

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

École Nationale Polytechnique

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

Projet de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état  
en génie mécanique



**Etude**  
**des écoulement en turbomachines**  
**par la méthode des singularités**  
 Application à un cylindre tournant au bord d'attaque,  
 et au bord de fuite d'un profil aérodynamique  
 (sous MATLAB)

Proposé et dirige par

M : M. BOUDJEMAA

Etudié par

R. GHARBI

Promotion 2000

E.N.P 10, Avenue Hassen Badi, 16200 EL-Harrech, Algèr

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

*République Algérienne Démocratique et Populaire*

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

*Ecole Nationale Polytechnique*

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

*Projet de fin d'études*

*En vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état  
en génie mécanique*

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHÈQUE  
المعهد  
Ecole Nationale Polytechnique

*Etude*  
**des écoulements en turbomachines  
par la méthode des singularités**

**Application à un cylindre tournant au bord d'attaque,  
et au bord de fuite d'un profil aérodynamique  
(sous MATLAB)**

*Proposé et dirigé par*

*M. BOUDJEMAA M.*

*Etudié par*

*GHARBI Radouane*

*Promotion 2000*

*E.N.P 10, Avenue Hassen Badi, 16200 EL-Harrach, Alger*

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Adouane

Es Hadj, Abdessasset et Ferhat

et à tous mes amis surtout

Mes frères et sœurs, en particulier *Absem*

Mes parents

Je dédie ce modeste travail à :

**DÉDICACE**

المكتبة الوطنية للتكنولوجيا  
BIBLIOTHEQUE —  
Ecole Nationale Polytechnique

## Remerciements

*Je remercie Allah de m'avoir donné la volonté afin d'arriver à la finalité de ce modeste travail.*

*Je tiens à remercier également mon promoteur Mr. BOUDJEMAA pour sa confiance et ses encouragements.*

*Je n'oublie pas de remercier M<sup>elle</sup> AMOR de son aide ainsi que, Massaoud, Faouez, Samir, Younes, Hmada, Ismail, Aïssa, Mebarek,, Fateh, Omar... .*

## ملخص



قمنا في هذه الدراسة بتطبيق طريقة الأحاديات من اجل دراسة تأثير دوران اسطوانة في الموضوع الجبهي و الخلفي للجناح (وسط انسياب دائم، غير ضغوط)، على معاملات الضغط و الرفع (الحمل).

من اجل هذا اعتبرنا المجموع جناح-اسطوانة كحاجز له مساحات متحركة. ثم أجرينا مقارنة مع دراسة تجريبية.

الكلمات المفتاحية: الأحاديات، جناح، أسطوانة، دالة الكمون المعقدة، مطلب.

## Abstract

In this present work, one has applies the singularity method for survey influences him of a rotating cylinder to the side of attack and the side of flight (in a permanent out-flow, incompressible), on coefficients of pressure and lift.

We have conceded for this, the whole profile-cylinder like an obstacle has some mobile surfaces. And we have compare with a tentative survey.

**Words key:** *singularities, profile, cylinder, complex potential function, MATLAB.*

## Résumé

Dans cette présent étude, on a applique la méthode des singularités pour étude l'influence d'un cylindre tournante au bord d'attaque et au bord de fuite (dans un écoulement permanent, incompressible), sur les coefficients de pression et de portance.

Nous avons concéder pour ce-la, l'ensemble profil-cylindre comme un obstacle ayons des surfaces mobiles. Et nous avons comparons avec une étude expérimentale

**Mots clés :** *Singularité, profil, cylindre, fonction potentielle complexe, MATLAB.*

## Notations



## Chapitre I

- $C$  : Vitesse complexe.  
 $C'$  : Vitesse complexe conjuguée.  
 $\alpha$  : Direction de l'écoulement supposé uniforme.  
 $F(z)$  : Potentielle complexe.  
 $r$  : Module de  $z$ .  
 $Z$  : Affixe d'un point quelconque du plan.  
 $\theta$  : Argument de  $z$ .  
 $u$  : Composant de la vitesse suivant  $ox$ .  
 $v$  : Composant de la vitesse suivant  $oy$ .  
 $\phi$  : Potentiel de vitesses.  
 $\Psi$  : Fonction de courant.  
 $\Gamma$  : circulation du vecteur vitesse.  
 $Q_v$  : Débit d'une source.

## Chapitre II

- $[A]$  : Matrice d'influence.  
 $[B]$  : Seconde membre du système linéaire.  
 $G(i,j), F(i,j), W(i,j), H(i,j)$  : Fonctions d'influence.  
 $C$  : Vitesse absolue de l'écoulement en un point du plan  $(x,y)$   
 $C'$  : Vitesse conjuguée.  
 $C_0$  : Vitesse de l'écoulement à l'infini amont.  
 $F(z)$  : Potentiel complexe de l'écoulement.  
 $n$  : Nombre totale des panneaux.  
 $L_j$  : Longueur de panneaux  $j$ .  
 $S_j$  : Abscisse curviligne.  
 $u, v$  : Composantes axiale et tangentielle de la vitesse.  
 $Z=x+iy$  : Affixe d'un point quelconque du plan.  
 $Z_j=x_j+iy_j$  : Affixe d'un tourbillon (ou vortex)  
 $\alpha$  : Direction de l'écoulement supposé uniforme.  
 $\delta$  : Inclinaison du segment porteur  
 $\gamma(s)$  : Direction de vorticités.  
 $\gamma_s(j)$  : Vorticité au sommet  $j$ .

- $P$  : Pression.  
 $X(i)$  : Abscisse du point de contrôle  $i$ .  
 $Y(i)$  : Ordonnée du point de contrôle  $i$ .  
 $Xs(i)$  : Abscisse du point de contrôle  $j$   
 $Ys(j)$  : Ordonnée du point de contrôle  $j$ .  
 $C_p$  : Coefficient de pression.

## Chapitre IV

- $x_s$  : Abscisse du point de somme du profil.  
 $y_s$  : Ordonnée du point de somme du profil.  
 $f$  : Fonction du point de profil.  
 $x_{min}$  : La distance minimum.  
 $(x_0, y_0)$  : Coordonnée de l'origine de cercle.  
 $P1, P2$  : Les points d'intersection.  
 $r$  : Rayon de cylindre.  
 $C_{Si}$  : La vitesse sur le panneau du profil.  
 $C_{Ci}$  : La vitesse sur le panneau de cylindre.  
 $U_c$  : Vitesse de rotation.  
 $U$  : Vitesse de l'écoulement.  
 $IntXp$  : L'intervalle où les points choisie.  
 $(x_{Pl}, y_{Pl})$  : Le point de pointure.  
 $(x_{S(pi)}, y_{S(pi)})$  : Le point le plus proche pour le profil.  
 $(x_{C(pi)}, y_{C(pi)})$  : Le point le plus proche pour le cylindre.

## Sommaire



## INTRODUCTION GENERALE

## CHAPITRE I : GENERALITES SUR LA MECANIQUE DES FLUIDES ..... 1

|   |    |
|---|----|
| I.1 L'EQUATION DE CONTINUITÉ.....                             | 1  |
| I.2 LA FONCTION DE COURANT.....                               | 1  |
| I.3 DEFINITION DE LA LIGNE DE COURANT.....                    | 2  |
| I.4 ECOULEMENT IRROTATIONNEL ET FONCTION POTENTIELLE.....     | 2  |
| I.5 NOTION DE LA CIRCULATION.....                             | 3  |
| I.6 NOTION DU POTENTIEL COMPLEXE.....                         | 4  |
| I.7 PROPRIETES DE LA FONCTION POTENTIELLE COMPLEXE.....       | 5  |
| I.8 SINGULARITES ELEMENTAIRES.....                            | 5  |
| I.8.1 Ecoulement parallèle uniforme.....                      | 5  |
| I.8.2 Ecoulement tourbillonnaire.....                         | 7  |
| I.8.3 Ecoulement de type source ou puits.....                 | 10 |
| I.9 PRINCIPE DE SUPERPOSITION D'ECOULEMENTS ELEMENTAIRES..... | 11 |

## CHAPITRE II : PRESENTATION DE LA METHODE DES SINGULARITES (A UN PROFIL ISOLE) ..... 13

|   |    |
|---|----|
| II.1 INTRODUCTION.....                                | 13 |
| II.2 PROCEDURE DE DISCRETISATION.....                 | 13 |
| II.3 CHOIX DE LA DISTRIBUTION.....                    | 14 |
| II.4 CALCUL DU CHAMP DE VITESSE AUTOUR DU PROFIL..... | 15 |
| II.5 CONDITIONS AUX LIMITES.....                      | 16 |
| II.5.1 Condition de glissement.....                   | 17 |
| II.5.2 Etablissement des fonctions d'influence.....   | 17 |
| II.5.3 Condition de KUTTA-JOUKOWSKI.....              | 18 |
| II.6 CALCUL DES CARACTERISTIQUES DE L'ECOULEMENT..... | 19 |
| II.6.1 Calcul de la vitesse tangentielle.....         | 19 |
| II.6.2 Calcul des coefficients de pression.....       | 20 |

## CHAPITRE III : INTRODUCTION GENERALE AU MATLAB..... 21

|   |    |
|---|----|
| III.1 INTRODUCTION.....                             | 21 |
| III.2 NOTION DE BASE DE MATLAB.....                 | 21 |
| III.2.1 Type de données.....                        | 21 |
| III.2.2 Espaces des travaux.....                    | 21 |
| III.2.3 Les opérations arithmétiques.....           | 22 |
| III.4 LES POLYNOMES.....                            | 23 |
| III.5 INTERPOLATION.....                            | 24 |
| III.6 VALEURS SPECIALES.....                        | 25 |
| III.7 FONCTION RETOURNANT UNE VALEUR LOGIQUE.....   | 26 |
| III.8 REALISATION D'INTERFACE GRAPHIQUE.....        | 27 |
| III.9 L'INTERFACE REALISEE POUR LE PROGRAMME :..... | 28 |



|  |           |
|--|-----------|
| <b>CHAPITRE IV : APPLICATION DE LA METHODE DES SINGULARITES (AVEC MATLAB).....</b> | <b>30</b> |
| IV.1 LA MODELISATION.....  | 30        |
| IV.1.1 <i>L'interpolation du profil.....</i>                                       | 30        |
| IV.1.2 <i>Génération des points du cylindre.....</i>                               | 33        |
| IV.1.3 <i>Détermination des points d'intersections.....</i>                        | 34        |
| IV.1.4 <i>Fusion du cylindre dans le profil.....</i>                               | 37        |
| IV.2 SUPERPOSITION DES VITESSES.....   | 37        |
| IV.3 PRESENTATION GENERALE DE L'ALGORITHME.....                                    | 38        |
| IV.4 L'ORGANIGRAMME.....   | 38        |
| <b>CHAPITRE V : RESULTATS ET DISCUSSIONS.....</b>                                  | <b>40</b> |
| V.1 INTRODUCTION.....  | 40        |
| V.2 L'EFFET DE L'INTERPOLATION.....  | 40        |
| V.2.1 <i>l'effet de l'interpolation sur la portance.....</i>                       | 43        |
| V.2.2 <i>l'effet de l'interpolation sur la pression.....</i>                       | 43        |
| V.3 CYLINDRE ISOLE.....  | 44        |
| V.3.1 <i>L'influence de l'écoulement d'incidence sur un cylindre isolé.....</i>    | 45        |
| V.4 L'EFFET D'UN CYLINDRE AU BORD D'ATTAQUE.....                                   | 46        |
| V.4.1 <i>L'effet de rotation du cylindre au bord d'attaque.....</i>                | 47        |
| V.4.2 <i>L'effet de position du cylindre au bord d'attaque.....</i>                | 48        |
| V.5 L'EFFET D'UN CYLINDRE AU BORD DE FUITE.....                                    | 49        |
| V.5.1 <i>L'effet du rayon sur la portance et la pression.....</i>                  | 51        |
| V.5.2 <i>L'effet de positionnement du cylindre.....</i>                            | 52        |
| V.6 L'EFFET D'UN CYLINDRE A LA FIN DU BORD DE FUITE.....                           | 53        |
| V.7 COMPARAISON ENTRE LES RESULTATS EXPERIMENTALES ET THEORIQUES.....              | 56        |
| V.7.1 <i>Profil isolé.....</i>   | 56        |
| V.7.2 <i>Profil avec cylindre au bord d'attaque.....</i>                           | 57        |
| V.7.3 <i>Cylindre au bord de fuit.....</i>   | 58        |
| V.7.4 <i>Cylindre au bord d'attaque et bord de fuit.....</i>                       | 59        |
| <b>CONCLUSION GENERALE.....</b>  | <b>60</b> |

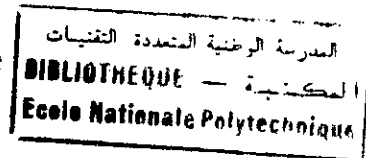
## LISTE DES FIGURES

### ANNEXE A

### ANNEXE B

## Bibliographe

## Introduction générale



Afin de minimiser les effets secondaires de certains phénomènes, et de pouvoir les contrôler, comme par exemple le contrôle de la séparation des couches limites par rapport aux parois, Les scientifiques et les ingénieurs ont utilisé des procédés tels que l'aspiration, le soufflage, la génération de vortex (pour au moins retarder la séparation).

Notre travail est basé sur une étude expérimentale [1] qui étudie l'influence d'un cylindre(s) au bord d'attaque et au bord de fuite sur les coefficients de pression et de portance, on a donc utilisé la méthode des singularités introduite par MARTENSON en 1959, cette méthode d'après une étude comparative [2], est la plus rapide et, de plus elle est étendue aux cas tridimensionnels. Elle est aussi appliquée pour l'étude des caractéristiques des ailes fixes [3], des cascades, et des ailes en mouvement avec sillage.

Le travail consiste à mettre un cylindre au bord d'attaque ce la se fait [4] avec une procédure itérative de calcul, mais il est limité à un cas bien défini, c'est à dire que le nombre de points du profil, la position du cylindre, le type du profil,... sont fixes, cette technique présente une certaine complication.

Notre objectif est d'appliquer la méthode des singularités sur l'ensemble «profil-cylindre(s)» considéré comme un obstacle dont la forme globale est composée d'une partie du profil et d'une partie du cylindre. Dans ce cas le problème devient plus simple et revient à appliquer la méthode des singularités sur une forme géométrique uniquement.

Pour cela on a développé un logiciel et, on a choisi l'environnement du MATLAB caractérisé par sa puissance de visualisation. Ce logiciel nous permettra d'étudier plusieurs cas avec des données choisies.

On se propose pour cela de présenter le plan de travail suivant :

Dans le chapitre 'I' intitulé par généralités sur la mécanique des fluides, où on va donner des notions dont on a besoin pour l'application de la méthode des singularités.

Le chapitre 'II' est consacré à montrer l'application de cette méthode à un profil isolé.

Dans Le chapitre 'III' on parlera du logiciel MATLAB, où on commence à l'utiliser en mécanique des fluides.

Après avoir vu la méthode des singularités dans sa forme mathématique, le chapitre 'IV' présente l'application de la méthode avec les caractéristiques spécifiés pour MATLAB.

Finalement au chapitre 'V' on présentera et on discutera les résultats trouvés d'une certaine façon qui prouvera le choix des paramètres.

# Chapitre I

## Généralités sur la mécanique des fluides

## Généralités sur la mécanique des fluides

Avant tout il faut donner quelques notions de la mécanique des fluides utilisées durant cette étude ; par la définition des équations de continuité, lignes de courant, potentielle complexe, singularités élémentaires (uniforme, source-puits et vortex), et le principe de superposition indispensable pour l'application de la méthode des singularités.

### I.1 L'équation de continuité

Dans l'hypothèse où le fluide est en mouvement supposé un milieu continu (en l'absence de cavitation), la notion de continuité permet d'écrire l'équation de continuité suivante [5] :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{V} = 0 \quad (\text{I.1})$$

Deux cas nous intéressent particulièrement :

- Si le mouvement est permanent (écoulement stationnaire) l'équation se réduit à :

$$\nabla \cdot \rho V = 0 \quad (\text{I.2})$$

ou :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

- Si le fluide est incompressible (la densité du fluide  $\rho$  est constante), donc (I.1) devient :

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (\text{I.3})$$

D'où :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

### I.2 La fonction de courant

Les écoulements stables, incompressibles, bidimensionnels représentent un des types simples d'écoulement ayant une importance pratique[6].

Pour un écoulement plan, l'équation de continuité (I.1), se réduit à :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{I.4})$$

Cette équation suggère que si on définit une fonction  $\Psi(x,y)$ , appelée fonction de courant, donnée comme suit :

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (\text{I.5})$$

### ***1.3 Définition de la ligne de courant***

La ligne de courant est une courbe tangente en chacun de ses points au vecteur vitesse; elle est définie par l'égalité suivante :

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} \quad (\text{I.6})$$

Où  $u, v, w$  sont les composantes de la vitesse  $\vec{C}$ .

### ***1.4 Ecoulement irrotationnel et fonction potentielle***

On dit qu'un écoulement est à potentiel de vitesses si le champ des vitesses dérive d'un potentiel. C'est à dire si :

$$\vec{C} = \overrightarrow{\text{grad}}\phi \quad \text{où } \phi : \text{potentiel des vitesses.}$$

Donc :

$$\text{En coordonnées cartésiennes : } \vec{C} = \begin{pmatrix} u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ w = \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (\text{I.7})$$

$$\text{En coordonnées cylindriques : } \vec{C} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial r} \\ r \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (\text{I.8})$$

L'écoulement à potentiel de vitesses vérifie la relation :

$$\text{Rot}(\vec{C}) = \nabla \wedge C = 0 \quad (\text{I.9})$$

$$\text{Donc : } \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial y} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial z} = 0 \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial x} = 0 \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial x} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} = 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{L'écoulement est irrotationnel.}$$

### 1.5 Notion de la circulation

La circulation  $\Gamma$  d'un vecteur vitesse  $\vec{C}$  le long d'une courbe (L) est donnée par la relation :

$$\Gamma = \int_L \vec{C} \cdot \vec{ds} = \int_L C \cdot \cos \alpha \cdot ds \quad (\text{I.10})$$

$$\text{Avec : } \vec{ds} = \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix}$$

Le produit  $\vec{C} \cdot \vec{ds}$  permet de calculer  $\Gamma$  :

$$\Gamma = \int_L u dx + v dy + w dz$$

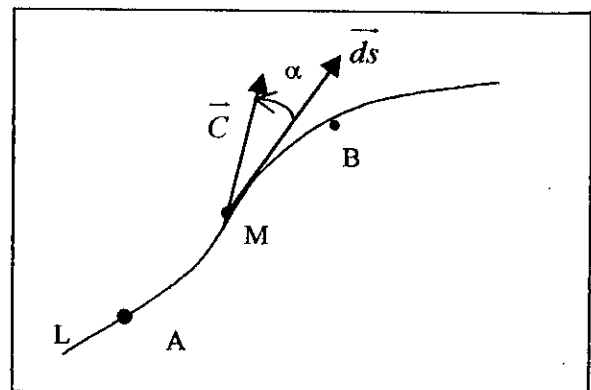


Fig.I.1. Circulation.

## 1.6 Notion du potentiel complexe

L'étude des écoulements plans à potentiel de vitesses est facilitée par l'introduction des fonctions complexes [7].

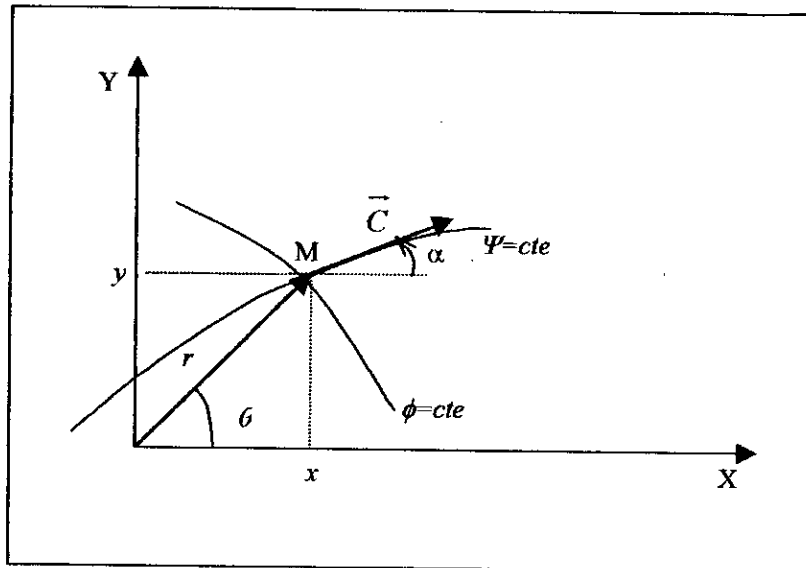


Fig.I.2. Représentation dans le plan complexe.

Au point M de coordonnées  $(x, y)$ , représenté sur la figure ci-avant, on fait correspondre une affixe complexe  $z$  telle que :

$$Z = x + iy = r(\cos\theta + i\sin\theta) = r \exp(i\theta) \quad (\text{I.11})$$

Avec :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{module de } z)$$

$$\theta = \arctan(y/x) \quad (\text{argument de } z)$$

De même, La vitesse  $\vec{C}$  au point M de composantes  $(u, v)$  peut être écrite sous forme vectorielle complexe :

$$\vec{C} = u + iv = C. (\cos\alpha + i\sin\alpha) = C. \exp(i\alpha) \quad (\text{I.12})$$

Dans le cadre de l'étude analytique, on introduit  $\phi$  et  $\psi$  par l'intermédiaire de la fonction potentiel complexe  $F(z)$  [8], avec  $F(z) = \phi + i\psi$ .



## I.7 Propriétés de la fonction potentielle complexe

La fonction potentielle complexe possède une dérivée unique en un point quelconque M.

$$\frac{dF}{dz} = \frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x} + i \frac{\partial \psi}{\partial x} = u - iv \quad (\text{I.13.a})$$

$$\frac{dF'}{dz} = \frac{\partial F'}{\partial y} = \frac{1}{i} \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} + i \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = u - iv \quad (\text{I.13.b})$$

Donc la dérivée de F par rapport à z est une vitesse complexe  $\overline{C'}$  appelée vitesse conjuguée de la vitesse  $\overline{C}$ .

$$C' = \frac{dF}{dz} = u - iv \quad (\text{I.13.c})$$

## I.8 Singularités élémentaires

Nous allons maintenant étudier quelques écoulements élémentaires : l'écoulement uniforme, source, tourbillon, et vortex. Nous analyserons ensuite comment les champs de vitesse de ces écoulements simples peuvent être combinés pour résoudre des problèmes plus complexes.

### I.8.1 Ecoulement parallèle uniforme

Le potentiel complexe de l'écoulement uniforme est défini par :

$$F(z) = C_0 z = C_0 (x + i.y) \quad (\text{I.14})$$

On sait que :  $F(z) = \phi + i.\Psi$

Par identification, on aura :

$$\phi = C_0.x \quad \text{et} \quad \Psi = C_0.y$$

Donc les composantes de la vitesse  $\overline{C}$  peuvent être calculées à partir des relations suivantes :

$$\bar{C} \begin{cases} u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} = C_0 \\ v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (\text{I.15})$$

On remarque bien que les lignes de courant sont des lignes droites horizontales ( $y = \text{const}$ ), et les lignes potentielles sont verticales ( $x = \text{const}$ ), donc orthogonales aux lignes de courant (voir Fig.I.3.).

