = 0$$

En remplaçant dans les équations du mouvement les valeurs instantanées par la somme des valeurs moyennes et des valeurs fluctuantes et en prenant la moyenne (par rapport au temps), de ces équations, des simplifications apparaîtront car la moyenne d'une valeur fluctuante (ou sa dérivée par rapport à un axe de coordonnées) est nulle.

a) Equation caractéristique

Pour un fluide supposé incompressible (eau), cette équation s'écrit :

$$\rho = \text{constante} \quad (\text{II.1.4})$$

b) Equation de continuité

Un écoulement est conservatif lorsqu'il n'y a ni apparition ni disparition de matière au sein du fluide en mouvement.

Le champ des vitesses d'un écoulement conservatif doit satisfaire à une relation appelée équation de continuité. Pour un fluide incompressible, elle s'écrit sous la forme différentielle suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.1.5})$$

comme $u = \bar{u} + u'$; $v = \bar{v} + v'$; $w = \bar{w} + w'$

il s'en suit :

$$\frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v} + v')}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{w} + w')}{\partial z}$$

et en prenant la moyenne, il vient :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{u}'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}'}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}'}{\partial z} = 0$$

or

$$\frac{\partial \bar{u}'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}'}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}'}{\partial z} = 0$$

donc

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.1.6})$$

et par suite :

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.1.7})$$

Cette dernière est l'équation de continuité du mouvement fluctuant.

c) Equations générales de la quantité de mouvement

L'équation de NAVIER s'écrit pour le mouvement instantané

sous la forme tensorielle suivante :

$$\frac{du_i}{dt} = X_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + V \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (\text{II.1.8})$$

comme $u_i = \bar{u}_i + u'_i$ et $p = \bar{p} + p'$

il s'en suit :

$$\frac{\partial(\bar{u}_i + u'_i)}{\partial t} + (u_j + \bar{u}'_j) \frac{\partial(\bar{u}_i + u'_i)}{\partial x_j} = V \frac{\partial^2(\bar{u}_i + u'_i)}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\bar{P} + P')}{\partial x_i} + X_i \quad (\text{II.1.9})$$

Après simplification, l'équation devient :

$$\bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = X_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + V \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \bar{u}'_i u'_j}{\partial x_j} \quad (\text{II.1.10})$$

Sous cette forme, cette expression est dénommée équation de REYNOLDS et peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + V \Delta \bar{u} - \left[\frac{\partial \bar{u}'^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}'v'}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}'w'}{\partial z} \right]$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} + V \Delta \bar{v} - \left[\frac{\partial \bar{u}'v'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}'^2}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}'w'}{\partial z} \right]$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial z} + V \Delta \bar{w} - \left[\frac{\partial \bar{u}'w'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}'w'}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}'^2}{\partial z} \right]$$

avec,

ν : viscosité cinématique; ρ : masse volumique;

X, Y et Z, composantes de la force massique

La comparaison de l'équation (II.1.10) et celle décrivant un mouvement non fluctuant ayant des caractéristiques analogues à celles de l'écoulement moyen, met en évidence qu'elles ne diffèrent que par le terme $\overline{\delta(u'_i u'_j)} / \delta x_j$.

Les neuf quantités $(-\overline{u'_i u'_j})$ appelées tensions de Reynolds (par analogie aux tensions de viscosité $\nu \delta \bar{u}_i / \delta x_j$) forment un tenseur.

Le mouvement moyen de l'écoulement turbulent est donc analogue à un mouvement non fluctuant, à condition d'ajouter aux tensions de viscosité les tensions de Reynolds.

Si les tensions de Reynolds jouent effectivement leur rôle pour l'écoulement moyen, physiquement elles sont fictives au sein du fluide. En effet, le mouvement moyen n'est qu'une image, le seul existant réellement étant l'écoulement instantané. Dans ce dernier les tensions de Reynolds interviennent sous la forme de termes d'accélération $(\delta \bar{u}'_i \bar{u}'_j / \delta x_j)$ analogues aux termes d'accélération $\bar{u}_j \delta \bar{u}_i / \delta x_j$ [9].

L'image du mouvement moyen est cependant intéressante car, pour un observateur ne disposant pas d'instrument très fin, elle se confond en partie avec l'observation. La mesure d'une vitesse par un tube de Pitot correspond par exemple à la mesure de la vitesse moyenne [9, 24, 25 et 26].

II.2 Equations du mouvement d'un ressaut hydraulique noyé

II.2.1 Schéma du ressaut noyé - Hypothèses de base

a) Schéma du ressaut noyé

Dans ce qui suit, l'étude portera sur la détermination de la répartition de la vitesse dans un ressaut hydraulique "noyé parfait" ou écoulement sous vanne (écoulement à surface libre) dans un canal lisse, à fond horizontal et de section rectangulaire uniforme (figure 11 ci-dessus).

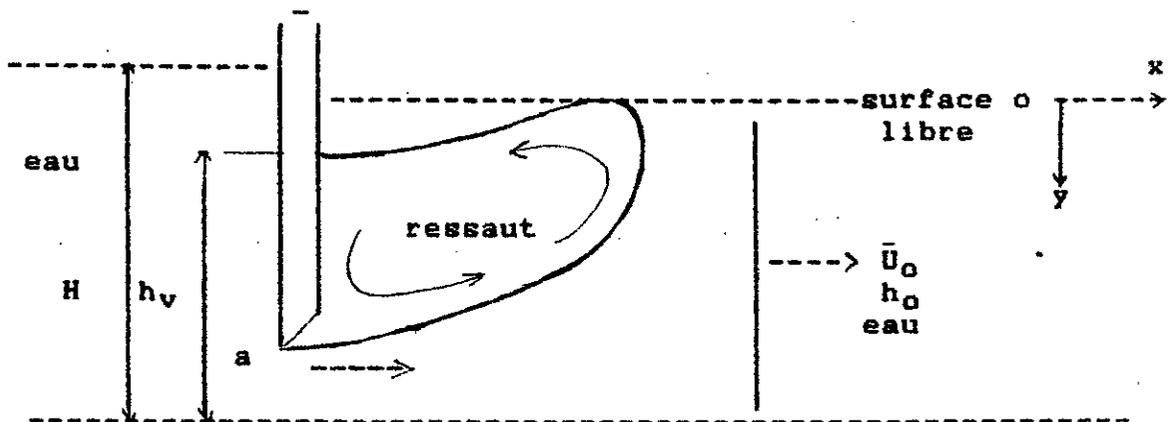


Figure 11 Schéma du ressaut noyé parfait

Soit $S = a / h_v$ le coefficient de submersion défini comme le rapport entre l'ouverture de la vanne (a) et la profondeur d'eau à proximité aval de la vanne (h_v).

Les données de base du problème posé sont :

- la hauteur de la surface d'eau en amont de la vanne (H),
- l'ouverture de la vanne (a),
- la hauteur de l'eau à l'aval du ressaut (h_0),

- le débit d'écoulement (Q).

b) Hypothèses de base

Pour les besoins de l'étude, il a été supposé :

- la surface libre de l'eau est horizontale [4,16,17 et 20],
- l'écoulement est bidimensionnel moyen en oxy, par conséquent la composante de la vitesse dans la direction oz est négligée,
- l'écoulement est stationnaire en moyen [9 et 32].

Il est à noter que l'écoulement a lieu dans un canal à fond horizontal par conséquent les composantes de la force de masse dans les directions ox et oz sont nulles et la composante dans la direction oy est égale à $-\rho g$ (ρ représente la masse volumique et g l'accélération de la pesanteur).

II.2.2 Equations générales du mouvement

Avec les hypothèses précisées ci-dessus, les équations différentielles du mouvement, adoptées aux écoulements turbulents prennent la forme suivante :

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \nu \Delta \bar{u} - \left[\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \right] \quad (\text{II.2.1})$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} + \nu \Delta \bar{v} - \left[\frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x} \right] - g \quad (\text{II.2.2})$$

L'équation de continuité en valeur moyenne s'écrit :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.2.3})$$

Le système des trois (03) équations [(II.2.1), (II.2.2) et (II.2.3)] comportant six (06) inconnues est donc non fermé. Pour sa résolution, il y a lieu de faire appel à des hypothèses supplémentaires.

Remarque : Dans le cas d'un écoulement bidimensionnel, dans un canal horizontal, l'équation à considérer est celle dans la direction ox (celle dans la direction oy est utilisée pour évaluer le terme de pression) [23 et 28].

II.2.3 Hypothèses supplémentaires pour la résolution du système d'équations

a) Variation de vitesse

Dans le ressaut la vitesse varie très rapidement dans le sens vertical et varie lentement dans le sens horizontal (sens de l'écoulement). Sa variation devient notable sur des distances de l'ordre de la longueur caractéristique du ressaut (L_{res}) [24 et 26]. Ceci étant ses dérivées par rapport à y sont grandes en comparaison de ses dérivées par rapport à x :

$$\partial/\partial x \ll \partial/\partial y$$

b) Variation de flux

L'application du principe de continuité ou de conservation de la masse à un volume élémentaire du fluide, donne une relation entre u' et v' , en somme s'agissant d'un fluide incompressible, les variations de flux dans la direction longitudinale (u') et dans la direction transversale (v') devant être égales, il faut bien que u' et v' soient du même

ordre de grandeur. Ceci revient à dire qu'il existe entre u' et v' une corrélation statique régulière, ce qui explique que le produit $u'v'$ (covariance des variables aléatoires u' et v') soit, en moyenne constant en fonction du temps [1 et 8].

Ces deux hypothèses permettent d'écrire que :

$$\frac{\overline{\delta u'^2}}{\delta x} \ll \frac{\overline{\delta u'v'}}{\delta y} \quad (\text{II.2.4})$$

Soit $\tau = \rho \overline{u'v'}$, la valeur moyenne qui en résulte pour la tension tangentielle due à la turbulence.

Le système d'équations devient :

$$(A) \quad \left| \begin{array}{l} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \end{array} \right. \quad (\text{II.2.5})$$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{II.2.6})$$

en posant : $\tau = \rho \overline{u'v'} = \epsilon_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$

avec,

ϵ_t : coefficient de viscosité fictive de turbulence ou coefficient d'échange des quantités de mouvement ou plus simplement "coefficient de turbulence" [1 et 9].

La loi de frottement pour un fluide visqueux s'exprime par la loi de Newton :

$$\tau = \mu * \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$$

En comparant les expressions :

$$\tau = \epsilon_t * \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad \text{et} \quad \tau = \mu * \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$$

il en sort que le coefficient de viscosité fictive de turbulence ϵ_t est la réplique du coefficient de viscosité dynamique μ . La différence est que ϵ_t ne correspond pas à une propriété du fluide comme μ , mais dépend des coordonnées du point choisi, des conditions initiales et aux frontières et d'une façon générale de tous les paramètres du problème.

Lorsque le régime est turbulent comme dans le cas du ressaut, l'influence de la turbulence est importante par rapport à celle de la viscosité et le coefficient de turbulence ϵ_t prend une valeur très supérieure au coefficient de viscosité μ [1,8 et 9] :

$$\mu \ll \epsilon_t$$

ceci donne :

$$(B) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \epsilon_t \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \\ \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \end{array} \right. \quad (II.2.7)$$

On peut mettre ces équations sous une forme différente en introduisant des variables adimensionnelles.

II.3 Equations du mouvement du ressaut écrites sous une forme adimensionnelle

Considérons h_0 hauteur d'eau à l'aval du ressaut, P_0 pression dynamique dans le canal à l'aval du ressaut et \bar{U}_0 vitesse d'écoulement à l'aval du ressaut, comme hauteur,

pression et vitesse de référence respectivement (figure 12 ci-dessous).

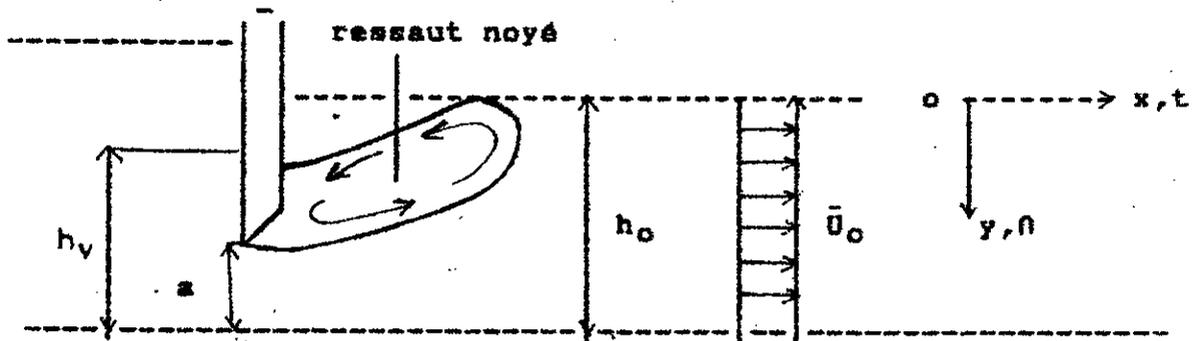


Figure 12 Notations

En posant :

$$\bar{u}_1 = \bar{u} / \bar{U}_0 ; \quad \bar{v}_1 = \bar{v} / \bar{U}_0 ; \quad \bar{P}_1 = \bar{P} / \bar{P}_0 ; \quad t = x / h_0 \text{ et } n = y / h_0$$

en les substituant dans le système d'équations (B), il s'en suit :

$$(C) \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{u}_1 \bar{U}_0 \frac{\partial \bar{u}_1 \bar{U}_0}{\partial (t h_0)} + \bar{v}_1 \bar{U}_0 \frac{\partial \bar{u}_1 \bar{U}_0}{\partial (n h_0)} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}_1 \bar{P}_0}{\partial (t h_0)} + \frac{\epsilon_t}{\rho} \frac{\partial^2 \bar{u}_1 \bar{U}_0}{\partial (n h_0)^2} \\ \frac{\partial \bar{u}_1 \bar{U}_0}{\partial (t h_0)} + \frac{\partial \bar{v}_1 \bar{U}_0}{\partial (n h_0)} = 0 \end{array} \right.$$

en simplifiant le système s'écrit :

$$(D) \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial t} + \bar{v}_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial n} = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} + \frac{\epsilon_t}{\bar{U}_0 h_0} \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial n^2} \end{array} \right. \quad (II.3.1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial t} + \frac{\partial \bar{v}_1}{\partial n} = 0 \end{array} \right. \quad (II.3.2)$$

le terme $\epsilon_t / \bar{U}_0 h_0$ peut s'exprimer par $1 / R_t$; avec R_t nombre

de Reynolds de turbulence.

L'équation (II.3.1) devient alors :

$$\bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial t} + v_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial n} = - \frac{\partial \bar{P}_1}{\partial t} + \frac{1}{R_t} \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial n^2} \quad (\text{II.3.3})$$

Le système d'équations (II.3.2) et (II.3.3) n'est toujours pas résolvable, une nouvelle variable (s) est introduite :

$$s = \int_0^t \frac{dt}{R_t}, \quad \text{avec } t = \frac{x}{h_0}$$

d'ou

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{1}{R_t}$$

De l'équation de continuité (II.3.2) est donné :

$$\frac{\partial \bar{v}_1}{\partial n} = - \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial t}$$

en l'intégrant, on obtient :

$$\bar{v}_1 = - \int_0^n \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial t} dn = - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^n \bar{u}_1 dn \quad (\text{II.3.5})$$

comme la variable t est fonction de s [t = f(s)], il s'en suit :

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial t} \quad (\text{II.3.6})$$

et sachant que :

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{1}{R_t}$$

la relation (II.3.6) s'écrit :

$$\frac{\delta}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta s} \frac{1}{R_t} \quad (\text{II.3.7})$$

et le système d'équations (D) devient :

$$(E) \quad \left| \begin{array}{l} \frac{1}{R_t} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial s} - \frac{\delta}{\delta s} \frac{1}{R_t} \int_0^n \bar{u}_1 d\eta \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \eta} = - \frac{1}{R_t} \frac{\partial \bar{P}_1}{\partial s} + \frac{1}{R_t} \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial \eta^2} \\ \frac{1}{R_t} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial s} - \frac{1}{R_t} \frac{\delta}{\delta \eta} \left| \frac{\delta}{\delta s} \int_0^n \bar{u}_1 d\eta \right| = 0 \end{array} \right. \quad (\text{II.3.8})$$

$$(\text{II.3.9})$$

en posant

$$\checkmark = - \frac{\delta}{\delta s} \int_0^n \bar{u}_1 d\eta$$

et en simplifiant les équations par $1/R_t$, il advient :

$$(F) \quad \left| \begin{array}{l} \bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial s} + \checkmark \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \eta} = - \frac{\partial \bar{P}_1}{\partial s} + \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial s} + \frac{\partial \checkmark}{\partial \eta} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{II.3.10})$$

$$(\text{II.3.11})$$

La relation (II.3.10) est une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre non linéaire. Elle est de type parabolique [14], elle exprime un processus d'égalisation de vitesse, la résolution de ce système permettra d'avoir le profil de la vitesse dans le ressaut hydraulique noyé.

CHAPITRE III

CONCEPTION D'UN MODELE MATHEMATIQUE POUR L'ÉCOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT HYDRAULIQUE NOYÉ

Il y a 20 ans, la modélisation mathématique en hydraulique ne pouvait être décrite que par rapport à la technique des modèles réduits, cette dernière étant réputée sûre et acceptée par tous. D'où l'idée que les modèles mathématiques pourraient un jour remplacer les modèles réduits.

Depuis, on a accepté le fait que chacune de ces techniques ait ses domaines d'application, qui se recouvrent toutefois.

Dans cette partie, on se propose de concevoir un modèle mathématique pour l'écoulement d'un fluide dans un ressaut noyé. Il s'agit donc, de poser le système d'équations définissant le phénomène, et de proposer une méthode de résolution appropriée.

III.1 Equations définissant le ressaut hydraulique noyé

III.1.1 Autres hypothèses simplificatrices

Il a été supposé en première approximation :

- a) La composante verticale de la vitesse d'écoulement de l'eau dans le ressaut est nettement inférieure à la composante horizontale ($\bar{v} \ll \bar{u}$).
- b) La variation du gradient de pression est constante et égale à B ($\partial P / \partial z = \text{constante} = B$).

III.1.2 L'équation de continuité écrite sous la forme
adimensionnelle

L'équation de continuité peut s'écrire sous la forme
suivante :

$$Q = \bar{U}_0 S = \bar{U}_0 b h_0 \quad (\text{III.1.1})$$

avec, Q : le débit d'écoulement, S : la section mouillée,
 b : la largeur du canal et h_0 : hauteur d'eau dans le canal à
l'aval du ressaut.

Le débit élémentaire à travers une section rectangulaire
est :

$$dQ = \bar{u} dy$$

en intégrant, il en résulte :

$$Q = \int_0^h \bar{u} b dy \quad (\text{III.1.2})$$

l'égalisation des deux équations (III.1.1) et (III.1.2)
conduit à écrire :

$$Q = \int_0^h \bar{u} b dy = \bar{U}_0 b h_0$$

en la transformant, il s'en suit :

$$\int_0^h \frac{\bar{u}}{\bar{U}_0 h_0} dy = 1 \quad (\text{III.1.3})$$

comme :

$$\bar{u}_1 = \bar{u} / \bar{U}_0 \quad \text{et} \quad \eta = y / h_0$$

l'équation de continuité sous la forme adimensionnelle s'écrit :

$$\int_0^1 \bar{u}_1 d\eta = 1 \quad (\text{III.1.4})$$

sachant que :

$$\dot{v} = - \frac{\delta}{\delta z} \int_0^{\bar{\eta}} \bar{u}_1 d\bar{\eta} \quad \text{avec} \quad 0 \leq \bar{\eta} \leq 1 \quad (\text{voir chapitre II})$$

la combinaison de ces équations donne :

$$\dot{v} = - \frac{\delta}{\delta z} \int_0^1 \bar{u}_1 d\bar{\eta} = 0 \quad (\text{III.2.1})$$

Avec les hypothèses précisées au paragraphe (III.1) et l'équation (III.2.1), l'équation (II.3.10) prend la forme suivante :

$$\bar{u}_1 \frac{\delta \bar{u}_1}{\delta z} = - B + \frac{\delta^2 \bar{u}_1}{\delta \bar{\eta}^2} \quad (\text{III.2.2})$$

La solution de cette équation n'aura un sens physique que si le coefficient de $\delta \bar{u}_1 / \delta z$ est positif [14]. Cette condition peut être introduite de la manière suivante :

$$\alpha = \begin{cases} \bar{u}_1 & \text{pour } \bar{u}_1 > 1 \\ 1 & \text{pour } \bar{u}_1 \leq 1 \end{cases}$$

Ainsi l'équation (III.2.2) devient :

$$\alpha \frac{\delta \bar{u}_1}{\delta z} = \frac{\delta^2 \bar{u}_1}{\delta \bar{\eta}^2} - B \quad (\text{III.2.3})$$

Cette équation représente l'évolution dans l'espace d'un écoulement d'un fluide dans le ressaut. Pour sa résolution elle sera remplacée par une équation aux différences finies, on choisit un pas linéaire et on calcule numériquement à

l'aide de ces équations aux différences finies les valeurs de l'inconnue (vitesse) à la fin du pas linéaire connaissant leur valeur initiale c'est à dire les conditions aux limites du problème.

Les conditions aux limites sont les suivantes :

$$\bar{u}_1(s, 0) = \theta_1(s) \quad (a) ; \quad \bar{u}_1(s, 1) = \theta_2(s) \quad (b) ;$$

$$\bar{u}_1(0, \eta) = \theta(\eta) \quad (c)$$

Du point de vue physique la condition (c) correspond à ce que pour la section au niveau de la vanne ($s = 0$) la vitesse est donnée égale à $\theta(\eta)$. Les conditions (a) et (b) correspondent au fait qu'à la surface libre ($\eta = 0$) et au fond du canal ($\eta = 1$), on a une vitesse égale respectivement à $\theta_1(s)$ et $\theta_2(s)$.

III.2 Détermination des conditions aux limites

Deux cas de figures sont à considérer pour la détermination des conditions aux limites (détermination de $\theta_1(s)$ et $\theta_2(s)$).

a) Frottements négligeables

Les frottements sont supposés négligeables à la surface libre ($\eta = 0$) et au fond du canal ($\eta = 1$). Donc la tension de frottement (τ) est nulle (figure 13.a page 62).

Ceci se traduit par :

$$\tau = \epsilon_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} = 0 \quad \text{avec } \epsilon_t \neq 0$$

par conséquent $\frac{\partial \bar{u}}{\partial \Omega} = 0$ pour $\Omega = 0$ et $\Omega = 1$

b) Prise en compte des frottements au fond du canal

Les frottements sont considérés négligeables à la surface libre, cependant ils seront pris en compte au fond du canal (figure 13.b page 62).

- pour la surface libre ($\Omega = 0$) la tension de frottement τ est nulle avec ϵ_t différent de zéro ($\epsilon_t \neq 0$), par conséquent :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \Omega} = 0$$

- pour le fond du canal ($\Omega = 1$), la tension de frottement est différente de 0 ($\tau = 0$).

La tension de frottement à la paroi étant égale $w \rho(\bar{u})$ [1] avec $\rho(\bar{u}) = \bar{u}^2 / 8g$ et w poids volumique du fluide.

Il vient :

$$\tau = \rho \bar{u}^2 / 8$$

En conclusion, les conditions aux limites pour le problème posé sont les suivantes :

pour $\Omega = 0$ $\partial \bar{u}_1 / \partial \Omega = 0$

pour $\Omega = 1$ $\partial \bar{u}_1 / \partial \Omega = \rho \bar{u}^2 / 8 \epsilon_t$

III.3 CONCLUSION

L'équation régissant l'écoulement d'un fluide dans un ressaut noyé est :

$$\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial s} = \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial \Omega^2} - B$$

Les conditions aux limites pour le problème posé sont les suivantes :

- dans le cas où les frottements sont négligés à la surface libre ($\eta = 0$) et au fond du canal ($\eta = 1$), on a $\partial \bar{u}_1 / \partial \eta = 0$,

- dans le cas où les frottements sont considérés au fond du canal et négligés à la surface, on a :

* au niveau de la surface libre ($\eta = 0$), $\partial \bar{u}_1 / \partial \eta = 0$

* au fond du canal ($\eta = 1$), $\partial \bar{u}_1 / \partial \eta = \lambda \int \bar{u}^2 / 8 \epsilon_t$

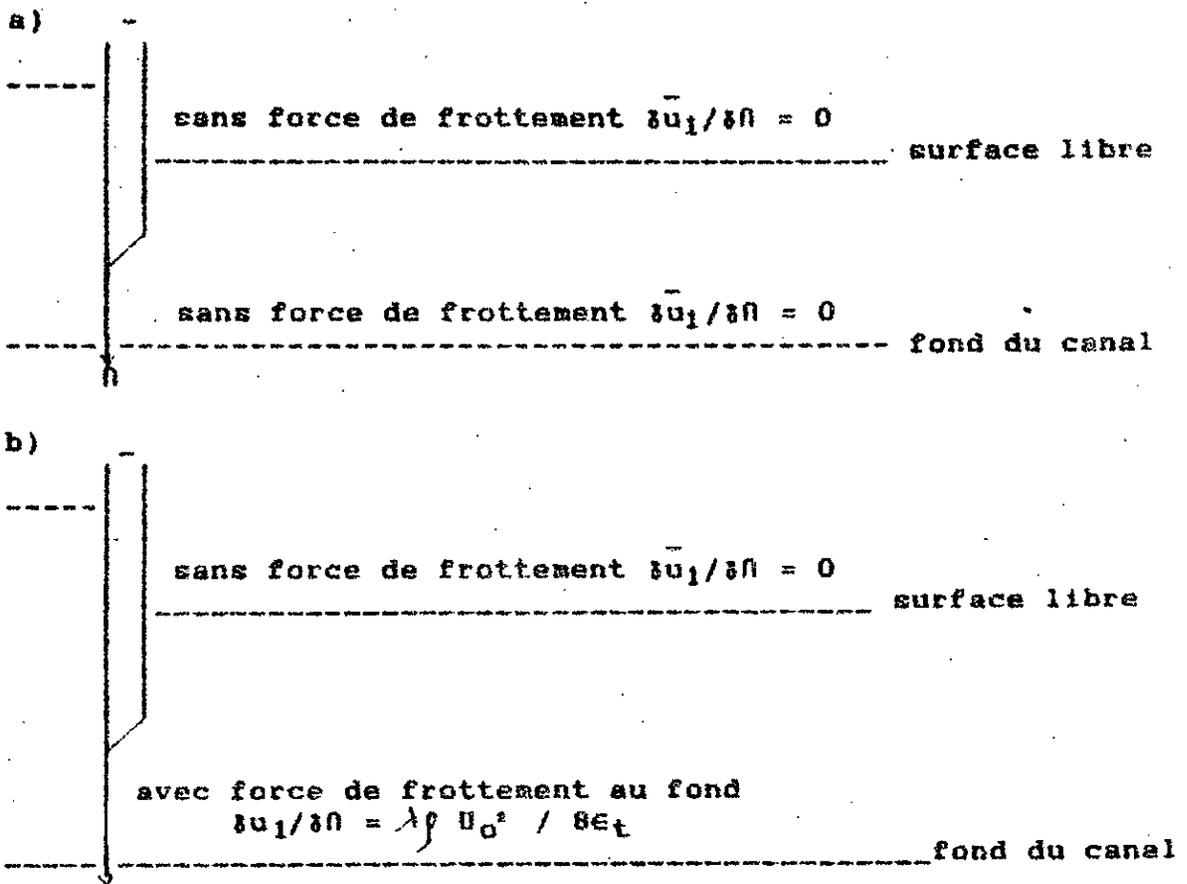


Figure 13 : Schémas des conditions aux limites

a) cas sans frottement

b) cas avec frottement au fond du canal

CHAPITRE IV

REPARTITION DE LA VITESSE DANS UNE SECTION TRANSVERSALE A PROXIMITE AVAL DE LA VANNE

IV.1 Transformation de l'équation d'écoulement d'un fluide dans le ressaut hydraulique noyé

L'équation régissant l'écoulement d'un fluide dans un ressaut noyé s'écrit (en omettant l'indice 1) :

$$\alpha \frac{\partial \bar{u}}{\partial s} = \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial n^2} - B$$

La transformation de cette relation peut s'effectuer, en substituant à la dérivée première le rapport aux différences approximant [3] :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial s} = \frac{\bar{u}_{n+1} - \bar{u}_n}{\Delta s} \quad \text{où } n = 0, 1, \dots, n, n+1$$

Δs : pas

le pas Δs sera choisi suffisamment petit.

En faisant la substitution, il s'en suit :

$$\alpha \frac{\bar{u}_{n+1} - \bar{u}_n}{\Delta s} = \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial n^2} - B \quad (\text{IV.1.1})$$

En posant $\bar{u}_n = \psi$; $\bar{u}_{n+1} = \bar{u}$; $\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial n^2} = \bar{u}''$ et $\Delta s = \frac{1}{k}$, et en

les introduisant dans l'équation (IV.1.1), celle ci devient :

$$\bar{u}'' - \alpha k \bar{u} = -\alpha k \psi + B \quad (\text{IV.1.2})$$

La relation obtenue est une équation différentielle du

deuxième ordre indéterminée. Sa solution peut être présentée, comme la somme des solutions des deux équations indéterminées suivantes :

$$\bar{u}_1'' - \alpha k \bar{u}_1 = -\alpha k C \quad (\text{IV.1.3})$$

$$\bar{u}_2'' - \alpha k \bar{u}_2 = B \quad (\text{IV.1.4})$$

la solution totale étant :

$$\bar{u} = \bar{u}_1 + \bar{u}_2 \quad (\text{IV.1.5})$$

En posant $\bar{u}_2 = Bz$ (z étant une fonction inconnue de θ), la dérivée seconde de \bar{u}_2 est :

$$\bar{u}_2'' = Bz''$$

et l'équation (IV.1.4) devient :

$$z'' - \alpha k z = 1 \quad (\text{IV.1.6})$$

Par ailleurs, l'équation (IV.1.5) peut s'écrire sous la forme :

$$\bar{u} = \bar{u}_1 + Bz$$

en l'intégrant dans l'intervalle $[0,1]$, il s'en suit :

$$\int_0^1 \bar{u} \, d\theta = \int_0^1 \bar{u}_1 \, d\theta + \int_0^1 Bz \, d\theta \quad (\text{IV.1.7})$$

de l'équation de continuité (III.1.4) en omettant l'indice 1 nous avons :

$$\int_0^1 \bar{u} \, d\theta = 1$$

par conséquent :

$$\int_0^1 \bar{u}_1 \, d\theta + \int_0^1 Bz \, d\theta = 1$$

il en résulte:

$$1 - \int_0^1 \bar{u}_1 d\eta$$

$$B = \frac{\int_0^1 \bar{u}_1 d\eta}{\int_0^1 z d\eta} \quad (\text{IV.1.8})$$

Ainsi la solution de l'équation (IV.1.2) peut être présentée comme étant la solution du système suivant :

$$\begin{cases} \bar{u}_1'' - \delta k \bar{u}_1 = -\delta k e \\ z'' - \delta k z = 1 \\ \bar{u} = \bar{u}_1 + \bar{u}_2 \\ B = \frac{\int_0^1 \bar{u}_1 d\eta}{\int_0^1 z d\eta} \end{cases}$$

IV.2 Données du problème posé - cas concret ($\bar{u}_{\max} = 7 \bar{U}_0$)

Considérons un écoulement sous vanne dans un canal rectangulaire à fond horizontal (figure 14 page 66), les données sont :

- la hauteur d'eau H à l'amont de la vanne,
- la hauteur d'eau h_0 à l'aval du ressaut, variable en fonction du débit,
- l'ouverture de la vanne (a); elle sera prise en premier lieu égale à un septième de la hauteur d'eau h_0 à l'aval du ressaut ($a = h_0/7$).

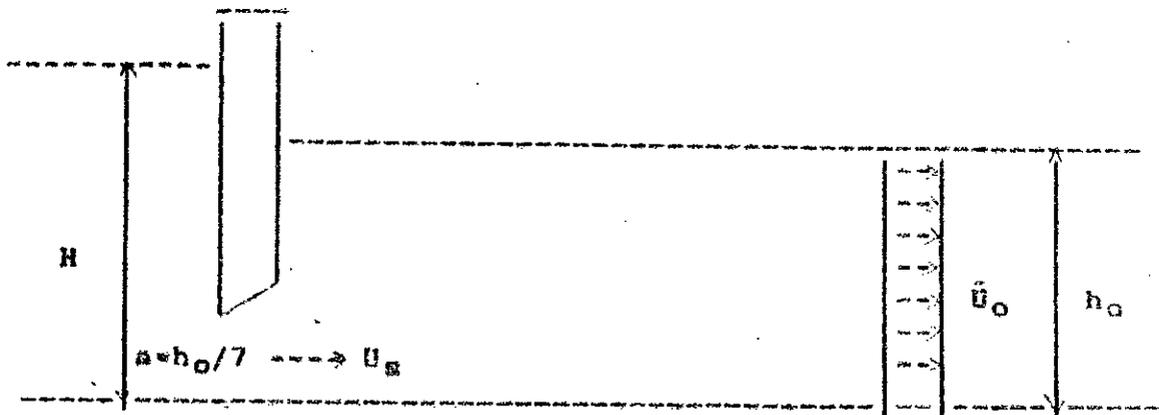


Figure 14 Schéma des données du problème

L'équation de continuité s'écrit :

$$Q = \bar{U}_0 h_0 = \bar{U}_1 a = \text{constante}$$

avec, \bar{U}_0 vitesse d'écoulement à l'aval du ressaut, \bar{U}_1 vitesse d'écoulement à l'amont du ressaut et b largeur du canal, il en résulte :

$$\bar{U}_1 / \bar{U}_0 = h_0 / a \quad (\text{IV.2.1})$$

L'ouverture de la vanne (a) étant égale à un septième de la hauteur d'eau à l'aval du ressaut ($h_0/7$), la relation (IV.2.1) devient :

$$\bar{U}_1 / \bar{U}_0 = 7$$

IV.3 Détermination de la répartition de la vitesse $u(\eta)$ et la fonction $x(\eta)$ dans une section au niveau de la vanne pour

$$\text{le cas } \bar{U}_1 / \bar{U}_0 = 7$$

Le domaine d'écoulement sera divisé en deux parties. La première partie η sera pris entre 0 et 6/7 (écoulement au niveau de la vanne). La deuxième partie η sera compris entre 6/7 et 1 (écoulement sous la vanne) (figure 15 page 67).

* Pour le domaine I ($0 \leq \eta \leq 6/7$), il sera adopté pour \hat{u} et \mathcal{E} les valeurs suivantes :

$$\hat{u} = 1 \quad \text{et} \quad \mathcal{E} = 0$$

* Pour le domaine II ($6/7 \leq \eta \leq 1$), il sera adopté pour \hat{u} et \mathcal{E} les valeurs suivantes :

$$\hat{u} = 7 \quad \text{et} \quad \mathcal{E} = 7$$

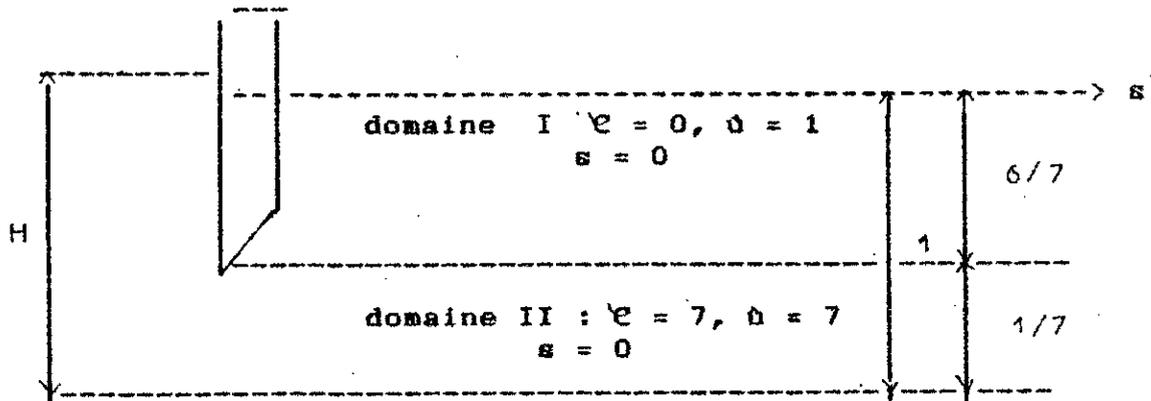


Figure 15 Domaines d'écoulement

IV.3.1 Détermination du profil de la vitesse $\bar{u}(\eta)$

Pour déterminer la distribution de la vitesse (\bar{u}), il y a lieu de résoudre l'équation :

$$\bar{u}'' - \hat{u} k \bar{u} = - \hat{u} k \mathcal{E} + B$$

Elle s'écrit pour les deux domaines d'écoulement sous la forme suivante :

* domaine I ($0 \leq \eta \leq 6/7$), $\hat{u} = 1$ et $\mathcal{E} = 0$

$$\bar{u}'' - k\bar{u} = B \quad (\text{IV.3.1})$$

* domaine II ($6/7 \leq \eta \leq 1$), $\hat{u} = 7$ et $\mathcal{E} = 7$

$$\bar{u}'' - 7k\bar{u} = - 49k + B \quad (\text{IV.3.2})$$

a) Détermination de la distribution de la vitesse d'écoulement

$\bar{u}(\eta)$ dans le domaine I

L'équation régissant l'écoulement dans le domaine I est :

$$\bar{u}'' - k\bar{u} = B$$

Cette relation est linéaire non homogène du second ordre.

La structure de sa solution générale est la somme d'une solution particulière quelconque \bar{u}_* de cette équation et de la solution générale de l'équation homogène \bar{u}_h [14].

La solution générale de l'équation (IV.3.1) est donc de la forme :

$$\bar{u} = \bar{u}_h + \bar{u}_*$$

L'équation homogène étant :

$$\bar{u}'' - k\bar{u} = 0$$

son équation caractéristique est $l^2 - k = 0$, elle a pour racine

$$l_1 = \sqrt{k} \quad \text{et} \quad l_2 = -\sqrt{k}$$

La solution générale de l'équation homogène est :

$$\bar{u}_{hI} = C_1 \exp(\sqrt{k} \eta) + C_2 \exp(-\sqrt{k} \eta)$$

C_1 et C_2 sont des constantes arbitraires à déterminer.

Le second membre de l'équation non homogène étant de la forme $B e^{n\eta}$, la solution particulière sera de la forme :

$$\bar{u}_* = Q_1(\eta) e^{n\eta}$$

En posant :

$$\bar{u}_{*I} = A_0 \eta + A_1$$

l'équation (IV.3.1) s'écrit :

$$-k(A_0 \eta + A_1) = B$$

en égalisant les coefficients des mêmes puissances de η de

part et d'autre du signe d'égalité, il s'en suit :

$$A_0 = 0 \text{ et } A_1 = -B/k$$

par conséquent :

$$\bar{u}_{*I} = -B/k$$

La solution générale $\bar{u} = \bar{u}_h + \bar{u}_*$ s'écrit :

$$\bar{u}_I = C_1 \exp(\sqrt{k} \eta) + C_2 \exp(-\sqrt{k} \eta) - B/k \quad (\text{IV.3.3})$$

b) Détermination de $\bar{u}(\eta)$ dans le domaine II

L'équation définissant l'écoulement dans le domaine II est :

$$\bar{u}'' - 7k \bar{u} = -49k + B$$

équation linéaire non homogène du second ordre.

La structure de sa solution générale est :

$$\bar{u}_{II} = \bar{u}_{hII} + \bar{u}_{*II}$$

avec,

\bar{u}_{hII} : solution générale de l'équation homogène

\bar{u}_{*II} : solution particulière

L'équation homogène étant :

$$\bar{u}'' - 7k \bar{u} = 0$$

son équation caractéristique est $l^2 - 7k = 0$, a pour racine :

$$l_1 = \sqrt{7k} \text{ et } l_2 = -\sqrt{7k}$$

Ainsi la solution générale de l'équation homogène est :

$$\bar{u}_{hII} = C_3 \exp(\sqrt{7k} \eta) + C_4 \exp(-\sqrt{7k} \eta)$$

C_3 et C_4 sont des constantes à déterminer.

La solution particulière \bar{u}_{*II} est de la forme $Q(\eta)\exp(0 \eta)$

en posant $\bar{u}_{*II} = A_0 \eta + A_1$

L'équation (IV.3.2) s'écrit :

$$-7k(A_0 \eta + A_1) = -49k + B$$

en égalisant, les coefficients des mêmes puissances de η de part et d'autre du signe d'égalité, il s'en suit :

$$A_0 = 0 \quad \text{et} \quad A_1 = 7 - B / 7k$$

par conséquent,

$$\bar{u}_{*II} = 7 - B / 7$$

La solution générale ($\bar{u} = \bar{u}_h + \bar{u}_*$) sera :

$$\bar{u}_{II} = C_3 \exp(\sqrt{7k} \eta) + C_4 \exp(-\sqrt{7k} \eta) + 7 - B/7k \quad (\text{IV.3.4})$$

c) Détermination des constantes C_1, C_2, C_3, C_4 et B

C_1, C_2, C_3, C_4 sont des constantes susceptibles d'être déterminées à partir des conditions aux frontières suivantes :

- $\eta = 0$, $d\bar{u}_I / d\eta = 0$ (sans force de frottement à la surface libre) (1)

- $\eta = 1$, $d\bar{u}_{II} / d\eta = 0$ (sans force de frottement au fond du canal) (2)

- $\eta = 6/7$, $\bar{u}_I = \bar{u}_{II}$ (3)

- $\eta = 6/7$, $d\bar{u}_I / d\eta = d\bar{u}_{II} / d\eta$ (4)

a) Condition (1) [$\eta = 0$, $d\bar{u}_I / d\eta = 0$]

L'équation donnant la répartition de la vitesse d'écoulement dans le domaine I est :

$$\bar{u}_I = C_1 \exp(\sqrt{k} \eta) + C_2 \exp(-\sqrt{k} \eta) - B / k$$

sa dérivée par rapport à η s'écrit :

$$d\bar{u}_I / d\eta = \sqrt{k} [C_1 \exp(\sqrt{k} \eta) - C_2 \exp(-\sqrt{k} \eta)] \quad (\text{IV.3.5})$$

en respectant la condition (1), l'équation (IV.3.5) devient :

$$\sqrt{k} C_1 - \sqrt{k} C_2 = 0$$

en simplifiant par \sqrt{k} , on obtient :

$$C_1 = C_2$$

(IV.3.6)

β) Condition (2) [$\eta = 1, \bar{u}_{II} / d\eta = 0$]

L'équation donnant la répartition de la vitesse d'écoulement sous la vanne (domaine II) étant :

$$\bar{u}_{II} = C_3 \exp(\sqrt{7k} \eta) + C_4 \exp(-\sqrt{7k} \eta) + 7 - B/7k$$

sa dérivée par rapport à η s'écrit :

$$d\bar{u}_{II}/d\eta = \sqrt{7k} [C_3 \exp(\sqrt{7k} \eta) - C_4 \exp(-\sqrt{7k} \eta)] \quad (IV.3.7)$$

en respectant la condition (2), l'équation (IV.3.7) devient :

$$\sqrt{7k} [C_3 \exp(\sqrt{7k}) - C_4 \exp(-\sqrt{7k})] = 0$$

en simplifiant par $\sqrt{7k}$, on obtient :

$$C_3 \exp(\sqrt{7k}) - C_4 \exp(-\sqrt{7k}) = 0$$

d'où

$$C_3 = C_4 \exp(-2\sqrt{7k}) \quad (IV.3.8)$$

γ) Condition (3) [$\eta = 6/7 ; \bar{u}_I = \bar{u}_{II}$]

Pour $\eta = 6/7$, la vitesse d'écoulement dans le domaine I a pour expression :

$$\bar{u}_I(6/7) = C_1 \exp(6/7 \sqrt{k}) + C_2 \exp(-6/7 \sqrt{k}) - B/k$$

Pour $\eta = 6/7$, la vitesse d'écoulement dans le domaine II est donnée par :

$$\bar{u}_{II}(6/7) = C_3 \exp(6/7 \sqrt{7k}) + C_4 \exp(-6/7 \sqrt{7k}) - B/7k + 7$$

en respectant la condition (3), on obtient :

$$C_1 \exp(6/7 \sqrt{k}) + C_2 \exp(-6/7 \sqrt{k}) = C_3 \exp(6/7 \sqrt{7k}) + C_4 \exp(-6/7 \sqrt{7k}) + 6B/7k + 7$$

comme $C_1 = C_2$ et $C_3 = C_4 \exp(-2 \sqrt{7k})$, il en résulte :

$$C_1 [\exp(6/7 \sqrt{k}) + \exp(-6/7 \sqrt{k})] = \\ = C_4 [\exp(-8/7 \sqrt{7k}) + \exp(-6/7 \sqrt{7k}) + 68/7k + 7 \quad (\text{IV.3.9})$$

e) Condition (4) [$\bar{n} = 6/7$; $d\bar{u}_I / d\bar{n} = d\bar{u}_{II} / d\bar{n}$]

Pour $\bar{n} = 6/7$, la dérivée de l'équation de la vitesse d'écoulement s'écrit :

- dans le domaine I,

$$d\bar{u}_I / d\bar{n} = \sqrt{k} [C_1 \exp(6/7 \sqrt{k}) - C_2 \exp(-6/7 \sqrt{k})]$$

- dans le domaine II,

$$d\bar{u}_{II} / d\bar{n} = \sqrt{7k} [C_3 \exp(6/7 \sqrt{7k}) - C_4 \exp(-6/7 \sqrt{7k})]$$

en respectant la condition (4), on obtient :

$$\sqrt{k} [C_1 \exp(6/7 \sqrt{k}) - C_2 \exp(-6/7 \sqrt{k})] = \\ = \sqrt{7k} [C_3 \exp(6/7 \sqrt{7k}) - C_4 \exp(-6/7 \sqrt{7k})]$$

comme $C_1 = C_2$, et $C_3 = C_4 \exp(-2 \sqrt{7k})$

il en résulte :

$$C_1 [\exp(6/7 \sqrt{k}) - \exp(-6/7 \sqrt{k})] = \\ C_4 \sqrt{7k} [\exp(-8/7 \sqrt{7k}) - \exp(-6/7 \sqrt{7k})] \quad (\text{IV.3.10})$$

e) L'équation de continuité

L'équation de continuité est :

$$\int_0^1 \bar{u} d\bar{n} = 1$$

elle peut s'écrire sous la forme :

$$\int_0^{6/7} \bar{u}_I d\bar{n} + \int_{6/7}^1 \bar{u}_{II} d\bar{n} = 1$$

en remplaçant \bar{u}_I et \bar{u}_{II} par leur expression, on obtient :

$$\int_0^{6/7} [C_1(\exp(\sqrt{k} \theta) + \exp(-\sqrt{k} \theta)) - B/k] d\theta +$$

$$+ \int_{6/7}^1 \{ C_4[\exp(-2\sqrt{7k}) \times \exp(\sqrt{7k} \theta) + \exp(-\sqrt{7k} \theta)] + 7 - B/7k \} d\theta$$

$$= 1$$

en calculant l'intégrale terme à terme, on obtient :

$$(C_1 / \sqrt{k}) [\exp(6/7 \sqrt{k}) - \exp(-6/7 \sqrt{k})] +$$

$$+ (C_4 / \sqrt{7k}) [\exp(-6/7 \sqrt{7k}) - \exp(-8/7 \sqrt{7k})] =$$

$$= 43B / 49k \quad (IV.3.11)$$

Finalement, on aboutit à un système à trois équations [(IV.3.9); (IV.3.10) et (IV.3.11)] et à trois inconnues (C_1 , C_2 et B).

