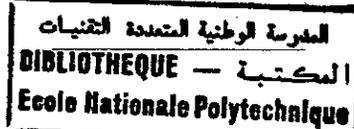


MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



DEPARTEMENT: GENIE ELECTRIQUE

OPTION: AUTOMATIQUE

## PROJET DE FIN D'ETUDES

THEME

**ETUDE DE LA COMMANDE DECENTRALISEE**

**ADAPTATIVE**

**APPLICATION A UN RESEAU ELECTRIQUE**

Proposé et dirigé par:

D. BOUKHETALA

A. HELLAL

Etudié par:

H. ARŌUNE

B. ATOUI

PROMOTION

1995 - 1996

E.N.P 10, Avenue Hacén Badi El-harrach - ALGER

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT: GENIE ELECTRIQUE

OPTION: AUTOMATIQUE

## PROJET DE FIN D'ETUDES

THEME

**ETUDE DE LA COMMANDE DECENTRALISEE  
ADAPTATIVE  
APPLICATION A UN RESEAU ELECTRIQUE**

Proposé et dirigé par:

D. BOUKHETALA

A. HELLAL

Etudié par:

H. ARÔUNE

B. ATOUI

PROMOTION

1995 - 1996

E.N.P 10, Avenue Hacén Badi El-harrach - ALGER

### ABSTRACT

In this work, the decentralized adaptive control is investigated. First, a survey of different analysis methods of large-scale systems is presented (aggregation, decomposition, etc.). Then, the adaptive control techniques are displayed, and by using decentralized control, these techniques are applied to interconnected systems.

Next, we have proposed a transformation in order to get round the structural restriction imposed by SILJAK.

Finally, we have used the modified algorithm to control an electrical power network prior described.

**Keys words:** Decentralized control, adaptive control, interconnected systems, power network.

### RESUME

Dans ce travail, la commande adaptative décentralisée est exposée.

Au premier lieu, une vue sommaire des différentes méthodes d'analyse des systèmes complexes est présentée (agrégation, décomposition, ...etc.). Puis, les techniques de commande adaptative sont décrites; et en combinant celles-ci avec la commande décentralisée, elles sont appliquées aux systèmes interconnectés.

Ensuite, une transformation a été proposée afin de contourner la restriction structurelle imposée par SILJAK.

Finalement, l'algorithme transformé a été appliqué sur un réseau électrique préalablement modélisé.

**Mots clés:** Commande décentralisée, commande adaptative, systèmes interconnectés, réseau d'énergie électrique.

ملخص:  
في هذا العمل، قمنا بدراسة التحكم اللامركزي التلاشي.  
في أول الأمر قد منّا نظرة عامة على مختلف طرق  
تحليل الأنظمة المعقدة (التبسيط، التجزئة... الخ). ثم تطرقنا  
إلى تقنيات التحكم التلاشي، ودمج هذه الأخيرة مع التحكم  
اللامركزي، طبقت على الأنظمة المترابطة فيما بينها، وإحاطة  
الشرط الهيكل المفروض من طرف سيلجك، اقترحنا تغيير على  
هيكل النظام.

وأخيراً استعملت الخوارزمية المحولة على شبكة  
الطاقة الكهربائية.

كلمات المفتاح: التحكم اللامركزي، التحكم التلاشي، الأنظمة المترابطة  
فيما بينها، شبكة الطاقة الكهربائية.

# Dédicaces

*Je dédie ce modeste travail à :*

*mes parents,*

*mes frères et soeur,*

*toute ma famille,*

*mes amis,*

*et aux patriotes de toutes les patries  
opprimées.*

*Hassen.*

*Je dédie ce modeste travail à :*

*ma grand-mère,*

*mes parents,*

*mes frères et soeurs,*

*ma tante et toute sa famille*

*sans oublier les humbles gens qui contribuent à  
l'édification de notre pays*

*Brahim*

## REMERCIEMENTS

*Au terme de notre étude, nous exprimons notre profonde reconnaissance à Mrs. D. BOURHETALA et A. HELLAL, qui en dirigeant ce travail, nous ont fait profiter de l'étendue de leurs connaissances et de leurs conseils. Qu'ils soient remerciés pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce mémoire.*

*Nos remerciements s'adressent également à tous les professeurs qui nous ont formé, et particulièrement ceux du département Génie Electrique.*

*Nos sincères remerciements iront à tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, à la réalisation de ce mémoire notamment ceux du service Documentation à savoir: OURARI, SALAH et KRIMO.*

## Sommaire

### INTRODUCTION GENERALE

#### Chapitre I: Etude des systèmes complexes.

I-1 Introduction .....	01
I-2 Analyse .....	02
I-2-1 Structures des systèmes interconnectés .....	03
I-3 Contrôle des systèmes complexes .....	06
I-3-1 La commandabilité et l'observabilité .....	06
I-3-2 La stabilité .....	07
a/ Méthode de Lyapunov .....	08
b/ Méthode entrée/sortie .....	10
I-3-3 Simplification des systèmes complexes .....	11
a/ Agrégation .....	12
b/ Méthode de perturbation .....	13
I-3-4 Décomposition des systèmes complexes .....	14
I-3-5 La commande décentralisée .....	16
a/ Structure de la commande décentralisée .....	17
b/ Stabilisabilité des systèmes interconnectés .....	18
I-4 Conclusion .....	21

#### Chapitre II : Etude de la commande adaptative

II-1 Historique et définitions .....	22
II-2 L'approche avec modèle de référence .....	23
1 - Description mathématique .....	25
a/ Méthode du gradient .....	27
b/ Méthode du critère décroissant .....	30
c/ Méthode de <i>Lyapunov</i> .....	33
II-3 Approche self-tuning .....	35
1- Description de l'approche .....	35
a/ Etape d'identification .....	36
b/ Etape de synthèse du régulateur autoajustable .....	37
II-4 Conclusion .....	41

Chapitre III: Commande décentralisée adaptative	
III-1 Introduction .....	42
III-2 Commande décentralisée adaptative directe .....	42
III-2-1 Approche de Gavel-Siljak .....	42
1/ Description mathématique de la méthode .....	43
2/ Exemples de simulation .....	46
III-2-2 Approche d'Ioannou .....	56
III-3 Commande décentralisée adaptative indirecte .....	57
1/ Description et suppositions .....	58
III-4 Conclusion.....	63
Chapitre IV: Application aux réseaux électriques	
IV-1 Introduction.....	64
IV-2 Modélisation de la machine synchrone.....	64
IV-3 Modélisation des charges .....	66
IV-4 Modélisation du réseau de transmission .....	67
IV-5 Modélisation du système global .....	68
L'application de l'approche de Siljak .....	71
Commentaires .....	71
Conclusion .....	87
Conclusion générale .....	88
Références bibliographiques .....	90

## Introduction générale:

L'évolution technologique a permis de concevoir des systèmes qui sont de nature complexe; ainsi de multiple processus industriels et socio-économiques tels que les réacteurs chimiques, les réseaux d'énergie électrique et les réseaux de trafic urbain sont constitués de sous-systèmes interconnectés. De tels systèmes sont souvent sujets à des perturbations paramétriques ou de l'environnement; ce qui empêche souvent le concepteur d'obtenir des modèles exactes, et ainsi l'application d'une commande classique s'avère difficile ou même impossible. Ceci a amené les chercheurs à développer de nouvelles techniques de commande (optimale, adaptative, floue, par mode de glissement,...etc.) qui peuvent résoudre les problèmes de stabilité de ces processus et/ou améliorer leurs performances.

Les techniques de commande adaptative sont justement conçues pour pallier aux problèmes de commande de procédés variant dans le temps ou à paramètres inconnus [AST 89],[GOO 84],[MON 73]. La capacité d'apprentissage de cette technique l'a rendue candidate à des applications aux systèmes interconnectés [IOA 86], [WEN 94], [OSS 89], [TRU 92]. Cette application est basée sur la commande décentralisée qui est favorisée quand on considère ce type de systèmes [GAV 89], [IKE 80], [RAM 82]. Ceci est dû à la facilité d'implémentation des contrôleurs ; et à la possibilité d'imposer des performances (dynamiques) à chaque sous-système, indépendamment des autres, ce qui permet une grande maniabilité du point de vue pratique.

Notre objectif dans ce travail est l'étude de cette commande , puis d'essayer de l'appliquer à un processus réel qui est le réseau électrique. Pour ce faire, ce mémoire est subdivisé en quatre chapitres:

---

Le premier chapitre décrit les systèmes complexes; différentes structures utilisées pour leur analyse sont exposées. Cette analyse ne peut se faire sans les étapes de simplification et de décomposition. La technique de commande décentralisée est définie, ainsi que la stabilisation des systèmes interconnectés.

Une étude synthétique de la commande adaptative sera exposée dans le deuxième chapitre. Les deux approches utilisées sont le modèle de référence et le régulateur auto-ajustable (self-tuning).

Le troisième chapitre relate les différentes méthodes utilisées en commande décentralisée adaptative. Les résultats du deuxième chapitre sont utilisés dans ce cas, bien sûr avec des modifications sur les lois de commande afin d'assurer la stabilité du système global et parer l'influence des interconnexions. Ainsi, on a introduit une transformation pour contourner la restriction structurelle imposée par SILJAK.

Le quatrième chapitre fera l'objet d'une modélisation d'un réseau d'énergie électrique, lequel lui sera appliqué l'algorithme de SILJAK modifié. Des résultats de simulation valideront notre étude.

## CHAPITRE: I

# ÉTUDE DES SYSTÈMES COMPLEXES

*"Tout ce qui est simple est inutilisable,  
et tout ce qui est utilisable est complexe"*  
Proverbe.

## I.1 Introduction :

Souvent un ingénieur doit prendre des décisions sur des processus dont le comportement n'est connu qu'à partir de mesures expérimentales. L'application des lois physiques à ces processus conduit à des modèles mathématiques relativement précis. Mais l'ignorance des mécanismes qui régissent certains systèmes pousse les chercheurs à utiliser des méthodes statistiques, qui conduisent à des modèles approximatifs. Cette ignorance est due à deux faits:

- \* La nature complexe des systèmes qui se caractérise par:
  - La grande dimension.
  - Importance des couplages entre les variables qui les décrivent.
- \* La nature stochastique des systèmes.
  - Système variant dans le temps.

Ainsi on trouve beaucoup de systèmes socio-économiques et de processus industriels qui sont de nature complexe. Afin d'étudier ces systèmes, l'ingénieur doit définir la structure qui les modélise, Cette structure peut présenter des problèmes de stabilité et de commandabilité, pour y remédier il doit procéder à sa simplification ou à sa décomposition, pour une stabilisation ou une éventuelle commande.

Dans ce chapitre, on va voir de façon aussi générale que possible, les différentes notions liées à l'étude des systèmes complexes. on présentera la structure de tels systèmes et les techniques utilisées pour l'analyse de leur stabilité. Puis, les méthodes de simplification et de décomposition seront exposées; la structure de la commande décentralisée et la technique de stabilisation des systèmes interconnectés clôtureront le présent chapitre.

## 1.2 Analyse :

L'analyse constitue la phase préliminaire de tout contrôle; son but est de définir la structure du système, en définissant ses entrées, ses sorties et son modèle et/ou l'estimée des paramètres du modèle. Pour cela différentes techniques basées sur l'algèbre de Boole, la théorie des graphes ou la description physico-chimique du processus, peuvent être appliquées.

Le seul problème réside dans la difficulté à appréhender ces systèmes eu égard à leur complexité. Deux approches sont possibles pour analyser les systèmes complexes, ce sont:

\* **L'approche globale:** où on considère le système globalement, et auquel on applique la modélisation ou l'identification. Ainsi les équations d'état qui régissent le système sont décrites par:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} + \underline{B}\underline{u} \quad (1.1)$$

tel que  $\underline{x} \in \mathbb{R}^n, \underline{u} \in \mathbb{R}^r$

La synthèse d'un contrôleur pour un tel modèle s'avère difficile, on doit alors procéder à sa simplification. Dans le cas des systèmes économiques une approche statistique peut être menée par l'analyse des données du système [TIT 1979].

\* **Approche locale:** Elle consiste à considérer le processus global constitué de sous-systèmes interconnectés, et avec des considérations physiques, chercher un modèle pour chaque sous-système.

### 1.2.1 Structures des systèmes interconnectés:

Plusieurs structures ont été proposés dans la littérature, les plus importantes sont:

#### Structure I : [IOAN 1986]

Chaque sous-système ( $S_i$ ) est décrit par un système d'équations d'état :

$$S_i: \dot{\underline{x}}_i = A_i \underline{x}_i + B_i \underline{u}_i + d_i + \sum_{j=1}^s f_{ij}(t, \underline{x}_j) \quad (1.2)$$

$$\underline{y}_i = C_i^T \underline{x}_i \quad ; \quad i=1,2,\dots,s$$

tel que :  $\underline{x}_i \in \mathfrak{R}^n$ ,  $\underline{u}_i \in \mathfrak{R}^r$ ,  $\underline{y}_i \in \mathfrak{R}^m$ .

$d_i \in \mathfrak{R}^n$  : vecteur des perturbations.

$f_{ij}(t, \underline{x}_j) \in \mathfrak{R}^n$  : contient les nonlinéarités du ième sous système et les interactions avec les autres sous-systèmes. Et si le sous-système et les interactions sont linéaires; alors on aura:

$$f_{ij}(t, \underline{x}_j) = A_{ij} \underline{x}_j \quad (1.3)$$

#### Structure II : [RAM 1982]

Le système complexe est formé de  $s$  sous-systèmes décrit par :

$$S_i: \dot{\underline{x}}_i = A_i \underline{x}_i + B_i \underline{v}_i \quad (1.4)$$

$$\underline{y}_i = C_i^T \underline{x}_i \quad ; \quad i=1,2,\dots,s$$

avec les interconnexions :

$$H_i: \dot{\underline{z}}_i = M_i \underline{z}_i + \sum_{j=1}^s L_{ij} \underline{y}_j$$

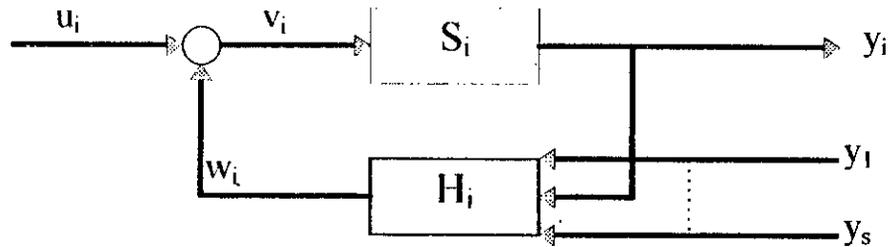
$$\underline{w}_i = N_i \underline{z}_i + \sum_{j=1}^s P_{ij} \underline{y}_j \quad i=1,2,\dots,s \quad (1.5)$$

et  $\underline{v}_i = \underline{u}_i + \underline{w}_i$

tel que :  $\underline{x}_i \in \mathfrak{R}^n$ ,  $\underline{v}_i \in \mathfrak{R}^r$ ,  $\underline{y}_i \in \mathfrak{R}^m$  sont respectivement les états, les entrées et les sorties du sous-système  $S_i$

$\underline{z}_i \in \mathfrak{R}^m$ ,  $\underline{w}_i \in \mathfrak{R}^r$  : les états et les sorties du ième sous-système d'interaction ( $H_i$ )

$\underline{u}_i \in \mathbb{R}^r$  l'entrée externe du sous système  $S_i$



fig(1.1): sous-système i de la structure II

**Structure III [RAM 1982] :**

Le sous-système i est décrit par :

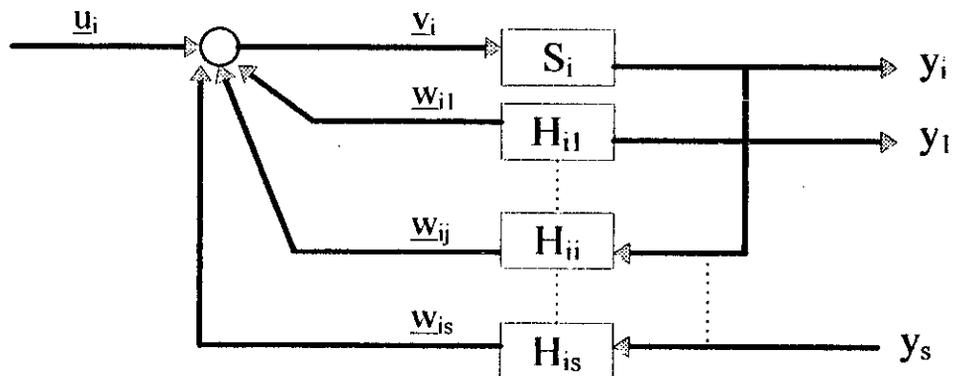
$$\begin{aligned} S_i: \underline{x}_i^\circ &= A_i \underline{x}_i + B_i \underline{v}_i \\ \underline{y}_i &= C_i^T \underline{x}_i \quad ; \quad i=1,2,\dots,s \end{aligned} \tag{1.6}$$

avec les interconnexions :

$$\begin{aligned} H_{ij}: \underline{z}_{ij} &= M_{ij} \underline{z}_{ij} + L_{ij} \underline{y}_j \\ \underline{w}_{ij} &= N_{ij} \underline{z}_{ij} + P_{ij} \underline{y}_j \quad i=1,2,\dots,s \end{aligned} \tag{1.7}$$

$$\text{et} \quad \underline{v}_i = \underline{u}_i + \sum_{j=1}^s \underline{w}_{ij}$$

On a les même définitions que précédemment



fig(1.2): sous-système i de la structure III.

**Structure IV: [ZHA 1985]**

Elle introduit les matrices de transfert:

$$y(s) = N(s)D^{-1}(s)\bar{u}(s) = \begin{pmatrix} N_1(s) & \cdots & \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ & \cdots & N_m(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_1(s) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & D_m(s) \end{pmatrix} \bar{u}(s) \quad (1.8)$$

où  $D_i(s)$  et  $N_i(s)$  sont des matrices polynomiales de dimensions  $n_i \times n_i$  et  $q_i \times n_i$ , (respectivement) avec  $\sum_{i=1}^m n_i = n$  et  $D_i(s)$  est nonsingulière.

L'interconnexion est donnée par :  $\bar{u}(s) = u(s) - T(s)y(s)$  (1.9)

$$T(s) = H^{-1}(s)K(s) = [H_1(s), \dots, H_m(s)]^{-1} [K_1(s), \dots, K_m(s)] \quad (1.10)$$

où  $H_i(s)$  et  $K_j(s)$  sont des matrices polynomiales de dimension  $n \times n_i$  et  $n \times q_j$  respectivement.

**Structure V: [TRU 1992]**

une autre structure de systèmes interconnectés où les  $s$  sous-systèmes sont partagés entre  $m$  stations de contrôle ( $s > m$ ). un tel système interconnecté est dit en conflit (Overlapping Système)

$$S_i: \quad \begin{aligned} \dot{x}_i &= A_i x_i + \sum_{j=1, \dots, s}^m b_{ij} u_j \quad i=1, \dots, s; j=1, \dots, m \\ y_j(t) &= \sum_{i=1}^s c_{ji}^T x_i(t) \end{aligned} \quad (1.11)$$

tels que :  $x_i \in \mathfrak{R}^{n_i}$  est l'état du système, et  $(u_i \in \mathfrak{R}, y_i \in \mathfrak{R})$  la paire entrée/sortie à la station de contrôle n°  $i$ ; et  $A_i \in \mathfrak{R}^{n_i \times n_i}$ ,  $b_{ij} \in \mathfrak{R}^{n_i}$ ,  $c_{ij} \in \mathfrak{R}^{n_i}$

Comme on le constate les termes d'interconnexion dépendent soit des états, soit des sorties ou même des entrées selon les processus considérés et la méthode utilisée dans l'étape d'analyse. Ils sont modélisés sous forme de fonctions statiques ou dynamiques.

### I.3 Commande des systèmes complexes:

En général, pour asservir les systèmes, différentes propriétés sont à étudier; ceci est d'autant plus demandé lorsqu'on considère les systèmes complexes, cela est dû aux incertitudes sur le modèle et à la nature des interconnexions. Ces propriétés sont les suivantes:

- La commandabilité et l'observabilité.
- la stabilité.
- L'estimation: La mesure des grandeurs d'état d'un système peut être difficile ou impossible (ex.: le flux dans une machine); on dit alors que ces états sont inaccessibles. Pour contourner ce problème, on doit reconstruire ces états en adjoignant au système un observateur d'états.

#### I.3.1 La commandabilité et l'observabilité:

Ce sont deux notions duales qui peuvent être analysées par la méthode classique de *Kalman*, mais des problèmes d'ordre numérique peuvent surgir quant au mauvais conditionnement des matrices constituant le système.

**Remarque:** Un problème est dit bien conditionné si de petits changements dans les données induit de petites perturbations équivalentes dans la solution. Si la solution change largement, alors le problème est dit mal conditionné.

Le conditionnement d'une matrice  $A$  se mesure par:

$$\text{cond}(A) = \|A\| \|A^{-1}\| \quad (1.12)$$

tel que:

$\|\bullet\|$  est la norme matricielle.

Pour une matrice symétrique on aura: 
$$\text{cond}(A) = \frac{\max |\lambda_i(A)|}{\min |\lambda_i(A)|} \quad (1.13)$$

tel que  $\lambda_i(A)$  sont les valeurs propres de la matrice A. On déduit que le conditionnement est lié aux dynamiques du système en question. Ainsi la présence de dynamiques lentes et rapides dans le système conduit à un mauvais conditionnement.

L'exemple suivant illustre ce problème, soit:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & \xi \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} \xi \\ 1 \end{pmatrix}; A^{-1} = \frac{-1}{\xi} \begin{pmatrix} -1 & -\xi \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

$\xi$  : proche de zéro.

$$\text{La matrice de commandabilité } C = \begin{pmatrix} \xi & 0 \\ 1 & \xi \end{pmatrix}; \text{cond}(C) = 1/\xi^2 \quad (1.15)$$

$$\det(C) = \xi^2 \approx 0 \quad (1.16)$$

Si  $\xi$  est égale à la résolution de la machine, alors le système d'après la matrice C est non commandable, ce qui est faux; pour y remédier une méthode plus efficace pour tester ces deux propriétés; consiste à calculer la matrice *Gramien*, et à tester son rang s'il est complet.

$$G_c = \int_0^{\infty} e^{zA} B B^T e^{zA^T} d\tau \text{ pour la commandabilité.} \quad (1.17)$$

$$G_o = \int_0^{\infty} e^{zA} C^T C e^{zA^T} d\tau \text{ pour l'observabilité} \quad (1.18)$$

### 1.3.2 La stabilité :

L'étude de la stabilité s'effectue généralement en utilisant deux techniques:  
[SAN 1978]

- Fonction de *Lyapunov*.
- Méthode d'entrée/sortie.

Ces méthodes procèdent de la manière suivante:

- 1. Le système est supposé, composé de sous-systèmes interconnectés dont chacun d'eux isolé, est supposé stable et une mesure quantitative de cette stabilité est donnée.
- 2. Une condition est spécifiée à base de cette mesure et d'une mesure quantitative de la grandeur des interconnexions. Alors, le système global est stable si

cette condition est vérifiée, sinon il est dit instable, et une stabilisation s'avère indispensable.

**a/ Méthode de Lyapunov:**

\* Pas 1: Le système est décrit par l'équation différentielle:

$$\dot{\underline{x}} = F(\underline{x}, u, t) \tag{1.19}$$

On considère qu'il consiste de sous-systèmes tels que:

$$\dot{\underline{x}}_i = f_i(\underline{x}_i, u_i, t) + g_i(\underline{v}, t) \quad i=1, \dots, s \tag{1.20}$$

et interconnectés par la contrainte

$$\underline{v} = \underline{x}(t) \tag{1.21}$$

avec:

$$\underline{x} \in \mathfrak{R}^n, \underline{x}_i \in \mathfrak{R}^{n_i}, u_i \in \mathfrak{R}^{m_i}$$

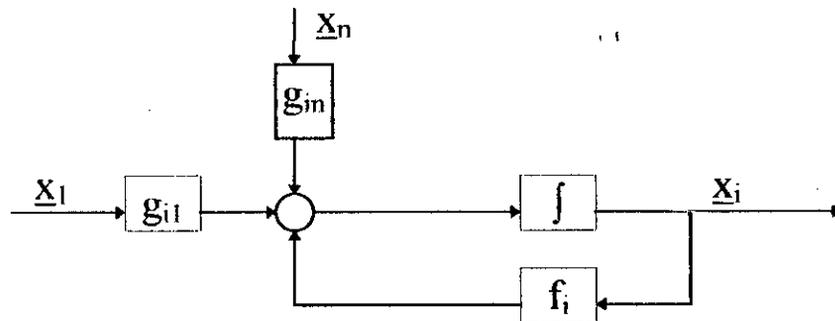
$$\underline{x}^T = (\underline{x}_1^T, \dots, \underline{x}_s^T)^T, \underline{u}^T = (\underline{u}_1^T, \dots, \underline{u}_s^T)^T$$

généralement, on a:

$$g_i(\underline{x}, t) = \sum_j g_{ij}(\underline{x}_j, t) \tag{1.22}$$

On suppose que l'état d'équilibre est:

$$\underline{f}_i(\underline{0}, t) = \underline{0}; \underline{g}_i(\underline{0}, t) = \underline{0}; F(\underline{0}, t) = \underline{0} \tag{1.23}$$



fig(1.3): Termes d'interconnexions séparables.

\* pas 2: On suppose qu'il y a des fonctions  $V_i, d_i, et W_i$  telles que le long des trajectoires (1.20) on a:

$$\dot{V}_i(\underline{x}_i, t) \leq -d_i(\underline{x}_i, t) + W_i(\underline{x}_i, \underline{v}, t) \quad (1.24)$$

où  $V_i$  est D.P.N.B. (Définie positive, décroissante et radialement non bornée).

On suppose que la partie droite de (1.24) peut être bornée, alors:

$$\dot{V}_i(\underline{x}_i, t) \leq -d_i(\underline{x}_i, t) + W_i(\underline{x}_i, \underline{v}, t) \leq h_i(\gamma_1(\underline{x}_1, t), \dots, \gamma_s(\underline{x}_s, t)) \quad (1.25)$$

avec  $\gamma_i$  sont aussi D.P.N.B.

\* Pas 3: Maintenant des conditions sur  $h_i$  et  $\gamma_i$  doivent être posées pour assurer que:

$$V_i(\underline{x}_i, t) \rightarrow 0 \text{ quand } t \rightarrow \infty \quad (1.26)$$

Cela peut se faire de deux façons différentes, par:

1• Méthode du vecteur de Lyapunov: Si dans (1.25) on a

$$\gamma_i(\underline{x}_i, t) = V_i(\underline{x}_i, t) \text{ et } h_i(\gamma_1, \dots, \gamma_s, t) \quad (1.27)$$

fonction non croissante en  $\gamma_i$  (pour  $j \neq i$ ), et si l'origine est un état d'équilibre asymptotique pour le système à  $s$  dimensions:

$$\dot{z}_i = h_i(z_1, \dots, z_s, t) \quad (1.28)$$

Alors le système (1.19) est asymptotiquement stable; et le vecteur  $V^T(\underline{x}, t) = (V_1(\underline{x}_1, t), \dots, V_s(\underline{x}_s, t))$  est dit fonction vecteur de Lyapunov.

• Méthode de la somme pondérée: On suppose que (1.25) est telle que:

$$\exists \alpha_1, \dots, \alpha_s > 0: -\sum \alpha_i h_i(\gamma_1, \dots, \gamma_s, t) \text{ est D.P.N.B.}$$

avec

$$\gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_s)$$

soit:

$$V(\underline{x}, t) = \sum \alpha_i V_i(\underline{x}_i, t) \quad (1.29)$$

Alors le long des trajectoires (1.19), on a  $\dot{V}(\underline{x}, t) < 0$  pour  $\underline{x}(t) \neq 0$  et (1.19) est asymptotiquement stable.

La méthode de *Lyapunov* possède un avantage important du fait que le comportement de chaque sous-système est caractérisé par sa propre fonction de *Lyapunov* dans laquelle les connaissances sur les autres sous-systèmes ne sont pas demandées; la stabilité du système interconnecté est testée en condition de ces fonctions et des bornes sur les interconnexions.

**b/ Méthodes entrée/sortie:**

\* Pas 1: Le système complet est supposé composé de sous-systèmes interconnectés régies par les équations entrée/sortie suivantes:

$$\left. \begin{aligned} u_i &= f_i - \sum_{j=1}^s H_{ij} e_j \\ v_i &= - \sum_{j=1}^s B_{ij} f_j + e_i \end{aligned} \right\} \quad i=1, \dots, s \quad (1.30)$$

où

$(u_1, \dots, u_s, v_1, \dots, v_s)$  est l'entrée de (1.30)

$(e_1, \dots, e_s, f_1, \dots, f_s)$  est sa sortie

$B_{ij}$  et  $H_{ij}$  sont des opérateurs nonlinéaires et nonanticipatifs dans  $[0, \infty[$ .

\* Pas 2: Soit  $G(H)$ ,  $G(B)$  les matrices gains telles que:

$g(H_{ij})$  et  $g(B_{ij})$  sont les gains finis des matrices  $B_{ij}$  et  $H_{ij}$ . La partie non diagonale de  $G(H)$  et  $G(B)$  donne une borne sur la grandeur des interactions.

\* Pas 3: Pour assurer que le système complet (1.30) ait un gain borné, il est nécessaire d'imposer des conditions sur  $G(H)$  et  $G(B)$ , soit:

$$[I - G(B)G(H)] \text{ est une matrice } M.$$

**Rmarques:**

• Un opérateur  $F$  sur  $L_{pc}[0, \infty[$  est dit non anticipatif si  $P_T F P_T = P_T F, \forall T$

Pour toute fonction  $x(t)$  définie sur  $[0, \infty[$  et  $T < \infty$ ; soit la fonction :

$$(P_T x)(t) = \begin{cases} x(t), & t \leq T \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$

$$\text{Alors : } L_{pe}[0, \infty[ = \left\{ x \text{ (fonction)} : \|P_T x\|_p = \int_0^T \|(P_T x)(t)\|^p dt < \infty, \forall T < \infty \right\}$$

• Le gain de  $F$  est  $g(F) = \sup \left\{ \|P_T F x\|_p / \|P_T x\|_p : T < \infty; x \in L_{pe} \text{ et } \|P_T x\|_p \neq 0 \right\}$

• Une matrice  $F$  à diagonale positive est dite une matrice  $M$  ssi:

-  $F^{-1}$  existe et toutes ses valeurs sont nonnégatives.

- Les mineurs principaux de  $F$  sont tous positifs.

- Les valeurs propres de  $F$  ont des parties réelles positives.

•  $V_i$  est DPNB ssi  $\Phi_1(\|x_i\|) \leq V_i(x_i, t) \leq \Phi_2(\|x_i\|)$  où :  $\Phi_i(0) = 0$

$\Phi_i$  est continue, strictement croissante et  $\Phi_i(\infty) = \infty$ .

### I.3.3 Simplification des systèmes complexes:

Une procédure pratique utilisée par les ingénieurs consiste à travailler avec des modèles mathématiques qui sont plus simples, mais moins exactes que le modèle physique du processus. Ceci est motivé par deux faits:

- Le premier est de réduire les lourds calculs relatifs à la simulation, l'analyse et la synthèse d'un système de contrôle.
- Le second est basé sur l'hypothèse qu'un modèle réduit conduit à un système de contrôle de structure simple.

Pour se faire deux types de méthodes sont utilisées. la première dite agrégation assume qu'un modèle mathématique d'un système donné, peut être simplifié, en introduisant une description grossière qui retient quelques propriétés qualitatives du système. La seconde appelée méthode de perturbation, consiste à employer des procédures dans lesquelles certaines interactions dynamiques sont négligées.