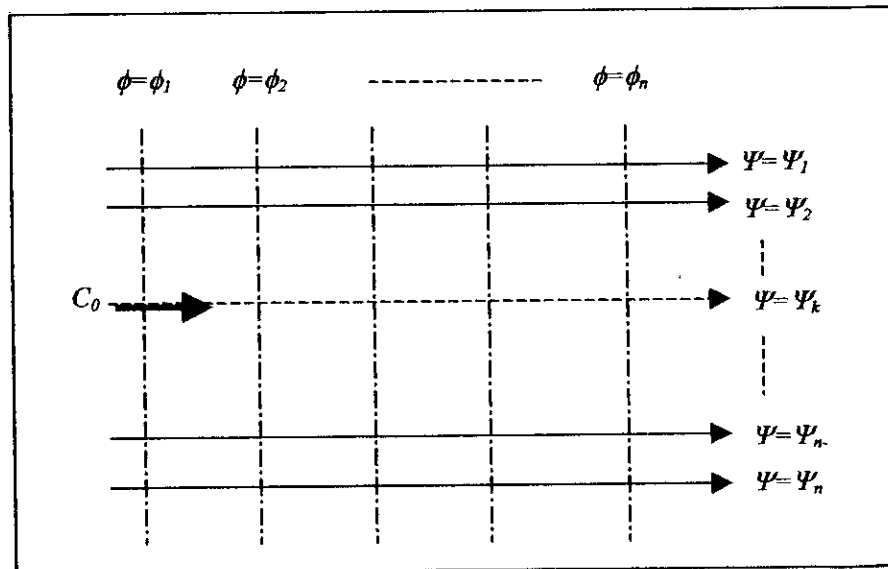


Fig.I.3. Ecoulement uniforme

Remarque :

Si l'écoulement forme un angle  $\alpha$  avec l'axe  $ox$  (Fig. I.4.), le potentiel complexe est donné par :

$$F(z) = C_0 \cdot z \cdot \exp(-i\alpha) = C_0 r \exp(i\theta) \exp(-i\alpha)$$

$$F(z) = C_0 [(x \cos \alpha + y \sin \alpha) + i(-x \sin \alpha + y \cos \alpha)]$$

Donc :

$$\begin{cases} \phi = C_0 (x \cos \alpha + y \sin \alpha) \\ \psi = C_0 (y \cos \alpha - x \sin \alpha) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} = C_0 \cos \alpha \\ v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = C_0 \sin \alpha \end{cases}$$

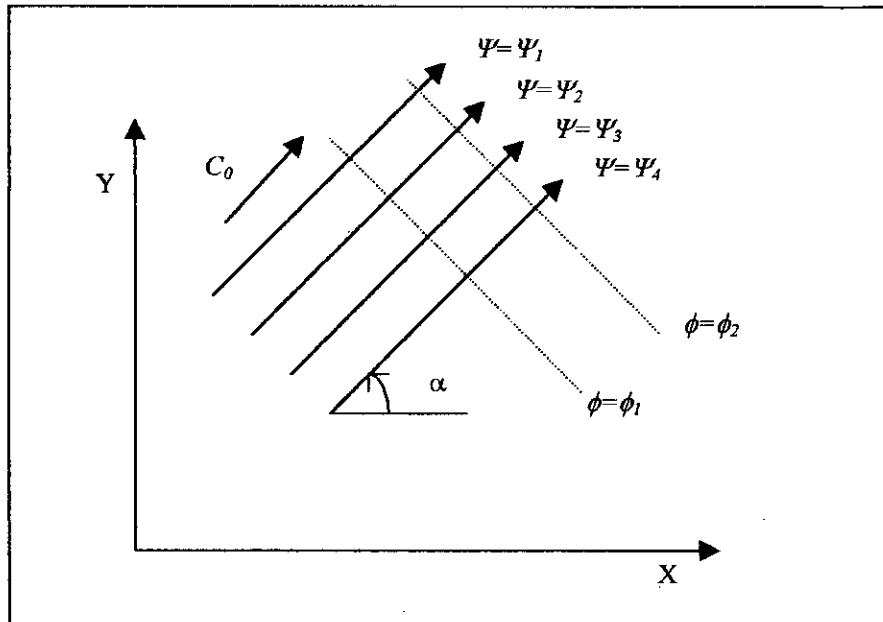


Fig.I.4. Ecoulement uniforme pour une direction arbitraire  $\alpha$ .

### I.8.2 Ecoulement tourbillonnaire

Le potentiel complexe de l'écoulement tourbillonnaire est défini par :

$$F(z) = \pm i C_0 \ln z \quad (\text{I.16})$$

traitons le cas positif, et en remplaçant  $Z = r \exp(i\theta)$  dans (1) on aboutit à :

$$F(z) = i C_0 \ln r - C_0 \theta$$

D'où :

$$\phi = -C_0 \cdot \theta = -C_0 \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \quad (\text{I.17.a})$$

$$\Psi = C_0 \cdot \ln r = C_0 \cdot \ln \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{I.17.b})$$

Les lignes de courant sont cette fois-ci des cercles concentriques, tandis que les équipotentiellees forment un faisceau de droite centrée sur l'origine (Fig.I.5.).

L'écoulement tourbillonnaire est caractérisé par la circulation du vecteur de vitesse :

$$\Gamma = \int_{\psi} \vec{C} ds \quad (\text{I.18})$$

Avec des abscisses curvilignes :  $ds = r d\theta$

$$C = C_u = -\frac{C_0}{r}$$

$$\Gamma = \int_{\psi} \frac{C_0}{r} \cdot r d\theta = 2\pi C_0 \quad (\text{I.19})$$

Donc, la circulation est une constante, quel que soit le cercle retenu.

D'où l'expression de la vitesse  $\vec{C}$  :

$$C = C_u = -\frac{\Gamma}{2\pi r} \quad (\text{I.20})$$

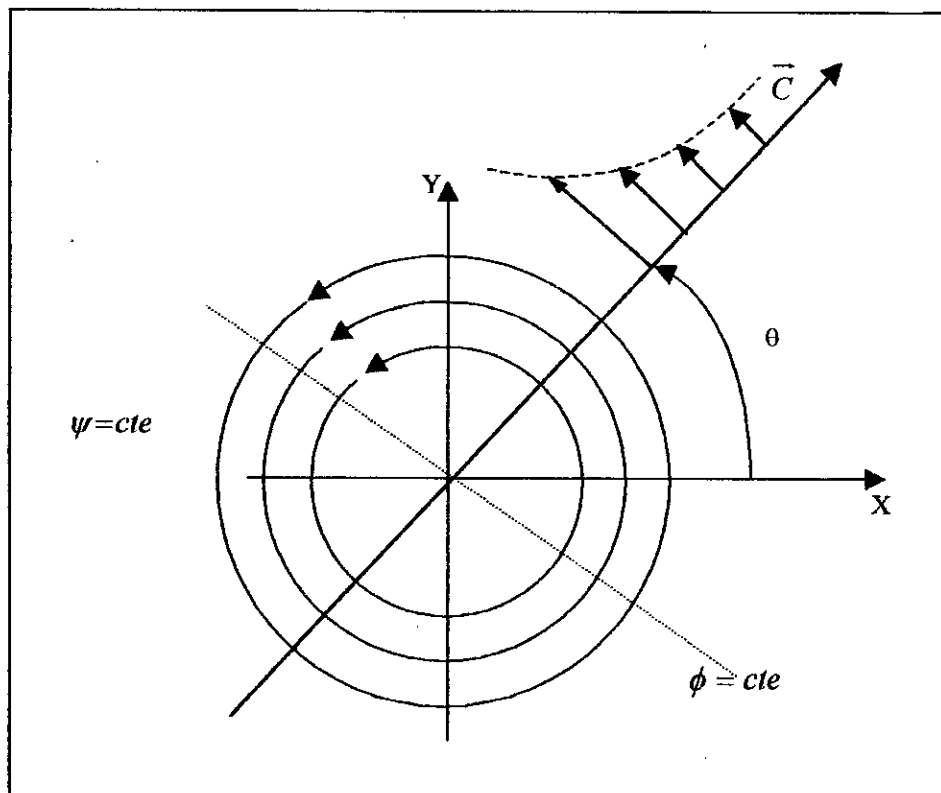


Fig.I.5. Ecoulement tourbillonnaire autour d'un axe Oz (ou vortex libre).

I.8.2.1 Calcul de la vitesse locale :

$$\vec{C} = \begin{cases} C_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0 \\ C_u = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -\frac{C_0}{r} \end{cases} \quad (\text{I.21})$$

La vitesse radiale est nulle, la vitesse circonférentielle est inversement proportionnelle à  $r$ . il s'agit de l'écoulement tourbillonnaire centré en  $O$  désigné par vortex libre.

Remarque :

Compte tenant de la relation (I.16), l'écoulement tourbillonnaire sera représenté par :

$$F(z) = i \cdot \frac{\Gamma}{2\pi} \ln z \quad (\text{I.22})$$

$$\text{Avec} \quad \begin{cases} \phi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \cdot \theta \\ \psi = \frac{\Gamma}{2\pi} \ln r \end{cases} \quad (\text{I.23})$$

Pour un tourbillon, décentré par rapport au centre du repère de l'affixe  $z_0$ , on écrira :

$$F(z) = i \cdot \frac{\Gamma}{2\pi} \ln(z - z_0) \quad (\text{I.24})$$

La vitesse conjugué

$$C' = \frac{dF}{dz} = \frac{i\Gamma}{2\pi} \left( \frac{1}{z - z_0} \right) = u - iv$$

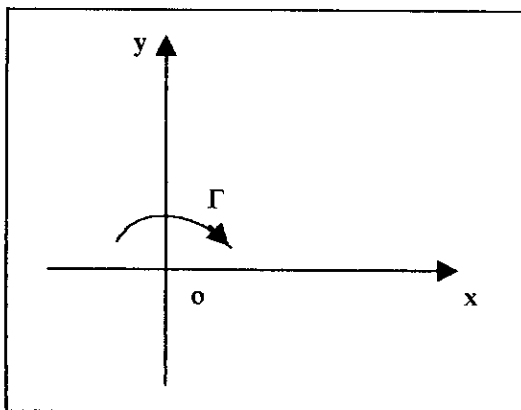


Fig.I.6.a). Tourbillon centré en  $O$

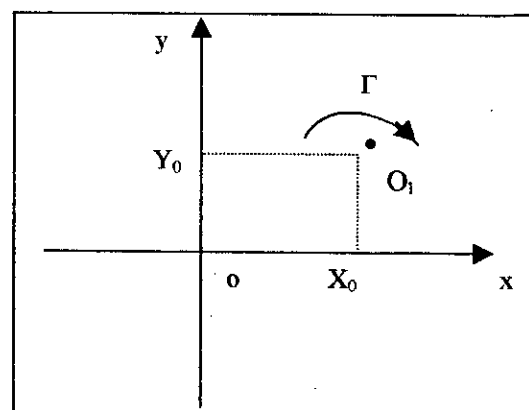


Fig.I.6.b) Tourbillon décentré à  $O_1$

### 1.8.3 Ecoulement de type source ou puits

Le potentiel complexe créé par une source de débit  $Q_v$  en un point M d'affixe  $z$  est [9]:

$$F(z) = \pm \frac{Q_v}{2\pi} \ln z \quad (1.25)$$

Traisons le cas positif, et en remplaçant en coordonnées polaires l'expression de  $z$  comme précédemment :

$$F(z) = \frac{Q_v}{2\pi} \ln[r \exp(i\theta)] \quad (1.26.a)$$

$$\text{et} \quad F(z) = \phi + i\psi \quad (1.26.b)$$

Après identification on aboutit à :

$$\begin{cases} \phi = \frac{Q_v}{2\pi} \ln r = \frac{Q_v}{2\pi} \ln \sqrt{x^2 + y^2} \\ \psi = \frac{Q_v}{2\pi} \theta = \frac{Q_v}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \end{cases} \quad (1.27)$$

Les équipotentiels sont des cercles centrés sur la source ( $r = \text{cte}$ ) et les lignes de courant des droites passant par l'origine ( $y/x = \text{cte}$ ).

#### 1.8.2.1 Champ des vitesses :

La vitesse locale  $\vec{C}$  induite en un point quelconque :

$$\vec{C} = \begin{cases} C_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{C_0}{r} \\ C_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = 0 \end{cases} \quad (1.28)$$

#### Remarque :

Pour une source (ou un puits), décentrée par rapport au centre du repère de l'affixe  $Z_0$ , on écrira :

$$F(z) = \pm C_0 \ln(z - z_0)$$

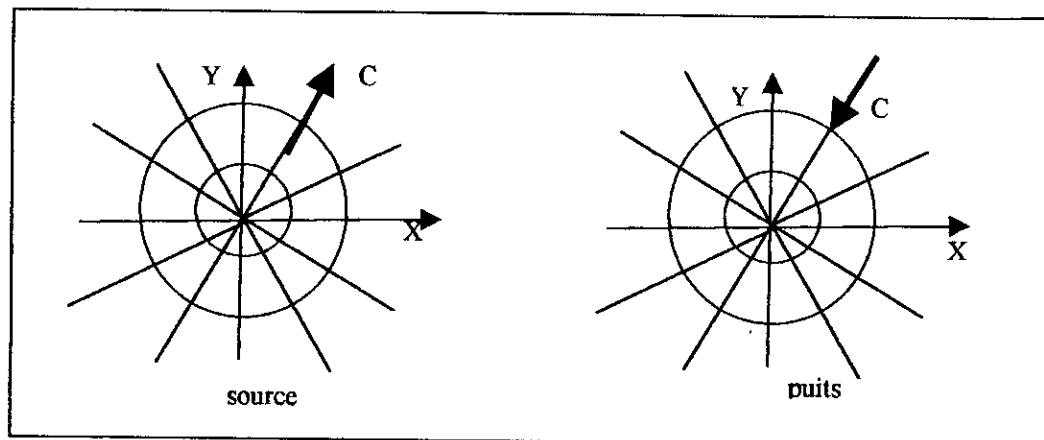


Fig.I.7. Source et puits de même débit

### I.9 Principe de superposition d'écoulements élémentaires

Le principe de superposition des écoulements se traduit par l'addition des fonctions potentielles complexes et par conséquent par l'addition des fonctions de courant  $\psi$  et des fonctions potentielles  $\phi$ .

Pour deux écoulements distincts :

$$F_1(z) = \phi_1 + i\psi_1$$

$$F_2(z) = \phi_2 + i\psi_2$$

La superposition de ces deux écoulements élémentaires a pour potentiel complexe :

$$F(z) = F_1(z) + F_2(z) = \phi + i\psi$$

$$\text{Où } \begin{cases} \phi = \phi_1 + \phi_2 \\ \psi = \psi_1 + \psi_2 \end{cases}$$

Ainsi, on peut démontrer que les vitesses s'additionnent vectoriellement :

$$\begin{cases} u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial(\phi_1 + \phi_2)}{\partial x} = \frac{\partial \phi_1}{\partial x} + \frac{\partial \phi_2}{\partial x} = u_1 + u_2 \\ v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial(\phi_1 + \phi_2)}{\partial y} = \frac{\partial \phi_1}{\partial y} + \frac{\partial \phi_2}{\partial y} = v_1 + v_2 \end{cases} \quad (\text{I.29})$$

**Exemple : superposition d'une source et un puits de même débit  $Q_v$** 

Considérons une source  $+Q_v/2\pi$  au point  $(x, y)=(-a, 0)$ , combinée à un puits de même débit  $Q_v$ , placé au point  $(x, y)=(+a, 0)$ , la fonction de courant résultante est la somme des deux fonctions de courant élémentaires.

Comme on a montré précédemment la fonction de courant de la source est :

$$\psi = \frac{Q_v}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \quad (\text{I.30})$$

Donc, la fonction de courant résultante [4] :

$$\psi = \psi_{\text{source}} + \psi_{\text{puits}} = \frac{Q_v}{2\pi} \operatorname{arctg} \left( \frac{y}{x+a} \right) - \frac{Q_v}{2\pi} \operatorname{arctg} \left( \frac{y}{x-a} \right) \quad (\text{I.31})$$

De même, la fonction potentielle résultante est :

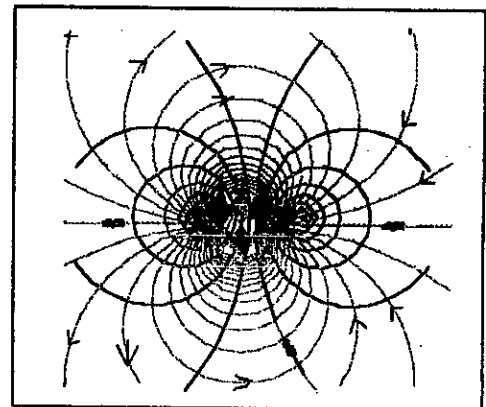
$$\phi = \phi_{\text{source}} + \phi_{\text{puits}} = \frac{Q_v}{2\pi} \ln [(x+a)^2 + y^2] - \frac{Q_v}{2\pi} \ln [(x-a)^2 + y^2] \quad (\text{I.32})$$

En utilisant les identités logarithmiques et trigonométriques, on aboutira finalement à :

$$\psi = -\frac{Q_v}{2\pi} a \operatorname{tang} \left( \frac{2ay}{x^2 + y^2 - a^2} \right) \quad (\text{I.33.a})$$

$$\phi = \frac{Q_v}{2\pi} \ln \frac{(x+a)^2 + y^2}{(x-a)^2 + y^2} \quad (\text{I.33.b})$$

Ces lignes sont dessinées dans la figure ci-dessous (Fig.1.8), qui sont deux familles de cercles orthogonales, avec des lignes de courant passant à travers la source et la puit et les lignes potentielles qui les encerclent.



**Fig.1.8 Superposition d'une source et d'un puits**



# Chapitre III

*Présentation  
de la  
méthode des singularités  
(à un profil isolé)*

## Présentation de la méthode des singularités (à un profil isolé)

*Ce chapitre présente la méthode des singularités pour un profil isolé pour déterminer les caractéristiques de l'écoulement, et cela après avoir appliqué les conditions aux limites (condition de glissement, condition de KUTTA-JOUKOWSKI) et résoudre un système d'équations linéaires.*

### II.1 Introduction

La méthode des singularités est intéressante pour analyser l'écoulement autour d'un profil aérodynamique [7]. Elle permet de trouver une solution particulière à l'équation de Laplace.

Pour cela, on dispose dans le plan d'étude d'une succession de singularités : sources, puits, tourbillons, tous centrés en des points convenablement choisis (à la surface des aubages Notamment) que l'on superpose à un écoulement uniforme de module et de directions données à l'infini Amont [4].

### II.2 procédure de discrétisation [9]

On fait une discrétisation du profil en (n) sommets de façon à former un polygone de n cotés Fig.II.1., les sommets sont reliés entre eux par des segments appelés "panneaux", au milieu de chaque panneau on place un point de contrôle (x(i), y(i)) tel que :

$$\begin{aligned} x(i) &= \frac{x_s(i) + x_s(i-1)}{2} \\ y(i) &= \frac{y_s(i) + y_s(i-1)}{2} \end{aligned} \tag{II.1}$$

A chaque panneau j, on associe un axe de coordonnées curvilignes  $S_j$  tel que : pour le point  $(x_s(j-1), y_s(j-1))$   $S_j=0$  et pour le point  $(x_s(j), y_s(j))$   $S_j=l_j$  ( $l_j$  est la longueur du panneau j).

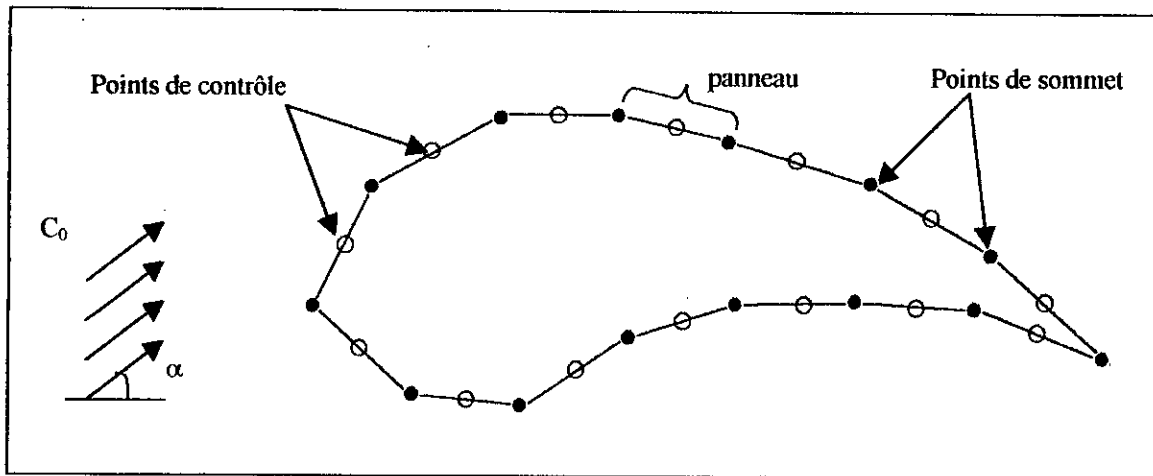


Fig.II.1 Procédure de Discrétisation.

Les coordonnées  $(x(j), y(j))$  d'un point appartenant au panneau  $j$  deviennent :

$$X(j) = Xs(j-1) + S_j \cos (\delta_j)$$

$$Y(j) = Ys(j-1) + S_j \sin (\delta_j)$$

Où :  $\delta_j$  représente l'angle d'inclinaison du panneau ( $j$ ).

### II.3 Choix de la distribution

On répartit le long de chaque panneau une charge constituée d'une distribution linéaire de vortex (Fig.II.2.).

$$\gamma(j) = \gamma_s(j-1) + \frac{\gamma_s(j) - \gamma_s(j-1)}{l_j} S_j \quad (II.2)$$

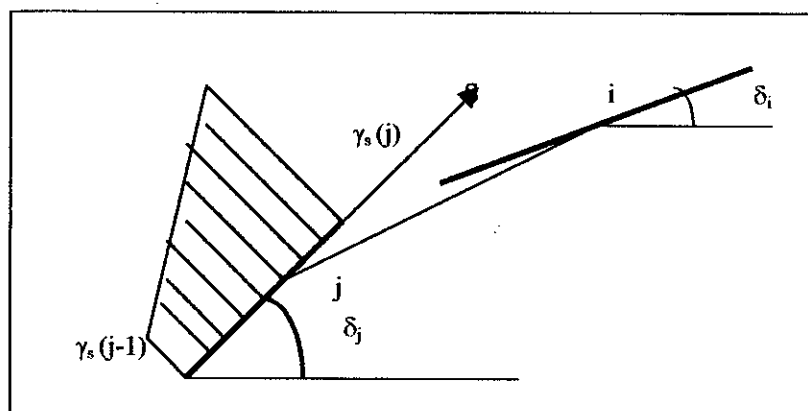


Fig.II.2. Distribution linéaire sur les panneaux.

## II.4 Calcul du champ de vitesse autour du profil

Le potentiel complexe induit par un point du panneau "j", d'affixe  $Z_j$ , en un point quelconque d'affixe  $Z$  est :

$$F(z) = \frac{-i}{2\pi} \gamma_j \ln(z - z_j) \quad (\text{II.3})$$

En notant que les affixes  $z$  et  $z_j$  s'écrivent respectivement :

$$z = x + iy \quad ; \quad z_j = x_j + iy_j$$

l'intégration le long du panneau, nous donne l'effet total de cette distribution :

$$F(z) = \frac{-i}{2\pi} \int_{l_j} \gamma(j) \ln(z - z_j) ds_j \quad (\text{II.4})$$

d'où on accède à la vitesse conjuguée  $C'$  par la relation classique :

$$C' = \frac{dF}{dz} = \frac{-i}{2\pi} \int_{l_j} \gamma(j) \frac{1}{z - z_j} ds_j \quad (\text{II.5.a})$$

$$C' = -\frac{i}{2\pi} \int_{l_j} \gamma(j) \frac{(x - x_j) - i(y - y_j)}{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2} ds_j$$

$$C' = -\frac{1}{2\pi} \left( \int_{l_j} \gamma(j) \frac{(y - y_j)}{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2} ds_j + i \int_{l_j} \gamma(j) \frac{(x - x_j)}{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2} ds_j \right) \quad (\text{II.5.b})$$

Pour le profil on dispose de ( $n$  panneaux), donc la vitesse conjuguée est donnée par les influences de tous les panneaux :

$$C' = -\frac{1}{2\pi} \left( \sum_{j=1}^n \int_{l_j} \gamma(j) \frac{(y - y_j)}{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2} ds_j + i \sum_{j=1}^n \int_{l_j} \gamma(j) \frac{(x - x_j)}{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2} ds_j \right) \quad (\text{II.5.c})$$

Après superposition à ces vortex d'un écoulement uniforme, la vitesse conjuguée en un point  $(x, y)$  de l'écoulement devient :

$$C' = C_0 \cos \alpha - \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^n \int_{j_1}^{j_2} \gamma(j) \frac{(y-y_j)}{(x-x_j)^2 + (y-y_j)^2} ds_j - i \left( C_0 \sin \alpha + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^n \int_{j_1}^{j_2} \gamma(j) \frac{(x-x_j)}{(x-x_j)^2 + (y-y_j)^2} ds_j \right)$$

D'où le vecteur vitesse :

$$\vec{C} = \begin{cases} u = C_0 \cos \alpha - \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^n \int_{j_1}^{j_2} \gamma(j) \frac{(y-y_j)}{(x-x_j)^2 + (y-y_j)^2} ds_j \\ v = C_0 \sin \alpha + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^n \int_{j_1}^{j_2} \gamma(j) \frac{(x-x_j)}{(x-x_j)^2 + (y-y_j)^2} ds_j \end{cases} \quad (II.6)$$

donc le vecteur de vitesse au point de contrôle  $(x_i, y_i)$

tel que :

$$x(i) = \frac{xs(i) + xs(i-1)}{2}$$

$$y(i) = \frac{ys(i) + ys(i-1)}{2}$$

est :

$$\vec{C}_i = \begin{cases} u_i = C_0 \cos(\alpha) - \frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \int_{j_1}^{j_2} \gamma(j) \frac{(y_i - y_j)}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} ds_j - \underbrace{\frac{\gamma_m}{2} \cos(\delta_i)}_{i=j} \\ v_i = C_0 \sin(\alpha) + \frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \int_{j_1}^{j_2} \gamma(j) \frac{(x_i - x_j)}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} ds_j - \underbrace{\frac{\gamma_m}{2} \sin(\delta_i)}_{i=j} \end{cases} \quad (II.7)$$

Où  $\frac{\gamma_m}{2}$  représente l'influence du panneau sur lui-même.

$$\frac{\gamma_m}{2} = \frac{\gamma_s(j) + \gamma_s(j-1)}{4}$$

## II.5 Conditions aux limites

la distribution des vorticités  $\gamma_s$  doit répondre à certaines conditions aux limites traduisant la réalité physique de l'écoulement. parmi eux, on peut citer la condition de glissement, et la condition de KUTTA-JOUKOWSKI.

