

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

*Ministère de l'enseignement supérieur  
Et de la recherche scientifique*

**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**  
*Département de Génie Mécanique*

**MEMOIRE**

*Pour l'obtention du Diplôme d'ingénieur d'Etat  
En Génie Mécanique*

**THEME**

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة —  
**BIBLIOTHEQUE** —  
Ecole Nationale Polytechnique

**COMPLEMENT D'ETUDE SUR L'ECHANGEUR DE  
CHALEUR DU BANC D'ESSAI DE COMBUSTION**

**Présenté par :**

**Melle. ANGAR Farida**

**Proposé et dirigé par :**

**Mr. S.LARBI  
Mr. B. BENKOUSSAS**

**PROMOTION**  
**JUN 2000**

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

*Ministère de l'enseignement supérieur  
Et de la recherche scientifique*

**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**  
*Département de Génie Mécanique*

**MEMOIRE**

*Pour l'obtention du Diplôme d'ingénieur d'Etat  
En Génie Mécanique*



**THEME**

**COMPLEMENT D'ETUDE SUR L'ECHANGEUR DE  
CHALEUR DU BANC D'ESSAI DE COMBUSTION**

**Présenté par :**

**Melle. ANGAR Farida**

**Proposé et dirigé par :**

**Mr. S.LARBI  
Mr. B. BENKOUSSAS**

**PROMOTION  
JUN 2000**

ان العمل المقدم ضمن هذه المذكرة يتعلق بدراسة تكميلية لمسخن محيط مخبر تحويل الطاقة لدائرة الهندسة الميكانيكية.

ان النتائج المقدمة تخص توزيعا وقتيا لدرجة حرارة السائل المبرد (غاز طبيعي), شعاع الثلجة المكونة و درجة الحرارة الداخلية لجدار الانبوب طوال محوره من اجل مختلف الشروط الحرارية و رطوبة هواء المحيط وكذا مختلف تدفقات الغاز.

كلمات مفتاحية : تغيير الشروط الحرارية, رطوبة هواء المحيط و تدفقات الغاز الطبيعي.

### **Résumé :**

Le travail présenté dans ce mémoire concerne une étude complémentaire du réchauffeur atmosphérique du laboratoire de conversion d'énergie du département de génie mécanique.

Les résultats présentés sont relatifs aux répartitions temporelles de la température du fluide réfrigérant (gaz naturel), du rayon de la glace formée et de la température interne de la paroi du tube le long de l'axe du tube pour différentes conditions thermiques et hygrométriques d'air ambiant et pour différents débits de gaz.

Mots clés : Variation des conditions hygrothermiques et le débit du gaz naturel.

### **Abstract :**

The work presented in this thesis concerns a complementary study of the atmospheric preheater of the energy conversion laboratory of the department of mechanical engineering.

The results of this study are the time distributions of the fluid temperature of natural gas, the ice radius formed and the wall temperature of the tube along its axis for different thermal and hygrometric air ambient conditions and for different gas flow rates.

Key words : Different thermal and hygrometric air ambient conditions and different flow rates of natural gas.

## **DIDICACES**

Je dédie ce mémoire à l'âme de mon grand-père *Abdelhafid* dieu le bénisse.

- ❖ A ma grand-mère pour tous les sacrifices qu'elle a consenti.
- ❖ A ma mère et mon père qui me sont très chers.
- ❖ A mes sœurs et mes frères.
- ❖ A *Leila, Djamel et Mohamed*.
- ❖ A toute la famille *DJEROUNI* et *ANGAR*.
- ❖ A mes chères amies *Safia* et *Nadia*.
- ❖ A *TOUHAMI*.



**Chorouk**

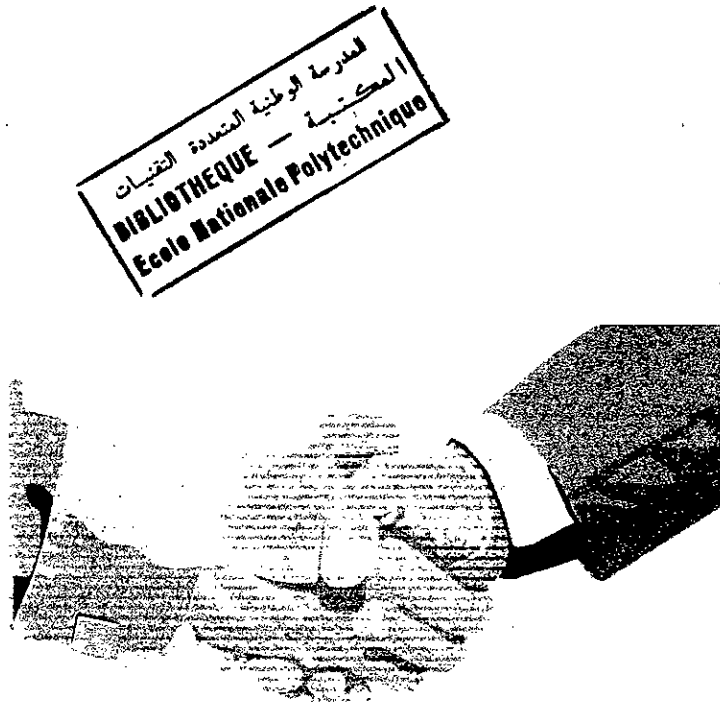
## **REMERCIEMENTS**

Je remercie dieu tout puissant de m'avoir donné la volonté et le courage afin d'arriver à la finalité de ce modeste travail.

Je remercie vivement Mr. S. LARBI et Mr. B.BENKOUSSAS d'avoir accepter de m'encadrer et de me diriger pendant cette étude.

Je tiens à remercier sincèrement Mr. F. BOUABDELAH pour ses conseils et sa disponibilité.

J'adresse ma profonde reconnaissance à Mr. L. RIACHE et à tous ceux qui de près ou de loin ont participé à l'élaboration de ce mémoire.



# SOMMAIRE



## INTRODUCTION

### 1. GENERALITES

	Pages
1.1. <i>Introduction</i> .....	1
1.2. <i>Equations fondamentales</i> .....	1
1.2.1. <i>Equation de conservation de la masse</i> .....	1
1.2.2. <i>Equation de quantité de mouvement</i> .....	1
1.2.3. <i>Equation d'énergie</i> .....	1
1.3. <i>Modes de transferts de chaleur</i> .....	2
1.3.1. <i>Transfert de chaleur par conduction</i> .....	2
1.3.2. <i>Transfert de chaleur par convection</i> .....	4
1.3.2.1. <i>Convection forcée</i> .....	4
1.3.2.2. <i>Convection libre</i> .....	6
1.3.3. <i>Transfert de chaleur par changement de phase</i> .....	8
1.3.3.1. <i>Notions thermodynamiques</i> .....	9
1.3.3.2. <i>Transmission de la chaleur lors de l'ébullition</i> .....	11
1.3.3.3. <i>Transmission de la chaleur lors de la condensation</i> .....	11

### 2. CALCUL DES ECHANGES THERMIQUE DANS L'ECHANGEUR

2.1. <i>Introduction</i> .....	16
2.2. <i>Fonctionnement de l'échangeur de chaleur</i> .....	16
2.3. <i>Calcul des échanges thermiques dans l'échangeur</i> .....	17
2.3.1. <i>Changement de phase dans l'échangeur</i> .....	17
2.3.1.1. <i>Régime transitoire</i> .....	17
2.3.1.2. <i>Régime permanent</i> .....	23
2.3.2. <i>Condensation de la vapeur d'eau contenue dans l'air à l'extérieur des tubes</i> .....	29
2.3.3. <i>Convection naturelle</i> .....	33

### 3. RESOLUTION NUMERIQUE

3.1. <i>Introduction</i> .....	36
3.2. <i>Procédure de résolution</i> .....	36
3.2.1. <i>Régime transitoire</i> .....	36
3.2.1.1. <i>Discrétisation des équations</i> .....	36
3.2.1.2. <i>Algorithme de résolution</i> .....	39
3.2.2. <i>Régime permanent</i> .....	42
3.2.2.1. <i>Discrétisation des équations</i> .....	42
3.2.2.2. <i>Algorithme de résolution</i> .....	42

## 4. RESULTATS ET INTERPETATION

- 4.1. *Présentation des résultats*..... 44  
4.2. *Discussion et interprétation*..... 45

CONCLUSION..... 73

ANNEXE



## TABLE DES FIGURES

		Pages
1.1	Bilan d'énergie autour d'un volume de contrôle	3
1.2	Diagramme pression-température pour une substance telle que l'eau	1
1.3	Croissance du film	13
1.4	Profil de vitesse et de température	13
2.1	Propagation de la couche de glace avec le temps	17
2.2	Distribution de la température dans la glace et le tube	22
2.3	Glace qui se forme autour du tube sans ailettes	24
2.4	Les sections longitudinales des cônes de glace formés	27
2.5	Les sections longitudinales des cônes de glace formés à partir du 6 <sup>ème</sup> tube.	29
2.6	Les ailettes du 8 <sup>ème</sup> tube ne sont pas complètement couvertes par la glace	30
3.1	Schéma de discrétisation en régime transitoire	39
4.1 - 4.8	Distribution de la température du fluide réfrigérant, du rayon de la glace et la température de la paroi interne du tube pour différentes températures et pour un débit fixé. (série 1)	48-55
4.9	Distribution de la température du fluide réfrigérant pour différentes températures et pour un débit fixé. (série 1)	56
4.10	Distribution du rayon de la glace pour différentes températures et pour un débit fixé. (série 1)	57
4.11	Distribution de la température de la paroi interne du tube pour différentes températures et pour un débit fixé. (série 1)	58
4.12 - 4.19	Distribution de la température du fluide réfrigérant, du rayon de la glace et la température de la paroi interne du tube pour différentes températures et pour un débit fixé. (série 2)	59-66
4.20	Distribution de la température du fluide réfrigérant pour différentes températures et pour un débit fixé. (série 2)	56
4.21	Distribution du rayon de la glace pour différentes températures et pour un débit fixé. (série 2)	57
4.22	Distribution de la température de la paroi interne du tube pour différentes températures et pour un débit fixé. (série 2)	58
4.23	Distribution de la température du fluide réfrigérant pour une température de 25°C et pour un débit fixé. (série 1 et 2)	67
4.24	Distribution du rayon de la glace pour une température de 25°C et pour un débit fixé. (série 1 et 2)	68



4.25	Distribution de la température de la paroi interne du tube pour une température de 25°C et pour un débit fixé. (série 1 et 2)	69
4.26	Distribution de la température du fluide réfrigérant pour différents débits et pour une température de 25°C.(série 1)	70
4.27	Distribution de la température du fluide réfrigérant pour différents débits et pour une température de 25°C.(série 2)	70
4.28	Distribution du rayon de la glace pour différents débits et pour une température de 25°C.(série 1)	71
4.29	Distribution du rayon de la glace pour différents débits et pour une température de 25°C.(série 2)	71
4.30	Distribution de la température de la paroi interne du tube pour différents débits et pour une température de 25°C.(série 1)	72
4.31	Distribution de la température de la paroi interne du tube pour différents débits et pour une température de 25°C.(série 2)	72



## NOMENCLATURE

- ◆ A : Surface du tube. [ $m^2$ ]
- ◆  $C_p$  : Chaleur spécifique à pression constante. [J/kg.K]
- ◆ dA : Section élémentaire du tube
- ◆  $de_x$  : Accroissement d'épaisseur du film.
- ◆  $dm_x$  : Accroissement de la masse du condensât.
- ◆ dQ : Accroissement de la chaleur.
- ◆ dre : Accroissement du rayon de la glace .
- ◆ dS : Élément de surface.
- ◆ t : Temps. [s]
- ◆ T : Température. [k]
- ◆ e : Epaisseur de la couche de condensât (utilisée aussi pour l'ailette).[m]
- ◆ E : Flux de chaleur.[W]
- ◆ g : Accélération de la pesanteur. [ $m/s^2$ ]
- ◆ G-N : Gaz naturel.
- ◆ G-N-L : Gaz naturel liquéfié.
- ◆ H : Hauteur. [m]
- ◆ h : Coefficient d'échange de chaleur. [ $W/m^2.k$ ]
- ◆  $h_x$  : Coefficient local d'échange de chaleur. [ $W/m^2.k$ ]
- ◆ i : Chaleur latente. [J/kg]
- ◆ L : Longueur du tube. [m]
- ◆ l : Segment de la glace. [m]
- ◆  $m'$  : Débit massique du gaz naturel. [ $kg/s$ ] ou [ $Nm^3/h$ ]
- ◆ P : Pression. [Pa]
- ◆  $p_i$  : Pression partielle du composant i dans le mélange. [Pa]
- ◆ q : Flux de chaleur transmet par unité de volume.[ $W/m^3$ ]
- ◆ r : Rayon. [m]
- ◆  $R_{th}$  : Résistance thermique. [k/W]
- ◆  $u_x$  : Vitesse du fluide selon l'axe des X. [m/s]
- ◆  $u_z$  : Vitesse de fluide selon l'axe du tube (l'axe Z). [m/s]
- ◆ v : Vitesse du fluide selon l'axe des Y. [m/s]
- ◆  $V_c$  : Volume de contrôle. [ $m^3$ ]
- ◆  $\beta$  : Le facteur de dilatation thermique. [1/k]
- ◆  $\lambda$  : Conductivité thermique. [W/m.k]
- ◆  $\mu$  : Viscosité dynamique. [Pa.s]
- ◆  $\rho$  : La masse volumique.[ $kg/m^3$ ]
- ◆  $\Phi$  : L'humidité relative.[%] ou fonction de dissipation



## ***NOMBRES ADIMENSIONNELS***

- ◆  $E_c$  : Le nombre d'Eckert.
- ◆  $Gr$  : Le nombre de Grashof.
- ◆  $Nu$  : Le nombre de Nusselt.
- ◆  $Pr$  : Le nombre de Prandtl.
- ◆  $Ra$  : Le nombre de Rayleigh.
- ◆  $Re$  : Le nombre de Reynolds.
- ◆  $\alpha$  : Diffusivité thermique.



## ***INDICES ET EXPOSANTS***

- ◆  $a$  : air
- ◆  $al$  : aluminium.
- ◆  $b$  : condition rapportée à la température en bloc.
- ◆  $c$  : condensation.
- ◆  $f$  : rapportée au coefficient d'échange de chaleur en convection naturelle évalué à partir de la température du front de glace et la température de l'air ambiant.
- ◆  $fgc$  : rapportée à la température du fluide à la fin de la formation de la glace sur le tube aileté en tenant compte de la condensation.
- ◆  $fgs$  : rapportée à la température du fluide à la fin de la formation de la glace sur le tube aileté sans tenir compte de la condensation.
- ◆  $g$  : glace.
- ◆  $i$  : rapportée à la position  $i\Delta z$ .
- ◆  $l$  : liquide.
- ◆  $m$  : condition rapportée au rayon et à la température moyenne.
- ◆  $nat$  : rapportée au coefficient d'échange de chaleur en convection naturelle évalué à partir de la température  $T_2$  définie sur le maillage de l'ailette.
- ◆  $s$  : solidification.
- ◆  $sat$  : saturation.
- ◆  $su$  : sublimation.
- ◆  $v$  : vapeur ou vaporisation.
- ◆  $x$  : rapportée à la distance  $x$ .
- ◆ — : rapportée au coefficient d'échange moyen lors de la condensation sur une hauteur  $H$ .
- ◆  $1$  : rapportée à la surface interne du tube.
- ◆  $2$  : rapportée à la surface externe du tube.
- ◆  $3$  : rapportée à la température du front de glace.
- ◆  $4$  : rapportée à la température de l'air ambiant.
- ◆  $n$  : rapporté au temps  $n\Delta t$ .

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

# introduction

## INTRODUCTION



Le transfert de chaleur est l'un des modes les plus communs d'échange d'énergie. Il intervient naturellement entre deux systèmes dès qu'existe entre eux une différence de température et cela quel que soit le milieu, même vide, qui les sépare. De ce fait, les transferts thermiques ont, aussi bien dans le domaine des sciences pures que celui des applications technologiques, un rôle souvent essentiel. Ce rôle devient important lorsqu'il est à l'origine des techniques utilisées (échangeurs, moteurs thermiques, calorifugeage, utilisation de l'énergie solaire, ...). [2]

L'objectif fondamental du transfert thermique est de trouver la température en tout point du corps et la puissance thermique échangée à travers sa surface. Pour cela il est nécessaire de connaître non seulement le mécanisme du phénomène, mais aussi les conditions physiques extérieures qui le conditionnent.

A titre d'exemple pour l'étude des transferts thermiques, on a choisi l'échangeur de chaleur qui est l'un des composants du banc d'essai de combustion dont dispose le laboratoire de conversion d'énergie du département de génie mécanique et qui comporte encore, un liquéfacteur, des réservoirs de stockage, une soufflante, une chambre de combustion et une console de commandes.

Cet échangeur de chaleur a déjà fait l'objet d'une étude, en évaluant ces performances thermiques en vue d'optimiser la température de sortie du gaz naturel.

Le but visé dans ce projet est d'évaluer les performances thermiques de cet échangeur en régime transitoire en faisant varier les conditions atmosphériques tel que la température d'air ambiant et son humidité relative et ainsi que le débit d'entrée du gaz naturel afin de voir l'influence de ces paramètres sur le fonctionnement de l'appareil.

Il est habituel dans de telles études de distinguer trois grandes parties se rattachant chacune à un mode de transfert de la chaleur particulier : La conduction la convection et le transfert de chaleur par changement de phase.

Le transfert de chaleur par changement de phase est dominant par rapport aux autres modes, ce qui explique son utilisation pour le refroidissement des cœurs des centrales nucléaires ou de tours de refroidissement.

Notre projet est divisé en quatre parties distinctes :

- La première est un bref rappel sur les notions fondamentales des modes de transferts de la chaleur en citant les différents mécanismes ayant lieu dans l'échangeur de chaleur.
- Le deuxième chapitre est relatif à une description du fonctionnement de l'appareil en régime transitoire et en régime permanent avec l'établissement des bilans thermiques aux différentes interfaces paroi-fluide et glace-air.
- Au chapitre trois, on donne la procédure numérique qu'on a adopté pour résoudre les équations ainsi obtenues dans la partie précédente.
- Une dernière partie qui correspond à une présentation graphique des résultats obtenus ainsi que leur interprétations.

Changin' /  
Changin' /

## 1. INTRODUCTION.

Un échangeur de chaleur, comme son nom l'indique, est un appareil destiné à transmettre la chaleur d'un fluide à haute température à un autre à basse température. Dans les échangeurs les plus courants, les deux fluides sont séparés par une paroi au travers de laquelle les échanges se font par conduction, la transmission de chaleur fluide – paroi relevant essentiellement de la convection, le rayonnement n'intervient de manière sensible que s'il existe des différences de température très importantes entre un fluide semi-transparent et la paroi. IL est donc possible de ne pas en tenir compte dans de nombreux cas pratiques. Ce sera la démarche adoptée dans ce travail.

Dans certains appareils, l'échange de chaleur est associé à un changement de phase de l'un des fluides. C'est le cas des condenseurs, évaporateur, bouilleurs, tours de refroidissement, etc .. [1].

## 2. EQUATIONS FONDAMENTALES.

### 2.1. Equation de conservation de la masse.

L'équation de continuité sous forme vectorielle est la suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (1.1)$$

### 2.2. Equation de quantité de mouvement.

Pour un fluide incompressible, et à viscosité  $\mu$  constante on obtient les équations de Navier-Stokes :

$$\rho \cdot \frac{D\vec{v}}{Dt} = \rho \cdot \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \sigma_{ij} \quad (1.2)$$

Où :

$\sigma_{ij}$  : tenseur de contrainte dans le fluide.

$\frac{D}{Dt}$  : Dérivé substantielle.

### 2.3. Equation d'énergie.

L'équation de conservation d'énergie s'écrit :



$$\rho \cdot \frac{de}{dt} + p \cdot \text{div} \vec{v} = \text{div}(\lambda \cdot \vec{\nabla} T) + \mu \cdot \phi \quad (1.3)$$

$p \cdot \text{div} \vec{v}$  : Effet de la pression .

$\text{div}(\lambda \cdot \vec{\nabla} T)$  : Flux de chaleur .

$\mu \cdot \Phi$  : Fonction de dissipation .

$\rho \cdot \frac{De}{Dt}$  : Variation d'énergie interne

$$\Phi = 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left[ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right]^2 + \left[ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right]^2 + \left[ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right]^2 - \frac{2}{3} (\text{div}(\vec{v}))^2$$

En utilisant l'équation de continuité et l'enthalpie massique  $h=e+p/\rho$  , alors l'équation de conservation d'énergie prendra la forme suivante en faisant quelque manipulation :

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{DT}{Dt} = T \cdot \beta \cdot \frac{dP}{dt} + \vec{\nabla} \cdot (\lambda \cdot \vec{\nabla} T) + \mu \cdot \Phi \quad (1.4)$$

Où :

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p : \text{facteur de dilatation volumique .}$$

### 3.MODE DE TRANSFERT DE CHALEUR.

#### 3.1.Transfert de chaleur par conduction.

La conduction est un phénomène au moyen duquel la chaleur s'écoule à l'intérieur d'un milieu (solide, liquide ou gazeux) d'une région à haute température vers une autre à une basse température.

La relation fondamentale de la transmission de chaleur par conduction a été proposée par le savant français J.B. J *Fourier* en 1822.Elle établit que :

« En tout point d'un milieu isotrope, la densité du flux de chaleur instantanée est proportionnelle à la conductivité thermique  $\lambda$  du milieu et au gradient de température. »

Ainsi, prenons un volume de contrôle d'un milieu homogène où la distribution de la température  $T(x, y, z)$  est exprimée dans un système d'axe cartésien et appliquons-lui un bilan d'énergie :

$$E_{entrant} - E_{sortant} + E_{generé} = E_{stocké} \quad (1.5)$$

En faisant un développement limité, on obtient :

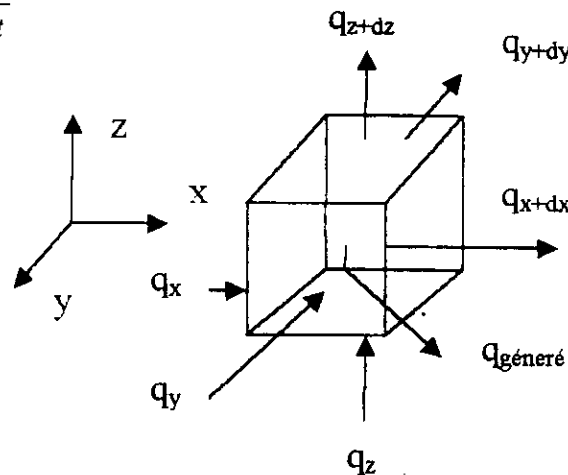
$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot dx - \frac{\partial q_y}{\partial y} \cdot dy - \frac{\partial q_z}{\partial z} \cdot dz + q \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \rho \cdot c_p \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

$$q_x = -\lambda \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$q_y = -\lambda \cdot dx \cdot dz \cdot \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$q_z = -\lambda \cdot dx \cdot dy \cdot \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$(1.6)$$



Figure(1.1). Bilan d'énergie autour d'un volume de contrôle.

L'équation de chaleur devient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.7)$$

Pour un système cylindrique et en régime permanent sans génération d'énergie, la forme appropriée de l'équation de la chaleur s'écrit :

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left( \lambda \cdot r \cdot \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad \text{Si } \lambda = f(r) \quad (1.8)$$

La résolution de cette équation avec les conditions aux limites :

Pour :  $r=r_1$   $T=T_1$

Pour :  $r=r_2$   $T=T_2$

$$T(r) = \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_1 / r_2)} \cdot \ln(r / r_2) + T_2 \quad : \text{La distribution de la température.}$$

$$q_r = \frac{2\pi \cdot \lambda L \cdot (T_1 - T_2)}{\ln(r_2 / r_1)} \quad : \text{Flux de chaleur transféré.} \quad (1.9)$$

$$R_{th, cond} = \frac{\ln(r_2 / r_1)}{2\pi \cdot \lambda L} \quad : \text{Résistance thermique.}$$

Pour plus de détails concernant la conduction voir [2], [3].

### 3.2. Transfert de chaleur par convection.

La convection est un mode de transfert de chaleur se produisant uniquement au sein des milieux fluides, elle intervient dans les échanges thermiques entre une paroi et un fluide en mouvement.

Contrairement à la conduction où le transfert de chaleur est dû à un mouvement microscopique des particules, la convection est un transfert d'énergie dû à des mouvement macroscopiques.

On distingue la convection forcée dans laquelle ce mouvement du fluide est produit par une action extérieure (pompe, ventilateur, ...), de la convection libre, dans laquelle le mouvement résulte simplement de la différence de densité entre les parties chaudes et froides du fluide.

#### 3.2.1. Convection forcée.

On détermine l'expression du coefficient d'échange convectif par l'emploi des relations empiriques  $Nu = Nu(Re, Pr)$  basées sur l'analyse dimensionnelle, en donnant une forme fonctionnelle de la solution et pour généraliser cette solution en introduisant des paramètres de similarité, on écrit donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \cdot \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \cdot \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \\ \rho \cdot c_p \cdot \left( u \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \cdot \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \cdot \Phi \end{array} \right. \quad (1.10)$$

On écrit ces équations sous une forme adimensionnelle :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \\ u^* \cdot \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \cdot \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{1}{Re} \cdot \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) \\ u^* \cdot \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \cdot \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \frac{1}{Re} \cdot \left( \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right) \\ u^* \cdot \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + v^* \cdot \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re \cdot Pr} \cdot \left( \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} \right) + \frac{E_c}{Re} \cdot \Phi \end{array} \right. \quad (1.11)$$

Or :

$$\left\{ \begin{array}{l} Re = \frac{\rho \cdot u_\infty \cdot L}{\mu} : \text{nombre de Reynolds} \\ Pr = \frac{\mu \cdot c_p}{\lambda} : \text{nombre de Prandtl} \\ E_c = \frac{u_\infty^2}{c_p \cdot \theta_0} : \text{nombre d'Eckert} \end{array} \right.$$

On peut définir un nombre adimensionnel concernant l'aspect thermique, c'est le nombre de Nusselt :

$$Nu = \frac{h_c \cdot x}{\lambda} = \frac{-\lambda \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}}{(T_p - T_\infty)} \quad (1.12)$$

Où :

$u_\infty$  : Vitesse de fluide loin de la paroi

$L$  : Longueur caractéristique

$T_\infty$  : Température du fluide loin de la paroi

$T_p$  : Température de la paroi

Si on considère que les dissipations sont négligeables, alors :  $Nu = Nu(Re, Pr)$

Pour un régime turbulent en écoulement interne dans les tubes avec les conditions d'applicabilité de celles-ci :

$$Nu_D = 0.023 \cdot (Re_D^{4/5}) \cdot (Pr^n)$$

$$\begin{cases} 160 \geq Pr \geq 0.7 \\ Re_D \geq 10000 \\ L/D \geq 10 \text{ régime établi} \end{cases} \quad (1.13)$$

$n=0.4$  pour l'échauffement

$n=0.3$  pour le refroidissement

$$Nu_D = 0.027 \cdot (Re_D^{4/5}) \cdot (Pr^{1/3}) \cdot \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0.14} \quad (1.14)$$

$$\begin{cases} 16700 \geq Pr \geq 0.7 \\ Re_D \geq 10000 \\ L/D \geq 10 \\ \mu_p \text{ est évaluée à } T_p \end{cases}$$

### 3.2.2. Convection libre.

La procédure à suivre pour la détermination du coefficient d'échange convectif sera la même qu'en convection forcée, sauf qu'on tient compte des termes correspondants aux forces volumiques pour les équations de similarité.

En utilisant, l'approximation de *Boussinesq* et avec l'application des conditions aux limites, les équations de la couche limites deviennent :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{g}{\rho} \cdot (\rho_{\infty} - \rho) + \nu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \end{cases} \quad (1.15)$$

Le terme  $(\rho_{\infty} - \rho) \cdot g$  : représente la force résultante des forces des poussée et de gravité.

Le coefficient d'expansion thermique  $\beta$  est défini par :

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p, \text{ d'où } \frac{\rho_{\infty} - \rho}{\rho} = \beta \cdot (T - T_{\infty})$$

On écrit le système d'équation sous une forme adimensionnelle :

$$\begin{cases} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \\ u^* \cdot \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \cdot \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_p - T_{\infty}) L}{u_0^2} \cdot \theta^* + \frac{1}{Re_L} \cdot \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \\ u^* \cdot \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + v^* \cdot \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L \cdot Pr} \cdot \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} \end{cases} \quad (1.16)$$

On définit un nombre adimensionnel très important en convection naturelle : c'est le nombre de *Grashof*.

$$Gr_L = \frac{g \cdot \beta \cdot \theta_0 \cdot L^3}{\nu^2}, \quad \theta_0 = T_p - T_{\infty} \quad (1.17)$$

Les effets de la convection forcée et naturelle sont comparables, si l'inégalité suivante est vérifiée.

$$\frac{Gr_L}{Re_L^2} \gg 1 \quad (1.18)$$

On a donc le nombre de Nusselt moyen :

$$Nu_L = Nu_L(Re_L, Gr_L, Pr)$$

Si les effets de la convection forcée peuvent être négligés alors :

$$Nu_L = Nu_L(Gr_L, Pr)$$

On définit encore le nombre adimensionnel de *Rayleigh* qui caractérise l'écoulement laminaire ou turbulent :

$$Ra_L = Gr_L \cdot Pr = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_p - T_\infty) L^3}{\nu \cdot \alpha} \quad (1.19)$$

La corrélation d'une plaque plane verticale peut être utilisée pour les cylindres verticaux de longueur  $L$ , si l'épaisseur de la couche limite  $\delta$  est très petite devant le diamètre  $D$ . Cette condition est satisfaite lorsque :

$$\frac{D}{L} \geq \frac{35}{Gr_L^{1/4}} \quad (1.20)$$

On écrit donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} - \text{La valeur critique de } Ra \approx 10^9 \text{ (Transition)} \\ - Nu_L = \left\{ 0.825 + \frac{0.387 \cdot Ra_L^{1/6}}{\left[ 1 + \left( \frac{0.492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2 \end{array} \right. \quad (1.21)$$

Il faut noter que toutes les propriétés sont évaluées à la température du film :  $T_f = (T_p + T_\infty)/2$ . (1.22)

### 3.3. Transfert de chaleur par changement de phase.

Tout échange de chaleur se traduisant par une variation de la température des corps concernés, produit souvent un changement de phase

(vaporisation, condensation, fusion, congélation...) constituant ainsi une source de chaleur supplémentaire.

### 3.3.1. Notions thermodynamiques.

Une substance pure est une substance qui a une composition chimique homogène et stable. Elle peut exister sous différentes phases. Mais sa composition reste la même dans chaque phase.

Nous allons donner dans cette section, les définitions nécessaires du point de vue thermodynamique, pour décrire les phénomènes de changement de phase d'une substance pure et d'un mélange, ainsi que les paramètres thermodynamiques régissant ce type de changement de phase (en particulier, changement de phase de la vapeur d'eau contenant dans le mélange air-vapeur) [7].

Donc dans notre cas qui se présente sous la forme d'un mélange d'air et de vapeur d'eau en contact avec l'eau liquide ou la glace. Ce problème peut s'analyser simplement et avec une bonne précision si les hypothèses suivantes sont faites :

1. La phase solide ou liquide ne contient aucun gaz dessous.
2. La phase gazeuse peut être traitée comme un mélange de gaz parfait.
3. Lorsque le mélange et la phase condensée sont à une pression et une température données, l'équilibre entre la phase condensée et sa vapeur n'est pas influencé par la présence de l'autre composant. Cela veut dire que la pression partielle de la vapeur est égale à la pression de saturation correspondant à la température du mélange.

Donnons, ainsi les définitions des termes déjà cités :

- **Pression de vapeur saturante, température de saturation** : si l'on referme un liquide et sa vapeur dans une enceinte préalablement vidée dont on contrôle la pression ou la température, on constate que, pour chaque température il existe une valeur de la pression à laquelle les phases liquide et vapeur coexistent en équilibre. Cette pression notée :  $P_{sat}$ , s'appelle pression de vapeur saturante ou



encore tension de vapeur saturante : c'est la pression maximum de vapeur à laquelle le liquide peut se vaporiser dans l'enceinte, à une température donnée.

La vapeur en équilibre avec le liquide qui lui a donné naissance porte le nom de vapeur saturante.

