

M0030/004

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique
Département de Génie Mécanique

المعهد الوطني المتعدد التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

Thèse de Magister En Génie Mécanique

Présentée par : **KAMEL. SEFIA**
(Ingénieur en Mécanique E.M.P)

Thème

MODELISATION DES ERREURS D'UNE
MACHINE A MESURER TRIDIMENSIONNELLE

Présentée le, 2.7.2000 devant le jury composé de :

Président:	S.RECHAK	Professeur,E.N.P
Rapporteur:	M.BOUAZIZ	Maître de Conférences,E.N.P
Examineur:	H.BELHANECHÉ	Docteur,E.N.P
Examineur :	T. KIRATI	Docteur, U.Boumerdes
Examineur:	H. LADJAMA	Docteur, U.S.T.H.B

Invité : .AMARA Chargé de cours, I.N.A

Ecole Nationale Polytechnique 10, Avenue Hassen Badi, El-Harrach, Alger

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique
Département de Génie Mécanique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Thèse de Magister En Génie Mécanique

Présentée par : **KAMEL. SEFIA**
(Ingénieur en Mécanique E.M.P)

Thème

MODELISATION DES ERREURS D'UNE
MACHINE A MESURER TRIDIMENSIONNELLE

Présentée le, 2.7.2000 devant le jury composé de :

Président:	S.RECHAK	Professeur,E.N.P
Rapporteur:	M.BOUAZIZ	Maître de Conférences,E.N.P
Examineur:	H.BELHANECHÉ	Docteur,E.N.P
Examineur :	T. KIRATI	Docteur, U.Boumerdes
Examineur:	H. LADJAMA	Docteur, U.S.T.H.B

Invité : .AMARA Chargé de cours, I.N.A

Ecole Nationale Polytechnique 10, Avenue Hassen Badi, El-Harrach, Alger

DEDICACE

Je dédie cette thèse à ma mère ALDJIA à mon père TAHAR qui m'ont ouvert la voie vers le savoir et le bien être, à ma femme WAHIBA qui ma soutenue dans les moments difficiles, et enfin à mes deux enfants CHAHINAZ et ABDELKRIM pour leurs innocences. Que tous ceux que je n'ai pas cités trouvent ici mes meilleurs sentiments et respects.

Avant-propos

Il est difficile d'exprimer en peu de mots tout ce que je dois à Monsieur Mohamed BOUAZIZ, Maître assistant à l'école Nationale Polytechnique, qui m'a guidé tout au long de cette Thèse. Cette expérience de quelques années constitue un point d'inflexion essentiel de ma trajectoire professionnelle et personnelle, et m'a permis d'aborder le métier d'ingénieur avec plus d'atouts et plus de sérénité. Qu'il reçoive ici toute ma gratitude et mes plus vifs remerciements.

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués aux:

- Laboratoire des procédés d'usinage LPF / UERCFM / Ecole Militaire Polytechnique.
- Laboratoire de métrologie de ZEISS (France) / Stage:12/98-03/99.

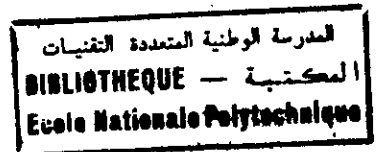
Je tiens à remercier vivement, Monsieur MEYER, Directeur de ZEISS France, le Directeur de marketing CERISIER, son adjoint Monsieur BAUDET qui m'ont accueilli au sein de leur établissement et qui m'ont fourni les moyens d'aboutir.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Messieurs A.BELHADJ, Directeur de l'école Militaire Polytechnique, M.DAMOU, Directeur de la Recherche et de la Formation Post-Graduée / EMP, T.FARES chef de l'U.E.R- CFM, A YOUSNADJ chef de l'U.E.R- MA / EMP, et K.ISRIG Chef du LPF.

Je tiens à remercier également tous les membres de jury présidé par le professeur S.RECHAK. Il me reste à remercier Mr. N. MAIZA, Mr. A. Xavier et Mr. C.GHEBACHE pour leurs encouragements et qui m'ont toujours rendu service avec compétence et cordialité.

Enfin, Je tiens à remercier mes parents, qu'ils voient dans cette thèse l'un des fruits des efforts qu'ils ont fourni pour donner à leurs enfants l'accès au savoir et au bien-être.

SOMMAIRE



1. INTRODUCTION GENERALE	1
2. DEFINITION DU CADRE DE L'ETUDE	4
CHAPITRE I : STRUCTURE DES MMT ET MODELISATION DES ERREURS	
1: Configuration géométrique des machines à mesurer	7
1.1: Qu'est-ce qu'une MMT	7
1.2: Importance de l'architecture des MMT	8
1.2.1 : MMT Type portique	8
1.2.2 : MMT Type col de cygne	9
1.2.3 : MMT Type à bras horizontal	10
1.2.4 : MMT Type pont	10
1.2.5 : MMT Type à coordonnées cylindriques	11
2: Caractéristiques métrologiques	11
2.1 : Première démarche	11
2.2 : Deuxième démarche	12
2.3 : Remarques sur les causes d'erreur	12
3: Conséquences de la configuration des machines sur l'erreur globale	14
3.1: L'erreur d'Abbe	14
3.2: Modélisation des erreurs	15
3.2.1 : Définition de l'erreur	15
3.2.2 : Représentation de l'erreur	15
3.2.3 : Erreur de justesse et de répétabilité	15
3.2.4 : Erreur aléatoire et erreur déduite	16
3.3: Objectif de la connaissance de l'erreur	17
3.3.1 : Modélisation	18
3.3.2 : Types de déplacements	19
3.3.2.1 : 1 ^{er} cas : déplacement rectiligne	19
3.3.2.2 : 2 ^{ème} cas : déplacement curviligne	19
3.3.2.3 : 3 ^{ème} cas : déplacement curviligne avec bruit	20
3.4 : Conclusion	22
CHAPITRE II : APPROCHES EXTERNE ET GLOBALE D'EVALUATION DE LA PRECISION	
1 : Modèle d'identification géométrique	24
1.1: Modèle des 21 erreurs	24
1.1.1 : Description des erreurs d' une glissière	24
1.1.2 : Vecteur d'erreur	25
1.1.3 : Erreurs de perpendicularité	26
1.1.4 : Récapitulatif	27
1.2: Modèle de composition des 21 erreurs	28
1.2.1 : Le lissage	29
1.2.2 : Modèle de composition	29
1.2.2.1 : Composition géométrique	29
1.2.2.2 : Composition cinématique	31
2 : Solides déformables	32
2.1: L'équipage palpeur	32
2.2 : Le poids de la structure	32
2.3 : Les variations de la température	32
3: Moyens de contrôle pour la mesure des défauts géométriques	32
3.1 : Types d'erreurs	32

3.1.1 : Erreur de positionnement	33
3.1.2 : Erreur de rectitude	33
3.1.3 : Erreur de positionnement angulaire	34
3.1.4 : Erreur de perpendicularité	34
4 : Approche globale d'étalonnage	35
4.1 : Méthodes directes	35
4.2 : Modélisation curviligne	35
4.2.1 : Champ de déplacement	36
4.2.2 : Détermination du tenseur de déformation pure	37
4.2.3 : Détermination du tenseur métrique	37
4.2.4 : Champ de déplacement du premier ordre	37
4.2.5 : Récapitulatif	38
4.2.6 : Applications	38
5 : Conclusion	38
CHAPITRE III : MODELISATION D'UNE MMT	
1 : Introduction	41
2 : Modélisation d'une machine bidimensionnelle	41
2.1 : Modélisation d'une glissière	41
2.1.1 : Glissière parfaite	41
2.1.1.1 : Fonction guidage	41
2.1.1.2 : Fonction mesure	41
2.1.1.3 : Synthèse	42
2.1.2 : Glissière réelle	42
2.1.2.1 : Fonction guidage	42
2.1.2.2 : Fonction mesure	43
2.1.2.3 : Trajectoire d'un point	43
2.1.3 : Hypothèses simplificatrices	44
2.1.3.1 : Variables aléatoires	44
2.1.3.2 : Système bidimensionnel	45
2.1.3.3 : Direction de mesure	45
2.1.3.4 : Système rectiligne localement	45
2.1.4 : Expressions des écarts	46
2.1.4.1 : Au point d'étalonnage	46
2.1.4.2 : En un point quelconque	46
2.2 : Modélisation d'un système bidimensionnel de mesure	46
2.2.1 : Système réel : trajectoire d'un point	46
2.2.2 : Modélisation du système bidimensionnel localement.	48
3 : Conclusion	49
CHAPITRE IV : EVALUATION DES DEFAUTS DE BASE ET DES ERREURS SYSTEMATIQUES PAR LA MESURE D'UNE LONGUEUR	
1 : Calcul du tenseur métrique par la mesure d'une «longueur»	51
1.1 : Introduction	51
1.2 : Calcul du tenseur métrique	52
1.2.1 : Notation	52
1.2.2 : Expression de la distance	52
1.2.2.1 : Produit scalaire et tenseur fondamental	52
1.2.2.2 : Norme d'un vecteur	53
1.2.3 : Calcul des composantes du tenseur dans la base de mesure	53
1.3 : Bases locales	55
1.4 : Unités utilisées	57

2.1.1 :Détermination de la position du solide	79
2.1.2 :Incertitude de position d'un point dans une direction donnée.	82
2.2 :Imprécision de positionnement d'un coulisseau de glissière d'une MMT	83
2.3 :Tenseur de résolution	84
2.4 :Interprétation des composantes	85
2.5:Vecteur d'incertitude	86
3:Quantification des erreurs aléatoires sur une machine à coordonnées	86
3.1 :Modélisation d'une Machine	86
3.2 :Tenseur de résolution associé à la machine	87
3.2.1 :Détermination du déplacement du point fonctionnel	87
3.2.2 :Incertitude de position du point fonctionnel d'une MMT	88
3.2.3 :Tenseur de résolution d'une MMT	88
3.3 :Imprécision de positionnement du point fonctionnel d'une MMT	89
3.3.1 :Volume d'incertitude	89
3.3.2 : Conséquences de l'imprécision des moyens de mesures sur le volume d'incertitude	90
4:Conclusion	92
CHAPITRE VI : APPLICATION , COMPARAISON ENTRE METHODES EXTERNE ET DIRECTE	
1 :Présentation des procédures de comparaison	94
1.1:Vecteurs d'écarts calculés à partir des défauts de base	97
1.1.1 :Modélisation de la machine	97
1.1.2 :Défauts de base	99
1.1.3 :Tenseur métrique calculé à partir des défauts de base	99
1.1.4 :Vecteur d'écart au point d'étalonnage	101
1.1.5 :Vecteur d'écart au point fonctionnel	101
1.1.6 :Comparaison des écarts	103
1.2 :Vecteurs d'écarts calculés par la méthode directe	104
1.2.1 :Méthode directe	104
1.2.2 :Détermination du tenseur métrique mesuré	104
1.2.3 :Comparaison des tenseurs calculés et mesurés	105
1.2.4 :Vecteur d'écart au point fonctionnel	106
1.2.5 :Comparaison entre la méthode externe et la méthode directe	106
2: Validation de la méthode directe sur des MMT modernes	107
2.1 : Constat de vérification sur centres de mesure 3D à portique	107
2.2 : Contrôle d'une MMT du type Portique Marque ECLIPS par la méthode directe	108
2.3 : Calcul des défauts géométriques locaux de l'ECLIPS par le tenseur métrique mesuré	109
3: Evolution de la précision dans le volume de travail de la MMT	111
4 : Conclusion	113
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES	
BIBLIOGRAPHIE	
ANNEXE 1 : Constat de vérification d'un centre de mesure 3D à portique.	
ANNEXE 2 : Photos du montage de mesure réalisé.	
ANNEXE 3 : Tableaux des paramètres de comparaison entre la méthode directe et externe plus la structure et l'organigramme du logiciel de mesure LOGI3D Réalisé	

NOTATIONS ET SYBOLES

Symboles	Sens des symboles	Unités
$u=T_{xx}$	Erreur de position	μm
$v=T_{xy}$	Erreur de rectitude horizontale	μm
$w=T_{xz}$	Erreur de rectitude verticale	μm
$\alpha = R_{xx}$	Erreur de roulis	$\mu\text{m}/\text{m}$
$\beta = R_{yy}$	Erreur de tangage	$\mu\text{m}/\text{m}$
$\gamma = R_{zz}$	Erreur de lacet	$\mu\text{m}/\text{m}$
P_{xy}	Erreur d'orthogonalité entre l'axe X et Y	$\mu\text{m}/\text{m}$
D	Distance entre deux point de l'espace ponctuel	m^2
G^u	Composante du tenseur métrique	m^2

لقد أصبحت مكنية القياس الثلاثية الأبعاد (م-ق-ث-أ) في السنوات الأخيرة واسعة الاستعمالات وذلك لقيمتها في قياس معظم الأشكال الهندسية في التركيبات الميكانيكية ، بمقارنتها مع طرق القياس التقليدية التي تستعمل عدة أجهزة منفردة .تعتبر (م-ق-ث-أ) نافعة ومريحة للوقت وتتا قلم مع كل التطبيقات ، ولكن دقتها في بعض الأحيان تجعل حد لاستعمالاتها في مجالات علم القياس العالي الدقة.

دقتها محدودة لعدة عوامل من بينها، عدم استقامة حركة القطع المكونة لها في كل الأبعاد الثلاث. عدت تقنيات وجدت لتحديد هذه العوامل، من خلال هذه الأطروحة نعطي تعريفا شاملا ونقدم تحري عن طبيعة هذه العوامل المؤثرة على دقة (م-ق-ث-أ) ، وكذلك تقدم طريقتين لتقييم هذه الارتيابات .

الكلمات المفتاحية

مكنية القياس ثلاثية الأبعاد، الارتيابات القياسية ، الدقة، إرتيابات جمالية ، إرتيابات عشوائية ، دقة القياس، نموذج هندسي ، نموذج حركي.

Abstract:

Coordinate measuring machines (CMMs) have become very Widely used in recent years because of their ability to measure most or all of the individual features on complex engineering component . Compared with traditional methods, which normally employ a variety of separate instruments, CMMs are fast in operation and are adequately accurate for many applications. However, accuracy limitations often inhibit their use for high-precision metrology. Accuracy is limited by such factors as straightness and orthogonal of the CMM movement; established technique exist for determining these factors. Thise these describes an investigation into the nature of CMMc errors ,the factors that influence their performance and presented two methods of modeling the CMMs errors.

Key Word . Coordinate measuring machines- measurement uncertainty- systematique error-accuracy-calibration -métrique tensor- resolution tensor-geometrique model- cinématique model.

Résumé :

Les machines à mesurer par coordonnées MMC sont devenues très largement utilisées ces dernières années au vu de leurs habilités de mesurer la majorité des formes complexes des pièces mécanique et autres. Comparé aux méthodes traditionnelles , qui emploient des variétés d'instruments de mesure séparés. les MMT sont rapides dans leurs opérations et adéquates pour plusieurs applications .Mais leurs limites dans la précision diminuent leur utilisation pour la métrologie de haute précision. La précision est limitée par plusieurs facteurs comme les rectitudes et les erreurs de perpendicularité des mouvements de la MMT . Il existe plusieurs techniques pour déterminer ces facteu, cette thèse décrit une investigation sur la nature des erreurs de la MMT, les facteurs qui influencent leurs performances et présente deux méthode pour modéliser les erreurs d'une MMT

Mots clé : Machine à mesurer par coordonnées –Incertitude de mesure-Erreurs systématiques-Étr'onnage-Tenseur métrique-Tenseur de résolution-Modèle géométrique-Modèle cinématique.

1. INTRODUCTION GENERALE

Aujourd'hui, lorsqu'on désire effectuer le contrôle de position et de forme des éléments géométriques d'une pièce mécanique, on pense en premier lieu à la machine à mesurer tridimensionnelle étant donné sa précision satisfaisante, sa rapidité de mesurer et la possibilité d'accéder directement aux côtes fonctionnelles et de mesurer tout type de surfaces complexes (carrosseries, engrenages, aubes de turbine, etc.)

Précédemment, le contrôle métrologique traditionnel d'une pièce mécanique se faisait sur un marbre à l'aide d'un trusquin porte-comparateur par report des cotes sur un étalon de mesure (empilement de cales étalons ou colonne à plateaux), ou avec des moyens métrologiques spécifiques dépendant du type d'entité géométrique à vérifier : dimension, forme, position d'éléments géométriques. Maintenant, les machines à mesurer tridimensionnelles permettent de mesurer toutes les caractéristiques géométriques d'une pièce, au même lieu et au même moment. Cela implique une augmentation de la fiabilité de la mesure totale et un gain de temps très appréciable. La maîtrise d'une machine à mesurer tridimensionnelle est aujourd'hui une nécessité, puisqu'elle est une actrice incontournable de la bonne maîtrise de la qualité dans l'industrie de la mécanique[2].

Ces machines prennent une place de plus en plus importante dans les dispositifs de maîtrise des procédés de fabrication et de contrôle des produits. Pour se fixer les idées, on peut rappeler [1] qu'il existe, en France environ 600 MMT opérationnelles, dont un tiers à commande numérique. Le taux de croissance est de l'ordre de 10% par an. L'apparition et le développement depuis les années 70 des MMT est spectaculaire et a fait faire un bond en avant à la métrologie dimensionnelle.

Leur emploi se généralise tant au niveau des services spécialisés de métrologie qu'au niveau du contrôle de production. La caractéristique fondamentale d'une telle machine est de réaliser technologiquement un système cartésien d'axes orthonormés X, Y, Z . Tous les points de la pièce accessibles par le palpeur sont donc connus par leurs coordonnées X, Y, Z dans ce repère. A partir de là, toutes les opérations mathématiques sont évidemment possibles. Le traitement métrologique des points de mesure se fait alors sur un calculateur associé à la machine.

Ce progrès en métrologie peut être comparé à l'apport que constitue, en mathématiques, l'introduction d'un système de repérage cartésien et donc de toute la géométrie analytique moderne, par rapport à la géométrie classique d'Euclide qui travaille sur les propriétés intrinsèques des figures.

La difficulté de la mesure au marbre réside dans le fait qu'elle utilise les propriétés intrinsèques du modèle d'une pièce mécanique, pièce qui en réalité ne correspond pas tout à fait à son modèle théorique. En revanche, sur une MMT moderne, la pièce peut être positionnée de façon quelconque ; aucun dégauchissage ou balançage physique n'est nécessaire. Les points de la pièce et leurs positions relatives sont définies sans ambiguïté. La réalisation technologique d'un tel système de repérage physique qui ne peut, par nature, respecter le principe d'Abbe, nécessite l'emploi de techniques modernes et sophistiquées.

Si la conception des structures des MMT s'est beaucoup inspirée au départ de celle des machines –outils, elle s'en différencie essentiellement par le fait que l'on peut sacrifier les qualités d'amortissement et de rigidité nécessaire au maintien en position des outils de coupe, pour privilégier la fonction « mise en position » en annulant pratiquement les frottements. L'utilisation des patins aérostatiques, la qualité des règles de lecture sur chacun des axes et l'utilisation de matériaux stables tels que le granit, en fait une machines de classe métrologique supérieure.

Le contrôle en métrologie dimensionnelle consiste à mesurer des pièces physiques. Les résultats de la mesure doivent permettre de déterminer si une pièce est « bonne » ou « mauvaise ». Si on raisonne sur une cote dimensionnelle (cote nominale et tolérance), on dira qu'une pièce est bonne si le mesurage de la cote est une valeur appartenant à l'intervalle de tolérance IT. Une enquête a été déclenchée en août 1988 par le département de la défense américaine à la suite de la constatation suivante : Certaines Machine à mesurer acceptaient de mauvaises pièces et en refusaient de bonnes. Nous reviendrons sur cette enquête, mais essayons déjà de comprendre d'où peuvent venir les problèmes. Soit la liste chronologique des étapes d'une mesure :

- 1- Etude du dessin de définition de la pièce
- 2- Recherche de la méthode de mesure
- 3- Mise en place de pièce sur la Machine à mesurer
- 4- Déplacement du (ou des) palpeurs(s) vers les surfaces à mesurer
- 5- Calcul de la cote
- 6- Résultat.

Nous allons, maintenant, étudier qualitativement chaque étape, puis en synthèse, associer des causes d'erreurs aux problèmes rencontrés. Pour l'interprétation des cotes, la norme américaine ANSI Y14.55 et la norme Française NF E04 sont les références, dans leur pays respectif, pour la cotation des dessins de définition. Ces normes définissent exactement, pour chaque type de cotation (dimensionnelle, forme, position), les symboles, l'interprétation fonctionnelle et donnent des indications sur le mode de contrôle. La difficulté principale n'est pas de trouver une méthodologie de contrôle de la pièce, mais que cette méthodologie soit en accord complet avec la norme. On peut se reporter, pour plus de précisions aux manuels d'apprentissage des logiciels de mesure, pour s'apercevoir que le problème réel est vraiment l'interprétation de la norme. On en déduit aisément que, de celle-ci, dépend souvent du résultat de la mesure : « bon » ou « mauvais ».

Pour l'interprétation dans la gamme de mesure, cette dernière sera entièrement dépendante des fonctions disponibles sur les machines à mesurer. Si tous logiciels proposent le calcul des éléments géométriques de base : droite, point, cercle, cylindre, plan, sphère, cône et les calculs qui en dérivent : distance, angle, dégauchissage..etc, peut nombreux sont ceux qui proposent les spécifications de la norme : battement, parallélisme, circularité..etc.

Le métrologue est alors invité à définir lui-même sa gamme de contrôle pour chaque spécification. Le contrôle automatique (génération de gamme automatique) permettrait de réduire le domaine d'erreur. Bien évidemment, la validité du contrôle, pour ce point précis, ne dépendrait plus de l'opérateur. Le savoir –faire du gammiste serait entièrement intégré au logiciel de métrologie et notamment, l'interprétation des normes.

Ainsi, certains logiciels proposent le contrôle de la distance entre deux plans parallèles par « softgag » (optimisation des deux plans ensemble), alors que d'autres permettent le contrôle de cette même distance par une optimisation indépendante des plans et un calcul des moyennes des distances point-plan. Sans évaluer, au sens de la norme, chaque interprétation, on peut dire que leurs résultats ne seront pas identiques. En conséquence, l'une acceptera des pièces que l'autre refusera et réciproquement.

L'objet de cette introduction est en particulier, d'analyser qualitativement les sources de rejet de pièces bonnes ou d'acceptation de pièces mauvaises. Aussi, puisque nous développerons plus précisément ce point ultérieurement qui est le point de notre préoccupation au cours de cette thèse, nous nous contentons de dresser ici, la liste des sources d'imprécisions possibles :

Environnement : Température, stabilité de la fondation, hygrométrie, pression.

Capteurs : résolution des règles, hystérésis, déformation.

Éléments de machine : structure, matériau, glissière, géométrie, déformation.

Palpeur : Type, tige. Il y a aussi l'imprécision de palpé des surfaces dus aux nombres de point palpés et leur position sur la surface, et l'imprécision des calculs des différentes méthodes d'optimisation de surfaces.

La restitution du contexte du contrôle d'une pièce nous montre que le résultat de la mesure dépend :

- de l'opérateur
- de la machine et de son environnement
- des algorithmes d'identification de surfaces
- des méthodes de contrôle

Soit le quadruplé (A,B,C,D) tel que :

A= ensemble des opérateurs.

B= ensemble des couples(Machine, Environnement).

C= ensemble des algorithmes d'identification de surfaces.

D= ensemble des méthodes.

Une pièce sera acceptée si, à la première vérification effectuée par :

- un opérateur donné,
- une machine donnée dans un environnement donné,
- un jeu d'algorithmes d'identification donné,
- une méthode donnée,

Le résultat du mesurage de chaque cote est une valeur qui appartient à l'intervalle de tolérance spécifiée sur le dessin de définition. On conçoit bien que chaque élément du quadruplé a son importance dans l'erreur globale à associer au mesurage. La quantification relative des erreurs est extrêmement délicate, on peut tout de même envisager une réduction de ces erreurs par :

Une formation adéquate des opérateurs.

Une norme de référence pour les algorithmes d'identification et pour les méthodes.

Une modélisation fine de la machine qui tienne compte de son environnement en vue d'une compensation informatique des erreurs.

2. DEFINITION DU CADRE DE L'ETUDE

L'objectif de cette étude est de modéliser et d'identifier les défauts géométriques d'une MMT, pour quantifier les erreurs systématiques puis d'essayer de compenser ces erreurs par une application de corrections systématiques, cette action s'appelle l'étalonnage de la machine. Le problème peut se résumer par la formulation suivante : Si l'on désigne par x, y et z les indications des systèmes de mesure linéaires des trois axes de la machine et par X, Y et Z les coordonnées cartésiennes d'un point M du palpeur, l'étalonnage consistera à « identifier » expérimentalement les trois fonctions f_1, f_2 et f_3 telles que :

$$X=f_1(x,y,z)$$

$$Y=f_2(x,y,z)$$

$$Z=f_3(x,y,z)$$

La bibliographie concernant la correction par logiciel est très riche[38]. Il ya généralement trois approches, la première s'appuyant sur la mécanique des milieux continus avec un formalisme tensoriel, la deuxième s'appuyant sur la mécanique du corps solide avec un formalisme torsorien et la troisième approche du type éléments finis.

Pour notre part, nous allons considérer l'ensemble des machines et nous montrerons que, par principe de construction, la machine ne peut fournir aux algorithmes d'identification des surfaces que des valeurs de mesurage entachées d'erreurs qui lui sont propres. Ces erreurs sont dues à l'effet des défauts géométriques et d'autres paramètres liés au flux central du processus de mesure [2]. Nous avons testé les deux premières approches sur des MMT modernes et nous avons établi un lien mathématique entre elle.

Dans le premier chapitre, je commencerai par l'étude de l'architecture des machines et de la modélisation des erreurs associées.

Dans le deuxième chapitre Je continuerai en exposant les deux grandes classes des méthodes d'évaluation que j'appellerai méthodes externes et méthodes globales. Les méthodes externes s'appuient sur un modèle cinématique de la machine et évaluent, par des appareils de métrologie externes, vingt et une erreurs. Les méthodes globales s'appuient sur une modélisation de l'espace de travail de la machine et évaluent des défauts à partir de la mesure, par la machine, des pièces de référence.

Dans le troisième chapitre je modélise une machine bidimensionnelle, et je considère qu'une machine tridimensionnelle est un empilement de machine bidimensionnelle.

Dans le quatrième chapitre j'appliquerai une méthode théorique générale permettant l'identification des défauts géométriques par la machine elle-même sans intervention d'autres instruments de mesure. Cette méthode s'appuie sur la modélisation de l'espace de la Machine par un système de coordonnées curviligne et suppose donc que cet espace numérisé est un milieu continu. Un des points importants de cette approche est l'utilisation du formalisme général du calcul tensoriel particulièrement adapté aux problèmes multidimensionnels. Le rôle fondamental du tenseur métrique est en particulier souligné. Enfin en dernier, je mettrai un pont entre l'approche externe et directe en établissant des relations entre les défauts géométriques et les paramètres de la modélisation curviligne.

Dans le cinquième chapitre, je déterminerai à partir du constat du professeur d'Abbe 1980, et des travaux récents du Pr A. Clément, l'imprécision de la position d'un solide en fonction de l'imprécision des moyens de mesure du positionnement. On introduit la notion du tenseur de résolution pour quantifier l'imprécision de position d'un coulisseau de glissière, et on généralise cette notion du tenseur de résolution pour modéliser les erreurs aléatoires des MMT.

Enfin dans le sixième chapitre, une mise en œuvre technologique expérimentale est réalisée. Une comparaison entre une approche externe et directe montre que les relations établies entre les deux approches peuvent être utilisées pour évaluer les défauts géométriques par la mesure d'une distance dans l'espace de mesure d'une MMT.

CHAPITRE I

**STRUCTURE DES (MMT) ET
MODELISATION DES
ERREURS**

CHAPITRE I

STRUCTURE DES MMT ET MODELISATION DES ERREURS

1 : CONFIGURATION GEOMETRIQUE DES MACHINES A MESURER [6][7][5][2] [18] [47]

1.1: Qu'est-ce qu'une MMT

Selon la destination finale, le type d'architecture et le degré d'automatisation on utilise les termes de «centre de mesure » ou «robot de mesure » pour désigner une Machine à mesurer Tridimensionnelle. Généralement, le terme «robot de mesure» est retenu pour identifier une machine à chargement automatisé, utilisée pour valider la production directement dans l'atelier alors que l'appellation «centre de Mesure » est plus précisément réservée à un moyen de contrôle implanté dans le laboratoire de métrologie.

On englobe sous le terme de MMT l'ensemble des dispositifs de mesure, manuels ou automatisés, effectuant l'acquisition de valeurs numériques, sur des solides, selon le principe de la mesure par coordonnées. L'une des principales caractéristiques d'une MMT est son niveau d'automatisation.

Une machine à déplacements manuels comportera un dispositif paraxial d'acquisition de coordonnées et un coffret d'affichage alors que les modèles automatisés seront équipés d'une commande numérique et d'un ordinateur permettant l'acquisition, le stockage et le traitement des données.

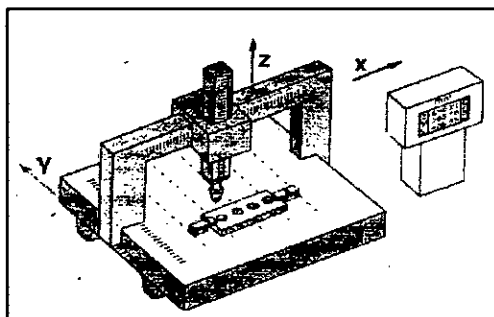


Fig1 : Le principe de la mesure 3D reposant sur un système référentiel de coordonnées en trois dimensions, nécessite des machines disposant de trois degrés de liberté. (MMT du type portique).

Quelle que soit son architecture, une MMT dispose au moins de trois axes, X, Y et Z. Chacun de ces axes étant orthogonal au plan formé par les deux autres. Les courses disponibles pour chacun des axes délimitent un parallélépipède rectangle dont chaque point devient accessible. On dispose alors, d'un trièdre formé par les axes X, Y et Z qui délimite un système référentiel de coordonnées en trois dimensions (Fig 1). Dans ce contexte, la position d'un point quelconque de l'espace mesurable peut être défini par trois valeurs correspondant respectivement à sa projection sur les axes X, Y, et Z.

Si nous sommes à présent susceptible de déterminer les coordonnées d'un point dans l'espace, ce n'est pas pour autant que nous soyons capables d'effectuer des mesures sur un solide. Il faut pour cela, que la machine soit équipée d'un dispositif complémentaire permettant de détecter avec précision la présence de ce que l'on veut mesurer. Cette fonction essentielle est assurée par un capteur (Palpeur) solidaire de la pinole (axe Z).

Deux techniques sont actuellement utilisées. La première fera appel à la détection par contact (Fig 2) et conviendra chaque fois que l'on sera en présence de matériaux insensibles aux déformations. La seconde dite sans contact, sera utilisée pour des matériaux tendres ou déformables. Dans le premier cas, la détection sera assurée par un dispositif d'accostage omnidirectionnel alors dans le second on utilisera des capteurs optiques, impliquant un axe de visée orthogonal à la pièce.

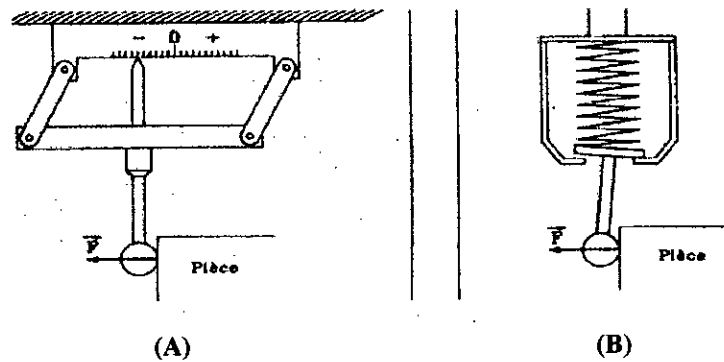


Fig 2 : La détection par contact
 (A) : Principe du palpeur statique.
 (B) : Principe du palpeur dynamique

1.2 : Importance de l'architecture des MMT

Les architectures retenues pour construire les MMT s'apparentent à celle que l'on retrouve sur les fraiseuses et centres d'usinage utilisés par l'industrie mécanique[47]. Les critères essentiels si l'on veut obtenir une mesure fiable et précise sont la rigidité et la stabilité dimensionnelle de la structure mécanique de la machine et l'absence de vibrations lors des mouvements de translation des axes. La détermination de l'architecture est fortement conditionnée par le type de mesure que l'on doit effectuer, par l'encombrement et le poids des pièces à contrôler, par la précision recherchée et par les conditions d'utilisation. Le choix des matériaux et des composants découle de critères identiques et doit parfaitement s'adapter aux conditions d'exploitation. Nous nous intéressons aux machines à mesurer tridimensionnelles, Quatre types de base existent.

1.2.1: MMT Type portique

C'est la configuration la plus répondue (90% du parc) avec deux configurations possibles : soit, le marbre support reçoit le portique mobile, soit, le portique est fixe et la table est mobile. La première architecture permet d'obtenir un ensemble compact disposant d'une grande surface de travail et susceptible de recevoir de fortes charges. La deuxième est rarement utilisée, a comme inconvénient majeur d'occuper une surface au sol double de celle d'une MMT à portique mobile (Fig 3).

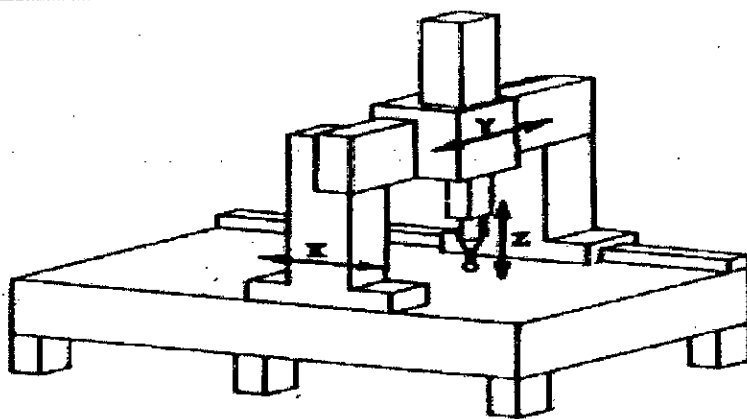


Fig 3 : Machine à mesurer à portique mobile

1.2.2 : MMT Type col de cygne

Cette configuration limite la capacité de mesure des axes Y et Z. L'axe Z est en porte à faux. Cela contraint les constructeurs à limiter l'étendue de mesure de l'axe Y à environ 200 mm. Cette configuration oblige à soigner particulièrement le guidage, la sustentation et l'asservissement de l'axe X du fait de la présence de la charge sur le plateau mobile ; cette dernière est limitée à 100 kg. Cette configuration permet un accès aisé, la structure homogène et le faible volume en font une machine stable utilisée dans les centres de mesure (Fig 4).

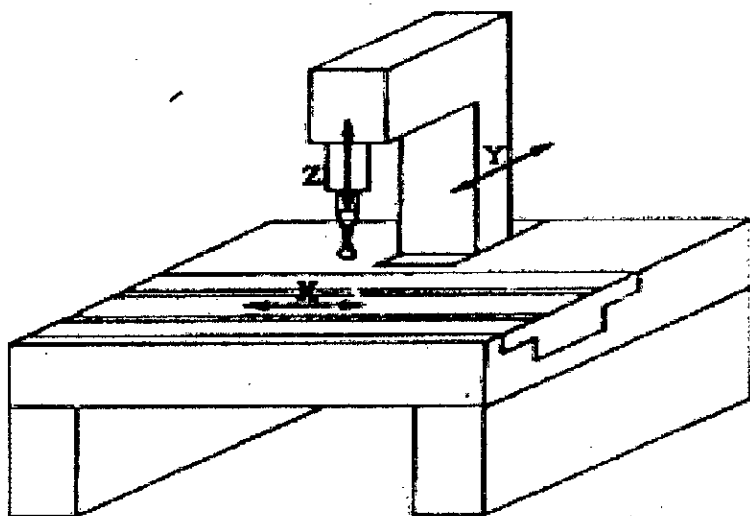


Fig 4 : Machine à mesurer à col de cygne

1.2.3 : MMT Type à bras horizontal (ou à potence)

Le principal avantage est l'accessibilité à l'intérieur des pièces, le principal inconvénient est, en conséquence, la flexion du bras. La capacité est de 0.8 à 10 m pour l'axe X, 2500 mm pour Z et 1500 mm pour Y (Fig 5).

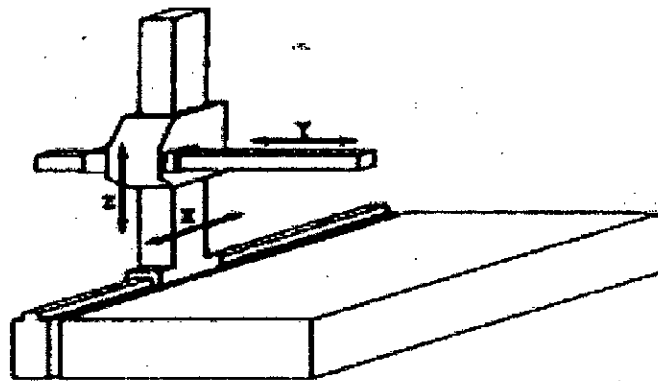


Fig 5 : Machine à mesurer à potence

1.2.4 : MMT Type pont

Les machines de type pont sont appelées à une table fixe et à une structure en pont sur laquelle se déplace un béliet mobile selon les axes X et Y. L'axe Z, orthogonal à la table, est intégré au béliet mobile. Ce type d'architecture favorise la construction de machines massives, peu encombrantes, offrant une grande facilité d'accès au plan de travail (Fig 6).

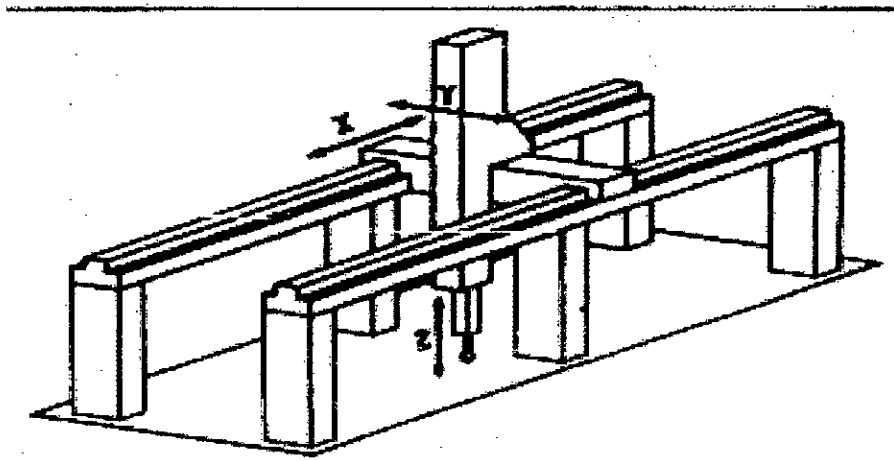


Fig 6 : Machine à mesurer à pont

1.2.5 : MMT Type à coordonnées cylindriques

Architecture peu répandue. Cependant, les constructeurs proposent des machines 4 axes (3 axes de déplacement linéaire de type portique ou bras horizontal, et un axe de rotation Fig 7) qui rend les machines à mesurer tridimensionnelles plus universelles dans leur utilisation.

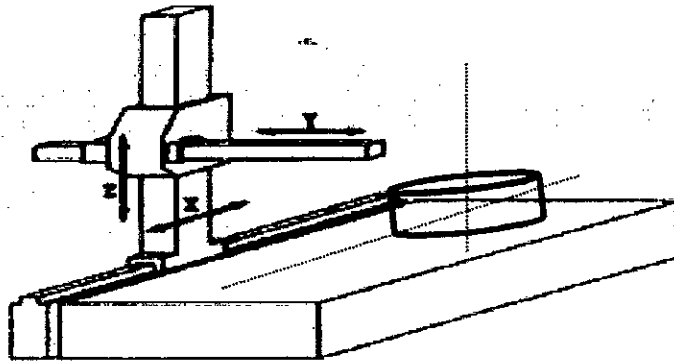


Fig 7 : MMT à potence avec axe de rotation (4^{ème} axe)

La liste précédente montre que le modèle associé à toute machine à mesurer est un repère composé de vecteurs qui machine à 3 axes linéaires, les vecteurs ont la même norme et sont perpendiculaires entre eux : les informations fournies par les capteurs (les règles) seront considérées comme les coordonnées d'un point (le centre de la sphère de palpation) dans un repère orthonormé.

On considérera par la suite que le modèle orthonormé est le modèle minimal associé aux machines à mesurer tridimensionnelles : c'est le modèle à partir duquel on définit leurs caractéristiques métrologiques.

2: Caractéristiques métrologiques [6] [18] [11] [22][2] [19] [20]

Les facteurs responsables du manque de précision des machines sont multiples. On peut, soit classer les causes d'erreur par une méthode systémique, soit les classer par leurs conséquences sur le comportement de la machine.

2.1 : Première démarche

La première démarche regroupe les erreurs sur quatre niveaux : Erreurs dans les parties mécaniques de la machine (rectitude des déplacements perpendicularité des glissières, jeu dans les paliers...). Erreurs dans le système de mesure des coordonnées (nature mécanique, électrique, thermique). Erreurs dues aux modifications thermiques de l'environnement de travail. Erreurs dues aux déformations causées par le poids de la structure de la Machine et de la pièce à mesurer. Cette méthodologie permet d'analyser toutes les causes d'erreurs indépendamment les unes des autres.

2.2 : Deuxième démarche

La deuxième démarche, plus proche de la métrologie classique, considère les notions de justesse et de répétabilité de l'appareil de mesure et ses conditions d'utilisation :

Paramètres d'erreur élémentaires influençant la justesse :

Erreur de justesse du positionnement linéaire ou angulaire - Erreurs de rectitude des axes de déplacement linéaire - Mouvements angulaires des axes de déplacement linéaire - Erreur de rotation radiale et axiale du plateau - Mouvement de la normale au plateau au cours d'une rotation du plateau - Défauts de géométrie du plan de travail - Défaut de perpendicularité de l'axe de colonnes verticales par rapport au plan de pose de la pièces - Ecart de parallélisme de l'axe de rotation par rapport à l'axe vertical - Défaut de géométrie des touches de palpéage - Erreur de justesse des palpeurs mesurants - Effort de mesurage du palpeur.

Paramètres d'erreurs élémentaires influençant la répétabilité :

La fidélité des dispositifs de mesure et de guidage des déplacements - Le seuil de mobilité des indicateurs de position des axes - La fidélité du dispositif de palpéage - Les vibrations propres de la machine.

Conditions d'utilisation

La température et la variation de température dans le temps du local et de la machine - Le gradient de température dans l'espace - L'hygrométrie - La charge maximale admissible sur le sol - La charge maximale admissible sur la machine. Les champs magnétiques - Les vibrations - Le temps de stabilisation.

Cette méthode plus pragmatique, sépare alors les causes d'erreurs en trois classes :
Les causes que l'on annule : condition d'utilisation.
Les causes que l'on compense : erreur de justesse.
Les causes intrinsèques à la machine : erreur de répétabilité.

Elle permet, entre autre, de définir des conditions idéales d'utilisation d'une machine donnée. Les conditions idéales seront déterminées en grande partie par le type de machine et la nature des matériaux la composant [19] [20].

Par exemple, pour une base en granit, on doit limiter les variations du taux d'hygrométrie à plus ou moins 5%. De même si l'on souhaite limiter l'influence de la température à 5 microns sur 1 mètre, il faut climatiser le local à $0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ autour de 20°C .

2.3 : Remarques sur les causes d'erreur [2]

Deux remarques s'imposent :

1° Les conditions idéales sont théoriques car la mesure sur site de leurs valeurs est limitée par la résolution des capteurs utilisés.

2° Dans l'introduction, nous avons cité que le nombre de machines à mesurer augmentait rapidement sur les sites de production. On peut considérer que l'environnement d'utilisation varie non seulement d'un site à l'autre, mais aussi au cours du temps, sur le même lieu géographique, notamment pour les températures et les vibrations externes. Les capteurs enregistrent alors des variations sortant du domaine défini par les conditions idéales. En conséquence, on divise le premier groupe de la classification précédente en trois types d'erreurs.

1) Les causes d'erreurs non mesurables, compte tenu de la résolution des capteurs utilisés. Elles engendrent des erreurs de mesure non quantifiables influençant la répétabilité de la machine.

2) Les causes d'erreurs mesurables mais non modélisées. Ainsi les vibrations externes sont absorbées seulement en partie par l'interface machine- sol. L'erreur engendrée par ces conditions d'utilisation variables dans le temps et l'espace, sera considérée comme une erreur de répétabilité.

3) Les causes d'erreurs mesurables et modélisées. Ainsi, de la nature des composants de la machine, on peut déterminer son comportement sous les variations de la température [2]. On constate alors que des capteurs de température, positionnés judicieusement sur la machine, permettent une compensation logiciel d'environ 70% de l'erreur relative au gradient thermique [2]. On considère alors que l'erreur engendrée est une erreur de justesse à 70% que l'on pourra corriger. Les machines actuelles proposent des capteurs implantés généralement sur les règles de mesure et intègrent, dans la correction logicielle, les corrections thermiques.

En conclusion on vient de voir deux approches assez différentes pour caractériser l'erreur sur une mesure. La première approche nous dit, implicitement, que la connaissance des erreurs sur chaque composant qui entre dans la chaîne de la mesure, nous permette de quantifier l'erreur totale de mesure. Ainsi, pour caractériser l'erreur dans les parties mécaniques de la machine, cette méthodologie nous conduira à définir un modèle intégrant les défauts associés à chaque composant. On utilisera, alors, des moyens de mesure externes à la machine pour chaque défaut. C'est un modèle comportemental au sens Mécanique du terme (géométrique, cinématique) qui permet non seulement de déterminer l'erreur totale, mais aussi de compenser par logiciel les erreurs de mesure : c'est l'approche constructeur [46].

La deuxième approche nous dit qu'il existe seulement deux types d'erreur : Les erreurs de justesse et les erreurs de répétabilité. L'objectif principal de cette approche est de quantifier ces deux erreurs, donc de déterminer la classe de précision de la machine. On utilisera alors des pièces étalons, mesurées par la machine, pour quantifier sa propre erreur globale : c'est l'approche utilisateur[22].

Un objectif secondaire est de déterminer le poids de chaque cause d'erreur dans l'erreur globale. Un modèle de représentation de l'espace de travail de la machine est alors nécessaire, et non un modèle comportemental.

3: Conséquences de la configuration des machines sur l'erreur globale [15] [16] [17]

3.1 : L'erreur d'Abbe

Si on appelle «point fonctionnel» le point de contact entre l'appareil de mesure et la pièce à mesurer : la liste des configurations des machines à mesurer tridimensionnelle montre que l'on dissocie complètement le point fonctionnel des zones de lecture des mesures situées sur les règles. Cela a pour conséquence, d'augmenter singulièrement le poids de certaines erreurs élémentaires dans l'erreur globale.

Ces erreurs sont :

Les erreurs de mouvements angulaires des axes de déplacement linéaire, influençant la justesse. La fidélité des dispositifs de mesure et de guidage des déplacements, influençant la répétabilité. L'erreur finale de position est l'erreur d'Abbe.

Pour l'éviter, Le docteur Abbe a en 1980, émis un principe [46] :

« La mesure d'un déplacement linéaire se fera avec le maximum de précision sur l'axe de mesure » En conséquence, plus on s'éloigne des axes de mesures sur une MMT plus l'erreur sur le mesurage du déplacement est grande. Non seulement, aucune machine à mesurer tridimensionnelle ne met en œuvre ce principe, mais aucune machine ne compense cette erreur. On peut dire que la mise en œuvre du principe d'Abbe dans la conception d'une machine à mesure 3D relève de l'exploit technologique.

On peut illustrer ce principe sur deux instruments très classiques de métrologie. Le pied à coulisse ne respecte pas le principe d'Abbe, dans l'atelier, ce dernier représente l'instrument de contrôle de premier niveau. Le palmer respecte le principe d'Abbe et il représente dans l'atelier l'instrument de contrôle de second niveau (Fig 8).

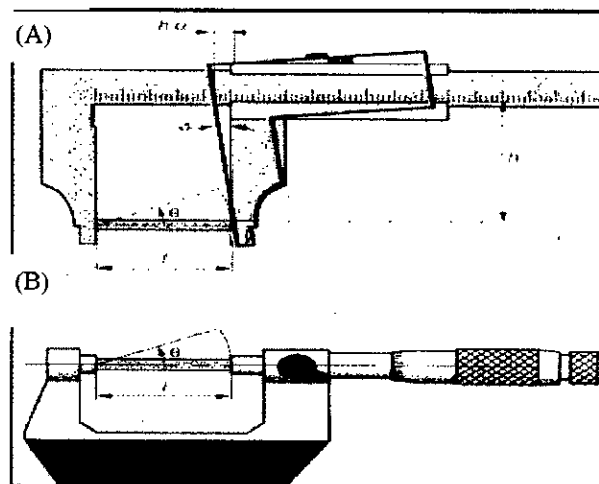


Fig 8 : (A) - Le pied à coulisse ne respecte pas le principe d'Abbe.

(B) -Le Palmer respecte le principe d'Abbe

Le respect du principe d'Abbe sur une machine à trois axes linéaires est difficilement envisageable sur tous les axes. La correction est envisageable uniquement en laboratoire, compte tenu de l'ensemble des moyens de mesure nécessaires. Cette correction sera limitée par la résolution des moyens de mesure. La connaissance de l'effet de l'erreur d'Abbe sur l'erreur globale est absolument indispensable pour déterminer les limites d'utilisation des technologies de guidage et de mesure des déplacements.

3.2: Modélisation des erreurs [2][10] [11] [12] [13]

3.2.1 : Définition de l'erreur :

C'est l'écart entre la valeur de la mesure réalisée et la valeur tenue pour vraie, en métrologie dimensionnelle, on peut tenir pour vraie la longueur de 1 mètre du mètre étalon. La réalité est la valeur de la mesure du mètre étalon dans le monde de la MMT. On l'appellera : **Erreur globale** (budget error)

3.2.2 : Représentation de l'erreur

Les causes de l'erreur globale sont fonction de :
 L'environnement (ou condition de l'expérience) du moyen de mesure (MMT).
 Les effets des défauts géométriques de la machine.
 Les systèmes de mesure et de palpage.
 Le schéma suivant (Fig 9) représente le calcul de l'erreur globale :

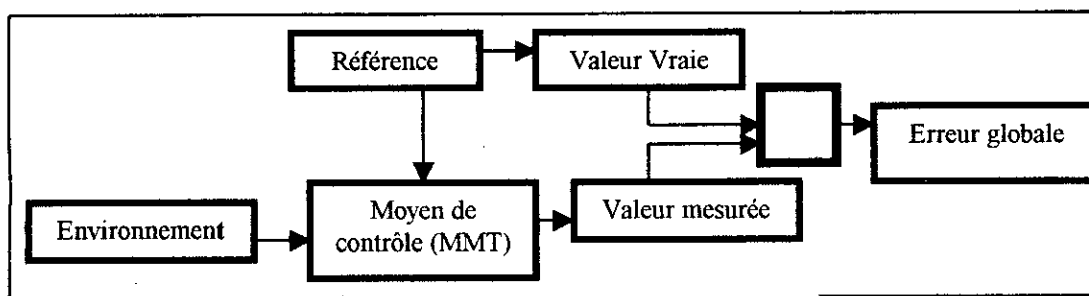


Fig 9 : Calcul de l'erreur globale

Cette erreur globale sera caractérisée par un vecteur d'origine le point mesuré et d'extrémité le point tenu pour vrai (Fig 10).

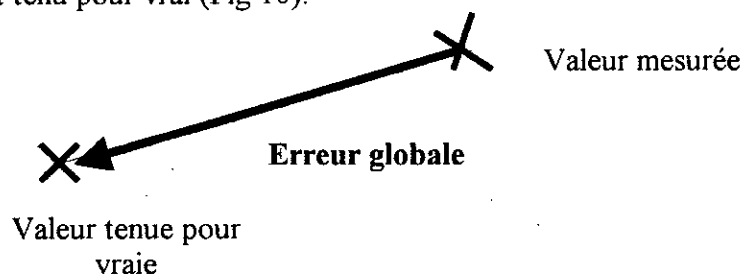


Fig 10 : représentation de l'erreur globale

3.2.3: Erreurs de justesse et de répétabilité

Pour l'analyse du comportement du moyen de contrôle, on détermine deux types d'erreurs : l'erreur de répétabilité et l'erreur de justesse.

Leurs conséquences, sur la mesure d'un point dans l'espace de travail est indiquée dans la figure (11).

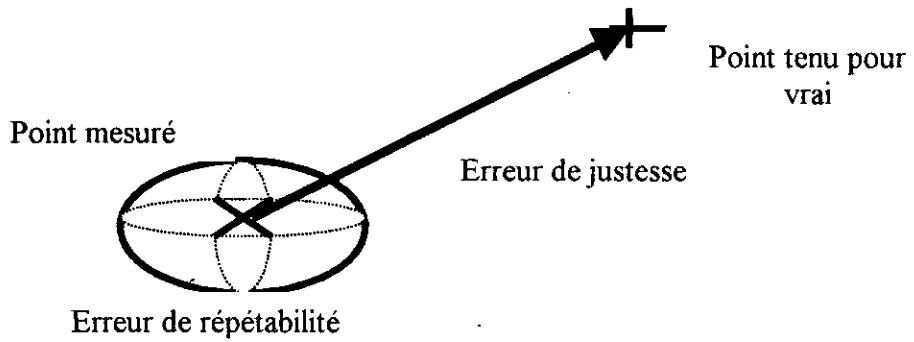


Fig 11 : Erreurs de justesse et de répétabilité

Ou :

L'erreur de répétabilité est un volume centré sur la valeur mesurée. Ce volume est directement lié aux méthodes de contrôle (on mesure le même point n fois).

L'erreur de justesse est un vecteur appelé «vecteur d'erreur systématique» d'origine, le point mesuré, et d'extrémité, le point tenu pour vrai.

3.2.4 : Erreur aléatoire et Erreur déduite

Le but de tout modèle sera de compenser au mieux l'erreur de justesse (erreur systématique). La valeur calculée par le modèle, sera alors appelée la valeur déduite(Fig 12).

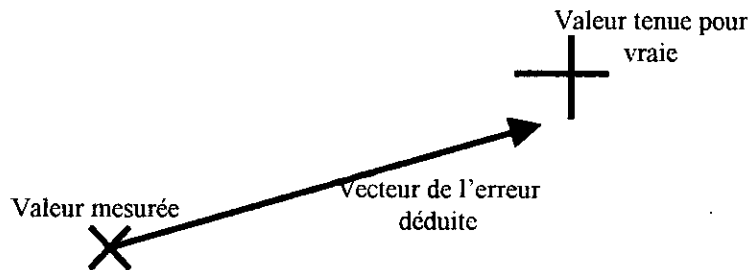


Fig 12 : Vecteur de l'erreur déduite

Pour cela, on utilise des capteurs qui tiennent compte de l'environnement, de son évolution et du comportement du moyen de contrôle.

