

4/99  
**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

**Ministère de l'Enseignement Supérieur  
Et de la Recherche Scientifique**

**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**  
**Département de Génie Mécanique**

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
المكتبة Polytechnique

**MEMOIRE**

*Pour l'obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat en  
Génie Mécanique*

**THEME**

**ETUDE DES PERFORMANCES D'UN RECHAUFFEUR  
ATMOSPHERIQUE ET OPTIMISATION  
DE LA TEMPERATURE DE SORTIE**

**Présenté par :**

Mr. BOUABDELLAH Farid

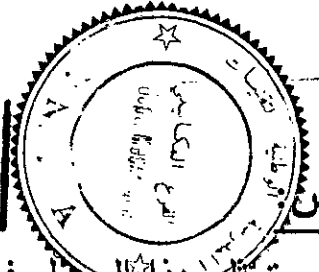
**Proposé et dirigé par :**

Mr. S. LARBI  
Mr. B. BENKOUSSAS

**Membre de Jury :**

Mrs M. Boudjema  
M. Halli  
B. Benkoussas  
S. Larbi

**PROMOTION  
JUN 1999**



يتمثل هذا العمل في إجراء بعض الحسابات التصميمية لبعض أجزاء منظومة تجريب الاحتراق لمخبر تحويل الطاقة باستعمال الغاز الطبيعي المميع (غ.ط.م) كوقود. قمنا بدراسة المحول الحراري و الذي يلقب بـ "المسخن الجوي" و الذي يشكل أحد أجزاء هذه المنظومة و هذا من أجل الحصول على احسن شروط عمله من الناحية الحرارية و بالتالي الحصول على درجة الحرارة المرافقة لخروج الغاز الطبيعي من هذا المحول.

## RESUME :

Ce projet consiste en une étude de dimensionnement d'un organe du banc d'essai de combustion du laboratoire de conversion d'énergie, utilisant le gaz naturel liquéfié (G-N-L) comme fuel .

L'organe que nous avons étudié, est un échangeur de chaleur, nommé : "réchauffeur atmosphérique" , et ceci en vue d'optimiser ces performances du point de vu thermique, et par suite l'optimisation de la température de sortie du gaz naturel .

## ABSTRACT :

The aim of this work, is to make the sizing of an organ of the experimental system of the energy conversion laboratory, which uses the liquefied natural gas (L-N-G) as fuel .

The organ that has been studied here, is a heat exchanger , called "atmospheric reheater" , in order to achieve an optimization of its performances from thermal point of view and thus, optimization of the exit temperature of the natural gas .

## DEDICACE:

A ma mère et à mon père ; pour tous les sacrifices qu'ils ont consenti ;

A mes sœurs et frères ;

A toute ma famille ;

A tous mes amis ;

A mes deux promoteurs : Mr. S. LARBI et Mr. B. BENKOUSSAS ;

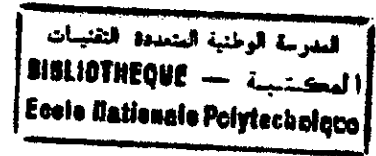
A tous les enseignants du département de génie mécanique ;

Et à tous ceux qui m'ont aimé réussir ;

Je dédie ce mémoire .

FARID.

## REMERCIEMENTS



Je tiens à remercier vivement , mes deux promoteurs : Mr. S. LARBI et Mr. B. BENKOUSSAS , qui ont accepté de m'encadrer et de diriger mon travail pendant plusieurs mois .

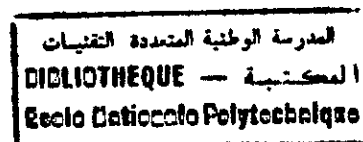
Je remercie également les membres de jury, qui ont accepté de discuter et d'examiner ce mémoire .

Mes remerciements vont aussi à tous les enseignants qui ont contribué à ma formation .

Je remercie tout particulièrement, mon ami Sofine et Nadir pour leur gentillesse et leur disponibilité .

J'adresse aussi ma profonde reconnaissance à tous ceux qui de près ou de loin , ont contribué à l'élaboration de ce travail .

# SOMMAIRE



## - INTRODUCTION

### I- DESCRIPTION DE L'ECHANGEUR EXISTANT AU LABORATOIR

I.1 - Objet .....	3
I.2 - Schéma et description .....	3
I.3 - Caractéristiques et dimensions géométriques.....	7

### II- APERÇU SUR L'ELEMENT A RECHAUFFER

II.1 - Interêt du gaz naturel .....	9
II.2 - Traitement du gaz naturel.....	9
II.3 - Liquéfaction du gaz naturel.....	10
II.3.1 Cryogénie .....	10
II.3.2 Liquéfaction du gaz naturel .....	12
II.4 - Caractéristiques du gaz naturel .....	13
II.4.1 Nature des constituants du gaz naturel .....	13
II.4.2 Les propriétés thermophysiques du gaz naturel .....	15

### III- MECANISMES DES DIFFERENTS MODES DE TRANSFERT DE CHALEUR AYANT LIEU DANS CET ECHANGEUR

III.1 - Introduction .....	19
III.2 - Les modes de transfert de chaleur ayant lieu dans cet échangeur .....	19
III.3 - Mécanismes des différents modes mis en jeu dans cet échangeur .....	20
III.3.1 Mécanisme physique de la conduction .....	20
III.3.2 Mécanisme physique de la convection .....	22
III.3.2.1 Rappel des équations de la mécanique des fluides .....	22
III.3.2.2 Equation de conservation d'énergie .....	22
III.3.2.3 Convection forcée .....	24
III.3.2.4 Convection naturelle .....	26
III.3.3 Mécanismes de transfert de chaleur par changement de phase .....	29
III.3.3.1 Description de l'ébullition en convection forcée .....	30
III.3.3.2 Considérations thermodynamiques sur les substances et les Mélanges .....	32

III.3.3.3 Mécanisme physique de la condensation

**IV- ETUDE DES PERFORMANCES DE L'ECHANGEUR**

IV.1 - Introduction ..... 37

IV.2 - Etude de la partie où il y a formation de la glace à l'extérieur des tubes ..... 38

    IV.2.1 Etude du régime transitoir ..... 38

        IV.2.1.1 Formulation du problème ..... 39

        IV.2.1.2 Discrétisation des équations obtenues ..... 45

        IV.2.1.3 Organigramme de la procédure ..... 48

        IV.2.1.4 Programme de la procédure ..... 51

        IV.2.1.5 Résultats obtenus ..... 51

    IV.2.2 Etude du régime permanent ..... 56

        IV.2.2.1 Formulation du problème ..... 56

        IV.2.2.2 Solution pour le cas du tube sans ailettes ..... 59

            IV.2.2.2 a Discrétisation des équations ..... 59

            IV.2.2.2 b Organigramme de la procédure ..... 59

            IV.2.2.2 c Programme de la procédure ..... 59

            IV.2.2.2 d Résultats obtenus ..... 61

        IV.2.2.3 Solution pour le cas du tube avec ailettes ..... 63

IV.3 - Etude de la partie où il y a condensation de la vapeur d'eau contenue dans l'air 78

    IV.3.1 Introduction ..... 78

    IV.3.2 Analyse ..... 78

    IV.3.3 Remarques et commentaires ..... 85

IV.4 - Etude de la partie où il y a transfert de chaleur par convection naturelle ..... 86

    IV.4.1 Introduction ..... 86

    IV.4.2 Analyse ..... 86

    IV.4.3 Organigramme de la procédure ..... 92

    IV.4.4 Programme de la procédure ..... 92

    IV.4.5 Résultats obtenus ..... 92

    IV.4.6 Remarques et commentaires ..... 93

**- CONCLUSION**

**- ANNEXES : A, B, C**

## NOMENCLATURE

- $A_1$  : Surface interne du tube sur une longueur  $l$  ou  $\Delta z$ . [ $m^2$ ]
- $A_2$  : Surface externe du tube sur une longueur  $l$  ou  $\Delta z$ . [ $m^2$ ]
- c-à-d : C'est à dire .
- $C_p$  : Chaleur spécifique à pression constante .[J/kg.K]
- $C_{p_{al}}$  : Chaleur spécifique à pression constante de l'Aluminium .[J/kg.K]
- $C_{p_g}$  : Chaleur spécifique à pression constante de la glace .[J/kg.K]
- $C_{p_b}$  : Chaleur spécifique à pression constante du Méthane évaluée à la température en bloc  $T_b$  .[J/kg.K]  $\frac{4 \cdot \dot{m}}{\pi \cdot D \cdot \mu}$
- $e$  : Epaisseur de la couche de condensat ou de l'ailette .[m]
- $E_c$  : Le nombre d'Eckert =  $\frac{u_{\infty}^2}{C_p \cdot (T_p - T_{\infty})}$  [adimensionnel]
- $\dot{E}$  : Chaleur . [W]
- $g$  : Accélération de la pesanteur . [ $m/s^2$ ]
- G-N : Gaz naturel .
- G-N-L : Gaz naturel liquéfié .
- G-P-L : Gaz du pétrole liquéfié
- $Gr_l$  : Le nombre de Grashof =  $\frac{g \cdot \beta \cdot (T_p - T_{\infty}) \cdot L^3}{\nu^2}$  [adimensionnel]
- $H$  : Hauteur . [m]
- $h$  : Coefficient d'échange de chaleur . [ $W/m^2 \cdot K$ ]
- $h_b$  : Coefficient d'échange de chaleur en convection forcée évaluée à la température en bloc du fluide ( Méthane ) . [ $W/m^2 \cdot K$ ]
- $h_f$  : Coefficient d'échange de chaleur en convection naturelle évaluée à partir de la température du front de glace et celle de l'air ambiant . [ $W/m^2 \cdot K$ ]
- $\bar{h}$  : Coefficient d'échange de chaleur moyen lors de la condensation sur une hauteur  $H$ . [ $W/m^2 \cdot K$ ]
- $h_{nat}$  : Coefficient d'échange de chaleur en convection naturelle évaluée à partir de la température  $T_2$  définie sur le maillage . [ $W/m^2 \cdot K$ ]
- $i_c$  : Chaleur latente de condensation . [J/kg]
- $i_s$  : Chaleur latente de solidification . [J/kg]

- $\dot{m}$  : débit de fluide . [kg/s] ou [Nm<sup>3</sup>/h]
- Nu : Le nombre de **Nusselt** =  $\frac{h_c \cdot x}{\lambda}$  [adimensionnel]
- P : Pression [Pa]
- P<sub>i</sub> : Pression partielle de l'élément i . [Pa]
- Pr : Le nombre de **Prandtl** =  $\frac{\mu \cdot C_p}{\lambda}$  [adimensionnel]
- $\dot{q}$  : Flux de chaleur générée par unité de volume . [W/m<sup>3</sup>]
- r : Le rayon . [m]
- r<sub>1</sub> : Le rayon interne du tube . [m]
- r<sub>2</sub> : Le rayon externe du tube . [m]
- r<sub>e</sub> : Le rayon de la glace . [m]
- Re : Le nombre de **Reynolds** =  $\frac{4 \cdot \dot{m}}{\pi \cdot D \cdot \mu}$  [adimensionnel]
- Ra<sub>1</sub> : Le nombre de **Rayleigh** = Gr<sub>1</sub> . Pr =  $\frac{g \cdot \beta \cdot (T_p - T_\infty) \cdot L^3}{\nu \cdot \alpha}$  [adimensionnel]
- t : Le temps . [s]
- T : Température [K]
- T<sub>p</sub> : Température de la paroi . [K]
- T<sub>∞</sub> : Température loin de la paroi du fluide . [K]
- T<sub>f</sub> : Température moyenne du fluide et de la paroi = (T<sub>p</sub> + T<sub>∞</sub>) / 2 . [K]  
ou Température du fluide T<sub>f</sub> = T (r,z,t) . [K]
- T<sub>b</sub> : Température en bloc du Méthane définie en terme d'énergie thermique transportée par le fluide (température moyenne dans la littérature) . [K] ou °C
- T<sub>sat</sub> : Température de saturation . [K]
- T<sub>1</sub> : Température de la paroi interne du fluide . [K]
- T<sub>2</sub> : Température de la paroi externe du fluide . [K]
- T<sub>m</sub> : Température moyenne du fluide à la section considérée ou à (r<sub>1</sub>+r<sub>2</sub>)/2 . [K]
- T<sub>3</sub> : Température du front de glace . [K]
- T<sub>4</sub> : Température de l'air ambiant . [K]
- u : Vitesse du fluide selon l'axe (x) . [m/s]
- u<sub>z</sub> : vitesse du fluide selon l'axe du tube . [m/s]
- v : Vitesse du fluide selon l'axe (y) . [m/s]



- $V_c$  : Volume de contrôle . [m<sup>3</sup>]
- $\alpha$  : diffusivité thermique =  $\frac{\lambda}{\rho \cdot C_p}$  [adimensionnel]
- $\beta$  : Le facteur de dilatation volumique . [1/K]
- $\lambda$  : Conductivité thermique . [W/m.K]
- $\lambda_g$  : Conductivité thermique de la glace . [W/m.K]
- $\lambda_{al}$  : Conductivité thermique de l'Aluminium . [W/m.K]
- $\lambda_b$  : Conductivité thermique du Méthane évaluée à la température en bloc  $T_b$  . [W/m.K]
- $\lambda_a$  : Conductivité thermique de l'air . [W/m.K]
- $\mu$  : Viscosité dynamique . [Pa .s]
- $\mu_b$  : Viscosité dynamique du Méthane évaluée à la température en bloc  $T_b$  . [Pa .s]
- $\mu_a$  : Viscosité dynamique de l'air . [Pa .s]
- $\rho$  : La masse volumique . [kg/m<sup>3</sup>]
- $\rho_{al}$  : La masse volumique de l'Aluminium . [kg/m<sup>3</sup>]
- $\rho_b$  : La masse volumique du Méthane évaluée à la température en bloc  $T_b$  . [kg/m<sup>3</sup>]
- $\rho_g$  : La masse volumique de la glace . [kg/m<sup>3</sup>]
- $\phi$  : L'humidité relative . [%] ou fonction de dissipation
- $\Delta r_{e_i}^n$  : Accroissement du rayon de la glace pour la position axiale  $i \Delta z$  et pour un temps  $n \Delta t$  .
- $\Delta T_{i_i}^n$  : Variation de la température interne du tube glace pour la position axiale  $i \Delta z$  et pour un temps  $n \Delta t$  .

**Indice :**

- l : liquide .
- v : vapeur ou vaporisation .
- b : condition rapportée à la température en bloc .
- m : condition rapportée au rayon moyen .
- x : à la distance x .
- L : à la distance L .

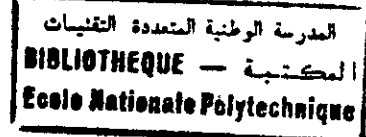
**Exposant :**

- n : rapportée au temps  $n \Delta t$  .

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# INTRODUCTION

## INTRODUCTION



**L**e gaz naturel (G-N), carburant de premier choix, trouve actuellement plusieurs applications, surtout dans les foyers domestiques ou dans la production de l'énergie électrique .

Le développement extraordinaire de l'aviation avait été fondé jusqu'ici sur la disponibilité des carburants exagérément bon marché. En raison des augmentations de coût, de la difficulté de satisfaire une demande toujours plus importante, la situation deviendra très différente à l'avenir et la politique énergétique devra être modifiée radicalement .

Dans l'hypothèse d'une raréfaction ou d'un renchérissement prohibitif des produits pétroliers, la recherche d'un nouveau carburant destiné à l'aviation tout particulièrement, a donné naissance à des discussions importantes et l'attention est portée sur le (G-N-L) . Il était donc intéressant de prévoir un axe de recherche sur l'étude et l'utilisation de ce carburant cryogénique .

Dans une perspective d'utilisation du (G-N-L) comme carburant de remplacement, l'Ecole Nationale Polytechnique a équipé son laboratoire d'énergétique d'un banc d'essai de combustion en vue de mener des études sur ce carburant. Le banc d'essai est composé essentiellement de liquéfacteurs, de réservoirs de stockage cryogénique, d'un échangeur de chaleur, d'une soufflante, d'une chambre de combustion et d'une console de commandes .

L'objectif visé à travers ce travail et à travers les travaux qui l'ont précédés, est de remettre en marche ce banc d'essai en révisant le dimensionnement et en faisant des contrôles de ses organes.

Notre étude porte particulièrement sur l'étude de l'échangeur de chaleur ; les autres organes ont fait déjà l'objet de plusieurs études. Cet échangeur de chaleur est destiné principalement au réchauffage du gaz naturel déjà vaporisé depuis son enceinte de stockage par des résistances électriques situées en bas de ces enceintes; il peut être utilisé aussi comme regazéifieur pour vaporiser le (G-N-L) puis le réchauffer . Dans ce cas de fonctionnement ,

les complications accompagnants l'étude des phénomènes d'ébullition du (G-N-L) en convection forcée, empêche de généraliser cette étude de l'échangeur .

Notre étude a pour objet principal, d'étudier cet échangeur en tant que réchauffeur afin d'optimiser la température de sortie du (G-N) en appliquant des outils de simulation permettant aussi, de prédire les performances dynamiques de ce réchauffeur .

Il faut cependant savoir, que le développement des outils informatiques et des méthodes de calcul numériques, doit être conçu comme des outils de simulation des phénomènes physiques, si les modèles mathématiques décrivant ces phénomènes sont corrects. De plus, un travail n'est scientifiquement valable que s'il est validé expérimentalement .

Il y a lieu de noter, que cet échangeur de chaleur est largement utilisé dans les applications de stockage de l'énergie thermique pour le regazéiffage et le réchauffage des gaz stockés sous forme liquide . C'est pour cette raison, qu'il est aussi utilisé dans les hôpitaux afin de fournir au bloc de réanimation l'oxygène nécessaire à des températures appréciables .

Cet échangeur de chaleur nommé : *réchauffeur atmosphérique* , a été construit par la société : « L'AIR LIQUIDE » , qui a vu le jour en 1902, par C. Claude et O. Delorme . Cette dernière a développé un système de liquéfaction permettant d'obtenir de grandes quantités d'air liquide .

Notre travail est réparti en quatre chapitres principaux :

- Le premier est relatif à la description de ce réchauffeur atmosphérique ;
- Le second donne un aperçu sur l'élément à réchauffer qui est le (G-N) en rappelant ces caractéristiques , ces intérêts et les propriétés thermophysiques ;
- Le troisième , fait ressortir les différents modes de transfert de chaleur ayant lieu dans cet échangeur et décrit les mécanismes physiques reliés à ces modes ;
- Le quatrième, présente l'étude des performances de ce réchauffeur du point de vu thermique ;
- Enfin une conclusion générale pour situer notre contribution .

**DESCRIPTION DE**  
**L'ECHANGEUR AVEC**  
**SPECIFICATIONS**  
**TECHNIQUES**

## **DESCRIPTION DE L'ÉCHANGEUR EXISTANT AU LABORATOIR**

### **I.1 Objet :**

Dans ce chapitre, on présentera, selon le constructeur [3], les spécifications techniques concernant ces échangeurs dits "réchauffeur atmosphérique" réalisés avec des tubes à ailettes montés verticalement .

Ces appareils sont destinés au réchauffage des gaz qui rentrent dans ces échangeurs à des températures très basses ( l'Oxygène, l'Hydrogène, l'Azote, l'Hélium, le G-N ,etc...), ou à la vaporisation et réchauffage de ces gaz stockés sous forme liquide et ceci par prélèvement des calories de l'air ambiant .

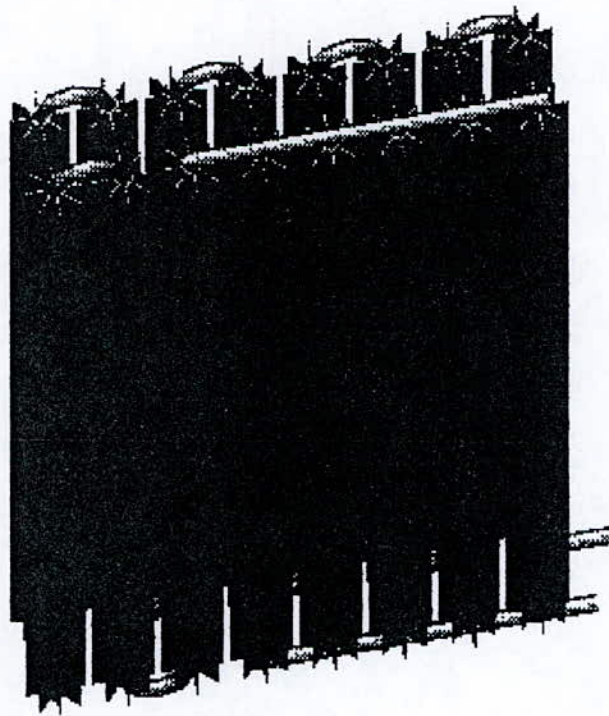
Ces réchauffeurs atmosphérique de type RB 360 [3], rentre dans la catégorie des réchauffeurs MP (moyenne pression ) –voir annexe B– et qui est similaire au type RB 180 dont nous avons les spécifications techniques complètes [3], sauf que les tubes ailettés sont au nombre de 16 au lieu de 4 et que leurs longueurs sont de 2,5 m au lieu de 3 m pour le RB 180

### **I.2 Schéma et description :**

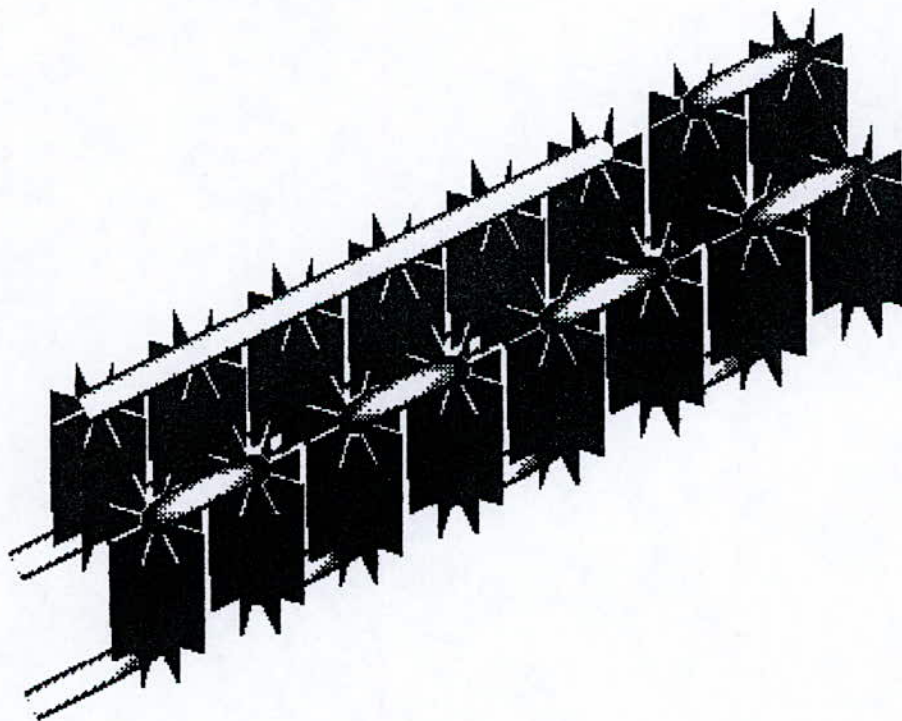
Le schéma du réchauffeur atmosphérique en question réalisé en vue de perspective est représenté sur la figure (I.1) et (I.2), tandis que la photo de cet échangeur, est illustrée sur la figure (I.3) .

Cet appareil est composé de seize (16) tubes ailettés disposés en deux (2) rangs . Les cinq (5) premiers tubes du premier rang sont reliés entre eux en parallèle comme indiqué sur la figure (I.4), tandis que le reste des tubes c-à-d les trois (3) tubes qui suivent du premier rang et les huit (8) tubes du second rang, sont reliés entre eux en série .

Chaque tube ailetté contient huit (8) ailettes identiques disposées d'une manière uniforme sur le contour du tube . Ces tubes sont reliés entre eux par des tubes cintrés permettant ainsi, le passage du fluide à réchauffer d'un tube à un autre (Cf. fig (I.4) ); sauf pour les cinq (5) premiers tubes, qui sont reliés entre eux par deux tubes cylindriques droits en haut et en bas (Cf. fig (I.4) et fig (I.) ) .



Figure(I-1) :Vue en perspective de l'échangeur en question (réchauffeur atmosphérique)



Figure(I-2) :Vue en perspective de l'échangeur en question ( vue aérienne )

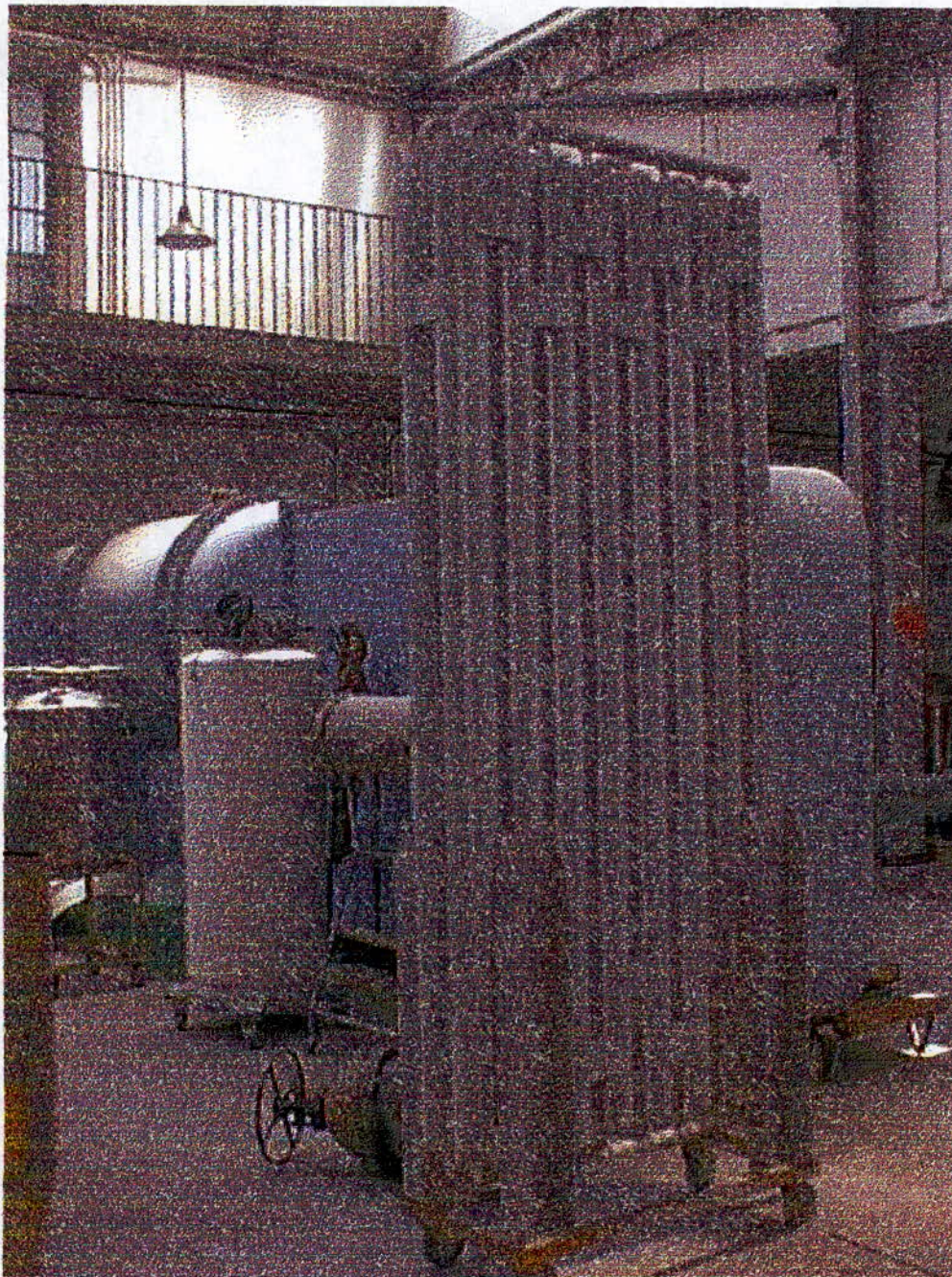


Fig (I.3) . Photo prise de l'échangeur en question ( réchauffeur atmosphérique )



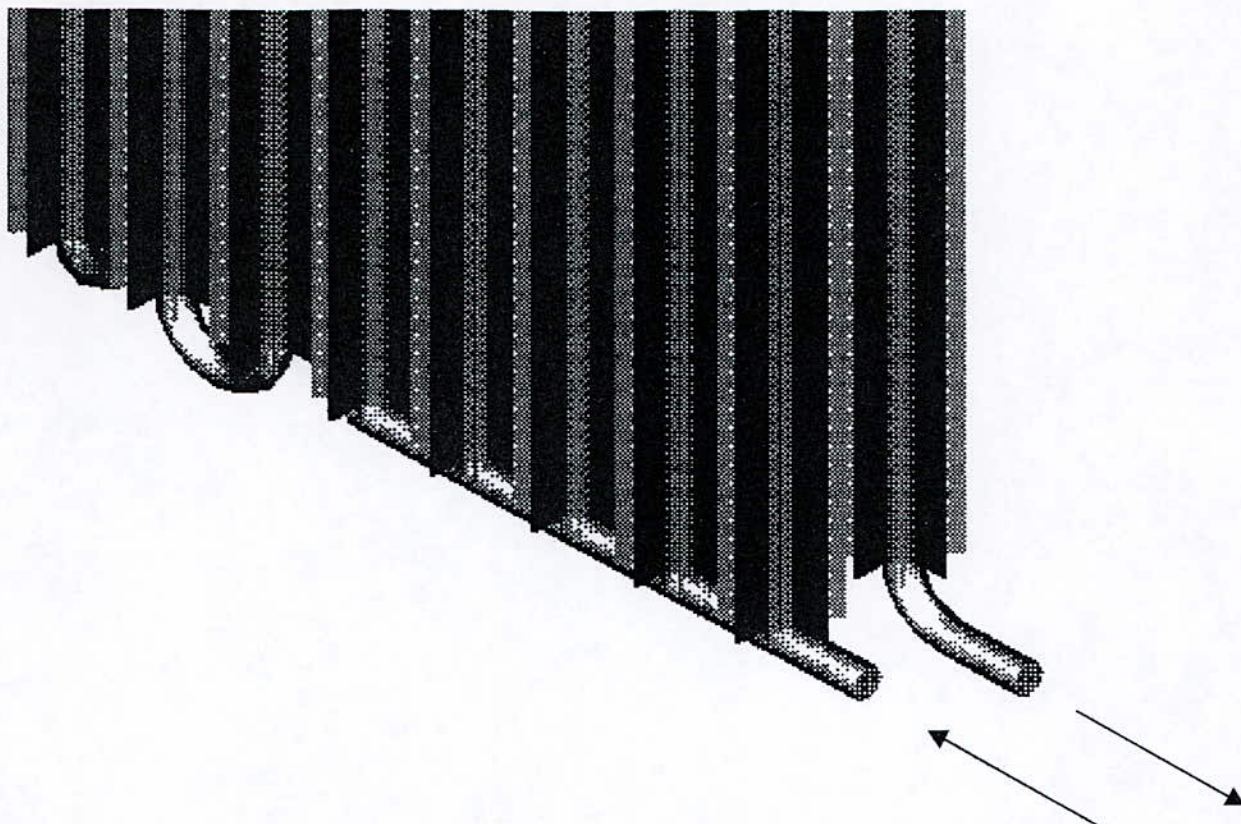
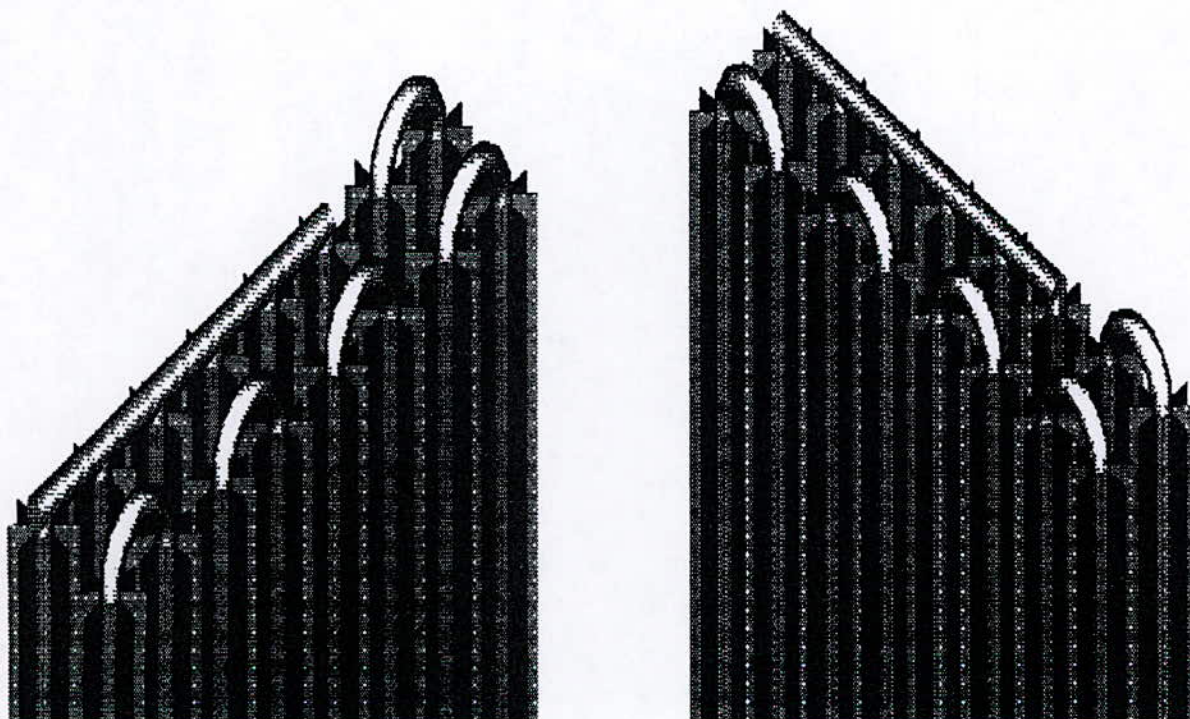


Figure (I-4) : Les cinq premiers tubes sont reliés entre eux en parallèle



Figure(I-5) : Les tubes cintrés relient les tubes entre eux

### **I-3 Caractéristiques et dimensions géométriques :**

Les tubes ailetés composants l'échangeur de chaleur ( réchauffeur atmosphérique ) sont des tubes profilés en alliage d'aluminium " 6060 " [3] . Ils comportent des ailettes externes dont le profil est schématisé sur la figure ( fig (I- 6) ) .

Les vues principales utilisées en dessin industriel ainsi que l'espacement entre les tubes sont mentionnées sur la figures ( fig (I- 7) ) .

Les caractéristiques principales du réchauffeur sont :

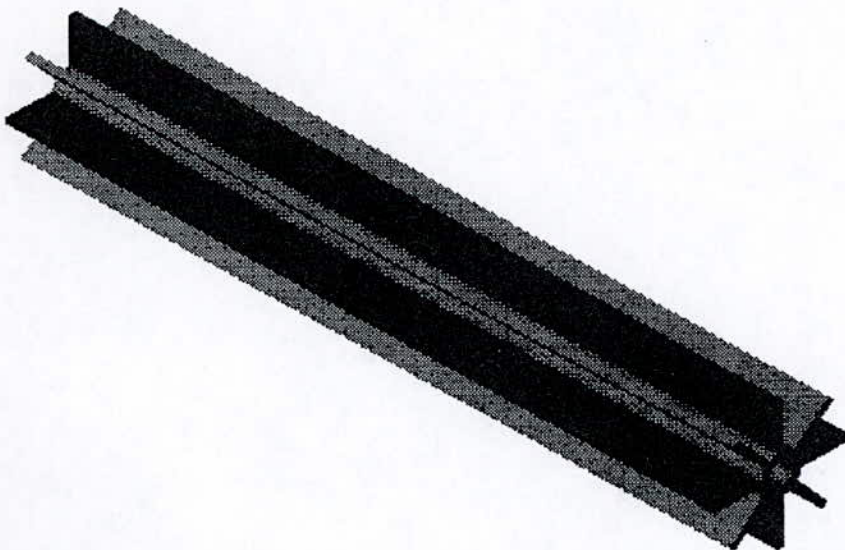
- Pression de service maximale 30 bar
- Perte de charge (entré – sortie ) 0,2 bar
- Poids à vide 80 kg

Les caractéristiques du tube à ailettes sont :

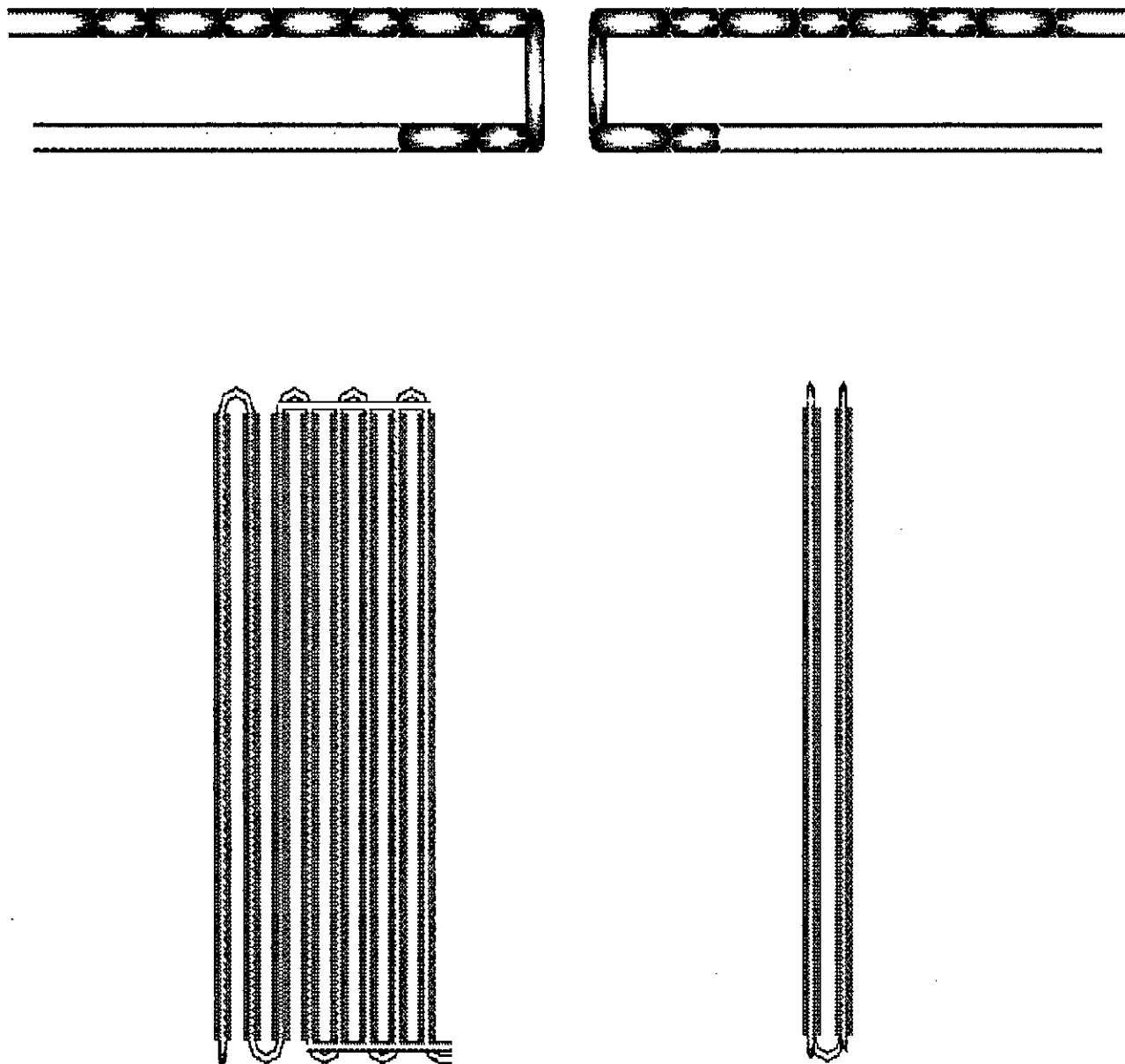
- Surface d'échange extérieure 4705 cm<sup>2</sup>/m
- Surface d'échange intérieure 723 cm<sup>2</sup>/m
- section de passage 4,15 cm<sup>2</sup>
- Poids 4,8 kg/m

Les traverses de fixation et les pieds support sont également réalisés en alliage d'Aluminium de type " 6060 " , tandis que les tubes cintrés reliant les tubes sont en alliage d'Aluminium " 5754 " . La fixation des différents éléments entre eux est effectuée avec de la boulonnerie en acier cadmié .

Un exemple d'application de ces réchauffeur est l'utilisation de ces derniers dans les hôpitaux pour regazeifier ( vaporiser ) l'Oxygène liquide et l'Azote liquide puis les réchauffer en vu de leurs utilisation dans les blocs de réanimation . Le système de stockage de l'énergie thermique utilisant ces types de réchauffeurs atmosphériques est illustré en annexe .



**Figure (I-6) :Les dimensions géométriques d'un tube aileté .**



Figure( I-6) :Vues principales de l'échangeur ainsi que les espacements entre les tubes

**APERÇU SUR**  
**L'ÉLEMENT À**  
**RECHAUFFER**

## **II.1 Intérêt du gaz naturel (G.N) :**

De par sa composition, le gaz naturel peut être utilisé comme combustible donc comme source d'énergie. Dans ce cas il doit être vendu à un prix qu'il lui permet de concurrencer les autres sources d'énergie comme le charbon, les produits pétroliers ou les énergies renouvelables ( énergie solaire, énergie du vent , ...).

Comme tous les combustibles gazeux, le gaz naturel présente maints avantages techniques :

- Réduction des investissements (simplicité du matériel utilisé) ;
- Facilité des réglages des machines utilisant le G.N , donc possibilité de haut rendement ;
- Frais réduits d'exploitation et d'entretien , en raison de la « non –corrosion » du matériel utilisé.

Le gaz naturel présente des avantages spécifiques comme sa non-toxicité, la constance de sa composition et l'absence du soufre qui permet des réglages stables des machines utilisant ce combustible et évite la pollution atmosphérique.

D'autre part, le marché domestique (utilisations individuelles) est certainement le domaine privilégié du gaz naturel car son abondance permet d'absorber une part notable de la demande du marché de la production d'eau chaude et du chauffage central et individuel , ainsi que le marché commercial de consommation des établissements publics ou privés (collectivités , boulangeries , chaufferie collectives, ...) [9] .

## **II.2 Traitement du gaz naturel :**

Le traitement du gaz naturel consiste à séparer au moins partiellement certains des constituants présents à la sortie du puits tel que l'eau, les gaz acides et les hydrocarbures lourds pour amener le gaz à des spécifications de transport ou à des spécifications commerciales .