### II.5.1 Condition de glissement

La distribution de vorticité  $\gamma(s)$  doit répondre aux conditions aux limites traduisant le glissement du fluide à la surface du profil, Cette condition est nécessaire Pour traduire l'imperméabilité du profil.

Donc :

$$\frac{v_i}{u_i} = \operatorname{tg} \delta_i \Rightarrow v_i \cos \delta_i = u_i \sin \delta_i \quad (\text{II.8})$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow C_0 \sin(\alpha) \cos(\delta_i) + \frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \int_{j_i} \gamma(j) \frac{(x_i - x_j) \cos(\delta_i)}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} ds_j - \frac{\gamma_m}{2} \sin(\delta_i) \cos(\delta_i) = \\ C_0 \cos(\alpha) \sin(\delta_i) - \frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \int_{j_i} \gamma(j) \frac{(y_i - y_j) \sin(\delta_i)}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} ds_j - \frac{\gamma_m}{2} \cos(\delta_i) \sin(\delta_i) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \int_{j_i} \gamma_j \left( \frac{(x_i - x_j) \cos(\delta_i) + (y_i - y_j) \sin(\delta_i)}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \right) ds_j = C_0 (\cos \alpha \sin \delta_i - \sin \alpha \cos \delta_i) \quad (\text{II.9})$$

On a :

$$\gamma_s(j) = \gamma_s(j-1) + \frac{\gamma_s(j) - \gamma_s(j-1)}{l_j} S_j$$

Donc :

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \int_{j_i} \left( \gamma_s(j-1) + \frac{\gamma_s(j) - \gamma_s(j-1)}{l_j} S_j \right) \left[ \frac{(x_i - x_j) \cos \delta_i + (y_i - y_j) \sin \delta_i}{2\pi [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]} \right] ds_j = C_0 \sin(\delta_i - \alpha) \quad (\text{II.10})$$

### II.5.2 Etablissement des fonctions d'influence

Les fonctions d'influence (G,F) représentent les caractéristiques géométriques de l'obstacle, elles sont données par les relations suivantes :

$$\begin{cases} G(i, j) = \int_{l_j} \left( \frac{(x_i - x_j) \cos \delta_i + (y_i - y_j) \sin \delta_i}{((x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2)} \right) ds_j \\ F(i, j) = \int_{l_j} \left( \frac{(x_i - x_j) \cos \delta_i + (y_i - y_j) \sin \delta_i}{((x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2)} \right) S_j ds_j \end{cases}$$

d'où :

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left[ G(i, j) \gamma_s(j-1) + F(i, j) \cdot \frac{\gamma_s(j) - \gamma_s(j-1)}{l_j} \right] = 2\pi C_0 \sin(\delta_i - \alpha) \quad (\text{II.11})$$

On remarque que l'intensité des singularités pour  $j=1$  n'est pas définie, donc on fait la sommation de  $j=2$  jusqu'à  $j= n+1$  et on confond le point  $j=n+1$  avec  $j=1$ .

On aura donc :

$$G(i, n+1) = G(i, 1)$$

$$F(i, n+1) = F(i, 1)$$

### II.5.3 Condition de KUTTA-JOUKOWSKI

Puisqu'on a  $n$  équations pour  $n+1$  inconnue, on a besoin d'une équation indépendante traduite par la condition de KUTTA-JOUKOWSKI qui s'écrit de la façon suivante :

Au niveau du bord de fuite la vitesse à l'extrados et la vitesse à l'intrados ont la même valeur finie, ce qui conduit à :

$$\gamma_s(n+1) + \gamma_s(1) = 0.$$

Où :  $\gamma(j)$  représente la valeur de la vorticité au point  $j$ .

On aboutit finalement à un système d'équations :

$$[A] \cdot \{\gamma_s\} = \{B\} \quad (\text{II.12})$$

où :  $B(i) = 2\pi C_0 \sin(\delta_i - \alpha)$

$$\text{et } A(i, j) = \begin{cases} A(i, 1) = G(i, 2) - \frac{F(i, 2)}{l_2} - \frac{F(i, 1)}{l_1} \\ A(i, j) = G(i, j+1) - \frac{F(i, j+1)}{l_{j+1}} + \frac{F(i, j)}{l_j} \\ A(i, n) = G(i, 1) + \frac{F(i, n)}{l_n} - \frac{F(i, 1)}{l_1} \end{cases}$$

La résolution du système linéaire (II.12) nous permet de déterminer les vorticités  $(\gamma_s(j), j = 1, n)$ . Par la suite, on peut facilement calculer les paramètres de l'écoulement (vitesses, coefficients de pression, etc.).

## II.6 Calcul des caractéristiques de l'écoulement

### II.6.1 Calcul de la vitesse tangentielle

Après avoir déterminé les vorticités  $\gamma_s$ , on les injecte pour calculer les  $C_i$  où :

$$C_i = -(u_i \cos \delta_i + v_i \sin \delta_i)$$

en remplaçant  $u_i, v_i$  dans l'équation (II.3) on aboutit finalement à :

$$C_i = -C_0 \cos(\alpha - \delta_i) + \frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \int_{l_j} \frac{((y_i - y_j) \cos \delta_j - (x_i - x_j) \sin \delta_j) ds_j}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} + \frac{\gamma_m}{2}$$

on aboutira finalement à l'expression finale de la vitesse :

$$C_i = -C_0 \cos(\alpha - \delta_i) + \frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left[ G(i, j) \gamma_s(j-1) + F(i, j) \frac{\gamma_s(j) - \gamma_s(j-1)}{l_j} \right] + \frac{\gamma_s(j) + \gamma_s(j-1)}{4} \quad (\text{II.13})$$

où :

$$G(i, j) = \frac{1}{2\pi} \int_{l_j} \left( \frac{(y_i - y_j) \cos \delta_i - (x_i - x_j) \sin \delta_i}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \right) ds_j$$

$$F(i, j) = \frac{1}{2\pi} \int_{l_j} \left( \frac{(y_i - y_j) \cos \delta_i - (x_i - x_j) \sin \delta_i}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \right) S_j ds_j$$



les valeurs de G et F pour  $i=j$  sont :

$$\begin{cases} G(i, j) = \pi \\ F(i, j) = \frac{\pi l_j}{2} \end{cases}$$

Et enfin la matrice d'influence :

$$\begin{cases} A(i, 1) = G(i, 2) - \frac{F(i, 2)}{l_2} - \frac{F(i, 1)}{l_1} \\ A(i, j) = G(i, j+1) - \frac{F(i, j+1)}{l_{j+1}} + \frac{F(i, j)}{l_j} \\ A(i, n) = G(i, 1) - \frac{F(i, 1)}{l_1} + \frac{F(i, n)}{l_n} \end{cases}$$

### II.6.2 Calcul des coefficients de pression

l'application de l'équation de Bernoulli entre deux points, le premier à l'infini amont et le deuxième, sur l'obstacle i nous donne :

$$P_\infty + \frac{1}{2} \rho C_0^2 = P_i + \frac{1}{2} \rho C_i^2$$

$$\Rightarrow p_i - p_\infty = \frac{1}{2} \rho C_0^2 \left( 1 - \left( \frac{C_i}{C_0} \right)^2 \right)$$

Le coefficient de pression est défini par :

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho C_0^2} = 1 - \left( \frac{C_i}{C_0} \right)^2 \quad (\text{II.14})$$

# Chapitre III

## *Introduction générale* *au MATLAB*

## Introduction générale au MATLAB

Dans ce chapitre nous allons essayer de donner une idée générale sur le logiciel MATLAB et son option pour comprendre les formules utilisées et alors indique les raisons qui nous ont poussées à l'utiliser.

### III.1 Introduction

MATLAB est devenu aujourd'hui un outil standard pour la recherche scientifique et l'ingénierie. Pour les applications du monde réel des différents domaines tels que l'analyse numérique, les probabilités et statistiques, la classification, le contrôle de procédés et le traitement numérique des signaux déterministes et aléatoires.

De plus la possibilité de faire l'interface avec d'autre langage de programmation tels que C et FORTRAN, les extra ordinaires possibilités de visualisation graphique 2D, 3D de tous les types, et aussi la possibilité de réalisation d'interfaces graphiques.

### III.2 Notion de base de MATLAB [11]

#### III.2.1 Type de données

Dans MATLAB, il existe un seul type de données : le type matrice (matrix). Tout est exprimé en matrice, un nombre est une matrice d'ordre 1, une chaîne de caractère est un vecteur ligne. Sont le nombre de composantes égale à la longueur de la chaîne. Il n'y a pas donc de déclaration de type. De même, l'utilisateur ne s'occupe pas de l'allocation mémoire.

#### III.2.2 Espaces des travaux

Il y a trois espaces de travail qui sont :

##### a) Espace interactif :

Où on peut utiliser une "super-puissante" calculatrice scientifique. On dispose des opérations arithmétiques et d'un ensemble important de fonction de calcul numérique et de visualisation graphique.

b ) Espace d'éditeur de texte :

On peut traiter les fichiers (M-File) des programmes ou les données d'une matrice (en parallèle), Notons ici qu'il y en a deux types des fichiers M :

↳ Les fichiers de commande (fichier scripts).

↳ Les fichiers de fonction.

c ) Espace de workspace (champ de travail) :

On peut voir les variables actuelles de **workspace**.

**III.2.3 Les opérations arithmétiques**

Comme il existe une seule variable (la matrice), alors les opérations se font entre les matrices soit matrice avec matrice, pour chaque élément de matrice (1) avec l'élément de la matrice (2) de même place (ligne - colonne).

> La saisie du tableau de matrice se fait comme suit :

Pour une ligne de 3 valeurs

$$x=[6, 4, 7].$$

Pour matrice de 2 lignes, 3 colonnes

$$x=[6, 4, 3; 3, 2, 4]$$

ou

$$x = [6,4,3 \\ 3,2,4];$$

> La génération de vecteur se fait par la formule :

$$x = V_{int} : pas : V_{fin}$$

Avec :  $V_{int}$  : valeur initiale

$V_{fin}$  : valeur finale

$pas$  : le pas.

Exemple :

$$x = 0: 2: 10 \quad \Rightarrow x = [0, 2, 4, 6, 8, 10].$$

> L'addition et la soustraction de vecteur de même dimension se font élément par élément.

$$x = [0, 4, 3]; y = [2, 5, 7];$$

$$z = x - y; \quad \Rightarrow \quad z = [-2, -1, -4];$$

> Le produit matriciel, pour les matrices M1, M2 est de formule simple :

$M1 * M2$  produit matriciel

$M1.^M2$  exponentielle des éléments M1 par les éléments M2

$M1 ./ M2$  division à gauche

$M1. \setminus M2$  division à droite.

Remarque :

Les opérations précédentes sont valables quand M2 est une matrice de dimension 1x1 (une seule valeur).

Exemple :  $Z = [1 \ 2; 3 \ 4] \quad \Rightarrow \quad z = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 16 \end{bmatrix}$

Plusieurs opérations se font sur les matrices directement et sont disponibles sous MATLAB.

On peut citer :

$sum(r)$  : Somme des composantes d'un vecteur.

$sqrt$  : Racine carrée des composantes.

**III.4 Les polynômes**

MATLAB représente un polynôme sous forme d'un tableau de ses coefficients classés dans l'ordre des puissances décroissantes.

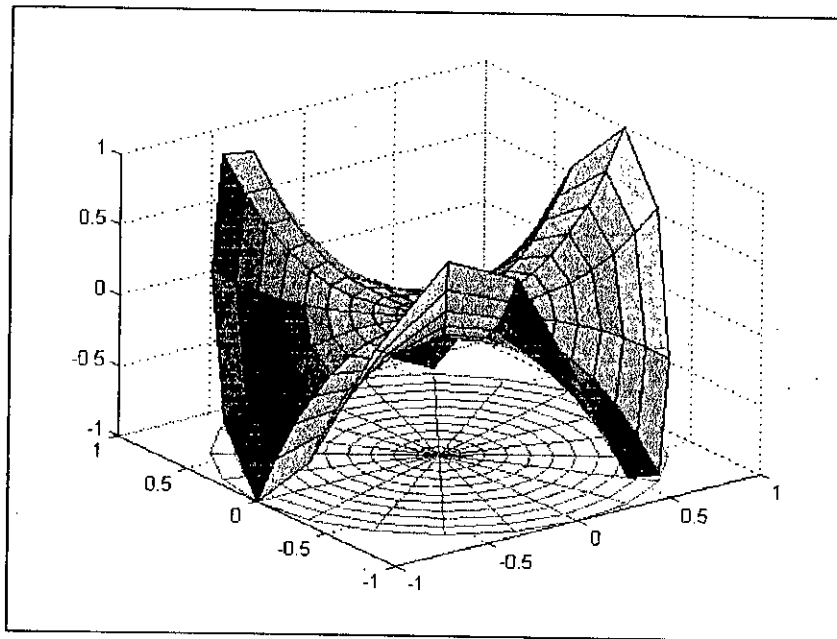
On peut déterminer les racines de polynômes à l'aide de la fonction *roots*

Soit  $P(x) = x^2 - 6x + 9$  alors  $P = [1, -6, 9]$

Avec  $r = \text{roots}(P) \Rightarrow r = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$

> Graphique 2D et 3D.

MATLAB peut produire des graphiques couleurs 2D et 3D impressionnants. Il fournit aussi les outils et les moyens pour personnaliser et modifier pratiquement ses aspects facilement.



**Fig.III.1** Exemple du graphe tracé par MATLAB.

Il peut même tracer la réponse pour un circuit électrique.

La commande *plot* permet de tracer des graphiques *xy*; avec *plot(x,y)* une trace *y* en fonction de *x* sont des vecteurs de données de mêmes dimensions.

### **III.5 Interpolation**

Il peut même faire l'interpolation au sens des moindres carrés et l'interpolation linéaire et non linéaire. Ce dernier a deux types : spline cubique et cubique

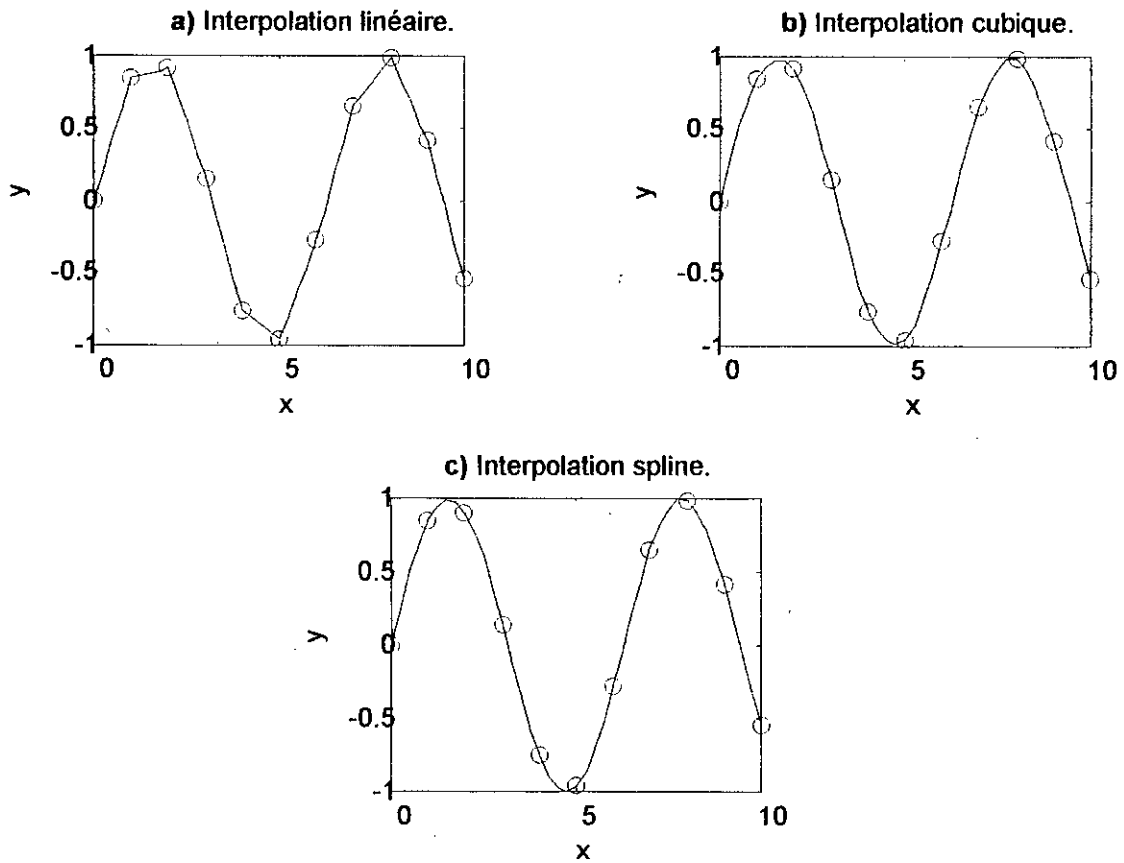
**Exemple :**

On interpole la ligne de coordonnées  $(x, y)$  (Fig. III.2)

soit :  $x = [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]$

$$y = \sin(x)$$

$y$ : C'est un vecteur d'ordre 11.



**Fig.III.2 Exemples des types d'interpolation.**

### III.6 Valeurs spéciales

pi: le nombre 3.14...

ans : valeur contenant la dernière réponse.

NaN : n'est pas un nombre et exprime parfois une indétermination ( $0/0 = NaN$ ).

Inf : nombre infini ( $1/0 = inf$ )

### III.7 Fonction retournant une valeur logique

Il existe plusieurs fonctions. On choisit parmi elles les suivantes :

↳.  $I = \text{find}(EXP)$ .

↳.  $[I, J] = \text{find}$ .

Les arguments de retour sont les indices des éléments non nuls de  $EXP$ .

⇒.  $EXP$  : matrice ou expression logique

⇒.  $I$  : n° des éléments, la numérotation se fait ligne par ligne et de gauche à droit.

⇒.  $[I, J]$  : les vecteur  $I$  et  $J$  représentent respectivement des lignes et des colonnes.

Exemple :

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$[i \ j] = \text{find}(x)$$

seuls les éléments  $x(2,2)$  et  $x(1,3)$  sont strictement supérieurs à 2 alors

$$i = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$j = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

↳.  $[x, y] = \text{ginput}(n)$  :

Cette fonction récupère les valeurs des abscisses et ordonnées des points sélectionnés sur les fenêtres graphiques courantes par l'intermédiaire de la souris.

$x, y$  : Vecteur des coordonnées des points sélectionnés.

$n$  : Nombre des points que l'on désire sélectionner.



### III.8 Réalisation d'interface graphique

L'utilisateur peut créer, pour ses applications, ses propres interfaces graphiques avec des contrôles de différents types :

- Bouton poussoir (bouton de commande) :



Réalise une action.

- Bouton radio (bouton d'option) :



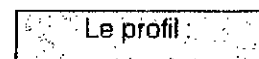
Bouton exclusive (un seul bouton active à la fois).

- Case à cocher :



Un groupe de cases à cocher une sélection non exclusive

- Texte statique :



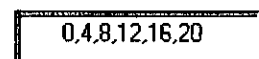
Affiche une ligne de texte d'information.

- Menu :



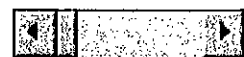
Permet de choisir un élément dans un liste.

- Champ d'édition



Éditeur de texte et des valeurs qui sera utilise par l'application.

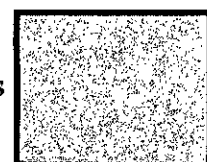
- Barre de défilement :



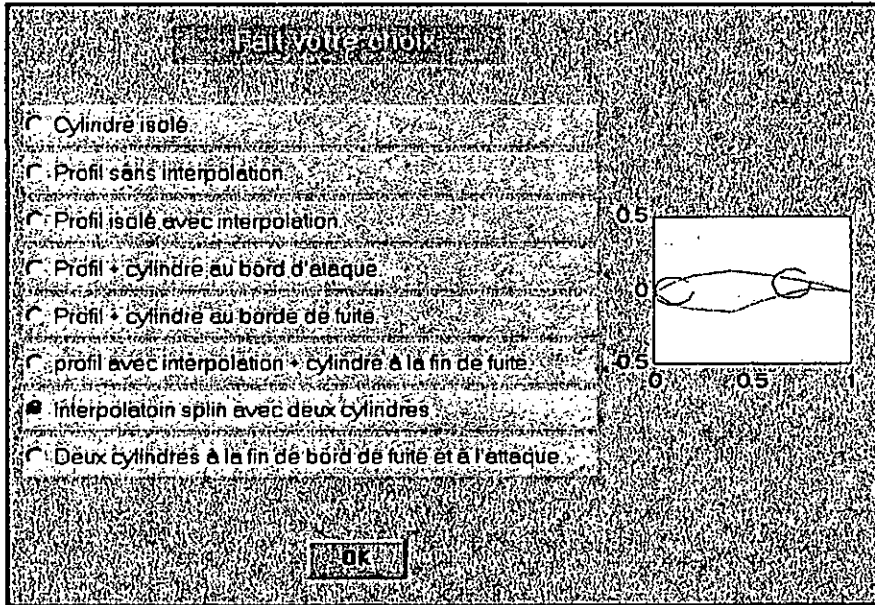
Pour choisir une valeur appartenue à un intervalle donné

- Cadre :

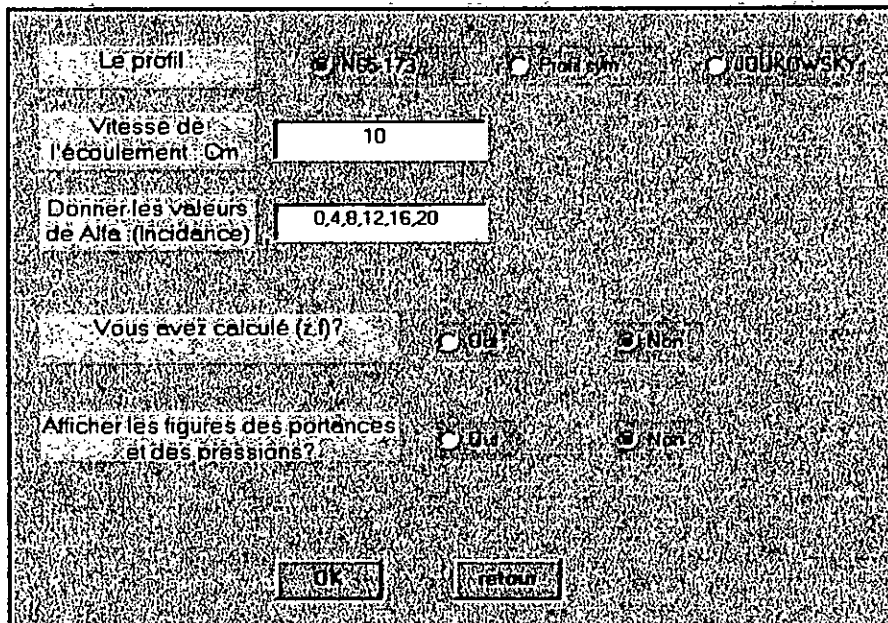
Affiche une bordure rectangulaire autour d'un ou plusieurs contrôles



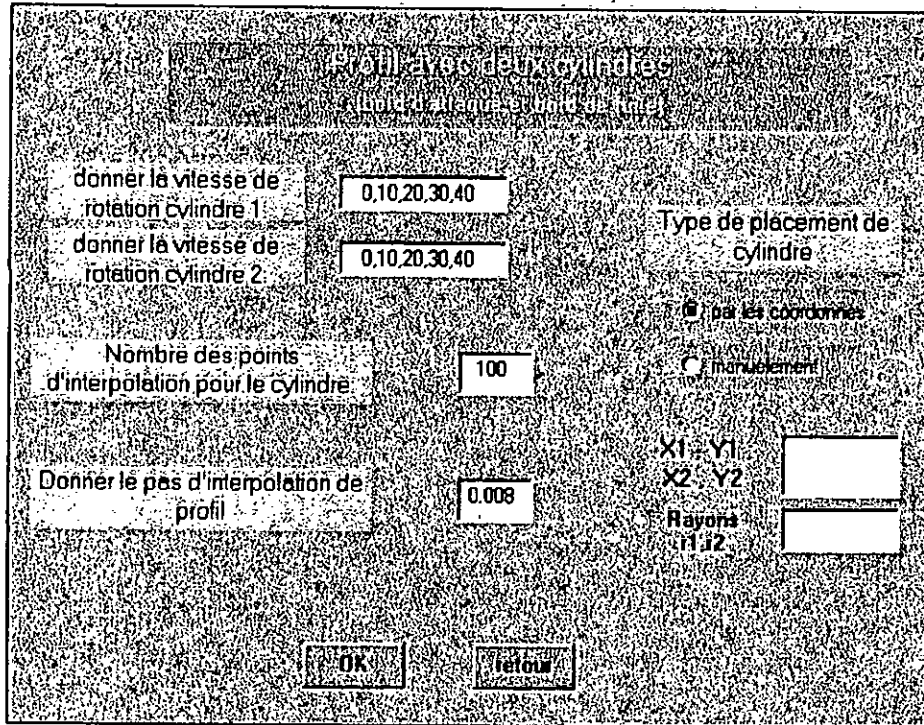
III.9 L'interface réalisée pour le programme :



a) Le choix de modèle.



b) Lire les données.



c) Lecture des données.