**a/ Agrégation:**

Cette approche consiste à remplacer le système initial par un modèle de taille réduite, mais qui conserve certaines de ses caractéristiques importantes. Le problème se pose comme suit: [TIT 1979] Etant donné deux systèmes dynamiques  $S_1$  et  $S_2$  avec  $\dim S_1 = n > \dim S_2 = m$  où  $S_1$  peut être un système physique, et  $S_2$  son modèle utilisé par un système de commande; ou bien  $S_1$  et  $S_2$  sont tous les deux des modèles de complexité différente. Ces systèmes sont décrits par:

$$\begin{aligned} S_1: \dot{\underline{x}} &= A\underline{x} + B\underline{u}(t) \\ \underline{y}(t) &= C\underline{x}(t) \end{aligned} \quad (1.31)$$

avec:

$$\begin{aligned} \dim(A) &= (n \times n); \\ \dim(B) &= (n \times r); \\ \dim(C) &= (p \times n); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_2: \dot{\underline{z}} &= F\underline{z} + G\underline{u}(t) \\ \underline{\hat{y}}(t) &= H\underline{z}(t) \end{aligned} \quad (1.32)$$

avec:

$$\begin{aligned} \dim(F) &= (m \times m); \\ \dim(G) &= (m \times r); \\ \dim(H) &= (p \times m); \end{aligned}$$

Pour que le système  $S_2$  soit un système agrégé de  $S_1$ , il faut que  $\underline{z}(t) = f(\underline{x}(t))$  la fonction  $f$  peut être non linéaire, ce qui est le cas des systèmes statiques utilisés en économie. Dans le cas des systèmes dynamiques la relation  $f$  est linéaire, on a alors:

$$\underline{z}(t) = L\underline{x}(t) \quad L: (m \times n) \quad (1.33)$$

i.e.:  $\underline{z}(t)$  est une combinaison linéaire de certains modes de  $\underline{x}(t)$ . D'après les équations (1.31), (1.32), on déduit que la matrice  $L$  existe si et seulement si les relations:

$$FL = LA \quad (1.34)$$

$$G = LB \quad (1.35)$$

sont satisfaites. Ceci dit que les valeurs propres de  $F$  sont celles de  $A$  correspondant aux modes de  $\underline{x}(t)$  retenus dans  $\underline{z}(t)$ .

Ainsi, la notion d'agrégation est une généralisation de l'idée de simplification des systèmes linéaires en retenant les modes dominants. Donc le choix de la matrice  $L$ , influence beaucoup sur la nature du modèle réduit; aussi ce choix doit prendre en compte les perturbations, car le modèle agrégé ne peut prédire la réponse à une perturbation concentrée dans un mode non retenu dans ce modèle. Cette technique de réduction est très utile en commande optimale et en commande hiérarchisée [TIT 1979].

Ce problème peut se voir d'un autre angle, i.e.: comme une technique d'observation, à savoir qu'un observateur d'état placé au système physique possède une description mathématique équivalente à celle d'un modèle agrégé.

## b/ Méthode de perturbation:

Ici on considère que la différence en réponse entre les systèmes réel et approché est modélisé par un terme de perturbation. Cette méthode possède deux variantes: le couplage faible et le couplage fort.

**Cas du couplage faible:** Cette approche est basée sur la notion de perturbation nonsingulière, où le terme de perturbation est porté sur la partie droite de l'équation différentielle modélisant le système.

On considère le système dynamique suivant:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & \xi A_{12} \\ \xi A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix} \quad (1.36)$$

où  $\xi$  est un paramètre positif petit. Il est clair que pour  $\xi = 0$ , le système représenté par l'eq(1.36) se découple en deux sous systèmes indépendants pour lesquels la synthèse d'un contrôleur pour chacun d'eux devient facile.

L'astuce utilisé est de concevoir un système de contrôle pour le système agrégé ( $\xi = 0$ ); puis l'appliquer au système réel ( $\xi \neq 0$ ) en imposant des conditions sur la solution, pour assurer la stabilité du système [SAN 1978].

**Cas du couplage fort:** Cette approche est basée sur la notion de perturbation singulière, i.e. une perturbation dans la partie gauche de l'équation différentielle.

Soit le système suivant:

$$\begin{pmatrix} \dot{\underline{x}}_1(t) \\ \xi \dot{\underline{x}}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{x}_1(t) \\ \underline{x}_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{u}_1(t) \\ \underline{u}_2(t) \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{ système lent} \\ \text{ système rapide} \end{matrix} \quad (1.37a)$$

où  $\xi$  est positif petit et  $A_{22}$  une matrice stable.

En posant  $\xi = 0$ , on obtient:

$$\dot{\underline{x}}_1 = (A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21})\underline{x}_1 + B_1\underline{u}_1 - A_{12}A_{22}^{-1}B_2\underline{u}_2 \quad (1.38)$$

$$\underline{x}_2 = -A_{22}^{-1}A_{21}\underline{x}_1 - A_{22}^{-1}B_2\underline{u}_2 \quad (1.39)$$

Il est à noter que l'ordre du système est réduit, puisque l'équation différentielle (1.37b) devient l'équation algébrique (1.39). La solution aux équations (1.37) est dite approximation d'ordre zéro. Le remplacement de (1.37b) par (1.39) est dit approximation à couplage fort.

Il peut être montré qu'un nombre  $n_1$  (dimension de  $\underline{x}_1$ ) de valeurs propres de (1.37) sont approximées par les valeurs propres  $((A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}))$ ; et d'autres  $n_2$  (dimension de  $\underline{x}_2$ ) valeurs propres sont approximées par les valeurs propres de  $\frac{A_{22}}{\xi}$ .

Des méthodes de filtrage et de commande peuvent être synthétisées à partir du modèle réduit et ensuite appliquées au système réel. Le seul problème avec cette approche est que le modèle du système physique n'est presque jamais donné sous la forme (1.37), car il n'est pas évident de modéliser le système sous cette forme surtout pour les systèmes mal connus, comme les systèmes complexes.

### 1.3.4 Décomposition des systèmes complexes:

Elle consiste à partitionner le système initial en plusieurs sous-systèmes, puis à résoudre un certain nombre de problèmes (stabilité, observation, contrôle) sur ces derniers;

les solutions obtenues sont combinées de manière à résoudre le problème global. C'est une étape importante, dans l'étude des systèmes complexes si ceux-ci ne sont pas donnés sous forme décentralisée (approche locale). Alors, elle est utilisée pour obtenir l'une des différentes structures déjà mentionnées.

A ce sujet une technique a été proposée par [SIL 1976], mais elle présente une difficulté quant à la possibilité de présence de modes fixes (généralisation du concept de modes incontrôlables et inobservables). SABERI [SAB 1985] a remédié à ce problème en proposant une décomposition en un modèle à composantes interconnectées (CCM) qui consiste à isoler les termes incontrôlables et inobservables.

On considère le système linéaire in variant dans le temps:

$$\sum: \dot{\underline{z}} = A\underline{z} + B\underline{v} \tag{1.40}$$

où A et B sont des matrices constantes. B est considérée à rang complet (sans perte de généralité).

$\gamma$  le plus petit entier k tel que:  $\text{rang}[B, AB, \dots, A^k B] = \text{rang}[B, \dots, A^{k-1} B]$

$$l_i = \text{rang}[B, \dots, A^{i-1} B] - \text{rang}[B, \dots, A^{i-2} B]; \quad i=1, \dots, \gamma-1 \tag{1.41}$$

$$l_\gamma = \text{rang} B, \quad l_e = n - \sum_{i=1}^{\gamma} l_i \tag{1.42}$$

Il est prouvé que  $l_1 \leq l_2 \leq \dots \leq l_\gamma$ ;  $l_e, l_1, \dots, l_\gamma$  est dite degré de séquence et est caractéristique de chaque système.

Si la paire (A,B) est contrôlable alors:  $\sum_{i=1}^{\gamma} l_i = n \Rightarrow l_e = 0$  (1.43)

**Théorème:** [SAB 1985] Pour le système  $\sum$ , il existe une transformation  $\underline{x} = T\underline{z}$  et  $\underline{u} = P\underline{v}$  où T et P sont nonsingulières; alors le système transformé est sous la forme:

$$\sum: \begin{aligned} \dot{\underline{x}}_e &= A_e \underline{x}_e \\ \dot{\underline{x}}_i &= A_i \underline{x}_i + B_i (\underline{u}_i + A_{ie} \underline{x}_e + \sum_{j=1}^{\gamma} A_{ij} \underline{x}_j) \quad i=1, \dots, \gamma \end{aligned} \tag{1.44}$$

tel que:

$$\underline{x}_e \in \mathfrak{R}^{l_e}, \underline{x}_i \in \mathfrak{R}^{(\gamma-i+1)m_i}, \underline{u}_i \in \mathfrak{R}^{m_i}, m_i = l_i - l_{i-1}, l_0 = 0$$

$$A_i = \begin{pmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} (\gamma-i)m_i \\ m_i \end{matrix}; B_i = \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix} \begin{matrix} (\gamma-i)m_i \\ m_i \end{matrix}$$

**Remarque 1:** Le sous-système  $\dot{\underline{x}}_e = A_e \underline{x}_e$  est la partie incontrôlable du système et disparaît si le système  $\Sigma$  est contrôlable.

**Remarque 2:** Les sous-systèmes isolés:  $\dot{\underline{x}}_i = A_i \underline{x}_i + B_i \underline{u}_i$   $i=1, \dots, \gamma$  sont contrôlables donc il n'y a pas de modes fixes décentralisés dans le système transformé.

**preuve:** voir [SAB 1985]

### 1.3.5 La commande décentralisée:

Différentes stratégies ont été conçues pour l'analyse et la commande des systèmes à savoir:

- \* stratégies de modélisation dynamique des systèmes (Description dans l'espace d'état ou par la fonction de transfert, etc).
- \* techniques pour la description qualitative du comportement des systèmes (stabilité, commandabilité...etc.).
- \* techniques pour la commande des systèmes.

Avant ces trente dernières années, toutes ces procédures utilisent des moyens théoriques qui supposent la notion de centralisation; c'est à dire que l'information disponible sur le système et les calculs basés sur cette information sont centralisés. Quand on considère les systèmes complexes, cette notion perd de validité pour les raisons suivantes :

- \* manque d'une information centralisée.
- \* mise en oeuvre numérique insuffisante ou coûteuse.
- \* incertitudes sur les interactions entre les sous-systèmes.

Pour pallier à ces contraintes, d'autres techniques basée sur la notion de décentralisation, doivent être utilisées; ce sont la commande décentralisée, et la commande hiérarchisée.

**a/ Structure de la commande décentralisée:**

La commande décentralisée vient comme défi aux problèmes suscités. Elle consiste à synthétiser pour chaque sous-système un contrôleur qui observe et commande respectivement les entrées et les sorties locales, l'ensemble des contrôleurs coopèrent pour stabiliser et/ou augmenter les performances du système global. Une telle commande est schématisée dans la figure (1.5), la figure (1.4) schématise la commande centralisée.

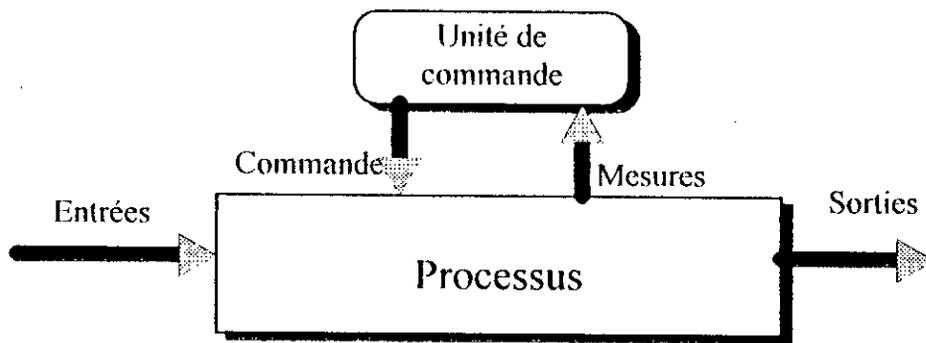


fig (1.4): structure "simple niveau, simple objectif."

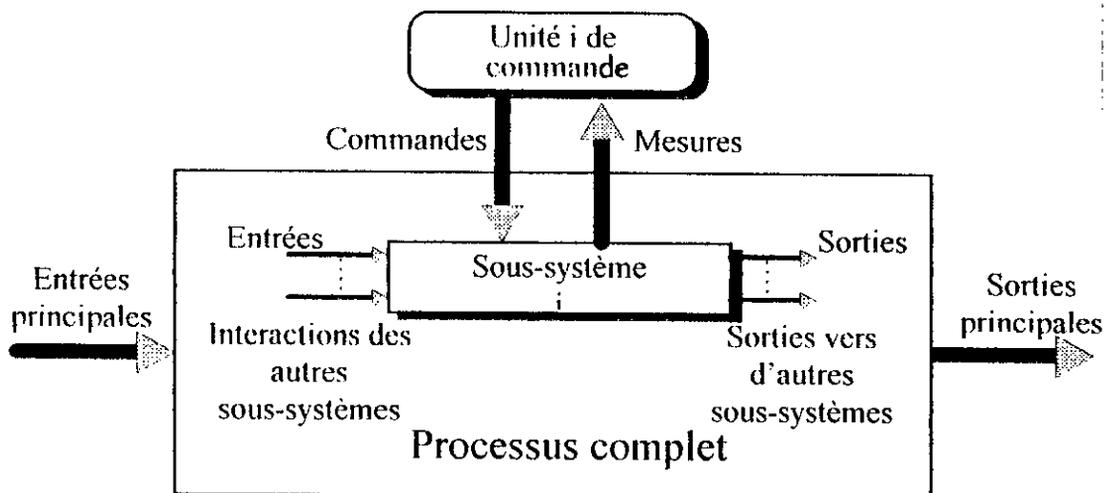


fig (1.5): structure "simple niveau, objectifs multiples"

**Remarque:** Il est à noter que la commande hiérarchisée utilise le même principe que la commande décentralisée; seulement lorsque les interactions entre les sous-systèmes sont fortes, des conflits peuvent apparaître entre les différentes unités de contrôle. Alors cette technique fait appel à un autre niveau de commande pour résoudre ces conflits; et ainsi de suite chaque niveau de contrôle fait appel à un niveau supérieur et on peut obtenir la structure suivante [TIT 1979]:

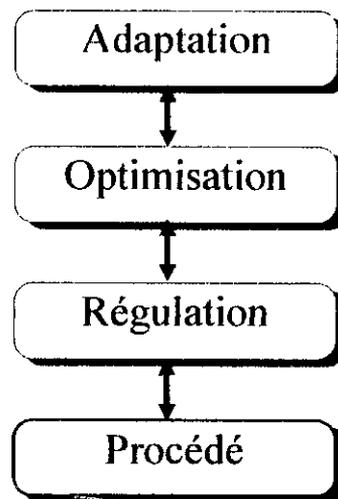


fig (1.6): structure "plusieurs niveaux/plusieurs objectifs."

De multiples systèmes industriels comme:

- \* Les systèmes aérospatiaux.
- \* Les réseaux de puissance électrique.
- \* Les réseaux de trafic urbain.
- \* Les unités de fabrication (géographiquement éloignées), nécessitent de telles

techniques de commande.

### **b/ Stabilisabilité des systèmes interconnectés:**

La stabilité cause un problème majeur quant à l'étude des systèmes complexes. Pour cela on doit procéder à leur stabilisation; cette technique consiste à synthétiser une loi de commande adéquate qui assure la stabilité du système global.

Il a été montré [WAN 1973], que la stabilisation centralisée du système n'entraîne pas sa stabilisation décentralisée, du fait des contraintes structurelles qui se caractérisent par les modes fixes décentralisés. Ces modes sont invariants et ne peuvent être déplacés par l'effet d'un feed-back décentralisé.

Etant donné un système interconnecté dont les sous-systèmes sont comme suit:

(structure I)

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}_i &= A_i \underline{x}_i + B_i \underline{u}_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N A_{ij} \underline{x}_j & ; \quad i=1, \dots, N \\ \underline{y}_i &= C_i \underline{x}_i \end{aligned} \tag{1.45}$$

$$\underline{x}_i \in \mathfrak{R}^{n_i}; \underline{u}_i \in \mathfrak{R}^{m_i}; \underline{y}_i \in \mathfrak{R}^{p_i}$$

Les matrices  $A_i, B_i, A_{ij}, C_i$  ont les dimensions appropriées.

Le système interconnecté aura la forme :

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= A \underline{x} + B \underline{u} \\ \underline{y} &= C \underline{x} \end{aligned} \tag{1.46}$$

$$\underline{x}^T = [\underline{x}_1^T, \dots, \underline{x}_N^T]; \underline{u}^T = [\underline{u}_1^T, \dots, \underline{u}_N^T]; \underline{y}^T = [\underline{y}_1^T, \dots, \underline{y}_N^T]$$

$$B = \text{blockdiag}[B_1, \dots, B_N]$$

$$C = \text{blockdiag}[C_1, \dots, C_N]$$

$$A = (\text{blockdiag}[A_1, \dots, A_N] + \text{mat}(A_{ij})_{i \neq j})$$

On désire synthétiser une famille de N contrôleurs dynamiques décentralisés, qui stabilisent le système complet; i.e. qui placent les pôles du système bouclé dans un domaine désiré:

Le i ème contrôleur est donné par

$$\dot{\underline{z}}_i = S_i \underline{z}_i + R_i \underline{y}_i \tag{1.47}$$

$$\underline{u}_i = Q_i \underline{z}_i + K_i \underline{y}_i + \omega_i \quad ; \quad i=1,2, \dots, N \tag{1.48}$$

tels que :  $\underline{z}_i \in \mathfrak{R}^{l_i}; \omega_i \in \mathfrak{R}^m$  et les matrices  $S_i; R_i; Q_i; K_i$  ont les dimensions adéquates.

Les équations (1.47),(1.48) peuvent s'écrire sous une forme plus compacte :

$$\dot{\underline{z}} = S \underline{z} + R \underline{y} \tag{1.49}$$

$$\underline{u} = Q \underline{z} + K \underline{y} + \omega \tag{1.50}$$

$$\begin{aligned} \underline{z}^T &= [\underline{z}_1^T, \dots, \underline{z}_N^T]; \underline{u}^T = [\underline{u}_1^T, \dots, \underline{u}_N^T]; \underline{y}^T = [\underline{y}_1^T, \dots, \underline{y}_N^T] \\ S &= \text{blockdiag}[S_1, \dots, S_N]; R = \text{blockdiag}[R_1, \dots, R_N] \\ Q &= \text{blockdiag}[Q_1, \dots, Q_N]; K = \text{blockdiag}[K_1, \dots, K_N] \end{aligned}$$

Si la loi de contrôle (1.49),(1.50) est appliquée au système (1.46) on obtient :

$$\begin{pmatrix} \dot{\circ} \\ \underline{x} \\ \dot{\circ} \\ \underline{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A+BKC & BQ \\ RC & S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{x} \\ \underline{z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix} \omega \quad (1.51)$$

L'ensemble des lois de contrôle (1.47),(1.48) sont à choisir de sorte à garantir la stabilité asymptotique du système interconnecté.

**Définition 1 :** On définit l'ensemble G :

$$G = \left\{ K / K = \text{blockdiag}[K_i]; K_i \in \mathfrak{R}^{m_i \times p_i}; i=1,2,\dots,n \right\} \quad (1.52)$$

**Définition 2 :** L'ensemble des modes fixes du système (1.46) par rapport à l'ensemble G est :

$$\Lambda(C, A, B, G) = \bigcap_{K \in G} \sigma(A+BKC) \quad (1.53)$$

tel que :  $\sigma(\circ)$  est l'ensemble des valeurs propres de  $(\circ)$ .

**Théorème :** [WAN 1973] Le système (1.46) est stabilisable à l'aide des contrôleurs dynamiques décentralisés (1.47),(1.48) si et seulement si :

$$\Lambda(C, A, B, G) \subset \mathbb{C}^- \quad (\text{demi plan gauche complexe})$$

c'est à dire qu'il faut que l'ensemble des modes fixes soient stables.

**Preuve:** dans [WAN 1973].

Il a été montré dans [SAE 1979] que l'ensemble des modes fixes décentralisés se confond à l'union des ensembles de modes fixes de chaque sous-système i.e.:

$$\Lambda(C, A, B, G) = \bigcup_{i=1}^N \Lambda(A_i, B_i, C_i, K_i) \quad (1.54)$$

De ce fait la stabilisation décentralisée du système global est possible si et seulement s'il est stabilisable.

D'autres techniques de stabilisation sont utilisées dans la littérature [SAB 1985] minimise un indice de performance local de la forme:  $J_i = \int_0^{\infty} (\|x_i\|^2 + \|u_i\|^2) dt$  et calcule la commande  $u_i$  en résolvant une équation de *Riccati*.

Dans [RAM 1982] des conditions suffisantes ont été apportées, pour la stabilisation des systèmes interconnectés dynamiques (structure I et II) et ceci en répondant aux deux problèmes suivant:

- 1) Quels sont les conditions sur les paramètres des sous-systèmes et des interconnexions pour garantir des modes fixes stables ?  
i.e. la stabilisation à travers un retour de sortie local décentralisé dynamique.
- 2) Sous quelles conditions peut un retour d'état local stabiliser le système global ?

Une représentation par matrices de transfert des systèmes a été étudiée par [ZHA 1985], où une condition nécessaire et suffisante pour la stabilité des systèmes interconnectés dynamiques, par une commande décentralisée, a été donnée.

Une approche structurelle a été étudiée par [BOU 1993]; celle-ci est basée sur l'algèbre de *Boole* et la théorie des graphes. Deux sortes de modes fixes ont été définis: ceux qui sont structurellement fixes et ceux qui ne le sont pas, pour ces derniers une perturbation sur les paramètres du système enlève ces modes fixes. En se basant sur un échange minimum d'information entre les différentes stations de commande, une méthode pour l'élimination des modes structurellement fixes a été proposée.

## 1.4 Conclusion:

Dans ce chapitre, on a décrit sommairement les systèmes complexes, les problèmes qui en découlent et les techniques possibles pour leur analyse. Les systèmes complexes occupent la majeure partie des processus industriels et leur analyse diffère d'une classe à une autre suivant leur nature (non linéaire, multidimensionnelle, stochastique, sous-processus géographiquement éloignés).

Nôtre but dans ce chapitre est de permettre à un éventuel lecteur d'avoir une vue assez large sur les notions apportées dans les chapitres suivants.

**CHAPITRE: II**

**ÉTUDE DE LA COMMANDE ADAPTATIVE**

*"...ce serait faire des choses inutiles que d'opérer par un plus grand nombre de causes ce qui peut se faire par un nombre plus petit."*  
ISAAC NEWTON

## II.1 Historique et définitions:

La simplicité et la façon pratique du feed-back classique lui a valu d'être utilisé pendant longtemps par les automaticiens; mais le développement des systèmes nécessitant de grandes performances, de précision et de robustesse vis à vis du milieu extérieur; ainsi que des processus variant dans le temps a rendu les méthodes classiques non satisfaisantes.

L'essor de l'électronique et de l'informatique pendant ces dernières années; a permis de développer de multiples techniques de contrôle dont la commande adaptative, qui est une généralisation du feed-back linéaire classique, seulement ici, la "variation" des paramètres du processus est prise en considération.

Cette commande est conçue pour pallier aux incertitudes paramétriques, perturbations structurelles et à la dégradation du niveau de performance des processus.

Plusieurs définitions ont été données à cette technique, et en général on peut la définir par: "ensemble de techniques utilisées pour ajuster automatiquement et en temps réel, durant le fonctionnement d'un processus, les régulateurs mis en oeuvre dans un système de contrôle lorsque les paramètres de ce processus sont difficiles à déterminer, ou varient dans le temps".

Apparue au début des années 50 sous le nom de « *Peak-holding control* », la commande adaptative n'a pris de l'ampleur qu'à partir de 1958 quand *Whitaker et associés* l'ont utilisée dans les systèmes aéronautiques. Vu que ces derniers opèrent dans des conditions dures et variées, ceci a poussé ces chercheurs à opter pour une telle commande, à part le feed-back classique qui ne peut travailler que dans des conditions fixes.

Mais le manque de théorie dans ce domaine et le désastre causé par les essais de vol a réduit l'intérêt de cette stratégie, jusqu'à la fin des années 60, avec le développement de la théorie de contrôle (espace d'état, contrôle stochastique, identification ...etc.).

Une renaissance a été apportée à la commande adaptative, depuis les années 70 jusqu'à nos jours, avec l'évolution de la micro-électronique, cela a rendu l'implémentation des régulateurs adaptatifs possible, simple et non coûteuse.

Trois phases sont nécessaires en commande adaptative.

- \* Mesure d'un indice de performance (IP).
- \* Comparaison avec l'indice désiré et décision sur la stratégie de commande.
- \* Modification en ligne des paramètres du régulateur.

Ceci peut être représenté dans la figure suivante:

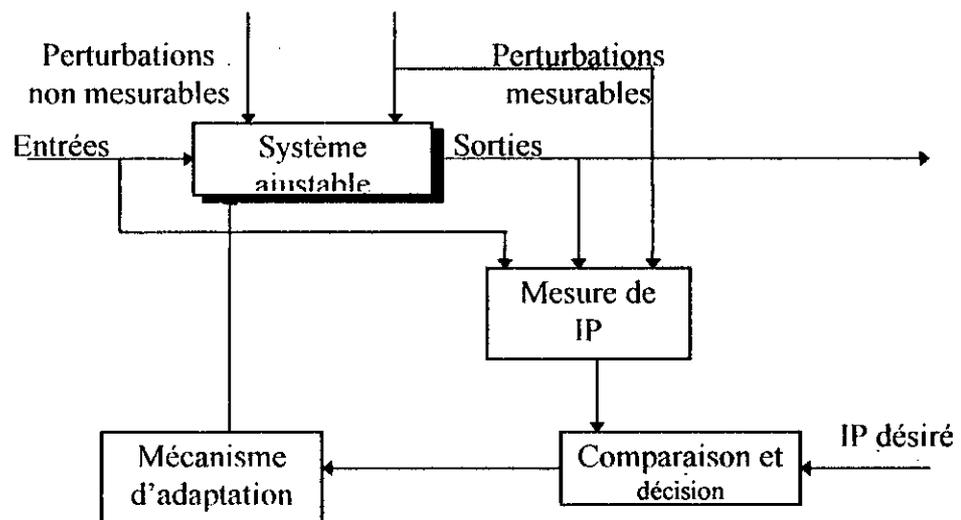


fig (2.1): système de contrôle adaptatif.

Deux approches sont possibles pour l'étude des contrôleurs adaptatifs, ce sont:

- \* Le modèle de référence.
- \* Le régulateur autoajustable (self-tuning).

## II.2 L'Approche avec modèle de référence:

Comme son nom l'indique, cette théorie exprime les performances désirées par un modèle de référence (système auxiliaire), et la comparaison de celles-ci avec les performances du système à commander s'obtient à l'aide d'un signal d'erreur entre les sorties.

Cette méthode repose sur le principe d'adapter les paramètres d'un correcteur ou d'un système ajustable, ce qui caractérise l'adaptation paramétrique; ou de varier un signal auxiliaire injecté à l'entrée du système, ce qui s'appelle adaptation par un signal de synthèse.

Plusieurs notions utilisées dans cette approche devront être définies:

- \* L'état généralisé d'erreur: est l'erreur entre le vecteur d'état du modèle de référence et celui du système.
- \* Sortie généralisée d'erreur: est l'erreur entre le vecteur de sortie du modèle de référence et celui du système.
- \* Distance d'état: est la norme de l'état généralisé d'erreur.
- \* Distance des paramètres: est la norme de la différence entre les paramètres du modèle et ceux du système ajustable.
- \* Loi d'adaptation: est la relation entre l'erreur généralisée et les variations correspondantes des paramètres ou de l'entrée du système ajustable.
- \* Mécanisme d'adaptation: est l'ensemble d'interconnexions linéaires et nonlinéaires, ou des blocs variant dans le temps, utilisés pour élaborer la loi d'adaptation.

La structure de base de cette approche est représentée dans la figure (2.2).

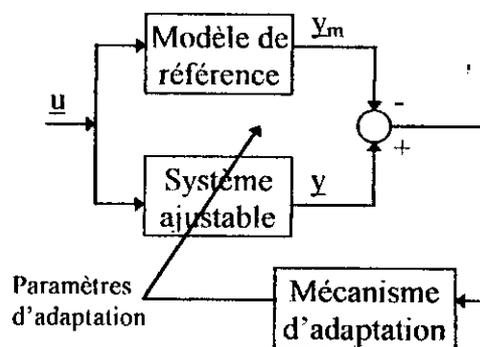


fig (2.2): structure de base d'un système adaptatif.

## 1. Description mathématique:

Pour l'utilisation de cette méthode, des suppositions sont à considérer:

- \* Le Modèle de référence est linéaire, invariant dans le temps.
- \* Dans le cas d'adaptation paramétrique, tous les paramètres sont accessibles.
- \* Durant l'adaptation, les paramètres du système ajustable ne dépendent que du mécanisme d'adaptation.
- \* Pour toutes les valeurs possibles des paramètres du système, il doit exister un régulateur ajustable de structure donnée qui permet, d'assurer des performances imposées.

L'étude peut être faite, soit dans le plan fréquentiel où les systèmes sont décrits par des fonctions de transfert; soit dans le plan temporel, où la représentation d'état est utilisée, et c'est sur cette dernière que va se baser cette description en utilisant la structure parallèle (sachant que le même raisonnement se déduit pour les autres structures).

Le modèle de référence est décrit par:

$$\dot{\underline{x}}_m = A_m \underline{x}_m + B_m \underline{u} \quad (2.1)$$

tel que:  $\underline{x}_m(0) = \underline{x}_{m0}$

Ce modèle doit être stable et commandable.

Dans le cas de l'adaptation paramétrique, les paramètres sont variables en fonction de l'erreur et du temps, et le système ajustable s'écrit:

$$\dot{\underline{x}} = A(\underline{e}, t) \underline{x} + B(\underline{e}, t) \underline{u} \quad ; \quad \underline{x}(0) = \underline{x}_0 \quad ; \quad A(0) = A_0 \quad ; \quad B(0) = B_0 \quad (2.2)$$

Dans le cas de l'adaptation avec un signal auxiliaire, on aura:

$$\dot{\underline{x}} = A \underline{x} + B \underline{u} + u_a(\underline{e}, t) \quad ; \quad \underline{x}(0) = \underline{x}_0 \quad ; \quad u_a(0) = u_{a0} \quad (2.3)$$

où A et B sont dans ce cas des matrices constantes, ou leur variation est plus lente que celle de la commande.

Notre but est de synthétiser une loi d'adaptation (paramétrique ou à signal auxiliaire), de façon que le système ajustable suit parfaitement le modèle de référence, i.e. minimiser l'erreur entre eux pour n'importe quelle entrée bornée  $u$ , ce qui est exprimé par:

\* Cas d'adaptation paramétrique:

$$A(\underline{e}, t) = F(\underline{e}, \tau, t) + A(0) \tag{2.4a}$$

$$B(\underline{e}, t) = G(\underline{e}, \tau, t) + B(0) ; 0 \leq \tau \leq t \tag{2.4b}$$

L'opérateur  $\tau$  signifie que les paramètres ajustables doivent dépendre de  $\underline{e}$  à l'instant  $t$  et aux instants précédents.

\* Cas d'adaptation d'un signal auxiliaire:

$$u_a(\underline{e}, t) = H(\underline{e}, \tau, t) + u_a(0) \tag{2.5}$$

D'après ce qui a été énoncé on a:  $\underline{e} = \underline{x} - \underline{x}_m$

donc:

$$\dot{\underline{e}} = -A_m \underline{x}_m + (-B_m + B(\underline{e}, t))u + A(\underline{e}, t)\underline{x} \tag{2.6}$$

ce qui donne:

$$\dot{\underline{e}} = A_m \underline{e} + [-A_m + A(0) + F(\underline{e}, \tau, t)]\underline{x} + [-B_m + B(0) + G(\underline{e}, \tau, t)]u \tag{2.7}$$

Cette équation est représentée dans la figure suivante qui est composée d'une partie linéaire et d'un feed-back non-linéaire:

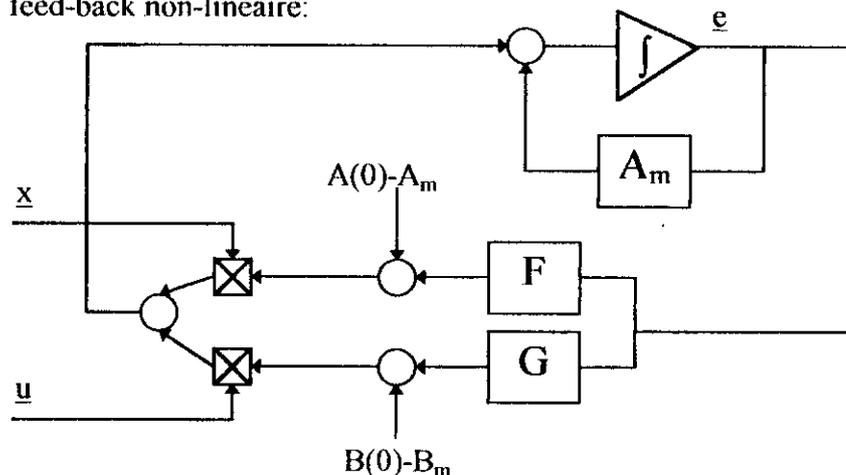


fig (2.3): schéma de l'équation d'erreur.