En règle générale , le Méthane est le principal constituant; il présente environ 70 à 95 % du volume totale du mélange; c'est pourquoi on emploie le mot « Méthane » pour désigner le gaz naturel lui-même . Les autres hydrocarbures gazeux sont beaucoup moins abondants, il dépassent rarement 15 à 20 % du mélange; l'Ethane est en général plus abondant que le propane et les Butanes.

Lorsque la teneur en Ethane est élevée, le gaz naturel devient très intéressant comme source d'Ethylène pour l'industrie pétrochimique . Le propane et les butanes sont couramment extraits du gaz et constituent ce que l'on appelle les « les gaz du pétrole liquéfiés » (GPL) [9].

Les hydrocarbures plus lourds, qui se trouvent dans le gaz à l'état de vapeur, mais qui sont à l'état liquide dans les conditions normales de pression et de température, constituent l'essence naturelle ou « gazoline » qui, après traitement, est apte aux mêmes usages que l'essence tirée du pétrole .

Les autres constituants sont des impuretés, dont certaines doivent être éliminées aussi complètement que possible . L'Azote est un gaz inerte, que l'on est pas obligé d'extraire, mais qui diminue le pouvoir calorifique du gaz naturel .

### **II.3 Liquéfaction du gaz naturel :**

Le gaz naturel est utilisé sous sa forme gazeuse (phase vapeur ) dans toutes ses applications . Mais comme la densité du (G-N) est faible , ce qui veut dire qu'on ne peut pas avoir des quantités importantes ( masses importantes )du (G-N) pour un volume réduit . Or , les exigences de transport et de stockage en matière de volume disponible sont très limitées; ce qui a ramené les ingénieurs à utiliser la forme liquide ( phase liquide ) pour contourner ce problème lors du transport ou du stockage du (G-N) en bénéficiant de la densité élevée des liquides par rapport aux gaz .

Cette dernière procédure s'appelle *liquéfaction* .

La liquéfaction d'un gaz consiste à lui retirer de l'énergie (chaleur ) afin de le refroidir depuis la température ambiante jusqu'à son point de rosé, puis de condenser la vapeur saturée [9].

La liquéfaction fait appelle à la notion de **cryogénie** .

#### **II.3.1 Cryogénie :**

Pour tenter de définir la cryogénie, examinons tout d'abord l'échelle de température thermodynamique (fig (II.1) ). La frontière entre la cryogénie et la réfrigération a toujours été essentiellement fluctuante dans le temps .

Lorsque l'Oxygène fut liquéfié pour la première fois par **Pictet et Cailletet** , la notion de cryogénie ne s'apprécie pas de la même façon dans un centre de recherches travaillant couramment à quelques milli-kelvins , ou dans une installation industrielle testant le moteur du troisième étage d'Ariane V [9].

La caractéristique sans doute principale de développement des basses températures est en fait, l'affrontement constant et très fertile entre l'avancée technologique et la compréhension fondamentale de la nature . La température étant caractéristique de l'énergie cinétique des constituants d'un corps .

La richesse de la cryogénie est bien caractérisée par la douzaine de prix « Nobel » attribués dans ce domaine .

La figure (II.2) présente les principales étapes dans l'obtention des basses températures et quelques découvertes associées . Il faut savoir aussi que les technologies de pointe préparant le 21<sup>ème</sup> siècle utilisent largement la cryogénie, (figure (II.3) ) . Ces exemples sans être exhaustifs, montre la diversité des applications cryogéniques .

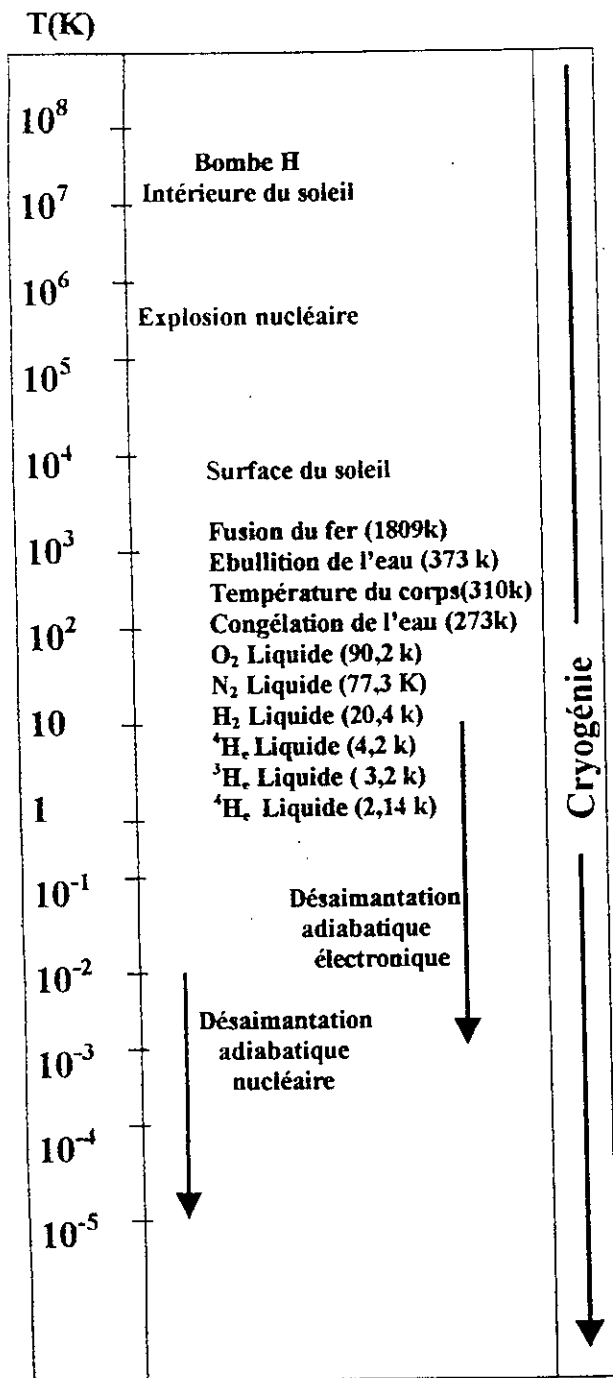


Figure (II.1) . Echelle de température Thermodynamique

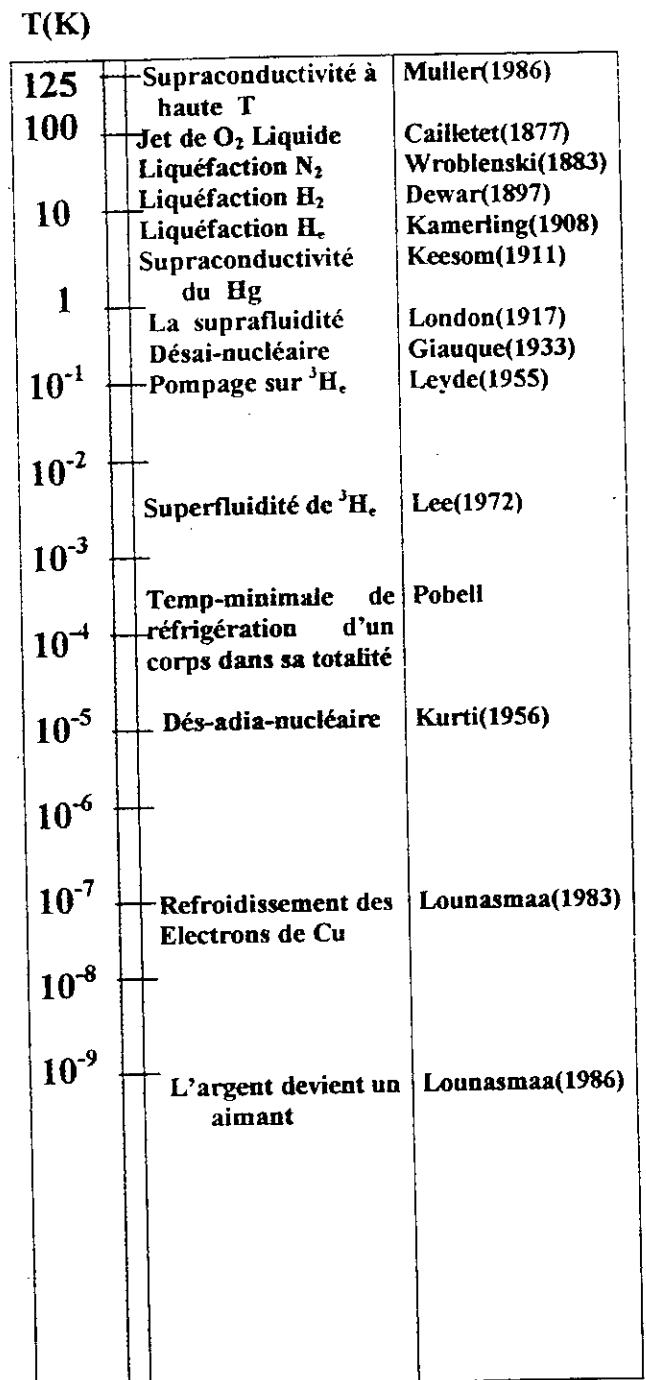


Figure (II.2). Différentes étapes vers les basses températures

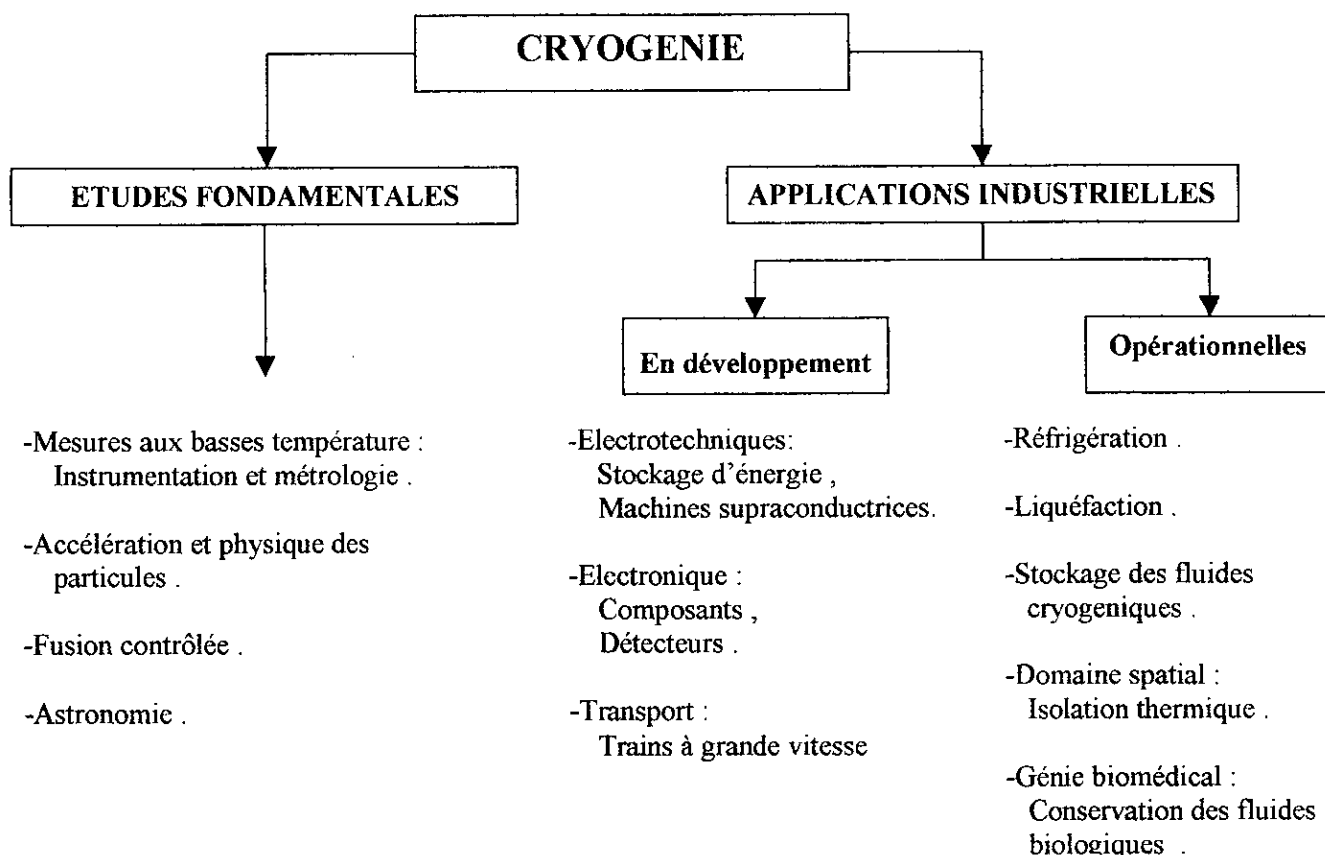


Figure (II.3) . Schéma montrant les principaux domaines de la cryogénie .

### II.3.2 Liquéfaction du gaz naturel ( G-N ) :

Le premier liquéfacteur du gaz naturel a vu le jour en 1917 à « **Chicago** » [9] .

En 1944 , deux expériences à petite échelle (40 millions de mètre cube de gaz naturel par an) ont eu lieu à « **Cleveland** » .

En **Algérie**, le 24 Septembre 1964 est la date correspondant à la mise en service de l'usine de liquéfaction d'**Arzew** .

Pour en savoir plus sur les procédés de liquéfaction et les liquéfacteur utilisés, on peut consulter exemple les références [6] et [9] .



## II.4 Caractéristiques du gaz naturel ( G-N ) :

Les propriétés physiques d'un gaz naturel sont déterminées expérimentalement à partir d'un échantillon donné.

L'échantillon prélevé doit être représentatif, et la technique d'échantillonnage revêt donc une grande importance .

### II.4.1 Nature des constituants présents dans le gaz naturel :

Le tableau (II-1) présente quelques constantes physiques pour les principaux constituants présents dans le gaz naturel ( masse molaire  $M$ , température de fusion  $T_{fs}$  , température d'ébullition  $T_b$  , volume molaire liquide au point normal d'ébullition ) .

	Composés	M(kg/ kmole)	$T_{FS}$ (k)	$T_b$ (k)	$V_1$ (m <sup>3</sup> /kmol)
Eléments	HYDROGENE	2.016	13.95	20.39	0.028604
	HELIUM	4.003	1.76	4.22	0.032275
	AZOTE	28.014	63.15	77.35	0.034478
	OXYGENE	31.999	54.36	90.17	0.028020
Composés minéraux	EAU	18.015	273.15	373.15	0.018069
	OXYDE DE CARBONE	28.010	668.15	81.70	0.035456
	DIOXYDE DE CARBONE	44.010	216.58	194.67	0.037278
	HYDROGENE SULFURE	34.082	187.68	212.80	0.036142
Paraffines	METHANE	16.043	90.67	111.66	0.037832
	ETHANE	30.070	90.35	184.55	0.055203
	PROPANE	44.097	85.46	184.55	0.075642
	I-BUTANE	58.123	113.54	261.43	0.097704
	N-BUTANE	58.123	134.86	272.65	0.096553
	N-PENTANE	72.150	143.42	309.22	0.116126
	N-HEXANE	86.177	177.84	341.88	0.131306
Cyclo- paraffines et paraffines	N-HEPTANE	100.204	182.57	371.558	0.147014
	N-OCTANE	114.231	216.38	398.83	0.163505
	N-NONANE	128.258	219.63	423.97	0.179321
	N-DECANE	142.258	243.49	447.30	0.195342
	CYCLOPENTANE	70.134	179.31	322.40	0.093509
	CYCLOHEXANE	84.161	279.69	353.87	0.108860
Aromatiques	BENZENE	78.114	278.68	353.24	0.089495
	TOLUENE	92.141	178.18	383.78	0.106556
	ETHYLBENZENE	106.167	178.20	4409.38	0.122681
	ISOPROPYLBENZENE	120.194	177.144	4425.56	0.1397798

Tableau (II-1) : Constantes physiques des constituants du gaz naturel [9] .

Le tableau (II-2) indique les compositions les plus courantes en masse et en pourcentage d'un gaz naturel [9].

CONSTITUANTS		GAZ NATUREL
HYDROCARBURE	Méthane	70 ↔ 98
	Ethane	1 ↔ 10
	Propane	Traces ↔ 5
	Butane	Traces ↔ 2
	Pentane	Traces ↔ 1
	Hexane	Traces ↔ 0,5
	Heptane	0 ↔ Traces
NON HYDROCARBURE	Azote	Traces ↔ 15
	Dioxyde de Carbone	Traces ↔ 1
	Hydrogène Sulfure	0 ↔ Traces
	Hélium	0 ↔ 5

Tableau (II-2) : Compositions types d'un gaz naturel [9].

La composition moyenne en masse du gaz naturel liquéfié (G-N-L) après traitement est donnée par [9] :

Méthane : 80.00%

Ethane : 13.60%

Propane : 6.40%

La composition molaire est donnée par :

89.301 % de Méthane

08.100 % de Ethane

02.599 % de Propane

Donc , la masse molaire du G-N-L sera  $M_{G-N-L} = 17.9 \text{ g/mol}$

### II.4.2 Les propriétés thermophysiques du (G-N) :

D'après ce qui a été dit précédemment, le composant le plus abondant dans un gaz naturel est le Méthane, ainsi les propriétés thermophysiques du gaz naturel peuvent être assimilées à celle du Méthane .

C'est pour cette raison qu'on va utiliser les propriétés du Méthane en tant que propriétés du gaz naturel (G-N) dans les applications numériques du chapitre IV (Etude des performances de l'échangeur ) .

Les figures (II.4), (II.5), (II.6) et (II.7) montrent respectivement l'évolution avec la température à la pression atmosphérique des propriétés thermophysiques du Méthane suivantes : La chaleur spécifique ( $C_p$ ), la conductivité thermique ( $\lambda$ ), la viscosité dynamique( $\mu$ ) et le nombre de Prandtl (Pr) .[5]

Il est important de noter que, ces propriétés varient peu avec la pression [6] .

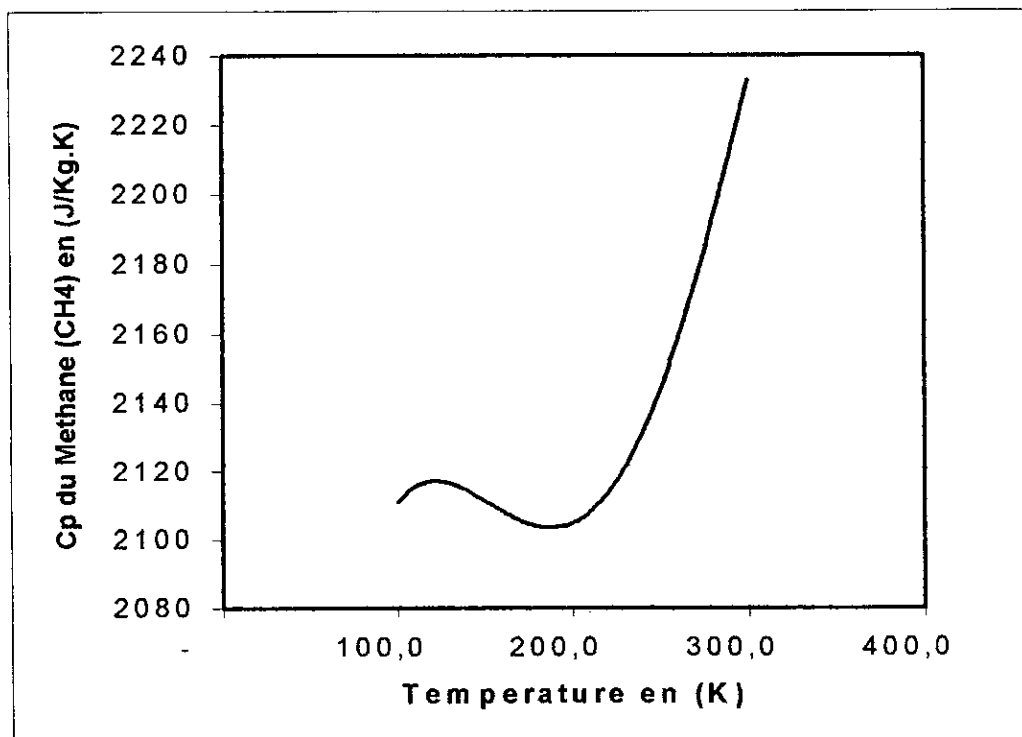


Figure ( II.4 ) . L'évolution avec la température de la chaleur spécifique du Méthane [5].

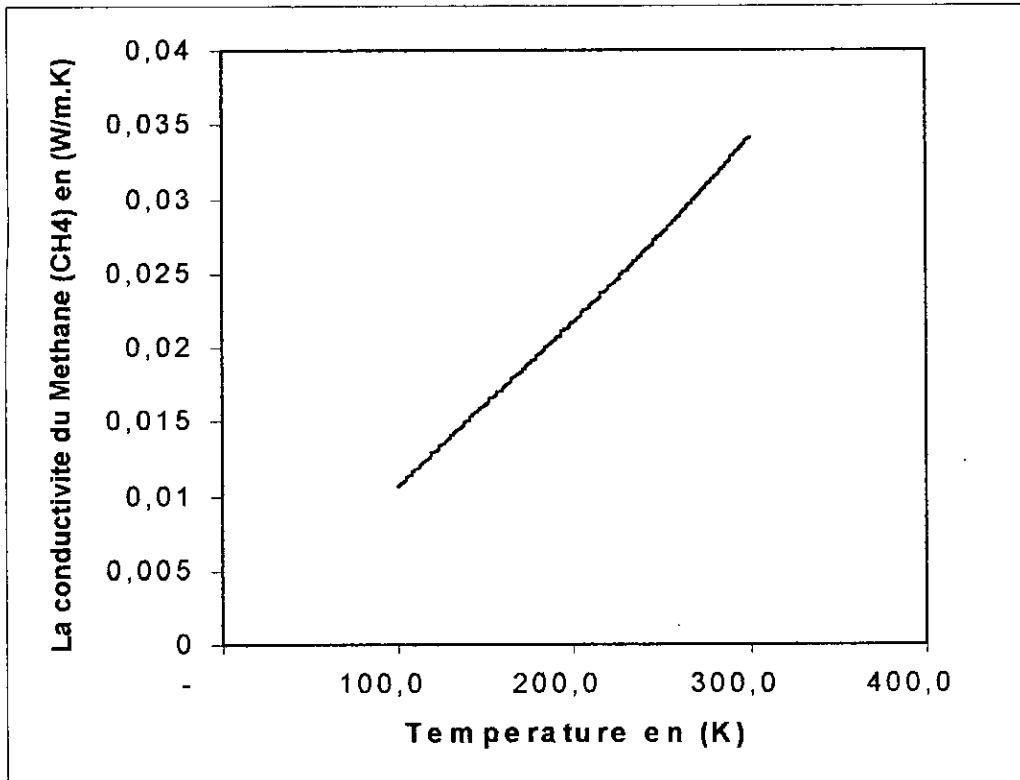


Figure (II.5) . L'évolution avec la température de la conductivité thermique du Méthane [5] .

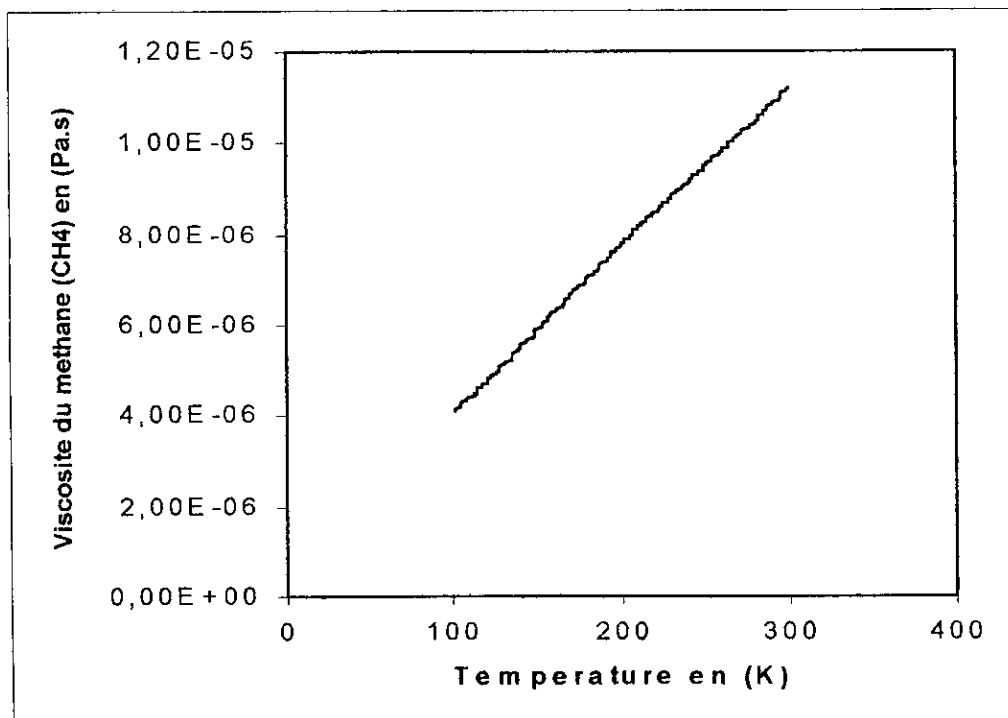


Figure (II.6) . L'évolution avec la température de la viscosité dynamique du Méthane [5]

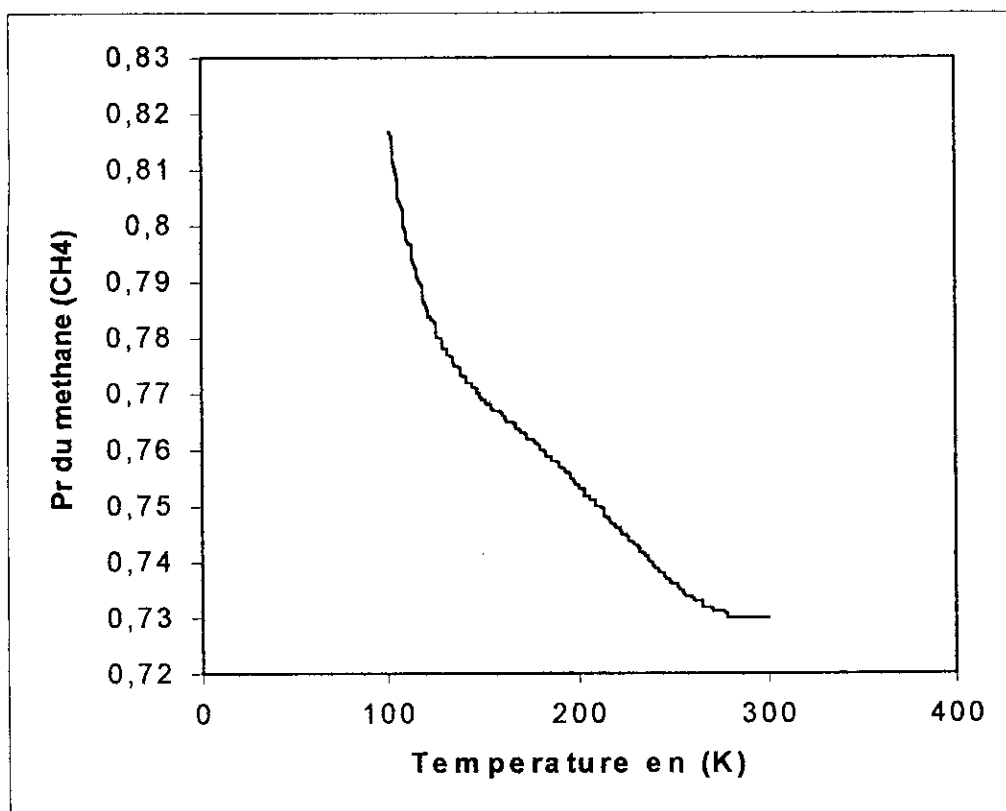


Figure (II.7) . L'évolution avec la température du nombre de Pr du Méthane [5] .

Ainsi, d'après ces figures on peut trouver les fonctions d'interpolation des propriétés thermophysiques en fonction de la température, qui sont :

$$C_p(T) = -3.2 \cdot 10^{-7} T^4 + 29.33 \cdot 10^{-5} T^3 - 0.0892 T^2 + 10.967 T + 1645.$$

$$\lambda(T) = 6.6667 \cdot 10^{-13} T^4 - 6.6667 \cdot 10^{-11} T^3 - 6.1667 \cdot 10^{-8} T^2 + 12.516 \cdot 10^{-5} T - 0.0013$$

$$\mu(T) = 3.3333 \cdot 10^{-15} T^4 - 2.7333 \cdot 10^{-12} T^3 + 7.9167 \cdot 10^{-10} T^2 - 5.9167 \cdot 10^{-8} T + 4.5 \cdot 10^{-6}$$

$$Pr(T) = \frac{\mu(T) \times C_p(T)}{\lambda(T)}$$

Dans le tableau (II.3), on peut voir les différents couples ( $T_{\text{sat}}$ ,  $P_{\text{sat}}$ ) du Méthane [9] .

$T_{\text{sat}}$ (°C)	-161,5	-152,3	-138,3	-124,8	-108,5
$P_{\text{sat}}$ (atm)	1	2	5	10	20

**LES MECANISMES DES**  
**DIFFERENTS MODES DE**  
**TRANSFERT DE**  
**CHALEUR QUI ONT LIEU**  
**DANS CET ECHANGEUR**

## **LES MECANISMES DES DIFFERENTS MODES DE TRANSFERT DE CHALEUR AYANT LIEU DANS CET ECHANGEUR**

### **III.1 Introduction :**

L'échangeur de chaleur qu'on propose d'étudier, est destiné principalement au réchauffage des gaz (l'Oxygène, l'Hydrogène, l'Azote,...) comme son nom l'indique : *réchauffeur atmosphérique* . Mais il peut être utilisé comme regazéifieur selon le constructeur, pour regazéifier les gaz cryogéniques stockés sous forme liquide (l'Oxygène liquide, l'Hydrogène liquide, l'Azote liquide ,...) puis les réchauffer .

Le puits de chaleur depuis lequel le transfert de chaleur a eu lieu vers le G-N pour le réchauffer ou vers le G-N-L pour le regazéifier puis le réchauffer, est l'air ambiant .

### **III.2 Les modes de transfert de chaleur qui ont lieu dans cet échangeur :**

Le transfert de chaleur, comme on le sait a lieu lorsqu'il existe un gradient de température entre deux systèmes et cela quel que soit le milieu, même vide qui les sépare .

On distingue principalement trois modes de transfert de chaleur : Rayonnement, conduction et convection, chacun de ces modes étant lui-même lié à un processus physique bien déterminé . Par ailleurs, il peut arriver souvent que se produise un changement de phase (vaporisation, condensation, fusion, congélation ,...) constituant ainsi, une source (ou un puits) de chaleur supplémentaire .

Ainsi, dans notre échangeur, lorsqu'il fonctionne en tant que réchauffeur, le G-N (CH<sub>4</sub> en l'occurrence ) rentre dans l'échangeur à une très basse température ( $\sim -160$  °C) produisant un refroidissement intense des tubes et des ailettes à un point où les température externe du tube et des ailettes soient inférieure à la température de rosée de la vapeur d'eau contenu dans l'air et même à la température de solidification de l'eau qui est 0°C . Il est à noter qu'il n'y a pas sublimation de la vapeur d'eau en glace mais plutôt condensation puis solidification, car comme on va l'expliquer dans le paragraphe (§ III.3.3.2 ) la pression partielle de la vapeur contenue dans l'air est supérieure à la pression du point triple de l'eau pour une humidité relative de 70% et une température de l'air de 20°C . Donc on a un transfert de chaleur par changement de phase (condensation puis solidification ) en plus du transfert de chaleur par convection forcée qui a lieu lors de l'écoulement du G-N à l'intérieur du tube .

En plus , la glace qui se forme possède un front qui est à une température de 0°C (si on suppose que la solidification s'effectue d'une manière instantanée avec la condensation ) et



puisque l'air se trouve à une température de 20 °c, alors le mode de transfert de chaleur par convection naturelle rentre en fonction .

Lorsque la glace cesse de se former, les parois des ailettes et des tubes restent à des températures inférieures à la température de rosée de la vapeur d'eau contenue dans l'air qui est d'environ 14 °c pour  $\Phi=70\%$  et  $T=20^\circ\text{c}$  , alors la condensation a lieu .

Lorsqu'on avance, le long du tube ailette, la condensation cesse d'avoir lieu en raison de l'échauffement du G-N par l'absorption des chaleurs citées déjà . Mais, il demeure tout de même que la température des ailettes et des tubes reste inférieure à la température ambiante  $T=20^\circ\text{c}$  qui donne ainsi naissance au transfert de chaleur par convection naturelle .

Finalement, on peut dire qu'on a plusieurs modes de transfert de chaleur qui existent dans cet échangeur qui sont :

- Transfert de chaleur par convection forcée à l'intérieur du tube ,
- Transfert de chaleur par conduction dans les parois des tubes et dans la glace ,
- Transfert de chaleur par changement de phase (condensation ,solidification ) ,
- Transfert de chaleur par convection naturelle .

Si l'échangeur fonctionne en tant que regazeiffeur puis réchauffeur , alors on ajoute le transfert de chaleur par changement de phase (ébullition ou évaporation ) aux modes déjà cités .

### **III.3 Mécanismes des différents modes mis en jeu dans cet échangeur :**

Chaque mode de transfert de chaleur est caractérisé par un processus physique bien déterminé .

Nous allons dans cette section essayer d'expliquer d'une manière très succincte les mécanismes physiques de ces modes en faisant une analyse très simple qu'on pourra compléter en consultant les références citées dans les paragraphes qui suivent .

#### **III.3.1/ Mécanisme physique de la conduction :**

L'objectif majeur dans l'analyse de la conduction est de déterminer la distribution de la température et les flux de chaleur mis en évidence dans un milieu résultant des conditions imposées aux frontières . Pour cela , prenons un volume de contrôle d'un milieu homogène où la distribution de température  $T(x,y,z)$  est exprimée dans un système d'axes cartésiens et appliquons lui un bilan d'énergie .

On peut écrire alors en se référant à la figure ci-contre fig (III.1) :

$$E_{entrant} - E_{sortant} + E_{generee} = E_{stocke} \quad (III.1)$$

ce qui donne si q est le flux de chaleur généré par unité de volume :

$$q_x + q_y + q_z + q \cdot dx \cdot dy \cdot dz - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} = \rho \cdot C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \quad (III.2)$$

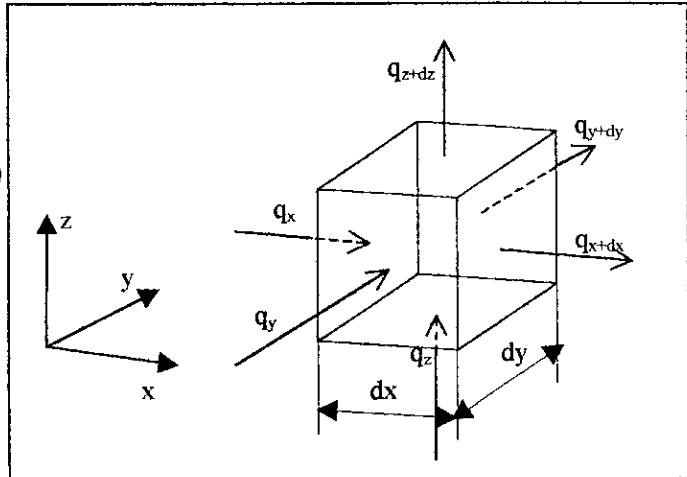


figure (III-1) : Bilan d'énergie autour d'un Vc .

En faisant un développement limité , on obtient :

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot dx - \frac{\partial q_y}{\partial y} \cdot dy - \frac{\partial q_z}{\partial z} \cdot dz + q \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \rho \cdot C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \quad (III.3)$$

En utilisant la loi de Fourier pour la conduction qui est : *En tout point d'un milieu isotrope, la densité de flux de chaleur instantanée est proportionnelle à la conductivité thermique λ du milieu et au gradient de température .*

$$\text{Alors : } q_x = -\lambda \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -\lambda \cdot dx \cdot dz \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \quad \text{et} \quad q_z = -\lambda \cdot dx \cdot dy \cdot \frac{\partial T}{\partial z}$$

Où , λ représente la conductivité thermique du milieu .

L'équation de la chaleur devient alors :

$$\frac{\delta}{\delta x} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\delta}{\delta y} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\delta}{\delta z} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q = \rho \cdot C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (III.4)$$

Pour un système cylindrique et en régime permanent sans génération d'énergie, la forme

$$\text{appropriée de l'équation de la chaleur s'écrit : } \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left( \lambda \cdot r \cdot \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad \text{si } \lambda = f(r) . \quad (III.5)$$

La résolution de cette équation avec les conditions aux limites :

$T=T_1$  pour  $r=r_1$  et  $T=T_2$  pour  $r=r_2$  donne la distribution de température  $T(r)$  , le flux de chaleur transfère  $q_r$  et la résistance thermique  $R_{th, cond}$  comme suit :

$$T(r) = \frac{T_1 - T_2}{Ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \cdot Ln\left(\frac{r}{r_2}\right) + T_2, \quad q_r = \frac{2\pi \cdot \lambda \cdot L \cdot (T_1 - T_2)}{Ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad \text{et} \quad R_{th, cond} = \frac{Ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi \cdot \lambda \cdot L} \quad (III.6)$$

On pourra consulter la référence [7] et [8] pour plus de détails .

### II.3.2/ Mécanisme physique de la convection

La convection est un mode de transfert de chaleur se produisant uniquement au sein des milieux fluides, elle intervient dans les échanges thermiques entre une paroi et un fluide en mouvement .

Contrairement à la conduction où le transfert de chaleur est dû à un mouvement microscopique des particules, la convection est un transfert de chaleur (d'énergie) dû à des mouvements macroscopiques . On distingue deux formes de convection :

- La convection forcée dans laquelle le mouvement du fluide est produit par une action extérieure ( pompes, ventilateur ,...)
- La convection libre ou naturelle résultant d'une différence de densité entre les parties chaudes et froides du fluides .

### III.3.2.1/ Rappels des équations de la mécanique des fluides :

#### **\*/ Equation de continuité :**

L'équation de continuité en écriture vectorielle, s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} (\rho \cdot \vec{V}) = 0 \quad (\text{III.7})$$

#### **\*/ Equations de Navier-Stockes :**

Les équations de Navier-Stockes s'écrivent sous une forme vectorielle comme suit :

$$\rho \cdot \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \cdot \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \sigma_{ij} \quad (\text{III.8})$$

où  $\sigma_{ij}$  : est le tenseur de contrainte dans le fluide .  $\frac{D}{Dt}$  : dérivée substantielle .

### III.3.2.2/ Equation de conservation de l'énergie :

Elle se déduit de la relation traduisant le premier principe de la thermodynamique selon lequel :

$$dE_t = \delta Q - dW \quad (\text{III.9})$$

$dE_t$  : variation de l'énergie totale du système .

$\delta Q$  ,  $dW$  : respectivement la chaleur et le travail fournie au système

Cherchons à évaluer chacun des termes de la relation (III-9) .

#### ➤ Evaluation de $dE_t$ :

$$dE_t = dE_i + dE_c + dE_p = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot d \left[ e + \frac{1}{2} V^2 - \vec{g} \cdot \vec{r} \right] \quad (\text{III.10})$$

pour un volume de contrôle de dimensions :  $dx$  ,  $dy$  ,  $dz$  .

➤ Evaluation de  $\delta Q$  :

Comme on l'avait fait précédemment pour un volume de contrôle , l'application d'un bilan d'énergie autour de celui-ci permet d'écrire :

$$\delta Q = [ (q_x - q_{x+dx}) dy dz + (q_y - q_{y+dy}) dx dz + (q_z - q_{z+dz}) dx dy ] dt \quad (III.11)$$

En faisant un développement limité on obtient :

$$\delta Q = -\text{div}(\vec{q}) \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt \quad (III.12)$$

➤ Evaluation de  $dW$  :

$$dW = \vec{F}_s \cdot \vec{dl} \Rightarrow dW = d\vec{F}_s \cdot \vec{V} \cdot dt$$

En se référant à la figure (III.2) ,

on peut écrire :

$$W_x = (\sigma_{xx} \cdot u + \sigma_{xy} \cdot v + \sigma_{xz} \cdot w)_x \cdot dy \cdot dz \cdot dt$$

$$W_{x+dx} = (\sigma_{xx} \cdot u + \sigma_{xy} \cdot v + \sigma_{xz} \cdot w)_{x+dx} \cdot dy \cdot dz \cdot dt$$

$$dW_x = W_{x+dx} - W_x \quad \text{de même pour } W_y \text{ et } W_z$$

En faisant un développement limité, on

obtient :

$$dW_x = - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{xx} \cdot u) + \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{xy} \cdot v) + \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{xz} \cdot w) \right] \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt$$

$$d'ou : dW = dW_x + dW_y + dW_z = -\vec{\nabla} \cdot (\vec{V} \cdot \sigma_{ij}) \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt \quad (III.13)$$

En remplaçant  $\delta Q$ ,  $dW$  et  $dE_t$  par leurs expressions dans (III.9) , on obtient :

$$\rho \cdot d \left[ e + \frac{1}{2} V^2 - \vec{g} \cdot \vec{r} \right] = -\text{div}(\vec{q}) \cdot dt + \vec{\nabla} \cdot (\vec{V} \cdot \sigma_{ij}) \cdot dt$$

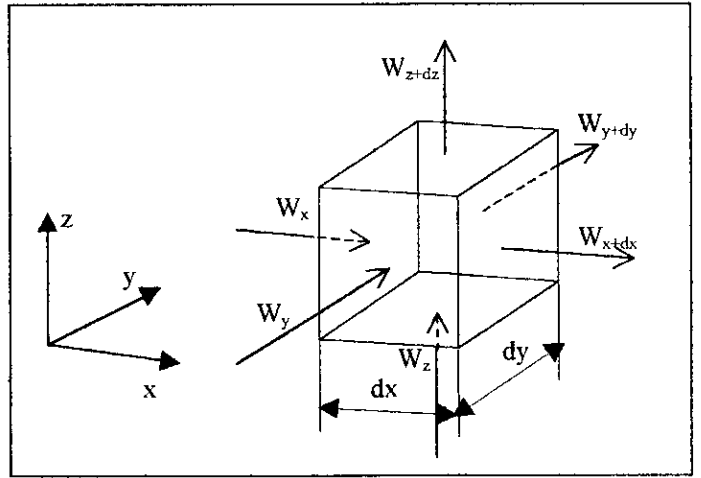
En suivant le mouvement d'une particule fluide , la relation ci-dessus devient :

$$\rho \cdot \frac{De}{Dt} + \rho \cdot V \cdot \frac{DV}{Dt} - \rho \cdot \vec{g} \cdot \vec{r} = -\text{div}(\vec{q}) + \vec{\nabla} \cdot (\vec{V} \cdot \sigma_{ij}) \quad (III.14)$$

En utilisant les équations de **Navier-Stokes** (III.8) et les propriétés de l'analyse tensoriel , on obtient l'équation de conservation d'énergie qui s'écrit sous la forme suivante :

$$\rho \cdot \frac{De}{dt} + p \cdot \text{div}(\vec{V}) = \text{div}(\lambda \cdot \vec{\nabla} T) + \mu \cdot \Phi \quad \text{où } \Phi : \text{fonction de dissipation .}$$

$$\Phi = 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - \frac{2}{3} \left( \text{div}(\vec{V}) \right)^2$$



Figure(III.2) : bilan de travail autour d'un  $V_c$

En utilisant l'équation de continuité et l'enthalpie massique  $h=e+\frac{P}{\rho}$  , alors l'équation de conservation d'énergie prendra la forme suivante en faisant quelques manipulations :

$$\rho \cdot C_p \cdot \frac{DT}{Dt} = T \cdot \beta \cdot \frac{DP}{Dt} + \vec{\nabla} \cdot \left( \lambda \cdot \vec{\nabla} T \right) + \mu \cdot \Phi \quad (\text{III.15})$$

où  $\beta = -\frac{1}{\rho} \cdot \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$  : facteur de dilatation volumique .

