

28/95

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE ELECTRIQUE

مدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
العلمية - البحثية
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES
Pour l'obtention d'un Diplôme D'Ingenieur
d'Etat en Automatique

THEME

**ETUDE DE DIFFERENTS ALGORITHMES DE COMMANDE
ADAPTATIVE**

Application sur un modèle d'un réacteur nucléaire type *PWR*

Proposé et dirigé par :
Mr : Kamel DJEBARA

Etudié par :
Mr: Merouane ALAOUI

En Collaboration avec
Mr : Djamel BOUKHETALA

PROMOTION : Septembre 95

E.N.P 10 Avenue Hacen Badi EL HARRACH - ALGER

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE ELECTRIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES
Pour l'obtention d'un Diplôme D'Ingenieur
d'Etat en Automatique

THEME

**ETUDE DE DIFFERENTS ALGORITHMES DE COMMANDE
ADAPTATIVE**

Application sur un modèle d'un réacteur nucléaire type *PWR*

Proposé et dirigé par :
Mr : Kamel DJEBARA

Etudié par :
Mr: Merouane ALAOUI

En Collaboration avec
Mr : Djamel BOUKHETALA

PROMOTION : Septembre 95

E.N.P 10 Avenue Hacén Badi EL HARRACH - ALGER

Je dédie ce travail

*A la mémoire de mon père
qu'il trouve l'aboutissement de ses
sacrifices*

*A ma chère mère
A ma cher soeur Mme Brahim*

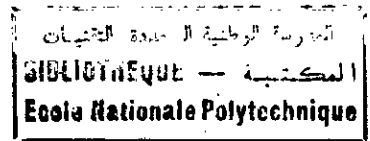
Vous, qui m'aviez soutenu avec votre amour

*A mes frères et soeurs
en particulier, Mohammed, Sakim, Rachid*

*A toute ma famille en particulier la famille Brahim
et la petite Abir*

*A tous mes amis les plus chers à savoir: O. Abdelbaki,
B. Abdelkader,
B. Belkacem, M. Nacereddine, K. Amour, A. Omar,
C. Mokhtar,
S. Noureddine, T. belkacem*

AVANT PROPOS



*Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au sein du **Laboratoire d'Automatique du DIC du CDSE (Département Instrumentation et Contrôle du Centre de Développement des Systèmes Energétiques).***

*Je voudrai particulièrement exprimer ma profonde reconnaissance à monsieur **K.Djebara**, attaché de recherche au laboratoire d'automatique du DIC de CDSE de Ain-oussera, l'initiateur de cette étude.*

Il m'a fait profiter de l'étendue de ses connaissances, ses conseils et de ses encouragements et m'a permis de mener à bien mes travaux.

*J'adresse mes sincères remerciements à monsieur **D.Boukhetala** pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail et pour son respect.*

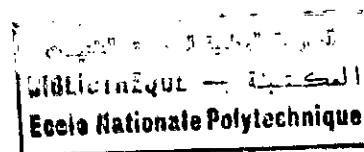
*Je tiens également à remercier les membres du **Laboratoire d'Automatique appliquée** à savoir: **F.Souaker**, ingénieur principale en automatique et **H.Boutine**, ingénieur principale en électronique, pour m'avoir permis d'effectuer ce travail dans les meilleures conditions.*

*Je remercie vivement **O.Abdelbaki**, **M.Nacereddine**, **B.Lakhdar**, **B.Belkacem** pour leur soutien moral et leurs encouragements.*

Je ne saurai oublier dans mes remerciements tous mes amis(es) les plus chers(es).

Je voudrai terminer en saluant la promotion d'automatique 95.

Table des matières



Introduction générale	1
Chapitre I Description générale d'une centrale nucléaire type PWR	4
I.1 Introduction	4
I.2 Généralités et principe de fonctionnement	4
I.2.1 Le circuit primaire	6
I.2.2 Le circuit secondaire	6
I.3 Structure de fonctionnement du générateur de vapeur	7
I.3.1 La chambre d'alimentation	7
I.3.2 Le canal de descente	8
I.3.3 L'évaporateur	8
I.3.4 Les Séparateurs-secheurs	8
I.3.5 Le dôme	8
I.4 Le modèle du réacteur	9
I.4.1 Modèle neutronique	9
I.4.1.1 Rappels sur la neutronique	9
I.4.2 Equations cinétiques	11
I.4.3 Modèle thermique	12
I.4.4 Linéarisation	15
Références	17
Chapitre II Commande adaptative	18
II.1 Introduction	18
II.2 Différentes techniques de commande adaptative	19
II.2.1 Commande adaptative avec modèle de référence (MRAC)	19
II.2.2 Réglage auto-ajustable (S.T.C.)	20
II.3 Identification	22
II.3.1 Introduction	22

II.3.2	Type du modèle utilisé	23
II.3.3	Estimation robuste des paramètres	24
II.3.4	Algorithme robuste d'adaptation paramétrique	25
	Références	29
Chapitre III	Algorithmes de commande adaptative	31
III.1	Introduction	31
III.2	Commande adaptative à objectifs indépendants	33
III.2.1	Algorithme de commande	33
III.2.2	Régulation (calcul de $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$)	33
III.2.3	Poursuite (calcul de $T(q^{-1})$)	34
III.2.4	Rejet des perturbations	34
III.2.5	Calcul de la loi de commande	35
III.2.6	Choix de $P(q^{-1})$	36
III.2.7	Algorithme de commande adaptative	36
III.2.8	Conclusion	38
III.3	Commande adaptative avec pondération à l'entrée	38
III.3.1	Algorithme de commande	38
III.3.2	Régulation	39
III.3.3	Poursuite	40
III.3.4	Rejet des perturbations	40
III.3.5	Calcul de la loi de commande	40
III.3.6	Choix des polynômes $P(q^{-1})$ et $Q(q^{-1})$	41
III.3.7	Algorithme de commande adaptative	41
III.3.8	Conclusion	42
III.4	Commande adaptative avec placement des pôles	42
III.4.1	Algorithme de commande	42
III.4.2	Régulation	43
III.4.3	Poursuite (calcul de $T(q^{-1})$)	43
III.4.4	Rejet des perturbations	44
III.4.5	Choix de $P(q^{-1})$	45
III.4.6	Algorithme de commande adaptative	45
III.4.7	Conclusion	46

III.5	Commande adaptative à variance minimale	47
III.5.1	Introduction	47
III.5.2	Algorithme de commande	47
III.5.3	Régulation	48
III.5.4	Poursuite	50
III.5.5	Rejet des perturbations	50
III.5.6	Calcul de la loi de commande	50
III.5.7	Algorithme de commande adaptative	51
III.5.8	Conclusion	52
III.6	Commande adaptative à variance minimale généralisée	53
III.6.1	Algorithme de commande	53
III.6.2	Prédicteur optimal du système auxiliaire	54
III.6.3	Calcul de la loi de commande	57
III.6.4	Choix de $P(q^{-1})$, $R(q^{-1})$ et $Q(q^{-1})$	57
III.6.5	Algorithme de commande adaptative	58
III.7	Commande adaptative prédictive généralisée	59
III.7.1	Introduction	59
III.7.2	Représentation du procédé	60
III.7.3	Objectif de la commande	60
III.7.4	Commande prédictive généralisée	61
III.7.5	Calcul du prédicteur à j-pas	61
III.7.6	Minimisation du critère	63
III.7.7	Loi de commande	64
III.7.8	Forme canonique RST	64
III.7.9	Algorithme de commande adaptative	66
III.8	Commande adaptative avec modèle de référence sur l'état partiel	68
III.8.1	Introduction	68
III.8.2	Algorithme de commande	68
III.8.3	Objectif de la commande	69
III.8.4	Synthèse de la loi de commande	70
III.8.5	Structure canonique RST	73
III.8.6	Algorithme de commande adaptative	74
	Références	75

Chapitre IV Interprétation des résultats	77
IV.1 Introduction	77
Conclusion générale	85
Annexe 1	106
Annexe 2	107
Annexe 3	108
Annexe 4	109

Introduction générale

Introduction générale

La puissance d'un réacteur nucléaire peut être ajustée par un positionnement approprié de ses barres de contrôle. L'objectif de tout système de contrôle dans une centrale nucléaire est de maintenir la température de contrôle dans une centrale nucléaire est de maintenir la température de l'eau primaire à une valeur désirée et ceci grâce à un ajustement des barres de contrôle, la relation reliant la position des barres de contrôle et la température de l'eau primaire implique un retard pur et est caractérisée par sa nature fortement nonlinéaire. Le changement des caractéristiques de la dynamique avec les conditions opératoires est tel que les performances d'un contrôleur à paramètres fixes deviennent de plus en plus difficiles à atteindre et qu'une version adaptative de ce contrôleur est souvent adoptée dans de telles situations, la commande auto-ajustable est plus intéressante du moment que les paramètres du régulateur sont ajustés durant les opérations pour maintenir une dynamique de performance spécifiée.

La plupart des techniques de synthèse de systèmes de commande sont basées sur la connaissance du processus à commander et son environnement. Or les phénomènes mis en cause dans les processus industriels sont généralement trop complexes pour que l'on puisse établir rigoureusement un modèle mathématique de leur comportement.

Les systèmes adaptatifs ont connu un développement considérable ces dernières années et attirent de plus de personnes aussi bien dans le monde universitaire que dans le monde industriel.

Un réajustement de la loi de commande en fonction des variations de la dynamique du processus pour maintenir les performances du système de commande est alors impératif. C'est

ainsi qu'apparaît le concept de commande adaptative qui permet d'éliminer l'effet des perturbations, sur la dynamique du processus.

Ce travail est reparti sur quatre chapitres consacrés à l'étude des différentes lois de commande auto-ajustables et son application au réacteur nucléaire.

Dans le chapitre I, on s'intéresse dans la première partie à la description du modèle du réacteur nucléaire type PWR et son principe de fonctionnement, la deuxième partie est consacrée à la modélisation du réacteur nucléaire.

Le chapitre II, présente les différentes techniques de commande adaptative avec une présentation détaillée concernant l'algorithme d'adaptation paramétrique.

Le chapitre III, présente sept algorithmes de la commande adaptative linéaire indirecte, ces algorithmes sont:

1. Commande adaptative à objectifs indépendants.
2. Commande adaptative avec pondération sur l'entrée.
3. Commande adaptative à variance minimale.
4. Commande adaptative à variance minimale généralisée.
5. Commande adaptative avec placement des pôles.
6. Commande adaptative prédictive généralisée (GPC).
7. Commande adaptative avec modèle de référence sur l'état partiel (MREP).

Le chapitre IV présente l'application de chacune de ces lois de commande adaptative par une simulation sur un modèle de réacteur nucléaire. Le but recherché est de réguler la température de l'eau primaire suivant un profil désiré.

Chapitre I

Description générale d'une centrale nucléaire type PWR

Chapitre I

Description Générale d'une centrale nucléaire type PWR

1.1 Introduction

Plusieurs types de centrales nucléaires ont été développés et se sont encore étudiés actuellement. Ces centrales sont destinées, pour la plupart, à la production d'électricité, d'autres à la production de chaleur utilisée directement dans l'industrie (sidérurgie, chimie, ...) ou pour le chauffage urbain. Quelles que soient leurs différences thermiques ces centrales ont un certain nombre de points communs: tout d'abord ce sont des centrales thermiques, et en cela elles ne se distinguent pas des centrales à combustible fossile traditionnelles dans leur principe de production d'énergie. En effet, nous trouvons une chaudière où brûle le combustible, un fluide caloporteur, des pompes, éventuellement des échangeurs de chaleur, turbine, etc.... le fluide caloporteur retournant à la chaudière après avoir cédé son énergie. Dans une centrale nucléaire, nous trouverons les mêmes éléments: Une chaudière, qui est le réacteur nucléaire proprement dit, un fluide caloporteur, etc.... La différence essentielle est donc l'emploi de 'combustible' nucléaire au lieu de combustible fossile pour la production de chaleur, mais si pratiquement n'importe qui peut concevoir et réaliser une chaudière à charbon (avec tout de même un peu d'outillage et d'expérience !), il n'en va pas de même d'une chaudière nucléaire; et les craintes des écologistes actuels au sujet de l'industrie nucléaire ont été celles des chercheurs tout d'abord, et c'est pour cela qu'on peut dire qu'aucune autre industrie, à part la recherche spatiale, n'a été autant conditionnée par les problèmes de sécurité.

1.2 Généralités et principe de fonctionnement

Une centrale nucléaire type PWR 900 MWt sert à la production d'énergie à partir de l'énergie libérée par la fission des atomes de l'uranium [1-4].

L'énergie produite par fission subit trois transformations:

- ☛ Transformation thermique (production de la vapeur)
- ☛ Transformation mécanique (entraînement de la turbine)
- ☛ Production d'électricité (entraînement de l'alternateur).

La filière PWR (Pressurized - water - reactor) utilise l'uranium naturel légèrement enrichi (environ 3%) comme combustible et l'eau ordinaire comme caloporteur et modérateur [1-3][1-5]. Une centrale nucléaire type PWR se compose de deux circuits principaux: le circuit primaire et le circuit secondaire.

Le circuit primaire: Comprend la cuve où est plongé le cœur du réacteur, un pressuriseur, un système pompes de recirculation du fluide caloporteur et quelques circuits annexes dont le rôle est d'assurer la sécurité et le bon fonctionnement de cet ensemble.

Le circuit secondaire: Comprends trois générateurs de vapeur (GV) montés en parallèle et débitant dans un collecteur, la turbine, le condenseur, un poste d'eau et des turbo-pompes. La figure (1.1) schématise de façon simple cet ensemble

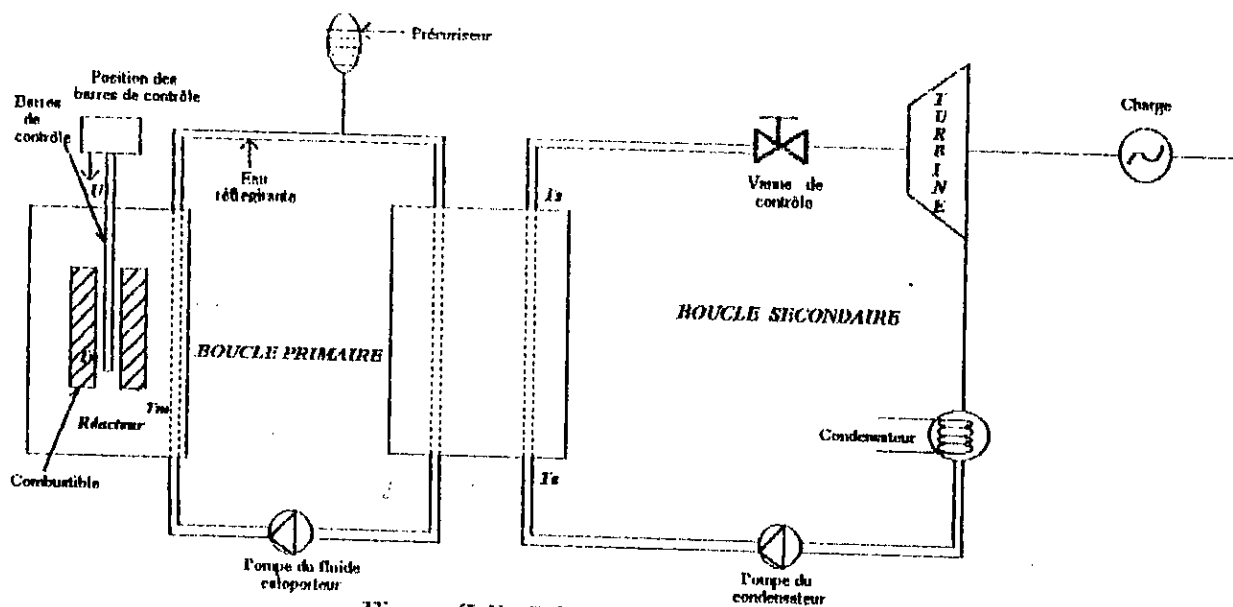


Figure (1.1). Schéma du réacteur PWR.

1.2.1 Le circuit primaire

Le coeur est constitué de 157 assemblages combustibles, de 264 crayons chacun, où a lieu la génération de puissance, de grappes de contrôle comprenant des crayons absorbants les neutrons pouvant coulisser dans des tubes guides [1-2].

L'eau primaire jouant deux rôles s'écoule entre les crayons combustibles en emportant les calories produites par les fissions et sert de modérateur légèrement absorbant (Oxygène) grâce à la présence des noyaux d'hydrogènes [1-2] [1-4].

Le combustible utilisé dans ce type de centrale est l'Oxyde d'Uranium UO_2 légèrement enrichi (autour de 3% de U^{235}) [1-4].

Le coeur, les structures internes, les mécanismes de commande des grappes de contrôle sont contenus et supportés par la cuve qui sert aussi à supporter la haute pression du circuit primaire (autour de $1.6 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$ [1-4]) et protéger l'environnement des risques de radiation.

De la cuve partent les conduites de chaque boucle primaire et la recirculation est assurée par un groupe de turbo pompes verticales de type centrifuge.

Sur des branches du circuit primaire se trouve un pressuriseur, réservoir de forme cylindrique, disposé verticalement, avec les deux phases vapeur et liquide qu'il contient. Il sert au maintien de la pression pour éviter tout risque d'apparition de bulles dans le coeur et d'absorber les variations de volume d'eau du primaire lors de certains transitoires rapides [1-3] [1-5].

Pour ce faire le pressuriseur est muni d'un système de douche pour abaisser la pression, et de chauffelettes pour l'élever.

1.2.2 Le circuit secondaire [1-2] [1-4]

Il comprend les trois GV montés en parallèle par lesquels il communique avec le circuit primaire ou les calories reçues servent à vaporiser l'eau secondaire.

Un générateur de vapeur est un évaporateur à cuve verticale et tubes d'échange en U renversés. Les tubes en U renversés sont au nombre de 3388. Ils représentent une surface d'échange primaire-secondaire de 4800 m^2 , l'Inconel 600 dont sont faits ces tubes est préféré à l'acier INOX pour sa meilleure conductibilité thermique.

Le fluide primaire, sortant du cœur, entre dans la boîte à eau d'entrée, située dans le fond hémisphérique inférieur, circule dans les tubes en U, cède une partie de sa chaleur à l'eau secondaire avant de retourner par la boîte à eau de sortie au cœur.

Les trois lignes de vapeur issues des trois GV sont réunies dans un barillet qui est suivi de la vanne d'admission turbine. La vapeur est donc envoyée dans le corps haute pression (HP) où elle se détend provoquant ainsi la rotation de la turbine.

La chute de pression s'accompagne d'un abaissement du titre de vapeur, la vapeur sortant de l'étage (HP) passera dans un séchoir surchauffeur avant d'être admise à l'étage basse pression (BP).

Le condenseur échange les dernières calories de la vapeur avec l'eau de refroidissement (eau de rivière par exemple). A l'intérieur du condenseur, l'eau secondaire est à une température très basse comprise entre 20 et 30 °C. Afin de pouvoir retourner cette eau en tant qu'eau alimentaire aux GV il faut la réchauffer puis relever sa pression grâce à des turbo-pompes.

Ce réchauffage est obtenu grâce à des soutirages de vapeur effectués au cours de la détente dans les corps HP et BP. Les turbo-pompes, relevant la pression, sont mues par un prélèvement de vapeur dans le corps BP.

1.3 Structure de fonctionnement du générateur de vapeur [1-3]

Pour le fonctionnement du GV on va distinguer plusieurs parties qui seront décrites séparément.

1.3.1 La chambre d'alimentation

C'est une couronne de distribution limitée extérieurement par les parois du GV et intérieurement par celles des séparateurs-sécheurs et par l'étranglement vers le bas qui détermine le haut du canal de descente, c'est dans la chambre d'alimentation qu'a lieu le mélange de l'eau alimentaire envoyée par les turbo-pompes, l'eau de recirculation provenant des séparateurs -sécheurs et l'eau de condensation issue du dôme.

1.3.2 Le canal de descente

Les limites du volume définissant le canal de descente sont les parois extérieures du GV et intérieures de l'évaporateur en haut la chambre d'alimentation et enfin la boîte à eau en bas.

1.3.3 L'évaporateur

L'eau est injectée du bas du canal de descente vers l'évaporateur ou elle s'écoulera entre les tubos, l'eau primaire entre dans les tubes à une température en régime nominal de 302 °C, cède une partie de sa chaleur et ressort des tubes à 285 °C. La puissance ainsi cédée est de 900 MW.

1.3.4 Les séparateurs-sécheurs

A la sortie du faisceau de tubes, le mélange diphasique passe dans trois gros séparateurs mécaniques à cyclone. Par centrifugation, l'eau et la vapeur sont séparées. L'eau retombe dans la chambre d'alimentation et la vapeur séchée pour améliorer sa qualité. Les sécheurs envoient la vapeur dans la voûte du GV: le dôme.

1.3.5 Le dôme

Le volume délimité par le fond hémisphérique supérieur, le niveau d'eau dans la chambre d'alimentation et la partie supérieure des sécheurs constituent le dôme du GV. La vapeur issue des sécheurs Y est stockée avant d'être envoyée au barillet.

En plus de la phase vapeur, il peut exister une phase liquide à cause des variations de la pression et qui va retomber dans la chambre d'alimentation.

1.4 Modèle du réacteur

1-4-1 modèle neutronique [1-1][1-2][1-3]

1-4-1-1 rappels sur la neutronique

Les équations cinétiques, fondamentales pour l'étude du réacteur en fonctionnement, peuvent être introduites simplement à partir du phénomène de la fission nucléaire.

a- La fission

Le phénomène de la fission peut être décrit de la manière suivante:

Quand un neutron est absorbé par un noyau fissile (U^{235} par exemple) ce dernier se transforme en noyau instable qui se scinde en deux noyaux avec émission de 2 à 3 neutrons avec dégagement d'une énergie très importante (autour de 200 Mev). Ce type d'interaction particulier neutron-noyau est appelé réaction de fission.

b- Réaction en chaîne

Les neutrons émis au moment de la fission se situent dans une bande d'énergie centrée sur 2 Mev. Le niveau d'énergie moyen des noyaux de la matière à une température de 20 °C se situe autour de 0.025 ev. C'est pour cela que ces neutrons sont appelés neutrons thermiques.

A ce niveau d'énergie, la probabilité d'être absorbée par un noyau d' U^{235} est très grande.

Donc si au moins un neutron émis au cours de la fission, en perdant de l'énergie, arrive à devenir un neutron thermique il pourra provoquer une nouvelle fission d'un noyau d'uranium 235 et le cycle recommence.

C'est pour cela que cette réaction est appelée réaction en chaîne.

Finalement le modérateur a un double rôle il maintient la réaction en chaîne en ralentissant les neutrons c'est à dire les transforme en neutrons thermiques et transforme l'énergie nucléaire en énergie thermique.

c- Puissance neutronique

La fission d'un atome d'uranium 235 libère en moyenne une énergie de 200 Mev. La fission de tous les noyaux des atomes contenus dans 1g d' U^{235} , en 24 heures, correspond à une puissance libérée de $0.97 \cdot 10^6$ w.

$$\beta_i = \frac{\text{fraction émise à partir des noyaux précurseurs ' i '}}{\text{fraction totale}}$$

On a donc :

$$\sum_{i=1}^6 \beta_i = \beta$$

1.4.2 Equations cinétiques [I-1][I-2][I-3]

Soit θ la durée de vie moyenne d'une génération de neutrons (le temps qui s'écoule en moyenne entre sa naissance par fission et sa disparition donnant lieu à une nouvelle fission) et ' n ' le nombre de neutrons de la génération à l'instant ' t ', la nouvelle génération sera caractérisée, après un temps θ par:

$$k N(t) (1-\beta) \quad \text{neutrons prompts}$$

En posant :

λ_i : Probabilité de désintégration des noyaux précurseurs ' i '

$C_i(t)$: Nombre de noyaux précurseurs ' i ' à l'instant t.

$\sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(t)\theta$: Nombre de noyaux précurseurs qui se sont désintégrés pendant le temps

θ égale au nombre de neutrons retardés apparus pendant θ .

$k N(t) \beta_i$: Nombre de noyaux précurseurs ' i ' apparus lors des désintégrations des noyaux fissiles, pendant le temps θ .

D'où les équations suivantes :

$$N(t+\theta) = k N(t) (1-\beta) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(t)\theta \quad (I.2)$$

$$C_i(t+\theta) = C_i(t) - \lambda_i C_i(t)\theta + N(t)k\beta_i \quad i=1, \dots, 6$$

En passant à la limite on trouve:

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} N(t) + \sum_{i=1}^6 C_i(t) \lambda_i \quad (1.3)$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{\lambda_i}{\Lambda} N(t) - \lambda_i C_i \quad i=1, \dots, 6 \quad (1.4)$$

Ces équations décrivant l'évolution du nombre de neutrons compte tenu de ces deux équations, et du fait que la puissance nucléaire est proportionnelle à la densité neutronique les équations cinétiques retenues sont:

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} P_n(t) + \sum_{i=1}^6 C_i(t) \lambda_i \quad (1.5)$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} P_n(t) - \lambda_i C_i \quad i=1, \dots, 6 \quad (1.6)$$

A ces équations vient s'ajouter une 3^{ème} équation définissant la réactivité ρ :

$$\rho = \rho_B - \alpha_u (T_u - T_{u0}) - \alpha_m (T_m - T_{m0}) \quad (1.7)$$

ρ_B : réactivité des barres de contrôle,

α_u : coefficient DOPPLER (l'échauffement du combustible),

α_m : coefficient modérateur,

T_u : température d'uranium,

T_{u0} : valeur nominale de la température combustible,

T_m : température du modérateur,

T_{m0} : valeur nominale de la température de modérateur.

1.4.3 Modèle thermique [I-1][I-2][I-3]

L'énergie générée au sein du crayon combustible migre à travers celui-ci, cette énergie est transmise au modérateur par l'intermédiaire de la gaine.

La variation de l'énergie d'un milieu = énergie produite transfert.

On peut en déduire que le transfert thermique dans le coeur est caractérisé par la variation de l'énergie dans le combustible, puis la variation de l'énergie dans la gaine et enfin la variation de l'énergie dans le modérateur.

» La variation de l'énergie dans le combustible est égale à l'énergie nucléaire par la fission au sein de l'Uranium diminuée de l'énergie transmise par conduction à la gaine qui l'entoure.

D'où :

$$M_u C_u \frac{dT_u}{dt} = K P_n \frac{1}{R_{ug}} (T_u - T_g) \quad (I.8)$$

La variation de l'énergie dans la gaine est égale à l'énergie cédée par la combustible à la gaine diminuée de l'énergie transmise par convection au modérateur.

D'où :

$$M_g C_g \frac{dT_g}{dt} = \frac{1}{R_{ug}} (T_u - T_g) - \frac{1}{R_{gm}} (T_g - T_m) \quad (I.9)$$

La variation de l'énergie dans le modérateur est égale à l'énergie que lui a cédé la gaine diminuée de l'énergie transmise au circuit primaire.

D'où :

$$M_m C_m \frac{dT_m}{dt} = \frac{1}{R_{gm}} (T_g - T_m) - C_m Q_m (T_s - T_e) \quad (I.10)$$

Et la température moyenne du modérateur est à tout instant égale à :

$$T_m = \frac{T_s + T_e}{2} \quad (I.11)$$

Finalement la thermique du cœur est régie par les trois équations suivantes :

$$\begin{cases} M_u C_u \frac{dT_u}{dt} = K P_n - K_{ug} (T_u - T_g) \\ M_g C_g \frac{dT_g}{dt} = K_{ug} (T_u - T_g) - K_{gm} (T_g - T_m) \\ M_m C_m \frac{dT_m}{dt} = K_{gm} (T_g - T_m) - Q_m C_m (T_s - T_e) \end{cases} \quad (I.12)$$

avec :

$$T_m = \frac{T_s + T_e}{2}; \quad K_{ug} = \frac{1}{R_{ug}}; \quad K_{gm} = \frac{1}{R_{gm}}$$

et :

T_e : Température d'entrée du fluide caloporteur,

T_s : Température de sortie du fluide caloporteur,

Q_m : Débit de l'eau dans le cœur,

K : Facteur de conversion (Watt-calorie),

P_n : Puissance nucléaire dans le cœur,

R_{ug} : Résistance thermique (Uranium-gaine),

M_u : Masse de l'Uranium,

C_u : Chaleur massique de l'uranium,

T_g : Température de la gaine,

R_{gm} : Résistance thermique (gaine-modérateur),

T_m : Température moyenne du modérateur.

On remarque que la masse de la gaine est négligeable devant celle de l'uranium et de fluide primaire dans le coeur ce qui revient à négliger les constantes de temps liées aux échanges (combustible-gaine) devant les constantes de temps des transitoires que l'on va étudier.

D'où:

$$K_{ug}(T_u - T_g) - K_{gm}(T_g - T_m) = 0 \quad (I.13)$$

Le modèle thermique devient en remplaçant T_g de l'équation (I.13) et T_s de l'équation (I.11):

$$M_u C_u \frac{dT_u}{dt} = K P_n - K_{um}(T_u - T_m) \quad (I.14a)$$

$$M_m C_m \frac{dT_m}{dt} = K_{um}(T_u - T_m) - 2Q_m C_m(T_m - T_e) \quad (I.14b)$$

avec:

$$K_{um} = \frac{K_{ug} K_{gm}}{K_{ug} + K_{gm}} \quad (I.15)$$

K_{um} : représente le coefficient de transmission globale du combustible vers le fluide primaire.

D'où le modèle du réacteur retenu [1-3][1-4]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_n}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\theta} P_n + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i \\ \frac{dC_i}{dt} = \frac{\beta_i}{\theta} P_n - \lambda_i C_i \quad i=1, \dots, 6 \\ M_m C_m \frac{dT_m}{dt} = K_{um}(T_u - T_m) - 2Q_m C_m(T_m - T_e) \\ M_u C_u \frac{dT_u}{dt} = K P_n - K_{um}(T_u - T_m) \\ \rho = \rho_B - \alpha_u (T_u - T_{u0}) - \alpha_m (T_m - T_{m0}) \\ T_m = \frac{T_e + T_s}{2} \end{array} \right. \quad (I.16)$$

I.4.4 Linéarisation [I-2][I-3]

On remarque que notre système n'est pas linéaire et que la nonlinéarité provient du produit ' ρP_n '.

Le modèle mathématique (I.5) et (I.6) peut être simplifié en remarquant d'une part que l'on peut utiliser les équations cinétiques à 2 groupes de neutrons retardés.

Les constantes de désintégration sont calculées à l'aide des relations suivantes:

$$\lambda_1 = \frac{\beta}{\sum_{i=1}^3 \beta_i \lambda_i} \quad ; \quad \beta = \sum_{i=1}^6 \beta_i$$

$$\lambda_2 = \frac{\beta}{\sum_{i=1}^6 \beta_i \lambda_i} \quad ; \quad \beta_1 = \sum_{i=1}^3 \beta_i$$

$$\beta_2 = \sum_{i=4}^6 \beta_i$$

Le système simplifié est donc:

$$\begin{aligned} \frac{dP_n}{dt} &= \frac{\rho - \beta}{\theta} P_n + \sum_{i=1}^2 \lambda_i c_i \\ \frac{dc_1}{dt} &= \frac{\beta_1}{\theta} P_n - \lambda_1 c_1 \\ \frac{dc_2}{dt} &= \frac{\beta_2}{\theta} P_n - \lambda_2 c_2 \end{aligned} \quad (I.17)$$

Pour la linéarisation d'un tel système, on pose:

$$\delta P = P_n - P_0 \quad \Rightarrow \quad P_n = P_0 + \delta P \quad (I.18a)$$

$$\delta c_1 = c_1 - c_{10} \quad \Rightarrow \quad c_1 = c_{10} + \delta c_1 \quad (I.18b)$$

$$\delta c_2 = c_2 - c_{20} \quad \Rightarrow \quad c_2 = c_{20} + \delta c_2 \quad (I.18c)$$

$$\rho = \delta \rho + \rho_0 \quad (I.18d)$$

où ρ_0 , c_{10} , et c_{20} , représentent respectivement les valeurs de la puissance, des précurseurs et de la réactivité pour les quelles le système est à l'équilibre (comme à l'équilibre $\rho_0 = 0 \Rightarrow \delta P = \rho$), le système précédent devient:

$$\frac{d\delta P_n}{dt} = -\frac{\beta}{\theta} \delta P_n + \lambda_1 \delta c_1 + \lambda_2 \delta c_2 + \delta \rho \frac{\delta P_n}{\theta} + \left(\frac{(\delta \rho - \beta)}{\theta} P_0 + \lambda_1 \delta c_{10} + \lambda_2 \delta c_{20} \right) \quad (I.19a)$$

$$\frac{d\delta c_1}{dt} = \frac{\beta_1}{\theta} \delta P_n - \lambda_1 \delta c_1 + \left(\frac{\beta_1}{\theta} P_0 - \lambda_1 c_{10} \right) \quad (I.19b)$$

$$\frac{d\delta c_2}{dt} = \frac{\beta_2}{\theta} \delta P_n - \lambda_2 \delta c_2 + \left(\frac{\beta_2}{\theta} P_0 - \lambda_2 c_{20} \right) \quad (I.19c)$$

Les équations thermiques du coeur sont linéaires du moment où on a supposé 'Te' constante et on pose:

$$\begin{aligned}\delta\theta_u &= \theta_u - \theta_{u0} \\ \delta\theta_m &= \theta_m - \theta_{m0}\end{aligned}\quad (I.20)$$

avec:

$$\begin{aligned}\theta_u &= T_u - T_e \Rightarrow T_u = \theta_u + T_e \\ \theta_m &= T_m - T_e \Rightarrow T_m = \theta_m + T_e\end{aligned}\quad (I.21)$$

En introduisant les équations (I.20), dans les équations thermiques du coeur, on trouve :

$$\begin{aligned}Mu Cu \frac{d\delta\theta_u}{dt} &= K(P_0 + \delta P_n) - Kum(\delta\theta_u + \theta_{u0}) + Kum(\delta\theta_m + \theta_{m0}) \\ Mm Cm \frac{d\delta\theta_m}{dt} &= Kum(\delta\theta_u + \theta_{u0} - \theta_m - \theta_{m0}) - 2Qm Cm(\delta\theta_m + \theta_{m0})\end{aligned}$$

A l'équilibre on a:

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dt}(P_0, C_{10}, C_{20}, \rho_0) &= 0 \Rightarrow -\frac{\beta}{\theta} P_0 + \lambda_1 C_{10} + \lambda_2 C_{20} = 0 \\ \frac{dC_1}{dt}(P_0, C_{10}, C_{20}, \rho_0) &= 0 \Rightarrow -\frac{\beta_1}{\theta} P_0 - \lambda_1 C_{10} = 0 \\ \frac{dC_2}{dt}(P_0, C_{10}, C_{20}, \rho_0) &= 0 \Rightarrow -\frac{\beta_2}{\theta} P_0 - \lambda_2 C_{20} = 0 \\ \frac{d\theta_u}{dt}(P_0, \theta_{u0}, \theta_{m0}) &= 0 \Rightarrow KP_0 - Kum\theta_{u0} + Kum\theta_{m0} = 0 \\ \frac{d\theta_m}{dt}(P_0, \theta_{u0}, \theta_{m0}) &= 0 \Rightarrow Kum(\theta_{u0} - \theta_{m0}) - 2Qm Cm Qm\theta = 0\end{aligned}\quad (I.22)$$

Et en remplaçant $\delta\rho$ par $(\delta\rho_B - \alpha_u \delta\theta_u - \alpha_m \delta\theta_m)$ on aura le système final suivant [I-4]:

$$\begin{bmatrix} \delta\dot{P} \\ \delta\dot{C}_1 \\ \delta\dot{C}_2 \\ \delta\dot{\theta}_u \\ \delta\dot{\theta}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\beta}{\theta} & \lambda_1 & \lambda_2 & -\frac{\alpha_u P_0}{\theta} & \frac{\alpha_m P_0}{\theta} \\ \frac{\beta_1}{\theta} & -\lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\beta_2}{\theta} & 0 & -\lambda_2 & 0 & 0 \\ K & 0 & 0 & Kum & Kum \\ Mu Cu & 0 & 0 & Mu Cu & Mu Cu \\ 0 & 0 & 0 & Kum & Kum + 2Qm Cm \\ Mm Cm & & & Mm Cm & Mm Cm \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta P \\ \delta C_1 \\ \delta C_2 \\ \delta\theta_u \\ \delta\theta_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_0 \\ \theta \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta\rho_B \quad (I.23)$$

qui a la forme suivante $\dot{X} = AX + BU$. U la commande avec $U = \delta\rho_B$. La commande U est la réactivité des barres de régulation.

Il suffit de remplacer toutes les valeurs numériques dans A et B on trouve:

$$A = \begin{bmatrix} -160 & 0.087 & 0.71 & -2025 & -20250 \\ 71.5 & -0.087 & 0 & 0 & 0 \\ 88.5 & 0 & -0.71 & 0 & 0 \\ 0.037 & 0 & 0 & -0.186 & 0.186 \\ 0 & 0 & 0 & 0.385 & -12.085 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 675 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} \delta P \\ \delta C_1 \\ \delta C_2 \\ \delta O_{II} \\ \delta O_{III} \end{bmatrix}$$

Références

- [I-1] G.T.Park et G.H.Milley, 'Application of adaptive control to a nuclear power plant', Nuclear science and Engineering: 94, 145-156 (1986).
- [I-2] K.Djeffal, 'Etude numérique du fonctionnement et du control d'une centrale de puissance type PWR 900 MWE', Thèse de Magister du centre de développement des techniques de base, Commissariat aux Energies Nouvelles, Février 1983.
- [I-3] A.Larabi et M.El moallen, 'Simulation d'un réacteur nucléaire PWR 900 MWE', Thèse d'ingénieur d'état en électronique Ecole Nationale polytechnique d'alger, Jun 82.
- [I-4] B.Frogner et H.S.Rao, 'Control of nuclear power plants', IEEE Transactions on automatic control, vol. Ac-23, No.3, June 1978.