Réciproquement si l'on fixe la valeur de la pression (à condition que celle-ci reste inférieure à une certaine limite appelée pression critique), l'équilibre entre phase liquide et vapeur a lieu pour une valeur de la température, notée :  $T_{\text{sat}}$  (dépendant de la pression) et qu'on appelle cette température, température d'ébullition. [2]

- **Pression partielle** : La pression partielle  $P_i$  est (selon le modèle de *Dalton* qui simule bien les mélanges de gaz et qui considère que les variables de chaque composant sont comme si chacun d'eux existait séparément dans le volume et à la température du mélange) la pression du composant  $i$  dans le mélange.

Ainsi, cette pression n'a de signification que pour les gaz parfaits. En effet, ce concept suppose, d'une part que les molécules de chaque composant ne sont pas influencées par celles des autres composant et, d'autre part, que la pression totale est la somme des pressions partielles des composants individuels.

- **Point de rosée** : Le point de rosée d'un mélange gaz-vapeur est la température à laquelle la vapeur condense ou gèle lorsqu'elle est refroidie à pression constante.

- **Humidité relative  $\Phi$**  : elle est définie comme le rapport de la fraction molaire de la vapeur dans le mélange, à la fraction molaire de la vapeur dans un mélange saturé à la même température et à la même pression totale. Puisque la vapeur est considérée comme un gaz parfait, la définition peut s'écrire comme le rapport de la pression partielle de la vapeur  $P_v$  telle qu'elle existe dans le mélange, à la pression de saturation de la vapeur  $P_{\text{sat}}$  à la même température :

$$\Phi = \frac{P_v}{P_{\text{sat}}} \quad (1.23)$$

- **Chaleur latente de vaporisation** : La chaleur latente de vaporisation est la quantité d'énergie qu'il faut fournir à l'unité de masse d'un corps pour faire

passer celui-ci de l'état liquide à l'état gazeux en restant à température constante. On la note  $i_g$  (pour l'eau à 100°C,  $i_g = 2250 \text{ J/kg}$ ). La même quantité d'énergie est libérée par le fluide dans la transformation inverse (condensation).

### 3.3.2. Transmission de la chaleur lors de l'ébullition.

Pendant une longue durée l'ébullition d'un corps pur n'a été remarquée que pour deux de ces aspects :

- Le passage de l'état liquide à l'état vapeur (par exemple, production de vapeur dans les machines thermiques).
- La fixité de la température à laquelle se produisait ce phénomène. Cependant, les écoulements où se produit l'ébullition entre dans la catégorie des écoulements appelés diphasiques (une phase liquide et une phase vapeur : two-phase flow). Ces phénomènes sont très complexes, car aux nombreuses variables régissant l'ébullition en vase, il faut ajouter tous les paramètres thermodynamiques dépendant du débit, avec l'influence que ceux-ci peuvent avoir sur les propriétés physiques du fluide.

Etant donné que ce mode est très compliqué physiquement et que les corrélations disponibles pour ce mode sont très spécifiques à des cas particuliers, alors nous étudierons notre échangeur de chaleur uniquement en tant que réchauffeur puisque la vaporisation du G.N.L s'effectue en vase, moyennant des résistances électriques situées en bas des réservoirs de stockage. Ainsi, le G.N rentre à une température légèrement supérieure à la température de saturation correspondant à la pression de saturation. Pour plus de détails concernant l'ébullition consulter les références. [1] , [8]

### 3.3.3 Transmission de la chaleur lors de la condensation.

Les échanges de chaleur en condensation jouent un grand rôle dans de nombreux processus industriels. IL est donc important de bien connaître ces phénomènes, de manière à être en mesure de définir convenablement les appareillages à mettre en œuvre. Une vapeur pure est en équilibre avec sa phase liquide si sa pression et sa température correspondant aux conditions de saturation  $P_{sat}$  et  $T_{sat}$ . Si une vapeur à l'état ( $P_v, T$ ) vient en contact avec une paroi

dont la température  $T_p$  est inférieure à celle de saturation  $T_{sat}$  correspondant à  $P_v$ , une certaine masse de liquide se dépose sur la paroi froide.

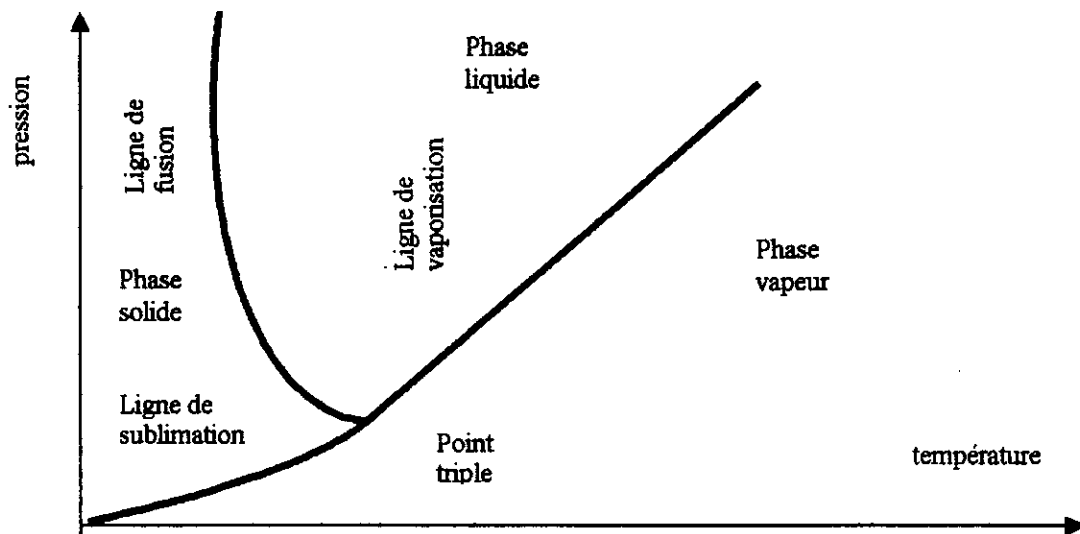


Figure (1.1). Diagramme pression-température pour une substance telle que l'eau

Si le liquide mouille cette surface, le condensât forme un film continu. Ce type de condensation est plus fréquent.

Si à l'inverse, sous l'effet d'un agent promoteur, ce liquide ne mouille pas la surface, il se produit une condensation en gouttes.

Le changement de phase s'accompagne de la libération d'une certaine quantité de chaleur qui transite vers la paroi froide à travers l'épaisseur du condensât déjà formé. Le coefficient d'échange à la surface de la paroi froide est donc d'autant plus élevé que cette épaisseur est plus réduite.

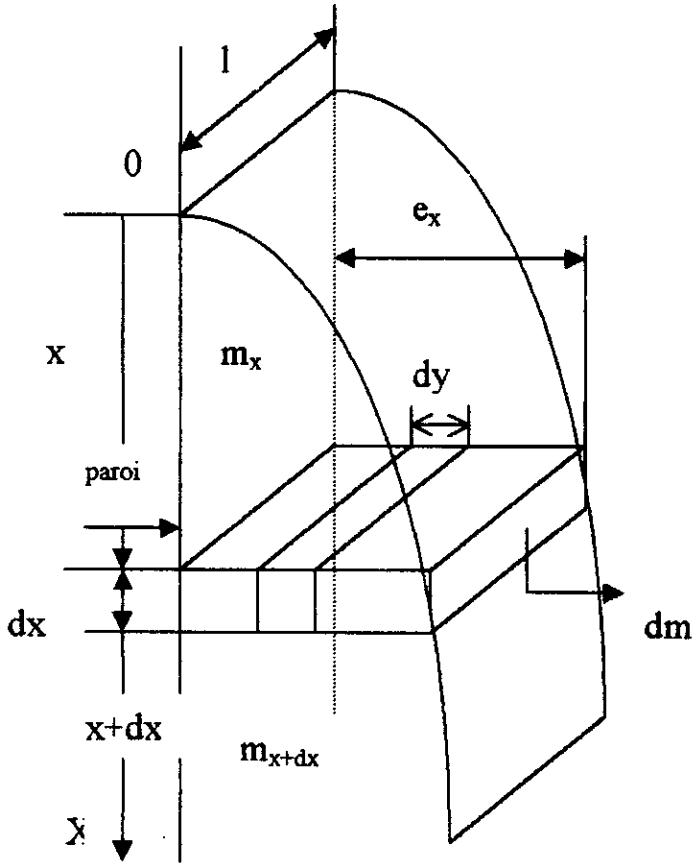
Nous étudierons la condensation en film sur une paroi verticale, qui constitue le modèle théorique fondamental (équation de *Nusselt*).

#### ◆ EQUATION DE NUSSELT

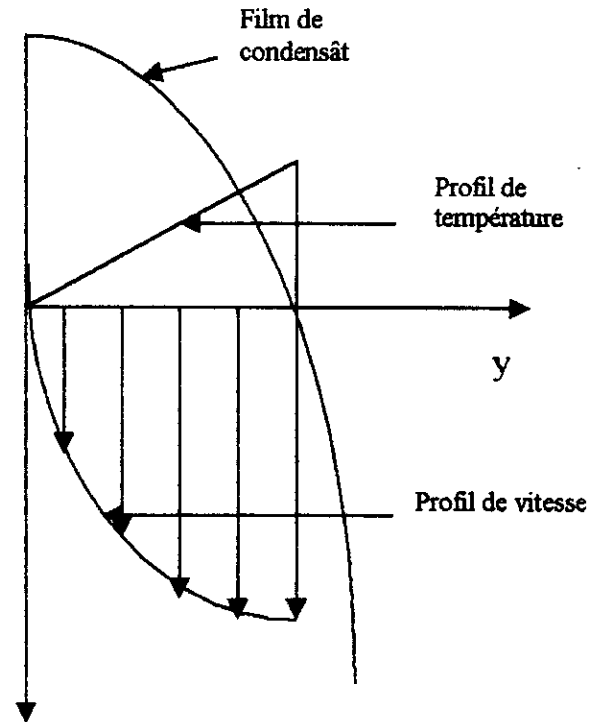
Les hypothèses fondamentales sont :

1. La vapeur est une vapeur pure, au repos, saturée à la température de saturation  $T_{sat}$  correspondant à la pression  $P_v$  d'alimentation de l'enceinte.
2. La température  $T_p$  de la paroi est constante sur toute sa surface et le phénomène est permanent (les paramètres en chaque point sont indépendants du temps).

3. Un film de liquide s'écoule vers le bas sous l'effet de la force de pesanteur et son épaisseur reste suffisamment faible pour que le régime d'écoulement dans le film soit laminaire.
4. En se condensant, la vapeur libère sa chaleur latente de vaporisation et le liquide formé est refroidi à une température inférieure à  $T_{sat}$ .
5. La chaleur ainsi dégagée se transmet à la paroi par conduction à travers le film.



Figure(1.2). Croissance du film



Figure(1.3). Profils de vitesse et de température.

Le volume  $l dx dy$  est en équilibre sous l'effet de la force de pesanteur et des contraintes tangentiellles de viscosité. On a donc selon l'axe X :

$$(\rho_l - \rho_v)g.l.dx.dy + \left( \mu_l.l.dx.\frac{du}{dy} \right)_{y+dy} - \left( \mu_l.l.dx.\frac{du}{dy} \right)_y = 0 \quad (1.24)$$

$$D'où : \frac{d^2u}{dy^2} = -\frac{\rho_l - \rho_v}{\mu_l}.g \quad (1.25)$$

Compte tenu des conditions  $\frac{du}{dy} = 0$  pour  $y = e_x$  (Contrainte tangentielle nulle a la surface du film). Et  $u=0$  pour  $y=0$ . On trouve le profil de vitesse dans le film du condensât. On en tire le débit massique  $m'_x$  par unité de largeur de paroi :

$$m'_x = \frac{g \cdot \rho_l \cdot (\rho_l - \rho_v)}{3 \cdot \mu_l} \cdot e_x^3 \quad (1.26)$$

La masse du condensât  $dm'_x$  formée sur l'intervalle  $dx$ , entraîne donc un accroissement de  $e_x$  d'épaisseur du film tel que :

$$\frac{dm'_x}{dx} = \frac{g \cdot \rho_l \cdot (\rho_l - \rho_v)}{\mu_l} \cdot e_x^2 \cdot \frac{de_x}{dx} \quad (1.27)$$

Le dégagement de chaleur correspondant à  $dm'_x$  est égal à :

$$dQ = l_v \cdot dm'_x \quad (1.28)$$

Avec  $L_v$  désigne la chaleur latente de vaporisation de la vapeur considérée.

Cette quantité de chaleur, en régime permanent, se transmet intégralement à la paroi, soit :

$$\frac{dQ}{dS} = \frac{\lambda_l e}{e_x} \cdot (T_{sat} - T_p) = L_v \cdot \frac{dm'_x}{dx} \quad (1.29)$$

L'élimination de  $dm'_x$  entre les relations (1.27), (1.29) donne l'expression de l'épaisseur  $e_x$  :

$$e_x = \left[ \frac{4 \cdot \mu_l \cdot \lambda_l \cdot x \cdot (T_{sat} - T_p)}{g \cdot \rho_l \cdot (\rho_l - \rho_v) L_v} \right]^{1/4} \quad (1.30)$$

Le coefficient local d'échange est égal à :

$$h_x = \frac{\lambda_l}{e_x} = \left[ \frac{g \cdot \rho_l \cdot (\rho_l - \rho_v) L_v \cdot \lambda_l^3}{4 \cdot \mu_l \cdot x \cdot (T_{sat} - T_p)} \right]^{1/4} \quad (1.31)$$

La valeur moyenne  $\bar{h}$  du coefficient d'échange pour une vapeur se condensant sur une paroi de hauteur  $H$  est égale à :

$$\bar{h} = \frac{1}{H} \int_0^H h_x \cdot dx = \frac{4}{3} \cdot (h_x)_{x=H} \quad (1.32)$$

$$\bar{h} = 0.943 \cdot \left[ \frac{\rho_l \cdot (\rho_l - \rho_v) g \cdot L_v \cdot \lambda_l^3}{\mu_l \cdot H \cdot (T_{sat} - T_p)} \right]^{1/4} \Rightarrow \bar{h} = 0.943 \cdot \left[ \frac{\rho_l^2 \cdot g \cdot L_v \cdot \lambda_l^3}{\mu_l \cdot H \cdot (T_{sat} - T_p)} \right]$$

Cette relation a été obtenue par *Nusselt* en 1916.

**Handwritten text, possibly a signature or name, rendered in a stylized, bold, black font.**

## 1. INTRODUCTION.

L'échangeur de chaleur qu'on propose d'étudier, est destiné principalement au réchauffage des gaz (oxygène, l'hydrogène, l'azote...) comme son nom l'indique réchauffeur atmosphérique. Mais il peut être utilisé comme regazeiffeur selon le constructeur, pour regazeifier les gaz cryogénique stockés sous forme liquide (oxygène liquide, l'hydrogène liquide, l'azote liquide...) puis les réchauffer.

Le puits de chaleur depuis lequel le transfert de chaleur a lieu vers le G-N pour le réchauffer ou vers le G-N-L pour le regazeifier puis le réchauffer, est l'air ambiant.

Le G-N utilisé est vaporisé depuis son enceinte de stockage par des résistances électrique placées en bas de ces enceintes.

## 2. FONCTIONNEMENT DE L'ÉCHANGEUR DE CHALEUR.

Le G-N rentre dans l'échangeur de chaleur à une très basse température ( $\sim -160^{\circ}\text{C}$ ), ce qui refroidit les tubes et les ailettes.

Pour une humidité de 70% et une température d'ambiance de  $20^{\circ}\text{C}$ , la pression partielle de la vapeur d'eau contenue dans l'air est supérieure à la pression du point triple on aura alors une condensation puis solidification (pas de sublimation).

Au début de fonctionnement de l'échangeur de chaleur, le G-N coule à l'intérieur du tube à cette basse température, ce qui diminue la température des parois externe et interne des tubes et des ailettes produisant ainsi un transfert de chaleur par changement de phase (condensation puis solidification) et un transfert de chaleur par convection forcée (à l'intérieur du tube).

Lorsque la température de la paroi externe du tube et d'ailette sera égale à la température de solidification de l'eau  $0^{\circ}\text{C}$ , la glace commence à se former et elle possède un front gardant la température de solidification  $0^{\circ}\text{C}$  (si on suppose que la solidification s'effectue d'une manière instantanée avec la condensation).

Lorsque la glace cesse de se former, les parois des ailettes et des tubes restent à des températures inférieures à la température de rosée de la vapeur d'eau contenue dans l'air qui est d'environ  $14^{\circ}\text{C}$  pour les conditions standards indiquées, alors on aura une condensation de la vapeur d'eau en film continu.

Lorsqu'on avance encore le G-N s'échauffe et la température du tube aileté augmente jusqu'à ce qu'elle soit supérieure à la température de rosée, à ce



moment là la condensation cesse d'avoir lieu, mais il demeure tout de même qu'elle est inférieure à la température ambiante, ce qui donne ainsi naissance au transfert de chaleur par convection naturelle.

### 3. CALCUL DES ECHANGES THERMIQUES DANS L'ECHANGEUR.

#### 3.1.Changement de phase dans l'échangeur.

le changement de phase de la vapeur d'eau contenue dans l'air en glace, se fait par le processus de la condensation puis solidification aux conditions déjà citées ( $\Phi = 70\%$ ,  $T = 20^\circ\text{C}$ )

Cette partie sera étudiée en régime transitoire (pour le cas du tube sans ailettes) et en régime permanent (pour le cas des tubes sans ailettes et avec ailettes, c.-à-d. le cas réel).

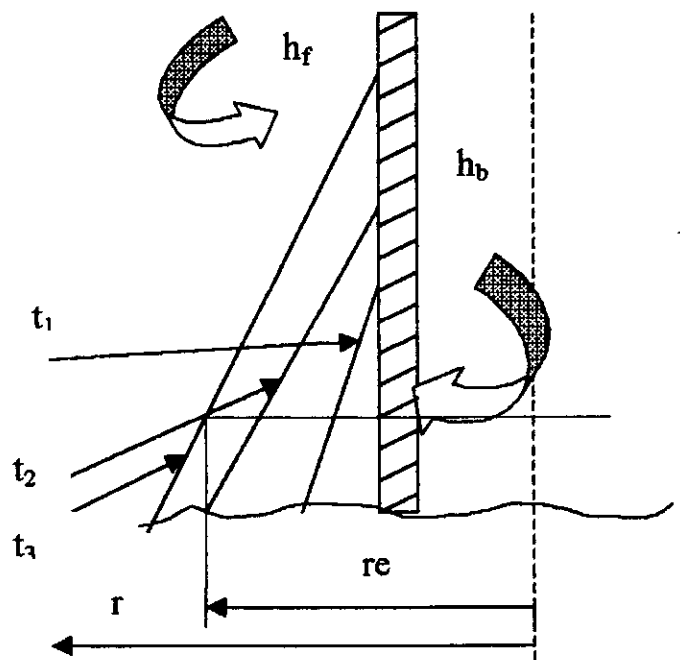
##### 3.1.1.Régime transitoire.

Le cas du tube avec ailettes, c.-à-d. le cas réel est difficile à étudier en régime transitoire à cause de la difficulté de manipuler quelques paramètres.

En se basera donc à étudier en régime transitoire, le cas de tube sans ailettes puisque le comportement reste le même.

La glace qui se forme, se propage au cours du temps sur le tube à mesure que celui-ci se refroidit de plus en plus avec le temps en s'épaississant comme indiqué sur la figure (2.1).

Pour déterminer l'épaisseur de glace formée, la distribution de température du fluide à l'intérieur du tube et la température interne et externe du tube avec le temps et avec la position axiale, on doit procéder à une résolution numérique en discrétisant, l'équation d'énergie appliquée au fluide et les équations qui résultent de l'application des bilans d'énergie aux différentes interfaces (tube-glace) et (glace-air) en adoptant certaines hypothèses simplificatrices :



Figure(2.1). Propagation de la couche de glace avec le temps

- La conduction axiale peut être négligée mais dans la direction radiale, le transfert de chaleur peut être valide.
- La solidification s'effectue d'une manière instantanée avec la condensation (ceci est d'autant vrai que les gradients de température sont très grands durant les premiers instants de fonctionnement).

❖ Application de l'équation d'énergie au fluide.

L'équation d'énergie s'écrit comme suit : [7]

$$\lambda_b \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot \frac{\partial T_f}{\partial r} \right) = (\rho \cdot c_p)_b \cdot \left[ u_z \cdot \frac{\partial T_f}{\partial z} + \frac{\partial T_f}{\partial t} \right] \quad (2.1)$$

$T_f = T_f(r, z, t)$  : température du fluide.

$u_z$  : vitesse axiale du fluide.

$\lambda_b$  : conductivité du fluide à la température en bloc.

En intégrant cette équation sur la section droite du tube et en tenant compte des conditions d'axisymétrie à  $r=0$ , alors :

$$\pi \cdot r_1^2 \cdot (\rho \cdot c_p)_b \cdot \frac{\partial T_m}{\partial t} + (m \cdot c_p)_b \cdot \frac{\partial T_b}{\partial z} = \lambda_b \cdot \left( \frac{\partial T_f}{\partial z} \right)_{r=r_1} \quad (2.2)$$

où :

$$T_b = \frac{\int_0^{r_1} u_z \cdot T_f \cdot dA}{U \cdot A} \quad (2.3)$$

$$T_m = \frac{\int_0^{r_1} (\rho \cdot c_p)_b \cdot T_f \cdot dA}{\int_0^{r_1} (\rho \cdot c_p)_b \cdot dA} = \frac{\int_0^{r_1} T_f \cdot dA}{\int_0^{r_1} dA}$$

$T_b$  : est définie en terme d'énergie thermique transportée par le mouvement en bloc du fluide à travers la section considérée.

$T_m$  : est une température moyenne sur la section considérée et elle est définie en terme de la chaleur stockée dans le fluide.

U : vitesse moyenne à travers la section considérée.

En approchant par défaut  $T_m$  à  $T_b$  et en utilisant la condition au limite de convection sur la paroi interne du tube alors :

$$\pi \cdot \eta^2 \cdot (\rho \cdot c_p)_b \cdot \frac{\partial T_b}{\partial t} + (m \cdot c_p)_b \cdot \frac{\partial T_b}{\partial z} = 2\pi \cdot \eta \cdot h_b \cdot (T_1 - T_b) \quad (2.5)$$

$h_b$  : coefficient d'échange de chaleur convectif interne qui est fonction de la température du fluide  $T_b$  (déterminé empiriquement à partir de la relation (1.14)).

$T_1$  : température interne du tube .

$T_b$  : température du G-N.

❖ Application des bilans d'énergie aux différentes interfaces.

Interface tube-fluide réfrigérant :

A chaque instant, la quantité de chaleur cédée par le tube est égale à celle absorbée par le fluide réfrigérant, on écrit alors :

$$h_b \cdot A_1 \cdot (T_1 - T_b) = \frac{2\pi \cdot \lambda_{al} \cdot l \cdot (T_2 - T_1)}{\ln(r_2/r_1)} \quad (2.6)$$

$$T_2 = T_1 + \frac{h_b \cdot \eta \cdot \ln(r_2/r_1)}{\lambda_{al}} \cdot (T_1 - T_b) \quad (2.7)$$

La quantité de chaleur cédée par le tube au fluide réfrigérant doit être égale à la quantité de chaleur cédée par l'air au tube avant formation de la glace et celle correspondante à la variation de la quantité de chaleur contenue dans le tube . Ainsi :

$$\frac{2\pi \cdot \lambda_{al} \cdot l \cdot (T_2 - T_1)}{\ln(r_2/r_1)} = h_f \cdot A_2 \cdot (T_4 - T_2) + (\rho \cdot c_p)_{al} \cdot \pi \cdot (r_2^2 - \eta^2) \cdot l \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{T_2 - T_1}{2} \right) \quad (2.8)$$

Où :

l : représente une longueur caractéristique sur le tube et  $A_2$  la surface extérieure du tube.

$h_f$ :représente le coefficient d'échange de chaleur par convection naturelle à l'extérieure des tubes (déterminé à partir de la relation (1.22) en vérifiant la condition (1.21)).

en développant ces deux dernières équations, on trouve :

$$dT_1 = \frac{4 \cdot \lambda_{al} \cdot h_f \cdot r_2 \cdot dt}{(\rho \cdot c_p)_{al} \cdot (r_2^2 - r_1^2) h_b \cdot \eta \cdot \ln(r_2/r_1)} \left[ T_1 - T_4 - (T_b - T_1) \frac{h_b \cdot \eta \cdot \ln(r_2/r_1)}{\lambda_{al}} + \frac{h_b \cdot \eta}{h_f \cdot r_2} \right] \quad (2.9)$$

On peut déterminer la variation de la température  $T_1$  avec le temps et par suite  $T_2$  à partir de (2.7) connaissant  $T_b(t)$ .

**Remarque :**

$T_b(t)$  est déterminée à partir de l'équation (2.5) pour plus de détail dans le travail précédant

Cette procédure sera utilisé tant que  $T_2 > 273 \text{ }^\circ\text{k}$  (la température de la paroi externe est supérieure à  $0^\circ\text{c}$ ), ensuite une autre procédure sera utilisée puisqu'il y a création d'une couche de glace et cette dernière sera déterminée par l'établissement d'un bilan d'énergie à l'interface glace-tube.

Interface glace-tube.

Dés que  $T_2 < 0^\circ\text{c}$ , la glace commence à se former .

A chaque instant, la quantité de chaleur cédée par la glace à la paroi refroidissante, est égale à celle absorbée par le fluide réfrigérant.(Voir figure(2.2)).

$$h_b \cdot A_1 \cdot (T_1 - T_b) = \frac{2\pi \cdot \lambda_g \cdot \Delta z}{\ln(re/r_2)} \cdot (T_3 - T_1) \quad (2.10)$$

$$\text{Avec: } \frac{\lambda_g}{re} = h_b \cdot r_2 \cdot \left( \frac{T_3 - T_1}{T_1 - T_b} \right) \quad (2.11)$$

On approche  $T_1$  à  $T_2$  car le tube est de bonne conductivité thermique par rapport à la glace, et de plus, il est très mince.  
 $re$  :rayon extérieur de la glace qui se forme.

La quantité de chaleur cédée par la glace à la paroi refroidissante doit être égale à la somme des quantités de chaleurs correspondant à : la convection

naturelle, la condensation, la solidification et celle correspondant à la variation de la quantité de chaleur contenue dans la glace. Il y en a d'autres termes, on les néglige, vu leur faibles grandeurs. [4]

On écrit alors :

$$2\pi \cdot \Delta z \cdot \left\{ \frac{\lambda_g \cdot (T_3 - T_1)}{\ln(re/r_2)} = h_f \cdot (T_4 - T_3) \cdot re + \rho_g \cdot (i_s + i_c) \cdot re \cdot dre + \rho_g \cdot c_{p_g} \cdot \frac{d}{dt} \left[ (re^2 - r_2^2) \frac{(T_3 - T_1)}{2} \right] \right\} \quad (2.12)$$

Où :

$i_s$  : chaleur latente de solidification.

$i_c$  : chaleur latente de condensation.

$\Delta z$  : une longueur élémentaire suivant l'axe du tube.

$C_{p_g}$  : chaleur spécifique de la glace.

$\lambda_g, \rho_g$  : conductivité thermique et masse volumique de la glace.

$T_3$  : température du front de la glace .  $T_3 = 0^\circ\text{C} = 273\text{K}$

$dre$  : accroissement élémentaire de la couche de glace pendant l'intervalle du temps  $dt$ .

$$\text{On déduit : } \frac{dre}{dT_1} = r_2 \cdot \left( \frac{\lambda_g}{h_b \cdot r_2} \right) \cdot \frac{(T_b - T_3)}{(T_1 - T_b)^2} \cdot e^{\frac{\lambda_g \cdot (T_3 - T_1)}{h_b \cdot r_2 \cdot (T_1 - T_b)}} \quad (2.13)$$

$$\text{L'équation (2.13) devient : } dT_1 = \left[ \frac{h_b \cdot (T_1 - T_b)^2}{\lambda_g \cdot (T_b - T_3)} \right] \cdot e^{-\frac{\lambda_g \cdot (T_3 - T_1)}{h_b \cdot r_2 \cdot (T_1 - T_b)}} \cdot dre \quad (2.14)$$

L'équation (2.11) donne :

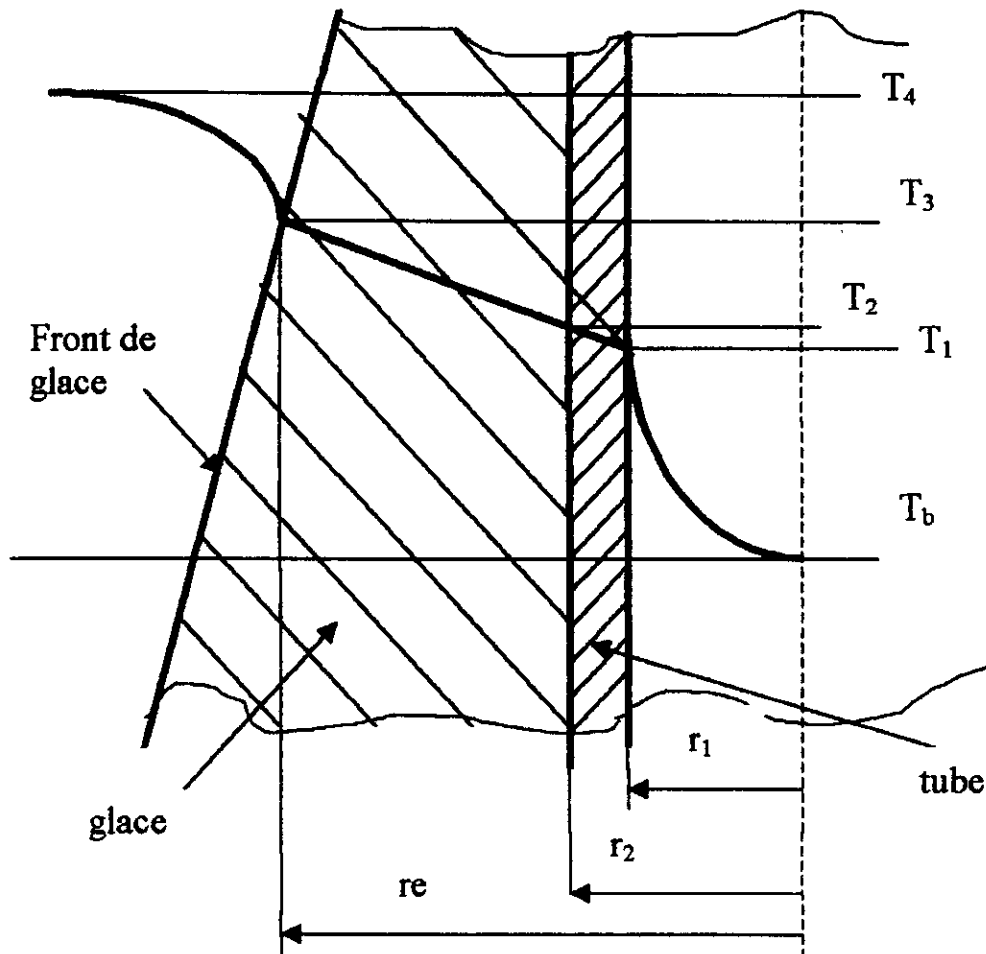
$$\ln(re/r_2) = \frac{\lambda_g}{h_b \cdot r_2} \cdot \frac{T_3 - T_1}{T_1 - T_b} \Rightarrow T_1 = \frac{\lambda_g \cdot T_3 + (h_b \cdot r_2) \cdot \ln(re/r) \cdot T_b}{\lambda_g + (h_b \cdot r_2) \cdot \ln(re/r)} \quad (2.15)$$

donc, on a l'expression de  $T_1$  et de  $dT_1$ .

A cause de l'inertie thermique, on peut supposer que  $T_b$  reste constante lorsque la couche de glace s'épaissit de  $dre$  au cours de laps de temps  $dt$ .

