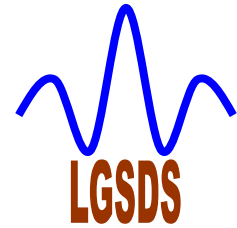




REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département : Hydraulique



Thèse de Magister en Hydraulique

Présentée par :

Omar BELHADJ

Ingénieur d'Etat en Génie Civil (E.N.P.)

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composés

Thèse soutenue publiquement le: Mercredi 30 MAI 2007 Devant le Jury:

Président: Professeur A. KETTAB, Directeur du laboratoire, LRS_Eau, ENP
Directeur de Thèse: Professeur B. TILIOUINE, Directeur de Recherches, LGSDS, ENP
Examineurs: Professeur M. HAMMOUTENE, Directeur de Recherches, LGSDS, ENP
Docteur M. BERKANI, Chargé de Cours, ENP
Docteur A. BILEK, Chargé de Cours, ENP

REMERCIEMENTS

Je m'incline et me prosterne devant mon Créateur, Créateur des cieux et de la terre, DIEU de l'orient et de l'occident, DIEU de tous les êtres, pour m'avoir guidé et appris tout ce que je sais, le peu de ce qu'il sait. Louange à DIEU pour m'avoir honoré par ma création en être humain et m'avoir appris à lire, à écrire, à réfléchir, à distinguer le bien du mal, le juste de l'inique, à faire le bien, l'apprécier en le remerciant, à faire le mal et regretter mes actes. Devant lui, le plus grand, l'un, l'unique, je me prosterne encore pour tous les biens qu'il m'a gratifié en me créant musulman et en m'aidant à le rester pour toujours, lui le réalisateur de tous mes vœux, de mes vœux. Ainsi soit il. Amen.

Je remercie le Professeur B. TILIOUINE mon directeur de thèse, directeur de recherches du laboratoire Génie Sismique et Dynamique des Structures, mon enseignant, pour m'avoir éclairé par son sens aigu d'orientation et sa perspicacité, pour avoir dirigé ces travaux de recherches.

Je remercie le Professeur A. KETTAB, directeur du laboratoire Sciences de l'eau, pour avoir accepté de présider le respectable Jury.

Je remercie le Professeur M. HAMMOUTENE, directeur de recherches à l'ENP, pour m'avoir honoré en examinant ce travail.

Je remercie le Docteur A. BILEK, chargé de cours et responsable de recherches à l'ENP, pour m'avoir honoré en examinant ce travail.

Je remercie le Docteur M. BERKANI, chargé de cours et responsable de recherches, pour m'avoir honoré en examinant ce travail.

Je n'oublie jamais mes enseignants, tous mes enseignants.

Je n'oublie ni l'Ecole maternelle " Charlemagne", ni l'Ecole primaire "Sarrouy", ni l'Ecole Coranique " Sidi M'hamed Chérif ", ni le CEM "la victoire", ni le Lycée "Okba", ni l'USTHB, ni l'ENP structures illustres dans l'Histoire de l'Education et de la Formation en Algérie.

A mes amis qui m'ont aidé lors de cette recherche par quelque moyen qu'il soit, je dis merci.

A tous ceux du département hydraulique, de l'ENP, qui m'ont soutenu, qu'ils trouvent ici l'expression de mes respects confraternels.

Aux personnels des différents départements et services (centre de calcul, bibliothèque, ...), à ceux qui travaillent pour la Science, à ceux qui travaillent en silence, à ceux qui **travaillent**:
Merci.

DEDICACES

Je dédie cette thèse à mes parents, mes parents

A ma femme et à mes enfants

A ma famille, toute ma famille.

Omar BELHADJ

ملخص

يكون أثر الضغط الديناميكي المائي المؤثر على الأسطح العلوية للسدود الصلبة و الناتج عن الاهتزازات الزلزالية للأساس عامل هام عند تصميم السدود في المناطق الخاضعة للزلازل. للتحليل الدقيق لشدة و توزيع الضغوط الديناميكية المائية على الأسطح العلوية المركبة, يجب التمعن الدقيق عند كتابة الشروط الحدودية للتركيب الكامل مائع-بناء و عند إدخالها في برامج الحساب. في هذه الدراسة, تم انجاز بحث عددي و تجريبي حول الضغوط الديناميكية المائية المؤثرة على الأسطح العلوية المركبة للتركيب سد-خزان. لهذا الغرض, تفحصنا نموذجان عدديان. النموذج الأول يستعمل طريقة "ترافتز-مixelن". أما النموذج الثاني فهو يرتكز على طريقة المعادلات التكاملية على الحدود. زيادة على ذلك, نقدم نموذج تجريبي مرتكز على أساس التشابه الكهربائي بغاية إسناد النتائج العددية المتحصل عليها. نطرح أهم النتائج العددية الخاصة بكل نموذج و المتحصل عليها بدراسة مختلف الأشكال الهندسية للسطح المركب فاصل التركيب مائع-بناء و نجري مقارنة بين النتائج العددية و التجريبية. أخيرا نقدم الخلاصة و الاقتراحات ذات الفائدة التطبيقية

مفتاحية

الأسطح - سدود - عددي - تجريبي التشابه الكهربائي- طريقة المعادلات التكاملية على الحدود-طريقة "ترافتز-مixelن" توزيع-شدة -الضغط الديناميكي

RESUME

L'effet des surpressions hydrodynamiques exercées sur les parements amont de barrages rigides soumis aux mouvements sismiques des sols constitue un facteur important dans la conception des barrages en région sismique. Pour une analyse précise de l'intensité et de la distribution des pressions hydrodynamiques s'exerçant sur les parements amont présentant des géométries irrégulières, une attention particulière doit être consacrée à la formulation des conditions aux limites du système complet fluide-structure et à leur implémentation numérique. Dans cette étude, une investigation numérique et expérimentale des surpressions hydrodynamiques s'exerçant sur les parements amont à fruits composés des systèmes barrages-réservoirs est effectuée. Deux modèles numériques sont examinés à cet effet. Le premier modèle utilise la méthode variationnelle de Trefftz-Mikhlin. Le deuxième modèle est basé sur la Méthode des Equations Intégrales aux Frontières (MEIF). De plus, un modèle expérimental basé sur l'analogie électrique est proposé afin de valider les résultats numériques obtenus. Les principaux résultats numériques relatifs à chaque méthode sont présentés pour différentes géométries de l'interface fluide-structure et des comparaisons entre les solutions numériques et expérimentales sont effectuées. Enfin, des conclusions et des recommandations d'intérêt pratique sont formulées.

Mots clés : Parements - Barrages- Numérique – Expérimental- Analogie électrique – Méthode des équations intégrales aux frontières – Trefftz-Mikhlin – Distribution – Intensité – Pression dynamique

ABSTRACT

An important factor in the design of dams in seismic regions is the effect of hydrodynamic pressure exerted on the face of the dam as a result of earthquake ground motions. For an accurate analysis of hydrodynamic pressure on the dam having irregular geometries, a particular attention must be considered to the formulation of the boundary conditions of the complete fluid-structure system and their numerical implementation. In this study, numerical and an experimental investigation dealing with the analysis of hydrodynamic pressure acting on the reservoir dam-system is carried out. Two numerical models are examined in this study. The first model is based on the variationnel Trefftz-Mikhlin method. The second model is based on the Boundary Integral Element Method (BIEM). Moreover, an experimental approach based on electrical analog is developed in order to validate the numerical results. The main numerical results relating each method are presented for different geometry of the fluid-structure interface and comparisons between the numerical and experimental solutions are carried out. Finally, conclusions and recommendations of engineering significance are presented.

Key Words : Face – Dams – Numerical – Experimental – Electrical analog – Boundary Integral Element Method – Trefftz-Mikhlin Method – Distribution – Intensity – Hydrodynamic pressure

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE	10
METHODOLOGIE	12
I. APPROCHE ANALYTIQUE ET SEMI ANALYTIQUE	14
I.0 Introduction	14
I.1 Analyse des travaux de Westergaard (1933)	14
I.1.1 Formulaion de Westergaard	15
I.2 Analyse des travaux de Von-Karman (1933)	22
I.2.1 Formulation de Von-Karman (1933)	23
I.2.1.1 Condition de continuité	23
I.2.1.2 Principe de conservation de la quantité de mouvement	23
I.3 Analyse des Travaux de Chwang et Housner (1978)	26
I.3.1 Formulation de Chwang et Housner	26
I.4 Résolution par transformation conforme	33

I.4.1 Analyse des Travaux de Chwang (1978)	33
I.4.2 Formulation intégrale	34
I.4.2.1 Théorie appliquée de l'écoulement potentiel bidimensionnel	34
I.4.3 Analyse des travaux de Liu (1986)	31
I.4.3.1 Analyse des travaux de Liu (1986)	31
I.4.3.2 Solution analytique	43
II APPROCHE SEMI-ANALYTIQUE DE TREFFTZ-MIKHLIN	50
II.1 Formulation	50
II.2 principaux résultats et discussion	54
II.2.1 convergence	54
II.2.2 expérimentation numérique	59
III APPROCHE NUMERIQUE PAR LA MEIF	63
III.1 Hypothèses	64
III.2 Formulation du problème	65
III.2.1 Equations gouvernantes par la MEIF	65
III.2.2 Formulation par Elément Frontière Constant	68

III.2.3 Formulation par Élément Frontière Linéaire	69
III.3 Les solutions fondamentales	72
III.4.Evaluation des intégrales aux frontières	73
III.4.1.Evaluation des intégrales aux frontières pour l'élément constant	73
III.4.2 Evaluation des intégrales aux frontières pour l'élément linéaire	75
III.4.3 Conditions aux limites	76
III.5 Résultats et discussion	78
III.5.1 choix de la longueur relative L/h	79
III.5.2 choix du nombre et du type d'élément	80
III.5.3 influence de la compressibilité du fluide	85
III.5.4 influence de la fréquence d'excitation relative (ω / ω_1)	87
IV APPROCHE EXPERIMENTALE	95
IV.1 Formulation du problème	97
IV.2 Dispositif expérimental	97
IV.3 Détermination des surpressions	99

IV.4 PRINCIPAUX RESULTATS ET DISCUSSION	100
V ANALYSE COMPARATIVE	104
V.1 Comparaison issus des trois approches utilisées	104
CONCLUSIONS	109
ANNEXE	113
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	115

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Un aspect important du chargement sismique exercé sur les structures hydrauliques en général et les barrages en particulier concerne l'effet des surpressions dynamiques générées par les tremblements de terre. Pour une analyse rigoureuse de la stabilité et de la résistance parasismique de ces structures ainsi que de celles de la protection des pentes de talus rocheux ou de toute autre structure submergée par un volume d'eau, l'histoire temporelle et la distribution des pressions hydrodynamique sont requises.

En Algérie, eu égard aux besoins grandissants en eau et en moyens de mobilisation hydrauliques d'une part, et à la sismicité avérée du pays d'autre part, l'étude du comportement des barrages sous actions sismiques revêt une importance particulière pour la recherche et pour les secteurs des travaux publics et de l'hydraulique.

Il est à noter, toutefois, que si la connaissance des efforts statiques est bien maîtrisée pour le calcul des structures, en revanche, le comportement dynamique, particulièrement au cours des séismes demeure d'une importance capitale à ce jour. Il constitue également un domaine actif de recherche de par la géométrie particulière des systèmes barrage-réservoir, la nature des matériaux constitutifs des barrages et ouvrages annexes, ainsi que la nature complexe des lois de comportement les régissant.

Pour l'analyse des contraintes et des déformations des barrages soumis aux mouvements du sol, une attention particulière doit être réservée aux effets des forces hydrodynamiques causés par l'eau emmagasiné derrière ces structures.

Plusieurs travaux ont été réalisés sur la distribution des surpressions hydrodynamiques depuis que Westergaard(1933) a publié le premier travail sur le sujet. Ses travaux furent la base de la recherche développée ultérieurement ; il est considéré de fait le précurseur dans le domaine. Il est à remarquer que l'étude fut en fait limitée aux barrages à parement amont vertical et aux réservoirs avec fond horizontal.

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

D'autres chercheurs se sont penchés sur le problème, notamment Zangar (1953) et Zienkiewicz et Nath (1963) par des travaux expérimentaux. Ils ont étendu le champs géométrique de la forme de l'interface des barrages par l'étude des parements amont à fruit composé ou en arcs. Chwang et Housner (1978) ont abouti analytiquement à des résultats sur la base de l'approche du principe de conservation de la quantité de mouvement. Liu (1986) a présenté une solution analytique en utilisant les transformations conformes de Schwartz-Christoffel basée sur la théorie du potentiel et appliquée à des barrages avec parement amont simplement incliné et réservoir de forme triangulaire. Aussi bien des accélérations horizontales que verticales furent prises en compte. La solution de Chwang (1978) peut être perçue comme un cas limite de la solution de Liu.

D'autres travaux en numériques ont été réalisés, notamment par Hung et Wang (1987) et Chen (1994) en utilisant une analyse non linéaire par différences finis ; par Chopra (1987), Tsai et Lee (1987) ou Kucukarslan (2003) en adoptant la méthode des éléments finis. Enfin Chug (1988) et Cho et Liu (2002) ont utilisé la méthode des équations intégrales aux frontières.

Dans cette perspective, nous examinons la problématique du comportement de la distribution des surpressions à l'interface du parement amont des systèmes de barrages rigides emmagasinant des réservoirs à frontières irrégulières. Plus. Spécifiquement, nous procédons à une étude des modèles semi-analytique, expérimentale par analogie, et numérique par la méthode des équations intégrales aux frontières, à l'élaboration des outils permettant de résoudre le problème de la distribution des surpressions et par suite des efforts aussi bien sur les parements simples que composés.

Ce travail a pour objectif d'établir la distribution des surpressions à l'interface des systèmes barrage en béton rigide fondé au rocher avec réservoir à frontières irrégulières, par différentes méthodes telles que la méthode variationnelle de Trefftz-Mikhlin [Sokolnikoff, 1956 ;Rekatch, 1980], la Méthode des Equations Intégrales aux Frontières ou la méthode expérimentale par analogie électrique, en fonction de la forme du parement amont, de la longueur relative du réservoir, de la compressibilité du fluide et de la pulsation d'excitation due au mouvement du sol de la fondation rigide en vue d'estimer les efforts supplémentaires occasionnés lors des tremblements de terre.

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

Cette forme de l'interface pourrait être due à une stratification de dépôt solide à la base des barrages ou due à une conception moderne : Barrage Compacté au Rouleau (BCR).

Enfin, nous procédons à une étude comparative des différentes approches de calcul des surpressions par ces différentes méthodes. Ceci nous a permis, à la lumière des résultats analytiques, numériques et expérimentaux obtenus de mieux appréhender l'influence de la forme du parement, de la longueur relative du réservoir, et de la compressibilité ou non du fluide sur la distribution des surpressions et des efforts hydrodynamiques.

METHODOLOGIE

Dans ce travail, les réservoirs de barrages rigides sont étudiés en utilisant principalement trois approches d'analyse : une approche semi-analytique par la méthode variationnelle de Trefftz-Mikhlin, une approche expérimentale par analogie électrique et une approche numérique par la Méthode des Equations Intégrales aux Frontières (M.E.I.F.) dont les principes sont décrits dans cette thèse.

Chapitre I

APPROCHE ANALYTIQUE ET SEMI ANALYTIQUE

Chapitre I : APPROCHE ANALYTIQUE ET SEMI ANALYTIQUE

I.0 Introduction

L'établissement des expressions analytiques et semi analytiques donnant la distribution de la surpression hydrodynamique sur parements amonts du dioptré fluide – structure et dans le réservoir d'un barrage due à l'action sismique a fait l'objet de plusieurs travaux d'investigation Westergaard, 1933 ; Von-Karman, 1933 ; Chwang et Housner, 1978 ; ... Chacun de ces chercheurs a exploité une technique particulière de l'analyse mathématique pour aboutir ensemble à un résultat pratiquement identique. Ces travaux peuvent être scindés en approche analytique et approche semi – analytique.

I.1. Analyse des travaux de Westergaard

Comme nous venons de le souligner Westergaard a été le premier à défricher un terrain particulièrement sensible de l'analyse de la part de surpression générée par le séisme, surpression hydrodynamique, sur barrage à parement et fondation rigides. Ses travaux demeurent à ce jour une référence de base pour l'ensemble des chercheurs lui ayant succédés.

Dans sa démarche, Westergaard a tout d'abord constaté que deux causes peuvent générer des contraintes supplémentaires sur un barrage poids lors d'un séisme :

- L'accélération de la masse du corps du barrage ;
- La variation de la pression d'eau ou surpression

et indépendamment de l'influence et de l'importance de l'interaction sol–structure, Westergaard a supposé que tous les points du site de fondation subissent les mêmes déplacements, vitesses et accélérations à chaque instant.

Ses travaux consistent donc essentiellement en l'analyse de la surpression induite par le séisme pour le cas d'un barrage plan rigide à parement amont vertical. Les vibrations sismiques sont supposées harmoniques horizontales de direction perpendiculaire au parement amont du barrage. Lorsque ces surpressions d'eau sont connues, leurs influences sur les contraintes aux points intérieurs de la structure peuvent être quantifiées par des méthodes de chargement statique : par ce fait, Westergaard a découplé implicitement le problème.

I.1.1 Formulation de Westergaard

La formulation, établie par Westergaard et basée sur l'hypothèse justifiée que les amplitudes des mouvements induits lors du séisme sont petits, se réduit à des expressions relativement simples décrivant la propagation d'ondes volumétriques dans un milieu isotrope et élastique ou propagation du son dans les liquides aux fréquences sismiques, ces ondes évidemment ne sont pas audibles (Westergaard,1933; Rousset,1993) : c'est l'équation de l'acoustique (Lamb,1975).

On a remarqué aussi que ces expressions peuvent aussi être interprétées, dans le théorie de l'élasticité du solide, comme des expressions d'élasticité sans cisaillement ; ceci a été vérifié aussi et noté par ailleurs dans la littérature spécialisée (Lamb, 1975; Rekatch,1980).

Donc, de façon analogue à la théorie de l'élasticité, les expressions d'équilibres définissant le problème sont exprimées par :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \sigma}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (\text{I-1})$$

Où, σ : désigne l'effort agissant sur un élément de volume, devant être superposé aux pressions hydrostatique existantes avant la perturbation,

et u, v : désigne la déplacement le long de x, y respectivement.

La contrainte σ est liée à la variation de volume ε et au module volumétrique E par la loi de comportement des matériaux de la façon suivante :

$$\sigma = E \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (\text{I-2})$$

$$\text{avec, } \varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$$

Les expressions (I-1) et (I-2) régissent complètement le mouvement.

Notons que pour un milieu parfaitement incompressible, la déformation est nulle. Ceci est exprimée par un module volumétrique, E , infini. Par conséquent, nous pouvons affirmer que Westergaard a pris en compte l'effet de compressibilité du fluide dans ses travaux.

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

On a effectué, par ailleurs, une comparaison avec les expressions générales de l'hydrodynamique gouvernant l'écoulement des fluides compressibles, équations d'EULER, et on a montré que ces équations peuvent être supposées s'appliquer lorsque u et v sont petits et que les rapports des produits $\left(\frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial \sigma}{\partial x}\right)$ et $\left(\frac{\partial v}{\partial t} \frac{\partial \sigma}{\partial y}\right)$ à $\frac{\partial \sigma}{\partial t}$ sont négligeables. Ceci est vérifié puisque ces rapports

sont directement proportionnels aux rapports $\frac{u}{c}$ et $\frac{v}{c}$, négligeables dans ce cas (Parmakian,1963).

A ce titre, nous allons présenter deux cas de résolution des équations du mouvement établies.

Le premier cas, Westergaard a effectué une étape préliminaire dans laquelle il n'a considéré qu'une seule direction du mouvement de l'eau (direction normale au parement vertical ou x).

En effet, avec $v = 0$, les expressions (I-1) et (I-2) se réduisent à :

$$\nabla^2 u = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (\text{I-3})$$

Cette équation, connue sous le nom d'équation d'onde unidirectionnelle ou axiale, admet pour solution, en supposant un mouvement d'excitation harmonique simple de pulsation ω du corps du barrage de la forme : $u_0 = -\alpha \frac{g}{\omega^2} \cos(\omega t)$, l'expression suivante :

$$u = -\alpha \frac{g}{\omega^2} \left[\beta_1 \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] + (1 - \beta_1) \cos \left[\omega \left(t + \frac{x}{c} \right) \right] \right] \quad (\text{I-4})$$

dans laquelle $0 < \beta_1 < 1$ est une constante, exprimant l'influence relative des ondes incidentes et des ondes réfléchies, g l'accélération de gravité et $c^2 = \frac{E}{\rho}$ désigne la célérité des ondes d'expansion dans l'eau.

Il est classique de remarquer que la solution de l'équation d'onde (I-4) est la composition de deux solutions : l'une représentant les ondes incidentes, l'autre les ondes réfléchies. C'est une forme particulière de la solution de d'Alembert : $u = f(x-ct) + g(x+ct)$ (Clough et Penzien,1980 ; Lamb,1975 ; Parmakian,1963).

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

L'hypothèse du mouvement harmonique ne diminue en rien la généralité de la solution car, dans la théorie linéaire, la propagation résultant d'une excitation impulsive de forme arbitraire, cas de l'onde sismique, peut être représentée par une succession d'ondes harmoniques en utilisant les séries ou les intégrales de Fourier.

A partir des expressions (I-2) et (I-4), la contrainte sur le parement amont du barrage est donnée par :

$$\sigma = (1 - 2\beta_1) \frac{\alpha}{\omega} \sqrt{E \rho g^2} \sin \omega t \quad (\text{I-5})$$

La vitesse maximale obtenue de (I-4) est donnée par :

$$\dot{u}_{\max} = \frac{\alpha g}{\omega} \quad (\text{I-6})$$

En substituant l'expression (I-6) et celle de la célérité dans l'expression (I-5), on aboutit à l'expression suivante de la surpression d'eau sur le parement amont du barrage :

$$p = (-\sigma) = (2\beta_1 - 1) \frac{\alpha}{\omega} \sqrt{E \rho g^2} \sin \omega t \quad (\text{I-7})$$

Cette expression représente le résultat d'une approche simple d'un problème plus complexe.

Notons que l'accélération maximale du barrage, et par conséquent, les plus grandes forces d'inertie dues au mouvement de la masse du corps du barrage, apparaît au temps $t = 0, T, 2T, \dots$; alors que les surpressions maximales sur le parement du barrage apparaissent déphasées du quart de la période, soit $T/4$.

Avec l'expression (I-6), l'expression (I-7) s'écrit :

$$p = (2\beta_1 - 1) \frac{\dot{u}_{\max}}{c} E \quad (\text{I-7b})$$

Ensuite, la deuxième étape effectuée par Westergaard concerne le problème plan d'un barrage avec réservoir de profondeur h dans lequel le mouvement vertical de l'eau n'est plus négligé.

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

En utilisant les équations du mouvement (I-1) et (I-2) et en satisfaisant les conditions aux limites nécessaires suivantes :

$$\sigma = 0 \quad \text{à } y = 0 \text{ (surface libre)}$$

$$v = 0 \quad \text{à } y = h \text{ (fond indéformable)}$$

$$u = -\alpha \frac{g}{\omega^2} \cos(\omega t) \quad \text{à } x = 0 \text{ (déplacement de l'interface)}$$

$$\begin{aligned} \sigma &\longrightarrow 0 \\ x &\rightarrow \infty \end{aligned} \quad \text{à l'infini amont (limite de radiation)}$$

On obtient la solution analytique du problème qui peut être écrite sous la forme :

$$u = -4\alpha \frac{g}{\pi\omega^2} \cos(\omega t) \sum_{1,3,5}^n \frac{1}{n} e^{-q_n} \sin\left(n \frac{\pi}{2h} y\right) \quad (\text{I-8})$$

$$v = +4\alpha \frac{g}{\pi\omega^2} \cos(\omega t) \sum_{1,3,5}^n \frac{1}{n c_n} e^{-q_n} \cos\left(n \frac{\pi}{2h} y\right) \quad (\text{I-9})$$

$$\text{avec, } c_n = \sqrt{1 - \frac{8\rho h^2 \omega^2}{\pi^2 E n^2}} \quad (\text{I-10})$$

$$\text{et } q_n = n \frac{\pi}{2h} C_n x \quad (\text{I-11})$$

L'expression (I-10) peut aussi être écrite telle que :

$$\frac{1}{c_n} - c_n = \frac{8\rho h^2 \omega^2}{\pi^2 E n^2 c_n} \quad (\text{I-12})$$

Des expressions (I-1), (I-2), (I-8) et (I-9), on déduit la relation donnant la contrainte résultante :

$$\sigma = -\frac{8}{\pi^2} \alpha \rho g h \cos(\omega t) \sum_{1,3,5}^n \frac{1}{n^2 c_n} e^{-q_n} \sin\left(n \frac{\pi}{2h} y\right) \quad (\text{I-13})$$

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

Relativement à cette expression, la distribution de la surpression maximale d'eau sur le parement amont du barrage pour $t = 0, T, 2T, \dots$ est donnée par la relation suivante :

$$p = -\sigma|_{x=0} = \frac{8}{\pi^2} \alpha \rho g h \sum_{1,3,5}^n \frac{1}{n^2 c_n} \sin\left(n \frac{\pi}{2h} y\right) \quad (\text{I-14})$$

qu'on peut écrire sous la forme : $p = C_p \alpha \rho g h$

avec, $C_p = \frac{8}{\pi^2} \sum_{1,3,5}^n \frac{1}{n^2 c_n} \sin\left(n \frac{\pi}{2h} y\right)$

Cette distribution, à tangente horizontale au sommet et verticale au fond, est illustrée sur la figure (I.1),

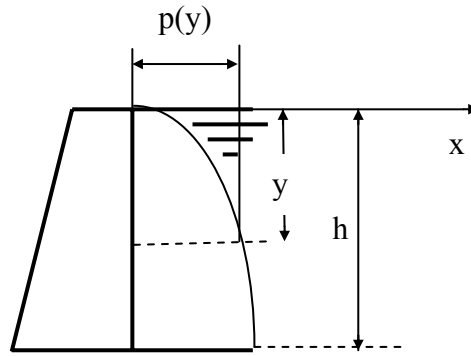


Fig. I.1 : Distribution de la surpression hydrodynamique sur barrage

La distribution du cisaillement horizontal générée par la surpression est donnée par :

$$Q_x = \frac{16\alpha\rho gh^2}{\pi^3} \left(q - \sum_{1,3,5}^n \frac{1}{n^3 c_n} e^{-q_n} \cos\left(n \frac{\pi}{2h} y\right) \right) \quad (\text{I-14 b})$$

avec, $q = \sum_{1,3,5}^n \frac{1}{n^3 c_n}$

et $q_n = n \frac{\pi}{2h} C_n x$

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont
des Barrages Rigides, à Fruits Composées

La distribution du moment de flexion correspondante est donnée par :

$$M = \alpha \rho g h^3 \left(\frac{16q y}{\pi^3 h} - \frac{32}{\pi^4} \sum_{1,3,5}^n \frac{1}{n^4} \frac{1}{c_n} \sin\left(n \frac{\pi}{2h} y\right) \right) \quad (\text{I-14 c})$$

La valeur extrême de la surpression p est atteinte au fond du réservoir, soit à ($y=h$) et vaut :

$$P_{\max} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{1,3,5}^n \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^2 c_n} \alpha \rho g h \quad (\text{I-15})$$

Le cisaillement maximal est donné par :

$$Q_{x\max} = \frac{16}{\pi^3} q \alpha \rho g h^2 \quad (\text{I-15 b})$$

et le moment maximal est donné par :

$$M_{\max} = \left(\frac{16 q}{\pi^3} - \frac{32}{\pi^4} \sum_{1,3,5}^n \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^4 c_n} \right) \alpha \rho g h^3 \quad (\text{I-15 c})$$

Pour des besoins de calculs approchés, Westergaard a observé que la courbe de surpression (fig. I.1) peut être lissée avec satisfaction par un quart d'ellipse et mieux encore par une parabole d'axe vertical, à tangente verticale au fond du réservoir.

Cette parabole a pour expression la relation suivante :

$$p = \underline{C} \alpha \sqrt{h y} \quad (\text{I-16})$$

où \underline{C} est un coefficient dépendant du rapport de la profondeur du réservoir h à la période de vibrations horizontales de la fondation T soit $\frac{h}{T}$ (ou du produit de la fréquence ω et de la hauteur h , soit $\omega.h$).

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

Une expression générale de \underline{C} est telle que :

$$\underline{C} = k / \sqrt{1 - 0.72 \left(\frac{h}{1000T} \right)^2} \quad (I-17)$$

avec, h : profondeur du réservoir exprimée en ft,

T : période exprimée exprimé en sec,

k : une constante tabulée donnée en annexe (Westergaard,1933).

Cette approximation parabolique de la distribution de surpression sur le parement amont du barrage représente l'une des principales conclusions de Westergaard.

Dans le cas où la compressibilité de l'eau peut être légitimement négligé, on peut établir une expression approché du résultat indépendante de la période de vibration de l'écran ($T_0 \ll T$). L'effet de compressibilité engendre un effet d'amortissement quand la structure baigne dans un fluide infini. L'amortissement correspond à l'absorption des ondes acoustiques à l'infini. Cet effet est toujours très faible par rapport aux autres amortisseurs rencontrés dans les structures.

Westergaard a enfin résumé ses travaux par une autre conclusion importante. Elle consiste en la mise en évidence de l'effet de masse ajoutée, effet rapporté par d'autres références (Hug, 1975 ; Rhyning, 1985).

C'est ainsi qu'il conclue que les résultats auxquels il a aboutit étaient les même que si une certaine masse d'eau vibrait collée au corps du barrage alors que le reste du réservoir est inactif.

En effet, dans un mouvement accéléré du corps, la théorie du fluide parfait met en évidence un effort qui correspond à l'énergie mécanique fournie au fluide que l'on met également en mouvement. C'est cet effet donc qui conduit à la notion de masse ajoutée d'un corps en mouvement accéléré dans un fluide (Hug,1975).

Pour atteindre ce but, Westergaard a imaginé que la masse d'eau vibrait en bloc collé avec le corps du barrage. Cette masse d'eau est formée de couches superposées attachées l'une à l'autre par des forces verticales seulement et pouvant glisser entre elles sans frottement, le reste du réservoir considéré inactif est supposé vide.

La largeur finie b du bloc représentant la tranche de la masse d'eau en mouvement (Fig.I.2) est obtenue en égalisant la force d'inertie unitaire de cette masse, soit $\alpha \rho g b$, à la pression agissant sur le barrage, soit p , d'où :

$$b = \frac{P}{\alpha \rho g} \quad (I-18)$$

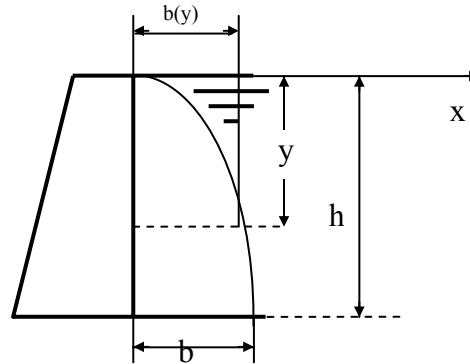


Fig.I.2 : Schématisation de la masse ajoutée (eau/béton) se déplaçant avec le barrage

Westergaard a remarqué que même si la formule d'évaluation de la surpression a été déduite pour le cas de parement amont vertical celle ci peut fournir une indication suffisante des surpressions attendues dans d'autres cas, particulièrement le cas de barrage en arc. Cette affirmation a été confirmée expérimentalement par Zienkiewicz and Nath, 1963.

I.2 Analyse des travaux de Von-Karman

Dans son analyse du problème, le professeur Von-Karman (1933) a présenté une méthode approchée basée sur les principes de continuité et de conservation de la quantité de mouvement. Cette méthode s'avère une bonne approche pour le calcul de la distribution des surpressions hydrodynamiques sur le parement amont du barrage rigide. En effet, cette analyse approximative est une bonne approche à la déduction de l'effet de masse ajoutée, préalablement mis en évidence lors des conclusions de Westergaard et constitue une confirmation de ses résultats.

Ainsi, en considérant une tranche unitaire de barrage à parement amont vertical de hauteur h et de longueur infini et en supposant que le barrage est immobile à l'instant initial ($t = 0$), et qu'une accélération horizontale uniforme a_x agit durant l'intervalle de temps Δt , Von-Karman suppose

qu'une tranche de fluide, de largeur finie b variable avec la hauteur, acquiert toute la valeur de l'accélération, a_x , et que le reste du fluide n'est pas affecté dans ce processus. Avec cette hypothèse, Von-Karman a établi la formulation suivante.

I.2.1. Formulation de Von-Karman

La formulation de Von-Karman s'établit comme suit :

I.2.1.1 Condition de continuité

En Considérant le déplacement horizontal, avec une accélération uniforme a_x , de la partie du barrage située entre le fond du réservoir ($y = 0$) et une hauteur arbitraire y' , une masse de fluide est déplacée par cette portion du barrage et doit donc passer à travers la section BC (fig. I.3).

