

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

13/94

وزارة التربية الوطنية

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE ELECTRIQUE

SPECIALITE : AUTOMATIQUE

# PROJET DE FIN D'ETUDES

## SUJET

**Modélisation et Commande Floue, par Mode de Glissement  
et Neuro - Linguistique d'un Bras de Robot Flexible  
à un Degré de Liberté.**

Proposé par :

M. C. SOUAMI

Etudié par :

M. Z. HADJ SADOK

T. MOUHOUBI

Dirigé par :

M. C. SOUAMI

F. BOUDJEMA

Promotion : Juin 1994

E. N. P. 10, Avenue Hacén Badi El-Harrach ALGER

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

	<b>GLOSSAIRE</b>	<b>III</b>
	<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>1</b>
<i>Chapitre I</i>	<b>MODELISATION DU BRAS FLEXIBLE</b>	<b>4</b>
	I.1. Introduction.....	4
	I.2. Méthodes de modélisation de robots flexibles.....	5
	I.3. Etude du modèle retenu.....	9
	I.4. Simulations en boucle ouverte.....	21
	I.5. Conclusion.....	27
<i>Chapitre II</i>	<b>COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT</b>	<b>52</b>
	II.1. Introduction.....	52
	II.2. Généralités sur le réglage par mode de glissement.....	54
	II.3. Application des régimes glissants au cas linéaire.....	57
	II.4. Imposition des pôles.....	59
	II.5. Application des régimes glissants au bras flexible.....	61
	II.6. Simulations et résultats.....	64
	II.7. Conclusion.....	68
<i>Chapitre III</i>	<b>COMMANDE FLOUE</b>	<b>81</b>
	III.1. Introduction.....	81
	III.2. Théorie des sous-ensembles flous et logique floue.....	82
	III.3. Contrôleur flou.....	86
	III.4. Application au bras flexible.....	88
	III.5. Simulations et résultats.....	90
	III.6. Conclusion.....	92

*Chapitre IV*

<b>LES RESEAUX DE NEURONES</b>	<b>101</b>
IV.1. Introduction.....	101
IV.2. Le neurone biologique.....	102
IV.3. Le neurone formel.....	102
IV.4. Les réseaux de neurones artificiels.....	103
IV.5. L'apprentissage.....	105
IV.6. Algorithmes d'apprentissage.....	105
IV.7. Optimisation des réseaux de neurones.....	106
IV.8. Contrôleur neuronal.....	109
IV.9. Conclusion.....	110

*Chapitre V*

<b>COMMANDE NEURO-LINGUISTIQUE</b>	<b>111</b>
V.1. Introduction.....	111
V.2. Structure du régulateur neuro-linguistique.....	112
V.3. Implémentation de la commande.....	113
V.4. Entraînement des réseaux.....	115
V.5. Simulations et résultats.....	116
V.6. Conclusion.....	118

<b>CONCLUSION GENERALE</b>	<b>129</b>
----------------------------	------------

<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	<b>132</b>
----------------------	------------

<b>ANNEXES</b>	<b>137</b>
----------------	------------

Annexe -A-.....	137
Annexe -B-.....	138
Annexe -C-.....	140
Annexe -D-.....	143
Annexe -E-.....	146
Annexe -F-.....	148

Symbole	Description
$a_i$	Coefficient du polynôme caractéristique du système original
$A$	Matrice de transition du système global
$A_c$	Matrice de transition sous forme compagne de commande
$A_n$	Dernière colonne de la matrice $A$
$A_r$	Matrice de transition du système réduit
$B$	Vecteur d'entrée du système global
$B_r$	Vecteur d'entrée du système réduit
$c_n$	Dernier élément du vecteur $C$
$C$	Matrice de sortie du système global
$C_a$	Sous-matrice du vecteur $C$
$C_i$	Facteur d'amortissement du $i^{\text{ème}}$ mode
$C_r$	Vecteur de sortie du système réduit
$D$	Fonction de dissipation du système
$E$	Module d'Young
$E_c$	Energie cinétique
$E_m$	Force contre électromotrice
$E_p$	Energie potentielle
$f$	Coefficient de frottement des balais du moteur
$F$	Matrice pour le régime stationnaire
$F(x,t)$	Force appliquée au bras concentrée au point $x$
$g$	Scalaire pour le domaine du mode de glissement
$G$	Module de cisaillement
$i$	Courant d'induit
$I$	Moment d'inertie par unité de surface
$J$	Moment d'inertie du système: articulation - bras - charge
$J_b$	Moment d'inertie du bras flexible
$J_c$	Moment d'inertie de la charge
$J_h$	Moment d'inertie de l'articulation
$J_m$	Moment d'inertie du moteur à courant continu
$J_T$	Moment d'inertie du système global: moteur - articulation - bras - charge
$k$	Facteur de cisaillement
$k_i$	Constante du couple électro-magnétique du moteur
$k_w$	Coefficient de l'intervention directe de la grandeur de consigne
$k_\omega$	Constante de la force contre électromotrice du moteur
$K$	Vecteur de contre-réaction
$K_a$	Vecteur de la contre-réaction partielle
$K_c$	Vecteur de contre-réaction pour la forme compagne de commande
$K_i$	Coefficient d'élasticité du $i^{\text{ème}}$ mode

L	Lagrangien du système
$L_b$	Longueur du bras flexible
$L_m$	Inductance du moteur
M	Moment fléchissant
$M(x,t)$	Moment appliqué au bras concentré au point x
$M_c$	Masse de la charge
$M_i$	Masse généralisée du mode i
n	Ordre du système
$p(x,t)$	force externe par unité de longueur
$p_i$	Pôles du système
$P_{bo}(s)$	Polynôme caractéristique du système en boucle ouverte
$P_{bf}(s)$	Polynôme caractéristique du système en boucle fermée
$q_i(t)$	Coordonnée généralisée du mode i
$Q_i$	Force généralisée du mode i
R	Relation flou
$R_m$	Résistance du circuit d'induit
s	Opérateur de Laplace
$s(X)$	Surface de glissement
S	Relation flou
t	Temps
$t_i$	Vecteur de la matrice T
T	Couple moteur
$T_c$	Matrice de passage à la forme compagne de commande
$T_e$	Couple électro-magnétique
u	Grandeur de commande
U	Référentiel
$u_m$	Tension du moteur à courant continu
$u_{eq}$	Grandeur de commande équivalente
$U_{max}$	Valeur maximale de la grandeur de commande
$U_{min}$	Valeur minimale de la grandeur de commande
w	Grandeur de consigne
$w(x,t)$	Deflexion
x	Abscisse le long du bras flexible
$x_i(t)$	Variable d'état
X	Vecteur d'état
$X_a$	Sous-vecteur du vecteur d'état
$X_c$	Vecteur d'état dans la forme compagne de commande
y	Grandeur de sortie

### Grec

$\alpha_1, \alpha_2$	Constantes d'amortissement de Rayleigh
$\Phi_i(x)$	Fonction modal du ième mode
$\mu A(u)$	Fonction d'appartenance au sous-ensemble flou A
$\theta(t)$	Angle de rotation du bras
$\omega$	Vitesse de rotation du bras
$\omega_i$	Fréquence propre du ième mode
$\zeta_i$	Coefficient d'amortissement du ième mode

### Indices

a	Sous-système (décomposition)
b	Paramètres du bras flexible
c	Paramètres de la charge
eq	Grandeur équivalente
h	Paramètres de l'articulation
i	Indice général
m	Paramètres du moteur
max	Valeur maximale
min	Valeur minimale
n	Dernier élément
r	Système réduit
w	Consigne

### Opérateurs

det	Déterminant
L	Opérateur de Lie
sgn	signe
$\partial/\partial$	Opérateur de dérivée partielle
$\delta$	Opérateur différentiel

### Notation

Fig.	Figure
Pl.	Planche
Tab.	Tableau

## INTRODUCTION GENERALE

---

*Depuis les temps les plus reculés, l'homme a toujours eu l'ambition de faire reproduire des actions humaines et animales en inventant des dispositifs artificiels...*

Une lignée d'ancêtres de robots remontent aux poupées mécaniques que les inventeurs ont imaginées pendant des centaines d'années pour divertir leurs clients. Un des premiers exemples connus est le pigeon de bois fabriqué vers 380 av. J.-C. par un ami du philosophe grec Platon [1]. Un autre célèbre automate fut le joueur d'échecs, fabriqué au XVIII<sup>e</sup> siècle par un Allemand, le baron W. Von Kempelen [1].

Aujourd'hui, les robots constituent une réalité pratique dans l'univers de la technique, notamment dans le domaine de l'industrie. Ils effectuent la majorité des tâches physiques, dangereuses ou répétitives nécessitant précision et rapidité, sans dégradation des performances. Désormais, dans les usines les robots-industriels servent à la peinture, au soudage, à la manutention, au chargement et aux tâches pénibles de forge, de fonderie ou de l'industrie nucléaire [1].

Les premières générations de robots furent développées avec des bras et des articulations rigides. Le développement de la robotique s'est ensuite orienté vers une augmentation de la vitesse des robot-manipulateurs et, parallèlement, vers une diminution de leur poids, donc de la rigidité des liaisons constitutives. D'autre part, les dynamiques de plus en plus élevées des systèmes de transmission, associées aux efforts développés, sont, là aussi, causes de déformations des liaisons. En effet, de nouvelles applications dans divers domaines nécessitent aujourd'hui, l'utilisation de bras de robots très longs pour avoir accès aux environnements hostiles (sites nucléaires, profondeurs maritimes). Leur représentation, en tant qu'association de corps rigides ou avec des rigidités partielles, n'est plus satisfaisante.

Ainsi, ces dernières années, les travaux de recherche en robotique concernent d'avantage l'étude des structures flexibles pour remédier aux problèmes de déformations élastiques d'une part, et pour exploiter les avantages que peuvent présenter les manipulateurs souples d'autre part.

Utilisant des matériaux légers, un manipulateur flexible possède des caractéristiques intéressantes: rapport élevé entre charge et masse, baisse du coût, augmentation de la vitesse, efficacité de l'énergie ... Ces performances sont exploitées en particulier dans le domaine de l'exploration spatiale, illustré par le robot R.M.S (Remote Manipulator System) développé par la firme Canadienne (SPAR Aerospace) pour équiper la navette spatiale Américaine. D'autres applications de la robotique flexible concernent le bâtiment, le nucléaire [1] ...

En revanche, la modélisation des bras flexibles présente les difficultés suivantes:

- Modèle dynamique complexe non-linéaire avec paramètres répartis et variables.
- Infinité de modes de vibration peu amortis.
- Interactions entre dynamiques rigides et flexibles.
- Problèmes dus aux singularités et aux couplages dans le cas des robots flexibles à plusieurs degrés de liberté.

Ainsi, de nombreux travaux ont été effectués pour décrire le comportement dynamique des bras de robots flexibles. Plusieurs méthodes de modélisation ont été développées dont les plus importantes sont: modèles linéaires[2], modèles non-linéaires[3], modèles s'appuyant sur le formalisme de Lagrange[4], le modèle de Bernoulli-Euler[2], la méthode des éléments finis[5].

La synthèse de la commande des bras flexibles a vu l'application de diverses techniques: contrôleur linéaire (LQG) [6], contrôleur non-linéaire[6], commande optimale[7], commande QFT [8], commande robuste [9], commande prédictive [10].

## ORGANISATION DU MANUSCRIT:

Notre travail porte sur l'étude d'un bras de robot souple à un degré de liberté. Trois techniques de commande sont développées puis appliquées au système: les régimes glissants, la commande floue et la commande neuro-linguistique.

Dans le chapitre 1, une introduction met en évidence les difficultés de la modélisation des manipulateurs flexibles. Une synthèse chronologique des différents travaux effectués dans ce domaine est présentée. Par la suite une étude détaillée du modèle choisi est proposée.

Le chapitre 2 traite la commande par modes de glissement. Nous mettons en évidence les conditions de glissement assurant l'efficacité de la commande, le choix de la surface de commutation par imposition de pôles. La synthèse de la commande à partir d'un modèle réduit, permet de simplifier le placement de pôles. Les performances de cette technique vis-à-vis du modèle global sont évaluées par des simulations numériques.

La seconde technique de commande fait l'objet du chapitre 3. Nous introduisons d'une part les principes de la théorie des sous-ensembles flous, et d'autre part, l'application de la logique floue dans la commande. Des simulations numériques en fin de chapitre permettent de tester les performances de cette commande.

Le chapitre 4 décrit les procédés des réseaux de neurones artificiels et leur pouvoir de généralisation. Nous abordons ainsi les points concernant leur configuration et leur apprentissage. Une étude bibliographique présente les diverses applications des réseaux artificiels, en particulier dans le domaine de la commande.

Le chapitre 5 est consacré à l'association des deux techniques donnant accès à la synthèse du contrôleur neuro-linguistique. L'implémentation du régulateur peut s'effectuer selon deux procédés. L'application du contrôleur au bras flexible permet de comparer l'efficacité de chacune des méthodes. Les performances du contrôleur sont illustrées par des simulations numériques.

Nous terminons notre travail par une conclusion générale tirée à partir de l'analyse de l'ensemble des résultats de simulation.

*Chapitre I*  
**MODELISATION  
DU BRAS FLEXIBLE**

---

Ce chapitre est consacré à la modélisation du bras flexible. Nous commençons par la présentation de quelques modèles existants. Nous nous intéressons ensuite au modèle utilisé pour notre travail que nous validons par des simulations.

**I.1. INTRODUCTION:**

Afin d'exploiter le potentiel offert par les bras de robots flexibles, on est contraint d'étudier les effets de flexibilité de leurs structures dans le but d'obtenir un modèle dynamique explicite, complet et précis.

---

## 1.2 METHODES DE MODELISATION DE ROBOTS FLEXIBLES:

Les performances dynamiques d'un manipulateur sont modélisées par des équations de mouvement basées sur la connaissance des lois physiques et la structure du procédé.

La complexité introduite par la nature distributive de la flexibilité des bras souples, a donné lieu à l'élaboration de plusieurs modélisations. Mathématiquement, une barre flexible peut présenter une grande variété de caractéristiques non-linéaires dépendant de son application particulière. De nombreux articles sont apparus dans la littérature [11,12,13], présentant les équations dynamiques de bras flexibles avec divers degrés de complexité. Celle-ci varie de modélisations linéaires simplifiées [14], aux modèles non-linéaires complexes et complets incluant les effets du fléchissement, de la torsion, du cisaillement, de l'élasticité centrifuge ou des termes de gravité [15,16,17].

En général, les méthodes de modélisation des robots flexibles sont une combinaison des techniques de modélisation des robots rigides et des méthodes d'analyse des structures flexibles. Toutes ces méthodes de modélisation utilisent un premier jeu de coordonnées relatives à la description des mouvements rigides qui sont en général de grande amplitude. Le deuxième type de mouvements est constitué des petits déplacements élastiques en général de faibles amplitudes.

En résumé, tous les travaux effectués dans ce domaine se heurtent aux principales catégories de problèmes suivants:

- *Problème statique:* Pour lequel on fait appel à la théorie de l'élasticité. Les forces inertielles sont calculées à partir des mouvements rigides, ensuite sont calculées les déformations statiques de la structure, soumises aux forces inertielles. La modélisation statique donne une idée sur la flexibilité de la structure en fonction des forces auxquelles elle est soumise, mais elle ne donne aucune information sur le comportement dynamique réel du système.
- *Problème dynamique découplé:* On suppose que les mouvements rigides influencent les mouvements élastiques, mais que ces derniers n'influencent pas sur les premiers.
- *Problème dynamique couplé:* On tient compte de l'influence mutuelle des modes flexibles et du mode rigide.
- *Problème de dynamique négligée:* On prend en considération un nombre limité de modes de vibrations. Ce qui engendre une erreur de modélisation.
- *Problème en valeurs propres du système linéarisé:* Les fréquences et les modes propres d'oscillations de faibles amplitudes sont déterminés autour d'une position définie (en général position du mode rigide).

### I.2.3. Modèle de Naganathan et Soni:[20]

En 1986 Naganathan et Soni présentent une méthode non-linéaire basée sur la méthode de Newton-Euler et le formalisme de Lagrange appliqués à un robot avec des segments flexibles soumis à trois déformations élastiques. Ces segments sont considérés comme des poutres tridimensionnelles de Timoshenko.

Les équations dynamiques du système entier sont obtenues après assemblage des équations des différents segments. La forme générale est la suivante:

$$M(q) d^2q/dt^2 + C(q, dq/dt) dq/dt + K(q, dq/dt, d^2q/dt^2) = Q(q, dq/dt, d^2q/dt^2) \quad (I.2.3.1)$$

M : Matrice d'inertie (symétrique)

C : Matrice des forces gyroscopiques et centrifuges de Coriolis (antisymétrique)

K : Matrice de rigidité (symétrique)

Q : Vecteur des forces généralisées dues aux forces extérieures et aux forces d'accélération de gravitation

q : Vecteur de variables généralisées élastiques.

### I.2.4. Modèle de De Luca: [21]

En 1989 De Luca et al. présentent une approche assez originale. Leur modèle est basé sur une méthode qui consiste à discrétiser l'énergie potentielle de la structure déformable du robot, par un système de solides rigides avec des masses réparties articulées entre elles et liées par des ressorts de rappel fictifs, convenablement choisis et localisés, qui simulent la flexibilité de la structure.

En utilisant ce procédé, le modèle dynamique est obtenu sous la forme:

$$M(q)dq/dt + C(q,dq/dt) + c(q) = G(q)Q \quad (I.2.4.1)$$

$q \in \mathbb{R}^n$  : Vecteur des coordonnées généralisées.

n : Nombre de liaisons du robot.

$Q \in \mathbb{R}^m$  : Vecteur de forces généralisées extérieures.

m : Nombre de forces généralisées appliquées au bras.

M : Matrice d'inertie définie positive (symétrique).

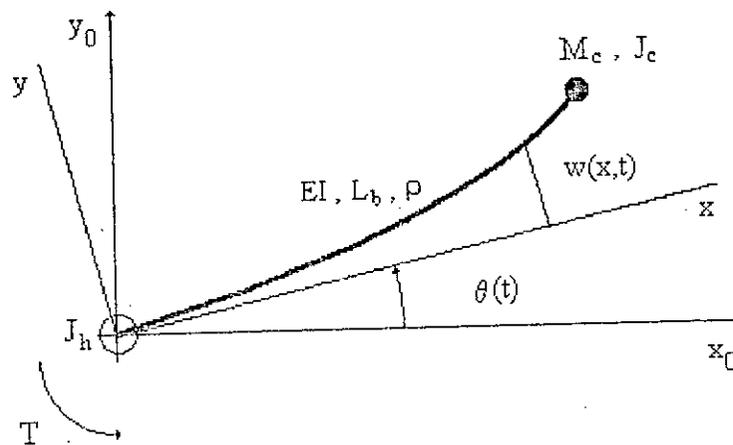
C : Vecteur des forces de Coriolis et des forces centrifuges.

e : Vecteur des forces de gravitation et d'élasticité.

G : Matrice de dimension (n × m) définissant l'effet des forces généralisées sur les coordonnées généralisées.

## I.3. ETUDE DU MODELE RETENU:

La modélisation du processus est l'étape la plus délicate dans le travail de l'automaticien, nous tentons dans ce qui suit, de construire un modèle simplifié, suffisamment précis et complet. Une représentation schématique du bras flexible à un degré de liberté est présentée dans la figure (I.3.1).



- $L_b$  : Longueur du bras manipulateur.
- $EI$  : Rigidité du bras flexible.
- $\rho$  : Masse linéaire du bras manipulateur.
- $J_h$  : Moment d'inertie de l'articulation.
- $M_c$  : Masse de la charge à l'extrémité du bras.
- $J_c$  : Moment d'inertie de la charge à l'extrémité du bras.
- $\theta$  : Angle de rotation de l'articulation.
- $w$  : Deflection par rapport à la position d'équilibre.
- $x$  : Position le long du bras.
- $T$  : Couple moteur.

Figure (I.3.1): Bras flexible à un degré de liberté

### I.3.1. Les équations de flexion:

En appliquant les lois de la dynamique des systèmes mécaniques et de la résistance des matériaux sur une portion infinitésimale le long d'une barre flexible, on obtient pour le modèle de Timoshenko l'équation suivante [27]:

$$EI \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - (J + EI\rho/kAG) \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + J\rho/kAG \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} = p(x,t) + \frac{J}{kAG} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - E \cdot \frac{I}{kAG} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (I.3.1.1)$$

- J : Moment d'inertie de la barre.
- A : Section de la barre.
- G : Module de cisaillement.
- k : Facteur dépendant du cisaillement.
- p(x,t) : Force externe par unité de longueur.

*Remarque:* Le détail des calculs est présenté dans l'annexe B.

Pour la modélisation du bras flexible à un degré de liberté (Fig.I.3.1), nous prenons en compte les considérations suivantes [28]:

- Le bras est une barre mince avec des caractéristiques géométriques uniformes et une distribution de masse homogène.
- Le bras étant articulé dans un plan latéral, les effets de la gravité, de la torsion et des forces axiales n'ont pas d'influence. Il n'est soumis qu'aux déformations élastiques.
- Les déformations non linéaires comme la friction, sont négligeables.
- La déflexion est petite ( $w < 0.1L_b$ ).

La première considération est celle qui caractérise la théorie de la barre de Bernoulli-Euler, impliquant que la déflexion d'une section le long du bras ne tient pas compte du cisaillement et des effets de l'inertie de rotation. La seconde est soutenue par une réalisation mécanique adéquate du bras flexible réel. Concernant la troisième considération, il est possible d'inclure les déformations non-linéaires aux dépens de la simplicité du modèle.

En négligeant l'effet d'inertie de rotation et celui du cisaillement, on obtient à partir de (I.3.1.1) pour le modèle d'Euler-Bernoulli [29] l'équation suivante (voir annexe B):

$$EI \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = p(x,t) \quad (I.3.1.2)$$

Avec des conditions aux limites déterminées au niveau des deux extrémités du bras (voir annexe C).

Une forme de la solution de (I.3.1.2) peut être obtenue par la méthode classique de séparation de variables [30].

$$w(x,t) = \Phi(x).q(t) \quad (\text{I.3.1.3})$$

$\Phi(x)$  : Fonction modale propre dépendant de la variable spatiale.  
 $q(t)$  : Coordonnée généralisée dépendant de la variable temporelle.

On aboutit aux deux équations découplées suivantes:

$$d^4\Phi(x)/dx^4 - \beta^4 \cdot \Phi(x) = 0 \quad (\text{I.3.1.4})$$

$$d^2q(t)/dt^2 + \omega^2 \cdot q(t) = 0 \quad (\text{I.3.1.5})$$

Avec:

$$\beta^4 = \omega^2 \rho / EI \quad (\text{I.3.1.6})$$

$\omega$  : fréquence naturelle du système

Les solutions générales des équations:

$$\Phi(x) = A \cdot \cos(\beta x) + B \cdot \sin(\beta x) + C \cdot \cosh(\beta x) + D \cdot \sinh(\beta x) \quad (\text{I.3.1.7})$$

$$q(t) = E \cdot \cos(\omega t) + F \cdot \sin(\omega t) \quad (\text{I.3.1.8})$$

Les valeurs  $\beta$ , A, B, C, D, E et F sont déterminées selon les conditions aux limites et les conditions initiales dans le régime libre du bras manipulateur [4].

*Remarque:* Les calculs des fonctions modales et des fréquences propres sont présentés dans l'annexe C.

### 1.3.2. Détermination de la base modale:

Les modes propres et les fréquences naturelles du système sont caractéristiques de celui-ci, indépendamment de toute influence externe. Le calcul se fait en régime libre, défini comme le mouvement naturel, obtenu en l'absence de toute excitation extérieure.

Deux cas sont à considérer: bras pivotant (cas réel) et bras encastré (cas approximé) [4,22,28]. La différence entre les deux approches concerne deux points essentiels:

- Les conditions aux limites ne sont plus les mêmes au niveau de l'articulation.
- Le mode rigide reste fixé dans le cas du bras encastré.

(i) Bras encastré : [4]

L'encastrement décrit des conditions aux limites où l'articulation est considérée comme étant fixée. Il n'y a donc pas d'influence de la rotation du mode rigide sur les modes flexibles. Le comportement dynamique du système est alors décrit par le mouvement du mode rigide, les déflexions sont calculées dans le cas statique (cas du problème statique décrit en §I.2). L'application des lois de la dynamique donne les équations suivantes (voir annexe C):

$$\begin{aligned}
 \Phi(0) &= 0 \\
 d\Phi(0)/dx &= 0 \\
 \rho d^2\Phi(L)/dx^2 &= J_c \beta^4 \cdot d\Phi(L)/dx \\
 \rho d^3\Phi(L)/dx^3 &= -M_c \beta^4 \cdot \Phi(L)
 \end{aligned}
 \tag{I.3.2.1}$$

(ii) Bras articulé : [22]

Dans ce cas, la rotation de l'articulation étant prise en considération, il faut donc tenir compte des vibrations de l'ensemble de la structure. Le calcul implique les propriétés d'inertie des modes flexibles ainsi que celles du mode rigide (cas du problème dynamique). Les conditions aux limites sont:

$$\begin{aligned}
 \Phi(0) &= 0 \\
 \rho d^2\Phi(0)/dx^2 &= J_0 \beta^4 d\Phi(0)/dx \\
 \rho d^2\Phi(L)/dx^2 &= J_c \beta^4 d\Phi(L)/dx \\
 \rho d^3\Phi(L)/dx^3 &= -M_c \beta^4 \Phi(L)
 \end{aligned}
 \tag{I.3.2.2}$$

Le développement des calculs amène à une infinité de solutions correspondant à un nombre infini de modes de vibration pour les deux cas considérés.

Pour la comparaison des deux méthodes de modélisation et suivant la variation de l'inertie de l'articulation, les fréquences propres du système sont présentées dans le tableau suivant:

Méthode	Bras articulé			Bras encastré
	$J_b/J_h$	100	1	
$\omega_1$	31.4581	10.5084	7.5775	7.5410
$\omega_2$	87.9634	47.8507	47.2645	47.2547
$\omega_3$	158.1628	132.5352	132.3279	132.3258

Tableau (I.3.2.1): Comparaison entre le modèle articulé et encastré suivant l'augmentation de l'inertie de l'articulation.

La consultation du tableau (I.3.2.1) indique que pour de grandes valeurs du moment d'inertie de l'articulation, on peut envisager l'approximation du modèle par le cas encastré.

*Remarque:* Les calculs sont effectués à vide. Les paramètres du système sont présentés dans l'annexe A.

### I.3.3. Equations de mouvement:

La cinématique du bras (Fig.I.3.1) est décrite par le vecteur de position absolue défini par:

$$P = \begin{bmatrix} x \cos\theta(t) - w(x,t)\sin\theta(t) \\ x \sin\theta(t) + w(x,t)\cos\theta(t) \end{bmatrix} \quad (I.3.3.1)$$

$\theta(t)$  : angle de rotation du bras flexible.

$w(x,t)$  : déflexion par rapport à la position du mode rigide.

Le formalisme de Lagrange est utilisé pour obtenir les équations linéaires de mouvement d'un bras flexible à un degré de liberté, soumis à un couple appliqué au niveau de l'articulation.

Pour simplifier l'analyse, on introduit la transformation de variables [2,4,22]:

$$y(x,t) = x.\theta(t) + w(x,t) \quad (I.3.3.2)$$

Etant donnée l'influence de plus en plus négligeable des modes supérieurs [2], une approximation du modèle est obtenue à partir du développement précédent (§ I.3.2), en considérant un nombre fini de fréquences et de fonctions modales propres.

Pour  $n$  premiers modes de vibration, la déformation aura la forme suivante:

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^n \Phi_i(x) \cdot q_i(t) \quad (I.3.3.3)$$

L'expression de l'énergie cinétique du système est [4,27]:

$$E_c = (J_h + J_c + M_c L^2 + \rho L^3/3)(d\theta/dt)^2 + 1/2 \int_0^L \rho (\partial w/\partial t)^2 dx \quad (I.3.3.4)$$

En tenant compte de la condition d'orthogonalité [27]:

$$\int_0^L \Phi_i \Phi_j dx = 0 \quad \text{si } i \neq j \quad (I.3.3.5)$$

nous aboutissons à l'équation:

$$E_c = 1/2 J (d\theta(t)/dt)^2 + 1/2 \sum_{i=1}^n M_i (dq_i/dt)^2 \quad (I.3.3.6)$$

où:

$$M_i = \int_0^L \rho \cdot \Phi_i^2 dx \quad (I.3.3.7)$$

$$J = J_h + J_c + M_c L^2 + \rho L^3/3 \quad (I.3.3.8)$$

L'expression de l'énergie potentielle est [27]:

$$E_p = 1/2 \int_0^L EI (\partial^2 w/\partial x^2)^2 dx \quad (I.3.3.9)$$

Les conditions d'orthogonalité conduisent à l'équation:

$$E_p = 1/2 \sum_{i=1}^n K_i \cdot q_i^2 \quad (I.3.3.10)$$

avec:

$$K_i = \int_0^l EI(d^2\Phi_i/dx^2)^2 dx \quad (I.3.2.11)$$

L'expression de la fonction de dissipation est [27]:

$$D = 1/2 \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n C_{ij} (dq_i/dt)(dq_j/dt) \quad (I.3.3.12)$$

La condition de Rayleigh sur l'amortissement [27,29] considère la matrice de dissipation comme combinaison linéaire de la matrice de l'énergie cinétique et celle de l'énergie potentielle du système.

Dans ce cas la matrice de dissipation est diagonale:

$$D = 1/2 \sum_{i=0}^n C_i (dq_i/dt)^2 \quad (I.3.3.13)$$

Avec:

$$C_i = \alpha_1 M_i + \alpha_2 K_i \quad (I.3.3.14)$$

Les forces généralisées  $Q_i$  sont déterminées à partir du travail  $\delta W$  dû aux forces appliquées, pour un déplacement virtuel  $\delta q_i$  [27]:

$$\delta W = F(x,t)\delta w(x,t) + M(x,t)\delta(\partial w(x,t)/\partial t) \quad (I.3.3.15)$$

$F(x,t)$ ,  $M(x,t)$  étant respectivement la force et le moment concentrés au point  $x$ . Le bras n'étant soumis qu'au couple moteur au niveau du bout articulé,  $F$  et  $M$  s'écrivent:

$$F(x,t) = 0 \quad 0 \leq x \leq L \quad (I.3.3.16)$$

$$M(x,t) = 0 \quad 0 < x \leq L \quad (I.3.3.17)$$

$$M(0,t) = T$$

d'où :

$$\delta W = T \sum_{i=1}^n (d\Phi_i(0)/dx)\delta q_i \quad (I.3.3.18)$$

$$Q_i = \delta W/\delta q_i \quad (I.3.3.19)$$

Et donc par identification:

$$Q_i = (d\Phi_i(0)/dx)T \quad (I.3.3.20)$$

- $E_c$  : Energie cinétique du système.  
 $E_p$  : Energie potentielle du système.  
 $D$  : Fonction de dissipation du système.  
 $M_i$  : Masse généralisée du  $i^{\text{ème}}$  mode.  
 $K_i$  : Coefficient élastique du  $i^{\text{ème}}$  mode.  
 $C_i$  : Facteur d'amortissement du  $i^{\text{ème}}$  mode.  
 $Q_i$  : Force généralisée du  $i^{\text{ème}}$  mode.  
 $\alpha_1, \alpha_2$  : Constantes déterminées expérimentalement.

Equation de Lagrange:

$$L = E_c - E_p \quad (I.3.3.21)$$

$$d(\partial L / \partial \dot{q}_i) / dt - \partial L / \partial q_i = Q_i - \partial D / \partial \dot{q}_i \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (I.3.3.22)$$

Avec:

$$q_0(t) = \theta(t) \quad (I.3.3.23)$$

L'équation de Lagrange appliquée aux équations non homogènes (I.3.2.30), permet l'obtention d'un système de  $n+1$  équations différentielles du second ordre de la forme:

$$J d^2 \theta(t) / dt^2 = T - f d\theta(t) / dt \quad (I.3.3.24)$$

$$d^2 q_i / dt^2 + 2\zeta_i \omega_i dq_i / dt + \omega_i^2 q_i = \frac{T}{M_i} d\Phi_i(0) / dx \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Avec:

$$\omega_i^2 = K_i / M_i \quad (I.3.3.25)$$

$$2\zeta_i \omega_i = C_i / M_i \quad (I.3.3.26)$$

$$f = C_0 \quad (I.3.3.27)$$

- $\omega_i$  : Pulsation propre du  $i^{\text{ème}}$  mode.  
 $\zeta_i$  : Coefficient d'amortissement du  $i^{\text{ème}}$  mode.  
 $f$  : Coefficient de frottement visqueux.

Remarque (1): La condition d'amortissement de Rayleigh (1.3.3.14) est donc équivalente à l'équation:

$$2\zeta_i \omega_i = \alpha_1 + \alpha_2 \omega_i^2 \quad (1.3.3.28)$$

Remarque (2): Le cas encastré où  $d\Phi_i(0)/dx = 0$ , donne les équations:

$$d^2 q_i / dt^2 + 2\zeta_i \omega_i dq_i / dt + \omega_i^2 q_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.3.3.29)$$

Dans ce cas il y a lieu de constater qu'effectivement le mode rigide n'influe pas sur les modes flexibles et vice-versa.

Dans notre travail, on se limitera à trois modes flexibles en plus du mode rigide pour la modélisation dynamique. Cette approche présente un compromis acceptable entre la précision et la simplicité du modèle comme illustré par les simulations en fin de chapitre.

Pour la commande en couple, les équations (1.3.3.24) conduisent à la représentation d'état suivante:

$$\frac{dX(t)}{dt} = A.X(t) + B.u(t) \quad (1.3.3.30)$$

$$Y(t) = C^T.X(t)$$

Avec:

$$X(t) = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \frac{d\theta(t)}{dt} \\ q_1(t) \\ \frac{dq_1(t)}{dt} \\ q_2(t) \\ \frac{dq_2(t)}{dt} \\ q_3(t) \\ \frac{dq_3(t)}{dt} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \\ 0 \\ \frac{d\Phi_1(0)/dx}{M_1} \\ 0 \\ \frac{d\Phi_2(0)/dx}{M_2} \\ 0 \\ \frac{d\Phi_3(0)/dx}{M_3} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & x \\ \Phi_1(x) & 0 \\ 0 & \Phi_1(x) \\ \Phi_2(x) & 0 \\ 0 & \Phi_2(x) \\ \Phi_3(x) & 0 \\ 0 & \Phi_3(x) \end{bmatrix}$$

$$Y(t) = \begin{bmatrix} y \\ dy/dt \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-f}{J} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-d\Phi_1(0) f}{dx J} & -\omega_1^2 & -2\xi_1\omega_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-d\Phi_2(0) f}{dx J} & 0 & 0 & -\omega_2^2 & -2\xi_2\omega_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-d\Phi_3(0) f}{dx J} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_3^2 & -2\xi_3\omega_3 \end{bmatrix}$$

#### I.3.4. Introduction de l'actionneur:

Le bras manipulateur flexible est entraîné directement par un moteur à courant continu qui fournit le couple de commande (Fig.I.3.4.1).

Les équations du moteur à excitation séparée à flux constant se présentent:

Equation électrique :

$$u_m = R_m i_m + L_m di_m/dt + E_m \quad (1.3.4.1)$$

Equation mécanique:

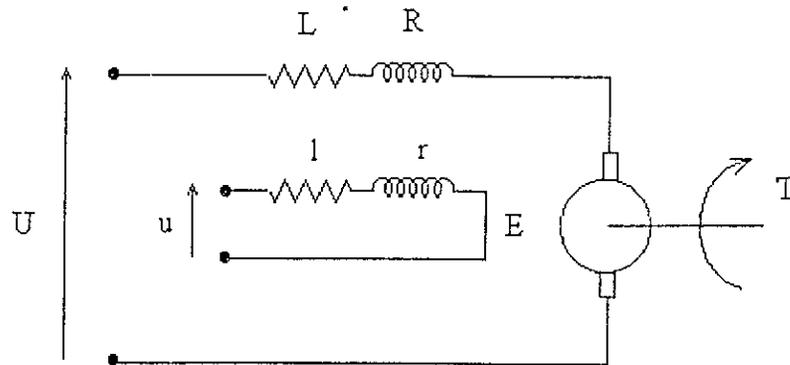
$$J_m d\omega/dt = T_e - f_m \omega - T \quad (1.3.4.2)$$

Equations électro-mécaniques:

$$E_m = k_\omega \cdot \omega \quad (1.3.4.3)$$

$$T_e = k_i \cdot i \quad (1.3.4.4)$$

- $T_e$  : Couple électro-magnétique
- $T$  : Couple agissant sur le bras souple.
- $u_m$  : Tension de commande.
- $i_m$  : Intensité courant électrique.
- $\omega$  : Vitesse de rotation.
- $R_m$  : Résistance du moteur.
- $L_m$  : Inductance du moteur.
- $E_m$  : Force contre électromotrice.
- $f_m$  : Coefficient de frottements visqueux.
- $J_m$  : Moment d'inertie du moteur.
- $k_\omega, k_i$  : Constantes du moteur.



U, R, L : Induit.  
 u, r, l : Inducteur.

Figure (1.3.4.1): Schéma synoptique du moteur à courant continu, à excitation séparée.

En associant les équations dynamiques du bras de robot avec celles du moteur, les équations suivantes sont obtenues:

$$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = \frac{k_i}{J_T} i - \frac{(f_m + f)}{J_T} \frac{d\theta(t)}{dt} \tag{1.3.4.5}$$

$$\frac{d^2q_i}{dt^2} + 2\zeta_i \omega_i \frac{dq_i}{dt} + \omega_i^2 q_i = \frac{d\Phi_i(0)}{dx} \frac{J}{J_T M_i} (k_i i - (f_m + \frac{J_m}{J} f) \frac{d\theta(t)}{dt})$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

Les équations d'état du système moteur-bras sont alors:

$$\frac{dX_m(t)}{dt} = A_m X_m(t) + B_m u(t) \tag{1.3.4.6}$$

$$Y(t) = C_m^T X_m(t)$$

Avec:

$$X_m(t) = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \frac{d\theta(t)}{dt} \\ q_1(t) \\ \frac{dq_1(t)}{dt} \\ q_2(t) \\ \frac{dq_2(t)}{dt} \\ q_3(t) \\ \frac{dq_3(t)}{dt} \\ i_m(t) \end{bmatrix} \quad B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_m} \end{bmatrix} \quad C_m = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & x \\ \Phi_1(x) & 0 \\ 0 & \Phi_1(x) \\ \Phi_2(x) & 0 \\ 0 & \Phi_{21}(x) \\ \Phi_3(x) & 0 \\ 0 & \Phi_3(x) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-(\Gamma_m + f)}{J_T} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{0}{J_T} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-d\Phi_1(0)(J\Gamma_m - J_m f)}{dx J_T M_1} & -\omega_1^2 & -2\xi_1 \omega_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{d\Phi_1(0) Jk_i}{dx J_T M_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-d\Phi_2(0)(J\Gamma_m - J_m f)}{dx J_T M_2} & 0 & 0 & -\omega_2^2 & -2\xi_2 \omega_2 & 0 & 0 & \frac{d\Phi_2(0) Jk_i}{dx J_T M_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-d\Phi_3(0)(J\Gamma_m - J_m f)}{dx J_T M_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_3^2 & -2\xi_3 \omega_3 & \frac{d\Phi_3(0) Jk_i}{dx J_T M_3} \\ 0 & \frac{-k_\omega}{L_m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{R_m}{L_m} \end{bmatrix}$$

#### I.4. SIMULATIONS EN BOUCLE OUVERTE:

##### *(i) Paramètres du système:*

Les paramètres physiques du bras de robot flexible étudié, sont illustrés en annexe (voir Annexe -A-). Le bras flexible utilisé est une barre en Aluminium de type 6061-T06. Une de ses extrémités est chargée dont la masse nominale est de 1 kg, l'autre extrémité étant fixée sur une articulation rigide montée directement sur un axe vertical d'un moteur à courant continu.

Deux moteurs sont présentés:

- Le premier représente l'actionneur correspondant au dispositif expérimental utilisé par E.Barbieri en 1988 [ ], il est appelé Moteur 1.
  - Le second est un moteur que nous avons envisagé pour actionner le bras flexible, il est appelé Moteur 2. Connaissant approximativement la puissance ainsi que les qualités que doit posséder un actionneur pour permettre au bras flexible d'avoir des performances dynamiques intéressantes, nous avons choisi ce moteur parmi un ensemble de moteurs à courant continu utilisés en robotique.
- Une comparaison des deux actionneurs sera explicitée par des simulations.

##### *(ii) Procédure de simulation:*

L'objet de ce paragraphe est la mise en évidence de la procédure suivie pour simuler le comportement dynamique du bras de robot flexible. Sachant que tous les résultats ultérieurs qui concernent, soit l'étude en boucle ouverte, soit l'étude des commandes sont liés à la manière avec laquelle les calculs numériques sont effectués.

La première étape consiste à calculer les valeurs numériques des paramètres qui font partie du modèle mathématique du bras de robot flexible, étudié durant ce travail, soit: les fréquences des modes de vibrations et les fonctions modales. Pour cela, nous avons utilisé le logiciel mathématique de Microsoft, Mathcad, caractérisé par le calcul symbolique.

Le tableau (1.4.1) présente les résultats du calcul fréquentiel appliqué aux deux cas articulé et encastré, par l'analyse modale (§ 1.3.2) d'une part, et l'approche de Lagrange (1.3.3.25) d'autre part:

Méthode	Bras articulé			Bras encastré		
	Modale	Lagrange	$\Delta\omega/\omega$	Modale	Lagrange	$\Delta\omega/\omega$
$\omega_1$	33.1647	33.0688	$2.89 \cdot 10^{-3}$	7.5410	7.5410	0
$\omega_2$	108.2164	107.1964	$9.43 \cdot 10^{-3}$	47.2587	47.2586	$2.12 \cdot 10^{-6}$
$\omega_3$	227.9169	224.0174	$17.11 \cdot 10^{-3}$	132.3258	132.3240	$14.60 \cdot 10^{-6}$

Tableau (1.4.1): Détermination des fréquences propres du système par l'analyse modale et par l'approche de Lagrange.

Des résultats obtenus dans le tableau (1.4.1), deux constatations sont tirées:

- La précision des calculs diminue pour les hautes fréquences. Néanmoins, ceci n'altère pas la précision du modèle, puisque la dynamique des modes supérieurs est négligeable.
- Les résultats dans le cas encastré étant plus précis, nous pouvons conclure que la condition d'orthogonalité (1.3.3.5) s'applique dans cette circonstance. Cependant, les résultats obtenus dans le cas articulé montrent que la condition reste valable.

Les fonctions modales du mode rigide et des trois premiers modes flexibles correspondantes aux modèles articulé et encastré, sont représentées sur les planches (I.1 et I.2)

Une fois le modèle numérique établi, nous avons procédé à son intégration. L'algorithme utilisé est celui de Runge-Kutta d'ordre quatre.

Pour le choix de la période d'échantillonnage, on s'est basé sur le théorème de Shannon qui indique la borne supérieure. Après plusieurs essais, notre choix s'est porté sur la fréquence d'échantillonnage de 1kHz qui offre une bonne précision et une rapidité de calcul convenable.

Les algorithmes de simulation sont programmés en Turbo-C.

(iii) *Choix des entrées du système:* (pp.30-33)

Cette étape concerne le choix des entrées à appliquer au système pour l'étude de son comportement dynamique et l'influence des différents paramètres du système sur celui-ci en boucle ouverte.

Deux entrées en couple ont été appliquées: une impulsion d'amplitude 10 N.m et de durée 0.05 s et un échelon de 10 N.m.

Pour la réponse à une impulsion (Pl.I.3 et Pl.I.4):

- Le mode rigide est linéairement croissant (Fig.I.3.a).
- La position totale de l'extrémité chargée du bras flexible suit le mode rigide avec des oscillations qui sont constatées pendant les premiers instants de simulation (Fig.I.3.d). Ces oscillations sont dues à la déflexion (Fig.I.3.c).
- Les dérivées premières des précédentes réponses sont illustrées dans la planche (I.4).

Pour la réponse à un échelon (Pl.I.5 et Pl.I.6):

- Le mode rigide prend la forme parabolique (Fig.I.5.a), sa dérivée première est linéairement croissante (Fig.I.6.a).
- La position totale de l'extrémité chargée du bras flexible est similaire au mode rigide et ne présente aucune oscillation (Fig.I.5.d).
- Dans ce cas la déflexion est négative (Fig.I.3.a). Le mode rigide entraîne le bras flexible et s'impose sur tous les autres mode flexible, ce qui explique le signe négative de la déflexion, qui est une position relative et dont l'effet sur le système n'apparaît pas.

Pour mettre en évidence la dynamique flexible du bras, nous allons donc choisir une entrée en impulsion pour toutes les simulations en boucle ouverte.

*(iv) Etude du nombre de modes flexibles: (pp.34-38)*

Cette partie met en évidence l'influence du nombre de modes flexibles dans le mouvement du système ainsi que leur évolution.

Une entrée impulsionnelle en couple est appliquée au système dont le modèle mathématique comprend le mode rigide ainsi que les quatre premiers modes flexibles. Chaque mode est ensuite simulé, ainsi que sa dérivée première. Les simulations des superpositions des deux, trois, et quatre premiers modes de flexion sont présentées par la suite.

Nous constatons les faits suivants:

- La fréquence d'oscillation augmente d'un mode à l'autre, leur amplitude maximale, par contre, diminue pour les réponses en position et en vitesse (Pl.I.7 et Pl.I.8).
- La superposition des modes montre que la déflexion composée de quatre modes flexibles est identique à celle de trois, ce qui n'est pas le cas pour la déflexion qui comporte deux modes où l'amplitude des oscillations est plus réduite, en particulier aux premiers instants du mouvement. Au niveau des vitesses, le phénomène est plus remarquable (Pl.I.9, Pl.I.10 et Pl.I.11).

Les résultats obtenus nous permettent de conclure qu'un modèle comprenant le mode rigide et les trois premiers modes flexibles est suffisamment précis pour représenter le mouvement vibratoire d'un bras de robot flexible, et une augmentation de l'ordre du système s'avère non nécessaire.

*(v) Etude du modèle encastré: (pp.39-40)*

On procède dans cette partie à la simulation du modèle encastré du bras de robot flexible. Les résultats sont comparés aux simulations précédentes qui concernent le modèle articulé (Pl.I.12 et Pl.I.13).

- On constate qu'il n'y a pas de changement dans la réponse du mode rigide, car celui-ci ne dépend pas des conditions aux limites du bras flexibles (Fig.I.12.a).
- La fréquence du premier mode flexible (Fig.I.12.b) est faible, ce qui engendre une modulation qui apparaît au niveau la déflexion (Fig.I.12.c) et qui disparaît après quelques instants quand le deuxième et troisième mode flexibles deviennent très faibles, la déflexion est alors égale au premier mode.
- On retrouve les mêmes remarques sur la position totale de l'extrémité chargée qui n'est que la somme algébrique du mode rigide et de la déflexion (Fig.I.12.d).

Nous concluons d'après ce qui vient d'être présenté, que le modèle encastré n'est pas suffisamment précis pour approximer le modèle réel.

*(vi) Mesure de la déflexion le long du bras: (pp. 41-43)*

Une impulsion unitaire en couple est appliquée à l'entrée du système. Nous prélevons, par la suite, les positions, les déflexions et les vitesses sur quatre points différents le long du bras flexible: 0.2 ; 0.4 ; 0.6 et 0.8 m à partir de son extrémité articulée (Pl.I.14 , Pl.I.15 et Pl.I.16).

- La position totale devient importante en s'éloignant de l'articulation sur la majorité de l'intervalle de simulation, à cause de la nature de la mesure effectuée, qui est un arc. Toutefois, on constate des oscillations non uniformément distribuées pour les quatre cas (Pl.I.14).
- L'amplitude maximale des vibrations varie pour les différents points d'une manière irrégulière: elle augmente entre les points 0.2 et 0.4 m, mais se rétrécit entre 0.6 et 0.8 m (Pl.I.15). Ceci revient à la nature de distribution des fonctions modales le long de la barre flexible, une distribution qui n'est pas linéaire.
- Pour la même raison, on remarque que jusqu'au point 0.6 m, la première déflexion dans le temps est positive alors qu'elle est négative au point 0.8 m.
- Les vitesses présentent les mêmes remarques (Pl.I.16).

*(vii) Variation de la longueur du bras: (pp.44-45)*

Nous allons traiter dans cette partie, l'effet de la longueur du bras sur son mouvement.

En premier lieu, les fréquences et fonctions modales correspondantes aux différentes longueurs suivantes: 0.7 ; 0.9 ; 1.1 et 1.3 m sont calculées par la méthode exposée précédemment ( §I.4.ii).

Les différentes positions et déflexions sont alors recueillies et analysées (Pl.I.17 et Pl.I.18).

- La position totale de l'extrémité chargée du bras diminue avec l'augmentation de sa longueur (Pl.I.17). L'effet des oscillations par contre devient plus important à cause du mode rigide qui devient faible par l'effet de l'inertie de la barre, sachant que l'entrée appliquée est la même.
- L'amplitude maximale ainsi que la fréquence des déflexions diminuent avec l'augmentation de la longueur du bras (Pl.I.18).

*(viii) Variation de la charge: (pp.46-48)*

Cette partie introduit l'influence de la charge sur le mouvement du bras flexible.

En utilisant la méthode de calcul habituelle pour la détermination des fréquences et fonctions modales, quatre modèles numériques sont identifiés pour les valeurs des charges suivantes: 0.2 ; 0.5 ; 1.5 et 5 kg.

Les réponses dynamiques pour chaque masse sont ensuite étudiées (Pl.I.19 , Pl.I.20 et Pl.I.21).

- La position totale de l'extrémité chargée du bras flexible diminue avec l'augmentation de la masse (Pl.I.19). En effet, le couple appliqué devient insuffisant pour les charges élevées.

-L'amplitude et la fréquence d'oscillations de la déflexion décroissent avec l'augmentation de la charge (Pl.I.20).

En effet, plus le système est lourd, plus il est lent et moins vibrant.

*(ix) Introduction de l'actionneur: (pp.49-51)*

Cette section est consacrée à l'étude des moteurs à utiliser comme actionneur de notre bras de robot flexible.

Deux moteurs à courant continu sont introduits. Les réponses dynamiques sont représentées sur les planches (Pl.I.22 , Pl.I.23 et Pl.I.24).

- La réponse du système correspondant au moteur 2 est plus rapide que celle du moteur 1 (Pl.I.22 et Pl.I.23).

Nous constatons dans ce cas, que le mode rigide ne se comporte pas de la même manière que dans les simulations précédentes, ceci est dû à l'amortissement introduit par les moteurs.

- Le couple de commande fourni par le moteur 2 est plus important que celui délivré par le moteur 1 (Pl.I.24).

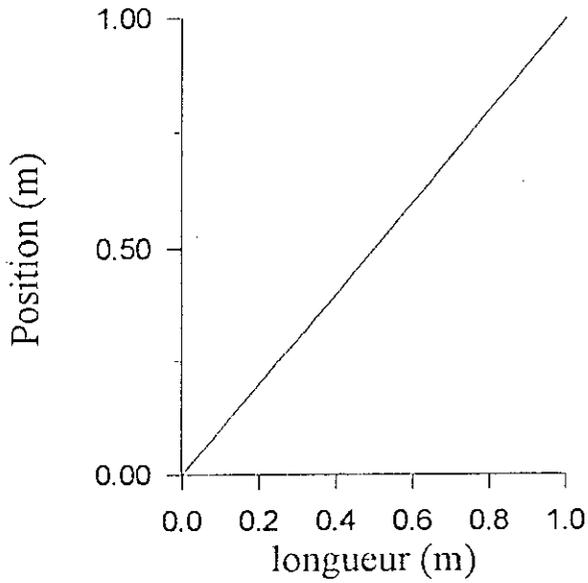
D'après ces résultats, il est plus intéressant d'utiliser le moteur 2 à cause des capacités qu'il offre au système.

Le moteur 1, qui est un moteur de faible puissance, peut être utilisé avec une contrebalance, comme c'est le cas de l'application de Barbieri [18], pour pouvoir arriver à des performances dynamiques intéressantes du système.

