

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

**Ecole Nationale Polytechnique**  
Département de Génie Mécanique



**Mémoire de Fin d'Etudes  
pour l'Obtention du Diplôme  
d'Ingénieur d'Etat en Génie Mécanique**

**CONCEPTION D'UN  
COMPRESSEUR PAR LA  
METHODE DES SINGULARITES**

Proposé et dirigé par :

Mr : M. BOUDJEMAA

Etudié par :

K. BENAÏSSA

*Promotion 2000*

E.N.P 10, Avenue Hassen Badi, 16200 EL-HARRACH, Alger

## **REMERCIEMENT**

*Je remercie ALLAH - le tout puissant - de m'avoir donné la volonté et le courage afin d'arriver a la finalité de ce modeste travail.*

*Je tiens a exprimer mes sincères remerciements et ma profonde gratitude a mon promoteur Mr : M. Boudjema pour ses aides, ses encouragements , son suivie et pour les conseils qu'il a apporté pour l'achèvement de ce projet .*

*Je tiens également a remercier Mrs les membres du jury pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant de juger ce travail.*

*Sans oublier mes amis qui ont contribué de près ou de loin a l'achèvement de ce projet ; en particulier A.Kaddai , M.Maidi , Malik , M.Boussahoua.*

## ملخص:

في هذه الدراسة قمنا بإنجاز الخطوات الأولى لإيجاد ابعاد مكبس ضغوط لمفاعل نفاث باستعمال طريقة الأحاديات

الكلمات المفتاحية: طريقة الأحاديات الترموديناميك ديناميك الهواء

## Abstract:

In this study, we have realized the first stapes for dimensioning a compressor of turbofan, using the singularity method.

Keys words: singularity method, thermodynamic, aerodynamic.

## Résumé :

Dans cette présente étude, on a accompli les premières étapes afin de dimensionner un compresseur d'un turboréacteur par la méthode des singularités.

Mots clés : méthode des singularités, thermodynamique, aerodynamique.

# SOMMAIRE

Bibliographie  
 Liste des figures  
 Introduction

## CHAPITRE I

I.1. HISTORIQUE : ..... 1

## CHAPITRE II

II.1. INTRODUCTION : ..... 3

a) *Distribution en sources* : ..... 3

b) *Distribution en vortex* : ..... 3

c) *La méthode des doublets* : ..... 4

II.2. LA MÉTHODE DES PANNEAUX : ..... 4

II.2.1. MÉTHODE DES PANNEAUX SOURCES : ..... 4

II.2.2 LA MÉTHODE DES PANNEAUX VORTEX " PANEL VORTEX " : ..... 8

## CHAPITRE III

III.1. ALGORITHME DE CALCUL : ..... 12

1. *Lecture des données* : ..... 12

2. *Calcul des coordonnées des points de contrôle  $x_m$ ,  $y_m$  et de l'angle  $\theta$*  : ..... 12

3. *L'évaluation de l'intégrale* : ..... 13

4. *Remplissage de la matrice  $A\eta_j$*  : ..... 15

5. *Détermination de l'intensité des tourbillons  $\gamma'_j$*  : ..... 15

6. *Détermination de la vitesse tangentielle  $Vt_j$*  : ..... 16

7. *Détermination des coefficients aérodynamiques* : ..... 16

## CHAPITRE IV

IV.1. INTRODUCTION : ..... 18

IV.2. LE COEFFICIENT DE PRESSION : ..... 18

IV.3.LE COEFFICIENT DE PORTANCE : .....	23
IV.4.LE COEFFICIENT DE MOMENT : .....	27
V.5.CONCLUSION : .....	31

## CHAPITRE V

V.1. INTRODUCTION : .....	32
V.2. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT D'UN COMPRESSEUR : .....	32
V.3.ETUDE AÉRODYNAMIQUE : .....	33
V.3.1. CRÉATION D'UN ÉTAGE TURBOMACHINE : .....	33
V.3.2 EFFORTS SUR LES AUBES : .....	35
V.3.3.EXPRESSION DE TRAVAIL SUR L'ARBRE : .....	36
V.4.ETUDE THERMODYNAMIQUE : .....	37
V.4.1.EXPRESSION DU TRAVAIL SUR L'ARBRE : .....	37
V.4.2.TRAVAIL DE RÉCHAUFFAGE : .....	39
V.4.3.EXPRESSION DU RAPPORT DE PRESSION TOTALE DANS L'ÉTAGE : .....	40
V.4.4.CONSÉQUENCES : .....	41

## CHAPITRE VI

VI.1.PROCESSUS DE CONCEPTION: .....	42
VI.2.CONDITIONS D'ÉQUILIBRE : .....	42
IV.3.VITESSE DE ROTATION ET DIMENSIONS ANNULAIRES : .....	43
IV.4.ESTIMATION DU NOMBRE D'ÉTAGES : .....	46
VI.5.CONCEPTION ÉTAGE PAR ÉTAGE : .....	52

**Conclusion**

**Annexe A**

**Annexe B**

# LISTE DES FIGURES



## CHAPITRE II

<i>Fig. (II.1)</i> : distribution des panneaux de singularités sur la surface .....	5
<i>Fig. (II.2)</i> : distribution des panneaux de singularités sur la surface .....	5
<i>Fig. (II.3)</i> : détermination du potentiel des vitesses sur un segment $[a, b]$ .....	6
<i>Fig. (II.4)</i> : modélisation d'un profil arbitraire par une des tourbillons de contour du profil. ....	9
<i>Fig. (II.5)</i> : condition de KUTTA .....	10

## CHAPITRE IV

<i>Fig. (IV.1)</i> : variation des coefficients de pression en fonction de l'abscisse réduite (NACA0009).....	19
<i>Fig. (IV.2)</i> : variation des coefficients de pression en fonction de l'abscisse réduite (NACA0012).....	20
<i>Fig. (IV.3)</i> : variation des coefficients de pression en fonction de l'abscisse réduite (NACA4412, $\alpha = 8^\circ$ ).....	20
<i>Fig. (IV.4)</i> : variation des coefficients de pression en fonction de l'abscisse réduite (NACA4412, $\alpha = 0^\circ$ ).....	21
<i>Fig. (IV.5)</i> : variation des coefficients de pression en fonction de l'abscisse réduite (NACA23012).....	22
<i>Fig. (IV.6)</i> : variation des coefficients de pression en fonction de l'abscisse réduite (NACA23018) .....	22
<i>Fig. (IV.7)</i> : variation du coefficient de moment en fonction de l'angle d'incidence (NACA 0009). ....	23
<i>Fig. (IV.8)</i> : variation du coefficient de moment en fonction de l'angle d'incidence (NACA 0012).....	24
<i>Fig. (IV.9)</i> : variation du coefficient de portance en fonction de l'angle d'incidence (NACA 2412).....	25
<i>Fig. (IV.10)</i> : variation du coefficient de portance en fonction de l'angle d'incidence (NACA 4412) .....	25
<i>Fig. (IV.11)</i> : variation du coefficient de portance en fonction de l'angle d'incidence (NACA 23012).....	26
<i>Fig. (IV.12)</i> : variation du coefficient de portance en fonction de l'angle d'incidence (NACA 23018).....	27
<i>Fig. (IV.13)</i> : variation du coefficient de moment en fonction de l'angle d'incidence (NACA 0009). ....	28
<i>Fig. (IV.14)</i> : variation du coefficient de moment en fonction de l'angle d'incidence (NACA 0012). ....	28
<i>Fig. (IV.15)</i> : variation du coefficient de moment en fonction de l'angle d'incidence (NACA 23012) .....	29
<i>Fig. (IV.16)</i> : variation du coefficient de moment en fonction de l'angle d'incidence (NACA 23018). ....	29
<i>Fig. (IV.17)</i> : variation du coefficient de moment en fonction de l'angle d'incidence (NACA 2412). ....	30
<i>Fig. (IV.18)</i> : variation du coefficient de moment en fonction de l'angle d'incidence (NACA ) .....	30

## CHAPITRE V

<i>Fig.(V.1)</i> :La morphologie d'un étage de compresseur.....	34
<i>Fig.(V.2)</i> :force agissant sur l'aube.....	35
<i>Fig.(V.3)</i> :volume de contrôle inter-aubage.....	38

## CHAPITRE VI

<i>Fig.(VI.1)</i> :anneau de compresseur.....	44
---	----

## LISTE DES SYMBOLES

- $\alpha$  : Angle d'incidence.
- $\beta$  : Angle Entre l'axe Des Abscisses Et La Normale Du Panneau.
- $\Gamma$  : Circulation.
- $\gamma$  : Densité de la circulation.
- $\delta$  : Intensité d'une Source .
- $\theta$  : Angle Entre l'axe Des Abscisses Et Le Panneau.
- $\phi$  : Potentiel des vitesses.
- $c_m$  : Coefficient de moment.
- $c_p$  : Coefficient de pression.
- $c_z$  : Coefficient de portance.
- $\rho$  : Masse volumique.
- $N$  : Vitesse de rotation.
- $\dot{m}$  : Debit massique.
- $A$  : Surface dans le compresseur.
- $N_E$  : N'ombre D'etage.
- $\eta_s$  : Rendement isentropique.
- $\Pi_{te}$  : Rapport De Pression Totale Dans l'étage.
- $\Delta T_{te}$  : Charge De l'étage.



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

---

---

# *INTRODUCTION*

---

---

# INTRODUCTION



La recherche actuelle dans le domaine de turbomachenerie est orientée vers la réalisation des machines idéales ; coût et rentabilité, en évitant au maximum le risque de la cavitation et décollement de l'écoulement...etc.

Notre objectif dans ce travail consiste à dimensionner un compresseur d'un turboréacteur passant par la géométrie des aubages, et par la détermination des caractéristiques aérodynamiques sur le contour de l'aube; Comme la section de l'aube est assimilée à un profil d'aile, on s'intéresse dans la première partie à déterminer les caractéristiques aérodynamique d'un profil d'aile, en particulier les pressions, les coefficients de portance de moment, en utilisant la méthode des singularités.

La deuxième partie est consacrée à la formulation d'une approche de dimensionnement d'un compresseur; cette formulation est basée sur une étude thermodynamique, aérodynamique et cinématique de fonctionnement.

Pour cela, on propose d'approcher ce travail comme suit :

## **CHAPITRE I :**

Dans lequel nous avons donné un bref historique de développent de l'aérodynamique.

## **CHAPITRE II :**

On étudie la méthode des singularités (méthode de distribution de tourbillons).

## **CHAPITRE III :**

On donne un développement algorithmique de la méthode.

## **CHAPITRE IV :**

On présente les résultats obtenus avec des commentaires appropriés.

## **CHAPITRE V :**

On définit une étude générale du compresseur d'un turboréacteur.

## **CHAPITRE VI :**

On élabore la conception du compresseur.

---

---

# *CHAPITRE I*

---

---

# CHAPITRE I

---

---

## HISTORIQUE

---

---

### I.1. Historique :

Depuis la nuit des temps l'homme cherchera des moyens de sustentation dans l'air et malgré les échecs répétés, il continua à penser à chercher des moyens pour accomplir son rêve d'imiter les oiseaux.

LORD GEORGE GAYLEY (en 1799 ) avait constaté que la portance est produite par une faible pression sur la surface supérieure de l'aile et une grande pression sur la surface intérieure.

Depuis l'homme ne cessa à déployer ses efforts, ce qui a permis en 17 décembre 1903 aux frères américains ORVILLE WRIGHT (1871 - 1949 ) et WILBUR WRIGHT (1867 - 1912 ) ont réussi un vol de 260 mètres en Caroline du Nord.

Cette date qui couronna l'histoire de l'aviation a été suivie par d'autres exploits spectaculaires accomplis par des gens tel que LOIS BERIOT et CHARLES LINDERBERGH.

Le développement spectaculaire de l'aviation a permis au développement des sciences liées à cette dernière tel que l'aérodynamique.

L'aérodynamique est la branche de la physique qui s'intéresse aux phénomènes résultants des mouvements relatifs des corps par rapport à l'air.

L'étude aérodynamique de l'avion conduit directement à l'étude des caractéristiques des profils d'aile qui étaient obtenues par des études expérimentales, en soufflerie qui reste depuis toujours un instrument de base.

Entre 1901 - 1902, les frères WRIGHT ont testé un certain nombre de profils dans une soufflerie, et dès 1915 plusieurs types de profils ont été développés.

A partir de 1932, on retrouve les profils de la série NACA qui sont désignés par des chiffres dont la désignation permet de distinguer rapidement les principales caractéristiques géométriques et aérodynamiques.

Le présent travail se situe en continuité des travaux, déjà présenté dans cet axe de recherche dans le département de Génie Mécanique.

Il se situe après :

1. Le développement d'une méthodologie fine sur les écoulements stationnaires et instationnaires autour d'un profil d'aile, d'une grille rectiligne ou mobile et dans un étage de pompe axiale.
2. Elaboration d'un code de dimensionnement d'une machine, sous forme d'un abaque précis en intégrant plusieurs caractéristiques.
3. L'assemblage entre l'étude de dimensionnement géométrique et hydraulique et les caractéristiques de l'écoulement obtenues par la méthode des singularités. Une morphologie des sections des ails est obtenue en fonction des hauteurs radiales pour les rotors et stators.

---

---

# *CHAPITRE II*

---

---

## CHAPITRE II

---

---

### LA THEORIE DE DISTRIBUTION DES SINGULARITES

---

---

#### II.1. Introduction :

**L**a théorie de la distribution des singularités est une technique de résolution numérique qui consiste à résoudre l'équation régissant les écoulements potentiels. Cette théorie peut s'appliquer dès que l'équation aux dérivées partielles à résoudre est linéaire.

Le principe de base de la méthode consiste à remplacer la surface de l'aile par une distribution de singularités tels que sources, tourbillons ou doublet qui dépendent des équations et des conditions aux limites imposées.

##### *a) Distribution en sources :*

Cette méthode consiste en une distribution de sources pour permettre une approximation numérique de la solution de l'écoulement autour d'un corps non portant, ce type de singularité est caractérisé par un débit.

##### *b) Distribution en vortex :*

Contrairement à la première méthode, elle est utilisée pour traiter le cas des profils d'aile portant en supposant une distribution des tourbillons créant ainsi une circulation.

**c) La méthode des doublets :**

Cette méthode est utilisée quelle que soit la complexité des configurations portantes. Soit en écoulement stationnaire ou instationnaire.

**II.2. La Méthode Des Panneaux :**

Si on considère un corps arbitraire dans un écoulement uniforme potentiel (*Fig. (II.1)*), la méthode des panneaux consiste à :

- ❖ Approximer la surface du corps par une ligne brisée.
- ❖ Choisir une distribution de singularités (sources, tourbillons, doublets) et la faire par élément ou segment.
- ❖ Déduire le potentiel des vitesses induites en chaque point de la distribution.
- ❖ Choisir les points de contrôle situés aux milieux des segments et écrire l'équation intégrale au niveau de ces points qui se traduit par un système d'équations algébriques linéaires, que l'on peut résoudre par une méthode directe ou itérative.

**II.2.1. Méthode Des Panneaux Sources :**

C'est un procédé de calcul pratique, qui permet la résolution numérique du problème des écoulements autour d'un corps non portant. La technique consiste à une subdivision du contour de corps en des segments finis, chaque segment (panneau) comporte une source ponctuelle d'intensité  $\delta$  (*Fig. (II.2)*).

Si on choisit un nombre  $N$  de panneaux, sur chaque segment  $[x_j, x_{j+1}]$  est répartie uniformément une source de densité  $\delta_j$ ,  $j = 1$  à  $N$ .

Tout le problème reste à déterminer cette intensité  $\delta$  qui nécessite l'application des conditions aux limites en chaque point de contrôle.

Si le nombre de panneaux est suffisamment important, on peut obtenir une bonne approximation numérique de la solution.