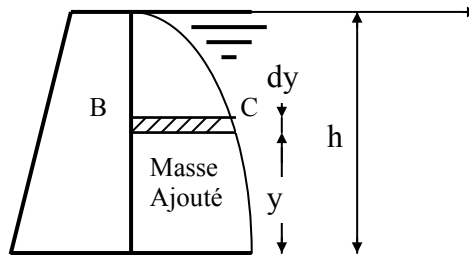


Fig. I.3 : Schématisation de la masse d'eau se déplaçant avec le barrage

Supposons que la composante verticale de l'accélération du fluide induite est variable avec la hauteur et a une valeur moyenne a_y' entre les abscisses $x = 0$ et $x = b$, tandis que pour une abscisse $a > b$ le fluide est supposé inactif.

Le déplacement horizontal du barrage durant le temps Δt , provoquant le déplacement vertical du fluide à travers la section BC de largeur b , conduit à la condition de continuité suivante :

$$y' \cdot a_x = b \cdot a_y' \quad (I-19)$$

I.2.1.2 Principe de conservation de la quantité de mouvement (fig. I.3)

Considérons une portion du corps fluide de largeur variable b entre deux sections définie par y' et $y' + dy'$ et désignons la pression à la hauteur arbitraire y par p . L'équilibre entre les forces massiques horizontales et les forces de pression s'établit comme suit :

$$p \cdot dy' = \rho \cdot b \cdot dy' \cdot a_x$$

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont
des Barrages Rigides, à Fruits Composées

soit :
$$p = \rho b a_x \tag{I-20}$$

évidemment cette relation est identique avec l'expression (I-18) donnée par Westergaard.

L'équilibre entre les forces massiques verticales et les forces de pression s'écrit, aussi, comme suit :

$$\frac{d(pb)}{dy'} = -\rho b a'_y \tag{I-21}$$

En utilisant les expressions (I-19) et (I-20), la relation (I-21) devient :

$$\frac{d}{dy'} (\rho b^2 a_x) = -\rho y' a_x \tag{I-22}$$

ou bien, puisque a_x et ρ sont supposés constants :

$$\frac{d}{dy'} (b^2) = -y' \tag{I-23}$$

Par intégration de l'expression (I-23), on obtient :

$$b^2(y') = \int_{y'}^h -y' dy = \frac{1}{2}(h^2 - y'^2) \tag{I-24}$$

soit :

$$\frac{b^2}{\frac{1}{2} \cdot h^2} + \frac{y'^2}{h^2} = 1 \tag{I-25}$$

ou en posant : $b_0^2 = \frac{1}{2} h^2$

avec, b_0 valeur que prend b pour $y = 0$ (c'est à dire $b_0 = b(y=0)$),

l'équation (I-25) devient :

$$\frac{b^2}{b_0^2} + \frac{y'^2}{h^2} = 1 \tag{I-26}$$

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

Von-Karman a montré avec cette approximation, à travers l'expression (I-26), que la forme de la masse fluide se déplaçant avec le barrage est bien celle d'un quart d'ellipse de demi-axe :

$$b_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} h \approx 0.707 h$$

Nous rappelons que cette forme en quart d'ellipse de la masse ajoutée schématisant la distribution des surpressions hydrodynamiques a été mise en évidence en premier par Westergaard .

La surpression hydrodynamique maximale, située au fond réservoir sur le parement amont du barrage, vaut donc :

$$p_{\max} \approx 0.707 \rho a_x h$$

ou en faisant intervenir l'intensité sismique, α , et en substituant $a_x = \alpha g$, on a :

$$p_{\max} \approx 0.707 \alpha \rho g h \quad (\text{I-27})$$

soit sous la forme $p_{\max} = C_{p_{\max}} \alpha \rho g h$, où $C_{p_{\max}}$ est le coefficient de surpression hydrodynamique maximale.

On remarque que les calculs du professeur Westergaard donnent (selon I-15) :

$$p_{\max} = \frac{8}{\pi^2} \left(1 - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} - \dots \right) \alpha \rho g h \quad (\text{I-28})$$

soit :

$$p_{\max} \approx 0.743 \alpha \rho g h \quad (\text{I-29})$$

En conclusion, l'écart entre les résultats des travaux des professeurs Westergaard et Von-Karman est de l'ordre de 4 à 5 %. Il est clair donc que cette approximation est excellente.

De même, l'effort de cisaillement horizontal maximal est tel que :

$$Q_x = 0.707 \frac{\pi}{4} \alpha \rho g h^2 = 0.555 \alpha \rho g h^2 \quad (\text{I-30})$$

L'expression (I-14b) de Westergaard donne :

$$Q_x = 0.543 \alpha \rho g h^2 \quad (I-31)$$

soit un écart d'environ 2%, approximation excellente aussi.

I.3. Analyse des Travaux de Chwang et Housner (1978)

Partant du principe linéaire simple de conservation de la quantité de mouvement et compte tenu des résultats obtenus dans des travaux précédents notamment ceux de Von-Karman(1933), Chwang et Housner (1978) ont étendu les travaux de Von-Karman au cas de barrage rigide à parement amont incliné à simple fruit constant.

Dans leurs travaux Chwang et Housner ont présenté une formulation analytique explicite permettant le calcul de la distribution de la surpression hydrodynamique qui s'exerce sur parement amont incliné de barrages rigides et de la résultante des forces verticales, horizontales et normales s'exerçant sur celle-ci.

I.3.1 Formulation de Chwang et Housner

Considérons un barrage à parement amont incliné à fruit constant $\frac{1}{\beta}$ (fig. I.4) :

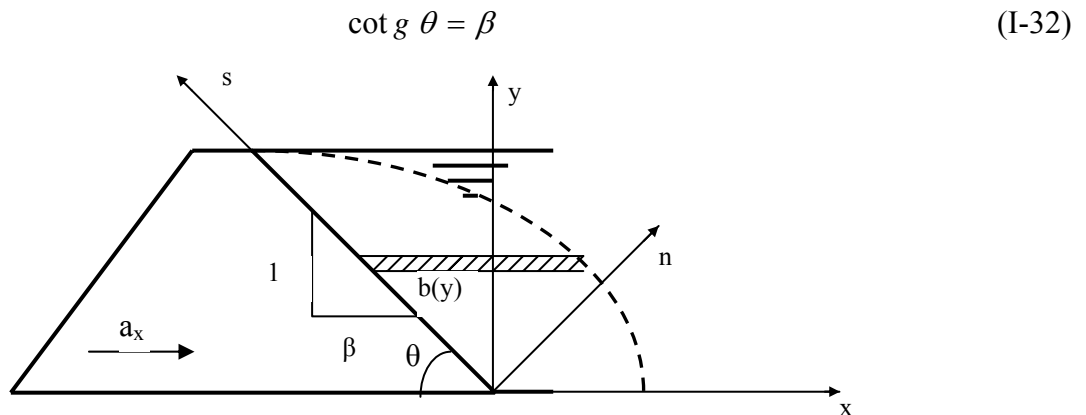


Fig. I.4 : Schéma de la masse d'eau se déplaçant avec le barrage à parement amont incliné

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

Le barrage initialement en équilibre est supposé soumis à une accélération horizontale a_x suivant la direction horizontale (axe x) durant le laps de temps Δt_0 .

La portion de fluide mise en mouvement donc par le mouvement accéléré du barrage, ou impulsion sismique, exerce sur le parement amont du barrage une surpression hydrodynamique proportionnelle à l'accélération a_x , en plus de la pression hydrostatique existante initialement et en permanence : Ceci est dit effet de masse apparente ou effet de masse ajoutée.

En effet pour l'investigation de l'effet de masse ajoutée, Chwang et Housner ont adopté le principe généralisé de conservation de la quantité de mouvement utilisé par Von-Karman (1933).

Supposons le repère intrinsèque formé par l'axe tangentiel au parement amont du barrage (axe s) et l'axe perpendiculaire à cette même face (axe n), figure I.4, et puisque le barrage est supposé rigide et que le fluide dans le réservoir est incompressible et non visqueux, la composante normale a_{x_n} (suivant la direction n) de l'accélération est donc :

$$a_{xn} = a_x \sin \theta = a_x (1 + \beta^2)^{1/2} \quad (\text{I-33})$$

avec a_{x_n} constante si l'angle θ est constant.

Pour un fluide non visqueux, la condition au limite à l'interface du système réservoir-barrage (S_d) stipule que la vitesse normale des particules fluides doit être la même que celle du barrage à tout instant. Donc :

$$a_n(x, y) = a_{xn} \quad \text{sur l'interface } (S_d) \text{ d'équation } x = -\beta y \quad (\text{I-34})$$

On peut supposer qu'ayant une accélération horizontale a_x du barrage, une masse effective de fluide de largeur $b(y)$ prend la valeur complète de l'accélération a_{xn} dans la direction n , tandis que le reste du fluide n'est pas en mouvement. Alternativement nous pouvons définir la largeur $b(y)$ par :

$$\int_{x=-\beta y}^{x=\infty} a_n(x, y) dx = b(y) a_{xn} \quad (0 \leq y \leq h) \quad (\text{I-35})$$

**Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont
des Barrages Rigides, à Fruits Composées**

Si nous désignons les composantes de l'accélération \vec{a} du fluide dans les directions x , y et s par a_x , a_y et a_s , la condition vectorielle suivante : $\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y = \vec{a}_s + \vec{a}_n$

s'écrit sous la forme projetée :

$$\begin{cases} a_x(x, y) = a_n(x, y)\sin\theta - a_s(x, y)\cos\theta \\ a_y(x, y) = a_n(x, y)\cos\theta + a_s(x, y)\sin\theta \end{cases}$$

avec la relation (I-34) le système devient :

$$\{a_x(x, y) = a_{xn}\sin\theta - a_s(x, y)\cos\theta \quad (I-36)$$

$$\{a_y(x, y) = a_{xn}\cos\theta + a_s(x, y)\sin\theta \quad (I-37)$$

La condition de continuité, équivalente à la relation (I-19) relative au cas de barrage à parement vertical, s'écrit :

$$y a_x = b a_{x_n} \cos\theta + f \sin\theta \quad (I-38)$$

Où f est défini par : $f(y) = \int_{-\beta y}^{b-\beta y} a_s(x, y) dx$ (I-39)

L'application du principe linéaire de conservation de la quantité de mouvement à la masse fluide de largeur $b(y)$ et de hauteur dy donne, selon les deux directions du repère cartésien :

$$\{p = \rho(b a_{xn}\sin\theta - f \cos\theta) \quad (I-40)$$

$$\left\{ p \cot\theta - \frac{d(pb)}{dy} = \rho(b a_{xn}\cos\theta + f \sin\theta) \quad (I-41) \right.$$

puis, en faisant des transformations mathématiques régulières sur les relations (I-32), (I-33), (I-38) et (I-40) nous obtenons :

$$p = \rho a_x (b - \beta y) \quad (I-42)$$

En substituant les expressions (I-38) et (I-40) dans l'expression (I-39) nous obtenons l'équation différentielle gouvernante permettant la détermination de la largeur $b(y)$ de la masse ajoutée ,
comme suit:

$$\beta(b - \beta y) - \frac{d[b(b - \beta y)]}{dy} = y \quad (I-43)$$

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont
des Barrages Rigides, à Fruits Composées

Sachant que la surpression s'annule à la surface libre du fluide la condition au limite pour la largeur b à la hauteur $y = h$ s'écrit alors :

$$b = \beta h \quad \text{à la surface libre } y = h \quad (\text{I-44})$$

En introduisant une nouvelle variable définie telle que :

$$A(y) = 2b - \beta y \quad (\text{I-45})$$

L'équation différentielle gouvernante (I-43) de la largeur $b(y)$ prend la forme simple suivante :

$$A \frac{dA}{dy} - \beta A = -2y \quad (\text{I-46})$$

et la condition au limite (I-44) devient :

$$A = \beta h \quad \text{à la surface libre } y = h \quad (\text{I-47})$$

La solution de l'équation différentielle (I-46) satisfaisant la condition aux limites (I-47) est donnée par l'expression suivante :

$$\text{Log}_e \left\{ \frac{A^2 - \beta A y + 2 y^2}{2 h^2} \right\} = \left\{ \frac{2 \beta}{\lambda_1} \left[\text{tg}^{-1} \frac{\beta}{\lambda_1} - \text{tg}^{-1} \left(\frac{2 A - \beta y}{\lambda_1 y} \right) \right] \right\} \quad \text{si } \beta^2 < 8 \quad (\text{I-48a})$$

$$\text{Log}_e \left\{ \frac{A^2 - \beta A y + 2 y^2}{2 h^2} \right\} = \left\{ \frac{\beta}{\lambda_2} \left[\text{Log}_e \left(\frac{\beta - \lambda_2}{\beta + \lambda_2} \right) - \text{Log}_e \left(\frac{2 A - \beta y - \lambda_2 y}{2 A - \beta y + \lambda_2 y} \right) \right] \right\} \quad \text{si } \beta^2 > 8 \quad (\text{I-48b})$$

$$\text{avec, } \lambda_1 = \left(8 - \beta^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{et } \lambda_2 = \left(\beta^2 - 8 \right)^{\frac{1}{2}}$$

L'expression (I-48) permet de déterminer la variable $A(y)$ et, en introduisant le changement de variable défini par (I-45), la forme de la masse fluide ajoutée, $b(y)$, est donnée par une fonction

**Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont
des Barrages Rigides, à Fruits Composées**

implicite de y ; en particulier, pour $y = 0$, l'expression (I-48) donne une expression explicite de la largeur $b(0) = b_0$, telle que :

$$\frac{b_0}{h} = \left\{ \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} \exp \left[-\frac{\beta}{\lambda_1} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\beta}{\lambda_1} \right) \right) \right] \right\} \text{ si } \beta^2 < 8 \quad (\text{I-49b})$$

$$\frac{b_0}{h} = \left\{ \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} \left[\frac{\beta - \lambda_2}{\beta + \lambda_2} \right] \frac{\beta \lambda_2}{2} \right\} \text{ si } \beta^2 > 8 \quad (\text{I-49b})$$

Pour les faibles valeurs de β , l'expression (I-49a) devient :

$$\frac{b_0}{h} = \frac{1}{\frac{1}{2^2}} \left[1 - \frac{\pi}{\frac{1}{4 \cdot 2^2}} \beta + \frac{\pi^2 + 8}{64} \beta^2 - \dots \right] \quad \beta \ll 1 \quad (\text{I-50})$$

qui se réduit, considérablement, au résultat déjà vu de Von-Karman pour $\beta=0$ ($\theta=\pi/2$) :

$$\frac{b_0}{h} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707 \quad (\text{I-51})$$

Quand $\beta \rightarrow \infty$, ($\theta = 0$), l'expression (I-49b) indique que :

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} \left(\frac{b_0}{h} \right) = 0 \quad (\text{I-52})$$

Lorsque $\beta^2=8$, les relations (I-49a) et (I-49b) prennent la même valeur limite pour b_0 , soit :

$$\lim_{\beta^2 \rightarrow 8} \left(\frac{b_0}{h} \right) = 0.260 \quad (\text{I-53})$$

Le coefficient de surpression C_p défini par :

$$p = C_p \rho a_x h \quad (\text{I-54})$$

est lié à $A(y)$, à partir des relations (I-42) et (I-45), par :

$$C_p = \frac{A - \beta y}{2h} \quad (\text{I-55})$$

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

En particulier, pour une valeur de $\theta = 90^\circ$ correspondant au cas de parement vertical (c'est à dire à une pente telle que $\beta=0$), les relations (I-48a) et (I-55) donnent :

$$C_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (I-56)$$

Pour une valeur fixée de θ , la surpression atteint une valeur maximale au fond du réservoir (à $y = 0$), soit :

$$C_{p \max} = \frac{b_0}{h} \quad (I-57)$$

$\frac{b_0}{h}$ est donnée par la relation (I-49).

Le fait que la surpression hydrodynamique atteint son maximum à $y=0$ pour θ fixée (c'est à dire β fixée) peut être vérifié aisément à partir des relations (I-48) et (I-55) puisque :

$$\frac{dA}{dy} = \beta, \quad \frac{dC_p}{dy} = 0, \quad \text{et} \quad \frac{d^2 C_p}{d y^2} < 0 \quad \text{en ce point (c'est à dire à } y = 0).$$

La résultante des charges verticales sur le barrage incliné peut être obtenue simplement par intégration de la relation (I-42) comme suit:

$$Q_y = \int_0^h p \left[\frac{dy}{\sin \theta} \right] \cos \theta = \beta \rho a_x \int_0^h (b - \beta y) dy \quad (I-58)$$

La relation (I-43) donne, par application de la condition au limite (I-44) :

$$\beta \int_0^h (b - \beta y) dy = \frac{1}{2} h^2 - b_0^2 \quad (I-59)$$

A partir de la relation (I-59), la relation (I-58) se réduit à :

$$Q_y = C_y \rho a_x h^2 \quad \text{avec,} \quad C_y = \frac{1}{2} - \left(\frac{b_0}{h} \right)^2 \quad : \text{coefficient des forces verticales} \quad (I-60)$$

où $\frac{b_0}{h}$ est déterminé à partir de la relation (I-49).

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont
des Barrages Rigides, à Fruits Composées

De manière analogue, la résultante des charges horizontales s'exerçant sur le parement amont du barrage est donnée par :

$$Q_x = C_x \rho a_x h^2 \quad \text{avec, } C_x = \frac{C_y}{\beta} : \text{coefficient des forces horizontales} \quad (\text{I-61})$$

et la résultante des charges normales est donnée par :

$$Q_n = C_n \rho a_0 h^2 \quad \text{avec, } C_n = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} \quad (\text{I-62})$$

C_n : coefficient des forces normales.

Lorsque le parement amont du barrage est vertical, les relations (I-61), (I-62) et (I-49) donnent :

$$\begin{cases} C_x = C_n = \frac{\pi}{4.2^2} = 0.555 \\ C_y = 0 \end{cases} \quad \text{pour } \beta = 0 \quad (\text{I-63})$$

ce qui correspond exactement au résultat de Von-Karman

Lorsque le parement amont du barrage s'approche de l'horizontale les relations précédentes deviennent :

$$\begin{cases} C_x = 0 \\ C_y = C_n = 0.5 \end{cases} \quad \text{pour } \beta \rightarrow \infty \quad (\text{I-64})$$

résultat auquel on peut s'attendre par intuition physique.

En conclusion, on peut dire que l'effet de masse ajoutée dû à l'accélération horizontale d'un barrage à parement amont incliné à fruit constant, a été résolu analytiquement par Chwang et Housner en étendant l'application du principe de conservation de la quantité de mouvement associé au principe de conservation de la masse utilisé par Von-Karman.

Les résultats obtenues lors de cette étude par Chwang et Housner concordent naturellement bien avec les résultats des travaux de Von-Karman, dans le cas d'un barrage à parement amont vertical.

I.4. Résolution par transformation conforme

La notion de transformation conforme est l'une des plus importantes en mathématiques. Née de représentation physique, elle a de nombreuses applications fondamentales dans les différents domaines de la physique appliquée. En effet, la méthode des représentations conformes résout d'une manière concluante les problèmes pratiques de l'hydrodynamique, de l'aérodynamique, de la théorie de l'élasticité, des théories de champs électrostatiques, magnétique et thermiques [Lavrentiev et Chabat 1972 ;1980].

Le mérite tout particulier en revient à Euler (1707-1783) qui doit être considéré comme l'un des fondateurs de la théorie des fonctions d'une variable complexe. Il ouvrit aussi par ses nombreux travaux l'ère de leurs applications en hydrodynamique (1755 –1757) et en cartographie (1777). D'autres personnalités tel que D'Alembert, Cauchy, Gauss et Weirstrass ont participé largement au développement de la théorie complexe. Cependant, Reimann (1826 – 1866) a eu l'honneur d'argumenter les questions géométriques de la théorie des fonctions et leurs applications.

A partir de là, les représentations conformes sont largement appliquées comme instrument d'études de la mécanique des milieux continus. Parmi les promoteurs citons Joukowsky, Tchaplguine, Schwartz et Christoffel en hydrodynamique et Kolossov et Moushelichvici en théorie de l'élasticité [Lavrentiev,1972 ;1980].

Dans cette partie de la thèse nous présentons l'analyse des travaux de Chwang (1978) et Liu (1986) ayant pour objectif la détermination de la distribution de la surpression sur un parement amont à fruits constant de barrages rigides par la théorie bidimensionnelle de la variable complexe des écoulements potentiels.

I.4.1 Analyse des Travaux de Chwang (1978)

Nous avons analysé et exposé les travaux de Chwang-Housner (1978) qui ont présenté une formulation analytique explicite de la variable réelle permettant le calcul de la distribution de la surpression hydrodynamique sur un parement amont incliné à fruit constant de barrages rigides et de sa résultante.

Nous présentons ici l'analyse de Chwang(1978) sur le même cas de barrage effectué à l'aide de la transformation conforme de Schwartz-Christoffel utilisant la théorie de la variable complexe.

L'objectif de cette partie donc est de présenter une solution intégrale de la distribution des surpressions, dues à des forces sismiques, sur barrages rigides à parement amont inclinés à fruits uniformes et basée sur la théorie du potentiel bidimensionnel.

I.4.2 Formulation intégrale

Dans sa formulation Chwang(1978) a repris les mêmes hypothèses de base relatives au système fondation – barrage – fluide et la même caractéristique de l'impulsion sismique, accélération horizontale constante (c'est à dire telle que les perturbations de la surface libre sont négligeables) que celles relatives à ses travaux avec Housner.

Les équations des forces sismiques sur barrage rigide et parement amont incliné à fruit constant sont résolus par la théorie de l'écoulement potentiel bidimensionnel par une formulation intégrale.

La distribution des surpressions hydrodynamiques le long du parement amont et la résultante des charges horizontales, verticales et normales sur le parement amont du barrage sont calculées à partir de la solution intégrale.

I.4.2.1 Théorie appliquée de l'écoulement potentiel bidimensionnel

Comme lors de ses travaux avec Housner, Chwang (1978) a supposé le parement amont du barrage avec un fruit constant $1/\beta$ (fig. I.6). Désignons l'angle entre l'interface fluide - structure et à la surface libre $\theta = (\tilde{\alpha}\pi)$, alors:

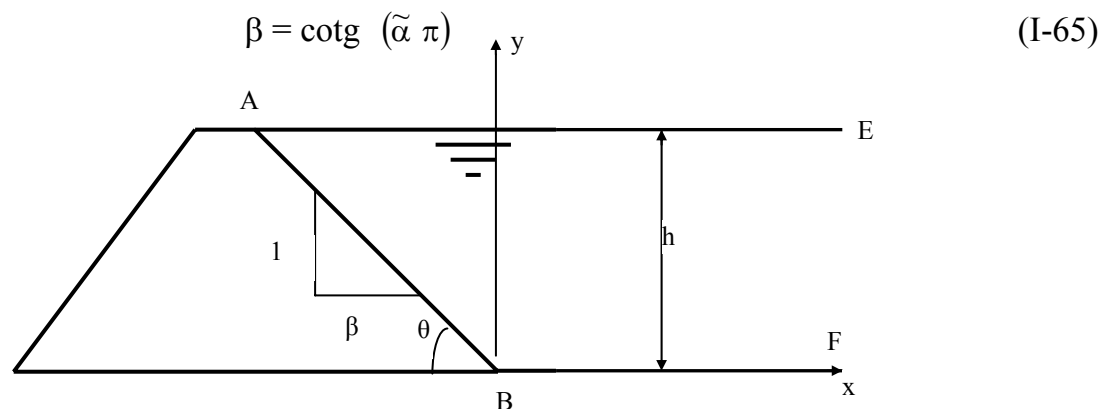


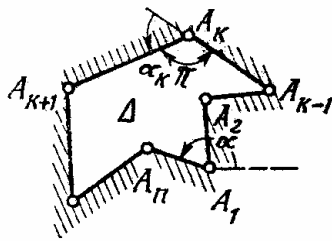
Fig. I.6a: Schéma du système Barrage-Réservoir d'eau

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composés

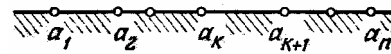
Le fluide dans le réservoir est limité au fond par un plan horizontal $y = 0$ et en haut par la surface libre $y = h$.

Les parements (digue, fondation et rives) du réservoir sont supposés rigides et soumis à une accélération horizontale constante, a_x , dans la direction $x-x$ d'une durée supposée suffisamment courte pour que la perturbation à la surface libre puisse être négligée. Cette hypothèse est justifiée dans le cas d'une impulsion sismique [Davidovici,1985 ; Thomas,1979].

La transformation qui réalise le passage du demi-plan supérieur $\text{Im}(\zeta)$ sur l'intérieur du polygone borné d'angles aux sommets $(\tilde{\alpha}_k \pi); k=1,2,3,\dots,n$ donnée par la fonction $z=f(\zeta)$ est appelée transformation conforme de Schwartz-Christoffel.



Polygone
Plan $z(x, y)$



transformée
Plan $\zeta(\text{ksi eta})$

En utilisant donc la transformation conforme de Schwartz-Christoffel donnée par l'équation:

$$z=f(\zeta)=c_1 \int_{\zeta_0}^{\zeta} (\zeta-a_1)^{\tilde{\alpha}_1-1} (\zeta-a_2)^{\tilde{\alpha}_2-1} \dots (\zeta-a_n)^{\tilde{\alpha}_n-1} d\zeta + c_2 \quad (\text{I-65b})$$

Où ζ_0 , c_1 et c_2 sont des constantes de la variable complexe et

$\tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_2 + \tilde{\alpha}_3 + \dots + \tilde{\alpha}_n = n - 2$: (relation géométrique entre angles du polygone fermé à n cotés).

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

On obtient, pour ce problème, une intégrale elliptique de première espèce sous forme de Legendre [Lavrentiev,1972] :

$$z = \frac{h}{\pi} \int_1^{\zeta} \left(\frac{\zeta}{\zeta-1} \right)^{\alpha} \frac{d\zeta}{\zeta} \quad (\text{I-66})$$

avec, $z = x + i.y$ $i^2 = -1$

La moitié supérieure du plan ($\zeta = \xi + i.\eta$) est transformée en la région occupé par le fluide (Fig. I.6b). Les points A et B dans le plan physique sont transformés en $\zeta = 0$ et $\zeta = 1$ respectivement. L'infinité de points sur la surface libre (E) et la base du réservoir (F) sont transformés en une infinité de points dans le plan ζ respectivement le long des parties négatives et positives de l'axe réel ξ . La branche réelle dans le plan ζ est alors choisie de telle manière que l'argument de la variable entre parenthèses en (I-66) s'annule quand ζ tend vers l'infini.

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

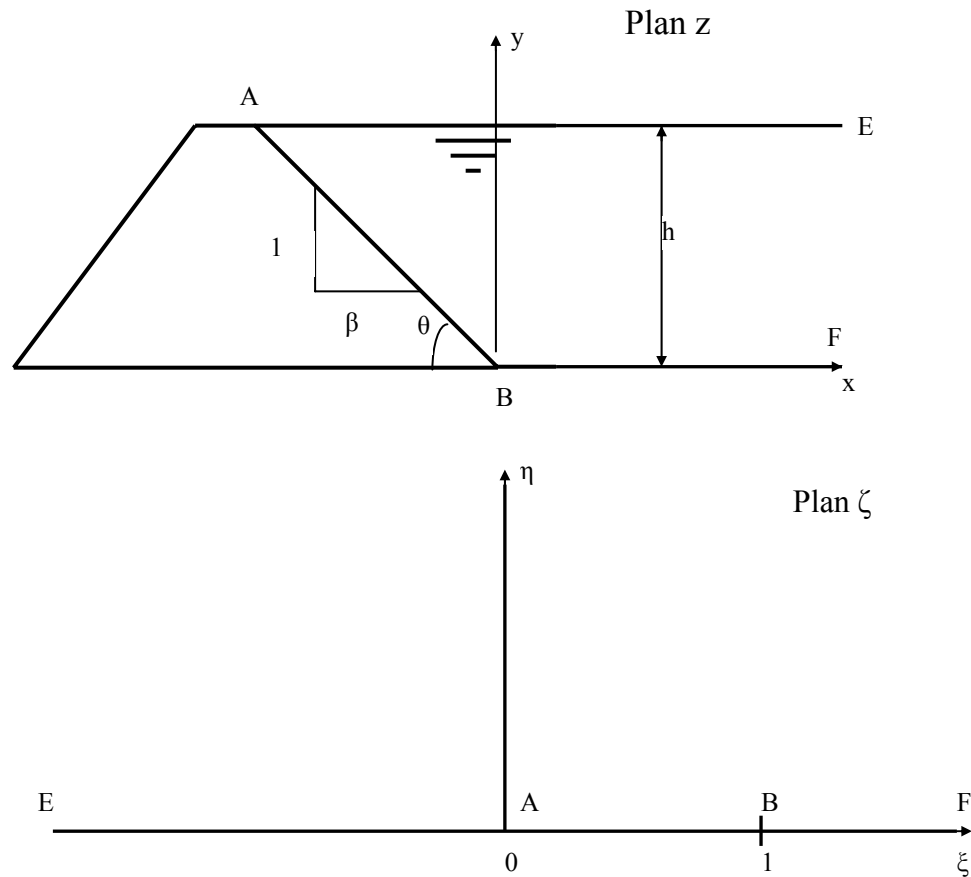


Fig. I.6b: Transformation conforme du Réservoir d'eau du plan z (supérieur) au demi-plan supérieur ζ (inférieur)

Puisque le fluide dans le réservoir est supposé incompressible et non visqueux, la surpression hydrodynamique p (en surplus de la pression hydrostatique) causée par l'accélération horizontale a_x du barrage satisfait l'équation de Laplace [Lavrentiev,1972 ;1980 ; Zienkiewicz and Nath,1963].

Si nous introduisons la fonction complexe \bar{p} conjuguée de p , nous pouvons construire la fonction analytique $f(z)$ définie par :

$$f(z) = p(z) + i \cdot \bar{p}(z) \quad (\text{I-67})$$

, qui est aussi analytique dans le plan ζ .

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont
des Barrages Rigides, à Fruits Composées

Sur la surface libre ($\xi = 0$), la pression p s'annule. Au fond du réservoir ($\xi > 1, \eta = 0$), nous avons $\nabla p \cdot \vec{n} = 0$, c'est à dire \bar{p} est constant.

En supposant $\bar{p} = 0$, pour $\zeta > 1$ le long de l'axe réel positif, le problème ne perd pas de sa généralité.

Par contre, sur le parement amont incliné du barrage, $\nabla p \cdot \vec{n} = 0$ prend la valeur constante $-\rho \cdot a_x \cdot s \cdot \sin(\tilde{\alpha} \cdot \pi)$ dans le plan z .

En désignant la distance le long de cette face inclinée mesurée à partir de la base par s , la condition de Cauchy-Reimann $\nabla p \cdot \vec{n} = \nabla \bar{p} \cdot \vec{s}$ donne $\bar{p} = -\rho \cdot a_x \cdot s \cdot \sin(\tilde{\alpha} \cdot \pi)$ le long de cette face inclinée, ($0 < \zeta < 1$).

Donc, le long de l'axe réel du plan ζ , nous avons :

$$\operatorname{Re}[f(\zeta)] = 0 \quad (-\infty < \zeta < 0) \quad (\text{I-68a})$$

$$\operatorname{Im}[f(\zeta)] = -\rho a_x s \sin(\tilde{\alpha} \pi) \quad \text{si } 0 < \zeta < 1 \quad (\text{I-68b})$$

$$\operatorname{Im}[f(\zeta)] = 0 \quad \text{si } 1 < \zeta < \infty \quad (\text{I-68c})$$

où la distance s est donnée par l'intégrale elliptique paramétrée de première espèce de type Legendre (I-66) telle que:

$$s(\xi) = -\frac{h}{\pi} \int_{\xi}^1 \left(\frac{t}{1-t} \right)^{\tilde{\alpha}} \frac{dt}{t} \quad (0 < \xi < 1) \quad (\text{I-69})$$

Les expressions (I-68a,b,c) représentent une condition au limite couplée pour la fonction $f(\zeta)$.

Cependant, si on introduit une nouvelle fonction analytique auxiliaire $g(\zeta)$ définie par :

$$g(\zeta) = \zeta^{-\frac{1}{2}} f(\zeta) \quad (\text{I-70})$$

branche positive de la fonction racine carré, l'expression (I-68) devient une condition au limite découplé (ou mixte) pour $g(\zeta)$.

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont
des Barrages Rigides, à Fruits Composées

Les conditions aux limites deviennent donc pour ζ réel :

$$\text{Im}[g(\zeta)] = -\rho a_x \zeta^{-\frac{1}{2}} s(\zeta) \sin(\tilde{\alpha}\pi) \quad \text{si } 0 < \zeta < 1 \quad (\text{I-71a})$$

$$\text{Im}[g(\zeta)] = 0 \quad \text{sinon} \quad (\text{I-71b})$$

La fonction $g(\zeta)$ régulière dans la moitié supérieure du plan ζ s'annule à l'infini et peut être obtenue par la formule intégrale de Poisson [Smirnov, 1979] ou de Reimann-Hilbert [Liu, 1986]:

$$g(\zeta) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Im}[g(\xi)] d\xi}{\xi - \zeta} \quad (\text{I-72})$$

En substituant les expressions (I-70) et (I-71) dans l'expression (I-72) nous obtenons la fonction analytique suivante :

$$f(\zeta) = -\frac{1}{\pi} \cdot \rho a_x \cdot \zeta^{\frac{1}{2}} \cdot \sin(\tilde{\alpha}\pi) \int_0^1 \frac{s(\xi) d\xi}{\xi^2 \cdot (\xi - \zeta)} \quad (\text{I-73})$$

La surpression hydrodynamique sur le parement amont à fruit constant du barrage rigide est donnée par la partie réelle de la fonction analytique $f(\zeta)$ pour ($0 < \zeta < 1$).