Les fonctions  $F(e, \tau, t)$  et  $G(e, \tau, t)$  restent à déterminer afin d'assurer:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \tag{2.8}$$

ainsi que la stabilité globale du système pour les différentes valeurs de :

$$e(0), (A_m - A(0)), (B_m - B(0)), \underline{x}(t) \text{ et } u(t)$$

Si  $u \neq 0$  et  $\underline{x} \neq 0$  et pour que:  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ , il faut que le mécanisme d'adaptation ait une mémoire, ce qui peut être obtenue par une intégrale dans  $F(e, \tau, t)$  et  $G(e, \tau, t)$  comme suit:

$$F(e, \tau, t) = \int_0^t \Phi_1(\underline{v}, t, \tau) d\tau + \Phi_2(\underline{v}, t) \tag{2.9a}$$

$$G(e, \tau, t) = \int_0^t \Psi_1(\underline{v}, t, \tau) d\tau + \Psi_2(\underline{v}, t) \tag{2.9b}$$

Ceci conduit au système décrit par la figure (2.3.4); et le problème revient à déterminer les fonctions:  $D, \Phi_1, \Phi_2, \Psi_1$  et  $\Psi_2$ ; et pour cela différentes méthodes sont utiles. :

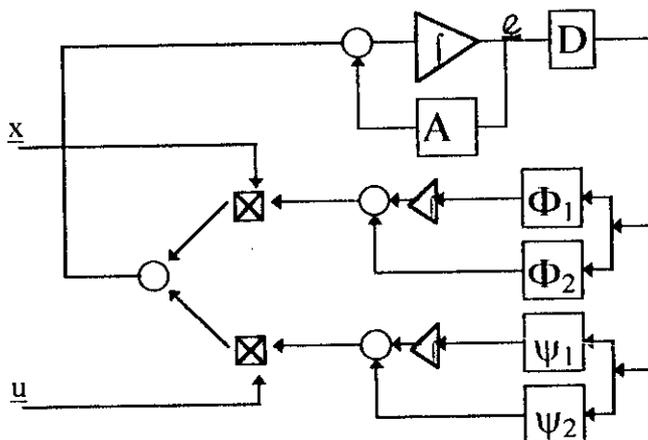


fig (2.4): Introduction d'une mémoire dans l'équation d'erreur.

**a/ Méthode du gradient:**

son principe est de faire varier les paramètres dans la direction négative du gradient du critère  $J$  à minimiser, ce qui s'exprime par:

$$\Delta \underline{\theta} = -K \text{grad}(J) \tag{2.10}$$

avec  $K$  matrice définie positive ( $K > 0$ ).

Donc on a:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta \underline{\theta} = \dot{\underline{\theta}} = -K \frac{\partial}{\partial t} \text{grad}(J) \tag{2.11}$$

Soit le critère  $J$  à minimiser:  $J = \int L(e,t)dt$  ;  $L$ : fonctionnelle

alors on obtient:

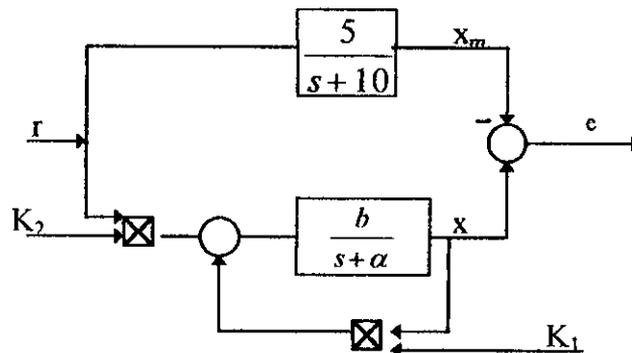
$$\dot{\underline{\theta}} = -K \frac{\partial L(e,t)}{\partial \underline{\theta}} \quad (2.12)$$

**Exemple 1:** On prend le système du premier ordre suivant:

$$\dot{x} = -\alpha_0 x + bu \quad (2.13)$$

avec le modèle de référence:

$$\dot{x}_m = -10x_m + 5u \quad (2.14)$$



fig(2.5): système ajustable avec modèle de référence.

La structure choisie figure(2.5), garantit l'existence d'une solution  $K_1$  et  $K_2$  pour laquelle le système suit parfaitement le modèle i.e.  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \quad \forall \alpha_0; b \in \mathfrak{R}$ .

Le système ajustable devient:

$$\underline{x}(s) = \frac{K_2 b}{s + \alpha_0 + K_1 b} r(s) \quad (2.15)$$

où  $r(s)$  le signal de référence.

La loi d'adaptation est telle que le critère  $J$  est:

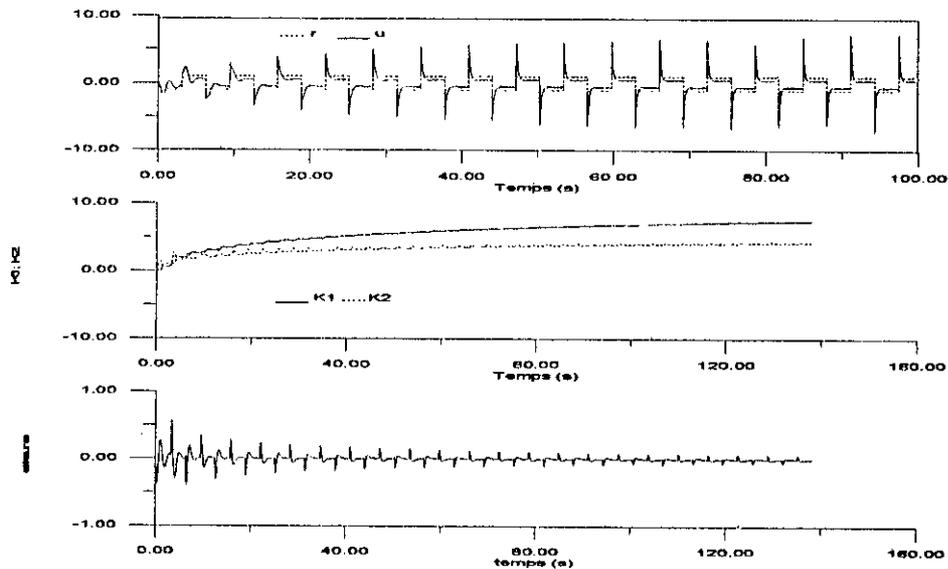
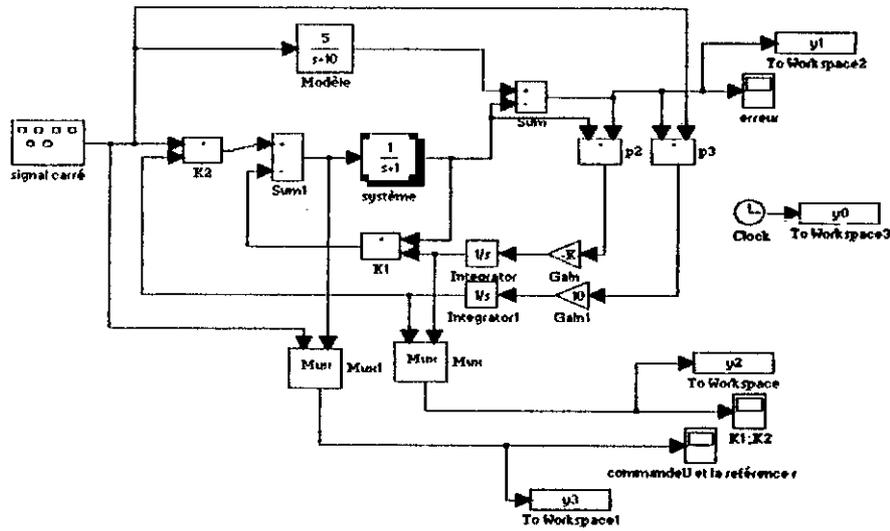
$$J = \frac{1}{2} \int e(t)^2 dt \quad \text{donc } L(e,t) = \frac{1}{2} e(t)^2$$

D'après l'éq(2.12) on a:

$$\dot{K}_1 = -\gamma_1 e \frac{\partial x}{\partial K_1} \approx \gamma_1 e x \quad (2.16a)$$

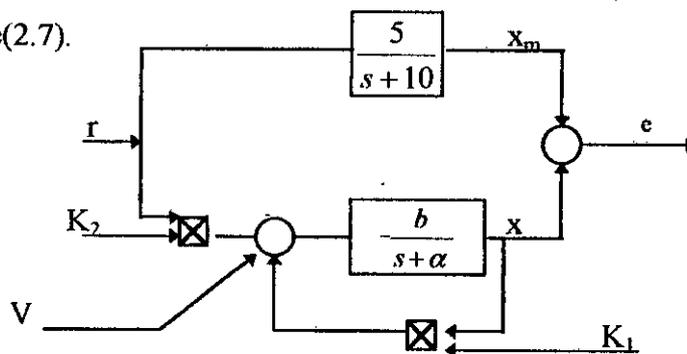
$$\dot{K}_2 = -\gamma_2 e u \quad (2.16b)$$

La simulation a été effectuée à l'aide du *SIMULINK* de *MATLAB*, ( $\alpha_0=1, b=1, \gamma_1=10, \gamma_2=10$ ) et elle est illustrée par la figure(2.6).



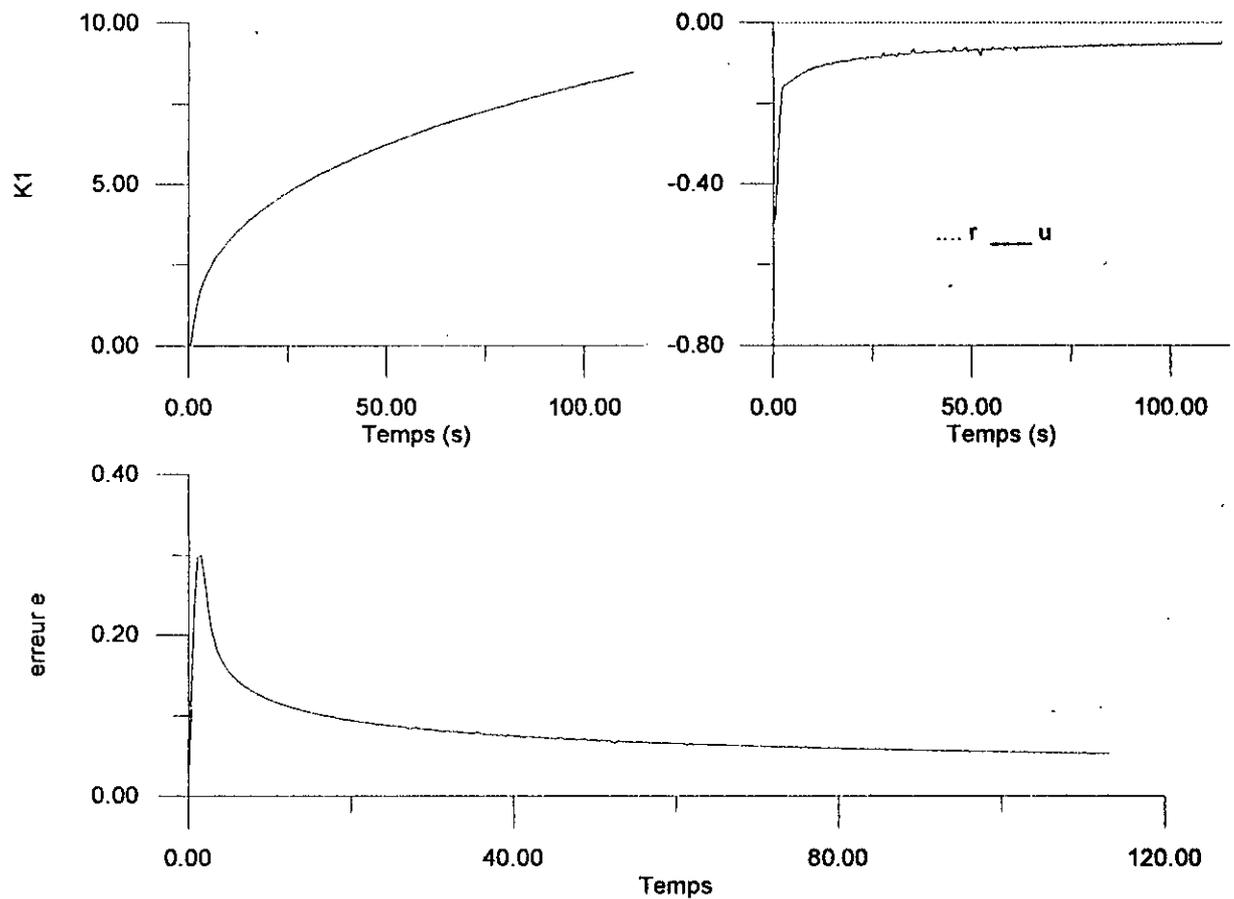
fig(2.6): schéma bloc de simulink et les courbes des différents signaux.

Si on injecte une perturbation  $v \equiv$  échelon unité à l'entrée du système comme présentée à la figure(2.7).



fig(2.7): injection d'une perturbation.

Les résultats de simulation sont représentés par la figure (2.8).



fig(2.8): Réponse à une perturbation.

On voit bien que le gain  $K_1$  diverge, alors il faut ajouter un coefficient d'amortissement  $\delta$  qui gèle l'adaptation des gains, et qui limite l'erreur dans une plage, cette dernière est comprimé en diminuant  $\delta$

**b/ Méthode du critère décroissant:**

Le mécanisme d'adaptation doit se faire de telle sorte que:

$$\int_{t_1}^{t_2} L(e,t) > \int_{t_2}^{t_3} L(e,t) ; \forall t_1, t_2, t_3 \in \mathbb{R} \quad t_3 > t_2 > t_1 \text{ et } t_2 - t_1 = t_3 - t_2 \quad (2.17)$$

pour satisfaire cette contrainte, il suffit que  $L(e,t)$  soit décroissant i.e.:

$$\Delta L(\underline{e}, t) < 0 \quad (2.18)$$

Calcul de la loi d'adaptation:

$$\dot{\underline{x}}_m = A_m \underline{x}_m + B_m u \quad (2.19)$$

$$\dot{\underline{x}} = A(\underline{e}, t) \underline{x} + B(\underline{e}, t) u \quad (2.20)$$

$$L(\underline{e}, t) = \frac{1}{2} e^T P e \quad (2.21)$$

$$\Delta L = (\Delta e)^T P e < 0 ; \forall t > t_1 \quad (2.22)$$

$$\Delta e = \underline{x}(t + \Delta t) - \underline{x}_m(t + \Delta t) - \underline{e}(t) \quad (2.23)$$

avec P matrice symétrique définie positive.

Les termes  $\underline{x}(t + \Delta t)$  et  $\underline{x}_m(t + \Delta t)$  sont développés en séries de Taylor d'ordre deux on aura:

$$\Delta e(t) = \frac{-\Delta t^2}{2} [\dot{A}(\underline{e}, t) \underline{x}(t) + \dot{B}(\underline{e}, t) u(t)] + \underline{g}(t) \quad (2.24)$$

$$\Delta e(t) = \Delta_s e + \underline{g}(t) \quad (2.25)$$

$\underline{g}(t)$  regroupe tous les termes évalués à l'instant  $t$  et qui restent constants en variant les paramètres entre  $t$  et  $t + \Delta t$ .

Si on pose:

$$\Delta L(\underline{e}, t) \approx (\Delta_s e)^T P e \quad (2.26)$$

pour que  $\frac{-\Delta t^2}{2} [\dot{A}(\underline{e}, t) \underline{x}(t) + \dot{B}(\underline{e}, t) u(t)]^T P e < 0$  il suffit qu'il existe  $F_A$  et  $F_B$  tels que:

$$\dot{A}(\underline{e}, t) = F_A e \underline{x}^T \quad (2.27a)$$

$$\dot{B}(\underline{e}, t) = F_B e u^T ; (F_A, F_B) > 0 \quad (2.27b)$$

Pour que l'approximation soit correcte, il faut prendre  $F_A$  et  $F_B$  suffisamment grands, mais il faut faire un compromis car une grande augmentation de  $F_A$  et  $F_B$  peut déstabiliser le système global.

**Exemple 2:** Soient, le modèle et le système suivants:

$$\dot{\underline{x}}_m = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \underline{x}_m + \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} u \quad (2.28a)$$

$$\dot{\underline{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 \end{pmatrix} \underline{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix} u \quad (2.28b)$$

Donc le système ajustable est:

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha_0 - bk_1 & -\alpha_1 - bk_2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ k_0 b \end{pmatrix} r \quad (2.29)$$

On remarque que  $\forall \alpha_0, \alpha_1, b$  les paramètres  $k_1, k_2$  et  $k_0$  existent tels que:

$$A(e, t) = A_m \quad (2.30)$$

$$B(e, t) = B_m \quad (2.31)$$

$$\dot{A}(e, t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -b k_1 & -b k_2 \end{pmatrix} = F_A \begin{pmatrix} e_1 y_1 & e_1 y_2 \\ e_2 y_1 & e_2 y_2 \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

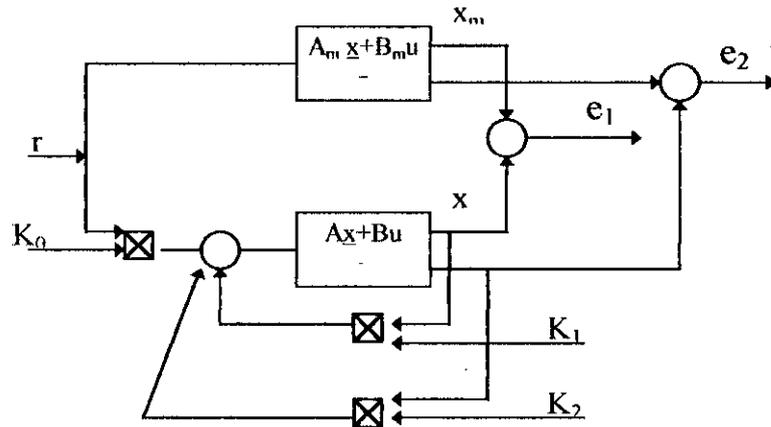
$$\dot{B}(e, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ b k_0 \end{pmatrix} = F_B \begin{pmatrix} e_1 u \\ e_2 u \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

pour assurer la poursuite il suffit que:

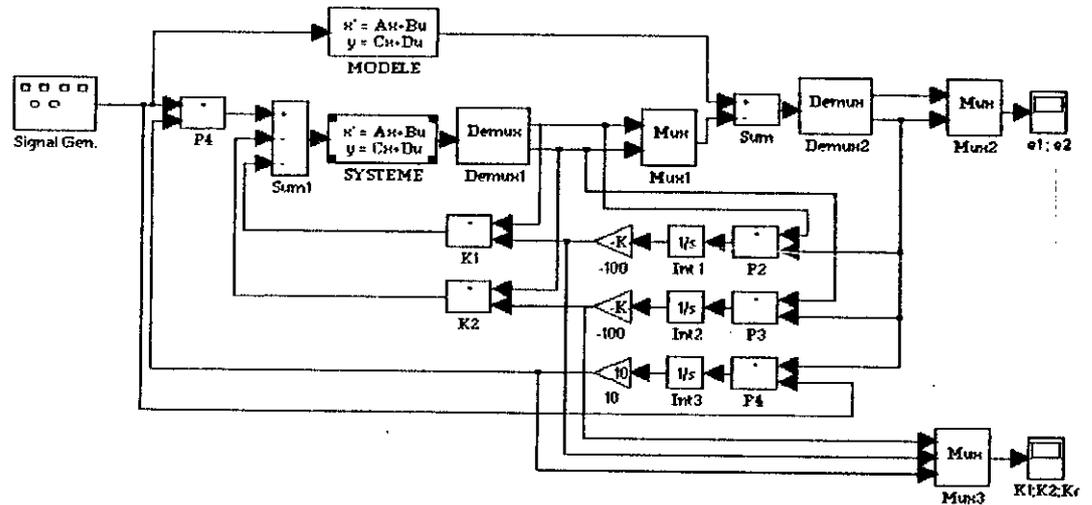
$$\dot{k}_1 = -\alpha e_2 x_1 \quad (2.34)$$

$$\dot{k}_2 = -\alpha e_2 x_2 \quad (2.35)$$

$$\dot{k}_0 = -\beta e_2 u \quad (2.36)$$



fig(2.9a): Schéma bloc: réglage du système éq(2.28).



fig(2.9b): Synoptique du SIMULINK, système éq(2.28)

**c/ Méthode de Lyapunov:**

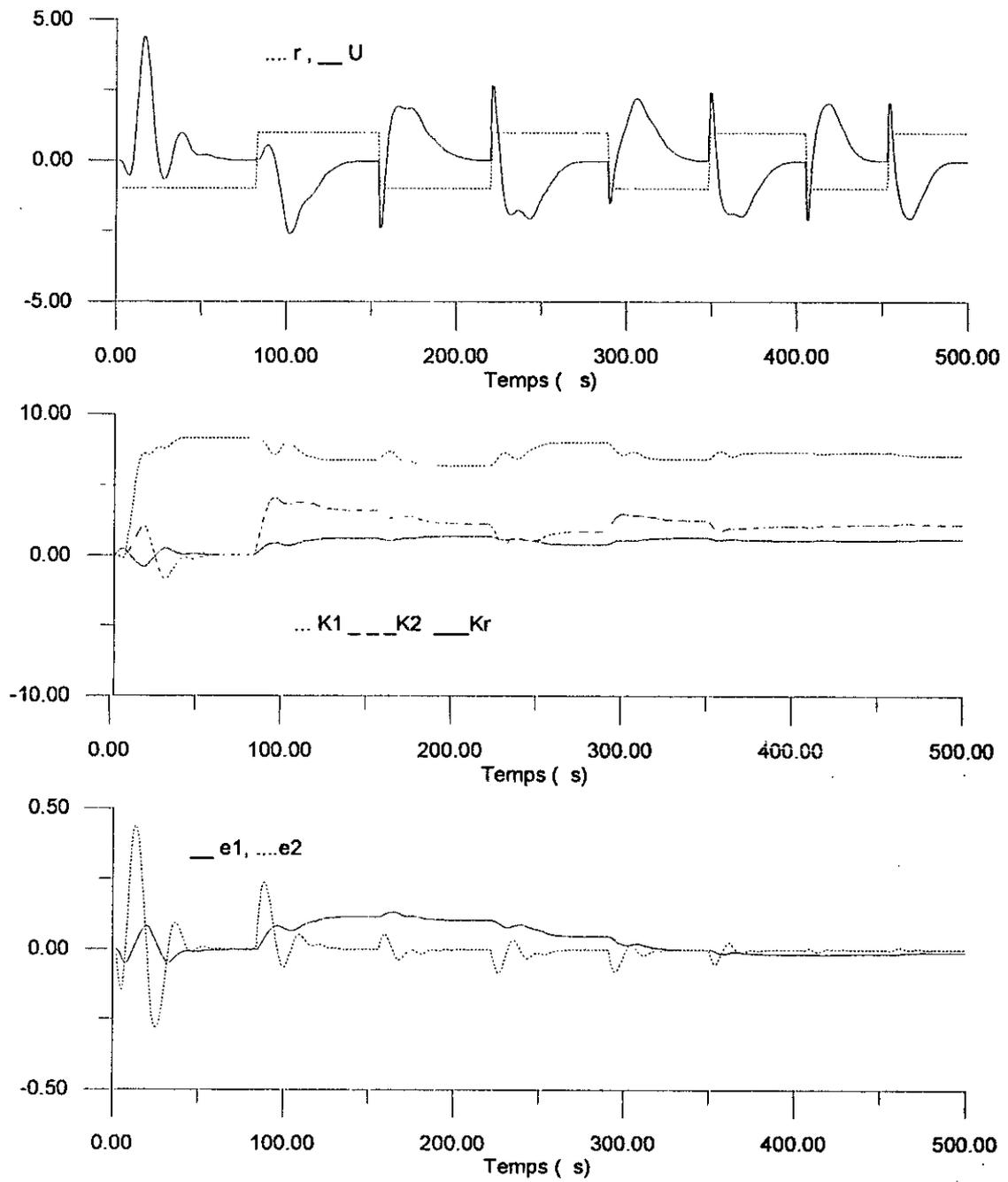
Introduite par *Lyapunov*, elle étudie la stabilité du système, et permet de trouver la loi d'adaptation paramétrique par un choix judicieux de la fonction de *Lyapunov*, qui représente l'énergie des différents signaux du système.

**Théorème de stabilité de Lyapunov:**

Soit la fonction  $V(\underline{x}, t): \mathfrak{R}^{n+1} \rightarrow \mathfrak{R}$  de *Lyapunov* satisfaisant les conditions suivantes: ( $\underline{x}$  état du système)

- \*1.  $V(0,t) = 0 \forall t \in \mathfrak{R}$ .
- \*2.  $V$  est dérivable en  $\underline{x}$  et en  $t$ .
- \*3.  $V$  est définie positive i.e. :  $V(\underline{x}, t) \geq g(\|\underline{x}\|) > 0$ ; où  $g: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  est continue, croissante avec  $\lim g(\underline{x}) = \infty$  quand  $\underline{x} \rightarrow \infty$

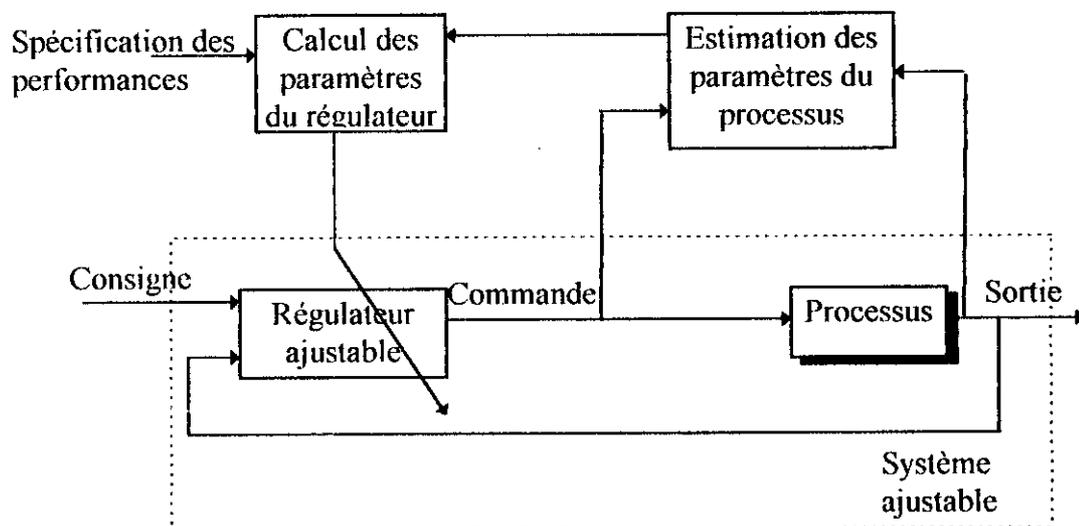
La condition suffisante pour la stabilité asymptotique uniforme du système est que:  $\dot{V}(\underline{x}, t)$  soit définie négative.



fig(2.10): Simulation des erreurs, les gains et la commande.

### II.3 Approche self-tuning:[AST 1989]

L'idée d'origine a été proposée par *Kalman* en 1958; mais elle n'a été développée qu'en 1973 par *Astrom* et *Wittenmark*. Son principe s'énonce comme suit: « les paramètres du régulateur sont ajustés automatiquement à partir d'une estimation des paramètres du processus par une procédure d'identification ». Ceci est une formulation approchée du principe de l'équivalence certaine utilisée par *Astrom* et qui s'énonce par: « pour tout modèle estimé, un contrôleur est calculé comme si ce modèle était réellement exact [BEN 1989] ».



fig(2.11):schéma de principe de l'approche self-tuning.

Cette approche contient deux types de méthodes:

\* L'adaptation explicite qui comporte deux étapes à chaque période d'échantillonnage:

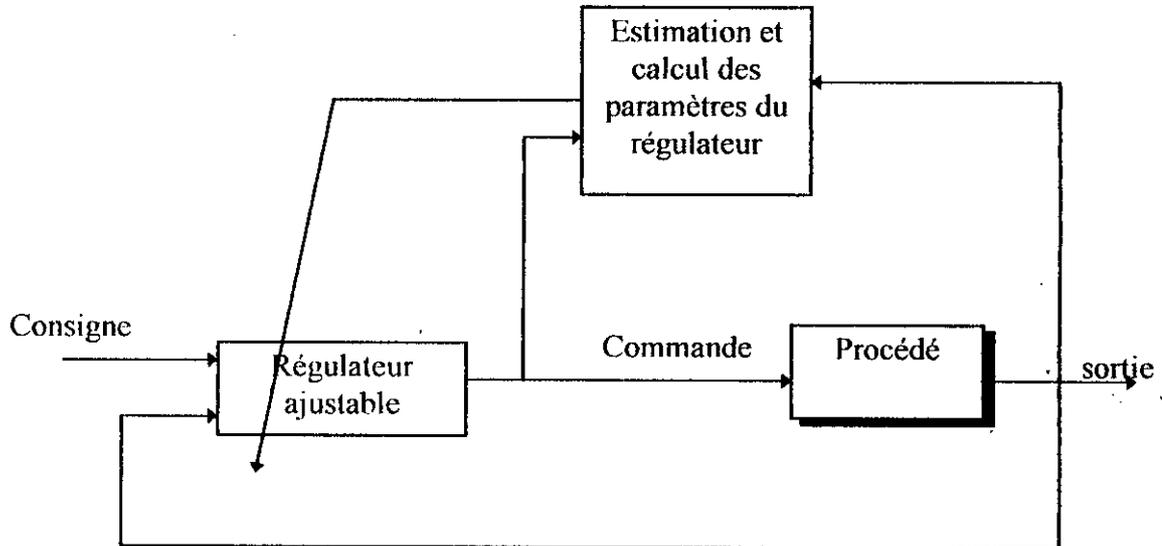
- Identification récursive d'un modèle du procédé.
- Calcul des paramètres du régulateur à partir des paramètres estimés du processus.

Cette méthode est représentée dans la figure (2.11).

\* L'adaptation implicite qui comporte une seule étape à chaque période d'échantillonnage:

- Les paramètres du régulateur sont ajustés directement et en temps réel à travers l'estimation implicite du modèle du procédé.

Cette méthode peut être décrite par la figure(2.12):



fig(2.12): schéma du régulateur autoajustable implicite.

## 1. Description de cette approche:

### a/ Etape d'identification:

Tout schéma adaptatif paramétrique suppose la disponibilité:

- d'un modèle.
- d'un ensemble de données (entrées, sorties, perturbations..), mesurées à partir du système physique étudié.

Pour mettre en oeuvre un tel schéma, différents algorithmes d'adaptation paramétriques peuvent être utilisés, à savoir:

- Les moindres carrés récurrents.
- Les moindres carrés généralisés.
- Le maximum de vraisemblance.
- La variable instrumentale ...etc.

**b/ Etape de synthèse du régulateur ajustable:**

Selon l'objectif désiré, le calcul du régulateur est basé sur les différentes méthodes suivantes:

\* 1. Placement de pôles et de zéros:

On assume que le système est décrit par l'équation suivante:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t) \quad (2.37)$$

où  $\{e(t)\}$  est une séquence de variables aléatoires normales non corrélées, de moyenne nulle et de variance donnée.

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n} \quad (2.38a)$$

$$B(q^{-1}) = (b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m})q^{-d} \quad (2.38b)$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_nq^{-n} \quad (2.38c)$$

$d$ : est le retard pur.

$n \geq m$  : système causal

$q^{-1}$ : opérateur du retard.

On pose:

$$\theta^T = [a_1 \dots a_n \ b_0 \dots b_m] \quad (2.39a)$$

$$\Phi^T = [-y(t-1) \dots -y(t-n) \ u(t-d) \dots u(t-d-m)] \quad (2.39b)$$

Alors:  $y(t) = \theta^T \Phi(t-1)$

En utilisant l'algorithme des moindres carrés récursifs pour l'estimation:

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + K(t+1)\Phi(t)\varepsilon(t+1) \quad / \quad \varepsilon(t+1) = y(t+1) - \hat{\theta}^T(t)\Phi(t) \quad (2.40)$$

$$K(t+1) = K(t) - K(t)\Phi(t)\Phi^T(t)K(t) \times (1 + \Phi^T(t)K(t)\Phi(t))^{-1} \quad (2.41)$$

La réponse désirée en boucle fermée s'obtient à partir de la consigne par:

$$A_m(q^{-1})y(t) = B_m(q^{-1})u_c(t) \quad (2.42)$$

Le régulateur est décrit par l'équation linéaire:

$$R(q^{-1})u(t) = T(q^{-1})u_c(t) - S(q^{-1})y(t) \quad (2.43)$$

A partir de l'eq(2.37) et l'eq(2.43) on obtient: (en omettant l'opérateur  $q^{-1}$ )

$$y(t) = \frac{BT}{AR+BS}u_c(t) + \frac{RC}{AR+BS}e(t) \quad (2.44)$$

$$u(t) = \frac{AT}{AR+BS}u_c(t) - \frac{SC}{AR+BS}e(t) \quad (2.45)$$

Pour obtenir la réponse désirée, il faut que:

$$\frac{BT}{AR+BS} = \frac{B_m}{A_m} \quad (2.46)$$

Le dénominateur (AR+BS) est le polynôme caractéristique du système en boucle fermée. Le polynôme B est factorisé comme suit:

$$B = B^+ B^-$$

où  $B^+$  est monic et représente les zéros stables qui peuvent être assignés.