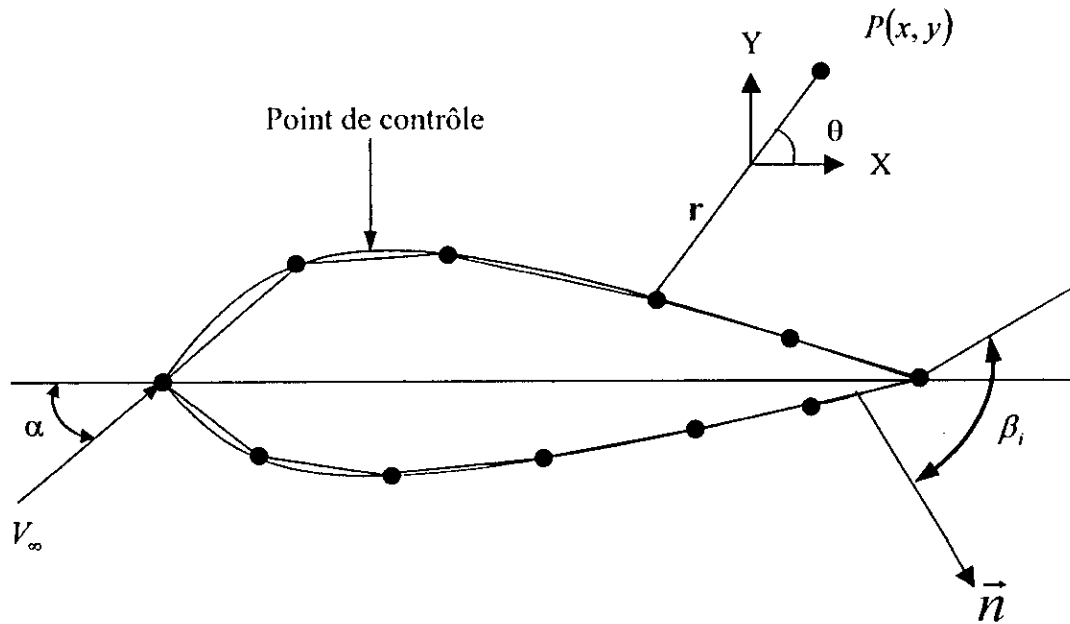


Fig.(II.1) :Distribution des panneaux de singularités sur la surface

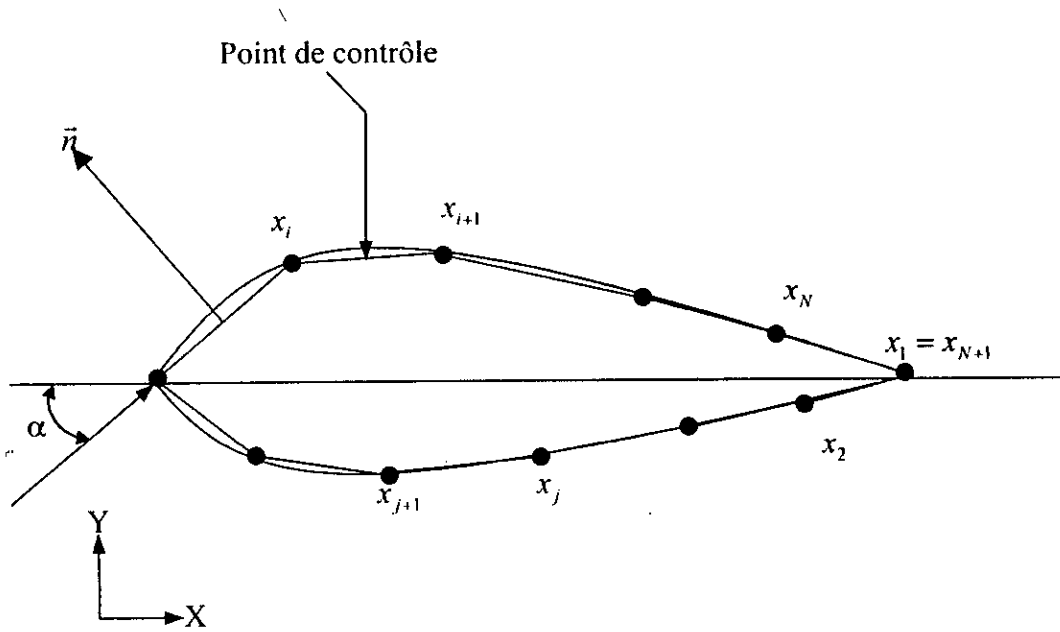


Fig.(II.2) :Distribution des panneaux de singularités sur la surface

Soit un point de l'écoulement  $p$  de coordonnées cartésiennes  $(x,y)$  situées à une distance  $r$  de la portion  $ds$ , le potentiel des vitesses induit par une singularité source ponctuelle est :

$$d\Phi_s = \frac{\delta ds}{2\pi} \ln(r) \quad (\text{II.1})$$

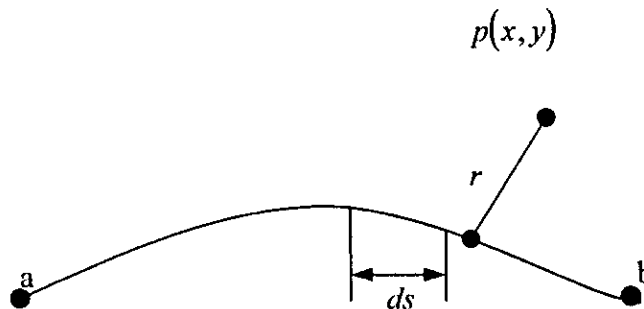
Le potentiel des vitesses totales induit sur le segment  $[a, b]$  par cette distribution est (Fig.(II.3)) :

$$\Delta\Phi_s(x,y) = \int_a^b \frac{\delta ds}{2\pi} \ln(r) \quad (\text{II.2})$$

Le potentiel des vitesses au même point P de l'écoulement induit par le panneau (j) est:

$$\Delta\Phi_s(p) = \frac{\delta_j}{2\pi} \int \ln(r_{pj}) ds_j \quad (\text{II.3})$$

$$\text{Avec : } r_{pj} = \sqrt{(x_p - x_j)^2 + (y_p - y_j)^2} \quad (\text{II.4})$$



**Fig.(II.3) : Détermination du potentiel des vitesses sur un segment  $[a, b]$**

Le potentiel des vitesses totales induit par cette distribution au point P par l'ensemble des panneaux est :

$$\Phi_s(p) = \sum_{j=1}^N \Delta\Phi_{sj}(p) = \sum_{j=1}^N \frac{\delta_j}{2\pi} \int \ln(r_{pj}) ds_j \quad (\text{II.5})$$

Si le point P de coordonnées  $(x_i, y_i)$  est un point de contrôle, le potentiel des vitesses total s'écrit comme suit :

$$\Phi_s(x_i, y_i) = \sum_{j=1}^N \Delta\Phi_y = \sum_{j=1}^N \frac{\delta_j}{2\pi} \int \ln(r_{ij}) ds_j \quad (\text{II.6})$$

Le potentiel des vitesses de l'écoulement résultant de la superposition de l'écoulement uniforme et de N panneaux sources est :  $\Phi = \Phi_\infty + \Phi_s$  ainsi que :

$$\Phi_s(x_i, y_i) = V_\infty x_i + \sum_{j=1}^N \frac{\delta_j}{2\pi} \int \ln(r_{ij}) ds_j \quad (\text{II.7})$$

La composante normale de la vitesse de l'écoulement uniforme s'écrit comme suit :

$$V_{\text{on}} = V_\infty \cos(\beta_i) \quad (\text{II.8})$$

La composante normale de la vitesse sur le corps est :

$$V_n = \frac{\partial}{\partial t} (\Phi(x_i, y_i)) \quad (\text{II.9})$$

Cette dérivée présente un point singulier car  $(r_{ij})$  apparaîtra au dénominateur de l'intégrale, au  $j^{\text{ème}}$  panneau quand  $(i = j)$  elle est de  $\frac{\delta_j}{2}$  donc :

$$V_n = \frac{\delta_i}{2} + \sum_{j=1}^N \frac{\delta_j}{2\pi} \int \frac{\partial}{\partial t} \ln(r_{ij}) ds_j \quad (\text{II.10})$$

Le terme  $\frac{\delta_j}{2}$  est la vitesse normale au  $j^{\text{ème}}$  point de contrôle induit par le  $j^{\text{ème}}$  panneau.

La condition au limite de la surface de l'obstacle s'écrit :  $V_{\text{on}} + V_n = 0$ , cette solution s'exprime sous la forme suivante :

$$\frac{\delta_i}{2} + \sum_{j=1}^N \frac{\delta_j}{2\pi} \int \frac{\partial}{\partial t} \ln(r_{ij}) ds_j + V_\infty \cos(\beta_i) = 0 \quad (\text{II.11})$$

La composante tangentielle de la vitesse à l'infini amont est :

$$V_{\text{on,t}} = V_\infty \sin(\beta_i) \quad (\text{II.12})$$

La vitesse tangentielle induite par tous les panneaux est :

$$V_i = \frac{\partial \Phi}{\partial s} = \sum_{j=1}^N \frac{\delta_j}{2\pi} \int_j \frac{\partial}{\partial s_i} \ln(r_{ij}) ds_j \quad (II.13)$$

En particulier la vitesse tangentielle sur un panneau produite par le panneau lui-même ( $i = j$ ) est nulle.

Donc la vitesse tangentielle de la superposition de l'écoulement uniforme et les (N) panneaux sources est :  $V_i = V_{\infty,i} + V_i$  qui peut être exprimée par :

$$V_i = V_{\infty} \sin(\beta_i) + \sum_{j=1}^N \delta_j \int_j \frac{\partial}{\partial s_j} \ln(r_{ij}) ds_j \quad (II.14)$$

Le coefficient de pression au  $i^{ème}$  point de contrôle est obtenu à partir de l'équation de BERNOULI sous la forme suivante :

$$Cp_i = 1 - \left( \frac{V_i}{V_{\infty}} \right)^2 \quad (II.15)$$

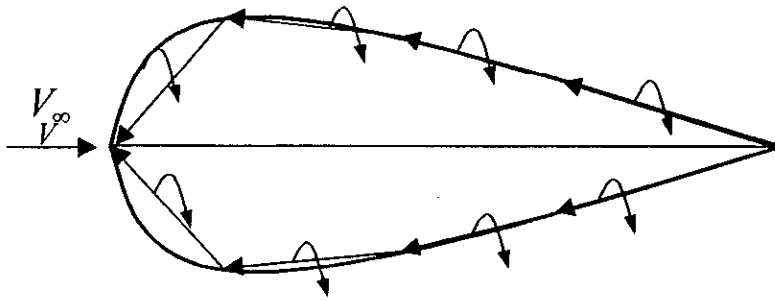
## II.2.2 La Méthode Des Panneaux Vortex " Panel Vortex " :

La méthode des panneaux sources ne tient pas compte de la circulation autour d'un obstacle. Cependant, la détermination des caractéristiques aérodynamiques des profils d'ailes portant nécessite l'introduction de la circulation, par conséquent des tourbillons dans la modélisation.

Pour remédier à cet inconvénient, la méthode des panneaux vortex a été développée et dont le principe est similaire à la méthode des panneaux sources, sauf que celle ci est applicable à des corps portant.

En modélisation le contour du profil (Fig.(II.4)) par une série d'éléments tourbillonnaires rectilignes, chaque élément a une circulation constante  $\gamma$  par unité de longueur, qui varie d'un élément à un autre.

Si on choisit un nombre N de panneaux avec une distribution de circulation sur chaque panneau dont les intensités ( $\gamma$ ,  $i = 1$  à N) qui sont des inconnues à déterminer en utilisant la technique de " PANEL VORTEX " et qui doivent satisfaire la condition de KUTTA au bord de fuite.



**Fig.(II.4) : Modélisation d'un profil arbitraire par une distribution des tourbillons sur le contour du profil.**

Soit un point  $P(x, y)$  situé à une distance  $(r_j)$  du panneau (j) qui fait un angle  $(\theta_{pj})$  par rapport à l'axe des abscisses. Le potentiel des vitesses induit par le panneau (j) au point  $P$  est :

$$\Delta\Phi(P) = -\frac{1}{2\pi} \int \theta_{pj} \gamma_j ds_j \quad (\text{II.16})$$

$$\text{Avec : } \theta_{pj} = \arctg\left(\frac{y - y_j}{x - x_j}\right) \quad (\text{II.17})$$

le potentiel des vitesses résultant induit au point  $P$  par l'ensemble des panneaux est donné par :

$$\Phi(P) = -\sum_{j=1}^N \frac{\gamma_j}{2\pi} \int \theta_{pj} ds_j \quad (\text{II.18})$$

Si le point  $P$  de coordonnées  $(x_i, y_i)$  est un point de contrôle, alors :

$$\Phi(x_i, y_i) = -\sum_{j=1}^N \frac{\gamma_j}{2\pi} \int \theta_{ij} ds_j \quad (\text{II.19})$$

$$\text{Avec : } \theta_{ij} = \arctg\left(\frac{y_i - y_j}{x_i - x_j}\right) \quad (\text{II.20})$$

L'application de la condition à la paroi où la composante normale de la vitesse totale est nulle cette dernière est issue de la superposition de la vitesse de l'écoulement uniforme et celle induite par tous les éléments.

$V_{\infty,n} + V_n = 0$  et qui s'écrit sous la forme suivante :

$$V_{\infty} \cos(\beta_i) - \sum_{j=1}^N \frac{\gamma_j}{2\pi} \int \frac{\partial \theta_j}{\partial n_i} ds_j = 0 \quad (II.20)$$

Dans la méthode " *PANEL SOURCE* " en plus des ( $N$ ) équations données par le système (II.1), et dans le but de fermer le système on doit aussi satisfaire la condition de KUTTA au bord de fuite. ( *Fig.(II-5)* ).

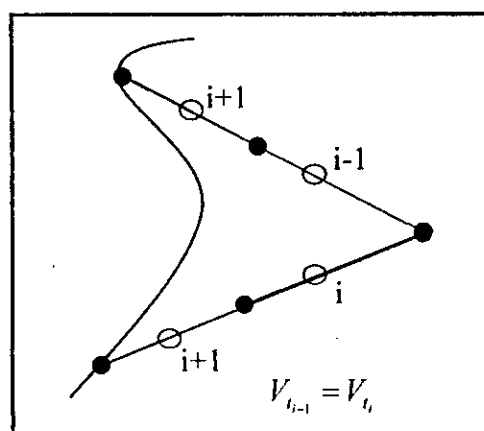
### Condition de KUTTA-JOKOWSKI :

Selon la géométrie du profil, la condition de KUTTA s'écrit de deux façons :

- ❖ Pour un profil se terminant par un dièdre, le bord de fuite est un point d'arrêt.
- ❖ Pour un profil se terminant par un point de reboursement la vitesse à l'extrados et à l'intrados au niveau du bord de fuite a la même valeur finale.

Dans notre application, la condition de KUTTA, impose que la vitesse à l'extrados, au bord de fuite, à la même valeur finale, donc il n'y a pas de glissement entre les couches fluide en ce point, alors la vorticité est nulle, ce qui est traduit par :  $V_{t_{i-1}} = -V_{t_i}$ .

En fin, on accédera à un système linéaire de  $n$  équations à  $n$  inconnues.



**Fig.(II.5) : Condition de KUTTA**

Si la longueur de  $j^{\text{ème}}$  panneau est  $(s_j)$  alors la circulation qui en résulte est  $(\gamma_j, s_j)$  et la circulation totale due à tous les panneaux est :

$$\Gamma = \sum_{j=1}^N \gamma_j s_j \quad (\text{II.22})$$

Par l'application du théorème de KUTTA - JOUKOWSKI, le coefficient de portance est donné par la relation suivante :

$$C_z = \rho_\infty V_\infty \Gamma = \rho_\infty V_\infty \sum_{j=1}^N \gamma_j s_j \quad (\text{II.23})$$

La vitesse tangentielle de chaque panneau est donnée comme suit :

$$V_{t_i} = \frac{\partial}{\partial s} \left( \Phi(x_i, y_j) \right) \quad (\text{II.24})$$

la vitesse tangentielle totale de la superposition de l'écoulement uniforme et les  $N$  panneaux *VOTREX* est :

$$V_{t_i} = V_{\infty, i} + V_i = V_\infty \sin(\beta_i) + \sum_{j=1}^N \frac{\gamma_j}{2\pi} \int_j \frac{\partial}{\partial s} \ln(r_{ij}) ds_j \quad (\text{II.25})$$

le coefficient de pression au  $i^{\text{ème}}$  point de contrôle est obtenu à partir de l'équation suivante :

$$C_{p_i} = 1 - \left( \frac{V_{t_i}}{V_\infty} \right)^2 \quad (\text{II.26})$$

---

---

# *CHAPITRE III*

---

---



# CHAPITRE III

---

---

## MÉTHODE NUMERIQUE ET PROGRAMME

### (MÉTHODE PANAL VORTEX)

---

---

#### III.1. Algorithme De Calcul :

Pour obtenir la distribution de pression, le coefficient de portance et de moment. On procède par des étapes de calcul suivantes :

##### 1. Lecture des données :

L'introduction des coordonnées du profil d'aile  $(x_i, y_i)$  avec  $i=1,2,\dots,N$  et l'angle d'incidence  $(\alpha)$  en degré.

##### 2. Calcul des coordonnées des points de contrôle $x_m, y_m$ et de l'angle $\theta$ :

$$x_{mi} = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$$

$$y_{mi} = \frac{y_i + y_{i+1}}{2}$$

$$\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$$

$$\Delta y_i = y_{i+1} - y_i$$

$$s_i = \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2}$$

Puis on procède au calcul de la pente pour chaque panneau,

$$\theta_i = \operatorname{arctg}\left(\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i}\right)$$

### 3. L'évaluation de l'intégrale :

Pour faciliter la programmation de la méthode PANAL VORTEX, on suppose que la densité de circulation sur chaque élément varie linéairement en partant d'un côté vers un autre.

Le potentiel total dû à la superposition des écoulements élémentaires est donné par :

$$\Phi(x_{mi}, y_{mi}) = V_\infty (x_{mi} \cos \alpha + y_{mi} \sin \alpha) - \sum_{j=1}^N \int_j \frac{\gamma_{sj}}{2\pi} \operatorname{arctg}\left(\frac{y_{mi} - y_{mj}}{x_{mi} - x_{mj}}\right) ds_j$$

La condition à la paroi exige que la vitesse normale au  $i^{\text{ème}}$  point de contrôle (dans la direction du vecteur unitaire  $\vec{n}_i$ ) soit nulle. Donc on a :

$$\frac{\partial}{\partial n_i} \Phi(x_{mi}, y_{mi}) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, N$$

On peut écrire aussi :

$$\sum_{j=1}^N \int_j \frac{\gamma_{sj}}{2\pi V_\infty} \cdot \frac{\partial}{\partial n_i} \operatorname{arctg}\left(\frac{y_i - y_j}{x_i - x_j}\right) ds_j = \sin(\theta_i - \alpha)$$

avec :  $\gamma_{s_i} = \gamma_j + (\gamma_{j+1} - \gamma_j) \frac{s_j}{S_j}$  et en posant :

$$I_{ij} = \int_j \frac{\gamma_{sj}}{2\pi V_\infty} \cdot \frac{\partial}{\partial n_i} \operatorname{arctg}\left(\frac{y_i - y_j}{x_i - x_j}\right) ds_j$$

avec :  $\gamma' = \frac{\gamma}{2\pi V_\infty}$ .