### III.3.2.3/ Convection forcée :

Dans cette section, nous allons déterminer l'expression du coefficient d'échange convectif en fonction des paramètres de l'écoulement et des dimensions géométriques du système .

Plusieurs façons existent pour le déterminer :

- Par résolution des équations de couches limites (thermique+dynamique) pour des cas simples
- Par utilisation d'analogie en turbulence ;
- Par l'emploi des relations empiriques  $Nu=Nu(Re,Pr)$  base sur l'analyse dimensionnelle .

Nous allons opter pour la 3<sup>e</sup> façon qui donne une forme fonctionnelle de la solution en introduisant des paramètres de similarité qui permettent ainsi de généraliser la solution .

Avant d'exposer les relations empiriques obtenues par les chercheurs, nous allons d'abord définir ces paramètres de similarité et la façon avec laquelle ils ont été définies .

Pour ce faire, nous allons reprendre les équations de continuité, de Navier-Stokes et d'énergie vues précédemment et on va les appliquer à la couche limite dynamique et thermique.

Dans le cas usuel, le fluide est pris incompressible à propriétés physiques constantes et les forces volumiques négligeables . Ainsi, en deux dimensions d'espace et en régime permanent on peut écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \cdot \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \cdot \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \\ \rho \cdot C_p \cdot \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \cdot \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \cdot \Phi \end{array} \right. \quad (\text{III-16})$$

$$\text{avec } \Phi = 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2$$

Ecrivons les équations données par la relation (III.16) sous une forme adimensionnelle , en introduisant les paramètres suivants :

$$x^*=x/L, \quad y^*=y/L, \quad u^*=u/u_\infty, \quad v^*=v/v_\infty, \quad P^*=P/\rho \cdot U^2_\infty, \quad \theta^* = \frac{T - T_\infty}{T_p - T_\infty}$$

$$\theta = T - T_\infty, \quad \theta_0 = T_p - T_\infty \quad (\text{III.17})$$

$u_\infty$  : Vitesse du fluide loin de la paroi ;

$L$  : Longueur caractéristique de l'obstacle ;

$T_\infty$  : Température du fluide loin de la paroi ;

$T_p$  : Température de la paroi .

En introduisant les paramètres donnés par la relation (III.17) dans (III.16) , on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \\ u^* \cdot \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \cdot \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{1}{Re} \cdot \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) \\ u^* \cdot \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \cdot \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial y^*} + \frac{1}{Re} \cdot \left( \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right) \\ u^* \cdot \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + v^* \cdot \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re \cdot Pr} \cdot \left( \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} \right) + \frac{Ec}{Re} \cdot \Phi \end{array} \right. \quad (\text{III.18})$$

Or :

$$\left\{ \begin{array}{l} Re = \frac{\rho \cdot u_\infty \cdot L}{\mu} \quad : \text{nombre de Reynolds} \\ Pr = \frac{\mu \cdot C_p}{\lambda} \quad : \text{nombre de Prandtl} \\ Ec = \frac{u_\infty^2}{C_p \cdot \theta_0} \quad : \text{nombre d'Eckert} \end{array} \right.$$

Les relations de (III.18) montrent que :

$$\left\{ \begin{array}{l} u^* = u^*(x^*, y^*, Re) \\ \theta^* = \theta^*(x^*, y^*, Re, Pr, Ec) \end{array} \right. \quad (\text{III.19})$$

On peut définir un nombre adimensionnel concernant l'aspect thermique :

$$Nu = \frac{h_c \cdot x}{\lambda} = \frac{-\lambda \cdot \left( \frac{\delta T}{\delta y} \right)_{y=0}}{(T_p - T_\infty)} \quad (\text{nombre de Nusselt}) \quad (III.20)$$

De (III.19) et (III.20) on a :  $Nu_x = Nu(x^*, Re, Pr, Ec)$

Le nombre de Nusselt moyen sera alors :  $Nu = Nu(Re, Pr, Ec)$  .

Si on considère que les dissipations sont négligeables , alors :  $Nu = Nu(Re, Pr)$

Donc , la solution est simple (connaissance de Nu) si on connaît Re et Pr .

C'est ainsi que les chercheurs ont pu obtenir des corrélations empiriques donnant le nombre de Nusselt en fonction du Re et du Pr moyennant des expérimentations . On peut citer deux corrélations très connues de **Dittus-Boelter** [5] et de **Sieder and Tate** [5], respectivement, pour le régime turbulent en écoulement interne dans les tubes avec les conditions d'applicabilité de celles-ci :

$$\boxed{Nu_D = 0.023 Re_D^{4/5} Pr^n} \quad (III.21) \quad \left\{ \begin{array}{l} 160 \geq Pr \geq 0.7 \\ Re_D \geq 10000 \\ L/D \geq 10 \text{ régime établie} \end{array} \right.$$

$n=0.4$  pour l'échauffement  
 $n=0.3$  pour le refroidissement

$$\boxed{Nu_D = 0.027 Re_D^{4/5} Pr^{1/3} \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0.14}} \quad (III.22) \quad \left\{ \begin{array}{l} 16700 \geq Pr \geq 0.7 \\ Re_D \geq 10000 \\ L/D \geq 10 \\ \mu_p \text{ est évalué à } T_p \end{array} \right.$$

### III.3.2.4/ Convection naturelle:

Contrairement à la convection forcée examinée précédemment, la convection naturelle ou libre est un mode de transfert de chaleur qui se produit au sein du milieu fluide par des mouvements ascendants et descendants du fluide sous l'effet de la variation de sa densité induite par la différence de température ( chaud → froid ) .

La procédure à suivre pour déterminer le coefficient d'échange convectif sera la même qu'en convection forcée :

1. Par résolution des équations de couches limites ;
2. Par utilisation d'analogie en turbulence ;
3. Par l'emploi des relations empiriques .

Nous optons toujours pour la 3<sup>e</sup> façon qui met en évidence de nouveaux paramètres de similarité très fonctionnelles pour une solution générale . Les équations utilisées sont des

équations similaires à celles déjà utilisées en convection forcée, sauf que l'on tienne compte des termes correspondants aux forces volumiques .

Elles sont données par : (III.23)

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{X}{\rho} + v \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = a \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \end{cases}$$

Avec  $X = -\rho \cdot g$

A la paroi : ( $y=0$ ) ;  $u=v=0$  .

Loin de la paroi : ( $y \rightarrow \infty$ ) ;  $u=v=0$  .

En utilisant l'approximation de **Boussinesq** :

( $\rho = \rho_\infty = cte$  , sauf proche de la paroi) :

$$\Rightarrow -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\rho_\infty}{\rho} \cdot g$$

Les équations de couche limite ( III.23 ) deviennent :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{g}{\rho} \cdot (\rho_\infty - \rho) + v \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = a \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \end{cases} \quad (III.24)$$

Le terme  $(\rho_\infty - \rho) \cdot g$  : représente la force résultante des forces de poussée et de gravité .

En supposant que :  $\rho = \rho(T)$  , alors

$$\rho = \rho_\infty + \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \cdot (T - T_\infty) \Rightarrow \frac{\rho_\infty - \rho}{\rho} = -\frac{1}{\rho} \cdot \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \cdot (T - T_\infty)$$

Le coefficient d'expansion thermique  $\beta$  est définie par :

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \cdot \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \text{ , d'où : } \frac{\rho_\infty - \rho}{\rho} = \beta \cdot (T - T_\infty) \quad (III-25)$$

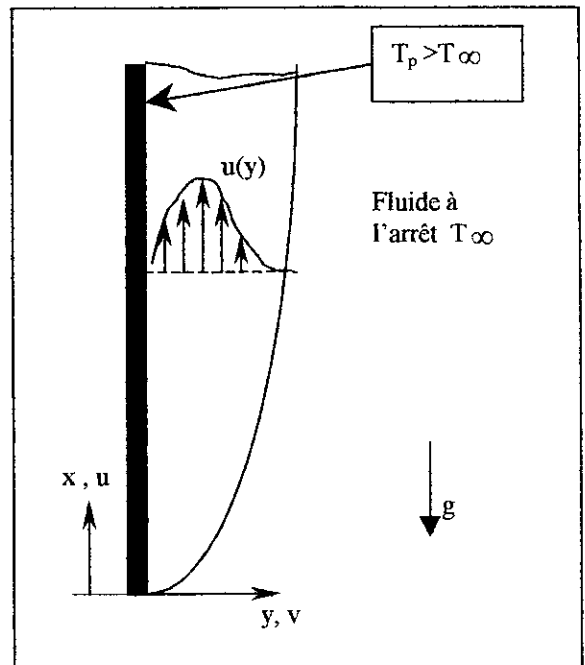


Figure (III-3) : Developpement de la couche limite sur une surface vertical chaude .



Le système d'équation ( III.24 ) devient alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = g \cdot \beta \cdot (T - T_{\infty}) + \nu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = a \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \end{array} \right. \quad (\text{III.26})$$

Ecrivons le système d'équation sous une forme adimensionnelle avec :

$$x^* = \frac{x}{L}, \quad y^* = \frac{y}{L}, \quad u^* = \frac{u}{u_0}, \quad v^* = \frac{v}{u_0}, \quad \theta^* = \frac{T - T_{\infty}}{T_p - T_{\infty}} \quad \text{on obtient :}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \\ u^* \cdot \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \cdot \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_p - T_{\infty}) \cdot L}{u_0^2} \cdot \theta^* + \frac{1}{Re_L} \cdot \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \\ u^* \cdot \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + v^* \cdot \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L \cdot Pr} \cdot \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} \end{array} \right. \quad (\text{III.27})$$

On fait apparaître alors , un nombre adimensionnel très important en convection naturelle :

C'est le nombre de **Grashof** définie par :

$$Gr_L = \frac{g \cdot \beta \cdot \theta_0 \cdot L^3}{\nu^2}; \quad \theta_0 = T_p - T_{\infty} \quad (\text{III.28})$$

Le nombre de Nusselt moyen est alors :  $Nu_L = Nu_L (Re_L, Gr_L, Pr)$ .

Il est important de noter que ces corrélations sont pertinentes uniquement dans le cas où

les effets de la convection forcée et naturelle sont comparables . Si l'inégalité  $\left( \frac{Gr_L}{Re_L^2} \right) \gg 1$ ,

alors les effets de la convection forcée peuvent être négligés et donc  $Nu_L = Nu_L (Gr_L, Pr)$ .

Donc la solution est simple (c-à-d connaissance de Nu) si l'on connaît  $Gr_L$  et  $Pr$ .

On peut définir un nouveau nombre adimensionnel : nombre de **Rayleigh** ( $Ra$ ) , très pratique dans les corrélations qui caractérise le régime d'écoulement: laminaire ou turbulent dans la couche limite en convection naturelle , comme suit :

$$Ra_L = Gr_L \cdot Pr = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_p - T_{\infty}) \cdot L^3}{\nu \cdot \alpha} \quad (\text{III.29})$$

La valeur critique du nombre de **Rayleigh** qui caractérise la transition pour les plaques verticales est  $\sim 10^9$ .

On peut citer une corrélation applicable pour le cas d'une plaque plane verticale et qui peut être utilisée sur la totalité des valeurs de  $Ra_L$  recommandée par les chercheurs : **Churchill and Chu [5]** . Elle est de la forme :

$$Nu_L = \left\{ 0.825 + \frac{0.387 \cdot Ra_L^{1/6}}{\left[ 1 + \left( \frac{0.492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2 \quad (III.30)$$

Il faut noter que toutes les propriétés sont évaluées à la température du film :

$$T_f = (T_p + T_\infty) / 2 . \quad (III.31)$$

La corrélation précédente peut être utilisée pour les cylindres verticaux de longueur  $L$  , si l'épaisseur de la couche limite  $\delta$  est très petit devant le diamètre  $D$  . Cette condition est satisfaite [5] lorsque :

$$\frac{D}{L} \geq \frac{35}{Gr_L^{1/4}} \quad (III.32)$$

### III.3.3/ Mécanismes de transfert de chaleur lors des changements de phase :

Notre échangeur de chaleur peut fonctionner comme regazificateur puis réchauffeur comme on l'a mentionner précédemment . Dans ce cas le mode de transfert de chaleur par ébullition en convection forcée a lieu . Etant donne que ce mode est très compliqué physiquement et que les corrélations disponibles pour ce mode sont très spécifiques à des cas particuliers : ( refroidissement des cœur des centrales nucléaires par ébullition en convection forcée de l'eau dans les tubes qui reçoivent des flux de chaleur constants résultants des réactions nucléaires, ou ébullition en convection forcée avec une température constante de la paroi résultant d'un changement de phase à l'extérieur ) [4], [5], [10], [11] et [12], alors on étudiera cet échangeur uniquement en tant que réchauffeur puisque la vaporisation du G-N-L s'effectue en vase (pool boiling) ; moyennant des résistances électriques situées en bas des réservoirs de stockage . Ainsi, le G-N rentre à une température légèrement supérieure à la température de saturation correspondant à la pression de stockage .

Cependant, nous allons décrire qualitativement ce phénomène pour voir les étapes par lesquelles passe l'ébullition en convection forcée .

Nous décrirons ensuite le mécanisme de la condensation brièvement . Le mécanisme de la solidification ne nécessite pas une étude particulière étant donne sa simplicité .

### **III.3.3.1/ Description des phénomènes lors de l'ébullition en convection**

#### **forcée :**

Les écoulements où se produit l'ébullition entre dans la catégorie des écoulement appelés diphasiques (une phase liquide et une phase vapeur) : two-phase flow en anglais .

Ces phénomènes sont très complexes, car, aux nombreuses variables régissant l'ébullition en vase, il faut ajouter tous les paramètres hydrodynamiques dépendant du débit, avec, l'influence que ceux-ci peuvent avoir sur les propriétés physique du fluide . En effet, les pertes de charge, par exemple, entraînent des différences de pression qui modifient la température d'ébullition, la masse volumique de la vapeur, etc. ... . Il y a interaction constante entre toutes les grandeurs .

Aucune solution théorique n'étant satisfaisante , il faut établir des corrélations empiriques à partir de données expérimentales réalisées chaque fois dans des conditions bien déterminées de vitesse , de pression , de géométrie de l'écoulement , etc ... .

Si on suppose qu'on est dans le cas où l'écoulement est vertical ascendant dans un tube circulaire et dont la paroi est chauffée de manière uniforme . On supposera que le liquide entre en sous-saturation à l'extrémité inférieure du tube (figure (III-4) ) . Un certain nombre de zones où se produisent des phénomènes bien caractéristiques vont apparaître ; leur longueur dépendra de l'importance du flux (ou de l'écart de température paroi-fluide ) et du débit .

#### **Zone A :**

Il s'y produit de la convection forcée et éventuellement des bulles de dégazage .

#### **Zone B :**

Ebullition locale , les bulles de vapeur condensent aux sein du liquide tant que l'ensemble de celui-ci n'a pas atteint la température de saturation .

#### **Zone C :**

Le liquide étant à température de saturation , on a de l'ébullition nucléée , avec un coefficient d'échange meilleur que pour l'ébullition en vase à cause de l'effet d'arrachement des bulles par l'écoulement .

#### **Zone D :**

Les bulles , devenant très nombreuses , ont tendance à s'agglomérer ( phénomène dit de *coalescence* ) et à former des bouchons de vapeur se rassemblant au centre du tube . Cette zone est appelée « écoulement à bouchon » ( plug-flow or slug-flow ) .

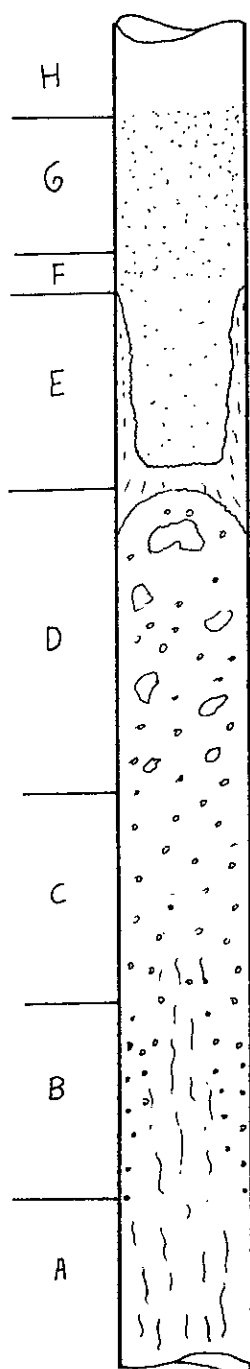


Figure (III-4) : Ebullition dans un écoulement ascendant en un tube vertical .

### Zone H :

Il n'y a plus du tout de phase liquide, on a un écoulement à simple phase de vapeur sèche où s'applique les lois classiques de la convection forcée .

Pour plus de détails concernant la description qualitative ou quantitative voir [4], [5], [10] .

### Zone E :

Les bouchons qui était « à la queue leu leu » se rejoignent les uns les autres et forment un manchon de vapeur au centre du tube, la paroi est baignée par un mince film annulaire de liquide, d'où le nom de cette zone dite à « écoulement annulaire » ( annular flow ) . La surface du film liquide en contact avec le noyau centrale de vapeur est extrêmement agitée, il s'y produit une évaporation intense ainsi qu'un arrachement de gouttelettes liquides .

### Zone F :

Le film liquide annulaire s'épuise peu à peu, laissant à présent un contact direct entre la vapeur et la paroi chauffante . Si le flux de chaleur est élevé, on a risque de burn-out (destruction de la paroi chauffante ) ; s'il est modéré, la montée en température de la paroi est moins brutale, grâce en particulier aux gouttelettes liquides en suspension dans la vapeur qui viennent se déposer sur la paroi chauffante où elles s'évaporent .

Le coefficient d'échange reste à une valeur acceptable et, pour différencier ce phénomène du burn-out brutal, on l'appelle « échauffement critique par assèchement » ( dry-out ) .

### Zone G :

Le film liquide a complètement disparu , il ne reste plus qu'un brouillard forme de microscopiques gouttelettes en suspension dans la vapeur, d'où le nom d' « écoulement à brouillard » donne à cette zone ( mist-flow ) .

### III.3.3.2/ Considérations thermodynamiques sur les substances pures et les mélanges :

Nous allons donner dans cette section, les définitions et notions nécessaires du point de vue thermodynamique, pour décrire les phénomènes de changement de phase d'une substance pure et d'un mélange, ainsi que les paramètres thermodynamiques régissant ce type de changement de phase (en l'occurrence, changement de phase de la vapeur d'eau contenue dans le mélange air-vapeur) .

#### ➤ Définition de la substance pure :

Une substance pure est une substance qui a une composition chimique homogène et stable. Elle peut exister sous différentes phases, mais sa composition chimique reste la même dans chaque phase [13].

#### ➤ Equilibre des phases vapeur, liquide et solide :

Pour éviter de rentrer dans les détails et augmenter le volume de cette section, nous pouvons nous reporter à la figure ( III.5 ) [13] qui montre un diagramme illustrant comment les phases solide, liquide et vapeur peuvent coexister en équilibre pour l'eau . Ce diagramme utilise les variables indépendante pression et température suffisante pour décrire l'état thermodynamique de la substance pure en question .

Sur ce diagramme on peut voir que sur la ligne de sublimation, les phases solides et vapeur sont en équilibre ; sur la ligne de vaporisation, les phases liquide et vapeur sont en équilibre . Le seul point où les trois phases peuvent coexister en équilibre est le point triple .

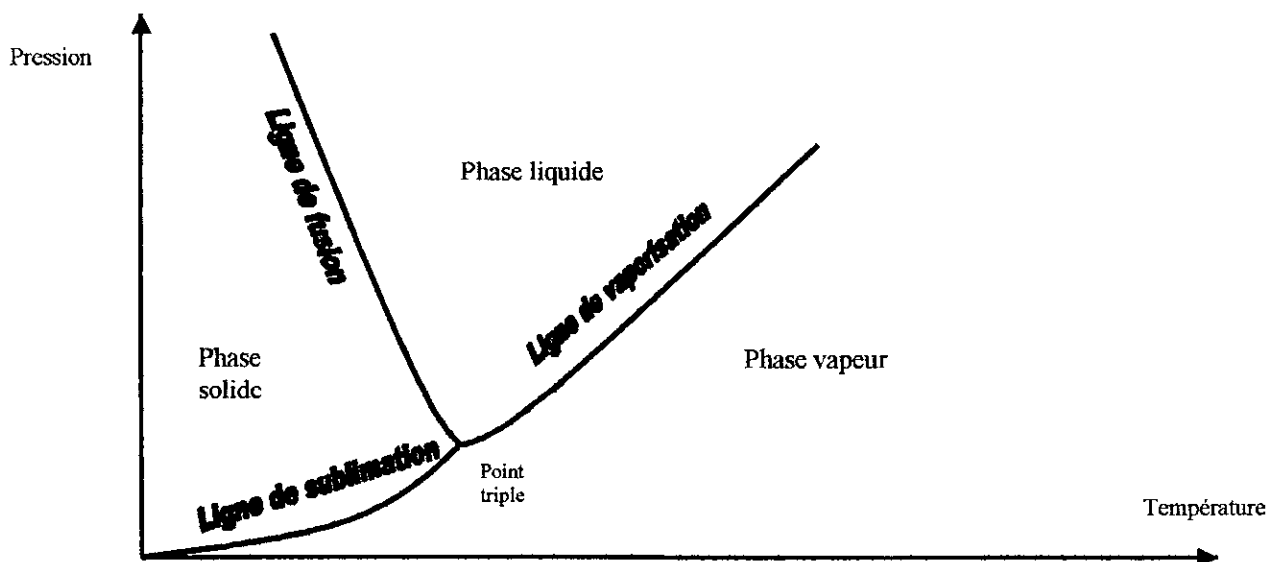


Figure (III.5) . Diagramme pression-température pour une substance telle que l'eau .

➤ **Modèle simplifié d'un mélange de gaz et d'une vapeur :**

Jusqu'ici nous n'avons parlé que de la substance pure . Notre cas se présente sous la forme d'un mélange d'air et de vapeur d'eau en contact avec l'air liquide ou la glace; de tels problèmes sont rencontrés aussi dans le conditionnement ou le séchage de l'air .

Ce problème, peut s'analyser très simplement et avec une bonne précision si les hypothèses suivantes sont faites [13] :

1. La phase solide ou liquide ne contient aucun gaz dessous .
2. La phase gazeuse peut être traitée comme un mélange de gaz parfaits .
3. Lorsque le mélange et la phase condensée sont à une pression et une température données, l'équilibre entre la phase condensée et sa vapeur n'est pas influencé par la présence de l'autre composant . Cela veut dire que la pression partielle de la vapeur est égale à la pression de saturation correspondant à la température du mélange .

Portons maintenant une certaine attention aux termes qui ont été cités .

→ *La pression partielle*  $P_i$  est ( selon le modèle de **Dalton** qui simule bien les mélanges de gaz et qui considère que les variables de chaque composant sont comme si chacun d'eux existait séparément dans le volume et à la température du mélange ) la pression du composant  $i$  dans le mélange . Ainsi, cette pression n'a de signification que pour les gaz parfaits . En effet, ce concept suppose, d'une part que les molécules de chaque composant ne sont pas influencées par celles des autres composants et, d'autre part, que la pression totale est la somme des pressions partielles des composants individuels .

→ *Le point de rosée* d'un mélange gaz-vapeur est la température à laquelle la vapeur condense ou gèle lorsqu'elle est refroidie à pression constante .

→ *L'humidité relative*  $\Phi$  est définie comme le rapport de la fraction molaire de la vapeur dans le mélange , à la fraction molaire de la vapeur dans un mélange saturé à la même température et à la même pression totale . Puisque la vapeur est considérée comme un gaz parfait , la définition peut s'écrire comme le rapport de la pression partielle de la vapeur,  $P_v$  , telle qu'elle existe dans le mélange, à la pression de saturation de la vapeur  $P_g$  à la même température :

$$\Phi = \frac{P_v}{P_g} \quad (\text{III.33})$$

Déterminons la température de rosée correspondant à l'humidité relative  $\phi=70\%$  et à la température du mélange air-vapeur  $T=20^\circ\text{C}$  .

$$\frac{P_v}{P_g} = 0.7 \quad \Rightarrow \quad P_v = 0.7 \cdot P_g(T = 20^\circ\text{C})$$

$$\Rightarrow P_v = 0.7 \cdot 2.339 = 1.637 \text{ KPa} \quad \Rightarrow \quad T_{\text{rosée}}(\phi=70\%, T=20^\circ\text{C}) = T_{\text{sat}}(P_v=1.637 \text{ KPa})$$

$$\Rightarrow T_{\text{rosée}} = 14,1^\circ\text{C}$$

Cherchons maintenant la valeur de l'humidité  $\phi_r$  pour laquelle il y a sublimation pour une température de  $T=20^\circ\text{C}$  ( Il faut que la pression partielle de la vapeur dans le mélange  $P_v$  soit inférieure à la pression du point triple de l'eau ) .

$$\phi = \frac{P_v}{P_g} \quad \text{avec} \quad P_v \leq 0.6113 \text{ Kpa} \quad (\text{pression du point triple correspondant à } T=20^\circ\text{C})$$

$$\Rightarrow \quad \phi_r \leq \frac{0.6113}{P_g(\text{Pression de saturation pour } T = 20^\circ\text{C})} = 26.14 \%$$

Il faut que l'humidité relative soit inférieure à 26.14 % pour qu'on puisse avoir sublimation .

Pour plus de détails concernant cette partie on pourra consulter la référence [13] .

### **III.3.3.3/ Mécanisme physique de la condensation :**

Les échanges de chaleur en condensation jouent un grand rôle dans de nombreux processus industriels . Il est donc important de bien connaître ces phénomènes de manière à être en mesure de définir convenablement les appareillages à mettre en œuvre .

Une vapeur pure est en équilibre avec sa phase liquide si sa pression et sa température correspondent aux conditions de saturation  $P_{\text{sat}}$  et  $T_{\text{sat}}$  . Si une vapeur à l'état  $(P_v, T)$  vient en contact avec une paroi dont la température  $T_p$  est inférieure à celle de saturation  $T_{\text{sat}}$  correspondant à  $P_v$  , une certaine masse de liquide se dépose sur la paroi froide .

Si le liquide mouille cette surface, le condensat forme un *film continue* . Ce type de condensation est le plus fréquent .

Le changement de phase s'accompagne de la libération d'une certaine quantité de chaleur qui transite vers la paroi froide à travers l'épaisseur du condensat déjà formé . Le coefficient d'échange à la surface de la paroi froide est donc d'autant plus élevé que cette épaisseur est plus réduite .

Nous étudierons la condensation en film sur une paroi verticale, qui constitue le modèle théorique fondamental .

**Modèle théorique fondamental ( Equation de Nusselt ) :**

Rappelons-en les hypothèses fondamentales :

- La vapeur est une *vapeur pure* , *au repos* , *saturée* à la température de saturation  $T_{sat}$  correspondant à la pression d'alimentation de l'enceinte .
- La température  $T_p$  de la paroi est *constante* sur toute sa surface et le phénomène est permanent ( les paramètres en chaque point sont indépendants du temps ) .
- Le film liquide s'écoule vers le bas sous l'effet de la force de *pesanteur* et son épaisseur reste suffisamment faible pour que le régime d'écoulement dans le film soit *laminaire* .
- En se condensant , la vapeur libère sa chaleur latente de vaporisation ; cette dernière se transmet à la paroi par *conduction à travers* le film .

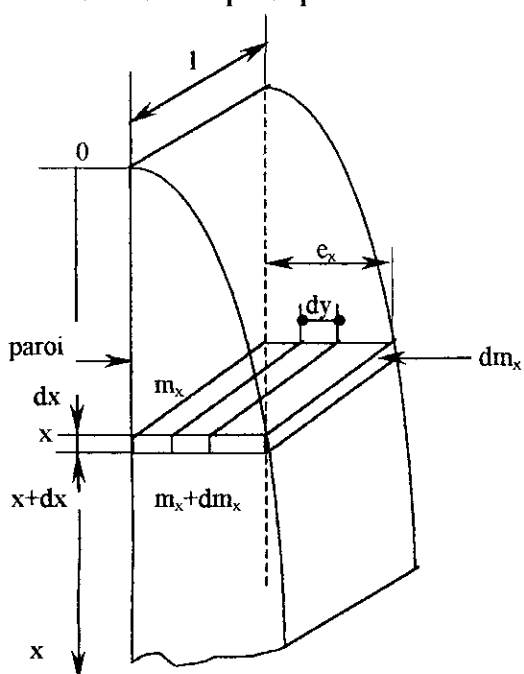


Figure (III.6) . Croissance du film

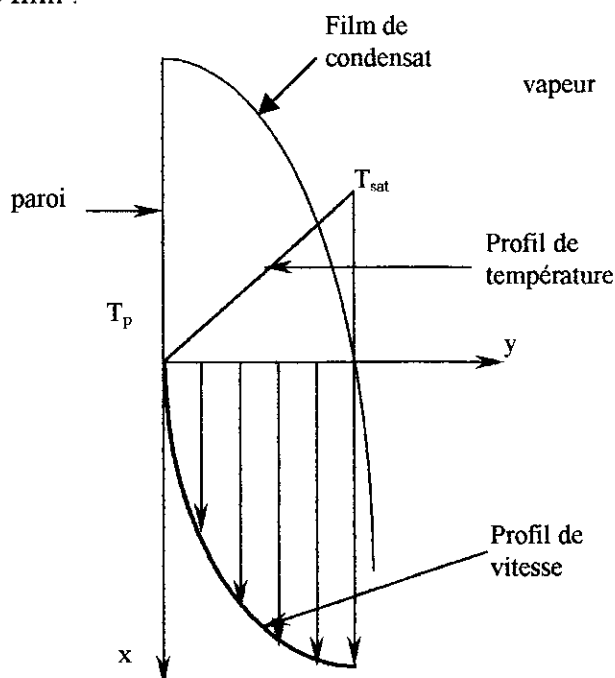


Figure (III.7) . Profils de vitesse et de température

Le volume  $l \, dx \, dy$  est en équilibre sous l'effet de la force de pesanteur (diminuée de la poussée d'Archimède due à la vapeur ) et des contraintes tangentielles de viscosité . On a donc, selon l'axe  $x$  ,

$$(\rho_l - \rho_v) \cdot g \cdot l \cdot dx \cdot dy + \left( \mu_l \cdot l \cdot dx \cdot \frac{du}{dy} \right)_{y+dy} - \left( \mu_l \cdot l \cdot dx \cdot \frac{du}{dy} \right)_y = 0 \quad (III.34)$$

$$\text{d'où : } \frac{d^2u}{dy^2} = - \frac{\rho_l - \rho_v}{\mu_l} \cdot g \quad (III.35)$$

Les indices  $l$  et  $v$  se réfèrent respectivement aux phases liquide et vapeur .



Compte tenu des conditions  $\frac{du}{dy} = 0$  pour  $y=e_x$  ( contrainte tangentielle nulle à la surface du film ) et  $u=0$  pour  $y=0$  , on trouve le profil de vitesse dans le film de condensat . On en tire le débit massique  $m_x$  par unité de largeur de paroi , à l'abscisse  $x$  ( on adoptera le symbole  $M$  pour le débit correspondant à la largeur totale de paroi ) :

$$m_x = \frac{g \cdot \rho_l \cdot (\rho_l - \rho_v)}{3 \cdot \mu_l} \cdot e_x^3 \quad (\text{III.36})$$

La masse du condensat  $dm_x$  , formée sur l'intervalle  $dx$  , entraîne donc un accroissement de  $e_x$  d'épaisseur du film , tel que :

$$\frac{dm_x}{dx} = \frac{g \cdot \rho_l \cdot (\rho_l - \rho_v)}{\mu_l} \cdot e_x^2 \cdot \frac{de_x}{dx} \quad (\text{III.36})$$

Le dégagement de chaleur correspondant à  $dm_x$  est égale à :  $dQ = L_v \cdot dm_x$  (III.37)

Avec  $L_v$  désigne la chaleur latente de vaporisation de la vapeur considérée .

Cette quantité de chaleur , en régime permanent , se transmet intégralement à la paroi , soit :

$$\frac{dQ}{dS} = \frac{\lambda_l}{e_x} \cdot (T_{sat} - T_p) = L_v \cdot \frac{dm_x}{dx} \quad (\text{III.38})$$

L'élimination de  $dm_x$  entre les relations ( ) et ( ) donne l'expression de l'épaisseur  $e_x$  :

$$e_x = \left[ \frac{4 \cdot \mu_l \cdot \lambda_l \cdot x \cdot (T_{sat} - T_p)}{g \cdot \rho_l \cdot (\rho_l - \rho_v) \cdot L_v} \right]^{1/4} \quad (\text{III.39})$$

le coefficient d'échange local est égale à :

$$h_x = \frac{\lambda_l}{e_x} = \left[ \frac{g \cdot \rho_l \cdot (\rho_l - \rho_v) \cdot L_v \cdot \lambda_l^3}{4 \cdot \mu_l \cdot x \cdot (T_{sat} - T_p)} \right]^{1/4} \quad (\text{III.40})$$

La valeur moyenne  $\bar{h}$  du coefficient d'échange pour une vapeur se condensant sur une paroi de hauteur  $H$  est égale à :

$$\bar{h} = \frac{1}{H} \int_0^H h_x \cdot dx = \frac{4}{3} \cdot (h_x)_{x=H}$$

$$\bar{h} = 0.943 \cdot \left[ \frac{\rho_l \cdot (\rho_l - \rho_v) \cdot g \cdot L_v \cdot \lambda_l^3}{\mu_l \cdot H \cdot (T_{sat} - T_p)} \right]^{1/4} \Rightarrow \bar{h} \approx 0.943 \cdot \left[ \frac{\rho_l^2 \cdot g \cdot L_v \cdot \lambda_l^3}{\mu_l \cdot H \cdot (T_{sat} - T_p)} \right]^{1/4} \quad (\text{III.41})$$

Cette relation a été obtenue par Nusselt en 1916 .

Pour plus de détail concernant la condensation on pourra consulter la référence [5], [7]et [8] .

**ETUDE DES**  
**PERFORMANCES DE**  
**L'ECHANGEUR**

## **IV. ETUDES DES PERFORMANCES DE L'ECHANGEUR EXISTANT :**

### **IV.1 Introduction:**

Le but de ce chapitre est d'étudier les performances de l'échangeur existant : *réchauffeur atmosphérique* , du point de vue thermique, à savoir, la détermination de la distribution de température du fluide réfrigérant (G-N) au cours de son passage dans l'échangeur selon l'axe des tubes ailettés et ceci depuis l'entrée jusqu'à la sortie de cet échangeur en passant par les différentes parties caractérisées par des modes de transfert de chaleur différents à l'extérieur des tubes, ainsi que la détermination de la distribution de température de la paroi interne du tube et la distribution de l'épaisseur de glace s'il y a lieu .

Les parties qui subdivisent notre étude de cet échangeur sont :

1. La partie où il y a formation de glace à l'extérieur des tubes ;
2. La partie où il y a condensation de la vapeur d'eau contenue dans l'air ambiant ;
3. La partie où il y a convection naturelle à l'extérieur des tubes .

Notre échangeur comme on le sait, peut fonctionner en tant que regazeiffeur puis réchauffeur comme il a été mentionné auparavant . Dans ce cas le mode de transfert de chaleur par ébullition en convection forcée a lieu . Etant donné la complexité de ce phénomène du point de vue physique et que les corrélations disponibles sont pour la plupart spécifiques à des cas très particuliers (Cf. § III.3.3 ) alors, on va pas étendre notre étude à ce cas de fonctionnement, puisque notre échangeur est destiné principalement à réchauffer le G-N déjà vaporisé depuis son enceinte de stockage par des résistances électriques placées en bas de ces enceintes . Ces enceintes peuvent stocker le (G-N-L) jusqu'à des pressions de stockage de l'ordre de 12 bar .

Le gaz naturel rentre ainsi, à une température légèrement supérieure à la température de saturation correspondant à la pression de stockage (Cf. Tableau (III.1)) . Dans notre cas on se placera dans le cas le plus défavorable qui correspond à une température d'entrée de l'ordre de 113 K = -160 °c .

Il y a lieu de noter qu'on va étudier en régime permanent notre échangeur pour les différentes parties citées . L'étude de cette échangeur en régime transitoire est difficile à cause de la difficulté d'étudier les parties où il y a condensation ou convection naturelle à l'extérieur des tubes . Cependant , à cause de l'importance de la partie où il y a formation de glace du

point de vue thermique (car , il y a mise en jeu des chaleurs latentes de changement de phase (condensation + solidification )), on étudiera cette partie en régime transitoire pour le cas des tubes sans ailettes .

## **IV.2 Etude de la partie où il y a formation de glace à l'extérieur des tubes :**

Cette partie se caractérise par le changement de phase de la vapeur d'eau contenue dans l'air en glace par le processus de la condensation puis solidification (pas de sublimation aux conditions standards indiquées  $T=20^{\circ}\text{c}$  et  $\Phi=70\%$  ) . Ce changement de phase est causé par la très basse température de la paroi externe des tubes résultant du passage du fluide (G-N) dans les tubes à de très basses températures ( $T_{\text{entrée}}=113\text{ K}$  ) .

Cette partie sera étudiée en régime transitoire (pour le cas des tubes sans ailettes ) et en régime permanent (pour le cas des tubes sans et avec les ailettes, c-à-d le cas réel ) .

### **IV.2.1 Etude du régime transitoire :**

Dans cette partie , nous allons déterminer dans le temps, la distribution de la température du fluide (G-N), la distribution de la température interne du tube le long de celui-ci, ainsi que la distribution de l'épaisseur de glace pour le cas du tube sans ailettes . Le cas réel, c-à-d le cas du tube avec ailettes est difficile à étudier en régime transitoire à cause de la difficulté de manipuler quelques paramètres dans ce cas de configuration . Néanmoins, le comportement reste le même puisque ce n'est que la surface d'échange externe qui change et par suite il y a uniquement modification des longueurs des tubes qui seront réduits dans le cas des tubes avec ailettes (réduction d'encombrement ) [4] .

La glace qui se forme, se propage au cours du temps sur le tube à mesure que celui-ci se refroidit de plus en plus avec le temps et en s'épaississant comme indiqué sur la figure (IV.1) .

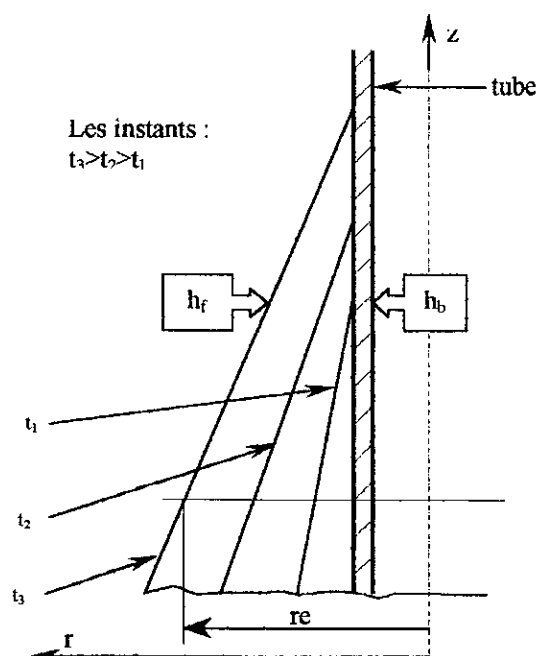


Fig (IV.1). Propagation de la couche de glace avec le temps

### **IV.2.1.1 Formulation du problème :**

Au cours du temps, le fluide réfrigérant qui circule le long du tube fait refroidir les parois du tube jusqu'à ce que la température externe du tube soit inférieure à 0°C (273°K) . A ce moment il y a condensation puis solidification de l'eau condensée sous forme de glace.

Pour déterminer l'épaisseur de glace formé, la distribution de température du fluide à l'intérieur du tube et la température interne et externe du tube avec le temps et avec la position axiale, nous sommes ramenés à résoudre l'équation de l'énergie appliquée au fluide et de définir les conditions initiales et aux frontières pour la couche de glace par des bilans d'énergie

Pour ce faire, nous allons procéder numériquement en discrétisant l'équation d'énergie appliquée au fluide et les équations qui résultent de l'application des bilans d'énergie aux différentes interfaces (tube-glace) et (glace-air) en adoptant certaines hypothèses simplificatrices :

- La conduction axiale peut être négligée (pour les systèmes de stockage de l'énergie thermique, car la fraction de la longueur du tube rapportée à son épaisseur est de l'ordre de 1000 à 3000 .

Dans notre cas  $L=2500$  mm et  $r_2-r_1=1$  mm

→  $\frac{L}{(r_2 - r_1)} = 2500$  Donc les gradients de température dans la direction radiale sont très

importants que ceux dans la direction axiale; les effets de la conduction axiale peuvent être négligés ), et l'hypothèse concernant le transfert de chaleur dans la direction radiale peut être valide .

- La solidification s'effectue d'une manière instantanée avec la condensation (Ceci est d'autant plus vrai que le temps de fonctionnement est court car les gradients de température sont très grands durant les premiers instants de fonctionnement ) .

D'autres hypothèses seront employées et ils seront mentionnées à chaque fois que c'est nécessaire .

➤ Application de l'équation d'énergie au fluide :

En tenant compte de l'axisymétrie du tube et en négligeant les termes de dissipations visqueuses, ainsi que les termes dûs aux forces de pression, l'équation d'énergie (III.15), s'écrit comme suit [2]:

$$\lambda_b \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot \frac{\partial T_f}{\partial r} \right) = (\rho \cdot C_p)_b \cdot \left( u_z \cdot \frac{\partial T_f}{\partial z} + \frac{\partial T_f}{\partial t} \right) \quad (IV.1)$$

$T_f = T_f(r,z,t)$  : température du fluide .

$u_z$  : vitesse axiale du fluide .

