

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

Département de Génie Mécanique

Projet de Fin d'Etudes

En vue de l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'Etat

Thème

**Simulation de correction des paramètres de
taillage et d'engrènement des engrenages
spiro-coniques et hypoïdes**

Présenté par :

M. Boudjemaa Redouane HASSEN

Dirigé par :

M. BOUAZIZ

H.BELHANECHÉ

Promotion : juin 2008

نقدم في هذا العمل طريقة تقييم بالمحاكاة لتصحيح الوسائط لتقطيع المسننات الحلزونية المخروطية و Hypoid، و كذلك محاكاة التشبيك لهذه الأنواع. تركز الطريقة على نموذج رياضي معروف لتحديد أبعاد المسننات. إن محاكاة التصحيح تتمثل في ترجمة الأخطاء على العيب الهندسي للمسننات على شكل معاملات تمثل عيبتها، التقييم يؤخذ بتشكيل أشعة تحليل و باستعمال برنامج تحسيني بطريقة المربعات الضئيلة. محاكاة التشبيك تمكن من تحديد الخطأ الحركي و خطأ المماس نظرا للوضعية النسبية للمسنن بالنسبة للآخر. اعتبرنا أربع وسائط أساسية EPGΣ هذه المحاكاة تطلبت عدة حسابات و فك منظومات لمعادلات غير خطية.

كلمات مفتاحية : مسنن ، تصحيح ، تشبيك ، حلزونية مخروطية ، تحسين.

Résumé

Dans ce travail, on présente une procédure d'évaluation par simulation des corrections des paramètres de taillage des engrenages spiro-coniques et hypoïdes, et aussi la simulation d'engrènement de ces types d'engrenages. La procédure est basée sur un modèle mathématique connu définissant la géométrie de denture.

La simulation des corrections des paramètres de taillage consiste à traduire les erreurs relevées sur le défaut géométrique de denture en coefficients représentant le défaut de réglage de taillage. L'évaluation est obtenue en construisant des vecteurs d'analyse et en utilisant un programme d'optimisation aux moindres carrés. Les résultats obtenus montrent que ces paramètres ont des effets indépendants.

La simulation d'engrènement permet de déterminer l'erreur cinématique d'engrènement et la ligne de contact compte tenu de la position relative (dérégler) d'un engrenage par rapport à l'autre où l'on a considéré quatre principaux paramètres de réglage de fonctionnement EPGΣ.

Ces simulations ont nécessité des itérations et une résolution de systèmes d'équations non linéaires.

Mots clés : engrenage, correction, engrènement, spiro-conique, hypoïde, optimisation.

Abstract

In this work, we present an evaluation procedure by simulation the corrections of cutting settings of both spiral bevel gear and hypoid, and also meshing simulation with these types of gear. The procedure is based on a mathematical model known defining the geometry of teeth.

In The procedure we translate the errors on the lack of teeth in geometric coefficients representing the default setting edging. The evaluation is achieved by constructing vector analysis and using an optimization program to least squares. The results show that these parameters have independent effects.

The meshing simulation helps us to determinate the error cinematic gearing and the contact line given the relative position (adjustment) of a gear in relation to another where it was considered four main parameters tuning Operating EPGΣ.

These simulations have required iterations and a resolution of systems of nonlinear equations.

Keywords: gear, correction, meshing, spiral bevel, hypoid, optimization.

Dédicace

- Je dédie ce modeste travail, aux êtres les plus chers, et en qui je dois reconnaissance et dévouement et en qui je cesserai de remercier à savoir :

Mes parents et mon frère.

- A tous les Amis qui m'ont soutenu durant tout mon cursus universitaire et avec lesquels j'ai partagé des moments inoubliables.
- A tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin à l'élaboration de ce mémoire de fin d'études.
- Enfin à vous qui prenez la peine de lire ce mémoire.

Boudj

REMERCIEMENTS

- Tout d'abord je tiens à remercier dieu de m'avoir donné l'opportunité, la volonté et le courage d'apprendre et d'arriver à la finalité de ce modeste travail.
- Je tiens à remercier aussi mes promoteurs M.Bouaziz et H.Belhaneche pour m'avoir permis d'entreprendre cette recherche, et pour tout l'intérêt qu'ils ont porté à l'égard de mes travaux, pour leur participation à la mise en forme de cette œuvre, pour les encouragements, le suivi et les conseils qu'ils m'ont prodigués.
- Puisse Monsieur K.ABDESSEMED y trouver l'expression de ma profonde gratitude quant à son aide et son soutien tout au long de mon travail.
- Je tiens également à remercier messieurs les membres du jury pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant de siéger à ma soutenance, ainsi que l'ensemble des enseignants qui ont contribué à ma formation.
- Mes remerciements vont également à tous mes collègues et amis.
- A vous tous MERCI

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE.....	1
CHAPITRE I. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE.....	3
I. 1. Introduction.....	3
I. 2. Géométrie des engrenages spiro-coniques et hypoïdes.....	3
I. 2. 1. Travaux de la Gleason Works.....	4
I. 2. 2. Travaux de Litivin et ses collaborateurs.....	7
I. 3. Engrenement des engrenages spiro-coniques et hypoïdes.....	8
I. 4. Resistance des engrenages spiro-coniques et hypoïdes.....	11
I. 4. 1. Travaux de la Gleason Works.....	11
I. 4. 2. Autres travaux.....	12
I. 5. Conclusion.....	12
CHAPITRE II. DESCRIPTION DES ENGRENAGES HYPOIDES ET SPIRO-CONIQUES.....	13
II. 1. Introduction.....	13
II. 2. Concept de la roue plate génératrice.....	13
II. 2. 1. Cas de la denture spiro-conique Gleason.....	14
II. 2. 2. Cas de la denture spiro-conique Klingelnberg.....	14
II. 2. 3. Cas de la denture spiro-conique Oerlikon.....	14
II. 3. Conditions de conjugaison.....	15
II. 4. Division continue et division discontinue.....	15
II. 5. Différents types de fraise Gleason.....	16
II. 6. Différents types de dentures.....	17
II. 7. Cycle de taillage Gleason.....	18
II. 8. Methodes de taillage Gleason.....	18
II. 8. 1. Méthode de taillage avec génération.....	18
II. 8. 2. Méthode de taillage sans génération.....	19
II. 9. Conclusion	20
CHAPITRE III. DESCRIPTION GENERALE DES MACHINES DE TAILLAGE.....	21
III. 1. Introduction.....	21
III. 2. Présentation de la machine Gleason.....	21
III. 3. Différents mouvement de la machine.....	22
III. 3. 1. Mouvement de coupe.....	22
III. 3. 2. Mouvement de génération	23
III. 3. 3. Mouvement de division.....	23
III. 4. Conclusion.....	23

**CHAPITRE IV. CALCUL DES DIMENSIONS DES ENGRENAGES
SPIRO-CONIQUES ET HYPOIDES.....24**

IV. 1. Introduction 24
IV. 2. Charges sur le pont 24
IV. 3. Comparaison entre les engrenages spiro-coniques et hypoïdes 25
IV. 4. Couple performance 26
IV. 5. Diamètre préliminaire de la roue de transmission 27
IV. 6. Diamètre final de la roue de transmission 27
IV. 7. Caractéristiques de l'engrenage de transmission 27
 IV. 7. 1. Angle des arbres 27
 IV. 7. 2. Nombre de dents 27
 IV. 7. 3. Diametral pitch ou module 28
 IV. 7. 4. Largeur de denture 28
 IV. 7. 5. Entre-axe pignon 29
 IV. 7. 6. Angle de spirale 29
 IV. 7. 7. Sens de spirale 30
 IV. 7. 8. Angle de pression 30
 IV. 7. 9. Diamètre de fraise 30
IV. 8. Exemple de calcul de dimension d'un couple d'engrenage spiro-conique 31
IV. 9. Conclusion 32

CHAPITRE V. SIMULATION DU TAILLAGE..... 33

V. 1. Introduction 33
V. 2. Positionnement de la fraise 33
 V. 2. 1. Equation de la surface génératrice et de sa normale 34
 V. 2. 2. Effet des réglages du socle et de la tête porte- fraise 37
 V. 2. 3. Effet des réglages de l'excentrique et du berceau 40
V. 3. Positionnement de la pièce 42
V. 4. Génération des flancs de denture 43
 V. 4. 1. Principe 43
 V. 4. 2. Mouvements de génération 43
 V. 4. 3. Equation de génération 44
 V. 4. 4. Génération de la surface de denture 46
V. 5. Exemple 48
V. 6. Effet de la variation des paramètres de taillage sur la géométrie de denture
 (étude de la sensibilité) 50
V. 7. Exemple 51
V. 8. Conclusion 52

CHAPITRE VI. CORRECTION DES PARAMETRES DE REGLAGES DES MACHINES DE TAILLAGE PAR LA METHODE D’OPTIMISATION AUX MOINDRES CARRÉS.....53

VI. 1. Introduction 53
VI. 2. Description 53
VI. 3. Construction des champs d’analyse de défaut de forme..... 54
 VI. 3. 1. Construction des vecteurs d’analyse en utilisant le modèle mathématique et en donnant une variation élémentaire au paramètre de réglage considère...54
 VI. 3. 2. Construction de vecteur d’analyse en considérant l’effet des variations des paramètres de réglage sur l’épaisseur de denture 55
VI. 4. Exemple 55
VI. 5. Conclusion 57

CHAPITRE VII. SIMULATION DE L’ENGRENEMENT..... 58

VII. 1. Introduction 58
VII. 2. Méthode traditionnelle 58
VII. 3. Trajectoire de contact 60
VII. 4. Erreur de transmission 63
 VII. 4. 1. Illustration de la loi d’engrènement 63
 VII. 4. 2. Résultats et discussions 69
VII. 5. Portée de denture 67
VII. 6. Exemple 68
 VII. 6. 1. Illustration de la porte de denture 71
 VII. 6. 2. Résultats et discussions 75
VII. 7. Conclusion 75

CONCLUSION GENERALE..... 76

BIBLIOGRAPHIE..... 77

TABLE DES ANNEXES..... 79

LISTE DES TABLEAUX

Chapitre I

Tableau I. Facteur de conversion d'unité	11
--	----

Chapitre IV

Tableau I. Comparaison entre les engrenages spiro-coniques et hypoïdes	25
Tableau II. Facteur de résistance au roulement.....	26
Tableau III. Nombre de dents	27
Tableau IV. Dimensions générales du couple spiro- conique	31
Tableau V. Dimensions générales du couple spiro- conique	32

Chapitre V

Tableau I. Dimensions du couple d'engrenages	48
Tableau II. Réglages de la machine Gleason 116.....	49
Tableau III. Comparaison des profils pour le flanc convexe.....	49
Tableau IV. Comparaison des profils pour le flanc concave.....	51

Chapitre VI

Tableau I. Dimension du couple.....	56
Tableau II. Réglages de la machine Gleason 116.....	56
Tableau III. Défauts de position.....	57
Tableau IV. Défauts des réglages	57

Chapitre VII

Tableau I. Dimensions générales.....	69
Tableau II. Réglages de la machine de taillage.....	69
Tableau III. Résultats de la programmation.....	70

LISTE DES FIGURES

Figure. 1. 1. Caractéristiques de l'engrenage hypoïde	4
Figure. 1. 2. Plan primitif.....	4
Figure. 1. 3. Vitesse relative.....	5
Figure. 1. 4. Taillage par les méthodes Formate et Helixform.....	6
Figure. 1. 5. Mouvement de la normale.....	7
Figure. 1. 6. Position du plan π	8
Figure. 1. 7. Tracé des ellipses.....	8
Figure. 1. 8. Ligne de contact.....	9
Figure. 1. 9. Surface corrigée.....	9
Figure. 1. 10. Erreur de transmission.....	10
Figure. 1. 11. Simulation de l'engrènement.....	10
Figure. 2. 1. Roue plate génératrice.....	13
Figure. 2. 2. Roue plate génératrice pour la denture Gleason.....	14
Figure. 2. 3. Différents types de fraises.....	16
Figure. 2. 4. Différents types de dentures.....	17
Figure. 2. 5. Différentes hauteurs de dentures.....	17
Figure. 2. 6. Méthodes de taillage Formate.....	19
Figure. 2. 7. Méthode de taillage Helixform.....	20
Figure. 3. 1. Perspective schématique de la machine Gleason 116.....	22
Figure. 5. 1. Fraise à tranchants extérieurs	33
Figure. 5. 2. Surface génératrice conique.....	34
Figure. 5. 3. Surface génératrice torique.....	35
Figure. 5. 4. Position de référence sur l'excentrique (2).....	38
Figure. 5. 5. Réglage du socle (3).....	38
Figure. 5. 6. Réglage de la tête porte-fraise.....	39
Figure. 5. 7. Position de référence sur le berceau.....	40
Figure. 5. 8. Réglage de l'excentrique (2)	41
Figure. 5. 9. Réglage du berceau (1).....	42
Figure. 5. 10. Positionnement de la pièce.....	42
Figure. 5. 11. Mouvement de génération.....	43
Figure. 5. 12. Quadrillage de la surface de denture.....	47
Figure. 5. 13. Déviations normales dues à une variation sur l'angle de l'excentrique.....	52
Figure. 7. 1. Machine d'essai.....	59
Figure. 7. 2. Position relative roue-pignon sur la machine d'essai.....	60
Figure. 7. 4. Evolution de l'erreur de transmission due à une variation de la distance verticale de la roue, cas (a) et (b).....	64
Figure. 7. 5. Evolution de l'erreur de transmission due à une variation de la distance axiale du pignon, cas (a) et (b)	65
Figure. 7. 6. Evolution de l'erreur de transmission due à une variation de la distance axiale de la roue, cas (a) et (b).....	66
Figure. 7. 7. Surfaces en contact avec colorant.....	68
Figure. 7. 8. Evolution de la trajectoire de contact due à une variation de la distance verticale de la roue, cas (a) et (b).....	71

Figure. 7. 9. Evolution de la trajectoire de contact due à une variation de la distance axiale du pignon, cas (a) et (b).....	72
Figure. 7. 10. Evolution de la trajectoire de contact due à une variation de la distance verticale de la roue, cas (a) et (b).....	73
Figure. 7. 11. Evolution de la trajectoire de contact due à une variation de l'angle entre les axes du pignon et de la roue, cas (a) et (b).....	74

INTRODUCTION GENERALE

Les engrenages sont des organes mécaniques destinés à transmettre de la puissance. Il est vrai que, dans beaucoup de machines modernes, l'utilisation des engrenages a été réduite par la découverte et le développement de la commande électronique des moteurs électriques.

Néanmoins, dans beaucoup d'autres applications, l'utilisation des engrenages reste impérative. L'exemple illustratif est celui des engins roulants, où l'utilisation de moteurs électriques n'est pas envisagée. Dans les hélicoptères modernes, par exemple, l'utilisation d'un renvoi d'angle à engrenage hypoïde est la seule solution sérieuse retenue pour transmettre le couple entre l'axe horizontal du turboréacteur et le rotor de l'hélice [1]. Sans s'attarder sur l'énumération des exemples, nous voyons déjà la grande importance de l'industrie de l'engrenage dans la vie pratique.

Les engrenages spiro- coniques et hypoïdes sont deux types d'engrenages très particuliers. Cette particularité est due à la complexité de leur géométrie et à la difficulté de leur fabrication.

C'est en 1820 qu'est mentionnée pour la première fois l'invention de l'engrenage spiro-conique par James White [1], en 1919 l'allemand Paul Böttcher a publié un ensemble de travaux concernant ce thème. Ce dernier a construit un laboratoire dans lequel il a fabriqué des prototypes d'engrenages spiro-coniques simples [1].

L'historique de la technologie des engrenages spiro-coniques est inséparable de celle des machines de taillage. Les firmes pionnières dans ce domaine sont : Gleason Works des USA, Oerlikon-Bührle de Suisse et KlingelInberg- Sons d'Allemagne. En 1905, Oerlikon- Bührle a fabriqué une machine de taillage d'engrenages coniques basée sur une méthode de copiage.

En 1913, le concepteur de machine James Gleason qui, indépendamment de Böttcher, travaillait sur les engrenages spiro-coniques, a introduit la première machine de taillage utilisant une fraise-mère. Aux environs de 1920, les ingénieurs Schlicht et Preiss ont breveté une méthode de taillage utilisant une fraise-mère conique. KlingelInberg a adopté cette invention et a fabriqué, en 1923, la première machine utilisant cette méthode dite " méthode Palloïde ".

En 1919, la firme Gleason Works des USA a acheté les droits des brevets de Böttcher. Dans les années trente et quarante, après l'expiration du délai de ces brevets, les inventions de Böttcher ont été exploitées par les firmes Mammano- Fiat (Italie), Oerlikon- Bührle (Suisse) et KlingelInberg- Sons (Allemagne).

C'est en 1925 que fût construite la première machine Gleason (N° 16H) capable de tailler des engrenages hypoïdes. La Ford Motor Company dans les USA fût, en 1926, la première compagnie d'automobile qui utilise l'engrenage hypoïde.

Depuis l'ère de Böttcher, les engrenages spiro-coniques et hypoïdes n'ont cessé de s'améliorer de se développer avec le développement des machines de taillage. De nos jours, des machines de taillage très sophistiquées à commande numérique sont proposées par les grandes firmes. C'est le cas de la Oerlikon Spiromatic Tensor S20, de la KlingelInberg KNC40

Introduction générale

et la Gleason Phoenix, toutes introduites en 1989. Ces machines sont dotées d'un très grand nombre de degrés de liberté et d'une grande précision permettant ainsi la fabrication d'engrenages spiro- coniques et hypoïdes de haute qualité.

Actuellement, le marché mondial des engrenages spiro- coniques et hypoïdes est, à 90 %, contrôlé par les deux firmes Gleason Works des USA et Oerlikon Bührlé de Suisse [1].

En Algérie, la SNVI-CVI de Rouiba situé à l'Est d'Alger utilise les engrenages spiro-coniques et hypoïdes de type Gleason pour les ponts des camions et autobus. Après le taillage de la roue et du pignon suivant des réglage-machines laissés par la firme Berlier avant son départ, le couple est enduit d'un mince film de colorant et, ensuite, monté sur une machine d'essai. Cette dernière simule les conditions de fonctionnement. Suivant la forme, la position et la sensibilité de la portée aux déplacements relatifs roue-pignon, le technicien juge, d'après son expérience et à partir des cartes de référence, les paramètres et leurs valeurs de réglage qu'il faut modifier pour améliorer la qualité du couple. Ainsi, le développement d'un couple spiro- conique ou hypoïde est tributaire de l'expérience des opérateurs. La conception d'un nouveau couple spiro- conique ou hypoïde est quasiment impossible sans l'assistance étrangère.

Dans cette étude, nous nous proposons :

- 1) Le calcul des dimensions générales d'un couple spiro- conique et hypoïde.
- 2) La simulation numérique de l'opération de taillage afin de définir la surface de denture.
- 3) L'évaluation des corrections des paramètres de réglages des machines de taillage, qui s'effectue par la méthode d'optimisation aux moindres carrés.
- 4) La simulation numérique d'engrènement permettant d'établir sa loi et de localiser la portée de denture du couple.

La géométrie de denture est basée sur le modèle mathématique tiré de la référence [2]. Ce modèle mathématique permettra en outre l'analyse de la sensibilité de la surface de denture aux différents réglages.

De cette manière, on est en mesure de connaître les changements de réglages à effectuer et de définir la meilleure position relative du pignon et de la roue qui minimisent l'erreur de transmission et qui localisent la portée de contact.

Ainsi, nous disposons d'un outil de conception d'engrenages spiro-coniques et hypoïdes fondé sur des bases scientifiques permettant de palier aux inconvénients de la méthode classique qui est subjective et demande un nombre élevé d'essais (tâtonnement).

*CHAPITRE I***ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE****I. 1. INTRODUCTION**

Les engrenages spiro- coniques et hypoïdes théoriques ne peuvent pas être utilisés dans les applications industrielles à cause des effets négatifs des tolérances de fabrication et de montage et des déformations sous charges. La réalisation d'un léger bombé, par rapport à la denture théorique, est nécessaire afin de minimiser la sensibilité aux différents déplacements et de localiser la portée de denture pour garder le niveau des pressions de contact dans des limites acceptables [1].

Cette surface de denture modifiée engendre un autre problème : les engrenages ne sont plus conjugués, c'est à dire que le rapport des vitesses n'est plus constant, et que ceci transforme ce type d'engrenage en une source de vibrations, et donc de bruit qu'il faut minimiser [1].

Il est à noter aussi que la surface de denture spiro-conique ou hypoïde n'est pas définie analytiquement. On peut calculer les coordonnées d'un ensemble de points sur la denture sans pour autant avoir une équation analytique définissant exactement sa surface. Ceci rend encore plus difficile l'analyse de ce type d'engrenage.

Ajoutons à tout cela la tendance industrielle actuelle qui cherche à économiser le prix de revient tout en augmentant la durée de vie. Nous voyons donc la complexité de la conception d'un engrenage spiro-conique ou hypoïde optimal.

C'est l'utilisation quasi-universelle de ces engrenages, dans les renvois d'angle des hélicoptères par exemple ou dans les ponts de véhicules qui a motivé la recherche dans ce domaine. Celle-ci est, essentiellement, axée sur :

- 1) la géométrie.
- 2) l'engrènement.
- 3) la résistance.

Nous avons jugé utile de présenter ce chapitre suivant cette chronologie. Nous insisterons sur le type Gleason.

I. 2. GEOMETRIE DES ENGRENAGES SPIRO-CONIQUES ET HYPOIDES

En se basant sur les ouvrages [1] et [3] nous avons trouvé des informations très utiles pour une initiation mais trop vagues pour une analyse approfondie.

Pour la modélisation de la géométrie, un grand nombre d'articles a été publié ces dernières années. Tous ces travaux sont basés sur le principe de génération :

$$\vec{V} \cdot \vec{n} = 0 \quad (1.1)$$

Où :

\vec{V} : Vitesse relative entre la pièce (roue ou pignon) et l'outil (fraise ou meule) ou ente le pignon et la roue au point de contact.

\vec{n} : Normale commune à la surface de la pièce et de l'outil, ou à la surface du pignon et de la roue au point de contact.

I. 2.1. Travaux de la Gleason Works

Dans la référence [4], les auteurs donnent une description de la géométrie de l'engrenage hypoïde. Ils commencent par choisir les coordonnées (Z_p, R, ε) (voir figure. 1. 1) d'un point M qu'ils appellent point moyen (mean point) (Figure. 1. 1) par rapport à l'axe de la roue X_G . Ensuite, ils définissent la droite CD comme étant la verticale primitive (« pitch vertical »).

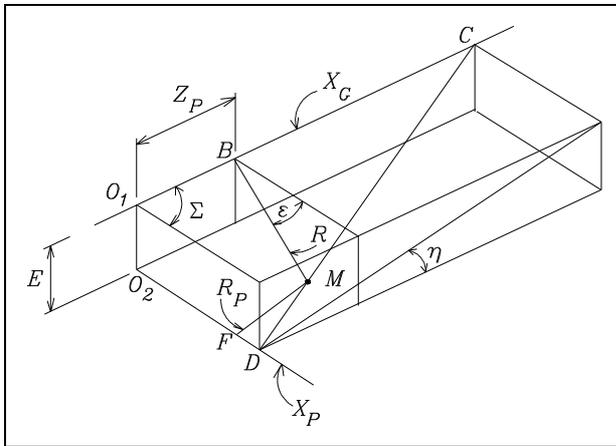


Figure. 1. 1. Caractéristiques de L'engrenage hypoïde

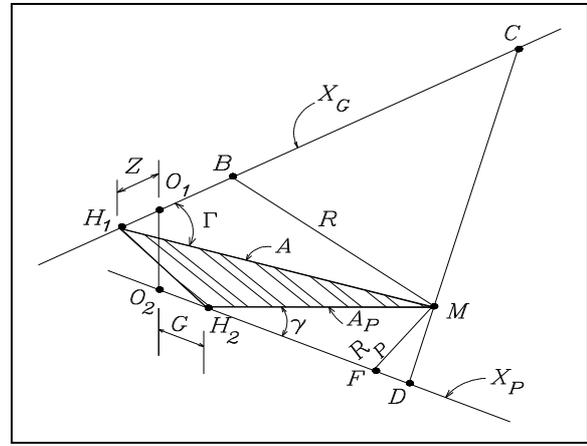


Figure. 1. 2. Plan primitif

Le plan primitif (pitch plane) est alors le plan passant par M et perpendiculaire à la verticale primitive (Figure. 1 .2).

Ainsi, un ensemble de paramètres est introduit :

H_1, H_2 : Sommet des cônes primitifs de la roue et du pignon.

γ, Γ : Angles primitifs du pignon et de la roue.

$A = R / \sin \Gamma = MH_1$: Distance entre le point M et le sommet du cône de la roue.

$A_p = R_p / \sin \gamma = MH_2$: Distance entre le point M et le sommet du cône du pignon.

$\tan \gamma = \sin \eta \cot \varepsilon$: où γ représente l'angle primitif du pignon.

$\cos \Gamma = \sin \gamma / \cos \varepsilon$: où Γ représente l'angle primitif de la roue.

$\sin \varepsilon' = \sin \varepsilon / \cos \gamma$: où ε' représente l'angle H_1MH_2 .

$Z = A \cos \Gamma - Z_p$: où Z représente la distance entre O_1 et le sommet du cône de la roue.

$G = 6 R \cos \varepsilon + A_p \cos \gamma$: où G désigne la distance entre O_2 et le sommet du cône du pignon.

La vitesse relative au point M est alors (Fig.1.3) :

$$\vec{V} = \omega_G \vec{g} \wedge \vec{A} + \omega_P \vec{p} \wedge \vec{A}_P \quad (1.2)$$

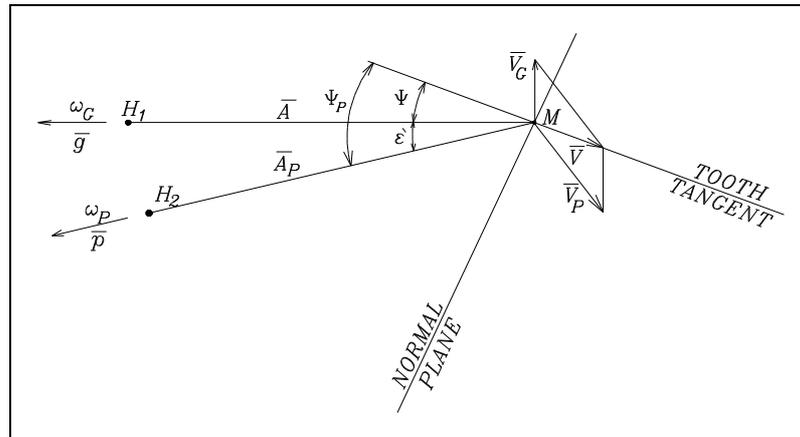


Figure. 1. 3. Vitesse relative [5]

La direction de \vec{V} est tangente à la surface de denture car la condition de conjugaison est : $\vec{V} \cdot \vec{n} = 0$ avec \vec{n} : normale à la surface de denture.

La vitesse de glissement sera :

$$V_s = \sqrt{\vec{V} \cdot \vec{V}} \quad (1.3)$$

Les angles de spirales sont :

$$\cos \psi = \frac{\vec{V} \cdot \vec{A}}{V_s \cdot A} \quad (1.4)$$

$$\cos \psi_p = \frac{\vec{V} \cdot \vec{A}_p}{V_s \cdot A_p} \quad (1.5)$$

ou bien :

$$\frac{\cos \psi}{\cos \psi_p} = \frac{A_p \sin \gamma}{A \sin \gamma} \cdot \frac{N}{n} = \frac{R_p}{R} \cdot \frac{N}{n} \quad (1.6)$$

$$\psi_p = \psi + \varepsilon'$$

$$V_s = R \omega_G \cos \psi (tg \psi_p - tg \psi)$$

La normale à la surface de denture peut prendre n'importe quelle direction perpendiculaire à la vitesse relative.

Ainsi, nous pouvons choisir une forme de denture quelconque pour l'un des deux membres (la roue par exemple) et en déduire la surface conjuguée de l'autre.

Avant de terminer cette partie, les auteurs précisent que les surfaces de dentures ainsi tracées n'ont pas un grand intérêt pratique étant donné leur grande sensibilité aux tolérances de fabrication et aux déformations sous charges. La surface de denture réelle devra être courbée selon le sens du profil et le sens de la génératrice.

Dans la référence [5] la société Gleason présente une méthode de calcul des surfaces de dents spiro-coniques ou hypoïdes. Les données de départ sont (Figure. 1. 4).

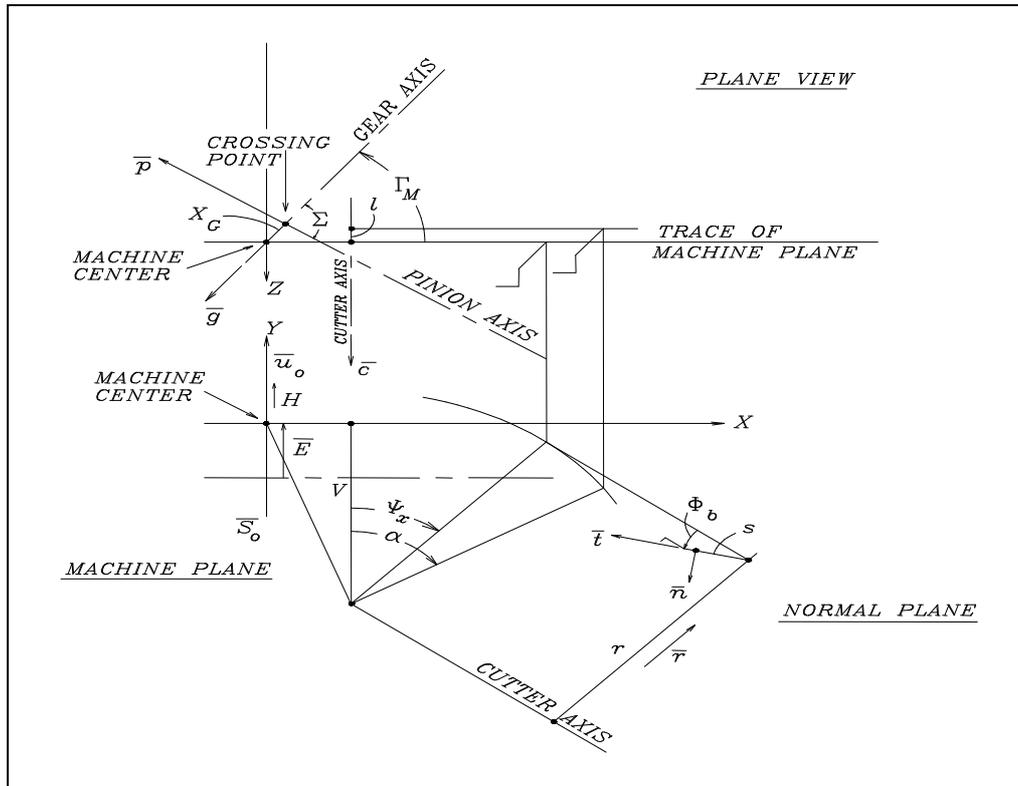


Figure. 1. 4. Taillage par les méthodes Formate et Helixform [5].

n : Nombre de dents du pignon.

N : Nombre de dents de la roue.

$m = N/n$: rapport des nombres de dents.

E : Décalage hypoïde.

Σ : Angle des axes.

Γ_M : Angle de pied machine.

X_G : Distance de l'axe du membre considéré (roue ou pignon) jusqu'au point d'intersection :

- des axes du pignon et de la roue dans le cas des engrenages spiro-coniques.
- de la normale commune aux axes du pignon et de la roue avec l'axe du membre considéré dans le cas des engrenages hypoïdes.

H, V : coordonnées de l'axe de la fraise.

r : rayon de la fraise.

Φ_b : angle des lames de la fraise :

(+) pour les lames intérieures.

(-) pour les lames extérieures.

Ψ_x : angle de phase moyen de base de la fraise.

$L/2\pi$: avance axiale par radian.