Cette erreur globale se divisera alors en deux types d'erreurs : l'erreur aléatoire et l'erreur déduite (fig 13).

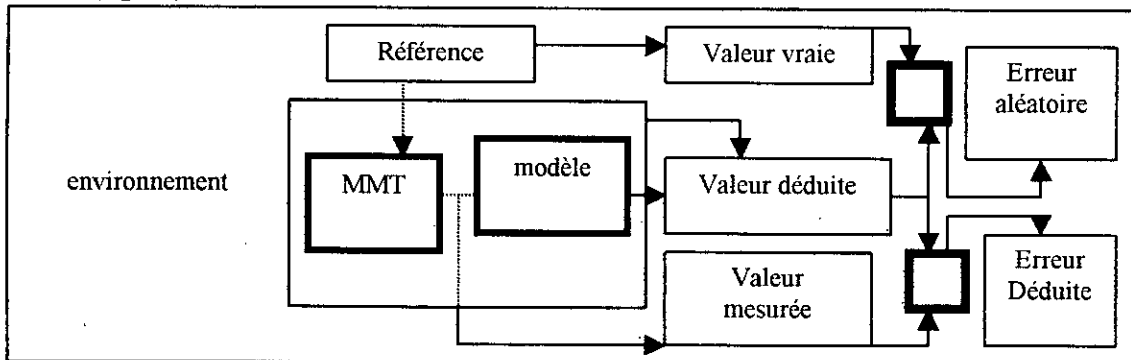


Fig 13 : Schéma de calcul de l'erreur aléatoire et de l'erreur déduite

On appellera, volume d'erreur aléatoire, un volume centré sur la valeur déduite, telle que la valeur tenue pour vraie soit toujours à l'intérieur de ce volume (fig 14).

L'erreur aléatoire se décompose en deux parties :

La première partie considère l'erreur due au manque d'information. Notons la E_{am} .

A la limite, si aucun capteur ne nous renseigne sur l'environnement et sur le comportement de la machine, en dehors des coordonnées du point palpé, cette Erreur sera égale à l'erreur Globale.

La deuxième partie considère la résolution des capteurs utilisés. Notons la E_{ar} .

L'erreur déduite est l'écart entre la valeur mesurée et la valeur calculée par Le modèle. Notons la E_d .

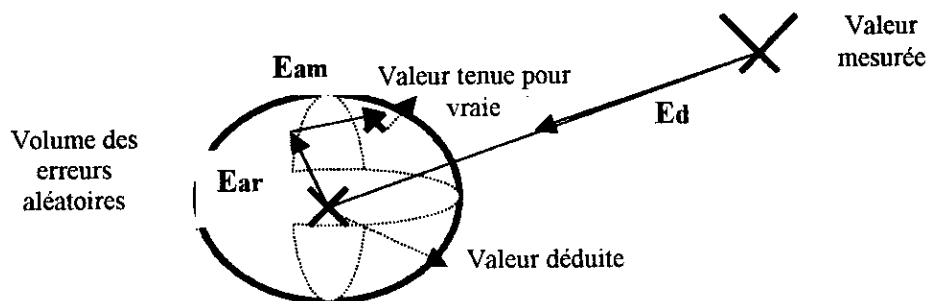


Fig 14 : Caractérisation de l'erreur aléatoire et déduite.

On conclusion l'objectif sera toujours de réduire les erreurs aléatoires et d'augmenter la connaissance sur les erreurs systématiques.

Sachant que l'on a deux méthodes pour réduire les erreurs aléatoires :

Soit nous conservons toujours les même conditions d'expérimentation : donc réduire E_{am} , ou bien nous augmentons la résolution des appareils de contrôle : donc réduire E_{ar} .

L'erreur systématique, quant à elle, permet en utilisant un modèle approprié, de calculer l'erreur déduite.

3.3 : Objectifs de la connaissance de l'erreur [2]

Soit on cherche à déterminer la classe de précision de la machine, c'est l'étalonnage (Fig 15). Soit on cherche à compenser les erreurs systématiques (ou une partie des erreurs systématiques) en vue d'une amélioration de la précision de la machine : c'est la correction logicielle par la détermination de l'erreur déduite.

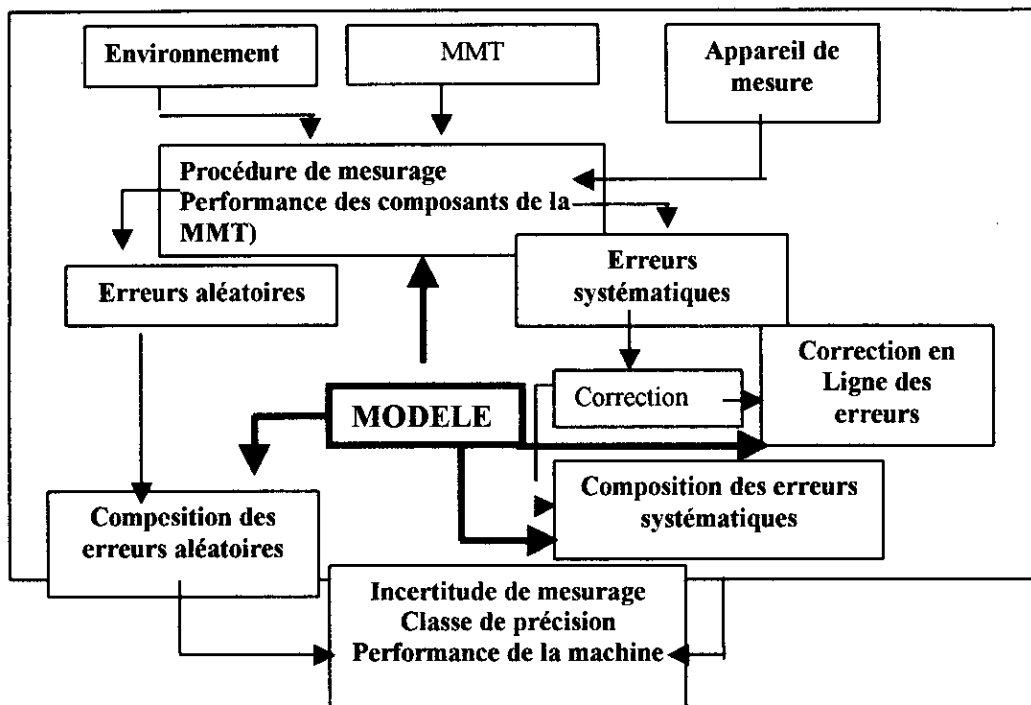


Fig 15 : Schéma de représentation de l'architecture logicielle pour l'étalonnage et la correction des MMT [48]

3.3.1 : Modélisations

En 1978, le comité scientifique et technique du CIRP, pour la métrologie, dans [13] définissait pour la première fois mathématiquement, la notion d'incertitude de mesure pour les MMT.

Les composants de l'incertitude de mesure sont les suivants :

Erreur aléatoire : qui, sous des conditions apparemment identiques, ne donne pas toujours le même résultat, l'expression de cette erreur est statistique.

Erreur systématique : qui donne toujours la même valeur pour une position donnée et sous des conditions données. Cette erreur systématique peut être compensée par logiciel.

Erreur d'hystérésis : on la sépare de l'erreur systématique car elle est fonction du sens de déplacement

Dans l'incertitude de mesure on inclut :

- les erreurs systématiques qui restent après correction logicielle : on les appelle, erreurs systématiques non corrigées.
- les erreurs hystérésis non corrigées.
- les erreurs aléatoires.

En 1987, le professeur Nawara, généralisant la notion d'erreur de position dans [12], nous précise deux choses extrêmement importantes :

Pour les machines à coordonnées, les erreurs systématiques induisent une perte de précision plus grande que celle induite par les erreurs aléatoires.

Il y a tellement de facteurs qui déclenchent une erreur aléatoire que la distribution de celle-ci est gaussienne.

De la première, on en déduit que les corrections logicielles améliorent sensiblement les performances des machines.

De la deuxième, on peut déduire un modèle pour l'erreur de position d'un point de mesure dans le volume de travail de la machine (Fig 16).

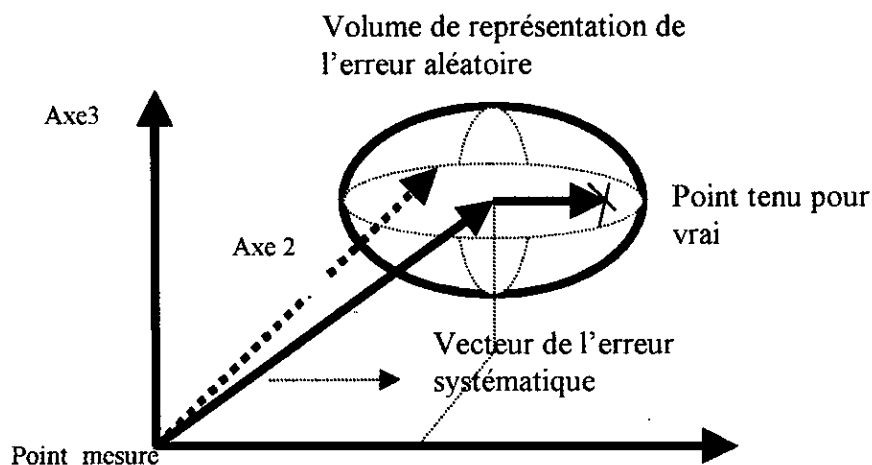


Fig 16 : Modèle pour l'erreur de position d'un point dans l'espace de mesure d'une MMT

3.3.2. : Types de déplacements

L'effet d'Abbe provient de l'erreur de position angulaire de chaque coulisseau des machines à mesurer. La position de chaque coulisseau est connue par six paramètres. Nous supposons trois cas de déplacement.

3.3.2.1 : 1^o cas : déplacement rectiligne

-5 paramètres de position de valeur nulle.

-1 paramètre de position de valeur moyenne égale à la valeur mesurée sur la règle de mesure associée à l'axe de déplacement.

Cette valeur moyenne possède une incertitude fonction de la résolution de la règle. En conséquence, il n'y a pas d'erreur systématique mais une erreur aléatoire représentée par un volume et centrée sur le point mesuré, qui définit l'ensemble des lieux possibles du point tenu pour vrai. La taille du volume est fonction de la résolution des règles (voir tableau 1).

3.3.2.2 : 2^o cas : déplacement curviligne

-5 paramètres de position de valeur moyenne fonction de la valeur moyenne du 6^{ème} paramètre pas d'incertitude sur ces paramètres.

Un paramètre de position de valeur moyenne égale à la valeur mesurée sur la règle de mesure associée à l'axe de déplacement. Cette valeur moyenne possède une incertitude fonction de la résolution de la règle.

On a une erreur systématique et une erreur aléatoire représentée par un volume qui définit l'ensemble des lieux possibles du point tenu pour vrai et centré sur l'extrémité du vecteur d'erreur systématique. La taille du volume est fonction de la résolution des règles (tableau 1).

3.3.2.3 : 3^o cas : déplacement curviligne avec bruit

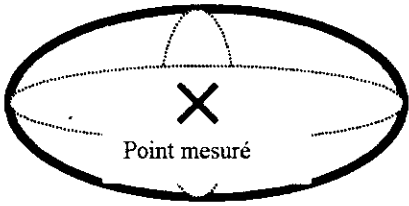
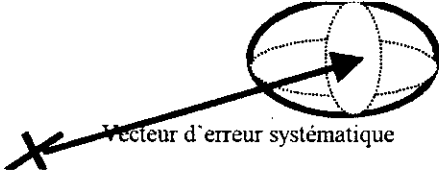
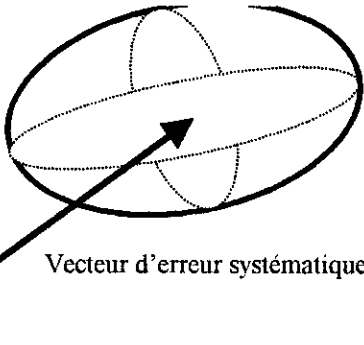
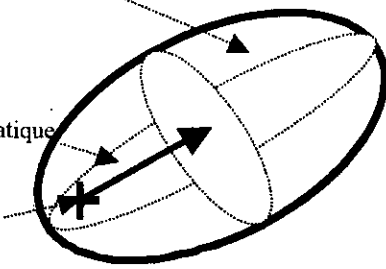
Cinq paramètres de position de valeur moyenne fonction de la valeur moyenne du 6^{ème} paramètre. Ces valeurs moyennes possèdent une incertitude dépendant de la qualité de la glissière (le bruit).

Un paramètre de position de valeur moyenne égale à la valeur mesurée sur la règle de mesure associée à l'axe de déplacement. Cette valeur moyenne possède une incertitude fonction de la résolution de la règle.

On a une erreur systématique et une erreur aléatoire représentée par un volume qui définit l'ensemble des lieux possibles du point tenu pour vrai et centré sur l'extrémité du vecteur d'erreur systématique. La taille du volume est fonction de quatre critères

- ◀ La résolution des règles.
- ◀ La qualité des glissières.
- ◀ La position du point fonctionnel.
- ◀ La résolution des moyens de contrôle de la position des coulisseaux.

Tableau 1 : limites de la compensation logicielle des glissières

<p>Cas n° 1 Correction logicielle inutile</p>	 <p>Point mesuré</p>	<p>En conséquence, il n'y a pas d'erreur systématique mais une erreur aléatoire représentée par un volume, centré sur le point mesuré, qui définit l'ensemble des lieux possibles du point tenu pour vrai. La taille du volume est fonction de la résolution des règles.</p>
<p>Cas n°2 Correction logicielle possible</p>	<p>Volume de l'erreur aléatoire</p>  <p>Vecteur d'erreur systématique</p> <p>Point mesuré</p>	<p>On a une erreur systématique et une erreur aléatoire représentée par un volume qui définit l'ensemble des lieux possibles du point tenu pour vrai et centré sur l'extrémité du vecteur d'erreur systématique. La taille du volume est fonction de la résolution des règles.</p>
<p>Cas n° 3.1 Correction logicielle possible</p>	<p>Volume de l'erreur aléatoire</p>  <p>Vecteur d'erreur systématique</p> <p>Point mesuré</p>	<p>On a une erreur systématique et une erreur aléatoire représentée par un volume qui définit l'ensemble des lieux possibles du point tenu pour vrai et centré sur l'extrémité du vecteur d'erreur systématique. La taille du volume est fonction de quatre critères</p> <ul style="list-style-type: none"> -la résolution des règles, - la qualité des glissières, - la position du point fonctionnel, -la résolution des moyens de contrôle de la position des coulisseaux. <p>L'effet, au point fonctionnel, de l'erreur aléatoire est inférieur à l'effet de l'erreur systématique.</p>
<p>Cas n° 3.2 Correction Logicielle inutile</p>	<p>Volume de l'erreur aléatoire</p>  <p>Vecteur d'erreur systématique</p> <p>Point mesuré</p>	<p>On a une erreur systématique et une erreur aléatoire représentée par un volume qui définit l'ensemble des lieux possibles du point tenu pour vrai et centré sur l'extrémité du vecteur d'erreur systématique. La taille du volume est fonction de quatre critères</p> <ul style="list-style-type: none"> -la résolution des règles, - la qualité des glissières, -la position du point fonctionnel, -la résolution des moyens de contrôle de la position des coulisseaux. <p>L'effet, au point fonctionnel de l'erreur aléatoire est supérieur à l'effet de l'erreur systématique : éloignement du point fonctionnel des axes de mesure par exemple.</p>

On montre ainsi les limites de la compensation logicielle des glissières :

Borne inférieure : les glissières sont parfaitement rectilignes.

Borne supérieure : la mauvaise qualité en répétabilité des glissières est telle que l'effet au point fonctionnel ne permet pas de discriminer l'erreur systématique et l'erreur aléatoire.

Remarque : La correction en temps réel permet de corriger les défauts de position des coulisseaux à la résolution des moyens de contrôle près. On peut donc toujours associer à l'erreur aléatoire, un volume centré sur l'extrémité du vecteur de correction tel que sa taille soit fonction uniquement de la résolution des moyens de contrôle et de la position du point fonctionnel :

On compense ainsi la mauvaise qualité des glissières.

3.4: Conclusion

En conclusion , l'étude de l'effet d'Abbe doit permettre d'équilibrer l'influence des quatres critères suivants :

- ◀ **Résolution des règles de la MMT,**
- ◀ **Qualité des glissières,**
- ◀ **Position du point fonctionnel,**
- ◀ **Résolution des moyens de contrôle de la position des coulisseaux.**

Pour la conception de machines homogènes en qualité de mesurage, par exemple, l'amélioration de la résolution des règles de mesure est inutile si la qualité de la glissière, compte tenu du volume de travail, introduit des erreurs aléatoires plus grandes que les erreurs systématiques corrigées.

CHAPITRE II
APPROCHES EXTERNE ET
GLOBALE
D'EVALUATION DE LA
PRECISION

CHAPITRE II

APPROCHES EXTERNE ET GLOBALE D'ÉVALUATION DE LA PRÉCISION

1 : MODELE D'IDENTIFICATION GEOMETRIQUE

1.1: modèle des 21 erreurs [8] [22] [23] [11]

Une machine à mesurer est le plus souvent constituée de 4 solides liés cinématiquement entre-eux par trois liaisons prismatiques d'axe OX, OY, et OZ montés en série. Un palpeur de centre de sphère P lié à l'un des solides extrêmes permet d'enregistrer les coordonnées x, y, et z lues sur les 3 capteurs de position placés parallèlement aux directions principales des trois liaisons. L'hypothèse fondamentale adoptée par ce modèle est de considérer chaque solide composant la machine comme indéformable.

1.1.1: Description des erreurs d'une glissière

La figure 17 est la représentation schématique d'une glissière de machine du type prismatique constituée d'une partie fixe appelée base et d'une partie mobile appelée coulisseau.

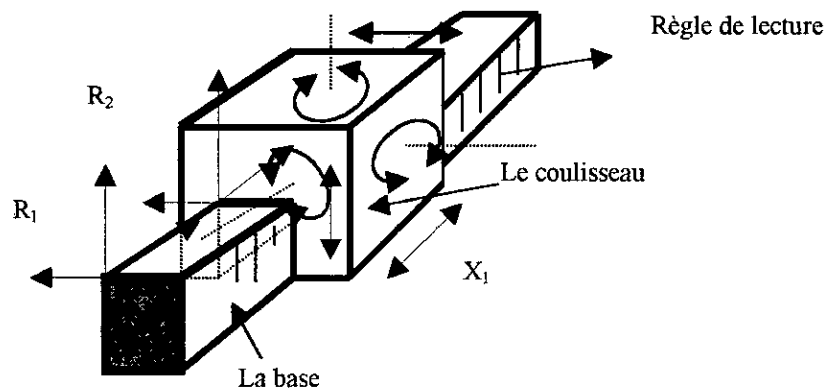


Fig 17 : Description des erreurs d'une glissière prismatique

Soient :

Le repère $R_1 [O_1, \bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1]$ associé au solide S_1 (base), le repère $R_2 [O_2, \bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_2]$ associé au solide S_2 (coulisseau), X_1 la direction principale de la glissière.

Hypothèses :

La translation \vec{T} sera mesurée par un capteur de position parallèle à X_1 .

Lorsque $\vec{T} = \vec{0}$ alors O_2 est confondu avec O_1 .

Alors l'écart de position du repère R_2 par rapport à sa position théorique R_{2th} définit six erreurs (Fig 18).

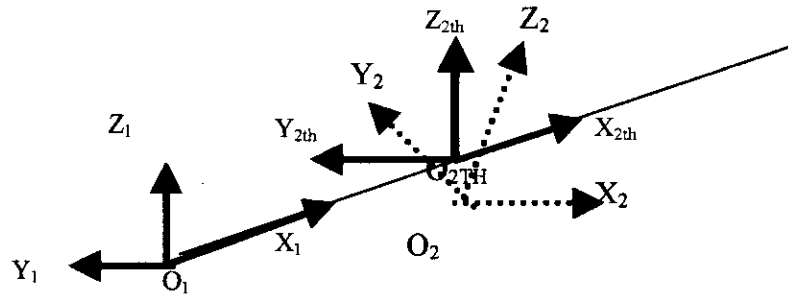


Fig 18 : L'écart de position du repère R₂ par rapport au repère R_{2th}.

Trois Erreurs de translation :

- 1° : $O_{2th} \vec{O}_2 \cdot \vec{x}_1 = T_{XX} =$ erreur de positionnement suivant x_1
- 2° : $O_{2th} \vec{O}_2 \cdot \vec{y}_1 = T_{XY} =$ erreur de rectitude de x_1 dans la direction y_1
- 3° : $O_{2th} \vec{O}_2 \cdot \vec{z}_1 = T_{XZ} =$ erreur de rectitude de x_1 dans la direction z_1

Trois Erreurs de rotation :

Remarque :

La mise en correspondance de deux repères tridimensionnels de même origine nécessite la connaissance des trois composantes du vecteur rotation. Dans le modèle décrit ici, on considère une rotation autour de chaque axe du repère R_{2TH}.

- 4° : Rotation autour de $\vec{x}_{2th} = R_{XX} =$ erreur de roulis
- 5° : Rotation autour de $\vec{y}_{2th} = R_{XY} =$ erreur de tangage
- 6° : Rotation autour de $\vec{z}_{2th} = R_{XZ} =$ erreur de lacet

1.1.3: Vecteur d'erreur

Soit un point P lié au repère R₂ (au coulisseau), on pourra lui associer un vecteur d'erreur d'origine, le point théorique, et d'extrémité, le point réel.

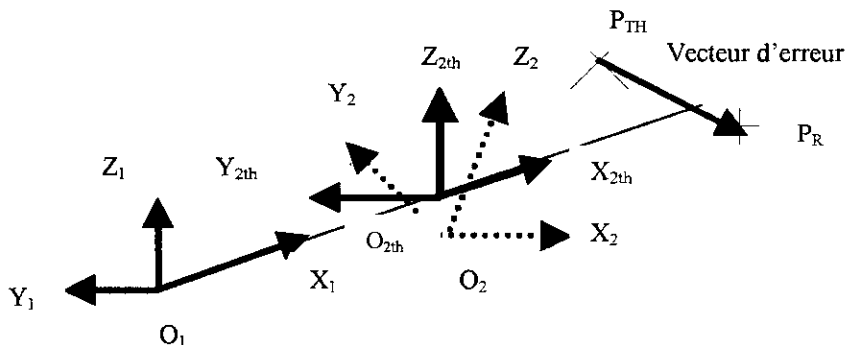


Fig 19 : Vecteur d'erreur

La machine à mesurer comprend 3 glissières : on a donc 18 paramètres d'erreurs qui caractérisent le comportement des glissières.

Remarque :

L'analyse des défauts de chaque glissière se fait indépendamment des autres glissières.

1.1.4 : Erreurs de perpendicularité

Les glissières sont montées en série, nous devons prendre en compte la mise en position relative des glissières. Les glissières sont, à priori, orthogonales.

Soit X_i l'axe principal de translation de la glissière i .

1^{ère} Hypothèse : On caractérise les défauts d'orthogonalité par rapport au repère R_0 , associé au premier élément de la machine S_0 .

2^{ème} Hypothèse : On considère que X_0 , un des axes du repère R_0 , est confondu avec X_1 , axe principal de translation de la glissière 1.

Donc pas de défauts pour la mise en position de la première glissière par rapport au repère R_0 .

3^{ème} Hypothèse : On considère que Y_0 , axe du repère R_0 , est dans le plan défini par \vec{x}_1 et \vec{x}_2 , axes principaux de translation des Glissières 1 et 2.

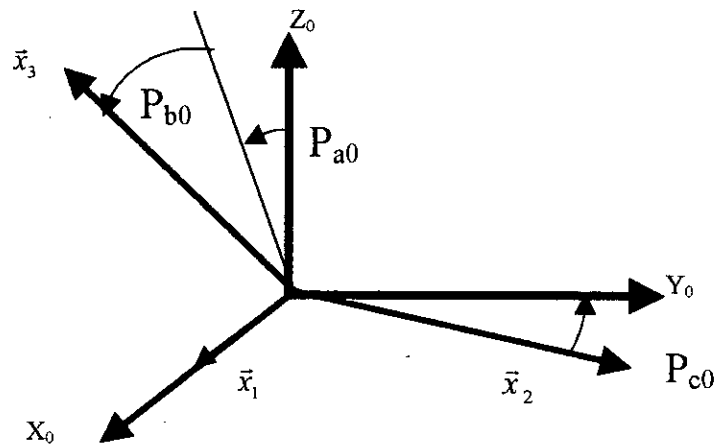


Fig 20 : Erreurs d'orthogonalité entre glissières

Donc :

Un seul paramètre caractérise le défaut de mise en position de la glissière 2 par rapport au repère R_0 , et deux paramètres caractérisent le défaut de mise en position de la glissière 3 par rapport au repère R_0 .

On note P_{c0} l'erreur de perpendicularité entre \vec{x}_1 et \vec{x}_2 dans le plan (\vec{x}_0, \vec{y}_0) .

On note P_{b0} l'erreur de perpendicularité entre \vec{x}_1 et \vec{x}_3 dans le plan (\vec{x}_0, \vec{z}_0)

On note P_{a0} l'erreur de perpendicularité entre \bar{x}_2 et \bar{x}_3 dans le plan (\bar{y}_0, \bar{z}_0) (Fig 20).

1.1.5 : Récapitulatif :

Tableau 2 : Codification des 21 erreurs géométriques

Appellation	Notation
Glissière 1 : axe principal \bar{x}_1	
Erreur de positionnement	T_{xx}
Erreur de rectitude	T_{xy}
	T_{xz}
Erreur de rotation	R_{xx}
	R_{xy}
	R_{xz}
Glissière 2 : axe principal \bar{x}_2	
Erreur de positionnement	T_{yy}
Erreur de rectitude	T_{yx}
	T_{yz}
Erreur de rotation	R_{yy}
	R_{yx}
	R_{yz}
glissière 3 : axe principal \bar{x}_3	
Erreur de positionnement	T_{zz}
Erreur de rectitude	T_{zx}
	T_{zy}
Erreur de rotation	R_{zx}
	R_{zy}
	R_{zz}
Mise en position des glissières : \bar{x}_1 , \bar{x}_2 et \bar{x}_3	
Erreur de perpendicularité dans le plan (xy)	P_{c0}
Erreur de perpendicularité dans le plan (xz)	P_{b0}
Erreur de perpendicularité dans le plan (yz)	P_{a0}

Soient, au total, 21 erreurs.

Remarque :

Les 21 erreurs ne sont pas indépendantes.

1.2 : Modèle de composition des 21 erreurs [8] [23] [27]

Si nous considérons notre modèle comme une boîte noire, nous avons des paramètres d'entrée et des paramètres de sortie (fig 21).

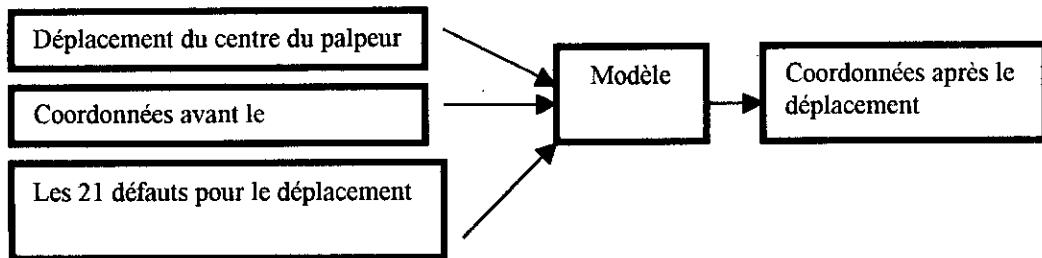


Fig 21 : Paramètres d'entrée et sortie du modèle

Les paramètres d'entrées sont :

- le déplacement du centre du palpeur
- les coordonnées de la position du centre du palpeur avant déplacement.
- les 21 défauts connus pour ce déplacement donné.

Les paramètres de sortie sont :

- les coordonnées de la position du centre du palpeur après déplacement.

Si le déplacement est connu par les valeurs lues sur la règle associée à chaque glissière les 21 défauts ne sont pas obligatoirement connus à la position considérée : la mesure de chaque défaut machine est faite le long de chaque glissière à un pas donné.

Ainsi, le défaut T_{yx} rectitude de \vec{x}_2 suivant \vec{x}_1 , est connu par un nuage de points. On fait un lissage pour connaître le défaut à chaque position du coulisseau.

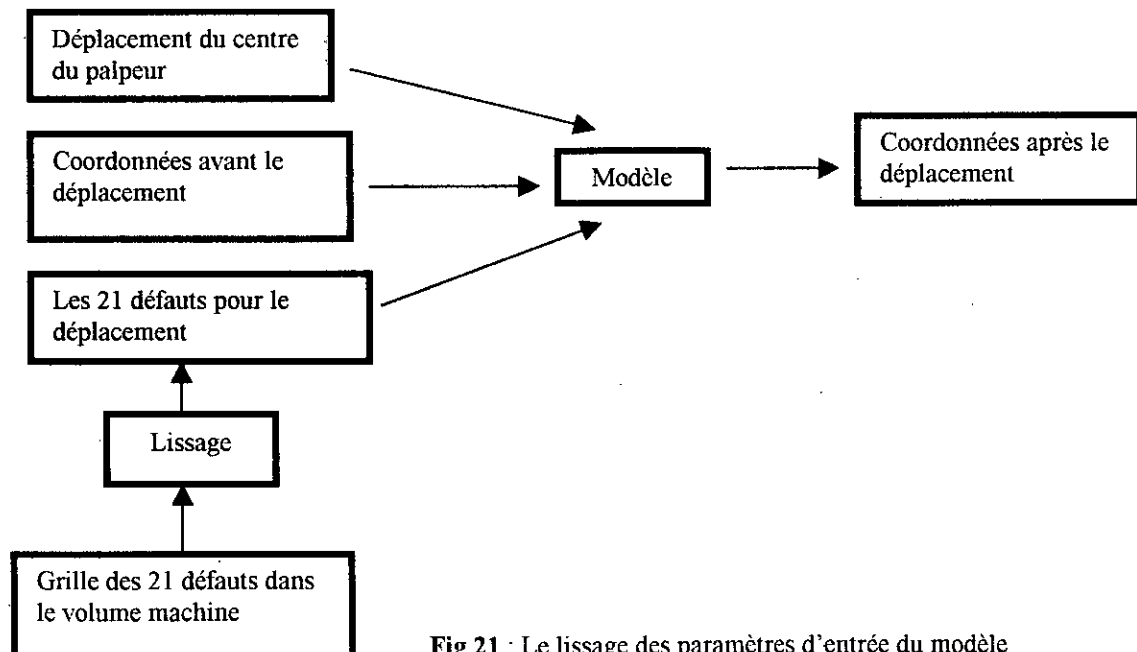


Fig 21 : Le lissage des paramètres d'entrée du modèle

La modélisation intervient alors à deux niveaux : Le lissage et le modèle de composition (Fig 21).

1.2.1 : Le lissage

Le lissage le plus simple consiste à faire une moyenne : le défaut sera indépendant de la position sur la glissière. La norme VDE/VDI (voir annexe 1) reprend cette méthode pour définir les défauts d'orthogonalité.

-On optimise par une droite sur toute la glissière. La norme VDE/VDI caractérise ainsi les défauts de positionnement.

-On interpole linéairement entre chaque point relevé par expérimentation.

Les corrections logicielles des constructeurs utilisent cette méthode (ZEISS).

-On fait un lissage polynomial d'ordre n.

1.2.2 : Modèles de composition

L'objectif de la modélisation est de calculer l'erreur globale par une composition des 21 erreurs. Les méthodes de mesure utilisées pour évaluer les défauts seront intimement liés aux modèles de composition des 21 erreurs.

1.2.2.1 : Composition géométrique [23] [3] [27][8]

Exemple pour une MMT du type portique (Fig 23). On utilise 4 repères, tels que : le repère R_0 lié au marbre, le repère R_1 à la glissière 1 (le pont), le repère R_2 à la glissière 2 (le chariot), le repère R_3 à la glissière 3 et on associe au centre du palpeur, le point P, lié au repère R_3 .

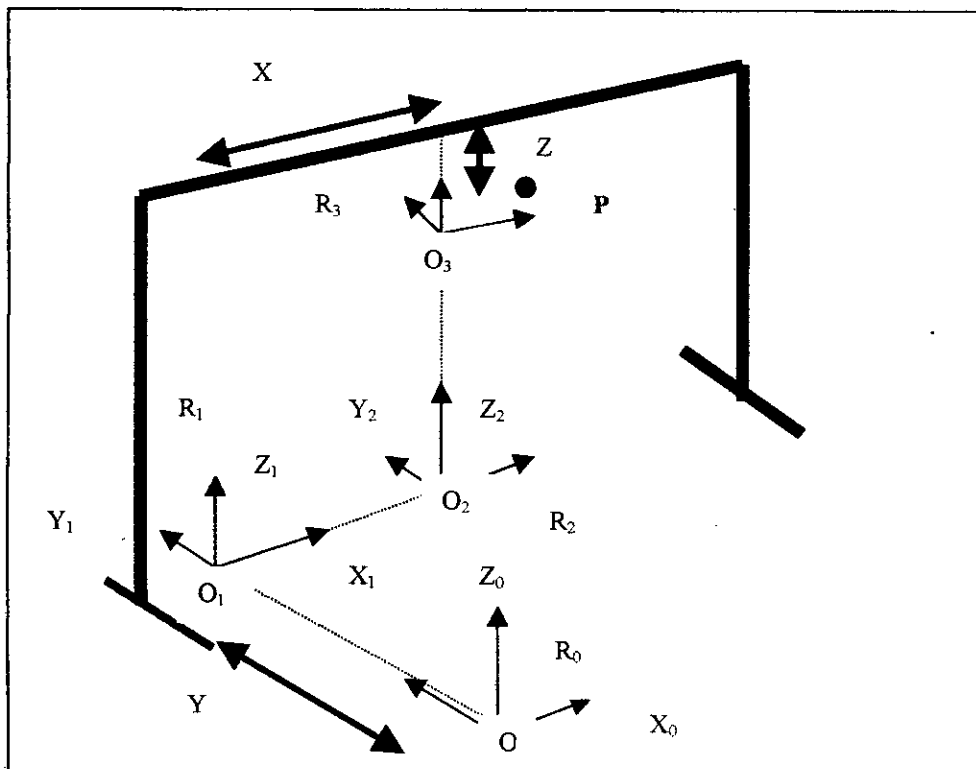


Fig 23 : Schéma d'une MMT du Type portique

Ainsi, quand le pont subit un déplacement connu par la donnée Y lue sur la première règle, la position de l'origine O_1 du repère R_1 associé au pont est caractérisée par le vecteur OO_1 .

$$OO_1 = \begin{pmatrix} T_{yx} \\ Y - T_{yy} \\ T_{yz} \end{pmatrix} \text{ tels que } T_{yx} \text{ et } T_{yz} \text{ représentent, respectivement les rectitudes de } \vec{y}$$

suivant les direction \vec{x} et \vec{z} . T_{yy} représente l'écart de positionnement suivant la direction de déplacement.

De même, dans son déplacement, le pont subit une rotation due aux écarts angulaires ; la rotation du repère R_1 par rapport au repère R_0 est caractérisée par la matrice suivante :

$$R_{10} = \begin{pmatrix} 1 & -R_{yz} & R_{yy} \\ R_{yz} & 1 & -R_{yx} \\ -R_{yy} & R_{yx} & 1 \end{pmatrix}$$

On peut écrire les mêmes relations pour les deux autres glissières, on a alors :

$$O_1 \vec{O}_2 = \begin{pmatrix} X - T_{xx} \\ -X \cdot P_{yx} + T_{xy} \\ T_{xz} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad O_2 \vec{O}_3 = \begin{pmatrix} -Z \cdot P_{xz} + T_{zx} \\ -Z \cdot P_{yz} + T_{zy} \\ Z - T_{zz} \end{pmatrix}$$

Ou P_{yx} , P_{xz} et P_{yz} définissent les écarts d'orthogonalité.

$-P_{yx}$ est l'écart d'orthogonalité entre les glissières 1 et 2, P_{xz} et P_{yz} caractérisent la position de la glissière 3 par rapport au plan formé par les deux premières glissières.

On peut écrire de même les matrices de rotation R_{21} et R_{32} des repères R_2 par rapport à R_1 et R_3 par rapport à R_2 en remplaçant respectivement Y par X Puis Z .

$$R_{21} = \begin{pmatrix} 1 & -R_{xz} & R_{xy} \\ R_{xz} & 1 & -R_{xx} \\ -R_{xy} & R_{xx} & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad R_{32} = \begin{pmatrix} 1 & -R_{zz} & R_{zy} \\ R_{zz} & 1 & -R_{zx} \\ -R_{zy} & R_{zx} & 1 \end{pmatrix}$$

Soit P le centre du palpeur, son déplacement est caractérisé par X, Y, Z les valeurs affichées par les règles.

En considérant que l'origine O du repère R_0 est définie comme le point zéro des règles, on exprime les coordonnées du point P_{TH} dans le repère R_0 , lié au marbre par les composantes du vecteur $o\vec{P}_{th}$, et les coordonnées du point corrigé P_c par les composantes du vecteur $o\vec{P}_c$ tels que :

$$o\vec{P}_c = o\vec{O}_1 + \mathbf{R}_{10}^{-1} * (\mathbf{R}_{21}^{-1} * (\mathbf{R}_{32}^{-1} * O_3\vec{P}_{th} + O_2\vec{O}_3) + o_1\vec{o}_2)$$

$$\text{avec } o\vec{P}_{th} = o\vec{O}_{1th} + o_{1th}\vec{o}_{2th} + o_{2th}\vec{o}_{3th} + o_{3th}\vec{P}_{th}$$

Le vecteur d'erreur \vec{E} est tel que $\vec{E} = o\vec{P}_c - o\vec{P}_{th}$

1.2.2.2: Composition cinématique [23]

Dans la composition géométrique, on suppose les défauts angulaires infiniment petits. Pour cette raison, nous avons pu associer les composantes ci-dessus, aux Vecteurs de déplacement et aux matrices de passage.

Dans la composition cinématique, on considère la même hypothèse de petits déplacements dans l'espace. On associe alors à chaque liaison, un torseur de petits déplacements qui expriment les 5 écarts géométriques de la liaison glissière.

Ainsi nous avons, pour chaque liaison prismatique, les torseurs exprimés aux différentes origines O_1, O_2, O_3 .

$$\text{Liaison } S_1/S_0 : (\tau_1/0)O_1 = \begin{pmatrix} R_{yx}[YL] & T_{yx}[YL] \\ R_{yy}[YL] & T_{yy}[YL] \\ R_{yz}[YL] & T_{yz}[YL] \end{pmatrix} O_1$$

$$\text{Liaison } S_2/S_1 : (\tau_2/1)O_2 = \begin{pmatrix} R_{xx}[XL] & T_{xx}[XL] \\ R_{xy}[XL] & T_{xy}[XL] \\ R_{xz}[XL] & T_{xz}[XL] \end{pmatrix} O_2$$

$$\text{Liaison } S_3/S_2 : (\tau_3/2)O_3 = \begin{pmatrix} R_{zx}[ZL] & T_{zx}[ZL] \\ R_{zy}[ZL] & T_{zy}[ZL] \\ R_{zz}[ZL] & T_{zz}[ZL] \end{pmatrix} O_3$$

L'écart systématique de mesure résultant de la chaîne cinématique des différents solides peut être lui aussi caractérisé par un torseur exprimant le petit déplacement entre le solide porte palpeur (S_3) et le marbre porte pièce (S_0)

Ainsi on aura la relation cinématique entre les torseurs [23].

$$(\tau_3/0) = (\tau_3/2) + (\tau_2/1) + (\tau_1/0)$$

Que l'on peut exprimer au point P. par le torseur $(\tau_3/0)_P \begin{pmatrix} \vec{R}_{3/0} \\ \vec{D}_{3/0} \end{pmatrix}$

On obtient alors les écarts dus à la petite rotation : $\vec{R}_{3/0}$ et au petit déplacement $\vec{D}_{3/0}$.

2: Solides déformables

Les 21 erreurs permettent de corriger les défauts géométriques des machines à mesurer tridimensionnelles composées de solides indéformables.

Si on considère les solides déformables d'autres défauts interviennent dans l'erreur globale, les écarts ainsi créés peuvent être modélisée par des lois de déformation et d'allongement que l'on notera :

$D_{001}^i[\Delta T]$, $D_{0102}^i[XL, YL, ZL, \Delta T]$, $D_{0203}^i[XL, YL, ZL, \Delta T]$,
avec $i=[x,y,z]$

2.1 : L'équipage palpeur

Le palpeur, de part sa technologie, induit des défauts de mesurage qui sont fonction de la direction d'accostage, de la position du centre de la sphère de palpation, du diamètre de la sphère, de la pression de contact.

On peut intégrer dans la chaîne cinématique, un modèle de représentation du palpeur. Il est généralement limité à la position du centre de la sphère de palpation par rapport à la dernière glissière.

2.2 : Le poids de la structure :

L'effet, sur l'erreur globale, du poids des composants qui jouent sur la rigidité des paliers et la déformation des différents solides, est généralement négligeable devant les effets des autres défauts géométriques.

Lorsque ce n'est pas le cas, on mesure expérimentalement les effets du transfert de poids sur la déformation des glissières. Puis, on intègre dans le modèle de composition des 21 erreurs les défauts mesurés qui sont fonction de la position de chaque solide au moment du mesurage. Cela suppose que le modèle choisi soit suffisamment général.

Ainsi, dans la référence [23] l'auteur utilise le torseur des petits déplacements et dans les références [26], il utilise le calcul matriciel en coordonnées homogènes puis néglige les termes du second ordre dans l'expression de l'erreur globale.

2.3 : Les variations de la température [38]

Lorsque la température ne peut être contrôlée, le modèle de composition des erreurs doit intégrer ces variations. Par expérimentation, on mesure les effets, sur le comportement de la machine, de la variation de température enregistrée par différents capteurs. Puis, on intègre dans le modèle de composition des 21 erreurs, les défauts mesurés qui sont fonction des indications fournies par les capteurs thermiques au moment de la mesure.

3. Moyens de contrôle pour la mesure des défauts géométriques

3.1 : Types d'erreurs [8] [18] [21]

On peut grouper les défauts géométriques en quatre classes :

Erreur de positionnement le long de l'axe principal de déplacement.
 Erreurs de rectitude du déplacement.
 Erreurs de rotation du coulisseau dans son déplacement.
 Erreurs de perpendicularité entre les axes de déplacement.

3.1.1 : Erreur de positionnement

L'erreur de positionnement est mesurée par interférométrie laser.
 Compte tenu du montage, dans la référence [18] l'auteur précise que la meilleure incertitude sur le mesurage sera de $\pm(0.3+2.10^{-6} L)$, bien que la résolution actuelle des interféromètres laser soit de $0.01\mu\text{m}$.

3.1.2 : Erreur de rectitude [24] [25]

Plusieurs moyens peuvent être utilisés pour la mesure des rectitudes :
 On utilise des règles de référence couplées avec un comparateur électronique. Ces règles sont en granit ou en acier. La résolution du comparateur est de $0.1\mu\text{m}$ et le degré de précision obtenu par la méthode de la règle inverse est de $0.5\mu\text{m}$. Soit on utilise un interféromètre laser couplé à des composants tels que des Interféromètres de rectitude, miroirs de renvoi.
 Soit on couple les deux méthodes. Pour améliorer la résolution du moyen de contrôle, on utilise un laser à deux longueurs d'onde dont le rayon de mesure se reflète sur une règle de référence fabriquée en Zérodur.
 La précision obtenue est alors de 13 manomètres pour une rectitude horizontale et 50 manomètres pour une rectitude verticale. On utilise la méthode de la droite inverse pour éliminer les défauts de la règle (fig 24-A), on compense la déformation de la règle due à son propre poids, et les variations de longueur d'ondes de l'interféromètre laser (fig 24-B)).

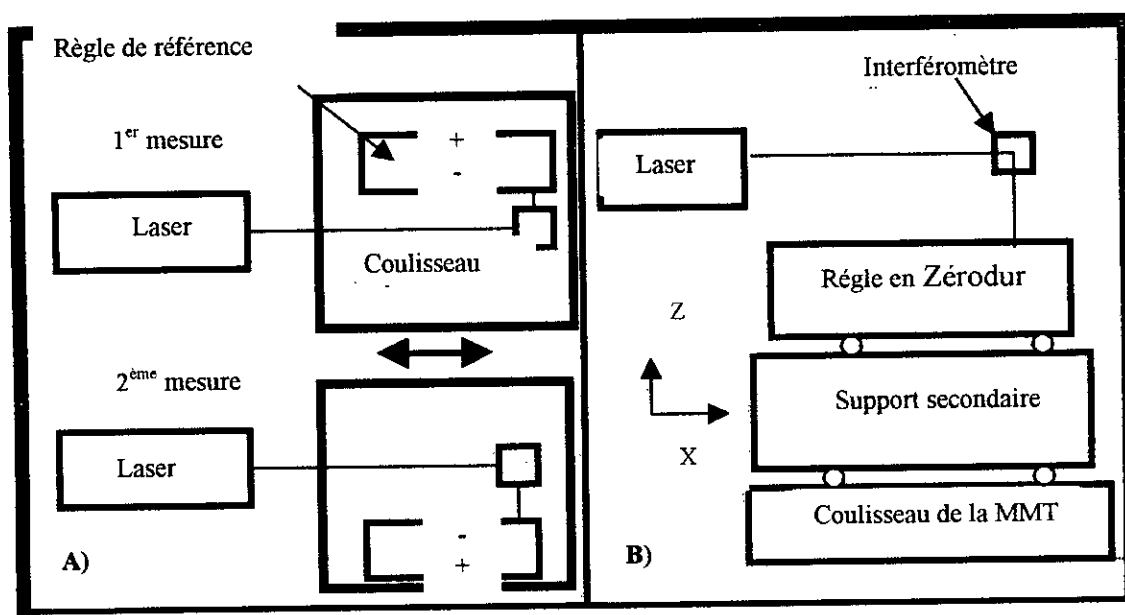


Fig 24 : A) Mesure de rectitude avec règle inverse B) Mesure de rectitude avec compensation

3.1.3: Erreur de positionnement angulaire [23] [18]

La mesure des rotations du coulisseau peut se faire, par niveau électronique, pour le roulis sur les axes horizontaux, interférométrie laser pour les angles de tangage et de lacet, ou par des moyens mécaniques : un plan ou des règles de référence associés à deux comparateur. La meilleure incertitude obtenue sera, pour les angles de lacet et de tangage de $\pm 0.5''$ d'arc avec un laser et de $\pm 1''$ d'arc avec des moyens mécaniques traditionnels.

3.1.4 : Erreur de perpendicularité

L'erreur de perpendicularité entre deux axes de déplacement peut s'obtenir soit par l'utilisation d'une équerre de référence en granit ou en acier. La meilleure incertitude obtenue sera alors de $\pm 0.5''$ d'arc. La difficulté est l'intégration des défauts de rectitude des axes dans la mesure de la perpendicularité. Il est intéressant alors de compenser, préalablement à la mesure, les 18 défauts associés aux trois glissières.

Soit par l'utilisation d'un interféromètre laser., on mesure certaines rectitudes en même temps que la mesure des perpendicularité. Ainsi, la rectitude de l'axe X_1 dans le plan X_1, X_2 sera mesurée en même temps que la perpendicularité entre l'axe X_1 et X_2 . On peut aussi mesurer uniquement la perpendicularité en utilisant la méthode des diagonales.

On conclue que L'interférométrie laser est couramment employée. Si la technologie actuelle des lasers permet des résolutions de l'ordre de 10 nm , leurs limites d'utilisation sont plus proches des 300nm . On vient de voir les 21 défauts géométriques qui caractérisent la précision d'une MMT. Leurs mesures, essentiellement par interférométrie laser, nécessitent, de la part du métrologue, une attention toute particulière. On peut alors caractériser la machine de manière très précise. Mais deux inconvénients majeurs ressortent alors :

- Le premier est la longueur de la méthode : elle nécessite deux à trois jours de travail sur machine.
- Le deuxième est le prix élevé des instruments de contrôle.

Or, l'évolution du marché des machines à mesurer tridimensionnelles est telle que : l'utilisateur ne peut se permettre d'arrêter , trois jours durant , une machine à mesurer pour un contrôle périodique. L'évolution du rapport, prix du moyen de contrôle de la machine sur le prix de la machine, impose, pour l'utilisateur, la recherche de moyens de contrôle moins prohibitifs. Donc on peut situer l'approche externe à deux niveaux :

- 1° : mesure des défauts géométriques de la machine pour caractériser sa précision.
- 2° : mesure des défauts géométriques de la machine en vue d'une compensation logicielle des erreurs systématiques.

Le tableau suivant synthétise l'intérêt ou non de l'approche externe.

Intérêt de l'approche externe	Chez le constructeur	Chez l'utilisateur
Mesure des défauts géométriques de la machine pour caractériser sa précision	OUI	NON
Mesure des défauts géométriques de la machine en vue d'une compensation logicielle des erreurs systématiques.	OUI	?

4 : Approche globale d'étalonnage

4.1 : Méthodes directes

Il y a deux façons de mesurer la précision d'une MMT : Soit on effectue la mesure sur les différents éléments de la machine. Soit on mesure des pièces étalon. La première méthode a été développée au chapitre précédent. On a conclu que la mesure des 21 défauts géométriques est délicate compte tenu de l'évaluation difficile des déviations réelles. Cette incertitude au niveau du contrôle de la machine et l'influence de la durée de mesure des défauts fait qu'il est extrêmement difficile d'associer un modèle de composition des erreurs.

La deuxième méthode est couramment employée pour le contrôle des palpeurs à déclenchement : les pièces étalon sont soit des sphères, soit des cylindres. Les erreurs dues au palpeur influencent le calcul de la valeur du diamètre mesuré. On élimine les effets des défauts de la machine à mesurer en prenant un diamètre aussi petit que possible[38].

On peut donc supposer que la mesure d'une pièce étalon par une MMT fournira des informations plus fiables sur le comportement de la machine qu'un contrôle des composants de la machine ; ceci parce que c'est une méthode directe. Les deux avantages principaux sont alors :

Réduction de la durée de contrôle.

Réduction du coût des appareils de contrôle de la machine.

Mais deux problèmes sont inhérents à cette méthode :

Difficulté d'étalonnage de la pièce étalon.

Les composantes des défauts géométriques qui sont à l'origine des erreurs constatées ne sont pas connues.

Les références [6] [23][18] [28] décrivent les méthodes préconisées par les différentes normes de contrôle pour étalonner les MMT.

Il y a les méthodes d'étalonnage bidimensionnelles qui s'appuient sur le test de circularité et utilisent un cylindre étalon [30] ou utilisent une plaque à trous [10][27].

Tandis que les méthodes tridimensionnelles, s'appuient sur le test de sphéricité et utilisent une barre à boule,[31] [32][33] ou utilise aussi une machine de contrôle étalon (Machine Checking Gage).

La méthode théorique, validée par F.jouy dans sa thèse [22], s'appuie sur la mesure de longueur dans l'espace et utilise un tripode [34].

4.2: Modélisation curviligne [22][34]

Les méthodes précédentes ont montré que, si la mesure d'un artefact étalon permettait de quantifier l'erreur globale de la machine pour un cas précis, il était extrêmement difficile, dans un cas général, d'assurer une compensation logicielle efficace. L'idée essentielle, de la méthode décrite ici, est d'associer un modèle mathématique qui décrirait le champ d'erreurs de la machine. C'est l'idée, émise par A.Clément sur l'identification de courbes discrétisées dans un univers mécanique imprécis : le modèle proposé est un champ de déplacement infiniment petit analogue sur le plan mathématique, au champ de déplacement de la

mécanique des milieux continus ; on considère alors que le modèle de représentation de l'espace de travail de la machine n'est plus un repère orthonormé avec des défauts mais un repère curviligne, proche du repère orthonormé qu'il s'agit d'identifier.

4.2.1 : Champ de déplacement

Le champ de déplacement est caractérisé par le vecteur $\vec{U}(M)$ Tel que : l'extrémité du vecteur définit les coordonnées du point M dans l'espace curviligne associé à la machine. L'origine du vecteur définit les coordonnées du point M dans un espace orthonormé de

référence..
$$\vec{U}(M) = \vec{OM}_{th} - \vec{OM}_r$$

L'hypothèse fondamentale, pour la détermination du champ de déplacement, est de considérer que le repère curviligne, qui caractérise l'espace de travail de la machine est localement rectiligne.

On peut alors écrire que le champ de déplacement s'exprime, de manière générale, en fonction du tenseur de déformation $\underline{\underline{D}}$ par la relation :

$$\underline{\underline{D}} = \text{grad} (\vec{U}(M)) \dots \dots \dots (1)$$

L'hypothèse de repère localement rectiligne permet d'associer un repère rectiligne à une zone, non infiniment petite, de l'espace de travail.

Deux grandeurs sont alors associées à la notion de champ de déplacement :

- 1)-Le déplacement du repère local par rapport au repère général de la machine.
- 2)-La déformation du repère local.

1° grandeur :

Le choix du repère général de la machine est arbitraire : chaque repère se déduit d'un autre par une rotation et une translation.

Le déplacement du repère local s'exprimera en fonction des constantes d'intégration de la relation (1), fonction du choix du repère général.

Le choix le plus courant pour le repère général orthonormé, associé à la machine, est tel que :

Le premier axe du repère soit confondu avec le premier axe de déplacement de la machine à mesurer.

Le deuxième axe du repère soit dans le plan défini par les deux premiers axes de déplacement de la machine.

L'origine du repère soit le centre de la sphère étalon fixé sur la machine.

2° grandeur

La déformation du repère local s'exprimera en fonction de la partie symétrique du tenseur de déformation général $\underline{\underline{D}}$, soit le tenseur $\underline{\underline{Dp}}$: tenseur de déformation pure.

$$\text{On a : } \underline{\underline{Dp}} = (\underline{\underline{D}} + \underline{\underline{D}}^T)/2 \dots \dots \dots (2)$$

On s'aperçoit alors que la connaissance de \overline{Dp} permet de déterminer complètement le champ de déplacement $\vec{U}(M)$.