$\lambda_b$  : conductivité du fluide à la température en bloc

En intégrant cette équation sur la section droite du tube et en tenant compte des conditions d'axisymétrie à  $r=0$ , alors :

$$(IV.1) \quad \rightarrow \quad \pi \cdot r_i^2 \cdot (\rho \cdot C_p)_b \cdot \frac{\partial T_m}{\partial t} + (m \cdot C_p)_b \cdot \frac{\partial T_b}{\partial z} = \lambda_b \cdot \left( \frac{\partial T_f}{\partial r} \right)_{r=r_i} \quad (IV.2)$$

où :

$$T_b = \frac{\int_0^{r_i} (\rho \cdot C_p)_b \cdot u_z \cdot T_f \cdot dA}{\int_0^{r_i} (\rho \cdot C_p)_b \cdot u_z \cdot dA} = \frac{\int_0^{r_i} u_z \cdot T_f \cdot dA}{U \cdot A} \quad (IV.3) \quad (\text{température en bloc})$$

$$T_m = \frac{\int_0^{r_i} (\rho \cdot C_p)_b \cdot T_f \cdot dA}{\int_0^{r_i} (\rho \cdot C_p)_b \cdot dA} = \frac{\int_0^{r_i} T_f \cdot dA}{A} \quad (IV.4) \quad (\text{température moyenne})$$

$T_b$  : est définie en terme d'énergie thermique transportée par le mouvement en bloc du fluide à travers la section considérée .

$T_m$  : est une température moyenne sur la section considérée et est définie en terme de la chaleur stockée dans le fluide (ne pas confondre  $T_m$  avec la température moyenne utilisée dans la littérature en générale, qui est ici  $T_b$ ).

$U$  : Vitesse moyenne à travers la section considérée .

En approchant par défaut  $T_m$  à  $T_b$  et en utilisant la condition au limite de convection sur la paroi interne du tube alors [2] :

$$(IV.2) \quad \rightarrow \quad \pi \cdot r_1^2 \cdot (\rho \cdot C_p)_b \cdot \frac{\partial T_b}{\partial t} + \left( m \cdot C_p \right)_b \cdot \frac{\partial T_b}{\partial z} = 2\pi \cdot r_1 \cdot h_b \cdot [T_1 - T_b] \quad (IV.5)$$

$h_b$  : coefficient d'échange convectif interne qui est fonction de la température du fluide  $T_b$ ,  
(déterminé empiriquement à partir de la relation (III.21) ).

$T_1$  : température interne du tube .

➤ Application du bilan d'énergie à l'interface tube-fluide réfrigérant :

A chaque instant , la quantité de chaleur cédée par le tube est égale à celle absorbée par le fluide réfrigérant , aussi on peut écrire (Cf.Fig (IV.2) ) :

$$h_b \cdot A_i \cdot (T_1 - T_b) = \frac{2\pi \cdot \lambda_{al} \cdot l \cdot (T_2 - T_1)}{\text{Ln}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (IV.6)$$

$$\rightarrow T_2 = T_1 + \frac{h_b \cdot r_1 \cdot \text{Ln}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{\lambda_{al}} \cdot (T_1 - T_b) \quad (IV.7)$$

$$\rightarrow dT_2 = \left( 1 + \frac{h_b \cdot r_1 \cdot \text{Ln}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{\lambda_{al}} \right) \cdot dT_1 \quad (IV.8)$$

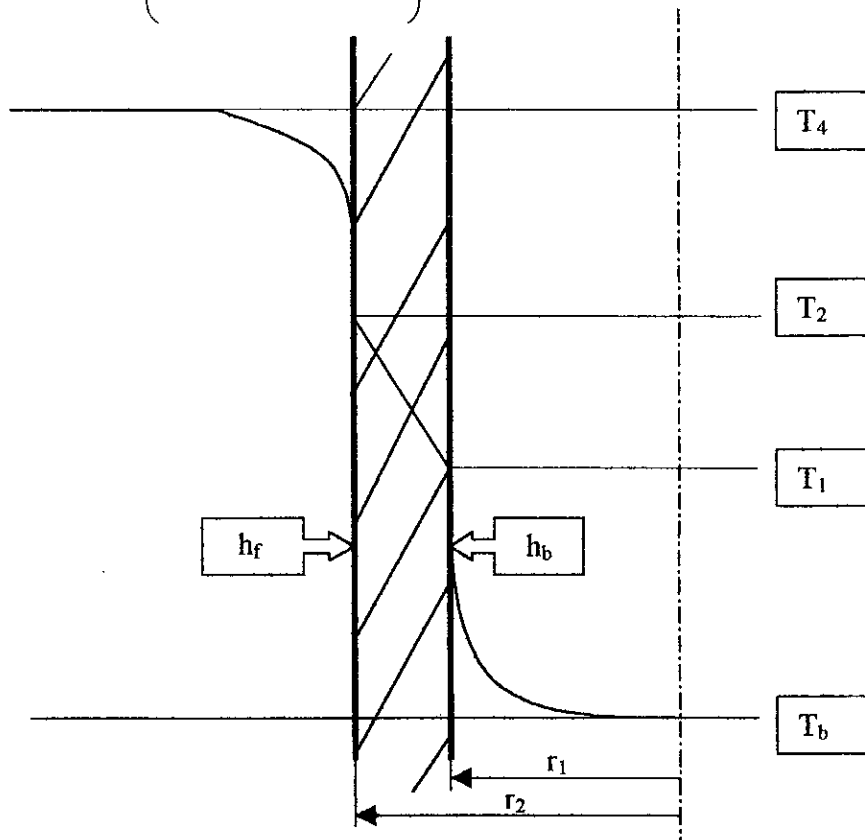


Fig (IV.2). Définition des différentes températures pour l'utilisation du bilan d'énergie à l'interface tube-fluide

Il subsiste de plus, la continuité du flux de chaleur précédent . Ainsi, selon la figure(IV.3), la quantité de chaleur cédée par le tube au fluide réfrigérant doit être égale à la quantité de chaleur cédée par l'air au tube avant formation de la glace et celle correspondant à la variation de la quantité de chaleur contenue dans le tube . Ainsi :

$$\frac{2\pi \cdot \lambda_{al} \cdot l \cdot (T_2 - T_1)}{\text{Ln}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} = h_f \cdot A_2 \cdot (T_4 - T_2) + (\rho \cdot C_p)_{al} \cdot \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot l \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{T_2 - T_1}{2} \right) \quad (\text{IV.9})$$

où  $l$  : représente une longueur caractéristique sur le tube et  $A_2$  la surface extérieur du tube .

$h_f$  : représente le coefficient d'échange de chaleur par convection naturelle à l'extérieur des tubes (déterminé à partir de la relation (III.30) en bénéficiant de la remarque (III.32)

$$(\text{IV.9}) \rightarrow \frac{\lambda_{al} \cdot (T_2 - T_1)}{\text{Ln}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} = h_f \cdot r_2 \cdot (T_4 - T_2) + (\rho \cdot C_p)_{al} \cdot \left( \frac{r_2^2 - r_1^2}{4} \right) \cdot \frac{d}{dt} (T_2 - T_1) \quad (\text{IV.10})$$

En remplaçant  $dT_2$  par  $dT_1$  selon (IV.8) dans l'équation (IV.10), on trouve :

$$dT_1 = \frac{4\lambda_{al} \cdot h_f \cdot r_2 \cdot dt}{(\rho \cdot C_p)_{al} \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot h_b \cdot r_1 \cdot \text{Ln}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \cdot \left[ T_1 - T_4 - (T_b - T_1) \cdot \left( \frac{h_b \cdot r_1 \cdot \text{Ln}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{\lambda_{al}} + \frac{h_b \cdot r_1}{h_f \cdot r_2} \right) \right] \quad (\text{IV.11})$$

On peut alors déterminer la variation de la température  $T_1$  avec le temps et par suite  $T_2$  à partir de (IV.7) connaissant  $T_b(t)$  .

Cette procédure sera utilisée tant que  $T_2 > 273$  K, ensuite une autre procédure sera utilisée puisqu'il y a création d'une couche de glace et cette dernière sera déterminée par l'établissement d'un bilan d'énergie à l'interface glace-tube.

#### ➤ Application du bilan d'énergie à l'interface glace -tube :

Dès que  $T_2 < 0$  , la glace commence à se former . En se référant à la fig (IV.4) et sachant qu'à chaque instant : La quantité de chaleur cédée par la glace à la paroi refroidissante (tube), est égale à celle absorbée par le fluide réfrigérant (par continuité) , alors :

$$h_b \cdot A_1 \cdot (T_1 - T_b) = \frac{2\pi \cdot \lambda \cdot \Delta z}{\text{Ln}\left(\frac{r_e}{r_2}\right)} \cdot (T_3 - T_1) \quad (\text{IV.12})$$

(on peut approcher  $T_1$  à  $T_2$  dans ce cas, car le tube est de bonne conductivité thermique par rapport à la glace et de plus, il est très mince) .



$$(IV.12) \rightarrow h_b \cdot 2\pi \cdot r_2 \cdot \Delta z \cdot (T_1 - T_b) = \frac{2\pi \cdot \Delta z \cdot \lambda_g}{\text{Ln}\left(\frac{re}{r_2}\right)} \cdot (T_3 - T_1) \text{ où } re : \text{représente le rayon externe de la glace qui se forme}$$

$$\rightarrow re = r_2 \cdot e^{\frac{\lambda_g}{h_b \cdot r_2} \left( \frac{T_3 - T_1}{T_1 - T_b} \right)} \quad (IV.13)$$

Il subsiste de plus la continuité du flux de chaleur indiquée ci-dessus :

La quantité de chaleur cédée par la glace à la paroi refroidissante doit être égale à la somme des quantités de chaleur suivantes [1] :

Celle cédée par l'air à la glace (convection naturelle); celle correspondant à la différence d'enthalpie de la vapeur d'eau se trouvant dans l'air et celle saturée se trouvant au contact du condensât à la température de rosée; celle de condensation; celle correspondant à la différence d'enthalpie entre l'eau saturée se trouvant à la température de rosée et l'eau se trouvant à la température de solidification; celle de solidification; celle correspondant à la variation de la quantité de chaleur contenue dans la glace .

On ne gardera que les flux de chaleur correspondants à : la convection naturelle, la condensation, la solidification et celle correspondant à la variation de la quantité de chaleur contenue dans la glace . Les autres termes seront négligés vu leurs faibles grandeurs (la convection naturelle est gardée même si elle est faible en grandeur, car elle jouera un rôle important lors du régime permanent (voir § IV.2.3.2) ) .

Si on désigne par  $dre$  l'accroissement élémentaire de la couche de glace pendant l'intervalle de temps  $dt$ , alors d'après ce qui a été dit (Cf. Fig(IV.3) ), il vient :

$$2\pi \cdot \Delta z \left\{ \frac{\lambda_g \cdot (T_3 - T_1)}{\text{Ln}\left(\frac{re}{r_2}\right)} = h_f \cdot (T_4 - T_3) \cdot re + \rho_g (i_s + i_c) \cdot re \cdot dre + \rho_g \cdot C_{p_g} \cdot \frac{d}{dt} \left[ (re^2 - r_2^2) \cdot \frac{(T_3 - T_1)}{2} \right] \right\} \quad (IV.14)$$

où :

$i_s$  et  $i_c$  : représentent les chaleurs latentes de solidification et de condensation , respectivement,

$\Delta z$  : représente une longueur élémentaire suivant l'axe du tube ;

$C_{p_g}$  : représente chaleur spécifique de la glace

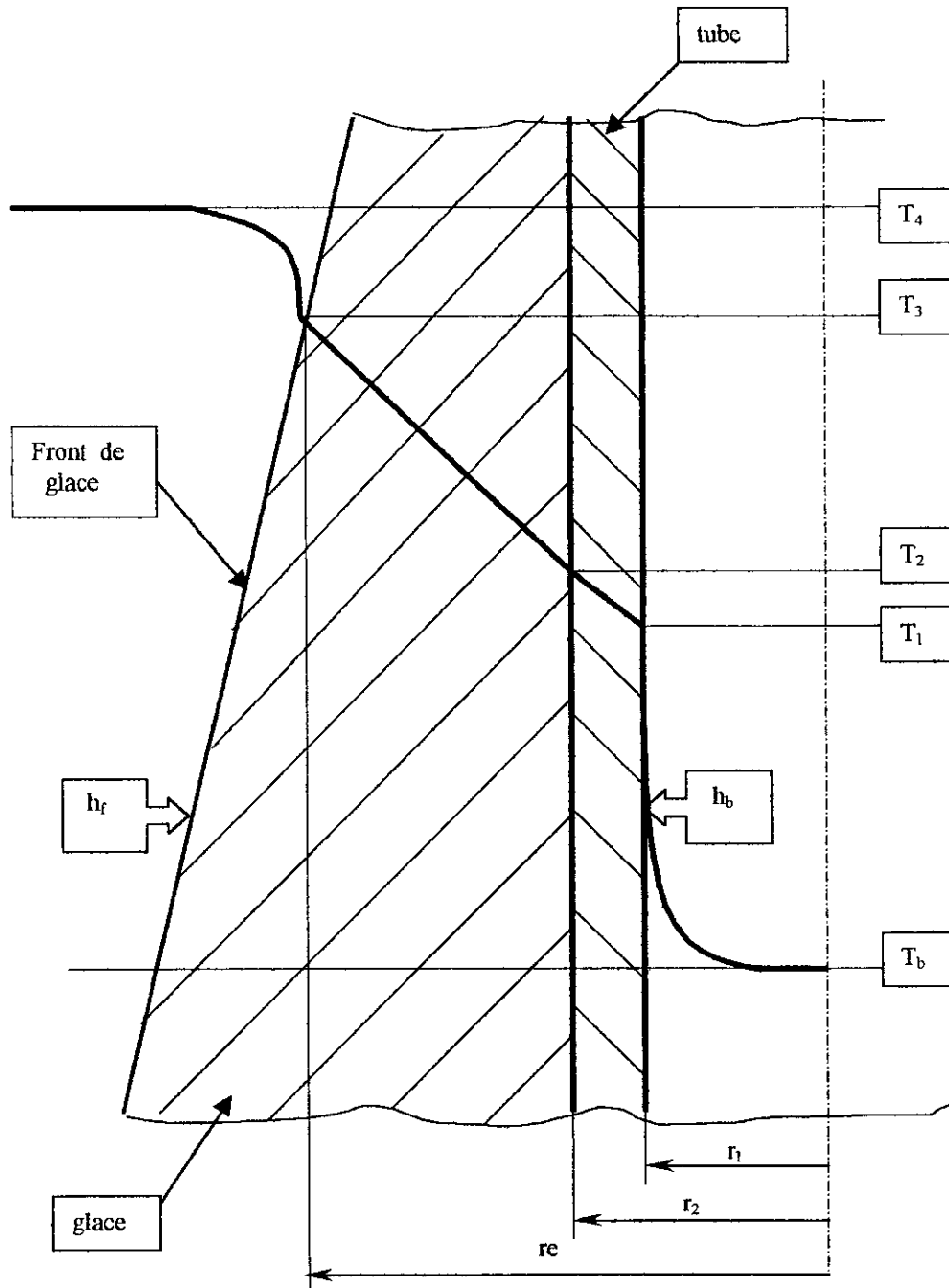
$\left. \begin{array}{l} \lambda_g \\ \rho_g \end{array} \right\}$  : représentent la conductivité thermique et la masse volumique de la glace .

$T_3$  : représente la température du front de glace , donc  $T_3 = 0^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$  .

D'après (IV.13) on sait que :

$$\frac{dre}{dT_1} = r_2 \cdot \left( \frac{\lambda_g}{h_b \cdot r_2} \right) \frac{(T_b - T_3)}{(T_1 - T_b)^2} \cdot e^{\frac{\lambda_g}{h_b \cdot r_2} \frac{(T_3 - T_1)}{(T_1 - T_b)}}$$

$$\rightarrow dT_1 = \left[ \frac{h_b \cdot (T_1 - T_b)^2}{\lambda_g \cdot (T_b - T_3)} \right] \cdot e^{-\frac{\lambda_g}{h_b \cdot r_2} \frac{(T_3 - T_1)}{(T_1 - T_b)}} \cdot dre \quad (IV.15)$$



Fig(IV.3) . Distribution de température dans la glace et le tube .

En supposant que  $T_b$  reste constante lorsque la couche de glace s'épaissit de « dre » au cours du laps de temps « dt », à cause de l'inertie thermique, alors l'équation (IV.14) devient :

$$\left[ \frac{\lambda \cdot (T_3 - T_1)}{\text{Ln}\left(\frac{re}{r_2}\right)} - h_f \cdot re \cdot (T_4 - T_3) \right] \cdot dt = [\rho \cdot (i_s + i_c) \cdot re] \cdot dre + \rho \cdot C_p \cdot \left[ \frac{h_b}{4\lambda_g} (re^2 - r_2^2) \cdot \frac{(T_1 - T_b)^2}{(T_3 - T_b)} \cdot e^{\frac{-\lambda_g \cdot (T_3 - T_1)}{h_b r_2 (T_1 - T_b)}} de + \frac{(T_3 - T_1)}{2} \cdot re \cdot dre \right] \quad (\text{IV.16})$$

et d'après (IV.13), on a toujours :

$$\text{Ln}\left(\frac{re}{r_2}\right) = \frac{\lambda_g}{h_b \cdot r_2} \cdot \frac{T_3 - T_1}{T_1 - T_b} \quad \rightarrow \quad T_1 = \frac{\lambda_g \cdot T_3 + (h_b \cdot r_2) \cdot \text{Ln}\left(\frac{re}{r}\right) \cdot T_b}{\lambda_g + (h_b \cdot r_2) \cdot \text{Ln}\left(\frac{re}{r}\right)} \quad (\text{IV.17})$$

### IV.2.1.2 Discrétisation des équations précédentes :

#### • / Discrétisation selon l'axe et le temps de l'équation de l'énergie appliquée au fluid

En se reportant à la figure (IV.4) , on peut subdiviser le tube en segments axiaux uniformes de longueurs  $\Delta z$  et en utilisant un schéma implicite pour le temps et pour les variables axiales comme indiqué sur la figure (IV.5) , alors on peut discrétiser l'équation de l'énergie (IV.5) comme suit [2]:

$$\pi \cdot r_1^2 \cdot (\rho \cdot C_p)_b \frac{(T_{bi}^n - T_{bi}^{n-1})}{\Delta t} + \left( m \cdot C_p \right)_b \frac{(T_{bi+1}^n - T_{bi}^n)}{\Delta z} = 2\pi r_1 \cdot h_{bi}^n \cdot (T_{li}^n - T_{bi}^n) \quad (\text{IV.18})$$

où :

- L'exposant (superscript) : indique le temps (nombre d'incrément de temps  $\Delta t$ ) .
- L'indice (subscript) : indique la position axiale (nombre d'incrément de position  $\Delta z$ ) .
- $h_{bi}^n$  : indique le coefficient d'échange en convection forcée qui est fonction de la température en bloc du fluide  $T_b$  , à la position  $i \Delta z$  et à l'instant  $n \Delta t$  .

En simplifiant  $h_{bi}^n$  par  $h_{bi}^{n-1}$  pour éviter des itérations supplémentaires de détermination de  $h_{bi}^n$  (ceci est d'autant plus vrai que l'incrément de temps est petit) , alors :

$$T_{bi}^n = \frac{(2\pi \cdot r_1 \cdot h_{bi}^{n-1}) \cdot T_{li}^n + \left( \frac{\pi \cdot r_1^2 \rho_g \cdot C_{pg}}{\Delta t} \right) \cdot T_{bi}^{n-1} + \left( \frac{m C_{pg}}{\Delta z} \right) \cdot T_{b(i-1)}^n}{\left( \frac{\pi \cdot r_1^2 \rho_g \cdot C_{pg}}{\Delta t} + \frac{m C_{pg}}{\Delta z} + 2\pi r_1 \cdot h_{bi}^{n-1} \right)} \quad (\text{IV.19})$$

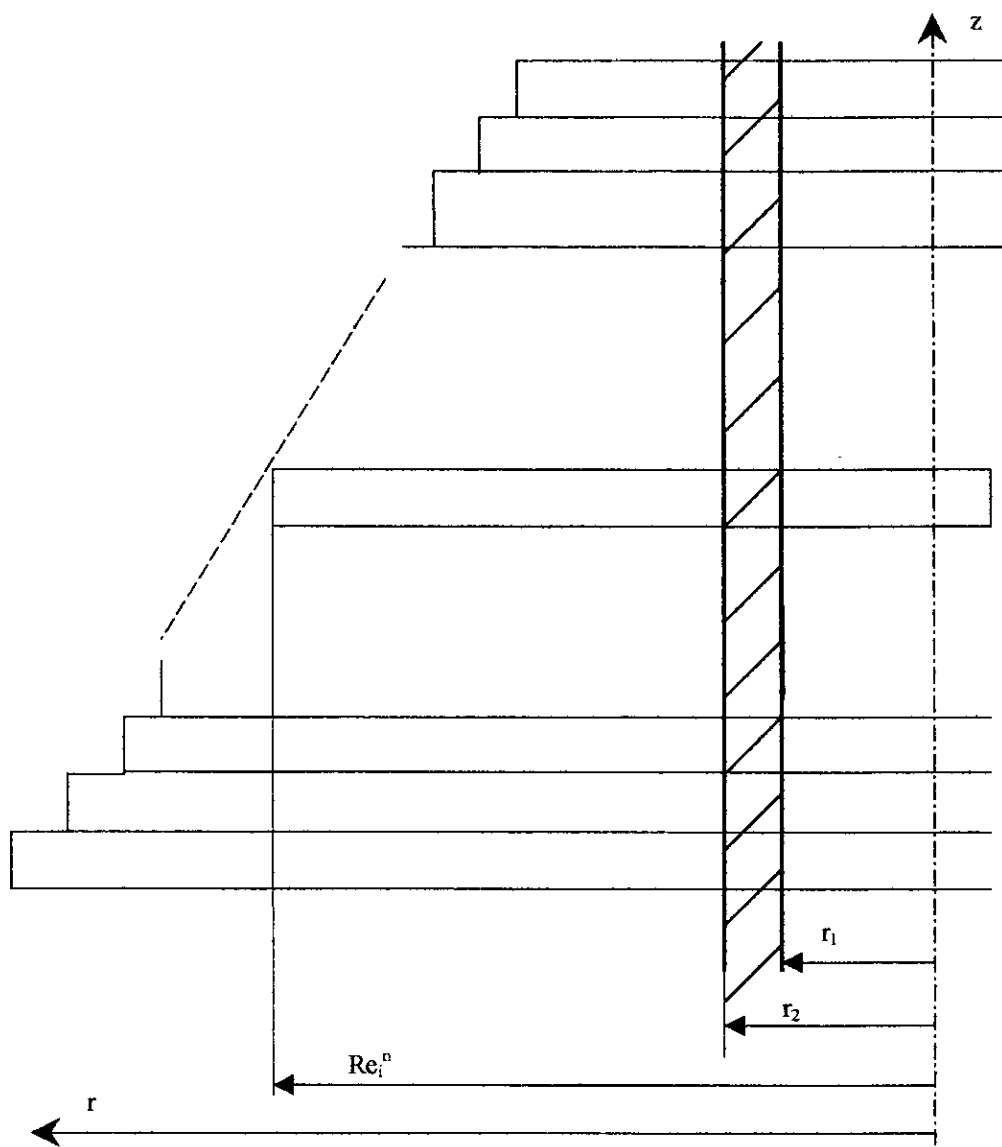


Fig (IV.4). Détails de la discrétisation axiale avec le temps

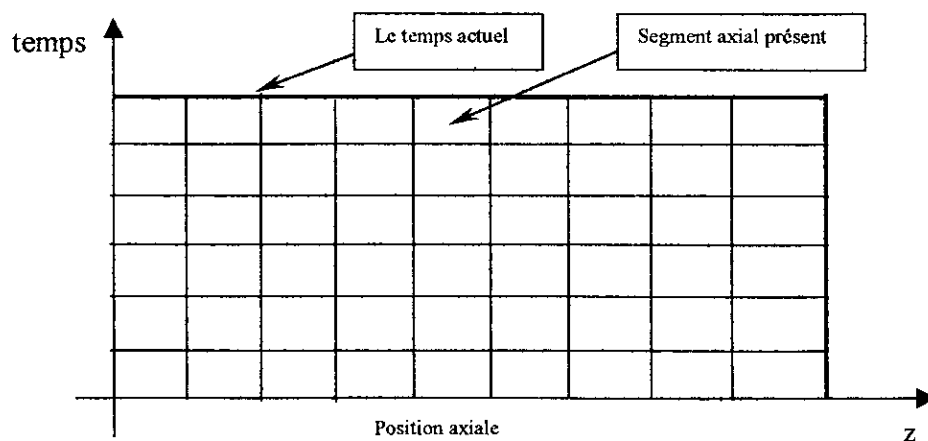


Fig (IV.5). Discrétisation dans la direction axiale et dans le temps en utilisant un schéma implicite

• / Discretisation des équations décrivant les bilans d'énergie aux différentes interfaces :

\* / Cas où  $T_2 > 273 \text{ °K}$  :

Soit  $\Delta T_{li}^n$  la variation de température de la paroi interne du tube au cours du temps  $\Delta t$  de l'instant  $t - \Delta t$  à  $t$ . Alors selon l'équation (IV.11) on pourra calculer  $\Delta T_{li}^n$  comme suit

$$\Delta T_{li}^n = \frac{4 \cdot \lambda_{al} \cdot h_f \cdot r_2 \cdot \Delta t}{(\rho C_p)_{al} \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot h_{bi}^{n-1} \cdot r_1 \cdot \text{Ln}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \cdot \left[ T_{li}^{n-1} - T_4 + (T_{li}^{n-1} - T_{bi}^{n-1}) \cdot \left( \frac{h_{bi}^{n-1} \cdot r_1 \cdot \text{Ln}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{\lambda_{al}} + \frac{h_{bi}^{n-1} \cdot r_1}{h_f \cdot r_2} \right) \right] \quad (\text{IV.20})$$

$$\text{Ainsi : } T_{li}^n = T_{li}^{n-1} + \Delta T_{li}^n \quad \text{car } \Delta T_{li}^n < 0 \quad (\text{IV.21})$$

$$\text{Et : } T_{2i}^n = T_{li}^n + \frac{h_{bi}^{n-1} \cdot r_1 \cdot \text{Ln}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{\lambda_{al}} \cdot (T_{li}^n - T_i^n) \quad (\text{selon l'équation (IV.7)}) \quad (\text{IV.22})$$

\* / Cas où  $T_2 < 273 \text{ °K}$  :

Dans ce cas il y a formation de la glace à l'extérieur du tube, la relation (IV.13) est valide et permet donc de calculer sous forme discrétisée, l'épaisseur initiale comme suit :

$$re_i^{n-1} = r_2 \cdot e^{\frac{\lambda_g}{h_{bi}^{n-1} \cdot r_2} \cdot \frac{(T_3 - T_{li}^{n-1})}{(T_{li}^{n-1} - T_i^{n-1})}} \quad (\text{IV.23})$$

L'augmentation du rayon se calcule à partir de la relation (IV.16) comme suit

$$\Delta re_i^n = \frac{\left[ \lambda \frac{(T_3 - T_{li}^{n-1})}{\text{Ln}\left(\frac{re_i^{n-1}}{r_2}\right)} - h_f \cdot Re_i^{n-1} \cdot (T_4 - T_3) \right] \cdot \Delta t}{\rho_{gla} \left[ \left( i_s + i_c \right) + C_p \left( \frac{T_3 - T_{li}^{n-1}}{2} \right) \right] \cdot Re_i^{n-1} + C_p \frac{h_{bi}^{n-1}}{4\lambda} \left( \left( Re_i^{n-1} \right)^2 - r_2^2 \right) \frac{T_{li}^{n-1} - T_i^{n-1}}{T_3 - T_i^{n-1}} e^{\frac{-\lambda}{h_{bi}^{n-1} \cdot r_2} \cdot \frac{T_3 - T_{li}^{n-1}}{T_{li}^{n-1} - T_i^{n-1}}} } \quad (\text{IV.24})$$

Le nouveau épaisseur de la couche de glace à l'instant  $t$ , sera :

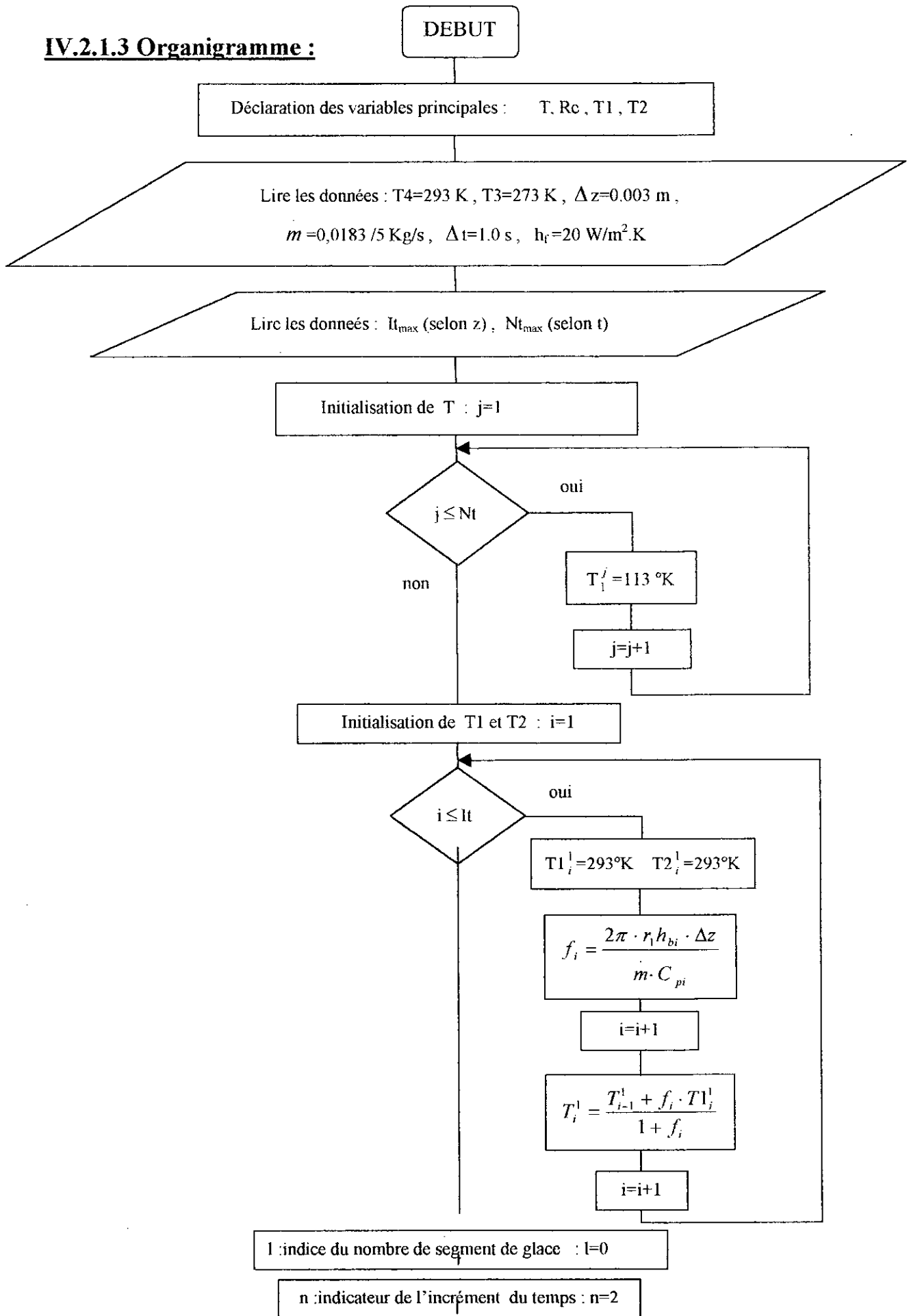
$$Re_i^n = re_i^{n-1} + \Delta re_i^n \quad (\text{IV.25})$$

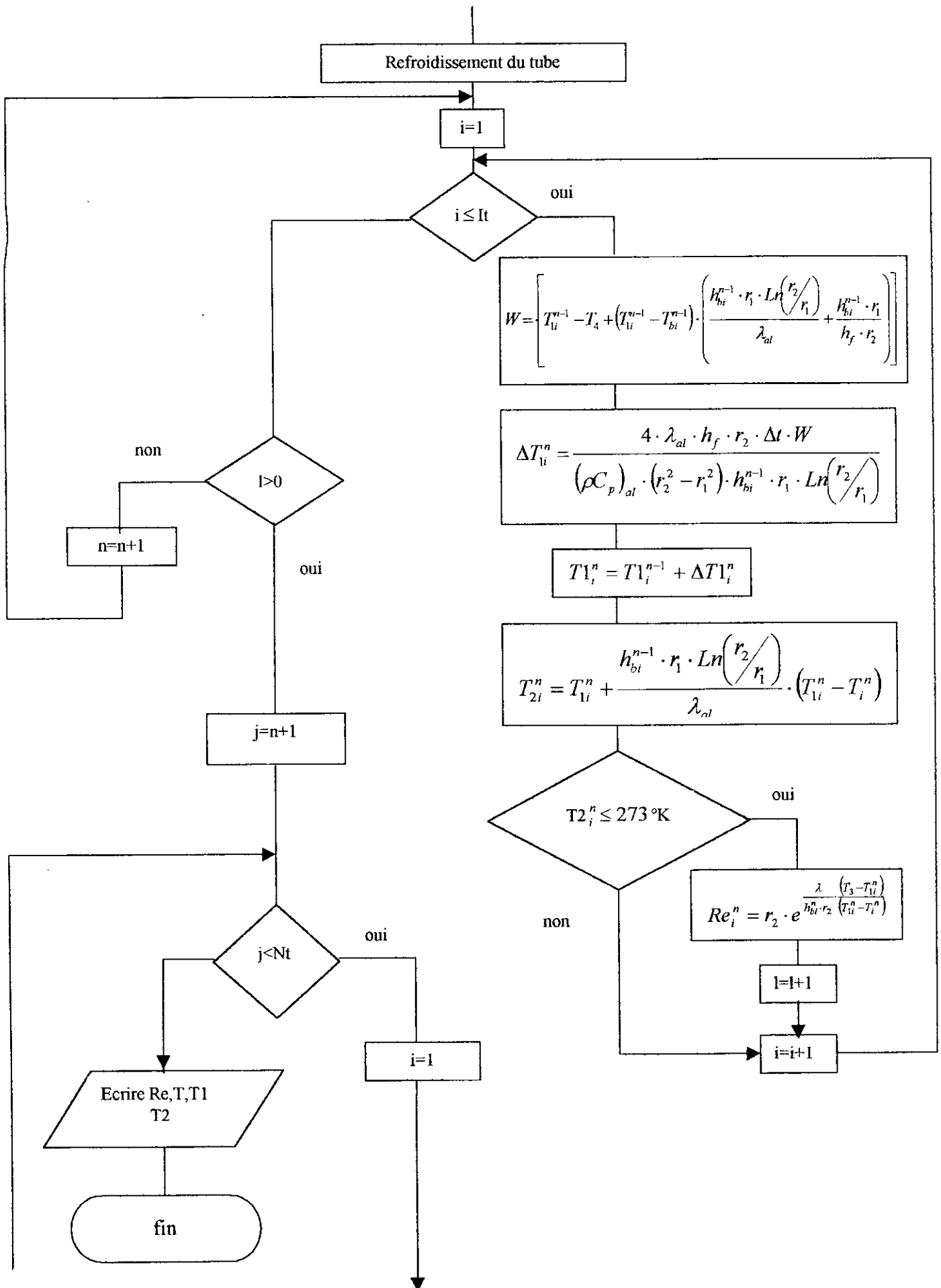
La température de la paroi interne sous forme discrétisée, sera calculée à partir de la relation (IV.17) comme suit :

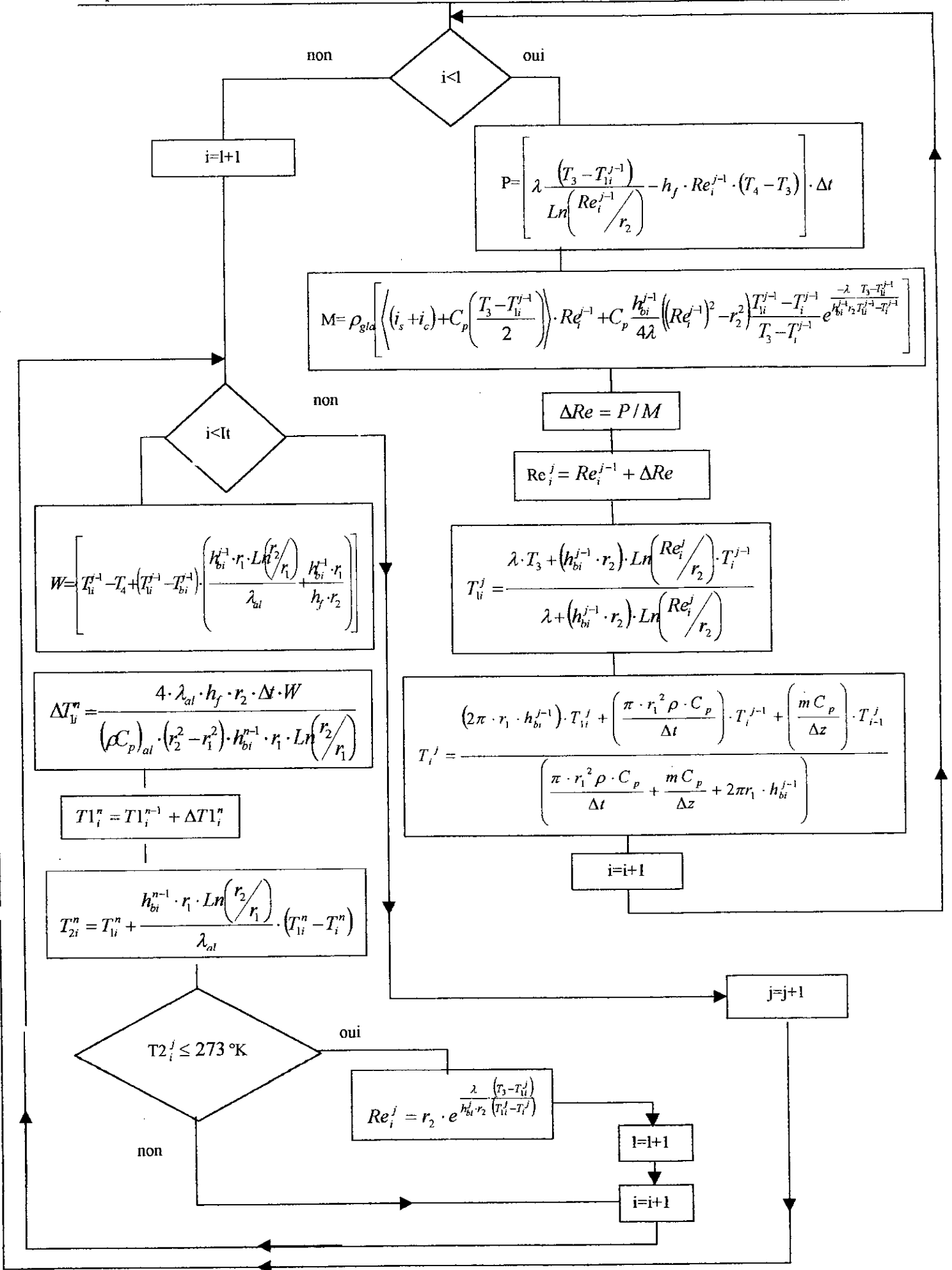
$$T_{li}^n = \frac{\lambda \cdot T_3 + (h_{bi}^{n-1} \cdot r_2) \cdot \text{Ln}\left(\frac{re_i^n}{r_2}\right) \cdot T_{bi}^{n-1}}{\lambda + (h_{bi}^{n-1} \cdot r_2) \cdot \text{Ln}\left(\frac{re_i^n}{r_2}\right)} \quad (\text{IV.26})$$

La température du fluide sera utilisée dans cette section et sera calculée à partir de la relation (IV.19).

**IV.2.1.3 Organigramme :**









#### **IV.2.1.4 Programme de la procédure :**

Le programme de la la procédure est illustré en annexe A .

#### **IV.2.1.5 Les résultats obtenus :**

La figure (IV.6) montre l'évolution dans le temps de la distribution de température du fluide (G-N) selon l'axe du tube sans ailettes . La figure (IV.7) montre quand à elle la l'évolution dans le temps de la distribution de la température interne du tube selon l'axe du tube sans ailettes . La figure (IV.8), par contre, montre l'évolution dans le temps du rayon de la glace qui se forme selon l'axe de ce tube . Enfin, la figure (IV.9), montre l'évolution dans le temps du rayon de glace pour différentes abscisses sur l'axe z (axe du tube sans ailettes) .

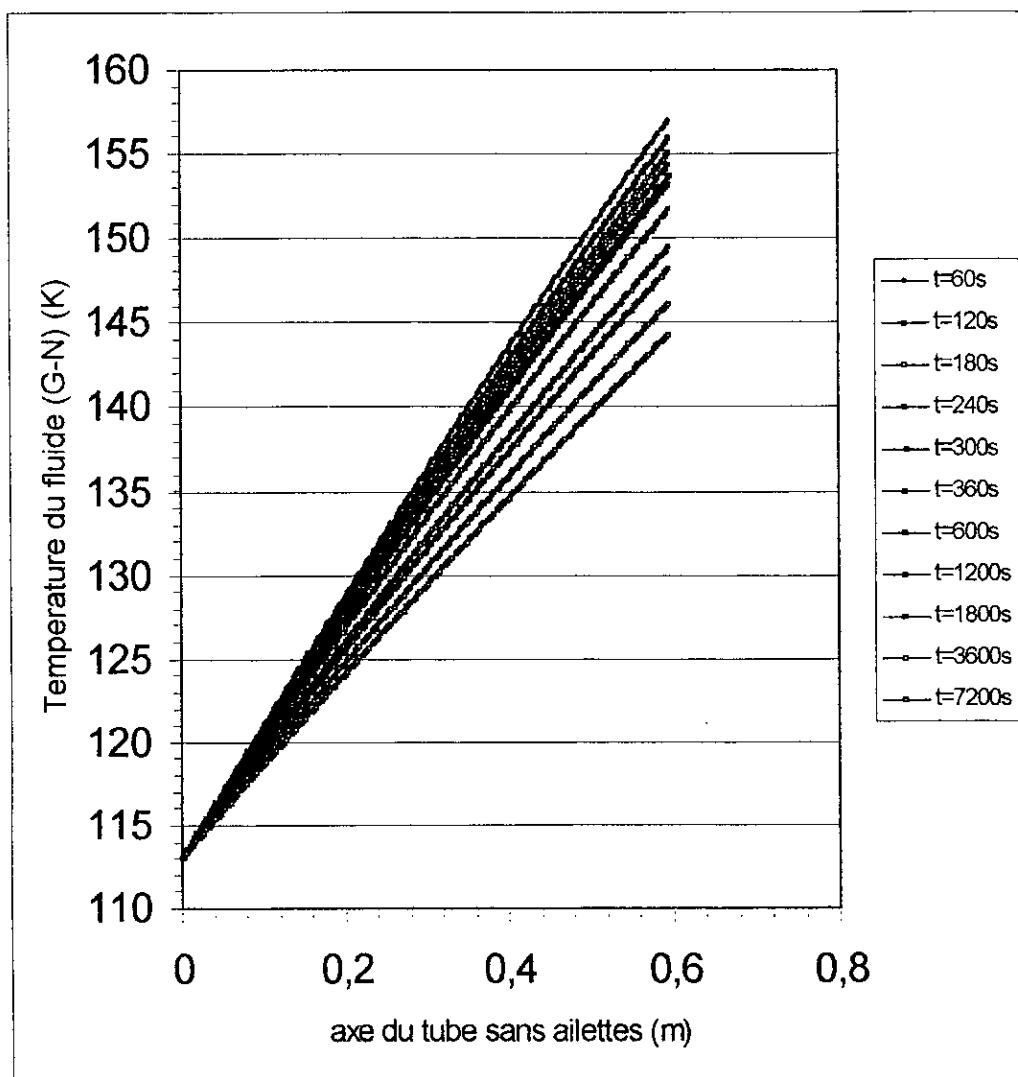


Fig (IV.6) . Evolution dans le temps de la distribution de température du fluide (G-N) selon l'axe du tube sans ailettes .