Chapitre II

Commande adaptative

Chapitre II

Commande adaptative

II.1 Introduction

Quand les paramètres du modèle du procédé (et/ou de la perturbation) sont inconnus ou varient dans le temps, une approche adaptative doit être considérée afin que les objectifs de commande imposés soient atteints (au moins asymptotiquement) et maintenus [II-1]. En particulier, l'inconvénient majeur des méthodes de commande proposées dans la littérature réside dans la difficulté de leurs applications à des procédés ayant les propriétés suivantes [II-6]:

- ① Les procédés à structure (ordre) inconnue.
- ② Les procédés avec retard variable et/ou inconnu.
- ③ Les procédés instables en boucle ouverte.
- ④ Les procédés à phase non minimale: La discrétisation des fonctions de transfert continues peut conduire à des systèmes à phase non minimale.

La '*commande adaptative*' est un ensemble de techniques utilisées pour l'ajustement automatique en ligne des régulateurs des boucles de commande afin de réaliser ou maintenir un certain niveau de performance quand les paramètres du procédé à commander sont inconnus et/ou varient dans le temps [II-1].

Les tâches typiques pouvant être effectuées par un système de commande adaptative sont indiquées ci-dessous:

- ✦ Ajustement automatique des paramètres du régulateur à la mise en oeuvre, dont l'effet est la réduction du temps d'ajustement et l'amélioration des performances.
- ✦ Détermination automatique des paramètres optimaux des régulateurs dans les divers points de fonctionnement.

✎ Maintenir les performances du système de commande quand les caractéristiques du procédé changent.

✎ Possibilité de mise en oeuvre des régulateurs plus complexes et plus performants que les régulateurs classiques et ceci comme conséquence de l'ajustement automatique.

✎ Détermination des variations normales des caractéristiques des procédés. Ces variations se reflètent dans les valeurs des paramètres fournies par l'algorithme d'adaptation.

Plusieurs techniques ont été proposées, pour garantir une capacité d'adaptation dans le système de commande.

II.2 Différentes techniques de commande adaptative

Il existe plusieurs techniques de commande adaptative principalement deux approches

[II-1]

➔ Commande adaptative avec modèle de référence.

➔ Système à commande auto-ajustable (self-tuning control).

II.2.1 Commande adaptative avec modèle de référence (MRAC)

Dans cette approche, les performances désirées sont réalisées sous forme d'un modèle à suivre. Le régulateur est constitué de deux boucles: Une boucle interne classique contenant le régulateur et le procédé à commander, l'écart entre la sortie du système et celui du modèle est utilisé par un algorithme d'adaptation pour faire varier les paramètres du régulateur dans la boucle externe, pour réaliser la meilleure poursuite possible.

Un schéma bloc d'un tel système est montré par la figure (II.1):

II.2.2 Réglage Auto-ajustable (S.T.C.)

L'auto-ajustable est une nouvelle approche pour la commande des systèmes. L'objectif de cette commande est de commander les systèmes à paramètres constants inconnus ou variant dans le temps.

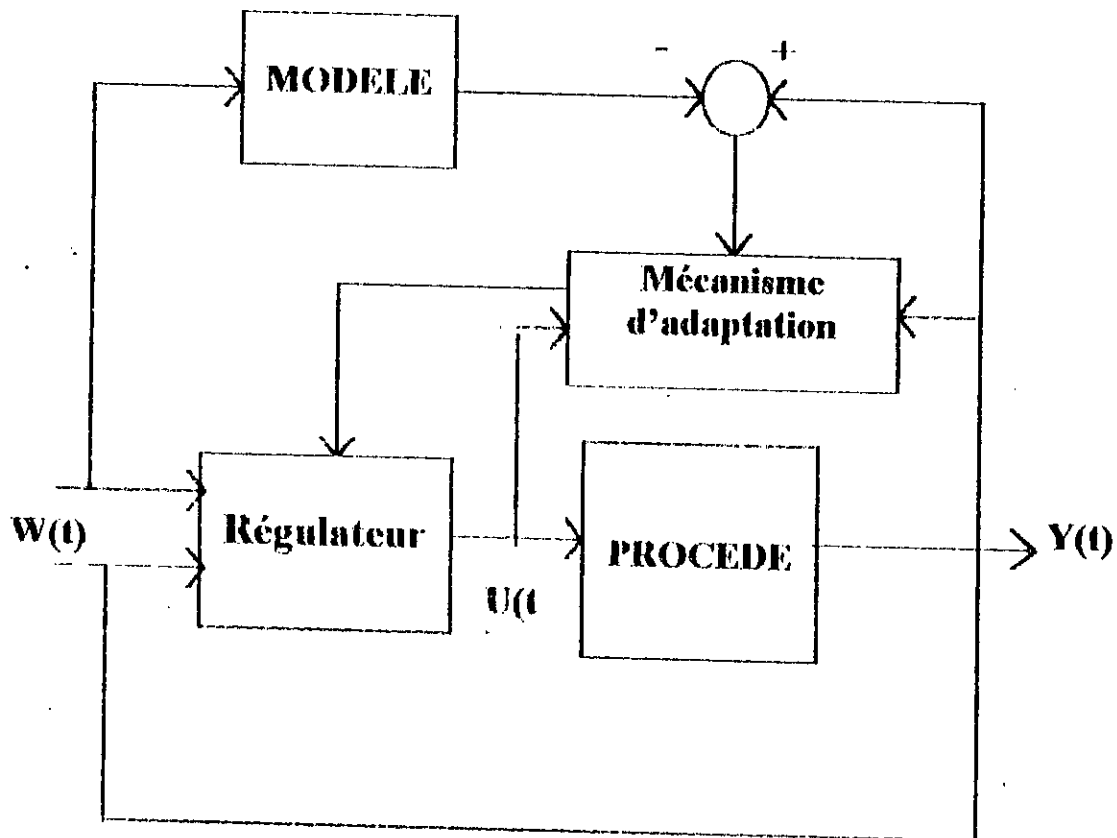


Figure (II.1). Boucle de réglage adaptatif à modèle de référence.

Le principe de cette approche est l'ajustement des paramètres du régulateur à l'aide d'une boucle externe celle-ci est composée de deux blocs (figure (II.2)) :

- Bloc d'estimation récurrente.
- Bloc de calcul de la commande à partir des paramètres estimés.

Le régulateur auto-ajustable est basé sur l'estimation en temps réel des paramètres du système ou ceux du régulateur. La commande est calculée en utilisant les paramètres estimés [II-1].

On distingue deux approches de commande auto-ajustable la commande adaptative indirecte et directe.

☛ *La commande adaptative directe :*

Qui ne comportent qu'une seule étape à chaque période d'échantillonnage les paramètres du régulateur sont directement identifiés de manière récursive. Dans ce cas on identifie implicitement le procédé mais reparamétrisé en terme de prédiction.

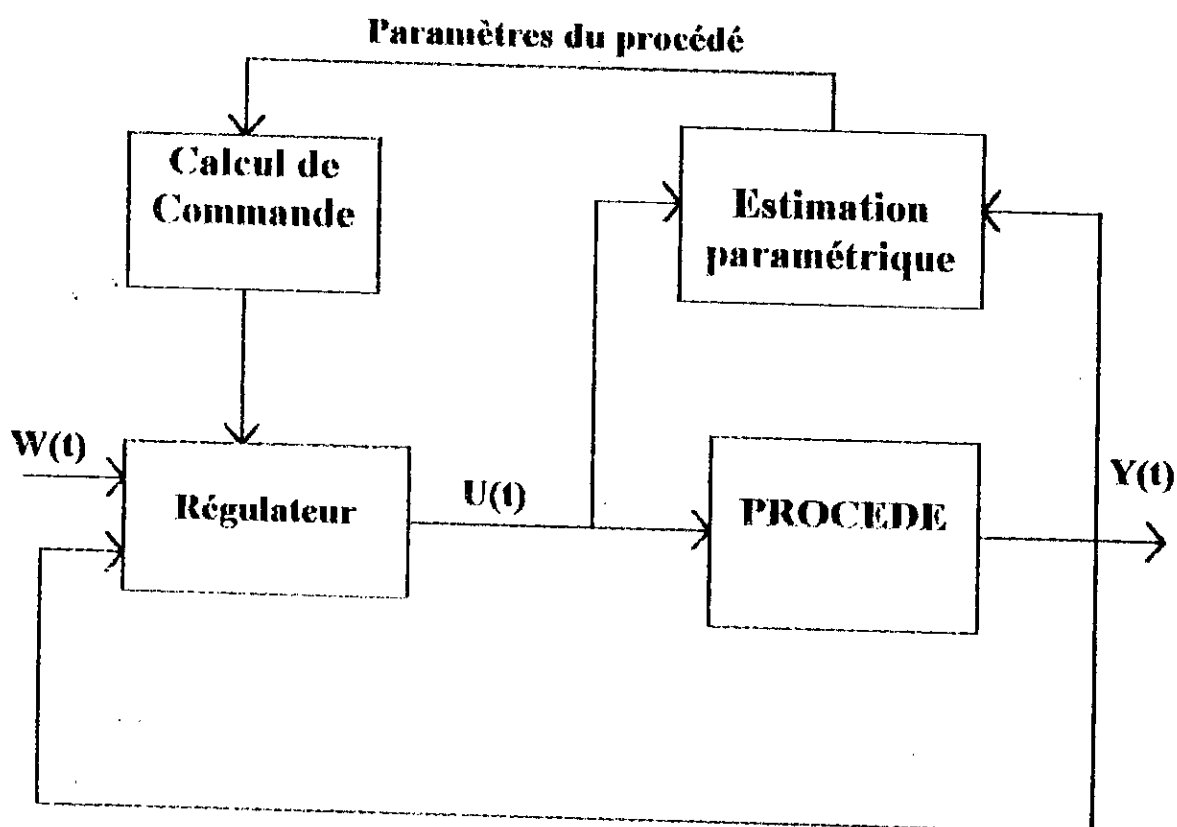


Figure (II.2). Structure de réglage auto-ajustable.

☛ *La commande adaptative indirecte*

Comportent deux étapes à chaque période d'échantillonnage. Dans une première phase on identifie de manière récursive les paramètres du modèle, puis une deuxième phase, on calcule les paramètres du régulateur à partir des paramètres du procédé estimé.

Plusieurs méthodes ont été utilisées pour réaliser l'estimation des paramètres du système telles que les moindres carrés récursifs à trace constante, maximum de vraisemblance... Le bloc de calcul de la commande dépend de la méthode choisie : La commande prédictive généralisée

(GPC), Variance minimale (MV), Variance minimale généralisée (MVG), placement de pôles (PP), ... etc.

II.3 Identification

II.3.1 Introduction

L'identification consiste à déterminer un ensemble d'équations d'un modèle décrivant le mieux possible le procédé.

L'identification comporte deux étapes, la première consiste à fixer la forme des équations, c'est l'étape qualitative. La seconde consiste à trouver les valeurs numériques des coefficients qui interviennent dans ces équations, c'est l'étape quantitative ou estimation des paramètres. Ces valeurs numériques sont déterminées pour que le comportement du modèle soit le plus proche de celui du système: cette 'proximité' se mesure à l'aide d'un critère. Une fois le critère choisi, il suffit de faire appel aux mathématiques pour réduire la différence système - modèle (figure (II.3)) [II-2].

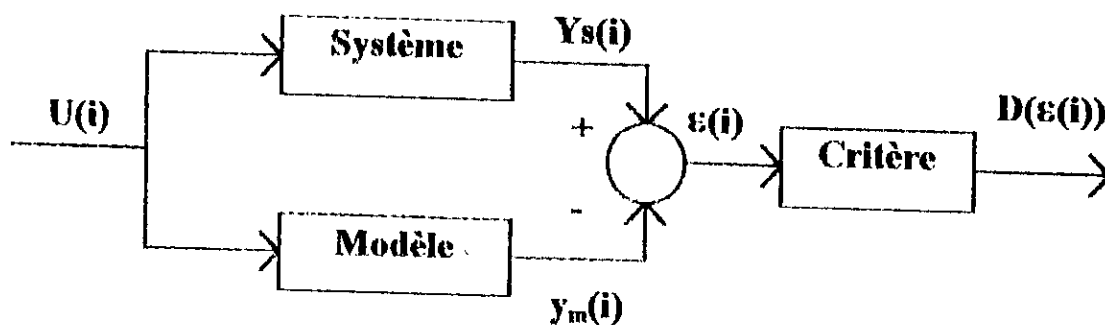


Figure (II.3). Schéma du principe de l'identification.

L'identification est alors dite en temps différé (off-line). Cette approche est souvent mise en défaut lorsque les paramètres du système sont variables et/ou inconnus dans le temps. Pour ce type de système, il faut à chaque instant réactualiser les paramètres identifiés. Il faut donc faire une identification en temps réel (on-line). Des algorithmes récursifs permettent de résoudre ce problème.

II.3.2 Type du modèle utilisé [II 3] [II 7]

La classe de modèles utilisés dans les différentes stratégies de commande adaptative est représentée par le modèle linéaire perturbé suivant:

$$\Lambda(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-d) + V(t) + W(t) \quad (\text{II.1})$$

avec:

$$\begin{aligned} \Lambda(q^{-1}) &= 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_{na} q^{-na} \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_{nb} q^{-nb} \end{aligned}$$

où $u(t)$, $y(t)$ sont respectivement l'entrée et la sortie du procédé.

d : représente le retard pur du procédé en période d'échantillonnage.

q^{-1} : est l'opérateur retard défini par $q^{-1} y(t) = y(t-1)$.

$V(t)$: représente les perturbations externes qui affectent le fonctionnement du procédé.

Pour pouvoir compenser les perturbations externes on supposera que la séquence $\{W(t)\}$ est modélisée par :

$$\begin{aligned} D(q^{-1})v(t) &= v(t) \\ G(q^{-1})v(t) &= F(q^{-1})\xi(t) \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

avec:

$$\begin{aligned} F(q^{-1}) &= 1 + f_1 q^{-1} + f_2 q^{-2} + \dots + f_{nf} q^{-nf} \\ G(q^{-1}) &= 1 + g_1 q^{-1} + g_2 q^{-2} + \dots + g_{ng} q^{-ng} \\ D(q^{-1}) &= 1 + d_1 q^{-1} + d_2 q^{-2} + \dots + d_{nd} q^{-nd} \end{aligned}$$

où:

→ $\xi(t)$: Représente une séquence de bruit blanc à moyenne nulle.

→ $F(q^{-1})$ et $G(q^{-1})$ sont des polynômes asymptotiquement stables (i.e. $F(q^{-1}) = G(q^{-1}) = 0$

⇒ $|q| < 1$).

↳ $D(q^{-1})$: est un polynôme représentant le modèle interne de la perturbation externe (supposée connue) qui peut prendre l'une des formes suivantes [II-7].

$$D(q^{-1}) = 1 - q^{-p}$$

$$D(q^{-1}) = \prod_{i=1}^p (1 - 2 \cos(a_i) q^{-1} + q^{-2})^p$$

où p est un entier naturel.

Le cas $D(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$ permet de prendre en compte les perturbations de charge et d'incorporer une action intégrale dans la boucle fermée comme nous le verrons par la suite.

II.3.3 Estimation robuste des paramètres [II-3][II-4][II-5]

L'activité remarquable de recherche est consacrée sur l'estimation des paramètres et leurs performances en présence de perturbations, variation des paramètres du modèle et les dynamiques négligées (non modélisées).

La meilleure façon d'obtenir une bonne application de l'estimation des paramètres c'est d'utiliser de 'bonnes données' du modèle et un algorithme d'adaptation paramétrique robuste.

Les 'données utiles' 'good-data' du modèle sont obtenues par le filtrage et la normalisation des signaux d'entrée -sortie du procédé comme suit:

$$\bar{y}_f(t) = \theta^T \bar{\Phi}_f(t-1) + \bar{P}_f(t) \quad (II.3)$$

avec:

$$\bar{P}_f(t) = \bar{V}_f(t) + W(t)$$

$$\theta = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{na} \ b_0 \ b_1 \ \dots \ b_{nb}]^T$$

$$\bar{\Phi}(t-1) = [-y(t-1) \ -y(t-2) \ \dots \ -y(t-na) \ u(t-1-d) \ \dots \ u(t-d-1-nb)] \quad (II.4)$$

où l'exposant 'f' et '-----' représentent les opérations de filtrage et de normalisation respectivement.

L'opération de filtrage est réalisée comme suit :

$$F(q^{-1})X_f(t) = D(q^{-1})G(q^{-1})X(t) \quad (II.5)$$

où $X(t)$ représente le signal à filtrer.

L'opération de normalisation consiste à diviser le vecteur d'observation et la mesure à l'instant 't' par la racine carrée de:

$$\eta(t) = \mu\eta(t-1) + (1-\mu) \max(\Phi^T_f(t)\Phi_f(t), \eta_0) \quad (II.6)$$

avec:

$$0 \leq \mu \leq 1 ; 0 < \eta(0) ; \eta_0 < \infty$$

Le signal normalisé est donc calculé par:

$$\sqrt{\eta(t)} \bar{X}(t) = X(t)$$

Les opérations de filtrage et normalisation des signaux entrées-sorties sont nécessaires pour la robustesse des algorithmes d'estimation paramétrique.

Remarques

➡ Le signal filtré est critique pour le succès des commandes adaptative l'opérateur $D(q^{-1})$ permet de rejeter l'effet des perturbations. Le filtre $G(q^{-1}) / F(q^{-1})$ doit être passe-bas pour réduire l'effet des modes de hautes fréquences non-modélisés et éviter ainsi les variations brusques des paramètres estimés.

➡ Du fait que la séquence de la dynamique négligée $W(t)$ n'est pas nécessairement bornée, les signaux d'entrée-sortie ne le sont pas non plus.

Pour s'assurer que tous les signaux sont bornés, on utilise la normalisation des données. En effet, la normalisation a permis de ramener le problème des perturbations non bornées à un problème de perturbations bornées.

Notons que le facteur de normalisation $\eta(t)$ n'est autre qu'une norme des données d'entrée-sortie passées à travers un filtre du premier ordre $(1-\mu)[1-\mu q^{-1}]^{-1}$. [II-3][II-5]

II.3.4 Algorithme robuste d'adaptation paramétrique [II-3][II-7]

L'algorithme d'adaptation paramétrique est utilisé pour générer l'estimation $\hat{\theta}(t)$ des paramètres inconnus $\theta(t)$. Le terme robuste signifie que l'algorithme d'adaptation est capable de s'adapter aux perturbations normalisées $P_r(t)$ et doit être choisi de manière à satisfaire les conditions de stabilité du système de commande adaptative associé.

Pour ce faire, le modèle estimé doit satisfaire les propriétés suivantes [II-3].

✶ P 1 : avoir des paramètres uniformément bornés:

$$\exists R_0 \in \mathfrak{R}^+ \quad ; \quad \|\theta(t)\| < R_0$$

c'est à dire que le vecteur $\theta(t)$ se trouve toujours à l'intérieur d'une sphère de rayon R .

✶ P 2 : reprendre, en moyenne le comportement entrée-sortie du procédé:

$$\exists (K_v, v) \in \mathfrak{R}^+ \times \mathfrak{R}^+ ; \forall (l, k) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}, \text{ on a:}$$

$$\sum_{t=l+1}^{k+l} (\bar{y}_r(t) - \theta^T(t) \bar{\Phi}_r(t-1)) < K_v + k\sqrt{v}$$

c'est à dire que la somme des erreurs entre la sortie réelle et la sortie prédite est inférieure à une constante, elle croît moins vite que la racine carrée des perturbations.

✶ P 3 : avoir des paramètres qui évoluent relativement lentement par rapport à l'état du procédé:

$$\exists (K_\theta, v) \in \mathfrak{R} \times \mathfrak{R} ; \forall (l, k) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}, \text{ on a:}$$

$$\sum_{t=l+1}^{k+l} \|\theta(t) - \theta(t-1)\| < K_\theta + k\sqrt{v}$$

✶ P 4: être admissible, en moyenne, par rapport à la loi de commande considérée; il existe une séquence croissante t_k où $k \in \mathbb{N}$ telle que:

$$t_k - t_{k-1} \text{ est uniformément bornée,}$$

et:

$P^*(\theta(t_k), q^{-1})$ est un polynôme caractéristique asymptotiquement stable.

c'est à dire que le régulateur calculé à partir des paramètres estimés conduit à un fonctionnement stable en boucle fermée. C'est la condition d'admissibilité du modèle estimé.

Parmi les algorithmes d'adaptation paramétrique qui assurent ces conditions, nous avons retenu ceux des moindres carrés récurrents à trace constante, est donnée par:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + s(t) F(t-1) \bar{\Phi}_r(t-1) \varepsilon(t) \quad (\text{II.7a})$$

$$\alpha(t) = \frac{(\bar{y}_r(t) - \theta^T(t-1) \bar{\Phi}_r(t-1))}{1 + \bar{\Phi}_r^T(t-1) F(t-1) \bar{\Phi}_r(t-1)} \quad (\text{II.7b})$$

$$F(t) = \frac{1}{f(t)} \left(F(t-1) - s(t) \frac{F(t-1) \bar{\Phi}_r(t-1) \bar{\Phi}_r^T(t-1) F(t-1)}{1 + \bar{\Phi}_r^T(t-1) F(t-1) \bar{\Phi}_r(t-1)} \right) + s(t) R(t) \quad (\text{II.7c})$$

$$s(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } \bar{\Phi}_r^T(t-1) F(t-1) \bar{\Phi}_r(t-1) > \sigma \\ 0 & \text{sin on} \end{cases} \quad (\text{II.7d})$$

avec $\theta(t)$, $\varepsilon(t)$ et $F(t)$ sont respectivement le vecteur des paramètres estimés, l'erreur d'adaptation et le gain d'adaptation. $f(t)$, $R_0(t)$ représentent le facteur d'oubli et la matrice de réinitialisation. Ils sont déterminés de manière à ce que la matrice $F(t)$ soit bornée supérieurement et inférieurement c'est à dire :

$$f_{\min} I_{n_p} \leq F(t) \leq f_{\max} I_{n_p}$$

avec:

$$0 \leq f_{\min} \leq f_{\max} \leq \infty$$

et n_p le nombre des paramètres à estimer.

Pour ce faire un algorithme avec trace constante régularisé par M'Saad [II-3] a été utilisé il consiste à calculer le gain de manière suivante:

$$F(t) = U(t) D(t) U^T(t)$$

où $D(t)$ est une matrice diagonale $D(t) = \text{diag}(d_i(t))$ et $U(t)$ est matrice triangulaire supérieure.

Le facteur d'oubli $f(t)$ est utilisé pour satisfaire cette condition et initialisé par la relation suivante [II.3]:

$$f(t) = f_0 f(t-1) + (1-f_0) \text{ avec } 0.95 \leq f(0) ; f_0 \leq 0.98$$

L'évolution du $f(t)$ se fait de manière à ce que la trace de la matrice $F(t)$ soit constante.

$$r(t) = 1 - \frac{\text{trace} [F(t-1) \bar{\Phi}_r(t-1) \bar{\Phi}_r^T(t-1) F(t-1)]}{[r(t) + \bar{\Phi}_r^T(t-1) F(t-1) \bar{\Phi}_r(t-1)] \text{trace} F(t-1)} \quad (\text{II.8})$$

Ce qui assure la borne supérieure du gain d'adaptation. Pour assurer la borne inférieure aux éléments de $D(t)$. On pose:

$$d_i(t) = 0 \quad \text{ou} \quad d_i(t-1) \quad \text{si} \quad d_i(t) < 0$$

La matrice de réinitialisation est de la forme $R_0(t) = U(t) D_0(t)$ on peut aussi prendre $R_0(t) = \delta I_{np}$ pour assurer une bonne capacité d'adaptation avec $\delta \geq 0$.

La séquence $s(t)$ est utilisée pour geler les paramètres d'adaptation. En effet, leur caractéristique est motivée par une estimation paramétrique uniforme qui peut être perdue à cause de la nature de l'algorithme d'adaptation paramétrique quand $\bar{\Phi}_r(t)$ n'existe pas avec persistance.

C'est pour cela que les paramètres d'adaptation sont gelés quand l'information utilisable à peu de chance d'améliorer l'estimation des paramètres du procédé.

Le gain norme $[\bar{\Phi}_r^T(t) F(t) \bar{\Phi}_r(t)]$ est utilisé comme une mesure suffisante pour l'apparence des informations passées.

Pour précision, quand la norme est inférieure à un certain σ qui donne un horizon d'observation, les informations d'entrées présentées par $\bar{\Phi}_r(t)$ peuvent ne pas améliorer l'estimation des paramètres, donc on va garder les mêmes paramètres $\theta(t)$ calculés à l'étape précédente [II.3], [II.5].

Pour ce travail nous avons retenu le schéma de la commande adaptative indirecte figure (II-2-3) qu'on utilisera pour synthétiser tous les algorithmes adaptatifs proposés dans le chapitre suivant[II-3]:

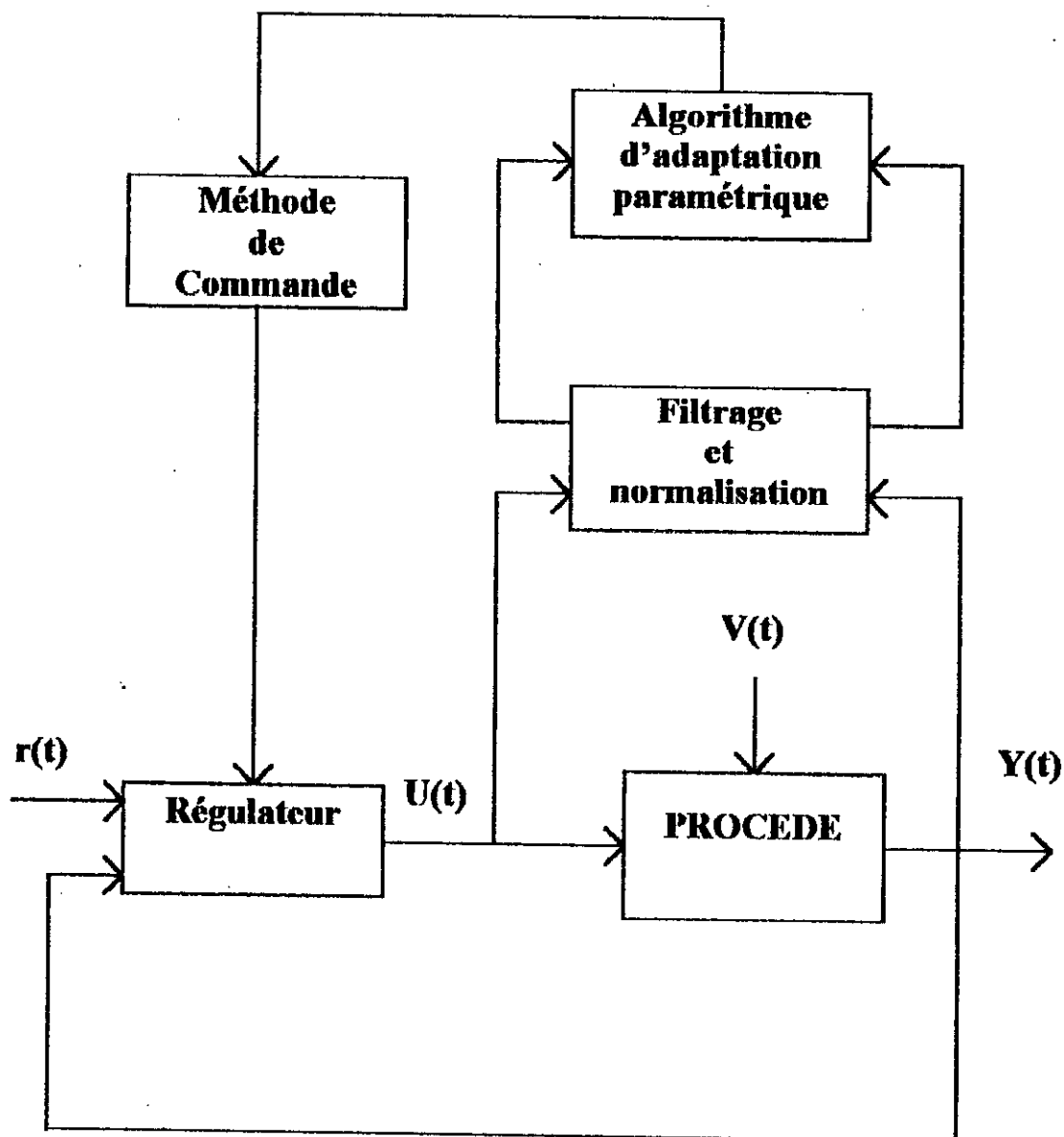


Figure (II.2.3). Schéma de la commande adaptative indirecte.

Références

- [II-1] I.D.Landau et L.Daugard, 'Commande adaptative aspects pratiques et théorique', Edition Masson, 1986.
- [II-2] C.Foulard et S.Gentil, 'Commande et régulation par ordinateur numérique', Edition Eyrolles, 1984.

- [II-3] M.M'saad et I.D.Landau, 'Adaptive control: An overview', IFAC, International Symposium ADCHEM'91, October 1991.
- [II-4] M.M'saad et L.Dugard, 'PID Adaptive control of a non isothermal continuous stirred tank reactor', IFAC, International Symposium ADCHEM'91, October 1991.
- [III-5] M.M'saad et M.Samaan, 'Further evaluation of partial state model reference adaptive design', International Journal of Adaptive control and processing, Vol 4, PP 133-148 (1990).
- [II-6] P.J.Gawthrop et B.A.D.Phil, 'Some interpretations of the self-tuning controller', PROC.IEE, Vol 124, No 10, October 1977.
- [II-7] K.Djebara, 'Commande adaptative avec modèle de référence', Rapport de stage au LAAS du CNRS, 1991.

Chapitre III

Algorithmes commande adaptative

Chapitre III

Algorithmes de commande adaptative

III.1 Introduction

Toutes les méthodes de calcul des régulations numériques présentées dans ce travail ont pour objectifs la poursuite (lors d'un changement de consigne) et la régulation (consigne constante, rejet de perturbations). La spécification des performances est illustrée dans la figure (III-1) où le temps de réponse en régulation est sensiblement plus petit que le temps de réponse à changement de consigne (mais la situation inverse peut être considéré) [III-1][III-17].

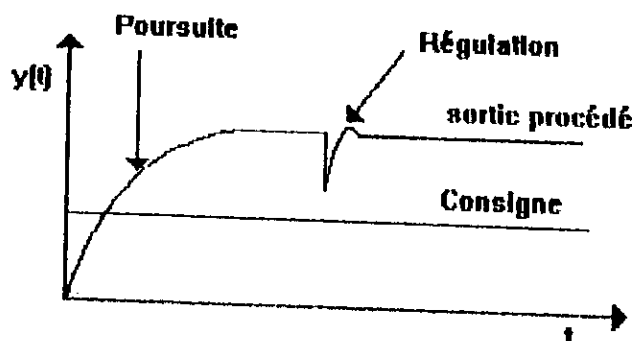


Figure (III.1). Performance en poursuite et régulation.

La structure générale des régulateurs numériques peut toujours se ramener à une structure à trois branches appelée R-S-T (figure (III.2)), seuls les expressions et les degrés des polynômes $R(q^{-1})$, $S(q^{-1})$, $T(q^{-1})$ changeant selon les méthodes [III.1].

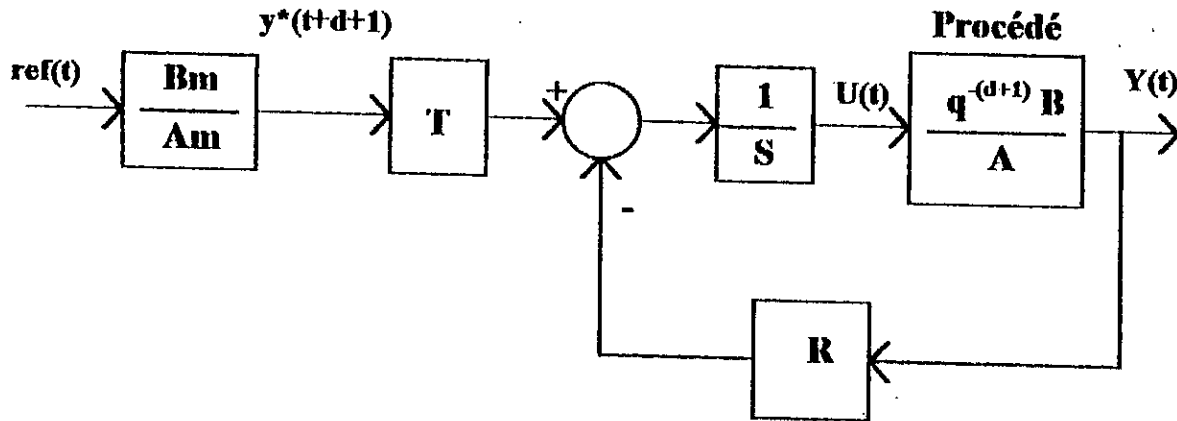


Figure (III.2). Structure R-S-T.

Dans le cas idéal, lors d'un changement de consigne, on souhaite faire suivre à la sortie du procédé $y(t)$ une trajectoire $y^*(t)$. Cette trajectoire peut être mémorisée ou engendrée à chaque changement de consigne à l'aide d'un modèle de référence.

La fonction de transfert du modèle de référence est :

$$H_m(q^{-1}) = \frac{q^{-1} B_m(q^{-1})}{\Lambda_m(q^{-1})}$$

En règle générale, elle se détermine à partir des performances souhaitées (temps de réponse, dépassement, temps d'établissement) en passant par exemple par un modèle continu normalisé du 2^{ed} ordre (paramètres ω_0, ζ) par discrétisation.

C'est cette fonction de transfert que le régulateur doit réaliser entre la consigne $r(t)$ et la sortie $y(t)$ éventuellement multipliée par q^{-d} (le retard du procédé ne peut être compensé).

L'objectif sera alors d'approcher la trajectoire de référence retardée :

$$y^*(t) = \frac{q^{-(d+1)} B_m(q^{-1})}{\Lambda_m(q^{-1})} r(t)$$

pour ceci, on engendre d'abord $y^*(t+d+1)$ à partir de $r(t)$:

$$y^*(t+d+1) = \frac{B_m(q^{-1})}{\Lambda_m(q^{-1})} r(t)$$

III.2 Commande adaptative à objectifs indépendants

Cette méthode de commande de calcul des régulateurs numérique permet d'obtenir le comportement désiré en poursuite (changement de consigne) indépendamment du comportement désiré en régulation (rejet de perturbation) [III-1][III-12][III-13][III-17].

III.2.1 Algorithme de commande

Représentation du modèle du procédé

On représente le comportement entrée-sortie du procédé par le modèle paramétrique linéaire non perturbé suivant:

$$\Lambda(q^{-1})y(t) = q^{-(d+1)}B(q^{-1})u(t) \quad (\text{III.2.1})$$

Cette stratégie de commande permet de calculer un régulateur numérique R-S-T (voir figure (III-2)).

La loi de commande correspondante à la structure R-S-T s'écrit:

$$S(q^{-1})u(t) + R(q^{-1})y(t) = T(q^{-1})y^*(t + d + 1)$$

Le calcul de $R(q^{-1})$, $S(q^{-1})$, $T(q^{-1})$ se fera en deux temps. Dans un premier temps, à l'aide de $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$, on placera les pôles en boucle fermée aux valeurs désirées par un polynôme $P(q^{-1})$ (objective en régulation) et on simplifiera les zéros du modèle échantillonné du procédé. Dans un deuxième temps, on déterminera le précompensateur $T(q^{-1})$ pour que la sortie du procédé suive, au retard près la trajectoire de référence $y^*(t)$.

III.2.2 Régulation (calcul de $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$)

Sans le précompensateur $T(q^{-1})$, la fonction de transfert en boucle fermée est [III-1][III-13][III-17]:

$$H_{BF}(q^{-1}) = \frac{q^{-(d+1)}B(q^{-1})}{\Lambda(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-(d+1)}B(q^{-1})R(q^{-1})} = \frac{q^{-(d+1)}B(q^{-1})}{P(q^{-1})} \quad (\text{III.2.2})$$

On souhaite que les pôles soient ceux définis par $P(q^{-1})$ et que les zéros du procédé soient simplifiés (pour pouvoir ensuite obtenir une poursuite parfaite).

De l'équation (III.2.2), il résulte que les pôles en boucle fermée doivent en fait contenir en plus les zéros du modèle du procédé. $P(q^{-1})$ étant spécifié, il résulte de l'équation (III.2.1) que pour calculer $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$, il faut résoudre l'équation:

$$\Lambda(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-(d+1)}B(q^{-1})R(q^{-1}) = B(q^{-1})P(q^{-1}) \quad (\text{III.2.3})$$

D'autre part, pour compenser $B(q^{-1})$, $S(q^{-1})$ devra avoir $B(q^{-1})$ comme facteur commun:

$$\begin{aligned} S(q^{-1}) &= s_0 + s_1 q^{-1} + \dots + s_{ns} q^{-ns} \\ &= B(q^{-1})S'(q^{-1}) \end{aligned} \quad (\text{III.2.4})$$

En introduisant l'expression de $S(q^{-1})$ donnée par l'équation (III.2.4) dans l'équation (III.2.3) et après simplification par $B(q^{-1})$, on obtient:

$$\Lambda(q^{-1})S'(q^{-1}) + q^{-(d+1)}R(q^{-1}) = P(q^{-1}) \quad (\text{III.2.5})$$

III.2.3 Poursuite (calcul de $T(q^{-1})$)

Le précompensateur $T(q^{-1})$ est calculé pour assurer entre la consigne $r(t)$ et $y(t)$ une fonction de transfert:

$$H_{BF}(q^{-1}) = \frac{q^{-(d+1)}B_m(q^{-1})}{\Lambda_m(q^{-1})} = \frac{q^{-(d+1)}B_m(q^{-1})T(q^{-1})}{\Lambda_m(q^{-1})P(q^{-1})}$$

De cette équation, il résulte:

$$T(q^{-1}) = P(q^{-1}) \quad (\text{III.2.5})$$

La dynamique de poursuite est alors spécifiée par le seul polynôme $\Lambda_m(q^{-1})$ du modèle de référence.