0) Détermination de la solution du système

En multipliant l'équation (IV.3.9) par 43/7 et l'équation (IV.3.11) par 6 et en faisant la différence entre les deux, on obtient :

$$C_1 \cdot \{ (43/7) [\exp(6/7 \sqrt{k}) + \exp(-6/7 \sqrt{k})] -$$

$$- (6/\sqrt{k}) [\exp(6/7 \sqrt{k}) - \exp(-6/7 \sqrt{k})] \} -$$

$$- C_4 \{ (43/7) [\exp(-8/7 \sqrt{7k}) + \exp(-6/7 \sqrt{7k})] +$$

$$+ (6/\sqrt{7k}) [\exp(-6/7 \sqrt{7k}) - \exp(-8/7 \sqrt{7k})] \} = 43$$

et de l'équation (IV.3.10), on a :

$$C_1 = C_4 \sqrt{7} \frac{\exp(-8/7 \sqrt{7k}) - \exp(-6/7 \sqrt{7k})}{\exp(6/7 \sqrt{k}) - \exp(-6/7 \sqrt{k})}$$

et de l'équation (IV.3.9), on tire B :

$$B = 7k \{ C_1 [\exp(6/7 \sqrt{k}) + \exp(-6/7 \sqrt{k})] - C_4 [\exp(-8/7 \sqrt{7k}) + \exp(-6/7 \sqrt{7k})] - 7 \} / 6$$

en posant :

$$A = \exp(-8/7 \sqrt{7k}) - \exp(-6/7 \sqrt{7k})$$

$$C = \exp(6/7 \sqrt{k}) + \exp(-6/7 \sqrt{k})$$

$$D = \exp(6/7 \sqrt{k}) - \exp(-6/7 \sqrt{k})$$

$$E = \exp(-8/7 \sqrt{7k}) + \exp(-6/7 \sqrt{7k})$$

on a :

$$C_4 = \frac{43}{\sqrt{7} * A [(43C / 7D) - 6 / \sqrt{k}] - 43E/7 - 6A / \sqrt{7k}}$$

soit λs , pas choisi égal à :

$$\lambda s = 0.01$$

d'où :

$$k = 1 / \lambda s = 100$$

Après calcul, les valeurs de C_1 , C_2 , C_3 , C_4 , et B sont les suivantes :

$$C_1 = 1.024 * 10^{-3} = C_2 ; C_3 = 0 ; C_4 = - 1.44 * 10^{10} ; B = 52$$

En conclusion

Dans le domaine I, la distribution de la vitesse (\bar{u}) en fonction de θ est donnée par l'expression suivante :

$$\bar{u}_I = 1.024 * 10^{-3} [\exp(100) + \exp(-100)] - 52/100 \quad (IV.3.12)$$

Dans le domaine II, $\bar{u}(\theta)$ est donnée par la relation :

$$\bar{u}_{II} = - 1.44 * 10^{10} * \exp(-100 \sqrt{7}) + 6.92 \quad (IV.3.13)$$

La courbe de ces fonctions est représentée dans la figure (28) voir courbe (1) page 127.

IV.3.2 Détermination de la fonction $z(\eta)$ pour $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 7$

Pour la détermination de la fonction z , il y a lieu de résoudre l'équation suivante :

$$z'' - \delta kz = 1$$

dans les domaines d'écoulement précédemment cités.

a) Détermination de $z(\eta)$ dans le domaine I

Dans ce domaine, ($0 \leq \eta \leq 6/7$) δ est pris égal à 1, et l'équation à résoudre est :

$$z'' - kz = 1 \quad (\text{IV.3.14})$$

cette relation est linéaire non homogène du second ordre [14].

La structure de sa solution générale est :

$$z = z_h + z_p$$

avec, z_h : la solution de l'équation homogène et z_p : solution particulière.

L'équation homogène étant :

$$z'' - kz = 0$$

son équation caractéristique $1 - k = 0$ a pour racine :

$$l_1 = \sqrt{k} \quad \text{et} \quad l_2 = -\sqrt{k}$$

d'où, la solution générale de l'équation homogène est :

$$z_{hI} = C_5 \exp(\sqrt{k} \eta) + C_6 \exp(-\sqrt{k} \eta)$$

C_5 et C_6 sont des constantes à déterminer.

La solution particulière est de la forme :

$$z_p = Q_1(\eta) e^{0\eta}$$

en posant :

$$z = A_0 \eta + A_1$$

en posant :

$$z^* = A_0 \eta + A_1$$

l'équation (IV.3.16) s'écrit :

$$-7k(A_0 \eta + A_1) = 1$$

En égalisant, les coefficients des mêmes puissances de η de part et d'autre du signe d'égalité, il s'en suit :

$$A_0 = 0 \quad \text{et} \quad A_1 = -1 / 7k$$

par conséquent :

$$z^* = -1 / 7k$$

La solution générale de l'équation (IV.3.16) est :

$$z_{II} = C_7 \exp(\sqrt{7k} \eta) + C_8 \exp(-\sqrt{7k} \eta) - 1/7k \quad (\text{IV.3.17})$$

c) Détermination des coefficients C_5 , C_6 , C_7 et C_8

C_5 , C_6 , C_7 et C_8 sont des constantes arbitraires susceptibles d'être tirées des conditions aux frontières suivantes :

- Pour $\eta = 0$, $dz_I / d\eta = 0$ (1)

- Pour $\eta = 1$, $dz_{II} / d\eta = 0$ (2)

- Pour $\eta = 6/7$, $z_I = z_{II}$ (3)

- Pour $\eta = 6/7$, $dz_I / d\eta = dz_{II} / d\eta$ (4)

a) Condition (1)

Soit :

$$z_I = C_5 \exp(\sqrt{k} \eta) + C_6 \exp(-\sqrt{k} \eta) - 1/k$$

sa dérivée par rapport à η est :

$$dz_I / d\eta = \sqrt{k} [C_5 \exp(\sqrt{k} \eta) - C_6 \exp(-\sqrt{k} \eta)] \quad (\text{IV.3.18})$$

en respectant la condition (1), l'équation (IV.3.18) devient :

$$\sqrt{k} (C_5 - C_6) = 0$$

en simplifiant par \sqrt{k} , on aboutit à :

$$C_5 = C_6 \quad (\text{IV.3.19})$$

β) Condition (2)

Soit :

$$z_{II} = C_7 \exp(\sqrt{7k} \Omega) + C_8 \exp(-\sqrt{7k} \Omega) - 1/7k$$

sa dérivée par rapport à Ω est :

$$dz_{II}/d\Omega = \sqrt{7k} [C_7 \exp(\sqrt{7k} \Omega) - C_8 \exp(-\sqrt{7k} \Omega)] \quad (\text{IV.3.20})$$

en respectant la condition (2), l'équation IV.3.19) devient :

$$\sqrt{7k} [C_7 \exp(\sqrt{7k} \Omega) - C_8 \exp(-\sqrt{7k} \Omega)] = 0$$

en simplifiant par $\sqrt{7k}$, on aboutit à :

$$C_7 \exp(\sqrt{7k} \Omega) - C_8 \exp(-\sqrt{7k} \Omega) = 0$$

d'où

$$C_7 = C_8 \exp(-2\sqrt{7k} \Omega) \quad (\text{IV.3.21})$$

γ) Condition (3)

Pour $\Omega = 6/7$, la relation (IV.3.15) s'écrit :

$$z_I = C_5 \exp(6/7 \sqrt{k}) + C_6 \exp(-6/7 \sqrt{k}) - 1/7$$

et l'équation (IV.3.17) s'exprime :

$$z_{II} = C_7 \exp(6/7 \sqrt{7k}) + C_8 \exp(-6/7 \sqrt{7k}) - 1/7k$$

en respectant la condition (3), on obtient :

$$C_5 \exp(6/7 \sqrt{k}) + C_6 \exp(-6/7 \sqrt{k}) - 1/k =$$

$$C_7 \exp(6/7 \sqrt{7k}) + C_8 \exp(-6/7 \sqrt{7k}) - 1/7k$$

comme $C_5 = C_6$ et $C_7 = C_8 \exp(-2 \sqrt{7k})$

il en résulte :

$$\begin{aligned} & C_5 [\exp(6/7 \sqrt{k}) + \exp(-6/7 \sqrt{k})] = \\ & = C_8 [\exp(-8/7 \sqrt{7k}) + \exp(-6/7 \sqrt{7k})] + 6/7k \quad (\text{IV.3.22}) \end{aligned}$$

8) Condition (4)

Les équations (IV.3.18) et (IV.3.20) s'expriment pour $n = 6/7$:

$$dz_I / dn = \sqrt{k} [C_5 \exp(6/7 \sqrt{k}) - C_6 \exp(-6/7 \sqrt{k})]$$

$$dz_{II} / dn = \sqrt{7k} [C_7 \exp(6/7 \sqrt{7k}) - C_8 \exp(-6/7 \sqrt{7k})]$$

en respectant la condition (4), on obtient :

$$\begin{aligned} \sqrt{k} [C_5 \exp(6/7 \sqrt{k}) - C_6 \exp(-6/7 \sqrt{k})] &= \\ = \sqrt{7k} [C_7 \exp(6/7 \sqrt{7k}) - C_8 \exp(-6/7 \sqrt{7k})] \end{aligned}$$

comme $C_5 = C_6$ et $C_7 = C_8 \exp(-2 \sqrt{7k})$, il en résulte :

$$\begin{aligned} C_5 \sqrt{k} [\exp(6/7 \sqrt{k}) - \exp(-6/7 \sqrt{k})] &= \\ = C_8 \sqrt{7k} [\exp(-8/7 \sqrt{7k}) - \exp(-6/7 \sqrt{7k})] \end{aligned} \quad (IV.3.23)$$

Finalement, on aboutit à deux équations [(IV.3.22) et (IV.3.23)] à deux inconnues (C_5 et C_8).

La combinaison des deux équations donne :

$$C_5 = \frac{C_8 [\exp(-8/7 \sqrt{7k}) - \exp(-6/7 \sqrt{7k})]}{\exp(6/7 \sqrt{k}) - \exp(-6/7 \sqrt{k})}$$

en posant :

$$A = \exp(-8/7 \sqrt{7k}) - \exp(-6/7 \sqrt{7k})$$

$$C = \exp(6/7 \sqrt{k}) + \exp(-6/7 \sqrt{k})$$

$$D = \exp(6/7 \sqrt{k}) - \exp(-6/7 \sqrt{k})$$

$$E = \exp(-8/7 \sqrt{7k}) - \exp(-6/7 \sqrt{7k})$$

l'expression de C_8 est :

$$C_8 = \frac{6/7k}{\sqrt{7} [A*(C/D)] - E}$$

L'application numérique avec $k = 100$, donne :

$$C_8 = -1.66 \cdot 10^7, C_5 = 1.18 \cdot 10^{-6} = C_6, C_7 = 1.73 \cdot 10^{-16} \approx 0$$

Conclusion

Dans le domaine I ($0 \leq \eta \leq 6/7$), $z(\eta)$ est donnée par l'expression :

$$z_I(\eta) = 1.18 \cdot 10^{-6} [\exp(10 \cdot \eta) + \exp(-10 \cdot \eta)] - 1/100 \quad (\text{IV.3.24})$$

Dans le domaine II ($6/7 \leq \eta \leq 1$), $z(\eta)$ est donnée par la relation :

$$z_{II}(\eta) = -1.66 \cdot 10^7 \exp(-10 \sqrt{7} \eta) - 1/700 \quad (\text{IV.3.25})$$

d) Détermination de $\bar{u}_2 = Bz$

Sachant la valeur de B égale à 52 (paragraphe IV.3.1), la fonction $\bar{u}_2 = Bz$ est :

dans le domaine I :

$$\bar{u}_{2I} = 6.124 \cdot 10^{-5} * [\exp(10 \cdot \eta) + \exp(-10 \cdot \eta)] - 0.52 \quad (\text{IV.3.26})$$

dans le domaine II :

$$\bar{u}_{2II} = -8.63 \cdot 10^8 * [\exp(-10 \sqrt{7} \eta)] - 0.0743 \quad (\text{IV.3.27})$$

La courbe représentative de la fonction $\bar{u} = Bz$ est donnée dans la figure (28) courbe (2) page 127.

IV.4 Détermination de $\bar{u}(\eta)$ et $z(\eta)$ pour différents débits

IV.4.1 Détermination de $\bar{u}(\eta)$ pour différents débits

La hauteur d'eau à l'aval du ressaut varie en fonction du débit, elle est proportionnelle à l'ouverture de la vanne :

$$a = h_0 / \alpha$$

avec $\alpha = 2, 3, \dots$ et 10

L'équation de continuité s'écrit :

$$Q = \bar{U}_0 b h_0 = \bar{u}_s b a$$

d'où :

$$\bar{u}_g / \bar{U}_0 = h_0 / a$$

comme $a = h_0 / \alpha$, il en résulte :

$$\bar{u}_g / \bar{U}_0 = \alpha \quad (\text{IV.4.1})$$

La division du domaine d'étude en deux parties donne :

$$\text{Domaine I : } 0 \leq \eta \leq (\alpha-1)/\alpha$$

$$\text{Domaine II : } (\alpha-1)/\alpha \leq \eta \leq 1$$

Il sera adopté pour \mathcal{E} et \hat{u} les valeurs suivantes :

* pour $0 \leq \eta \leq (\alpha-1)/\alpha$, $\mathcal{E} = 0$ et $\hat{u} = 1$

* pour $(\alpha-1)/\alpha \leq \eta \leq 1$, $\mathcal{E} = \bar{u}_g / \bar{U}_0 = \alpha$ et $\hat{u} = \bar{u}_g / \bar{U}_0 = \alpha$

L'équation définissant l'écoulement est :

$$\bar{u}'' - k\bar{u} = B \quad \text{Domaine I} \quad (\text{IV.4.2})$$

$$\text{et } \bar{u}'' - \alpha k\bar{u} = -\alpha^2 k + B \quad \text{Domaine II} \quad (\text{IV.4.3})$$

a) Répartition de la vitesse dans une section transversale

dans le domaine I

L'équation régissant l'écoulement dans un ressaut dans le domaine I est :

$$\bar{u}'' - k\bar{u} = B$$

équation linéaire non homogène du second ordre [14]. Sa solution générale est de la forme :

$$\bar{u}(\eta) = \bar{u}_h(\eta) + \bar{u}(\eta)$$

avec, $\bar{u}_h(\eta)$: solution générale de l'équation homogène, elle est donnée par l'expression suivante :

$$\bar{u}_h(\eta) = C_1 \exp(\sqrt{-k} \eta) + C_2 \exp(-\sqrt{-k} \eta)$$

C_1 et C_2 : constantes arbitraires, à déterminer à partir des conditions aux frontières.

$\bar{u}_*(\eta)$: solution particulière, égale à :

$$\bar{u}_*(\eta) = -B/k$$

La solution générale de l'équation (IV.4.2) est :

$$\bar{u}_I = C_1 \exp(\sqrt{k} \eta) + C_2 \exp(-\sqrt{k} \eta) - B/k \quad (\text{IV.4.4})$$

b) Distribution de la vitesse dans une section transversale dans le domaine II

Dans le domaine II, l'équation définissant le phénomène est :

$$\bar{u}'' - \alpha k \bar{u} = -\alpha^2 k + B$$

équation linéaire non homogène du second ordre. Sa solution générale est :

$$\bar{u}_{II}(\eta) = C_3 \exp(\sqrt{\alpha k} \eta) + C_4 \exp(-\sqrt{\alpha k} \eta) - B/\alpha k + \alpha \quad (\text{IV.4.5})$$

C_3 et C_4 sont des constantes arbitraires à déterminer.

c) Détermination des constantes C_1, C_2, C_3, C_4 et B pour différents débits

C_1, C_2, C_3 , et C_4 constantes susceptibles d'être tirées des conditions aux frontières suivantes :

$$- \eta = 0, \quad d\bar{u}_I/d\eta = 0 \quad (\text{sans frottement à la surface libre}) \quad (1)$$

$$- \eta = 1, \quad d\bar{u}_{II}/d\eta = 0 \quad (\text{sans frottement au fond du canal}) \quad (2)$$

$$- \eta = (\alpha - 1) / \alpha, \quad \bar{u}_I = \bar{u}_{II} \quad (3)$$

$$- \eta = (\alpha - 1) / \alpha, \quad d\bar{u}_I/d\eta = d\bar{u}_{II}/d\eta \quad (4)$$

a) Condition (1) ($\eta = 0, \quad d\bar{u}_I/d\eta = 0$)

Il en résulte :

$$C_1 = C_2 \quad (\text{IV.4.6})$$

β) Condition (2) ($\bar{n} = 1, du_{II} / d\bar{n} = 0$)

Il en résulte :

$$C_3 = C_4 \exp(-2 \sqrt{\bar{a}k}) \quad (\text{IV.4.7})$$

γ) Condition (3) ($\bar{n} = (\alpha - 1) / \alpha, \bar{u}_I = \bar{u}_{II}$)

On a :

$$\begin{aligned} C_1 \exp[(\alpha - 1) \sqrt{\bar{k} / \alpha}] + C_2 \exp[-(\alpha - 1) \sqrt{\bar{k} / \alpha}] = \\ = C_3 \exp[(\alpha - 1) \sqrt{\bar{a}k / \alpha}] + C_4 \exp[-(\alpha - 1) \sqrt{\bar{a}k / \alpha}] + \alpha + (\alpha - 1)B / \alpha k \end{aligned}$$

comme $C_1 = C_2$ et $C_3 = C_4 \exp(-2 \sqrt{\bar{a}k})$, il en résulte :

$$\begin{aligned} C_1 \{ \exp[(\alpha - 1) \sqrt{\bar{k} / \alpha}] + \exp[-(\alpha - 1) \sqrt{\bar{k} / \alpha}] \} = \\ = C_4 \{ \exp(-2 \sqrt{\bar{a}k}) \times \exp[(\alpha - 1) \sqrt{\bar{a}k / \alpha}] + \alpha + (\alpha - 1)B / \alpha k \end{aligned}$$

En effectuant, il en sort :

$$\begin{aligned} C_1 \{ \exp[(\alpha - 1) \sqrt{\bar{k} / \alpha}] + \exp[-(\alpha - 1) \sqrt{\bar{k} / \alpha}] \} = \quad (\text{IV.4.8}) \\ = C_4 \{ \exp[-(\alpha + 1) \sqrt{\bar{a}k / \alpha}] + \exp[-(\alpha - 1) \sqrt{\bar{a}k / \alpha}] + \alpha + (\alpha - 1)B / \alpha k \end{aligned}$$

μ) Condition (4) ($\bar{n} = (\alpha - 1) / \alpha, d\bar{u}_I / d\bar{n} = d\bar{u}_{II} / d\bar{n}$)

De cette condition, il en résulte :

$$\begin{aligned} C_1 \sqrt{\bar{k}} \{ \exp[(\alpha - 1) \sqrt{\bar{k} / \alpha}] - \exp[-(\alpha - 1) \sqrt{\bar{k} / \alpha}] \} = \\ = C_4 \sqrt{\bar{a}k} \{ \exp[-(\alpha + 1) \sqrt{\bar{a}k / \alpha}] + \exp[-(\alpha - 1) \sqrt{\bar{a}k / \alpha}] \} \quad (\text{IV.4.9}) \end{aligned}$$

θ) l'équation de continuité

Soit l'équation de continuité :

$$\int_0^1 \bar{u} \, d\bar{n} = 1$$

elle s'écrit sous la forme suivante :

$$\int_0^{(\alpha - 1) / \alpha} \bar{u}_I \, d\bar{n} + \int_{(\alpha - 1) / \alpha}^1 \bar{u}_{II} \, d\bar{n} = 1$$

en remplaçant \bar{u}_I et \bar{u}_{II} par leur expression, et en calculant l'intégrale terme à terme on obtient :

$$C_1 \{ \exp[(\alpha-1)\sqrt{k}/\alpha] - \exp[-(\alpha-1)\sqrt{k}/\alpha] \} / \sqrt{k} - B/\alpha^2 k$$

$$C_4 \{ \exp[-(\alpha-1)\sqrt{\alpha k}/\alpha] - \exp[-(\alpha+1)\sqrt{\alpha k}/\alpha] \} / \sqrt{\alpha k} - (\alpha-1)B/\alpha k = 0$$

(IV.4.10)

Finalement, on aboutit à un système à trois (03) équations [(IV.4.8), (IV.4.9), (IV.4.10)] et à trois (03) inconnues (C_1 , C_2 et B):

En posant :

$$A = \exp[-(\alpha+1)\sqrt{\alpha k}/\alpha] - \exp[-(\alpha-1)\sqrt{\alpha k}/\alpha k]$$

$$C = \exp[(\alpha-1)\sqrt{k}/\alpha] + \exp[-(\alpha-1)\sqrt{k}/\alpha]$$

$$D = \exp[(\alpha-1)\sqrt{k}/\alpha] - \exp[-(\alpha-1)\sqrt{k}/\alpha]$$

$$E = \exp[-(\alpha+1)\sqrt{k}/\alpha] + \exp[-(\alpha-1)\sqrt{\alpha k}/\alpha]$$

$$F = \exp[(\alpha-1)\sqrt{k}/\alpha] + \exp[-(\alpha-1)\sqrt{k}/\alpha]$$

et en combinant les trois équations [(IV.4.8), (IV.4.9) et (IV.4.10)], il en résulte :

$$C_4 = [1 + \alpha(\alpha-1)] / \sqrt{\alpha} A \{ C[1 + \alpha(\alpha-1)] / \alpha D - (\alpha-1) / \sqrt{k} \} - \{ E[1 + \alpha(\alpha-1)] / \alpha - (\alpha-1) A / \sqrt{\alpha k} \} \quad (IV.4.11)$$

$$B = \alpha k [C_1 F - C_4 E - \alpha] / (\alpha-1) \quad (IV.4.12)$$

$$\text{et } C_1 = C_4 \sqrt{\alpha} A / F \quad (IV.4.13)$$

Les résultats de ces expressions pour les différents débits sont donnés dans le tableau n°2 à l'annexe I page 118.

L'expression de la solution de l'équation (IV.1.2) dans le cas général est :

$$z_h(\eta) = C_5 \exp(\sqrt{k} \eta) + C_6 \exp(-\sqrt{k} \eta)$$

C_5 et C_6 : constantes arbitraires à déterminer

$$z_* = -1/k$$

la solution générale de l'équation (IV.4.14) est :

$$z_I = C_5 \exp(\sqrt{k} \eta) + C_6 \exp(-\sqrt{k} \eta) - 1/k \quad (\text{IV.4.16})$$

b) Détermination de $z(\eta)$ dans le domaine II

soit à résoudre l'équation :

$$z'' - \alpha k z = 1$$

équation linéaire non homogène du second ordre, sa solution générale est de la forme :

$$z_{II}(\eta) = z_h(\eta) + z_*(\eta)$$

$z_h(\eta)$: solution générale de l'équation homogène $z'' - \alpha k z = 0$

$$z_h(\eta) = C_7 \exp(\sqrt{\alpha k} \eta) + C_8 \exp(-\sqrt{\alpha k} \eta)$$

$z_*(\eta)$ solution particulière, égale à :

$$z_*(\eta) = -\alpha/k$$

la solution générale de l'équation (IV.4.15) est :

$$z_{II}(\eta) = C_7 \exp(\sqrt{\alpha k} \eta) + C_8 \exp(-\sqrt{\alpha k} \eta) - \alpha/k \quad (\text{IV.4.17})$$

c) Détermination de C_5, C_6, C_7, C_8

C_5, C_6, C_7, C_8 sont des constantes susceptibles d'être tirées des conditions aux frontières.

a) Condition (1) (pour $\eta = 0, dz_I/d\eta = 0$)

Soit :

$$z_I = C_5 \exp(\sqrt{k} \eta) + C_6 \exp(-\sqrt{k} \eta) - 1/k$$

sa dérivée par rapport à η est :

$$dz_I / d\bar{n} = C_5 \sqrt{k} \exp(\sqrt{k} \bar{n}) - C_6 \sqrt{k} \exp(-\sqrt{k} \bar{n}) \quad (\text{IV.4.18})$$

en respectant la condition (1), l'équation (IV.4.18) devient :

$$C_5 \sqrt{k} - C_6 \sqrt{k} = 0$$

d'où

$$C_5 = C_6 \quad (\text{IV.4.19})$$

β) Condition (2) ($\bar{n} = 1, dz_{II} / d\bar{n} = 0$)

Soit :

$$z_{II} = C_7 \exp(\sqrt{\alpha k} \bar{n}) + C_8 \exp(-\sqrt{\alpha k} \bar{n}) - 1/\alpha k$$

sa dérivée par rapport à \bar{n} est :

$$dz_{II}/d\bar{n} = C_7 \sqrt{\alpha k} \exp(\sqrt{\alpha k} \bar{n}) - C_8 \sqrt{\alpha k} \exp(-\sqrt{\alpha k} \bar{n}) \quad (\text{IV.4.20})$$

en respectant la condition (2), l'équation (IV.4.20) s'écrit :

$$C_7 \sqrt{\alpha k} \exp(\sqrt{\alpha k} \bar{n}) - C_8 \sqrt{\alpha k} \exp(-\sqrt{\alpha k} \bar{n}) = 0$$

d'où

$$C_7 = C_8 \exp(-2\sqrt{\alpha k}) \quad (\text{IV.4.21})$$

Γ) Condition (3) (pour $\bar{n} = (\alpha-1)/\alpha, z_I = z_{II}$)

pour $\bar{n} = (\alpha-1)/\alpha$ les équations (IV.4.16) et (IV.4.17)

s'écrivent :

$$z_I = C_5 \exp[\sqrt{k} (\alpha-1)/\alpha] + C_6 \exp[-\sqrt{k} (\alpha-1)/\alpha] - 1/k$$

$$z_{II} = C_7 \exp[(\alpha-1)\sqrt{\alpha k} / \alpha] + C_8 \exp[-(\alpha-1)\sqrt{\alpha k} / \alpha] - 1/\alpha k$$

en respectant la condition (3), et en sachant que $C_5 = C_6$ et

$C_7 = C_8 \exp -2\sqrt{\alpha k}$, il s'en suit :

$$C_5 \{ \exp[(\alpha-1)\sqrt{k} / \alpha] + \exp[-(\alpha-1)\sqrt{k} / \alpha] \} = \quad (\text{IV.4.22})$$

$$C_8 \{ \exp[-(\alpha+1)\sqrt{\alpha k} / \alpha] + \exp[-(\alpha-1)\sqrt{\alpha k} / \alpha] \} + (\alpha-1)/\alpha k$$

0) Condition (4) (pour $\Omega = (\alpha-1)/\alpha$, $dz_I/d\Omega = dz_{II}/d\Omega$)

Soit pour $\Omega = (\alpha-1)/\alpha$:

$$dz_I/d\Omega = C_5 \sqrt{k} \exp[\sqrt{k} (\alpha-1)/\alpha] - C_6 \sqrt{k} \exp[-\sqrt{k} (\alpha-1)/\alpha]$$

en respectant la condition (4), et en sachant que $C_5 = C_6$

et $C_7 = C_8 \exp(-2\sqrt{\alpha k})$, il s'ent suit :

$$C_5 \sqrt{k} \{ \exp[\sqrt{k} (\alpha-1)/\alpha] - \exp[-\sqrt{k} (\alpha-1)/\alpha] \} =$$

$$= C_8 \sqrt{\alpha k} \{ \exp[-(\alpha+1)\sqrt{\alpha k} / \alpha] - \exp[-(\alpha-1)\sqrt{\alpha k} / \alpha] \} \quad (\text{IV.4.23})$$

$$A = \exp[-(\alpha+1)\sqrt{\alpha k} / \alpha] - \exp[-(\alpha-1)\sqrt{\alpha k} / \alpha]$$

$$C = \exp[(\alpha-1)\sqrt{k} / \alpha] + \exp[-(\alpha-1)\sqrt{k} / \alpha]$$

$$D = \exp[(\alpha-1)\sqrt{k} / \alpha] - \exp[-(\alpha-1)\sqrt{k} / \alpha]$$

et en combinant les deux équations (IV.4.22) et (IV.4.23), il en sort :

$$C_5 = A C_8 / \sqrt{\alpha} D$$

$$C_8 = (\alpha-1) / \{ \sqrt{\alpha} A [C/D] + A \} \alpha k$$

Les résultats sont donnés dans le tableau n°3 à l'annexe I page 119.

La courbe représentative de la fonction $\bar{u} - Bz$ a été tracée pour plusieurs débits (figures 24 à 32 pages 126 à 129).

d) Commentaire sur les résultats obtenus

Les courbes tracées en trait continu représentent la fonction $\bar{u} = \bar{u}_1 + \bar{u}_2$ et les courbes en pointillés représentent la fonction $\bar{u} - Bz = \bar{u} - \bar{u}_2$.

Ces deux types de courbes ont même allure et coïncident à partir d'un certain point. On peut donc faire une identité entre les deux fonctions. Ceci signifie que \bar{u}_2 est négligeable.

\bar{u}_2 étant négligeable, \bar{u} est égale à \bar{u}_1 solution de l'équation:

$$\bar{u}'' - \alpha \bar{u} = -k \bar{u}_1$$

comme $k = 1 / \sqrt{s}$, $C = \bar{u}_n$ et $\bar{u}_1 = \bar{u}_{n+1}$, cette équation peut s'écrire sous la forme:

$$\bar{u}'' = \alpha \bar{u} / \sqrt{s}$$

IV.5 Détermination du coefficient de submersion (S) pour les différents α

Soit S le coefficient de submersion, égal à :

$S = a / h_v$, avec a ouverture de la vanne et h_v hauteur initiale du ressaut noyé.

A partir des courbes sur les figures 24 à 32 (pages 126 à 129), on tire les valeurs de la hauteur d'eau à proximité aval de la vanne (h_v) pour les différents α considérés, connaissant l'ouverture de la vanne (a) on détermine le coefficient de submersion S.

* pour $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = \alpha = 2$, on a $h_v = 0.7h_0$, comme $a = h_0 / 2$, il en résulte : $S = h_0 / 2 * 0.7 h_0 = 0.7$,

* pour $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 3$, on a $h_v = 2h_0 / 3$, comme $a = h_0 / 3$, il en résulte: $S = 1/2 = 0.5$,

* pour $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 4$, on a $h_v = h_0 / 2$, comme $a = h_0 / 4$, il en résulte : $S = 0.5$,

* pour $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 5$, on a $h_v = 2h_0 / 5$, comme $a = h_0 / 5$, il en résulte : $S = 0.5$,

* pour $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 6$, on a $h_v = 2.5h_0 / 6$, comme $a = h_0 / 6$, il en résulte : $S = 0.4$,

* pour $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 7$, on a $h_v = 2.5h_0 / 7$, comme $a = h_0 / 7$, il en résulte : $S = 0.4$,

* pour $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 8$, on a $h_v = 3h_0 / 8$, comme $a = h_0 / 8$, il en résulte : $S = 0.33$,

* pour $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 9$, on a $h_v = 3h_0 / 9$, comme $a = h_0 / 9$, il en résulte : $S = 0.33$,

* pour $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 10$, on a $h_v = 3h_0 / 10$, comme $a = h_0 / 10$, il en résulte : $S = 0.33$.

IV.6 Conclusion

On peut conclure à travers les résultats obtenus que :

- Pour $2 < \alpha < 3$, le coefficient de submersion S est supérieur à 0.5 ($S > 0.5$), le ressaut est dit faiblement submergé.

- Pour $\alpha > 3$, le coefficient de submersion S est inférieur ou égal à 0.5 ($S < 0.5$), le ressaut est dit fortement noyé.

L'équation définissant l'écoulement d'un fluide dans un ressaut noyé étant devenue :

$$\delta^2 \bar{u} / \delta \eta^2 = \delta \bar{u} / \delta s$$

sa solution numérique, connaissant les conditions aux limites, nous permettra d'avoir la répartition de la vitesse d'écoulement dans différentes sections transversales du ressaut.

CHAPITRE V

SOLUTION NUMERIQUE DE L'EQUATION DU MOUVEMENT DU RESSAUT HYDRAULIQUE NOYE

V.1 Signification physique des termes de la relation proposée

L'équation définissant l'écoulement d'un fluide dans un ressaut noyé est :

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \eta^2} = \hat{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} \quad (\text{V.1.1})$$

Cette relation n'aura un sens physique que si et seulement si le coefficient de $\bar{u} / \partial \xi$ est positif ($\hat{u} > 0$). Afin de respecter cette condition, il y a lieu de poser que \hat{u} est égal à un carré parfait :

$$\hat{u} = b^2, \text{ avec } b^2 > 0 \quad \forall \quad b = 0$$

l'expression (V.1.1) s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \eta^2} = b^2 * \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi}$$

ou

$$\frac{1}{b^2} * \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \eta^2} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} \quad (\text{V.1.2})$$

en posant $c^2 = 1 / b^2$, l'équation (V.1.3) devient :

$$c^2 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \eta^2} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi}, \text{ avec } c \in \mathbb{R} \quad (\text{V.1.3})$$

La relation obtenue est analogue à l'équation proposée par M KONOVALOV pour le mouvement dans un sillage d'eau pour un régime fluvial [10].

M KONOVALOV a établi la relation suivante :

$$\frac{\partial \bar{u}^2}{\partial t} = d^2 \frac{\partial^2 \bar{u}^2}{\partial y^2} \quad (V.1.4)$$

avec,

d : coefficient variable dépendant de la turbulence et de la longueur du jet. Sa valeur est comprise entre 0.05 et 0.09.

\bar{u} : composante horizontale de la vitesse,

$t = x^2$, x étant la coordonnée le long du courant,

y : coordonnée verticale (profondeur),

présentons la sous la forme adimensionnelle, en posant :

$$s = \frac{t}{h_0^2} = \frac{x^2}{h_0^2}; \quad \bar{u}_1 = \frac{\bar{u}}{\bar{U}_0}; \quad \eta = \frac{y}{h_0}$$

avec, h_0 et \bar{U}_0 successivement hauteur d'eau et vitesse d'écoulement à l'aval du ressaut, ceci donne :

$$\frac{\partial \bar{u}^2}{\partial t} = \frac{\partial (\bar{u}_1 \bar{U}_0)^2}{\partial s h_0^2} = \frac{\bar{U}_0^2}{h_0^2} \frac{\partial \bar{u}_1^2}{\partial s}$$

et

$$\frac{\partial^2 \bar{u}^2}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 (\bar{u}_1 \bar{U}_0)^2}{\partial (h_0 \eta)^2} = \frac{\bar{U}_0^2}{h_0} \frac{\partial^2 \bar{u}_1^2}{\partial \eta^2}$$

en remplaçant $\partial \bar{u}^2 / \partial t$ et $\partial^2 \bar{u}^2 / \partial y^2$ par leur expression et en simplifiant par \bar{U}_0^2 / h_0^2 , l'équation (V.1.4) devient :

$$\frac{\partial \bar{u}_1^2}{\partial s} = d^2 \frac{\partial^2 \bar{u}_1^2}{\partial \eta^2} \quad (V.1.6)$$

en désignant \bar{u}_1^2 par Γ , la relation (V.1.6) s'écrit :

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial s} = d^2 \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial \eta^2} \quad (V.1.7)$$

En comparant l'équation (V.1.7) et celle proposée pour l'accouplement d'un fluide dans un ressaut (V.1.1), il en sort que les coefficients c et d sont analogues. c coefficient dépendant de la turbulence et de la longueur du ressaut.

En définitive l'équation définissant l'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique est l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial s} = c^2 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \eta^2}$$

Pour que sa solution soit entièrement définie, la fonction $\bar{u}(s, \eta)$ doit vérifier les conditions aux limites suivantes :

* Pour $s = 0$ $\bar{u} = f(\eta)$, fonction connue, représente la distribution de la vitesse dans une section transversale sur la surface de la vanne (chapitre IV).

* Pour $\eta = 0$ (surface libre), les frottements sont négligés, on a :

$$\partial \bar{u} / \partial \eta = 0$$

* Pour $\eta = 1$ (fond du canal), deux cas de figures se présentent :

- cas où les frottements sont négligés, on a : $\partial \bar{u} / \partial \eta = 0$

- cas où les frottements sont pris en compte, on a :

$$\partial \bar{u} / \partial \eta = \lambda u^2 \beta / R \text{ et}$$

V.2 Méthode de résolution numérique - Méthode des différences finies

V.2.1 Principe de la méthode

Les problèmes auxquels sont confrontés les ingénieurs se posent très souvent en termes d'équations différentielles aux dérivées partielles et il est rare que des solutions analytiques exactes de tels problèmes soient connues.

Une méthode de résolution numérique courante consiste à approcher l'équation différentielle par des valeurs discrètes de la variable. Le domaine étudié étant maillé, on remplace dans l'équation différentielle les dérivées partielles par des "différences finies", exprimées en fonction des valeurs de la fonction aux nœuds du maillage (figure 16 ci-dessous). Une telle méthode est dite méthode des différences finies [14 et 26].

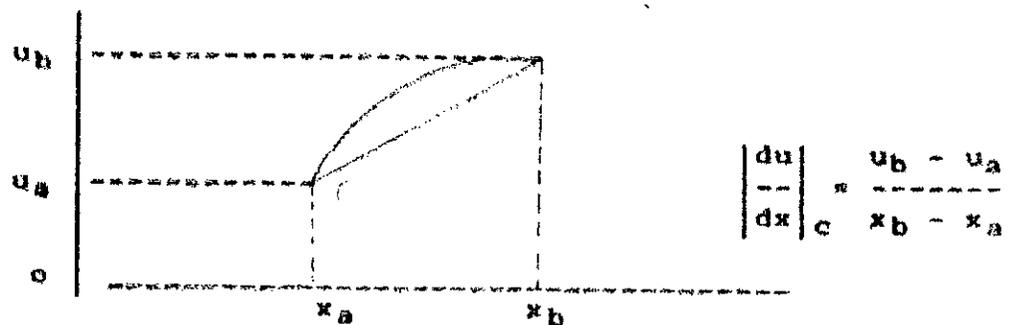


Figure 16 Fonction aux nœuds de maillage

V.2.2 Approximation des dérivées partielles

Plaçons - nous dans le cas du problème posé (cas bidimensionnel) et supposons le domaine d'écoulement (le ressort)

divisé en mailles rectangulaires régulières de cotés Δs et Δh (figure 17 ci-dessous).

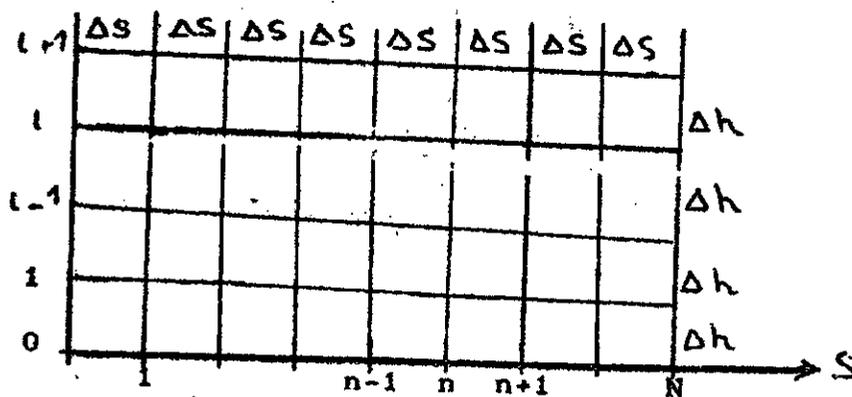


Figure 17 Maillage

Soit $\bar{u}(s, \eta)$ l'inconnue du problème (vitesse d'écoulement).

a/ Approximation des dérivées premières

Developpant en série de Taylor $u_{i+1,j}$ et $u_{i-1,j}$ aux points $(i+1,j)$ et $(i-1,j)$ (figure 17 ci-dessus), on écrit : .

$$\bar{u}_{i+1,j} = \bar{u}_{i,j} + \Delta s \frac{\partial \bar{u}}{\partial s} + \frac{(\Delta s)^2}{2!} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial s^2} + \frac{(\Delta s)^3}{3!} \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial s^3} + \dots \quad (V.2.1)$$

et

$$\bar{u}_{i-1,j} = \bar{u}_{i,j} - \Delta s \frac{\partial \bar{u}}{\partial s} + \frac{(\Delta s)^2}{2!} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial s^2} - \frac{(\Delta s)^3}{3!} \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial s^3} + \dots \quad (V.2.2)$$

De ces deux équations, on déduit trois expressions de la dérivée première :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial s} = \frac{\bar{u}_{i+1,j} - \bar{u}_{i,j}}{\Delta s} + \epsilon (\Delta s)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial s} = \frac{\bar{u}_{i,j} - \bar{u}_{i-1,j}}{\Delta s} + \epsilon (\Delta s)$$

ou

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial s} = \frac{\bar{u}_{i+1,j} - \bar{u}_{i-1,j}}{2 \Delta s} + \epsilon (\Delta s)^2$$

b) Approximation des dérivées secondes

Par addition des équations (V.2.1) et (V.2.2)

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial s^2} = \frac{\bar{u}_{i-1,j} - 2\bar{u}_{i,j} + \bar{u}_{i+1,j}}{(\Delta s)^2} + \epsilon (\Delta s)^2 \quad (V.2.3)$$

V.2.3 Application de la méthode des différences finies

Le domaine d'écoulement étant divisé en mailles rectangulaires régulières de côté Δs et Δh (figure 17 page 95), on substitue aux dérivées partielles des expressions aux différences finies :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial s} = \frac{\bar{u}_{n+1,i} - \bar{u}_{n,i}}{\Delta s}$$

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial n^2} = \frac{\bar{u}_{n,i+1} - \bar{u}_{n,i-1} - 2\bar{u}_{n,i}}{\Delta h^2}$$

avec $n = 0, 1, \dots, N$ et $i = 1, 2, \dots, j-1$

Δs et Δh sont respectivement les pas horizontal et vertical. Leur choix conditionne le volume des calculs et la précision des résultats, on prendra $\Delta s = \Delta h = 0.01$.

En remplaçant $\partial \bar{u} / \partial s$ et $\partial^2 \bar{u} / \partial n^2$ par leur expression dans l'équation (V.1.7), il en sort :

$$\frac{\bar{u}_{n+1,i} - \bar{u}_{n,i}}{\Delta s} = c^2 \frac{\bar{u}_{n,i+1} - 2\bar{u}_{n,i} + \bar{u}_{n,i-1}}{\Delta h^2} \quad (V.2.4)$$

Définissons $\bar{u}_{n+1,i}$

$$\bar{u}_{n+1,i} = (1 - 2c^2 \Delta s / \Delta h^2) \bar{u}_{n,i} + c^2 \Delta s (\bar{u}_{n,i+1} + \bar{u}_{n,i-1}) / \Delta h^2$$

Il découle de cette formule que si l'on connaît les trois valeurs dans la nième série $\bar{u}_{n,i}$; $\bar{u}_{n,i+1}$; $\bar{u}_{n,i-1}$, on peut déterminer la valeur de $\bar{u}_{n+1,i}$ dans la (n + 1) ième série.

Les $\bar{u}_{0,i}$ étant connus par les conditions initiales ($\bar{u}_{0,i}$ répartition de la vitesse dans la section transversale sur la surface de la vanne), la relation de définition du schéma permet de déterminer les $\bar{u}_{1,i}$; $\bar{u}_{2,i}$; $\bar{u}_{n,i}$; $\bar{u}_{n+1,i}$.

Le schéma est stable si $\Delta s c^2 / \Delta h^2 \leq 1/2$ avec $\Delta s > 0$.

En prenant $\Delta s c^2 / \Delta h^2 = 1/2$

on obtient :

$$\bar{u}_{n+1,i} = \frac{\bar{u}_{n,i-1} + \bar{u}_{n,i+1}}{2} \quad (V.2.5)$$

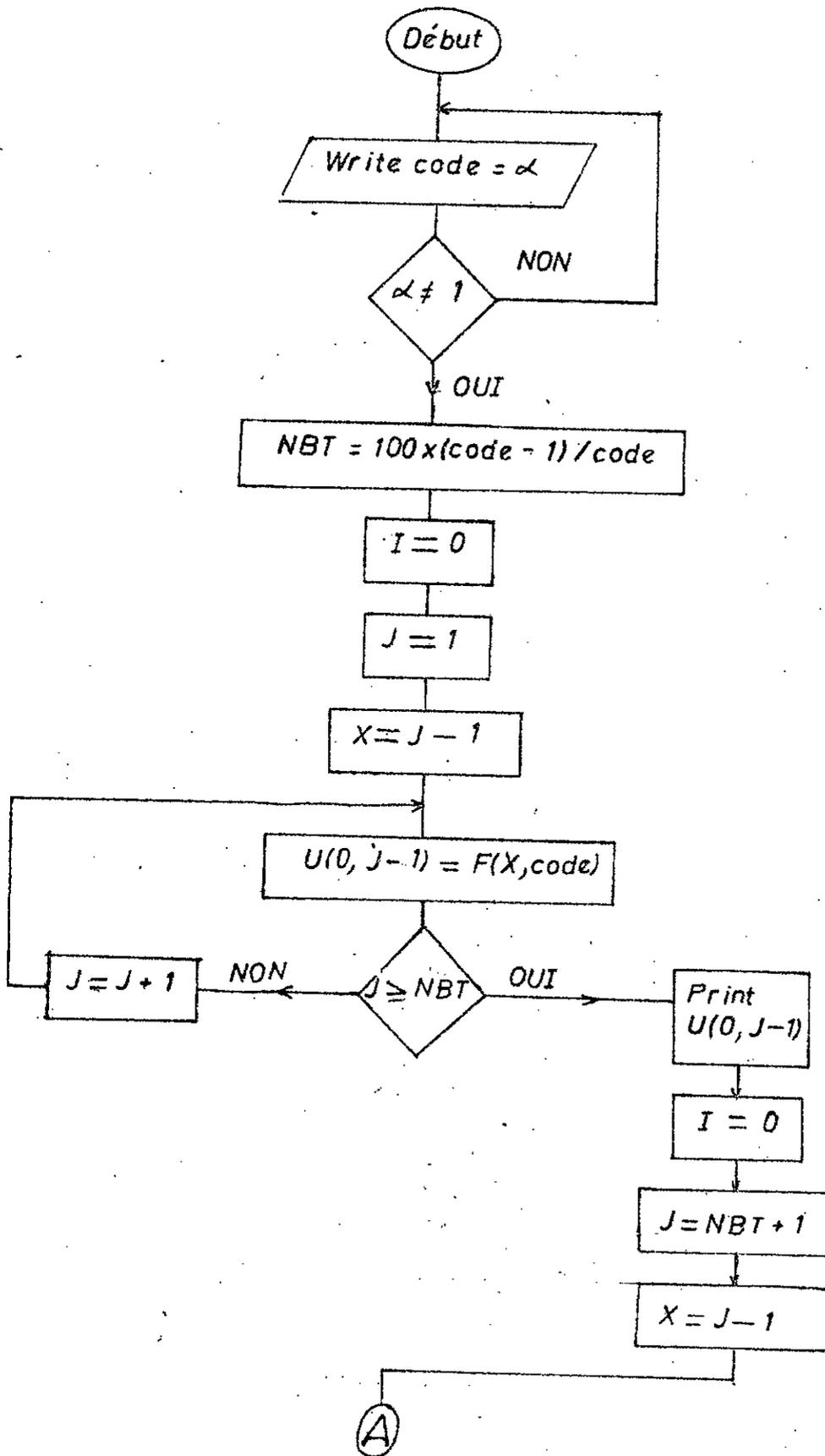
Cette formule est l'algorithme numérique proposé pour la résolution de l'équation différentielle régissant l'écoulement dans un ressaut hydraulique noyé.