L'équation (2.12) devient alors :

$$\left[ \frac{\lambda_g \cdot (T_3 - T_1)}{\ln(re/r_2)} - h_f \cdot re \cdot (T_4 - T_3) \right] \cdot dt = [\rho \cdot (i_s + i_c) \cdot re] \cdot dre + \rho \cdot c_p \cdot \left[ \frac{h_b}{4 \cdot \lambda_g} \cdot (re^2 - r_2^2) \cdot \frac{(T_1 - T_b)^2}{(T_3 - T_b)} \cdot e^{-\frac{\lambda_g \cdot (T_3 - T_1)}{h_s \cdot r_2 \cdot (T_1 - T_b)}} \cdot dre + \frac{(T_3 - T_1)}{2} \cdot re \cdot dre \right] \quad (2.16)$$



Figure(2.2). Distribution de température dans la glace et le tube.

on extrait donc l'expression de dre :

$$dre = \frac{\left[ \frac{\lambda_g \cdot (T_3 - T_1)}{\ln(re/r_2)} - h_f \cdot re \cdot (T_4 - T_3) \right] \cdot dt}{\rho \cdot \left[ (i_s + i_c) + c_p \cdot \left( \frac{T_3 - T_1}{2} \right) \right] \cdot re + c_p \cdot \frac{h_b}{4 \cdot \lambda_g} \cdot (re^2 - r_2^2) \cdot \frac{T_1 - T_b}{T_3 - T_b} \cdot e^{-\frac{\lambda_g \cdot (T_3 - T_1)}{h_s \cdot r_2 \cdot (T_1 - T_b)}}} \quad (2.17)$$

La résolution numérique et la discrétisation des équations établies sont bien détaillées au chapitre suivant, mais on peut constater d'après les résultats déjà obtenus pour  $T_4=20^\circ\text{C}$  et  $\Phi=70\%$ , que la température interne du tube et celle du fluide, augmentent au fur et mesure que le temps de fonctionnement passe, par suite de l'épaississement de la couche de glace qui se crée et qui va former une résistance au passage du flux de chaleur depuis l'air ambiant et le front de glace (condensation-solidification).

De plus on constate que la couche de glace s'épaissit rapidement durant les premiers instants de fonctionnement et par suite diminution rapide de la température la paroi interne.

### 3.1.2. Régime permanent.

Dans cette section, on doit déterminer la distribution de la température du fluide réfrigérant G-N, la distribution de température interne du tube le long de celui-ci, ainsi que l'épaisseur de glace pour le cas du tube sans ailettes, puis pour le cas du tube avec ailettes(cas réel).

Pour se faire, on doit ajouter aux hypothèses du régime transitoire, d'autres hypothèses simplificatrices :

- On travaille en régime quasi-permanent, car le régime permanent n'est jamais atteint, il faut que le temps tend vers l'infini.
- La conduction à travers les parois du tube est négligeable puisque  $(r_2 - r_1)/r_1=1/12.5=8\%$  et de plus la conductivité de l'aluminium est très supérieure à celle de la glace.

On peut écrire maintenant les bilans d'énergie aux différentes interfaces (glace-air) et (glace-fluide) pour le cas du tube sans ailettes :

#### ❖ Bilan d'énergie pour l'interface (glace-air).

La quantité de chaleur cédée par l'air à la glace est égale à :

$$h_f \cdot (2\pi \cdot r_e \cdot l) \cdot (T_4 - T_3) = \frac{2\pi \cdot l \cdot \lambda_g}{\ln(r_e / r_m)} \cdot (T_3 - T_m) \quad (2.18)$$

$h_f$  : coefficient d'échange de chaleur en convection naturelle.

$h_b$  : coefficient d'échange de chaleur en convection forcée.

$\lambda_g$  : conductivité de la glace.

$l$  : longueur élémentaire selon l'axe du tube.

La détermination des coefficients d'échanges en convection naturelle  $h_f$  et en convection forcée  $h_b$ , se fait de la même manière qu'en régime transitoire, mais il faut tenir compte de l'effet de la condensation superficielle déjà mentionnée dans les hypothèses, on ajoute alors une nouvelle grandeur de  $5\text{w/m}^2.\text{°k}$  par exemple.

Comme en régime transitoire, les résultats obtenues sont illustrées dans le travail précédent concernant le régime permanent pour le cas du tube sans ailettes

➤ **Cas réel :**

Afin de déterminer la longueur réelle du tube pour laquelle il n'y a plus formation de la glace, on doit connaître :

- Le rayon réel de la grande base du cône de la glace formé.
- Le rayon réel de la petite base du cône de glace formé.

Notre étude sera divisée en deux étapes. La première concerne les cinq premiers tubes (puisque'ils sont reliés entre eux en parallèle). C.à.d que le débit se trouve divisé par cinq) et la seconde étape concerne les tubes qui suivent (puisque'ils sont reliés entre eux en série ).

Pour la deuxième étape on est obligé à connaître, en plus de rayon de base de cône de glace à partir du sixième tube aileté , la longueur depuis la fin des cinq premiers tubes du cône de glace formé.

Avec le théorème de *Guldin* , on calcule le volume pour le cas du tube sans ailettes et pour le cas du tube avec ailettes et par égalité de ses deux volumes, on détermine cette longueur .

*Le théorème de Guldin stipule que : «le volume d'un corps possédant un axe de révolution est égale au produit de la surface générant ce corps par sa rotation autour de cet axe par le centre de gravité de cette surface par rapport à l'axe de révolution par l'angle de rotation de cette surface exprimé en radian . »*

◆ Première étape (pour les cinq premiers tubes )

*\*/Calcul du rayon de la grande base .*

En utilisant un maillage simple du cône de glace formé et avec l'application du principe de conservation d'énergie aux surfaces de contrôle entourant les différents nœuds et de l'équation résultant du bilan d'énergie aux deux interfaces paroi-fluide, glace-air , l'équation appropriée à résoudre est :



$$h_f \cdot re \cdot (T_4 - T_3) = \frac{\lambda_g}{\ln(re/r^*)} \left[ T_3 - \frac{\lambda_g \cdot T_3 + r \cdot h_b \cdot \ln(re/r^*) \cdot (T_{bi+1} - 22.5)}{\lambda_g + 0.81 \cdot h_{bi+1} \cdot r \cdot \ln(re/r^*)} \right] \quad (2.24)$$

Sachant que :

$$h_f = 25 \text{ w/m}^2 \cdot \text{°k}$$

$$h_b = h_b(T=113 \text{ °k}, m=0.0183/5) = 60.10 \text{ w/m}^2 \cdot \text{k}$$

$$\lambda_g = 1.88 \text{ w/m} \cdot \text{°k}$$

$$T_4 = 293 \text{ °k}$$

$$T_3 = 273 \text{ °k}$$

$r^* = 0.0875 \text{ m}$  (rayon où elle est défini la température du dernier nœud)

$$T_{bi+1} = 113.2 \text{ °k}$$

L'équation (2.23) devient :

$$500 \cdot re = \frac{1.88}{\ln(re/0.0875)} \left[ 273 - \frac{546 + 67.875 \cdot \ln(re/0.0875)}{2 + 0.607 \cdot \ln(re/0.0875)} \right] \quad (2.25)$$

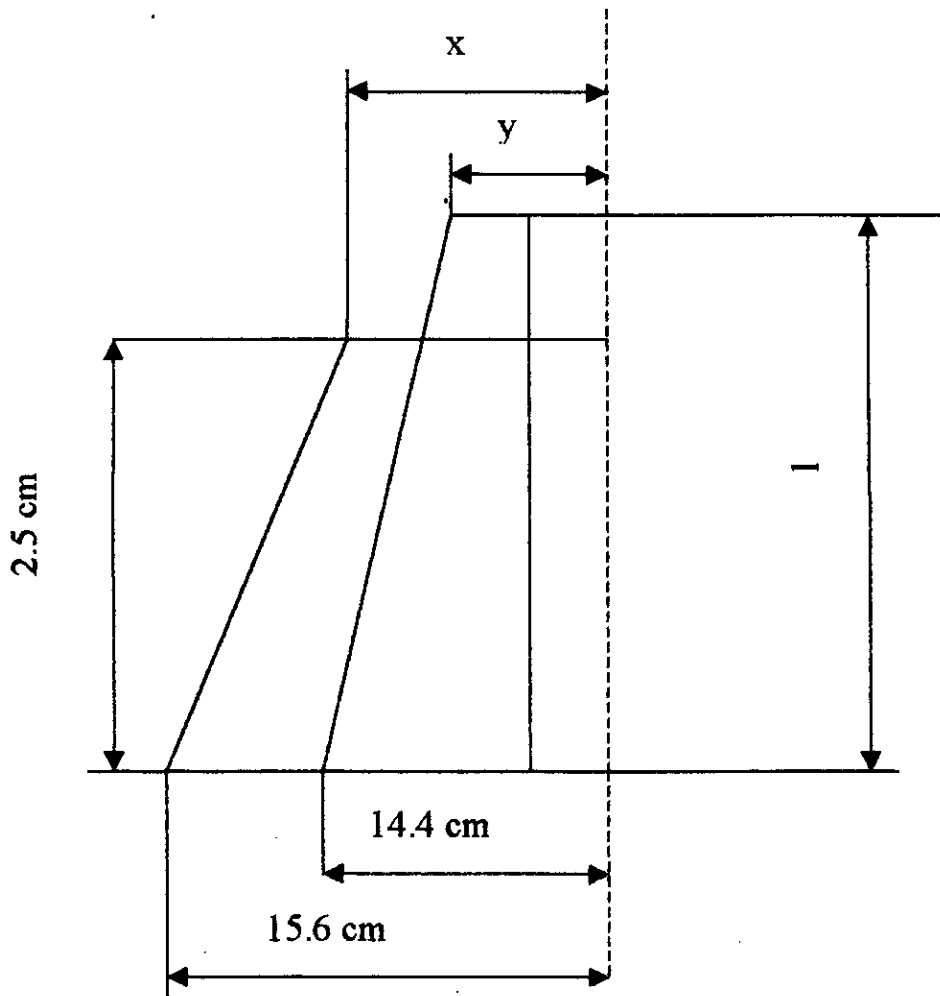
Après calcul, on trouve :

$$re = 0.156 \text{ m}$$

#### *\*/Calcul du rayon de la petite base*

Le rayon qu'on cherche est représenté par x

y : rayon de la petite base du cône de glace formé dans le tube sans ailettes correspondant à une longueur l (l et y sont des inconnues)



Figure(2.3). Section longitudinales des cônes de glace formés du tube sans ailettes et du tube avec ailettes, ainsi que les paramètres associés.

En exprimant l'égalité des volumes des cônes de glaces trouvés, on obtient l'équation donnant la valeur de  $x$  en fonction des variables  $l$  et  $y$ . On voit bien qu'il n'existe pas une solution unique, car pour chaque valeur de  $l$  et donc de  $y$ , on a une solution  $x$ .

La solution qu'on cherche est celle qui vérifie la condition suivante : la température correspondant au couple  $(l, y)$  pour le cas du tube sans ailettes doit être égale à la température de sortie des cinq premiers tubes correspondant ainsi au rayon de glace  $x$ .

Une procédure numérique est nécessaire pour cet objectif, mais il faut avoir une expression donnant la valeur de la température à la sortie de ces cinq premiers tubes en fonction du rayon  $x$  pour un test de sortie.

L'équation obtenue dans ce cas est :

$$500..re = \frac{1.88}{\ln(re/0.0687)} \left[ 273 - \frac{546 + 0.775 \cdot \ln(re/0.0687) \cdot (T - 26.14)}{2 + 0.677 \cdot \ln(re/0.0687)} \right] \quad (2.25)$$

Avec  $h_b = h(220^\circ\text{k}) = 62\text{w}/^\circ\text{k}$

L'équation (2.25) permet d'obtenir :

$$T = 26.14 + \frac{(273 - 266.re \cdot \ln(re/0.0687)) \cdot (1.88 + 0.677 \cdot \ln(re/0.0687)) - 546}{0.775 \cdot \ln(re/0.0687)} \quad (2.26)$$

Avec cette expression on peut fermer la boucle itérative comme suit :

- Extraction des valeurs de  $y$  et  $l$  (cas sans ailettes) .
- Calcul de la valeur de  $x$  à partir  $V_{\text{avec}} = V_{\text{sans}}$  .
- Calcul de la valeur de  $T$  à partir de (2.26) .
- Tester la valeur de  $T$  calculée avec celle correspondant à  $y$  et  $l$
- Répéter le processus si nécessaire .

Les valeurs de  $y$  et  $l$  trouvées par ce tâtonnement et les valeurs de  $T$  et  $x$  correspondantes sont :

$y=6.01$  cm et  $l=294.9$  cm et par suite  
 $T=222.9^\circ\text{k}$  et  $x=re=6.901$  cm

◆ Deuxième étape (pour les tubes qui restent)

A l'entrée du sixième tube, la température du fluide réfrigérant est de  $222.9^\circ\text{k}$  et le débit est de nouveau  $m=0.0183$  kg/s.

La procédure de détermination du rayon de base du cône de glace qui se forme au début du sixième tube aileté se fait de la même manière que la détermination du rayon de la grande base du cône de glace pour les cinq premiers tubes.

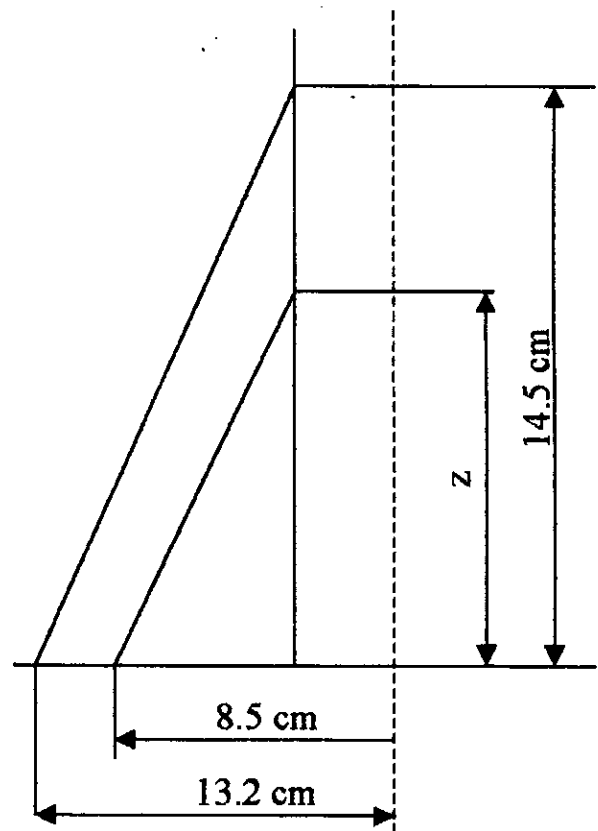
On aura donc une équation similaire à (2.24), on écrit :

$$500..re = \frac{1.88}{\ln(re/0.0687)} \left[ 273 - \frac{546 + 530.2 \cdot \ln(re/0.0687)}{2 + 2.39 \cdot \ln(re/0.0687)} \right] \quad (2.27)$$

Qui donne par résolution :  
 $r_e = 0.1326 \text{ m}$   
 Sur la figure ci-contre,  
 on peut voir comment le  
 cône de glace passe du  
 cas sans ailettes (8.9 cm, 14.5 m)  
 au cas du tube avec ailettes  
 (13.2 cm,  $z$ ) .

L'utilisation de ces résultats,  
 avec le théorème de *Guldin*,  
 permet d'obtenir de la même  
 façon qu'en première étape  
 la longueur cherchée.

$$Z = 7.3 \text{ m}$$



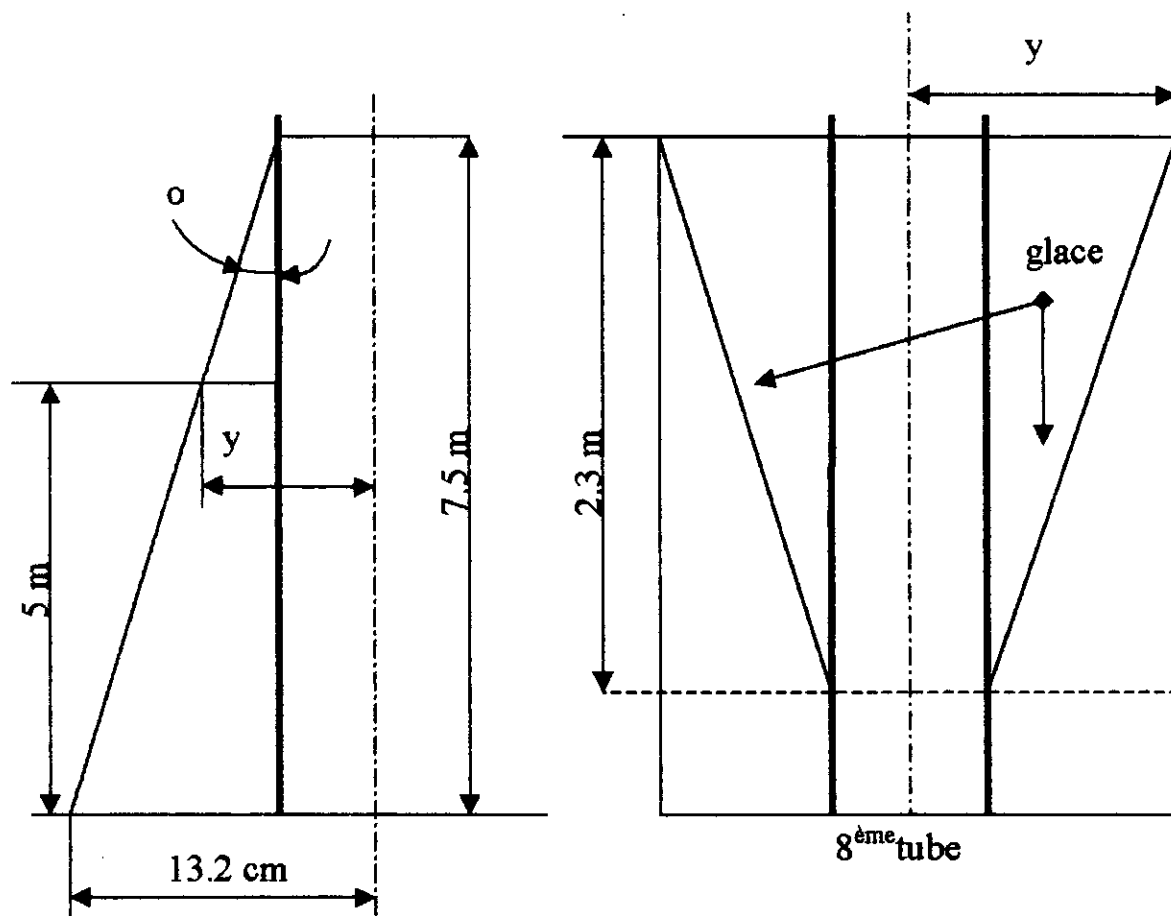
Figure(2.4). Sections longitudinales des cônes de glace formés à partir du 6<sup>ème</sup> tube

### 3.2. Condensation de la vapeur d'eau contenue ans l'air à l'extérieur des tubes :

Dans cette partie on va étudier en régime permanent, la condensation qui a lieu sur les ailettes du huitième tube, qui ne sont pas complètement couverts par la glace.

En adoptant un maillage régulier, c.-à-d. la subdivision du domaine d'investigation en petits éléments.

L'utilisation de la théorie fondamentale de *Nusselt* pour la condensation permet de déterminer la distribution de la température sur ces ailettes aux points prédéfinis par le maillage et de quantifier les flux de chaleur transférés au fluide et enfin de déterminer l'accroissement de température du fluide au cours de son passage par le tube.



Figure(2.5). Les ailettes du 8<sup>ème</sup> tube ne sont pas complètement couverts par la glace.

La valeur de  $y$  indiquée sur la figure précédente, traduit l'épaisseur de glace (rayon de glace) au début du huitième tube (depuis le haut) et elle se calcule comme suit :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{13.2 - 1.25}{730} = \frac{y - 1.25}{730 - 500} \Rightarrow y = 5.02 \text{ cm}$$

En subdivisant le domaine non couvert par la glace d'une ailette de façon régulière selon l'axe du tube et selon le rayon, on obtient un maillage qui définit les points (nœud) de 1, 2, ..., 24. Chaque élément entourant un point est de longueur 28.75 cm selon l'axe du tube et de  $l=1$  cm selon le rayon de ce dernier à moins qu'il ne soit pas tronqué par le front de glace.

En appliquant le principe de conservation d'énergie aux surfaces de contrôle entourant les différents nœuds définis précédemment, il vient  $E_{\text{entrant}}$  (les flux de chaleurs sont vers les nœuds).

Il y a lieu de noter qu'on tient compte de la conduction radiale entre les nœuds et on utilise la relation de *Nusselt* (1.32) pour calculer le coefficient d'échange lors de la condensation sachant que :

$\Delta i$  = chaleur latente de condensation augmentée de la différence d'enthalpie de la vapeur (20°C et 14°C).

$\mu$  : viscosité dynamique du condensât .

$\lambda$  : conductivité thermique du condensât.

$\lambda_{al}$  : conductivité thermique de l'aluminium=250w/m.°k (pour 10°C)

$g = 9.81 \text{ m/s}^2$

$\rho$  : masse volumique du condensât.

$e$  : épaisseur de l'ailette =1mm

Pour un condensât à 10°C :

$\Delta i = 2490 \text{ kJ/kg}$                        $\eta = 1307.10^{-6} \text{ kg/m.s}$

$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$                        $\lambda = 578.10^{-6} \text{ kW/m}^\circ\text{K}$

En résolvant les équations traduisant ce principe pour chaque nœuds. On trouve que la température qui correspond au dernier nœud. C.-à-d.  $T_{24} = 283.6^\circ\text{k}$ . La chaleur absorbée par la surface de l'ailette entourant le point  $i$  due à la condensation, s'écrit par :

$$Q_i = 2 \cdot \left[ 943 \cdot \left( \frac{\lambda^3 \cdot \rho^2 \cdot \Delta i \cdot g}{\eta \cdot 0.2875 \cdot \theta_i} \right)^{1/4} \right] \cdot l \cdot e \cdot \theta_i \quad (2.28)$$

où :

$l$  : longueur de la surface en question égale à 0.2875 m.

$e$  : largeur de la surface en question selon le cas :0.01 ou 0.015m.

$\theta_i$  :  $287 - T_i$  .

ce qui donne en tout pour une ailette :

$$Q'_{ailette} = \sum_{i=1}^{24} Q_i = 122.72 \text{ W} \quad (2.29)$$

$$\text{pour les 8 ailettes : } \dot{Q} = 8 \cdot \dot{Q}_{\text{ailettes}} = 981.76 \text{ W} \quad (2.30)$$

ainsi l'accroissement de température du fluide réfrigérant  $\Delta T$  depuis le début du 8<sup>ème</sup> tube jusqu'au nœud 24, résultant de la condensation, se calcule en utilisant l'équation d'énergie comme suit :

$$\dot{Q} = m \cdot c_p \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{\dot{Q}}{m \cdot c_p} \quad (2.31)$$

$$\text{où : } \Delta T = T_{\text{fgc}} - T_{\text{fgs}} \quad (2.32)$$

$T_{\text{fgc}}$  : température du fluide à la fin de la formation de la glace sur le tube aileté en tenant compte de la condensation.

$T_{\text{fgs}}$  : température du fluide à la fin de la formation de la glace sur le tube aileté sans tenir compte de la condensation.

Il faut noter qu'on est en régime permanent et par suite la chaleur dégagée par la vapeur lors de la condensation sera absorbée par le fluide G-N.

$$T_{\text{fgs}} : 260.3^\circ\text{k} \Rightarrow T_{\text{fgc}} = 284.7^\circ\text{k}.$$

Au-delà de la fin de la formation du cône de glace c.-à-d. au-delà du nœud 24 vers le bas, on suppose que le tube et les ailettes restent à des température de l'ordre de la température de rosée, comme il a été mentionné auparavant, et cela sous l'effet de la coulée de condensât.

L'accroissement de température dans cette partie se calcule toujours en utilisant l'équation d'énergie (2.5) sachant que  $T_m$  est constante et est égale à  $14^\circ\text{c} = 287^\circ\text{k}$ .

Donc :

$$T_{i+1} = T_i + \frac{2\pi \cdot r_m \cdot h_i \cdot \Delta z}{(m \cdot c_p)_i} \cdot (T_1 - T_i)$$

pour :

$$\Delta z = 3 \text{ mm} = 0.003 \text{ m}.$$

$$r_m = 1.25 \text{ cm} = 0.0125 \text{ m}.$$

$$m = 0.0183 \text{ kg/s}$$

$$c_p = \sim 2200 \text{ J/kg.k}$$

$$h_{bi} = h_b(T_i) = 194.4 \text{ W/m}^2\text{.k.}$$

$$T_{i+1} = T_i + 11.44.10^{-4}(287 - T_i).$$

pour  $i=1, 67$ . (car sur les 20 cm qui restent du 8<sup>ème</sup> tube on a 67 éléments de longueur 3 mm.

$T_1 = 284.7 \text{ °k}$  on trouve :

$$T_{67} = 285 \text{ °k}$$

L'étude de cette section fait remarquer que le transfert de chaleur par condensation est en général, les transferts de chaleur par changement de phase, font intervenir des chaleurs importantes, car on voit que sur le 8<sup>ème</sup> tube, l'augmentation de la température du fluide est de l'ordre de 40°C, tant que l'augmentation par tube dans le cas de la formation de la glace, est de l'ordre de 16°C, ce qui explique l'utilisation de ces modes de transfert de chaleur par changement de phase pour les refroidissements des cœurs des centrales nucléaires ou les tours de refroidissement.

Ainsi, on peut dire que l'entrée du 9<sup>ème</sup> tube se caractérise par une température du fluide réfrigérant de l'ordre de 285°k et une température de la paroi des tubes et des ailettes légèrement supérieure à 14°C qui veut dire qu'il n'y a plus de condensation sur le tube et les ailettes. Le processus de convection naturelle rentre en jeu.

#### 2.4. Convection naturelle :

Au cours de cette section, on doit déterminer la distribution de température du fluide G-N qui rentre à une température de l'ordre de 285°k depuis le 9<sup>ème</sup> tube jusqu'au 16<sup>ème</sup> tube (dernier tube). C.-à-d. durant les huit derniers tubes reliés entre eux en série. Ce qui permet de déterminer la température de sortie.

La procédure de cette détermination consiste à utiliser des corrélations empiriques vues au chapitre (1) pour la détermination des coefficients d'échange en convection naturelle sur plaques verticales, avec l'adoption d'un maillage régulier résultant de la partition du tube et des ailettes en éléments identiques selon l'axe et le rayon de tube. (l'ailette est subdivisée en cinq éléments).



En appliquant le principe de conservation d'énergie aux surfaces de contrôle entourant les différents nœuds déjà définis, il vient alors  $E_{\text{entrant}} = 0$ . Ceci suppose bien sûr que tous les flux de chaleur sont vers les nœuds.

$h_t, h_1, h_2, h_3, h_4$  et  $h_5$  : coefficients d'échange de chaleur en convection naturelle sur les éléments entourant les nœuds  $t, 1, 2, 3, 4$  et  $5$ .

$h_b$  : coefficient d'échange en convection forcée.

Les coefficients  $h_t, h_1, h_2, h_3, h_4$  et  $h_5$  sont en fonction des températures  $T_t, T_1, T_2, T_3, T_4$  et  $T_5$ . Ce qui complique leurs détermination au cours des itérations, dans ce cas on peut utiliser un coefficient d'échange moyen  $h_{\text{nat}}$ , basé sur la température  $T_2$ , qu'on juge convenable pour représenter une température moyenne des températures  $T_t, T_1, T_2, T_3, T_4$  et  $T_5$ .

En tenant compte :

$$\Delta x = 1 \text{ cm.}$$

$$\Delta r = 1 \text{ cm.}$$

$$r_1 = 1.15 \text{ cm.}$$

$$r_2 = 1.25 \text{ cm.}$$

on aura un système de 6 équations pour les cinq nœuds.

En utilisant l'équation d'énergie en régime permanent (2.5) on peut démarrer le processus itératif comme suit :

- $T_b = 285^\circ\text{k} \Rightarrow h_b = h_b(285^\circ\text{k}) = 180.5 \text{ w/m}^2\text{k}$  et  $h_{\text{nat}} = 7.85 \text{ w/m}^2\text{k}$ .
- Résolution du système d'équation pour les températures  $T_t, T_1, T_2, T_3, T_4$  et  $T_5$ .
- On trouve la nouvelle température du fluide avec l'équation d'énergie à l'aide de  $T_t$ .
- On calcule l'écart de température du fluide entre l'ancienne valeur et la nouvelle calculée.
- La température  $T_2$  sera augmentée de l'écart précédent et le coefficient d'échange de convection naturelle pour la prochaine itération peut être calculé car  $h_{\text{nat}} = h_{\text{nat}}(T_2)$ .
- On résout le nouveau système d'équation.

- un test de sortie lorsque on atteint la fin du 16<sup>ème</sup> tube, c.-à.-d la sortie de l'échangeur.
- on constate bien, d'après les résultats obtenus, que la température de sortie est de  $18.7^{\circ}\text{C} = 291.7^{\circ}\text{K}$ . Il faut cependant ne pas oublier qu'on a supposé que les huit derniers tubes sur lesquels se produit la convection naturelle sont isolés par rapport aux autres tubes et qu'ils ne subissent pas d'influence de la glace qui se forme sur les huit premiers tubes de la première rangée. Dans le cas réel, la glace qui se forme sur les huit premiers tubes en régime permanent (quasi-permanent), déborde pour toucher les huit derniers tubes, ce qui par conséquent la température de sortie.



## 1.INTRODUCTION.

Pour résoudre les équations obtenues au chapitre (2), nous allons procéder numériquement en discrétisant ces équations. Pour cela on doit suivre le principe suivant :

- Subdiviser le tube en segments axiaux de même longueur.
- La recherche de la solution pour chaque section axiale et chacun de ces segments axiaux communique avec les segments de bas à travers l'écoulement du fluide à l'intérieur du tube.

## 2.PROCEDURE DE RESOLUTION.

### 2.1.Régime transitoire.

En régime transitoire, on est ramené à déterminer l'évolution de la température interne et externe de la paroi et la température du fluide réfrigérant et l'accroissement de la couche de glace le long de l'axe du tube en variant le temps.

#### 2.1.1.Discrétisation des équations.

- ◆ Discrétisation de l'équation d'énergie appliquée au fluide selon l'axe et le temps.

L'équation d'énergie déjà obtenue au chapitre (2) peut être discrétisée comme suit :

$$\pi.r_1^2.(\rho.c_p)_b \cdot \frac{T_{b_i}^n - T_{b_i}^{n-1}}{\Delta t} + (m.c_p)_b \cdot \frac{T_{b_{i+1}}^n - T_{b_i}^n}{\Delta z} = 2\pi.r_1.h_{b_i}^n.(T_{f_i}^n - T_{b_i}^n) \quad (3.1)$$

Où :

- L'exposant (superscript) : indique le temps (nombre d'incrément de temps  $\Delta t$ ).
- L'indice (subscript) : indique la position axiale (nombre d'incrément de position  $\Delta z$ ).
- $h_{b_i}^n$  : Coefficient d'échange en convection forcée qui est fonction de la température en bloc du fluide  $T_b$  à la position  $i\Delta z$  et à l'instant  $n\Delta t$ .

En développant l'équation (3.1) on obtient :

$$\begin{aligned} \pi.r_1^2 \cdot (\rho.c_p)_b \cdot \frac{T_{b_i}^n}{\Delta t} - \pi.r_1^2 \cdot \left( \frac{T_{b_i}^{n-1}}{\Delta t} \right) + (m \cdot c_p)_b \cdot \frac{T_{b_i}^n}{\Delta z} \\ + 2\pi.r_1.h_{b_i}^n.T_{b_i}^n = (m \cdot c_p)_b \cdot \frac{T_{b_{i-1}}^n}{\Delta z} + 2\pi.r_1.h_{b_i}^n.T_{1_i}^n \end{aligned}$$

$$\left[ \frac{\pi.r_1^2 \cdot (\rho.c_p)_b}{\Delta t} + \frac{(m \cdot c_p)_b}{\Delta z} + 2\pi.r_1.h_{b_i}^n \right] \cdot T_{b_i}^n = \frac{\pi.r_1^2 \cdot (\rho.c_p)_b}{\Delta t} \cdot T_{b_i}^{n-1} + \frac{(m \cdot c_p)_b}{\Delta z} \cdot T_{b_{i-1}}^n + 2\pi.h_{b_i}^n \cdot T_{1_i}^n$$

$$T_{b_i}^n = \frac{2\pi.r_1.h_{b_i}^n.T_{1_i}^n + \frac{(m \cdot c_p)_b}{\Delta z} \cdot T_{b_{i-1}}^n + \frac{\pi.r_1^2 \cdot (\rho.c_p)_b}{\Delta t} \cdot T_{b_i}^{n-1}}{\frac{(m \cdot c_p)_b}{\Delta z} + \frac{\pi.r_1^2 \cdot (\rho.c_p)_b}{\Delta t} + 2\pi.r_1.h_{b_i}^{n-1}} \quad (3.2)$$

◆ Discretisation des équations déduites des bilans d'énergie aux différentes interfaces.