III.2.4 Rejet des perturbations [III-1][III-13]

On considère le modèle paramétrique linéaire perturbé suivant:

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-(d+1)}B(q^{-1})u(t) + V(t) \quad (\text{III.2.7})$$

où $V(t)$ est donné par le modèle de perturbation déterministe:

$$D(q^{-1})V(t) = \xi(t)$$

où $1/D(q^{-1})$ est le modèle interne de la perturbation permettant de rejeter cette-ci sans erreur statique en régime permanent. On se ramène au cas sans perturbations en remplaçant $A(q^{-1})$ par $A(q^{-1})D(q^{-1})$ et $u(t)$.

On peut réécrire le modèle du procédé comme suit:

$$A(q^{-1})D(q^{-1})y(t) = q^{-(d+1)}B(q^{-1})D(q^{-1})u(t) + \xi(t) \quad (\text{III.2.8})$$

III.2.5 Calcul de la loi de commande

L'équation (III.2.5) peut se ramener à l'équation suivante:

$$A(q^{-1})D(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-(d+1)}R(q^{-1}) = P(q^{-1}) \quad (\text{III.2.9})$$

dont la solution unique est donnée par $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$ avec:

$$\begin{aligned} \deg R(q^{-1}) &= na & ; \\ \deg S(q^{-1}) &= d & ; \\ \deg P(q^{-1}) &\leq na+d+1 & ; \end{aligned}$$

La résolution de l'équation est donnée en annexe 3. La loi de commande s'écrit :

$$S(q^{-1})D(q^{-1})u(t) + R(q^{-1})y(t) = P(q^{-1})y^*(t+d+1) \quad (\text{III.2.10})$$

$S(q^{-1})$ est donné par la relation (III.2.4).

Remarques

En introduisant l'expression de $u(t)$ donnée par l'équation (III.2.10) et en utilisant l'identité polynomiale (III.2.9) dans celle du modèle du procédé, on obtient:

$$y(t) = \frac{B(q^{-1})P(q^{-1})}{A(q^{-1})P(q^{-1})}y^*(t) + \frac{S(q^{-1})}{P(q^{-1})}\xi(t) \quad (\text{III.2.11})$$

Ainsi pour une commande à objectifs indépendants, la dynamique de régulation spécifiée par le polynôme $P(q^{-1})$, asymptotiquement stable, est indépendante de celle de poursuite spécifiée par le polynôme $\Lambda_m(q^{-1})$. Cette méthode conduisant à la simplification des zéros [III-12] [III-13][III-17].

III.2.6 Choix de $P(q^{-1})$ [III-1][III-17]

Les pôles en boucle fermée sont définis par un polynôme $P(q^{-1})$ qui spécifie le comportement désiré en régulation. En règle générale, $P(q^{-1})$ est le produit de deux polynômes:

$$P(q^{-1}) = P_D(q^{-1}) P_F(q^{-1})$$

où $P_D(q^{-1})$ est déterminé en fonction des performances souhaitées et $P_F(q^{-1})$ représente les pôles additionnels. $P_F(q^{-1})$ est déterminé pour introduire un effet de filtrage.

III.2.7 Algorithme de commande adaptative [III-11][III-12][III-18]

Dans cette approche, les paramètres du régulateur sont obtenus à partir de l'estimation des paramètres du système l'approche indirecte consiste à remplacer les paramètres du modèle par leur estimation. La figure (III.3) représente le schéma bloc de l'approche adaptative indirecte.

La commande adaptative à objectifs indépendants obéit aux étapes suivantes :

» **Données:** Spécifier $A, B, d, n_a, n_b, \Lambda_m, B_m, F, G, P(q^{-1}), n_p$.

La séquence de référence future $r(t+i)$ [$i = 1, 2, \dots$] est calculée. La séquence du modèle de référence future $\hat{y}(t+d+1)$ est calculée.

» **Etape 1:** Estimation des paramètres $A(q^{-1}), B(q^{-1})$ du procédé en utilisant l'algorithme d'adaptation paramétrique présenté au chapitre (II.3), avec:

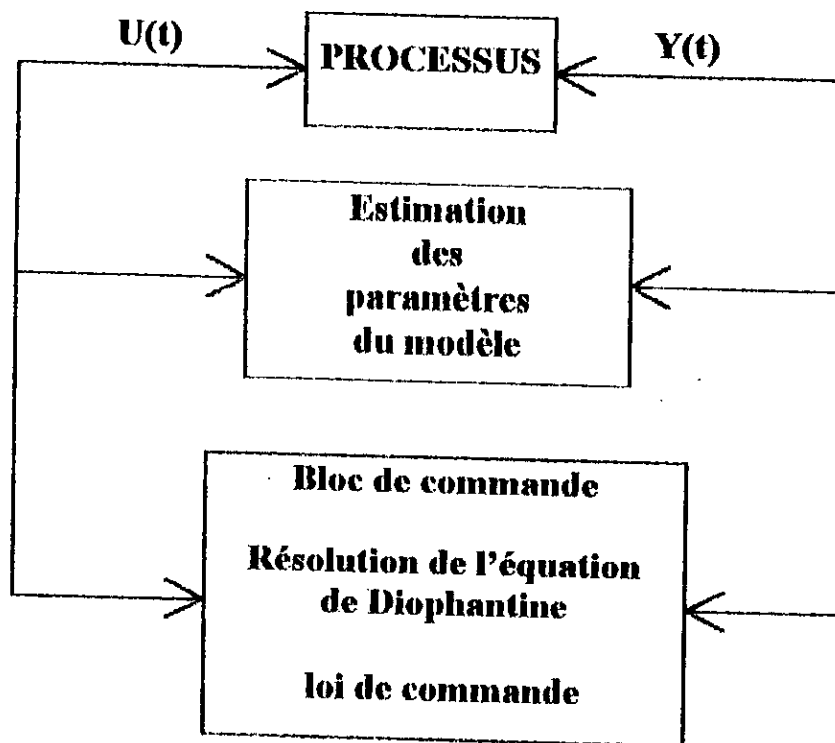


Figure (III.3). Principe de la commande adaptative indirecte.

$$\theta(t-1) = [a_1(t-1), a_2(t-1), \dots, a_{na}(t-1), b_0(t-1), b_1(t-1), \dots, b_{nb}(t-1)]^T$$

$$\alpha(t-1) = [-y(t-1), \dots, -y(t-na), u(t-d-1), \dots, u(t-d-1-nb)]^T$$

↪ Filtrage et normalisation des signaux d'entrée-sortie du procédé (signaux de commande et de sortie).

↪ Calcul des paramètres estimés en utilisant les équations (II.7a), (II.7b), (II.7c), (II.7d).

➡ **Etape 2:** Utiliser l'estimation du vecteur $\theta(t)$ pour calculer la commande $u(t)$.

↪ Résolution de l'équation de Diophantine (III.2.9). Calcul de $R(q^{-1})$, $S(q^{-1})$.

↪ Calcul de la commande à partir de l'équation (III.1.10).

➡ **Etape 3 :** Tous les vecteurs de données sont décalés de telle sorte que les calculs peuvent être répétés à chaque instant; $t = t+1$ et revenir à l'étape 1.

III.2.8 Conclusion

Cette stratégie de commande permet de calculer un régulateur numérique **R-S-T** pour des systèmes stables ou instables:

- ☛ Sans restriction sur les degrés des polynômes $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$.
- ☛ Sans restriction sur le retard échantillonné du procédé d .

Par contre à cause de la simplification des zéros, elle ne s'applique qu'aux modèles échantillonnés de procédés ayant des zéros stables.

La stratégie de commande à objectifs indépendants est applicable au processus déterministe. Elle est mal adaptée au processus stochastique à cause de la mauvaise connaissance du polynôme d'observation [III-1][III-17].

III.3 Commande adaptative avec pondération de l'entrée [III-1][III-12][III-13]

Il s'agit de l'extension de la méthode de poursuite et régulation à objectifs indépendants aux modèles échantillonnés de procédé ayant un polynôme $B(q^{-1})$ avec des zéros stables ou instables.

Cette extension s'obtient par pondération de l'énergie de commande résultant du calcul par la méthode de poursuite et régulation à objectifs indépendants. L'effet de cette pondération se traduit par la modification du polynôme $S(q^{-1})$ du régulateur, ce qui a comme conséquence la non-simplification des zéros du procédé mais aussi une modification, par rapport aux spécifications, des pôles en boucle fermée.

III.3.1 Algorithme de commande

☛ Représentation entrée-sortie du procédé

On considère le modèle paramétrique linéaire perturbé suivant:

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-(d+1)}B(q^{-1})u(t) \quad (III.3.1)$$

La structure du système en boucle fermée se présente comme suit:

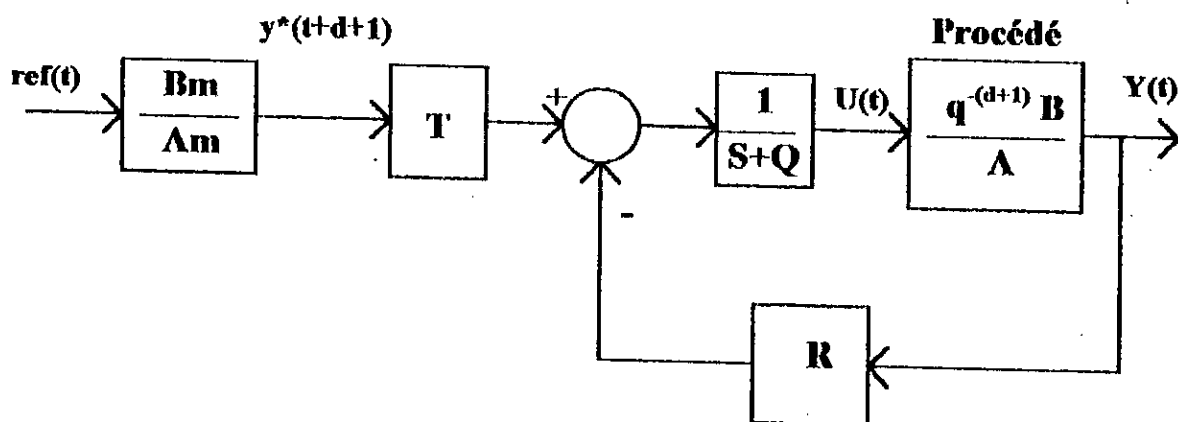


Figure (III.3.1). Poursuite et régulation avec pondération de l'entrée.

On introduit un polynôme de pondération $Q(q^{-1})$ de manière à pondérer l'énergie de commande; Il s'écrit sous la forme:

$$Q(q^{-1}) = \frac{\lambda(1-q^{-1})}{1+\alpha q^{-1}} \quad \lambda > 0; -1 < \alpha \leq 0$$

III.3.2 Régulation

Sans le précompensateur $T(q^{-1})$, la fonction de transfert en BF entre $y^*(t+d+1)$ et $y(t)$, s'écrit:

$$\begin{aligned} H_{BF} &= \frac{q^{-(d+1)} B(q^{-1})}{\Lambda(q^{-1})S(q^{-1}) + \Lambda(q^{-1})Q(q^{-1}) + q^{-(d+1)} B(q^{-1})R(q^{-1})} \\ &= \frac{q^{-(d+1)} B(q^{-1})}{\Lambda(q^{-1})Q(q^{-1}) + B(q^{-1})P(q^{-1})} \end{aligned} \quad (III.3.2)$$

Dans une première étape, on calcule $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$ par la méthode de la commande à objectifs indépendants même si le système est à phase non minimale. $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$ sont solution de :

$$\Lambda(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-(d+1)}R(q^{-1}) = P(q^{-1}) \quad (III.3.3)$$

Dans une deuxième étape, on introduit le polynôme $Q(q^{-1})$ selon l'équation (III.3.2). L'expression des pôles en BF est:

$$A(q^{-1})Q(q^{-1}) + B(q^{-1})P(q^{-1}) \quad (\text{III.3.4})$$

III.3.3 Poursuite

Comme dans le cas de la commande à objectifs indépendants on choisit :

$$T(q^{-1}) = P(q^{-1}) \quad (\text{en général}).$$

III.3.4 Rejet des perturbations

On considère le modèle paramétrique linéaire perturbé suivant :

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-(d+1)}B(q^{-1})u(t) + V(t) \quad (\text{III.3.5})$$

où $V(t)$ est donnée par le modèle de perturbation déterministe et :

$$D(q^{-1})V(t) = \xi(t) \quad ; D(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$$

III.3.5 Calcul de la loi de commande

De manière analogue au cas de poursuite et régulation à objectifs indépendants, en utilisant l'équation (III.2.9) pour le calcul des polynômes $R(q^{-1})$, $S(q^{-1})$.

L'équation du régulateur peut être obtenue en minimisant le critère suivant :

$$J(t+d+1) = \left\{ P(q^{-1}) \left[y(t+d+1) - y^*(t+d+1) \right] + Q(q^{-1})u(t) \right\}^2 \quad (\text{III.3.6})$$

et la loi de commande s'écrit :

$$D(q^{-1}) \left[S(q^{-1}) + Q(q^{-1}) \right] u(t) + R(q^{-1})y(t) = P(q^{-1})y^*(t+d+1) \quad (\text{III.3.7})$$

III.3.6 Choix des polynômes $P(q^{-1})$ et $Q(q^{-1})$ [III-1]

Le choix du polynôme $P(q^{-1})$ est donné au paragraphe (III.2.6). L'introduction du polynôme de pondération $Q(q^{-1})$ modifiera les pôles en boucle fermée par rapport à ceux spécifiés par le polynôme $P(q^{-1})$. Il faut donc pour chaque valeur de λ , s'assurer que le système en boucle fermée reste stable et suffisamment amorti (c'est à dire proche des performances spécifiées).

On choisit λ (en général plus petit que 1) et on vérifie si le polynôme $[A(q^{-1})Q(q^{-1}) + B(q^{-1})P(q^{-1})]$ définissant les pôles en boucle fermée est asymptotiquement stable. Si ce n'est pas le cas, on change la valeur de λ .

Pour un choix initial, dans le cas où $B(q^{-1})$ est instable on prend la plus petite valeur de λ permettant d'obtenir pour $\alpha = 0$ un polynôme $S(q^{-1}) + Q(q^{-1})$ stable car $S(q^{-1}) = B(q^{-1})S'(q^{-1})$ est instable.

III.3.7 Algorithme de commande adaptative [III-11][III-12][III-18]

La démarche est la même que pour la commande adaptative à objectifs indépendants. Cependant les étapes sont :

➤ **Données:** Spécifier $A, B, d, n_a, n_b, F, G, P(q^{-1}), n_p, \lambda, \alpha, A_m, B_m$. La séquence de référence future $r(t+i)$ est calculée. Celle du modèle de référence $y^*(t+d+1)$ est calculée.

➤ **Etape 1:** Estimation des paramètres $A(q^{-1}), B(q^{-1})$ du procédé. En utilisant l'algorithme d'adaptation paramétrique au chapitre (II-3) avec:

$$\Phi(t-1) = [a_1(t-1), a_2(t-1), \dots, a_{n_a}(t-1), b_0(t-1), b_1(t-1), \dots, b_{n_b}(t-1)]^T$$

$$\Theta(t-1) = [-y(t-1), \dots, -y(t-n_a), u(t-d-1), \dots, u(t-d-1-n_b)]^T$$

↪ Filtrage et normalisation des signaux d'entrée-sortie.

↪ Calcul des paramètres estimés en utilisant les équations (II.7a)(II.7b)(II.7c)(II.7d).

➤ **Etape 2:** utiliser l'estimation des vecteurs $\theta(t)$ pour calculer la commande $u(t)$.

↪ Résolution de l'équation (III.2.9).

↳ Calcul de la commande à partir de l'équation (III.3.7)

⇒ **Étape 3:** tous les vecteurs de données sont décalés de telle sorte que les calculs peuvent être répétés à chaque instant, faire $t = t + 1$ et revenir à l'étape 1.

III.3.8 Conclusion

Cette méthode de calcul permet :

- De réduire l'énergie de commande avec un seul paramètre de réglage.
- De traiter certains types de procédés ayant des modèles échantillonnés avec des zéros instables.

Dans le cas où le modèle échantillonné du procédé a des zéros instables, cette méthode s'applique d'une façon satisfaisante si les pôles du procédé sont stables [III-1].

III.4 Commande adaptative avec placement des pôles [III-1][III-12][III-13][III-18]

L'idée principale de cet algorithme est concentrée entièrement sur le positionnement des pôles de la fonction de transfert en boucle fermée, en laissant les zéros du processus.

Le premier travail se base sur la détermination des paramètres du régulateur de la structure R-S-T, de telle sorte à ce que la fonction de transfert en BF' aura les propriétés désirées.

La commande adaptative avec placement des pôles peut s'appliquer aux procédés ayant des zéros et pôles stables ou instables.

III.4.1 Algorithme de commande

On considère le modèle paramétrique linéaire non perturbé:

$$\Lambda(q^{-1})y(t) = q^{-(d+1)}B(q^{-1})u(t) \quad (\text{III.4.1})$$

La structure du système en BF se présente comme suit:

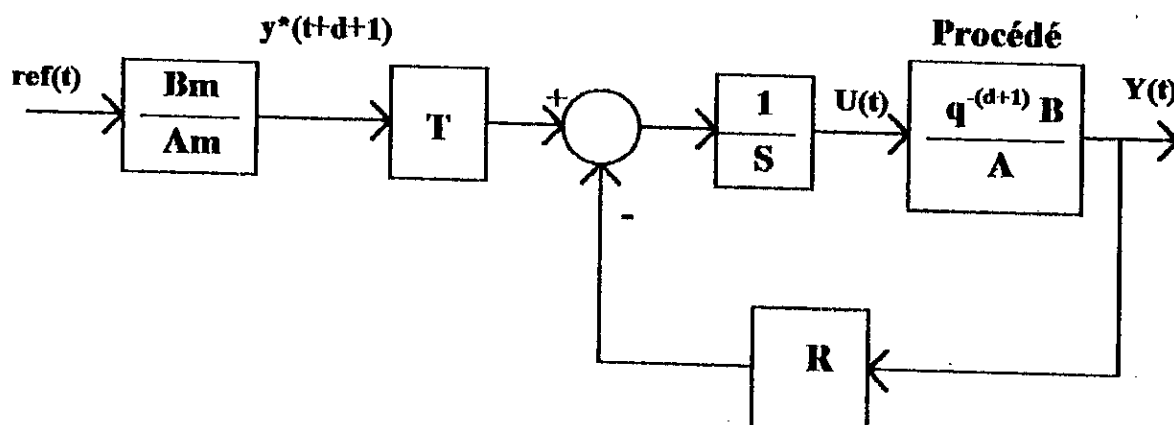


Figure (III.4.1). Placement des pôles avec régulateur RST.

III.4.2 Régulation

Sans le précompensateur $T(q^{-1})$, la fonction de transfert en BF ' H_{BF} ' entre $y'(t+d+1)$ et $y(t)$, s'écrit:

$$H_{BF} = \frac{q^{-(d+1)} B(q^{-1})}{\Lambda(q^{-1}) S(q^{-1}) + q^{-(d+1)} B(q^{-1}) R(q^{-1})} = \frac{q^{-(d+1)} B(q^{-1})}{P(q^{-1})} \quad (III.4.2)$$

On souhaite que les pôles en BF soient spécifiés par le seul polynôme $P(q^{-1})$ qui définit les performances en régulation.

$$\text{où } P(q^{-1}) = 1 + P_1 q^{-1} + P_2 q^{-2} + \dots$$

définit les pôles en boucle fermée et respectivement le comportement en régulation. $P(q^{-1})$ étant spécifié. Pour le calcul de $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$ il faut résoudre l'équation:

$$\Lambda(q^{-1}) S(q^{-1}) + q^{-d} B(q^{-1}) R(q^{-1}) = P(q^{-1}) \quad (III.4.3)$$

connue sous le nom 'd'identité de Bezout'.

III.4.3 Poursuite (calcul de $T(q^{-1})$)

La fonction de transfert en boucle fermée H_{BF} entre $y'(t+d+1)$ et $y(t)$, s'écrit:

$$H_{BF} = \frac{q^{-(d+1)} T(q^{-1}) B(q^{-1})}{P(q^{-1})} \quad (III.4.4)$$

et on choisit $T(q^{-1})$ pour assurer :

↳ Un gain statique entre y^* et y .

↳ La compensation de la dynamique de régulation $P(q^{-1})$ (car la dynamique de régulation est en général différente de la dynamique de poursuite $\Lambda_m(q^{-1})$).

Ceci conduit à choisir :

$$T(q^{-1}) = \beta P(q^{-1}) \quad (\text{III-3-5})$$

où

$$\beta = \begin{cases} \frac{1}{B(1)} & \text{si } B(1) \neq 0 \\ 1 & \text{si } B(1) = 0 \end{cases} \quad (\text{III.4.6})$$

d'où la fonction de transfert réalisée entre la consigne et la sortie est:

$$H(q^{-1}) = \frac{q^{-(d+1)} B_m(q^{-1}) B(q^{-1})}{\Lambda_m(q^{-1}) B(1)} \quad (\text{III.4.7})$$

La dynamique de poursuite est alors spécifiée par le seul polynôme $\Lambda_m(q^{-1})$.

III.4.4 Rejet des perturbations

On considère le modèle paramétrique linéaire perturbé suivant :

$$\Lambda(q^{-1})y(t) = q^{-(d+1)} B(q^{-1})u(t) + V(t)$$

avec:

$$D(q^{-1})V(t) = \xi(t)$$

et $D(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$

L'équation (III.4.3) peut se ramener donc à l'équation :

$$\Lambda(q^{-1})D(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-(d+1)} B(q^{-1})R(q^{-1}) = P(q^{-1}) \quad (\text{III.4.8})$$

La résolution de l'équation (III.4.8) donne les polynômes uniques de régulation $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$ (voir annexe 3). Où:

$$\deg S(q^{-1}) = \deg R(q^{-1}) = r-1 \quad ;$$

$$\begin{aligned} \deg P(q^{-1}) &\leq 2r-1 && ; \\ \text{avec} \quad r &= \max (na + 1, nb + d) && ; \end{aligned}$$

En définissant l'indice de performance $e_y(t)$ tel que [III-1][III-14]:

$$e_y(t) = P(q^{-1}) [y(t) - \beta B(q^{-1}) y^*(t+d+1)] \quad (\text{III.4.9})$$

La loi de commande $u(t)$ qui minimise le critère $e_y^2(t+d+1)$, s'écrit:

$$S(q^{-1}) D(q^{-1}) u(t) + R(q^{-1}) y(t) = \beta P(q^{-1}) y^*(t+d+1) \quad (\text{III.4.10})$$

III.4.5 Choix de $P(q^{-1})$ [III-1]

Les pôles en boucle fermée, qui sont les racines du polynôme $P(q^{-1})$ définissant en grande partie les performances en régulation. On peut spécifier un polynôme $P(q^{-1})$ définissant les pôles en boucle fermée à partir d'un modèle du 2^{ed} ordre continu ayant la fréquence propre et l'amortissement désiré avec ($0.7 \leq \zeta \leq 1$) et ceci par discrétisation.

Le polynôme choisi à partir des performances souhaitées en boucle fermée définira les pôles dominant du système en boucle fermée et sera noté $P_D(q^{-1})$.

Si on souhaite introduire un effet de filtrage dans une certaine zone de fréquence, les pôles du filtre correspondant sont définis par le polynôme $P_F(q^{-1})$.

Le polynôme $P(q^{-1})$ définissant les pôles désirés en boucle fermée sera le produit des polynômes $P_D(q^{-1})$ et $P_F(q^{-1})$ spécifiant respectivement les pôles dominants et les pôles auxiliaires du système en boucle fermée.

$$P(q^{-1}) = P_D(q^{-1}) P_F(q^{-1}) \quad (\text{III.4.11})$$

III.4.6 Algorithme de commande adaptative [III-11][III-12][III-18]

La commande adaptative avec placement des pôles obéit aux étapes suivantes:

⇒ **Données:** Spécifier $A, B, na, nb, d, F, G, A_m, B_m, P(q^{-1}), np$. La séquence de référence future $r(t+i)$ est calculée. La séquence du modèle de référence future $y^*(t+d+1)$ est calculée.

➤ **Etape 1:** Estimation des paramètres $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ du procédé en utilisant l'algorithme d'adaptation paramétrique présenté au chapitre (II-3) avec:

$$\theta(t-1) = [a_1(t-1), a_2(t-1), \dots, a_{na}(t-1), b_0(t-1), b_1(t-1), \dots, b_{nb}(t-1)]^T$$

$$\Phi(t-1) = [-y(t-1), \dots, -y(t-na), u(t-d-1), \dots, u(t-d-1-nb)]^T$$

↪ Filtrage et normalisation des signaux d'entrée-sortie du procédé.

↪ Calcul des paramètres estimés en utilisant les équations (II.7a), (II.7b), (II.7c) et (II.7).

➤ **Etape 2:** utiliser l'estimation du vecteur $\theta(t)$ pour calculer la commande $u(t)$

↪ Résolution de l'équation de Bezout (III.4.8): calcul de $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$.

↪ Calcul de la commande à partir de l'équation (III.4.10).

➤ **Etape 3:** tous les vecteurs de données sont décalés de telle sorte que les calculs peuvent être répétés à chaque instant. Faire $t = t+1$ et revenir à l'étape 1.

III.4.7 Conclusion

Cette stratégie permet de calculer un régulateur R-S-T pour des systèmes stables ou instables

↪ Sans restriction sur les degrés des polynômes $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ de la fonction de transfert du procédé.

↪ Sans restriction sur le retard du procédé.

C'est une méthode qui ne simplifie pas les zéros du procédé c'est la raison pour laquelle ils peuvent être instables [III-1][III-12].

III.5 Commande adaptative à variance minimale [III-15][III-17]

III.5.1 introduction

Au niveau des processus industriels, on cherche à les conduire de façon à avoir un produit fini à qualité constante. Pour ce faire, compte tenu des perturbations agissant sur le système, on ne peut pas maintenir ces grandeurs de sortie constantes, on ne peut que réduire leurs variations et ceci au sens des moindres carrés.

Le critère le plus adapté et le plus fonctionnel que nous allons considérer est la variance de la sortie.

Les objectifs de la commande dans un environnement stochastique seront liés à la minimisation de l'effet de la perturbation sur la poursuite d'une trajectoire ou sur les variations de la sortie dans le cas de la régulation, ceci est illustré dans la figure (III.5.1).

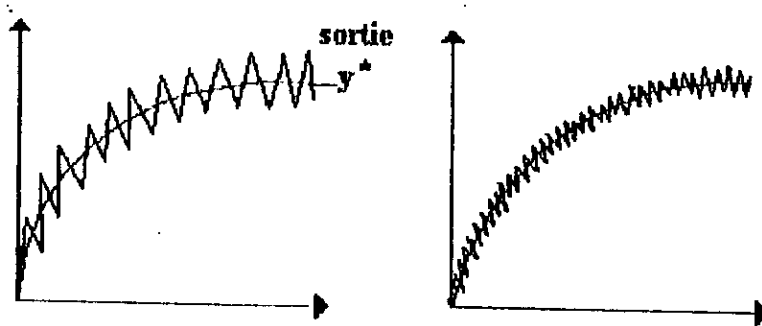


Figure (III.5.1). Effet d'une commande à variance minimale en présence de perturbations aléatoires.

III.5.2 Algorithme de commande

☛ Représentation entrée-sortie du procédé

Dans le cas d'un environnement stochastique le procédé et la perturbation sont décrit par l'équation:

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-(d+1)}B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t) \quad (\text{III.5.1})$$

où $e(t)$ est une séquence de variation aléatoire indépendantes normales de moyenne nulle et variance finie avec:

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + c_2 q^{-2} + \dots + c_{nc} q^{-nc}$$

La structure du système en BF se présente comme suit :

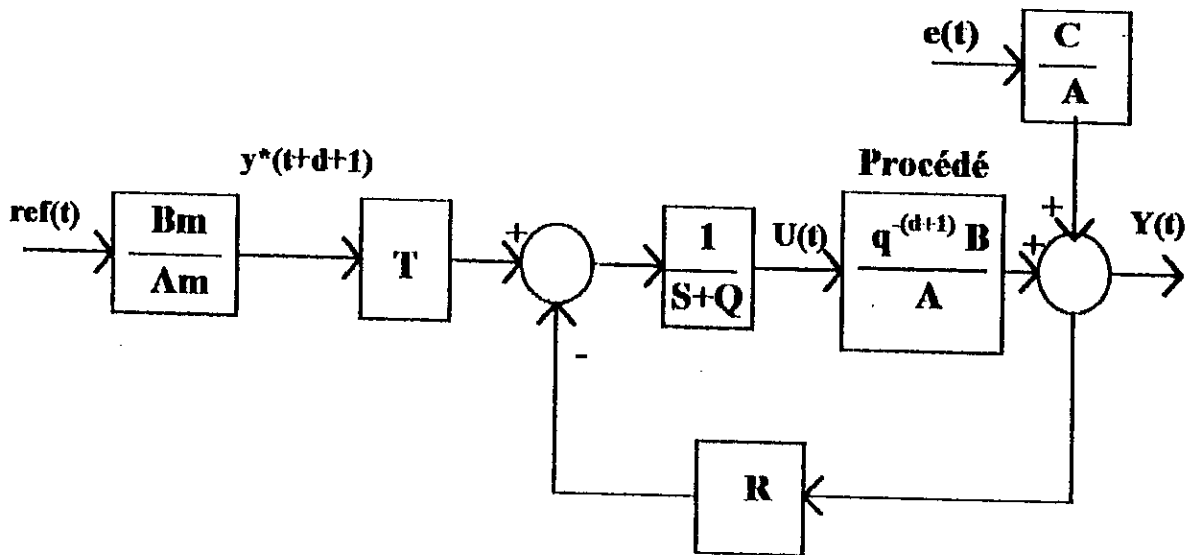


Figure (III.5.1). Principe du régulateur à variance minimale.

III.5.3 Régulation

Le modèle du procédé s'écrit :

$$A(q^{-1})y(t+d+1) = q^{-(d+1)}B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t) \quad (III.5.2)$$

Nous introduisons l'identité suivante [III-15][III-17]:

$$C(q^{-1}) = A(q^{-1})F'(q^{-1}) + q^{-(d+1)}G'(q^{-1}) \quad (III.5.3)$$

Où $F'(q^{-1})$ et $G'(q^{-1})$ sont des polynômes avec :

$$F'(q^{-1}) = 1 + f_1 q^{-1} + \dots$$

$$G'(q^{-1}) = g'_0 + g'_1 q^{-1} + \dots$$

En utilisant l'équation (III.5.3), l'équation (III.5.2) s'écrit alors.

$$y(t+d+1) = F'(q^{-1})e(t+d+1) + \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(t) + \frac{G'(q^{-1})}{A(q^{-1})}e(t) \quad (III.5.4)$$

L'élément $e(t)$ peut être calculé à partir des observations effectuées jusqu'à l'instant t , soit d'après l'équation (III.5.1).

$$e(t) = \frac{A(q^{-1})}{C(q^{-1})}y(t) - \frac{B(q^{-1})}{C(q^{-1})}q^{-(d+1)}u(t) \quad (III.5.5)$$

En éliminant $e(t)$ au niveau des équations (III.5.4) et (III.5.5), il vient:

$$y(t+d+1) = F(q^{-1})e(t+d+1) + \left[\frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} q^{-(d+1)} \frac{B(q^{-1})G(q^{-1})}{A(q^{-1})C(q^{-1})} \right] u(t) + \frac{G(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) \quad (\text{III.5.6})$$

Compte tenu de l'identité (III.5.3), l'équation (III.5.6) s'écrira alors:

$$y(t+d+1) = F(q^{-1})e(t+d+1) + \frac{G(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) + \frac{B(q^{-1})F(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(t) \quad (\text{III.5.7})$$

L'objectif de la commande à variance minimale est de réduire la variance de la sortie réglée autour de la valeur souhaitée.

En calculant la variance de la sortie $y(t+d+1)$ par rapport au modèle de référence $y^*(t+d+1)$ c'est à dire [III-17]:

$$E[y(t+d+1) - y^*(t+d+1)]^2 \quad (\text{III.5.8})$$

Donc d'après l'équation (III.5.7):

$$E[y(t+d+1) - y^*(t+d+1)]^2 = E \left[F(q^{-1})e(t+d+1) + E \left[\frac{G(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) + \frac{B(q^{-1})F(q^{-1})}{C(q^{-1})} y^*(t+d+1) \right]^2 \right] \quad (\text{III.5.9})$$

Les termes croisés s'annulent car les variables aléatoires $e(t+1)$, $e(t+2)$, ... sont à moyenne nulle et indépendantes de $y(t)$, $y(t-1)$ et $u(t-1)$, $u(t-2)$, ... De plus la séquence $e(t)$ étant normale, la minimisation du critère (III.5.8) donne:

$$E[y(t+d+1) - y^*(t+d+1)]^2 = 1 + f_1^2 + \dots + f_{nf}^2 \quad (\text{III.5.10})$$

Si on choisit une loi de commande vérifiant l'expression suivante:

$$B(q^{-1})F(q^{-1})u(t) + G(q^{-1})y(t) = y^*(t+d+1)C(q^{-1}) \quad (\text{III.5.11})$$

Quand le deuxième terme de l'équation (III-4-9) est nul, l'erreur de régulation du système a pour expression:

$$\varepsilon^0(t) = F(q^{-1})e(t) \quad (\text{III.5.12})$$

En identifiant les paramètres de cette loi aux polynômes $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$ de l'équation d'un régulateur R-S-T, on trouve [III-17]:

$$R(q^{-1}) = F(q^{-1}) \quad (\text{III.5.13a})$$

$$S(q^{-1}) = B(q^{-1})G(q^{-1}) \quad (\text{III.5.13b})$$

III.5.4 Poursuite

De manière à assurer l'indépendance entre poursuite et régulation (comme le cas de la commande à objectifs indépendants on choisit :

$$\mathbf{T}(q^{-1}) = \mathbf{C}(q^{-1})$$

La dynamique de poursuite est spécifiée par $\Lambda_m(q^{-1})$.

III.5.5 Rejet des perturbations

Le modèle de perturbation est le modèle ARIMAX (auto-régressif à moyenne ajustée avec entrée externe $\mathbf{u}(t)$ et action intégrale).

$$\begin{aligned} \Lambda(q^{-1})y(t) &= q^{-(d+1)}B(q^{-1})u(t) + v(t) \\ D(q^{-1})v(t) &= C(q^{-1})e(t) \\ D(q^{-1}) &= 1 - q^{-1} \end{aligned}$$

$D(q^{-1})$ permet de rejeter les perturbations sans erreur statique en régime permanent. On peut réécrire le modèle du procédé comme suit :

$$\Lambda(q^{-1})D(q^{-1})y(t) = q^{-(d+1)}B(q^{-1})D(q^{-1})u(t) + e(t) \quad (\text{III.5.14})$$

III.5.6 Calcul de la loi de commande

L'équation (III.5.3) peut se ramener à l'équation suivante :

$$\Lambda(q^{-1})D(q^{-1})F'(q^{-1}) + q^{-(d+1)}G'(q^{-1}) = C(q^{-1}) \quad (\text{III.5.15})$$

En remplaçant $\Lambda(q^{-1})$ par $\Lambda(q^{-1})D(q^{-1})$ dont la solution unique est donnée par $F'(q^{-1})$ et $G'(q^{-1})$, avec :

$$\begin{aligned} \deg F'(q^{-1}) &= d & ; \\ \deg G'(q^{-1}) &= na & ; \\ \deg C(q^{-1}) &\leq na + d + 1 & ; \end{aligned}$$

Les polynômes $F'(q^{-1})$ et $G'(q^{-1})$ sont déterminés en résolvant l'équation (III.4.15) à l'aide d'un algorithme récursif (voir annexe 3).

De plus, la loi de commande s'obtient en remplaçant $F'(q^{-1})$ par $F'(q^{-1})D(q^{-1})$ dans la relation (III.5.11), soit :

$$F'(q^{-1})D(q^{-1})u(t) + G'(q^{-1})y(t) = C(q^{-1})y^*(t+d+1) \quad (\text{III.5.16})$$

¶ Remarque

On constate que le régulateur assurant la poursuite et la variance minimale dans un environnement stochastique a exactement la même structure que le régulateur donné par l'équation (III.2.10) qui est utilisée pour la poursuite et la régulation dans un environnement déterministique. Les deux régulateurs sont identiques si on choisit: $P(q^{-1}) = C(q^{-1})$. C'est à dire si les pôles du système en BF sont égaux aux zéros du modèle de perturbation (définis par $C(q^{-1})$) on dit que les deux stratégies de commande sont 'duales' car, bien que leurs objectifs sont différents, les lois de commande sont identiques.

Le choix des pôles en boucle fermée doit se faire par rapport aux caractéristiques de la perturbation définies par $C(q^{-1})$.

III.5.7 Algorithme de commande adaptative [III-12][III-18]

La commande adaptative à variance minimale obéit aux étapes suivantes:

➡ **Données:** Spécifier A , B , na , nb , d , A_m , B_m , F , G , nc . La séquence de référence future $r(t+1)$ est calculée. La séquence du modèle de référence future $y^*(t+d+1)$ est calculée.