4.2.2 : Détermination du tenseur de déformation pure

Dans la zone, localement rectiligne, la distance, entre deux points quelconques A et B, s'exprimera par une forme quadratique telle que les coefficients de cette forme définissent le tenseur métrique \overline{G} associé à la zone considérée.

$$|| \vec{AB} || = g_{11}*(X_b-X_a)^2 + g_{22}*(Y_b-Y_a)^2 + g_{33}*(Z_b-Z_a)^2 + 2*g_{12}*(X_b-X_a)*(Y_b-Y_a) + 2*g_{13}*(X_b-X_a)*(Z_b-Z_a) + 2*g_{23}*(Y_b-Y_a)*(Z_b-Z_a)$$

soit : $|| \vec{AB} || = [V^T] * [g_{ij}] * [V]$ (3)

$[g_{ij}]$ est la matrice associée au tenseur métrique \overline{G} .
 Or, le tenseur de déformation de la transformation qui permet le passage d'un repère orthonormé à un repère rectiligne quelconque de métrique \overline{G} , est tel que :

$$[\epsilon] = [g_{ij}] - [I] / 2$$
 (4)

ou $[I]$ est la matrice d'identité. On en déduit que la connaissance de $[g_{ij}]$ permet de déterminer complètement, dans la zone considérée comme rectiligne, le tenseur de déformation pur, puis le tenseur de déformation.

Il suffit de connaître la matrice du tenseur métrique en différentes zones de travail pour déterminer le champ de déplacement $\vec{U}(M)$. Les constantes d'intégration seront connues en fonction du choix du repère général de la machine.

4.2.3 : Détermination du tenseur métrique

La détermination des composantes du tenseur métrique se fera alors par la mesure, dans une zone de l'espace de travail de la machine, d'un artefact (barre à boule, tripode) de longueur constante, dans différentes positions.

Le tenseur métrique est symétrique (forme bilinéaire symétrique), aussi pour déterminer ses 6 composantes, on doit mesurer la longueur dans 6 positions au moins.

De manière générale, on mesure la longueur pour plus de 6 positions ; une optimisation par la méthode des moindres carrés permet de déduire les composantes $[g_{ij}]$.

4.2.4 : Champ de déplacement du premier ordre

On considère un champ de déplacement linéaire. La plupart des méthodes, mesurent d'ailleurs uniquement le déplacement à l'ordre 1.

Le milieu curviligne de l'espace de travail se réduit à un milieu rectiligne.

On a $\vec{U}(M) = [A_D] * \vec{OM}$, avec $[A_D]$ = matrice de déplacement

et $\vec{OM}_{th} = [A] * \vec{OM}$, avec $[A]$ = matrice de l'application linéaire

On peut obtenir, directement les coefficients de l'application linéaire en fonction des composantes du tenseur métrique par la relation $[g_{ij}] = [A]^T * [A]$, relation qui permet de

passer d'un repère rectiligne de métrique \bar{G} à un repère orthonormé de métrique égale à l'identité.

4.2.5 : Récapitulatif

On effectue une partition de l'espace de travail de la machine. Dans chaque zone, l'espace sera considéré comme rectiligne.

On choisit une valeur de longueur compatible avec le choix précédent.

On mesure cette longueur avec les règles de la machine dans différentes directions à l'intérieur de chaque zone.

On détermine les 6 composantes du tenseur métrique associé à un point central de la zone considérée, on en déduit le tenseur de déformation en ces différents points.

Compte tenu des valeurs du tenseur de déformation aux points étudiés, on choisit une forme analytique au champ du tenseur de déformation.

On l'intègre pour déterminer le champ de déplacement. La transformation curviligne est alors entièrement déterminée à une translation et une rotation près.

On choisit un repère général associé à la machine pour déterminer ces constantes.

On détermine alors la compensation logicielle pour tous les points de mesure.

4.2.6 : Applications

Les différentes applications, qu'elles soient sur une machine outil CNC [22], sur une MMT ou sur un palpeur mesurant, ont mis en œuvre la théorie du tenseur métrique seulement, c'est à dire que le repère de la machine était considéré comme un repère rectiligne.

Actuellement, les différentes expérimentations qui tendent à modéliser l'espace machine par un système curviligne se heurtent à deux problèmes :

Le choix de la longueur à mesurer doit être compatible avec le degré de précision de la machine.

La modélisation par un système curviligne permet une compensation directe de l'erreur globale de la machine sans calculer les défauts de base.

En conséquence, les défauts calculés à partir des composantes du tenseur métrique, expriment uniquement des erreurs d'échelle et de perpendicularité qui comprennent les 21 défauts de base de la machine.

5 : Conclusion:

La mesure d'une longueur dans l'espace de travail de la machine permet de déterminer théoriquement le champ de déplacement associé à la machine.

L'hypothèse des petits déplacements permet assez simplement d'intégrer le tenseur de déformation pour déterminer le champ de déplacement.

Par contre, la mise en œuvre pratique pose encore un certain nombre de difficultés :

Le choix de la partition de l'espace de travail et de la longueur à mesurer.

Le choix de l'artefact à mesurer pour assurer un temps de mesure minimum compatible avec une justesse de l'artefact suffisante.

La modélisation curviligne dépend bien sur le comportement de la machine, mais aussi du type de palpeur utilisé. Ainsi, l'utilisation d'un palpeur désaxé ne donnera pas la même modélisation curviligne qu'un palpeur non désaxé.

Le défaut de vrillage du dernier axe de la machine n'est pas pris en compte dans une modélisation curviligne basée sur la mesure d'une longueur par un palpeur non désaxé.

Il faudrait donc, dans la pratique, réaliser un étalonnage de la machine pour chaque palpeur utilisé. La méthode perdrait, alors son intérêt.

Pour lever ces écueils, la première étape est de pouvoir comparer les résultats de mesure de l'étalonnage d'une machine lorsqu'on utilise des moyens externes et lorsqu'on mesure une longueur connue dans le volume de travail.

Cela revient à dire que l'on doit, de manière théorique, déterminer les relations entre les 21 défauts de base de la machine et les coefficients de la modélisation curviligne.

CHAPITRE III

MODELISATION D'UNE MMT

CHAPITRE III

MODELISATION D'UNE MMT

1 : INTRODUCTION

On définit le modèle de machine utilisé dans le cadre de ce chapitre, en considérant la machine à mesurer tridimensionnelle comme un empilement de machines à mesurer bidimensionnelles.

2 : Modélisation d'une machine bidimensionnelle

2.1 : Modélisation d'une glissière

2.1.1 : Glissière parfaite

On associe deux fonctions principales à une glissière :

Assurer un guidage en translation rectiligne d'un solide S_1 (le coulisseau) par rapport à un solide S_0 (la base), mesurer le déplacement de S_1 par rapport à S_0 . De manière générale, six paramètres caractérisent la position d'un solide dans l'espace.

Donc la position du coulisseau sera caractérisée par trois paramètres de translation : u, v, w et trois paramètres de rotations α, β, γ .

2.1.1.1 : Fonction guidage

Théoriquement, la translation du coulisseau est rectiligne. On choisit un repère R_0 lié au solide S_0 tel que le mouvement de S_1/S_0 sera caractérisé par un seul paramètre de translation. On choisissant l'axe \vec{X}_0 du repère R_0 parallèle au déplacement de S_1 , la trajectoire d'un point quelconque M appartenant au solide S_1 est défini par u .

Le paramètre u caractérise le déplacement de S_1/S_0 , donc les paramètres $v, w, \alpha, \beta, \gamma$ seront nuls pour une glissière parfaite.

Le choix du repère $R_1 [O_1, \vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1]$ lié au solide S_1 peut être quelconque. Nous le choisirons tel que, avant tout déplacement de S_1 , les repères $R_1 [O_1, \vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1]$ et $R_0 [O_0, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0]$ soient confondus. On peut alors écrire, que la trajectoire d'un point quelconque M du solide S_1 , de coordonnées $(X_{M/1}, Y_{M/1}, Z_{M/1})$ dans le repère R_1 , est déterminés par le système d'équations paramétriques suivant :

$$X_M = u + X_{M/1} \qquad Y_M = Y_{M/1} \qquad Z_M = Z_{M/1}$$

2.1.1.2 : Fonction mesure

Une règle, fixe par rapport au solide S_0 , fournit des valeurs X_R , par nature sans dimension. Si la glissière est parfaite, on associe, à chaque valeur X_R , la valeur dimensionnelle u qui correspond au déplacement d'un point quelconque du solide S_1 . On a alors $X_R = u$.

La direction de lecture est parallèle au déplacement d'un point quelconque du coulisseau (fig 25).

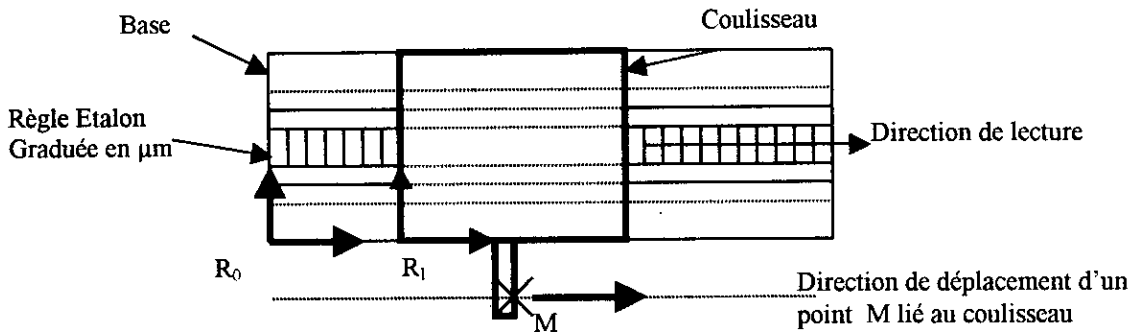


Fig 25 : Schéma d'une glissière parfaite

2.1.1.3 : synthèse

Une glissière est composée de trois éléments :

- ◀ -une base
- ◀ -un coulisseau
- ◀ -une règle

Si la glissière est parfaite, (fig 25) la trajectoire d'un point quelconque du coulisseau, exprimée dans un repère lié à la base, est une trajectoire rectiligne parallèle à la règle.

Si on associe le repère R_0 à la base, et le repère R_1 au coulisseau, le déplacement est nul, Quand R_1 et R_0 sont confondus. Alors, à un point $M (X_{M/1}, Y_{M/1}, Z_{M/1})$ connu dans le repère R_1 , le déplacement de M dans Le repère R_0 est déterminé par le système d'équations paramétriques suivant :

$$X_M = X_R + X_{M/1}$$

$$Y_M = Y_{M/1}$$

$$Z_M = Z_{M/1}$$

tel que X_R est la valeur lue sur la règle de mesure.

2.1.2 : Glissière réelle

2.1.2.1 : Fonction guidage

Dans la réalité, la glissière n'est pas parfaite, on constate alors que la trajectoire d'un point quelconque du coulisseau n'est pas rectiligne (voir figure 26).

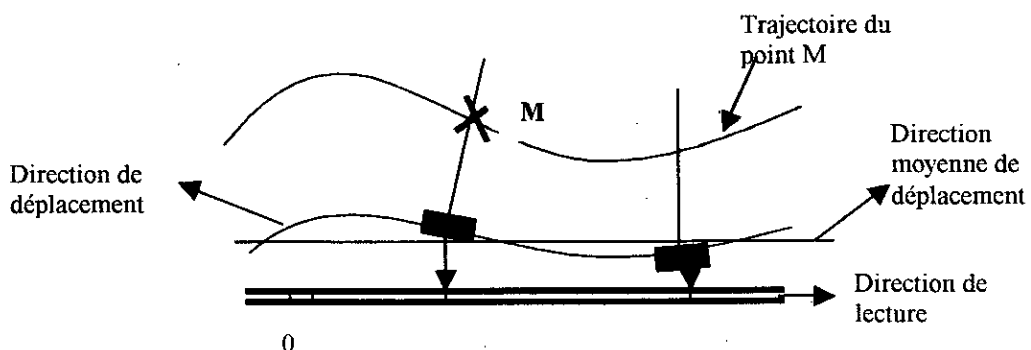


Fig 26 :Schéma d'une glissière réelle

De manière générale, la position du solide S_1 par rapport à S_0 sera connue par six paramètres, trois paramètres de translation : $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ et trois paramètres de rotation α, β, γ .

Pour effectuer la mesure de ces paramètres, on choisit une direction moyenne de déplacement. Ce choix, relativement arbitraire, doit permettre de minimiser les écarts de la trajectoire réelle d'un point du coulisseau par rapport à sa trajectoire théorique.

On choisit un repère R_0 lié au solide S_0 tel que l'axe \vec{X}_0 soit parallèle à la direction moyenne de déplacement.

Le paramètre U caractérise le déplacement, sur la ligne moyenne, de S_1/S_0 , soit le déplacement de O_1 en projection sur \vec{X}_0 . Les paramètres $\mathbf{v}, \mathbf{w}, \alpha, \beta, \gamma$ sont mesurés en fonction de U .

Le déplacement du coulisseau, par rapport à sa base, est alors défini par le système d'équations paramétriques suivant :

$$\mathbf{v}=\mathbf{v}(U) \quad , \quad \mathbf{w}=\mathbf{w}(U) \quad , \quad \alpha=\alpha(U) \quad , \quad \beta=\beta(U) \quad , \quad \gamma=\gamma(U).$$

2.1.2.2 : Fonction mesure

Une règle fixe par rapport au solide S_0 , fournit des valeurs X_R , par nature sans dimension. L'étalonnage consiste à associer à chaque valeur X_R , la valeur dimensionnelle \mathbf{u} qui correspond au déplacement du point O_1 du solide S_1 suivant la direction moyenne du déplacement. On a alors $\mathbf{U}=\mathbf{X}_R+\mathbf{u}(X_R)$.

En conséquence, la glissière composée d'une base S_0 , d'un coulisseau S_1 et d'une règle de mesure, assure un guidage de S_1 par rapport à S_0 caractérisé par les six fonctions suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \mathbf{X}_R + \mathbf{u}(X_R) \\ \mathbf{v} &= \mathbf{v}(X_R) \\ \mathbf{w} &= \mathbf{w}(X_R) \\ \alpha &= \alpha(X_R) \\ \beta &= \beta(X_R) \\ \gamma &= \gamma(X_R) \end{aligned}$$

telles que X_R soit la valeur lue sur la règle et \mathbf{U} la valeur réelle de déplacement du point particulier O_1 , suivant la direction moyenne.

2.1.2.3 : Trajectoire d'un point

Pour une glissière réelle, la trajectoire d'un point quelconque du coulisseau, exprimée dans un repère lié à la base, est une trajectoire curviligne.

On considère que l'origine du repère R_1 associé au coulisseau est le point d'étalonnage, en conséquence, sa trajectoire est déterminée par le système d'équations paramétriques suivant :

$$\mathbf{X}=\mathbf{X}_R+\mathbf{u}(X_R) \quad (\mathbf{u}(X_R)=T_{XX} \quad , \quad \mathbf{Y}=\mathbf{v}(X_R) \quad (\mathbf{v}(X_R)=T_{XY}), \quad \mathbf{Z}=\mathbf{w}(X_R) \quad (\mathbf{w}(X_R)=T_{XZ})$$

Soit le vecteur $D\vec{O}_1 = \vec{O}\vec{O}_{1\text{réelle}} - \vec{O}\vec{O}_{1\text{mesuré}}$, qui caractérise complètement l'écart entre la valeur de mesure et la position réelle du point mesuré.

On note : $D\vec{O}_1 = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X - XR \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$, $D\vec{O}_1$ est appelé le vecteur déplacement.

Compte tenu des petits déplacements, on peut en déduire le vecteur déplacement d'un point quelconque M du solide S_1 et par suite sa trajectoire.

En effet, notons $\tau_{1/0}$ le torseur de composantes $D\vec{O}_1$ en O_1 et $\vec{\Omega}$.

$$\tau_{1/0} = \vec{\Omega} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$$

$$D\vec{O}_1 \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$$

On a la relation vectorielle suivante : $DM = D\vec{O}_1 + M\vec{O}_1 \wedge \vec{\Omega} \Rightarrow$

$$u_M(X_R) = u(X_R) - Y_{M/1} * \gamma + Z_{M/1} * \beta$$

$$v_M(X_R) = v(X_R) - Z_{M/1} * \alpha + X_{M/1} * \gamma$$

$$w_M(X_R) = w(X_R) - X_{M/1} * \beta + Y_{M/1} * \alpha$$

Par la suite la trajectoire de M s'exprime par le système d'équations paramétrique suivant :

$$X_M = X_R + X_{M/1} + u(X_R) - Y_{M/1} * \gamma + Z_{M/1} * \beta$$

$$Y_M = Y_{M/1} + v(X_R) - Z_{M/1} * \alpha + X_{M/1} * \gamma$$

$$Z_M = Z_{M/1} + w(X_R) - X_{M/1} * \beta + Y_{M/1} * \alpha$$

2.1.3 : Hypothèses simplificatrices

2.1.3.1 : Variables aléatoires

La connaissance des six fonctions $u, v, w, \alpha, \beta, \gamma$ détermine la position d'un point quelconque M du coulisseau. On a vu au paragraphe 1.2 du chapitre 2 la modélisation des erreurs, celle-ci nous permet d'associer aux fonctions précédentes des variables aléatoires pour chaque valeurs X_R lue sur la règle. On utilisera la notation suivante :

$$u(X_R) = \begin{pmatrix} \overline{u} \\ \sigma u \end{pmatrix} \quad v(X_R) = \begin{pmatrix} \overline{v} \\ \sigma v \end{pmatrix} \quad w(X_R) = \begin{pmatrix} \overline{w} \\ \sigma w \end{pmatrix}$$

$$\alpha(X_R) = \begin{pmatrix} \overline{\alpha} \\ \sigma \alpha \end{pmatrix} \quad \beta(X_R) = \begin{pmatrix} \overline{\beta} \\ \sigma \beta \end{pmatrix} \quad \gamma(X_R) = \begin{pmatrix} \overline{\gamma} \\ \sigma \gamma \end{pmatrix}$$

On peut alors associer aux erreurs systématiques les valeurs moyennes de nos variables aléatoires et aux erreurs aléatoires les écarts types de ces mêmes variables. Nous nous intéressons à la correction logicielle, c'est à dire aux erreurs systématiques. Donc, nous

considérons que les six fonctions de positions seront définies par les valeurs moyennes des variables aléatoires associées à chaque valeur de lecture.

$$\begin{aligned} u(X_R) &= \bar{u} & v(X_R) &= \bar{v} & w(X_R) &= \bar{w} \\ \alpha(X_R) &= \bar{\alpha} & \beta(X_R) &= \bar{\beta} & \gamma(X_R) &= \bar{\gamma} \end{aligned}$$

2.1.3.2 : Système bidimensionnel

Dans le cas bidimensionnel, trois fonctions sont suffisantes pour déterminer la trajectoire d'un point quelconque du coulisseau. On considère le plan $[O_0, \bar{X}_0, \bar{Y}_0]$ les trois fonctions sont : $u(X_R) = \bar{u}$, $v(X_R) = \bar{v}$, $\gamma(X_R) = \bar{\gamma}$. La trajectoire de M s'écrit alors :

$$\begin{aligned} X_M &= X_R + X_{M/I} + \bar{u} - Y_{M/I} * \bar{\gamma} & (\bar{u} = T_{XX} \text{ et } \bar{\gamma} = R_{XZ}) \\ Y_M &= Y_{M/I} + \bar{v} + X_{M/I} * \bar{\gamma} & (\bar{v} = T_{XY}) \end{aligned}$$

2.1.3.3 : Direction de mesure

Nous supposons par la suite que la direction de mesure et la direction moyenne de déplacement sont confondues, puisque l'étalonnage a permis de déterminer la relation entre la valeur X_R , lue sur la règle et la mesure U du déplacement du point O_1 du coulisseau, suivant la direction moyenne (fig 27).

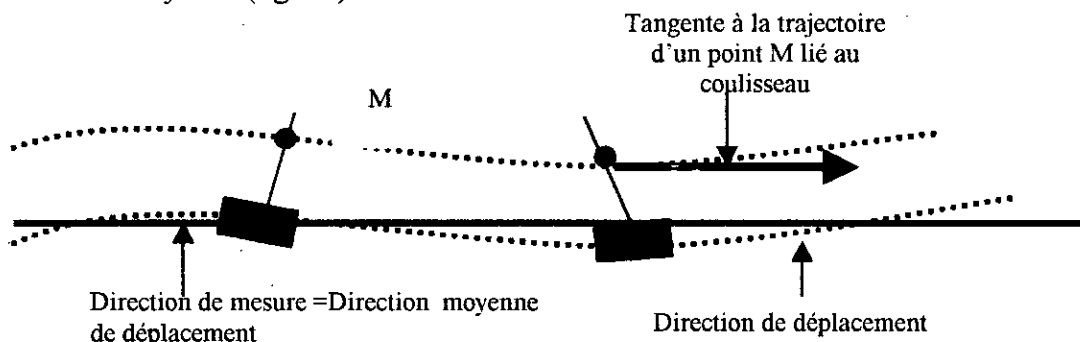


Fig 27 : La direction de mesure et la direction moyenne de déplacement sont supposée confondues

2.1.3.4 : Système rectiligne localement

Compte tenu de l'hypothèse considérée au paragraphe 2.1.3.1, la glissière est considérée comme sans jeu et sans hystérésis. De plus, l'hypothèse des petits déplacements permet de considérer les trajectoires comme linéaires localement. On assimile la trajectoire d'un point du solide S_1 à sa tangente au point considéré.

La modélisation de la glissière, au voisinage d'un point P fixe, appartenant à la base, est telle qu'un point M, appartenant au coulisseau et confondu avec P à un instant donné, se déplacera sur la tangente à la trajectoire en M.

2.1.4: Expressions des écarts

2.1.4.1: Au point d'étalonnage

\bar{u} Caractérise l'erreur, pour une lecture X_R du positionnement du point O_1 suivant la direction moyenne de déplacement \bar{X}_0 : $\bar{u} = T_{xx}$, \bar{v} caractérise l'erreur de rectitude de O_1 , pour une lecture X_R de la règle, suivant \bar{Y}_0 : $\bar{v} = T_{xy}$, $\bar{\gamma}$ caractérise l'écart angulaire entre la glissière \bar{X}_1 et la direction moyenne de déplacement \bar{X}_0 , pour une lecture X_R de la règle. $\bar{\gamma} = R_{xz}$

2.1.4.2: En un point quelconque

On peut exprimer les écarts au point M, en fonction des écarts constatés au point O_1 et des coordonnées du point M dans le repère R_1 . On a la relation vectorielle suivante:

$$D\vec{M} = D\vec{O}_1 + M\vec{O}_1 \wedge \vec{\Omega}$$

$$\text{Donc } \bar{u}_m = \bar{u} - Y_{M/1} * \bar{\gamma} = T_{xx} - Y_{M/1} * R_{xz}, \quad \bar{v}_m = \bar{v} + X_{M/1} * \bar{\gamma} = T_{xy} + X_{M/1} * R_{xz}$$

$$\bar{\gamma}_m = \bar{\gamma} = R_{xz}$$

2.2 Modélisation d'un système bidimensionnel de mesure

2.2.1: Système réel : trajectoire d'un point

Dans un système réel, on constate que les iso-paramétriques ne sont, ni rectilignes, ni perpendiculaires (fig 28).

A chaque glissière, on associe une direction moyenne de déplacement. On exprime les écarts constatés par rapport à cette ligne moyenne.

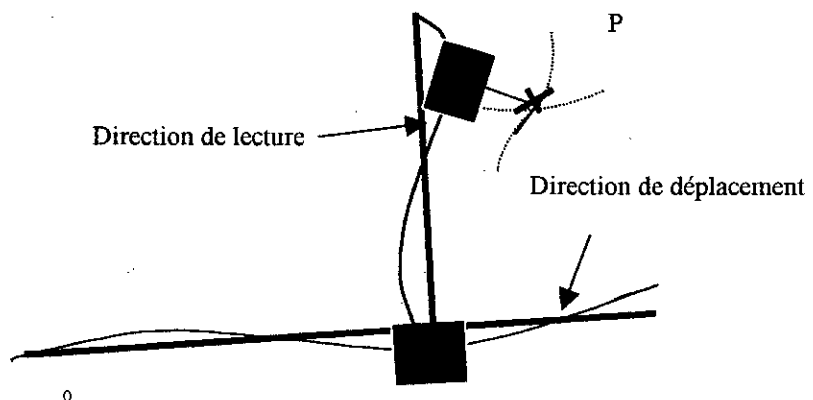


Fig 28 : Trajectoire d'un point P pour un système réel

En reprenant les notations précédentes:

-l'axe \bar{X}_0 , du repère R_0 , définit la direction moyenne de déplacement du point O_1 origine du repère R_1 .

L'axe \vec{Y}_1 , du repère R_1 , définit la direction moyenne de déplacement du point O_2 origine du repère R_2 . Soit un point M appartenant au solide S_2 , avant tout déplacement, on considère que les trois origines sont confondues. Cela revient à dire que les écarts de rectitude et les écarts angulaires sont nuls, au zéro machine. Le défaut de perpendicularité peut s'exprimer, à l'initialisation, en fonction de l'angle entre les axe \vec{X}_0 ou \vec{X}_1 et \vec{Y}_1 ou \vec{Y}_2 . On constate alors (fig 29) que le repère R_1 n'est pas a priori orthogonal. En effet, pour le solide S_1 , deux axes sont caractéristiques:

L'axe \vec{X}_1 définit le déplacement du coulisseau 1, l'axe \vec{Y}_1 définit la direction moyenne du déplacement du coulisseau 2.

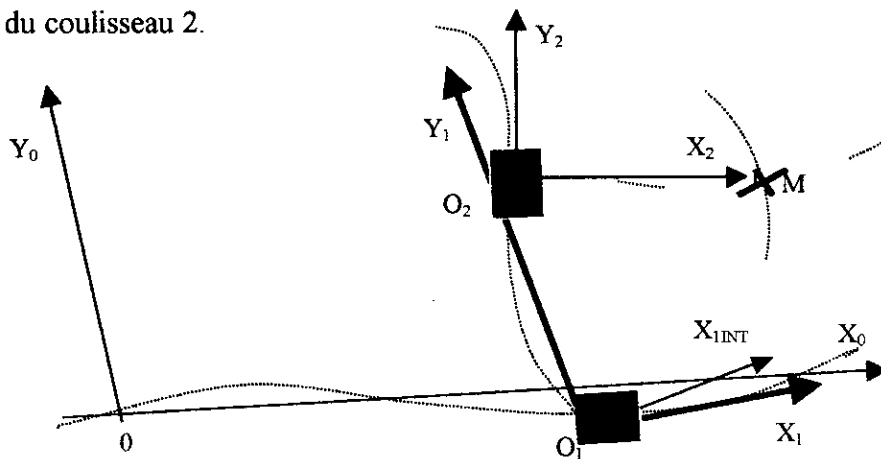


Fig 29 : Axes caractéristiques d'un système réel

On note γ_p l'écart de perpendicularité entre les deux glissières. Il est indépendant de la position des coulisseaux.

On considère, par la suite que le repère R_1 associé au solide S_1 est :

$R_1 [O_1, \vec{X}_{1int}, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1]$ tel que γ_p soit l'angle entre \vec{X}_1 et \vec{X}_{1int} .

Compte tenu de la constatation précédente, on exprime la position du solide S_1 par rapport au solide S_0 par le torseur suivant :

$$\tau_{1/0} = \begin{pmatrix} \vec{\Omega} \\ D\vec{O}_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vec{\gamma}_1 + \gamma_p \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad D\vec{O}_1 \begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{v}_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

De la même façon on exprime la position du solide S_2 par rapport au solide S_1 par le torseur :

$$\tau_{2/1} = \begin{pmatrix} \bar{\Omega} \\ D\bar{O}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{\Omega} \\ \bar{\gamma}_2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad D\bar{O}_2 \begin{pmatrix} \bar{u}_2 \\ \bar{v}_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Et enfin la loi de composition des torseurs nous permet d'écrire :

$$\left\{ \tau_{2/0} \right\}_M = \left\{ \tau_{2/1} \right\}_M + \left\{ \tau_{1/0} \right\}_M \quad \text{en un point } M \text{ de } S_2 :$$

Il vient alors :

$$D\bar{M} \cdot \bar{X}_0 = \bar{U}_2 - Y_{M/2} \cdot \bar{\gamma}_2 + \bar{U}_1 - (\bar{\gamma}_1 + \bar{\gamma}_p) \cdot (\bar{V}_2 + Y_R + Y_{M/2})$$

$$D\bar{M} \cdot \bar{Y}_0 = \bar{V}_2 + X_{M/2} \cdot \bar{\gamma}_2 + \bar{V}_1 + (\bar{\gamma}_1 + \bar{\gamma}_p) \cdot (\bar{U}_2 + X_{M/2})$$

Par suite, en négligeant les termes du second ordre, la trajectoire de M s'exprime par le système d'équations bi-paramétriques suivant :

$$X_M = X_R + X_{M/2} + \bar{U}_2 - Y_{M/2} (\bar{\gamma}_2 + \bar{\gamma}_1 + \bar{\gamma}_p) + \bar{U}_1 - (\bar{\gamma}_1 + \bar{\gamma}_p) \cdot Y_R$$

$$Y_M = Y_R + Y_{M/2} + \bar{V}_2 + X_{M/2} (\bar{\gamma}_2 + \bar{\gamma}_1 + \bar{\gamma}_p) + \bar{V}_1$$

Où : X_R et Y_R représentent les valeurs lues sur les règles 1 et 2.

\bar{U}_1, \bar{V}_1 et $\bar{\gamma}_1$ sont des fonctions de X_R , (T_{xx} , T_{xy} et R_{xz})

\bar{U}_2, \bar{V}_2 et $\bar{\gamma}_2$ sont des fonctions de Y_R , (T_{yx} , T_{yy} et R_{yz})

$\bar{\gamma}_p(P_{xy})$ est indépendant de X_R et Y_R .

La trajectoire du point d'étalonnage O_2 s'exprime aisément à partir du système précédent.

On obtient :

$$X_M = X_R + \bar{U}_2 + \bar{U}_1 - (\bar{\gamma}_1 + \bar{\gamma}_p) \cdot Y_R$$

$$Y_M = Y_R + \bar{V}_2 + \bar{V}_1$$

2.2.2 : Modélisation du système bidimensionnel localement

Compte tenu des hypothèses faites précédemment, les glissières sont considérées comme sans jeu et sans hystérésis. De plus l'hypothèse des petits déplacements permet de considérer les iso-paramétriques comme linéaires localement. On assimile, au voisinage d'un point P fixe, les iso-paramétriques à leurs tangentes au point considéré. Les composantes de déplacement d'un point M appartenant au solide S_2 et confondu avec le point P , à un instant donné, seront colinéaires aux tangentes des iso-paramétriques en M (fig 30).

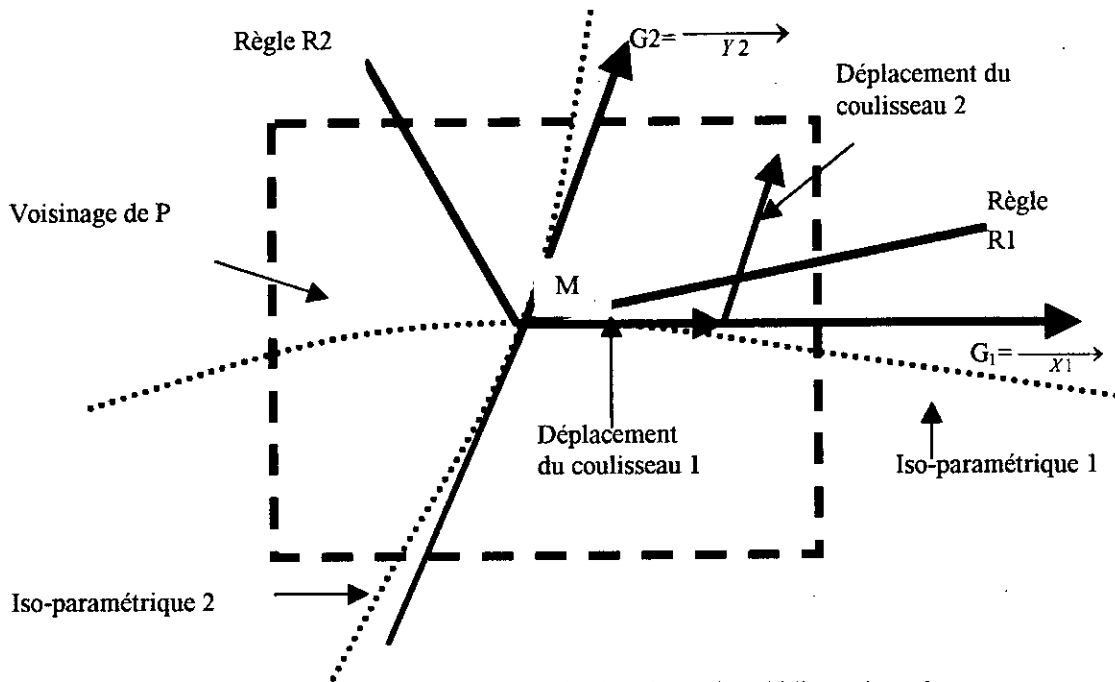


Fig 30 : La modélisation du système bidimensionnel localement, au voisinage d'un point P lié à la base de la première glissière

3 : Conclusion

La modélisation de la machine bidimensionnelle proposée permet à l'étalonnage, d'associer à la première glissière, trois écarts : Un écart de positionnement suivant la direction moyenne de déplacement : T_{xx} . Un écart de rectitude suivant un axe perpendiculaire au déplacement : T_{xy} . Un écart de rotation qui correspond à l'angle entre la direction de déplacement et la direction moyenne : R_{xz} . Ces écarts sont mesurés pour un point donné en différentes positions du coulisseau 1.

De même, pour la deuxième glissière, elle permet d'associer trois écarts : Un écart de positionnement suivant la direction moyenne de déplacement : T_{yy} . Un écart de rectitude suivant un axe perpendiculaire au déplacement : T_{yx} . Un écart de rotation qui correspond à l'angle entre la direction de déplacement et la direction moyenne : R_{yz} .

Ces écarts sont mesurés pour un point donné en différentes positions du coulisseau 2. Un septième paramètre mesure l'écart de perpendicularité entre les glissières : P_{xy} . Donc si on considère qu'une MMT est un empilement de MMB, on aura dix huit (18) écarts, et trois (3) paramètres à mesurer.

CHAPITRE IV

EVALUATION DES DEFAUTS DE

BASE ET DES ERREURS

SYSTEMATIQUES

PAR LA MESURE D'UNE

LONGUEUR

CHAPITRE IV

EVALUATION DES DEFATS DE BASE ET DES ERREURS SYSTEMATIQUES PAR LA MESURE D'UNE LONGUEUR

1: CALCUL DU TENSEUR METRIQUE PAR LA MESURE D'UNE LONGUEUR

1.1 : Introduction

On a vu au chapitre 2, la modélisation de l'espace de travail de la machine par la mesure d'une longueur. Les premières étapes proposées par A. Clément et F. Jouy [22] pour déterminer la modélisation, sont rappelées ici : On effectue une partition de l'espace de travail de la machine, dans chaque zone l'espace sera considéré comme rectiligne (fig 31). On choisit une valeur de longueur compatible avec le choix précédent. On mesure cette longueur de référence, avec les règles de la machine dans différentes directions à l'intérieur de chaque zone (fig 32). On détermine les 6 composante en dimension 3, du tenseur métrique associé à un point central de la zone considérée.

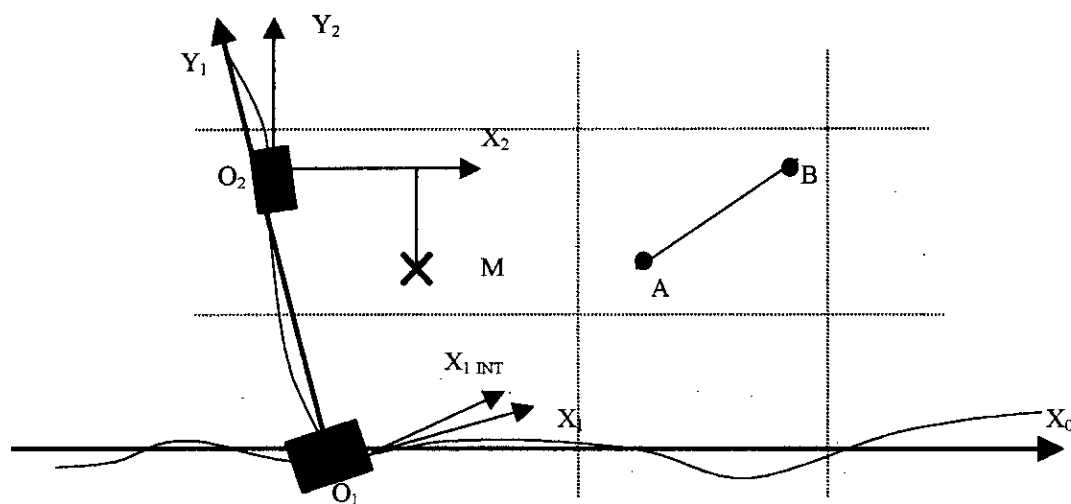


Fig 31 : Partition de l'espace de mesure d'une machine

Soit A et B les points extrémités de la longueur connue, généralement A et B sont les centres de sphères.

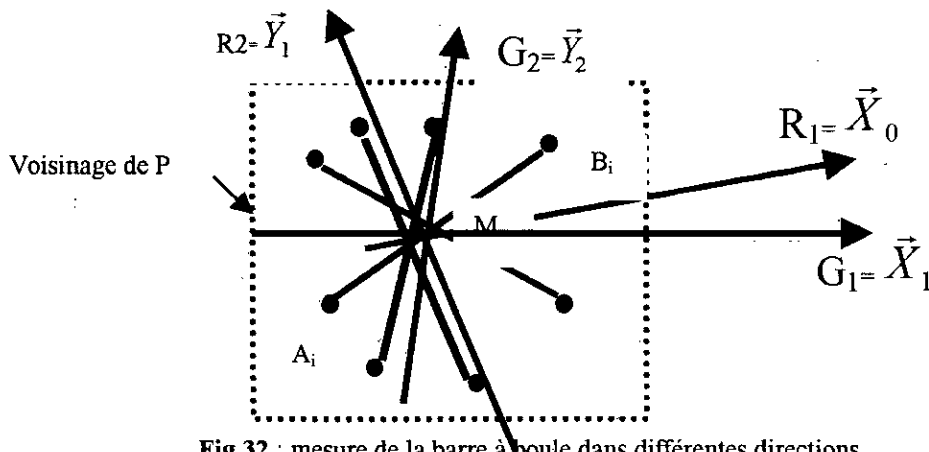


Fig 32 : mesure de la barre à boule dans différentes directions

1.2 : Calcul du tenseur métrique

1.2.1 : Notation

Soit une longueur de référence, on note D la distance entre les extrémités A et B. Soit R_1, R_2 les règles de la machine bidimensionnelle. On mesure la longueur avec les règles de la machine. On associe donc à la position de A, les valeurs X_{RA} et Y_{RA} lues sur les règles R_1 et R_2 respectivement. De même à la position de B, on associe les valeurs X_{RB} et Y_{RB} . On notera X_R et Y_R la différence des valeurs lues sur la règle R_1 et R_2 .

$$\begin{aligned} X_R &= X_{RB} - X_{RA} = V_{\text{aleur lue finale}} - V_{\text{aleur lue initiale}} \\ Y_R &= Y_{RB} - Y_{RA} = V_{\text{aleur lue finale}} - V_{\text{aleur lue initiale}} \end{aligned}$$

On mesure la longueur en n positions avec n supérieur à 3 en dimension 2. On notera :

$$\begin{aligned} X_{Ri} &= X_{RBi} - X_{RAi} = (V_{\text{aleur lue finale}} - V_{\text{aleur lue initiale}}) \text{ à la position } i \\ \text{et } Y_{Ri} &= Y_{RBi} - Y_{RAi} = V_{\text{aleur lue finale}} - V_{\text{aleur lue initiale}} \text{ à la position } i \end{aligned}$$

1.2.2 : Expression de la distance [44] [45]

1.2.2.1 : Produit scalaire et tenseur fondamental (rappel)

Soit un espace vectoriel euclidien rapporté à la base $\vec{b}_i, i=1 \text{ à } n$.

On appelle composantes contravariantes d'un vecteur \vec{X} , dans cette base, les nombres X^i tels que :

$$\vec{X} = X^i * \vec{b}_i$$

On appelle composantes covariantes d'un vecteur, dans cette base, les nombres X_i tels que : $X_i = \vec{X} \cdot \vec{b}_i$. Le produit scalaire de deux vecteurs \vec{X} et \vec{Y} , s'exprime directement en fonction des composantes contravariantes de chaque vecteur.

$$\vec{X} \cdot \vec{Y} = X^i * Y^j * \vec{b}_i \cdot \vec{b}_j \text{ Avec la convention d'Einstein.}$$

On introduit les quantités g_{ij} telles que $g_{ij} = \vec{b}_i \cdot \vec{b}_j$. Il en résulte que le produit scalaire de deux vecteurs de l'espace euclidien est donné par la forme bilinéaire symétrique non dégénérée : $\vec{X} \cdot \vec{Y} = X^i * Y^j * g_{ij}$.

Où les quantités g_{ij} désignent les produits scalaires deux à deux des vecteurs de la base.

On peut alors écrire les relations entre les composantes covariantes et contravariantes d'un vecteur \vec{X} : $X_i = g_{ij} X^j$. On en déduit l'expression plus générale du produit scalaire :

$$\vec{X} \cdot \vec{Y} = X^i * Y^j * g_{ij} = X_i * Y^j = X^i * Y_j$$

Le produit scalaire est invariant par changement de base, quels que soient les \vec{X} et \vec{Y} . Il en résulte que les quantités g_{ij} sont les composantes covariantes d'un tenseur euclidien.

A ce tenseur, on donne le nom de tenseur fondamental de l'espace euclidien. Ces composantes dépendent de la base dans laquelle s'expriment les vecteurs.

Par extension, on peut définir les composantes contravariantes du tenseur fondamental, notées g^{ij} , et telles que : $\vec{X} \cdot \vec{Y} = X_i * Y_j * g^{ij}$ avec $X^i = g^{ij} * X_j$.

En conséquence, on associe au tenseur fondamental des composantes contravariantes ou covariantes, leurs valeurs dépendent de la base dans laquelle s'expriment les vecteurs.

Les composantes mixtes g_j^i que l'on associe au tenseur fondamental sont telles que :

$$g_j^i = \delta_j^i = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ 1 & \text{si } i = j \end{cases}$$

Les relations entre composantes donnent : $\delta_j^i = g_{ij} * g^{ij}$.

Soit la base $[\vec{b}_1, \vec{b}_2]$ associée à l'espace euclidien, soient : \vec{X} et \vec{Y} deux vecteurs tels que :

$$\vec{X} = X^i * \vec{b}_i = X^1 * \vec{b}_1 + X^2 * \vec{b}_2 \quad \text{et} \quad \vec{Y} = Y^i * \vec{b}_i = Y^1 * \vec{b}_1 + Y^2 * \vec{b}_2$$

Donc, $X_1 = \vec{X} \cdot \vec{b}_1$, $X_2 = \vec{X} \cdot \vec{b}_2$ et $Y_1 = \vec{Y} \cdot \vec{b}_1$, $Y_2 = \vec{Y} \cdot \vec{b}_2$

Le produit scalaire peut s'écrire sous les deux formes suivantes :

$$\vec{X} \cdot \vec{Y} = X^1 * Y^1 * g_{11} + X^1 * Y^2 * g_{12} + X^2 * Y^1 * g_{21} + X^2 * Y^2 * g_{22}$$

$$\vec{X} \cdot \vec{Y} = X_1 * Y_1 * g^{11} + X_1 * Y_2 * g^{12} + X_2 * Y_1 * g^{21} + X_2 * Y_2 * g^{22}$$

Avec $g_{11} = \vec{b}_1 \cdot \vec{b}_1$, $g_{22} = \vec{b}_2 \cdot \vec{b}_2$ et $g_{12} = g_{21} = \vec{b}_1 \cdot \vec{b}_2 = \vec{b}_2 \cdot \vec{b}_1$

En posant $\Delta = g_{11} * g_{22} - (g_{12})^2$ il vient : $g^{22} = g_{11} / \Delta$ $g^{11} = g_{22} / \Delta$ $g^{21} = g^{12} = -g_{12} / \Delta$

1.2.2.2 : Norme d'un vecteur

Le carré de la norme d'un vecteur est équivalent au produit scalaire de ce vecteur par lui-même. $\|\vec{X}\|^2 = \vec{X} \cdot \vec{X} = X^i * X^j * g_{ij} = X_i * X_j = X_i * X_j * g^{ij}$

La norme d'un vecteur est bien évidemment invariante par changement de base.

On associe à l'espace vectoriel euclidien un espace ponctuel tel que, par définition, le carré de la distance entre deux points de cet espace serait égal au carré de la norme du vecteur associé.

Aux points **A** et **B** de l'espace ponctuel euclidien et à **D**, la distance entre ces points, on associe le vecteur \vec{AB} de l'espace vectoriel euclidien. On peut écrire : $D^2 = \|\vec{X}\|^2$

Les coefficients de la forme quadratique, définis par la norme du vecteur, sont les composantes du tenseur fondamental.

1.2.3 : Calcul des composantes du tenseur dans la base de mesure[22]

On peut écrire à chaque position i de la longueur dans une zone de la machine l'équation $D^2 = [V_{Ri}]^T * [G^{ij}] * [V_{Ri}]$ pour i variant de 1 à n .

On obtient un système de n équation linéaire à 3 inconnues G^{11} , G^{22} , G^{12} en dimension 2.

Pour le résoudre, on effectue une optimisation des mesurages par la méthode des moindres carrés.

Soit W la fonction à minimiser.

$$\text{On a : } W = \sum_{i=1}^n (G^{11} * (X_{RI})^2 + G^{22} * (Y_{RI})^2 + 2 * G^{12} * X_{RI} * Y_{RI} - D^2)^2$$

On cherche le minimum de la fonction W en écrivant :

$$\delta W / \delta G^{12} = 0 \quad \delta W / \delta G^{11} = 0 \quad \delta W / \delta G^{22} = 0$$

On peut alors écrire un système de 3 équations linéaires à 3 inconnues :

$$\sum_{i=1}^n (G^{11} * (X_{RI})^2 + G^{22} * (Y_{RI})^2 + 2 * G^{12} * X_{RI} * Y_{RI} - D^2) * (X_{RI})^2 = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (G^{11} * (X_{RI})^2 + G^{22} * (Y_{RI})^2 + 2 * G^{12} * X_{RI} * Y_{RI} - D^2) * (X_{RI}) * (Y_{RI}) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (G^{11} * (X_{RI})^2 + G^{22} * (Y_{RI})^2 + 2 * G^{12} * X_{RI} * Y_{RI} - D^2) * (Y_{RI})^2 = 0$$

On obtient le système matriciel suivant :

$$\begin{pmatrix} \sum_{I=1}^n (X_{RI})^4 & \sum_{I=1}^n (X_{RI})^3 * Y_{RI} & \sum_{I=1}^n (X_{RI})^2 * (Y_{RI})^2 \\ \sum_{I=1}^n (X_{RI})^3 * Y_{RI} & \sum_{I=1}^n (X_{RI})^2 * (Y_{RI})^2 & \sum_{I=1}^n (Y_{RI})^3 * X_{RI} \\ \sum_{I=1}^n (X_{RI})^2 * (Y_{RI})^2 & \sum_{I=1}^n (Y_{RI})^3 * X_{RI} & \sum_{I=1}^n (Y_{RI})^4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} G^{11} \\ 2 * G^{12} \\ G^{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{I=1}^n (X_{RI})^2 * (D)^2 \\ \sum_{I=1}^n X_{RI} * Y_{RI} * (D)^2 \\ \sum_{I=1}^n (Y_{RI})^2 * (D)^2 \end{pmatrix}$$

On en déduit les composantes contravariantes G^{ij} du tenseur métrique exprimées dans la base de mesure $[\bar{e}_{1m}, \bar{e}_{2m}]$.

Remarque 1 : en dimension 3, le principe de résolution est identique. On obtient alors le système matriciel suivant :

$$\begin{pmatrix}
 \sum_{i=1}^n (X_i)^4 & \sum_{i=1}^n (X_i)^3 * Y_i & \sum_{i=1}^n (X_i)^2 * (Y_i)^2 & \sum_{i=1}^n (X_i)^2 * Y_i * Z_i & \sum_{i=1}^n (X_i)^2 * (Z_i)^2 & \sum_{i=1}^n (X_i)^3 * Z_i \\
 \sum_{i=1}^n (X_i)^3 * Y_i & \sum_{i=1}^n (X_i)^2 * (Y_i)^2 & \sum_{i=1}^n (Y_i)^3 * X_i & \sum_{i=1}^n (Y_i)^2 * X_i * Z_i & \sum_{i=1}^n (Z_i)^2 * X_i * Y_i & \sum_{i=1}^n (X_i)^2 * Y_i * Z_i \\
 \sum_{i=1}^n (X_i)^2 * (Y_i)^2 & \sum_{i=1}^n (Y_i)^3 * X_i & \sum_{i=1}^n (Y_i)^4 & \sum_{i=1}^n (Y_i)^3 * Z_i & \sum_{i=1}^n (Y_i)^2 * (Z_i)^2 & \sum_{i=1}^n (Y_i)^2 * X_i * Z_i \\
 \sum_{i=1}^n (X_i)^2 * Y_i * Z_i & \sum_{i=1}^n (Y_i)^2 * X_i * Z_i & \sum_{i=1}^n (Y_i)^3 * Z_i & \sum_{i=1}^n (Y_i)^2 * (Z_i)^2 & \sum_{i=1}^n (Z_i)^3 * Y_i & \sum_{i=1}^n (Z_i)^2 * X_i * Y_i \\
 \sum_{i=1}^n (X_i)^2 * (Z_i)^2 & \sum_{i=1}^n (Z_i)^2 * X_i * Y_i & \sum_{i=1}^n (Y_i)^2 * (Z_i)^2 & \sum_{i=1}^n (Z_i)^3 * Y_i & \sum_{i=1}^n (Z_i)^4 & \sum_{i=1}^n (Z_i)^3 * X_i \\
 \sum_{i=1}^n (X_i)^3 * Z_i & \sum_{i=1}^n (X_i)^2 * Y_i * Z_i & \sum_{i=1}^n (Y_i)^2 * X_i * Z_i & \sum_{i=1}^n (Z_i)^2 * X_i * Y_i & \sum_{i=1}^n (Z_i)^3 * X_i & \sum_{i=1}^n (X_i)^2 * (Z_i)^2
 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} G^{11} \\ 2 * G^{12} \\ G^{22} \\ 2 * G^{23} \\ G^{33} \\ 2 * G^{13} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix}
 \sum_{i=1}^n (X_i)^2 * D^2 \\
 \sum_{i=1}^n X_i * Y_i * D^2 \\
 \sum_{i=1}^n (Y_i)^2 * D^2 \\
 \sum_{i=1}^n Y_i * Z_i * D^2 \\
 \sum_{i=1}^n (Z_i)^2 * D^2 \\
 \sum_{i=1}^n X_i * Z_i * D^2
 \end{pmatrix} \dots \dots \dots R_6$$

1.3 : Bases locales

En se basant sur la modélisation des machines au chapitre 3, on peut associer, à une zone donnée (localement rectiligne), deux bases : La base déterminée par les directions moyennes de déplacement et modélisée par les règles R₁ et R₂ et la base déterminée par les axes de déplacement locaux G₁ et G₂ (fig 33).

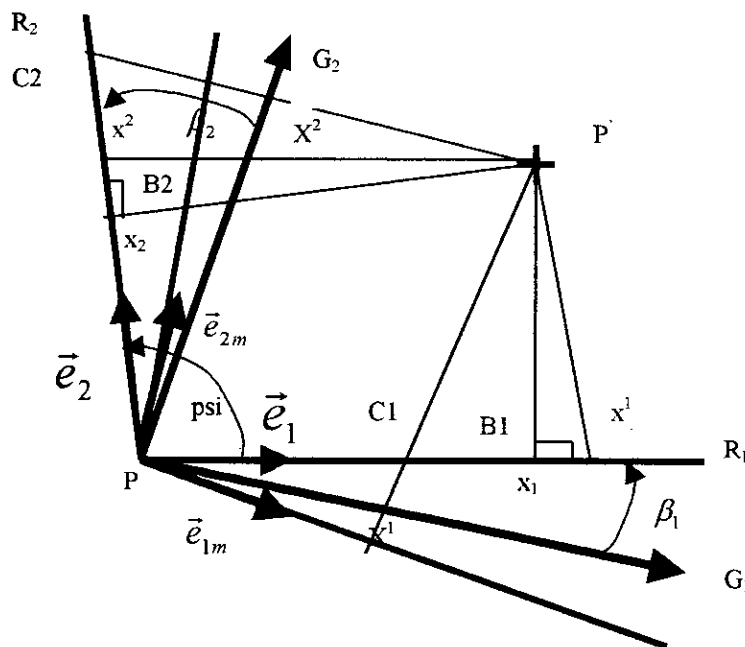


Fig 33 : Bases associées à une zone de la machine

On peut associer aussi, à une zone donnée, une base de mesure.

Soient les trois bases suivantes :

$[\vec{e}_1, \vec{e}_2]$ la première base, $[\vec{e}_{g1}, \vec{e}_{g2}]$ la deuxième base, $[\vec{e}_{1m}, \vec{e}_{2m}]$ la troisième base.

On constate (fig 33) que le vecteur \vec{e}_{1m} (respectivement \vec{e}_{2m}) est perpendiculaire à G_2 (respectivement G_1).

On peut écrire les composantes du tenseur fondamental dans ces bases.

Ce sont les coefficients des formes bilinéaires et symétriques suivantes.

1^{ème} forme : $D^2 = g_{ij} * X^i X^j$ c'est le tenseur métrique covariant de la base $[\vec{e}_1, \vec{e}_2]$

$D^2 = g^{ij} * X_i X_j$ c'est le tenseur métrique contravariant de la base $[\vec{e}_1, \vec{e}_2]$

2^{ème} forme : $D^2 = g_{gij} X^i * X^j$ c'est le tenseur métrique covariant de la base $[\vec{e}_{g1}, \vec{e}_{g2}]$

3^{ème} forme : $D^2 = G^{ij} * X_{Ri} X_{Rj}$ c'est le tenseur métrique contravariant de la base $[\vec{e}_{1m}, \vec{e}_{2m}]$.

Dans le paragraphe suivant, on définira des caractéristiques locales. Celles-ci, issues des défauts de base seront exprimées dans le repère local $[\vec{e}_1, \vec{e}_2]$.

Pour établir le lien entre les composantes G^{ij} du tenseur métrique et les caractéristiques locales, on doit préciser ce que représentent les valeurs lues sur les règles.

Le déplacement du point P', dans la zone considérée, se fait par la combinaison d'un déplacement suivant G_1 et d'un déplacement suivant G_2 .

Lorsque le déplacement s'effectue suivant une parallèle à G_2 (respectivement G_1), la valeur du déplacement lue sur la règle R_1 (respectivement R_2) est obligatoirement nulle puisqu'il n'y a pas de déplacement suivant G_1 (respectivement G_2).