$\Delta\theta_2$: angle de rotation entre la phase où le flanc concave est taillé et celle où le flanc convexe est taillé.

Il est à signaler que la firme Gleason, vend des logiciels de conception de ces types d'engrenages. Ces programmes comportent une analyse complète depuis le calcul des dimensions générales jusqu'aux calculs de résistance en passant par la simulation de taillage, la simulation de l'engrènement, le calcul des erreurs de transmission, etc...

Dans ses différentes brochures [5 à 13] la société Gleason traite différents aspects des engrenages spiro-coniques et hypoïdes.

I. 2. 2. Travaux de Litvin et ses collaborateurs

Litvin [15 -16], a travaillé sur les engrenages spiro- coniques et hypoïdes en collaboration avec plusieurs chercheurs des universités de l'ex URSS, des USA, de la NASA et de la US Army. Ils ont publié un grand nombre d'articles traitant les différents aspects de ces types d'engrenage.

Dans la référence [15], les auteurs proposent une méthode de génération de dentures spiro-coniques conjuguées. Cette méthode est basée sur le mouvement parallèle d'une ligne droite glissant le long de deux ellipses dont les dimensions et les paramètres d'orientation sont interdépendants. La ligne en question n'est autre que la normale commune aux deux surfaces de dentures au point de contact. La ligne est parallèle à la droite passant par les centres de symétrie des ellipses (Figure. 1. 5).

Les auteurs commencent par établir des relations entre les paramètres des deux ellipses en imposant un mouvement de la droite parallèle à la ligne passant par les centres de symétries. Ensuite, ils émettent les principes suivants :

- 1) Quatre surfaces (deux surfaces génératrices Σ_P et Σ_F et deux surfaces engendrées, denture du pignon Σ_1 et denture de la roue Σ_2) sont, à tout instant, tangentes. Le rapport des vitesses angulaires des surfaces en mouvement Σ_P , Σ_F , Σ_1 , Σ_2 doit satisfaire les conditions suivantes :
 - les quatre surfaces doivent rester toujours tangentes.
 - le pignon et la roue engendrée doivent transmettre le mouvement de rotation sans aucune erreur de transmission.
- 2) Le point de contact des précédentes surfaces se déplace dans le plan (π) rigidement lié au bâti de la machine de taillage. La normale aux surfaces en contact se déplace parallèlement à elle même tout en restant toujours dans le plan (π) (Figure. 1. 6).

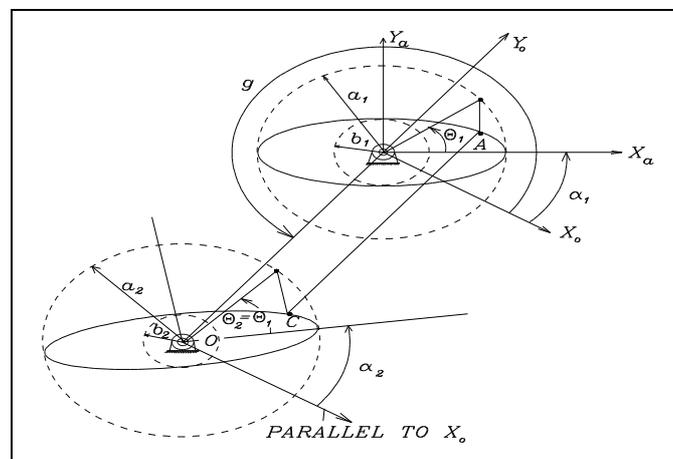


Figure. 1. 5. Mouvement de la normale [15].

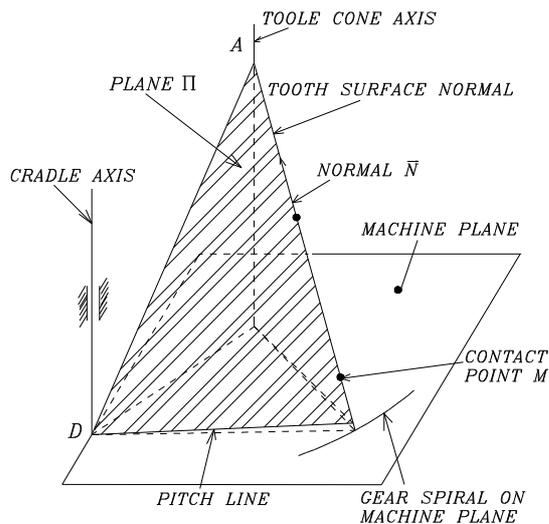


Figure. 1. 6. Position du plan π [15]

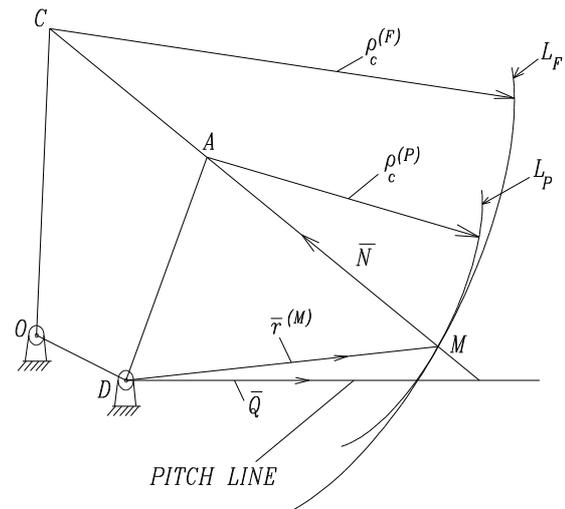


Figure. 1. 7. Tracé des ellipses [15]

Une autre étude, tout aussi intéressante, est exposée par Litvin et al [17]. Ces auteurs ont calculé les coordonnées d'un certain nombre de points (m) sur la surface de denture moyennant un modèle de simulation de taillage, ensuite ils ont comparé les résultats obtenus avec ceux mesurés, et déterminent ainsi (m) écarts. Ces derniers sont alors minimisés par le calcul des corrections des (n) réglages de la machine utilisée pour le taillage.

Dans les travaux [18-20], Litvin et al traitent différents aspects géométriques des engrenages spiro-coniques et hypoides.

I. 3. ENGRENEMENT DES ENGRENAGES SPIRO-CONIQUES ET HYPOIDES

Nous avons déjà mentionné que, dans le but de minimiser les effets des déformations et des tolérances, la surface de denture doit subir des corrections. Celles-ci ne peuvent être justifiées qu'à travers une étude de l'engrènement. Il s'agit donc de faire une simulation numérique de l'engrènement dont les résultats seront :

- 1) La loi d'engrènement.
- 2) L'emplacement de la portée de denture.

Dans la méthode traditionnelle, la simulation de l'engrènement ne se faisant pas sur ordinateur mais sur une machine d'essai appelée tester. Le couple est enduit d'un mince film de colorant, ensuite il est placé dans sa position de travail dans le tester. Ce dernier est mis en marche tout en appliquant, manuellement, un effort de freinage. La région où le colorant a été chassé constitue la portée de denture. En variant la position du pignon dans la machine d'essai, l'opérateur observe le mouvement de la portée ainsi que sa forme. En se basant sur son expérience, l'opérateur porte un jugement sur les modifications de réglages à faire sur la machine de taillage. Après plusieurs essais, la série est lancée avec un ensemble de réglages vraisemblablement optimal. Nous constatons que cette méthode est longue, coûteuse et sans fondement scientifique. Cette démarche est, jusqu'à nos jours, utilisée par la SNVI-CVI de Rouiba (Alger).

La TCA (Tooth Contact Analysis) ou l'analyse de contact de denture a pour but la simulation de l'engrènement. C'est un programme informatique conçu en premier par la firme

Gleason Works (USA) au début des années soixante et dont une brève description est faite dans les références [3, 5].

La figure (1.8) montre l'évolution de la ligne de contact d'un engrenage théorique dont les surfaces de denture sont parfaitement conjuguées.

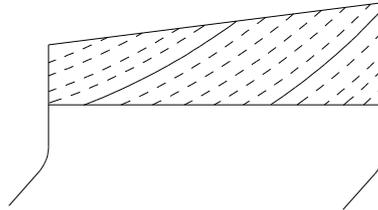


Figure. 1. 8. Ligne de contact [6]

Les lignes continues représentent les deux positions de la ligne de contact pour une rotation d'un pas angulaire (one pitch).

Afin, de minimiser la sensibilité aux erreurs de fabrication et de montage ainsi qu'aux déformations sous charge, la surface de denture subit un bombage aussi bien dans le sens du profil que dans le sens longitudinal. La surface résultante reste continue et tangente à la surface théorique au point A_1 (Figure. 1.9). Le contact linéaire est remplacé par le contact ponctuel.

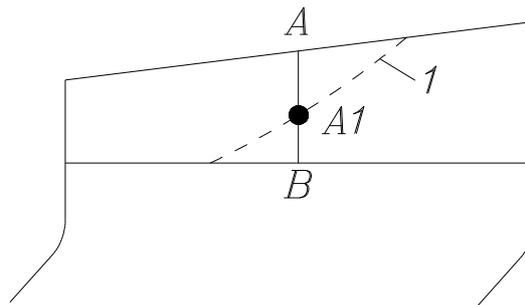


Figure. 1. 9. Surface corrigée [6]

La figure (1. 10) représente les erreurs de vitesses et de déplacement qui en résultent. Le contact réel est surfacique. La surface de contact est approximativement une ellipse dont le centre de symétrie est le point de contact théorique et la direction du grand axe est confondue avec la direction du contact linéaire théorique. L'ensemble des ellipses de contact constitue la portée de denture.

Nous imaginons un mouvement des surfaces de denture de manière à ramener les points choisis en contact avec une normale commune (Figure. 1. 11).

Ensuite, nous imaginons la rotation de l'un des deux membres autour de la normale commune jusqu'à ce que l'angle des axes Σ soit égal à celui spécifié. A ce moment, nous pouvons calculer le décalage hypoïde E et les positions axiales X_P et X_G . Ces valeurs ne sont bien sûr pas égales aux valeurs spécifiées par la position de travail. Nous devons changer α , θ et s jusqu'à ce que les valeurs de E , X_P , X_G soient égales à celles de la position de travail. Ainsi, nous obtenons un point de contact.

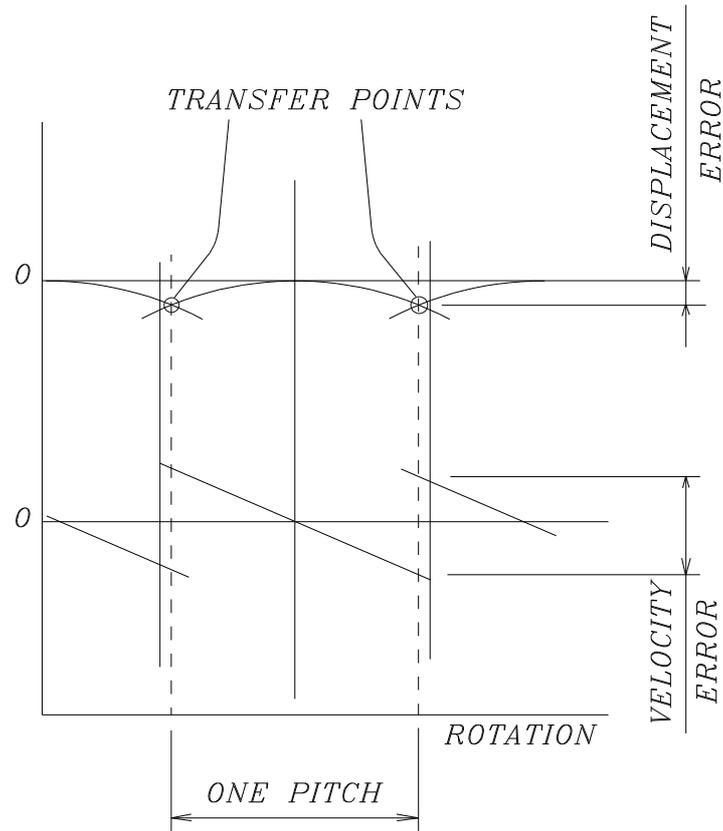


Figure. 1. 10. Erreur de transmission [6].

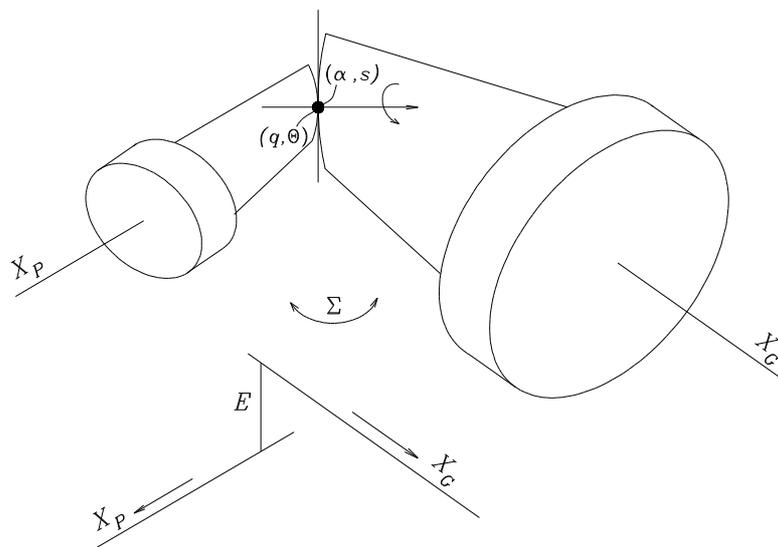


Figure. 1. 11. Simulation de l'engrènement [12].

En répétant la procédure pour différentes valeurs de (q) nous obtenons la trajectoire de contact avec toutes les informations permettant le traçage de la portée et de la loi d'engrènement

I. 4. RESISTANCE DES ENGRENAGES SPIRO-CONIQUES ET HYPOIDES

Le nombre de travaux concernant ce sujet est très réduit, comparé à l'étude de la géométrie et de l'engrènement. Dans ce qui suit, nous donnerons un résumé général des travaux scientifiques qui ont traité la résistance des dents.

I. 4. 1. Travaux de la Gleason Works

La firme Gleason Works (USA) a publié un ensemble de brochures [7, 10] dans lesquelles une démarche de conception est proposée. Celle-ci est entièrement basée sur des formules, des tableaux et des graphiques empiriques.

En général, les données de départ d'un problème d'engrenages sont :

- 1 /- Le rapport.
- 2 /- La vitesse.
- 3 /- Le type de charge.

On définit alors le couple performance :

$$T_{PGF} = \frac{W_c \cdot r_R}{90} (G_H + G_P + G_R) \quad (1.7)$$

$$\text{Avec : } G_H = \begin{cases} 16 - \frac{K_N \cdot W_c}{T_E} & \text{si } \frac{K_N \cdot W_c}{T_E} < 16 \\ 0 & \text{si } \frac{K_N \cdot W_c}{T_E} > 16 \end{cases} \quad (1.8)$$

W_C : Poids total.

r_R : Rayon des pneumatiques.

G_H : Facteur de pente.

G_P : Facteur performance.

K_N : Facteur de conversion d'unité.

T_E : Couple maximum.

G_R : Facteur de résistance de la roue au roulement.

Tableau. I. Facteur de conversion d'unité [7].

W_C	T_E	K_N
Livres	livres-pieds	0,64
kg	Nm	0.195

Les valeurs des différents facteurs sont données dans des tableaux [7]. Suivant la valeur de ce couple, on détermine un diamètre primitif préliminaire de la roue à partir de graphiques empiriques [15]. Après le calcul de toutes les autres caractéristiques géométriques, toujours en utilisant des formules et des graphiques empiriques, on vérifie les calculs finaux de la contrainte à la flexion et de la contrainte superficielle sous les conditions de charge accidentelles les plus dures.

Afin de tenir compte des différents facteurs qui influencent la valeur de cette contrainte, l'auteur propose plusieurs formules empiriques.

I. 4. 2. Autres travaux

En 1992 Gosselin [22] a présenté une étude expérimentale de détermination de la durée de vie des engrenages hypoïdes sur camions. La loi de Weibull est utilisée pour déterminer la durée de vie avec un risque (une fiabilité) donné.

R.J.Drago [24] a analysé expérimentalement le problème de la résonance.

I. 5. CONCLUSION

L'étude bibliographique nous a permis de situer le problème avec précision et de connaître les derniers développements scientifiques dans le domaine des engrenages spiro-conique et hypoïdes.

Plusieurs méthodes concernant l'étude du taillage et d'engrènement ont été citées. Par contre, on n'a pas trouvé celles qui traitent la correction de paramètres des réglages machines par simulation.

Par ailleurs, nous avons noté l'inexistence d'exemples numériques complet dans la quasi totalité des travaux publiés. Ces exemples s'ils étaient donnés auraient constitué un bon point de référence pour les chercheurs dans le domaine.

Nous avons remarqué aussi que les différents modèles numériques proposés n'étaient que brièvement expliqués.

CHAPITRE II

DESCRIPTION DES ENGRENAGES HYPOIDES ET SPIRO-CONIQUES

II. 1. INTRODUCTION

Bien que la denture spiro-conique réelle diffère sensiblement de la denture théorique, ce chapitre va nous permettre de comprendre les raisons des choix technologiques sur les machines de taillage. A travers ce chapitre, nous allons aborder les différents termes et les différentes définitions concernant les engrenages spiro-coniques et hypoides. Nous allons insister sur la denture Gleason car c'est elle qui est utilisée dans les ponts arrière des véhicules lourds fabriqués par la SNVI-CVI de Rouiba (Alger).

II. 2. CONCEPT DE LA ROUE PLATE GENERATRICE [3]

Comme pour le cas des engrenages cylindriques où la définition exacte du profil des dentures passe par le concept de crémaillère génératrice, on définit pour le cas des engrenages coniques la roue plate génératrice.

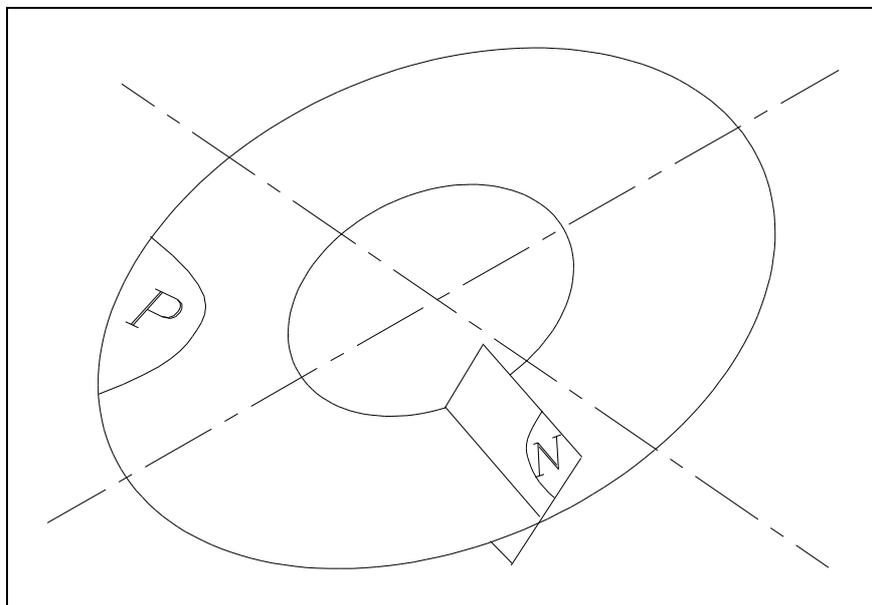


Figure. 2. 1. Roue plate génératrice.

La roue plate génératrice est une roue théorique (imaginaire) “ plate ” et dentée sur laquelle on fait rouler successivement le pignon et la roue conique conjuguée pour générer les dentures qui seront réalisées dans la pratique.

Le profil des dentures générées est l’enveloppe de la denture de la roue plate génératrice au cours du roulement sans glissement du pignon et de la roue conique.

La roue plate génératrice est définie par son plan primitif P et par sa surface génératrice N (Figure. 2. 1). Au cours du taillage, l'outil de coupe matérialise cette roue plate génératrice.

II. 2. 1. Cas de la denture spiro-conique " Gleason " [3]

Dans ce cas, le plan primitif P est l'anneau de centre S et délimité par les rayons r et R (Figure. 2. 2).

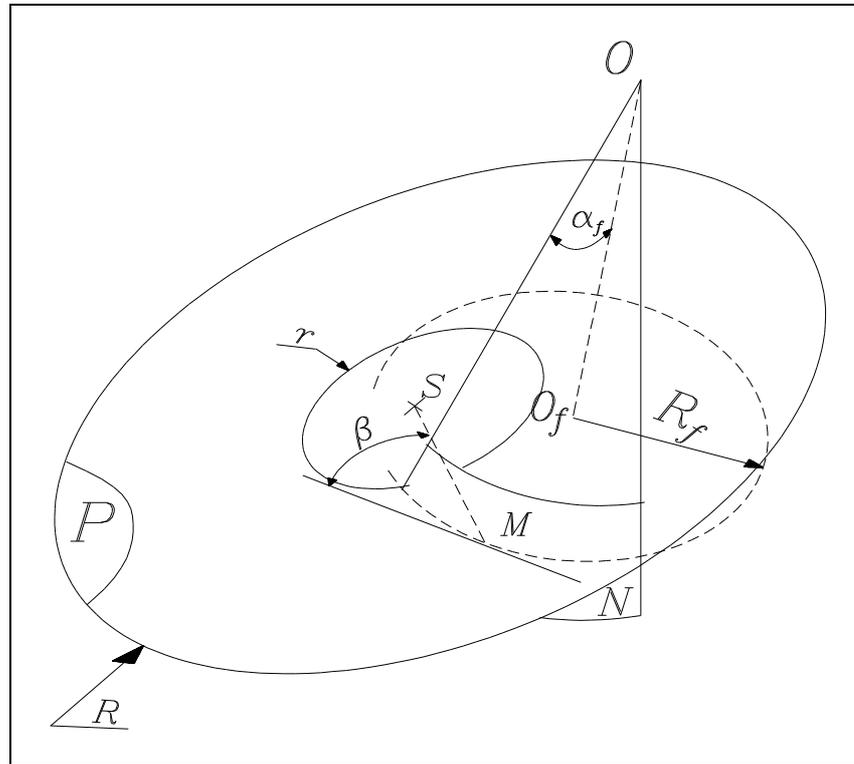


Figure. 2. 2. Roue plate génératrice pour la denture Gleason.

La surface génératrice N est une portion de tronc de cône de sommet O et d'angle au sommet $2\alpha_f$. L'intersection de N avec P est un arc de cercle de rayon R_f et de centre O_f (projection de O sur P).

La tangente à ce cercle au point M (situé à mi-distance de la largeur de la denture) fait un angle β avec SM, β est l'angle de spirale.

II. 2. 2. Cas de la denture spiro-conique " Klingenberg "

Le plan primitif P est toujours un anneau tandis que l'intersection de la surface génératrice N avec ce plan est, dans ce cas, une développante de cercle. La surface N est générée par une droite inclinée par rapport à la normale à P, et glissant le long de la développante de cercle [3].

II. 2. 3. Cas de la denture spiro-conique " Oerlikon "

Le plan primitif P est un anneau. L'empreinte de la denture est une épicycloïde allongée (L'épicycloïde est la courbe tracée par un point appartenant à un cercle C_1 qui roule sans

glissement sur un autre cercle C_2 . Si, au lieu de prendre le point générateur sur le cercle C_1 , nous le prenons à l'extérieur, nous obtenons une épicycloïde allongée).

La surface génératrice N est générée par une droite inclinée par rapport à P et glissant le long de l'épicycloïde allongé [3].

II. 3. CONDITIONS DE CONJUGAISON [1]

Dans le but de transmettre un mouvement de rotation entre deux arbres dans un rapport de vitesse constant, il faut utiliser des surfaces de dentures conjuguées. C'est à dire que ces surfaces doivent rester constamment tangente lors de l'engrènement. Cette propriété est satisfaite sous les conditions suivantes [1] :

- a)- Les surfaces génératrices des roues plates génératrices du pignon et de la roue doivent être les mêmes.
- b)- Les axes de rotation des deux roues plates génératrices doivent être identiques.
- c)- La ligne de contact entre le pignon et sa roue plate génératrice doit être identique avec celle de la couronne et sa roue plate génératrice.

Remarque importante

Le développement d'engrenage à surfaces de dentures conjuguées suppose des matériaux de fabrication parfaitement rigides. Lors du fonctionnement sous charge, la déformation locale des surfaces de denture réelles s'ajoute à la déformation globale du carter et des arbres, ce qui provoque un éloignement sensible des conditions de conjugaison théorique. Ainsi, les erreurs de dentures ne sont pas toujours sans intérêt. Il s'agit de produire un léger bombé, par rapport à la surface théorique, aussi bien dans le sens du profil que dans le sens longitudinal.

II. 4. DIVISION CONTINUE ET DIVISION DISCONTINUE [1]

Une autre différence fondamentale entre les procédés classiques de Gleason d'un côté et de Klingelberg et Oerlikon de l'autre, est la méthode de division.

Dans le procédé Gleason conventionnel, le mouvement de division est actionné après le taillage de chaque entre-dent. C'est à dire qu'une fois l'entre-dent est usiné (ébauche ou finition), la pièce recule en arrière, tourne d'un pas circulaire et revient vers la fraise pour le taillage de l'entre-dent suivant. Cette méthode de division est appelée " division discontinue " (" Single indexing method ").

Dans le procédé Oerlikon et Klingelberg le mouvement de division est continu. C'est à dire que la fraise de taillage est conçue de manière à laisser un petit laps de temps, après le taillage d'un entre-dent, durant lequel s'effectue le mouvement de division. Les vitesses de rotation de la fraise et de la pièce sont calculées en conséquence. Dans ce cas, il n'y a pas de recul de la pièce. Cette méthode de division est appelée " division continue " (" Continuous indexing method ").

Nous voyons que la division continue procure un gain de temps précieux, surtout lors du travail en grande série. Par contre la fraise de taillage est plus compliquée à fabriquer et à entretenir. L'affûtage et le réglage d'une fraise Oerlikon ou Klingelberg nécessitent un matériel sophistiqué et une main-d'œuvre bien qualifiée.

II.5. DIFFERENTS TYPES DE FRAISE GLEASON

Dans le cas de la denture spiro-coniques de type Gleason, la surface génératrice N de la roue plate génératrice est matérialisée, dans la pratique, par une fraise. Celle-ci est constituée d'un tourteau cylindrique à la périphérie auxquelles sont fixées des lames tranchantes d'égale pente (Fig. 2. 3). Un jeu de cales permet d'avoir plusieurs diamètres de fraise sur le même tourteau. Ce type de fraise est appelé fraise HARDAC [3].

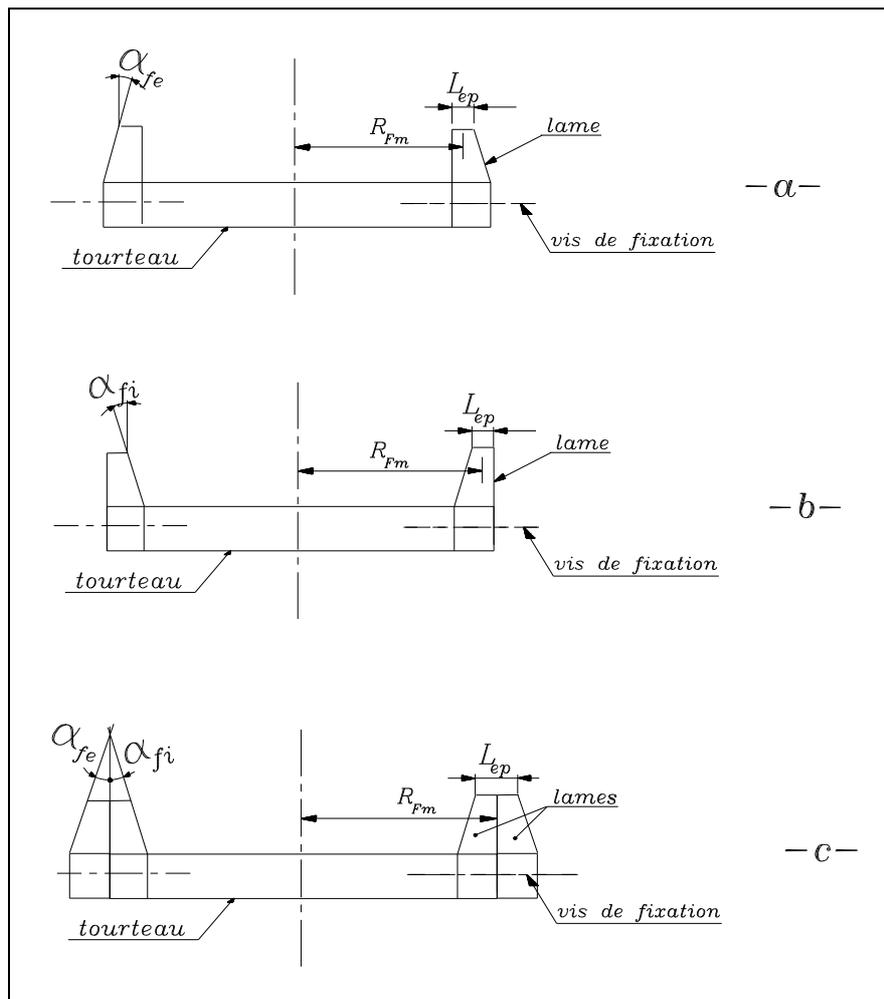


Figure. 2. 3. Différents types de fraises [3].

R_{fm} : Rayon de fraise moyen. L_{ep} : Longueur entre pointe.

α_{fe} : Angle de pression extérieur de l'outil. α_{fi} : Angle de pression intérieur de l'outil.

Il existe trois types de fraises HARDAC :

- a)- Fraise à tranchants extérieurs destinée au taillage du flanc concave d'une denture (Figure. 2. 3. a).
- b)- Fraise à tranchants intérieurs destinée au taillage du flanc convexe d'une denture (Figure. 2. 3. b).
- c)- Fraise à tranchants alternés, intérieurs et extérieurs, destinée au taillage simultané des flancs concaves et convexes (Figure. 2. 3. c).

La fraise moderne RSR est munie de lames de pré-taillage, de lames intérieures et de lames extérieures sur le même tourteau. L'entre-dent est ébauchée et fini en un seul passage de la fraise [1].

La fraise la plus récente conçu par Gleason est celle dite TRI-AC. Celle-ci est fabriquée de manière à permettre le taillage en division continue [1].

II. 6. DIFFERENTS TYPES DE DENTURES

a)- Suivant la valeur de l'angle de spiral et la position du pignon, il y a [7, 10] :

- La denture " Zerol " caractérisée par un angle de spiral nul (Fig. 2. 4. a).
- La denture " Spiral " caractérisée par un angle de spiral différent de zéro (Fig. 2. 4. b).
- La denture " Hypoïde " caractérisée par un décalage de l'axe du pignon au-dessus ou au- dessous de l'axe de la roue (Fig. 2. 4. c).

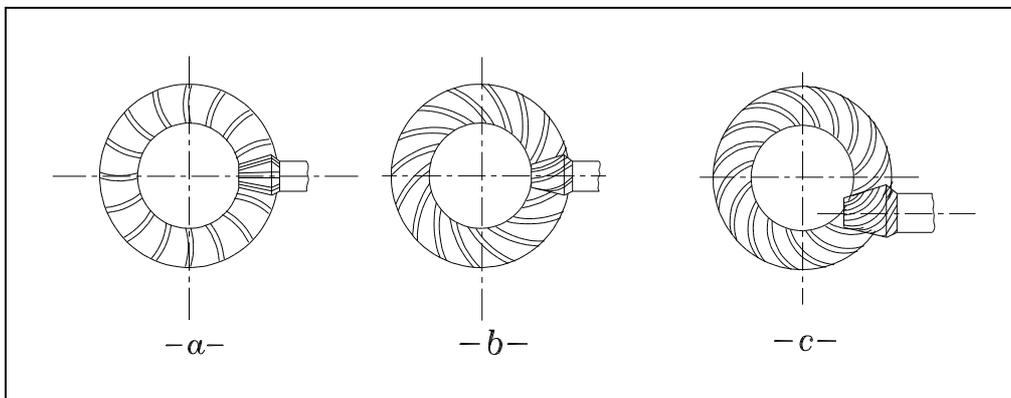


Figure. 2. 4. Différents types de dentures [3]

b) - Selon la hauteur de la denture, il y a :

- La denture à hauteur constante (Figure. 2. 5. a) normalisée en premier par Klingelnberg et Oerlikon.
- La denture à hauteur variable (Figure. 2. 5. b) normalisée en premier par Gleason.
- La denture duplex ou à ligne de pied inclinée (Figure. 2. 5. c) normalisée en premier par Gleason.