➤ Cas où  $T_2 > 273^\circ\text{k}$  :

Soit  $\Delta T_{1i}^n$  la variation de température de la paroi interne du tube au cours du temps  $\Delta t$  de l'instant  $t-\Delta t$  à  $t$ . Alors selon l'équation (2.9) on pourra calculer  $\Delta T_{1i}^n$  comme suit :

$$\Delta T_{1i}^n = \frac{4.\lambda_{al}.h_f.r_2.\Delta t}{(\rho.c_p)_{al} \cdot (r_2^2 - r_1^2) h_{bi}^{n-1} \cdot \eta \cdot \ln(r_2 / r_1)} \cdot \left[ T_{1i}^{n-1} - T_A + (T_{1i}^{n-1} - T_{bi}^{n-1}) \left( \frac{h_{bi}^{n-1} \cdot \eta \cdot \ln(r_2 / r_1)}{\lambda_{al}} + \frac{h_{bi}^{n-1} \cdot r_1}{h_f \cdot r_2} \right) \right] \quad (3.3)$$

$$\Delta T_{1i}^n < 0 \Rightarrow T_{1i}^n = T_{1i}^{n-1} + \Delta T_{1i}^n \quad (3.4)$$

et l'équation (2.9) devient :

$$T_{2i}^n = T_{1i}^n + \frac{h_{bi}^{n-1} \cdot \eta \cdot \ln(r_2 / r_1)}{\lambda_{al}} \cdot (T_{1i}^n - T_i^n) \quad (3.5)$$

➤ Cas où  $T_2 \leq 273^\circ\text{k}$  :

Dans ce cas il y a formation de la glace à l'extérieur du tube, la relation (2.11) est valide et permet donc de calculer sous forme discrétisée, l'épaisseur initiale de cette glace comme suit :

$$re_i^{n-1} = r_2 \cdot \text{EXP} \left( \frac{\lambda_g}{h_{bi}^{n-1} \cdot r_2} \cdot \frac{(T_3 - T_{li}^{n-1})}{(T_{li}^{n-1} - T_i^{n-1})} \right) \quad (3.6)$$

L'augmentation du rayon de la glace se calcule à partir de la relation (2.17).

$$\Delta re_i^n = \frac{\left[ \lambda_g \cdot \frac{(T_3 - T_{li}^{n-1})}{\ln(re_i^{n-1}/r_2)} - h_y \cdot re_i^{n-1} \cdot (T_4 - T_3) \right] \Delta t}{\rho_{glace} \left[ \left( (i_s + i_c) + c_p \cdot \left( \frac{T_3 - T_{li}^{n-1}}{2} \right) \right) re_i^{n-1} + c_p \cdot \frac{h_{bi}^{n-1}}{4\lambda_g} \cdot \left( (re_i^{n-1})^2 - r_2^2 \right) \cdot \frac{T_{li}^{n-1} - T_i^{n-1}}{T_3 - T_i^{n-1}} \cdot e^{\frac{-\lambda_g \cdot (T_3 - T_{li}^{n-1})}{h_{bi}^{n-1} \cdot r_2 \cdot (T_{li}^{n-1} - T_i^{n-1})}} \right]} \quad (3.7)$$

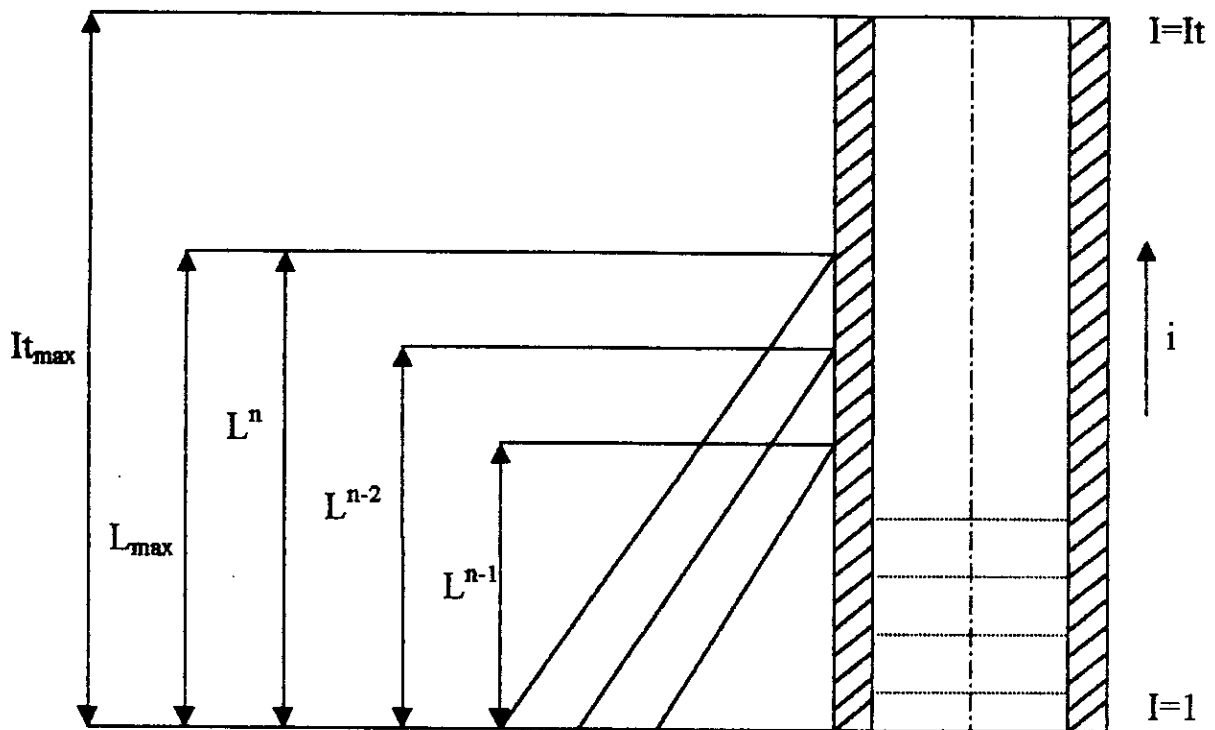
la nouvelle épaisseur de la couche de glace à l'instant t, sera :

$$re_i^n = re_i^{n-1} + \Delta re_i^n \quad (3.8)$$

la température de la paroi interne sous forme discrétisée, sera calculée à partir de la relation (2.15) comme suit :

$$T_{li}^n = \frac{\lambda_g \cdot T_3 + (h_{bi}^{n-1} \cdot r_2) \ln(re_i^n / r_2) T_{bi}^{n-1}}{\lambda_g + (h_{bi}^{n-1} \cdot r_2) \ln(re_i^{n-1} / r_2)} \quad (3.9)$$

La température du fluide est déjà représentée à partir de la relation (3.2).



Figure(3.1). Schéma de discrétisation en régime transitoire.

L'algorithme suivant présente dans l'ordre les différentes étapes du processus de calcul.

### 2.1.2. Algorithme de résolution.

#### Début.

- Introduction des données nécessaires à la résolution :

$Nt_{max}, It_{max}, T_4, T_3, \Delta z, \Delta t, m$ .

- Evaluation de  $h_f$  :

Coefficient d'échange de chaleur en convection naturelle à partir de la température du front de glace et celle de l'air ambiant.  $[w/m^2 \cdot k]$

- Conditions initiales :

Pour  $i=1$   
 Pour  $n=1, nt$   
 $T(i, n)=113 \text{ °k}$

Pour  $n=1$   
 Pour  $i=1, it$   
 $T_1(i, n)=293 \text{ °k}$   
 $T_2(i, n)=293 \text{ °k}$

- Résolution des équations déduites à partir des bilans d'énergie aux différentes interfaces :

### Boucle A.

Pour  $n=2$

Pour  $i$  allant de 2, it  
 Calcul de  $dT_1$  à partir de l'équation (3.3)  
 Calcul de  $dT_2$  à partir de l'équation (3.4)  
 Calcul de  $T$  à partir de l'équation (3.2)  
 Calcul de  $T_2$  à partir de l'équation (3.5)

Test sur la température  $T_2$  :

Si :  $T_2 \leq 273 \text{ °k}$

Alors : calcul du rayon de la glace formée.  $re$  à partir de l'équation (3.6)

Sinon : retour au début de la boucle A .

- Test sur le segment de la glace  $l$  :

Si :  $l=0$

Alors :  $n=n+1$

Sinon : aller à A.

- Calcul de l'accroissement de la couche de glace :



**Boucle B.**

<p>Pour n allant de 3, nt</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="padding: 5px;"> <p>Pour i allant de 2, L</p> <p>Calcul de <math>\Delta re(i, n)</math> à partir de l'équation (3.7)</p> <p>Calcul de <math>re(i, n)</math> à partir de l'équation (3.8)</p> <p>Calcul de <math>T_1(i, n)</math> à partir de l'équation (3.9)</p> <p>Calcul de <math>T(i, n)</math> à partir de l'équation (3.2)</p> </td> </tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="padding: 5px;"> <p>Pour i allant de l+1, it</p> <p>Calcul de <math>dT_1</math> à partir de l'équation (3.3)</p> <p>Calcul de <math>T_1</math> à partir de l'équation (3.4)</p> <p>Calcul de <math>T</math> à partir de l'équation (3.2)</p> <p>Calcul de <math>T_2</math> à partir de l'équation (3.5)</p> <p><u>Test sur la température <math>T_2</math>:</u></p> <p><u>Si:</u> <math>T_2 \leq 273 \text{ }^\circ\text{k}</math></p> <p><u>Alors:</u> calcul du rayon de la glace formée. <math>re \implies</math> équation (3.6)</p> <p><u>Sinon:</u> retour au début de la boucle B.</p> </td> </tr> </table> <p style="margin-top: 10px;"><u>Test pour une valeur logique de re :</u></p> <p><u>Si:</u> <math>re(i, n) = 0.01251</math></p> <p><u>Alors:</u> <math>re(i, n) = 0</math></p> <p><u>Sinon:</u> retour au début de la boucle B.</p>	<p>Pour i allant de 2, L</p> <p>Calcul de <math>\Delta re(i, n)</math> à partir de l'équation (3.7)</p> <p>Calcul de <math>re(i, n)</math> à partir de l'équation (3.8)</p> <p>Calcul de <math>T_1(i, n)</math> à partir de l'équation (3.9)</p> <p>Calcul de <math>T(i, n)</math> à partir de l'équation (3.2)</p>	<p>Pour i allant de l+1, it</p> <p>Calcul de <math>dT_1</math> à partir de l'équation (3.3)</p> <p>Calcul de <math>T_1</math> à partir de l'équation (3.4)</p> <p>Calcul de <math>T</math> à partir de l'équation (3.2)</p> <p>Calcul de <math>T_2</math> à partir de l'équation (3.5)</p> <p><u>Test sur la température <math>T_2</math>:</u></p> <p><u>Si:</u> <math>T_2 \leq 273 \text{ }^\circ\text{k}</math></p> <p><u>Alors:</u> calcul du rayon de la glace formée. <math>re \implies</math> équation (3.6)</p> <p><u>Sinon:</u> retour au début de la boucle B.</p>
<p>Pour i allant de 2, L</p> <p>Calcul de <math>\Delta re(i, n)</math> à partir de l'équation (3.7)</p> <p>Calcul de <math>re(i, n)</math> à partir de l'équation (3.8)</p> <p>Calcul de <math>T_1(i, n)</math> à partir de l'équation (3.9)</p> <p>Calcul de <math>T(i, n)</math> à partir de l'équation (3.2)</p>		
<p>Pour i allant de l+1, it</p> <p>Calcul de <math>dT_1</math> à partir de l'équation (3.3)</p> <p>Calcul de <math>T_1</math> à partir de l'équation (3.4)</p> <p>Calcul de <math>T</math> à partir de l'équation (3.2)</p> <p>Calcul de <math>T_2</math> à partir de l'équation (3.5)</p> <p><u>Test sur la température <math>T_2</math>:</u></p> <p><u>Si:</u> <math>T_2 \leq 273 \text{ }^\circ\text{k}</math></p> <p><u>Alors:</u> calcul du rayon de la glace formée. <math>re \implies</math> équation (3.6)</p> <p><u>Sinon:</u> retour au début de la boucle B.</p>		

▪ Impression des résultat :

<p>Pour i allant de 1, it</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="padding: 5px;"> <p>Pour j=1, nt</p> <p><u>Ecrire :</u></p> <p><math>T(i, n), T_1(i, n), T_2(i, n), re(i, n)</math></p> </td> </tr> </table>	<p>Pour j=1, nt</p> <p><u>Ecrire :</u></p> <p><math>T(i, n), T_1(i, n), T_2(i, n), re(i, n)</math></p>
<p>Pour j=1, nt</p> <p><u>Ecrire :</u></p> <p><math>T(i, n), T_1(i, n), T_2(i, n), re(i, n)</math></p>	

**Fin.**

## 2.2. Régime permanent.

On va étudier le tube en régime permanent en évaluant la distribution de la température de la paroi « $T_m$ », la distribution de la température du fluide « $T_b$ » et la distribution du rayon de la glace « $r_e$ ».

### 2.2.1. Discrétisation des équations.

La forme discrétisée des équations (2.22), (2.20) et (2.23), est la suivante :

$$\frac{\lambda_g \cdot (T_3 - T_{bi})}{(T_4 - T_3)} = \lambda_g \cdot \frac{h_f \cdot r_{e_i}}{h_{bi} \cdot r_m} + h_f \cdot r_{e_i} \cdot \ln(r_{e_i} / r_m) \quad (3.10)$$

$$T_{mi} = T_{bi} + \frac{h_f \cdot r_{e_i}}{h_{bi} \cdot r_m} \cdot (T_4 - T_3) \quad (3.11)$$

$$T_{bi+1} = T_{bi} + \frac{2\pi \cdot r_m \cdot h_{bi} \cdot \Delta z}{(m \cdot c_p)_i} \cdot (T_{mi} - T_{bi}) \quad (3.12)$$

### 2.2.2. Algorithme de résolution.

#### Début.

- Introduction des données nécessaires à la résolution :

$T_4, T_3, \Delta z, m, it_{\max}$ .

- Evaluation de  $h_f$  (même procédure qu'en régime transitoire).
- Conditions initiales.

Pour $i=1$ $T_b = 113^\circ\text{k}$
---

- Résolution des équations déduites à partir des bilans d'énergie aux différentes interfaces :

Pour  $i$  allant de 1,  $i_{\max}$

Calcul de  $h_{bi} = f(T_{bi})$  à partir d'une fonction qui calcule le coefficient d'échange en convection forcée.

Résolution de l'équation (3.10) pour déduire la valeur de  $re(i)$ .

Calcul de  $T_{mi}$  à partir de l'équation (3.11).

Calcul de  $T_{bi}$  à partir de l'équation (3.12).

- Impression des résultats:

Pour  $n$  allant de 1,  $i_{\max}$

Ecrire  $T(i, n)$ ,  $re(i, n)$ ,  $T1(i, n)$

Fin.

Handwritten text in a stylized, cursive script, possibly representing a signature or a name. The text is written in black ink on a white background and is oriented diagonally across the page.

Pour connaître l'évolution des performances thermiques de l'échangeur de chaleur en régime transitoire, on a traduit les bilans thermiques correspondant à ce régime qui ont été déjà établies dans le travail précédant en un langage de programmation (FORTRAN 90) avec la discrétisation en  $(z, t)$  de l'équation d'énergie et de toutes les équations déduites à partir des bilans d'énergie aux différentes interfaces.

Les résultats présentés sont relatifs aux distributions de la température du fluide réfrigérant (gaz naturel), du rayon de la glace formée et de la température interne de la paroi du tube sans ailettes le long de l'axe du tube, pour différentes conditions thermiques et hygrométriques et pour différents débits de gaz naturel.

## 1. PRESENTATION DES RESULTATS.

Les figures (4.1) à (4.8) représentent l'évolution de la température du fluide réfrigérant, du rayon de la glace et la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour une température ambiante varie de  $5^{\circ}\text{C}$  à  $40^{\circ}\text{C}$  avec un pas de  $5^{\circ}\text{C}$  pour des humidités relatives supérieures à l'humidité du point triple correspondante à chaque température, c -à - d pour le cas où il y a condensation puis solidification. Le débit choisi  $m' = 0.00366 \text{ Kg/s}$  correspond à un débit de fonctionnement des échangeurs fournis par la référence [6].

Les figures (4.9), (4.10) et (4.11) donnent l'ensemble des résultats présentés précédemment pour la température du fluide réfrigérant, la température interne de la paroi du tube et le rayon de la glace.

La première série de résultat appelée "série I", correspond au cas de la condensation et la solidification.

Les figures (4.12) à (4.19) représentent les distributions de la température du fluide réfrigérant, de rayon de la glace formée et de la température interne de la paroi du tube, pour une température ambiante variant de  $5$  à  $40^{\circ}\text{C}$  avec un pas de  $5^{\circ}\text{C}$  pour des humidités relatives inférieures à l'humidité du point triple correspondante à chaque température, c'est le cas de sublimation directe pour le même débit massique que précédemment.

Les figures qui suivent (4.20), (4.21) et (4.22) représentent l'ensemble des résultats des figures (4.12) à (4.19) pour la température du fluide réfrigérant, la température interne de la paroi du tube et le rayon de la glace, et ceci pour mieux situer la variation de ces paramètres devant la variation de la température ambiante.

On peut appeler la série qui définit le cas de la sublimation "série II".

Les figures (4.23), (4.24) et (4.25) représentent la comparaison entre les deux séries pour la température du fluide réfrigérant, la température interne de la paroi du tube et le rayon de la glace, en fixant toujours le débit massique et en choisissant une température ambiante de 25°C.

Les figures (4.26), (4.28) et (4.30) donnent l'évolution de la température du fluide réfrigérant, la température interne de la paroi du tube et le rayon de la glace, pour une température ambiante ( $T_4$ ) de 25°C et pour différents débits massiques de  $\dot{m} = 0.00366 \text{ Kg/s}$  à  $\dot{m} = 0.183 \text{ Kg/s}$  pour le cas où il y a condensation puis solidification et (4.27), (4.29) et (4.31) également pour le cas où il y a sublimation.

## 2. DISCUSSIONS ET INTERPRETATIONS.

- *Première série de résultats "série I".*

Les courbes qui décrivent l'évolution de la température du fluide réfrigérant, la température interne de la paroi du tube selon l'axe du tube, donnent une allure linéaire ; la température augmente en fonction de la longueur au cours du temps.

On remarque qu'il n'y a pas de différence entre les courbes pour les différentes températures ambiantes (figures (4.9) et (4.11)), cela signifie que la température de l'écoulement et la température du tube qui dépend de cette dernière ne varient pas avec la variation des conditions thermiques et hygrométriques de l'air ambiant. Par contre la courbe donnant le rayon de la glace en fonction de la longueur décroît de façon quasilineaire.

A titre d'indication on note que pour une faible valeur de la température ambiante 5°C par exemple on obtient le plus grand cône de glace, mais pour une température de 40°C on a le plus petit cône de glace.

En effet, lorsque le milieu ambiant est très humide la quantité importante de vapeur d'eau qui va se condenser et se solidifier au cours de temps forme un cône de glace plus au moins important suivant les températures 5°C au 40°C.

- *Deuxième série de résultats "série II".*

Les résultats relatifs à l'étude du cas où il y a sublimation, donnant une impression qu'ils sont semblables à ceux de la série "I".

Néanmoins, la comparaison des résultats donnés par la série "I" et "II" lève ainsi le doute, on a présenté les deux cas sur un même graphe pour la

température du fluide réfrigérant, la température interne de la paroi du tube et le rayon de la glace.

On constate alors que pour la température du fluide réfrigérant et la température interne de la paroi du tube, il n'y a pratiquement aucune différence (figures (4.23) et (4.25) les deux droites se rassemblent).

Ainsi apparaît clairement la différence entre les deux séries pour le rayon de la glace, tel qu'on obtient le plus grand cône pour le cas où il y a condensation puis solidification : la condensation de la vapeur d'eau et le ruissellement du condensât sur les parois du tube se solidifient sur une bonne partie du tube.

Pour chercher le paramètre dominant, c-à-d le facteur qui influe sur les températures, on a pris une température ambiante de 25°C et on a fait varier le débit massique.

Pour un débit massique  $m' = 0.00366$  Kg/s, on obtient des droites d'une pente élevée pour la température du fluide réfrigérant et la température interne de la paroi du tube et lorsqu'on a pris le double, le triple, le quadruple de ce débit, la différence était peu importante, les résultats commencent à se différencier qu'à partir d'un débit cinq fois plus grand que le premier, c-à-d pour  $m' = 0.0183$  Kg/s décrivant ainsi des droites avec une pente plus faible que la première.

Donc plus on augmente le débit, plus on a une décroissance de la température du fluide réfrigérant et la température interne du tube (figures (4.26), (4.27), (4.30) et (4.31)).

On peut dire que pour un débit massique important, la vitesse d'écoulement de gaz naturel sera élevée donc le fluide réfrigérant n'aura pas assez de temps en passant par le tube de prélever les calories de l'air ambiant (le temps de se réchauffer est minimum), par contre si le débit est faible le fluide réfrigérant aura un temps plus large pour permettre un transfert de chaleur plus important, ce qui augmente alors la température du fluide réfrigérant et également la température interne du tube.

Les figures (4.28) et (4.29) correspondant au rayon de la glace, l'allure des courbes est encore quasilineaire pour  $m' = 0.00366$  Kg/s mais les courbes des autres débits, peuvent être assimilées à des droites.

Si on se réfère à l'interprétation précédente, pour un débit maximum des températures faibles, ce qui donne un gradient de température important entre les parois du tube et la température de condensât (température de rosée qui vaut

19°C pour une température ambiante de 25°C ). Donc plus cette différence de température est importante, plus le cône de glace est grand.

En conclusion, nous pouvons dire qu'il nous faut un débit massique minimum pour éviter le plus possible la formation de la glace, et pour permettre au gaz naturel de s'échauffer rapidement. Car cette glace va former une résistance thermique au passage du flux de chaleur vers le tube.



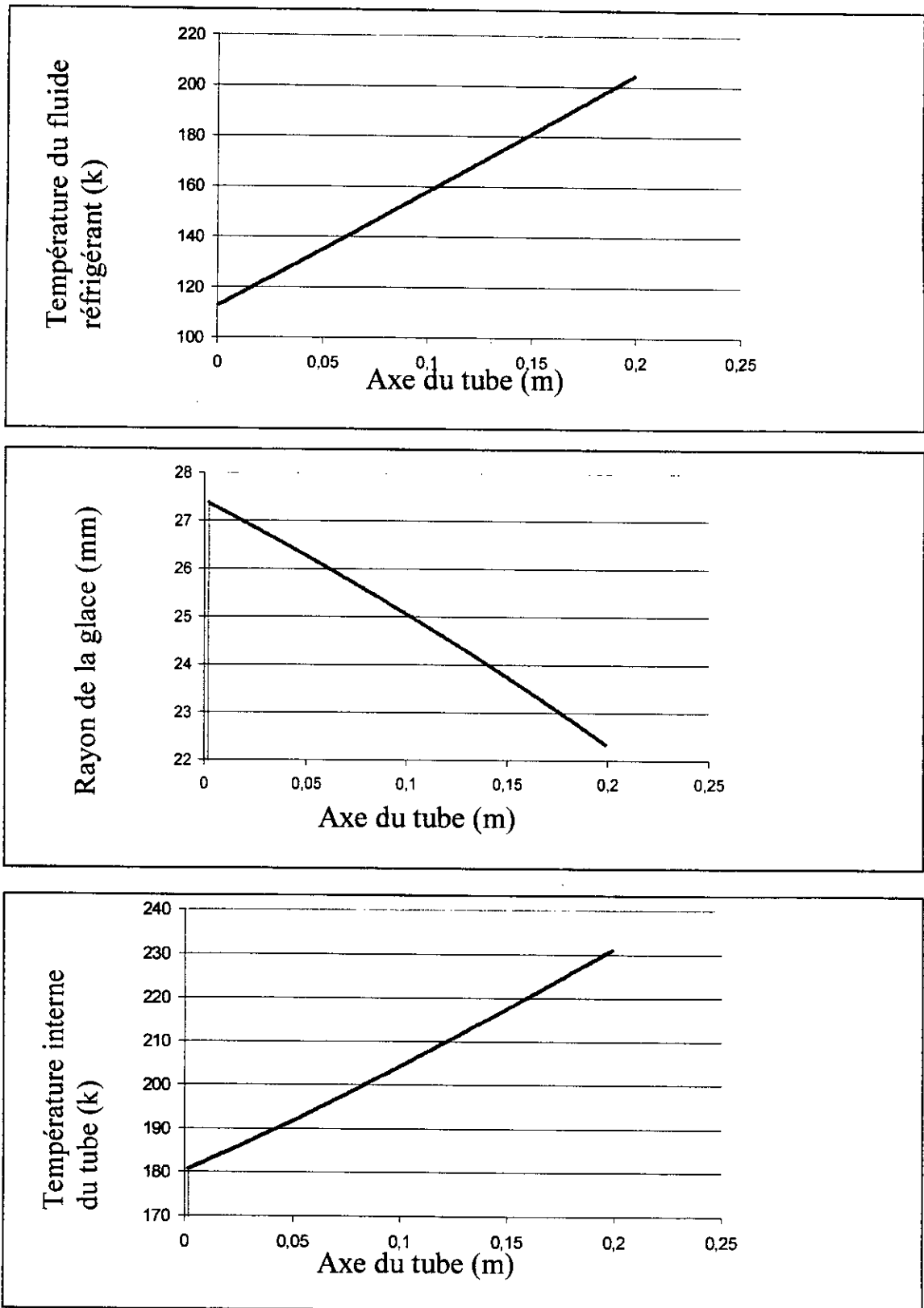


Figure (4.1) :Distribution de la température du fluide réfrigérant, du rayon de la glace et de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour  $T_4=5^\circ\text{c}$  et  $\Phi > 70.10 \%$  et pour un débit massique fixé  $m' = 0.00366 \text{ Kg/s}$ .

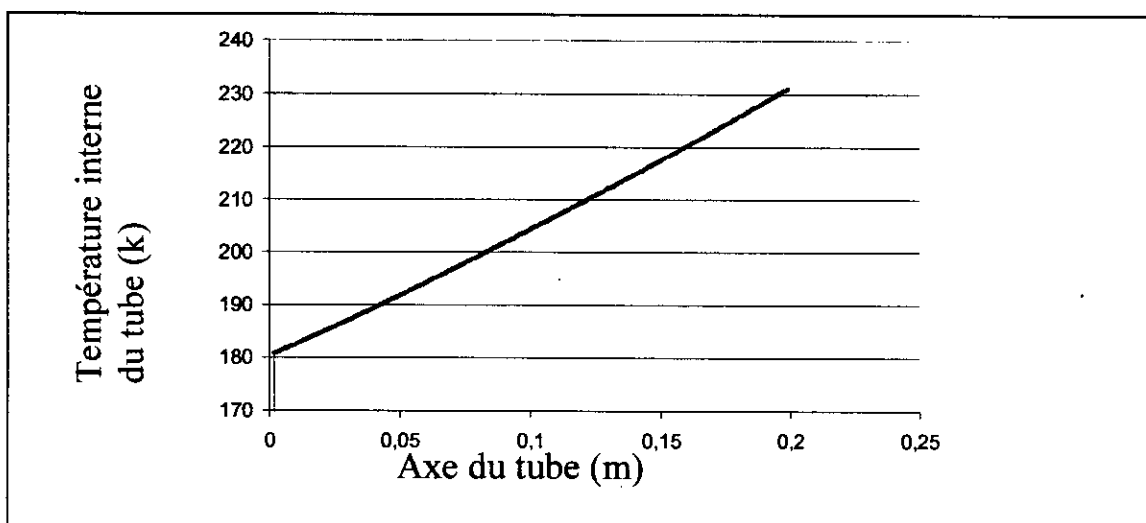
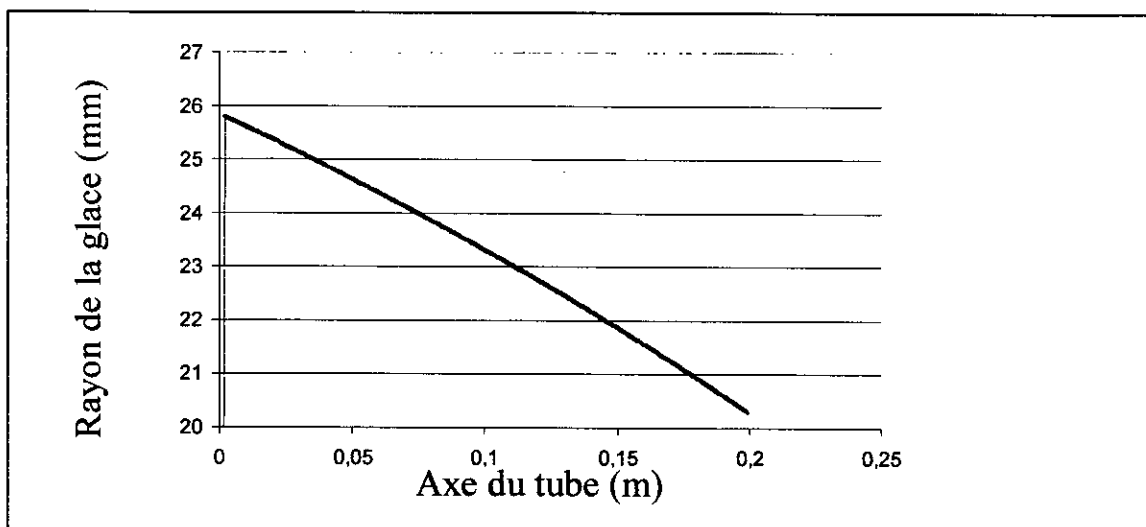
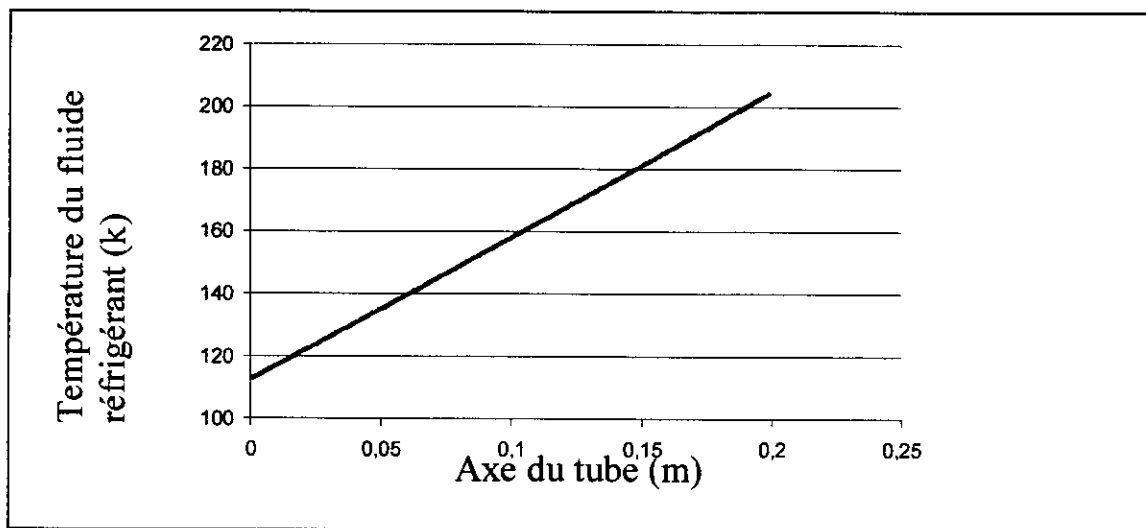


Figure (4.2) : Distribution de la température du fluide réfrigérant, du rayon de la glace et de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour  $T_4=10^\circ\text{C}$  et  $\Phi > 49.8\%$  et pour un débit massique fixé  $m' = 0.00366\text{ Kg/s}$ .