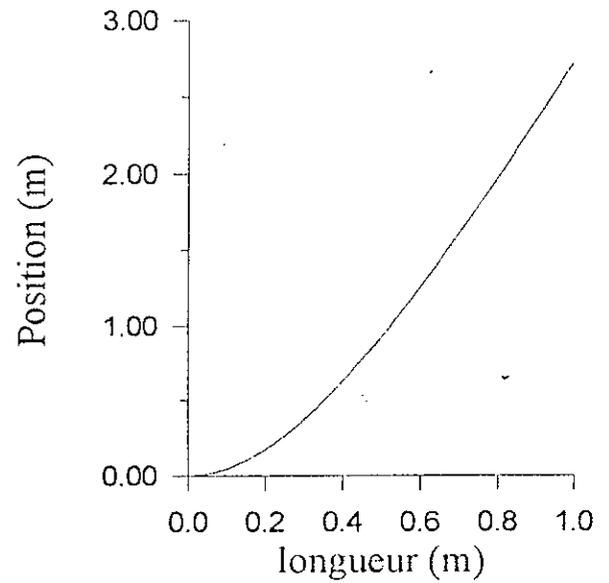
## I.5. CONCLUSION:

Dans ce chapitre, nous avons présenté une synthèse de quelques méthodes de modélisation des robots flexibles. Le point commun de toutes ces approches, est qu'elles sont souvent une combinaison de méthodes de modélisation des robots rigides et de méthodes d'analyse des structures flexibles, donnant lieu à une difficulté principale, à savoir la prise en compte des effets de couplage entre modes rigides et modes flexibles.

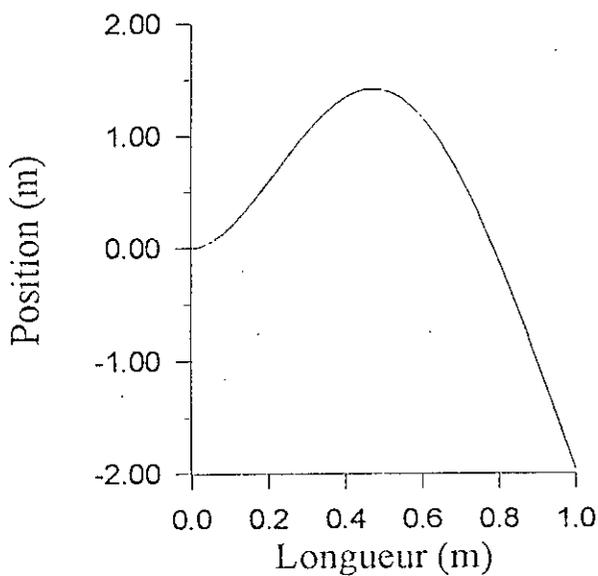
Les simulations numériques permettent l'étude du comportement dynamique en boucle ouverte de la structure flexible comportant plusieurs modes de vibrations très peu amortis. Le choix du modèle articulé à trois modes flexibles, s'avère convenable pour le meilleur compromis entre précision et simplicité. La modification des paramètres du bras, en particulier la charge, influe de façon notable sur les modes propres du bras souple, et comme nous le verrons par la suite, nécessite l'utilisation de techniques de commande robustes pour compenser les variations significatives de dynamique.



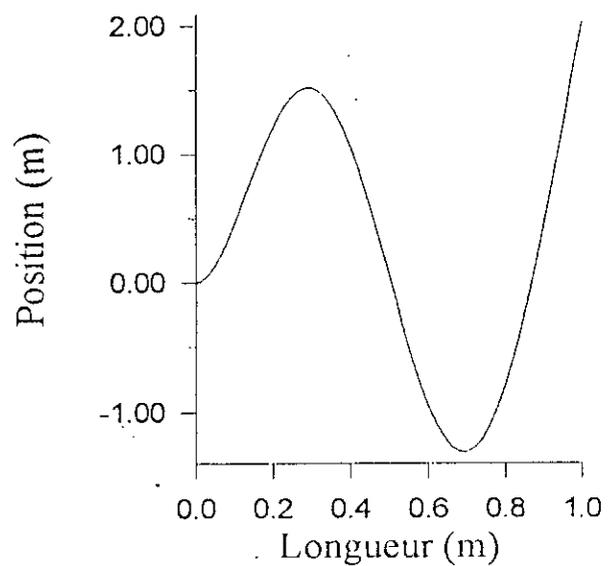
*mode rigide*



*Premier mode flexible*

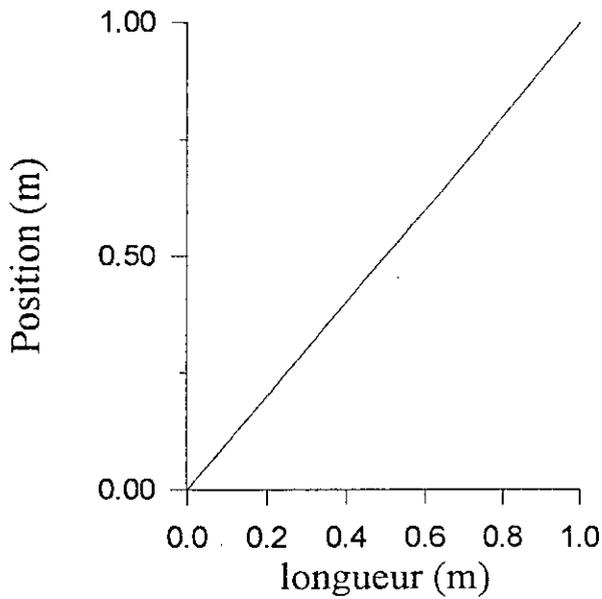


*Deuxième mode flexible*

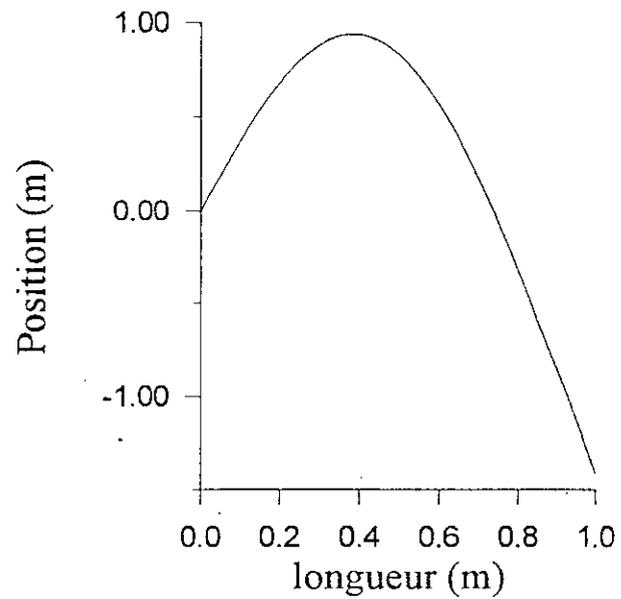


*Troisième mode flexible*

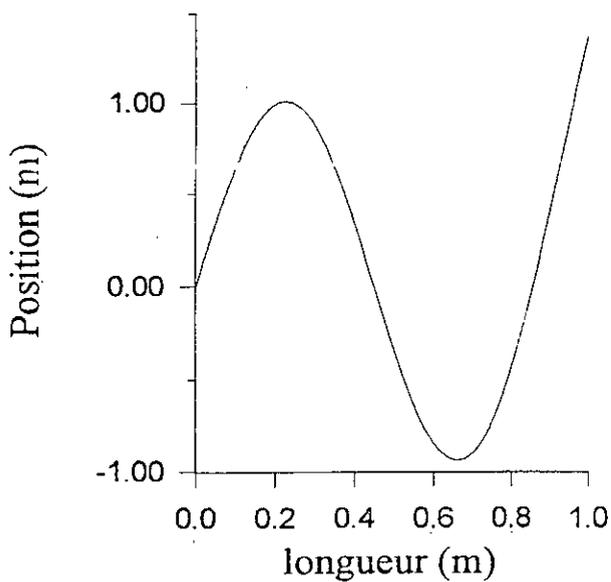
PLI.1: Fonctions modales pour le cas encasté.



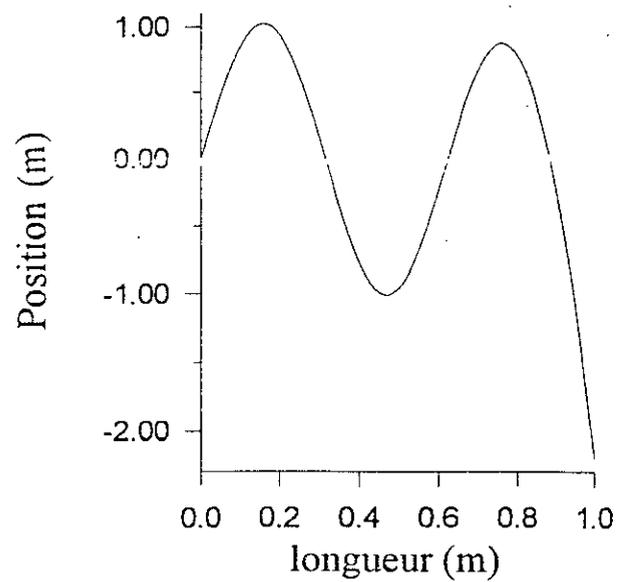
*mode rigide*



*Premier mode flexible*



*Deuxième mode flexible*



*Troisième mode flexible*

Pl.I.2: Fonctions modales pour le cas articulé.

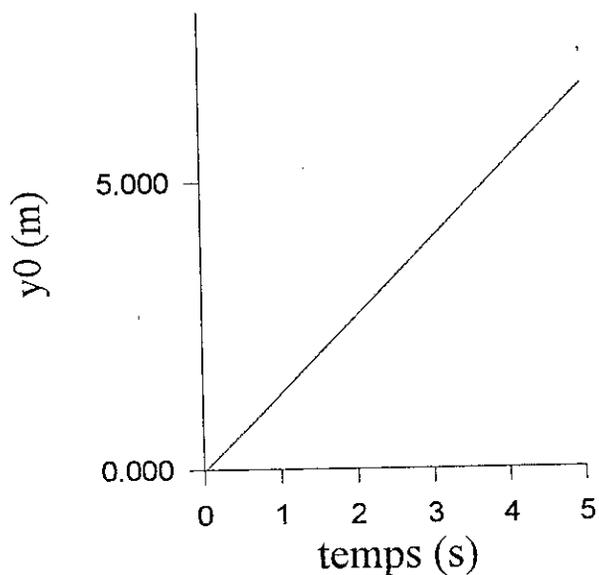


Fig.a: Mode rigide

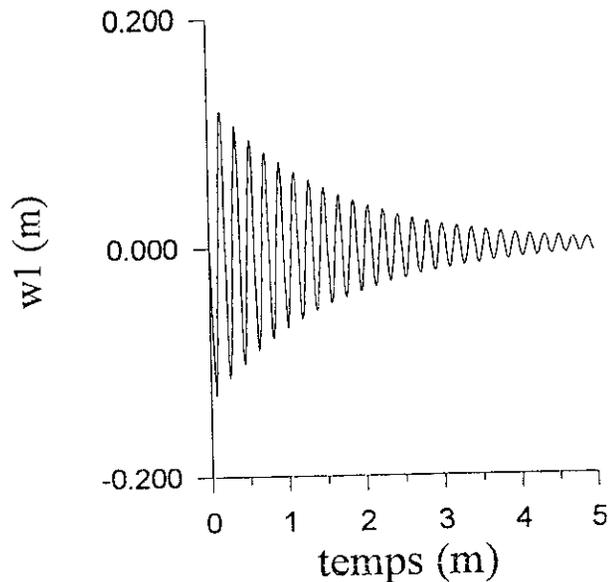


Fig.b: Premier mode flexible

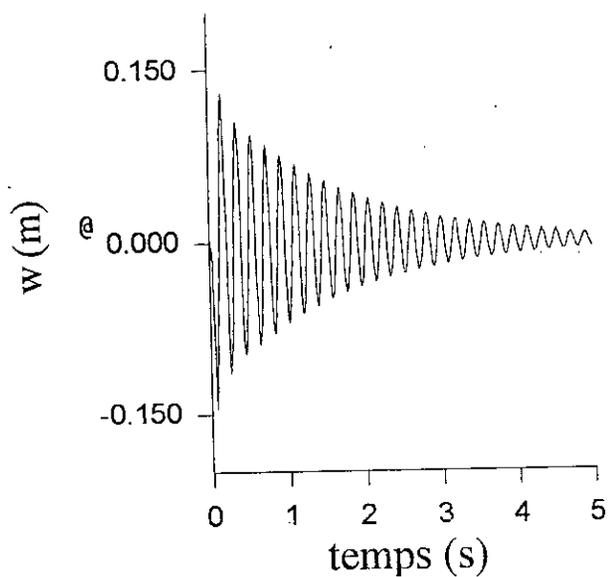


Fig.c: Déflexion

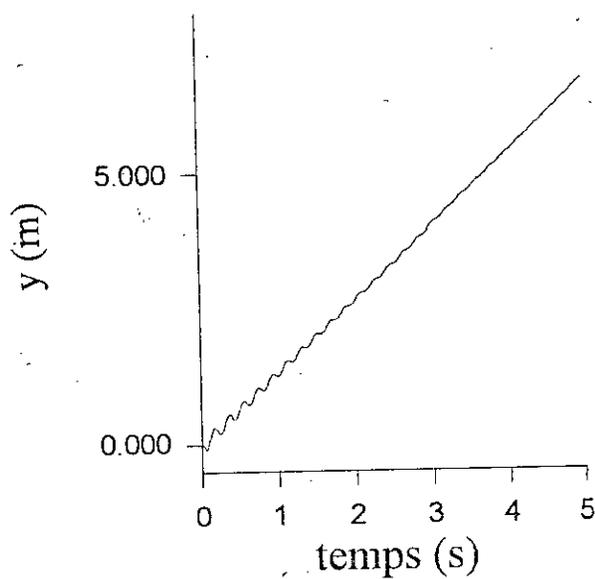


Fig.d: Position de l'extrémité

Pl.I.3: Réponses en position à une impulsion de couple.

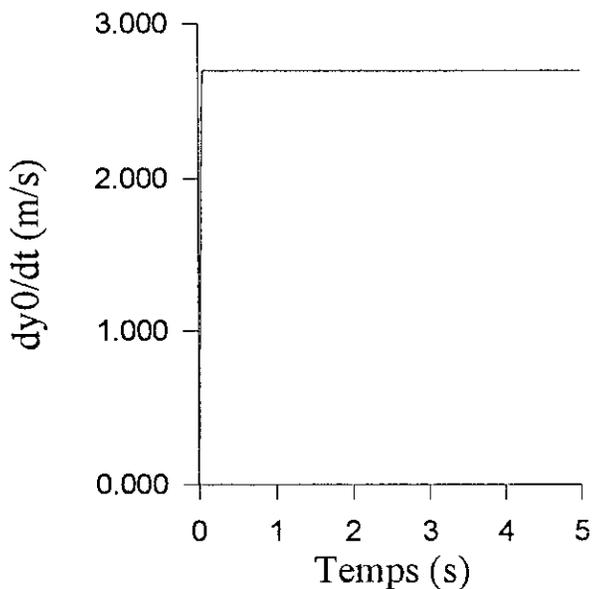


Fig.a: Mode rigide

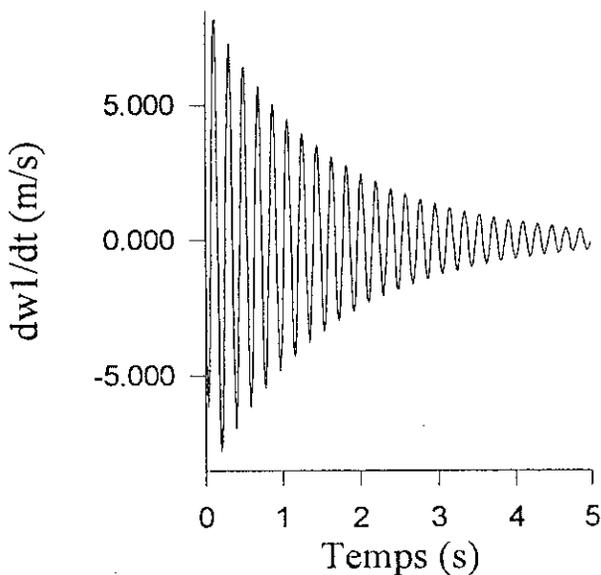


Fig.b: Premier mode flexible

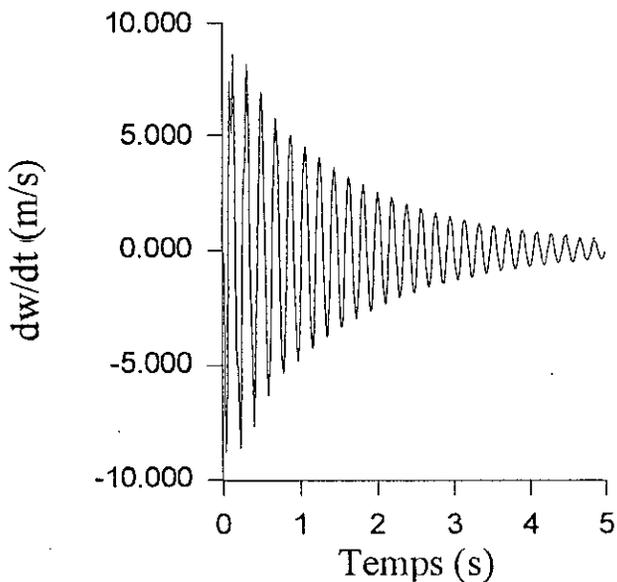


Fig.c: Déflexion

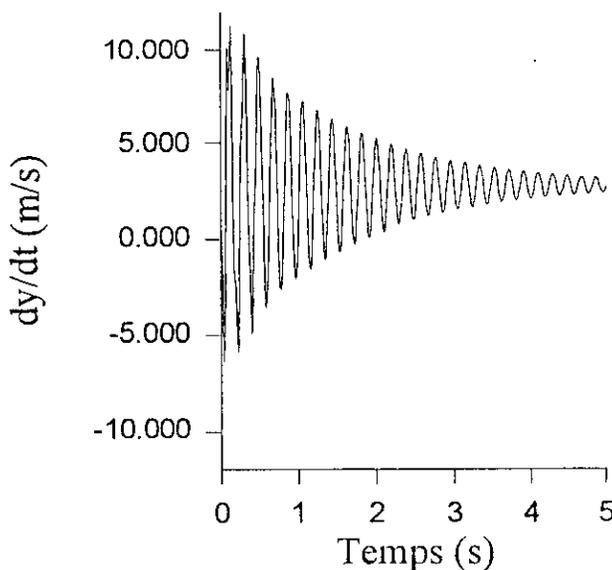


Fig.d: Vitesse de l'extrémité.

Pl.I.4: Réponses en vitesse à une impulsion de couple.

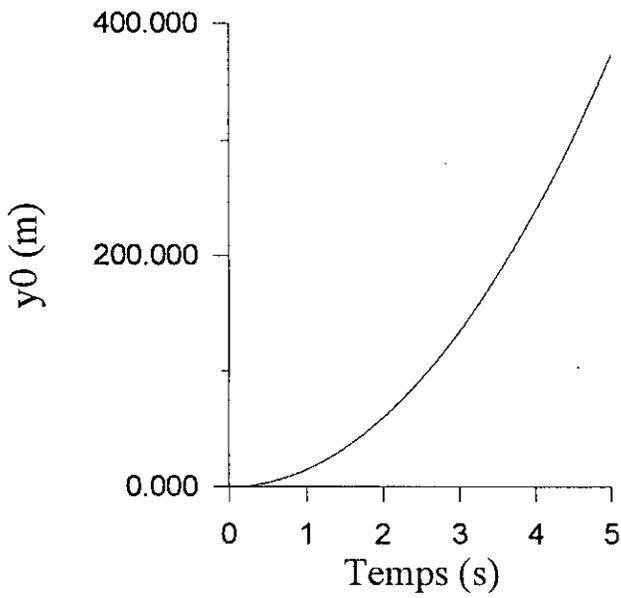


Fig.a: Mode rigide

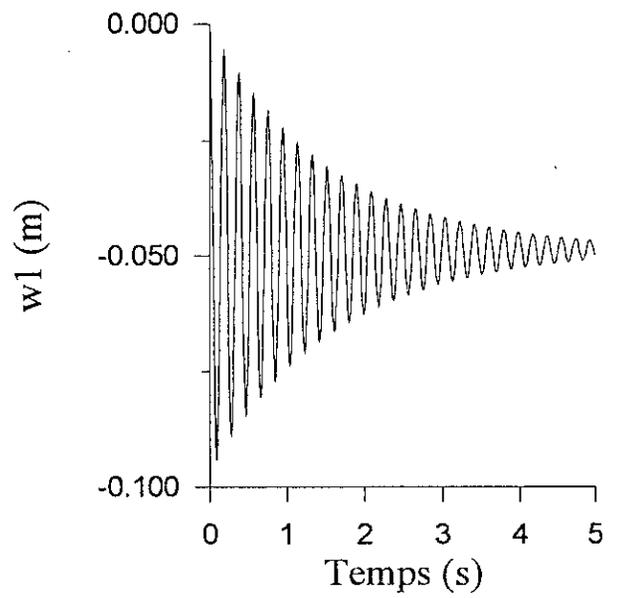


Fig.b: Premier mode flexible

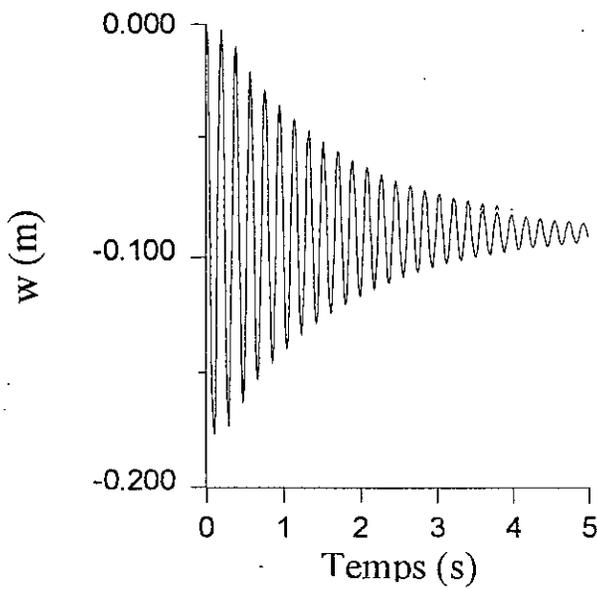


Fig.c: Déflexion.

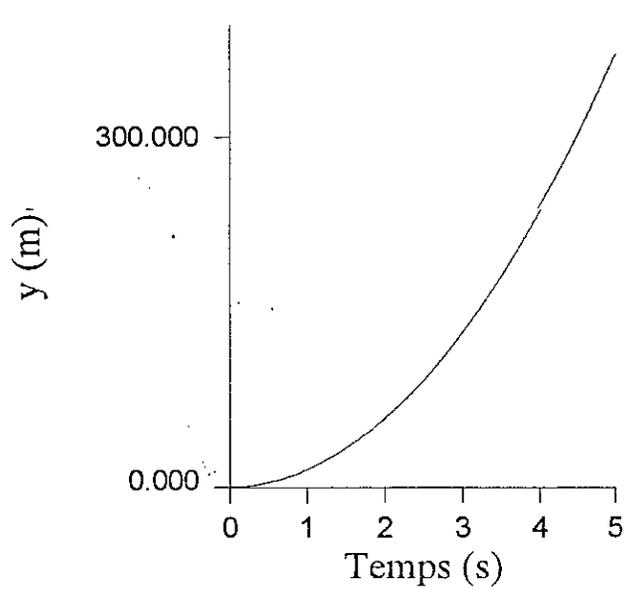


Fig.d: Position de l'extrémité.

Pl.I.5: Réponses en position à un échelon de couple.

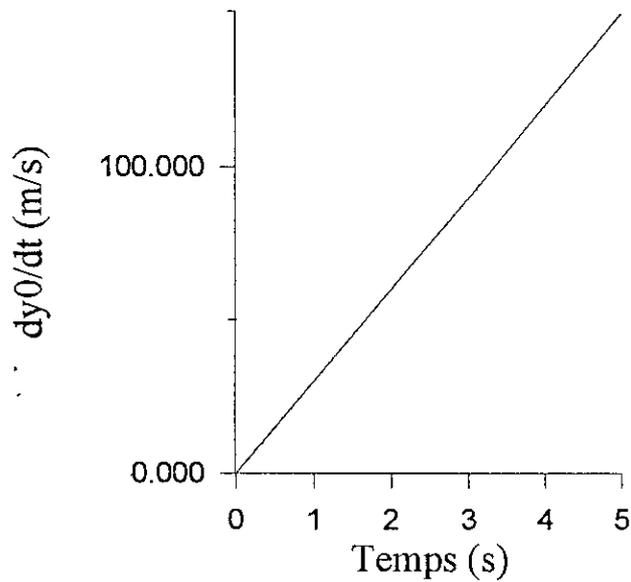


Fig.a: Mode rigide

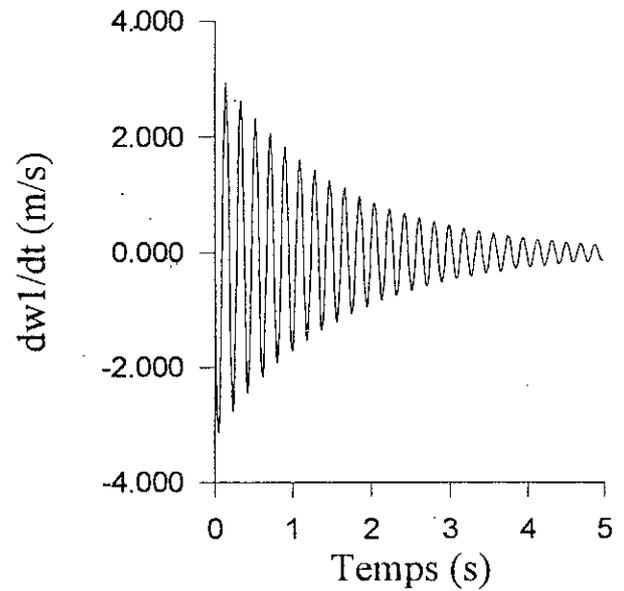


Fig.b: Premier mode flexible

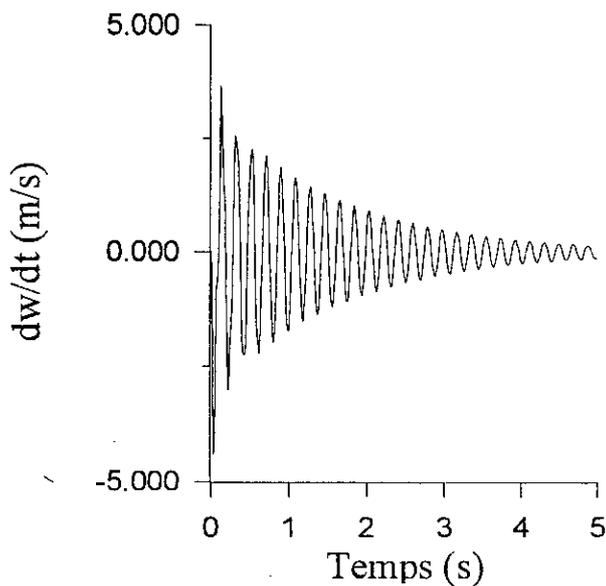


Fig.c: Déflexion

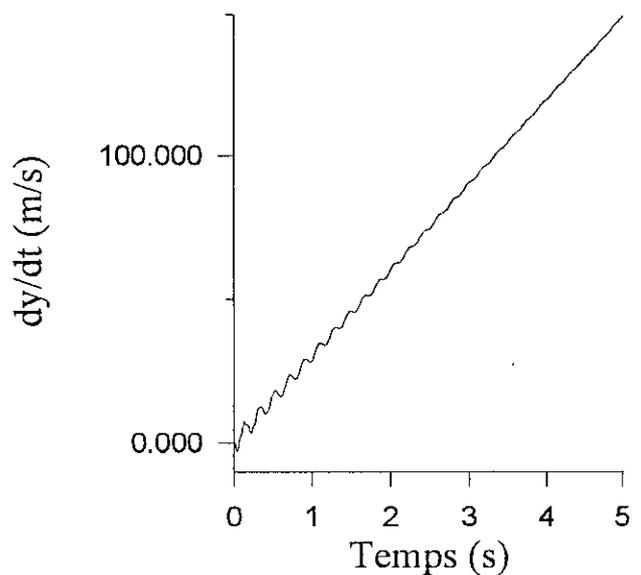


Fig.d: Vitesse de l'extrémité.

PLI.6: Réponses en vitesse à un échelon de couple.

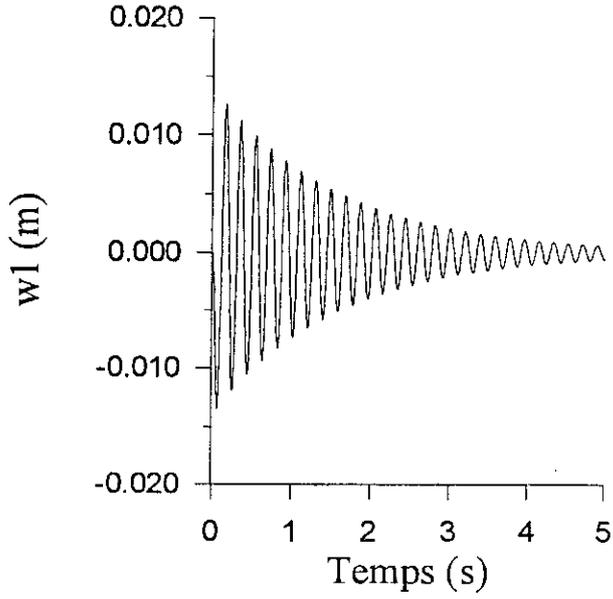


Fig.a: Premier mode flexible.

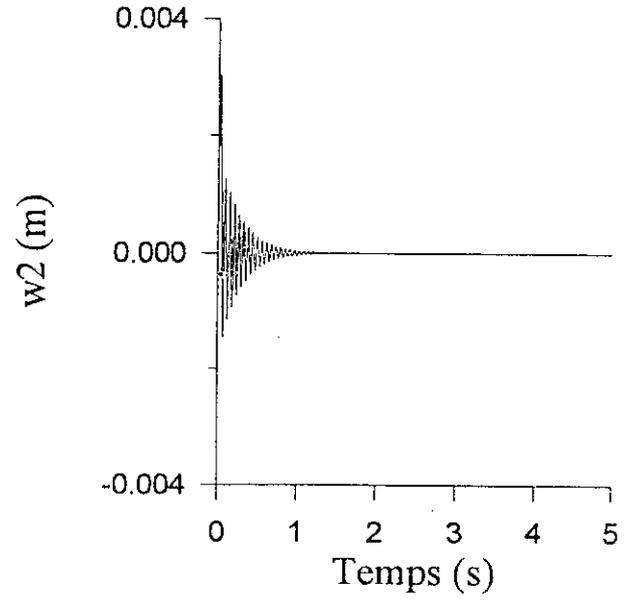


Fig.b: Deuxième mode flexible.

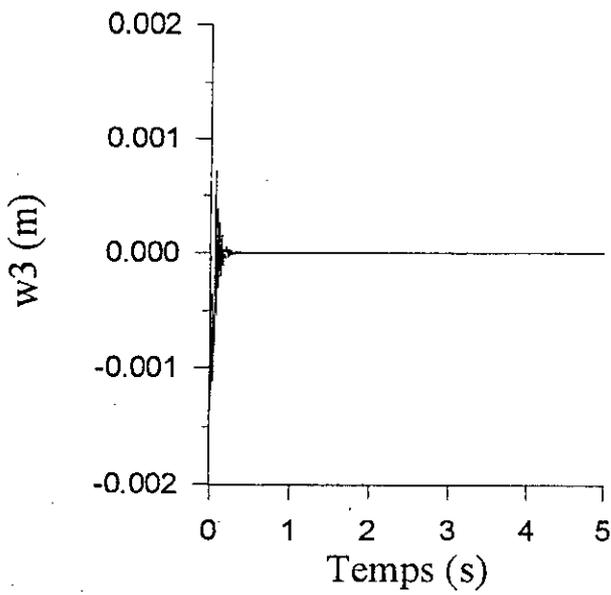


Fig.c: Troisième mode flexible.

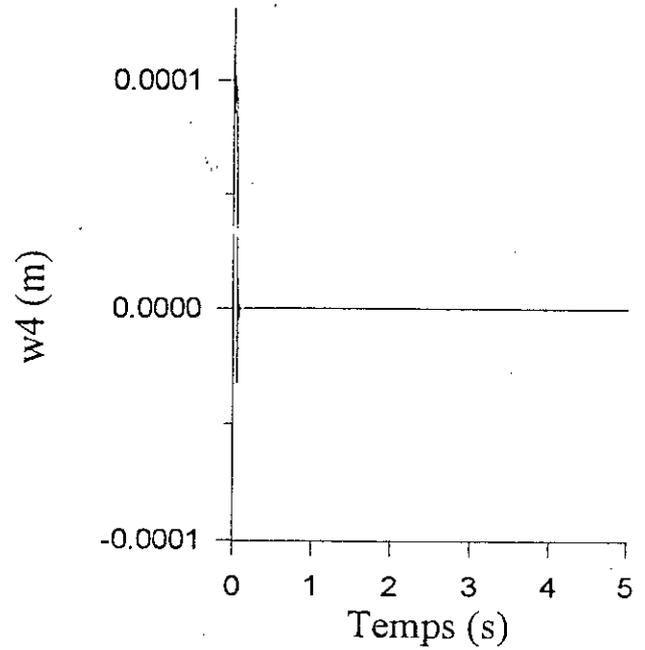


Fig.d: Quatrième mode flexible.

Pl.I.7: Réponses modales en position à une impulsion de couple.

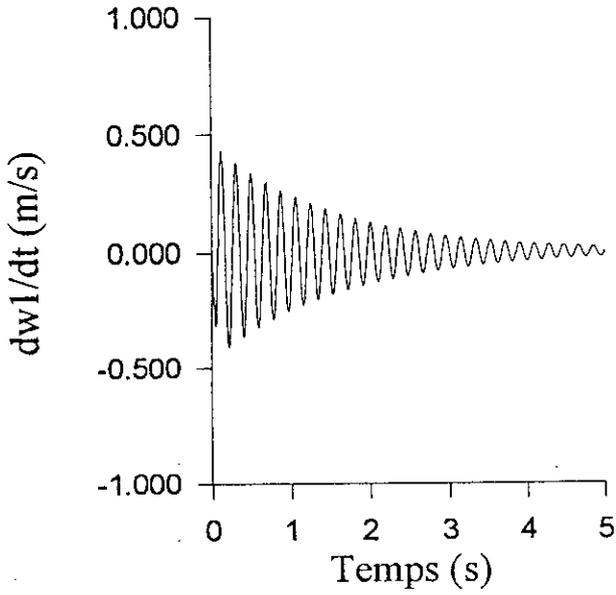


Fig.a: Premier mode flexible.

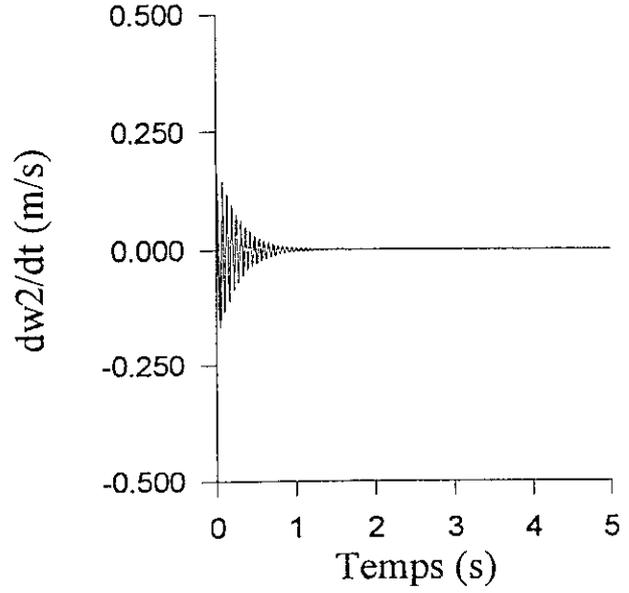


Fig.b: Deuxième mode flexible.

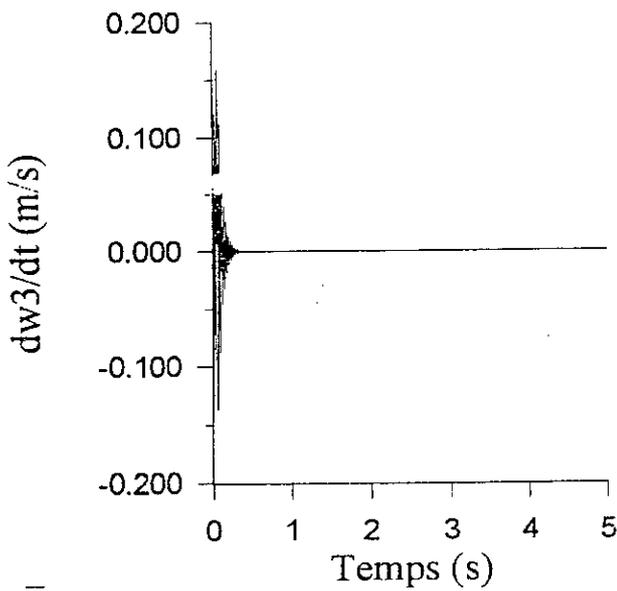


Fig.c: Troisième mode flexible.

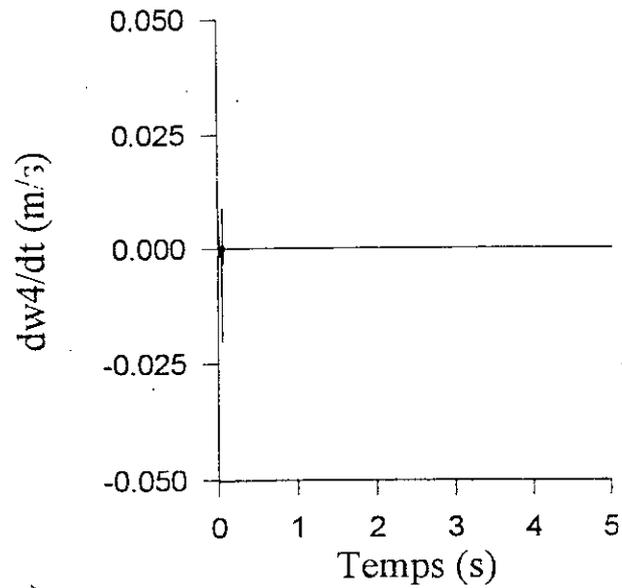


Fig.d: Quatrième mode flexible.

Pl.I.8: Réponses modales en vitesse à une impulsion de couple.

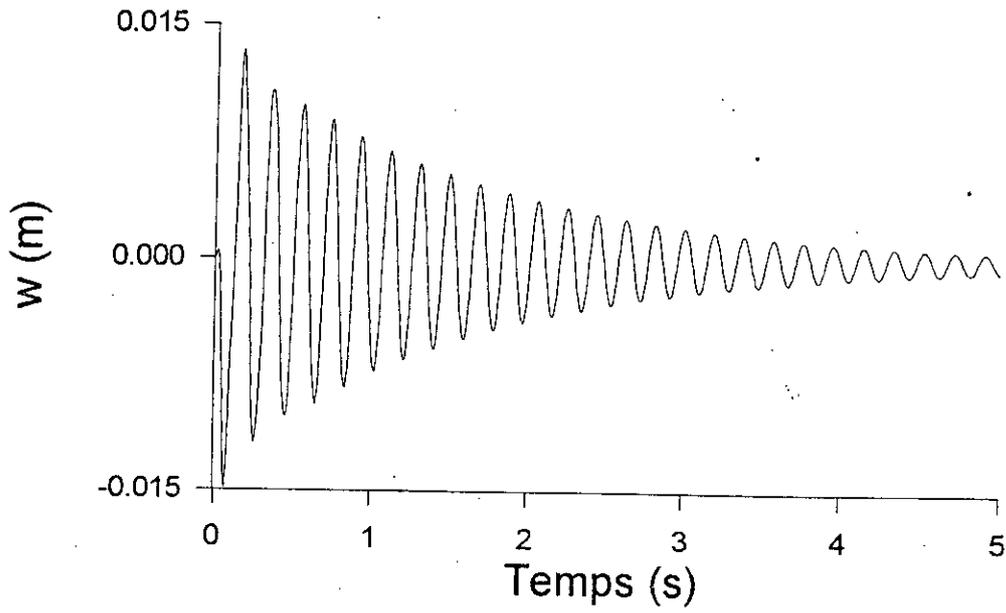


Fig.a: Déflexion.

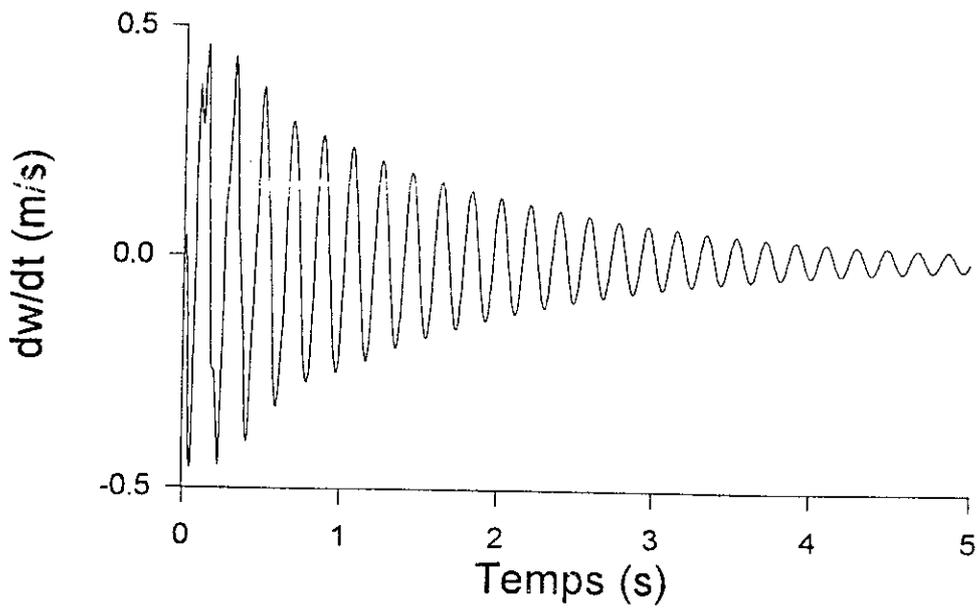


Fig.b: Vitesse de déflexion.

Pl.I.9: Réponses du modèle à deux modes flexibles.

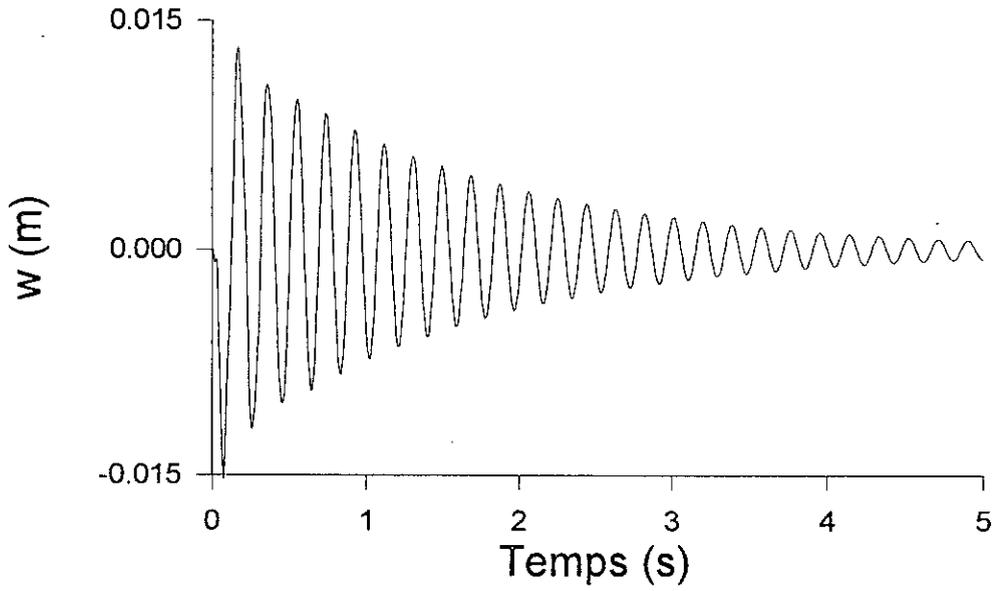


Fig.a: Déflexion.

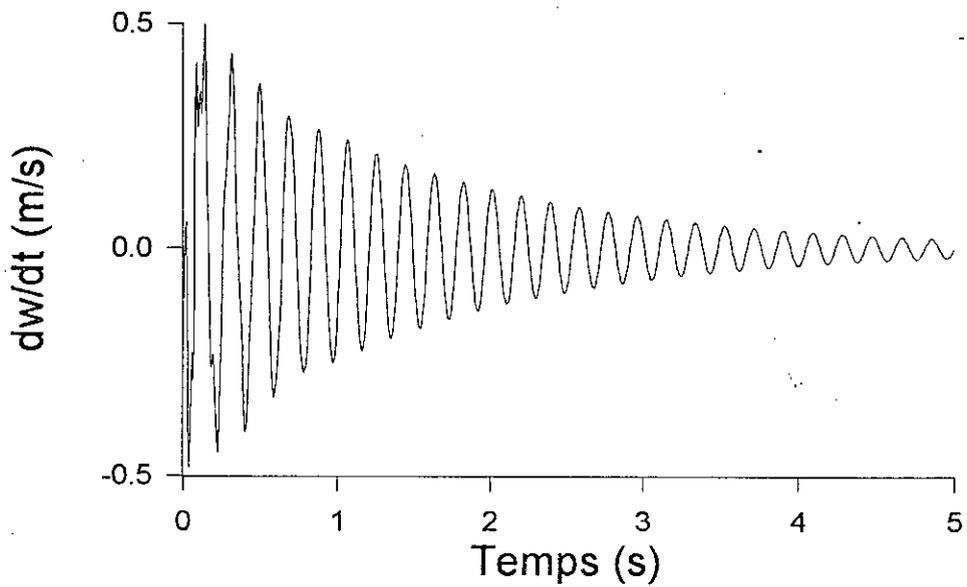


Fig.b: Vitesse de déflexion.

Pl.I.10: Réponses du modèle à trois modes flexibles.

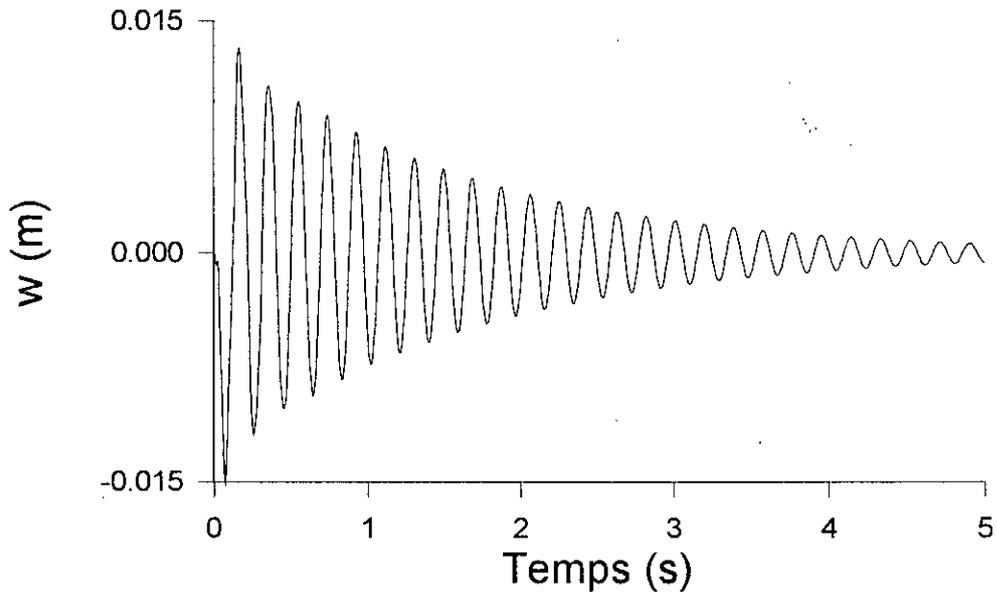


Fig.a: Déflexion.

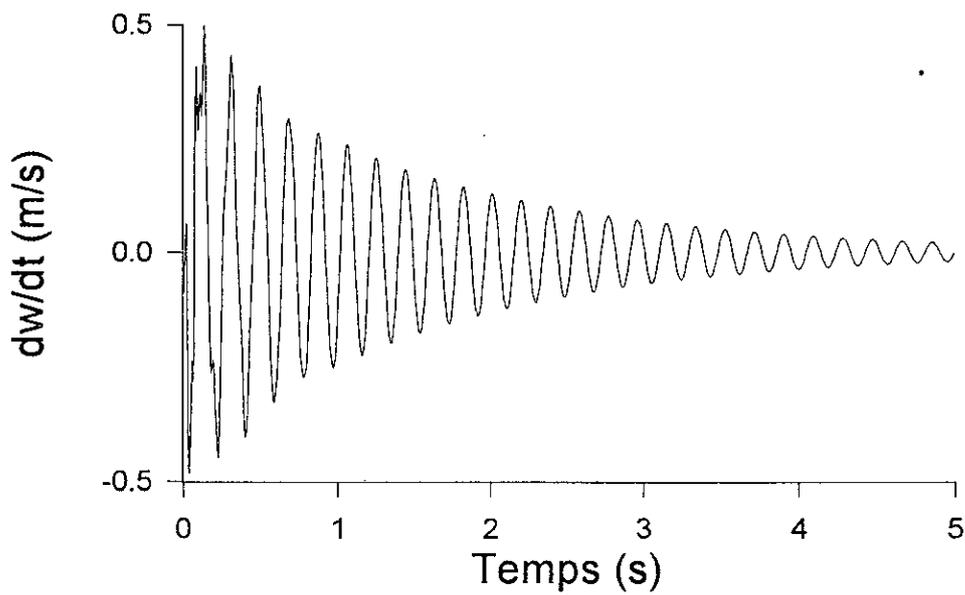


Fig.b: Vitesse de déflexion.

Pl.I.11: Réponses du modèle à quatre modes flexibles.

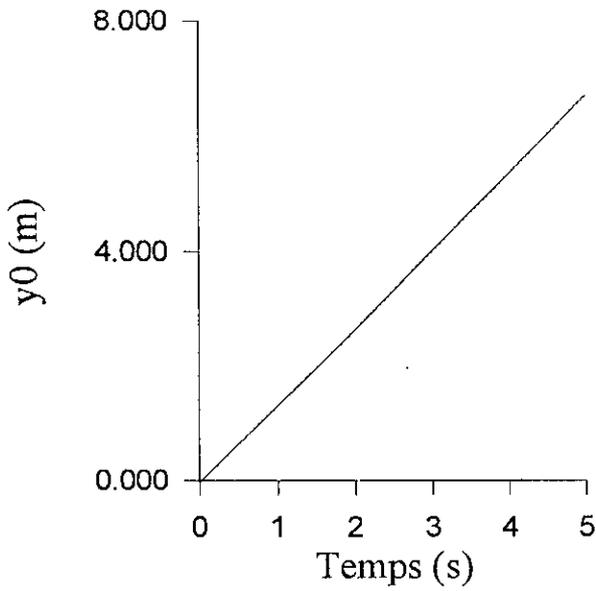


Fig.a: Mode rigide

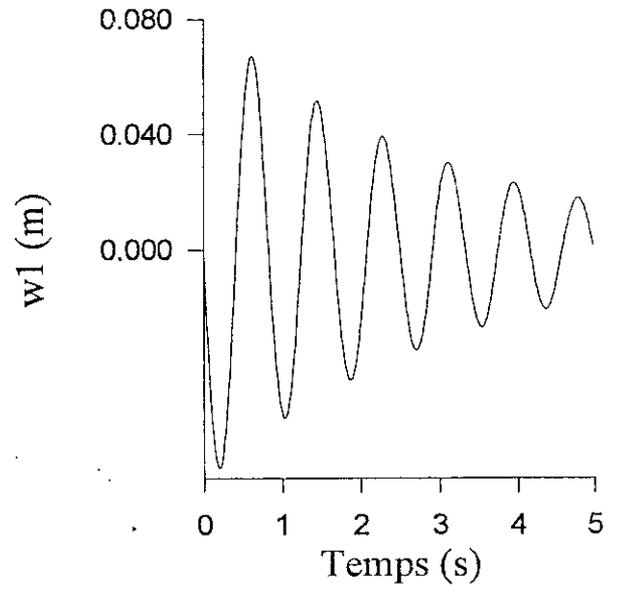


Fig.b: Premier mode flexible

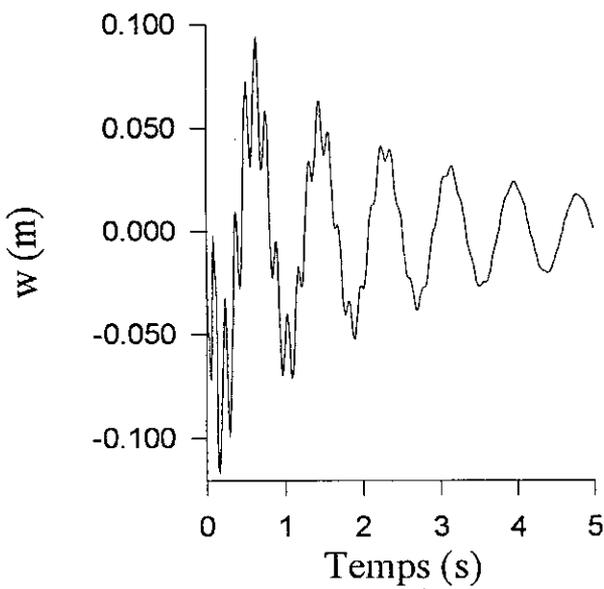


Fig.c: Déflexion

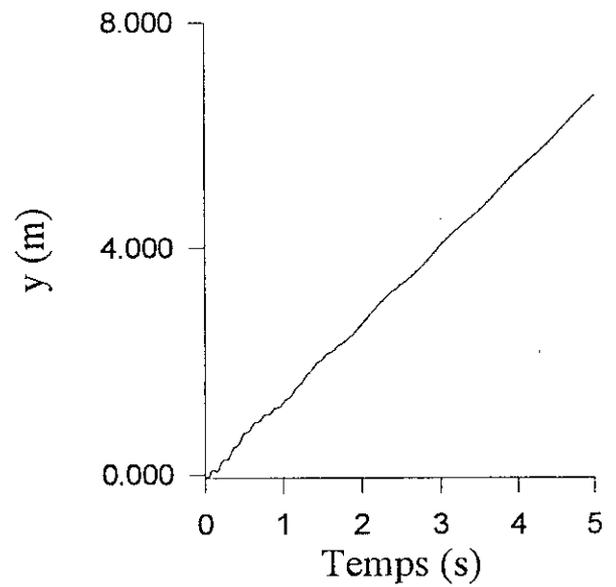


Fig.d: Position de l'extrémité.