Fig.III.3 l'interface du programme.

# Chapitre IV

## *Application de la méthode des singularités*

## Application de la méthode des singularités (avec MATLAB)

Ce chapitre présente la procédure utilisée pour modéliser l'ensemble profil-cylindre(s) pour appliquer la méthode des singularités sur la forme résultante pour un écoulement autour d'un obstacle ayant des surfaces mobiles (cylindres tournants). Tout ceci dans un environnement du logiciel MATLAB. Nous donnons pour cela la forme générale du programme développé en organigramme.

### IV.1 La modélisation

Les modèles utilisés dans cette étude sont proposés dans L'étude expérimentale [1] par :

- Profil isolé.
- Profil avec cylindre au bord d'attaque.
- Profil avec cylindre au bord de fuite.
- Profil avec deux cylindres ; le premier au bord d'attaque, et le deuxième au bord de fuite.

Le principe de modélisation est presque le même pour tous les modèles, alors on étudie le modèle profil avec un cylindre au bord d'attaque comme exemple illustratif.

#### IV.1.1 L'interpolation du profil

La croissance ou la décroissance de la taille des segments doit être progressive alors il est souhaitable de choisir des segments plus petits [12].

Puisque les coordonnées du profil (normalisés) sont données sous forme de  $n$  points limites  $(x_s, y_s)$  On fait l'interpolation pour augmenter le nombre de points par l'interpolation *Splin* qui donne des résultats fiables pour l'interpolation des courbes [13] et on peut aussi augmenter le nombre des points suivant les besoins.

Pour un profil donné, les coordonnées ne sont pas sous forme d'une fonction (puisque l'antécédent  $x$  a deux images  $y_1, y_2$  ). Il faut donc séparer la courbe de profil en deux fonctions :

⇒ Fonction d'interpolation pour l'intrados.

⇒ Fonction d'interpolation pour l'extrados.

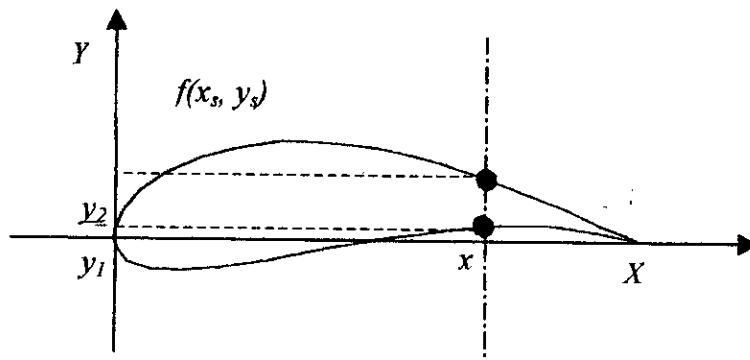


Fig.IV.1. Courbe du profil (n'est pas une fonction ).

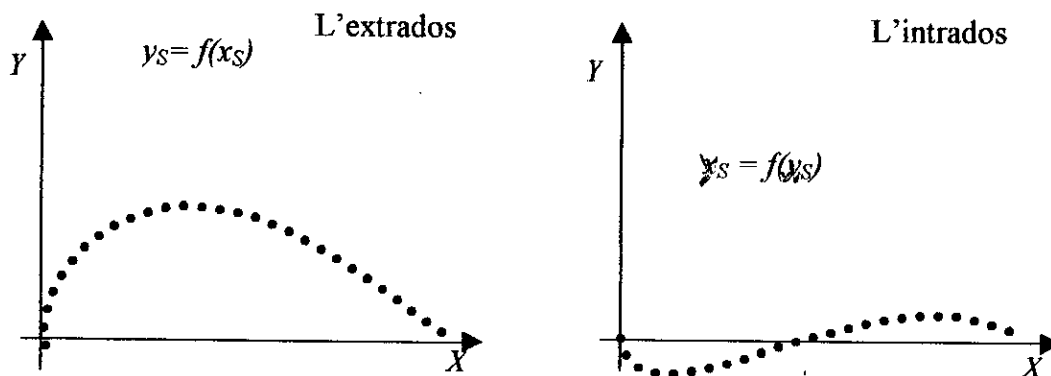


Fig.IV.2. Transformation de graphe du profil en deux fonctions.

Puisque le profil est un ensemble de points alors c'est un vecteur de la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} x_{S1} & \dots & x_{Sk} & \dots & x_{Sn} \\ y_{S1} & \dots & y_{Sk} & \dots & y_{Sn} \end{bmatrix} \tag{IV.1}$$

avec :  $x_{S1}$  : le point de départ.

$x_{Sn}$  : le point d'arrivée.

Nous obtenons le vecteur de l'intrados entre le point de départ et le point qui est à distance  $x_S$  comme étant le minimum, donc :

$$\begin{bmatrix} x_1 & \dots & x_{\min} \\ y_1 & \dots & f(x_{\min}) \end{bmatrix} \tag{IV.2}$$

et le vecteur de l'extrados entre le point qui admet pour  $x$  le minimum jusqu'au point d'arrivée, soit de la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} x_{\min} & \dots & x_{Sn} \\ y_{\min} & \dots & y_{Sn} \end{bmatrix} \tag{IV.3}$$

Pour que l'interpolation inclue l'intervalle entre  $x_n$  et  $x_1$  on ajoute le point  $(x_1, y_1)$ . Par suite le vecteur de l'extrados aura la forme suivante (fig.IV.3) :

$$\begin{bmatrix} x_{\min} & \dots & x_{Sn} & x_{S1} \\ y_{\min} & \dots & y_{Sn} & y_{S1} \end{bmatrix} \tag{IV.4}$$

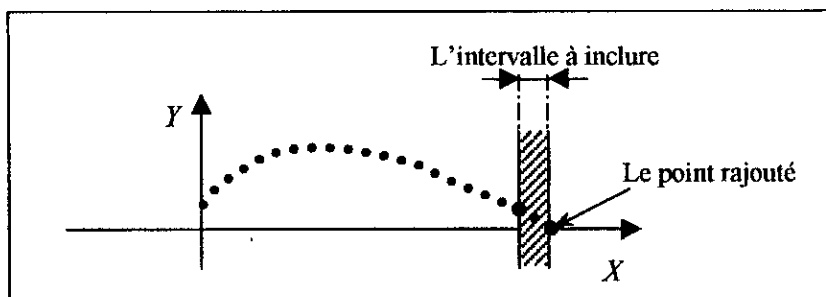


Fig.IV.3. Ajout du dernier point pour inclure l'intervalle (indiqué) dans l'interpolation.

Après le choix du pas de l'interpolation on trouve les deux vecteurs interpolés (l'intrados et l'extrados) <sup>et</sup> on les regroupe dans un même vecteur (fig.IV.4).

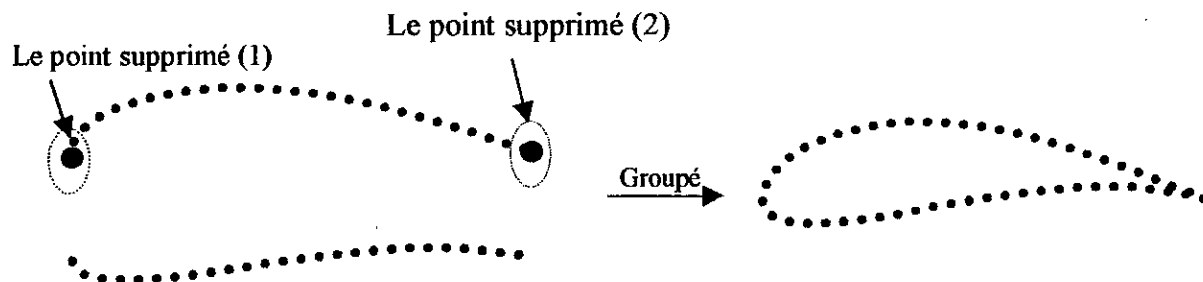


Fig.IV.4. Représentation des points supprimés pour éviter la répétition des points.

Pour éviter la répétition des points de longueur nulle on supprime le premier et le dernier point dans le vecteur de l'extrados, On trouve le vecteur de profil comme suit :

$$\begin{bmatrix} x_1 & \dots & x_k & \dots & x_n \\ y_1 & \dots & y_k & \dots & y_n \end{bmatrix} \quad (\text{IV.5})$$

#### IV.1.2 Génération des points du cylindre

La génération des points se fait à l'aide de la fonction intègre dans MATLAB qui transforme les coordonnées polaires en coordonnées cartésiennes. Il suffit de donner le rayon et le vecteur des angles qui est généré aussi par une simple formule :

$$\text{theta} = (\text{valeur initiale}) : (\text{Le pas}) : (\text{valeur finale}); \quad (\text{IV.6})$$

Les coordonnées cartésiennes doivent être  $[x, y]$ , On rajoute les coordonnées de l'origine  $(x_0, y_0)$  pour trouver la position exacte (Fig.IV.5.), et la forme du vecteur est :

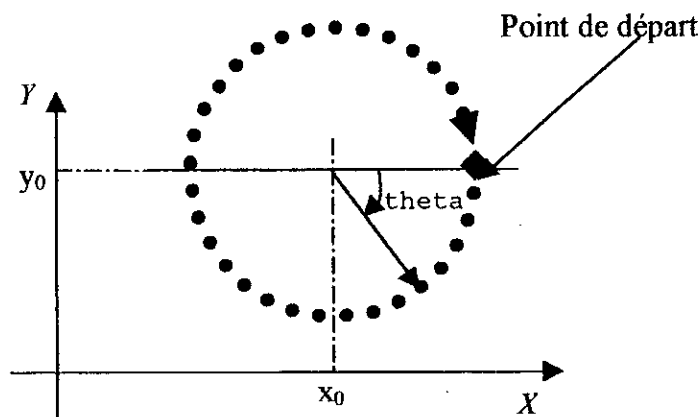


Fig.IV.5. Génération d'un vecteur par des points.

#### Remarque :

La partie du vecteur du cylindre (partie foncée de (Fig.IV.6)) entre les points d'intersection avec le profil  $[P_1, P_2]$  (les deux par cet ordre au sens des aiguilles d'une montre) doit être continue pour que les coordonnées de la partie extérieure du cylindre soit comprise dans le vecteur du cylindre (IV.7).



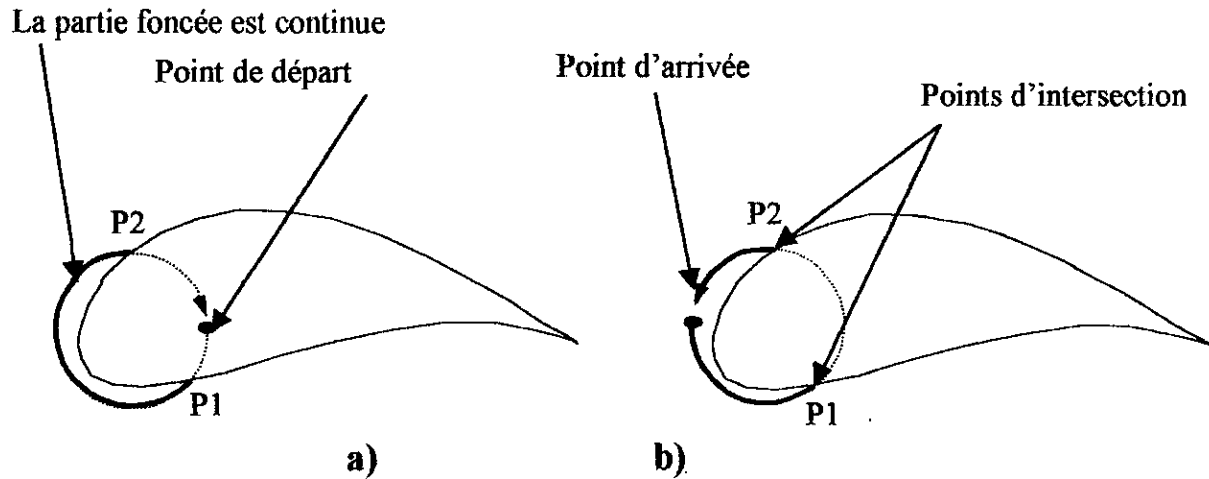


Fig.IV.6 La partie extérieure du cylindre est continue, si le point de départ est à l'intérieure.

### IV.1.3 Détermination des points d'intersections

Puisque notre but est de trouver la forme globale de l'obstacle qui est composé d'une partie du cylindre (ou des deux cylindres) et une partie de profil, alors il faut trouver les points d'intersection entre les deux (ou les trois suivant les cas).

Ce qui doit être pris en considération, c'est que le cylindre et le profil sont sous forme d'un vecteur ou d'une matrice de deux vecteurs (ensemble des points). il n'y a pas d'intersection au sens mathématique mais il y a le concept du point le plus proche.

#### IV.1.3.1 Positionnement des cylindres :

Dans le programme Il existe deux manières pour placer les cylindres :

- Donner les coordonnées du cylindre ;
- Placement manuel sur le profil.

#### a) Par les coordonnées :

Pour définir un cylindre il suffit de donner les coordonnées de son origine et la valeur du rayon, Cette opération peut nous aider dans le cas où nous sommes arrivés à une position performante du cylindre. Dans ce cas le positionnement du cylindre manuellement ne peut être efficace qu'en préservant la position précédente.

**b) Manuellement :**

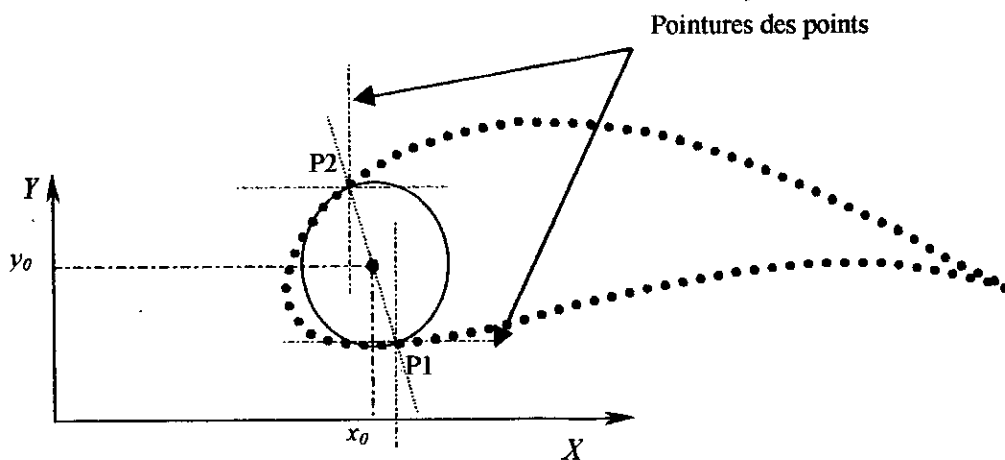
Cette procédure permet de visualiser le placement du cylindre directement et faciliter le choix de la bonne position du cylindre (bonne position géométrique pour avoir une forme aérodynamique) et nous donner aussi le rapprochement entre les points du cylindre et le profil.

Cette opération s'effectue en introduisant deux points sur la courbe du profil, et nous prendrons la distance entre eux comme un rayon du cercle ayant la formule suivante :

$$r = \sqrt{(x_{s2} - x_{s1})^2 + (y_{s2} - y_{s1})^2} \quad (\text{IV.7})$$

et le centre du cercle est défini par :

$$\begin{cases} x_0 = \frac{x_{s1} + x_{s2}}{2} \\ y_0 = \frac{y_{s1} + y_{s2}}{2} \end{cases} \quad (\text{IV.8})$$



**Fig.IV.7** Comment placer le cylindre manuellement et le définir.

**Remarque :**

Les pas d'interpolation du profil et du cylindre sont différents.

**IV.1.3.2 La recherche des points d'intersection :**

Puisque le placement du cylindre se fait manuellement en choisissant deux points (comme il est indiqué précédemment) les plus proches possible aux points d'intersection mathématique (nous expliquerons cette condition dans le paragraphe prochain).

Notons ici que la propriété de ZOOMING pour les fenêtres du MATLAB nous aide à voir la différence entre les points (la distance), on peut alors les distinguer facilement.

Pour choisir le point le plus proche du point placé, on exécute le sous-programme qui définit les points trouvés dans l'intervalle  $[x_{P1} - IntXp, x_{P1} + IntXp]$  de longueur  $IntXp$ , puis le point possédant une ordonnée plus proche de  $y_{P1}$  ( $y_{C(pi)}$  pour le profil,  $y_{S(pi)}$  pour le cylindre).

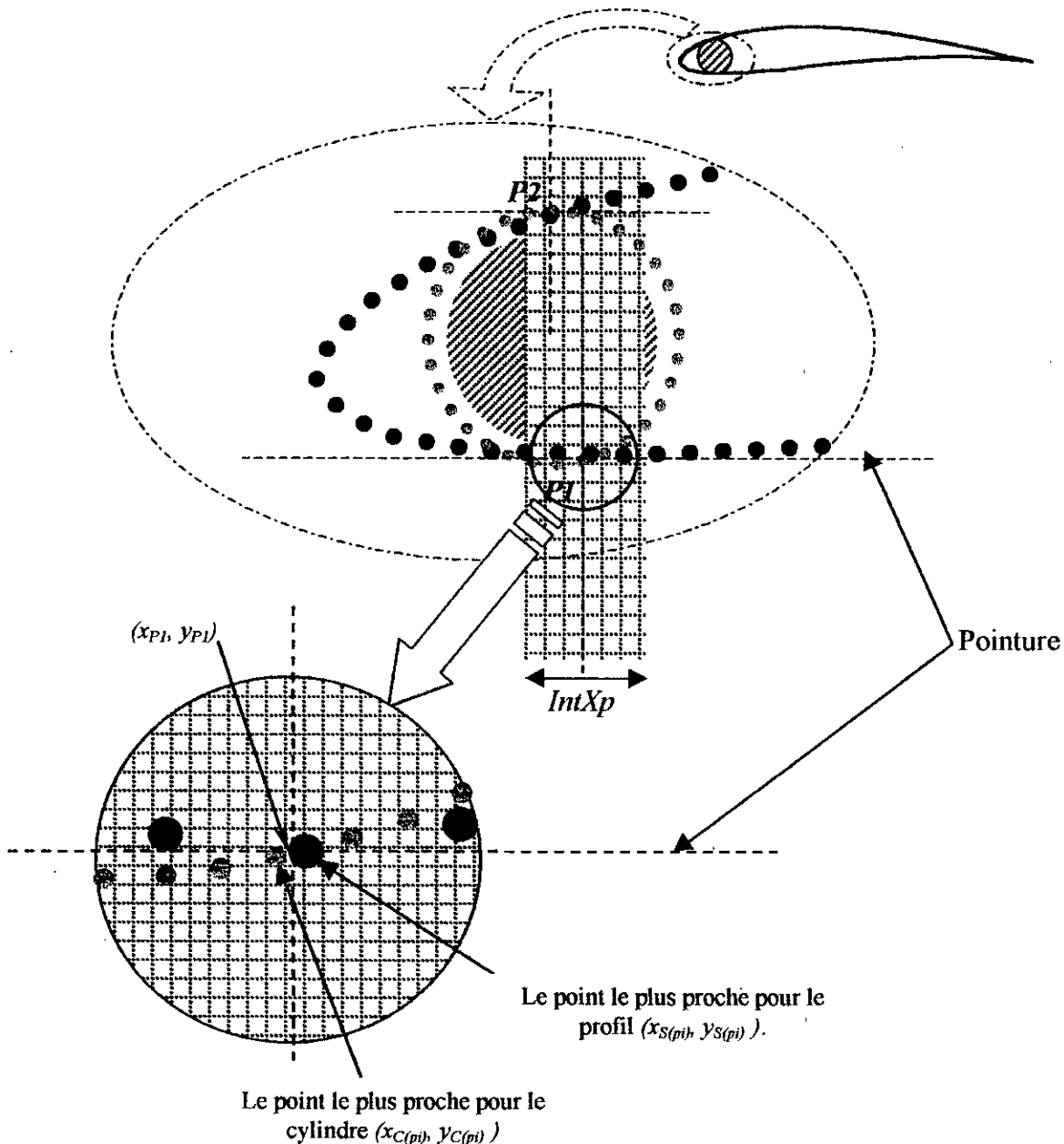


Fig.IV.8 la procédure utilisée pour déterminer les points d'intersection.

**IV.1.4 Fusion du cylindre dans le profil**

On combine le vecteur du profil et du cylindre aux points d'intersection

$$\left[ \begin{array}{ccccccccc} x_{s1} & \dots & x_{s(p1)} & x_{c(p1)} & \dots & x_{c(p2)} & x_{s(p2)} & \dots & x_{sn} \\ y_{s1} & \dots & y_{s(p1)} & y_{c(p1)} & \dots & y_{c(p2)} & y_{s(p2)} & \dots & y_{sn} \end{array} \right] \quad (IV.9)$$

Pr ofil
Cylindre
Pr ofil

La procédure de combinaison dépend du cas étudié (nombre des cylindres, la position par rapport la corde du profil).

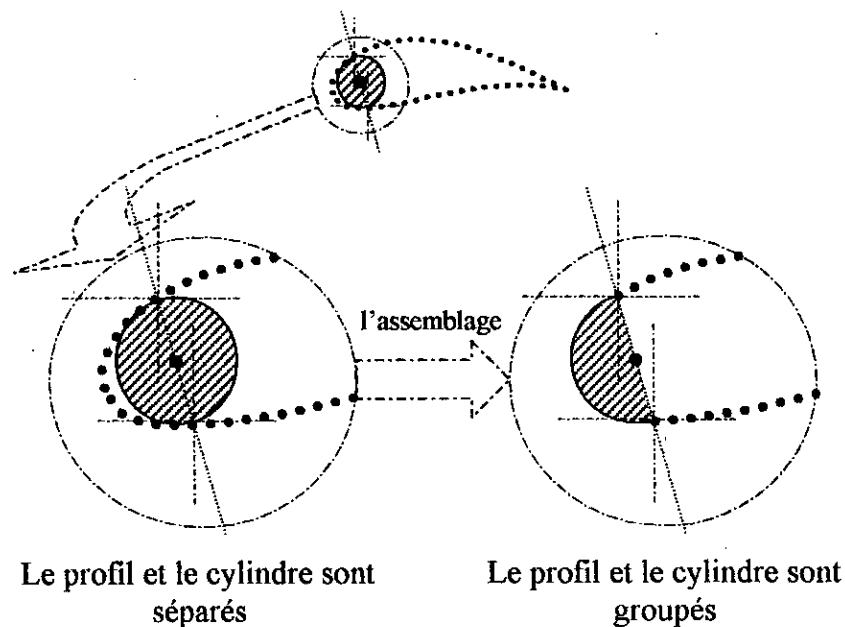


Fig.IV.9 Le profil et le cylindre donnant la forme globale de l'obstacle.