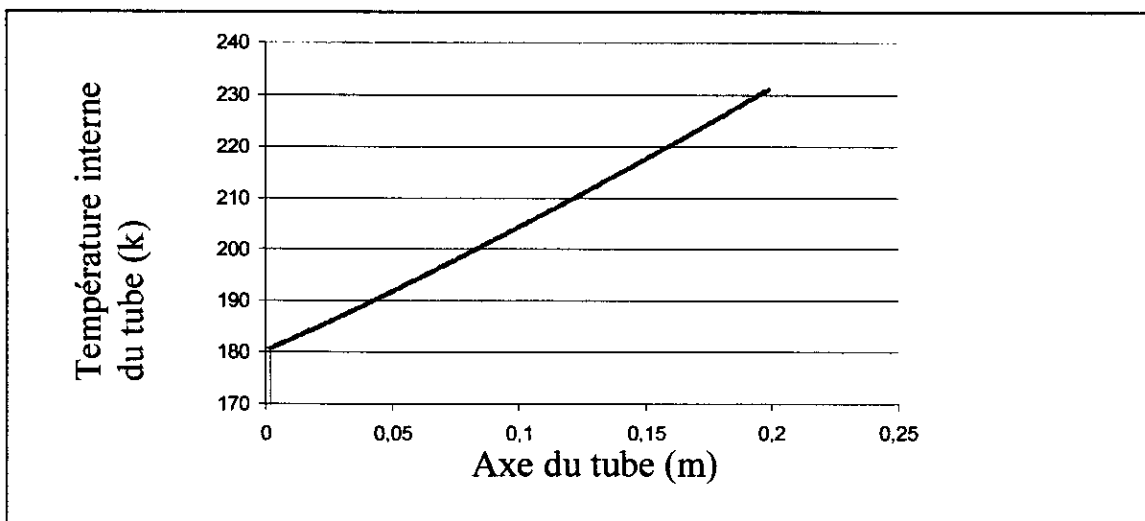
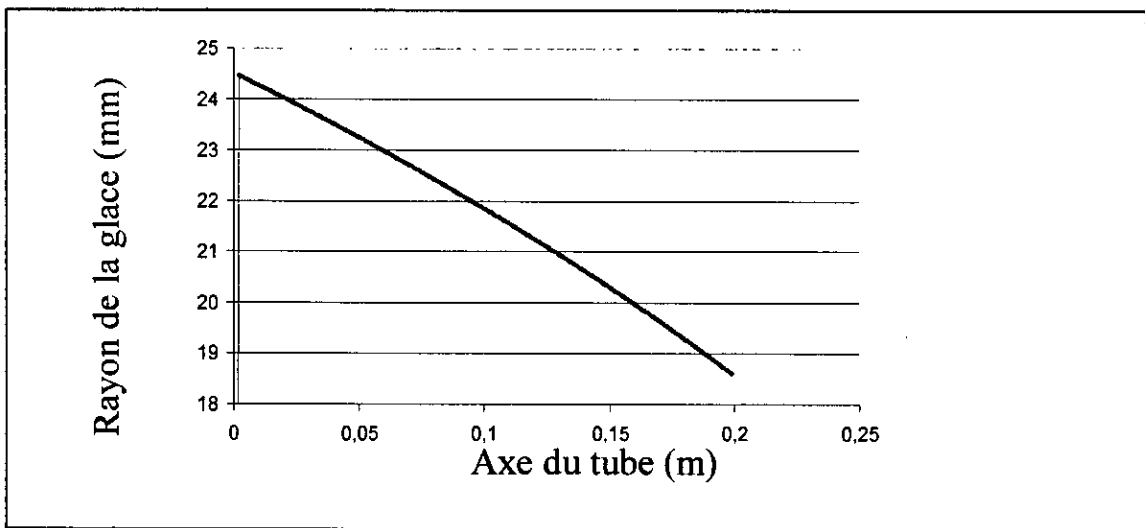
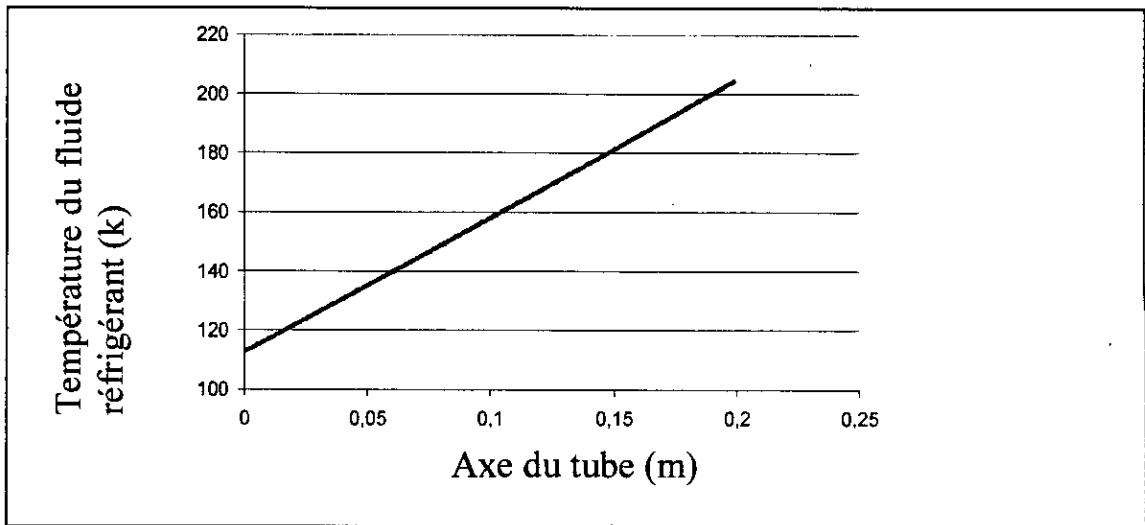


Figure (4.3) :Distribution de la température du fluide réfrigérant, du rayon de la glace et de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour  $T_4=15^\circ\text{C}$  et  $\Phi > 35.85\%$  et pour un débit massique fixé  $\dot{m}=0.00366\text{ Kg/s}$ .

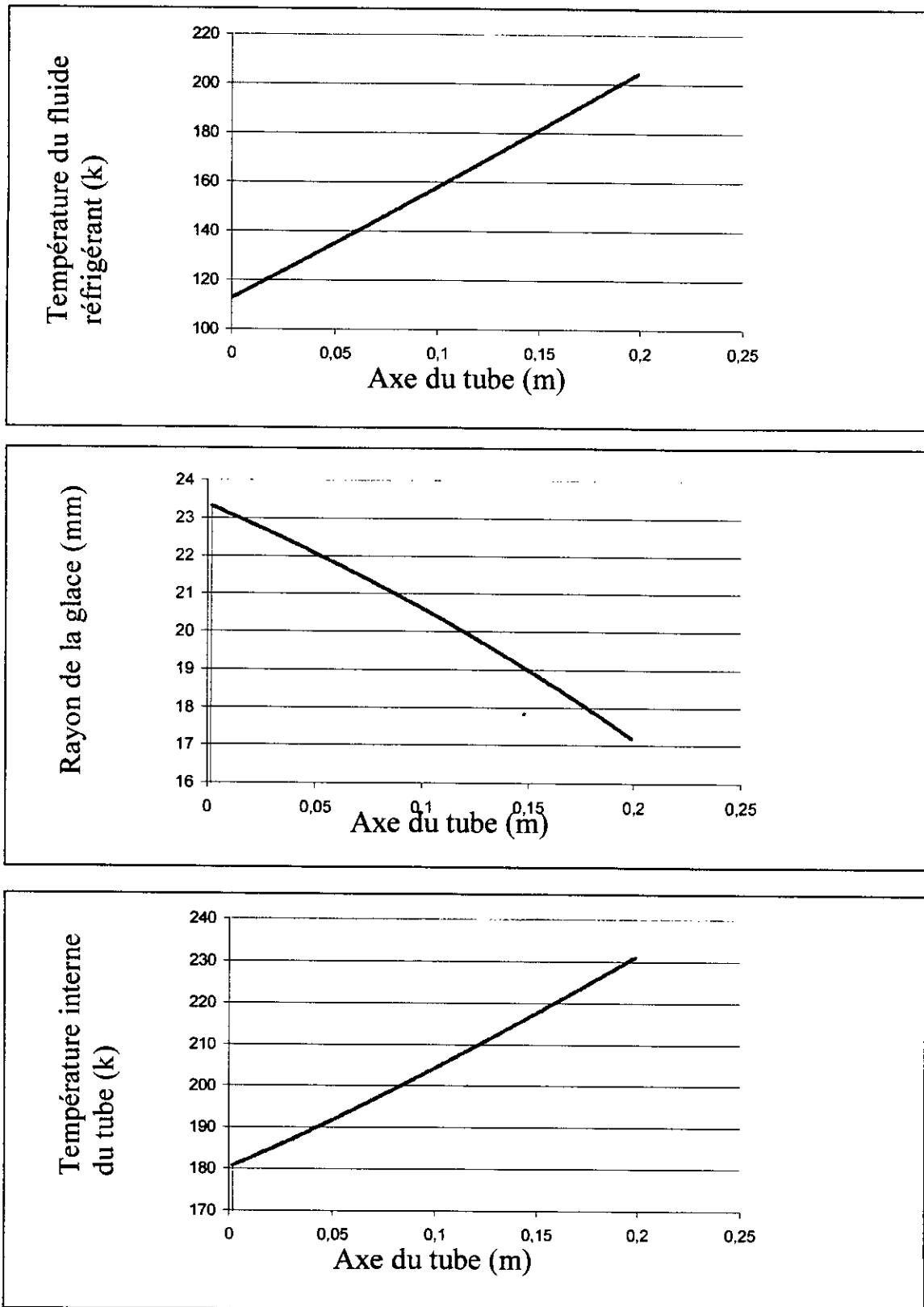


Figure (4.4) :Distribution de la température du fluide réfrigérant, du rayon de la glace et de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour  $T_4=20^\circ\text{c}$  et  $\Phi > 26.14 \%$  et pour un débit massique fixé  $m' = 0.00366 \text{ Kg/s}$ .

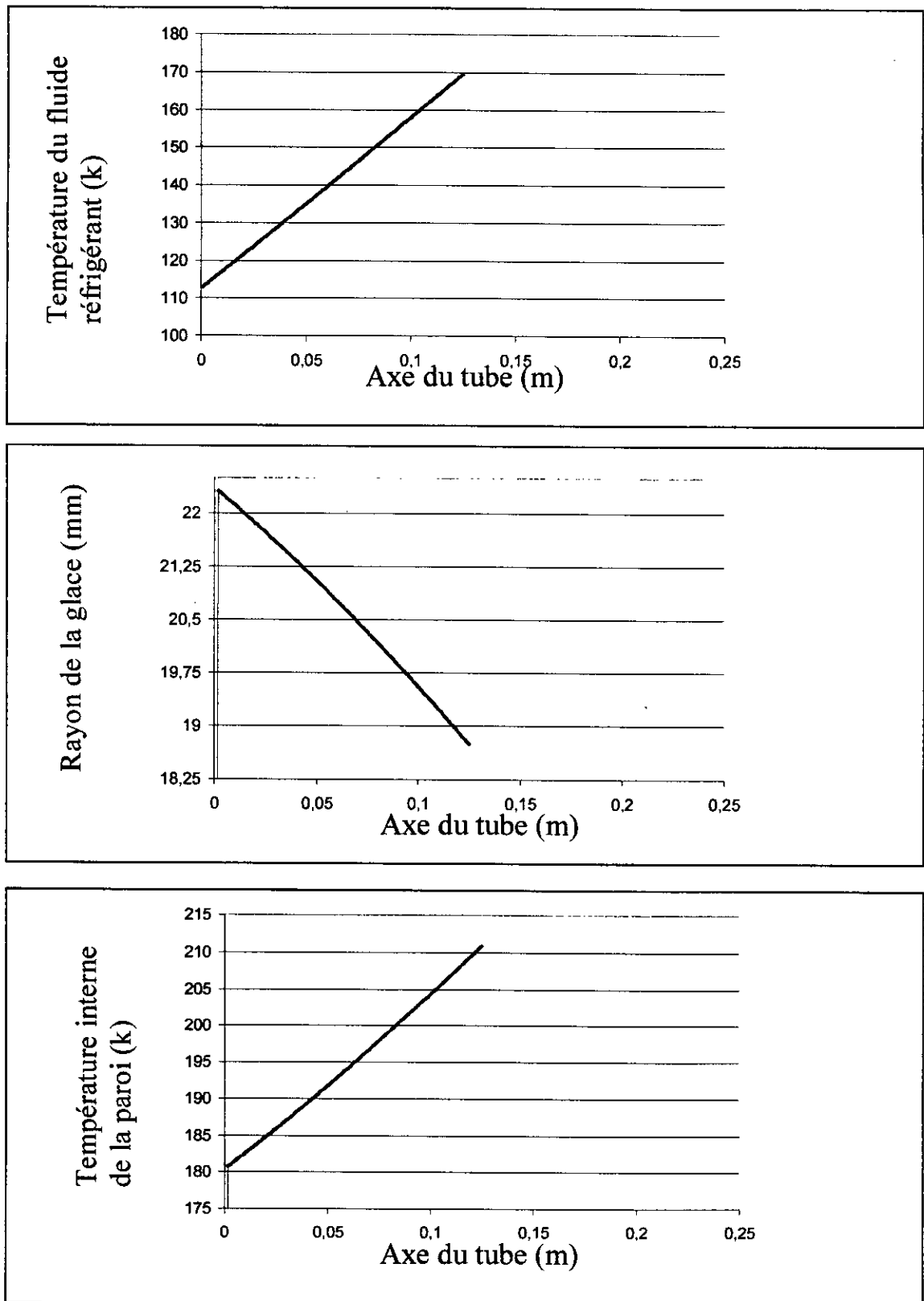


Figure (4.5) :Distribution de la température du fluide réfrigérant, du rayon de la glace et de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour  $T_4=25^\circ\text{c}$  et  $\Phi > 19.26 \%$  et pour un débit massique fixé  $\dot{m} = 0.00366 \text{ Kg/s}$ .

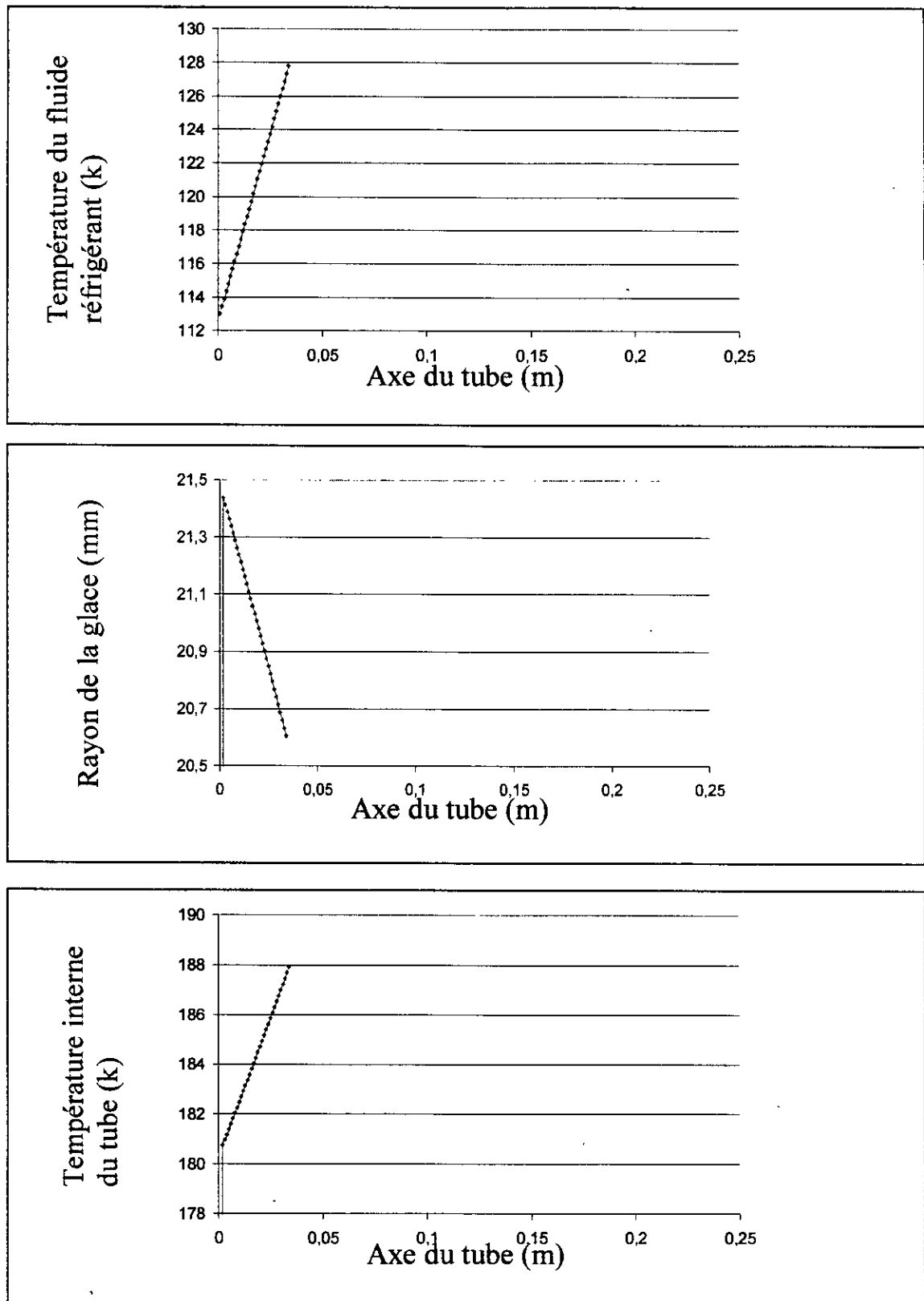


Figure (4.6) :Distribution de la température du fluide réfrigérant,du rayon de la glace et de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour  $T_4=30^\circ\text{c}$  et  $\Phi > 14.40 \%$  et pour un débit massique fixé  $\dot{m} = 0.00366 \text{ Kg/s}$ .

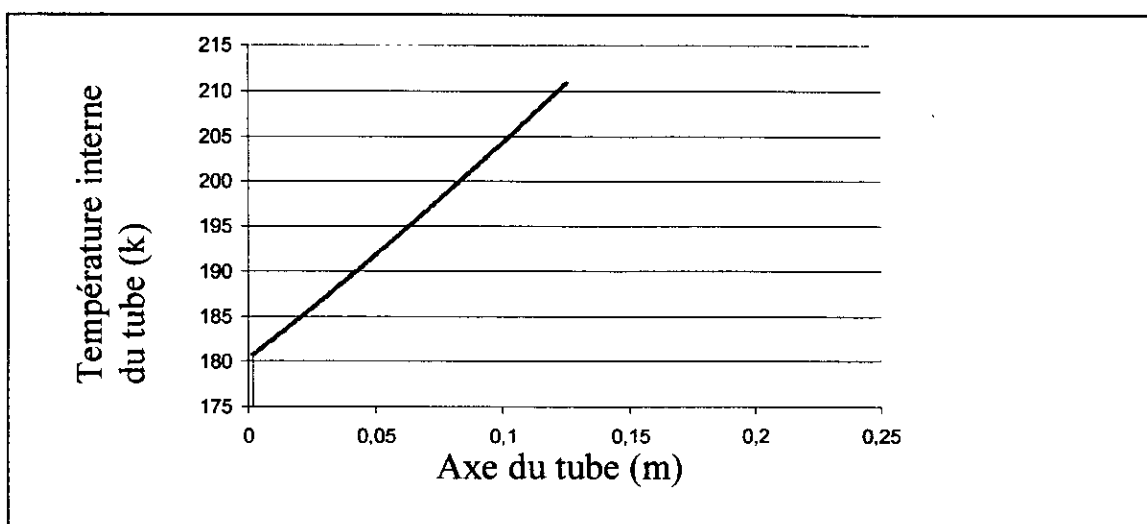
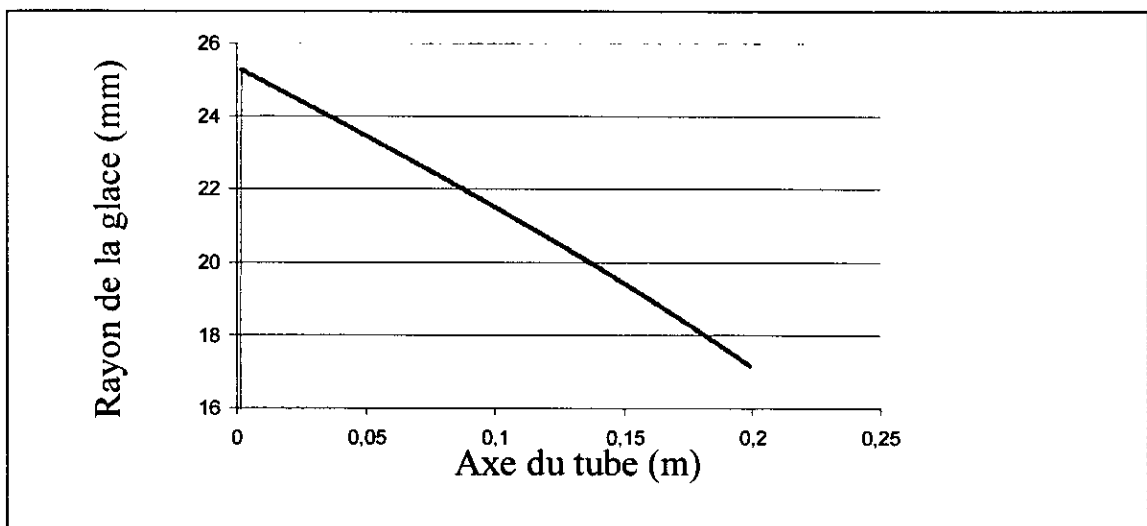
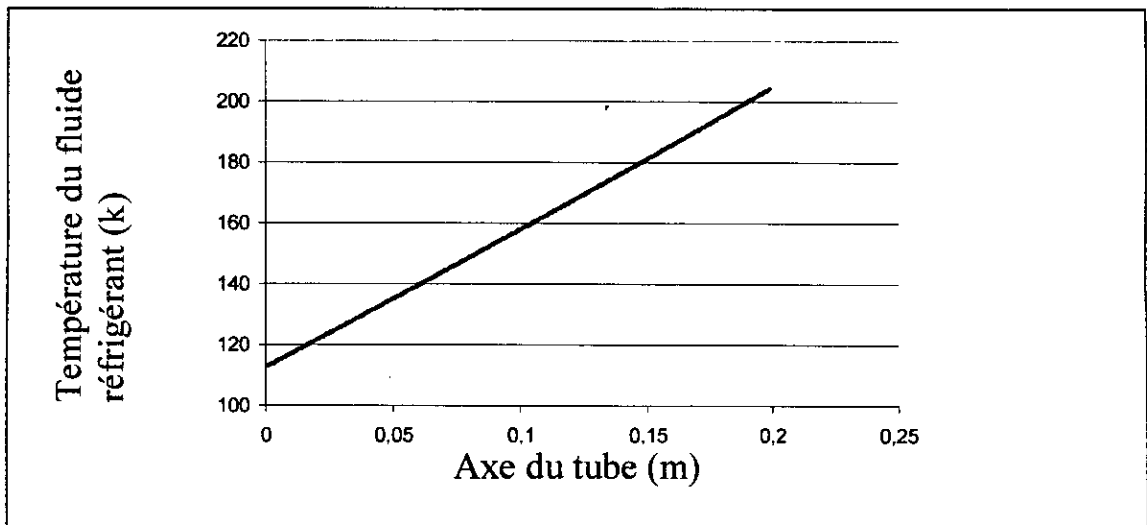


Figure (4.7) :Distribution de la température du fluide réfrigérant, du rayon de la glace et de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour  $T_4=35^\circ\text{C}$  et  $\Phi > 10.85 \%$  et pour un débit massique fixé  $\dot{m} = 0.00366 \text{ Kg/s}$ .

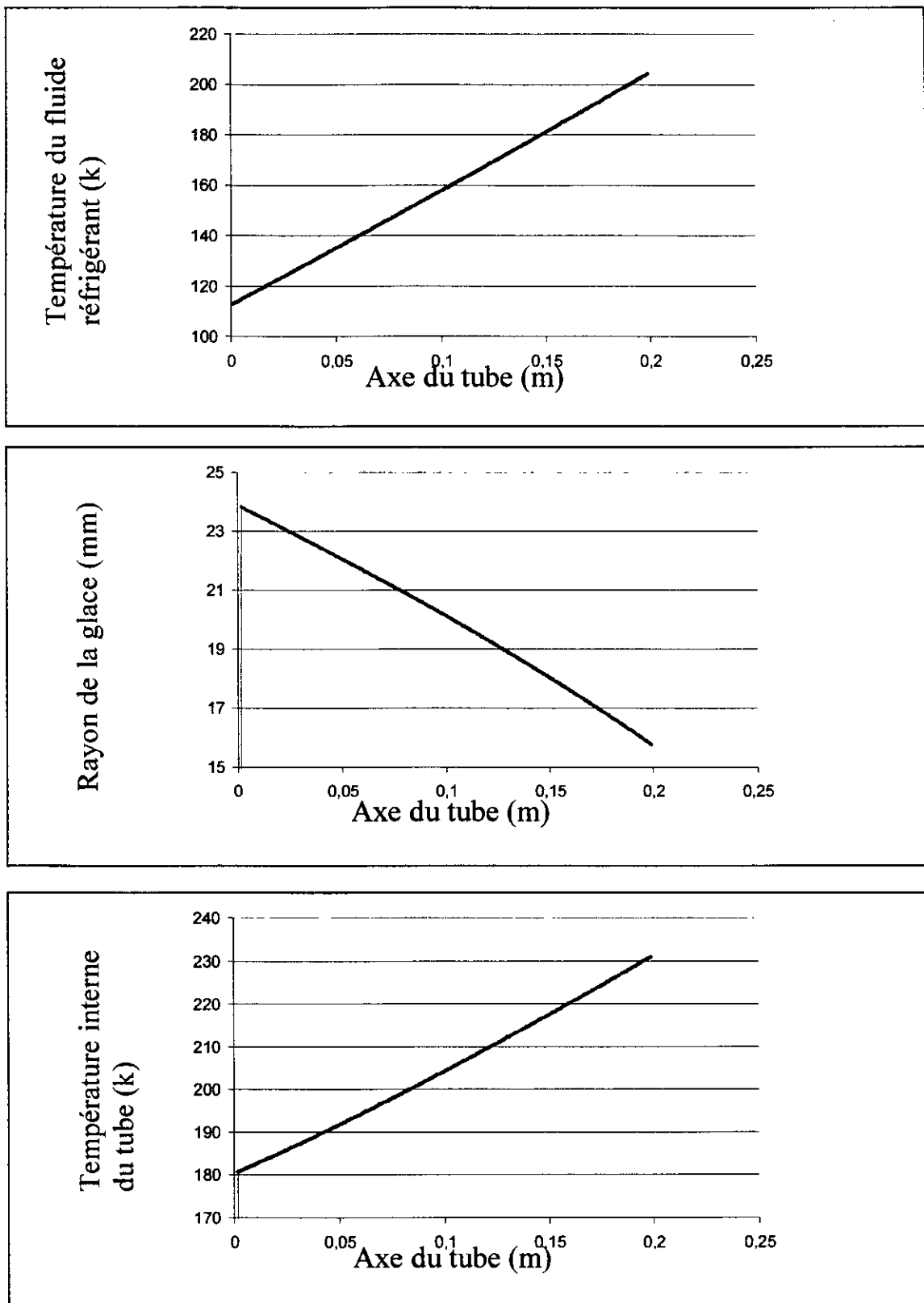


Figure (4.8) :Distribution de la température du fluide réfrigérant, du rayon de la glace et de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour  $T_4=40^\circ\text{C}$  et  $\Phi > 8.28 \%$  et pour un débit massique fixé  $\dot{m} = 0.00366 \text{ Kg/s}$ .



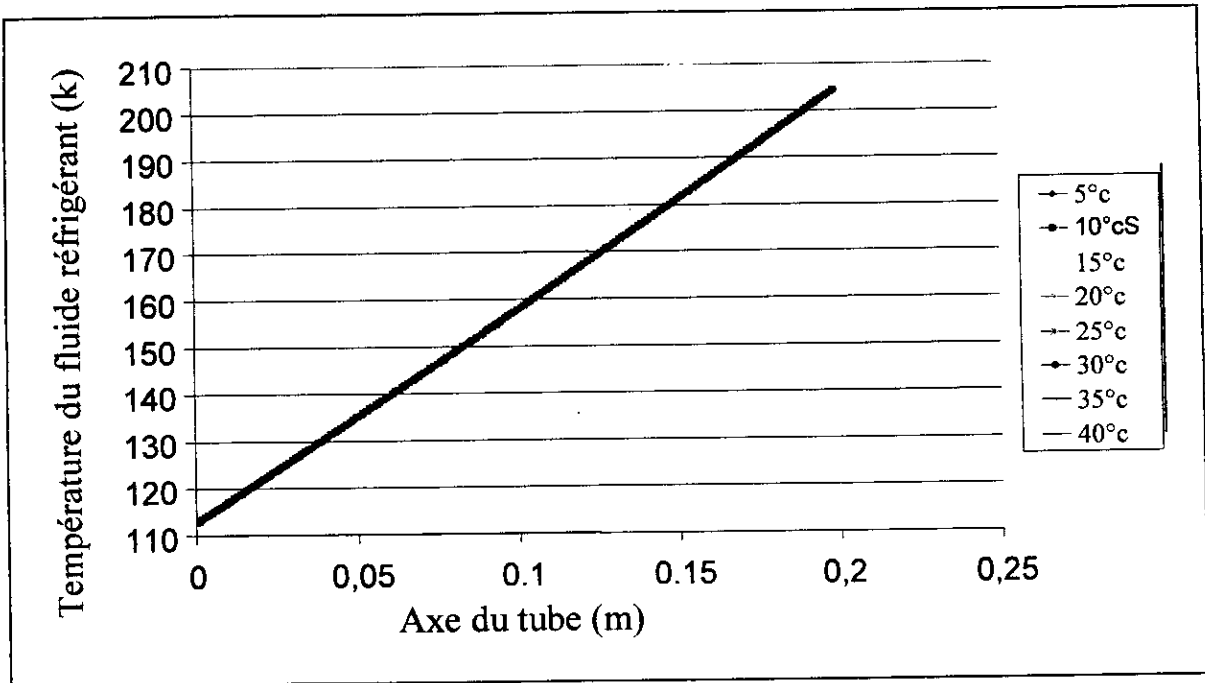


Figure (4.9) :Distribution de la température du fluide réfrigérant selon l'axe du tube pour le cas où il y a condensation puis solidification pour  $m' = 0.00366 \text{ Kg/s}$ .