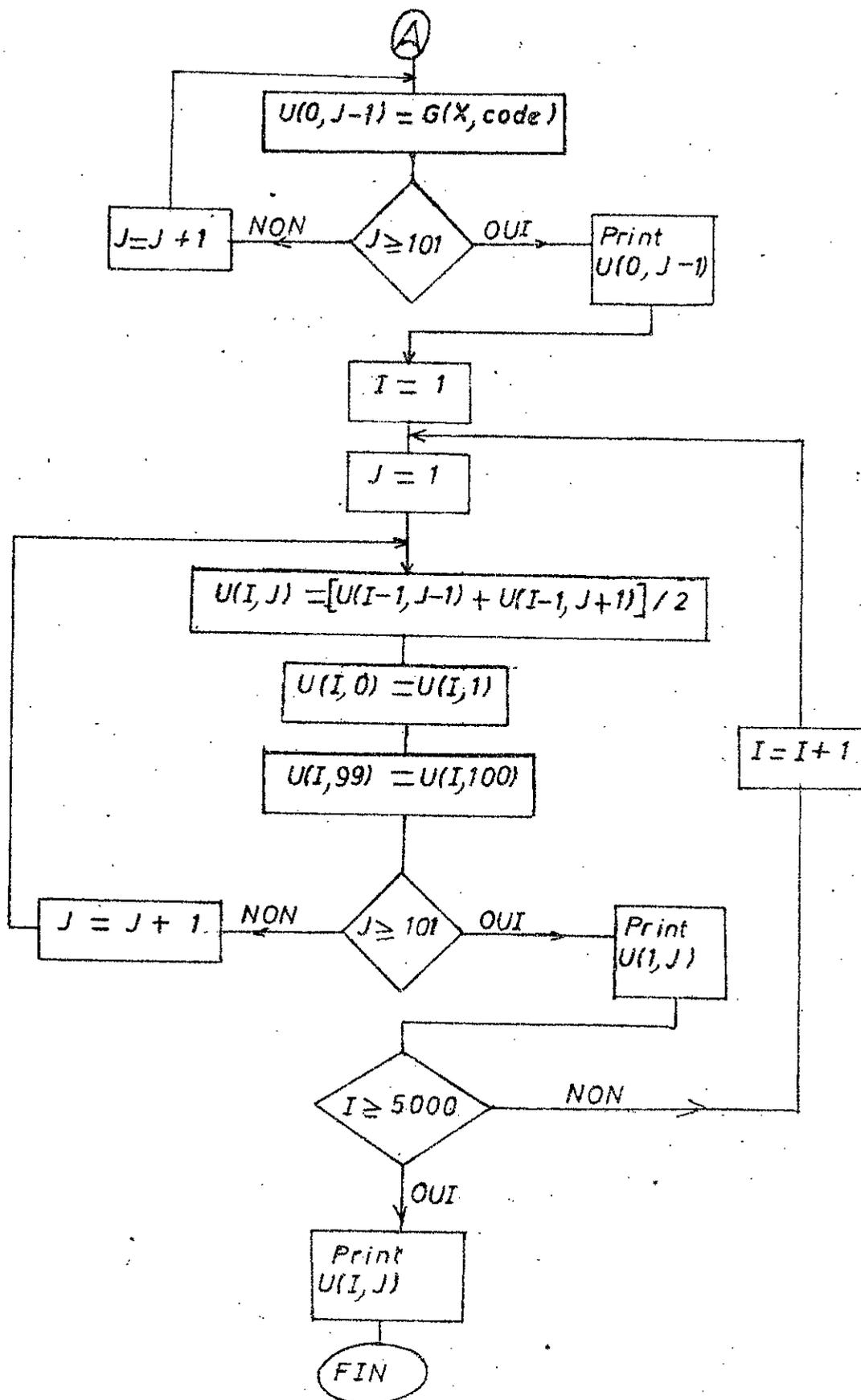
V.3 / Organigramme

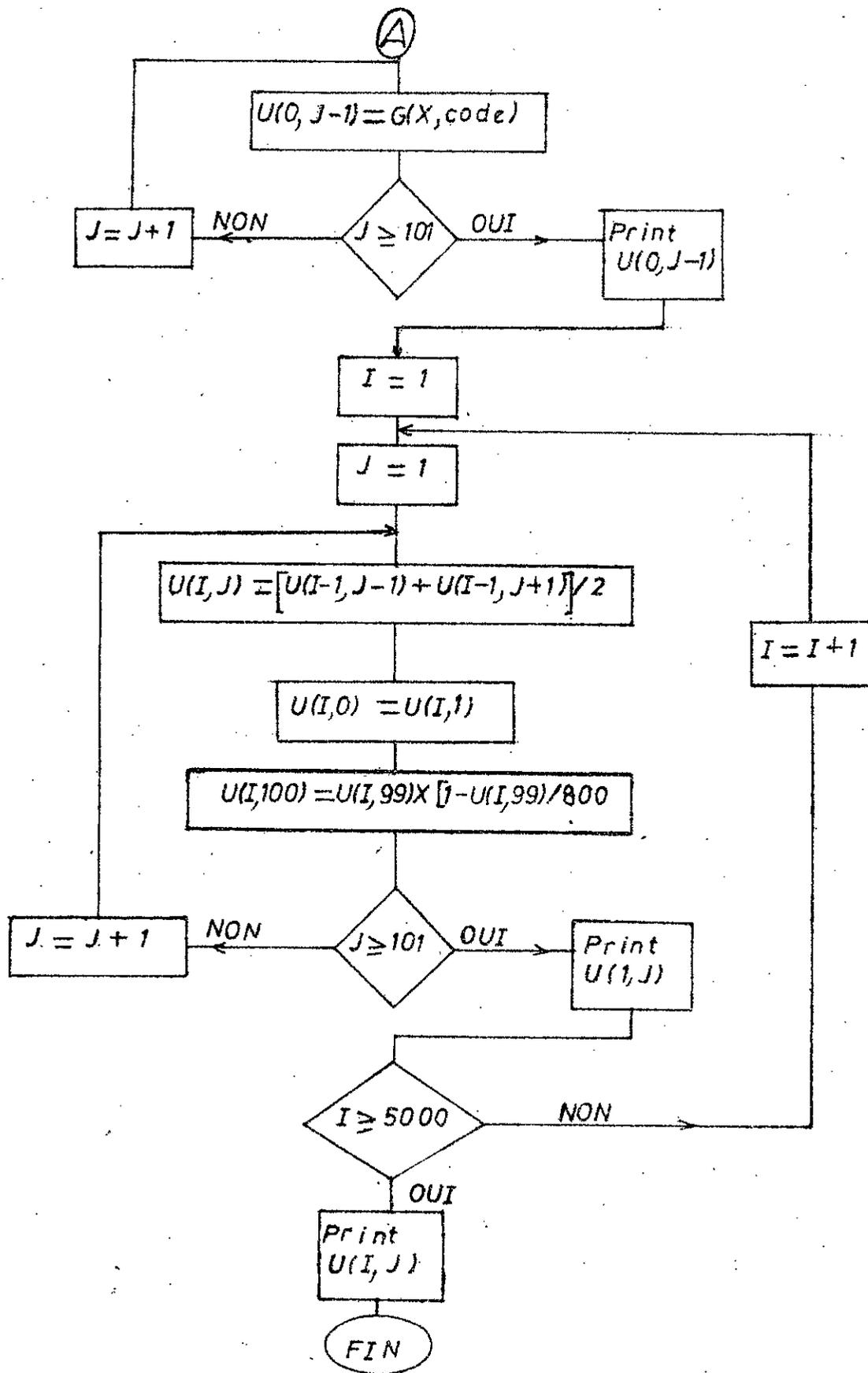
Avant de programmer le problème, il y a lieu d'écrire l'organigramme. C'est un schéma qui montre les différents cheminements à suivre dans la résolution numérique du problème (pages 98 à 101).

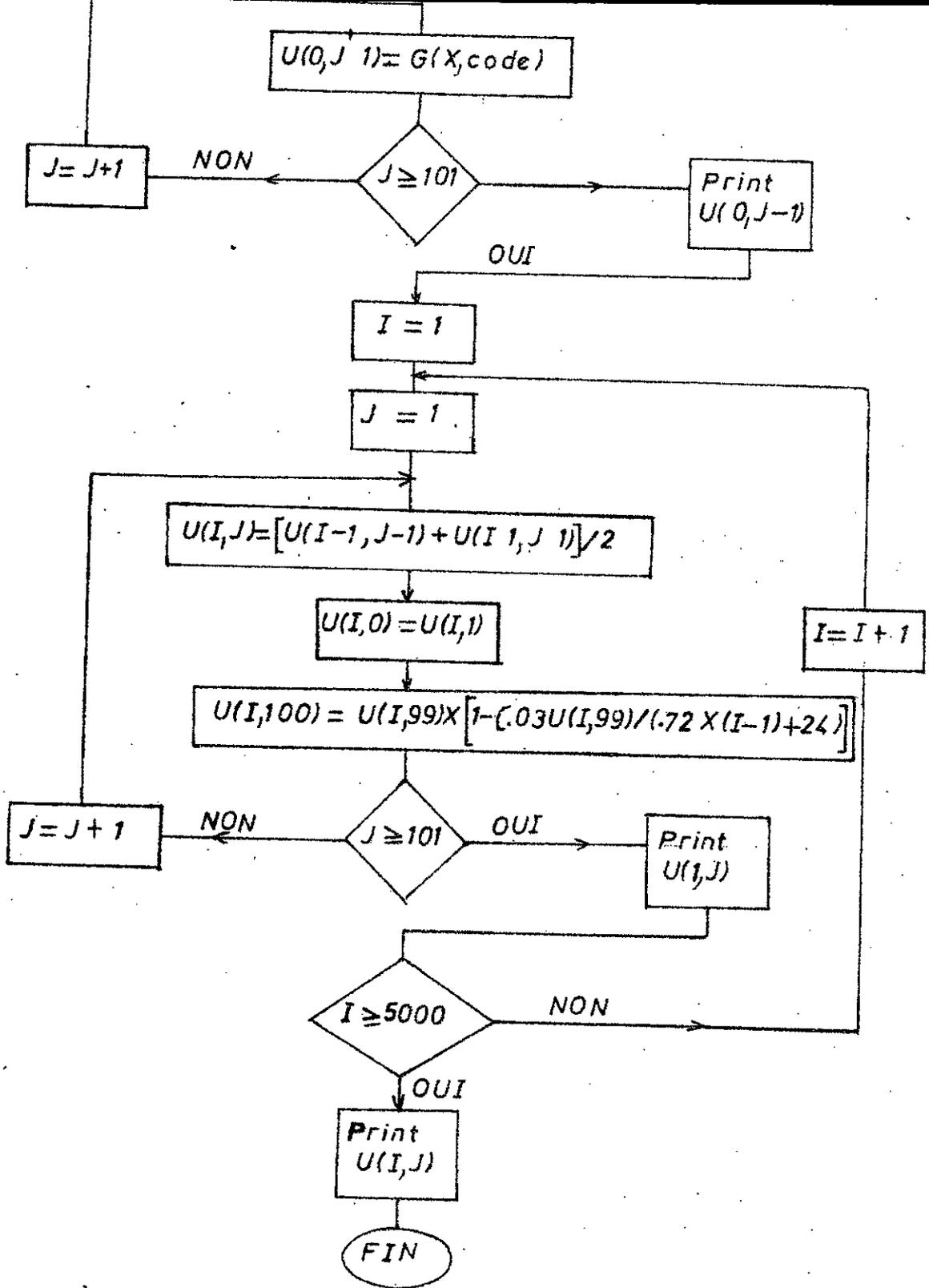
V.4 / Programmation

Pour le développement du programme, le langage utilisé est le Fortran IV. L'outil de travail est l'ordinateur VAX.









V.4 / Analyse des résultats théoriques

Le calcul numérique a donné les résultats présentés sur les figures (33 à 59 pages 130 à 180).

Ces dernières montrent l'évolution longitudinale et transversale de la vitesse axiale dans un ressaut noyé. Il apparaît que la répartition verticale près du fond reste presque uniforme. Il existe donc une zone non perturbée.

Il y a lieu de noter que les distributions des vitesses dans une section semblent avoir atteint un état d'équilibre qu'à partir d'une certaine distance, variable en fonction du débit et bien sur de la hauteur conjuguée h_0 .

Pour $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 2$, il existe un état d'équilibre qu'à partir d'une section $s = 541$ dans le cas sans force de frottement, $s = 586$ dans le cas avec force frottement au fond du canal et ϵ_t constant et enfin de 601 dans le cas avec frottement et ϵ_t linéaire; on considérera comme section d'équilibre : $s = 600$.

Pour $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 3$, il existe un état d'équilibre qu'à partir d'une section $s = 1201$ dans le cas sans force de frottement, $s = 1251$ dans le cas avec frottement et ϵ_t constant et enfin de dans le cas avec frottement et ϵ_t linéaire; on considérera comme section d'équilibre : $s = 1200$.

Pour $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 4$, il existe un état d'équilibre qu'à partir de $s = 1651$ dans le cas sans force de frottement, $s = 1601$ dans le cas avec force de frottement et ϵ_t constant et $s = 1651$ dans le cas avec force de frottement et ϵ_t linéaire; On considérera comme section d'équilibre : $s = 1600$.

Pour $\bar{u}_g / \bar{u}_0 = 5$, on a un état d'équilibre qu'à partir de $s = 2001$ dans le cas sans force de frottement, $s = 2001$ avec force de frottement et ϵ_t constant et $s = 2101$ avec force de frottement et ϵ_t linéaire; on considérera comme section d'équilibre : $s = 2000$.

Pour $\bar{u}_g / \bar{u}_0 = 6$, on a un état d'équilibre qu'à partir de $s = 2251$ sans force de frottement, $s = 2251$ avec force de frottement et ϵ_t constant et $s = 2401$ avec force de frottement et ϵ_t linéaire; on considérera comme section d'équilibre :

$$s = 2400$$

Pour $\bar{u}_g / \bar{u}_0 = 7$, on a un état d'équilibre qu'à partir de $s = 2701$ dans le cas sans force de frottement, $s = 2501$ dans le cas avec force de frottement et ϵ_t constant et $s = 2701$ dans le cas avec force de frottement et ϵ_t linéaire; on considérera comme section d'équilibre : $s = 2800$.

Pour $\bar{u}_g / \bar{u}_0 = 8$, on a un état d'équilibre qu'à partir de $s = 2801$ dans le cas sans force de frottement, $s = 3151$ dans le cas avec frottement et ϵ_t constant et $s = 3201$ dans le cas avec force de frottement et ϵ_t linéaire; on considérera comme section d'équilibre : $s = 3200$.

Pour $\bar{u}_g / \bar{u}_0 = 9$, on a un état d'équilibre qu'à partir de $s = 3001$ dans le cas sans force de frottement, $s = 3601$ dans le cas avec force de frottement et ϵ_t constant et $s = 3601$ dans le cas avec force de frottement et ϵ_t linéaire; on considérera comme section d'équilibre : $s = 3600$.

Pour $\bar{u}_g / \bar{u}_0 = 10$, on a un état d'équilibre qu'à partir de

$s = 3901$ dans le cas sans force de frottement, $s = 3601$ dans le cas avec force de frottement et E_t constant et $s = 3601$ dans le cas avec force de frottement et E_t linéaire; on considérera comme section d'équilibre : $s = 4000$

On peut affirmer que :

- les conditions de l'écoulement à l'amont ont une influence sur la structure cinématique du ressaut.
- les frottements sont négligeables

Le volume occupé par le rouleau augmente avec la vitesse à l'amont. La région de l'écoulement comprise entre la ligne $\eta = \alpha - 1 / \alpha$ avec $\alpha = 2, \dots, 10$ et la surface libre de l'eau est en effet plus étendue pour les vitesses plus élevées.

Mais beaucoup plus intéressant et que si la longueur du ressaut (L_{res}) définie comme la distance longitudinale entre le point où commence la discontinuité de l'écoulement supercritique et le point (dans la partie subcritique du ressaut), où les conditions de l'écoulement sont de nouveau essentiellement définies par les caractéristiques du canal, alors la longueur du ressaut est nettement supérieure à celle qui est d'habitude adoptée et qui est basée sur la fin du rouleau telle que $L_{res} = 6h_2 + 4.1S$ [17 et 18].

La longueur est donnée par l'expression suivante :

$$* 0.7 < S < 0.5 \quad L_{res} / h_0 = 3 * \bar{u}_s / \bar{U}_0 \text{ avec, } S \text{ coefficient de submersion}$$

$$* S \leq 0.5 \quad L_{res} / h_0 = 4 * \bar{u}_s / \bar{U}_0$$

CHAPITRE VI

ETUDE EXPERIMENTALE

VI. 1 APPAREILLAGE EXPERIMENTAL

VI.1.1 Canal ouvert

Les expériences ont été effectuées dans un canal vitré à pente fixe ouvert .

Ce canal vitré permet :

d'observer , en coupe et en plan, l'écoulement dans le canal pour divers débits, et de faire des mesures de lignes d'eau et de vitesse à l'aide d'appareils de mesure adéquats.

La section du canal est de 10 dm² (largeur:0.25 m, hauteur utile: 0,40 m) .

Le débit maximum d'essai est de 60l/s

Ce canal est composé de cinq (05) éléments de 2 m de longueur, à savoir de l'amont vers l'aval:

- Un élément métallique d'alimentation muni de dispositifs pour tranquilliser l'écoulement et d'un déversoir de sécurité.
- Quatre éléments à section constante constituant la partie utile du canal.

* Un élément entièrement métallique

* Deux éléments métalliques vitrés sur chaque face latérale

* Un élément métallique d'extrémité.

Toutes les brides de raccordement des divers éléments vitrés ou non sont spécialement conçues pour permettre la mise en place des ouvrages tel que une vanne. Sur la bride aval du

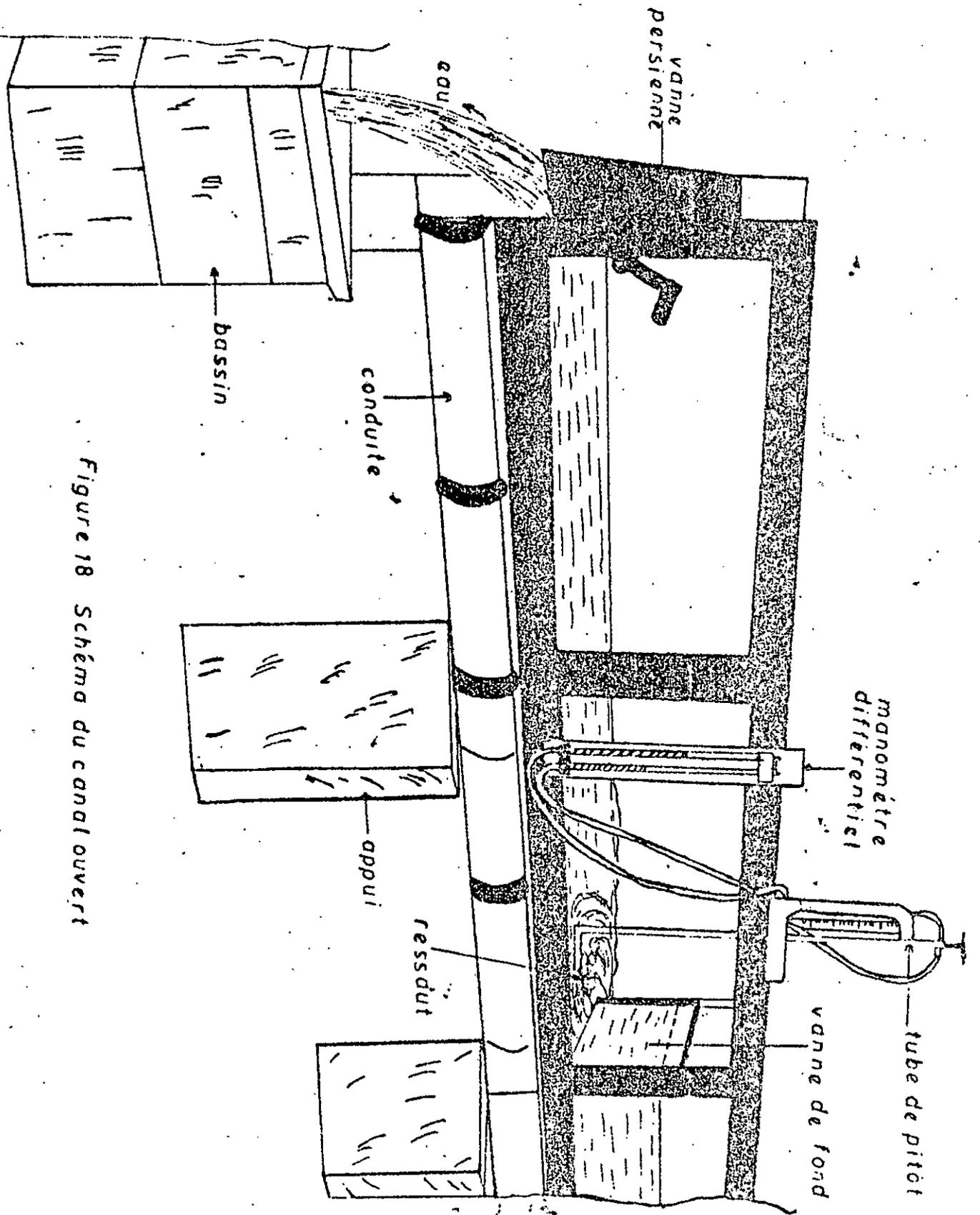


Figure 18 Schéma du canal ouvert

dernier élément, est montée une vanne type persienne permettant de régler le plan d'eau dans le canal. Sur la bride de raccordement du 2^{em} et 3^{em} élément est montée une vanne coulissante assurant l'existence et le positionnement du ressaut .

A la partie supérieure des quatre (04) éléments sont disposés deux rails de roulement pour le déplacement d'un chariot porte limnimètre.

VI.1.2 Appareillage de mesures

a) Mesure de niveau

Limnimètre à pointe : permet de mesurer les niveaux d'eau à l'amont de la vanne et à l'aval du ressaut.

b) Mesure de pression :

Manomètre différentiel à eau (tube en U renversé).

c) Mesure de vitesse

La mesure ponctuelle de la vitesse a été effectuée à l'aide d'un tube de pitot armfield.

Principe du tube de Pitot

La sonde la plus usuelle pour mesurer la pression cinétique est une combinaison de la sonde de pression d'arrêt et de la sonde de pression cinétique. Elle est constituée par deux tubes coaxiaux . Le tube intérieur, ouvert à l'avant, transmet la pression d'arrêt, et le tube extérieur, qui porte des orifices latéraux, donne la pression statique. En reliant les deux prises à chacune des branches d'un manomètre, on obtient une différence de pression proportionnelle à $\frac{1}{2} \rho U^2$.

L'influence de la turbulence sur la mesure de la pression cinétique est généralement négligeable. En effet, l'erreur de lecture est, en première approximation, égale à $\frac{1}{2} \int \bar{u}'^2$ (où u' est la composition longitudinale instantanée, et \bar{u}' la valeur moyenne de \bar{u}').

d) Mesure de débit : Les débits sont mesurés en aval du canal à l'aide d'un déversoir triangulaire 53°.

Avant d'effectuer les mesures de débit, il y a lieu de mesurer la hauteur d'eau entre le fond du canal et la crête du déversoir (h'), hauteur de référence (figure 19 ci-dessous).

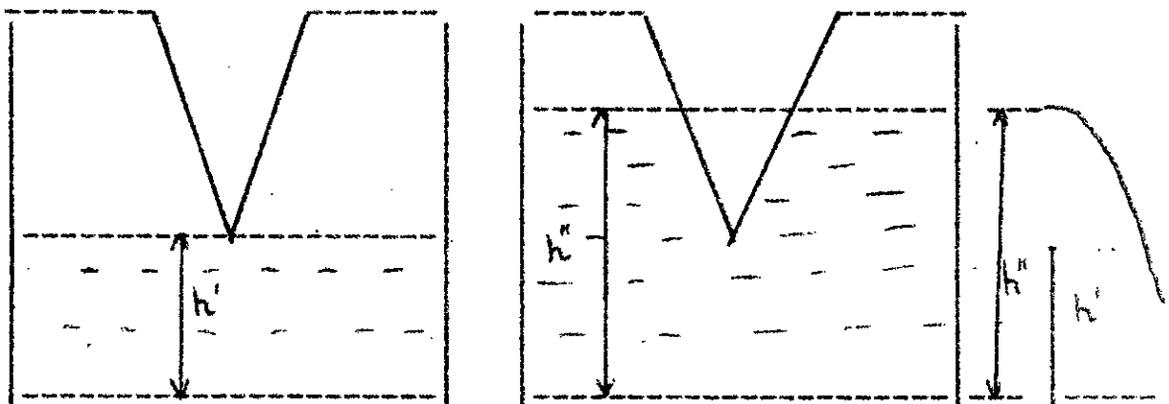


Figure 19 Déversoir triangulaire

A chaque débit passant par le déversoir correspondra une hauteur h'' lue sur le limnimètre. La différence des deux lectures ($h'' - h'$) donnera l'épaisseur de la lame déversante (h_1). A l'aide d'un tableau d'étalonnage d'un déversoir triangulaire 53°, on tire le débit.

$$h_1 \text{ [mm]} \text{ -----} \rightarrow Q_1 \text{ [m}^3\text{/sec]}$$

VI.2 Mesures effectuées

Les grandeurs mesurables dans notre manipulation sont:

- Le débit d'écoulement (Q) [m^3/s]
- La hauteur d'eau à l'aval du ressaut (h_0) [cm]
- La vitesse moyenne locale (\bar{u}) [m/s]

VI.2.1 Description d'une mesure

- 1) On note la hauteur d'eau dans le bassin de réception (h') (figure 19 page 108).
- 2) On règle l'ouverture de la vanne montée sur la bride de raccordement du 2^{ème} et 3^{ème} élément.
- 3) On alimente le canal avec un débit (Q) d'eau.
- 4) On crée le ressaut et on le positionne en utilisant la vanne persienne (figure 18 page 106).
- 5) On mesure la hauteur d'eau (h_0) à l'aval du ressaut à l'aide du limnimètre.
- 6) On positionne le tube de pitot à une distance x de la vanne de fond, on relève la valeur de x .
- 7) On mesure les différentes hauteurs et pressions dans la section considérée (distante de x de la vanne).
- 8) On déplace le tube de pitot d'une distance x' , on note x' .
- 9) On mesure les différentes hauteurs et pression dans la nouvelle section considérée, et ainsi de suite jusqu'à la fin du ressaut.
- 10) On relève la profondeur d'eau (h'') dans le bassin de réception à l'aide du limnimètre.

Ensuite on augmente le débit et on refait les mesures suivant le même canevas.

VI.2.2 Résultats expérimentaux

Trois séries de mesures ont été effectuées :

$$\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 4, \quad \bar{u}_s / \bar{u}_0 = 7 \text{ et } \bar{u}_s / \bar{u}_0 = 9$$

Les sections sont repérées en fonction de la hauteur h_0 , l'origine étant située juste au début du ressaut et notée P0, les autres sections ayant un indice correspondant à un multiple de h_0 (figure 20 page 111).

Dans chacune des différentes sections transversales trois séries de mesures ont été faites respectivement au premier quart (1/4), dans la section médiane (1/2) et au troisième quart (3/4) de la largeur du canal de la droite vers la gauche en regardant le sens de l'écoulement. Mais puisque les résultats expérimentaux des trois séries de mesures pour une même section transversale ont montré dans tous les cas les distributions analogues les unes aux autres seuls ont été portés les résultats obtenus au centre du canal (tableau I ci-dessous et annexe II).

\bar{u}_s / \bar{u}_0	h_0 cm	h_1 cm	Q l/s	\bar{u}_0 m/s
4	8,00	13,25	4,42	0,221
7	10,5	18,70	10,45	0,328
9	13,0	20,86	13,75	0,423

Tableau N°1

Dans ce qui suit l'origine des axes est située au fond du canal, l'axe ox de coordonnées longitudinales est orienté de l'amont vers l'aval, l'axe oy de coordonnées verticales est orienté vers le haut (figure 20 ci-dessous).

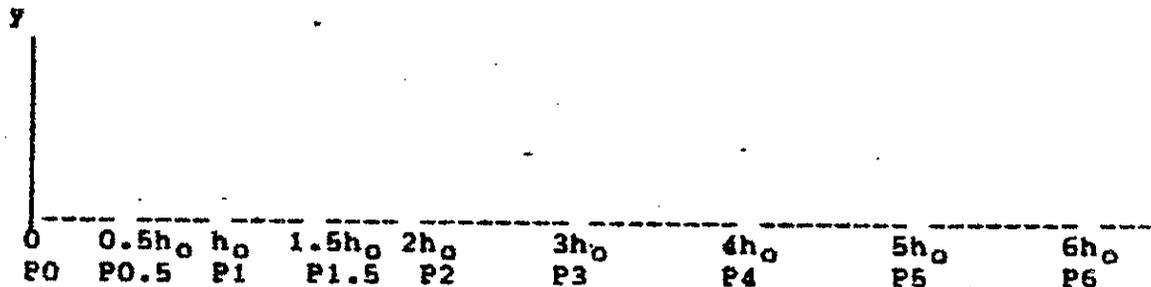


figure 20

VI.3 Discussion des résultats

Les distributions de la vitesse sont représentées sur les figures 21, 22, et 23 pages 113 à 115.

La répartition adimensionnelle de la composante horizontale \bar{u} de la vitesse dans la zone près du fond a été analysée. Il y a lieu de constater qu'au fond la répartition est uniforme. Les distributions des vitesses ne semblent pas avoir atteint un état d'équilibre à des sections aussi éloignées que $x = 6h_0$ et ceci pour les trois débits.

Ces résultats sont conformes aux résultats théoriques obtenus pour la région hors du rouleaux. Ce dernier n'a pu être étudié, vu les moyens de mesures utilisés.

Même si les résultats expérimentaux ne sont pas suffisamment précis, surtout dans la région du courant de retour où le sens des vitesses s'inverse, on peut se rendre compte de

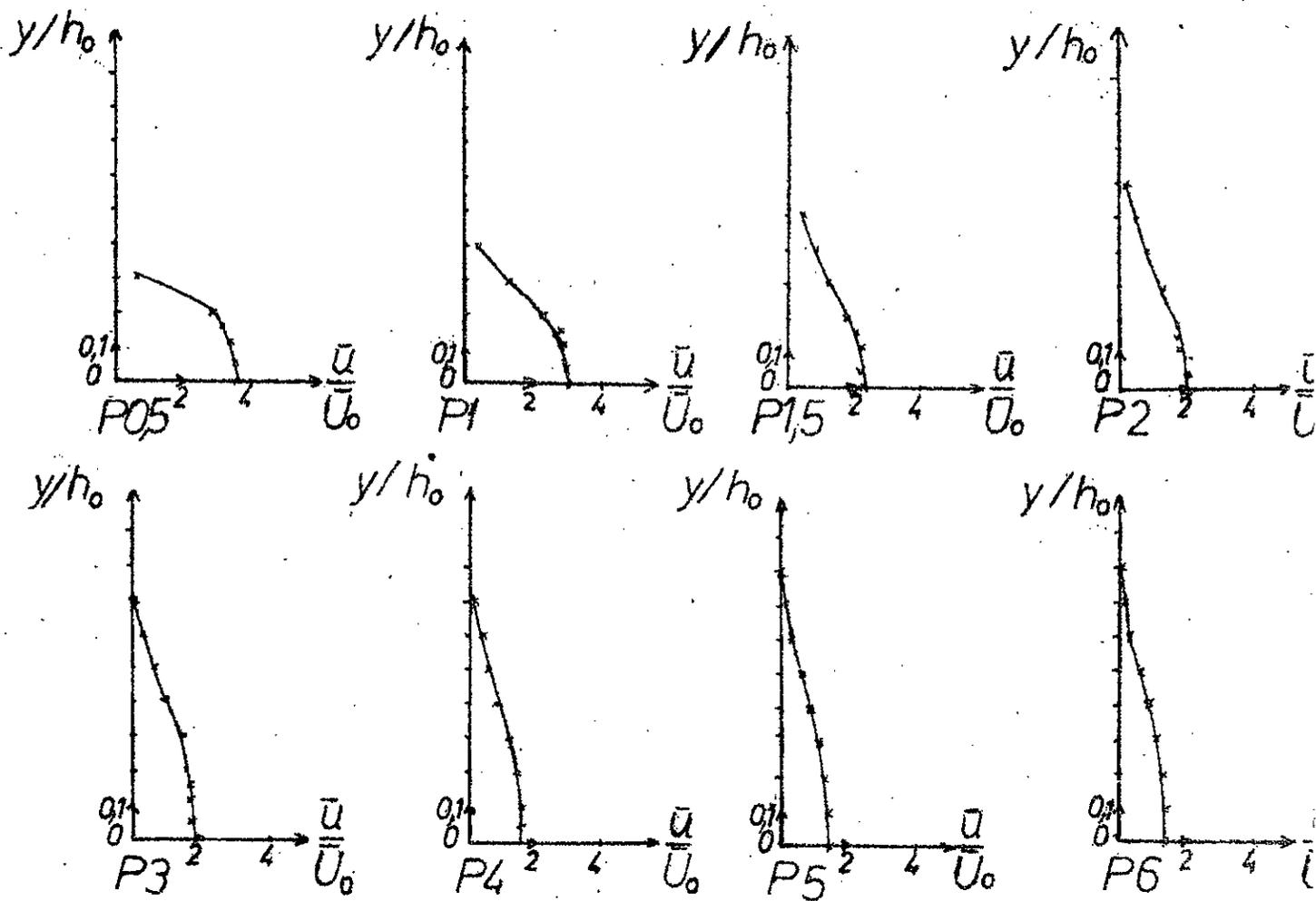


Figure 21. Distribution de la vitesse d'écoulement dans différentes sections transversales pour $\bar{u}_s/\bar{U}_0 = 4$

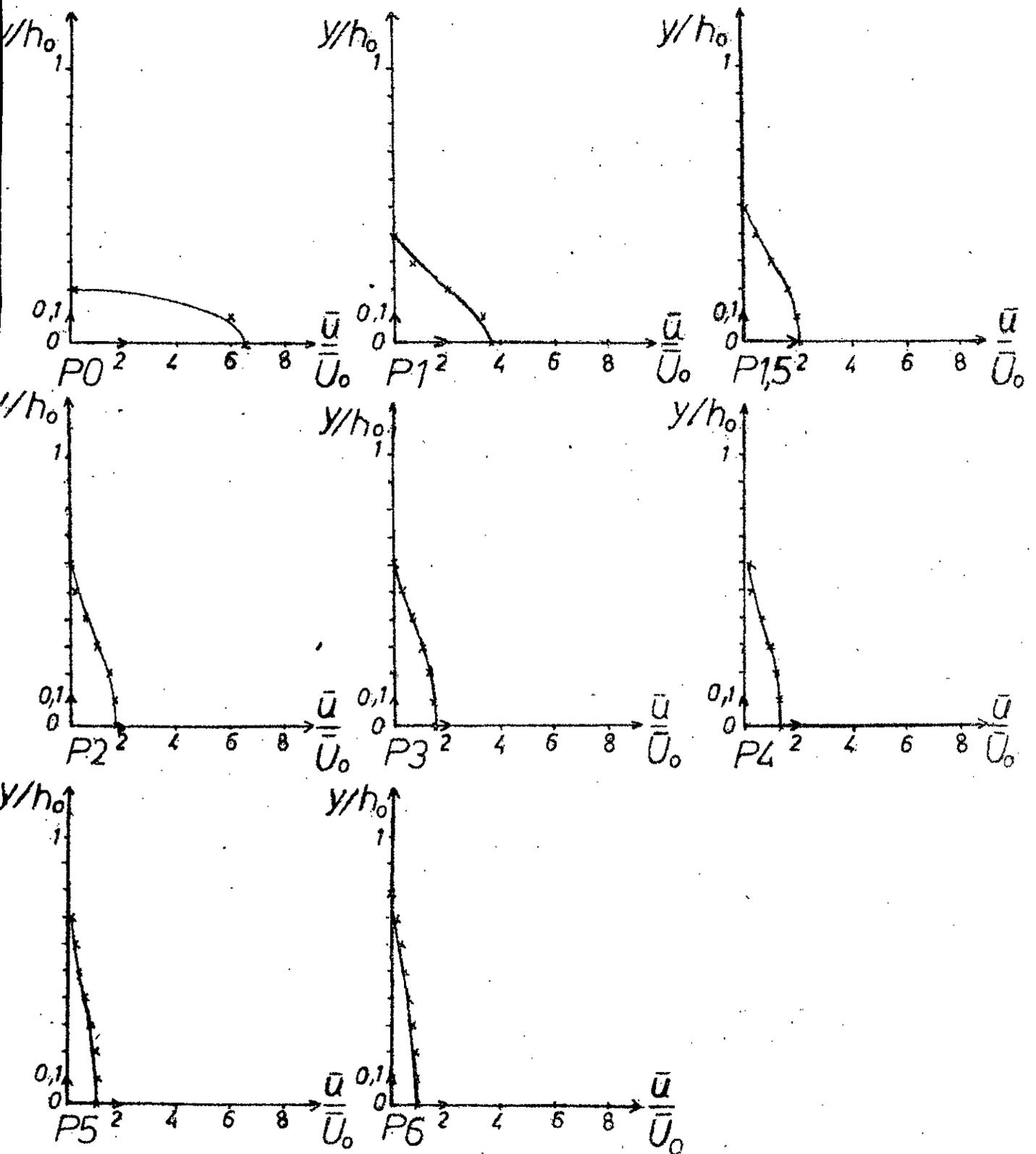


Figure 22 Distribution de la vitesse d'écoulement dans différentes sections transversales pour $\bar{u}_s/\bar{U}_0=7$

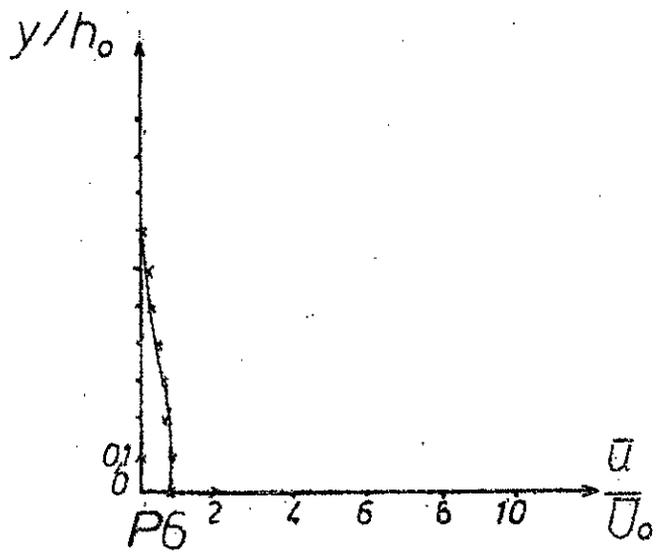
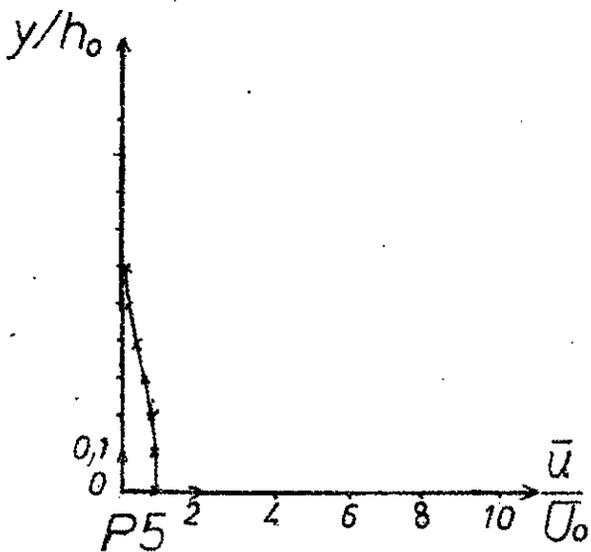
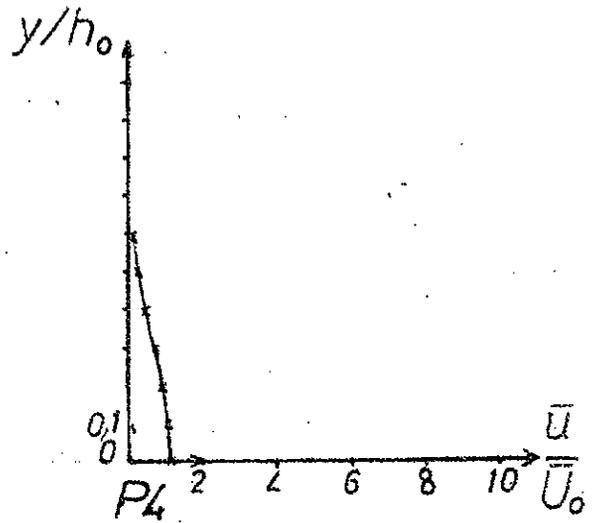
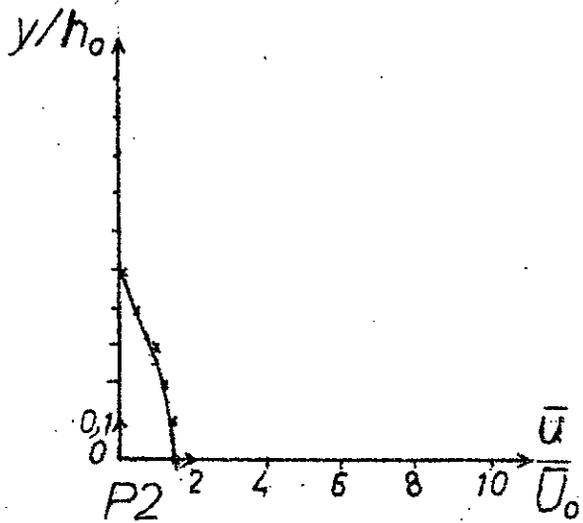
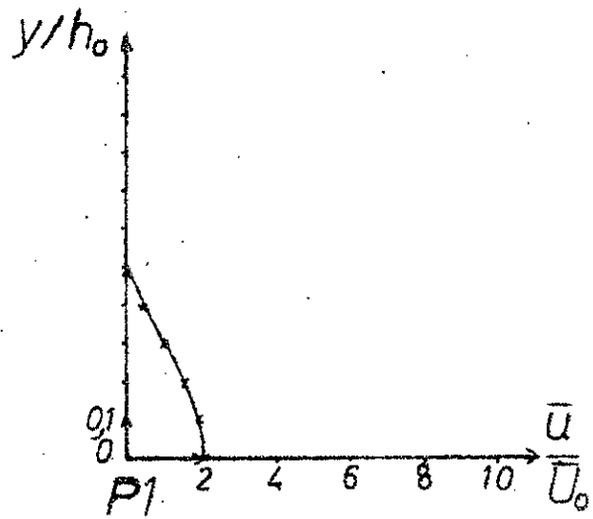
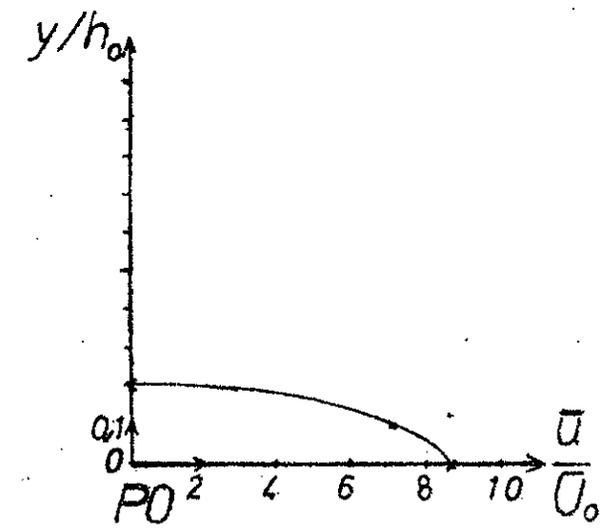


Figure 23 Distribution de la vitesse d'écoulement dans différentes sections transversales pour $\bar{u}_s/\bar{U}_0 = 9$

l'importance du rouleau dans le mécanisme général du ressaut noyé. Une étude expérimentale plus précise de cette région serait nécessaire pour une meilleure compréhension du phénomène.

VI.4 Vérification de l'équation de quantité de mouvement

$$\text{pour } \bar{u}_m / \bar{u}_0 = 4$$

Dans les applications, on connaît souvent la hauteur d'eau aval h_0 , mais la hauteur d'eau à proximité de la vanne (h_v) n'est pas connue. Une relation entre ces deux hauteurs d'eau s'obtient en appliquant le théorème de la quantité de mouvement. on a :

$$(bh_v^2) / 2 + (QU_m) / g = (bh_0^2) / 2 + Q^2 / gbh_0$$

avec, b largeur du canal, Q débit d'écoulement, U_m vitesse d'écoulement à l'aval de la vanne donnée par l'expression:

$$U_m = \sqrt{2g(H - h_v)}$$

H étant la charge.

A partir des résultats expérimentaux, déterminons h_v pour $\bar{u}_m / \bar{u}_0 = 4$, sachant $b = 0.25$ m, $Q = 4.42 \cdot 10^{-3}$ m³/s (tableau 1 page 110), $H = 16$ cm (tableaux de l'annexe II pages 120 à 125) et $h_0 = 8$ cm.

En remplaçant chaque terme de l'équation de quantité de mouvement par sa valeur, on trouve :

$$0.125 h_v + (0.45 \cdot 10^{-3}) \sqrt{19.62(0.16 - h_v)} + 9.0 \cdot 10^{-4}$$

La résolution de cette équation donne :

$$h_v = 4 \text{ cm}$$

d'où $h_0 / h_v = 8 / 4 = 2$, ceci implique que $h_v = h_0 / 2$.

Ces résultats sont conformes aux résultats théoriques.

CONCLUSION

Le ressaut hydraulique noyé ayant fait l'objet de notre étude appartient à la catégorie des ressauts stationnaires ($4.5 < Fr_1 < 9$) caractérisés par la variation rapide des paramètres hydrauliques notamment : la vitesse et la pression d'une section à une autre.

Des résultats concernant la structure cinématique du ressaut noyé ont été présentés.

Les équations de la mécanique des fluides turbulents, concernant la conservation de la masse et de la quantité de mouvement ont été appliquées sous une forme approchée. Elles ont été ensuite transformées, afin de proposer un modèle mathématique ainsi qu'une méthode de résolution appropriée.

Les résultats expérimentaux obtenus n'ont pas permis d'analyser la région du rouleau.

Sur la base d'hypothèses simplificatrices, notre étude se distingue des autres citées en bibliographie par le choix de la longueur de référence, rendant les équations de Reynolds adimensionnelles faciles à discrétiser par différences finies.

Les résultats auxquels nous avons abouti permettent de mieux cerner les paramètres caractéristiques du ressaut noyé, notamment sa longueur qui est pour des ressauts faiblement submergés ($S > 0.5$) de $3 \cdot h_0 \cdot \bar{u}_g / \bar{U}_0$ et pour des ressauts fortement submergés ($S < 0.5$) $4 \cdot h_0 \cdot \bar{u}_g / \bar{U}_0$.

Comme il y a lieu de signaler qu'étant donné le gradient de pression ($\partial P/\partial s$) négligeable, la deuxième équation de quantité de mouvement est inutile.

Ce travail contribue à une meilleure compréhension de la structure cinématique d'un ressaut hydraulique submergé. Cette structure est particulièrement influencée par les conditions amont.

Il reste pour améliorer ces travaux, de formuler les hypothèses liées à la ligne d'exhaussement sur la partie ascendante du ressaut ou se crée un ou plusieurs rouleaux de forme plus ou moins régulière. Ceci pourrait faire l'objet d'une recherche liant les volumes de ces rouleaux à l'énergie absorbée par le ressaut noyé.