Après différentiation et intégration on obtient :

$$I_{ij} = Cn1_{ij} \cdot \gamma'_j + Cn2_{ij} \cdot \gamma'_{j+1}$$

donc :

$$\sum_{j=1}^N (Cn1_{ij} \cdot \gamma'_j + Cn2_{ij} \cdot \gamma'_{j+1}) = \sin(\theta_i - \alpha)$$

avec :

$\theta_i$  : l'angle d'orientation du  $i$  ème panneau mesuré à partir de l'axe des abscisses à la surface de l'élément.

$RIIS = \sin(\theta_i - \alpha)$  : représente la composante normale de la vitesse à l'infini amont .

$$Cn1_{ij} = 0.5 \cdot D \cdot F + C \cdot G - Cn2_{ij}$$

$$Cn2_{ij} = D + \frac{0.5 \cdot F}{s_j} - \frac{(A \cdot C + D \cdot E) \cdot G}{s_j}$$

Où :

$$A = -(x_{mi} - x_j) \cos(\theta_j) - (y_{mi} - y_j) \sin(\theta_j)$$

$$B = (x_{mi} - x_j)^2 - (y_{mi} - y_j)^2$$

$$C = \sin(\theta_i - \theta_j)$$

$$D = \cos(\theta_i - \theta_j)$$

$$E = (x_{mi} - x_j) \sin(\theta_j) - (y_{mi} - y_j) \cos(\theta_j)$$

$$F = \ln \left( 1 + \frac{s_j^2 + 2A \cdot s_j}{B} \right)$$

$$G = \arctg \left( \frac{E \cdot s_j}{B + A \cdot s_j} \right)$$

$$P = (x_{mi} - x_j) \sin(\theta_i - 2\theta_j) + (y_{mi} - y_j) \cos(\theta_i - 2\theta_j)$$

$$Q = (x_{m_i} - x_j) \cos(\theta_i - 2\theta_j) - (y_{m_i} - y_j) \sin(\theta_i - 2\theta_j).$$

Pour  $(i = j)$ , les coefficients  $Cn1_{ij}$  et  $Cn2_{ij}$  prennent des valeurs simplifiées où  $Cn1_{ij} = -1$  et  $Cn2_{ij} = 1$  et  $Cn2_{ij} = 1$ .

#### 4. Remplissage de la matrice $An_{ij}$ :

Pour satisfaire la condition de KUTTA au bord de fuite, la vitesse doit être finie et égale à zéro au bord de fuite donc :

$$\gamma'_1 + \gamma'_{N+1} = 0$$

donc le système (III.1) est fermé et on peut écrire :

$$\sum_{j=1}^{N+1} An_{ij} \cdot \gamma'_j = RHS_i, \quad i = 1, 2, \dots, N+1$$

pour  $i < N+1$  :

$$An_{i1} = Cn_{i1}$$

$$An_{ij} = Cn1_{ij} + Cn2_{ij-1} \quad j = 2, 3, \dots, N$$

$$An_{i,N+1} = Cn2_{i,N}$$

$$RHS_i = \sin(\theta_i - \alpha)$$

pour  $i = N+1$  :

$$An_{i,1} = An_{i,N+1} = 1$$

$$An_{ij} = 0 \quad j = 2, 3, \dots, N$$

$$RHS_i = 0$$

**5. Détermination de l'intensité des tourbillons  $\gamma'_j$  :**

La résolution du système d'équation algébrique en utilisant la méthode de CRAMER permet de déterminer l'intensité de tourbillons  $\gamma'_j$  pour chaque élément  $i$ .

**6. Détermination de la vitesse tangentielle  $V_{t_i}$  :**

$$V_{t_i} = \cos(\theta_i - \alpha) + \sum_{j=1}^N (Ct1_{ij} \cdot \gamma'_{j+1} + Ct2_{ij} \cdot \gamma'_{j+1})$$

où :

$$Ct1_{ij} = 0.5 \cdot C \cdot F - D \cdot G - Ct2_{ij}$$

$$Ct2_{ij} = C + 0.5 \cdot P \cdot \frac{F}{s_j} + (A \cdot D - C \cdot E) \cdot \frac{G}{s_j}$$

$$Ct1_{ii} = Ct2_{ii} = \frac{\pi}{2}$$

$\cos(\theta_i - \alpha)$  : la vitesse tangentielle au  $i^{ème}$  panneau. Donc on peut écrire :

$$V_{t_i} = \cos(\theta_i - \alpha) + \sum_{j=1}^{N+1} At_{ij} \cdot \gamma'_j$$

Remplissage de la matrice d'influence  $At_{ij}$

$$At_{i1} = Ct1_{i1}$$

$$At_{ij} = Ct1_{ij} + Ct2_{i,j-1} \quad j = 2, 3, \dots, N$$

$$At_{i,N+1} = Ct2_{i,N}$$

Puisque les  $\gamma'_j$  sont déjà calculées par conséquent on peut déterminer la vitesse tangentielle  $V_{t_i}$ .

**7. Détermination des coefficients aérodynamiques :**

Le coefficient de pression est donné par :

$$Cp_i = 1 - (V_{t_i})^2$$

Pour le calcul du coefficient de moment, de portance et de traîné on suit la procédure suivante :

$$C_{x_1} = \sum_{i=1}^N C_{p_i} \cdot \Delta y_i$$

$$C_{z_1} = C_{z_i} - C_{p_i} \Delta x_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$C_m = C_m + C_{p_i} \cdot (\Delta x_i \cdot x_{mi} + \Delta y_i \cdot y_{mi}) \quad i = 1, 2, \dots, N$$

Les coefficients de portance et de traîné sont donnés respectivement par :

$$C_z = C_{z_1} \cdot \cos(\alpha) - C_{x_1} \cdot \sin(\alpha)$$

$$C_x = C_{x_1} \cdot \cos(\alpha) + C_{z_1} \cdot \sin(\alpha)$$

Le coefficient de moment calculé à un quart de la corde est donné par l'expression suivante :

$$C_{mca} = C_m + \frac{C_z}{4}$$

---

---

# *CHAPITRE IV*

---

---

# CHAPITRE IV

---

---

## RESULTATS ET COMMENTAIRES

---

---

### IV.1.Introduction :

**L**A méthode utilisée actuellement pour confirmer la validité des résultats obtenus par des programmes réalisés ou des codes de calcul exploités, consiste à déterminer les caractéristiques aérodynamiques autour des différentes configurations à partir des solutions numériques et les comparer par la suite, aux résultats expérimentaux ou avec une autre théorie connue.

Dans cet objectif, plusieurs types de profils d'aile sont étudiés pour illustrer l'application de la méthode utilisée pour déterminer les coefficients aérodynamiques, par conséquent une série de résultats est obtenue que l'on va valider, comparer et interpréter.

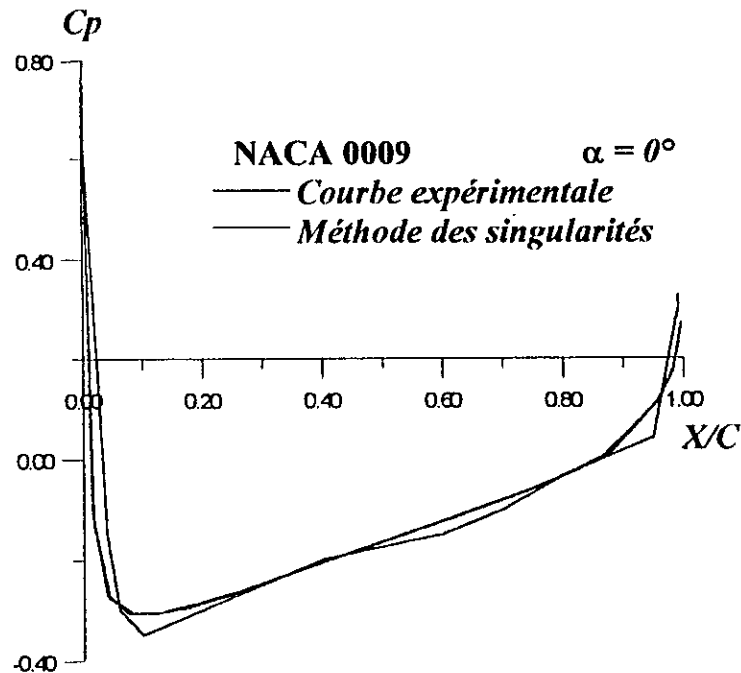
### IV.2.Le Coefficient de Pression :

Les figures (IV.1, IV.2, IV.3, IV.4, IV.5, IV.6) représentent la distribution des pressions locales pour différents types de profils d'aile et par l'application de la méthode de singularités.

La figure(IV.1) représente la variation du coefficient de pression en fonction de l'abscisse réduite du profil NACA 0009 et pour un angle d'attaque nul ( $\alpha=0^\circ$ ). Cette figure montre que le coefficient de pression décroît d'une valeur maximale positive au bord d'attaque (point de stagnation  $V=0$ ) vers une valeur minimale négative, c'est le maximum de dépressions puis, croit vers une valeur positive au bord de fuite, la zone de  $X/C = 0.02$  à



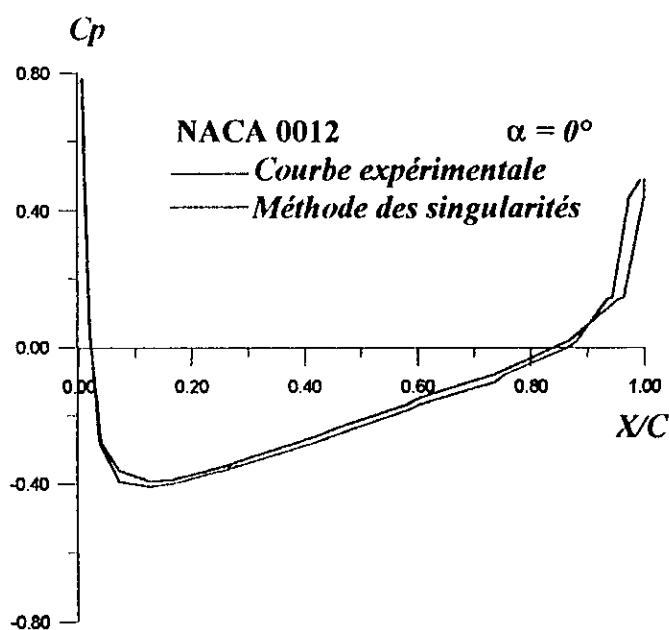
$X/C = 0.6$  représente la zone de dépression, le point de  $X/C = 0.6$  est appelé point d'inflexion.



**Fig. (IV.1) : Variation du coefficient de pression  
En fonction de l'abscisse réduite**

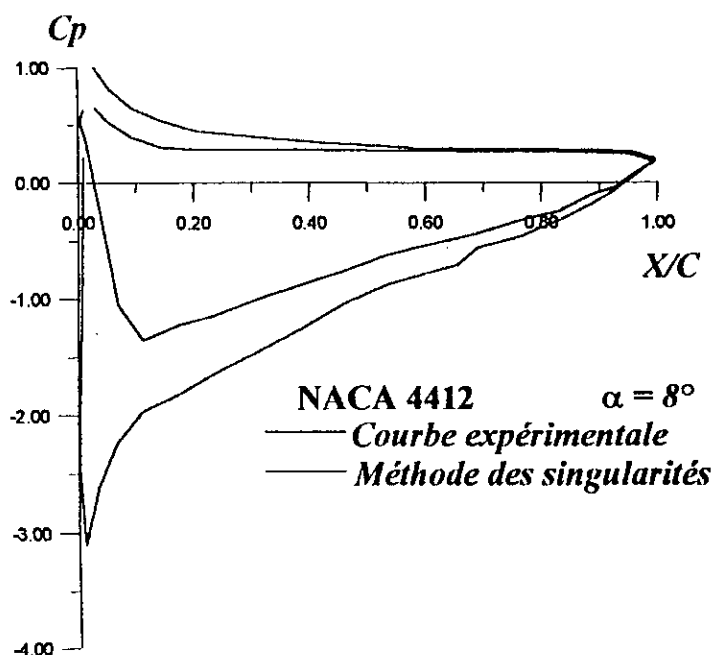
On constate que les résultats obtenus par la méthode numérique sont très proches des résultats expérimentaux publiés par «*ABBOT*» avec un léger écart essentiellement dû à l'effet de la couche limite, dont on n'a pas tenu compte dans la méthode de singularités, cependant l'hypothèse du fluide parfait conduit à l'absence de la résistance à l'avancement de tout obstacle placé dans un écoulement irrotationnel.

Une même analyse peut être faite concernant la figure (IV.2) sauf que pour le profil NACA 0012, la zone de dépression est supérieure à celle du profil NACA0009, elle est localisée de  $X/C = 0.02$  à  $X/C = 0.86$ , cette différence est due à l'augmentation de l'épaisseur du profil NACA0012.



**Fig.(IV.2) : Variation du coefficient de pression  
En fonction de l'abscisse réduite**

La figure(IV.3) représente la variation du coefficient de pression en fonction de la corde réduite du profil NACA 4412 pour un angle d'attaque ( $\alpha = 8^\circ$ ), nous constatons que l'écart entre les courbes numériques et expérimentales est élevé au bord d'attaque car l'approximation du fluide parfait n'est plus valable au voisinage des parois.



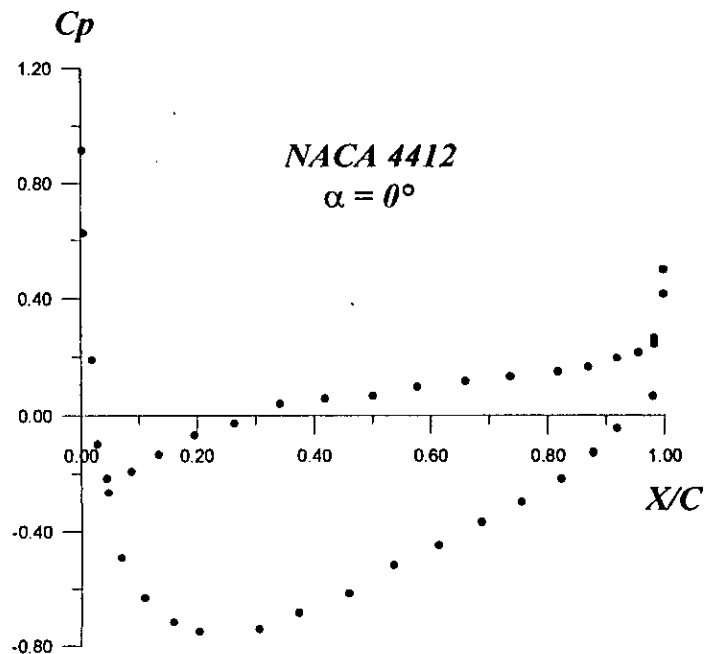
**Fig.(IV.3) : Variation du coefficient de pression  
En fonction de l'abscisse réduite**

On remarque aussi que la zone de dépression sur l'extrados est plus élevée en moyenne que la surpression sur l'intrados et cela est dû particulièrement à la cambrure du profil.

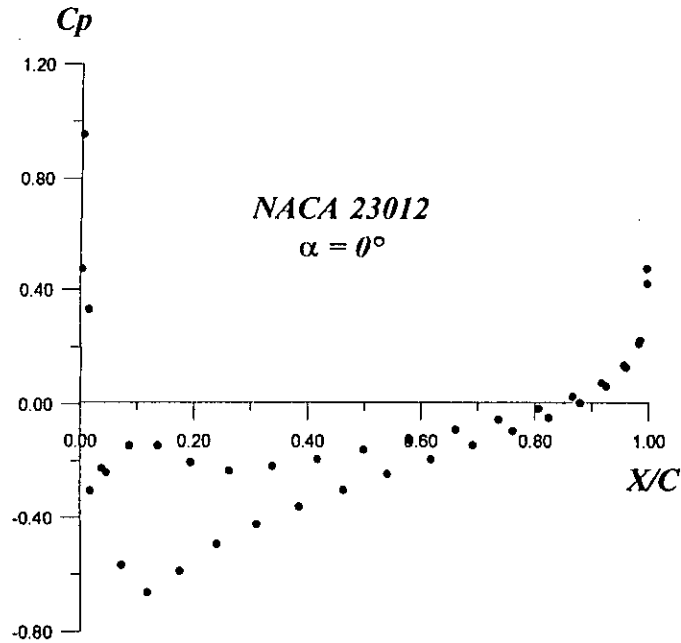
La portance est créée essentiellement par la dépression sur l'extrados, ce dernier reste plus important que celle de l'intrados, donc le profil reste portant

Au bord de fuite la condition de KUTTA reste toujours vérifiée.

Toujours avec le même type de profil, pour un angle d'attaque nulle (Fig. (IV.4)). On voit bien que le bord d'attaque est un point de stagnation, alors quand on observe la création des dépressions assez importante sur l'extrados qui s'éteint en s'approchant du bord de fuite, sur l'intrados la variation du coefficient de pression est très uniforme, l'importance de différence de dépression sur l'extrados et celle sur l'intrados génère la portance, le bord de fuite vérifiée d'une manière très fidèle la condition de KUTTA.