A partir des relations (I-69) et (I-73), nous obtenons l'expression de la surpression hydrodynamique $p(\xi)$ sur le parement amont sous la forme suivante :

$$p(\xi) = -\frac{1}{\pi} \cdot \rho a_x h^{\frac{1}{2}} \cdot \sin(\tilde{\alpha}\pi) v_p \int_0^1 \left[\frac{t}{t-1} \right]^{\tilde{\alpha}} \cdot \ln \left| \frac{\frac{1}{t^2} + \frac{1}{\xi^2}}{\frac{1}{t^2} - \frac{1}{\xi^2}} \right| \frac{dt}{t} \quad (\text{I-74})$$

avec, $(0 < \xi < 1)$ et t variable muette

où v_p désigne la valeur principale de l'intégrale au sens de Cauchy [Smirnov, 1979].

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont
des Barrages Rigides, à Fruits Composées

Pour les nécessités de calcul , l'expression (I-74) peut être exprimée sous différentes formes. En effet en la différenciant par rapport ξ , nous obtenons :

$$\frac{dp(\xi)}{d\xi} = \frac{\rho \cdot a_x \cdot h \cdot \sin(\tilde{\alpha} \cdot \pi)}{\pi^2 \xi^2} \cdot v_p \cdot \int_0^1 \left[\frac{t}{1-t} \right]^{\tilde{\alpha}} \cdot \frac{dt}{t^2(t-\xi)} \quad (I-75a)$$

L'expression sous l'intégrale dans (I-75a) admet trois pôles dans le plan complexe, à savoir l'origine, $t = 1$ et l'infini.

Par intégration curviligne autour de la branche qui lie ces trois pôles et le long d'un cercle de grand rayon (fig. I.7), nous pouvons simplifier l'expression (I-75a) comme suit:

$$\frac{dp(\xi)}{d\xi} = \frac{\rho \cdot a_x \cdot h}{\pi^2} \left[\frac{1}{\xi^2} \int_0^\infty \left[\frac{t}{t+1} \right]^{\tilde{\alpha}} \cdot \frac{dt}{t^2(t+\xi)} - \frac{\pi \cdot \cos(\tilde{\alpha} \pi)}{\xi} \left(\frac{\xi}{1-\xi} \right)^{\tilde{\alpha}} \right] \quad (I-75b)$$

En intégrant l'expression (I-75b) et en utilisant l'expression (I-69) avec quelques transformations mathématiques régulières , nous obtenons une autre forme de l'expression (I-74) plus adéquate au calcul numérique. Cette expression peut être écrite tel que:

$$p(\xi) = \rho \cdot a_x \cdot h \cdot \left[\frac{4}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{\xi}{\xi + t g 2\theta} \right]^{\tilde{\alpha}} \cdot \frac{\theta \cdot d\theta}{\sin\theta \cdot \cos\theta} - \cot g(\tilde{\alpha} \pi) + \frac{\cos(\tilde{\alpha} \cdot \pi)}{h} \cdot s(\xi) \right] \text{ avec } 0 < \xi < 1 \quad (I-76)$$

expression qu'on peut mettre sous la forme :

$$p(\xi) = \rho \cdot a_x \cdot h \cdot c_p(\xi) \quad (I-77)$$

$$\text{avec } C_p(\xi) = \left[\frac{4}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{\xi}{\xi + t g 2\theta} \right]^{\tilde{\alpha}} \cdot \frac{\theta \cdot d\theta}{\sin\theta \cdot \cos\theta} - \cot g(\tilde{\alpha} \pi) + \frac{\cos(\tilde{\alpha} \cdot \pi)}{h} \cdot s(\xi) \right] \text{ avec } 0 < \xi < 1$$

où $C_p(\xi)$ désigne le coefficient de distribution de la surpression le long du parement amont en fonction du paramètre ξ .

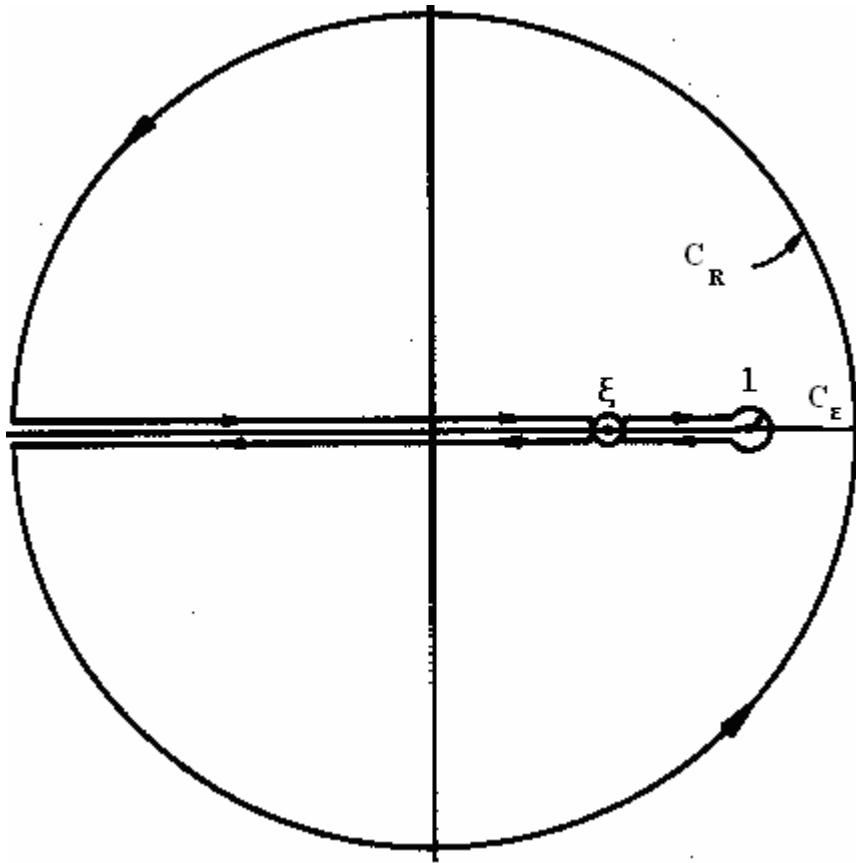


Fig. I.7 : Contours et branches d'intégration

La résultante des forces de surpression le long de la normale au parement est donnée par intégration de l'expression (I-76) dans le plan z tel que :

$$Q_n = \int_0^{\tilde{\alpha}} \frac{h}{\sin(\tilde{\alpha}\pi)} p \cdot ds = \frac{h}{\pi} \int_0^1 \left[\frac{\xi}{1-\xi} \right]^{\tilde{\alpha}} \cdot \frac{p(\xi)}{\xi} \cdot d\xi \quad (I-78)$$

Cette expression se réduit en utilisant les expressions (I-76) et (I-78) à :

$$Q_n = C_n \cdot \rho \cdot a_x \cdot h^2 \quad (I-79)$$

où le coefficient de la force normale , C_n , est calculé par:

$$C_n = \frac{4}{\pi^3} \int_0^1 \left[\frac{\xi}{1-\xi} \right]^{\tilde{\alpha}} \cdot \frac{d\xi}{\xi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{\xi}{\xi + \operatorname{tg} 2\theta} \right]^{\tilde{\alpha}} \cdot \frac{2 \cdot \theta \cdot d\theta}{\sin 2\theta} \cdot \frac{\cot g \tilde{\alpha}\pi}{2 \sin \tilde{\alpha}\pi} \quad (I-80)$$

Les résultantes, horizontale et verticale, des forces sur le parement amont du barrage se déduisent de l'expression (I-79) comme suit :

$$Q_x = c_x \cdot \rho \cdot a_x \cdot h^2 \quad \text{avec } c_x = c_n \sin(\tilde{\alpha}\pi) \quad (\text{I-81})$$

$$Q_y = c_y \cdot \rho \cdot a_y \cdot h^2 \quad \text{avec } c_y = c_n \cos(\tilde{\alpha}\pi) \quad (\text{I-82})$$

Ces différentes expressions peuvent être évaluées au moyen d'un calculateur digital.

I.4.3 Analyse des travaux de Liu (1986)

Dans cette partie, nous avons analysé les travaux de Liu qui se résument comme suit :

Une résolution analytique du problème plan des surpressions hydrodynamiques induites par une accélération sismique oblique, dans le plan vertical, sur barrage rigide à parement amont de fruit constant avec réservoir de mobilisation hydraulique de forme triangulaire à fond incliné, est effectuée à travers une formulation intégrale basée aussi sur les transformations conformes de Swartz-Christoffel. Nous présentons cette analyse dans ce chapitre où deux aspects importants du problème sont mis en évidence: effet de la forme ou relief du fond du réservoir et effet d'une accélération oblique.

I.4.3.1 Formulation théorique

En suivant Liu dans son travail, considérons un barrage rigide à parement amont de forme arbitraire (S_a) et de fond à relief (S_b) arbitraire aussi (Fig. I.8).

La surface libre non perturbée, c'est à dire initiale, est définie par : $y = h$; Le fond du réservoir est noté S_b ; Le système barrage-réservoir est supposé soumis à l'effet d'une accélération constante de direction oblique faisant un angle γ avec l'axe X-X dans le plan vertical.

En supposant ,toujours, que le fluide dans le réservoir est incompressible et non-visqueux; la surpression hydrodynamique p satisfait l'équation de Laplace.

De même, si la durée de l'accélération est suffisamment courte, cas de l'impulsion sismique, les perturbations de la surface libre générées sont faibles et négligeables.

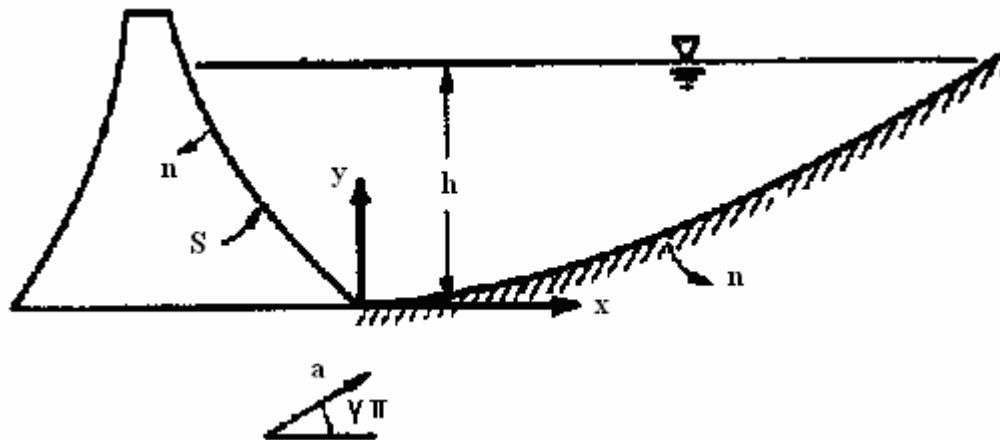


Fig. I.8: Diagramme Schématique du système Barrage-Réservoir

La seule condition aux limites à la surface libre nécessite que la surpression hydrodynamique soit nulle :

$$p=0 \text{ à } y=h \quad (\text{I-83})$$

tandis qu'aux interfaces, dioptries fluide – structure, on a :

$$\frac{\partial p}{\partial n_d} = -\rho \bar{a} \bar{n}_d \quad \text{sur } S_d \quad (\text{I-84})$$

$$\frac{\partial p}{\partial n_b} = -\rho \bar{a} \bar{n}_b \quad \text{sur } S_b \quad (\text{I-85})$$

où $\bar{a} (a_0 \cos \gamma, a_0 \sin \gamma)$ et \bar{n}_d et \bar{n}_b sont les vecteurs unitaires normaux dirigés vers l'extérieur le long du parement du barrage et du réservoir respectivement. Dans le cas où la profondeur d'eau est constante, le réservoir devient un canal semi- infini. La surpression hydrodynamique s'annule quand $x \rightarrow \infty$.

I.4.3.2. Solution analytique

Une solution pour le système général barrage-réservoir décrit précédemment est obtenue pour un problème à géométrie simple. Comme représenté en figure I.9a, le parement amont du barrage est supposé plan d'équation:

$$y=x.tg\tilde{\alpha}\pi \quad \text{sur } S_d \quad (\text{I-86})$$

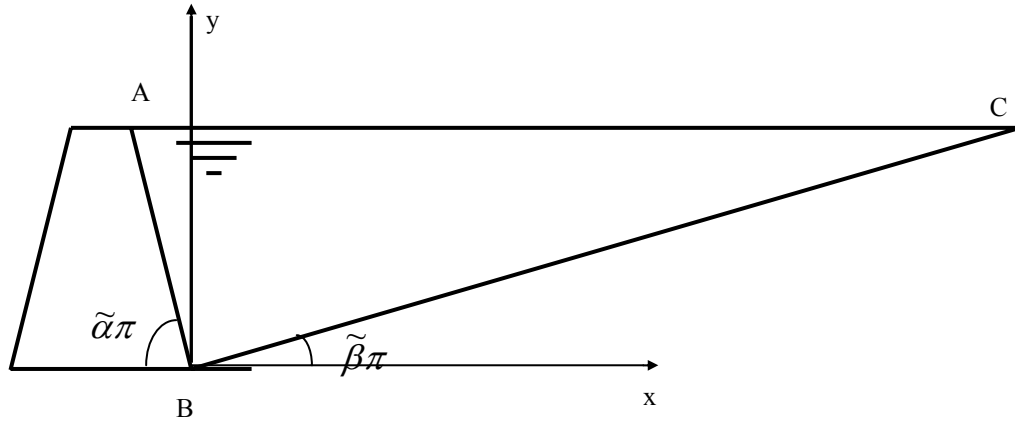


Fig. I.9a: Transformation conforme du Réservoir d'eau du plan z (supérieur) au demi-plan supérieur ξ (inférieur)

le fond du réservoir est aussi plan et est exprimé tel que:

$$y = x \cdot \text{tg} \tilde{\beta} \pi \quad \text{sur } S_b \quad (\text{I-87})$$

où $0 < \tilde{\alpha} \leq \frac{1}{2}$ et $0 < \tilde{\beta} \leq \frac{1}{2}$

Dans le cas où $\tilde{\beta} = 0$, la profondeur du réservoir devient constante et le domaine réservoir s'étend à l'infini ($x \rightarrow \infty$).

Les conditions aux limites le long des surfaces solides peuvent être réduite, à partir des expressions (I-84), (I-85), (I-86) et (I-87), à :

$$\frac{\partial p}{\partial n_a} = \rho \cdot a \cdot \sin (\tilde{\alpha} + \tilde{\beta}) \pi \quad \text{sur } S_a \quad (\text{I-88})$$

$$\frac{\partial p}{\partial n_b} = \rho \cdot a \cdot \sin (\tilde{\beta} - \tilde{\gamma}) \pi \quad \text{sur } S_b \quad (\text{I-89})$$

En introduisant la fonction complexe \bar{p} conjuguée de p , nous pouvons construire la fonction analytique de la forme (I-67): $f(z) = p + i \cdot \bar{p}$ avec $z = x + i \cdot y$ (I-90)

et en utilisant la condition de Cauchy-Reimann, les conditions aux limites (I-88) et (I-89) peuvent être réécrite tel que :

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

$$\bar{p} = -\rho \cdot a \cdot s \cdot \sin(\tilde{\alpha} + \tilde{\beta})\pi \text{ sur } S_d \quad (I-91)$$

$$\bar{p} = -\rho \cdot a \cdot \tilde{s} \cdot \sin(\tilde{\beta} - \tilde{\gamma})\pi \text{ sur } S_b \quad (I-92)$$

où, s mesure la distance à partir de l'origine des coordonnées (point B) à tout point du parement amont du barrage et \tilde{s} représente la distance le long du fond du réservoir mesuré à partir de l'origine.

En utilisant la transformation conforme suivante :

$$z = K \int_1^{\xi} t^{\tilde{\alpha}-1} (t-1)^{\tilde{\delta}-1} dt \text{ avec } \tilde{\alpha} + \tilde{\beta} + \tilde{\delta} = 1 \quad (I-93)$$

donnée par le théorème Schwartz-Christoffel, nous pouvons transformer le domaine réservoir-fluide du plan physique en un demi plan du plan image ζ (Fig. I.9b).

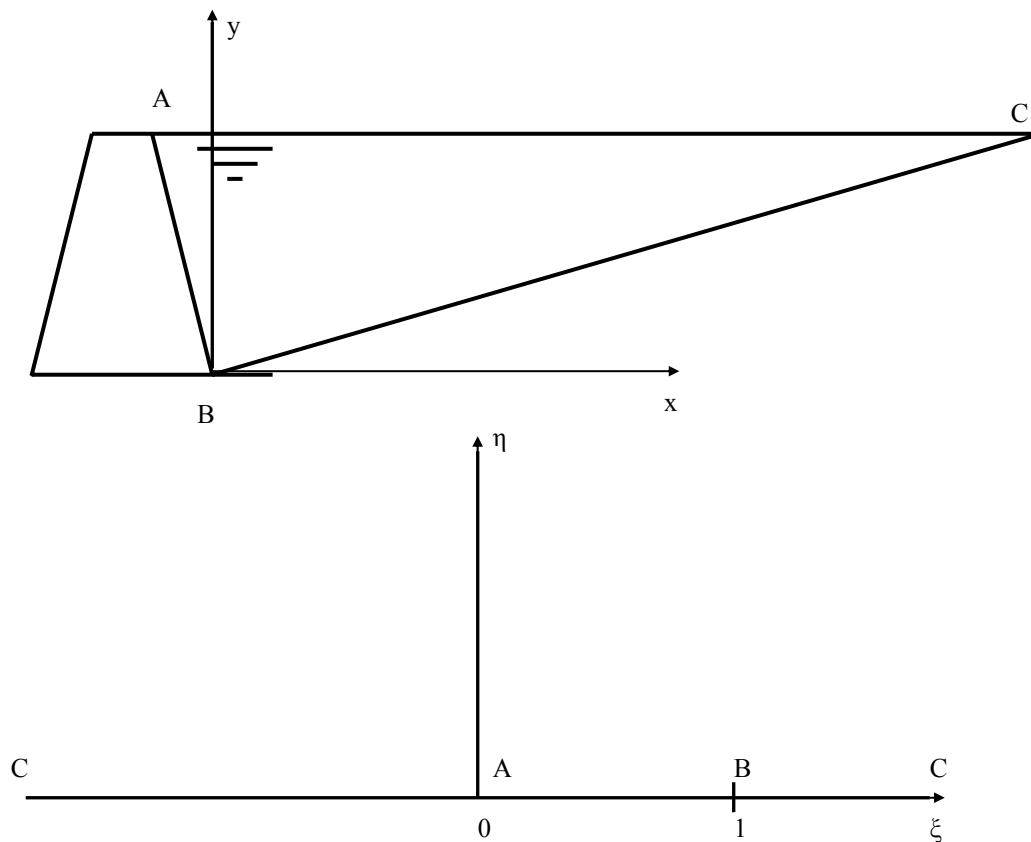


Fig. I.9b: Transformation conforme du Réservoir d'eau du plan z (supérieur) au demi-plan supérieur ξ (inférieur)

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont
des Barrages Rigides, à Fruits Composées

Les points A et B sont transformés aux points $\xi = 0$ et $\xi = 1$ respectivement.

Le point C est transformé aux points sis à l'infini, le long des axes négatifs et positifs.

La constante complexe K dans la formule (I-93) détermine l'échelle et l'orientation du triangle ABC dans le plan (z) et est donnée par :

$$K = \exp(i\pi\tilde{\beta}) \left(\frac{h\pi}{\sin \tilde{\alpha}\pi \sin \tilde{\beta}\pi} \right) \left(\frac{1}{\Gamma(\tilde{\alpha}) \Gamma(\tilde{\beta}) \Gamma(\tilde{\delta})} \right) \quad (I-94)$$

avec $\Gamma(\)$ désigne la fonction gamma [Murray,1974 ;Schwartz,1965].

A partir des expressions (I-83), (I-90), (I-91) et (I-92), le long de l'axe réel dans le plan image (ξ), nous avons :

$$Re f(\xi) = 0 \text{ avec } (-\infty < \xi < 0) \quad (I-95)$$

$$Im = -\rho \cdot a \cdot s(\xi) \sin(\tilde{\alpha} + \tilde{\beta})\pi \text{ avec } (0 < \xi < 1) \quad (I-96)$$

$$Im = -\rho \cdot a \cdot \tilde{s}(\xi) \sin(\tilde{\beta} - \tilde{\gamma})\pi \text{ avec } (1 < \xi < \infty) \quad (I-97)$$

ou s et \tilde{s} sont données par l'expression (I-93) tel que :

$$s = K \exp(-i\pi\tilde{\beta}) \int_{\xi}^1 t^{\tilde{\alpha}-1} (1-t)^{\tilde{\delta}-1} dt \text{ avec } (0 < \xi < 1) \quad (I-98)$$

$$\tilde{s} = K \exp(-i\pi\tilde{\beta}) \int_{\xi}^1 t^{\tilde{\alpha}-1} (1-t)^{\tilde{\delta}-1} dt \text{ avec } (0 < \xi < \infty) \quad (I-99)$$

Remarquons que : $K \exp(-i\pi\tilde{\beta})$ est une constante réelle.

Les expressions (I-95), (I-96) et (I-97) constituent les conditions aux limites mixtes pour la fonction analytique $f(\xi)$.

Cependant si nous introduisons , de même, une fonction analytique auxiliaire d'expression comparable à celle de (I-71) :

$$g(\xi) = \xi^{-\frac{1}{2}} f(\xi) \quad (I-100)$$

branche positive de la fonction racine carrée, les conditions aux limites deviennent donc pour ξ réel tel que :

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont
des Barrages Rigides, à Fruits Composées

$$\text{Im} f(\zeta) = 0 \text{ avec } (-\infty < \xi < 0) \quad (\text{I-101})$$

$$\text{Im} f(\zeta) = -\rho a \xi^{-\frac{1}{2}} s(\xi) \sin(\tilde{\alpha} + \tilde{\gamma}) \pi \text{ avec } (0 < \xi < 1) \quad (\text{I-102})$$

$$\text{Im} f(\zeta) = -\rho a \xi^{-\frac{1}{2}} \tilde{s}(\xi) \sin(\tilde{\beta} - \tilde{\gamma}) \pi \text{ avec } (0 < \xi < \infty) \quad (\text{I-103})$$

et en utilisant le théorème de Riemann – Hilbert [Smirnov,1979], nous pouvons exprimer la fonction analytique $g(\zeta)$ régulière dans le demi plan ζ supérieur tel que :

$$g(\zeta) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Im} g(\xi) d\xi}{\xi - \zeta} \quad (\text{I-104})$$

la substitution des expressions (I-101), (I-102) et (I-103) dans l'expression (I-104) donne l'expression de la fonction analytique cherchée :

$$f(\zeta) = \frac{-\rho a}{\pi} \zeta^{1/2} \left\{ \sin(\tilde{\alpha} + \tilde{\gamma}) \pi \int_0^1 \frac{s(\xi) d\xi}{\xi^2 (\xi - \zeta)} + \sin(\tilde{\beta} - \tilde{\gamma}) \pi \int_1^{\infty} \frac{\tilde{s}(\xi) d\xi}{\xi^{1/2} (\xi - \zeta)} \right\} \quad (\text{I-105})$$

La surpression hydrodynamique qui s'exerce sur le parement amont du barrage est donnée par la partie réelle de la fonction analytique $f(\xi)$ dans l'intervalle $(0 < \xi < 1)$.

En utilisant les expressions (I-98) et (I-99) dans l'expression (I-105), et en intégrant par partie, nous obtenons :

$$p(\xi) = \frac{K e^{-i\pi\beta}}{\pi} \rho a \left\{ \sin(\tilde{\alpha} + \tilde{\beta}) \pi \cdot v_p \int_0^1 t^{\tilde{\alpha}-1} (t-1)^{\tilde{\delta}-1} \ln \left| \frac{t^{\frac{1}{2}} + \zeta^{\frac{1}{2}}}{t^{\frac{1}{2}} - \zeta^{\frac{1}{2}}} \right| dt - \sin(\tilde{\beta} - \tilde{\gamma}) \pi \cdot v_p \int_1^{\infty} t^{\tilde{\alpha}-1} (t-1)^{\tilde{\delta}-1} \ln \left| \frac{t^{\frac{1}{2}} + \zeta^{\frac{1}{2}}}{t^{\frac{1}{2}} - \zeta^{\frac{1}{2}}} \right| dt \right\} \text{ pour } (0 < \xi < 1) \quad (\text{I-106})$$

où v_p représente la valeur principale de l'intégrale au sens de Cauchy [Smirnov,1979].

L'expression (I-106) peut être exprimée sous différentes formes. Par exemple, en dérivant l'expression (I-106) par rapport à ζ , nous obtenons :

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont
des Barrages Rigides, à Fruits Composées

$$\frac{dp(\xi)}{d\xi} = \frac{K e^{-i\pi\tilde{\beta}}}{\pi\xi^{1/2}} \rho a \left\{ \sin(\tilde{\alpha} + \tilde{\beta})\pi \int_0^1 t^{\tilde{\alpha}-1} (t-1)^{\tilde{\delta}-1} dt - \sin(\tilde{\beta} - \tilde{\gamma})\pi \int_1^\infty t^{\tilde{\alpha}-1} (t-1)^{\tilde{\delta}-1} \frac{t^{1/2}}{(t-\xi)} dt \right\} \text{ pour } (0 < \xi < 1) \quad (\text{I-107})$$

Les intégrales de l'expression (I-107) peuvent être obtenues par intégration curviligne à l'aide du théorème des résidus [Smirnov, 1979]. Donc :

$$\frac{dp(\xi)}{d\xi} = \frac{K e^{-i\pi\tilde{\beta}}}{\pi\xi^{1/2}} \rho a \left\{ \frac{\sin(\tilde{\alpha} + \tilde{\gamma})\pi \cos(\tilde{\beta}\pi) + \sin(\tilde{\beta} - \tilde{\gamma})\pi \cos(\tilde{\alpha}\pi)}{\sin(\tilde{\alpha} + \tilde{\beta})\pi} \int_0^\infty \frac{t^{\tilde{\alpha}}}{(1+t)^{1-\tilde{\delta}}} \frac{dt}{\xi^{1/2}} - \frac{\pi(\sin(\tilde{\alpha} + \tilde{\gamma})\pi \cos(\tilde{\beta}\pi) + \sin(\tilde{\beta} - \tilde{\gamma})\pi \cos(\tilde{\alpha}\pi))}{\sin(\tilde{\alpha} + \tilde{\beta})\pi} \cdot \frac{\xi^{\tilde{\alpha}}}{(1-\xi)^{1-\tilde{\delta}}} \frac{1}{\xi^{1/2}} \right\} \text{ pour } (0 < \xi < 1) \quad (\text{I-108})$$

En intégrant l'expression (I-111), nous obtenons la formule suivante :

$$p(\xi) = K \exp(-i\pi\tilde{\beta}) \rho a \left\{ 4 \frac{[\sin(\tilde{\alpha} + \tilde{\gamma})\pi \cos(\tilde{\beta}\pi) + \sin(\tilde{\beta} - \tilde{\gamma})\pi \cos(\tilde{\alpha}\pi)]}{\sin[(\tilde{\alpha} + \tilde{\beta})\pi]} \int_0^\infty \frac{\xi^{\tilde{\alpha}}}{(tg^2\theta + \xi)^{1-\tilde{\delta}}} \frac{(tg\theta)^{2\tilde{\beta}} \theta d\theta}{\sin\theta \cos\theta} \right\} - \rho a \frac{[\sin(\tilde{\alpha} + \tilde{\gamma})\pi \cos(\tilde{\alpha} + \tilde{\beta})\pi + \sin(\tilde{\beta} - \tilde{\gamma})\pi]}{\sin[(\tilde{\alpha} + \tilde{\beta})\pi]} \left[\frac{h}{\sin(\tilde{\alpha}\pi)} - s(\xi) \right] \text{ pour} \quad (\text{I-109})$$

Nous remarquons ici que les solutions analytiques présentées par Chwang (1978-1979) sont des cas particuliers de l'expression (I-109) avec $\tilde{\beta} = \tilde{\gamma} = 0$ et $\tilde{\alpha} = 1/2$ respectivement.

CHAPITRE II

APPROCHE SEMI ANALYTIQUE DE TREFFTZ-MIKHLIN

Chapitre II : APPROCHE SEMI-ANALYTIQUE DE TREFFTZ-MIKHLIN

Il s'agit d'une approche essentiellement analytique dont l'une des premières applications relève de la théorie de l'élasticité [Sokolnikoff, 1956]. L'application de cette méthode au problème de détermination des surpressions hydrodynamiques sur des barrages à parements non vertical semble avoir été proposé pour la première fois par Avilés et al. (1983).

II.1. Formulation

Moyennant les hypothèses de liquide incompressible, non visqueux dans un réservoir d'un barrage rigide nous aboutissons naturellement à l'équation elliptique de Laplace qui gouverne le mouvement irrotationnel du fluide ou écoulement à potentiel de vitesse ϕ :

$$\text{Soit : } \nabla^2 \phi = 0 \quad (\text{II-1})$$

$$\text{Avec, } \dot{u} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \text{ et } \dot{v} = -\frac{\partial \phi}{\partial y}$$

\dot{u} et \dot{v} : vitesses dans les directions cartésiennes x, et y respectivement.

∇^2 : L'opérateur de Laplace

$$\text{et } p = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (\text{II-2})$$

où : p : représente la surpression hydrodynamique,

ρ : La masse volumique de l'eau,

t : la variable temps.

Lorsque le barrage est soumis à un mouvement horizontal du sol $X_g(t)$, fig. II.1, les conditions aux limites, de type mixte, à satisfaire sont telles que :

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composés

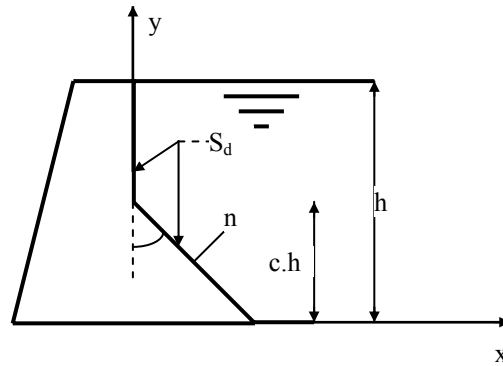


Fig. II.1 : Schéma du système barrage réservoir à interface à fruit composé

Condition de Newman au fond du réservoir:

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_{y=0} = v|_{y=0} = 0 \quad (\text{II-3})$$

Condition de Poisson : Absence d'onde de gravité à la surface libre:

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_{y=h} = 0 \quad (\text{II-4})$$

Condition de Dirichlet ou de non-réflexion à l'infini amont :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi = 0 \quad (\text{II-5})$$

Condition de Newman à l'interface fluide –structure :

$$\left. \frac{d\phi}{dn} \right|_{S_d} = \dot{X}_g(t) \cos \theta \quad (\text{II-6})$$

Où h : hauteur de la surface libre du fluide mesurée depuis la fondation ;

n : la normale au parement amont ;

S_d : frontière constituant l'interface du dioptré fluide –structure ;

θ : Angle formé par la normale n et la direction x ;

et $X_g(t)$: Mouvement arbitraire horizontal du corps du barrage.

En appliquant la méthode de séparation des variables, on peut montrer que la solution de l'équation (II-1) qui satisfait les conditions aux limites (II-3) à (II-5) s'écrit :

$$\phi(x, y, z) = X_g(t) \sum_{i=1}^{\infty} A_i \exp(-\lambda_i x) \cos(\lambda_i y) \quad (\text{II-7})$$

$$\text{où,} \quad \lambda_i = \frac{(2i-1)\pi}{2h} \quad (\text{II-8})$$

Et les coefficients inconnus A_i peuvent être déterminés à partir de la condition au limite (II-6)

Par conséquent, la seule condition aux limites restante (II-6) est écrite sous la forme suivante :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{S_d} + \text{tg } \bar{\theta} \left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_{S_d} = -u(t) \quad (\text{II-9})$$

Le report de la solution générale (II-7) dans l'équation (II-9) donne :

$$\sum_{i=1}^{\infty} A_i f_i(x, y) \Big|_{S_d} = 1 \quad (\text{II-10})$$

$$\text{où :} \quad f_i(x, y) = \lambda_i \exp(-\lambda_i x) (\cos(\lambda_i y)) + \text{tg}(\bar{\theta}) \sin(\lambda_i y)$$

La série de coefficients inconnus A_i est obtenue en satisfaisant donc cette condition aux limites restante au sens des moindres carrés, c'est à dire en minimisant l'erreur quadratique complète le long de l'interface du dioptré fluide structure.