➡ **Etape 1:** Estimation des paramètres $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ du procédé en utilisant l'algorithme d'adaptation présenté au chapitre (II.3) avec estimation du modèle de la perturbation $C(q^{-1})$. Les vecteurs des paramètres et d'observation sont donnés par:

$$\Phi(t-1) = [a_1(t-1), a_2(t-1), \dots, a_{na}(t-1), b_0(t-1), b_1(t-1), \dots, b_{nb}(t-1), c_1(t-1), \dots, c_{nc}(t-1)]^T$$

$$\mathcal{O}(t-1) = [-y(t-1), \dots, -y(t-na), u(t-d-1), \dots, u(t-d-1-nb), \varepsilon(t-1), \dots, \varepsilon(t-nc)]^T$$

Dans le vecteur de mesure Φ nous avons pris leurs écarts ε comme estimation du bruit blanc $e(t)$, en se basant sur le principe suivant:

L'estimation $\theta(t)$ étant optimale, l'écart entre $y(t)$ et $y(t) = \theta(t) \Phi(t)$ ne peut être dû qu'au bruit.

↳ Filtrage et normalisation des signaux d'entrée-sortie.

↳ Calcul des paramètres estimés en utilisant les équations (II.7a), (II.7b), (II.7c), (II.7d).

⇒ **Etape 2** : Utiliser l'estimation du vecteur $\theta(t)$ pour calculer la commande $u(t)$.

↳ Résolution de l'équation de Diophantine (III.5.15) et calcul de $F'(q^{-1})$ et $G'(q^{-1})$.

↳ Calcul de la commande à partir de l'équation (III.5.16).

⇒ **Etape 3**: Tous les vecteurs de données sont décalés de telle sorte que les calculs peuvent être répétés à chaque instant; faire $t = t+1$ et revenir à l'étape 1.

III.5.8 Conclusion [III-15][III-17]

La stratégie de commande à variance minimale peut s'appliquer seulement pour la commande de systèmes à zéros asymptotiquement stables (systèmes à minimum de phase ou à inverse stable).

La convergence du schéma de poursuite et régulation auto-ajustable à variance minimale dépend dans une certaine mesure des caractéristiques du bruit. Cette condition s'exprime comme suit:

La fonction de transfert $H(z^{-1}) = \frac{1}{C(z^{-1})} - \frac{1}{2}$ doit être strictement réelle positive.

Dans le cas où l'algorithme des moindres carrés est utilisé pour l'identification des paramètres a_i et b_j pour $i = 1, na$; $j = 0, nb$, avec $C(q^{-1}) = 1$, la quantité $\frac{1}{C(z^{-1})} - \frac{1}{2}$ se réduit exactement

à $\frac{1}{2}$ et la condition précédente est vérifiée.

III.6 Commande adaptative à variance minimale généralisée [III-2][III-3] [III-15][III-17]

La méthode de commande adaptative à variance minimale généralisée est l'extension aux procédés ayant des zéros instables.

III.6.1 Algorithme de commande

Considérons un système décrit par l'équation entrée-sortie monovariante suivante:

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-(d+1)}B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t) \quad (\text{III.6.1})$$

Le problème de commande à variance minimale généralisée consiste à trouver une loi de commande causale qui minimise la variance de la sortie d'un système auxiliaire donné par :

$$s(t) = P(q^{-1})y(t) + Q(q^{-1})u(t-d-1) - R(q^{-1})y^*(t+d+1) \quad (\text{III.6.2})$$

Où $y^*(t)$ représente le modèle de référence $P(q^{-1})$, $Q(q^{-1})$ et $R(q^{-1})$ étant des fonctions de transfert échantillonnées de pondération que l'on notera, en faisant apparaître les numérateurs et les dénominateurs, par :

$$P(q^{-1}) = \frac{P_N(q^{-1})}{P_D(q^{-1})}; \quad Q(q^{-1}) = \frac{Q_N(q^{-1})}{Q_D(q^{-1})}; \quad R(q^{-1}) = \frac{R_N(q^{-1})}{R_D(q^{-1})} \quad (\text{III.6.3})$$

La figure (III.6.1) représente le schéma bloc du système et de la sortie auxiliaire $s(t)$.

La synthèse de la loi de commande à variance minimale est obtenue en deux étapes:

Etape 1: Synthèse du prédicteur optimal au sens des moindres carrés du système auxiliaire considéré.

Etape 2: Calcul de la loi de commande qui annule la sortie du prédicteur synthétisé à l'étape 1.

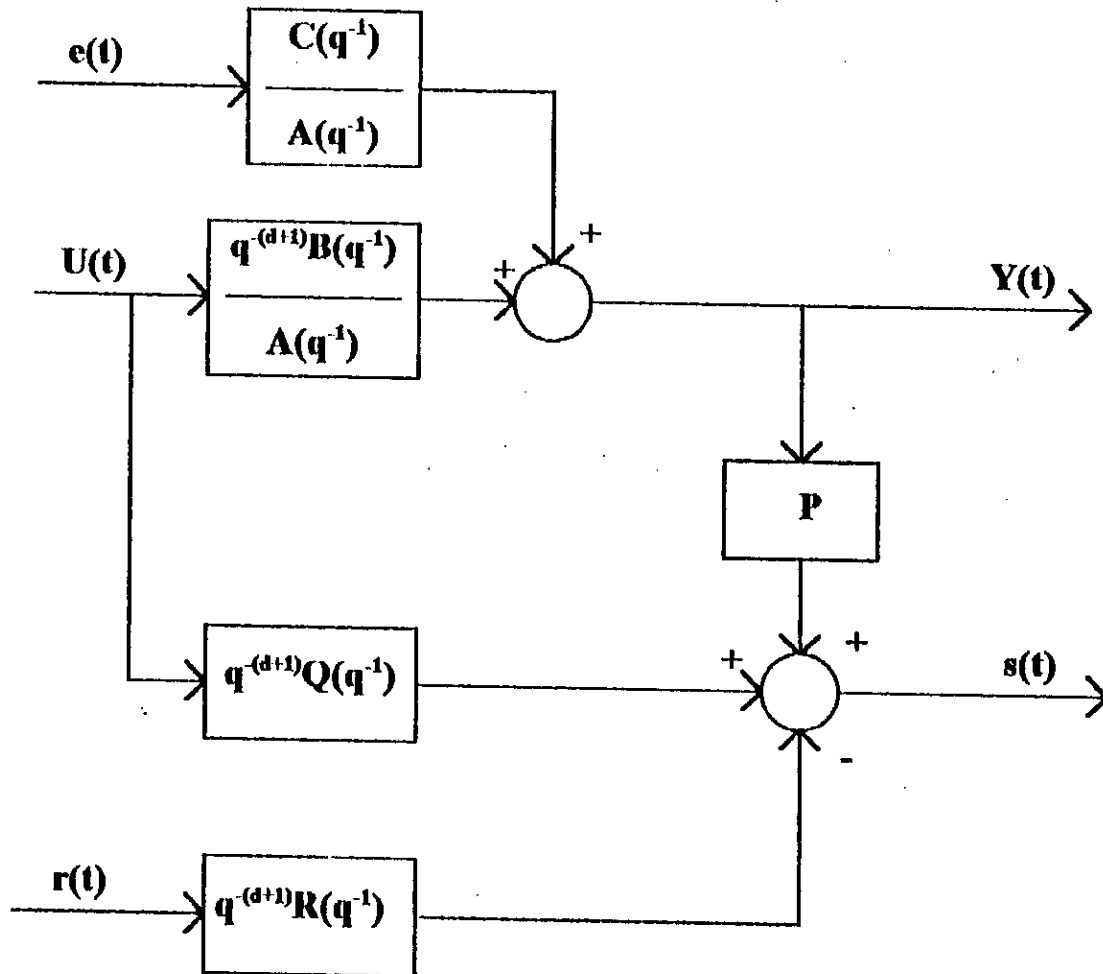


Figure (III.6.1). Schéma bloc du système et de la sortie auxiliaire $s(t)$.

III.6.2 Prédicteur optimal du système auxiliaire

Le prédicteur optimal au sens des moindres carrés de la sortie du système auxiliaire (III.6.2) est celui qui minimise la variance de l'erreur de prédiction, soit [III-15][III-17]:

$$E[s(t+d+1) - \hat{s}(t+d+1/t)]^2$$

$\hat{s}(t+d+1/t)$ étant la sortie du prédicteur optimal.

Pour ce faire, notons d'abord que la séquence de référence $y^*(t)$ peut être engendrée par un modèle de référence donné par l'équation :

$$y^*(t+d+1) = \frac{B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} r(t)$$

$r(t)$ est une consigne de référence.

Le terme $(Q(q^{-1})u(t) - R(q^{-1})y^*(t+d+1))$ du système auxiliaire (équ.(III.6.2)) étant connue à l'instant t , il en résulte que la prédiction de la variable $s(t+d+1)$ se ramène à celle de la variable:

$$\Psi(t+d+1) = P(q^{-1})y(t+d+1) \quad (\text{III.6.4})$$

et l'on aurait:

$$s^*(t+d+1/t) = \Psi^*(t+d+1/t) + Q(q^{-1})u(t) - R(q^{-1})y^*(t+d+1) \quad (\text{III.6.5})$$

Où $\Psi^*(t+d+1/t)$ est le prédicteur optimal du système (équ.(III.6.4)) qui minimise la variation de l'erreur de prédiction, soit [III-15][III-17]:

$$E[\Psi(t+d+1) - \Psi^*(t+d+1/t)]^2$$

Réécrivons l'équation (III.6.1) à l'instant $t+d+1$:

$$y(t+d+1) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(t) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}e(t+d+1) \quad (\text{III.6.6})$$

Compte tenu de l'équation du système, la quantité $\Psi(t+d+1)$ s'exprime en fonction du contrôle $u(t)$ et de la perturbation $e(t)$ par:

$$\Psi(t+d+1) = \frac{B(q^{-1})P(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(t) + \frac{C(q^{-1})P(q^{-1})}{A(q^{-1})}e(t+d+1) \quad (\text{III.6.7})$$

Le second membre de l'équation (III.6.7) comprend des termes qui peuvent être calculés exactement à partir des observations et des termes qui sont indépendants de ces dernières.

Nous allons expliciter ceci en introduisant l'identité suivante pour séparer l'information qui est disponible à l'instant t de celle qui ne l'est pas (information future), soit [III.2] [III.15]:

$$\frac{C(q^{-1})P_N(q^{-1})}{A(q^{-1})P_D(q^{-1})} = E(q^{-1}) + q^{-(d+1)} \frac{F'(q^{-1})}{A(q^{-1})P_D(q^{-1})} \quad (\text{III.6.8})$$

avec:

$$\begin{aligned} \deg E(q^{-1}) &= d && ; \\ \deg F'(q^{-1}) &= \max(na + npd - 1, nc + npn - d - 1) && ; \end{aligned}$$

L'équation (III.6.8) a pour solution unique $E(q^{-1})$ et $F'(q^{-1})$ (voir annexe 3).

Compte tenu de l'identité (III.6.8), l'équation (III.6.7) s'écrira sous la forme :

$$\frac{C(q^{-1})P_N(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(t) + [E(q^{-1})e(t+d+1)] + \frac{F'(q^{-1})}{A(q^{-1})P_D(q^{-1})}e(t) \quad (\text{III.6.9})$$

Explicitons le dernier terme du second membre de l'équation (III.6.9) en fonction des observations, l'équation (III.6.7), réécrite à l'instant t , entraîne:

$$\epsilon(t) = \frac{A(q^{-1})}{C(q^{-1})P(q^{-1})} \Psi(t) - q^{-(d+1)} \frac{B(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(t) \quad (\text{III.6.10})$$

alors l'équation (III.6.9) pourra être écrite sous la forme:

$$\Psi(t+d+1) = E(q^{-1})\epsilon(t+d+1) + \frac{H(q^{-1})P(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + \frac{F(q^{-1})}{A(q^{-1})P_D(q^{-1})} \left\{ \frac{A(q^{-1})}{C(q^{-1})P(q^{-1})} \Psi(t) - q^{-(d+1)} \frac{B(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(t) \right\} \quad (\text{III.6.11})$$

Compte tenu de l'identité (III.6.8), il vient :

$$\Psi(t+d+1) = E(q^{-1})\epsilon(t+d+1) + \frac{G'(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(t) + \frac{F(q^{-1})}{C(q^{-1})P_N(q^{-1})} \Psi(t) \quad (\text{III.6.12})$$

avec:

$$G'(q^{-1}) = E(q^{-1}) B(q^{-1})$$

La variance de l'erreur de prédiction est calculée comme suit :

$$E[\Psi(t+d+1) - \Psi^*(t+d+1/t)]^2 = E\left[\left(E(q^{-1})\epsilon(t+d+1)\right)^2\right] + E\left\{\left[\frac{G'(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(t) + \frac{F(q^{-1})}{C(q^{-1})P_N(q^{-1})} \Psi(t) - \Psi^*(t+d+1/t)\right]^2\right\} \quad (\text{III.6.13})$$

L'espérance mathématique du terme en double produit étant nulle pour deux raisons.

✶ $\epsilon(t)$ est un bruit blanc;

✶ Les variables aléatoires de $\epsilon(t+d+1)$ étant indépendantes du contrôle et de la sortie auxiliaire.

donc:

$$E(\Psi(t+d+1) - \Psi^*(t+d+1/t))^2 \geq E\left(E(q^{-1})\epsilon(t+d+1)\right)^2 \quad (\text{III.6.14})$$

L'égalité étant obtenue pour un choix de la fonction $\Psi^*(t+d+1/t)$ tel que :

$$\Psi^*(t+d+1/t) = \frac{G'(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(t) + \frac{F(q^{-1})}{C(q^{-1})P_N(q^{-1})} \Psi(t) \quad (\text{III.6.15})$$

Cette expression donne la raison concernant la restriction faite sur les zéros du polynôme $C(q^{-1})$.

III.6.3 Calcul de la loi de commande

La prédiction à l'instant $(t+d+1)$ de la sortie auxiliaire compte tenu de l'information disponible jusqu'à l'instant t se déduit de l'équation (III.6.2) :

$$s^*(t+d+1/t) = \Psi^*(t+d+1/t) + Q(q^{-1})u(t) - R(q^{-1})y^*(t+d+1) \quad (\text{III.6.16})$$

La loi de commande doit être choisie de façon à ce que la prédiction $s^*(t+d+1)$ soit nulle, il vient alors :

$$s^*(t+d+1/t) = 0 \quad (\text{III.6.17})$$

La loi de commande sera donc donnée par l'expression ci-dessous :

$$u(t) = \frac{C(q^{-1})R(q^{-1})y^*(t+d+1) - F(q^{-1})y(t) / P_D(q^{-1})}{F(q^{-1})B(q^{-1}) + C(q^{-1})Q(q^{-1})} \quad (\text{III.6.18})$$

III.6.4 Choix de $P(q^{-1})$, $R(q^{-1})$ et $Q(q^{-1})$ [III-15][III-17]

La loi de commande (III.6.18) conduit à un système en boucle fermée donné par l'équation :

$$y(t) = \frac{E(q^{-1})B(q^{-1}) + Q(q^{-1})C(q^{-1})}{P(q^{-1})B(q^{-1}) + Q(q^{-1})A(q^{-1})} e(t) + \frac{B(q^{-1})R(q^{-1})}{P(q^{-1})B(q^{-1}) + Q(q^{-1})A(q^{-1})} y^*(t+d+1)$$

Cette équation montre que la stabilité du système en boucle fermée dépend du choix des fonctions de pondération $P(q^{-1})$ et $Q(q^{-1})$. En effet ces dernières doivent être choisies de manière à ce que l'équation caractéristique du système en BF soit asymptotiquement stable, soit :

$$P(q^{-1})B(q^{-1}) + Q(q^{-1})A(q^{-1}) \quad \text{Asymptotiquement stable.}$$

pour $R(q^{-1}) = 1$ et $T(q^{-1}) = Q(q^{-1}) = 0$;

on retrouve la loi de commande à variance minimale.

De manière à assurer l'indépendance entre poursuite et régulation on choisit :

$$T(q^{-1}) = P(q^{-1})B(q^{-1}) + Q(q^{-1})A(q^{-1})$$

$$T(q^{-1}) = C(q^{-1}) \quad (\text{en général})$$

La dynamique de poursuite est donc spécifiée par $A_m(q^{-1})$ [III.17].

III.6.5 Algorithme de commande adaptative [III-12][III-19]

La commande adaptative à variance minimale obéit aux étapes suivantes :

➤ **Données:** Spécifier $A, B, n_a, n_b, d, n_c, F, G, R_N, Q_N, P_N, R_D, Q_D, P_D, A_m, B_m$. La séquence de référence future $r(t+i)$ est calculée. La séquence du modèle de référence future est calculée.

➤ **Etape 1:** Estimation des paramètres $A(q^{-1}), B(q^{-1}), C(q^{-1})$ du procédé en utilisant l'algorithme d'adaptation présenté au chapitre (II-3) avec:

$$\begin{aligned} \Phi(t-1) &= [a_1(t-1), a_2(t-1), \dots, a_{n_a}(t-1), b_0(t-1), b_1(t-1), \dots, b_{n_b}(t-1), c_1(t-1), \dots, c_{n_c}(t-1)]^T \\ \Omega(t-1) &= [-y(t-1), \dots, -y(t-n_a), u(t-d-1), \dots, u(t-d-1-n_b), e(t-1), \dots, e(t-n_c)]^T \end{aligned}$$

↪ Filtrage et normalisation des signaux d'entrée-sortie.

↪ Calcul des paramètres estimés en utilisant les équations (II.7a), (II.7b), (II.7c), (II.7d).

➤ **Etape 2:** Utiliser l'estimation du vecteur θ ($\hat{\theta}$) pour calculer la commande $u(t)$.

↪ Résolution de l'équation de Diophantine (III.6.8) et calcul de $F'(q^{-1})$ et $E(q^{-1})$.

↪ Calcul de la commande à partir de l'équation (III.6.18).

➤ **Etape 3:** tous les vecteurs de données sont décalés de telle sorte que les calculs peuvent être répétés à chaque instant. Faire $t = t+1$ et revenir à l'étape 1.

III.7 Commande adaptative prédictive généralisé (GPC)

III.7.1 Introduction

La GPC (D. W. Clarke, C. Mohtadi et P. S. Tuffs) est un des derniers membres de la famille des commandes à horizon étendu LRPC (long-Range predictive control) et représente une génération des algorithmes de LRPC [III-5].

L'objectif de cette loi de commande prédictive consiste à prendre en compte à l'instant présent le comportement futur et de conduire la sortie future du système $y(t+j)$ à la référence $r(t+j)$ ($j = 1, 2, \dots$) comme c'est illustré dans la figure (III.7.1). Pour cela il faut que la séquence future $r(t+j)$ soit connue pour $j = 1, 2, \dots$ [III-7][III-6][III-9].

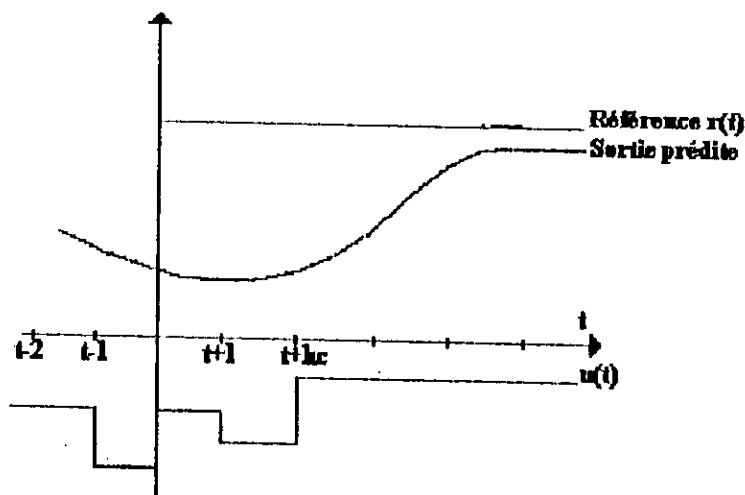


Figure (III.7.1). Référence, commande et sortie dans la GPC.

III.7.2 Représentation du procédé [III-10][III-20]

On représente le comportement entrée-sortie d'un procédé par le mode CARIMA (controlled Auto-regressive Integrated and Moving-Average) pour assurer une action intégrale (éliminer l'écart permanent et l'effet de perturbation) suivant:

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d} B(q^{-1})u(t-1) + W(t) \quad (\text{III.7.1})$$

où $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ sont des polynômes fonction de l'opérateur retard q^{-1} et:

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_m q^{-m}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb}$$

- ↳ Le retard total est égal à $d+1$ (retard pur + retard dû à la discrétisation) exprimé en période d'échantillonnage;
- ↳ Les perturbations affectant la sortie du procédé et les dynamiques négligées sont regroupées dans la séquence $W(t)$;
- ↳ $u(t)$ et $y(t)$ sont respectivement l'entrée et la sortie du procédé;

La séquence $W(t)$, représentant les perturbations, est modélisée comme suit:

$$W(t) = \frac{d(t)}{D(q^{-1})} + V(t) \quad (\text{III.7.2})$$

où $D(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$ représente le modèle interne des perturbations externes connues.

$e(t)$: est une séquence uniformément bornée, de moyenne nulle;

$V(t)$: représente la séquence des dynamiques négligées.

III.7.3 Objectif de la commande [III-5][III-10][III-12]

On considère le critère à minimiser par rapport à la séquence de commande $D(q^{-1}) e(t)$ de la forme :

$$J(t, h_p, h_i) = E \left\{ \sum_{j=h_i}^{h_p} \left[e_y(t+j) \right]^2 + \lambda(t) \left[D(q^{-1}) e_u(t+j-d-1) \right]^2 / t \right\} \quad (\text{III.7.3})$$

h_p : est l'horizon de prédiction;

h_i : est l'horizon initial (supérieur ou égal au retard du procédé);

$\lambda(t)$: est une séquence de pondération positive;

$e_y(t)$ et $e_u(t)$ sont respectivement des séquences relatives à la sortie et à l'entrée du procédé.

III.7.4 Commande prédictive généralisée

La commande prédictive généralisée a pour objectif de commande la minimisation du critère (III.7.3), en choisissant:

$$e_y(t) = P(q^{-1})(y(t) - y^*(t)) \quad (\text{III.7.4a})$$

$$e_u(t) = u(t) \quad (\text{III.7.4b})$$

et en supposant:

✎ $P(q^{-1})$: est un polynôme asymptotiquement stable, qui introduit un effet de filtrage de sortie, contribuant ainsi à améliorer la robustesse de la commande.

✎ h_c est l'horizon de commande.

☛ $e_y(t)$ devient l'erreur filtrée entre la sortie et la référence $y^*(t)$.

☛ L'hypothèse (III-6-4c) est introduite pour limiter le volume de calcul numérique, lors de la minimisation du critère.

☛ La pondération λ est introduite à l'origine pour contrôler des systèmes à phase non minimale.

Pour établir la loi de commande, il est d'abord nécessaire de réécrire l'expression du modèle (III.7.1) et (III.7.2) en fonction des nouvelles variables intervenant dans le critère à minimiser (III.7.3). De l'équation (III.7.4a) on tire:

$$P(q^{-1})y(t) = e_y(t) + P(q^{-1})y^*(t)$$

En multipliant les deux membres de l'équation (II.7.1) par le polynôme $P(q^{-1})$ et en introduisant l'expression ci-dessus, on obtient:

$$\begin{aligned} A(q^{-1})D(q^{-1})e_y(t) &= B(q^{-1})D(q^{-1})P(q^{-1})e_y(t-d-1) - A(q^{-1})D(q^{-1})P(q^{-1})y^*(t) \\ &\quad + \frac{P(q^{-1})F(q^{-1})}{G(q^{-1})}\xi(t) \end{aligned}$$

(III.7.5)

en supposant que la séquence des dynamiques négligées $V(t)$ est identiquement nulle et que la séquence $e(t)$ est décrite par le modèle suivant:

$$e(t) = \frac{F(q^{-1})}{G(q^{-1})}\xi(t) \quad \text{(III.7.6)}$$

III.7.5 Calcul du prédicteur à j-pas [III-5][III-10][III-12]

L'expression (III.7.5), écrite à l'instant $(t+j)$, donne:

$$e_y(t+j) = \frac{B(q^{-1})D(q^{-1})P(q^{-1})}{\Lambda(q^{-1})D(q^{-1})} e_u(t+j-d-1) - P(q^{-1})y^*(t+j) \\ + \frac{P(q^{-1})F(q^{-1})}{\Lambda(q^{-1})D(q^{-1})G(q^{-1})} \xi(t+j)$$

A l'instant t , les seuls termes imprédictibles sont ceux de la séquence $(\xi(t+i))$ avec $i=1, \dots, j$, donc pour calculer le prédicteur à j -pas de $e_y(t)$, on peut d'abord introduire l'identité polynomiale suivante:

$$P(q^{-1})F(q^{-1}) = \Lambda(q^{-1})D(q^{-1})G(q^{-1})S_j(q^{-1}) + q^{-j}R_j(q^{-1}) \quad (\text{III.7.7})$$

L'identité (III.7.7) correspond à la division euclidienne du rapport intervenant devant le terme $\xi(t+j)$ dans l'expression de $e_y(t+j)$ cette division a pour objet de séparer l'information qui est disponible à l'instant t de celle qui ne l'est pas. La solution unique de l'identité (III.7.7) est donnée par $S_j(q^{-1})$ et $R_j(q^{-1})$ avec (voir annexe 1) [III-18][III-8]:

$$\begin{aligned} \deg S_j(q^{-1}) &= j-1 & ; \\ \deg R_j(q^{-1}) &= \max(na + nd + ng - 1, np + nf - j) ; \end{aligned}$$

En introduisant l'identité polynomiale (III.7.7) dans l'expression de $e_y(t+j)$, le prédicteur prend la forme:

$$e_y(t+j) = \frac{B(q^{-1})P(q^{-1})}{\Lambda(q^{-1})} e_u(t+j-d-1) - P(q^{-1})y^*(t+j) + S_j(q^{-1})\xi(t+j) \\ + \frac{R_j(q^{-1})}{\Lambda(q^{-1})D(q^{-1})G(q^{-1})} \xi(t)$$

Après des opérations polynomiales et en utilisant le modèle de (III.7.1) et (III.7.2) on obtient finalement:

$$e_y(t+j) = \frac{B(q^{-1})G(q^{-1})S_j(q^{-1})}{F(q^{-1})} D(q^{-1})e_u(t+j-d-1) + \frac{R_j(q^{-1})}{F(q^{-1})} y(t) \\ - P(q^{-1})y^*(t+j) + S_j(q^{-1})\xi(t+j)$$

En remarquant que $[S_j(q^{-1})\xi(t+j)]$ est de degré $j-1$, les composantes du bruit $[S_j(q^{-1})\xi(t+j)]$ sont dans le futur donc le prédicteur optimal de $e_y(t+j)$ à l'instant t est donné par:

$$e_y(t+j) = \frac{B(q^{-1})G(q^{-1})S_j(q^{-1})}{F(q^{-1})} D(q^{-1})e_u(t+j-d-1) + \frac{R_j(q^{-1})}{F(q^{-1})} y(t) \\ - P(q^{-1})y^*(t+j)$$

Le terme $[B(q^{-1}) G(q^{-1}) S_j(q^{-1}) F^{-1}(q^{-1}) e_u(t+j-d-1)]$ peut être décomposé en deux parties, l'une dépend de la commande future, l'autre du passé en utilisant l'identité suivante:

$$B(q^{-1})G(q^{-1})S_j(q^{-1}) = F(q^{-1})L_{j-d}(q^{-1}) + q^{-j+d}K_{j-d}(q^{-1}) \quad (\text{III.7.8})$$

dont la solution unique est donnée par $L_{j-d}(q^{-1})$ et $K_{j-d}(q^{-1})$ (voir annexe 2) avec [III-7] [III-8][III-18]

$$\text{deg } L_{j-d}(q^{-1}) = j-d-1 \quad ;$$

$$\text{deg } K_{j-d}(q^{-1}) = ng + nb + d - 1 \quad ;$$

L'expression du prédicteur peut donc se mettre sous la forme:

$$\hat{e}_y(t+j/t) = L_{j-d}(q^{-1})D(q^{-1})e_u(t+j-d-1)\hat{e}_{y0}(t+j) \quad (\text{III.7.9a})$$

avec:

$$\hat{e}_{y0}(t+j) = \frac{K_{j-d}(q^{-1})}{F(q^{-1})}D(q^{-1})e_u(t-1) + \frac{R_j(q^{-1})}{F(q^{-1})}y(t) - P(q^{-1})y^*(t+j) \quad (\text{III.7.9b})$$

Le prédicteur optimal est composé de deux termes: Le premier est une fonction des futures commandes, le deuxième ne dépend que des informations disponibles à l'instant t et correspond au prédicteur à j -pas quant toutes les entrées futures sont nulles.

III.7.6 Minimisation du critère [III-10]

Le critère (III.7.3) est réécrit sous la forme vectorielle suivante :

$$J = E \left[(LE_u + M)^T (LE_u + M) + \Lambda(t) E_u^T E_u / t \right]$$

Où les vecteurs M , E_u et la matrice L sont définis de la façon suivante:

$$M = \left[\hat{e}_{y0}(t+h) \dots \hat{e}_{y0}(t+hp) \right]^T$$

$$E_u = \left[D(q^{-1})e_u(t) \dots D(q^{-1})e_u(t+hc-1) \right]^T$$

de dimensions $(hp-hi+1)$ et hc respectivement:

$$L = \begin{bmatrix} l_{hi-d-1} & \dots & \dots & l_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ l_{hi-d} & \dots & \dots & l_1 & l_0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ l_{hc-1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & l_1 & l_0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ l_{hp-d-1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & l_{hp-hc-d} \end{bmatrix}$$

de dimension $(hp-hi+1 \times hc)$.

L'expression du vecteur résultant de la minimisation de J par rapport à E_u est:

$$E_u^* = -[L^T L + \Lambda(t)I]^{-1} L^T M \quad (III.7.11)$$

III.7.7 Loi de commande

Finalement, la loi de commande à horizon fuyant associée s'obtient comme suit :

$$D(q^{-1})e_u(t) = [-1 \ 0 \ \dots \ 0][L^T L + \Lambda(t)I]^{-1} L^T M \quad (III.7.12a)$$

ou bien:

$$D(q^{-1})u(t) = [-1 \ 0 \ \dots \ 0][L^T L + \Lambda(t)I]^{-1} L^T M \quad (III.7.12b)$$

III.7.8 Forme canonique RST [III-10]

On peut écrire la loi de commande par la somme:

$$D(q^{-1})e_u(t) = \sum_{i=hi}^{hp} -\gamma_{1,i} \hat{e}_{y0}^i$$

avec:

$$\Gamma = [\gamma_{i,j}] = [L^T L + \Lambda(t)I]^{-1} L^T ; [i,j] = [1, hc] \times [hi, hp]$$

En introduisant la formule donnant \hat{e}_{y0}^i (équ. (III.7.9a)) dans la somme précédente, on obtient:

$$\left[F(q^{-1}) + q^{-1} \sum_{l=hl}^{hp} \gamma_{1,j} K_{j-d}(q^{-1}) \right] D(q^{-1}) e_u(t) + \sum_{j=hl}^{hp} \gamma_{1,j} R_j(q^{-1}) y(t) = P(q^{-1}) F(q^{-1}) \sum_{j=hl}^{hp} \gamma_{1,j} y^*(t+d+1) \quad (\text{III.7.13})$$

La forme canonique RST dont le schéma de principe est donné par la figure (III.7.1).

La forme polynomiale équivalente est donc:

$$S_{eq}(q^{-1}) D(q^{-1}) u(t) + R_{eq}(q^{-1}) y(t) = T_{eq}(q^{-1}) y^*(t+d+1) \quad (\text{III.6.14})$$

Par identification de (III.7.13) on trouve:

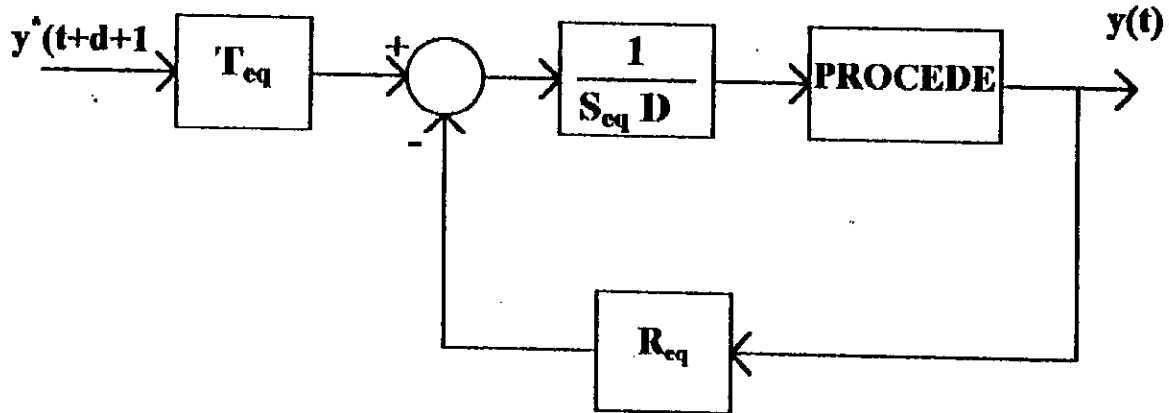


Figure (III.7.1). Structure canonique RST.

$$S_{eq}(q^{-1}) = F(q^{-1}) + q^{-1} \sum_{j=hl}^{hp} \gamma_{1,j} K_{j-d}(q^{-1}) \quad (\text{III.7.15a})$$

$$R_{eq}(q^{-1}) = \sum_{j=hl}^{hp} \gamma_{1,j} R_j(q^{-1}) \quad (\text{III.7.15b})$$

$$T_{eq}(q^{-1}) = P(q^{-1}) F(q^{-1}) \sum_{j=hl}^{hp} \gamma_{1,j} \quad (\text{III.7.15c})$$

En utilisant l'expression de $u(t)$ donnée par le modèle (III.7.1) dans l'équation (III.7.14), on obtient l'expression de la sortie $y(t)$ en BF:

$$y(t) = \frac{B(q^{-1}) T_{eq}(q^{-1})}{P_{eq}(q^{-1})} y^*(t) + \frac{S_{eq}(q^{-1}) F(q^{-1})}{G(q^{-1}) P_{eq}(q^{-1})} \xi(t) \quad (\text{III.7.16})$$

avec:

$$P_{eq}(q^{-1}) = S_{eq}(q^{-1})A(q^{-1})D(q^{-1}) + q^{-(d+1)}R_{eq}(q^{-1})B(q^{-1}) \quad (\text{III.7.17})$$

¶ Remarque

D'après l'équation en boucle fermée (III.7.16), le polynôme caractéristique en boucle fermée $P_{eq}(q^{-1})$ influe sur la régulation et la poursuite en même temps [III-10][III-20].

III.7.9 Algorithme de commande adaptative [III-7][III-12][III-13]

La commande adaptative prédictive généralisée (GPC) obéit aux étapes suivantes:

➔ **Données:** Spécifier $A, B, na, nb, d, F, G, P(q^{-1})$. La séquence de référence future $r(t+i)$ est calculée.

➔ **Etape 1:** Estimation des paramètres $A(q^{-1}), B(q^{-1})$ du procédé en utilisant l'algorithme d'adaptation paramétrique présenté au chapitre (II-3) avec:

$$\begin{aligned} \mathcal{O}(t-1) &= [a_1(t-1), a_2(t-1), \dots, a_{na}(t-1), b_0(t-1), b_1(t-1), \dots, b_{nb}(t-1)]^T \\ \mathcal{Y}(t-1) &= [-y(t-1), \dots, -y(t-na), u(t-d-1), \dots, u(t-d-1-nb)]^T \end{aligned}$$

↪ Filtrage et normalisation des signaux d'entrée-sortie.

↪ Calcul des paramètres estimés en utilisant les équations (II.7a), (II.7b), (II.7c), (II.7d).

➔ **Etape 2:** Utiliser l'estimation du vecteur $\theta(t)$ pour calculer la commande $u(t)$.

↪ Résolution de l'équation de Diophantine 1 de l'équation (III.7.7) calcul de $S_j(q^{-1}), R_j(q^{-1})$ $j = 1, hp$.

↪ Résolution de l'équation de Diophantine 2 de l'équation (III.7.8). Calcul de $L_{j,d}(q^{-1}), K_{j,d}(q^{-1})$ $j = d+1, hp$.

↪ Calcul du prédicteur à j -pas donné par l'équation (III.7.9b).

↪ Calcul de la commande $u(t)$ à partir de l'équation (III.7.12b).

➔ **Etape 3:** Tous les vecteurs de données sont décalés de telle sorte que les calculs peuvent être répétés à chaque instant. Faire $t = t+1$ et revenir à l'étape 1.

Ⓣ **Remarque:** seul le premier élément $u(t)$ de la séquence est appliqué au système [III-12]).

III.8 Commande adaptative avec modèle de référence sur l'état partiel (MREP)

III.8.1 Introduction

L'inconvénient de la commande GPC réside dans l'impossibilité de spécifier indépendamment les dynamiques de poursuite et de régulation. La commande avec MREP permet d'y remédier.

III.8.2 Algorithme de commande [III-9][III-18][III-19]

→ Représentation entrée-sortie du procédé

Le comportement entrée-sortie du procédé peut être approximé par le modèle linéaire perturbé suivant:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-d-1) + V(t) + W(t) \quad (\text{III.8.1})$$

Pour pouvoir compenser les perturbations externes, on supposera que la séquence $W(t)$ est modélisée par:

$$D(q^{-1})V(t) = v(t) \quad (\text{III.8.2})$$

$$G(q^{-1})v(t) = F(q^{-1})\xi(t) \quad (\text{III.8.3})$$

✶ $\xi(t)$: représente une séquence de bruit blanc de moyenne nulle.