ANNEXE I

a=ho/	um	C1	C2	C3	C4	B
ho/2	2,00	8,05*10E-3	8,05*10E-3	0,00	-9,95*10E2	07,97
ho/3	3,00	2,51*10E-3	2,51*10E-3	0,00	-1,18*10E5	16,92
ho/4	4,00	1,51*10E-3	1,51*10E-3	0,00	-4,57*10E6	25,83
ho/5	5,00	1,20*10E-3	1,02*10E-3	0,00	-9,58*10E7	34,73
ho/6	6,00	1,08*10E-3	1,08*10E-3	0,00	-1,35*10E9	43,73
ho/7	7,00	1,02*10E-3	1,02*10E-3	0,00	-1,44*10E10	52,00
ho/8	8,00	1,00*10E-3	1,00*10E-3	0,00	-1,25*10E11	61,96
ho/9	9,00	9,96*10E-4	9,96*10E-4	0,00	-9,18*10E11	71,21
ho/10	10,00	1,00*10E-3	1,00*10E-3	0,00	-5,91*10E12	80,15

Tableau des valeurs numériques des coefficients
C1, C2, C3, C4 et B

Tableau N°2

ANNEXE I

a = ho /	um	C5	C6	C7	C8
ho / 2	2,00	1,97*10E-5	1,97*10E-5	0,00	-0,24*10E1
ho / 3	3,00	5,38*10E-6	5,38*10E-6	0,00	-2,52*10E2
ho / 4	4,00	2,77*10E-6	2,77*10E-6	0,00	-8,17*10E3
ho / 5	5,00	1,85*10E-6	1,85*10E-6	0,00	-1,45*10E5
ho / 6	6,00	1,42*10E-6	1,42*10E-6	0,00	-1,77*10E6
ho / 7	7,00	1,18*10E-6	1,18*10E-6	0,00	-1 66*10E7
ho / 8	8,00	1,02*10E-6	1,02*10E-6	0,00	-1,28*10E8
ho / 9	9,00	9,19*10E-7	9,19*10E-7	0,00	-8,48*10E8
ho / 10	10,00	8,43*10E-7	8,43*10E-7	0,00	-4,96*10E9

Tableau des valeurs numériques des coefficients C5, C6, C7 et C8

Tableau N°3

ANNEXE II

RESULTATS EXPERIMENTAUX

 * Résultats expérimentaux pour $u / U_0 = 4$ *
 * $H = 16\text{cm}$ $a = 2\text{cm}$ $h_0 = 8\text{cm}$ $\Omega = 4.41/\text{s}$ $U_0 = .221\text{m/s}$ $h_v = 4\text{cm}$ *

y (cm)		0.00	0.40	0.96	1.28	1.60	2.40	3.20	4.00	4.80	5.60	6.40	7.20
y/h ₀		0.00	0.05	0.12	0.16	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90
x=4cm	u m/s	0.80	0.79	0.75	0.70	0.65	0.10	/	/	/	/	/	/
	u/U ₀	3.62	3.56	3.41	3.16	2.96	0.45	/	/	/	/	/	/

x=8cm	u m/s	0.68	0.67	0.66	0.64	0.53	0.29	0.10	/	/	/	/	/
	u/U ₀	3.09	3.05	2.98	2.89	2.38	1.32	0.46	/	/	/	/	/

x=12 cm	u m/s	0.52	0.51	0.50	0.48	0.42	0.29	0.19	0.11	0.02	/	/	/
	u/U ₀	2.35	2.30	2.28	2.18	1.92	1.33	0.88	0.51	0.11	/	/	/

x=16 cm	u m/s	0.46	0.45	0.41	0.40	0.39	0.31	0.21	0.12	0.05	/	/	/
	u/U ₀	2.08	2.03	1.85	1.80	1.78	1.39	0.94	0.53	0.25	/	/	/

x=24 cm	u m/s	0.39	0.39	0.38	0.39	0.34	0.32	0.21	0.13	0.07	0.02	/	/
	u/U ₀	1.78	1.75	1.73	1.75	1.55	1.44	0.97	0.61	0.31	0.09	/	/

ANNEXE II

RESULTATS EXPERIMENTAUX

* Résultats expérimentaux pour $u / U_0 = 4$ *

* $a = 2\text{cm}$ $h_0 = 8\text{cm}$ $Q = 4.41/\text{s}$ $U_0 = .221\text{m/s}$ $h_v = 4\text{cm}$ *

y (cm)		0.00	0.40	0.80	1.60	2.40	3.20	4.00	4.80	5.60	6.40	7.20	8.00
y/h ₀		0.00	0.05	0.10	0.16	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00
x=32 cm P4	u m/s	0.36	0.34	0.35	0.32	0.26	0.19	0.12	0.08	0.04	/	/	/
	u/U ₀	1.62	1.55	1.59	1.44	1.18	1.86	0.56	0.38	0.16	/	/	/
x=40 cm P5	u m/s	0.33	/	0.32	0.29	0.25	0.19	0.13	0.07	0.05	0.02	/	/
	u/U ₀	1.49	/	1.47	1.34	1.13	0.87	0.59	0.33	0.22	0.07	/	/
x=48 cm P6	u m/s	0.30	/	0.30	0.28	0.24	0.19	0.13	0.08	0.04	0.02	/	/
	u/U ₀	1.38	/	1.37	1.26	1.08	0.85	0.61	0.37	0.18	0.11	/	/

ANNEXE II

RESULTATS EXPERIMENTAUX

 * Résultats expérimentaux pour $u / U_0 = 7$ *
 * $a = 1.5\text{cm}$ $h_0 = 10.5\text{cm}$ $Q = 10.46\text{l/s}$ $U_0 = .398\text{m/s}$ $h_v = 4\text{cm}$ *

y (cm)		0.00	1.05	2.10	3.15	4.20	5.25	6.30	7.35	8.40	9.45	10.50
y/h ₀		0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00
x=0cm	u m/s	2.62	2.42	0.06	/	/	/	/	/	/	/	/
	u/U ₀	6.58	6.07	0.14	/	/	/	/	/	/	/	/
=====												
x=10.50	u m/s	1.48	1.34	0.85	0.32	0.02	/	/	/	/	/	/
	u/U ₀	3.71	3.37	2.13	0.81	0.06	/	/	/	/	/	/
=====												
x=15.75 cm	u m/s	0.85	0.82	0.60	0.44	/	/	/	/	/	/	/
	u/U ₀	2.13	2.06	1.49	1.10	/	/	/	/	/	/	/
=====												
x=21.00 cm	u m/s	0.71	0.69	0.59	0.44	0.26	0.10	0.01	/	/	/	/
	u/U ₀	1.79	1.74	1.49	1.10	0.66	0.26	0.03	/	/	/	/
=====												
x=31.50 cm	u m/s	0.62	0.60	0.53	0.41	0.27	0.13	0.05	/	/	/	/
	u/U ₀	1.55	1.52	1.34	1.04	0.69	0.33	0.13	/	/	/	/
=====												

ANNEXE II

RESULTATS EXPERIMENTAUX

* Résultats expérimentaux pour $u / U_0 = 7$ *

* $a = 1.5\text{cm}$ $h_0 = 10.5\text{cm}$ $Q = 10.46\text{l/s}$ $U_0 = .398\text{m/s}$ $h_v = 4\text{cm}$ *

y (cm)		0.00	1.05	2.10	3.15	4.20	5.25	6.30	7.35	8.40	9.45	10.50
y/h ₀		0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00
x=42.00 cm P4	u m/s	0.55	0.54	0.48	0.39	0.26	0.15	0.08	/	/	/	/
	u/U ₀	1.38	1.35	1.21	0.98	0.65	0.38	0.20	/	/	/	/
x=52.50 cm P5	u m/s	0.45	0.44	0.40	0.34	0.25	0.17	0.12	0.04	/	/	/
	u/U ₀	1.12	1.10	1.01	0.85	0.64	0.42	0.30	0.11	/	/	/
x=63.00 cm P6	u m/s	0.37	0.37	0.34	0.30	0.24	0.17	0.14	0.05	0.04	/	/
	u/U ₀	0.94	0.93	0.86	0.75	0.60	0.43	0.36	0.13	0.09	/	/

ANNEXE II

RESULTATS EXPERIMENTAUX

 * Résultats expérimentaux pour $u / U_0 = 9$ *
 * $a = 1.5\text{cm}$ $h_0 = 13\text{cm}$ $Q = 13.75\text{l/s}$ $U_0 = .423\text{m/s}$ $h_v = 4,3\text{ cm}$ *

y (cm)		0.00	1.30	2.60	3.90	5.20	6.50	7.80	9.10	10.40	11.70	13.00
y/h ₀		0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00
x=0cm	u m/s	3.69	3.00	0.01	/	/	/	/	/	/	/	/
	P0 u/U ₀	8.73	7.09	0.03	/	/	/	/	/	/	/	/
x=6.50	u m/s	1.29	1.18	0.84	0.36	0.01	/	/	/	/	/	/
	P0.5 u/U ₀	3.06	2.80	1.98	0.86	0.03	/	/	/	/	/	/
x=13.0 cm	u m/s	0.86	0.82	0.66	0.43	0.19	0.03	/	/	/	/	/
	P1 u/U ₀	2.03	1.95	1.55	1.01	0.44	0.06	/	/	/	/	/
x=26.0 cm	u m/s	0.65	0.63	0.54	0.41	0.22	0.06	/	/	/	/	/
	P2 u/U ₀	1.54	1.48	1.27	0.96	0.53	0.15	/	/	/	/	/
x=39.0 cm	u m/s	0.52	0.51	0.45	0.35	0.22	0.10	/	/	/	/	/
	P3 u/U ₀	1.24	1.20	1.06	0.82	0.53	0.23	0.00	/	/	/	/

ANNEXE II

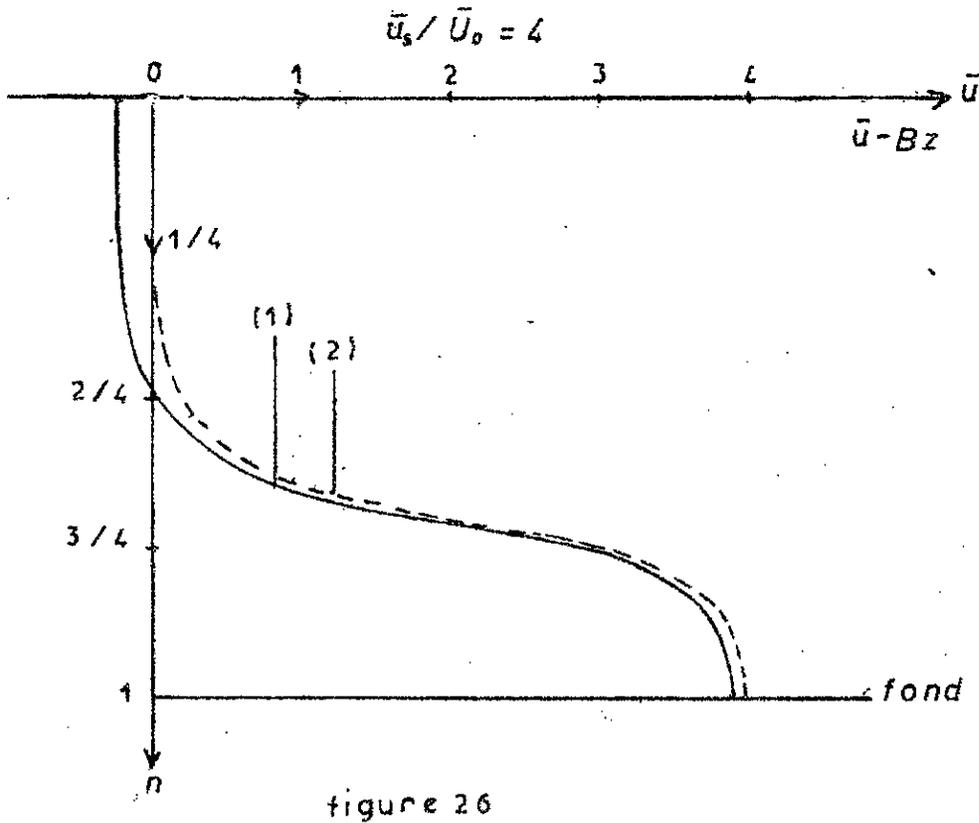
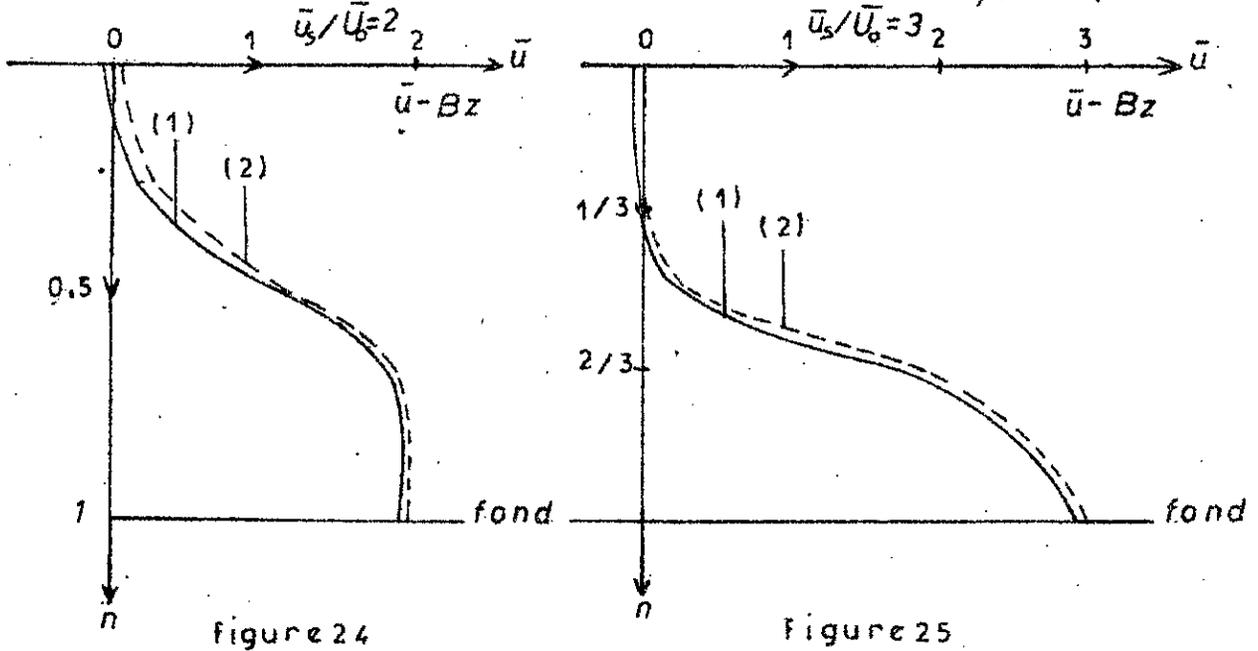
RESULTATS EXPERIMENTAUX

 * - Résultats expérimentaux pour $u / U_0 = 9$ *
 * $a = 1.5\text{cm}$ $h_0 = 13\text{cm}$ $\Omega = 13.751/\text{s}$ $U_0 = .423\text{m/s}$ $h_V = 4,3\text{ cm}$ *

y (cm)		0.00	1.30	2.60	3.90	5.20	6.50	7.80	9.10	10.40	11.70	13.00
y/h ₀		0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00
x=52.0 cm P4	u m/s	0.48	0.43	0.38	0.30	0.21	0.11	0.06	/	/	/	/
	u/U ₀	1.13	1.01	0.90	0.72	0.50	0.26	0.14	/	/	/	/
=====												
x=65.0 cm P5	u m/s	0.37	0.36	0.27	0.19	0.12	0.08	0.01	/	/	/	/
	u/U ₀	0.88	0.86	0.64	0.46	0.28	0.19	0.02	/	/	/	/
=====												
x=78.0 cm P6	u m/s	0.32	0.31	0.29	0.24	0.19	0.14	0.10	0.04	/	/	/
	u/U ₀	0.76	0.74	0.68	0.57	0.44	0.27	0.23	0.09	/	/	/

ANNEXE II

Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut noyé dans une section transversale $S=0$, pour \neq débits



courbe (1) : $\bar{u} = f(n)$; courbe (2) : $\bar{u} - Bz = f(n)$

Répartition de la vitesse d'un fluide dans un ressaut noyé
pour différents débits et pour $S=0$

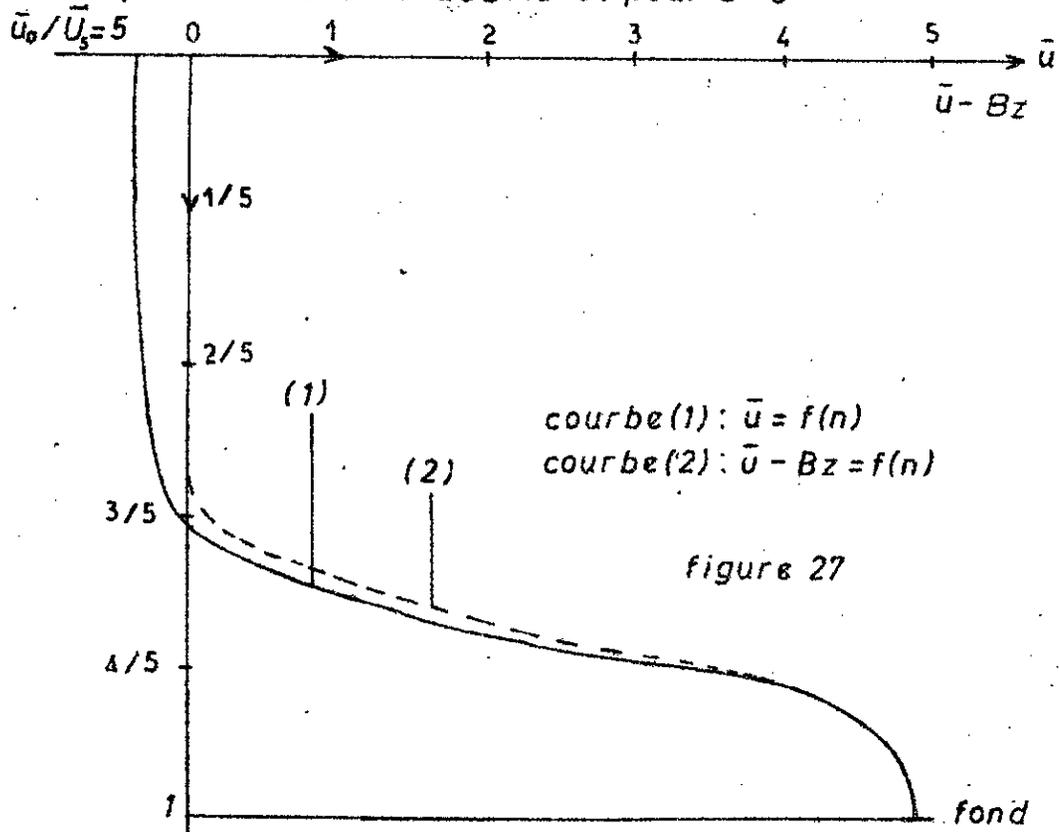


figure 27

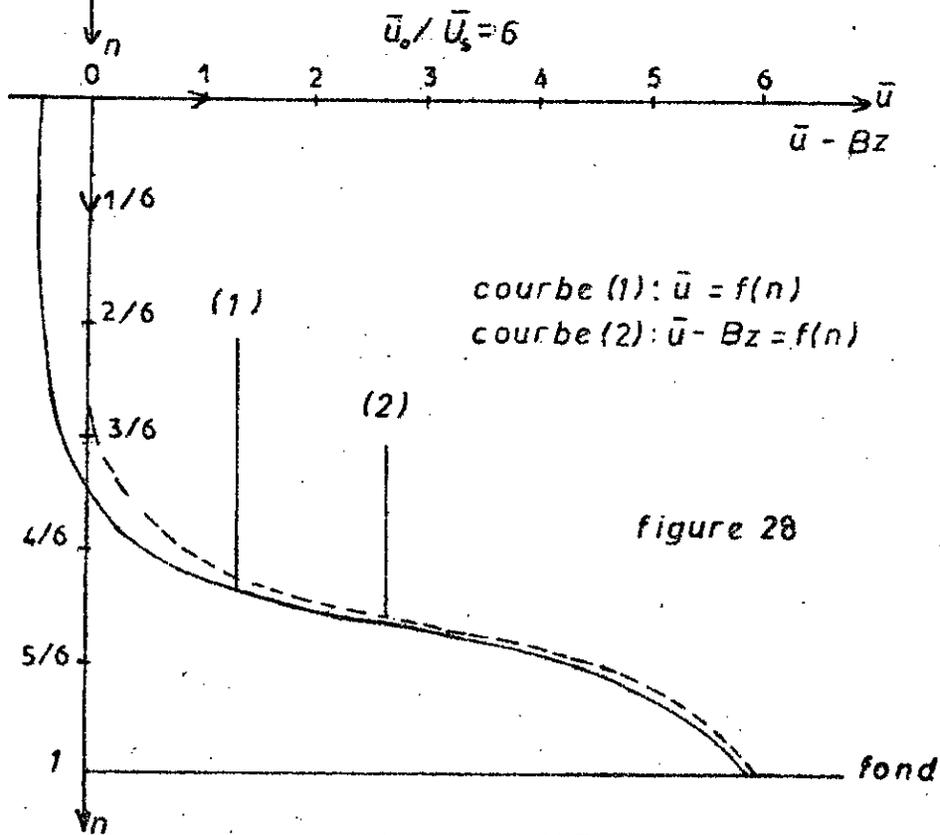
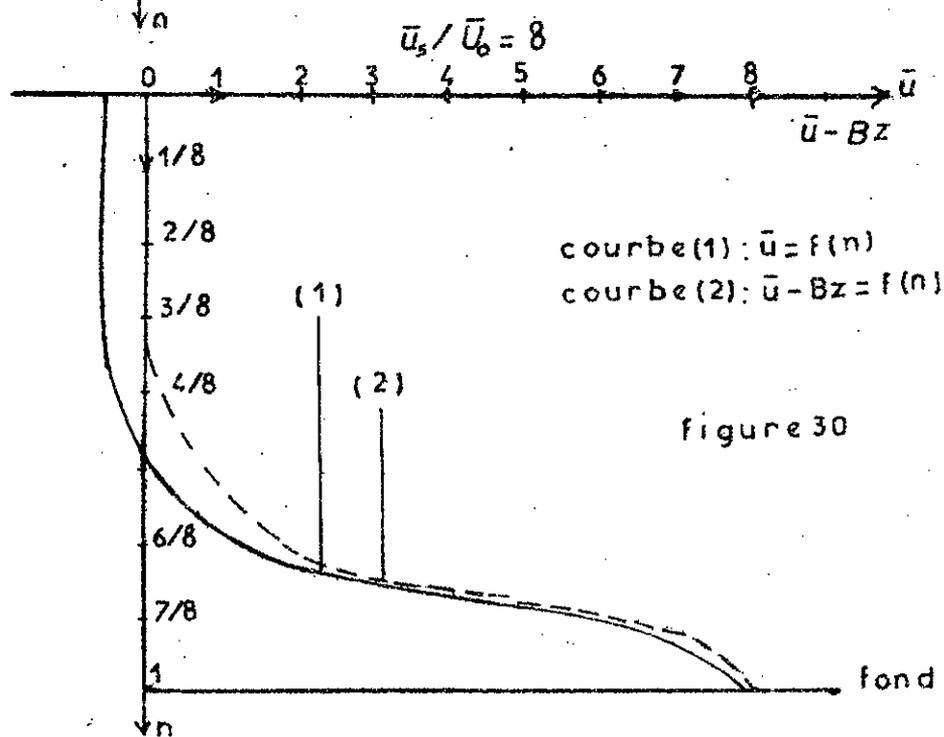
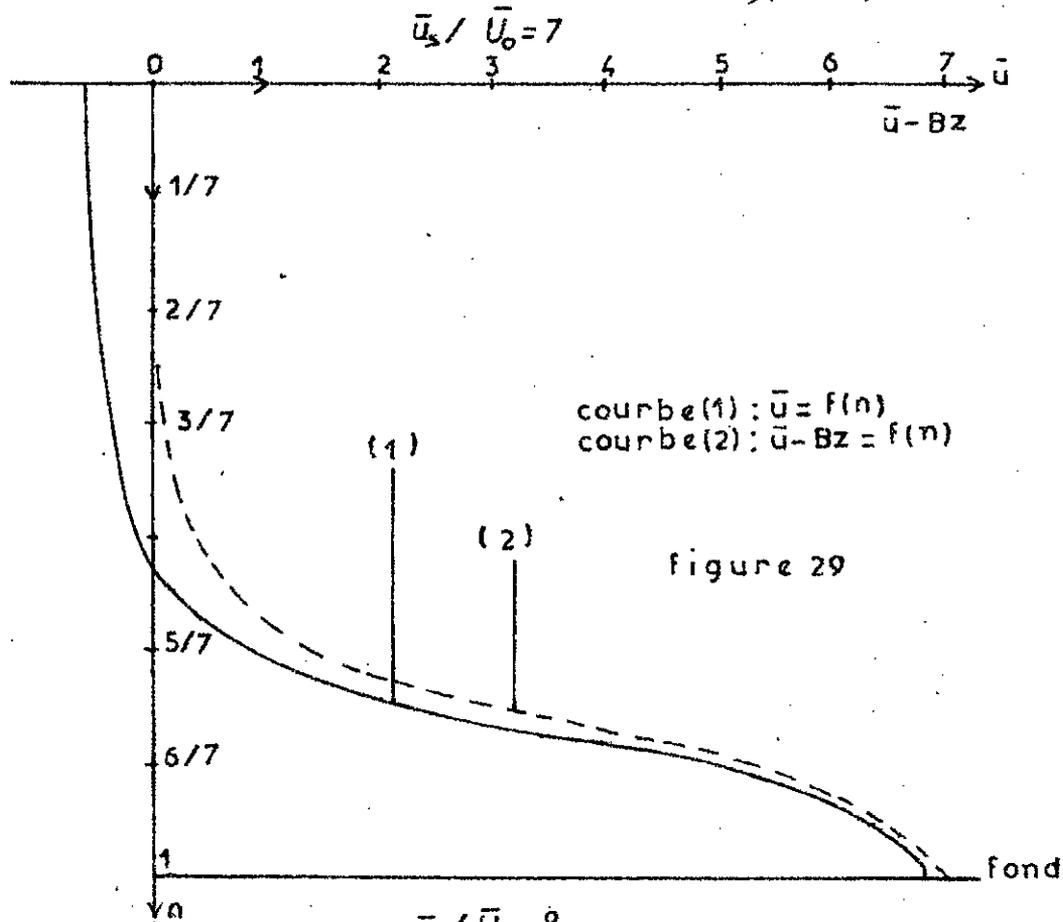


figure 28

Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut noyé dans une section transversale $S=0$, pour \neq débits



Répartition de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut noyé dans une section transversale $S=0$, pour \neq débits $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 9$

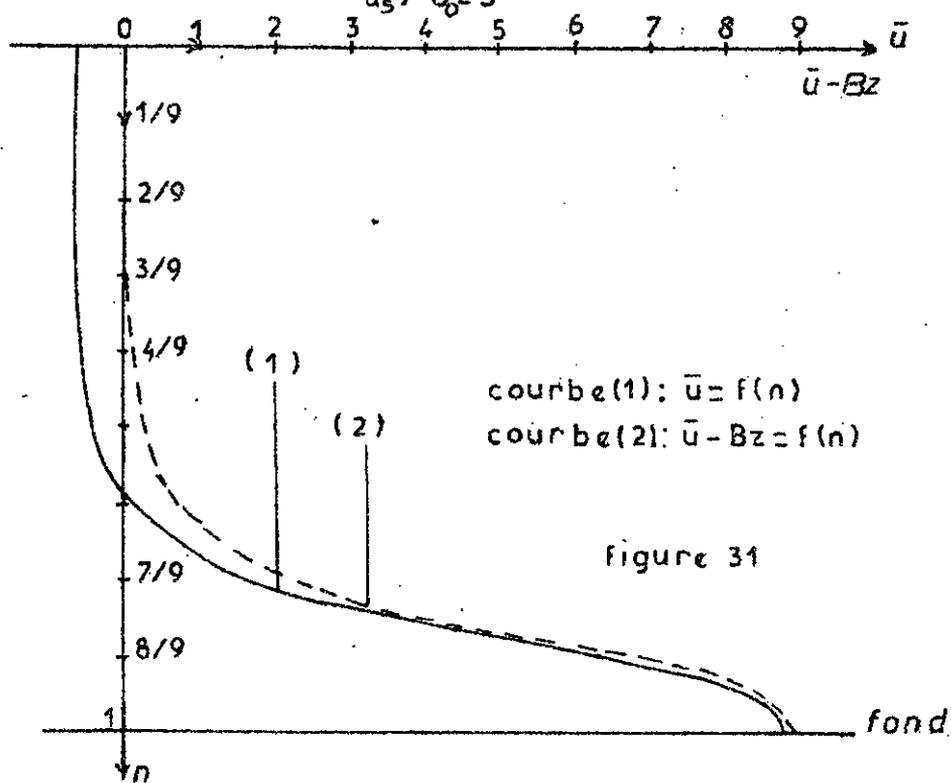


figure 31

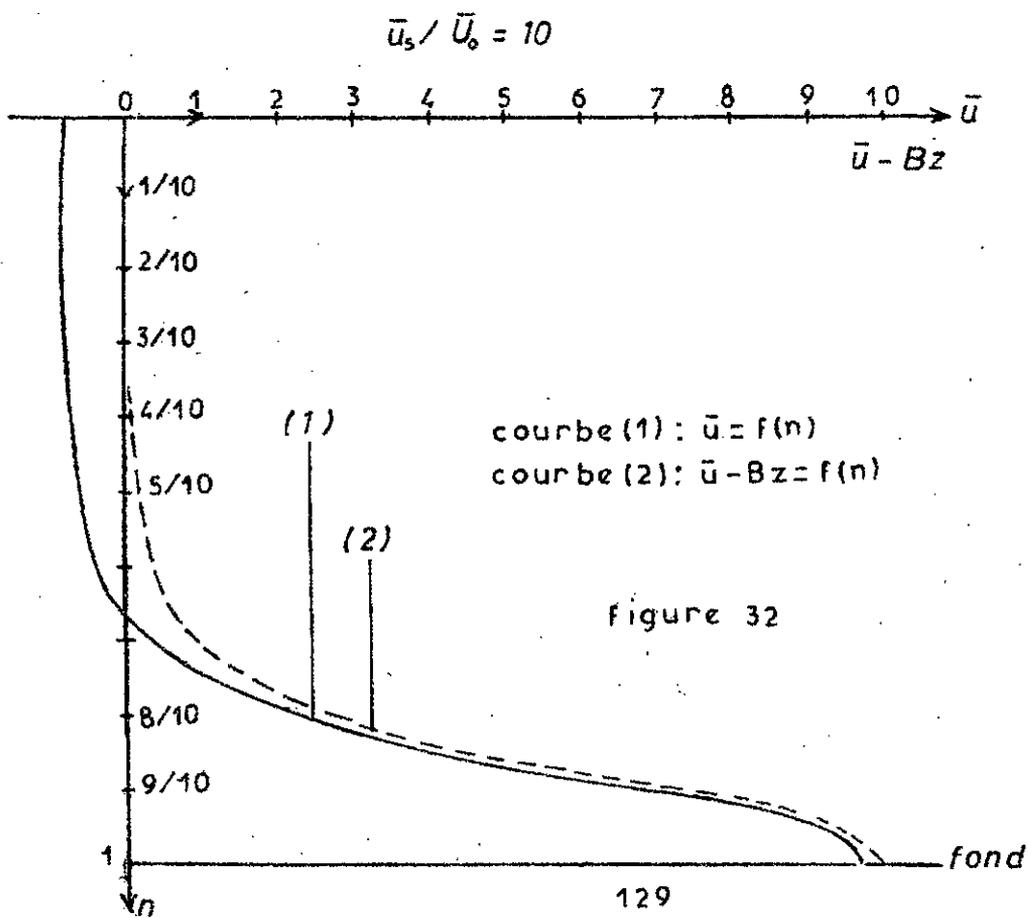


figure 32

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 2$
 SANS FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL

ANNEXE III

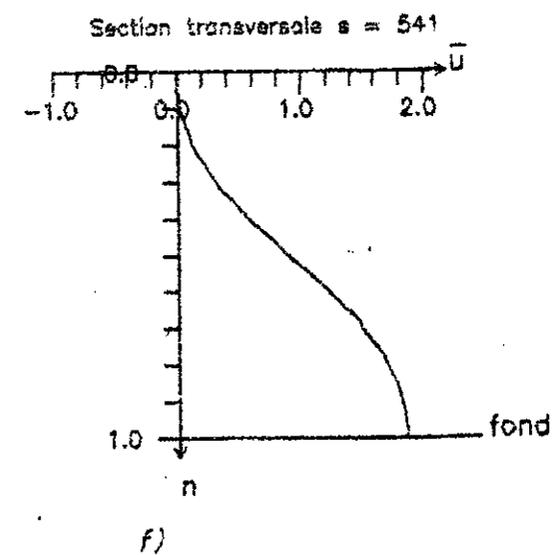
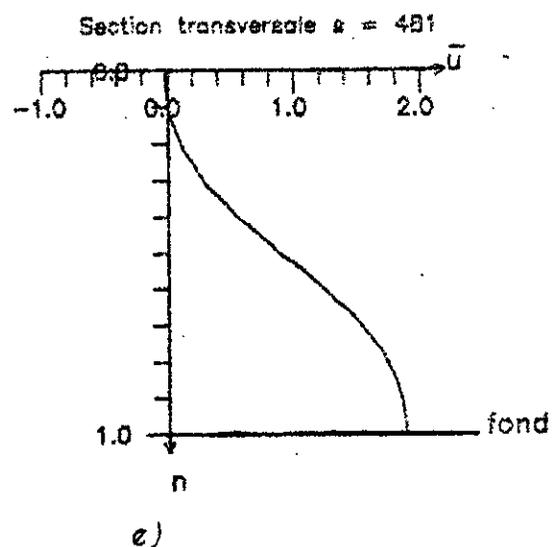
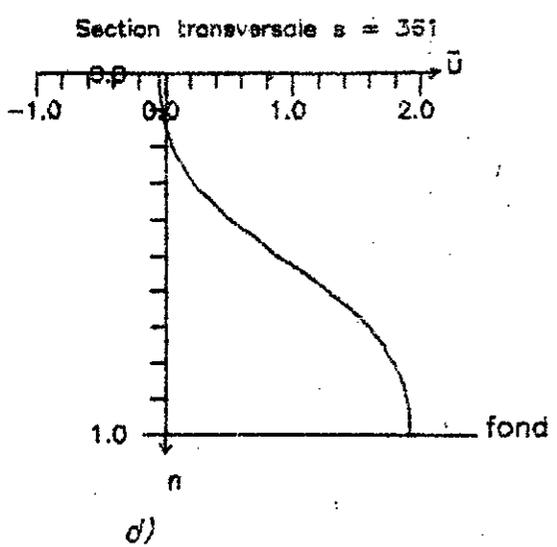
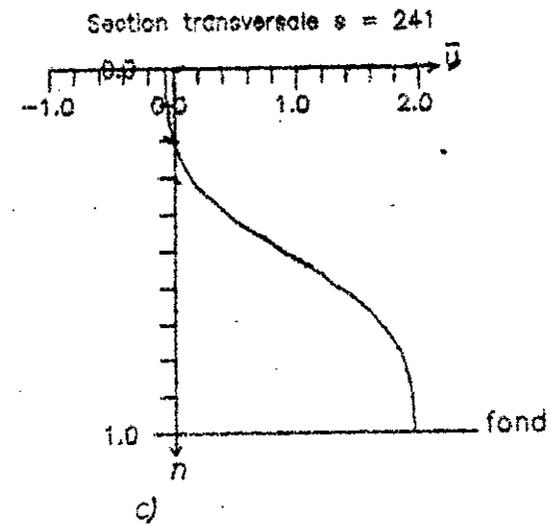
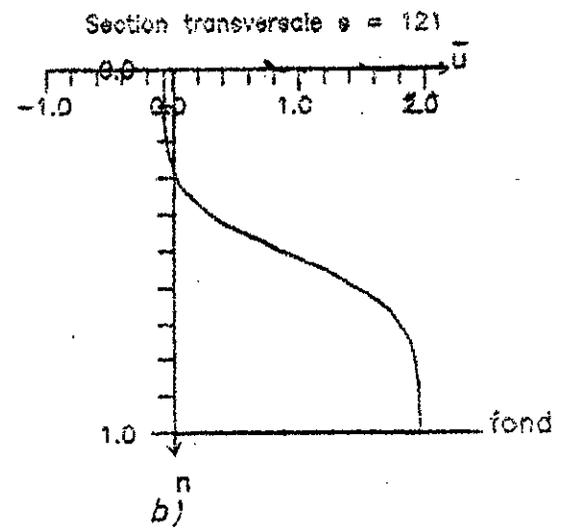
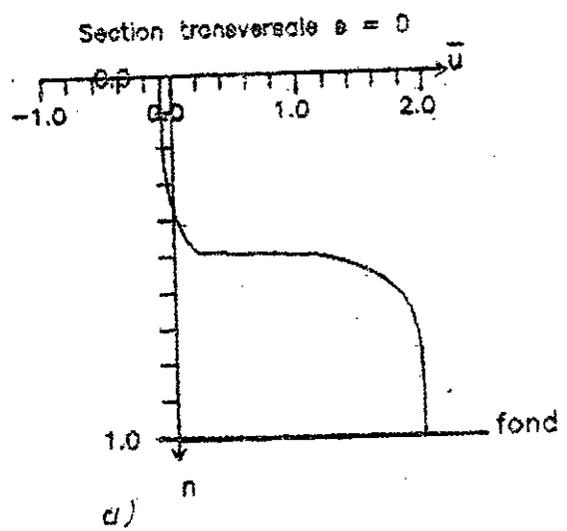


Figure 33

REPARTITION DE LA VITESSE D'ÉCOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFÉRENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 3$
 SANS FORCE DE FROTTEMENT

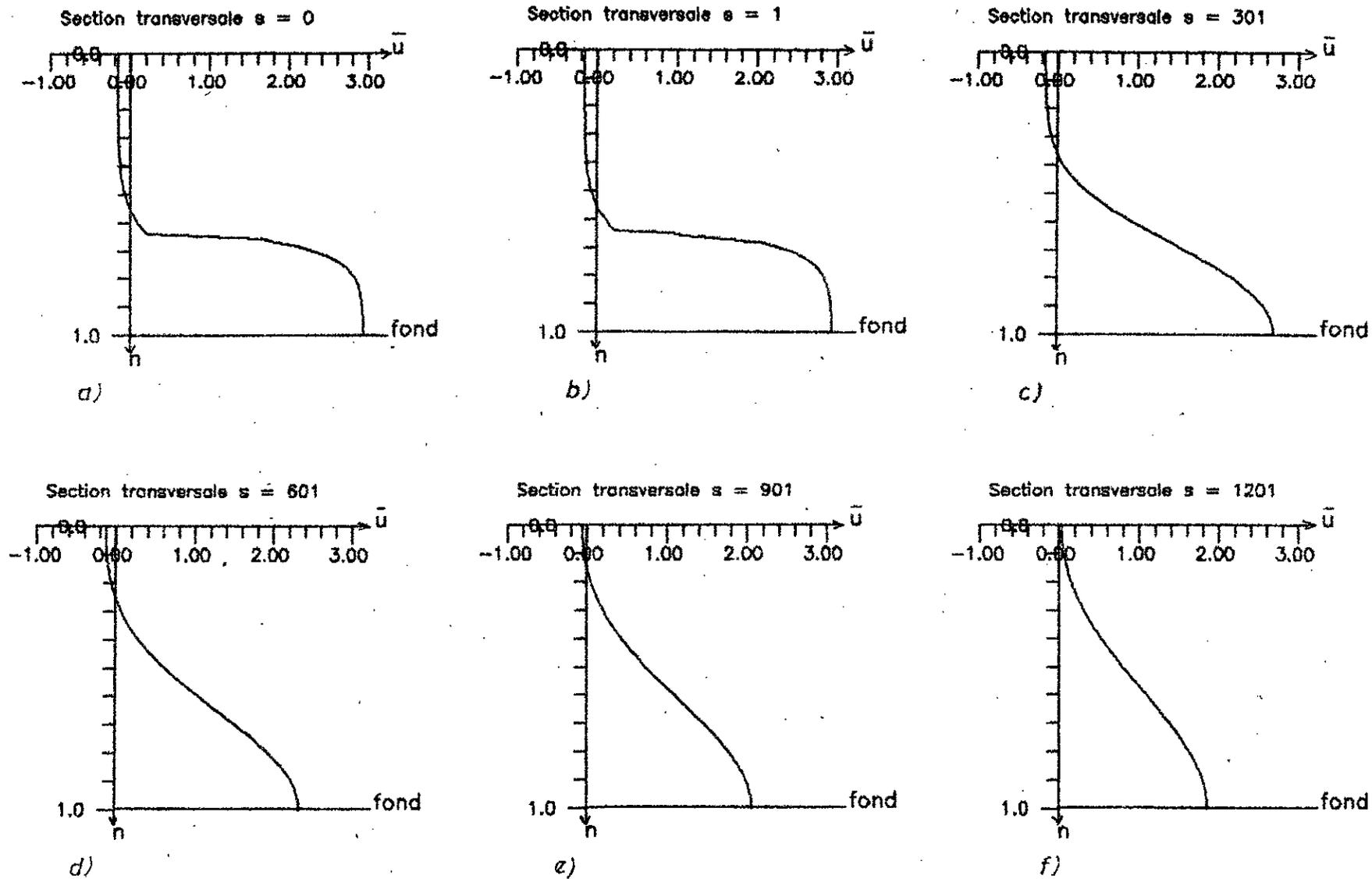


Figure 34

REPARTITION DE LA VITESSE D'ÉCOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFÉRENTES SECTION TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 4$
 SANS FORCE DE FROTTEMENT

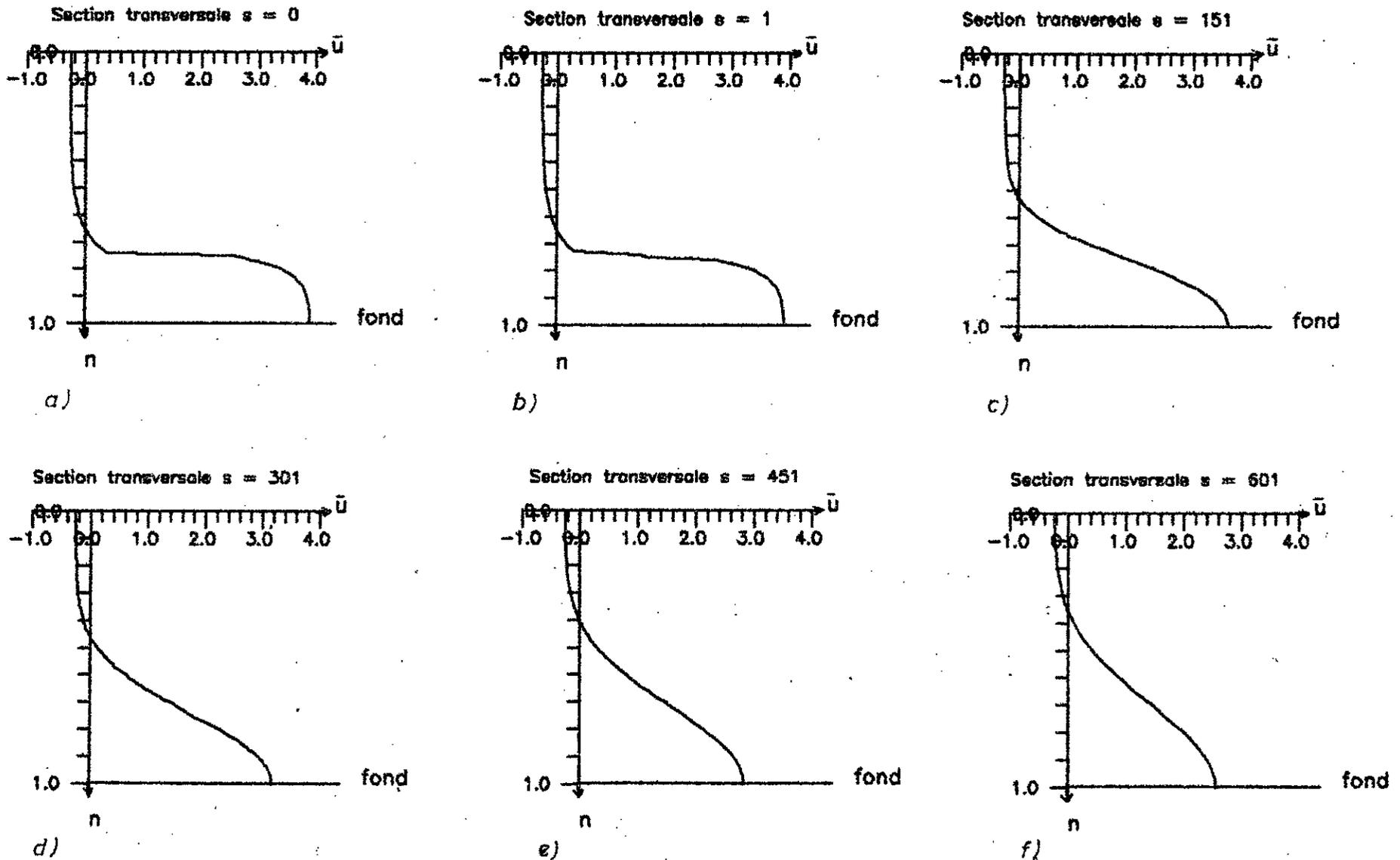
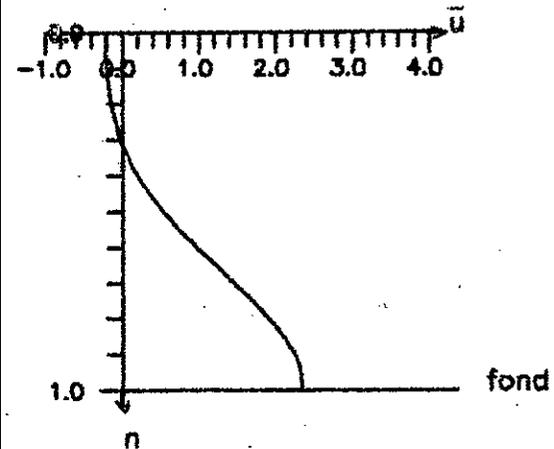


Figure 35

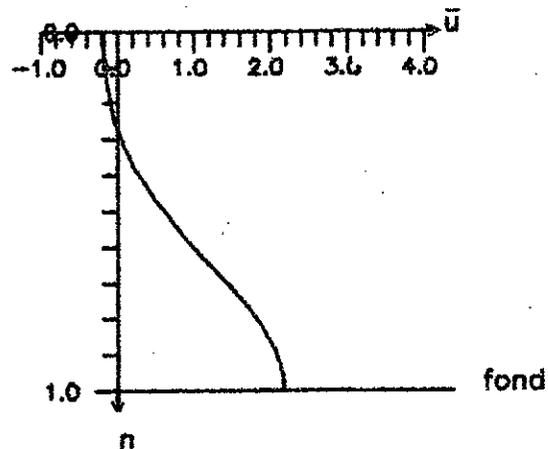
REPARTITION DE LA VITESSE D'ÉCOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFÉRENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 4$
 SANS FORCE DE FROTTEMENT

Section transversale $s = 751$



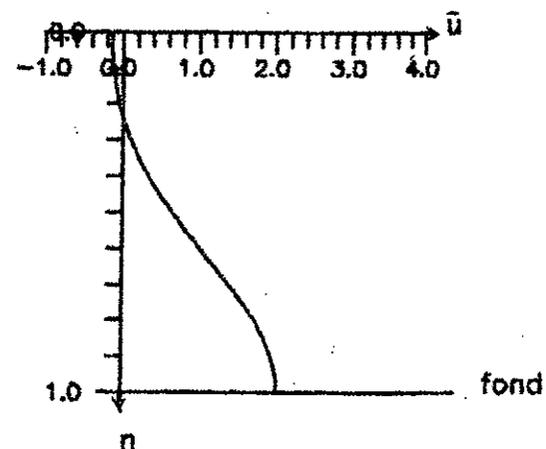
g)

Section transversale $s = 901$



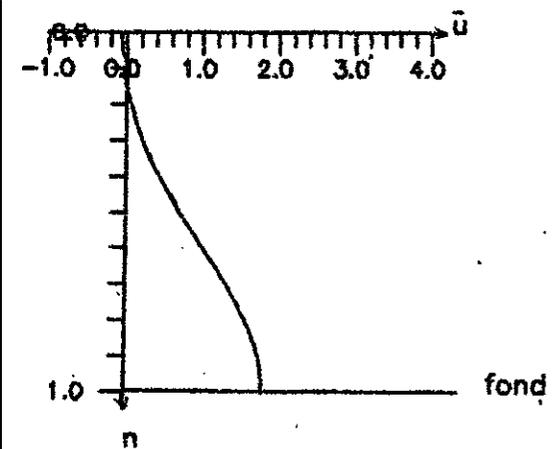
h)

Section transversale $s = 1051$



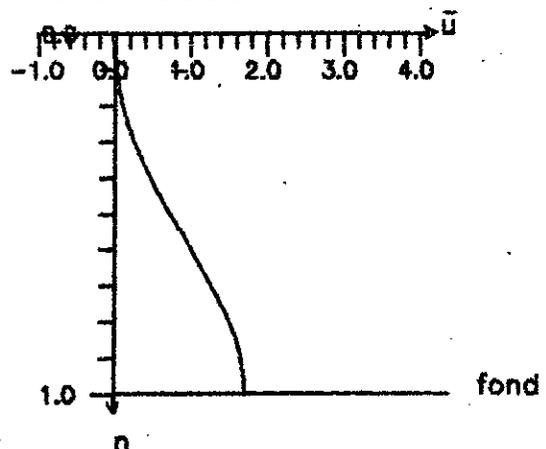
i)

Section transversale $s = 1351$



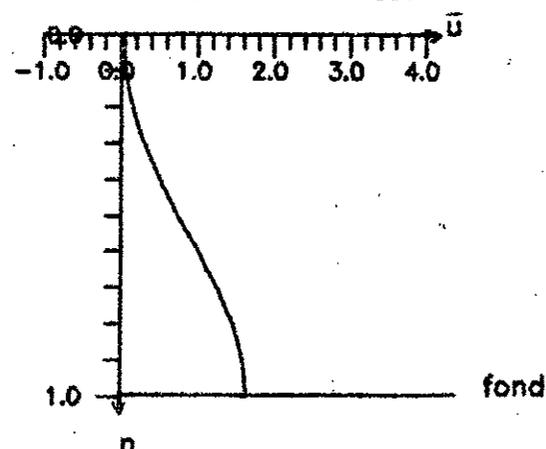
j)

Section transversale $s = 1501$



k)

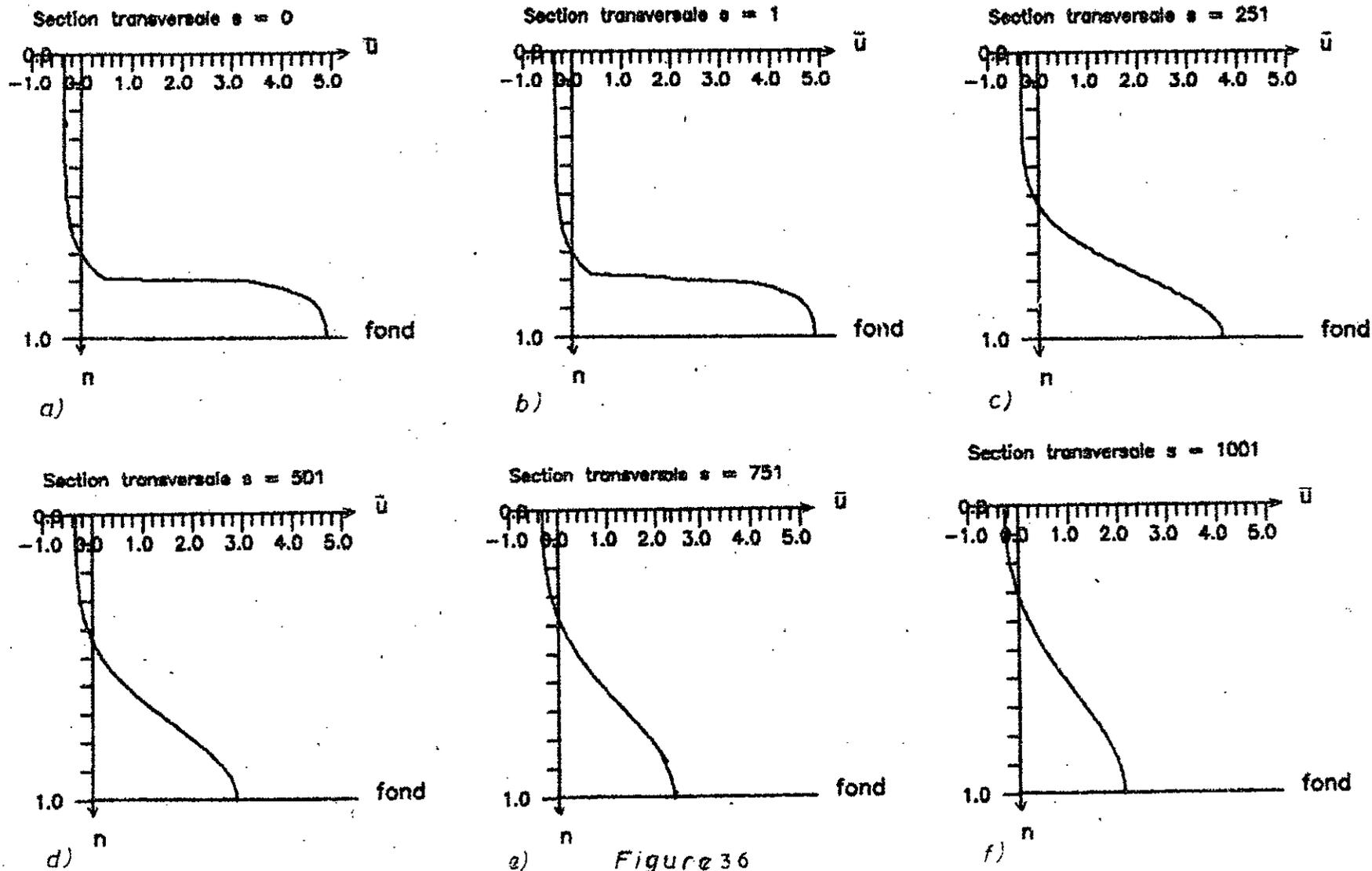
Section transversale $s = 1651$



l)