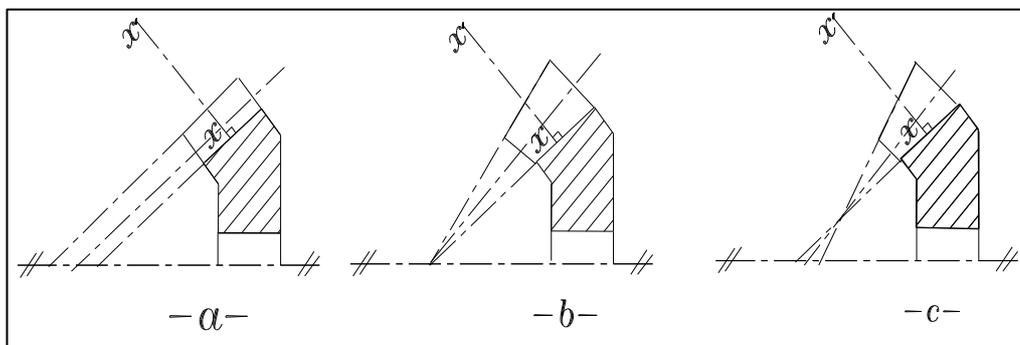


Figure. 2.5. Différentes hauteurs de dentures [3].

$x'x$: Axe de la fraise de taillage.

Remarque

Contrairement à la denture à hauteur constante, la denture à hauteur variable ne vérifie pas parfaitement les conditions de conjugaison. En effet, l'axe de la fraise de taillage ne peut pas être perpendiculaire aux génératrices des cônes de pied du pignon et de la roue en même temps. Les surfaces génératrices ne seront pas en coïncidence totale. Ce type de denture ne peut donc pas être réalisé avec le même ensemble générateur pour le pignon et la roue. Il en résulte une erreur de transmission qui est minimisée moyennant des mouvements et des réglage-machines spéciaux.

II. 7. CYCLES DE TAILLAGE GLEASON

Il existe beaucoup de cycles de taillage, nous ne citerons que deux exemples [7]

a)- Passe unique (Spread- blade)

Les deux flancs de denture sont finis simultanément à l'aide d'une fraise à lames alternées. C'est cette méthode qui est utilisée pour la finition des roues spiro-coniques et hypoïdes produites à la SNVI-CVI de Rouïba.

b)- Passes séparées et réglages fixes (fixed setting)

Chaque flanc de denture est taillé sur une machine à part. Les deux machines de taillage ont des réglages différents. C'est cette méthode qui est utilisée pour la finition des pignons spiro-coniques et hypoïdes produits à la SNVI-CVI de Rouïba (Alger).

II. 8. METHODES DE TAILLAGES GLEASON [3]

Il existe deux types de méthode de taillage. La première est celle utilisant un ensemble générateur (roue plate dans le cas des engrenages coniques) engendrant la roue et le pignon, la surface de denture est l'enveloppe de l'élément générateur. La machine de taillage devra matérialiser cette roue plate génératrice. Cette méthode est appelée "méthode des roulettes" (avec génération).

La deuxième méthode consiste à tailler la roue par un brochage, c'est à dire, sans mouvement de génération, les lames de la fraise sont "gravées" sur la surface conique de la roue. Pour le taillage du pignon la machine devra matérialiser la roue qui vient d'être taillée. La surface de denture du pignon est l'enveloppe de celle de la roue. Cette méthode est appelée "méthode des enveloppes" (sans génération).

II. 8. 1. Méthodes de taillage " avec génération "

Nous avons déjà indiqué l'impossibilité dans la pratique de réaliser les dentures conjuguées lorsque la hauteur est variable. Ceci découle du fait que l'axe de la fraise ne peut être perpendiculaire simultanément aux cônes de pied de la roue et du pignon. Nous avons aussi indiqué que certaines déviations sont souhaitables. Dans le but de minimiser les erreurs de transmission et d'orienter les déviations dans le sens de la production d'un bombé relatif sur les surfaces de denture, les ingénieurs de la firme Gleason ont mis au point plusieurs méthodes dont voici quelques-unes :

a)- Méthode du mouvement hélicoïdal " Helical duplex method "

Un dispositif spécial permet de communiquer à la base coulissante (figure. 3. 1) , un mouvement de déplacement vers la fraise. Ce mouvement composé résultant est un mouvement hélicoïdal de la pièce par rapport au bâti de la machine.

b)- Méthode du roulement modifié “ Modified roll method ” [3]

Dans la méthode des roulettes la fraise matérialise la surface génératrice (N) de la roue plate fictive. Celle-ci devra “engrener” avec la pièce (roue ou pignon). Le rapport des vitesses pièce/roue plate est théoriquement constant. Un dispositif spécial permet de modifier ce rapport périodiquement.

c)- Méthode Unitool [3]

Les conditions de conjugaison sont sensiblement approchées en remplaçant la surface génératrice conique par une surface sphérique. Les lames de la fraise ne seront plus rectilignes mais en forme d’arc de cercle. Pour engendrer un léger bombé relatif sur les dentures, la surface enveloppée par les lames sera une surface de tore.

II. 8. 2. Méthode de taillage “ sans génération ”

a)-Méthode "Formate" [3]

La roue est taillée par brochage sans mouvement de génération (Fig. 2. 6. a). Lors du taillage du pignon la machine de taillage matérialise la roue taillée et non pas la roue plate génératrice (Fig. 2. 6. b). Le pignon est donc taillé par génération mais les dentures obtenues ne sont pas rigoureusement conjuguées vu que les axes des fraises sont orientés différemment (un certain angle entre eux).

C’est cette méthode qui est utilisée dans la fabrication des engrenages spiro-coniques et hypoïdes à la SNVI-CVI de Rouïba.

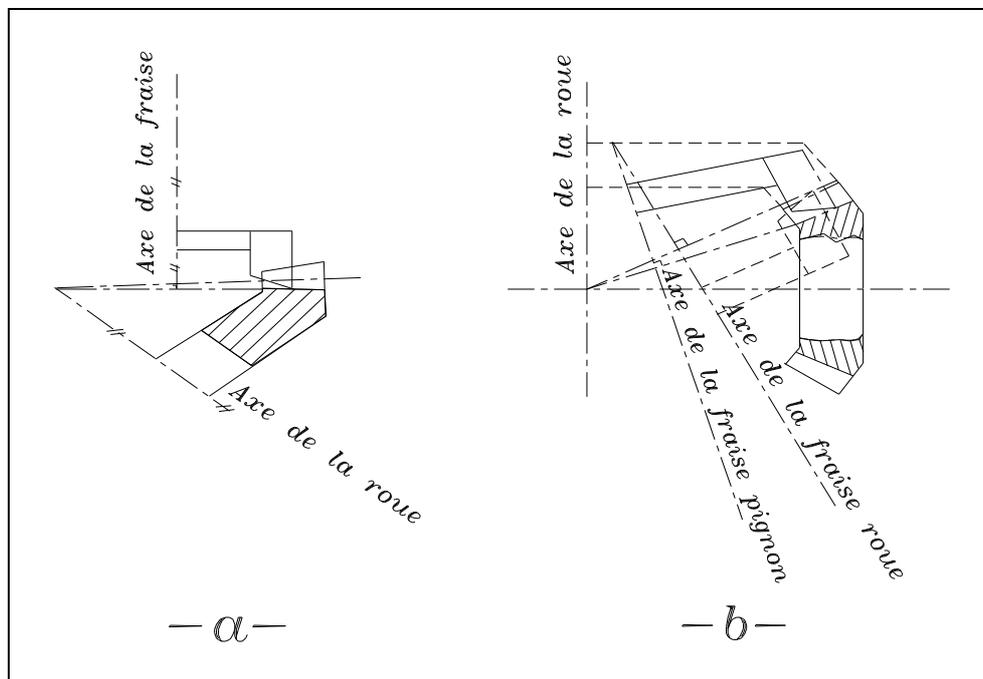


Figure. 2. 6. Méthode de taillage Formate.

b)- Méthode “ Helixform ” [3]

Sur la denture à hauteur variable le cône de tête d’un membre (roue ou pignon) est réalisé parallèlement au cône de pied de l’autre. Pour palier aux inconvénients de la méthode

Formate, les ingénieurs de Gleason ont imaginé la situation suivante : Au lieu de placer l'axe de la fraise perpendiculairement à la génératrice du cône de pied de la roue, il est placé perpendiculairement à la génératrice du cône de tête, donc perpendiculairement à la génératrice du cône de pied du pignon (Figure. 2. 7. a). Pour respecter la conicité de denture, on communique à la fraise un mouvement de translation uniforme en plus de son mouvement de rotation. Le mouvement d'avance résultant de la fraise est donc hélicoïdal.

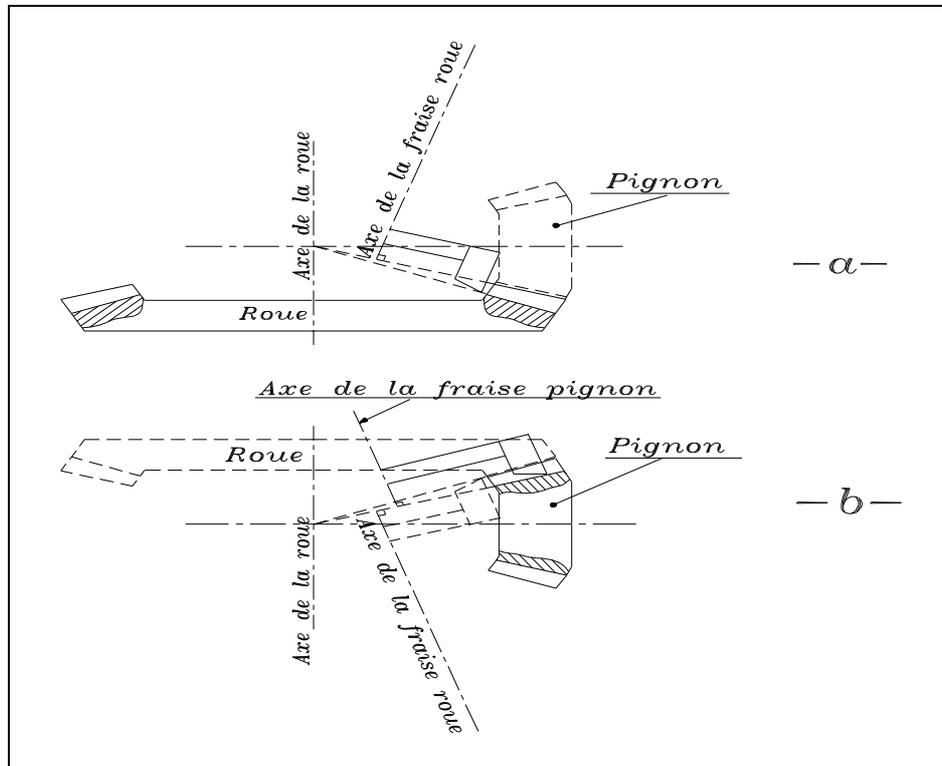


Figure. 2. 7. Méthode de taillage Helixform.

Lors du taillage du pignon, la fraise ne matérialisera pas exactement la surface de denture de la roue, mais une surface extrêmement voisine. Les conditions de conjugaison se trouvent ainsi sensiblement approchées.

II. 9. CONCLUSION

Dans la pratique, les contraintes de réalisation modifient la définition théorique des dentures hypoïdes et spiro-coniques à hauteur variable.

Lors du choix de la méthode de taillage, l'ingénieur au bureau des méthodes doit tenir compte des différents types de machines disponibles dans l'atelier avec tous les accessoires et toutes les options.

Il doit, en outre, rechercher un compromis entre la qualité du couple (différentes performances exigées), le prix de revient et le temps d'exécution. L'étude des performances d'un couple ne peut être faite qu'à travers une simulation du taillage suivie d'une simulation d'engrènement, c'est que nous proposons dans les prochains chapitres.

CHAPITRE III**DESCRIPTION GENERALE DES
MACHINES DE TAILLAGE****III. 1. INTRODUCTION**

Il est clair que la simulation du taillage, c'est à dire la définition de la surface de denture à partir des réglage-machines, ne peut être faite sans la connaissance plus ou moins approfondie des machines de taillage. Malheureusement, nous n'avons pas trouvé de schémas expliquant les chaînes cinématiques des machines Gleason, ni au Bureau des Méthodes ni au Service de Maintenance de la SNVI-CVI de ROUIBA.

De ce fait, la description qui suit sera basée sur l'observation des machines de l'extérieur et sur quelques schémas de machines similaires existant dans les références [1, 3, 6, 23].

La division taillage des engrenages spiro-coniques, dans l'atelier de fabrication de la SNVI-CVI de ROUIBA, se compose de cinq machines : Gleason 608, Gleason 609, et trois Gleason 116.

Pour le taillage des roues on utilise la 608 pour l'ébauche et la 609 pour la finition, tandis que pour le pignon on utilise les trois Gleason 116 : L'une pour l'ébauche, la deuxième pour la finition du flanc concave et la troisième pour la finition du flanc convexe.

III. 2. PRESENTATION DE LA MACHINE GLEASON

La figure (3.1) représente une vue schématique de la machine Gleason 116. Cette machine a été fabriquée pour la première fois en 1954. C'était la première machine avec laquelle les développements poussés de la théorie des engrenages spiro-coniques et hypoïdes ont pu être mis en évidence dans la pratique [1]. La Gleason 116 est qualifiée de machine universelle car elle permet le taillage avec la majorité des méthodes Gleason (§ II.8).

Cette machine se compose d'un berceau (1) animé d'un mouvement de "berceau" (oscillations de rotation) et sur lequel sont montés :

- L'excentrique (2) d'axe horizontal décalé par rapport à l'axe du berceau d'une distance "L" (222,25 mm pour la Gleason 116 [6]), il est réglable en position angulaire.
- Le socle (3) réglable en position angulaire sur l'excentrique et ayant une face inclinée d'un angle ε (15° pour la Gleason 116 [23]).
- La tête porte-fraise (4) qui s'appuie sur la face inclinée du socle et qui est réglable en position angulaire.
- La fraise de taillage (5) solidaire de la tête (4).

La pièce à tailler (6) est supportée par la broche (7) qui est réglable en hauteur sur la poupée (8). Celle-ci est peut se mouvoir sur des glissières longitudinales du chariot (9), suivant la direction de l'axe de la broche. Le Chariot (9) peut pivoter sur des glissières circulaires de la base coulissante (10). Cette dernière peut elle-même se déplacer sur des glissières longitudinales du bâti principal (11), parallèlement à l'axe du berceau [3].

III. 3. DIFFERENTS MOUVEMENTS DE LA MACHINE

Une fois les organes (1), (2), (3), (4), (7), (8), (9) et (10) ajustés (Figure. 3.1), le cycle de taillage est enclenché. Nous avons alors trois sortes de mouvement : mouvement de coupe, mouvement de génération et mouvement de division.

III. 3. 1. Mouvement de coupe

C'est le mouvement de rotation de la fraise (5) autour de son axe. Cette rotation n'a aucun effet sur la forme générale des surfaces de denture. Sa vitesse dépend de considérations de fabrication mécanique, il s'agit d'enlever une quantité importante de matière tout en assurant un bon état de surface et une durée de vie raisonnable de l'outil avant le prochain affûtage. Il faut choisir une vitesse de coupe économique. Un engrenage interchangeable permet le réglage de cette vitesse. Lors de la rotation de la fraise les lames vont envelopper la surface génératrice théorique "N" (§ II.2.1).

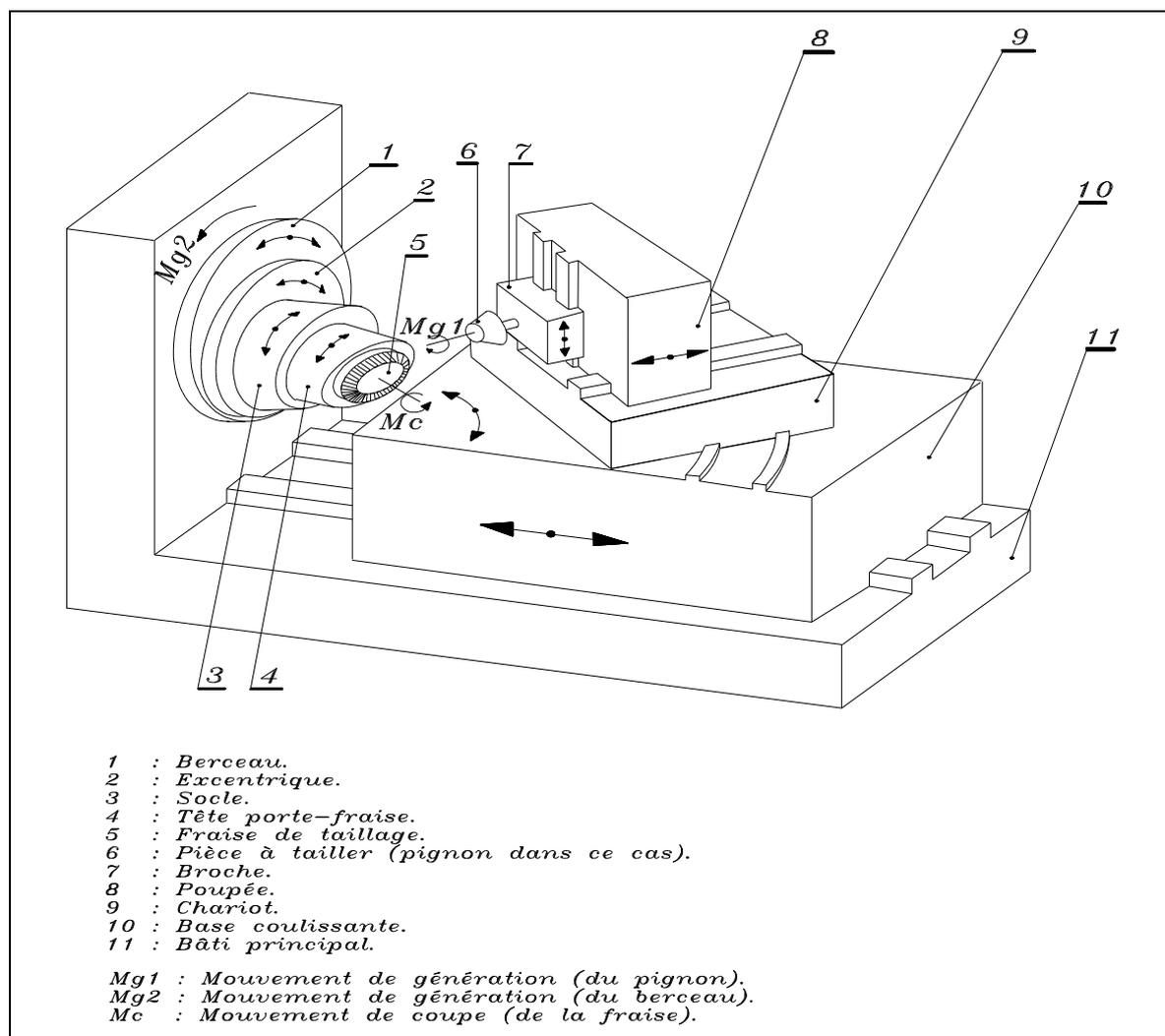


Figure. 3. 1. Schéma perspectif de la machine Gleason 116 .

III. 3. 2. Mouvement de génération

a)- Méthode Formate. Cas du taillage des roues :

Dans ce cas il n'y a aucun mouvement de génération. L'outil pénètre s'enfonce tout en gravant la roue par le biais de ses lames.

b)- Méthode Helixform. Cas du taillage des roues :

Il n'y a aucun mouvement de génération. Afin de générer l'hélicoïde théorique, on communique à la fraise, pendant le passage de chaque lame, un mouvement de translation le long de son axe. Cette translation est liée à l'angle de rotation de la fraise [3].

c)- Méthode Formate et Helixform. Cas du taillage des pignons :

Le mouvement de génération est constitué de deux rotations conjuguées (rapport constant) : Rotation du berceau (1) et rotation de la pièce (6) autour de leurs axes respectifs. Un train de roues de rechange permet de régler ce rapport.

d)- Méthode du roulement modifié " Modified roll method " :

Les mouvements de génération sont les mêmes que ceux du cas c)- avec une légère différence. Les rotations du berceau (1) et de la pièce (6) ne sont plus conjuguées, leur rapport n'est plus constant. Certaines machines peuvent, en option, être équipées d'un dispositif spécial à came permettant la variation du rapport des vitesses au cours du taillage.

e)- Méthode Helical Duplex

En plus des mouvements de rotation conjugués du berceau (1) et de la pièce (6), il y a un mouvement de translation de la base coulissante (10) vers le berceau (1) et parallèlement à l'axe de ce dernier (machine Gleason 106 par exemple). Un train de roues de rechange permet de régler son amplitude. Cette translation est conjuguée à la rotation du berceau [3].

III. 3. 3. Mouvement de division

Dans le procédé Gleason classique, après le taillage d'un entre-dent (ou d'un flanc selon la méthode utilisée), nous avons soit :

- Un recul de la base coulissante (10) (machine 116 par exemple).

Soit :

- Un recul du corps supportant la fraise (Machine 609 par exemple).

Après ce recul, la pièce est rapidement divisée, un autre cycle de taillage est alors entamé. Un train de roues interchangeable est utilisé pour le réglage du diviseur.

III. 4. CONCLUSION

Après la détermination des dimensions générales d'un couple spiro-conique ou hypoïde, le concepteur devra calculer les réglage-machines nécessaires au taillage de ce couple. Le calcul dépend de la méthode de taillage et du type de machine disponible.

Dans notre cas, nous devons calculer les réglages-machine nécessaire au taillage des engrenages spiro-coniques et hypoïdes par la méthode Formate.

CHAPITRE IV

CALCUL DES DIMENSIONS DES ENGRENAGES SPIRO-CONIQUES ET HYPOIDES

IV. 1. INTRODUCTION

La première étape dans la conception d'un engrenage spiro-conique ou hypoïde consiste à calculer ses dimensions générales. Il existe très peu de documentation traitant ce sujet. Les calculs qui suivent sont basés sur la normalisation Gleason [6- 11] qui, elle-même, est basée sur l'utilisation d'abaques, de tableaux et de formules empiriques. La domination de Gleason sur le marché mondial témoigne de la validité de sa méthode.

IV. 2. CHARGES SUR LE PONT [7]

La meilleure manière de sélectionner le type d'engrenage de pont serait de faire un enregistrement couple- temps du véhicule dans toutes les conditions d'utilisation.

Le couple sur le pont basé sur le couple moteur maximal en première vitesse, est la valeur maximale théorique qui peut être développée par le véhicule et transmise aux roues. Le couple d'adhérence des roues varie, pour un véhicule donné suivant les conditions route- charge : poids sur le pont moteur, état de la route, coefficient de friction entre les roues et la route, pente de la route et taux d'accélération.

Pour les véhicules équipés d'une boîte de vitesse manuelle, il est possible de développer des couples instantanés qui peuvent être équivalents à 2 jusqu'à 5 fois le couple maximal calculé du fait d'un embrayage brutal.

Une nouvelle méthode d'analyse du couple sur les engrenages de transmission et les engrenages de différentiel, basée sur les charges normales et les performances générales du véhicule (couple performance) a eu pour effet une estimation plus valable des dimensions minimales des engrenages.

Cette étude a révélé que les engrenages de pont sont plus sujets aux charges maximales soutenues qu'aux charges de pointe occasionnelles qui se produisent pendant la vie présumée du véhicule. Les contraintes résultantes des charges soutenues ne peuvent pas dépasser, sans risque, la limite d'endurance du matériau utilisé pour les engrenages.

Les charges soutenues auxquelles nous nous référons sont celles qui résultent du fonctionnement sur les pentes des routes, avec les charges additionnelles qui sont imposées par les accélérations du véhicule et la résistance de la route au roulement. Par conséquent, une nouvelle formule pour le couple performance est basée sur une pente équivalente, tenant

compte des pentes réelles de la route (facteur de la pente de route G_H), des caractéristiques d'accélération du véhicule (facteur performance G_P) et des conditions de la route (facteur de résistance de la route au roulement G_R). Le facteur de la pente de route est basé sur la pente maximale des routes, qui dépasse rarement 8 %. Cette valeur est utilisée uniquement au stade du projet. Elle ne doit pas être confondue avec l'aptitude du véhicule à grimper des pentes beaucoup plus élevées. Il est cependant supposé que ces pentes plus importantes ne seront rencontrées que peu fréquemment. Le facteur performance est basé sur le rapport du poids du véhicule à la puissance du moteur et est ainsi une mesure de l'aptitude du véhicule à accélérer.

Le facteur de résistance de la route au roulement est fonction du type de la surface de la route et de son état.

IV. 3. COMPARAISON ENTRE LES ENGRENAGES SPIRO-CONIQUES ET HYPOIDES [7]

L'ingénieur au bureau d'étude devra d'abord choisir entre l'engrenage spiro-conique et l'engrenage hypoïde. Pour cela, il devra connaître les caractéristiques de chaque type d'engrenage. Le tableau I ci-dessous donne une idée sur ces caractéristiques.

Tableau. I. Comparaison entre les engrenages spiro-coniques et hypoïdes [7].

CARACTERISTIQUES	HYPOIDE	CONIQUE SPIRAL
Silence.	Plus silencieux.	Silencieux.
Résistance à la flexion.	Charges supérieures jusqu'à 30 % suivant l'entraxe.	Plus faible.
Résistance au piquage.	Charges supérieures jusqu'à 175 % suivant l'entraxe.	Plus faible.
Résistance au grippage.	Plus faible.	Charges supérieures jusqu'à 200 %.
Vitesse de glissement.	Jusqu'à 200 % supérieure suivant l'entraxe.	Plus faible
Rendement.	Jusqu'à 96 % suivant la charge et le rapport.	Jusqu'à 99 % suivant la charge et le rapport.
Sensibilité au non-alignement.	Varie avec la rigidité du montage et le diamètre de fraise.	Varie avec la rigidité du montage et le diamètre de fraise.
Fabrication.	Fraise à plus grande largeur entre-pointes. Plus facile à roder.	Fraise à plus petite largeur entre-pointes. Plus difficile à roder.
Rapport.	Préférable pour rapports élevés.	Préférable pour faibles rapports.
Position du centre de gravité du véhicule.	Arbre de transmission plus bas.	Arbre de transmission plus haut.
Diamètre extérieur du boîtier de différentiel.	Plus petit. Espace disponible réduit du fait de l'interférence avec le pignon.	Plus grand. Espace disponible plus important.
Réaction sur les appuis.	Plus grande poussée sur le pignon.	Poussée plus faible sur le pignon.

IV. 4. COUPLE PERFORMANCE

Le couple sur le pont basé sur la performance est déterminé comme suit :

$$T_{\text{PFG}} = W_C \cdot r_R \cdot (G_H + G_P + G_R) / 90 \quad (4.1)$$

T_{PFG} : Couple performance en Nm (ou livres-pouces).

W_C : Poids brut combiné en kg (ou livres). C'est le poids à vide plus le poids des passagers et des bagages.

r_R : Rayon de roulement des pneumatiques en m (ou pouces).

G_H : Facteur de pente de la route. Utiliser 8 pour les véhicules normaux.

G_P : Facteur performance.

$$G_H = \begin{cases} 16 - \frac{K_N \cdot W_c}{T_E} & \text{si } \frac{K_N \cdot W_c}{T_E} < 16 \\ 0 & \text{si } \frac{K_N \cdot W_c}{T_E} > 16 \end{cases}$$

K_N : Facteur de conversion d'unités.

T_E : Couple maximal net à la sortie du moteur en Nm (ou livres-pieds). C'est le couple moteur net à l'entrée de la transmission.

G_R : Facteur de résistance de la route au roulement (voir tableau. II).

Tableau. II. Facteur de résistance au roulement [7].

Catégorie de route	Types de revêtement	Facteur G_R Etat de surface		
		Bon	Moyen	Mauvais
1	Béton au ciment. Briques. Pavés d'asphalte. Plaques d'asphalte. Pavés de granit Bandes d'asphalte. Béton asphaltique. Macadam bitumineux (haute qualité). Pavés de bois.	1.0	1.1	1.2
2	Macadam bitumineux (basse qualité). Macadam au goudron. Macadam huileux. Gravier traité.	1.2	1.6	2.0
3	Argile sablée. Gravier. Pierre concassée. Galets.	1.5	2.0	2.5
4	Terre. Sable	2.0	2.5	3.5

IV. 5. DIAMETRE PRELIMINAIRE DE LA ROUE DE TRANSMISSION

Lorsque le couple performance est déterminé, un diamètre préliminaire de la roue de transmission pour des pignons en porte-à-faux peut être choisi en utilisant des graphiques empiriques. Pour des pignons montés entre deux paliers, multiplier la valeur du diamètre de roue obtenu sur les graphiques par 0.97 [7].

Il faut noter que le diamètre préliminaire de la roue de transmission déterminé par cette nouvelle méthode est le diamètre de roue minimal qui supportera les charges soutenues.

D'autres facteurs, tels que le diamètre de l'engrenage de différentiel ou l'unification des ponts pour un certain nombre de véhicules, peuvent nécessiter l'utilisation d'une roue ayant un plus grand diamètre.

Voici les différents couples qui interviennent lors du dimensionnement de la roue de transmission :

- Couple au moteur : c'est le couple sur le pont résultant du couple de sortie maximal du moteur en première vitesse
- Couple d'adhérence : c'est le couple sur le pont résultant du patinage des roues.
- Couple au pignon : c'est le couple sur le pignon résultant du couple de sortie du moteur

IV. 6. DIAMETRE FINAL DE LA ROUE DE TRANSMISSION

Les valeurs finales des diamètres de la roue de transmission et du planétaire sont déterminées après le calcul des contraintes de flexion et des contraintes superficielles. Ces valeurs ne doivent évidemment pas conduire à des contraintes d'utilisations supérieures aux limites du matériau utilisé.

De plus, le choix final du diamètre de la roue de transmission doit tenir compte de l'espace nécessaire pour un différentiel adéquat.

IV. 7. CARACTERISTIQUES DE L'ENGRENAGE DE TRANSMISSION [7]

Les caractéristiques d'une denture d'engrenage spiro-conique ou hypoïde varient d'une extrémité à l'autre. Aucune caractéristique n'est fixée. Elles peuvent toutes être modifiées et contrôlées pour satisfaire un impératif particulier pour n'importe quelle application. Voici quelques-unes de ces caractéristiques :

IV. 7. 1. Angle des arbres

Bien que des engrenages hypoïdes angulaires et des engrenages spiro-coniques angulaires puissent être réalisés et aient été considérés pour des transmissions de véhicules, l'angle des arbres usuel pour les engrenages spiro-coniques et hypoïdes est de 90 degrés.

IV. 7. 2. Nombre de dents

Le tableau III ci-dessous illustre le nombre de dents généralement utilisés en fonction de la gamme de rapport pour les engrenages de pont. Il y a souvent plusieurs combinaisons qui satisfassent un rapport déterminé.

Tableau. III. Nombre de dents [7].