✶ $F(q^{-1})$ et $G(q^{-1})$: sont des polynômes asymptotiquement stables.

✶ $D(q^{-1})$: est un polynôme représentant le modèle interne de la perturbation externe, le cas $D(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$ permet le rejet de perturbation en provoquant une action intégrale dans la boucle fermée comme nous le verrons par la suite.

Le modèle du procédé à commander est donc donné par :

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-d-1) + V(t) + W(t)$$

avec:

$$D(q^{-1})G(q^{-1})V(t) = F(q^{-1})\xi(t)$$

III.8.3 Objectif de la commande [III-10][III-14][III-19]

L'objectif de la commande est de minimiser, au sens de l'horizon fuyant, la fonction de coût suivante :

$$J(t, h_p, h_i, h_c) = E \left\{ \sum_{j=hi}^{hp} \left[P_c(q^{-1}) e_y(t+j) \right]^2 + \lambda(t) \left[D(q^{-1}) e_u(t+j-h_i) \right]^2 \right\} \quad (III.8.4)$$

avec l'hypothèse suivante:

$$D(q^{-1}) e_u(t+i) = 0 \quad \text{pour } h_c \leq i \leq h_p$$

La minimisation du critère est effectuée par rapport à la séquence $D(q^{-1}) e_u(t)$.

- Les quantités $e_u(t)$ et $e_y(t)$ représentent respectivement des séquences liées à l'entrée $u(t)$ et à la sortie $y(t)$ du procédé.
- Le polynôme $P_c(q^{-1})$ est une pondération sur la séquence $e_y(t)$ et doit être asymptotiquement stable.
- La séquence $\lambda(t)$ est une pondération sur la séquence $e_u(t)$.
- h_i est l'horizon initial de prédiction.
- h_p est l'horizon de prédiction.
- h_c est l'horizon de commande.

Les variables $e_y(t)$ et $e_u(t)$ peuvent représenter des indices de performance décrivant des trajectoires de sortie et d'entrée données par:

$$e_y(t) = P_e(q^{-1}) \left(y(t) - \beta B(q^{-1}) y^*(t) \right) \quad (III.8.5a)$$

$$e_u(t) = P_e(q^{-1}) \left(u(t) - \beta \Lambda(q^{-1}) B(q^{-1}) y^*(t+d+1) \right) \quad (III.8.5b)$$

Notons que le scalaire β a été introduit pour avoir un gain statique unitaire, en boucle fermée, entre la sortie du procédé $y(t)$ et la séquence de référence $y^*(t)$.

$P_e(q^{-1})$ est un polynôme de pondération asymptotiquement stable par ailleurs, ces indices sont appelés modèle de références sur l'état partiel (MREP), et la commande résultante est appelée commande MREP.

Avec les notations (III.8.5a) et (III.8.5b), l'objectif de commande devient:

$$e_y(t) = D(q^{-1}) e_u(t) = 0$$

III.8.4 Synthèse de la loi de commande [III-10][III-14]

La synthèse des lois de commande en question sera faite dans le cas où la séquence d'erreur de modélisation $W(t)$ est nulle.

Le modèle du procédé peut s'écrire alors sous la forme :

$$\Lambda(q^{-1})D(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})D(q^{-1})u(t-d-1) + v(t) \quad (\text{III.8.6})$$

En opérant par $P_e(q^{-1})$ sur les deux membres de cette équation et en leur retranchant le terme $[A(q^{-1})D(q^{-1})B(q^{-1})\beta y^*(t)]$, on obtient:

$$\Lambda(q^{-1})D(q^{-1})e_y(t) = B(q^{-1})D(q^{-1})e_u(t-d-1) + P_e(q^{-1})v(t) \quad (\text{III.8.7})$$

Le modèle de l'équation (III.8.7) est appelé modèle aux performances. Et l'objectif de commande sera alors transformé en un objectif de régulation vis-à-vis du modèle de performance.

A l'instant $(t+j)$, et en tenant compte de la modélisation de $V(t)$ donnée par (III.8.3), le modèle aux performances (III.8.7) devient:

$$\Lambda(q^{-1})D(q^{-1})G(q^{-1})\frac{e_y^f(t+j)}{P_e(q^{-1})} = G(q^{-1})B(q^{-1})\frac{D(q^{-1})e_u^f(t+j-d-1)}{P_e(q^{-1})} + \xi(t+j) \quad (\text{III.8.8})$$

avec:

$$F(q^{-1})e_y^f(t) = e_y(t) \quad \text{et} \quad F(q^{-1})e_u^f(t) = e_u(t)$$

L'exposant ' f ' représente l'opération de filtrage.

Comme la minimisation du critère doit se faire par rapport à la séquence $e_u(t+j)$ pour $j=0, hc-1$, nous allons réécrire l'équation du prédictor $e_y^f(t+j)$ de manière à ce que ces composantes apparaissent explicitement. Pour ce faire nous considérons l'identité polynomiale:

$$P_e(q^{-1})P_c(q^{-1})F(q^{-1}) = G(q^{-1})\Lambda(q^{-1})D(q^{-1})S_j(q^{-1}) + q^{-j}R_j(q^{-1}) \quad (\text{III.8.9})$$

avec:

$$\begin{aligned} \deg S_j(q^{-1}) &= j-1 && ; \\ \deg R_j(q^{-1}) &= \max(na + nd + ng - 1, npe + npc + nf - j) && ; \end{aligned}$$

telle que:

$$\begin{aligned} \deg P_e(q^{-1}) &= npe; & \deg P_c(q^{-1}) &= npc; \\ \deg G(q^{-1}) &= ng; & \deg F(q^{-1}) &= nf; & \deg D(q^{-1}) &= nd = 1; \end{aligned}$$

La solution récursive donnant $S_j(q^{-1})$ et $R_j(q^{-1})$ de l'équation (III.8.9) est présentée en annexe 1 [III-16][III-7].

On peut décrire le modèle du procédé (III.8.8) par l'expression (en utilisant l'identité polynomiale (III.8.9) suivante:

$$P_o(q^{-1})P_C(q^{-1})F(q^{-1})e_y(t+j) = G(q^{-1})A(q^{-1})D(q^{-1})S_j(q^{-1})e_y(t+j) + R_j(q^{-1})e_y(t)$$

Divisons les deux membres par $P_o(q^{-1})F(q^{-1})$:

$$P_C(q^{-1})e_y(t+j) = G(q^{-1})A(q^{-1})D(q^{-1})S_j(q^{-1})\frac{e_y^f(t+j)}{P_o(q^{-1})} + \frac{R_j(q^{-1})}{P_o(q^{-1})}e_y^f(t) \quad (III.8.10)$$

En opérant par $S_j(q^{-1})$ sur les deux membres de l'équation (III.8.8) et en utilisant l'équation (III.8.10), on trouve:

$$P_C(q^{-1})e_y(t+j) = B(q^{-1})G(q^{-1})D(q^{-1})S_j(q^{-1})\frac{e_u^f(t+j-d-1)}{P_o(q^{-1})} + S_j(q^{-1})\xi(t+j) + \frac{R_j(q^{-1})}{P_o(q^{-1})}e_y^f(t) \quad (III.8.11)$$

Pour séparer les signaux connus à l'instant t de ceux inconnus (futurs), on considère une seconde identité polynomiale:

$$G(q^{-1})S_j(q^{-1})B(q^{-1}) = P_o(q^{-1})F(q^{-1})L_{j-d}(q^{-1}) + q^{-j+d}K_{j-d}(q^{-1}) \quad (III.8.12)$$

avec:

$$\text{deg } L_{j-d}(q^{-1}) = j - d - 1 \quad ;$$

$$\text{deg } K_{j-d}(q^{-1}) = \max(npe + ne - 1, ng + nb + d - 1) \quad ;$$

La résolution récursive est donnée en annexe 2 [III-16][III-7].

L'expression du prédicteur devient:

$$P_C(q^{-1})e_y(t+j) = L_{j-d}(q^{-1})D(q^{-1})e_u(t-d-1+j) + \frac{D(q^{-1})e_u^f(t-1)}{P_o(q^{-1})}K_{j-d+1}(q^{-1}) + S_j(q^{-1})\xi(t+j) + \frac{R_j(q^{-1})}{P_o(q^{-1})}e_y^f(t)$$

$\xi(t)$ est à moyenne nulle et le prédicteur optimal est réduit à:

$$P_C(q^{-1})\hat{e}_y(t+j/t) = L_{j-d}(q^{-1})D(q^{-1})e_u(t-d-1+j) + e_0^f(t) \quad (III.8.13)$$

avec:

$$e_0^f(t) = \frac{D(q^{-1})e_u^f(t-1)}{P_o(q^{-1})}K_{j-d+1}(q^{-1}) + \frac{R_j(q^{-1})}{P_o(q^{-1})}e_y^f(t) \quad (III.8.14)$$

$$\text{où } L_{j-d}(q^{-1}) = l_0 + l_1 q^{-1} + \dots + l_{j-d-1} q^{-j+d+1} \quad j = hi, hp$$

On peut écrire l'équation (III.8.13) sous forme matricielle [III-10]:

$$E_y = LD(q^{-1})E_u + E_0^f$$

avec:

$$E_y = P_c(q^{-1}) \left[\hat{e}_y(t+hi/t) \dots \hat{e}_y(t+hp/t) \right]^T$$

$$E_u = \left[e_u(t+hi-d-1) \dots e_u(t+hp-d-1) \right]^T$$

$$E_0^f = \left[e_0^{fhi}(t) \dots e_0^{fhp}(t) \right]^T$$

$$L = \begin{bmatrix} l_{hi-d-1} & l_{hi-d-2} & \dots & l_0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & & & & \vdots \\ l_{hp-d-1} & l_{hp-d-2} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & l_0 \end{bmatrix}$$

En prenant en compte l'hypothèse $D(q^{-1})e_u(t+i) = 0$ pour $hc \leq i \leq hp$

La fonction de coût à minimiser (III.8.4) sous la forme vectorielle est décrite par:

$$J(t, hi, hp, hc/t) = \left(L_r D(q^{-1}) E_{ur} + E_0^f \right)^T \left(L_r D(q^{-1}) E_{ur} + E_0^f \right) + \lambda(t) D(q^{-1}) E_{ur}^T D(q^{-1}) E_{ur} \quad (\text{III.8.15})$$

telle que:

$$E_{ur} = \left[e_u(t+hi-d-1) e_u(t+hi-d) \dots e_u(t+hc-1) \right]^T$$

$$L_r = \begin{bmatrix} l_{hi-d-1} & l_{hi-d-2} & \dots & l_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ l_{hi-d} & l_{hi-d-1} & \dots & l_1 & l_0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ l_{hp-d-1} & l_{hp-d-2} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & l_{hp-hc-d+1} \end{bmatrix}$$

Le vecteur $D(q^{-1})E_{ur}$ qui minimise un tel critère est donné par:

$$\begin{aligned} L_r^T \left(L_r D(q^{-1}) E_{ur}^* + E_0^f \right) + \lambda(t) D(q^{-1}) E_{ur}^* &= 0 \\ L_r^T L_r D(q^{-1}) E_{ur}^* + \lambda(t) D(q^{-1}) E_{ur}^* &= L_r^T E_0^f \end{aligned}$$

d'où:

$$D(q^{-1})E_{ur}^* = -(L_r^T L_r + \lambda(t)I)^{-1} L_r^T E_0^* f \quad (III.8.16)$$

La loi de commande à horizon fuyant associée devient:

$$D(q^{-1})e_u(t) = [-1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] [L_r^T L_r + \lambda(t)I]^{-1} L_r^T E_0^* f \quad (III.8.17)$$

Comme $e_u(t) = P_o(q^{-1})[u(t) - \beta(t)\Lambda(q^{-1})y^*(t+d+1)]$, on aura:

$$D(q^{-1})u(t) = \left[\frac{D(q^{-1})e_u(t)}{P_o(q^{-1})} + \beta\Lambda(q^{-1})D(q^{-1})y^*(t+d+1) \right] \quad (III.8.18)$$

III.8.5 Structure canonique RST [III-10]

On peut écrire la loi de commande par la somme :

$$D(q^{-1})e_u(t) = \sum_{j=hl}^{hp} -\gamma_{1,j} e_0^{*j}(t) \quad (III.8.19)$$

avec: $\Gamma = [\gamma_{1,j}] = [L_r^T L_r + \lambda(t)I]^{-1} L_r^T \quad (i,j) = [1, hc] \times [hl, hp]$

En introduisant l'expression de $e_0^j(t)$ (équ. (III.8.14)), on obtient:

$$\left[P_o(q^{-1})F(q^{-1}) + q^{-1} \sum_{j=hl}^{hp} \gamma_{1,j} K_{j-d}(q^{-1}) \right] D(q^{-1})e_u(t) + \left[\sum_{j=hl}^{hp} \gamma_{1,j} R_j(q^{-1}) \right] e_y(t) = 0 \quad (III.8.20)$$

En remplaçant $D(q^{-1})e_u(t)$ par leurs expressions, et en l'identifiant à la forme canonique donnée par l'équation:

$$D(q^{-1})S_{eq}(q^{-1})u(t) + R_{eq}(q^{-1})y(t) = T_{eq}(q^{-1})y^*(t+d+1) \quad (III.8.21)$$

On trouve:

$$S_{eq}(q^{-1}) = P_o(q^{-1})F(q^{-1}) + q^{-1} \sum_{j=hl}^{hp} \gamma_{1,j} K_{j-d}(q^{-1}) \quad (III.8.21a)$$

$$R_{eq}(q^{-1}) = \sum_{j=hl}^{hp} \gamma_{1,j} R_j(q^{-1}) P_o(q^{-1}) \quad (III.7.15b)$$

$$T_{eq}(q^{-1}) = \beta \left[\Lambda(q^{-1})D(q^{-1})S_{eq}(q^{-1}) + q^{-(d+1)} R_{eq}(q^{-1}) \right] \quad (III.7.15c)$$

posons:

$$P_{eq}(q^{-1}) = \Lambda(q^{-1})D(q^{-1})S_{eq}(q^{-1}) + q^{-(d+1)}B(q^{-1})R_{eq}(q^{-1}) \quad (III.8.23)$$

avec:

$$\deg P_{eq}(q^{-1}) = \max (na + nd - 1, npeq - nb - d - 1) \quad ;$$

$$\deg S_{eq}(q^{-1}) = nb + d - 1 \quad ;$$

A partir du modèle du procédé de (III.8.6), on tire l'expression de $u(t)$ et on la remplace dans l'expression (III.8.21). D'où la fonction de transfert en BF:

$$y(t) = \frac{B(q^{-1})T_{eq}(q^{-1})}{P_{eq}(q^{-1})} y^*(t) + \frac{S_{eq}(q^{-1})F(q^{-1})}{G(q^{-1})P_{eq}(q^{-1})} \xi(t)$$

En introduisant l'expression de $T_{eq}(q^{-1})$ dans l'équation précédente, on obtient:

$$y(t) = \beta B(q^{-1}) y^*(t) + \frac{S_{eq}(q^{-1})F(q^{-1})}{G(q^{-1})P_{eq}(q^{-1})} \xi(t) \quad (III.8.24)$$

¶ Remarque

D'après l'équation en boucle fermée (III.8.24), la régulation est entièrement définie par le polynôme $[G(q^{-1})P_{eq}(q^{-1})]$, par contre le polynôme caractéristique en boucle fermée $P_{eq}(q^{-1})$ ne joue aucun rôle en poursuite, la poursuite est donc spécifiée seulement par le polynôme $\Lambda_m(q^{-1})$.

III.8.6 Algorithme de commande adaptative [III-11][III-12][III-18]

La commande adaptative avec modèle de référence sur l'état partiel (MREP) obéit aux étapes suivantes:

➔ **Données:** Spécifier $A, B, npe, npc, na, nb, d, \Lambda_m, B_m, F, G, P_r(q^{-1}), P_c(q^{-1})$. La séquence de référence future $r(t+i)$ est calculée. La séquence du modèle de référence future $y^*(t+d+1)$ est calculée.

➔ **Etape 1:** Estimation des paramètres $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ du procédé en utilisant l'algorithme d'adaptation paramétrique présenté au chapitre (II-3), avec:

$$\begin{aligned} \Phi(t-1) &= [a_1(t-1), a_2(t-1), \dots, a_{na}(t-1), b_0(t-1), b_1(t-1), \dots, b_{nb}(t-1)]^T \\ \Phi(t-1) &= [-y(t-1), \dots, -y(t-na), u(t-d-1), \dots, u(t-d-1-nb)]^T \end{aligned}$$

↪ Filtrage et normalisation des signaux d'entrée-sortie.

↪ Calcul des paramètres estimés en utilisant les équations (II.7a), (II.7b), (II.7c) et (II.7d).

➔ **Etape 2:** Utiliser l'estimation du vecteur $\theta(t)$ pour calculer la commande $u(t)$.

↪ Résolution de l'équation de Diophantine 1 (équ. (III.8.9)) et calcul de $S_j(q^{-1})$, $R_j(q^{-1})$ $j = 1, hp$.

↪ Résolution de l'équation de Diophantine 2 (équ. (III.8.12)) et calcul de $L_{j,d}(q^{-1})$ et $K_{j,d}(q^{-1})$ $j = d+1, hp$.

↪ Calcul du prédicteur à j -pas donnée par l'équation (III.8.14).

↪ Calcul de la commande $u(t)$ à partir de l'équation (III.8.18).

➔ **Etape 3:** Tous les vecteurs de données sont décalés de telle sorte que les calculs peuvent être répétés à chaque instant. Faire $t = t+1$ et revenir à l'étape 1.

♣ **Remarque:** seul le premier élément $u(t)$ de la séquence est appliqué au système.

Références

- [III-1] I.D.Landau, 'Identification et commande des systèmes: à l'aide des progiciels P.I.M et PC-Reg' Hermes, 1988.
- [III-2] D.W.Clarke, B.A.D.Phil, and P.J.Gawthrop, 'Self-tuning control', PROC.IEE, Vol 126, No 6, June 1979.
- [III-3] P.J.Gawthrop et B.A.D.Phil, 'Some interpretations of the self-tuning controller', PROC.IEE, Vol 124, No 10, October 1977.
- [III-4] D.W.Clarke and C.Mohtadi, 'Properties of generalized predictive control', Automatica, Vol 25, No 6, PP 859-875 (1989).
- [III-5] D.W.Clarke, C.Mohtadi et P.S.Tuffs, 'Generalized predictive control-Part II. Extensions and interpretations', Automatica, Vol 23, No 2, PP 149-160 (1987).
- [III-6] D.W.Clarke, C.Mohtadi et P.S.tuffs, 'Generalized predictive control-Part I. The basic algorithm', Automatica Vol 23, No 2, PP 137-148 (1987).
- [III-7] G.Favier, 'Self-tuning long-range predictive controllers', Automatic Control World Congress, 1987,83-90, Vol. 10.

- [III-8] E.P.Lambert, 'Process control applications of long-range predictive', Report No OUEL 1715/87, University of Oxford.
- [III-9] K.Djebara, 'Commande prédictive généralisée', Rapport de stage au LAAS du CNRS, 1991.
- [III-10] K.Djebara, 'Commande adaptative avec modèle de référence (MREP)', Rapport de stage au LAAS du CNRS, 1991.
- [III-11] N.Bali, 'Etude des performances de la commande prédictive généralisée', Thèse de Magister Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, Janvier 1995.
- [III-12] L.Guenfaf, 'Etude de différentes stratégies de commande adaptative', Thèse de Magister, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, Janvier 1995.
- [III-13] J.P.Bouzigue, 'Etude comparative des différents algorithmes de commande adaptative', Thèse de D.E.A, LAAS du CNRS 1991.
- [III-14] K.Djabara et Al, 'Partial state model reference adaptative control of a rapid thermal processor', International journal of adaptative control and signal processing, Vol 7, PP 45-61, 1993.
- [III-15] K.Najim, 'Commande adaptative des processus industriels', Masson 1982.
- [III-16] G.Favier et D.Dubois, 'A review of k-step-ahead predictors', Automatica, Vol 26, No 1, PP 75-84 (1990).
- [III-17] I.D.Landau et L.Dugard, 'Commande adaptative aspects pratiques et théoriques', masson 1986.
- [III-18] M.M'saad et I.D.Landau, 'Adaptive control', IFAC, International Symposium ADCHEM'91, October 1991.
- [III-19] M.M'saad et M.Samaam, 'Further evaluation of partial state model reference design', International Journal of Adaptative Control and Signal Processing. Vol 4, PP 133-149, 1990.

Chapitre IV

Interprétation des résultats

Chapitre IV

Interprétation des résultats

VI.1 Introduction

Une centrale électronucléaire connectée à un réseau où la consommation varie en cours du temps doit s'adapter à cette demande à chaque instant et maintenir son état à l'intérieur d'un domaine neutronique et thermodynamique prédéterminé par le fonctionnement optimal de la centrale et les règles de sécurité. Le système de contrôle automatique règle la température moyenne T_m du modérateur dans le cœur pour suivre une fonction croissante de la demande en puissance.

Nous nous intéressons dans ce chapitre à la simulation des sept lois de commande présentées dans le chapitre III, pour la régulation et la poursuite de la température du modérateur.

La commande du procédé est la réactivité introduite par les barres de régulation et la sortie commandée est la température moyenne de l'eau primaire. L'organigramme commun à toutes les méthodes de commande adaptative proposées est présenté en annexe 4.

⇒ *Initialisation:*

Pour l'algorithme d'adaptation, nous avons utilisé les paramètres suivants:

Structure du modèle estimé:

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + a_3q^{-3} + a_4q^{-4}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1}$$

Le vecteur des paramètres utilisé est :

$$\theta(0) = [-1.528, 0.7062, -0.0804, 0.009, 0.00207, -0.00133]$$

Les paramètres de l'estimateur sont initialisés comme suit:

Gain initial = 10.0: Le gain initial mesure l'éloignement des paramètres estimés par rapport aux valeurs initiales. On a choisi un gain initial faible pour ne pas avoir un écart important entre les paramètres estimés et les paramètres initiaux.

Trace de $F(0) = 80.0$;

$\eta = 1.0$: Pour avoir une normalisation des signaux entrées/sorties constante;

$\mu(0) = 0.97$;

$\mu_0 = 10.0$.

☛ Commande adaptative à objectifs indépendants

Cette méthode s'applique à des procédés à zéros stables et pôles stables ou instables.

La loi de commande s'écrit:

$$S(q^{-1})D(q^{-1})u(t) + R(q^{-1})y(t) = P(q^{-1})y^*(t + d + 1)$$

La dynamique de poursuite est fixée par le polynôme $A_m(q^{-1})$ et celle de régulation par le polynôme $P(q^{-1})$.

Dans notre étude de simulation, on distingue deux cas:

1. Cas sans perturbation;
2. Cas avec perturbation.

☛ Cas sans perturbation:

Les résultats de simulations sont indiqués sur les figures (IV.1a et 1b).

Le modèle de référence a été obtenu par la discrétisation d'un modèle continu du premier ordre ayant la fonction de transfert $1/s+1$, permettant de suivre exactement la consigne en régime permanent:

$$A_m(q^{-1}) = 1 - 0.60653q^{-1}$$

$$B_m(q^{-1}) = 0.39374$$

De manière à suivre une bonne régulation, on choisit un polynôme $P(q^{-1})$ du deuxième ordre, ayant des pôles doubles rapides égale à 0.2.

On se donne: $P(q^{-1}) = 1 - 0.4q^{-1} + 0.04q^{-2}$.

Les filtres $F(q^{-1}) = 1.0$ et $G(q^{-1}) = 1.0$.

Ces valeurs ont été calculées pour avoir le meilleur comportement possible.

On s'assure que l'estimation des paramètres du modèle linéaire nous fournit un polynôme $B(q^{-1})$ stable de manière à ce que la méthode à objectifs indépendants soit applicable. Le comportement de la température durant les rampes et les paliers est tout à fait acceptable. Néanmoins, on note de petites oscillations au niveau de chaque palier qui restent tout de même dans les normes.

Les figures (IV.1c à IV.h) montrent que les paramètres sont moins sensibles aux changements de consigne ce qui prouve la robustesse de l'estimateur utilisé.

✦ Cas avec perturbation:

Les résultats de simulations sont indiqués sur les figures (IV.8a et 8b). Les paramètres de synthèse de cette loi de commande restent inchangés sauf pour:

$$F(q^{-1}) = 1 - 0.2q^{-1}$$

Pour avoir le meilleur comportement possible en présence de la perturbation. Cette dernière est simulée par un bruit de moyenne 0 et de variance 1.

On constate, au début, un dépassement sur la sortie qui s'explique par le fait que les paramètres estimés du modèle linéaire ne convergent pas d'une manière rapide vers les bonnes valeurs ce qui entraîne le même phénomène sur les paramètres estimés.

La rejection de la perturbation se fait de manière rapide sans affecter la poursuite. L'indépendance entre la poursuite et la régulation est donc bien mise en évidence.

En régulation, le rejet de perturbation se traduit par des 'pics' moins importants sur la commande et par un changement moins important des paramètres estimés Figure(IV.8c à 8h) ce qui prouve la robustesse de notre estimateur.

✦ Commande adaptative avec pondération sur l'entrée

Cette méthode s'applique à des procédés à zéros stables ou instables, à condition que les zéros étant instables, les pôles soient stables.

La loi de commande s'écrit:

$$\left(S(q^{-1}) + Q(q^{-1}) \right) D(q^{-1}) u(t) + R(q^{-1}) y(t) = P(q^{-1}) y^*(t + d + 1)$$

La dynamique de poursuite est fixée par le polynôme $A_m(q^{-1})$ et celle de régulation par $A(q^{-1}) Q(q^{-1}) + B(q^{-1}) P(q^{-1})$.

✎ *Cas sans perturbation:*

Les résultats de simulations sont indiqués par les figures (IV.2a et 2b). Les simulations ont été effectuées en prenant:

$$P(q^{-1}) = 1 - 0.4q^{-1} + 0.04q^{-2}$$

$$F(q^{-1}) = 1.0 \quad ; \quad G(q^{-1}) = 1.0.$$

$$Q(q^{-1}) = \frac{\lambda(1 - q^{-1})}{1 + \alpha} \quad \text{avec } \lambda = 0.001 \text{ et } \alpha = -0.08$$

On remarque que l'introduction de λ a pour effet de ralentir la dynamique de régulation spécifiée par $A(q^{-1})Q(q^{-1}) + B(q^{-1})P(q^{-1})$, par exemple le cas $\lambda = 0$ conduit à la commande adaptative à objectifs indépendants. Une valeur de λ plus forte peut rendre le système instable. Pour l'évolution de la commande, on constate qu'elle présente des oscillations moins prononcées que dans le cas de la commande adaptative à objectifs indépendants.

✎ *Cas avec perturbation:*

Les résultats de simulations sont indiqués sur les figures (IV.9a et 9b). En présence de la perturbation on a choisi des polynômes $F(q^{-1})$ et $P(q^{-1})$ tels que:

$$F(q^{-1}) = 1 - 0.2q^{-1}$$

$$Q(q^{-1}) = \frac{\lambda(1 - q^{-1})}{1 + \alpha} \quad \text{avec } \lambda = 0.0001 \text{ et } \alpha = -0.08$$

Les autres paramètres de synthèse restent inchangés. On constate, au début, un dépassement sur la sortie peu important par rapport au cas de la commande adaptative à objectifs indépendants. De plus, la poursuite et la régulation sont acceptable et la variable de commande présente des oscillations mais qui restent dans les normes.

☛ **Commande adaptative avec placement des pôles**

Cette méthode s'applique à des procédés à zéros et pôles stables ou instables.

La loi de commande s'écrit:

$$S(q^{-1})D(q^{-1})u(t) + R(q^{-1})y(t) = \beta P(q^{-1})y^*(t + d + 1)$$

✎ *Cas sans perturbation:*

Les résultats de simulations sont indiqués sur les figures (IV.3a et 3b). La dynamique de poursuite est fixée par le polynôme $A_m(q^{-1})$ et celle de régulation par le seul polynôme $P(q^{-1})$. Les simulations ont été effectuées en prenant:

$$P(q^{-1}) = 1 - 0.8q^{-1} + 0.16q^{-2}$$

$$F(q^{-1}) = 1 - 0.2q^{-1} ; \quad G(q^{-1}) = 1.0$$

On constate que la régulation et la poursuite se déroulent tout à fait normalement et d'une manière parfaite. Contrairement aux méthodes précédentes, le dépassement constaté sur la sortie résulte de l'introduction du gain statique β (qui peut être important).

✎ Cas avec perturbation:

Les résultats de simulations sont indiqués sur les figures (IV.10a et 10b). De manière à avoir le meilleur comportement possible, on a choisi:

$$P(q^{-1}) = 1 - 0.4q^{-1} + 0.04q^{-2}$$

$$F(q^{-1}) = 1 - 0.1q^{-1} + 0.025q^{-2} ; \quad G(q^{-1}) = 1.0$$

Pour un horizon de temps calculé en simulation, on pose un coefficient β égale à 1 initialement pour éviter d'avoir un dépassement sur la sortie trop fort qui est dû premièrement aux paramètres estimés du modèle linéaire, qui ne convergent pas d'une manière rapide vers les bonnes valeurs et deuxièmement au coefficient β qui est trop fort.

La rejection de la perturbation se fait de manière rapide, en poursuite et en régulation.

✎ Commande adaptative à variance minimale

Cette méthode s'applique à des procédés à zéros stables et pôles stables ou instables.

La loi de commande s'écrit:

$$F(q^{-1})D(q^{-1})u(t) + G(q^{-1})y(t) = C(q^{-1})y^*(t+d+1)$$

La dynamique de poursuite est spécifiée par le polynôme $A_m(q^{-1})$. Le polynôme $C(q^{-1})$ est choisi égal à 1.0: On considère seulement la perturbation à l'instant t .

✎ Cas sans perturbation:

Les résultats de simulations sont indiqués par les figures (IV.4a et 4b). Les polynômes $F(q^{-1})$ et $G(q^{-1})$ sont fixés comme suit:

$$F(q^{-1}) = 1.0; \quad G(q^{-1}) = 1.0.$$

On constate que la régulation s'effectue normalement. En effet, la séquence $\{y(t) - y^*(t)\}$ est nulle en régime stationnaire.

✎ Cas avec perturbation:

Les résultats de simulations sont illustrés par les figures (IV.11a et 11b). La séquence $\{y(t) - y^*(t)\}$ est un bruit blanc en régime stationnaire.

La sortie suit parfaitement la référence à l'exception d'un petit dépassement acceptable lors du premier palier. La rejection de la perturbation se fait de manière rapide. Cette dernière a entraîné des oscillations sur la variable de commande qui restent tout de même dans les normes.

☛ Commande adaptative à variance minimale généralisée

Cette méthode s'applique à des procédés à zéros et pôles stables ou instables à condition que les zéros étant instables, les pôles soient stables.

La loi de commande s'écrit:

$$u(t) = \frac{C(q^{-1})R(q^{-1})y^*(t+d+1) - \frac{F(q^{-1})}{P_D(q^{-1})}y(t)}{E(q^{-1})B(q^{-1}) + C(q^{-1})Q(q^{-1})}$$

✎ Cas sans perturbation:

Les résultats de simulations sont montrés par les figures (IV.5a et 5b). De manière à introduire un effet d'intégration, on choisit:

$$\begin{aligned} R(q^{-1}) &= \frac{1}{1 - q^{-1}} & , & & F(q^{-1}) &= 1 \\ P(q^{-1}) &= \frac{1}{1 - q^{-1}} & , & & G(q^{-1}) &= 1 \end{aligned}$$

et le polynôme $Q(q^{-1})$ est choisi comme suit:

$$Q(q^{-1}) = 0.001 (1 - q^{-1}) \quad ; \quad \lambda = 0.001.$$

Une valeur de λ plus forte peut provoquer une erreur statique importante et même rendre le système instable. En ce qui concerne les résultats, on constate que la poursuite et la régulation s'effectuent normalement et d'une manière parfaite.

✎ Cas avec perturbation:

Les résultats de simulations sont indiqués sur les figures (IV.12a et 12b). La séquence $\{y(t) - y^*(t)\}$ est un bruit blanc en régime stationnaire. Les paramètres de synthèse restent les mêmes sauf pour:

$$Q(q^{-1}) = 0.002 (1 - q^{-1})$$

Contrairement aux méthodes précédentes, le dépassement constaté sur la sortie est très faible mais avec oscillations plus prononcées mais qui restent acceptables. La rejection de la perturbation est parfaite due aux changements des paramètres et aux oscillations constatées sur la variable de commande.

☛ Commande adaptative GPC

Cette méthode s'applique à des procédés à zéros et pôles stables ou instables, le retard d pouvant être variable.

La loi de commande s'écrit:

$$D(q^{-1})u(t) = [-1 \ 0 \ \dots \ 0] [L^T L + \Lambda(t) I]^{-1} L^T M$$

☛ Cas sans perturbation:

Les résultats de simulation sont illustrés par les figures (VI.6a et 6b). Les paramètres de synthèse de cette loi de commande sont choisis comme suit:

$h_p = 4$: pour couvrir la réponse du système. Une augmentation de h_p peut provoquer une mauvaise poursuite.

$h_i = 1$: h_i doit être supérieur au retard d , le cas où d est variable on prend $h_i = 1$.

$\lambda = 0.0001$: On obtient de bonnes performances quand elle se rapproche de 0.

$P(q^{-1}) = 1.0$, $F(q^{-1}) = 1.0$; $G(q^{-1}) = 1.0$.

On constate que la sortie suit parfaitement la consigne en poursuite et en régulation avec un dépassement acceptable sur chaque début de palier.

☛ Cas avec perturbation:

Les résultats de simulations sont indiqués par les figures (VI.13a et 13b). Les paramètres de synthèse restent inchangés sauf pour le polynôme $F(q^{-1})$ qui devient $(1 - 0.2q^{-1})$. On constate que la rejection de la perturbation se fait de manière rapide et se traduit par des variations des paramètres estimés et aux oscillations constatées sur la commande. De plus, on constate une diminution des amplitudes de ces oscillations par rapport à celles obtenues par les autres méthodes.

☛ Commande adaptative MREP

Cette méthode s'applique à des procédés à zéros et pôles stables ou instables, le retard d pouvant être variable.

La loi de commande s'écrit:

$$D(q^{-1})u(t) = \left[\frac{D(q^{-1})e_u(t)}{P_e(q^{-1})} + \beta \Lambda(q^{-1})D(q^{-1})y^*(t+d+1) \right]$$

La dynamique de poursuite est définie par le polynôme $\Lambda_m(q^{-1})$ et celle de régulation par le polynôme $P_{eq}(q^{-1})$.

✎ *Cas sans perturbation:*

Les résultats de simulations sont indiqués par les figures (IV.7a et 7b). Les paramètres de synthèse de cette loi de commande sont:

$$h_p = 4;$$

$$h_l = 1;$$

$$\lambda = 0.0004;$$

$$P_c(q^{-1}) = 1.0; \quad F(q^{-1}) = 1.0; \quad P_e(q^{-1}) = 1.0; \quad G(q^{-1}) = 1.0.$$

$$\Lambda_m(q^{-1}) = 1 - 1.2451q^{-1} + 0.4066q^{-2}$$

$$B_m(q^{-1}) = 0.0928 + 0.0687q^{-1}$$

Le modèle de référence a été obtenu par la discrétisation d'un modèle continu du deuxième ordre avec $\omega_0 = 0.5$ rad/s et $\zeta = 0.9$, permettant de suivre exactement la consigne en régime permanent.

On constate que la poursuite et la régulation sont quasiment parfaites et la commande répond parfaitement aux changements de consigne. Le dépassement constaté est dû à β un peu important.

✎ *Cas avec perturbation:*

Les résultats de simulations sont indiqués sur les figures (IV.14a et 14b). Les paramètres de synthèse restent inchangés sauf pour:

$$F(q^{-1}) = 1 - 0.2q^{-1}$$

$$P_c(q^{-1}) = 1 - 0.3q^{-1}$$

$$\Lambda_m(q^{-1}) = 1 - q^{-1} + 0.25q^{-2}$$

$$B_m(q^{-1}) = 0.25.$$

La rejection de la perturbation se déroule tout à fait normalement. La sortie suit la référence de manière acceptable. La commande répond parfaitement aux changements de consigne sans présenter des oscillations importantes.

Conclusion générale

Le but de ce travail est d'évaluer les possibilités d'application d'une méthode de contrôle adaptatif à une centrale nucléaire équipée d'un réacteur à eau pressurisée. La conception du contrôleur à ajustage automatique est basée sur un modèle linéaire d'ordre bas à paramètres inconnus dépendant du temps. Pour assurer que ce modèle d'ordre bas décrit correctement la dynamique complexe et réelle pour les applications de contrôle, les paramètres de contrôle sont mis à jour 'en ligne' à l'aide d'une série d'estimations récursives de la méthode généralisée des moindres carrés. Le but de ce système de contrôle est de maintenir la température moyenne du modérateur dans le coeur aussi proche que possible d'une valeur de référence choisie. La position des barres de contrôle est choisie comme variable de contrôle appropriée.

Sept méthodes de commande adaptative ont été présentées et simulées sur une centrale nucléaire.

Les méthodes de commande adaptative à objectifs indépendants et à variance minimale ont l'inconvénient de ne pas être applicables à des modèles linéaires de procédés ayant des zéros instables.

Les méthodes de commande adaptative avec pondération de l'entrée et à variance minimale généralisée permettent de supprimer cette lacune, à condition que les zéros étant instables, les pôles soient stables.