Figure 35'

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 5$
 SANS FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL



REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $u_s / U_0 = 5$
 SANS FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL

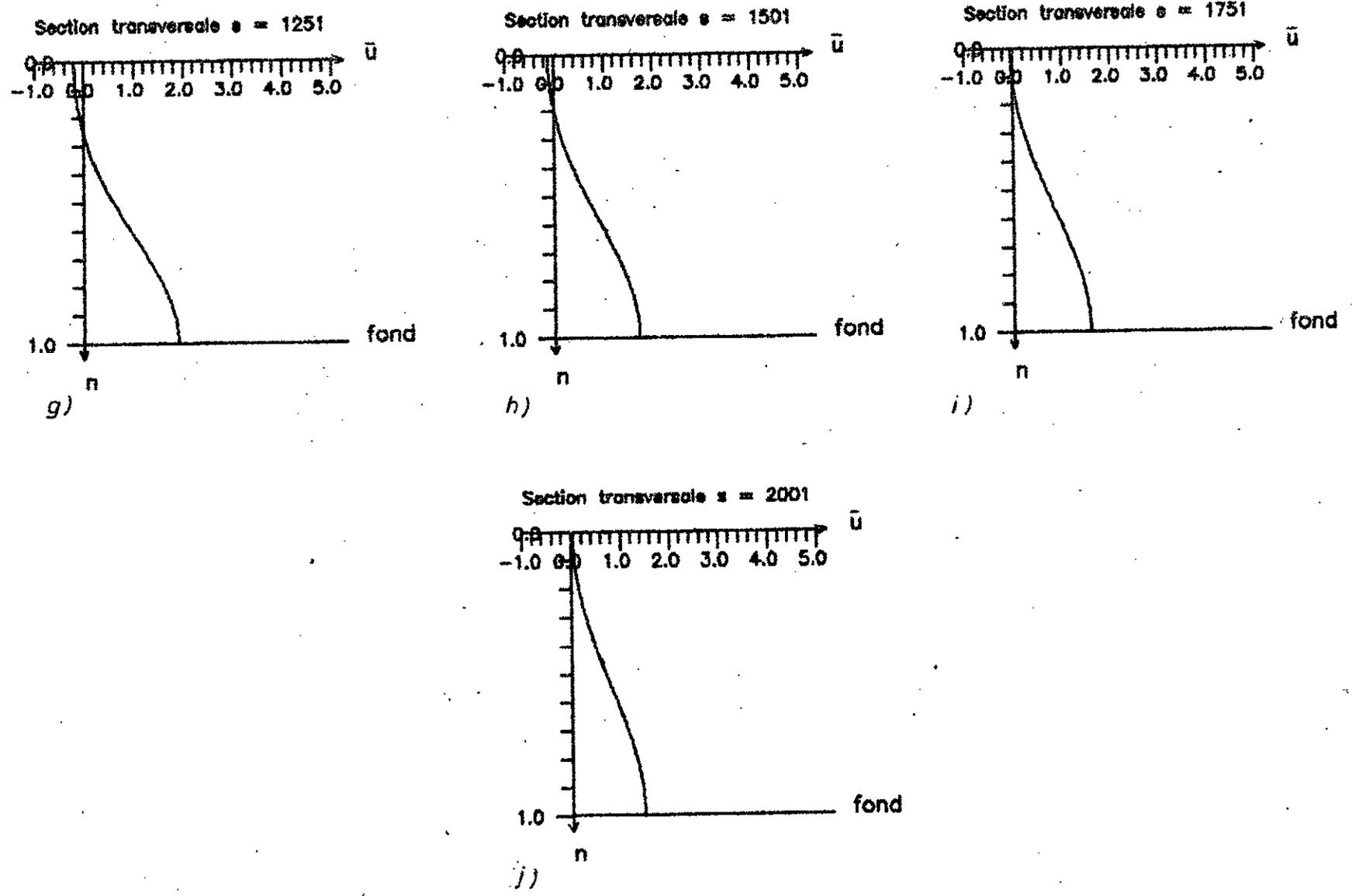
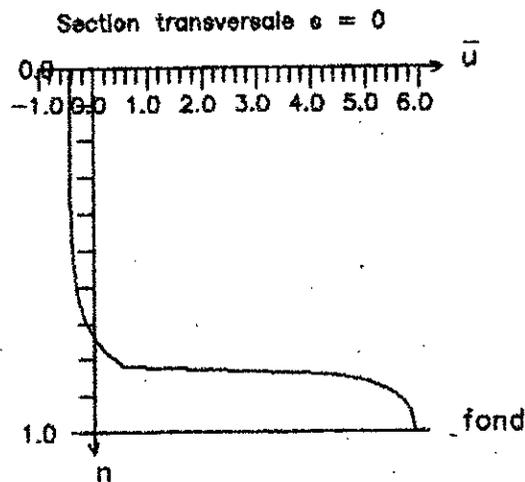
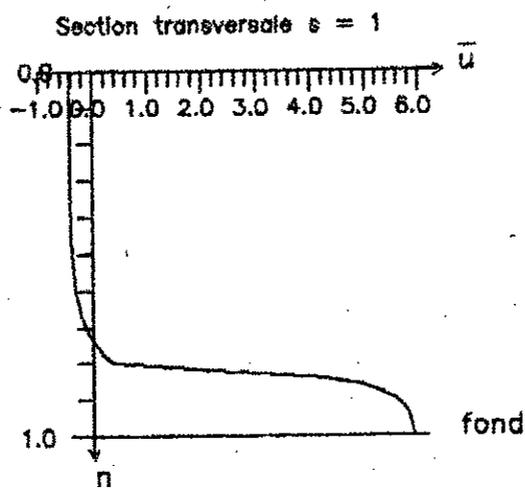


Figure 36'

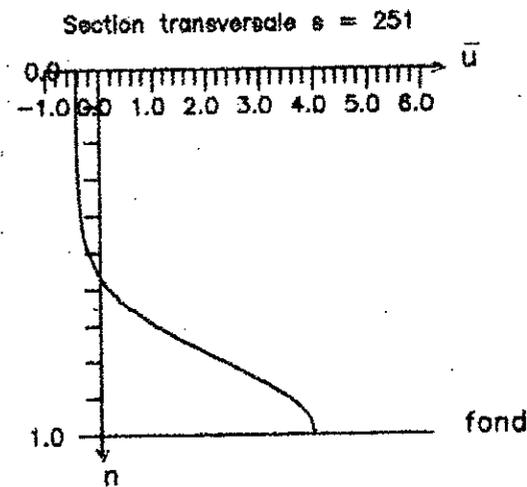
REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_5 / \bar{u}_0 = 6$
 SANS FORCE DE FROTTEMENT



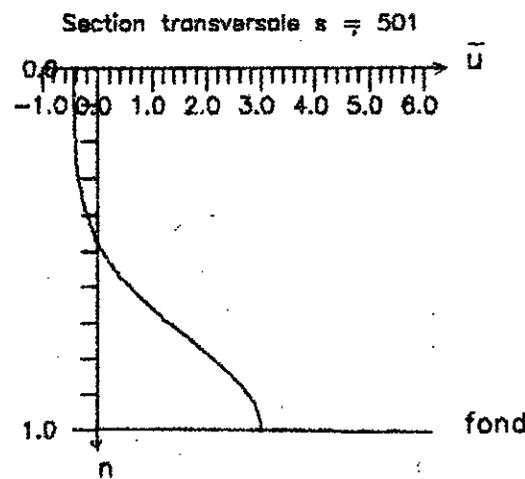
a)



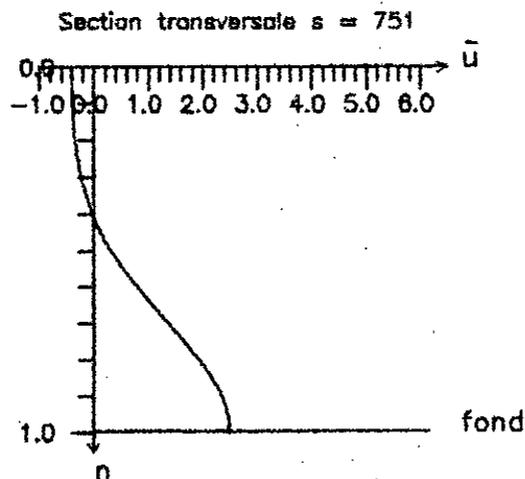
b)



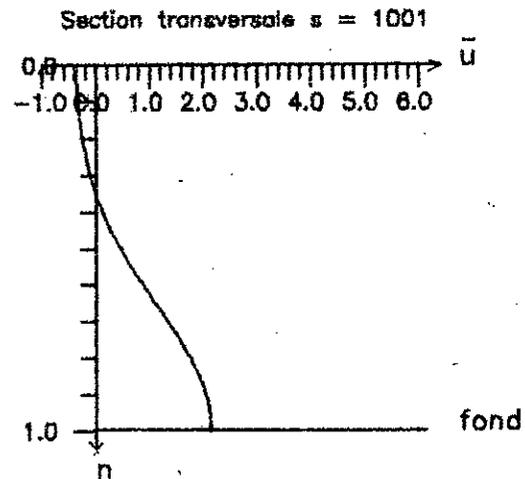
c)



d)

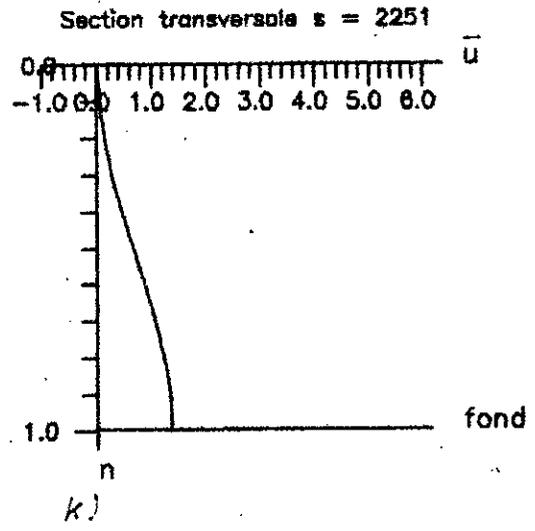
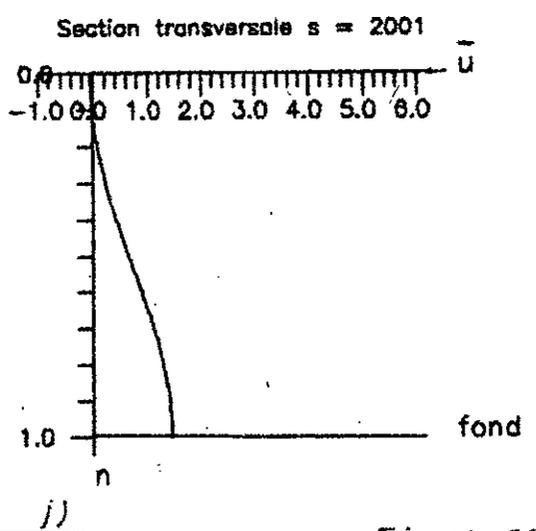
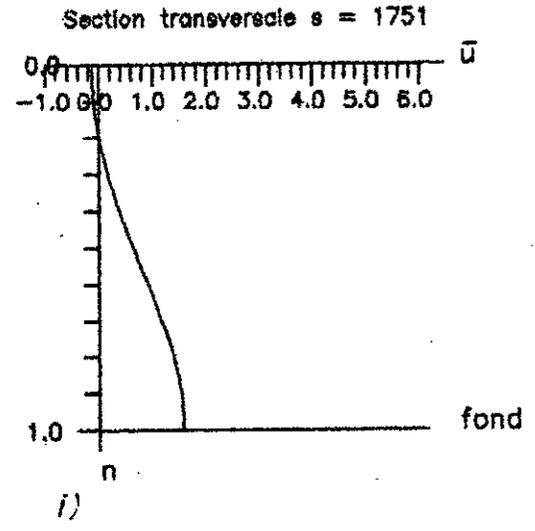
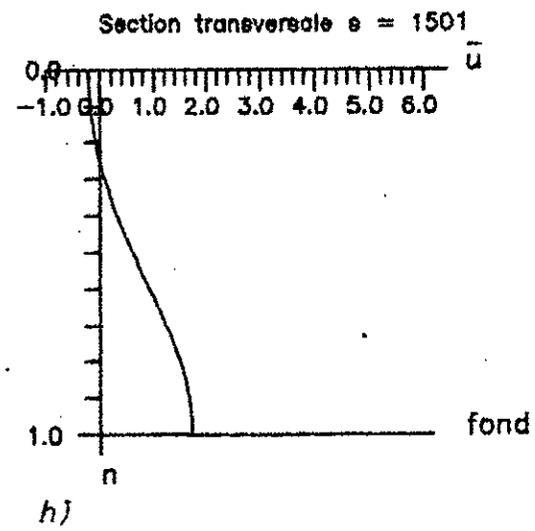
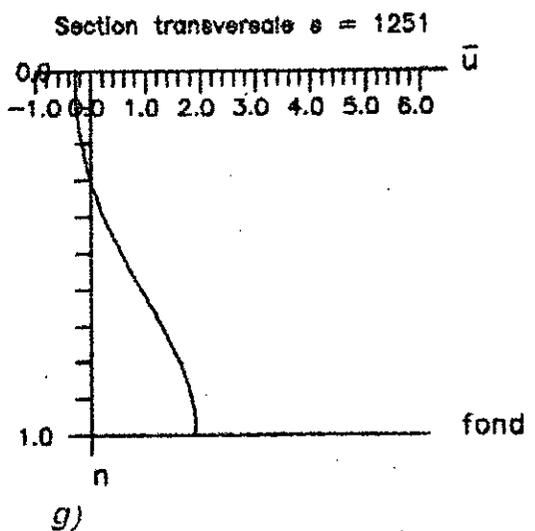


e)



f)

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 6$
 SANS FORCE DE FROTTEMENT



REPARTITION DE LA VITESSE D'ÉCOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFÉRENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 7$
 SANS FORCE DE FROTTEMENT

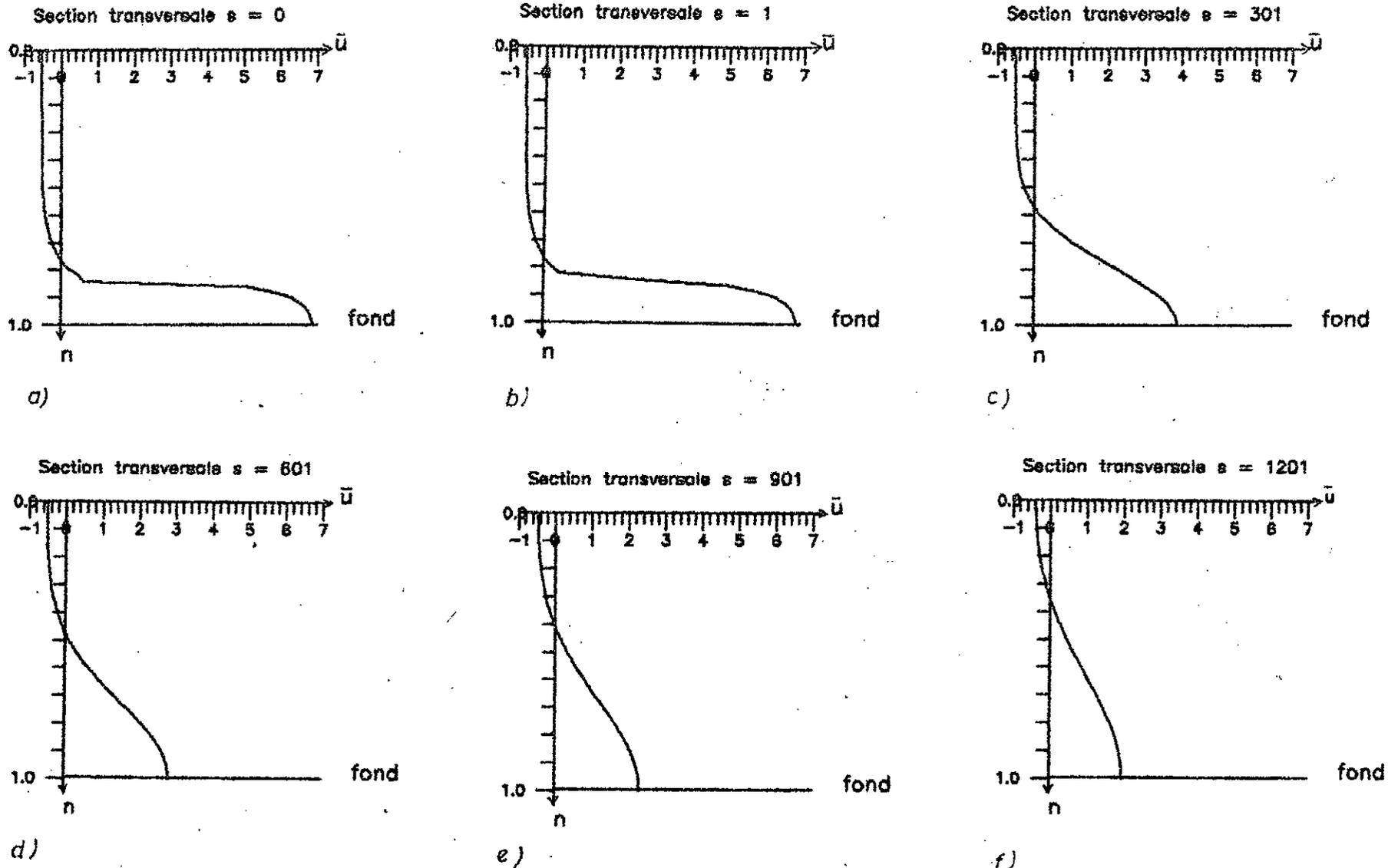


Figure 38

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 7$
 SANS FORCE DE FROTTEMENT

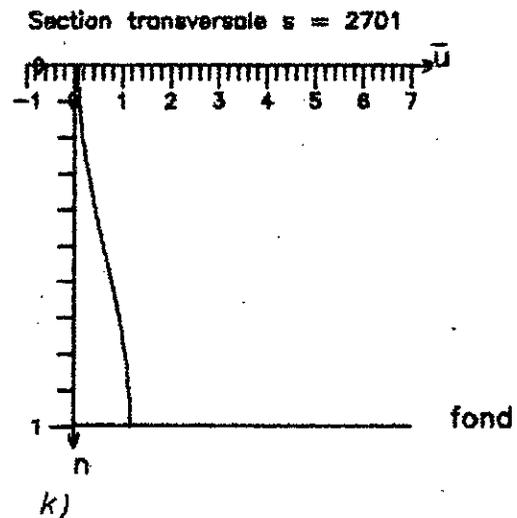
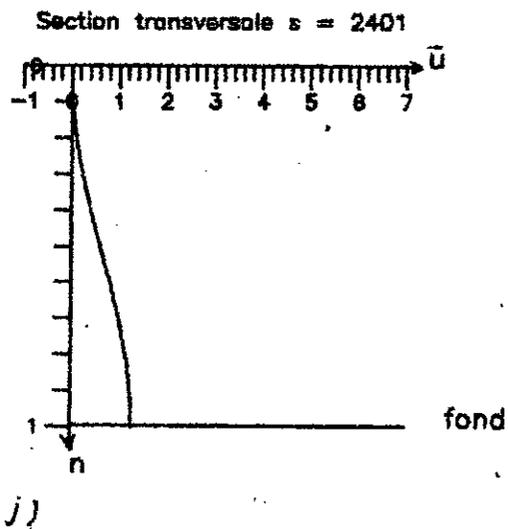
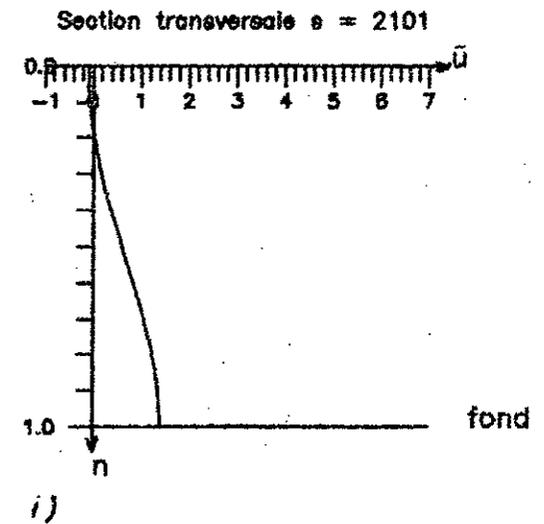
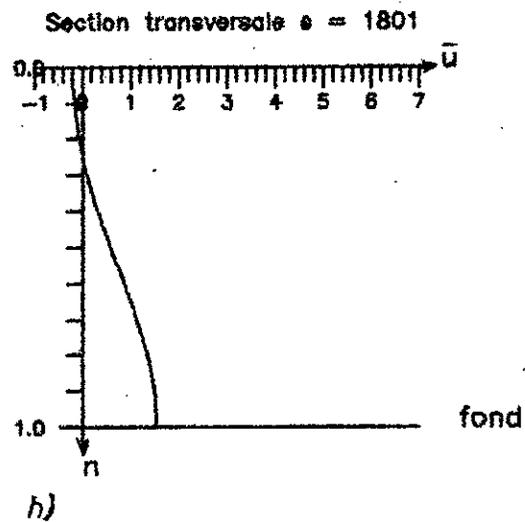
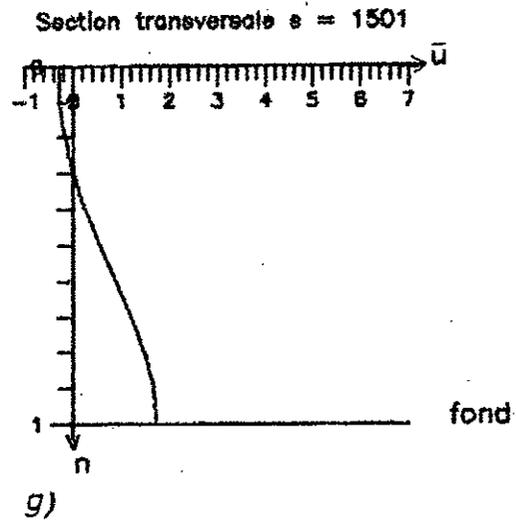


Figure 38'

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_5 / \bar{u}_0 = 8$
 SANS FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL

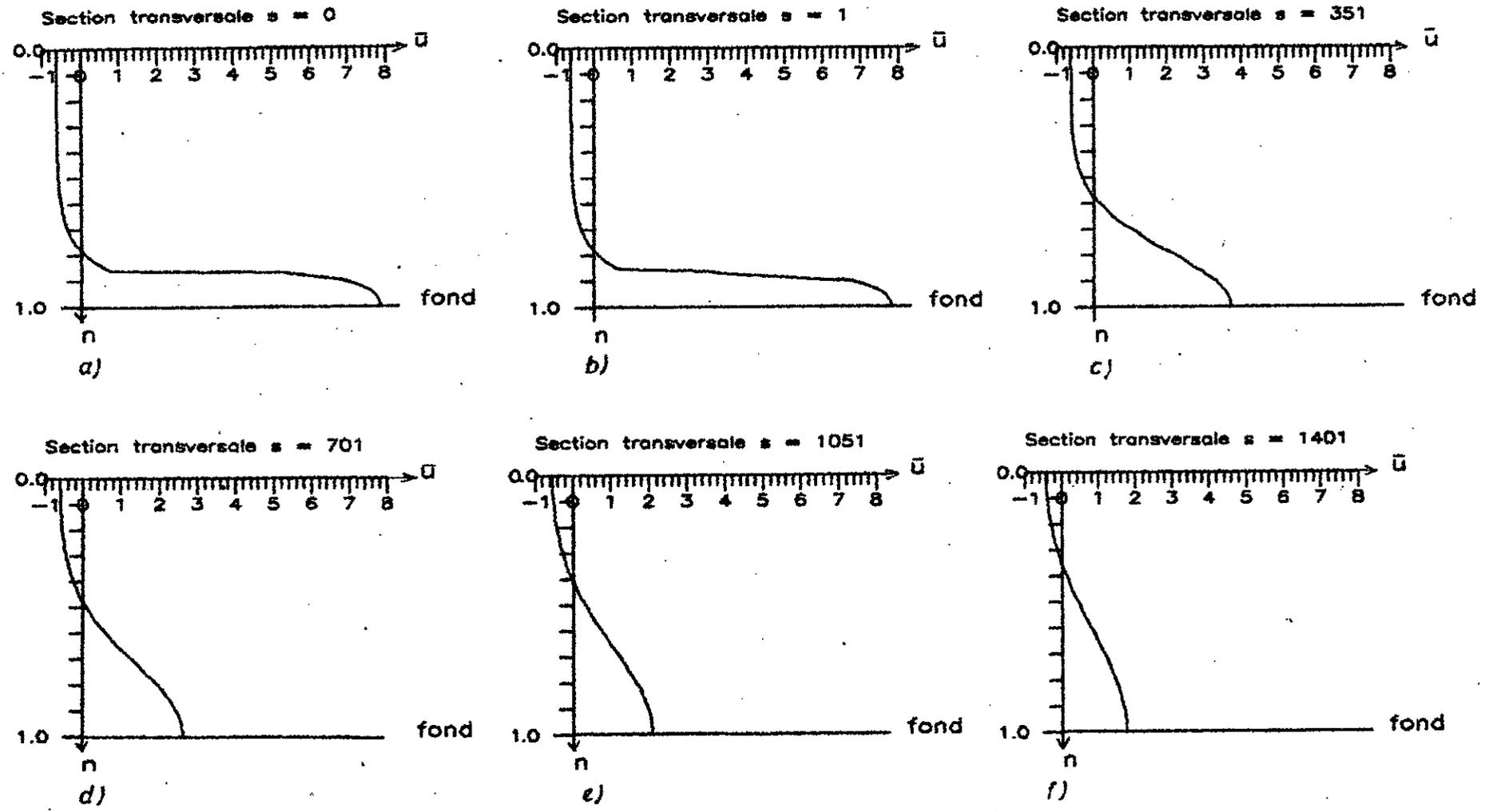
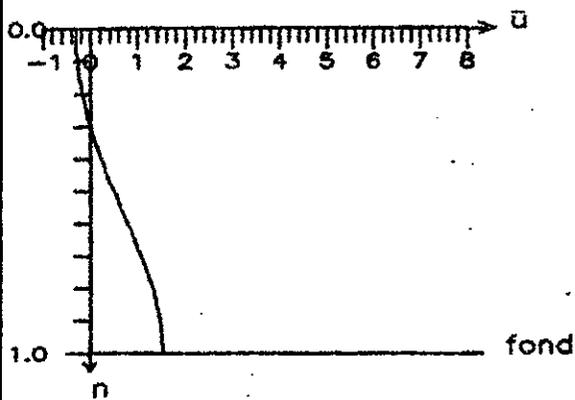


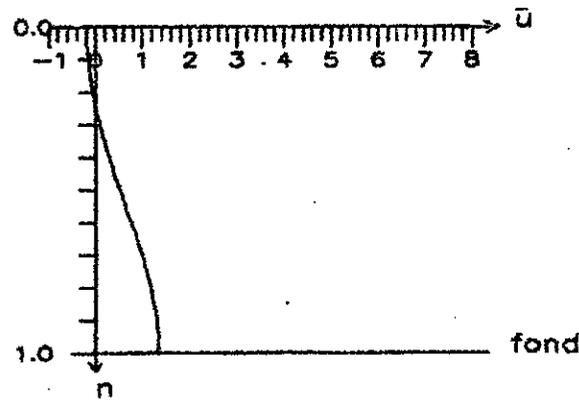
Figure 39

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $u_s / U_0 = 8$
 SANS FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL

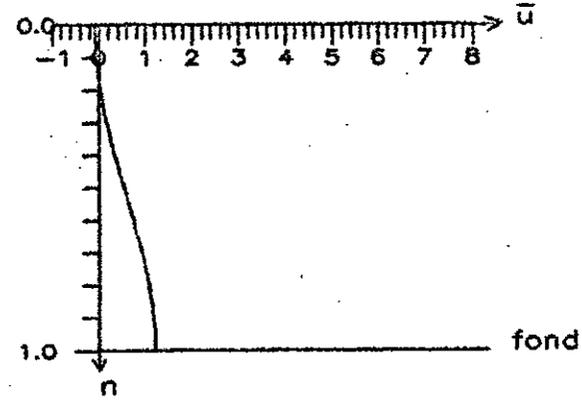
Section transversale s = 1751



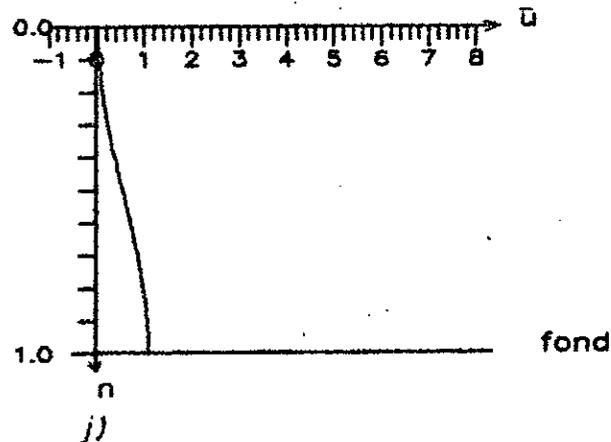
Section transversale s = 2101



Section transversale s = 2451

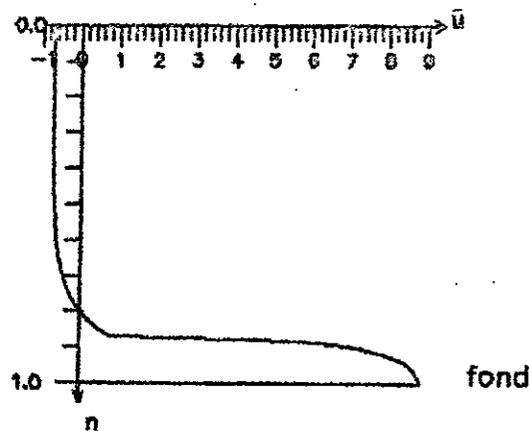


Section transversale s = 2801



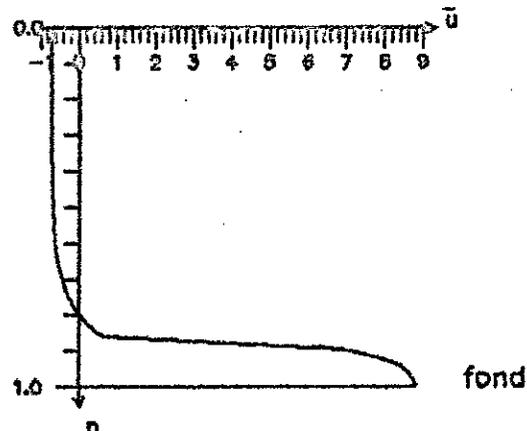
REPARTITION DE LA VITESSE D'ÉCOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
HYDRAULIQUE DANS PLUSIEURS SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 9$
SANS FORCE DE FROTTEMENT

Section transversale $s = 0$



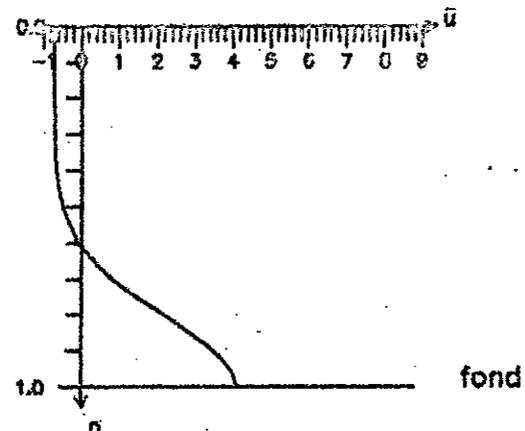
a)

Section transversale $s = 1$



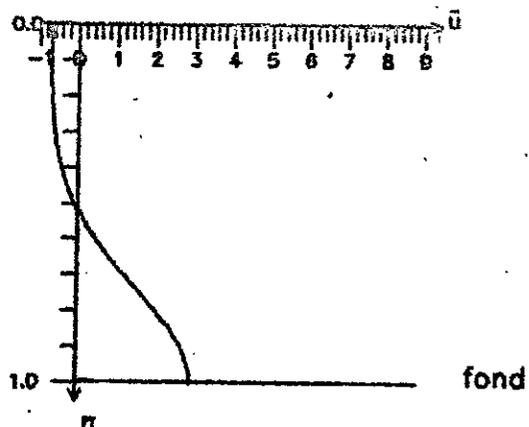
b)

Section transversale $s = 301$



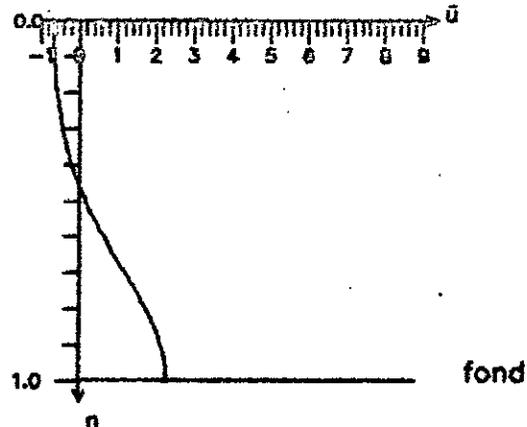
c)

Section transversale $s = 601$



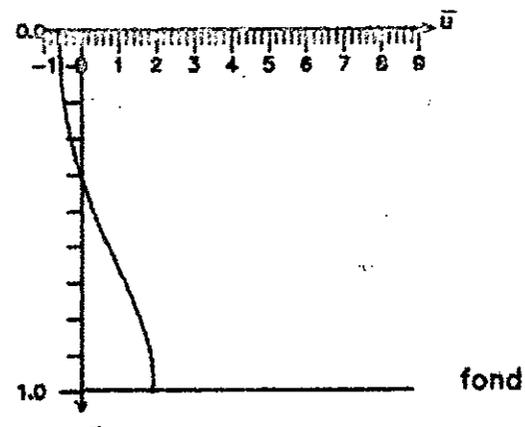
d)

Section transversale $s = 901$



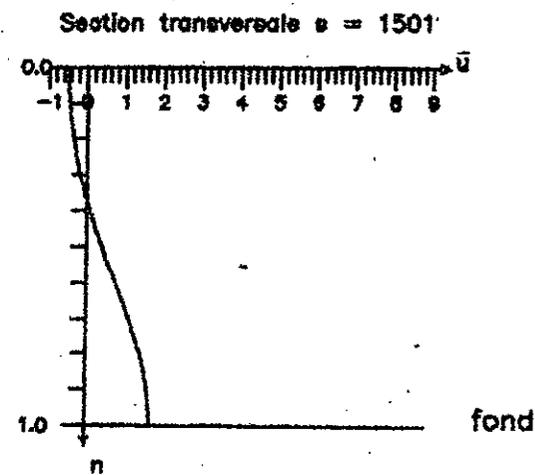
e)

Section transversale $s = 1201$

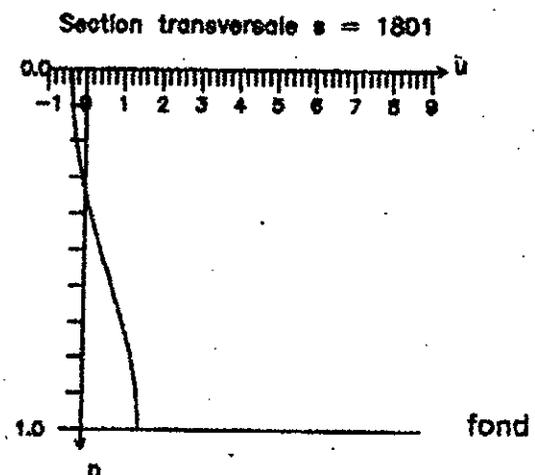


f)

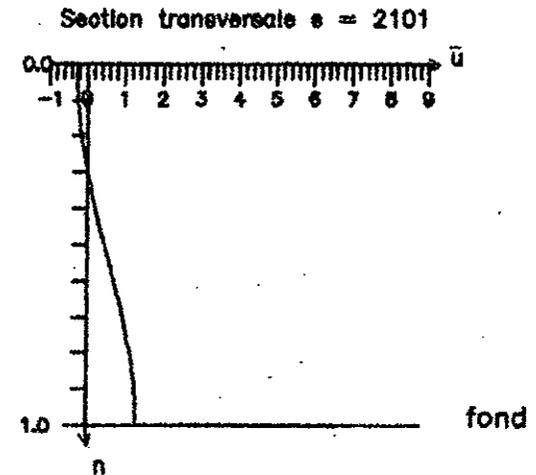
REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS PLUSIEURS SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 9$
 SANS FORCE DE FROTTEMENT



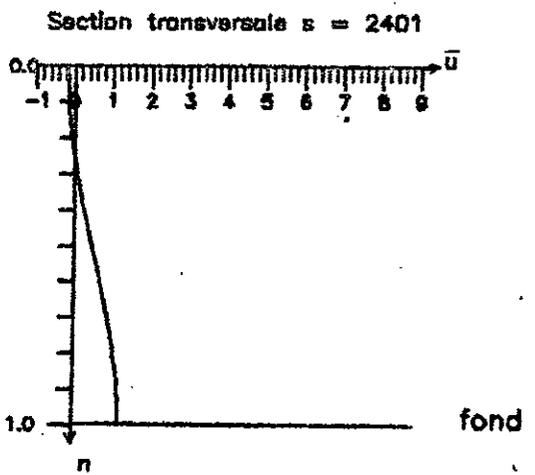
g)



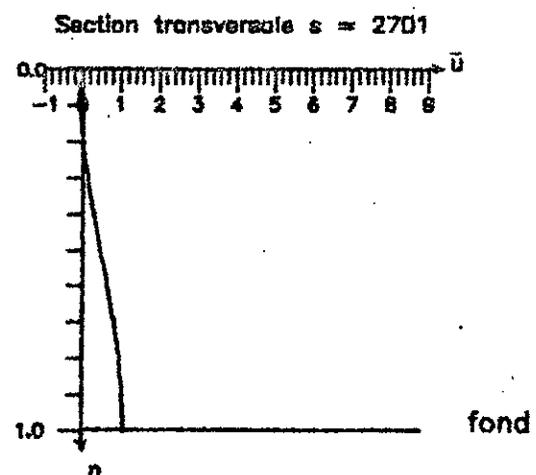
h)



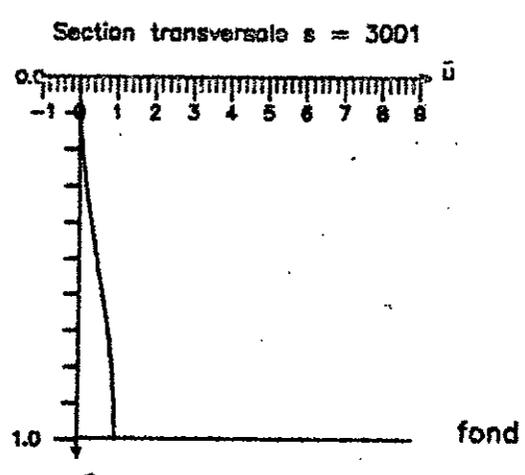
i)



j)



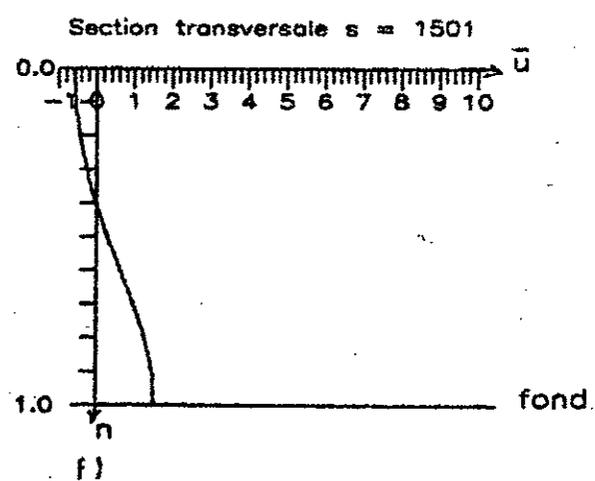
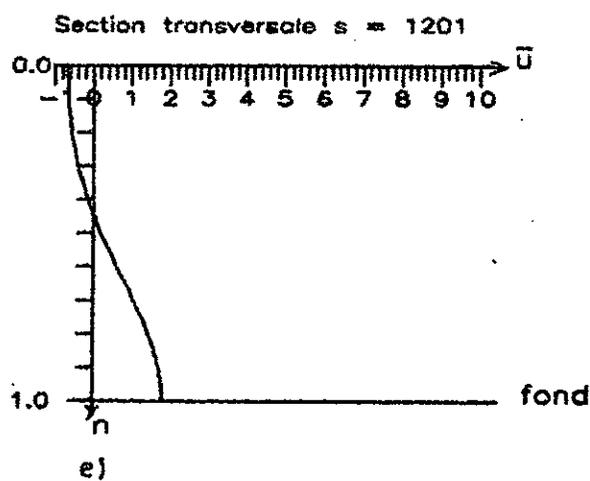
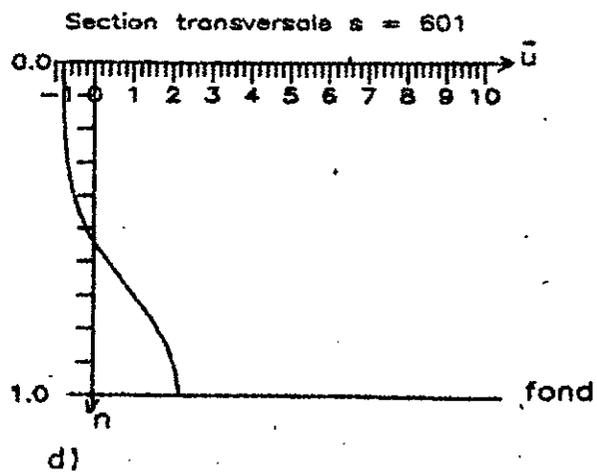
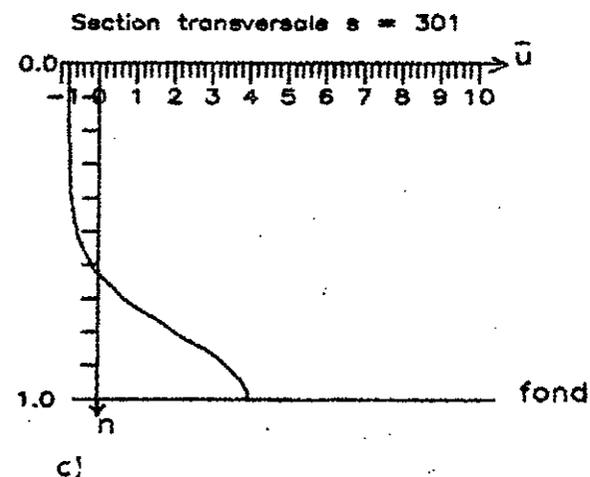
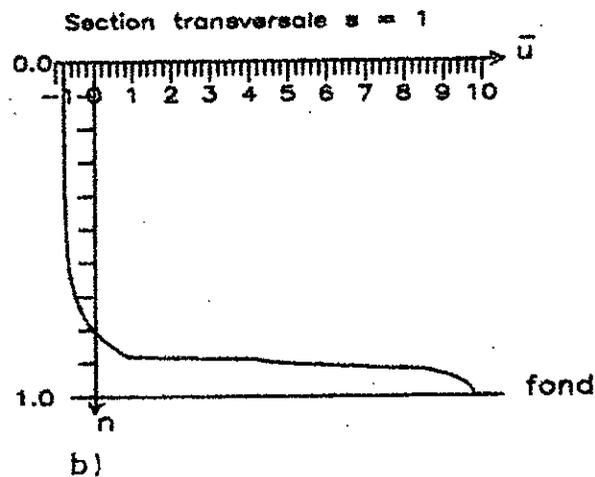
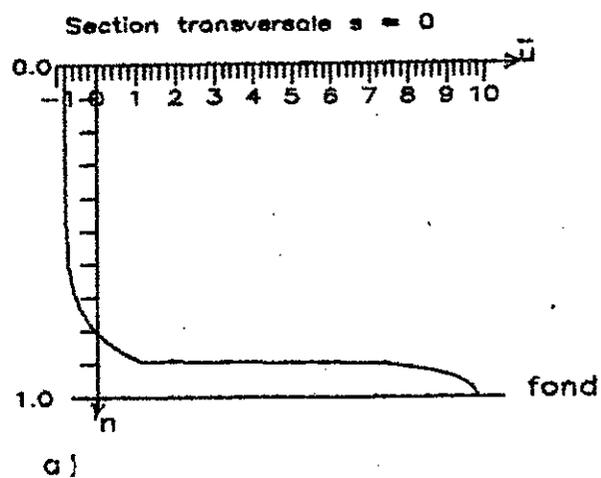
k)



l)

Figure 40'

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 10$
 SANS FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL



REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 10$
 SANS FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL

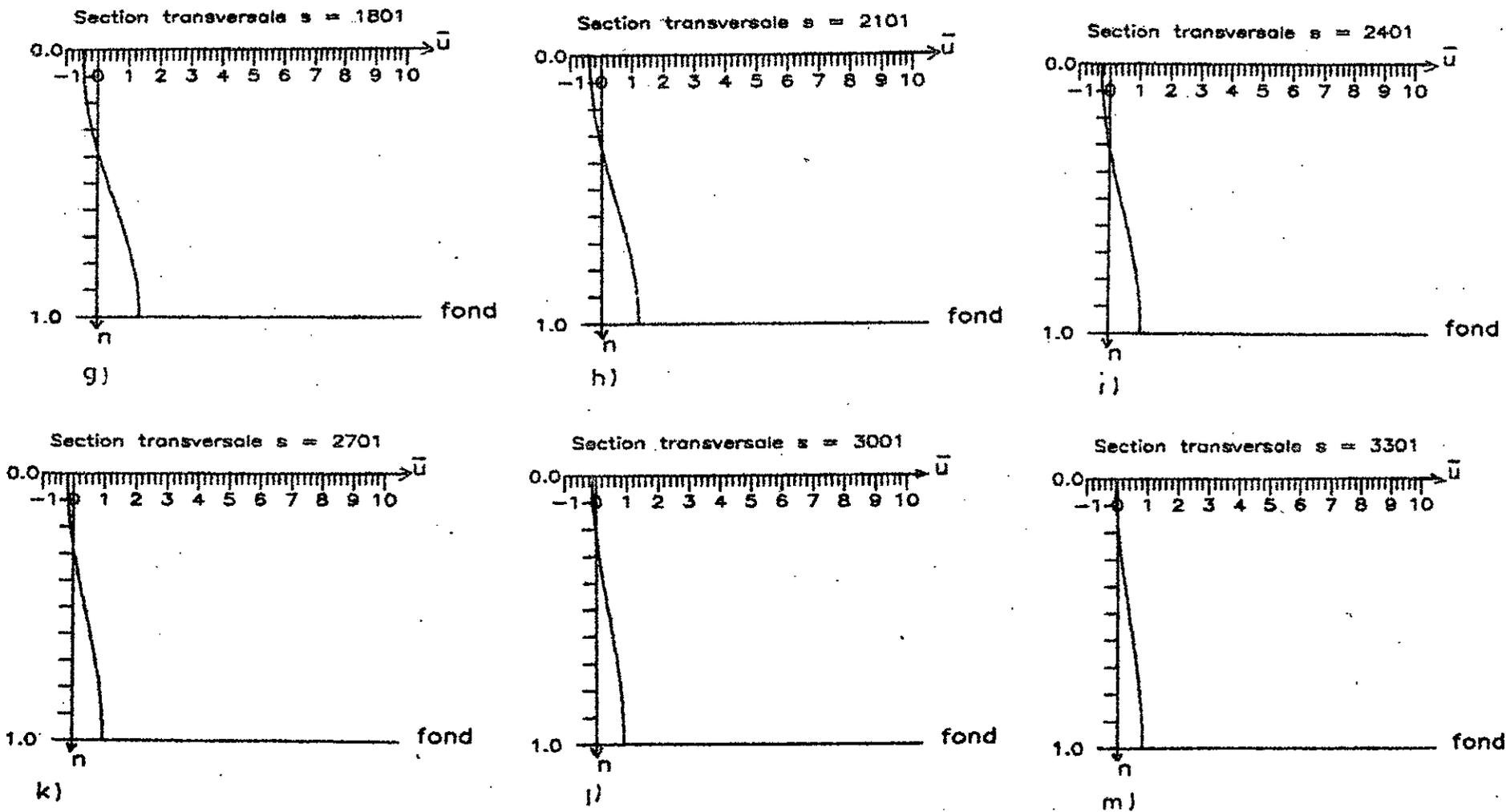


Figure 41'