Pl.I.12: Réponses en position du modèle encastré.

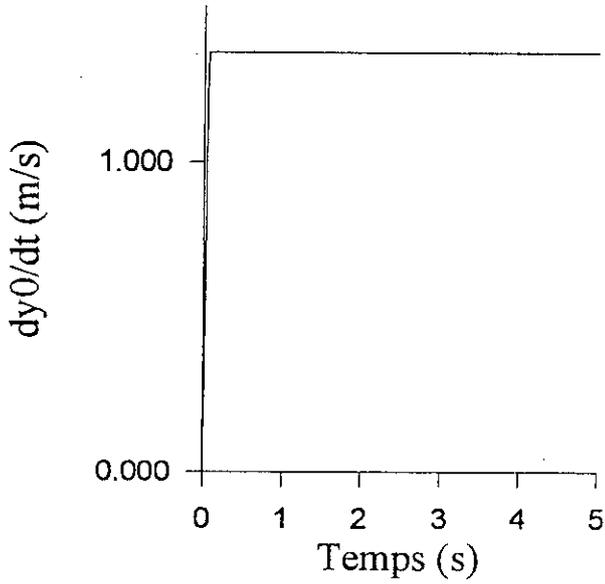


Fig.a: Mode rigide

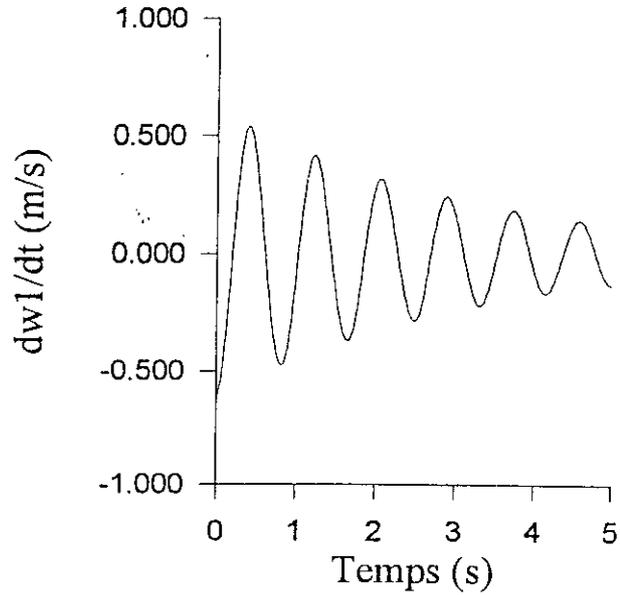


Fig.b: Premier mode flexible

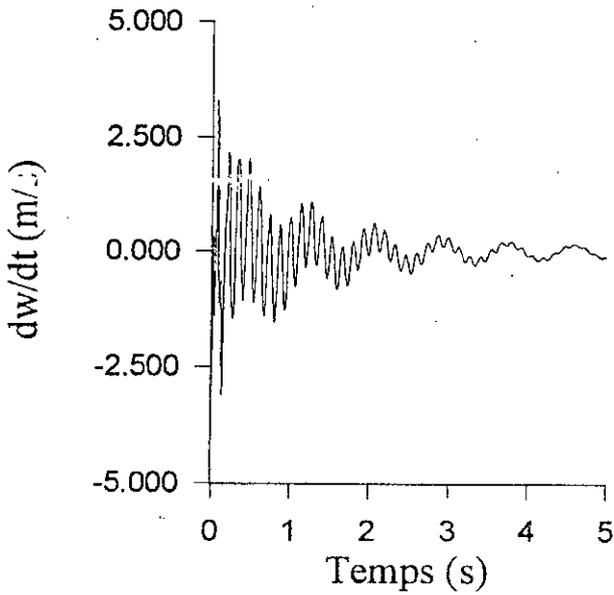


Fig.c: Déflexion

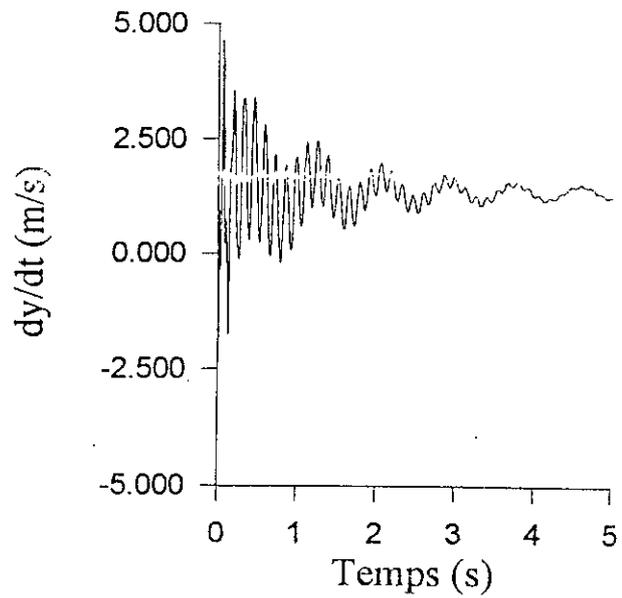
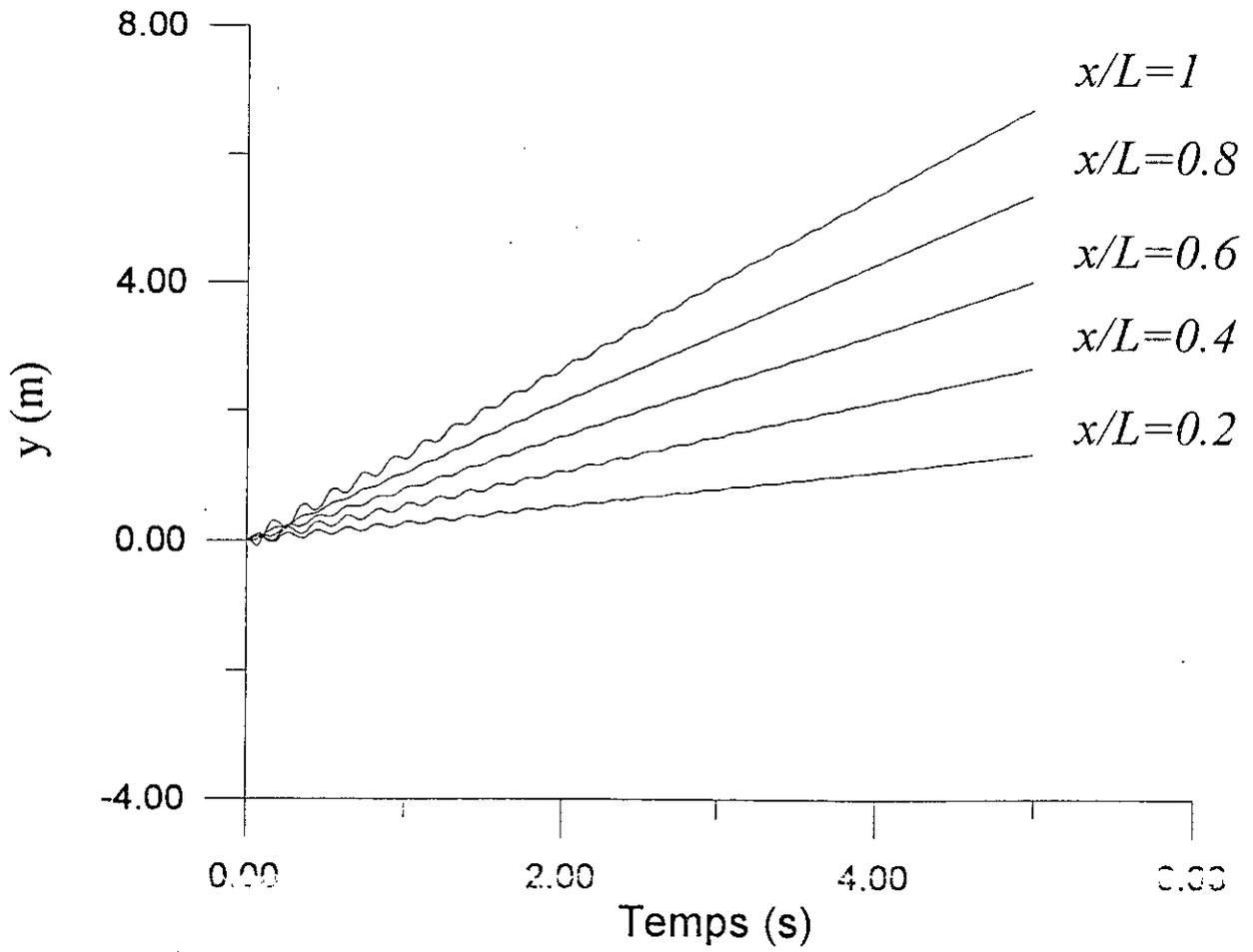


Fig.d: Vitesse de l'extrémité.

Pl.I.13: Réponses en vitesse du modèle encasté.



Pl.I.14: Comportement d'un point de coordonnée  $x$  du bras.

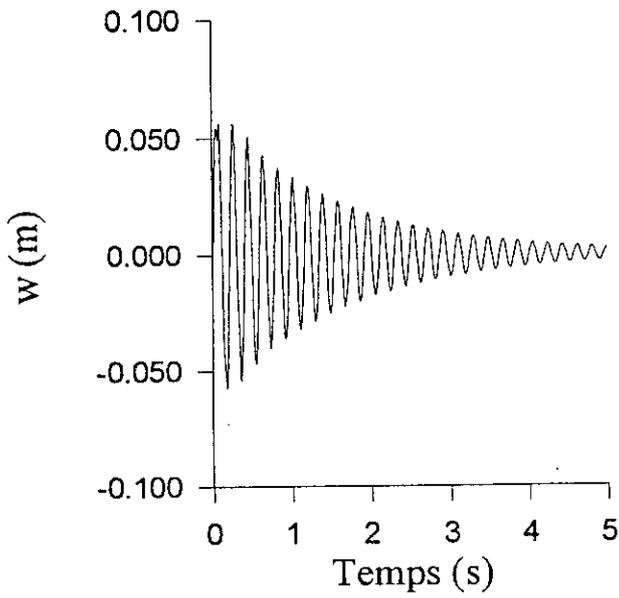


Fig.a: Point située à  $x/L = 0.2$

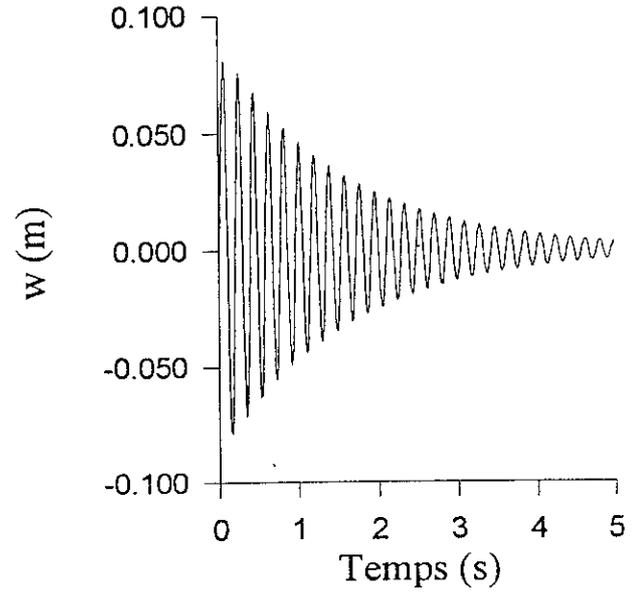


Fig.b: Point située à  $x/L = 0.4$

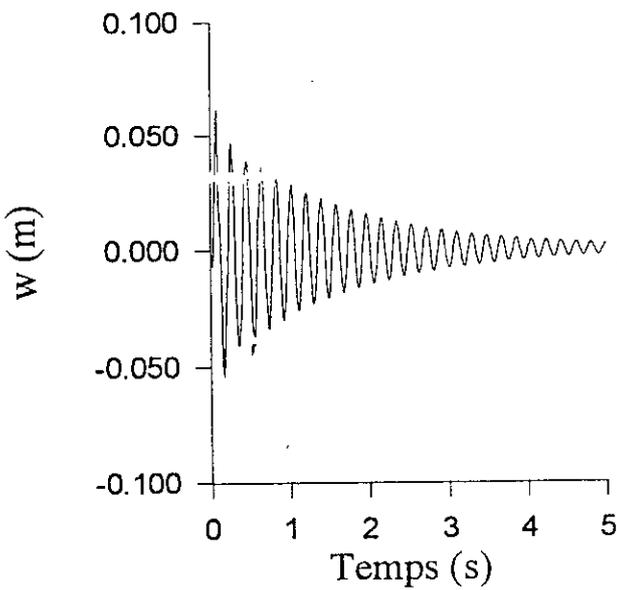


Fig.c: Point située à  $x/L = 0.6$

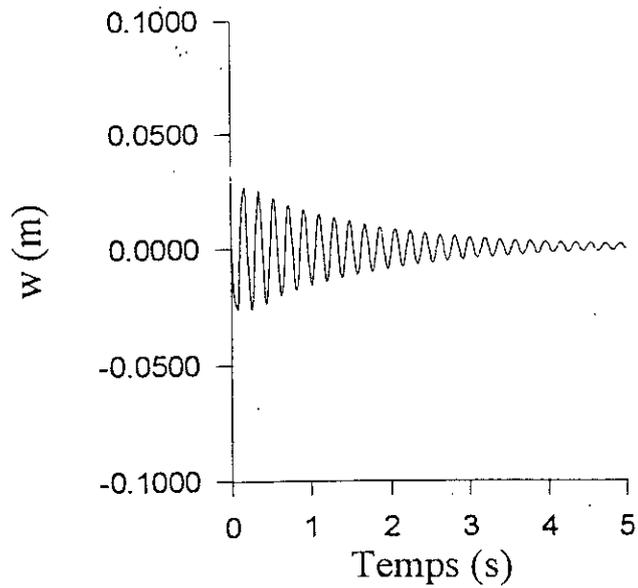


Fig.d: Point située à  $x/L = 0.8$

Pl.I.15: Mesure de la déflexion le long du bras.

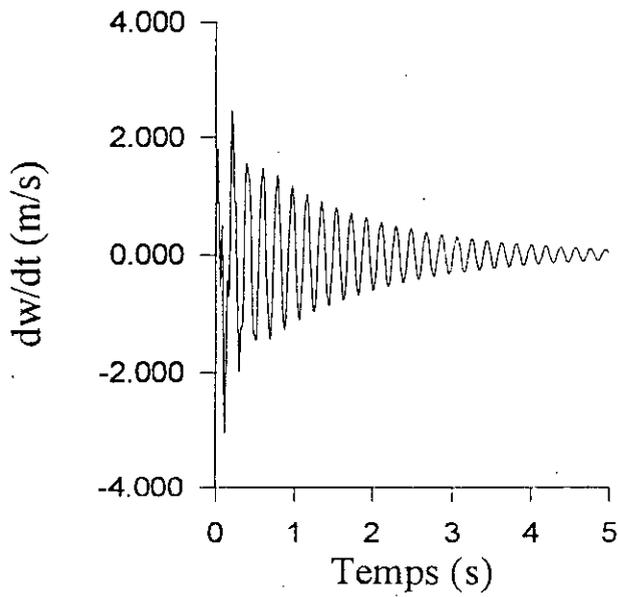


Fig.a: Point situé à  $x/L = 0.2$

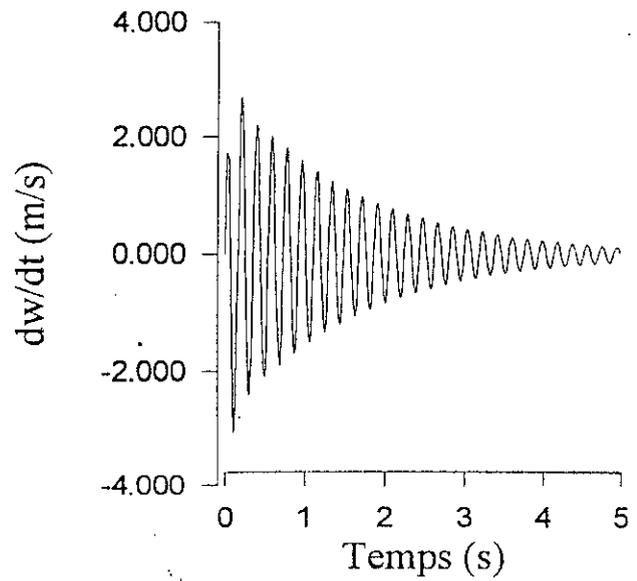


Fig.b: Point situé à  $x/L = 0.4$

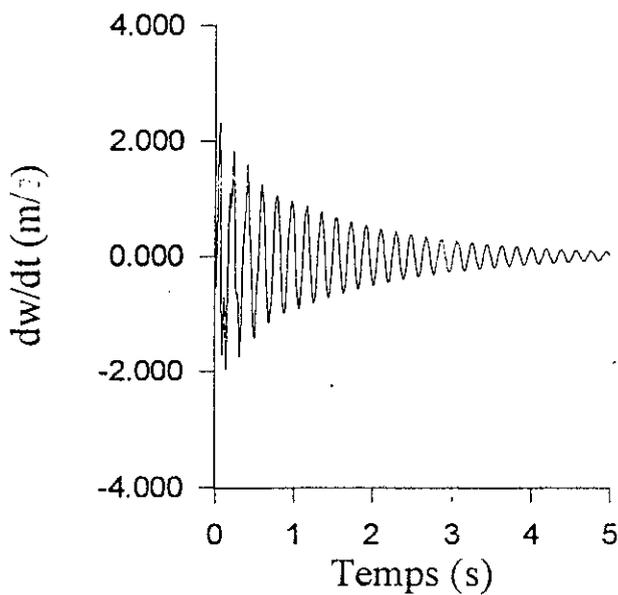


Fig.c: Point situé à  $x/L = 0.6$

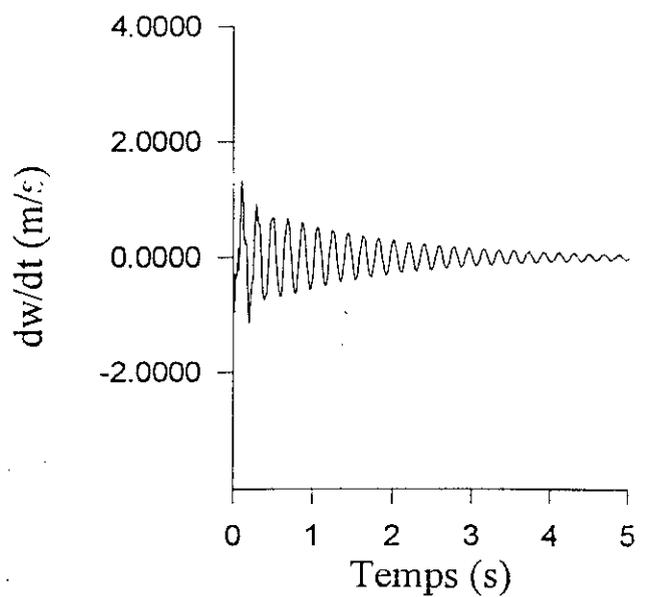
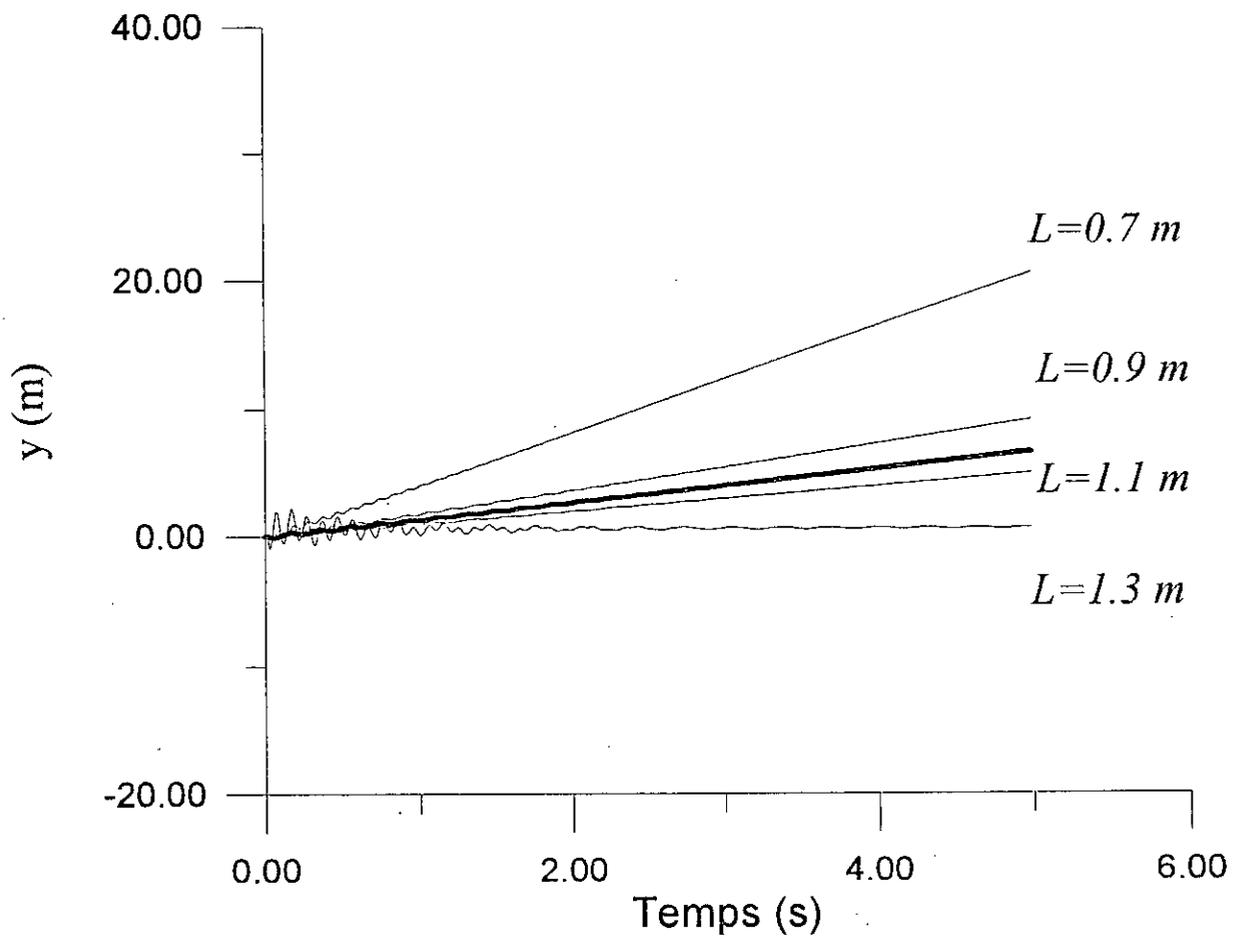
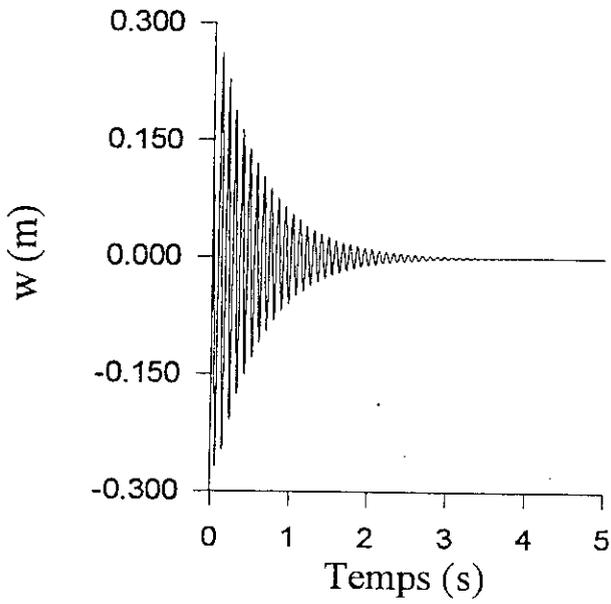


Fig.d: Point situé à  $x/L = 0.8$

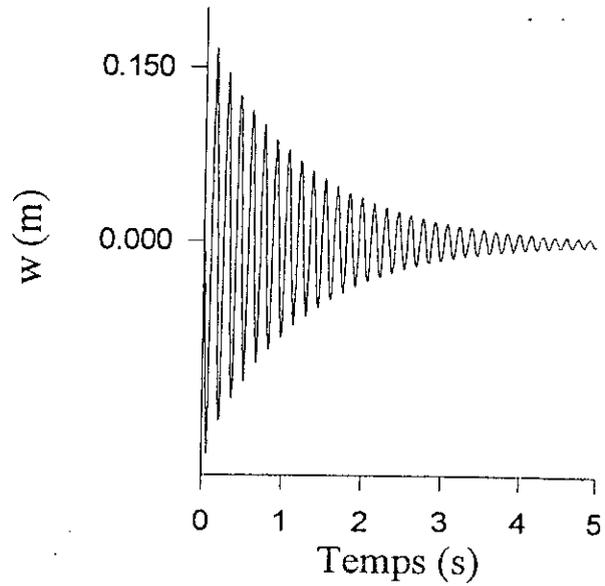
Pl.I.16: Mesure de la vitesse de déflexion le long du bras.



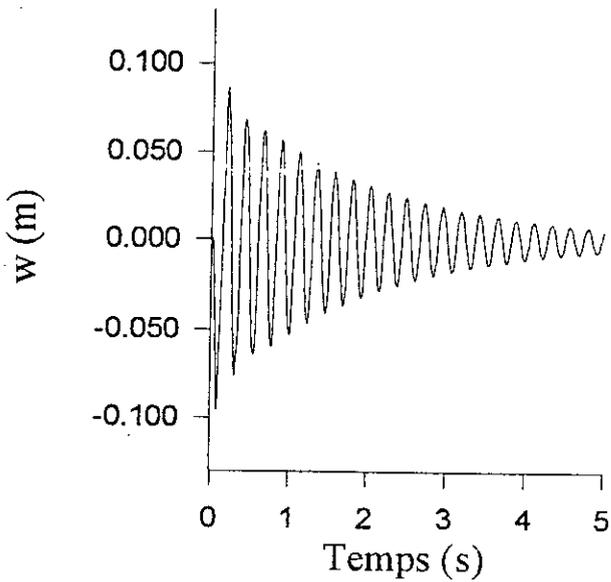
Pl.I.17: Effet de la variation de la longueur du bras sur la réponse de la position de son extrémité



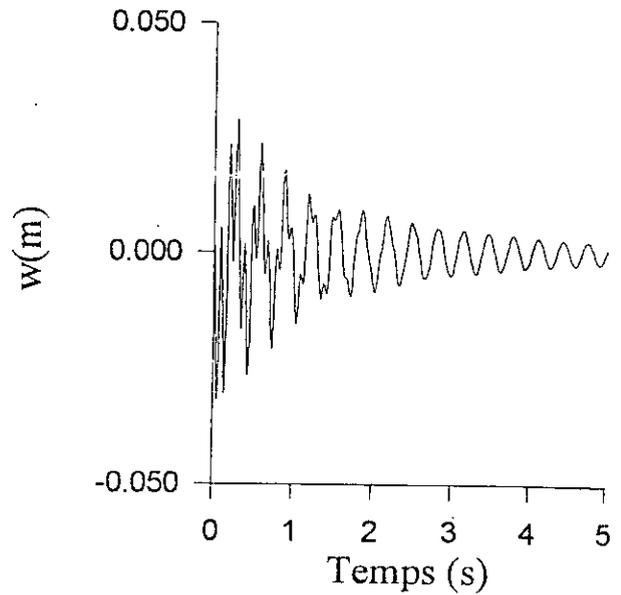
$L = 0.7 \text{ m}$



$L = 0.9 \text{ m}$

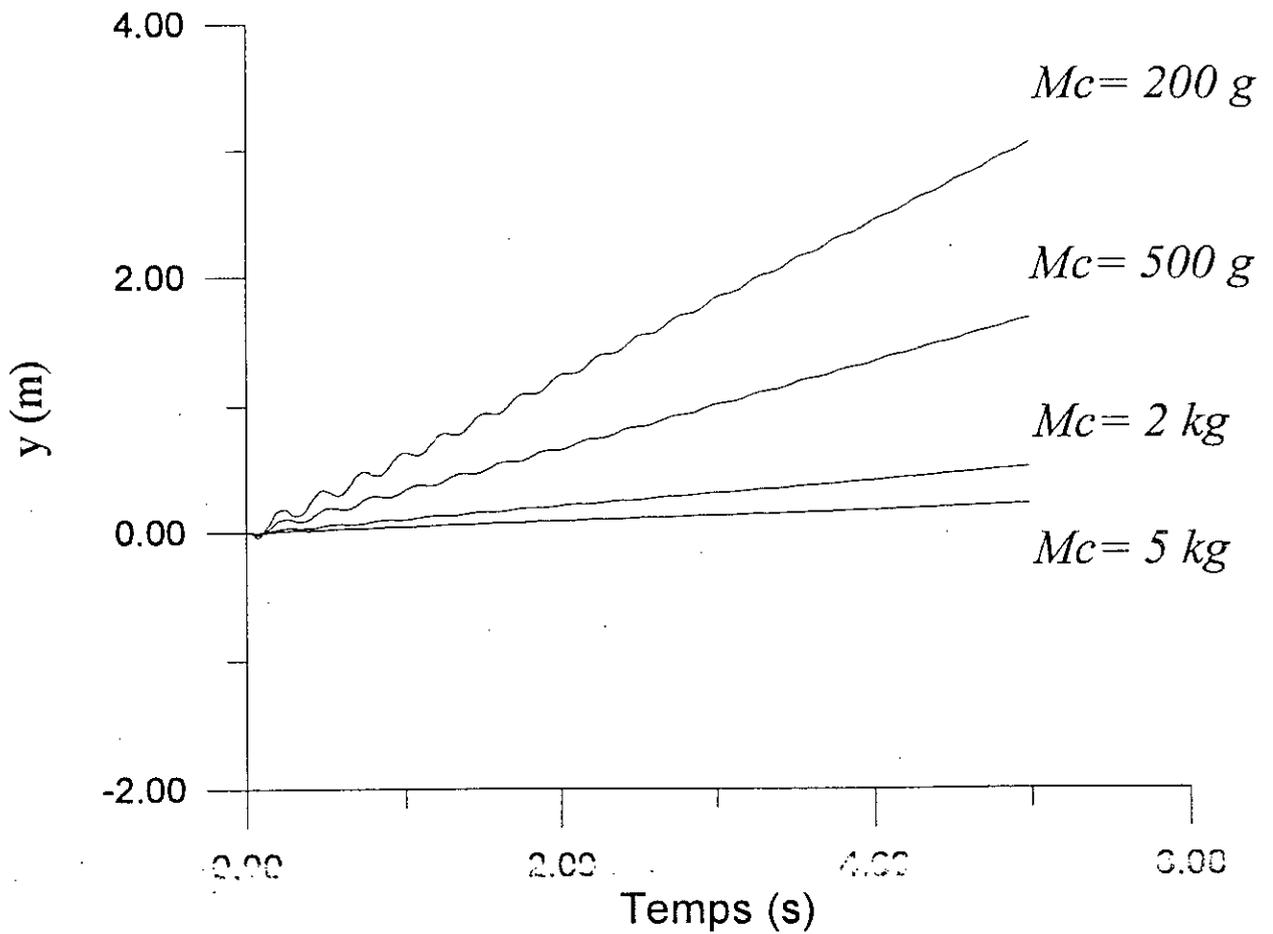


$L = 1.1 \text{ m}$

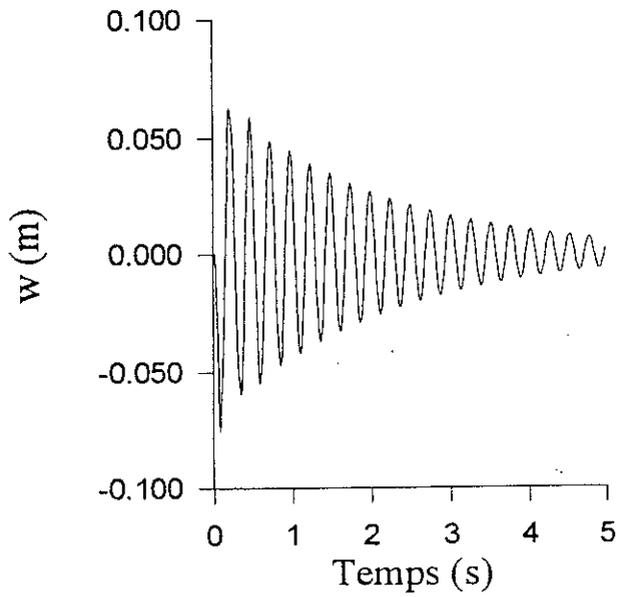


$L = 1.3 \text{ m}$

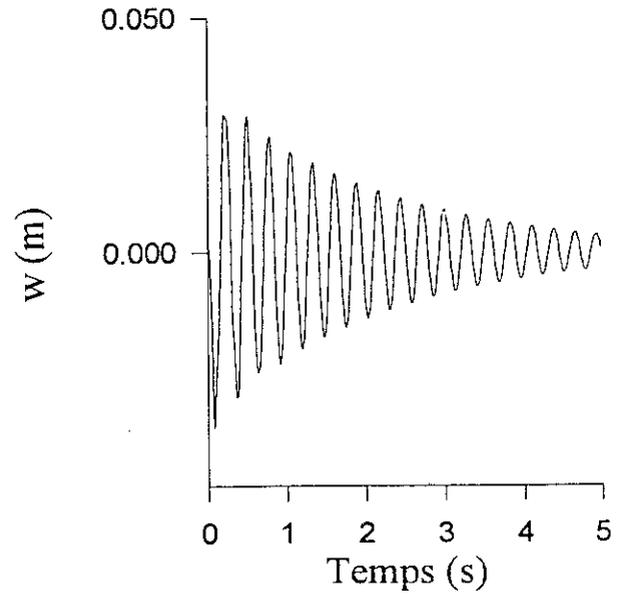
Pl.I.18: Effet de la variation de la longueur du bras sur la déflexion.



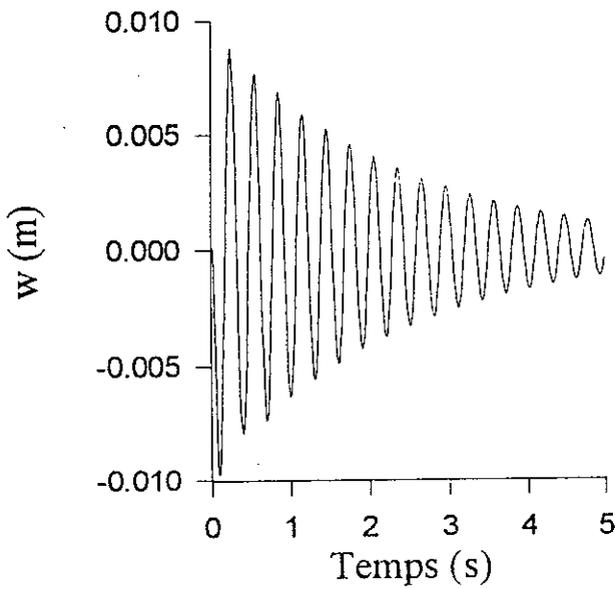
Pl.I.19: Effet de la variation de la charge sur la réponse de la position de l'extrémité.



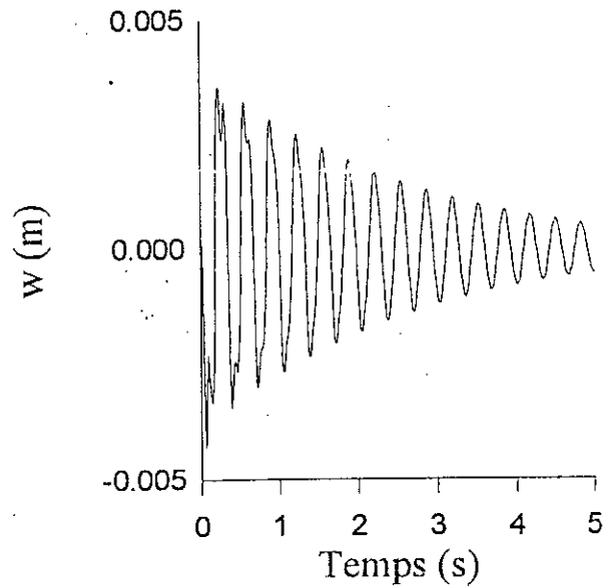
$Mc = 200 \text{ g}$



$Mc = 500 \text{ g}$

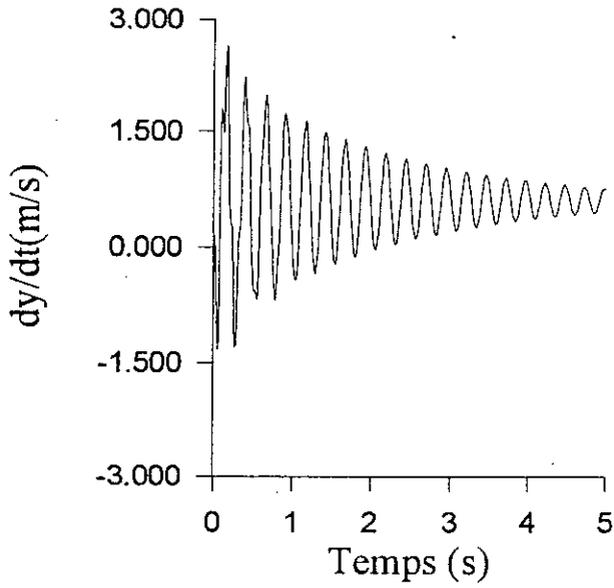


$Mc = 2 \text{ kg}$

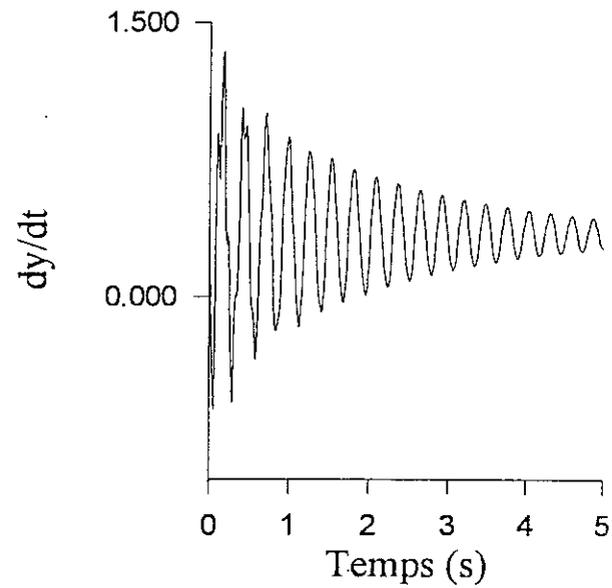


$Mc = 5 \text{ kg}$

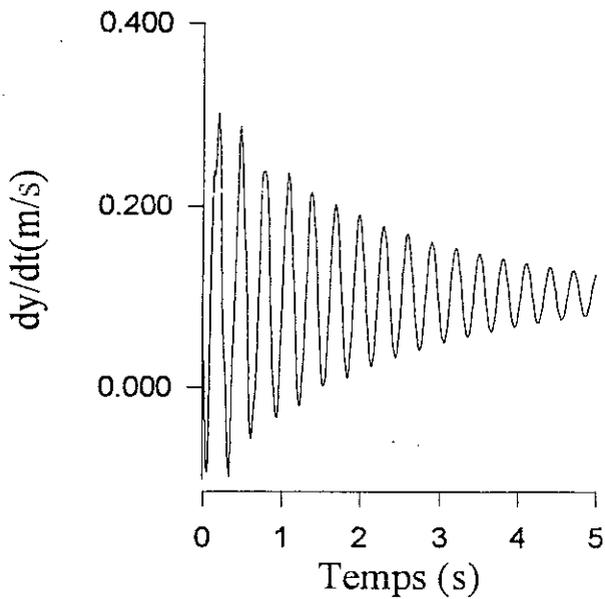
PI.1.20: Effet de la variation de la charge sur la déflexion.



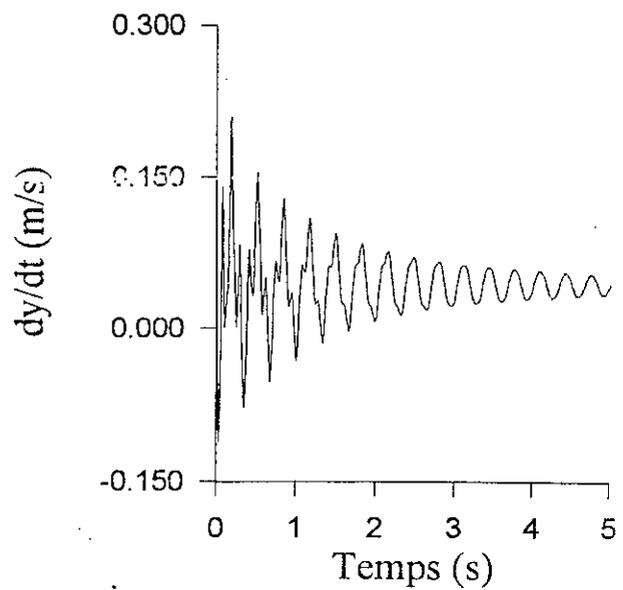
$Mc = 200 \text{ g}$



$Mc = 500 \text{ g}$

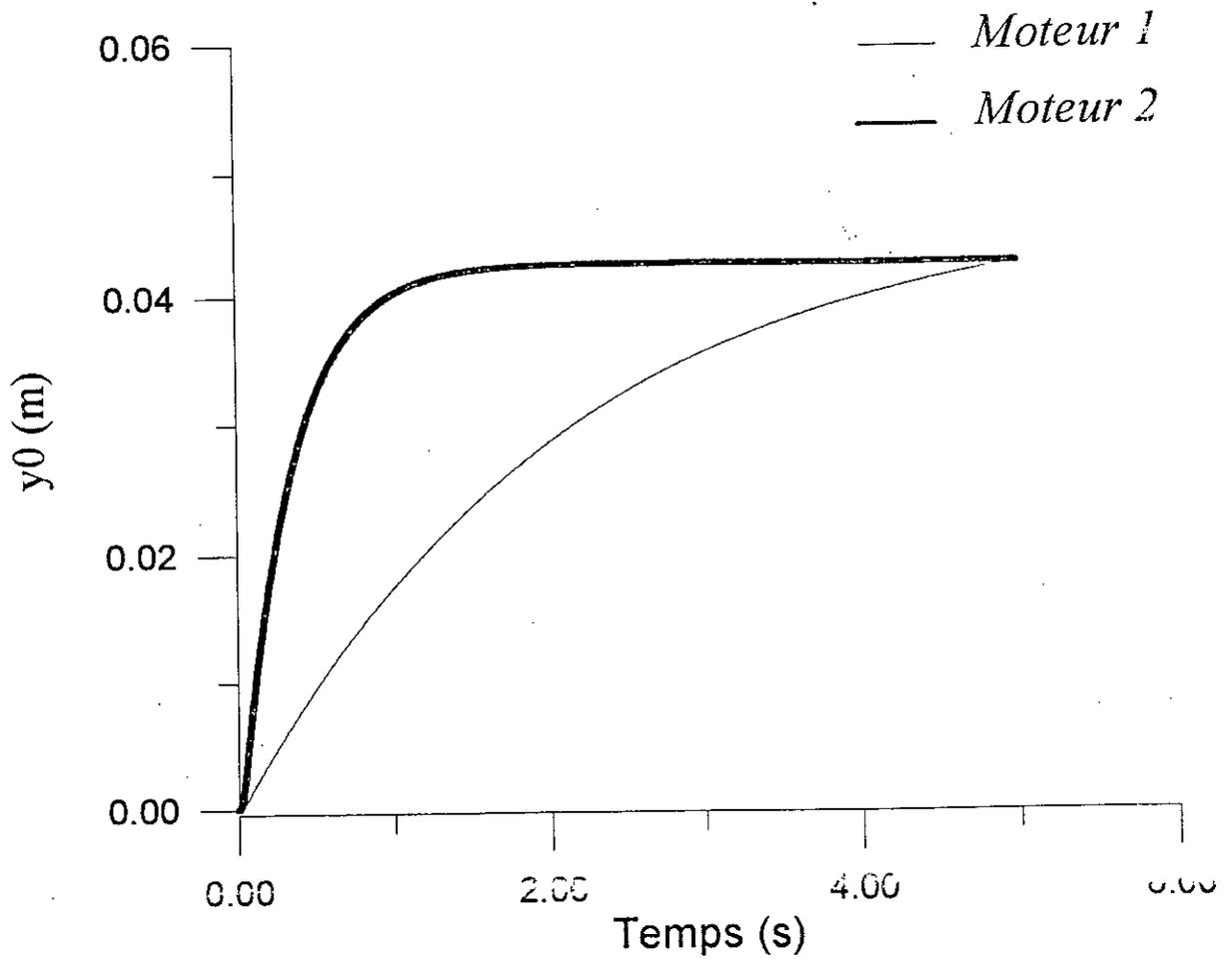


$Mc = 2 \text{ g}$



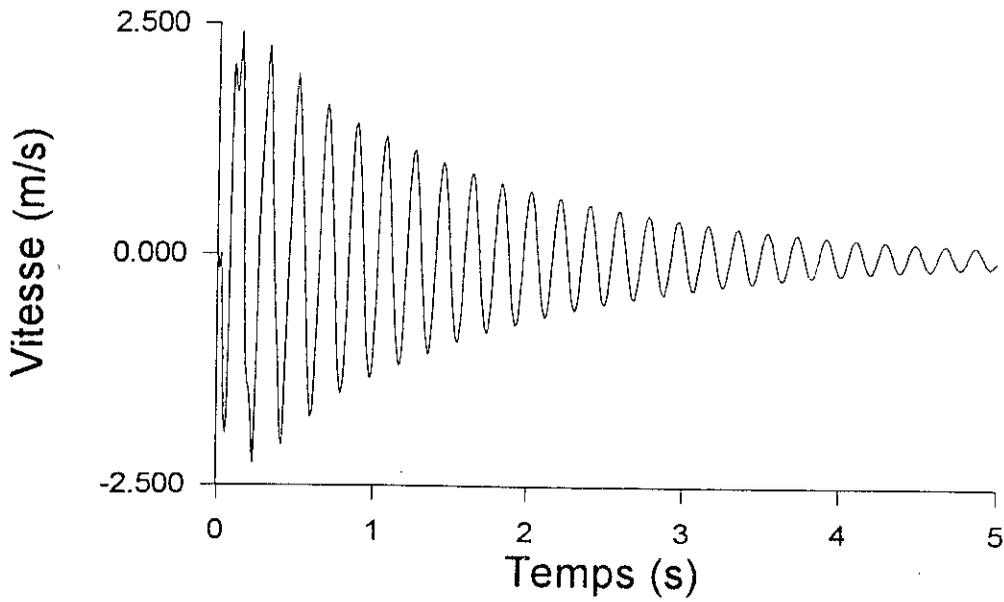
$Mc = 5 \text{ kg}$

Pl.I.21: Effet de la variation de la charge sur la vitesse de déflexion.

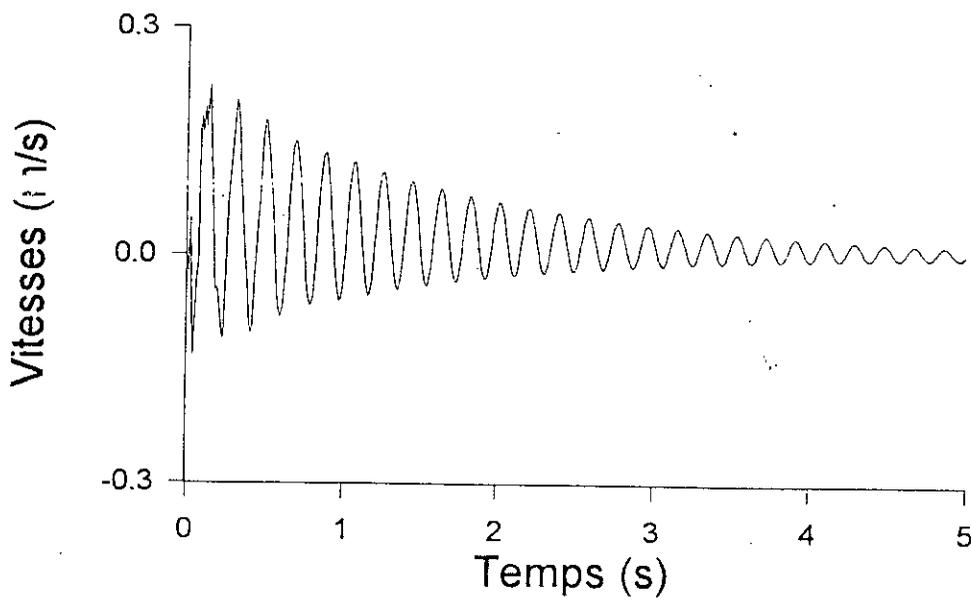


Pl.I.22: Réponse en position du mode rigide du système: Moteur + Bras.