Cette erreur quadratique relative à l'équation (II-10) s'écrit :

$$e = \int_{S_d} \left[\sum_{i=1}^{\infty} A_i f_i(x, y) - 1 \right]^2 ds \quad (\text{II-11})$$

Sachant que l'opérateur de différentiation ∂ est linéaire, la condition de minimisation suivante :

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

$$\frac{\partial e}{\partial \Lambda_j} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, \infty \quad (\text{II-12})$$

fournie donc un système d'équations algébriques linéaires par rapport aux coefficients A_i [Sokolnikoff, 1956; V.Rekatch, 1980].

$$\sum_{i=1}^{\infty} A_i \int_{S_d} f_i(x, y) f_j(x, y) ds = \int_{S_d} f_j(x, y) ds \quad j = 1, \dots, \infty \quad (\text{II-13})$$

soit, en notation matricielle indiquée, le système symétrique ci-dessus s'écrit tel que :

$$[F_{ij}] \{A_i\} = \{G_j\} \quad i, j = 1, \dots, \infty \quad (\text{II-14})$$

où, $F_{ij} = F_{ji} = \int_{S_d} f_i(x, y) f_j(x, y) ds$

et $G_j = \int_{S_d} f_j(x, y) ds$

Le calcul des intégrales correspondantes le long de l'interface S_d donne :

$$F_{ij} = \frac{\lambda_i \lambda_j}{2} \left\{ \delta_{ij} \left[\frac{\sin(2\lambda_j \tilde{r} h)}{2\lambda_j} + h(1 - \tilde{r}) \right] + (1 - \delta_{ij}) \left[\frac{\sin(\Lambda s \tilde{r} h)}{\Lambda s} - \frac{\sin(\Lambda d \tilde{r} h)}{\Lambda d} \right] \right\} + \frac{\sec \bar{\theta}}{\Lambda s} \left[(1 - 2 \cos \bar{\theta}) \sin(\Lambda s \tilde{r} h) - K_{ij} \right] + \frac{\sec \bar{\theta}^3}{\Lambda s (\Lambda s^2 \operatorname{tg}^2 \bar{\theta} + \Lambda d^2)} \left[\Lambda s^2 L_{ij} + \Lambda s \Lambda d \sin(\Lambda d \tilde{r} h) \right] \quad i, j = 1, \dots, \infty \quad (\text{II-15})$$

$$\text{et } G_j = (-1)^{j+1} - (1 - \sec \bar{\theta}) \sin(\lambda_j \tilde{r} h) \quad (\text{II-16})$$

$$K_{ij} = \operatorname{tg} \bar{\theta} \{ \cos(\Lambda s \tilde{r} h) - \exp(-\Lambda s \tilde{r} h \operatorname{tg} \bar{\theta}) \} \quad (\text{II-17})$$

$$L_{ij} = \operatorname{tg} \bar{\theta} \{ \cos(\Lambda d \tilde{r} h) - \exp(-\Lambda s \tilde{r} h \operatorname{tg} \bar{\theta}) \} \quad (\text{II-18})$$

Avec, δ_{ij} symbole de Kronecker $\begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$

$$\Lambda s = \lambda_j + \lambda_i, \quad \Lambda d = \lambda_j - \lambda_i$$

et \tilde{r} = fraction de la hauteur de l'interface amont inclinée, à la profondeur h du réservoir.

Lorsque $\tilde{r} = 0$ ou $\theta = 0$, le système (II-14) est réduit à un système diagonal, ceci constitue le problème de Sturm-Liouville. Donc, la solution exacte par rapport aux coefficients peut être obtenue pour un système barrage -réservoir à interface verticale.

Cependant, dans le cas général le système matriciel (II-14) ne peut être résolue exactement (système de séries infinies). Une solution approximative existe et est obtenue par troncature des séries apparaissant dans la solution générale donnée par l'expression (II-7) en une suite de (I) termes. Cette solution est déterminée en résolvant, par l'un des algorithmes classiques, le système linéaire symétrique de I équations à I inconnues.

Tout comme Housner et Chwang (1978), on a exprimé la distribution de la pression p en substituant l'équation (II-2) par :

$$p = C_p \alpha \rho g h \quad (\text{II-19})$$

le coefficient de surpression, C_p , est donné par l'expression :

$$C_p = \sum_i \left(\frac{A_i}{h} \right) \exp(-\lambda_i x) \cos(\lambda_i y) \quad (\text{II-20})$$

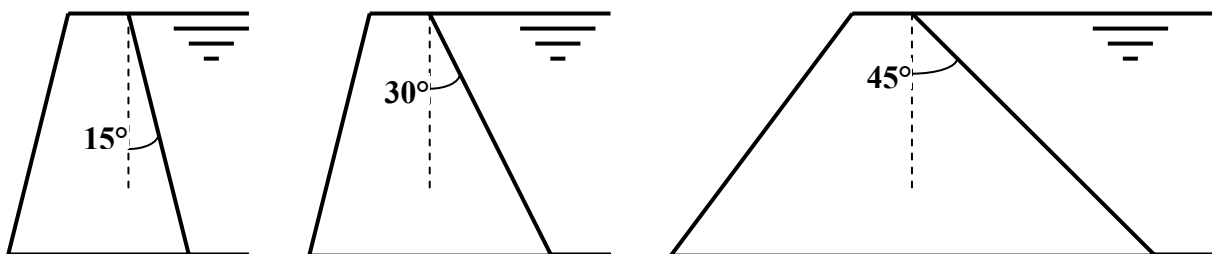
α est l'accélération normalisée du sol.

II.2 Principaux résultats et discussion

Dans ce qui suit, une étude paramétrique a été effectuée en vue d'appréhender l'influence de divers facteurs physiques et géométriques sur la distribution des surpressions hydrodynamiques, incluant notamment la forme irrégulière du parement amont. Les principaux résultats numériques obtenus sont présentés pour diverses géométries de l'interface fluide- structure.

II.2.1. Convergence

Les variations du coefficient de surpression sont présentées pour différentes géométries du parement amont. Quelques tendances d'évolution de la distribution du coefficient des surpressions hydrodynamiques en fonction du paramètre (i) sont présentées dans les figures II.2a- 2c (Cf. série donnée par l'équation II-20). Le coefficient C_p est représenté en fonction de la distance normalisée y/h pour différentes valeurs de θ .



Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

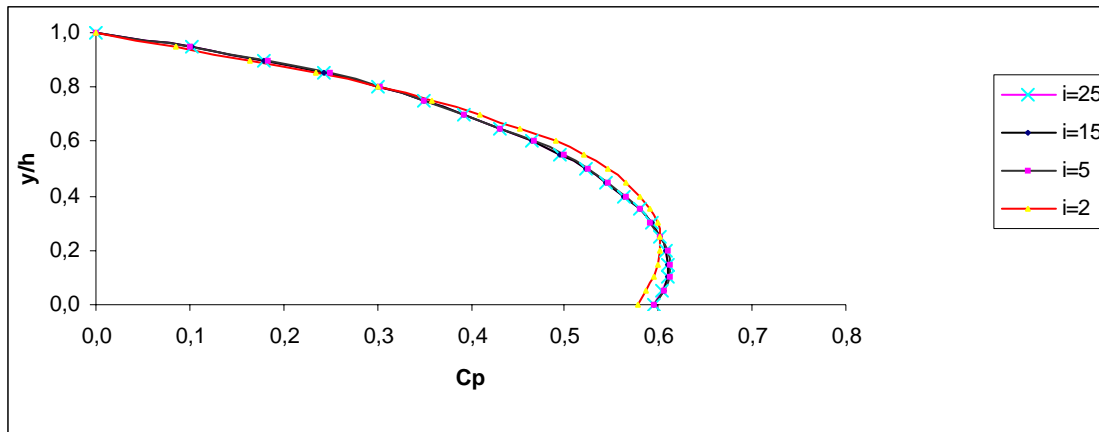


Fig. II.2a : Evolution de la distribution du Coefficient des Surpressions Hydrodynamiques sur Parement Amont des Barrages ($\theta=15^\circ$) en fonction de (i)

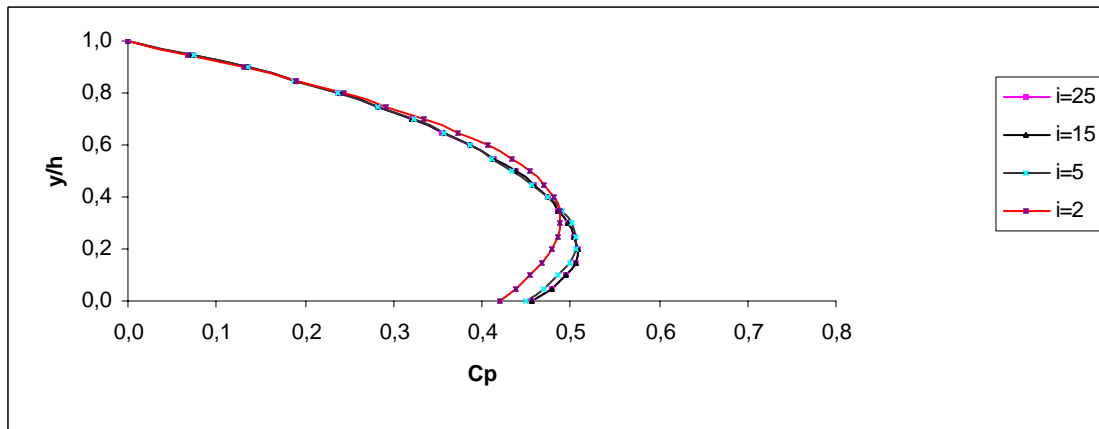


Fig. II. 2b : Evolution de la distribution du Coefficient des Surpressions Hydrodynamiques sur Parement Amont des Barrages ($\theta=30^\circ$) en fonction de (i)

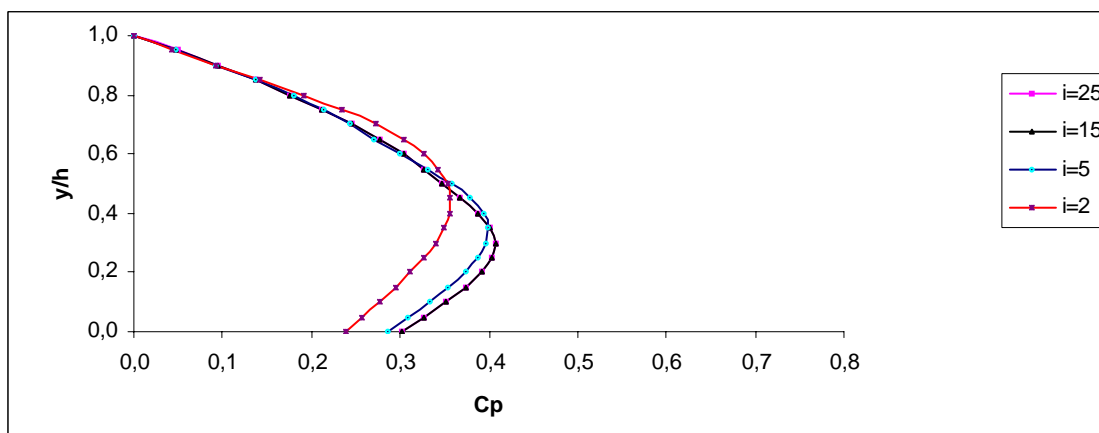


Fig. II.2c : Evolution de la distribution du Coefficient des Surpressions Hydrodynamiques sur Parement Amont des Barrages ($\theta=45^\circ$) en fonction de (i)

Il est observé des figures II.2a-2c une concordance de résultats très proches obtenues pour les valeurs du paramètre (i) supérieur ou égal à 15. Les valeurs de (i) supérieures à 15 n'ont pratiquement aucune influence sur la distribution des surpressions hydrodynamiques sur parement amont de barrage. En outre des tendances analogues sont obtenues le nombre de terme (i) est augmentée vers des valeurs de plus en plus grandes. Des figures 2a-c on observe que les distributions des surpressions hydrodynamiques sur parement amont à fruit simple de barrage caractérisé par (θ) convergent, par valeurs inférieures, pour des valeurs de (i) croissantes.

L'évolution du coefficient des surpressions hydrodynamiques maximales en fonction du paramètre (i) est présentées dans les figures II.3a-3c pour différentes valeurs de θ .

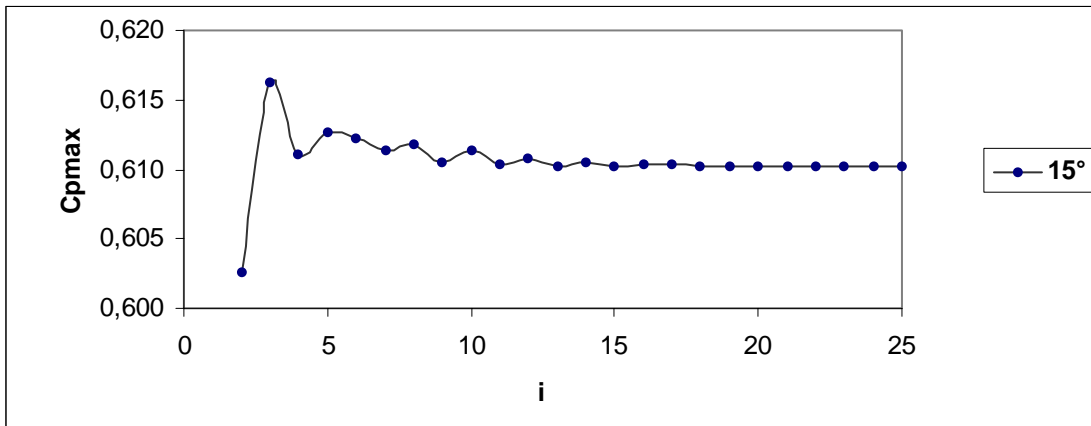


Fig. II.3a: Evolution du Coefficient des Surpressions Maximales en fonction de i (Cf. équation 20)

On observe des figures II.3a-c que les graphes des coefficients des surpressions maximales en fonction de i présentent des asymptotes horizontales. Le nombre (i) de termes utilisés pour calculer la solution (Cf. série donnée par l'équation II-20) est $i=15$. Cependant, il est à noter des figures II.3a-c que des erreurs considérables sur le coefficient des surpressions hydrodynamiques maximales peuvent être induites quand la nombre de termes i est inférieure à 5.

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

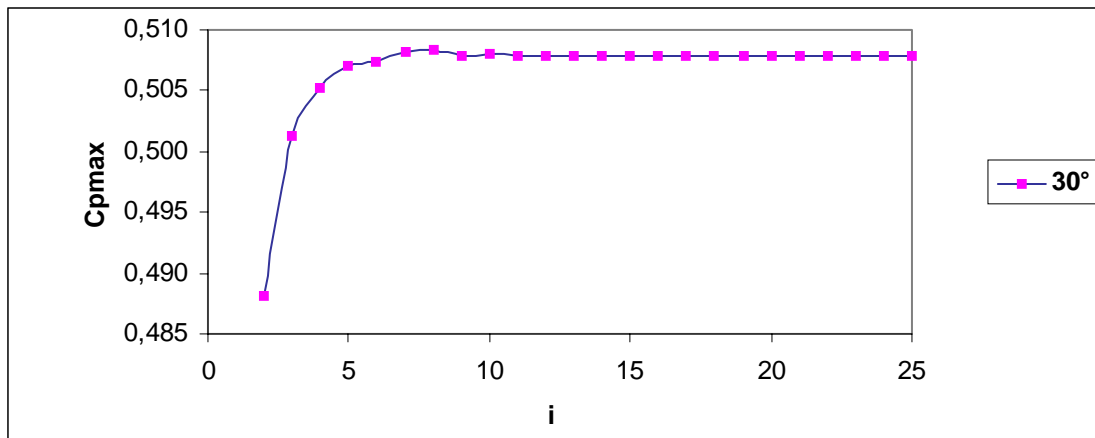


Fig. II.3b: Evolution du Coefficient des Surpressions Maximales en fonction de i (Cf. équation II-10)

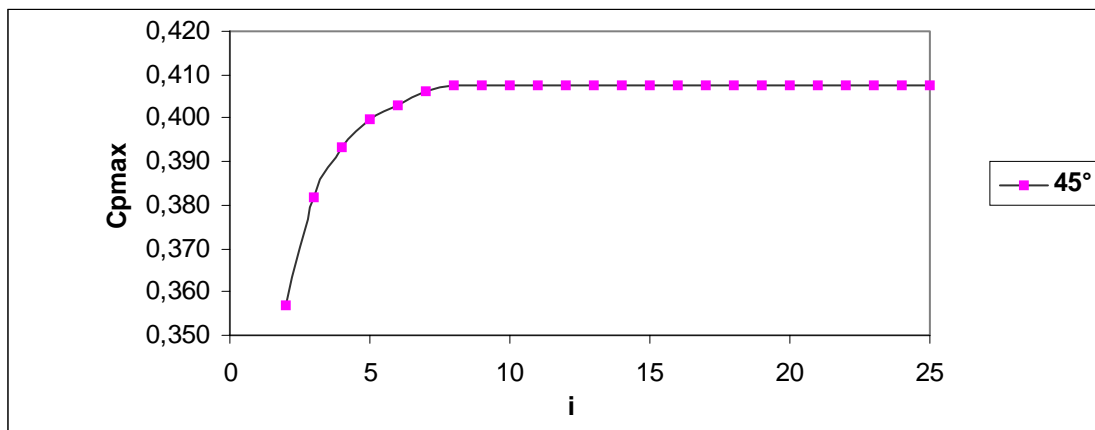


Fig. II.3c: Evolution du Coefficient des Surpressions Maximales en fonction de i (Cf. équation II-10)

L'évolution de l'erreur relative sur le coefficient des surpressions hydrodynamiques maximales en fonction du paramètre (i) est présentée dans les figures II.4a-c pour différentes valeurs de θ .

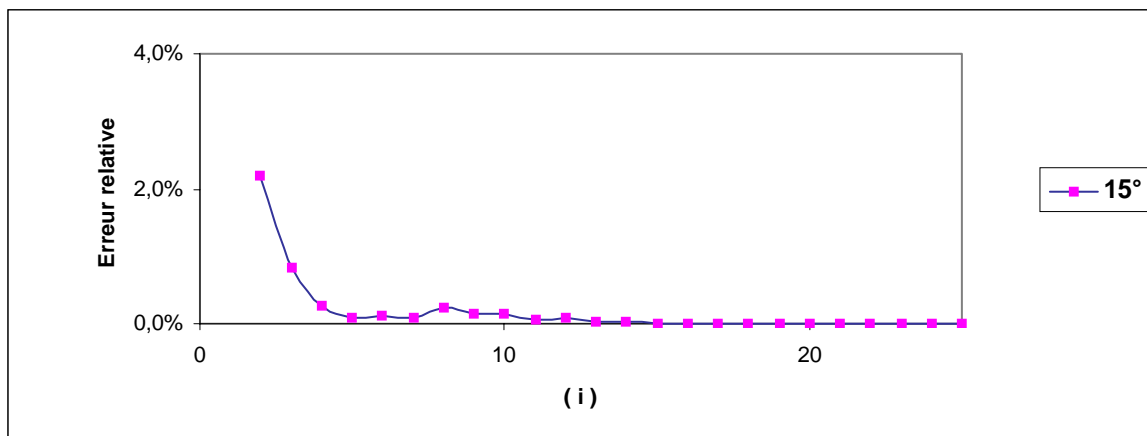


Fig. II.4a: Evolution de l'erreur relative sur le Coefficient des Surpressions Maximales en fonction de i (Cf. équation II-10)

Les figures II.4a-c montrent la décroissance de l'erreur relative sur le coefficient des surpressions maximales en fonction du nombre de termes (i) de la série donnée par l'équation II-20. La précision inférieure à 10^{-4} près de la solution en série à été obtenue pour i égal à 15 en la comparant avec des solutions d'ordre supérieur.

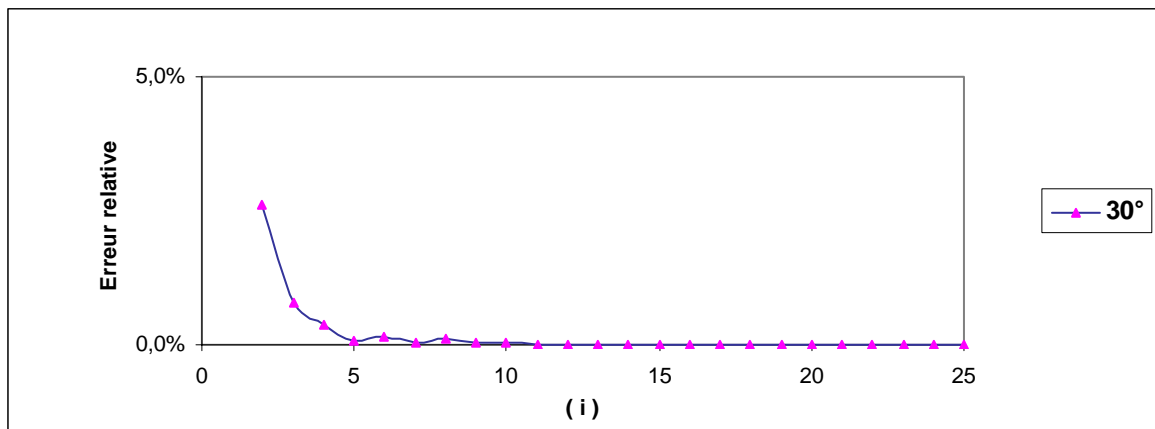


Fig. II.4b: Evolution de l'erreur relative sur le Coefficient des Surpressions Maximales en fonction de i (Cf. équation II-10)

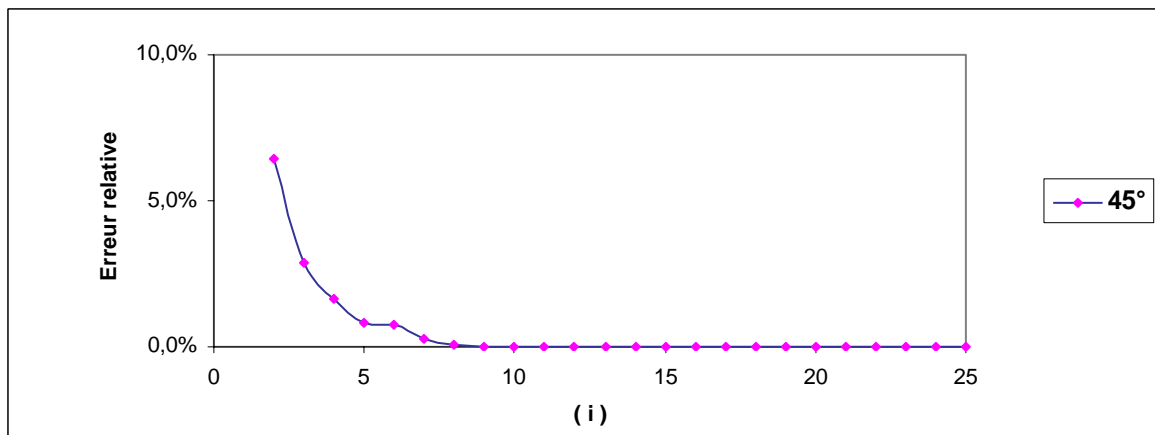


Fig. II.4c: Evolution de l'erreur relative sur le Coefficient des Surpressions maximales en fonction de i (Cf. équation II-10)

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

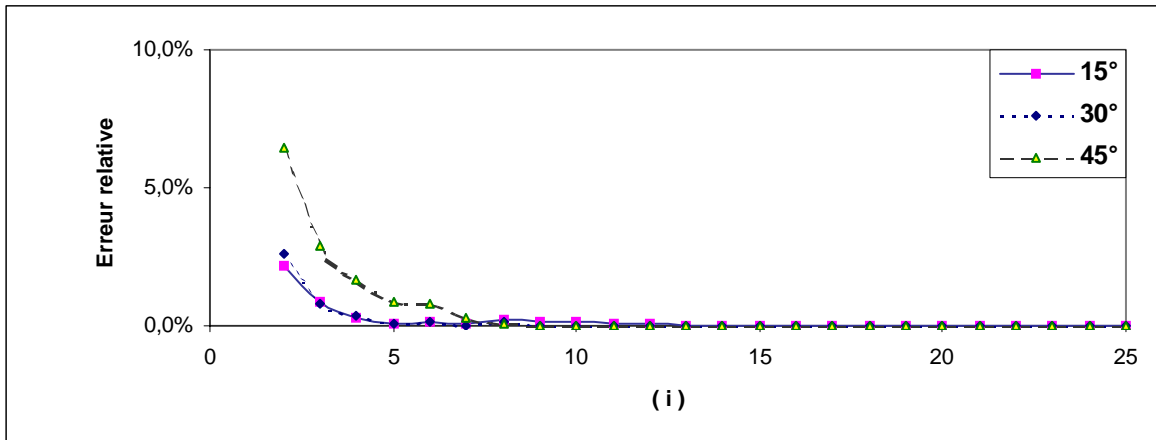


Fig. II.4d: Comparaison des Evolutions de l'erreur relative sur le Coefficient des Surpressions maximales en fonction de i (Cf. équation II-10)

Il peut être ainsi conclu que pour le cas d'un barrage rigide emmagasinant un réservoir de longueur infini, la méthode de Trefftz-Mikhlin permet d'obtenir des résultats très satisfaisant pour $i > 10$.

II.2.2. Expérimentation numérique

Les distributions des coefficients de surpressions sur barrages avec parements inclinés à fruit simple sont présentées dans la figure II.5 pour différentes valeurs de θ (Fig. II.5a). Le coefficient C_p est représenté en fonction de la distance normalisée y/h .

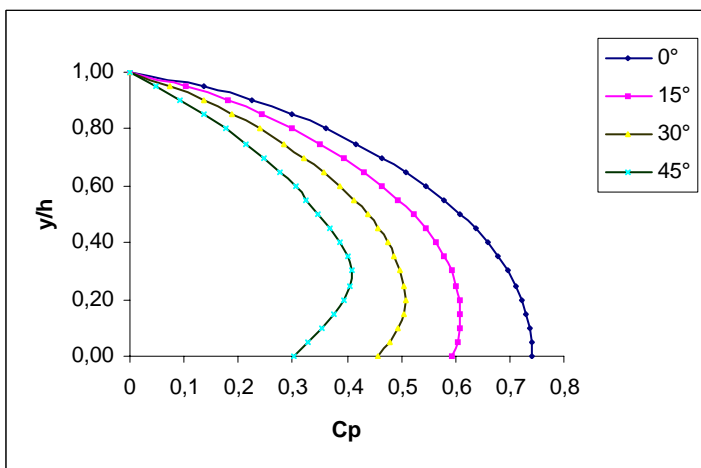


Fig. II.5 : Coefficient des Surpressions Hydrodynamiques sur Parement incliné, à Simple Fruit, de Barrage (i=15)

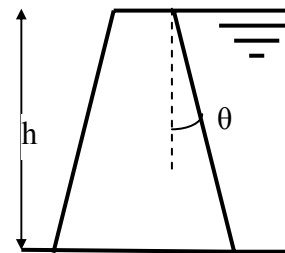


Fig. II.5a : Schéma de l'interface simple fruit

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composés

De la figure II.5, on observe que les coefficients des surpressions hydrodynamiques sur parement amont à fruit simple de barrage diminuent lorsque le fruit θ augmente ; la surpression est maximale pour un barrage à parement vertical. L'extremum obtenu dans ce cas est $C_p = 0.742$.

Les figures II.6 - II.8 montrent la variation du coefficient de surpression pour différentes combinaisons de c et de θ , correspondant à différentes géométries du parement amont composé (Fig. II.6a-c). Il est à noter immédiatement des figures II.6 ÷ II.7 que les barrages ayant une section verticale de hauteur supérieure à la moitié de la hauteur du parement ont un coefficient de surpression pratiquement égal à celui d'un barrage avec parement vertical sur toute la hauteur. Il est aussi important de noter de la figure II.8 que pour les barrages ayant une section de parement verticale, les coefficients de surpression maximale augmentent avec l'augmentation de la longueur de la section verticale du parement.

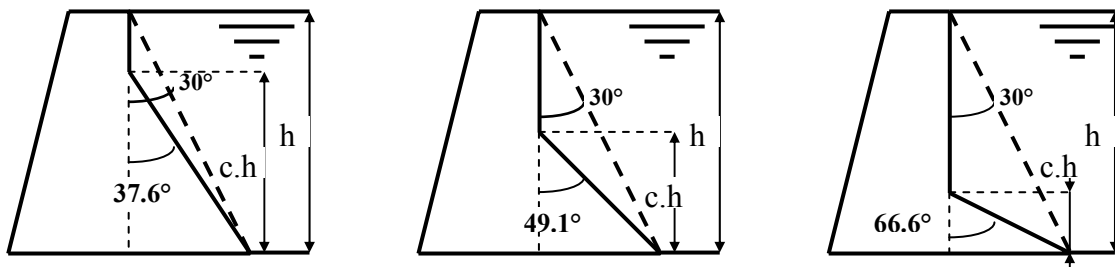


Fig. II.6a,b,c : Schéma de l'interface fruit composé

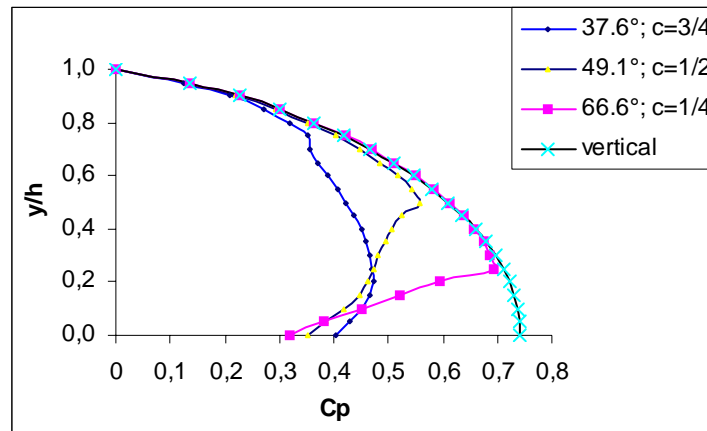


Fig. II.6 : Coefficient des Surpressions Hydrodynamiques sur Parement Amont Composé des Barrages

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composés

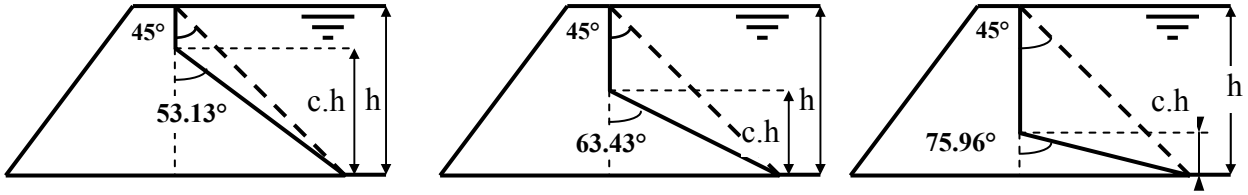


Fig. II.7a,b,c : Schéma de l'interface fruit composé

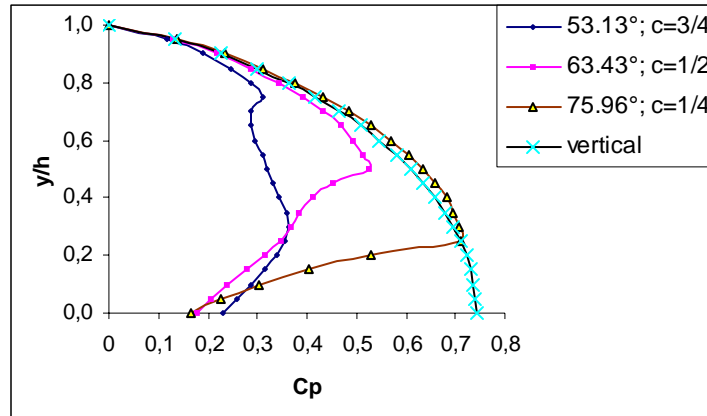


Fig. II.7 : Coefficient des Surpressions Hydrodynamiques sur Parement Amont Composé des Barrages

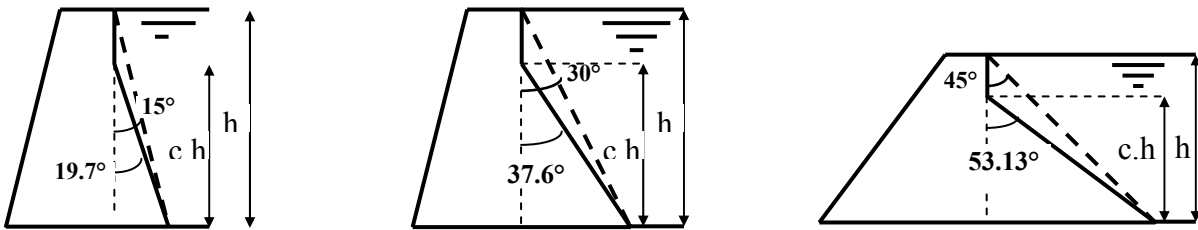


Fig. II.8a,b,c : Schéma de l'interface fruit composé

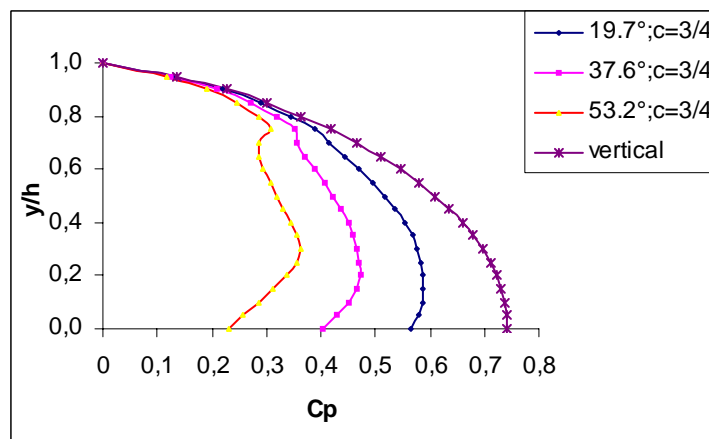


Fig. II.8 : Coefficient des Surpressions Hydrodynamiques sur Parement Amont Composé des Barrages

CHAPITRE III APPROCHE NUMERIQUE PAR LA MEIF

Chapitre III : APPROCHE NUMERIQUE PAR LA MEIF

Depuis quelques décennies on se tourne de plus en plus vers la résolution approchée des modèles mathématiques de problèmes concrets d'hydrodynamique. Ces décennies ont été marquées par l'accroissement de la puissance et de la capacité des ordinateurs. Ceci a permis d'aborder, puis de résoudre complètement des problèmes de plus en plus nombreux et de plus en plus difficiles, par leurs complexités propre et par le nombre d'informations à traiter [Davidovici, 1985 ; Hug, 1975].