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 10$
 SANS FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL

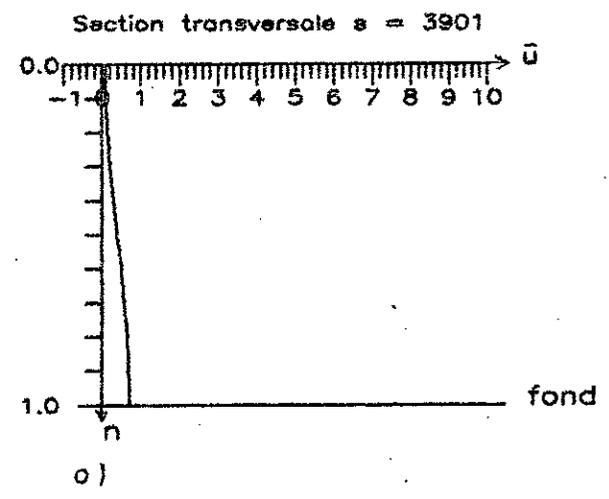
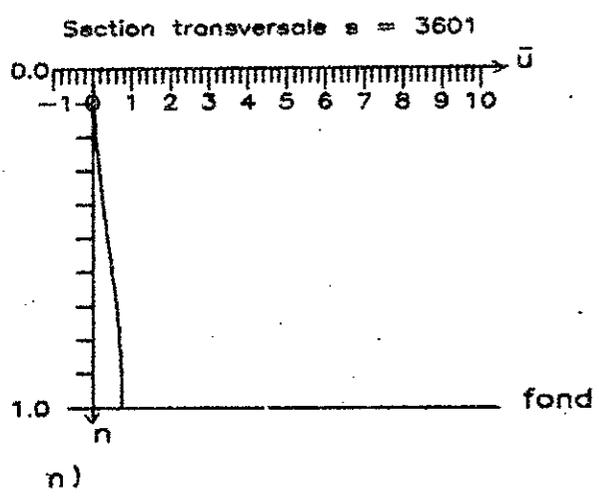


Figure 41ⁿ

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 2$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\varepsilon_t = \text{constante}$

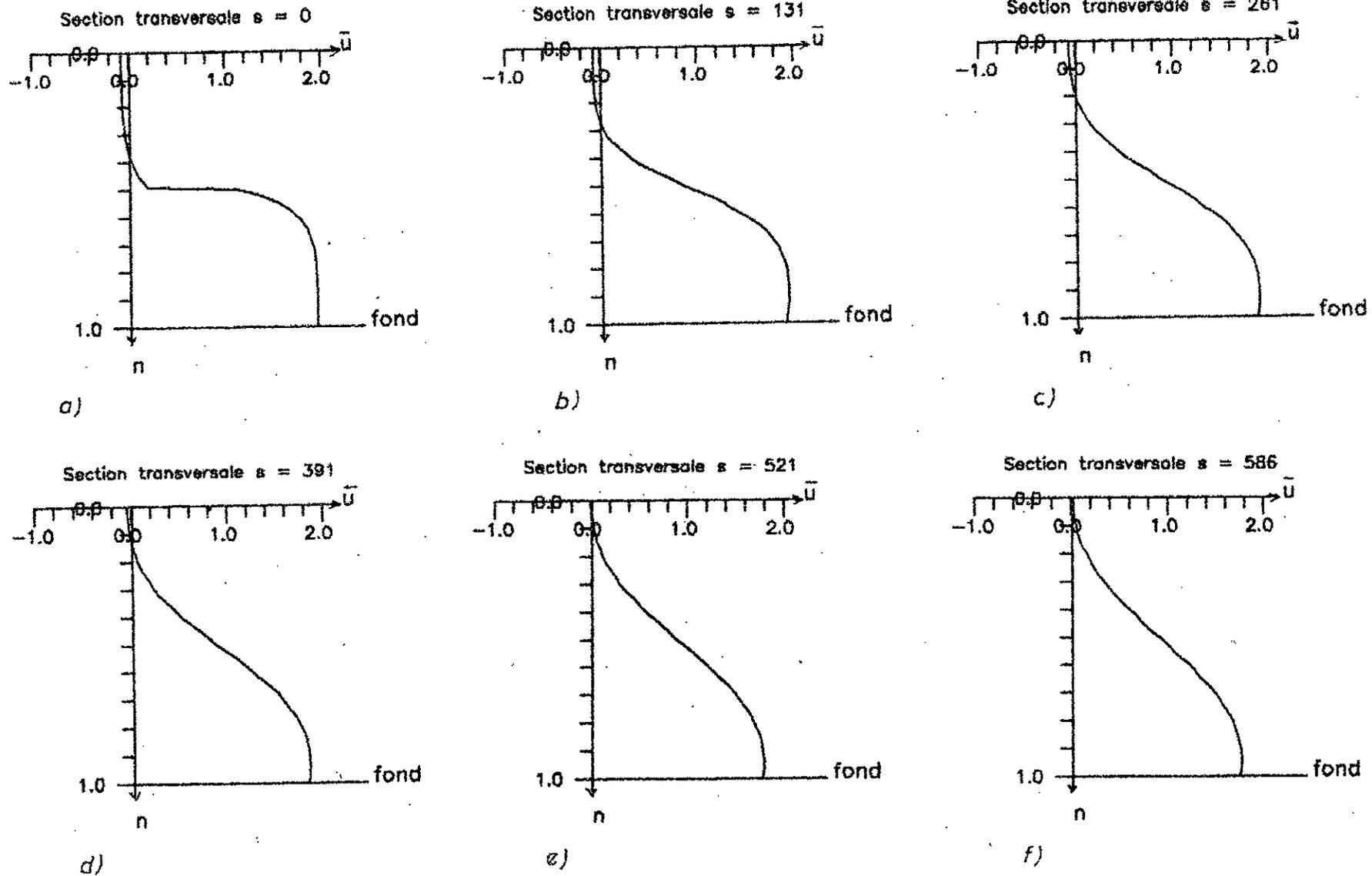


Figure 42

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 3$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\varepsilon_t = \text{constante}$

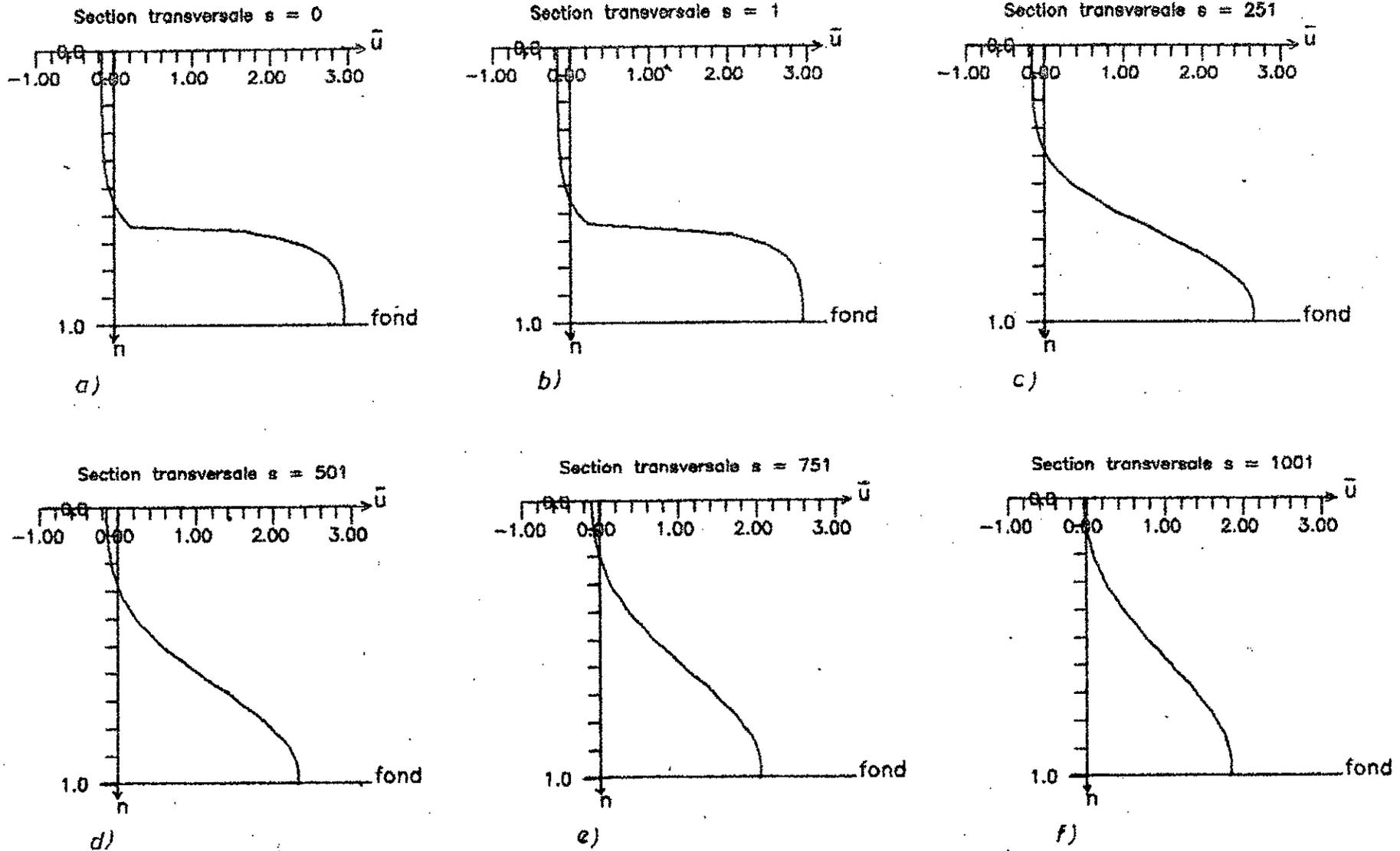


Figure 43

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 3$
AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $E_t = \text{constante}$

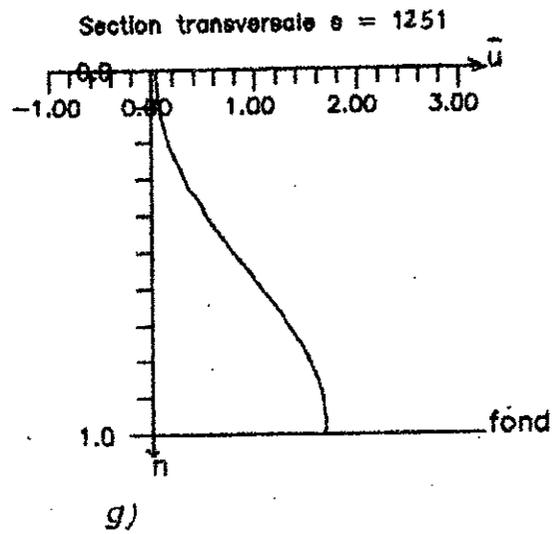


Figure 43'

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 4$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\epsilon_t = \text{constante}$

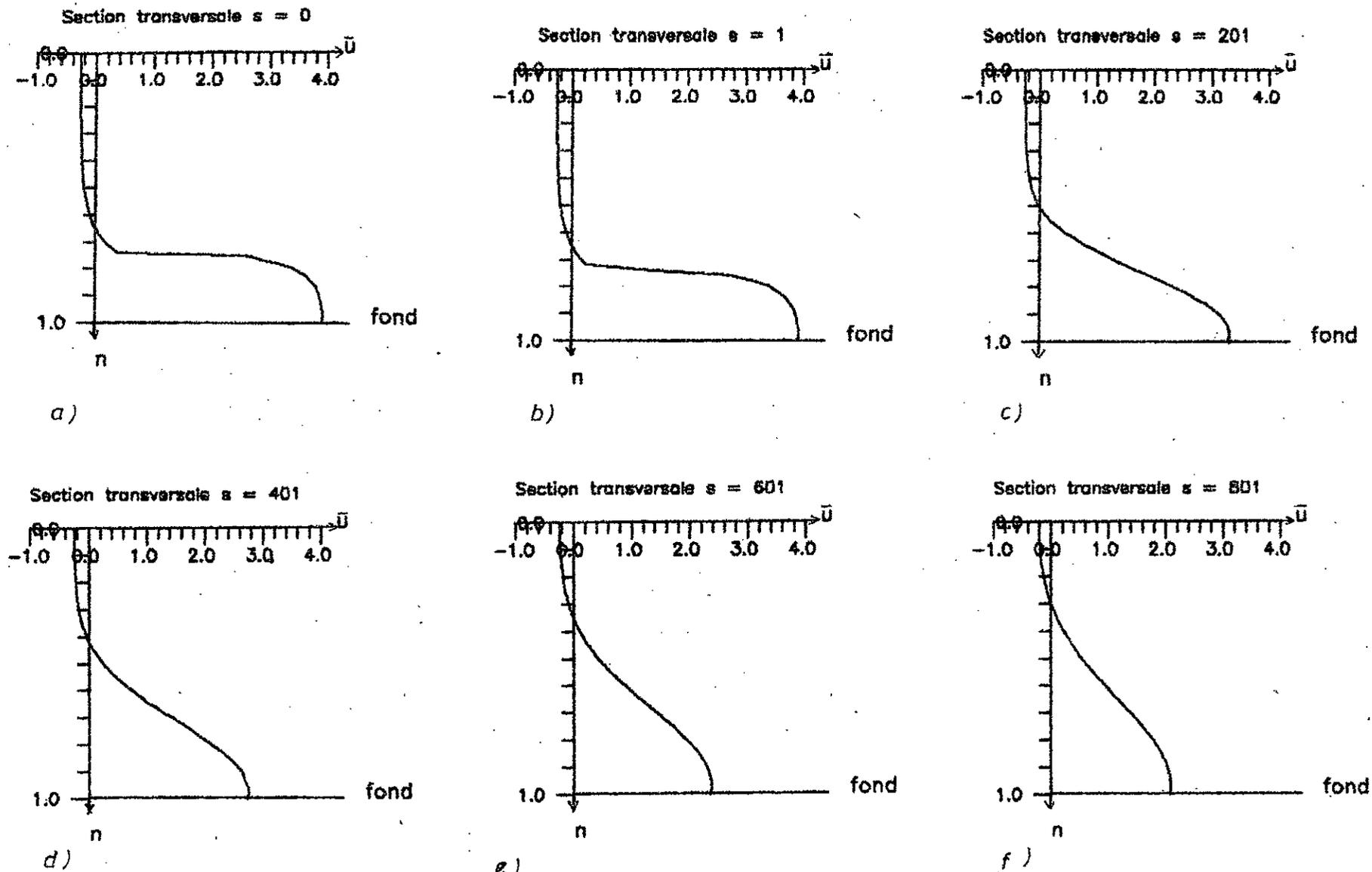
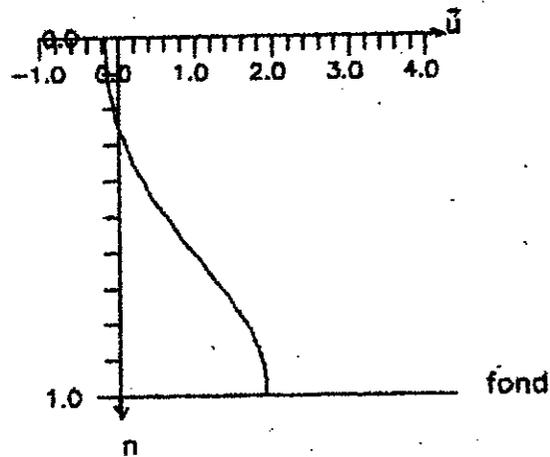


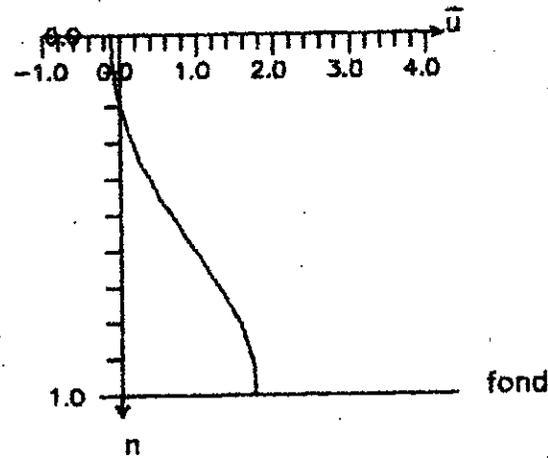
Figure 44

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 4$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\varepsilon_t = \text{constante}$

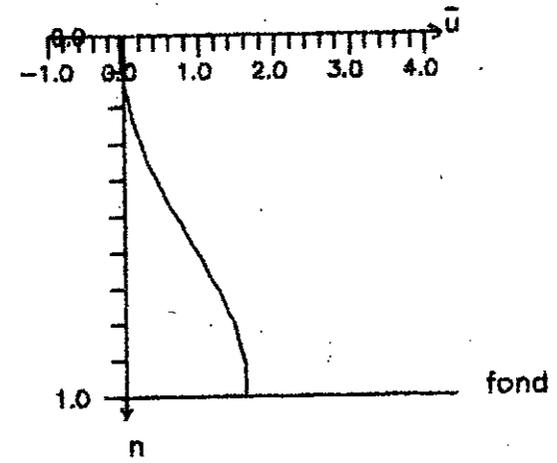
Section transversale s = 1001



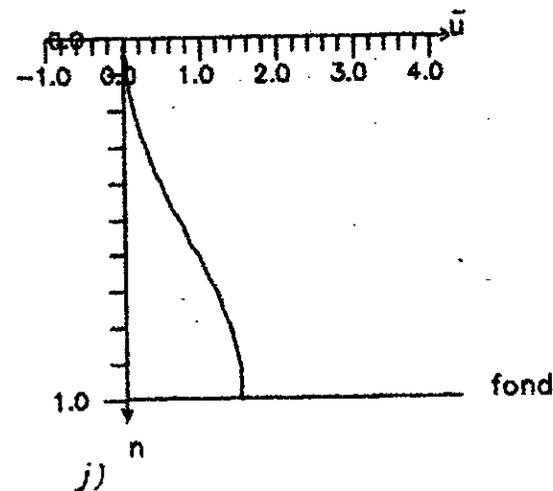
Section transversale s = 1201



Section transversale s = 1401



Section transversale s = 1601



REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 5$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\xi_t = \text{constante}$

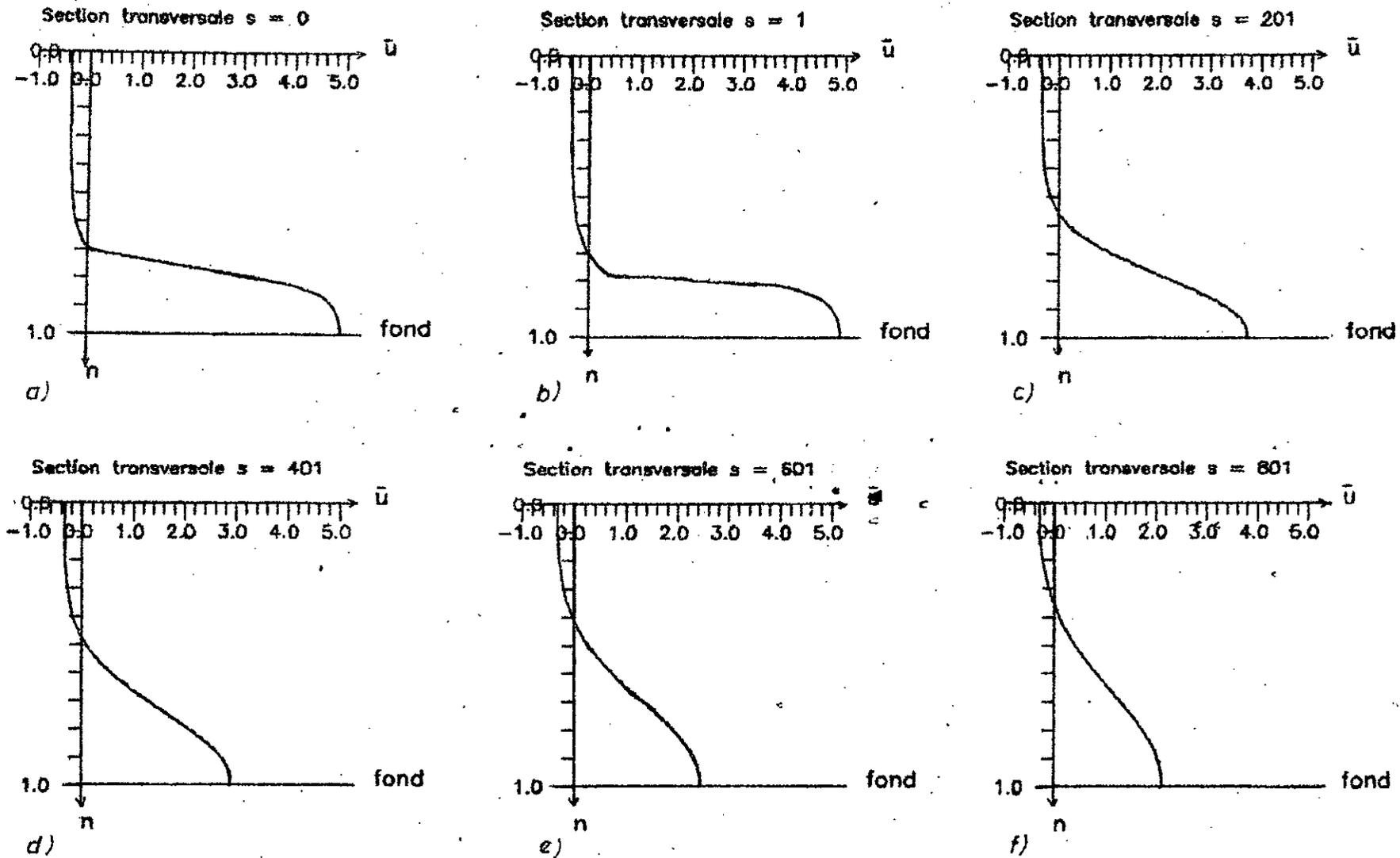


Figure 45

REPARTITION DE LA VITESSE D'ÉCOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFÉRENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 5$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\epsilon_t = \text{constante}$

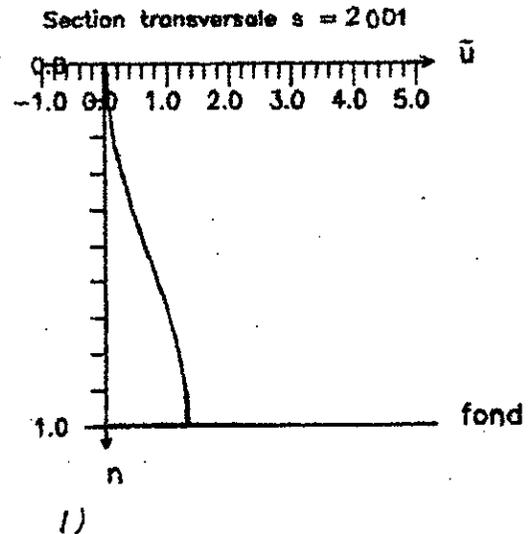
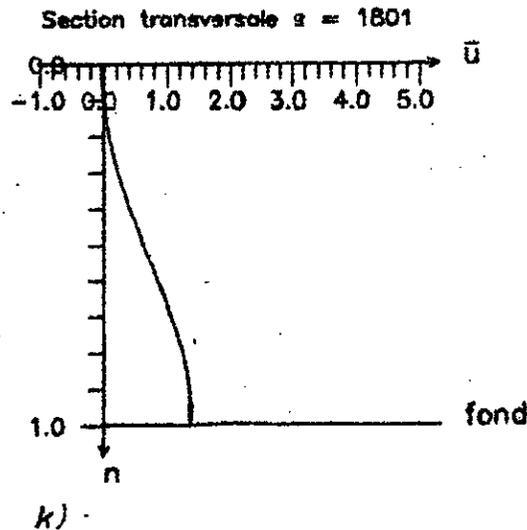
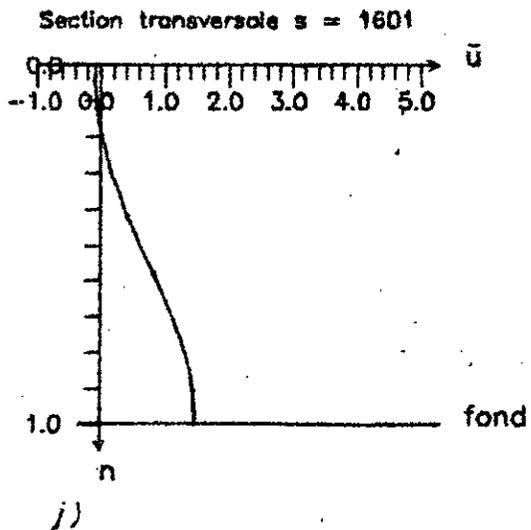
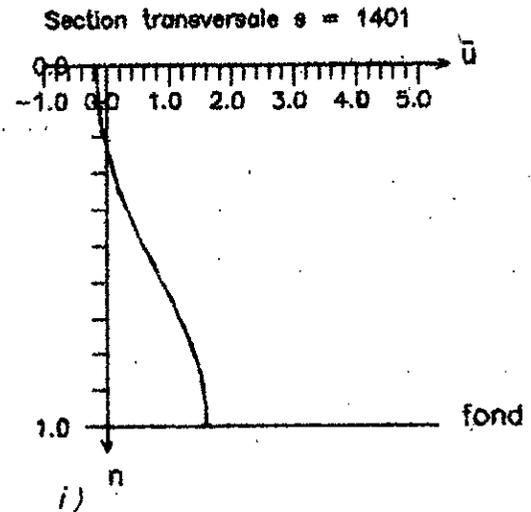
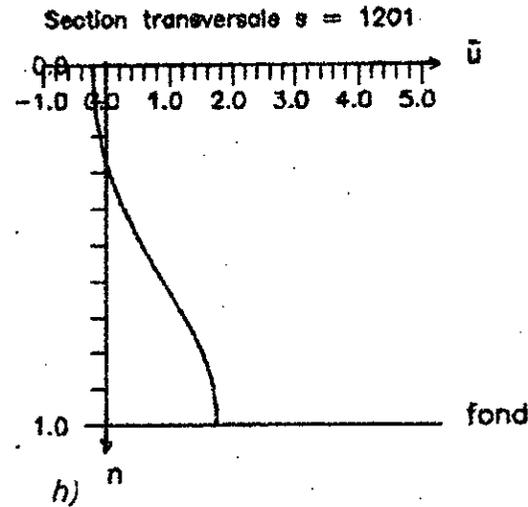
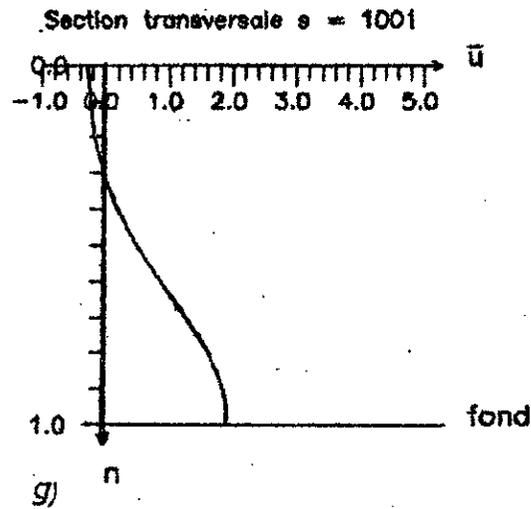
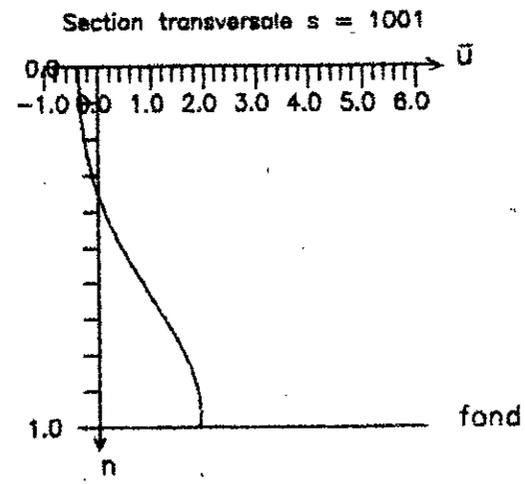
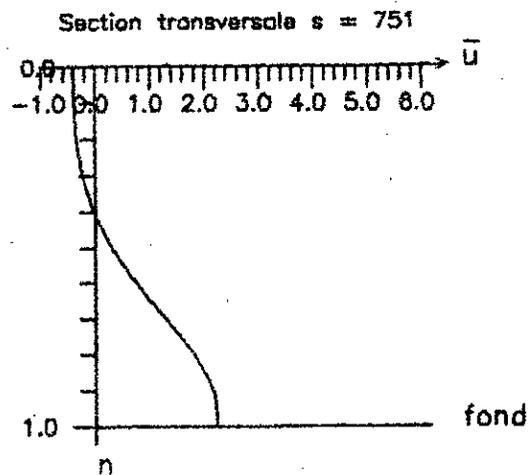
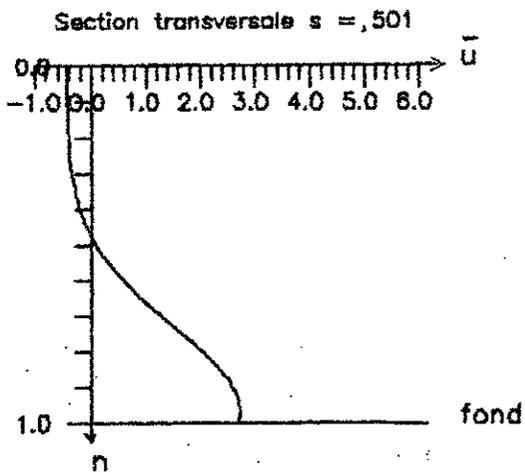
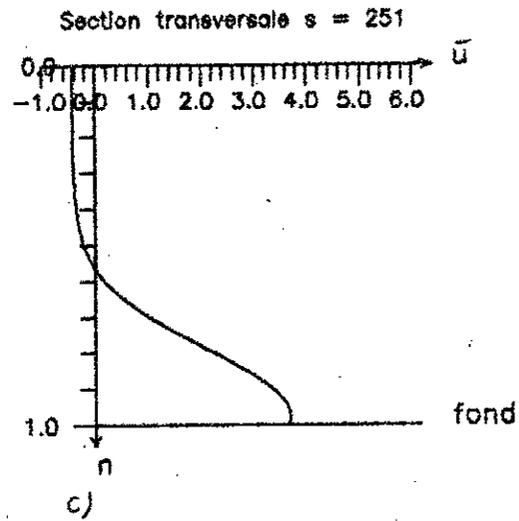
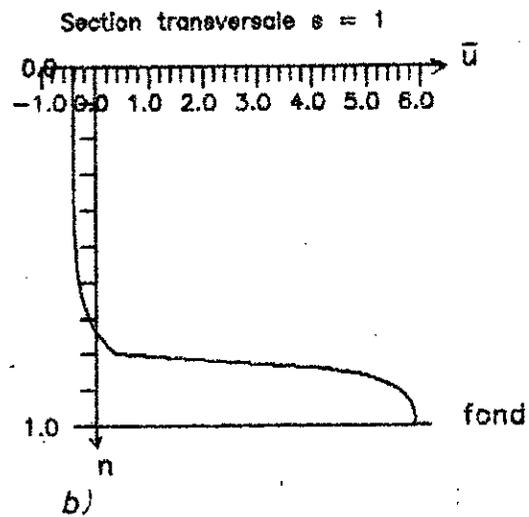
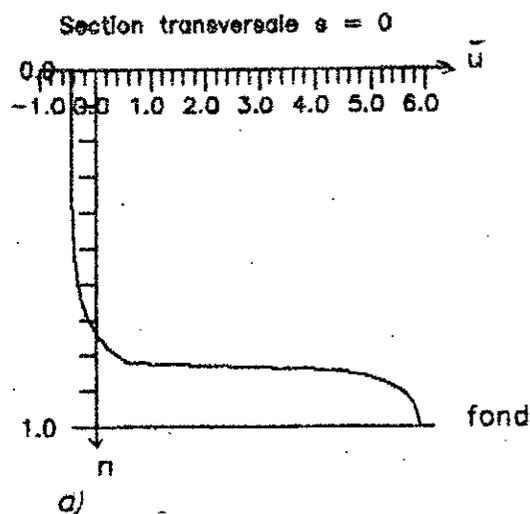
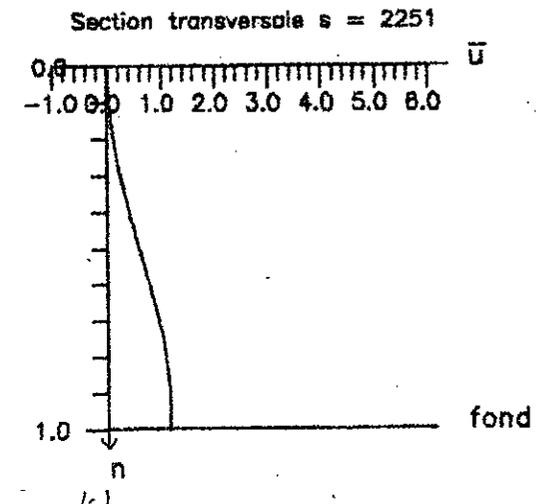
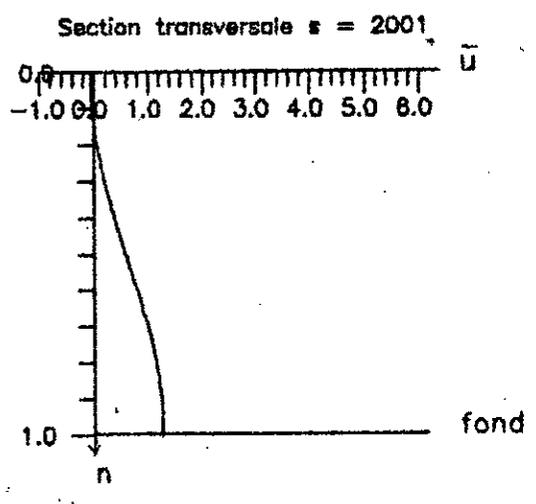
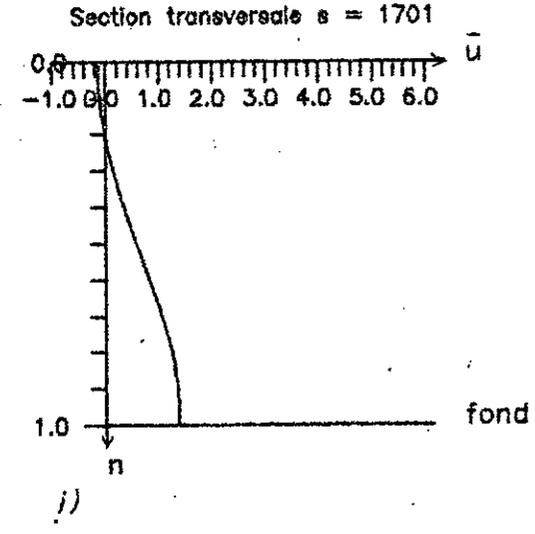
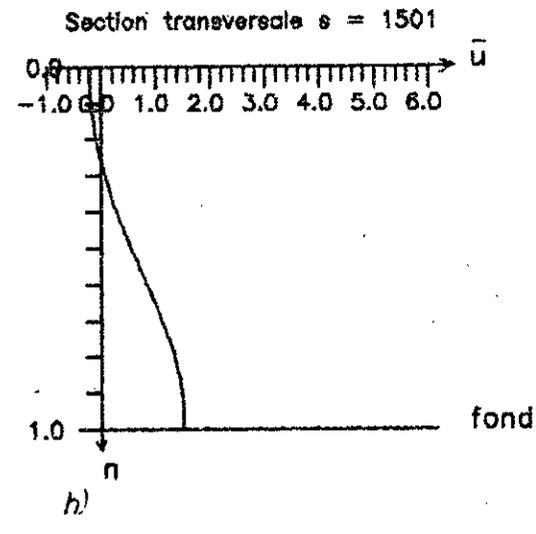
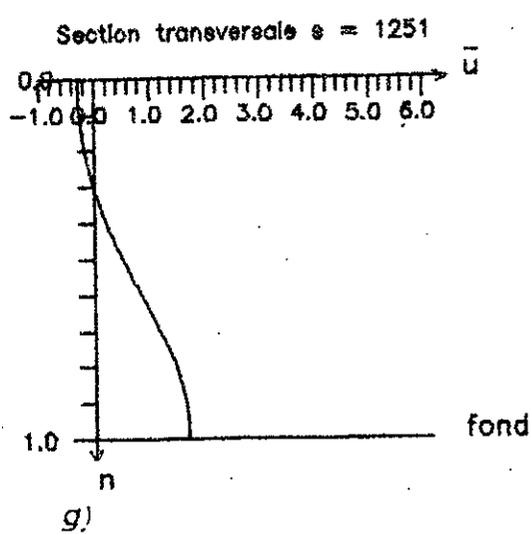


Figure 45'

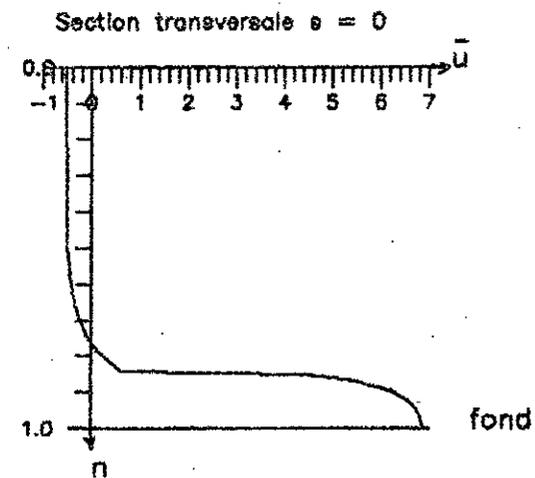
REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 6$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT
 $\epsilon_t = \text{constante}$



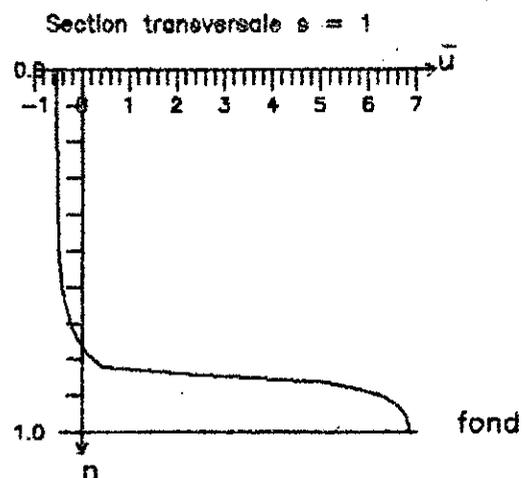
REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 6$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT
 $\epsilon_t = \text{constante}$



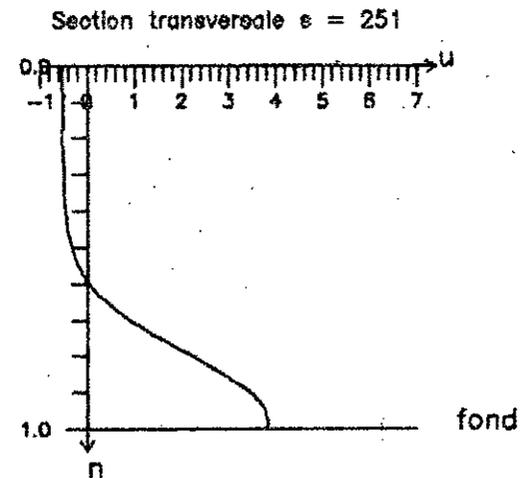
REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 7$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT
 $\epsilon_t = \text{constante}$



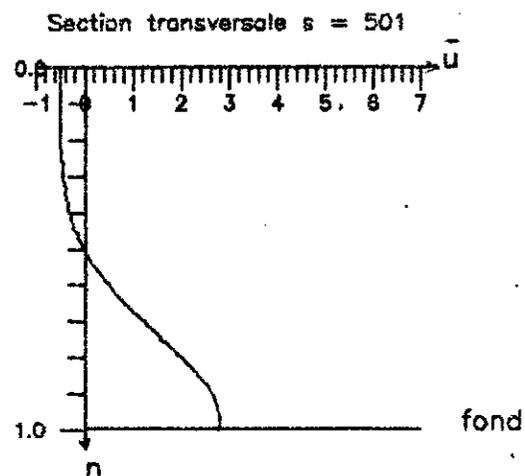
a)



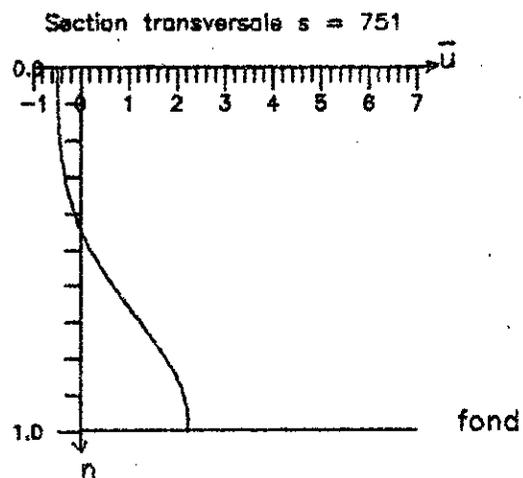
b)



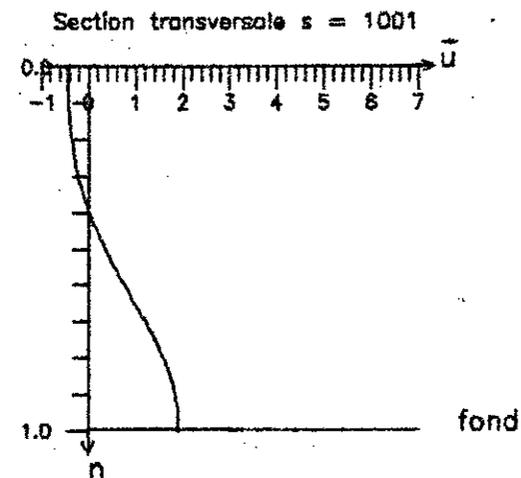
c)



d)



e)



f)

Figure 47

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / U_0 = 7$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\epsilon_t = \text{constante}$

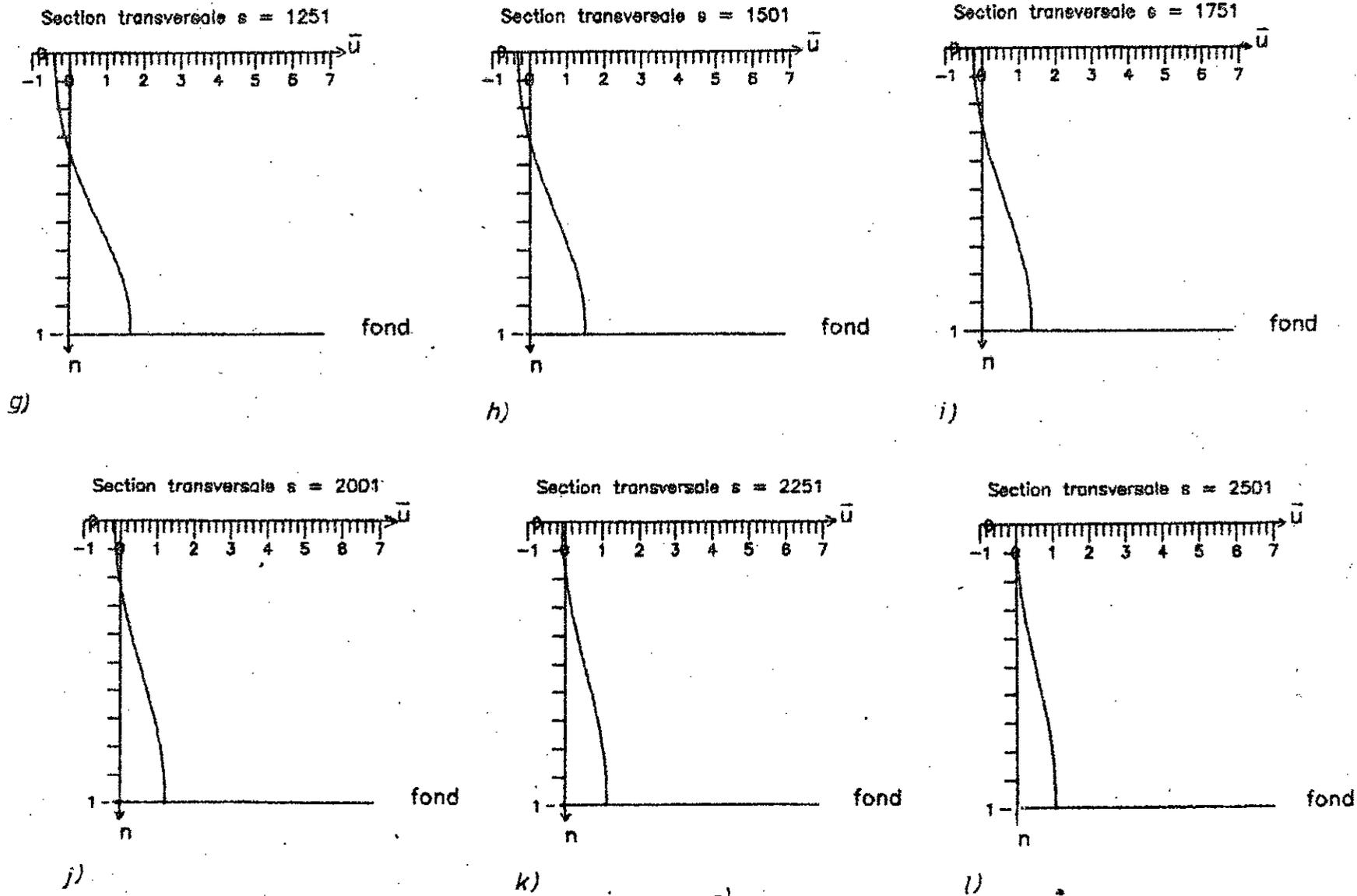


Figure 47'

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 8$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\epsilon_t = \text{constante}$

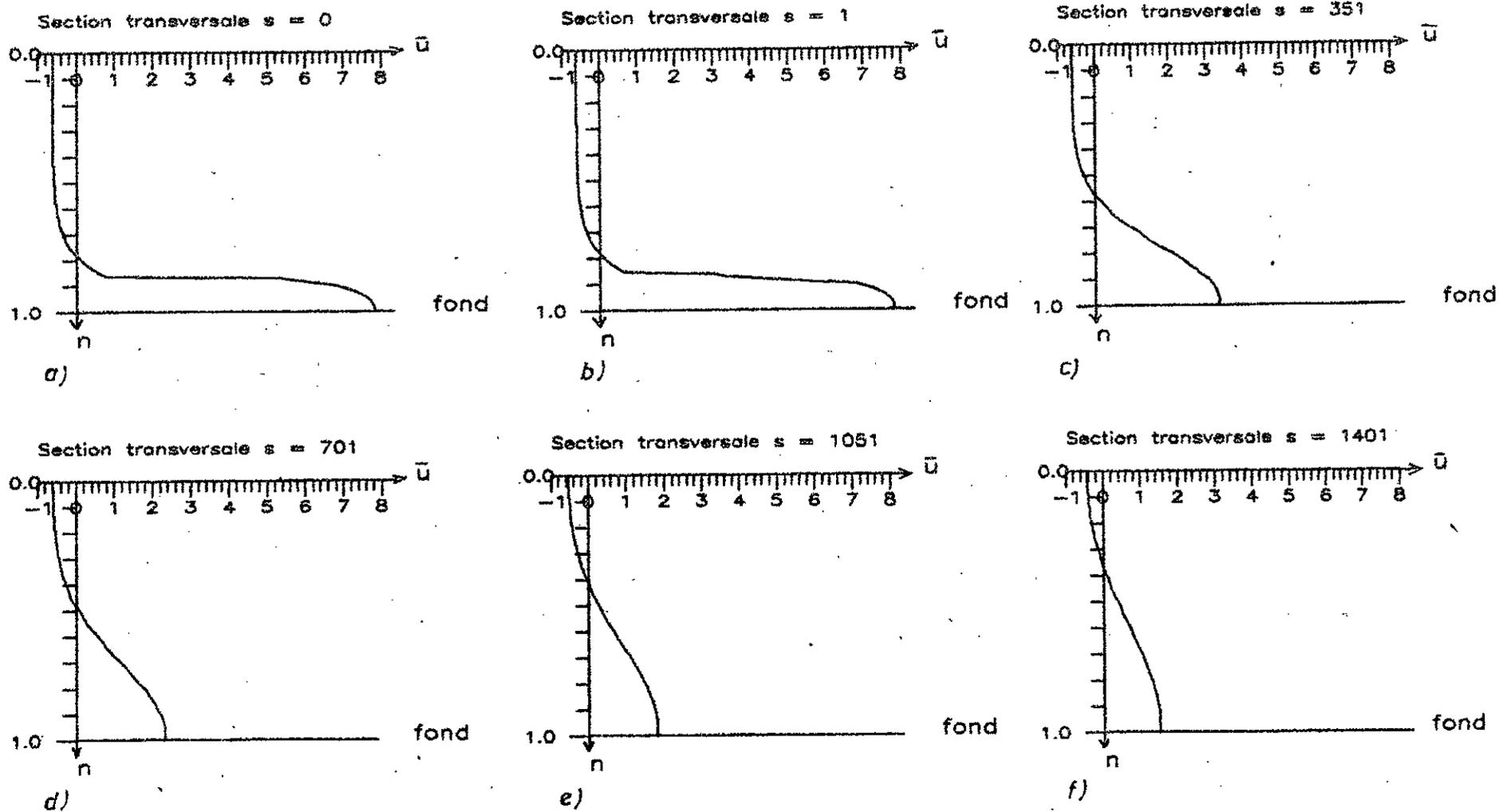


Figure 18

REPARTITION DE LA VITESSE D'ÉCOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFÉRENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 8$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\epsilon_t = \text{constante}$