Gamme de rapport	Nombre de dents du pignon	Somme des nombres de dents du pignon et de la roue
2.00 - 2.11	17 - 21	50 - 65
2.12 - 2.31	16 - 20	50 - 65
2.32 - 2.55	15 - 19	50 - 65
2.56 - 2.83	14 - 18	50 - 65
2.84 - 3.07	13 - 16	50 - 65
3.08 - 3.27	11 - 15	45 - 65
3.28 - 3.43	10 - 14	40 - 60
3.44 - 3.99	9 - 13	40 - 60
4.00 - 4.50	8 - 12	40 - 60

L'expérience a montré que si le nombre de dents est inférieur à celui indiqué sur le tableau, le rapport de conduite est sacrifié et les engrenages peuvent ne pas avoir un fonctionnement doux. De même, si le nombre de dents dépasse les valeurs du tableau, les facteurs pratiques ne conviennent plus. Les temps de production augmentent du fait des divisions machine supplémentaires et les frais en outils augmentent du fait des faibles largeurs entre pointes.

Dans la même gamme, les plus grands nombres de dents donnent un couple plus silencieux et moins sensible à la détérioration superficielle, alors que les nombres de dents plus faibles donnent une plus grande résistance à la flexion.

IV. 7. 3. Diametral pitch ou module

Le diametral pitch (P_d) ou le module (m) indiqué sur les feuilles de dimensions Gleason correspond à celui de la roue.

Le diametral pitch est obtenu en divisant le nombre de dents de la roue (N) par le diamètre primitif de la roue (D) en pouces.

Le module est obtenu en divisant le diamètre primitif de la roue (D) en millimètre par le nombre de dents de la roue (N).

IV. 7. 4. Largeur de denture

Une largeur de denture roue égale à environ 0.30 fois la génératrice roue est conseillée pour une utilisation optimale. Du fait que la génératrice n'est pas connue immédiatement, une largeur de denture roue égale à 0.155 fois le diamètre roue sera généralement satisfaisante. Des largeurs de denture excessives résultent en :

- 1) Des largeurs entre pointes de fraise et des rayons de raccordement faibles.
- 2) Un espace insuffisant pour le boîtier de différentiel.

Sur les engrenages spiro-coniques, il est courant d'avoir une largeur de denture pignon (F_p) légèrement supérieure à la largeur de denture roue (F_G) de façon à recouvrir cette dernière aux deux extrémités de la dent. Cet arc-boutement des dents pignon améliore la résistance du pignon et permet d'amincir les dents du pignon au profit de la roue.

Ceci a pour avantage un gain lors de la réalisation du fait que les dents pignons amincies permettent d'utiliser une largeur entre pointes plus grande sur la fraise pignon, tout en maintenant l'équilibre de résistance désirée entre le pignon et la roue.

IV. 7. 5. Entre-axe pignon

La direction de l'entre-axe, l'angle de spirale et le sens de spirale sont interdépendants. Lorsque l'entraxe est positif c'est-à-dire (pignon à gauche au-dessous du centre ou pignon à droite au-dessus du centre), le pignon hypoïde sera plus grand que le pignon conique correspondant, tandis que si l'entraxe est négatif, c'est-à-dire (pignon à gauche au-dessus du centre ou pignon à droite en dessous du centre), le pignon hypoïde sera plus petit que le pignon conique correspondant.

L'entraxe négatif réduit le rapport de conduite ainsi que la douceur et le silence de fonctionnement généralement associés aux engrenages hypoïdes ; en conséquence, cette disposition n'est pas recommandée.

Les entraxes pignon ne dépassent pas normalement 40 % de la génératrice roue (environ 20% du diamètre primitif roue) bien que quelques applications existantes dépassent cette valeur.

IV. 7. 6. Angle de spirale

Le choix de l'angle de spirale est basé sur l'obtention du recouvrement maximal des dents sans que la poussée axiale résultante impose des charges excessives sur les roulements. La formule suivante peut être utilisée pour déterminer l'angle de spirale moyen approximatif en degrés sur le pignon des engrenages à la fois spiro-coniques et hypoïdes.

$$\psi_p = 25 + 5 \cdot \sqrt{\frac{N}{n}} + 90 \cdot \frac{E}{D} \quad (4. 2)$$

Où : E : entraxe du pignon hypoïde, en mm (ou pouces).
D : diamètre primitif de la roue, en mm (ou pouces).
N : nombre de dents de la roue.
n : nombre de dents du pignon.

Lorsque l'angle de spirale moyen pignon est déterminé, l'angle de spirale moyen approximatif sur la roue en degrés peut être calculé comme suit :

$$\psi_G = \psi_P - \varepsilon' \quad (4. 3)$$

Où :
 ε' = valeur approximative de l'angle d'entre-axe ($\tan(\varepsilon') = E/R'$)
 R' = $(D - F_G)/2$ = rayon moyen de la roue, en mm (ou pouces).
 F_G = largeur de denture roue, en mm (ou pouces).

D'après les formules ci-dessus, on remarque que l'angle de spirale roue est directement affecté par la valeur et la direction de l'entre-axe. Pour les engrenages spiro-coniques, qui ont un entre-axe nul, l'angle de spirale sur la roue est égal à l'angle de spirale sur le pignon.

La différence entre les angles de spirale sur le pignon et sur la roue résulte en une modification de la dimension du pignon pour maintenir le même pas apparent sur les deux

membres. De ce fait le diamètre primitif approximatif du pignon en mm (ou pouces) est déterminé comme suit :

$$d = \frac{n}{N} \cdot D \cdot \frac{\cos \psi_G}{\cos \psi_p} \quad (4.4)$$

IV. 7. 7. Sens de spirale

Le sens de spirale sur les engrenages spiro-coniques et hypoïdes est déterminé par la direction de la courbure des dents ; c'est à dire que les dents à gauche s'inclinent dans le sens inverse des aiguilles d'une montre en s'éloignant de l'axe(lorsque l'observateur regarde la roue en face) alors que les dents à droite s'inclinent dans le sens des aiguilles d'une montre.

Le sens de spirale d'un membre d'une paire est toujours opposé à celui de son conjugué. Il est courant d'utiliser le sens de spirale du pignon pour identifier un couple. Ainsi, un couple à gauche a une spirale à gauche sur le pignon et une spirale à droite sur la roue.

IV. 7. 8. Angle de pression

En général, l'angle de pression moyen est de 20°. Dans la majorité des cas, cet angle donne le meilleur équilibre entre une résistance satisfaisante des dentures et des largeurs entre pointes de fraise convenables.

IV. 7. 9. Diamètre de fraise

La relation entre le diamètre de fraise et l'angle de spirale est fonction de la conicité de denture. Les quatre types de base de conicité de denture sur les dents spiro- coniques ou hypoïdes sont les suivants :

- 1) La conicité de hauteur correspond à la modification de la hauteur de dent, mesurée perpendiculairement au plan primitif, le long de la dent.
- 2) La conicité d'épaisseur correspond à la modification de l'épaisseur de dent le long de la dent. Sauf mention particulière, elle est mesurée dans le plan primitif.
- 3) La conicité d'entre-dent correspond à la modification de la largeur de l'entre-dent le long de la dent. Sauf mention contraire, elle est mesurée dans le plan primitif.
- 4) La conicité de largeur entre pointes (fréquemment appelée conicité de largeur d'encoche) correspond à la modification de la largeur entre pointes (largeur d'encoche) maximale (limite) d'un outil de taillage en V à l'angle de pression nominal dont les côtés sont tangents aux deux côtés d'entre-dent et dont le sommet est tangent au cône de pied le long de la dent. Elle est mesurée dans le plan de pied.

Le diamètre de fraise est choisi en utilisant la formule suivante :

$$r_{c(i)} = 0.5 \left[\sqrt{2 \cdot A_{xG}^2 - A_G^2 (2 - \sin^2 \psi_G)} + A_G \sin \psi_G \right] \quad (4.5)$$

- Où :
- A_{xG} = $K A_{oG}$
 - A_{oG} = génératrice extérieure roue, en pouces.
 - A_G = génératrice moyenne roue, en pouces.
 - $r_{c(i)}$ = rayon de fraise donnant un rayon de courbure de la denture égal à celui de la développante à la génératrice A_{xG} , en pouces.
 - K = valeur entre 0.9 et 1.1 de sorte que r_c soit une valeur standard.

CHAPITRE V

SIMULATION DU TAILLAGE

V. 1. INTRODUCTION

Nous supposons au cours de ce chapitre que tous les réglages machine sont donnés. Le calcul des valeurs nominales de ces réglages ne constituent qu'une première approximation du moment qu'ils seront modifiés après la simulation de l'engrènement. Nous suggérerons donc aux concepteurs, après le calcul des dimensions générales du couple, d'utiliser les feuilles de calcul Gleason.

Avant de commencer le taillage des dentures, nous avons deux positionnements à faire :

- a)- Positionnement de la fraise comportant plusieurs réglages machine.
- b)- Positionnement de la pièce à tailler comportant également plusieurs réglages machine.

Une fois ces deux positionnements effectués, le mouvement de génération peut commencer. Ce dernier dépend de la méthode de taillage utilisée (§ III.3.2).

Dans ce chapitre nous allons simuler numériquement tous les mouvements aussi bien de positionnement que de génération afin de générer la surface de denture.

Afin d'exprimer la rotation et la translation dans une même matrice, nous utiliserons des matrices de passage (4 x 4) et des vecteurs (4 x 1) (voir annexe)

V. 2. POSITIONNEMENT DE LA FRAISE [3]

La figure (5.1) représente une fraise de taillage en coupe.

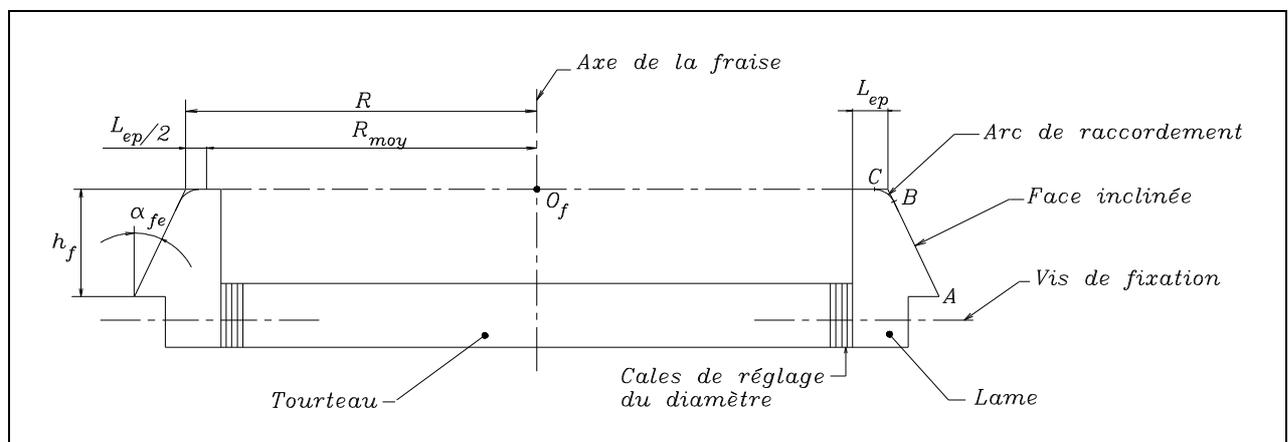


Figure. 5. 1. Fraise à tranchants extérieurs.

L'arrête tranchante des lames est constituée de deux parties :

- Une partie linéaire (AB) destinée à générer la partie active du flanc de denture.
- Une partie circulaire (BC) destinée à générer un rayon de raccordement au fond de la denture.

En général pour les travaux d'ébauche, toute la partie active (AC) coupe du métal sur la pièce tandis que pour les travaux de finition il n'y a que la partie linéaire (AB) qui travaille.

V. 2. 1. Equation de la surface génératrice et de sa normale :

La rotation des lames autour de l'axe de la fraise constitue un mouvement de coupe dont la vitesse dépend de certaines considérations de fabrication. Cette rotation va engendrer (Figure.5.1) :

- Un tronc de cône par le segment AB.
- Une portion d'un tore par l'arc BC.

a)- Surface conique.

Considérons un repère S_f lié à la fraise (Figure.5.2).

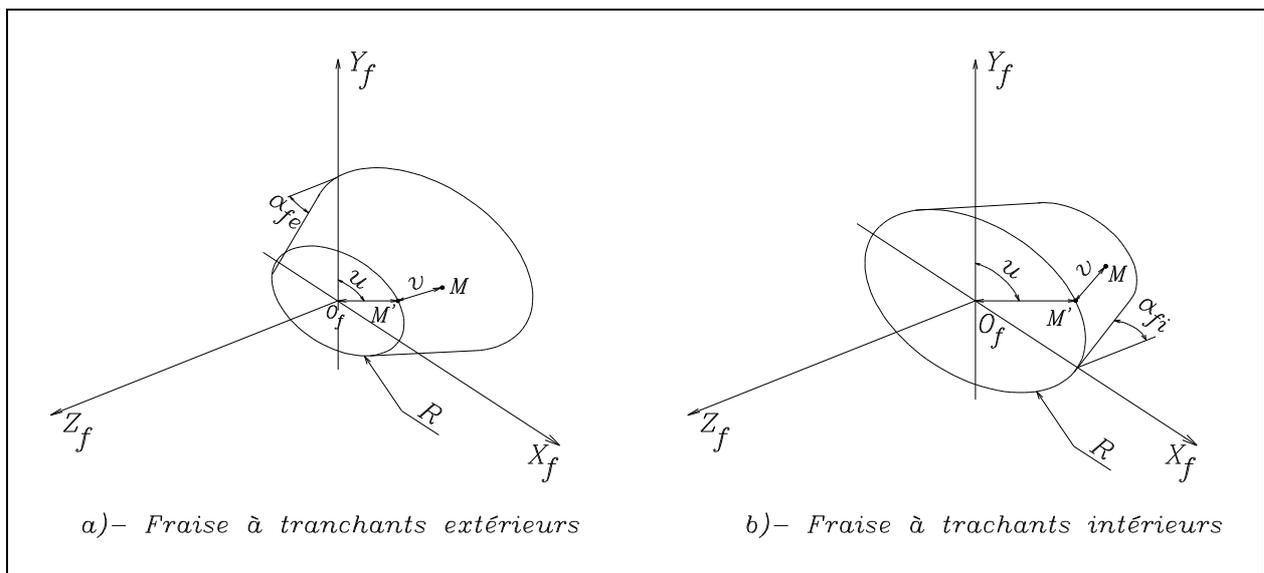


Figure. 5. 2. Surface génératrice conique.

Un point (M) quelconque sur la surface génératrice est défini dans le système S_f par le vecteur :

$$\vec{r}_f(u, v) = \begin{cases} (R + v \cdot \sin \varphi) \sin u \\ (R + v \cdot \sin \varphi) \cos u \\ -v \cdot \cos \varphi \\ 1 \end{cases} \quad (5. 1)$$

Avec :

- (u, v) : Coordonnées de surface.
- φ : Angle de pression des lames de la fraise.

$$R = R_{moy} + \frac{L_{ep}}{2} \text{ et } \varphi = \alpha_{fe} : \text{ Pour le taillage du flanc concave.}$$

$$R = R_{moy} - \frac{L_{ep}}{2} \text{ et } \varphi = -\alpha_{fi} : \text{ Pour le taillage du flanc convexe.}$$

L_{ep} : Largeur entre pointe de la lame.

La normale unitaire est définie par :

$$\vec{n}_f(u) = \frac{\frac{\partial \vec{r}_f}{\partial u} \wedge \frac{\partial \vec{r}_f}{\partial v}}{\left| \frac{\partial \vec{r}_f}{\partial u} \wedge \frac{\partial \vec{r}_f}{\partial v} \right|}$$

$$\vec{n}_f(u) = \begin{cases} \sin u \cdot \cos \varphi \\ \cos u \cdot \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

b)- Surface torique.

Dans le système S_f le rayon de position \vec{r}_{fe} des lames extérieures est exprimé par la relation suivante (Figure. 5. 3)

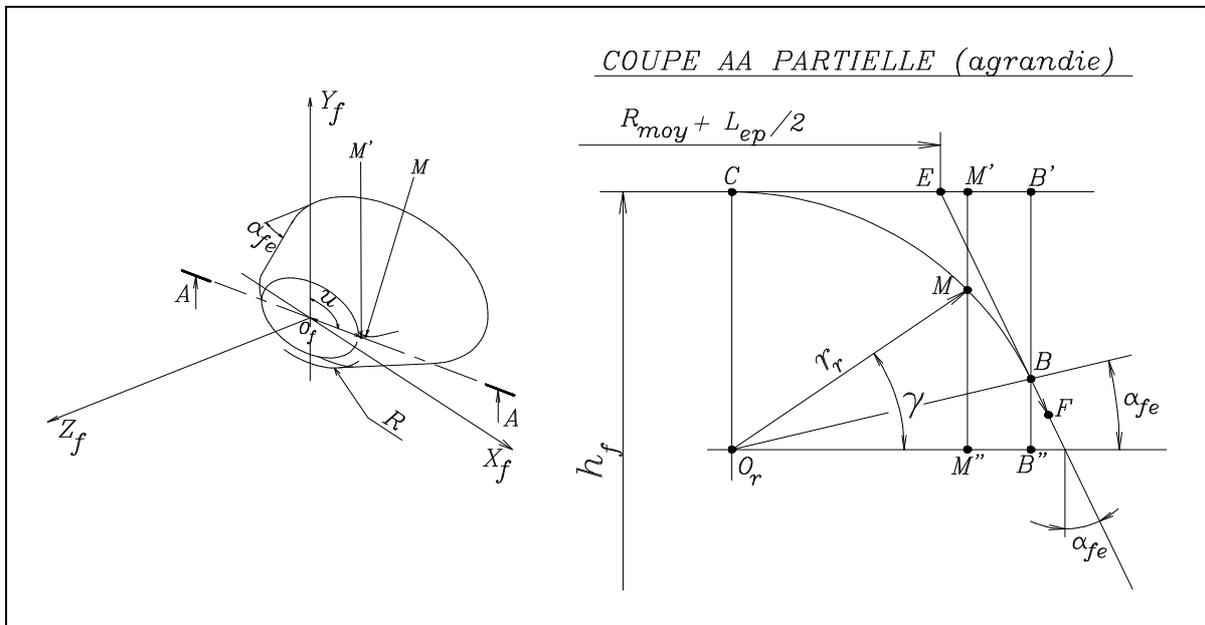


Figure. 5. 3 Surface génératrice torique.

$$\vec{r}_f(u, \gamma) = \begin{cases} O_f M' \cdot \sin u \\ O_f M' \cdot \cos u \\ -MM' \\ 1 \end{cases}$$

$$O_f M' = R_{moy} + \frac{L_{ep}}{2} + EM'$$

$$\begin{aligned} EM' &= EB' - M'B' = BB' \cdot \operatorname{tg} \alpha_{fe} - r_{re} (\cos \alpha_{fe} - \cos \gamma) \\ &= r_{re} \left[(1 - \sin \alpha_{fe}) \operatorname{tg} \alpha_{fe} - \cos \alpha_{fe} + \cos \gamma \right] \\ &= r_{re} \left[\frac{\sin \alpha_{fe} - 1}{\cos \alpha_{fe}} + \cos \gamma \right] \end{aligned}$$

$$MM' = r_{re} (1 - \sin \gamma)$$

$$\vec{r}_{fe}(u, \gamma) = \begin{cases} \left[R_{moy} + \frac{L_{ep}}{2} + r_{re} \left(\frac{\sin \alpha_{fe} - 1}{\cos \alpha_{fe}} + \cos \gamma \right) \right] \sin u \\ \left[R_{moy} + \frac{L_{ep}}{2} + r_{re} \left(\frac{\sin \alpha_{fe} - 1}{\cos \alpha_{fe}} + \cos \gamma \right) \right] \cos u \\ - r_{re} (1 - \sin \gamma) \\ 1 \end{cases} \quad (5.3)$$

γ : Variable de surface.

r_{re} : Rayon de raccordement de la lame extérieure.

La normale unitaire est définie par :

$$\vec{n}_{fe}(u, \gamma) = \frac{\frac{\partial \vec{r}_{fe}}{\partial u} \wedge \frac{\partial \vec{r}_{fe}}{\partial \gamma}}{\left| \frac{\partial \vec{r}_{fe}}{\partial u} \wedge \frac{\partial \vec{r}_{fe}}{\partial \gamma} \right|} = \begin{cases} -\sin u \cdot \cos \gamma \\ -\cos u \cdot \cos \gamma \\ -\sin \gamma \\ 0 \end{cases} \quad (5.4)$$

De la même manière le rayon de position des lames intérieures est :

$$\vec{r}_{fi}(u, \gamma) = \begin{cases} \left[R_{moy} - \frac{L_{ep}}{2} - r_{ri} \left(\frac{\sin \alpha_{fi} - 1}{\cos \alpha_{fi}} + \cos \gamma \right) \right] \sin u \\ \left[R_{moy} - \frac{L_{ep}}{2} - r_{ri} \left(\frac{\sin \alpha_{fi} - 1}{\cos \alpha_{fi}} + \cos \gamma \right) \right] \cos u \\ - r_{ri} (1 - \sin \gamma) \\ 1 \end{cases} \quad (5.5)$$

r_{ri} : Rayon de raccordement de la lame intérieure.

La normale unitaire est :

$$\vec{n}_{fi}(u, \gamma) = \frac{\frac{\partial \vec{r}_{fi}}{\partial u} \wedge \frac{\partial \vec{r}_{fi}}{\partial \gamma}}{\left| \frac{\partial \vec{r}_{fi}}{\partial u} \wedge \frac{\partial \vec{r}_{fi}}{\partial \gamma} \right|} = \begin{cases} -\sin u \cdot \cos \gamma \\ -\cos u \cdot \cos \gamma \\ \sin \gamma \\ 0 \end{cases} \quad (5.6)$$

Remarque

Les variables de surface doivent se trouver dans les limites suivantes (Figure. 5. 3) :

$$\frac{r_r(1 - \sin \alpha)}{\cos \alpha} \leq v \leq \frac{h_f}{\cos \alpha} \quad ; \quad \alpha \leq \gamma \leq \frac{\pi}{2} \quad (5.7)$$

α : Angle de pression des lames.

h_f : Hauteur de la partie active des lames.

r_r : Rayon de raccordement des lames.

V. 2. 2. Effet des réglages du socle et de la tête porte-fraise

Prenons comme position de référence celle où le plan passant par les extrémités des lames est vertical et où l'axe $O_f Z_{inc}$ de la face inclinée du socle se trouve dans le plan $(O_f X_f, O_f Z_f)$ (Figure 5. 4).

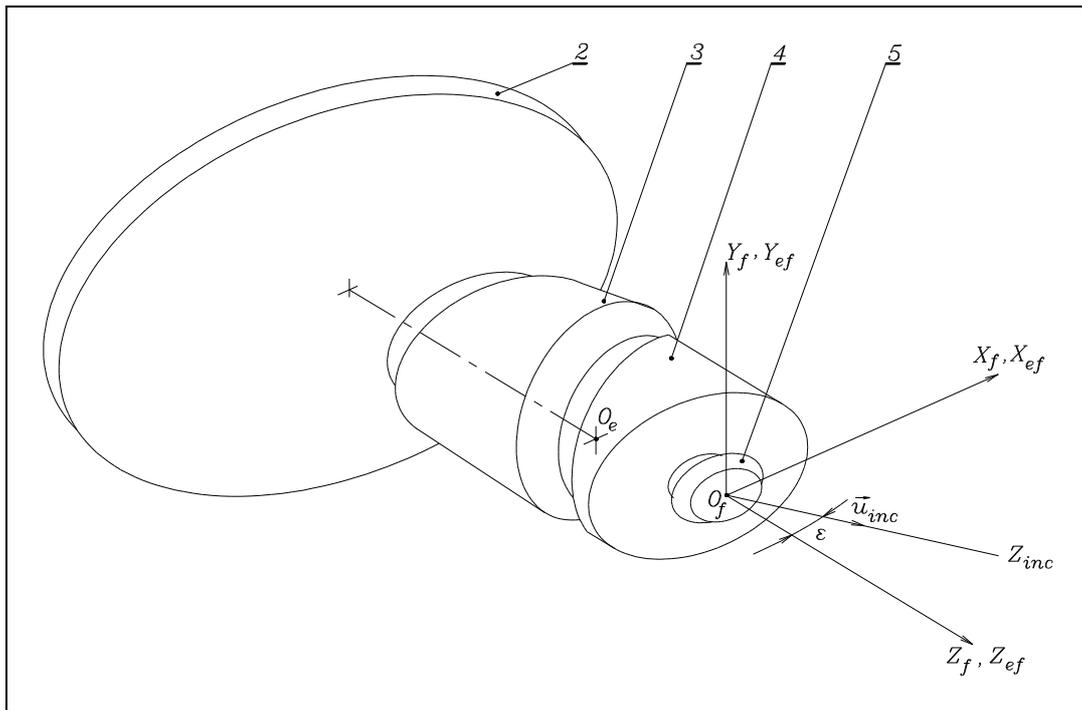


Figure. 5. 4. Position de référence sur l'excentrique (2) [3].

Considérons un deuxième repère S_{ef} centré sur O_f et lié à l'excentrique (2). Le réglage angulaire du socle (3) provoque la rotation de la fraise d'un angle α_s autour de Z_{ef} (Figure.5.5)

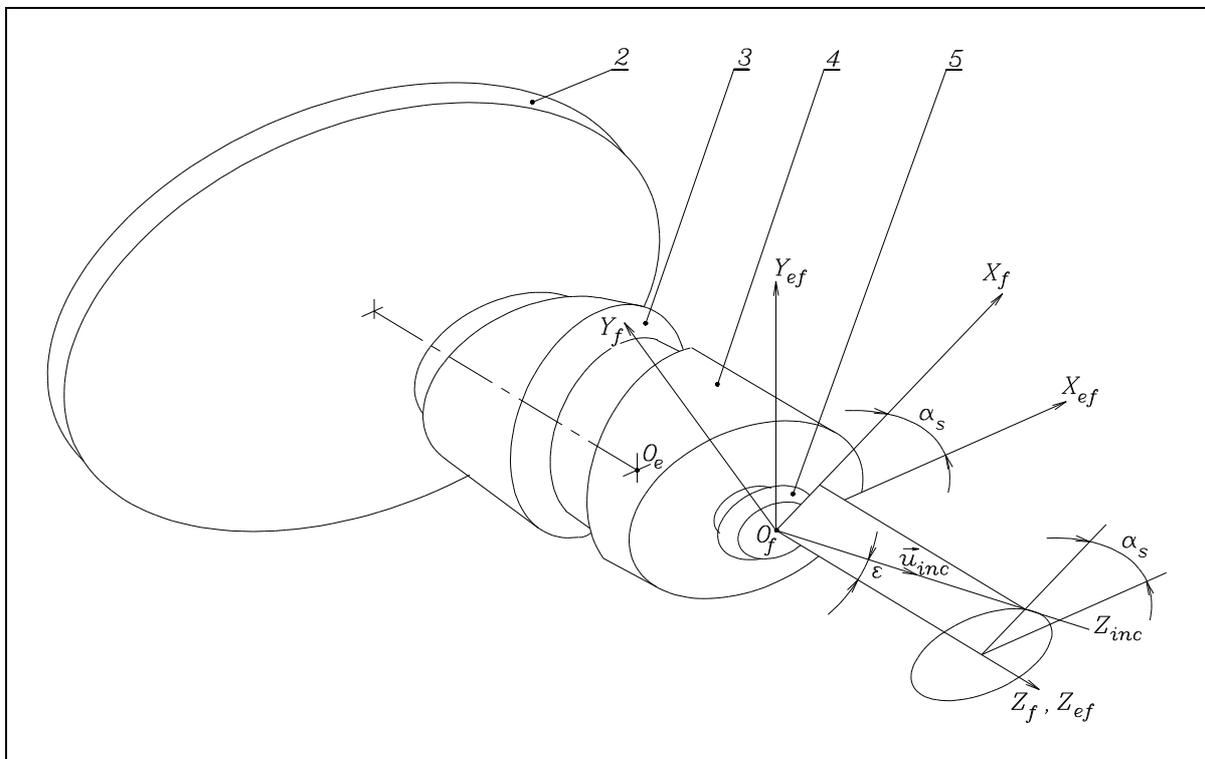


Fig. 5. 5. Réglage du socle (3) [3].

Les nouvelles coordonnées de la fraise ainsi que sa normale exprimées dans S_{ef} seront :

$$\vec{r}_{ef1} = [P_{ef-s}] \cdot \vec{r}_f \quad (5.8)$$

$$\vec{n}_{ef1} = [P_{ef-s}] \cdot \vec{n}_f \quad (5.9)$$

Avec :

\vec{r}_f : Rayon de position de la fraise donné par (5.1), (5.3) ou (5.5) suivant le cas considéré.

\vec{n}_f : Normale unitaire donnée par (5.2), (5.4) ou (5.6) suivant le cas considéré.

$$[P_{ef-s}] = \begin{bmatrix} \cos \alpha_s & \sin \alpha_s & 0 & 0 \\ -\sin \alpha_s & \cos \alpha_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Le réglage angulaire de la tête porte-fraise (4) va provoquer la rotation de la fraise (5) d'un angle α_t autour de l'axe $O_f Z_{inc}$ (Figure. 5.6)

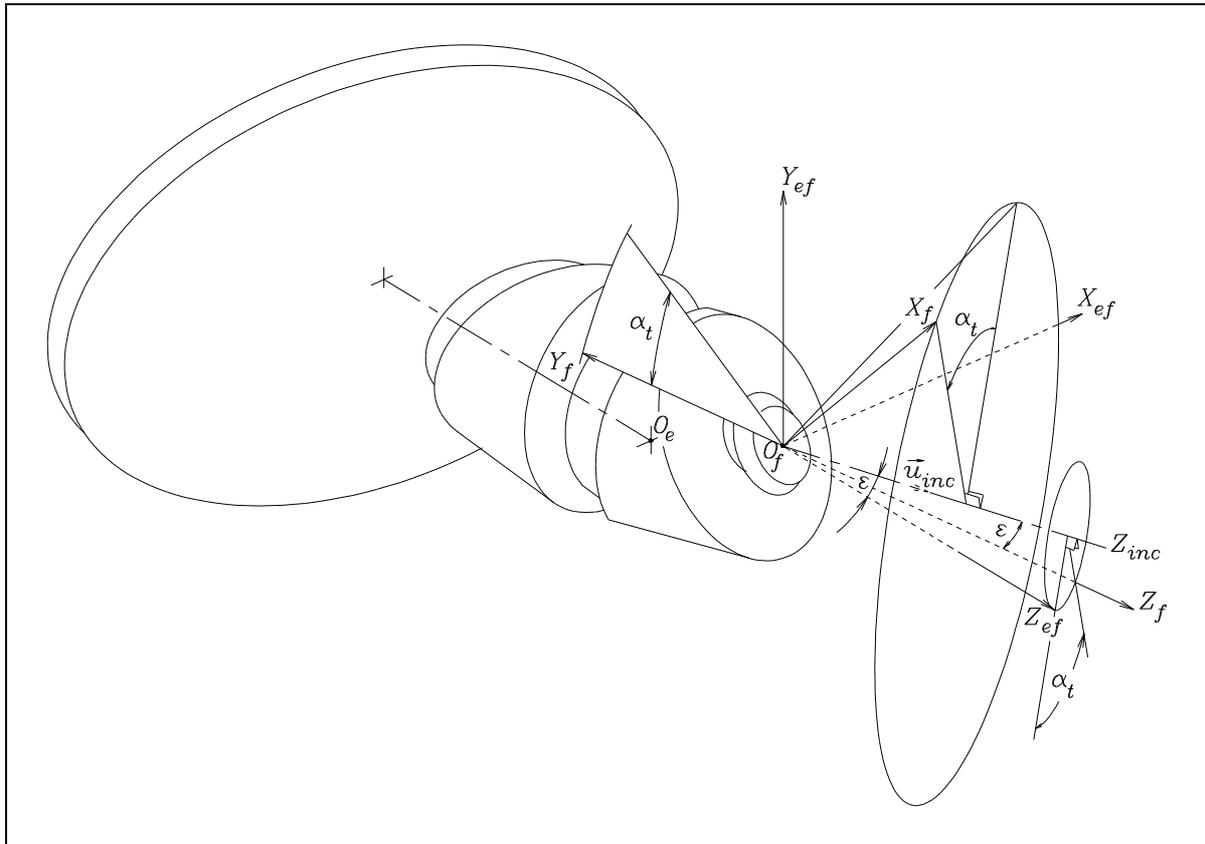


Figure. 5.6. Réglage de la tête porte-fraise (4) [3].