Aujourd'hui le chercheur ne doit ignorer ni ces techniques, ni les situations nouvelles qu'elles permettent de considérer.

Les principaux problèmes dans les domaines scientifiques et techniques ont souvent une origine dans une des grandes branches de la physique ou de la mécanique où les équations différentielles, intégrales, intégro-différentielles et aux dérivées partielles jouent un rôle tout à fait fondamental.

Par exemple, en hydraulique, les écoulements stationnaires (cas potentiel ou non) et non stationnaires tel que les problèmes de propagation d'ondes dans un ou plusieurs milieux (Interaction Fluide-Structure, Dam-Break, Coup de bélier) sont résolues d'une manière satisfaisante.

Pour résoudre convenablement ce type de problème, il est nécessaire de posséder au préalable des outils de base en analyse numérique et en informatique entre autres.

L'analyse numérique revêt donc une importance particulière pour les modèles mathématiques vis à vis des modèles physiques et par les possibilités croissantes de l'informatique particulièrement pour les problèmes d'hydrodynamique. Il y a plusieurs raisons à cela, techniques et technologiques telle que la facilité relative d'intégrer les équations aux dérivées partielles alors que l'asservissement d'un modèle physique est toujours une affaire compliquée.

La mise au point d'un modèle mathématique n'est jamais quelque chose d'automatique. Par ailleurs, l'ingénieur qui a la charge d'un modèle mathématique devra être très attentif à l'aspect physique particulièrement aux conditions aux limites. Les modèles mathématiques sont

exigeants. Ils ne pardonnent rien et demandent à l'ingénieur un effort important de compréhension.

Dans cette partie de notre recherche, nous nous attelons à présenter la stratégie de résolution numérique par la méthode des équations intégrales aux frontières (M.E.I.F.) du problème gouvernant l'équation d'ondes acoustiques, dans un réservoir, milieu continu, soumis au mouvement sismique de barrage rigide avec parement amont à fruit composé, sur fondation rigide imperméable à géométrie complexe (Fig. III.1). L'extension au cas de barrage flexible, où le mouvement du parement du barrage est imposé, est simple.

III.1. Hypothèses

Le barrage gravité en béton est généralement modélisé comme un système bidimensionnel dans lequel des vibrations planes de l'ouvrage en monolithe sont considérées (Fig. III.1). Chaque monolithe est supposé dans un état de contraintes planes. Si le réservoir d'eau est suffisamment large la variation du mouvement du barrage est petite sur son étendue et l'idéalisation bidimensionnelle est raisonnable. Cette idéalisation est capable de produire, seulement, la solution de la réponse à une composante amont-aval du mouvement du sol. Le barrage ainsi que le fluide compressible sont supposés à comportement linéaire et élastique. La base du barrage et le fond du réservoir l'histoire de l'accélération imposée due aux composantes verticale ou horizontale du mouvement du sol.

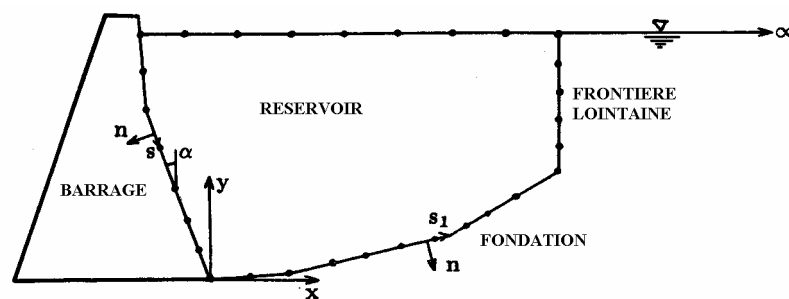


Fig. III.1. : Système barrage gravité réservoir-fondation

Les hypothèses suivantes sont émises dans la formulation des équations du mouvement : 1) l'eau est supposée compressible mais sa viscosité interne est négligée ; 2) l'effet des ondes à la surface libre de l'eau est ignoré ; les erreurs associées ont été trouvées faibles par d'autres chercheurs ;

3) le mouvement de l'eau est limité aux faibles amplitudes ; 4) le mouvement du système barrage-réservoir est considéré bidimensionnel, i.e., il est le même pour tout plan vertical perpendiculaire à l'axe du barrage.

Dans la présente étude, aucune restriction n'est imposée sur la forme du domaine du réservoir, par conséquent de la forme du parement amont ou interface fluide-structure.

III.2. Formulation du problème

III.2.1. Equations gouvernantes par la MEIF

Avec les hypothèses décrites ci dessus, le mouvement de l'eau dans le réservoir est gouverné par les équations suivantes:

$$\begin{aligned}\frac{\partial p}{\partial x} &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\end{aligned}\tag{III-1}$$

où, ρ : la masse volumique de l'eau,

x, y : coordonnées cartésiennes,

p : la surpression hydrodynamique, (en excès de la pression hydrostatique).

Par ailleurs, pour un fluide compressible, la condition de continuité est donnée par :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{p}{E}\tag{III-2}$$

En utilisant les expressions (III-1) et (III-2), on obtient l'expression gouvernante exprimant la surpression hydrodynamique en 3-D soit :

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}\tag{III-3}$$

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont
des Barrages Rigides, à Fruits Composées

où : $c^2 = E / \rho$

avec, E : module de compressibilité volumétrique,

c : la célérité acoustique dans l'eau,

Si la surpression hydrodynamique est causée par le mouvement du parement amont du barrage rigide se déplaçant avec une accélération $e^{i\omega t}$, $\omega=2\pi f$ avec f : la fréquence d'excitation, il est raisonnable de supposer que la pression, p, est de la forme :

$$p = P_0(x, y, \omega) \cdot e^{i\omega t} \quad (\text{III-4})$$

La substitution de l'équation (III-4) dans l'équation (III-3) donne l'équation de Helmholtz ou équation d'onde réduite ; de classe elliptique à coefficients constants:

$$\nabla^2 P_0 + K^2 P_0 = 0 \quad (\text{III-5})$$

Où la constante K, appelée nombre d'onde, est donnée par : $K = \omega / c$.

En multipliant l'équation (III-5) par P_0^* , une fonction arbitraire de x et y ou fonction de pondération, et en intégrant sur le domaine considéré, réservoir d'eau, on obtient l'équation intégrale suivante :

$$\iint_A \left(\frac{\partial^2 P_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_0}{\partial y^2} + K^2 P_0 \right) P_0^* dx dy = 0 \quad (\text{III-6})$$

Où A représente le domaine.

Par l'application du théorème de Green, l'équation (III-6) est réduite à la forme suivante :

$$\iint_A \left(\frac{\partial^2 P_0^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_0^*}{\partial y^2} + K^2 P_0^* \right) P_0 dx dy = \int_C P_0 \frac{\partial P_0^*}{\partial n} dC - \int_C P_0^* \frac{\partial P_0}{\partial n} dC \quad (\text{III-7})$$

Où C : est la frontière du réservoir,

et n : est la normale extérieure à la frontière.

Si, toutefois, la fonction arbitraire P_0^* est choisie telle qu'elle satisfait l'équation suivante :

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont
des Barrages Rigides, à Fruits Composées

$$\frac{\partial^2 P_0^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_0^*}{\partial y^2} + K^2 P_{0i}^* = \Delta^i \quad (\text{III-8})$$

Où Δ^i est la fonction de Dirac centré au point i ayant les coordonnées (x_i, y_i) .

L'équation (III-8) en fait gouverne la surpression hydrodynamique dans un réservoir produite par une source unité localisée au point i . L'indice i est donc rajouté à P_0 pour identifier sa relation avec la position de la source.

Alors l'équation (III-7) devient :

$$\iint_A \Delta^i P_0 \, dx \, dy = \int_C P_0 \frac{\partial P_0^*}{\partial n} \, dC - \int_C P_0^* \frac{\partial P_0}{\partial n} \, dC \quad (\text{III-9})$$

En utilisant les propriétés de la fonction delta de Dirac, on montre que l'équation (III-9) se réduit à la forme suivante [Brebbia, 1984]:

$$C_i (P_0)_i = \int_C P_0 \frac{\partial P_0^*}{\partial n} \, dC - \int_C P_0^* \frac{\partial P_0}{\partial n} \, dC \quad (\text{III-10})$$

Avec $C_i = 1$ pour le point à l'intérieur du réservoir d'eau,

$C_i = 1/2$ pour le point sur la frontière lisse du réservoir d'eau,

$C_i = 0$ pour le point à l'extérieur du réservoir d'eau,

$C_i = 1 - \frac{\beta}{2\pi}$ pour une frontière non lisse, au point anguleux d'angle externe β .

L'équation (III-10) relie la valeur de la fonction P_0 en tout point i , à ses valeurs sur la frontière du réservoir d'eau. On note aussi que les intégrales de l'équation (III-10) sont calculées sur la frontière seulement.

$$\text{En posant : } \frac{\partial P_0^*}{\partial n} = q^* \quad \text{et} \quad \frac{\partial P_0}{\partial n} = q \quad (\text{III-11})$$

L'équation (III-10) devient :

$$C_i(P_0)_i = \int_C P_0 q^* dC - \int_C P_0^* q dC \quad (\text{III-12})$$

L'équation (III-12) est appelée équation intégrale aux frontières associée à l'équation de Helmholtz. Elle fournit les moyens pour la détermination des valeurs des pressions inconnues en tout point à l'intérieur du domaine bidimensionnel en termes d'intégrales de pressions et des gradients de pressions évaluées à la frontière seulement. Dans la formulation par éléments aux frontières, cette même équation (III-12) est utilisée pour déterminer les inconnues sur la frontière. Pour réaliser ceci, la frontière du domaine fluide est subdivisée en une série de N segments et les paramètres P et q sont supposés varier selon une loi imposée sur le segment donné. La loi imposée détermine les détails de la formulation.

On présente ici deux formulations : la formulation par élément frontière constant et la formulation par élément frontière linéaire.

III.2.2 Formulation par Élément Frontière Constant

Dans le but d'évaluer les intégrales de l'équation (III-12), on suppose que la frontière du réservoir d'eau est divisée en N segments droits, éléments de la frontière, comme représenté en Fig. III.2 et que les valeurs de P_0 et q sont constants sur chaque élément et égale à leurs valeurs au point milieu de l'élément ou nœud.

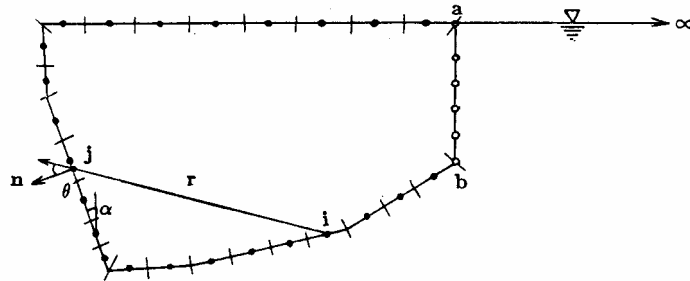


Fig. III.2 : Discrétisation d'un réservoir 2D en élément constant

L'équation (III-12), pour le nœud i donné sur la frontière, prend donc la forme discrétisée suivante :

$$-\frac{1}{2}(P_0)_i + \sum_{j=1}^N (P_0)_j \int_{C_j} q^* dC = \sum_{j=1}^N q_j \int_{C_j} P_0^* dC \quad (\text{III-13})$$

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composés

où, $(P_0)_j$ et q_j sont les valeurs de ces variables sur le $j^{\text{ème}}$ élément, et C_j la frontière de cet élément.

En introduisant les notations suivantes :

$$\int_{C_j} q_i^* dC_j = h_{ij} \quad ; \quad \int_{C_j} (P_0^*)_i dC_j = G_{ij} \quad (\text{III-14})$$

Avec $H_{ij} = h_{ij}$ pour $i < j$;

et $H_{ij} = h_{ij} - 1/2$ pour $i=j$

L'équation (III-13) devient :

$$\sum_{j=1}^N H_{ij} (P_0)_j = \sum_{j=1}^N G_{ij} q_j \quad i=1, 2, 3, \dots, N \quad (\text{III-15})$$

III.2.3 Formulation par Élément Frontière Linéaire

Dans la formulation par élément linéaire, les segments linéaires droits sont semblables à l'élément de frontière constant, mais les paramètres P et q varient linéairement sur le segment et sont fonctions de leurs valeurs aux extrémités du segment (ou élément). Les extrémités de l'élément sont désignées par le terme nœuds tel que chaque élément est limité par deux nœuds.

Le modèle de discrétisation par élément de frontière linéaire est représenté en Figure III.3.

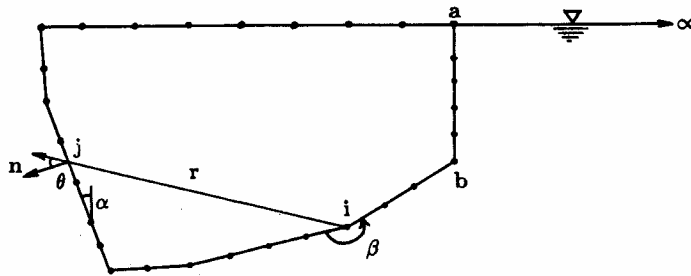


Fig. III.3 : discrétisation d'un réservoir 2D en élément linéaire

L'équation (III-12) peut donc être écrite, pour le nœud i situé sur la frontière discrétisée, telle que :

$$-\left(1 - \frac{\beta}{2\pi}\right) (P_0)_i + \sum_{j=1}^N \int_{C_j} P q_i^* dC_j = \sum_{j=1}^N \int_{C_j} (P_0^*)_i q dC_j \quad (\text{III-16})$$

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

Où C_j est la frontière du $j^{\text{ème}}$ élément.

En se référant à la Fig. III.4 où est représenté le $j^{\text{ème}}$ élément, nous avons sur cet élément :

$$P = [\phi_1 \ \phi_2] \{P_j \ P_{j+1}\}^T$$

$$q = [\phi_1 \ \phi_2] \{q_j \ q_{j+1}\}^T \quad \text{(III-17)}$$

Où $\phi_1 \ \phi_2$ sont les fonctions de formes données par :

$$\phi_1 = \frac{1}{2}(1 - \xi)$$

$$\phi_2 = \frac{1}{2}(1 + \xi) \quad \text{(III-18)}$$

et ξ la coordonnée le long de la frontière de l'élément.

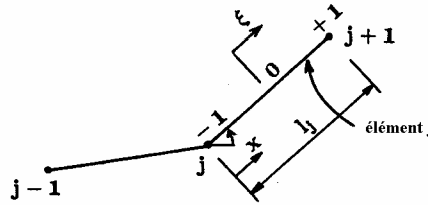


Fig. III.4 : Système de coordonnées de l'élément linéaire

On exprime l'équation (III-6) telle que :

$$-(1 - \frac{\beta}{2\pi})(P_0)_i + \sum_{j=1}^N \int_{C_j} [\phi_1 \ \phi_2] \{P_j \ P_{j+1}\}^T q_i^* dC_j = \sum_{j=1}^N \int_{C_j} [\phi_1 \ \phi_2] \{q_j \ q_{j+1}\}^T P_i^* dC_j \quad i=1,2, \dots, N \quad \text{(III-19)}$$

Et en introduisant les notations suivantes :

$$h_{ij}^{(1)} = \int_{C_j} \phi_1 q_i dC_j$$

$$h_{ij}^{(2)} = \int_{C_j} \phi_2 q_i dC_j \quad \text{(III-20)}$$

$$g_{ij}^{(1)} = \int_{C_j} \phi_1 P_i dC_j$$

$$g_{ij}^{(2)} = \int_{C_j} \phi_2 P_i dC_j$$

L'équation (III-19) peut être écrite telle que :

$$-\left(1 - \frac{\beta}{2\pi}\right)(P_0)_i + \sum_{j=1}^N (h_{ij}^{(1)}(P)_j + h_{ij}^{(2)}(P)_{j+1}) = \sum_{j=1}^N (g_{ij}^{(1)}q_j + g_{ij}^{(2)}q_{j+1}) \quad i=1,2, \dots, N \quad (III-21)$$

L'assemblage des N équations représentées par l'équation (III-13) pour la formulation par élément constant ou par l'équation (III-21) pour la formulation par élément linéaire conduit à la forme matricielle :

$$[H]\{P_0\} = [G]\{q\} \quad (III-22)$$

où, [H] et [G] sont les matrices de dimension N x N contenant les éléments H_{ij} et G_{ij} , respectivement, données par l'équation (III-14) pour l'élément constant et par le système d'expressions suivant pour la formulation par élément linéaire :

$$H_{ij} = h_{ij}^{(1)} + h_{ij-1}^{(2)} \quad i \neq j$$

$$H_{ij} = -\left(1 - \frac{\beta}{2\pi}\right) + h_{ii}^{(1)} + h_{ij-1}^{(2)} \quad (III-23)$$

$$G_{ij} = g_{ij}^{(1)} + g_{ij-1}^{(2)}$$

Cette formulation réduit considérablement la dimension du problème en convertissant l'intégration sur le domaine à des intégrales sur la frontière. Le succès de la méthode dépend du choix approprié de la fonction P_0^* . Cette fonction doit satisfaire l'équation (III-8). Elle est généralement appelée fonction de l'espace libre de Green ou solution fondamentale.

Les fonctions de l'espace libre de Green qui satisfont les différentes équations aux dérivées partielles gouvernantes sont disponibles dans la littérature standard [Brebbia, 1984]. L'équation (III-8) a deux solutions linéairement indépendantes $J_0(kr)$ et $Y_0(kr)$, où $J_0(kr)$ est la fonction de Bessel d'ordre zéro et de première espèce ; $Y_0(kr)$ la fonction de Bessel d'ordre zéro et de seconde espèce; et r la distance variable donnée par : $r = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}$. Le choix de la solution fondamentale P_0^* est donné dans ce qui suit.

III.3. Les solutions fondamentales

On montre qu'il existe deux solutions fondamentales linéairement indépendantes pour l'équation (III-8) : la fonction de Bessel de première espèce d'ordre zéro, $J_0(kr)$ est régulière (elle a une valeur égale à 1.0) à $r = 0$. Par contre, $Y_0(kr)$ est infinie à $r = 0$, ceci rend la fonction delta désirée singulière en ce point. La solution fondamentale est, donc :

$$P_0^* = D.Y_0(kr) \quad (III-24)$$

Où D est une constante. On montre aussi que la constante D est égale à $1/4$, avec r la distance radiale variable donnée par : $r = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}$.

La solution fondamentale donnée en équation (III-24) a été utilisée par plusieurs chercheurs pour étudier les problèmes de la propagation d'onde dans les domaines fermés. Cependant, il est montré que cette solution contient les ondes réfléchies de l'infini et n'est pas acceptable du point de vue physique, particulièrement pour les domaines infinis. Comme il est démontré, par la suite également pour les domaines finis, l'utilisation de la fonction $Y_0(kr)$ conduit à augmenter les fausses fréquences et à brouiller la solution du problème.

Du comportement asymptotique de $Y_0(kr)$ [Murray], on montre que :

$$P_0^* e^{i\omega t} = \frac{1}{4} Y_0(kr) e^{i\omega t} \cong \frac{1}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \frac{1}{2i} [e^{ik(r+ct - \frac{\pi}{4k})} - e^{-ik(r-ct - \frac{\pi}{4k})}] \text{ quand } r \rightarrow \infty \quad (III-25)$$

Ainsi la forme générale, $F(r-ct)$, représente l'onde incidente se déplaçant 'radialement' vers l'extérieur à la vitesse constante, c , et la forme générale, $F(r+ct)$, représente l'onde réfléchie se déplaçant 'radialement' vers l'intérieur à la vitesse constante, c . Le premier terme dans l'expression précédente de $P_0^* e^{i\omega t}$, représente, donc, l'onde se déplaçant vers l'intérieur et le second terme l'onde se déplaçant vers l'extérieur. C'est la présence des ondes se déplaçant réfléchies vers l'intérieur qui rend la solution $Y_0(kr)$ inacceptable, particulièrement pour les domaines infinis.

Il est aussi connu que les fonctions de Hankel d'ordre zéro de première et seconde espèce sont aussi solution de l'équation (III-8). Considérons la fonction de Hankel d'ordre zéro et de seconde espèce, $H_0^2(kr)$. De son comportement asymptotique, on montre que :

$$H_0^2(kr) e^{i\omega t} \cong \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} [e^{-ik} (r-ct-\frac{\pi}{4k})] \quad \text{quand } r \rightarrow \infty \quad (\text{III-26})$$

La solution donnée par l'équation (III-26) contient seulement les ondes incidentes ; ceci satisfait les conditions physiques du problème. Une solution fondamentale acceptable est, donc, donnée par : $P_0^* = D. H_0^2(kr)$ (III-27)

où, D est une constante. Il est prouvé que la constante D est égale à $i / 4$.

III.4. Evaluation des intégrales aux frontières

Les intégrales de contours dans les équations (III-14) et (III-20) sont évaluées par substitution de P_i^* et q_i^* par la solution fondamentale (III-24) ou (III-26). Nous utilisons la procédure suivante :

III.4.1. Evaluation des intégrales aux frontières pour l'élément constant

En utilisant la solution fondamentale donnée par l'équation (III-24), les éléments des matrices [H] et [G] de l'équation (III-22) sont évaluées telles que :

$$H_{ij} = \int_{C_j} q_i^* dC_j = \int_{C_j} \frac{k}{4} Y_0'(kr) \cos\theta dC_j \quad \text{pour } i \neq j \quad (\text{III-28})$$

où $Y_0'(kr)$ est la dérivée de $Y_0(kr)$, et θ l'angle entre la normale extérieure, n, et le rayon vecteur, r, comme représenté en figure (III.2) précédente.

La valeur de l'intégrale dans l'équation (III-28) peut être obtenue numériquement par l'utilisation d'une méthode numérique quelconque d'intégration, par exemple, la formule d'intégration de Gauss à quatre points. Donc :

$$H_{ij} = \frac{kl_j}{8} \sum_{m=1}^4 Y_0'(kr)_m (\cos\theta)_m w_m \quad (\text{III-29})$$

où w_m est le facteur de pondération de l'intégrale de Gauss, et l_j la longueur de l'élément j.

Pour le cas particulier où $i=j$,

$$H_{ii} = \left[\frac{kl_i}{8} \sum_{m=1}^4 Y_0'(kr)_m (\cos\theta)_m w_m \right] - \frac{1}{2} \quad (\text{III-30})$$

Le premier terme de H_{ii} s'annule par orthogonalité du rayon vecteur r et la normale extérieure n, $\cos\theta = 0$. En conséquence :

$$H_{ii} = -1 / 2 \quad (\text{III-31})$$

Le terme G_{ij} est calculé de manière similaire par intégration numérique et est donné par :

$$G_{ij} = \frac{l_j}{8} \sum_{m=1}^4 Y_0(kr)_m w_m \quad (\text{III-32})$$

Une procédure particulière doit être utilisée lors de l'évaluation de G_{ii} à cause de la présence de singularité. Dans ce cas particulier, le terme G_{ii} est calculé analytiquement en utilisant l'approximation de la solution fondamentale:

$$Y_0(kr) \cong \frac{2}{\pi} \ln(kr) \quad \text{quand } r \rightarrow 0 \quad (\text{III-33})$$

En substituant cette valeur dans l'expression de G_{ii} et en se référant à la figure (III.4):

$$G_{ii} = \frac{1}{2\pi} \int_{C_i} \ln(kr) dC_i = \frac{l_i}{2\pi} \int_0^1 \ln(k\xi \frac{l}{2}) d\xi$$

$$\text{ce qui donne : } G_{ii} = \frac{l_i}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{kl_i}{2}\right) - 1 \right] \quad (\text{III-34})$$

En utilisant la solution fondamentale donnée par l'équation (III-27) et en sachant que:

$$H^2_0(kr) = J_0(kr) - i Y_0(kr)$$

on obtient les expressions suivantes pour les éléments la matrice [H]:

$$\begin{aligned} H_{ij} &= i.(H_{ij})_I + (H_{ij})_R \\ \text{où } (H_{ij})_I &= \frac{kl}{8} \sum_{m=1}^4 J_0(kr)_m (\cos \theta)_m w_m \\ \text{et } (H_{ij})_R &= \frac{kl}{8} \sum_{m=1}^4 Y_0(kr)_m (\cos \theta)_m w_m \end{aligned} \quad (\text{III-35})$$

Pour le cas particulier où $i = j$:

$$(H_{ii})_I = 0 \quad \text{et} \quad (H_{ii})_R = -\frac{1}{2}$$

et les expressions suivantes pour les éléments de la matrice [G] :

$$\begin{aligned} G_{ij} &= i.(G_{ij})_I + (G_{ij})_R \\ \text{où } (G_{ij})_I &= \frac{l}{8} \sum_{m=1}^4 J_0(kr)_m w_m \\ \text{et } (G_{ij})_R &= \frac{l}{8} \sum_{m=1}^4 Y_0(kr)_m w_m \end{aligned} \quad (\text{III-36})$$

Pour le cas particulier où $i = j$:

$$\begin{aligned} (G_{ii})_I &= \frac{l}{4} \\ \text{et } (G_{ii})_R &= \frac{l}{2\pi} (\ln \frac{kl}{2} - 1) \end{aligned} \quad (\text{III-37})$$

III.4.2. Evaluation des intégrales aux frontières pour l'élément linéaire

Les intégrales de l'équation (III-20) sont évaluées comme suit:

$$h_{ij}^{(1)} = \int_{C_j} \phi q_i dC_j = \frac{kl_j}{16} \int_{-1}^{+1} (1-\xi) Y_0(kr) \cos\theta d\xi \quad (\text{III-38})$$

Avec, les notations de la figure (III.4).

L'application de la formule d'intégration de Gauss à l'équation (III-38) donne :

$$h_{ij}^{(1)} = \frac{kl_j}{16} \sum_{m=1}^4 (1-\xi_m) Y_0(kr)_m (\cos\theta)_m w_m \quad (\text{III-39})$$

De manière similaire, on a :

$$h_{ij}^{(2)} = \frac{kl_j}{16} \sum_{m=1}^4 (1+\xi_m) Y_0(kr)_m (\cos\theta)_m w_m$$

$$g_{ij}^{(1)} = \frac{l_j}{16} \sum_{m=1}^4 (1-\xi_m) Y_0(kr)_m w_m \quad (\text{III.40})$$

$$g_{ij}^{(2)} = \frac{l_j}{16} \sum_{m=1}^4 (1+\xi_m) Y_0(kr)_m w_m$$

Pour le cas particulier de H_{ii} , les termes $h^{(1)}_{ii}$ et $h^{(2)}_{i,i-1}$ s'annule par orthogonalité de r et n soit donc $\cos\theta = 0$. Ceci donne :

$$H_{ii} = -1 + \frac{\beta}{2\pi} \quad (\text{III-41})$$

Lors de l'évaluation de G_{ii} , les noyaux singuliers paraissent lorsque $j=i$ et lorsque $j=i+1$. Les intégrales contenant ces noyaux singuliers sont évaluées analytiquement en utilisant l'approximation de $Y_0(kr)$ donnée par l'équation (III-33).

Le terme G_{ii} est exprimé telle que :

$$G_{ii} = g_{ii}^{(1)} + g_{i,i-1}^{(2)} \quad (\text{III-42})$$

soit, selon la figure (III.4), :

$$g_{ii}^{(1)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{l_i} \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) \ln(kx) dx = \frac{l_i}{4\pi} \left(\ln kl_i - \frac{3}{2}\right) \quad (\text{III-43})$$

De manière similaire, le calcul donne :

$$g_{i,i-1}^{(2)} = \frac{l_{i-1}}{4\pi} (\ln kl_{i-1} - \frac{3}{2}) \quad (\text{III-44})$$

Egalement, on a :

$$G_{i,i+1} = g_{i,i+1}^{(1)} + g_{i,i}^{(2)} \quad (\text{III-45})$$

dans laquelle le terme $g_{ii}^{(2)}$ contenant un intégrant singulier est évalué comme suit :

$$g_{ii}^{(2)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{l_i} \frac{x}{l_i} \ln(kx) dx = \frac{l_i}{4\pi} (\ln kl_i - \frac{1}{2}) \quad (\text{III-46})$$

III.4.3. Conditions aux limites

Après avoir obtenu les éléments des matrices [H] et [G], on applique les conditions aux limites suivantes pour le parement vertical:

La surpression hydrodynamique, P, s'annule à la surface libre du réservoir, $P(x, H, t) = 0$, d'où :

$$P_0(x, H) = 0 \quad (\text{III-47})$$

Pour une accélération horizontale du sol, l'accélération verticale des particules d'eau est nulle au fond du réservoir, $\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}(x, 0, t) = 0$, ceci implique :

$$\frac{\partial P_0}{\partial n}(x, 0) = 0 \quad (\text{III-48})$$

L'accélération horizontale des particules d'eau sur le parement amont du réservoir est égale à l'accélération horizontale du sol, $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(0, y, t) = e^{i\omega t}$, ce qui pour le parement amont du barrage

donne :

$$\frac{\partial P_0}{\partial n}(0, y) = \rho \quad (\text{III-49})$$

Pour la condition aux limites à la frontière lointaine du réservoir fini, les cas suivants résultent :

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont
des Barrages Rigides, à Fruits Composées

Premièrement, si l'accélération horizontale des particules d'eau à l'extrémité lointaine du réservoir est supposée nulle, la condition aux limites suivante est satisfaite : $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(L, y, t) = 0$, ce qui implique :

$$\frac{\partial P_0}{\partial n}(L, y) = 0 \quad (\text{III-50})$$

Deuxièmement, si l'accélération horizontale des particules d'eau à l'extrémité lointaine est supposée égale à l'accélération horizontale du sol, la condition aux limites suivante est $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(L, y, t) = e^{i\omega t}$, d'où :

$$\frac{\partial P_0}{\partial n}(L, y) = -\rho \quad (\text{III-51})$$

Troisièmement, pour l'extrémité lointaine d'un réservoir infini, la condition aux limites est donnée par : $P_0(\infty, y, t) = 0$ (III-52)

Cette dernière condition provient du fait que la solution fondamentale P_0^* tend vers zéro quand r tend vers l'infini, ce qui implique que l'intégration du membre de droite de l'équation (III-10) ne nécessite pas d'être effectuée sur la frontière à l'infini.

En réarrangeant le système d'équation (III-22) de telle manière que toutes les inconnues soient transférées dans le membre de gauche, alors on peut écrire :

$$[B]\{X\} = \{F\} \quad (\text{III-53})$$

où, $\{X\}$ est le vecteur des inconnues P_0 et q_0 .

Lorsque les valeurs de P_0 et q_0 sont connues sur la frontière, on peut calculer la valeur de P_0 en tout point intérieur en utilisant l'équation (III-9), qui après discrétisation, devient :

$$(P_0)_i = \sum_{j=1}^N (R)_j \int_{C_j} q^* dC_j - \sum_{j=1}^N q_j \int_{C_j} P_0^* dC_j \quad (\text{III-54})$$

La solution du système linéaire défini par l'expression (III-53) fournit donc la surpression hydrodynamique sur le parement amont du barrage qu'on peut toujours mettre sous la forme de l'équation (II-19):

$$P_0 = C_p \alpha \rho g h$$

Où le coefficient adimensionnel C_p représentant les surpressions hydrodynamiques s'écrit donc:

$$C_p = \frac{P_0}{\alpha \rho g h} \quad \text{(III-55)}$$

III.5 Résultats et discussion

Dans ce qui suit, une étude paramétrique a été également effectuée en vue de mieux appréhender l'influence de divers facteurs physiques et géométriques sur la distribution des surpressions hydrodynamiques, incluant notamment la forme irrégulière du parement amont, la longueur relative du réservoir, et la compressibilité du fluide. Les principaux résultats numériques obtenus sont présentés pour diverses géométries de l'interface fluide-structure et des comparaisons entre les solutions numériques et expérimentales sont effectuées.

La solution de l'approche numérique par la méthode des équations intégrales aux frontières (MEIF) appliquée aux même cas de système barrage-réservoir, ci dessus, est présentée. Les données suivantes sont utilisées pour le calcul numérique des résultats présentés. La hauteur du réservoir, $h=100$ m ; la célérité du son dans l'eau, $c = \infty$ (fluide incompressible) et $c=1440$ m/s (fluide compressible); la masse spécifique de l'eau, $\rho = 1000$ kg/m³. La frontière lointaine du réservoir est placée à la distance L du pied du parement amont du barrage.