**IV.2 Superposition des vitesses**

La superposition des vitesses se fait avec la superposition des vecteurs correspondants au profil et des cylindres (chaque élément du vecteur indique la vitesse sur le panneau)

Les vitesses sur les panneaux, de la forme globale (qui compose en une partie du profil et une partie du cylindre) s'écrivent comme suit :

$$\left[ C_{s1} \quad \dots \quad C_{s(p1)} \quad C_{c(p1)} \quad \dots \quad C_{c(p2)} \quad C_{s(p2)} \quad \dots \quad C_{sn} \right] \quad (IV.10)$$

et le vecteur de la vitesse de rotation pour la partie du cylindre est de même longueur que le vecteur (IV.10) de la forme suivante :

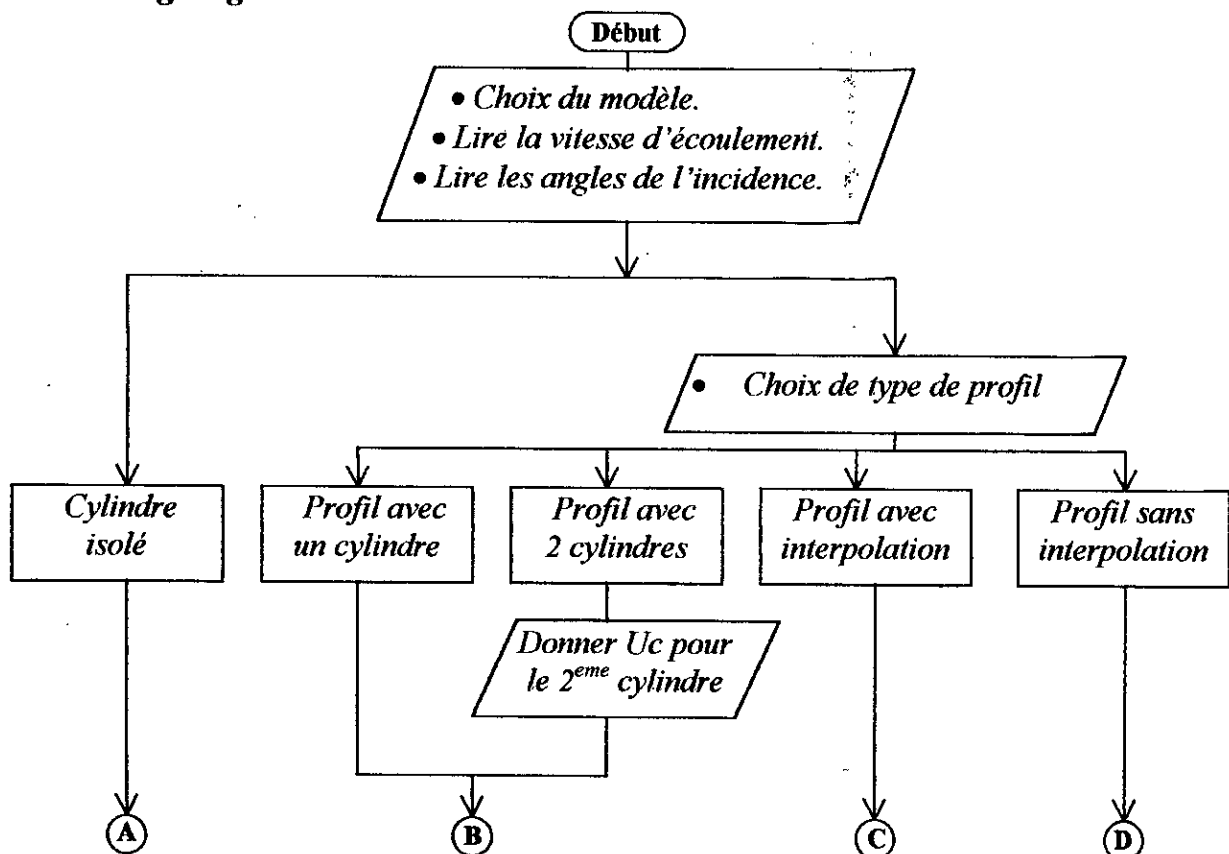
$$\left[ \underbrace{0 \dots 0}_{\text{Partie. Profil}} \quad \underbrace{U_{C(p1)} \dots U_{C(p2)}}_{\text{Partie. cylindre}} \quad \underbrace{0 \dots 0}_{\text{Partie. profil}} \right] \quad (IV.11)$$

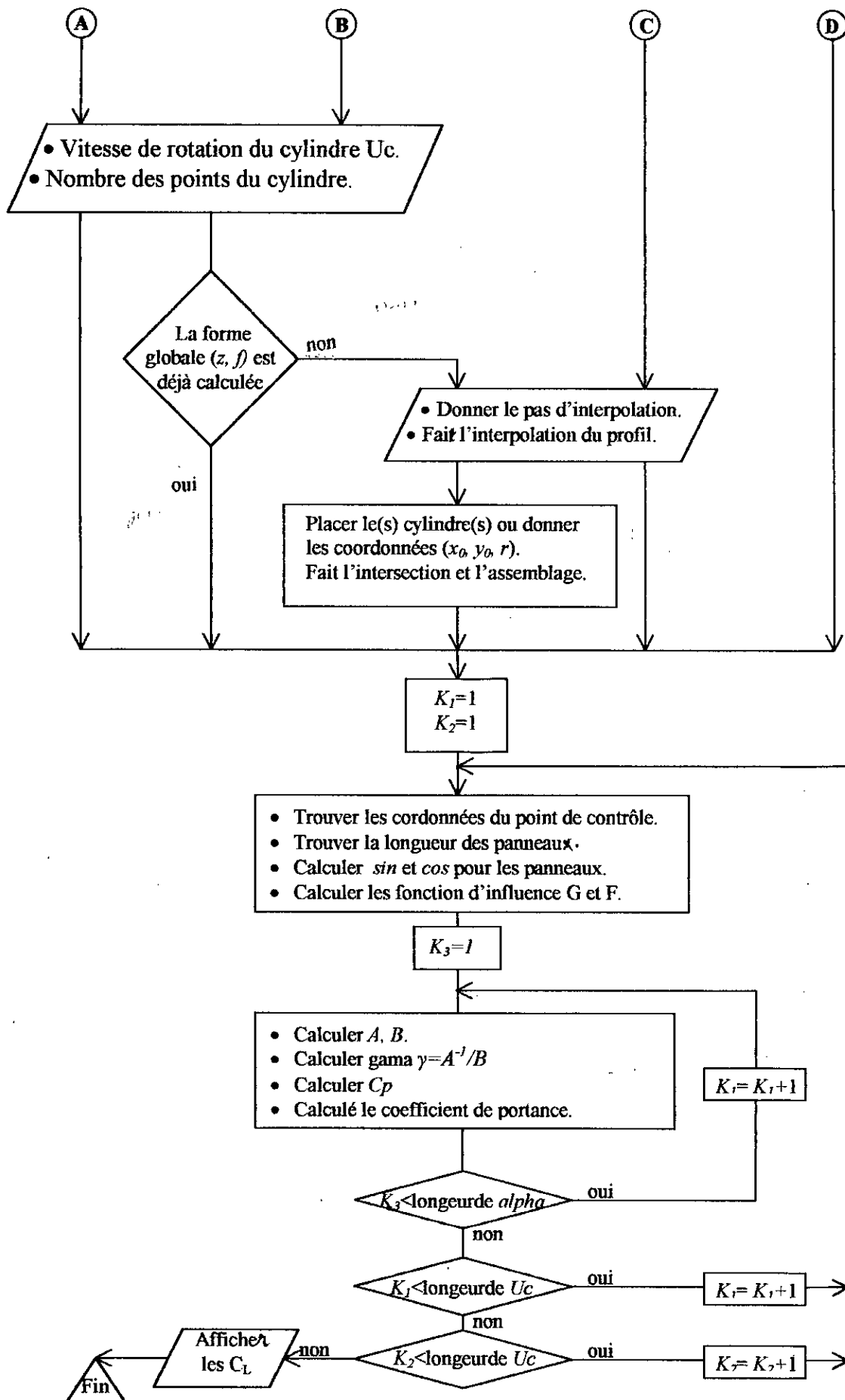
### IV.3 Présentation générale de l'algorithme

Nous essayons de donner une idée générale sur la structure du programme. Notons ici que le programme évite toujours l'utilisation des boucles pour améliorer la performance du logiciel MATLAB, mais, bien sûr, on ne peut pas éviter les boucles pour une répétition globale du programme ou une partie de celui-ci.

Ce programme est souple et a l'avantage d'exécuter en une seule fois plusieurs cas (en donnant plusieurs valeurs pour une variable) et de donner les résultats à la fois aussi; ce qui nous permet de gagner du temps et de pouvoir comparer les résultats affichés pour les différents cas.

### IV.4 L'organigramme





# Chapitre V

## *Résultats et discussions*

## Résultats et discussions

### V.1 Introduction

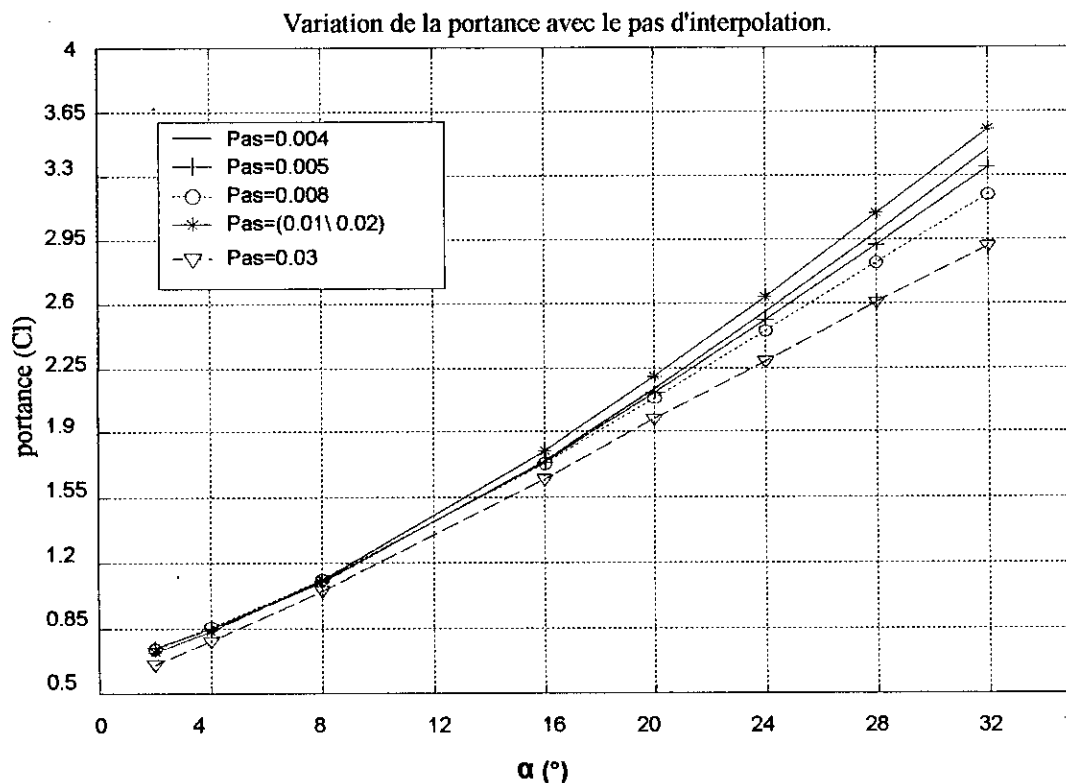
Puisque le logiciel développé nous donne la possibilité de varier plusieurs paramètres (type du profil, vitesse de rotation, angle d'incidence ...) les résultats trouvés sont très vastes, alors on suit dans ce chapitre certaines étapes pour présenter les résultats (avec les résultats expérimentaux [1]), et faire la discussion.

La démarche à suivre est la suivante :

- ❖ Voir l'effet de l'interpolation introduite sur les résultats (la portance et les pressions).
- ❖ Prouver le choix du pas d'interpolation.
- ❖ Voir l'influence de la vitesse de rotation du cylindre au bord d'attaque et au bord de fuite sur les  $C_p$ , et  $C_L$  pour différentes angles d'incidence  $\alpha$ .
- ❖ Prouver le choix de la position du cylindre au bord d'attaque et au bord de fuite.
- ❖ On combine entre les cylindres (bord d'attaque-bord de fuite)

Enfin on fait une comparaison entre les résultats expérimentaux [1] et théoriques.

### V.2 L'effet de l'interpolation



FigV.1 L'influence de l'interpolation sur les résultats (la portance).



Les schémas présentés sur la droite donne l'interpolation de pas=0.004, et les schémas, de gauche pour le pas=0.03.

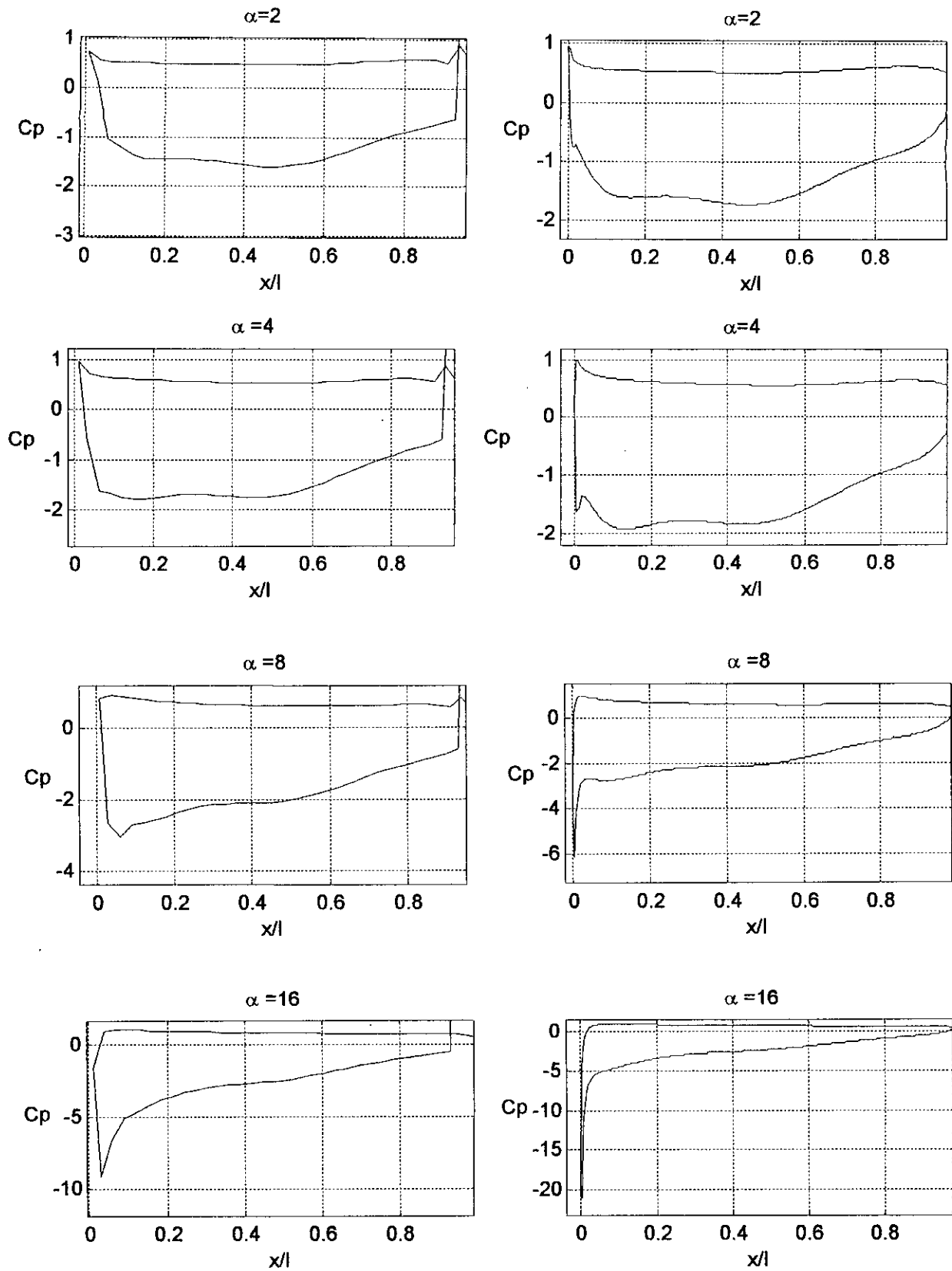


Fig.V.2.a) La distribution des pressions autour d'un profil NACA65-173.

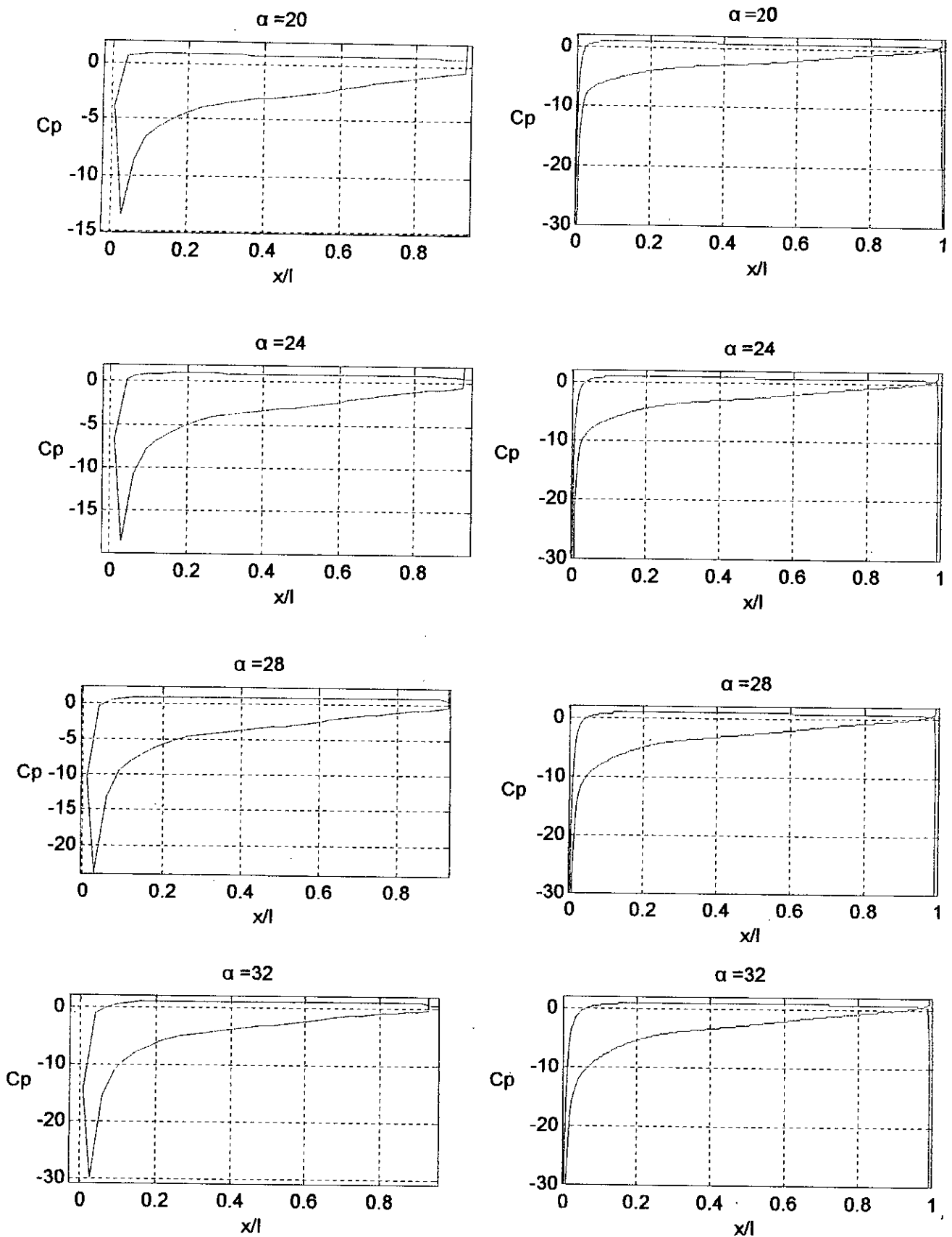


Fig.V.2.b) La distribution des pressions autour d'un profil NACA65-173.

### V.2.1 l'effet de l'interpolation sur la portance

On remarque sur la figure (FigV.1) que les courbes convergent avec la diminution du pas d'interpolation. Et pour le profil sans interpolation (le pas non uniforme) la courbe de portance est légèrement instable par rapport aux profils interpolés.

Puisque le temps augmente avec la diminution du pas d'interpolation on essaye de trouver le pas qui diminue le temps d'exécution et donne des résultats acceptables. On détermine l'erreur de calcul de portance par rapport à la portance du profil à l'interpolation avec un pas de 0.004 avec la formule de pourcentage suivante:

$$\frac{C_{Li} - C_{L(pas=0.004)}}{C_{Li}} \times 100$$

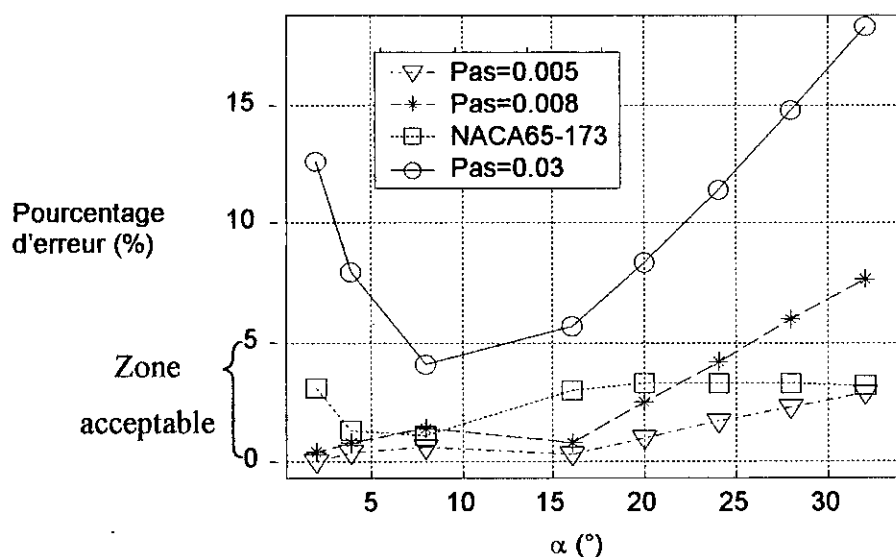


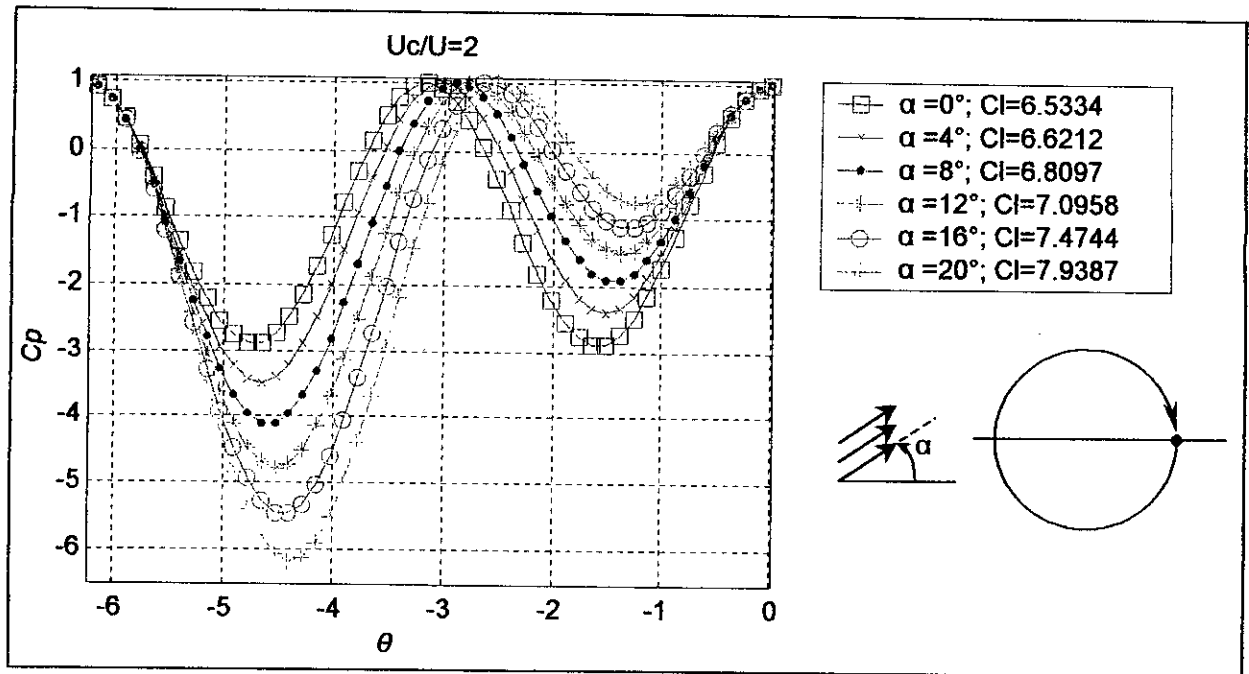
Fig.V.3 L'erreur de portance calculée par rapport à un profil de pas=0.004 .