Les nouvelles coordonnées de la fraise ainsi que sa normale seront (Voir annexe) :

$$\vec{r}_{ef} = [P_{ef-st}] \cdot \vec{r}_{ef1} \quad (5.11)$$

$$\vec{n}_{ef} = [P_{ef-st}] \cdot \vec{n}_{ef1} \quad (5.12)$$

$$[P_{ef-st}] = \begin{bmatrix} u_x^2 \cdot k + \cos \alpha_t & -u_x \cdot u_y \cdot k + u_z \cdot \sin \alpha_t & u_x \cdot u_z \cdot k + u_y \cdot \sin \alpha_t & 0 \\ -u_x \cdot u_y \cdot k - u_z \cdot \sin \alpha_t & u_y^2 \cdot k + \cos \alpha_t & -u_y \cdot u_z \cdot k + u_x \cdot \sin \alpha_t & 0 \\ u_x \cdot u_z \cdot k - u_y \cdot \sin \alpha_t & -u_y \cdot u_z \cdot k - u_x \cdot \sin \alpha_t & u_z^2 \cdot k + \cos \alpha_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

$$k = 1 - \cos \alpha_t$$

$$\left. \begin{array}{l} u_x = \sin \varepsilon \cdot \cos \alpha_s \\ u_y = \sin \varepsilon \cdot \sin \alpha_s \\ u_z = \cos \varepsilon \end{array} \right\} \text{Composantes du vecteur unitaire } \vec{u}_{inc}$$

V. 2. 3. Effets des réglages de l'excentrique et du berceau

La position de référence est celle où le centre de la fraise est confondu avec celui du berceau (Figure. 5. 7).

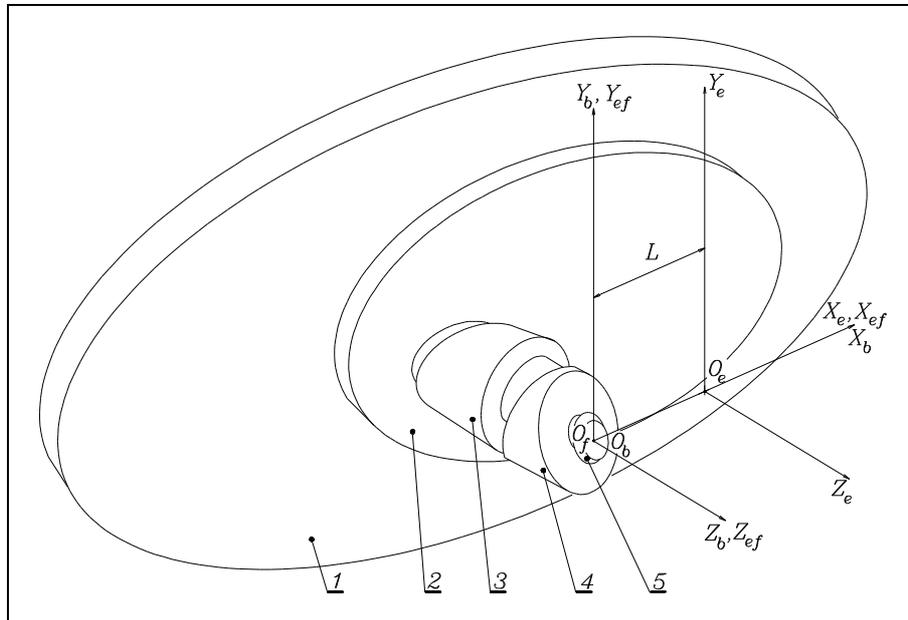


Figure. 5. 7. Position de référence sur le berceau (1) [3].

Soient les systèmes de coordonnées suivants (Figure. 5. 8) :

S_b : de centre O_b (centre du berceau \equiv centre de la machine) et lié au bâti de la machine.

S_e : de centre O_e (centre de l'excentrique) et lié au berceau.

Le réglage de l'excentrique provoque la rotation de la fraise d'un angle α_e autour de $O_e Z_e$.

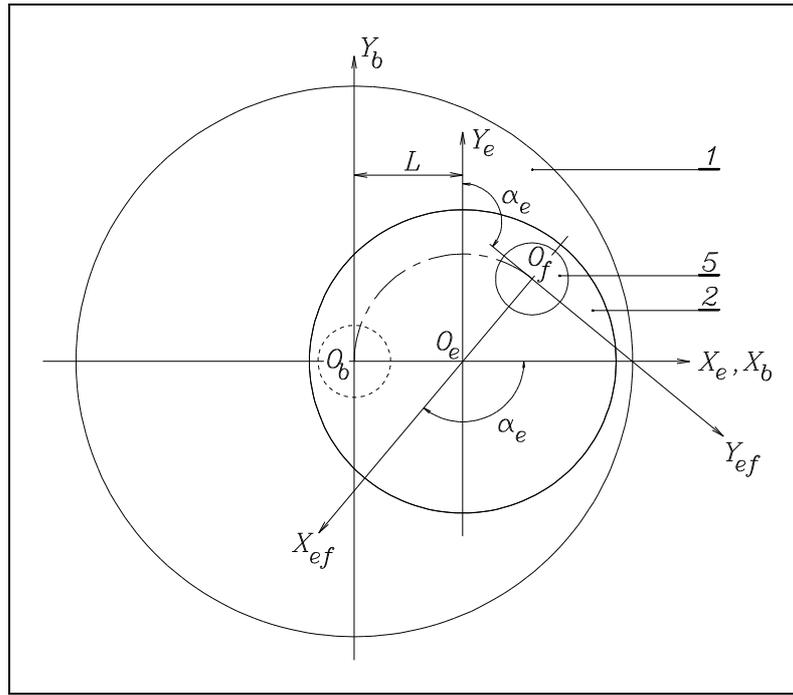


Figure. 5. 8. Réglage de l'excentrique (2) [3].

Le réglage du berceau provoque la rotation de l'excentrique et donc de la fraise d'un angle α_{b0} autour de l'axe $O_b Z_b$ (Figure. 5. 9).

Ainsi, la position finale de la fraise est le résultat de (Figure. 5. 9) :

- a)- Une rotation d'un angle égal à $(\alpha_e + \alpha_{b0})$ autour de $O_b Z_b$.
- b)- Une translation le long de $O_b X_b$ de $S \cdot \cos \alpha_{bb}$ et le long de $O_b Y_b$ de $-S \cdot \sin \alpha_{bb}$.

Avec :

$$S = 2 \cdot L \cdot \sin\left(\frac{\alpha_e}{2}\right) \quad (5.14)$$

$$\alpha_{bb} = \alpha_{b0} + \frac{\alpha_e}{2} - \frac{\pi}{2} \quad (5.15)$$

α_{bb} : angle de base du berceau.

La matrice de passage est :

$$P_{b-ef} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_e + \alpha_{b0}) & \sin(\alpha_e + \alpha_{b0}) & 0 & S \cdot \cos \alpha_{bb} \\ -\sin(\alpha_e + \alpha_{b0}) & \cos(\alpha_e + \alpha_{b0}) & 0 & -S \cdot \sin \alpha_{bb} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

$$\vec{r}_b = [P_{b-ef}] \cdot \vec{r}_{ef} \quad (5.17)$$

$$\vec{n}_b = [P_{b-ef}] \cdot \vec{n}_{ef} \quad (5.18)$$

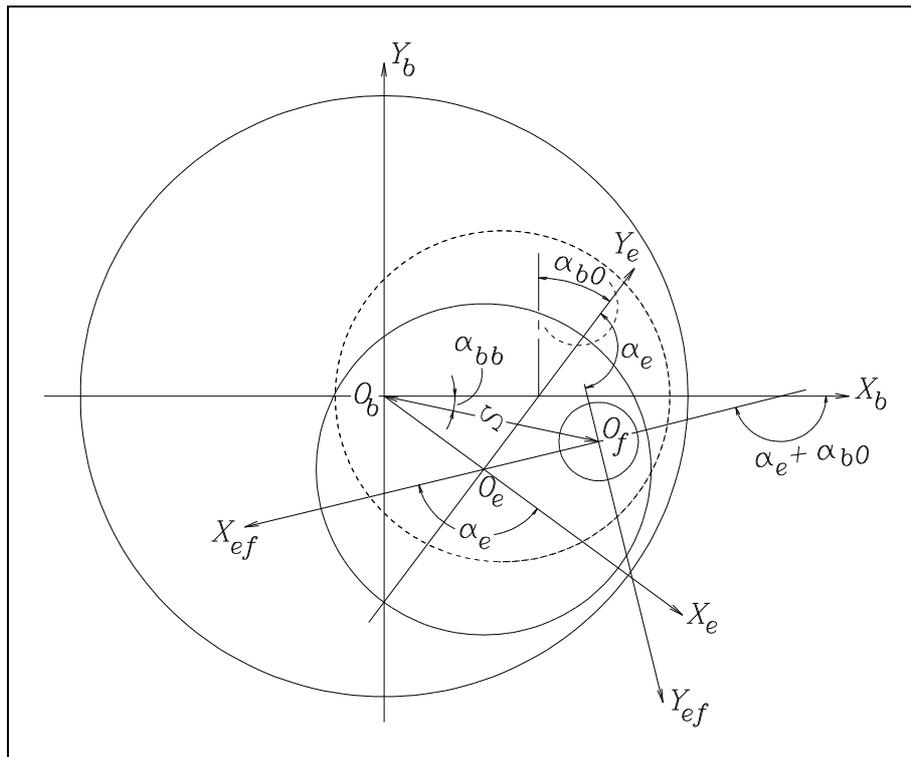


Figure. 5. 9. Réglage du berceau (1) [3].

V.3. POSITIONNEMENT DE LA PIÈCE

La position de la pièce est définie par les réglages suivants (Figure. 5. 10) :

b : Recul de la base coulissante (10) « sliding base ».

E : Décalage hypoïde « hypoïde offset » (mouvement de la broche (7)).

d : Recul de la poupée (8) « machine center to back ».

δ : Angle de pied machine « machine root angle ». (rotation du chariot (9)).

O_p : Sommet du cône primitif de la pièce pour les engrenages spiro- coniques.

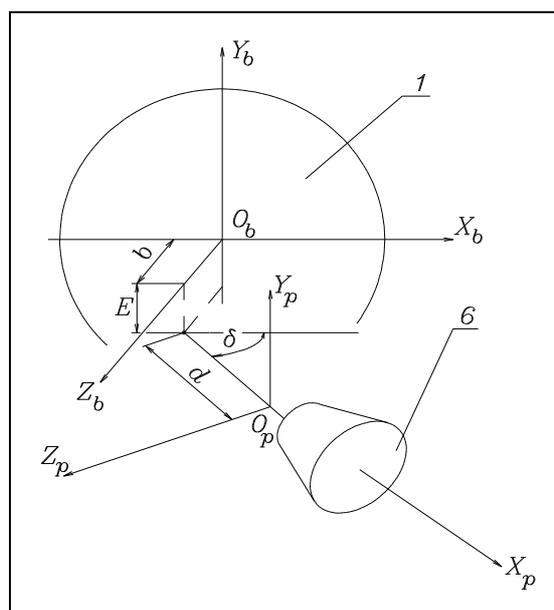


Figure. 5. 10. Positionnement de la pièce.

V.4. GENERATION DES FLANCS DE DENTURE

V. 4. 1. Principe

Supposons une géométrie d'outil « S_o » donnée (surface de coupe) et un mouvement relatif pièce-outil de vitesse relative \vec{V}_r connu. La géométrie de la surface engendrée est donnée par l'équation [21] :

$$\vec{V}_r \cdot \vec{n} = 0 \quad (5.19)$$

Où :

\vec{n} : Normale commune à « S_o » et à la surface engendrée au point de contact.

La relation (5.19) provient du fait que les deux surfaces partagent une normale commune et que la vitesse relative entre les surfaces en contact est dans le plan tangent au point de contact : les deux surfaces ne peuvent s'interpénétrer.

V. 4. 2. Mouvements de génération

Le mouvement de génération dépend de la méthode de taillage adoptée (Voir § III. 3. 2). Dans le cas général (Figure. 5.11) il y a :

- Une rotation du berceau autour de $O_b Z_b$ de vitesse angulaire $\vec{\omega}_b$
- Une rotation de la pièce autour de $O_p Z_p$ de vitesse angulaire $\vec{\omega}_p$
- Une translation de la pièce le long de $O_b Z_b$ de vitesse \vec{V}_{pz} (mouvement de la base coulissante (10)).

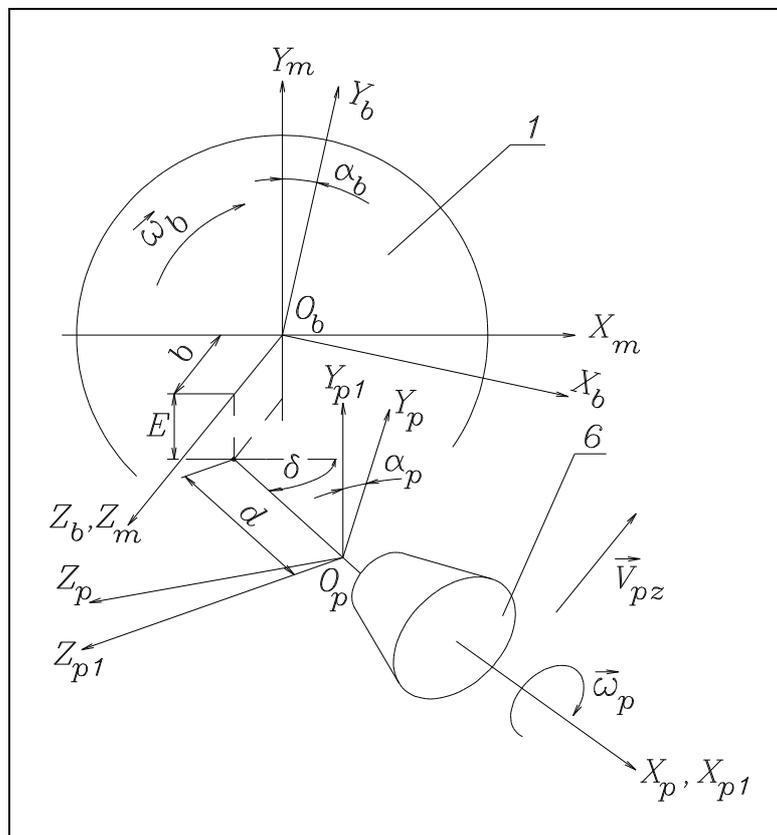


Figure. 5. 11. Mouvements de génération.

V. 4. 3. Equation de génération

Le point généré vérifie l'équation de génération (5. 19). Exprimons cette relation dans le repère fixe S_m (Figure. 5. 11)

$$\vec{V}_r = \vec{V}_o - \vec{V}_p \quad (5. 20)$$

Où :

$$\begin{aligned} \vec{V}_o &= \vec{\omega}_b \wedge \vec{r}_m && \text{vitesse de l'outil.} \\ \vec{V}_p &= \vec{\omega}_p \wedge (\vec{r}_m + O' \vec{O}_b) + \vec{V}_{pz} && \text{vitesse de la pièce [18]} \end{aligned} \quad (5. 21)$$

$$\vec{\omega}_b = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\vec{\omega}_b \end{Bmatrix} ; \quad \vec{\omega}_p = \begin{Bmatrix} -\omega_p \cos \delta \\ 0 \\ -\omega_p \sin \delta \end{Bmatrix} \quad (5. 22)$$

$$\vec{r}_m = [P_{m-b}] \cdot \vec{r}_b = \begin{Bmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (5. 23)$$

$$[P_{m-b}] = \begin{bmatrix} \cos \alpha_b & \sin \alpha_b & 0 & 0 \\ -\sin \alpha_b & \cos \alpha_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5. 24)$$

\vec{r}_b est donné par l'équation (5.17).

$$O' \vec{O}_b = \begin{Bmatrix} 0 \\ E \\ -b' \end{Bmatrix} ; \quad \vec{V}_{pz} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -V_{pz} \end{Bmatrix} \quad (5. 25)$$

Le rapport des vitesses est défini par :

$$r_{bp} = \frac{\omega_b}{\omega_p} \quad \text{ou} \quad r_{bp} = \frac{\alpha_b}{\alpha_p} \quad (5. 26)$$

Remarques

1)- Pour la méthode Helical Duplex (§ II.8.1), nous avons :

$$V_{pz} = K_h \cdot \omega_b \quad ; \quad b' = b - K_h \cdot \alpha_b \quad (5. 27)$$

$$K_h = H \cdot \left(\frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{Z_3}{Z_4} \right) \quad (5.28)$$

H : Constante dépendant de la machine [23].

Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 : Nombres de dents des roues de rechange pour le réglage du mouvement hélicoïdal.

$$r_{bp} = \text{Constante}$$

2)- Pour les méthodes Formate et Helixform (§ II.8.2), nous avons :

a)- Pour le taillage de la roue :

$$V_{pz} = 0$$

$$b' = b$$

$$\omega_b = \omega_p = 0$$

b)- Pour le taillage du pignon :

$$V_{pz} = 0$$

$$b' = b$$

$$r_{bp} = \text{Constante}$$

3)- Pour la méthode Modified roll (§ II.8.1), r_{bp} est variable.

La vitesse relative est alors :

$$\vec{V}_r = \left\{ \begin{array}{l} \omega_p [y_m - \sin \delta \cdot (y_m - E)] \\ -\omega_p [x_m \cdot (1 - \sin \delta) - \cos \delta \cdot (z_m - b')] \\ \omega_p [\cos \delta \cdot (y_m - E) + K_h \cdot r_{bp}] \end{array} \right\} \quad (5.29)$$

La normale est :

$$\vec{n}_m = [P_{m-b}] \cdot \vec{n}_b = \left\{ \begin{array}{l} n_{mx} \\ n_{my} \\ n_{mz} \\ 0 \end{array} \right\} \quad (5.30)$$

\vec{n}_b est donnée par l'équation (5.18).

L'équation de génération (5.19) devient :

$$[y_m - \sin \delta \cdot (y_m - E)] \cdot n_{mx} + [\cos \delta \cdot (z_m - b') - x_m \cdot (1 - \sin \delta)] \cdot n_{my} + [\cos \delta \cdot (y_m - E) + K_h \cdot r_{bp}] \cdot n_{mz} = 0 \quad (5.31)$$

C'est à dire :

$$f(v, u, \alpha_b) = 0 \quad \text{pour la face inclinée de la lame}$$

$$f(u, \gamma, \alpha_b) = 0 \quad \text{pour le rayon de raccordement de la lame.}$$

Les coordonnées du point généré ainsi que les composantes de la normale doivent être exprimées dans le repère $O_p X_p Y_p Z_p$ (Figure.5.11) qui est lié à la pièce :

$$\vec{r}_p = \begin{Bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ 1 \end{Bmatrix} = [P_{p-p1}] \cdot [P_{p1-m}] \cdot \vec{r}_m \quad (5.32)$$

$$\vec{n}_p = [P_{p-p1}] \cdot [P_{p1-m}] \cdot \vec{n}_m \quad (5.33)$$

Avec :

$$[P_{p-p1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_p & -\sin \alpha_p & 0 \\ 0 & \sin \alpha_p & \cos \alpha_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

$$[P_{p1-m}] = \begin{bmatrix} \cos \delta & 0 & \sin \delta & -b' \cdot \sin \delta - d \\ 0 & 1 & 0 & -E \\ -\sin \delta & 0 & \cos \delta & -b' \cdot \cos \delta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Nous pouvons choisir des valeurs (u, v) (ou (u, γ)) sur la surface de la fraise et résoudre l'équation non-linéaire (5.31) en α_b pour, finalement, exprimer les coordonnées du point généré dans le repère lié à la pièce par l'équation (5.32). Les points générés de cette manière seront disposés d'une manière aléatoire sur le flanc de denture. La méthode exposée dans le paragraphe suivant permet de surmonter cet inconvénient.

V. 4. 4. Génération de la surface de denture

Soient :

x_p, y_p, z_p : les coordonnées d'un point qui se situe sur le flanc de la denture exprimées dans le repère R_p

x_l, r_l : les composantes du même point exprimées dans le plan formé par (\vec{x}_p, \vec{R})

Le plan (\vec{x}_p, \vec{R}) est donné par $R^2 = (y_p^2 + z_p^2)$

L'optimisation de la solution avec cette méthode se base sur le principe ou un point situé sur le flanc de la denture exprimé dans le repère R_p a les mêmes coordonnées exprimées dans le plan (\vec{x}_p, \vec{R}) qui sont leur projection sur ce dernier.

La détermination des coordonnées y_p, z_p revient à la résolution du système d'équations non-linéaires en (u, v, α_b) (ou (u, γ, α_b)) suivant :

$$\begin{cases} f(v, u, \alpha_b) = 0 \quad (\text{ou } f(u, \gamma, \alpha_b) = 0) \\ y_p^2 + z_p^2 - rl(i)^2 = 0 \\ x_p - xl(i) = 0 \end{cases} \quad (5.36)$$

(x_p, y_p, z_p) sont donnés par l'équation (5.32).

Le système (5.36) est fortement non-linéaire, sa résolution est très sensible à la valeur initiale (v_0, u_0, α_{b0}) .

Nous avons opté pour le logiciel de mathématique Matlab (version R2007) qui, par sa bibliothèque de fonctions prédéfinies, nous a énormément facilité la programmation et nous a rapidement permis de résoudre le précédent système.

En répétant la résolution pour différentes valeurs $xl(i)$, $rl(i)$, nous définissons un quadrillage de points sur la surface de denture réparti selon nos besoins.

Cette manière de définir la surface de denture est particulièrement intéressante pour la comparaison avec les résultats de mesure ou lorsqu'il s'agit de discrétiser la denture par éléments finis.

Plusieurs schémas de quadrillage peuvent être imaginés. Nous avons choisi le schéma simple décrit par la figure (5.12).

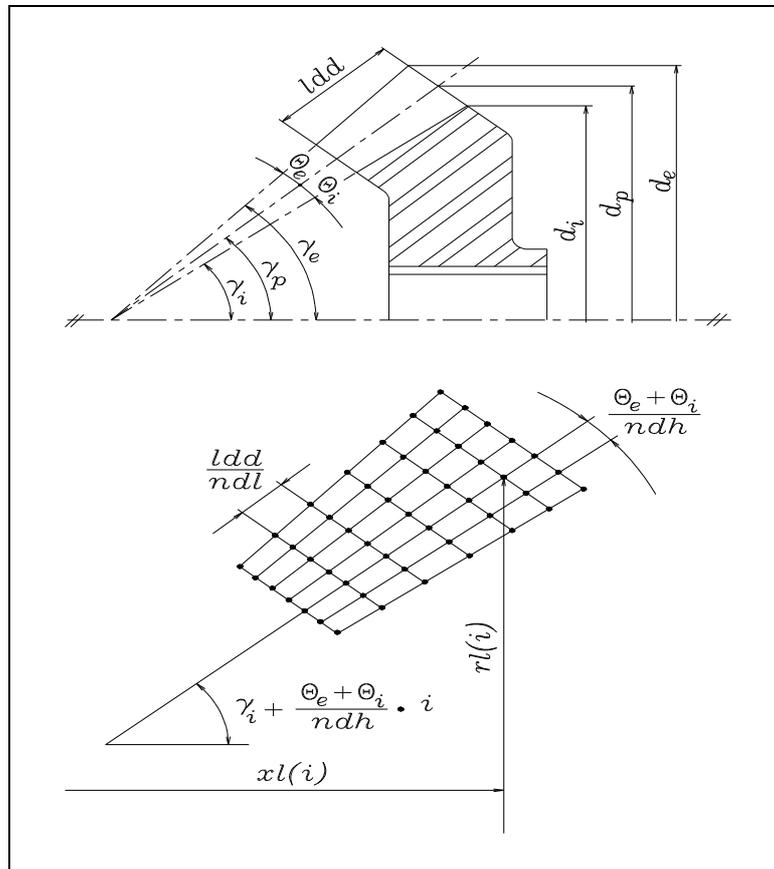


Figure. 5.12. Quadrillage de la surface de denture.

- γ_i : Angle de pied.
 γ_p : Angle primitif.
 γ_e : Angle de tête.
 θ_i : Angle de creux.
 θ_e : Angle de saillie.
 d_i : Diamètre pied (ou intérieur).
 d_p : Diamètre primitif.
 d_e : Diamètre de tête (ou extérieur).
 l_{dd} : Largeur de denture.
 ndh : Nombre de points le long de la hauteur de la dent.
 ndl : Nombre de points le long de la largeur de la dent.
 ht : Hauteur totale.

V. 5. Exemple

L'exemple suivant a été traité par Tsay et al. [23]. Le couple est taillé par la méthode Helical Duplex sur la machine Gleason 122 ($L=111.25$ mm, $\epsilon=15^\circ$).

Les tableaux I et II ci-dessous contiennent les dimensions et les réglages alors que les tableaux III et IV donnent une comparaison entre les résultats obtenus.

Tableau.1. Dimensions du couple [23].

Caractéristiques	Pignon	Roue
Nombre de dent	16	28
Module	6.8 mm	6.8 mm
Largeur de denture	30.0 mm	30.0 mm
Angle de pression	20.0°	20.0°
Angle des axes	90.0°	90.0°
Génératrice extérieure	109.647 mm	109.647 mm
Saillie	7.720 mm	4.081 mm
Creux	5.351 mm	8.990 mm
Angle primitif	29° 45'	60° 15'
Angle de face	35° 19'	63° 14'
Sens de spiral	L.H	R.H

Tableau. II. Réglages de la machine Gleason [23].

Réglages	Pignon	Roue
Angle de l'excentrique	47° 42'	47° 54'
Angle de la tête porte-fraise	8° 51'	17° 56'
Angle du socle	185° 8'	27° 33'
Angle du berceau	358° 42'	130° 53'
Angle de pied machine	25° 10'	54° 41'
Décalage hypoïde	- 0.96 mm	0
Recul de la poupée	- 0.68	0
Diamètre de fraise	200 mm	200 mm
Mouvement hélicoïdal K_h	- 10.179	0
Rapport r_{bp}	2.0059	1.46
Angle extérieur des lames	12° 15'	12° 15'
Angle intérieur des lames	27° 45'	27° 45'
Largeur des lames	3.4	3.4

Tableau. III. Comparaison des profils pour le flanc convexe.

X_P (mm)		Y_P (mm)		Z_P (mm)	
Résultats programme	Résultats TSAY	Résultats programme	Résultats TSAY	Résultats programme	Résultats TSAY
70.4513	70.9954	-2.34070	-2.4376	-37.0845	-37.0076
69.8905	68.9765	-2.06726	-1.7659	-38.1466	-37.8765
69.3143	68.9636	-1.69698	-1.3487	-39.2017	-38.9832
68.7227	68.0674	-1.23827	-1.1975	-40.2465	-39.7643
68.1159	67.7869	-0.69688	-0.8764	-41.2779	-41.6547
67.4940	67.5987	-0.07710	0.0032	-42.2927	-41.6983
66.8572	67.0458	0.61762	0.7654	-43.2881	-42.6409
66.2055	66.5472	1.38442	1.5874	-44.2610	-43.7142

Tableau. IV. Comparaison des profils pour le flanc concave.

X_P (mm)		Y_P (mm)		Z_P (mm)	
Résultats programme	Résultats TSAY	Résultats programme	Résultats TSAY	Résultats programme	Résultats TSAY
68.5100	68.9548	-8.5582	-8.6734	-35.0787	-36.7650
70.4513	79.1453	-7.6242	-8.7893	-36.3678	-36.7853
69.8905	69.7496	-8.1442	-7.6784	-37.3244	-36.0274
69.3143	68.4572	-8.7973	-8.3275	-38.2395	-37.7115
68.7227	68.9654	-9.5561	-8.8233	-39.1151	-39.5485
68.1159	67.7429	-10.4075	-9.8576	-40.7433	-40.3995
67.4940	67.0458	-11.3431	-10.3325	-41.4915	-41.4690
66.8572	66.4527	-12.3570	-12.8437	-42.1924	-42.0654

V. 6. EFFET DE LA VARIATION DES PARAMETRES DE TAILLAGE SUR LA GEOMETRIE DE DENTURE (ETUDE DE LA SENSIBILITE)

Le rayon de position \vec{r}_p (Eq. 5. 32) définissant un point sur la surface de denture est fonction des réglages : α_t , α_s , α_e , α_{b0} , δ , d , E , b , K_h et r_{bp} ainsi que des caractéristiques de la fraise : R , α_{fe} (ou α_{fi}) et r_{re} (ou r_{ri}).

La déviation de \vec{r}_p due à des erreurs de réglages et à des défauts sur la fraise s'écrit [2]:

$$\Delta\vec{r}_p = \frac{\partial\vec{r}_p}{\partial\alpha_t} \cdot \Delta\alpha_t + \frac{\partial\vec{r}_p}{\partial\alpha_s} \cdot \Delta\alpha_s + \frac{\partial\vec{r}_p}{\partial\alpha_e} \cdot \Delta\alpha_e + \frac{\partial\vec{r}_p}{\partial\alpha_{b0}} \cdot \Delta\alpha_{b0} + \frac{\partial\vec{r}_p}{\partial\delta} \cdot \Delta\delta + \frac{\partial\vec{r}_p}{\partial d} \cdot \Delta d + \frac{\partial\vec{r}_p}{\partial E} \cdot \Delta E + \frac{\partial\vec{r}_p}{\partial b} \cdot \Delta b + \frac{\partial\vec{r}_p}{\partial K_h} \cdot \Delta K_h + \frac{\partial\vec{r}_p}{\partial r_{bp}} \cdot \Delta r_{bp} + \frac{\partial\vec{r}_p}{\partial R} \cdot \Delta R + \frac{\partial\vec{r}_p}{\partial \eta} \cdot \Delta \eta \quad (5. 40)$$

Avec :

$$\eta = \begin{cases} \alpha_{fe} \text{ ou } \alpha_{fi} & \text{pour la face inclinée de la lame.} \\ r_{re} \text{ ou } r_{ri} & \text{pour l'arc de raccordement de la lame} \end{cases}$$

Nous nous intéressons à la déviation suivant la normale qui s'écrit :

$$\Delta e_n = \Delta\vec{r}_p \cdot \vec{n}_p \quad (5. 41)$$

Pour chaque point du quadrillage nous aurons une déviation Δe_n .

Afin de comparer la surface de denture « déviée » avec celle obtenue par les valeurs nominales des réglages, nous devons faire correspondre deux points des deux surfaces. Il s'agit de comparer les deux surfaces en écartant la déviation due à la rotation du corps solide.

Ainsi, si nous choisissons le point i du quadrillage comme étant le point de référence (déviaton nulle), la déviaton normale de tout autre point j s'écrit :

$$\Delta e_{nj} = \Delta \vec{r}_{pj} \cdot \vec{n}_{pj} - \Delta e_{ni} \quad (5.42)$$

Avec :

Δe_{ni} : Déviaton normale au point de référence i .

L'étude de la sensibilité permet de voir l'effet individuel ou simultanée des différents réglages et des différentes caractéristiques de la fraise sur la surface de denture. Lors de l'étude de l'engrènement, nous pouvons connaître la nature et la valeur de la déviaton à introduire afin de minimiser l'erreur de transmission et de localiser la portée de denture, avant même de tailler le couple.

V. 7. Exemple

Nous avons calculé les déviatons de 45 points ($ndh=5$, $ndl=9$ (§V.4.4)) sur chaque flanc de denture du pignon de l'exemple de C.B. Tsay, le tableau V résume les dimensions et les réglages machines [23].

Nous avons supposé les déviatons suivantes :

- * 0.01 mm sur les données de déplacement.
- * 2 minutes sur les données de rotation.