III.5.1 Choix de la longueur relative L/h

Une étude paramétrique a été effectuée sur le choix de la longueur relative L/h du réservoir. La figure III.5a présente les tendances d'évolution de la distribution du coefficient des surpressions hydrodynamiques, cas de parement à fruit composé du barrage caractérisé par ($\theta = 49.1^\circ$; $c = 1/2$) (fig.II.6b).

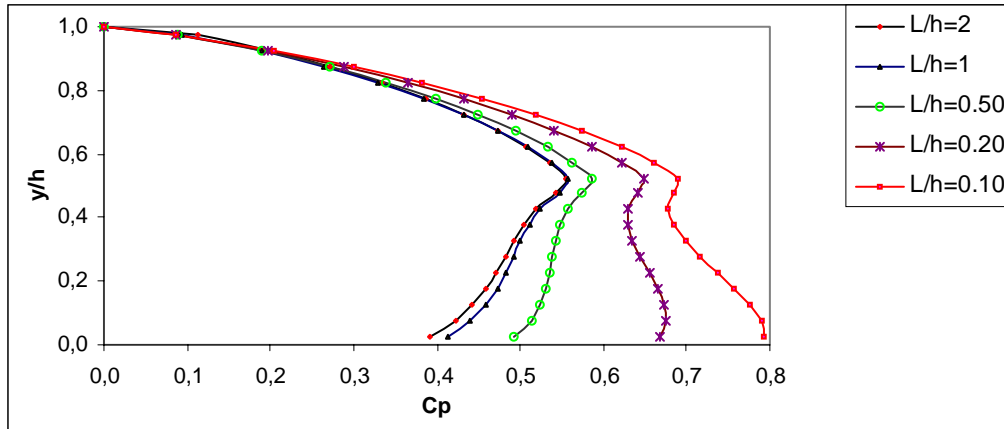


Fig. III.5a : Evolution de la Distribution du Coefficient des Surpressions Hydrodynamiques sur Parement Amont à Fruit Composé des Barrages ($\theta = 49.1^\circ$; $c = 1/2$) en fonction de la Longueur relative L/h

Il est observé de la figure III.5a une concordance de résultats très proches obtenues pour les valeurs du paramètre L/h proche de 2. Les valeurs de L/h supérieures à 2 n'ont pratiquement aucune influence sur la distribution des surpressions hydrodynamiques sur parement amont de barrage. En outre des tendances analogues sont obtenues lorsque la limite de troncature est déplacée vers des positions de plus en plus éloignées de l'interface fluide-structure. De la figure III.5a on observe que les distributions des surpressions hydrodynamiques sur parement amont à fruit composé de barrage caractérisé par ($\theta = 49.1^\circ$; $c = 1/2$) convergent, par valeur supérieure, pour L/h=2.

Cependant, il est à noter de la figure III.5a que des erreurs considérables peuvent être induites quand la position de la limite de troncature L/h est inférieure à 1. L'augmentation des surpressions, pour des positions de la limite de troncature proches de l'interface fluide structure, peut être interprétée comme effet due à des réflexions d'ondes de pressions vers l'intérieur du réservoir. Le facteur à l'origine de cette réflexion serait la compressibilité de l'eau.

Il peut être ainsi conclu que pour le cas d'un barrage rigide, la méthode des équations intégrales aux frontières permet d'obtenir des résultats satisfaisants pour $L/h=2.0$ et de réaliser des gains importants en temps et volume de calculs.

De la figure III.5b on observe que les surpressions hydrodynamiques, maximale et au fond du réservoir respectivement, sur parement amont à fruit composé de barrage caractérisé par ($\theta=49.1^\circ$; $c=1/2$) convergent, par valeur supérieure, pour $L/h=2$.

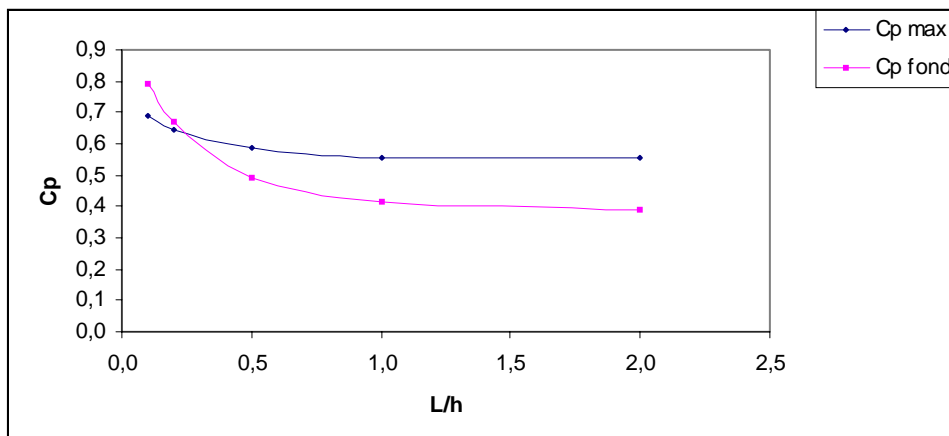


Fig. III.5b : Evolution des Surpressions Hydrodynamiques, Maximale et au fond du Réservoir, sur Parement Amont à Fruit Composé des Barrages ($\theta=49.1^\circ$; $c=1/2$) en fonction de la longueur relative L/h

III.5.2 choix du nombre et du type d'élément

Ensuite, dans le but d'évaluer l'influence du nombre et du type d'éléments considérés dans la méthode des équations intégrales aux frontières sur la distribution du coefficient des surpressions hydrodynamiques le long du parement amont du barrage, la position relative de la limite de radiation est fixée proche de l'interface fluide structure à $L/h=2$. La figure III.5c présente les tendances d'évolution de la distribution du coefficient des surpressions hydrodynamiques le long du parement à fruit composé, caractérisé par ($\theta=49.1^\circ$, $c=1/2$), de barrages en fonction des choix d'éléments constant et linéaire et du nombre d'éléments (25 et 60 éléments).

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composés

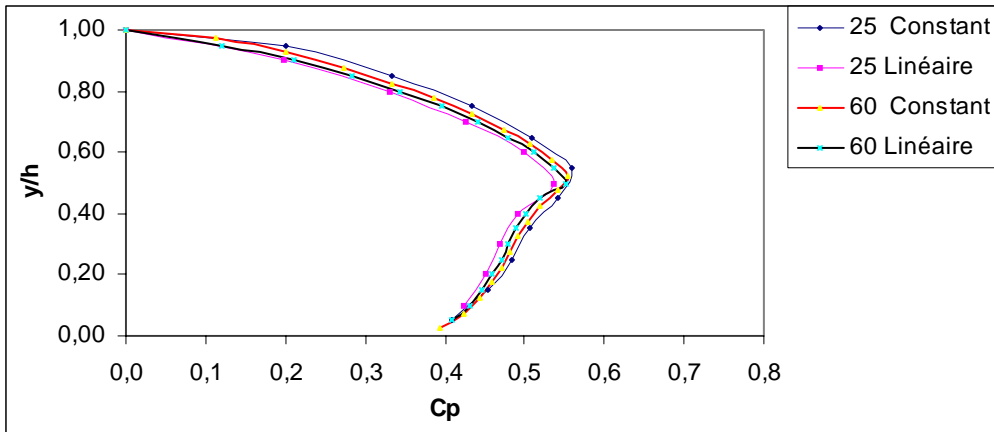


Fig. III.5c : Evolution de la Distribution du Coefficient des Surpressions Hydrodynamiques sur Parement Amont à Fruit Composé des Barrages ($L/h=2$; $\theta= 49.1^\circ$; $c= 1/2$) en fonction du type et du nombre d'élément

Pour la méthode des équations intégrales aux frontières (MEIF), les résultats obtenus pour le même nombre d'éléments constants et d'éléments linéaires sont très proches (fig.III.5c). Ceci indique que, dans la présente étude, les éléments linéaires n'offrent aucun avantage. La formulation avec élément constant est plus simple, nécessite moins de calcul: elle est adéquate. En effet, une précision relative de l'ordre de 2.5% entre les résultats par éléments linéaires et ceux par éléments constants a été obtenue (Tableau 1). Pour le même type d'élément, une précision de l'ordre de 4% pour l'élément constant et, respectivement, de l'ordre de 1% pour l'élément linéaire en passant de 25 à 60 éléments (Tableau 2).

Tableau 1 : Evolution de l'erreur relative sur la pression max. en fonction du type d'éléments (élément constant ; élément Linéaire).

Nombre d'éléments	Cp max.		Erreur Relative
	Elément constant	Elément Linéaire	
25	0.5596	0.555	0.83%
60	0.5379	0.5508	2.35%

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

Tableau 2 : Evolution de l'erreur relative sur la pression max. en fonction du nombre d'éléments.

Nombre d'éléments	Cp max.	
	Elément constant	Elément Linéaire
25	0.5596	0.555
60	0.5379	0.5508
Erreur relative	4.03%	0.76%

Les figures III.6-III.7 montrent les variations du coefficient de surpression pour différentes valeurs de θ (fig. II.5a) correspondant à différentes géométries du parement amont, à simple fruit, du barrage. La figure III.6 présente les coefficients des surpressions hydrodynamiques pour les parements simplement inclinés obtenues pour des éléments constants, tandis que la figure III.7 présente les coefficients des surpressions hydrodynamiques obtenues pour des éléments linéaires.

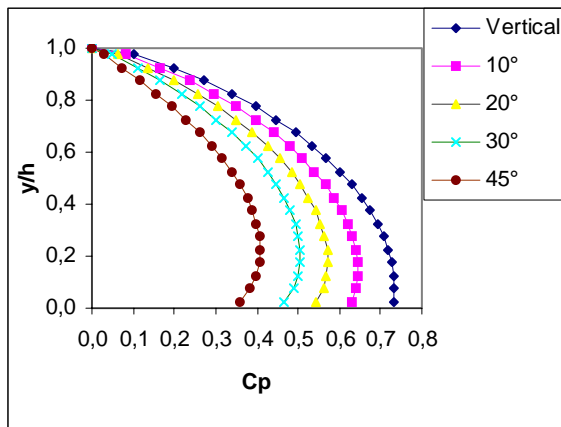


Fig. III.6 : coefficients des surpressions hydrodynamiques, parements à simple fruit (élément constant)

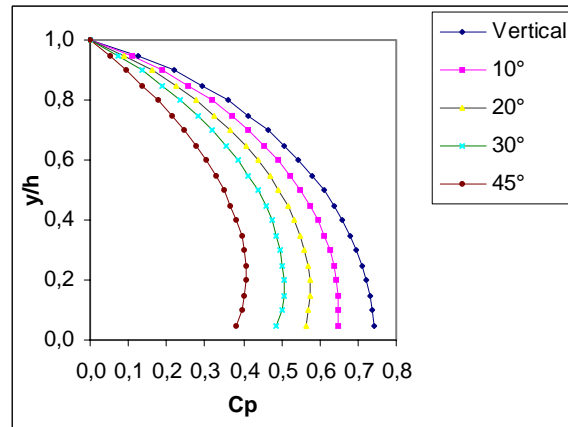


Fig. III.7 : coefficients des surpressions hydrodynamiques, parements à simple fruit (élément linéaire)

Des figures III.6-III.7 on observe que les coefficients des surpressions hydrodynamiques sur parement amont à fruit simple de barrage diminuent lorsque le fruit du barrage augmente ; la surpression est maximale pour un barrage à parement vertical. L'extremum dans ce cas est $C_p=0.731$ obtenu pour l'élément constant (respectivement 0.742 pour l'élément linéaire). L'erreur relative est de 1.5 % dans ce cas.

Une comparaison est effectuée entre les deux résultats (élément linéaire-élément constant) pour différentes valeurs de θ correspondant à différentes géométries du parement amont du barrage (Fig. III.8).

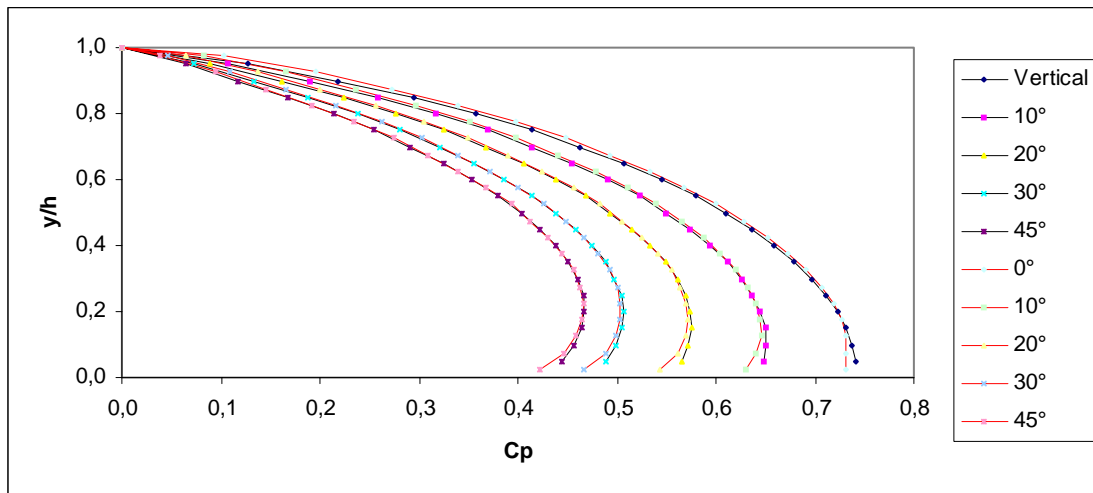


Fig. III.8 : Comparaison des Coefficients de Surpressions Hydrodynamiques (élément linéaire-élément constant) sur Parements Amont, à Fruit Constant, des Barrages.

Pour la méthode des équations intégrales aux frontières (MEIF) avec élément constant et avec élément linéaire, les résultats obtenus pour le même fruit du parement amont de l'interface fluide-structure sont extrêmement approchés (fig.III.8). Ceci indique encore que, dans la présente étude, les éléments linéaires n'offrent aucun avantage. La formulation avec élément constant est plus simple, nécessite moins de calcul: elle est adéquate. En effet, une précision de l'ordre de 2% entre les résultats par éléments linéaires et ceux par éléments constants a été obtenue.

Les Figures III.9-III.11 montrent les variations du coefficient de surpression pour différentes combinaisons de c et de θ correspondant à différentes géométries du parement amont du barrage (exemple fig. III.9a-c; II.7a-c; II.8a-c).

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composés

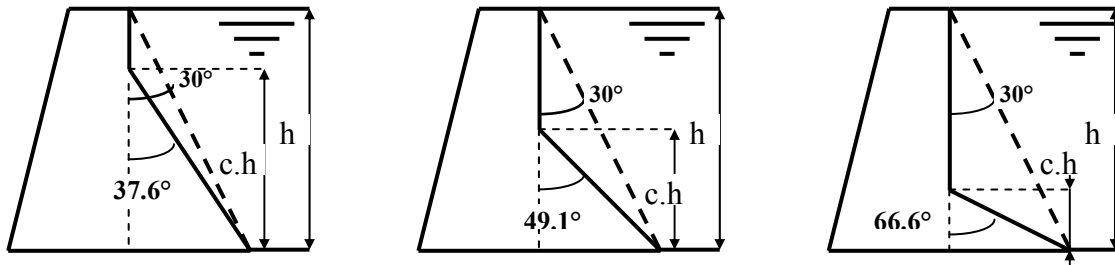


Fig. III.9a,b,c : Schéma de l'interface fruit composé

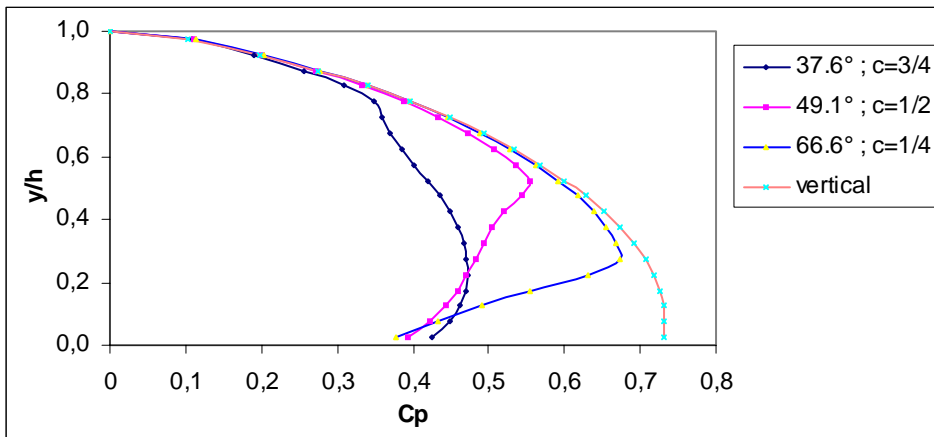


Fig. III.9 : Coefficient des Surpressions Hydrodynamiques sur Parement Composé des Barrages.

Les figures III.9-10 montrent la variation du coefficient de surpression pour différentes combinaisons de c et de θ , correspondant à différentes géométries du parement amont composé. Il est à noter encore des figures II.9-10 que les barrages ayant une section verticale de hauteur supérieure à la moitié de la hauteur du parement ont un coefficient de surpression pratiquement égal à celui d'un barrage avec parement vertical sur toute la hauteur. Il est tout aussi important de relever encore de la figure III.11 que pour les barrages ayant une section verticale, les coefficients de surpression maximale augmentent avec l'augmentation de la longueur de la section verticale du parement.

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composés

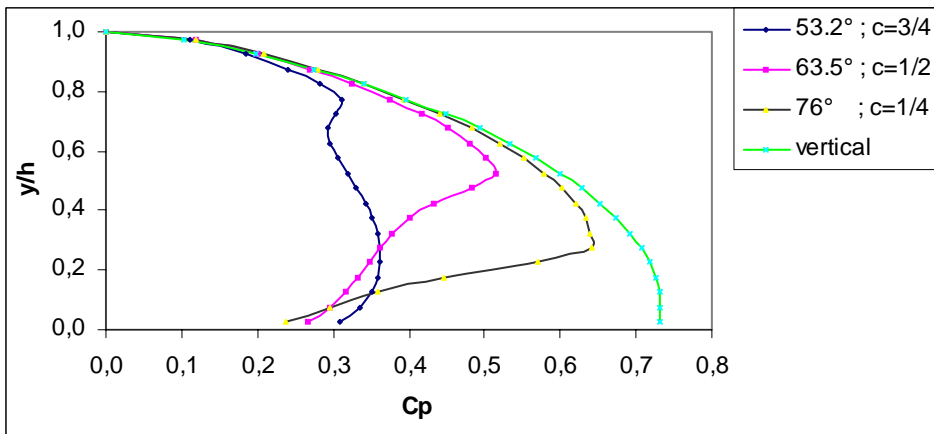


Fig. III.10 : Coefficient des Surpressions Hydrodynamiques sur Parement Composé des Barrages.

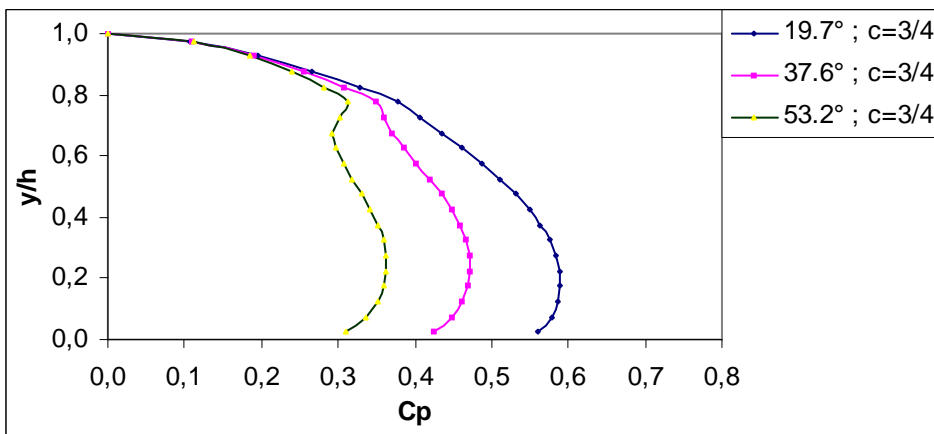


Fig. III.11 : Coefficient des Surpressions Hydrodynamiques sur Parement Composé des Barrages.

III.5.3 influence de la compressibilité du fluide

Nous avons également effectué une investigation numérique par la MEIF sur l'influence de la compressibilité du fluide ($c^2 = E / \rho$) et son effet sur la distribution des surpressions hydrodynamiques. Le nombre d'onde $K=0$ ($K= \omega / c$) correspond à un fluide incompressible (célérité infini). Le fluide compressible est caractérisé par une célérité finie $c=1440$ m/s. Les Figures III.12-13 représentent l'évolution de la distribution des coefficients de la surpression hydrodynamique le long du parement amont de barrage rigide pour $c=1440$ m/s et différentes valeurs de ω/ω_1 correspondant à différentes valeurs du nombre d'onde K :

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composés

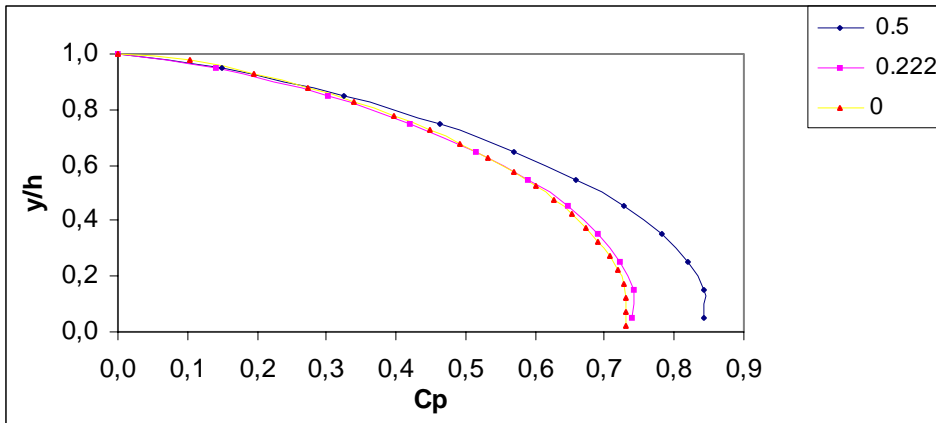
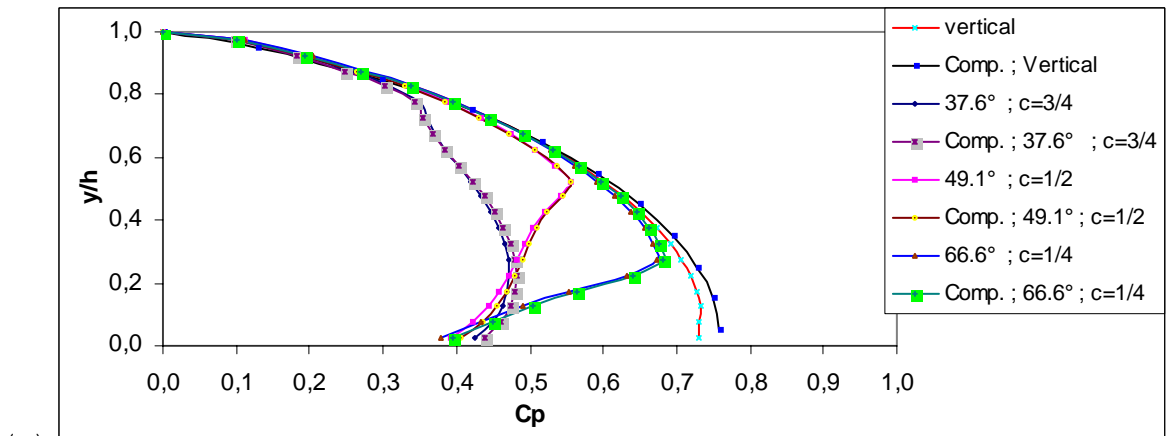
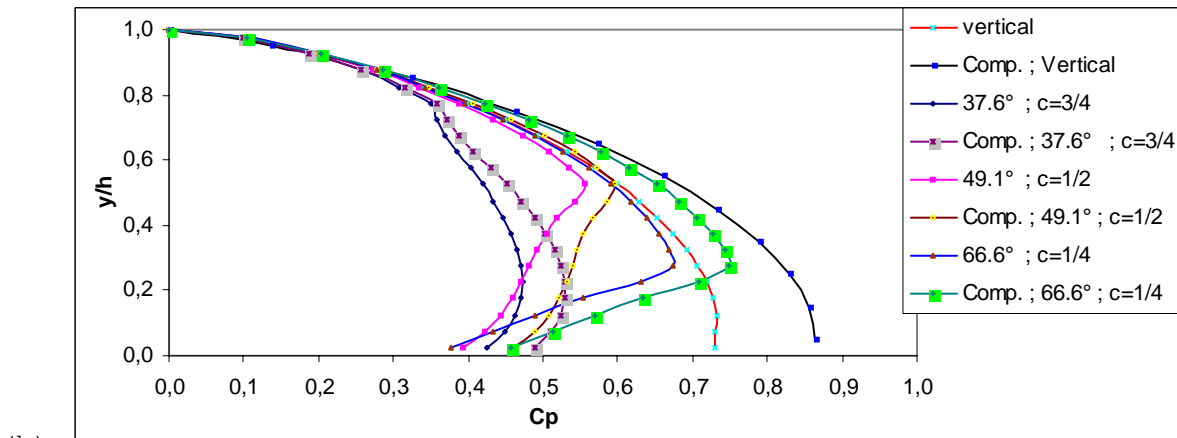


Fig. III.12 : Coefficient des Surpressions Hydrodynamiques sur Parement Vertical de Barrage, Fluide Incompressible ($c=\infty$) / Fluide Compressible ($c=1440$ m/s).



(a)



(b)

Fig. III.13 : Comparaison des Distributions du Coefficient de Surpressions Hydrodynamiques sur Parement Composé de Barrage ; Fluide Incompressible ($c=\infty$) / Fluide Compressible ($c=1440$ m/s)
(a) $\omega/\omega_1=0.222$; (b) $\omega/\omega_1=0.5$

Des Figures III.12-13, on remarque que l'effet de compressibilité du fluide est négligeable (Fig. III.12-13a) tant que la fréquence d'excitation est faible devant la fréquence fondamentale du réservoir ω_1 . Cet effet de compressibilité du fluide devient important lorsque la fréquence d'excitation relative ω/ω_1 augmente (Fig. III.13b).

III.5.4 influence de la fréquence d'excitation relative (ω / ω_1)

Nous avons ensuite effectué une investigation numérique par la MEIF afin de montrer l'influence de la fréquence d'excitation relative (ω / ω_1) sur le coefficient des surpressions hydrodynamiques maximales, sur les forces hydrodynamiques horizontales relatives ($F_{dyn}/F_{stat.}$) et sur la distribution des surpressions hydrodynamiques sur barrage à parement vertical (ω : fréquence d'excitation ; $\omega_n=(2.n-1).\pi.c/2.h$: fréquences propres du réservoir et ω_1 : fréquence fondamentale du réservoir).

L'efficacité et la validité des résultats proposés ont été testées en analysant trois barrages différents ayant les dimensions suivantes : (a) le réservoir d'un petit barrage l'Angostura ($h=44.9m$), (b) le réservoir d'un grand barrage le Pine-flat ($h=116.1m$) ainsi que (c) le réservoir d'un barrage fictif ($h=100m$). Dans tous ces cas $l/h=2$.

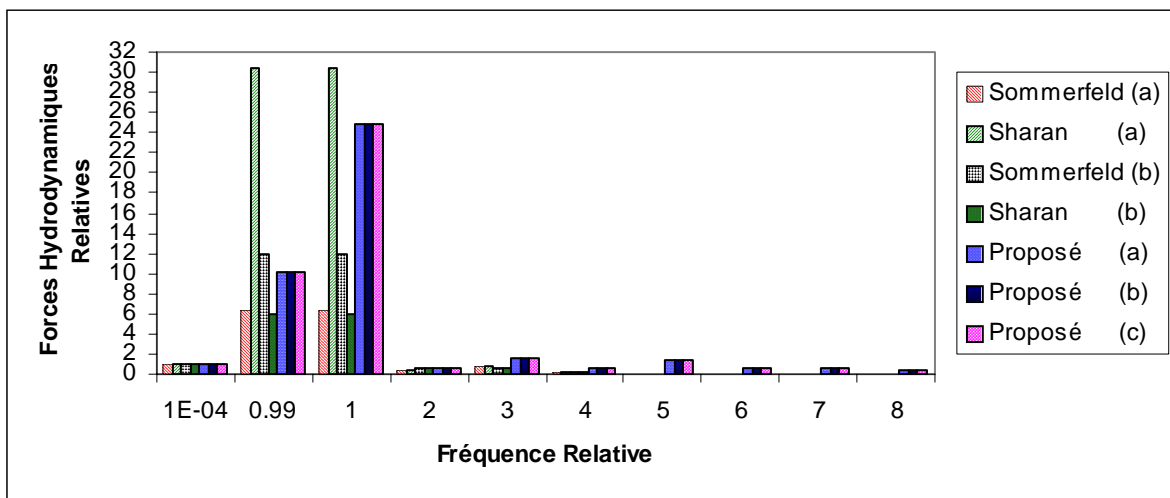


Fig. III.14 : Réponse Fréquentielle des Forces Hydrodynamiques Relatives F_{dyn}/F_{stat} sur (a) barrage Pine-Flat ; (b) barrage Angostura et (c) barrage fictif

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

L'histogramme de la figure III.14 montre les résultats numériques des composantes horizontales de la résultante hydrodynamique F_{dyn} relative (en excès de la force hydrostatique $F_{\text{stat}} = \rho g h^2 / 2$; g étant l'accélération de gravité). Les résultats sont résumés pour quelques valeurs de la fréquence d'excitation normalisée par rapport à la fréquence fondamentale du réservoir ω_1 . La valeur de $\omega = 3 \omega_1$ correspond à la seconde fréquence propre du réservoir. Dans cette histogramme, la comparaison est établie entre les résultats obtenus par la MEIF, avec ceux disponibles de Sommerfeld (Sharan, 1991) et de Sharan (Sharan, 1991). L'approche par la MEIF montre qu'elle est très efficace et fournit dans l'ensemble des résultats concordants avec ceux de Sommerfeld et de Sharan.