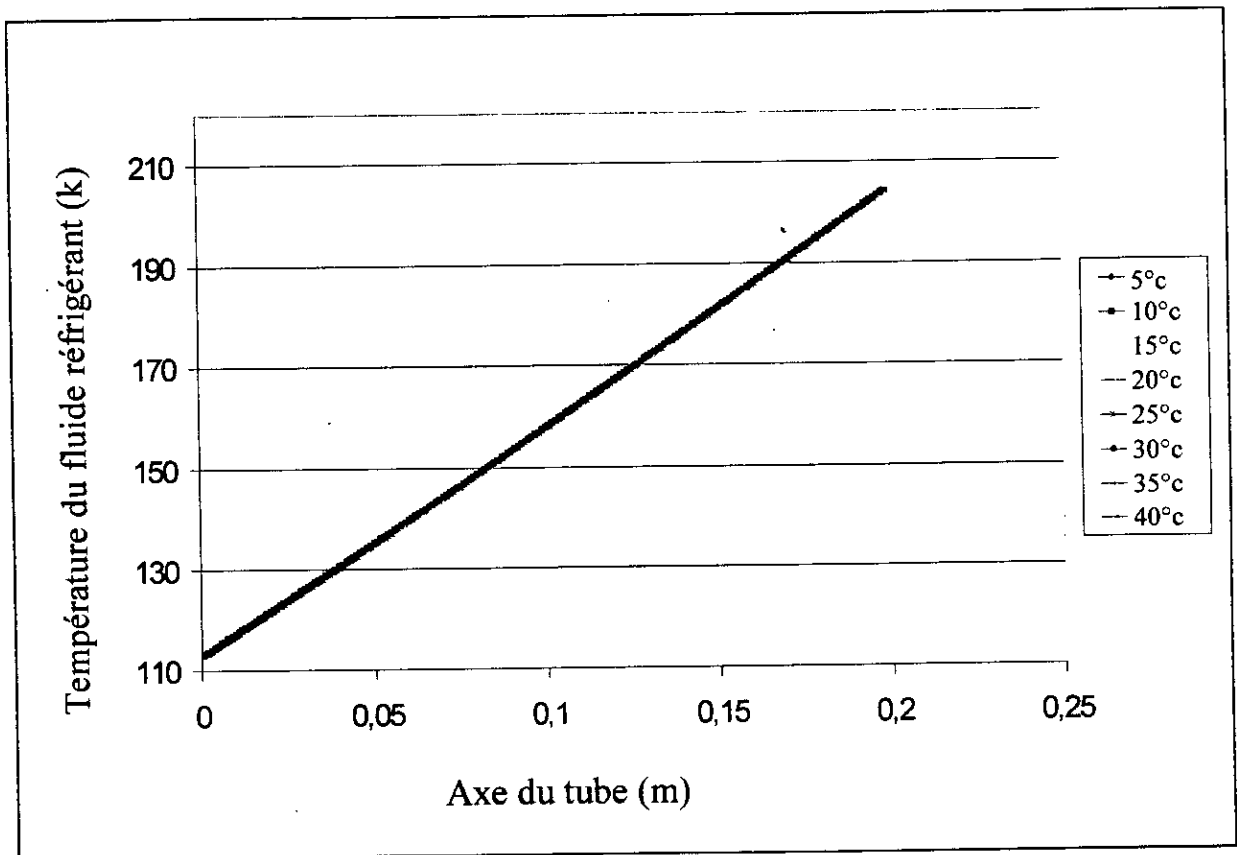


Figure (4.20) :Distribution de la température du fluide réfrigérant selon l'axe du tube pour le cas où il y a sublimation pour  $m' = 0.00366 \text{ Kg/s}$

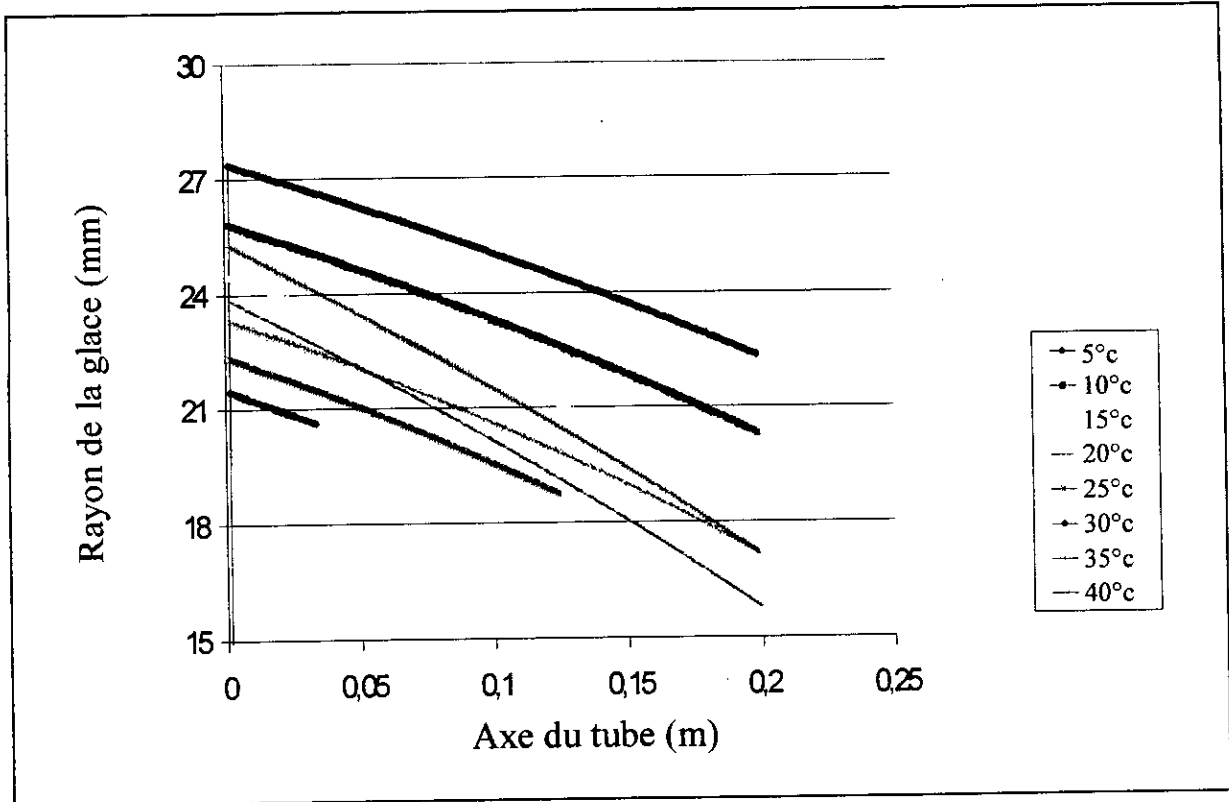


Figure (4.10) :Distribution du rayon de la glace selon l'axe du tube pour le cas où il y a condensation puis solidification et pour  $m' = 0.00366 \text{Kg/s}$ .

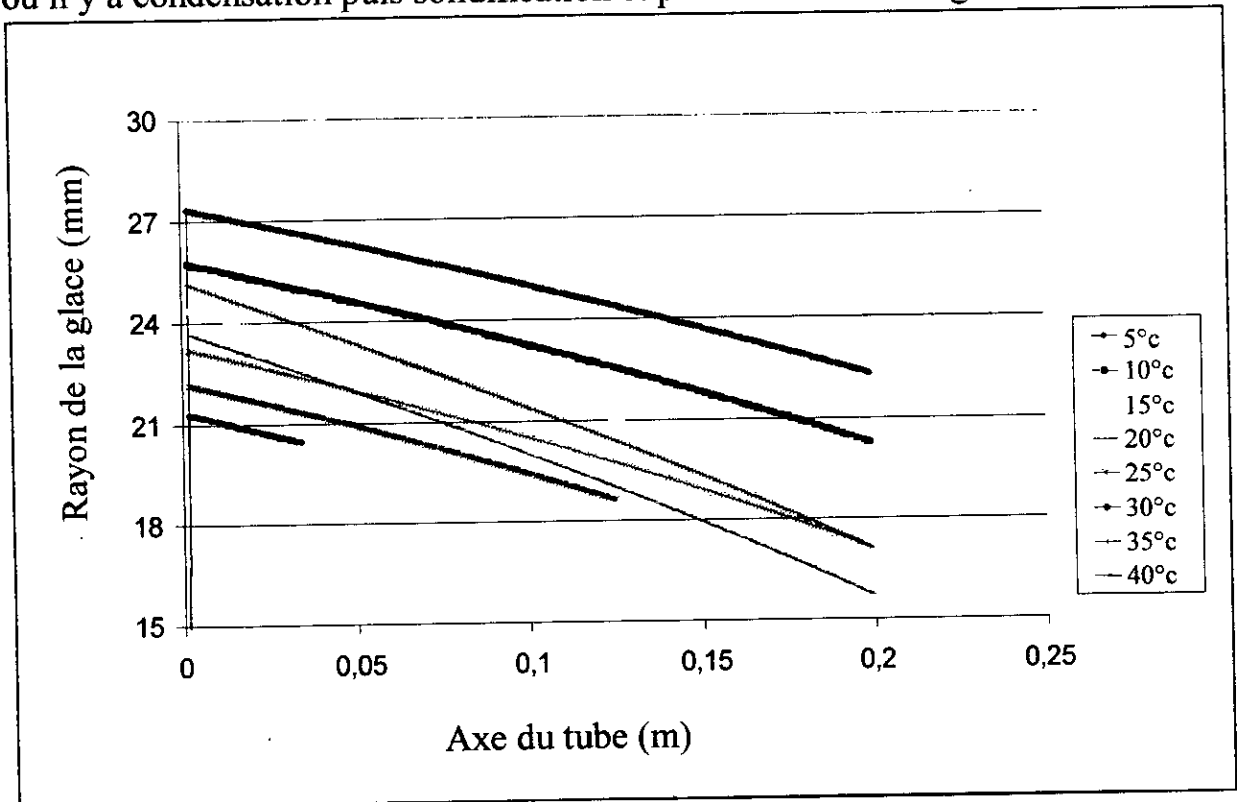


Figure (4.21) :Distribution du rayon de la glace selon l'axe du tube pour le cas où il y a sublimation et pour  $m' = 0.00366 \text{Kg/s}$ .

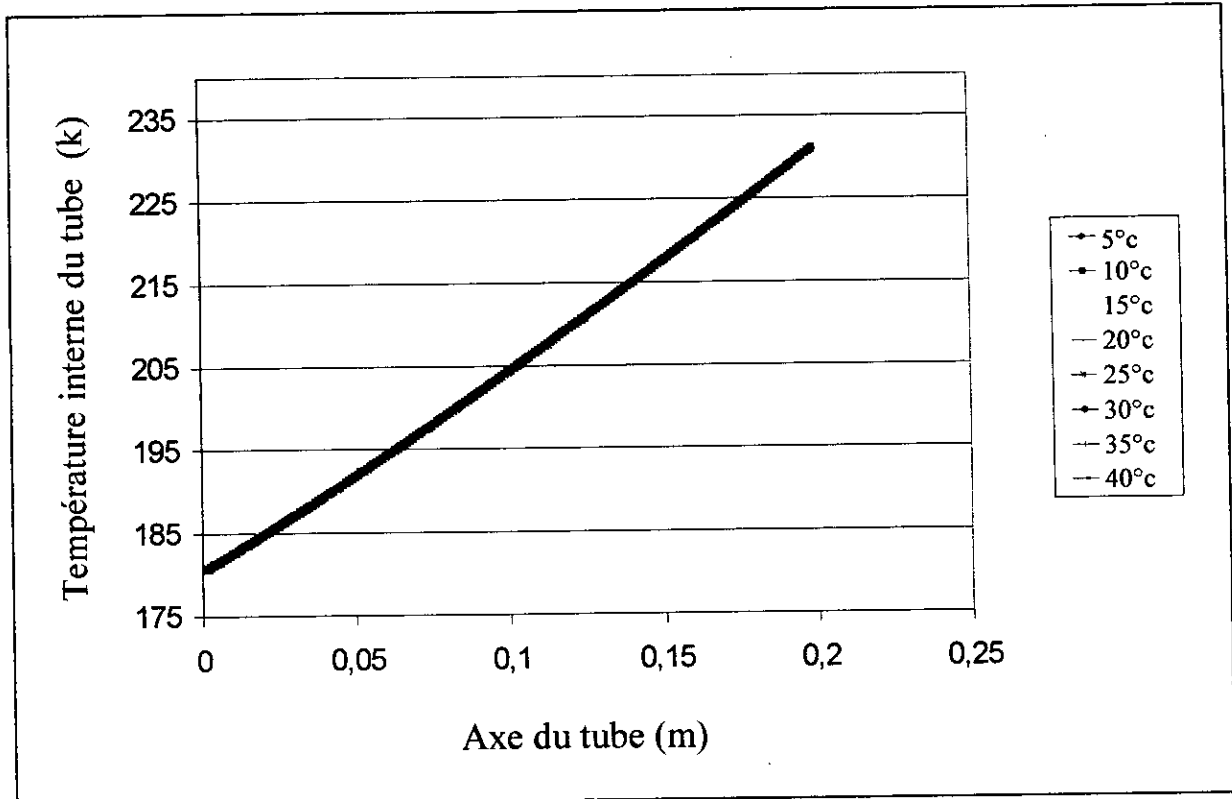


Figure (4.11) :Distribution de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour le cas où il y a condensation puis solidification pour  $m = 0.0366 \text{ Kg/s}$

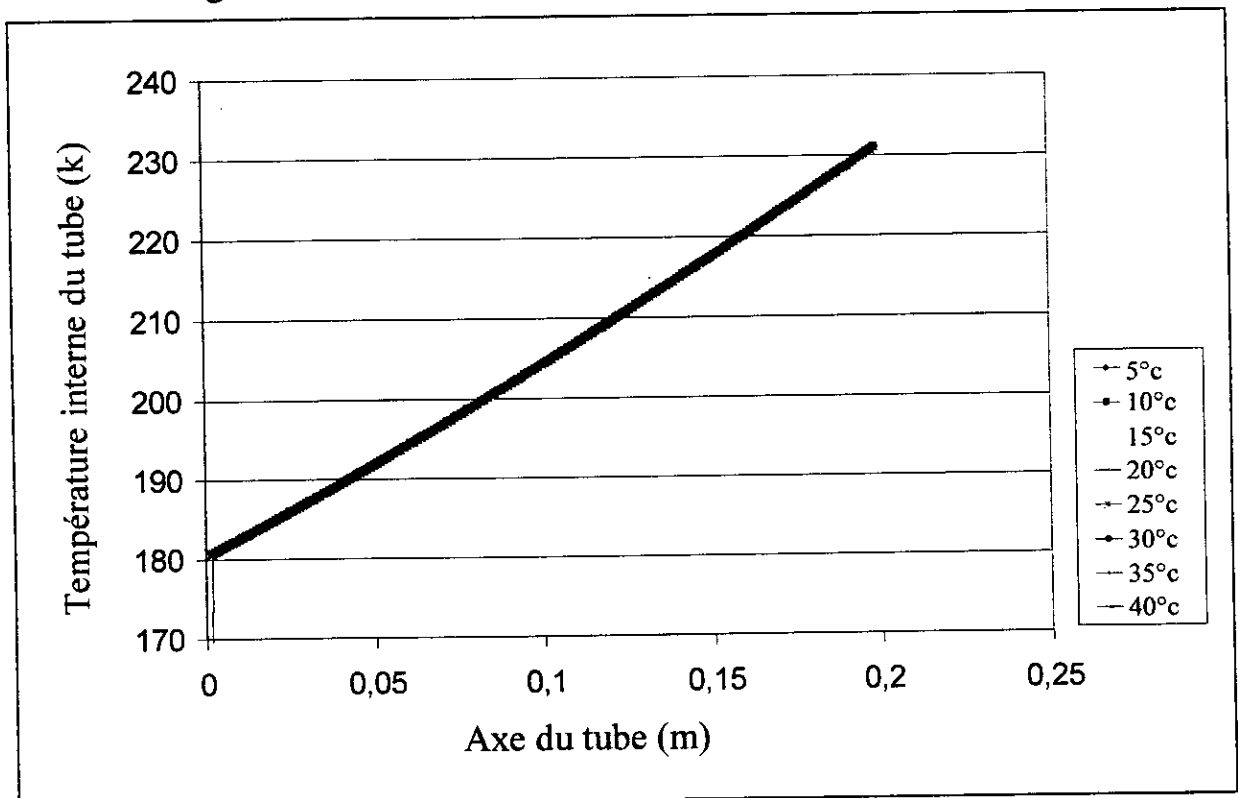


Figure (4.22) :Distribution de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour le cas où il y a sublimation pour  $m = 0.00366 \text{ Kg/s}$ .

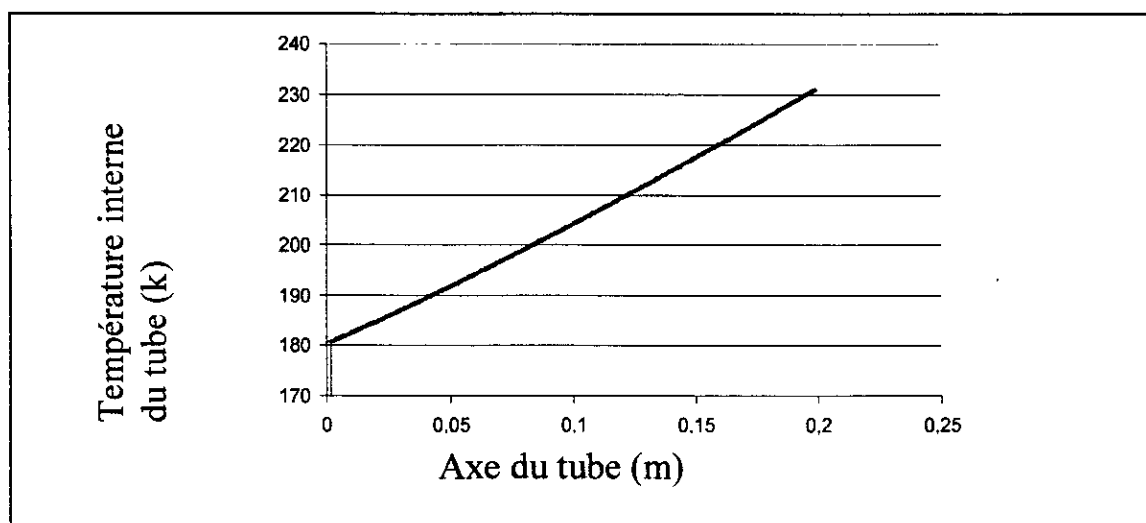
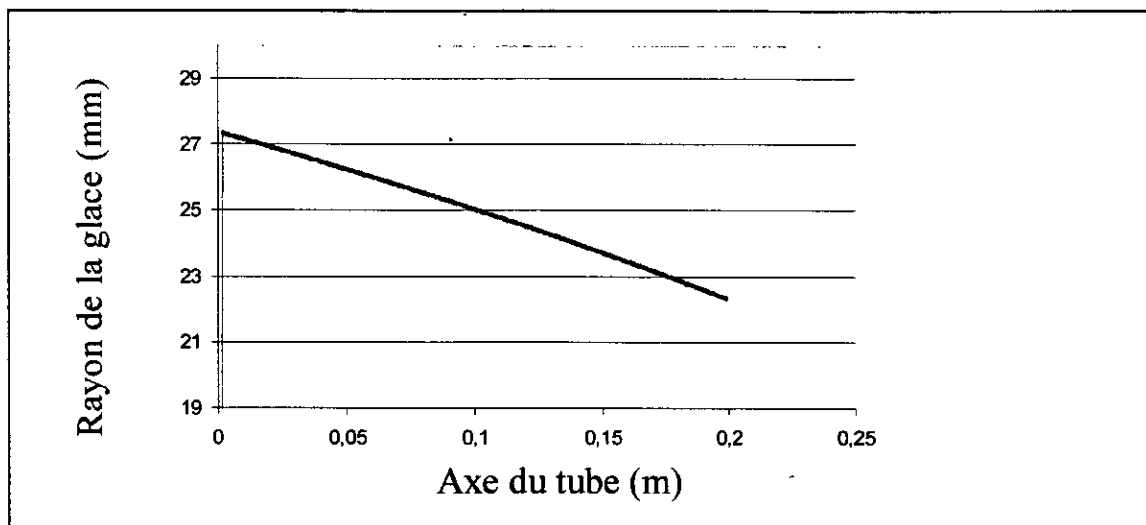
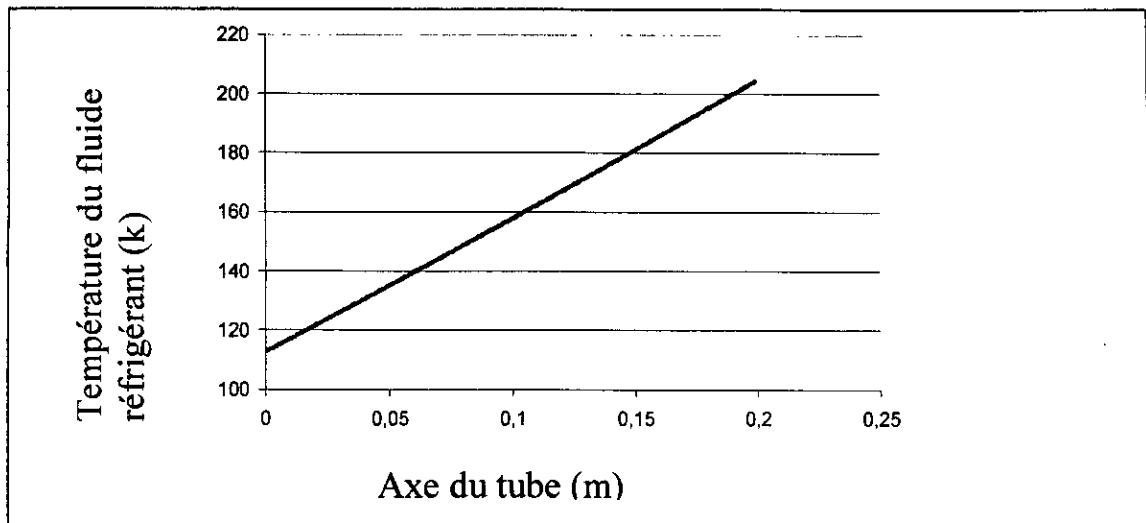


Figure (4.12) :Distribution de la température du fluide réfrigérant, du rayon de la glace et de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour  $T_4=5^\circ\text{c}$  et  $\Phi \leq 70.10 \%$  et pour un débit massique fixé  $\dot{m} = 0.00366 \text{ Kg/s}$ .

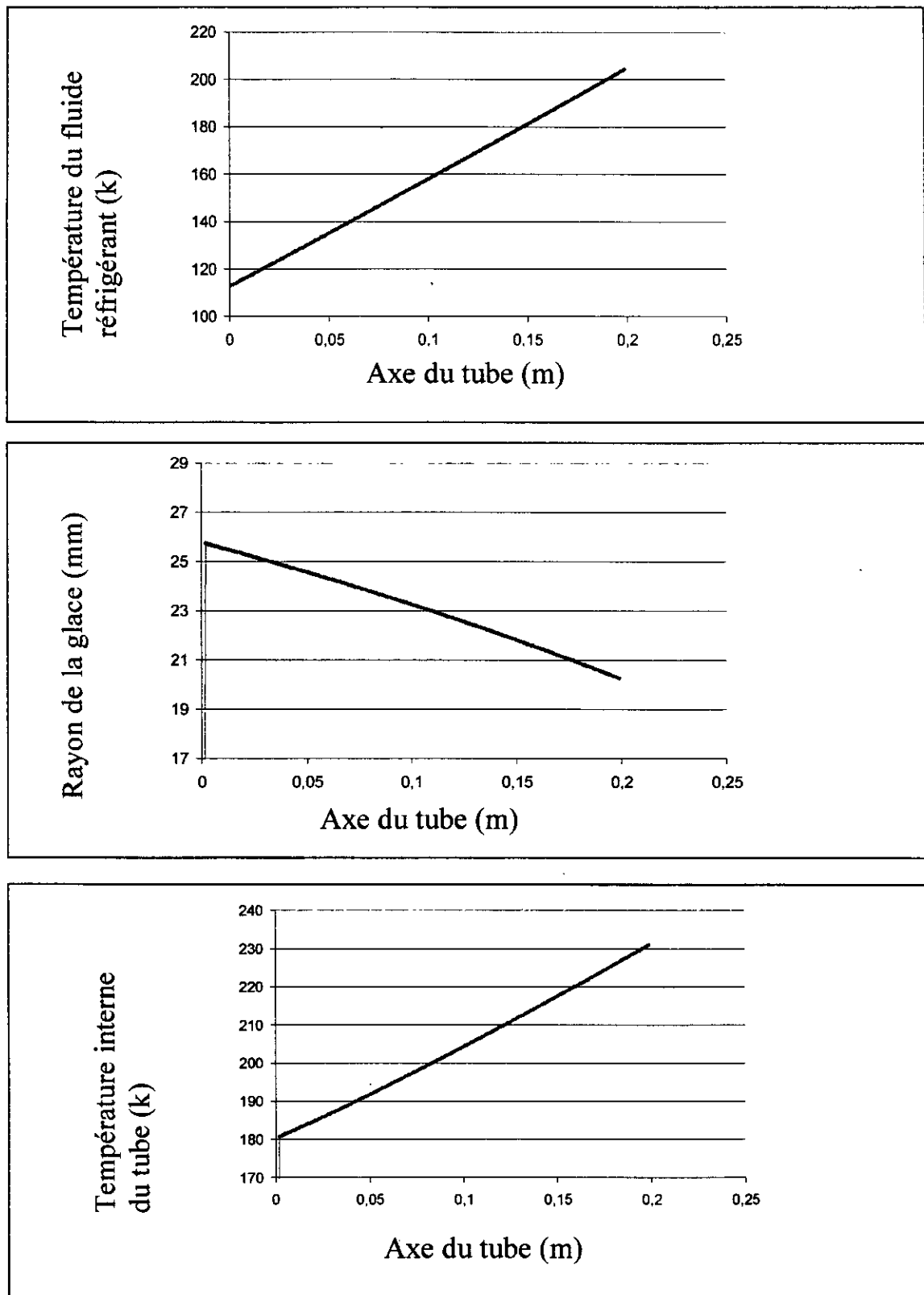


Figure (4.13) :Distribution de la température du fluide réfrigérant, du rayon de la glace et de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour  $T_4=10^\circ\text{C}$  et  $\Phi \leq 49.8 \%$  et pour un débit massique fixé  $\dot{m}' = 0.00366 \text{ Kg/s}$ .

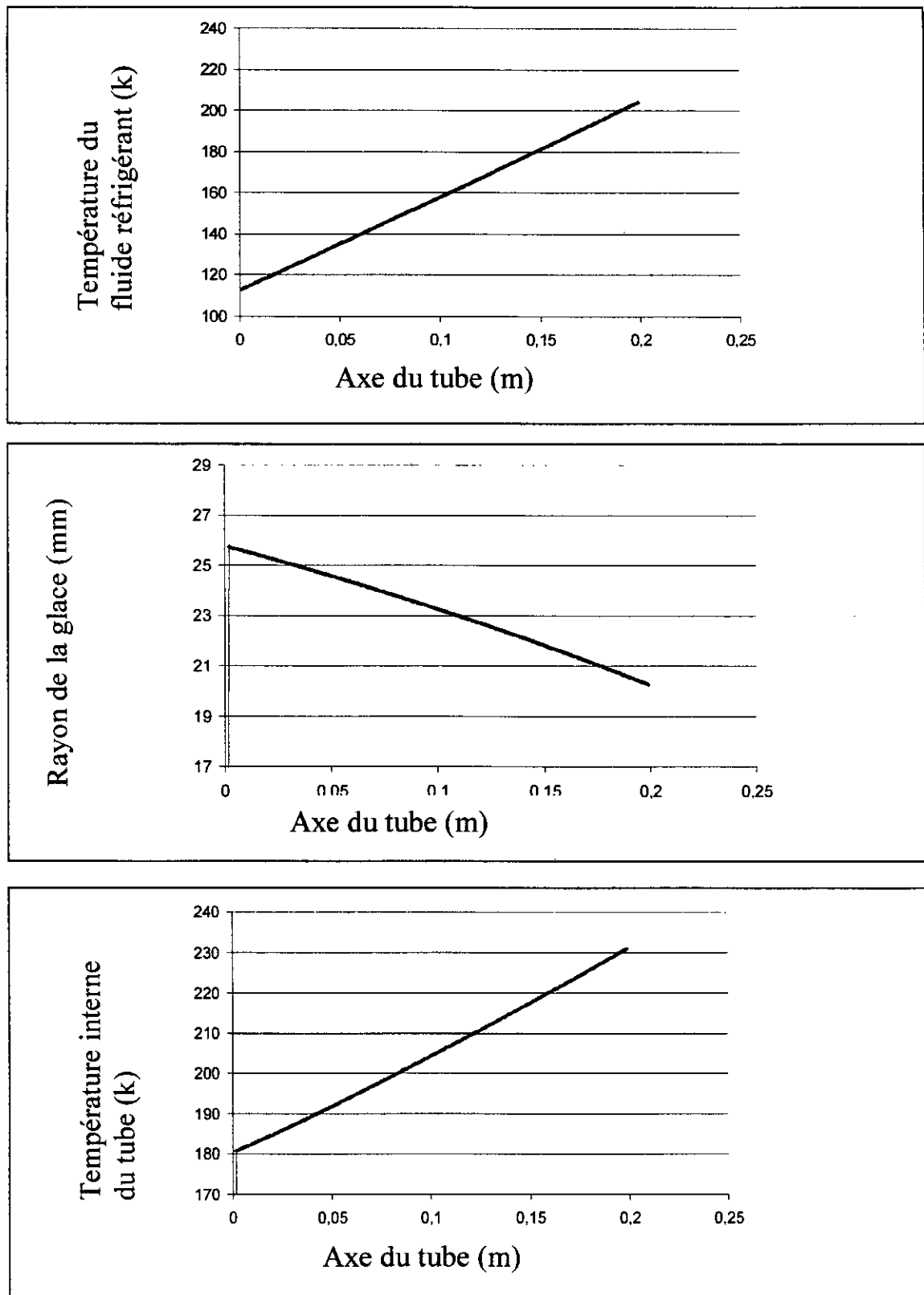


Figure (4.14) :Distribution de la température du fluide réfrigérant, du rayon de la glace et de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour  $T_4=15^{\circ}\text{c}$  et  $\Phi \leq 35.85 \%$  et pour un débit massique fixé  $\dot{m} = 0.00366 \text{ Kg/s}$ .

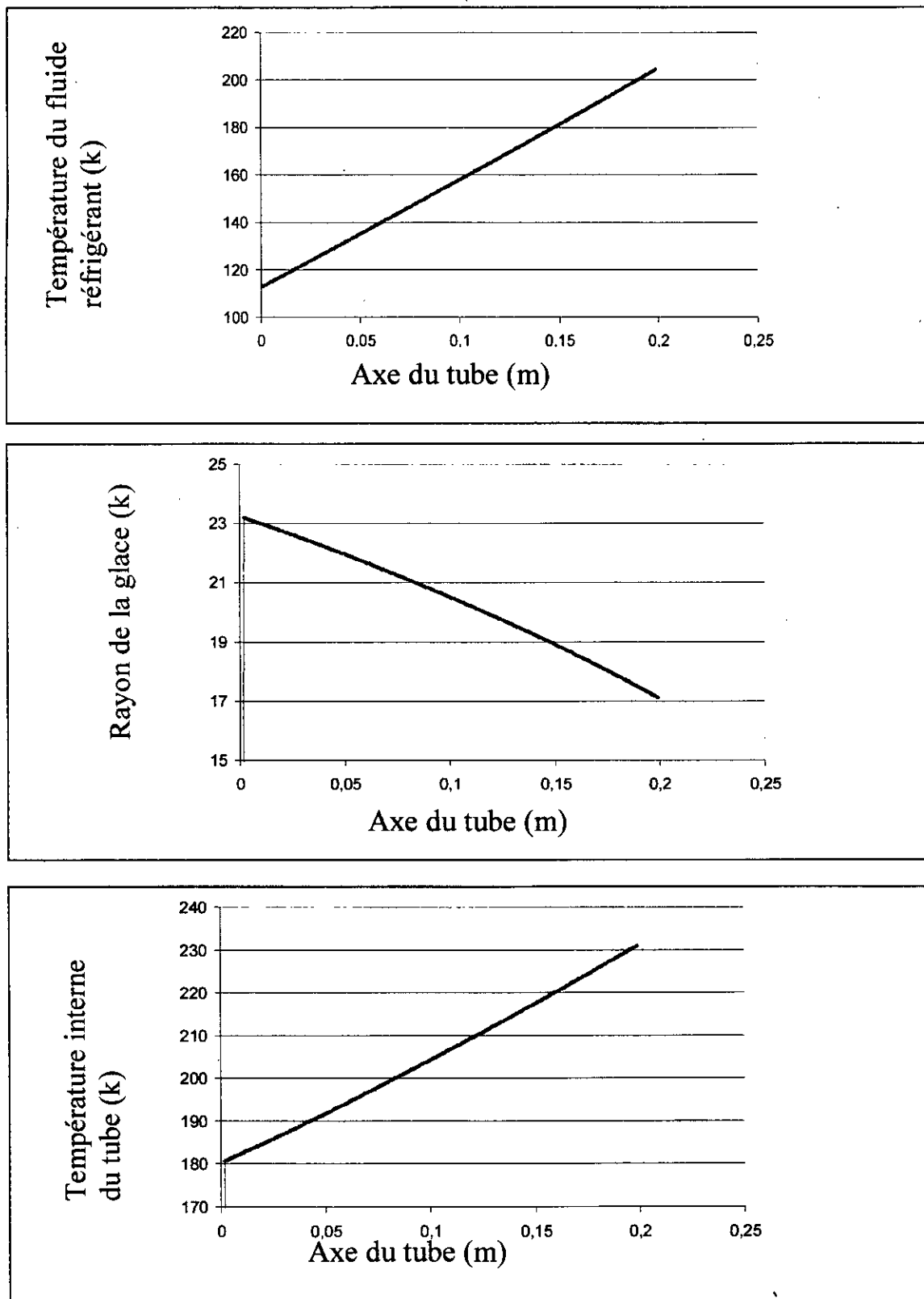


Figure (4.15) :Distribution de la température du fluide réfrigérant, du rayon de la glace et de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour  $T_4=20^\circ\text{c}$  et  $\Phi \leq 26.14 \%$  et pour un débit massique fixé  $\dot{m}=0.00366 \text{ Kg/s}$ .