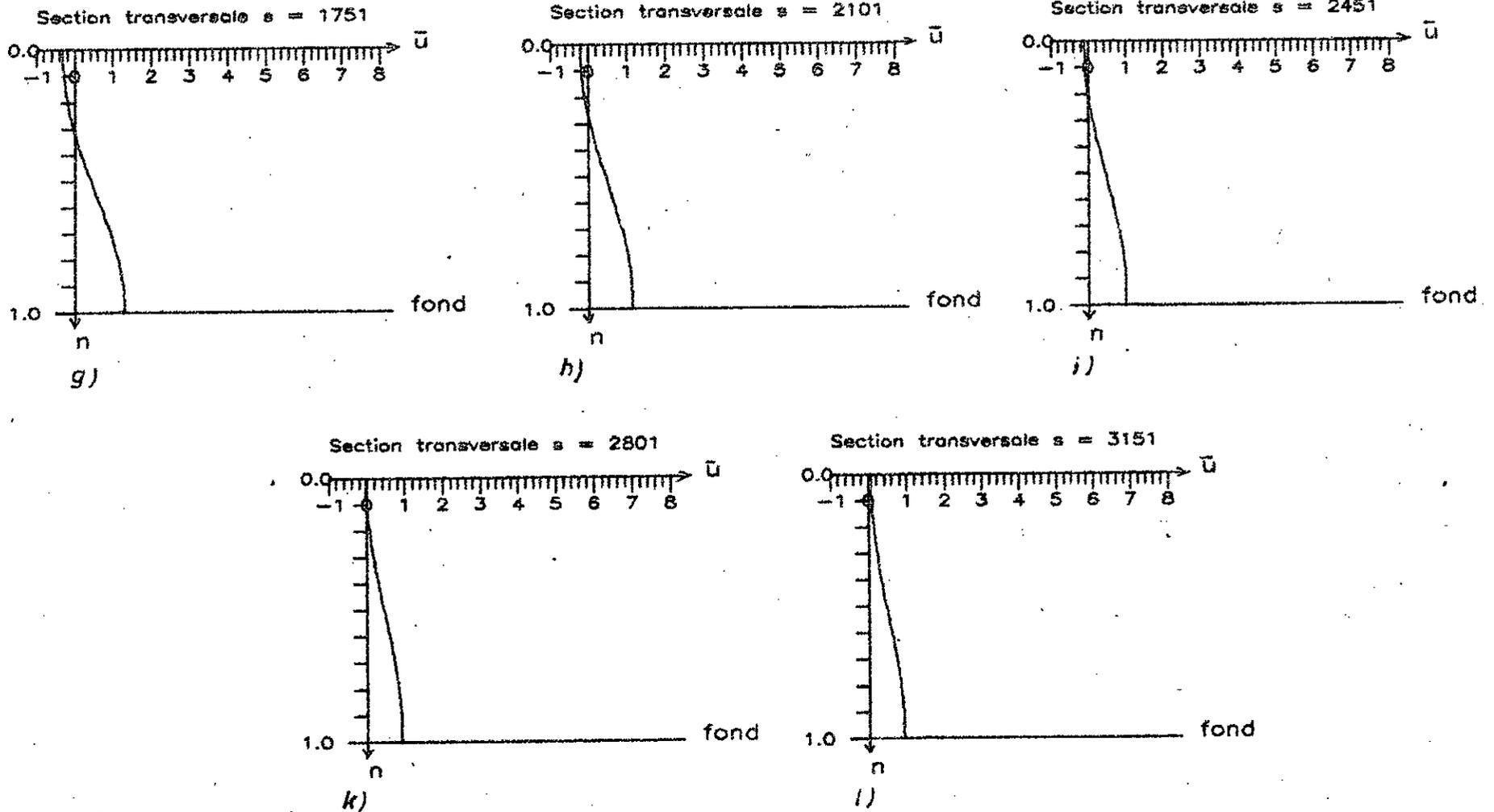
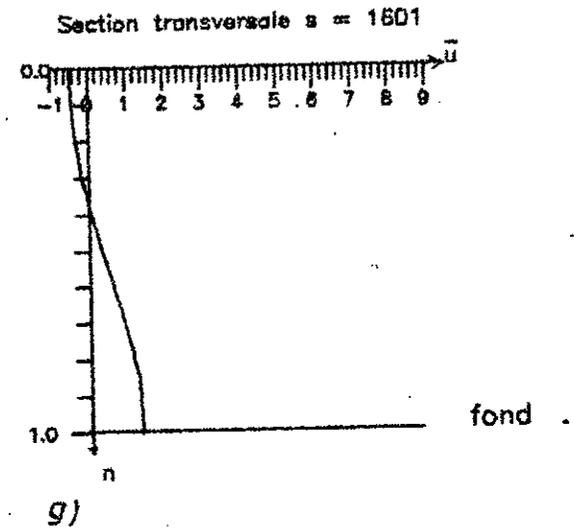
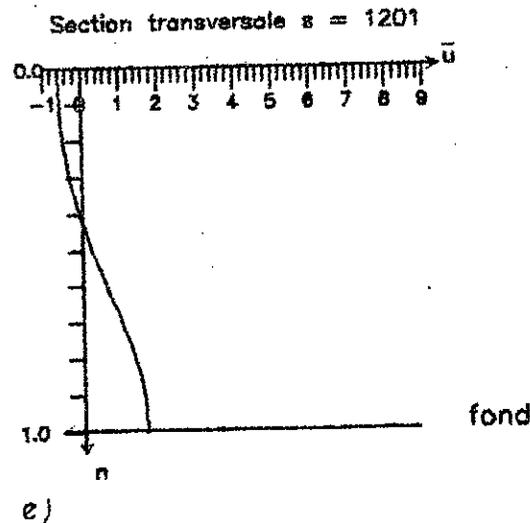
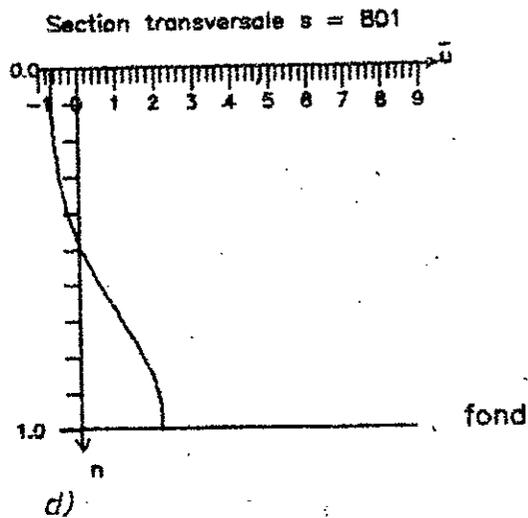
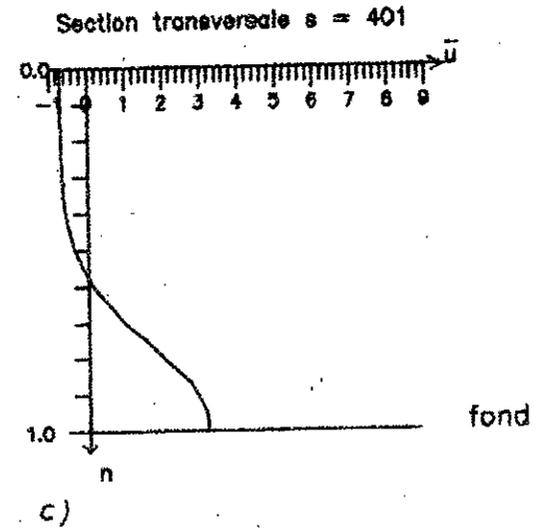
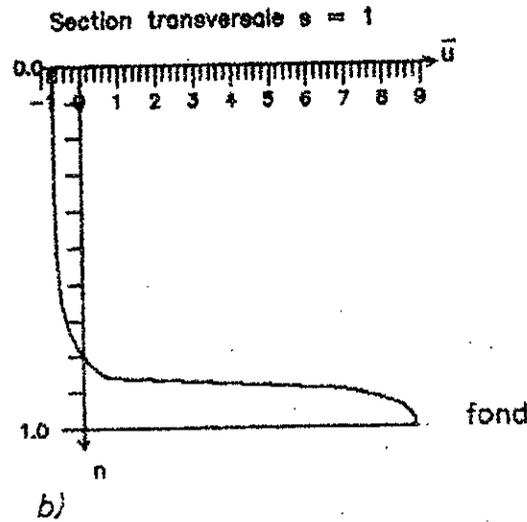
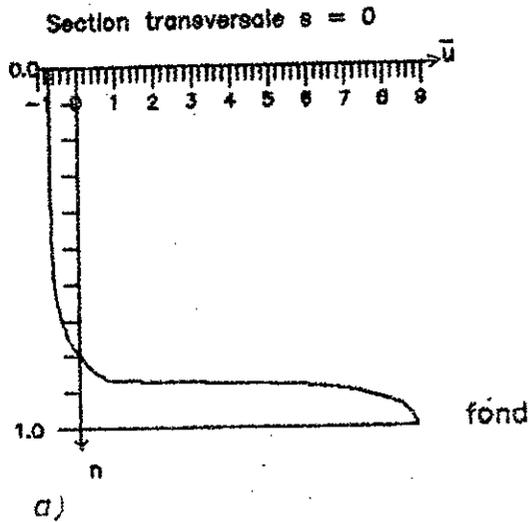
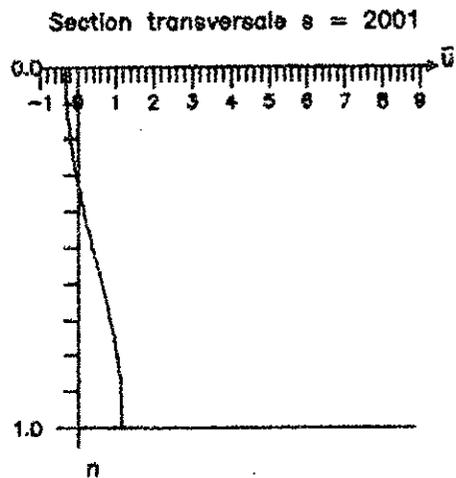


Figure 48'

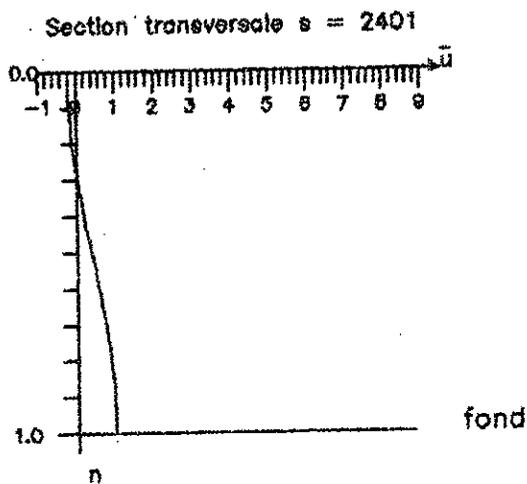
REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS PLUSIEURS SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 9$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\xi_t = \text{constante}$



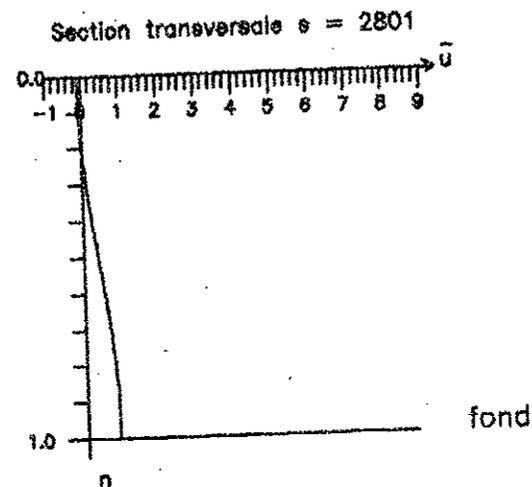
REPARTITION DE LA VITESSE D'ÉCOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS PLUSIEURS SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 9$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\xi_t = \text{constante}$



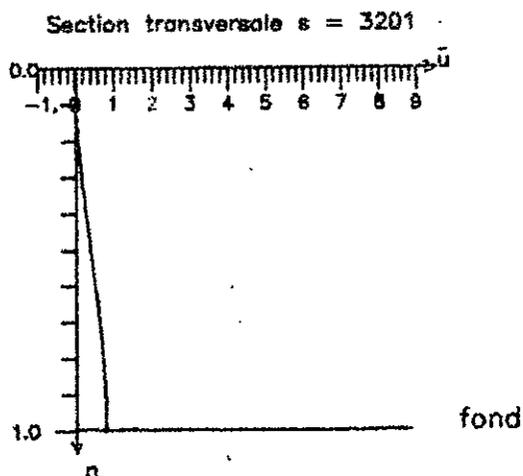
g)



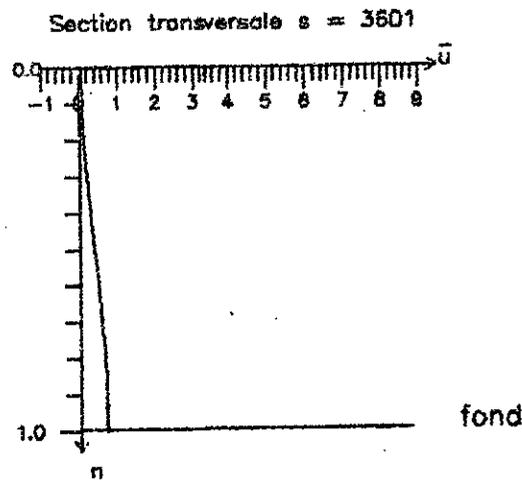
h)



i)

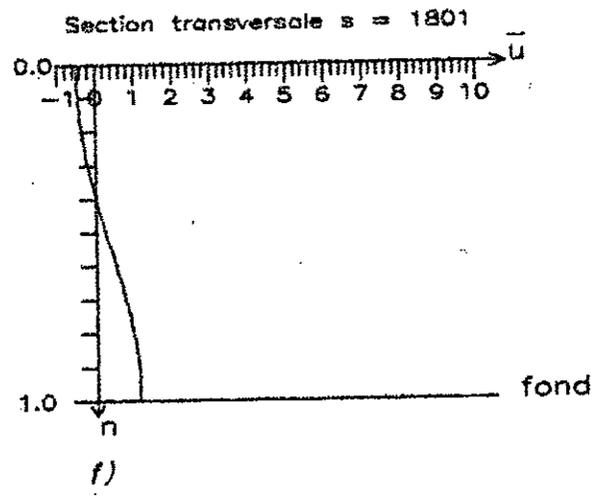
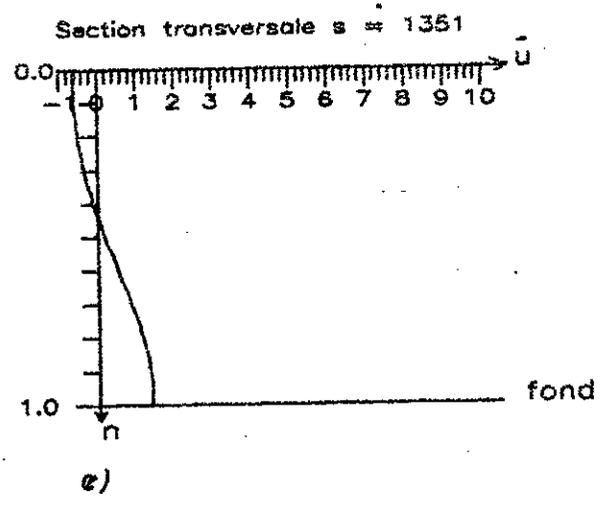
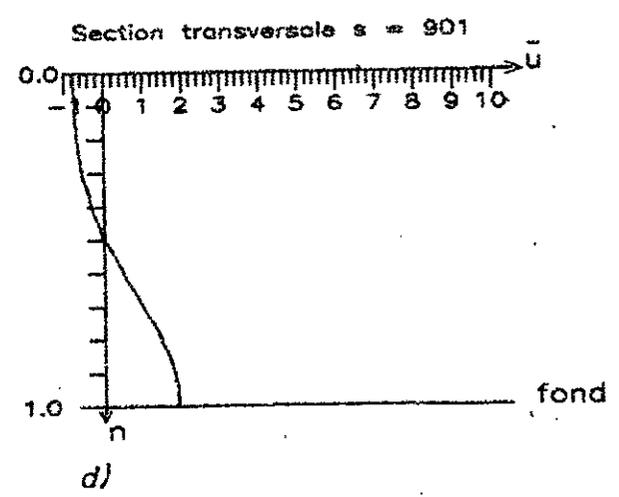
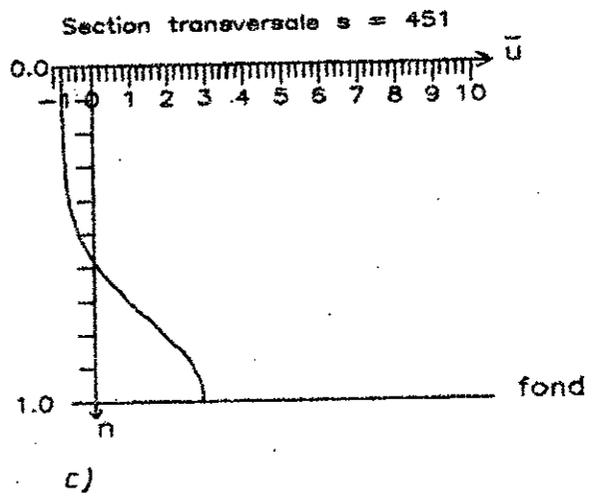
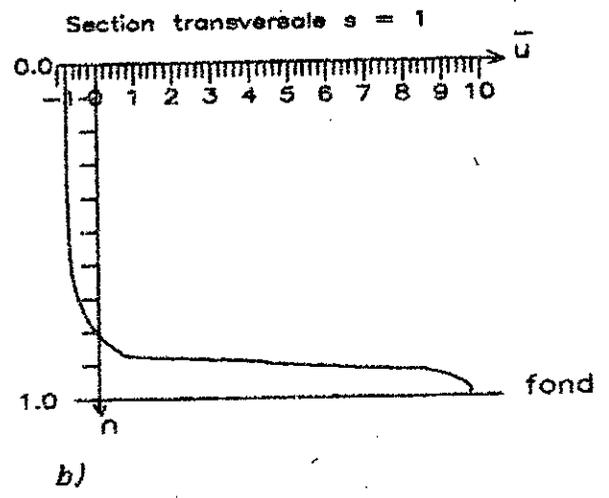
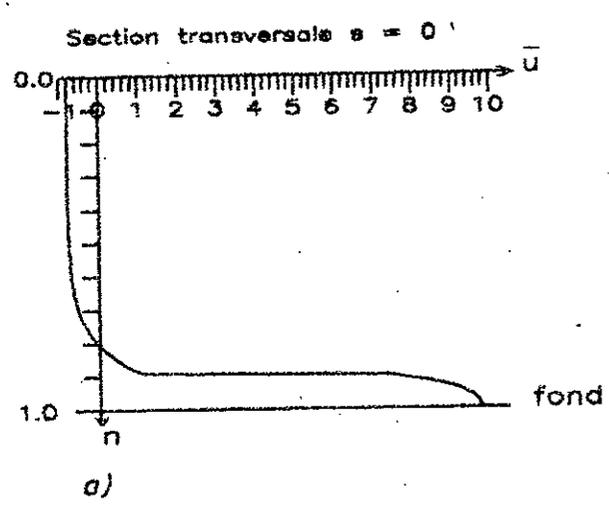


j)

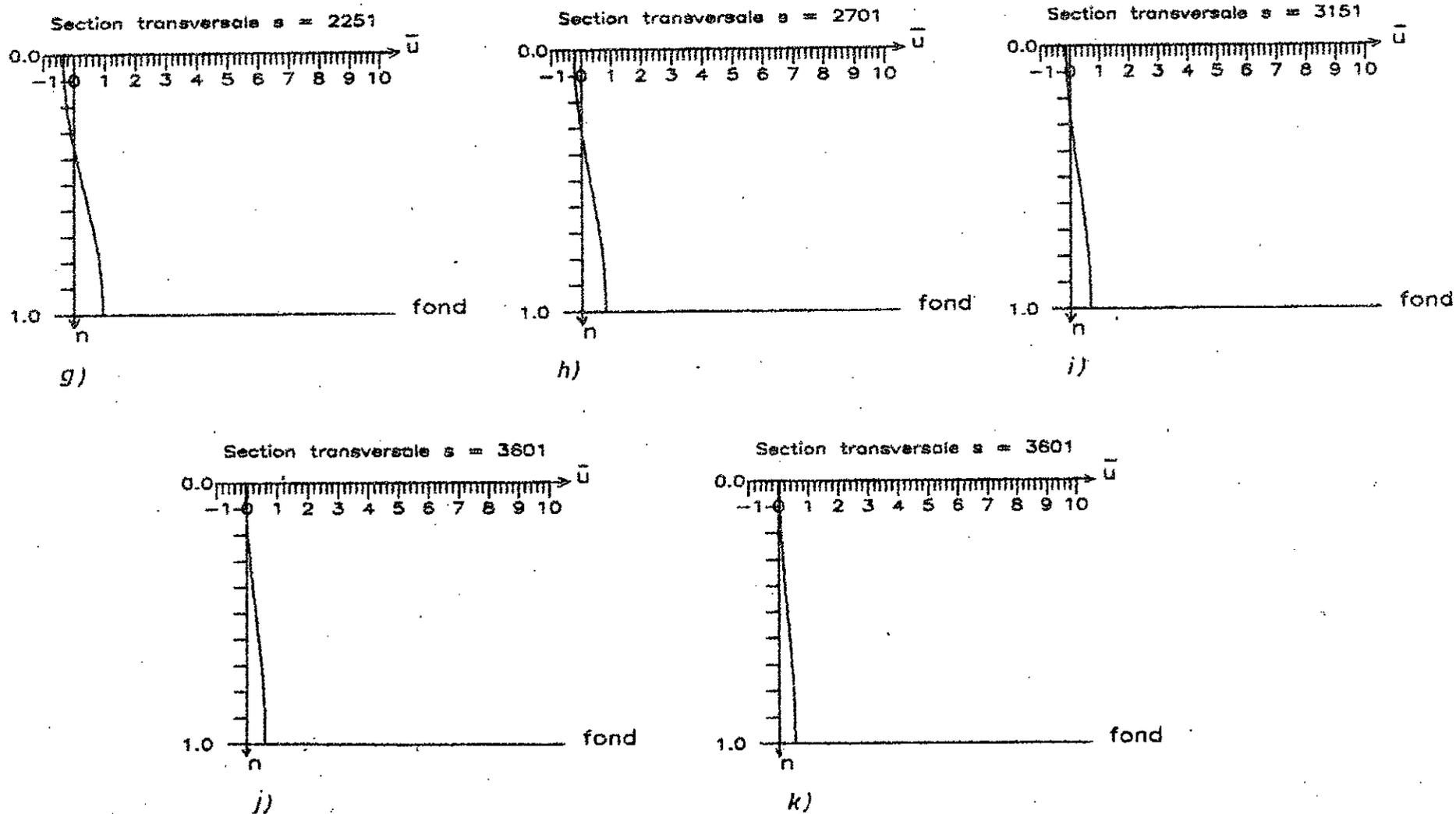


k)

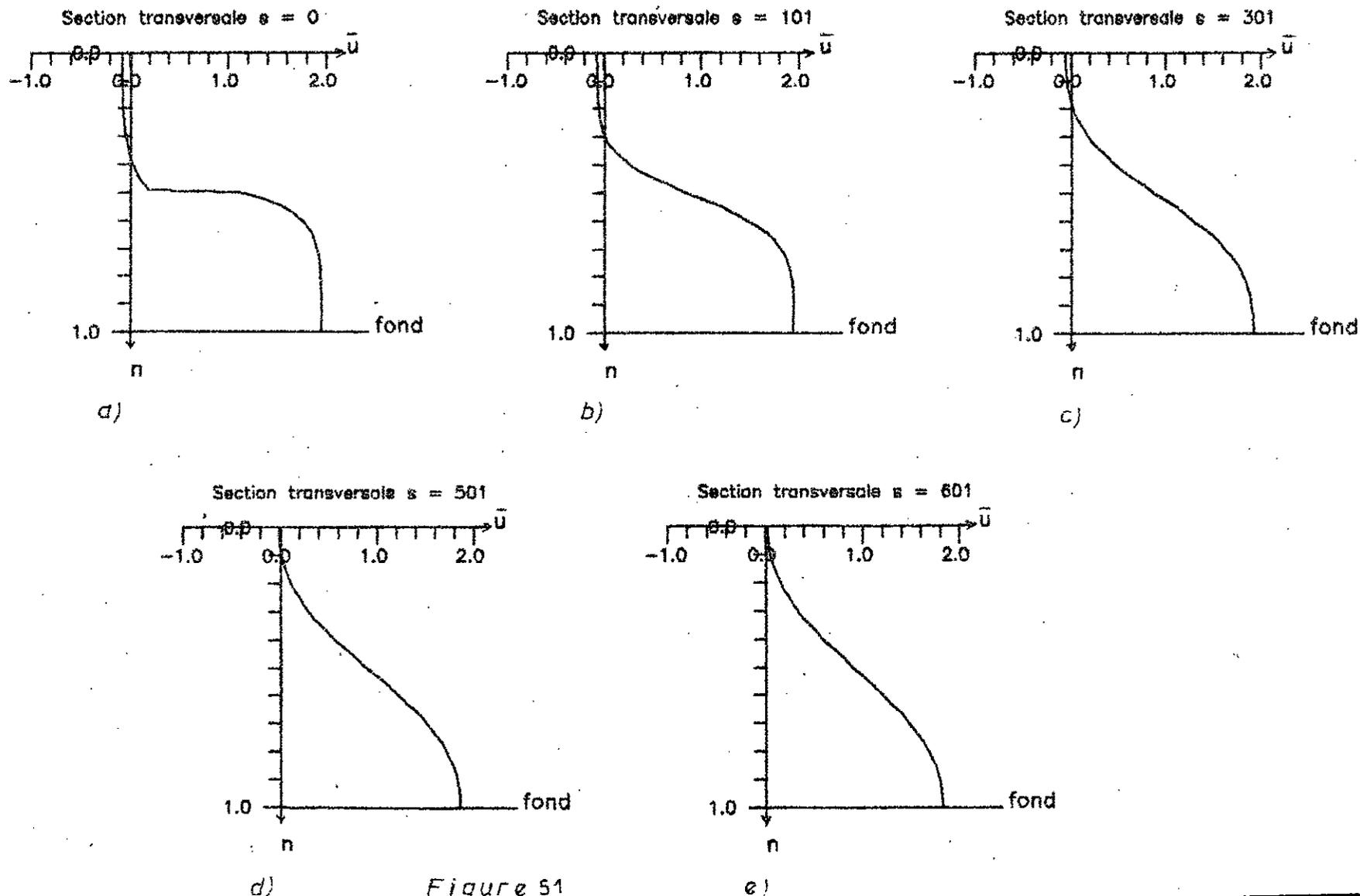
REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 10$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\xi_t = \text{constante}$



REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 10$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\epsilon_t = \text{constante}$

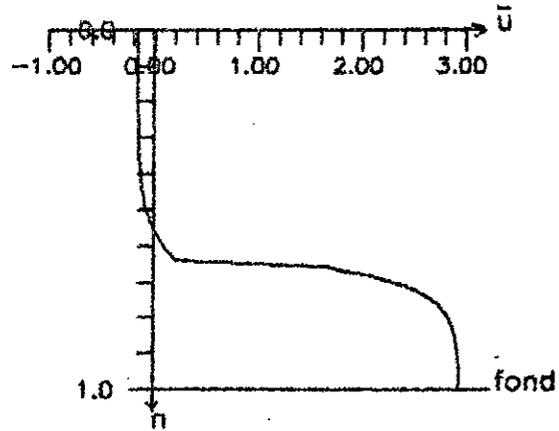


REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 2$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\epsilon_t = \text{lineaire}$



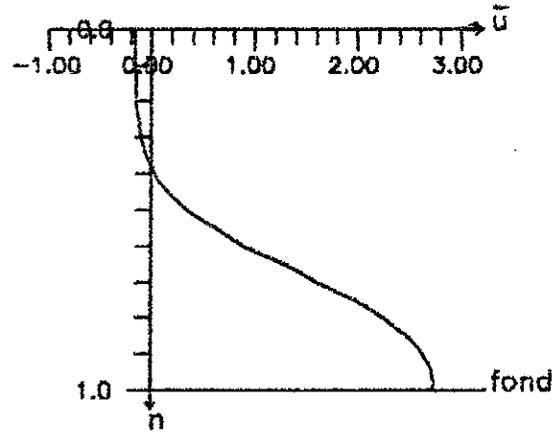
REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 3$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\varepsilon_t = \text{lineaire}$

Section transversale $s = 0$



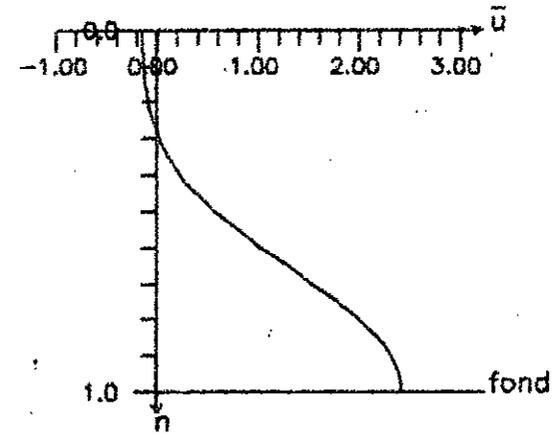
a)

Section transversale $s = 251$



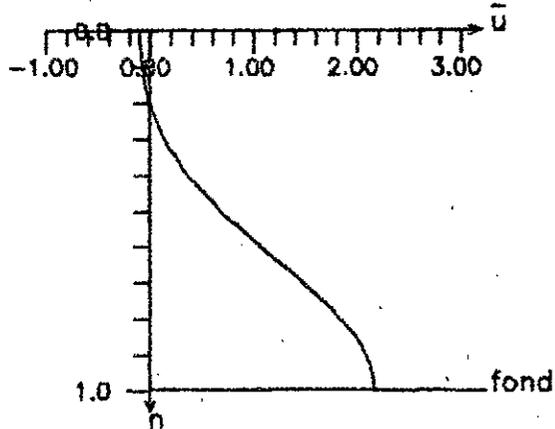
b)

Section transversale $s = 501$



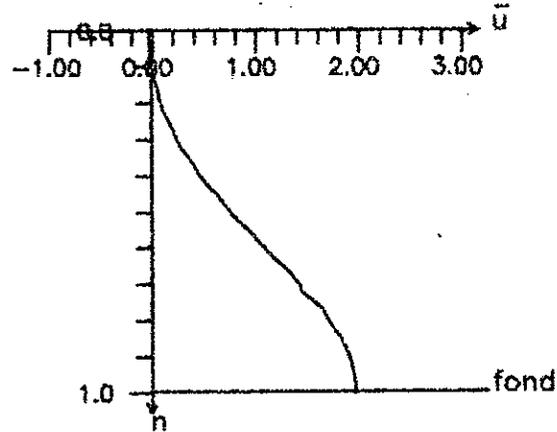
c)

Section transversale $s = 751$



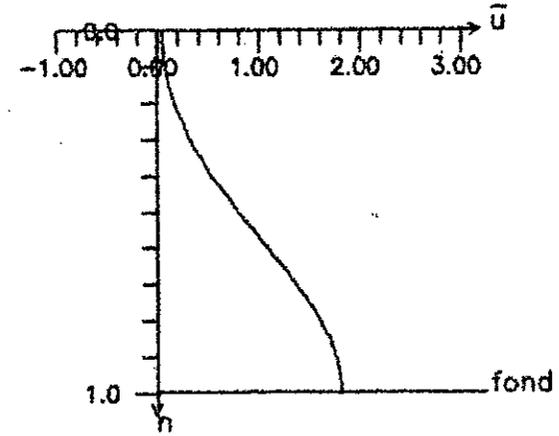
d)

Section transversale $s = 1001$



e)

Section transversale $s = 1251$



f)

REPARTITION DE LA VITESSE D'ÉCOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFÉRENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 4$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\epsilon_t = \text{lineaire}$

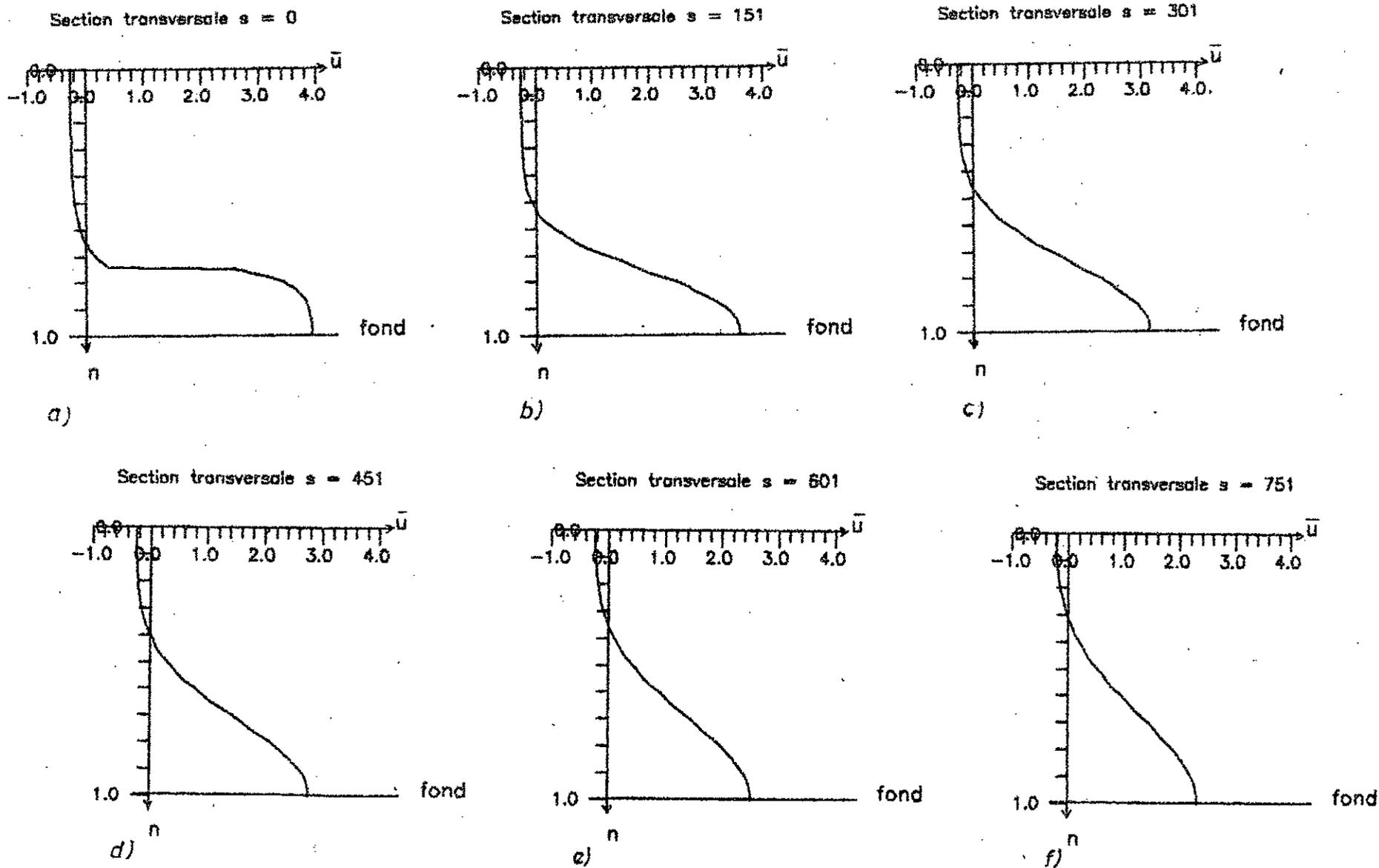


Figure 53

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / U_0 = 4$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\xi_t = \text{lineaire}$

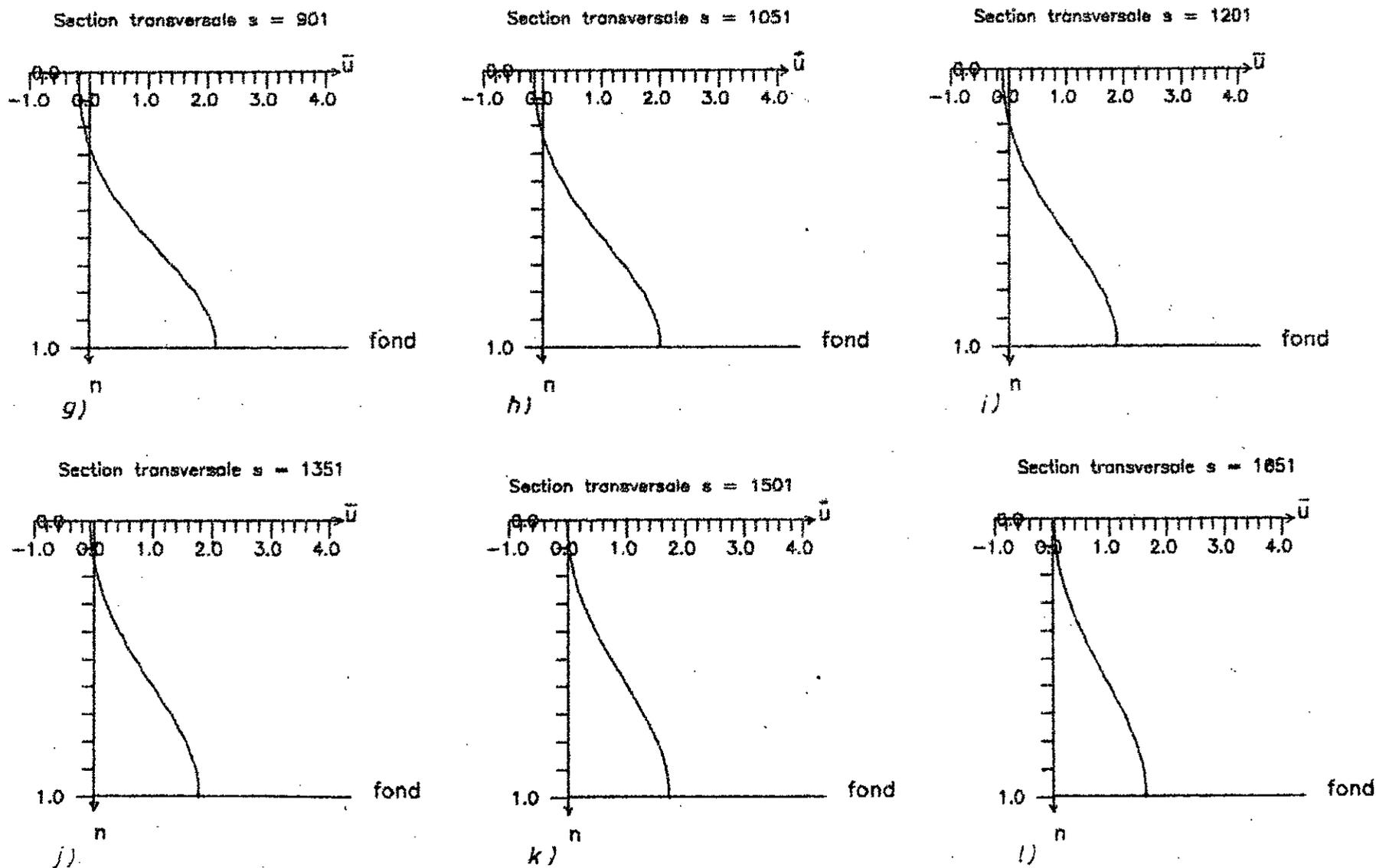


Figure 53'

REPARTITION DE LA VITESSE D'ÉCOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFÉRENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $u_s / \bar{U}_0 = 5$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\xi_c = \text{lineaire}$

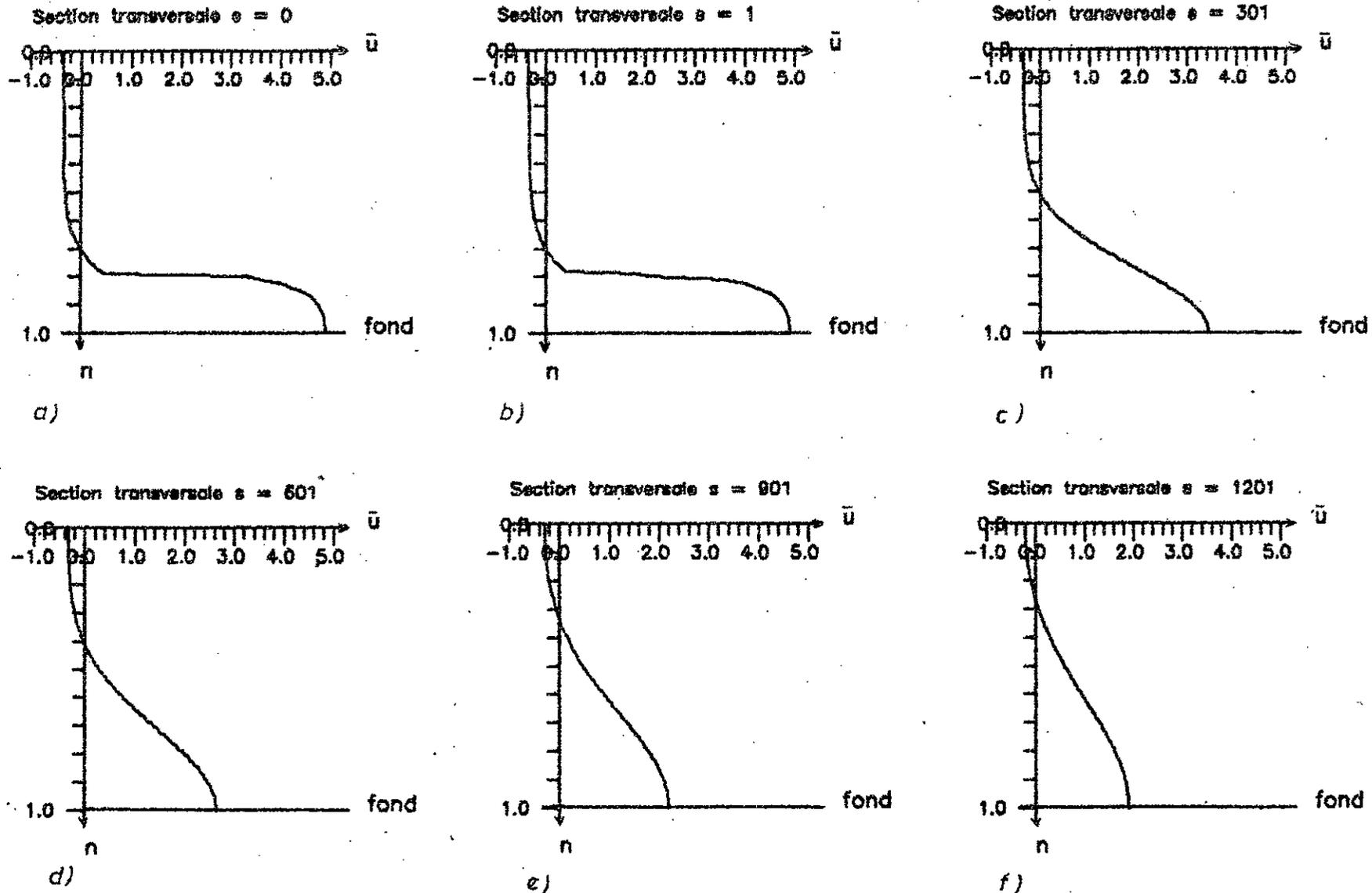
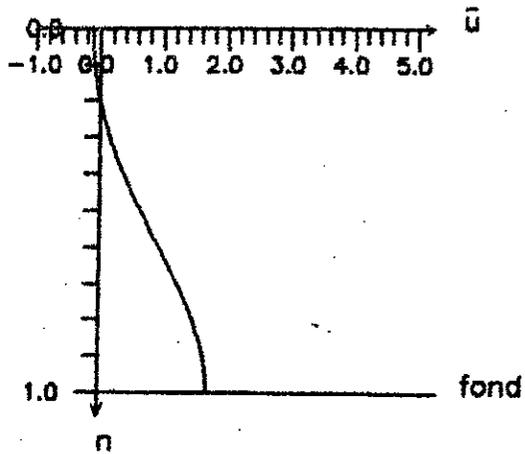


Figure 54

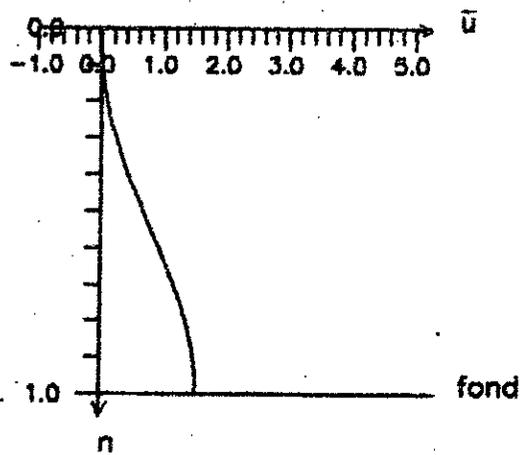
REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 5$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\epsilon_f = \text{linéaire}$

Section transversale $s = 1501$



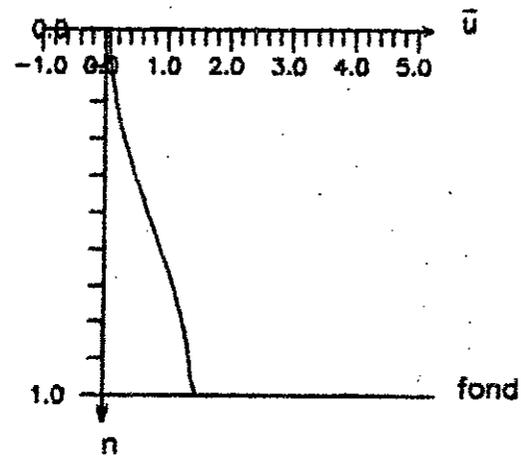
g)

Section transversale $s = 1801$



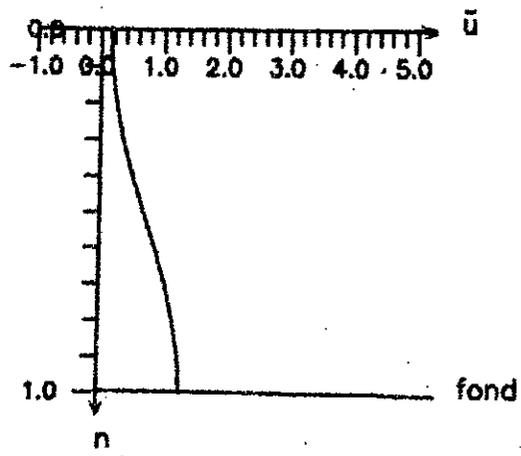
h)

Section transversale $s = 2101$



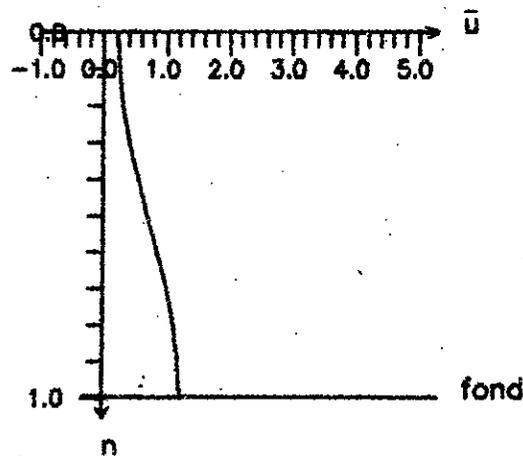
i)