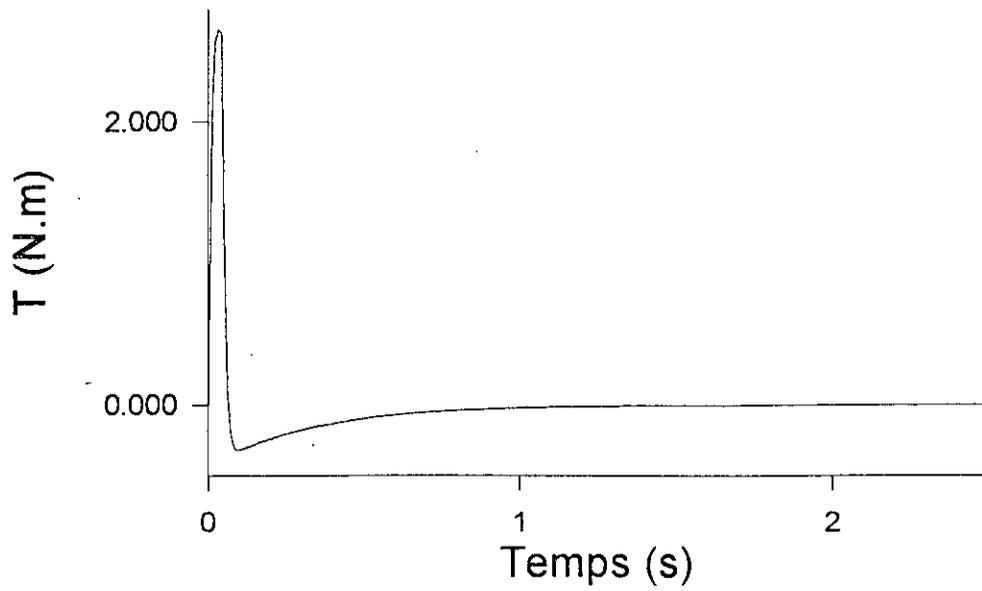
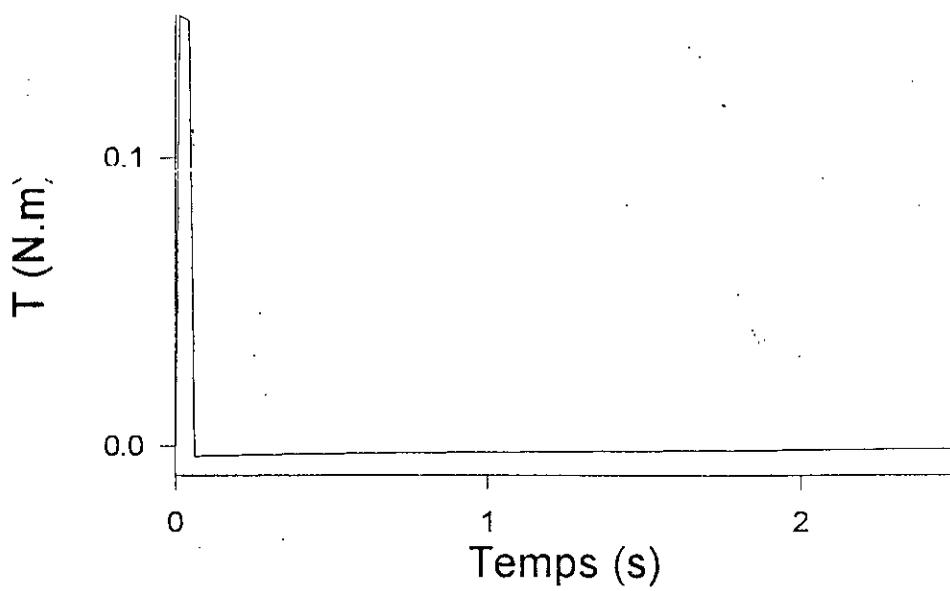
Moteur 2



Moteur 1



Pl.I.23: Réponse en vitesse du système: Moteur + Bras.

*Moteur 2**Moteur 1*

Pl.I.24: Couple fourni par les moteurs.

## *Chapitre II*

# **COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT**

---

La théorie des modes glissants est présentée dans ce présent chapitre en vue d'une application à une structure flexible. La loi de commutation par contre-réaction est introduite ainsi que les conditions d'existence du mode de glissement. La synthèse du régulateur s'appuie sur la méthode de dimensionnement par imposition des pôles. Des simulations à la fin de ce chapitre, permettent de tester les performances de cette commande appliquée au bras flexible.

### **II.1. INTRODUCTION:**

Parmi les méthodes de commande non linéaire, le réglage par mode de glissement offre une simplicité de réalisation et une facilité d'implémentation en temps réel, tout en présentant des avantages importants, notamment au niveau de la robustesse vis-à-vis des variations des paramètres du système et des perturbations extérieures [31]. La technique des régimes glissants a été développée en premier temps exclusivement en Union Soviétique [32]. Cette commande a trouvé par la suite un large domaine d'applications telles que: les régulations hydrauliques ou pneumatiques, réglage du chauffage des processus chimiques ou métallurgiques, commande des onduleurs de tension [33,34,35].

---

Le tableau (II.1.1) résume les principaux travaux effectués dans la commande par mode de glissement.

Domaine d'application	Année	Auteur	Sujet
Electrotechnique ( moteurs électriques )	1985	Bose	Implémentation du contrôleur par mode de glissement sur processeur, appliqué à la commande du moteur d'induction [36].
Electrotechnique ( convertisseurs )	1986	Verghese	Commande non linéaire par mode de glissement, appliquée aux commutations des convertisseurs de puissance [37].
Electrotechnique ( réseaux électriques )	1994	Aggoune	Synthèse des modes glissants pour la régulation de la tension de ligne dans un réseau électrique [38].
Chimie	1988	Alvarez	Commande non linéaire robuste par régimes glissants et étude des observateurs appliqués à la commande d'un réacteur chimique [39].
Aéronautique	1986	White	Les régimes glissants appliqués à la commande du mouvement latéral d'un avion, en vue de la compensation des variations de vitesse, d'altitude et des effets aérodynamiques non linéaires [40].
Robotique	1986	Hashimoto	Etude et réalisation d'un contrôleur par mode de glissement, appliqué à la commande d'un bras de robot rigide [41].

Tableau (II.1.1): Récapitulatif des principales applications de la commande par régimes glissants.

## II.2. GENERALITES SUR LE REGLAGE PAR MODE DE GLISSEMENT:

### II.2.1 Réglage à structure variable:

Soit, un système physique défini par la représentation d'état:

$$\begin{aligned} \frac{dX(t)}{dt} &= f(X) + g(X).u \\ Y &= h(X) \end{aligned} \tag{II.2.1.1}$$

X : Vecteur des variables d'état.

Y : Sortie.

u : Commande.

f,g,h : Fonctions analytiques.

Le réglage à structure variable peut s'effectuer selon deux configurations [32]:

- Par commutation d'une contre-réaction d'état variable (Fig.II.2.1.1).
- Par commutation au niveau de l'organe de commande (Fig.II.2.1.2).

On définit une fonction  $s(X)$  appelée loi de commutation qui impose la commutation de la commande entre deux valeurs selon la stratégie suivante [31,32]:

$$\begin{aligned} u &= u_1 & \text{si} & \quad s(X) < 0 \\ u &= u_2 & \text{si} & \quad s(X) > 0 \end{aligned} \tag{II.2.1.2}$$

Avec:

$$u_1, u_2 \in \{ U_{\min}, U_{\max} \} \quad u_1 \neq u_2 \quad \text{et} \quad U_{\min} < U_{\max} \tag{II.2.1.3}$$

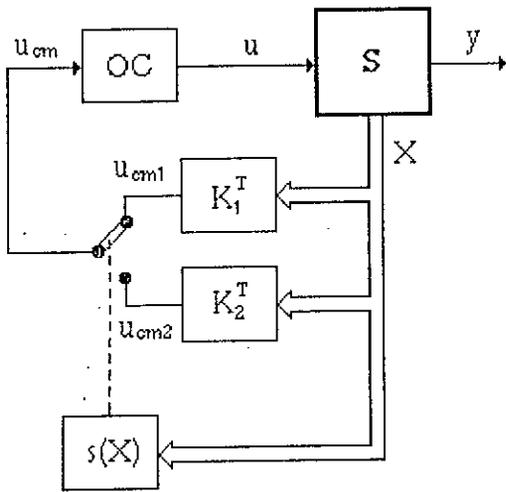


Figure (II.2.1.1): VSS par commutation d'une contre-réaction d'état.

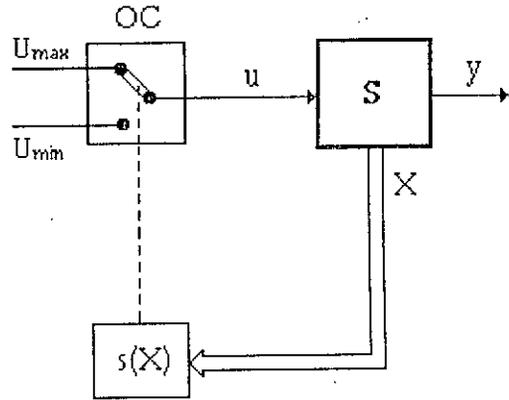


Figure (II.2.1.2): VSS par commutation de l'organe de commande.

Sous certaines conditions, il est possible que la commutation ait lieu à une fréquence très élevée, de sorte que le système de réglage travaille en mode de glissement. Le comportement dynamique du système est alors déterminé par la condition [31,32]:

$$s(X) = 0 \tag{II.2.1.4}$$

Nous nous intéressons en particulier, au cas du réglage à structure variable par commutation au niveau de l'organe de commande.

**II.2.2. Conditions pour l'existence du mode de glissement:**

Une condition nécessaire et suffisante pour l'existence du régime glissant, est que le degré relatif du système soit égal à un [42].

Le système (II.2.1.1) est de degré relatif  $r$ , si [42]:

$$\begin{aligned} L_g L_f^i h(X) &= 0 & \text{si } i < r-1 \\ L_g L_f^{r-1} h(X) &\neq 0 \end{aligned} \quad (\text{II.2.2.1})$$

$X$  appartenant au voisinage du point de fonctionnement nominal.

$L$ : opérateur de Lie.

Si le degré relatif du système est supérieur à un, la condition de glissement n'est pas vérifiée. On choisit alors une surface de commutation telle que le degré relatif associé au système soit égal à un:

$$L_B s(X) \neq 0 \quad (\text{II.2.2.2})$$

La condition de glissement peut être formulée par [31]:

$$s \frac{\partial s}{\partial t} < 0 \quad (\text{II.2.2.3})$$

### II.2.3. Grandeur de commande équivalente:

Lorsque le système de réglage à structure variable fonctionne en mode de glissement, on peut déterminer une loi de commande équivalente en régime continu vérifiant la condition [37]:

$$L_f s(X) + U_{eq} \cdot L_g s(X) = 0 \quad (\text{II.2.3.1})$$

La commande équivalente peut être interprétée comme la valeur moyenne que prend la grandeur de commande lors de la commutation rapide entre  $U_{max}$  et  $U_{min}$ .

## II.3. APPLICATION DES REGIMES GLISSANTS AU CAS LINEAIRE: [32]

Soit un système linéaire monovarié défini par la représentation d'état:

$$\begin{aligned} \frac{dX(t)}{dt} &= A.X(t) + B.u(t) \\ y(t) &= C^T.X(t) \end{aligned} \quad (\text{II.3.1})$$

A: Matrice de transition  $[n \times n]$ .

B: Matrice de commande  $[n \times 1]$ .

C: Vecteur de sortie  $[1 \times n]$ .

Il est judicieux de choisir une loi de commutation sous la forme d'une contre-réaction d'état:

$$s(X) = -K^T.X + k_w.w \quad (\text{II.3.2})$$

w : Grandeur de consigne.

K : Vecteur de la contre-réaction d'état.

$k_w$  : Coefficient de l'intervention directe de la consigne.

Dans ce cas, le degré relatif du système est égal à un, c'est-à-dire:

$$L_B s(X) \neq 0 \quad (\text{II.3.3})$$

si:

$$K^T B \neq 0 \quad (\text{II.3.4})$$

A partir de (II.2.1.2), la loi de commande est définie, d'une part sous forme compacte comme:

$$\frac{(u_1 + u_2) - (u_1 - u_2) \operatorname{sgn} s(X)}{2} \quad (\text{II.3.5})$$

Avec:

$$\begin{aligned} \operatorname{sgn} s(X) &= 1 & \text{si} & \quad s(X) > 0 \\ \operatorname{sgn} s(X) &= -1 & \text{si} & \quad s(X) < 0 \end{aligned} \quad (\text{II.3.6})$$

et, d'autre part, si la condition de glissement est vérifiée, la grandeur de commande équivalente est déterminée à partir de (II.2.3.1) ou de (II.2.1.4, II.3.1 et II.3.2) par:

$$U_{eq} = \frac{1}{K^T B} (k_w \cdot w - K^T A \cdot X) \quad (II.3.7)$$

La condition de glissement (II.2.2.3) est alors équivalente à la condition:

$$U_{min} \leq U_{eq} \leq U_{max} \quad (II.3.8)$$

Il faut mentionner que le mode de glissement n'existe pas dans tout l'hyperplan de commutation, mais seulement dans un certain domaine limité par la condition (II.3.7 et II.3.8).

Le développement des calculs exprime deux hyperplans limites d'ordre n-1:

$$f^T X_a + g_{max} = 0 \quad (II.3.9)$$

$$f^T X_a + g_{min} = 0$$

Avec:

$$f^T = K^T A \begin{bmatrix} I_{n-1} \\ -1 \\ k_n K_a^T \end{bmatrix} \quad (II.3.10)$$

$$g_{max} = K^T B U_{max} + K^T A \begin{bmatrix} 0_{n-1} \\ k_w \\ k_n \end{bmatrix} w \quad (II.3.11)$$

$$g_{min} = K^T B U_{min} + K^T A \begin{bmatrix} 0_{n-1} \\ k_w \\ k_n \end{bmatrix} w \quad (II.3.12)$$

$$X^T = [X_a^T \quad x_n] \quad (II.3.13)$$

*Remarque:* Le développement détaillé des calculs est indiqué dans l'annexe D.

En résumé, le glissement est assuré dans le cas linéaire, si et seulement si, est vérifiée la condition suivante:

$$K^T B \neq 0 \quad (II.3.14)$$

La commande assurant ce glissement est alors définie sous la forme:

(i) Si  $K^T B > 0$

$$\begin{aligned} u &= U_{\max} & \text{si} & \quad s(X) > 0 \\ u &= U_{\min} & \text{si} & \quad s(X) < 0 \end{aligned} \quad (II.3.15)$$

(ii) Si  $K^T B < 0$

$$\begin{aligned} u &= U_{\min} & \text{si} & \quad s(X) > 0 \\ u &= U_{\max} & \text{si} & \quad s(X) < 0 \end{aligned} \quad (II.3.16)$$

Le glissement persiste si le point de fonctionnement stationnaire se trouve entre les deux hyperplans limites définis par (II.3.9).

#### II.4. IMPOSITION DES POLES: [32]

Dans le cas de la théorie linéaire, un choix adéquat des pôles à placer, permet le dimensionnement d'une loi de commutation appropriée.

On peut montrer l'invariance du mode de glissement par rapport à une transformation linéaire, en particulier en ce qui concerne la grandeur de commande équivalente et les pôles. Pour simplifier les calculs, il est judicieux de choisir la forme canonique de réglage.

Soit le système sous la forme compagne suivante:

$$\begin{aligned} \frac{dX_c(t)}{dt} &= A_c X_c + B_c u(t) \\ y(t) &= C_c^T X_c(t) \end{aligned} \quad (\text{II.4.1})$$

Avec:

$$\begin{aligned} X_c &= T_c X \\ A_c &= T_c A T_c^{-1} \\ B_c &= T_c B \\ C_c &= C T_c^{-1} \end{aligned} \quad (\text{II.4.2})$$

$T_c$  : Matrice de passage.

Le polynôme caractéristique du système en mode de glissement est:

$$P_{bf}(s) = (s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_n) = s^n + (a_{n-1}^*) s^{n-1} + \dots + a_0^* \quad (\text{II.4.3})$$

$p_i$  : Pôles imposés.

$a_i^*$  : Coefficients déterminés à partir des  $n$  pôles à l'aide du théorème de Viète ou de l'algorithme de Leverrier [32].

Les coefficients du retour d'état sous la forme canonique sont déterminés comme suit:

$$k_{ci} = (a_i^*) k_{cn} \quad 1 \leq i \leq n-1 \quad (\text{II.4.4})$$

$k_{cn}$  peut être choisi librement, par exemple en fixant  $k_{cn} = 1$

Nous retrouvons la contre-réaction d'état du système original par la transformation linéaire:

$$K^T = K_c^T T \quad (\text{II.4.5})$$

## II.5. APPLICATION DES REGIMES GLISSANTS AU BRAS FLEXIBLE:

Le schéma synoptique du contrôleur synthétisé par régimes glissants et appliqué au bras flexible est représenté dans la figure (II.5.1).

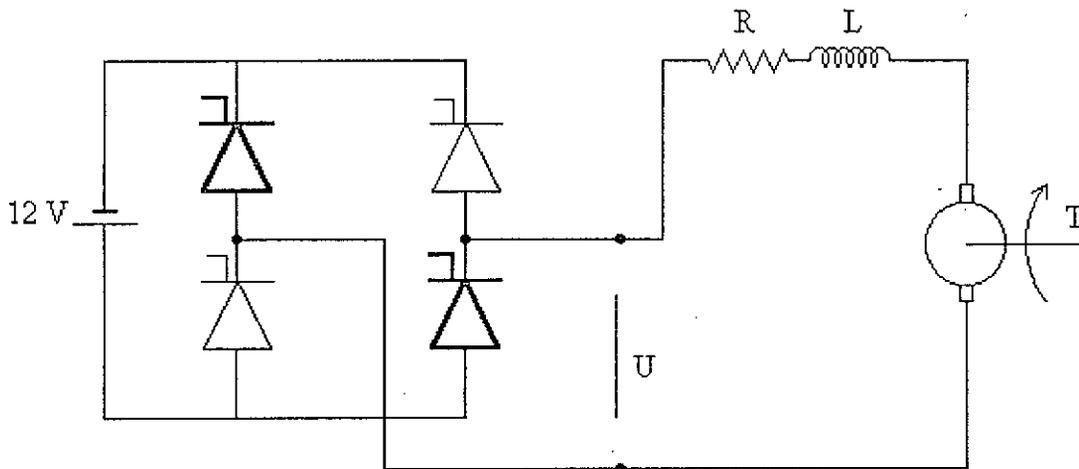


Figure (II.5.1): Structure du réglage par mode de glissement du bras flexible.

La modélisation (I.3.4.6) prend compte du mode rigide et des trois premiers modes flexibles. Ainsi, la dimension du système est d'ordre neuf. Le placement des neuf pôles devient alors une opération fastidieuse, vu le nombre de combinaisons qui peuvent se présenter. Pour faciliter la recherche du placement optimal, la synthèse du régulateur s'effectue sur un modèle réduit d'ordre cinq qui prend en considération le mode rigide et le premier mode flexible, pour être appliqué par la suite au système global.

Les pôles en boucle ouverte, ainsi que les pôles en boucle fermée, sont réunis dans le tableau (II.5.1):

Pôles	En boucle ouverte	En boucle fermée	Modèle réduit	Contre-réaction	
				$k_i$	
$p_1$	0.0000	0	0	$k_1$	5.7298
$p_2$	-3.5973	-10	-15	$k_2$	0.7973
$p_3$	-130.1650	-10	-130	$k_3$	0.8045
$p_4$	$-0.0496 + j2.4815$	-100	$-15 + j15$	$k_4$	-0.0165
$p_5$	$-0.0496 - j2.4815$	-100	$-15 - j15$	$k_5$	0.0030
$p_6$	$-1.6383 + j32.7250$	$-10 + j10$	-	-	-
$p_7$	$-1.6383 - j32.7250$	$-10 - j10$	-	-	-
$p_8$	$-6.6969 + j95.4353$	$-10 + j5$	-	-	-
$p_9$	$-6.6969 - j95.4353$	$-10 - j5$	-	-	-

Tableau (II.5.1): Choix des pôles en boucle fermée du système global et réduit.

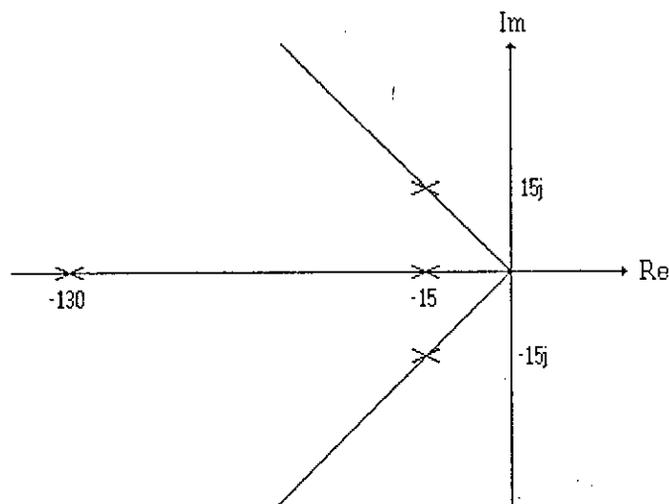


Figure (II.5.2): Placement des pôles en boucle fermée du modèle réduit.

## II.6. SIMULATIONS ET RESULTATS:

Les premières simulations concernent, d'une part la synthèse du régulateur par mode de glissement, à partir du modèle global et, d'autre part l'application à la représentation initiale, du correcteur élaboré à partir du modèle réduit.

Celui-ci est par la suite testé sur le modèle global par rapport aux perturbations internes et externes en étudiant les réponses indicielle. Nous insistons en particulier, sur la robustesse du contrôleur vis-à-vis:

- de la variation de la charge,
- du bruitage du retour.

### (i) Régulateur basé sur le modèle global: (p.69)

Après de nombreux essais, un placement de pôles indiqué dans le tableau (II.5.1) aboutit à la réponse indicielle de la planche (Pl.II.1). L'augmentation de la deflexion démontre une instabilité de la réponse (Fig.II.1.a). Nous constatons sur l'autre graphe, que les oscillations persistent avec des amplitudes de l'ordre de 10 cm (Fig.II.1.b). Ainsi, l'instabilité de la réponse, montre qu'il est possible de trouver un meilleur placement. Malheureusement l'opération devient fastidieuse, vu le nombre de possibilités qui peuvent se présenter de la combinaison des huit pôles à placer, le neuvième étant en zéro. La réduction du modèle s'avère donc utile pour faciliter la recherche des pôles optimaux.

### (ii) Régulateur basé sur le modèle réduit: (pp.70-74)

La planche (Pl.II.2) montre l'influence du choix des pôles sur la réponse à un échelon unité du système réduit d'ordre cinq. L'imposition des pôles suivants:  $0$  ;  $-100$  ;  $-100$  ;  $-100 - j80$  ;  $-100 + j80$  , assure une réponse lente avec un temps de réponse à 5% de 2 s (Fig.II.2.a). Nous constatons la persistance de faibles oscillations pendant le régime établi. Un autre placement de pôles:  $0$  ;  $-5$  ;  $-5$  ;  $-5 - j5$  ;  $-5 + j5$  , permet d'obtenir une réponse plus rapide avec un temps de réponse de 0.34 s (Fig.II.2.b). Nous remarquons une légère déviation négative au départ due au grand couple de démarrage. Le dépassement de 10% peut ne pas être acceptable pour un cahier des charges sévère, notamment pour des applications de précision. Nous vérifions ainsi, l'influence du choix des pôles sur les performances du régulateur, notamment les valeurs de la partie imaginaire de ces pôles.

Une meilleure réponse du modèle réduit est obtenue par un autre placement de pôles qui sont présentés dans le tableau (II.5.1). L'allure de la courbe illustrée dans la figure (II.3.a) montre d'excellents résultats de la commande par mode glissant. Avec un temps de réponse de l'ordre de 0.48 s, un dépassement pratiquement nul, des vibrations quasiment inexistantes et une erreur statique nulle, le régulateur présente de très bonnes performances concernant la rapidité, la stabilité et la précision. L'action du régulateur sur les modes flexibles se manifeste par un fort amortissement de la déflexion où nous constatons sur la figure (II.3.b), une seule oscillation au début du mouvement d'amplitude 1.5 cm, les autres vibrations étant négligeables.

L'application du même régulateur au modèle global d'ordre neuf, n'affecte pas ses performances d'une manière considérable (Pl.II.4). Avec un temps de réponse d'environ 0.51 s, la réponse du modèle global est aussi rapide que celle du modèle réduit. Sans dépassement et avec une erreur statique nulle, le contrôleur présente les mêmes performances de stabilité et de précision. La synthèse de la commande du bras flexible par régimes glissants à partir du modèle réduit, se révèle un outil très efficace. En effet, d'une part, la recherche de la surface de commutation satisfaisant les exigences du cahier des charges devient plus souple, et d'autre part, l'application de ce régulateur au modèle initial n'affecte pas ses performances.

L'action du contrôleur sur chaque mode est illustré dans la planche (II.5). Nous remarquons en particulier, les excellentes performances présentées par la réponse du mode rigide (Fig.II.5.a). Le premier mode flexible qui a le plus d'influence sur la réponse, est fortement amorti par rapport aux deux autres modes flexibles (Fig.II.5.b, Fig.II.5.c et Fig.II.5.d). Nous voyons donc, le principe de fonctionnement du correcteur synthétisé par régimes glissants, qui commande chaque mode, principalement le mode rigide et le premier mode flexible, permettant ainsi, la régulation de la position de l'extrémité du bras par superposition des modes.

Les courbes concernant la commande: la tension de commande, la commande équivalente et le couple moteur sont représentées dans la planche (II.6). La valeur de la tension est maximale au départ (Fig.II.6.a), pour engendrer un grand couple de démarrage, de l'ordre de 22 N.m (Fig.II.6.c). La commutation de la commande en tension commence 0.26 s après l'instant initial (Fig.II.6.a). Le phénomène de glissement débute à 0.19 s, l'instant à partir du quel la commande équivalente varie entre 12 V et -12 V (Fig.II.6.b).

*(iii) Variation de la charge: (p.75)*

Parmi les nombreuses utilisations des bras flexibles, le chargement et le déchargement des matériaux dans le domaine du bâtiment par exemple, représentent de très importantes applications. Une exigence principale du cahier des charges dans ce cas, est la robustesse du correcteur par rapport à la variation de la charge.

Appliquons différentes charges à l'extrémité du bras, allant d'une variation de -90% à 100% de la charge nominale qui est de un kilogramme, afin d'étudier le comportement du bras flexible commandé par modes glissants vis-à-vis de la variation de la charge sur un large intervalle de 0.1 kg à 2 kg (Pl.II.7). On constate de légères oscillations des réponses indicielles mais sans dégradation des performances pour les masses de 0.5 kg et 1.2 kg (Fig.II.7.b et Fig.II.7.c). Les performances demeurent satisfaisantes pour des charges de 0.2 kg à 1.5 kg malgré de faibles dépassements: 2% pour 0.2 kg (Fig.II.7.a) et 3% pour 1.5 kg (Fig.II.d).

Le régulateur synthétisé par régimes glissants présente une bonne robustesse vis-à-vis de la variation de la charge sur un large intervalle entre 0.2 kg et 1.5 kg, ses performances se dégradent pour des masses en dehors de cet intervalle.

*(iv) Variation de la longueur du bras: (p.76)*

La simulation du système pour des longueurs qui varient de -30% à 30% de la longueur nominale (Pl.II.8), montre la sensibilité du compensateur par rapport à ce paramètre. Ceci s'explique par le fait que la variation de la longueur du bras flexible entraîne la modification de l'inertie du bras ainsi que celle de la charge (voir l'équation I.3.3.8). Nous constatons néanmoins que le régulateur est plus robuste vis-à-vis de l'augmentation de la longueur (Fig.II.8.c). En effet, la réduction de la longueur provoque la diminution de l'inertie du système qui le rend ainsi, instable (Fig.II.8.a et Fig.II.8.b).

La variation de la longueur implique la variation de plusieurs autres paramètres ce qui engendre de mauvaises réponses.

*(v) Bruitage des variables d'état: (pp.77-79)*

L'influence des perturbations extérieures sur le bras flexible se manifeste en particulier par le bruit de mesure. Etant donné que l'action du régulateur repose sur la mesure des variables d'état et non pas sur la mesure directe de la position de l'extrémité chargée, les perturbations influent sur les capteurs de ces variables.

En considérant l'effet d'un bruit blanc de 5% sur la mesure de la coordonnée généralisée du premier mode flexible (Pl.II.9), nous constatons l'apparition dans le régime permanent de la réponse indicielle, de très faibles vibrations de l'ordre de 6 mm et qui n'ont pas de grandes conséquences sur la dégradation de la précision du système (Fig.II.9.a). Les allures de la coordonnée du mode flexible et celle de la variable mesurée sont décrites respectivement dans les figures (Fig.II.9.b et Fig.II.9.c). On note les oscillations de la coordonnée généralisée autour de la position d'équilibre sous l'influence des perturbations extérieures.

Sur la planche (Pl.II.10) on s'aperçoit que la robustesse du contrôleur se détériore à partir d'un bruit de 30% sur la mesure de la variable généralisée du mode flexible. Avec des oscillations de 2 cm autour de la position désirée (Fig.II.10.a), les performances obtenues peuvent ne pas correspondre aux exigences définies par le cahier des charges. Malgré les résultats acquis, il faut noter que la réponse est faiblement détériorée par rapport à l'effet du bruit sur la variable mesurée (Fig.II.10.b et Fig.II.10.c).

Il est intéressant de comparer l'effet des perturbations sur une autre variable d'état. Supposons un bruit blanc de 5% sur l'angle de rotation introduit par les capteurs (Pl.II.11). Nous constatons que la réponse indicielle est plus détériorée par rapport aux simulations précédentes (Fig.II.9.a et Fig.II.11.a). Les figures (II.11.b et II.11.c) montrent que l'effet du bruit sur l'angle de rotation est efficacement compensé par le contrôleur, la sortie totale est affectée le plus, par les oscillations des modes vibratoires. Ainsi l'influence du bruit sur la mesure des variables d'état n'a pas les mêmes effets. Ceci est en fait dû au placement de pôles qui engendre la détermination de la contre-réaction d'état. Nous constatons sur le tableau (II.5.1) que le coefficient de retour correspondant à l'angle de rotation (5.7298) est supérieur à celui correspondant à la coordonnée généralisée du mode flexible (0.8045), les perturbations qui affectent la mesure de l'angle de rotation risquent d'altérer la surface de glissement d'une manière plus importante.

(vi) *Test de répétabilité:* (p.80)

Il est parfois intéressant de connaître le comportement du bras flexible pour des tâches répétitives afin d'analyser les performances de la commande, en particulier dans le domaine industriel. Le test de répétabilité concerne la réponse à un signal périodique. Il représente l'erreur accumulée pour des mouvements répétitifs du bras flexible qui est soumis à un signal carré d'amplitude 1 m et de période 2s (Pl.II.12). Nous constatons les fortes sollicitations auxquelles est soumis l'actionneur (Fig.II.12.c).

## II.7. CONCLUSION:

L'étude de la commande monovariante par régimes glissants et son application au bras flexible conduit aux résultats suivants:

- L'élaboration de la commande par imposition des pôles devient fastidieuse si l'ordre du système est élevé, ceci à cause du nombre de combinaisons possibles pour le placement des pôles.
- La réduction du modèle pour la synthèse de la commande et son application au système initial n'altère pas les performances du régulateur.
- Le dimensionnement du régulateur n'est pas unique. Il est possible de trouver d'autres pôles donnant lieu à de meilleures réponses.
- La synthèse de loi de commande par régimes glissants nécessite la connaissance complète du modèle mathématique.
- Il y a risque de perte de glissement, notamment si le point de fonctionnement stationnaire ne se trouve pas entre les deux limites de glissement.
- Le temps de calcul de la surface de glissement étant très faible, le contrôleur offre une efficacité évidente de commande en temps réel.
- La technique de commande par mode de glissement est robuste vis-à-vis des variations de la charge.
- Le correcteur est un bon rejeteur de bruit.
- L'influence du bruit sur le système dépend du coefficient de contre-réaction de la variable affectée.
- Consommation importante de l'énergie au niveau de l'actionneur.
- La fréquence de commutation étant élevée, le compensateur synthétisé par régimes glissants présente des limitations pratiques dues à la forte sollicitation de l'actionneur.

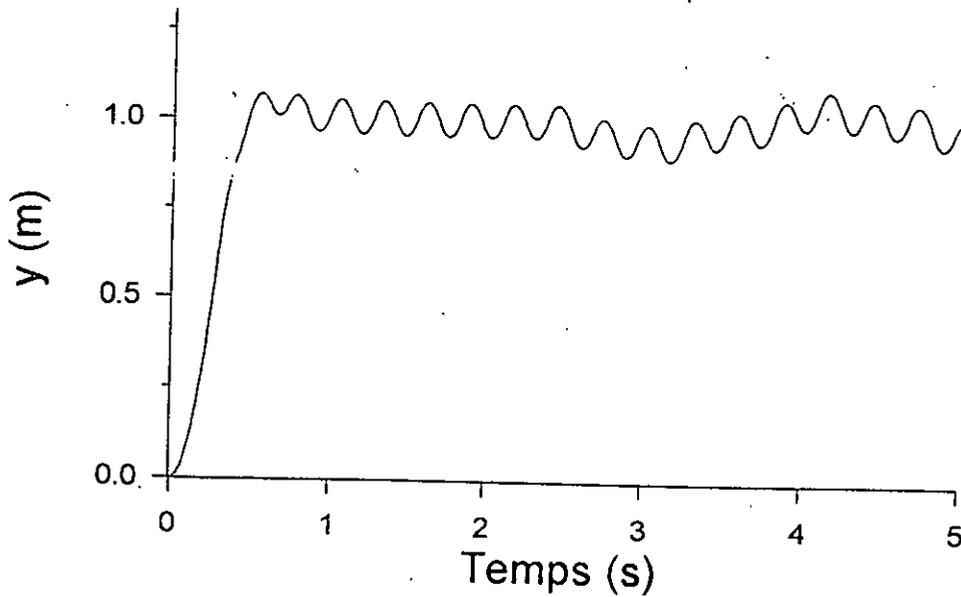


Fig.a: Position de l'extrémité du bras.

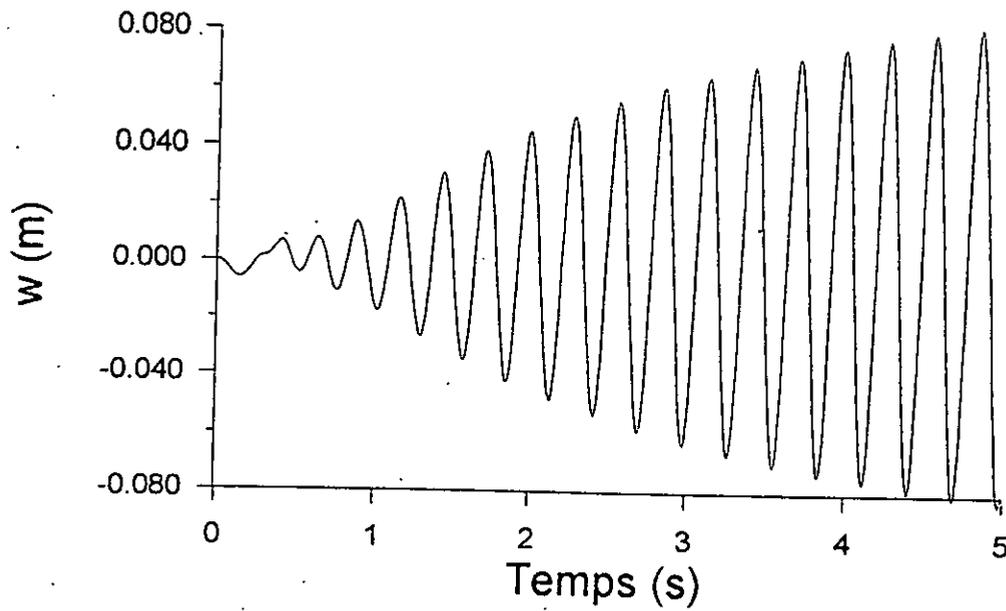
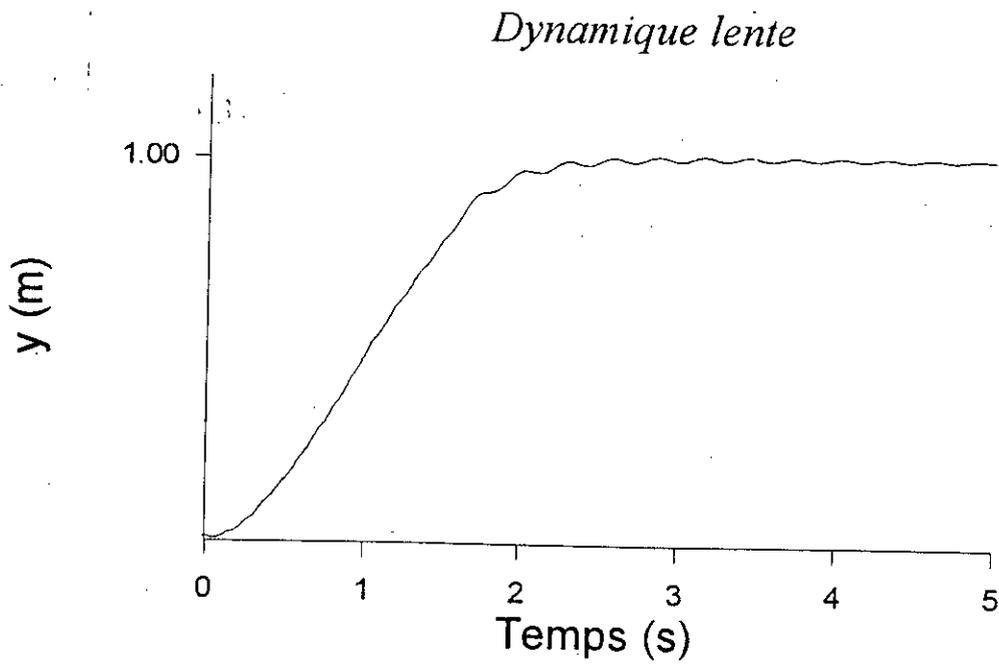
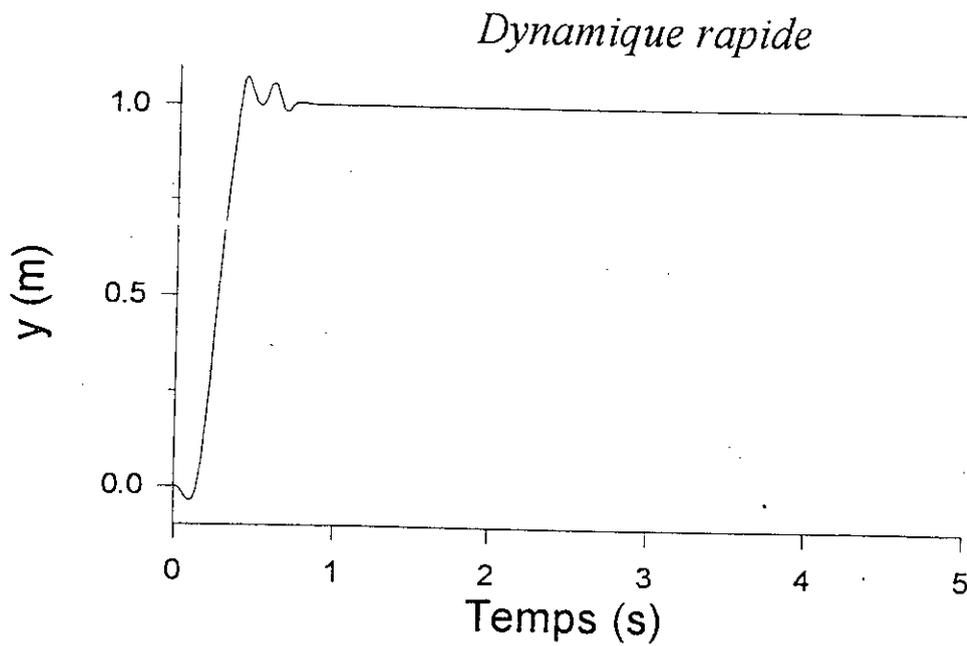


Fig.b: Déflexion.

PI.II.1: Réponses relatives au régulateur global appliqué au modèle global.



*Fig.a:* Dynamique lente.



*Fig.b:* Dynamique rapide.

PI.II.2: Effet du choix des pôles sur la dynamique du modèle réduit.

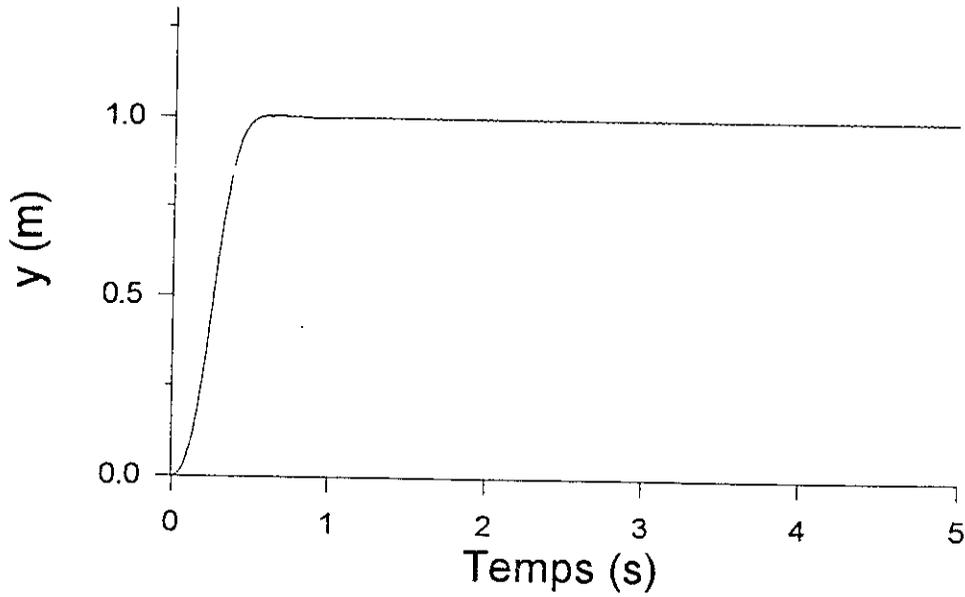


Fig.a: Position de l'extrémité du bras.

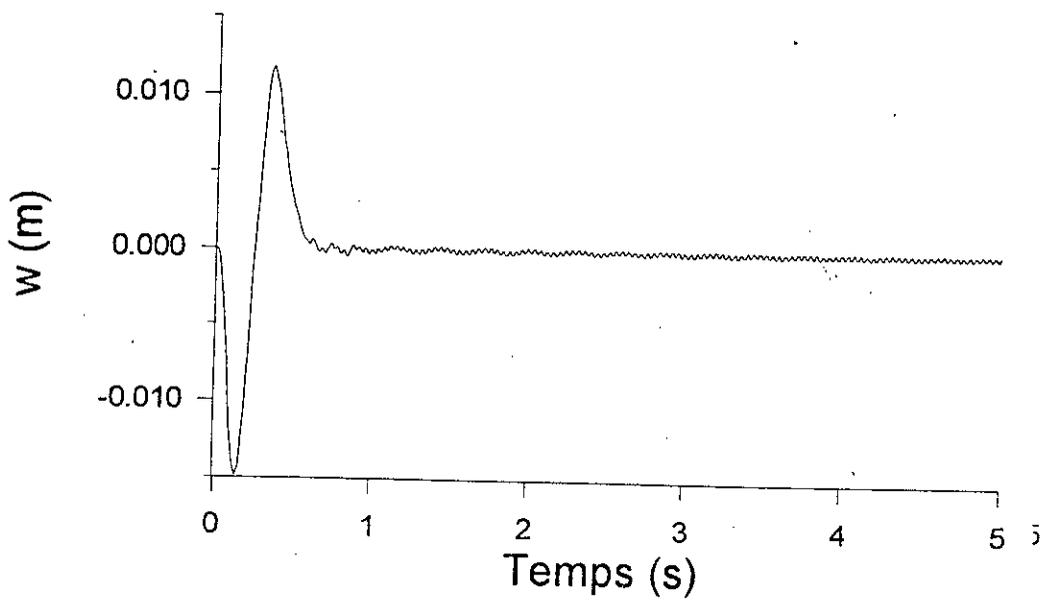


Fig.b: Déflexion.

Pl.II.3: Réponses relatives au régulateur réduit appliqué au modèle réduit.

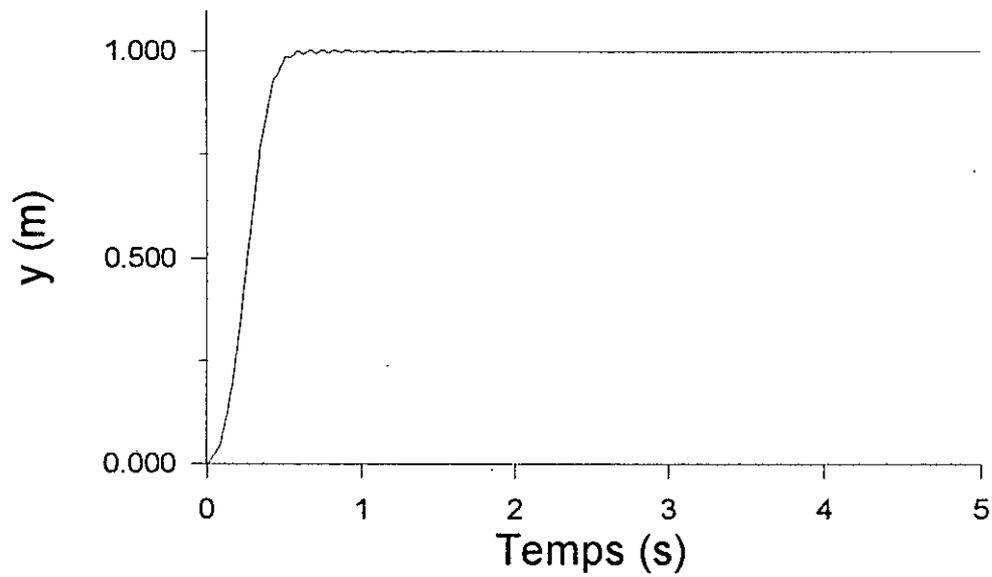


Fig.a: Position de l'extrémité du bras.

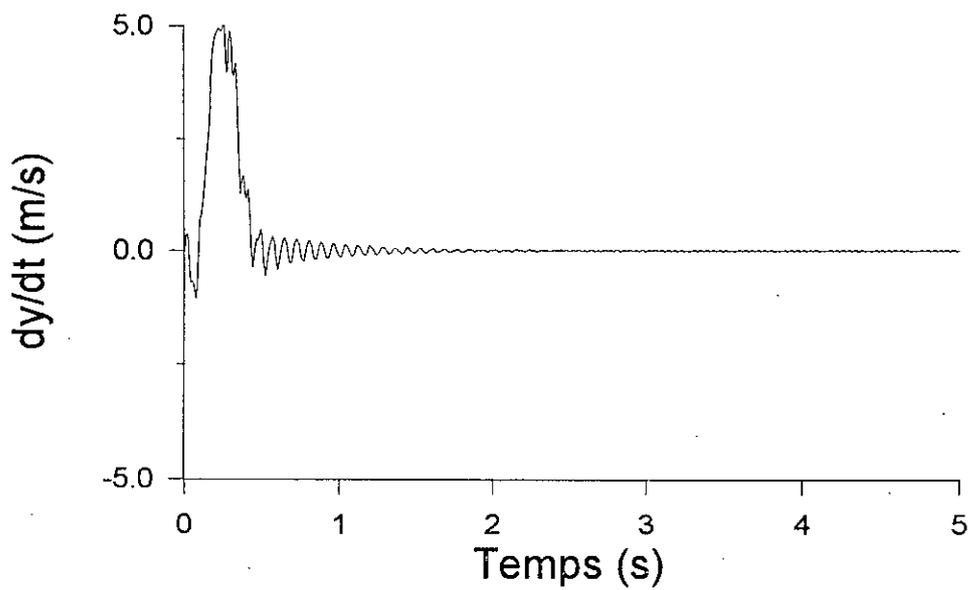


Fig.b: Vitesse de l'extrémité.

Pl.II.4: Réponses relatives au régulateur réduit appliqué au modèle global.

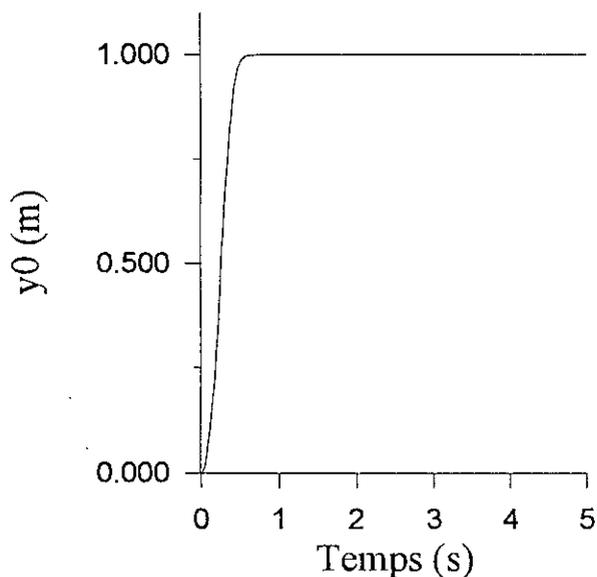


Fig.a: Mode rigide.

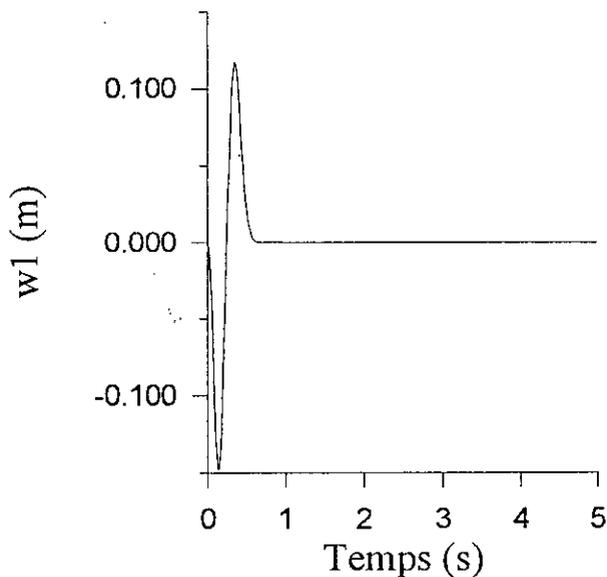


Fig.b: Premier mode flexible.

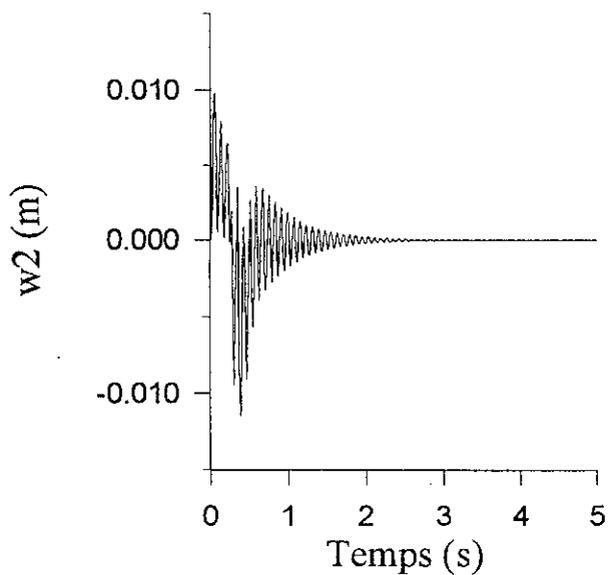


Fig.c: Deuxième mode flexible.

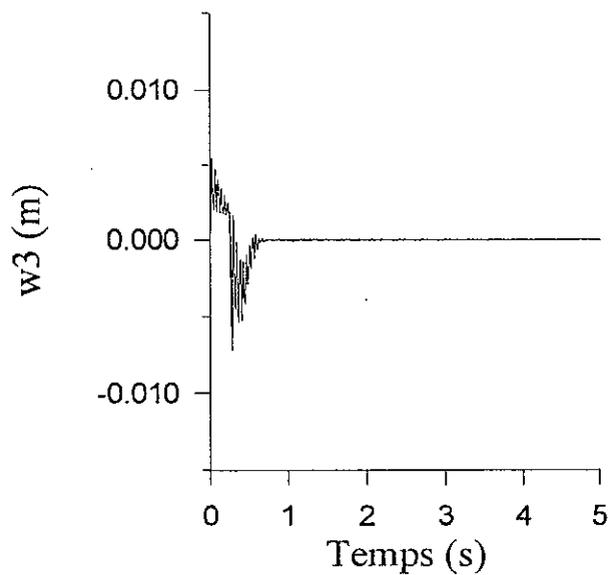


Fig.d: Troisième mode flexible.

Pl.II.5: Réponses modales du modèle réduit.

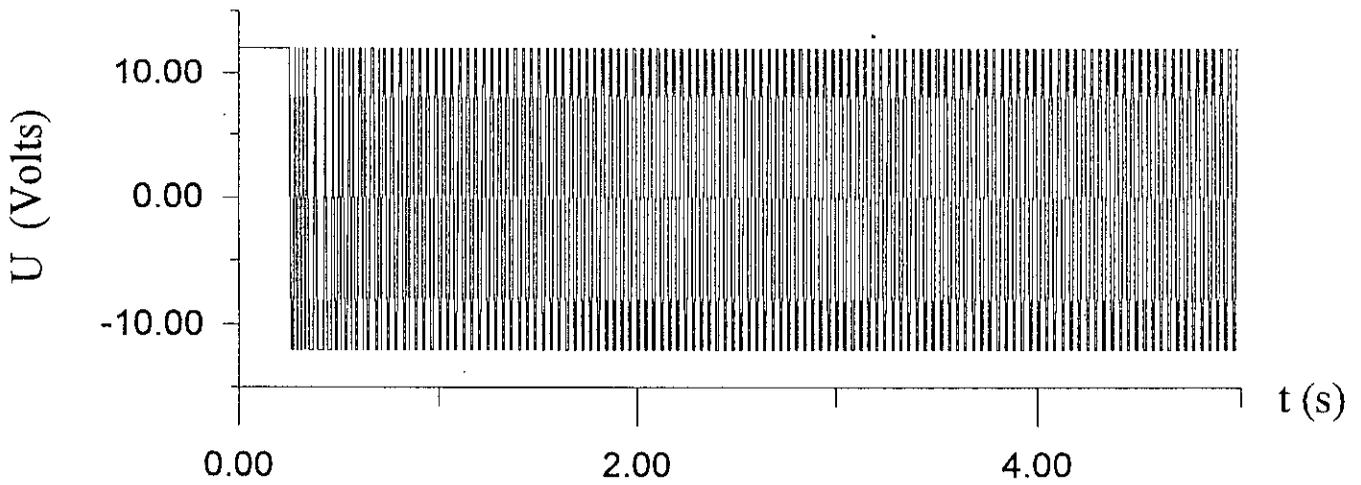


Fig.a: Commande en tension.