Donc, on déduit que  $B^+$  factorise (AR+BS); d'autres facteurs de ce polynôme sont  $A_m$  et  $A_o$  (polynôme observateur). Ceci conduit à l'équation de *Diophantine* suivante:

$$AR + BS = A_o A_m B^+ \quad (2.47)$$

On déduit que:  $R = R_1 B^+ \quad (B^+ \text{ divise } R) \quad (2.48)$

donc:  $AR_1 + B^- S = A_o A_m \quad (2.49)$

De l'équation (2.46) on déduit que  $B^-$  divise  $B_m$  et que:

$$T = \frac{A_o B_m}{B^-} \quad (2.50)$$

pour avoir un contrôleur causal on doit avoir:

$$\deg A_m - \deg B_m \geq \deg A - \deg B \quad (2.51)$$

### Algorithme du régulateur autoajustable indirect: [AST 1989]

Données: spécification des polynômes  $A_m, B_m$  et  $A_o$

\*1<sup>er</sup>. pas: Estimer les coefficients des polynômes, A, B, et C par un algorithme d'identification.

\*2<sup>ème</sup>. pas: Remplacer les estimées  $\hat{A}, \hat{B}$  et  $\hat{C}$  obtenues dans \*1, dans l'équation (2.49) pour obtenir  $R_1$  et S, puis calculer R par l'eq(2.48) et T par l'eq (2.50).

\*3<sup>ème</sup>. pas: Calculer le signal de contrôle  $u(t)$  par l'eq(2.43).

Répéter les trois pas pour chaque période d'échantillonnage. Cet algorithme est soumis aux contraintes suivantes:

- Les degrés des polynômes A, B et C, ou au moins les bornes supérieures doivent être connus.
- La stabilité du système bouclé doit être garantie.

- Les signaux (consignes) doivent être riches en fréquence, pour assurer la convergence des paramètres.

Un moyen plus efficace pour assurer la stabilité du système, consiste à reparamétriser le modèle en termes du régulateur [AST 1989]. On multiplie l'équation de Diophantine eq(2.49) par  $y(t)$  et on utilise le modèle eq(2.37).

$$A_o A_m y(t) = \bar{R}u(t) + \bar{S}y(t) + R_c C e(t) \quad (2.52)$$

où  $\bar{R} = B^- R$  et  $\bar{S} = B^- S$ .

**Algorithme étendu:**

- \*1. Estimer les coefficients des polynômes  $\bar{R}$  et  $\bar{S}$  dans le modèle eq(2.52).
- \*2. Eliminer les facteurs communs entre  $\bar{R}$  et  $\bar{S}$  pour obtenir R et S.
- \*3. Calcul de la commande à partir de l'eq(2.43).

Répéter les itérations.

On remarque bien que cet algorithme calcule un régulateur autoajustable direct.

**Remarques:**

- Si tous les zéros sont à éliminer, il suffit de poser  $B^- = b \in \mathfrak{R}$
- Le polynôme  $A_o$  représente les modes qui ne sont pas excités par le signal de contrôle  $u_c$  ; ou représente les dynamiques d'un observateur qui, quand  $e(t)$  est un bruit blanc, le choix optimal est  $A_o = C$ .

- Cette commande ne peut s'appliquer qu'à des systèmes caractérisés par des zéros stables (à phase minimale).

- On peut trouver sous ce vocable d'autres schémas de commande; comme les régulateurs stochastiques à variance minimale qui minimisent la variance de la sortie:  $J = E \{y^2(t)\}$ .

- Pour le placement de pôles, les zéros du système restent inchangés, pour cela il suffit d'imposer que  $B^- = B$  i.e.  $B^+ = 1$  (il n'y a pas de zéros à simplifier). Cette méthode peut s'appliquer aux systèmes à phase minimale.

\*2. Minimisation d'un critère quadratique à horizon infini. La fonction à minimiser est de la forme:  $J = E\{y^2(t) + \rho u^2(t)\} \quad / \rho > 0$ . Elle s'applique aux systèmes représentés par des équations d'état. Ainsi l'éq(2.37) peut être mise sous la forme:

$$\underline{x}(t+1) = \bar{A}\underline{x}(t) + \bar{B}u(t) + \bar{K}e(t) \tag{2.53}$$

$$\underline{y}(t) = \bar{C}\underline{x}(t) + e(t) \tag{2.54}$$

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} -a_1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ -a_n & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}; \bar{B} = [0 \dots 0 b_0 \dots b_m]^T$$

$$\bar{C} = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T; \bar{K} = [c_1 - a_1 \dots c_n - a_n]^T$$

Soit à minimiser le critère:  $J = E\left\{\sum_{t=1}^N \underline{x}^T(t) Q \underline{x}(t) + \rho u^2(t)\right\}$

Le contrôleur optimal est donné par:  $u(t) = -L(t)\hat{x}(t/t)$  (2.55)

où  $\hat{x}(t/t) = (qI - \bar{A} + \Gamma\bar{C})^{-1}(\bar{B}u(t) + \Gamma y(t))$  : est l'état de l'observateur

$\Gamma$  est le gain optimal pour l'état stable  $\hat{x}(t+1/t) = x(t+1)$  (2.56)

Sachant que l'observateur est de la forme:

$$\hat{x}(t+1/t) = \bar{A}\hat{x}(t/t-1) + \bar{B}u(t) + \Gamma(y(t) - \bar{C}\hat{x}(t/t-1)) \tag{2.57}$$

$\hat{x}(t+1/t)$  estimée de l'état  $\hat{x}(t+1)$  basée sur les mesures à l'instant t.

$\Gamma$  est choisi tel que  $\hat{x}(t+1/t) - x(t+1)$  converge vers zéro.

$\Gamma$  est le gain optimal pour l'état stable  $\hat{x}(t+1/t) = x(t+1)$

A noter que l'observateur polynomial optimal est:

$$\det(qI - \bar{A} + \Gamma\bar{C}) = C(q) \tag{2.58}$$

Le gain de retour  $L(t)$  est donné par l'équation de Riccati:

$$S(t) = (\bar{A} - \bar{B}L(t-1))^T S(t-1) (\bar{A} - \bar{B}L(t-1)) + Q + \rho L^T(t-1)L(t-1) \tag{2.59}$$

$$L(t) = (\rho + \bar{B}^T S(t)\bar{B})^{-1} \bar{B}^T S(t)\bar{A} \tag{2.60}$$

• Le contrôleur limite  $L = \lim_{t \rightarrow \infty} L(t)$  est tel que: L'équation caractéristique en

boucle fermée est  $P(q) = \det(qI - \bar{A} + \bar{B}L) = 0$ .

**Algorithme de minimisation d'un critère quadratique:**

Données: spécification de la matrice  $Q$  et  $\rho$  dans le critère  $J$  ainsi que l'ordre du système

\* 1<sup>er</sup>. Estimer les paramètres des polynômes  $A$ ,  $B$  et  $C$  dans éq(2.37), et calculer

$$\bar{A}, \bar{B}, \bar{C} \text{ et } \bar{K}.$$

\* 2<sup>ème</sup>. Résoudre l'équation de Riccati avec les estimées  $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$  et  $\bar{K}$ .

\* 3<sup>ème</sup>. Calculer la commande  $u(t)$  de l'éq(2.55).

**II-4 Conclusion:**

Dans ce chapitre les notions de base de la commande adaptative sont exposées, quoiqu'à nous jours cette théorie est toujours en extension du fait qu'elle se base sur le principe de l'équivalence certaine.

Dans le cas du modèle de référence, un système auxiliaire (performances désirées) est à définir une loi d'adaptation est ensuite synthétisée de sorte que le procédé suive le modèle. Des exemples illustratifs des différentes méthodes utilisées pour la conception de la loi d'adaptation, sont considérés.

L'approche self-tuning se base sur l'étape d'identification des paramètres du procédé; et la loi de contrôle est calculée (par placement de pôles, méthode LQR,...etc.), comme si le modèle identifié était exact, le but n'est pas l'obtention d'un modèle exacte mais l'obtention d'un contrôleur qui stabilise le système réel.

Dans ce chapitre, on a considéré la classe des systèmes monovariabiles invariants dans le temps (ou lentement variables dans le temps, par rapport à l'adaptation paramétrique). Des modifications des lois de commande sont utilisées [TSA 1989], pour assurer la stabilité des systèmes variant dans le temps.

## CHAPITRE: III

# COMMANDE DÉCENTRALISÉE ADAPTATIVE

*"Toute philosophie saine et véritable est uniquement appuyé sur les phénomènes qui nous conduisent, de gré ou de force ,à des principes dans lesquels , on voit briller l'évidence de l'intelligence et du pouvoir absolu d'un Etre souverainement sage et puissant."*

(COTES)

### III.1 Introduction:

Les recherches menées en commande adaptative lui ont permis d'être appliquée au cas décentralisé. Cette application vient comme défi aux problèmes des systèmes interconnectés qui sont les suivants:

- \* Les incertitudes sur la structure du modèle.
- \* L'imprécision des paramètres du modèle.
- \* Les interconnexions non (ou difficilement) modifiables.
- \* Les nonlinéarités et les perturbations.

Plusieurs approches ont été proposées dans la littérature, on cite l'approche de *Gavel-Siljak* [GAV 89], l'approche d'*Ioannou* [TSA 1989], ceci dans le cas direct, et l'approche indirecte (*Ossmann* [OSS 1987], *Benhamou, ...*). Dans la première partie, on présente l'approche de *Siljak* qui est basée sur une restriction structurelle. Puis, on propose une transformation pour contourner le problème des systèmes qui ne vérifient pas cette restriction structurelle.

Dans la deuxième partie, l'approche d'*Ioannou* sera sommairement exposée, son idée de base est de prendre en considération les informations sur les variations des paramètres dans la synthèse de la commande, pour stabiliser les systèmes à paramètres fortement variables dans le temps.

Dans la troisième partie, l'approche indirecte sera exposée, celle-ci est basée sur une étape d'identification et une autre étape de calcul de la commande. Cette approche suppose un échange d'information entre les stations de commande.

### III.2 Commande décentralisée adaptative directe:

#### III.2.1 Approche de Gavel; Siljak [GAV 1989]:

Les recherches menées en commande adaptative décentralisée ont permis d'utiliser les régulateurs à modèle de référence dans la commande des systèmes à paramètres inconnus

comme s'ils étaient découplés les uns des autres, alors que la condition standard de la M-matrice [GAV 1989], est utilisée pour établir des limites sur les interconnexions et garantir la stabilité de la boucle fermée du sous-système isolé et la non détérioration des performances du système interconnecté.

Nous n'avons pas besoin de connaître ni les paramètres des sous-systèmes ni ceux des interconnexions, tant que les limites établies ne sont pas violées. Néanmoins trois raisons empêchent l'utilisation de cette technique, premièrement il est impossible de prévoir et limiter les interconnexions entre les sous-systèmes, dans la plage limitée par la condition M-matrice; deuxièmement même si on connaît la grandeur des interconnexions, il n'est pas clair comment on doit choisir la référence locale du modèle pour le système global afin de satisfaire la condition M-matrice, troisièmement dans le cas du problème de poursuite on doit avoir la possibilité de contrôler la dimension de l'ensemble résiduel.

L'objectif principal de cette technique est de résoudre le problème de conception d'une commande adaptative stable en dépit de l'ignorance des interconnexions; ceci en imposant des restrictions structurelles sur les interconnexions; une fois satisfaites, tout le système peut être stabilisé de façon décentralisée (peut être avec des grands gains).

On prend l'avantage de cette réalité, et on ajuste les gains du feed-back local à des niveaux nécessaires pour neutraliser les interconnexions, et en même temps, conduire les performances du sous-système inconnu aux performances exprimées par le modèle de référence local le plus proche désiré.

## 1/ Description mathématique de la méthode:

On considère un système constitué de N sous-systèmes interconnectés décrits par les équations suivantes:

$$S_i: \dot{x}_i = A_i x_i + b_i u_i + P_i v_i \quad (3.1a)$$

$$y_i = C_i^T x_i \quad i=1, \dots, N \quad (3.1b)$$

$$\underline{w}_i = Q_i x_i \quad (3.1c)$$

$\underline{v}_i \in \mathcal{R}^m$  et  $\underline{w}_i \in \mathcal{R}^l$  sont les interconnexions des entrées et des sorties du système

$S_i$  de et vers d'autres sous-système  $S_j$ ; et sont liées par:

$$\underline{v}_i = f_i(t, \underline{w}) \quad (3.2)$$

où

$$\underline{w} = (\underline{w}_1^T, \dots, \underline{w}_N^T)^T$$

Le système global S peut être donné sous la forme compacte suivante:

$$S: \quad \dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u} + P\underline{v} \tag{3.3a}$$

$$\underline{y} = C\underline{x} \tag{3.3b}$$

$$\underline{w} = Q\underline{x} \tag{3.3c}$$

où

$$\sum_{i=1}^N l_i = l; \quad \sum_{i=1}^N n_i = n; \quad \sum_{i=1}^N m_i = m$$

$$\underline{x}(t) \in \mathfrak{R}^n; \underline{u}(t) \in \mathfrak{R}^N; \underline{y}(t) \in \mathfrak{R}^m; \underline{v} \in \mathfrak{R}^m; \underline{w} \in \mathfrak{R}^l;$$

$$\underline{x} = (\underline{x}_1^T, \dots, \underline{x}_N^T)^T; \quad \underline{v} = (\underline{v}_1^T, \dots, \underline{v}_N^T)^T$$

$$\underline{u} = (u_1, \dots, u_N)^T; \quad \underline{w} = (\underline{w}_1^T, \dots, \underline{w}_N^T)^T$$

$$\underline{y} = (y_1, \dots, y_N)^T$$

$$A = \text{blocdiag}[A_1, \dots, A_N]$$

$$B = \text{blocdiag}[B_1, \dots, B_N]$$

$$C = \text{blocdiag}[C_1^T, \dots, C_N^T]$$

$$P = \text{blocdiag}[P_1, \dots, P_N]$$

$$Q = \text{blocdiag}[Q_1, \dots, Q_N]$$

D'après l'équation (3.2) on écrit v sous la forme:

$$\underline{v} = \underline{f}(t, \underline{w}) \tag{3.4}$$

avec  $\underline{f}: \mathfrak{R} \times \mathfrak{R}^l \rightarrow \mathfrak{R}^m$  continue par morceaux et bornée.

**Suppositions:**

$$\exists \xi_{ij} \geq 0: \|f_i(t, \underline{w})\| \leq \sum_{j=1}^N \xi_{ij} \|w_j\|; \quad \forall (t, \underline{w}) \in \mathfrak{R} \times \mathfrak{R}^l; i = 1, \dots, N$$

On suppose que le système S<sub>i</sub> (i=1, ..., N) est commandable et observable ; il peut être représenté sous la forme compagne de commande comme suit:

$$A_i = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -a_1^i & -a_2^i & \dots & \dots & \dots & -a_n^i \end{pmatrix}; \quad b_i = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$C_i^T = (c_1^i \quad c_2^i \quad \dots \quad c_n^i)$$

Le modèle de référence local  $M_i$  est du même ordre que  $S_i$  et est sous la forme compagne de commande; stable,

$$M_i: \dot{x}_{mi} = A_{mi}x_{mi} + b_{mi}r_i \quad (3.5a)$$

$$y_{mi} = C_i^T x_{mi} \quad ; \quad i=1, \dots, N \quad (3.5b)$$

$C_i^T$  ne soit pas variable

avec la condition  $\exists p_i \in \mathcal{R}^m$  tel que  $P_i = b_i p_i^T$  (restriction structurelle) (pour  $i=1, \dots, N$ )

Cette restriction peut être exprimée d'une autre façon, les interconnexions sont données par  $P_i f_i(t, w)$ ; pour que  $P_i$  soit décomposable en  $b_i p_i^T$ , il faut que  $P_i$  soit nulle partout sauf la dernière ligne. Dans le cas où les interconnexions sont linéaires i.e.  $P_i f_i(t, w) = \Sigma A_{ij} x_j$ ; il suffit que les matrices  $A_{ij}$  soient nulles partout sauf sur la ligne  $n_j$  ( $n_j$  est l'ordre du sous-système  $j$ ).

**L'algorithme de la méthode:** Pour un sous-système  $i$ , l'erreur de poursuite sur l'état est:

$$e_i = x_i - x_{mi} \quad (3.6)$$

Pour la poursuite du modèle, on utilise la loi de commande suivante:

$$u_i = \Theta_i^T v_i \quad (3.7)$$

où

$$\Theta_i = (\hat{k}_i^T, \hat{k}_{0i})^T$$

$$v_i = (e_i^T, r_i)^T$$

Et la loi d'adaptation paramétrique est :

$$\dot{\Theta}_i = -\Gamma_i (\hat{k}_i^T e_i) v_i - \delta \Gamma_i \Theta_i \quad (3.8)$$

avec:

$$\hat{k}_i = H_i b_{mi} \quad (3.9)$$

$H_i$  est la solution de l'équation de Lyapunov

$$A_{mi}^T H_i + H_i A_{mi} = -G_i \quad (3.10)$$

$$G_i > 0$$

$\underline{\Phi}_i = \Theta_i - \Theta_i^*$  avec  $\Theta_i^*$  sont les paramètres qui satisfont:  $e_i = 0 \quad \forall t > t_0$

**Théorème 1 [GAV 89]:** Les signaux  $\underline{e} = (e_1^T, \dots, e_N^T)^T$ ;  $\underline{\Phi} = (\Phi_1^T, \dots, \Phi_N^T)^T$  sont bornés; et leurs plages de variations peuvent être comprimés en augmentant  $\Gamma$  et en diminuant  $\delta$ . Mais ceci

peut engendrer des gains d'adaptations très élevés, ce qui peut déstabiliser le système, ainsi un compromis doit être fait.

**Remarque:** La démonstration de ce théorème basée sur les fonctions positives de *Lyapunov*, est donnée dans [GAV 1989].

**2/ Exemples de simulation:**

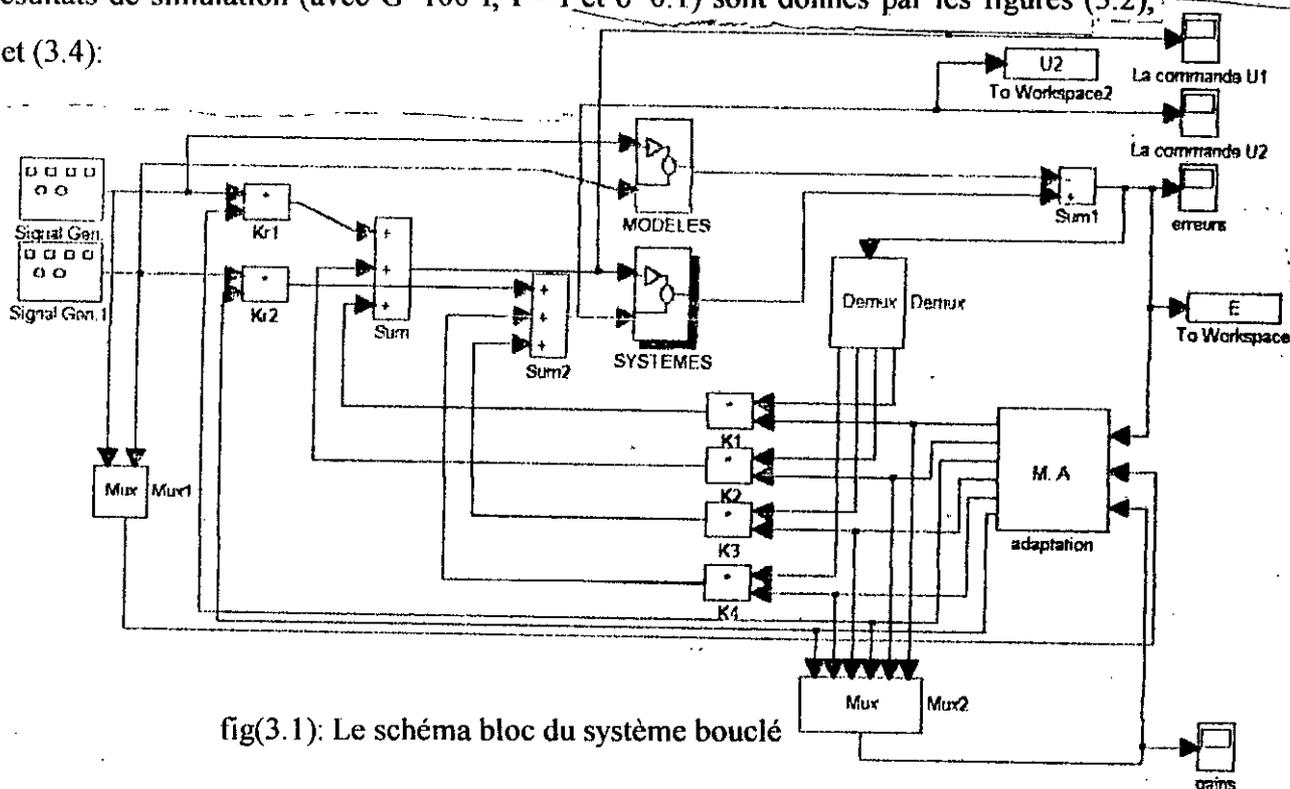
**Exemple 1:** nous allons appliquer cette approche sur un système composé de deux sous-systèmes non interconnectés comme suit:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -8 \end{pmatrix}; b = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.1a)$$

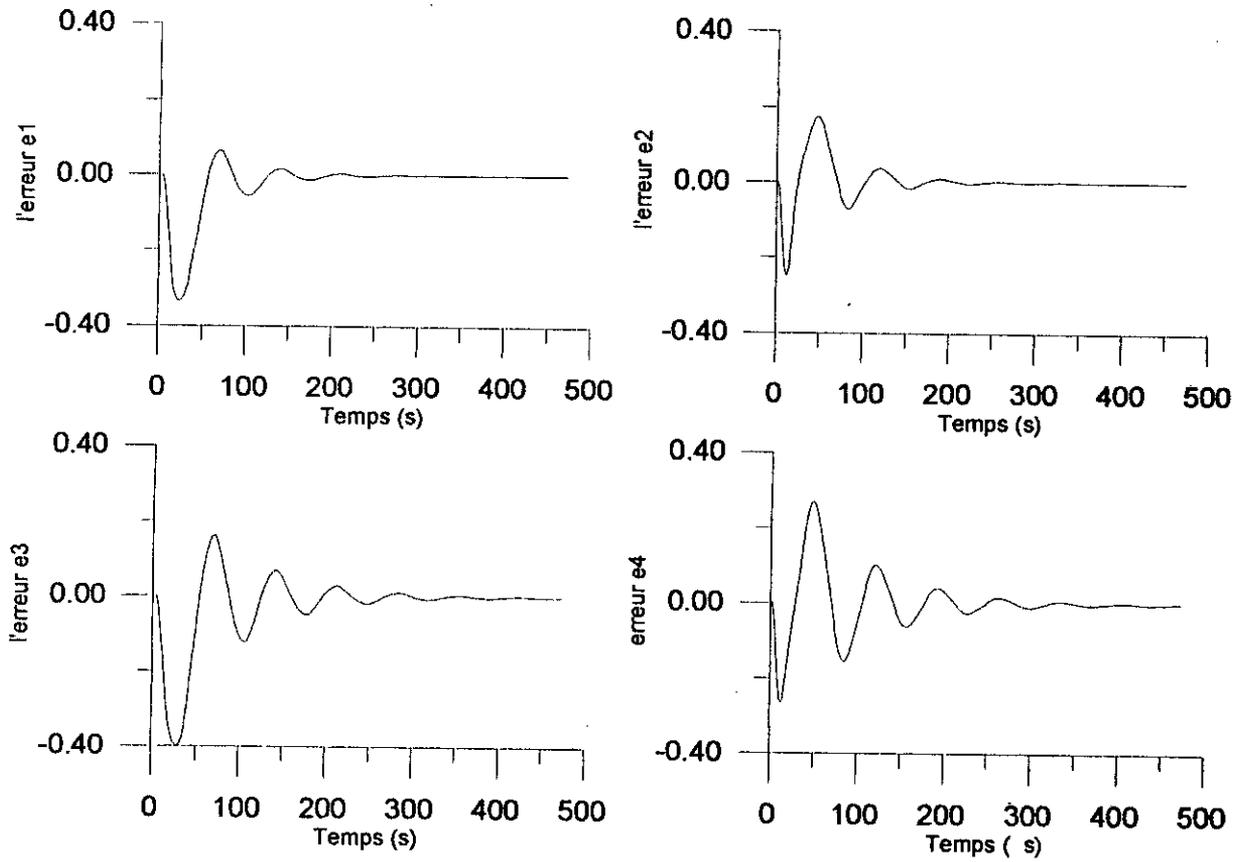
Et les modèles de références sont choisis comme suit:

$$A_m = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}; b_m = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.1b)$$

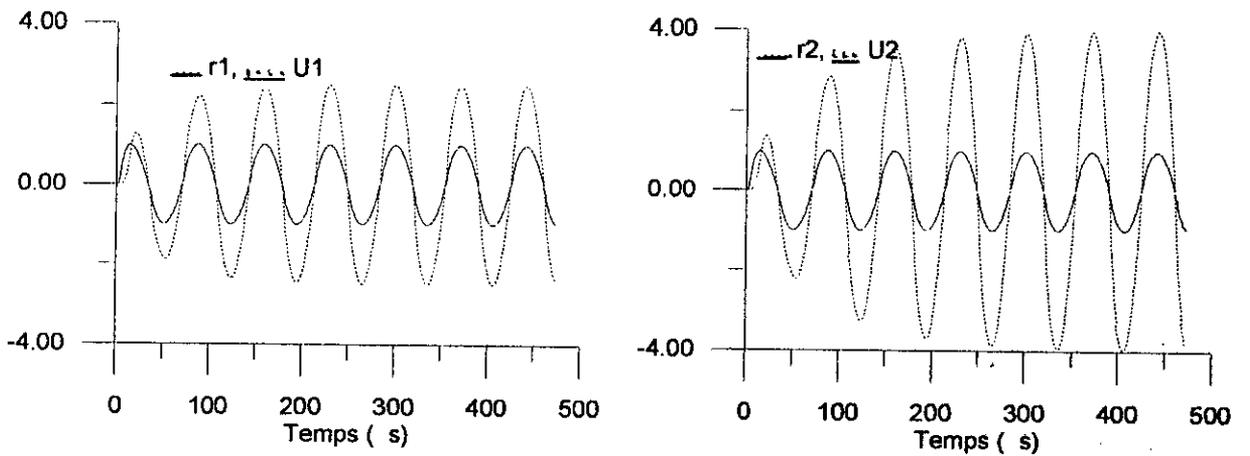
Les résultats de simulation (avec  $G=100$  I,  $\Gamma=I$  et  $\delta=0.1$ ) sont donnés par les figures (3.2), (3.3) et (3.4):



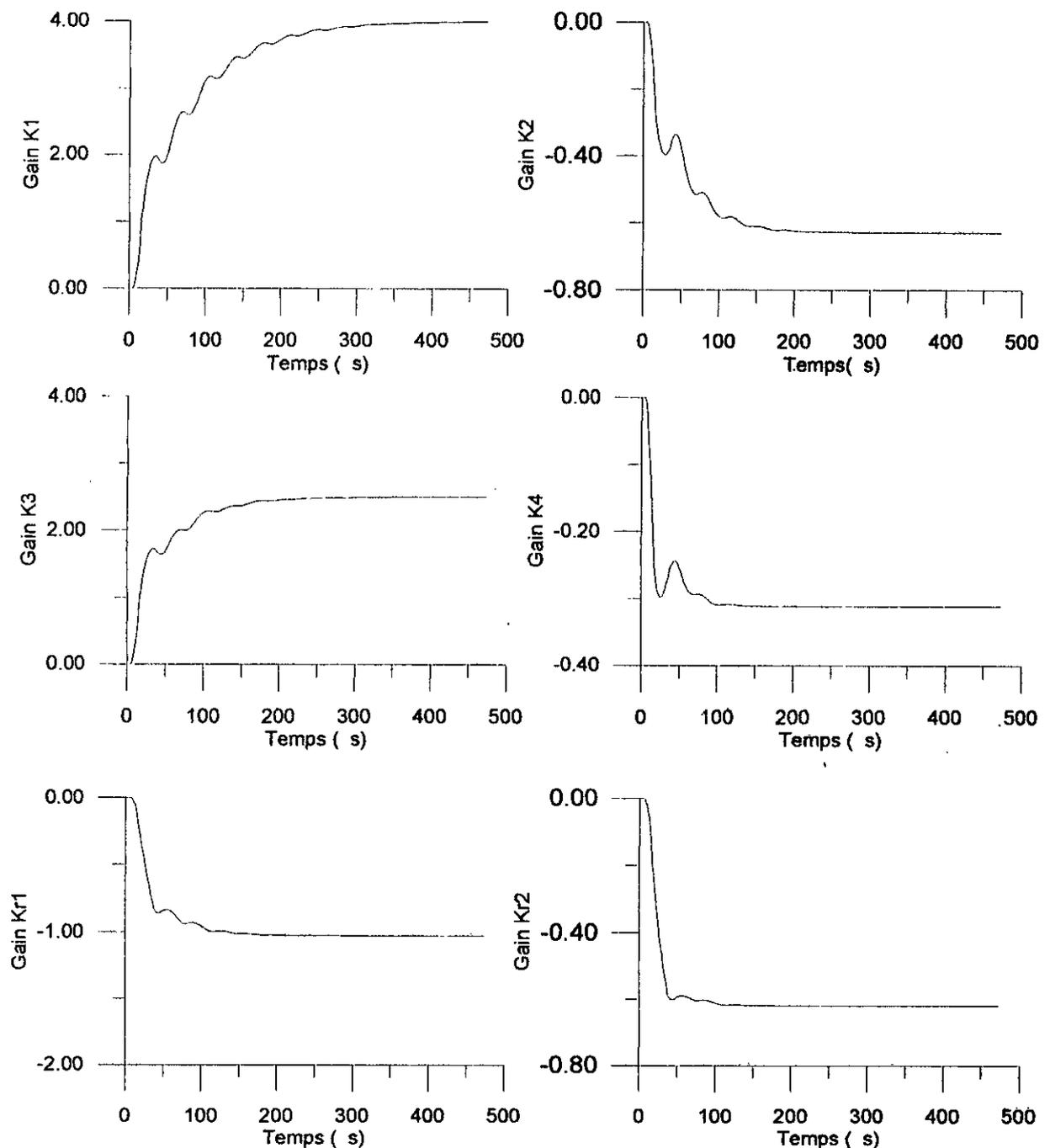
fig(3.1): Le schéma bloc du système bouclé



fig(3.2): Les signaux d'erreurs e1, e2, e3 et e4.



fig(3.3): Les références r1, r2 et les commandes U1 et U2.



fig(3.4): Les gains du feed-back  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ ,  $K_4$  et les gains des références  $Kr_1$ ,  $Kr_2$

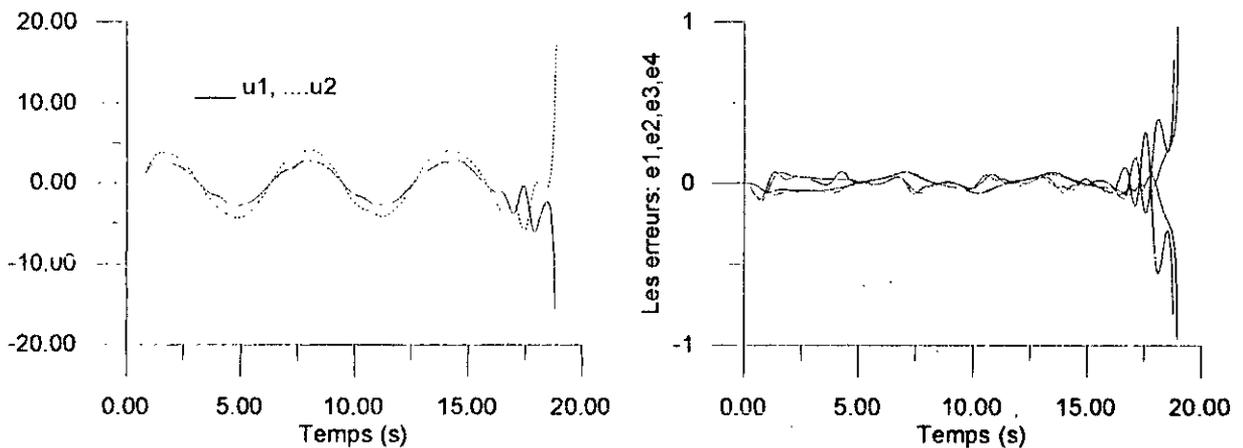
On voit bien d'après les figures (3.2), (3.2) et (3.4), qu'il y a une très bonne poursuite des modèles de références par les sous-systèmes, puisque toutes les erreurs tendent vers zéro; et puisque tous les gains ainsi que la commande sont bornés, alors la stabilité est assurée.