A l'inverse, un déplacement aussi petit soit-il suivant G_1 (respectivement G_2) sera relevé par la règle R_1 (respectivement R_2) quelle que soit sa position physique.

On a associé, dans le chapitre 3, la position de la règle à la direction moyenne de déplacement.

En conséquence, la valeur lue sur règle R_1 (respectivement R_2), si on la considère parallèle à la direction moyenne de déplacement, correspond à la position du point C_1 (respectivement C_2).

Pour la règle de la première glissière, on peut écrire : $X_R = P \vec{c}_1 \cdot \vec{e}_1$

Tel que P est le point fixe qui caractérise une zone de l'espace de travail, C_1 soit le point se déplaçant le long de la direction moyenne de la 1^{ère} glissière, \vec{e}_1 soit le vecteur de la base qui caractérise la direction moyenne, X_R soit la valeur lue sur la règle 1.

Pour la règle de la deuxième glissière, on peut écrire : $Y_R = P \vec{c}_2 \cdot \vec{e}_2$

tel que P soit le point fixe qui caractérise une zone de l'espace de travail, C_2 soit le point se déplaçant le long de la direction moyenne de la 2^{ème} glissière, \vec{e}_2 soit le vecteur de la base qui caractérise la direction moyenne, Y_R soit la valeur lue sur la règle 2.

1.4 : Unités utilisées

La métrologie dimensionnelle consiste à associer à des valeurs adimensionnelles des valeurs exprimées en mètre.

Les valeurs adimensionnelles sont les valeurs lues sur les règles de mesure, X_{Ri} est sans dimension. Les valeurs dimensionnelles sont les distances et les déplacements, la distance D entre deux points de l'espace ponctuel euclidien est exprimée en mètre. Le module du vecteur de déplacement $p\vec{p}'$ du point fonctionnel M de p en p' dans l'espace vectoriel euclidien est exprimé en mètre.

Comme $D^2 = X_{Ri} \cdot X_{Rj} \cdot G^{ij}$, les composantes G^{ij} du tenseur sont exprimées en (mètre)²

et $X_R = p\vec{c}_1 \cdot \vec{e}_1$ les modules des vecteurs de base $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ s'expriment en mètre

Comme $p\vec{p}' = x^i \vec{e}_i$, les unités associées aux composantes contravariantes des vecteurs sont des mètres.

De plus $D^2 = x^i \cdot x_j$. Les composantes covariantes sont adimensionnelles.

On vérifie que les valeurs lues sur les règles sont des composantes covariantes du point p' exprimées dans la base $\{\vec{e}_{1m}, \vec{e}_{2m}\}$.

Les composantes G^{ij} du tenseur métrique sont donc les composantes contravariantes du tenseur dans la base de mesure.

1.5 : Relations entre défauts de base et le tenseur métrique

Le but maintenant est d'établir les relations entre les défauts de base caractérisés au chapitre 3 et les composantes du tenseur métrique, exprimées dans la base de mesures, et calculées au paragraphe 1.2.

La modélisation d'une machine, dans le chapitre 3 a permis de considérer des zones de la machine comme localement linéaires. On a alors associé, à chaque zone, deux bases :

Une base liée aux directions moyennes de déplacement.

Une base définie par les tangentes aux isoparamétriques en un point fixé de la zone considérée.

La figure 36 montre les différentes étapes qui permettent le passage des défauts de base de la Machine aux composantes métriques du tenseur calculé par la mesure d'une longueur de référence.

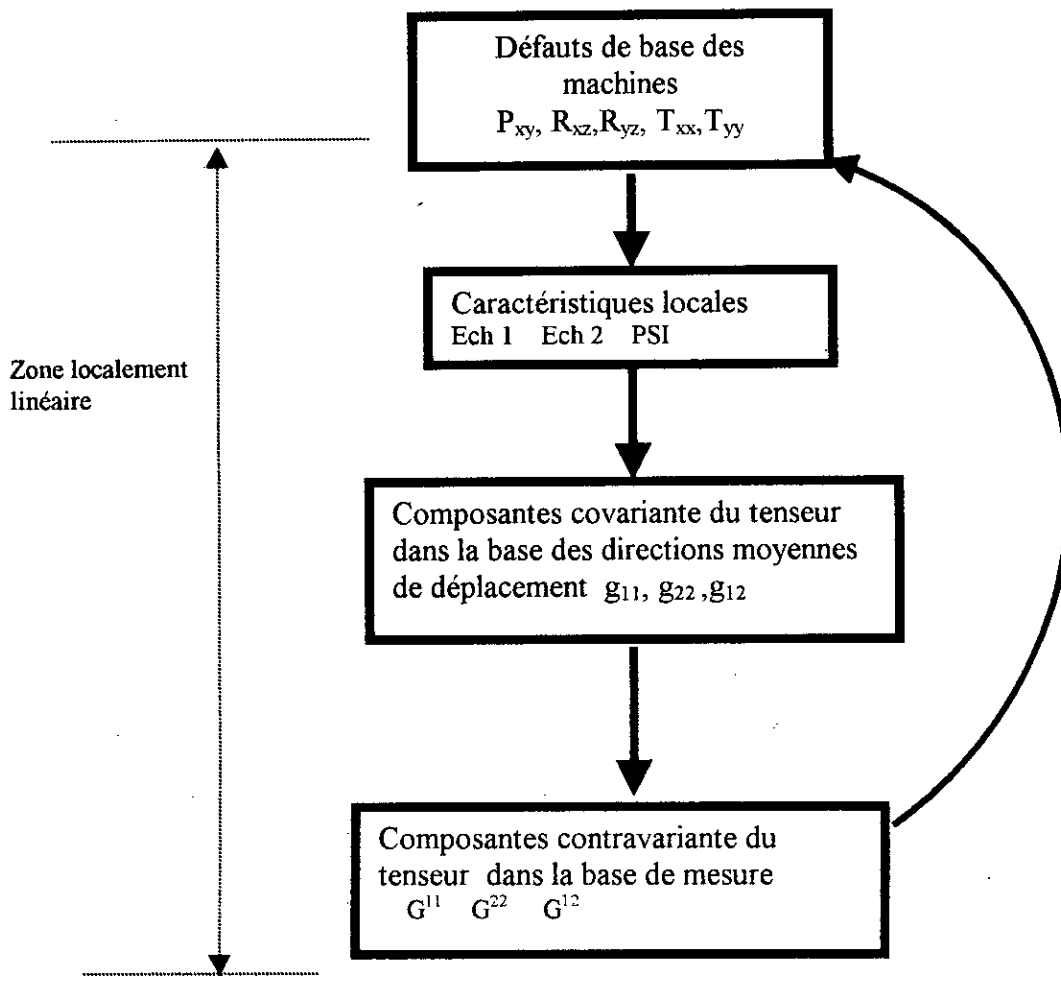


Fig 35 : Les Etapes de passage des défauts de base aux composantes du tenseur métrique.

1.5.1 : Caractéristiques locales et défauts de base

1.5.1 : Défaut angulaire

Localement, on associe au point M et aux règles de mesures une base [\vec{e}_1, \vec{e}_2] telle que \vec{e}_1 (respectivement \vec{e}_2) détermine la direction moyenne de déplacement du coulisseau 1 (respectivement le coulisseau 2).

Cette base n'est ni orthogonale, ni normée

Le tenseur métrique, que l'on associe à une zone au voisinage du point M et que l'on définit dans la base [\vec{e}_1, \vec{e}_2], caractérise :

- l'angle entre les deux vecteurs de la base
- la norme de chaque vecteur de la base.

En conséquence, la caractéristique locale angulaire est l'angle entre les deux vecteurs de la base noté Ψ (fig 36).

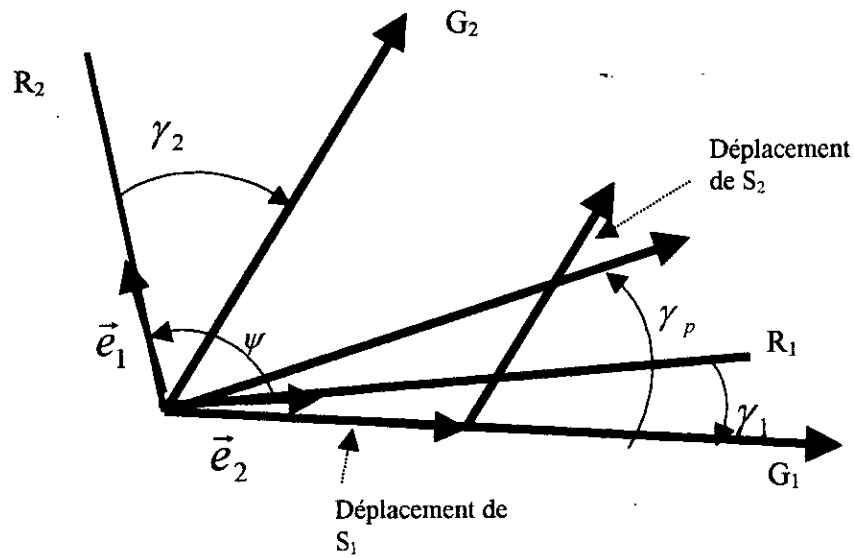


Fig 36 : caractéristique locale angulaire

On peut alors écrire : $\overline{\gamma}_1 + \gamma_p + \pi/2 = \psi$ d'où : $R_{xz} + P_{xy} + \pi/2 = \psi$

1.5.1.2 : Défauts d'échelle

1.5.1.2.1 : Définition

Soit E_{ch} le défaut d'échelle, par définition, on a : $E_{ch} = (L_v - L_m)/L_v$, tel que L_v , L_m sont respectivement la longueur tenue pour vraie et la longueur mesurée. On associe à chaque direction moyenne de déplacement un défaut d'échelle.

On note E_{ch1} le défaut d'échelle dans la direction \vec{e}_1 .

E_{ch2} le défaut d'échelle dans la direction \vec{e}_2 .

1.5.1.2.2 Détermination du défaut d'échelle sur le 1° axe

Les défauts d'échelle se mesurent en un point donné M du deuxième coulisseau (S2). La mesure du défaut d'échelle du premier axe nécessite donc le déplacement du premier coulisseau et le blocage dans une position donnée du deuxième coulisseau.

On en déduit que la valeur lue sur la deuxième règle est constante.

- On peut écrire : $Y_R = Cte$
- $X_{Rf} =$ Valeur lue sur la règle 1 en position finale
- $X_{Ri} =$ Valeur lue sur la règle 1 en position initiale
- $X_{Mf} =$ Position finale
- $X_{Mi} =$ Position initiale

Comme la position du point M s'exprime par le système d'équations suivant :

$$X_M = X_R + X_{M/2} + \bar{U}_2 - Y_{M/2} * (\bar{\gamma}_2 + \bar{\gamma}_1 + \gamma_p) + \bar{U}_1 - (\bar{\gamma}_1 + \gamma_p) * Y_R$$

$$Y_M = Y_R + Y_{M/2} + \bar{V}_2 + X_{M/2} * (\bar{\gamma}_2 + \bar{\gamma}_1 + \gamma_p) + \bar{V}_1$$

Ou \bar{U}_2, \bar{V}_2 et $\bar{\gamma}_2$ sont des fonctions de Y_R uniquement et γ_p est indépendant de Y_R .

On en déduit : $\bar{U}_{2f} = \bar{U}_{2i}$

$$\bar{V}_{2f} = \bar{V}_{2i}$$

$$\bar{\gamma}_{2f} = \bar{\gamma}_{2i}$$

$$\bar{\gamma}_{pf} = \bar{\gamma}_{pi}$$

Ainsi que l'expression : $L_v - L_m = (\bar{U}_{1f} - \bar{U}_{1i}) - (Y_R + Y_{M/2}) * (\bar{\gamma}_{1f} - \bar{\gamma}_{1i})$

Avec $L_v = (X_{Mf} - X_{Mi})$ de plus, en négligeant le terme : $(L_v - L_m)$ devant L_v , il vient :

$$E_{ch1} = (\bar{U}_{1f} - \bar{U}_{1i}) / (X_{Rf} - X_{Ri}) - (Y_R + Y_{M/2}) * (\bar{\gamma}_{1f} - \bar{\gamma}_{1i}) / (X_{Rf} - X_{Ri})$$

Aux conditions initiales, on a considéré que les défauts de rectitudes et les défauts angulaires étaient nuls.

En conséquence : $\bar{U}_{1i} = 0$ et $\bar{\gamma}_{1i} = 0$ quand $X_{Ri} = 0$

Le défaut d'échelle, au point M, associé au premier axe de déplacement s'écrit sous la forme :

$$E_{ch1} = \bar{U}_1 / X_R - (Y_R + Y_{M/2}) * \bar{\gamma}_1 / X_R$$

d'où

$$E_{ch1} = T_{xx} / X_R - (Y_R + Y_{M/2}) * R_{xz} / X_R$$

De la même façon le défaut d'échelle, au point M, associé au deuxième axe de déplacement s'écrit sous la forme :

$$E_{ch2} = \bar{V}_2 / Y_R + (X_{M/2} * \bar{\gamma}_2) / Y_R$$

d'où

$$E_{ch2} = T_{yy} / Y_R + (X_{M/2} * R_{yz}) / Y_R$$

1.5.2 : Tenseur métrique et tenseur fondamental

1.5.2.1 : Relations entre coordonnées

L'objectif est de déterminer le système d'équations qui relie les valeurs lues sur les règles, pour un déplacement donné, aux composantes contravariantes de ce même déplacement dans la base des directions moyennes de déplacement

1.5.2.1.1 : détermination de X_{R1}

On a : $X_{R1} = p \bar{c}_1 \cdot \bar{e}_1$. On introduit l'angle α_1 et le point B_1 (fig 37) On a :

$$\alpha_1 = \beta_2 - \psi + \pi / 2 \text{ et : } p \bar{c}_1 \cdot p \bar{B}_1 = \cos(\alpha_1) * \sqrt{N(p \bar{c}_1) * N(p \bar{B}_1)}, N(p \bar{c}_1) \text{ et}$$

$N(p \bar{B}_1)$ représentent les normes des vecteurs $p \bar{c}_1$ et $p \bar{B}_1$. Avec : $\beta_2 = -\bar{\gamma}_2$

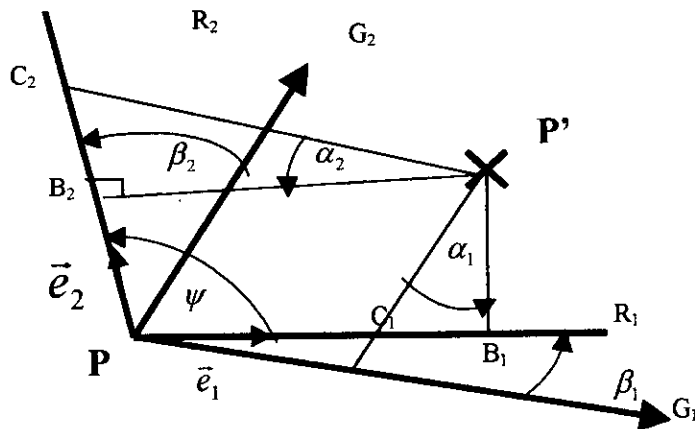


Fig 37 : Les écarts angulaire de projection α_1 et α_2 du point M sur les axes locaux

On démontre que : $p' \vec{c}_1 = \frac{(X_{R1} - x^1)}{g_{11}} * \vec{e}_1 - x^2 * \vec{e}_2$ et $p' \vec{B}_1 = \frac{(x_1 - x^1)}{g_{11}} * \vec{e}_1 - x^2 * \vec{e}_2$

On en déduit les normes et le produit scalaire des deux vecteurs :

$$p' \vec{c}_1 \cdot p' \vec{B}_1 = \frac{(x^2)^2}{g_{11}} * \Delta \quad N(p' \vec{B}_1) = \frac{(x^2)^2}{g_{11}} * \Delta$$

$$N(p' \vec{c}_1) = \frac{(x^2)^2}{g_{11}} * \Delta + \frac{(X_{R1} - x_1)^2}{g_{11}} \text{ avec } \Delta = g_{11} * g_{22} - (g_{12})^2$$

On obtient alors : $tg(\alpha_1) = \frac{x_1 - X_{R1}}{x^2 * \sqrt{\Delta}} \quad X_{R1} = x_1 - \sqrt{\Delta} * x^2 * tg(\alpha_1)$

De la même façon on détermine X_{R2} on introduisant l'angle α_2 et le point B_2 (fig 38).

$$X_{R1} = x_2 - \sqrt{\Delta} * x^1 * tg(\alpha_2)$$

1.5.2.1.2 : Formulation générale des coordonnées

Des résultats précédents, il vient :

$$\begin{pmatrix} X_{R1} \\ X_{R2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} - \sqrt{\Delta} * tg(\alpha_1) \\ g_{12} + \sqrt{\Delta} * tg(\alpha_2) & g_{22} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix}$$

On peut exprimer plus simplement cette relation en définissant la matrice de passage des coordonnées covariantes de la base $[\vec{e}_1 \vec{e}_2]$ à la base $[\vec{e}_{1m} \vec{e}_{2m}]$

Soit $[A]$ cette matrice de composantes A_i^j on a : $\begin{pmatrix} X_{R1} \\ X_{R2} \end{pmatrix} = [A] * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

Avec $A_1^1 = 1 \quad A_1^2 = -g_{11} tg(\alpha_1) / \sqrt{\Delta} \quad A_2^1 = g_{22} * tg(\alpha_2) / \sqrt{\Delta} \quad A_2^2 = 1$

En sommant sur les indices on écrit : $X_{Ri} = A_i^j * x_j$

1.5.2.2 : Relations entre les différentes composantes du tenseur

L'objectif est de déterminer les relations entre les composantes contravariantes du tenseur dans la base de mesures et les composantes covariantes du même tenseur dans la base des directions moyennes de déplacement. Dans un espace vectoriel euclidien, le produit scalaire est invariant par changement de base. En conséquence, on peut exprimer la distance mesurée dans la base de mesures et dans la base des directions moyennes. Dans la première base, la distance est définie par la forme quadratique suivante :

$$D^2 = G^{11} * (X_{R1})^2 + G^{22} * (X_{R2})^2 + 2 * X_{R1} * X_{R2}$$

Tel que (X_{R1}, X_{R2}) soient les composantes covariantes dans la base de mesures, ce sont les valeurs lues sur les règles de mesures.

Dans la deuxième base, la distance est définie par les formes quadratiques suivantes :

$$D^2 = g_{11} * (x^1)^2 + g_{22} * (x^2)^2 + 2 * g_{12} * x^1 * x^2$$

$$D^2 = g^{11} * (x_1)^2 + g^{22} * (x_2)^2 + 2 * g^{12} * x_1 * x_2$$

En utilisant une notation indicielle, il vient :

$$D^2 = g_{ij} * x^i * x^j = g^{ij} * x_i * x_j = G^{ij} * X_{Ri} * X_{Rj} \quad \text{Comme } X_{Ri} = A_i^j * x_j \quad \text{on a :}$$

$$D^2 = G^{kl} * A_k^i * x_i * A_l^j * x_j = G^{kl} * A_k^i * A_l^j * x_i * x_j$$

$$\text{On en déduit alors :} \quad g^{ij} = A_k^i * G^{kl} * A_l^j$$

Comme $\delta_i^j = g_{jk} * g^{ik}$, on en déduit les composantes g_{ij} en fonction des composantes G^{ij} . En négligeant les termes du second ordre et en remplaçant les composantes A_i^j par leurs

$$\text{valeurs il vient :} \quad G^{11} = \frac{1}{g_{11}} \quad G^{22} = \frac{1}{g_{22}}$$

$$G^{12} = \frac{tg(\alpha_1) - tg(\alpha_2)}{\sqrt{g_{11} * g_{22}}} - \frac{g_{12}}{g_{11} * g_{22}}$$

1.5.3 : Caractéristiques locales et Tenseur fondamental

1.5.3.1: Base orthonormée associée

On considère une base orthonormée $[\vec{E}_1, \vec{E}_2]$ telle que le vecteur \vec{E}_1 soit confondu avec \vec{e}_1 . On peut exprimer, de manière indicielle les vecteurs covariants de la base des directions moyennes de déplacement, dans la base orthonormée.

$$\vec{e}_i = B_i^j * \vec{E}_j$$

Les quantités B_i^j sont les composantes de la matrice de passage des coordonnées contravariantes x^i d'un point, exprimées dans le repère rectiligne aux coordonnées contravariantes X^i du même point exprimé dans le repère orthonormé.

$$X^i = B_j^i * x^j$$

De manière évidente, on démontre :
$$\begin{pmatrix} X^1 \\ X^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{g_{11}} & g_{12}/\sqrt{g_{11}} \\ 0 & \sqrt{\Delta}/\sqrt{g_{11}} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix}$$

1.5.3.2: Défaut d'échelle sur le 1^{ère} axe

Par définition $E_{ch} = L_{\text{longueur vraie}} - L_{\text{longueur mesurée}} / L_{\text{longueur vraie}}$

La base orthonormée locale est telle que \vec{E}_1 est parallèle à \vec{e}_1 et \vec{E}_2 perpendiculaire à \vec{E}_1 .

On en déduit que $L_{\text{longueur vraie}} = X^1$ et $L_{\text{longueur mesurée}} = X_{R1}$.

On exprime le défaut d'échelle en fonction des composantes précédentes, on obtient :

$$E_{ch1} = \frac{X^1 - X_{R1}}{X^1}$$

La mesure du défaut d'échelle suivant \vec{e}_1 implique un blocage du coulisseau 2, en conséquence, on a $X_{R2}=0$.

Compte tenu des systèmes $X_{Ri} = A_i^j * x_j$ et $X^i = B_j^i * x^j$

On peut écrire :

$$X^1 = \sqrt{g_{11}} * x^1 + \frac{g_{12}}{\sqrt{g_{11}}} * x^2$$

$$X_{R1} = g_{11} * x^1 + (g_{12} - \sqrt{\Delta} * tg(\alpha_1)) * x^2$$

$$X_{R2} = (g_{12} + \sqrt{\Delta} * tg(\alpha_2)) * x^1 + g_{22} * x^2 = 0$$

Il vient : $x^2 = -x^1 * \frac{(g_{12} + \sqrt{\Delta} * tg(\alpha_2))}{g_{22}}$, $X^1 = (\sqrt{g_{11}} - \frac{g_{12}}{\sqrt{g_{22}}} * \frac{(g_{12} + \sqrt{\Delta} * tg(\alpha_2))}{g_{22}}) * x^1$

Et $X_{R1} = (g_{11} - (g_{22} - \sqrt{\Delta} * tg(\alpha_1)) * \frac{(g_{12} + \sqrt{\Delta} * tg(\alpha_2))}{g_{22}}) * x^1$

En négligeant les termes : $(g_{12})^2, g_{12} * tg(\alpha_1), g_{12} * tg(\alpha_2)$ et $tg(\alpha_1) * tg(\alpha_2)$ devant g_{11} et $\sqrt{g_{11}}$, il vient : $X^1 = \sqrt{g_{11}} * x^1$, $X_{R1} = g_{11} * x^1$

En conséquence : $E_{ch1} = \frac{\sqrt{g_{11}} - g_{11}}{\sqrt{g_{11}}} = (1 - \sqrt{g_{11}}) \Rightarrow g_{11} = (1 - E_{ch1})^2$

1.5.3.3: Défaut d'échelle sur le 2^{ème} axe

On a $L_{\text{longueur vraie}} = X^2$ et $L_{\text{longueur mesurée}} = X_{R2}$

On exprime le défaut d'échelle en fonction des composantes précédentes, on obtient :

$$E_{ch2} = \frac{X^2 - X_{R2}}{X^2}$$

La mesure du défaut d'échelle suivant \vec{e}_2 implique un blocage du coulisseau 1, en conséquence, on a $X_{R1}=0$

Comme précédemment on a : $X_{Ri} = A_i^j * x_j$ et $X^i = B_j^i * x^j$ En conséquence :

$$E_{ch2} = \frac{\sqrt{g_{22}} - g_{22}}{\sqrt{g_{22}}} = (1 - \sqrt{g_{22}}) \Rightarrow g_{22} = (1 - E_{ch2})^2$$

1.5.3.4 : Défaut angulaire

L'angle entre deux vecteurs quelconques dans un espace vectoriel euclidien s'exprime par la relation : $N(\vec{x}) * N(\vec{y}) \cos(\alpha) = \vec{x} \cdot \vec{y}$ avec $N(\vec{x}) = \sqrt{\vec{x} \cdot \vec{x}}$

Le produit scalaire étant invariant par changement de base, on constate que l'angle entre deux vecteurs est indépendant de la base considérée.

On considérera que le défaut angulaire local est défini par l'angle entre le vecteur \vec{e}_2 et le vecteur \vec{E}_2 quand on confond les vecteurs \vec{e}_1 et \vec{E}_1 (Fig 38).

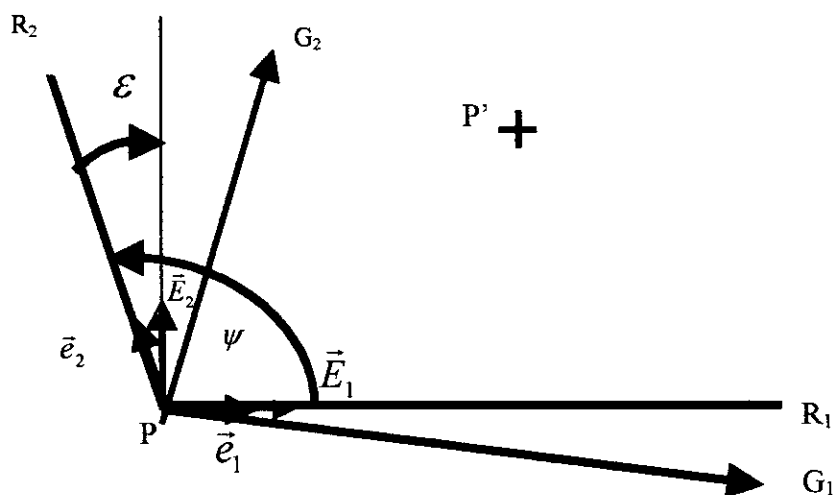


Fig 38 : Défaut angulaire local

Notons ϵ cet angle. On a $N(\vec{e}_2) * N(\vec{E}_2) * \cos \epsilon = \vec{e}_2 \cdot \vec{E}_2$

Or $\vec{e}_2 \cdot \vec{e}_2 = g_{22}$

$$\vec{e}_2 \cdot \vec{E}_2 = \sqrt{\Delta} / \sqrt{g_{11}} \text{ avec } \sqrt{\Delta} = \sqrt{g_{11} * g_{22} - (g_{12})^2}$$

$$\vec{E}_2 \cdot \vec{E}_2 = 1 \text{ donc } \cos \epsilon = \sqrt{1 - \frac{(g_{12})^2}{g_{11} * g_{22}}}$$

$$\Rightarrow \sin \epsilon = \frac{g_{12}}{\sqrt{g_{11} * g_{22}}} \text{ avec } \epsilon + \psi = \pi/2$$

1.5.4: Passage des défauts de base au tenseur métrique

Les résultats des paragraphes précédents vont nous permettre, d'exprimer les composantes du tenseur métrique dans le repère de mesures en fonction uniquement des défauts de base de la machine.

1.5.4.1: Composante G^{11} du tenseur métrique

La modélisation du système de mesures a permis de définir les écarts mesurés. En reprenant les résultats du chapitre 3, il vient :

$$\bar{U}_1 = T_{xx} \quad \bar{V}_1 = T_{xy} \quad \bar{\gamma}_1 = R_{xz} \quad \bar{U}_2 = T_{yx} \quad \bar{V}_2 = T_{yy} \quad \bar{\gamma}_2 = R_{yz} \quad \gamma_p = P_{xy}$$

Soient les sept défauts de base dans le système bidimensionnel.

Des paragraphes précédents on déduit l'expression de la composante G^{11} du tenseur métrique en fonction des défauts de base (défauts géométriques).

En effet : $E_{chl} = T_{xx}/X_{R1} - \frac{(X_{R2} + Y_{M/2}) * R_{xz}}{X_{R1}}$, $g_{11} = (1 - E_{chl})^2$, $G^{11} = 1/g_{11}$

Il vient : $\sqrt{G^{11}} = \frac{1}{1 - \frac{T_{xx} - (X_{R2} + Y_{M/2}) * R_{xz}}{X_{R1}}}$ R_2

On remarque que le défaut d'échelle est fonction de la position du point fonctionnel défini non seulement par les valeurs lues sur les règles mais aussi par la position relative du centre du palpeur par rapport à l'origine du repère associé au dernier coulisseau.

Dans la procédure d'étalonnage de la machine par la mesure d'une « longueur », l'origine du repère associé au dernier coulisseau n'est pas définie, seul le centre du palpeur est connu.

On considère alors le centre du palpeur d'étalonnage comme l'origine du repère.

En conséquence, les valeurs $X_{M/2}$ et $Y_{M/2}$ sont nulles pour la détermination des relations entre les défauts de base et les composantes du tenseur métrique.

Il vient : $E_{chl} = T_{xx}/X_{R1} - \frac{X_{R2} * R_{xz}}{X_{R1}}$

On peut alors écrire la relation : $\sqrt{G^{11}} = \frac{1}{1 - \frac{T_{xx} - X_{R2} * R_{xz}}{X_{R1}}}$

1.5.4.2: Composante G^{22} du tenseur métrique

Des paragraphes 1.5.2.2.3, 1.5.4.3, 1.5.3.2 on déduit l'expression de la composante G^{22} du tenseur métrique en fonction des défauts de base.

$$\sqrt{G^{22}} = \frac{1}{1 - \frac{T_{yy}}{X_{R2}}} \dots\dots\dots R_2$$

1.5.4.3: Composante G^{12} du tenseur métrique

En considérant $\sin \mathcal{E} = \mathcal{E}$, $\text{tg}(\alpha_1) = \alpha_1$, $\text{tg}(\alpha_2) = \alpha_2$, les relations issues des paragraphes 1.5.3.2 et 1.5.4.4 s'écrivent :

$$G^{12} = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\sqrt{g_{11} * g_{22}}} - \frac{g_{12}}{g_{11} * g_{22}} \quad \text{et} \quad \mathcal{E} = g_{12} / \sqrt{g_{11} * g_{22}}$$

Donc $G^{12} = (\alpha_1 - \alpha_2 - \mathcal{E}) / \sqrt{g_{11} * g_{22}}$

Or, du paragraphe 1.5.3.1, on déduit : $\alpha_1 = -\bar{\gamma}_2 - \psi + \pi/2$ de même, du paragraphe 1.5.3.2, on déduit : $\alpha_2 = -\bar{\gamma}_1 + \psi - \pi/2$ de plus, du paragraphe 1.5.4.4, on tire : $\mathcal{E} + \psi = \pi/2$

Il vient : $\alpha_1 - \alpha_2 - \mathcal{E} = -\bar{\gamma}_1 - \bar{\gamma}_2 - \psi + \pi/2$ comme $\bar{\gamma}_1 + \gamma_p + \pi/2 = \psi$

On obtient : $\alpha_1 - \alpha_2 - \mathcal{E} = -\bar{\gamma}_2 - \gamma_p$

La composante du tenseur métrique s'exprime alors en fonction des écarts mesurés :

$$G^{12} = (-\bar{\gamma}_2 - \gamma_p) / \sqrt{g_{11} * g_{22}}$$

Le résultat final est : $G^{12} = \frac{-(P_{XY} + R_{YZ})}{(1 - \frac{T_{YY}}{X_{R2}}) * (1 - \frac{T_{XX} - X_{R2} * R_{XZ}}{X_{R1}})} \dots \dots \dots R_2$

2: Expression du champ de déplacement du centre du palpeur

La mesure de la longueur constante, dans le volume de travail, a permis de déterminer les composantes du tenseur métrique, en différenciant points préétablis de la machine. En chaque point, les composantes du tenseur sont connues directement dans la base de mesures. Ces composantes globalisent, autour du point machine considéré, l'ensemble des caractéristiques de la machine à étalonner, équipage palpeur compris. Ainsi, si l'étalonnage s'effectue avec un autre palpeur, les composantes du tenseur seront différentes.

En reprenant la procédure d'étalonnage de A. Clément et F.jouy, décrite à la référence [22], on détermine au paragraphe 2.1 un champ de déplacement. Ce champ est associé à la machine et au palpeur d'étalonnage.

Or l'intérêt de la méthode par mesure directe, est notamment le gain de temps obtenu par rapport aux méthodes externes. Aussi, le paragraphe 2.2 développe l'expression du champ de déplacement en fonction des positions relatives du point fonctionnel et du point d'étalonnage. On peut alors effectuer une compensation logicielle de la machine, quel que soit le palpeur utilisé.

2.1 : Champ de déplacement du point d'étalonnage

Le paragraphe 4.2 du chapitre2 récapitule la détermination d'un champ de déplacement. Les premières étapes ont été reprises au paragraphe 1.2 de ce chapitre afin de déterminer les composantes du tenseur métrique. On rappelle ici les étapes suivantes qui sont développées aux paragraphes suivants :

- On déduit le tenseur de déformation aux différents points considérés, de la machine.
- On choisit une forme analytique pour le champ de tenseur de déformation.
- On intègre le tenseur de déformation pour déterminer le champ de déplacement.
- On détermine les constantes d'intégration en choisissant un repère général.
- On détermine enfin la compensation logicielle pour tous les points de mesure.

2.1.1: Composantes du tenseur de déformation local[22]

La compensation logicielle consiste à passer d'un repère curviligne, localement rectiligne, à un repère orthonormé.

On peut associer un tenseur de déformation local à la transformation linéaire qui permet le passage du repère rectiligne localement à un repère orthonormé. Les composantes du tenseur de déformation sont les coefficients de la forme bilinéaire symétrique suivante :

$$\mathbf{T}(\vec{v}_1) \cdot \mathbf{T}(\vec{v}_2) - \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2$$

La partie symétrique du tenseur de déformation s'obtient alors en faisant la différence des tenseurs métriques.

Soit $[G^{ij}]$ la matrice associée au tenseur métrique qui caractérise le repère rectiligne.

La matrice associée au tenseur métrique qui caractérise le repère orthonormé est la matrice identité $[I]$.

Soit $[\mathcal{E}^{ij}]$ la matrice associée au tenseur de déformation symétrique.

On a $[\mathcal{E}^{ij}] = ([G^{ij}] - [I]) / 2$

Les composantes symétriques du tenseur de déformation sont alors parfaitement connues en fonction des composantes du tenseur métrique déterminées dans la base de mesures locale.

$$[\mathcal{E}^{11}] = [G^{11} - 1] / 2 \dots R_3 \quad [\mathcal{E}^{22}] = [G^{22} - 1] / 2 \dots R_3 \quad [\mathcal{E}^{12}] = [G^{12}] / 2 \dots R_3$$

2.1.2: Forme analytique associée au champ de tenseur de déformation

On a déterminé les composantes du tenseur de déformation en différenciant points de la machine, l'objectif est maintenant d'analyser les évolutions de chaque composante pour les interpoler convenablement.

Compte tenu du type de défauts sur les machines, on peut considérer qu'une évolution linéaire de chaque composantes permet de caractériser tous les défauts de base.

$$[\mathcal{E}^{11}] = a_1 + b_1 * X_{R1} + c_1 * X_{R2} \quad , \quad [\mathcal{E}^{22}] = a_2 + b_2 * X_{R1} + c_2 * X_{R2}$$

$$[\mathcal{E}^{12}] = a_3 + b_3 * X_{R1} + c_3 * X_{R2}$$

2.1.3: Détermination du champ de déplacement

2.1.3.1: Condition d'intégrabilité [22]

Etant donné un champ de tenseurs symétriques quelconques, on ne peut pas toujours trouver un champ de déplacement dont il dérive.

En effet, en mécanique des milieux déformables, la partie symétrique du tenseur de Déformation doit satisfaire aux conditions de compatibilité (ou d'intégrabilité).

Physiquement, elles traduisent le fait que les déformations soient compatibles avec la continuité du milieu : si on décompose le milieu initial en élément de volume, et si on fait subir, à chacun de ses éléments, la déformation correspondant au champ de tenseur de déformation, les éléments de volume initialement juxtaposés, restent juxtaposés après déformation. Les conditions de compatibilité, compte tenu des petits déplacements, sont les suivantes :

$$\frac{\delta^2 \mathcal{E}^{KL}}{\delta X_i \delta X_j} + \frac{\delta^2 \mathcal{E}^{ij}}{\delta X_K \delta X_L} - \frac{\delta^2 \mathcal{E}^{jL}}{\delta X_i \delta X_K} - \frac{\delta^2 \mathcal{E}^{iK}}{\delta X_j \delta X_L} = 0$$

2.1.3.2: Relation déformation-déplacement

Les conditions de compatibilité sont du second ordre par rapport au champ de déformation. En considérant l'hypothèse d'un champ linéaire, les conditions sont immédiatement satisfaites. On peut donc déterminer les composantes du champ de déplacement en fonction des composantes du champ de tenseur de déformation.

Soit $\vec{U}(M)$ le champ de déplacement de composantes U_1 et U_2 dans le repère orthonormé (Fig 39).

Soient M_r le point réel mesuré et M_{th} le point théorique associé.

Les composantes de M_r sont les valeurs lues sur les règles et les composantes de M_{th} sont les coordonnées dans un repère orthonormé.

On a : $\vec{U}(M) = O\vec{M}_{th} - O\vec{M}_r$

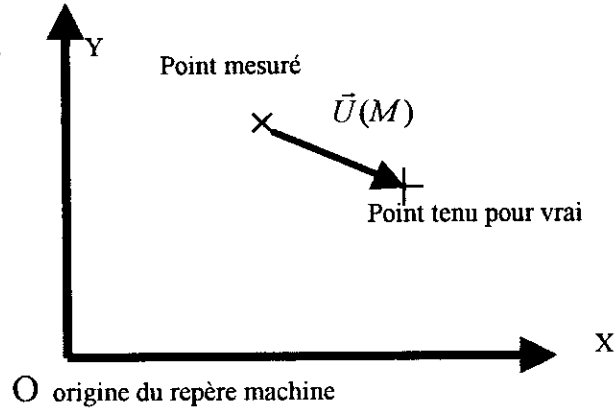


Fig 39 : Le champ de déplacement du centre du palpeur dans le repère orthonormé.

Soit $\overline{\overline{D}}$ le tenseur de déformation général, la partie symétrique $\overline{\overline{\epsilon}}$ de la déformation s'exprime en fonction de $\overline{\overline{D}}$ par la relation : $\overline{\overline{\epsilon}} = (\overline{\overline{D}} + \overline{\overline{D}}^T)/2$ avec l'hypothèse des petits déplacements.

Comme $\overline{\overline{D}} = \text{grad}(\vec{U}(M))$, en dimension 2, il vient :

$$\begin{pmatrix} \epsilon^{11} & \epsilon^{12} \\ \epsilon^{12} & \epsilon^{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta U_1 / \delta X_{R1} & 1/2 * [\delta U_1 / \delta X_{R2} + \delta U_2 / \delta X_{R1}] \\ 1/2 * [\delta U_1 / \delta X_{R2} + \delta U_2 / \delta X_{R1}] & \delta U_2 / \delta X_{R2} \end{pmatrix}$$

2.1.3.3: Déplacement pour un champ de déformation linéaire

On reprend la forme analytique du paragraphe 2.1.2 et compte tenu des relations précédentes, on peut écrire

$\delta U_1 / \delta X_{R1} = a_1 + b_1 * X_{R1} + c_1 * X_{R2}$ (1)

$\delta U_2 / \delta X_{R2} = a_2 + b_2 * X_{R1} + c_2 * X_{R2}$ (2)

$\delta U_1 / \delta X_{R2} + \delta U_2 / \delta X_{R1} = a_3 + b_3 * X_{R1} + c_3 * X_{R2}$ (3)

L'équation (1) donne : $U_1 = a_1 * X_{R1} + b_1 * (X_{R1})^2 / 2 + c_1 * X_{R1} * X_{R2} + \phi(X_{R2})$

L'équation (2) donne : $U_2 = a_2 * X_{R2} + b_2 * X_{R1} * X_{R2} + c_2 * (X_{R2})^2 / 2 + \psi(X_{R1})$

De l'équation (3), on déduit :

$c_1 * X_{R1} + \delta \phi(X_{R2}) / \delta X_{R2} + b_3 * X_{R2} + \delta \psi(X_{R1}) / \delta X_{R1} = a_3 + b_3 * X_{R1} + c_3 * X_{R2}$

d'où, en séparant les variables :

$c_1 * X_{R1} + \delta \psi(X_{R1}) / \delta X_{R1} - b_3 * X_{R1} = c_3 * X_{R2} - b_2 * X_{R2} - \delta \phi(X_{R2}) / \delta X_{R2} + a_3$

ω est une constante telle que :

$$\delta\Psi(X_{R1})/\delta X_{R1}=(b_3-c_1)*X_{R1}+\omega \quad \text{et} \quad \delta\varphi(X_{R2})/\delta X_{R2}=(c_3-b_2)*X_{R2}+a_3-\omega$$

En intégrant :

$$\Psi(X_{R1})=(b_3-c_1)*(X_{R1})^2/2+\omega*X_{R1}+t_1$$

$$\varphi(X_{R2})=(c_3-b_2)*X_{R2}^2/2+(a_3-\omega)*X_{R2}+t_2$$

Le champ de déplacement est alors obtenu à une translation (t_1, t_2) et une rotation (ω) près.

$$U_1 = b_1*(X_{R1})^2/2 + c_1*X_{R1}*X_{R2} + (c_3-b_2)*(X_{R2})^2/2 + a_1*X_{R1} + (a_3-\omega)*X_{R2} + t_2 \dots R_4$$

$$U_2 = c_2*(X_{R2})^2/2 + b_2*X_{R1}*X_{R2} + (b_3-c_1)*(X_{R1})^2/2 + a_2*X_{R2} + \omega*X_{R1} + t_1 \dots R_4$$

2.1.3.4: Choix d'un repère machine et compensation logicielle

Soient (X_1, X_2) les coordonnées du point théorique exprimées dans le repère orthonormé. Les valeurs lues sur les règles sont X_{R1} et X_{R2} .

Comme : $\vec{U}(M) = O\vec{M}_{th} - O\vec{M}_r$, on peut écrire :

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{R1} \\ X_{R2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$$

ce qui implique :

$$X_1 = b_1*(X_{R1})^2/2 + c_1*X_{R1}*X_{R2} + (c_3-b_2)*(X_{R2})^2/2 + (a_1+1)*X_{R1} + (a_3-\omega)*X_{R2} + t_2$$

$$X_2 = c_2*(X_{R2})^2/2 + b_2*X_{R1}*X_{R2} + (b_3-c_1)*(X_{R1})^2/2 + (a_2+1)*X_{R2} + \omega*X_{R1} + t_1$$

La compensation logicielle est alors déterminée à une translation (t_1, t_2) et une rotation ω près et telle que le premier axe du repère orthonormé soit confondu avec le premier axe de déplacement de la machine.

Le choix des valeurs t_1, t_2 et ω revient à positionner le premier axe de déplacement moyen de la machine. Un critère pourrait être de minimiser les écarts de rectitude suivant cet axe.

Or la rectitude pour le premier axe de déplacement est exprimé par le paramètre de déplacement U_2 quand X_{R1} varie avec $X_{R2}=0$

$$T_{xy} = (b_3-c_1)*(X_{R1})^2/2 + \omega*X_{R1} + t_1$$

Le choix de deux valeurs de rectitude, pour le premier axe, suffit à déterminer complètement ω et t_1 .

La rectitude pour le deuxième axe de déplacement est exprimé par le paramètre de déplacement U_1 quand X_{R2} varie avec $X_{R1}=0$.

$$T_{yx} = (c_3-b_2)*(X_{R2})^2/2 + (a_3-\omega)*X_{R2} + t_2$$

Compte tenu de ces choix, le repère orthonormé est alors entièrement déterminé. il sera considéré comme le repère machine. Son origine est définie par un point fixe, lié à la base de la machine.

La correction logicielle, dans ce repère, est défini par l'application, qui au couple (X_{R1}, X_{R2})

Définissant le point mesuré M_r , fait correspondre le couple (X_1, X_2) qui définit le point tenu pour vrai M_{th} .

Remarque :

pour la comparaison, dans le chapitre 6, des deux méthodes de calcul des écarts, on choisira les valeurs de t_1, t_2 et ω telles que :

les rectitudes à l'origine du repère machine, la rectitude à l'extrémité de déplacement du premier axe, calculées par la méthode directe, soient identiques aux rectitudes mesurées par la méthode externe.

2.2: Champ de déplacement du « point fonctionnel »

2.2.1: Position relative du point fonctionnel

Soit M_{th} le centre de la sphère du palpeur d'étalonnage. Le point fonctionnel est considéré comme le centre de la sphère de palpation. Soit P_{th} ce point, on définit sa position par rapport au point M_{th} par ses coordonnées dans un repère lié au dernier coulisseau. On détermine ainsi la position relative des points M_{th} et P_{th} appartenant au deuxième coulisseau.

Soient X_{MP} et Y_{MP} les composantes du vecteur, $M_{th}\vec{P}_{th} = X_{MP} * \vec{n}_2 + Y_{MP} * \vec{t}_2$ telles que \vec{n}_2 et \vec{t}_2 soient respectivement la normale et la tangente à la trajectoire en M_{th} du deuxième coulisseau dans son mouvement par rapport au premier coulisseau (fig 40).

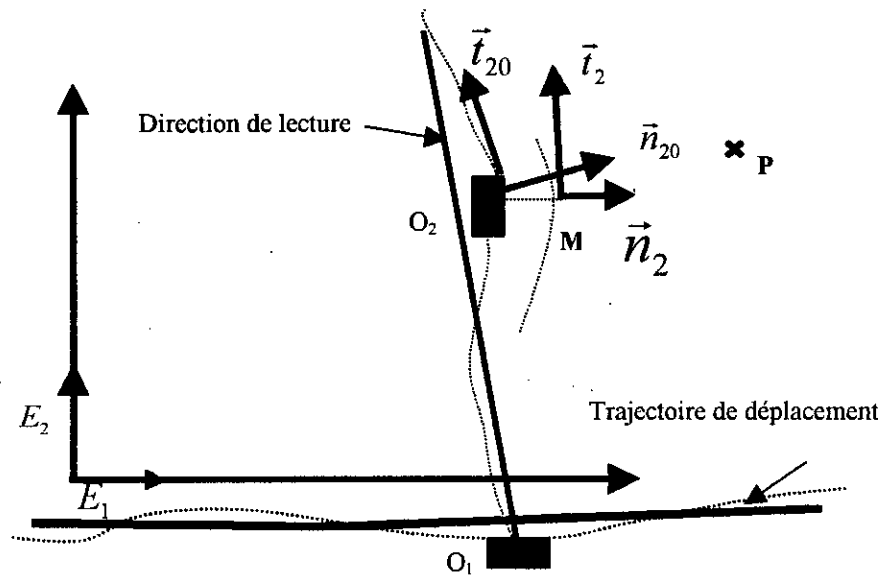


Fig 40 : La normale et la tangente à la trajectoire en M_{th} et O_2

Les composantes X_{MP} et Y_{MP} sont mesurées à l'origine O du repère machine par les moyens propres de la machine. Quand on change de palpeur, on mesure ainsi la position relative du point M_r et du point P_r telle que M_r soit le centre de la sphère du palpeur d'étalonnage et P_r le centre de la sphère du nouveau palpeur.

On peut écrire : $M_r\vec{P}_r = X_{MP} * \vec{n}_{20} + Y_{MP} * \vec{t}_{20}$

Tel que \vec{n}_{20} et \vec{t}_{20} soient respectivement la normale et la tangente à la trajectoire à l'origine O_2 du deuxième coulisseau, dans son mouvement par rapport au premier coulisseau.

Remarque : Le système curviligne est proche d'un système orthonormé : en première approximation, on considère que les normes de \vec{t}_2 et \vec{n}_2 sont égales à 1.

2.2.2: Champ de déplacement général

$$\text{comme : } \vec{t}_2 = \begin{pmatrix} \delta X_1 / \delta X_{R2} \\ \delta X_2 / \delta X_{R2} \end{pmatrix} \text{ et } \vec{n}_2 = \begin{pmatrix} \delta X_2 / \delta X_{R2} \\ -\delta X_1 / \delta X_{R2} \end{pmatrix}$$

On détermine aisément $M_{th}\vec{P}_{th}$ et $M_r\vec{P}_r$. La trajectoire du point M_{th} est définie par :

$$X_1 = b_1 * (X_{R1})^2 / 2 + c_1 * X_{R1} * X_{R2} + (c_3 - b_2) * (X_{R2})^2 / 2 + (a_1 + 1) * X_{R1} + (a_3 - \omega) * X_{R2} + t_2$$

$$X_2 = c_2 * (X_{R2})^2 / 2 + b_2 * X_{R1} * X_{R2} + (b_3 - c_1) * (X_{R1})^2 / 2 + (a_2 + 1) * X_{R2} + \omega * X_{R1} + t_1$$

Donc $\delta X_1 / \delta X_{R2} = c_1 * X_{R1} + (c_3 - b_2) * X_{R2} + (a_3 - \omega)$

et $\delta X_2 / \delta X_{R2} = c_2 * X_{R2} + b_2 * X_{R1} + (a_2 + 1)$

On en déduit, $\vec{n}_2, \vec{t}_{20}, \vec{n}_{20}$ dans le repère machine.

$$\vec{t}_2 = \begin{pmatrix} c_1 * X_{R1} + (c_3 - b_2) * X_{R2} + (a_3 - \omega) \\ c_2 * X_{R2} + b_2 * X_{R1} + (a_2 + 1) \end{pmatrix}$$

$$\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} c_2 * X_{R2} + b_2 * X_{R1} + (a_2 + 1) \\ -(c_1 * X_{R1} + (c_3 - b_2) * X_{R2} + (a_3 - \omega)) \end{pmatrix}$$

$$\vec{t}_{20} = \begin{pmatrix} a_3 - \omega \\ a_2 + 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{n}_{20} = \begin{pmatrix} a_2 + 1 \\ -a_3 + \omega \end{pmatrix}$$

il vient :

$$M_{th}\vec{P}_{th} = \begin{pmatrix} X_{MP} * (c_2 * X_{R2} + b_2 * X_{R1} + (a_2 + 1)) + Y_{MP} * (c_1 * X_{R1} + (c_3 - b_2) * X_{R2} + (a_2 - \omega)) \\ -X_{MP} * (c_1 * X_{R1} + (c_3 - b_2) * X_{R2} + (a_3 - \omega)) + Y_{MP} * (c_2 * X_{R2} + b_2 * X_{R1} + (a_2 + 1)) \end{pmatrix}$$

$$M_r\vec{P}_r = \begin{pmatrix} X_{MP} * (a_2 + 1) + Y_{MP} * (a_3 - \omega) \\ -X_{MP} * (a_3 - \omega) + Y_{MP} * (a_2 + 1) \end{pmatrix}$$

Comme le champ de déplacement du point d'étalonnage M s'écrit :

$$\vec{U}(M) = O\vec{M}_{th} - O\vec{M}_r$$

le champ de déplacement d'un point P s'écrira :

$$\vec{U}(P) = O\vec{P}_{th} - O\vec{P}_r$$

Le champ de déplacement du point fonctionnel s'exprime alors en fonction des valeurs lues sur les règles et des positions relatives du point d'étalonnage et du point fonctionnel, mesurée à l'origine du repère machine .

$$\begin{aligned} \vec{U}(P) &= O\vec{M}_{th} + M_{th}\vec{P}_{th} - O\vec{M}_r - M_r\vec{P}_r \\ &= \vec{U}(M) + M_{th}\vec{P}_{th} - M_r\vec{P}_r \end{aligned}$$

Les composantes du champ de déplacement dans le repère machine :

$$\vec{U}(P) = \begin{pmatrix} U_1 + X_{MP} * (c_2 * X_{R2} + b_2 * X_{R1}) + Y_{MP} * (c_1 * X_{R1} + (c_3 - b_2) * X_{R2}) \\ U_2 - X_{MP} * (c_1 * X_{R1} + (c_3 - b_2) * X_{R2}) + Y_{MP} * (c_2 * X_{R2} + b_2 * X_{R1}) \end{pmatrix}$$

Notons $\begin{pmatrix} U_{P1} \\ U_{P2} \end{pmatrix}$ les composantes de $\vec{U}(P)$.

Le champ de déplacement général associé à un champ de déformation linéaire est tel que :

$$\begin{aligned} U_{P1} &= b_1 * (X_{R1})^2 / 2 + c_1 * X_{R1} * X_{R2} + (c_3 - b_2) * (X_{R2})^2 / 2 \\ &+ X_{R1} * (c_1 * Y_{MP} + b_2 * X_{MP} + a_1) + X_{R2} * (c_2 * X_{MP} + (c_3 - b_2) * Y_{MP} + a_3 - \omega) + t_2 \dots \dots \dots R_5 \\ U_{P2} &= c_2 * (X_{R2})^2 / 2 + b_2 * X_{R1} * X_{R2} + (b_3 - c_1) * (X_{R1})^2 / 2 + X_{R1} * (-c_1 * X_{MP} + b_2 * Y_{MP} + \omega) + \\ &X_{R2} * (c_2 * Y_{MP} - (c_3 - b_2) * X_{MP} + a_2) + t_1 \dots \dots \dots R_5 \end{aligned}$$

2.2.3: Compensation logicielle :

La correction logicielle, dans le repère machine , est définie par l'application, qu'aux couples (X_{R1}, X_{R2}) et (X_{MP}, Y_{MP}) , fait correspondre le couple (X_{P1}, Y_{P2}) .

$$\text{Or } O\vec{P}_{th} = O\vec{M}_{th} + M_{th}\vec{P}_{th}$$

$$\text{Avec : } M_{th}\vec{P}_{th} = \begin{pmatrix} X_{MP} * (c_2 * X_{R2} + b_2 * X_{R1} + (a_2 + 1)) + Y_{MP} * (c_1 * X_{R1} + (c_3 - b_2) * X_{R2} + (a_3 - \omega)) \\ -X_{MP} * (c_1 * X_{R1} + (c_3 - b_2) * X_{R2} + (a_3 - \omega)) + Y_{MP} * (c_2 * X_{R2} + b_2 * X_{R1} + (a_2 + 1)) \end{pmatrix}$$

$$\text{et } O\vec{M}_{th} = \begin{pmatrix} b_1 * (X_{R1})^2 / 2 + c_1 * X_{R1} * X_{R2} + (c_3 - b_2) * (X_{R2})^2 / 2 + (a_1 + 1) * X_{R1} + (a_3 - \omega) * X_{R2} + t_2 \\ c_2 * (X_{R2})^2 / 2 + b_2 * X_{R1} * X_{R2} + (b_3 - c_1) * (X_{R1})^2 / 2 + (a_2 + 1) * X_{R2} + \omega * X_{R1} + t_1 \end{pmatrix}$$

Le résultat final est :

$$X_{P1} = b_1 * (X_{R1})^2 / 2 + c_1 * X_{R1} * X_{R2} + (c_3 - b_2) * (X_{R2})^2 / 2 + (a_1 + 1) * X_{R1} + (a_3 - \omega) * X_{R2} + t_2 + X_{MP} * (c_2 * X_{R2} + b_2 * X_{R1} + (a_2 + 1)) + Y_{MP} * (c_1 * X_{R1} + (c_3 - b_2) * X_{R2} + (a_3 - \omega))$$

$$X_{P2} = c_2 * (X_{R2})^2 / 2 + b_2 * X_{R1} * X_{R2} + (b_3 - c_1) * (X_{R1})^2 / 2 + (a_1 + 1) * X_{R2} + \omega * X_{R1} + t_1 + X_{MP} * (c_1 * X_{R1} + (c_3 - b_2) * X_{R2} + (a_3 - \omega)) + Y_{MP} * (c_2 * X_{R2} + b_2 * X_{R1} + (a_2 + 1))$$

3: Conclusion

Dans ce chapitre nous avons essayé de mettre un pont entre l'approche externe et l'approche directe en établissant des relations entre les paramètres du tenseur métrique et les défauts de base d'une machine bidimensionnelle.