La méthode de commande adaptative avec placement des pôles permet de traiter des procédés à zéros et pôles stables ou instables.

Ainsi, pour répondre à un désir de large applicabilité de la commande adaptative, les méthodes de commande prédictive généralisée (GPC) et de commande avec modèle de référence sur l'état partiel (MREP) ont été présentées.

Cependant, la commande GPC ne permet pas de spécifier séparément la dynamique de régulation et la dynamique de poursuite. La commande adaptative avec MREP a permis de supprimer cet inconvénient.

Ce travail peut être vu comme une investigation préliminaire de la possibilité de l'application de la technique de la commande adaptative à un réacteur nucléaire. Les résultats obtenus sont satisfaisants et montrent que l'utilisation de la commande adaptative est faisable. De plus, ce travail nous a permis de constater que l'intérêt majeur de la commande adaptative réside dans le fait qu'un modèle mathématique détaillé de plus haut ordre n'est pas nécessaire.

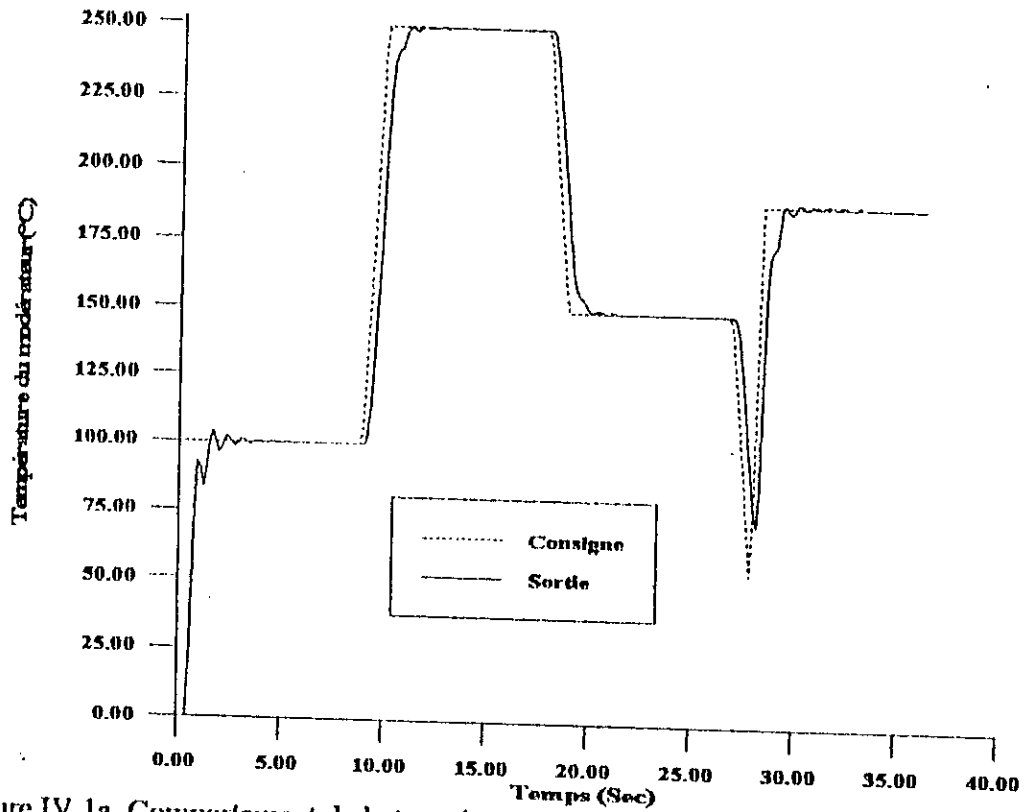


Figure IV.1a. Comportement de la température du modérateur par rapport à la référence.

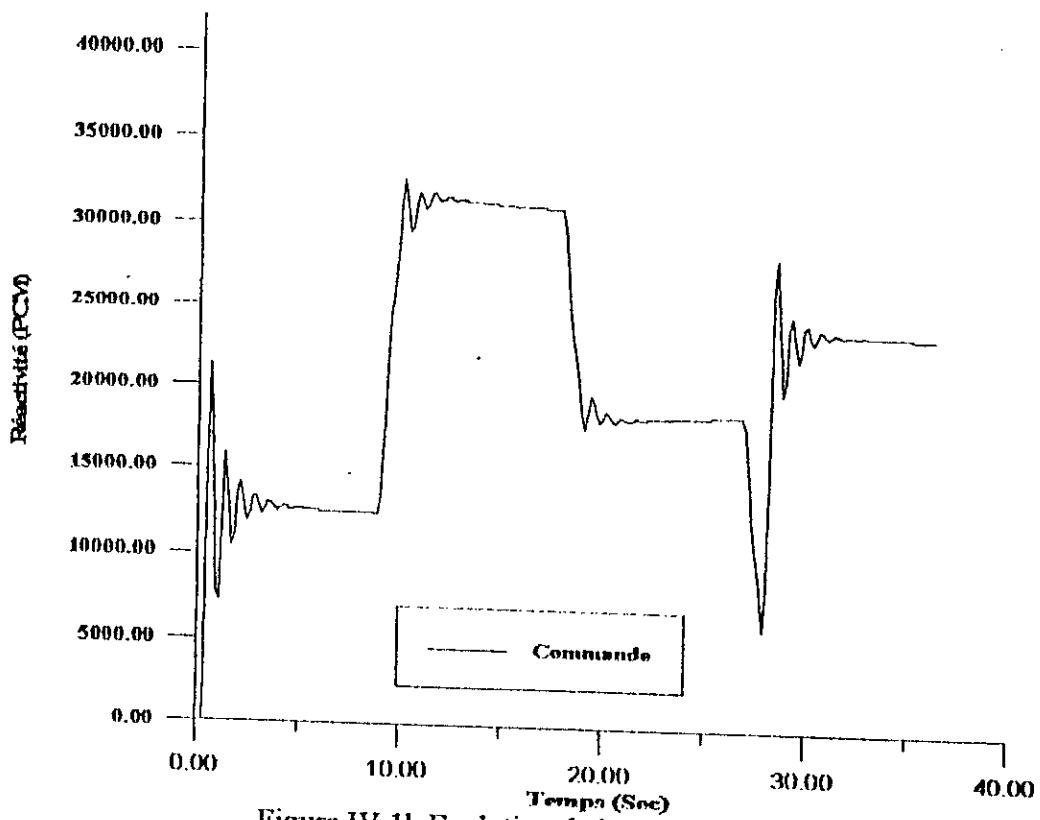


Figure IV.1b. Evolution de la commande.

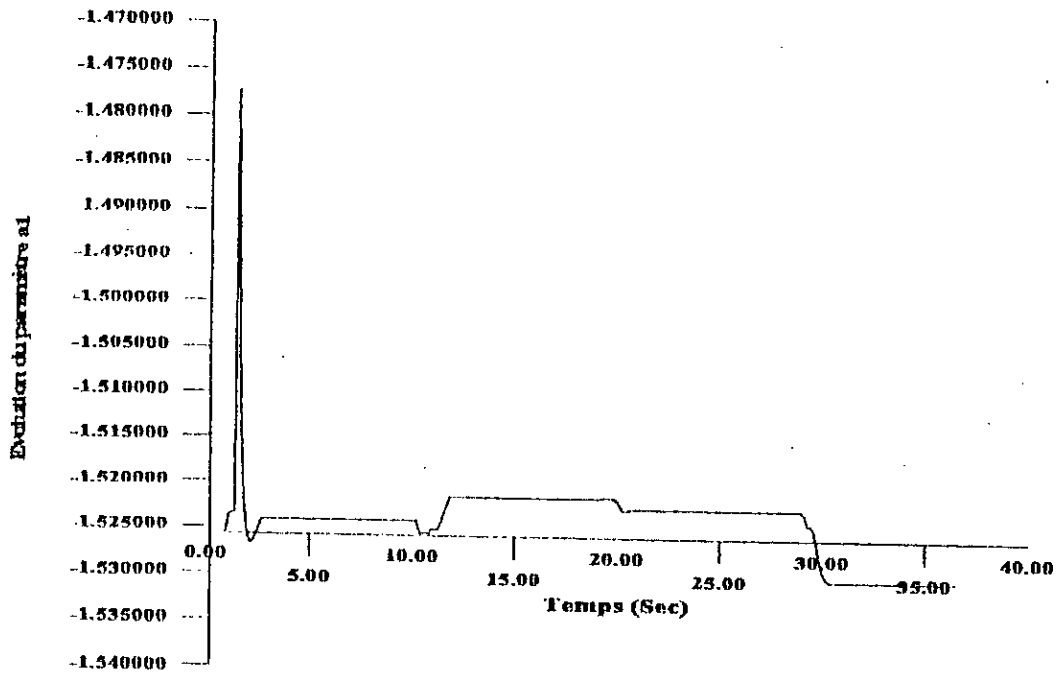


Figure IV.1c. Evolution du paramètre a_1 .

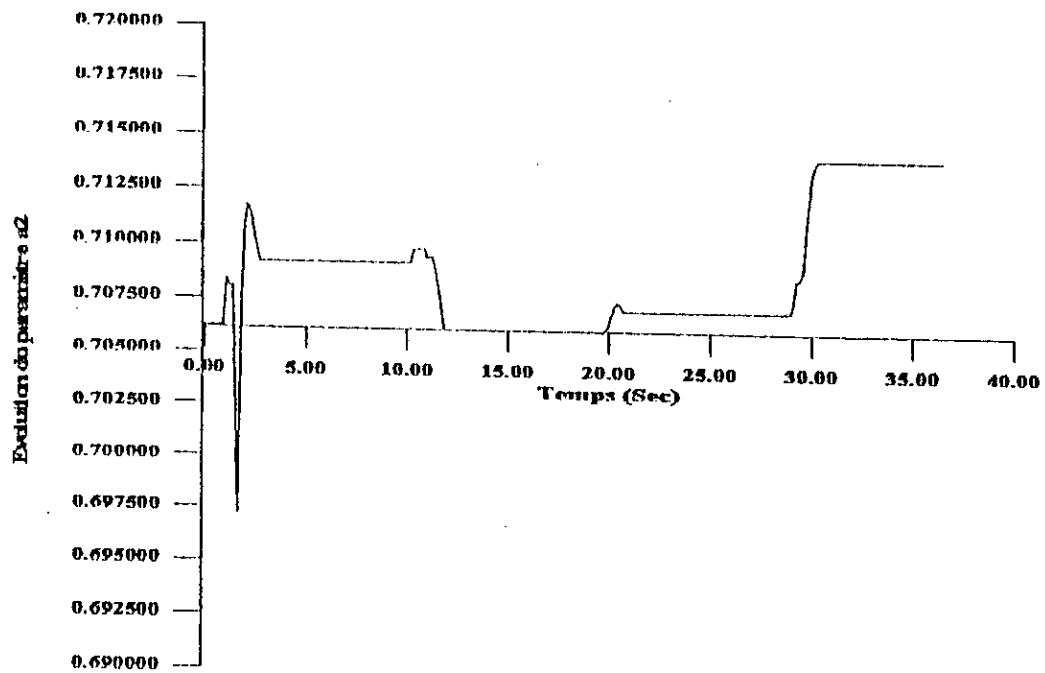


Figure IV.1d. Evolution du paramètre a_2 .

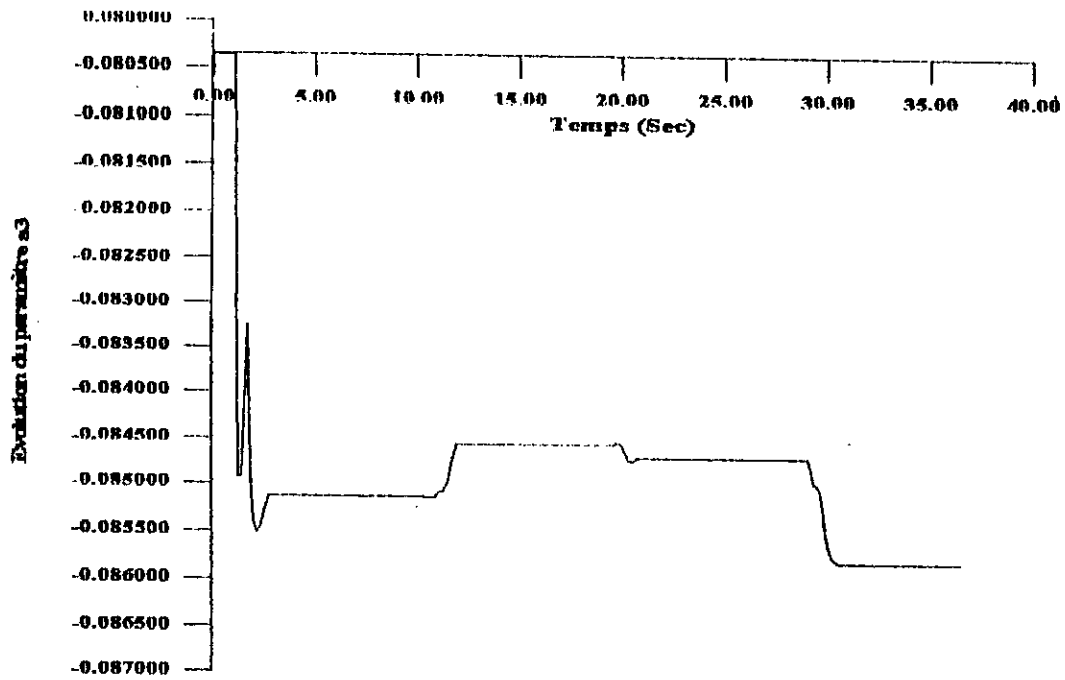


Figure VI. 1e. Evolution du paramètre a_3 .

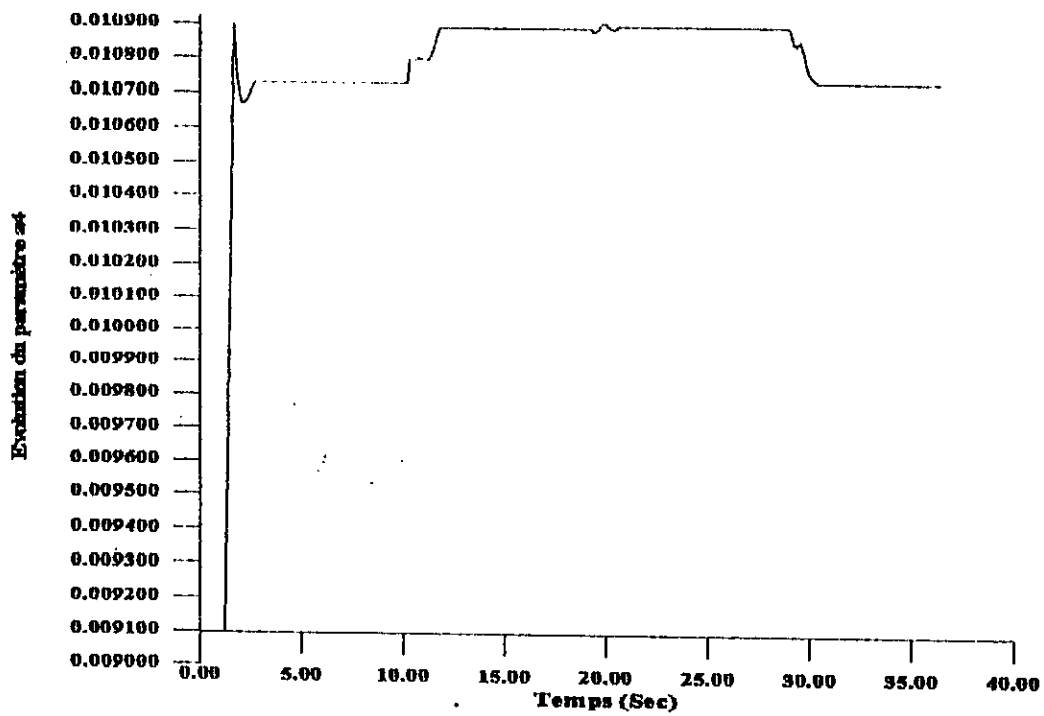


Figure IV. 1f. Evolution du paramètre a_4 .

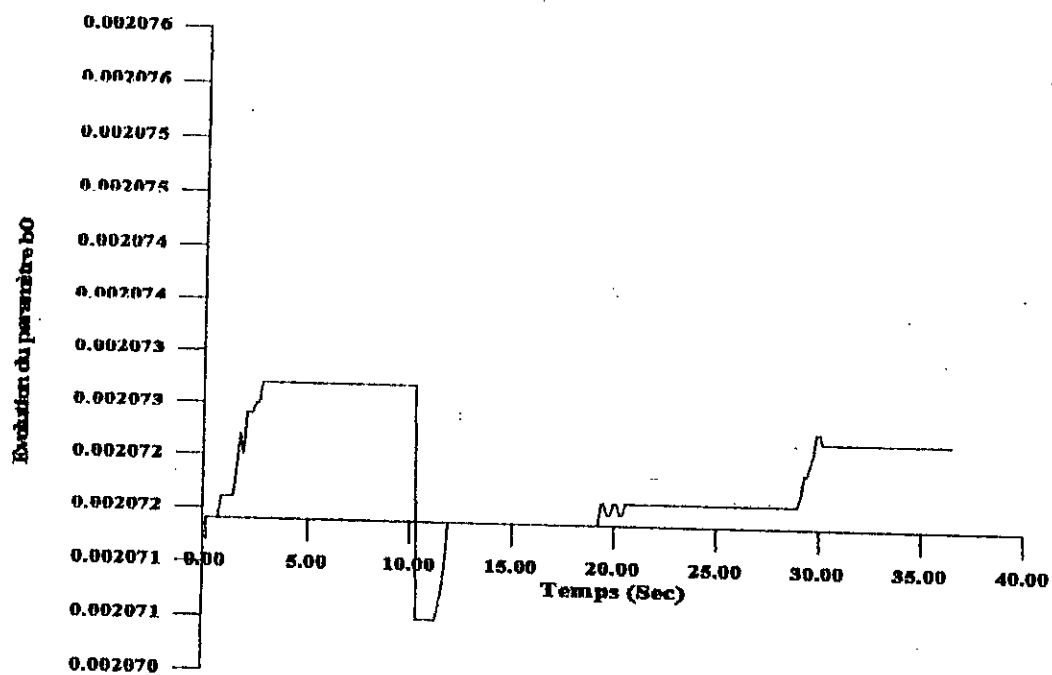


Figure VI. 1g. Evolution du paramètre b_0 .

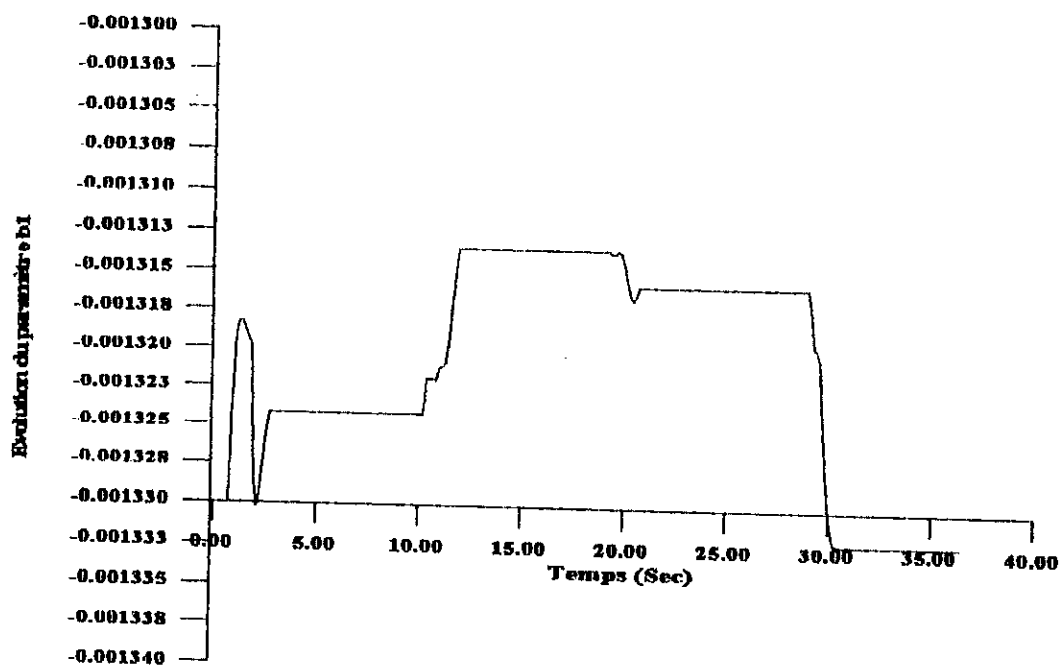


Figure IV. 1h. Evolution du paramètre b_1 .

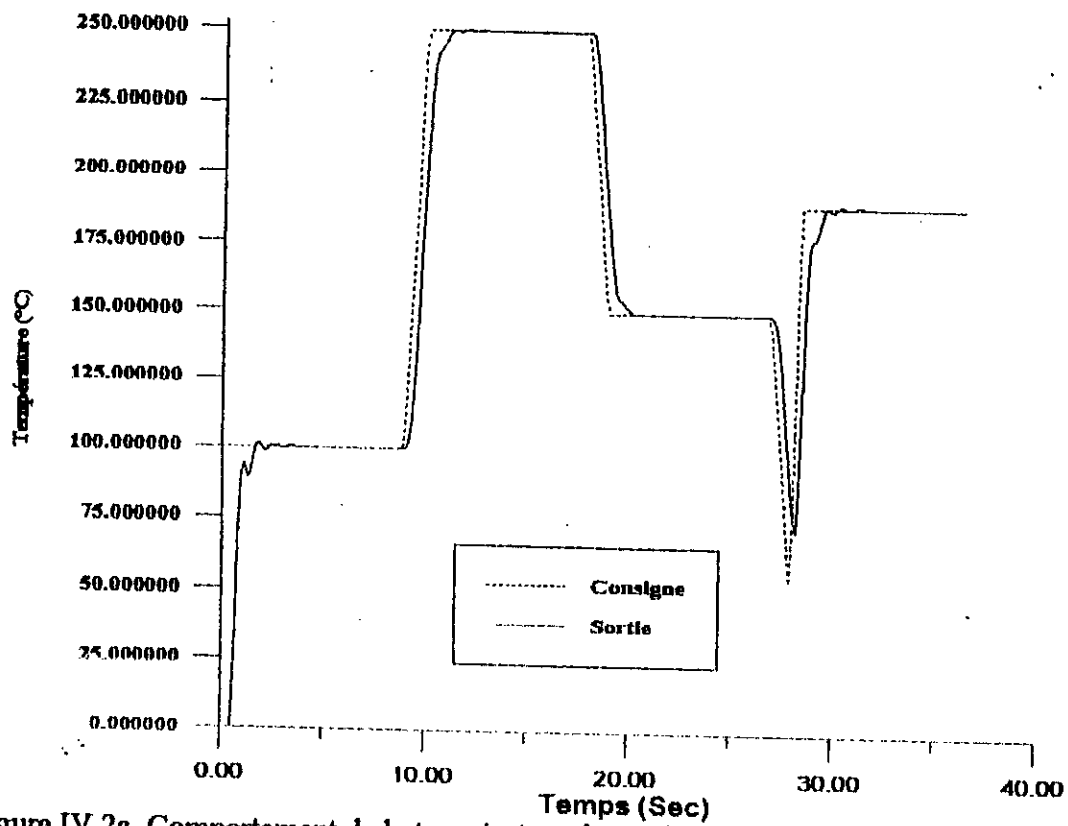


Figure IV.2a. Comportement de la température du modérateur par rapport à la référence.

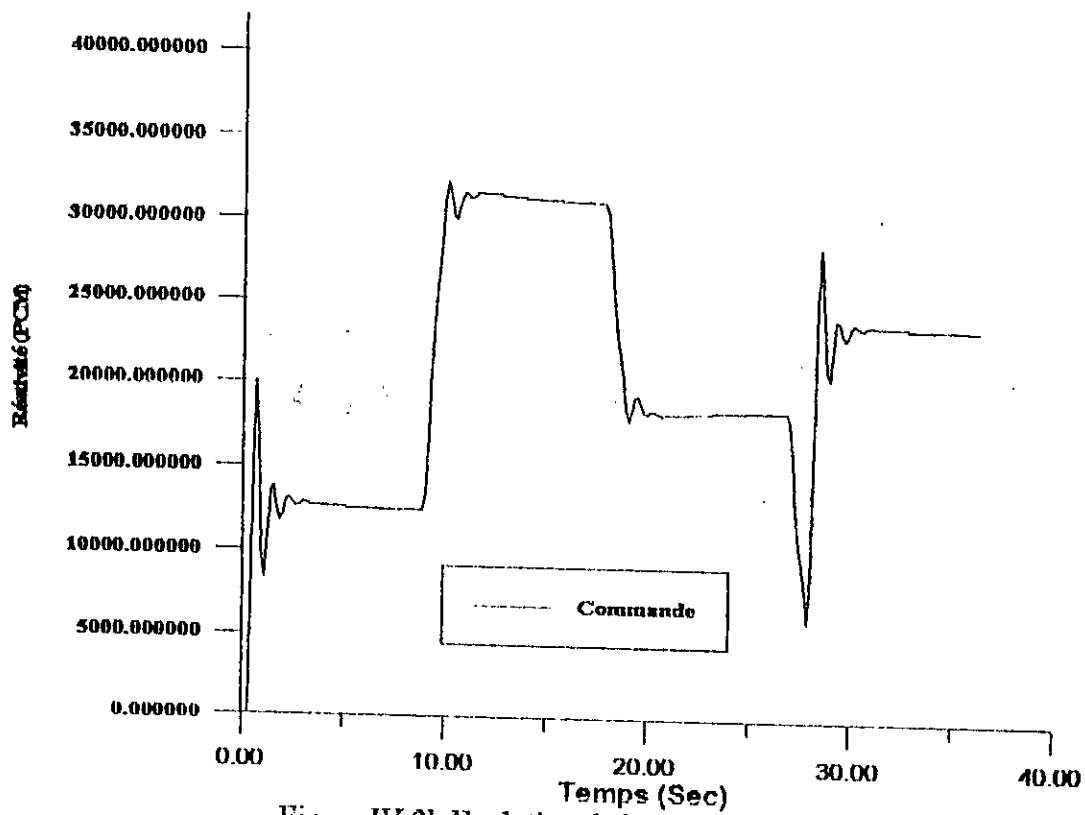


Figure IV.2b. Evolution de la commande.

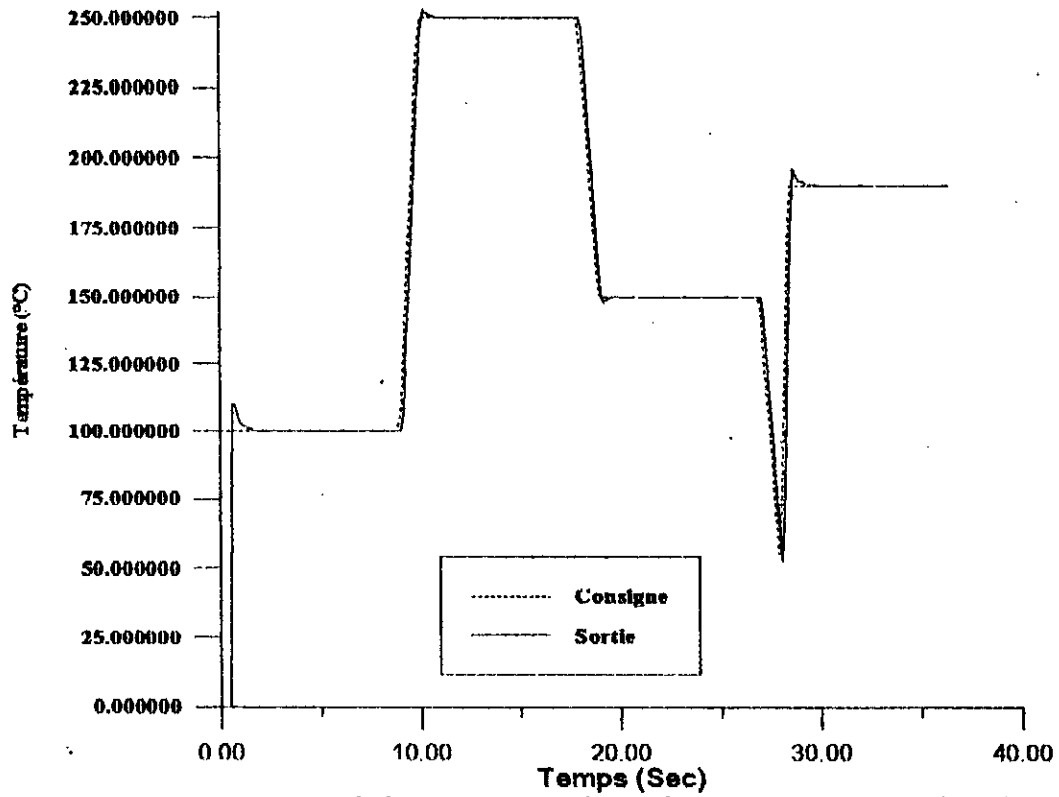


Figure IV.3a. Comportement de la température du modérateur par rapport à la référence.

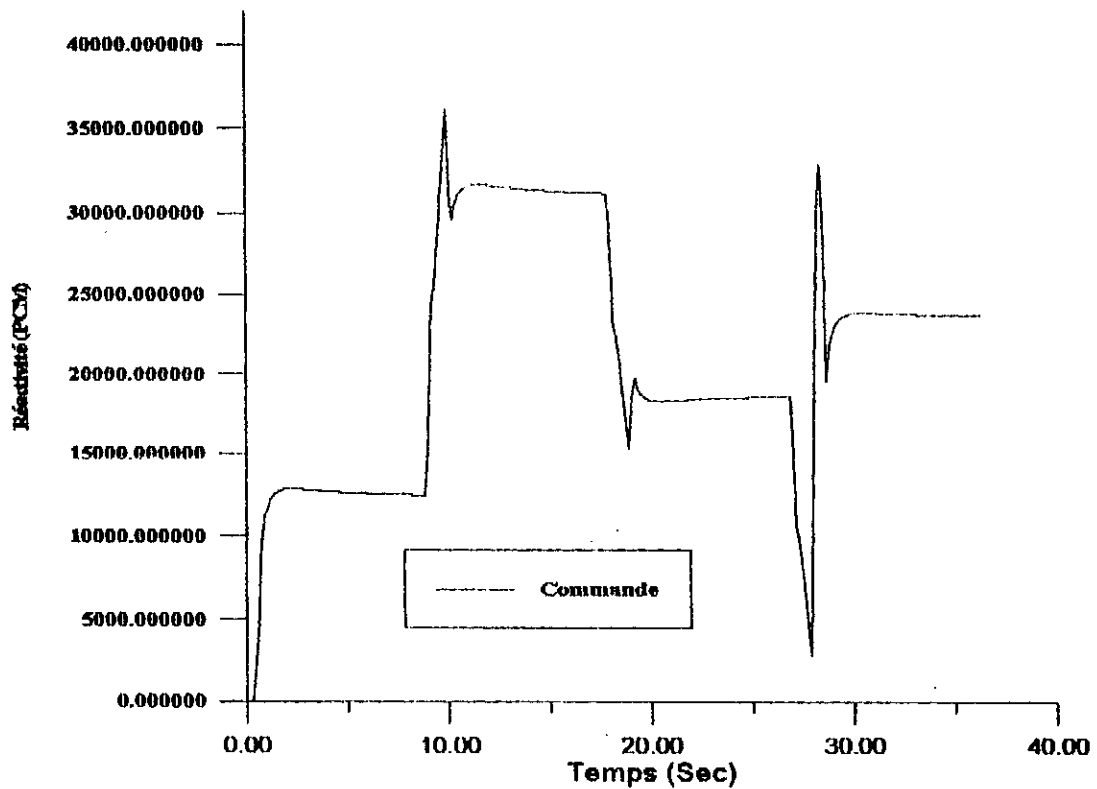


Figure IV.3b. Evolution de la commande.

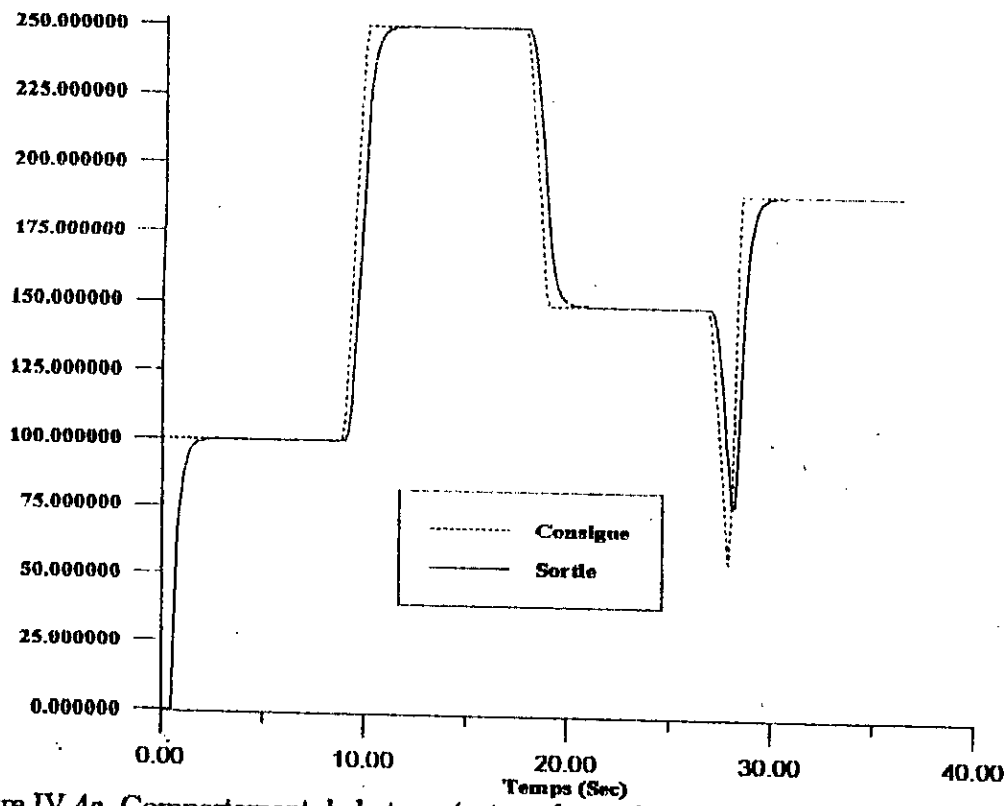


Figure IV.4a. Comportement de la température du modérateur par rapport à la référence.

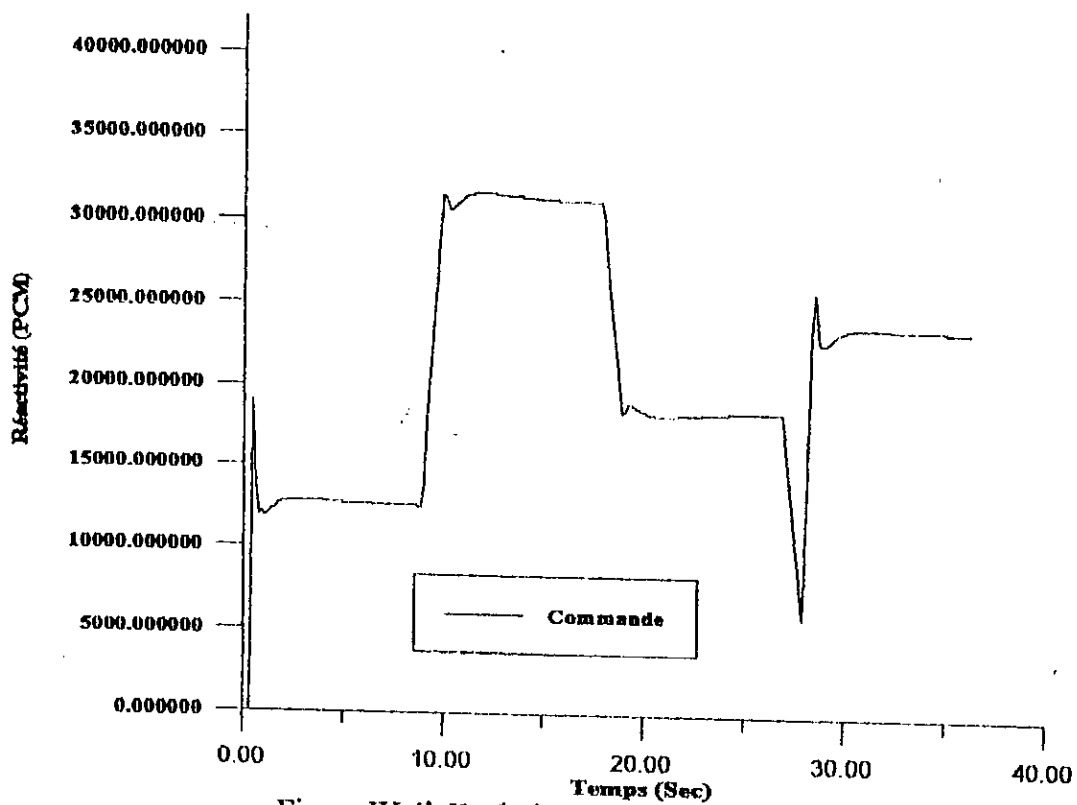


Figure IV.4b. Evolution de la commande.