La variation de la géométrie de la surface de denture est illustrée ci-dessous pour une variation sur l'angle de la tête porte fraise, une description des autres paramètres est donnée en annexe

Tableau V. caractéristiques et réglages pour le pignon [23]

PIGNON			
Réglages	Valeur	Caractéristiques	Valeur
Angle de l'excentrique	47° 42'	Nombre de dent	16
Angle de la tête porte-fraise	8° 51'	Module	6.8 mm
Angle du socle	185° 8'	Largeur de denture	30.0 mm
Angle du berceau	358° 42'	Angle de pression	20.0°
Angle de pied machine	25° 10'	Angle des axes	90.0°
Décalage hypoïde	- 0.96 mm	Génératrice extérieure	109.647 mm
Recul de la poupée	- 0.68	Saillie	7.720 mm
Diamètre de fraise	200 mm	Creux	5.351 mm
Mouvement hélicoïdal K_h	- 10.179	Angle primitif	29° 45'
Rapport r_{bp}	2.0059	Angle de face	35° 19'
Angle extérieur des lames	12° 15'	Sens de spiral	L.H
Angle intérieur des lames	27° 45'	-----	-----
Largeur des lames	3.4	-----	-----

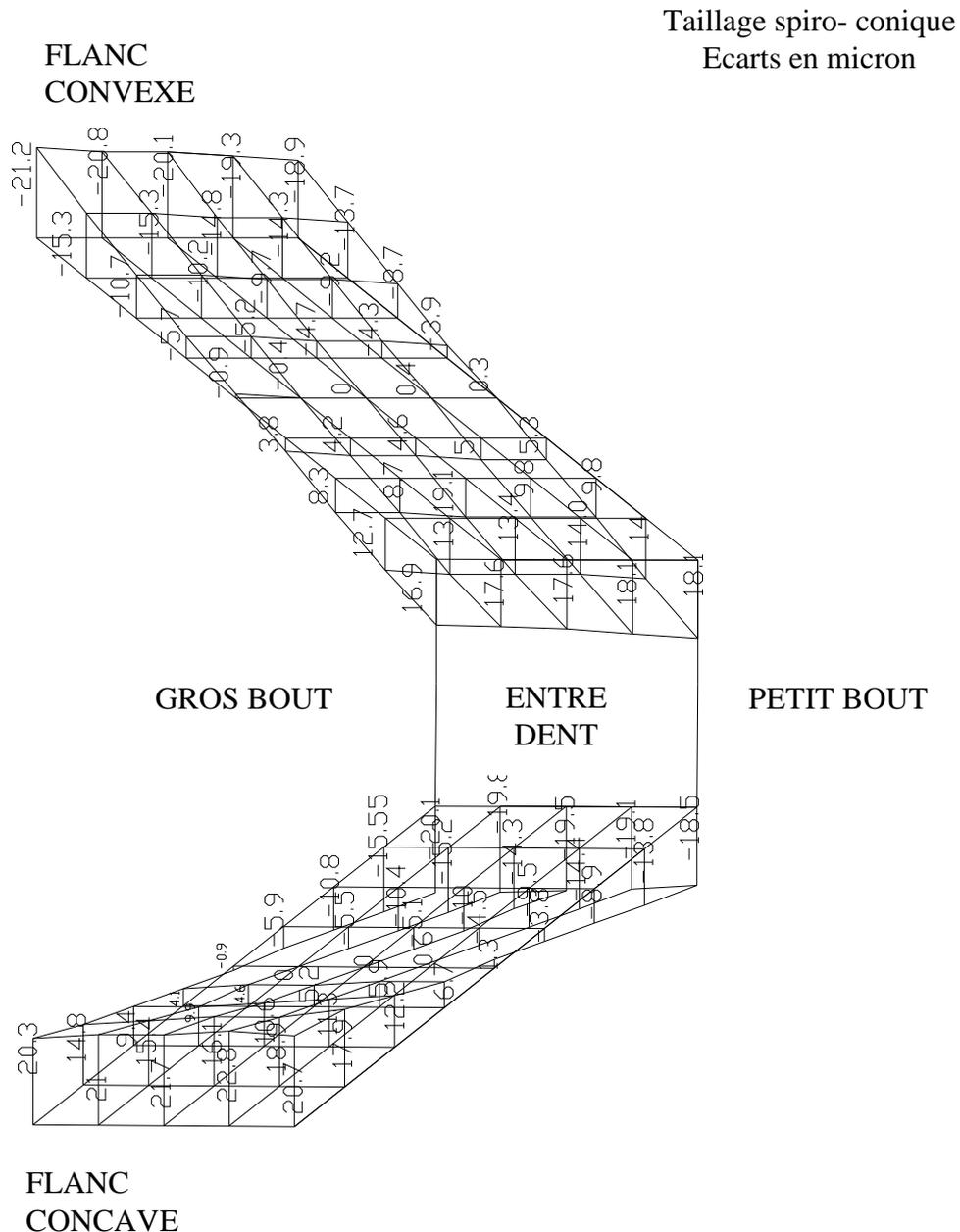


Figure. 5. 13. Déviations normales dues à une variation sur l'angle de l'excentrique de 2 minute.

V. 8. CONCLUSION

Le présent chapitre présente un modèle mathématique permettant la simulation de l'opération de taillage. La surface de denture spiro-conique ou hypoïde est définie directement à partir des réglages de la machine de taillage.

L'étude de la sensibilité (cartes de déviation) permet de connaître l'effet de chaque réglage sur la géométrie de la surface de denture.

Cette étude permet aux concepteurs de détecter les paramètres à régler en examinant la carte d'erreurs relevés sur la géométrie de denture de l'engrenage considéré.

CHAPITRE VI

**CORRECTION DES PARAMETRES DE
REGLAGE DES MACHINES DE
TAILLAGE PAR LA METHODE
D'OPTIMISATION AUX MOINDRES
CARRÉS**

VI. 1. INTRODUCTION

Au cours du chapitre précédent nous avons pu constater qu'un nombre important de paramètres de réglages machines interviennent directement sur la surface de denture d'un engrenage spiro-conique ou hypoïde.

La moindre erreur de réglage entraîne une modification plus au moins importante de la géométrie de la denture, il est donc primordial de procéder à sa correction.

Le problème réside en la localisation du paramètre à corriger parmi la multitude de réglages intervenant au cours du taillage.

Ce chapitre tend à déterminer la correction à apporter à un paramètre ou un ensemble de paramètres afin d'obtenir une surface de denture satisfaisante.

VI. 2. DESCRIPTION [26]

On distingue principalement deux procédures d'analyse des effets des variations des paramètres de réglage des machines de taillage sur la géométrie de la surface de denture :

- analyse à partir des écarts relevés sur la surface de denture
- analyse à partir des portées obtenues en faisant engrener sur la machine de contrôle le pignon à analyser avec le pignon master.

Notre étude relève de la première procédure en utilisant la technique de mesure tridimensionnelle.

Les écarts traduisent le défaut de positionnement et les défauts de forme qui peuvent être causés par de nombreux facteurs : la dilatation thermique de la pièce, l'usure (ou mauvais affûtage) de l'outil de taillage, les dérèglages ou mauvais réglages des paramètres de taillage de la machine etc...

La méthode d'optimisation de J. M. DAVID (professeur, ENSAM Lille) permet de chiffrer les défauts de forme à condition de savoir les modéliser.

L'obtention d'une topographie des écarts peut être exploitée à profit pour apprécier les paramètres ayant provoqué une déviation de la surface réelle par rapport à la surface théorique en se référant aux cartes-types. Ces cartes peuvent être obtenues en simulant l'effet des variations des paramètres définissant la surface mesurée (la pièce théorique étant représentée par un modèle mathématique ou simulée à partir de la chaîne cinématique de la machine de taillage) ou en agissant directement sur ces paramètres (la pièce est un master). Evidemment, la simulation est d'application plus rapide et permet d'étudier tous les paramètres intervenant dans le modèle mathématique.

Cette carte topographique représente l'effet global des variations de nombreux paramètres, même si l'on possède des cartes de référence, il est difficile de séparer les parts d'erreurs revenant à ces paramètres, en particulier de séparer le défaut de position du défaut de forme, d'autant plus lorsqu'il existe deux ou plusieurs paramètres ayant des causes identiques (à un facteur multiplicateur près). A notre connaissance, les méthodes d'évaluation des corrections des réglages appliquées actuellement restent insuffisantes.

Nous proposons deux méthodes d'étude du défaut géométrique de la surface de denture en construisant les champs des vecteurs d'analyse correspondant aux paramètres de réglage des machines de taillage; la première est basée sur la modélisation de la surface de denture établie suivant sa génération théorique, la seconde, qui est plus générale, est basée sur l'influence des variations de ces paramètres de réglage sur l'épaisseur de denture puisque toute variation d'un réglage s'y manifeste. Les valeurs des corrections de ces réglages seront fournies en appliquant la méthode d'optimisation sus- citée.

Voyons plus en détail chacune de ces méthodes.

VI. 3. CONSTRUCTION DES CHAMPS D'ANALYSE DE DEFAUT DE FORME

On distingue deux démarches pour la construction du vecteur de défaut de forme :

VI. 3. 1. Construction des vecteurs d'analyse en utilisant le modèle mathématique et en donnant une variation élémentaire au paramètre de réglage considéré.

Cette méthode à l'avantage d'étudier tous les paramètres qui interviennent dans la modélisation mathématique de la surface de denture. Nous la qualifions par "méthode par simulation".

On construit le vecteur d'analyse comme suit : Lorsque les paramètres P1, P2, P3... Pj définissant la surface de denture prennent leurs valeurs nominales respectives Po1, Po2, Po3...Po_j, on obtient la surface So décrite par les points Mo(Xo, Yo, Zo) auxquels sont associées les normales No(Nxo, Ny_o, Nz_o). En faisant varier un paramètre Pk (k=1 à j) quelconque d'une quantité ΔPk et en maintenant les autres constants, on obtient une autre surface S définie par les points M(X,Y,Z) et les normales N(Nx,Ny,Nz). L'erreur au point M suivant la normale à la surface So est donnée par le produit scalaire [26]:

$$E_{nk} = \overrightarrow{M_o M} \cdot \overrightarrow{N_o} \quad (6. 1)$$

ou encore :

$$E_{nk} = (X - X_o)N_{x_o} + (Y - Y_o)N_{y_o} + (Z - Z_o)N_{z_o} \quad (6. 2)$$

Si n est le nombre de points mesurés, le champ d'analyse W_k correspondant à ce paramètre P_k a donc pour composantes :

$$W_k = (Enk_1, Enk_2, Enk_3, \dots, Enk_n)$$

L'optimisation aux moindres carrés donne un coefficient λ_k sans dimension. La valeur de la correction s'écrit :

$$\Delta P_{k_{opt}} = \lambda_k \Delta P_k \quad (6.3)$$

VI. 3. 2. Construction du vecteur d'analyse en considérant l'effet des variations des paramètres de réglage sur l'épaisseur de denture.

Cette méthode trouve particulièrement son application aux mesures manuelles ou aux points relevés en commande numérique à l'aide de logiciel de mesure de profils inconnus. Nous la qualifions par "Méthode analytique".

On construit le vecteur d'analyse comme suit : Si le réglage de la machine est régi par les paramètres P_1, P_2, P_3, P_j , et si l'on possède une relation $S = f(P_1, P_2, P_3, \dots, P_j)$, on pourra alors écrire :

$$dS = \frac{\partial f}{\partial P_1} dP_1 + \frac{\partial f}{\partial P_2} dP_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial P_j} dP_j \quad (6.4)$$

L'analyse d'un paramètre P_k s'effectue en affectant une valeur non nulle à dP_k et en annulant les autres quantités dP_i ($i=1$ à j avec $i \neq k$). En étudiant donc le paramètre P_k , on aura:

$$dS = A_k dP_k \quad (6.5)$$

En associant à cette quantité un vecteur dS , l'effet de la variation ΔP_k sur la surface de denture s'exprime par le produit scalaire $dS \cdot N$. Ce produit représente, au point donné, la composante du vecteur d'analyse de défaut de forme considéré. Si l'on a relevé n points et en appelant W_k ce vecteur, on aura :

$$W_k = (dS1. N1, dS2. N2, \dots, dSn. Nn)$$

La construction du vecteur dS dépend évidemment de la forme géométrique de la surface mesurée. Nous éclaircissons ce point en considérant les dentures d'engrenages qui nous intéressent à présent.

L'application de cette méthode aux engrenages spiro-conique et hypoïde est très complexe du fait de l'absence de relations mathématiques entre l'épaisseur et les paramètres de réglage et aussi de la difficulté de construire géométriquement le vecteur d'analyse. Nous retenons alors la méthode par simulation qui s'applique sans difficulté.

VI. 4. EXEMPLE

La méthode de correction par simulation a été utilisée pour traiter le pignon tableau.V (§ V.7), les différents paramètres de réglages machine ont été étudiés par le biais de la construction du vecteur d'analyse propre à chaque paramètre tel que : l'angle du berceau, l'angle de l'excentrique . . .

Chaque paramètre a subi une variation correspondant à 10^{-3} radian dans le cas d'une variable angulaire et de 10^{-2} millimètre dans le cas d'une variable de distance.

Chapitre VI _____ Correction des paramètres de réglage des machines de taillage par la méthode d'optimisation aux moindres carrés

Au vu de l'impossibilité qui nous a été signifiée d'opérer une mesure tridimensionnelle sur un pignon spiro- conique, nous avons supposé des erreurs de mesure pour pouvoir traiter cet exemple.

Les tableaux I et II contiennent les dimensions et les réglages.

Tableau. I. Dimensions du couple [23].

Caractéristiques	Pignon	Roue
Nombre de dent	16	28
Module	6,8 mm	6,8 mm
Largeur de denture	30,0 mm	30,0 mm
Angle de pression	20,0°	20,0°
Angle des axes	90,0°	90,0°
Génératrice extérieure	109,647 mm	109,647 mm
Saillie	7,720 mm	4,081 mm
Creux	5,351 mm	8,990 mm
Angle primitif	29° 45'	60° 15'
Angle de face	35° 19'	63° 14'
Sens de spiral	L. H	R.H

Tableau. II. Réglages de la machine Gleason [23].

Réglages	Pignon	Roue
Angle de l'excentrique	47° 42'	47° 54'
Angle de la tête porte-fraise	8° 51'	17° 56'
Angle du socle	185° 8'	27° 33'
Angle du berceau	358° 42'	130° 53'
Angle de pied machine	25° 10'	54° 41'
Décalage hypoïde	- 0.96 mm	0
Recul de la poupée	- 0.68	0
Diamètre de fraise	200 mm	200 mm
Mouvement hélicoïdal Kh	- 10,179	0
Rapport rbp	2,0059	1.46
Angle extérieur des lames	12° 15'	12° 15'
Angle intérieur des lames	27° 45'	27° 45'
Largeur des lames	3, 4	3, 4

Les résultats obtenus sont reportés dans les tableaux III et IV.

Tableau. III. Défaut de position

Paramètres	Valeur de la correction
Translation suivant X en mm	0,0115760677
Translation suivant Y en mm	-0,1114719956
Translation suivant Z en mm	-0,3180659385
Rotation autour de X en mm/m	-0,4574138746
Rotation autour de Y en mm/m	-0,0557019507
Rotation autour de Z en mm/m	0,0450378515

Tableau. IV. Défaut de réglages

Paramètres	Coefficient de correction	Valeur de la correction
Angle de la tête porte fraise	0,0989079766	20 seconde
Angle du berceau	-0,1831381515	-37 seconde
Angle de l'excentrique	0,0016002180	0.5 seconde
Angle du socle	0,0811500924	16 seconde
Recul de la poupée	0,5858626697	6 micron
Angle de pied machine	0,1195056166	24 seconde
Décalage hypoïde	-0,1669194778	2 micron
Angle extérieur des lames	-0,0485300896	8 seconde

VI. 5. CONCLUSION

Dans ce chapitre, on donne une procédure permettant de traduire les erreurs réelles relevées sur la géométrie de denture de l'engrenage en coefficients de correction à apporter aux différents paramètres de réglage intervenant dans le modèle mathématique de la surface de denture. L'évaluation est obtenue à l'aide d'une méthode d'optimisation aux moindres carrés et en construisant des vecteurs d'analyse à partir du modèle numérique en affectant une variation élémentaire au paramètre de réglage considéré.

Les résultats obtenus pour les différents paramètres analysés montrent que leurs vecteurs d'analyse sont pratiquement indépendants, ce qui donne un moyen de déterminer le paramètre à corriger et la valeur de sa correction, évitant ainsi le tâtonnement des modifications des réglages.

D'autres types d'erreurs peuvent survenir au cours du fonctionnement, ces erreurs modifient le comportement de l'engrenage. Il est donc primordial de connaître leur impact sur le chemin de contact ainsi que sur l'erreur cinématique d'engrènement.

*CHAPITRE VII***SIMULATION DE L'ENGRENEMENT****VII. 1. INTRODUCTION**

Les performances d'une surface de denture spiro-conique ou hypoïde ne peuvent être jugées qu'à travers une étude de l'engrènement. Nous devons avoir une portée de denture localisée et une erreur de transmission réduite afin d'éviter le contact en bout de dent et de réduire les vibrations et donc le bruit.

Dans ce chapitre, nous présentons un modèle mathématique permettant la localisation des points de contact ainsi que la détermination de l'erreur de transmission.

VII. 2. METHODE TRADITIONNELLE

La méthode traditionnelle de fabrication des engrenages spiro-coniques et hypoïdes consiste à tailler la roue et le pignon avec un ensemble de réglages machine calculé d'après les instructions de la Gleason Works.

Le couple roue-pignon est, ensuite, enduit d'un mince film de colorant et est monté sur une machine d'essai appelé Tester (Figure. 7. 1) ci-dessous. Ce dernier fait tourner les deux membres dans leur position de travail. Après l'application manuelle d'un léger couple de freinage sur la roue, l'opérateur arrête le Tester.

Le colorant est chassé à l'extérieur des zones de contact. La zone du flanc sans colorant est appelée portée de denture.

Le Tester moderne est doté de quatre degrés de liberté :

- a) Déplacement vertical de la roue E.
- b) Déplacement axial du pignon P.
- c) Déplacement axial de la roue G.
- d) Déplacement angulaire du pignon Σ .

L'opérateur change les positions relatives du pignon et de la roue en agissant sur les déplacements (E, P, G, Σ) tout en observant le mouvement de la portée sur le flanc.

Les valeurs des déplacements, pour lesquels la portée est restée à la mi-hauteur de la dent et s'est déplacée du petit bout vers le gros bout, sont enregistrées. Ces dernières constituent une mesure de la sensibilité de la portée aux déplacements relatifs roue-pignon.

Il s'agit de développer un couple d'engrenage pour lequel les valeurs (E_m , P_m , G_m , Σ_m) sont les plus importantes.

En effet, lors de la conception d'un engrènement spiro-conique ou hypoïde, il n'est pas possible, jusqu'à nos jours de tenir compte à la fois :

- Des déplacements relatifs dus à la transmission des différents couples (Locaux : écrasement, torsion et flexion de la dent. Globaux : déformation des deux membres à la flexion et à la torsion, des roulements et des bâtis).
- De toutes les tolérances de fabrication et de montage.
- Des dilatations thermiques dues à l'élévation de température.

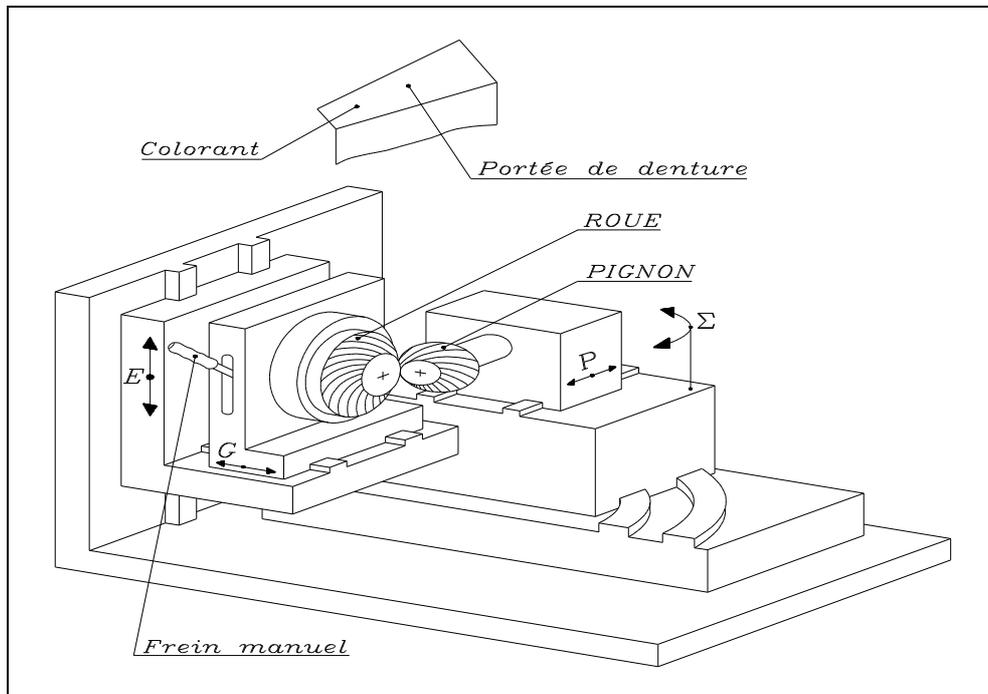


Figure. 7. 1. Machine d'essai [10].

Le Tester en lui-même ne simule que le fonctionnement à faible charge du moment que le couple de freinage appliqué est de faible valeur. Néanmoins, de grandes valeurs de (E_m, P_m, G_m, Σ_m) témoignent de la faible sensibilité de la portée aux différents déplacements ci-dessus cités.

Lors du fonctionnement à forte charge, il faut éviter le contact en bout de dent qui provoque une augmentation excessive de la contrainte de pression et donc une accélération de l'usure c'est à dire une diminution de la durée de vie.

S'il s'avère que les valeurs (E_m, P_m, G_m, Σ_m) sont faibles c'est à dire que la portée est très sensible aux déplacements relatifs, l'opérateur devra déceler la nature et la valeur des corrections à effectuer sur les réglages de la machine de taillage afin de réduire cette sensibilité. Ces corrections sont généralement faites sur le pignon.

Une fois le nouveau pignon est taillé avec les nouveaux réglages, le couple est replacé dans la machine d'essai.

L'appréciation du niveau sonore de fonctionnement est faite en même temps que l'observation de la portée sur les deux flancs (marche avant et marche arrière).

Toute l'opération est répétée jusqu'à l'obtention d'un ensemble de valeurs (E_m, P_m, G_m, Σ_m) satisfaisant avec un niveau sonore réduit.

Cette méthode est, jusqu'à nos jours, appliquée au sein de la SNVI-CVI de Rouiba (Alger).

Le développement (conception et fabrication) d'un nouveau couple spiro-conique ou hypoïde avec tous les essais nécessaires peut prendre jusqu'à une année [25].

Dans ce qui suit nous nous proposons de limiter le nombre d'essai en simulant numériquement l'engrènement.

Remarque

Autrefois, on variait seulement le déplacement vertical E de la roue (appelé alors V) et le déplacement axial P du pignon (appelé alors H). On parlait du test V/H (V and H check) (ce test est toujours en vigueur au sein de la SNVI-CVI de Rouiba).

Actuellement, Les variations portent sur les valeurs de E , de P et de G . On parle alors du test EPG . La valeur de Σ est maintenue constante et égale à 90° dans la majorité des applications.

VII. 3. TRAJECTOIRE DE CONTACT

Définissons les repères suivants (Figure. 7. 2):

- $O_p X_p Y_p Z_p$: lié au pignon.
- $O_r X_r T_r Z_r$: lié à la roue.
- $O X Y Z$: lié au bâti de la machine d'essai.

Les points O_p et O_r sont les sommets des cônes primitifs du pignon et de la roue

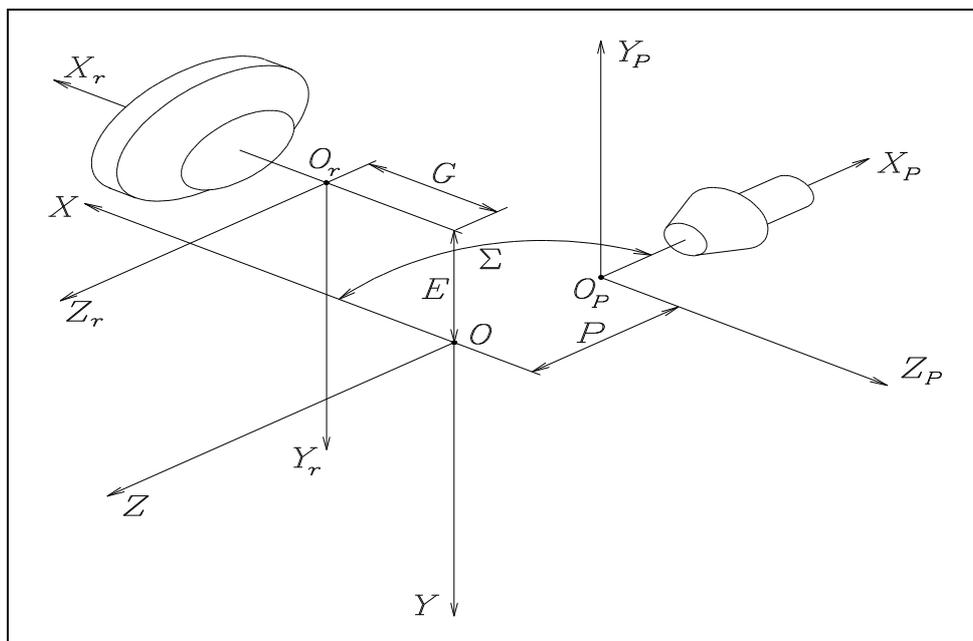


Figure. 7. 2. Position relative roue-pignon sur la machine d'essai.

Le rayon de position de la surface de denture ainsi que sa normale unitaire sont définis dans le repère lié à la pièce (roue ou pignon) par les équations (5. 30) et (5. 31)(voir § V. 4. 3). Nous convenons d'affecter l'indice " p " pour les entités liées au pignon et l'indice " r " pour celles liées à la roue.

Soient \vec{r}'_p et \vec{r}'_r les rayons de positions des surfaces de dentures du pignon et de la roue dans leurs repères respectifs $O_p X_p Y_p Z_p$ et $O_r X_r Y_r Z_r$ (Eq. 5.32). Exprimons ces deux vecteurs dans le repère OXYZ (Figure.7.2) :

$$\vec{r}_p = [P_{p-3}][P_{3-2}][P_{2-1}][P_{1-p'}]\vec{r}'_p \quad (7.1)$$

$$\vec{r}_r = [P_{r-1}][P_{1-r'}]\vec{r}'_r \quad (7.2)$$

Avec :

$$\vec{r}_p = \begin{cases} x_p \\ y_p \\ z_p \\ 1 \end{cases} ; \quad \vec{r}'_p = \begin{cases} x'_p \\ y'_p \\ z'_p \\ 1 \end{cases}$$

$$\vec{r}_r = \begin{cases} x_r \\ y_r \\ z_r \\ 1 \end{cases} ; \quad \vec{r}'_r = \begin{cases} x'_r \\ y'_r \\ z'_r \\ 1 \end{cases}$$

$$[P_{1-p'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_p & \sin \theta_p & 0 \\ 0 & -\sin \theta_p & \cos \theta_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; \quad [P_{2-1}] = \begin{bmatrix} \cos \Sigma & 0 & -\sin \Sigma & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \Sigma & 0 & \cos \Sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[P_{3-2}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & P \cos \Sigma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & P \sin \Sigma \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; \quad [P_{p-3}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[P_{1-r'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_r & -\sin \theta_r & 0 \\ 0 & \sin \theta_r & \cos \theta_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; \quad [P_{r-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & G \\ 0 & 1 & 0 & E \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

E, P, G, Σ : Réglages de la machine d'essai (Figure. 7. 1).

θ_p , θ_r : Angles de rotation du pignon et de la roue autour de leurs axes respectifs. Ce sont les rotations qui mettraient en coïncidence un point du pignon avec un autre sur la roue.

De la même manière, nous avons pour les normales unitaires :

$$\vec{n}_p = [P_{p-3}][P_{3-2}][P_{2-1}][P_{1-p'}]\vec{n}'_p \quad (7.4)$$

$$\vec{n}_r = [P_{r-1}][P_{1-r'}]\vec{n}'_r \quad (7.5)$$

$$\vec{n}_p = \begin{cases} n_{px} \\ n_{py} \\ n_{pz} \\ 0 \end{cases} ; \quad \vec{n}'_p = \begin{cases} n'_{px} \\ n'_{py} \\ n'_{pz} \\ 0 \end{cases} , \quad \vec{n}_r = \begin{cases} n_{rx} \\ n_{ry} \\ n_{rz} \\ 0 \end{cases} ; \quad \vec{n}'_r = \begin{cases} n'_{rx} \\ n'_{ry} \\ n'_{rz} \\ 0 \end{cases}$$

Au point de contact nous avons égalité des rayons de position et des normales unitaires [15,22] :

$$\begin{aligned} \vec{r}_p &= \vec{r}_r \\ \vec{n}_p &= \vec{n}_r \end{aligned} \quad (7.6)$$

Ces deux équations vectorielles nous donnent six équations scalaires dont cinq seulement sont indépendantes du moment que les normales sont unitaires.

Ainsi, nous avons un système de cinq équations non-linéaires à huit inconnues qui sont :

- v_p, u_p : variables de surface de la fraise de taillage du pignon.
- v_r, u_r : variables de surface de la fraise de taillage de la roue.
- α_p : angle de rotation du pignon au cours du taillage.
- α_r : angle de rotation de la roue au cours du taillage.
- θ_p, θ_r : définis précédemment.

En considérant l'équation de génération (5. 31) pour le pignon et la roue, nous aurons deux équations supplémentaires dans le système.

Finalement, nous avons 7 équations non-linéaires à 8 inconnues :

$$\vec{r}_f(u, v) = \begin{cases} f_p(v_p, u_p, \alpha_p) = 0 \\ f_f(v_f, u_f, \alpha_f) = 0 \\ x_p = x_f, y_p = y_f, z_p = z_f, n_{px} = n_{fx}, n_{py} = n_{fy} \end{cases} \quad (7.7)$$

La détermination d'un point de contact revient à la résolution du système ci-dessus en choisissant l'une des huit variables (θ_p par exemple).

En incrémentant la variable choisie nous déterminons la trajectoire de contact.

Le système (7.7) est fortement non- linéaire, sa résolution est très sensible à la valeur initiale.

Afin de déterminer un ensemble de valeurs initiales proche de la solution, il faut calculer les coordonnées d'un quadrillage de points sur les surfaces de dentures du pignon et de la roue (§ V.4.4) et imaginer la position relative roue-pignon dans le repère fixe OXYZ (Figure. 7.2).

Dans notre cas, nous avons utilisé, comme pour la détermination de la surface de denture, le logiciel mathématique MATLAB (version R2007).

VII. 4. ERREUR DE TRANSMISSION (ou Loi d'engrènement)

Pour chaque point de contact, nous calculons l'erreur de transmission qui est l'erreur sur l'angle de rotation de la roue en supposant la rotation du pignon uniforme.

Cette erreur est donnée par l'équation suivante [18] :

$$\Delta\theta_r = (\theta_r - \theta_{ro}) - \frac{N}{n}(\theta_p - \theta_{po}) \quad (7.8)$$

Avec

- θ_p : angle de rotation du pignon que nous choisissons.
- θ_r : angle de rotation de la roue déterminé d'après le système (7. 7).
- θ_{po}, θ_{ro} : angles de rotation du pignon et de la roue pour un point de référence quelconque.
- N, n : nombres de dents de la roue et du pignon.

Un programme sous MATLAB (version R2007) concernant l'étude de la loi d'engrènement est décrit en annexe.