Nous avons aussi établi les relations R_3 , R_4 et R_6 en dimension 3, on peut donc effectuer une compensation logicielle pour le point d'étalonnage d'une machine tridimensionnelle. Par contre la relation R_5 n'a été démontrée qu'en dimension 2. La compensation logicielle, avec changement de palpeur, est donc effective pour les machines bidimensionnelles et dans des plans horizontaux et verticaux des MMT.

Il reste à valider ces relations de passage par la comparaison entre le tenseur métrique mesuré et le tenseur métrique calculé.

Les paramètres du tenseur métrique permettent d'avoir une idée sur le degré de précision des MMT et d'évaluer les erreurs systématiques en négligeant les erreurs aléatoires, Au chapitre 5 nous allons voir les limites de cette évaluation.

CHAPITRE V
MODELISATION DES
ERREURS ALEATOIRES
D'UNE MMT

CHAPITRE V

MODELISATION DES ERREURS ALEATOIRES D'UNE MMT

1 : MODELISATION DES ERREURS ALEATOIRES :

1.1 : Introduction

Au cours des chapitres précédents, on a vu comment on pouvait améliorer la précision des machines à coordonnées : par une mesure directe ou par un mesurage des défauts de base.

Donc on peut effectuer une correction logicielle des erreurs systématiques que nous avons modélisées par un vecteur d'écart.

Deux hypothèses fondamentales ont été nécessaires :

Nous avons supposé un petit déplacement entre la position tenue pour vrai du point fonctionnel et sa position mesurée par la machine.

Nous avons négligé les erreurs aléatoires devant les erreurs systématiques.

L'objectif de ce chapitre est de quantifier, donc modéliser mathématiquement, l'influence des erreurs aléatoires sur le positionnement du point fonctionnel d'une machine à mesurer.

1.2 : Modélisation retenue

Une glissière est composée de trois éléments : une base, un coulisseau et une règle, et assure deux fonctions : une fonction de guidage et une fonction mesure.

1.2.1 : Pseudo translation

Dans la réalité, les glissières des MMT ne sont pas parfaites, on constate alors que la trajectoire d'un point quelconque du coulisseau n'est pas rectiligne dans son déplacement (fig 40).

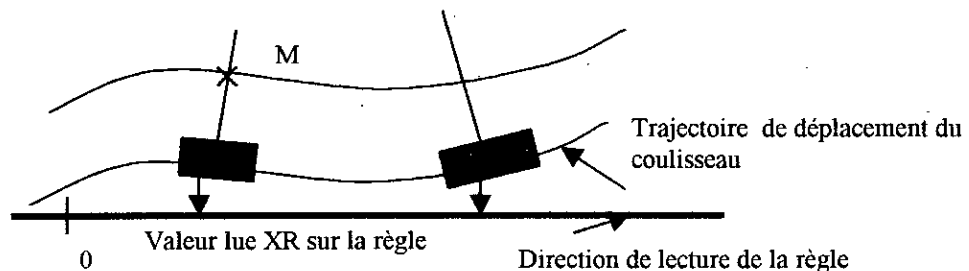


Fig 40 : Trajectoire curviligne d'un point lié au coulisseau d'une glissière réelle

On constate, de plus, la non répétabilité du mouvement : la trajectoire du point M considéré à l'instant t_1 est différente de la trajectoire du même point à l'instant t_2 (fig 41).

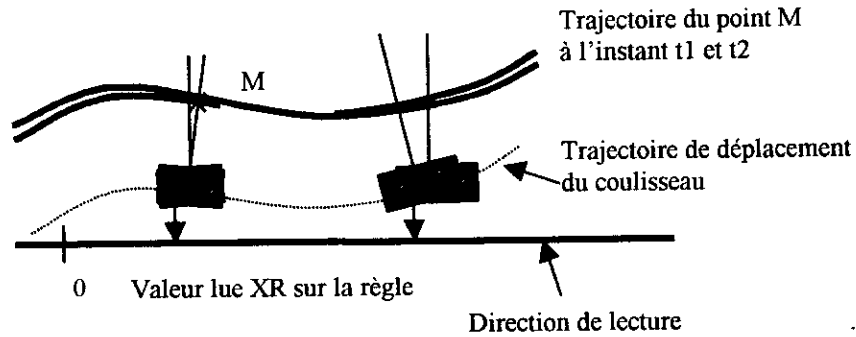


Fig 41 : La non répétabilité du mouvement du coulisseau

Les différences de trajectoires du même point au cours de la translation du coulisseau sont induites par les incessants petits mouvements constatés dans tout guidage mécanique.

La translation n'est pas rectiligne : c'est une translation "technologique" que l'on appelle 'pseudo-translation'.

La figure 42 représente la "pseudo-translation" du point M.

A un point donné M du coulisseau, on associe un "tuyau" d'axe la trajectoire moyenne du point M et d'un rayon, tel que l'ensemble des positions possibles du point M soit à l'intérieur du tuyau.

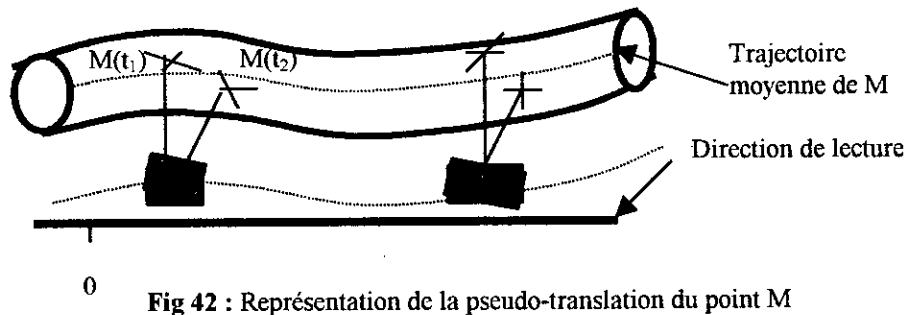


Fig 42 : Représentation de la pseudo-translation du point M

1.2.2 : Paramètres de la pseudo-translation

1.2.2.1 Fonction guidage

D'une manière générale, la position du coulisseau par rapport à la base d'une glissière sera connue par six paramètres. Soit, trois paramètres de translation : T_{ii}, T_{ij}, T_{ik} et trois paramètres de rotations R_{ij}, R_{ij}, R_{ik} (i, j, k indique les axes x, y, z des trois glissières de la MMT).

Pour effectuer la mesure de ces paramètres, on choisit une direction moyenne de déplacement. Ce choix, relativement arbitraire, doit permettre de minimiser les écarts de la trajectoire réelle d'un point du coulisseau par rapport à sa trajectoire théorique.

On choisit un repère R_0 lié à la base et un repère R_1 lié au coulisseau de la glissière.

Soit U , il caractérise le déplacement sur la ligne moyenne, de S_1/S_0 : c'est le déplacement de O_1 en projection sur x . Les paramètres $T_{ij}, T_{ik}, R_{ij}, R_{ij}, R_{ik}$ sont mesurés en fonction de U à un instant donné t .

Le déplacement du coulisseau, par rapport à sa base, est alors défini par le système d'équations paramétriques suivant :

$$T_{ij} = T_{ij}(U,t) \quad T_{ik} = T_{ik}(U,t) \quad R_{ii} = R_{ii}(U,t) \quad R_{ij} = R_{ij}(U,t) \quad R_{ik} = R_{ik}(U,t)$$

1.2.2.2 : Fonction mesure

Une règle fixe par rapport à la base du glissement, fournit des valeurs X_R par nature sans dimension. On a alors $U = X_R + T_{xx}(X_R, t)$.

L'étalonnage consiste à associer à chaque valeur X_R , la valeur T_{xx} qui correspond à la différence entre le déplacement à un instant donné t d'un point O_1 du solide S_1 suivant la direction moyenne du déplacement, et le déplacement lu sur la règle du même point.

En conséquence, la glissière de la MMT assure un guidage mécanique caractérisé par les six fonctions suivantes : $U = X_R + T_{xx}(X_R, t)$ $T_{ij} = T_{ij}(U, t)$ $T_{ik} = T_{ik}(U, t)$

$R_{ii} = R_{ii}(U, t)$ $R_{ij} = R_{ij}(U, t)$ $R_{ik} = R_{ik}(U, t)$ c'est la « pseudo-translation ».

Compte tenu des hypothèses des petits déplacements caractérisés par le vecteur déplacement du point O_1 origine du repère lié au coulisseau de l'une des glissières de la MMT, et le Torseur des petits déplacements, on peut maintenant déterminer la position à tout instant d'un point quelconque du coulisseau si l'on connaît les six fonctions de la pseudo-translation pour un point donné du coulisseau. On a la relation vectorielle suivante :

$$\vec{D}_M = + \vec{D}_{O_1} M \vec{O}_1 \wedge \vec{\Omega}.$$

1.3 : Modèle mathématique retenu

1.3.1 : Représentation de l'erreur de positionnement

On a vu que l'on pouvait, avec l'hypothèse des petits déplacements, calculer le déplacement d'un point M d'un solide en fonction des six fonctions de déplacement d'un autre point.

De plus, on ne peut déduire directement l'incertitude de position de ce point, c'est à dire, la précision de positionnement du point considéré après son déplacement.

La figure 43, en accord avec la modélisation proposée au paragraphe 1.4 (Modélisation des erreurs) et au paragraphe 1.5 (Influence de l'effet d'Abbe) du chapitre 1, montre la différence entre la notion de déplacement et la notion de précision de positionnement.

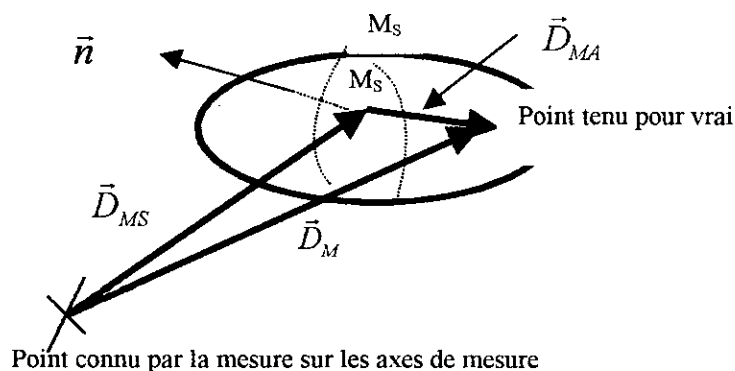


Fig 43 : Représentation de l'erreur de positionnement

Le vecteur déplacement \vec{D}_M se décompose en deux vecteurs : le vecteur d'erreurs systématiques \vec{D}_{MS} et le vecteur d'erreurs aléatoires \vec{D}_{MA} .

L'incertitude de position après déplacement, qui caractérise la notion de précision de positionnement, est définie par la forme du volume centré sur l'extrémité M_S du vecteur d'erreurs systématiques.

La forme du volume est caractérisée par l'incertitude de position du point du solide dans la direction \vec{n} . Quel que soit \vec{n} autour de M_S .

1.3.2 : Modélisation des erreurs

La connaissance des six fonctions $T_{XX}, T_{XY}, T_{XZ}, R_{XX}, R_{XY}, R_{XZ}$ détermine la position d'un point quelconque M du coulisseau. On a vu au paragraphe 3.2 du chapitre 2 la modélisation des erreurs, celle-ci nous permet d'associer aux fonctions précédentes des variables aléatoires pour chaque valeur X_R lue sur l'axe de mesure.

On utilisera la notation suivante :

$$\begin{aligned} T_{xx}(X_R) &= \left\{ \begin{array}{l} \overline{T_{xx}}(X_R) \\ \sigma_{T_{xx}}(X_R) \end{array} \right\} & T_{xy}(X_R) &= \left\{ \begin{array}{l} \overline{T_{xy}}(X_R) \\ \sigma_{T_{xy}}(X_R) \end{array} \right\} & T_{xz}(X_R) &= \left\{ \begin{array}{l} \overline{T_{xz}}(X_R) \\ \sigma_{T_{xz}}(X_R) \end{array} \right\} \\ R_{xx}(X_R) &= \left\{ \begin{array}{l} \overline{R_{xx}}(X_R) \\ \sigma_{R_{xx}}(X_R) \end{array} \right\} & R_{xy}(X_R) &= \left\{ \begin{array}{l} \overline{R_{xy}}(X_R) \\ \sigma_{R_{xy}}(X_R) \end{array} \right\} & R_{xz}(X_R) &= \left\{ \begin{array}{l} \overline{R_{xz}}(X_R) \\ \sigma_{R_{xz}}(X_R) \end{array} \right\} \end{aligned}$$

On peut alors associer aux erreurs systématiques les valeurs moyennes de nos variables aléatoires et aux erreurs aléatoires les écarts types de ces mêmes variables.

Dans les chapitres précédents, on s'est intéressé aux erreurs systématiques. Par contre dans ce chapitre, on veut déterminer le volume qui caractérise la précision de positionnement. Aussi, on considère que les six fonctions de position sont définies :
D'une part, par les valeurs moyennes des variables aléatoires associées à chaque valeur de lecture. Ces valeurs moyennes sont considérées comme nulles.
D'autre part, par les écarts types des variables aléatoires.

$$\begin{aligned} T_{xx}(X_R) &= \left\{ \begin{array}{l} \bar{0} \\ \sigma_{T_{xx}}(X_R) \end{array} \right\} & T_{xy}(X_R) &= \left\{ \begin{array}{l} \bar{0} \\ \sigma_{T_{xy}}(X_R) \end{array} \right\} & T_{xz}(X_R) &= \left\{ \begin{array}{l} \bar{0} \\ \sigma_{T_{xz}}(X_R) \end{array} \right\} \\ R_{xx}(X_R) &= \left\{ \begin{array}{l} \bar{0} \\ \sigma_{R_{xx}}(X_R) \end{array} \right\} & R_{xy}(X_R) &= \left\{ \begin{array}{l} \bar{0} \\ \sigma_{R_{xy}}(X_R) \end{array} \right\} & R_{xz}(X_R) &= \left\{ \begin{array}{l} \bar{0} \\ \sigma_{R_{xz}}(X_R) \end{array} \right\} \end{aligned}$$

La représentation de la précision de positionnement est montrée sur la figure suivante :
Le volume d'erreur aléatoire est centré sur le point M.

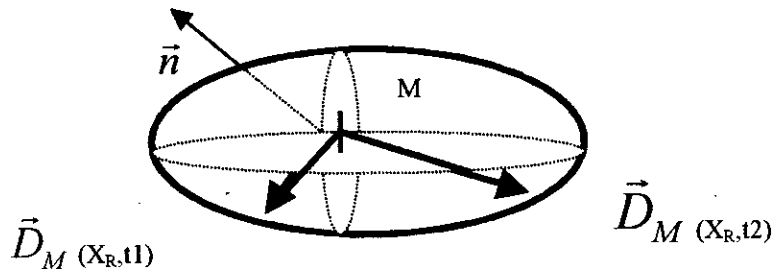


Fig 44 : Représentation de la précision de positionnement d'un point fonctionnel

1.3.3 : Relation entre l'incertitude de position et la résolution [43]

Lorsqu'un axe de mesure a une résolution de 1 micron, cela signifie que le solide mesuré peut occuper virtuellement l'infinité des positions à l'intérieur de cet intervalle de 1 micron et ceci, avec une égale probabilité. Il en est de même pour tous les paramètres de position du solide.

La position d'un point quelconque du solide, dans une direction \vec{n} donnée, calculée à partir des paramètres de position se trouve virtuellement n'importe où dans un intervalle résultant. La largeur de l'intervalle est fonction de la position du point considéré et de la largeur de l'intervalle de chaque mesure.

Il a été démontré que la densité de probabilité sur cet intervalle est également constante, pourvu que la fonction considérée soit linéaire, ce qui est le cas ici. On substitue aux intervalles, difficilement manipulables, une variable aléatoire de densité de probabilité constante dont la valeur moyenne est la valeur lue X_R sur l'axe de mesure et dont l'écart type est égal à la demi résolution de l'échelle de lecture soit $r/2$, si r est la résolution (fig 45).

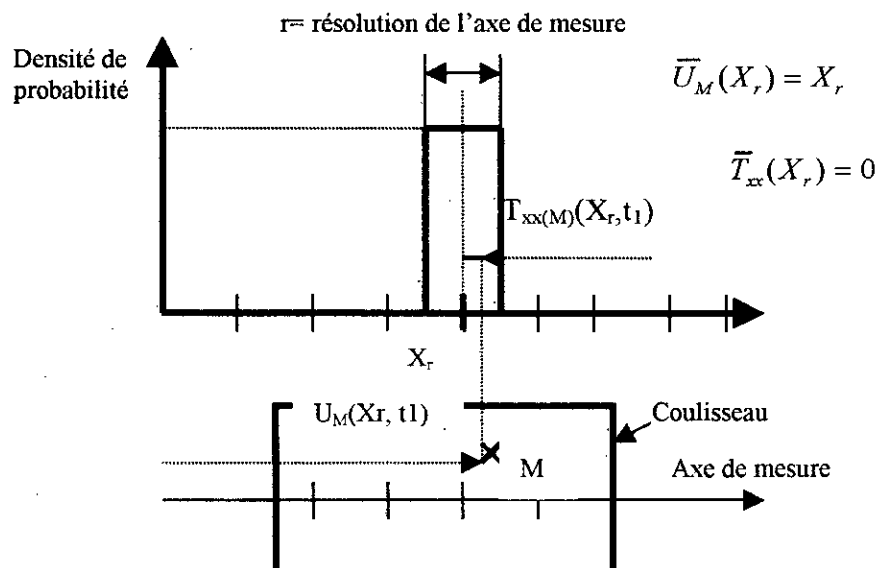


Fig 45 : Représentation de la variable aléatoire associée à chaque fonction de position d'un solide (coulisseau)

Pour un déplacement U dans la direction de l'axe de mesure, la variable aléatoire est U et est comprise dans l'intervalle : $\bar{U} - r/2 \leq U \leq \bar{U} + r/2$ ou $X_R - r/2 \leq U \leq X_R + r/2$. Comme $U = X_R + T_{xx}(X_R, t)$, on peut écrire que T_{xx} est une variable aléatoire comprise dans l'intervalle : $-r/2 \leq T_{xx} \leq r/2$ sa valeur moyenne est nulle : $\overline{T_{xx}} = 0$

Comme sa densité de probabilité est constante, on utilise la norme de Tchebichev pour

calculer l'écart-type $\sigma_{T_{xx}}$ [37]. Il vient : $\sigma_{T_{xx}} = r/2$. On peut exprimer la variance : $V_{T_{xx}} = r^2/4$.

Dès lors, pour déterminer l'intervalle dans lequel se trouve un point M quelconque du solide S_1 , il suffit de calculer l'écart-type de sa position dans une direction \vec{n} donnée. En utilisant les théorèmes classiques des probabilités. Cet intervalle représente la résolution avec laquelle est connu le point M dans la direction \vec{n} .

2: Imprécision de positionnement d'un solide

2.1: Axes de mesures linéaires

En s'appuyant sur la modélisation mathématique précédente et l'hypothèse de petits déplacements, on détermine la précision de positionnement d'un point quelconque d'un solide lorsqu'on dispose de six axes de mesures.

2.1.1: détermination de la position du solide [37][40]

Si on associe six axes de mesure pour un solide (fig 46), chaque axe de mesure détermine le déplacement d'un point donné du solide suivant sa propre direction. La figure 47 montre, pour un point de mesure M_i , la valeur ξ_i lue sur l'axe de mesure de

direction \vec{n}_i pour un déplacement \vec{D}_{Mi} du point considéré.

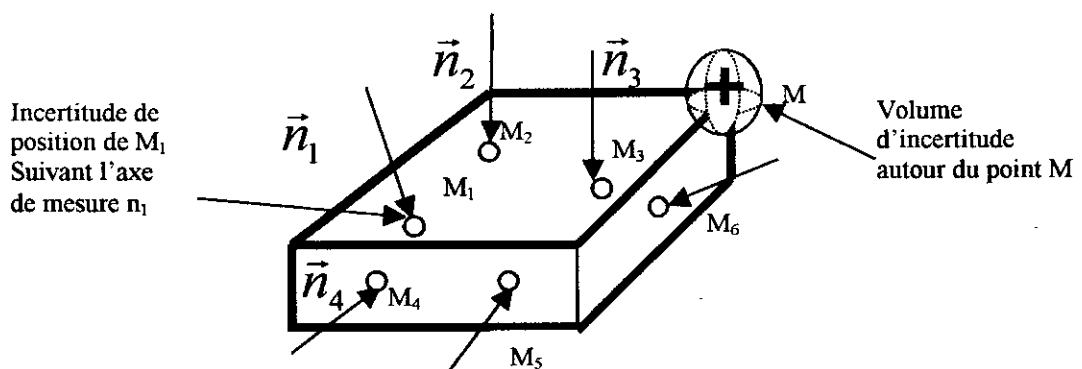


Fig 46 : Six axes de mesure de position d'un solide

On peut écrire i variant de 1 à 6 : $\vec{D}_{Mi} \cdot \vec{n}_i = \xi_i$

On constate que la valeur mesurée est différente de la projection du déplacement sur l'axe de mesure : comme les déplacements sont petits, on suppose que ξ_i est égale à la valeur mesurée.

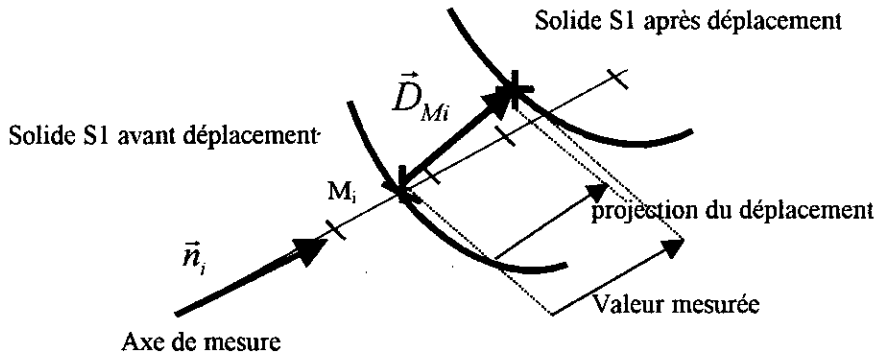


Fig 47 : Déplacement d'un point du solide

En reprenant les notations précédentes, on a $\tau_{1/0}$ le Torseur de composantes \vec{D}_{O_1} en O_1 et $\vec{\Omega}$. Il exprime la position du solide S_1 lorsque celui-ci subit un petit déplacement.

On a : $\tau_{1/0} = \begin{pmatrix} \vec{D}_{O_1} \\ \vec{\Omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{xx} \\ T_{xy} \\ T_{xz} \\ R_{xx} \\ R_{xy} \\ R_{xz} \end{pmatrix}$ et la relation vectorielle suivante pour tout point M de S_1

$$\vec{D}_M = \vec{D}_{O_1} + M \vec{O}_1 \wedge \vec{\Omega} \text{ en particulier aux points } M_i$$

$$\text{Donc : } \vec{D}_{M_i} = \vec{D}_{O_1} + M_i \vec{O}_1 \wedge \vec{\Omega}$$

$$\text{D'ou : } \vec{D}_{M_i} \cdot \vec{n}_i = \vec{D}_{O_1} \cdot \vec{n}_i + (M_i \vec{O}_1 \wedge \vec{\Omega}) \cdot \vec{n}_i$$

$$\xi_i = \vec{n}_i \cdot \vec{D}_{O_1} + (O_1 \vec{M}_i \wedge \vec{n}_i) \cdot \vec{\Omega}$$

On en déduit que ξ_i est le co-moment du torseur $\tau_{1/0}$ des petits déplacements exprimés en O_1 et du torseur des coordonnées Pluckérienne P_i en M_i .

En effet $P_i = \begin{pmatrix} \vec{n}_i \\ O_1 \vec{M}_i \wedge \vec{n}_i \end{pmatrix}$ au point M_i .

Ce torseur caractérise chacun des six axes de mesures par les équations vectorielles des

droites supports. On le note :

$$P_i = \left(\begin{array}{c} \vec{n}_i \begin{pmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \end{pmatrix} \\ O_1 \vec{M}_i \wedge \vec{n}_i \begin{pmatrix} l_i \\ m_i \\ n_i \end{pmatrix} \end{array} \right) \text{ au point } M_i$$

Soit $T_{1/0}$ la matrice uni-colonne associée au torseur $\tau_{1/0}$ en O_1 , tel que les coefficients de la matrice soient les composantes du torseur.

Soit N_i la matrice uni-colonne associée au torseur P_i en M_i tel que les coefficients de la matrice soient les composantes du torseur.

Soit P la matrice qui caractérise l'ensemble des axes de mesures. P sera défini par les matrices uni-colonne N_i .

$$\text{On a : } T_{1/0} = \begin{pmatrix} T_{xx} \\ T_{xy} \\ T_{xz} \\ R_{xx} \\ R_{xy} \\ R_{xz} \end{pmatrix} \text{ et } N_i = \begin{pmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \\ l_i \\ m_i \\ n_i \end{pmatrix} \text{ et } P = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 & c_6 \\ l_1 & l_2 & l_3 & l_4 & l_5 & l_6 \\ m_1 & m_2 & m_3 & m_4 & m_5 & m_6 \\ n_1 & n_2 & n_3 & n_4 & n_5 & n_6 \end{pmatrix}$$

Comme $\xi_i = \vec{n}_i \cdot \vec{D}_q + (O_1 \vec{M}_i \wedge \vec{n}_i) \cdot \vec{\Omega}$ on peut écrire :

$$\xi_i = N_i^T * T_{1/0}$$

Cette relation est vraie pour n'importe quel point du solide S_1 .

En écrivant cette relation pour i de 1 à 6, il vient :

$$\begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \xi_4 \\ \xi_5 \\ \xi_6 \end{pmatrix} = P^T * \begin{pmatrix} T_{xx} \\ T_{xy} \\ T_{xz} \\ R_{xx} \\ R_{xy} \\ R_{xz} \end{pmatrix} \quad \text{La résolution de ce système linéaire permet de trouver les paramètres}$$

du solide pour toutes valeurs de lecture ξ_i .

On obtient : $T_{1/0} = P^{T-1} * \xi$ ou P^{T-1} est la matrice inverse de P^T et ξ la matrice uni-colonne de composantes ξ_i .

En notant ξ_{Mn} la projection du déplacement de M dans la direction \vec{n}_i .

La projection ξ_{Mn} sur une direction donnée \vec{n}_i du déplacement \vec{D}_M d'un point M quelconque du solide S_1 vérifie l'équation : $\xi_{Mn} = \mathbf{N}_M^T * \mathbf{T}_{1/0}$.

On en déduit l'expression du déplacement d'un point suivant une direction donnée en fonction du déplacement mesuré, dans six directions connues, de six autres points connus.

$$\xi_{Mn} = \mathbf{N}_M^T * \mathbf{P}^{T-1} * \xi$$

2.1.2 : Incertitude de position d'un point dans une direction donnée [23][24]

L'équation précédente permet de calculer le déplacement d'un point quelconque dans une direction quelconque. Or, on a vu, que l'expression du déplacement est insuffisante pour quantifier la précision.

On utilise alors le modèle présenté au paragraphe 2.1.1 pour exprimer l'incertitude de position d'un point.

On dispose de six axes de mesures. Pour chacun d'eux, le paramètre ξ_i exprime la position du point M_i appartenant au solide S_1 et centré sur une position connue par la valeur lue sur l'axe de mesure.

On en déduit que ξ_i est une variable aléatoire telle que :

- sa moyenne $\overline{\xi_i} = 0$ son écart type $\sigma_{\xi_i} = r_i/2$ et sa variance $V_{\xi_i} = r_i^2/4$

Avec r_i = résolution de l'axe de mesure de direction \vec{n}_i .

Or ξ_{Mn} est une variable, fonction linéaire des variables aléatoires ξ_i

ξ_{Mn} est donc une variable aléatoire, telle que l'on puisse calculer sa moyenne $\overline{\xi_{Mn}}$ et sa variance $V_{\xi_{Mn}}$ en fonction des moyennes et des variances des variables aléatoires ξ_i .

On démontre que $\overline{\xi_{Mn}} = 0$.

Soit E l'espérance mathématique, on a alors :

$$V_{\xi_{Mn}} = E([\xi_{Mn}]^2) \text{ comme } \xi_{Mn} = \mathbf{N}_M^T * \mathbf{P}^{T-1} * \xi$$

$$\text{On en déduit : } V_{\xi_{Mn}} = \mathbf{N}_M^T * \mathbf{P}^{T-1} * \mathbf{E}(\xi * \xi^T) * \mathbf{P}^{-1} * \mathbf{N}_M$$

Or $\mathbf{E}(\xi * \xi^T)$ représente la matrice de covariance [23] des variables aléatoires de lecture.

On la note : V_{ξ}

Comme les axes de mesures sont indépendants, les variables de lecture ne sont pas corrélées. En conséquence on a : $\mathbf{E}(\xi_i * \xi_j) = 0 \quad \forall i \neq j$

$$\text{D'où : } V_{\xi} = \begin{pmatrix} V_{\xi_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_{\xi_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_{\xi_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & V_{\xi_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_{\xi_5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_{\xi_6} \end{pmatrix} \quad \text{avec } V_{\xi_i} = r_i^2 / 4 = E(\xi_i * \xi_i)$$

$$\text{Il s'en déduit : } V_{\xi_{MN}} = N_M^T * P^{T-1} * V_{\xi} * P^{-1} * N_M$$

On a donc déterminé l'expression de l'incertitude de position d'un point d'un solide, suivant une direction donnée, en fonction de l'incertitude de position, dans six directions connues de six points connus du même solide.

2.2 : Imprécision de positionnement d'un coulisseau de glissière d'une MMT

Soient les six fonctions de déplacement qui caractérisent la «pseudo-translation» définie précédemment : $(U, T_{xy}, T_{xz}, R_{xx}, \dots \text{ etc})$

Au paragraphe 1.3.2, on a modélisé les erreurs sur le positionnement d'un solide soumis à

un guidage mécanique : $T_{xx}(X_R, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_{T_{xx}}(X_R) \end{pmatrix}$, $T_{xy}(X_R, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_{T_{xy}}(X_R) \end{pmatrix} \dots \text{ etc}$

La précision de positionnement du coulisseau est donc définie par les 6 variables aléatoires de moyennes nulles $T_{xx}, T_{xy}, T_{xz}, R_{xx}, R_{xy}, R_{xz}$.

Remarque : ces variables sont liées à la résolution des appareils de mesures par les

inéquations suivantes : $\sigma_{T_{xx}} \geq r_{T_{xx}} / 2$; $\sigma_{T_{xy}} \geq r_{T_{xy}} / 2$; $\sigma_{T_{xz}} \geq r_{T_{xz}} / 2$;

$\sigma_{R_{xx}} \geq r_{R_{xx}} / 2$; $\sigma_{R_{xy}} \geq r_{R_{xy}} / 2$; $\sigma_{R_{xz}} \geq r_{R_{xz}} / 2$

Soit R_1 le repère lié au coulisseau. En mesurant les grandeurs $T_{xx}, T_{xy}, T_{xz}, R_{xx}, R_{xy}, R_{xz}$ pour le point O_1 , origine de ce repère, on définit l'incertitude de position du coulisseau par le

torseur $\tau_{1/0} \begin{pmatrix} \bar{\Omega} \\ \bar{D}_{O_1} \end{pmatrix}$. On peut alors écrire, en accord avec le résultat du paragraphe

2.1.2 : $\xi_{MN} = N_M^T * T_{1/0}$ (projection suivant une direction donnée \vec{n} du déplacement \bar{D}_M d'un point M quelconque du coulisseau).

Comme ξ_{Mn} est une fonction linéaire de variables aléatoires de moyennes nulles, ξ_{Mn} est une variable aléatoire de moyenne nulle, telle que sa variance soit égale à :

$$V_{\xi_{MN}} = E([\xi_{Mn}]^2) \quad \text{On en déduit } V_{\xi_{MN}} = N_M^T * E(T_{1/0} * T_{1/0}^T) * N_M$$

$E(T_{1/0} * T_{1/0}^T)$ est la matrice de covariance des variables aléatoires de lecture, on la note V_T .

En supposant que les appareils de mesures sont indépendants, les variables aléatoires ne sont pas corrélées ; on en déduit :

$$V_T = \begin{pmatrix} V_{T_{xx}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_{T_{yy}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_{T_{zz}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & V_{R_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_{R_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_{R_{zz}} \end{pmatrix} \quad \text{Le résultat final est alors : } V_{\xi_{MN}}^{\xi} = N_M^T * V_T * N_M$$

ou $\sigma_{\xi_{MN}} = \sqrt{V_{\xi_{MN}}}$ $\sigma_{\xi_{MN}}$ est l'écart type de l'incertitude de position du point M dans la direction \vec{n} . Il est déterminé en fonction des mesures de la position du coulisseau autour d'une position moyenne et effectuées au point O_1 . La position moyenne est déterminée uniquement par la lecture X_R de l'axe de mesure suivant la direction de la pseudo-translation.

2.3 : Tenseur de résolution [36][39]

On sait que les coefficients d'une forme bilinéaire définie positive sont les composantes d'un tenseur de 2^{ème} ordre [35], or l'expression de la grandeur scalaire $V_{\xi_{MN}}$ est une forme bilinéaire définie positive.

$$\text{En effet : } V_{\xi_{MN}} = N_M^T * V_T * N_M \quad \text{avec : } V_T = \begin{pmatrix} V_{T_{xx}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_{T_{yy}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_{T_{zz}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & V_{R_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_{R_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_{R_{zz}} \end{pmatrix} \quad \text{et } N_M = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ l \\ m \\ n \end{pmatrix}$$

$$\text{Comme } \vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \quad \text{et } O_1 \vec{M} \wedge \vec{n} = \begin{pmatrix} l = y.c - z.b \\ m = z.a - x.c \\ n = x.b - y.a \end{pmatrix}$$

On peut écrire : $V_{\xi_{MN}} = a.V_{T_{xx}}.a + b.V_{T_{yy}}.b + c.V_{T_{zz}}.c + l.V_{R_{xx}}.l + m.V_{R_{yy}}.m + n.V_{R_{zz}}.n$

$$V_{\xi_{MN}} = (a)^2.V_{T_{xx}} + (b)^2.V_{T_{yy}} + (c)^2.V_{T_{zz}} + (l)^2.V_{R_{xx}} + (m)^2.V_{R_{yy}} + (n)^2.V_{R_{zz}}$$

$$V_{\xi_{MN}} = (a)^2.(V_{T_{xx}} + z^2.V_{R_{xx}} + y^2.V_{R_{yy}} + V_{R_{zz}}) + (b)^2.(V_{T_{yy}} + z^2.V_{R_{xx}} + x^2.V_{R_{zz}}) + (c)^2.(V_{T_{zz}} + y^2.V_{R_{xx}} + x^2.V_{R_{yy}}) - 2.(cb).(y.z.V_{R_{xx}}) - 2.(ac).(x.z.V_{R_{yy}}) - 2.(ab).(x.y.V_{R_{zz}})$$

C'est une forme quadratique qui, sous forme matricielle s'écrit :

$$V_{\xi_{MN}} = (a \ b \ c) * \begin{pmatrix} V_{T_{xx}} + z^2 V_{R_{yy}} + y^2 V_{R_{xz}} & -x.y.V_{R_{xz}} & -x.z.V_{R_{xy}} \\ -x.y.V_{R_{xz}} & V_{T_{yy}} + z^2 V_{R_{xx}} + x^2 V_{R_{xz}} & -y.z.V_{R_{xz}} \\ -x.z.V_{R_{xy}} & -y.z.V_{R_{xz}} & V_{T_{zz}} + y^2 V_{R_{xx}} + x^2 V_{R_{yy}} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

Soit : $V_{\xi_{MN}} = [\mathbf{n}]^T * [\mathbf{R}] * [\mathbf{n}]$ avec $[\mathbf{n}] =$ matrice des composantes du vecteur \vec{n} .

$V_{\xi_{MN}}$ = variance : grandeur scalaire qui représente l'incertitude de position du point

M dans la direction \vec{n} .

[R] est alors la matrice d'un tenseur, noté R : c'est le «tenseur de résolution »

2.4 :Interprétation des composantes

Les composantes du tenseur sont fonction, non seulement, des variances des variables aléatoires mesurées à l'origine du repère, mais aussi des coordonnées du point considéré. En réalité, le tenseur de résolution est un champ de tenseur.

Pour les points alignés sur les axes de mesures, on constate que la matrice du tenseur de résolution est diagonale, les axes principaux de résolution sont les axes de mesures.

Par contre, pour un point M quelconque du solide, la matrice du tenseur de résolution n'est plus diagonale, les axes principaux de résolution sont déterminés par la recherche des valeurs propres de la matrice [R] associée au tenseur R.

Soit A un point appartenant à R_1 et aligné sur l'axe de mesure \vec{X}_0 .

Les coordonnées de A sont : $A \begin{pmatrix} X \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. On obtient : $[\mathbf{R}] = \begin{bmatrix} V_{T_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & V_{T_{yy}} + X^2 V_{R_{xz}} & 0 \\ 0 & 0 & V_{T_{zz}} + X^2 V_{R_{xy}} \end{bmatrix}$

Soit $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ la direction de recherche de la résolution on a : $a^2 + b^2 + c^2 = 1$

Notons $V_{\xi_{An}}$ la variance de l'incertitude de position de A dans la direction \vec{n} .

On peut écrire : $V_{\xi_{An}} = (a \ b \ c) \begin{bmatrix} V_{T_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & V_{T_{yy}} + X^2 V_{R_{xz}} & 0 \\ 0 & 0 & V_{T_{zz}} + X^2 V_{R_{xy}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow V_{\xi_{An}} = a^2 \cdot V_{T_{xx}} + b^2 \cdot (V_{T_{yy}} + X^2 \cdot V_{R_{xz}}) + c^2 \cdot (V_{T_{zz}} + X^2 \cdot V_{R_{xy}})$$

On démontre aisément que $V_{\xi_{An}}$ est compris dans l'intervalle borné par le minimum et le maximum du triplet $(V_{Txx}; V_{Txy}+x^2 \cdot V_{Rxx}; V_{Tyz}+x^2 \cdot V_{Rxy})$.

2.5 : Vecteur d'incertitude

Si on introduit le vecteur $\vec{r}(M, \vec{n})$ qui caractérise l'incertitude en un point M du solide (coulisseau) dans une direction donnée \vec{n} tel que : $\vec{r} = R(\vec{n})$ ou sous forme matricielle $[r] = [R] \cdot [n]$. On appelle ce vecteur : le vecteur d'incertitude.

On a : $\vec{r} \cdot \vec{n} = V_{\xi_{An}}$

On peut représenter géométriquement les incertitudes de position, en un point donné, par le faisceau des vecteurs d'incertitudes issus de ce point.

Soit R l'extrémité du vecteur, le lieu de R est un ellipsoïde dont les axes coïncident avec les directions principales du tenseur de résolution en M.

La figure 48 montre la représentation graphique du vecteur d'incertitude, pour un point aligné sur le 1^{er} axe de mesure et situé dans le plan des deux premiers axes de mesures linéaires, et pour un point quelconque.

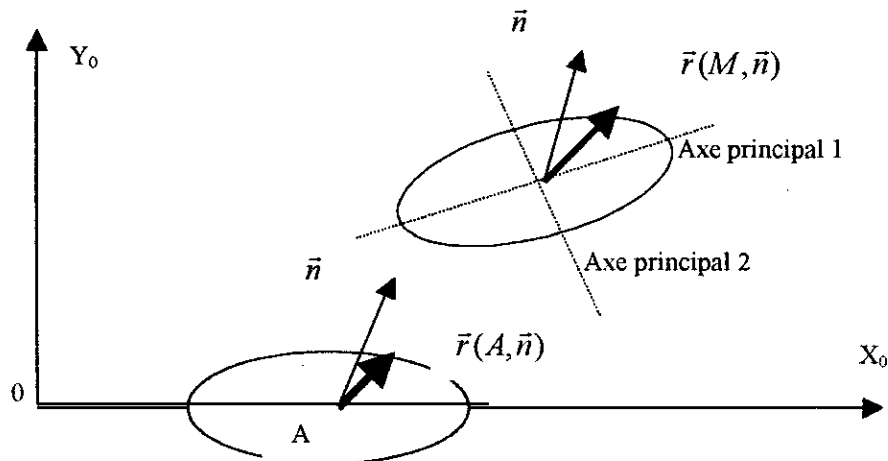


Fig 48 : Représentation graphique du vecteur d'incertitude

3 : Quantification des erreurs aléatoires sur une MMT

3.1 : Modélisation d'une machine

La figure 49 montre l'architecture de la machine proposée pour l'étude de l'erreur de positionnement du point fonctionnel.

La machine est composée de 3 glissières, telles que :

- la « pseudo-translation » de la première glissière soit le long de \vec{Y}_0 .
- la « pseudo-translation » de la deuxième glissière soit le long de \vec{X}_1 parallèle à \vec{X}_0 .
- la « pseudo-translation » de la troisième glissière soit le long de \vec{Z}_2 parallèle à \vec{Z}_0 .

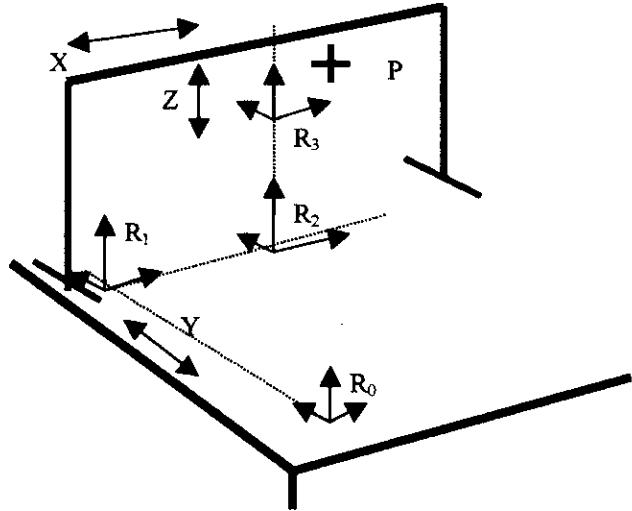


Fig 49 : Schéma d'une MMT du type portique

On utilise 4 repères, tels que :

- le repère R_0 soit lié au marbre.
- le repère R_1 à la glissière 1 (le portique).
- le repère R_2 à la glissière 2 (le chariot) .
- le repère R_3 au palpeur.

-on associe au centre du palpeur, le point fonctionnel P, lié au repère R_3 .

On note X_R, Y_R, Z_R les valeurs lues sur les règles de mesures des glissière 2, 1, 3.

On note X_{P3}, Y_{P3}, Z_{P3} les coordonnées du point fonctionnel P dans le repère R_3 .

En reprenant les notations du sous-paragraphe précédent.

On définit alors les trois «pseudo-translation » des trois glissières par :

- les torseur $\tau_{1/0}$ en O_1 , $\tau_{2/1}$ en O_2 et $\tau_{3/2}$ en O_3 .

3.2 : Tenseur de résolution associé à la machine

3.2.1 : Détermination du déplacement du point fonctionnel

Au paragraphe 1.2 du chapitre 2, sur les modèles de composition des 21 erreurs, on a utilisé la loi de composition des torseurs pour déterminer le déplacement d'un point dans un repère fixe. L'hypothèse nécessaire et suffisante est de considérer des petits mouvements.

On peut donc écrire :

$$(\tau_{3/0})_M = (\tau_{3/2})_M + (\tau_{2/1})_M (\tau_{1/0})_M$$

Pour un point M quelconque.

$$\begin{pmatrix} \bar{\Omega}_{3/0} \\ \bar{D}_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\Omega}_{3/2} \\ \bar{D}_{O_3} + M\bar{O}_3 \wedge \bar{\Omega}_{3/2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{\Omega}_{2/1} \\ \bar{D}_{O_2} + M\bar{O}_2 \wedge \bar{\Omega}_{2/1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{\Omega}_{1/0} \\ \bar{D}_{O_1} + M\bar{O}_1 \wedge \bar{\Omega}_{1/0} \end{pmatrix}$$

$$\text{Avec : } \bar{\Omega}_{1/0} = \begin{pmatrix} R_{YY} \\ R_{YX} \\ R_{YZ} \end{pmatrix} \quad \bar{\Omega}_{2/1} = \begin{pmatrix} R_{XY} \\ R_{XX} \\ R_{XZ} \end{pmatrix} \quad \bar{\Omega}_{3/2} = \begin{pmatrix} R_{ZY} \\ R_{ZX} \\ R_{ZZ} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \vec{D}_{O_1} &= \begin{pmatrix} T_{YY} \\ T_{yx} \\ T_{yz} \end{pmatrix} & \vec{D}_{O_2} &= \begin{pmatrix} T_{XY} \\ T_{XX} \\ T_{XZ} \end{pmatrix} & \vec{D}_{O_3} &= \begin{pmatrix} T_{ZY} \\ T_{ZX} \\ T_{ZZ} \end{pmatrix} \\ O_3 \vec{M} &= \begin{pmatrix} X_{P3} \\ Y_{P3} \\ Z_{P3} \end{pmatrix} & O_2 \vec{M} &= \begin{pmatrix} X_{P3} \\ Y_{P3} \\ Z_R + Z_{P3} \end{pmatrix} & O_1 \vec{M} &= \begin{pmatrix} X_R + X_{P3} \\ Y_{P3} \\ Z_R + Z_{P3} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

3.2.2 : Incertitude de position du point fonctionnel d'une MMT

Si on reprend la même notation et le même raisonnement du paragraphe 1 sur l'imprécision de positionnement d'un solide, et d'un coulisseau de glissière qui compose une MMT, on trouve l'expression, de la variance de l'incertitude de position du point fonctionnel dans la direction \vec{n} .

$$V_{\xi_{MN}}^{\xi} = N_{M1}^T * V_{T1} * N_{M1} + N_{M2}^T * V_{T2} * N_{M2} + N_{M3}^T * V_{T3} * N_{M3}$$

V_{Ti} matrice de covariance des variables aléatoires de la glissière i .

Comme les appareils de mesures sont indépendants, les variables aléatoires ne sont pas corrélées ; on en déduit :

$$V_{Ti} = \begin{pmatrix} V_{ui} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_{vi} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_{wi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & V_{\alpha i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_{\beta i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_{\gamma i} \end{pmatrix} \quad \text{et } N_{Mi} \text{ matrice des coordonnées Pluckérienne}$$

de la glissière i $N_{Mi} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ l_i \\ m_i \\ n_i \end{pmatrix}$ et $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $O_i \vec{M} \wedge \vec{n} = \begin{pmatrix} l_i \\ m_i \\ n_i \end{pmatrix}$

3.2.3 : Tenseur de résolution d'une MMT

On a associé un champ de tenseur à l'incertitude de position d'un solide. Les composantes du tenseur en un point donné permettent de calculer l'incertitude de position autour de ce point.

De la même façon, on veut associer un champ de tenseur à une machine à mesurer. Le champ de tenseur sera l'image de l'architecture de la machine et des pseudo-translations associées aux glissières.

Pour cela, on exprime la grandeur scalaire $V_{\xi_{MN}}^{\xi}$ sous une forme bilinéaire définie positive.

Les coefficients de la forme sont les composantes dans le repère donné d'un tenseur de 2° Ordre. On le note «tenseur de résolution de la machine ».

$$\text{On a : } V_{\xi_{MN}}^{\xi} = N_{M1}^T * V_{T1} * N_{M1} + N_{M2}^T * V_{T2} * N_{M2} + N_{M3}^T * V_{T3} * N_{M3}$$

$V_{\xi_{MN}}^{\xi}$ est la somme de trois termes. Chaque terme caractérise une glissière.

Or, au paragraphe sur le tenseur de résolution d'un solide, on a démontré que :

$$V_{\xi_{MN}}^{\xi} = N_M^T * V_T * N_M \text{ implique } V_{\xi_{MN}}^{\xi} = [n]^T * [R] * [n]$$

avec : $[n]$ = matrice des composantes du vecteur \vec{n} dans le repère du solide.

$$\text{et } [R] = \begin{pmatrix} V_{T_x} + z^2 V_{R_y} + y^2 V_{R_z} & -x y V_{R_z} & -x z V_{R_y} \\ -x y V_{R_z} & V_{T_y} + z^2 V_{R_x} + x^2 V_{R_z} & -y z V_{R_x} \\ -x z V_{R_y} & -y z V_{R_x} & V_{T_z} + y^2 V_{R_x} + x^2 V_{R_y} \end{pmatrix}$$

Où les variances $V_{T_x}, V_{T_y}, V_{T_z}, V_{R_x}, V_{R_y}, V_{R_z}$ caractérisent les variations de position d'un point particulier du solide et les coordonnées x, y, z caractérisent le point lié au solide dans son repère.

Le coulisseau de la glissière dans son mouvement de «pseudo-translation » est un solide tel que les variances des petits déplacements caractérisent les variations de position du point origine du repère lié au solide autour d'une position moyenne déterminée par la lecture faite sur la règle de mesure.

On peut donc, pour chaque coulisseau, déterminer un tenseur de résolution tel, que les composantes de ce tenseur, exprimées dans le repère lié au coulisseau, aient la forme développée précédemment.

Notons R_i le tenseur de résolution de la glissière i et $[R_i]$ sa matrice associée, on peut écrire : $N_{Mi}^T * V_{Ti} * N_{Mi} = [n]^T * [R_i] * [n]$

Pour une machine composée de guidages mécaniques en «pseudo-translations » et perpendiculaires entre eux, le tenseur de résolution est la somme des tenseurs de résolution des coulisseaux. Donc la variance de l'incertitude de position au point fonctionnel dans une direction donnée s'écrit $V_{\xi_{MN}}^{\xi} = [n]^T * [R] * [n]$ avec $[R] = [R_1] + [R_2] + [R_3]$.

R est le tenseur de résolution de la machine avec trois glissières

3.3 : Imprécision de positionnement du point fonctionnel d'une MMT.

3.3.1 : Volume d'incertitude

La relation $[R] = [R_1] + [R_2] + [R_3]$ nous permet d'analyser les composantes du tenseur.

Comme les coordonnées du point fonctionnel dans les repères R_1, R_2 et R_3 sont :

$$O_1\vec{M} = \begin{pmatrix} X_R + x_3 \\ y_3 \\ Z_R + z_3 \end{pmatrix}, \quad O_2\vec{M} = \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ Z_R + z_3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad O_3\vec{M} = \begin{pmatrix} x_3 = x_{p3} \\ y_3 = y_{p3} \\ z_3 = z_{p3} \end{pmatrix} \quad \text{on constate que les}$$

composantes du tenseur général sont indépendantes de la position du premier coulisseau (Valeur Y_R lue sur la 1^o règle).

L'étude du champ de tenseur s'effectue pour les positions du point fonctionnel situées dans un plan perpendiculaire au premier déplacement.

Si on introduit un vecteur d'incertitude \vec{V}_{INC} de position, d'origine le point fonctionnel M et d'extrémité R : R décrit un ellipsoïde autour de M.

On a $\vec{V}_{INC} = R(\vec{n})$ ou sous forme matricielle $[V_{inc}] = [R] * [n]$

Les axes principaux de l'ellipsoïde sont déterminés par la recherche des valeurs propres de la matrice associée au tenseur de résolution de la machine.

Le volume d'incertitude autour du point fonctionnel est déduit du faisceau de vecteur d'incertitude par la projection de chaque vecteur sur la normale considérée.

On a $V_{\xi_{MN}} = \vec{n} \cdot \vec{V}_{INC}$.

La figure 50 représente le volume d'incertitude autour du point fonctionnel dans le repère machine. Le sous-paragraphe suivant évalue, sur un exemple, ce volume d'incertitude.

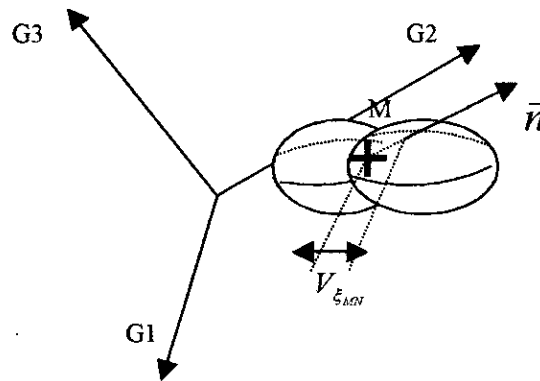


Fig 50 : Volume d'incertitude autour du point fonctionnel

La résolution que l'on peut associer, pour une position donnée du point fonctionnel, à une direction d'accostage donnée, est $r_{\xi_{MN}} = \sqrt{V_{\xi_{MN}}}$ Soit $r_{\xi_{MN}} = \sqrt{[N]^T * [R] * [N]}$.

3.3.2 Conséquences de l'imprécision des moyens de mesures sur le Volume d'incertitude

Au paragraphe 3 du chapitre 2, sur les moyens de contrôle pour la mesure des défauts géométriques, on a donné le degré de précision des appareils de mesure utilisés

pour l'étalonnage des machines. Sans entrer dans les causes d'imprécisions, on utilise ici, les valeurs données pour déterminer le volume d'incertitude autour du point fonctionnel.

Les erreurs de positionnement : avec un laser est de $\pm(0.3\mu\text{m} + 2.10^{-6}L)$, on prend L égale à la valeur lue sur la règle de mesure associée à la glissière testée.

Pour les erreurs de rectitude : le degré de précision obtenu par la méthode de règle inverse est de $\pm 0.5 \mu\text{m}$.

Pour les erreurs angulaires : le degré de précision est de $\pm 0.5''$ avec un laser.