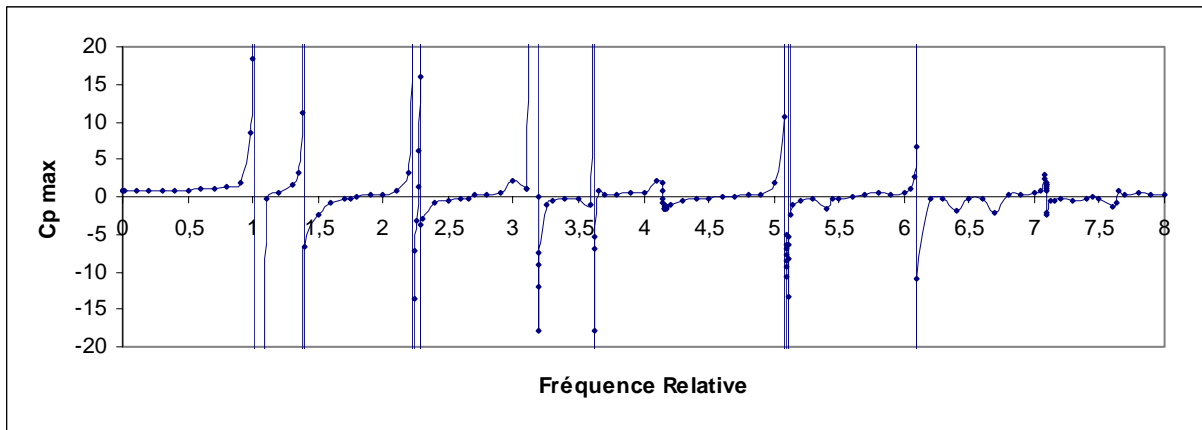


Fig. III.15a : Evolution du Coefficient de la Surpression Hydrodynamique Maximale le long du Parement Vertical en fonction de la Fréquence d'Excitation Relative (ω/ω_1) (partie réelle)

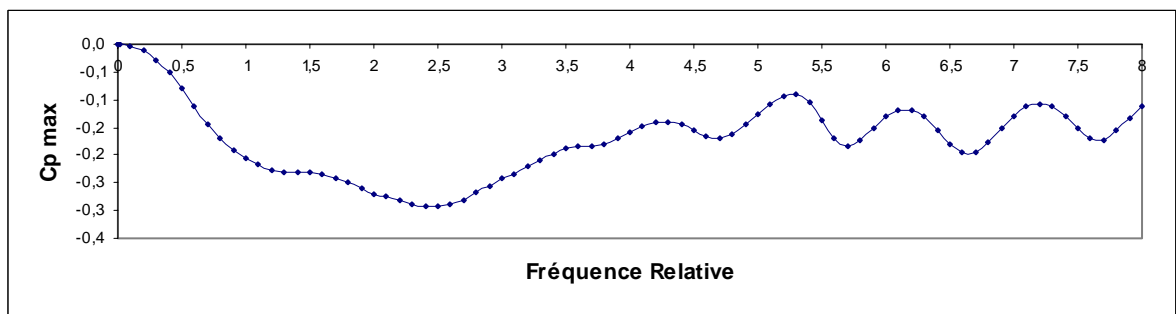


Fig. III.15b : Evolution du Coefficient de la Surpression Hydrodynamique Maximale le long du Parement Vertical en fonction de la Fréquence d'Excitation Relative (ω/ω_1) (partie imaginaire)

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composés

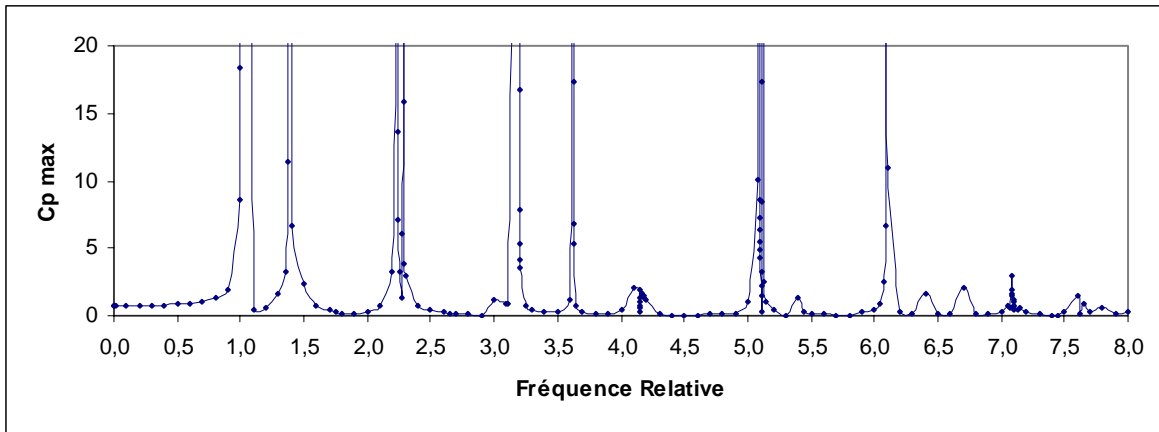


Fig. III.15c : Evolution du Coefficient de la Surpression Hydrodynamique Maximale le long du Parement Vertical en fonction de la Fréquence d'Excitation Relative (ω/ω_1) (module)

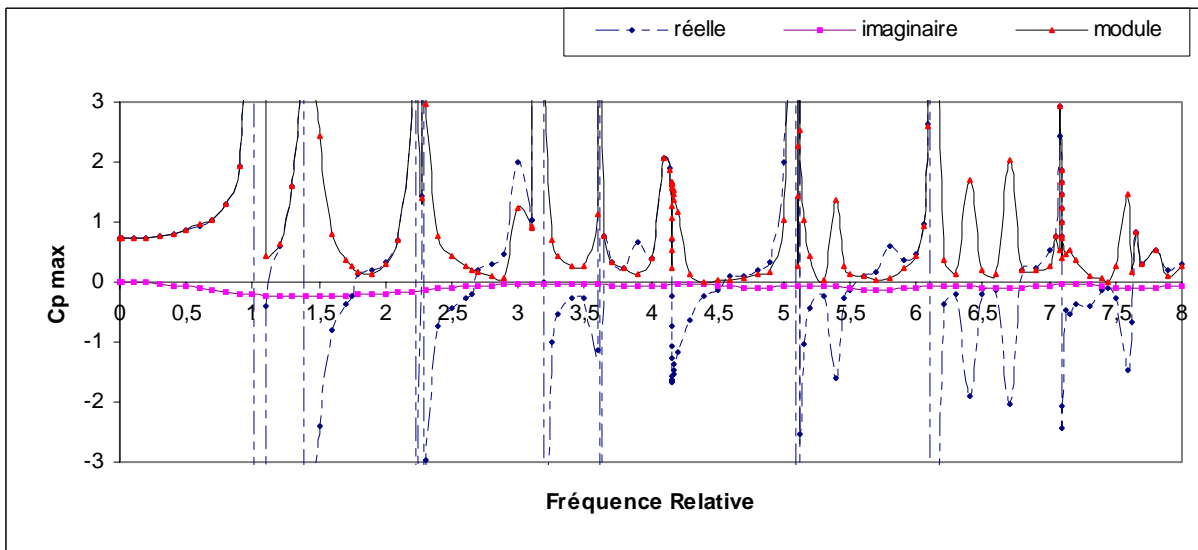


Fig. III.15d : Comparatif de l'Evolution du Coefficient de la Surpression Hydrodynamique Maximale le long du Parement Vertical en fonction de la Fréquence d'Excitation Relative (ω/ω_1)

Pour l'intervalle des pulsations d'excitations relatives analysées correspondant aux fréquences des sollicitations sismiques ($0 < \omega / \omega_1 < 8$) (Fig. III.15a-d), on a constaté que la partie imaginaire des surpressions hydrodynamiques représentant la réponse déphasée est négligeable par rapport à la partie réelle représentant la réponse en phase lors de l'excitation.

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composés

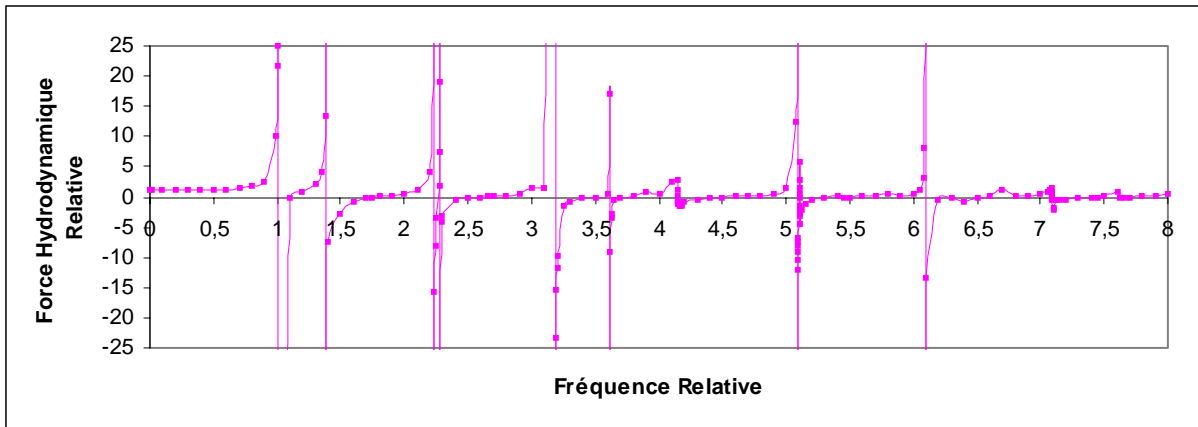


Fig. III.16a : Evolution des Forces Hydrodynamiques Horizontales Relatives ($F_{dyn}/F_{stat.}$) en fonction de la Fréquence d'Excitation Relative (ω / ω_1) (partie réelle)

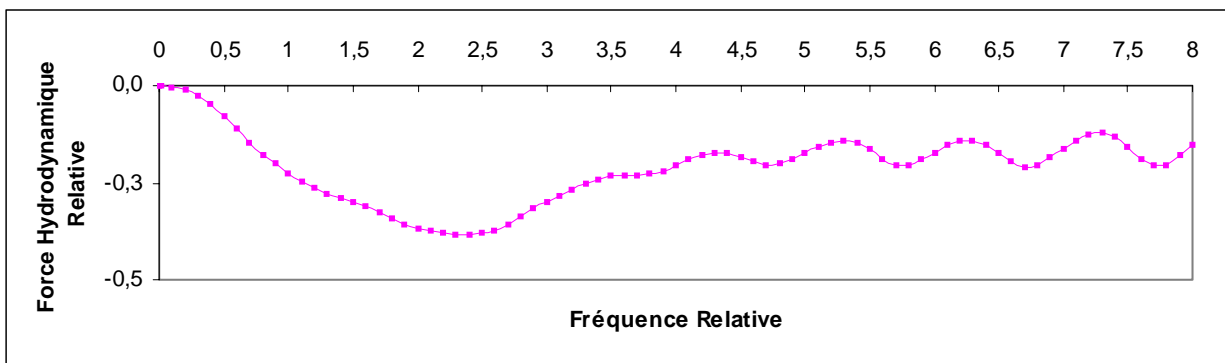


Fig. III.16b : Evolution des Forces Hydrodynamiques Horizontales Relatives ($F_{dyn}/F_{stat.}$) en fonction de la Fréquence d'Excitation Relative (ω / ω_1) (partie imaginaire)

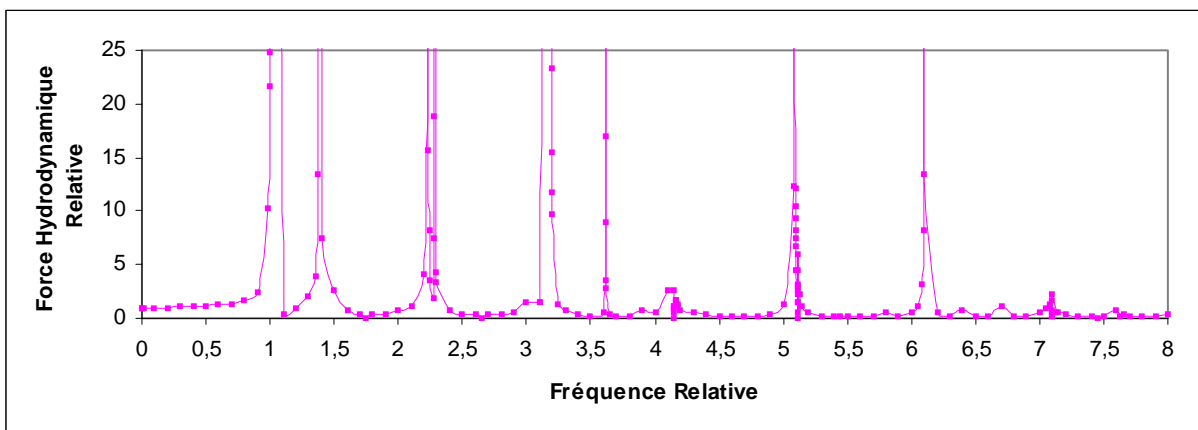


Fig. III.16c : Evolution de la Résultante Horizontale des Forces Hydrodynamiques Relatives ($F_{dyn}/F_{stat.}$) en fonction de la Fréquence d'Excitation Relative (ω / ω_1)

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composés

Pour l'intervalle des pulsations d'excitations relatives analysées ($0 < \omega / \omega_1 < 8$) correspondant aux fréquences des sollicitations sismiques (Fig. III.16a-c), on constate, de même, que la partie imaginaire des forces hydrodynamiques relatives ($F_{dyn}/F_{stat.}$) représentant la réponse déphasée est négligeable par rapport à la partie réelle des forces hydrodynamiques relatives représentant la réponse en phase lors de l'excitation cela est dû au caractère rigide du barrage et du fond du réservoir. On observe des pics du coefficient des surpressions et des forces hydrodynamiques relatives au voisinage de la fréquence fondamentale du réservoir ω_1 ($\omega / \omega_1=1$), de la seconde fréquence propre du réservoir définie par $\omega / \omega_1=3$ et de la troisième fréquence propre du réservoir définie par $\omega / \omega_1=5$ ceci montre évidemment l'effet de résonance. D'autres pics sont observés dans l'intervalle des fréquences ($0 < \omega / \omega_1 \leq 6$) (Tableau III-3). Par contre on remarque qu'il y a atténuation des surpressions hydrodynamiques (fig. III.15a, III.15c) et des forces hydrodynamiques (fig.III.16a, III.16c) lorsque la fréquence croît dans l'intervalle $6 < \omega / \omega_1 \leq 8$. Cet étalement des ondes serait dû à la dispersion des ondes par phénomènes dissipatifs.

Tableau III-3 : Extremum des Coefficients de Surpressions et des Forces Hydrodynamiques en fonction de la Fréquence Relative ω / ω_1 .

F_{dyn}/F_{stat}	4708,1	509,22	107,99	52,312	167,76	16,966	1429,4	235,54
$C_p \text{ max}$	4018	437,74	91,922	44,388	130,01	33,605	1220,5	194,15
ω / ω_1	1,0062	1,389	2,229	2,283	3,195	3,620	5,088	6,096

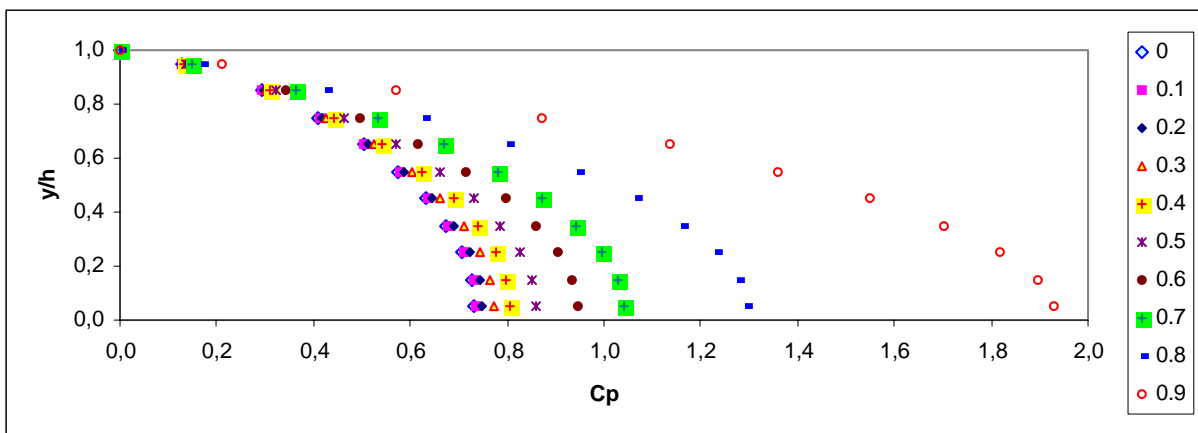


Fig. III.17a : Evolution de la Distribution des Coefficients de Surpressions Hydrodynamiques le long du parement Vertical en fonction de la Fréquence d'Excitation Relative (ω / ω_1) (partie réelle)

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composés

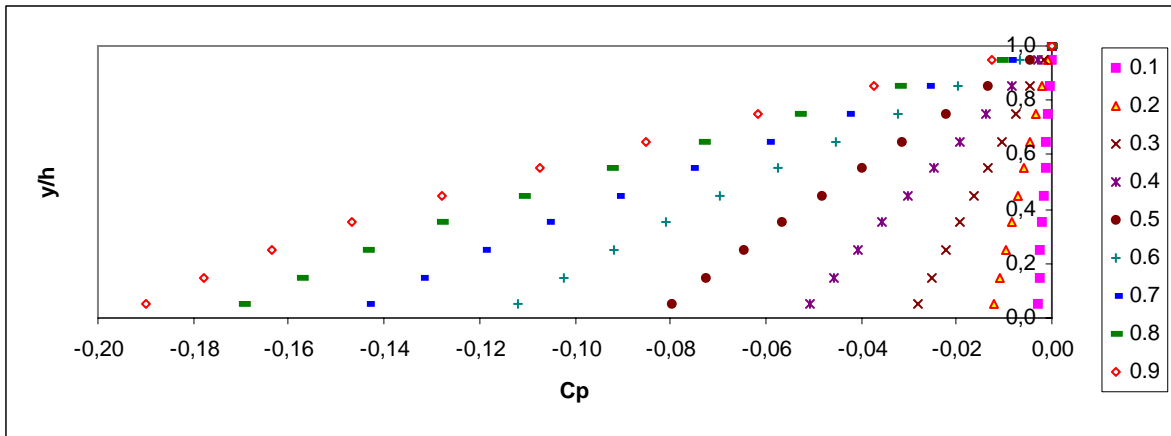


Fig. III.17b : Evolution de la Distribution des Coefficients de Surpressions Hydrodynamiques le long du parement en fonction de la Fréquence d'Excitation Relative (ω / ω_1) (partie imaginaire)

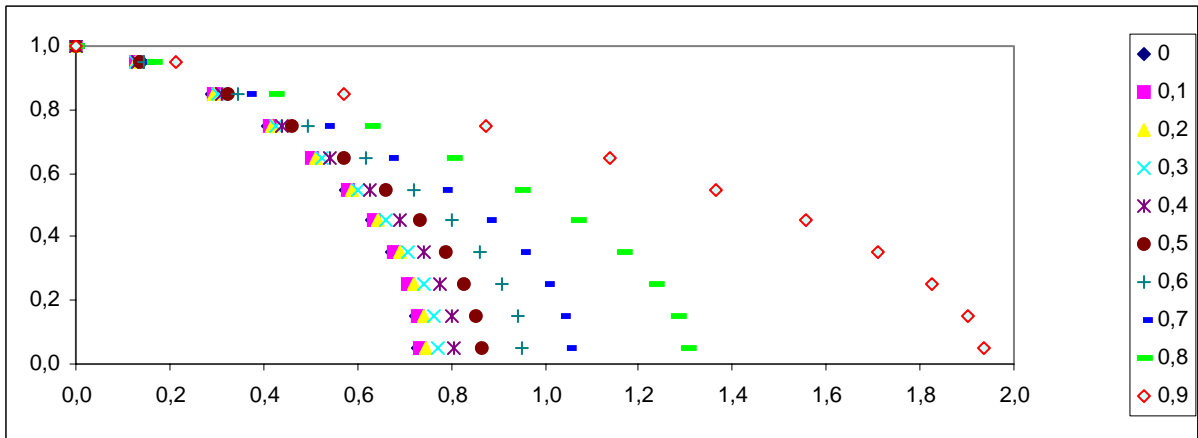


Fig. III.17c : Evolution de la Distribution des Coefficients de Surpressions Hydrodynamiques le long du parement Vertical en fonction de la Fréquence d'Excitation Relative (ω / ω_1) (Module)

L'efficacité et la validité des résultats étant vérifiés auparavant, on propose les résultats de l'analyse d'un barrage à parement composé ($49,1^\circ$ $c=1/2$) emmagasinant un réservoir de hauteur 100 m, de longueur $l=2h$. Les distributions des coefficients de surpressions hydrodynamiques en fonction de quelques fréquences d'excitation relative (ω / ω_1), ω_1 étant la fréquence fondamentale d'un barrage à parement vertical ou fréquence de référence, sont présentées en figure III.18. L'évolution des forces hydrodynamiques horizontales relatives ($F_{dyn}/F_{stat.}$) sur parement composé ($49,1^\circ$ $c=1/2$) en fonction de la fréquence d'excitation relative (ω / ω_1) (partie réelle seulement ; la partie imaginaire étant négligeable aussi) est représentée en figure III.19 pour l'intervalle des fréquences d'excitations relatives analysées ($0 < \omega / \omega_1 < 6.4$) correspondant aux fréquences des sollicitations sismiques.

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composés

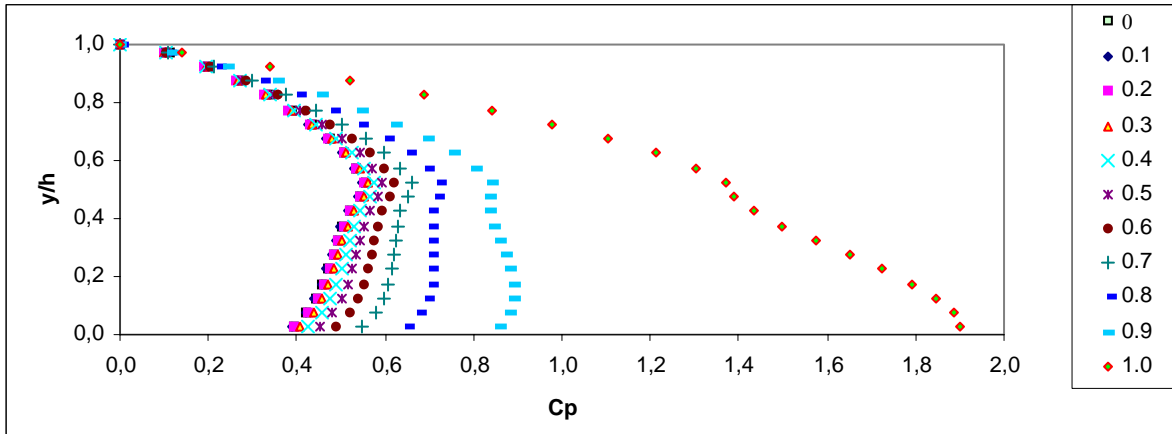


Fig. III.18 : Evolution de la Distribution des Coefficients de Surpressions Hydrodynamiques le long du Parement Composé de Barrage (49,1° c=1/2) en fonction de la Fréquence d'Excitation Relative (ω / ω_1) (partie réelle)

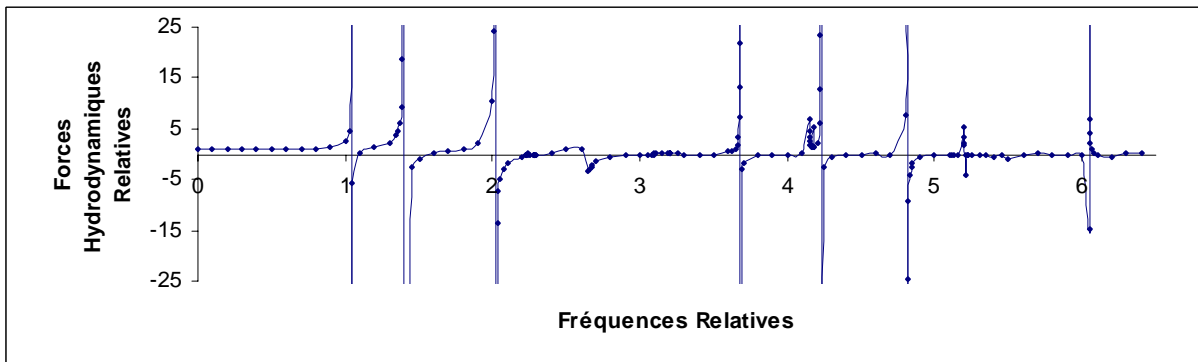


Fig. III.19 : Evolution des Forces Hydrodynamiques Horizontales Relatives ($F_{dyn.}/F_{stat.}$) sur Parement Composé (49,1° c=1/2) en fonction de la Fréquence d'Excitation Relative (ω / ω_1) (partie réelle)

Pour l'intervalle des pulsations d'excitations relatives analysées ($0 < \omega / \omega_1 < 6.4$) correspondant aux fréquences des sollicitations sismiques (Fig. III.19), on observe encore des pics des forces hydrodynamiques relatives au voisinage de la fréquence fondamentale du réservoir ω_1 ceci montre évidemment l'effet de résonance. D'autres pics relatifs sont observés dans l'intervalle des fréquences analysées (Tableau 4). Une analyse modale de ce type de barrage serait intéressante afin de préciser la valeur de la fréquence fondamentale et des autres fréquences propres.

Tableau III-4 : Extremum des Coefficients de Surpressions et des Forces Hydrodynamiques en fonction de la Fréquence Relative ω / ω_1 .

$F_{dyn.}/F_{stat.}$	3778,5	194,45	575,35	64,932	167,18	113,58	27,489
Cp max	3823,5	162,46	414,9	67,31	136,34	102,45	40,579
ω / ω_1	1,0416	1,398	2,017	3,679	4,229	4,811	6,051

CHAPITRE IV APPROCHE EXPERIMENTALE

Chapitre IV APPROCHE EXPERIMENTALE

L'investigation que nous avons réalisé lors de cette analyse par stratégie expérimentale nous a montré que les seuls travaux expérimentaux de mesure des surpressions hydrodynamiques développées par l'eau sur parement de barrages ou autres structures submergées et couronnés de succès seraient basées sur la procédure de l'analogie électrique. Néanmoins, nous avons relevés l'existence d'autres travaux expérimentaux postérieurs, tels ceux rapportés par Pearce,1933 et Mononobe,1933. Ces travaux étaient réalisés par Jacobsen,1933 en modèle réduit sur table vibrante, à l'université de Stanford, et ont servit de vérification expérimentale satisfaisante aux travaux de Westergaard.

D'autres travaux plus récents étaient effectués sur modèle réduit, aussi, par Phil et Bekhti,1990. Dans leurs travaux, ces chercheurs ont étudié l'effet des ondes de surfaces sur barrages à parements rigide et flexible. Ces travaux n'ont pas été couronnés de succès lors des mesures des surpressions par jauges électriques.

En effet, la méthode expérimentale directe implique un dispositif réel ou à échelle réduite entraînant des dépenses élevées. En plus, en hydrodynamique, il est particulièrement délicat de mesurer les surpressions générées et les résultats expérimentaux ne sont obtenus qu'avec une erreur relative importante.

Par contre, les méthodes analogiques permettent l'analyse des problèmes, par rapprochement entre phénomènes différents qui répondent aux même formes d'équations mathématiques. Il sont adoptés pour résoudre les problèmes complexe de manière expéditive.

Parmi plusieurs phénomènes régis par des lois analogues à ceux du problème étudié, on choisira celui qui présente les conditions expérimentales les plus avantageuses pour la mise en œuvre et pour l'obtention de résultats précis. Nous ne chercherons pas ici à utiliser l'analogie dans un but explicatif de l'écoulement généré, en se basant sur l'image d'un phénomène connu. Notre but est de permettre une détermination qualitative et quantitative des champs et pressions hydrodynamiques, en assimilant l'équation aux dérivées partielles gouvernantes à celles d'autres phénomènes plus accessibles à l'expérimentation [Bonnet,1965].

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

L'analogie électrique est l'une des méthodes de modélisation physique utilisées en hydrodynamique (infiltration en milieux poreux, écoulement autour d'obstacle,...)[Schneebelli,1978; Held,1976]. Le principe de base est d'établir une analogie entre le phénomène étudié et le phénomène électrique ayant même expression mathématique (champs dérivants de potentiels harmoniques) et plus facile à mesurer.

Les différentes techniques de l'analogie électrique sont : la cuve rhéologique, le papier conducteur, le réseau de résistances.

On rencontre dans la pratique deux types d'analogies qui diffèrent par leurs montages : une analogie directe qui établie une correspondance biunivoque entre la distribution du potentiel électrique dans un milieu conducteur et le potentiel des vitesses de l'écoulement étudié, et une analogie inverse qui relie la distribution du potentiel électrique et la fonction de courant de l'écoulement. L'analogie inverse nécessite une construction graphique pour déterminer le potentiel de l'écoulement.

Les travaux que nous présentons sur la surpression hydrodynamique, basées sur l'analogie inverse, furent historiquement conçues par Zangar 1950-51 en 2-D puis développés par Zienkiewicz et Nath 1962 en 3-D. Dans ces travaux les hypothèses classiques principales sont l'incompressibilité de l'eau, sa non viscosité, une structure rigide barrage et fondation et l'absence des perturbations de la surface libre ou d'ondes de surface.

Aux fins de valider les résultats issus des deux modèles numériques précédents un modèle expérimental basé sur le principe de l'analogie électrique a été développé. Le principe essentiel de cette approche consiste en l'assimilation de l'équation aux dérivées partielle gouvernante du problème de détermination des surpressions hydrodynamiques sur le parement amont des barrages à celle gouvernant l'écoulement stationnaire du champ électrique, phénomène plus accessible à l'expérimentation.

En effet, les méthodes analogiques permettent l'analyse des problèmes par rapprochement entre phénomènes différents qui répondent aux même formes d'équations mathématiques. Ils sont adoptés pour résoudre les problèmes complexes de manière expéditive.

Le présent travail expérimental présenté sur la mesure de surpressions hydrodynamiques est basé sur le principe de l'analogie inverse.

IV.1 Formulation du problème

Pour des considérations physiques expérimentales et à cause du caractère de l'impulsion sismique, on suppose que l'eau est incompressible de telle sorte que l'équation aux dérivées partielles gouvernant le champ de pressions se réduit à l'équation de Laplace :

$$\nabla^2 p=0 \quad (IV-1)$$

Cette expression de forme elliptique gouverne la propagation des ondes dans un milieu élastique incompressible. L'expression de Laplace gouverne aussi l'étude du champ permanent en électricité.

Il résulte, de cette similitude d'équations gouvernant les champs des pressions hydrodynamiques et de courant électrique, la possibilité à travers un dispositif expérimental approprié de déduire le champ des pressions hydrodynamiques directement à partir de la détermination du potentiel électrique.

IV.2 Dispositif expérimental

Pour réaliser ces essais expérimentaux par l'analogie électrique, nous avons conçu un modèle de cuve en plexiglas (matériaux isolant comme le verre ou l'ardoise) de dimensions (80x5x20 en cm.) sensiblement identiques à ceux utilisés par Zangar (1953). Nous avons ainsi réalisé 8 cuves correspondant aux valeurs des fractions c des hauteurs inclinées de $h/4$, $h/2$, $3h/4$ et h et des angles au sommet θ_1 , intersection fluide-structure, de 30° à 60° par pas de 15° pour simuler les différentes formes du parement amont du barrage (Fig. IV.1a).

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

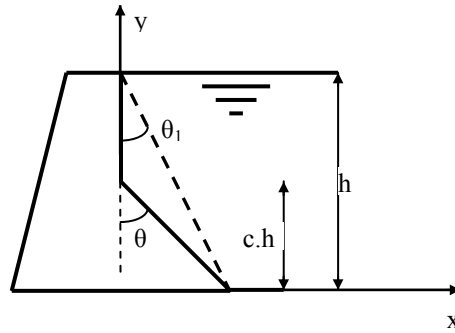


Fig. IV.1a: Schéma de l'interface Fluide-Structure

La limite AD représentant le parement amont du barrage est placée à l'extrémité gauche de la cuve figure IV.1b. Zangar a enroulé cette limite avec du fil de nichrome dans le but d'obtenir un potentiel à variation linéaire, alors qu'une plaque de cuivre, afin d'obtenir un potentiel constant, est placée sur la limite représentant le fond fixe du réservoir.

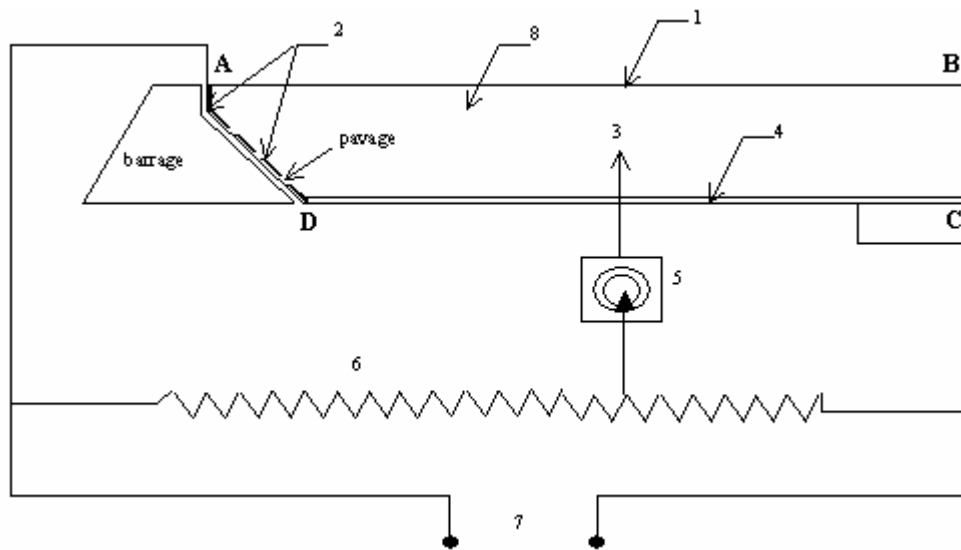


Fig. IV.1b : Dispositif expérimental

1. Surface libre du réservoir
2. Face amont du barrage (variation linéaire du potentiel : pavage)
3. Sonde
4. Base du réservoir (électrode à potentiel constant)
5. Galvanomètre (G)
6. Rhéostat (R)
7. Alimentation : Générateur basse fréquence alternatif (1000 Hz, 5 V)
8. Electrolyte

Nous n'avons pu disposer d'une quantité suffisante de fil de nichrome, le peu disponible s'étant détérioré lors des premiers essais. Nous avons remplacé le fil en disposant, le long de cette frontière, un ensemble d'électrodes séparées entre elles par des intervalles isolants étroits par rapport à la largeur des électrodes. Nous avons adopté le meilleur rapport suggéré par Malavard [Schneebelli, 1978] qui est de l'ordre de 1 pour 3. Entre chaque couple d'électrodes, on a placé une résistance choisie qui permet d'obtenir la variation linéaire du potentiel électrique. On a imposé ensuite à chaque électrode, en son centre, le potentiel constant correspondant. Cette méthode du 'pavage d'électrode' ne donne que de faible perturbation du champ électrique si elle est correctement utilisée.

Nous avons rempli la cuve avec de l'eau de robinet servant comme électrolyte.

Mais contrairement à Zangar, qui a utilisé le courant continu (batterie), nous avons établi sur les parois conductrices AD et CD à l'aide d'un générateur basse fréquences une différence de potentiel de 5 volts à 1000 hertz. Cette fréquence nous a permis d'annuler les effets indésirables de polarisation de l'eau [Held, 1976]. Pour finaliser le pont de mesure, outre des fils de connexion, une sonde, un galvanomètre, un rhéostat et un potentiomètre ont été nécessaires.

Enfin, pour étudier l'influence de la forme de l'interface amont sur les surpressions hydrodynamiques, il a été nécessaire de réaliser plusieurs cuves (principal inconvénient de la méthode expérimentale).

IV.3 Détermination des surpressions

La surpression hydrodynamique sur le parement amont vertical d'un barrage est donnée analytiquement par l'expression (II-19) que nous rappelons :

$$p=C_p \alpha \rho gh \quad (IV-2)$$

Où C_p représente le coefficient de surpression hydrodynamique à la profondeur caractérisée par y/h .