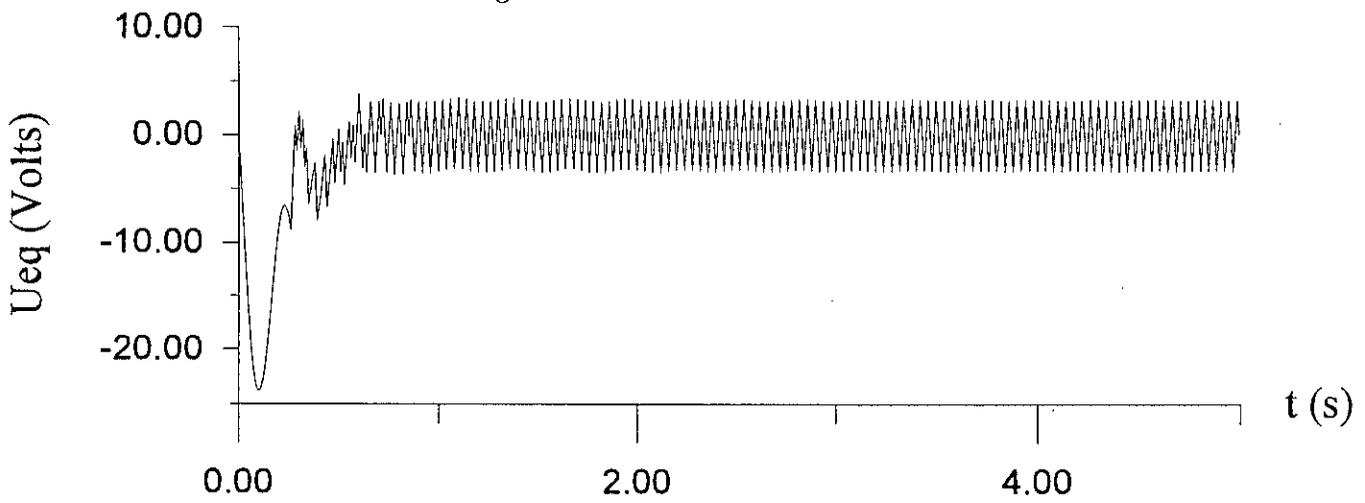


Fig.b: Commande équivalente.

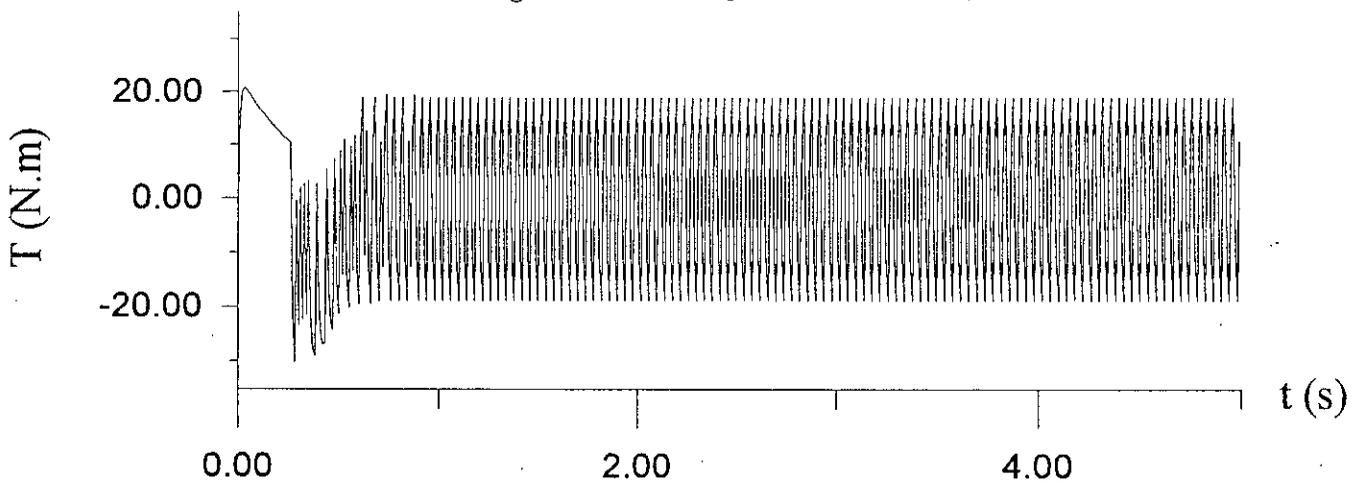


Fig.c: Commande en couple

Pl.II.6: Commandes.

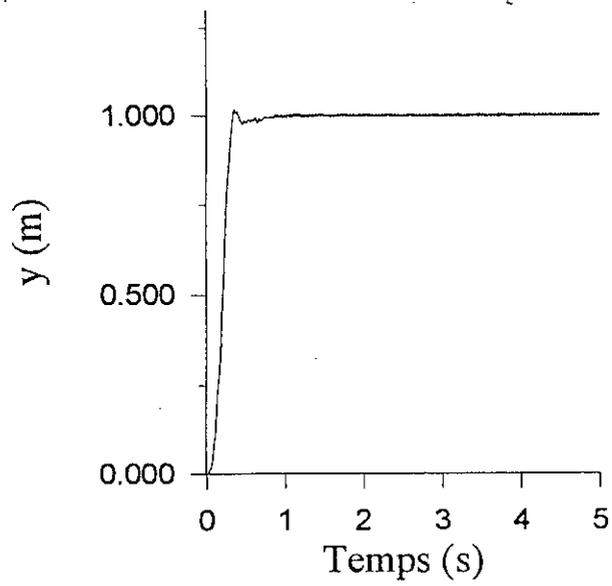


Fig.a:  $Mc=0.2\text{ kg}$

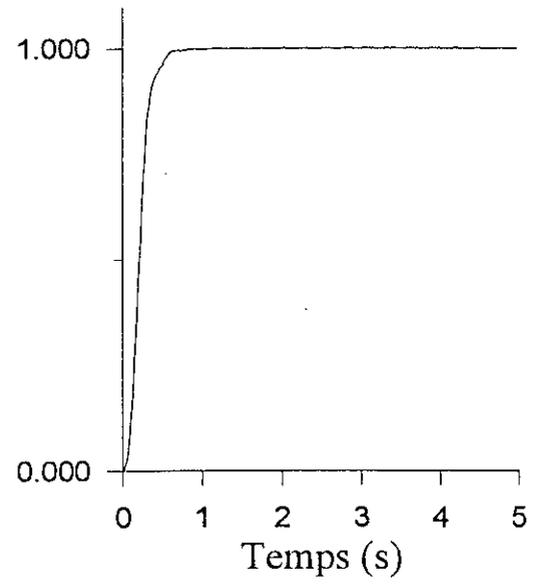


Fig.b:  $Mc=0.5\text{ kg}$

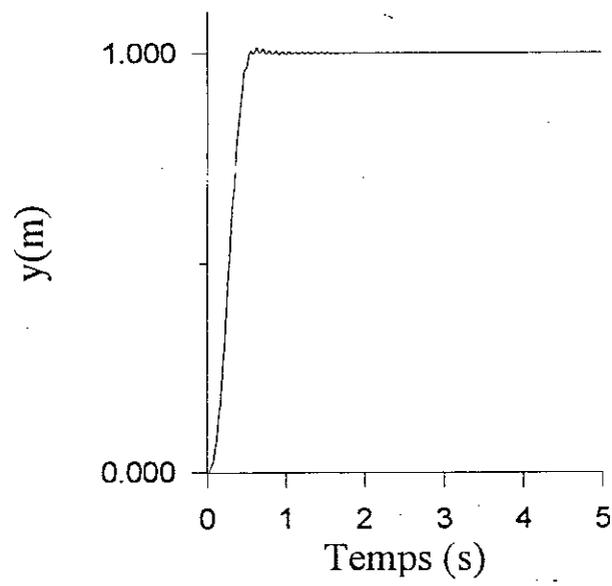


Fig.c:  $Mc=1.2\text{ kg}$

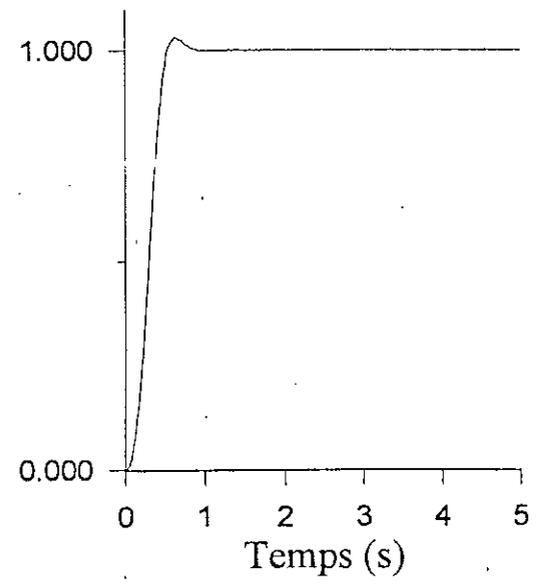


Fig.d:  $Mc=1.5\text{ kg}$

PI.II.7: Robustesse du contrôleur vis-à-vis de la variation de la charge.

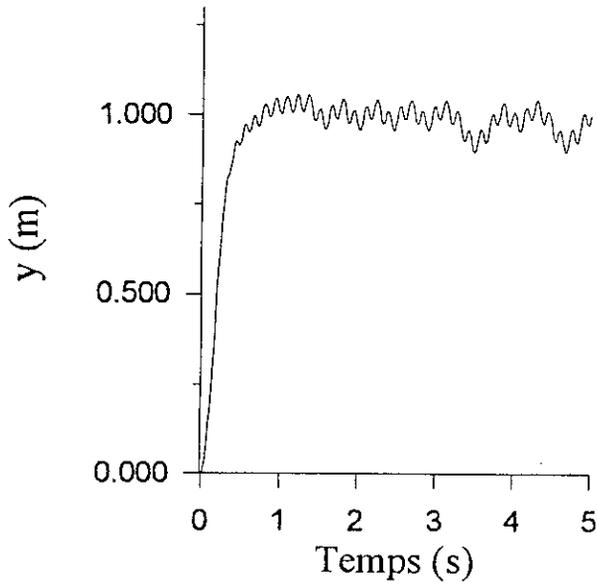


Fig.a:  $L = 0.7 m$

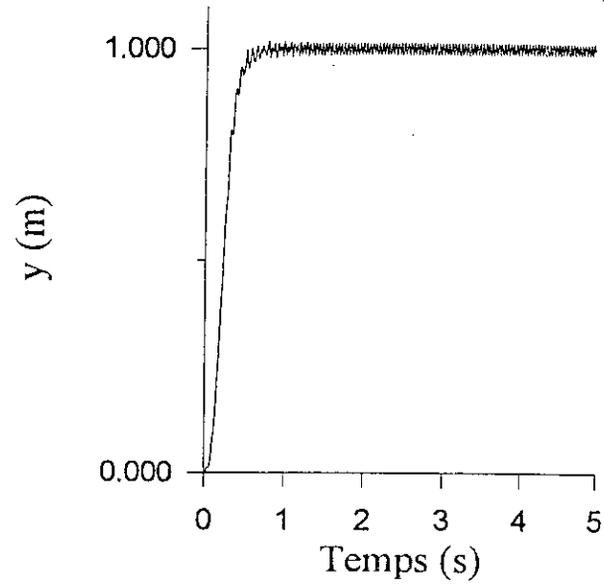


Fig.b:  $L = 0.9 m$

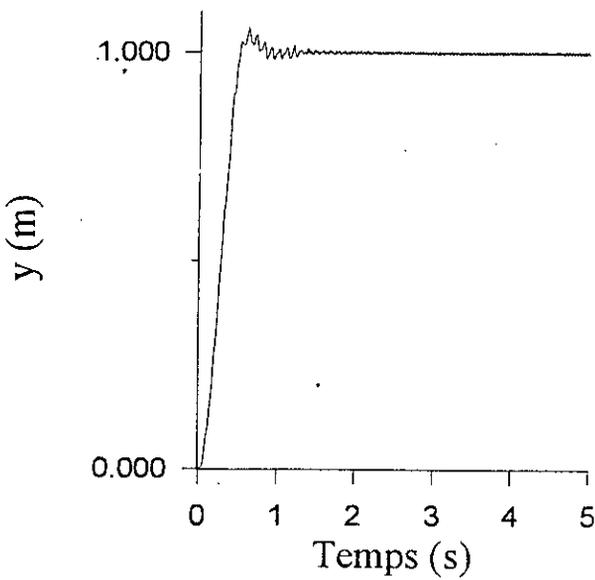


Fig.c:  $L = 1.1 m$

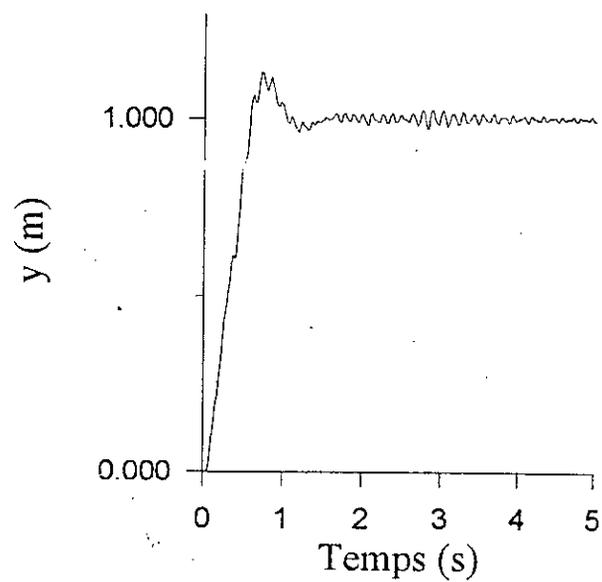


Fig.d:  $L = 1.3 m$

Pl. II.8: Robustesse du contrôleur vis-à-vis de la variation de la longueur.

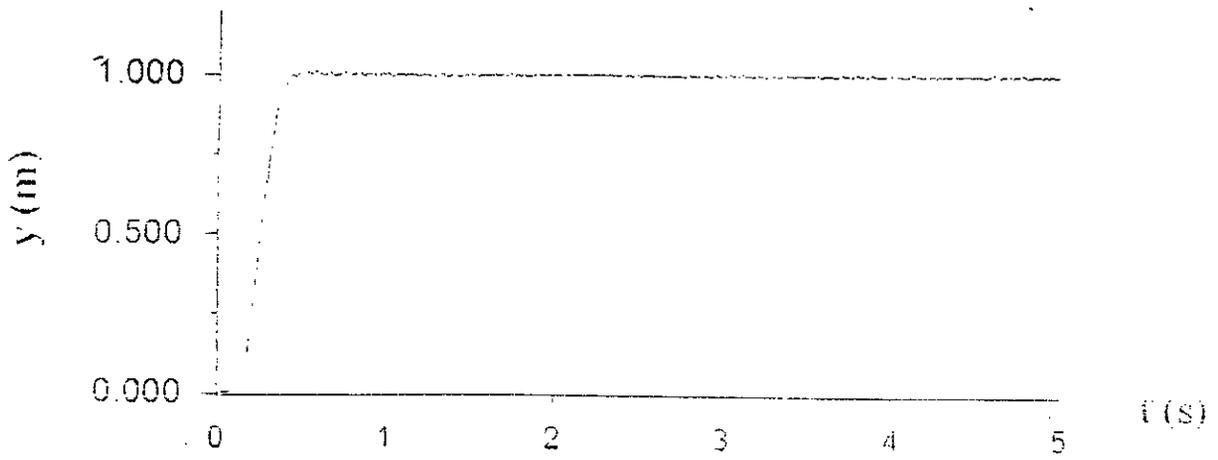


Fig.a: Position de l'extrémité.

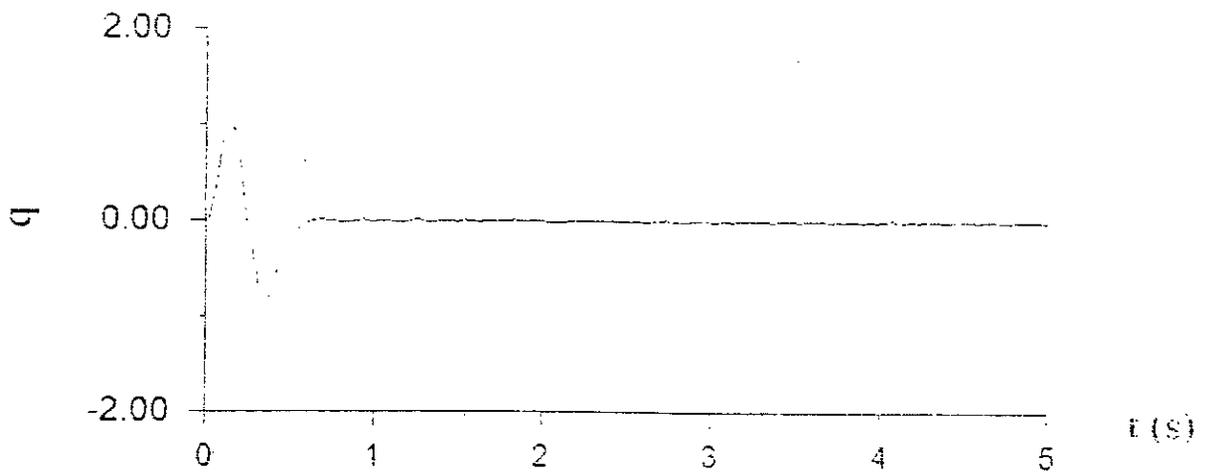


Fig.b: Variable non bruitée.

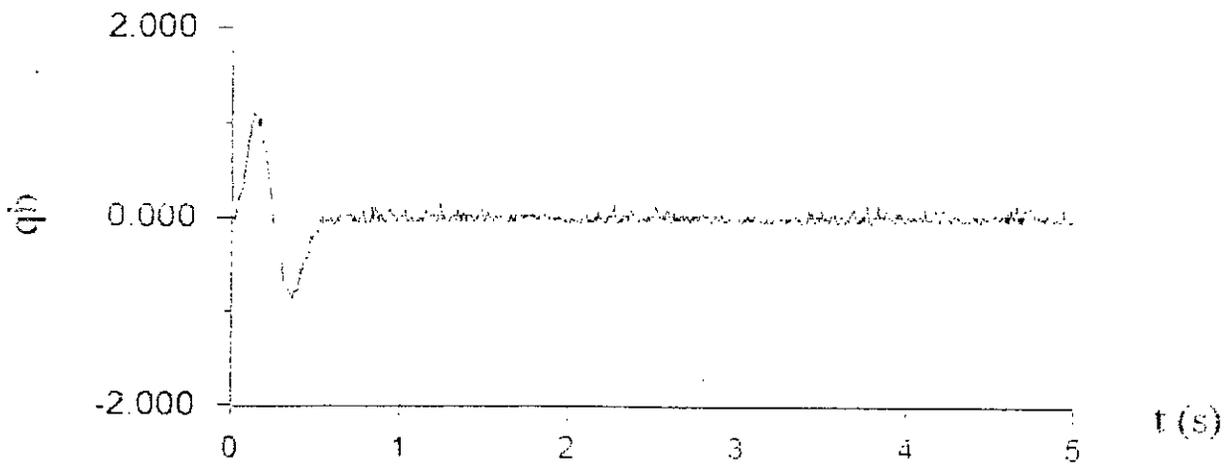


Fig.c: Variable bruitée.

Pl.II.9: Influence du bruit de 5% sur la mesure de la coordonnée généralisée du premier mode flexible.

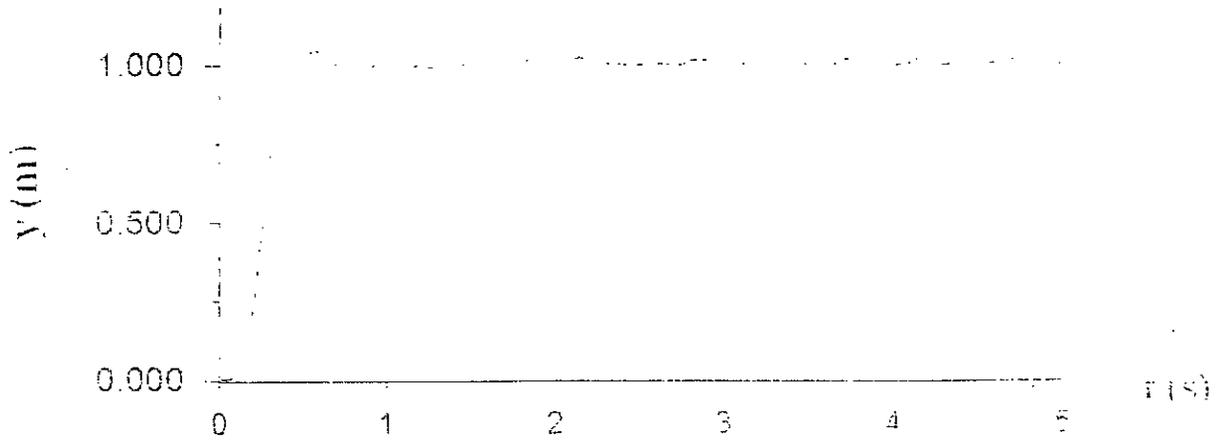


Fig.a: Position de l'extrémité.

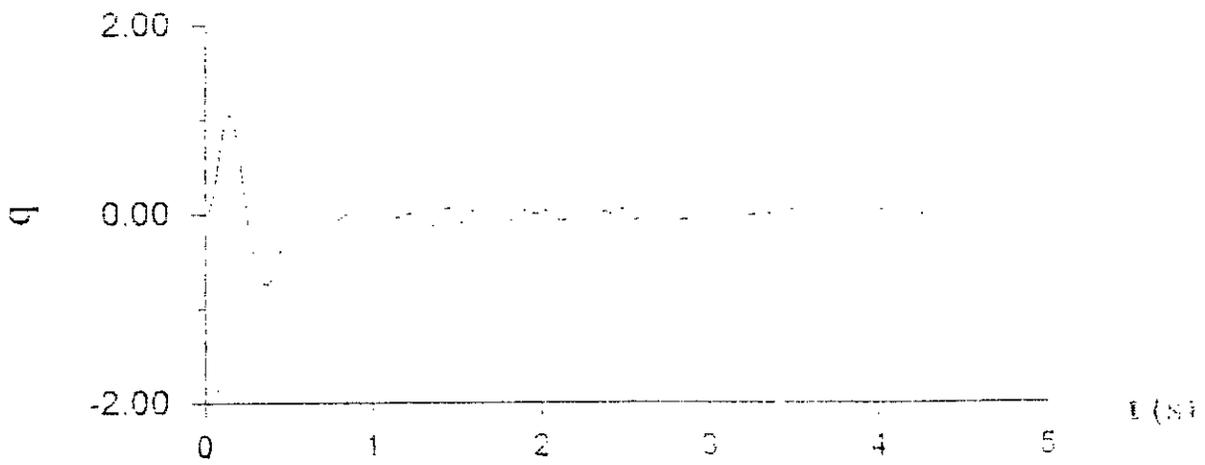


Fig.b: Variable non bruitée.

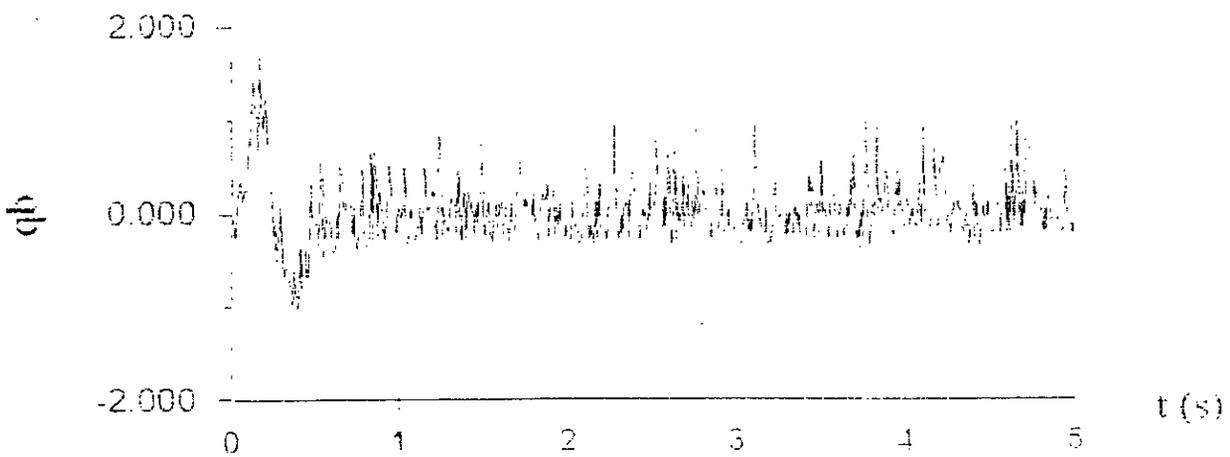


Fig.c: Variable bruitée.

Pl.II.10: Influence du bruit de 30% sur la mesure de la coordonnée généralisée du premier mode flexible.

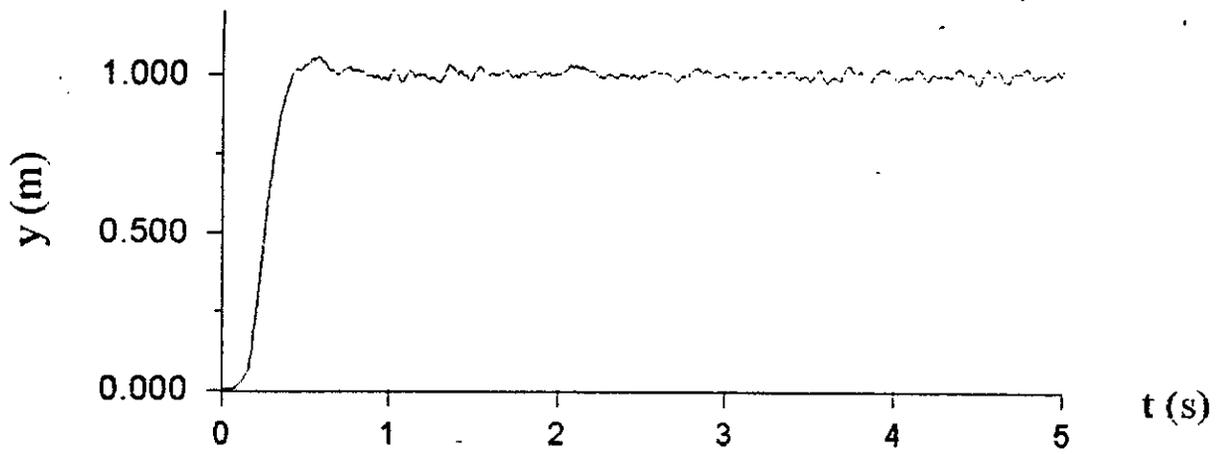


Fig.a: Position de l'extrémité.

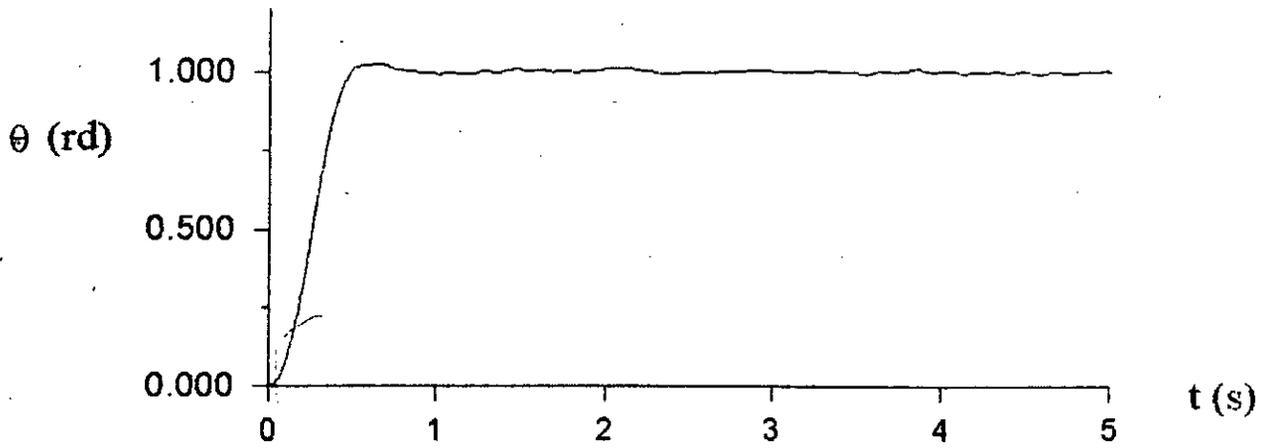


Fig.b: Variable non bruitée.

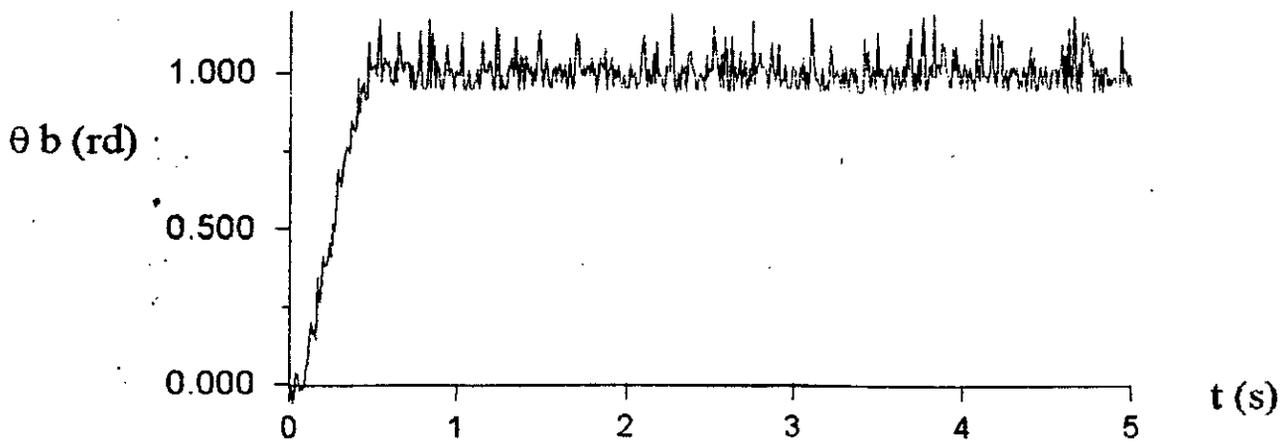
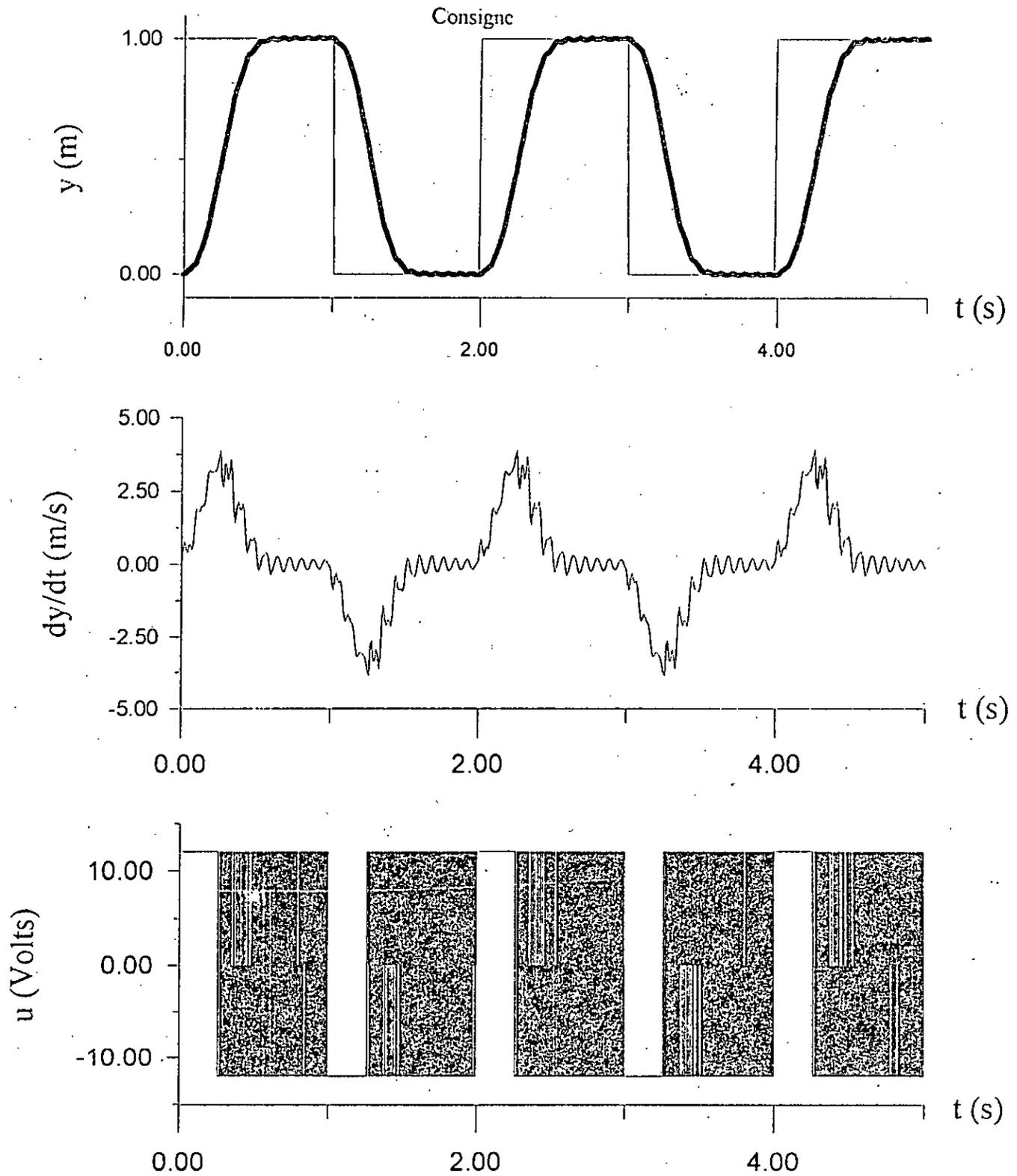


Fig.c: Variable bruitée.

Pl.II.11: Influence du bruit de 5% sur la mesure de l'angle de rotation.



Pl.II.12: Test de répétabilité.

## *Chapitre III*

# COMMANDE FLOUE

---

Ce chapitre présente les rudiments de la théorie des sous-ensembles flous et de la logique floue, ainsi que des indications sur les applications de la logique floue dans la commande des systèmes. La fin de ce chapitre comporte l'étude de la commande floue appliquée au bras flexible. Des simulations numériques permettront alors de commenter les résultats obtenus.

### III.1. INTRODUCTION :

Dès le début des années soixante-dix, la recherche s'est orientée vers la synthèse de contrôleur intelligent. S'appuyant sur les travaux de Zadeh [43], on a élaboré le contrôleur flou basé sur les propriétés de la logique floue. Depuis, les applications ont connu un progrès important dont les principales sont résumées dans le tableau (III.1) [44].

Année	Auteurs	Sujet
1972	Zadeh	L'approche linguistique.
1974	Mamdani	Commande d'une machine à vapeur.
1980	Fukami	L'inférence conditionnelle floue.
1983	Sugeno	Dérivation des règles de la commande floue.
1985	Watanabe	Processeur flou.
1988	Prade	Raisonnement approximé.

*Tableau III.1:* Récapitulatif des principaux travaux  
dans le domaine de la logique floue.

### III.2. THEORIE DES SOUS-ENSEMBLES FLOUS ET LOGIQUE FLOUE:

La conception classique de la notion d'ensemble, fait que chaque propriété détermine un ensemble, en l'occurrence l'ensemble de tous les objets qui satisfont la propriété en question. Pour les tenants de la théorie des sous-ensembles flous, des propriétés ou prédicats comme rouge ou grand sont vagues. Par exemple, décider qu'une personne est grande ou qu'elle ne l'est pas est quelquefois vain. Il y a des individus que l'on refuse de classer aussi bien parmi les grands que ceux parmi qui ne le sont pas [43].

#### III.2.1. Notions et terminologie: [43,45]

##### (i) Ensemble flou:

On note par  $U$ , un référentiel qui peut comporter une collection d'objets discrets ou de valeurs mathématiques.

Un ensemble flou  $F$ , dans  $U$  est un ensemble de couples formés d'éléments  $u$  de  $U$  et de leurs images par une fonction d'appartenance  $\mu_F$  qui caractérise cet ensemble flou  $F$ .

$F$  est défini comme suit:

$$F = \{ (u, \mu_F(u)) / u \in U \} \quad (\text{III.2.1.1})$$

##### (ii) Fonction d'appartenance:

C'est une fonction définie dans l'intervalle  $[0,1]$  qui associe à chaque élément de  $U$  son degré d'appartenance  $\mu_F(u)$ .

Elle peut prendre plusieurs formes, la figure (III.2.1) résume les fonctions d'appartenance les plus utilisées.

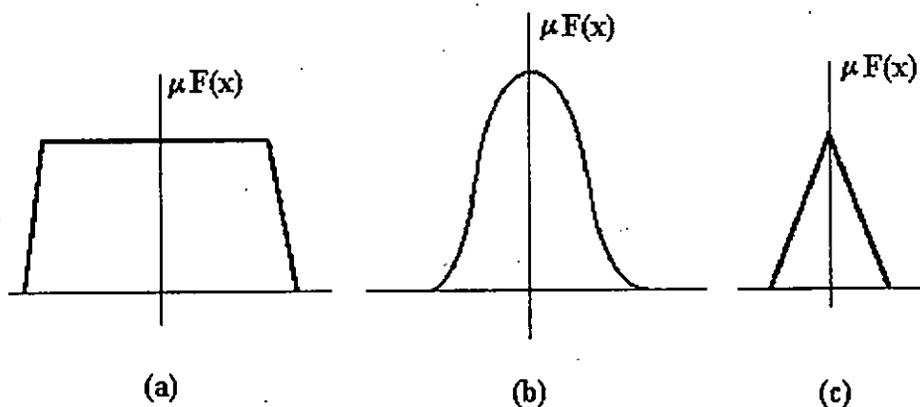


Figure (III.2.1): Quelques formes de fonctions d'appartenance

- (a) Trapézoïdale
- (b) Gaussienne
- (c) Triangulaire

### III.2.2. Opérations dans les sous-ensembles flous: [43,44,46]

#### (i) Sous-ensemble:

On dit que A est un sous ensemble flou du sous-ensemble flou B si pour chaque élément e de U, le degré d'appartenance de e à B est au moins aussi bon que le degré d'appartenance de e à A.

Formellement:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow (\forall u \in U)(\mu_A(u) \leq \mu_B(u)) \quad (\text{III.2.2.1})$$

Il y a égalité de deux sous-ensembles flous lorsque chacun des deux est un sous-ensemble flou de l'autre:

$$A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \text{ et } B \subseteq A \quad (\text{III.2.2.2})$$

#### (ii) Intersection:

A et B étant deux sous-ensembles flous de U, la fonction d'appartenance à l'intersection de A et B notée  $A \cap B$  est définie par:

$$\mu_{(A \cap B)}(u) = \text{Min}(\mu_A(u), \mu_B(u)) \quad (\text{III.2.2.3})$$

#### (iii) Union:

Si A et B sont des sous-ensembles flous de U, la fonction d'appartenance à l'union de A et B notée  $A \cup B$  est définie par:

$$\mu_{(A \cup B)}(u) = \text{Max}(\mu_A(u), \mu_B(u)) \quad (\text{III.2.2.4})$$

#### (iv) Complémentaire:

A et B étant deux sous-ensembles flous de U, A et B sont dits complémentaires noté  $B=A$  si et seulement si pour tout u de U,

$$\mu_B(u) = 1 - \mu_A(u) \quad (\text{III.2.2.5})$$

(v) *Produit cartésien:*

$A_1, \dots, A_n$  étant des sous-ensembles dans  $U_1, \dots, U_n$ , respectivement, le produit cartésien de  $A_1, \dots, A_n$  est un sous-ensemble de  $U_1 \times \dots \times U_n$  caractérisé par la fonction d'appartenance:

$$\mu(A_1 \times \dots \times A_n)(u_1, \dots, u_n) = \text{Min}(\mu A_1(u_1), \dots, \mu A_n(u_n)) \quad (\text{III.2.2.6})$$

ou encore

$$\mu(A_1 \times \dots \times A_n)(u_1, \dots, u_n) = \mu A_1(u_1) \cdot \mu A_2(u_2) \cdot \dots \cdot \mu A_n(u_n) \quad (\text{III.2.2.7})$$

(vi) *Relation floue:*

Une relation floue d'ordre  $n$  est un sous-ensemble flou dans  $U_1 \times \dots \times U_n$ , elle est exprimée par:

$$R = \{((u_1, \dots, u_n), \mu R(u_1, \dots, u_n)) / (u_1, \dots, u_n) \in U_1 \times \dots \times U_n\} \quad (\text{III.2.2.8})$$

(vii) *Composition:*

La composition de deux relations floues  $R$  et  $S$  définies dans  $U \times V$  et  $V \times W$ , respectivement, est une relation floue que l'on note  $R \circ S$  définie par

$$R \circ S = \{(u, w), \text{Sup}(\mu R(u, v) * \mu S(v, w))\}, u \in U, v \in V, w \in W \quad (\text{III.2.2.9})$$

Avec  $*$  un opérateur dans les sous-ensembles flous.

Toutes les propriétés standards pour l'union, l'intersection et la complémentarité sont également valables pour les sous-ensembles flous, avec deux exceptions notables:

$$A \cup A = U \quad (\text{III.2.2.10})$$

$$A \cap A = \emptyset \quad (\text{III.2.2.11})$$

Sachant que  $\emptyset$  est le sous-ensemble flou caractérisé par la relation

$$\mu \emptyset(u) = 0 \quad \text{pour tout } u \text{ appartenant à } U.$$

Le lecteur qui souhaiterait aller au-delà de cette courte introduction à la théorie des sous-ensembles flous est invité à prendre connaissance des références citées dans la bibliographie.

### III.2.3. Variables linguistiques: [47]

Une variable linguistique est une variable qui prend comme valeurs des mots ou des phrases tirés du langage naturel, ces valeurs sont réparties en classes, à chacune d'elle est associée une fonction d'appartenance. On définit la variable linguistique par le triplé  $(u, T(u), U)$ .

Où  $u$  est le nom de la variable,  $T(u)$  est l'ensemble des valeurs que peut prendre  $u$  et  $U$  est l'ensemble d'intérêt. Si par exemple, la taille d'une personne est interprétée comme variable linguistique, alors l'ensemble  $T(u)$  sera {petite, moyenne, grande}.

Chacun des termes de l'ensemble  $T(u)$  est caractérisé par un sous-ensemble flou dans l'espace d'intérêt  $U=[1.45, 1.95]$ , on pourra interpréter alors "petite" par une taille qui se rapproche de 1.50 m ou "moyenne" par celle qui est autour de 1.70 m.

### III.2.4. Logique floue et raisonnement d'approximation: [44,46]

La logique floue et le raisonnement d'approximation qu'a introduit Zadeh reposent sur la notion de règles d'implication de déductions floues.

On peut définir ces règles comme étant une composition de fonctions appelées implications floues qui prennent en évidence des variables floues et se présentent sous la forme

(conditions) alors (conséquences)

Ainsi La déduction dans la logique floue se fait à partir des conditions exprimées en variables floues, donc d'une manière informelle et ceci à travers les règles d'inférences floues.

Dans ce raisonnement il existe deux formes de règles;

- (Generalized modus ponens) (GMP):

proposition 1:  $x$  est  $A'$ ,  
 proposition 2: Si  $x$  est  $A$  alors  $y$  est  $B$ ,  
 -----  
 conséquence:  $y$  est  $B'$ .

-(Generalized modus tollens) (GMT):

proposition 1:  $y$  est  $B'$ ,  
 proposition 2: Si  $x$  est  $A$  alors  $y$  est  $B$ ,  
 -----  
 conséquence:  $x$  est  $A'$ .

Où  $x$  et  $y$  sont des variables linguistiques et  $A, B, A', B'$  des sous-ensembles flous.

### III.3. CONTROLEUR FLOU:

#### III.3.1. Architecture: [44,46,47]

L'architecture générale d'un contrôleur flou est illustrée par la figure (III.3.1), on y trouve trois parties importantes:

*(i) Interface de fuzzification:*

Elle effectue la conversion des entrées qui sont des valeurs mesurables en variables linguistiques pour qu'elles puissent être traitées par le contrôleur flou.

*(ii) Base de connaissance et de décision:*

C'est une base de données générant la commande. Elle contient les règles floues de commande et leur connaissance qualitative. C'est cette partie du régulateur qui se charge de générer la commande adéquate après acquisition des valeurs d'entrée se basant sur les concepts de la logique floue, du raisonnement d'approximation et de composition de règles floues.

*(iii) Interface de défuzzification:*

Elaborée pour revenir aux valeurs mesurables à partir des variables linguistiques, c'est l'opération inverse de la fuzzification. Son rôle est de convertir les variables linguistiques en données numériques.

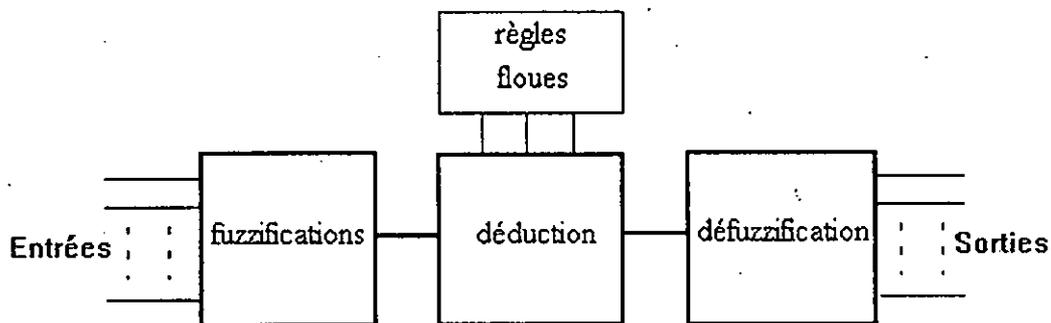


Figure (III.3.1): Architecture d'un contrôleur flou.

### III.3.2. Règles de commande floue: [44,46]

Le contrôleur flou est basé sur les règles de commande floues. Ce sont des implications dont les antécédents (conditions) et les conséquences sont des variables linguistiques correspondantes aux variables de commande du processus à réguler.

Donnons l'exemple d'un contrôleur à deux entrées et une sortie; la règle de commande floue prend la forme:

$$R_j: \text{Si } (x \text{ est } A_j) \text{ et } (y \text{ est } B_j), \text{ alors } z \text{ est } C_j$$

Avec  $x, y, z$  des variables linguistiques et  $A_j, B_j, C_j$  des sous-ensembles flous.

Ce sont ces règles qui décrivent la loi de commande et le comportement qualitatif du contrôleur.

La majorité des règles de commande floues ont été élaborées à partir de l'expérience de l'opérateur humain et des connaissances de commande des ingénieurs. On peut aussi trouver d'autres façons de générer ces règles, en utilisant des méthodes qui se rapportent à la logique floue, comme la méthode d'apprentissage basée sur l'auto-organisation (Self Organising Control) ou celle de la modélisation floue des processus.

L'expérience humaine et la connaissance des systèmes demeurent, cependant, la source la plus fiable car elle se base sur des réalités pratiques, dégageant les incertitudes dues aux approximations de modélisations ou autres.

### III.3.3. Etablissement de la commande: [44,46]

Le comportement qualitatif global de la commande est décrit, comme nous l'avons précisé, par un certain nombre de règles de commande floues.

Pour pouvoir généraliser la commande, les règles d'inférences sont utilisées après un choix des opérateurs flous [48].

Le processus de synthèse d'un contrôleur flou est le suivant:

- Définir l'intervalle de chaque variable de commande et ceci dépend du processus à réguler.
- Répartir des variables en classes et choisir des fonctions d'appartenance.
- Définir une stratégie de fuzzification
- Etablir les règles de commande selon les objectifs de la commande.
- Trouver une méthode de généralisation de la commande à partir des règles floues.
- Définir la stratégie de défuzzification.

### III.4. APPLICATION AU BRAS:

#### (i) variables linguistiques et fuzzification:

Les variables utilisées pour la commande en position avec un contrôleur flou appliqué au bras flexible sont:

- En entrée, l'erreur entre la consigne et la position de l'extrémité chargée notée "e" et celle de la vitesse notée "de".
- En sortie, la tension de commande "u" qui sera appliquée à l'actionneur.

Chaque variable est répartie en sept classes notées comme suit:

- NB: Negative Big
- NM: Negative Medium
- NS: Negative Small
- ZR: Zero
- PS: Positive Small
- PM: Positive Medium
- PB: Positive Big

Les variables sont réparties sur les sept classes avec une échelle  $1/2^n$  et une fonction d'appartenance trapézoïdale [49].

*(ii) Règles de commandes floues:*

Pour la commande du bras de robot flexible, les simulations en boucle ouvertes nous ont permis de construire des règles de commande floues tout en s'appuyant sur la méthode de subdivision sur le plan de phase [49].

Les règles floues sont représentées sur la table [47]:

de	c	NB	NM	NS	ZR	PS	PM	PB
NB		NB	NB	NB	NB	NM	NS	ZR
NM		NB	NB	NB	NM	NS	ZR	PS
NS		NB	NB	NM	NS	ZR	PS	PM
ZR		NB	NM	NS	ZR	PS	PM	PB
PS		NM	NS	ZR	PS	PM	PB	PB
PM		NS	ZR	PS	PM	PB	PB	PB
PB		ZR	PS	PM	PB	PB	PB	PB

Table (III.4): Table de décision.

*(iii) Défuzzification:*

Le choix de la stratégie de défuzzification s'est porté sur la méthode du centre de gravité [46] traduite par la relation suivante:

$$u = \frac{\sum_{j=1}^n \mu_u(u_j) \cdot U_j}{\sum_{j=1}^n \mu_u(u_j)} \quad (\text{III.4.1})$$

$\mu_u(u_j)$  : degré d'appartenance de  $u$  à la classe  $j$

$U_j$  : représentant de la classe  $j$

$n$  : nombre de classes. Dans notre cas,  $n=7$ .

### III.5. SIMULATIONS ET RESULTATS:

Cette section concerne l'analyse à partir des simulations numériques, de l'application de la commande floue au bras de robot flexible étudié. La première étape concerne l'étude des performances dynamiques qu'offre cette commande, à travers les réponses indicielles en boucle fermée. L'étape suivante consiste à vérifier les capacités de cette commande, en examinant sa robustesse vis-à-vis des perturbations internes et externes du système.

#### *(i) Performances dynamiques de la commande: (pp.94-97)*

Plusieurs essais nous ont permis de retrouver les paramètres du régulateur flou, assurant des performances dynamiques intéressantes. Une consigne unitaire est appliquée au système commandé par le contrôleur flou. La position totale de l'extrémité chargée du bras flexible ainsi que les réponses modales et leurs vitesses sont enregistrées (Pl.III.1, Pl.III.2 et Pl.III.3).

La réponse en position de l'extrémité chargée d'une masse de un kilogramme présente des performances dynamiques intéressantes: un temps de réponse à 5% de 0.73 s, sans dépassement et une erreur statique pratiquement nulle mais en contre partie nous observons quelques faibles oscillations (Fig.III.1.a).

L'effet oscillatoire de la réponse est plus apparent au niveau de la vitesse (Fig.III.1.b). Cependant, les performances générales de rapidité, de stabilité et de précision restent acceptables.

Il est important de signaler que cette commande fait en sorte que le mode rigide et la déflexion se compensent l'un avec l'autre pour aboutir à une réponse totale lisse, car à l'inverse de la commande par régimes glissants (chapitre II), le régulateur flou agit directement sur la position de l'extrémité du bras et non sur les variables modales (Pl.II.5 et Pl.III.2). Nous remarquons ainsi, que le mode rigide suit la consigne, mais présente des oscillations plus importantes par rapport à la position totale (Fig.III.2.a et Fig.III.1.a).