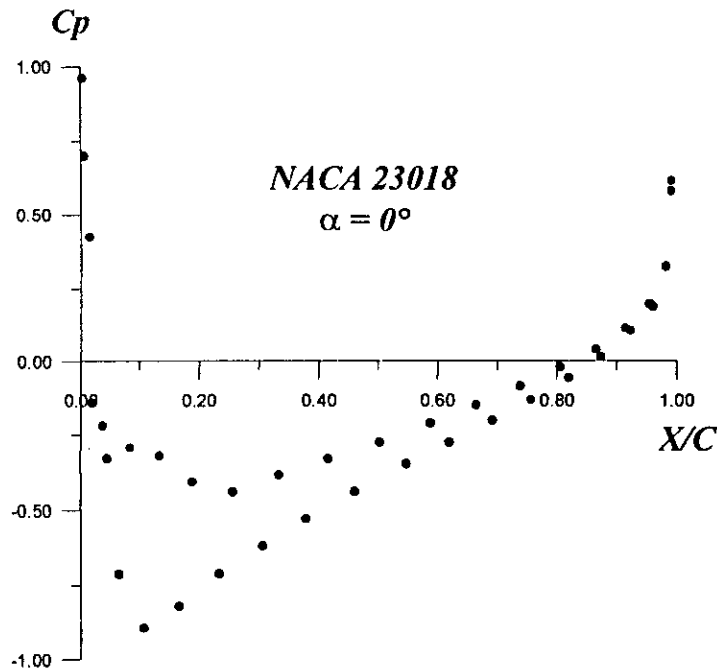
**Fig.(IV.4) : Variation du coefficient de pression  
En fonction de l'abscisse réduite**



**Fig.(IV.5) :Variation du coefficient de pression  
En fonction de l'abscisse réduite**

Concernent la série de profils d'aile NACA cinq chiffres, on a étudié le profil NACA 23012 et NACA 23018 qui sont présentés sur les figures (IV.5) et (IV.6).

On constate que les résultats numériques obtenus, ont la même forme qui présente une différence acceptable comparée avec l'expérience.



**Fig.(IV.6) :Variation du coefficient de pression  
En fonction de l'abscisse réduite**

### IV.3. Le Coefficient De Portance :

Les figures (IV.7, IV.8, IV.9, IV.10, IV.11, IV.12) représentent la variation du coefficient de portance en fonction de l'angle d'incidence étudié pour différents types de profils d'aile qui sont testés par la méthode des singularités.

Ces figures montrent un coefficient de portance maximum aux incidences positives et minimums aux incidences négatives. Entre ces deux valeurs limites, la courbe est particulièrement linéaire.

Pour le profil symétrique NACA 0009 (Fig.(IV.7)), on remarque que les résultats sont similaires pour faibles angles d'incidences.

La portance nulle est obtenue pour un angle d'incidence nulle, ce qui est compatible avec l'expérience. Cependant pour des angles d'incidences élevées, les courbes numériques et la courbe expérimentale s'éloignent, cette différence due à l'hypothèse de fluide parfait.

La courbe expérimentale perd sa linéarité pour un angle d'attaque  $\alpha = 12^\circ$  environ qui correspond au coefficient de portance maximal, puis on observe une chute de portance correspond au phénomène de décrochage aérodynamique.

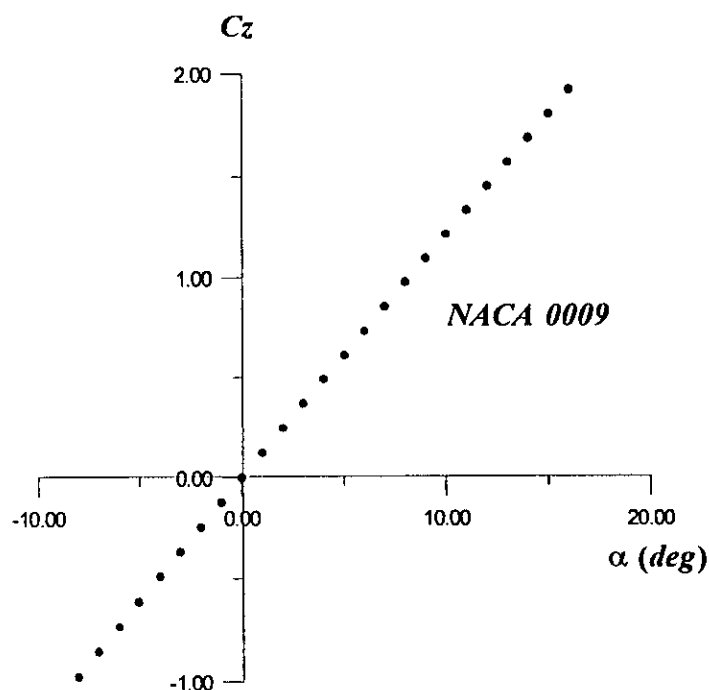
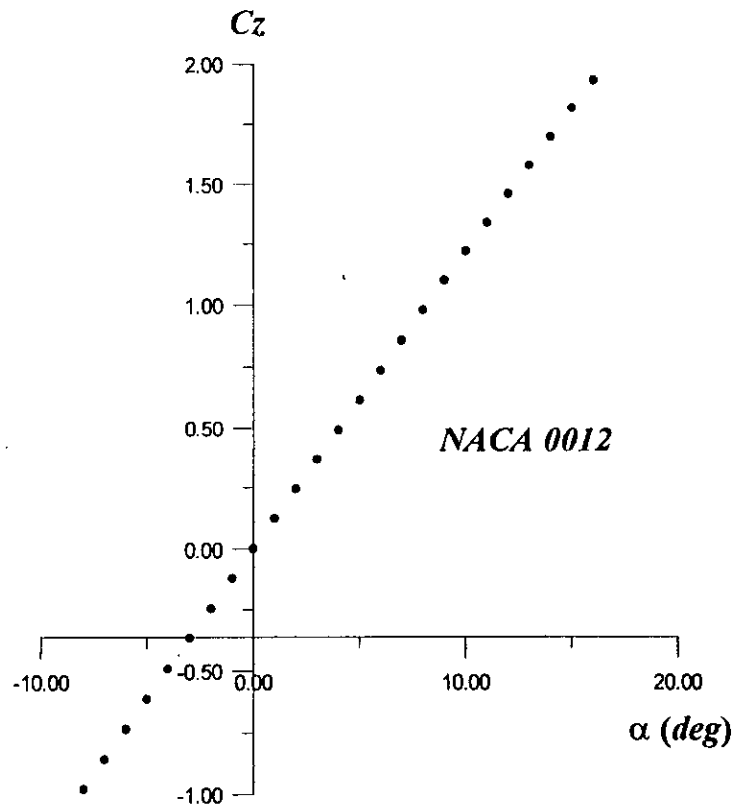


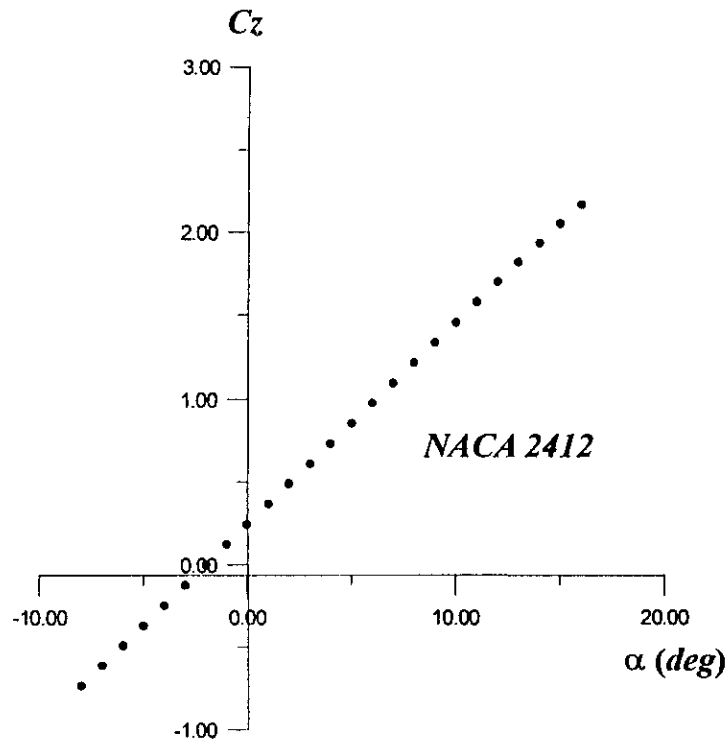
Fig. (IV.7) : Variation du coefficient de portance  
En fonction de l'angle d'incidence

C'est la même situation qui présente dans la figure(IV.8) concernant le profil systématique NACA 0012, la courbe expérimentale est linéaire dans la plage allant  $\alpha = 2^\circ$  jusqu'à  $\alpha = 14^\circ$  ; au-delà le décrochage aérodynamique apparaît.



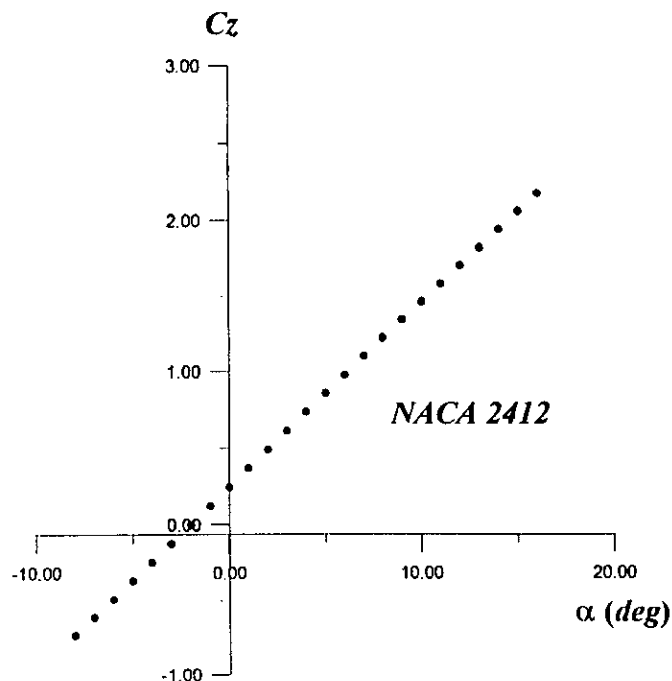
**Fig. (IV.8) : Variation du coefficient de portance  
En fonction de l'angle d'incidence**

La variation du coefficient de portance pour le profil NACA 2412 est mise à l'évidence dans la figure(IV.9), elle montre que la zone linéaire, la précision de la méthode numérique décrite précédemment est bonne. Au-dessus de  $\alpha = 8^\circ$  la courbe expérimentale commence à dévier légèrement jusqu'à la valeur maximale du coefficient de portance, correspond à l'angle de décrochage  $\alpha = 14^\circ$ , où l'effet de viscosité est prépondérant. on obtient une portance nulle pour un angle d'attaque  $\alpha = -2^\circ$ .



**Fig. (IV.9) : Variation du coefficient de portance  
En fonction de l'angle d'incidence**

La même analyse est notée pour le profil NACA 4412 (Fig. (IV.10)) mais il faut noter que l'écart entre les résultats numériques et expérimentaux est plus élevé par rapport au NACA 2412. On remarque que l'angle de décrochage est le même pour le cas du profil NACA 2412.



**Fig. (IV.10) : Variation du coefficient de portance  
En fonction de l'angle d'incidence**

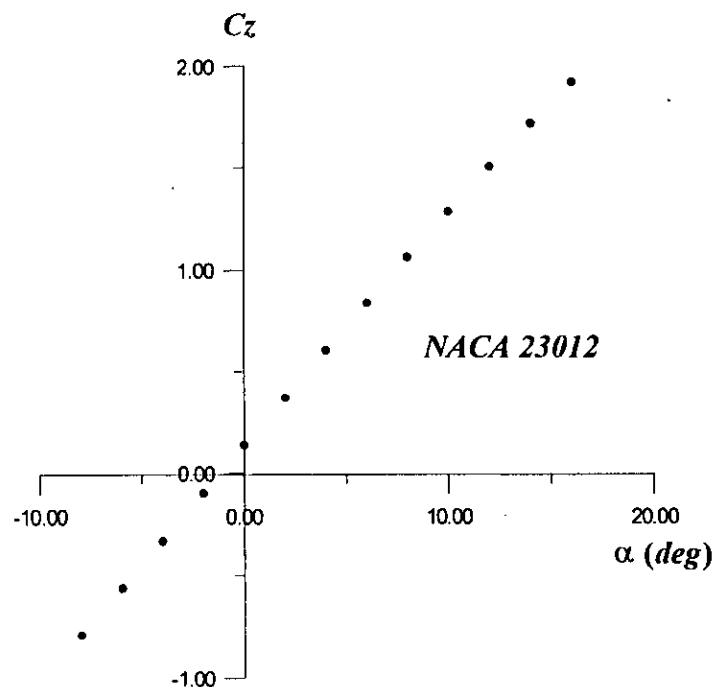
Les courbes numériques montrent que la portance est nulle pour un angle d'attaque  $\alpha = -4^\circ$  qui est en conformité avec l'expérience.

Pour bien confirmer la validation de nos résultats obtenus par la méthode numérique citée auparavant, nous avons étudié deux profils de la série cinq chiffres c'est le profil NACA 23012 et NACA 23018.

La figure(IV.11) représente la variation du coefficient de portance en fonction de l'incidence pour le profil NACA 23012.

Les courbes numériques sont très proches de la courbe expérimentale pour des incidences faibles puis commencent à s'éloigner chaque fois en augmentant l'incidence à cause des effets cités précédemment.

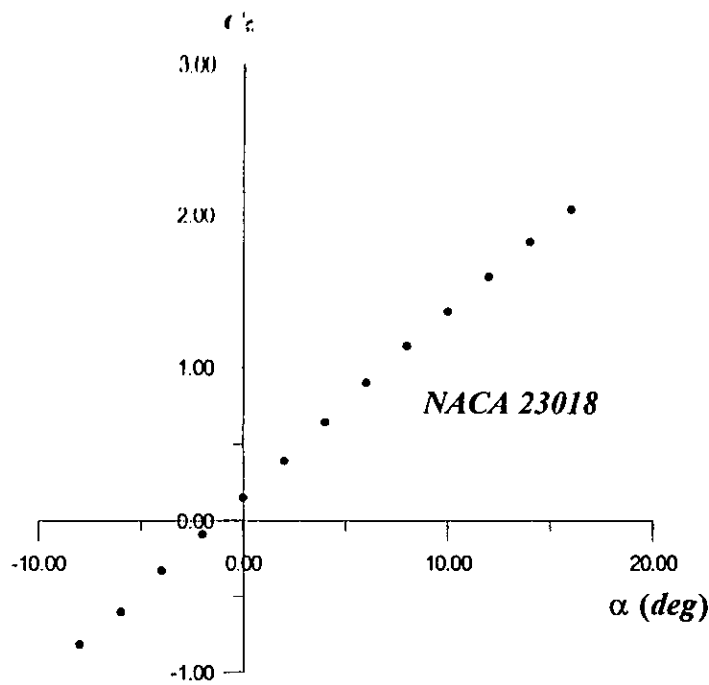
D'après cette figure, on remarque que l'angle de portance nulle  $\alpha = 1^\circ$  ce qui est compatible avec l'expérience. L'angle de décrochage aérodynamique est  $\alpha = 14^\circ$ .



**Fig. (IV.11) : Variation du coefficient de portance  
En fonction de l'angle d'incidence**

La figure(IV.12) représente aussi la variation du coefficient de portance en fonction de l'incidence pour le profil NACA 23018, elle montre que la portance est nulle pour une incidence proche  $\alpha = -1.5^\circ$ , ce qui est confirmé par l'expérience.





**Fig. (IV.12) : Variation du coefficient de portance  
En fonction de l'angle d'incidence**

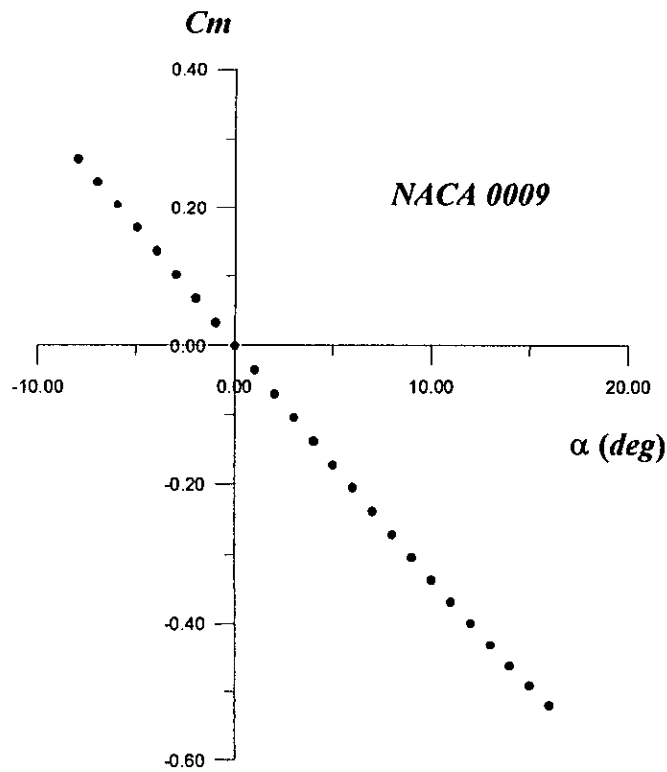
#### IV.4. Le Coefficient De Moment :

Les figures(IV.13, IV.14, IV.15, IV.16, IV.17, IV.18) montrent la variation du coefficient de moment en fonction de l'incidence, similaire à celle utilisé pour représenter la variation du coefficient de portance.