VII. 4. 1. ILLUSTRATION DE LA LOI D'ENGRENEMENT

Une liste de figures illustrant la variation de la loi d'engrènement par rapport à la variation d'un paramètre de fonctionnement est représentée ci-dessous

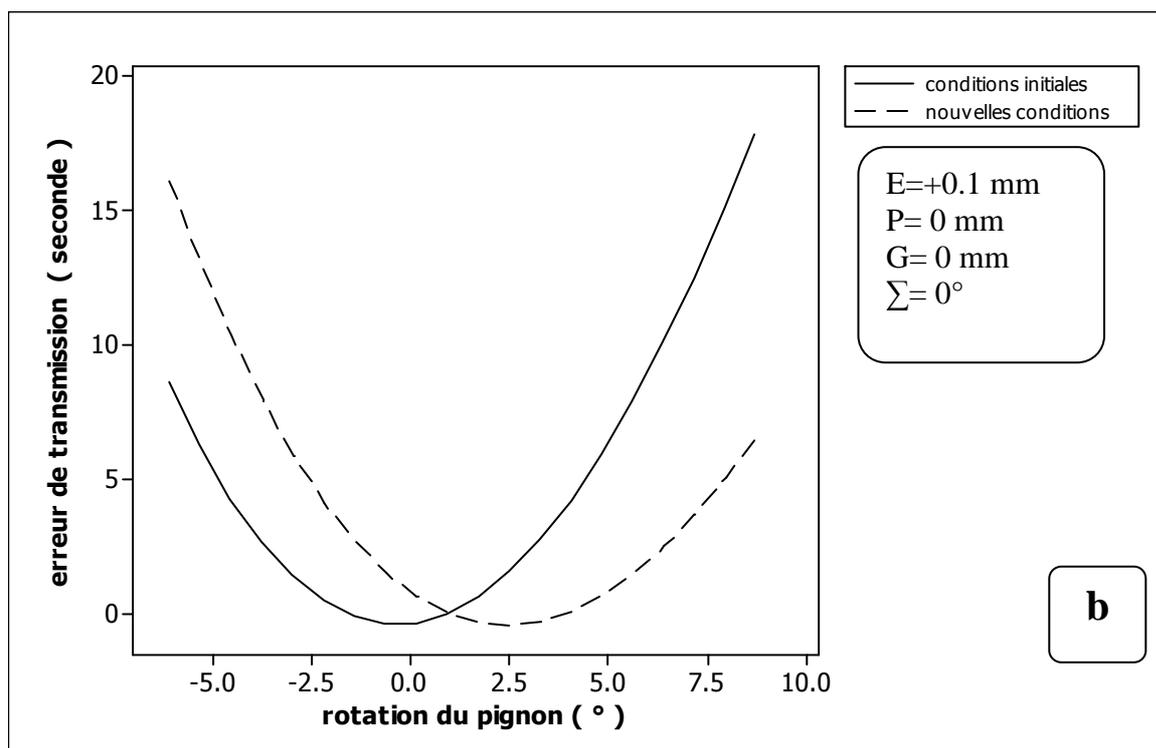
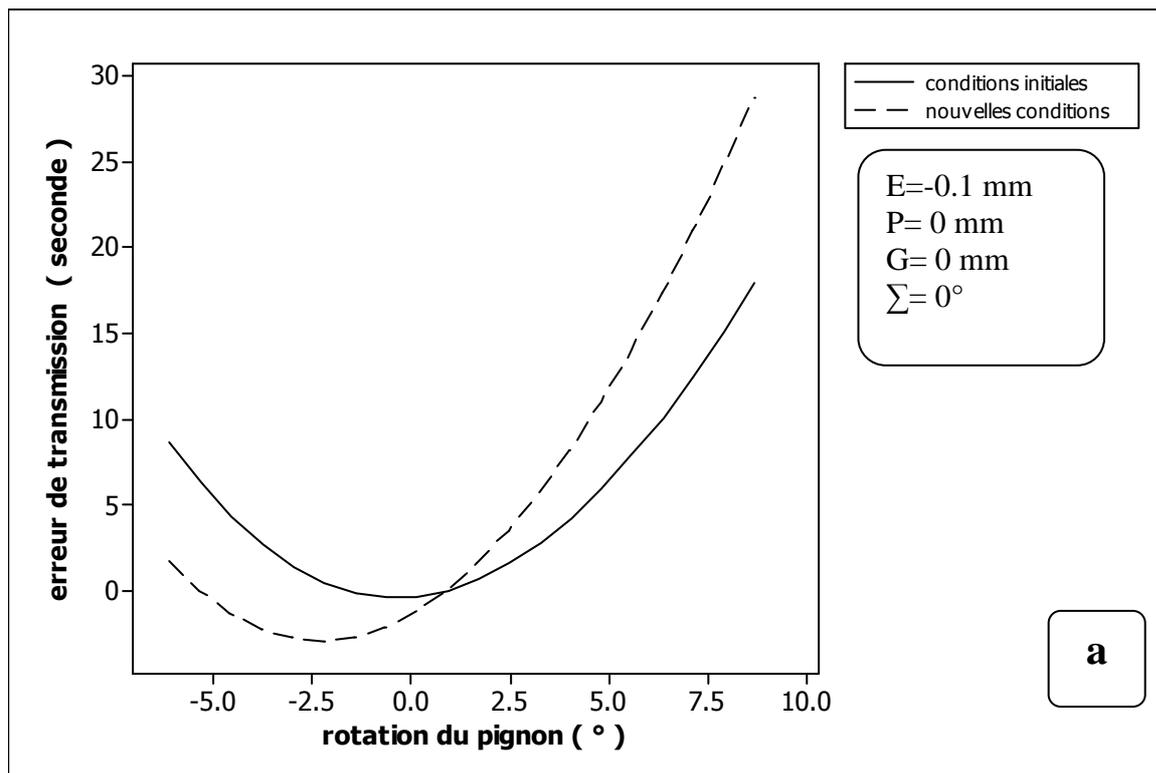


Figure. 7. 4. Evolution de l'erreur de transmission due à une variation de la distance verticale de la roue de : (a) : valeur négative, (b) : valeur positive.

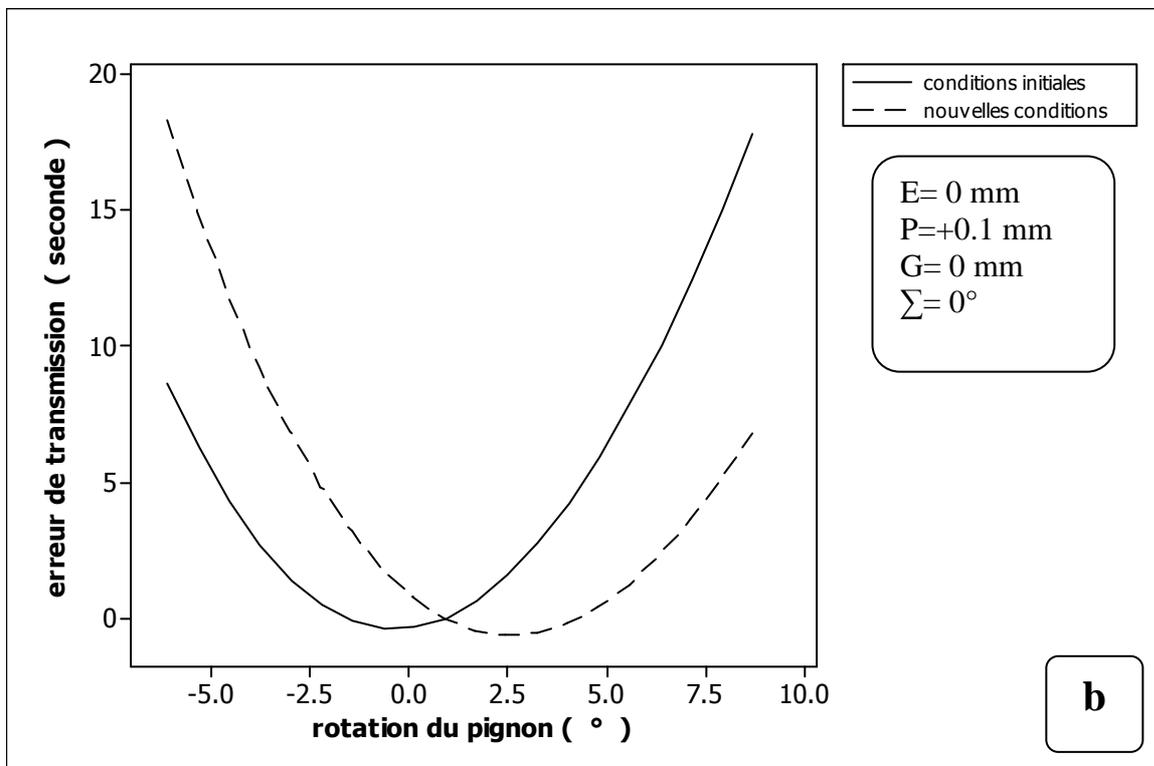
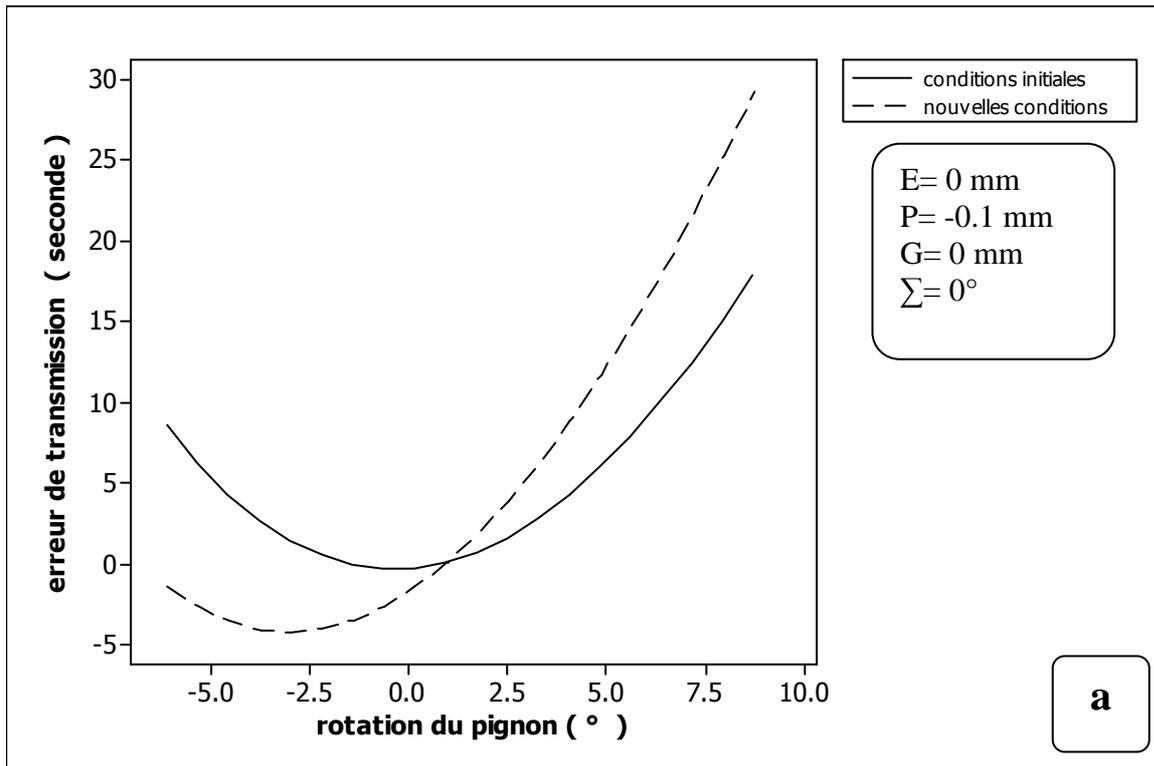


Figure. 7. 5. Evolution de l'erreur de transmission due à une variation de la distance axiale du pignon de : (a) : valeur négative, (b) : valeur positive.

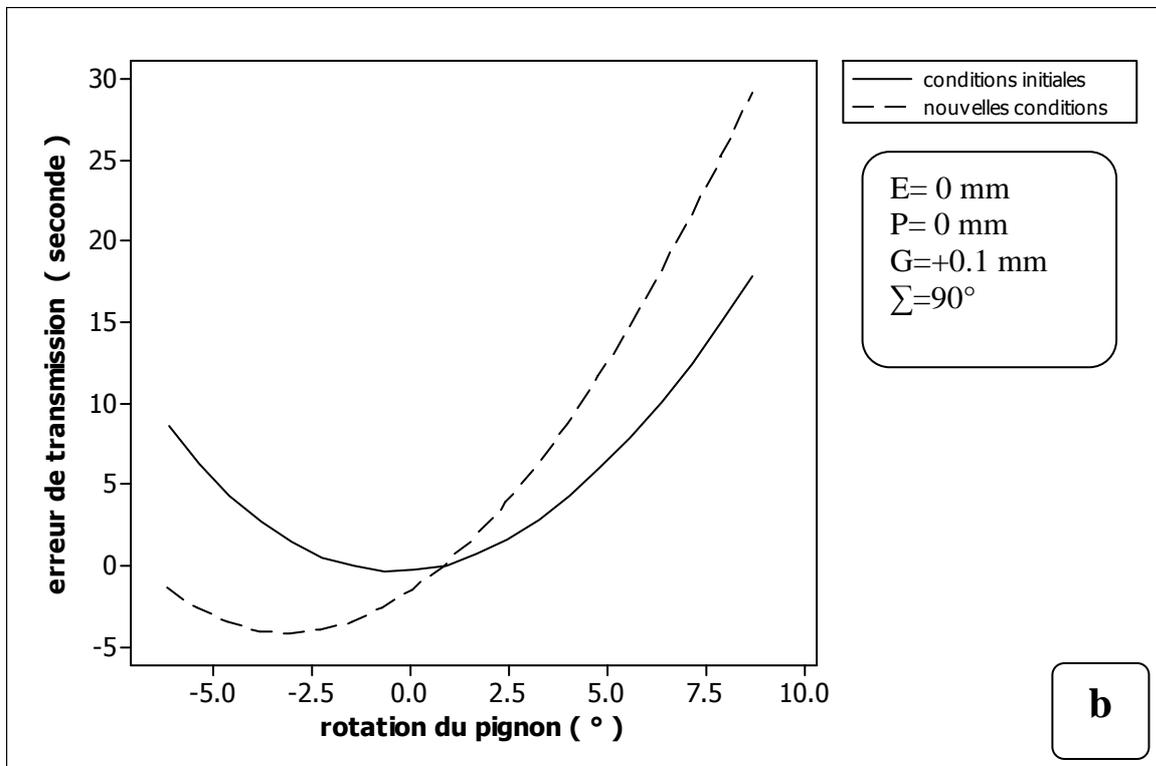
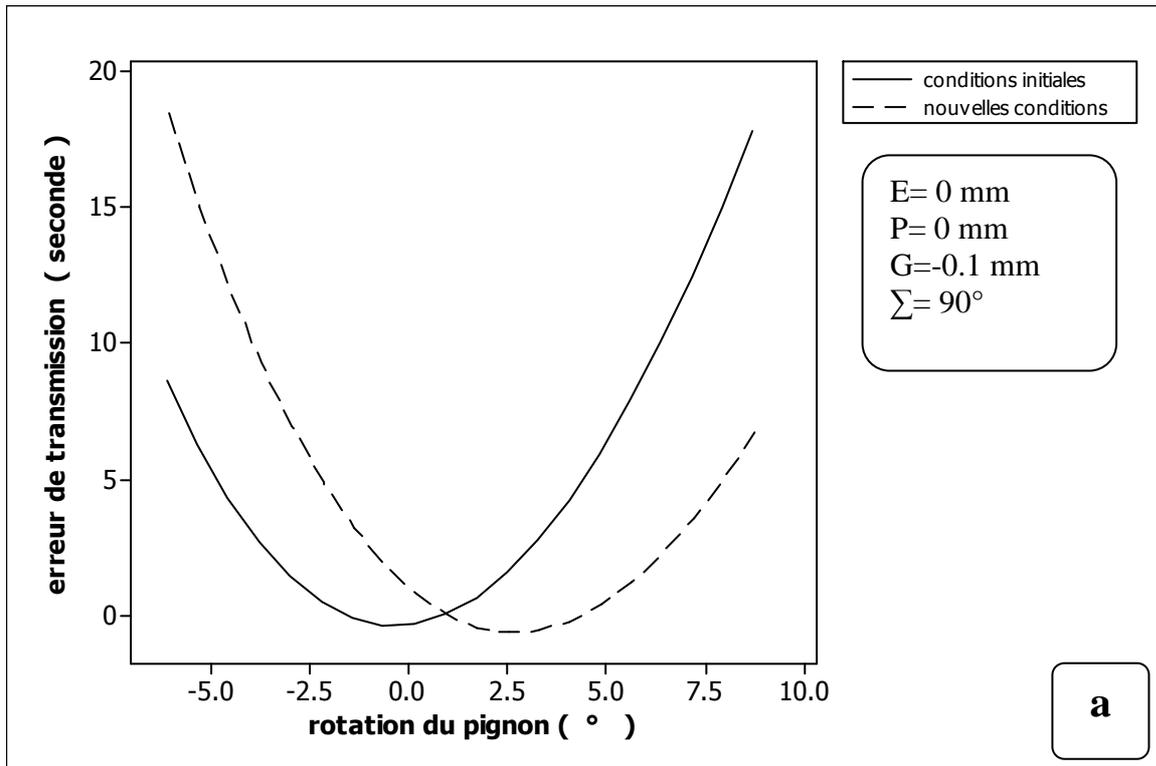


Figure. 7. 6. Evolution de l'erreur de transmission due à une variation de la distance axiale de la roue de : (a) : valeur négative, (b) : valeur positive.

VII. 4. 2. RESULTATS ET DISCUSSIONS

L'analyse de la portée de contact est significative au niveau de l'évaluation de la qualité de l'engrènement. Bien que la mesure soit simple, l'analyse est toutefois plus complexe et requiert un opérateur qualifié et expérimenté.

De plus, l'information obtenue est qualitative et résulte d'une appréciation subjective. D'un autre côté, l'utilisation d'un appareil de mesure tridimensionnelle permet de comparer la surface usinée avec celle que l'on désire reproduire (existante ou théorique), on évalue ainsi l'exactitude de la surface obtenue. Cette mesure donne une information sur la qualité de la fabrication, mais ne fournit aucune indication directe sur le comportement de l'engrenage en fonctionnement.

Ces deux méthodes d'inspection ne permettent donc pas d'obtenir une information quantitative de la qualité de l'engrènement en fonctionnement. Le paramètre choisi par les chercheurs et l'industrie pour remplir ce rôle est l'erreur de transmission cinématique. La mesure de cette caractéristique de fonctionnement est révélatrice de la nature de l'engrènement et de la performance de l'engrenage.

Avec des dentures idéales, c'est à dire parfaitement conjuguées, la transmission du mouvement de rotation entre les engrenages se fait de manière complètement uniforme. Dans la pratique, les surfaces de denture ne sont jamais parfaitement conjuguées.

Par conséquent, le rapport de vitesse varie pendant l'engrènement. Par définition, l'erreur de transmission est une mesure de position angulaire décrivant le fait que la roue menée prend du retard ou de l'avance par rapport au pignon, au cours de l'engrènement. Cette mesure permet de vérifier l'exactitude de la transmission du mouvement entre les deux membres.

Les facteurs qui causent et influencent l'erreur de transmission sont les suivants [18] :

- 1) Erreurs géométriques sur la denture
- 2) Déformations élastiques
- 3) Erreurs de montage

Dans un contexte théorique, une erreur de transmission nulle est idéale. C'est le comportement d'engrenages dont les dentures sont parfaitement conjuguées. Dans ces conditions, la transmission du mouvement a lieu de manière uniforme et exacte.

D'après nos illustrations qui représentent la loi d'engrènement pour un couple de dents, on peut affirmer que l'erreur de transmission est très sensible aux conditions réelles de fonctionnement, aux erreurs sur les positions de montage, etc ...

Parmi les erreurs de montage une diminution de la distance axiale de la roue et une augmentation de la distance axiale du pignon semblent réduire l'erreur de transmission et donc un fonctionnement beaucoup plus silencieux.

VII. 5. PORTEE DE DENTURE

Il s'agit de reproduire la trace obtenue lorsque l'on met en contact deux surfaces de dents recouvertes d'un film de colorant d'épaisseur $e = 0.001$ mm (Figure.7.3) [25].

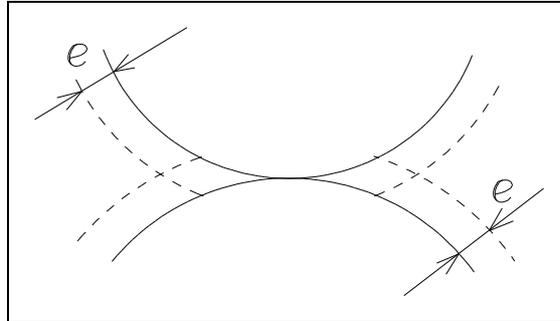


Figure. 7. 7. Surfaces en contact avec colorant.

En supposant que le colorant est chassé à l'extérieur de toute la zone de contact, l'aire de contact, déterminée par la théorie de Hertz, est alors une ellipse dont l'équation dans le plan tangent est :

$$\frac{x^2}{\left(\sqrt{\frac{2 \cdot e}{A}}\right)^2} + \frac{z^2}{\left(\sqrt{\frac{2 \cdot e}{B}}\right)^2} = 1 \quad (7.9)$$

A et B sont des fonctions des courbures et des directions principales (voir annexe).

L'ellipse de contact est déterminée pour chaque point de contact. Elle est tracée dans le plan tangent. La portée de denture est l'ensemble des ellipses de contact. Elle est représentée dans le plan OXY ou OXZ.

VII. 6. EXEMPLE

L'exemple suivant est celui d'un engrènement spiro-conique taillé par la méthode Helical Duplex sur une machine Gleason 122 ($L = 111.125$ mm, $\epsilon = 15^\circ$). Il a été traité par Tsay [23].

Le tableau I contient les dimensions générales, le tableau II contient les réglages machine et les caractéristiques des fraises de taillage. Le tableau III contient les résultats obtenus pour un ensemble de 20 points de contact sur le pignon (flanc convexe) et la roue (flanc concave), et ce dans les conditions de montage standards ($E = 0$, $P = 0$, $G = 0$, $\Sigma = 90^\circ$).

Tableau. I. Dimensions générales [23]

Caractéristiques	Pignon	Roue
Nombre de dents	28	31
Largeur de denture	54,25 mm	54,25 mm
Angle primitif	42° 5'	47° 55'
Angle de face	45° 8'	50° 58'
Diamètre de tête	266,40 mm	290,95 mm
Distance sommet du cône primitif-extrémité de la dent	135,01 mm	121,61 mm

Tableau. II. Réglages de taillage [23].

Réglage-machines	Pignon	Roue
Angle de pied machine	36° 50'	44° 52'
Recul de la poupée	-0,72 mm	0,00 mm
Recul de la base coulissante	7,43 mm	14,73 mm
Décalage hypoïde	1,21 mm	0,00 mm
Angle de l'excentrique	83° 30'	83° 49'
Angle du berceau	113° 28'	346° 33'
Angle du socle	107° 28'	244° 45'
Angle de la tête porte-fraise	4° 25'	20° 28'
Jeu d'engrenages pour le rapport des vitesses	55/41 * 49/79	55/41 * 51/82
Jeu d'engrenages pour le mouvement hélicoïdal	52/69 * 76/33	—
Caractéristiques des fraises de taillage		
Diamètre de fraise	320 mm	320 mm
Angle des lames extérieures	13° 0'	13° 0'
Angle des lames intérieures	27° 0'	27° 0'
Largeur entre-pointe	4,10 mm	4,40 mm
Rayon de raccordement des lames	1,70 mm	1,70 mm

Tableau. III. Résultats de la programmation ($E = 0$, $P = 0$, $G = 0$, $\Sigma = 90^\circ$).

PIGNON						ROUE					
v_p (mm)	u_p ($^\circ$)	α_p ($^\circ$)	θ_p ($^\circ$)	x_{lp} (mm)	r_{lp} (mm)	v_r (mm)	u_r ($^\circ$)	α_p ($^\circ$)	θ_r ($^\circ$)	x_{lr} (mm)	r_{lr} (mm)
14.905	-1.877	-12.399	-18.977	116.688	115.010	2.627	-80.121	6.034	-6.127	113.962	117.711
14.336	-1.771	-11.672	-18.106	117.008	114.435	3.163	-80.243	5.261	-5.341	113.557	117.860
13.761	-1.671	-10.737	-17.236	117.335	133.873	3.706	-80.359	4.487	-4.555	113.151	118.032
13.180	-1.577	-9.907	-16.366	117.671	133.233	4.257	-80.469	3.714	-3.770	112.742	118.228
12.593	-1.490	-9.079	-15.496	118.015	112.785	4.816	-80.573	2.940	-2.985	112.332	118.447
11.999	-1.409	-8.253	-14.627	118.367	112.259	5.384	-80.671	2.167	-2.201	111.918	118.691
11.398	-1.333	-7.428	-13.759	118.728	111.745	5.962	-80.765	1.393	-1.417	111.500	118.958
10.790	-1.263	-6.604	-12.891	119.096	111.242	6.548	-80.825	0.620	-0.633	111.079	119.249
10.173	-1.990	-5.782	-12.024	119.473	110.751	7.144	-80.935	-0.153	0.150	110.653	119.564
9.549	-1.140	-4.960	-11.157	119.858	110.272	7.751	-81.012	-0.927	0.933	110.222	119.903
8.915	-1.087	-4.140	-10.292	120.251	109.803	8.368	-51.085	-1.700	1.716	109.786	120.267
8.272	-1.038	-3.322	-9.426	120.653	109.345	8.997	-81.153	-2.474	2.497	109.344	120.654
7.619	-0.995	-2.504	-8.561	121.064	108.898	9.636	-81.218	-3.247	3.279	108.895	121.066
6.956	-0.956	-1.688	-7.697	121.482	108.462	10.288	-81.274	-4.021	4.060	108.440	121.503
6.282	-0.922	-0.873	-6.833	121.910	108.036	10.952	-81.328	-4.794	4.841	107.976	121.963
5.596	-0.892	-0.097	-5.970	122.347	107.620	11.630	-81.378	-5.568	5.621	107.504	122.449
4.899	-0.867	0.753	-5.107	122.792	107.215	12.320	-81.424	-6.341	6.401	107.024	122.959
4.189	-0.846	1.564	-4.245	123.247	106.819	13.025	-81.466	-7.115	7.180	106.534	123.493
3.466	-0.829	2.375	-3.384	123.712	106.432	13.744	-81.503	-7.885	7.959	106.035	124.052

VII. 6. 1. ILLUSTRATION DE LA PORTEE DE DENTURE

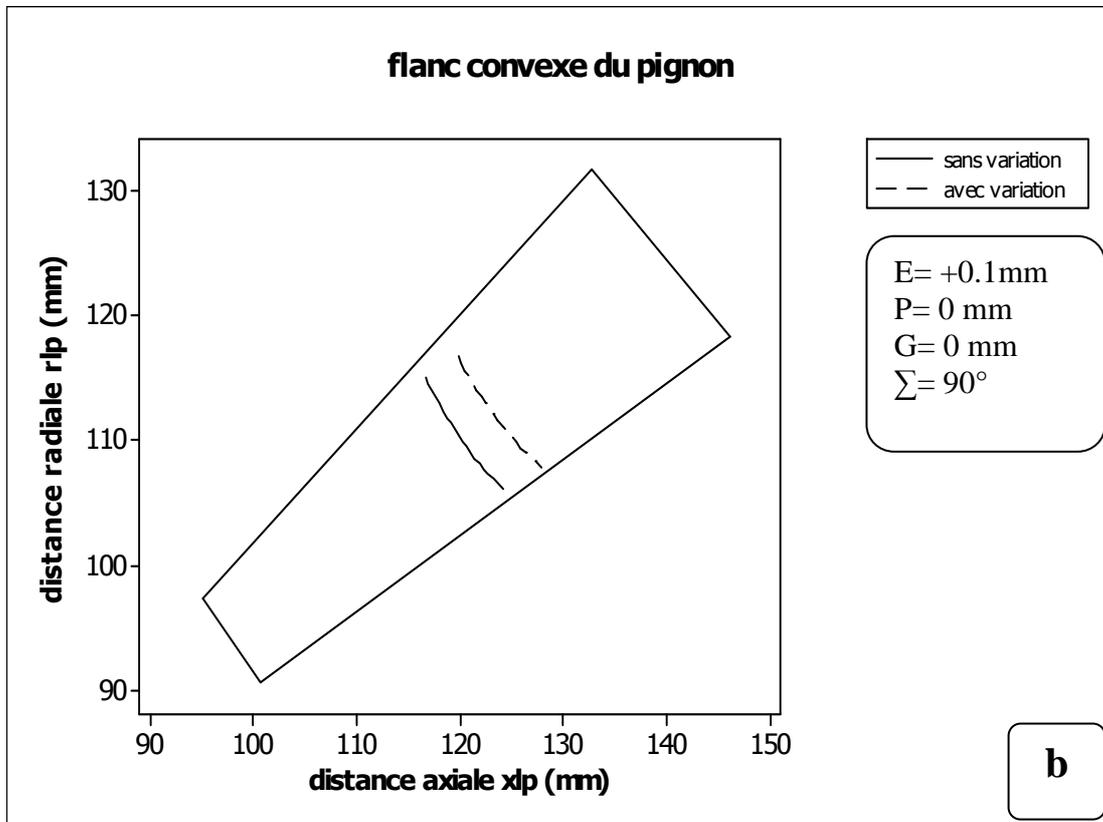
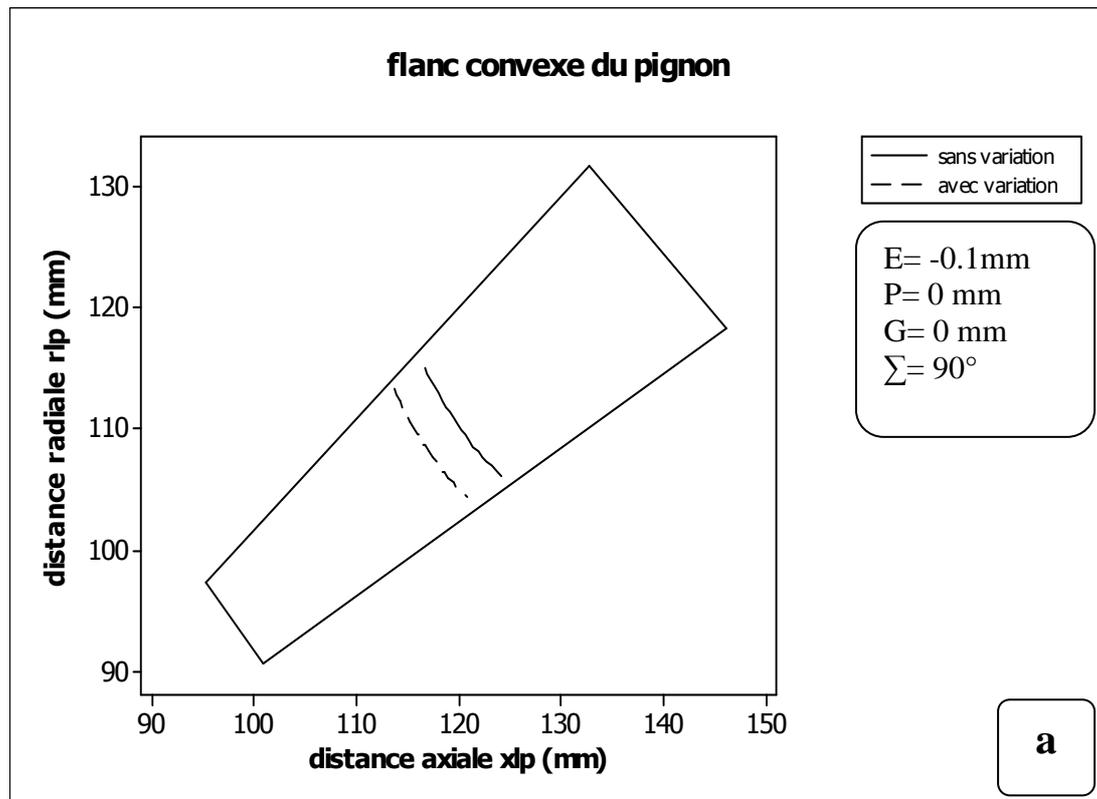


Figure. 7. 8. Evolution de la trajectoire de contact due à une variation de la distance verticale de la roue de : (a) : valeur négative, (b) : valeur positive.