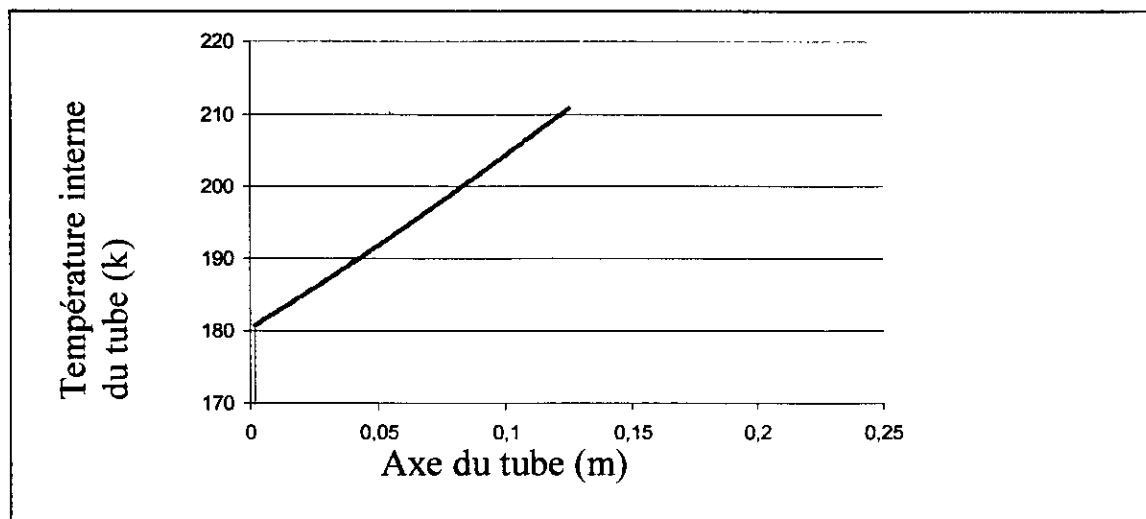
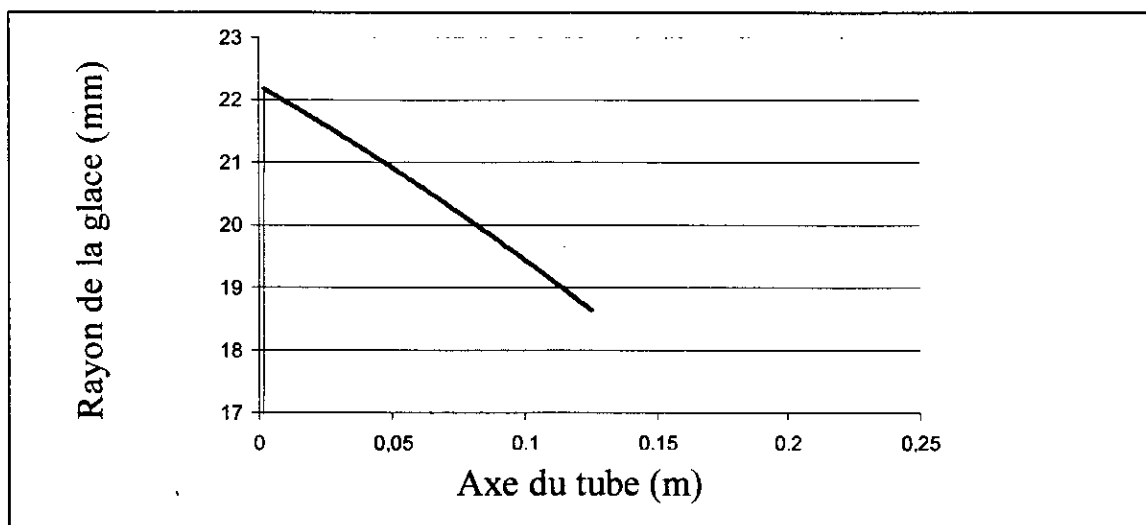
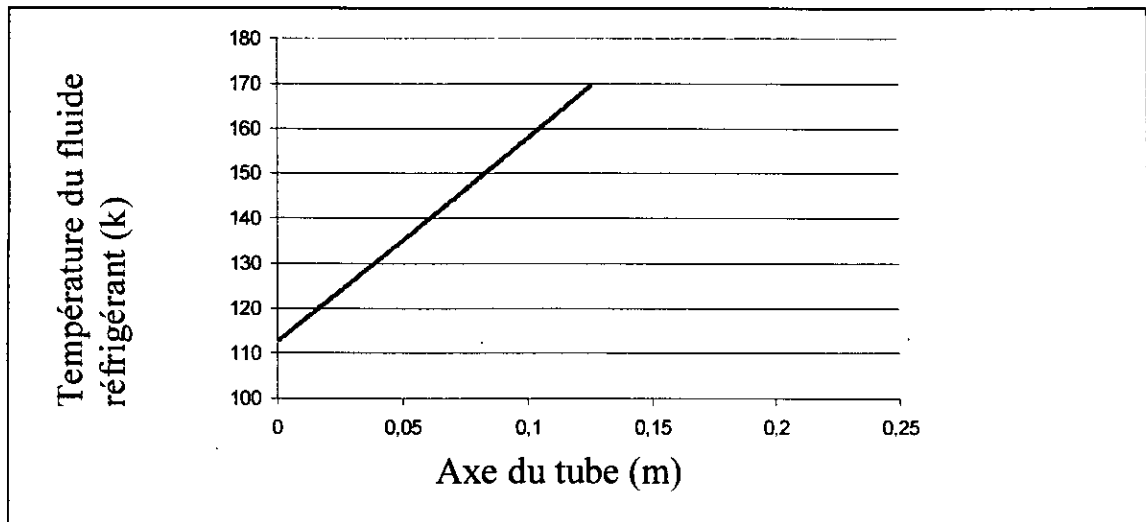


Figure (4.16) : Distribution de la température du fluide réfrigérant, du rayon de la glace et de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour  $T_4=25^\circ\text{C}$  et  $\Phi \leq 19.26\%$  et pour un débit massique fixé  $m' = 0.00366 \text{ Kg/s}$ .



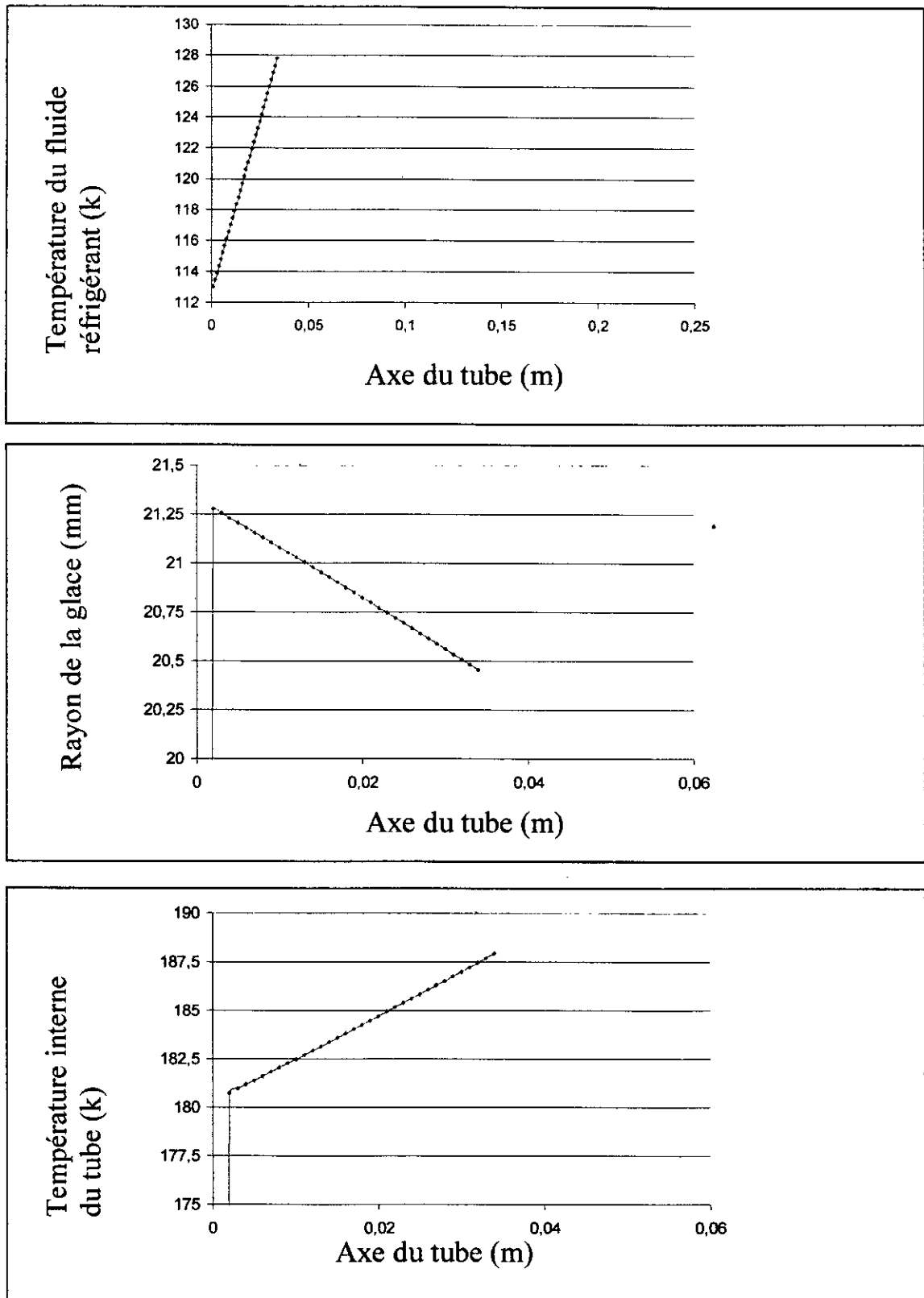


Figure (4.17) :Distribution de la température du fluide réfrigérant, du rayon de la glace et de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour  $T_4=30^\circ\text{c}$  et  $\Phi \leq 14.40 \%$  et pour un débit massique fixé  $\dot{m} = 0.00366 \text{ Kg/s}$ .

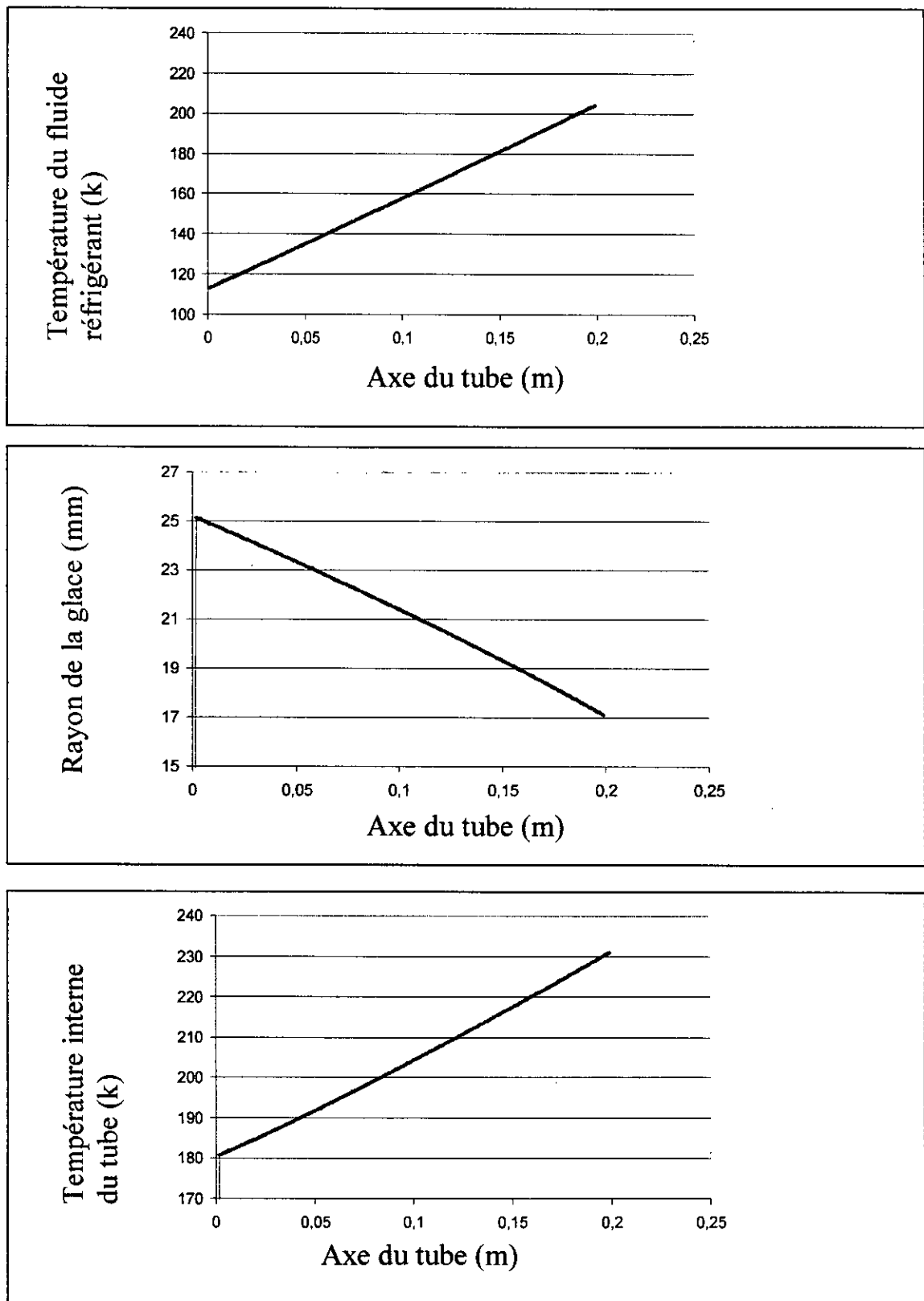


Figure (4.18) :Distribution de la température du fluide réfrigérant, du rayon de la glace et de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour  $T_4=35^\circ\text{C}$  et  $\Phi \leq 10.85\%$  et pour un débit massique fixé  $m' = 0.00366\text{ Kg/s}$ .

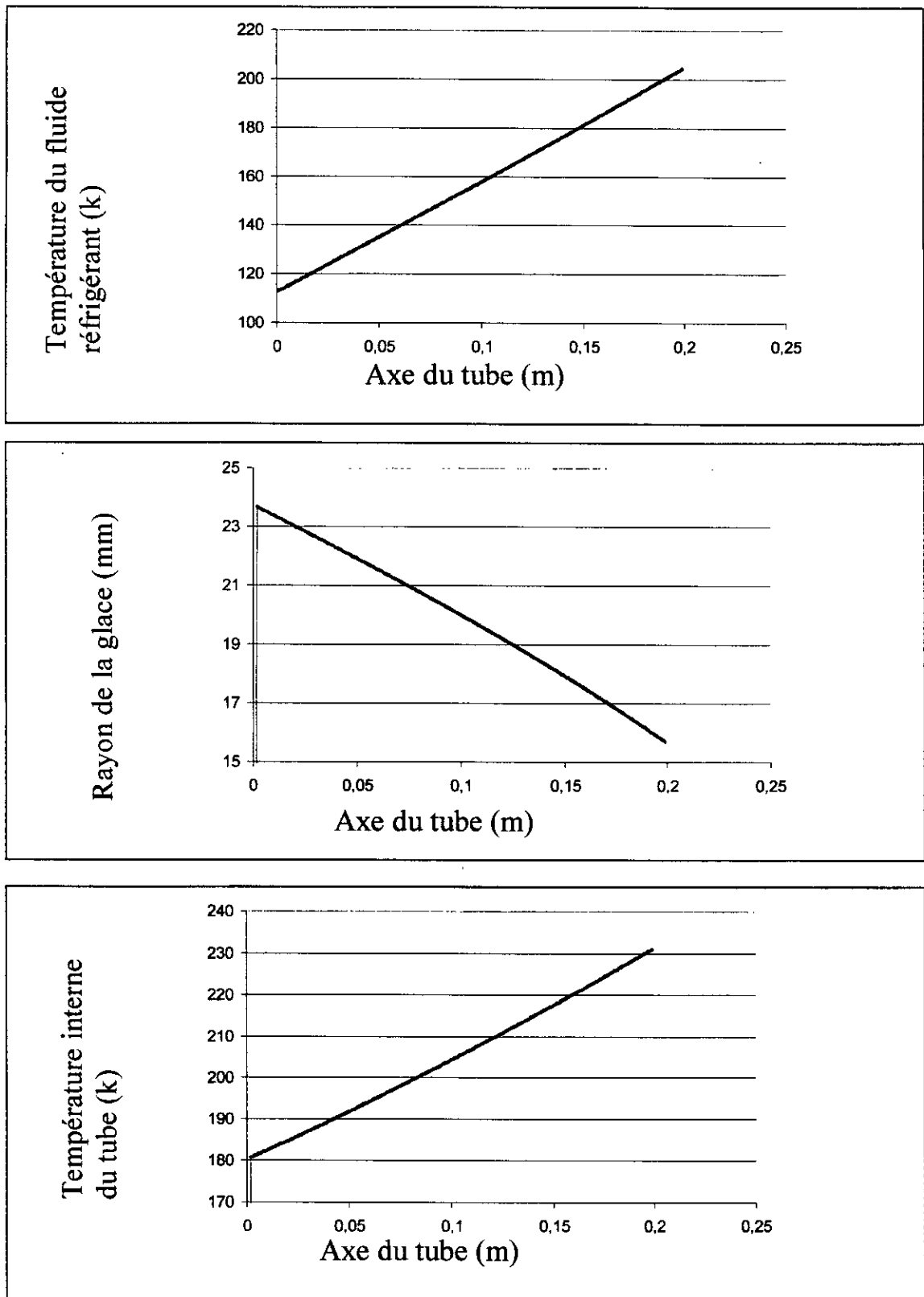


Figure (4.19) :Distribution de la température du fluide réfrigérant, du rayon de la glace et de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour  $T_4=40^\circ\text{C}$  et  $\Phi \leq 8.28 \%$  et pour un débit massique fixé  $m' = 0.00366 \text{ Kg/s}$ .

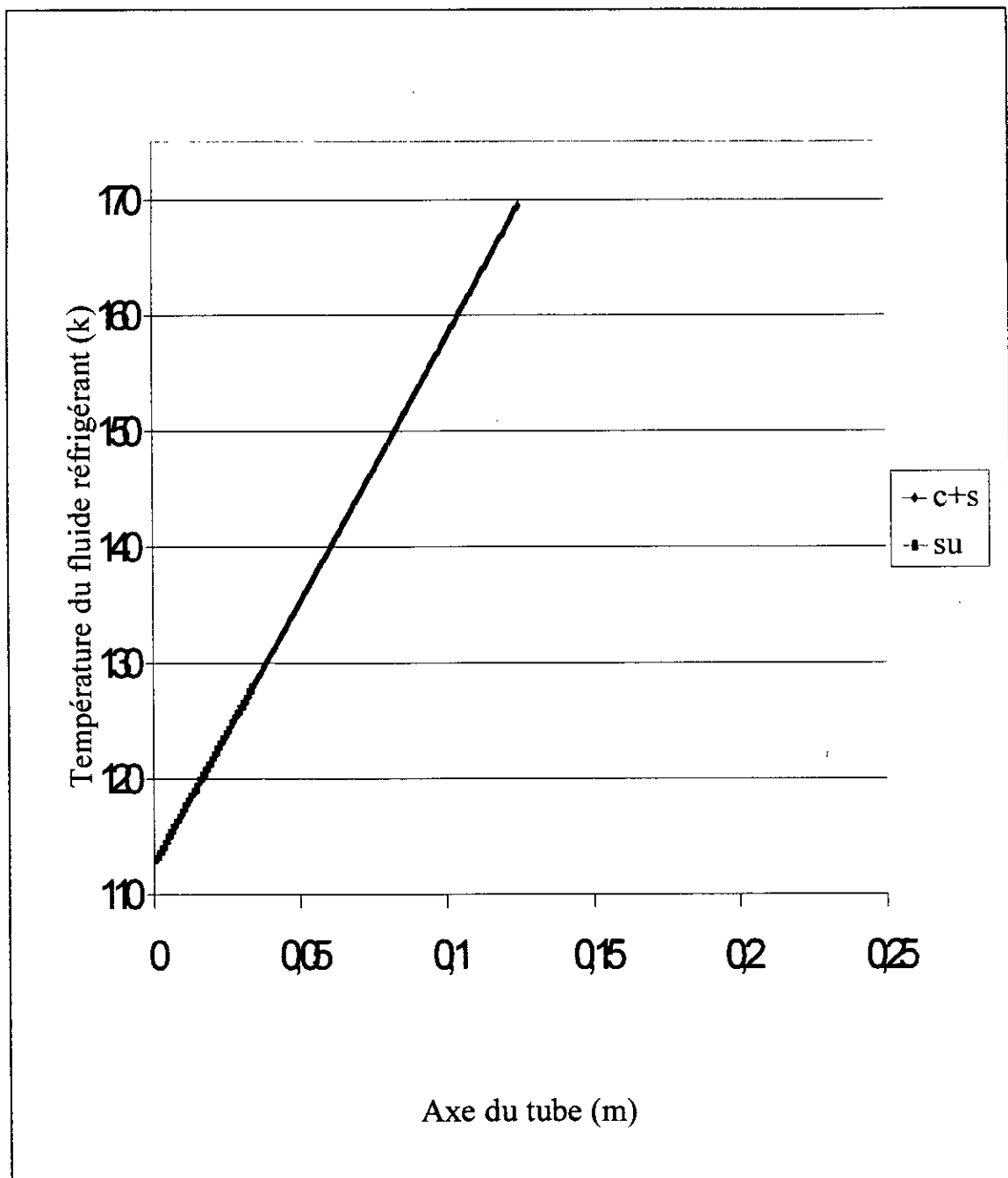


Figure (4.23) :Distribution de la température du fluide réfrigérant selon l'axe du tube pour  $T_4=25^\circ\text{c}$  et pour un débit massique fixé  $m=0.0036\text{Kg/s}$ .

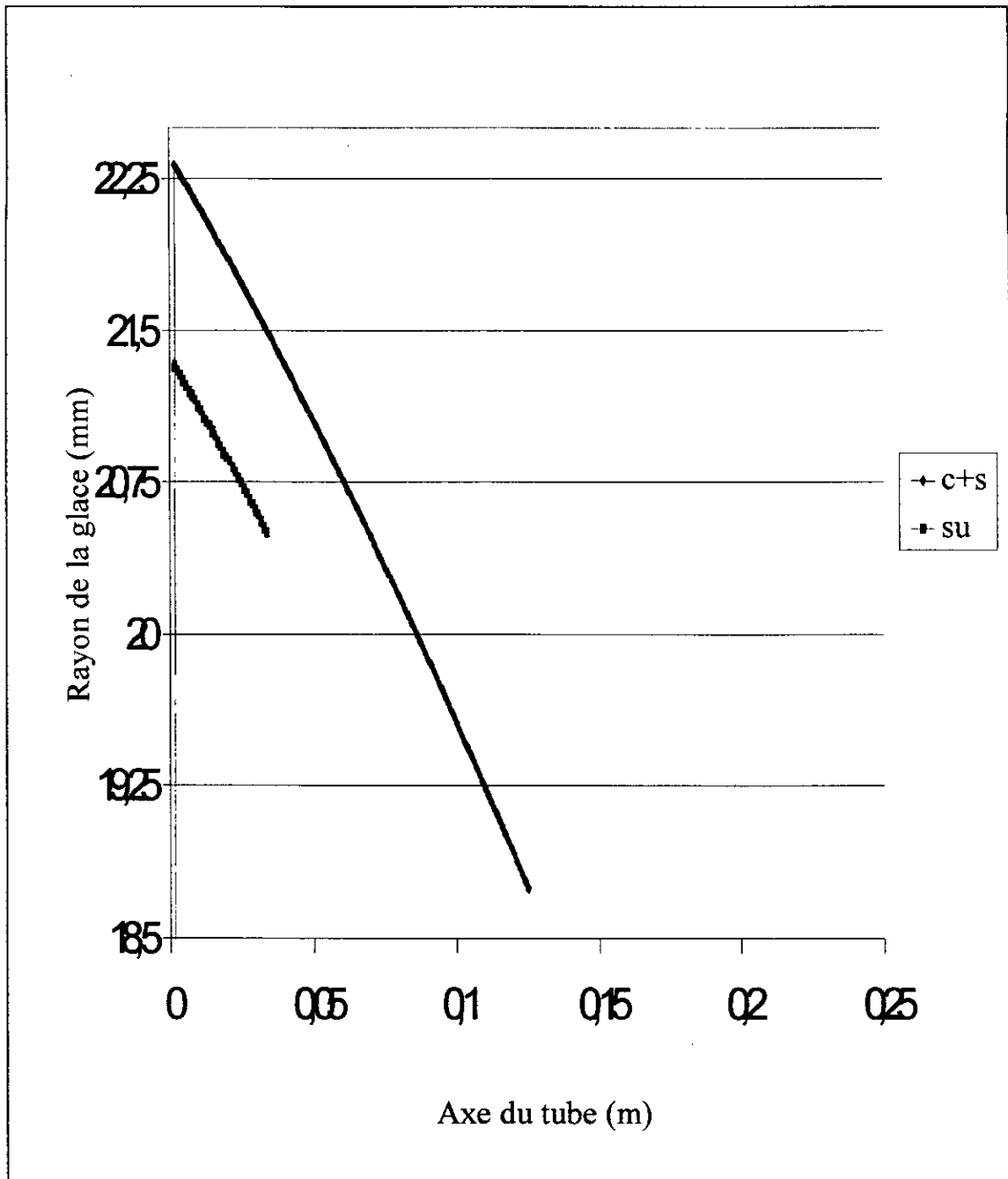


Figure (4.24) :Distribution de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour  $T_4=25^\circ\text{C}$  et pour un débit fixé  $m' = 0.00366 \text{ Kg/s}$ .

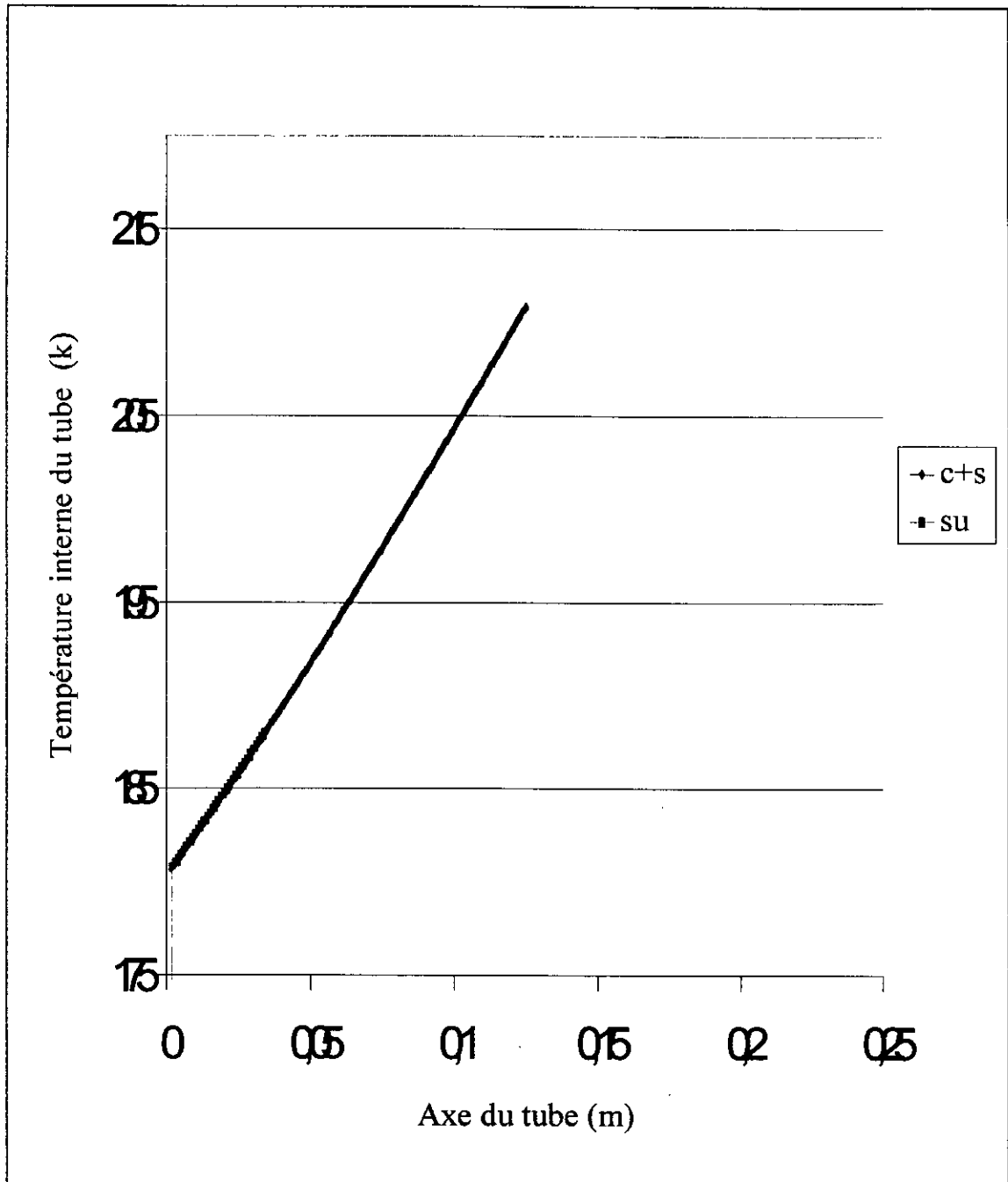


Figure (4.25) :Distribution de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour  $T_4=25^\circ\text{c}$  et pour un débit massique fixé  $\dot{m}=0.00366 \text{ Kg/s}$ .

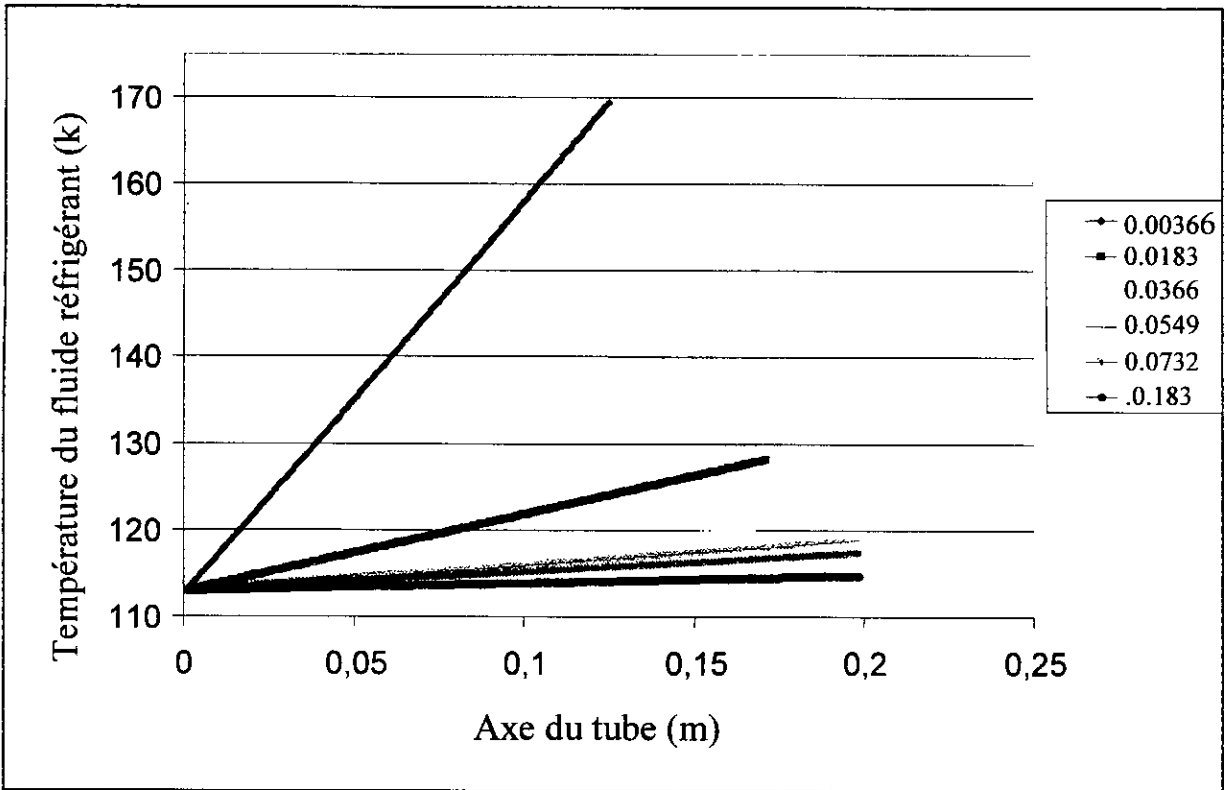


Figure (4.26) :Distribution de la température du fluide réfrigérant selon l'axe du tube pour le cas où il y a condensation puis solidification et  $T_4=25^\circ\text{c}$  pour différents débits.