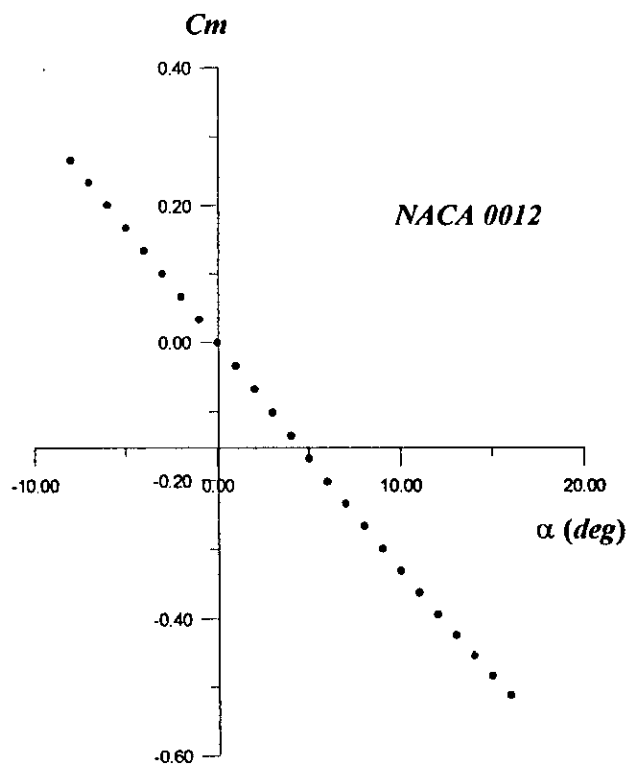
Cette courbe est linéaire pour une grande plage d'incidence est s'incurve plus ou moins aux grandes incidences.

Le moment est calculé par rapport au bord d'attaque du profil d'aile et nous adoptons par convention qu'un moment piqueur est positif et un moment cabreur négatif.

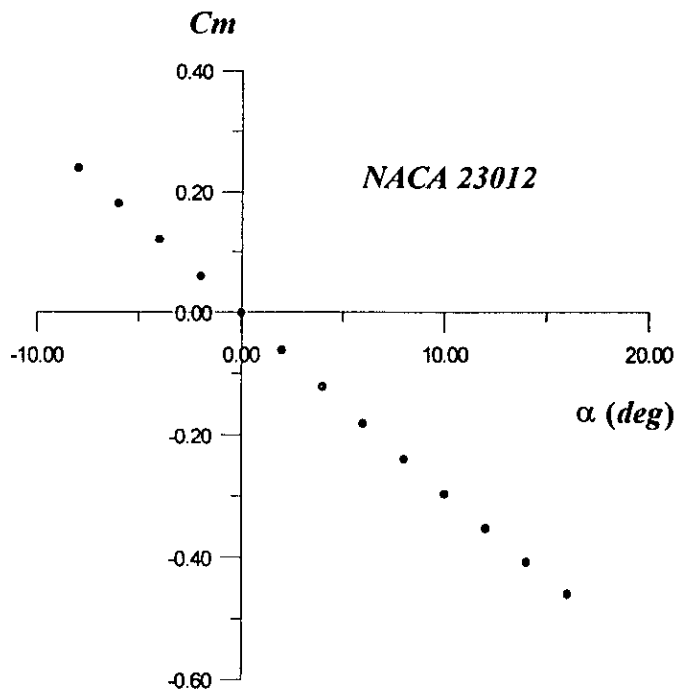
On remarque aussi que les courbes numériques sont confondues pour des faibles incidences et commence à s'éloigner pour des grandes incidences à cause des hypothèses de calcul décrites précédemment.



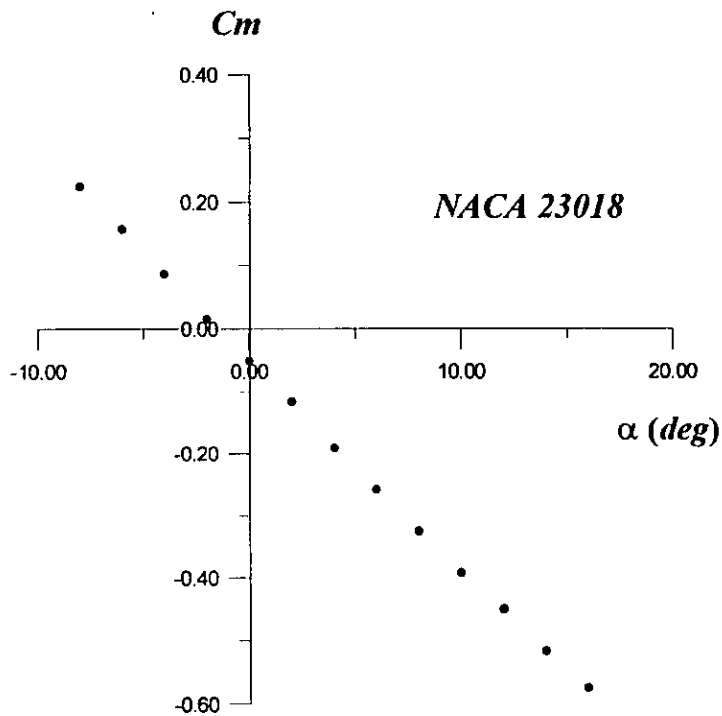
**Fig. (IV.13) :Variation du coefficient de moment  
En fonction de l'angle d'incidence**



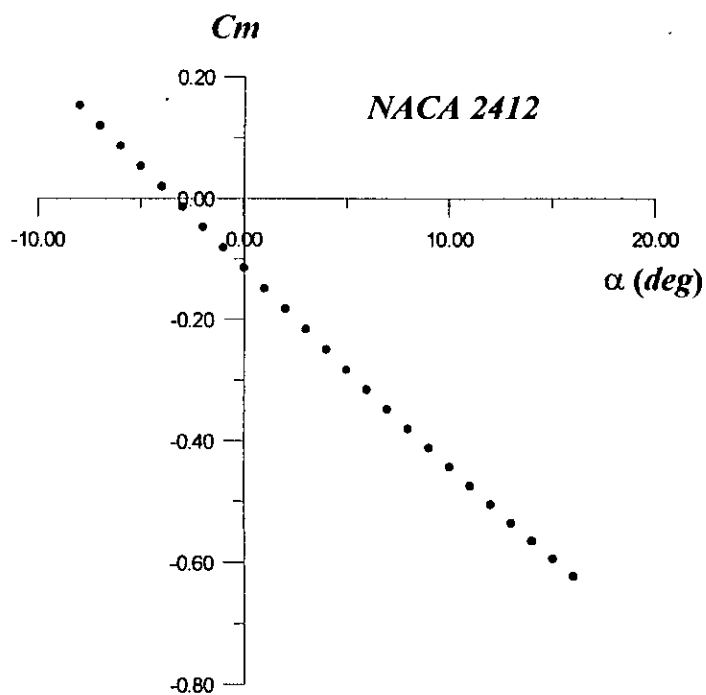
**Fig. (IV.14) :Variation du coefficient de moment  
En fonction de l'angle d'incidence**



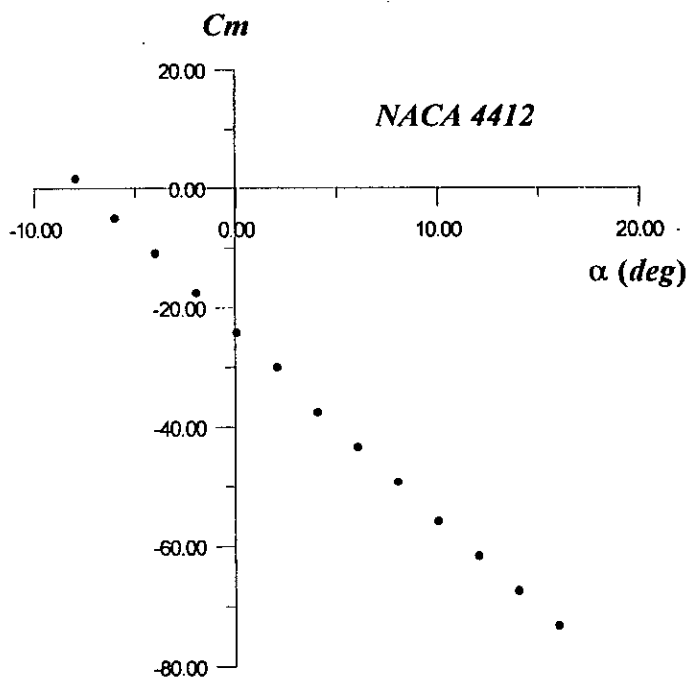
**Fig. (IV.15) :Variation du coefficient de moment  
En fonction de l'angle d'incidence**



**Fig. (IV.16) :Variation du coefficient de moment  
En fonction de l'angle d'incidence**



**Fig. (IV.17) : Variation du coefficient de moment  
En fonction de l'angle d'incidence**



**Fig. (IV.18) : Variation du coefficient de moment  
En fonction de l'angle d'incidence**

## V.5.Conclusion :

Nous venons de présenter des résultats obtenus par un programme de calcul dont leur conception est basée sur la méthode des singularités.

Pour le calcul des coefficients de pression, des bons résultats sont obtenus par la méthode numérique, malgré la présence d'une légère différence entre les résultats obtenus et l'expérimental. L'écart est dû à l'absence de traîné liés au fait que l'approximation du fluide parfait n'est plus valable au voisinage des parois, où se trouve un gradient de vitesse important. Aussi, les effets de viscosité étant proportionnels au gradient de vitesse qui devient non négligeable au voisinage de ces régions.

Au voisinage du bord d'attaque, les survitesses de l'écoulement sont très élevées, en vertu du théorème de *BERNOULLI*, les dépressions sont importantes au bord d'attaque peuvent entraîner le décollement de l'écoulement.

Pour le calcul des coefficients de portance, les résultats obtenus par la méthode numérique sont plus proche des résultats expérimentaux pour des faibles incidences, mais à partir d'un certain angle d'incidence, les courbes s'éloignent jusqu'à l'angle de décrochage où l'écart entre ces deux courbes est maximum. Cette différence est due essentiellement à :

- L'effet de viscosité.
- Choix de la fonction polynomiale décrivant le contour du profil.
- Le nombre de point choisi sur le profil.

---

---

# *CHAPITRE V*

---

---

# CHAPITRE V

---

---

## ETUDE GÉNÉRALE DU COMPRESSEUR

---

---

### V.1. Introduction :

**D**ans les turbomachines, l'air subit des transformations de l'entrée jusqu'à la sortie en vue de restituer l'énergie chimique (calorifique) sous forme mécanique (puissance ou poussée).

En effet dans le compresseur, on a une augmentation de l'énergie de pression.

Le dimensionnement de la turbomachine nécessite l'étude thermodynamique et aérodynamique dans les différents composants.

Dans notre travail, on s'intéresse seulement au dimensionnement du compresseur.

### V.2. Principe de fonctionnement d'un compresseur :

Le compresseur axial (ou centrifuge) est constitué d'une succession de grille d'aubes mobiles formant le rotor, ce dernier est entraîné par l'arbre comme source d'énergie (travail) cependant le passage de l'air d'une grille à une autre nécessite un guidage pour assurer la communication convenable de l'énergie cinétique du rotor à l'air, d'où la présence d'une grille d'aube fixe après chaque grille mobile. L'ensemble des grilles fixes forme ainsi le stator.

On définit par un étage d'un compresseur, chaque grille (rotor et stator), le compresseur est donc formé par un ensemble des tâches où s'effectue la succession de compression de l'air dans le déroulement est comme suit :

- Le rotor fournit d'énergie à l'air et fait transformer cette énergie cinétique en énergie de pressions.

### V.3. Etude aérodynamique :

On adopte dans cette étude les hypothèses suivantes :

- Ecoulement monodimensionnel.
- Régime permanent (stationnaire).
- Processus Adiabatique.
- Gaz parfait.

#### V.3.1. Création d'un étage turbomachine :

La figure (V.1) établit la morphologie d'un étage de compression ainsi que les triangles des vitesses dans les aubages du rotor et du stator.

Notons que :

$$V_2 > V_1 \quad (V.1)$$

$$\vec{V}_1 = \vec{W}_1 + \vec{U}_1 = \vec{W}_1 + \vec{U} \quad (V.2)$$

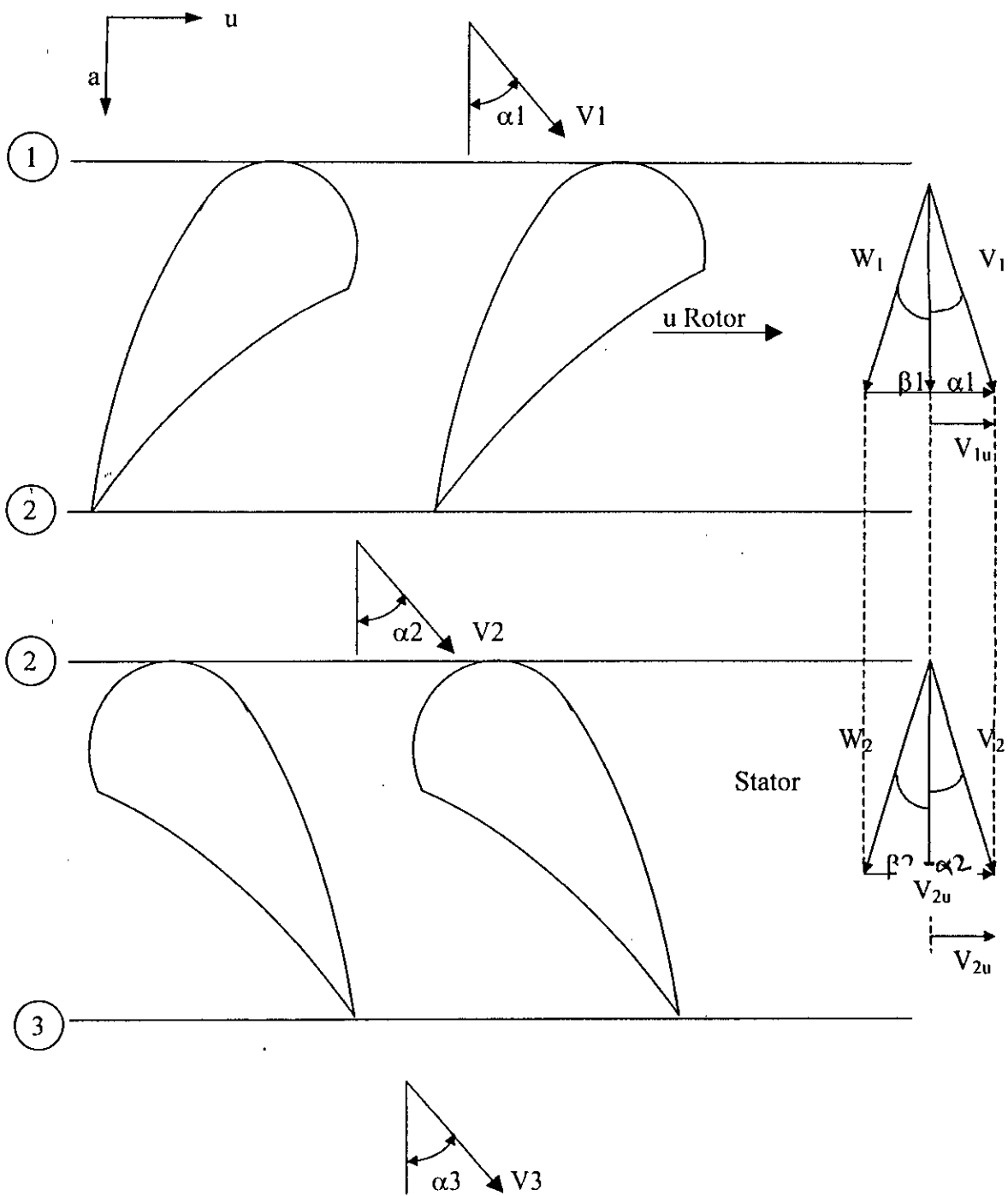
$$U_2 = U_1 \quad (V.3)$$

$$\vec{V}_2 = \vec{W}_2 + \vec{U}_2 = \vec{W}_2 + \vec{U} \quad (V.4)$$

$$V_3 = V_1 \quad (V.5)$$

$$\alpha_3 = \alpha_1 \quad (V.7)$$





- 1) Entrée rotor ou étage.
- 2) Sortie rotor ou entrée stator.
- 3) Sortie stator ou étage.

Fig.(V.1) : la morphologie d'un étage de compresseur

L'air s'approche au rotor avec une vitesse  $V_1$  et un angle de flux  $\alpha_1$ , la combinaison vectorielle avec la vitesse d'entraînement ( $U$ ) de l'aube donne la vitesse relative  $w_1$  à un angle d'aube  $\beta_1$ .

Le fluide quitte le rotor avec une vitesse relative  $w_2$  à un angle d'aube  $\beta_2$  et la vitesse axiale est généralement supposée constante.

### V.3.2 Efforts sur les aubes :

L'équation de la quantité du mouvement sous forme intégrale s'écrit :

$$q_m (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = \vec{M} + \vec{R} \quad (V.1) \quad (V.8)$$

Avec :

$\vec{M}$  :force de volume(pesanteur).

$\vec{R}$  :force de surface.

$q_m$  :débit massique.