Or, les variances des mesures sont en relation avec les degrés de précision des appareils par les inéquations : $\sigma_{T_{xx}} \geq r_{T_{xx}} / 2$; $\sigma_{R_{xx}} \geq r_{R_{xx}} / 2$;etc

Le tableau 2 donne les valeurs des paramètres de calcul de l'incertitude :

$r_{T_{yy}} = 0.6\mu + 4.10^{-6} * Y_R$	$r_{T_{xy}} = 1\mu\text{m}$	$r_{T_{yz}} = 1\mu\text{m}$
$r_{T_{xx}} = 1\mu\text{m}$	$r_{T_{xz}} = 0.6\mu + 4.10^{-6} * X_R$	$r_{T_{zx}} = 1\mu\text{m}$
$r_{T_{zz}} = 1\mu\text{m}$	$r_{T_{zy}} = 1\mu\text{m}$	$r_{T_{yz}} = 0.6\mu + 4.10^{-6} * Z_R$
$r_{R_{yy}} = 1''$	$r_{R_{xy}} = 1''$	$r_{R_{yz}} = 1''$
$r_{R_{xx}} = 1''$	$r_{R_{xz}} = 1''$	$r_{R_{zx}} = 1''$
$r_{R_{yy}} = 1''$, $y_3=20\text{mm}$	$r_{R_{xz}} = 1''$, $x_3=20\text{mm}$	$r_{R_{zz}} = 1''$, $z_3=100\text{mm}$

Tableau 2 : paramètres de calcul de l'incertitude

Ou x_3 , y_3 et z_3 sont les coordonnées du point fonctionnel dans le repère R_3 .

Les variables sont :

La position du point fonctionnel dans le repère R_0 , connue par X_R , Y_R et Z_R .

La direction d'accostage \vec{n} , définie par les angles α et β de la figure 51.

On détermine alors le tenseur R, puis la résolution, au point fonctionnel, dans la direction \vec{n} .

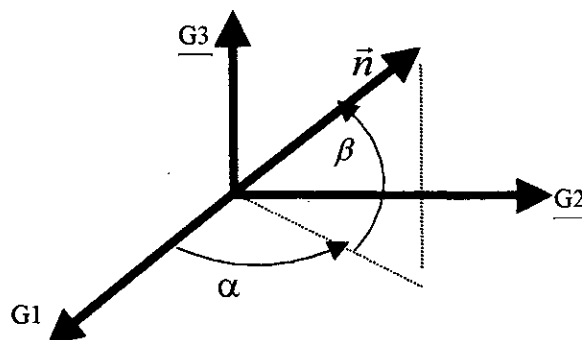


Fig 51 : Direction d'accostage du palpeur

Pour le plan perpendiculaire à la première glissière qui contient les points de cote $Y_R=0.5$ mètre, le tableau 3 montre les valeurs minimales et maximales des résolutions en différentes position du point fonctionnel.

Résolution $r_{\xi_{Mn}}$ en μm	$r_{\xi_{Mn}}$ XR=0.1m	α en $^\circ$	β en $^\circ$	$r_{\xi_{Mn}}$ XR=0.5m	α en $^\circ$	β en $^\circ$	$r_{\xi_{Mn}}$ XR=1m	α en $^\circ$	β en $^\circ$
ZR=0.3m	MIN=1.78 μ	90 $^\circ$	40 $^\circ$	2.36 μ	90 $^\circ$	20 $^\circ$	3.26 μ	90 $^\circ$	10 $^\circ$
	MAX=2.50 μ	0 $^\circ$	0 $^\circ$	3.5 μ	0 $^\circ$	0 $^\circ$	5.51 μ	0 $^\circ$	0 $^\circ$
ZR=0.5m	MIN=2.51 μ	90 $^\circ$	80 $^\circ$	2.9μ	90$^\circ$	60$^\circ$	3.7 μ	90 $^\circ$	30 $^\circ$
	MAX=4.19 μ	0 $^\circ$	0 $^\circ$	4.85 μ	0 $^\circ$	0 $^\circ$	6.45 μ	0 $^\circ$	0 $^\circ$
ZR=0.75m	MIN=3.52 μ	90 $^\circ$	90 $^\circ$	3.78 μ	90 $^\circ$	70 $^\circ$	4.55 μ	90 $^\circ$	60 $^\circ$
	MAX=7.27 μ	0 $^\circ$	0 $^\circ$	7.66 μ	0 $^\circ$	0 $^\circ$	8.77 μ	0 $^\circ$	0 $^\circ$

Tableau 3 : Résolution du point fonctionnel

On constate que pour tout point du plan, donc de l'espace machine, la plus grande imprécision de mesure est déterminée pour un accostage de la pièce à mesurer parallèle à l'axe de la première glissière.

La plus grande précision de mesure est réalisée quand l'accostage a lieu dans le plan perpendiculaire à l'axe de la première glissière. Sa direction exacte dépend du lieu du point fonctionnel au moment de l'accostage. Ainsi, pour la zone située au milieu de l'espace machine, la direction optimale est telle que $\beta=60^\circ$.

4: Conclusion

Au cours de ce chapitre, on a modélisé l'incertitude de position d'un point quelconque d'un solide en fonction de la connaissance :

- soit de l'incertitude de position de six points du solide dans six directions indépendantes.
- soit des petits déplacements d'un point du solide et des petites rotations du solide autour de ce point.

On a ainsi élaboré un modèle mathématique : **Le tenseur de résolution.**

L'application aux MMT permet de modéliser les erreurs aléatoires.

La quantification de ces erreurs nécessite la connaissance des 18 variables aléatoires de position des coulisseaux et des caractéristiques architecturales des MMT.

Lorsque ces paramètres sont déterminés, il est aisé de calculer l'incertitude d'une mesure dans l'espace de la machine suivant la direction d'accostage.

L'exemple traité permet de rendre compte de l'ordre de grandeur de l'imprécision de positionnement du point fonctionnel dans l'espace machine, sous l'influence uniquement du manque de précision des moyens de contrôle externes.

CHAPITRE VI
APPLICATION :
COMPARAISON ENTRE
METHODE EXTERNE ET
DIRECTE

CHAPITRE VI

APPLICATION : COMPARAISON ENTRE METHODES EXTERNE ET DIRECTE

1: PRESENTATION DES PROCEDURES DE COMPARAISON

On a établi, au cours du chapitre 4, les relations qui permettent :

- de déterminer les vecteurs d'écarts, en vue d'une compensation logicielle, à partir de la mesure d'une longueur (méthode directe).
- de comparer la méthode précédente à la méthode classique de compensation logicielle (méthode externe).

La comparaison des méthodes peut se faire de deux manières différentes :

Soit, en partant d'un modèle de machine, on associe des défauts de base à différents points de la machine. On peut alors, par un modèle de composition (méthode externe) déterminer les vecteurs d'écarts en ces points, et par les résultats obtenus au chapitre 4, calculer les tenseurs métriques aux même points en vue de la détermination par la modélisation curviligne des vecteurs d'écart aux points considérés.

Soit, en partant d'un modèle de machine, on simule la mesure d'un artefact en différent zones de la machine.

On peut alors, associer des défauts de base à différents points de la machine, pour l'application de la méthode externe, et déterminer le tenseur métrique à partir des mesures simulées et à l'aide des relations établies. Puis, par les relations du paragraphe 2 du chapitre 4 déterminer le champ de déplacement associé à une machine.

Les figures 52,53 et 54, montrent les méthodologies employées :

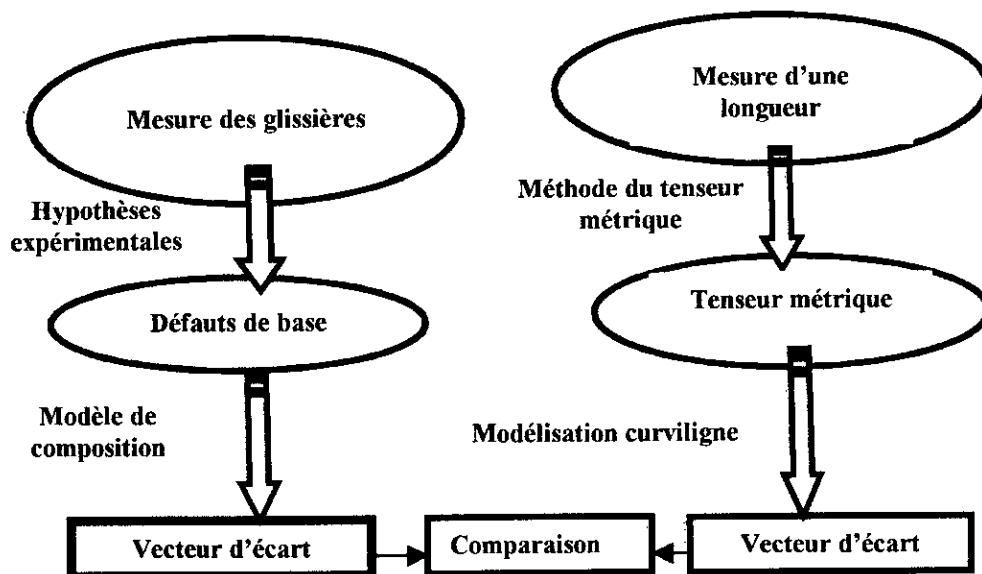


Fig 52 : Vecteurs d'écart issus des deux méthodes

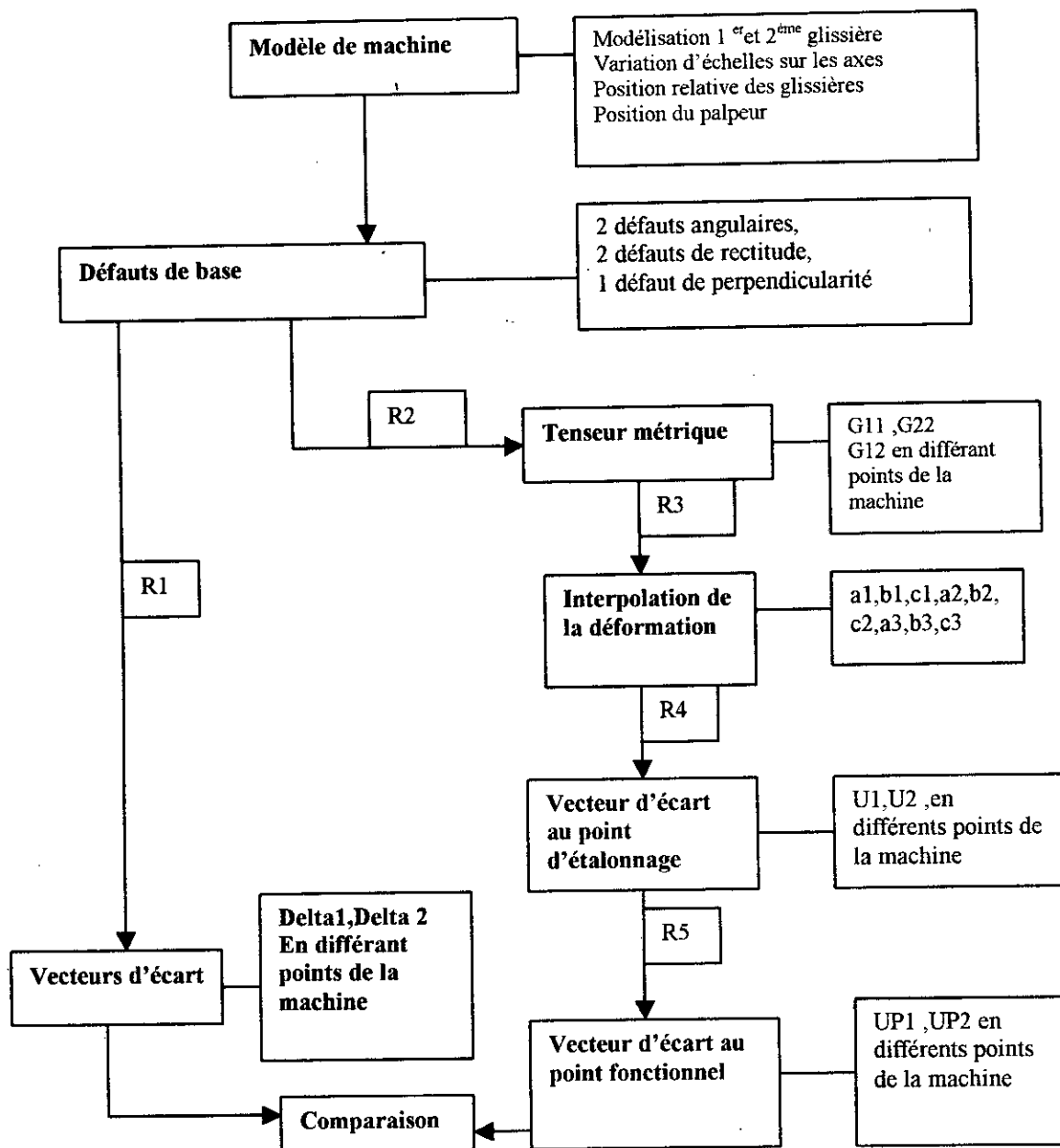


Fig 53 :Procédure de comparaison par simulation des défauts de base d'une MMT

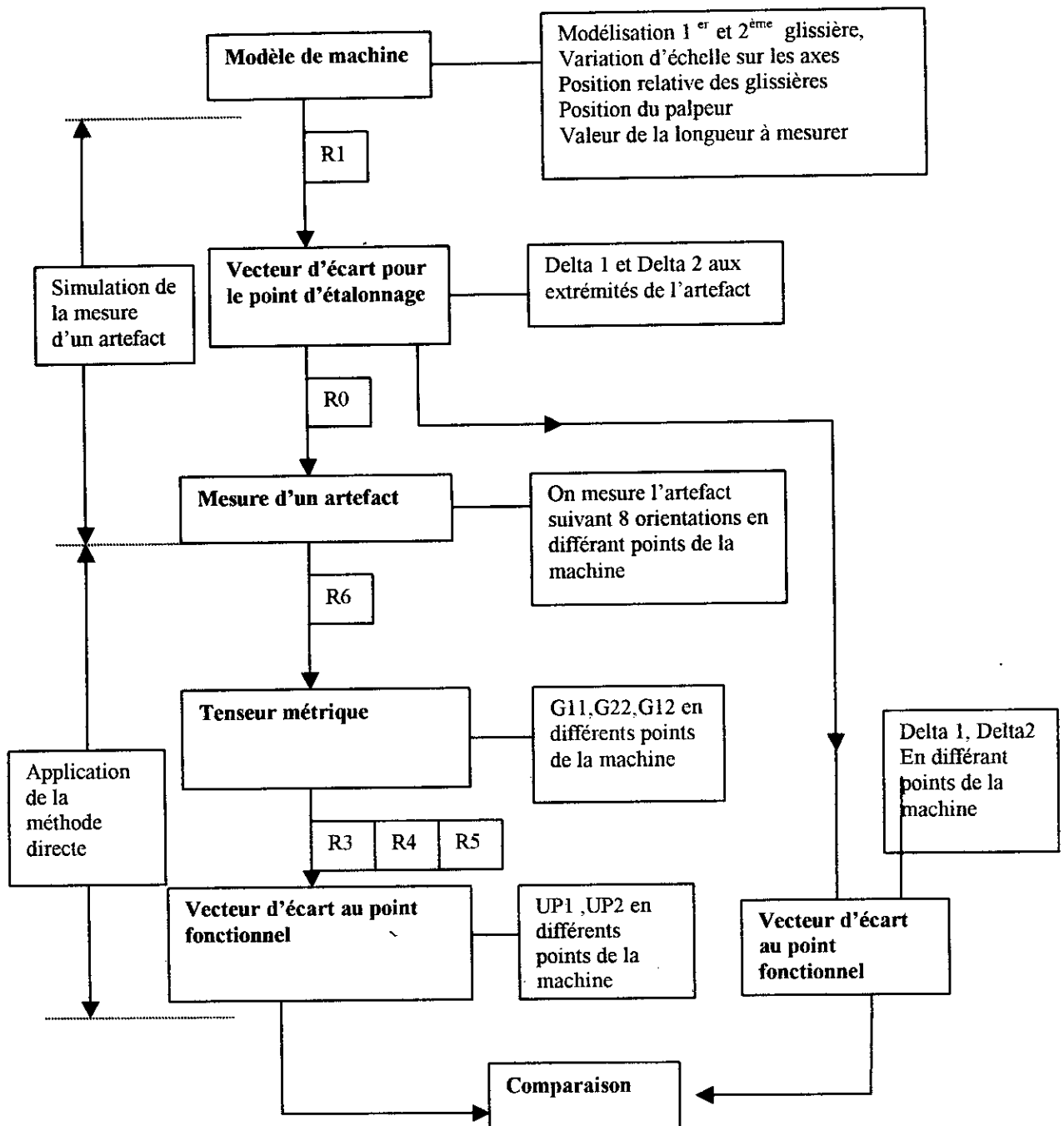


Fig 54 : Procédure de comparaison par simulation de la mesure d'une longueur

1.1: Vecteur d'écarts calculés à partir des défauts de base

1.1.1: Modélisation de la machine

La machine à mesurer est composée de deux glissières de longueur L_1 et L_2 , on étudie son comportement dans un plan (fig 55).

Soit R_0 le repère lié à la base de la 1^o glissière, c'est le repère machine tel que l'axe \vec{X}_0 définit la direction moyenne de déplacement du premier coulisseau. (\vec{X}_0, \vec{Y}_0) est une base orthonormée.

Soit O_1 un point appartenant au 1^o coulisseau, on définit la trajectoire (c_1) de O_1 , dans le repère R_0 , par un polynôme du second degré de coefficients a_0, b_0, c_0 . Le mouvement angulaire du coulisseau est connu par la tangente à la trajectoire (c_1) en O_1 .

Soit R_1 , d'origine O_1 , le repère lié au 1^o coulisseau et à la base de la 2^o glissière. L'axe \vec{Y}_1 définit la direction moyenne de déplacement du second coulisseau. (\vec{X}_1, \vec{Y}_1) est une base orthonormée.

Soit O_2 un point appartenant au 2^o coulisseau, on définit la trajectoire (c_2) en O_2 il est le point d'étalonnage.

Soit R_2 , d'origine O_2 , le repère lié au 2^o coulisseau et au palpeur. L'axe \vec{Y}_2 est tangent à la trajectoire (c_2) en O_2 , (\vec{X}_2, \vec{Y}_2) est une base orthonormée.

Soit P de composantes $(X_{P/2}, Y_{P/2})$ un point fixe dans le repère R_2 , c'est le point fonctionnel.

Les positions des règles R_1 et R_2 par rapport aux directions moyennes de déplacement amènent à définir des défauts d'échelle suivant \vec{X}_0 et \vec{Y}_1 : soient E_1, E_2 ces défauts.

La position relative des deux glissières caractérisée par l'angle entre \vec{X}_0 et \vec{X}_1 (ou \vec{Y}_0 et \vec{Y}_1) amène à définir un défaut de perpendicularité.

On prend la valeur de l'angle entre \vec{Y}_0 et \vec{Y}_1 au zéro machine, c'est à dire quand les valeurs lues sur les règles sont nulles, on note γ_P cet angle.

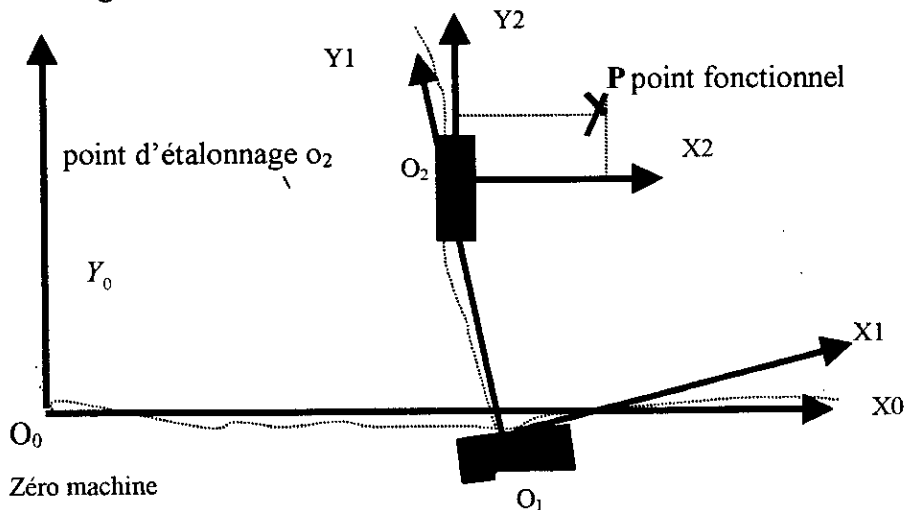


Fig 55 : Modèle de la machine d'essai

La machine du type GAMMA série 01 01 possède un volume de travail de 660mm*660mm*455mm. Pour la simulation, on extrapole les valeurs mesurées dans un plan horizontal à une surface de 1000mm*1000mm.

Les mesures de rectitudes et de rotation ne sont pas effectuées dans le même repère. Le calcul des coefficients de l'équation du second degré qui simule le comportement des défauts de rectitude et d'angle de la glissière nécessite de travailler dans le même repère (Fig 56).

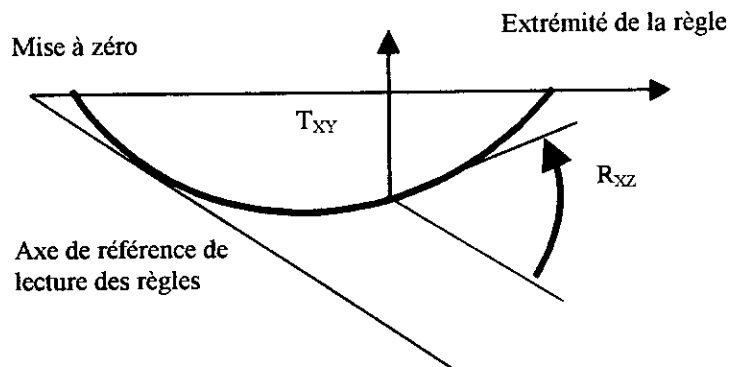


Fig 56 : Défaut de rectitude de la glissière

Le tableau 4 suivant récapitule tous les paramètres nécessaires au calcul du champ de déplacement et des vecteurs d'écarts.

On considère un repère, tel que les rectitudes soient nulles au zéro machine et aux extrémités. On constate que l'écart maximal est de l'ordre du millimètre.

1 ^{er} glissière	$A_0 = -700 \cdot 10^{-9}$, $B_0 = 85 \cdot 10^{-6}$, $C_0 = 13 \cdot 10^{-3}$
2 ^{ème} glissière	$A_1 = -800 \cdot 10^{-9}$, $B_1 = -50 \cdot 10^{-6}$, $C_1 = 60 \cdot 10^{-3}$
Longueur 1 ^{ER} et 2 ^{ème} glissière	$L_1 = 1000$ mm $L_2 = 1000$
Position relative des deux glissières	$\gamma P = 9.2$ sec d'arc
Défaut d'échelle 1 ^{er} glissière	$E_1 = -14 \mu/m$
Défaut d'échelle 2 ^{ème} glissière	$E_2 = 16 \mu/m$
Position du point fonctionnel	$XP/2 = 50$ mm $YP/2 = 100$ mm
Longueur de l'artefact	$L = 50$ mm

Tableau 4 : Les paramètres de comportement de la machine d'essai

Le tableau 5 (annexe 3), quant à lui, montre les valeurs des paramètres qui donnent un écart maximal de 1 micron.

1.1.2: Défauts de base

Les équations polynomiales (c₁) et (c₂), associées aux glissières, permettent alors de déterminer les défauts de rectitude et les défauts angulaires, les variations d'échelles suivant les axes de déplacement, déterminent pour leur part, les défauts de positionnement suivant ces même axes.

Les relations de détermination des défauts de base sont alors les suivantes :

$$T_{XX}=E1 * X_{R1} \quad T_{yy}=E2 * X_{R2} \quad T_{xy}=A_0 * (X_{R1})^2 + B_0 * X_{R1} + C_0 \quad T_{yx}=A_1 * (X_{R2})^2 + B_1 * X_{R2} + C_1$$

$$R_{xz}=2 * A_0 * X_{R1} + B_0 \quad R_{Yz}=2 * A_1 * X_{R2} + B_1 \quad P_{xy} = \gamma_P$$

Les valeurs dans l'espace de travail de la machine sont données, pour le cas traité, dans les tableaux 6,7 et 8 (annexe 3).

On injectant les défauts de base dans le modèle de composition géométrique de la machine proposé au chapitre 2 paragraphe 1.2, on calcule les écarts au point fonctionnel dans l'espace de mesure de la machine (Tableau 9 (en annexe 3), figure 57). Le vecteur d'erreur $\vec{\Delta}$ est tel que $\vec{\Delta} = \vec{OP}_c - \vec{OP}_{th} = \Delta_x \vec{X}_0 + \Delta_y \vec{Y}_0$, $\vec{\Delta}$ définit la relation R₁.

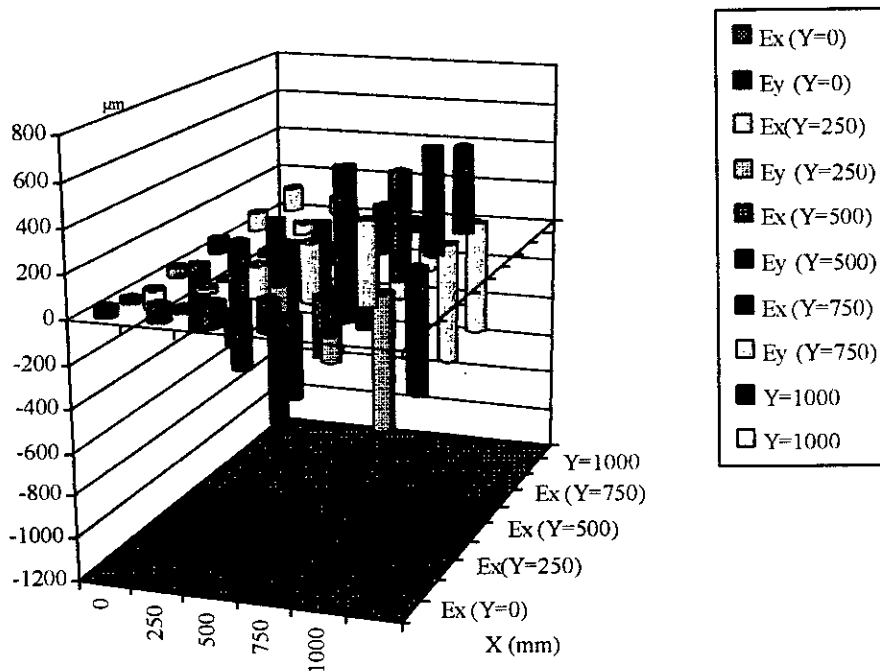


Fig 57 : Ecart Ex = Δ_x et Ey= Δ_y en µm du point fonctionnel

1.1.3: Tenseur métrique calculé à partir des défauts de base :

Les relations R2 qui permettent le passage des défauts de base aux composantes du tenseur métrique ont été définies au chapitre 4.

On obtient le tableau 10 (annexe 3) et la figure 58 suivante :

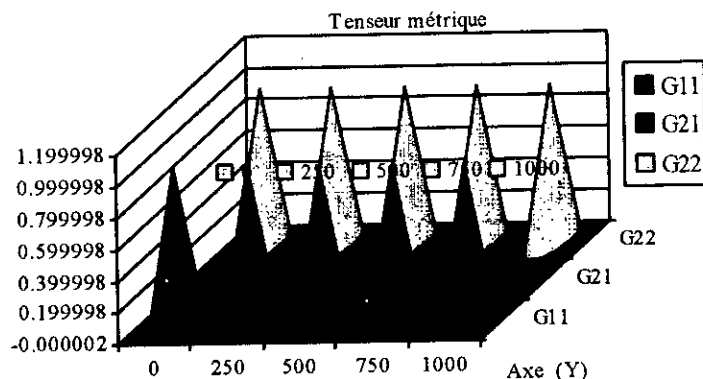


Fig 58 : Histogramme des composantes du tenseur calculé de X=0 à 1000 mm.

On constate que G_{22} est constant dans l'espace de la machine. Dans la mesure ou nous avons considéré que le défaut d'échelle E2 était constant dans notre modèle de machine, ce résultat est normal. Pour une machine parfaite, la valeur de G_{22} serait égale à 1. On note que sa variation pour un défaut d'échelle de $16\mu/m$ est de $32E-6$. Pour détecter un défaut d'échelle E2 de $1\mu/m$ la précision de mesure de G_{22} doit être de $2E-6$.

Par contre G_{11} varie suivant la position du coulisseau 2. Si le défaut d'échelle E1 intervient dans la valeur de G_{11} , on constate que son influence est très faible devant l'influence de la rotation R_{xz} . On note que la variation de G_{11} , par rapport à 1, pour un défaut d'échelle de $-14\mu/m$ est de $-28E-6$, or pour un angle de 3 minutes la variation de G_{11} est de $28E-4$.

L'effet, pour les données considérées, sur la valeur de G_{11} est d'un rapport de 1 à 100 entre le défaut d'échelle E1 et la rotation R_{xz} . Si on mesure le défaut d'échelle avec une précision de $1\mu/m$ pour détecter un écart de 1 micron à 1 mètre, on devrait mesurer les angles avec une précision de 0.4 seconde d'arc pour détecter le même écart ! Or, la variation de G_{11} est identique dans les deux cas est de l'ordre $2E-6$.

De la même façon, G_{12} varie suivant la position du 2^{ème} coulisseau de la machine. Pour le cas traité, les influences respectives des angles R_{xz} et R_{yz} sont opposées. La valeur de G_{12} pour une machine idéale, est 0. L'ordre de grandeur est ici, de $1E-4$, pour la détection d'un écart de 1 micron dans l'espace machine, les angles doivent être mesurés avec une précision de 0.4 secondes d'arc, G_{12} avec une précision de $2E-6$.

1.1.4: Vecteur d'écart au point d'étalonnage

Les relations **R3** et **R4** permettent le passage des composantes du tenseur métrique aux écarts calculés pour le point d'étalonnage en différenciant positions des coulisseaux sur la machine. On rappelle ces relations établies précédemment.

Les relation **R3** sont : $\varepsilon^{11}=(G11-1)/2$ $\varepsilon^{22}=(G22-1)/2$ et $\varepsilon^{12}=G12/2$

Avec : $\varepsilon^{11}=a1+b1*X+c1*Y$ $\varepsilon^{22}=a2+b2*X+c2*Y$ et $\varepsilon^{12}=a3+b3*X+c3*Y$

On trouve pour le cas traité : $a1=-1.4E-05$ $b1=0$ $c1=1.4E-06$

$a2=-1.6E-05$ $b2=0$ $c2=0$

$a3=-9.42E-05$ $b3=0$ $c1=-1.6E-06$

Les relations **R4** sont : $ux=-b1*(X)^2/2+c1*X*Y+(c3-b2)*(Y)^2/2+a1*X+(a3-\omega)*Y+t2$

$uy=c2*(Y)^2/2+b2*X*Y+(b3-c1)*(X)^2/2+a2*Y+\omega*X+t1$

On trouve pour le cas traité : $t1=0.013$ $t2=0.06$ et $\omega=8.63E-5$

Les écarts pour le point d'étalonnage sont alors les suivants (Tableau 11(en annexe 3)(fig 59).

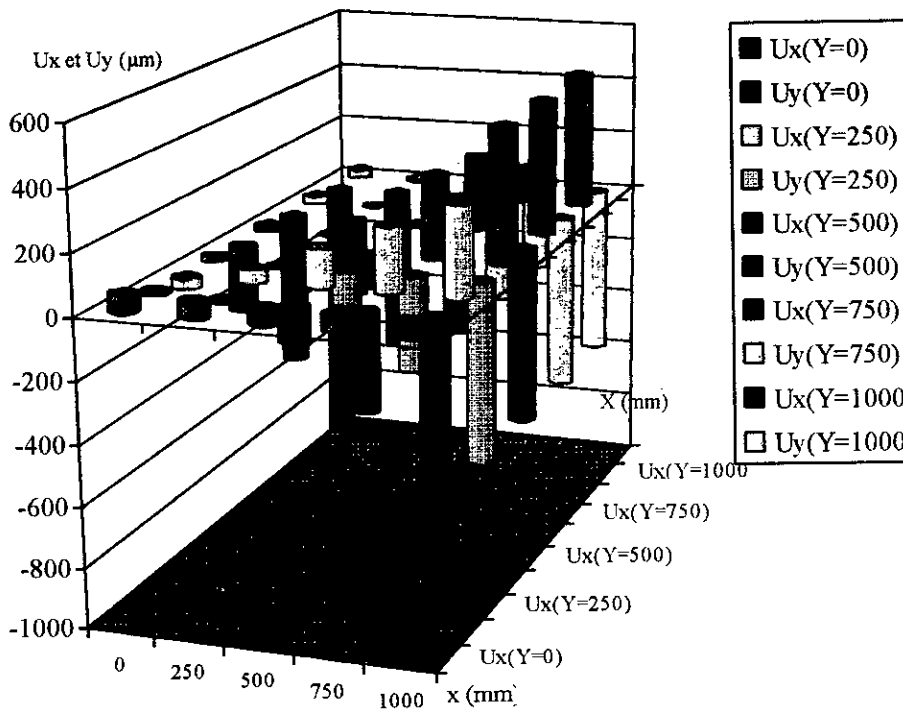


Fig 59 : les écarts Ex et Ey du point d'étalonnage (en µm)

1.1.5: Vecteur d'écart au point fonctionnel

Les composantes du tenseur métrique sont indépendantes du changement de palpeur, aussi les coefficients a_1, b_1, c_1 ..etc. sont les même que précédemment.

Les relations **R5** sont :

$$U_{PX}=b_1*(x)^2/2+c_1*X*Y+(c_3-b_2)*(Y)^2/2+X*(c_1*Y_{P/2}+b_2*X_{P/2}+a_1)$$

$$+Y*(c_2*X_{P/2}+(c_3-b_2)*Y_{P/2}+a_3-\omega)+t_2$$

$$U_{PY}=c_2*(Y)^2/2+b_2*X*Y+(b_3-c_1)*(X)^2/2$$

$$+X*(c_1*X_{P/2}+b_2*Y_{P/2}+\omega)+Y*(c_2*Y_{P/2}-(c_3-b_2)*X_{P/2}+a_2)+t_1$$

Les constantes d'intégration sont : $t_1=0.046$ $t_2=0.02$ et $\omega=8.63E-5$

Les écarts au point fonctionnel, de coordonnées (50,100) sont donnés dans le tableau 12 en annexe 3 ,(fig 60).

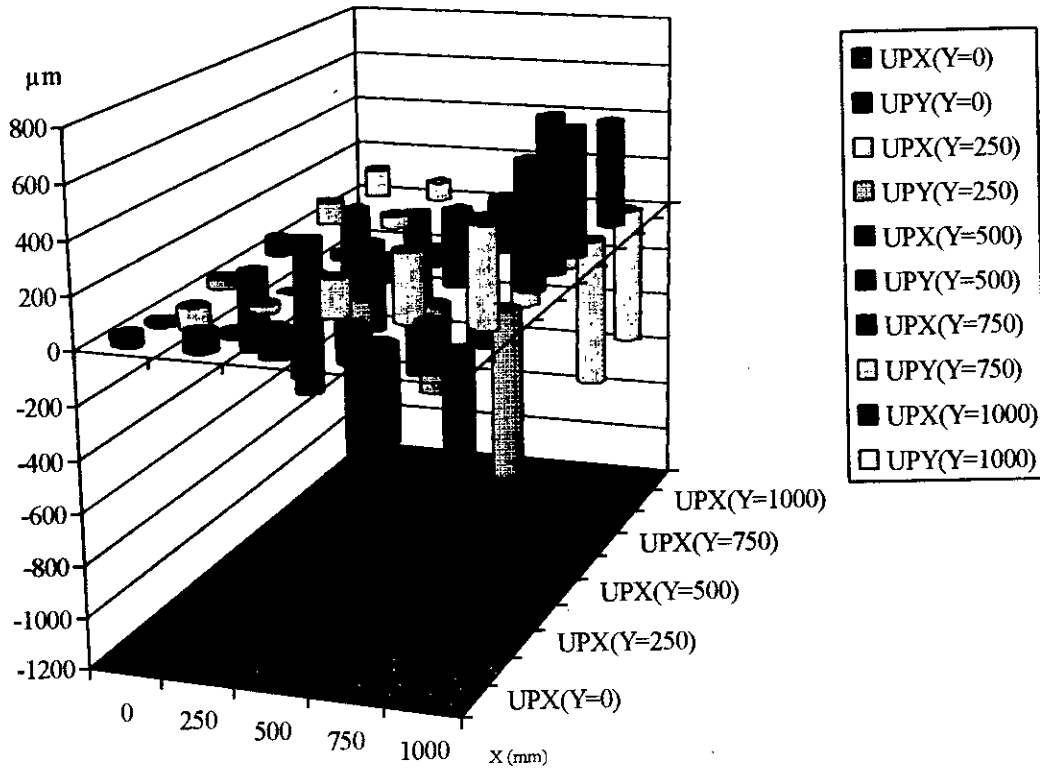


Fig 60 : Les écarts au point fonctionnel en μm

On constate que les écarts déterminés pour le point fonctionnel sont extrêmement différents des écarts déterminés pour le point d'étalonnage. On conclut que le changement de palpeur influence de manière déterminante les écarts obtenus.

1.1.6: Comparaison des écarts

La figure 61 montre les différences des écarts obtenus aux tableaux 9 et 12. On constate que la différence maximale est de 2 microns pour des écarts de 0.75 mm.

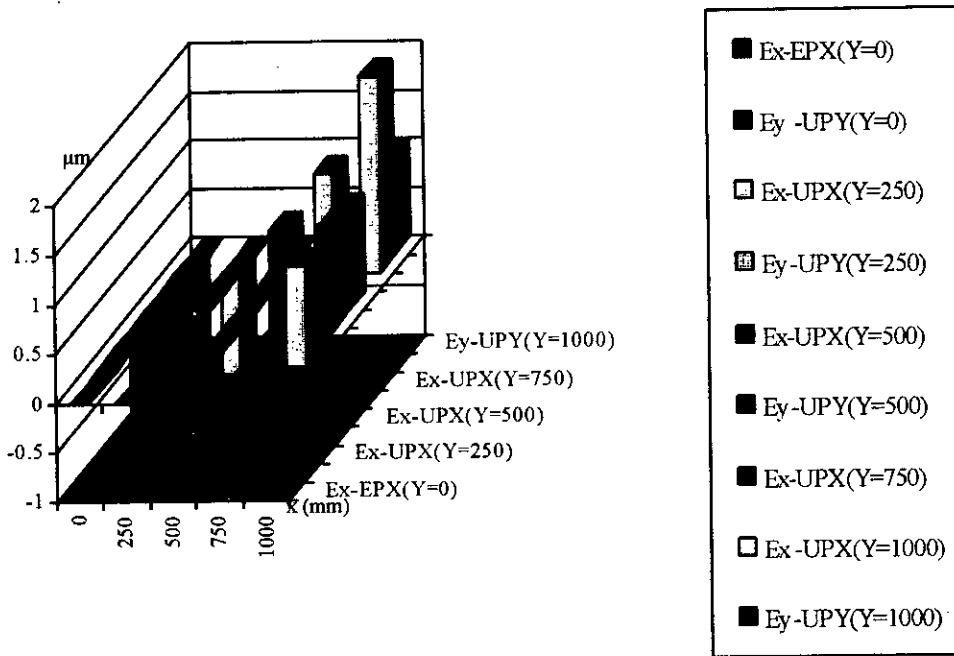


Fig 61 : Différence des écarts en µm

Ainsi, pour une machine peu performante, on peut prendre des défauts d'échelle de l'ordre de 140 µ/m, des défauts d'angle de l'ordre de la minute, des défauts de rectitude de l'ordre de 80 µ et un centre de palpeur à 70 mm du point d'étalonnage. Le tableau 13 montre les écarts obtenus avec ces valeurs, par le tenseur métrique calculé, et la différence des écarts avec la méthode externe de Zhang.

Tableau 13 : Les écarts du point d'étalonnage par la méthode directe et la différences des écarts avec la méthode externe

X=	0	250	500	750	1000		0	250	500	750	1000
Up _x et Up _y en µm						Δx-Up _x et Δy-Up _y en µm					
Y=0	13 -38	45 -89	76 -99	108 -70	140 0		0.00 0.00	0.00 0.03	0.01 0.04	0.01 0.03	0.02 0.00
250	75 6	66 -44	58 -55	50 -25	42 45		-0.07 0.03	-0.04 0.04	-0.01 0.05	0.03 0.05	0.07 0.04
500	96 51	48 0	0 -10	-48 20	-96 89		-0.16 0.05	-0.10 0.05	-0.04 0.06	0.03 0.07	0.10 0.09
750	78 95	-10 45	-98 35	-186 64	-275 134		-0.25 0.05	-0.16 0.05	-0.07 0.07	0.02 0.11	0.12 0.16
1000	20 140	-108 90	-236 79	-365 109	-493 178		-0.35 0.04	-0.23 0.05	-0.11 0.08	0.01 0.15	0.13 0.24

1.2: Vecteur d'écart calculé par la méthode directe

1.2.1 : Méthode directe

La méthode directe consiste à mesurer un artefact dans différentes zones de la machine et en différentes positions. Le palpeur utilisé est appelé « palpeur d'étalonnage » ; le centre de la sphère du palpeur définit le point d'étalonnage.

L'objectif est de déterminer le champ de déplacement fonction des valeurs lues sur les règles et de la position du point fonctionnel défini par le centre de la sphère du palpeur utilisé lors d'une mesure.

Les relations \mathbf{R}_3 , \mathbf{R}_4 et \mathbf{R}_5 déterminées aux paragraphes 1.2 et 1.3 chapitre 4 et utilisées dans ce paragraphe 1.2 permettent, à partir des composantes du tenseur métrique connues en différentes zones de la machine, de déterminer ce champ de déplacement. La détermination des composantes du tenseur métrique ne se fera pas à partir des défauts de base et des relations \mathbf{R}_2 , mais à partir des coordonnées des extrémités A et B d'un artefact positionné dans différentes zones de la machine et dans différentes directions. On peut alors, par la relation matricielle, déterminée au paragraphe 1.2.3 et que l'on note \mathbf{R}_6 , calculer les composantes du tenseur.

Les relations \mathbf{R}_3 , \mathbf{R}_4 , \mathbf{R}_5 et \mathbf{R}_6 permettent de passer des coordonnées des extrémités de l'artefact au champ de déplacement de la machine. La méthode directe de mesure est complète : on peut comparer les écarts obtenus en différents points de la machine aux écarts obtenus par la méthode externe.

1.2.2 : Détermination du tenseur métrique mesuré

La détermination des composantes du tenseur métrique (Tableau 15 en annexe 3) se fera à partir des coordonnées des extrémités A et B de l'artefact.

Celui-ci est positionné dans 25 zones de la machine. Les zones sont centrées sur les valeurs 0,250,500,750,1000 lues sur les règles.

Dans chaque zone, l'artefact prend 8 positions telles que son milieu soit aux cotes précisées

plus haut et telles que les angles entre \vec{AB} et l'axe \vec{X}_0 soient $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ$.

On a ainsi, pour chacune des 25 zones, un ensemble de 8 coordonnées pour chaque extrémité. La mesure réelle consisterait à lire les valeurs lues sur les règles à chaque palpement des extrémités A et B.

1.2.3 : Comparaison des tenseurs calculé et mesuré

Dans le tableau 10, on a les valeurs des composantes du tenseur métrique, calculées à partir des défauts de base. Celles-ci sont issues des caractéristiques de la machine du tableau 4.

Le tableau 15, donne les valeurs des composantes du tenseur métrique, pour les mêmes zones, déterminées par la simulation de mesurage d'un artefact.

On peut donc comparer les deux tenseurs.

Le tableau suivant, montre cette comparaison.

On a : Tableau 16 = Tableau 10 - Tableau 15 = Tenseur calculé - Tenseur mesuré

Tableau 16 : Différence entre tenseur calculé et tenseur mesuré

X=	0	250	500	750	1000	
Y=0	2,36E-08	2,07E-08	2,63E-07	7,50E-07	1,48E-06	=G11c-G11m
	8,11E-08	8,60E-08	9,10E-08	9,61E-08	1,01E-07	=G12c-G12m
	2,92E-08	1,52E-08	2,60E-08	2,606E-06	4,93E-06	=G22c-G22m
250	8,06E-08	-2,03E-07	-2,40E-07	-3,19E-08	4,22E-07	=G11c-G11m
	1,16E-07	2,43E-07	3,71E-07	4,98E-07	6,25E-07	=G12c-G12m
	-1,38E-07	-2,95E-07	2,83E-07	1,60E-06	3,65E-06	=G22c-G22m
500	1,38E-07	-4,27E-07	-7,45E-07	-8,17E-07	-6,42E-07	=G11c-G11m
	2,91E-07	5,41E-07	7,91E-07	1,045E-06	1,29E-06	=G12c-G12m
	-6,26E-07	-1,06E-06	-7,65E-07	2,69E-07	2,04E-06	=G22c-G22m
750	1,97E-07	-6,51E-07	-1,25E-06	-1,60E-06	-1,71E-06	=G11c-G11m
	6,06E-07	9,80E-07	1,35E-06	1,73E-06	2,10E-06	=G12c-G12m
	-1,43E-06	-2,15E-06	-2,13E-06	-1,38E-06	1,09E-07	=G22c-G22m
1000	2,57E-07	-8,75E-07	-1,76E-06	-2,39E-06	-2,78E-06	=G11c-G11m
	1,06E-06	1,56E-06	2,06E-06	2,55E-06	3,05E-06	=G12c-G12m
	-2,56E-06	-3,56E-06	-3,83E-06	-3,35E-06	-2,14E-06	=G22c-G22m

La plus grande différence entre les composantes est pour le cas considéré, inférieur à **5E-6**, lorsque la position du 1^{er} coulisseau est à X=1000 mm. Or, pour une variation d'écart de 1 micron à 1 mètre, on a vu que les composantes du tenseur métrique variaient de 2E-6.

On conclut que les différences, entre les deux tenseurs, pour le cas de machine considérée, entraîne au maximum une différence des écarts obtenus d'une part, par R2.R3.R4.R5, et d'autre part, par R1.R0.R6.R3.R4.R5 de 2,5 microns.

En fait, la différence des écarts est plus faible dans la mesure ou l'on effectue un lissage des données (détermination du champ de tenseur de déformation).

Remarque : Si les défauts de la machine sont plus proches de la réalité technologique (écart maximum de 60 microns), la différence, entre les composantes du tenseur est au maximum de 2E-8, cela entraîne une différence, entre les écarts, inférieur au centième de micron.

1.2.4: Vecteur d'écart au point fonctionnel

Les relations à appliquer sont les mêmes qu'au paragraphe précédent qui calculait les vecteurs d'écart à partir de la connaissance du tenseur métrique.

Les relations utilisées sont R3,R4,R5. Le tableau 17 montre les résultats obtenus.

Tableau 17 : Vecteur d'écart au point fonctionnel

X(mm)	0	250	500	750	1000	
Y=0	46	78	109	141	172	=UP _X (μm)
	20	-20	-148	-363	-665	=UP _Y
250	-89	31	150	269	388	=UP _X
	44	4	-124	-339	-642	=UP _Y
500	-323	-117	90	297	504	=UP _X
	68	28	-100	-315	-619	=UP _Y
750	-658	-364	-69	225	520	=UP _X
	92	52	-76	-292	-595	=UP _Y
1000	-1093	-711	-328	54	436	=UP _X
	116	76	-52	-268	-571	=UP _Y

1.2.5 : Comparaison entre la méthode externe et la méthode directe

Dans la mesure ou les tenseurs calculés, soit par R₂, soit par R₆, sont équivalentes, on peut prédire que les écarts constatés pour des positions particulières des coulisseaux seront similaires.

En effet, la figure 62 suivante montre la différence entre les écarts calculés par la méthode externe de ZHANG et les écarts calculés par la méthode directe.

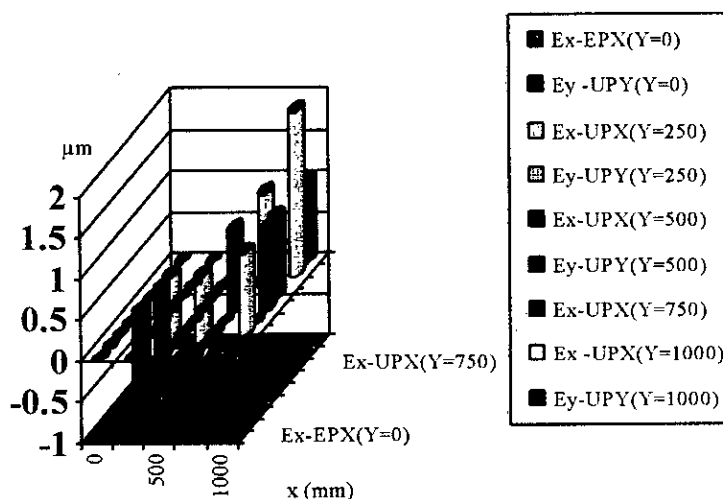


Fig 62 : La différence entre les écarts par les deux méthodes externe et directe

2 : Validation de la méthode directe sur des MMT modernes

Pour valider pratiquement la méthode directe, nous avons mesuré des cales étalons sur une MMT du type portique Marque UMC850, et nous avons mesuré une barre à boule et une structure étalon(étoile) sur une MMT du type portique marque ECLIPS. La barre à boule et l'étoile ont été réalisées par nous et étalonnées sur une autre machine type portique de marque PRISMO 700, plus précis que les autres MMT.

2.1: Constat de vérification sur centres de mesure 3D à portique

Au chapitre 4 paragraphe 1.5, on a déterminé les relations de passage entre deux méthodes d'étalonnage des machines à mesurer.

Le constructeur Carl Zeiss utilise la méthode externe pour faire une compensation logicielle des erreurs systématiques de leur machine, avant de les livrer aux clients, pour cela j'ai procédé à un constat de vérification selon la norme VDE-VDI 26117/Ell 150 pour vérifier les limites de cette méthode.

Eléments utilisés : cales étalons : 100/200/400/ et 500 mm avec incertitude de mesure au centre de : $\pm (0.6\mu\text{m} + 1.4 \cdot 10^{-6}L)$, certifié par le laboratoire national français d'essai le 26 juin 1998.

Bague étalon : diamètre 50 mm.

Machine du type portique UMM 850, insécurité de mesure de longueur $I1=(1.5+L/300)$, $I2=2.1+L/250$, N° de série 88180.

Client : Entreprise YVON BOYER ZA la Cave haute 45320 Saint Hilaire Les Andresis

La matrice de correction de la machine qui englobe les 21 défauts géométriques est mesurée par interféromètre laser (tableau 19 en annexe 3), extraite du logiciel UMES SOUS UNIX.

Le volume de l'espace de mesure est de $X=850.50$ mm, $Y=1200.50$ et $Z=600.50$ mm. Les coordonnées du point nul de mesure est $X=49.75$, $Y=1250.25$ et $Z=650.25$ mm

Le pas de maillage est de 49 mm (fig 63).

Les orthogonalités est de 2.20 seconde pour le plan de mesure XZ, -2.08 seconde pour le plan YX et 0.67 seconde pour YZ, les coefficients de dilatation sont 2.4 $\mu\text{m}/\text{m}$ pour la règle X, -1.6 pour Y et -2.4 pour Z.

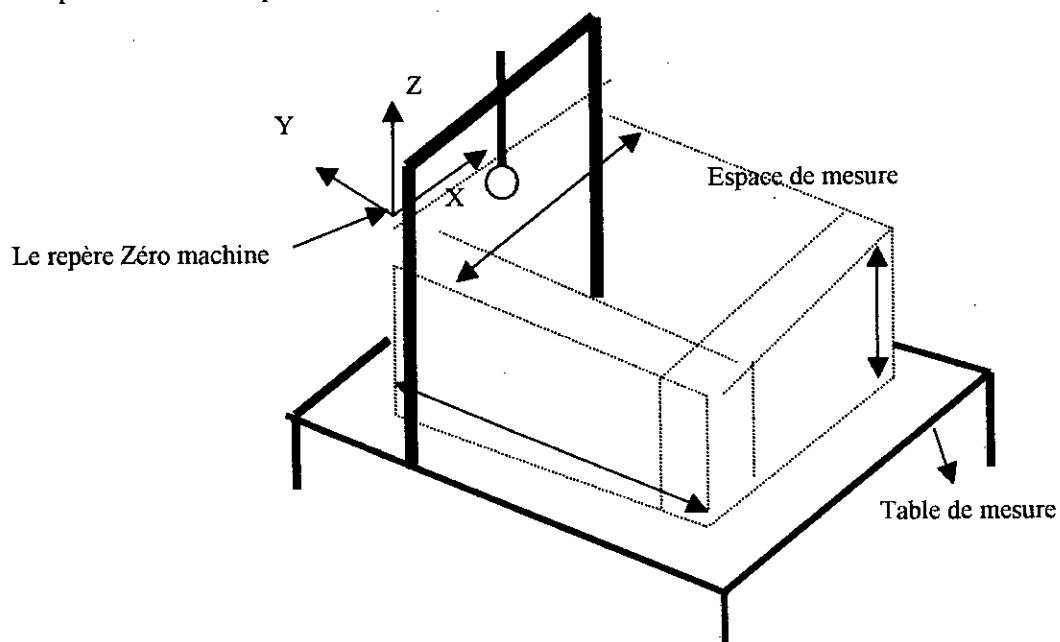


Fig 63 : Espace de mesure d'une MMT Type portique

En mesurant les différentes cales étalon selon la norme précédente on a constaté que le module de correction est très efficace puisque tous les valeurs relevées sur le protocole de mesure (10 valeurs par cale-étalon) sont à l'intérieur de l'incertitude de mesure, seulement il faut corriger les erreurs d'orthogonalité, de -0.809 sec pour le plan XZ, $+0.1518$ sec pour YX et -0.2816 pour YZ (voir graphe en annexe) pour avoir une compensation logicielle très efficace (éliminer les effets des défauts annoncés).

2.2: Contrôle d'une MMT du type Portique Marque ECLIPSE par la méthode directe

Avant de tester cette méthode, nous avons réalisé une barre à boule (deux sphères liées par une barre), cette dernière a été mesurée sur une MMT du type portique Marque PRISMO, qui a une incertitude de mesure de longueurs de $u_1=1.7+L/300$.

1^{er} mesure en avant de l'espace de mesure : diamètre $D_1=15.9819$, diamètre $D_2=15.9791$
distance entre les deux sphères $d=451.2880$.

2^{ème} mesure en arrière de l'espace de mesure : diamètre $D_1=15.9805$, diamètre $D_2 =16.0057$,
 $d=451.2892$, on prend la moyenne comme longueur étalon de la barre a boule $d_m =451.2886$.

La MMT de marque PRISMO est plus précise que la MMT de marque ECLIPSE puisque l'incertitude de mesure de cette dernière est de l'ordre de $\pm (2.4+L/250)$.
La barre est mesurée dans le plan de mesure (XY) le tableau 20 suivant récapitule les mesures faites.