Le premier mode flexible (Fig.III.2.b) est plus amorti que les deux autres modes (Fig.III.2.c et Fig.III.2.d). Le contrôleur tend à éliminer les vibrations du mode qui a le plus d'influence sur le mouvement du bras flexible: l'amplitude maximale du premier mode est de l'ordre de 2 cm alors que celle du troisième mode est inférieure à 4 mm.

Nous retrouvons les mêmes remarques pour les vitesses modales (Pl.III.3). La dérivée première du mode rigide reflète son évolution dynamique: une rapidité considérable au début, puis une diminution de la vitesse, une fois le régime établi atteint (Fig.III.3.a).

La tension et le couple de commande sont représentés dans la planche (III.4). La commande en tension est caractérisée par des oscillations de faible fréquence, une valeur élevée au début (11 V), puis un amortissement en amplitude persiste jusqu'à la fin de la simulation (Fig.III.4.a).

La figure (III.4.b) illustre le comportement du couple de commande qui a les mêmes caractéristiques que la tension de commande, vu la nature linéaire du moteur.

Cette dynamique donne à la commande l'aspect continu et n'entraîne le moteur à aucune sollicitation brusque et brutale

*(ii) Variation de la charge: (p.98)*

Différentes charges sont appliquées à l'extrémité du bras. Les figures de la planche (III.5) montrent les simulations des réponses indicielles pour quelques valeurs des masses employées comme charges: 0.2 ; 0.5 ; 1.2 et 1.5 kg.

Les réponses demeurent rapides, stables avec de faibles oscillations de l'ordre de 2 cm pour des variations allant de -50% à 50% de la charge de référence (Fig.III.5.b , Fig.III.5.c et Fig.III.5.d). Nous constatons l'inefficacité de la commande pour les masses qui sont inférieures à 0.2 kg, la réponse devient oscillatoire avec des amplitudes de 5 cm.

Le régulateur flou présente une bonne robustesse pour des variations de charges entre -30% et 30% de la masse nominale. A partir d'un écart de -50% ou 50% les performances commencent à se dégrader.

*(iii) Variation de la longueur du bras: (p.99)*

Une modification de la longueur du bras flexible est effectuée sur le modèle mathématique associé au contrôleur flou, pour étudier sa robustesse vis-à-vis de ce paramètre auquel toute l'inertie du système est liée (Pl.III.6). On remarque que le régulateur est plus robuste pour les longueurs supérieures à un mètre, car l'augmentation de la longueur qui implique l'accroissement de l'inertie, tend à freiner le système et le rendre ainsi, plus stable.

(v) *Bruit de mesure*: (p.100)

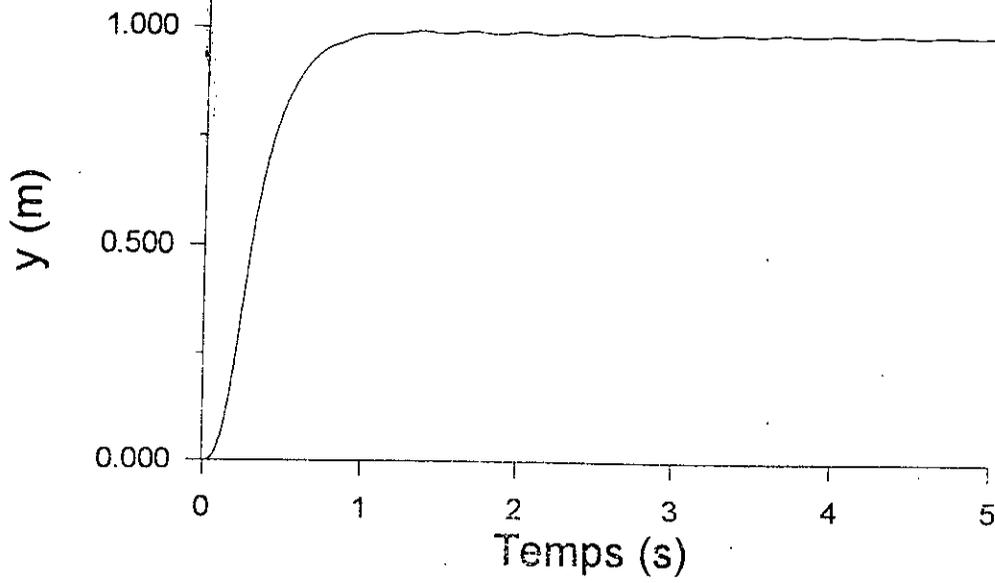
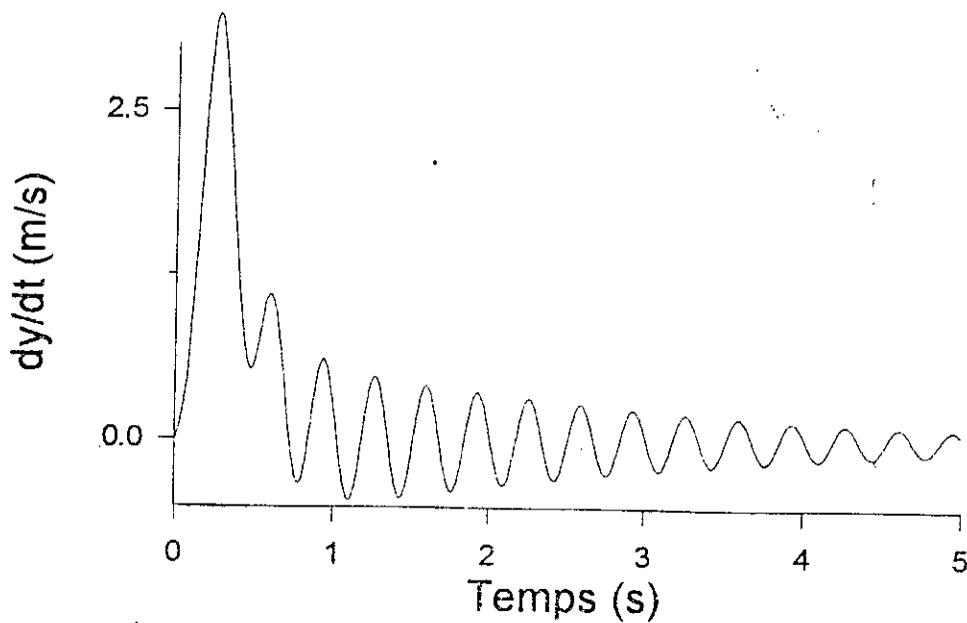
L'influence des perturbations extérieures sur le bras flexible se manifeste en particulier par le bruit de mesure. En considérant l'action d'un bruit blanc de 5% sur la mesure de la position, nous constatons l'apparition d'oscillations dans le régime permanent dont leur amplitude est de l'ordre de 1.8 cm (Fig.III.7.a et Fig.III.7.b). Une dégradation remarquable se manifeste sur la réponse du système à partir d'un bruit de 30%, elle se manifeste par des oscillations non amorties (Fig.III.7.c et Fig.III.7.d). L'explication, est que le contrôleur flou est insensible aux bruits dont l'effet sur la mesure n'affecte pas la distribution des variables linguistiques en classes. Pour améliorer la robustesse par rapport au bruit, il est intéressant de modifier la fuzzification des variables susceptibles d'être bruitées, en modifiant leur nombre de classes et leur répartition.

### III.6. CONCLUSION:

Au début de ce chapitre, nous avons présenté les concepts introduits par les mathématiques floues. Nous nous sommes intéressés, par la suite, à l'application de la logique floue à la commande. L'étude du contrôleur flou pour la commande du bras flexible, nous a permis d'effectuer une analyse détaillée de cette commande dont les caractéristiques principales sont:

- Contrairement aux méthodes de synthèse classique, l'élaboration de la commande floue ne nécessite pas la connaissance détaillée du modèle mathématique complet, mais seulement son comportement qualitatif.
- Néanmoins, le choix des règles d'inférence, des fonctions d'appartenance, du nombre de classes et de leur partition, reste subjectif.
- La technique de commande floue est robuste vis-à-vis des variations de la charge.
- Le correcteur est un bon rejecteur de bruit.
- Le contrôleur flou est relativement moins performant, comparé à la première technique de commande étudiée, ceci s'explique par la capacité de généralisation du compensateur. En effet, les performances du contrôleur flou sont étroitement liées à la puissance de généralisation des règles d'inférence.
- Les performances du régulateur dépendent du nombre de règles floues établies. En contrepartie, plus le nombre de règles augmente, plus lent devient le correcteur flou nécessitant alors des moyens de calcul puissants pour son application en temps réel.
- La commande floue est continue. Il n'y a donc pas de sollicitations de l'actionneur puisqu'il n'y a pas de commutation de la commande.
- Consommation importante de l'énergie au niveau de l'actionneur.

Pour diminuer la consommation d'énergie et améliorer la rapidité du système, il est intéressant d'exploiter le caractère flexible du bras [75], ce qui nécessite, comme nous le verrons par la suite, une troisième entrée du régulateur. Cependant, étant donné la partition des variables à sept classes, nous obtenons donc  $7^3 = 343$  règles. Vu le nombre important de règles floues, l'application des règles d'inférence pour la génération de la commande rend le calcul lent et fastidieux. Pour remédier à cet inconvénient, nous étudierons une troisième technique de commande.

*Fig.a:* Réponse en position.*Fig.b:* Réponse en vitesse.

Pl.III.1: Réponse de l'extrémité du bras.

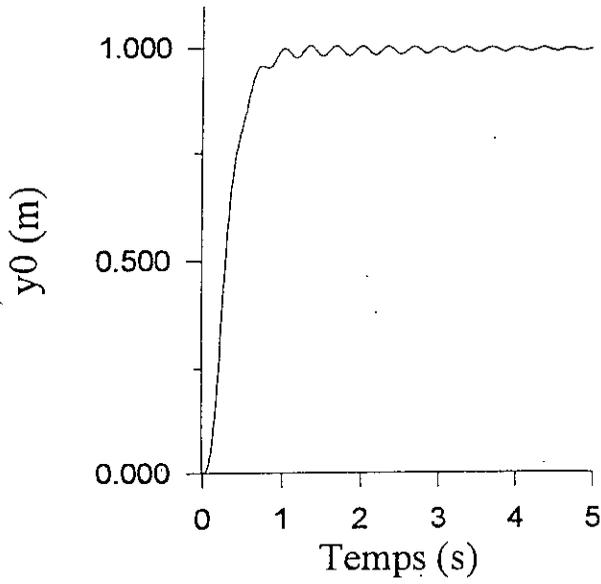


Fig.a: Mode rigide.

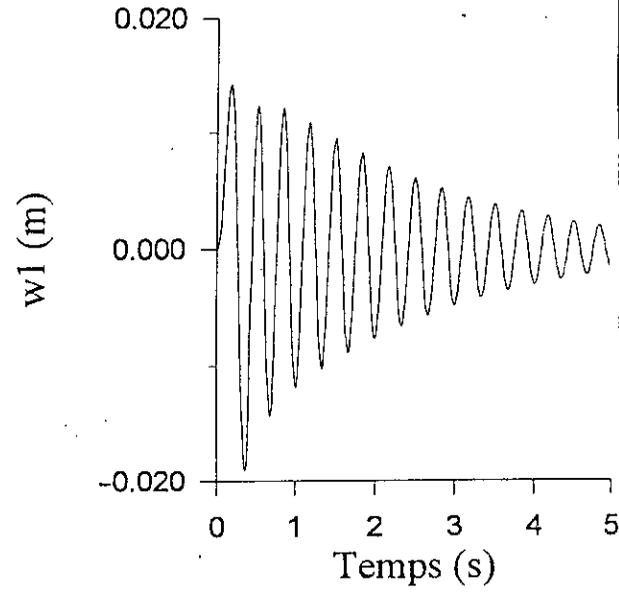


Fig.b: Premier mode flexible.

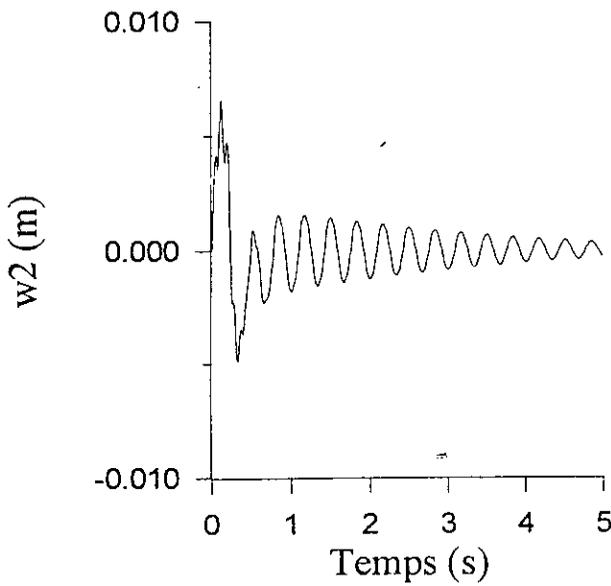


Fig.c: Deuxième mode flexible.

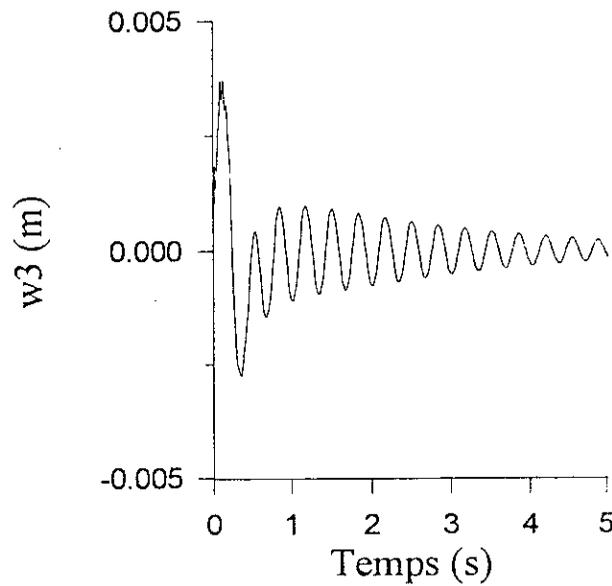


Fig.d: Troisième mode flexible.

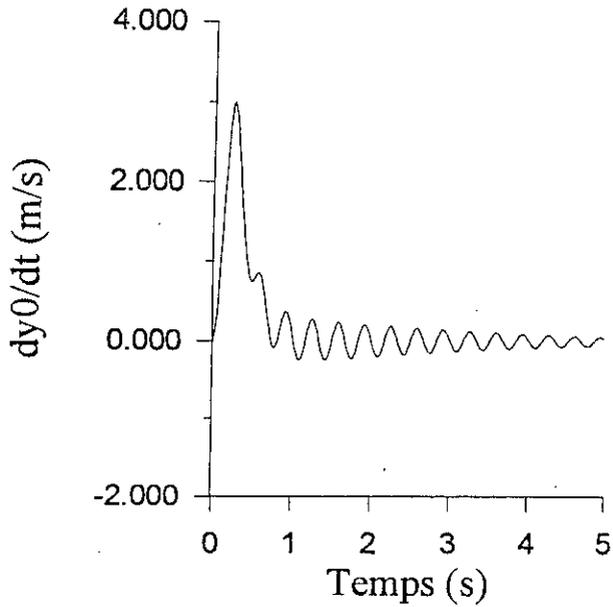


Fig.a: Mode rigide.

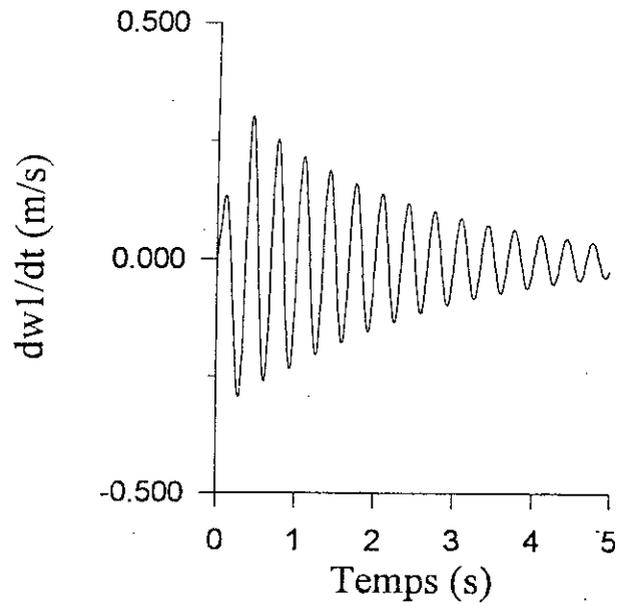


Fig.b: Premier mode flexible.

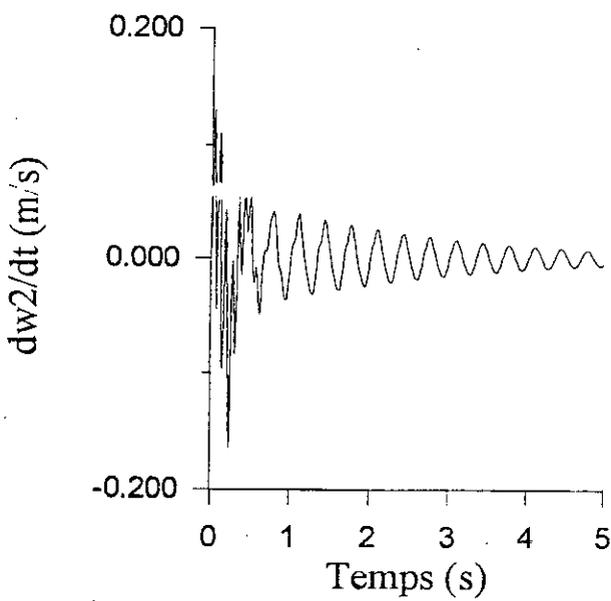


Fig.c: Deuxième mode flexible.

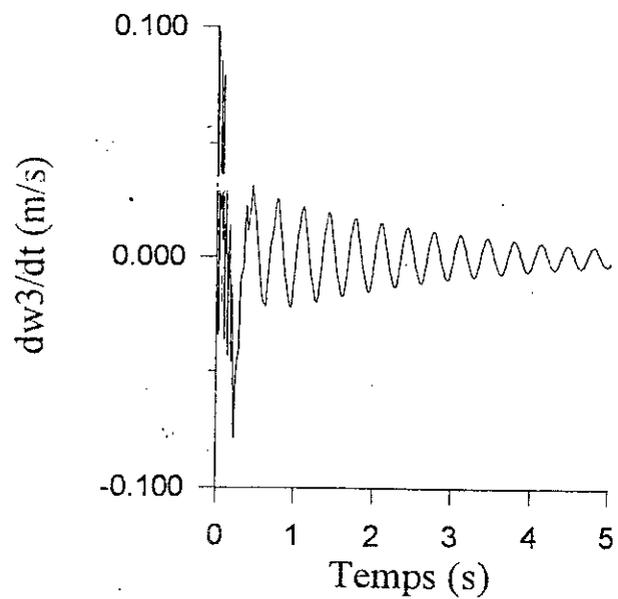


Fig.d: Troisième mode flexible.

Pl.III.3: Réponses modales en vitesse du système.

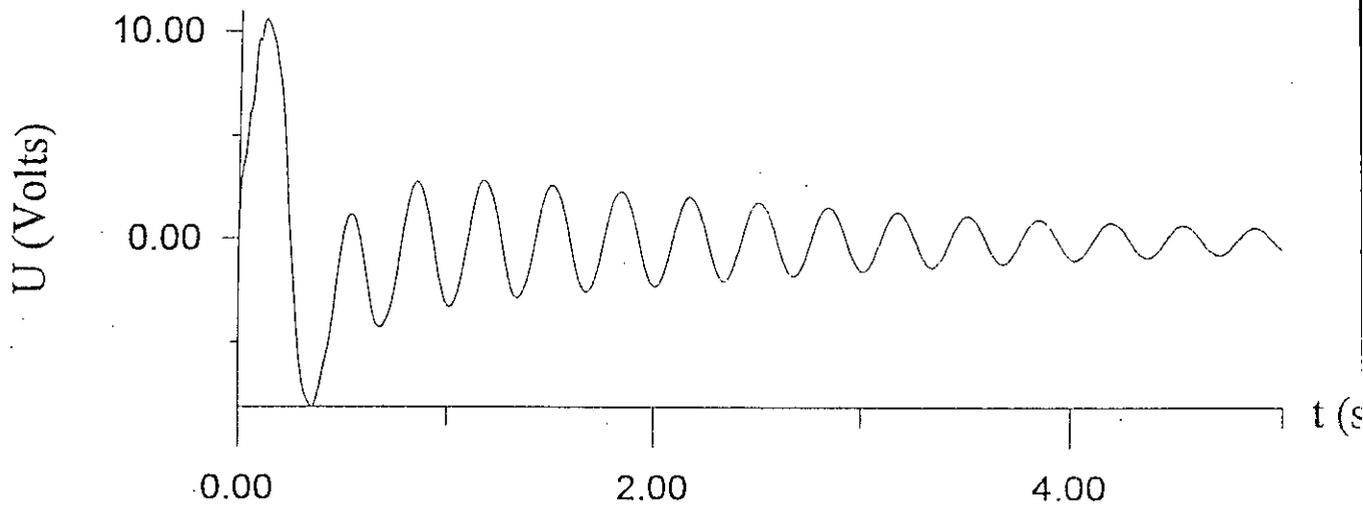


Fig.a: Commande en tension.

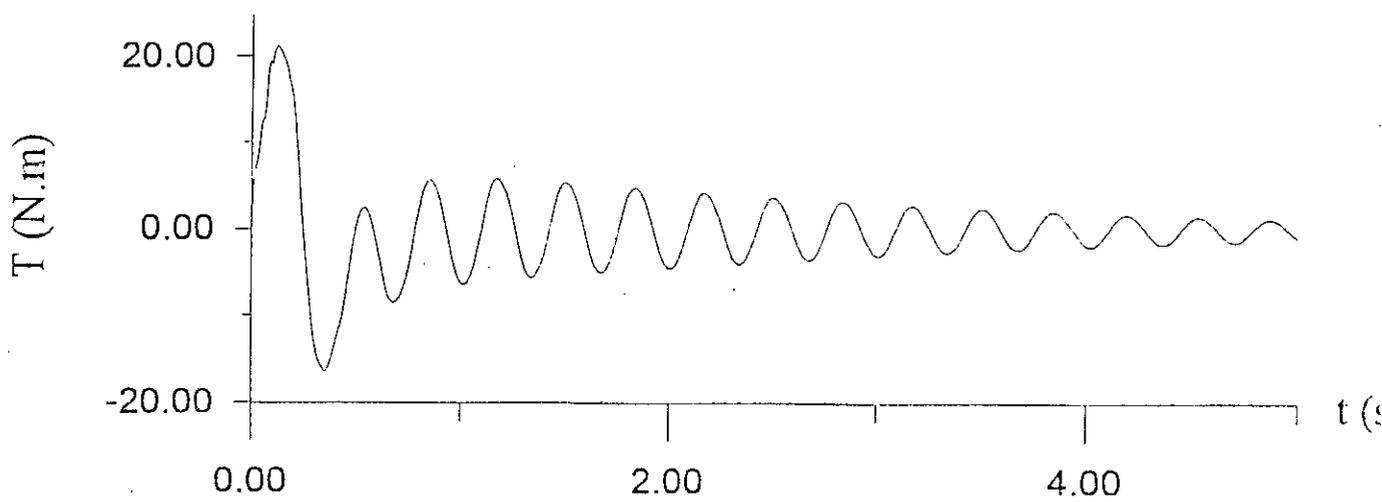


Fig.b: Commande en couple.

Pl.III.4: Commandes.

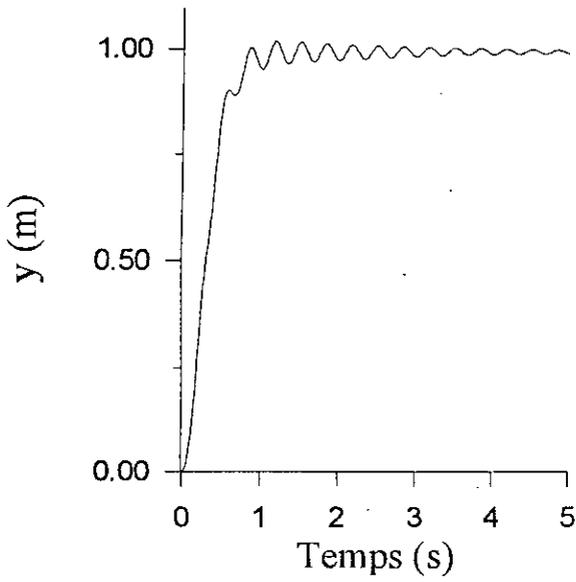


Fig.a:  $Mc = 0.2 \text{ kg}$

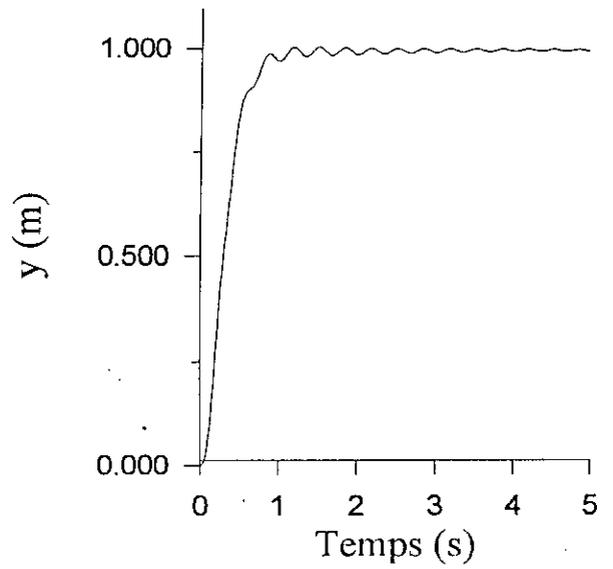


Fig.b:  $Mc = 0.5 \text{ kg}$

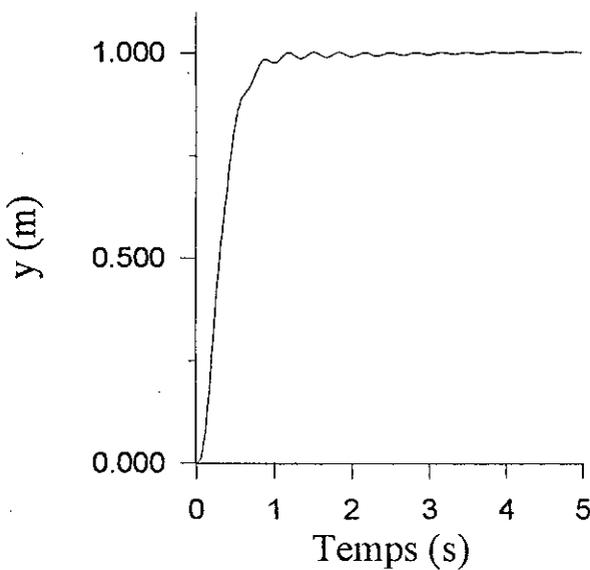


Fig.c:  $Mc = 1.2 \text{ kg}$

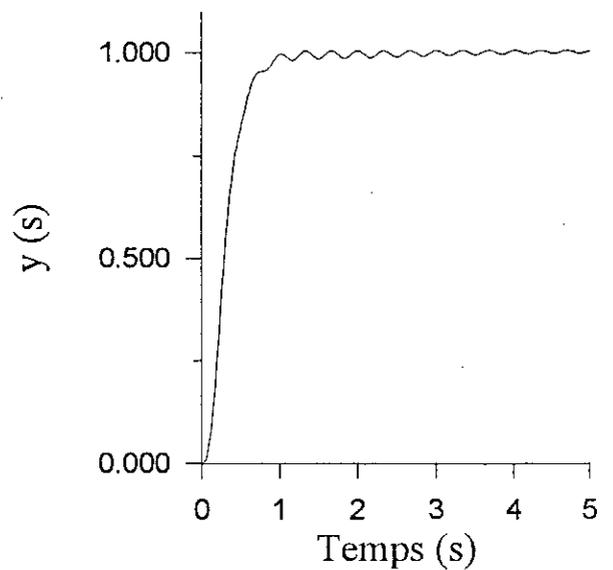


Fig.d:  $Mc = 1.5 \text{ kg}$

Pl.III.5: Robustesse du contrôleur vis-à-vis de la variation de la charge.

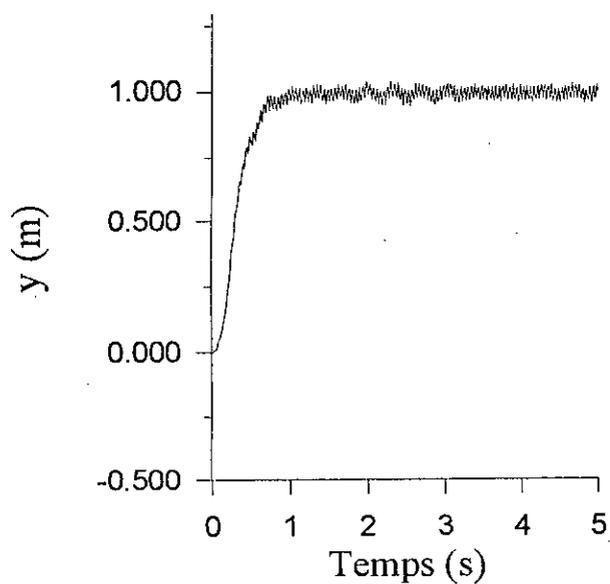


Fig.a:  $L = 0.7 \text{ m}$

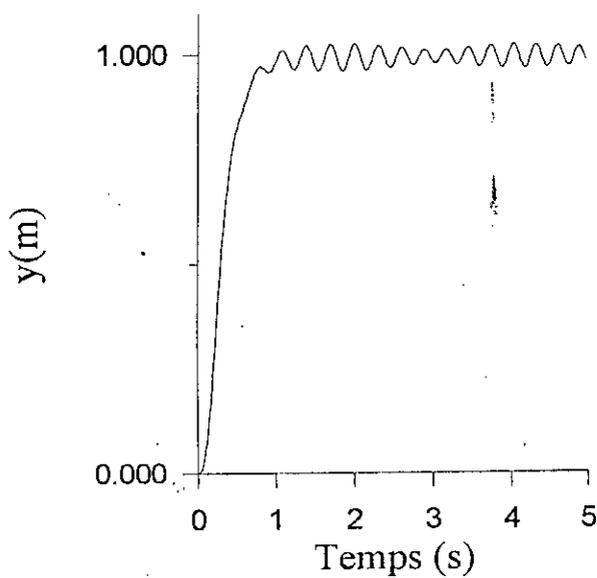


Fig.b:  $L = 0.9 \text{ m}$

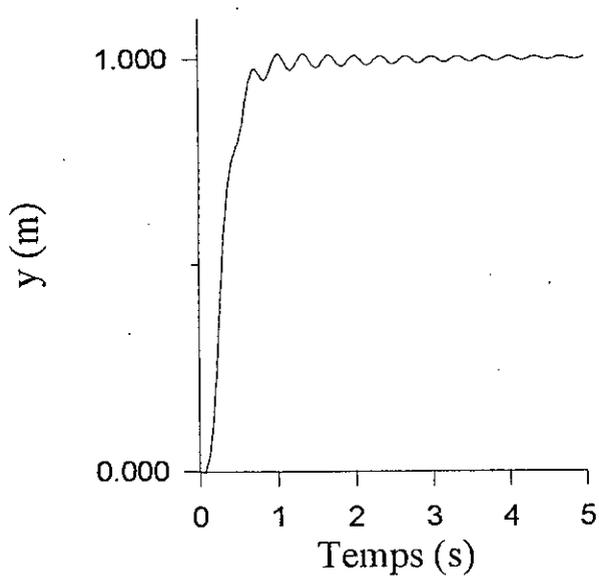


Fig.c:  $L = 1.1 \text{ m}$

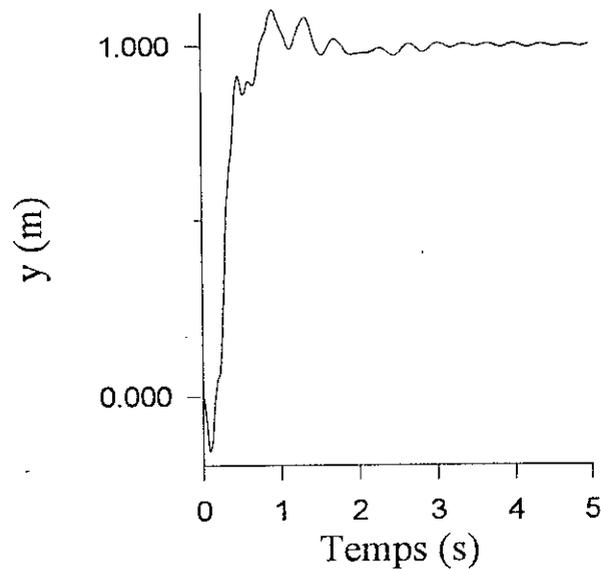


Fig.d:  $L = 1.3 \text{ m}$

Pl.III.6: Robustesse du contrôleur vis-à-vis de la variation de la longueur.

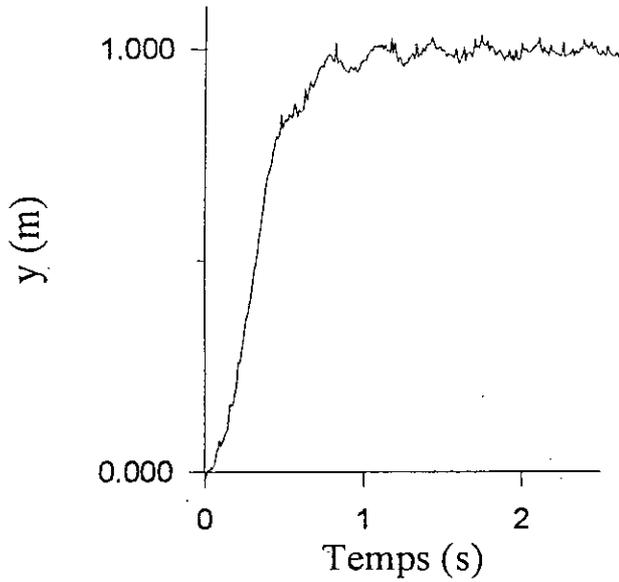


Fig.a: Variable bruitée à 5 %

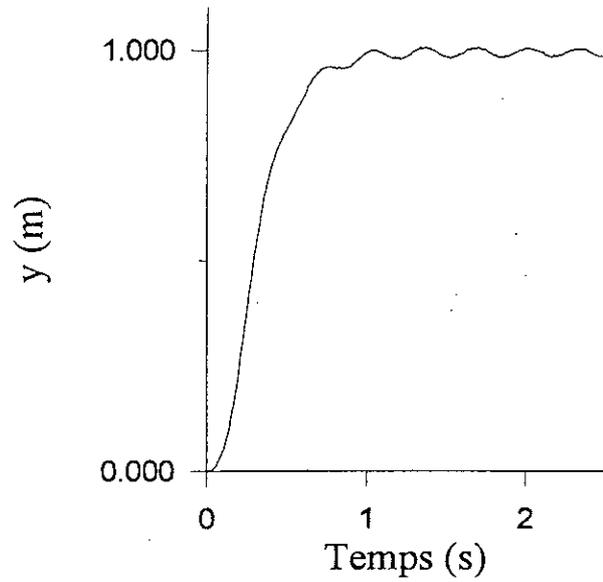


Fig.b: Variable non bruitée.

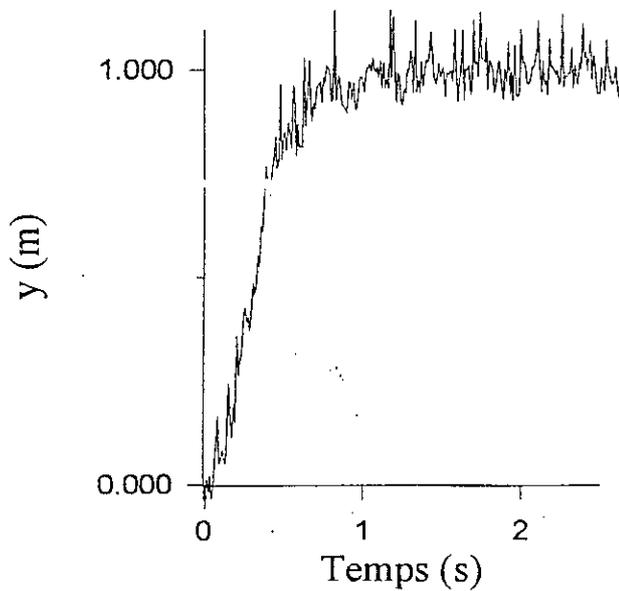


Fig.c: Variable bruitée à 30 %

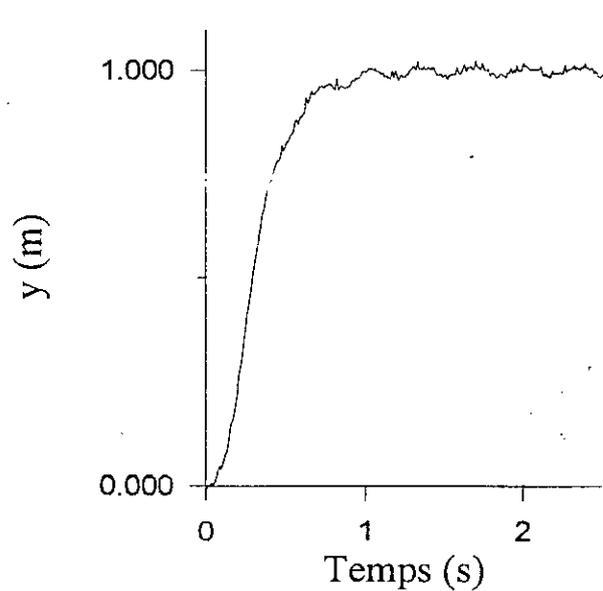


Fig.d: Variable non bruitée.

Pl.III.7: Influence du bruit de mesure sur la réponse du système.

## *Chapitre IV*

# LES RESEAUX DE NEURONES

---

Ce chapitre traite des réseaux de neurones et leur application dans la commande des processus. Nous commençons par une introduction aux neurones biologiques puis nous présentons les réseaux artificiels. Nous terminons ce chapitre par une étude concernant la configuration et l'apprentissage des réseaux de neurones.

### IV.1. INTRODUCTION:

Les réseaux de neurones artificiels ont été créés dans le but d'émuler les fonctions du cerveau. Leur capacité d'apprentissage et de généralisation leur procure des perspectives d'application dans divers domaines: prédiction financière, commande des processus, diagnostique médical, reconnaissance des formes, synthèse vocale, filtrage du bruit, traitement d'image ...

## IV.2. LE NEURONE BIOLOGIQUE:

La structure du neurone comprend quatre parties principales. Son fonctionnement s'effectue de la manière suivante [50]:

- *Corps cellulaire:* - Réception des influx nerveux.
  - Traitement des signaux.
  - Activation du neurone.
- *Axone:* - Transmission du potentiel d'action.
- *Synapse:* - Transmission du signal provenant de l'axone par transformation électrique-chimique grâce aux neuro-transmetteurs.
  - Réception du signal par les dendrites par transformation chimique-électrique grâce aux neuro-récepteurs.
  - Inhibition ou excitation des autres neurones.
- *Dendrites:* - Acheminement des signaux reçus des autres neurones vers le corps cellulaire.

## IV.3. LE NEURONE FORMEL:

La première modélisation mathématique d'un neurone date de 1943 par Mac Culloch et Pitts [50]. On retrouve les fonctions fondamentales du neurone biologique. Les signaux provenant des autres cellules sont pondérés par l'intermédiaire des synapses. Le traitement de l'information dans l'unité de calcul se fait en trois étapes: un pré traitement effectuant la somme pondérée des entrées, l'application d'une fonction d'activation déterminant l'état de la cellule et enfin le calcul de la sortie du neurone. Celle-ci est envoyée par l'axone vers d'autres neurones (Fig. IV.3.1).

Plusieurs types de fonctions d'activation peuvent être utilisés, parmi lesquels on trouve:

- *Les fonctions binaires à seuil:* exemple de la fonction de Heaviside ou la fonction signe.
- *Les fonctions linéaires à seuil:* la fonction de saturation par exemple.
- *Les fonctions sigmoïdes:* la fonction tangente hyperbolique entr'autres.
- *Les fonctions sinusoïdales:* les fonctions cosinus et sinus par exemple.

$e_i$  : Entrée.  
 $s_j$  : Sortie.  
 $w_i$  : Poids de pondération.  
 $F$  : Fonction d'activation.

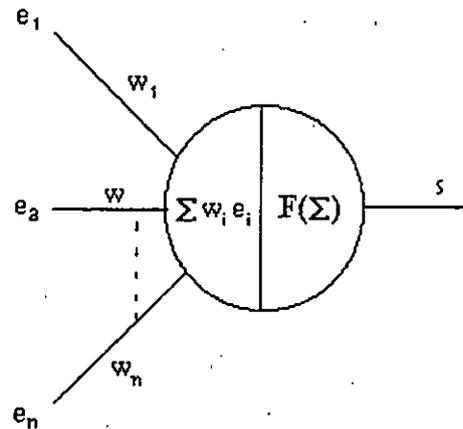


Figure (IV.3.1): Le neurone formel.

#### IV.4. LES RESEAUX DE NEURONES ARTIFICIELS:

Un réseau neuronal formel est la connexion d'un certain nombre de cellules élémentaires contribuant chacune au comportement intelligent de l'ensemble du réseau (Fig. IV.4.1). Leur structure peut aller d'une connectivité locale à une connectivité totale. On peut ainsi trouver deux types de configurations classiques:

- *Les réseaux à couches*: peuvent avoir une configuration monocouche ou multicouches. Les données sont transmises par la couche d'entrée, les signaux sont ensuite propagés successivement de couche en couche jusqu'à la sortie. Au sein d'une même couche les neurones ne communiquent pas entre eux. Les connexions sont unidirectionnelles et vont d'un neurone vers un autre situé sur la couche de niveau inférieure.
- *Les réseaux entièrement connectés*: chaque neurone est connecté à tous les autres neurones. Il n'y a donc plus de notion d'entrées-sorties.

Nous nous intéresserons en particulier, aux réseaux multicouches.

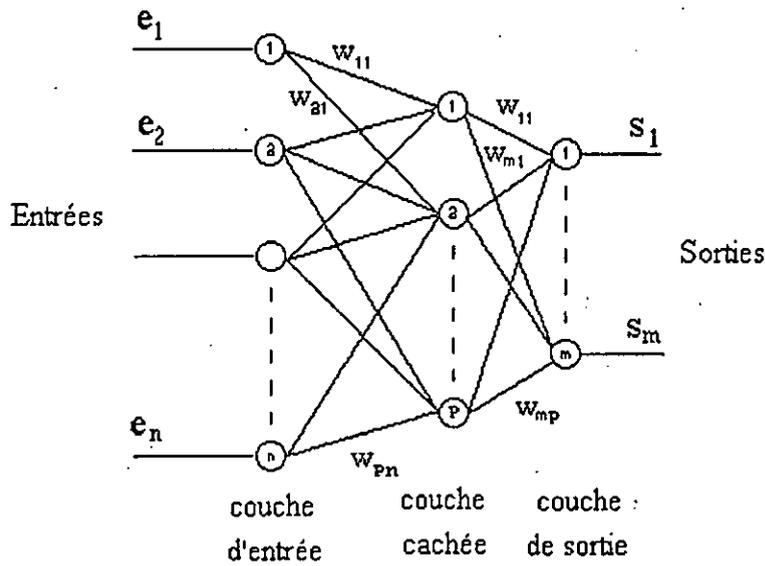


Figure (IV.4.1): Réseau de neurones multicouche.

Différents modèles de réseaux de neurones ont été élaborés, dont les plus importants sont résumés dans le tableau (IV.4.1) [51]:

Année	Modèle	Résumé
1958	Le perceptron de Rosenblatt	Premier modèle solide des réseaux neuronaux, utilisé pour reconnaître des formes qui lui sont présentées. Il comprenait: une rétine (couche d'entrée), une couche de cellules d'association (couche cachée) et une couche de cellules de décision (couche de sortie).
1960	L'adaline de Windrow	Deux modifications fondamentales sont rapportées aux cellules leur attribuant les caractéristiques de neurones linéaires adaptatifs: l'addition d'un terme bias et d'une fonction binaire à la sortie du neurone.
1982	Le réseau de Hopfield	Modélisation d'une mémoire adressable. Ce réseau est complètement connecté, les unités n'étant pas reliées à elles-mêmes.
1983	La machine de Boltzman	Amélioration de la dynamique des états d'un réseau de Hopfield.
1984	Le modèle de Kohonen	Se distingue par deux caractéristiques: auto adaptation et la projection lui permettant d'assurer le rôle de compression des données et une meilleure résistance au bruit.

Tableau (VI.4.1): Principaux modèles de réseaux de neurones.

#### IV.5. L'APPRENTISSAGE:

La particularité des réseaux de neurones est leur capacité à apprendre [52]. Ils présentent des possibilités très intéressantes d'auto-organisation. Ils peuvent en effet, s'adapter aux variations des données, en apprenant les caractéristiques des signaux d'entrée et de là, synthétiser une mémoire associative leur permettant de présenter les sorties appropriées. L'entraînement des réseaux artificiels s'effectue par la modification des poids synaptiques associés à chaque neurone. Ils sont ajustés d'une manière incrémentale de sorte à minimiser l'erreur de sortie. L'apprentissage peut se faire par deux méthodes [53]:

- *L'apprentissage supervisé* [53]: s'effectue par la présentation au réseau d'un échantillon des données à traiter, ainsi que les réponses pour chaque exemple. Une fois entraîné, le réseau doit fournir un classement ou une approximation corrects pour des entrées qui ne lui ont pas été présentées lors de l'apprentissage.
- *L'apprentissage non supervisé* [54]: s'effectue sans la présentation de signaux d'entraînement au réseau, celui-ci effectue une auto-adaptation (Self-Organizing Neural Network). Cet apprentissage est appliqué en particulier en identification des processus

#### IV.6. ALGORITHMES D'APPRENTISSAGE:

Grâce à la nature parallèle de leur configuration, les réseaux de neurones peuvent exécuter des calculs à de très grandes vitesses. Malheureusement, l'utilisation de calculateurs séquentiels affectent leur rapidité, notamment au niveau de l'apprentissage. Le développement important que connaît le domaine de l'informatique tend à annuler cet inconvénient.

L'entraînement des réseaux de neurones est basé sur les techniques de minimisation de fonctions [55]. Les algorithmes les plus répandus sont:

- *Rétro-propagation* [56]: qui repose sur la technique de descente du gradient. La convergence de cet algorithme est rapide, mais en contrepartie, il peut converger vers le minimum local [57].
- *Optimisation aléatoire* [57,58]: basée sur la technique de minimisation par vecteur Gaussien. L'algorithme assure la convergence vers le minimum global, malheureusement cette convergence ralentit avec la minimisation de l'erreur.

## IV.7. OPTIMISATION DES RESEAUX DE NEURONES:

Nous disposons d'un réseau de neurones capable de réaliser, par variation de ses poids, toute une famille de fonctions. Nous avons un échantillon de données empiriques pour entraîner le réseau et un algorithme qui permet de minimiser l'erreur quadratique sur ces données. Mais pour obtenir la meilleure généralisation possible, quelle peut être la taille du réseau? Comment choisir les couples d'entraînement? Quel algorithme implémenter? . . .

### IV.7.1 Architecture du réseau:

La capacité de généralisation varie suivant l'architecture du réseau, c'est-à-dire le nombre de neurones et la topologie des connexions. Un réseau élémentaire possédant une cellule de sortie quasi-linéaire ne peut réaliser que des fonctions linéaires. L'approximation de fonctions plus complexes nécessite des réseaux de plus grande taille, avec des unités cachées à fonction d'activation non-linéaire. Cependant, outre les inconvénients pratiques qu'il présente: simulation lourde et plus d'exemples d'apprentissage, un réseau sur-dimensionné par rapport à la tâche à approximer, risque de conduire à une mauvaise généralisation par sur-spécialisation.

L'exploitation et l'amélioration des capacités de généralisation ont été essentiellement expérimentales. Aucune méthode ne permet de déterminer précisément la structure ou la taille du réseau en fonction des exemples disponibles pour fournir une généralisation optimale. Le choix de ces paramètres est donc empirique. Une règle a d'ailleurs été établie expérimentalement [59]: il semble que le nombre de poids des connexions dans un réseau et le nombre d'exemples pour l'entraîner, doivent être environ dans un rapport de un à dix.

Si la théorie ne permet pas encore d'améliorer significativement les règles empiriques déjà établies, les travaux présentés par le mathématicien Vapnik sur les systèmes réalisant une approximation de fonctions par une minimisation d'un coût empirique sur un échantillon de données [60], offrent un cadre théorique sur l'application de la méthode de minimisation structurelle du risque aux réseaux neuronaux. Même si ces calculs ne fournissent que des bornes très larges, ils constituent une avancée remarquable sur le plan théorique et motivent actuellement beaucoup de recherches [61] en confortant les observations expérimentales sur la généralisation .

## IV.7.2. Sur-spécialisation: [62]

Le phénomène de sur-spécialisation a été constaté expérimentalement sur les réseaux de neurones. Parfois, une fois atteinte une certaine précision, poursuivre l'apprentissage et chercher à diminuer encore l'erreur conduit à une dégradation des performances en généralisation.

On peut donner une image simple et intuitive de ce phénomène par un exemple d'approximation d'une dépendance fonctionnelle  $y = f(x)$ . Les couples d'entraînement sont des données empiriques entachées de bruit (Fig. IV.7.2.1). Au fur et à mesure de l'apprentissage, le réseau améliore ses performances jusqu'à réaliser une fonction très proche de la fonction initiale (Fig. IV.7.2.1)

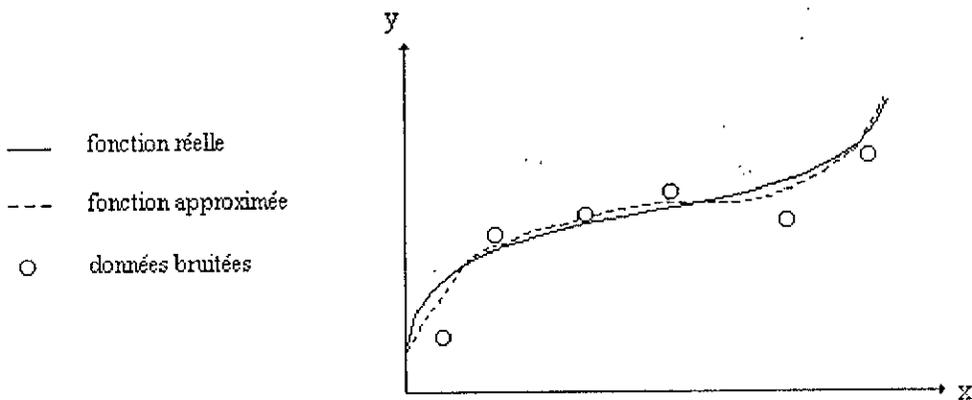


Fig. (IV.7.2.1): Approximation satisfaisante d'une fonction.

En poussant l'apprentissage plus loin pour diminuer encore l'erreur, le réseau apprend le bruit présent dans les données. Il se sur-spécialise sur l'échantillon présenté et donne une moins bonne estimation de la fonction réelle (Fig. IV.7.2.2).

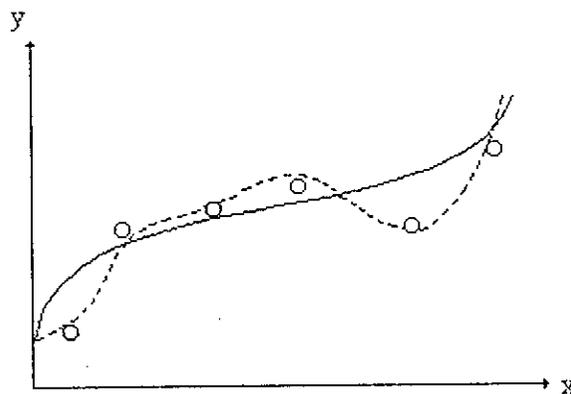


Fig. (IV.7.2.2): Phénomène de sur-spécialisation.

De la même manière, un réseau sur-dimensionné par rapport à la tâche à estimer est capable de représenter des fonctions beaucoup plus complexes.

### IV.7.3. Algorithmes d'apprentissage:

Un des désavantages des réseaux de neurones est le temps d'apprentissage. Bien que la rapidité des calculateurs actuels tend à éliminer cet inconvénient, il est nécessaire d'optimiser les algorithmes d'apprentissage afin d'assurer une convergence rapide et efficace.