Dans l'intervalle  $[0^\circ, 20^\circ]$ , deux pas, 0.005 et 0.008, sont plus acceptables, puisqu'ils garantissent une erreur de moins de 5%, en plus ils représentent des petites valeurs. Entre ces deux pas on choisira encore celui pour lequel le calcul s'effectuera dans un temps minimal. (ce qui facilitera la tâche pour le calculateur), le pas choisi est donc 0.008.

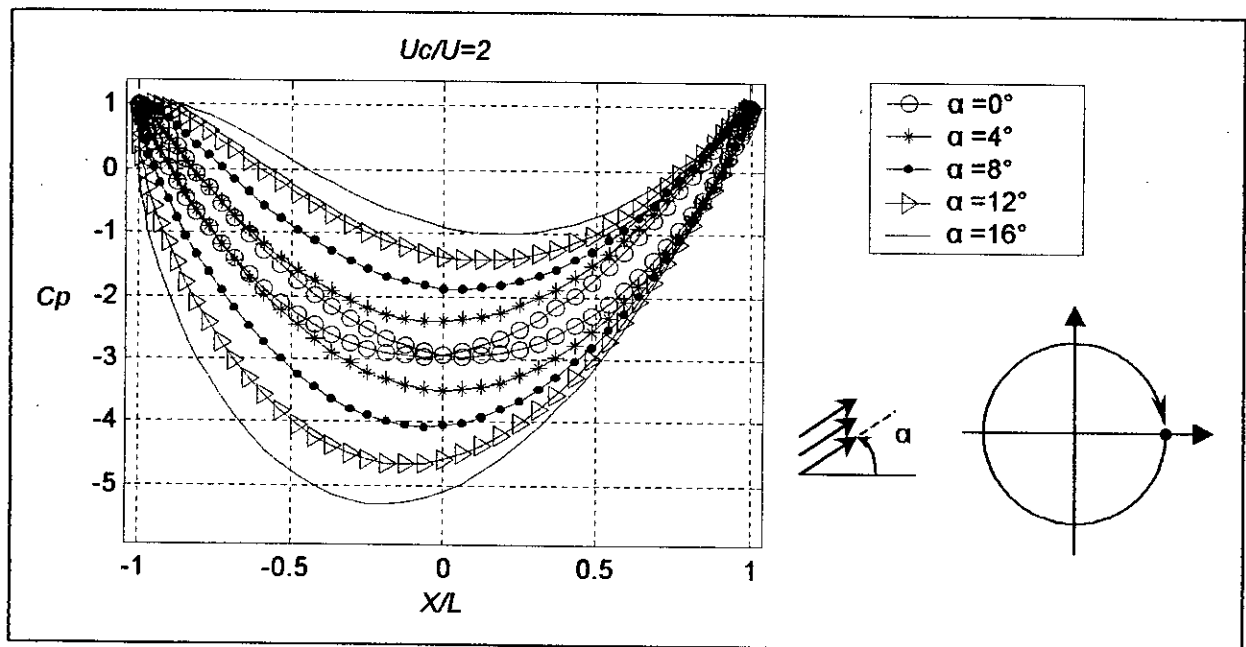
### V.2.2 l'effet de l'interpolation sur la pression

Remarquons, d'après les graphes de la figure (FigV.2), que plus le nombre de points calculés est important, plus les valeurs de la pression en découlant seront plus précises.

V.3 Cylindre isolé



a) En coordonnées polaires.



b) En coordonnées cartésiennes

Fig.V.4. L'influence de l'angle d'incidence sur l'écoulement autour du cylindre.

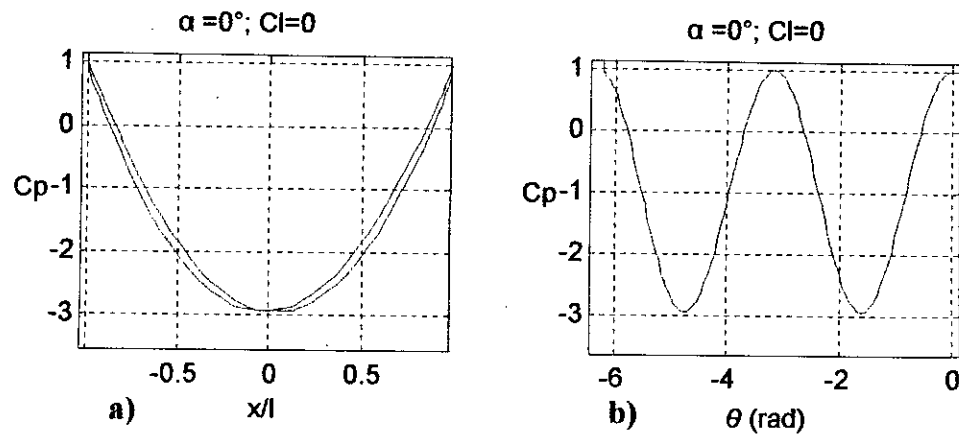


Fig.V.5. La distribution des pressions pour un cylindre isolé avec  $\alpha = 0^\circ$ .

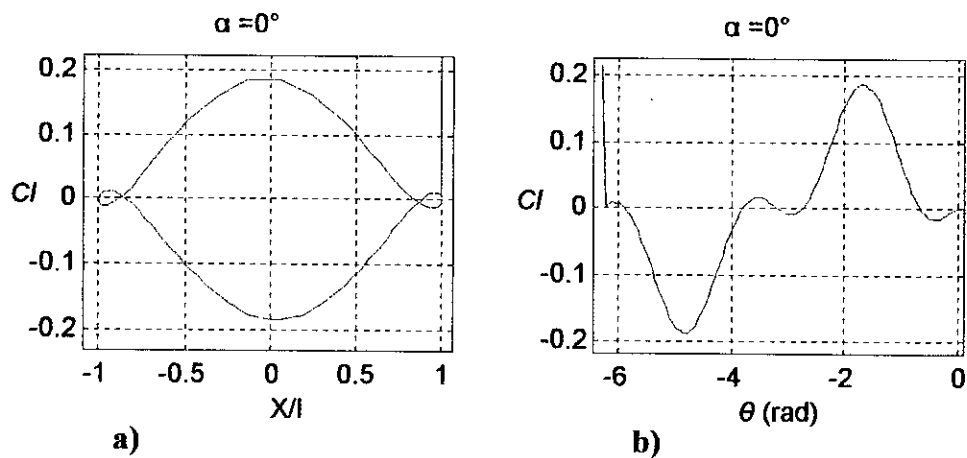


Fig.V.6. Les coefficients de portance à chaque panneau de cylindre isolé avec  $\alpha = 0^\circ$

### V.3.1 L'influence de l'écoulement d'incidence sur un cylindre isolé

On remarque bien l'augmentation des coefficients de portance avec l'augmentation de l'angle d'incidence (Fig.V.4), ou bien l'augmentation de la zone entre la ligne des  $C_p$  de l'extrados et l'intrados (Fig.V.4.b.).

Pour un cylindre fixe (la vitesse de rotation est nulle  $U_c=0$ ), et angle d'incidence nulle  $\alpha=0^\circ$  (Fig.V.5.) les courbes obtenues pour le coefficient de portance, et des pressions sont symétriques ce qui conduit à une portance nulle (Fig.V.6.), et les points de stagnation sont déterminés à  $\theta=0 \text{ rad}$ , et  $\theta=2\pi \text{ rad}$  ( $C_p=1$ ).

V.4 L'effet d'un cylindre au bord d'attaque

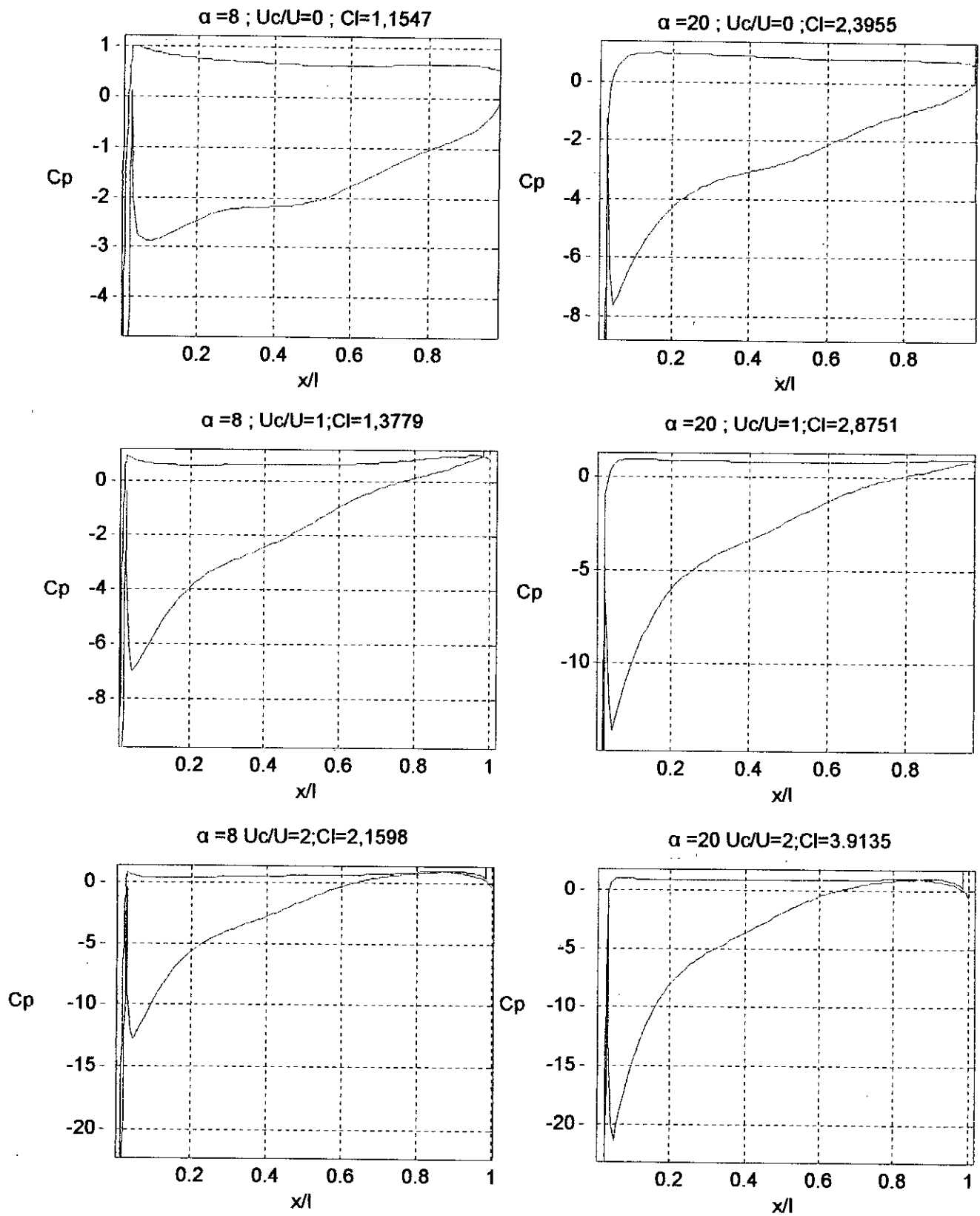


Fig.V.7.a). Distribution de la pression sur le profil NACA 65-173 du cylindre au  $x=0.0318$  de la corde

V.4.1 L'effet de rotation du cylindre au bord d'attaque

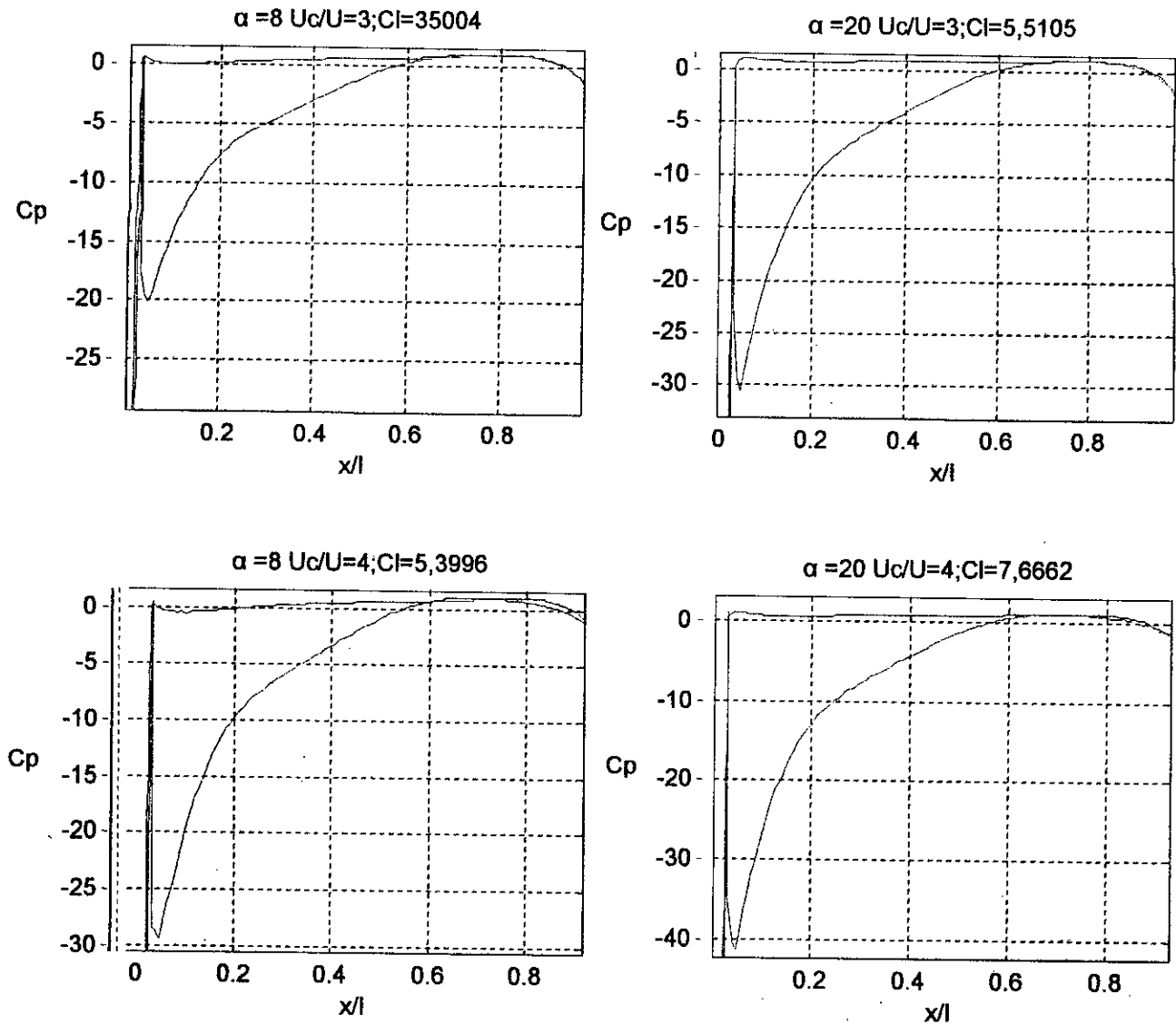
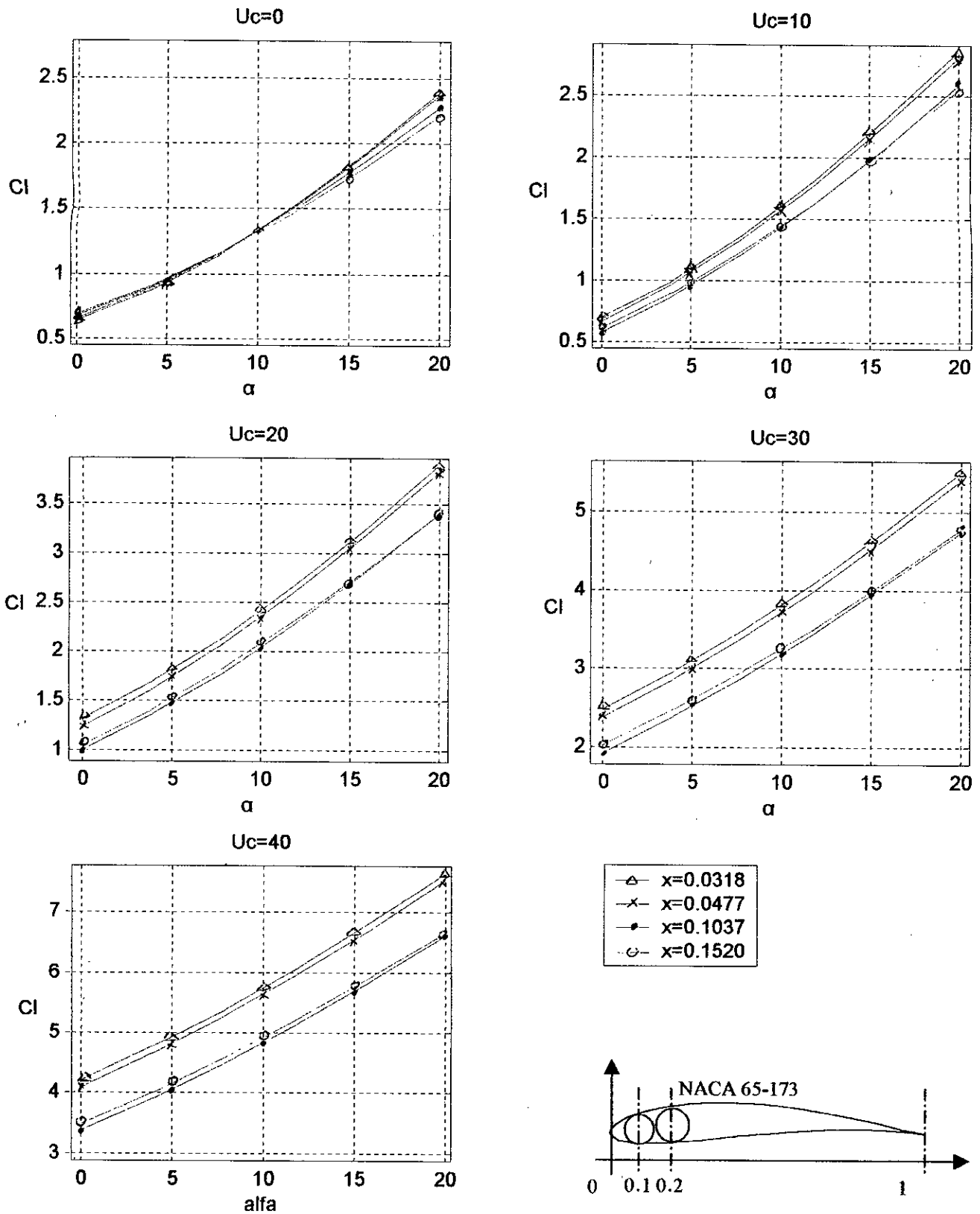


Fig.V.7.b) Distribution de la pression sur le profil NACA 65-173 du cylindre au  $x=0.0318$  de la corde.

Nous remarquons l'augmentation de la portance  $C_L$ , et les coefficients des pressions  $C_p$  avec l'augmentation de l'angle d'incidence ou la vitesse de rotation de cylindre. Ce résultat est trouvé précédemment [9]. Mais avec les résultats (FigV.7) on voit bien l'influence de la rotation du cylindre sur les  $C_p$  sur tout le profil, qui sont proches des résultats trouvés dans l'étude expérimentale [1], en prenant en considération que l'ordre des valeurs est varié avec le type du profil (les valeurs d'un profil symétrique doivent être moins importantes puisqu'il est plus stable), et la position du cylindre ce qu'on va voir dans la partie suivante (Fig. V.8).

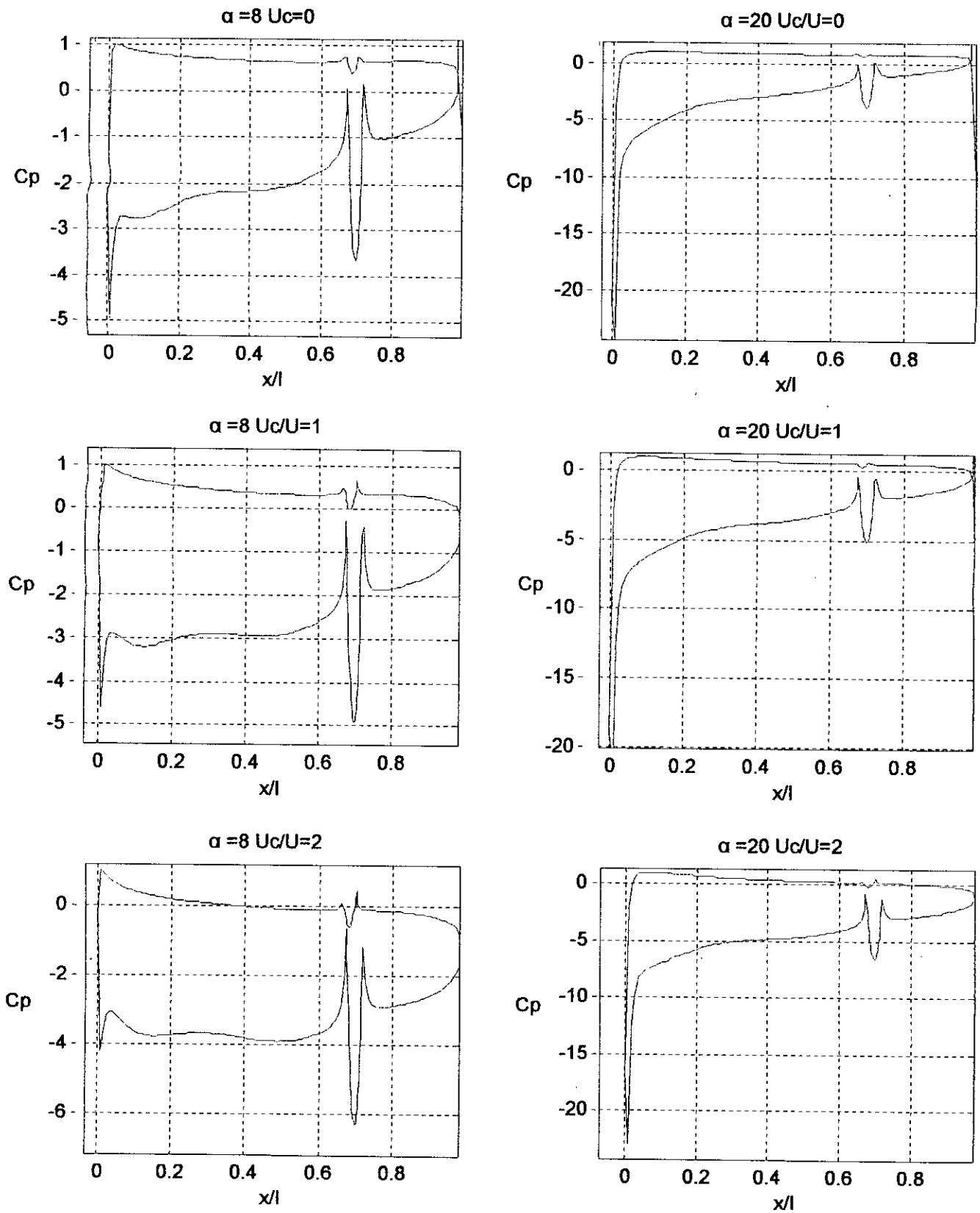
V.4.2 L'effet de position du cylindre au bord d'attaque



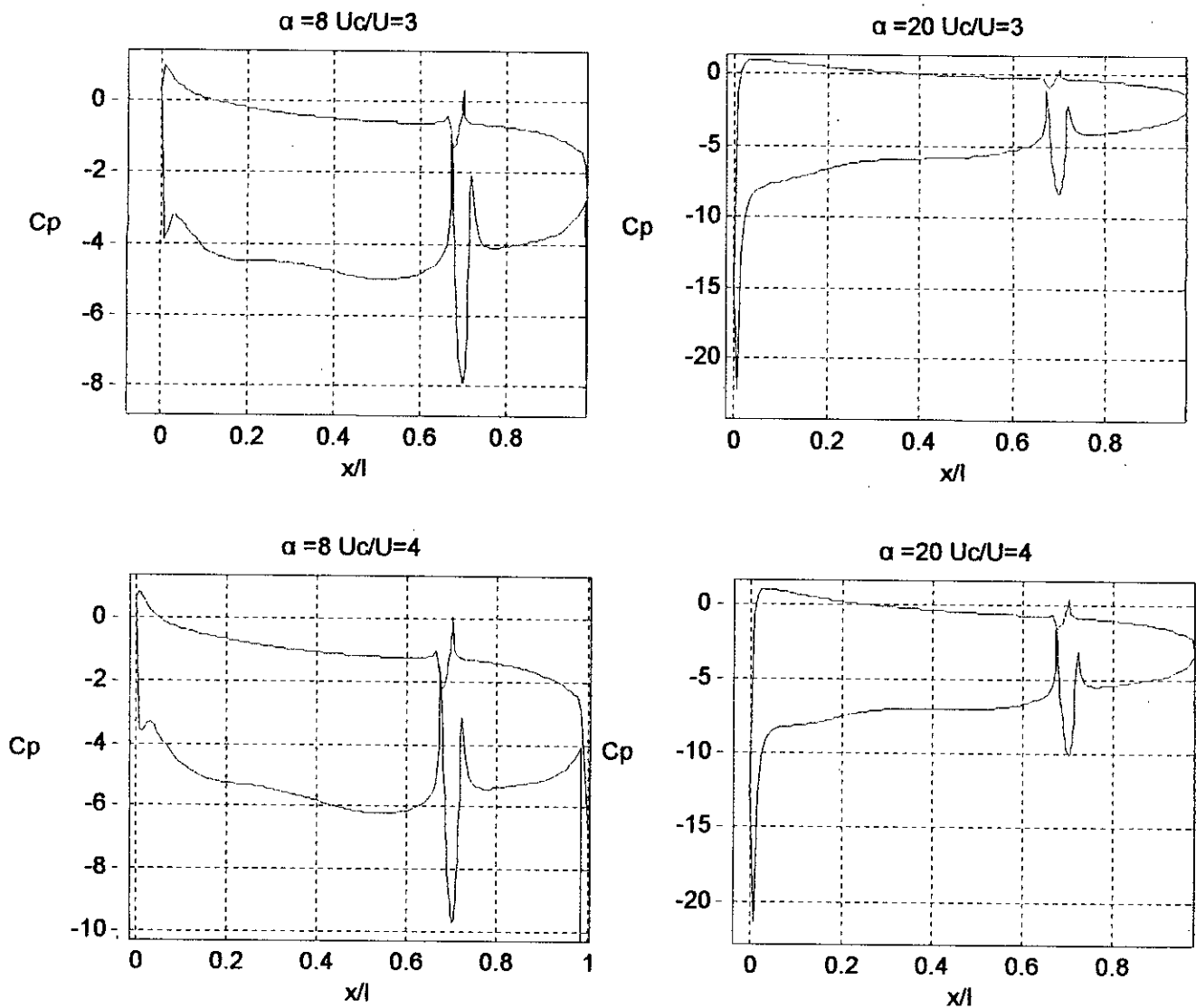
FigV.8. Variation de portance suivant la position du profil et la vitesse de rotation du cylindre.