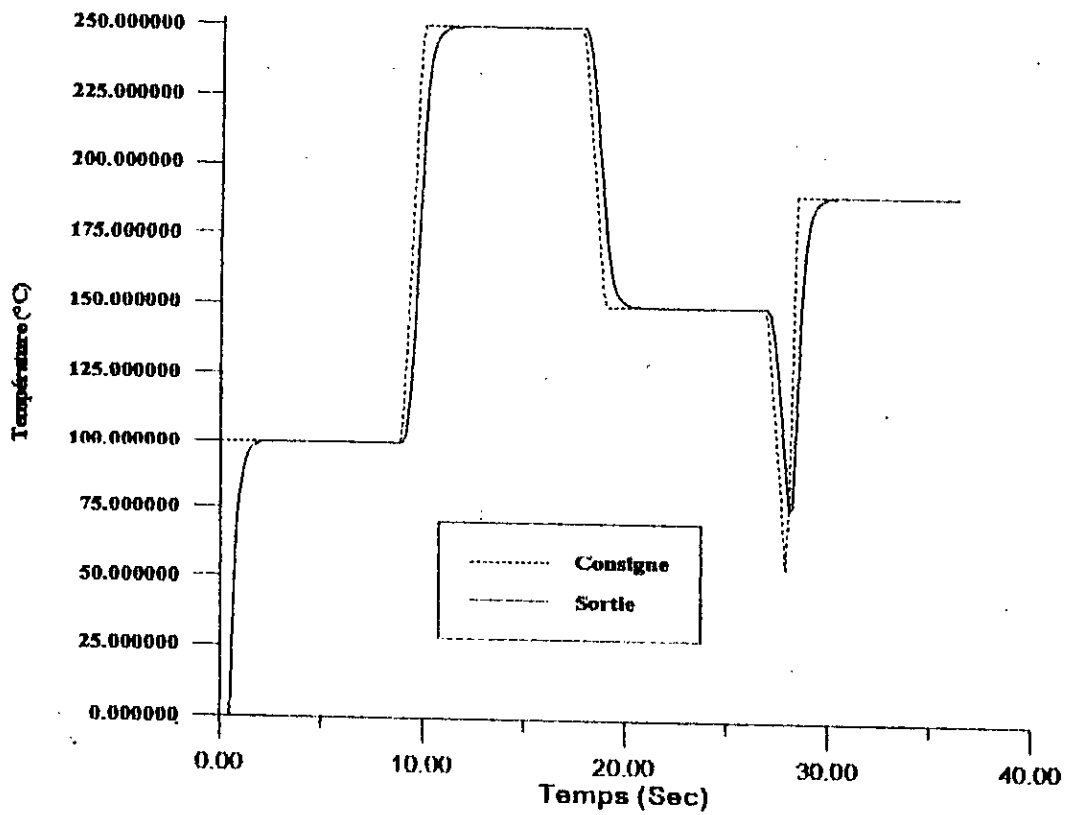


Figure IV.5a. Comportement de la température du modérateur par rapport à la référence.

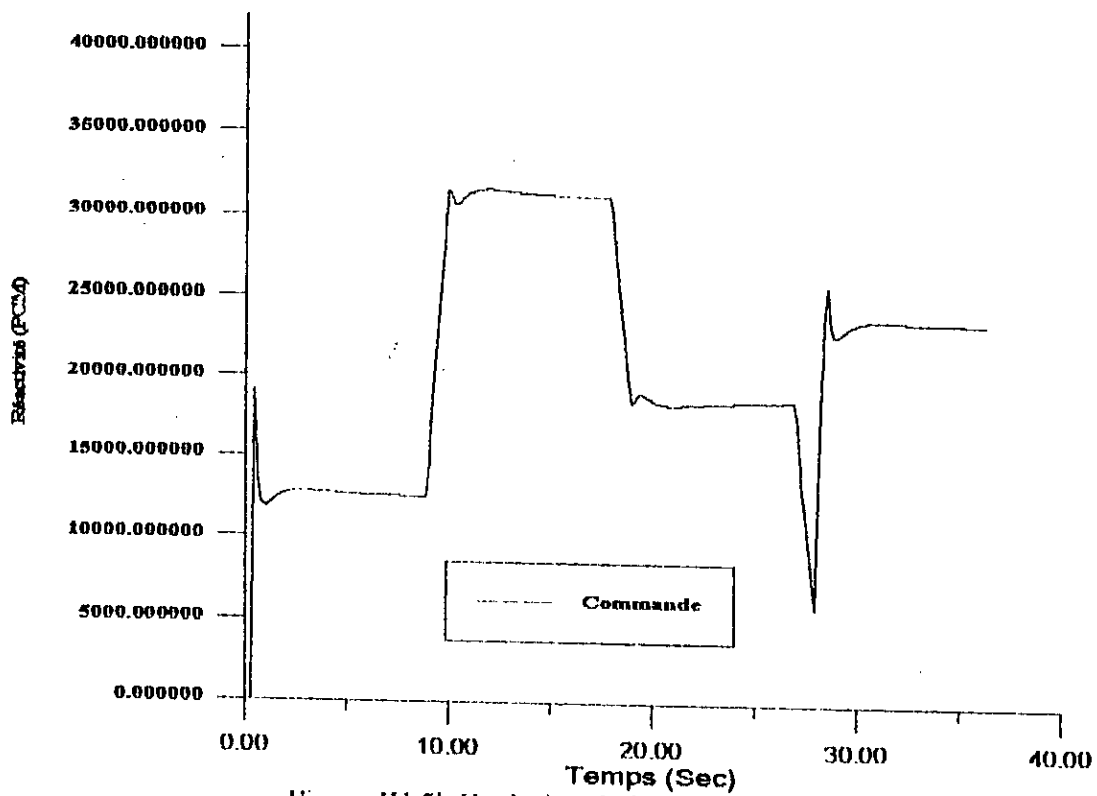


Figure IV.5b. Evolution de la commande.

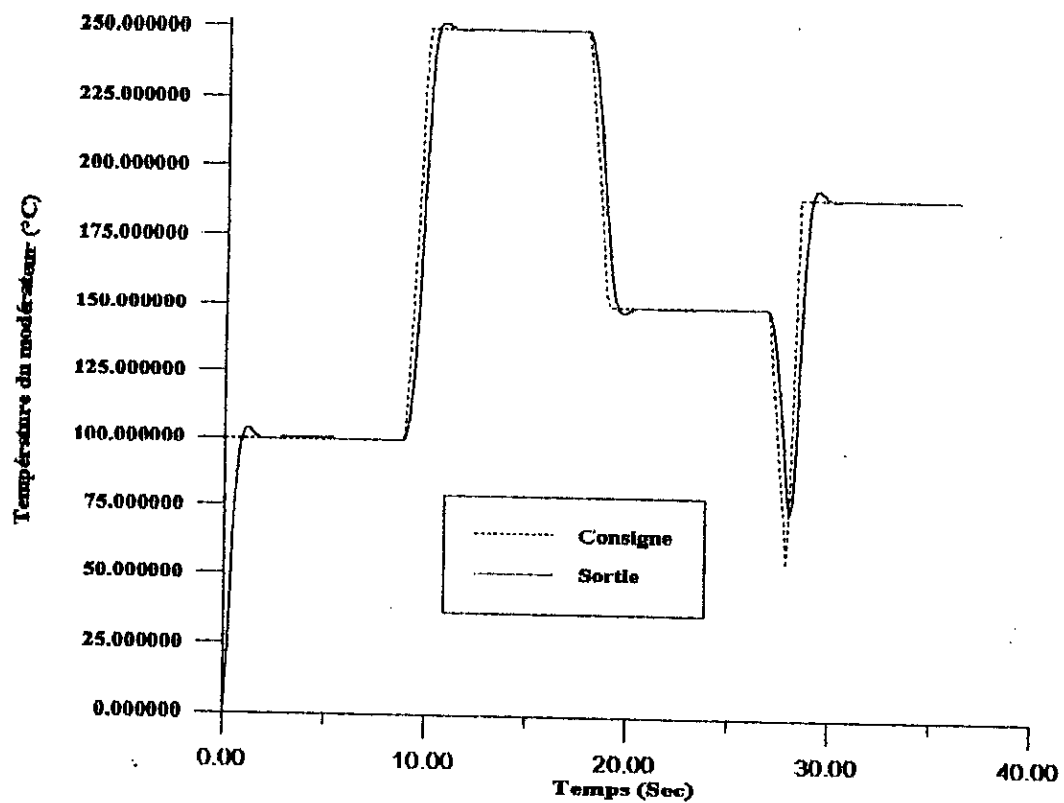


Figure IV.6a. Comportement de la température du modérateur par rapport à la référence

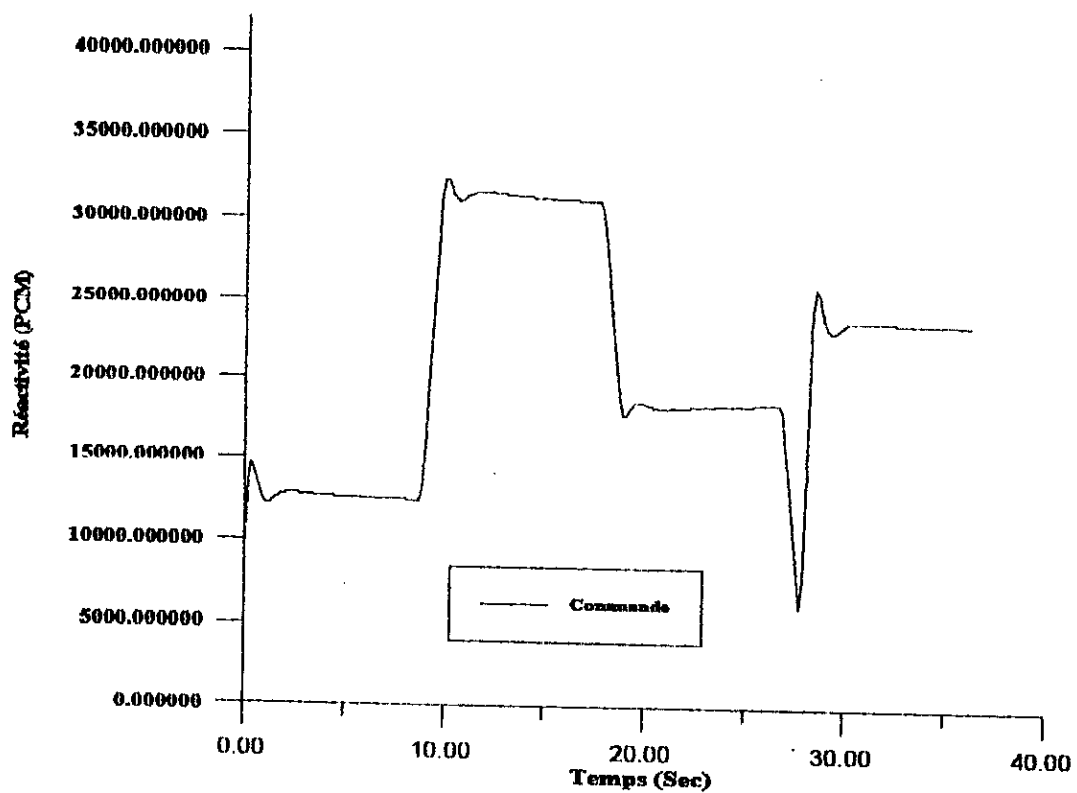


Figure IV.6b. Evolution de la commande.

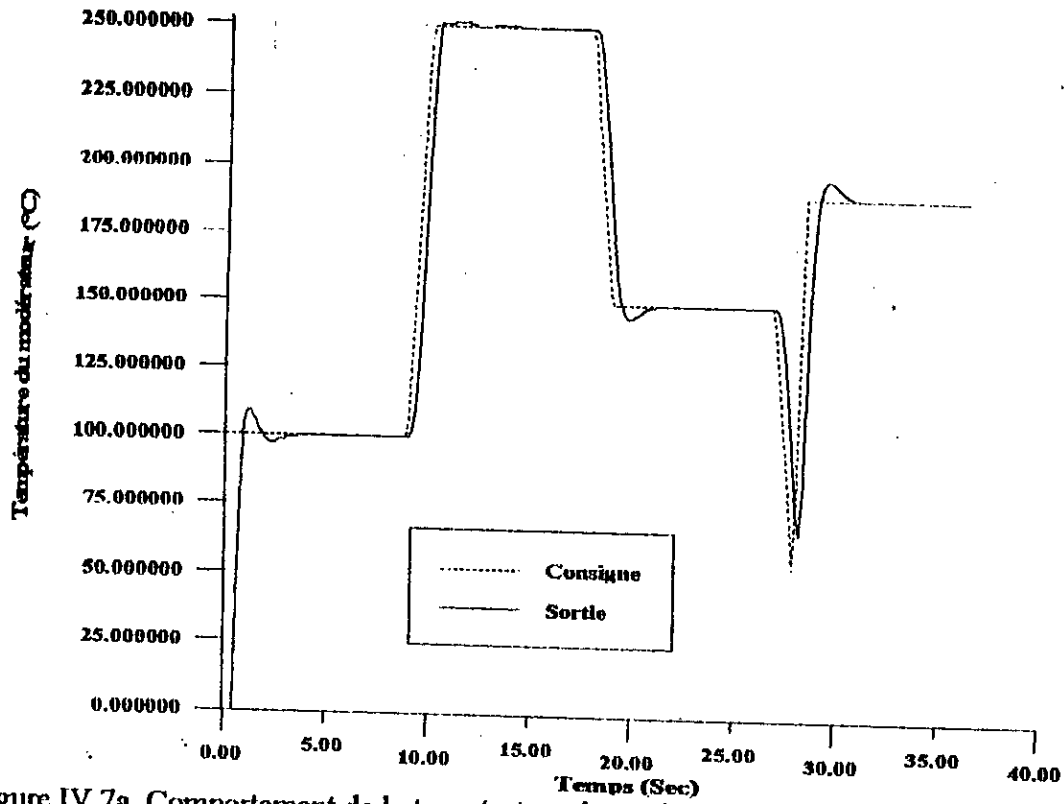


Figure IV.7a. Comportement de la température du modérateur par rapport à la référence.

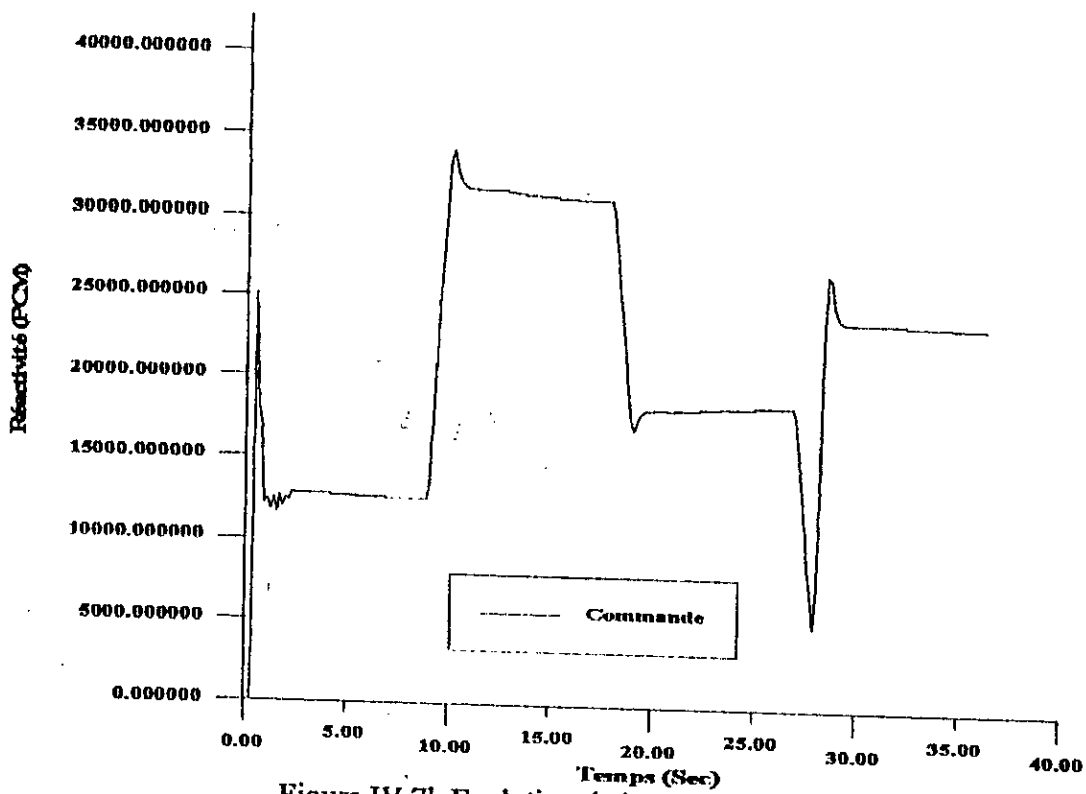


Figure IV.7b. Evolution de la commande.

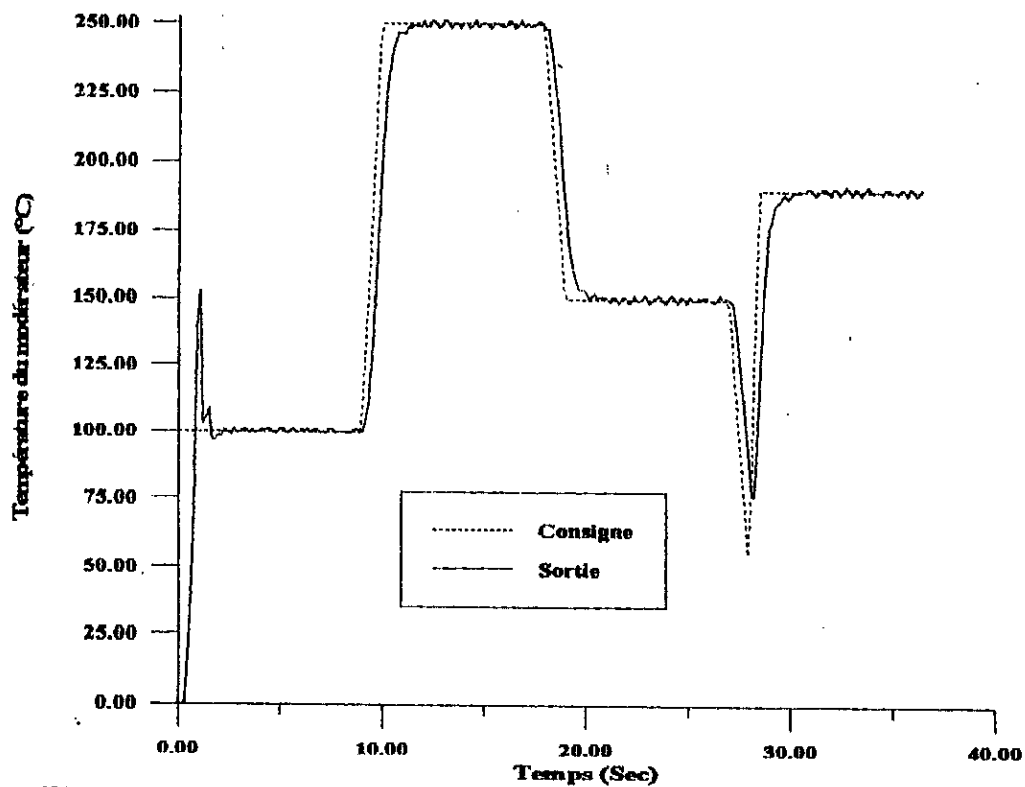


Figure IV. 8a. Comportement de la température du modérateur par rapport à la référence.

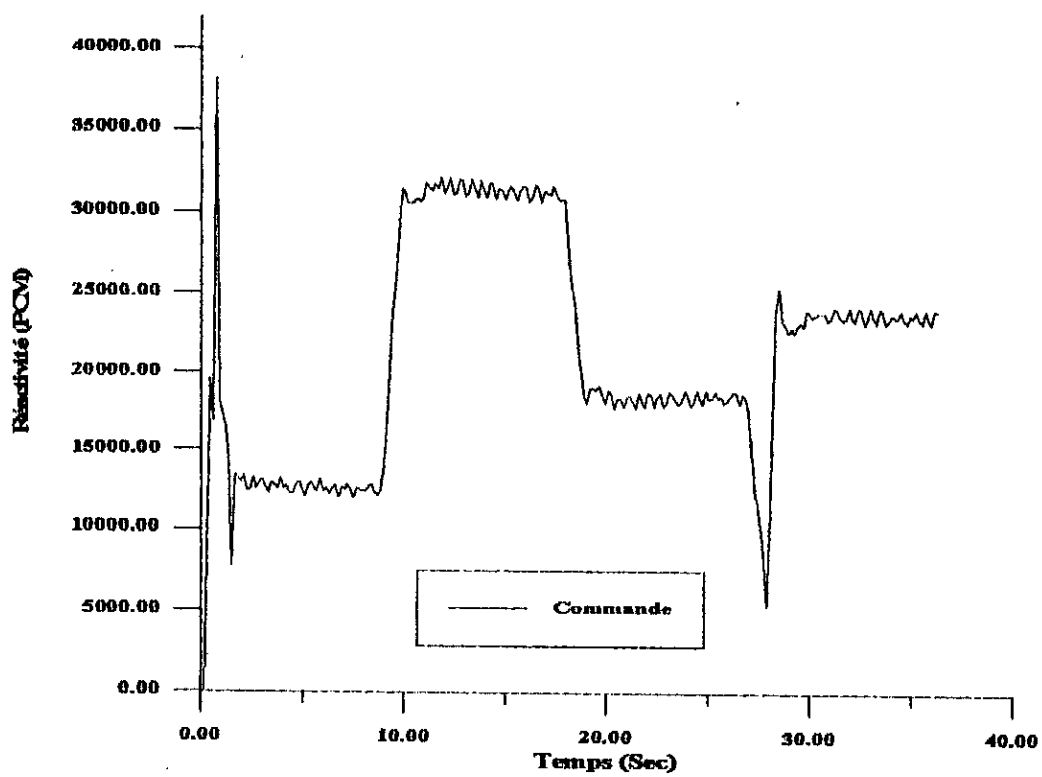


Figure IV. 8b. Evolution de la commande.

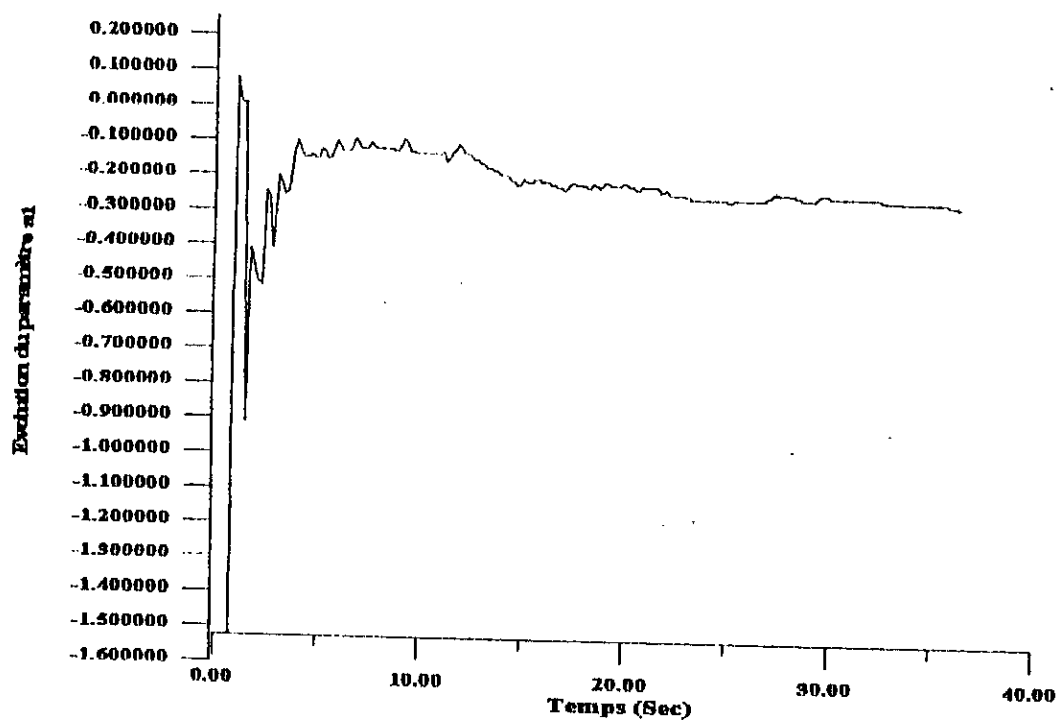


Figure IV. 8c. Evolution du paramètre a_1 .

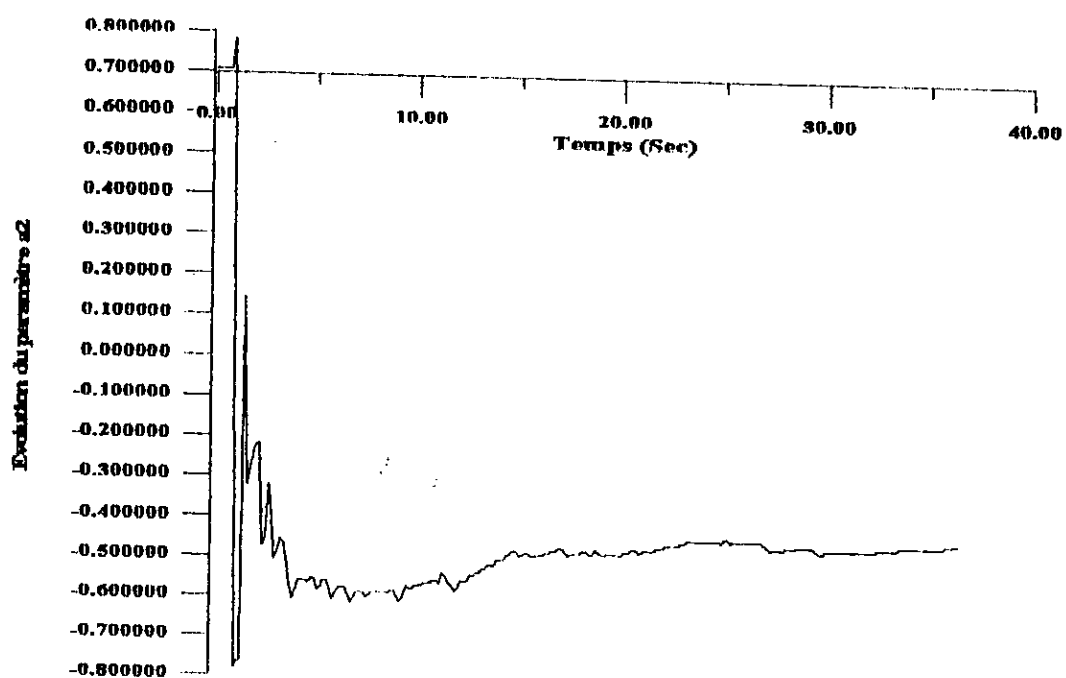
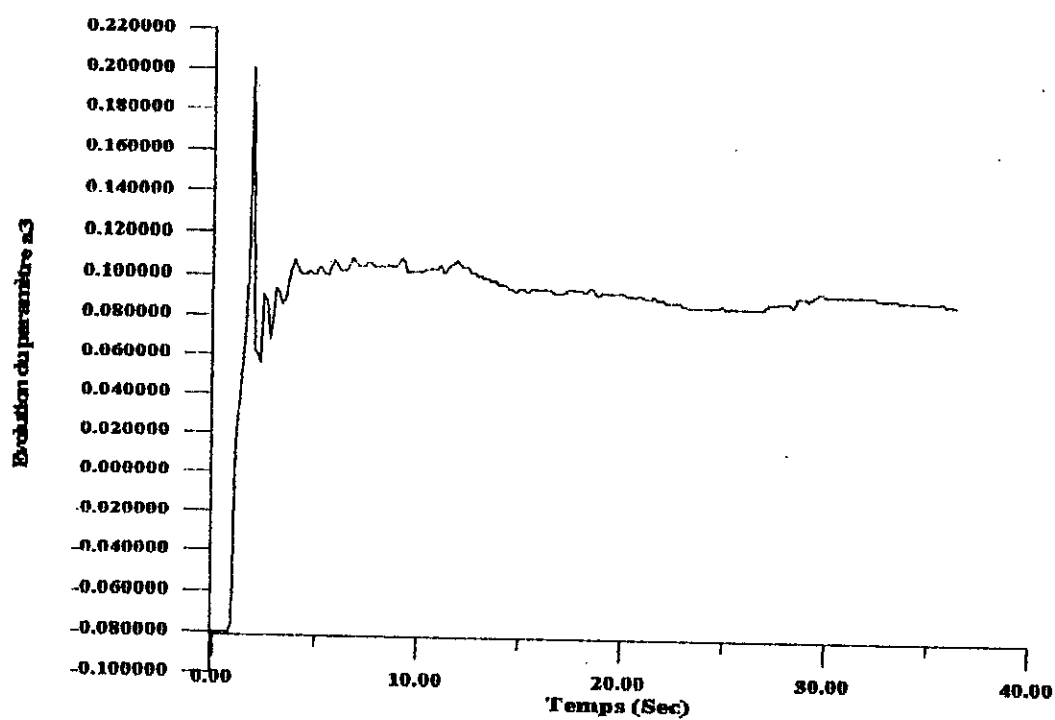
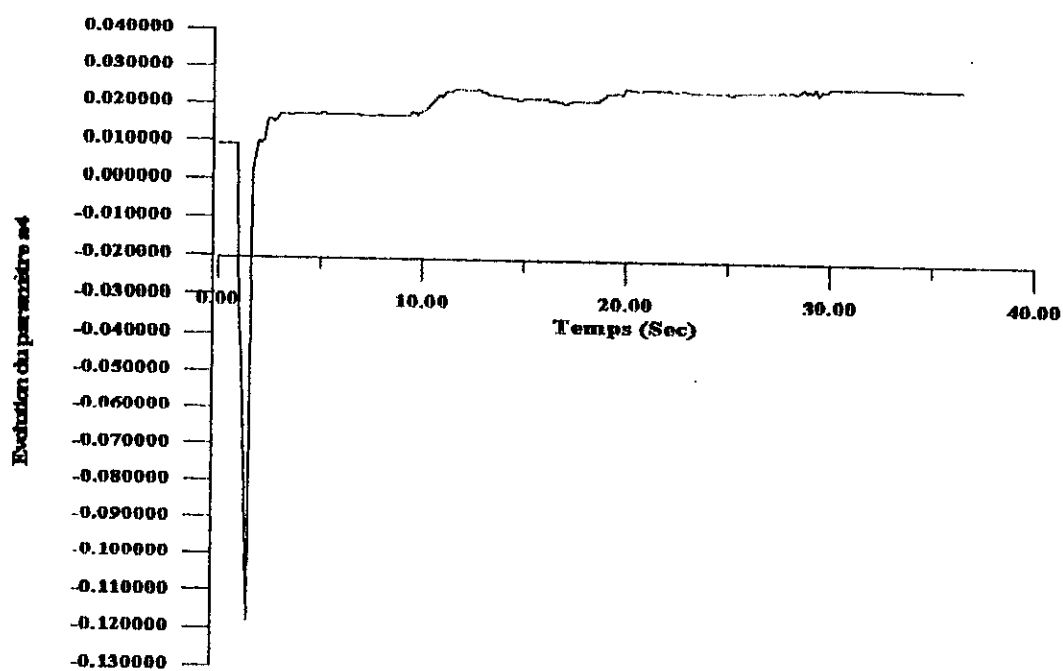


Figure IV. 8d. Evolution du paramètre a_2 .

Figure IV. 8e. Evolution du paramètre a_3 .Figure IV. 8f. Evolution du paramètre a_4 .

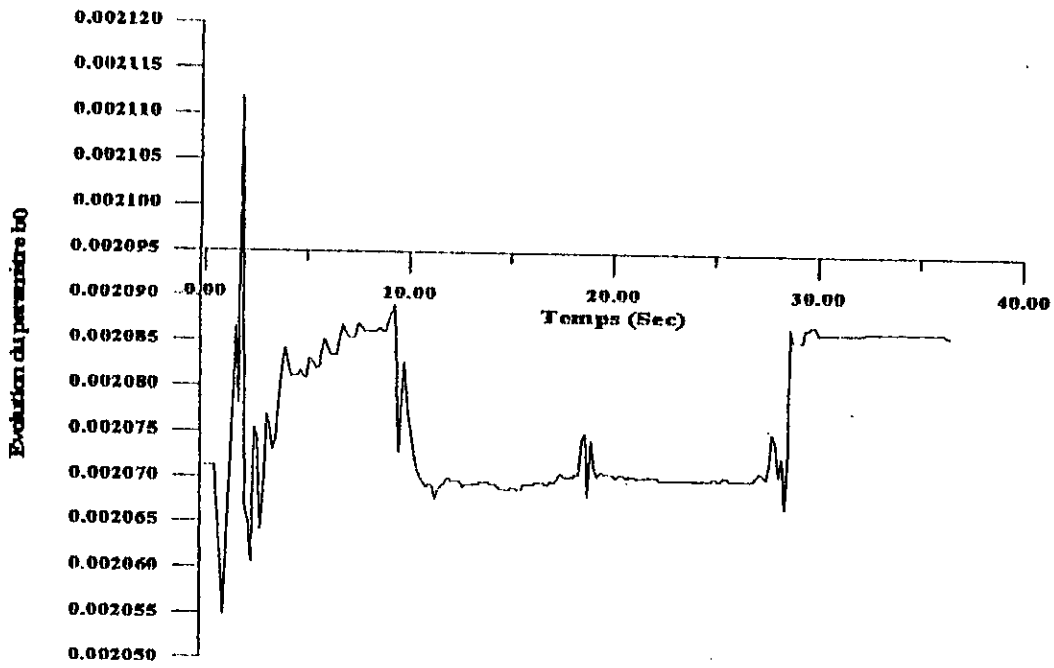


Figure IV. 8g. Evolution du paramètre b_0 .

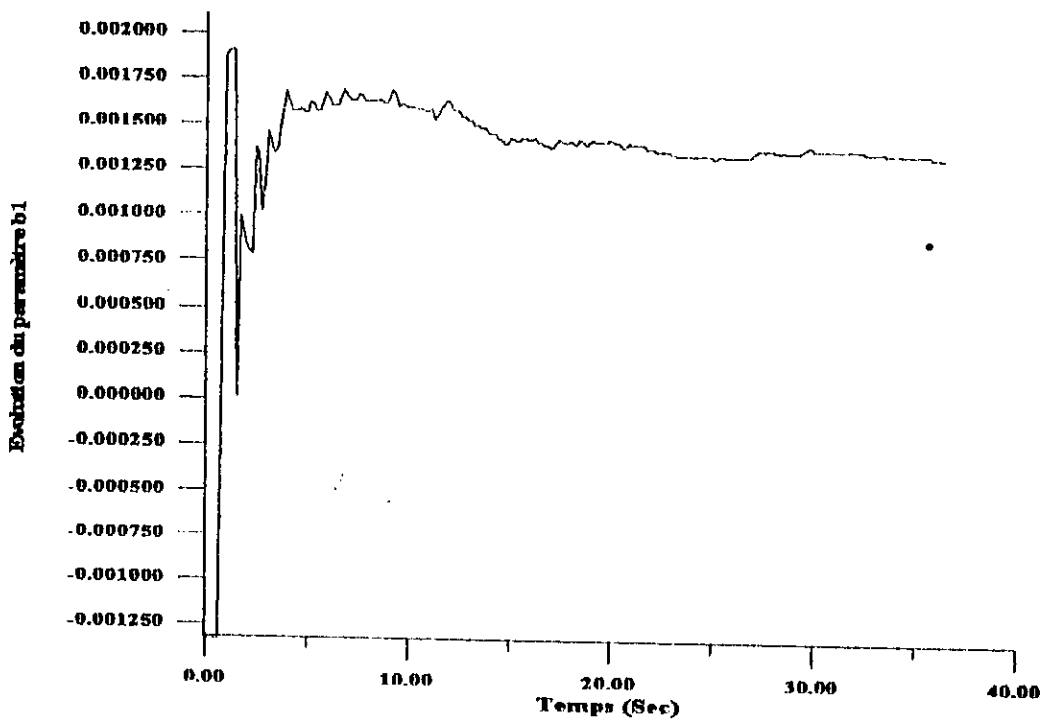


Figure IV. 8h. Evolution du paramètre b_1 .

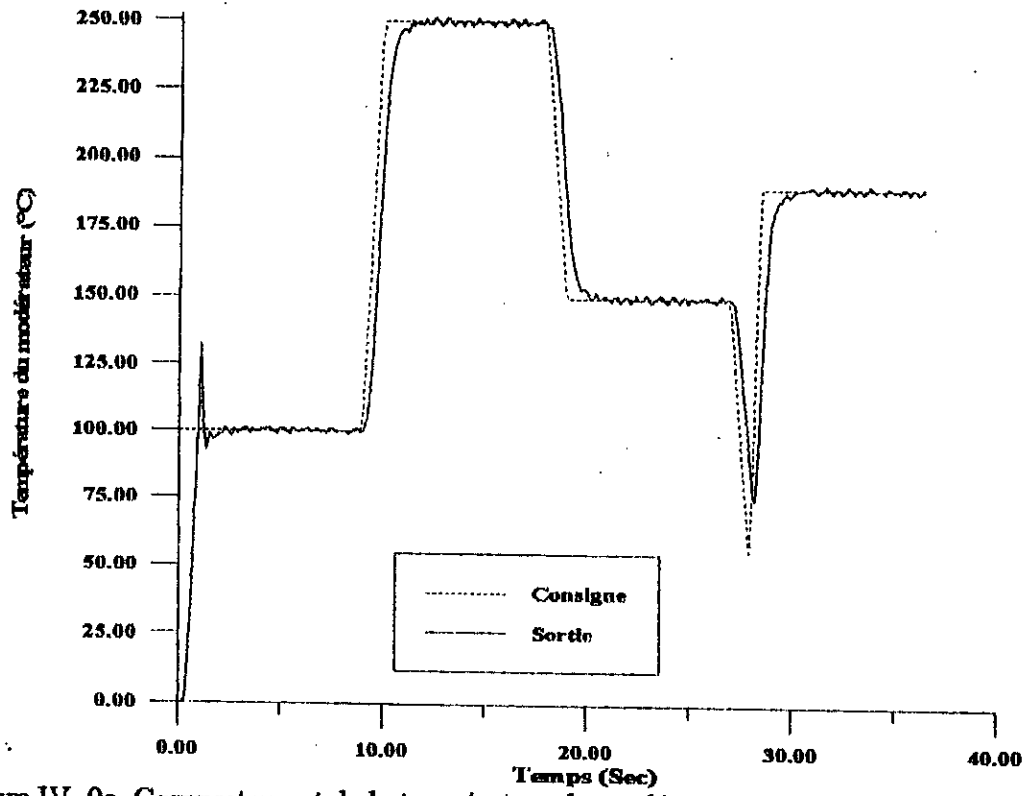


Figure IV. 9a. Comportement de la température du modérateur par rapport à la référence.