Ainsi, un choix judicieux des valeurs initiales des poids de connexion peut réduire le temps d'entraînement. Les programmes de minimisation peuvent être améliorés en utilisant des paramètres dynamiques: variation du pas pour la méthode de rétro-propagation et de la variance pour la méthode de minimisation aléatoire. L'utilisation d'un algorithme hybride des deux méthodes pour allier leurs avantages, assure une convergence rapide vers le minimum global. Une étude comparative des trois algorithmes est présentée dans le chapitre suivant (Tab.V.4.1).

Il faut noter que les études récentes, soutenues par la théorie de minimisation structurelle de risque [60], s'orientent vers l'application des méthodes d'apprentissage capables de réduire l'architecture du réseau. Utilisant au départ un réseau suffisamment grand pour réaliser la fonction à apprendre, la réduction de la taille du réseau permet d'éviter la sur-spécialisation qui résulterait de ce sur-dimensionnement initial. Ainsi, Rumelhart propose dans [63] d'utiliser un algorithme qui tend à réduire les valeurs des poids, voir à annuler ceux qui ne sont pas renforcés par l'apprentissage des exemples. Une autre méthode, élaborée par Le Cun [64] consiste à éliminer après un premier apprentissage les connexions du réseau qui affectent le moins l'erreur, puis à effectuer un nouvel apprentissage avec le réseau ainsi modifié. Le processus est itéré plusieurs fois, tant que le résultat sur l'échantillon ne se dégrade pas trop.

Bien que ces méthodes comportent une part d'empirisme, la théorie confirme que, simplifiant le réseau, elles conduisent à une meilleure garantie de généralisation.

IV.8. CONTROLEUR NEURONAL:

Les capacités de généralisation et les caractéristiques non-linéaires d'un réseau de neurones peuvent lui accorder de bonnes performances dans le domaine de la commande [65 à 73]. Une fois entraîné, le réseau neuronal peut être utilisé comme régulateur. L'apprentissage dans ce cas, peut s'effectuer selon trois stratégies [74]:

- L'entraînement généralisé (Fig.IV.8.a): L'apprentissage est statique. Le succès de cette méthode dépend de la puissance de généralisation du réseau artificiel.
- L'entraînement spécialisé (Fig.IV.8.b): L'apprentissage est dynamique. L'architecture assure un entraînement dans la région d'intérêt, mais la procédure nécessite la connaissance du Jacobien du système pour l'utilisation de l'algorithme.
- L'entraînement indirect (Fig.IV.8.c): La combinaison des deux méthodes citées auparavant donne lieu à une procédure entraînement englobant les avantages de chacune des deux. Malheureusement, la minimisation de l'erreur du réseau de la boucle de retour n'assure pas la convergence de l'ensemble du régulateur.

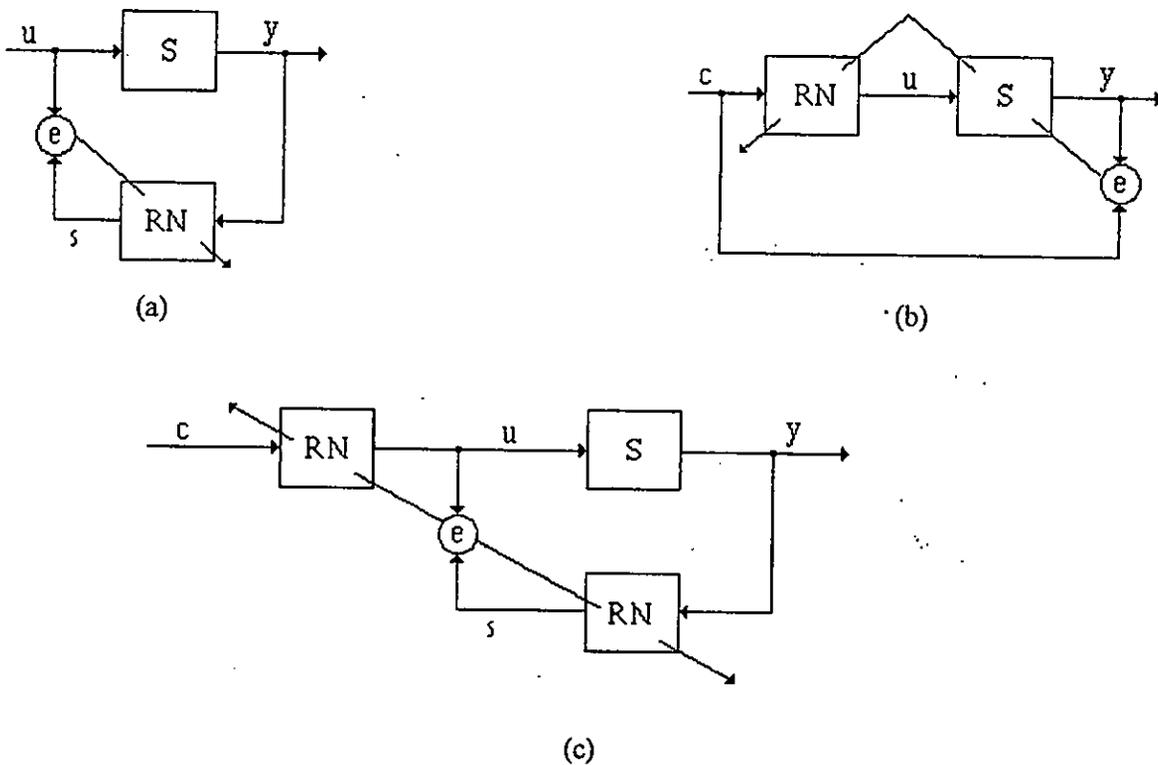


Figure (IV.8): Structures de commande neuronale.

#### IV.9. CONCLUSION:

Ce chapitre a décrit la théorie des réseaux de neurones en présentant leur configuration, leur apprentissage ainsi que leurs caractéristiques de généralisation. Nous avons abordé l'application des réseaux neuronaux dans le domaine de la commande.

L'efficacité de généralisation des réseaux neuronaux dépend de plusieurs paramètres: l'architecture du réseau, l'algorithme de minimisation, l'échantillon d'apprentissage, l'initialisation des poids. L'optimisation de ces paramètres jusque là empirique, connaît une avancée considérable dans l'application de méthodes théoriques.

Une application intéressante dans la commande par mode de glissement serait l'exploitation de la puissance de généralisation des réseaux de neurones dans la recherche de la surface de commutation suivant le point de fonctionnement.

Nous utilisons les réseaux artificiels dans le but de synthétiser la troisième commande présentée dans ce qui suit.

*Chapitre V*

## COMMANDE NEUROLINGUISTIQUE

---

Les deux parties précédentes présentaient les performances de la commande floue ainsi que les capacités d'apprentissage des réseaux de neurones. Ce chapitre suggère la synthèse d'un contrôleur hybride des deux techniques: linguistique et neuronale.

### V.1. INTRODUCTION:

De nos jours, de nombreuses applications de la commande floue dans les systèmes pratiques, telle que la commande de réacteurs nucléaires, sont élaborées au Japon. Par ailleurs les applications des réseaux neuronaux dans le domaine militaire et industriel attirent un grand nombre de chercheurs aux Etats-Unis. La combinaison des deux approches laisse prévoir des performances considérables du contrôleur neuro-linguistique [74].

## V.2. STRUCTURE DU REGULATEUR NEURO-LINGUISTIQUE: [73]

L'implémentation de l'algorithme de commande du contrôleur neuro-linguistique comporte les mêmes étapes que celui du contrôleur flou; la différence des deux techniques réside dans l'utilisation des réseaux de neurones pour la fuzzification, la généralisation des règles et la défuzzification.

### (i) Variables linguistiques:

Le contrôleur neuro-flou est appliqué au bras flexible multi-entrées multi-sorties, comportant deux entrées: les consignes de vitesse et de position, ainsi que trois sorties: la position, la vitesse et le moment fléchissant.

Les variables d'entrée du régulateur sont alors: l'erreur de position notée 'e', l'erreur de vitesse notée 'de' et le moment fléchissant noté M.

La variable de sortie de ce contrôleur est la tension de commande u.

### (ii) Fuzzification:

Comme pour la commande floue, les variables sont divisées en sept classes. Les fonctions d'appartenance sont simulées par réseaux de neurones. Pour cette commande, notre choix s'est porté sur les fonctions gaussiennes.

### (iii) Combinaison des règles floues:

Pour exploiter les avantages de la flexibilité du bras, nous mettons en évidence le retour du moment fléchissant qui est appliqué comme troisième entrée du régulateur [75]. La table de décision à trois variables est élaborée de la même manière qu'au chapitre 3.

### (iv) Défuzzification:

Comme pour la fuzzification, par présentation des couples entrées/sorties, le réseau de neurones est entraîné pour simuler la fonction de défuzzification.

### V.3. IMPLEMENTATION DE LA COMMANDE: [74]

L'élaboration de la commande neuro-linguistique peut s'effectuer selon deux méthodes:

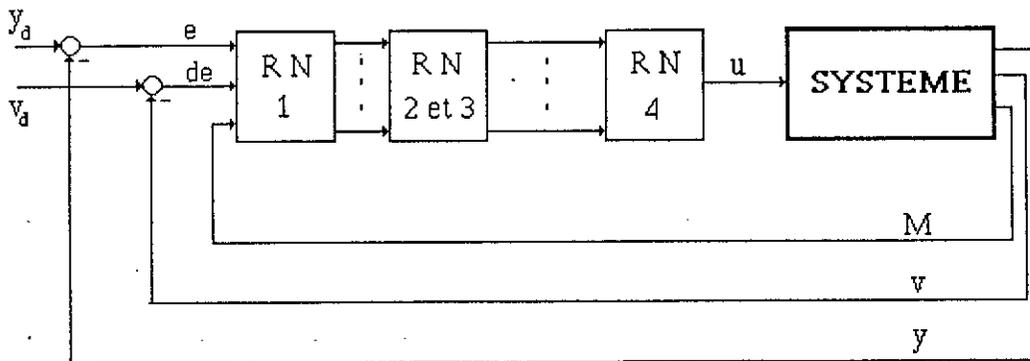
#### V.3.1. Méthode explicite:

Le régulateur comporte quatre réseaux de neurones (*Figure V.3.1*):

- Le réseau (1) pour effectuer l'opération de fuzzification.
- Le réseau (2) générant une sortie intermédiaire à partir des erreurs de position et de vitesse.
- Le réseau (3) générant la commande à partir du retour du moment fléchissant et de la sortie du réseau (2).
- Le réseau (4) pour effectuer l'opération de défuzzification.

#### V.3.2. Méthode implicite:

Dans ce cas, le régulateur est constitué d'un seul réseau artificiel englobant la fuzzification, la génération de la commande et la défuzzification (*Figure V.3.2*).



*Figure (V.3.1):* structure explicite.

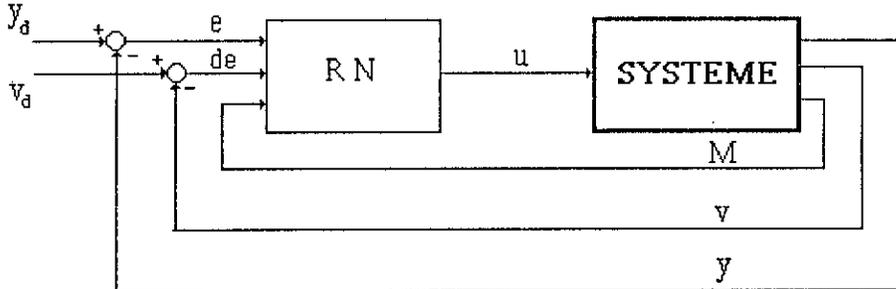


Figure (V.3.2): Structure implicite.

Après avoir effectué plusieurs entraînements, les meilleurs résultats sont obtenus pour les configurations illustrées sur le tableau (V.3.2)

Méthode	Explicite				Implicite
	Réseau (1)	Réseau (2)	Réseau (3)	Réseau (4)	
Réseau	Réseau (1)	Réseau (2)	Réseau (3)	Réseau (4)	Réseau global
Nombre de couches cachées	1	1	1	1	3
Nombre de neurones d'entrée	1	14	14	7	3
Nombre de neurones internes	7	14	14	7	14
Nombre de neurones de sortie	7	7	7	1	1
Fonction d'activation des neurones cachés	sigmoïde	sigmoïde	sigmoïde	sigmoïde	sigmoïde
Fonction d'activation des neurones de sortie	sigmoïde	sigmoïde	sigmoïde	tanh	tanh

Tableau (V.3.2): comparaison entre les différentes configurations de réseaux utilisés.

#### IV.4. ENTRAÎNEMENT DES RESEAUX:

Les performances du régulateur neuro-linguistique reposent en premier lieu sur l'apprentissage des réseaux constitutifs. Pour confirmer l'analyse théorique des réseaux de neurones, présentée dans le chapitre précédent, nous nous intéressons à l'entraînement du réseau de la structure implicite (Tab.V.3.2). Le nombre de vecteurs d'entraînement est de 343, correspondant au nombre de règles. Nous effectuons une comparaison des trois algorithmes utilisés: rétro-propagation, minimisation aléatoire et algorithme hybride en prenant compte des deux critères suivants: erreur minimale et nombre de d'iterations de calcul correspondantes (Tab.V.4.1).

Algorithme	Rétro-propagation	Minimisation aléatoire	Hybride
Erreur	$1.03 \times 10^{-2}$	$9.76 \times 10^{-3}$	$8.56 \times 10^{-3}$
Nombre d'itérations	952	1340	709
Temps de convergence	95 s	128 s	76 s

*Tableau (V.4.1):* Tableau comparatif des trois algorithmes d'apprentissage.

D'après les résultats obtenus dans le tableau (V.4.1) nous constatons que l'algorithme hybride est le plus rapide, bien que le temps d'une itération (0.107 s) est supérieur à celui de rétro-propagation (0.100 s) et celui de minimisation aléatoire (0.096 s). En effet, étant donné que l'algorithme hybride effectue plusieurs tests, le temps de calcul d'une itération devient plus important, toutefois la pente de l'erreur est beaucoup plus raide par rapport aux autres algorithmes ce qui lui offre de meilleures performances en rapidité de convergence.

*Remarque (1):* Les entraînements ont été effectués sur un 486-DX. 40 MHz.

*Remarque (2):* Les erreurs présentées dans le tableau (V.4.1) ne correspondent pas aux erreurs de convergence finales.

## V.5. SIMULATIONS ET RESULTATS:

L'étude des performances du contrôleur neuro-linguistique comporte les tests effectués dans la section (II.6). Les premières simulations numériques concernent l'analyse des performances dynamiques puis l'étude de la robustesse de la commande neuro-linguistique vis-à-vis de la variation de la charge d'une part, et l'influence du bruit d'autre part.

### (i) Détermination des paramètres optimaux: (pp.120-124)

Plusieurs essais nous ont permis de retrouver la structure adéquate des réseaux de neurones utilisés dans la commande.

Nous commençons par une étude comparative des méthodes implicite et explicite présentées auparavant. Nous constatons sur la planche (V.1) l'allure de la réponse indicielle qui correspond à la technique explicite. La réponse relative au régulateur implicite présente de bonnes performances dynamiques: les oscillations sont pratiquement inexistantes, le temps de réponse à 5% est de l'ordre 0.58s. et l'erreur statique est nulle (Fig.V.2.a). La réponse en vitesse illustrée dans la figure (V.2.b), montre que l'extrémité chargée atteint une vitesse maximale de 2.6 m/s.

Les résultats obtenus montrent que le régulateur implicite offre de meilleures performances par rapport au régulateur explicite dont la structure comporte plusieurs réseaux ce qui engendre l'influence de plusieurs paramètres impliquant une accumulation d'erreur. Nous nous intéresserons donc à la structure implicite pour les simulations suivantes.

Le mode rigide ainsi que le comportement vibratoire des trois premiers modes flexibles sont représentés dans la planche (V.3). On aperçoit des oscillations au niveau des quatre modes mais qui sont néanmoins, compensées par leur superposition, présentant une réponse lisse. Les réponses en vitesse, relatives aux quatre modes sont représentées dans la planche (Pl.V.4). Notons que de même que pour la position, les amplitudes des vitesses modales diminuent d'un mode à un autre supérieur.

La particularité de cette commande réside dans l'exploitation du caractère flexible du bras. La planche (V.5) regroupe l'évolution de la tension de commande, du couple moteur ainsi que du moment fléchissant. La variation de la tension du moteur demeure entre 10 V et -5 V (Fig.V.5.a). La comparaison des graphes (Fig.V.5.b et Fig.V.5.c) conduit à deux observations principales: l'amplitude du couple moteur est vingt fois plus grande que celle du moment fléchissant, les deux courbes sont en opposition de phase afin d'exploiter l'énergie potentielle due à la flexion.

*(ii) Influence du retour du moment fléchissant: (p.125)*

Les simulations étudiées en (i) présentent les résultats de la commande tenant compte du retour du moment fléchissant. Pour faire apparaître les avantages de cette technique, analysons la commande tenant compte uniquement de l'erreur et la variation de l'erreur.

Dans la planche (V.6) sont représentées les simulations concernant le cas sans retour du moment fléchissant au niveau du régulateur. En comparant les résultats des deux approches nous remarquons une différence en deux points essentiels: la rapidité de la réponse et la réduction de la consommation d'énergie dans le cas de la régulation avec retour du moment fléchissant. Nous constatons ainsi, des temps de réponse de 0.70 s et 0.58 s correspondant respectivement au système sans retour (Fig.V.6.a) et au système avec retour (Fig.V.2.a). Les amplitudes et les variations de la tension sont plus importantes pour le système commandé sans retour du moment fléchissant (Fig.V.6.b et Fig.V.5.a).

*(iii) Variation de la charge: (p.126)*

Un test important du régulateur neuro-linguistique concerne sa robustesse par rapport à la variation de la charge. De la même manière que dans la section (III.6.iii), appliquons différentes charges à l'extrémité du bras, allant d'une variation de -80% à 50% de la charge (Pl.V.7). On constate sur les figures (Fig.V.7.b et Fig.V.7.c) de faibles dépassements des réponses indicielles mais sans dégradation des performances générales: un dépassement de 1.8% pour 0.5 kg et un dépassement de 1.6% pour 1.2 kg. Les performances demeurent satisfaisantes pour des charges de 0.2 kg à 1.5 kg malgré de faibles oscillations pour 0.2 kg (Fig.V.7.a) et un dépassement de 6% pour 1.5 kg (Fig.V.7.c).

On note que le régulateur est plus robuste dans le cas de la diminution de la charge. Le contrôleur neuro-linguistique fait preuve d'une bonne robustesse vis-à-vis de la variation de la charge sur un intervalle entre 0.5 kg et 1.2 kg. Les résultats commencent à se dégrader à partir des variations de masses à plus de 50% ou moins de 80% de la charge nominale.

*(iv) Bruitage de la grandeur mesurée: (p.127)*

L'influence des perturbations extérieures sur le bras flexible se manifeste en particulier par le bruit de mesure. Considérons les effets du bruit sur la mesure de la position de l'extrémité chargée du bras dont les simulations sont représentés dans la planche (V.8). On constate qu'un bruit de 5% n'a pratiquement aucune influence sur la sortie (Fig.V.8.a et Fig.V.8.b). Les effets du bruit blanc se manifestent par de très faibles oscillations sans conséquences sur la réponse indicielle. La réponse commence à se dégrader à partir d'un bruit de l'ordre de 30% avec un dépassement de 0.8% et des oscillations dont l'amplitude atteint 6 mm (Fig.V.8.c et Fig.V.8.d). Cependant en observant les effets des perturbations des capteurs sur la variable mesurée, nous déduisons que le régulateur est un excellent rejeteur de bruit grâce à la généralisation des réseaux de neurones.

*(v) Test de répétabilité: (p.128)*

La planche (V.9) montre la réponse du système en position (Fig.V.9.a) et en vitesse (Fig.V.9.b) pour le test de répétabilité.

**V.5. CONCLUSION:**

L'association des réseaux neuronaux et de la commande floue précédemment étudiés, donne lieu à un contrôleur hybride alliant les avantages des deux techniques. L'application de la commande neuro-linguistique au bras flexible, nous a permis de tirer les caractéristiques principales suivantes:

- Comme pour le contrôleur flou, l'élaboration de la commande neuro-linguistique ne nécessite pas la connaissance du modèle mathématique, mais seulement son comportement qualitatif.
- Le choix des règles d'inférence, des fonctions d'appartenance, du nombre de classes et de leur partition, reste subjectif.
- La structure implicite présente de meilleures performances par rapport à la structure explicite. L'utilisation d'un seul réseau de neurones minimise l'accumulation des erreurs.
- L'application des réseaux de neurones permet la généralisation d'un nombre important de règles, ce qui permet d'utiliser le retour du moment fléchissant comme troisième entrée du régulateur.

- La technique de commande neuro-linguistique présente une excellente robustesse vis-à-vis des variations de la charge.
- Le correcteur est un bon rejeteur de bruit.
- Le contrôleur neuro-linguistique est relativement plus performant, comparé à la seconde technique de commande étudiée, ceci s'explique par la capacité de généralisation des réseaux de neurones.
- Une fois entraîné, le contrôleur neuro-linguistique très rapide est applicable en temps réel.
- La commande floue est continue. Il n'y a donc pas de sollicitation de l'actionneur puisqu'il n'y a pas de commutation de la commande.
- L'utilisation de la technique de retour offre à la commande neuro-linguistique des performances considérables: rapidité, diminution de la consommation d'énergie.

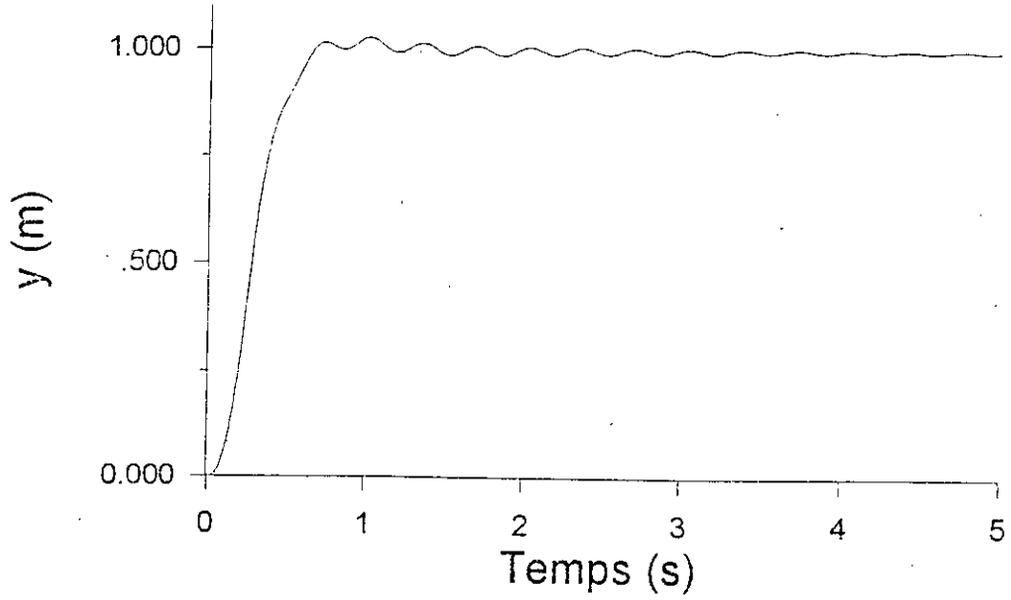


Fig.a: Réponse en position.

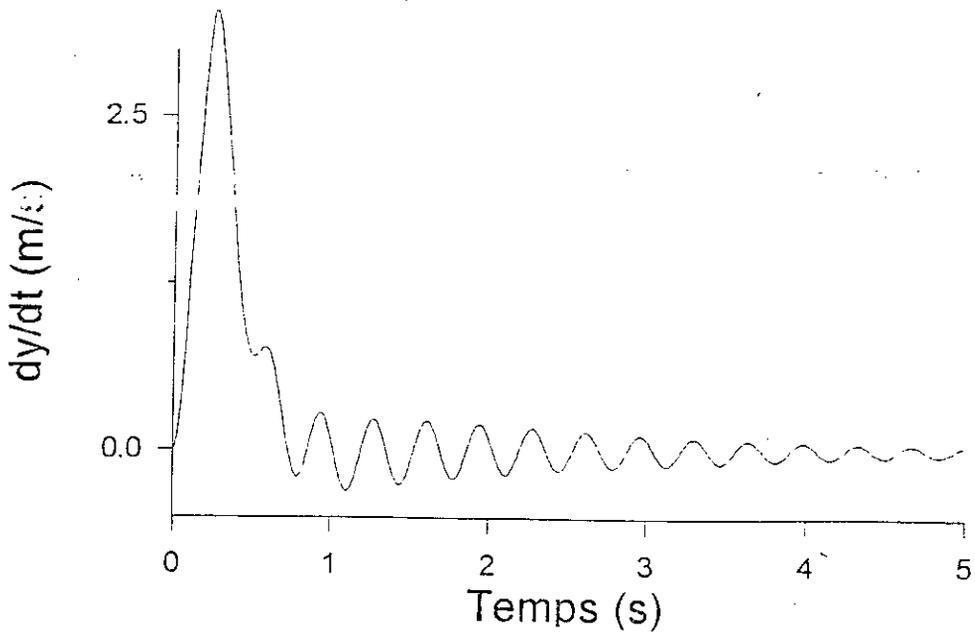


Fig.b: Réponse en vitesse.

PLV.1: Réponse de l'extrémité du bras relative à la méthode explorée

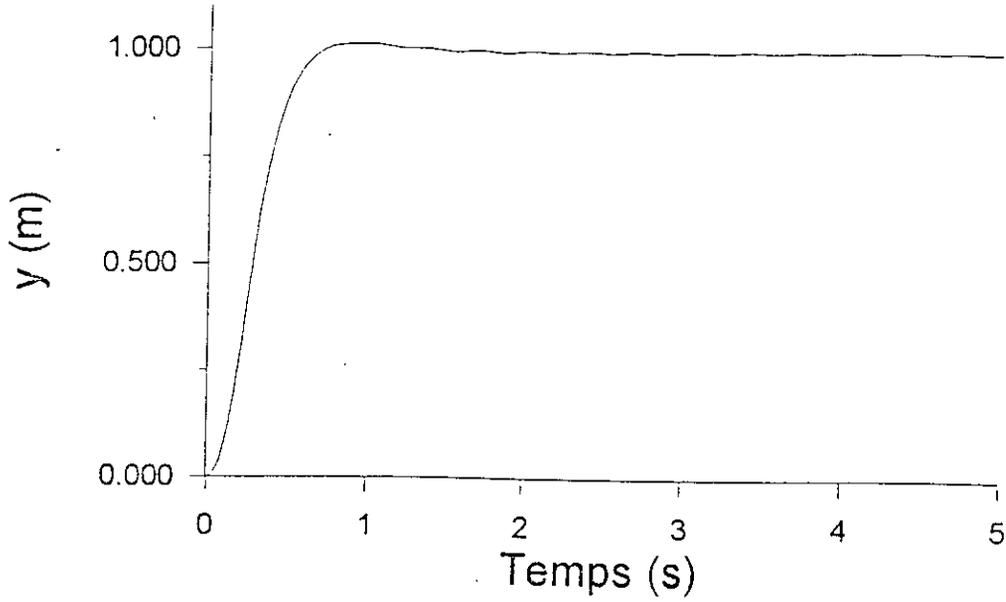


Fig.a: Réponse en position.

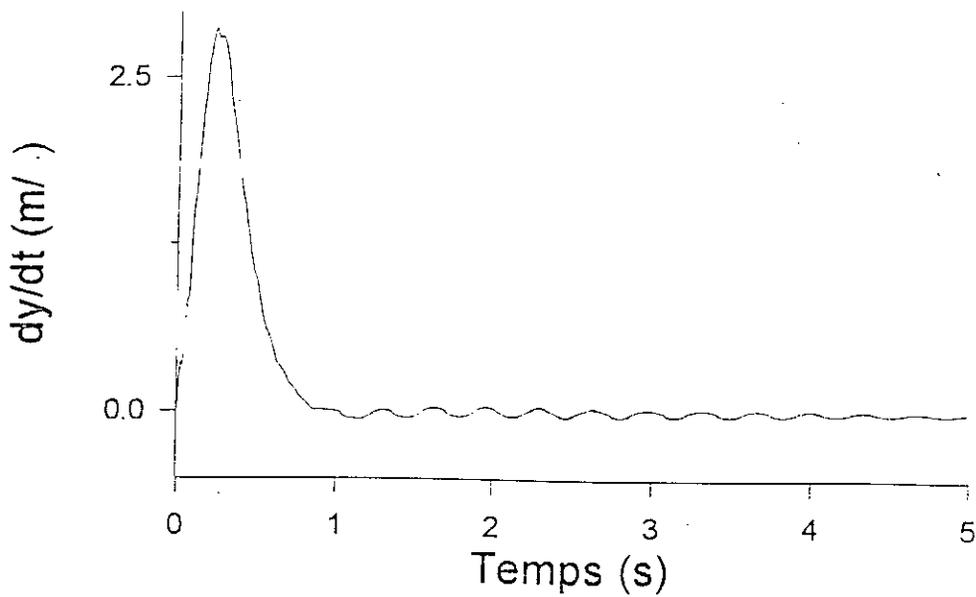


Fig.b: Réponse en vitesse.

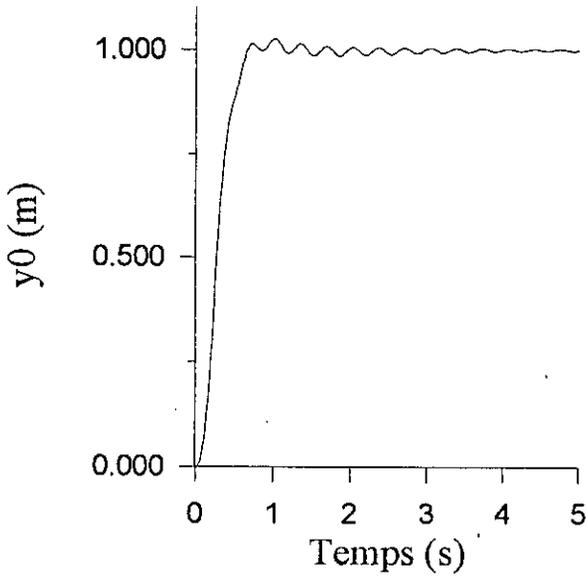


Fig.a: Mode rigide.

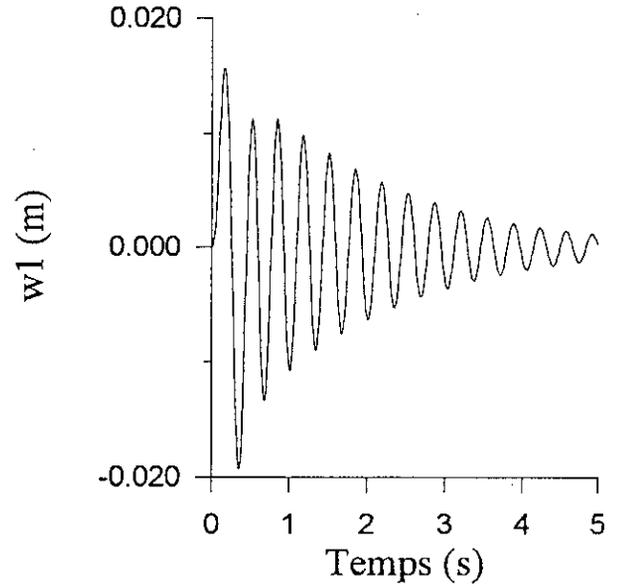


Fig.b: Premier mode flexible.

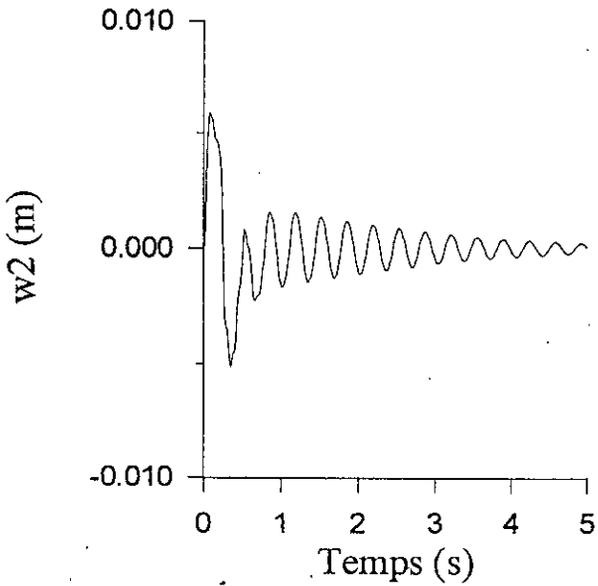


Fig.c: Deuxième mode flexible.

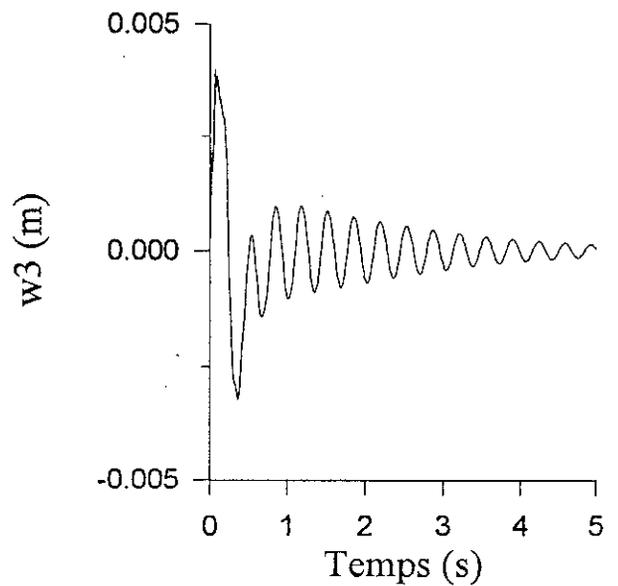


Fig.d: Troisième mode flexible.

Pl.V.3: Réponses modales en position du système.

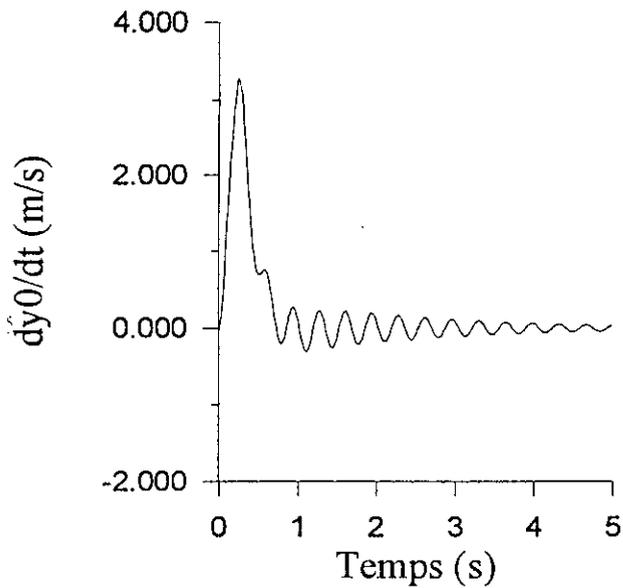


Fig.a: Mode rigide.

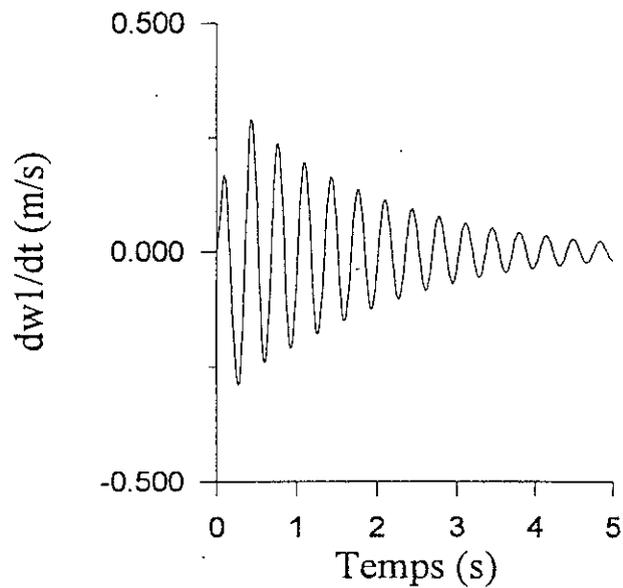


Fig.b: Premier mode flexible.

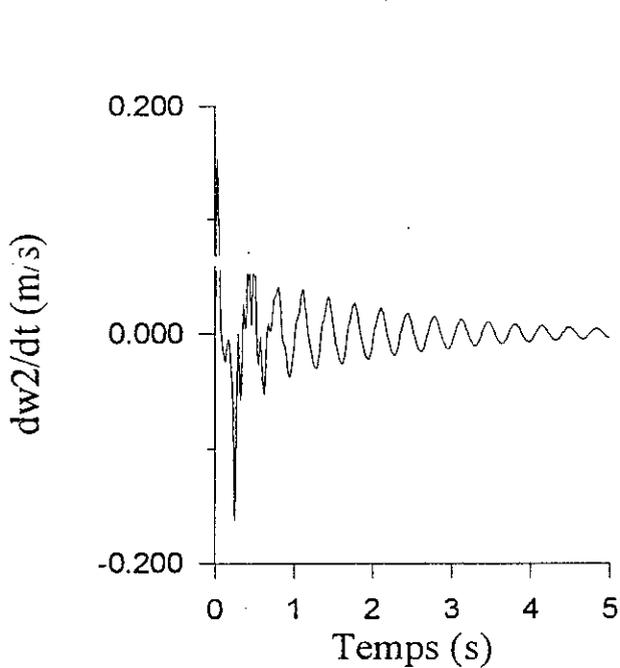


Fig.c: Deuxième mode flexible.

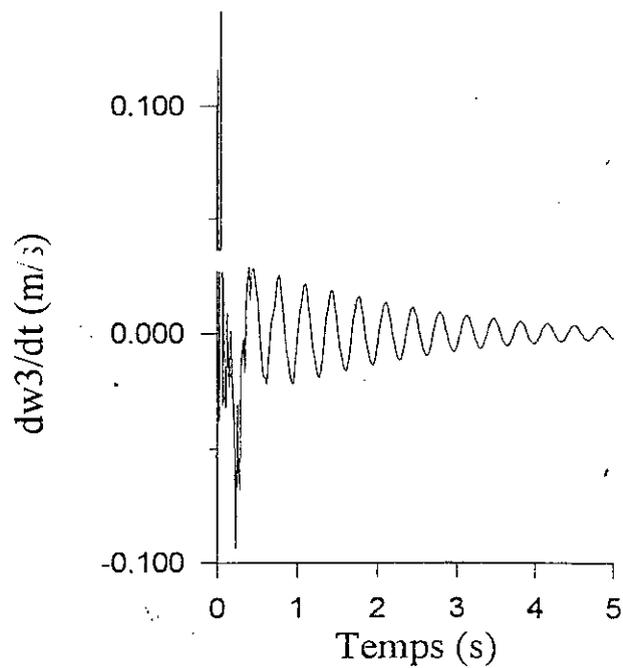


Fig.d: Troisième mode flexible.

Pl.V.4: Réponses modales en vitesse du système.

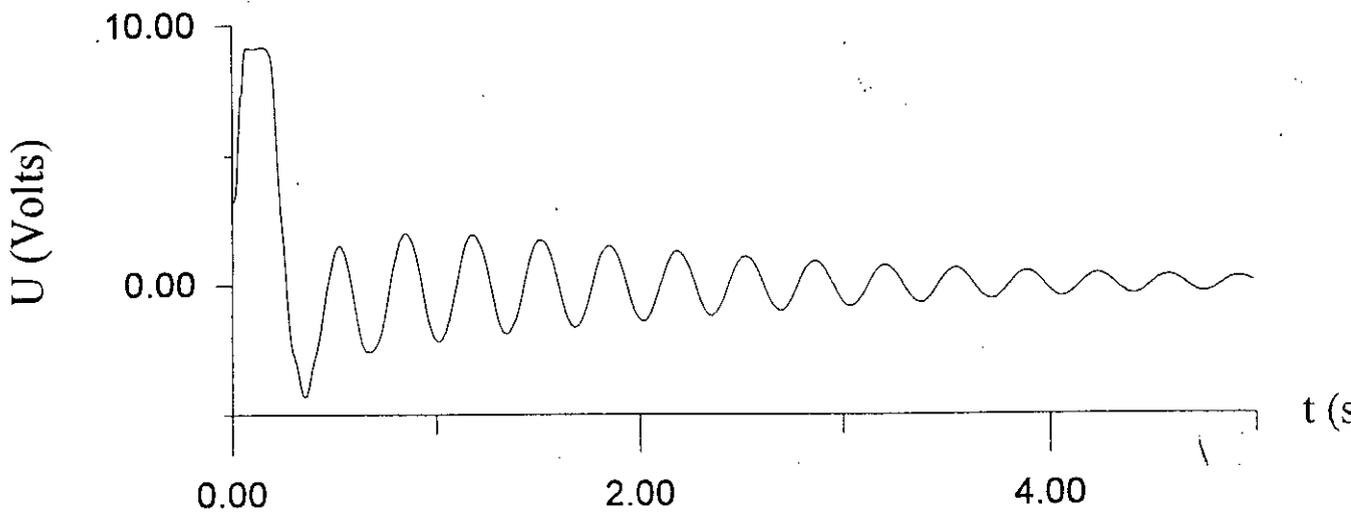


Fig.a: Commande en tension.

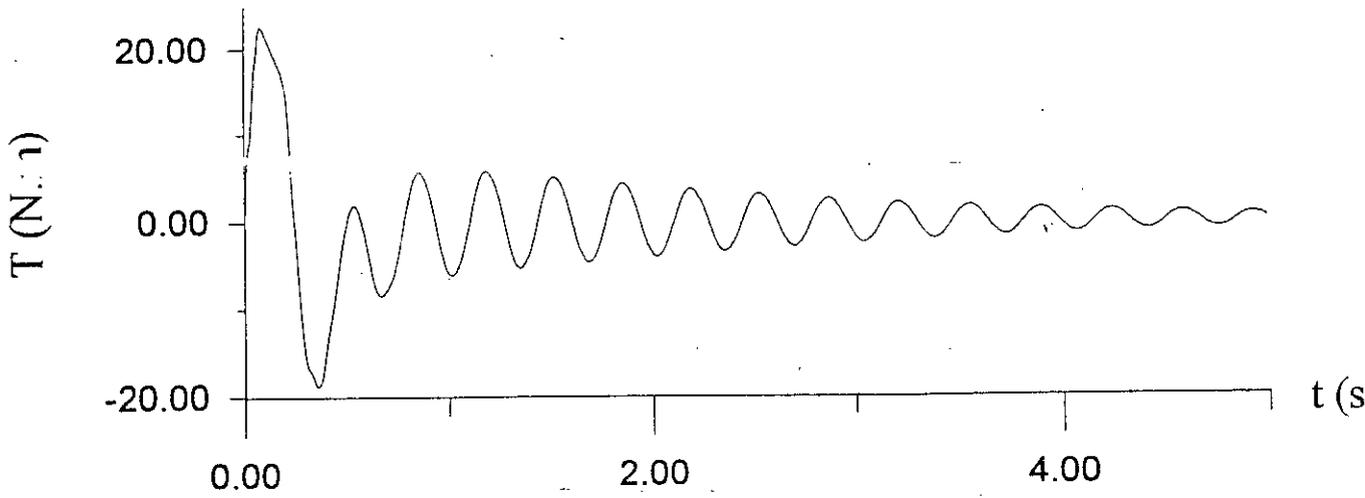


Fig.b: Commande en couple.

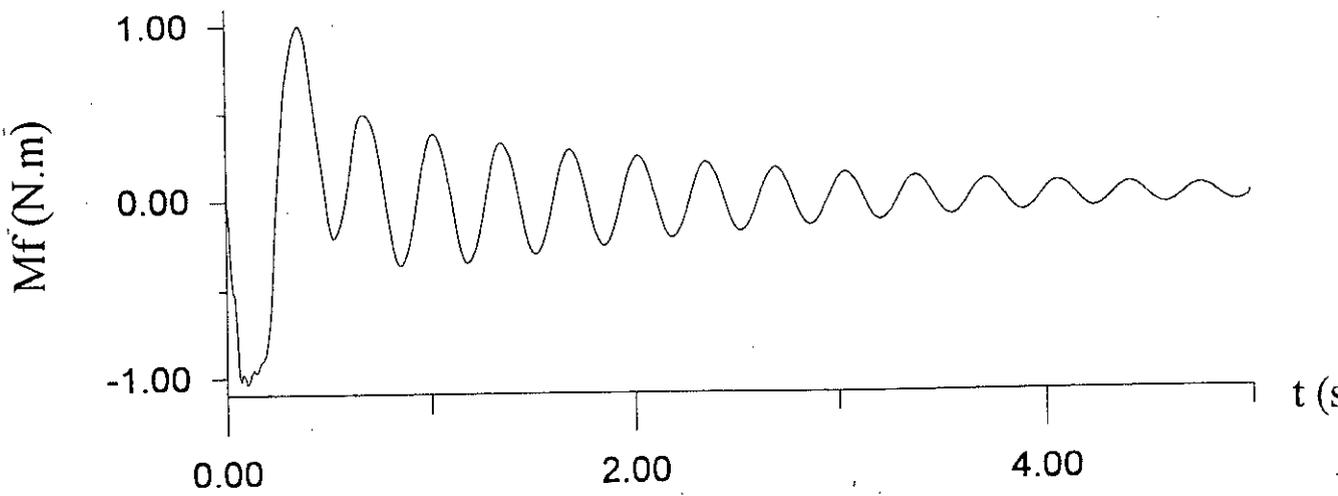


Fig.c: Moment fléchissant.

Pl. V.5: Moment fléchissant et commandes.

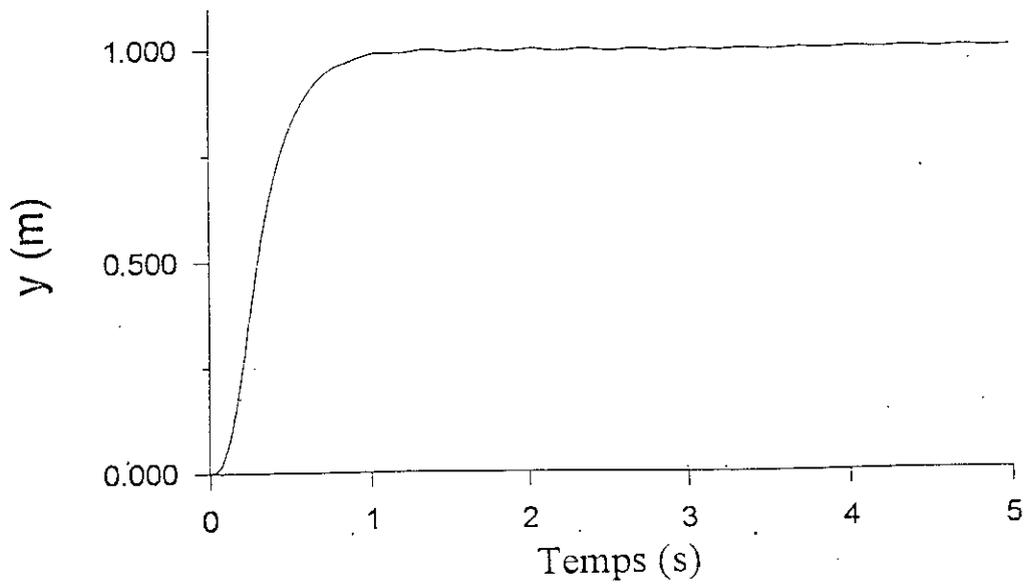


Fig.a: Réponse en position.

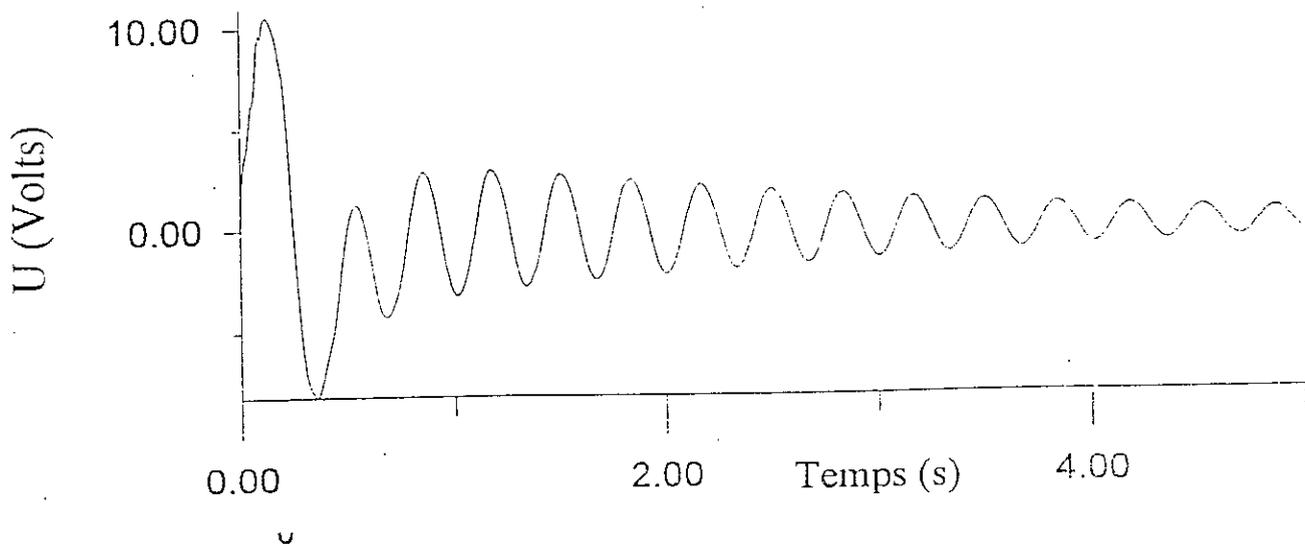


Fig.b: Commande.