Section transversale $s = 2401$



j)

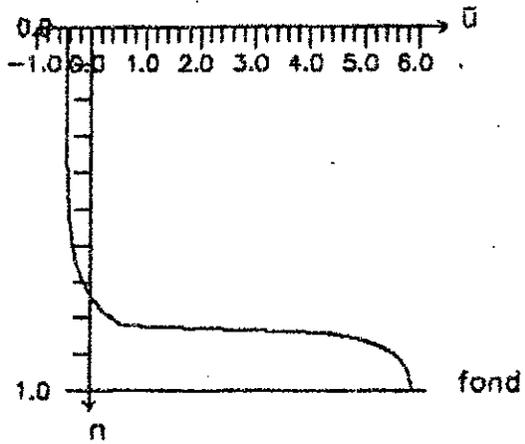
Section transversale $s = 2701$



k)

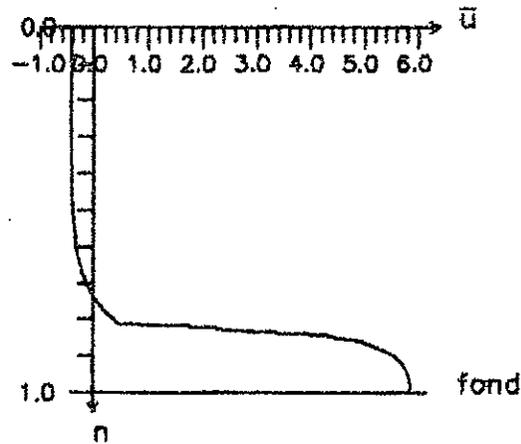
REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $q_s / \bar{U}_0 = 6$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT
 $\xi_t = \text{lineaire}$

Section transversale $s = 0$



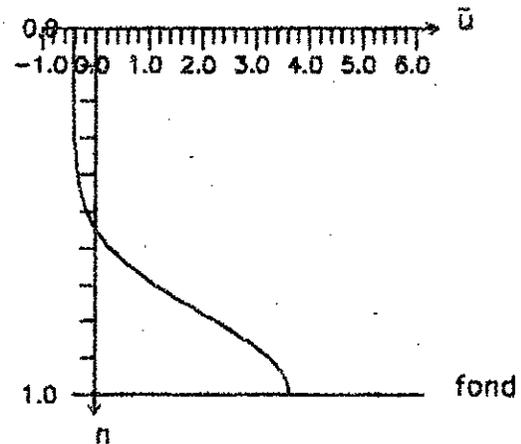
a)

Section transversale $s = 1$



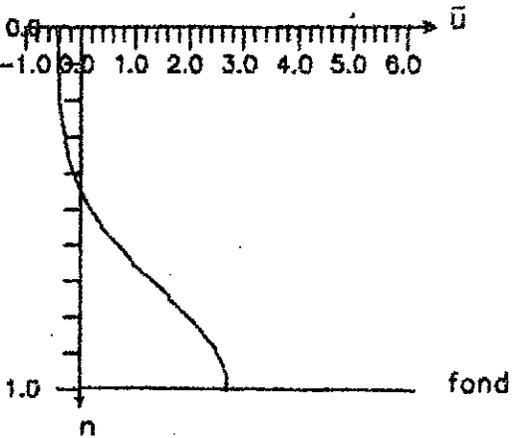
b)

Section transversale $s = 301$



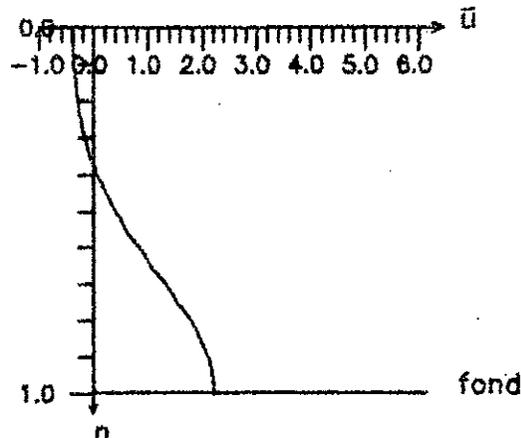
c)

Section transversale $s = 601$



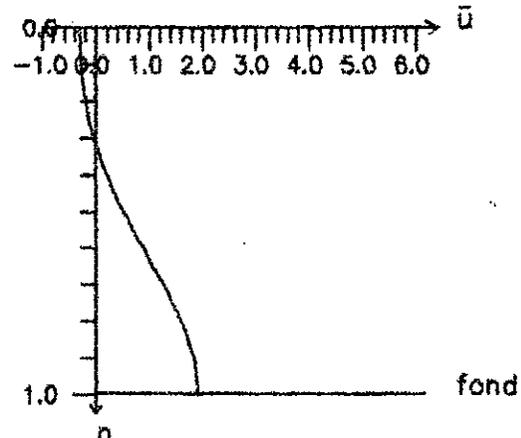
d)

Section transversale $s = 901$



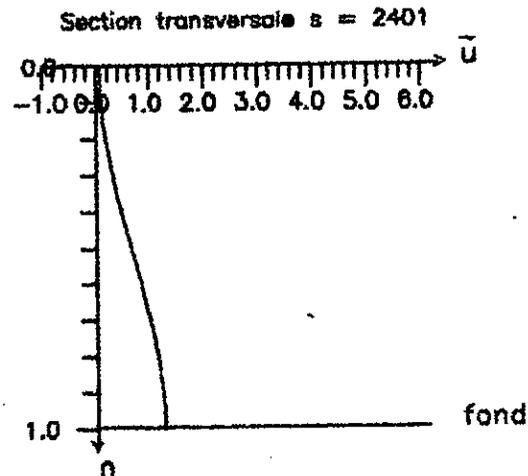
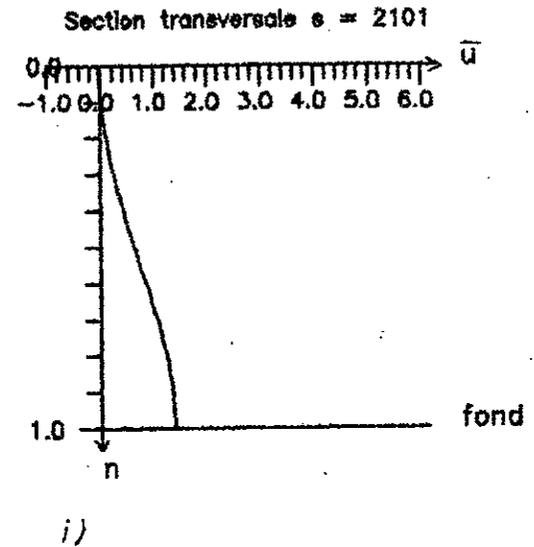
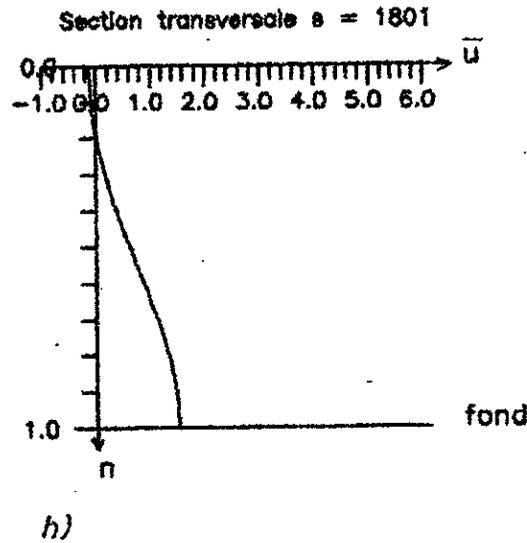
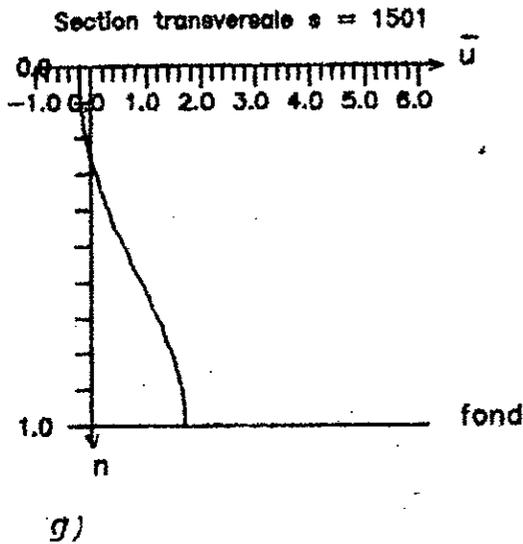
e)

Section transversale $s = 1201$



f)

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 6$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT
 $\epsilon_t = \text{lineaire}$



REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 7$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\xi_t = \text{lineaire}$

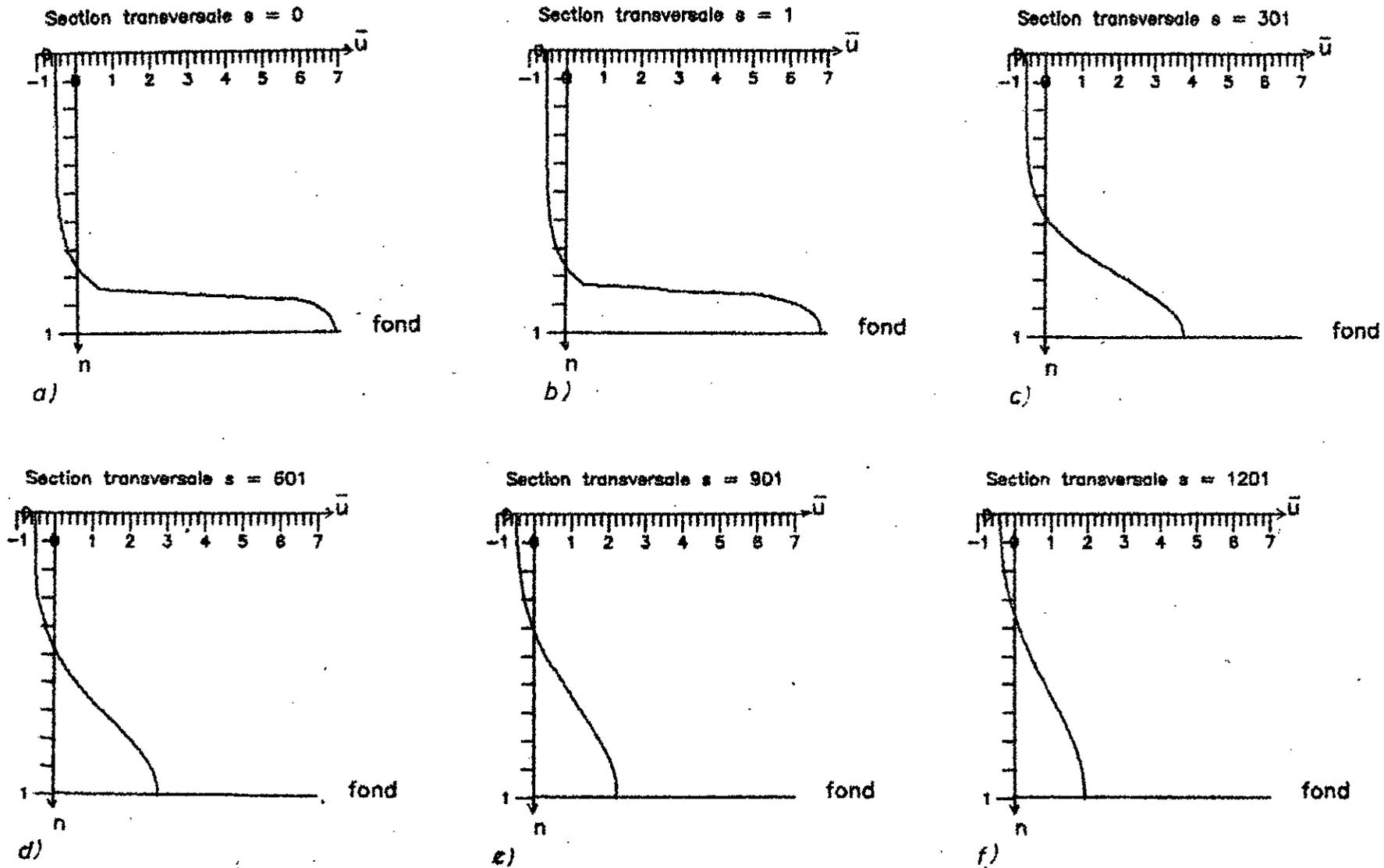
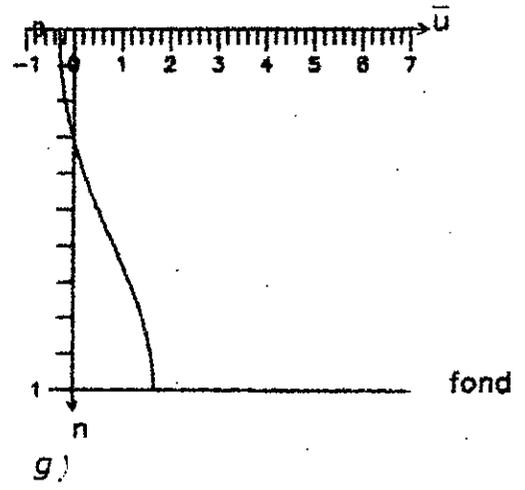


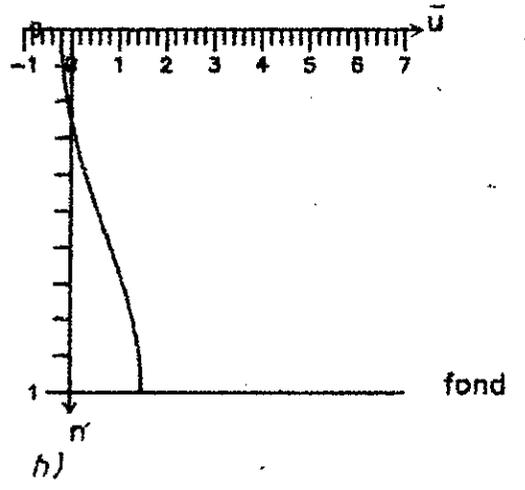
Figure 56

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{U}_0 = 7$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\epsilon_t = \text{lineaire}$

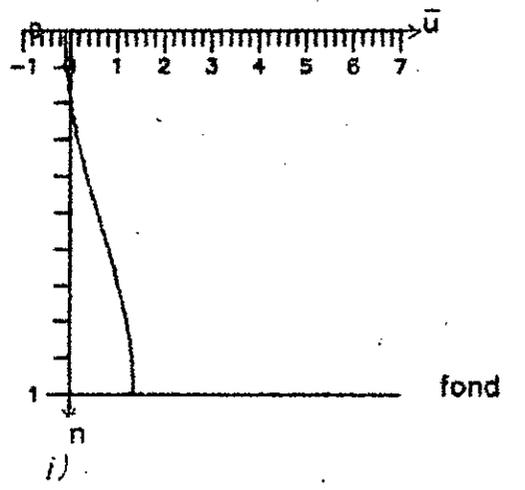
Section transversale s = 1501



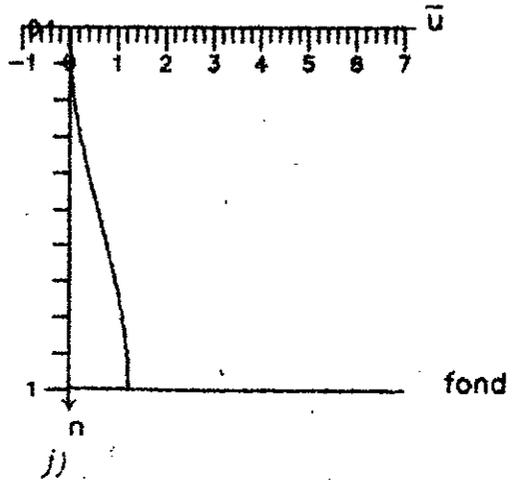
Section transversale s = 1801



Section transversale s = 2101



Section transversale s = 2401



Section transversale s = 2701

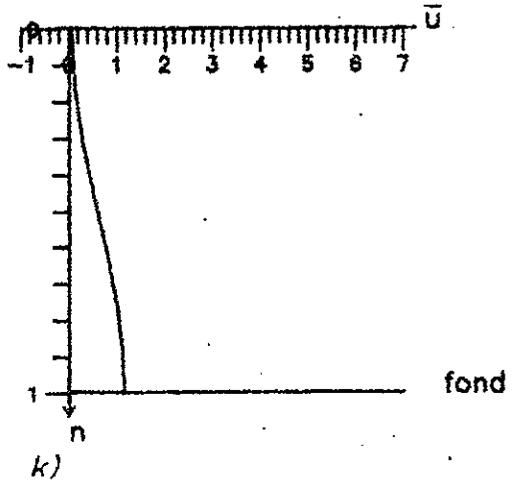


Figure 56'

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 8$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\epsilon_t = \text{lineaire}$

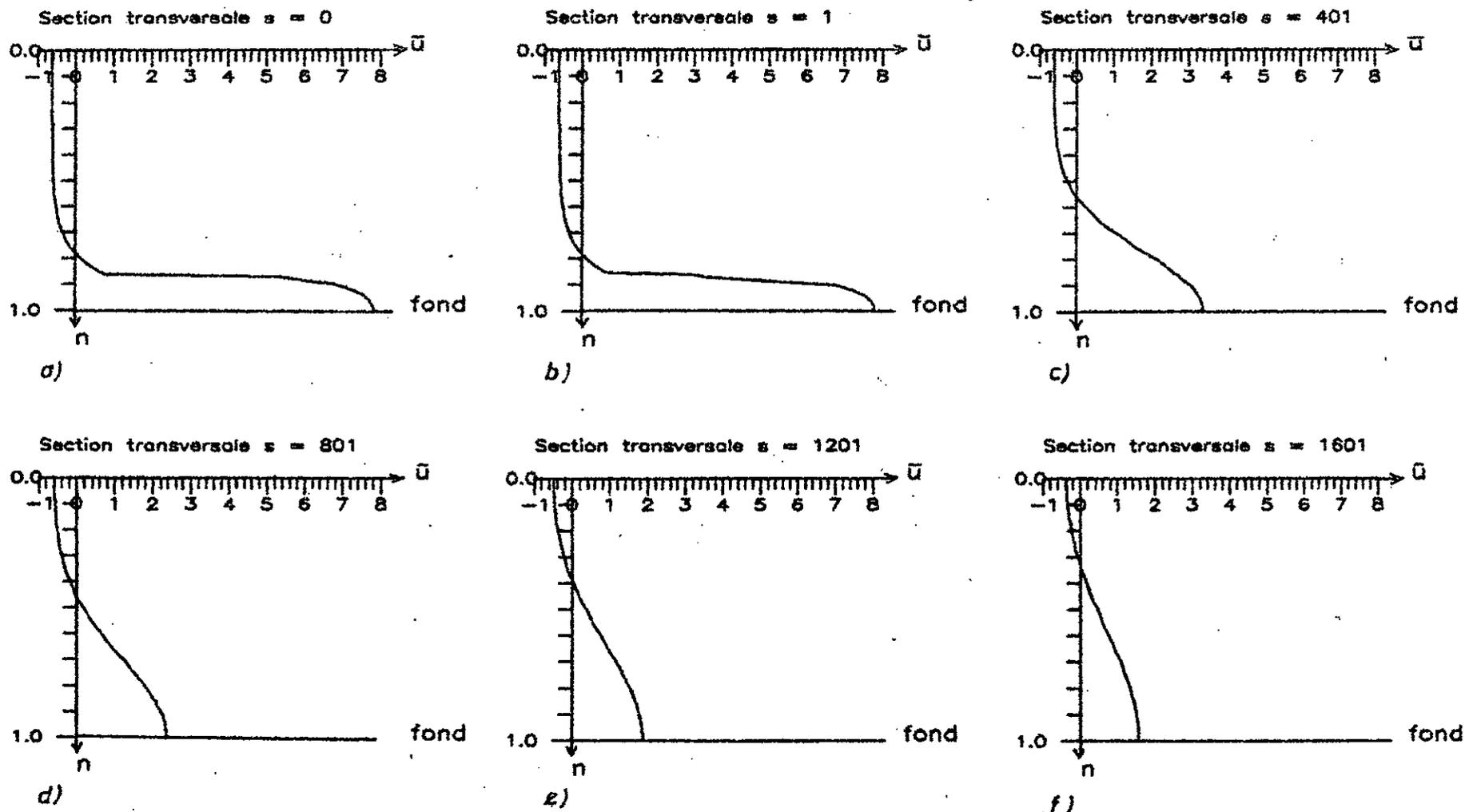
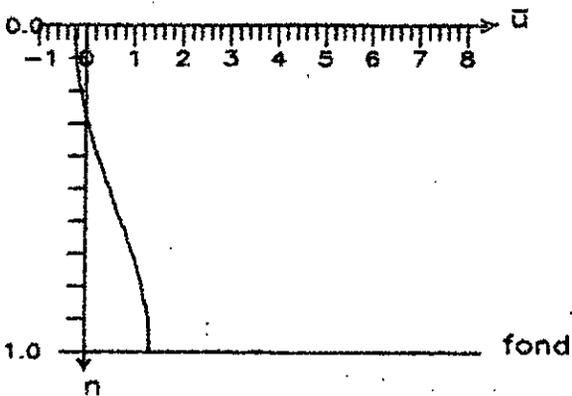


Figure 57

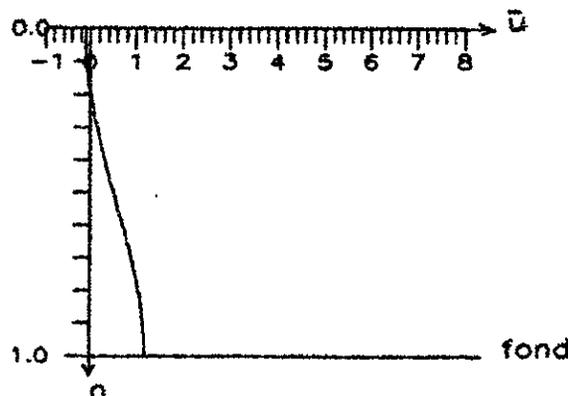
REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / U_0 = 8$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\epsilon_t = \text{lineaire}$

Section transversale s = 2001



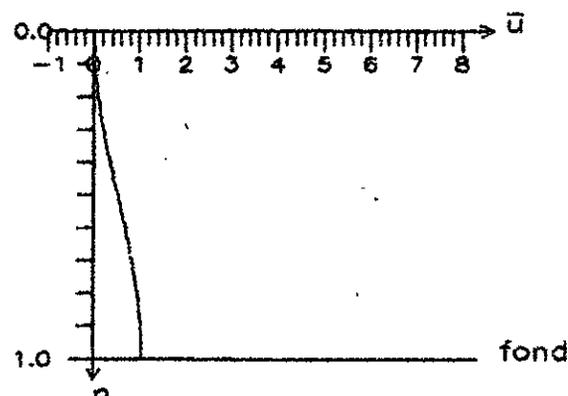
g)

Section transversale s = 2401



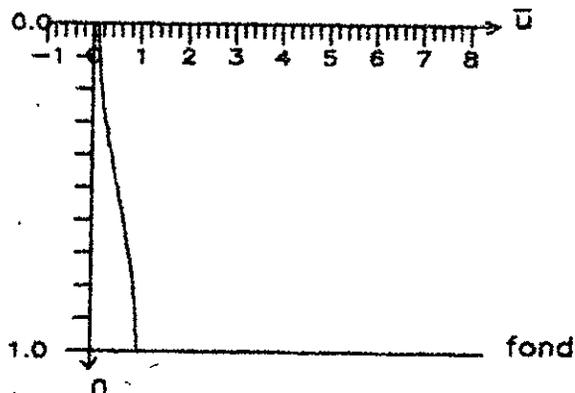
h)

Section transversale s = 2801



i)

Section transversale s = 3201



j)

Figure 57'

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS PLUSIEURS SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 9$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\xi_t = \text{lineaire}$

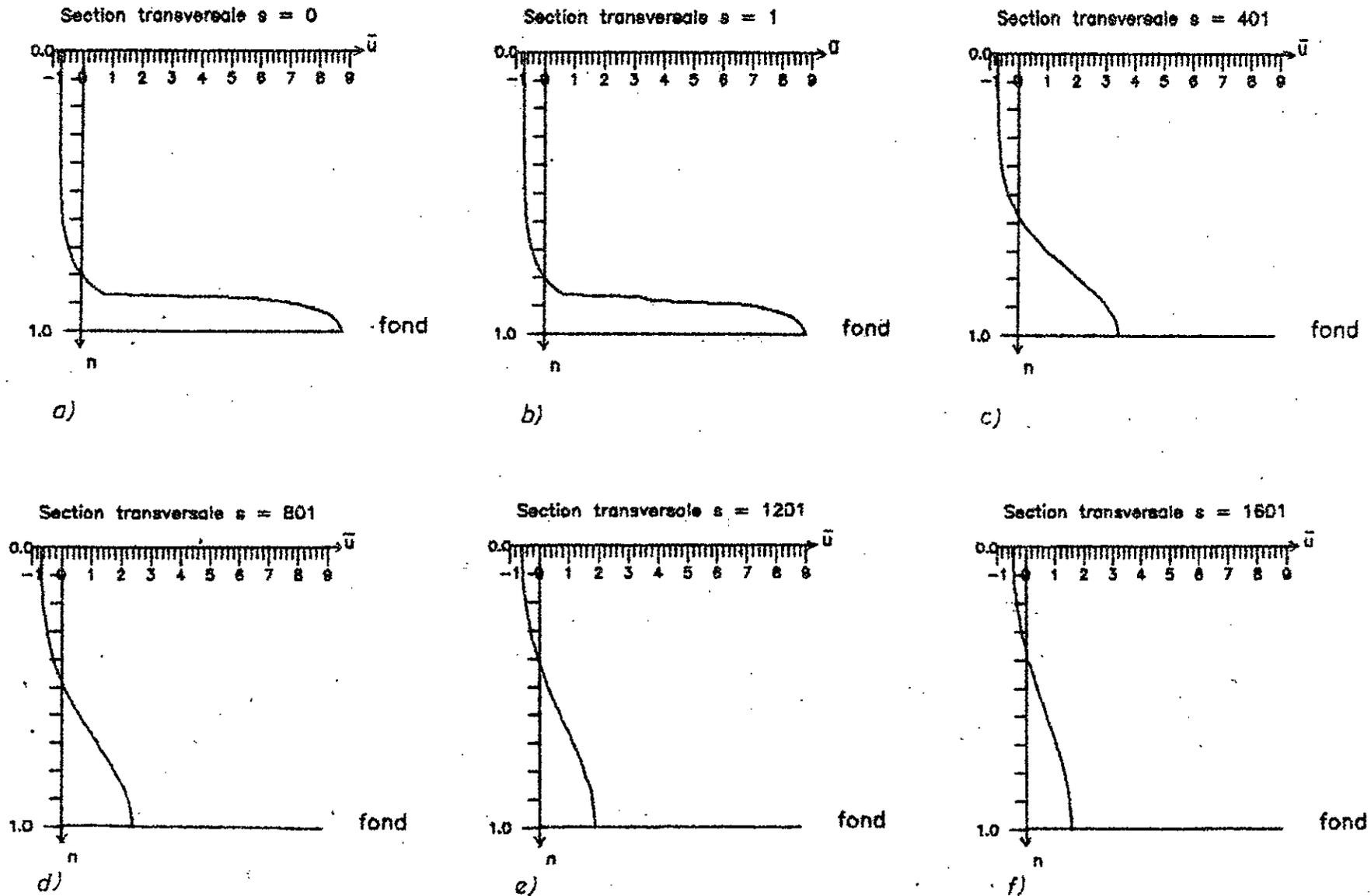
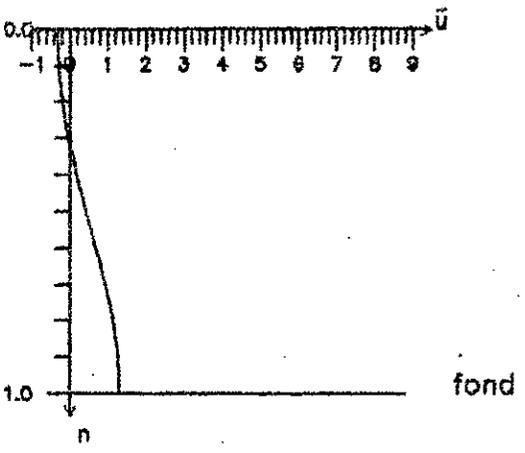


Figure 58

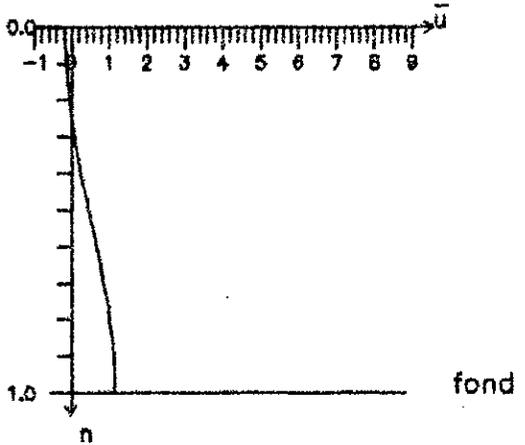
REPARTITION DE LA VITESSE D'ÉCOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS PLUSIEURS SECTIONS TRANSVERSALES POUR $u_s / \bar{U}_0 = 9$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\varepsilon_t = \text{lineaire}$

Section transversale s = 2001



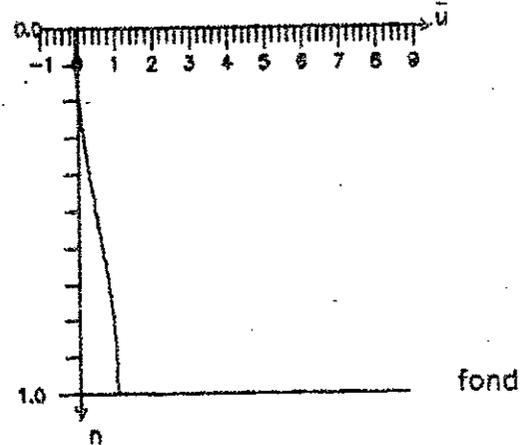
g)

Section transversale s = 2401



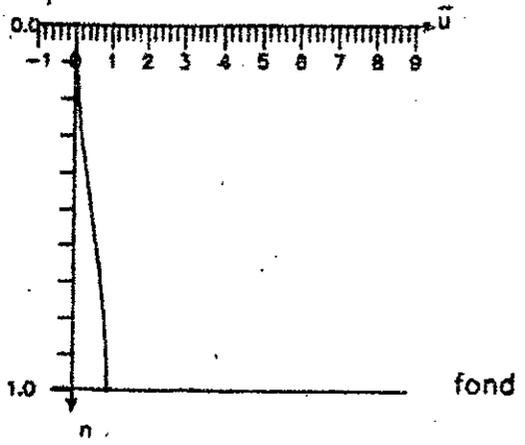
h)

Section transversale s = 2801



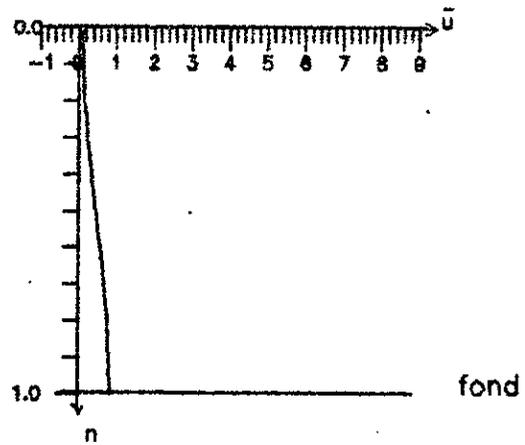
i)

Section transversale s = 3201



j)

Section transversale s = 3601



k)

REPARTITION DE LA VITESSE D'ÉCOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFÉRENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_5 / \bar{u}_0 = 10$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\epsilon_t = \text{lineaire}$

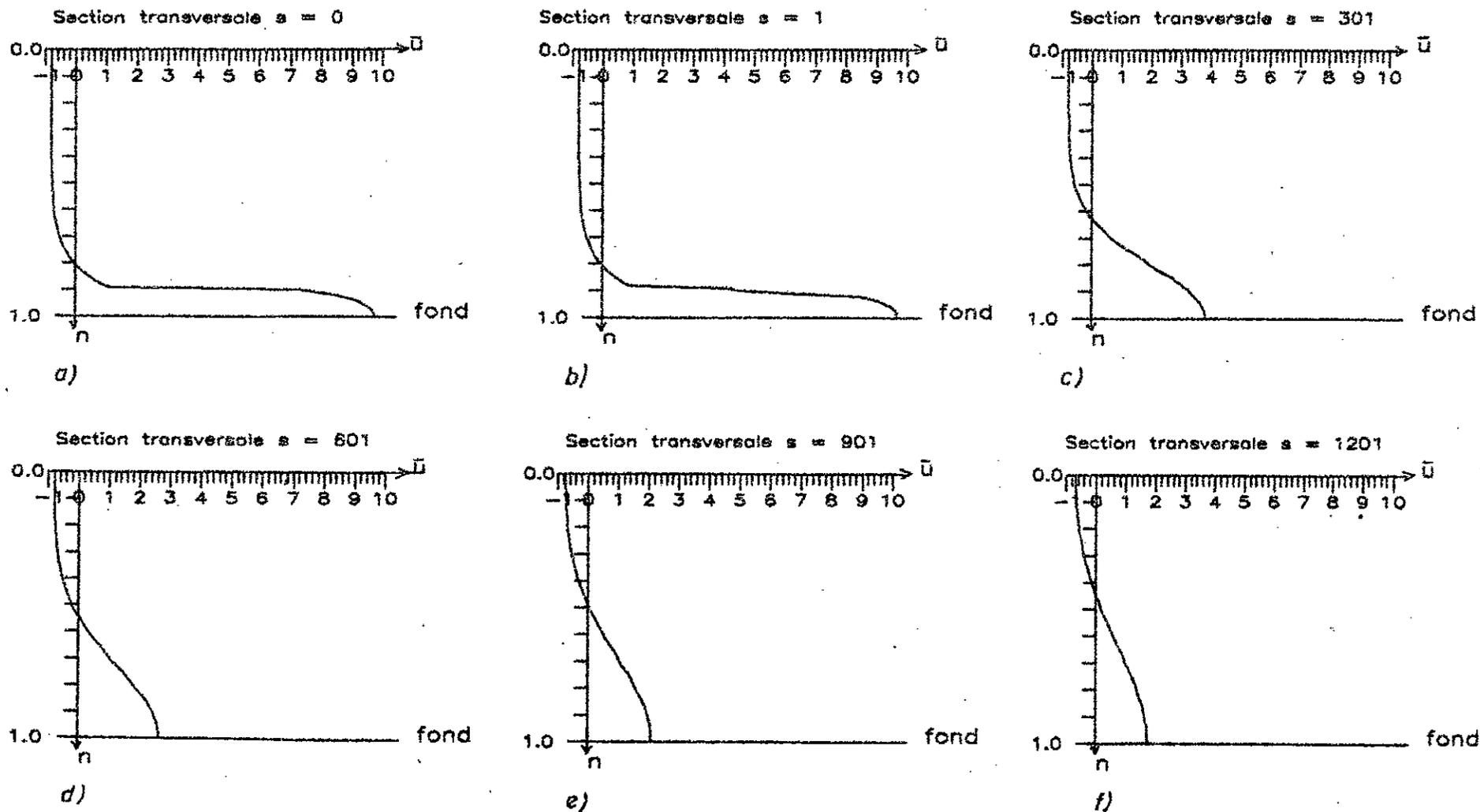


Figure 50

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 10$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\epsilon_t = \text{lineaire}$

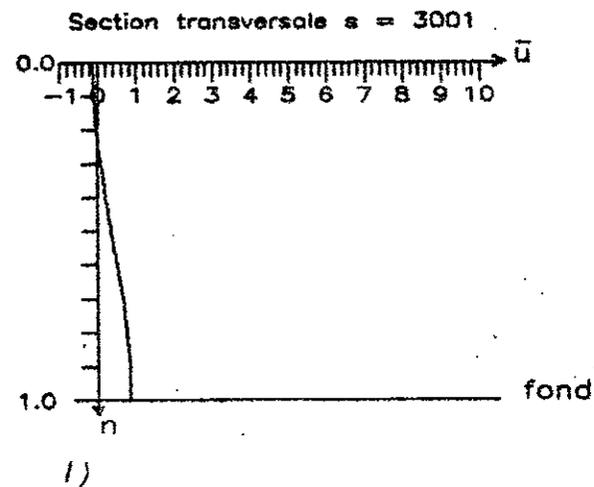
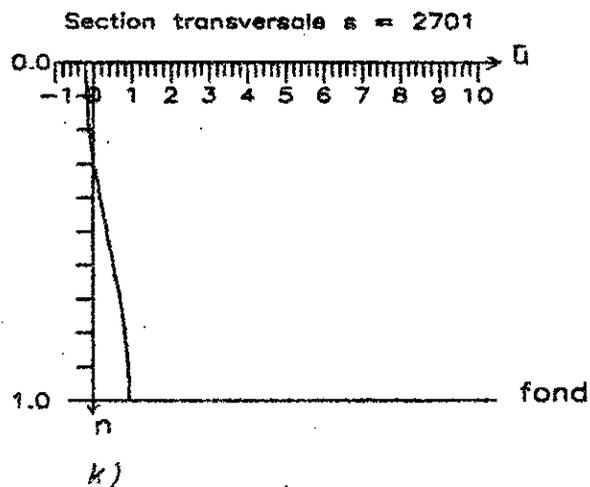
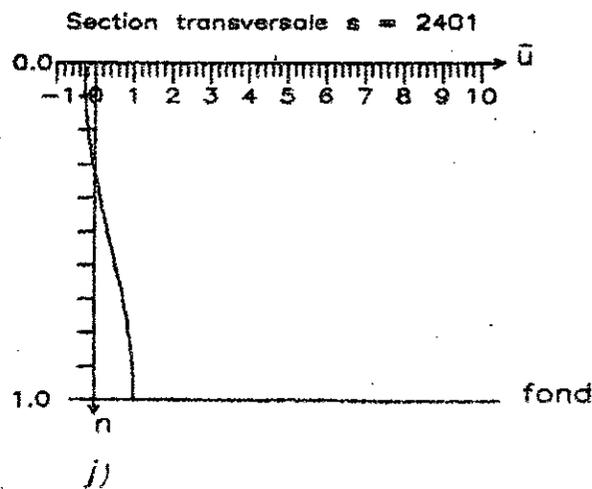
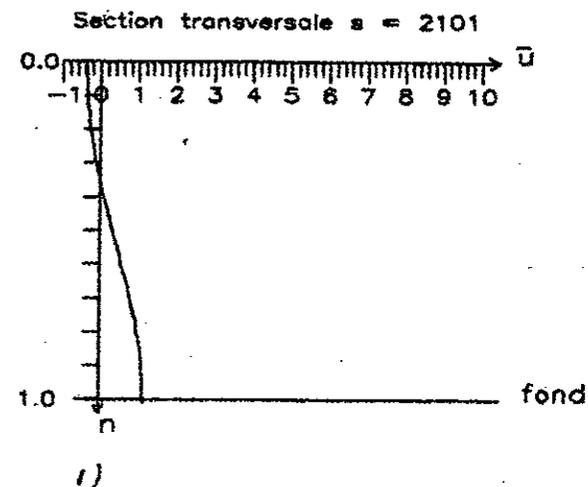
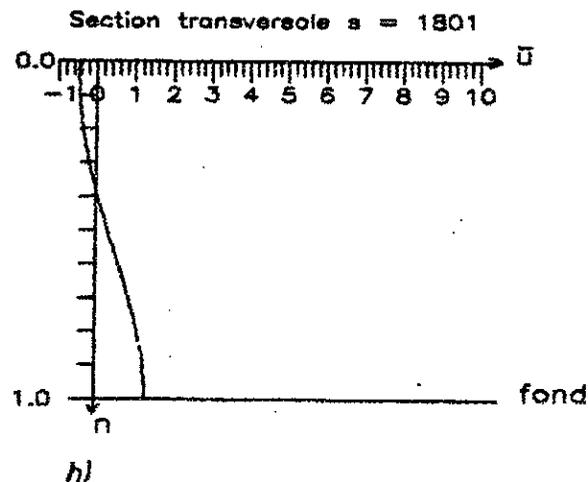
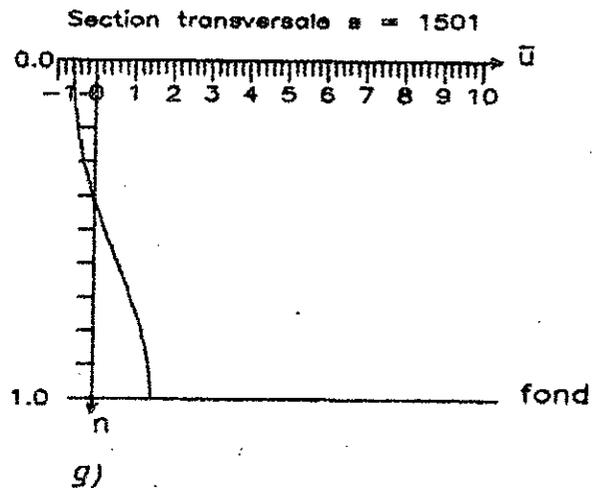


Figure 59'

REPARTITION DE LA VITESSE D'ECOULEMENT D'UN FLUIDE DANS UN RESSAUT
 HYDRAULIQUE DANS DIFFERENTES SECTIONS TRANSVERSALES POUR $\bar{u}_s / \bar{u}_0 = 10$
 AVEC FORCE DE FROTTEMENT AU FOND DU CANAL
 $\epsilon_t = \text{lineaire}$

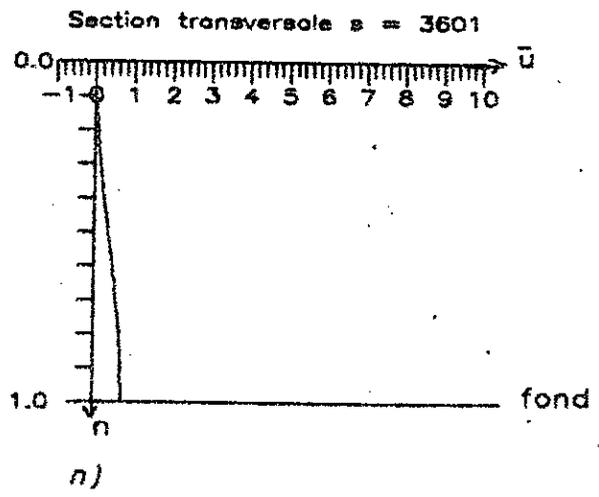
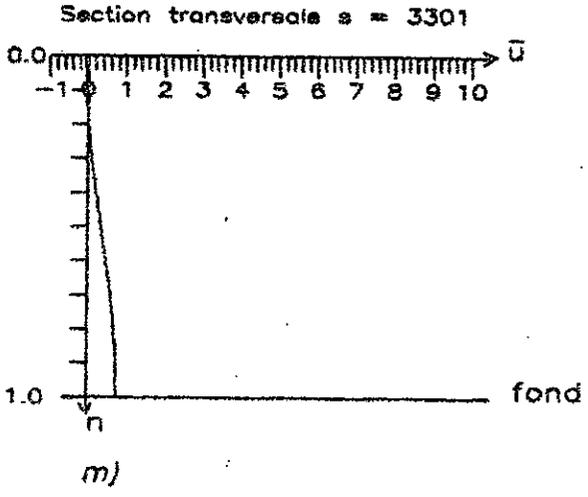


Figure 59ⁿ

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M.CARLIER : " Hydraulique générale et appliquée " ed EYROLLES, (1980).
- [2] V.T.CHOW : " Open channel hydraulics" ed MC GRAWHILL BOOK, (1959).
- [3] S.GODOUNOV et V.RIABENKI : " Schéma aux différences " ed OPU, (1987).
- [4] N.GOVINDA RAO et RAJARATNAM,N.S. : " the submerged hydraulic jump " Journal of the Hydraulics Division, Proceeding of ASCE, 1, (1963).
- [5] W.H.HAGER et K.HUTER : " Traitement approximatif du ressaut hydraulique avec zone de séparation au dessus de la zone de courant". Journal of the Hydraulic Research, 3, (1983).
- [6] W.H.HAGER : " Ressaut hydraulique dans des canaux rectangulaire non prismatiques". Journal of hydraulic research, vol 23, 1, (1985).
- [7] W.H.HAGER et N.V.BRETZ : " Ressaut hydrauliques par dessus des marches positives et négatives" journal of hydraulic research, volume 24, 1, (1986).
- [8] J.O.HINZE : " Turbulence" ed M.C GRAWHILL, (1959).
- [9] M.HUG : " Mécanique des fluides appliquées " ed EYROLLES, (1975).
- [10] M.KONOVALOV : " Les nappes libres turbulentes des liquides " ed MIR MOSCOU, (1962).
- [11] H.LEUTHEUSSER et V.KARTHA : " Effet of inflow condition on hydraulic jump " Journal of the Hydraulics Division Proceeding of the ASCE, volume 98, 8, (1972).
- [12] H.LEUTHEUSSER : " Caractéristiques du décollement de l'écoulement dans un ressaut hydraulique " Journal of the Hydraulic Research, volume 17, 3, (1979).
- [13] R.E.MC QUIVEY et E.V.RICHARDSON : " Some turbulence measurements in open channel flow" Journal of the Hydraulics

Division, Proceeding of the A.S.C.E,
volume 95, 1, (1965).

- [14] N.PISKONOV : " Calcul différentiel et intégral " -
Tome II, ed MIR MOSCOU, (1980).
- [15] F.RAICHLÉNE : " Some turbulence measurements in water " -
Journal of the Engineering Mechanics
Division, Proceeding of the ASCE, volume
93, (1967).
- [16] N.RAJARATNAM et : " Profil of the hydraulic jump " -
S.KANAKA Journal of the Hydraulics Division
ASCE, 3, (1968).
- [17] N.RAJARATNAM : " Submerged hydraulic jump " -
Journal of Hydraulics Division Proceed-
ing of the A.S.C.E, 4, (1965).
- [18] N.RAJARATNAM : " Hydraulic jumps " Adevances Hydrosience
ed V.T. CHOW, Academic Press NEW YORK,
volume 4, (1967).
- [19] N.RAJARATNAM et : " Flow équation for the sluice gate " -
K.SUBRAMANYA proc. ASCE, d'Irrigation and Drainage
Division, volume 93, 3, (1967).
- [20] N.RAJARATNAM et : " Flow immediately below submerged
K.SUBRAMANYA sluice gate " proc. ASCE, Journal
Hydraulic Division, volume 93, (1967)
- [21] N.RAJARATNAM et : " Pratical problem of sluice gate flow " -
K.SUBRAMANYA Water Power, March, (1969).
- [22] N.RAJARATNAM et : " Free flow up stream of vertical
A.HUMPHRIES sluice gates " Journal Hydraulic
Research, volume 20, 5, (1982).
- [23] RAMAPRASAD et : " Application of momentum equation in
N.GOVINDA RAO the hydraulic jump " Houille blanche,
4, (1966).
- [24] F.J.RESH et : " Mesure de turbulence dans le ressaut
H.LEUTHEUSSER hydraulique " Houille Blanche, 1,
(1974).
- [25] F.J.RESH et : " Le ressaut hydraulique - Mesure de la
H.LEUTHEUSSER turbulence dans la région diphasique " -
Houille blanche, 4, (1972).
- [26] F.J.RESH et : " Mesure des tensions de Reynolds dans
H.LEUTHEUSSER le ressaut hydraulique "

- [27] F.J.RESH, H.LEUTHEUSSER et ALEMLI,S. : " Bubly two phase flow hydraulic jump " Journal of Hydraulic Division , proceeding ASCE, volume 100, HY 1, (1974).
- [28] F.J.RESH, H.LEUTHEUSSER et COANTIC,M. : " Etude de la structure cinématique et dynamique du ressaut hydraulique " Journal of Hydraulic Research volume 14, 4, (1976).
- [29] W.C.REYNOLDS : " La simulation des modèles dans la turbulence " Tome 2, ed Eyrolles, (1983).
- [30] E.V.RICHARDSON et R.E.MC QUIVEY : "Measurement of turbulence in water" Journal of the Hydraulic Division , proceeding of the ASCE, volume 94, 2, (1968).
- [31] B.RICHARDS et J.D.FAIRER : " Numerical analysis " Prindle Weber and Schmdt, BOSTON, (1981)
- [32] H.ROUSE, T.SIAO et S.NAGARATNAM : " Turbulence characteristics of the hydraulic jump " Trans. ASCE, volume 124, (1959).
- [33] S.H.SCHLITING : " Boundary layer theory " ed MC GRAW HILL, (1968).
- [34] R.SINNIGER et W.H.HAGER : " Construction hydrauliques - écoulements stationnaires - Presse Polytechnique Romande, (1988).
- [35] L.J.TISON : " Theorie des cours d'eau en mouvement permanent phénomène de filtration " ed GAND, (1953).