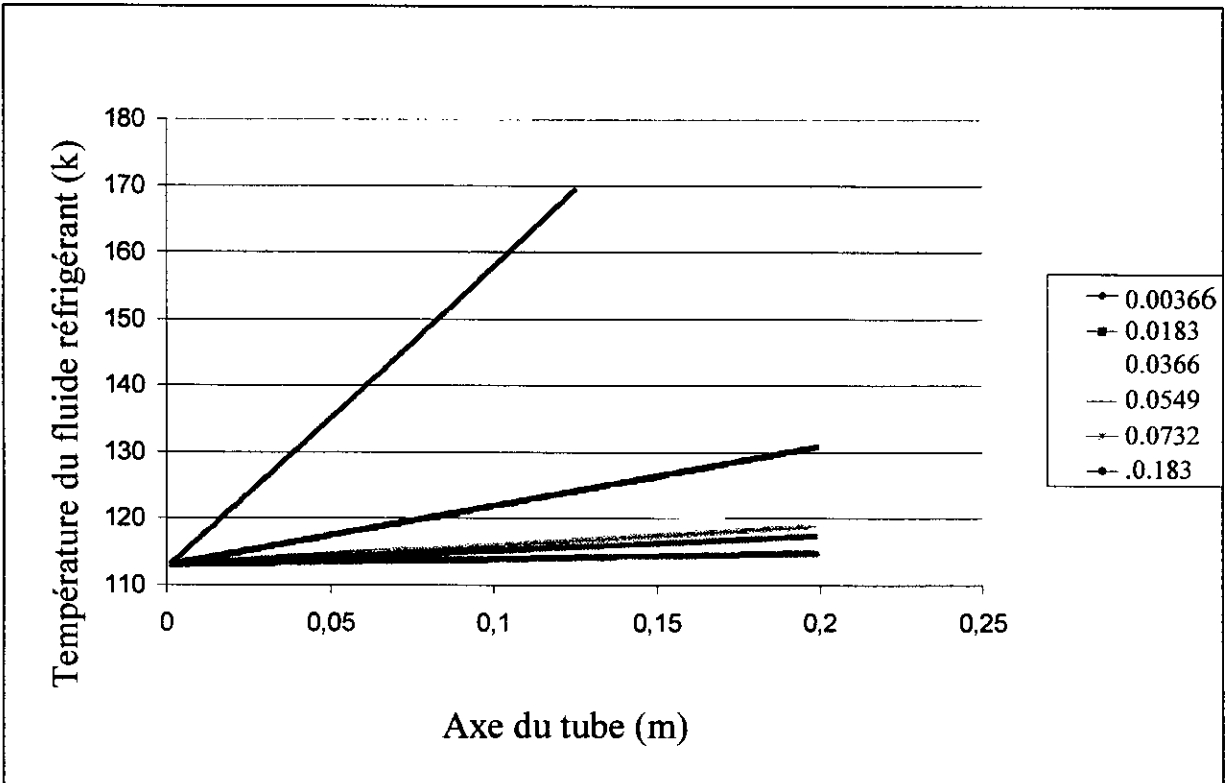


Figure (4.27) :Distribution de la température du fluide réfrigérant selon l'axe du tube pour le cas où il y a sublimation pour différents débits .

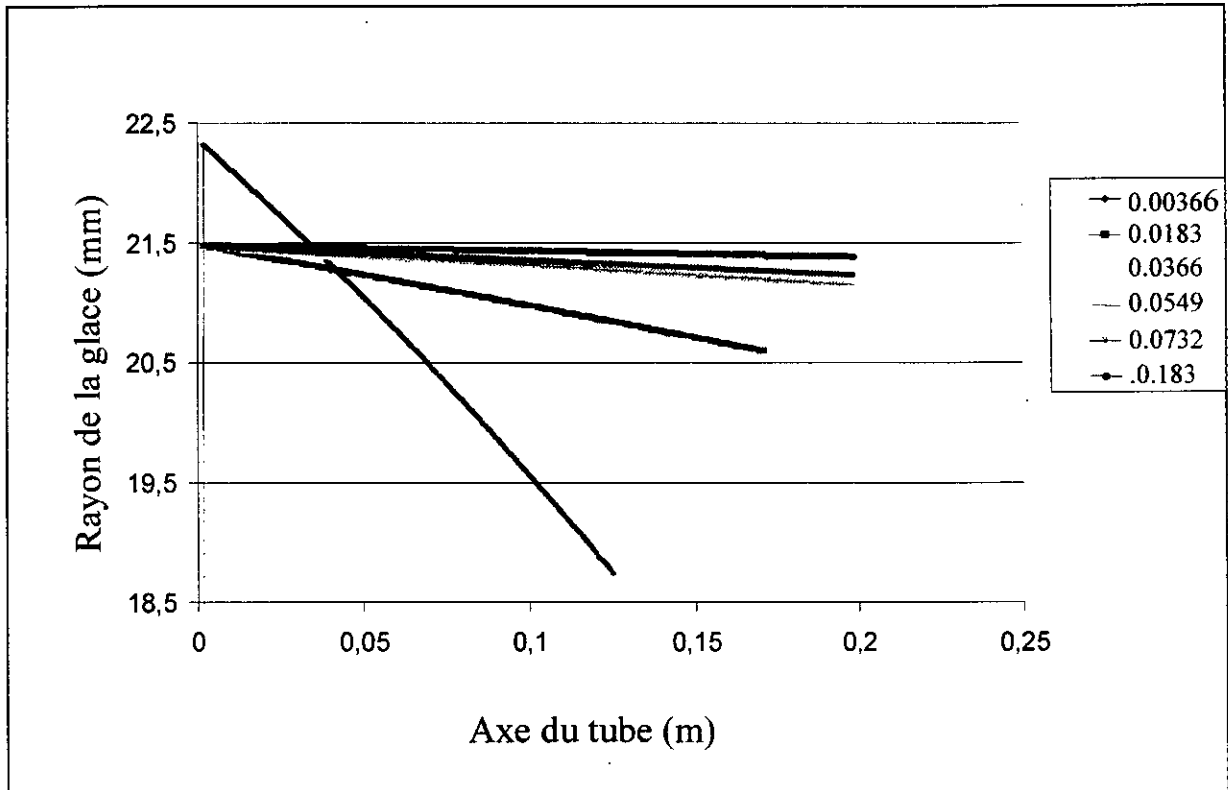


Figure (4.28) :Distribution du rayon de la glace selon l'axe du tube pour le cas où il y a condensation puis solidification et  $T_4=25^\circ\text{c}$  pour différents débits.

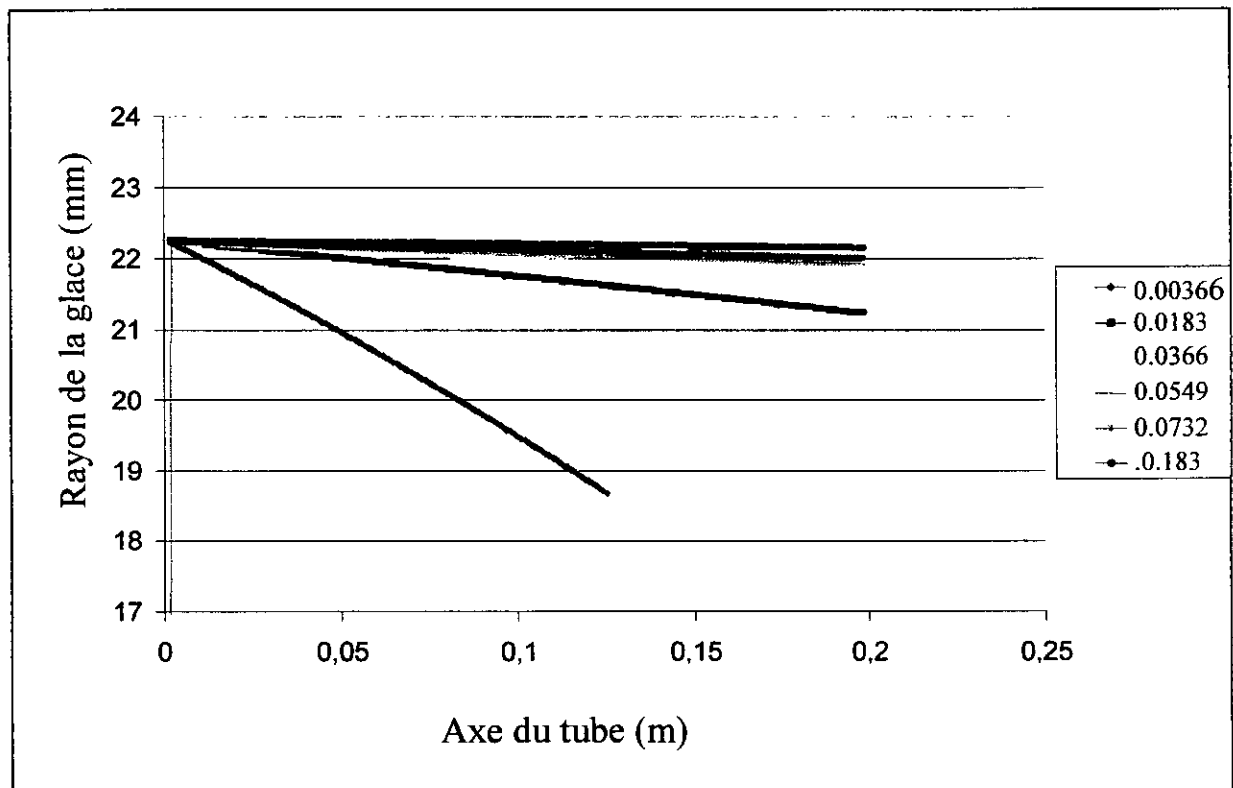


Figure (4.29) :Distribution du rayon de la glace selon l'axe du tube pour le cas où il y a sublimation et  $T_4 =25^\circ\text{c}$  pour différents débits.



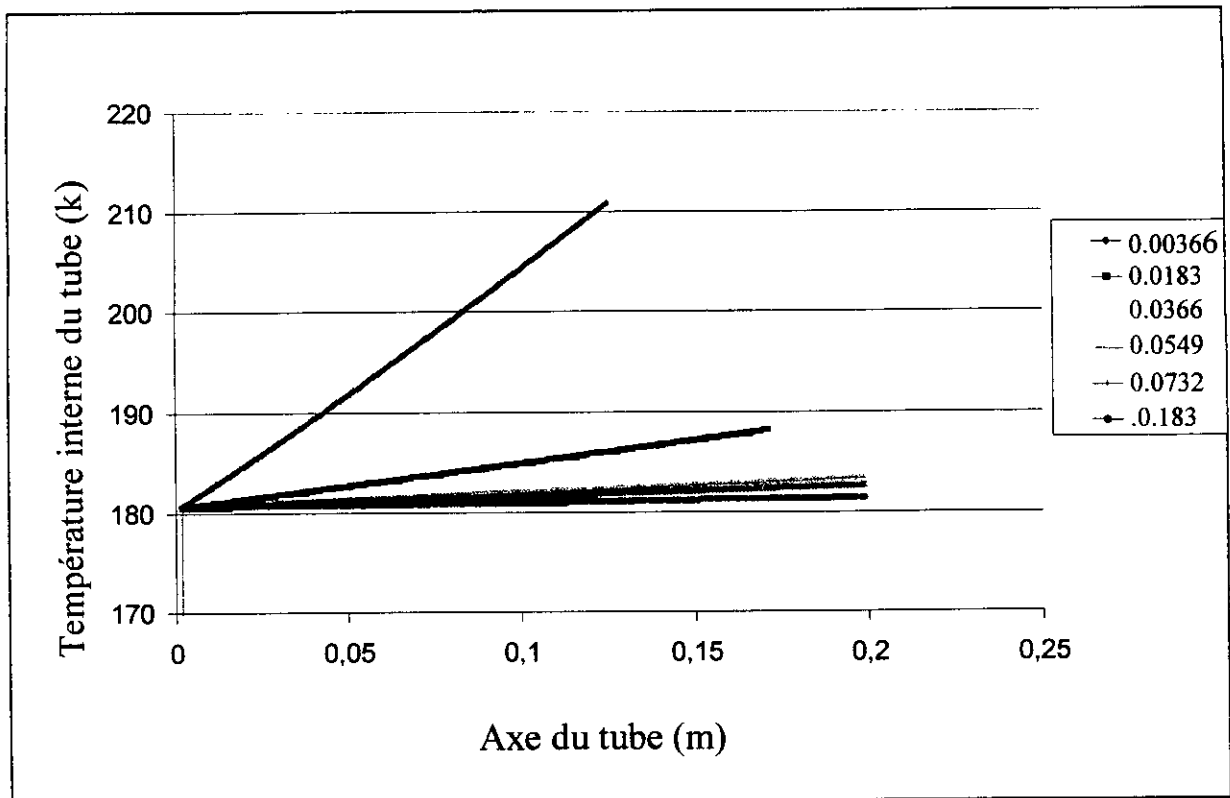


Figure (4.30) :Distribution de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour le cas où il y a condensation puis solidification et  $T_4=25^\circ\text{C}$  pour différents débits.

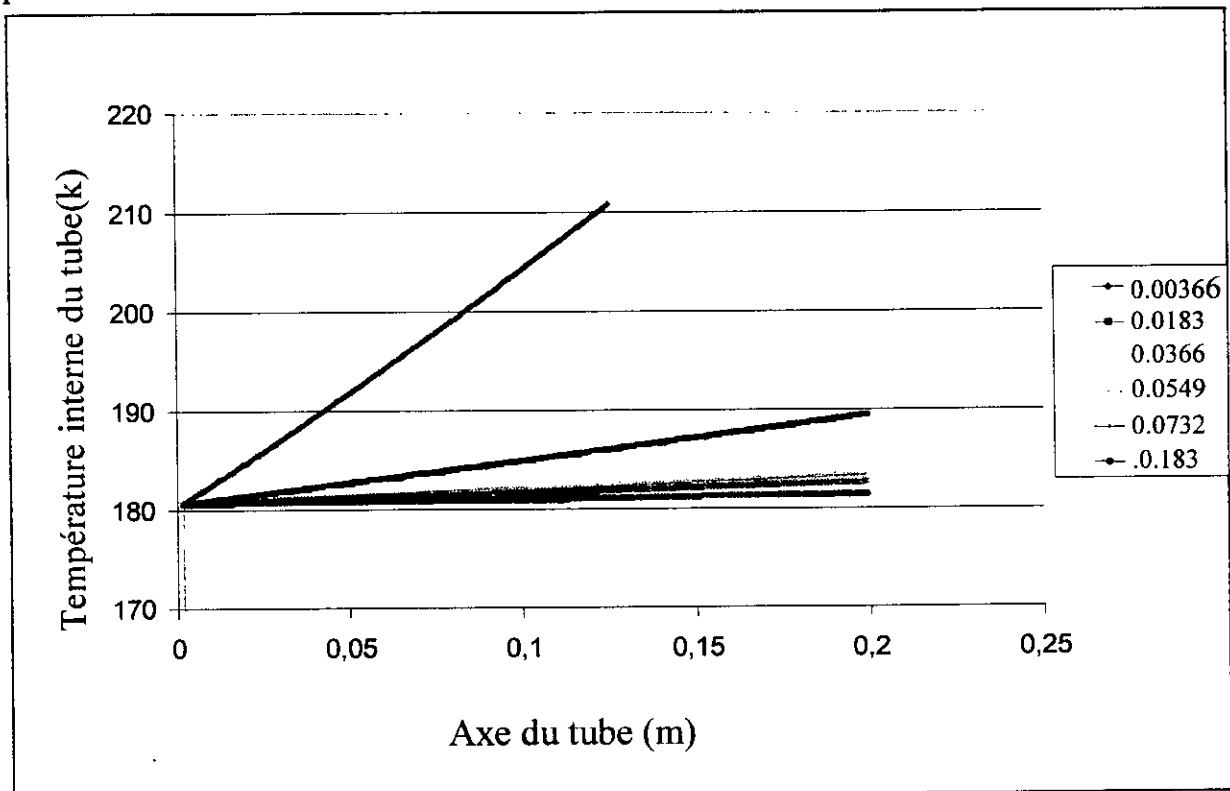


Figure (4.31) :Distribution de la température de la paroi interne du tube selon l'axe du tube pour le cas où il y a sublimation et  $T_4=25^\circ\text{C}$  pour différents débits.

**conclusion**

## CONCLUSION

Le travail présenté est relatif à une étude complémentaire du banc d'essai de combustion du département de génie mécanique.

Les résultats obtenus concernent les distributions de la température du fluide réfrigérant, le rayon de la glace formée et la température interne de la paroi du tube le long de son axe.

Les dépouillements des résultats ont montré que :

- la variation de la température de l'air ambiant et l'humidité relative correspondant à chaque température n'influent pas sur la température du gaz naturel et de la paroi interne du tube, on peut affirmer que la variation de ces paramètres ne cause pratiquement aucun changement sur la température de sortie de l'échangeur de chaleur. Par contre le cône de glace qui s'est formé lorsque il y a condensation puis solidification ou dans le cas où il y a solidification directe ( sublimation ) de la vapeur d'eau contenue dans l'air en glace est affecté par les conditions thermique et hygrométrique de l'air ambiant.
- La glace qui se forme à l'extérieur des tubes à partir du passage de la vapeur d'eau contenue dans l'air de la phase vapeur à la phase liquide puis de la phase liquide à la phase vapeur est plus importante que celle formée à partir du passage de la vapeur d'eau directement de la phase vapeur à la phase solide.
- Le paramètre dominant qui influe sur la température du fluide réfrigérant et sur la température interne de la paroi du tube, est bien le débit d'entrée du gaz naturel tel que ces températures soient élevées en autant que le débit soit le plus faible possible et lorsque le débit est faible on aura un petit cône de glace.
- Pour avoir une température de sortie élevée, nous recommandons des conditions atmosphériques correspondant à une température ambiante importante (supérieur à 40°C) et une humidité relative (inférieure ou égale à 8.28%) pour le cas où il y a solidification directe de la vapeur d'eau contenue dans l'air sans passer par la phase liquide, avec un faible débit massique du gaz naturel.

Pour la suite de ce travail, nous suggérons la confrontation des résultats théoriques obtenus à des résultats expérimentaux sur le banc d'essai de combustion.

# *Références bibliographiques*

- [1] **J.f Sacadura**  
« *Initiation aux transferts thermiques* »  
Edition :Bayeusaine, 1982.
- [2] **F.P Incropera**  
« *Fundamentals of Heat and Mass Transfer* »  
Edition :John Wiley and Sons , 1995.
- [3] **F.Kreith**  
« *Transmission de la chaleur et thermodynamique* »  
Edition :Masson et C éditeur, 1997.
- [4] **R. J. Kern Gregorig.**  
« *Echangeur de chaleur* »  
Edition :Beranger 1965.
- [5] **B.vick, D.J.Nelson and X.Yu**  
« *Freezing and melting with Multiple Phase Fronts Along the outside of a tube* »  
Journal of Heat Transfer , Vol 120 pp :422-429 May 1998 (ASME).
- [6] **Spécification techniques des réchauffeurs atmosphériques type RB.**  
Manuel : « *Installation unité moyenne pression SIDAL* ».  
N° du document :NH24736 15-CR.85.12  
Division matériel cryogénique (L' AIR LIQUIDE).
- [7] **G.J. Van Wylene et R.E.Sonntag**  
« *Thermodynamique appliquée* »  
Edition :John Wiley & sons, 1990.
- [8] **V.A.Doronchenko et M.Tebbal**  
« *transfert de chaleur lors de changement de phase* »  
Edition :Office des publications universitaires, 1992.

## **AUTRES REFERENCES UTILES SUR CE THEME.**

- **[9] T.Hirata et H.Matsuzawa**  
« *A Study of Ice-Formation, Phenomena on Freezing of Flowing Water in a pipe* »  
Journal of Heat Transfer, vol.109, page 965-970 November 1987.
- **[10] C.K.Chen, C.I.Hung et H.C.Horng**  
« *Transit Natural Convection On a Vertical Flat Plate Embedded in a High-Porosity Medium* »  
Journal of Heat Transfer, vol.109, page 112-118 September 1987.
- **[11] R.Yang et L.S.Yao**  
« *Naturel Convection Along a Finite Vertical Plate* »  
Journal of Heat Transfer, vol.109, page 413-418 May 1987.
- **[12] L.A.Kennedy et J.Goodman**  
« *Free Convection Heat and Mass Transfer Under Conditions of Frost Deposition* »  
International Journal of Heat and Mass Transfer, vol 17, page 477-484  
September 1973.
- **[13] H.G.Askar**  
« *The Front-Tracking Scheme For The One-Dimensional Freezing Problem* »  
International Journal For Numerical Methods In Engineering, vol. 24, page 859-869 July 1986.

**annexe**

## *Caractéristique de l'échangeur de chaleur existant au laboratoire*

### *Description.*

L'échangeur de chaleur de banc d'essai de combustion est de type RB 360, qui rentre dans la catégorie des réchauffeurs MP (moyenne pression).

Le nombre de tube est 16, les 16 tubes sont ailetés et leur longueur est de 2.5 m.

Les tubes sont disposés en deux rangées, chaque rangée comporte 8 tubes.

Les cinq premiers tubes du premier rang sont reliés entre eux en parallèle par deux tubes cylindriques droits en haut et en bas, les 11 tubes qui restent sont reliés entre eux en série par des tubes cintrés permettant ainsi le passage du fluide à réchauffer d'un tube à un autre.

Chaque tube aileté contient 8 ailettes identiques disposées d'une manière uniforme sur le contour du tube.

### *Caractéristiques et dimensions géométriques.*

Les tubes ailetés de cet échangeur sont des tubes profilés en alliage d'aluminium « 6060 ».

Les caractéristiques principales de cet échangeur :

- Pression de service maximale = 30 bar.
- Perte de charge (entrée-sortie) = 0.2 bar.
- Poids à vide = 80 Kg.

Les caractéristiques du tube à ailettes sont :

- Surface d'échange extérieure =  $4705 \text{ cm}^2/\text{m}$
- Surface d'échange intérieure =  $723 \text{ cm}^2/\text{m}$
- Section de passage =  $4.15 \text{ cm}^2$
- Poids =  $4.8 \text{ Kg}/\text{m}$ .

Les traversées de fixation et les pieds de support sont également réalisés en alliage d'aluminium de type « 6060 », tan disque les tubes cintrés reliant les tubes sont en alliage d'aluminium « 5754 ».

La fixation des différents éléments entre eux est effectuée avec de la boulonnerie en acier cadmié.

Valeurs de la température du fluide réfrigérant, le rayon de la glace et la température interne de la paroi du tube pour un débit deux, trois et quatre fois plus grand que 0.00366Kg/s.

Tableau T

0,001	113	113	113	113
0,002	113,4464	113,2232	113,1488	113,1116
0,003	113,893	113,4464	113,2976	113,2232
0,004	114,3396	113,6697	113,4464	113,3348
0,005	114,7863	113,8929	113,5952	113,4464
0,006	115,2331	114,1162	113,7441	113,558
0,007	115,6801	114,3395	113,8929	113,6697
0,008	116,1271	114,5629	114,0418	113,7813
0,009	116,5742	114,7862	114,1906	113,8929
0,01	117,0214	115,0096	114,3395	114,0046
0,011	117,4688	115,2331	114,4884	114,1162
0,012	117,9162	115,4565	114,6373	114,2279
0,013	118,3637	115,68	114,7862	114,3395
0,014	118,8114	115,9035	114,9351	114,4512
0,015	119,2592	116,127	115,0841	114,5628
0,016	119,7071	116,3505	115,233	114,6745
0,017	120,1551	116,5741	115,382	114,7862
0,018	120,6032	116,7977	115,5309	114,8979
0,019	121,0514	117,0213	115,6799	115,0096
0,02	121,4998	117,2449	115,8289	115,1213
0,021	121,9482	117,4686	115,9779	115,233
0,022	122,3969	117,6923	116,1269	115,3447
0,023	122,8456	117,916	116,2759	115,4564
0,024	123,2944	118,1398	116,4249	115,5681
0,025	123,7434	118,3635	116,574	115,6799
0,026	124,1924	118,5873	116,723	115,7916
0,027	124,6417	118,8112	116,8721	115,9033
0,028	125,091	119,035	117,0212	116,0151
0,029	125,5405	119,2589	117,1703	116,1268
0,03	125,9901	119,4828	117,3194	116,2386
0,031	126,4398	119,7068	117,4685	116,3503
0,032	126,8897	119,9307	117,6176	116,4621
0,033	127,3397	120,1547	117,7667	116,5739
0,034	127,7898	120,3788	117,9159	116,6857
0,035	128,2401	120,6028	118,065	116,7975
0,036	128,6905	120,8269	118,2142	116,9093
0,037	129,141	121,051	118,3634	117,0211
0,038	129,5917	121,2752	118,5126	117,1329
0,039	130,0426	121,4993	118,6618	117,2447
0,04	130,4935	121,7236	118,811	117,3566
0,041	130,9446	121,9478	118,9603	117,4684
0,042	131,3959	122,1721	119,1095	117,5802
0,043	131,8473	122,3964	119,2588	117,6921
0,044	132,2988	122,6207	119,4081	117,8039
0,045	132,7505	122,845	119,5573	117,9158
0,046	133,2024	123,0694	119,7066	118,0277
0,047	133,6544	123,2939	119,8559	118,1395
0,048	134,1066	123,5183	120,0053	118,2514
0,049	134,5588	123,7428	120,1546	118,3633

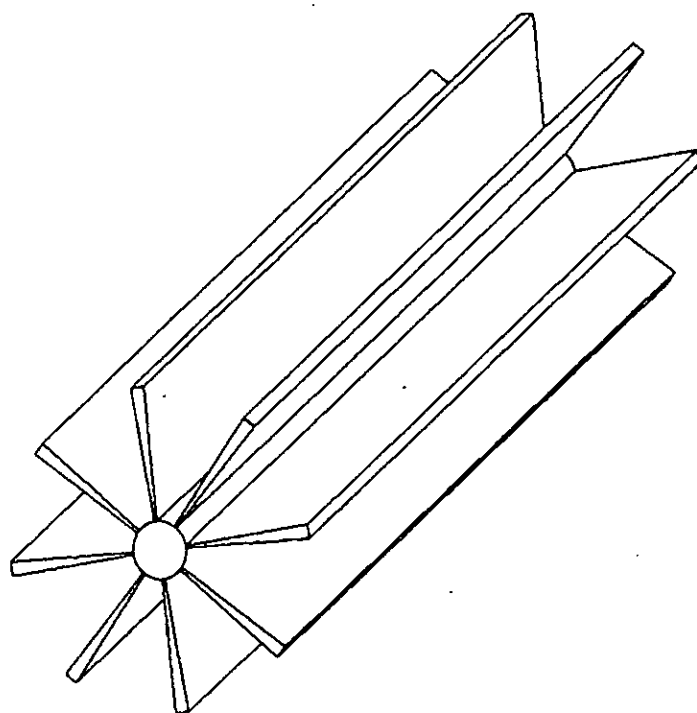


Tableau re

0,001	0	0	0	0
0,002	22,2282	22,2404	22,2444	22,2464
0,003	22,2039	22,2282	22,2363	22,2404
0,004	22,1794	22,216	22,2282	22,2343
0,005	22,1549	22,2039	22,2201	22,2282
0,006	22,1304	22,1917	22,212	22,2221
0,007	22,1057	22,1794	22,2039	22,216
0,008	22,081	22,1672	22,1957	22,21
0,009	22,0562	22,1549	22,1876	22,2039
0,01	22,0313	22,1426	22,1794	22,1978
0,011	22,0063	22,1303	22,1713	22,1917
0,012	21,9813	22,118	22,1631	22,1855
0,013	21,9561	22,1057	22,1549	22,1794
0,014	21,931	22,0933	22,1467	22,1733
0,015	21,9057	22,0809	22,1385	22,1672
0,016	21,8804	22,0685	22,1303	22,1611
0,017	21,855	22,0561	22,1221	22,1549
0,018	21,8295	22,0437	22,1139	22,1488
0,019	21,8039	22,0312	22,1057	22,1426
0,02	21,7783	22,0188	22,0974	22,1365
0,021	21,7526	22,0063	22,0892	22,1303
0,022	21,7268	21,9938	22,0809	22,1242
0,023	21,7009	21,9812	22,0727	22,118
0,024	21,675	21,9687	22,0644	22,1118
0,025	21,649	21,9561	22,0561	22,1057
0,026	21,6229	21,9435	22,0478	22,0995
0,027	21,5968	21,9309	22,0395	22,0933
0,028	21,5706	21,9183	22,0312	22,0871
0,029	21,5443	21,9057	22,0229	22,0809
0,03	21,5179	21,893	22,0146	22,0747
0,031	21,4915	21,8803	22,0063	22,0685
0,032	21,465	21,8676	21,9979	22,0623
0,033	21,4384	21,8549	21,9896	22,0561
0,034	21,4118	21,8422	21,9812	22,0499
0,035	21,3851	21,8294	21,9729	22,0437
0,036	21,3583	21,8166	21,9645	22,0375
0,037	21,3314	21,8038	21,9561	22,0312
0,038	21,3045	21,791	21,9477	22,025
0,039	21,2775	21,7782	21,9393	22,0188
0,04	21,2504	21,7654	21,9309	22,0125
0,041	21,2233	21,7525	21,9225	22,0063
0,04	21,1961	21,7396	21,9141	22
0,043	21,1688	21,7267	21,9056	21,9938
0,044	21,1415	21,7138	21,8972	21,9875
0,045	21,114	21,7009	21,8888	21,9812
0,046	21,0866	21,6879	21,8803	21,9749
0,047	21,059	21,6749	21,8718	21,9687
0,048	21,0314	21,6619	21,8634	21,9624
0,049	21,0037	21,6489	21,8549	21,9561
0,05	20,9759	0	0	0

Tableau T<sub>1</sub>

0,001	0	0	0	0
0,002	180,7482	180,6412	180,6056	180,5878
0,003	180,9627	180,7482	180,6769	180,6412
0,004	181,1779	180,8553	180,7482	180,6947
0,005	181,3938	180,9627	180,8196	180,7482
0,006	181,6105	181,0702	180,8911	180,8017
0,007	181,8279	181,1779	180,9626	180,8553
0,008	182,046	181,2857	181,0343	180,909
0,009	182,2648	181,3938	181,106	180,9626
0,01	182,4842	181,502	181,1778	181,0164
0,011	182,7044	181,6105	181,2497	181,0702
0,012	182,9252	181,7191	181,3217	181,124
0,013	183,1467	181,8279	181,3938	181,1778
0,014	183,3688	181,9368	181,4659	181,2318
0,015	183,5916	182,0459	181,5382	181,2857
0,016	183,815	182,1552	181,6105	181,3397
0,017	184,039	182,2647	181,6828	181,3938
0,018	184,2637	182,3743	181,7553	181,4479
0,019	184,489	182,4842	181,8278	181,502
0,02	184,7148	182,5941	181,9004	181,5562
0,021	184,9413	182,7043	181,9731	181,6104
0,022	185,1684	182,8146	182,0459	181,6647
0,023	185,396	182,9251	182,1187	181,719
0,024	185,6243	183,0358	182,1917	181,7734
0,025	185,853	183,1466	182,2647	181,8278
0,026	186,0824	183,2576	182,3377	181,8822
0,027	186,3123	183,3687	182,4109	181,9368
0,028	186,5428	183,48	182,4841	181,9913
0,029	186,7738	183,5914	182,5574	182,0459
0,03	187,0053	183,7031	182,6308	182,1005
0,031	187,2374	183,8148	182,7042	182,1552
0,032	187,47	183,9268	182,7778	182,2099
0,033	187,7031	184,0388	182,8514	182,2646
0,034	187,9367	184,1511	182,925	182,3194
0,035	188,1709	184,2635	182,9988	182,3743
0,036	188,4055	184,376	183,0726	182,4291
0,037	188,6406	184,4888	183,1465	182,4841
0,038	188,8763	184,6016	183,2205	182,539
0,039	189,1124	184,7146	183,2945	182,594
0,04	189,349	184,8278	183,3686	182,6491
0,041	189,586	184,9411	183,4428	182,7042
0,042	189,8235	185,0545	183,517	182,7594
0,043	190,0616	185,1681	183,5914	182,8145
0,044	190,3	185,2819	183,6658	182,8698
0,045	190,5389	185,3958	183,7402	182,925
0,046	190,7783	185,5098	183,8148	182,9803
0,047	191,0181	185,624	183,8894	183,0356
0,048	191,2584	185,7383	183,9641	183,091
0,049	191,4991	185,8528	184,0388	183,1465
0,05	191,7402	0	0	0



*Dimension géométriques d'un tube aileté*