**Exemple 2:** Dans cet exemple on va utiliser les mêmes sous-systèmes et les mêmes modèles de références que l'exemple précédent, mais en introduisant des termes d'interconnexions comme suit:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -0.05 & -0.05 \\ -1 & -5 & -0.5 & -0.5 \\ -0.05 & -0.05 & 0 & 1 \\ -0.5 & -0.5 & -1 & -8 \end{pmatrix}; b = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.72)$$

Les valeurs propres de ce système sont les suivantes:  $\text{eig}(A)=[-7.94, -4.74, -0.28, -0.038]$

Pour les valeurs suivantes des paramètres de conception  $G=100 I$ ;  $\Gamma=I$ ;  $\delta=0.1$ , et toutes les conditions initiales sont nulles, on a obtenu les résultats de simulation représentés par la figure (3.5):



fig(3.5): La divergence des commandes u1,u2 et des erreurs.

Malgré la stabilité du système en boucle ouverte (voir les valeurs propres ci-dessus), l'algorithme de la commande n'a pas stabilisé le système en boucle fermée; cela est dû au non respect de la restriction structurelle exigée par cette approche, cette dernière exige que les perturbations ou les interconnexions ne soient que sur la ligne principale (i.e. ligne de la matrice  $A_i$  donnée sous forme compagne de commande, correspondant au  $n_i$  ème état) de chaque sous-système, malheureusement ce n'est pas toujours le cas, alors il faut songer à une transformation du modèle du système global pour la satisfaire.

On peut penser à une mise sous forme compagne de commande de tout le système, cette transformation satisfait la restriction structurelle, car cette transformation rassemble toutes les informations des interconnexions sur la ligne principale de chaque sous-système.

Mais cette dernière fait appel à des informations des autres locaux, ce qui n'est pas permis par la commande décentralisée.

Alors on a pensé à une autre transformation du système global, présenté comme suit:

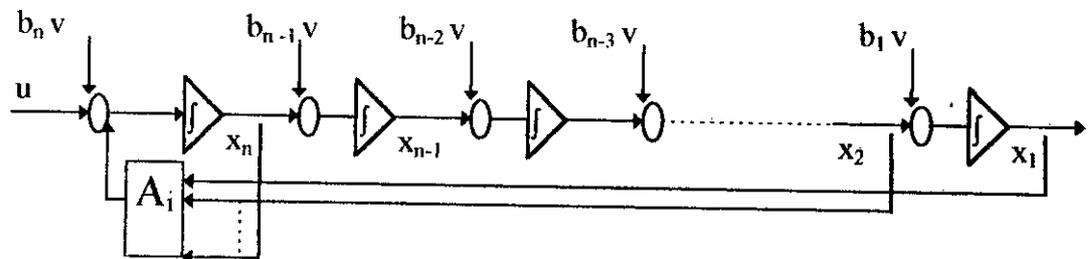
Si on a un système représenté par l'équation

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + bu + b_v v \tag{3.13}$$

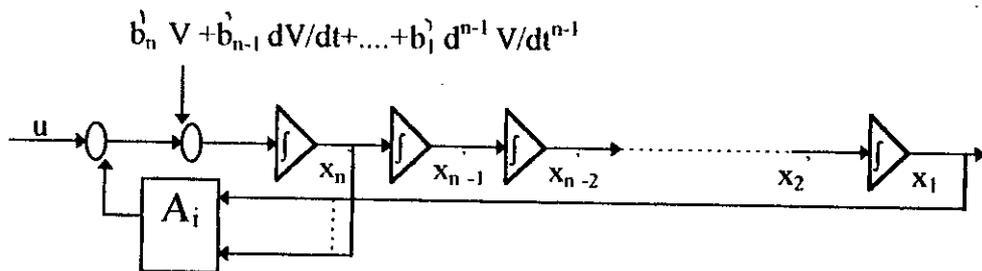
avec les sous-systèmes monovariabiles :

$$A_i = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -a_1^i & -a_2^i & \dots & \dots & \dots & -a_n^i \end{pmatrix}; b_i = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; b'_v = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_{n-1} \\ b_n \end{pmatrix}$$

Le schéma bloc des états est comme suit:



En utilisant les propriétés des schémas fonctionnels, i.e. un signal superposé à la sortie d'un intégrateur peut être ramené à l'entrée de l'intégrateur, mais en le dérivant, et comme ça on aura le schéma bloc équivalent suivant:



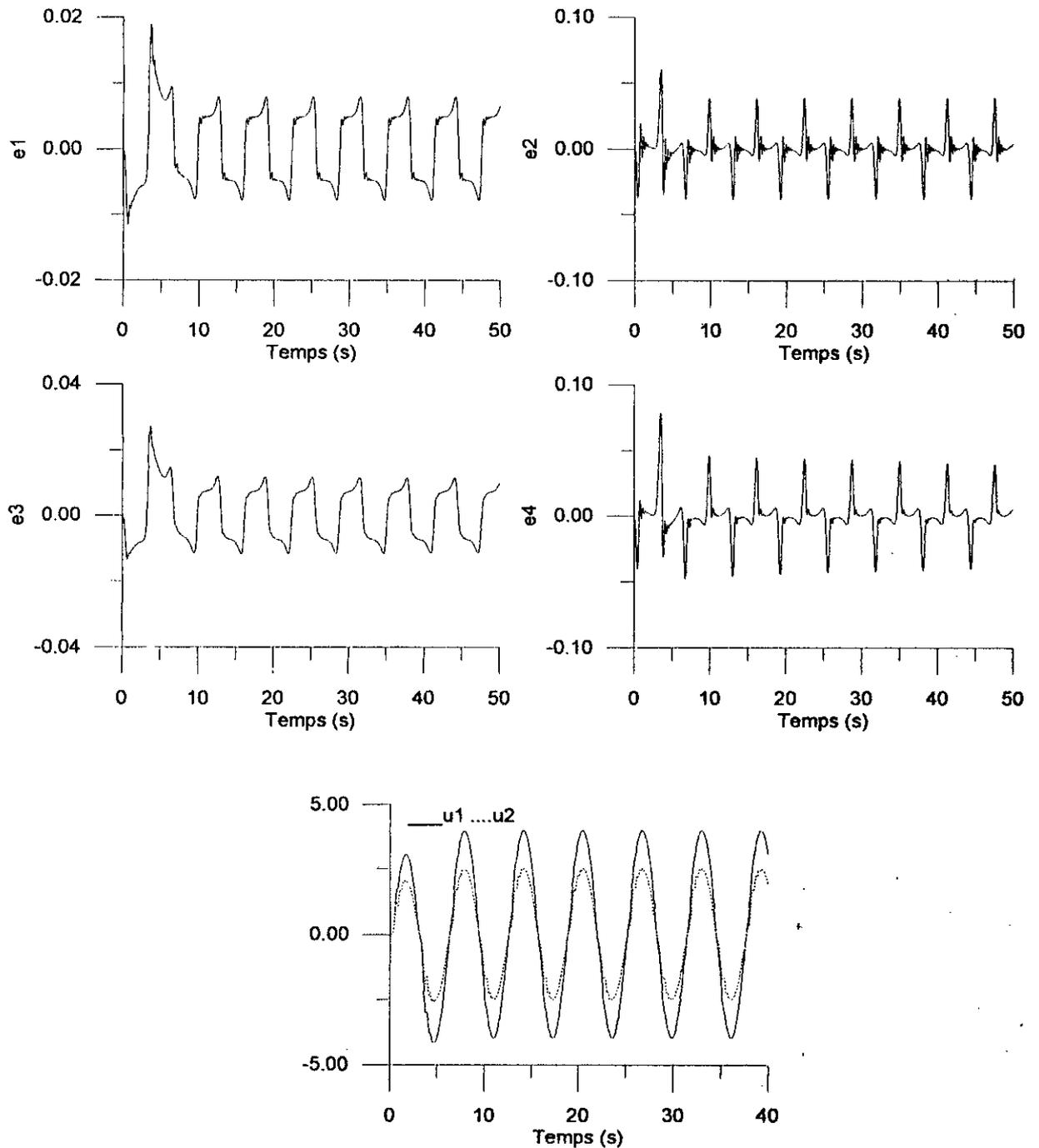
ce qui conduit à l'équation suivante

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + bu + b'_v v \tag{3.14}$$

où:

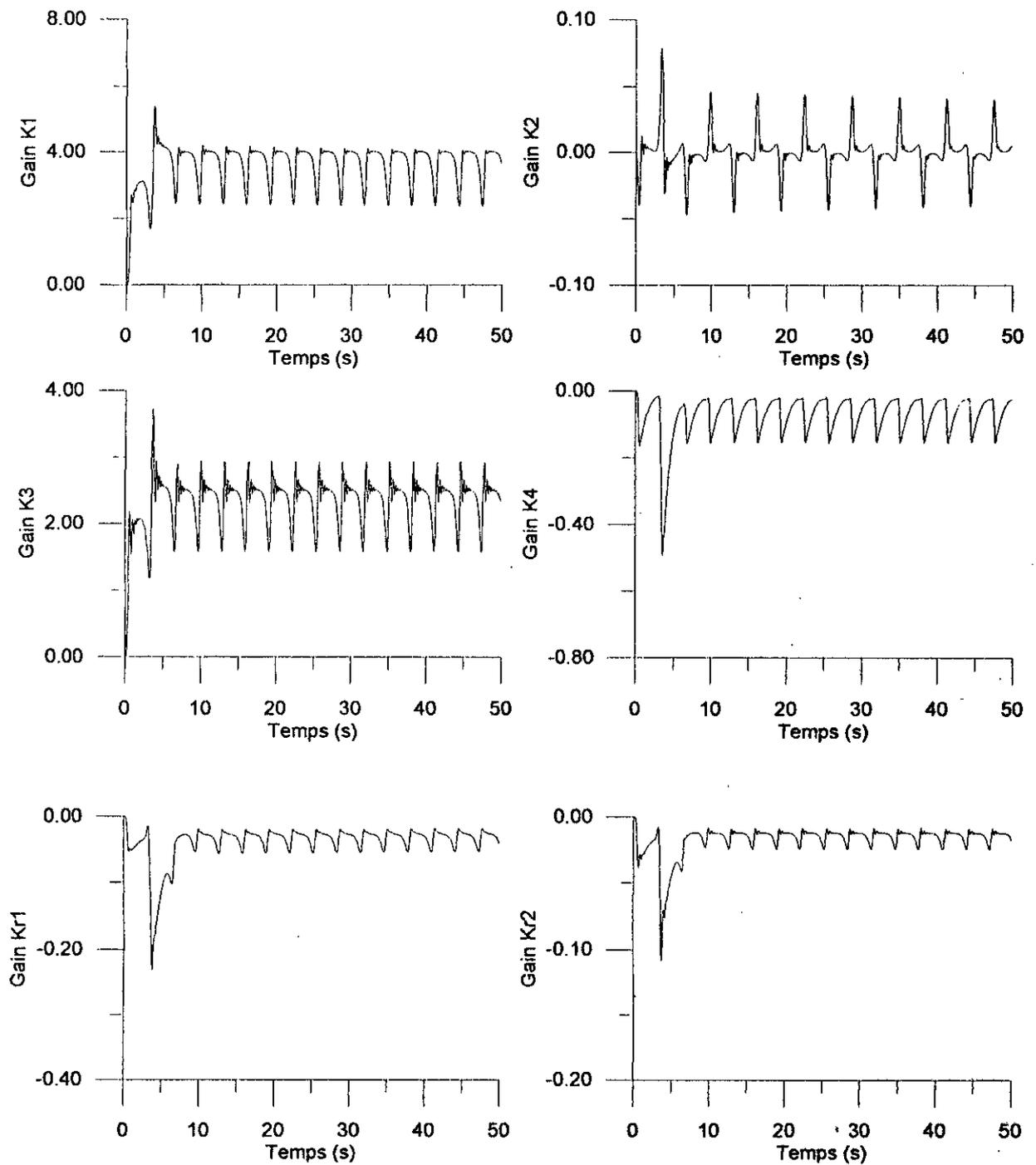
$$b'_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b'_n v + b'_{n-1} \dot{v} + \dots + b'_1 v^{(n-1)} \end{pmatrix}$$

Exemple 3: En prenant le même système que précédemment et en appliquant la transformation, on ramène les perturbations sur la ligne principale; pour contourner la restriction structurelle  $P_i = b_i p_i$  les résultats de simulation sont présentés par les figures (3.6),(3.7).



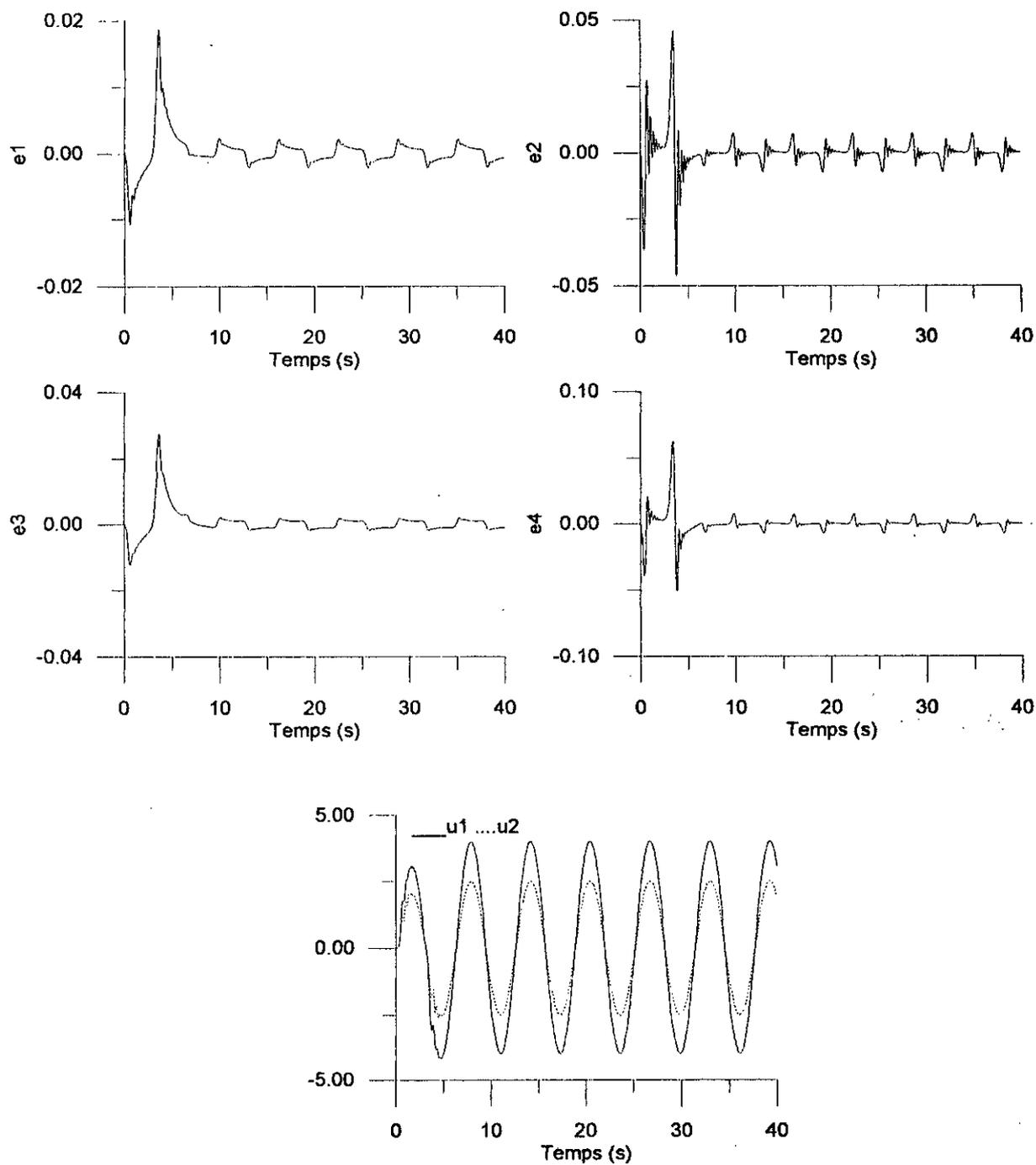
fig(3.6): La convergence des erreurs à un ensemble résiduel après transformation.

Pour:  $G=100 I$ ,  $\Gamma=10 I$  et  $\delta = 0.1$



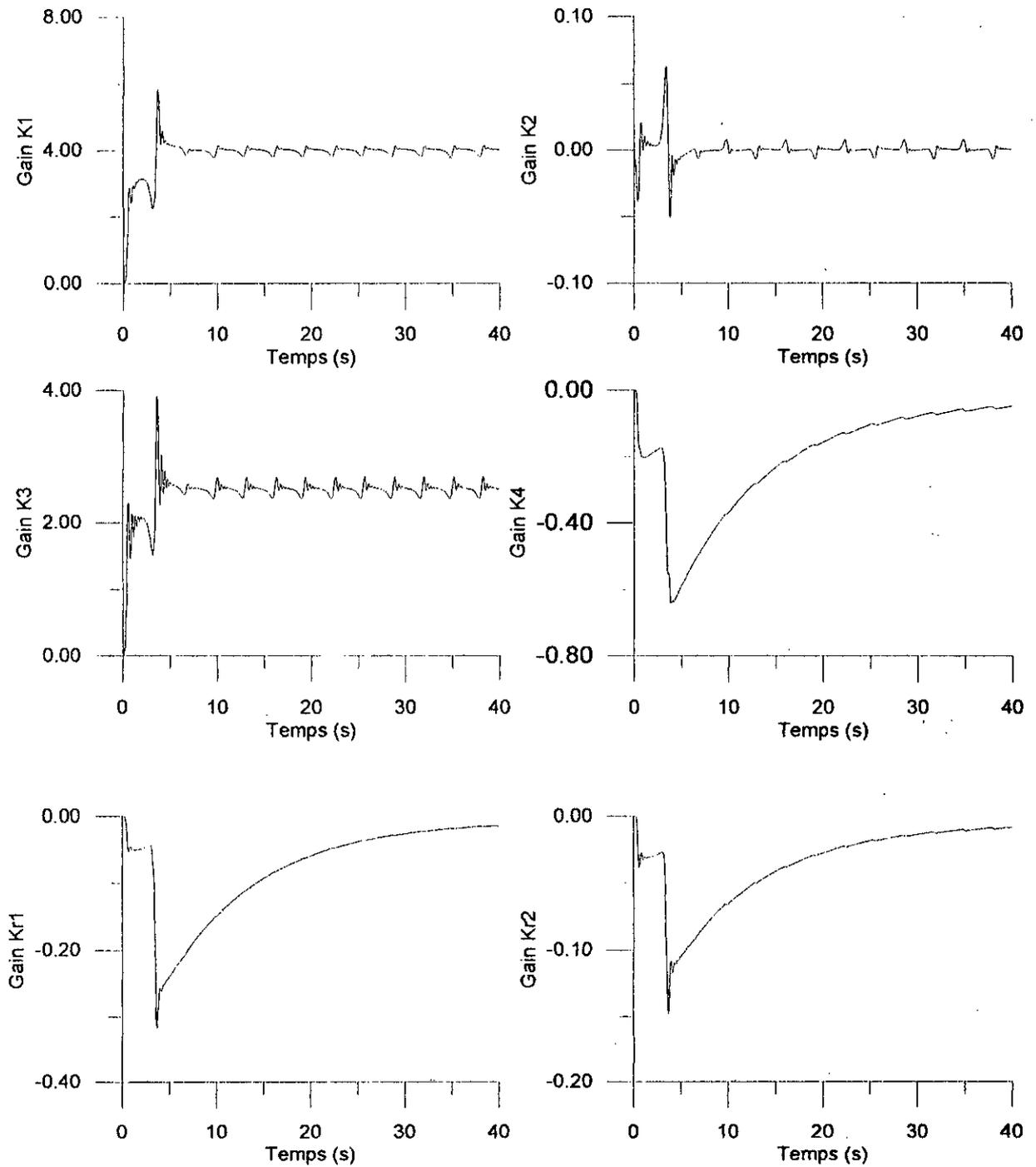
fig(3.7): Les gains du feed-back et des références après transformation du système.

Pour:  $G=100 I$ ,  $\Gamma=10 I$  et  $\delta = 0.1$



fig(3.8): La convergence des erreurs à un ensemble résiduel après transformation.

Pour:  $G=100 I$ ,  $\Gamma=10 I$  et  $\delta = 0.01$



fig(3.9): Les gains du feed-back et des références après transformation du système.

Pour:  $G=100 I$ ,  $\Gamma=10 I$  et  $\delta = 0.01$

**Commentaires:**

\*1. On voit bien par le biais de l'exemple précédent, l'utilité de cet algorithme, car on peut commander l'ensemble résiduel des erreurs en jouant sur les paramètres de conception  $\delta$ ,  $\Gamma$  et  $G$ .

\*2. Dans le cas où l'amortissement  $\delta=0.1$ , l'ensemble résiduel des erreurs  $\Omega = \{(e_1, e_2, e_3, e_4)^T \in \mathfrak{R}^4 / \text{Max}\{ || e_i || \} < 5\%\}$ . Par contre en diminuant  $\delta$  à 0.01 on obtient  $\Omega = \{(e_1, e_2, e_3, e_4)^T \in \mathfrak{R}^4 / \text{Max}\{ || e_i || \} < 0.2\%\}$ ; ces résultats sont prévus par le théorème 1

\*3. Cette approche peut être interprétée comme suit:

Cette approche utilise la loi de commande suivante

$$u = \hat{k}^T \underline{e} + k_0 r \tag{3.15}$$

En remplaçant dans l'équation d'état du système on aura

$$\dot{\underline{x}}_i = (A_i + b_i \hat{k}_i^T) \underline{x}_i - b_i \hat{k}_i^T \underline{x}_m + b_i k_0 r_i \tag{3.16}$$

La nouvelle entrée du système:  $(-b_i \hat{k}_i^T \underline{x}_m + b_i k_0 r_i)$

En ajustant les gains, à fur et à mesure, on augmente la dynamique du système et on donne de plus en plus de poids aux états du modèle en tant qu'entrées; alors les états du système suivront de mieux en mieux les états du modèle.

Ce qui est expliqué par les formules suivantes:

$$x_i^1(s) = -\frac{1}{\Delta} (\hat{k}_i^1 x_m^1(s) + \hat{k}_i^2 x_m^2(s) + \dots + \hat{k}_i^m x_m^m(s)) + \frac{1}{\Delta} k_0 r_i \tag{3.17}$$

avec

$$\Delta = (\alpha_{0i} - \hat{k}_i^1) + (\alpha_{1i} - \hat{k}_i^2)s + \dots + (\alpha_{(n-1)i} - \hat{k}_i^m)s^{n-1} + s^n \tag{3.18}$$

$$x_i^1(s) = -\frac{\hat{k}_i^1 + \hat{k}_i^2 s + \dots + \hat{k}_i^m s^{n-1}}{(\alpha_{0i} - \hat{k}_i^1) + (\alpha_{1i} - \hat{k}_i^2)s + \dots + (\alpha_{(n-1)i} - \hat{k}_i^m)s^{n-1} + s^n} x_m^1(s) + \frac{1}{\Delta} k_0 r_i$$

Si on veut que:  $x_i^1(s) \rightarrow x_m^1(s)$  il suffit que:

$$-\hat{k}_i^1 \gg \alpha_{0i} ; -\hat{k}_i^2 \gg \alpha_{1i} ; \dots ; -\hat{k}_i^m \gg \alpha_{(n-1)i}$$

$$\frac{k_{0i}}{\Delta} = 0 \text{ ce qui implique que } k_{0i} \rightarrow 0$$

C'est ça qui explique la possibilité d'avoir de grands gains.

Même s'il y a une perturbation bornée, mais il faut qu'elle soit que sur la ligne principale (sur  $x_i''$ ), ce qui est exigé par la restriction structurelle  $b_i p_i^T$ , on peut la rejeter avec de grands gains  $\frac{v}{\Delta}$ . Pour la rejeter totalement il faut que les gains (spécialement  $k^1$ )  $\rightarrow \infty$  pour cela on ajoute un coefficient  $\delta$  d'amortissement qui limite la divergence des gains, et impose une plage pour les erreurs.

### III.2 Approche d'Ioannou:[TAS 1989]

Cette technique traite les systèmes fortement variants dans le temps; son objectif est de synthétiser une loi de commande qui force le système à suivre un modèle de référence, en dépit des fortes variations des paramètres. Cette approche introduit une modification sur la loi d'adaptation paramétrique proposée initialement par *Narendra* [NAR 1978], du fait qu'elle prend en considération les informations sur les variations des paramètres dans le temps. Sachant que cette étude est faite dans le plan fréquentiel où les fonctions de transfert sont utilisées; une structure du système ajustable suit d'une façon relativement parfaite le modèle de référence.

Une transformation de la forme  $\Theta_i = H_i \hat{\Theta}_i$  est introduite sur les paramètres telle que la matrice  $H_i$  contient les informations sur les variations de ces paramètres. Dans le cas où il n'y a pas de variations  $H_i =$  matrice identité (ce cas est développé par *Narendra*).

Pour valider ce résultat, un exemple a été pris où les paramètres varient avec une sinusoïde de fréquence 1Hz; il a été montré que l'approche de *Narendra* n'assure pas la stabilité de tels systèmes.

### **III.3 Commande décentralisée adaptative indirecte:**

Les résultats et notions issus dans le cas centralisé vont être appliqués dans ce paragraphe afin de synthétiser une commande adaptative décentralisée pour les systèmes interconnectés. Celle-ci est basée sur une étape d'identification et une étape pour le calcul de la commande qui tiendra compte de l'évolution de la dynamique des sous-systèmes et des interactions, et assure la stabilisation du système interconnecté.

Les calculs relatifs aux deux étapes suscités s'effectuent localement au niveau de chaque sous-système, i.e. chaque régulateur adaptatif est composé d'un bloc d'identification et d'un bloc de commande .

Dans le cas où les états du système sont inaccessibles (cas très fréquent pour les systèmes de grande dimension; un observateur d'état est nécessaire afin d'estimer les états non mesurables.

Afin de rendre les contrôleurs robustes aux bruits et aux interconnexions non modélisées, un échange d'information entre les différentes stations de commande doit être effectué. Ces informations sous forme entrées/sorties sont utilisées dans la phase d'identification et d'observation.

La stabilité globale de l'ensemble dynamique constitué par le processus et le régulateur est conditionné par la bornitude des signaux entrées/sorties, ceci nous amène à poser des hypothèses sur les structures des différents blocs, sur ça l'algorithme de commande décentralisée adaptative peut être synthétisé.

Il est à noter que la structure de l'algorithme de commande décentralisée adaptative indirecte est liée aux considérations suivantes:

- \* La structure du processus.
- \* La structure de l'algorithme d'identification.
- \* La structure du régulateur.

## 1. Description et suppositions:

Le système est composé de  $N$  sous-systèmes monovariables interconnectés, décrits sous la forme entrée/sortie par:

$$\bar{A}_i(q^{-1})y_i(k) = \bar{B}_i(q^{-1})u_i(k) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \bar{H}_{ij}y_j(k) + d_i(k) \quad i=1,2,\dots,N \quad (3.19)$$

$$y_i \in \mathfrak{R}, u \in \mathfrak{R}$$

$$\bar{A}_i(q^{-1}) = 1 + a_{i1}q^{-1} + \dots + a_{in}q^{-n}$$

$$\bar{B}_i(q^{-1}) = b_{i1}q^{-1} + \dots + b_{im}q^{-m}$$

$$\bar{H}_{ij} = c_{ij}^1 q^{-1} + \dots + c_{ij}^j q^{-j} : \text{termes d'interconnexion. } j=1,\dots,N$$

$d_i(k)$ : perturbation bornée influençant le sous-système  $i$ .

Les paramètres  $\{a_{il}, b_{il}, c_{il}^j : l=1,\dots,n : j=1,\dots,N(j \neq i)\}$  sont partiellement ou totalement inconnus.

L'eq(3.19) peut s'écrire sous la forme compacte suivante:

$$y_i(k) = \theta_{is}^T \Phi_{is}(k-1) + \theta_{ic}^T \Phi_{ic}(k-1) \quad (3.20)$$

$\theta_{is}^T = [-a_{i1} \dots -a_{in} b_{i1} \dots b_{im}]$  : paramètres du sous-système  $i$ .

$\theta_{ic}^T = [\text{concat}(c_{i1}^1 \dots c_{im}^j)]$  : paramètres d'interconnexion

$\Phi_{is}(k-1) = [y_i(k-1) \dots y_i(k-n) u_i(k-1) \dots u_i(k-n)]$ : les mesures entrées/sorties.

$\Phi_{ic}(k-1) = [\text{concat}(y_j(k-1) \dots y_j(k-n))]$ : mesures des autres sorties qui influencent le

sous-système  $i$ .

avec  $[\text{concat}(\alpha_j)] = [\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_N]$

Afin de parvenir à notre objectif, qui est l'élaboration d'un algorithme de commande décentralisée adaptative, des hypothèses sur la structure du système doivent être établies:

- \*1. Les paramètres  $\theta_i$  sont invariants ou lentement variants dans le temps.
- \*2. Bien que ces paramètres sont inconnus, mais leur bornes supérieures et inférieures sont connues i.e.  $\theta_{is}^p \in [\theta_{is}^{p\min}, \theta_{is}^{p\max}]$

\*3. Chaque sous-système, en absence de perturbations et d'interactions, est stabilisable  $\forall \theta_{is}^p \in [\theta_{is}^{p\min}, \theta_{is}^{p\max}]$ .

(l'indice p indique la p<sup>ème</sup> composante du vecteur  $\theta_{is}$ ).

\*4. Le système interconnecté est stabilisable par une loi de commande décentralisée i.e.: tous ses modes fixes (s'ils existent) sont stables.

Finalement on peut écrire

$$y_i(k) = \theta_i^T \Phi_i(k-1) + d_i(k) \quad (3.21)$$

$$\Phi_i(k-1) = [\Phi_{is}(k-1) \Phi_{ic}(k-1)]$$

$$\theta_i^T = [\theta_{is}^T \theta_{ic}^T]$$

Cette formulation du modèle du processus  $S_i$  va être utilisée dans l'étape d'identification, car elle permet d'élaborer des schémas récursifs.

Pour le calcul de la commande, il est judicieux d'utiliser la représentation d'état qui est souhaitée lorsque la commande est sous forme d'un retour d'état. A partir de l'équation entrée/sortie, il est possible d'exprimer le système interconnecté sous forme compagne d'observation comme suit: ceci en absence de perturbations et d'interactions.

$$\underline{x}_i(k+1) = A_i \underline{x}_i(k) + B_i u_i(k) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N H_{ij} y_j(k) \quad (3.22)$$

$$y_i(k) = C_i^T \underline{x}_i(k) \quad (3.23)$$

avec

$$A_i = \begin{pmatrix} -a_{i1} & 1 & & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \\ -a_{im} & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}; B_i = \begin{pmatrix} b_{i1} \\ \vdots \\ b_{im} \end{pmatrix}; C_i^T = [1 \ 0 \dots \ 0]; H_{ij} = \begin{pmatrix} c_{i1}^j \\ \vdots \\ c_{im}^j \end{pmatrix}$$

**Identification des paramètres:**

Soit  $\hat{\theta}_i(k)$  l'estimée des paramètres  $\theta_i$  à l'instant k, l'erreur de prédiction s'écrit:

$$\begin{aligned} e_i(k) &= y_i(k) - \hat{\theta}_i^T(k) \Phi_i(k-1) \\ &= [\theta_i - \hat{\theta}_i(k)]^T \Phi_i(k-1) + d_i(k) \end{aligned} \quad (3.24)$$

L'erreur de prédiction contient en plus de l'erreur d'estimation paramétrique  $[\theta_i - \hat{\theta}_i(k)]^T \Phi_i(k-1)$ , l'erreur  $d_i(k)$  qui est due aux perturbations sur le sous-système i.