V.5 L'effet d'un cylindre au bord de fuite



FigV.9.a) Distribution des pressions sur profil NACA65-173 à un cylindre au bord de fuite de position  $x=0.6879$  et rayon  $r=0.0382$



**Fig.9.b) Distribution des pressions sur profil NACA65-173 à un cylindre de bord de fuit de position  $x=0.6879$  et rayon  $r=0.0382$**

On remarque l'influence de l'angle d'incidence et la vitesse de rotation sur les coefficients des pressions et la portance.

Dans la zone où le cylindre est placé, il y a toujours une diminution des pressions par rapport aux pressions sur l'intrados ou l'extrados du profil. Cette diminution est suivant la valeur de rotation du cylindre. Elle représente l'effet de l'aspiration du cylindre sur l'écoulement.

Maintenant on essaye de voir l'influence de la position du cylindre et la variation de son rayon sur les pressions et les coefficients de portance.

V.5.1 L'effet du rayon sur la portance et la pression

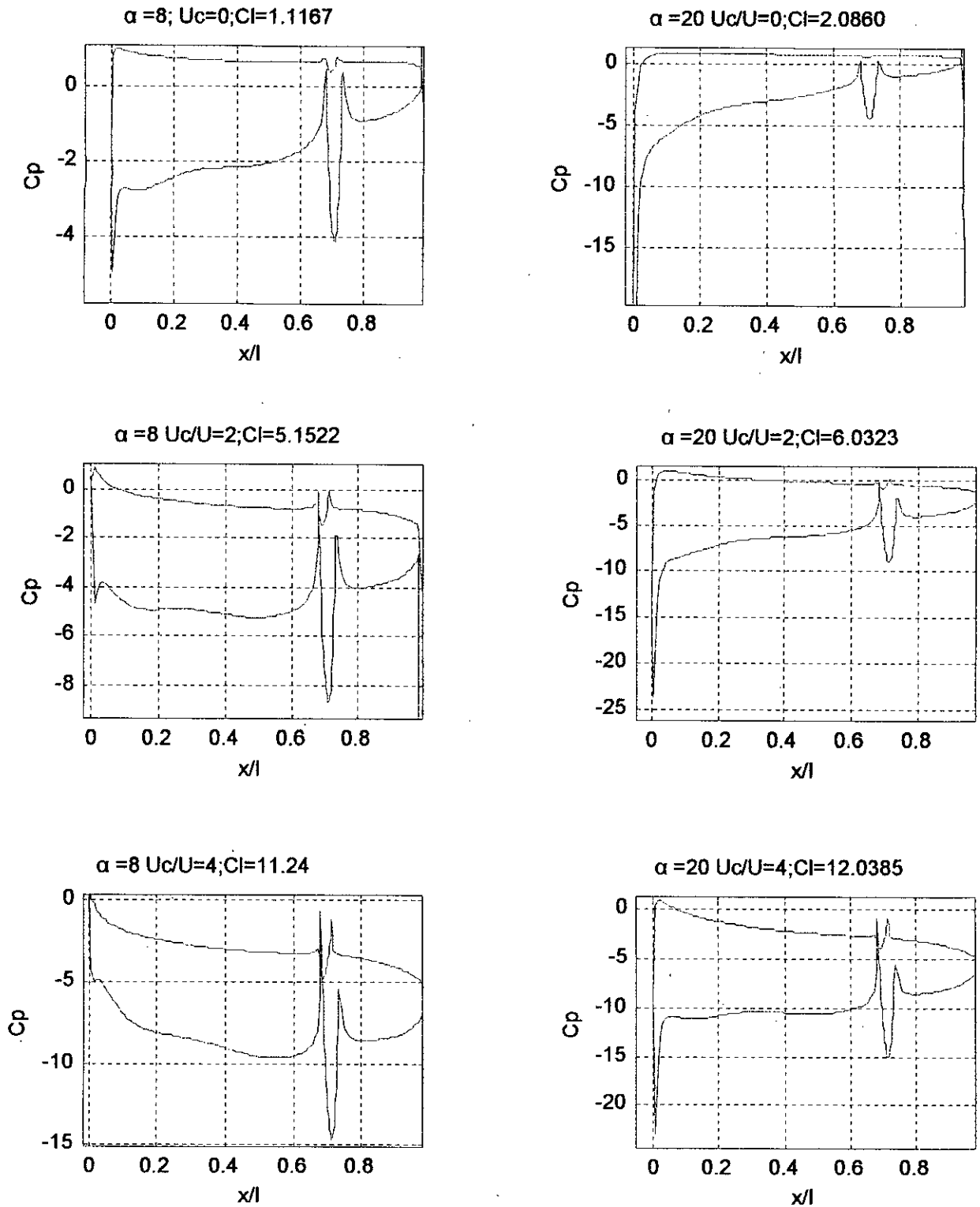


Fig.V.10. Distribution des pressions sur le profil NACA65-173  $x=.06879$  ;  $r=0.0390$ .

On compare les résultats de la Fig.V.9 avec les résultats de la Fig.V.10, on remarque que l'augmentation du rayon de cylindre influe sur la portance et les pressions

V.5.2 L'effet de positionnement du cylindre

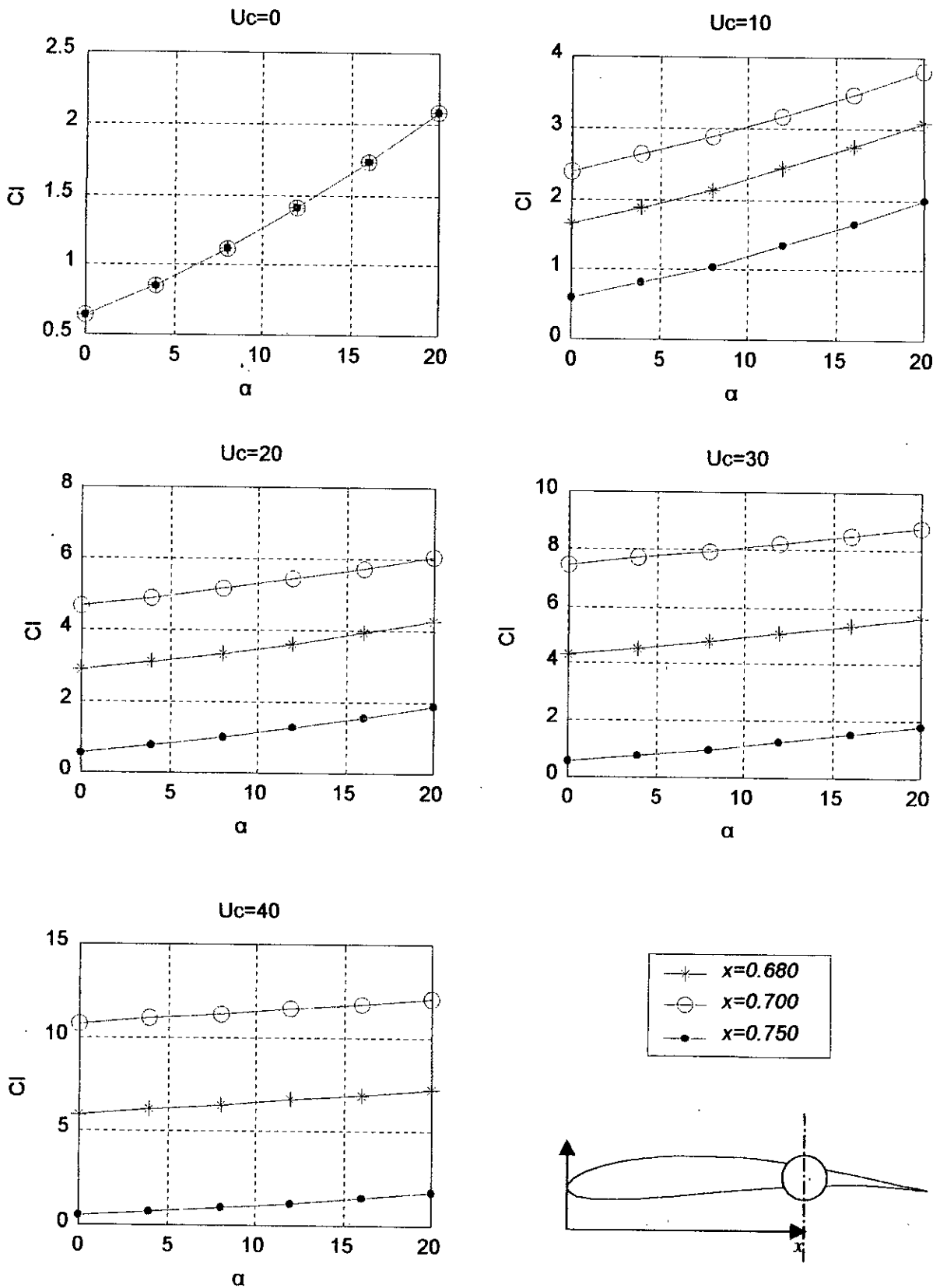


Fig.V.11. L'influence de la position d'un cylindre au bord de fuite sur la portance.

### V.6 L'effet d'un cylindre à la fin du bord de fuite

La position du cylindre:

$$(x_0, y_0) = (0.7523, 0.0798)$$

Le rayon :

$$r=0.0252$$

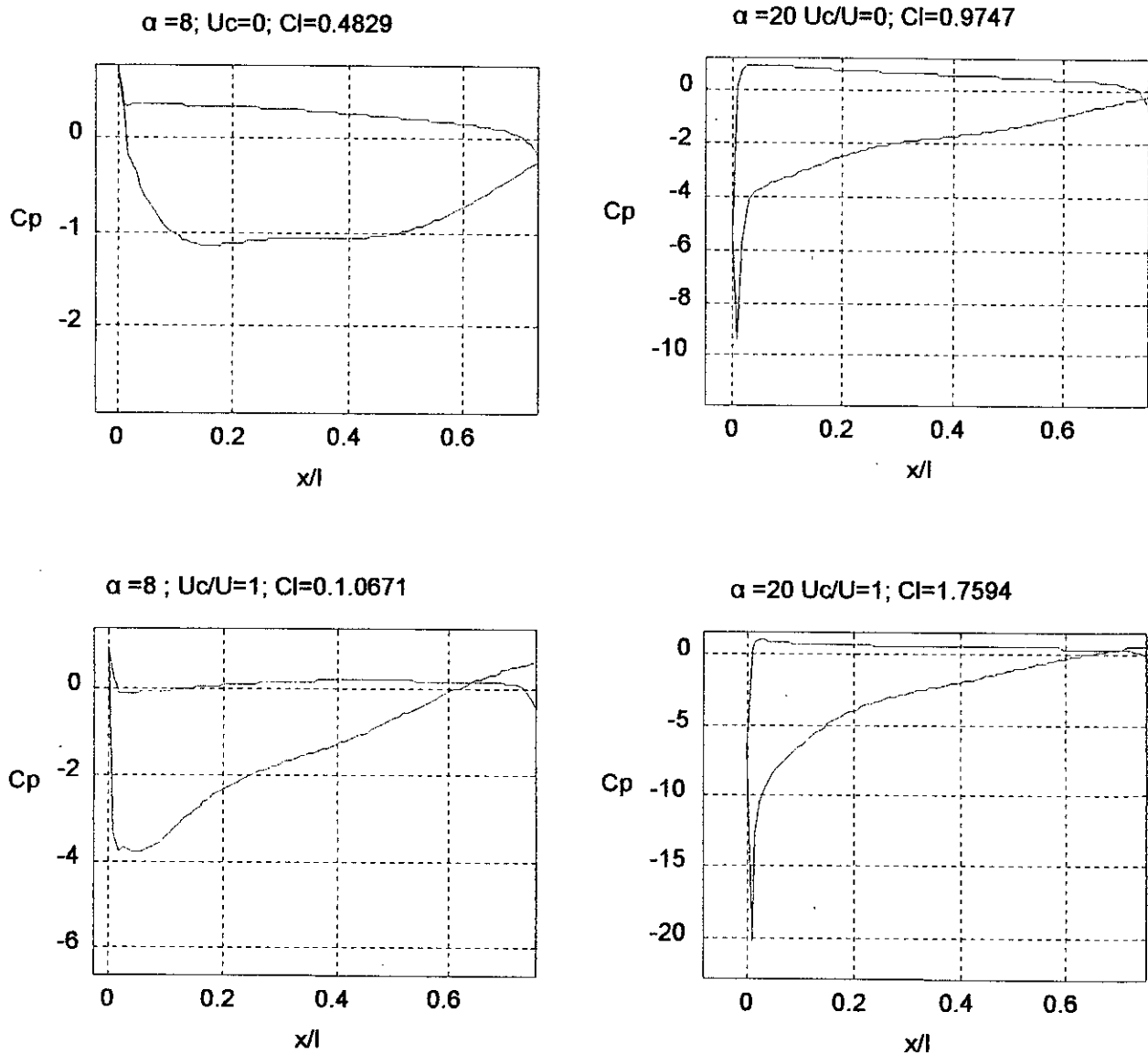
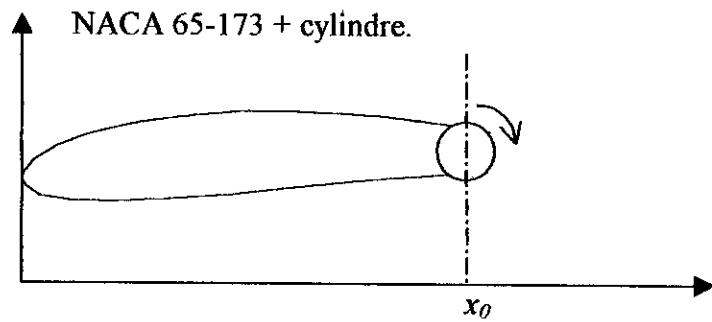


Fig.V.12.a) La distribution des pressions autour d'un profil NACA65-173 avec cylindre à la fin du bord de fuite

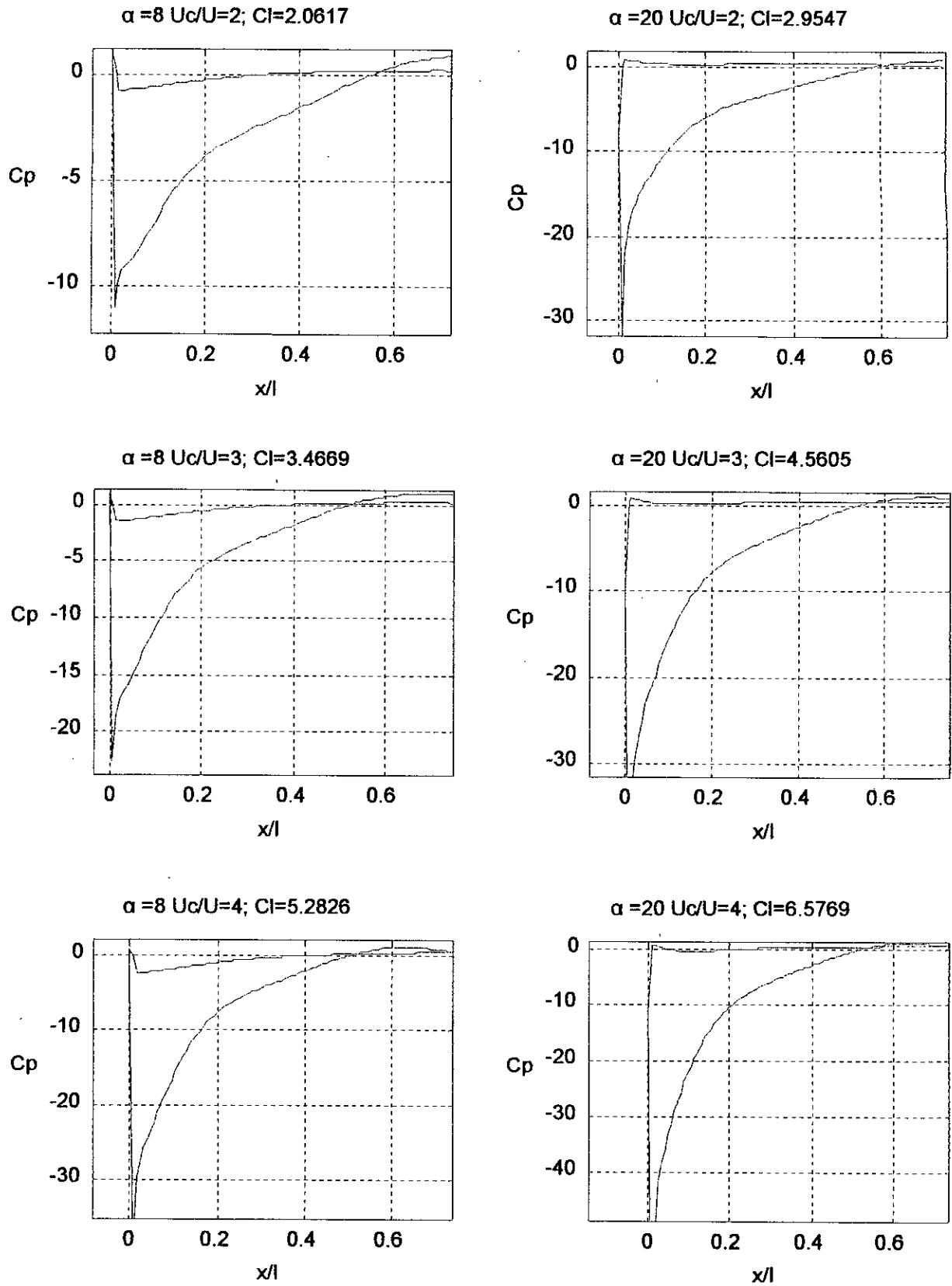


Fig.V.12.b) La distribution des pressions autour d'un profil NACA65-173 avec cylindre à la fin du bord de fuite

### V.7 Comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques

#### V.7.1 Profil isolé

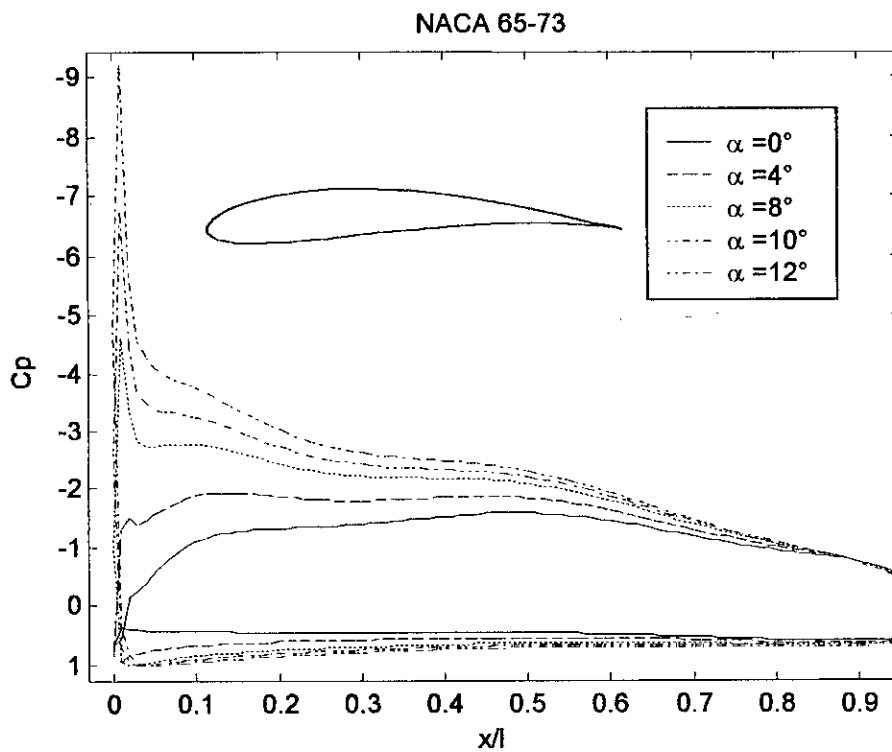
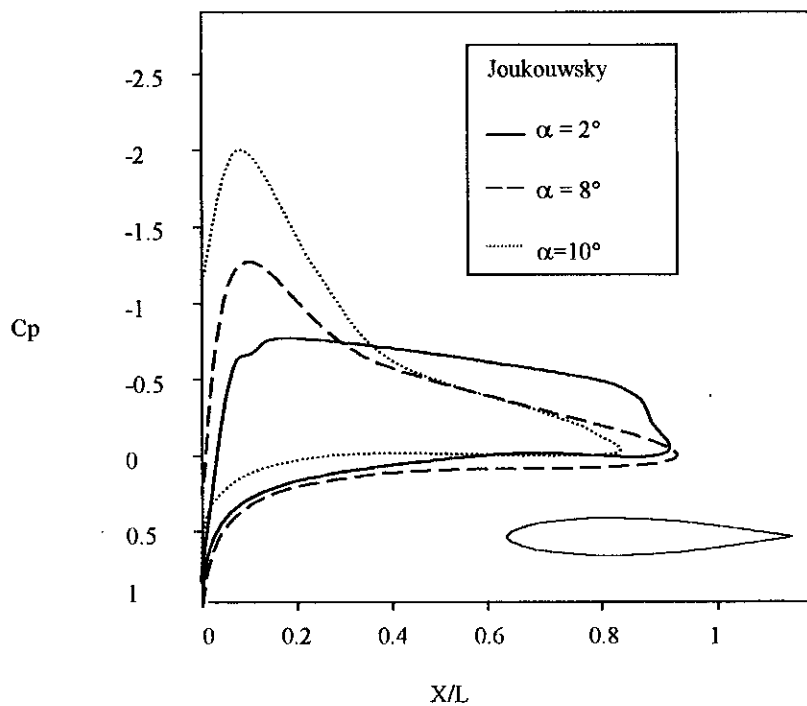


Fig.V.13 Les résultats expérimental et théorique de pressions pour un profil isolé.