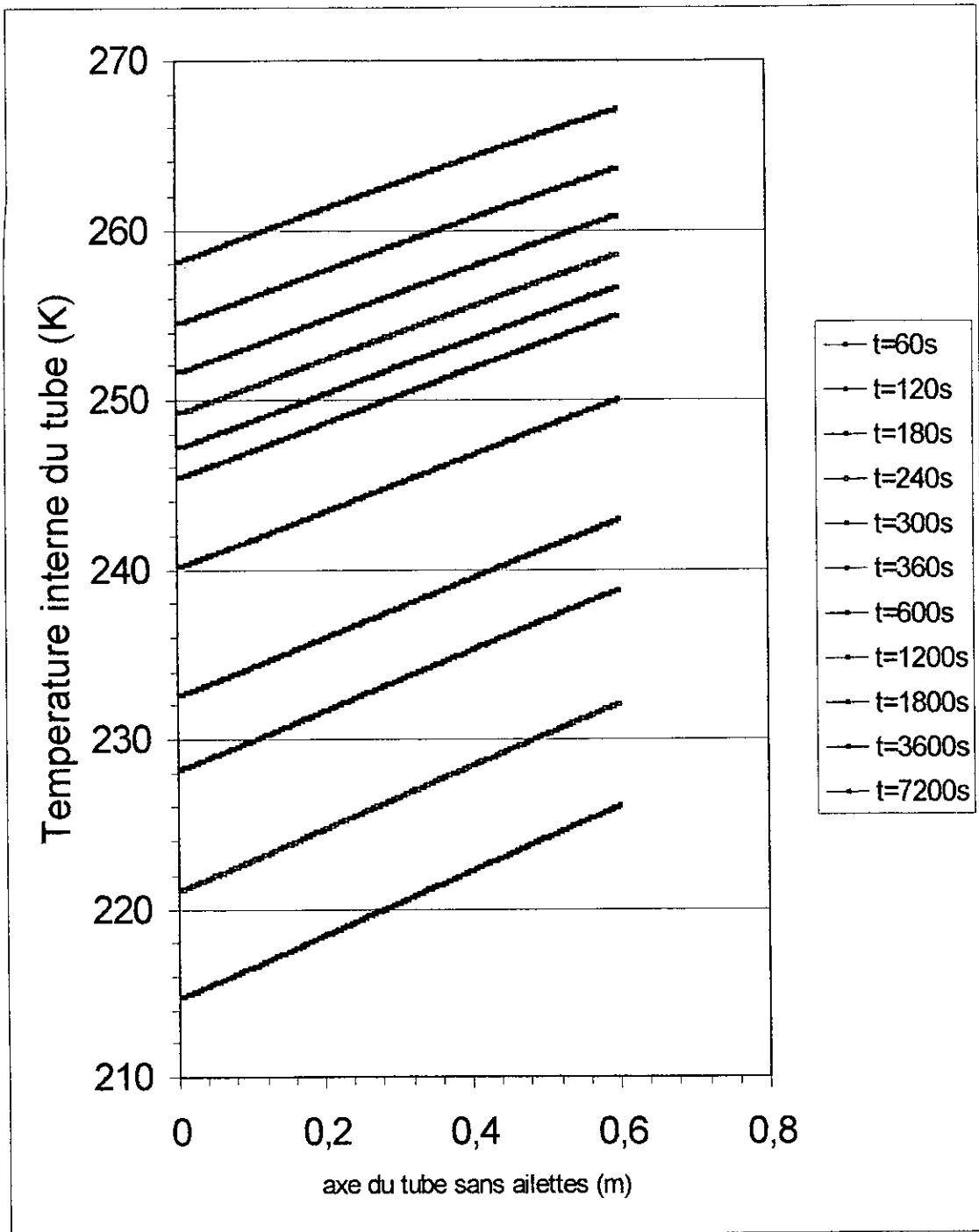


Fig (IV.7) . L'évolution dans le temps de la distribution de la température interne du tube sans ailettes selon l'axe de celui-ci .

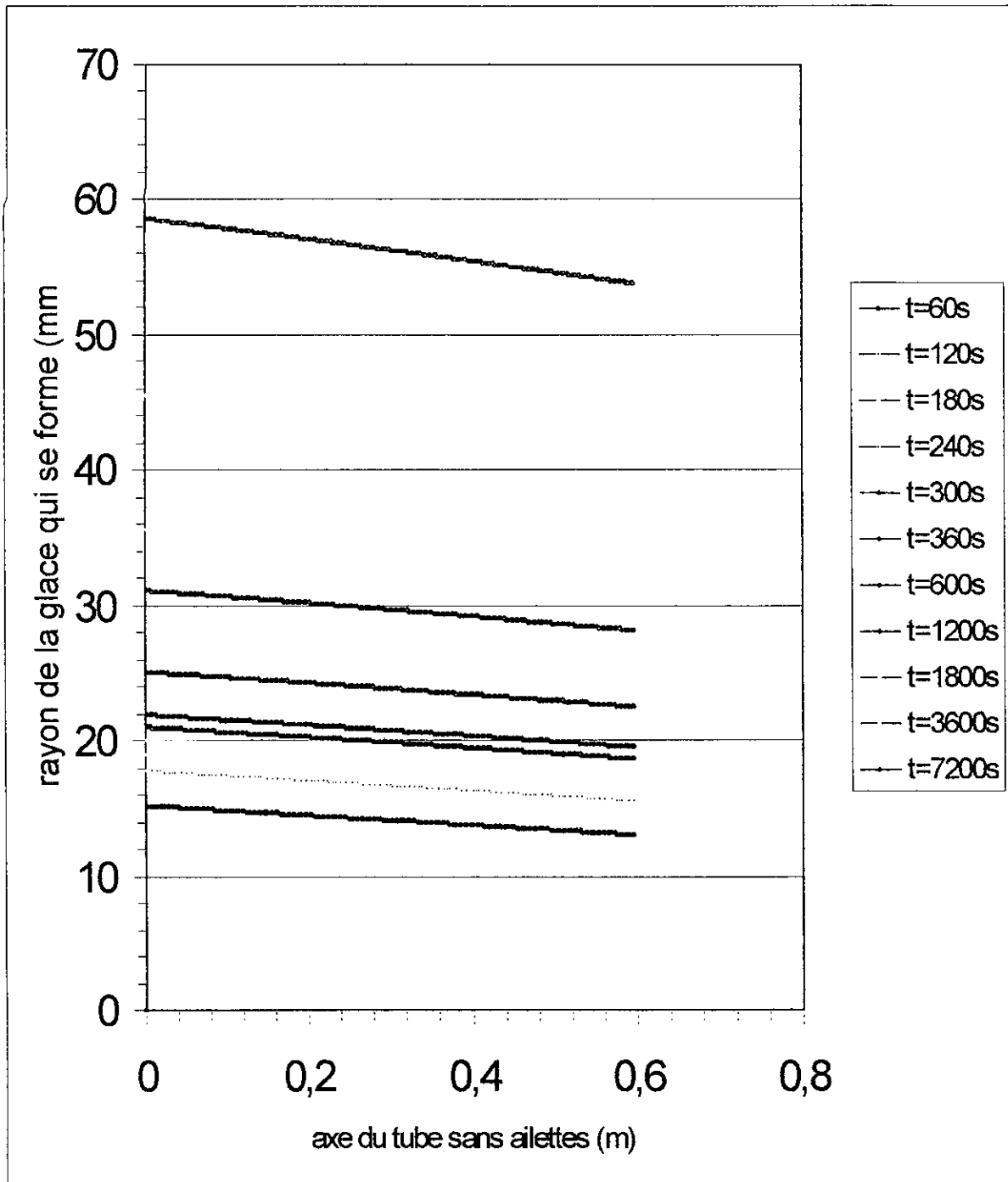


Fig (IV.8) . Evolution dans le temps de la distribution de la glace selon l'axe du tube sans ailettes .

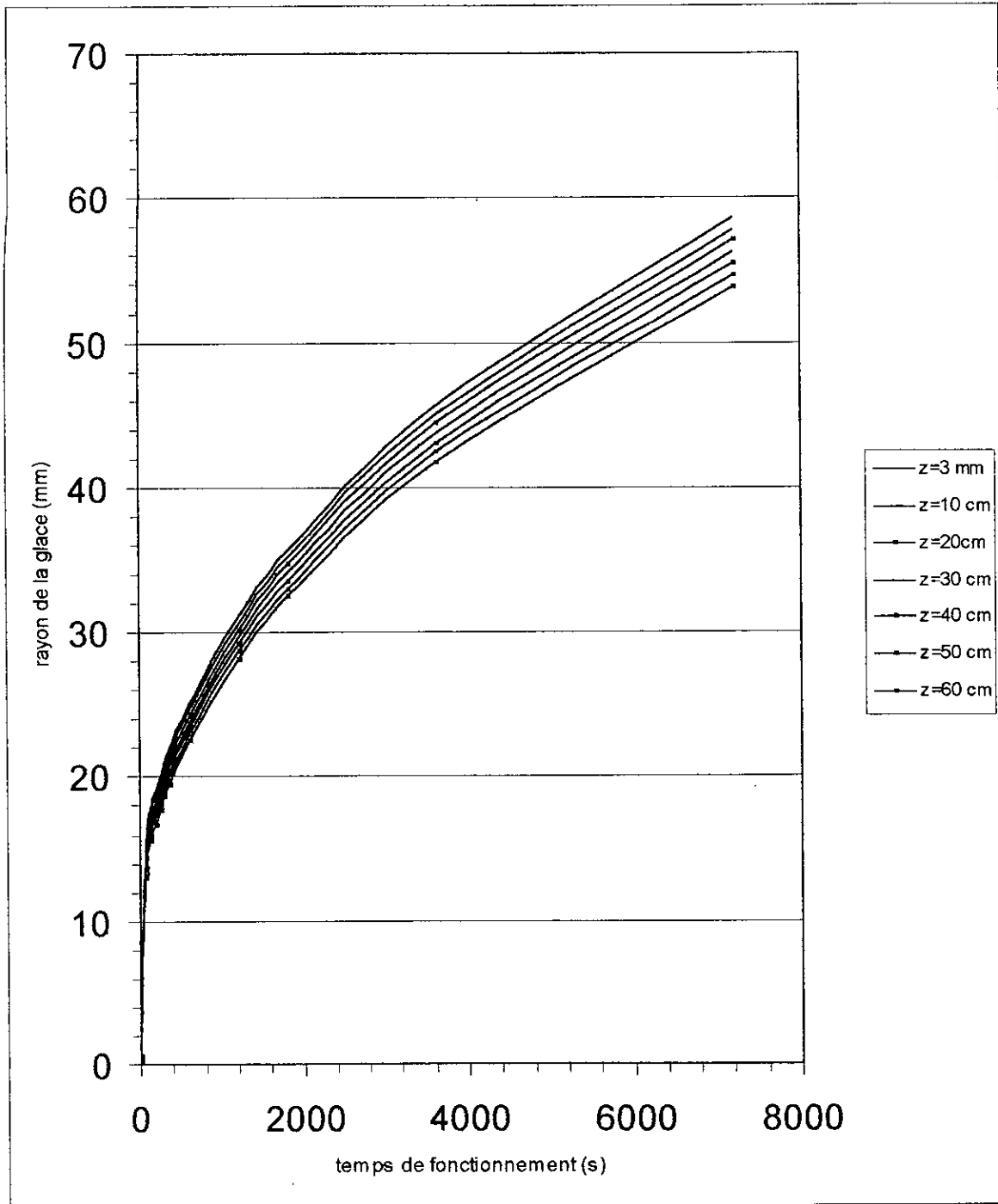


Fig (IV.9) . Evolution dans le temps du rayon de la glace pour plusieurs abscisses  $z$  de l'axe du tube sans ailettes .

**• / Remarques et commentaires :**

- On constate que, la différence de température entre celle du fluide et celle de la paroi interne des tubes est légèrement supérieure à 100°C et que par suite , la relation (III.21) qu'on a utilisée pour la détermination du coefficient d'échange en convection forcée donnerai un résultat moins précis que si on a utilisé la relation (III.22) . Cependant , la référence [6], confirme que l'erreur commise lors de la détermination du coefficient d'échange par la relation (III.21) ne dépasse pas 25 % à 30 % de la valeur obtenue expérimentalement pour des écarts de 100 à 120°C (pour le méthane – expérimentateur : Gregorig - ) . Nous avons accepter cette erreur, car un calcul plus exacte , conduirai à utiliser la relation (III.22) qui rendra le calcul plus fastidieux à cause de la double dépendance du coefficient d'échange en convection forcée de la température du fluide et celle de la paroi .
  
- Etant donné que les régions d'entrée pour les écoulements turbulents sont typiquement très courts,  $10 \leq x_{fa} / D \leq 60$ , il est souvent raisonnable de supposer que le nombre de Nusselt moyen pour la totalité du tube soit égale à la valeur associée à la région où le régime est établie [4] . Ceci est d'autant plus vrai que les tubes soient longs, qui est notre cas .
  
- Le coefficient d'échange en convection naturelle est calculée avec la relation (III.30) en utilisant la remarque (III.32), qui est vérifiée dans notre cas .
  
- On constate d'après les figures précédentes que la température interne du tube et celle du fluide, diminuent au fur et à mesure que le temps de fonctionnement coule par suite de l'épaississement de la couche de glace qui se crée et qui va former une résistance au passage du flux de chaleur depuis l'air ambiant et le front de glace (condensation – solidification) . De plus, on constate que la couche de glace s'épaissit rapidement durant les premières instants de fonctionnement et par suite diminution rapide de la température du fluide et celle de la paroi interne .

### **IV.2.2 Régime permanent :**

Dans cette section , nous allons déterminer la distribution de température du fluide réfrigérant (G-N), la distribution de température interne du tube le long de celui-ci , ainsi que l'épaisseur de glace pour le cas du tube sans ailettes , puis pour le cas de tube avec ailettes (cas réel) .

Il faut noter qu'on travail plutôt en régime quasi-permanent qu'en régime permanent , car ce dernier n'est jamais atteint , il faut que le temps tend vers l'infinie [1] .

#### **IV.2.2.1 Formulation du problème :**

Lorsque le régime quasi permanent est atteint , la couche de glace ne s'épaissit plus ; et afin d'avoir des équations permettant de déterminer les distributions de température du fluide (G-N) et de la paroi interne du tube ainsi que l'épaisseur de glace , on doit faire des bilans d'énergie . Pour cela , on doit adopter quelques hypothèses [1] et [2] :

1. La conduction axiale est négligée devant la conduction radiale comme il a été mentionné auparavant .
2. La quasi totalité du flux de chaleur transférée vers le G-N à travers la couche de glace qui s'est formée et qui va faire une résistance au passage de ce flux , provient de la convection naturelle à défaut de quelques watts qui proviennent de la condensation de la vapeur d'eau contenue dans l'air sur le front de glace qui se trouve à 0° c . Il faut noter que la condensation sur ce front se fait d'une manière superficielle , car celui-ci va absorber la chaleur latente de condensation et donc sa température va se trouver inférieure à 0°c , ce qui induit sa fusion et donc l'évacuation de cette eau fondu qui coule par effet de gravitation et par suite l'évacuation de cette chaleur qui ne sera pas absorbée par le G-N .
3. La conduction à travers les parois du tube est négligeable puisque  $(r_2-r_1)/r_1=1/12.5=8\%$  et de plus la conductivité de l'aluminium est très supérieure à celle de la glace .

Ainsi , en se référant à la figure (IV.10) on peut écrire les équations suivantes décrivant ce bilan d'énergie à l'interface (glace-air) et à l'interface (glace-fluide) pour le cas du tube sans ailettes .

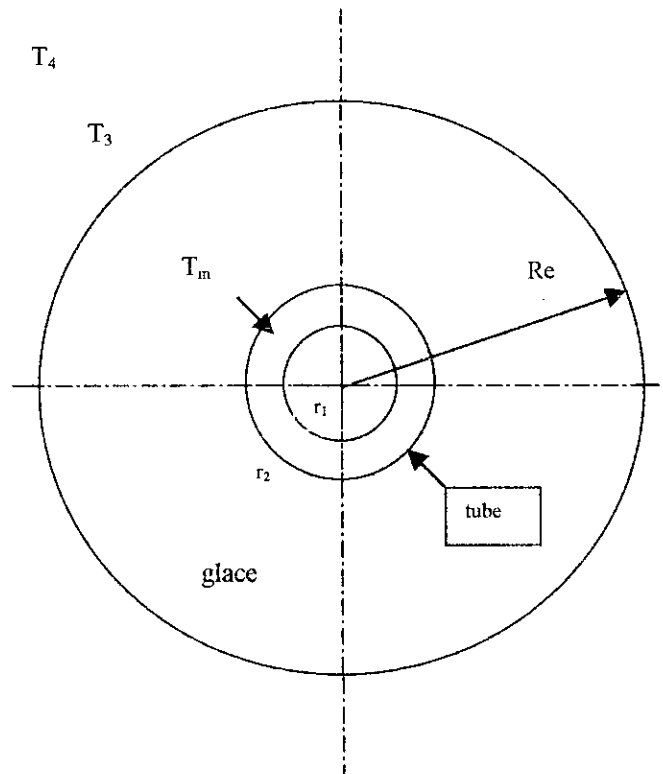


Fig (IV.10) . La glace qui se forme autour du tube sans ailette .

Pour le cas du tube sans ailettes (cas réel) , on utilisera les résultats trouvés pour le cas du tube sans ailettes et le théorème de **Guldin** utile pour le calcul des volumes comme on va l'expliquer dans (§ IV.2.2.2) .

➤ Bilan d'énergie (glace -air) :

La quantité de chaleur cédée par l'air à la glace est égale à :

$$h_f (2\pi \cdot re \cdot l) \cdot (T_4 - T_3) = \frac{2\pi \cdot l \cdot \lambda_g}{Ln\left(\frac{re}{r_m}\right)} \cdot (T_3 - T_m) \quad (\text{IV.27})$$

$h_f$  : coefficient d'échange de chaleur en convection naturelle .

$h_b$  : coefficient d'échange de chaleur en convection forcée .

$\lambda_g$  : conductivité de la glace .

$l$  : longueur élémentaire selon l'axe du tube

$T_m$  : Température de la paroi du tube à  $r_m = (r_2 + r_1)/2$  .

➤ Bilan d'énergie ( glace-fluide ) :

$$\frac{2\pi \cdot \lambda_g \cdot (T_3 - T_m)}{\text{Ln}\left(\frac{Re}{r_m}\right)} = h_b \cdot (2\pi \cdot r_m \cdot l) \cdot (T_m - T_b) \quad (\text{IV.28})$$

A partir des équations ( ) et ( ) on peut développer les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\lambda_g}{\text{Ln}\left(\frac{re}{r_m}\right)} \cdot (T_3 - T_m) = h_f \cdot re \cdot (T_4 - T_3) \\ h_f \cdot re \cdot (T_4 - T_3) = h_b \cdot r_m \cdot (T_m - T_b) \end{array} \right. \quad (\text{IV.29})$$

$$(\text{IV.30}) \rightarrow T_m = T_b + \frac{h_f \cdot re}{h_b \cdot r_m} \cdot (T_4 - T_3) \quad (\text{IV.31})$$

$$(\text{IV.29}) \rightarrow \frac{\lambda_g}{\text{Ln}\left(\frac{re}{r_m}\right)} \cdot \left( T_3 - T_b - \frac{h_f \cdot re}{h_b \cdot r_m} \cdot (T_4 - T_3) \right) = h_f \cdot re \cdot (T_4 - T_3) \quad (\text{IV.32})$$

$$(\text{IV.31}) \rightarrow \frac{\lambda_g \cdot (T_3 - T_b)}{(T_4 - T_3)} = \lambda_g \cdot \frac{h_f \cdot re}{h_b \cdot r_m} + h_f \cdot re \cdot \text{Ln}\left(\frac{re}{r_m}\right) \quad (\text{IV.33})$$

Ainsi , nous avons deux équations pour trois inconnus : re , T<sub>m</sub> et T<sub>b</sub> .

La troisième équation peut être obtenue à partir de l'équation de l'énergie (IV.5) appliquée au fluide en régime permanent . Cette équation s'écrit alors :

$$\left( \dot{m} \cdot C_p \right)_b \cdot \frac{\partial T_b}{\partial z} = 2\pi \cdot r_1 \cdot h_b \cdot [T_m - T_b] \quad (\text{IV.34})$$

**Remarque :**

La détermination des coefficients convectifs h<sub>f</sub> et h<sub>b</sub> se fait de la même manière qu'en régime transitoire , sauf que pour h<sub>f</sub> on l'augmente par exemple de 5 W/m<sup>2</sup> .K pour tenir compte de l'effet de condensation superficielle comme il a été mentionné dans les hypothèses . Ce qui donne ainsi la valeur de h<sub>f</sub> = 25 W/m<sup>2</sup> .K .



### **IV.2.2.2 Solution pour le cas du tube sans ailettes :**

Pour pouvoir déterminer la distribution de température du fluide , celle de la paroi interne du tube et l'épaisseur de glace qui se forme pour le cas du tube sans ailettes , on est ramené à résoudre les équations précédentes (IV.31), (IV.33) et (IV.34) .

#### **IV.2.2.2 a / Discrétisation des équations :**

Pour résoudre les équations (IV.31), (IV.33) et (IV.34) ., nous allons procéder numériquement en discrétisant ces équations . Pour cela nous allons subdiviser le tube en segments axiaux de longueur  $\Delta z$  uniformes, comme indiqué sur la figure (IV.4) .

La forme discrétisée de ces équations devient alors :

$$\frac{\lambda_g \cdot (T_3 - T_{bi})}{(T_4 - T_3)} = \lambda_g \cdot \frac{h_f \cdot re_i}{h_{bi} \cdot r_m} + h_f \cdot re_i \cdot \ln\left(\frac{re_i}{r_m}\right)$$

$$T_{mi} = T_{bi} + \frac{h_f \cdot re_i}{h_{bi} \cdot r_m} \cdot (T_4 - T_3)$$

$$T_{bi+1} = T_{bi} + \frac{2\pi \cdot r_m \cdot h_{bi} \cdot \Delta z}{(m \cdot C_p)_i} \cdot (T_{mi} - T_{bi})$$

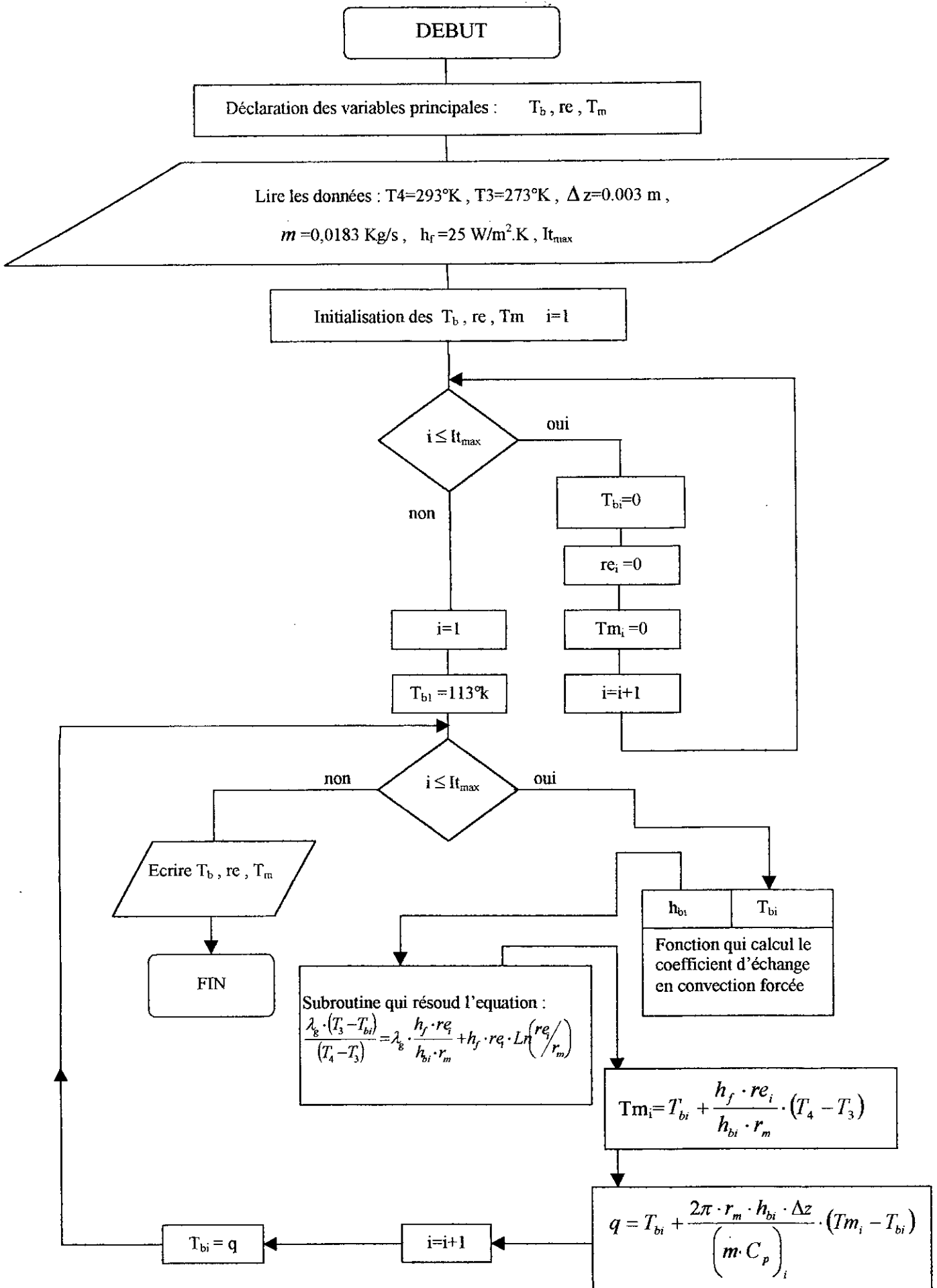
Pour  $i$  allant de 1 jusqu'à  $It$  où  $It$  représente le segment à partir duquel  $T_{mi}$  commence à être supérieur à 273 °K, qui veut dire que la glace ne se forme plus . Ou, à défaut, pour  $i$  allant de 1 jusqu'à  $It_{0,6}$ , où  $It_{0,6}$  représente le segment correspondant à 0,6 m de l'entrée du tube à titre d'exemple

#### **IV.2.2.2 b / Organigramme de la procédure :**

Pour des conditions de clareté, on a préféré illustrer cet organigramme sur la page suivante .

#### **IV.2.2.2 c / Programme de la procédure :**

Le programme de la procédure est illustrée en annexe A .



**4-2-3-3-d / Résultats obtenus :**

Les figures (fig( )) et (fig ( )) montrent , respectivement , la distribution de température du fluide (G-N) et la distribution de température de la paroi interne du tube sans ailettes selon l'axe de celui-ci , sachant qu'il s'agit des cinq premiers tubes c-à-d m/5 . Enfin la figure (fig( )) montre, quand à elle , la distribution de l'épaisseur de glace qui se forme selon l'axe du tube .

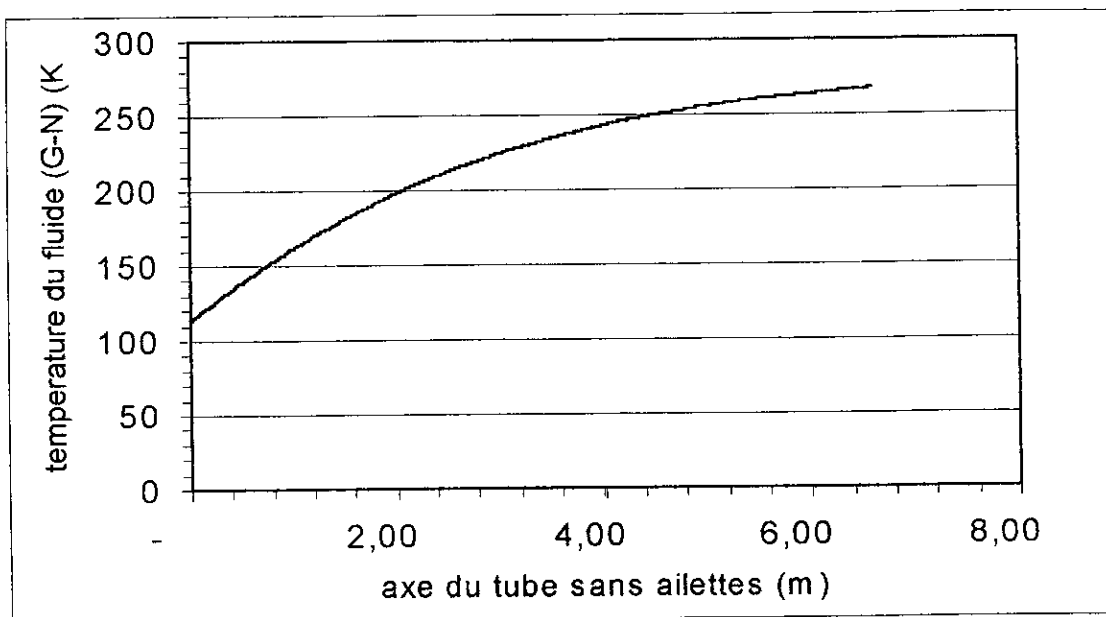


Fig ( IV.11 ) : La distribution de la température du fluide (G-N) selon l'axe du tube sans ailettes .

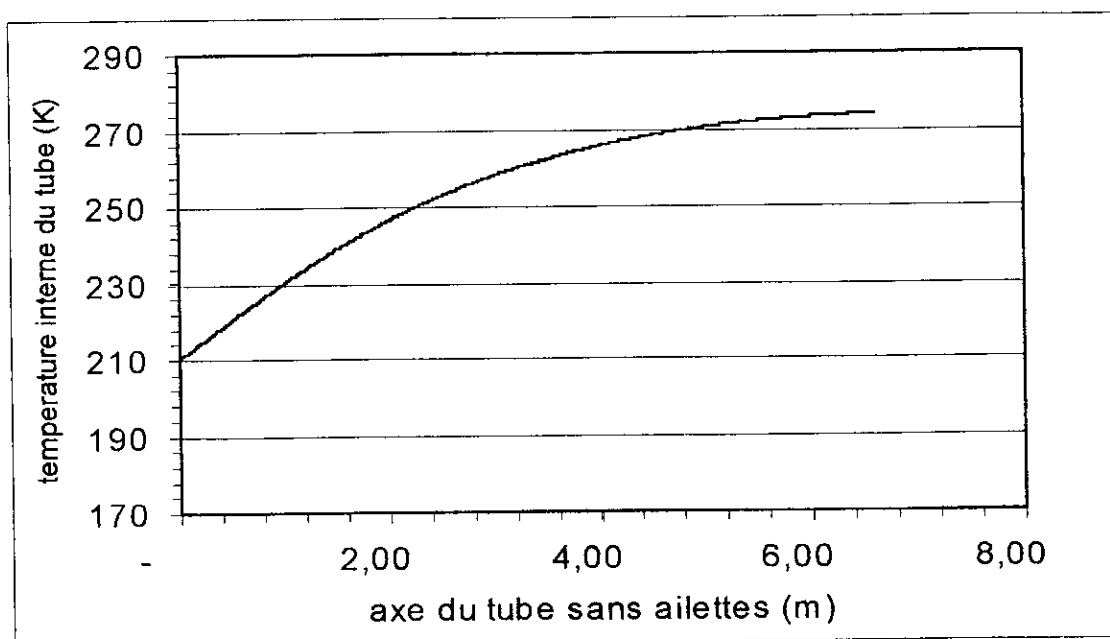


Fig ( IV.12 ) . La distribution de la température de la paroi interne du tube sans ailettes selon son axe .

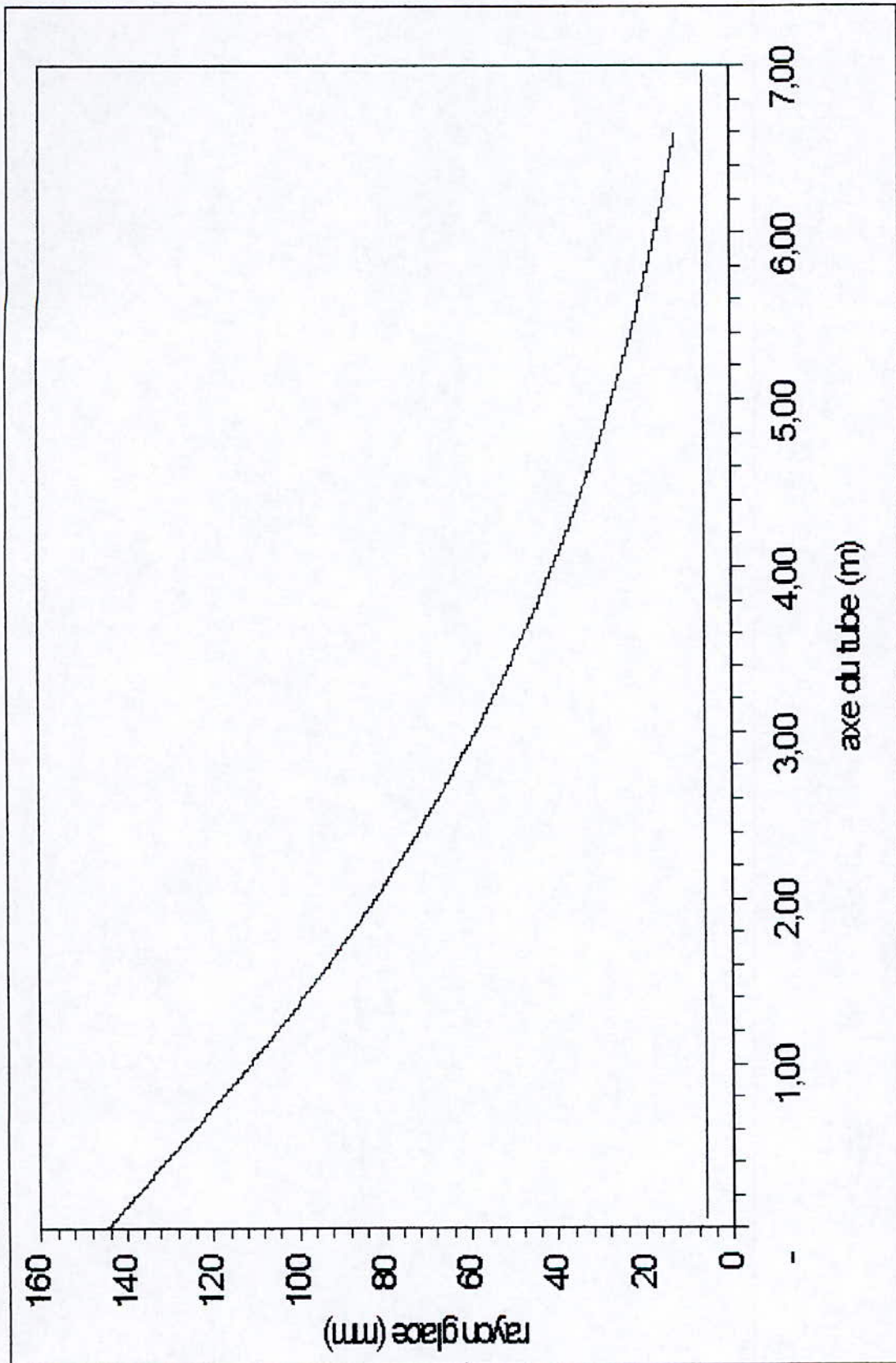


Fig ( IV.13) . La distribution de l'épaisseur de glace selon l'axe du tube sans ailettes .

### **IV.2.2.3 Solution pour le cas du tube avec ailettes (cas réel) :**

En utilisant les résultats obtenus pour le cas du tube sans ailettes et en utilisant le théorème de **Guldin** pour le calcul des volumes , on pourra déterminer la distribution de l'épaisseur de glace selon l'axe du tube ailetté en supposant l'égalité des volumes formés dans les deux cas de configurations . Ceci nous aidera aussi à déterminer la distribution de température du fluide réfrigérant (G-N) et la température de la paroi interne du tube ailetté avec l'axe de celui-ci .

Le théorème de **Guldin** s'énonce comme suit :

*Le volume d'un corps possédant un axe de révolution est égale au produit de la surface générant ce corps par sa rotation autour de cet axe par le centre de gravité de cette surface par rapport à l'axe de révolution par l'angle de rotation de cette surface exprimé en radian .*

#### **\*/ Analyse :**

Afin de déterminer la longueur du tube ailetté pour laquelle il n'y a plus formation de la glace , on est ramené à passer par deux étapes . La première concerne les cinq premiers tubes ( puisqu'ils sont reliés entre eux en parallèle c-à-d que le débit se trouve divisé par cinq ) et la seconde concerne les tubes qui suivent ( puisqu'ils seront reliés entre eux en série ) .

Dans les deux situations , on passe par le cas où le tube soit sans ailettes qu'on peut déterminer la distribution de l'épaisseur de glace , comme il a été fait précédemment , avec l'axe du tube et par suite le rayon de base du cône de glace qui se forme . Puis en appliquant l'égalité des volumes des cônes formés dans les deux cas de configuration on obtient :

1. Le rayon de la petite base du cône de glace formé sur chaque tube des cinq premiers tubes ailetté .
2. La longueur depuis la fin des cinq premiers tubes du cône de glace formé .

L'obtention de ces deux objectifs , passe nécessairement par la détermination du rayon de la grande base du cône de glace pour les cinq premiers tubes et le rayon de base du cône de glace qui se forme à partir du 6<sup>ème</sup> tube ailetté .Ceci peut être fait par résolution des équations de conduction dans la glace et les ailettes .

#### IV.2.2.3 a / Détermination du rayon de la grande base du cône de glace formé sur les cinq premiers tubes ailetés :

Pour pouvoir résoudre ces équations de conduction nous allons procéder numériquement en utilisant un maillage simple comme indiqué sur la figure (IV.14) . En exploitant la symétrie du système , nous allons réduire le domaine d'investigation et par suite le nombre d'équations à résoudre .

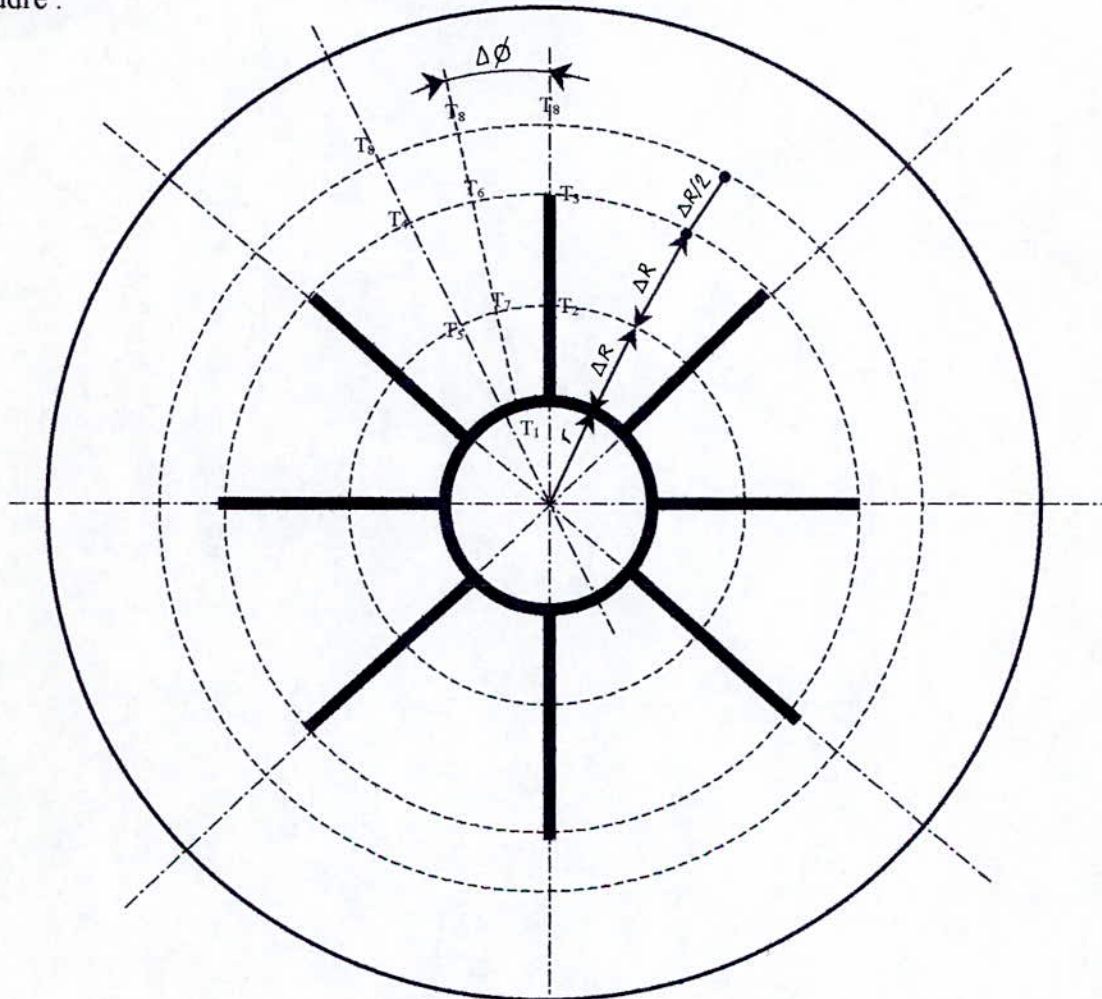


Fig ( IV.14) . Détails du maillage utilisé et les dimensions géométriques correspondantes .

#### \*/ Hypothèses :

- Le régime est permanent et établi .
- La température interne du tube  $T_1$  est uniforme et la température  $T_8$  est uniforme sur le cercle où elle est définie , ce qui explique que le profil extérieur de la glace soit circulaire en réalité.