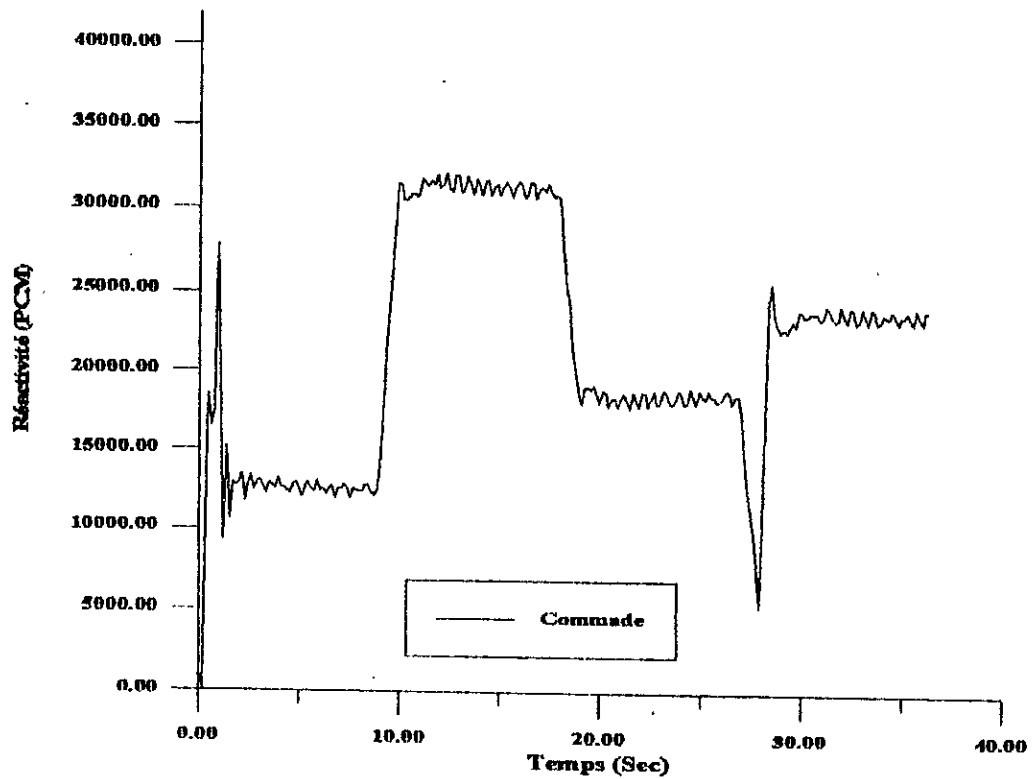


Figure IV. 9b. Evolution de la commande.

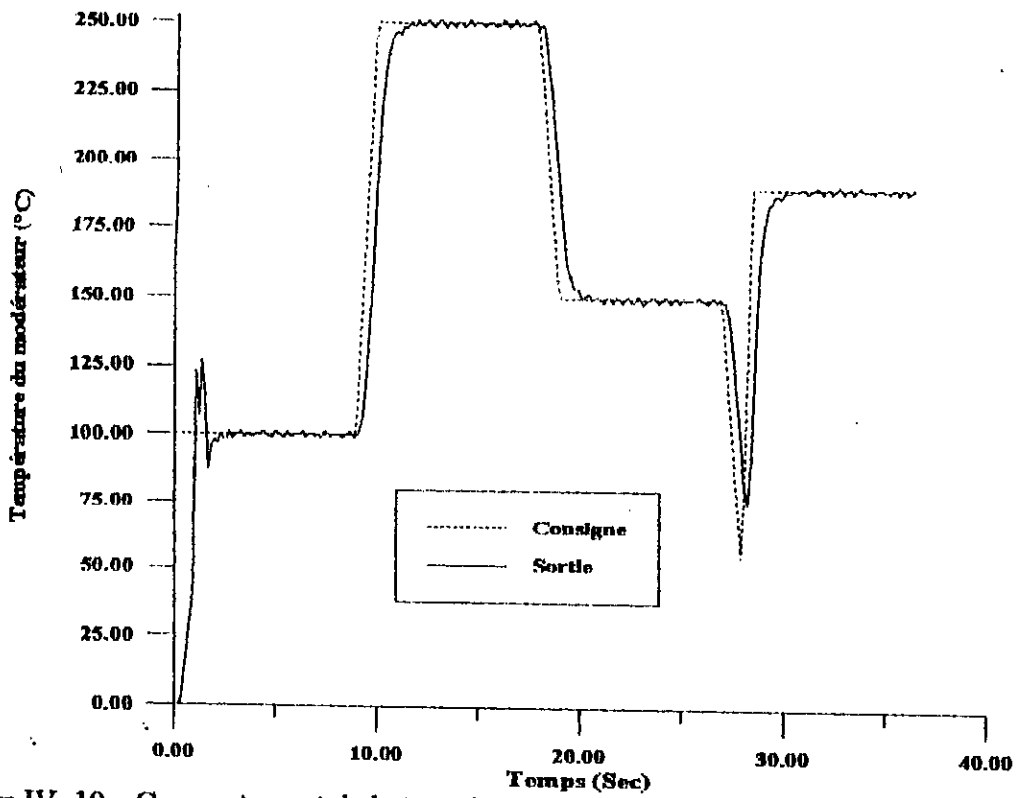


Figure IV. 10a. Comportement de la température du modérateur par rapport à la référence.

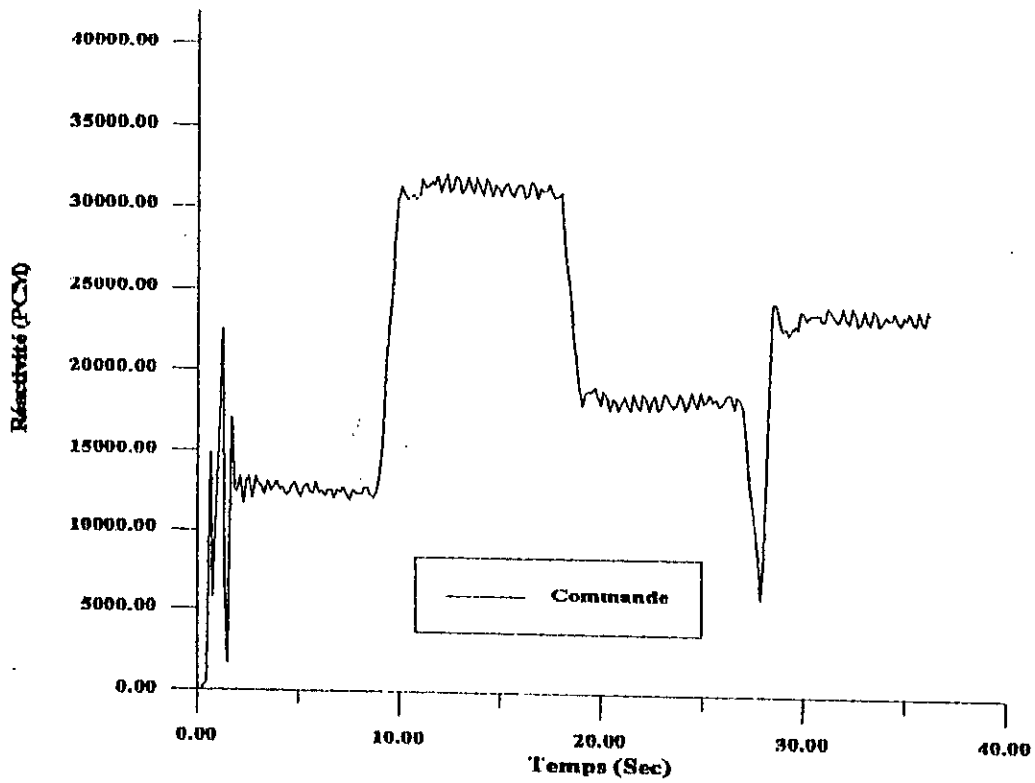


Figure IV. 10b. Evolution de la commande.

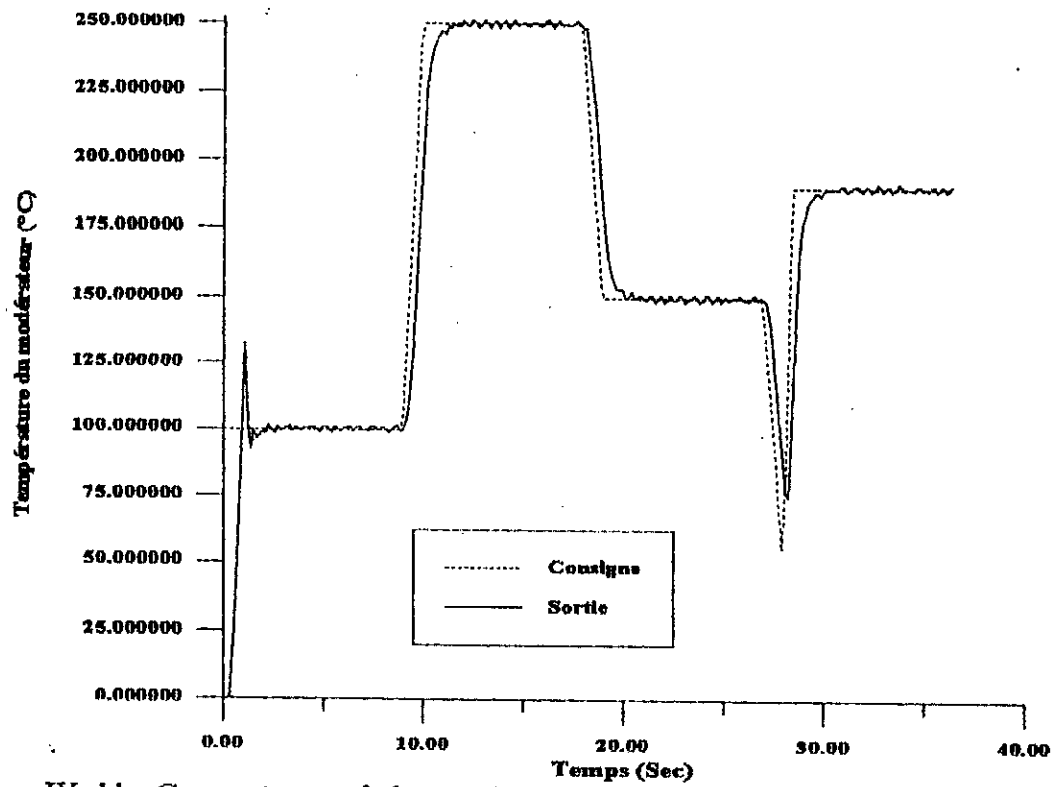


Figure IV. 11a. Comportement de la température du modérateur par rapport à la référence.

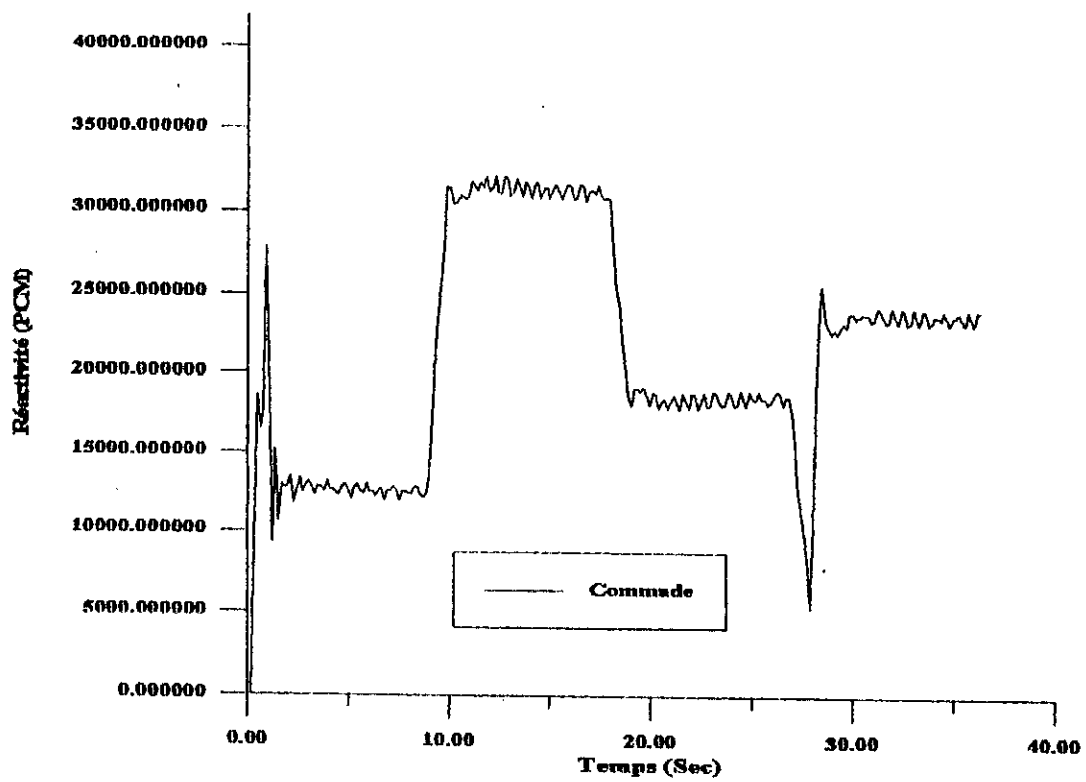


Figure IV. 11b. Evolution de la commande

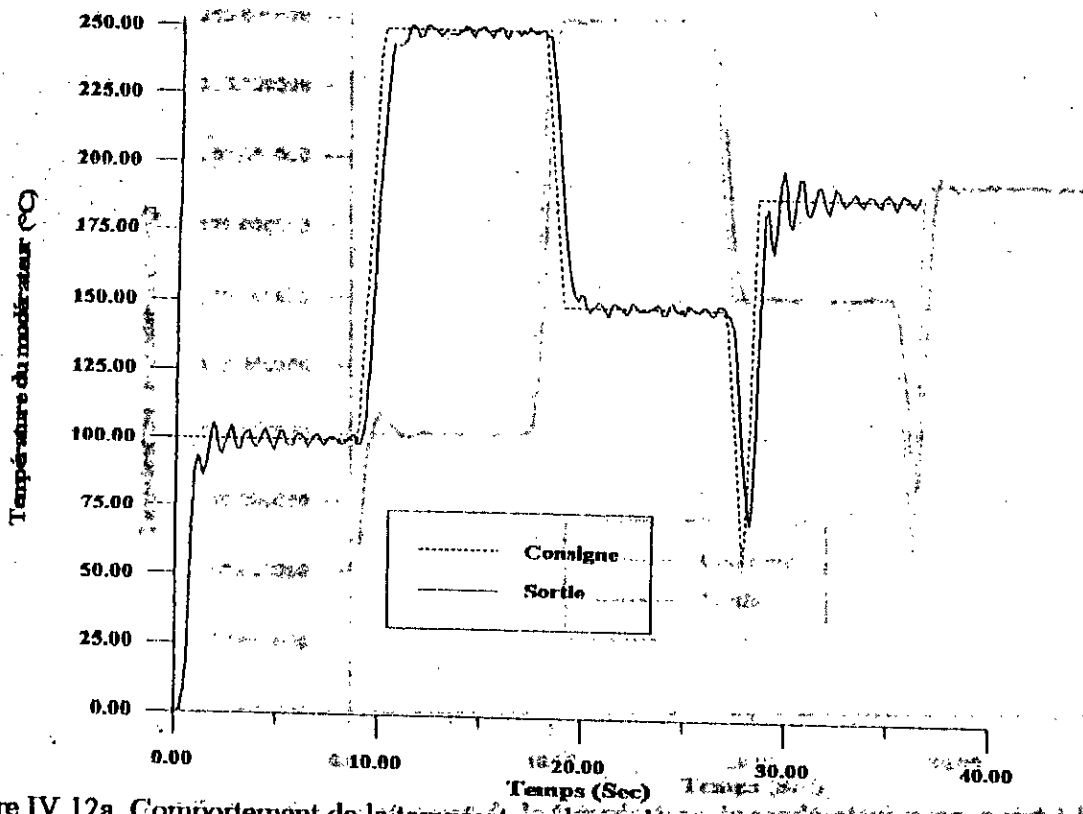


Figure IV.12a. Comportement de la température du modérateur par rapport à la référence.

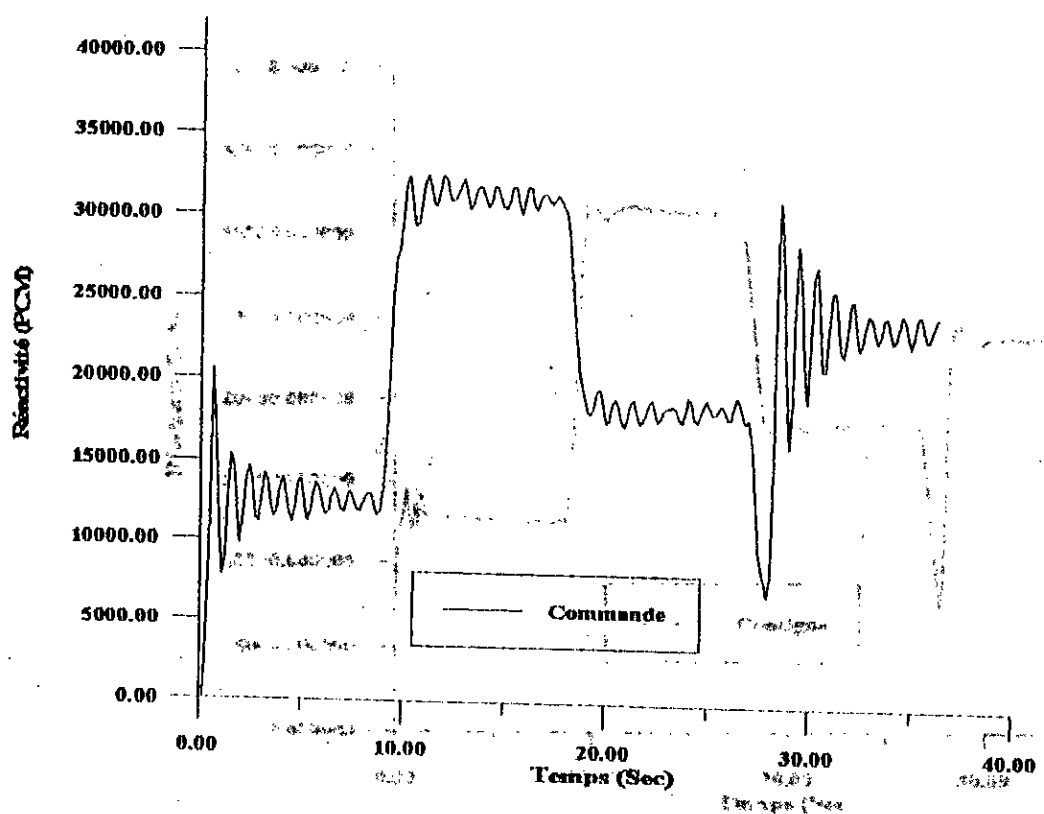


Figure IV. 12b. Evolution de la commande.

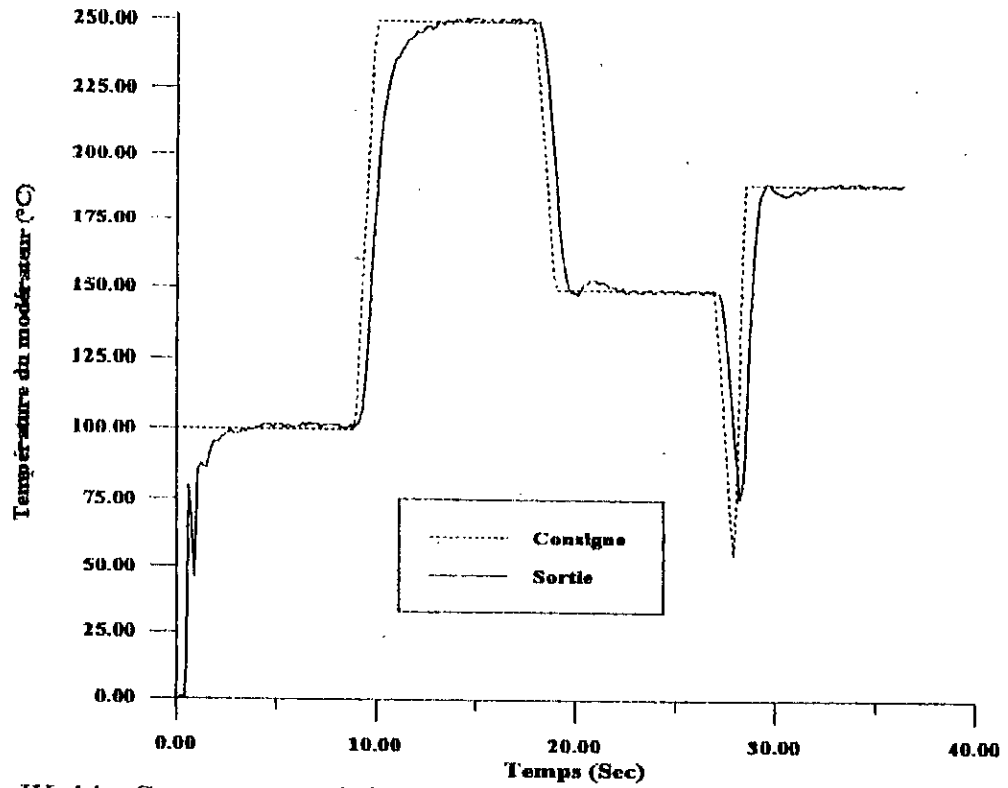


Figure IV. 14a. Comportement de la température du modérateur par rapport à la référence.

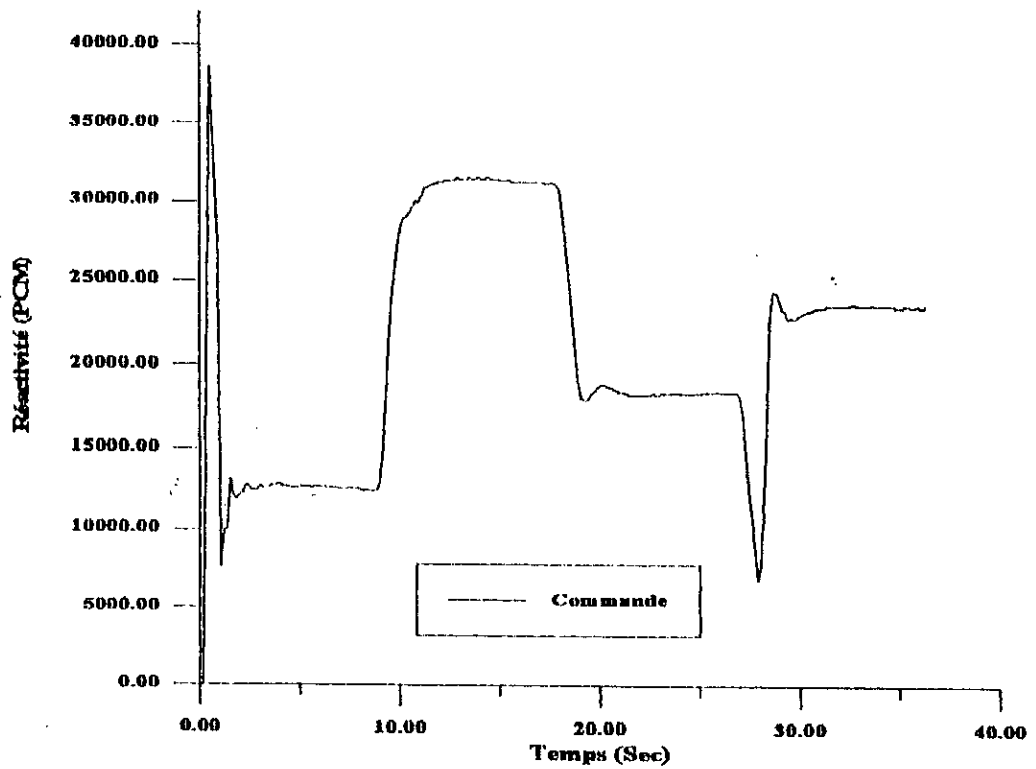


Figure IV. 14b. Evolution de la commande.

Annexes

ANNEXE 1

Algorithme récursif pour la détermination des polynômes de la 1^{ère} division euclidienne

Détermination de $S_j(q^{-1}), R_j(q^{-1})$

L'algorithme récursif est le suivant:

$$j=1$$

$$S_{0,0} = \frac{PF_0}{ADG_0}$$

$$R_{0,i} = PF_{i+1} - S_{0,0}ADG_{i+1} \quad \text{pour } 0 \leq i \leq \deg R$$

$$2 \leq j \leq hp$$

$$S_{j-1,i} = S_{j-2,i} \quad \text{pour } 0 \leq i \leq j-2$$

$$S_{j-1,j-1} = \frac{R_{j-2,0}}{ADG_0}$$

$$R_{j-1,i} = R_{j-2,i+1} - S_{j-1,j-1}ADG_{i+1} \quad \text{pour } 0 \leq i \leq \deg R$$

Dans le cas de MREP on remplace $P(q^{-1})F(q^{-1})$ par $P_c(q^{-1})P_c(q^{-1})F(q^{-1})$.

ANNEXE 2

Algorithme récursif pour la détermination des polynômes de la 2^{ème} division euclidienne

Détermination de $L_{j-d}(q^{-1})$ et $K_{j-d}(q^{-1})$

L'algorithme récursif est le suivant:

$$j=d+1$$

$$L_{0,0} = \frac{BGS_0}{F_0}$$

$$K_{0,i} = BGS_{i+1} - L_{0,0}F_{i+1} \text{ pour } 0 \leq i \leq \deg K$$

$$d+2 \leq j \leq hp$$

$$L_{j-d-1,i} = L_{j-d-2,i}$$

$$L_{j-d-1,j-d-1} = \frac{S_{j-1,j-1}BGQ_0 + K_{j-d-2,0}}{F_0} \text{ pour } 0 \leq i \leq j-d-2$$

$$K_{j-d-1,i} = K_{j-d-2,i+1} + S_{j-1,j-1}BGQ_{i+1} - L_{j-d-1,j-d-1}F_{i+1} \text{ pour } 0 \leq i \leq \deg K$$

Telle que:

$$BGS(q^{-1}) = q^{-d}BG(q^{-1})$$

Dans le cas de MREP on remplace $F(q^{-1})$ par $Pe(q^{-1})F(q^{-1})$

ANNEXE 3

Résolution de l'identité de BEZOUT

Détermination de $S(q^{-1})$ et $R(q^{-1})$

L'algorithme récursif est le suivant:

$$j=1$$

$$S_{0,0} = \frac{P_0}{AD_0}$$

$$R_{0,i} = P_{i+1} - S_{0,0}AD_{i+1} \quad \text{pour } 0 \leq i \leq \text{deg}R$$

$$2 \leq j \leq d+1$$

$$S_{j-1,i} = S_{j-2,i} \quad \text{pour } 0 \leq i \leq \text{deg}S-1$$

$$S_{j-1,i} = \frac{R_{j-2,0}}{AD_0} \quad \text{pour } i = \text{deg}S$$

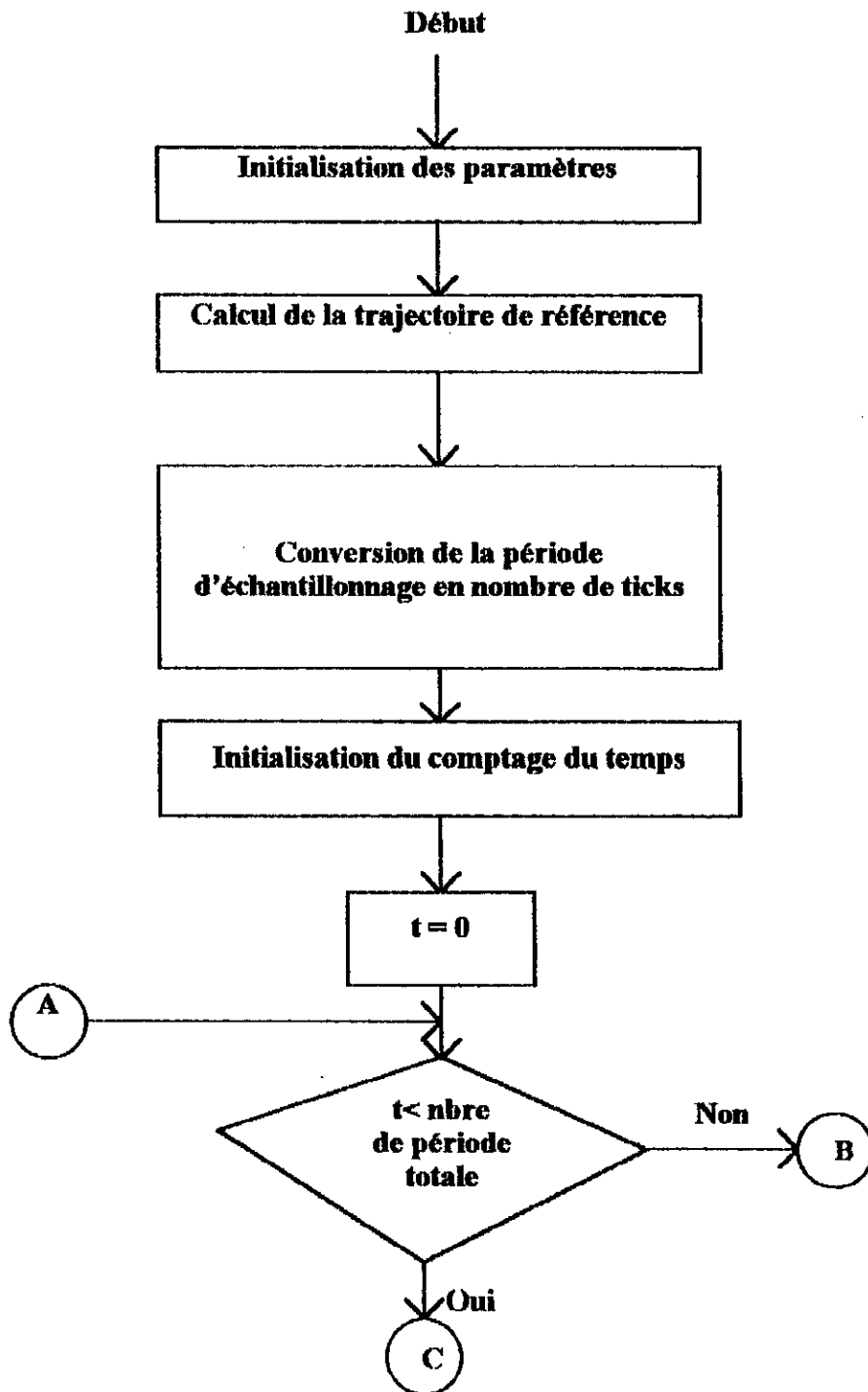
$$R_{j-1,i} = R_{j-2,i+1} - S_{j-1,j-1}AD_{i+1} \quad \text{pour } 0 \leq i \leq \text{deg}R$$

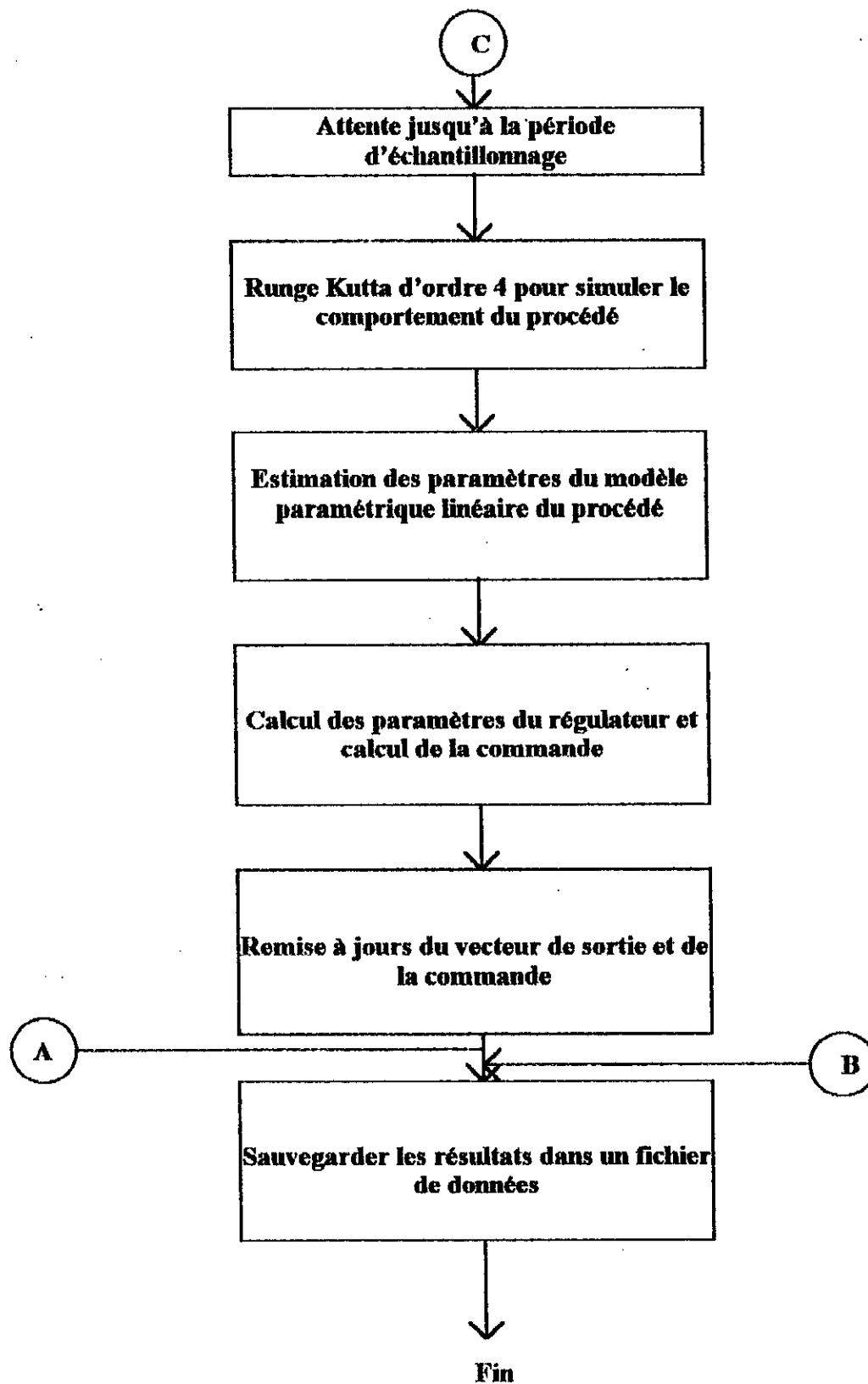
Telle que:

$$S(q^{-1}) = \sum_{i=0}^{\text{deg}S} S_{d,i}q^{-i}$$

$$R(q^{-1}) = \sum_{i=0}^{\text{deg}R} R_{d,i}q^{-i}$$

Organigramme général des algorithmes de commande en temps réel





ANNEXE 5

Tableau de valeurs

Symboles	Définition	Valeur	Unité
P_0	Puissance nucléaire nominale à 100 %	2700	MW
β	Fraction totale des neutrons retardés	640	PCM
θ	Durée de vie moyenne d'un neutron	4.10^{-5}	S
λ_1	Probabilité de desintégration des noyaux précurseurs (1)	0,087	S^{-1}
λ_2	Probabilité de desintégration des noyaux précurseurs (2)	0,71	S^{-1}
α_n	Coefficient Doppler	3	PCM/ °C
α_m	Coefficient modérateur	30	PCM / °C
β_1	Fraction des neutrons retardés du groupe (1)	286	PCM
β_2	Fraction des neutrons retardés du groupe (2)	354	PCM
K	Coefficient d'échange (Watt- Cal)	0,25	Cal / °C
Mu	Masse du combustible	82.193	T
Cu	Chaleur massique du combustible	77.41	Cal / °C
Nm	Masse du modérateur	$10,59.10^3$	Kg
Cm	Chaleur massique du modérateur	1	Cal/ °C
Rum	Résistance thermique uranium-modérateur	$2,46.10^{-3}$	$m^2 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{cal}$
Rgm	Résistance thermique gaine-modérateur	$1,83.10^{-3}$	$m^2 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{cal}$
Rug	Résistance thermique uranium-gaine	$6,2. 10^{-4}$	$m^2 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{cal}$
Qm	Debit de l'eau dans le coeur	$6,2. 10^{-4}$	$\text{Kg} / \text{ } ^\circ\text{C}$
Tu0	Temperature nominale d'uranium 100 %	700	°C
TE	Temperature de l'eau primaire à l'entree du coeur	284	°C
Tm0	Temperature moyenne nominale du modérateur	302,2	°C