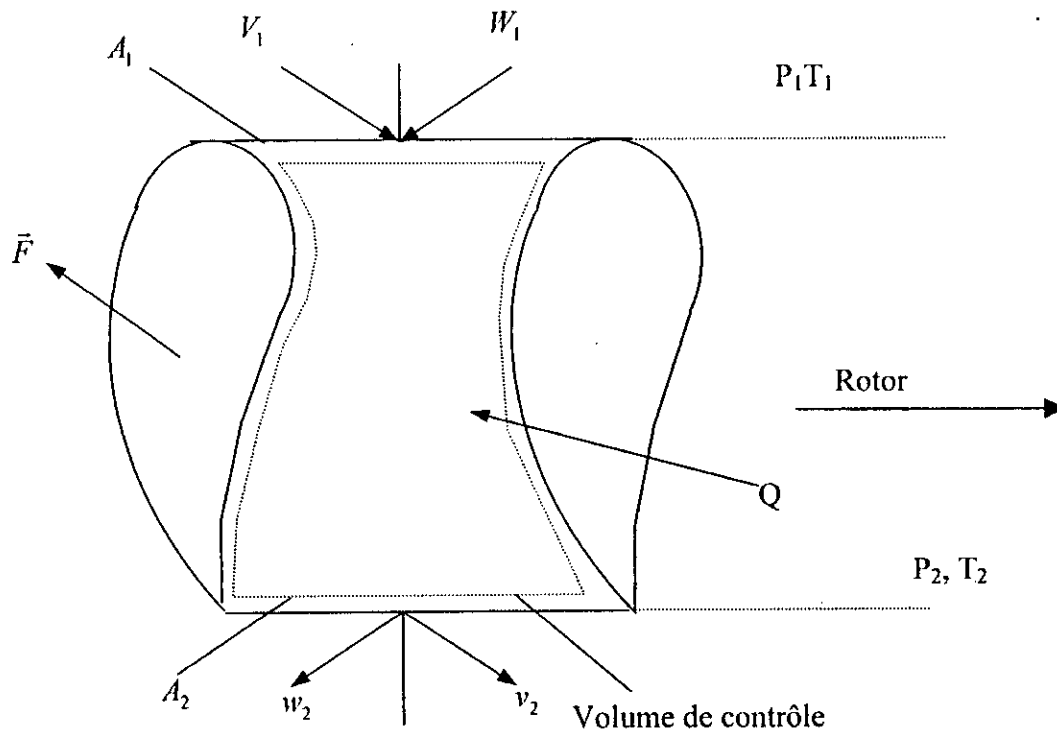


Fig.(V.2) : Force Agissant sur l'aube

La force de fluide agissant sur l'aube est définie par :

$$F = q_m(V_1 - V_2) + P_1 A_1 - P_2 A_2. \quad (V.9)$$

Par conséquent on a :

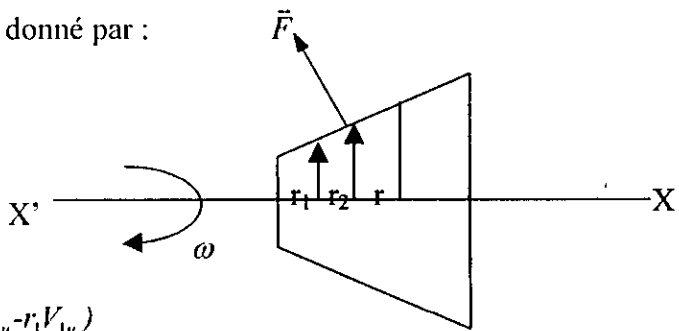
➤ L'effort tangentiel  $F_u$  sur une aube est donné par :  $F_u = q_m(V_{1u} - V_{2u})$ .

➤ L'effort axial  $F_a$  sur une aube est donné par :

$$F_a = q_m(V_{1a} - V_{2a}) + P_1 A_1 - P_2 A_2. \quad (V.10)$$

### V.3.3. Expression de travail sur l'arbre :

D'après le théorème du moment des quantités de mouvement, le couple des aubes communiqué au fluide est donné par :



$$C = \dot{m}(r_2 V_{2u} - r_1 V_{1u}) \quad (V.11)$$

Avec :

$$C_{fu} = q_m(r_2 v_{2u}) : \text{tangentielle}$$

$$C_{fa} = q_m(r_2 V_{2a} - r_1 V_{1a}) : \text{axial.}$$

La puissance fournie par l'arbre P est donnée par :

$$P = C \cdot \omega \quad (V.12)$$

$$P = \dot{m}(r_2 \omega V_{2u} - r_1 V_{1u} \omega) \quad (V.13)$$

$$P = \dot{m}(U_2 V_{2u} - U_1 V_{1u}) \text{ [watt]}$$

D'où le travail fourni par l'arbre par unité de masse de fluide est donnée par l'expression suivante :

$$W_a = \frac{P}{\dot{m}} \quad (V.14)$$

$$W_a = U_2 V_{2u} - U_1 V_{1u} \text{ [j/kg]} \quad (V.15)$$

Cette équation est dite l'équation d'Euler, en utilisant les éléments des triangles de la vitesse (voir annexe B).

La forme cinématique de l'équation d'Euler est :

$$W_a = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \quad (V.16)$$

Cette forme nous montre que :

- pour communiquer beaucoup d'énergie au fluide ( $W_a > 0$ ) cas de compresseur, il est avantageux d'avoir de réduire la variation de l'énergie cinétique et d'augmenter la variation d'énergie d'entraînement et absolue, c'est-à-dire :

$$U_2 > U_1 : \text{écoulement centrifuge (compresseur centrifuge).}$$

Remarques :

- La déviation des vitesses crée un travail
- $V_2 > V_1$  : accélérer dans la roue le mouvement absolu du fluide.
- $w_2 < w_1$  : ralentir le mouvement relatif.
- La première forme de l'équation d'EULER (voir équation (V.15)) montre que pour communiquer beaucoup d'énergie au fluide il faut diminuer composante  $V_{tu}$ .

La variation de l'énergie cinétique d'un système pendant le temps  $dt$  égale au travail total des forces extérieures et intérieures agissant sur ce système pendant le même temps  $dt$ . d'où on tire l'équation de *BERNOULLI* (fluide incompressible)

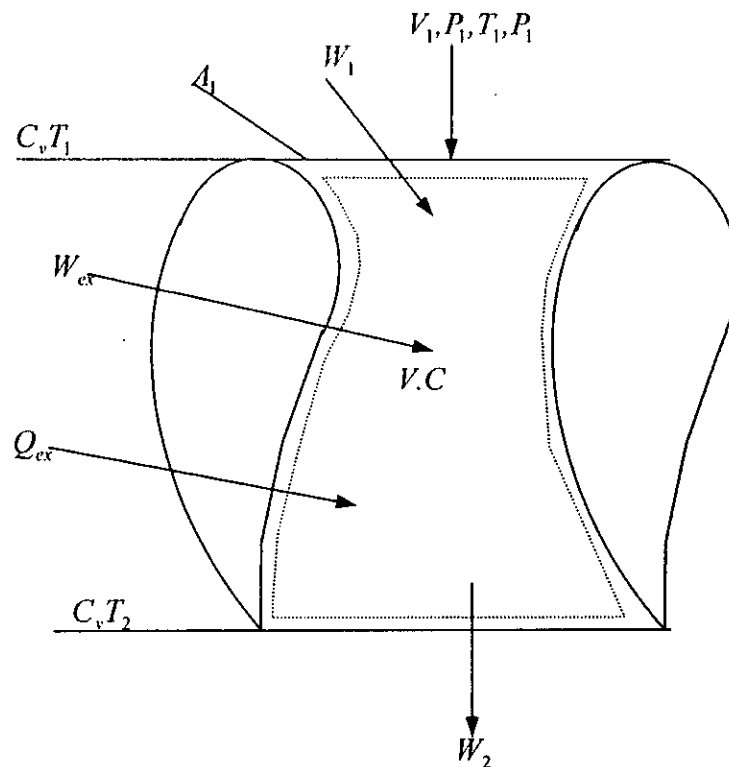
$$W_a = \left( \frac{p_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gh_2 \right) - \left( \frac{p_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gh_1 \right) + W_f \quad (V.17)$$

## V.4. Etude thermodynamique :

### V.4.1. expression du travail sur l'arbre :

Le bilan d'énergie pour le volume de contrôle délimité par les aubes est donné comme suit :

$$C_v T_1 + \frac{V_1^2}{2} + W_{ex} + Q_{ex} = C_v T_2 + \frac{V_2^2}{2} \quad (V.18)$$



**Fig.(V.3) : volume de contrôle inter-aubage**

Avec :

$$W_1 = -P_1 V_1 \quad (V.19)$$

$$W_2 = -P_2 v_2 \quad (V.20)$$

Remarque :

- Le volume de contrôle reçoit de l'énergie calorifique  $Q_{ex}$  et du travail  $W_{ex}$  de l'ailette.
- L'équation précédente exprime la conservation de l'énergie pour le fluide.

Donc on obtient :

$$Q_{ex} + W_{ex} = C_v(T_2 - T_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} \quad (V.21)$$

Finalement on a :

$$Q_{ex} + W_{ex} = C_v \Delta T + \frac{\Delta V^2}{2} \quad (V.22)$$

D'après la première loi de la thermodynamique on tire la forme différentielle suivante :

$$\delta Q_{ex} + \delta W_a = dE + d(pv) + \frac{dV^2}{2} \quad (V.23)$$

Pour un système ouvert on a :

$$dQ_{ex} + dW_a = d\left(E + pv + \frac{V^2}{2}\right) = dH_t \quad (V.24)$$

Ce qui donne :

$$dQ_{ex} + dW_a = dH + \frac{dV^2}{2} \quad (V.25)$$

Pour un système fermé on a :

$$dQ_{ex} + dW_f = dE + pdv \quad (V.26)$$

Pour un système fermé on a :

$$dW_a = dH_t \Rightarrow W_a = \Delta H_t = H_{t_2} - H_{t_1} \quad (V.27)$$

#### V.4.2. Travail de réchauffage :

Le compresseur fournit un plus de travail pour vaincre les forces de réchauffage et les forces de frottement. Notons que le réchauffage est dû aux forces de frottement. Tenons compte du travail de réchauffage, l'expression du travail devienne :

$$W_a = W_{as} + W_f + D \quad (V.28)$$

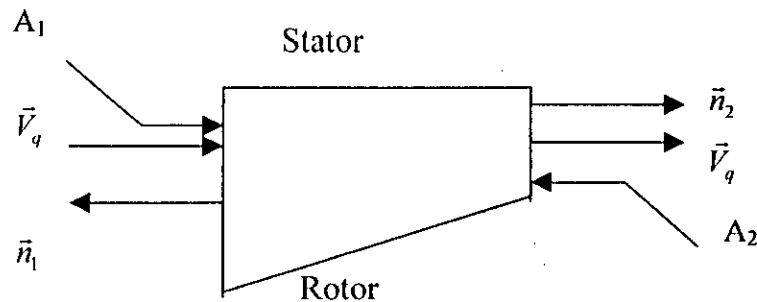
Avec :

$$W_{as} = \frac{\delta}{\delta - 1} p_1 v_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\delta - 1}{\delta}} - 1 \right] + \frac{\Delta V^2}{2} \quad (V.29)$$

$W_f$  : travail dû aux frottements.

$D$  : travail de réchauffage.

## V.4.3.Expression du rapport de pression totale dans l'étage :



Le débit massique au cours du processus de compression est constant :

$$\dot{m} = \rho VA = cte \quad (V.30)$$

Projetant sur la direction axiale, nous trouvons :

$$\begin{aligned} -\rho_1 V_a A_1 + \rho_2 V_a A_2 &= 0 \\ \rho_1 A_1 &= \rho_2 A_2 \\ A_2 &= \frac{\rho_1}{\rho_2} A_1 \end{aligned} \quad (V.31)$$

$A_2 < A_1$  : ce qui explique la forme géométrique du compresseur.

L'expression d'énergie est donnée par :

$$P_a = \dot{m} u V_a (tg\beta_1 - tg\beta_2) \quad (V.32)$$

Et d'autre part :

$$P_a = \dot{m} c_p (T_{t_3} - T_{t_1}) \quad (V.33)$$

Cette énergie sera absorbée pour enlever la pression de fluide et sur montrer les pertes par frottement.

Remarque :

$tg\beta_1 - tg\beta_2 = tg\alpha_1 - tg\alpha_2$ . (voir annexe).

$tg\beta_1 - tg\beta_2$  : représente la déflexion des aubes rotor.

On définit la charge de l'étage par :

$$\Delta T_{te} = T_{t_3} - T_{t_1} \quad (V.34)$$

D'après l'équation (V.32) et (V.33), on obtient :

$$\Delta T_{te} = \frac{UV_a}{c_p} (\operatorname{tg}(\beta_1) - \operatorname{tg}(\beta_2)) \quad (V.35)$$

Le rapport de pression total dans l'étage donné par :

$$\Pi_{te} = \frac{P_{t3}}{P_{t1}} = \left( 1 + \eta_s \frac{\Delta T_{te}}{T_{t1}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (V.36)$$

$\eta_s$  : rendement instropique.

Notons que dans le stator  $T_t$  est constante et pression totale  $P_t$  diminue.

#### V.4.4. Conséquences :

L'augmentation de la charge de l'étage  $\Delta T_{te}$  permet l'augmentation de rapport de pression  $\Pi_{te}$  ; autrement dit, il faut augmenter la vitesse axiale de l'écoulement dans l'étage, la vitesse de rotation de compresseur et la déflexion de l'aubage rotor.

L'augmentation de  $V_a$  offre deux avantages tel quel :

L'augmentation du débit et du rapport de pression ce qui est important pour les turboréacteurs. Cependant, les contraintes dans les aubages limitent la vitesse de rotation ; de plus des considérations aérodynamiques et de pression se combine pour limiter la vitesse axiale et la déflexion des aubes rotor.



---

---

# *CHAPITRE VI*

---

---

# CHAPITRE VI

---

---

## CONCEPTION DU COMPRESSEUR

---

---

### VI.1.Processus de conception:

Le processus complet de conception renfermera les étapes suivantes :

- ❖ Choix de la vitesse de rotation et les dimensions annulaires ;
- ❖ Détermination du nombre d'étages, en utilisant un rendement supposé au préalable ;
- ❖ Calcul des angles de flux au rayon de chaque étage ;
- ❖ Détermination de la variation des angles de flux de la base jusqu'au sommet de l'aube ;
- ❖ Vérification des effets de compressibilité ;
- ❖ Sélection de l'aubage de compresseur ;
- ❖ Vérification du rendement supposé antérieurement ;
- ❖ En procédant à un calcul de performance des étages.

L'étude de l'écoulement de la base jusqu'au sommet nécessite l'étude de l'équilibre radial de ce dernier.

### VI.2.Conditions d'équilibre :

La condition d'équilibre est exprimée par :

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = \frac{V_u^2}{r} \quad (VI.1)$$

Cette équation permet de déduire une équation d'énergie exprimant la variation d'enthalpie avec le rayon, donc:

$$\frac{dh_t}{dr} = V_a \frac{dV_a}{dr} + V_u \frac{dV_u}{dr} + \frac{V_u^2}{r} \quad (VI.2)$$

$h_t$  est supposée constante le long du rayon, donc  $\frac{dh_t}{dr} = 0$ , On obtient finalement l'équation d'équilibre radiale:

$$V_a \frac{dV_a}{dr} + V_u \frac{dV_u}{dr} + \frac{V_u^2}{r} = 0 \quad (VI.3)$$

$rV_u$  : une constante représente la condition de vortex libre.

pour  $\frac{dV_r}{dr} = 0$  La contrainte est donnée par la relation suivante:

$$\sigma = 1 - \left(\frac{r_m}{r}\right)^2 (1 - \sigma_m) \quad (VI.4)$$

$r_m$  : rayon moyen du compresseur.

$\sigma_m$  : la contrainte correspondante à  $r_m$ .

### IV.3. Vitesse de rotation et dimensions annulaires :

$$U_t = 350 \text{ m/s}$$

$$\text{Pour les données suivantes : } V_a = 150 \text{ m/s} \quad (VI.5)$$

$$0.4 \leq \frac{r_r}{r_t} \leq 0.6$$

le rayon  $r_t$  (figure ci dessus) est donné par :

$$r_t^2 = \frac{\dot{m}}{\pi \rho_1 V_a \left[ 1 - \left(\frac{r_r}{r_t}\right)^2 \right]} \quad (VI.6)$$

la vitesse de rotation  $N$  est donnée par :

$$N = \frac{u_t}{2\pi r_t} \quad (VI.7)$$

les caractéristiques thermodynamique du compresseur à l'entrée sont :

$$T_t = T_{t_1} - \frac{V_a^2}{2C_p} \quad (VI.8)$$

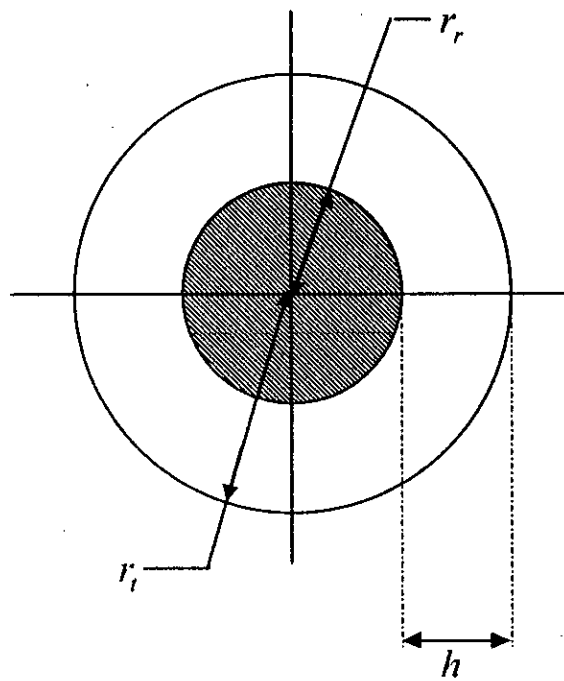
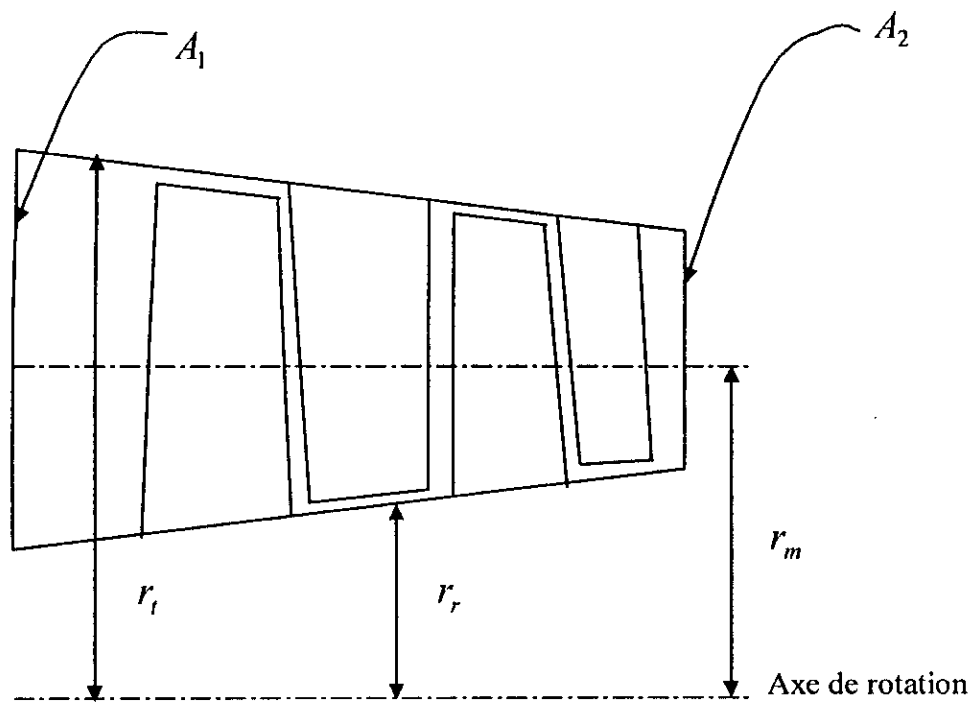