A ce niveau, un algorithme d'identification doit être établi, celui-ci aura pour objectif d'estimer les paramètres du sous-système  $i$ , et si besoin est ceux aussi des interconnexions avec le reste du système interconnecté. Ceci dépend de la structure d'information définie au préalable, pour cela, deux cas se présentent:

\*1. L'information est complète: Tous les signaux sont disponibles au niveau du bloc d'identification n°  $i$ .

\*2. L'information est locale: Les signaux de l'interconnexion ne sont pas disponibles au niveau du sous-système considéré.

L'algorithme proposé par *OSSMAN* dans [OSS 1987], possède la structure suivante:

$$\hat{\theta}_i(k) = \hat{\theta}_i(k-1) - \alpha_i P_i(k-1) \sigma_i(k-1) + \frac{P_i(k-1) \Phi_i(k-1) \bar{e}_i(k)}{\lambda_i^2(k-1) + \Phi_i^T(k-1) P_i(k-1) \Phi_i(k-1)} \quad (3.25)$$

$$P_i(k) = P_i(k-1) - \frac{P_i \Phi_i(k-1) \Phi_i^T(k-1) P_i(k-1)}{\lambda_i^2(k-1) + \Phi_i^T(k-1) P_i(k-1) \Phi_i(k-1)} \quad (3.26)$$

$$P_i(0) = P_i^T(0) > 0$$

$$\lambda_i(k-1) = \begin{cases} 1 & \text{si } \det P_i(k) > \varepsilon_i ; \varepsilon_i \text{ est un scalaire positif arbitraire} \\ \max(1, \|\Phi_i(k-1)\|) & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.27)$$

$\alpha_i$  est un scalaire positif:  $\alpha_i P_i(0) < 2I$

$$\sigma_i^p(k-1) = \begin{cases} \hat{\theta}_{is}^p(k) - \theta_{is}^{p\max} & \text{si } \hat{\theta}_{is}^p(k) > \theta_{is}^{p\max} \\ \hat{\theta}_{is}^p(k) - \theta_{is}^{p\min} & \text{si } \hat{\theta}_{is}^p(k) < \theta_{is}^{p\max} \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases}$$

( $p$  indique la  $p$ ème composante de  $\sigma_i(k-1)$ ).

C'est une variante de l'algorithme des moindres carrés étendus (aux signaux d'interactions) avec un mécanisme qui assure la convergence des paramètres estimés vers le domaine de stabilisabilité  $\Omega = \{\theta_i : \theta_{is}^p(k) \in [\theta_{is}^{p\min} \theta_{is}^{p\max}]\}$

Cet algorithme doit vérifier les propriétés suivantes:

**Théorème: [OSS 1987]**

- 1.  $P_i(k)$  converge vers une matrice constante semi-définie positive  $P_i(\infty) < P_i(0)$
- 2.  $\|\hat{\theta}_i(k)\| < M_i < \infty$  pour tout  $k$  et  $i=1,2,\dots,N$

- 3.  $\frac{\|e_i(k)\|^2}{\lambda_i^2(k-1) + \Phi_i^T(k-1)P_i(k-1)\Phi_i(k-1)} \rightarrow 0$  quand  $k \rightarrow \infty$
- 4.  $\|e_i(k)\| \leq \alpha_i(k)\|\Phi_i(k-1)\| + \beta_i(k)$ , où  $\alpha_i(k)$  et  $\beta_i(k)$  sont deux séquences positives convergentes vers zéro.
- 5.  $\lim_{k \rightarrow \infty} \sigma_i = 0$  ceci implique que  $\hat{\theta}_i^p(k)$  converge vers  $[\theta_{i_s}^{p\min}, \theta_{i_s}^{p\min}]$
- 6.  $\lim_{k \rightarrow \infty} |\hat{\theta}_i(k) - \hat{\theta}_i(k-t)| = 0$  pour tout entier  $t$ ,  $i=1,2,\dots,N$

La preuve à ce théorème est donnée dans [OSS 1987], en choisissant une fonction de Lyapunov  $V_i(k) = \|\theta_i(k) - \theta\|^2$ .

La normalisation introduite dans l'algorithme d'estimation assure que celui-ci vérifie les propriétés ci-dessus, dans le cas où le déterminant de  $P_i(k)$  converge vers zéro quand  $k \rightarrow \infty$

Le terme correctif  $\alpha_i P_i(k-1) \sigma_i(k-1)$  assure que les estimées  $\hat{\theta}_i^p(k)$  convergent vers le domaine  $[\theta_i^{p\min}, \theta_i^{p\min}]$  quand  $k \rightarrow \infty$ .

### Stabilisabilité du système interconnecté:

On sait d'après le chapitre (1) que le système global modélisé de la forme (3.22) est stabilisable de façon décentralisée si et seulement si les sous systèmes qui le composent sont stabilisables.

Pour assurer la stabilité de chaque sous-système; on part du principe heuristique statuant que si le modèle estimé est asymptotiquement invariant dans le temps et si le comportement du processus et celui de son modèle se confondent, alors stabiliser le modèle estimé revient à stabiliser le processus.

D'après le lemme 2 donné par [OSS 1987] pour un algorithme différent et en se basant sur le principe •5) du théorème ci-dessus on obtient le résultat suivant:

**Résultat:** En utilisant l'algorithme d'identification (3.25) le modèle estimé est uniformément stabilisable.

Soient  $\hat{A}_i(k), \hat{B}_i(k)$ , les estimées des matrices  $A_i(k)$  et  $B_i(k)$ ; D'après ce résultat, on déduit qu'il existe une matrice de retour  $L_i(k)$  telle que  $(A_i(k) - B_i(k)L_i(k))$  soit uniformément asymptotiquement stable.

Un tel gain est calculé à partir du placement de pôles ou d'algorithme linéaire quadratique. *Ossman* [OSS 1987] a rapporté les résultats de *Samson* qui a proposé une loi de contrôle basée sur la résolution de l'équation de *Riccatti* itérative.

$$L_i(k) = [\hat{B}_i^T(k)R_i(k)\hat{B}_i(k) + I]^{-1} \hat{B}_i^T(k)R_i(k)\hat{A}_i(k) \quad (3.28)$$

$$R_i(k+1) = Q + L_i^T(k)L_i(k) + (\hat{A}_i(k) - \hat{B}_i(k)L_i(k))^T R_i(k) (\hat{A}_i(k) - \hat{B}_i(k)L_i(k)) \quad (3.29)$$

Q est une matrice définie positive.

$R(0)$  est une matrice définie positive quelconque

La loi de contrôle pour chaque sous-système est un retour de la forme

$$u_i(k) = -L_i(k)\hat{x}_i(k) \quad (3.30)$$

$L_i(k)$  est définie précédemment

Telle que  $\hat{x}_i(k)$  est l'estimée de l'état calculée à partir d'un observateur d'état adaptatif, construit à partir du modèle estimée et ayant la forme:

$$\hat{x}_i(k+1) = \hat{A}_i(k)\hat{x}_i(k) + \hat{B}_i(k)u_i(k) + K_i^T(k)(y_i(k) - C_i^T\hat{x}_i(k)) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \hat{H}_{ij}C_j^T\hat{x}_j(k) \quad (3.31)$$

$$\hat{y}_i(k) = C_i^T\hat{x}_i(k) \quad (3.32)$$

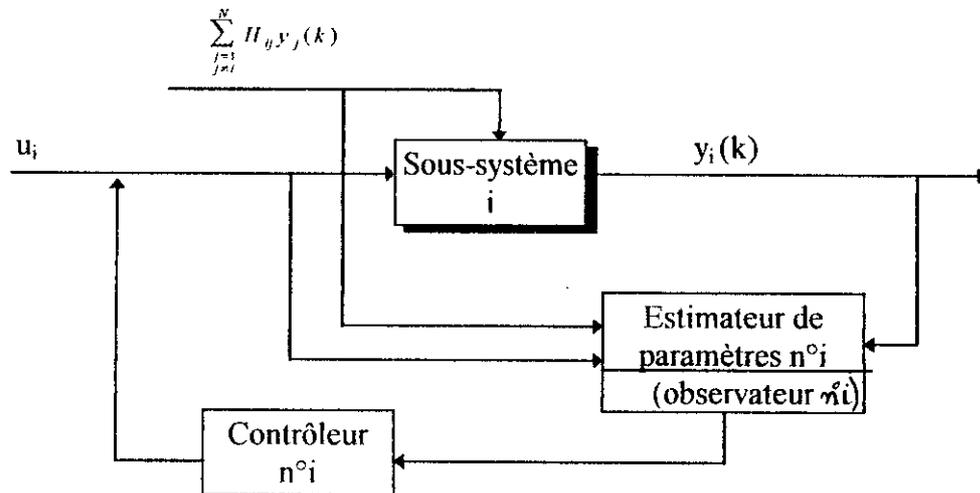
$$K_i^T = (-\hat{a}_{i1}(k) - \hat{a}_{i2}(k) \dots - \hat{a}_{i2}(k))$$

*Benhamou* [BEN 1988] a montré qu'un tel régulateur garantit la stabilité du système global en boucle fermée et que  $L_i(k)$  et  $R_i(k)$  sont bornés et aussi  $\lim_{k \rightarrow \infty} \|L_i(k) - L_i(k-1)\| = 0$  et

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|R_i(k) - R_i(k-1)\| = 0$$

Ceci assure que les entrées sont bornées.

Comme résumé, on représente les différentes étapes pour le calcul du régulateur dans le schéma suivant:



fig(3.10): Système de commande décentralisée adaptative.

### III-4 Conclusion:

Différentes approches ont été conçues pour la commande des systèmes interconnectés, chacune d'elles traite un certain type de systèmes. Des restrictions structurelles sont introduites pour assurer la convergence des algorithmes d'adaptations. Les approches de *Siljak* et *Ossman (Benhamou)* ont été exposées dans ce chapitre.

Dans la première une condition a été imposée pour stabiliser le système global. Notre apport a été de contourner cette contrainte en introduisant une modification la structure des sous-systèmes; ceci nous a amené à obtenir des résultats satisfaisants. <sup>sur</sup>

L'approche d'*Ioannou* est décrite sommairement du fait que la classe des systèmes qu'on va étudier est différente de celle considérée par *Ioannou*, car celui-ci traite les systèmes variants dans le temps et de degré relatif inférieur ou égal à 2.

L'approche indirecte entrave la notion de décentralisation, du fait qu'elle utilise l'information des autres sous-systèmes dans l'étape d'identification.

**CHAPITRE: IV**

**APPLICATION AUX RÉSEAUX  
ÉLECTRIQUES**

*"Je ne sais pas comment j'apparaît au monde ;mais pour moi  
il me semble que je suis seulement comme un enfant ,jouant  
sur la plage avec un caillou lissé ou une jolie coquille ,ou se  
divertissant ;pendant que s'étend devant moi le grand océan de  
la vérité, non découvert."*

ISAAC NEWTON

## IV.1 Introduction:

Comme on l'a déjà mentionné, beaucoup d'applications existent en industrie, dans lesquelles les contrôleurs sont de type décentralisés adaptatifs, aussi les réseaux d'énergie électrique sont d'excellents candidats pour l'application d'une telle commande. Car une connaissance assez parfaite de leur modèle est pratiquement impossible, vu les changements structuraux et les perturbations auxquelles ils sont sujets.

Donc, cette partie consistera à présenter la modélisation d'un réseau électrique lequel est généralement subdivisé en trois (03) parties importantes à savoir:

- \* La partie génération: englobe tous les générateurs (machines synchrones ...).
- \* La partie transport: caractérisé par le réseau de transmission ou les lignes.
- \* La partie consommation : regroupe toutes les charges statiques et dynamiques (moteurs...). Ainsi en dessous d'un certain seuil de tension (une agglomération), le réseau de distribution est considéré comme une charge statique. Par contre dans une zone industrielle; l'ensemble des moteurs sont assimilés à un seul moteur représentant une charge dynamique.

Ensuite, on va appliquer l'algorithme de *SILJAK*, qu'on a présenté dans le troisième chapitre. Sachant que ce réseau ne peut vérifier la restriction structurelle, on utilisera cet algorithme avec la modification de la structure des interconnexions.

## IV-2 Modélisation de la machine synchrone :

Avant de procéder à la modélisation, on suppose que la machine fonctionne dans la zone non saturée, et les résistances statoriques sont négligeables; ce modèle est basé sur la transformation de PARK, alors pour la machine  $i$  connecté au noeud  $i$ , les équations algébriques sont :

$$v_{di} = x_{qi} i_{qi} \quad (4.1)$$

$$v_{qi} = -x_{di} i_{di} + x_{mdi} i_{ii} \quad (4.2)$$

$$\Psi_{ii} = -x_{mdi} i_{di} + x_{ii} i_{ii} \quad (4.3)$$

En prenant la référence liée au champ tournant du stator, alors les équations de transformation sont :

$$\begin{bmatrix} v_{di} \\ v_{qi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta_i & \sin \delta_i \\ -\sin \delta_i & \cos \delta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{Di} \\ v_{Qi} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

en linéarisant on trouve :

$$\Delta I_i = R_i \Delta V_i + W_i' x_{gi} \quad (4.5)$$

$$\Delta I_{ii} = \bar{R}_i \Delta V_i + \bar{W}_i x_{gi} \quad (4.6)$$

où

$$\begin{aligned} \Delta I_i &= [\Delta i_{Di}, \Delta i_{Qi}] \\ \Delta V_i &= [\Delta v_{Di}, \Delta v_{Qi}] \\ x_{gi} &= [\Delta \delta_i, \Delta \dot{\delta}_i, \Delta \Psi_i] \end{aligned}$$

$\Delta I_i$ : est la variation du courant en direct et en quadrature par rapport à un point de fonctionnement.

$\Delta V_i$ : est la variation des tensions statoriques par rapport à un point de fonctionnement.

$x_{gi}$ : est le vecteur d'état, il regroupe les variations du déphasage entre les tensions statoriques et les tensions sur le réseau, la dérivée du déphasage et le flux en directe.

Les matrices  $R_i, W_i', \bar{R}_i$  et  $\bar{W}_i$  sont constantes et leurs valeurs sont données dans [BRU1982].

Soient les équations dynamiques de la machine i :

$$v_{fi} = \frac{1}{w_0} \Psi_{fi} + r_{fi} i_{fi} \quad (4.7)$$

$$M_i \ddot{\delta}_i + D_i \dot{\delta}_i = T_{mi} - T_{ei} \quad (4.8)$$

$$T_{ei} = I_i' V_i \quad (4.9)$$

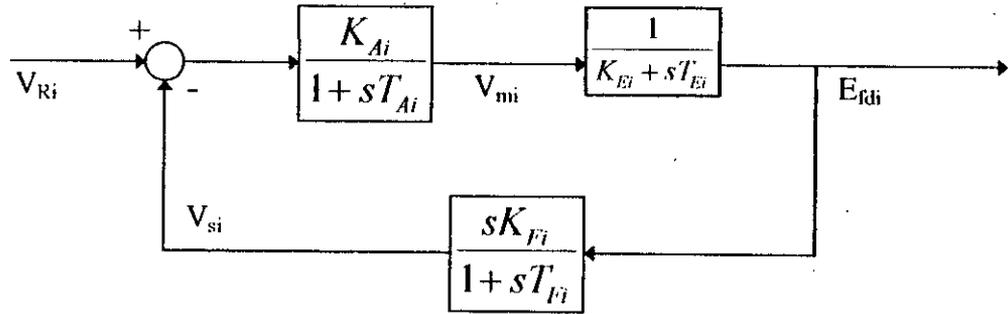
En linéarisant les équations (4.7), (4.8) et (4.9), et en utilisant les équations (4.5), (4.6) on aura l'équation d'état suivante :

$$\dot{x}_{gi} = A_i' x_{gi} + B_i' u_i' + C_i' \Delta V_i \quad (4.10)$$

$$u_i' = [\Delta T_{mi}, \Delta E_{fd}]^T$$

et  $A_i', B_i'$  et  $C_i'$  sont explicitées dans [BRU1982].

La représentation d'état du mécanisme de commande de l'excitation est illustré par la figure suivante:



fig(4.1): Schéma bloc du mécanisme d'excitation

Ce mécanisme est régi par les équations d'états suivantes:

$$\dot{x}_{ei} = A_{ei}x_{ei} + B_{ei}\Delta V_{Ri} \tag{4.11a}$$

$$y_{ei} = C_{0i}^T x_{ei} \tag{4.11b}$$

$A_{ei}$  et  $B_{ei}$  sont données dans [BRU 1982]

$$C_{0i}^T = [1 \ 0 \ 0]$$

$$x_{ei} = [\Delta E_{fdi}, \Delta V_{mi}, \Delta V_{si}]^T$$

Alors les équations qui régissent toute la machine synchrone (avec son mécanisme de commande d'excitation) sont :

$$\dot{x}_i = A_i x_i + B_i u_i + C_i \Delta V_i \tag{4.12}$$

avec:

$$x_i = [x_{gi}, x_{ei}]$$

$$u_i = \Delta V_{Ri}$$

$$A_i = \begin{pmatrix} A'_i & B'_{2i} C_{0i}^T \\ 0_{3 \times 3} & A_{ei} \end{pmatrix}; B_i = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 1} \\ B_{ei} \end{pmatrix}; C_i = \begin{pmatrix} C'_i \\ 0_{3 \times 1} \end{pmatrix}; B'_i = [B'_{1i} \quad ; \quad B'_{2i}]$$

Et l'équation (4.12) peut être écrite sous la forme suivante :

$$\Delta I_i = R_i \Delta V_i + W_i x_i \quad \text{avec cette fois } W_i = [W'_i; 0], \quad \dim(2 \times 9) \tag{4.13}$$

### IV.3 Modélisation des charges:

Il y a deux types de charges: les charges statiques et les charges dynamiques, les charges statiques sont des impédances qui consomment la puissance active et réactive, par contre les charges dynamiques peuvent consommer ou fournir de l'énergie sous forme d'une

puissance active et réactive, mais comme on l'a déjà précisé on va s'intéresser qu'aux charges statiques

Alors le modèle mathématique d'une charge placée au noeud 'h' est :

$$P_{Lh} = P_{Lh}^0 V_{ch}^{k_{ph}} \quad (4.14a)$$

$$Q_{Lh} = Q_{Lh}^0 V_{ch}^{k_{qh}} \quad (4.14b)$$

où  $P_{Lh}$  et  $Q_{Lh}$  sont respectivement les puissances active et réactive fournies à la 'h ème' charge statique;  $V_{ch}$  est l'amplitude de la tension sur le 'h ème' bus et  $k_{ph}$  et  $k_{qh}$  sont des constantes dépendant de la nature de la charge, et les courants relatifs à la 'h ème' charge dans les axes D et Q peuvent être exprimés comme suit :

$$i_{LDh} = (P_{Lh} V_{cDh} + Q_{Lh} V_{cQh}) / V_{ch}^2 \quad (4.15a)$$

$$i_{LQh} = (P_{Lh} V_{cDh} - Q_{Lh} V_{cQh}) / V_{ch}^2 \quad (4.15b)$$

où  $V_{cDh}$  et  $V_{cQh}$  sont les valeurs de la tension du 'h ème' bus de chargé

En linéarisant les équations (4.15), et en les remplaçant dans (4.14) on aura :

$$\Delta I_{Lh} = R_{Lh} \Delta V_{ch} \quad (4.16)$$

$$\Delta I_{Lh} = [\Delta i_{LDh}, \Delta i_{LQh}]^T$$

$$\Delta V_{ch} = [\Delta v_{cDh}, \Delta v_{cQh}]^T$$

et  $R_{Lh}$  est de dimension  $2 \times 2$  ses éléments sont données dans [BRU 1982]

#### IV. 4 Modélisation du réseau de transmission :

Pour généraliser, on suppose que le réseau possède 'n' noeuds de génératrices, et 'm' noeuds de charges. Dans l'analyse de la dynamique des systèmes de puissance on néglige les effets transitoires du réseau d'après [1], alors de cette réalité on peut décrire le réseau complet par un ensemble 'n+m' équations algébriques en fonction des tensions et des courants des noeuds

Alors la relation entre les noeuds peut être exprimée, après linéarisation comme suit:

$$\begin{pmatrix} \Delta I \\ \Delta I_c \end{pmatrix} = Y \begin{pmatrix} \Delta V \\ \Delta V_c \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

NB: [1] ≡ [BRU 1982]

$$\Delta I = [\Delta I_1, \Delta I_2, \dots, \Delta I_n]^T \quad \dim(2n,1)$$

$$\Delta V = [\Delta V_1, \Delta V_2, \dots, \Delta V_n]^T \quad \dim(2n,1)$$

$$\Delta I_c = [\Delta I_{c1}, \Delta I_{c2}, \dots, \Delta I_{cn}]^T \quad \dim(2m,1)$$

$$\Delta V = [\Delta V_{c1}, \Delta V_{c2}, \dots, \Delta V_{cn}]^T \quad \dim(2m,1)$$

Les différents éléments du vecteur  $\Delta I_c$  représentent les courants de charge globale au noeud 'h':

$$\Delta I_{ch} = \Delta I_{lh} \quad (4.18)$$

La forme de la matrice admittance Y :

$$\Delta I = Y\Delta V = (g + ib)(\Delta V_d + i\Delta V_q) \quad (4.19a)$$

$$\Delta I = \Delta I_d + i\Delta I_q \quad (4.19b)$$

$$\Delta I_d + i\Delta I_q = (g\Delta V_d - b\Delta V_q) + i(b\Delta V_d + g\Delta V_q) \quad (4.19c)$$

$$\Delta I_d = \begin{pmatrix} g & -b \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta V_d \\ \Delta V_q \end{pmatrix} \quad (4.20a)$$

$$\Delta I_q = \begin{pmatrix} b & g \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta V_d \\ \Delta V_q \end{pmatrix} \quad (4.20b)$$

$$\begin{pmatrix} \Delta I_d \\ \Delta I_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g & -b \\ b & g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta V_d \\ \Delta V_q \end{pmatrix} \quad (4.20c)$$

La matrice Y est symétrique, formée des matrices de dimension 2x2 de la forme

$$Y_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} g_{\mu\nu} & -b_{\mu\nu} \\ b_{\mu\nu} & g_{\mu\nu} \end{bmatrix} \quad \mu, \nu = 1, 2, \dots, n+m \quad (4.21)$$

#### IV. 5 Modélisation du système global :

Le système global interconnecté est régi par l'équation suivante :

$$\dot{x} = Ax + Bu + C\Delta V \quad (4.22)$$

où:

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \quad \dim(6n,1)$$

$$u = [u_1, u_2, \dots, u_n]^T \quad \dim(n,1)$$

$$A = \text{diagbloc}[A_1, A_2, \dots, A_n] ; \dim(6n,6n)$$

$$B = \text{diagbloc}[B_1, B_2, \dots, B_n] ; \dim(6n,n)$$

$$C = \text{diagbloc}[C_1, C_2, \dots, C_n] ; \dim(6n,2n)$$

$$\Delta I = R\Delta V + Wx \quad (4.23a)$$

$$\Delta I_c = R_l \Delta V_c \quad (4.23b)$$

où:

$$R = \text{diagbloc}[R_1, R_2, \dots, R_n]; \dim(2n, 2n)$$

$$W = \text{diagbloc}[W_1, W_2, \dots, W_n]; \dim(2n, 6n)$$

$$R_l = \text{diagbloc}[R_{l,1}, R_{l,2}, \dots, R_{l,m}]; \dim(2m, 2m)$$

Alors des équations ( 4.17) et (4.23 ) on obtient la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} \Delta V \\ \Delta V_c \end{pmatrix} = -HWx \tag{4.24}$$

où:

$$H = \left( \begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & R_l \end{pmatrix} - Y \right)^{-1}$$

en remplaçant l'équation (4.24 ) dans l'équation (4.22) on aura :

$$\dot{x} = Ax + Bu + Tx \tag{4.25}$$

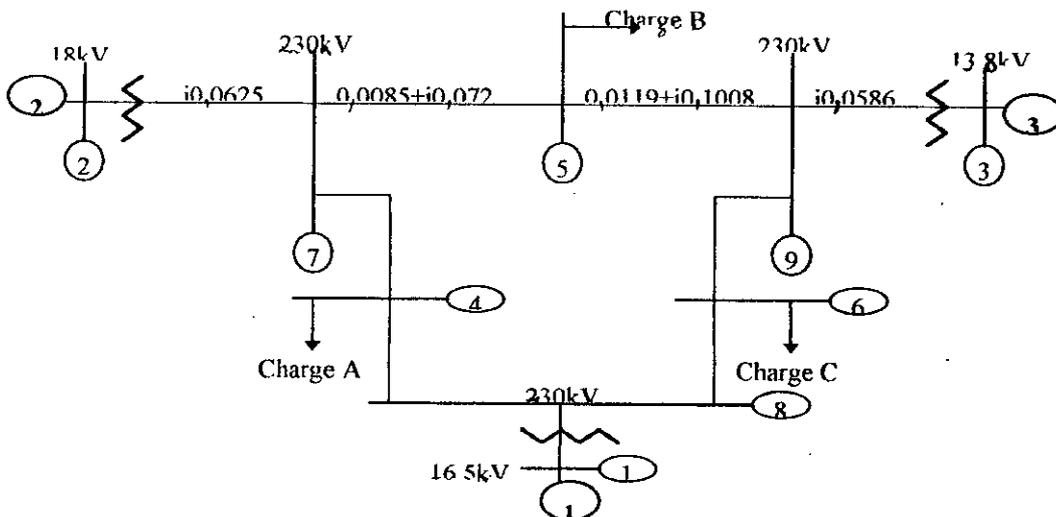
où:

$$T = -CHW \tag{4.26}$$

$T$  représente les interactions entre les sous-systèmes, celles-ci peuvent être nulles si  $HW = 0$  , et cette condition peut se satisfaire pour des cas particuliers, et pour des valeurs particulières des paramètres du réseau.

**Le réseau électrique:**

Comme exemple d'application de la commande décentralisée adaptative, on a choisit un réseau d'énergie électrique, de trois noeuds générateurs et trois charges principales statiques (celles-ci peuvent représenter les consommations de différentes villes).



fig(4.2): Schéma du réseau électrique.

Les grandeurs des impédances sont en p.u.

Différents paramètres du réseau:

Machine n°	$\delta$	$\delta_i$ (°)	$M_i$	$D_i$	Tension en kv
1	-0.8	0	1.655	1	16.5
2	-0.8	9.3	3.023	0.2	18
3	-0.8	4.7	2.883	0.1	13.8

Machine n°	$x_d$	$x_q$	$x_d'$	$x_{md}$	$T_{d0}'$	Type
1	0.146	0.96	0.68	0.036	8.96	hydro
2	0.895	864	0.119	0.052	6	steam
3	1.312	1.257	0.181	0.074	5.89	steam

Tableau 1

Paramètres des machines (génératrices).

Machine n°	$K_{A1}$	$T_{A1}$	$K_{F1}$	$T_{c1}$	$K_{F1}$	$T_{F1}$
1	212	0.21	0.4	0.7	0.1	1.8
2	141	0.1	0.3	0.5	0.05	0.9
3	70	0.05	0.2	0.5	0.04	0.5

Tableau 2:

Paramètres des circuits d'excitation.

Machine.n°	$P_L$	$Q_L$	$K_p$	$K_d$
1	1.25	0.5	2.5	2.5
2	0.9	0.3	2.5	2.5
3	1	0.35	2.5	2.5

Tableau 3:

Paramètres des charges.

## L'application de l'approche de Siljak:

Pour appliquer cette technique on a choisi des modèles de référence optimaux selon le critère de performance I.T.A.E. (Integral of Time-multiplied Absolute-value of Error [MAR 1987]), et dont l'équation caractéristique (le cas de  $w_n=1$ ) est donnée par:

$$\Delta = S^6 + 3.25 S^5 + 6.6 S^4 + 8.6 S^3 + 7.54 S^2 + 3.95 S + 1 \quad (4.27)$$

Le choix du modèle de référence est important et délicat en même temps, car un mauvais choix peut conduire à la déstabilisation du système. Pour éviter ce problème, le modèle de référence est choisi de telle sorte que son équation caractéristique contienne des coefficients grands devant les termes d'interconnexions des sous-systèmes.

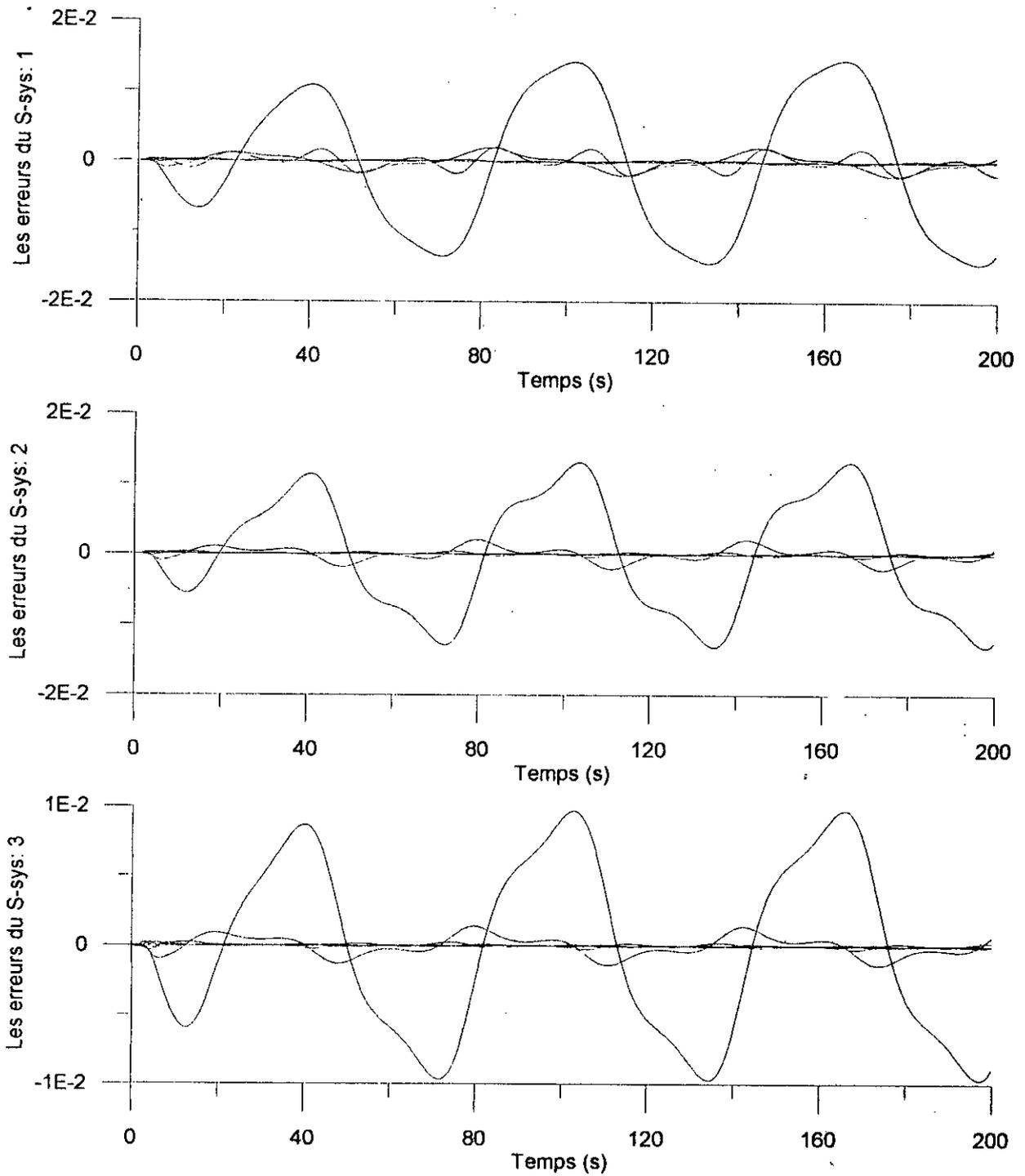
Vu que le réseau électrique ne respecte pas la restriction structurelle (car les matrices  $A_{ij}$  sont pleines), on procède à la transformation introduite dans le chapitre précédent. Les résultats de simulation sont présentés dans les figures (4.7) à (4.11).