V.7.2 Profil avec cylindre au bord d'attaque

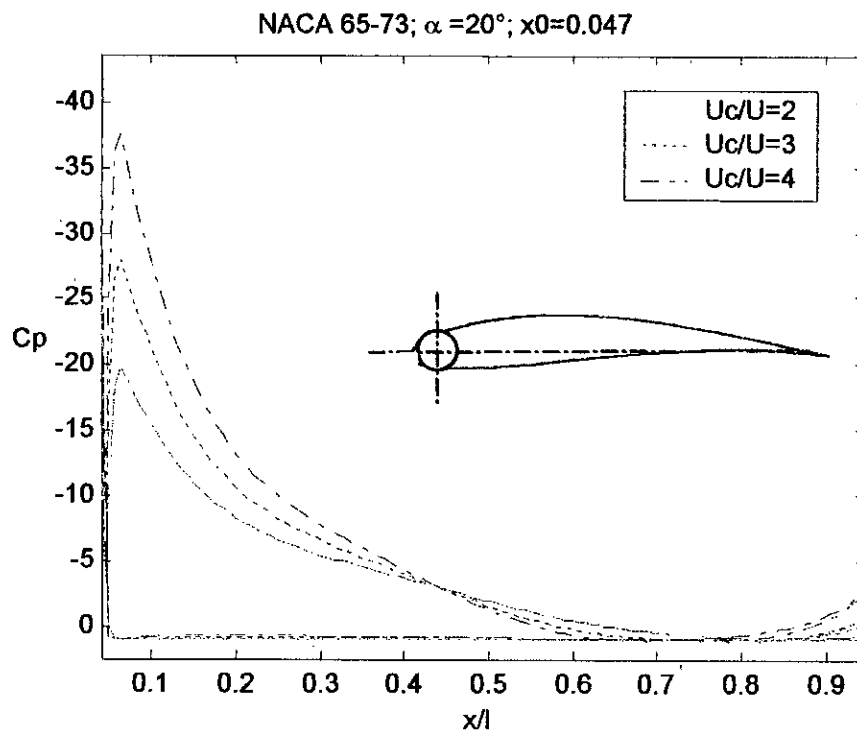
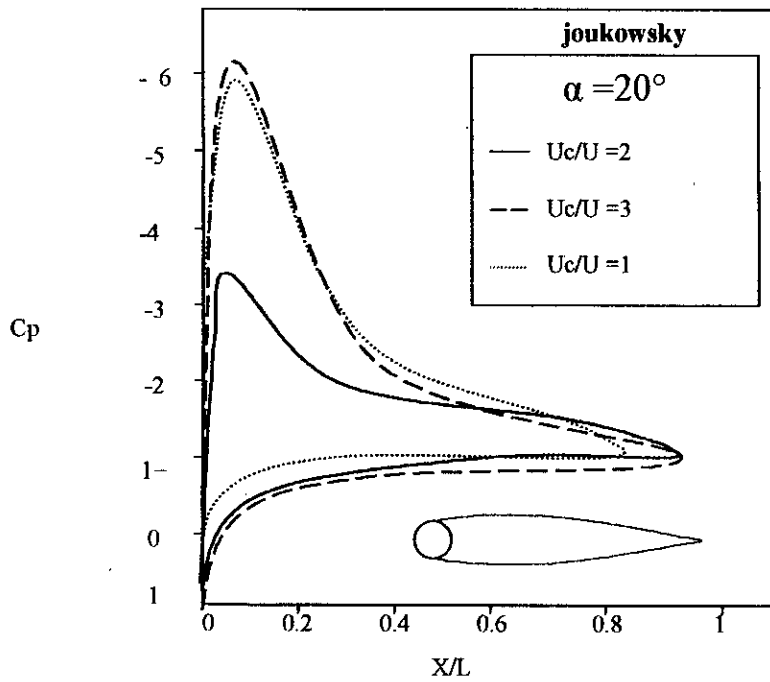


Fig.V.14 Les résultats expérimental et théorique de pression pour un profil avec cylindre au bord d'attaque.



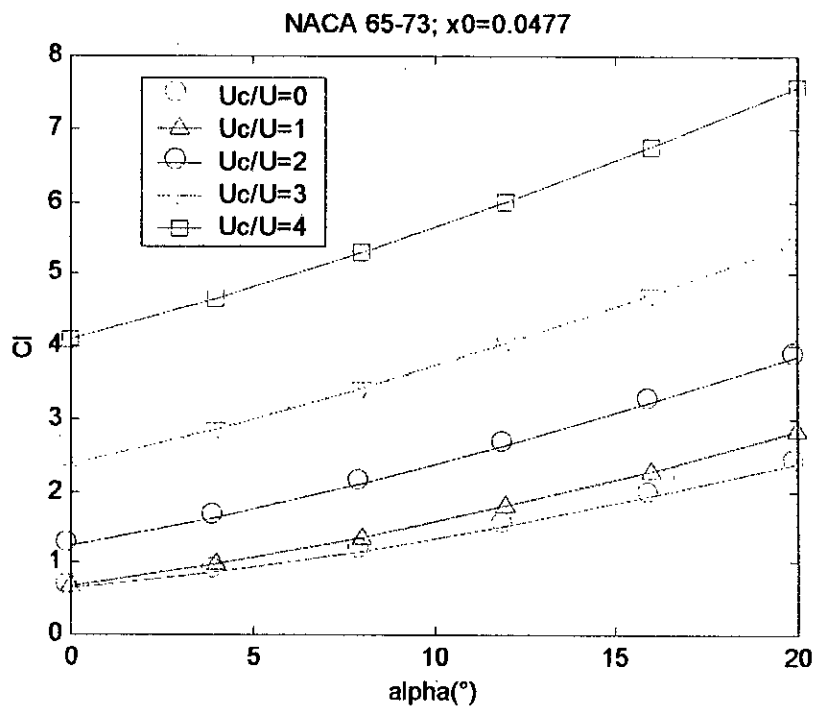
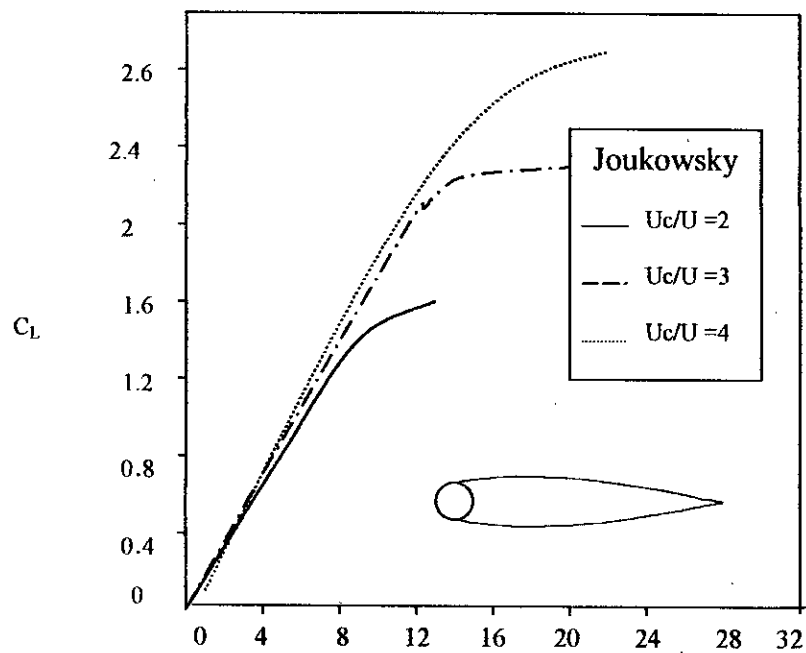


Fig.V.15 Les résultats expérimental et théorique de portance pour un profil avec cylindre au bord d'attaque.

V.7.3 Cylindre au bord de fuite

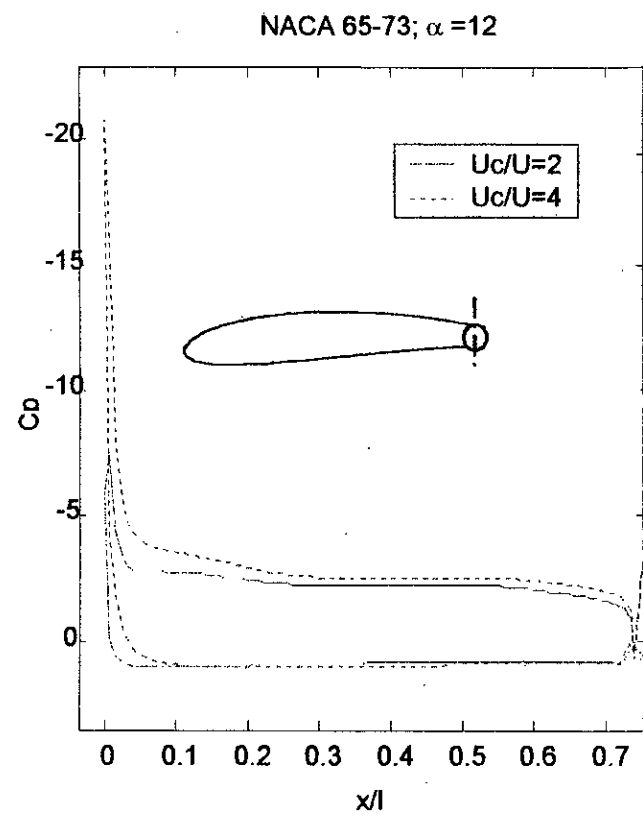
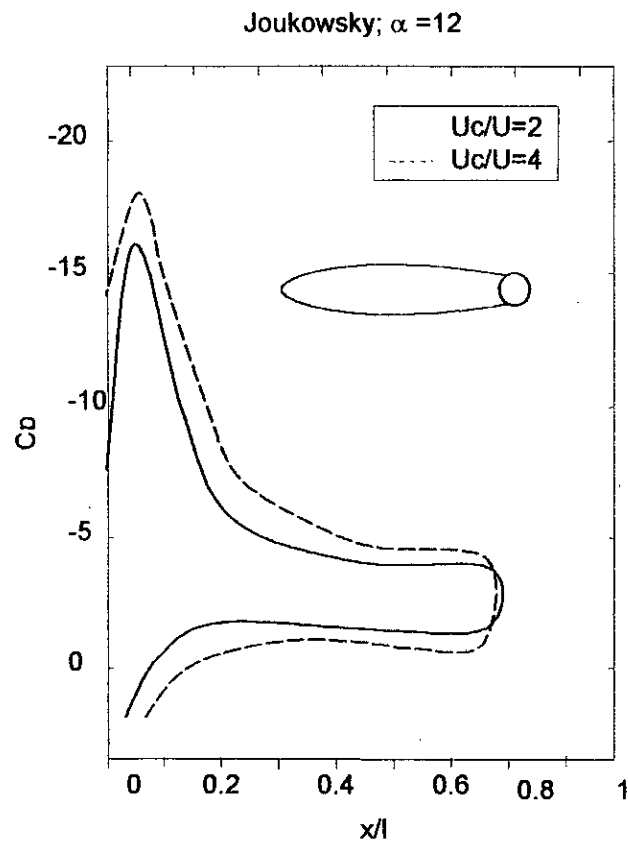


Fig.V.16 Les résultats expérimental et théorique de pression pour un profil avec cylindre au bord de fuit.

V.7.4 Cylindre au bord d'attaque et bord de fuite

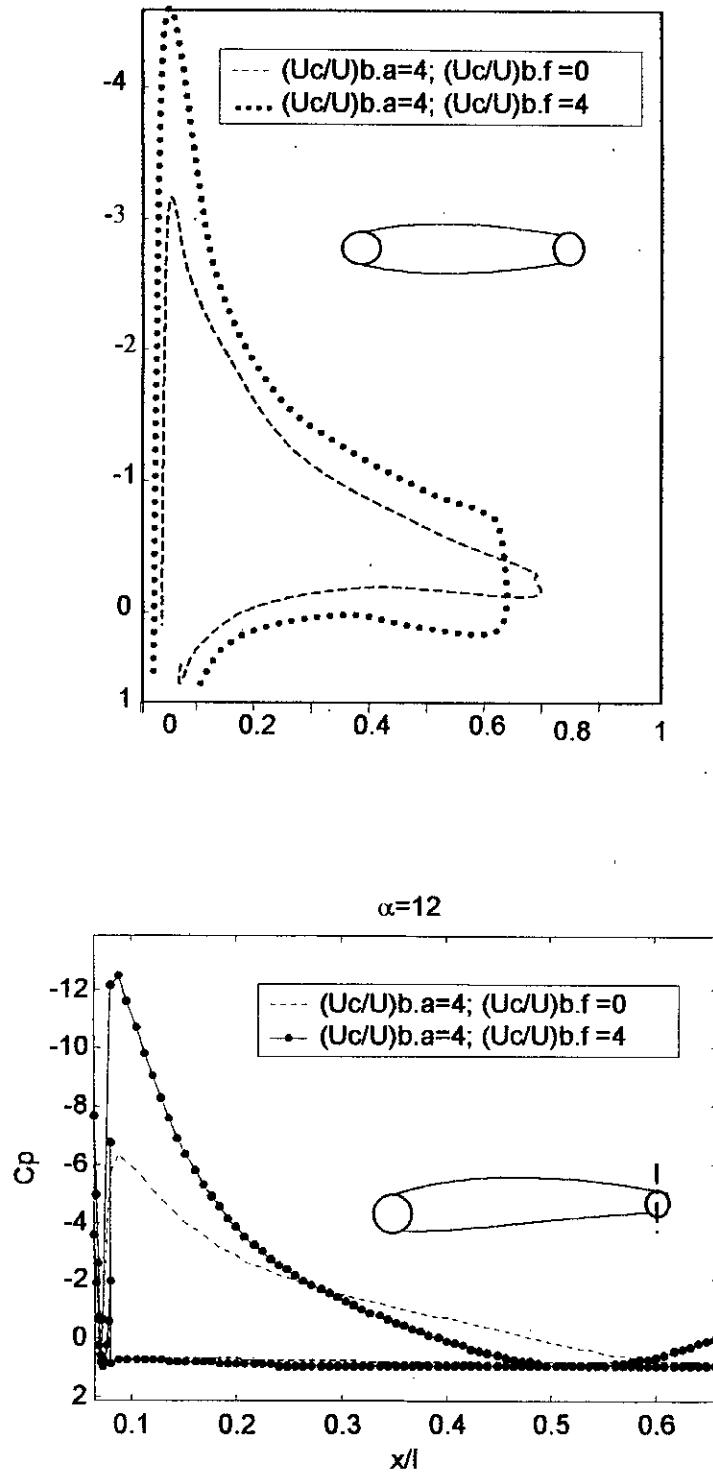


Fig.V.17 Les résultats expérimental et théorique de pression pour un profil avec cylindre au bord d'attaque et cylindre au bord de fuite.

## Conclusion générale

Le travail numérique avec un profil de NACA 65-173 utilisant la rotation du cylindre au bord d'attaque et au bord de fuite ou dans une position intermédiaire, proche du bord de fuite, il ressort plusieurs points et informations intéressantes.

D'une part l'interpolation améliore les résultats (les coefficients de pression, coefficient de portance). Et d'autre part l'angle d'incidence d'écoulement dans tous les modèles appliqués a une influence importante vis-à-vis de l'augmentation de la portance et la diminution de pression.

La rotation du cylindre au bord d'attaque engendre une augmentation de l'aspiration sur le nez. C'est la propagation de cette pression minimale en aval qui détermine l'efficacité de la rotation du cylindre, ceci dépend surtout de la position du cylindre et de son diamètre.

L'augmentation de la vitesse de rotation d'un cylindre au bord de fuite et à la fin de bord de fuite augmente essentiellement la portance et avec une moindre pression et cela par rapport au cylindre au bord d'attaque.

A titre comparatif l'étude expérimentale est proche de l'étude théorique en prenant en considération que l'ordre des valeurs dépend du type de profil (les valeurs d'un profil symétrique doivent être moins importantes), ajouter à cela, sa dépendance vis à vis de sa différence dans le positionnement du cylindre et son diamètre ainsi que dans l'influence des facteurs externes.

Enfin comme travail en perspective de la présente étude, nous pouvons suggérer de cette étude l'application à la turbomachine avec une adaptation particulière des cylindres tournants ou dans le cas d'un contrôle passif de la couche limite sur les bords d'attaque (aspiration de la couche limite).

## Influence d'un segment porteur sur lui-même

L'influence d'un segment porteur d'un tourbillon (ou d'un vortex) sur lui même ne peut évidemment pas être définie par l'expression analytique de la vitesse induite, car les intégrales n'ont pas de sens si le point  $z$  se trouve sur le segment porteur de tourbillon. La vitesse induite en un point de contrôle situé sur un segment porteur, peut se calculer par le théorème des résidus :

En effet la vitesse induite en un point  $z_c$  par un segment porteur d'un tourbillon d'intensité  $\Gamma$ , a pour expression (voir CHAPITRE I) :

$$C = \frac{i\Gamma}{2\pi} \int_{(c)z_c - z} \frac{dz}{z_c - z}$$

Posons :

$$I = \int_{(c)z_c - z} \frac{dz}{z_c - z}$$

Cette intégrale peut être calculée par le théorème des résidus et on a :

$$I = -i\pi$$

L'expression (I) devient dans ce cas :

$$C = \frac{\Gamma}{2}$$

## Coefficient de portance

Considérons un profil C (fig. 1.a), faisons un bilan des forces qui s'exercent sur un élément abcd de largeur  $dx$ .

$$ds_e = bc$$

$$ds_i = ad$$

Par projection suivant la verticale :

$$dR = p_e ds_e \cos \alpha_e - p_i ds_i \cos \alpha_i$$

$$dR = (p_e - p_i) dx$$

$$\text{Or} \quad p_e - p_i = \frac{1}{2} \rho u_\infty^2 (C_{p_e} - C_{p_i})$$

$$\Rightarrow R = -\frac{1}{2} \rho u_\infty^2 \int_0^1 (C_{p_i} - C_{p_e}) dx$$

Avec  $C_{p_e}$  et  $C_{p_i}$  respectivement les coefficients de pression de la surface supérieure (extrados) et de la surface inférieure (intrados).

On définit alors le coefficient de portance  $C_L$  par :

$$C_L = \frac{1}{1} \int_0^1 (C_{p_i} - C_{p_e}) dx$$

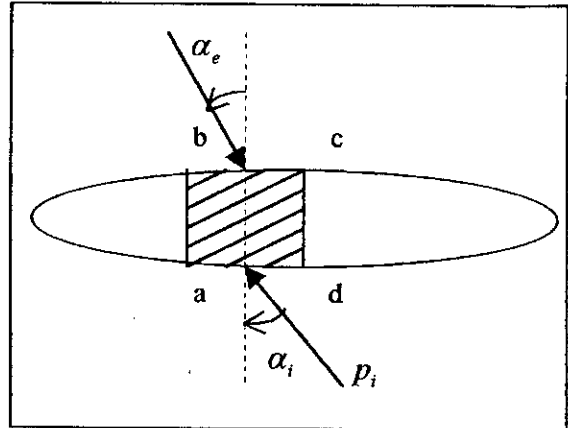


Fig.1.a

## Liste des figures

### Chapitre I

- Fig.I.1. Circulation.
- Fig.I.2. Représentation dans le plan complexe.
- Fig.I.3. Ecoulement uniforme
- Fig.I.4. Ecoulement uniforme pour une direction arbitraire  $\alpha$
- Fig.I.5. Ecoulement tourbillonnaire autour d'un axe Oz(ou vortex libre).
- Fig. I.8. Superposition d'une source et d'un puits.

### Chapitre II

- Fig.II.1 Procédure de Discrétisation.
- Fig.II.2. Distribution linéaire sur les panneaux.

### Chapitre III

- Fig.III.1 Exemple du graphe tracé par matlab.
- Fig.III.2 Exemples des types d'interpolation.
- Fig.III.3 l'interface du programme.

### Chapitre IV

- Fig.IV.1 Courbe du profil (n'est pas une fonction).
- Fig.IV.2 Transformation de graphe du profil en deux fonctions.
- Fig.IV.3 Ajout du dernier point pour inclure l'intervalle (indiqué) dans l'interpolation.
- Fig.IV.4 Représentation des points supprimés pour éviter la répétition des points.
- Fig.IV.5 Génération d'un vecteur par des points.
- Fig.IV.6 La partie extérieure du cylindre est continue, si le point de départ est à l'intérieure.
- Fig.IV.7 Comment placer le cylindre manuellement et le définir.
- Fig.IV.8 la procédure utilisée pour déterminer les points d'intersection.
- Fig.IV.9 Le profil et le cylindre donnant la forme globale de l'obstacle.

### Chapitre V

- Fig. V.1 L'influence de l'interpolation sur les résultats (la portance).
- Fig. V.2 La distribution des pressions autour d'un profil NACA65-173.
- Fig. V.3 L'erreur de portance calculée par rapport à un profil de pas = 0.004 .
- Fig. V.4 L'influence de l'angle d'incidence sur l'écoulement autour du cylindre.
- Fig. V.5 La distribution des pressions pour un cylindre isolé avec  $\alpha = 0^\circ$ .
- Fig. V.6 Les coefficients de portance à chaque panneau de cylindre isolé avec  $\alpha = 0^\circ$
- Fig. V.7 Distribution de la pression sur le profil NACA 65-173 du cylindre au  $x=0.0318$  de la corde
- Fig. V.8 Variation de portance suivant la position du profil et la vitesse de rotation du cylindre.
- Fig. V.9 Distribution des pressions sur profil NACA65-173 à un cylindre au bord de fuite de position  $x=0.6879$  et rayon  $r=0.0382$
- Fig. V.10 Distribution des pressions sur le profil NACA65-173  $x=.06879$  ;  $r=0.0382$ .
- Fig. V.11 l'influence de la position d'un cylindre au bord de fuite sur la portance.
- Fig. V.12 La distribution des pressions autour d'un profil NACA65-173 avec cylindre à la fin du bord de fuite
- Fig. V.13 Les résultats expérimental et théorique du prisions pour un profil isolé.
- Fig. V.14 Les résultats expérimental et théorique de pression pour un profil avec cylindre au bord d'attaque.

Fig. V.15 Les résultats expérimental et théorique de portance pour un profil avec cylindre au bord d'attaque.

Fig. V.16 Les résultats expérimental et théorique de pression pour un profil avec cylindre au bord de fuit.

Fig. V.17 Les résultats expérimental et théorique de pression pour un profil avec cylindre au bord d'attaque et cylindre au bord de fuit.



## Bibliographe

- [1]- V.J.MODI and F.MOKHTARIAN and T.YOKOMISO, joinery 1990. Effect of moving of surfaces on the airfoil boundary-layer control. Journal of Aircraft, Vol.27, NO.1pp.42-50.
- [2]- A.HARHAD, O.GUERRI, K.AMEUR et L.LABRAGA, juin 1999 –Evaluations de pression autour des profils d’aubes (Etude comparative), Revue des énergies renouvelables, Rev. Energ. Ren. Vol.2 (1999) 115.
- [3]- K.AMEUR, 1997 –Etude numérique d’un écoulement visqueux incompressible autour de profile d’ailes, mémoire de magister, UST de Blida (Algérie).
- [4]- F.BERMAD, 1999 –Etude des écoulements en turbomachines par la méthode des singularités (Application à un cylindre tournant au bord d’attaque d’un profil aérodynamique PFE, ENP, Alger.
- [5]- Pierre REBUFFET, 1969- Aérodynamique expérimentale. Troisième édition DUNOD, Paris.
- [6]- R.COMOLET, 1986- Mécanique expérimentale des fluides T1 et T2. 4<sup>ème</sup> édition Masson, Paris.
- [7]- A.LAARAOUI et L.MANSOUR OUAHCHIA, 1997 –Application de la méthode de singularité pour les écoulements en turbomachines, PFE, ENP, Alger.
- [8]- R.RABIA et N.NOUIOUA, 1993- Etude comparative de la méthode de singularités distribuées appliquée aux écoulements autour d’obstacles. PFE, ENP, Alger.
- [9]- Y.BENTERKIA, 1998 –Etude et dimensionnement d’un étage de turbomachine par la méthode de singularités. PFE, ENP, Alger.
- [10]- A.CHABBI, NDEROUICHE, 1995 –Etude comparative de chargement par la méthode des singularités sur des obstacles portants. PFE, ENP, Alger.
- [11]- M.MOKHTARI et A.MESBAH, 1997- Apprendre et maîtriser MATLAB. Springer, Allemagne.
- [12]- D.EUVRARD, 1994- Résolution numérique des équations aux dérivées partielles. Troisième édition MASSON, Paris.
- [13]- G.FARIN, traduit de l’anglais par X.MERLO, 1992- Courbe et surfaces pour la CGAO. MASSON, Paris.
- [14]- A.GOURDIN et M.BOUMAH RAT, 1991- Méthodes numériques appliquées. OPU, Alger.
- [15]- F.MOKHTARIAN and V.J.MODI, V.J. Fluid dynamics of airfoils with moving surface boundary-layer control. Journal of Aircraft, Vol.25, Feb.1988.pp.163-169.