Fig.(VI.1) : Anneau de compresseur

$$P_1 = P_{t_1} \left( \frac{T_1}{T_{t_1}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{VI.9})$$

$$\rho_1 = \frac{P_1}{rT_1} \quad (\text{VI.10})$$

$$A_1 = \frac{in}{\rho_1 V_a} \quad (\text{VI.11})$$

avec :

$$\begin{aligned} T_{t_1} &= T_a \\ P_{t_1} &= P_a \end{aligned} \quad (\text{VI.12})$$

A la sortie, les caractéristiques thermodynamiques sont:

$$P_{t_2} = \pi_t \cdot P_{t_1} \quad (\text{VI.13})$$

$$T_{t_2} = T_{t_1} (\pi_t)^{\frac{n-1}{n}} \quad \text{avec} \quad \frac{n-1}{n} = \frac{\gamma}{\gamma \eta_p} \quad (\text{VI.14})$$

$$T_2 = T_{t_2} - \frac{V_a^2}{2C_p} \quad (\text{VI.15})$$

$$P_2 = P_{t_2} \left( \frac{T_2}{T_{t_2}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{VI.16})$$

$$h = \frac{A_2}{2\pi r_m} \quad (\text{VI.17})$$

$$r_{t_2} = r_m + \frac{h}{2} \quad (\text{VI.18})$$

$$r_{b_2} = r_m - \frac{h}{2} \quad (\text{VI.19})$$

application numérique:

Pour:

$$\frac{r_r}{r_i} = 0.5$$

$$N = 250 \text{ tr/s}$$

$$r_m = 0.1697 \text{ m (constant le long du compresseur).}$$

$$U_i = 350 \text{ m/s.}$$

$$V_a = 150 \text{ m/s.}$$

$$\dot{m} = 20 \text{ Kg/s.}$$

	L'entrée du compresseur	Sortie du compresseur
$P_i$ (bar)	1.0100	4.1900
$P$ (bar)	0.8730	3.8380
$T_i$ (° K)	288.0000	452.5000
$T$ (° K)	276.8000	441.3000
$\rho$ (Kg / m <sup>3</sup> )	1.1060	3.0300
$A$ (m <sup>2</sup> )	0.1200	0.0440
$r_i$ (m)	0.2262	0.1903
$r_r$ (m)	0.1131	0.1491

#### IV.4. Estimation du nombre d'étages :

Le nombre d'étages est calculé à partir de la relation suivante :

$$N = \frac{\Delta T_t}{\Delta T_{t_e}} \quad (\text{VI.20})$$

avec :  $\Delta T_t = T_{t_2} - T_{t_1}$

$$\Delta T_{t_e} = \frac{\lambda}{c_p} UV_a (tg\beta_1 - tg\beta_2) \quad (\text{VI.21})$$

Application numérique :

Pour un facteur de travail  $\lambda = 0.98$

Le nombre d'étage  $N_E = 7 \text{ étage}$ .

D'autres applications numériques:

Pour :

$$\frac{r_r}{r_i} = 0.5$$

$$u_i = 500 \text{ m/s}$$

$$v_a = 350 \text{ m/s}$$

$$m = 25 \text{ kg/s}$$

$$N = 380 \text{ tr/s}$$

$$r_m = 0.158 \text{ m}$$

	L'entrée du compresseur	Sortie du compresseur
$P_i$ (bar)	1.0100	4.1900
$P$ (bar)	0.5570	2.9090
$T_i$ (° K)	288.0000	452.5000
$T$ (° K)	243.2200	407.7240
$\rho$ (Kg / m <sup>3</sup> )	0.7970	2.4860
$A$ (m <sup>2</sup> )	0.1040	0.0335
$r_r$ (m)	0.2106	0.1749
$r_i$ (m)	0.1053	0.1411

Le nombre d'étages  $N_E = 3$  étages

Pour :

$$\frac{r_r}{r_i} = 0.5.$$

$$u_i = 350 \text{ m/s.}$$

$$v_a = 75 \text{ m/s.}$$

$$m = 25 \text{ kg/s.}$$

$$N = 80 \text{ tr/s.}$$

$$r_m = 0.259 \text{ m.}$$

	L'entrée du compresseur	Sortie du compresseur
$P_i$ (bar)	1.0100	4.1900
$P$ (bar)	0.9730	4.0990
$T_i$ (°K)	288.0000	452.5000
$T$ (°K)	285.2000	449.7010
$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	1.1880	3.1750
$A$ (m <sup>2</sup> )	0.2800	0.1040
$r_i$ (m)	0.3450	0.2900
$r_r$ (m)	0.1725	0.2270

Le nombre d'étage  $N_k = 24$  étages .

Pour :

$$\frac{r_r}{r_i} = 0.5.$$

$$u_i = 350 \text{ m/s.}$$

$$v_a = 100 \text{ m/s}$$



$$m = 25 \text{ kg/s}$$

$$N = 160 \text{ tr/s}$$

$$r_m = 0.225 \text{ m}$$

	L'entrée du compresseur	Sortie du compresseur
$P_t$ (bar)	1.0100	4.1900
$P$ (bar)	0.9500	4.0300
$T_t$ (°K)	288.0000	452.5000
$T$ (°K)	283.0240	447.5240
$\rho$ (Kg / m <sup>3</sup> )	1.1690	3.1370
$A$ (m <sup>2</sup> )	0.2130	0.0796
$r_t$ (m)	0.3010	0.2530
$r_r$ (m)	0.1505	0.1960

Le nombre d'étage  $N_E = 11$  étages

Pour :

$$\frac{r_r}{r_t} = 0.5$$

$$u_t = 350 \text{ m/s}$$

$$v_a = 150 \text{ m/s}$$

$$m = 15 \text{ kg/s}$$

$$p_t = 0.9 \text{ bar}$$

$$T_t = 278 \text{ °K}$$

$$N = 275 \text{ tr/s}$$

$$r_m = 0.1531 \text{ m}$$

	L'entrée du compresseur	Sortie du compresseur
$P_t$ (bar)	0.9000	3.7350
$P$ (bar)	0.7790	3.4020
$T_t$ (°K)	278.0000	426.0480
$T$ (°K)	266.8050	414.8530
$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	1.0170	2.8570
$A$ (m <sup>2</sup> )	0.0985	0.0350
$r_t$ (m)	0.2042	0.1712
$r_r$ (m)	0.1021	0.1349

Le nombre d'étage  $N_E = 6$  étages

Pour :

$$\frac{r_r}{r_t} = 0.5$$

$$u_t = 350 \text{ m/s}$$

$$v_a = 150 \text{ m/s}$$

$$m = 25 \text{ kg/s}$$

$$p_t = 1.1 \text{ bar}$$

$$T_t = 300 \text{ °K}$$

$$N = 225 \text{ tr/s}$$

$$r_m = 0.1851 \text{ m}$$

	L'entrée du compresseur	Sortie du compresseur
$P_i$ (bar)	1.1000	4.5650
$P$ (bar)	0.9620	4.1870
$T_i$ (°K)	300.0000	459.7640
$T$ (°K)	288.8050	448.5690
$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	1.1600	3.2520
$A$ (m <sup>2</sup> )	0.1436	0.0512
$r_i$ (m)	0.2469	0.2071
$r_r$ (m)	0.1234	0.1631

Le nombre d'étages  $N_E = 7$  étages .

Remarques :

D'après les tableaux précédents, on constate que :

- ✓ La variation des valeurs de  $U_i$ ,  $V_a$  et  $\dot{m}$  n'flue énormément sur le processus de conception par contre la variation des valeurs de  $P_i$ ,  $T_i$  n'a aucune influence.
- ✓ L'augmentation de  $U_i$ ,  $V_a$  et  $\dot{m}$  donne de bon de bon resultats .

pour  $U_i = 350 \text{ m/s}$ ,  $V_a = 150 \text{ m/s}$ ,  $\dot{m} = 25 \text{ Kg/s}$

on a :  $r_m = 0.158 \text{ m}$ ,  $A_1 = 0.104 \text{ m}^2$ ,  $A_2 = 0.0335 \text{ m}^2$  et nombre d'étages  $N_E = 3$  étages .

- ✓ L'influence de  $V_a$  est plus important que  $U_i$ . Si on fixe la valeur de  $U_i$  à 350 m/s, et on varié  $V_a$  on trouve que :

Pour  $V_a = 100 \text{ m/s}$

On a  $r_m = 0.225 m$ ,  $A_1 = 0.213 m^2$ ,  $A_2 = 0.0796 m^2$  et le nombre d'étages  $N_E = 11$  étages

Et pour  $V_a = 75 m/s$

On a :  $r_m = 0.259 m$ ,  $A_1 = 0.28 m^2$ ,  $A_2 = 0.104 m^2$  et le nombre d'étages  $N_E = 24$  étages.

Donc les dimensions du compresseur sont inversement proportionnelle avec la valeur de  $V_a$ .

✓ Si on fixe  $V_a, U_t$  et nous varions les valeurs de  $P_t, T_t$ , on constate que le processus varie légèrement ( $N_E = 6$  étages,  $N_E = 7$  étages); la variation dans les sections du compresseur est dû à la variation de  $\dot{m}$ .

Pour calculer les performances des étages, on prend le premier modèle de conception (valeurs du premier tableau).

### VI.5. Conception étage par étage :

Lors de la conception, on détermine les caractéristiques de l'écoulement par rapport au rayon moyen, puis on étudie l'effet tridimensionnel sur ces caractéristiques, c'est à dire l'évolution des angles de flux et de vecteur vitesses dans la direction radiale; de la base jusqu'au sommet de l'aube, déterminant en conséquence la forme global de l'aube.

Pour tenir compte de l'effet de blocage, on adopte un facteur de travail  $\lambda = 0.98$  pour le premier étage,  $\lambda = 0.93$  pour le deuxième,  $0.88$  pour le troisième et  $\lambda = 0.83$  du quatrième jusqu'au septième étage.

Les performances des étages sont calculées à partir des relations suivantes:

La déflexion rotorique  $\varepsilon$  est donnée par :

$$\varepsilon = \beta_1 - \beta_2 \quad (VI.22)$$

$$\text{avec : } \beta_1 = \text{Arctg} \frac{U}{V_a}$$

$$\beta_2 = \text{Arctg} \frac{U - V_{u2}}{V_a} \quad (VI.23)$$

dans l'expression de rapport de pression est :

$$\left(\frac{P_{13}}{P_{11}}\right)_i = \left(1 + \frac{\eta_s \Delta T_{11}}{T_{11}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, I : \text{nombre d'étage.}$$

**Résultat :** On récapitule les résultats dans le tableau suivant :

ETAGE	1	2	3	4	5	6	7
$\sigma$	0.856	0.7	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
$\beta_1$ (deg)	60.64	57.70	51.24	51.38	51.38	51.38	50.98
$\beta_2$ (deg)	51.67	42.19	28	27.71	27.71	27.71	28.52
$\varepsilon$ (deg)	8.97	15.51	23.21	23.67	23.67	23.67	22.46
$P_{T1}$ (bar)	1.01	1.249	1.599	1.992	2.1147	2.968	3.56
$P_{13}$ (bar)	1.249	1.599	1.992	2.447	2.968	3.56	4.192
$T_{T1}$ (°K)	288	308	333	357	381	405	429
$T_{13}$ (°K)	308	333	357	381	405	429	451.8

On constate que les températures et les pressions totales augmentent avec le nombre d'étages , donc l'augmentation de l'énergie de pression est assuré, on juge que le processus de conception est logique.

L'augmentation de déflexion  $\varepsilon$  de l'étage (1 ) jusqu'au (3 ) est due essentiellement a l'influence du degré de réaction  $\sigma$  et le facteur de travail  $\lambda$  .

de l'étage (3) jusqu'au(7) la déflexion  $\varepsilon$  est constant car  $\sigma$  et  $\lambda$  sont constantes.

---

---

# *CONCLUSION*

---

---

# CONCLUSION

Ce présent travail nous a permis d'exploiter nos connaissances théoriques en aérodynamiques et leurs applications par une modélisation adaptée.

La méthode des singularités donne des bons résultats malgré la présence d'une légère différence entre les résultats obtenus et les résultats expérimentaux.

Le petit écart est dû à l'effet de couche limite en fluide réel.

Le problème rencontré dans l'utilisation de cette méthode se résume à :

- Le nombre des points de l'obstacle doit être assez grand, ce qui implique des matrices de tailles très grandes, qui génère un problème de mémoire et de rapidité de l'ordinateur.
- Le choix de la méthode d'interpolation doit être adéquat, pour permettre un calcul plus précis.

L'ors de la conception, les températures et les pressions totales augmentent avec le nombre d'étage, ce qui correspond à la théorie générale.

Par le fait que l'augmentation de l'énergie de pression est assurée, on peut dire que le processus de conception est logique.

Nous proposons comme travaux ultérieurs de développer une méthodologie la mieux adaptée pour les compresseurs, pour avoir une meilleure utilisation dans le dimensionnement de la machine .

# BIBLIOGRAPHIE

- [1]. *B. Abott, A. Von Doenhoff . Theory of Wing Section*, Douer Paris, 1958.
- [2]. *M. Sedille .Turbomachines Hydrauliques et Thermique Tome 2*, Masson Paris, 1966 .
- [3]. *M. Boumehrat. Méthodes Numériques Appliquées* , OPU,1986
- [4]. *A. Chabi, N. Derouiche. Etude Comparative de Chargement par la Méthode Singularités sur les Obstacles Partants*, PFE , ENP Alger, 1995 .
- [5]. *A . Helali. Détermination des Caractéristiques Aérodynamique des profil d'Aile par la Méthode des Singularités Intégrale et des Profil Minces* ,PFE ,Univ-Blida Blida,1999.
- [6]. *A . Laaroui, L .Mansour Ouahchia Application de la Méthode des Singularités pour des Ecoulements en Turbomachines*, PFE,ENP Alger, 1997.
- [7]. *Y. Bentorkia. Etude et Dimensionnement d'un Etage de Turbomachines par la Méthode des Singularités*, PFE,ENP Alger, 1998.
- [8]. *R. Rey, R .Nouguera. Cours de Dimensionnement de Turbomachine*, ENSAM paris, 1995 .



---

---

# *ANNEXES*

---

---

# ANNEXE A

## A.1. Définition et nomenclature d'un profil d'aile :

Si on considère une aile dessinée en perspective comme montre la Figure(A.1) on désigne par le profil chaque section de l'aile coupée par plan **PL** parallèle au plan **XZ**.

La courbure supérieure d'un profil d'aile est appelée extrados tandis que la courbure inférieure est appelée intrados. Le point de la partie arrondie est le bord d'attaque alors que le point de la partie arrière le plus éloigné est appelé bord de fuite(Fig. (A.2) ).

La ligne de courbure moyenne est la ligne qui joint les milieux des segments perpendiculairement à la corde.

L'épaisseur est la distance entre l'extrados et l'intrados mesurée aussi perpendiculairement à la corde. Son abscisse est comptée en pour - cent de la corde.

Sur un profil d'aile on trouve également d'autres références tels que :

- a) **Angle d'incidence ( $\alpha$ )** : est définie comme étant l'angle formé par la corde du profil et le vecteur vitesse. Il est positif dans le sens trigonométrique.
- b) **Angle de portance nulle** : c'est l'angle incidence correspondant à une portance nulle.

**Angle de calage** : c'est l'angle formé par la corde du profil et l'axe longitudinal de l'avion, il est généralement de l'ordre de  $2^\circ$  à  $3^\circ$ .