## \*/ Analyse :

En appliquant le principe de conservation d'énergie aux surfaces de contrôle entourant les différents nœuds définis sur la figure (IV.14), il vient alors  $\dot{E}_{entrantes} = 0$ , ceci suppose bien sûr que tous les flux de chaleur sont vers les nœuds. On peut écrire alors, les équations suivantes pour les différents nœuds :

Nœud 3 :

$$\lambda_g [(r + 2.5\Delta R)\Delta\Phi\Delta z] \cdot \left(\frac{T_8 - T_3}{2\Delta R}\right) + \lambda_g [\Delta R\Delta z] \cdot \left(\frac{T_6 - T_3}{(r + 2\Delta R)\Delta\Phi}\right) + \lambda_{al} [x \cdot \Delta z] \cdot \left(\frac{T_2 - T_3}{2\Delta R}\right) = 0$$

Nœud 6 :

$$\lambda_g [(r + 2.5\Delta R)\Delta\Phi\Delta z] \cdot \left(\frac{T_8 - T_6}{2\Delta R}\right) + \lambda_g [\Delta R\Delta z] \cdot \left(\frac{T_3 - T_6}{(r + 2\Delta R)\Delta\Phi}\right) + \lambda_g [\Delta R\Delta z] \cdot \left(\frac{T_4 - T_6}{(r + 2\Delta R)\Delta\Phi}\right) + \lambda_g [(r + 1.5\Delta R)\Delta\Phi\Delta z] \cdot \left(\frac{T_7 - T_6}{\Delta R}\right) = 0$$

Nœud 4 :

$$\lambda_g [(r + 2.5\Delta R)\Delta\Phi\Delta z] \cdot \left(\frac{T_8 - T_4}{2\Delta R}\right) + \lambda_g [\Delta R\Delta z] \cdot \left(\frac{T_6 - T_4}{(r + 2\Delta R)\Delta\Phi}\right) + \lambda_g [(r + 1.5\Delta R)\Delta\Phi\Delta z] \cdot \left(\frac{T_5 - T_4}{2\Delta R}\right) = 0$$

Nœud 1 :

$$\lambda_g [(r + 0.5\Delta R)\Delta\Phi\Delta z] \cdot \left(\frac{T_7 - T_1}{\Delta R}\right) + \lambda_g [(r + 0.5\Delta R)\Delta\Phi\Delta z] \cdot \left(\frac{T_5 - T_1}{2\Delta R}\right) + \lambda_{al} [x \cdot \Delta z] \cdot \left(\frac{T_2 - T_1}{2\Delta R}\right) = h_b \cdot \left(r \frac{\pi}{8} \Delta z\right) \cdot (T_1 - T_{bi+1})$$

Nœud 2 :

$$\lambda_{al} [x \cdot \Delta z] \cdot \left(\frac{T_1 - T_2}{2\Delta R}\right) + \lambda_{al} [x \cdot \Delta z] \cdot \left(\frac{T_3 - T_2}{2\Delta R}\right) + \lambda_g [\Delta R\Delta z] \cdot \left(\frac{T_7 - T_2}{(r + \Delta R)\Delta\Phi}\right) = 0$$

Nœud 7 :

$$\lambda_g [(r + 1.5\Delta R)\Delta\Phi\Delta z] \cdot \left(\frac{T_6 - T_7}{\Delta R}\right) + \lambda_g [(r + 0.5\Delta R)\Delta\Phi\Delta z] \cdot \left(\frac{T_1 - T_7}{\Delta R}\right) + \lambda_g [\Delta R\Delta z] \cdot \left(\frac{T_2 - T_7}{(r + \Delta R)\Delta\Phi}\right) + \lambda_g [\Delta R\Delta z] \cdot \left(\frac{T_5 - T_7}{(r + \Delta R)\Delta\Phi}\right) = 0$$

Nœud 5 :

$$\lambda_g [(r + 1.5\Delta R)\Delta\Phi\Delta z] \cdot \left(\frac{T_4 - T_5}{2\Delta R}\right) + \lambda_g [\Delta R\Delta z] \cdot \left(\frac{T_7 - T_5}{(r + \Delta R)\Delta\Phi}\right) + \lambda_g [(r + 0.5\Delta R)\Delta\Phi\Delta z] \cdot \left(\frac{T_1 - T_5}{2\Delta R}\right) = 0$$

En prenant  $\Delta R = 2.5 \text{ cm} = 0.025 \text{ m}$ ,  $\Delta \Phi = \frac{\pi}{16} \text{ rd}$ ,  $\lambda_{al} = 250 \text{ W/m.K}$  et  $\lambda_g = 1.88 \text{ W/m.K}$

et  $h_b = h_b$ ,  $T_{bi} = 113 \text{ K}$  et  $m = 0.0183/5 = 60.1 \text{ W/m.K}$ , alors, les équations précédentes deviennent :

$$\begin{aligned}
 \text{Nœud 3:} & \quad 0.59 (T_8 - T_3) + 4.07 (T_6 - T_3) + 5 (T_2 - T_3) = 0 \\
 \text{Nœud 6:} & \quad 1.18 (T_8 - T_6) + 4.07 (T_3 - T_6) + 4.07 (T_4 - T_6) + 0.785 (T_7 - T_6) = 0 \\
 \text{Nœud 4:} & \quad 0.59 (T_8 - T_4) + 4.07 (T_6 - T_4) + 0.392 (T_5 - T_4) = 0 \\
 \text{Nœud 1:} & \quad 0.392 (T_7 - T_1) + 0.196 (T_5 - T_1) + 5 (T_2 - T_1) = 0.295 (T_1 - 113.2) \quad (S) \\
 \text{Nœud 2:} & \quad 5 (T_1 - T_2) + 5 (T_3 - T_2) + 6.8 (T_7 - T_2) = 0 \\
 \text{Nœud 7:} & \quad 0.785 (T_6 - T_7) + 0.392 (T_1 - T_7) + 6.8 (T_2 - T_7) + 6.8 (T_5 - T_7) = 0 \\
 \text{Nœud 5:} & \quad 0.392 (T_4 - T_5) + 6.8 (T_7 - T_5) + 0.196 (T_1 - T_5) = 0
 \end{aligned}$$

Le système à résoudre comporte 7 équations et 8 inconnus, donc le système est dégénéré ou paramétré. Nous obtiendrons moyennant la réduite de Gauss-Jordan de la matrice du système total ( $7 \times (8+1)$ ), la relation paramétrée  $T_1 = f(T_8)$  que nous utiliserons avec l'équation résultant du bilan d'énergie à l'interface paroi-fluide pour résoudre l'équation appropriée pour la détermination du rayon de la grande base du cône de glace formé sur chacun des cinq premiers tubes.

➤ Bilan d'énergie à l'interface paroi-fluide :

$$h_b \cdot (2\pi \cdot r \cdot \Delta z) \cdot (T_1 - T_{bi+1}) = \frac{2\pi\lambda_g \Delta z}{\text{Ln}\left(\frac{re}{R^*}\right)} \cdot (T_3 - T_8) \quad (IV.35)$$

tq :  $R^*$  représente le rayon du cercle où la température est  $T_8$ .

$$T_{bi+1} = T_{bi} + \frac{2\pi \cdot r \cdot h_{bi} \Delta z}{\left(m C_p\right)_i} \cdot (T_1 - T_b)_i \quad \text{pour } i=1 \text{ et } T_{bi} = 113^\circ\text{K}$$

$$(IV.35) \rightarrow \frac{\lambda_g}{\text{Ln}\left(\frac{re}{R^*}\right)} \cdot (T_3 - T_8) = h_b \cdot r \cdot (T_1 - T_{bi+1}) \quad \text{pour } i=1 \quad (IV.36)$$



➤ Bilan d'énergie à l'interface glace-air :

$$h_f(2\pi \cdot re \cdot \Delta z) \cdot (T_4 - T_3) = \frac{2\pi \cdot \lambda_g \cdot \Delta z}{Ln(re/R^*)} \cdot (T_3 - T_8) \quad (IV.37)$$

$$(IV.37) \rightarrow h_f \cdot re \cdot (T_4 - T_3) = \frac{\lambda_g}{Ln(re/R^*)} \cdot (T_3 - T_8) \quad (IV.38)$$

Le système (s) peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$[M] \cdot \{T\} = \{C\}$  où  $[M]$  est de l'ordre de  $(7 \times 8)$ ,  $\{T\}$  et  $\{C\}$  deux vecteurs d'ordre 7, données

comme suit :

$$[M] = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -9.66 & 0 & 0 & 4.07 & 0 & 0.59 \\ 0 & 0 & 4.07 & 4.07 & 0 & -101 & 0.785 & 1.18 \\ 0 & 0 & 0 & -5.05 & 0.392 & 4.07 & 0 & 0.59 \\ -5.88 & 5 & 0 & 0 & 0.196 & 0 & 0.392 & 0 \\ 5 & -168 & 5 & 0 & 0 & 0 & 6.8 & 0 \\ 0.392 & 6.8 & 0 & 0 & 6.8 & 0.785 & -1477 & 0 \\ 0.196 & 0 & 0 & 0.392 & -7.39 & 0 & 6.8 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{T\} = \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ T_7 \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad \{C\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -33.54 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

La réduite de Gauss-Jordan de la matrice totale du système (concaténation de la matrice  $[M]$  et du vecteur  $\{C\}$ ) est :

$$[M]_{\text{tot réduit}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.81 & 22.5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.85 & 17.74 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.88 & 13.81 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -0.92 & 10.76 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -0.86 & 16.90 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -0.91 & 11.00 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -0.86 & 17.13 \end{bmatrix}$$

Donc on peut déduire que :  $T_1=0.81 T_8+22.5$

En remplaçant la valeur de  $T_1$  trouvée dans l'expression (IV.36), on trouve  $T_8=f(re)$  comme suit :

$$T_8 = \frac{\lambda_g \cdot T_3 + r \cdot h_{bi+1} \cdot \ln\left(\frac{re}{R^*}\right) \cdot (T_{bi+1} - 22.5)}{\lambda_g + 0.81 \cdot h_{bi+1} \cdot r \cdot \ln\left(\frac{re}{R^*}\right)} \quad \text{pour } i=1$$

En remplaçant la valeur de  $T_8$  trouvée précédemment dans l'expression (IV.38) on trouve l'équation appropriée à résoudre qui est :

$$h_f \cdot re \cdot (T_4 - T_3) = \frac{\lambda_g}{\ln\left(\frac{re}{R^*}\right)} \cdot \left[ T_3 - \frac{\lambda_g \cdot T_3 + r \cdot h_b \cdot \ln\left(\frac{re}{R^*}\right) \cdot (T_{bi+1} - 22.5)}{\lambda_g + 0.81 \cdot h_{bi+1} \cdot r \cdot \ln\left(\frac{re}{R^*}\right)} \right] \quad (IV.39)$$

Sachant que :

$h_f=25 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$  ,  $h_b= h_b(T= 113 \text{ °k et } m= 0.0183/5)=60.1 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$  ,  $\lambda_g=1.88 \text{ W/m}\cdot\text{K}$  ,

$T_4=293 \text{ K}$  ,  $T_3=273 \text{ K}$  ,  $R^*=0.0875 \text{ m}$  et  $T_{bi+1}=113.2 \text{ K}$  , alors on doit résoudre numériquement l'équation suivante pour  $re$  :

$$500 \cdot re = \frac{1.88}{\ln\left(\frac{re}{0.0875}\right)} \cdot \left[ 273 - \frac{546 + 67.875 \cdot \ln\left(\frac{re}{0.0875}\right)}{2 + 0.607 \cdot \ln\left(\frac{re}{0.0875}\right)} \right] \quad (IV.40)$$

Qui donne alors :

$re=0.156 \text{ (m)}$

Le rayon trouvé, correspond à ce qu'on trouve en réalité comme, on peut le constater en regardant les figures en annexe C, montrant des photos des cones de glace formés sur des réchauffeurs atmosphériques se trouvant au niveau des hopitaux de Mustapha et de Parni .

### IV.2.2.3 b / Détermination du rayon de la petite base du cône de glace formé sur chacun des cinq premiers tubes ailetés:

Pour pouvoir déterminer le rayon de la petite base du cône de glace qui se forme sur chacun des cinq premiers tubes ailetés, on est ramener à supposer l'égalité des volumes des cônes de glace formés dans le cas du tube avec ailettes et le cas du tube sans ailettes qu'on a pu déterminer la distribution de l'épaisseur de glace ( rayon de la glace ), (Cf. fig ( IV.13) ) .

L'application du théorème de **Guldin** permet d'exprimer cette égalité .

#### ➤ Calcul des volumes des deux cônes de glace :

Sur la figure (IV.15), on peut voir comment le cône de glace passe du cas du tube sans ailettes (paramètres  $y$  et  $l$ ) au cas du tube avec ailettes (paramètre  $x$ ) . Le rayon qu'on cherche est représenté par  $x$  .

En se référant aux figures (IV.16 et IV.17) et en utilisant le théorème de **Guldin**, on peut calculer les volumes comme suit :

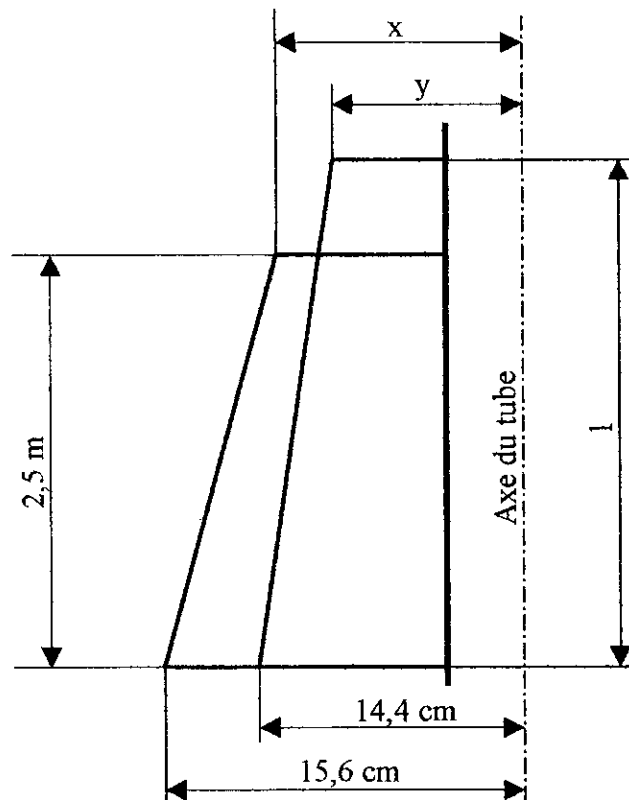


Fig (IV.15) . Les sections longitudinales des cônes de glace formés dans le cas du tube sans ailettes et dans le cas du tube avec ailettes, ainsi que les paramètres associées .

**\*/ Cône de glace formé sur le tube sans ailettes :**

$$S = S_1' + S_2'$$

$$V_1 = 2\pi \cdot y_2' \cdot S_2' = 2\pi \cdot y_2' \cdot (S' - S_1')$$

$$= 2\pi \cdot (y_2' S' - y_1 S_1')$$

$$y_2' = \frac{14,4 + r_2}{2} = 7,825 \text{ (cm)}$$

$$S' = (14,4 - r_2) \cdot l = 13,15 \cdot l \text{ (cm)}$$

$$y_1' = y + \frac{2}{3} \cdot (14,4 - y)$$

$$S_1' = (14,4 - y) \cdot \frac{l}{2}$$

$$\Rightarrow V_1 = 2\pi \cdot [0,17 \cdot l \cdot (y^2 + 14,4 \cdot y + 202,7)] \text{ (cm}^3\text{)}$$

l et y sont exprimés en (cm), ils sont tirés de l'ensemble des valeurs obtenues pour le cas du tube sans ailettes (Cf. fig (IV.18)).

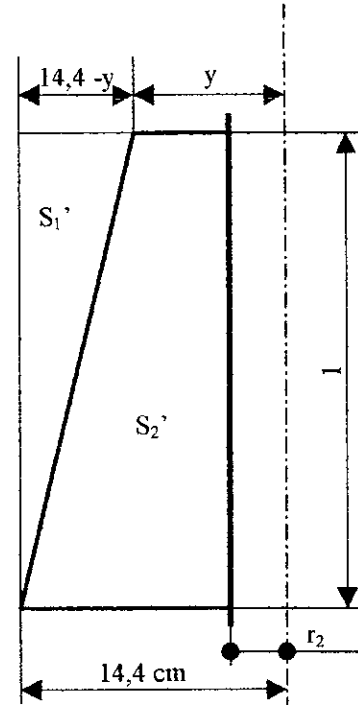


Fig (IV.16) . section longitudinale du cône de glace formé dans le cas du tube sans ailettes .

**\*/ Cône de glace formé sur le tube avec ailettes :**

$$S'' = S_1'' + S_2''$$

$$V_2 = 2\pi \cdot x_2'' \cdot S_2'' = 2\pi \cdot (x_2'' S'' - x_1'' S_1'')$$

$$= 2\pi \cdot (x_2'' S'' - x_1'' S_1'')$$

$$x_2'' = \frac{(15,6 + r_2)}{2} = 8,425 \text{ (cm)}$$

$$S'' = (15,6 - r_2) \cdot 250 = 3587,5 \text{ (cm)}$$

$$x_1'' = x + \frac{2}{3} \cdot (15,6 - x)$$

$$S_1'' = \frac{250}{2} \cdot (15,6 - x)$$

$$\Rightarrow V_2 = 2\pi \cdot \left[ \frac{125}{3} x^2 + 650 \cdot x + 9944,7 \right] \text{ (cm}^3\text{)}$$

x : représente le rayon de la petite base du cône .

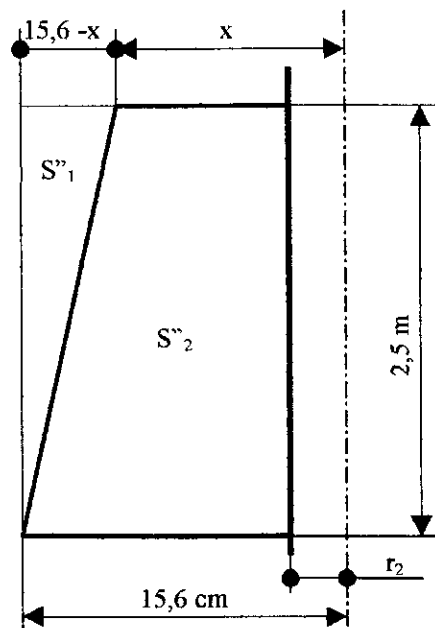


Fig (IV.17) . section longitudinale du cône de glace formé dans le cas du tube avec ailettes .

En exprimant l'égalité des volumes des cônes de glace trouvés, on obtient l'équation donnant la valeur de  $x$  en fonction des variables  $l$  et  $y$ . On voit bien qu'il n'existe pas une seule solution, car pour chaque valeur de  $l$  et donc  $y$ , on a une solution  $x$ . La solution qu'on cherche est celle qui vérifie la condition suivante : la température correspondant au couple  $(l,y)$  pour le cas du tube sans ailettes ( Cf.fig (IV.13) ), doit être égale à la température de sortie des cinq premiers tubes, correspondant ainsi au rayon de glace  $x$ . Un processus itératif est donc nécessaire, mais il faut avoir une expression donnant la valeur de la température à la sortie de ces cinq premiers tubes en fonction de l'épaisseur  $x$  pour pouvoir fermer la boucle .

Cette expression peut être obtenue en suivant la même procédure faite précédemment pour la détermination du rayon de la grande base du cône de glace (§ IV.2.2.3 a) , sauf que le maillage utilisé cette fois-ci contient une petite modification concernant le rayon  $R^*$  sur lequel est définie la température  $T_8$  (Cf. fig (IV.14)) . la nouvelle valeur de  $R^*$  est  $R^*=0.0687$  m au lieu de  $0,0875$ . Cette modification est une mesure de sécurité , car le rayon  $x$  qu'on cherche cette fois-ci est inférieur au rayon de (§ IV.2.2.2 a) .

Les équations décrivant les bilans d'énergie aux différents nœuds comme au paragraphe (§ IV.2.2.2 a) sont cette fois-ci :

$$\begin{aligned}
 \text{Nœud 3:} & \quad 2.36 (T_8-T_3) + 4.07 (T_6-T_3) + 5 (T_2-T_3) = 0 \\
 \text{Nœud 6:} & \quad 4.72 (T_8-T_6) + 4.07 (T_3-T_6) + 4.07 (T_4-T_6) + 0.785 (T_7-T_6) = 0 \\
 \text{Nœud 4:} & \quad 2.36 (T_8-T_4) + 4.07 (T_6-T_4) + 0.392 (T_3-T_4) = 0 \\
 \text{Nœud 1:} & \quad 0.392 (T_7-T_1) + 0.196 (T_5-T_1) + 5 (T_2-T_1) = 0.295 (T_1-113.2) \quad (S) \\
 \text{Nœud 2:} & \quad 5 (T_1-T_2) + 5 (T_3-T_2) + 6.8 (T_7-T_2) = 0 \\
 \text{Nœud 7:} & \quad 0.785 (T_6-T_7) + 0.392 (T_1-T_7) + 6.8 (T_2-T_7) + 6.8 (T_5-T_7) = 0 \\
 \text{Nœud 5:} & \quad 0.392 (T_4-T_5) + 6.8 (T_7-T_5) + 0.196 (T_1-T_5) = 0
 \end{aligned}$$

Le système d'équation s'écrit sous forme matricielle comme suit :

$$\begin{bmatrix}
 0 & 5 & -1143 & 0 & 0 & 4.07 & 0 & 236 \\
 0 & 0 & 4.07 & 4.07 & 0 & -1365 & 0.785 & 4.72 \\
 0 & 0 & 0 & -6.82 & 0.392 & 4.07 & 0 & 236 \\
 -5.88 & 5 & 0 & 0 & 0.196 & 0 & 0.392 & 0 \\
 5 & -168 & 5 & 0 & 0 & 0 & 6.8 & 0 \\
 0.392 & 6.8 & 0 & 0 & 6.8 & 0.785 & -1477 & 0 \\
 0.196 & 0 & 0 & 0.392 & -7.39 & 0 & 6.8 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{pmatrix}
 T_1 \\
 T_2 \\
 T_3 \\
 T_4 \\
 T_5 \\
 T_6 \\
 T_7
 \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 -60 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{pmatrix}$$

La réduite de Gauss-ordan de la matrice totale du système est :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.874 & 26.14 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.918 & 16.89 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.956 & 9.07 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -0.981 & 3.71 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -0.925 & 15.47 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -0.976 & 4.72 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -0.924 & 15.84 \end{bmatrix}$$

⇒  $T_1 = 0.874 T_8 + 26.14$

On obtient l'équation similaire à l'équation (IV.40), qui relie T à re comme suit :

$$500 \cdot re = \frac{1.88}{\ln(re/0.0687)} \cdot \left[ 273 - \frac{546 + 0.775 \cdot \ln(re/0.0687) \cdot (T - 26.14)}{2 + 0.677 \cdot \ln(re/0.0687)} \right] \tag{IV.41}$$

avec  $h_b = h (\sim 220 \text{ }^\circ\text{k}) \sim 62 \text{ (W/m}^2 \text{ }^\circ\text{k)}$

L'équation (IV.41) permet d'obtenir :

$$T = 26.14 + \frac{(273 - 266 \cdot re \cdot \ln(re/0.0687)) \cdot (1.88 + 0.677 \cdot \ln(re/0.0687)) - 546}{0.775 \cdot \ln(re/0.0687)} \tag{IV.42}$$

Avec cette expression on peut fermer la boucle itérative comme suit :

- Extraction des valeurs de y et l pour le cas du tube sans ailettes ( figure ci-contre ).
- Calcul de la valeur de x à partir de  $V_1 = V_2$ .
- Calcul de la valeur de T à partir de (IV.42).
- Tester la valeur de T calculée avec celle correspondant à y et l.
- Répéter le processus si nécessaire.

222,1586	247,106	2,913	60,77
222,2278	247,1339	2,916	60,71
222,297	247,1652	2,919	60,65
222,3661	247,193	2,922	60,58
222,4351	247,2242	2,925	60,52
222,5041	247,2518	2,928	60,45
222,5729	247,2829	2,931	60,39
222,6417	247,3104	2,934	60,33
222,7105	247,3413	2,937	60,27
222,7791	247,3722	2,940	60,21
222,8477	247,3995	2,943	60,14
222,9162	247,4302	2,946	60,08
222,9847	247,4574	2,949	60,01
223,0531	247,488	2,952	59,95
223,1214	247,5186	2,955	59,89
223,1896	247,5456	2,958	59,83
223,2578	247,576	2,961	59,77
$T_b$ (K)	$T_{inteme}$ (K)	l (m)	y (mm)

Les valeurs de y et l trouvées par ce tâtonnement et les valeurs de T et x correspondantes sont :

y=6.01 (cm) et l=294.9 (cm) et par suite ,  
T=222.9 °k et x=6.901 (cm) .

Fig (IV.18) . Quelques valeurs de l et y .

### IV.2.2.3 c / Détermination du rayon de base du cône de glace qui se forme au début du 6<sup>ème</sup> tube :

A l'entrée du 6<sup>ème</sup> tube, la température du fluide réfrigérant est de 222,9 K et le débit est de nouveau  $m=0.0183 \text{ kg/s} = 100 \text{ Nm}^3/\text{h}$  .

La procédure de détermination du rayon de base du cône de glace qui se forme au début du 6<sup>ème</sup> tube ailette se fait de la même manière que la détermination du rayon de la grande base du cône de glace pour les cinq premiers tubes (§ IV.2.2.3 a) . Afin de ne pas agrandir le volume de cette section, nous n'allons présenter que l'équation à résoudre pour l'obtention de ce rayon . Cette équation est similaire à l'équation (IV.41) . Elle s'écrit :

$$500 \cdot re = \frac{1.88}{\ln(re/0.0687)} \cdot \left[ 273 - \frac{546 + 530.2 \cdot \ln(re/0.0687)}{2 + 2.39 \cdot \ln(re/0.0687)} \right]$$

Qui donne par résolution

$$re = 0.1326 \text{ m}$$

La longueur du cône de glace , s'obtient par le fait que , les volumes des deux cônes formés dans le cas réel (cas du tube avec ailettes ) et dans le cas du tube sans ailettes , sont égaux .

Sur la figure ci-contre on peut voir comment le cône de glace passe du cas du tube sans ailettes ( 8.9 cm , 14.5 m ) au cas du tube avec ailettes ( 13.2 cm , Z ) .

Les résultats obtenus pour le cas du tube sans ailettes sont représentés sur la page suivante, ils concernent la distribution de température du fluide (fig (IV.20)), la distribution de température de la paroi interne du tube (fig(IV.21)) et la distribution de l'épaisseur de glace selon l'axe du tube (fig (IV.2

L'utilisation de ces résultats avec le théorème de **Guldin**, permet d'obtenir de la même façon qu'en (§ IV.2.2.3 b) la longueur cherché .

$$Z = 7.296 \text{ (m)} \sim 7.3 \text{ (m)} .$$

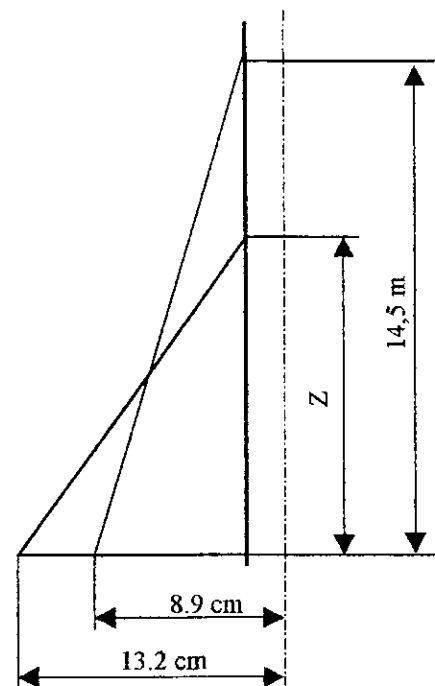


Fig (IV.19). Sections longitudinales des cônes de glace formés à partir du 6<sup>ème</sup> tube

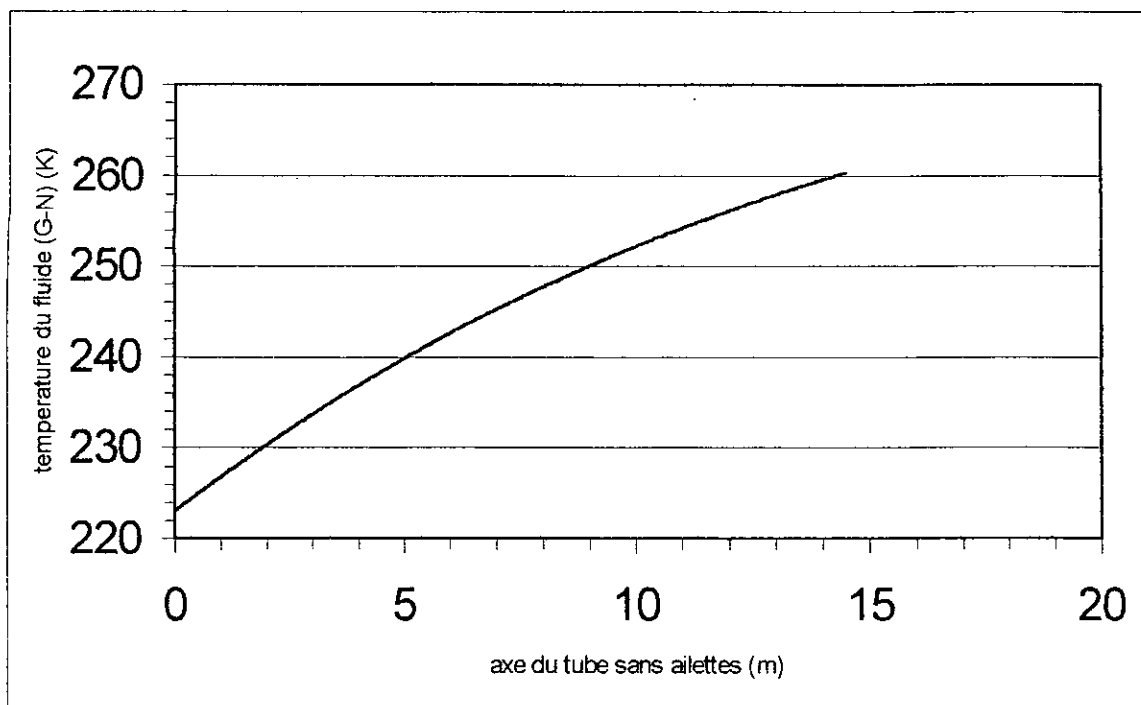


Fig ( IV.20 a ) . Distribution de température du fluide (G-N) selon l'axe du tube sans ailettes .

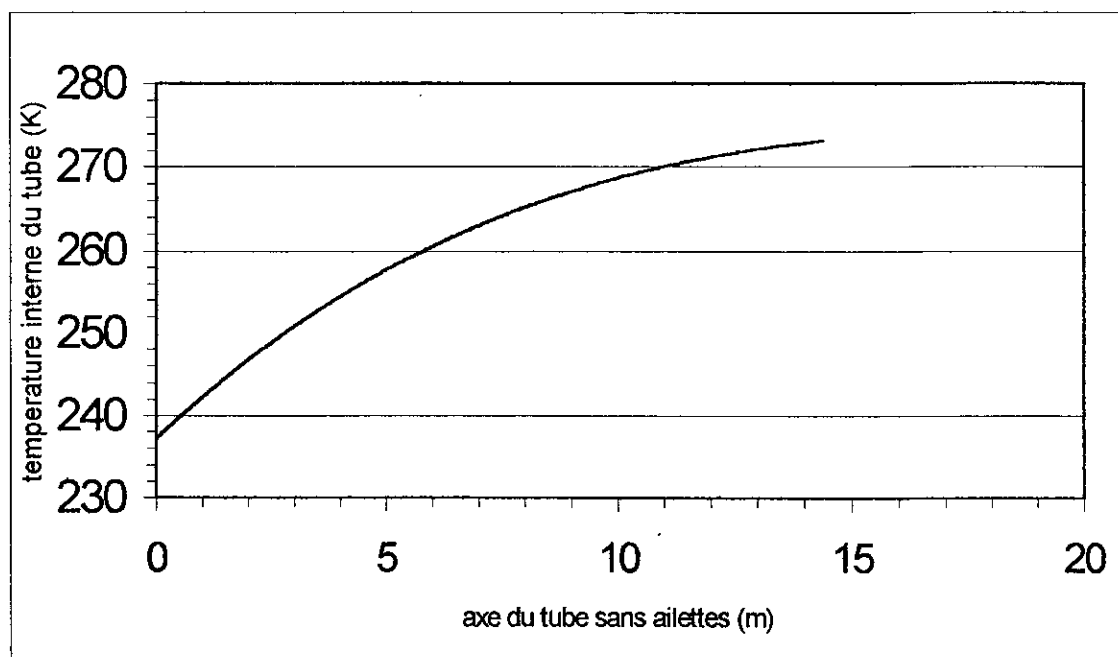


Fig ( IV.21 a ) . Distribution de la température interne du tube sans ailettes selon l'axe de celui-ci.



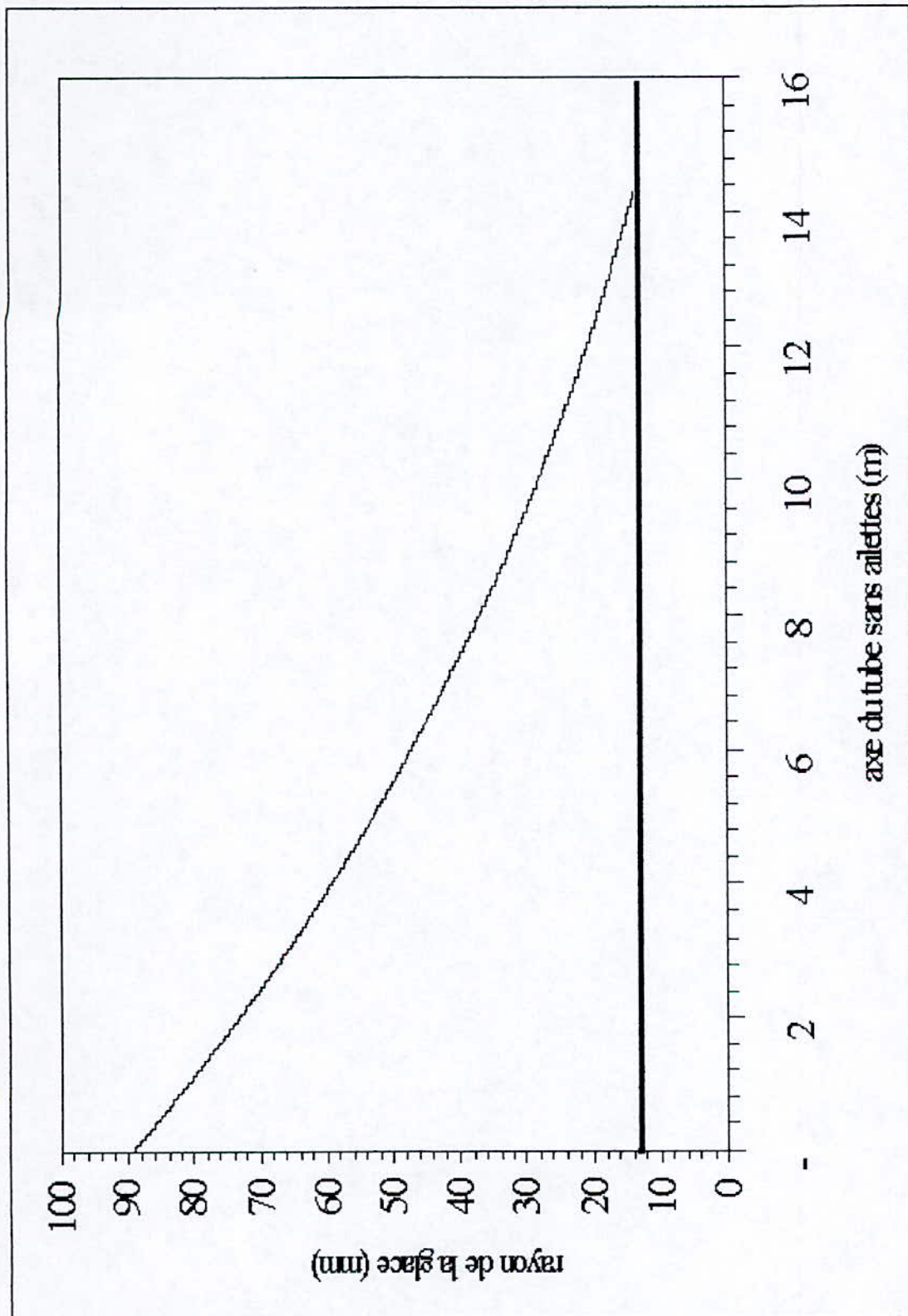


Fig (IV.22 a) . Distribution de l'épaisseur de glace selon l'axe du tube sans ailettes .

Les figures (IV.20 b , IV.21 b et IV.22 b ) représentent respectivement la distribution selon l'axe du tube ailette de : l'épaisseur de la glace , la température du fluide (G-N) et la température de la paroi interne du tube, en utilisant les résultat précédents .

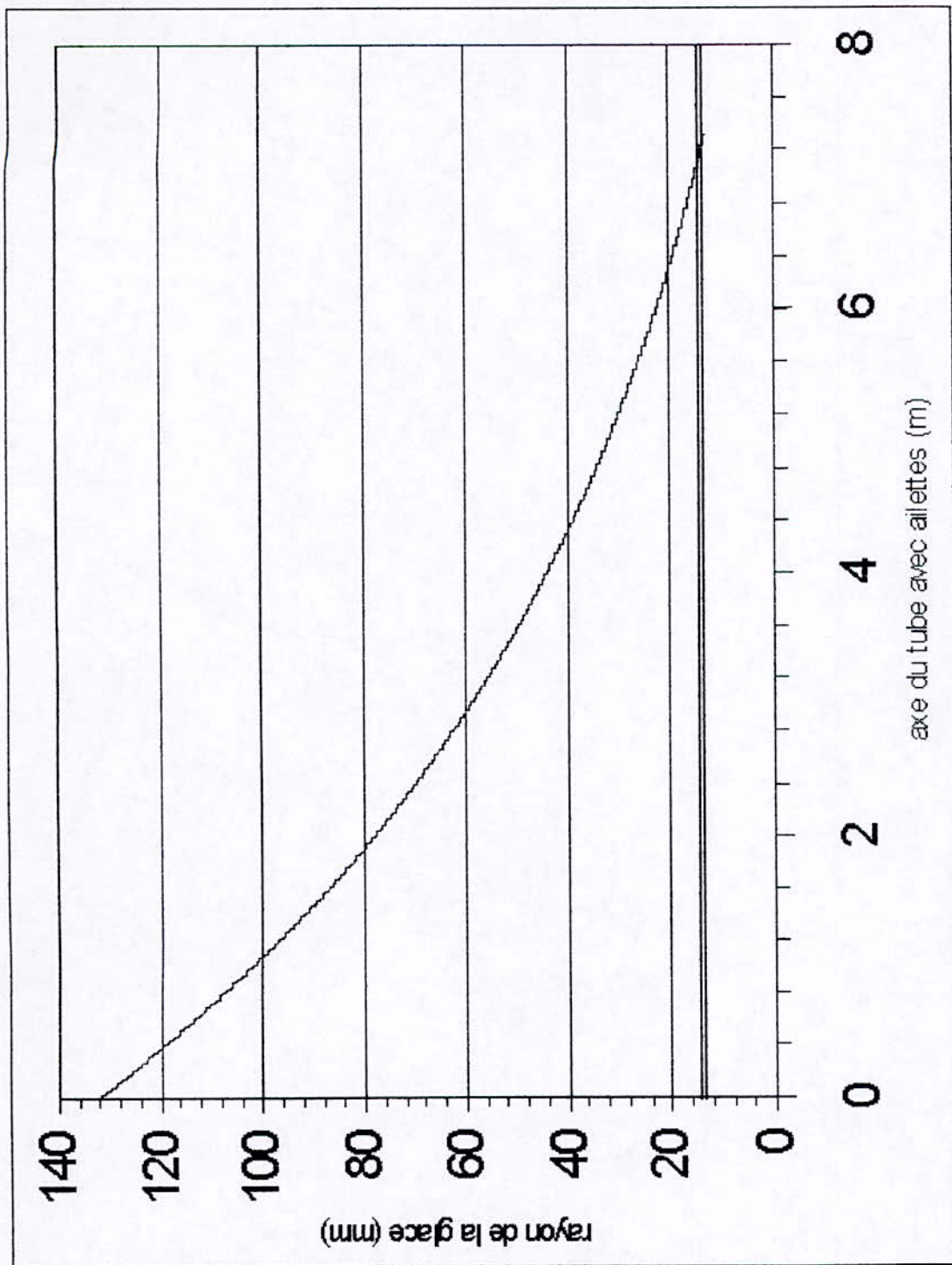


Fig (IV.20 b ) . Distribution de l'épaisseur de glace selon l'axe du tube avec ailettes apres les cinq premiers tubes .

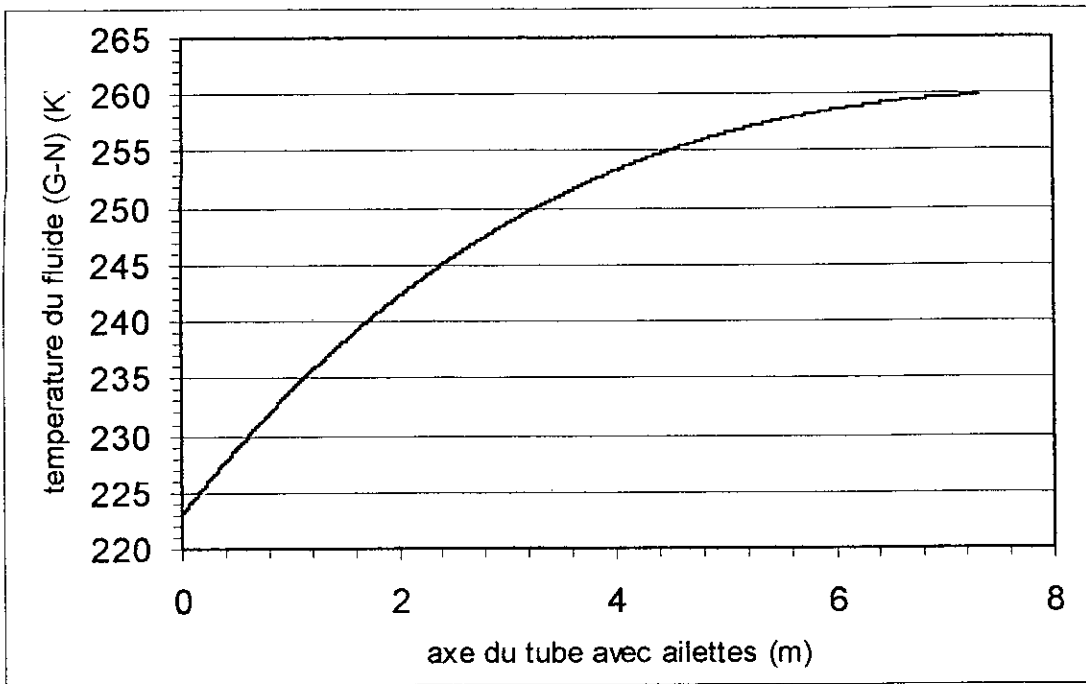


Fig (IV.21 b) . Distribution de température du fluide (G-N) selon l'axe du tube ailetté .