L'analyse des équations gouvernantes de notre problème hydrodynamique et du problème électrique analogue nous montre que le passage des grandeurs électriques mesurées aux grandeurs hydrodynamiques recherchées se fait en écrivant l'égalité des rapports adimensionnels analogues. Ces rapports, constituant l'échelle, sont obtenus en choisissant des grandeurs de références analogues adéquates; dans ce cas la pression analogue de référence au fond du réservoir $\alpha\rho gh$, et la magnitude du potentiel analogue est le potentiel appliqué aux bornes du générateur V_0 :

$$\frac{P}{\alpha\rho gh} = \frac{V}{V_0} \quad (\text{IV-3})$$

Comme à chaque équipotentielle correspond une valeur du rapport V/V_0 , sa valeur nominale coupant le parement amont du barrage représente donc le coefficient de surpression hydrodynamique à cette profondeur, sur le parement, soit :

$$C_p = \frac{P}{\alpha\rho gh} = \frac{V}{V_0} \quad (\text{IV-4})$$

L'ensemble des points, déduits ainsi, forme la courbe représentative de la distribution des surpressions le long du parement interface fluide-structure choisi.

IV-4 PRINCIPAUX RESULTATS ET DISCUSSION

Dans ce qui suit, une étude paramétrique a été également effectuée en vue de mieux appréhender l'influence des facteurs géométriques sur la distribution des surpressions hydrodynamiques, incluant notamment la forme irrégulière du parement amont. Les principaux résultats obtenus sont présentés pour diverses géométries de l'interface fluide-structure.

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composés

Dans l'objectif de valider les résultats obtenus, huit (8) cuves expérimentales ont été réalisées correspondant aux valeurs de $c=h/4$, $h/2$, $3h/4$ et h et à des angles définis par l'intersection de la surface libre et du parement amont du barrage de 0° à 60° par pas de 15° pour simuler les différentes formes du parement amont du barrage. L'angle θ représente le fruit du parement incliné. Les résultats obtenus et représentant les distributions des coefficients de surpressions sur barrages pour les différents cas de parement amont du barrage sont représentés en figures IV.2-3.

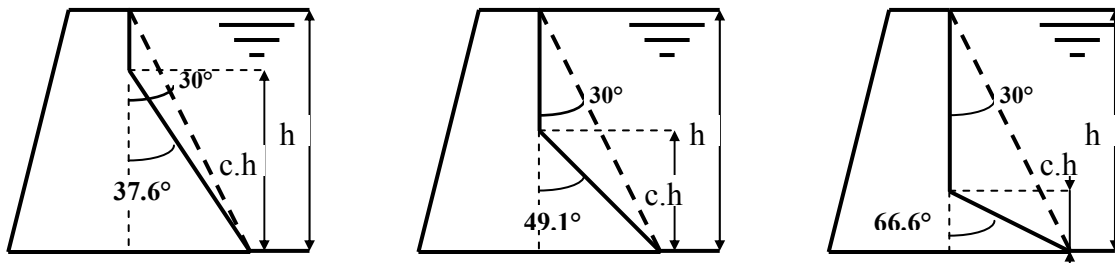


Fig. IV.2a,b,c : Schéma de l'interface fruit composé

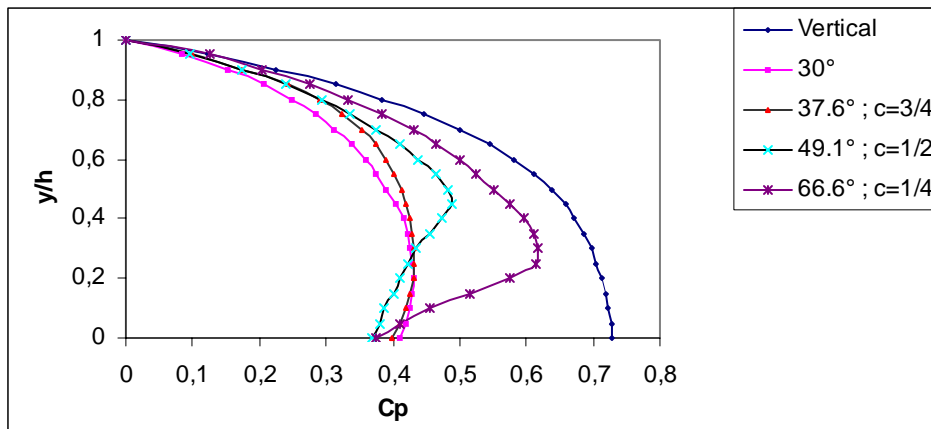


Fig. IV.2: Coefficient des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Composés des Barrages.

De la figure IV.2, on observe que le coefficient des surpressions hydrodynamiques obtenu par l'approche expérimentale est maximal pour un barrage à parement vertical. L'extremum obtenu, dans ce cas, est $C_p=0.728$.

Les figures IV.2-3 montrent la variation du coefficient de surpression pour différentes combinaisons de c et de θ , correspondant à différentes géométries du parement amont composé. Il est important de noter encore de ces figures IV.2-3 que les barrages ayant une face verticale de

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composés

hauteur supérieure à la moitié de la hauteur du parement ont un coefficient de surpression pratiquement égal à celui d'un barrage avec parement vertical sur toute la hauteur.

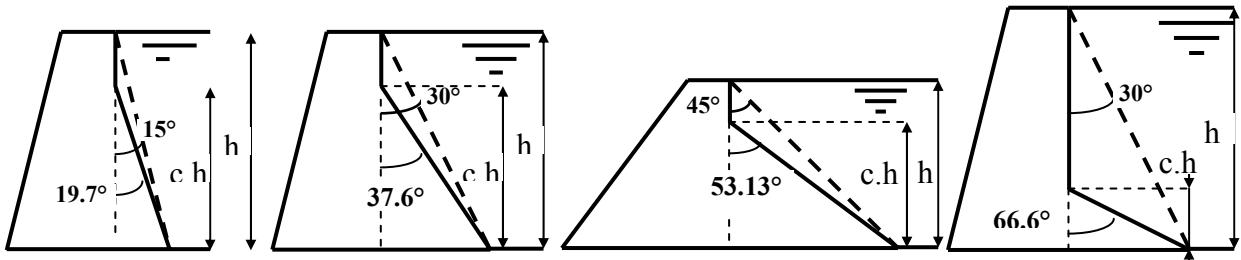


Fig. IV.3a,b,c : Schéma de l'interface fruit composé

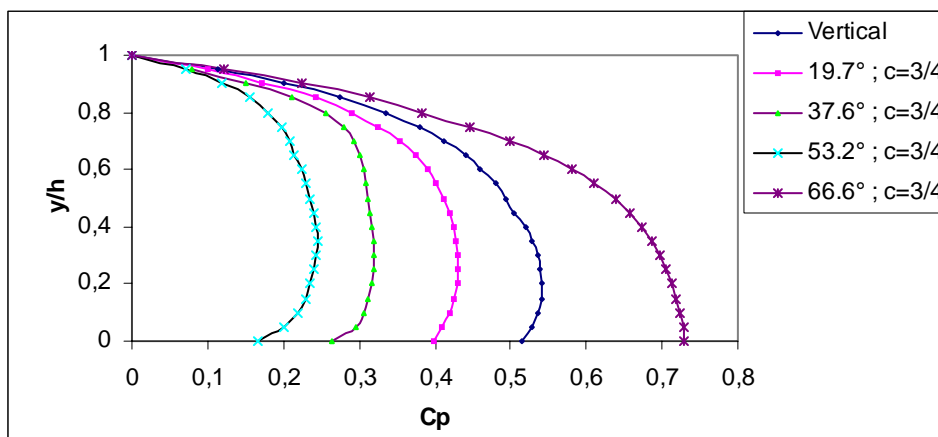


Fig. IV.3 : Coefficient des Surpressions hydrodynamiques sur parements Composés de Barrages

Il est à noter de la figure IV.3 que pour les barrages ayant une face verticale de hauteur donnée de la hauteur totale du parement ont un coefficient de surpression décroissant lorsque le fruit incliné augmente.

CHAPITRE V ANALYSE COMPARATIVE

Chapitre V : ANALYSE COMPARATIVE

V.1 COMPARAISON ISSUS DES TROIS APPROCHES UTILISEES

Dans la perspective d'analyser les solutions présentées, une étude comparative a été effectuée entre les différentes méthodes étudiées. Les principaux résultats numériques pour différentes géométries du parement amont sont comparés.

La comparaison entre les solutions de Westergaard (1933), de Chwang (1978), l'approche semi-analytique de Trefftz-Mikhlin, l'approche numérique par la MEIF et l'approche expérimentale par analogie électrique des distributions des coefficients de surpressions hydrodynamiques sur parement amont vertical de barrages est représentée en figure V.1. L'accord entre les diverses approches étudiées et les solutions classiques est excellent. Quelques différences peuvent être observées particulièrement avec l'approche expérimentale.

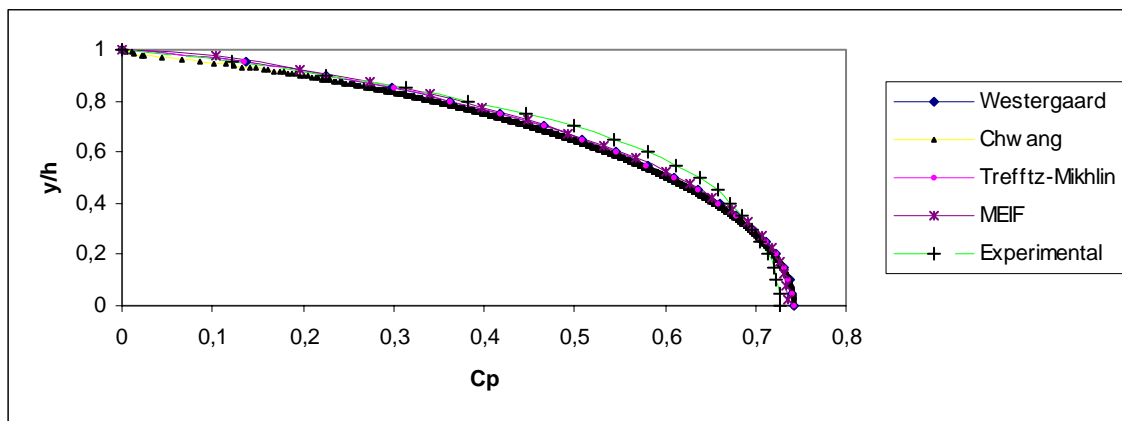


Fig. V.1 : Comparaison des Distributions des Coefficients des Surpressions Hydrodynamiques (θ) sur Barrage à Parement Vertical; la solution de Westergaard, 1933 ; celle de Chwang, 1978 ; la Méthode de Trefftz-Mikhlin ; la MEIF et l'approche Expérimentale.

Le tableau 5 fournit les extremums des coefficients des surpressions hydrodynamiques sur parement vertical de barrages obtenus au fond du réservoir pour chaque approche ou méthode.

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composés

On constate le bon accord des différentes méthodes utilisées avec les résultats de Westergaard et de Chwang.

Tableau 5 : Extremum des Coefficients de Surpressions Hydrodynamiques sur Parement Vertical en fonction de l'Approche utilisé.

Approche	westerg	Chwang	Trefftz-Mikhlin	MEIF	Experimental
Cp max	0,743	0,742	0,742	0,735	0,728

La comparaison entre les solutions de Chwang (1978), l'approche semi-analytique de Trefftz-Mikhlin et l'approche numérique par la MEIF des distributions des coefficients de surpressions hydrodynamiques sur parements à fruit simple des barrages est représentée en figure V.2 pour différentes valeurs de θ . L'accord entre les approches numériques étudiées et la solution de Chwang est excellent pour $\theta < 30^\circ$ (Fig.V.2).

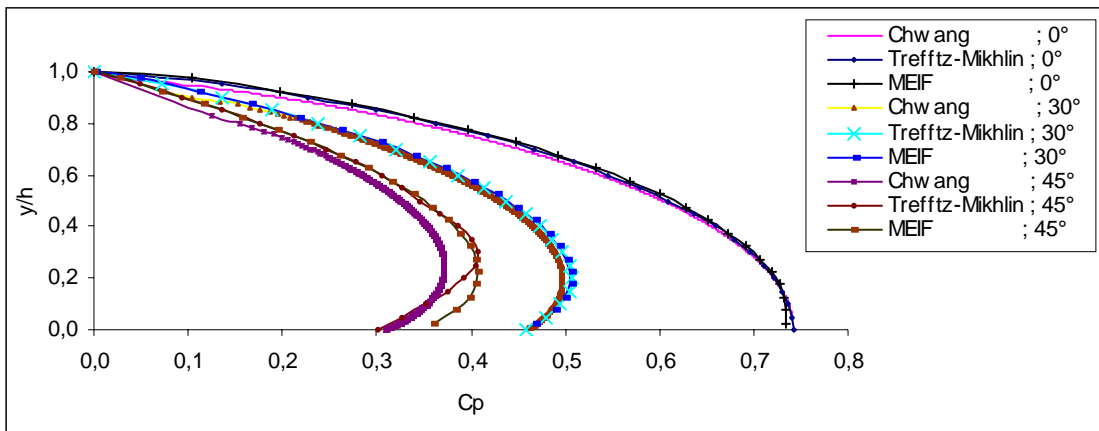


Fig. V.2 : Comparaison des Distributions des Coefficients des Surpressions Hydrodynamiques (θ) ; la solution de Chwang,1978 ; Méthode de Trefftz-Mikhlin ; MEIF.

La comparaison entre les solutions issus des approches numériques, Trefftz-Mikhlin et MEIF, et de l'approche expérimentale pour les distributions des coefficients de surpressions hydrodynamiques sur parements à fruit composé des barrages sont représentées en figures V.3a-c pour différentes combinaisons des valeurs de θ et c . Les résultats numériques correspondant à l'approche expérimentale sont représentés en traits discontinus.

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

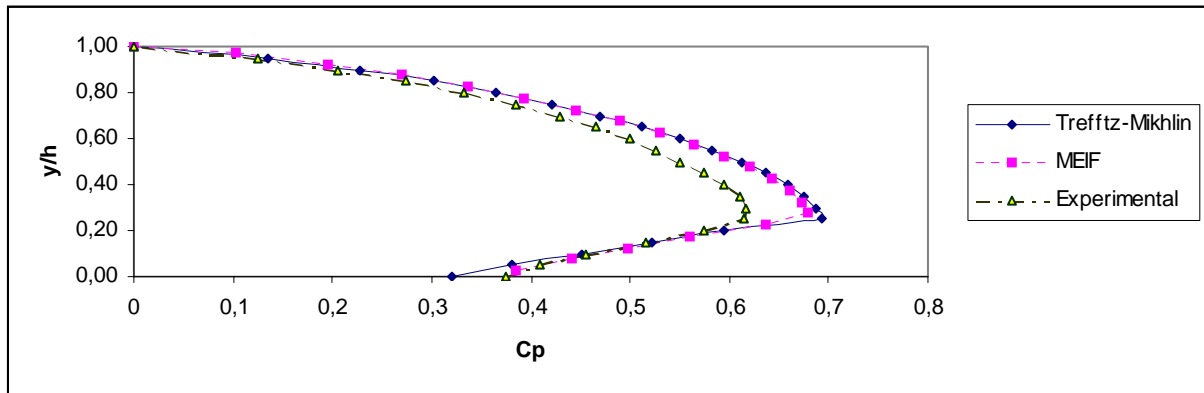


Fig. V.3a : Comparaison des Coefficients des Surpressions hydrodynamiques sur parement composé de Barrage (66.6° ; $c=1/4$). Approches de Trefftz-Mikhlin, MEIF et Experimentale.

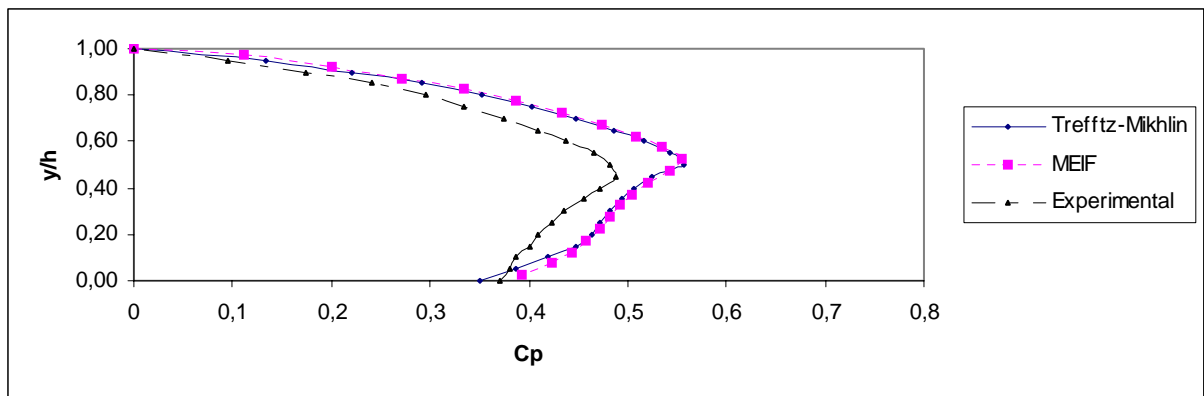


Fig. V.3b : Comparaison des Coefficients des Surpressions hydrodynamiques sur parement composé de Barrage (49.1° ; $c=1/2$). Approches de Trefftz-Mikhlin, MEIF et Experimentale.

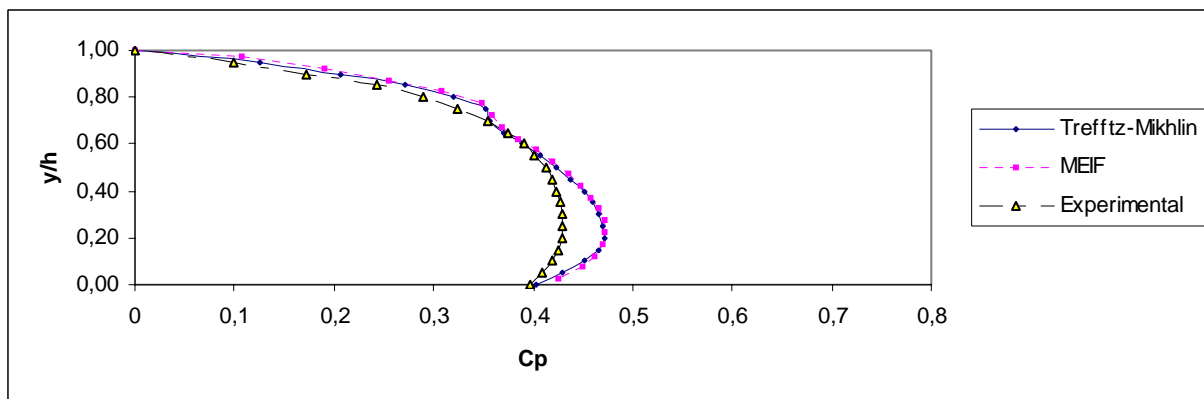


Fig. V.3c : Comparaison des Coefficients des Surpressions hydrodynamiques sur parement composé de Barrage (37.6° ; $c=3/4$). Approches de Trefftz-Mikhlin, MEIF et Experimentale.

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

Des différences notables peuvent néanmoins être observées entre les résultats des approches numériques et de l'approche expérimentale. Des réserves peuvent être émises sur la précision des résultats expérimentaux obtenus. Ceci ne veut pas dire que l'approche expérimentale n'est pas appropriée pour le traitement du problème considéré.

CONCLUSIONS

CONCLUSIONS

Le présent travail décrit trois modèles d'approche de la surpression hydrodynamique sur parement simple et composé dans un réservoir 2-D engendrées par les mouvements sismiques du sol : Une approche semi-analytique par la méthode de Trefftz-Mikhlin, une approche numérique par la méthode des équations intégrales aux frontières (MEIF) et une approche expérimentale par analogie électrique. Deux formulations différentes ont été utilisées, l'une utilisant des éléments constants aux frontières et l'autre utilisant des éléments linéaires aux frontières, sont présentées.

Les principaux résultats relatifs à chaque méthode sont présentés pour différentes géométries de l'interface fluide-structure et des comparaisons entre les solutions numériques et expérimentales sont effectués.

Les principales conclusions peuvent être résumées comme suit :

1. La forme du parement amont a un important effet sur l'intensité et la distribution des surpressions hydrodynamiques (et par suite sur l'intensité, la direction et le point d'application des efforts résultants). Dans le cas des séismes, le mouvement affecte de manière très significative la distribution des surpressions hydrodynamiques. La forme du parement amont du barrage constitue un critère important dont il faudrait tenir compte lors de la conception des barrages en zones sismiques.
2. On observe que la force horizontale résultante des surpressions hydrodynamiques, sur les parements inclinés des barrages, est inférieure à celui sur les barrages à parement vertical.
3. Excepté pour le barrage vertical, le coefficient maximum des surpressions apparaît à une certaine distance du fond du réservoir.
4. La valeur maximale du coefficient des surpressions C_p est de l'ordre de 0.743 ; elle est située à la base du barrage ayant un parement vertical.
5. Pour les barrages ayant une section de parement verticale, les coefficients de surpression maximale augmentent avec l'augmentation de la longueur de cette section verticale du parement.

6. Les barrages ayant une section verticale supérieure à la moitié de la hauteur du parement ont un coefficient de surpression pratiquement égal à celui d'un barrage avec parement vertical sur toute la hauteur.
7. La méthode des équations intégrales aux frontières (MEIF) est perçue comme une procédure performante pour l'évaluation des surpressions hydrodynamiques, des gradients des surpressions et des forces résultantes provoquées dans le réservoir par les mouvements sismiques du sol aussi bien pour les fluides incompressibles que compressibles.
8. Pour la méthode des équations intégrales aux frontières (MEIF), les résultats obtenus pour le même nombre d'éléments constants et d'éléments linéaires sont très proches. Ceci indique que, dans la présente étude, les éléments linéaires n'offrent aucun avantage. La formulation avec élément constant est plus simple, nécessite moins de calcul: elle est adéquate.
9. La compressibilité du fluide est négligeable tant que la fréquence d'excitation est faible devant la fréquence fondamentale du réservoir ; autrement cet effet est important.
10. On observe aussi des effets de résonance lorsque la fréquence d'excitation avoisine les fréquences propres du réservoir ; particulièrement au voisinage de la fréquence fondamentale.
11. Comparée à la méthode de Trefftz-Mikhlin, la MEIF fournit des résultats comparables dans les cas de fluides incompressibles. La MEIF est par contre plus adaptée que la méthode de Trefftz-Mikhlin dans les cas de fluides compressibles.
12. Le modèle expérimental a fourni des résultats très satisfaisants mais reste limité par la nécessité de la réalisation de cuves multiples. Certes les cuves sont peu coûteuses mais la réalisation devient laborieuse et les expériences doivent être réalisées avec minutie.
13. Le procédé expérimental utilisé permet d'évaluer de manière très satisfaisante les efforts hydrodynamiques sur parements de formes irrégulières des barrages rigides.

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont des Barrages Rigides, à Fruits Composées

Le travail entrepris a permis, entre autres, de faire ressortir l'intérêt certain d'une analyse complète et généralisée (système 2D flexible), principalement dans le cadre rigoureux d'une conception parasismique des structures emmagasinant des réservoirs d'eau. En effet, cette étude a permis de confirmer l'importance de certains facteurs relatifs à la géométrie du système étudié et à la compressibilité du fluide emmagasiné.

ANNEXE

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont
des Barrages Rigides, à Fruits Composées

Tableau A1: Résultats numériques correspondants à la période, T=4/3 seconde.
(les coefficients restent constant lorsque le rapport h/T est constant)

h	Ft	Small	200	600	800
k	Ton/ft ³	0.025533	0.025716	0.027355	0.029125
<u>C</u>	Ton/ft ³	0.025533	0.025507	0.025282	0.025088

METHODES VARIATIONNELLES (*)

Méthode de Trefftz-Mikhlin (1933):

La solution approchée de l'équation différentielle du problème:

$$L(x, y, w, w_x, w_y, w_{xx}, w_{xy}, w_{yy}, \dots) = 0$$

dans le domaine D pour des conditions aux limites:

$$V(w) = \varphi \text{ à la limite } \Gamma$$

est donnée sous la forme:

$$w_n = \sum_{i=1}^n a_i w_i(x, y)$$

où a_i sont les paramètres inconnues,

w_i les fonctions linéairement indépendantes données appartenant au système total qui vérifie de façon exacte l'équation donnée et de façon approchée les conditions aux limites.

En reportant w_n dans l'équation exprimant les conditions aux limites, on obtient une transformation approchée au zéro identique de l'expression:

$$V\left(\sum_{i=1}^n a_i w_i(x, y)\right) - \varphi$$

En utilisant la propriété du zéro identique qui d'être orthogonal à toute fonction, y compris aux fonctions w_i , on obtient:

$$\int_{\Gamma} [V(\sum_{i=1}^n a_i w_i(x, y)) - \varphi] w_i ds = 0 \quad \text{avec } i = 1, 2, \dots, n$$

Cette équation fournit un système d'équations algébriques par rapport aux coefficients a_i qui s'avère linéaire si l'opérateur V est linéaire.

Cette méthode permet d'obtenir l'approximation par le bas de la grandeur réelle de w.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Aviles J. and al., Presiones Hidrodinamicas en Presas con Paramento no Vertical. VI Congress Nacional de Ingenieria Sismica, Puebla, Mexico, Nov., 1983.

Bonnet Cl. et al., Représentations Analogiques et Homologiques dans les Techniques de la Chaleur. Ed. Dunod, Paris, 1965

Brebbia C. A. and al., Topics in Boundary Element Research. C.A. BREBBIA ; 1984

Brebbia C. A., The Boundary Element Method for Engineers. Second edition, Pentech Press, Eastover Road, Plymouth; 1984

Clough R.W. and Penzien J., Dynamique des Structures (tome 1).Pluralis ; 1980

Cho Y-S. and Liu P.L.F., Hydrodynamic Pressures Acting on Rigid Gravity Dams During Earthquakes. J. of Hyd. Res., Vol.40, No.2; 2002

Chopra A. K. and Chakrabarti P., Earthquake Analysis of Gravity Dams Including Hydrodynamic Interaction. Earthquake Eng. and Structural Dynamics, Vol. 2, 143-160; 1973

Chopra A.K. et K. Fok, Water Compressibility in Earthquake Response of Arch Dams. J. of Struct. Eng. Vol. 113, N°5, pp 958-975, May, 1987

Chopra A. K., Earthquake Analysis, Design and Safety Evolution of Concrete Dams. Fifth Canadian Conf. Earthquake Eng., Ottawa; 1987

Chwang Allen T. and Housner George W., Hydrodynamic Pressures on Sloping Dams during Earthquakes. Part 1, Momentum Method, J. Fluid Mechanics, Vol.87, 335-341; 1978

Chwang A.T., Hydrodynamic pressures on sloping dams during earthquakes. Part 2, Exact Theory, J. Fluid Mechanics, Vol.87, 343-348; 1978

Davidovici V., Génie Parasismique. Ed. Ecole Nat. Ponts Chaussés ; France ; 1985

Ghaboussi J. and Hendron A. J., Jr., Seismic Hydrodynamic Forces on Rock Slopes. J. Geotechnical Eng., Vol. 110, 1042-1058, no 8, August 1984

Jablonski A.M. and H.Rainer J., Effect of Seismic Input on Hydrodynamic Forces acting on Gravity Dams. Sixth Canadian Conf. Earthquake Engineering, Toronto; 1991

Held B., Physique Atomique, Diffraction des Electrons par un Réseau Cristallin. O.P.U.; 1976

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont
des Barrages Rigides, à Fruits Composées

Hug M., Mécanique des Fluides Appliquées aux Problèmes d'Aménagement et d'Energétique. Cours de L'E.N.P.C., Editions Eyrolles ; 1975

Hung Tin-Kan and Wang Mou-Hsing, Non linear Hydrodynamic Pressure on Rigid Dam Motion. J. of Engineering Mech., Vol. 113, 482-499, n° 4, April; 1987

Kianoosh Hatami, Seismic Analysis and Design of Concrete Dams.

Kucukarslan S., Dam-Reservoir Interaction for Incompressible-Unbounded Fluid Domains Using an Exact Truncation Boundary Condition. 16th. ASCE Eng. Mech. Conference, U. of Washington, Seattle; July 16-18, 2003

Lamb Horace, Hydrodynamics. Treatise of the Mathematical Theory of the Motion of Fluids. Seventh edition, Cambridge University Press; 1975

Lavrentiev M. et Chabat B., Méthodes de la Théorie des Fonctions d'une Variable Complexe. Traduit du Russe , Editions MIR , U.R.S.S. ; 1972

Lavrentiev M. et Chabat B., Effets Hydrodynamiques et Modèles Mathématiques. Traduit du Russe , Editions MIR , Moscou ; 1980

Liu P.L.F., Hydrodynamic Pressure on Rigid Dams during Earthquakes. J. Fluid Mechanics, vol.165 , 1986

Lu P-C., Introduction to the Mechanics of Viscous Fluids. HEMISPHERE Publishing Corporation; 1977

Millan Mac, The Theory of The Potential.

Mononobe N., Water Pressures on Dams During Earthquakes. A.S.C.E.; Nov. 1933

Moran J., An Introduction to Theoretical and Computational Aerodynamics. John Wiley & Sons, Inc., 1984

Murray R. Spiegel, Formules et Tables de Mathématiques. Mc Graw-Hill Ed., Paris, 1974

Obled CH., Analyse Numérique. E.N.S.H. Grenoble, I.N.P.Grenoble; 1989

Olson Reuben M., Essentials of Engineering Fluid Mechanics. Third Edition, Intext Educational Publishers Inc., N.Y.; 1973

Olson L.G. and Bathe K.G., An infinite Element for the Analysis of Transient Fluid-Structure Interactions. Eng. Comput., No 2, 1985

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont
des Barrages Rigides, à Fruits Composées

Parmakian John, Water hammer Analysis. Doover ; 1963

Phil M. and Bekhti B., Water Pressures on a Dam Subjected to an Earthquake. M. Ph. degree,
University of Bath, 1990

Prandtl L., Guide à travers la Mécanique des Fluides. Traduit de l'allemand, DUNOD, Paris ;
1952

Rekatch V, Problèmes de la Théorie de l'Elasticité. MIR ; 1980

Rhyming I. L., Dynamique des Fluides. Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, Suisse ;
1985

Rousset G., Phénomène de Propagation et Méthode des Caractéristiques. Ecole
Polytechnique, Paris ; 1993

Schneebelli G., Hydraulique Souterraine. Ed. Eyrolles ; 1978

Schwartz L., Méthodes Mathématiques pour les Sciences de la Physique. Seconde édition,
Hermann ; 1965

Sharan S.K., A Non-Reflecting Boundary in Fluid-Structure Interaction. Computers and
Structures Vol. 26, No 5, 1987

Sharan S.K., Dam-Reservoir Interaction During Earthquake. Conf. Earthquake Eng., Toronto,
Canada, 1991

Smirnov V., Cours de Mathématiques Supérieurs. traduction française, MIR, Moscou, 1979

Sokolnikoff I.S., Mathematical Theory of Elasticity, Mc Graw-Hill Book Co., Inc., New York,
1956

Thomas Henry H., The Engineering of Large Dams. Parts 1 & 2, A Wiley Inter science
Publication; 1979

Trivellato F., Una Nuova Valutazione per la Sovrapressione Idrodinamica di Origine Sismica
su una Diga. Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Tomo CXLIV ; 1985-86

Tsai C-S. and Lee G.C., Arch Dam-Fluid Interactions: by FEM-BEM and Substructure
Concept. Int. J. for Num. Meth. in Eng., Vol. 24, 2367-2388; 1987

Tsai C-S. and Lee G. C., Hydrodynamic Pressure on Gravity Dams Subjected to Ground
Motions. J. Eng. Mech., vol. 115, 598-617, n_3, March; 1989

Investigation Numérique et Expérimentale des Surpressions Hydrodynamiques sur Parements Amont
des Barrages Rigides, à Fruits Composées

Von-Karman T., Water Pressures on Dams During Earthquakes. Transactions A.S.C.E., 1933

Washizu K., Variationnel Methods in Elasticity and Plasticity. PERGAMON Press Ed.; 1982

Westergaard H.M., Water Pressures on Dams During Earthquakes. Paper n° 1835, 418-433, A.S.C.E.; Nov. 1933

Zangar C.N., Hydrodynamic Pressure on Dams due to Horizontal Earthquake Effects. Bureau of Reclamation, Denver, Colorado; Vol. 10, No. 2, 1953

Zienkiewicz, O.C. and Bettess P., Infinite Elements in the Study of Fluid-Structure Interaction Problems. Comp. Meth. in Appl. Sciences. Int. Symposium. Dec. 1975

Zienkiewicz, O.C., Bettess P. and Emson C., A Novel Boundary Infinite Element. Int. J. Num. Meth. Eng., 1983

Zienkiewicz, O.C. and Newton, R.E., Coupled Vibration of Structures Submerged in Compressible Fluid. Int. Symposium on Finite Element Techniques, Stuttgart, Germany; 1969

Zienkiewicz O.C. and Nath B., Earthquake Hydrodynamic Pressures on Arch Dams - An Electric Analogue Solution. Paper n° 6668, 1963