## Commentaires:

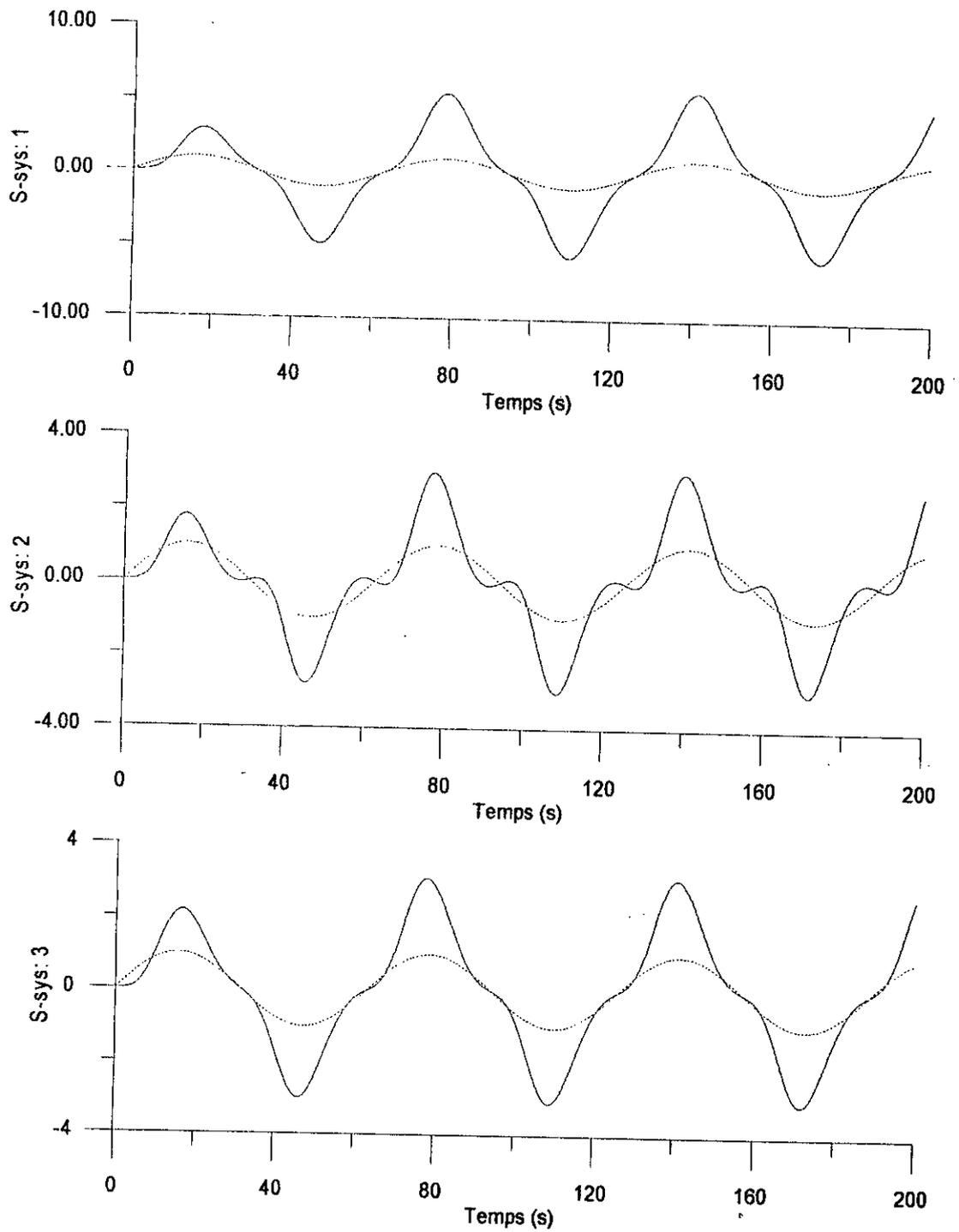
\*1. Sans introduction des perturbations, l'ensemble résiduel des erreurs se borne dans une plage de 5%. Dans le cas d'une référence sinusoïdale de fréquence (0.1 Hz), les erreurs ne s'annulent jamais (idem pour le cas, où la référence est un signal carré de fréquence 0.1Hz avec les paramètres de conception  $G=100I$ ,  $\Gamma=I$  et  $\delta=1e-4$ ), mais dans le cas où on varie les paramètres de conception ( $G=500I$ ,  $\Gamma=I$  et  $\delta=1e-4$  pour le cas où la référence est un signal carré de fréquence 0.1Hz), on remarque que les erreurs s'annulent dans le régime établi de chaque échelon.

\*2. Les gains sont bornés et ainsi que les commandes, ce qui assure la stabilité du système global.

\*3. En introduisant des perturbations (échelons d'amplitude 5) sur les entrées des sous-systèmes, les contrôleurs neutralisent au fur et à mesure de leurs influences, ceci est représenté dans les figures (4.12) à (4.14).

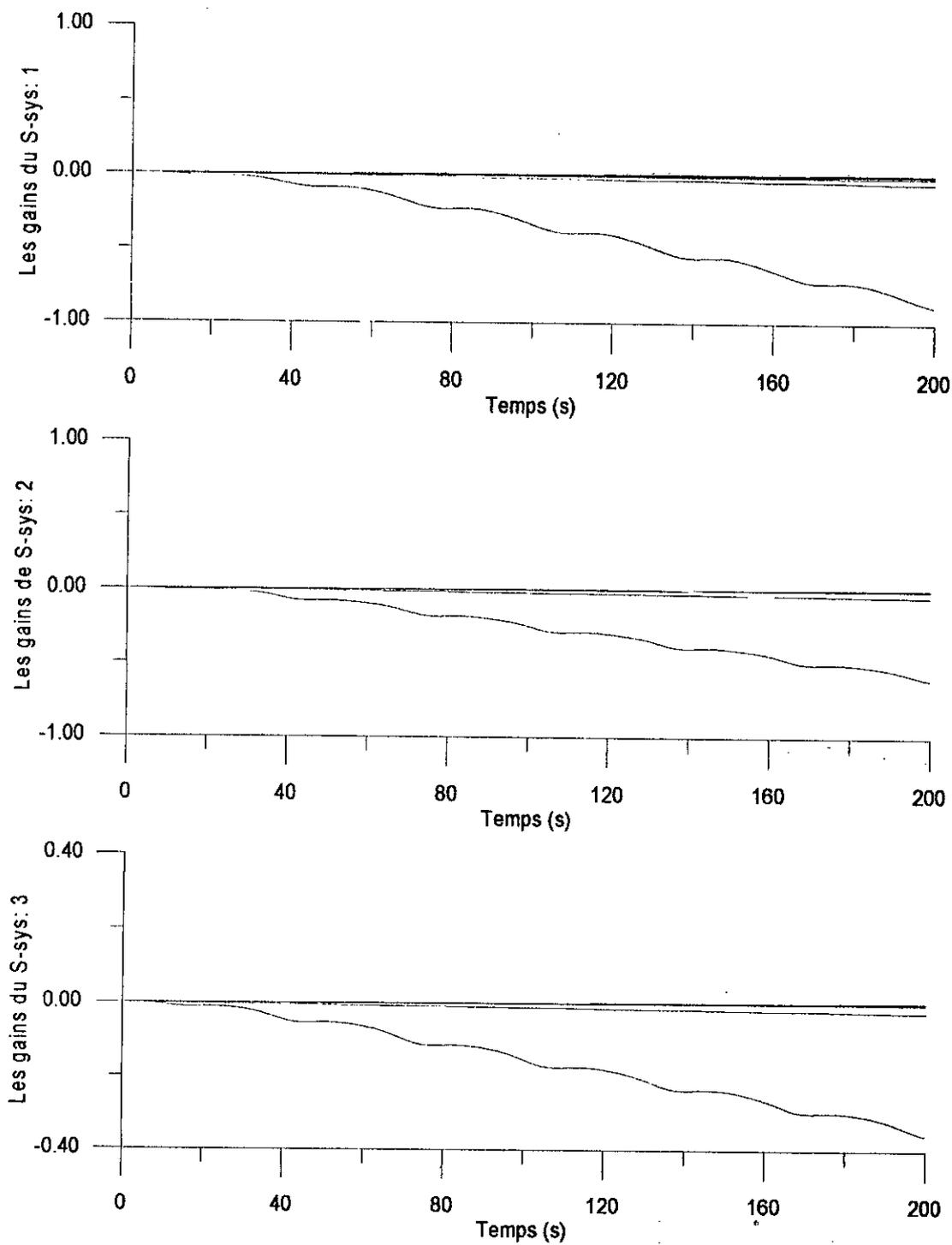


fig(4.3): Les erreurs de poursuite des trois sous-systèmes  
 Pour  $G=100I$ ,  $\Gamma=I$ ,  $\delta=1e-4$ . et pour une référence  $r_i=\sin(0.62t)$ .



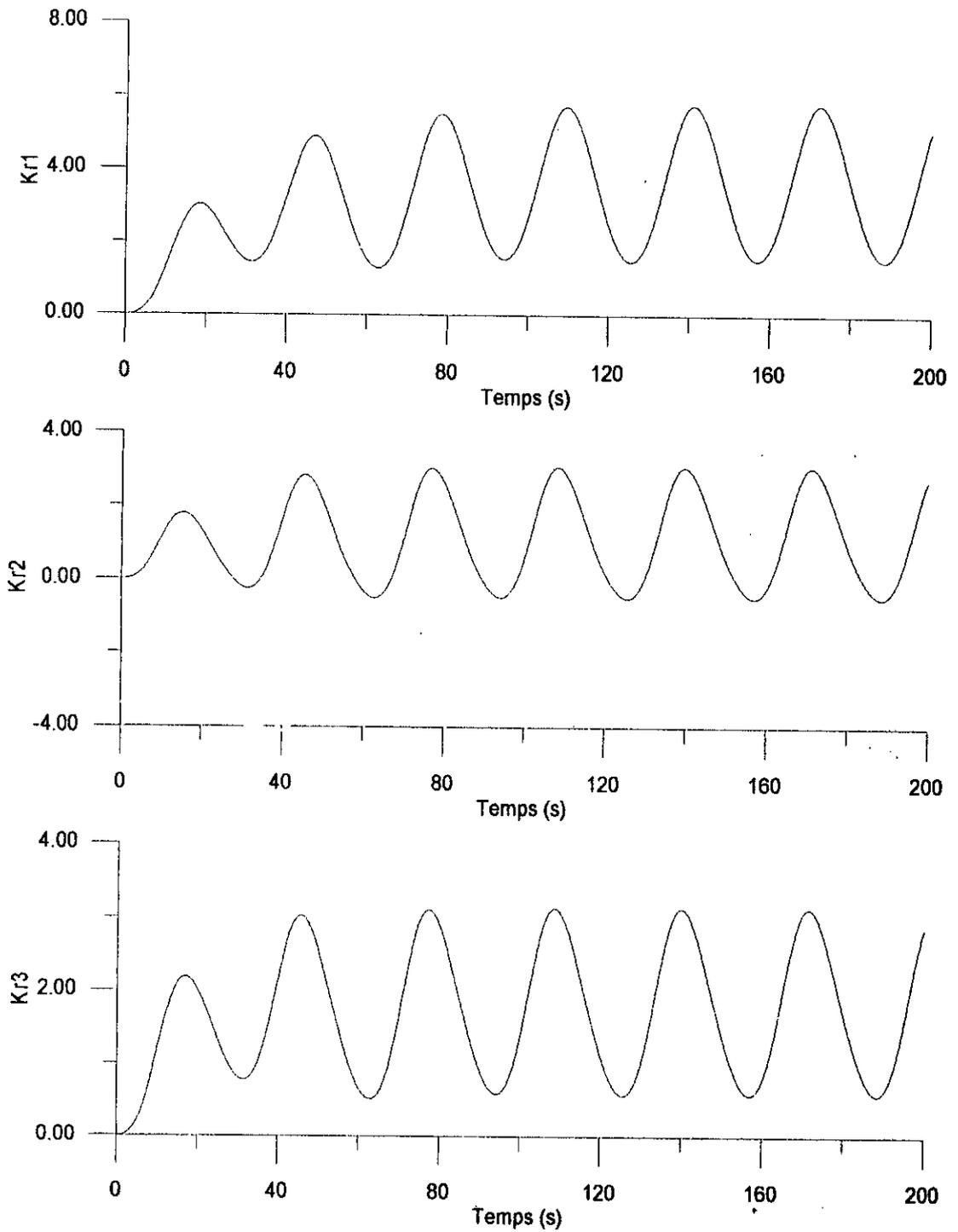
fig(4.4): Les commandes et les références des trois S-systèmes.

Pour  $G=100I$ ,  $\Gamma=I$ ,  $\delta=1e-4$ . et pour une référence  $r_i=\sin(0.62t)$ .



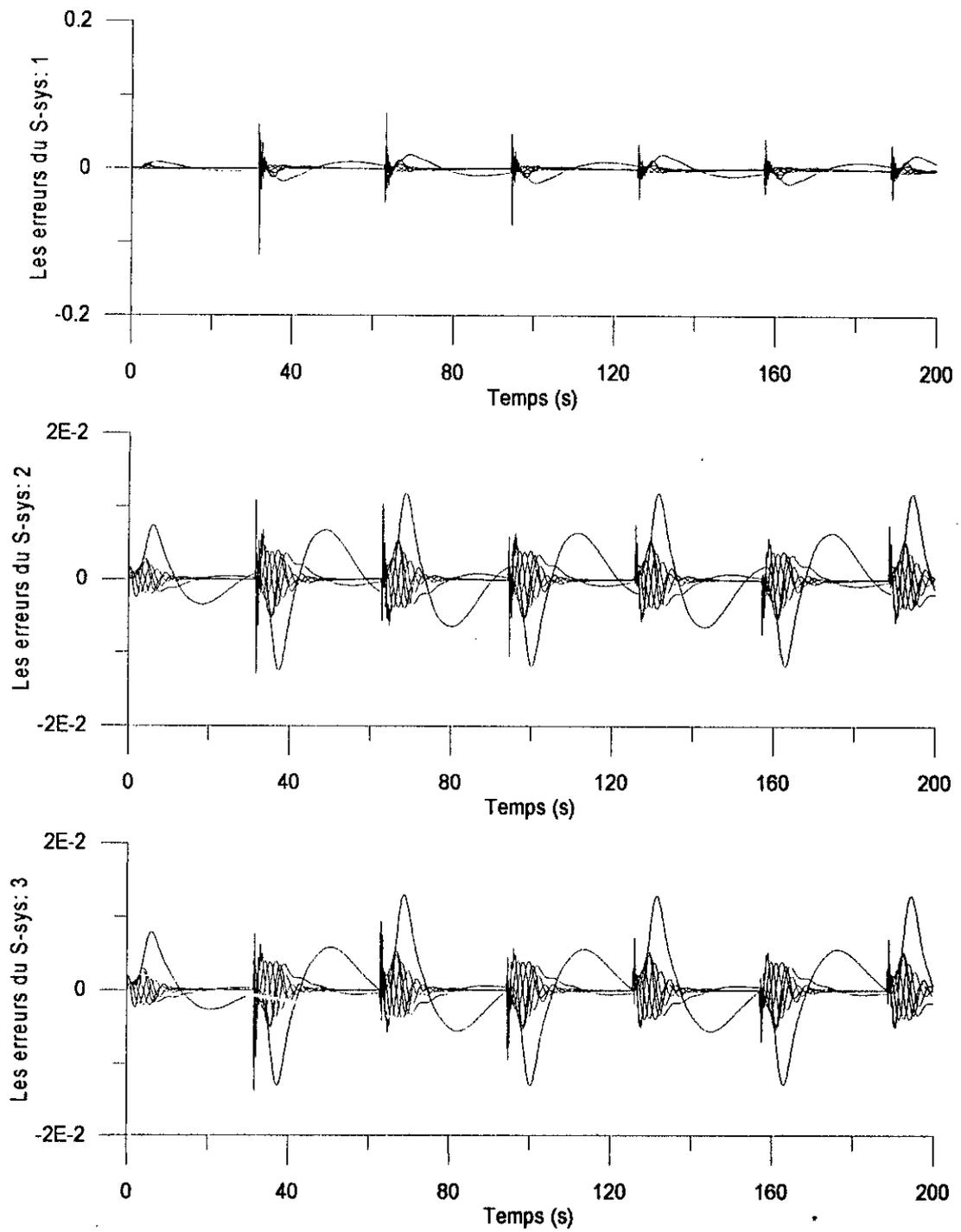
fig(4.5a): Les gains de feedback des erreurs  $K_i$ .

Pour  $G=100I$ ,  $\Gamma=I$ ,  $\delta=1e-4$ . et pour une référence  $r_i=\sin(0.62t)$ .



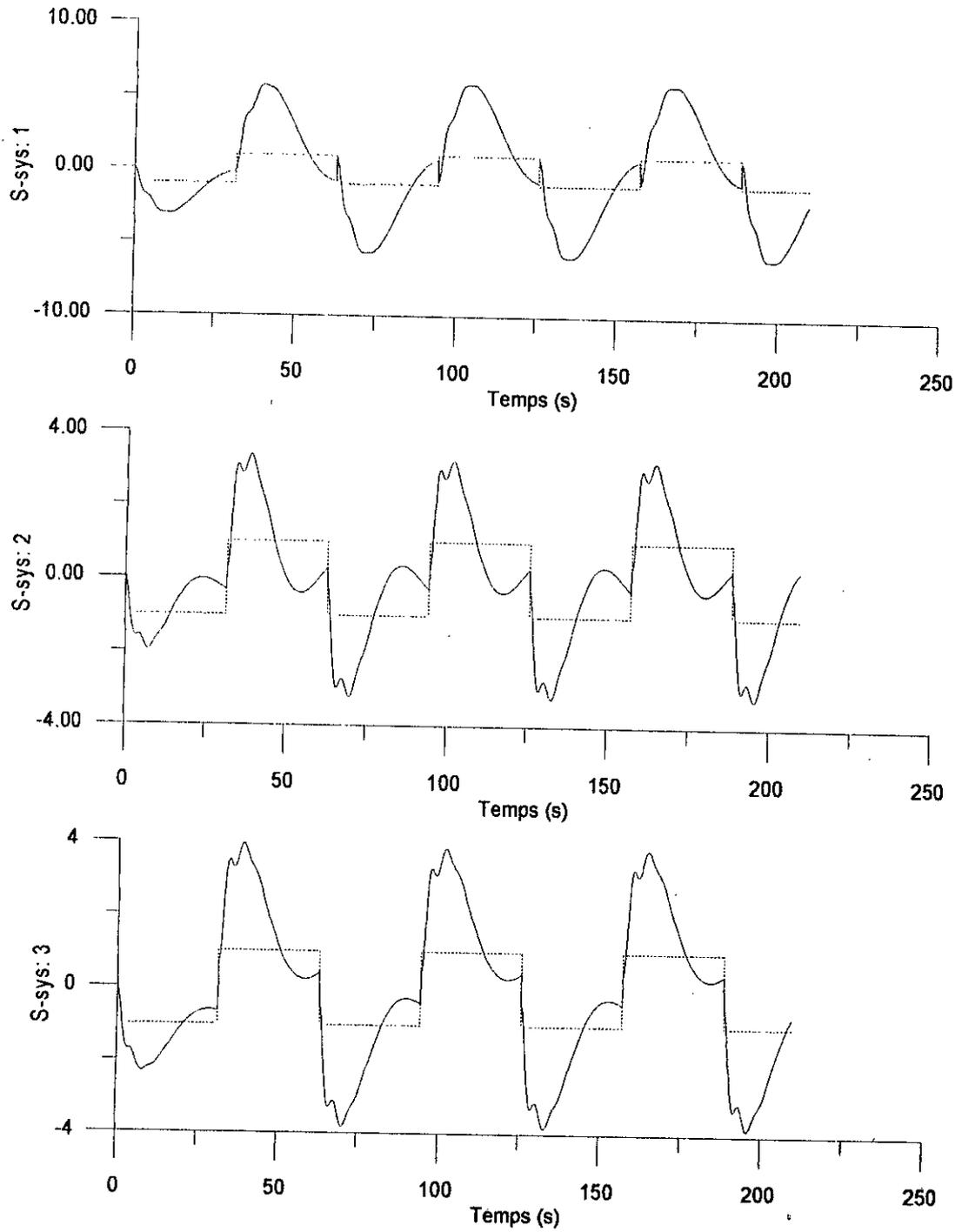
fig(4.5b): Les gains des références  $kr_i$ .

Pour  $G=1001$ ,  $\Gamma=I$ ,  $\delta=1e-4$ . et pour une référence  $r_i=\sin(0.62t)$ .



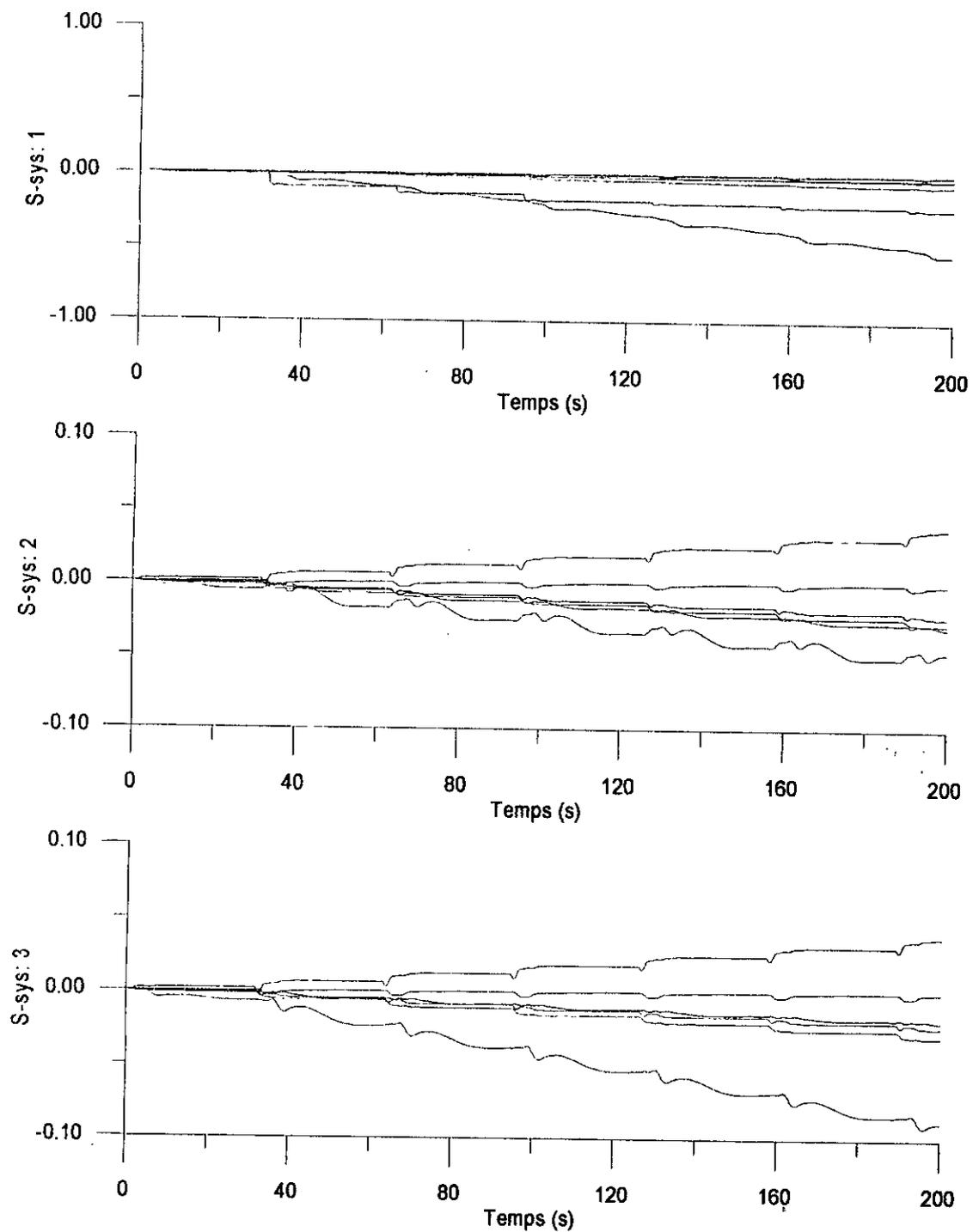
fig(4.6): Les erreurs de poursuite des trois sous-systèmes.

Pour  $G=100I$ ,  $\Gamma=I$ ,  $\delta=1e-4$ . et pour une référence signal carré (0.1Hz).



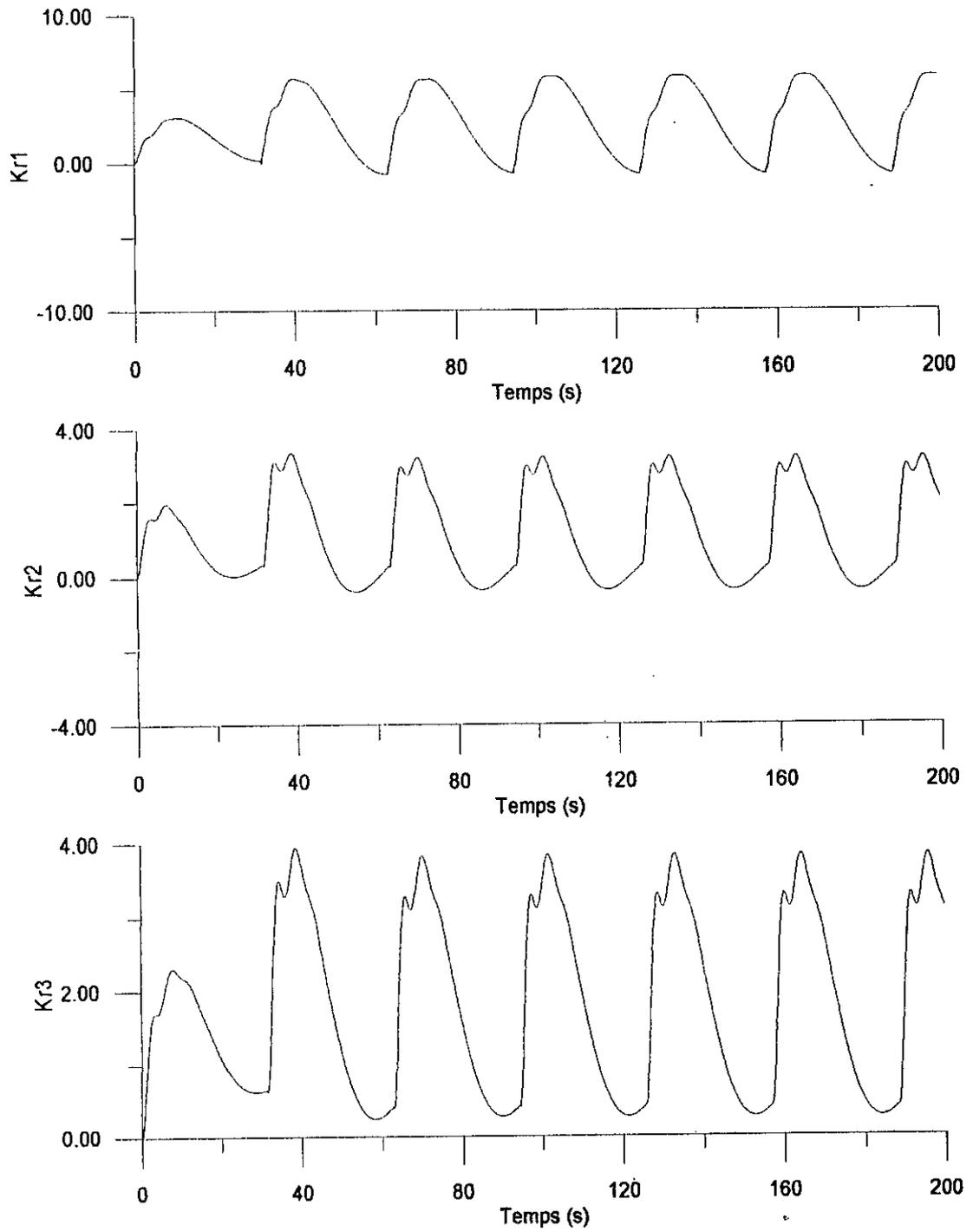
fig(4.7): Les commandes des trois S-systèmes.

Pour  $G=100I$ ,  $\Gamma=I$ ,  $\delta=1e-4$ . et pour une référence signal carré (0.1Hz).

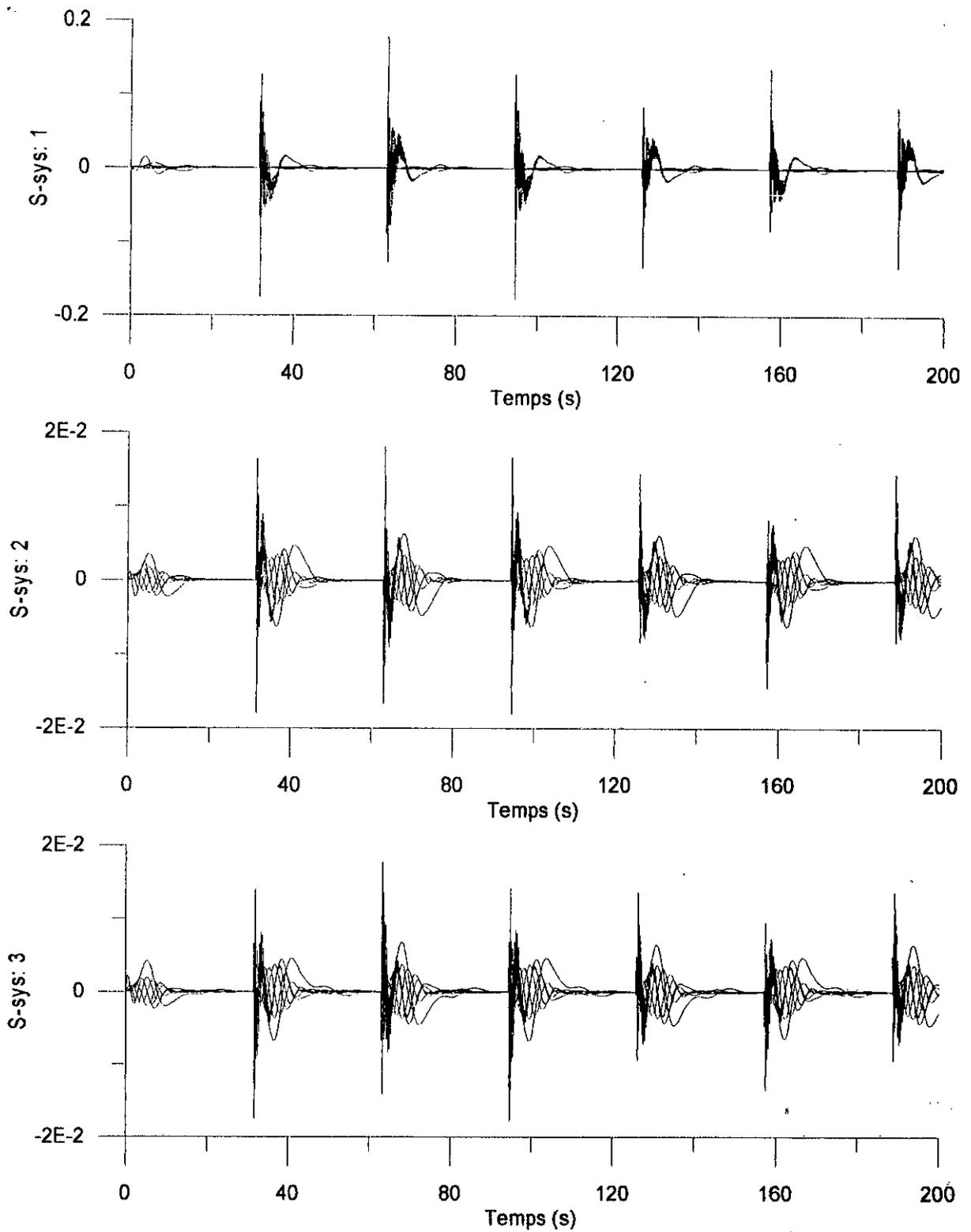


fig(4.8a): Les gains de feed-back des erreurs des trois sous-systèmes.