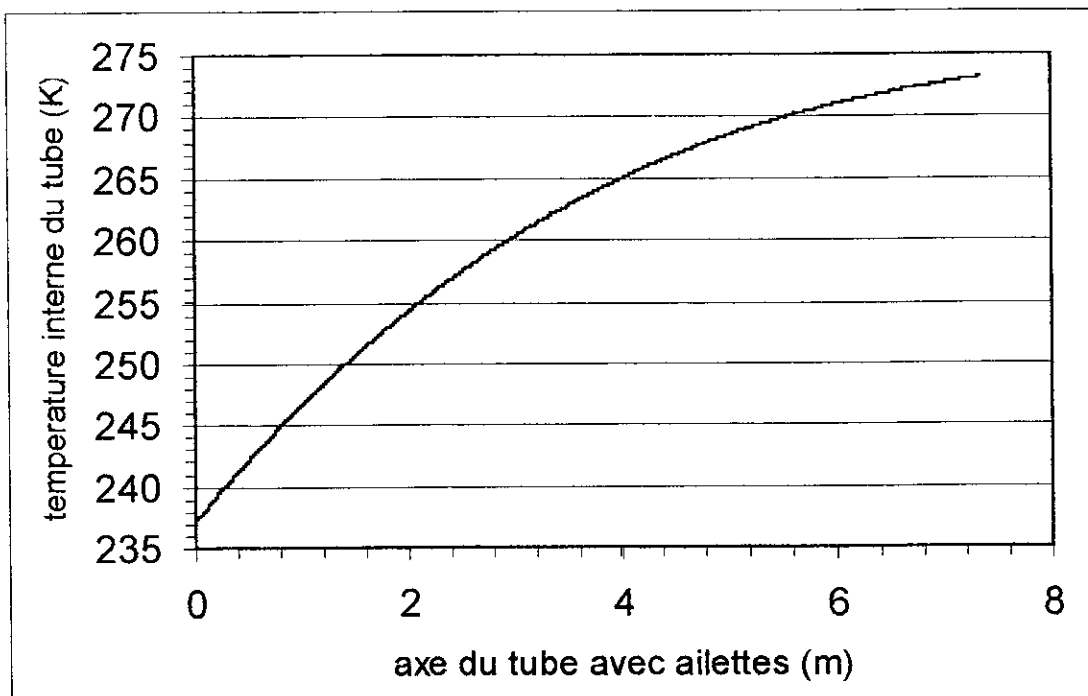


Fig (IV.22 b) . Distribution de la température interne du tube ailetté selon l'axe de celui-ci .

### IV.3 / Etude de la partie où il y a condensation de la vapeur d'eau contenue dans l'air à l'extérieur des tubes :

#### IV.3.1 Introduction :

Dans cette partie, on va étudier en régime permanent, la condensation qui a lieu sur les ailettes du 8<sup>ème</sup> tube, qui ne sont pas complètement couverts par la glace (Cf. fig (IV.23) ).

En adoptant un maillage régulier, c-à-d la subdivision du domaine d'investigation en petits éléments, l'utilisation de la théorie fondamentale de **Nusselt** pour la condensation permet de déterminer la distribution de température sur ces ailettes aux points définis par le maillage et de quantifier les flux de chaleur transférés au fluide et enfin de déterminer l'accroissement de température du fluide au cours de son passage par ce tube .

#### IV.3.2 Analyse :

Après avoir déterminé la longueur du cône de glace qui s'est formé après les cinq premiers tubes c-à-d à partir du 6<sup>ème</sup> tube, on constate que les ailettes du 8<sup>ème</sup> tube ne sont pas couvertes de façon complète par la glace (fig (IV.23) ).

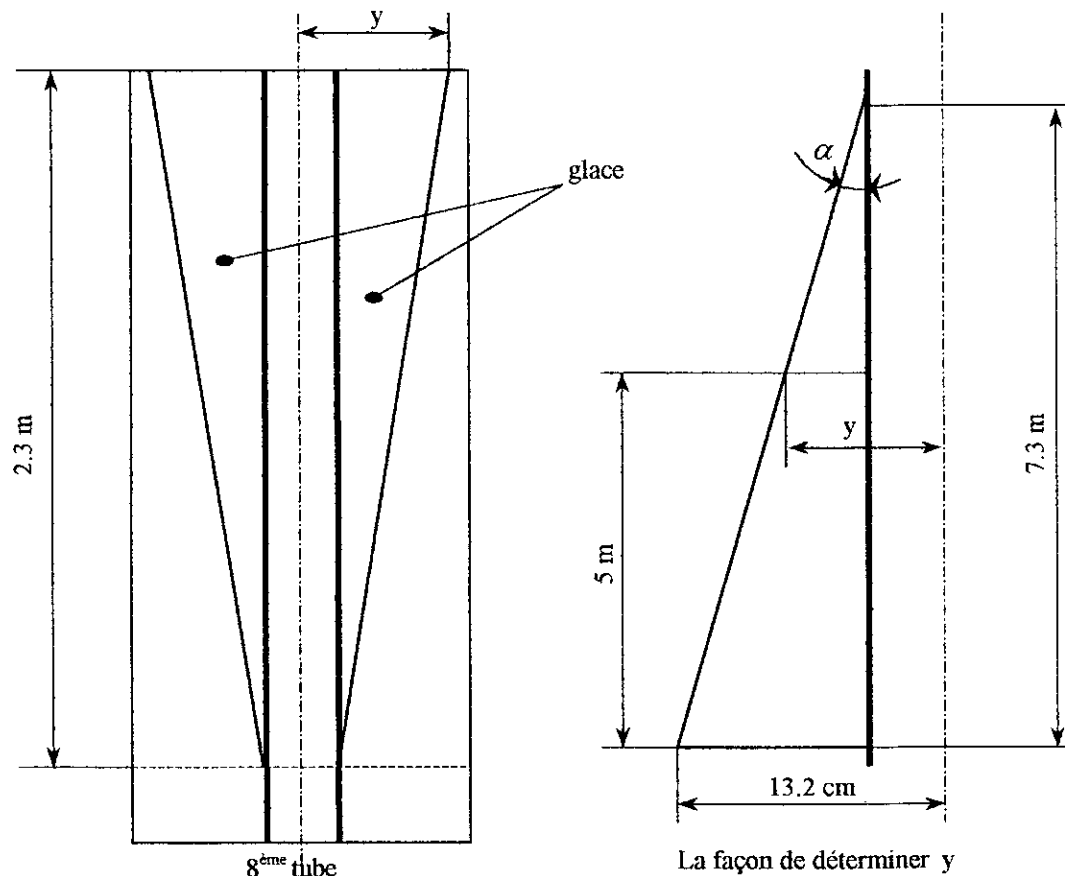


Fig (IV.23) . Les ailettes du 8<sup>ème</sup> tube ne sont pas complètement couverts par la glace .

La valeur de  $y$  indiquée sur la figure précédent , traduit l'épaisseur de glace ( rayon de glace ) au début du 8<sup>ème</sup> tube (depuis le haut ) et elle se calcule comme suit :

$$tg(\alpha) = \frac{13.2 - 1.25}{730} = 0.01637$$

$$\text{de plus } tg(\alpha) = \frac{y - 1.25}{730 - 500} \Rightarrow y = 1.25 + 230 \cdot 0.01637 = 5.02 \text{ (cm) .}$$

En subdivisant le domaine non couvert par la glace d'une ailette de façon régulière selon l'axe du tube et selon le rayon , on obtient le maillage indiqué sur la figure ci-contre (fig ( ) ) , qui définit les points (nœuds ) 1,2,3,...,24 . Chaque élément entourant un point est de longueur 28.75 (cm) selon l'axe du tube et de 1 (cm) selon le rayon de ce dernier à moins qu'il ne soit pas tronqué par le front de glace .

En appliquant le principe de conservation d'énergie aux surfaces de contrôle entourants les différents nœuds définis précédemment, il vient  $\dot{E}_{entrantes} = 0$  . Ceci suppose bien sûr que tous les flux de chaleur sont vers les nœuds .

Il y a lieu de noter qu'on va tenir compte de la conduction radiale entre les nœuds et on va utiliser la relation de Nusselt (III.41) pour calculer le coefficient d'échange lors de la condensation .

Sachant que :

$\Delta i$  : Chaleur latente de condensation augmentée de la différence d'enthalpie de la vapeur (20°C et 14°C)

$\eta$  : viscosité dynamique du condensât .

$\lambda$  : conductivité thermique du condensât .

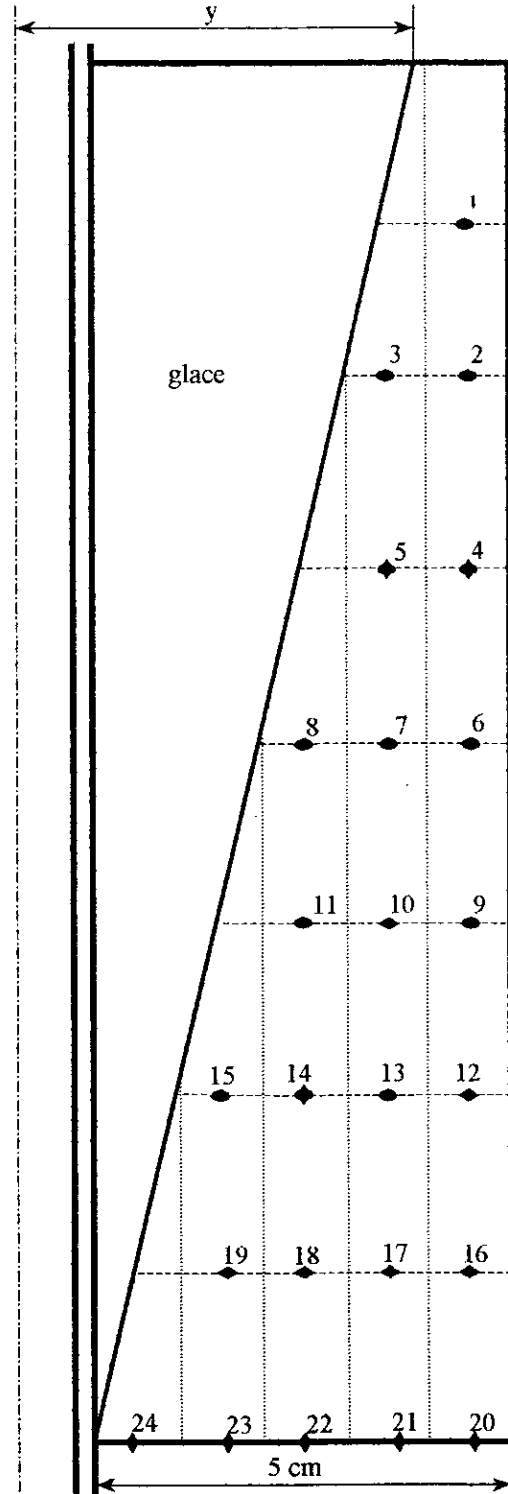


Fig (IV.24) . Détails du maillage sur l'ailette du 8<sup>ème</sup> tube .

$\lambda_{al}$  : conductivité thermique de l'aluminium = 250 (W/m °k) pour 10°C  $g = 9.81$  (m/s<sup>2</sup>).

$\rho$  : la masse volumique du condensât.  $e$  : épaisseur de l'ailette = 1 (mm).

Pour un condensât à 10 °c [1]  $\left\{ \begin{array}{l} \Delta i = 2490 \text{ (KJ/Kg)} \\ \rho = 1000 \text{ (Kg/m}^3\text{)} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \eta = 1307 \cdot 10^{-6} \text{ (Kg/m s)} \\ \lambda = 578 \cdot 10^{-6} \text{ (KW/m}^\circ\text{c)} \end{array} \right.$

On peut alors écrire ces équations traduisant ce principe en les résolvons simultanément :

Nœud 1 :

$$\lambda_{al} \cdot \left( e \cdot \frac{0.2875}{0.01} \right) \cdot (273 - T_1) + 2 \left[ 943 \cdot \left( \frac{\lambda^3 \cdot \rho^2 \cdot \Delta i \cdot g}{\eta \cdot 0.2875 \cdot 2} \right)^{1/4} \right] \cdot 0.2875 \cdot 0.01 \cdot (287 - T_1) = 0$$

$$\rightarrow 6.48 (273 - T_1) + 49 (287 - T_1) = 0 \quad \rightarrow T_1 = 285.4 \text{ }^\circ\text{k}$$

Nœud 2 et 3 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{al} \cdot \left( e \cdot \frac{0.2875}{0.01} \right) \cdot (T_3 - T_2) + 2 \left[ 943 \cdot \left( \frac{\lambda^3 \cdot \rho^2 \cdot \Delta i \cdot g}{\eta \cdot 0.2875 \cdot 2} \right)^{1/4} \right] \cdot 0.2875 \cdot 0.01 \cdot \left( 287 - \frac{285.4 + T_2}{2} \right) = 0 \\ \lambda_{al} \cdot \left( e \cdot \frac{0.2875}{0.005} \right) \cdot (273 - T_3) + \lambda_{al} \cdot \left( e \cdot \frac{0.2875}{0.01} \right) \cdot (T_2 - T_3) + \\ + 2 \cdot \left[ 943 \cdot \left( \frac{\lambda^3 \cdot \rho^2 \cdot \Delta i \cdot g}{\eta \cdot 0.2875 \cdot 2.5} \right)^{1/4} \right] \cdot 0.2875 \cdot \frac{0.015}{2} \cdot (287 - T_3) = 0 \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 6.48 (T_3 - T_2) + 65.03 (144.5 - T_2 / 2) = 0 \\ 12.96 (273 - T_3) + 6.48 (T_2 - T_3) + 43.7 (287 - T_3) = 0 \end{array} \right. \quad \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} T_2 = 287 \text{ }^\circ\text{k} \\ T_3 = 284.1 \text{ }^\circ\text{k} \end{array} \right.$$

Nœud 4 :

$$T_4 = T_2 = 287 \text{ }^\circ\text{k}$$

**Remarque :**

La coulée du condensât fait maintenir la température entre le nœud 2 et 4 à la température de rosée approximativement, ceci a été vérifié par les calculs car on trouve  $T_4 = 286.9 \text{ }^\circ\text{k}$ . Cette remarque peut être appliqué aux autres nœuds qui suivent comme hypothèse.

Nœud 5 :

$$\lambda_{al} \cdot \left( e \cdot \frac{0.2875}{0.01} \right) \cdot (273 - T_5) + \lambda_{al} \cdot \left( e \cdot \frac{0.2875}{0.01} \right) \cdot (287 - T_5) +$$

$$+ 2 \cdot \left[ 943 \cdot \left( \frac{\lambda^3 \cdot \rho^2 \cdot \Delta i \cdot g}{\eta \cdot 0.2875 \cdot 0.4} \right)^{1/4} \right] \cdot 0.2875 \cdot 0.01 \cdot \left( 287 - \frac{T_5 + 284.1}{2} \right) = 0$$

$$\rightarrow 6.48 (273 - T_5) + 6.48 (287 - T_5) + 73.2 \left( 287 - \frac{T_5 + 284.1}{2} \right) = 0$$

$$\rightarrow T_5 \approx 287 \text{ }^\circ\text{k}.$$

Nœud 6 :  $T_6 = T_4 = \sim 287 \text{ °k}$  (avec la remarque précédente)

Nœud 7 :  $T_7 = T_5 = \sim 287 \text{ °k}$  (avec la remarque précédente)

Nœud 8 :

$$\lambda_{al} \cdot \left( e \cdot \frac{0.2875}{0.005} \right) \cdot (273 - T_8) + \lambda_{al} \cdot \left( e \cdot \frac{0.2875}{0.01} \right) \cdot (287 - T_8) +$$

$$+ 2 \cdot \left[ 943 \cdot \left( \frac{\lambda^3 \cdot \rho^2 \cdot \Delta i \cdot g}{\eta \cdot 0.2875 \cdot 3} \right)^{1/4} \right] \cdot 0.2875 \cdot 0.015 \cdot (287 - T_8) = 0$$

$$\rightarrow 12.96 (273 - T_8) + 6.48 (287 - T_8) + 33.2 (287 - T_8) = 0$$

$$\rightarrow T_8 = 283.6 \text{ °k}$$

Nœud 9 :

$T_9 = T_6 = T_4 = \sim 287 \text{ °k}$  (avec la remarque précédente).

Nœud 10 :

$T_{10} = T_7 = T_5 = \sim 287 \text{ °k}$  (avec la remarque précédente).

Nœud 11 :

$$\lambda_{al} \cdot \left( e \cdot \frac{0.2875}{0.01} \right) \cdot (273 - T_{11}) + \lambda_{al} \cdot \left( e \cdot \frac{0.2875}{0.01} \right) \cdot (287 - T_{11}) +$$

$$+ 2 \cdot \left[ 943 \cdot \left( \frac{\lambda^3 \cdot \rho^2 \cdot \Delta i \cdot g}{\eta \cdot 0.2875 \cdot 0.4} \right)^{1/4} \right] \cdot 0.2875 \cdot 0.01 \cdot \left( 287 - \frac{T_5 + 283.6}{2} \right) = 0$$

$$\rightarrow 6.48 (273 - T_{11}) + 6.48 (287 - T_{11}) + 73.2 \left( 287 - \frac{T_{11} + 283.6}{2} \right) = 0$$

$$\rightarrow T_{11} = \sim 287 \text{ °k}$$

Nœud 12 :

$T_{12} = T_9 = \sim 287 \text{ °k}$  (avec la remarque précédente).

Nœud 13 :

$T_{13} = T_{10} = \sim 287 \text{ °k}$  (avec la remarque précédente).

Nœud 14 :

$T_{14} = T_{11} = \sim 287 \text{ °k}$  (avec la remarque précédente).

Nœud 15 :

$$\lambda_{al} \cdot \left( e \cdot \frac{0.2875}{0.005} \right) \cdot (273 - T_{15}) + \lambda_{al} \cdot \left( e \cdot \frac{0.2875}{0.01} \right) \cdot (287 - T_{15}) +$$

$$+ 2 \cdot \left[ 943 \cdot \left( \frac{\lambda^3 \cdot \rho^2 \cdot \Delta i \cdot g}{\eta \cdot 0.2875 \cdot 3} \right)^{1/4} \right] \cdot 0.2875 \cdot 0.015 \cdot (287 - T_{15}) = 0$$

$$\rightarrow 12.96 (273 - T_{15}) + 6.48 (287 - T_{15}) + 33.2 (287 - T_{15}) = 0 \quad \rightarrow T_{15} = 283.6 \text{ °k}$$

Nœud 16 :

$$T_{16} = T_{12} = \sim 287 \text{ }^\circ\text{k} . \text{ (avec la remarque précédente) .}$$

Nœud 17 :

$$T_{17} = T_{13} = \sim 287 \text{ }^\circ\text{k} . \text{ (avec la remarque précédente) .}$$

Nœud 18 :

$$T_{18} = T_{14} = \sim 287 \text{ }^\circ\text{k} . \text{ (avec la remarque précédente) .}$$

Nœud 19 :

$$\lambda_{al} \cdot \left( e \cdot \frac{0.2875}{0.01} \right) \cdot (273 - T_{19}) + \lambda_{al} \cdot \left( e \cdot \frac{0.2875}{0.01} \right) \cdot (287 - T_{19}) +$$

$$+ 2 \cdot \left[ 943 \cdot \left( \frac{\lambda^3 \cdot \rho^2 \cdot \Delta i \cdot g}{\eta \cdot 0.2875 \cdot 0.4} \right)^{1/4} \right] \cdot 0.2875 \cdot 0.01 \cdot \left( 287 - \frac{T_{19} + 283.6}{2} \right) = 0$$

$$\rightarrow 6.48 (273 - T_{19}) + 6.48 (287 - T_{19}) + 73.2 \left( 287 - \frac{T_{19} + 283.6}{2} \right) = 0$$

$$\rightarrow T_{19} = 287 \text{ }^\circ\text{k} .$$

Nœud 20 :

$$T_{20} = T_{16} = \sim 287 \text{ }^\circ\text{k} . \text{ (avec la remarque précédente) .}$$

Nœud 21 :

$$T_{21} = T_{17} = \sim 287 \text{ }^\circ\text{k} . \text{ (avec la remarque précédente) .}$$

Nœud 22 :

$$T_{22} = T_{18} = \sim 287 \text{ }^\circ\text{k} . \text{ (avec la remarque précédente) .}$$

Nœud 23 :

$$T_{23} = T_{19} = \sim 287 \text{ }^\circ\text{k} . \text{ (avec la remarque précédente) .}$$

Nœud 24 :

$$\lambda_{al} \cdot \left( e \cdot \frac{0.2875}{0.005} \right) \cdot (273 - T_{24}) + \lambda_{al} \cdot \left( e \cdot \frac{0.2875}{0.01} \right) \cdot (287 - T_{24}) +$$

$$+ 2 \cdot \left[ 943 \cdot \left( \frac{\lambda^3 \cdot \rho^2 \cdot \Delta i \cdot g}{\eta \cdot 0.2875 \cdot 3} \right)^{1/4} \right] \cdot 0.2875 \cdot 0.015 \cdot (287 - T_{24}) = 0$$

$$\rightarrow 12.96 (273 - T_{24}) + 6.48 (287 - T_{24}) + 33.2 (287 - T_{24}) = 0$$

$$\rightarrow T_{24} = 283.6 \text{ }^\circ\text{k} .$$



La chaleur absorbée par la surface de l'ailette entourant le point  $i$  due à la condensation, s'écrit par :

$$Q_i = 2 \cdot \left[ 943 \cdot \left( \frac{\lambda^3 \cdot \rho^2 \cdot \Delta i \cdot g}{\eta \cdot 0.2875 \cdot \theta_i} \right)^{1/4} \right] \cdot l \cdot e \cdot \theta_i$$

où :  $l$  : longueur de la surface en question égale à 0.2875 ( m ) .

$e$  : largeur de la surface en question selon le cas ; 0.01 ( m ) ou 0.015 ( m ) .

$$\theta_i = 287 - T_i$$

Ainsi , pour le: <u>*/Nœud 1</u> :	$Q_1 = 13.15$ ( W )	<u>*/Nœud 2</u> :	$Q_2 = 9.29$ ( W ) .
<u>*/Nœud 3</u> :	$Q_3 = 17$ ( W )	<u>*/Nœud 4</u> :	$Q_4 = 0$ ( W ) .
<u>*/Nœud 5</u> :	$Q_5 = 11.72$ ( W )	<u>*/Nœud 6</u> :	$Q_6 = 0$ ( W ) .
<u>*/Nœud 7</u> :	$Q_7 = 0$ ( W )	<u>*/Nœud 8</u> :	$Q_8 = 16.04$ ( W ) .
<u>*/Nœud 9</u> :	$Q_9 = 0$ ( W )	<u>*/Nœud 10</u> :	$Q_{10} = 0$ ( W ) .
<u>*/Nœud 11</u> :	$Q_{11} = 11.72$ ( W )	<u>*/Nœud 12</u> :	$Q_{12} = 0$ ( W ) .
<u>*/Nœud 13</u> :	$Q_{13} = 0$ ( W )	<u>*/Nœud 14</u> :	$Q_{14} = 0$ ( W ) .
<u>*/Nœud 15</u> :	$Q_{15} = 16.04$ ( W )	<u>*/Nœud 16</u> :	$Q_{16} = 9.29$ ( W ) .
<u>*/Nœud 17</u> :	$Q_{17} = 0$ ( W )	<u>*/Nœud 18</u> :	$Q_{18} = 0$ ( W ) .
<u>*/Nœud 19</u> :	$Q_{19} = 11.72$ ( W )	<u>*/Nœud 20</u> :	$Q_{20} = 0$ ( W ) .
<u>*/Nœud 21</u> :	$Q_{21} = 0$ ( W )	<u>*/Nœud 22</u> :	$Q_{22} = 0$ ( W ) .
<u>*/Nœud 23</u> :	$Q_{23} = 0$ ( W )	<u>*/Nœud 24</u> :	$Q_{24} = 16.04$ ( W ) .

Ce qui donne en tout pour une ailette :  $\dot{Q}_{ailette} = \sum_{i=1}^{i=24} \dot{Q}_i = 122,72$  ( W ) .

Donc pour 8 ailettes :  $\dot{Q} = 8 \cdot \dot{Q}_{ailette} = 981.76$  ( W ) .

Ainsi , l'accroissement de température du fluide réfrigérant  $\Delta T$  depuis le début du 8<sup>ème</sup> tube jusqu'au nœud 24 , résultant de la condensation , se calcul en utilisant l'équation d'énergie comme suit :

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot C_p \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{\dot{Q}}{\dot{m} \cdot C_p}$$

où :  $\Delta T = T_{fgc} - T_{fgs}$        $T_{fgc}$  : Température du fluide à la fin de la formation de la glace sur le tube ailetté en tenant compte de la condensation .

$T_{fgs}$  : Température du fluide à la fin de la formation de la glace sur le tube ailetté sans tenir compte de la condensation .

Il faut noter qu'on est en régime permanent , et par suite toute la chaleur dégagée par la vapeur lors de la condensation sera absorbée par le fluide (G-N) .

Sachant que :  $T_{fgs} = 260.3 \text{ °k}$  ( Cf . fig ( IV.20 a ) ) , alors  $T_{fgc}$  sera :

$$T_{fgc} = T_{fgs} + \frac{\dot{Q}}{\dot{m} \cdot Cp} = 260.3 + \frac{981,76}{0.0183 \cdot 2200} = 284.7 \text{ K.}$$

Au delà de la fin de formation du cône de glace c-à-d au delà du nœud 24 vers le bas , on suppose que le tube et les ailettes restent à des températures de l'ordre de la température de rosée , comme il a été mentionné auparavant , et cela sous l'effet de la coulée du condensât . L'accroissement de température dans cette partie se calcul toujours en utilisant l'équation d'énergie (IV.5) , sachant que  $T_m$  est constante et est égale à  $\sim 14^\circ\text{c} = 287 \text{ K}$  .

Donc :

$$T_{i+1} = T_i + \frac{2\pi \cdot r_m \cdot h_i \cdot \Delta z}{(\dot{m} \cdot Cp)_i} \cdot (T_1 - T_i)$$

Pour :  $\Delta z = 3 \text{ ( mm )} = 0.003 \text{ m}$        $Cp \sim 2200 \text{ J/Kg.K}$  .

$r_m = 1.25 \text{ ( cm )} = 0.0125 \text{ m}$        $h_{bi} = h_b(T_i) \sim 194.4 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

$\dot{m} = 0.0183 \text{ kg/s}$  .

$\Rightarrow T_{i+1} = T_i + 11.44 \cdot 10^{-4} \cdot (287 - T_i)$     pour  $i = 1, 67$  , car sur les 20 cm qui restent du 8<sup>ème</sup> tube on a 67 éléments de longueur 3 ( mm ) .

Avec  $T_1 = 284.7 \text{ K}$  on trouve :

$$T_{67} = 285. \text{ K}$$

### **IV.3.3 Remarques et commentaires :**

1. L'étude de cette section fait remarquer que les transferts de chaleur par condensation et en général , les transferts de chaleur par changement de phase , font intervenir des chaleurs importantes , car on voit que sur le 8<sup>ème</sup> tube , l'augmentation de la température du fluide est de l'ordre de  $40^\circ\text{c}$  , tandis que l'augmentation par tube dans le cas de formation de glace , est de l'ordre de  $16^\circ\text{c}$  , ce qui explique l'utilisation de ces modes de transferts de chaleur par changement de phase pour les refroidissements les cœurs des centrales nucléaires ou les tours de refroidissement par exemple .
2. Les résultats obtenus dans cette section peuvent être améliorés , en adoptant un maillage plus fin , ce qui induit l'augmentation du nombre de nœuds et donc le nombre d'équations à résoudre .

3. Ainsi , on peut dire que l'entrée du 9<sup>ème</sup> tube se caractérise par une température du fluide réfrigérant de l'ordre de 285°k et une température de la paroi des tubes et des ailettes légèrement supérieure à 14°c , qui veut dire qu'il n'y a plus de condensation sur le tube et les ailettes . Le processus de convection naturelle rentre en jeu .

#### **IV.4 / Etude de la partie ou il y a transfert de chaleur par convection naturelle :**

##### **IV.4.1 Introduction :**

Au cours de cette section , on déterminera la distribution de température du fluide (G-N) qui rentre à une température de l'ordre de 285° k depuis le 9 tube jusqu'au 16 tube ( dernier tube ) c-à-d durant les huit derniers tubes reliés entre eux en série . Ce qui permet de déterminer la température de sortie .

##### **IV.4.2 Analyse :**

La procédure de détermination de cette distribution de température du fluide , ainsi que celle de la paroi interne du tube , consiste à utiliser les corrélations empiriques vues aux chapitre II pour la détermination des coefficients d'échange en convection naturelle sur plaques verticales , avec l'adoption d'un maillage régulier résultant de la partition du tube et des ailettes en éléments identiques selon l'axe et le rayon du tube (Cf fig (IV.25) ) .

L'influence de la couche limite forme sur un élément du maillage (définis sur les ailettes et les tubes ) sur un autre élément , sera négligée comme hypothèse . La procédure s'avère donc numérique et un programme qui activera ces calculs est nécessaire pour aboutir à ces objectifs

Comme il à été mentionné auparavant , on peut voir sur la figure (IV.25) les détails du maillage utilisé . Les éléments longitudinaux sont identiques et de longueur  $\Delta x$  , tandis que radialement , l'ailette a été subdivise 5 en éléments identiques de longueur  $\Delta r$  .

Sur chaque élément , on définit un nœud de température  $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5$  . La température  $T_i$  définit la température de l'élément se trouvant sur le tube .

En appliquant le principe de conservation d'énergie aux surfaces de contrôle entourants les différents nœuds définis , il vient alors  $\dot{E}_{entrantes} = 0$  . Ceci suppose bien sure que tous les flux de chaleur sont vers les nœuds .

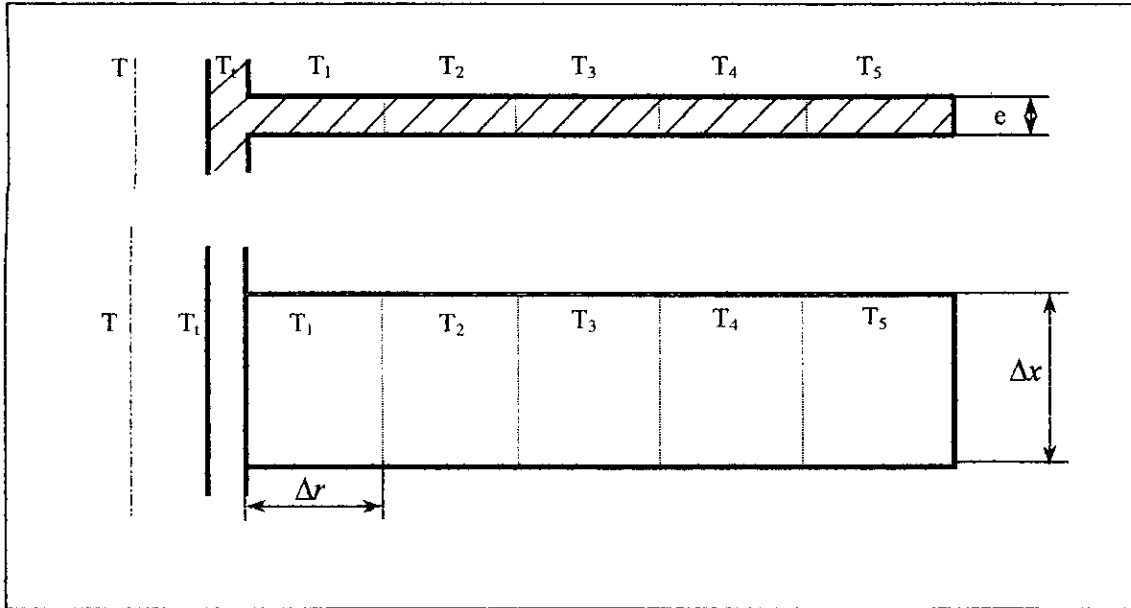


Fig ( IV.25) . Les details du maillage utilise sur les ailettes des 8 derniers tubes .

On peut écrire alors les équations suivantes pour les différents nœuds :

Nœud t :

$$2\pi \cdot r_1 \cdot \Delta x \cdot h_b \cdot (T_t - T) = 8 \cdot \lambda_{al} \cdot \left( \frac{e \cdot \Delta x}{\Delta r / 2} \right) \cdot (T_1 - T_t) + [2\pi \cdot r_2 - 8 \cdot e] \cdot \Delta x \cdot h_t \cdot (T_\infty - T_t)$$

Nœud 1 :

$$2\lambda_{al} \cdot \left( e \frac{\Delta x}{\Delta r} \right) \cdot (T_t - T_1) + \lambda_{al} \cdot \left( e \frac{\Delta x}{\Delta r} \right) \cdot (T_2 - T_1) + 2 \cdot h_1 \cdot (\Delta x \cdot \Delta r) \cdot (T_\infty - T_1) = 0$$

Nœud 2 :

$$\lambda_{al} \cdot \left( e \frac{\Delta x}{\Delta r} \right) \cdot (T_1 - T_2) + \lambda_{al} \cdot \left( e \frac{\Delta x}{\Delta r} \right) \cdot (T_3 - T_2) + 2 \cdot h_2 \cdot (\Delta x \cdot \Delta r) \cdot (T_\infty - T_2) = 0$$

Nœud 3 :

$$\lambda_{al} \cdot \left( e \frac{\Delta x}{\Delta r} \right) \cdot (T_2 - T_3) + \lambda_{al} \cdot \left( e \frac{\Delta x}{\Delta r} \right) \cdot (T_4 - T_3) + 2 \cdot h_3 \cdot (\Delta x \cdot \Delta r) \cdot (T_\infty - T_3) = 0$$

Nœud 4 :

$$\lambda_{al} \cdot \left( e \frac{\Delta x}{\Delta r} \right) \cdot (T_3 - T_4) + \lambda_{al} \cdot \left( e \frac{\Delta x}{\Delta r} \right) \cdot (T_5 - T_4) + 2 \cdot h_4 \cdot (\Delta x \cdot \Delta r) \cdot (T_\infty - T_4) = 0$$

Nœud 5 :

$$+ \lambda_{al} \cdot \left( e \frac{\Delta x}{\Delta r} \right) \cdot (T_4 - T_5) + 2 \cdot h_5 \cdot (\Delta x \cdot \Delta r) \cdot (T_\infty - T_5) = 0$$

Sachant que :  $\lambda$  : Conductivité thermique de l'aluminium .

$e$  : Epaisseur de l'ailette .

$h_t, h_1, h_2, h_3, h_4$  et  $h_5$  : Coefficients d'échange de chaleur en convection naturelle sur les éléments entourants les nœuds  $t, 1, 2, 3, 4$  et  $5$  .

$h_b$  : Coefficient d'échange en convection forcée .

Les coefficients  $h_t, h_1, h_2, h_3, h_4$  et  $h_5$  sont fonction des températures  $T_t, T_1, T_2, T_3, T_4$  et  $T_5$ , ce qui complique leurs détermination au cours des itérations . Alors , on va utiliser plutôt un coefficient d'échange moyen  $h_{nat}$ , basé sur la température  $T_2$  qu'on juge convenable pour représenter une température moyenne des températures  $T_t, T_1, T_2, T_3, T_4$  et  $T_5$ .

En tenant compte que :

$e=0.001$  m,  $\lambda=240$  W/m K,  $\Delta x=0.01$  m,  $\Delta r=0.01$  m,  $r_1=0.0115$  m,  $r_2=0.0125$  m, alors le système d'équation précédent peut s'écrire sous forme matricielle comme suit :

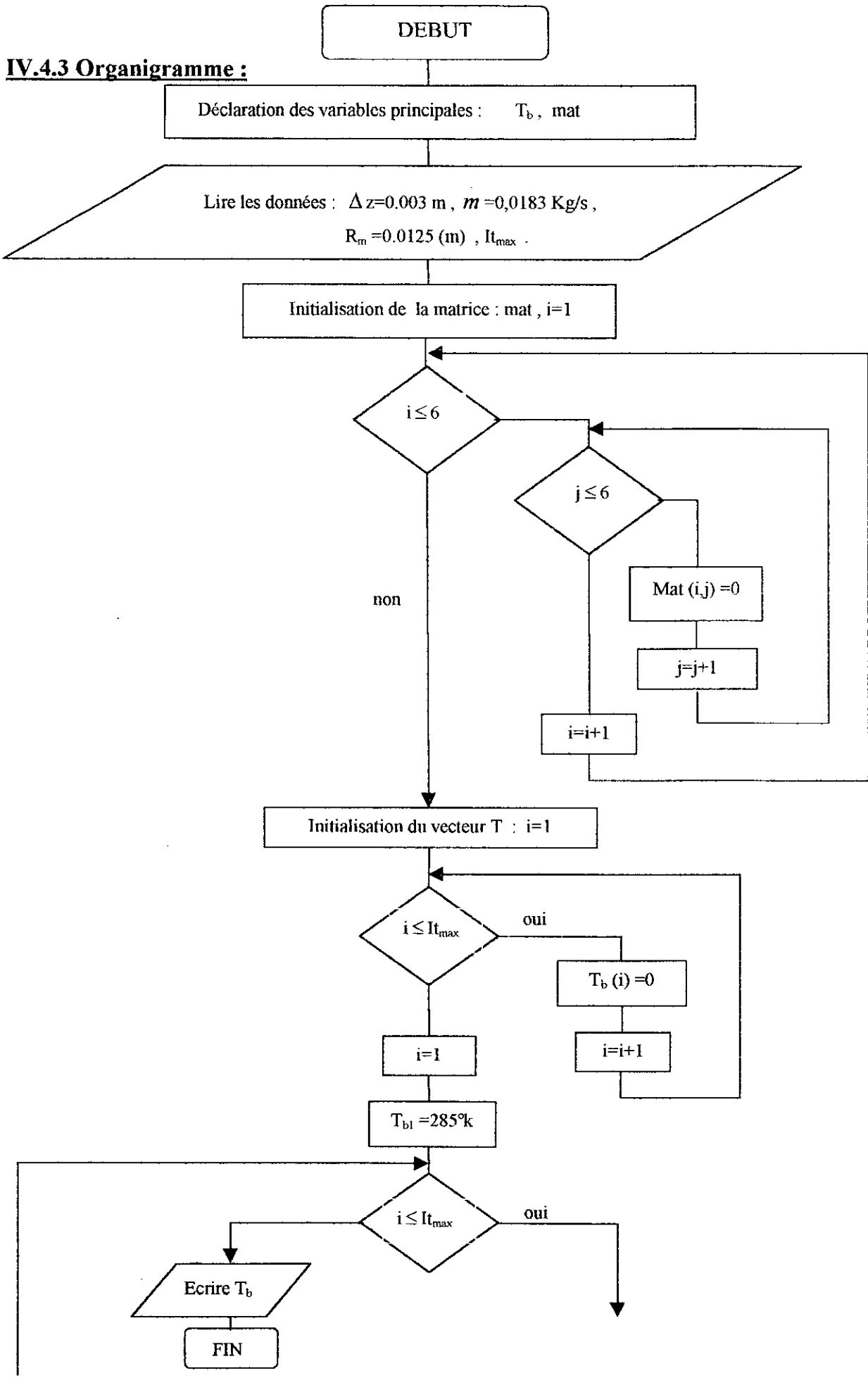
$$\begin{bmatrix} m_1 & -3.84 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.48 & m_2 & 0.24 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.24 & m_3 & 0.24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.24 & m_3 & 0.24 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.24 & m_3 & 0.24 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.24 & m_4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} T_t \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_5 \\ -0.0586 \cdot h_{nat} \\ -0.0586 \cdot h_{nat} \\ -0.0586 \cdot h_{nat} \\ -0.0586 \cdot h_{nat} \\ -0.0586 \cdot h_{nat} \end{pmatrix} \begin{cases} m_1 = 723 \cdot 10^{-6} \cdot h_b + 3.84 + 705 \cdot 10^{-6} \cdot h_{nat} . \\ m_2 = -(0.72 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot h_{nat}) \\ m_3 = -(0.48 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot h_{nat}) \\ m_4 = -(0.24 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot h_{nat}) \\ m_5 = 723 \cdot 10^{-6} \cdot T_b \cdot h_b + 3.84 + 0.2066 \cdot h_{nat} . \end{cases}$$

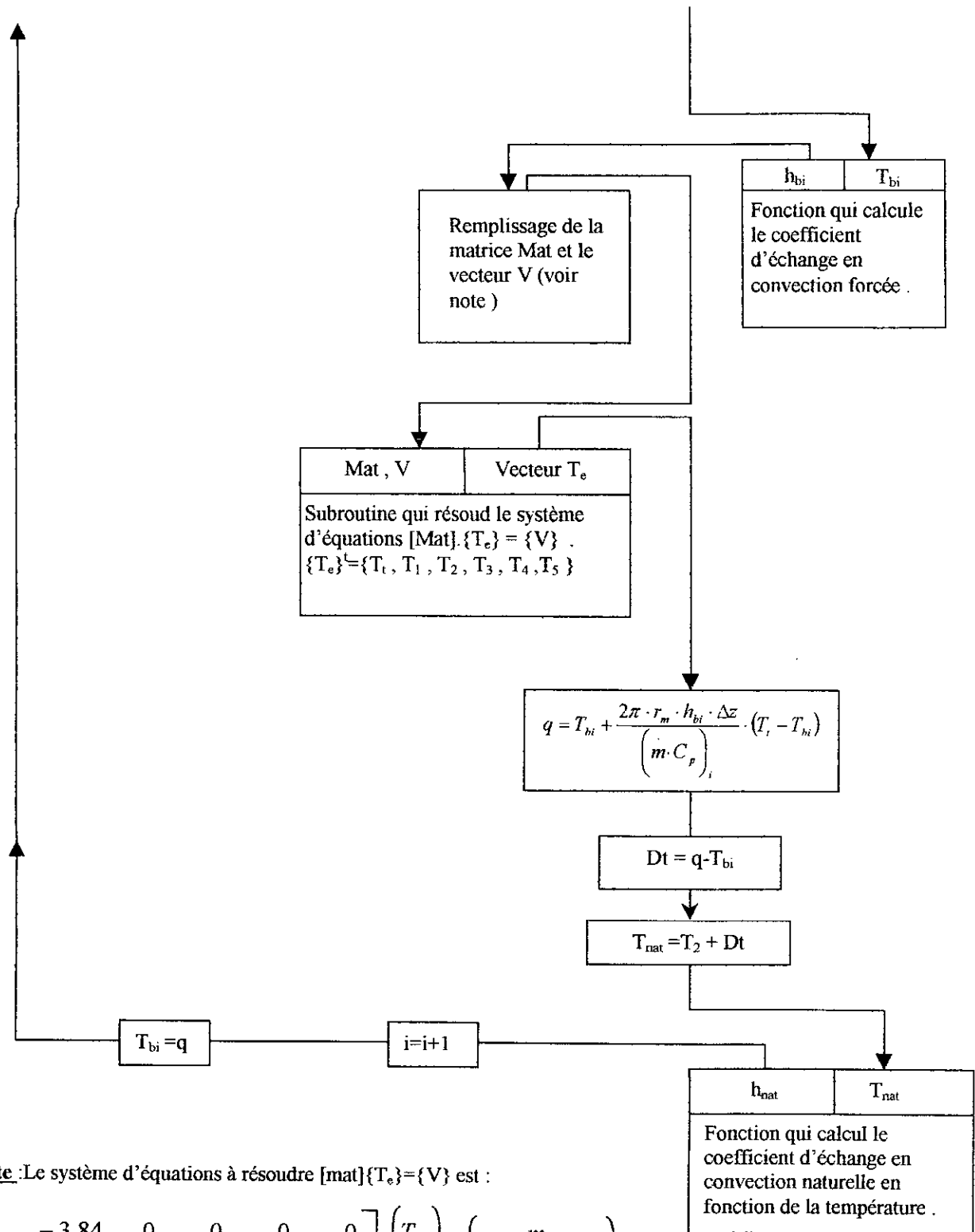
En utilisant l'équation d'énergie en régime permanent ( IV.5 ), avec le système d'équation précédent, on peut démarrer le processus itératif comme suit :

- On démarre avec les valeurs  $T_b=285$  K pour le fluide , donc  $h_b = h_b 285 \text{ K} \sim 180.5 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$  et avec  $h_{nat} = 7.85 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$  qu'on a pu avoir e faisant des itérations .
- On résout le système d'équation précédent pour les températures  $T_t, T_1, T_2, T_3, T_4$  et  $T_5$  .
- On trouve la nouvelle température du fluide avec l'équation de l'énergie grâce à  $T_t$  .
- On calcul l'écart de température du fluide entre l'ancienne valeur et la nouvelle calculée .
- La température  $T_2$  sera augmentée de l'écart précédent et le coefficient d'échange de convection naturelle pour la prochaine itération peut être calculé car  $h_{nat} = h_{nat} (T_2)$  .
- On résout le nouveau système d'équation .
- Un test de sortie , lorsque on atteint la fin du 16<sup>ème</sup> tube c-à-d , la sortie de l'échangeur .