Tableau 20 : Mesure d'une barre à boule dans le plan XY en trois positions
(les traitement des points palpés des deux sphères de la barre sont effectués par logiciel UMESS)

1er Position [Plan XY]	2ème Position [Plan XY]	3ème Position [Plan XY]
1er Orientation : coordonnées des deux centres et diamètre des deux sphères +Longueur de tige .	1ème Orientation : coordonnées des deux centres et diamètre des deux sphères +Longueur de tige .	1ème Orientation : coordonnées des deux centres et diamètre des deux sphères+ Longueur de tige .
X1=547.1734 X2=253.8625	X1=49.5490 X2=57.0741	X1=638.0582 X2=526.7730
Y1=-767.8802 Y2 =-424.9153	Y1=-126.8545 Y2 =-578.0732	Y1=-549.8342 Y2 =-987.1769
Z1= -426.2743 Z2=-423.8675	Z1= -426.5285 Z2=-423.6613	Z1= -423.7461 Z2=-426.4607
Diamètre d1=16.0014	Diamètre d1=15.9995	Diamètre d1=16.0034
Diamètre d2=15.9999	Diamètre d2=15.16.0009	Diamètre d2=15.0007
Longueur de la tige =451.2893	Longueur de la tige =451.2906	Longueur de la tige =451.2875
2ème Orientation	2ème Orientation	2ème Orientation
X1=354.5134 X2=556.1862	X1=-57.1257 X2=167.3441	X1=720.4899 X2=472.7104
Y1=-771.3797 Y2=-367.6772	Y1=-567.2532 Y2=-175.7613	Y1=-982.5786 Y2=-605.4011
Z1=-423.4061 Z2=-426.7520	Z1=-423.8740 Z2=-426.5353	Z1=-426.5831 Z2=-423.7873
D1=16.0014 D2=16.0027	D1=16.0015 D2=16.0146	D1=16.0003 D2=15.9974
L=451.2858	L=451.2867	L=451.2930
3ème Orientation	3ème Orientation	3ème Orientation
X1=452.5197 X2=453.9740	X1=-79.7812 X2=162.9267	X1=523.2269 X2=641.8667
Y1=-326.7518 Y2=-770.0297	Y1=-145.7527 Y2=-526.2863	Y1=-985.7937 Y2=-550.3792
Z1=-426.6039 Z2=-423.8297	Z1=-426.5465 Z2=-423.8762	Z1=-426.5087 Z2=-423.8047
D1=15.9993 D2=16.0014	D1=16.0728 D2=16.0062	D1=16.0002 D2=15.9976
L=451.2828	L=451.2878	L=451.2965
G11=0.9898799, G22=1,0007894 G12 =0.0008778	G11=0.9898756, G22=1,0007452 G12 =0.0002578	G1=0.9898423, G22=1,0007823 G12 =0.0003778

Nous constatons d'après les mesures de la barre à boule que l'écart maximal est de l'ordre de $14\mu\text{m}$ dans l'espace de mesure de la machine, alors que le constructeur garantit un écart maximal de $4.4\mu\text{m}$, cette différence est due à la modification de la matrice de correction de la machine. Les paramètres des tenseurs métriques mesurés indiquent que les repères locaux sont rectilignes, parce que pour des repères locaux d'une machine parfaite les paramètres du tenseur métriques sont $G^{11}=1$, $G^{22}=1$, et $G^{21}=G^{12}=0$. Pour cela L'ECLIPSE doit être étalonnée une deuxième fois par une méthode externe.

2.3: Calcul des défauts géométriques locaux de L'ECLIPSE par le tenseur métrique mesuré

Pour mesurer les défauts géométriques dans le plan XY de L'ECLIPSE, Nous avons réalisé une étoile constituée par six branches dans l'extrémité de chaque branche nous avons fixé une sphère (voir photos en annexe2), la structure est mesurée dans plusieurs positions de l'espace de mesure, après avoir fait un maillage du plan XY (fig 64).

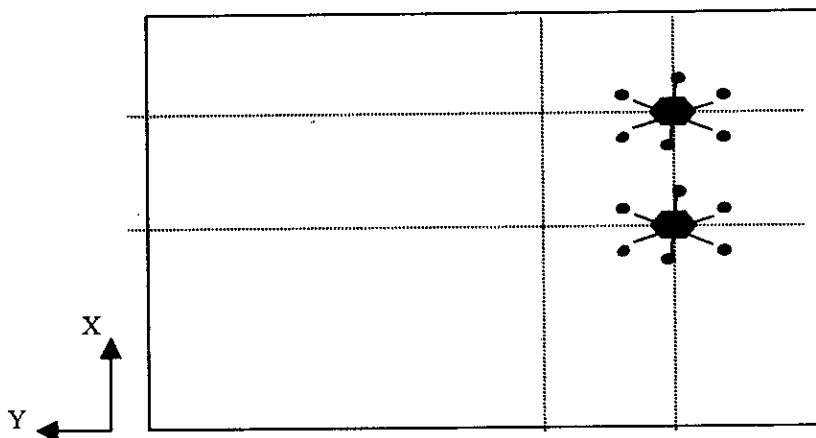


Fig 64 : Mesure de l'étoile dans le plan xy en plusieurs positions

La structure étoile est fixée sur un support adéquat réalisé spécialement pour la circonstance et fixé selon les règles de l'isostatique. Dans un premier temps nous avons mesuré l'étoile sur le PRISMO, et on considère la distance mesurée entre les deux sphères tenue pour vraie. Après avoir fait les moyennes de mesure, on trouve $L_1=155.1058$, $L_2=155.2400$ et $L_3=154.7286$, le but de cette manipulation est de calculer le tenseur métrique dans le centre de chaque zone de mesure de la machine dans le plan XY, et d'appliquer les relations établies au chapitre 4 pour calculer les défauts géométriques. Les tableaux 21, 22 et 23 suivants récapitulent les mesures effectuées et les résultats trouvés

Tableau 21 : Mesure de la 1^{er} position de l'étoile

Position 1 de l'étoile				X=169.5882	Y=-651.7934	Z=-463.4170	Nombre de points palpés				
								Diamètre des deux sphères			
								Longueur de la tige			
Tige 1 : Coordonnées des deux sphères				241.2728	-681.9785	-466.9587	9	0.001	7.9983	155.1092	
Orientation de la tige				98.1906	-622.0952	-467.5314	8	0.0021	7.9949		
Ax=22.7114 Ay=67.2897 Az=89.7885											
Tige 2 : Coordonnées des deux sphères				159.8795	-574.3388	-467.2337	6	0.002	7.9997	155.2391	
				179.2774	-728.3611	-467.3909	6	0.0006	7.9996		
Tige 3 : Coordonnées des deux sphères				107.8928	-699.0731	-467.3909	6	0.0014	7.9915	154.7300	
				231.1979	-605.5370	-466.8344	6	0.0006	8.0008		
Tenseur métrique							Défauts d'échelles et défaut angulaire :				
G11=0.9999456		G22=1.0000798		G12=0.0000789			Ex=27.200µm/m				
							Ey=39.89µm/m				
							EPSILON= 0.5µm/m				

Tableau 22 : Mesure de la 2^{ème} position de l'étoile

Position 2 de l'étoile				X	Y	Z	Nombre de points palpés				
								Diamètre des deux sphères			
								Longueur de la tige			
Tige 1 : Coordonnées des deux sphères				243.5257	-457.0734	-466.9628	9	0.0008	7.9981	155.1026	
				101.6758	-394.3431	-467.5492	8	0.0003	7.9992		
Tige 2 : Coordonnées des deux sphères				130.6143	-502.2106	-467.3866	6	0.0012	7.9997	155.2429	
				164.3007	-347.8272	-467.2610	6	0.0006	8.0012		
Tige 3 : Coordonnées des deux sphères				109.8327	-471.4934	-467.5840	6	0.0014	7.9915	154.7256	
				231.1979	-605.5370	-466.8344	6	0.0006	8.0007		
Tenseur métrique							Défauts d'échelles et défaut angulaire :				
G11=0.9999589		G22=1.0000795		G12=0.00007256			Ex=27.200µm/m				
							Ey=39.89µm/m				
							EPSILON= 0.5µm/m				

Tableau 23 : Mesure de la 3^{ème} position de l'étoile

Position 3 de l'étoile	X	Y	Z	Nombre de points palpés			
				Diamètre des deux sphères			
				Longueur de la tige			
Tige 1 : Coordonnées des deux sphères	639.0694	-656.3813	-466.9675	9	0.0005	7.9989	155.1019
	495.9934	-598.0982	-467.5501	8	0.0004	8.0000	
Tige 2 : Coordonnées des deux sphères	557.0882	-549.6556	-467.2570	6	0.0006	8.000	155.2363
	578.2006	-703.4495	-467.3916	6	0.00039	8.0038	
Tige 3 : Coordonnées des deux sphères	506.4985	-674.9600	-467.5849	6	0.0005	7.9987	154.7289
	628.7010	-580.0544	-466.8524	6	0.0012	8.0004	
Tenseur métrique				Défauts d'échelles et défaut			
	G11=0.9999423	G22=1.0000756	G12=0.00007523	angulaire :			
				Ex=25.200µm/m			
				Ey=33.89µm/m			
				EPSILON= 0.62µm/m			

3 : Evolution de la précision dans le volume de travail de la MMT

On a déterminé, au chapitre 5, l'imprécision de positionnement du point fonctionnel d'une MMT en fonction du degré de précision des appareils de contrôle.

On s'intéresse maintenant au cas où les performances de la MMT sont mesurables par les appareils de contrôle externes.

On considère alors une machine composée de trois axes de déplacement perpendiculaire, tels que le deuxième et le troisième axes aient une longueur de 1 mètre. Puisqu'on a vu au chapitre 5 que le tenseur de résolution qui caractérise la machine est indépendante du paramètre de lecture de la première règle de mesure on étudie donc, la résolution en 25 points d'un plan de mesure perpendiculaire à la première glissière.

Les caractéristiques des trois «pseudo-translations» sont :

- 1 micron pour les incertitudes de positionnement et de rectitude ;
- 2 seconde d'arc pour les incertitudes sur les rotations des deux premières glissières ;
- 5 seconde d'arc pour les défauts de la troisième glissière.

Le tableau 24 récapitule les données :

Tableau 24 : Incertitude des 18 défauts de la machine

$r_{T_{XX}} = 1\mu\text{m}$	$r_{T_{YX}} = 1\mu\text{m}$	$r_{T_{ZX}} = 1\mu\text{m}$
$r_{T_{xy}} = 1\mu\text{m}$	$r_{T_{yy}} = 1\mu\text{m}$	$r_{T_{zy}} = 1\mu\text{m}$
$r_{T_{xz}} = 1\mu\text{m}$	$r_{T_{yz}} = 1\mu\text{m}$	$r_{T_{zz}} = 1\mu\text{m}$
$r_{R_{XX}} = 2'' \text{ d'arc}$	$r_{R_{YX}} = 2'' \text{ d'arc}$	$r_{R_{ZX}} = 5'' \text{ d'arc}$
$r_{R_{xy}} = 2'' \text{ d'arc}$	$r_{R_{yy}} = 2'' \text{ d'arc}$	$r_{R_{zy}} = 5'' \text{ d'arc}$
$r_{R_{xz}} = 2'' \text{ d'arc}$	$r_{R_{yz}} = 2'' \text{ d'arc}$	$r_{R_{zz}} = 5'' \text{ d'arc}$

En chaque point connu par le couple (X_R, Z_R) , on détermine le tenseur de résolution R , on trouve par exemple pour $Z_R = X_R = 0.5$ mètre :

$$[R] = \begin{bmatrix} 16.8 & -0.137 & -0.138 \\ -0.137 & 10.7 & -5.43 \\ -0.138 & -5.43 & 6.9 \end{bmatrix}$$

On en déduit alors le faisceau d'incertitude $r_{\xi_{MN}}$ autour du point considéré. Chaque case du tableau 25 comporte les valeurs minimale et maximale d'incertitude de positionnement au point considéré.

Tableau 25 : Incertitude de positionnement du point fonctionnel d'une machine

	$X_R(m)$	0			0.25			0.5			0.75			1		
		$r_{\xi_{MN}}$	α	β	$r_{\xi_{MN}}$	α	β	$r_{\xi_{MN}}$	α	β	$r_{\xi_{MN}}$	α	β	$r_{\xi_{MN}}$	α	β
$Z_R(m)$	Min	1.7 μ	50°	110°	1.8 μ	50°	130°	2.2 μ	90°	0°	2.2 μ	90°	0°	2.2 μ	90°	0°
	Max	2.2 μ	110°	10°	3.4 μ	0°	10°	5.4 μ	0°	10°	7.7 μ	0°	10°	10 μ	0°	10°
	0.25	1.8 μ	qq	90°	2.4 μ	90°	50°	2.8 μ	90°	90°	2.9 μ	90°	20°	2.9 μ	90°	10°
		3.5 μ	135°	0°	4.3 μ	0°	0°	6 μ	0°	0°	8.1 μ	0°	0°	10.4 μ	0°	0°
	0.5	1.8 μ	qq	90°	2.5 μ	90	70°	13.5 μ	90°	50°	4.1 μ	90°	40°	4.4 μ	90°	30°
		6.5 μ	135°	0°	7 μ	0°	0°	8.2 μ	0°	0°	9.8 μ	0°	0°	11.8 μ	0°	0°
	0.75	1.8 μ	qq	90°	2.5 μ	90°	80°	3.7 μ	90°	70°	4.9 μ	90°	60°	5.6 μ	90°	40°
		9.8 μ	135°	0°	10.1 μ	0°	0°	11 μ	0°	0°	12.3 μ	0°	0°	13.9 μ	0°	0°
	1	1.8 μ	qq	90°	2.5 μ	qq	90°	13.9 μ	90°	70°	5.1 μ	90°	65°	6.3 μ	90°	60°
		9.9 μ	135°	0°	13.4 μ	0°	0°	14.1 μ	0°	0°	15.1 μ	0°	0°	16.4 μ	0°	0°

D'après les résultats du tableau 25, on constate que les plus grandes incertitudes de positionnement sont obtenues quand on palpe la pièce par une approche horizontale, parallèle au premier axe de la machine ($\alpha = \beta = 0^\circ$), on peut alors obtenir jusqu'à 16 μm en bouts de glissières.

Donc le tenseur de résolution permet d'évaluer l'effet des erreurs aléatoires d'une MMT, et pour minimiser de manière conséquente les défauts inhérents à la technologie des machines, il faut toujours chercher la bonne stratégie de palpéage.

4: Conclusion

A l'évidence, on montre avec les valeurs des défauts des cas traités au cours de ce chapitre les limites des relations établies. Ces limites sont toujours largement éloignées des cas réels de machine.

Les hypothèses de petits déplacements et d'approximation du 1^{er} ordre ont permis d'établir un pont entre la méthode externe et la méthode directe : relations R_2 . Ces relations peuvent être utilisées pour analyser, en dimension 2, les variations des défauts de base lorsqu'on effectue une vérification périodique par une mesure.

Elles permettent, en outre de comparer l'ordre de grandeur de la précision nécessaire dans le mesurage des défauts de la machine, par rapport à la précision nécessaire des composantes du tenseur métrique, et ceci lorsqu'on veut obtenir des corrections logicielles comparables.

La comparaison des méthodes externe et directe a permis non seulement de montrer que les écarts obtenus pour les machines actuelles étaient de l'ordre du centième de micron, mais aussi qu'il était parfaitement envisageable d'étalonner une machine par la mesure d'une longueur. Les relations R_3 , R_4 , et R_6 sont établies en dimension 3, on peut donc effectuer une compensation logicielle pour le point d'étalonnage d'une machine tridimensionnelle.

Par contre la relation R_5 n'a été démontrée qu'en dimension 2. La compensation logicielle, avec changement de palpeur, est donc effective pour les machines bidimensionnelles et dans des plans horizontaux et verticaux des machines tridimensionnelles.

En conclusion, nous pouvons dire que la précision de l'étalonnage dépend de la précision de mesurage des défauts de base pour la méthode externe et de la précision de calcul des composantes du tenseur métrique pour la méthode directe. On a vu, en traitant quelques simulations des défauts de machines, que les ordres de grandeurs de la précision sont de $2E-6$ pour les composantes du tenseur métrique, $1E-6$ pour les défauts d'échelles et 0.4 seconde d'arc pour les défauts de base angulaires.

Enfin nous avons utilisé le tenseur de résolution pour la détermination du volume d'imprécision autour du point fonctionnel d'une machine à mesurer, ce volume est du aux incertitudes des défauts géométriques mesurés par des appareils externes.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Au cours de la mise en perspective du sujet traité, on montre qu'une démarche qualité pour le contrôle dimensionnel des pièces nécessite d'étudier chaque élément de l'ensemble suivant : (opérateurs, machines, environnement, algorithmes, méthodes). En effet, une pièce est acceptée si, à la première vérification effectuée par une instance donnée de cet ensemble, le résultat du mesurage de chaque cote est une valeur qui appartient à l'intervalle de tolérance spécifié sur le dessin de définition. La réduction des erreurs passe alors par :

Une formation adéquate des opérateurs.

Une norme de référence pour les algorithmes d'identification de surfaces et pour les méthodes.

Une modélisation fine de la machine qui tienne compte de son environnement en vue d'une compensation informatique des erreurs.

L'objectif est alors de montrer que, par principe de construction, la machine ne peut fournir aux algorithmes d'identification des surfaces que des valeurs de mesurage entachées d'erreurs qui lui sont propre. Pour atteindre l'objectif de quantification des erreurs on a utilisé la démarche suivante : Modélisation des erreurs-Analyse des méthodes de réduction des erreurs-Relations entre ces méthodes-Limites des méthodes-Calcul des limites.

Dans le chapitre 1 nous avons essayé d'étudier la conséquence de la configuration des MMT sur l'erreur globale, et nous avons modélisé cette dernière par la somme d'une erreur de justesse et d'une erreur de répétabilité.

Au chapitre 2 nous avons développé les méthodes externes d'étalonnage des MMT basées sur le modèle de composition des 21 erreurs géométrique.

Au chapitre 3 nous avons modélisé une machine bidimensionnelle, et nous avons considéré qu'une machine tridimensionnelle est un empilement de machines bidimensionnelles.

Au chapitre 4, nous avons établi des liens mathématiques entre les méthodes directe et externe. Nous avons alors établi un lien mathématique entre les défauts de base des MMT, connus par des moyens de contrôle externes, et le tenseur métrique de la machine, connu par un mesurage direct d'un artefact de référence.

Ensuite, aux paragraphes 2.2 et 2.3 du chapitre 4, Nous avons exprimé :

Le champ de déplacement au point d'étalonnage.

Le champ de déplacement au point fonctionnel qui intègre le changement de palpeur.

Nous pouvons alors effectuer une compensation logicielle de la MMT.

Deux perspectives, qui se complètent, sont envisageables pour la suite des travaux du chapitre 4 :

- La première, basée sur une recherche théorique, serait la détermination du champ de déplacement, au point fonctionnel, ainsi que l'élaboration des relations entre les 21 défauts de base et le champ du tenseur métrique, pour une machine tridimensionnelle.

- La deuxième, basée sur une recherche expérimentale, serait de déterminer les composantes du tenseur métrique, dans un plan de machine tri-dimensionnelle, par les deux méthodes. L'une directe par la mesure d'un artefact, l'autre externe par la mesure des défauts de base.

Nous avons montré ainsi, compte tenu des précisions souhaitées, l'intérêt de la méthode directe couplée à une modélisation curviligne par rapport aux méthodes externe actuellement employées : coût financier moindre et durée d'étalonnage courte pour une précision équivalente.

Au chapitre 5, Nous avons déterminé les limites des méthodes, au paragraphe 1 de ce chapitre, nous avons posé les hypothèses de travail :

Nous nous appuyons sur les paragraphes «modélisation des erreurs » et «influence de l'effet d'ABBE » du chapitre 1, portant sur les méthodes d'évaluation de la précision , ainsi que sur le paragraphe 2.1 « Modélisation d'une glissière » du chapitre 3, portant sur le calcul des erreur systématiques. Nous considérons que les valeurs moyennes des «pseudo-translations » sont nulles. Nous associons à la notion de résolution la notion de variance de variables aléatoires. Nous introduisons ainsi la notion de «pseudo-translation ». Ensuite Nous nous appuyons, sur la modélisation mathématique de l'incertitude de position, proposée par A. Clément qui introduit la notion de «tenseur de résolution d'un solide ».

Nous modélisons ainsi, l'incertitude de position d'un point quelconque d'un solide en fonction de la connaissance :

Soit de l'incertitude de position de six points du solide dans six directions indépendantes.

Soit des petits déplacement d'un point du solide et des petites rotations du solide autour de ce point.

Enfin nous généralisons la notion de tenseur de résolution à un système mécanique composé de solide en «pseudo-translation » montés en série.

Nous considérons, pour la modélisation de la machine, que les glissières sont perpendiculaires entre elles.

Nous associons aux six fonctions de position de chaque coulisseau, six variables aléatoire de moyenne nulle et d'écart type non nul. Nous pouvons alors quantifier l'incertitude de position du point fonctionnel de la MMT en fonction des critères suivants :

Paramètre des «pseudo-translation »,

Position du point fonctionnel (le centre de la bille de palpé).

Nous déterminons ainsi un volume autour du point fonctionnel : c'est le volume de l'erreur aléatoire. Nous déterminons alors l'imprécision de positionnement du point fonctionnel dans n'importe quelles directions.

Une perspective envisageable qui complète les travaux du chapitre 5, est la conséquence de l'incertitude de mesure sur les caractéristiques d'une pièce mécanique.

Nous concluons le chapitre 5 par l'application de résultat à l'effet du degré de précision des moyens externes d'étalonnage sur l'imprécision de positionnement du point fonctionnel d'une MMT du type portique. Nous avons constaté qu'une MMT d'un mètre cube de travail, vérifiée aux limites d'utilisation, des appareils classiques d'étalonnage, donne une incertitude sur la mesure comprise entre 3 et 5 microns au centre de la machine et 10 microns aux extrémités des axes de glissières.

Enfin au chapitre 6 nous avons mis en pratique les deux approches externe et directe pour la mesure des erreurs systématiques d'une MMT, et nous avons comparé des écarts de mesures calculés par l'approche externe et directe, nous montrons avec les valeurs des défauts du cas traité au cours de ce chapitre les limites des relations établies. Ces limites sont toujours largement éloignées des cas réels de machines.

Les hypothèses des petits déplacements et d'approximations du 1^{er} ordre ont permis d'établir un pont entre la méthode externe et la méthode directe : Relation R_2 . Ces relations peuvent être utilisées pour analyser, en dimension 2, les variations des défauts de base lorsqu'on effectue une vérification périodique par une mesure directe.

Elle permette, en outre de comparer l'ordre de grandeur de la précision nécessaire dans le mesurage des défauts de la machine, par rapport à la précision nécessaire des composantes du tenseur métrique, et ceci lorsque l'on veut obtenir des corrections logicielles comparables.

Dans cette thèse, les défauts de base utilisés pour la détermination des écarts sont issus de mesures effectivement réalisées. Les défauts de base sont ceux d'une machine GAMMA série 01.01, fabriquée par la société D.E.A. La mesure des défauts a été conduite par la filiale Amérique du Nord de D.E.A à Détroit U.S.A en Septembre 1990.

Pour la validation de la méthode directe sur des MMT modernes de type portique (ECLIPS), nous avons réalisé une barre à boule et une étoile de six branches. D'après les mesures effectuées sur L'ECLIPS et GAMMA nous avons constaté que la méthode directe couplée à la modélisation curviligne est efficace pour la correction des erreurs systématiques à condition de choisir une distance de mesure compatible avec le degré de précision des MMT. Le traitement des points de la barre à boule, l'étoile et les cales étalons sont effectuées par le logiciel **UMESS SOUS UNIX** de la firme **ZEISS** et tester par le logiciel **LOG3D SOUS WINDOW** proposé par nous et réalisé en juin 99 par les élèves de la promotion sortante (voir en annexe 3).

Enfin, la précision de l'étalonnage dépend de la précision de mesurage des défauts de base pour la méthode externe et de la précision de calcul des composantes du tenseur métrique pour la méthode directe. Nous avons vu, en traitant quelques simulations des défauts de machines, que les ordres de grandeurs de la précision sont de $2E-6$ pour les composantes du tenseur métrique, $1E-6$ pour les défauts d'échelles et 0.4 seconde d'arc pour les défauts angulaires.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **D.PERSONNE**. Machine à mesurer tridimensionnelles et robots de mesure. Article, Revue Française de Mécanique N°1991-1
- [2] **J.M.Linares ; J.M.SPRAUE**. Processus élémentaire de mesure tridimensionnelle. Article. Revue contrôle industriel N°212. Juin 1998.
- [3] **C.Perruchet et M.Priel**. Convergence entre la norme ISO 5725 : « Exactitude des résultats et méthodes de mesure » et le guide pour l'expression de l'incertitude de mesure. Revue contrôle industriel N°215 novembre 1998.
- [4] **DAVID JM**. Article. Apports de la machine à mesurer tridimensionnelle dans une politique moderne de cotation et de contrôle des pièces mécaniques. Bulletin d'information du BNM, vol 15 NR. 1984. France.
- [5] **Guy Chambron , Chistian Meyer**. Mesure Tridimensionnelle. Edition de la conceptique .p10-16. Ouvrage hors série. 1999. France.
- [6] **Norme.AFNOR E11 150**. Spécifications des caractéristiques métrologiques. 1986.
- [7] **S. DAVID**. Article. Caractéristiques principales des machines à mesurer par coordonnées. Machine production N° spécial Octobre. 1987
- [8] **P. Bourdet**. Contribution à la mesure tridimensionnelle, Méthodes d'identification géométriques des surfaces. Métrologie fonctionnelle des pièces mécaniques. Correction géométrique des machines à mesurer tridimensionnelle. Thèse de doctorat d'état .Université de Nancy1. Juin 1987.
- [9] **Paul de Faget de Casteljau** . Le lissage. Livre . p15-19.Hermes. 1990.
- [10] **K . Hermann Breyer , Heidenheim**. Dans quelles situations la correction par ordinateur est -elle un atout ? IMT-Symposium .ZEISS .West Germany 1987.
- [11] **K.Schepperle, R .Zeller** . Réception des centres de mesure 3D .IMT Symposium .West Germany .ZEISS .1987.
- [12] **Nawara** . Analysis of the random component of multicoordinate measuring machines and metrological robots position error. Article. Annals of the CIRP Vol 36.1. 1987.
- [13] **CIRP** . A proposal for defining and specifying the dimensional uncertainty of multi-axis measuring machines .Conférence. Annals of the CIRP Vol 27.2. 1978.
- [14] **J David** ; Apport de l'électronique à la métrologie tridimensionnelle. Article .Qualioté revue pratique de contrôle Ind. 1981.
- [15] **J.M.DAVID.THIERRY COORVITS**. Les limites de la correction par logiciel des erreurs de géométrie des machines a mesurer tridimensionnelles, définition d'une architecture nouvelle de machine. Congrès international de métrologie 19-20-21. Octobre 1993.
- [16] **Bryan** . Design and construction of an ultra precision 84 inch diamond turning machine. Article . Precision engineering 1979 Vol 1. 1979.
- [17] **A Shimokohbe H Aoyama et Watanabe** . A high precision straight motion system. Article . Precision engineering. Vol 8 . Juillet. 1986.
- [18] **Ahmad K. Elshennawy ,Inyong Ham, and Paul H.Cohen**. Evaluating the Performance of Coordinate Measuring Machine. Quality Progress january. 1988. p 59à 65.
- [19] **W de Bruin** ; Dimensional stability of Matériels for métrological and structural Applications. Article .Précision engineering Whorkshop Cincin. 1986.
- [20] **SZ Abdin ,RK Shenoy et ME Visveswaran**. Investigation of granite as a material for metrology aids. Article. Précision engineering Whorkshop Cincin. 1986.
- [21] **J.Ni P.S.Huang, and S.M.WU** A Multi-degree -of-freedom measuring system for CMM Geometric errors .Departement of Mechanical Engineering and Applied Mechanics .Universty of Michigan .Ann Arbor, Michigan. ASME 1991

- [22] **F.jouy**. Contribution à la modélisation et à l'identification des défauts géométriques des machines à coordonnées. Application au Contrôle Intégré en atelier flexible. I.S.M.C.M. France.1987.
- [23] **PRIEL M.** Réflexions sur l'estimation des incertitudes des mesures de longueur a l'aide d'une machine a mesurer par coordonnées. Bulletin BNM n° 92 avril 1993,p.21-31.
- [24] **Jean-Paul MATHIEN**. Contrôle des machines à mesurer. Technique de l'ingénieur. R1318-1.
- [25] **W Tyler Estler** ; Calibration and use of optical straightedges in the metrology of precision machines .Article. Optical Engineering Vol 24 N°3 Juin 1985.
- [26] **J.H.CHO, M.W.CHO and K. KIM**. Volumetric error analysis of a multi-axis machine tool , machining a sculptured surface worpiece. Revision received january 1993.Département of Mechanical Engineering , University of Illinois at Chicago 60680 USA.
- [27] **A.Clément**.Thèse 3° cycle. Structure algébrique des mécanismes en vue de la conception assistée par ordinateur ; Université Nancy1 .1979.
- [28] **NORME EUROPEENNE** ..Evaluation des performances des machines à mesurer tridimensionnelles. EN ISO 10360-2 : 1994.
- [29] **W.Knapp S.Hrovat** . Le test circulaire pour le contrôle de machine-outils à commande numérique.Livre . 1986.
- [30] **W.Knapp** ; Circular test for three coordinate measuring machines and machine tools ; Precision engineering Vol 5 N° 3 Juillet 1983.
- [31] **J Bryan** ; A simple methode for testing measuring machines and machines tools parts1 ; Precision engineering Vol 4 N° 2 Avril 1982.
- [32] **J Bryan** ; A simple methode for testing measuring machines and machines tools parts2 ; Precision engineering Vol 4 N° 3 Juillet 1982.
- [33] **Y Kakino Y Ihara Y Nakatsu** ; The measurement of motion Errors of NC Machine Tools and diagnosis of their Origins by using Telescoping Magnetic Ball Bar Method .Article Annals of the CIRP Vol 36/1/87.1987.
- [34] **A.Clément**. Thèse d'état . Identification et généralisation de courbes discrétisées dans un univers mécanique imprécis. (ISMCM. Saint-ouen .France) .1982.
- [35] **JB Bryan**.The Abbe principle revisited an update interpretation .Article. Precision Engineering Vol 1,N°3.1979.
- [36] **Germain** . Cours de mécanique : dynamique du point et des systèmes matériels.Livre p12-p39.1970.
- [37] **T.COOREVITS , J.M.DAVID** Incertitudes de mesure sur les machines à mesurer tridimensionnelles : approche par une méthode de Monte-Carlo. Bulletin BNM , n° 97 . JUILLET 1994.
- [38] **T.Coorevits** .Contribution aux techniques d'auto-calibrage appliquées aux MMT.Thèse .ENSAM.Lille.1990.
- [39] **M.Kerguignas ,G .Caignaert** . Résistance des matériaux, Dunod université,Livre .p40-p50. 1977.
- [40] **P Bourdet A .Clément**.Congrés. Controlling a Complex Surface with a 3 axes measuring machine.Annals of the CIRP Paris Vol 25/1/1976.
- [41] **A.Clément** . The résolution of positionning solids .Article .Annals of the CIRP Stanford Vol 40 /1/1991.
- [42] **A.Clément**. Principe d'Abbe généralisé.Article.Technologie et formation .1990.
- [43] **P.Chollet A.Clément H.Kunzmann** .Conférence .A modern Version of Abbe Principle, CIRP Trondheim Aout 1989.
- [44] **A.Lichnerowicz** . Algèbre et analyse linéaire. Livre p41-56.Masson .1970
- [45] **Laboureur Chossat Cardot** . Définition et propriétés des tenseurs en coordonnées rectiligne et curviligne.Livre p12-45.1970.

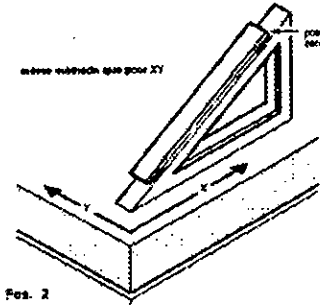
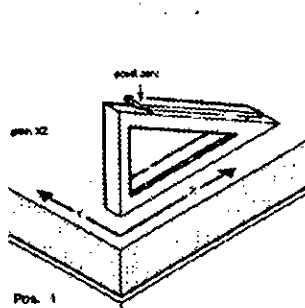
- [46] **T.Coorvts, J.M.DAVID.** Le contrôle tridimensionnel.Techno-Nathan. Livre .p11-23. 1991.
- [47]**M.BOUAZIZ** : Contribution au contrôle des engrenages sur une machine à mesurer tridimensionnelle.Thèse de doctorat.Décembre 1995.ENP Alger.
- [48]**H.Kunzmann et F .Waldele** . Performance of CMMs .Article.Annals of the CIRP Vol 37/2/1988.

ANNEXE 1 : CONSTAT DE VERIFICATION D'UN CENTRE DE MESURE 3D

PAR LA MESURE DE CALES ETALONS

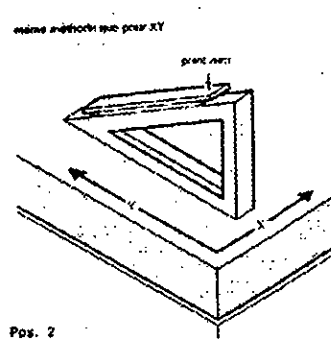
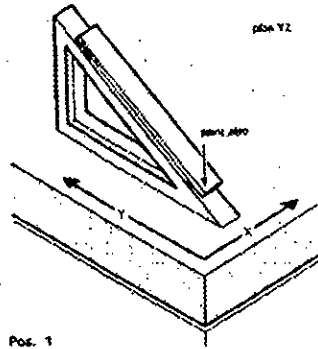
1.1 : Estimation des Erreurs d'orthogonalités d'une MMT Type UMM850

Les erreurs d'orthogonalité sont déterminées en mesurant des cales étalons en diagonale dans le plan XZ et en répétant la mesure après les avoir tournées de 180°	Réception de l'orthogonalité en mesurant des cales étalons
	Erreur d'orthogonalité: $x W z = -0,809''$



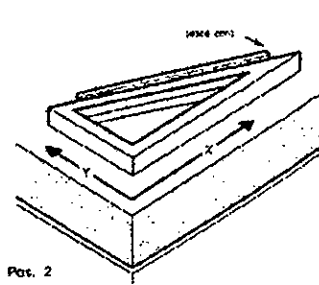
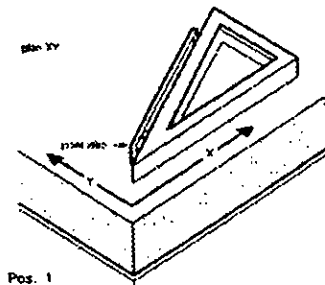
Erreurs d'orthogonalités entre l'axe X et Z

Les erreurs d'orthogonalité sont déterminées en mesurant des cales étalons en diagonale dans le plan YZ et en répétant la mesure après les avoir tournées de 180°	Réception de l'orthogonalité en mesurant des cales étalons
	Erreur d'orthogonalité: $y W z = -0,2816''$



Erreurs d'orthogonalités entre l'axe Y et Z

Les erreurs d'orthogonalité sont déterminées en mesurant des cales étalons en diagonale dans le plan XY et en répétant la mesure après les avoir tournées de 180°	Réception de l'orthogonalité en mesurant des cales étalons
	Erreur d'orthogonalité: $y W x = +0,4518''$



*

Centres de mesure 3D à portique

LE 19-01-99

**MARQUE UMM 850
N-88180**

CLIENT: ETS YVON BOYER

**ZA LA CAVE HAUTE
45320 SAINT HILAIRE LES ANDRESIS**

The logo consists of the word "ZEISS" in a bold, white, sans-serif font, centered within a black rectangular background that has a curved bottom edge.

Constat de vérification:

selon normes VDE-VDI 2617/EII 150

2

Eléments utilisés: cales étalons: 100/200/300/400 et 500 mm
bague étalon: diamètre 50 mm

Orthogonalité

Parallélisme de la traverse

3

Orthogonalité plan XY

4

Orthogonalité plan YZ

5

Orthogonalité plan XZ

6

Précision

Mesure de cales-étalons suivant l'axe X (position 1)

7

Mesure de cales-étalons suivant l'axe X (position 2)

8

Mesure de cales-étalons suivant l'axe Y (position 1)

9

Mesure de cales-étalons suivant l'axe Y (position 2)

10

Mesure de cales-étalons suivant l'axe Z

11

Cale de 500 mm dans l'espace suivant deux diagonales

12

Réception du scanning dans le plan XY

13

Réception du scanning dans le plan XZ

14

Réception du scanning dans le plan YZ

15

Appendice

Valeurs certifiées des cales-étalons utilisées

16

Observation Ce document ne peut être utilisé en lieu et place d'un certificat d'étalonnage.

La reproduction de ce constat n'est autorisée que sous la forme de fac-similé photographique intégral.

Ce document est réalisé conformément à la norme NF X 07-011 définissant le constat de vérification.



Type de machine: VIII 030

Type d'Alimetre: 2

N° de série: 88180

N° de série: _____

Client: Etz YVON BOYER

ZA La Cave haute

45320 SAINT HILAIRE LES ANDRESIS

Fournisseur: **Carl Zeiss**
73446 Oberkochen

Le centre de mesure en objet a été contrôlé par Carl Zeiss chez l'utilisateur. Les contrôles et les mesures qui sont nécessaires pour vérifier que les critères de qualité et la précision de mesure exigés sont bien donnés, ont été effectués de façon conforme et sont documentés dans les protocoles en annexe.

Le commettant atteste que
 la maintenance
 la mise en service

du centre de mesure a été effectuée, que les contrôles et les mesures ont été exécutés et certifié avoir reçu le procès-verbal de contrôle.

L'équipement objet de ce constat de vérification est conforme
non conforme

aux normes du constructeur compte tenu des incertitudes de mesure

Divers: Mesures de Cales
RAS

Fait à : Saint Hilaire

le: 19 janvier 1994

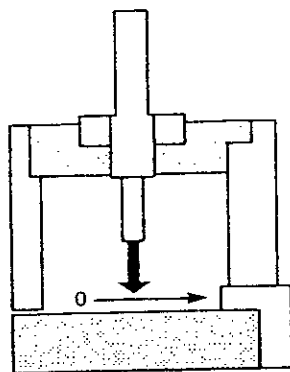
Pour le commettant:
[Signature]

Pour Carl Zeiss, Oberkochen:
[Signature]
C. MORUCC



Orthogonalité

Parallélisme de la traverse



Position du déplacement

Y = 300 mm

Longueur de mesure

X = 850 mm

Déplacement xTz

=====
 DATE : 24.11.1996 NOM-PE: REWI/YZ - 500 MM - No PCB: - 2
 ADR: RAP: ELEMENT: REP: SY: VAL: MESURE: NOMINALE: TOL. SUP: TOL. INF: ECART: | K.T.
 =====

PIN CYCLE - CNC

=====
 A1 0 DEG 0 MIN -2.60 SEC
 A2 0 DEG 0 MIN - .30 SEC
 =====



CONSTAT DE VERIFICATION N° 60/1662

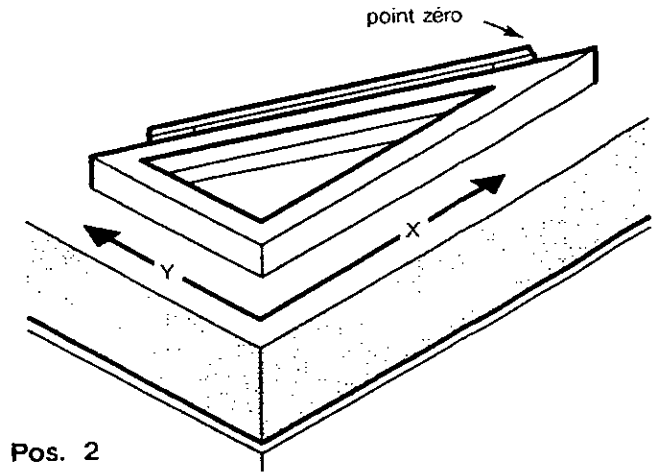
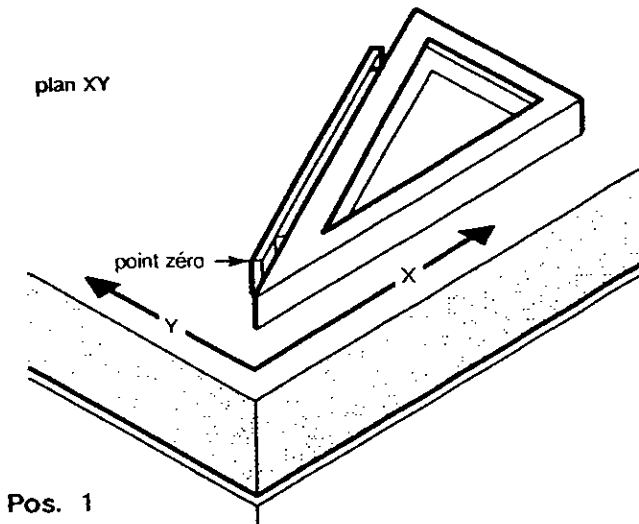
page
3

Les erreurs d'orthogonalité sont déterminées en mesurant des cales étalons en diagonale dans le plan XY et en répétant la mesure après les avoir tournées de 180°

Reception de l'orthogonalité en mesurant des cales étalons

Erreur d'orthogonalité:

$$y W x = \dots + 0,1518 \dots$$



DE	REP	SY	VAL.MESURE	NOMINAL	TOL SUP	TOL INF	EGART	H.T
2		Y	-4.7749					
		A1	-0.4277					
		A2	-34.3887	-35.0000	5.0000	-5.0000	0.6113	-
11	9	DIST	499.9991	500.0000	0.5000	-0.5000	-0.0009	-
14	12	DIST	499.9990	500.0000	0.5000	-0.5000	-0.0010	-
17	15	DIST	499.9992	500.0000	0.5000	-0.5000	-0.0008	-
	18	DIST	499.9990	500.0000	0.5000	-0.5000	-0.0010	-
	21	DIST	499.9993	500.0000	0.5000	-0.5000	-0.0007	-
24		MOY	499.9991	500.0000	0.5000	-0.5000	-0.0009	-
32		Y	-2.7454					
		A1	-0.4727					
		A2	34.3884	35.0000	5.0000	-5.0000	0.6116	-
41	39	DIST	499.9996	500.0000	0.5000	-0.5000	-0.0004	-

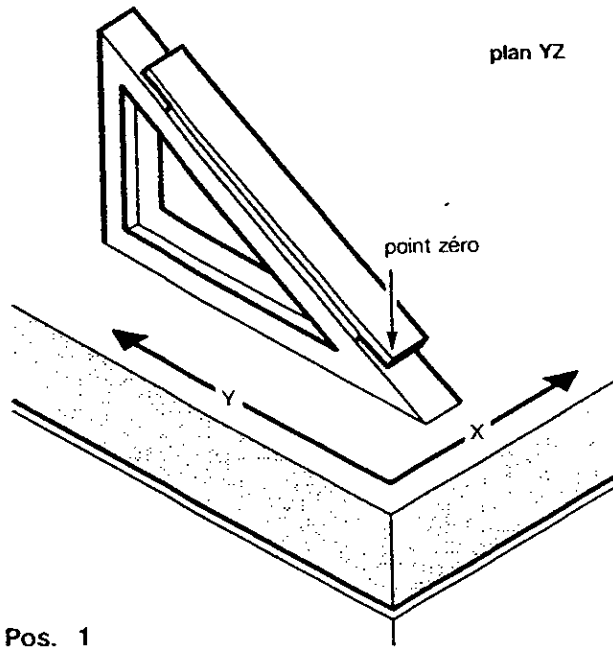


Les erreurs d'orthogonalité sont déterminées en mesurant des cales étalons en diagonale dans le plan YZ et en répétant la mesure après les avoir tournées de 180°

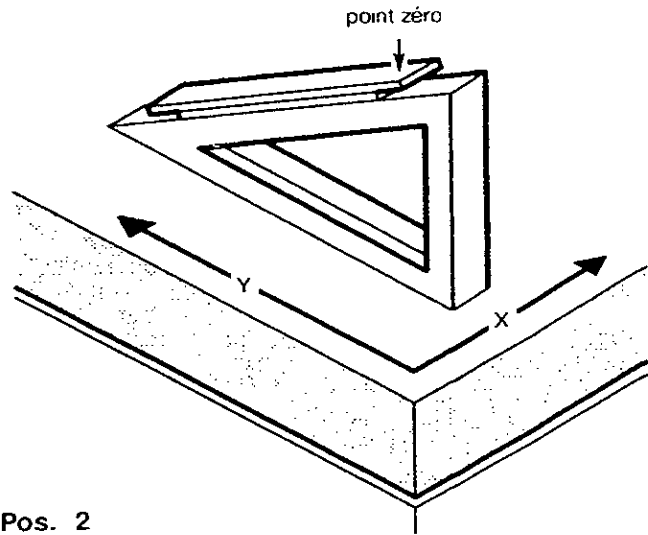
Réception de l'orthogonalité en mesurant des cales étalons

Erreur d'orthogonalité:

$$y W z = \dots\dots 0,2816''$$



même méthode que pour XY



NO	DEF	ELEMENT	REP	SY	VAL. MEASUREE	NOMINALE	TOL. SUP	TOL. INF	ECART	R.C
1		SURFACE		Z	-1.8036					
		X/Z		A1	-0.2501					
		Y/Z		A2	-35.0116	-35.0000	5.0000	-5.0000	-0.0116	-
11	9	DIST 10		Y	500.0006	500.0000	0.5000	-0.5000	0.0006	+
14	12	DIST 13		Y	500.0006	500.0000	0.5000	-0.5000	0.0006	+
17	15	DIST 16		Y	500.0006	500.0000	0.5000	-0.5000	0.0006	+
	18	DIST 19		Y	500.0006	500.0000	0.5000	-0.5000	0.0006	+
21	21	DIST 22		Y	500.0006	500.0000	0.5000	-0.5000	0.0006	+
24		MOY		Y	500.0006	500.0000	0.5000	-0.5000	0.0006	+
31		SURFACE		Z	5.4066					
		X/Z		A1	0.1726					
		Y/Z		A2	35.0111	35.0000	5.0000	-5.0000	0.0111	-
41	39	DIST 40		Y	500.0006	500.0000	0.5000	-0.5000	0.0006	+

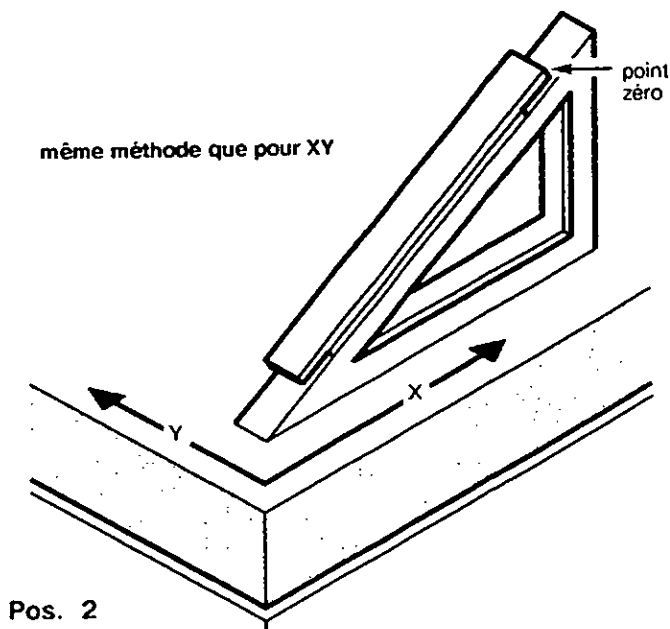
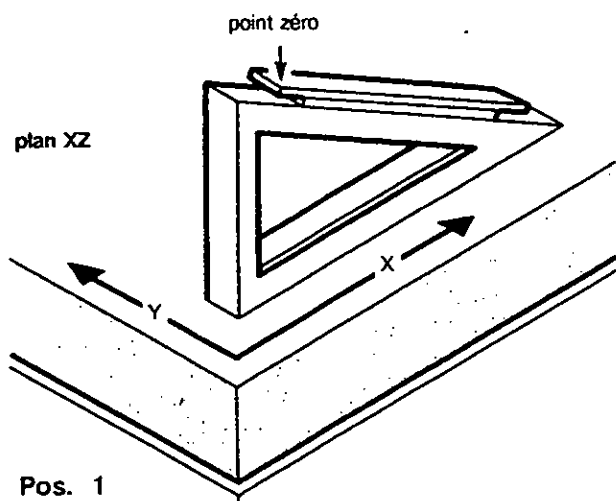


Les erreurs d'orthogonalité sont déterminées en mesurant des cales étalons en diagonale dans le plan XZ et en répétant la mesure après les avoir tournées de 180°

Réception de l'orthogonalité en mesurant des cales étalons

Erreur d'orthogonalité:

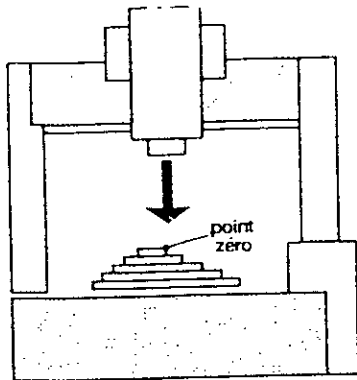
$x W z = \dots 0,009 \dots$



ADR	REP	ELEMENT	REP	SY	VAL. MESURE	NOM. NALE	TOL. SUP.	TOL. INF.	ECART	H.T
2		SURFACE	Z		5.9023					
		X/Z	A1		35.0107	35.0000	5.0000	-5.0000	0.0107	-
		Y/Z	A2		-0.2434					
11	9	DIST 10	X		499.9999	500.0000	0.5000	-0.5000	-0.0001	-
14	12	DIST 13	X		499.9998	500.0000	0.5000	-0.5000	-0.0002	-
17	15	DIST 16	X		499.9998	500.0000	0.5000	-0.5000	-0.0002	-
	18	DIST 19	X		499.9999	500.0000	0.5000	-0.5000	-0.0001	-
20	21	DIST 22	X		499.9998	500.0000	0.5000	-0.5000	-0.0002	-
24		MOY	X		499.9998	500.0000	0.5000	-0.5000	-0.0002	-
32		SURFACE	Z		5.1372					
		X/Z	A1		-35.0108	-35.0000	5.0000	-5.0000	-0.0108	-
		Y/Z	A2		0.2384					
41	39	DIST 40	X		499.9997	500.0000	0.5000	-0.5000	-0.0003	-



Précision



Mesure de cales-étalons suivant l'axe X

Coefficients de dilatation

Cales-étalons ... 11,5 ... x 10⁻⁶ $\frac{1}{^{\circ}\text{C}}$
 Règles ... 7,8 ... x 10⁻⁶ $\frac{1}{^{\circ}\text{C}}$

Températures

Cales-étalons ... 20,0 ... °C
 Règles ... 20,2 ... °C

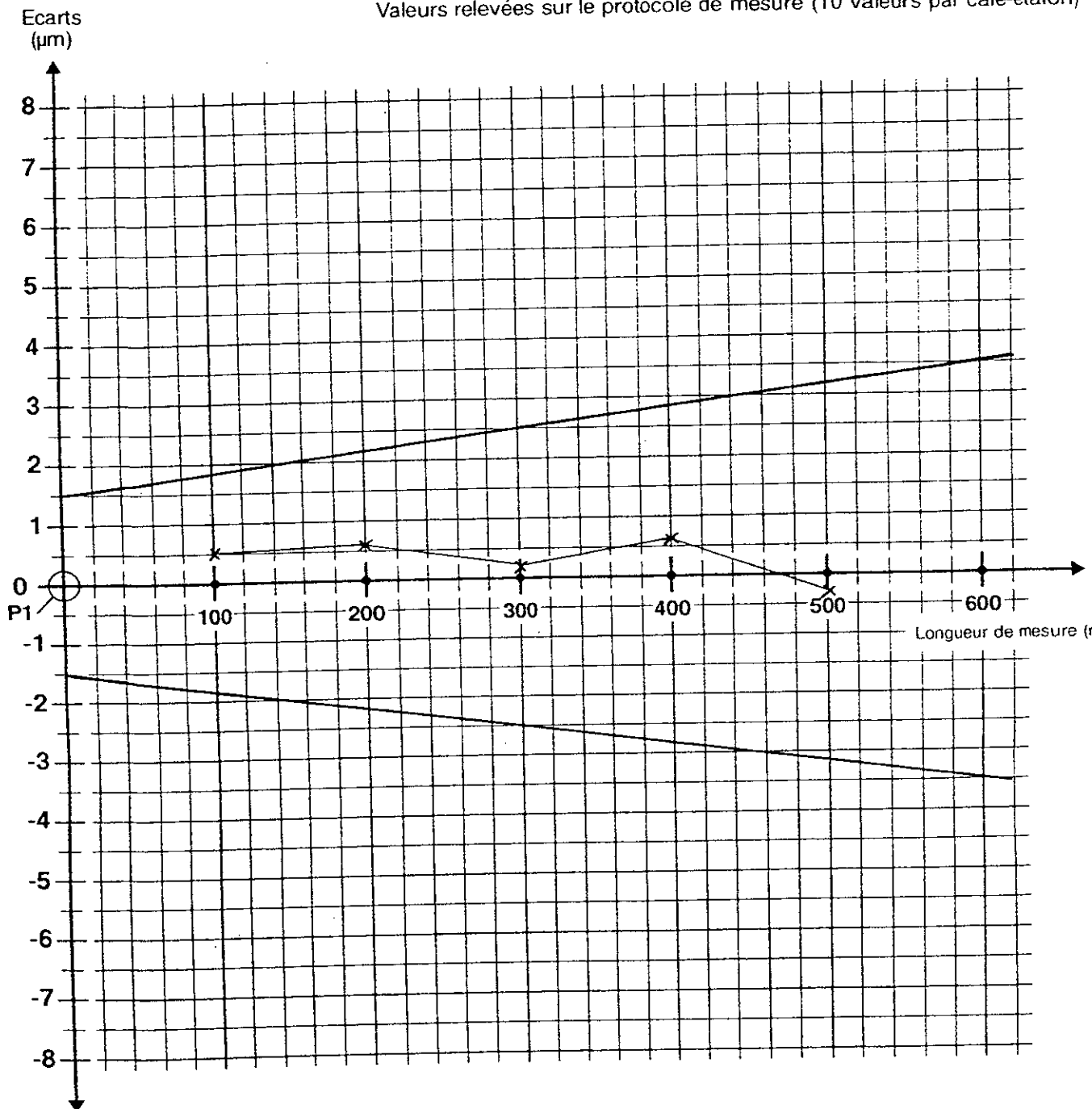
Insécurité de mesure de longueur:

$$l_{95} = [\dots \underline{1,5} \dots + \frac{\underline{4}}{\underline{300}} \dots] \mu\text{m}$$

Valeur de la correction thermique:

..... / $\frac{\mu\text{m}}{\text{m}}$

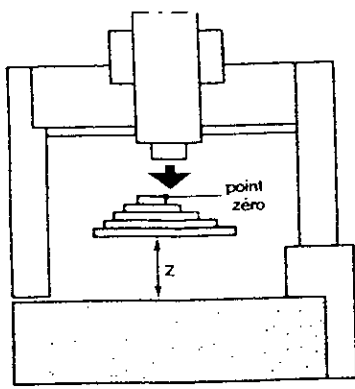
Valeurs relevées sur le protocole de mesure (10 valeurs par cale-étalon)



CONSTAT DE VERIFICATION N°

60/1662

Précision



$z = 440$ mm

Mesure de cales-étalons suivant l'axe X

Coefficients de dilatation
 Cales-étalons $11,5 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$
 Règles $7,8 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$

Températures
 Cales-étalons $20,1^\circ\text{C}$
 Règles $20,1^\circ\text{C}$

Insécurité de mesure de longueur:

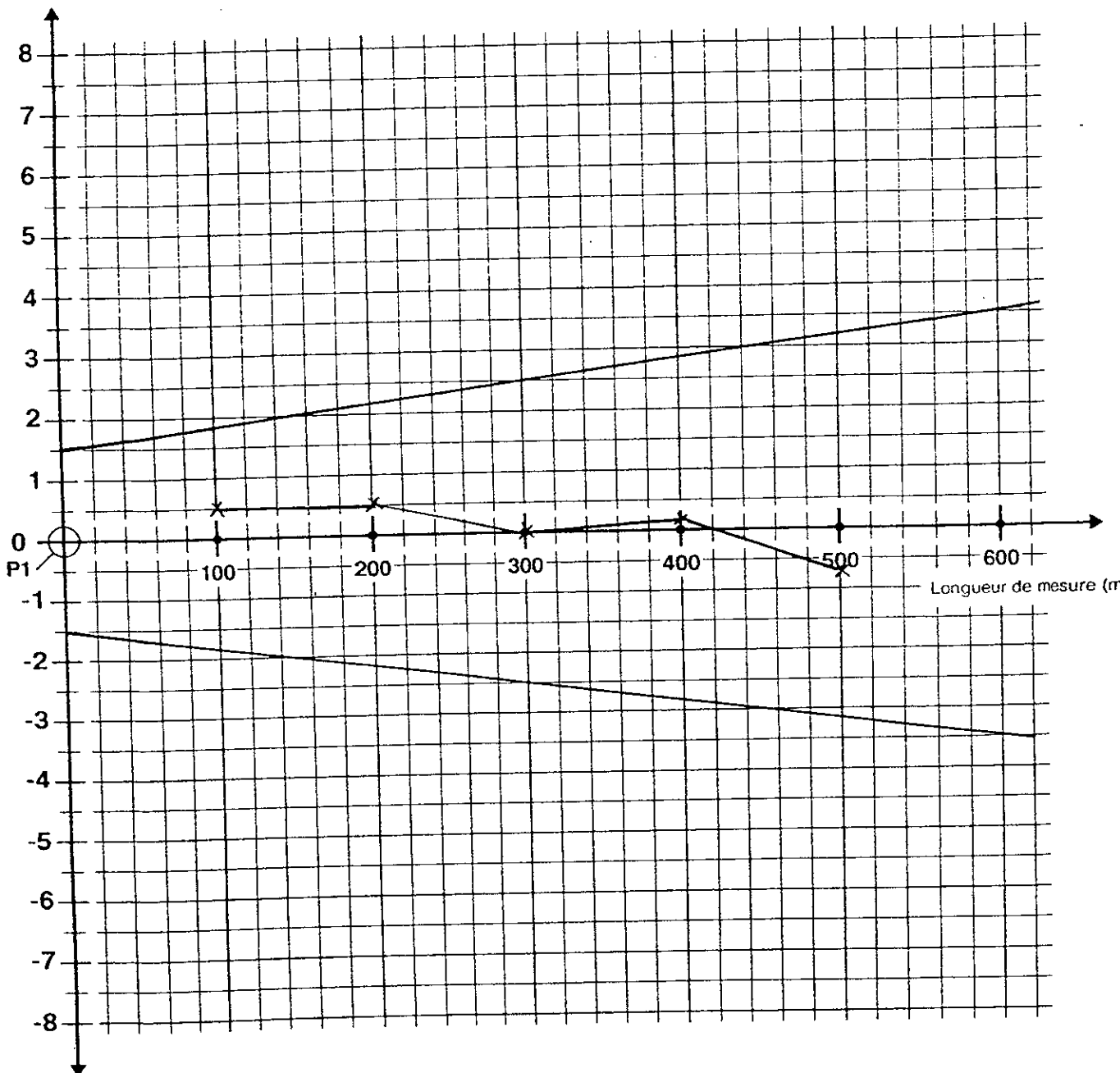
$$l_{95} = \left[\dots 1,5 \dots + \frac{L}{300} \dots \right] \mu\text{m}$$

Valeur de la correction thermique:

..... $\frac{\mu\text{m}}{\text{m}}$

Valeurs relevées sur le protocole de mesure (10 valeurs par cale-étalon)

Ecarts
(μm)



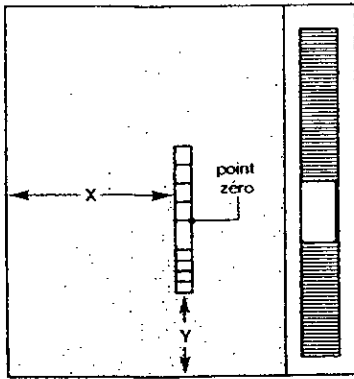
CONSTAT DE VERIFICATION

N° 60/1662

page
8

Précision

Mesure de cales-étalons suivant l'axe Y



X = 1000 mm

Y = 320 mm

Coefficients de dilatation	
Cales-étalons	11,5 x 10 ⁻⁶ 1/°C
Règles	7,8 x 10 ⁻⁶ 1/°C

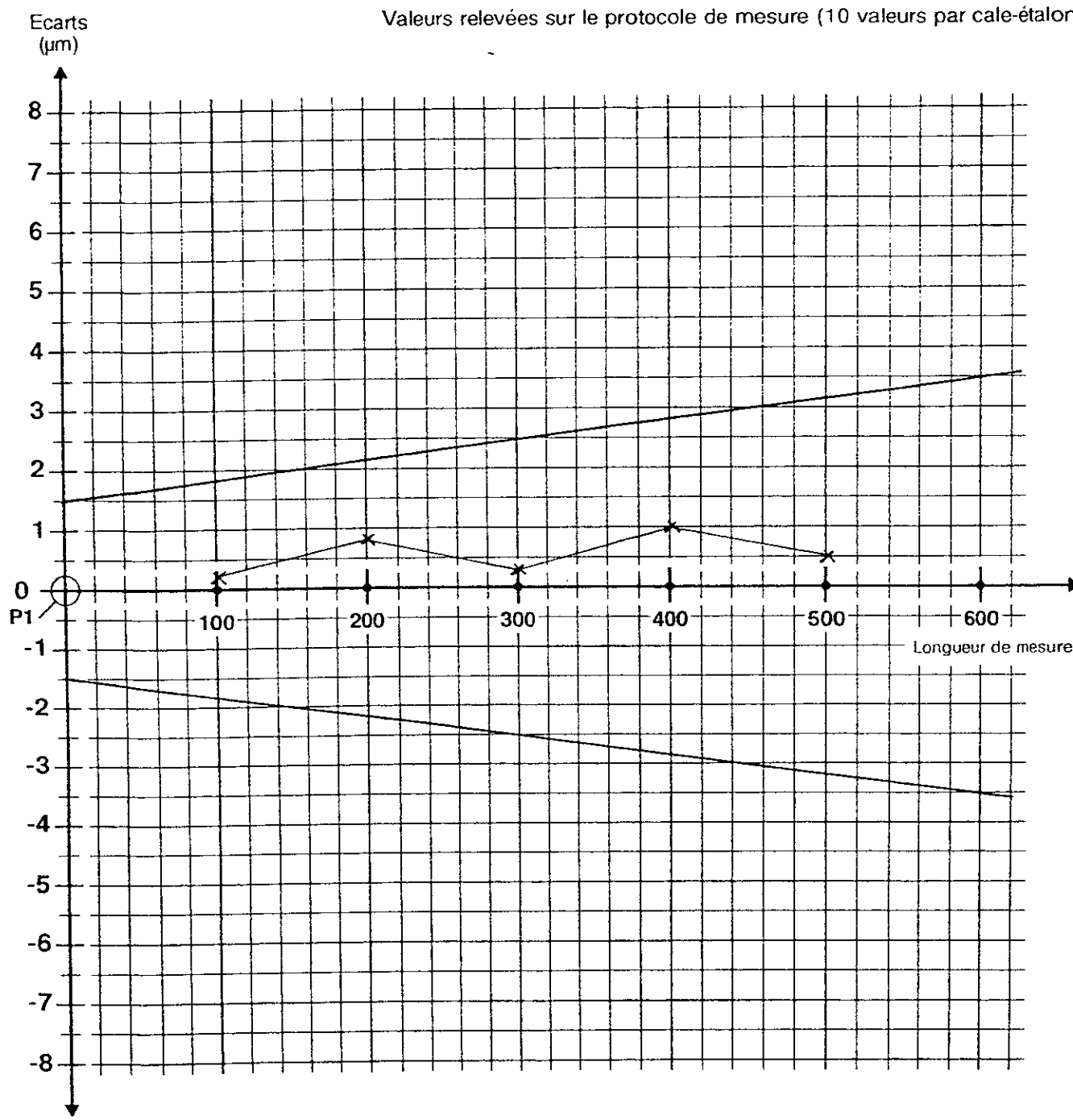
Températures	
Cales-étalons	20,0 °C
Règles	19,9 °C

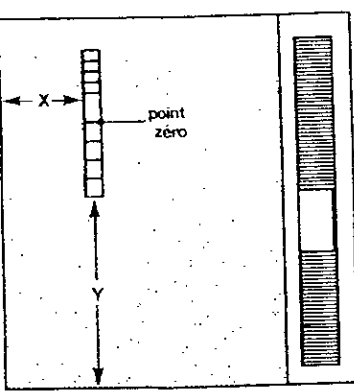
Insécurité de mesure de longueur:

$$|_{95} = [\dots 1,5 \dots + \frac{4}{300}] \mu\text{m}$$

Valeur de la correction thermique:

~~20~~ $\mu\text{m/m}$





X = 270 mm
Y = 300 mm

Mesure de cales-étalons suivant l'axe Y

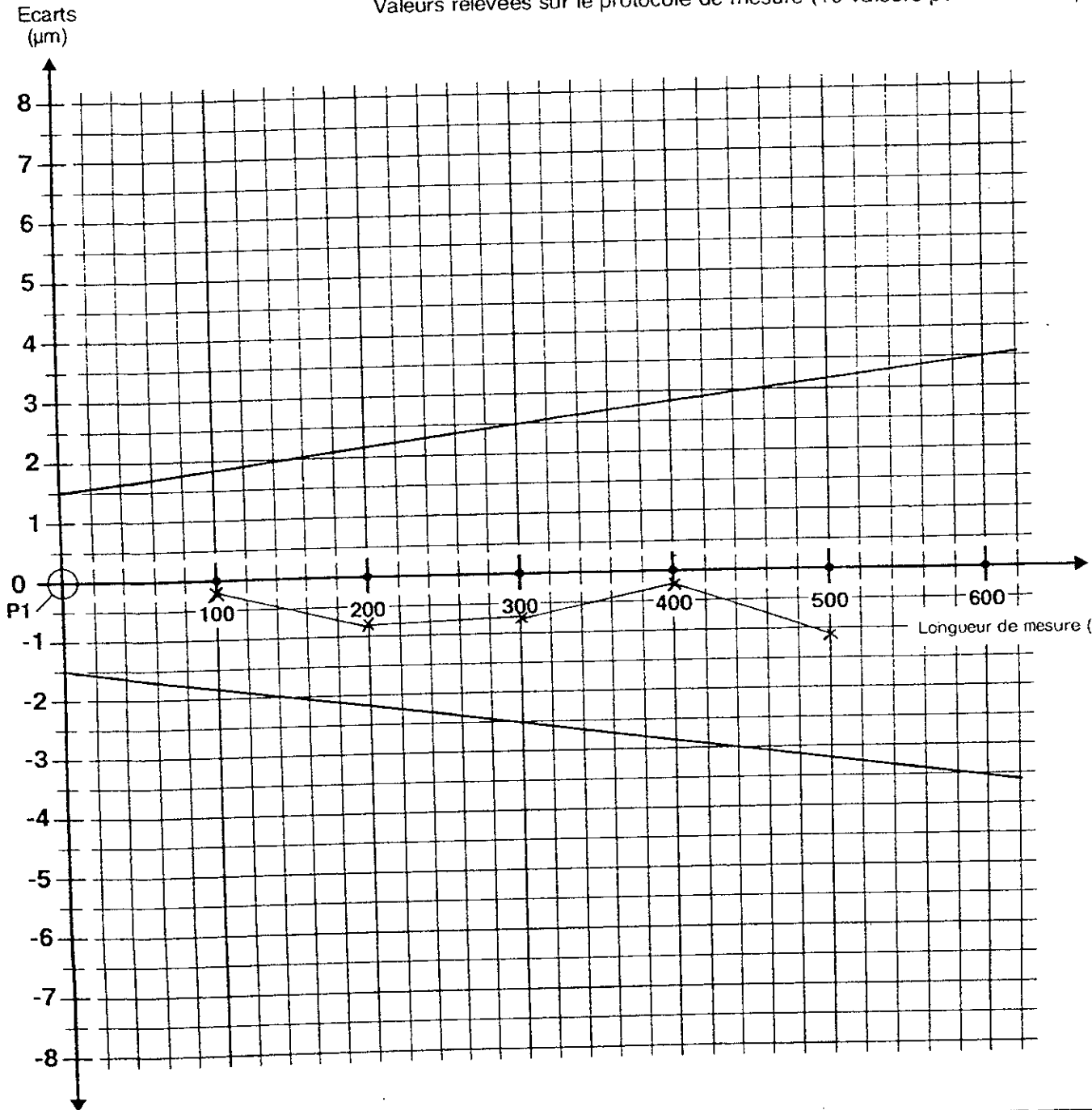
Coefficients de dilatation
Cales-étalons 11,5 x 10⁻⁶ 1/°C
Règles 7,8 x 10⁻⁶ 1/°C

Températures
Cales-étalons 19,8 °C
Règles 20,1 °C

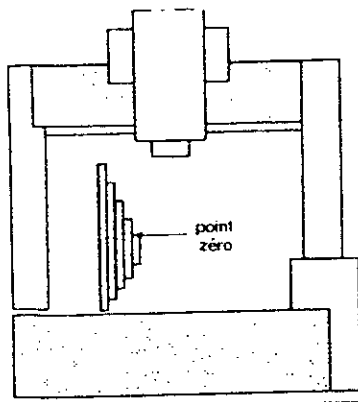
Insécurité de mesure de longueur:
l₉₅ = [1,5 + $\frac{4}{300}$] μm

Valeur de la correction thermique: / $\frac{\mu m}{m}$

Valeurs relevées sur le protocole de mesure (10 valeurs par cale-étalon)



Précision



Mesure de cales-étalons suivant l'axe Z

Coefficients de dilatation

Cales-étalons ... 11,5 ... $\times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$
 Règles ... 7,8 ... $\times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$

Températures

Cales-étalons ... 20,1 ... $^\circ\text{C}$
 Règles ... 20,3 ... $^\circ\text{C}$

Insécurité de mesure de longueur:

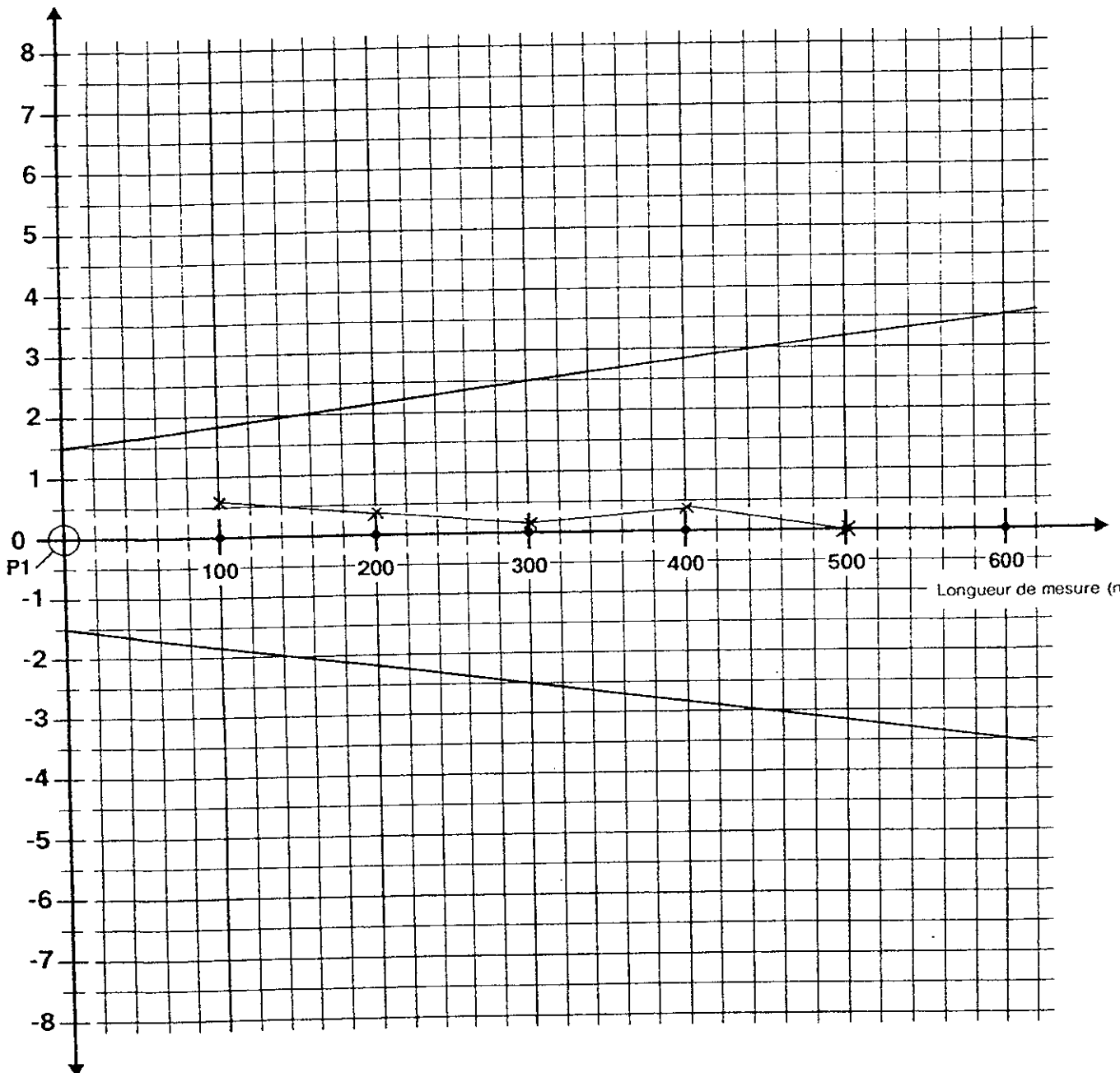
$$l_{95} = \left[\dots \underline{1,5} \dots + \frac{\underline{2}}{\underline{300}} \right] \mu\text{m}$$

Valeur de la correction thermique:

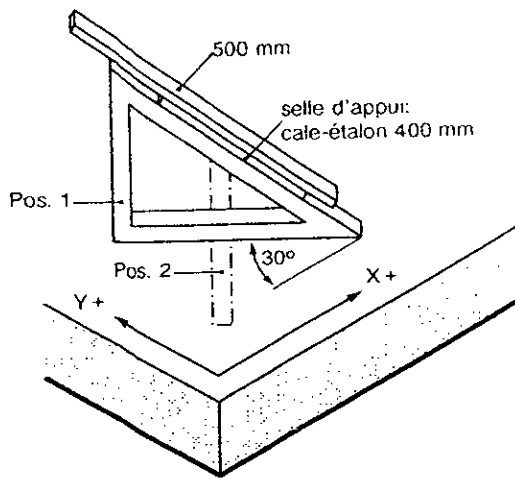
..... / $\frac{\mu\text{m}}{\text{m}}$

Valeurs relevées sur le protocole de mesure (10 valeurs par cale-étalon)

Ecarts
(μm)



CONSTAT DE VERIFICATION N° 60/1662



Cale-étalon dans l'espace

Coefficients de dilatation		Températures
Cale-étalon	11,5 x 10 ⁻⁶ 1/°C	Cale-étalon ..vair...°C
Règles	7,8 x 10 ⁻⁶ 1/°C	Règles ..listings...°C

Insécurité de mesure de longueur:
 $l_{95} = [2,1 + \frac{L}{250}] \mu\text{m}$

Valeurs relevées sur le protocole de mesure de la cale-étalon de 500 mm (10 valeurs par cale-étalon)

Valeurs mesurées en pos.1		Ecart (µm)
1ère valeur	500,0027	+0,9
2ème valeur	500,0028	+1,0
3ème valeur	500,0024	+0,6
4ème valeur	500,0026	+0,8
5ème valeur	500,0026	+0,8
6ème valeur	500,0027	+0,9
7ème valeur	500,0025	+0,7
8ème valeur	500,0027	+0,9
9ème valeur	500,0026	+0,8
10ème valeur	500,0027	+0,9

Valeurs mesurées en pos.2		Ecart (µm)
1ère valeur	500,0027	+0,9
2ème valeur	500,0024	+0,6
3ème valeur	500,0029	+1,1
4ème valeur	500,0023	+0,5
5ème valeur	500,0028	+1,0
6ème valeur	500,0024	+0,6
7ème valeur	500,0030	+1,2
8ème valeur	500,0023	+0,5
9ème valeur	500,0030	+1,2
10ème valeur	500,0023	+0,5

Moyenne+0,8.....µm
 Ecart maximal+1,0.....µm

Moyenne+0,8.....µm
 Ecart maximal+1,2.....µm





CHAINE NATIONALE D'ETALONNAGE BNM-COFRAC
METROLOGIE DIMENSIONNELLE
AGREMENT N° 2.35

1, rue Gaston Bèssier - 75724 PARIS Cedex 15
Tél. 01 40 43 37 00 - Fax 01 40 43 37 37

Commande : **IMT/SAV/114/98**

CERTIFICAT D'ETALONNAGE

N° 8060636/1

DELIVRE A : **CARL ZEISS**
60, route de Sartrouville
78230 LE PECQ

INSTRUMENT ETALONNE

Désignation : **Cales étalons**

Constructeur : **HOMMEL**

Type : **A bouts plans
parallèles**

N° de série : **1462**

Ce certificat comprend **4 pages**

Date d'émission : **26 juin 1998**

**LE RESPONSABLE DU
LABORATOIRE ACCREDITE**

Georges-Pierre VAILLEAU

LA REPRODUCTION DE CE CERTIFICAT N'EST AUTORISEE QUE
SOUS LA FORME DE FAC-SIMILE PHOTOGRAPHIQUE INTEGRAL
THIS CERTIFICATE MAY NOT BE REPRODUCED OTHER
THAN IN FULL BY PHOTOGRAPHIC PROCESS



**ETALONNAGE DE CALES ETALONS
PAR COMPARAISON INTERFEROMETRIQUE**

1. DESIGNATION

Cales étalons à bouts plans parallèles. (NF E 11-010)

- Nombre de cales : 5
- Longueurs nominales : de 100 à 500 mm
- Matière : Acier
- Constructeur : HOMMEL
- Qualité : K
- Numéro de série : 1462

2. CONDITIONS D'ETALONNAGE

2.1. REFERENCE

- Température de référence : 20 °C

2.2. INSTRUMENTS UTILISES

- Machine à mesurer un axe SGIP, type MUL 1000,
- Interféromètre à comptage de franges HP5526.
- Cales étalon de référence du L.N.E.
- Les mesures ont été réalisées en salle climatisée à 20 °C ± 0,5 °C.

La délivrance d'un certificat d'étalonnage COFRAC garantit la traçabilité des résultats d'étalonnage aux étalons nationaux.

suite du certificat page suivante



2.3. METHODE DE MESURE

L'étalonnage des cales a été effectué sur la machine à mesurer par comparaison interférométrique à une cale étalon, étalonnée par interférométrie directe.

La cale repose horizontalement sur deux supports placés aux points de moindre déformation dits "Points d'Airy", soit à 0,211 fois la longueur de la cale des extrémités.

La cale est placée entre deux palpeurs sphériques et l'alignement est obtenu lorsque la distance entre les palpeurs est minimale.

Le zéro de la machine à mesurer est effectué sur la cale étalon de référence.

La longueur mesurée au centre de la cale est la moyenne d'au moins trois déterminations.

Il a été tenu compte des éventuelles déformations de contact.

3. RESULTATS

L'ensemble des résultats est porté dans le tableau de la page suivante.

4. INCERTITUDE DE MESURE

L'incertitude de mesure au centre est : $\pm (0,6 \mu\text{m} + 1,4 \cdot 10^{-6} \cdot L)$

"Les incertitudes élargies mentionnées sont celles correspondant à deux incertitudes-types. Les incertitudes-types ont été calculées en tenant compte des différentes composantes d'incertitudes, étalons de référence, moyens d'étalonnage, conditions d'environnement, contribution de l'instrument étalonné, répétabilité..."

5. OBSERVATIONS

Néant.

Etalonnage réalisé par

J.P. BELLAN



**ETALONNAGE DE CALES ETALONS
PAR COMPARAISON INTERFEROMETRIQUE**

Date de l'étalonnage : 25/06/1998

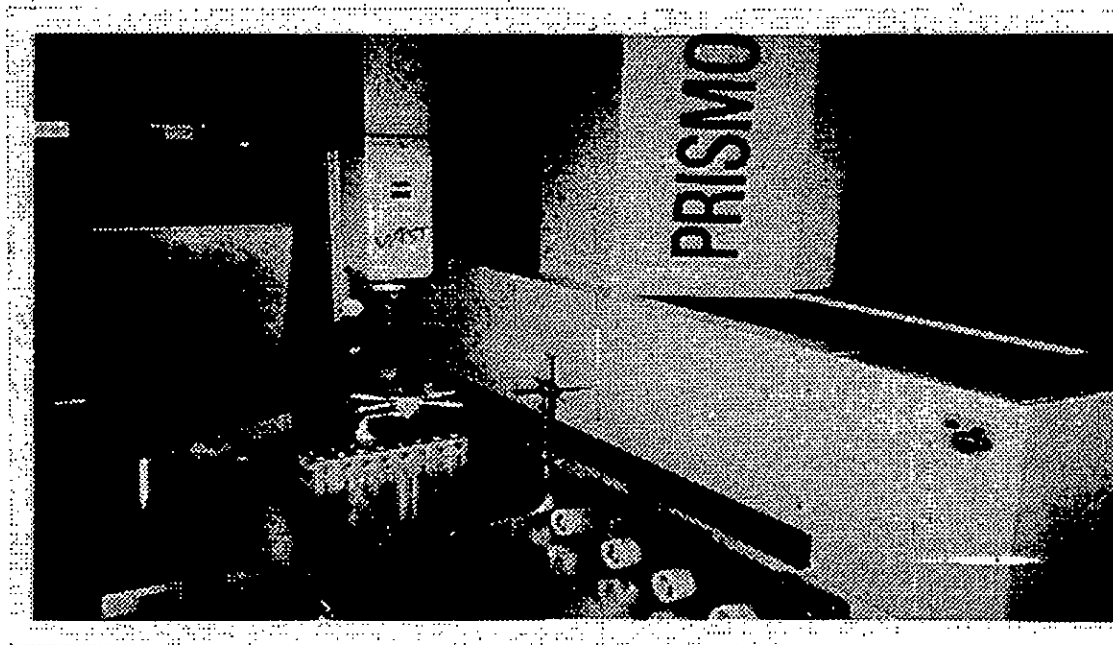
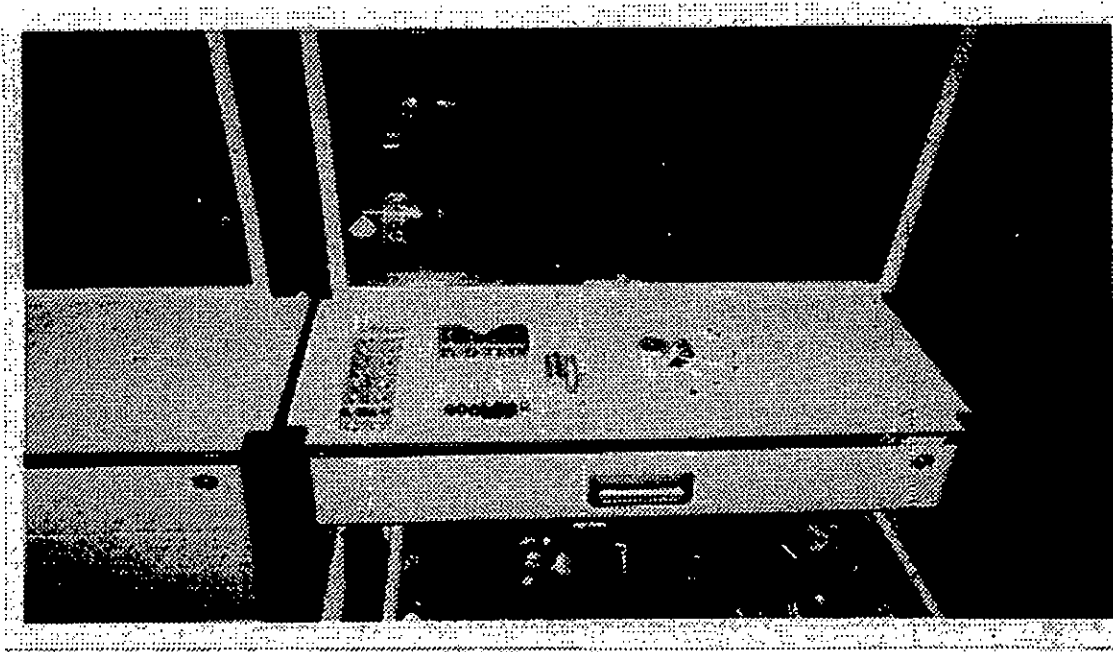
Constructeur : HOMMEL
Matière : Acier
Qualité : K
Nombre de cales : 5

Numéro de référence	Valeur nominale L en mm	Valeur mesurée l en mm	Ecart au centre l - L en μm
1462	100	99,999 8	-0,2
1462	200	200,001 2	1,2
1462	300	300,000 8	0,8
1462	400	400,000 9	0,9
1462	500	500,001 8	1,8

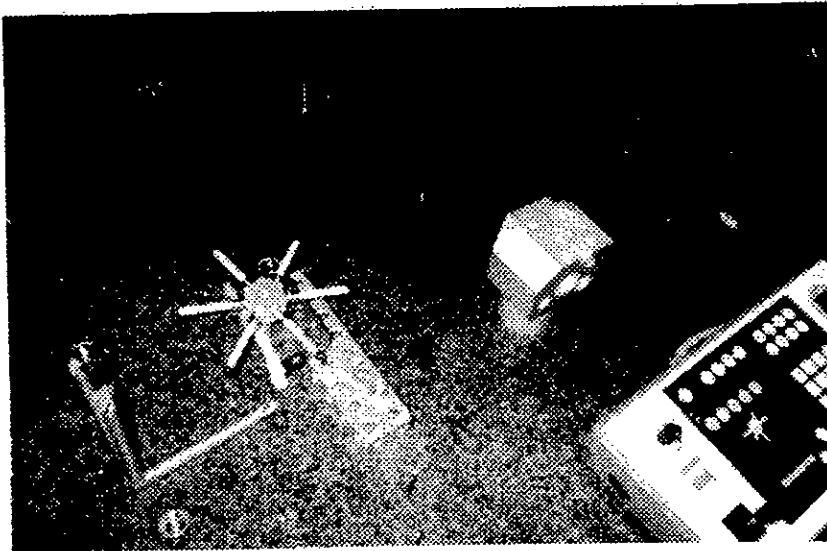
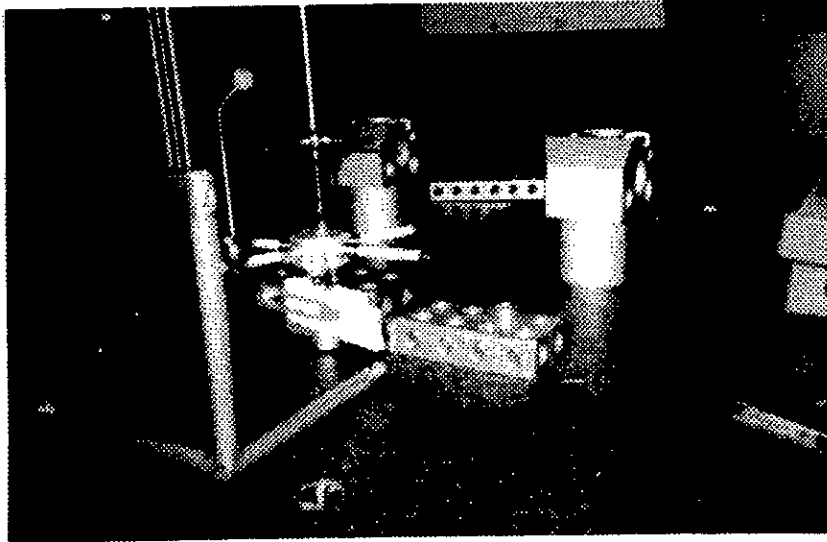
Fin du certificat d'étalonnage



ANNEXE 2: Photos de montage de mesure de l'étoile réalisée au niveau des laboratoires de ZEISS FRANCE



Mesure de l'étoile dans différentes position de l'espace de mesure de la MMT (Type ECLIPS)



ANNEXE 3

1. Tableaux des paramètres de comparaison entre la méthode externe et directe.

Tableau 5 : Les paramètres de comportement de la machine d'essai

1° glissière	$a_0=0.5 * 1E-6, b_0=1*1E-6, c_0=1*1E-3$
2° glissière	$a_1=-1*1E-9, b_1=-1*1E-6, c_1=1*1E-3$
Longueur 1° et 2° glissière	$L_1=1000 \text{ mm} \quad L_2=1000$
Position relative des deux glissières	$\gamma P = 0.2 \text{ sec d'arc}$
Défaut d'échelle 1° glissière	$E_1 = -1 \mu/m$
Défaut d'échelle 2° glissière	$E_2 = 1 \mu/m$
Position du point fonctionnel	$XP/2 = 0 \text{ mm} \quad YP/2 = 0 \text{ mm}$
Longueur de l'artefact	$L = 50 \text{ m}$

Tableau 6 : Défauts de positionnement en différents points connus par les valeurs lues sur les règles (T_{xx} et T_{yy} en mm)

X(mm) \ Y	0	250	500	750	1000	
0	0	-0.004	-0.007	-0.011	-0.014	$= T_{xx}$
	0	0	0	0	0	$= T_{yy}$
250	0	-0.004	-0.007	-0.011	-0.014	
	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	
500	0	-0.004	-0.007	-0.011	-0.014	
	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	
750	0	-0.004	-0.007	-0.011	-0.014	
	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	
1000	0	-0.004	-0.007	-0.011	-0.014	
	0.016	0.016	0.016	0.016	0.016	

Tableau 7 : Défauts de rectitude en différents points connus par les valeurs lues sur les règles (T_{xy} T_{yx} en mm)

X=	0	250	500	750	1000	
Y=0	0.013	-0.01	-0.12	-0.317	-0.602	$= T_{xy}$
	0.06	0.06	0.06	0.06	0.66	$= T_{yx}$
250	0.013	-0.01	-0.12	-0.317	-0.602	
	-0.003	-0.003	-0.003	-0.003	-0.003	
500	0.013	-0.01	-0.12	-0.317	-0.602	
	-0.165	-0.165	-0.165	-0.165	-0.165	
750	0.013	-0.01	-0.12	-0.317	-0.602	
	-0.428	-0.428	-0.428	-0.428	-0.428	
1000	0.013	-0.01	-0.12	-0.317	-0.602	
	-0.79	0.79	-0.79	-0.79	-0.79	

Tableau 8 : Défauts angulaires en différents points connus par les valeurs lues sur les règles (R_{xz} et R_{yz} en radians)

X=	0	250	500	750	1000	
Y=0	9E-05	-3E-04	-6E-04	-1E-03	-0.001	= R_{xz}
	-5E-05	-5E-05	-5E-05	-5E-05	-5E-05	= R_{yz}
250	9E-05	-3E-04	-6E-04	-1E-03	-0.001	
	-5E-04	-5E-04	-5E-04	-5E-04	-5E-04	
500	9E-05	-3E-04	-6E-04	-1E-03	-0.001	
	-9E-04	-9E-04	-9E-04	-9E-04	E-04	
750	9E-05	-3E-04	-6E-04	-1E-03	-0.001	
	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	
1000	9E-05	-3E-04	-6E-04	-1E-03	-0.001	
	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	

Tableau 9 : Ecart au point fonctionnel en μm

X=	0	250	500	750	1000	
Y=0	46	78	109	141	172	= Δ_x
	20	-20	-148	-366	665	= Δ_y
250	-88	31	150	269	388	= Δ_x
	44	4	-124	-339	-642	= Δ_y
500	-323	-117	90	296	503	= Δ_x
	68	28	-100	-315	-618	= Δ_y
750	-658	-364	-70	224	518	= Δ_x
	92	52	-76	-291	-594	= Δ_y
1000	-1093	-711	-330	52	433	= Δ_x
	115	76	-52	-267	-570	= Δ_y

Tableau 10 : Valeurs des paramètres du tenseur métrique

X=	0	250	500	750	1000	
Y=0	0.9999720	0.9999720	0.9999720	0.9999720	0.9999720	=G11
	-9.42E-05	-9.42E-05	-9.42E-05	-9.42E-05	-9.42E-05	=G21
	1.0000320	1.0000320	1.0000320	1.0000320	1.0000320	=G22
250	1.0006723	1.0006723	1.0006723	1.0006723	1.0006723	=G11
	-4.94E-04	-4.94E-04	-4.94E-04	-4.94E-04	-4.94E-04	=G21
	1.0000320	1.0000320	1.0000320	1.0000320	1.0000320	=G22
500	1.0013734	1.0013734	1.0013734	1.0013734	1.0013734	=G11
	-8.95E-04	-8.95E-04	-8.95E-04	-8.95E-04	-8.95E-04	=G21

	1.0000320	1.0000320	1.0000320	1.0000320	1.0000320	=G22
750	1.0027778	1.0027778	1.0027778	1.0027778	1.0027778	=G11
	-1.30E-03	-1.30E-03	-1.30E-03	-1.30E-03	-1.30E-03	=G21
	1.0000320	1.0000320	1.0000320	1.0000320	1.0000320	=G22
1000	1.0027778	1.0027778	1.0027778	1.0027778	1.0027778	=G11
	-1.70E-03	-1.70E-03	-1.70E-03	1.70E-03	-1.70E-03	=G21
	1.0000320	1.0000320	1.0000320	1.0000320	1.0000320	=G22

Tableau 11 : Ecart en μm du point d'étalonnage

X=	0	250	500	750	1000	
Y=0	60	57	53	50	46	=Ux
	13	-9	-119	-317	-602	=Uy
250	-35	49	133	217	302	
	17	-5	-115	-313	-598	
500	-230	-58	-113	285	457	
	21	-1	-111	-309	-594	
750	-525	-266	-6	253	457	
	25	3	-107	-305	-594	
1000	-921	-573	-226	121	468	
	29	7	-103	-301	-586	

Tableau 12 : Ecart en μm du point fonctionnel

X \ Y	0	250	500	750	1000	
0	46	78	110	141	173	=UPX
	20	-20	-148	-363	-665	=UPY
250	-89	31	150	269	388	
	44	4	-124	-339	-641	
500	-324	-117	90	297	504	
	68	28	-100	-315	-617	
750	-659	-364	-70	225	519	
	92	52	-70	-291	-593	
1000	-1094	-712	-330	53	435	
	116	76	-52	-267	-569	

Tableau 15 : Tenseur métrique mesuré

X=	0	250	500	750	1000	
Y=0	0.9999720	0.9999720	0.9999717	0.9999713	0.9999705	=G11
	-9,43E-05	-9,43E-05	-9,43E-05	-9,43E-05	-9,43E-05	=G12
	1,0000320	1,0000318	1,0000310	1,0000294	1,0000271	=G22

250	1,0006723 -4,95E-04 1,0000321	1,0006725 -4,95E-04 1,0000323	1,0006726 -4,95E-04 1,0000317	1,0006724 -4,95E-04 1,0000304	1,0006719 -4,95E-04 1,0000284	=G11 =G12 =G22
500	1,0013733 -8,95E-04 1,0000326	1,0013738 -8,95E-04 1,0000331	1,0013742 -8,95E-04 1,0000328	1,0013742 -8,95E-04 1,0000317	1,0013741 -8,95E-04 1,0000300	=G11 =G12 =G22
750	1,0020750 -1,30E-03 1,0000334	1,0020759 -1,30E-03 1,0000342	1,002765 -1,30E-03 1,0000341	1,0020768 -1,30E-03 1,0000334	1,0020769 -1,30E-03 1,0000319	=G11 =G12 =G22
1000	1,0027775 -1,70E-031 1,0000346	1,0027786 -1,70E-031 1,0000356	1,0027795 -1,70E-031 1,0000358	1,0027802 -1,70E-031 1,0000354	1,0027806 -1,70E-031 1,0000341	=G11 =G12 =G22

Tableau 19 : Matrice de correction d'une MMT Type portique UMC 850

Txx (µm)	0.0000	0.7661	2.0117	3.8688	5.2578
5.6406	5.6686	5.8765	6.3504	6.4708	6.8135
7.4764	8.4195	9.5686	11.2514	12.6707	14.8787
17.7888	20.8646	20.7156	0.0000	0.0000	0.0000
Txy	0.0000	0.0000	0.0457	0.5497	1.1193
1.6126	1.5400	1.3841	1.0904	0.8636	0.8850
0.9957	0.8505	0.5782	0.3918	-0.0416	-0.3980
-0.2070	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Txz	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Rxx , sec	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Rxy	-2.1997	-2.1997	-2.3780	-2.6780	-2.8597
-2.8439	-2.7239	-2.6172	-2.5880	2.4197	-2.3097
-2.2055	-2.1655	-2.1355	-2.1575	-2.0914	-2.2330
-2.5689	-2.8747	-2.8747	0.0000	0.0000	0.0000
Rxz,Ryy, Rzx,Rzy, Rzz	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Tyx ,Tyz	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Tyy	0.0000	-5.5296	-0.2253	-0.9440	-1.5180
-1.5435	-1.4852	-1.4852	-2.0213	-1.7581	-1.5799
-1.4499	-2.0549	-2.0549	-2.5843	-3.0213	-3.0188
-2.7877	-2.2887	-2.2887	-3.3038	-3.3235	-3.4139
-4.1478	-4.4278	-4.4278	-5.1440	0.0000	0.0000
Ryx	-0.6680	-0.5937	-0.6662	-0.6629	-0.6212
-0.5437	-5.5296	-0.4879	-0.3579	-0.1771	0.0446
0.2071	0.3013	0.3380	0.4546	-0.4171	0.5421
0.5188	0.5838	0.6588	0.7296	0.7955	0.8046
0.7646	0.7129	0.6463	0.6463	0.0000	0.0000

Ryz	-2.0845	-2.0845	-2.1678	-2.0628	-2.0378
-2.0662	-2.1037	-2.0470	-2.0228	-2.1153	-2.0953
-2.0820	-2.0262	-2.0562	-2.0445	-1.9987	-2.0137
-2.0703	-2.1678	-2.1278	-2.1187	-2.1170	-2.1303
-1.9870	-2.0070	-2.0353	-1.9874	0.0000	0.0000
Tzx	0.0000	0.0000	1.0198	1.5812	1.8509
1.5363	1.2084	1.0253	1.0683	1.4249	1.7068
1.5703	1.2187	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Tzy	0.0000	-0.5578	-0.7537	-1.1470	-1.5354
-1.1936	-0.9951	-2.4220	-3.2953	-3.6503	-4.2004
-0.1026	-0.1346	-5.6603	-6.0203	0.0000	0.0000
Tzz	0.0000	-0.5578	-0.7537	-1.1470	-1.5354
-1.6262	-2.1295	-2.4120	-3.2953	-3.6503	-4.2004
-4.6887	-5.0687	-5.6603	-6.0203	0.0000	0.0000

2. Structure du logiciel réalisé (LOG 3D):

Pour mieux définir les étapes de la conception de notre application nous l'avons subdivisé en deux :

- Implémentation graphique (visuel).
- Implémentation algorithmique.

La première phase concerne la conception graphique (feuille, boîtes de dialogue, etc), la deuxième traite la structure des données , leur traitement et les différents modules de calcul .

2.1. Implémentation visuelle :

2.1.1. La feuille pièce :

C'est un masque de saisie qui assure l'introduction d'un certain nombre d'informations concernant la pièce à contrôler, ces informations sont :

- Le nom de la pièce
- Le nom de l'utilisateur
- La date
- Le diamètre du palpeur

Si les trois premières informations sont facultatives, la dernière est capitale car elle intervient dans le calcul en corrigeant du rayon de la bille les résultats.

2.1.2. La feuille parente (MDI) :

C'est l'interface principale de l'application, elle contient un ensemble de menus et une barre d'outils. Son rôle est de contenir et de gérer toutes les autres feuilles (fig 1).

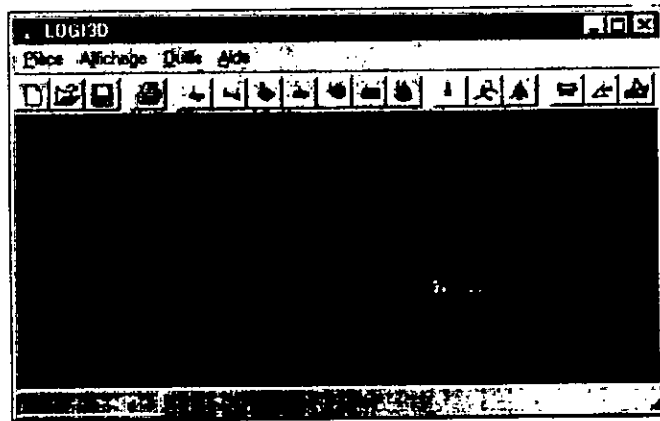


Fig 1 : La feuille MDI

2.1.3. Les feuilles filles :

Le rôle de ces feuilles est de servir comme masque de saisie pour les différentes opérations disponibles, elle sert d'une part à choisir les options désirées (plan de travail, contour extérieur ou intérieur ... etc), d'autre part à saisir et à valider les points mesurés (fig 2).

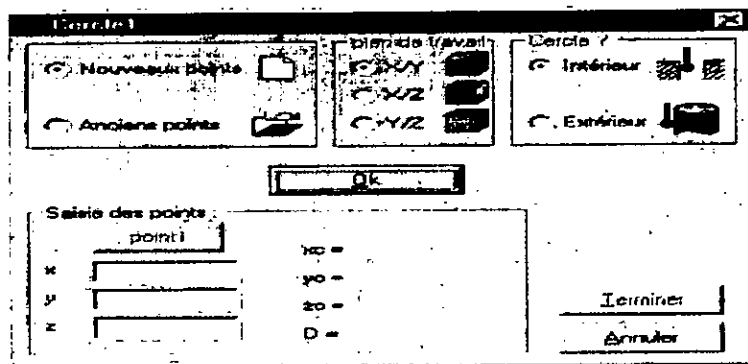


Fig 2 : La feuille fille

2.1.4. Le protocole de mesure :

C'est l'ensemble des résultats basés sur les mesures effectuées sur une pièce et qui sont édités dans un éditeur de texte. Ce protocole peut être visualisé et imprimé (fig 3).

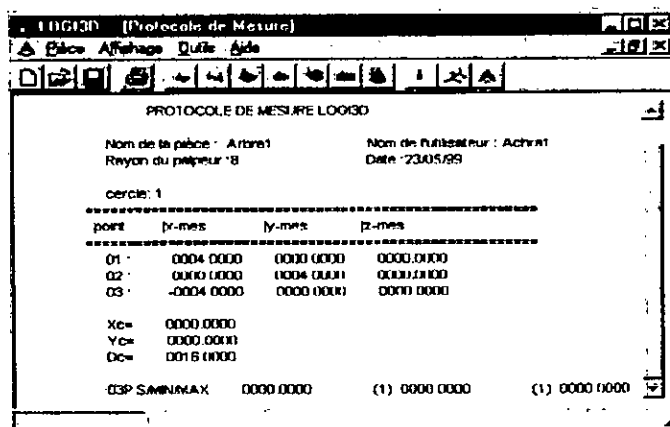
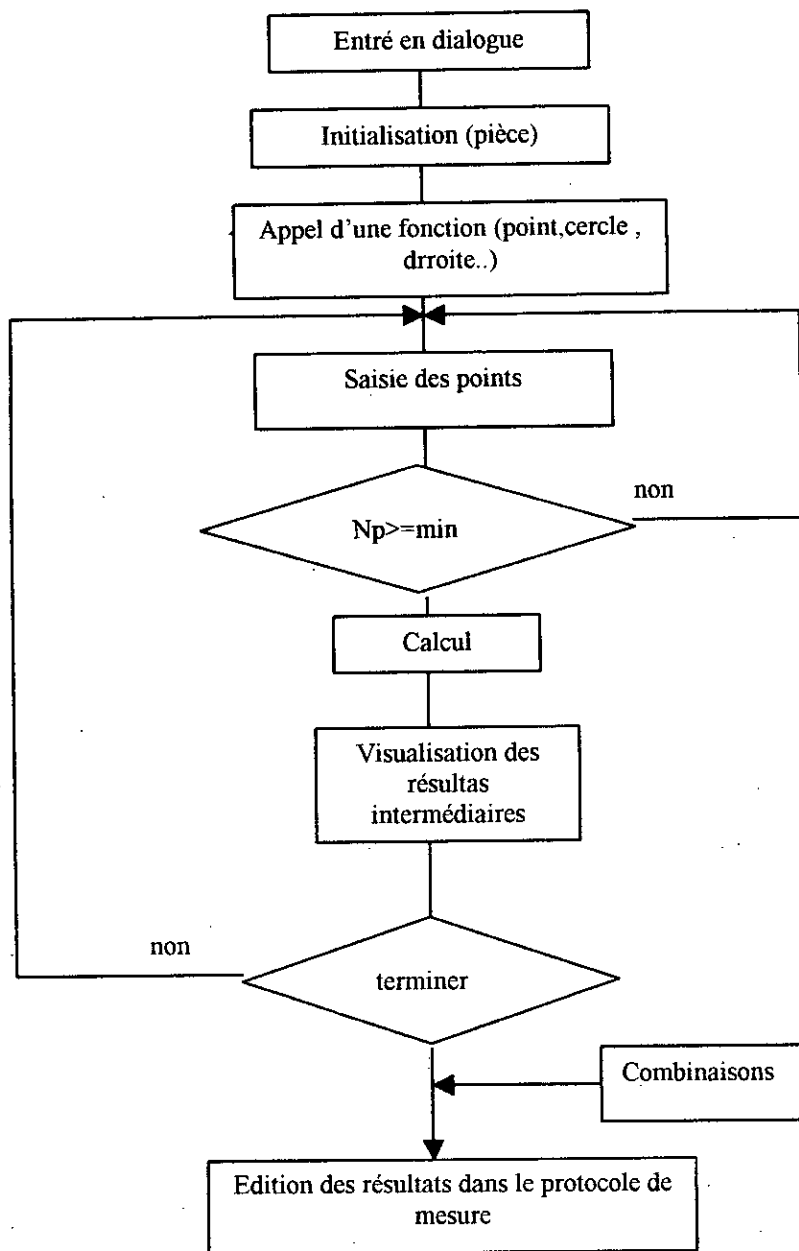


Fig 3 : Protocole de mesure

2.2. Organigramme général :



ملخص:

لقد أصبحت مكيئة القياس الثلاثية الأبعاد (م-ق-ث-أ) في السنوات الأخيرة واسعة الاستعمالات وذلك لآيتها في قياس معظم الأشكال الهندسية في التركيبات الميكانيكية ، بمقارنتها مع طرق القياس التقليدية التي تستعمل عدة أجهزة منفردة . تعتبر (م-ق-ث-أ) نافعة ومربحة للوقت وتتأقلم مع كل التطبيقات ، ولكن دقتها في بعض الأحيان تجعل حد لآستعمالاتها في مجالات علم القياس العالي الدقة .

دقتها محدودة لعدة عوامل من بينها، عدم استقامة حركة القطع المكونة لها في كل الأبعاد الثلاث . عدت تقنيات وجدت لتحديد هذه العوامل، من خلال هذه الأطروحة نعطي تعريفا شاملا ونقدم تحري عن طبيعة هذه العوامل المؤثرة على دقة (م-ق-ث-أ) ، وكذلك تقدم طريقتين لتقييم هذه الارتيابات .

الكلمات المفتاحية

مكيئة القياس ثلاثية الأبعاد، الارتيابات القياسية ، الدقة، إرتيابات جملية ، إرتيابات عشوائية ، دقة القياس، نموذج هنسي ، نموذج حركي .

Abstract:

Coordinate measuring machines (CMMs) have become very Widely used in recent years because of their ability to measure most or all of the individual features on complex engineering component . Compared with traditional methods, which normally employ a variety of separate instruments, CMMs are fast in operation and are adequately accurate for many applications. However, accuracy limitations often inhibit their use for high-precision metrology. Accuracy is limited by such factors as straightness and orthogonal of the CMM movement; established technique exist for determining these factors. This these describes an investigation into the nature of CMMc errors ,the factors that influence their performance and presented two methods of modeling the CMMs errors.

Key Word . Coordinate measuring machines- measurement uncertainty- systematique error-accuracy-calibration -métrique tensor- resolution tensor-geometrique model- cinématique model.

Résumé :

Les machines à mesurer par coordonnées MMC sont devenues très largement utilisées ces dernières années au vu de leurs habilités de mesurer la majorité des formes complexes des pièces mécanique et autres. Comparé aux méthodes traditionnelles , qui emploient des variétés d'instruments de mesure séparés, les MMT sont rapides dans leurs opérations et adéquates pour plusieurs applications. Mais leurs limites dans la précision diminuent leur utilisation pour la métrologie de haute précision. La précision est limitée par plusieurs facteurs comme les rectitudes et les erreurs de perpendicularité des mouvements de la MMT . Il existe plusieurs techniques pour déterminer ces facteu, cette thèse décrit une investigation sur la nature des erreurs de la MMT, les facteurs qui influencent leurs performances et présente deux méthode pour modéliser les erreurs d'une MMT

Mots clé : Machine à mesurer par coordonnées –Incertitude de mesure–Erreurs systématiques–Etr'onnage–Tenseur métrique–Tenseur de résolution–Modèle géométrique–Modèle cinématique.