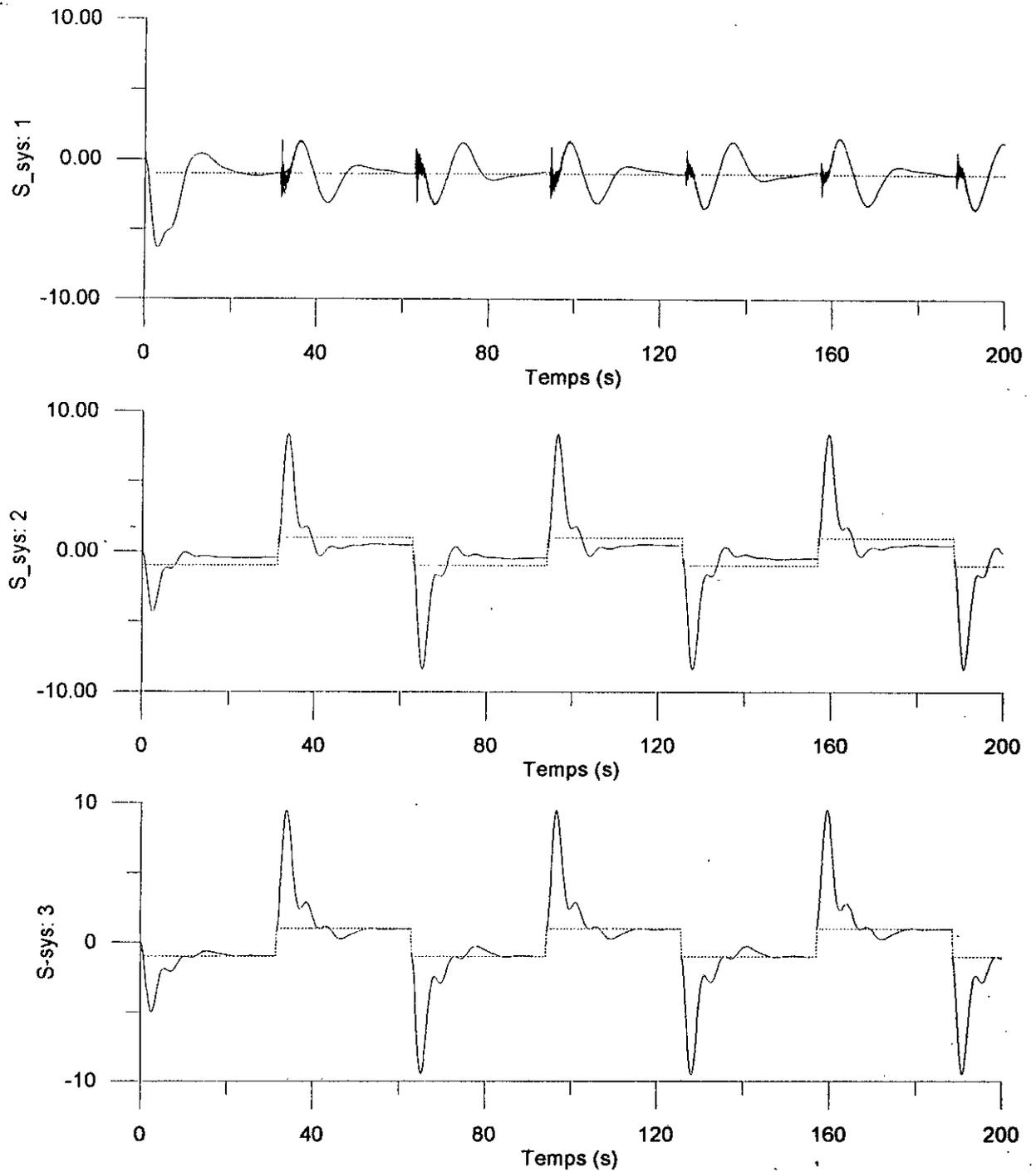
Pour  $G=100I$ ,  $\Gamma=I$ ,  $\delta=1e-4$ . et pour une référence signal carré (0.1Hz).



fig(4.8b): Les gains de référence  $kr_i$   
 Pour  $G=100I$ ,  $\Gamma=I$ ,  $\delta=1e-4$ . et pour une référence signal carré (0.1Hz).

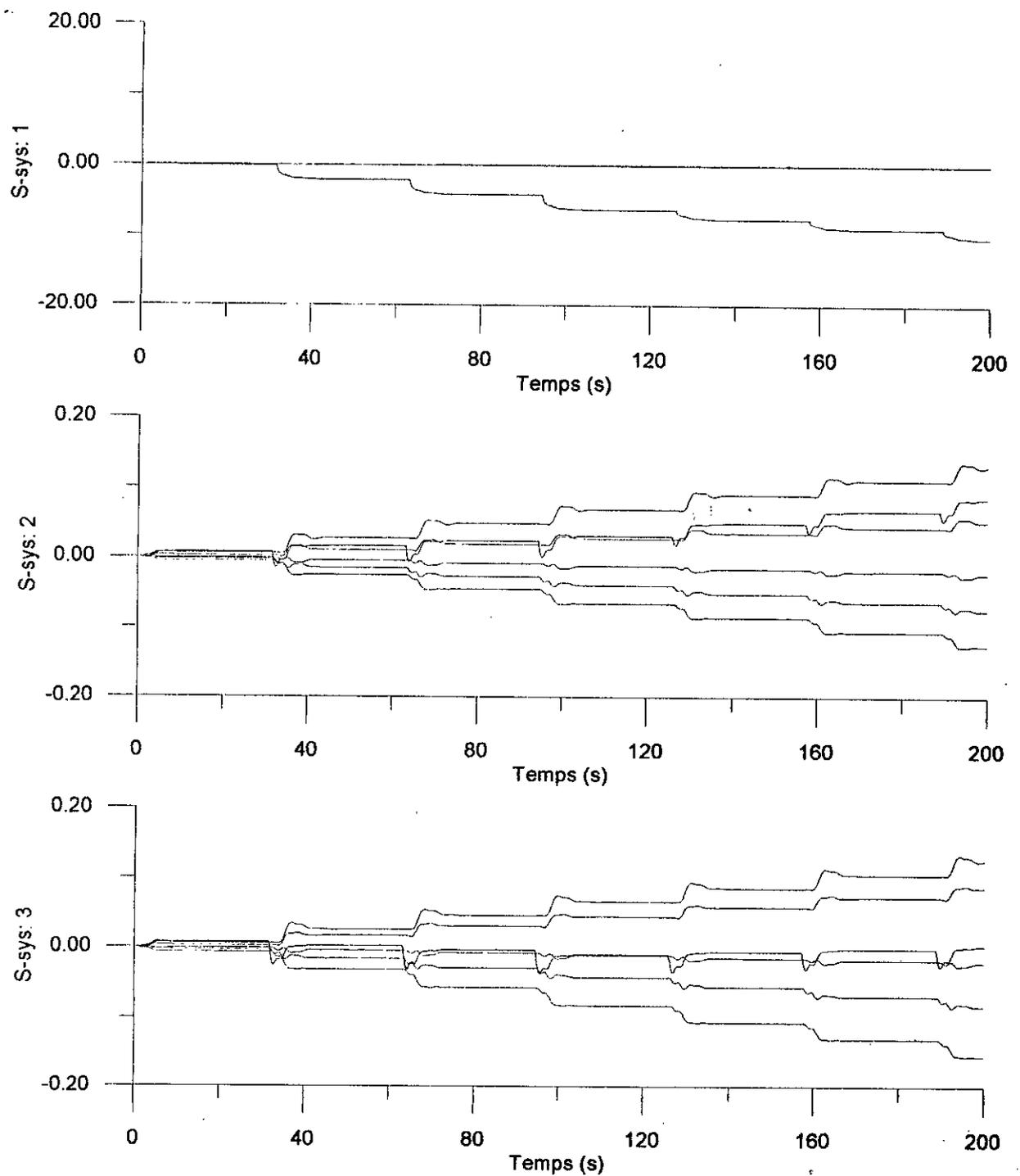


fig(4.9): Les erreurs de poursuite des trois sous-systèmes  
 Pour  $G=500l$ ,  $\Gamma=1$ ,  $\delta=1e-4$ . et pour une référence signal carré (0.1Hz).

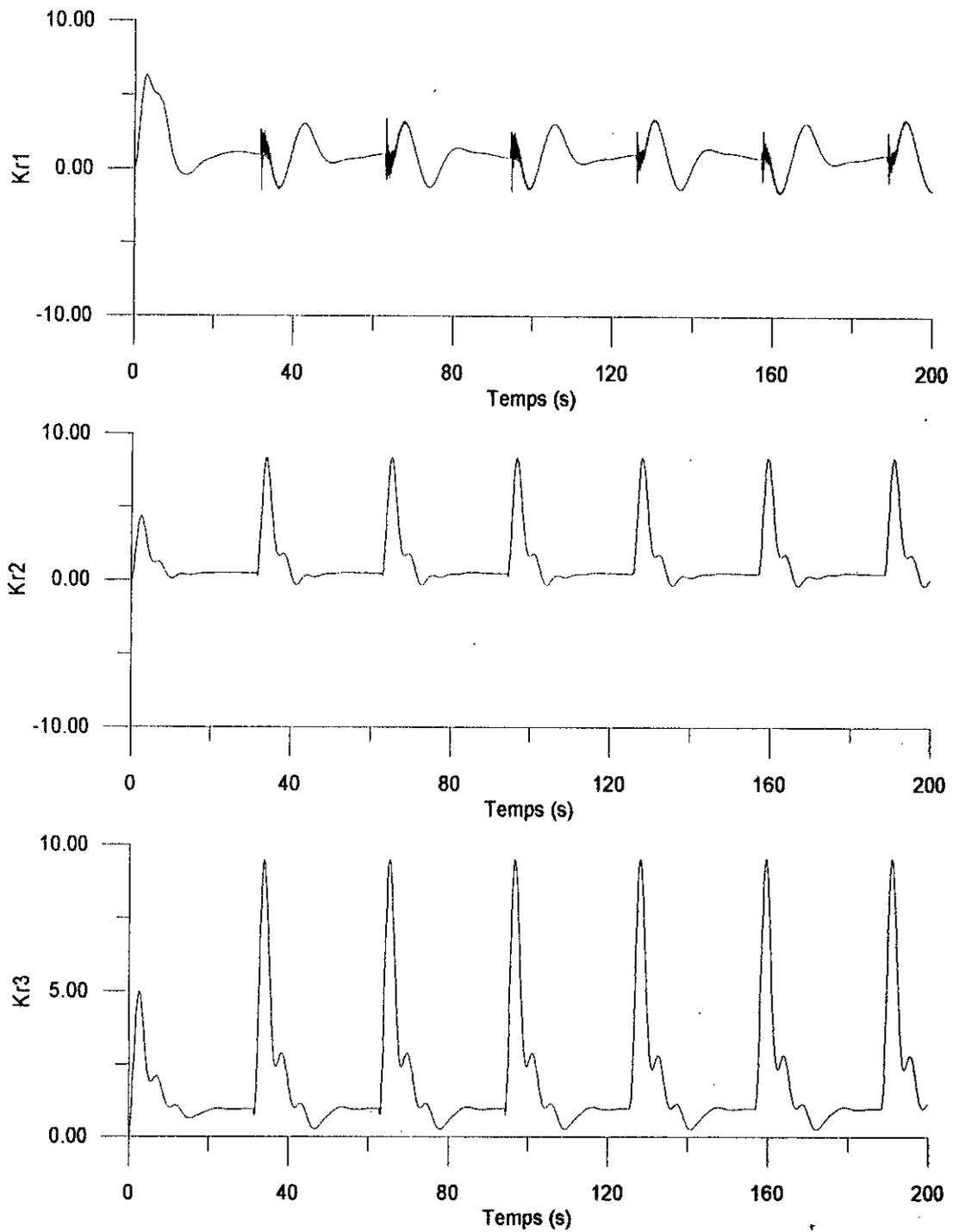


fig(4.10): Les commandes des trois sous-systèmes.

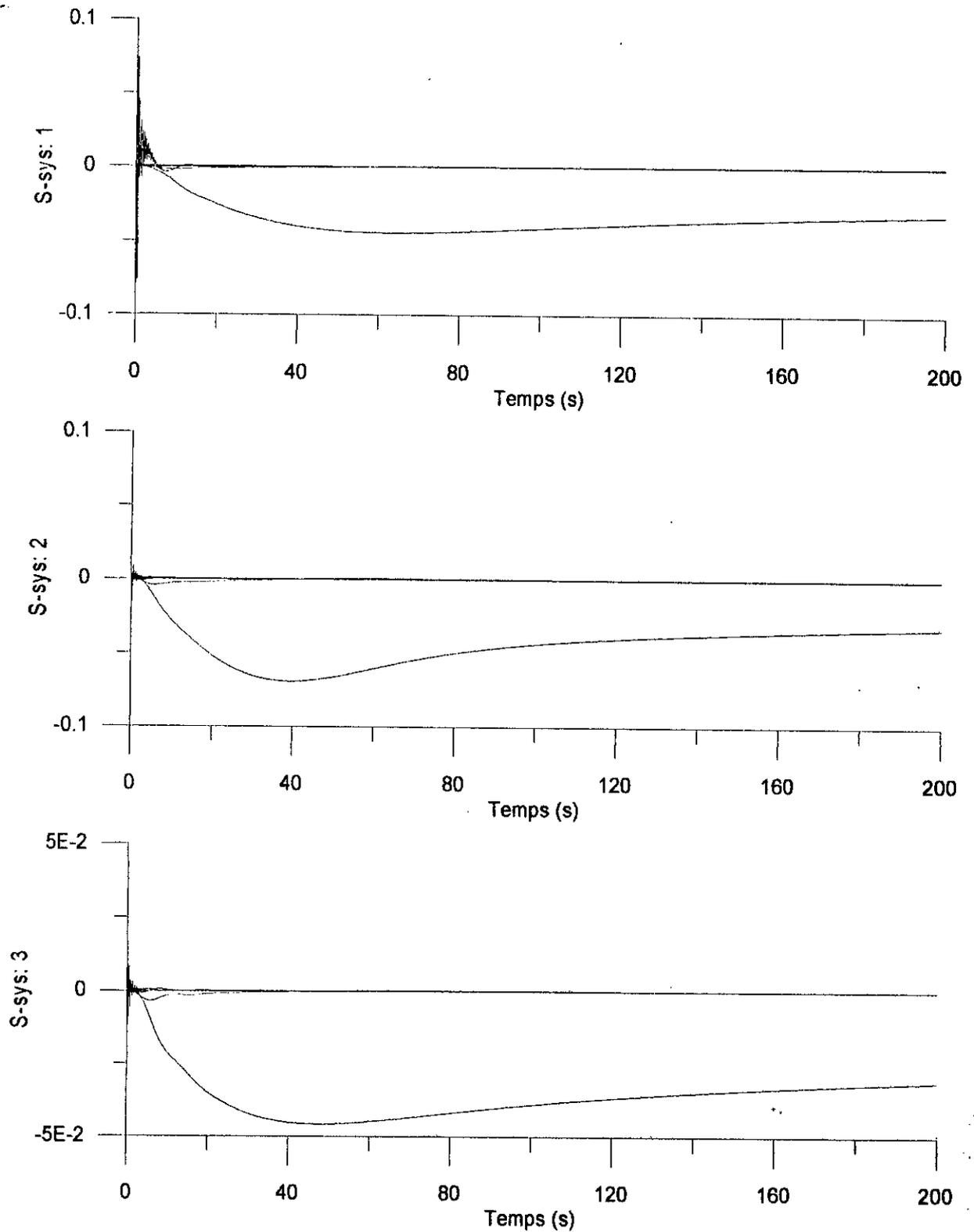
Pour  $G=500I$ ,  $\Gamma=I$ ,  $\delta=1e-4$ . et pour une référence signal carré (0.1Hz).



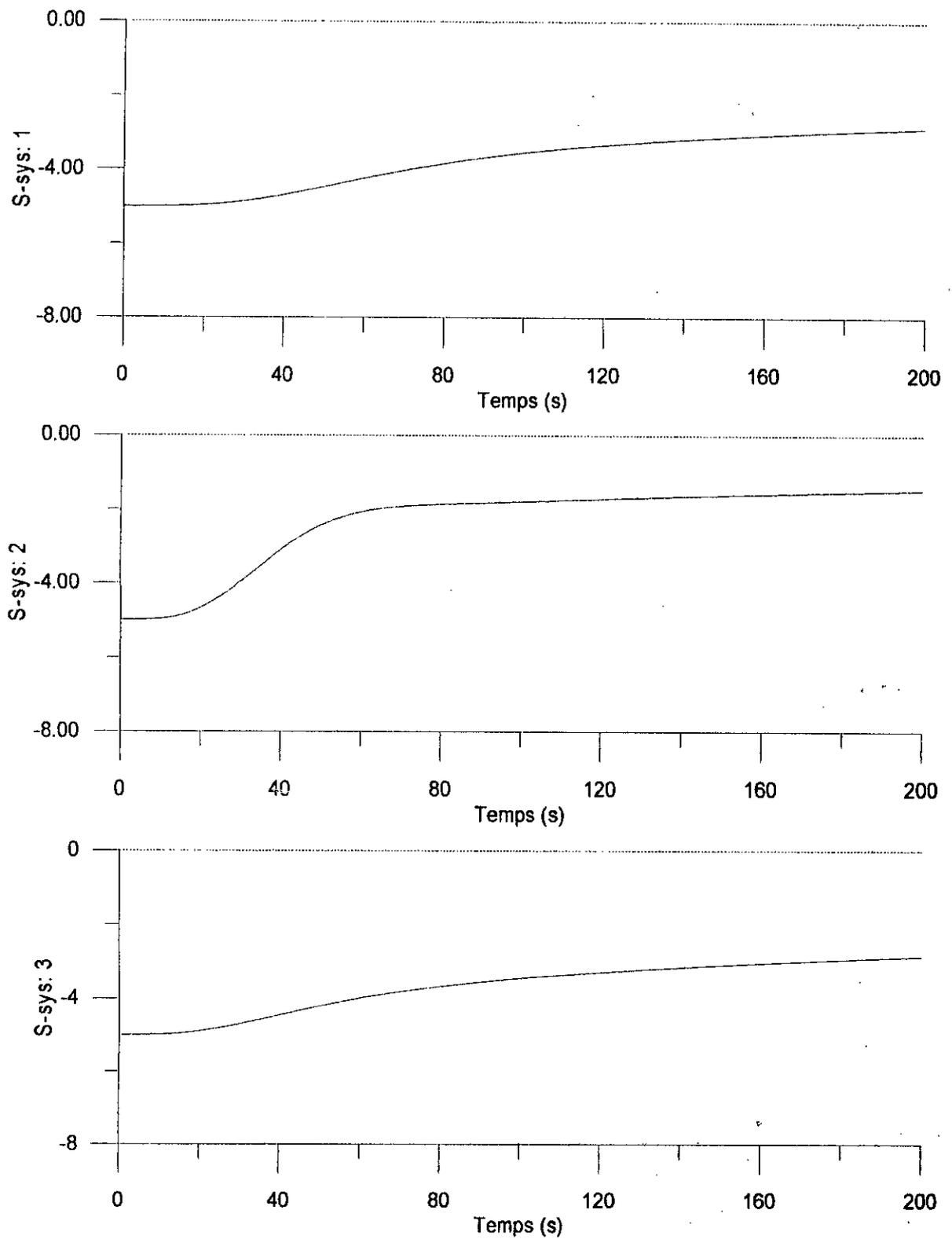
fig(4.11 a): les gains de feed-back des erreurs des trois S-systèmes  
Pour  $G=500I$ ,  $\Gamma=I$ ,  $\delta=1e-4$ . et pour une référence signal carré (0.1Hz).

fig(4.11b): Les gains des références  $kr_i$ 

Pour  $G=500l$ ,  $\Gamma=1$ ,  $\delta=1e-4$ . et pour une référence signal carré (0.1Hz).

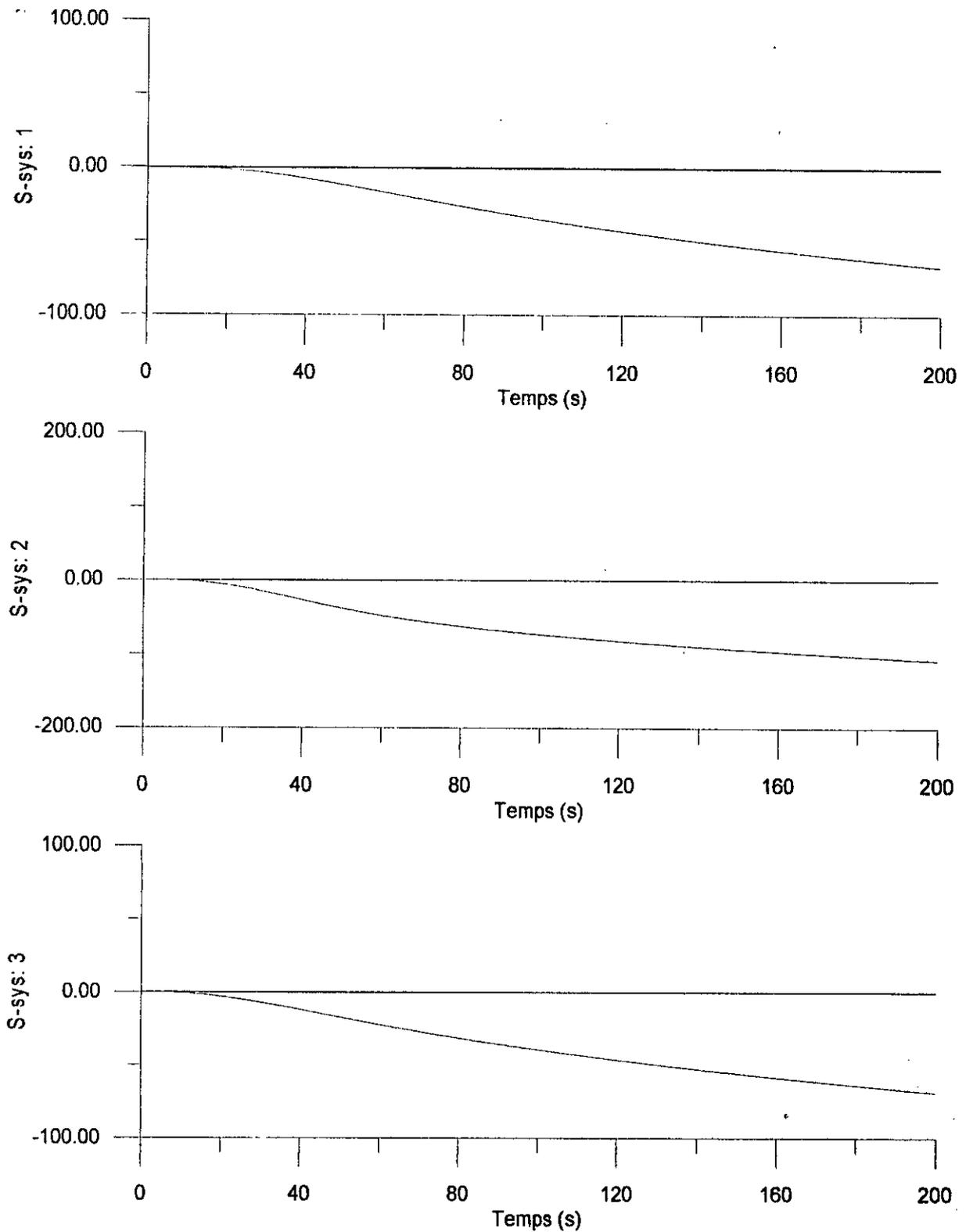


fig(4.12): Les erreurs de poursuite pour les trois sous-systèmes.  
Pour  $G=500I$ ,  $\Gamma=I$ ,  $\delta=1e-4$ . Dans le cas d'injection des perturbations  
(échelon d'amplitude 5).



fig(4.13): Les commandes des trois sous-systèmes

Pour  $G=500I$ ,  $\Gamma=I$ ,  $\delta=1e-4$ . Dans le cas d'injection des perturbations (échelon d'amplitude 5).



fig(4.14): Les gains de feedback des erreurs des trois S-systèmes

Pour  $G=500I$ ,  $\Gamma=I$ ,  $\delta=1e-4$ . Dans le cas d'injection des perturbations (échelon d'amplitude 5).

**Conclusion:**

Malgré la complexité du réseau électrique et sa grande dimension, l'application de la technique de la commande décentralisée adaptative nous a permis de stabiliser ce système. Le problème réside dans le choix des paramètres de conception et le modèle de référence, car la stabilité du système global (subdivisé en sous-systèmes interconnectés) dépend que de la stabilité des sous-systèmes si les termes d'interconnexion sont faibles par rapport a ceux des équations caractéristiques des modèles de références; si ce n'est pas le cas la commande peut déstabiliser le système global. Si les termes d'interconnexion sont connus, on fait une étude de stabilité du système global en supposant qu'il y a une poursuite exacte (des sous-systèmes avec les modèles de références), ce qui revient à remplacer la dynamique des sous-systèmes par celles des modèles de références. Cette étude est nécessaire mais pas suffisante pour garantir la stabilité du système global (parce que en réalité il n'y a pas une poursuite exacte).

## **Conclusion générale:**

Devant la complexité des processus, les régulateurs standards deviennent impuissants à les asservir. Cette complexité qui est une notion relative à la façon dont est modélisé le système, est caractérisé par la grande dimension, le couplage fort entre les variables décrivant le processus et la variation des paramètres de ce processus. Les techniques de simplification et de décomposition sont conçues pour alléger la conception de régulateurs plus performants ou faciliter leurs implémentations.

Les régulateurs adaptatifs sont de meilleurs atouts pour la commande des systèmes variant dans le temps, ou à paramètres inconnus ; cela est dû au fait que les paramètres de la partie réglante sont ajustés selon des algorithmes non linéaires, afin de s'adapter à la variation des paramètres du processus à commander. Parmi les techniques utilisées on trouve, celles qui sont à modèle de référence et les régulateurs autoajustables (self tuning).

L'utilisation des techniques adaptatives en commande décentralisée pour la commande des systèmes interconnectés a prouvé son efficacité. Les algorithmes proposés diffèrent d'un chercheur à un autre selon le système considéré ; ainsi SILJAK a proposé une condition structurelle pour l'application de sa méthode, voyant que la plupart des systèmes existant ne peuvent vérifier cette condition (ou ne peuvent être modélisés de cette façon) on a pensé à introduire une transformation sur la structure du système afin de parer à cette restriction.

Le réseau électrique, système très complexe, fait partie de ce type de processus décrits ci-dessus, cela à cause des fluctuations et des dérives auxquelles il est sujet. L'application de l'approche de SILJAK avec la modification structurelle à un réseau de trois noeuds générateurs et trois noeuds de charge a donné des résultats satisfaisants.

Seulement des questions se posent quand à la réalisation pratique d'une telle commande:

\* La transformation est-elle réelle?

- Oui, dans la mesure où les dérivateurs sont approximés par des filtres passe-haut tels que les

circuits R-C.

\* Sachant que le réseau électrique est sujet à des perturbations, est-ce que ces bruits n'influenceront pas ces derivateurs?

- Dans ce cas un préfiltre est indispensable afin d'obtenir un rapport signal/bruit optimum celui-ci peut être un filtre antirepliement ou un filtre numérique.

Et enfin comme perspectives:

- Il est intéressant d'adapter la technique d'IOANNOU pour qu'elle soit applicable aux systèmes de degré relatif supérieur à deux.

- La combinaison de la commande avec modes de glissement à la commande décentralisée apportera sûrement des résultats satisfaisants, vu la robustesse de cette commande.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [AST 89] K.J.ASTROM et B.WITTENMARK;"Adaptive control.";ADDISON-WESLEY,NEW-YORK 1989.
- [BOU 93] D.BOUKHETALA;"Commande décentralisée des systèmes structurés.";Thèse de Magister,ENP 1993.
- [BRU 82] M.BRUCOLI et al.;"State space representation of interconnected power systems for dynamic interaction studies.";ELECTRIC POWER SYSTEM RESEARCH,N°5,pp.315-330,ITALI 1982.
- [CLU 88] W.R.CLUET et al.;"Stable discrete-time adaptive control in the presence of inmodeled dynamics.";IEEE TRANS.A.C.,vol.AC-33,N°4,pp.410-414,AVRIL 1988.
- [DAV 73] S.H.WANG et E.J.DAVISON;"On the stabilization of decentralized control systems.";IEEE TRANS.A.C.,vol.AC-18,N°5,pp.473-478 ;OCTOBRE 1973.
- [DIO 88] J.M.DION et al.;"Interactor and multivariable adaptive model matching.";IEEE TRANS.A.C.,vol.AC-33,N°4,pp.399-401,AVRIL 1988.
- [GAV 89] D.T.GAVEL et D.D.SILJAK;"Decentralized adaptive control: Structural conditions for stability.";IEEE TRANS.A.C.,vol.AC-34,N°4,pp.413- 425,AVRIL 1989.
- [IFT 87] A.IFTAR et U.OZGUNER;"Local LQG/LTR controller design for decentralized systems.";IEEE TRANS.A.C.,vol.AC-32,N°10,OCTOBRE 1987.
- [IKE 80] M.IKEDA et D.D.SILJAK;"On decentrally stabilisable large-scale systems.";AUTOMATICA,vol.16,pp.331-334,1980.
- [IOA 84] P.A.IOANNOU et P.V.KOKOTOVIC;"Robust redesign of adaptive control.";IEEE TRANS.A.C.,vol.AC-29,N°3,pp202-211,MARS 1984.
- [IOA 86] IOANNOU;"Decentralized adaptive control of interconnected systems."TANS.A.C.,vol.AC-31,N°,pp.291-298,AVRIL 1986.
- [TSA89] K.S.TSAKALIS et P.A.IOANNOU;"Adaptive control of linear time-varying plants:A new model reference controller structure.";IEEE TRANS.A.C.,vol.AC-34,N°10 ,pp.1038-1046,OCTOBRE 1989.
- [JAI 94] S.JAIN et al.;"Adaptive nonlinear exitation control of power systems with unknown interconnections.";IEEE TRANS.A.C.,vol.AC-2,N°4,p.436-446,DECEMBRE 1994.
- [LAN 79] I.D.LANDAU;"Adaptive control:The model reference approche.";MARCEL DEKKER 979.
- [LIN 84] A.LINNEMANN;"Decentralized control of dynamically interconnected systems."EEE TRANS.A.C.,vol.AC-29,N°11,pp.1052-1056,NOVEMBRE 1984.
- [MAR 87] L.MARET."Régulation automatique.";Presses Polytechniques Romandes. 1987.
- [MON 73] R.V.MONOPOLI;"The Kalman-Yacubovich lemma in adaptive control system design.";IEEE TRANS.A.C.,vol.AC-18,pp.527-529,OCTOBRE 1973.

- [NAR 78] K.S.NARENDRA et L.S.VALAVANI;"Stable adaptive controller Design-Direct control.";IEEE TRANS.A.C,vol.AC-23,N°4,pp.570-583,AOUT 1978.
- [OSS 87] K.A.OSSMAN et E.W.KAMEN;"Adaptive regulation of MIMO linear discret-time systems without requiring a persistent excitation.";IEEE TRANS.A.C,vol.AC-32,N°5,pp.397-404,MAI 1987.
- [OSS 89] K.A.OSSMAN;"Indirect adaptive control for interconnected systems.";IEEE TRANS.A.C,vol.AC-34,N°8,pp.908-911,AOUT 1989.
- [RAM 82] A.RAMAKRISHNA et N.VISWANADHAM;"Decentralised control of interconnected dynamical systems.";IEEE TRANS.A.C,vol.AC-27,N°1, pp.159-164,FEVRIER 1982.
- [SAB 85] A.SABERI;"Decentralization of large-scale systems:A new canonical forme for linear multivariable systems.";IEEE TRANS.A.C,vol.AC-30, N°11, pp.1120-1123,NOVEMBRE 1985.
- [SAE 79] R.SAEKS;"Onthe decentralized control of interconnected dynamical systems.";IEEE TRANS.A.C,vol.AC-24,N°2,pp.269-271,AVRIL 1979.
- [SAN 78] N.R.SANDELL et al.;"Survey of decentralized control methods for large scale systems.";IEEE TRANS.A.C,vol.AC-23 ,N°2,pp.108-125,AVRIL 1978.
- [SIL 76] D.D.SILJAK et M.B.VUKCEVIC;"Decentralization, stabilization, and estimation of large-scale linear systems.";IEEE TRANS.A.C,vol.AC-21, pp.363-366,JUIN 1976.
- [SUN 84] M.K.SUNDARESHAN et P.C.K.HUANG;"On the design of a decentralized observation scheme for large-scale systems.";IEEE TRANS.A.C, vol.AC-29,N°3,pp.274-276,MARS 1984.
- [TAY 62] D.G.TAYLOR;"Analysis of synchronous machines connected to power system networks.";PROC.INST.ELECTR.ENG.;Part C 109,N°526 S, pp606-610,JUILLET 1962.
- [TIT 79] A.TITLI et al.;"analyse et commande des systèmes complexes.";CEPADUES EDITIONS 1979.
- [TRU 92] D.J.TRUDNOWSKI et D.A.PIERRE;"Decentralized indirect adaptive control scheme applicable to overlapping interconnected systems."; INT.J.CONTROL,vol.55,N°2,pp.343-360,1992.
- [WEN 94] C.WEN;"Decentralized adaptive regulation.";IEEE TRANS.A.C,vol.AC39 N°10,pp.2163-2166,OCTOBRE 1994.
- [ZHA 85] S.Y.ZHANG;"On the decentralized control for dynamically interconnected systems.";IEEE TRANS.A.C,vol.AC-30,N°12,pp.1248-1251,DECEMBRE 1985.

**[BEN 88] BENHAMOU, "Contribution à l'étude de la commande adaptative décentralisée." THESE DE DOCTORAT TOULOUSE 1988.**