Le coefficient d'échange de convection naturelle  $h_{nat}$  est fonction de la température , car les propriétés thermophysiques de l'air en dépendent . Il se calcul à partir de (III.30) .

**IV.4.3 Organigramme :**





**Note** : Le système d'équations à résoudre [mat]{T<sub>e</sub>}={V} est :

$$\begin{bmatrix} m_1 & -3.84 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.48 & m_2 & 0.24 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.24 & m_3 & 0.24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.24 & m_3 & 0.24 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.24 & m_3 & 0.24 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.24 & m_4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} T_t \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_5 \\ -0.0586 \cdot h_{nat} \\ -0.0586 \cdot h_{nat} \\ -0.0586 \cdot h_{nat} \\ -0.0586 \cdot h_{nat} \\ -0.0586 \cdot h_{nat} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 723 \cdot 10^{-6} \cdot h_b + 3.84 + 705 \cdot 10^{-6} \cdot h_{nat} \\
 m_2 &= -(0.72 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot h_{nat}) \\
 m_3 &= -(0.48 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot h_{nat}) \\
 m_4 &= -(0.24 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot h_{nat}) \\
 m_5 &= 723 \cdot 10^{-6} \cdot T_b \cdot h_b + 3.84 + 0.2066 \cdot h_{nat}
 \end{aligned}$$

#### **IV.4.4 Le programme de la procédure :**

Le programme en question est illustré en annexe A.

#### **IV.4.5 Les résultats obtenus :**

La figure (Fig. ( )) montre la distribution de température du fluide (G-N) selon l'axe des 8 derniers tubes où la convection naturelle a lieu à l'extérieure des tubes ailettes .

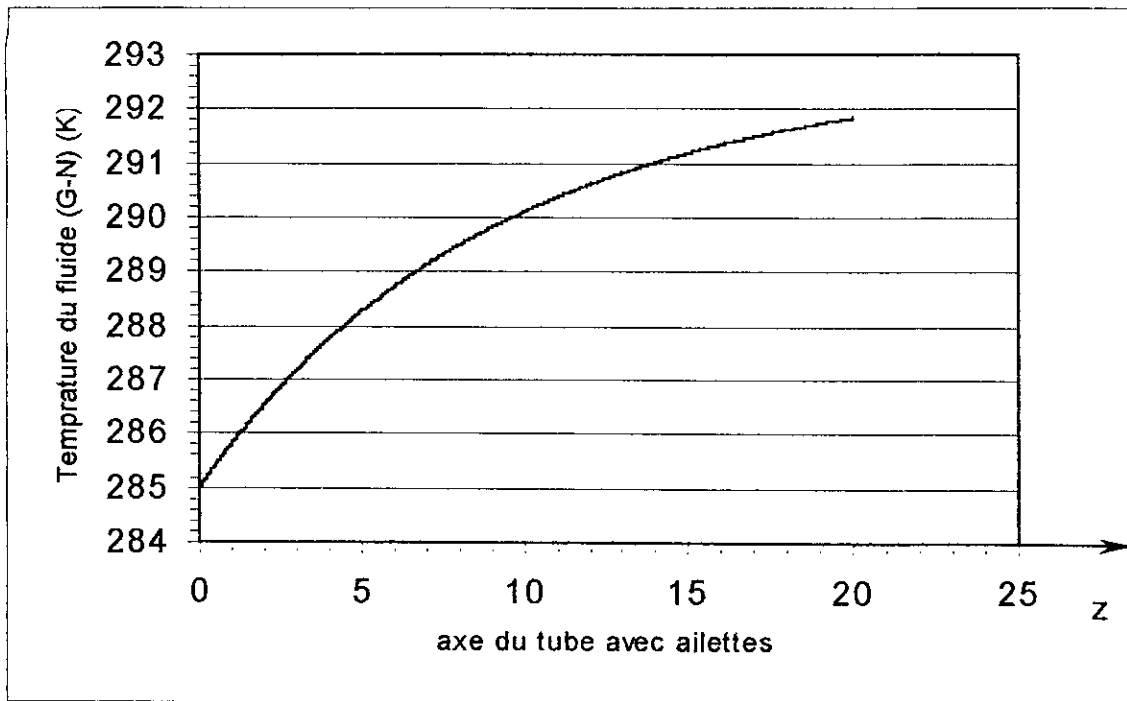


Fig (IV.26) .Distribution de température obtenue sur les 8 derniers tubes , siège de la convection naturelle et l'obtention de la température de sortie .



0,01	285,009	287.664	287.746	287.877	287.975	288.040	288.072
0,02	285,017	287.666	287.749	287.880	287.977	288.042	288.074
0,03	285,026	287.672	287.754	287.885	287.982	288.047	288.079
0,04	285,034	287.678	287.760	287.891	287.988	288.052	288.085
0,05	285,043	287.683	287.766	287.896	287.993	288.058	288.090
0,06	285,052	287.688	287.770	287.900	287.997	288.061	288.093
0,07	285,06	287.694	287.776	287.906	288.003	288.068	288.100
0,08	285,069	287.699	287.781	287.911	288.008	288.072	288.104
0,09	285,077	287.706	287.787	287.917	288.014	288.078	288.110
0,1	285,086	287.710	287.792	287.922	288.018	288.082	288.114
0,11	285,094	287.717	287.799	287.928	288.025	288.089	288.121
0,12	285,103	287.721	287.803	287.932	288.029	288.092	288.124
0,13	285,111	287.727	287.808	287.937	288.034	288.097	288.129
0,14	285,12	287.733	287.814	287.943	288.039	288.103	288.135
0,15	285,128	287.739	287.820	287.949	288.045	288.108	288.140
0,16	285,137	287.742	287.823	287.952	288.047	288.111	288.143
0,17	285,145	287.749	287.830	287.959	288.055	288.118	288.150
0,18	285,154	287.754	287.835	287.963	288.059	288.122	288.154
0,19	285,162	287.759	287.840	287.968	288.063	288.127	288.158
0,2	285,17	287.766	287.846	287.975	288.070	288.133	288.165
0,21	285,179	287.770	287.850	287.978	288.073	288.136	288.168
0,22	285,187	287.777	287.857	287.985	288.080	288.143	288.175
0,23	285,196	287.782	287.862	287.990	288.085	288.148	288.179
0,24	285,204	287.786	287.866	287.994	288.089	288.152	288.183
0,25	285,212	287.792	287.872	288.000	288.095	288.157	288.189
0,26	285,221	287.798	287.878	288.005	288.100	288.162	288.194
0,27	285,229	287.804	287.884	288.011	288.105	288.168	288.199
0,28	285,237	287.808	287.888	288.015	288.109	288.172	288.203
0,29	285,246	287.813	287.893	288.019	288.114	288.176	288.207
0,3	285,254	287.820	287.900	288.027	288.121	288.183	288.215
Z (m)	$T_b$ (K)	$T_t$ (K)	$T_1$ (K)	$T_2$ (K)	$T_3$ (K)	$T_4$ (K)	$T_5$ (K)

Tableau. (IV.1). quelques valeurs des résultats obtenus montrant les différentes températures .

**IV.4.6 Remarques et commentaires :**

- Les résultats obtenus montrent bien que la température  $T_2$  représente bien une température moyenne des températures  $T_b, T_t, T_1, T_2, T_3, T_4$  et  $T_5$ , ce qui permet d'utiliser le coefficient  $h_{nat}$  comme coefficient d'échange moyen pour la convection naturelle .
- L'hypothèse de négliger l'influence de la couche limite formée sur un élément du maillage utilisé, sur la couche limite formée sur l'élément qui suit dans la direction de l'écoulement de l'air en convection naturelle, n'est certainement pas exacte . Mais, l'allure de la courbe de distribution de température du fluide, montre qu'on peut accepter cette hypothèse, car dans notre cas , les gradients de températures entre l'air et les parois du tube sont faibles .

Il faut noter que seules les résultats expérimentaux, peuvent juger du sort de cette Hypothèse . Il faut savoir aussi, qu'il existe plusieurs publications traitants ce sujet pour différentes géométrie et ceci jusqu'à présent .

- La courbe de distribution de température du fluide se caractérise par un faible accroissement de la température du fluide à mesure qu'on avance dans le tube, car les coefficients de transfert de chaleur en convection naturelle deviennent faibles lorsque les gradients de température deviennent faibles comme on peut le constater lorsqu'on calcul  $h_{nat}$  .
  
- On constate bien, que la température de sortie de ce réchauffeur est de  $18,7\text{ }^{\circ}\text{C}=291,7\text{ K}$  . Il faut cependant, ne pas oublier qu'on a supposé que les huit derniers tubes sur lesquels se produit la convection naturelle, sont isolés par rapport aux autres tubes et qu'ils ne subissent pas d'influence de la glace qui se forme sur les huit premiers tubes de la première rangé . Dans le cas réel, la glace qui se forme sur les huit premiers tubes en régime permanent (quasi-permanent), déborde pour toucher les huit derniers tubes, ce qui réduirai par conséquent, la température de sortie .

## CONCLUSION

Les résultats obtenus dans le cadre de ce projet, montrent que :

- La température de sortie de cet échangeur en régime permanent, était  $18.7^{\circ}\text{C}$ , et ceci en négligeant, d'une part, l'effet d'interaction de la glace qui se forme sur les huit premiers tubes, et d'autre part, l'effet de la glace qui se forme sur les huit premiers tubes ( $1^{\text{re}}$  rangée) sur les huit derniers tubes ( $2^{\text{nd}}$  rangée), car l'espacement entre les tubes est réduit. C'est pour cette raison que les nouvelles générations de réchauffeurs atmosphériques de L' AIR LIQUIDE, sont caractérisées par des espacements importants entre les tubes ailettés (voir annexe C).

En réalité, la température réelle est inférieure à  $18.7^{\circ}\text{C}$  en régime permanent. Cependant le constructeur nous assure que la température de sortie se trouve supérieur à  $10^{\circ}\text{C}$ , pour une période de fonctionnement continue de 22 heures [3].

- D'après la conclusion précédente et d'après les résultats obtenus pour le cas du régime transitoire, on peut affirmer que la température de sortie approche bien les  $18^{\circ}\text{C}$ , surtout durant les premières instants de fonctionnement, car la glace ne s'est pas épaissit énormément pour former une résistance importante au passage du flux de chaleur depuis l'air ambiant.

- L'interposition d'un autre échangeur de chaleur entre la sortie de ce réchauffeur et l'entrée des chambres de combustion est nécessaire pour faire augmenter la température du (G-N) jusqu'à la plage désirée qui est compris entre  $30$  et  $40^{\circ}\text{C}$ . Cette échangeur de chaleur existe réellement dans le banc d'essai de combustion et il est constitué d'un tube réalisé en forme de serpentín entourant le tube d'échappement de la chambre de combustion pour pouvoir extraire de la chaleur depuis les gaz chauds de combustion.

L'échangeur de chaleur supplémentaire, permet de faire augmenter la température du fluide (G-N) même si elle est basse (légèrement supérieure à  $10^{\circ}\text{C}$ ) dans le cas du régime permanent, car il utilise une source de chaleur constante et par suite, il permet de récupérer les flux de chaleur qui devraient être absorbés dans le réchauffeur par le (G-N), à cause de l'accumulation intensive de la glace. Ce qui justifie notre étude du régime permanent.

- Les réchauffeurs atmosphériques sont économiquement rentable, car ils utilisent l'air ambiant pour prélever les calories nécessaire au réchauffage des gaz cryogéniques . Ce qui explique leur vaste utilisation dans les applications de stockage de l'énergie thermique comme dans les hôpitaux ou les entreprises qui utilisent les gaz industriels dans leur activité: (l'hélium, l'azote, l'oxygène, l'argon, ...), l'ENGI en est un exemple (Entreprise nationale des gaz industriels) . Mais ils sont cependant très sensibles aux conditions atmosphériques , car leurs performances (coefficients d'échange en convection naturelle, la température de rosée, les chaleurs latentes de condensation et de solidification, ...) en dépendent (humidité, température de l'air, ensoleillement, le vent, ...)

- Le transfert de chaleur par changement de phase (condensation+solidification) est dominant par rapport aux autres modes de transfert classiques (conduction, rayonnement, convection) ce qui explique son utilisation pour le refroidissement des cœurs des centrales nucléaires ou des tours de refroidissement ;

Il est bien évident qu'un travail n'est scientifiquement fondé que s'il est validé expérimentalement. Une étude expérimentale est nécessaire pour valider nos résultats théoriques obtenus .

Avant une éventuelle utilisation du banc d'essai, nous recommandons :

- Un contrôle préalable de ces organes et une actualisation de son instrumentation ;
- Un soufflage générale et essai d'étanchéité avec l'air sec ou de l'azote avant la mise en service [3] .

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] **R.J Kern Gregorig**  
"Echangeurs de chaleur " (traduit de l'Allemand par : **R.Secan**)  
Edition : Beranger ,1965.
- [2] **B.Vick , D.J. Nelson and X.Yu**  
"Freezing and Melting with Multiple Phase Fronts Along the Outside of a Tube "  
Journal of Heat Transfer ,Vol 120 pp:422-429 May 1998 (A-S-M-E).
- [3] **Spécifications techniques des réchauffeurs atmosphériques type RB .**  
Manuel : "Installation unité moyenne pression S.I.D.A.L "  
N° du document : NH24736 15-CR.85.12  
Division matériel cryogenique . L' AIR LIQUIDE
- [4] **F.P. Incropera and D.P. Dewitt**  
"Fundamentals of Heat and Mass Transfer " (4<sup>th</sup> Edition )  
Edition : John Wiley & Sons , 1995.
- [5] **W.M. Rohsenow and J.P. Hartnet**  
"Handbook of Heat Transfer Fundamentals "  
Edition :McGraw-Hill (New York), 1983.
- [6] **E.U. Schlünder ; Ed-in-Chief**  
"Heat Exchanger Design Handbook " Vol 1-5  
**J.G. Collier**  
2-7 : Boiling and evaporation .  
2-7-3 : Boiling within vertical tube .  
**V. Gnielinski**  
2-5-1 : Forced convection in ducts .  
Edition : Hemisphere Publishing , 1983.
- [7] **D. Latz**  
"Handbook of Natural Gaz Engineering "  
Edition : McGraw-Hill , 1959.
- [8] **J.F. Sacadura**  
"Introduction aux Transferts Thermiques "  
Edition : Bayeusaine , 1982.
- [9] **H.Bougrab**  
"Etude, analyse et dimensionnement des organes du banc d'essai de combustion "  
Projet de fin d'étude , E-N-P 1998 .
- [10] **L.S. Tong**  
"Boiling Heat Transfer and Two-phase Flow "  
Edition :John Wiley & Sons , 1965.

- [11] **J.N. Ginoux**  
“Two-phase Flow and Heat Transfer “  
Edition :McGraw-Hill , 1978.
- [12] **D. Chisholm**  
“Two phase Flow in Pipe Lines “  
Edition :John Wiley & Sons , 1983.
- [13] **G.J. Van Wylen et R.E. Sonntag**  
“Thermodynamique Appliquée “  
Edition : John Wiley & Sons , 1990.

### Autres références utiles sur ce sujet

- [14] **F.W. Schmidt and A.J. Willmott .**  
“ Thermal Energy Storage and Regeneration”  
Edition : Hemisphere Publishing ,1981 .
- [15] **K. Aoki , M. Hattori and T. Itoh .**  
“ A Study of Extended Surface Heat Exchanger with Frosting “  
Bull J-S-M-E , Vol 29 pp 251 , 1986.
- [16] **H. Imura and M. Yoshida .**  
“Latent Heat Storage in a unit with a circular-finned tube “  
( 1<sup>st</sup> Report :Numerical Analysis in the Solidification Process )  
J-S-M-E Series : B vol 476 pp 1843 ,1986.  
( 2<sup>nd</sup> Report : Experimental Study )  
J-S-M-E Series : B , vol 476 pp 1850 ,1986.
- [17] **A. Saito , S. Nagakubo , Y. Utaka and Katayama .**  
“A Study on the Heat Transfer of Latent Heat Thermal Energy Storage “  
(3<sup>rd</sup> Report :Natural Convection Effects on the Performance of a Thermal Energy  
Storage Apparatus with Dense Plate-fins ).  
J-S-M-E Vol 249 pp 845 , 1986.
- [18] **E.M. Sparrow ,E.D. Harson and T.W. Ramsey**  
“ Freezing on a Finned Tube for either Conduction-controlled or Natural convection –  
controlled Heat Transfer “  
International Journal of Heat Mass Transfer , Vol 24 pp 273-284 ,1981.
- [19] **L.A. Kennedy and J. Goodman**  
“ Free Convection Heat and Mass Transfer under conditions of Frost Deposition “  
International Journal of Heat Mass transfer , Vol 17 pp 477-484 , 1974.
- [20] **C.J. Cremers and M. Mehra**  
“ Frost Formation on Vertical Cylinders in Free Convection “  
Journal of Heat Transfer , Vol 104 pp 3-7 , 1982.

- [21] **H. Okubo and Tajiama .**  
 “The Frosting Phenomena to the Vertical Plate on Natural Convection Flow ”  
 (Effects of Surface temperature )  
 Refrigeration : Vol 663 (58) pp 3 , 1983 . (Japanese Research ).
- [22] **S.Kakac , A.E. Bergles and F. Mayinger**  
 “ Heat Exchangers “  
 Edition : Hemisphere Publishing , 1981 .
- [23] **A.E. bergles**  
 “ Principles of Heat Transfer Augmentation “  
 -Heat Exchangers : Thermal Hydraulic Fundamentals and Design  
 Edition : Hemisphere Publishing , 1981.
- [24] **S.V. Pantakar**  
 “ Numerical Heat Transfer and Fluid Flow “  
 Edition : Hemisphere Publishing (New York ) , 1980 .

**Note :**

A-S-M-E : American Society of Mechanical Engineers .  
<http://www.ASME.org>

J-S-M-E : Japanese Society of Mechanical Engineers .  
<http://www.ASME.org> le même site que l’A-S-M-E .

L’AIR LIQUIDE : Groupe Air Liquide  
<http://www.airliquide/Algroupe/fr>

# ANNEXES

- Annexe A : Les programmes des différentes procédures utilisées .
- Annexe B : Schéma d'une installation de stockage de l'énergie thermique utilisant ce type d'échangeur de chaleur dans les hopitaux .
- Annexe C : Quelques photos montrant la glace qui se forme sur ces réchauffeurs atmosphériques et les nouvelles générations de ces derniers .



# ANNEXE A :

Les programmes des différentes procédures utilisées .

```

program vrail
real a,hf,m,z,vi,q,qr,r,gk,lk,rk
integer i,j,n
dimension a(4825,3)
External h,y1,y2,y3,y4

n=4820
hf=25.
z=0.003
m=0.0183

do i=1,n+1
  do j=1,3
    a(i,j)=0.
  enddo
enddo

a(1,1)=223.
  i=1
30   q=h(a(i,1))
      qr=a(i,1)
      call rtbisyf(hf,q,qr,0.01,0.8,0.00001,r)
      a(i,3)=r
      a(i,2)=qr+1600.*a(i,3)*hf/q
      vi=qr+0.072257*z*q/(m*y1(a(i,1)))*(a(i,2)-qr)
      i=i+1
      a(i,1)=vi

if(i.le.n) goto 30
open(unit=5,file='apre5gl.xls')

do j=1,n+1
  gk=0.003*7.3/14.4*(j-1)
  lk=260.4/(260.4+(j-1)*11.4/4820.)
  rk=13.2/(8.92+(13.2-8.92)*(j-1)/4820.)
  write(5,20) gk,lk*a(j,1),a(j,2),gk,1000*rk*a(j,3)
20   format(5(f9.5,2x))
enddo
close(unit=5)
stop
end

subroutine rtbisyf(hf,htk,tk,x1,x2,xacc,rt)
INTEGER JMAX
REAL rt,x1,x2,xacc,htk,tk,x,eq,hf
PARAMETER (JMAX=40)
INTEGER j
REAL dx,f,fmid,xmid
eq(x)=hf*x*LOG(x/0.0125)+160*hf/htk*x-0.116*(273.-tk)
fmid=eq(x2)
f=eq(x1)
if(f*fmid.ge.0.) pause 'root must be bracketed in rtbisyf'
if(f.lt.0.)then
  rt=x1
  dx=x2-x1
else
  rt=x2
  dx=x1-x2
endif
do 11 j=1,JMAX

```

```

    dx=dx*.5
    xmid=rt+dx
    fmid=eq(xmid)
    if(fmid.le.0.)rt=xmid
11 if(abs(dx).lt.xacc .or. fmid.eq.0.) return
    continue
    pause 'too many bisections in rtbis'
    END

```

```

real function h(x)
real x,m
parameter(m=0.0183)
h=24.81*(m/y3(x))**.8*y2(x)*(y4(x))**.4
return
end

```

```

real function y1(x)
real x
y1=-3.2E-7*x**4+0.00029*x**3-0.0892*x**2+10.967*x+1645.
return
end

```

```

real function y2(x)
real x
y2=6.6667E-13*x**4-6.6667E-11*x**3-6.1667E-8*x**2+0.00013*x
x-0.0013
return
end

```

```

real function y3(x)
real x
y3=3.3333E-15*x**4-2.733E-12*x**3+7.9167E-10*x**2
d-5.9167E-8*x+4.5E-6
return
end

```

```

real function y4(x)
real x
y4=y1(x)*y3(x)/y2(x)
return
end

```

```

program trans
  real t(100,100),t1(100,100),t2(100,100),re(100,100)
  real f,k,p,s,dt1,dt2,dt,dr,dz,m,hf,d,e,a,b,c,u,k1,p1,q,y,w
  real a1,b1,c1,a2,b2,c2,t3,t4,x,zz,cc
  integer l,i,j,n,it,nt
  external y1,y2,y3,y4,y5,y6,h
  nt=100
  it=400
  data t3,t4,dz,m,hf/273.,293.,0.003,0.00366,20./
  dt=0.001
c   initialisation des matrices
  do 2 j=1,nt
    do 3 i=1,it
      t(i,j)=0.
      t1(i,j)=0.
      t2(i,j)=0.
      re(i,j)=0.
    3   continue
  2   continue
c   *****
  do 4 j=1,nt
    t(1,j)=113.
  4   continue
c   *****
  do 10 i=1,it
    t1(i,1)=293.
    t2(i,1)=293.
  10  continue
  do 20 i=2,it
    q=t(i-1,1)
    f=0.072257*h(q)*dz/(m*y1(q))
    t(i,1)=(q+f*t1(i,1))/(1+f)
  20  continue
c   *****
  l=0
  n=2
  30  do 90 i=2,it
    y=t(i,n-1)
    w=t1(i,n-1)
    k=804.091*y5(w)*hf/(y6(w)*h(y))
    p=959E-6*h(y)/y5(w)+0.92*h(y)/hf
    dt1=k*(t4-w+p*(y-w))*dt
    t1(i,n)=w+dt1
    a=0.072257*h(y)
    b=0.00831*y1(y)/dt
    c=m*y1(y)/dz
    t(i,n)=(a*t1(i,n)+b*y+c*t(i-1,n))/(a+b+c)
    t2(i,n)=t1(i,n)+959E-6*h(t(i,n))/y5(t1(i,n))*(t1(i,n)-t(i,n))
    if(t2(i,n).lt.273.) then
      re(i,n)=0.0125*EXP(160/h(t(i,n))*(t3-t2(i,n))/(t2(i,n)-t(i,n)))
      l=l+1
    endif
  90  continue

  if(l.eq.0) then
    n=n+1
    goto 30
  else
    do 40 j=n+1,nt
      dt=1.
      do 50 i=2,L

```

```

x=t1(i,j-1)
zz=re(i,j-1)
cc=t(i,j-1)
d=2*(t3-x)/LOG(zz/0.0125)-hf*zz*(t4-t3)
e=(2.802E6+1940.*(t3-x)/2.)*zz
f=1940.*h(cc)/8*(zz**2-156E-6)
s=(x-cc)**2/(t3-cc)
u=(t3-x)/(x-cc)
dr=d*dt*100/(900*(e+f*s*EXP(-160*u/h(cc))))
re(i,j)=re(i,j-1)+dr
a1=2+0.0125*h(cc)*LOG(re(i,j)/0.0125)
b1=903E-6*(h(cc))**2*LOG(re(i,j)/0.0125)/a1
c1=39.45*h(cc)/a1
t(i,j)=(c1+831E-5*y1(cc)/dt*cc+(m*y1(cc)/dz
=*t(i-1,j))/(831E-5*y1(cc)/dt+m*y1(cc)/dz+0.072257*h(cc)-b1)
t1(i,j)=(2*t3+0.0125*h(cc)*LOG(re(i,j)/0.0125)*t(i,j))/a1
50 continue
goto 40

do 60 i=l+1,it
k1=804.091*y5(t1(i,j-1))*hf/(y6(t1(i,j-1))*h(t(i,j-1)))
p1=959E-6*h(t(i,j-1))/y5(t1(i,j-1))+0.92*h(t(i,j-1))/hf
dt2=k1*(t4-t1(i,j-1))+p1*(t(i,j-1)-t1(i,j-1))*dt*1E-2
t1(i,j)=t1(i,j-1)+dt2
a2=0.072257*h(t(i,j-1))
b2=831E-6*y1(t(i,j-1))/dt
c2=m*y1(t(i,j-1))/dz
t(i,j)=(a2*t1(i,j)+b2*t(i,j-1)+c2*t(i-1,j))/(a2+b2+c2)
t2(i,j)=t1(i,j)+959E-6*h(t(i,j))/y5(t1(i,j))*(t1(i,j)-t(i,j))

if(t2(i,j).lt.273.) then
re(i,j)=0.0125*EXP(160./h(t(i,j))*(t3-t2(i,j))/(t2(i,j)-t(i,j)))
l=l+1
endif

if(re(i,j).lt.0.01251) then
re(i,j)=0.
l=l-1
endif

60 continue
c *****
40 continue
c *****
endif
open(unit=4,file='tubel.xls',status='unknown')
write(4,99)(0.001*(i-1),1.E3*re(i,nt),i=1,it)
c write(*,99)(1.E3*re(i,nt),t(i,nt),t1(i,nt),i=1,it)
99 format(2(f9.4,1x),/)
close(unit=4,status='unknown')
c pause
c write(*,99)((t1(i,j),j=1,nt),i=1,it)
c pause
c write(*,99)((t(i,j),j=1,nt),i=1,it)
stop
end

real function h(x)
real x,m
parameter(m=0.0183/5)
h=24.81*(m/y3(x))**0.8*y2(x)*(y4(x))**0.4
2

```

```

return
end

real function y1(x)
real x
y1=-3.2E-7*x**4+0.00029*x**3-0.0892*x**2+10.967*x+1645.
return
end

real function y2(x)
real x
y2=6.6667E-13*x**4-6.6667E-11*x**3-6.1667E-8*x**2+0.00013*x
x-0.0013
return
end

real function y3(x)
real x
y3=3.3333E-15*x**4-2.733E-12*x**3+7.9167E-10*x**2
d-5.9167E-8*x+4.5E-6
return
end

real function y4(x)
real x
y4=y1(x)*y3(x)/y2(x)
return
end

real function y5(x)
real x
y5=2217E-6*x**2-1.315*x+411.333
return
end

real function y6(x)
real x
y6=-8017E-6*x**2+5.565*x+5.66667
return
end

```

```

program convection naturelle
INTEGER MP,NP
PARAMETER(MP=20,NP=20)
INTEGER m,n,i,j,nt,ii
REAL a(NP,NP),b(NP,MP),b6
REAL y1,y2,y3,y4,y7,y8,y9,y10,h,nat,hc,hn,t,dz,dt,b1,b2,b3,b4,b5
external y1,y2,y3,y4,y7,y8,y9,y10,nat
n=6
m=1
nt=2000
dz=0.01
t=285.
hn=7.86

open(unit=9,file='conv2.xls',status='unknown')

ii=1
101 hc=h(t)
c initialisation des matrices a et b

do 1 i=1,6
do 2 j=1,6
a(i,j)=0.
2 continue
b(i,m)=0.
1 continue

c introduction des valeurs de A
a(1,1)=723E-6*hc+3.84+705E-6*hn
a(1,2)=-3.84
a(2,1)=0.48
a(2,2)=-0.72-2E-4*hn
a(2,3)=0.24
a(3,2)=0.24
a(3,3)=-0.48-2E-4*hn
a(3,4)=0.24
a(4,3)=0.24
a(4,4)=-0.48-2E-4*hn
a(4,5)=0.24
a(5,4)=0.24
a(5,5)=-0.48-2E-4*hn
a(5,6)=0.24
a(6,5)=0.24
a(6,6)=-0.24-2E-4*hn
c introduction des valeurs de b
b(1,m)=723E-6*hc*t+0.2066*hn
b(2,m)=-0.0586*hn
b(3,m)=-0.0586*hn
b(4,m)=-0.0586*hn
b(5,m)=-0.0586*hn
b(6,m)=-0.0586*hn
c Resolution du systeme ax=b avec x=b comme retour

call gaussj(a,n,NP,b,m,MP)

c Remplissage de la matrice de sortie t,tt,t1,t2,t3,t4,t5
b1=b(1,m)
b2=b(2,m)
b3=b(3,m)
b4=b(4,m)
b5=b(5,m)

```

```

        b6=b(6,m)
c      calcul de l'accroissement de la temperature de t
        dt=1794.7E-6*hc*dz*(b1-t)
        t=t+dt
        hn=nat(b3+dt)
        write(9,77) 0.01*ii,t,b1,b2,b3,b4,b5,b6
77     format(8(f10.3))

        ii=ii+1
        if(ii.gt.nt)then
            goto 304
        else
            goto 101
        endif

        close(unit=9,status='unknown')
304    stop
        END

        SUBROUTINE gaussj(a,n,np,b,m,mp)
        INTEGER m,mp,n,np,NMAX
        REAL a(np,np),b(np,mp)
        PARAMETER (NMAX=50)
        INTEGER i,icol,irow,j,k,l,11,indx(NMAX),indxr(NMAX),ipiv(NMAX)
        REAL big,dum,pivinv
        do 11 j=1,n
            ipiv(j)=0
11     continue
        do 22 i=1,n
            big=0.
            do 13 j=1,n
                if(ipiv(j).ne.1)then
                    do 12 k=1,n
                        if (ipiv(k).eq.0) then
                            if (abs(a(j,k)).ge.big)then
                                big=abs(a(j,k))
                                irow=j
                                icol=k
                            endif
                        else if (ipiv(k).gt.1) then
                            pause 'singular matrix in gaussj'
                        endif
                    continue
                endif
            continue
13     continue
            ipiv(icol)=ipiv(icol)+1
            if (irow.ne.icol) then
                do 14 l=1,n
                    dum=a(irow,l)
                    a(irow,l)=a(icol,l)
                    a(icol,l)=dum
14     continue
                do 15 l=1,m
                    dum=b(irow,l)
                    b(irow,l)=b(icol,l)
                    b(icol,l)=dum
15     continue
            endif
            indxr(i)=irow
            indx(i)=icol

```



```

if (a(icol,icol).eq.0.) pause 'singular matrix in gaussj'
pivinv=1./a(icol,icol)
a(icol,icol)=1.
do 16 l=1,n
  a(icol,l)=a(icol,l)*pivinv
16 continue
do 17 l=1,m
  b(icol,l)=b(icol,l)*pivinv
17 continue
do 21 ll=1,n
  if(ll.ne.icol)then
    dum=a(ll,icol)
    a(ll,icol)=0.
    do 18 l=1,n
      a(ll,l)=a(ll,l)-a(icol,l)*dum
18 continue
    do 19 l=1,m
      b(ll,l)=b(ll,l)-b(icol,l)*dum
19 continue
    endif
21 continue
22 continue
do 24 l=n,1,-1
  if(indxr(l).ne.indxc(l))then
    do 23 k=1,n
      dum=a(k,indxr(l))
      a(k,indxr(l))=a(k,indxc(l))
      a(k,indxc(l))=dum
23 continue
    endif
24 continue
return
END

```

```

real function h(x)
real x,m
parameter(m=0.0183)
external y2,y3,y4
h=24.81*(m/y3(x))**0.8*y2(x)*(y4(x))**0.4
return
end

```

```

real function y1(x)
real x
y1=-3.2E-7*x**4+0.00023*x**3-0.0892*x**2+10.967*x+1645.
return
end

```

```

real function y2(x)
real x
y2=6.6667E-13*x**4-6.6667E-11*x**3-6.1667E-8*x**2+0.00013*x
x-0.0013
return
end

```

```

real function y3(x)
real x
y3=3.3333E-15*x**4-2.733E-12*x**3+7.9167E-10*x**2
d-5.9167E-8*x+4.5E-6
return
end

```

```

    real function y4(x)
    real x
external y1,y2,y3
    y4=y1(x)*y3(x)/y2(x)
return
end

```

```

real function y7(x)
    real x
    y7=1.2E-10*x**2+2.3E-8*x-1.81E-6
return
end

```

```

real function y8(x)
    real x
    y8=-4E-8*x**2+1.02E-4*x-7E-4
return
end

```

```

real function y9(x)
    real x
    y9=2E-10*x**2+2.2E-8*x-2.1E-6
return
end

```

```

real function y10(x)
    real x
    y10=8E-7*x**2-7E-4*x+0.845
return
end

```

```

    real function nat(x)
    real v,la,al,pr,b,nu,tf,ra,y7,y8,y9,y10,l,x
    parameter (l=0.01)
external y7,y8,y9,y10
    tf=(293.+x)/2
    v=y7(tf)
    la=y8(tf)
    al=y9(tf)
    pr=y10(tf)
    b=1./tf
    ra=9.81*b*(293-x)*l**3/(v*al)
    nu=(0.825+0.387*ra**(1/6.)/(1+(0.492/pr)**(9/16.))**(8/27.))**2
    nat=nu*la/l
return
end

```

# ANNEXE B :

Schéma d'une installation de stockage de l'énergie thermique utilisant ce type d'échangeur de chaleur dans les hopitaux .

# RECHAUFFEURS MP

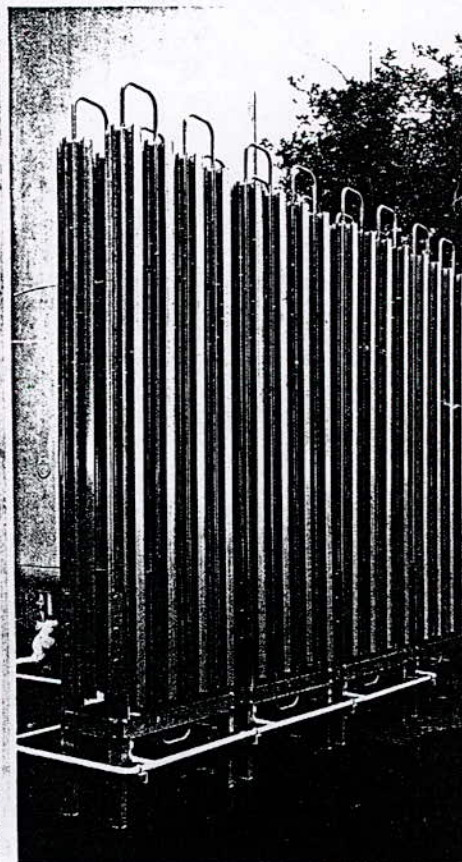
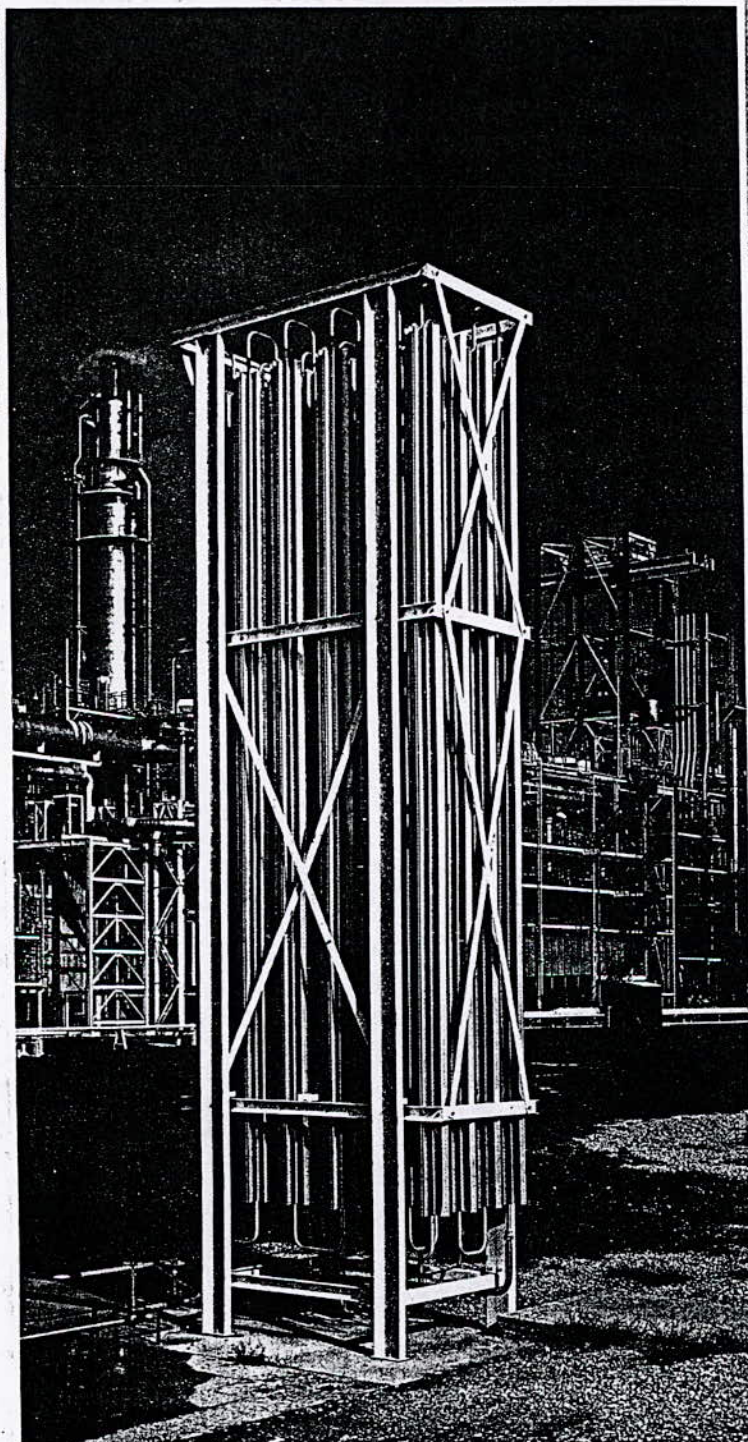
**Hautes performances** garanties par un nouveau profil breveté assurant une surface d'échange maximale.

**Surface intérieure** des profilés spécialement adaptée à la vaporisation en simple ou en double phase (liquide + gaz).

**Garantie** de réponse aux fortes demandes grâce à un débit de pointe égal à 2 fois le débit nominal.

**Conception modulaire** permettant une grande variété de modèles, facilitant l'installation avec un encombrement au sol réduit.

Raccordés à des évaporateurs ou à des pompes (maxi 30 bars) les **réchauffeurs** de **L'AIR LIQUIDE** peuvent être utilisés pour l'oxygène, l'azote, l'argon, le GNL, l'éthylène... liquides.



**L'AIR LIQUIDE**

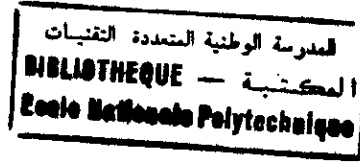
# Annexe C :

Quelques photos montrant la glace qui se forme sur ces réchauffeurs atmosphériques et les nouvelles générations de ces derniers .

# ETUDE DES PERFORMANCES D'UN RECHAUFFEUR ATMOSPHERIQUE ET OPTIMISATION DE LA TEMPERATURE DE SORTIE

Étudié par :  
Mr. BOUABDELLAH Farid

Proposé et dirigé par:  
Mrs. LARBI.S et BENKOUSSAS.B



ملخص:

يتمثل هذا العمل في إجراء بعض الحسابات التصميمية لبعض أجزاء منظومة تجريب الاحتراق لمخبر تحويل الطاقة باستعمال الغاز الطبيعي المميع (غ.ط.م) كوقود. قمنا بدراسة المحول الحراري و الذي يلقب ب "المسخن الجوي" و الذي يشكل أحد أجزاء هذه المنظومة و هذا من اجل الحصول على احسن شروط عمله من الناحية الحرارية و بالتالي الحصول على درجة الحرارة المرافقة لخروج الغاز الطبيعي من هذا المحول.

## RESUME :

Ce projet consiste en une étude de dimensionnement d'un organe du banc d'essai de combustion du laboratoire de conversion d'énergie, utilisant le gaz naturel liquéfié (G-N-L) comme fuel .

L'organe que nous avons étudié, est un échangeur de chaleur, nommé : "réchauffeur atmosphérique", et ceci en vue d'optimiser ces performances du point de vu thermique, et par suite l'optimisation de la température de sortie du gaz naturel .

## ABSTRACT :

The aim of this work, is to make the sizing of an organ of the experimental system of the energy conversion laboratory, which uses the liquefied natural gas (L-N-G) as fuel .

The organ that has been studied here, is a heat exchanger , called "atmospheric reheater " , in order to achieve an optimization of its performances from thermal point of view and thus, optimization of the exit temperature of the natural gas .

Mots clés : Echangeur de chaleur, Réchauffeur atmosphérique, Transfert de chaleur, glace, Gaz naturel  
Distribution de température, Condensation, Convection naturelle, Solidification de l'eau .