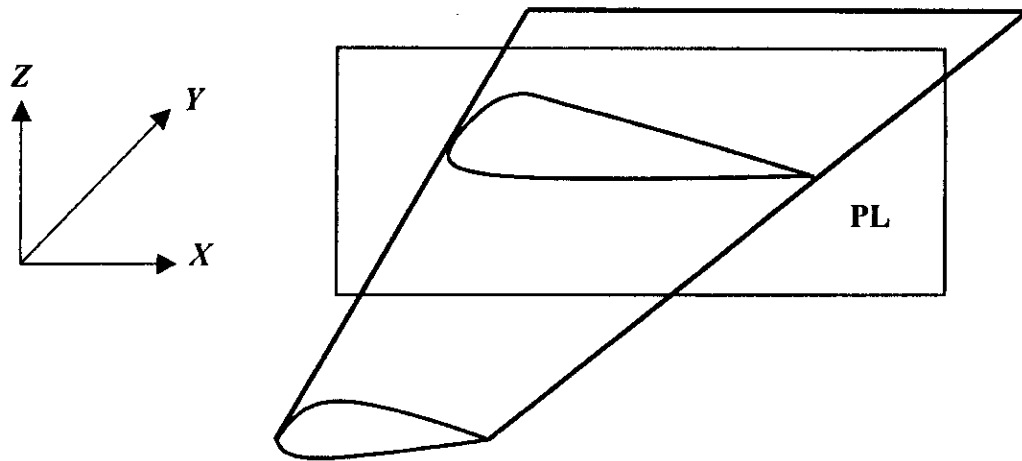


Fig.(A.1): définition d'un profil d'aile

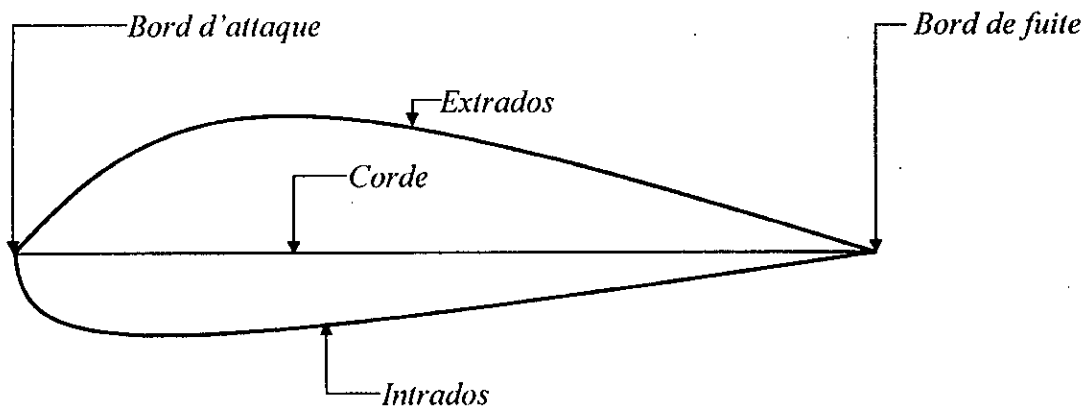


Fig.(A.2) : Références du profil

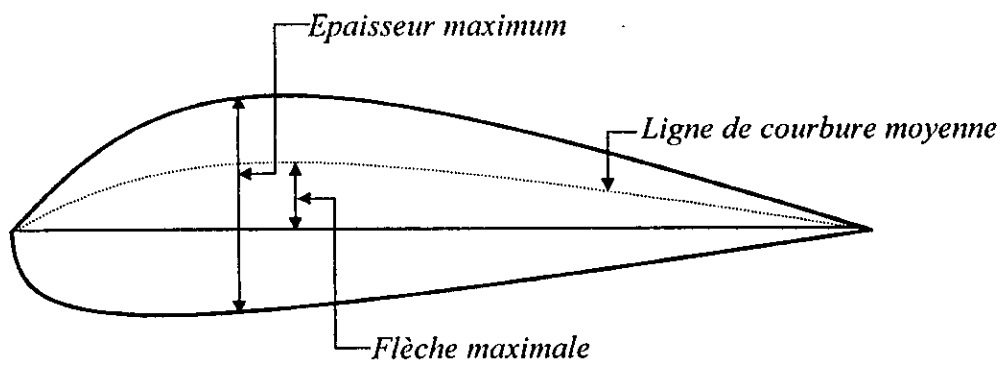


Fig.(A.3) : Nomenclature de profil

## A.2. Caractéristiques géométriques d'un profil :

- ❖ *L'épaisseur maximale* : c'est le plus grand segment perpendiculaire à la corde et qui est noté par :  $e_{\max}$ .
- ❖ *L'épaisseur relative* : c'est le rapport de l'épaisseur maximale et la corde du profil et elle est notée par  $h$ .
- ❖ *Flèche maximale* : c'est la distance maximale entre la ligne de courbure moyenne et la corde du profil. ( Fig.(A.3))
- ❖ *Courbure relative* : c'est le rapport de la flèche maximale et la corde du profil.

*Remarque* : l'épaisseur relative est comptée en pour-cent de la corde, il permet aussi de classer des profils :

- Si  $h < 6\%$  le profil est dit mince.
- Si  $6\% < h < 12\%$  le profil est dit semi-épais.
- Si  $h > 12\%$  le profil est dit épais.

## A.3. Caractéristiques de forme des profils :

### ❖ *Profil biconvexe symétrique* :

Un profil est dit biconvexe symétrique quand l'extrados et l'intrados sont convexe et symétrique par rapport à la corde, dans ce cas, la ligne de courbure moyenne et la corde sont confondues donc la flèche ainsi que la courbure relative sont nulles.

Ce type de profil est généralement utilisé pour les empennages horizontaux et verticaux.

### ❖ *Profil biconvexe dissymétrique* :

Pour ce type de profils la courbure de l'extrados est plus accentuée que celle de l'intrados. Mentionnant aussi que l'angle de portance nulle est généralement de l'ordre de  $-2^\circ$  à  $-3^\circ$ . Ce type de profils est plus employé pour les ailes d'avion.

**❖ Profil creux :**

Sur ce type de profils l'extrados est convexe par contre l'intrados est concave.

Ce type de profils est généralement utilisé pour les planeurs.

**❖ Profil plan convexe :**

Dans ce cas l'extrados est convexe et l'intrados est plan.

**❖ Profil à double courbure :**

Ces profils sont autostables, contrairement aux autres types qui sont instables et nécessitant un empennage horizontal pour la stabilité longitudinale de l'avion.

**❖ Profil laminaire :**

C'est un profil mince, biconvexe symétrique, bord d'attaque à lame de couteau. Il est utilisé aux grandes vitesses.

**A.4. Désignation des profils :**

Les principaux pays constructeurs d'avion disposent de toute une gamme de profil :

- En Allemagne les profils GOTTINGEN (GOT).
- En France les profils EIFFEL.
- En Grande Bretagne les profils RAF.
- Aux U.S.A. les profils CLARCK et NACA.

Parmi les profils ci-dessus, les profils NACA sont les plus étudiés et les plus utilisés dans la recherche en aéronautique.

Les profils NACA sont caractérisés par la séparation des effets de courbure et de la distribution d'épaisseur et dont les résultats expérimentaux sont performants à un nombre de *REYNOLDS* élevé.

## A.5. Les Profils NACA :

### A.5.1. Série NACA Quatre Chiffres :

La première famille des profils NACA, à été la série *NACA* quatre chiffres. La distribution d'épaisseur pour ce type de profil est donnée par la relation suivante :

$$\pm \eta_e = \frac{e_{\max}}{0.20} (0.2969\sqrt{x} - 0.1260x - 0.3516x^2 + 0.2843x^3 - 0.1015x^4)$$

Avec :

$e_{\max}$  : l'épaisseur maximale exprimée comme une fraction de corde.

Le rayon du bord d'attaque est :  $re = 1.019e_{\max}^2$

La forme des lignes moyennes est exprimée analytiquement comme deux arcs d'une parabole tangents à la position de l'ordonnée maximale de la ligne moyenne.

Les équations définissant les lignes moyennes sont données comme suit :

$$\begin{cases} \eta_c = \frac{m}{p^2} (2px - x^2) & \text{en amont de la position maximale} \\ \eta_c = \frac{m}{(1-p)^2} [(1-2p) + 2px - x^2] & \text{en aval de la position maximale} \end{cases}$$

Où :

$m$  : est l'ordonnée maximale de la ligne moyenne exprimée en fraction de corde.

$p$  : est la position de l'ordonnée maximale.

Pour le profil série NACA quatre chiffres, le premier entier indique la valeur maximale de la cambrure, en pour cent de la corde. Le second chiffre indique en dixième de la corde la position de la cambrure maximale à partir du bord d'attaque. Les deux derniers entiers indiquent l'épaisseur maximale en pour cent de la corde.

*Exemples* : pour le profil NACA 2415, la cambrure maximale est de 2% de la corde localisée à 0,4 de la corde à partir du bord d'attaque et l'épaisseur maximale est égale à 15% de la corde.

*Note* : un profil sans cambrure où la ligne moyenne coïncide avec la corde est un profil symétrique comme NACA0012, NACA0024, ...

### A.5.2. Série NACA Cinq Chiffres :

Pour les profils NACA cinq chiffres la distribution d'épaisseur est identique à celle des profils NACA quatre chiffres.

Les lignes moyennes sont définies par deux équations afin de produire des configurations ayant la courbure approximativement décroissante à partir du bord d'attaque vers l'arrière.

Ces équations sont données par :

$$\begin{cases} \eta_c = \frac{1}{6} k_1 [x^3 - 3mx^2 + m^2 + m^2(3-m)x] & \text{pour } 0 \leq x \leq m \\ \eta_c = \frac{1}{6} k_1 m^3 (1-x) & \text{pour } m \leq x \leq 1 \end{cases}$$

Les valeurs de  $m$  et  $k_1$  sont des données et variables dépendant de la position de la cambrure maximale.

Pour cette série, le premier chiffre indique le coefficient de portance en le multipliant par (3/20). Le deuxième et le troisième chiffre indiquent à partir du bord d'attaque la position de cambrure maximale en pour cent de la corde en les multipliant par (1/2). Les deux derniers chiffres donnent l'épaisseur maximale en pour cent de la corde.

### A.5.3. La série modifier des NACA quatre et cinq chiffres :

Les modifications importantes pour les deux séries, consistent à la variation systématique de la distribution d'épaisseur, ces modifications sont indiquées par deux chiffres situés après le tiret comme NACA 0012-64 ou NACA 23012-64.

Le premier chiffre après le tiret indique la grandeur relative du rayon du bord d'attaque qui varie comme le carré de ce chiffre sauf pour les valeurs supérieures à huit(8), quand la variation devient arbitraire. Le second chiffre indique la position d'épaisseur maximale en dixième de la corde.

Les épaisseurs modifiées sont définies par les deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} \pm \eta_e &= a_0 \sqrt{x} + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 && \text{en avant de l'épaisseur maximale.} \\ \pm \eta_e &= d_0 + d_1 (1-x) + d_2 (1-x)^2 + d_3 (1-x)^3 && \text{en arrière de l'épaisseur maximale.} \end{aligned}$$

Les coefficients  $a_0, a_1, a_3$  et  $a_4$  sont déterminés à partir des conditions suivantes :

1. Epaisseur maximale.
2. Position de l'épaisseur maximale.
3. Rayon de bord d'attaque.
4. Rayon de courbure «  $R$  » au point d'épaisseur maximale.

Les coefficients  $d_0, d_1, d_2$  et  $d_3$  sont déterminés à partir des conditions suivantes :

1. Epaisseur maximale.
2. Position de l'épaisseur maximale.
3. Les coordonnées du bord de fuite.
4. Angle de bord de fuite.

#### **A.5.4. Profils NACA Série 1 :**

Les profils NACA série-1 sont la première famille des profils ayant un faible traîné et une grande vitesse critique et cela pour répondre à l'une des exigences de la couche limite laminaire.

Ce type de profil est caractérisé par des petits rayons de bord d'attaque et relativement de grand angle de bord de fuite. Pour ce type de profils, la pression minimale est située à 60% de la corde à partir du bord d'attaque.

Les profils NACA-1 sont désignés par cinq chiffres, par exemple pour le NACA 16-212, le premier chiffre représente le numéro de la série, le second indique la distance en dixième de la corde entre le bord d'attaque et la position de la pression minimum pour une portance nulle. Le premier chiffre après le tiret indique la signification de la cambrure exprimée en terme du coefficient de portance en dixième. Les deux derniers chiffres indiquent l'épaisseur maximale en pour cent de la corde.

#### **A.5.5. Profils NACA Série Six Chiffres :**

Les données concernant la distribution d'épaisseur pour ce type de profil sont similaires aux données des profils NACA quatre chiffres, excepté que l'ordonnée pour le



rapport d'épaisseur intermédiaire peut ne pas être correctement obtenue par variation des ordonnées tablées proportionnelles aux rapports d'épaisseurs, le changement des ordonnées par un facteur produira des formes satisfaisantes si la variation de rapports d'épaisseurs est petite.

Les lignes moyennes communément utilisées avec la série NACA six chiffres produisent un chargement uniforme le long de la corde, à partir du bord d'attaque jusqu'au point  $\frac{x}{C} = a$  où la charge décroît linéairement jusqu'au bord de fuite.

Les profils NACA série six sont généralement désignés par six chiffres avec une indication montrant le type de la ligne moyenne utilisées; Par exemple, dans la désignation NACA65, 3-218,  $a = 0.5$ , le premier chiffre indique la désignation de la série, le deuxième chiffre indique la position du point de pression minimale tout au long et en deuxième de la corde. Le premier chiffre après la virgule donne la distribution du coefficient de portance en dixième dans la quelle la distribution de la pression est uniforme sur le profil pendant la conception, le premier chiffre après le tiret représente le coefficient de portance en dixième. Les deux derniers chiffres indiquent l'épaisseur maximale en pour cent de la corde.

La désignation  $a = 0.5$  indique le type de ligne moyenne utilisée. Si "a" n'est pas donné donc c'est une ligne moyenne uniforme ( $a = 1$ ).

Notant qu'ils existent d'autres désignations pour ce type de profil.

#### A.5.6. Profils NACA Série Sept Chiffres :

Les profils NACA série sept chiffres sont caractérisés par un grand nombre d'écoulements laminaires possibles sur les deux surfaces du profil.

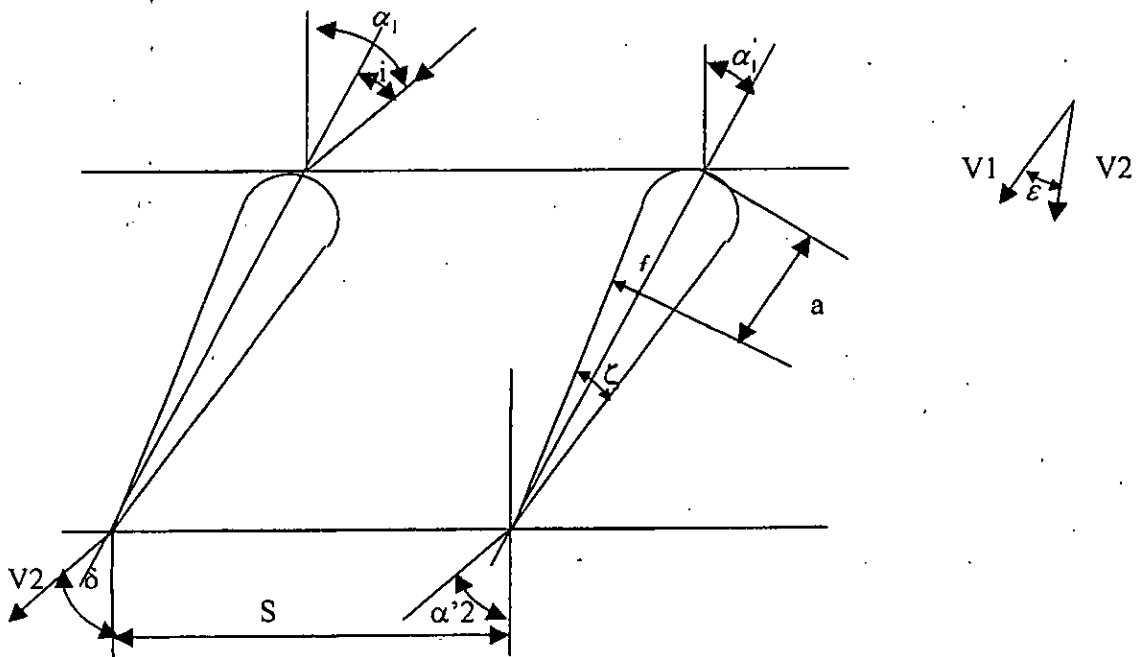
Ces profils permettent un faible coefficient du moment de tangage et relativement avec un grand coefficient de portance.

Les profils NACA série sept chiffres sont désignés par un nombre de type NACA 747A315.

Le premier chiffre désigne le numéro de la série, le deuxième chiffre indique la mesure sur la surface supérieure en dixième de la corde à partir du bord d'attaque, le gradient de la pression favorable pour l'extrados le troisième chiffre indique la mesure sur la surface inférieure en dixième de la corde à partir du bord d'attaque le gradient de la pression favorable

# ANNEXE B

## B.1. vitesses et angles dans les aubes:



### Notation et nomenclature :

$\alpha'_1$  : Angle d'entrée aube.

$\alpha'_2$  : Angle de sortie aube.

$$\theta = \alpha'_1 - \alpha'_2$$

$\varepsilon$  : Déflexion de flux ( $\varepsilon = \alpha_1 - \alpha_2$ ).

S : Espacement.

$\alpha_1$  : Angle d'entrée flux.

$\alpha_2$  : Angle de sortie flux.

$\zeta$  : Angle de calage.

V1 : Vitesse d'entrée flux

V2 : Vitesse de sortie flux

I : Incidence,  $i = \alpha_1 - \alpha'_1$

$\delta$  : Déviation  $\delta = \alpha_2 - \alpha'_2$

C : corde.

f : Flèche.

*présentation de l'équation d'Euler en utilisant les triangles des vitesses:*

$$\vec{V} = \vec{U} + \vec{W} \Rightarrow W^2 = V^2 + U^2 - 2UV \cos(\vec{U}, \vec{V})$$

$$\cos(\vec{U}, \vec{V}) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin(\alpha)$$

$$W^2 = V^2 + U^2 - 2UV \sin(\alpha)$$

$$W^2 = V^2 + U^2 - 2UV_u$$

$$UV_u = \frac{V^2 + U^2 - W^2}{2}$$

*on remplaçant cette expression par sa valeur dans la formule de travail spécifique de l'arbre, on obtient :*

$$W_a = U_2 V_{2u} - U_1 V_{1u}$$

$$W_a = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2}$$