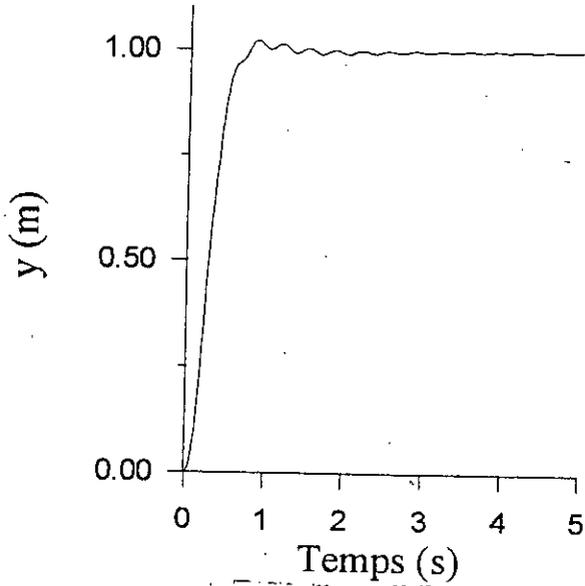


Fig.a:  $M_c=0.2$  kg

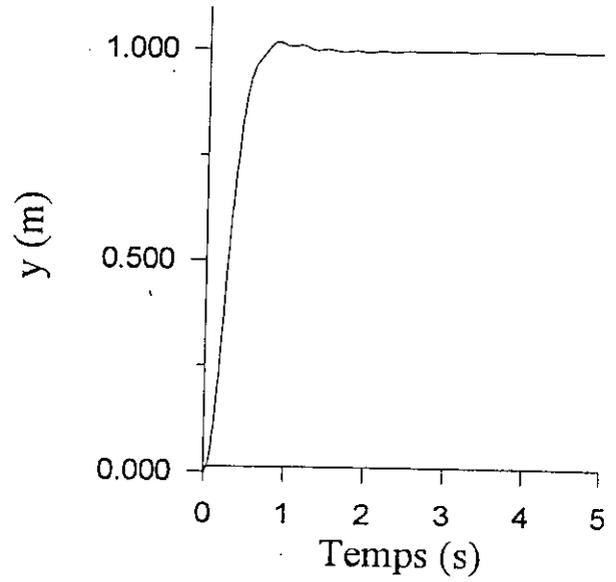


Fig.b:  $M_c=0.5$  kg

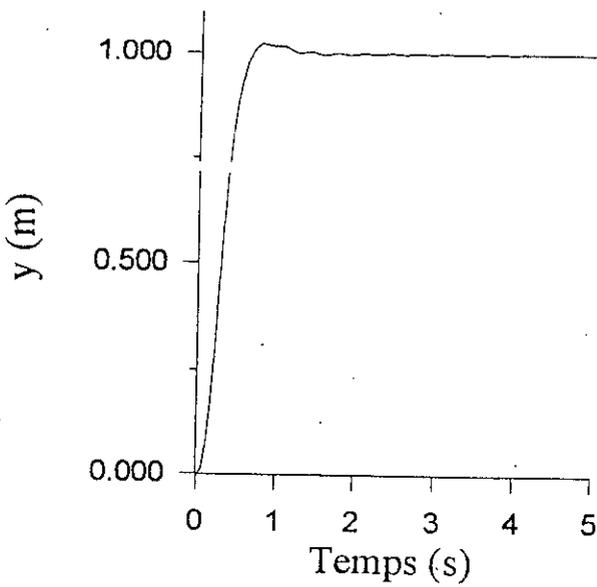


Fig.c:  $M_c=1.2$  kg

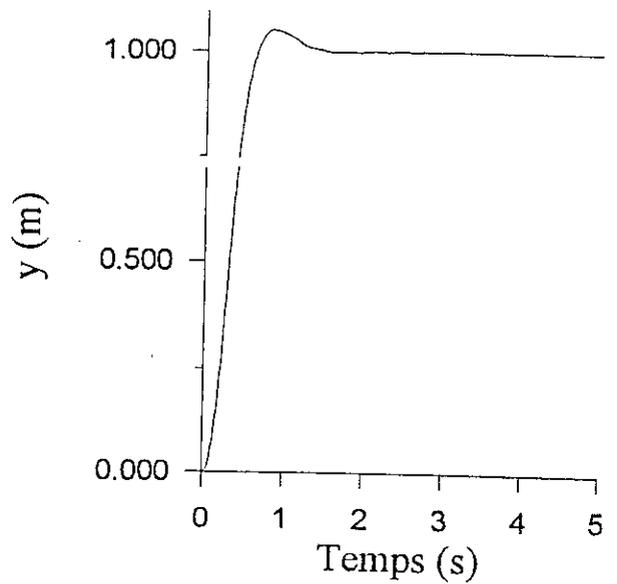


Fig.d:  $M_c=1.5$  kg

Pl.V.7: Robustesse du contrôleur vis-à-vis de la variation de la charge

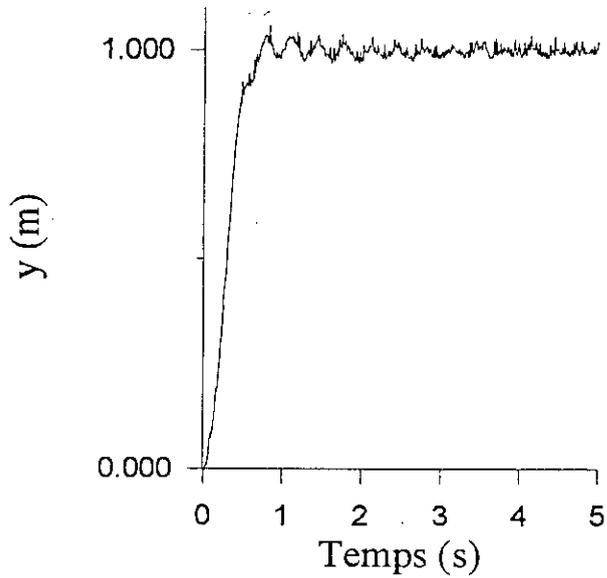


Fig.a: Variable bruitée à 5 %

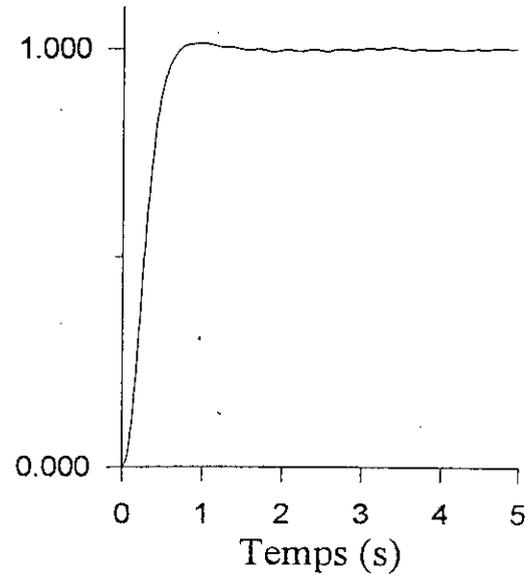


Fig.b: Variable non bruitée.

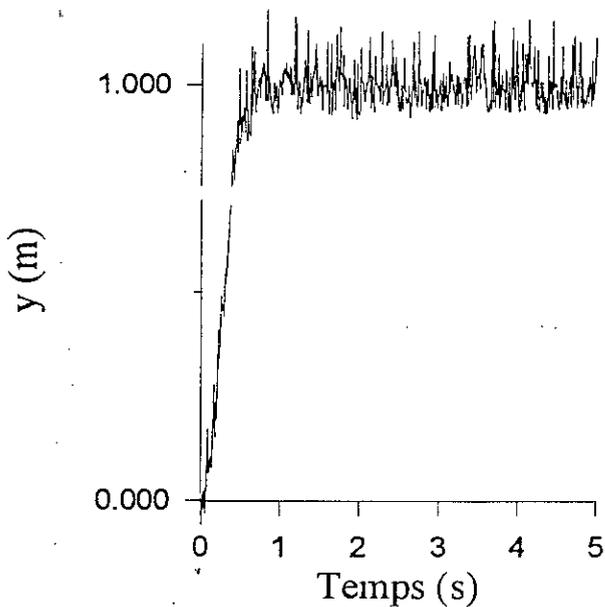


Fig.c: Variable bruitée à 30 %

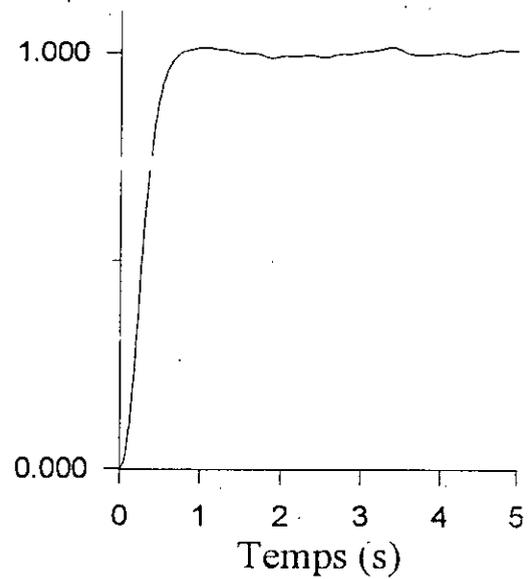
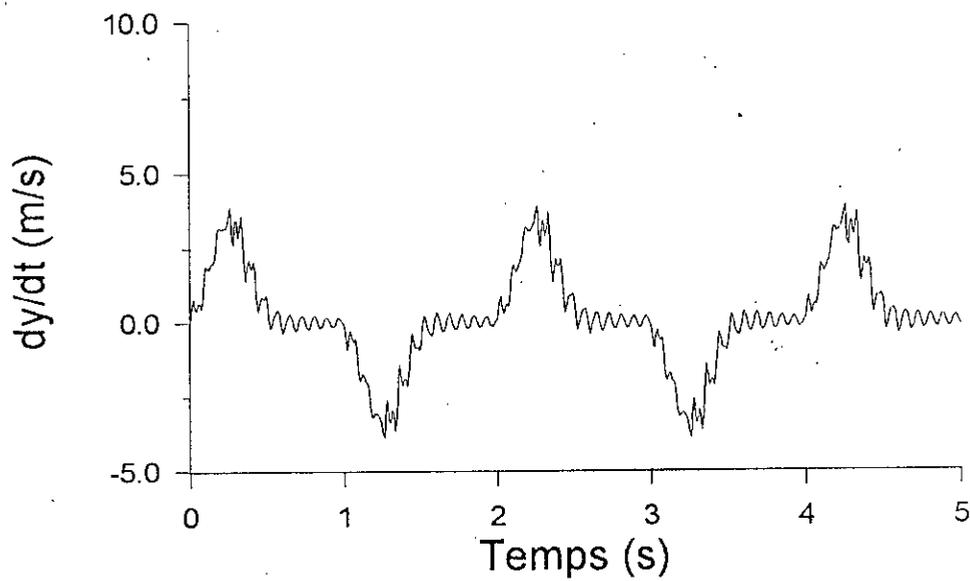
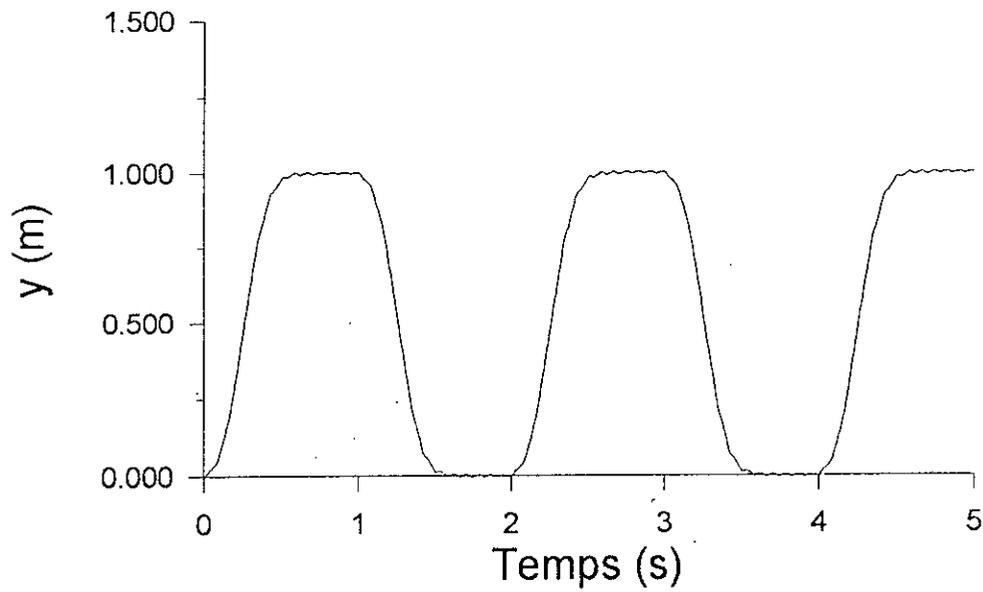


Fig.d: Variable non bruitée.

Pl.V.8: Influence du bruit de mesure sur la réponse du système.



PI.IV.9: Test de répétabilité.

## CONCLUSION GENERALE

---

Le travail présenté dans ce mémoire concerne la modélisation et la commande d'un bras de robot flexible à un degré de liberté. Le contenu de cette étude peut être résumé par les points suivants:

Une étude bibliographique sur les différentes approches possibles et l'analyse du procédé ont montré que la modélisation de ce type de robot était difficile à cause des flexibilités, des non linéarités, des couplages et des variations dynamiques du procédé en fonction de la charge transportée.

Des simulations en boucle ouverte ont permis de valider le modèle: nombre de modes vibratoires, cas articulé, choix de l'actionneur.

Une fois le modèle approuvé, nous avons appliqué trois techniques de régulation:

- La commande par régimes glissants.
- La commande floue.
- La commande neuro-linguistique.

La synthèse de la première commande appliquée au bras flexible étudié repose principalement sur:

- La vérification des conditions de glissement.
- La recherche de la surface de commutation où nous avons procédé à une réduction du modèle pour simplifier le placement des pôles optimaux.

Les essais de simulation ont montré:

- L'efficacité du régulateur appliqué au modèle global, en dépit de la réduction du système.
- Le compensateur garantit des performances dynamiques et statiques très satisfaisantes: rapidité, stabilité, et précision.
- Le contrôleur est robuste vis à vis des variations de la charge et des perturbations externes dues au bruit de mesure.
- Le test de répétabilité présente d'excellents résultats:

Cependant on constate que la commande par mode de glissement présente certains inconvénients:

- Les performances de la commande sont liées au choix du modèle mathématique du processus.
- Forte sollicitation de l'actionneur due à la fréquence de commutation élevée.
- Consommation élevée d'énergie.
- L'implémentation pratique de la commande nécessite la mesure des grandeurs d'état. L'application du régulateur en temps réel, rend sa réalisation coûteuse.

Au vu des résultats obtenus en simulation, les caractéristiques de la seconde technique qui est la commande floue sont présentées:

- L'élaboration de la commande ne nécessite pas la connaissance du modèle, mais seulement le comportement qualitatif du système, contrairement à la technique précédente.
- Toutefois, le choix des règles d'inférence, des variables linguistiques, des fonctions d'appartenance, du nombre de classes et de leur partition reste subjectif.
- La technique de commande floue est robuste vis-à-vis des variations de la charge.
- Le correcteur est un bon rejecteur de bruit.
- Obtention de bon résultats en test de répétabilité.
- Les performances du contrôleur flou sont étroitement liées à la capacité de généralisation des règles d'inférence. Un choix adéquat des opérateurs flous assure une généralisation satisfaisante.
- L'augmentation du nombre de règles floues améliore les performances du régulateur en assurant une meilleure généralisation des règles d'inférence.
- La commande floue est continue. Il n'y a donc pas de fortes sollicitations de l'actionneur puisqu'il n'y a pas de commutation de la commande.

Les simulations concernant la commande neuro-linguistique mènent aux résultats suivants:

- L'application de la technique du retour du moment fléchissant améliore considérablement les performances de la commande neuro-linguistique: réponse rapide, compensation des oscillations, diminution de la consommation d'énergie.
- L'élaboration de la commande par la méthode implicite présente de meilleurs résultats par rapport à la méthode explicite à cause de l'accumulation des erreurs d'apprentissage.
- La synthèse du contrôleur ne nécessite pas la connaissance du modèle mathématique.
- Une fois l'entraînement du réseau de neurone terminé, le correcteur neuro-linguistique est très peu coûteux en temps de calcul. Il est facilement implémentable en temps réel.
- Le régulateur présente une excellente robustesse vis à vis des variations de la charge et du bruit.
- Le test de répétabilité présente d'excellents résultats.
- Les performances de la commande neuro-linguistique sont meilleures que celles de la commande floue. En effet la généralisation des règles floues par les réseaux de neurones est meilleure par rapport aux règles d'inférence.

A noter que la synthèse des trois régulateurs n'est pas unique. Ainsi nous pouvons trouver pour chaque technique des paramètres donnant lieu à de meilleurs résultats (les pôles pour la commande par mode de glissement, les opérateurs flous pour le contrôleur flou, la configuration et l'apprentissage des réseaux de neurones pour la commande neuro-linguistique).

Enfin, il est intéressant d'envisager des perspectives dans la commande des bras de robots flexibles à plusieurs degrés de liberté en considérant un modèle non-linéaire complet incluant les effets du fléchissement, de la torsion, du cisaillement, de l'élasticité centrifuge et des termes de gravité.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [1] " Le temps des robots ", *ed Bordas*, 1986.
  - [2] Cannon R.H.Jr, Schmitz E., " Initial experiments on the end point control of a flexible one link robot ", *The Int. J. of Robotics Research*, Vol. 3, No. 4, pp. 62-75, 1984.
  - [3] Nicosia S., Tomei P., Tornambè A., " Non-linear control and observation algorithms for a single link flexible robot arm ", *Int. J. of Control*, Vol. 49, No. 3, pp. 827-840-1989.
  - [4] Hastings G.G., Book J.W., " Verification of a linear dynamic model for flexible robotic manipulators ", *IEEE Trans.on Robotics and Automation*, 1986.
  - [5] Lee J.D., Wang B.L., " Dynamic equations for a two link flexible robot arm", *Computers and structures*, Vol. 29, No. 3, pp. 469-477, 1988.
  - [6] Castelazo I.A., Lee H., " Nonlinear compensation for flexible manipulators ", *Trans. of the ASME, J. of Dyn. Syst., Meas.and Control*, Vol. 112, pp. 62-68, 1990.
  - [7] Lee J.D., Wang B.L., " Optimal control of a flexible robot arm ", *Computers and structures*, Vol. 29, No. 3, pp. 459-467, 1988.
  - [8] Kelemen M., Bagchi A., " Modeling and feedback control of flexible arm of a robot for prescribed frequency domain tolerances ", *Automatica*, Vol. 29, No. 4, pp.899-909, 1993.
  - [9] Korolov V.V., Chen Y.H., " Controller design robust to frequency variation in a one link flexible robot arm ", *Trans. of the ASME, J. of Dyn. Syst., Meas.and Control*, Vol. 111, pp. 9-14, 1989.
  - [10] Dugard L., M'saad M., " A suitable generalized predictive adaptative controller case study: control of a flexible arm ", *Laboratoire d'Automatique de Grenoble*.
  - [11] Barraco A., Cuny b., Ishiomin G., " Dynamic models for flexible robots: ~~different~~ approaches ", *IEEE Trans.on Robotics and Automation*, 1985
-

- 
- [12] Sharan A.M., Jain J., Kalra P., " Efficient methods for solving dynamic problems of flexible manipulators", *Trans. of the ASME, J. of Dyn. Syst., Meas. and Control*, Vol. 114, pp. 78-88, 1992.
- [13] Mitchell T.P., Bruch J.C.Jr., " Free vibrations of a flexible arm attached to a compliant finite hub ", *Trans. of the ASME, J. of Vib., Acous., Str. and Reliability in Design*, Vol. 110, pp. 118-120, 1988.
- [14] Wang W.J., Lu S.S., Hsu C.F., " Experiments on the position control of a one link flexible robot arm ", *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 5, No. 3, 1989.
- [15] Chalhoub N.G., Ulsoy A.G., " Control of a flexible arm: experimental and theoretical results ", *Trans. of the ASME, J. of Dyn. Syst., Meas. and Control*, Vol. 109, pp. 299-309, 1987.
- [16] Davis J.H., Hirschorn R.M., " Tracking control of a flexible robot link ", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 33, No. 3, 1988.
- [17] Nguyen T.T.T., " Identification et commande d'un bras flexible à deux degrés de liberté", *These de doctorat en Automatique, INP Grenoble*, 1993.
- [18] Breakwell J.A., " Control of flexible spacecraft ", *Ph.D.Thesis, Stanford University. Departement of Aeronautics and Astronautics*, 1980.
- [19] Book J.W., " New concepts in lightweight arms ", *Proc. of the 2nd Int. Symposium on Robotics Research, Kyoto, Japan*, pp. 203-205, 1984.
- [20] Naganathan G., Soni A.H., " Non-linear flexibility studies for spatial manipulators ", *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, San Francisco*, Apr. 1986.
- [21] De Luca A., Lucibello P., Ulivi G., " Inversion techniques for trajectory control of flexible robot arms ", *J. of Robotic systems.*, Vol. 6, pp. 324-344, 1989.
- [22] Barbieri E., " Unconstrained and constrained mode expansions for a flexible slewing link ", *Trans. of the ASME, J. of Dyn. Syst., Meas. and Control*, Vol. 110, pp. 416-421, 1988.
- [23] De Luca A., Siciliano B., " Trajectory control of a non-linear one link flexible arm ", *Int.J. of Control*, Vol.50, No. 5, pp. 1699-1715, 1989.
- [24] Jonker B., " A finite element dynamic analysis of flexible manipulators ", *The Int. J. of Robotics Research*, Vol. 9, No. 4, pp. 59-74, 1990.
- [25] Icart S., Leblond J., Samson C., " Some results on feedback stabilization of a one link flexible arm ", *Rapports de recherche de l'INRIA*, No.1682, 1992.
- [26] Young K.D., Özgüner Ü., " Frequency shaping composator design for sliding mode" *Int. J. of Control*, Vol. 57, No. 5, pp. 1005-1019, 1993.
- [27] Thomson W.T., " Theory of vibrations with applications ", *ed. Prentice-Hall*, 1981.
-

- 
- [28] " Théorie de la commande des robots ", Ecole d'été d'automatique de Grenoble, *Laboratoire d'Automatique de Grenoble, Unité de recherche Associée au C.N.R.S.*, du 7 au 11 Sept. 1992.
- [29] Clough R.W., " Dynamic of structures ", *ed. Mac Graw-Hill*, 1975.
- [30] Lalanne M., " Mécanique des vibrations linéaires ", *ed. Masson*, 1980.
- [31] Hashimoto H., Kato Y., " On-off pattern generation based on VSS for DC servo motor ", *IEEE IECON'87*, 1987.
- [32] Bühler H., " Reglage par mode de glissement ", *Presses Polytechniques Romandes*, 1986.
- [33] Boudjema F., Boscardin M. and al., " VSS approach to full bridge buck converter used for AC sine voltage generation ", *5th An. Conf. IEEE Indus. Elect. Society (iecon'89), Philadelphia*, pp. 82-88, 1989.
- [34] Wang Y., Mohler R.R. and al., " Variable structure facts controllers for power system transient stability ", *IEEE Trans. on PowerSystems*, February 1992.
- [35] Young K.S., Chen Y.P., " A new controller design for manipulators using the theory of variable structures systems ", *IEEE Trans. on automatic control*, Vol. 33, No. 2, 1988.
- [36] Bose B.K., " Sliding mode control of induction motor ", *IEEE*, 1985.
- [37] Verghese G.C., Sanders S.R., Cameron D.F., " Non linear control laws for switching power converters ", *Proc. 25th Conf. on Decision and Control, Athens*, pp.46-53, 1986.
- [38] Aggoune M.E., Boudjema F. and al., "Design of variable structure voltage regulator using pole assignement technique ", to be published in *IEEE Trans. on Automatic Control*.
- [39] Alvarez J., Castro R., " Robust non linear control and observer schemes for a chemical reactor ", *IEE Proc. C*, 1988.
- [40] White B.A., Patton R.J. and al., " Reduced order variable structure control of the lateral motion of an aircraft ", *Proc. 25th Conf. on Decision and Control, Athens*, pp.322-327 1986.
- [41] Hashimoto H., Maruyama K., Arai Y., " Practical realisation of VSS controller for robotic arm ", *IECON'86*, pp. 34-40, *IEEE* 1986
- [42] Boudaoud A.n., Boukhobza T., " Modélisation non linéaire et commande neuro-linguistique et par régimes glissants de la machine synchrone en monovariable", *P.F.E., Ecole Nationale Polytechnique*, 1993.
- [43] Tuncr R., " Logiques pour l'intelligence artificielle" , *ed. Masson, Paris*, 1986.
-

- [44] Lee C.C., " Fuzzy logic in control systems: fuzzy logic controller-Part I", *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, Vol.20, No. 2, pp. 404-415, 1990.
- [45] Kaufmann A., " Introduction à la logique floue", *Tech. de l'Ingenieur, Mes. Cont.*, Vol.A120.
- [46] Lee C.C., " Fuzzy logic in control systems: fuzzy logic controller-Part II", *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, Vol.20, No. 2, pp. 419-433, 1990.
- [47] Madani A., Oussar Y., " Etude de la commande neuro-linguistique et application SISO et MIMO ", *P.F.E., Ecole Nationale Polytechnique*, 1993.
- [48] Souami M.C., Gill K.F., " Fast evaluation of the compositional rule of inference in fuzzy control ", *Proc. Inctn. Mech. Engrs.*, Vol.206, pp. 181-187, 1992.
- [49] Souami M.C., " Real time transputer based intelligent robot control system design", *PHD Theses, Lceds University*, 1991.
- [50] Freeman J.A., Skapura D.M., " Neural networks", *ed Addison-Wesley*, 1991.
- [51] Binsc M., " Systèmes connexionistes", *Pub. du L.I.F.L.*, 1990.
- [52] Poggio T., Girosi F., " Networks for approximation and learning", *Proc. of the IEEE*, Vol.78, No 9, pp. 1481-1495, 1990.
- [53] Werbos P.J., " Backpropagation through time: what it does and how to do it", *Proc. of the IEEE*, Vol. 78, No 10, pp. 1551-1560, 1990
- [54] Dotc Y., " Fuzzy and neural network controller", *IEEE conf.*, pp.1314-1343, 1990.
- [55] Jacobs R.A., " Increased rates of convergence through learning rate adaptation", *Neural Networks*, Vol. 1, pp. 295-307, 1988.
- [56] Fukuda T., Shibata T., " Theory and applications of neural networks for industrial control systems", *IEEE Trans. Indus. Elec.*, Vol 39, No. 6, pp. 472-489, 1992.
- [57] Baba N., " A new approach for finding the global minimum of error function of neural networks", *Neural Networks*, Vol. 2, pp. 367-373, 1989.
- [58] Solis F.J., Wets R.J.B., " Minimisation by random search techniques", *Math. Oper. Res.*, Vol 6, No 1, pp.19-29, 1981.
- [59] Widrow B., " ADALINE and MADALINE ", *Proc. IEEE 1st Int. Conf. on Neural Networks*, pp. 143-158, 1987.

- 
- [62] Alpaydin E., " Networks that grow when they learn and shrink when they forget ", *Communication of the Int. Computer Science Institute*, 1991.
- [63] Rumelhart D.E., Hinton G.E., Williams R.J., " Learning internal representations by error propagation ", *Parallel Distributed Proc., M.I.T. Press*, Vol. 1, pp. 362-381, 1986.
- [64] Le cun Y., Denker J.S., Solla S.A., " Optimal brain damage ", *Advances in Neural Information Proc. Systems 2*, pp. 589-605, 1990.
- [65] Eskandarian A., Barbera A.J. and al., " Dynamics modeling of robotic manipulators using an artificial neural network", *Journal of robotic systems*, pp. 41-56, 1994.
- [66] Ozaki T., Suzuki T. and al., " Trajectory control of robotic manipulators using neural networks", *IEEE trans. Indus. Elec.*, Vol 38, No 3, pp. 195-202, 1991.
- [67] Werbos P.J., " Neural networks for control and system identification ", *The 26th conf. on decision and control*, Florida, 1989.
- [68] Fukuda T., Shibata T. and al., " Neuromorphic control: adaptation and learnig", *IEEE trans. Indus. Elec.*, Vol 39, No. 6, pp. 497-503, 1992.
- [69] Tai H.M, Wang J., Ashenayi K., " A neural network based tracking control system", *IEEE trans. Indus. Elec.*, Vol 39, No. 6, pp. 504-510, 1992.
- [70] Tanomru J., Omatu S., " Process control by on line trained neural controllers", *IEEE trans. Indus. Elec.*, Vol 39, No. 6, pp. 511-521, 1992.
- [71] Mori H., Sakurai T. and al., " Identification of harmonic loads in power systems using an artificial neural network", *2nd Symposium on expert systems application to power systems*, Seattle, 1989.
- [72] Nicbur D., Germond A.J., " Power system static security assessment using the Kohonen neural network classifier", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 7, No. 2, 1992.
- [73] Mori H., Ito K. and al., " an artificial neural net based method for predicting power system voltage harmonics", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 7, No. 1, 1992.
- [74] Souami M.C., " Neurolinguistic control ", *IEEE Trans. Automatic Control*, Dec.1993 (Submitted).
- [75] Souami M.C., " Smooth self organizing control of a flexible link ", *IMECH*, Sep.1993 (Submitted).
-

## ANNEXE - A -

### Valeurs des paramètres du système

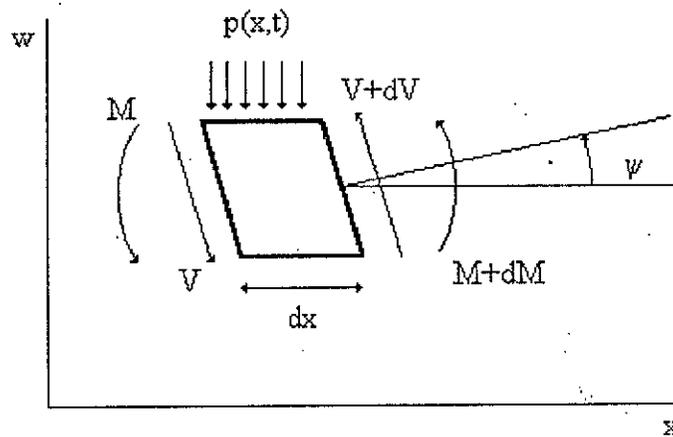
paramètre du système: Articulation - bras - charge - moteur.

SOUS-SYSTEME	GRANDEUR	VALEUR	UNITE
Articulation	$J_h$	$10^{-4}$	$\text{kg m}^2$
Bras	$L_b$	1	m
	$\rho$	0.5	$\text{kg/m}$
	$EI$	2.3	$\text{Nm}^2$
Charge	$M_c$	1	kg
	$J_c$	$10^{-3}$	$\text{kgm}^2$
Moteur 1	R	3.50	$\Omega$
	L	3.00	mH
	$k_w$	0.52	Vs
	$k_i$	0.52	Nm/A
	$f_m$	$2.5 \times 10^{-4}$	Nms
	$J_m$	$8.5 \times 10^{-4}$	$\text{kgm}^2$
Moteur 2	R	0.40	$\Omega$
	L	3.00	mH
	$k_w$	1.20	Vs
	$k_i$	1.20	Nm/A
	$f_m$	$6 \times 10^{-2}$	Nms
	$J_m$	$10^{-3}$	$\text{kgm}^2$

## ANNEXE - B -

### Equations du mouvement de flexion

Pour déterminer les équations différentielles qui décrivent les vibrations transversales d'une barre souple, un élément de longueur  $dx$  de la barre est considéré, les forces et les moments qui agissent sur cet élément sont illustrés par la figure (B.1):



$M$  : Moment fléchissant

$V$  : Effort tranchant.

$p(x,t)$  : Force extérieure par unité de longueur appliquée à la barre.

$w$  : Déflexion de ligne centrale de la barre.

$dw/dx$  : Pente de la ligne centrale.

$\psi$  : Pente due à la flexion

$\psi - dw/dx$  : Différence de pente, égale à l'angle de cisaillement.

*Fig.B.1* : Element  $dx$  de la barre

Les relations générales de la dynamique permettent l'élaboration des équations suivantes [27]:

$$J \frac{d^2\psi}{dt^2} = \frac{dM}{dx} - V \quad (B.1)$$

$$\rho \frac{d^2w}{dt^2} = \frac{dV}{dx} - p(x,t) \quad (B.2)$$

$J$  représente le moment d'inertie de la barre,  $\rho$  sa masse par unité de longueur

En appliquant les lois de la R.D.M., les équations suivantes sont obtenues [27]:

$$\psi - dw/dx = V / kAG \quad (B.3)$$

$$d\psi/dx = M / EI \quad (B.4)$$

Où A est la section de la barre, G le module de cisaillement et k un facteur qui dépend du cisaillement. E et I sont le module de Young et le moment d'inertie de la barre par unité de surface respectivement.

Les termes  $J d^2\psi/dt^2$  et  $V/kAG$  sont les effets secondaires de la flexion. Le premier est l'effet de l'inertie de rotation mis en évidence par Rayleigh, le second est l'effet du cisaillement mis en évidence par Timoshenko [27].

Une barre où ses effets sont pris en compte est une barre de Timoshenko, ceci conduit aux deux équations de mouvement couplées suivantes [27]:

$$d(EI d\psi/dx)/dx + kAG(dw/dx - \psi) - J d^2\psi/dt^2 = 0 \quad (B.5)$$

$$\rho d^2w/dt^2 - d[kAG(dw/dx - \psi)]/dx - p(x,t) = 0 \quad (B.6)$$

Par élimination de  $\psi$  et en considérant que la section de la barre est constante, les deux équations précédente donnent une seule équation qui est la suivante [27]:

$$EI \partial^4 w / \partial x^4 + \rho \partial^2 w / \partial t^2 - (J + EI\rho/kAG) \partial^4 w / \partial x^2 \partial t^2 + (J\rho/kAG) \partial^4 w / \partial t^4 = p(x,t) + (J/kAG) \partial^2 p / \partial t^2 - (EI/kAG) \partial^4 p / \partial x^2 \quad (B.7)$$

Une barre où les effets de cisaillement et de l'inertie de rotation ne sont pas pris en compte est dite barre d' Euler-Bernoulli, dans ce cas l'équation de mouvement devient [29]:

$$EI \partial^4 w / \partial x^4 + \rho \partial^2 w / \partial t^2 = p(x,t) \quad (B.8)$$

On associe aux équations différentielles de mouvement les conditions aux limites qui donnent l'état de la barre à ses extrémités, les conditions les plus courantes sont:

Libre : dans ce cas  $V = 0$  et  $M = 0$

encastrée ou fixée :  $w = 0$  et  $\psi = 0$

Articulée:  $w = 0$  et  $M = 0$

## ANNEXE - C -

### Calcul des fréquences propres et des fonctions modales:

Les fréquences propres et les fonctions modales d'une barre souple sont déterminées à partir de l'équation du mouvement libre de flexion et des conditions aux limites.

En premier lieu, la déflexion est prise sous la forme [30]:

$$w(x,t) = \Phi(x) q(t) \quad (C.1)$$

En introduisant cette forme dans l'équation d'Euler-bernoulli non forcée, elle devient:

$$EI \frac{d^4\Phi(x)}{dx^4} q(t) + \rho\Phi(x) \frac{d^2q(t)}{dt^2} = 0 \quad (C.2)$$

La séparation des variables conduit à l'équation suivante:

$$(EI/\rho \Phi(x)) \frac{d^4\Phi(x)}{dx^4} = - 1/q(t) \frac{d^2q(t)}{dt^2} = \text{cste} \quad (C.3)$$

Où la constante doit être positive notée  $\omega^2$ , il en découle [30]:

$$\frac{d^4\Phi(x)}{dx^4} - \beta^2 \cdot \Phi(x) = 0 \quad (C.4)$$

$$\frac{d^2q(t)}{dt^2} + \omega^2 \cdot q(t) = 0 \quad (C.5)$$

Avec:

$$\beta^4 = \omega^2 \rho / EI \quad (C.6)$$

La solution de l'équation différentielle (C.4) est de la formes:

$$\Phi(x) = A \cdot \cos(\beta x) + B \cdot \sin(\beta x) + C \cdot \cosh(\beta x) + D \cdot \sinh(\beta x) \quad (C.7)$$

et celle de l'équation (C.5) de la forme

$$q(t) = E \cdot \cos(\omega t) + F \cdot \sin(\omega t) \quad (C.8)$$

Les valeurs  $\beta, A, B, C, D$  sont déterminées à partir des conditions aux limites.

### 1. Cas d'une barre fixée-chargée:

Les conditions aux limites sont:

$$\text{Au point } x = 0 \quad w = 0 \quad (\text{C.9})$$

$$M = 0 \quad (\text{C.10})$$

$$\text{Au point } x = L \quad M = J_c \partial(\partial^2 w / \partial t^2) / \partial x \quad (\text{C.11})$$

$$V = M_c \partial^2 w / \partial t^2 \quad (\text{C.12})$$

En utilisant les équations (B.1 , B.4 , C.1 , C.5 et C.6), les conditions aux limites deviennent:

$$\Phi(0) = 0 \quad (\text{C.13})$$

$$d\Phi(0)/dx = 0 \quad (\text{C.14})$$

$$\rho d^2\Phi(L)/dx^2 = J_c \beta^4 d\Phi(L)/dx \quad (\text{C.15})$$

$$\rho d^3\Phi(L)/dx^3 = -M_c \beta^4 \Phi(L) \quad (\text{C.16})$$

L'introduction de la forme (C.7) de  $\Phi(x)$  permet d'avoir le système d'équations suivant:

$$A = -C \quad (\text{C.17})$$

$$B = -D \quad (\text{C.18})$$

$$\begin{bmatrix} f_1(\beta) & f_2(\beta) \\ f_3(\beta) & f_4(\beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{C.20})$$

Avec:

$$f_1(\beta) = -\rho(\cos(L\beta) + \cosh(L\beta)) + J_c \beta^3(\sin(L\beta) + \sinh(L\beta)) \quad (\text{C.21})$$

$$f_2(\beta) = -\rho(\sin(L\beta) + \sinh(L\beta)) - J_c \beta^3(\cos(L\beta) - \cosh(L\beta)) \quad (\text{C.22})$$

$$f_3(\beta) = \rho(\sin(L\beta) - \sinh(L\beta)) + M_c \beta(\cos(L\beta) - \cosh(L\beta)) \quad (\text{C.23})$$

$$f_4(\beta) = -\rho(\cos(L\beta) + \cosh(L\beta)) + M_c \beta^3(\sin(L\beta) - \sinh(L\beta)) \quad (\text{C.24})$$

Pour avoir des solutions A,B non nulles, il faut que le déterminant du système (C.20) soit nul, ce qui conduit à l'équation caractéristique suivante:

$$f_1(\beta) f_4(\beta) - f_2(\beta) f_3(\beta) = 0 \quad (\text{C.25})$$

Il existe un nombre infini de racines de cette équation, chaque racine  $\beta_i$  correspond à un mode de vibration  $i$  de fréquence  $\omega_i$  et de fonction modale  $\Phi_i(x)$  qui est de la forme:

$$\Phi_i(x) = K [ A \cos(\beta x) + \sin(\beta x) - A \cosh(\beta x) + \sinh(\beta x) ] \quad (\text{C.26})$$

$$\beta_i^4 = \omega_i^2 \rho / EI \quad (\text{C.27})$$

Avec:

$$A = -f_2(\beta) / f_1(\beta) \text{ et } K \text{ une constante qui dépend des conditions de normalisation.}$$

## 2. barre articulée-chargée:

Les conditions aux limites, dans ce cas, sont:

$$\text{Au point } x = 0 \quad w = 0 \quad (\text{C.28})$$

$$M = -J_h \partial(\partial^2 w / \partial t^2) / \partial x \quad (\text{C.29})$$

$$\text{Au point } x = L \quad M = -J_c \partial(\partial^2 w / \partial t^2) / \partial x \quad (\text{C.30})$$

$$V = M_c \partial^2 w / \partial t^2 \quad (\text{C.31})$$

A partir des équations (B.1, B.4, C.1, C.5 et C.6), la forme des conditions aux limites sera :

$$\Phi(0) = 0 \quad (\text{C.32})$$

$$\rho d^2 \Phi(0) / dx^2 = J_h \beta^4 \cdot d\Phi(0) / dx \quad (\text{C.33})$$

$$\rho d^2 \Phi(L) / dx^2 = J_c \beta^4 \cdot d\Phi(L) / dx \quad (\text{C.34})$$

$$\rho d^3 \Phi(L) / dx^3 = -M_c \beta^4 \cdot \Phi(L) \quad (\text{C.35})$$

Le système d'équations qui en découle, après introduction de la forme (C.5), est:

$$A = -C \quad (\text{C.36})$$

$$B = -D \quad (\text{C.37})$$

$$\begin{bmatrix} f_1(\beta) & f_2(\beta) \\ f_3(\beta) & f_4(\beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{C.38})$$

Avec:

$$f_1(\beta) = -\rho(\cos(L\beta) + \cosh(L\beta)) + J_c \beta^3 (\sin(L\beta) + \sinh(L\beta)) - 2\rho/J_h [\rho/\beta^3 \sinh(L\beta^3) - J_c \cosh(L\beta)] \quad (\text{C.39})$$

$$f_2(\beta) = -\rho(\sin(L\beta) + \sinh(L\beta)) - J_c \beta^3 (\cos(L\beta) - \cosh(L\beta)) \quad (\text{C.40})$$

$$f_3(\beta) = \rho(\sin(L\beta) - \sinh(L\beta)) + M_c \beta (\cos(L\beta) - \cosh(L\beta)) - 2\rho/J_h [\rho/\beta^3 \cosh(L\beta^3) + M_c/\beta^2 \sinh(L\beta)] \quad (\text{C.41})$$

$$f_4(\beta) = -\rho(\cos(L\beta) + \cosh(L\beta)) + M_c \beta^3 (\sin(L\beta) - \sinh(L\beta)) \quad (\text{C.42})$$

Les solutions  $\beta_i$  de l'équation caractéristique, permettent de calculer les fréquences du système (barre articulée avec charge) en utilisant la formule (C.5).

Ainsi, les fonctions modales sont sous la forme suivante:

$$\Phi_i(x) = K [ A \cos(\beta x) + \sin(\beta x) - A \cosh(\beta x) + D \sinh(\beta x) ] \quad (\text{C.43})$$

Où:

$$A = -f_2(\beta) / f_1(\beta) \quad (\text{C.44})$$

et

$$D = - (2\rho/J_h \beta^3) A - 1 \quad (\text{C.45})$$

K déterminé selon les conditions de normalisation.

## ANNEXE - D -

### Généralités sur la commande par mode de glissement

Soit la représentation d'état définie par les équations:

$$dX/dt = AX + Bu + B_v v \quad (D.1)$$

$$y = C^T X + Du \quad (D.2)$$

Le développement des calculs pour le bras flexible s'effectue en considérant:

$$D = B_v = 0 \quad (D.3)$$

La surface de commutation est choisie de la forme:

$$s(X) = -K^T X + k_w w \quad (D.4)$$

La commande par régimes glissants est définie:

$$u = u_1 \quad \text{si} \quad s(X) > 0 \quad (D.5)$$

$$u = u_2 \quad \text{si} \quad s(X) < 0$$

Avec:

$$u_1, u_2 \in \{U_{\min}, U_{\max}\} \quad u_1 \neq u_2 \quad \text{et} \quad U_{\min} < U_{\max} \quad (D.6)$$

#### 1. Commande équivalente:

En mode de glissement le comportement dynamique du système est défini par:

$$s(X) = 0 \quad (D.7)$$

d'où:

$$ds(X)/dt = 0 \quad (D.8)$$

Avec (D.1), (D.4) et (D.8), on obtient:

$$u_{cq} = (k_w dw/dt - K^T AX) / K^T B \quad (D.9)$$

et:

$$K^T B \neq 0 \quad (D.10)$$

## 2. Condition de glissement:

Le mode glissant existe si et seulement si le degré relatif du système est égal à un.

$$L_B s(X) \neq 0 \quad (D.11)$$

d'où:

$$\partial s(X)/\partial t B \neq 0 \quad (D.12)$$

De la relation (D.4), on déduit:

$$K^T B \neq 0 \quad (D.13)$$

La commande assurant le glissement doit vérifier:

$$s(X) ds(X)/dt < 0. \quad (D.14)$$

Les équations (D.5) et (D.14) conduisent aux relations:

$$ds(X, u_1)/dt < 0 \quad \text{et} \quad ds(X, u_2)/dt > 0 \quad (D.15)$$

Des équations (D.1) et (D.4), on tire:

$$ds(X, u)/dt = kd w/dt - K^T A X - K^T B u \quad (D.16)$$

A partir de (D.9), (D.15) et (D.16), on aboutit à la condition nécessaire et suffisante de glissement:

$$U_{\min} \leq u_{cq} \leq U_{\max}. \quad (D.17)$$

De (D.16), on déduit que pour vérifier la relation (D.15), la commande doit être de la forme:

$$\begin{aligned} u_1 = U_{\max} \quad \text{et} \quad u_2 = U_{\min} \quad & \text{si} \quad K^T B > 0 \\ u_1 = U_{\min} \quad \text{et} \quad u_2 = U_{\max} \quad & \text{si} \quad K^T B < 0 \end{aligned} \quad (D.18)$$

## 3. Domaine du mode de glissement:

Le domaine de fonctionnement en mode de glissement est limité par la condition (D.17) sur la commande équivalente. A la limite du glissement on a:

$$u_{cq} \in \{ U_{\min}, U_{\max} \} \quad (D.19)$$

La décomposition suivante:

$$K^T = [K_a^T \quad k_n] \quad (D.20)$$

$$X^T = [X_a^T \quad x_n]$$

permet d'éliminer la variable d'état  $x$  en utilisant les équations (D.4) et (D.7):

$$x = (-1/k_n)(K_a^T X_a + k_w w) \quad (D.21)$$

Les relations (D.9), (D.19) et (D.21) définissent deux hyperplans limites d'ordre  $n-1$ :

$$f^T X_a + g_{\max} = 0 \quad (D.22)$$

$$f^T X_a + g_{\min} = 0$$

Avec:

$$f^T = K^T A \begin{bmatrix} I_{n-1} \\ -1 \\ k_n K_a^T \end{bmatrix} \quad (D.23)$$

$$g_{\max} = K^T B U_{\max} + K^T A \begin{bmatrix} 0_{n-1} \\ k_w \\ k_n \end{bmatrix} w \quad (D.24)$$

$$g_{\min} = K^T B U_{\min} + K^T A \begin{bmatrix} 0_{n-1} \\ k_w \\ k_n \end{bmatrix} w \quad (D.25)$$

## ANNEXE - E -

### Algorithme de synthèse de la commande par mode de glissement

#### 1. Imposition des pôles en boucle fermée.

Le polynôme caractéristique en boucle ouverte:

$$P_{bo} = p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_0 \quad (E.1)$$

Le polynôme caractéristique en boucle fermée:

$$P_{bf} = (p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_n) = p^n + a_{n-1}^*p + \dots + a_0^* \quad (E.2)$$

#### 2. Détermination de la contre-réaction d'état:

a- Matrice de passage à la forme compagne de commande  $X_c = TX$

$$T = [t_1 \quad t_2 \quad \dots \quad t_n] \quad (E.3)$$

Avec:

$$t_1 = B$$

$$t_2 = (A + a_{n-1}I)B$$

⋮

$$t_n = (A^{n-1} + a_{n-1}A^{n-2} + \dots + a_1I)B$$

b- Détermination de la contre-réaction sous la forme compagne de commande

$$K_c^T = [k_{c1} \quad k_{c2} \quad \dots \quad k_{cn}] \quad (E.4)$$

On fixe  $k_{cn}$  ( $k_{cn} = 1$ )

$$k_{ci} = k_{cna}^* i \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (E.5)$$

c- Détermination de la contre-réaction du système original:

$$K^T = [k_1 \quad k_2 \quad \dots \quad k_n] \quad (E.6)$$

$$K^T = K_c^T T \quad (E.7)$$

*Remarque:* Le logiciel MATLAB possède des procédures permettant de calculer le vecteur de contre-réaction directement à partir de la représentation d'état et des pôles imposés, avec une meilleure précision en particulier pour les modèles d'ordre grand.

3. Détermination du coefficient d'intervention directe de la consigne:

$$C^T = [ C_a^T \quad c_n ] \quad (E.8)$$

$$K^T = [ K_a^T \quad k_n ] \quad (E.9)$$

$$A_n = A [ 0_{n-1} \quad 1 ] \quad (E.10)$$

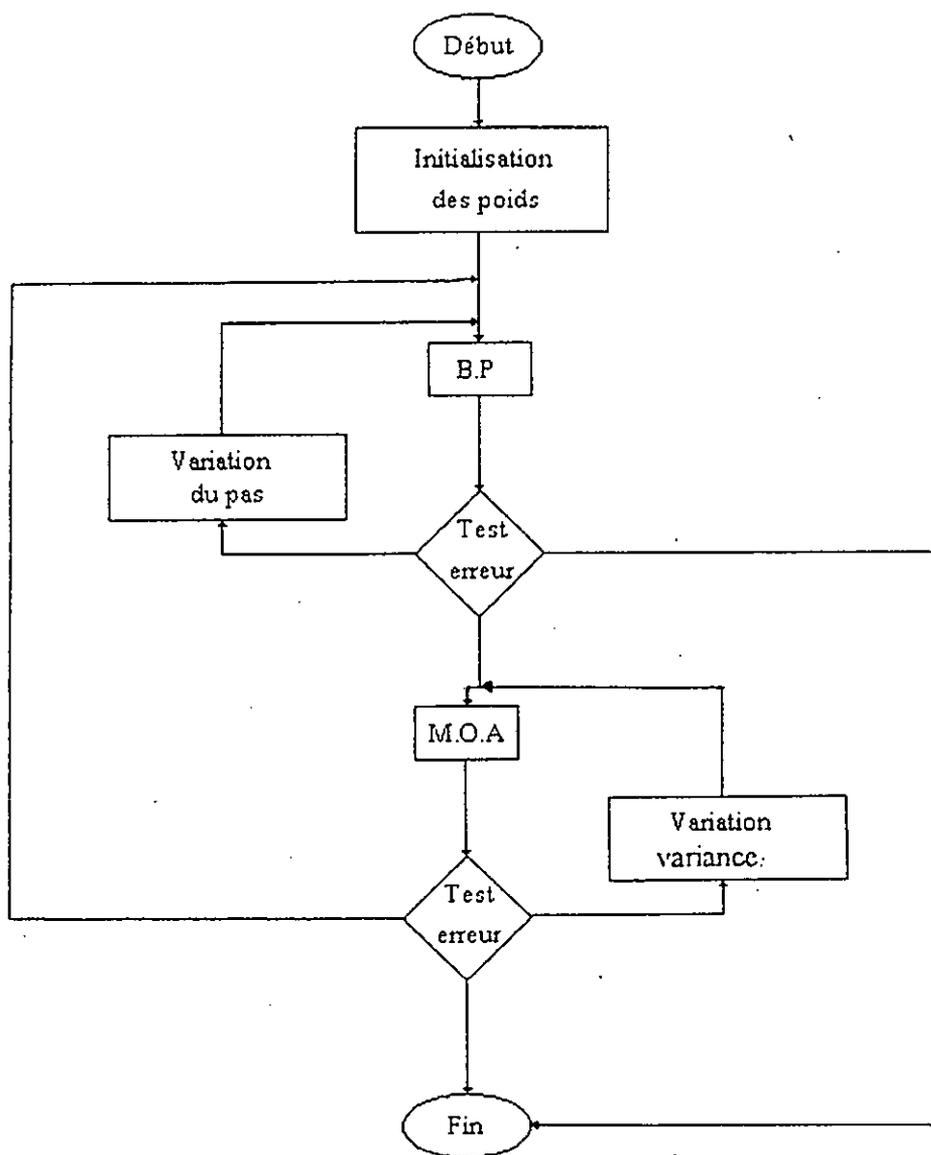
$$D_a = C_a - Kc_n/k_n \quad (E.11)$$

$$F = \left[ A \begin{bmatrix} I_{n-1} \\ 1 \\ -\frac{1}{k_n} K^T \end{bmatrix} \quad B \right] \quad (E.12)$$

$$k_w = k_n / (c_n - [ D_a^T \quad 0 ] F^{-1} A_n) \quad (E.13)$$

# ANNEXE -F-

## Algorithme d'apprentissage hybride



## ملخص :

ان هدف هذا العمل هو تعيين نموذج رياضى والتحكم في ذراع آلى مرن . بعد تحليل فهرس ، تقدم المصادر الرئيسية للتركيبية - حيث يتم الحصول على نموذج حركى مفصل .  
ثلاثة تقنيات بلحكم قد طورت و طبقت على الذراع المرن . الاولى هى التحكم عن طريق نظام الانزلاق المستخلص من خزل نموذج مصنع ، استعمل من أجل تسهيل البحث عن أفضل مساحات الانزلاق . التقنية الثانية متعلقة بالتحكم الفامض الذى يركز على معرفة السلوك النوعى للتركيبية . وأخيرا نبين التحكم العصبي - اللغوى الذى يعزج بين قوة التحكم الفامض وقدرات التعميم التلى تتسم بها الشبكات العصبية الاصطناعية .  
قرازين التحكم المذكورة تسمح لنقطة نهاية الذراع بمتابعة مسارات مختلفة فضلا عن الحمولة المنقولة .  
الفائدة التطبيقية للنتائج المتحصل عليها مفسرة ومبينة من خلال المحاكات العددية .  
كلمات مفتاحية : ذراع مرن - نظام الانزلاق - التحكم الفامض - الشبكات العصبية - التحكم العصبي اللغوى .

## Résumé :

L'objet de ce travail concerne l'étude de la modélisation et de la commande d'un bras manipulateur flexible à un degré de liberté. Après une analyse bibliographique, les caractéristiques fondamentales du procédé sont présentées, à l'issue desquelles un modèle dynamique approprié est établi et validé. Trois techniques de commande sont développées et appliquées au système. La première est la commande par régime glissants, synthétisée à partir d'un modèle réduit facilitant la recherche de la surface de glissement optimale. La seconde technique qui est la commande floue s'appuie uniquement sur la connaissance du comportement qualitatif du processus. Enfin est exposée la commande neuro-linguistique, associant les performances de la technique linguistique aux capacités de généralisation des réseaux de neurones.  
Ces lois de commande permettant de faire suivre à l'extrémité du bras, diverses trajectoires indépendamment de la charge transportée. L'intérêt pratique des résultats proposés est commenté et illustré par des simulations numériques.

Mots-clés : Manipulateur flexible, Commande par mode de glissement, Commande floue, Réseaux de neurones, Comande neuro-linguistique.

## Abstract :

This work deals with the modelling and the end-point control of a one-link flexible arm. After a bibliographical review, the main features of the process are emphasised, then a suitable model is delivered and validated. Three control structures are developed and implemented on the system. The first is the sliding mode control which is elaborated by using a reduced model in order to facilitate the optimal pole assignment. The second is the fuzzy control which leans only on the knowledge of qualitative component of the system. Finally the fuzzy-neural control that associate the performances of the linguistic technique and the abilities to generalise of the neural networks.  
These control laws allow the arm end-point to follow various trajectories independently of the payload. The practical significance of the proposed results is maintained upon and illustrated by simulation experiments.

Key words : Flexible manipulator, Sliding mode control, Fuzzy control, Neural networks, Fuzzy-neural control.