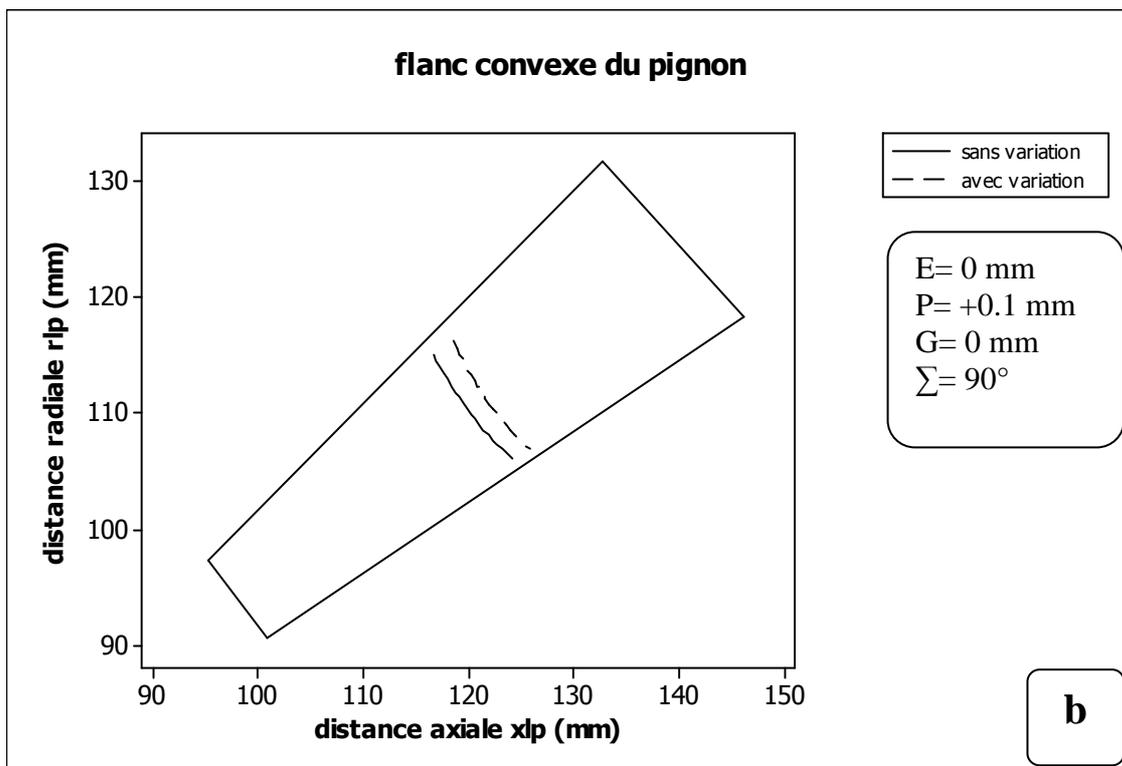
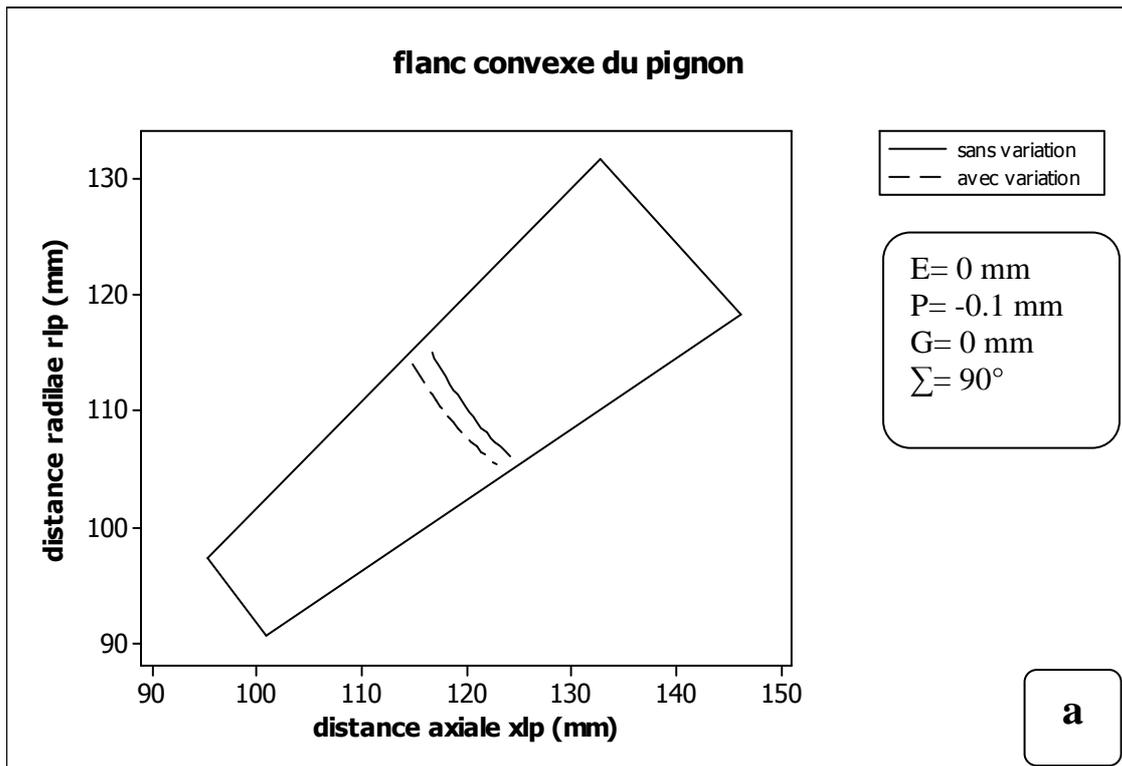


Figure. 7. 9. Evolution de la trajectoire de contact due à une variation de la distance axiale du pignon de : (a) : valeur négative, (b) : valeur positive.

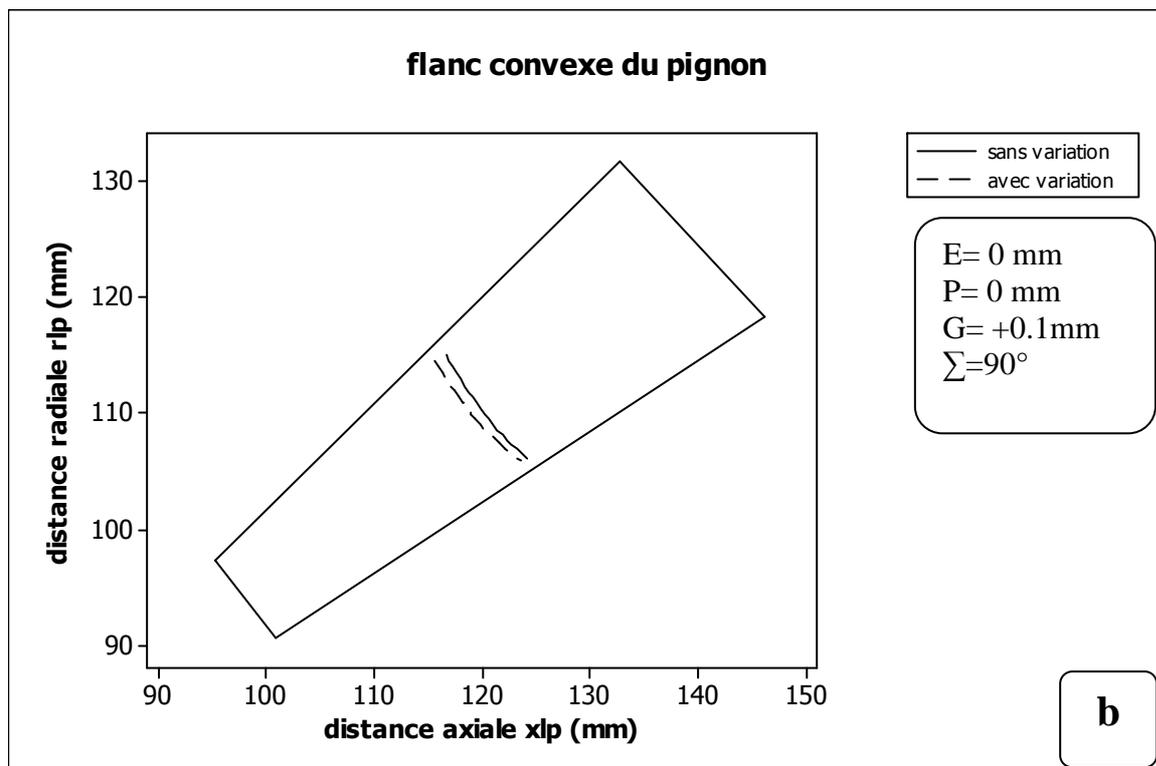
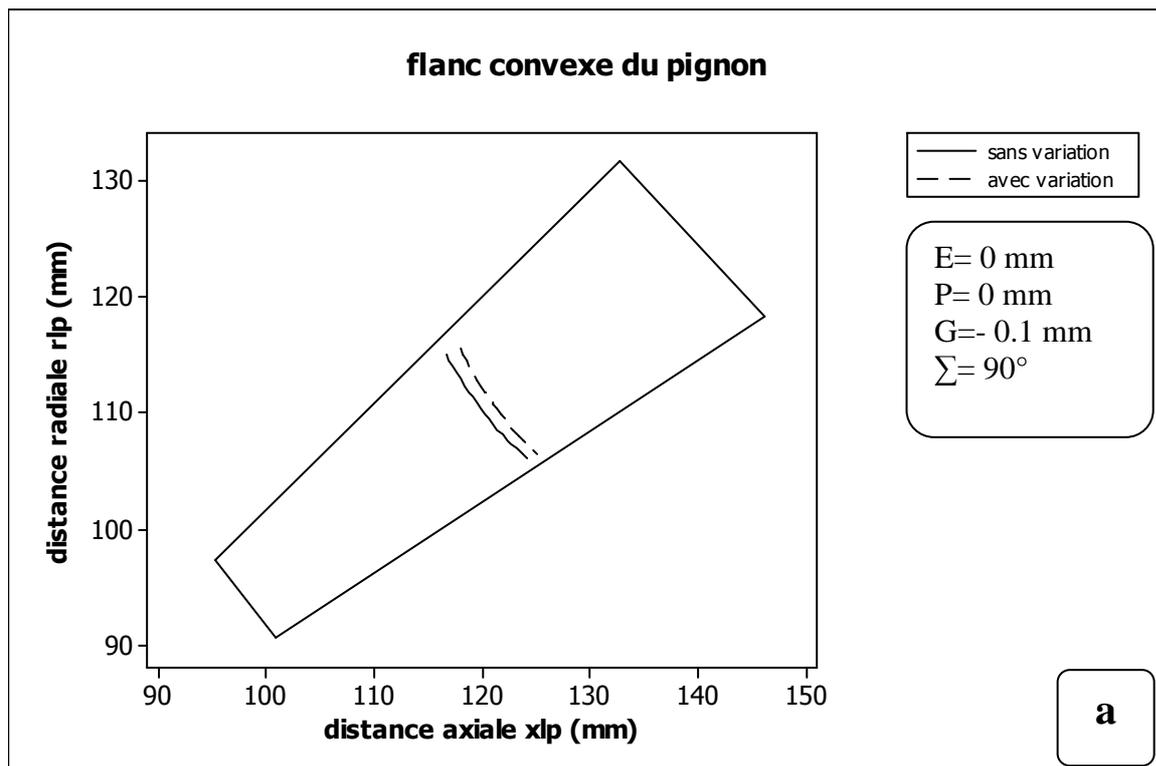


Figure. 7. 10. Evolution de la trajectoire de contact due à une variation de la distance axiale de la roue de : (a) : valeur négative, (b) : valeur positive.

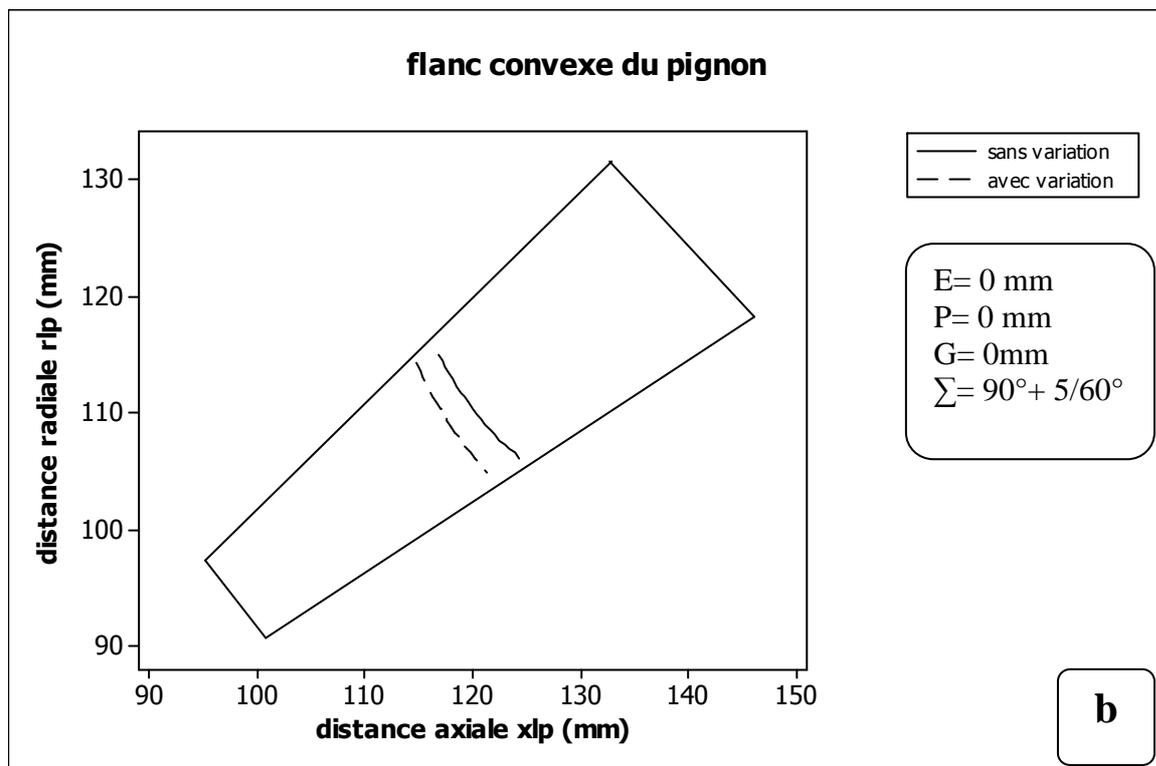
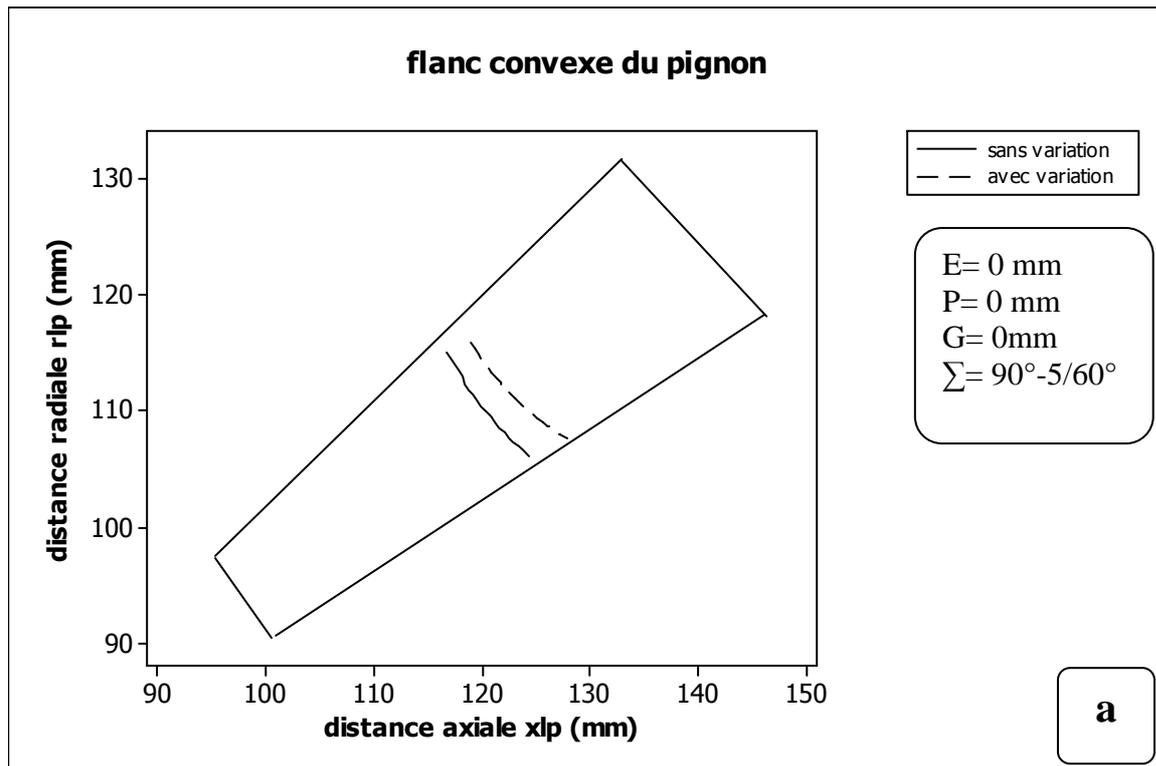


Figure. 7. 11. Evolution de la trajectoire de contact due à une variation de l'angle entre les axes du pignon et de la roue de : (a): valeur négative, (b): valeur positive.

VII. 6. 2. DISCUSSION DES RESULTATS

D'après les résultats obtenus par notre programmation et pour une illustration pour le flanc convexe du pignon, on peut affirmer que l'évolution de la trajectoire de contact est très sensible aux erreurs de montage et de fonctionnement.

Par exemple une diminution de l'angle entre les axes de la roue et du pignon d'une valeur de 5° entraîne le déplacement de la trajectoire vers le fond de la dent, ce qui peut favoriser l'apparition du phénomène d'interférence.

Cette erreur déplace les points de contact vers le petit bout.

La même remarque peut être faite pour une augmentation de la distance verticale de la roue, sauf que dans ce cas la trajectoire se déplace vers le gros bout.

La variation de la distance axiale de la roue ne modifie que légèrement la position des points de contact.

D'une façon générale la denture présente une sensibilité plus importante au déplacement vertical de la roue par rapport à une variation des déplacements axiaux du pignon et de la roue.

VII. 7 CONCLUSION

Ce chapitre représente la troisième et dernière partie de la conception d'un engrenage spiro-conique ou hypoïde qui consiste à déterminer les points de contact et la loi d'engrènement.

CONCLUSION GENERALE

Cette étude nous a permis d'élargir nos connaissances dans le domaine des engrenages en général et celui des engrenages spiro-coniques et hypoïdes en particulier, à travers l'étude des différents aspects liés à la conception et à la fabrication de ces types d'engrenages.

Pour le problème de la conception et la fabrication des engrenages spiro-coniques et hypoïdes, nous avons utilisé :

- 1) Un programme de calcul des dimensions générales de la firme Gleason Works des USA.
- 2) Un modèle mathématique de simulation de taillage permettant la définition de la géométrie à partir des réglage-machines. Ce modèle permet en outre de considérer la sensibilité de la géométrie aux variations des réglages.
- 3) Un programme de calcul des corrections des paramètres de réglage des machines de taillage. Ce programme permet de localiser le paramètre à corriger et à chiffrer la valeur de la correction à apporter.
- 4) Un modèle mathématique de simulation de l'engrènement permettant le calcul de l'erreur de transmission et la trajectoire du contact.

A l'aide de ces programmes, l'ingénieur pourra changer à sa guise les dimensions, les réglages et les positions de montage à la recherche d'une solution optimale pour une application donnée sans avoir à effectuer des essais sur des pièces réelles.

Comme suite à ce travail, nous proposons :

- d'affiner les calculs des ellipses de contact.
- d'étudier l'engrènement à forte charge.

Nous espérons avoir ainsi contribué à la vulgarisation de la technologie de conception et de fabrication des engrenages spiro-coniques et hypoïdes.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **H.J. STADTEFELD**, 'Hand book of bevel and hypoid gears', 1er edition, RIT Mars 1993, pp 05-15.
- [2] **K. ABDESSEMED**, 'Géométrie des engrenages spiro-coniques et hypoïdes', thèse de magister soutenue en décembre 1998, université de Batna Algérie.
- [3] **G. HENRIOT**, 'Traite théorique et pratique des engrenages', 6eme édition, novembre 1983, pp 120-144.
- [4] **L. MERIWETHER and J.R.BAXTER**, 'Basic geometry and tooth contact of hypoid gears', industrial mathematics, Vol.11, part 2, pp 19-42.
- [5] **GLEASON WORKS**, 'Exact determination of tooth surfaces for spiral bevel and hypoid gears', AGMA 139.02, janvier 1982/GMD.
- [6] **GLEASON WORKS**, 'Calculating instructions Formate spiral bevel gears'.
- [7] **GLEASON WORKS**, 'Conception des engrenages de pont moteur sur les véhicules de tourisme', édition 1970.
- [8] **GLEASON WORKS**, 'Engrenages coniques à denture zerol', édition 1960.
- [9] **GLEASON WORKS**, 'Engrenages coniques à denture spirale', édition 1964.
- [10] **GLEASON WORKS**, 'Méthodes Gleason pour l'étude des couples hypoïdes', édition 1972
- [11] **GLEASON WORKS**, 'Engrenages coniques et hypoïdes', édition 1973.
- [12] **GLEASON WORKS**, 'Calculating instructions Formate hypoid gears', edition 1969.
- [13] **GLEASON WORKS**, 'The effect of cutter diameter on spiral bevel tooth proportions', edition 1972.
- [14] **GLEASON WORKS**, 'The effect of the cutter radius on spiral bevel and hypoid tooth contact behaviour', edition 1968.
- [15] **F.L.LITVIN, W.J.TSUNG, J.J.COY and C.HEINE**, 'Method of generation on spiral bevel gears with conjugate gears tooth surfaces ', Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in design, Vol.109, june1987, pp 163-170.
- [16] **F.L.LITVIN, W.J.TSUNG, J.J.COY and C.HEINE**, 'Generation of spiral bevel gears with zero kinematical errors and computer aided tooth contact analysis ', NASA, Technical memorandum 86-C-21, mars 1986, pp 1-14.

- [17] **F.L.LITVIN, M.LUNDY and C.HEINE**, 'Determination of settings of a titled head cutter for generation of hypoid and spiral bevel gears ', Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in design, Vol.109, july1988, pp 719-725.
- [18] **F.L.LITVIN, R.N.GOLDRICH, J.J.COY and E.V.ZARETSKY**, 'Precision of spiral bevel gears', Journal of Mechanical Design, Transaction of the ASME 82-WA/DE-33, 23 August 1982, pp 1-7.
- [19] **F.L.LITVIN, K.M.PETROV and V.A.GANSHIN**, 'The effect of geometrical parameters of hypoid and bevel gear on its quality characteristics', Journal of engineering for industry, Transaction of ASME, February 1974, pp 15-28.
- [20] **F.L.LITVIN, C.KUAN, J.KIETTFER, R.BOSSLER, R.F.HANDSCHUH**, 'Strassle design of spiral and hypoid pinions and gears', Journal of Mechanical Design, Transaction of the ASME, Vol.113, December 1991, pp 48-59.
- [21] **C.GOSSELIN, L.COULTIER, J.BROUSSEAU**, 'Analyse de la cinématique engrenages spiro-coniques à haute conformité ', Congres mondial des engrenages, Paris, 12-14 Février 1992, pp 33-42.
- [22] **C.GOSSELIN, L.COULTIER, S.SANKAR**, 'Effects of the machine settings on the transmission error of spiral bevel gears cut by the Gleason method', ASME, February 1985, pp 705-719.
- [23] **Z.H.FONG, C.B.TSAY**, 'The undercutting of circular-cut spiral bevel gears', Journal of mechanical design, Vol.114, June 1992, pp 317-325.
- [24] **R.J.DRAGO, F.W.BROWN**, 'The analytical and experimental evaluation of resonant in high speed response, lightweight, highly loaded gearing', transaction of the ASME, Vol.103, April 1981, pp 45-51.
- [25] **D.MADROSKY**, 'Conception des engrenages spiro-coniques géométrie et simulation du comportement', Thèse de doctorat soutenue le 3 juillet 1987 à l'INSA de Lyon.
- [26] **M.BOUAZIZ**, 'Contribution au contrôle des engrenages sur machines à mesurer tridimensionnelle', Thèse de doctorat soutenue le 20 janvier 1996 à ENP Alger.
- [28] **J.C.RAFEY**, 'Contribution à l'étude et à la simulation du contact lubrifié des engrenages'', thèse de Doctorat soutenue le 9 mars 1973 à Lyon.

TABLE DES ANNEXES

Annexe I : Méthodes matricielles.....	I
Annexe II : Ellipses de contact.....	VI
Annexe III : Résultat de l'étude sur la variation de la géométrie de denture.....	IX
Annexe IV : Organigrammes et programmes.....	XVI

ANNEXE I

METHODES MATRICIELLES [28]

A1. 1. INTRODUCTION [26]

La simulation du taillage des engrenages spiro-coniques et hypoïdes nécessite la manipulation de vecteurs position et vitesse dans l'espace tridimensionnel ainsi que la maîtrise des changements fréquents de repères.

Ce travail ne peut être effectué analytiquement vu la complexité des surfaces à générer. Dans ce qui suit, nous présentons la méthode matricielle qui est plus souple et plus facile à programmer.

A1. 2. TRANSLATION [26]

La relation vectorielle $O\vec{A}_2 = O\vec{A}_1 + \vec{T}$, se traduit sous forme matricielle :

$$\begin{Bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

T_x, T_y, T_z : Composantes de \vec{T}

La forme générale d'une matrice de translation est :

$$[D]_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A1. 3. ROTATION PURE

Les matrices de passage sont les suivantes :

A1. 3. 1. Rotation d'angle ψ positif autour de OX

$$[D_{OX}]_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ 0 & \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{II} \quad (A1. 3)$$

A1. 3. 2. Rotation d'angle θ positif autour de OY

$$[D_{OY}]_R = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A1. 4})$$

A1. 3. 2. Rotation d'angle φ positif autour de OZ

$$[D_{OZ}]_R = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A1. 5})$$

A1. 4. ROTATION QUELCONQUE [26]

Une rotation quelconque autour d'un axe passant par l'origine des coordonnées peut être considérée comme une combinaison des rotations pures (A1. 3), (A1. 4), (A1. 5).

Soit une rotation ϕ autour d'un axe quelconque (Δ) de vecteur unitaire $\vec{u}(u_x, u_y, u_z)$ **Erreur ! Signet non défini.**

Une décomposition en rotations pures peut se faire de la façon suivante :

- 1) - Rotation d'angle $-\alpha$ autour de OY
- 2) - Rotation d'angle $+\beta$ autour de OX
- 3) - Rotation d'angle ϕ autour de OZ
- 4) - Rotation d'angle $-\beta$ autour de OX
- 5) - Rotation d'angle $+\alpha$ autour de OY

Donc :

$$[D]_R = [D_5]_R * [D_4]_R * [D_3]_R * [D_2]_R * [D_1]_R \quad (\text{A1. 6})$$

$$\begin{aligned}
[D]_R = & \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \\
& \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ 0 & \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \\
& \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{A1.7}
\end{aligned}$$

Le resultat de ces produits se simplifie comme suit :

$$u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 = 1$$

$$\sin \alpha = \frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_z^2}} \quad \cos \alpha = \frac{u_z}{\sqrt{u_x^2 + u_z^2}} \quad \sin \beta = \sqrt{u_x^2 + u_z^2} \tag{A1.8}$$

$$\sin \beta = u_y \tag{A1.9}$$

Et par conséquent :

$$\sin \alpha * \cos \beta = u_x \quad \cos \alpha * \cos \beta = u_z$$

Les termes de la matrice $[D]_R$ s'expriment seulement en fonction de u_x , u_y , u_z , et ϕ , soit :

$[D]_R =$

$$\begin{bmatrix} u_x^2(1-\cos\phi)+\cos\phi & -u_x u_y(1-\cos\phi)+u_z \sin\phi & u_x u_z(1-\cos\phi)+u_y \sin\phi & 0 \\ -u_x u_y(1-\cos\phi)-u_z \sin\phi & u_y^2(1-\cos\phi)+\cos\phi & -u_x u_y(1-\cos\phi)+u_x \sin\phi & 0 \\ u_x u_z(1-\cos\phi)-u_y \sin\phi & -u_y u_z(1-\cos\phi)+u_x \sin\phi & u_z^2(1-\cos\phi)+\cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.10})$$

ANNEXE II

ELLIPSES DE CONTACT [24]

A2. 1. MODELE GEOMETRIQUE TONNEAU-TONNEAU

Le contact entre les surfaces est modélisé par un contact entre deux tonneaux avec un angle ϕ relatif au pivotement.

On définit le repère $R_1 (O, x_1, y_1, z_1)$ relatif au tonneau (1) et le repère $R_2 (O, x_2, y_2, z_2)$ relatif au tonneau (2).

Les tonneaux (1) et (2) sont caractérisés par leurs rayons de courbures principaux $R_{x1}, R_{x2}, R_{z1}, R_{z2}$ dans les plans principaux dont l'axe d'intersection OY est normal au contact et passe par le point de contact O .

A2. 2. MODELE GEOMETRIQUE TONNEAU-PLAN [24]

Il est toujours possible de choisir dans le plan tangent au point de contact O , le repère $R_o (O, x, y, z)$ dans lequel la distance entre les deux surfaces du contact suivant la direction normale O_y s'écrit sans termes croisés en xy :

$$y_1+y_2=A.x^2+B.z^2 \quad (A2. 1)$$

Les constantes A et B définissent la géométrie du contact dans le repère R_o . Elles sont déterminées par les équations [24] :

$$A+B= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{x1}} + \frac{1}{R_{z1}} + \frac{1}{R_{x2}} + \frac{1}{R_{z2}} \right)$$

$$A-B= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{R_{x1}} + \frac{1}{R_{z1}} \right)^2 + \left(\frac{1}{R_{x2}} + \frac{1}{R_{z2}} \right)^2 + 2 \left(\frac{1}{R_{x1}} - \frac{1}{R_{z1}} \right) \left(\frac{1}{R_{x2}} - \frac{1}{R_{z2}} \right) \cos(2\phi) \right]^{\frac{1}{2}}$$

Le repère est obtenu par une rotation d'angle α à partir de R_1

L'angle α est connu à partir de l'expression :

$$tg(2\alpha) = \frac{\left(\frac{1}{R_{x2}} - \frac{1}{R_{z2}} \right) \cdot \sin(2\phi)}{\left(\frac{1}{R_{x1}} - \frac{1}{R_{z1}} \right) + \left(\frac{1}{R_{x2}} - \frac{1}{R_{z2}} \right) \cdot \cos(2\phi)}$$

A2. 3. MODELE GEOMETRIQUE TONNEAU-PLAN [24]

Soit $\vec{r}(u, v)$ de position d'une surface dépendant des deux paramètres u et v .

Les courbures principales sont les solutions de l'équation du second degré suivant [24] :

$$(E.G - F^2)(1/R)^2 + (2.F.M - E.N - G.L)(1/R) + (L.N - M^2) = 0 \quad (A2. 5)$$

Avec :

$$E = \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \right)^2 ; F = \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial u} * \frac{\partial \vec{r}}{\partial v} \right) ; G = \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial v} \right)^2$$

$$L = \frac{\frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial u^2} \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \wedge \frac{\partial \vec{r}}{\partial v} \right)}{\sqrt{E.G - F^2}} ; M = \frac{\frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial u \partial v} \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \wedge \frac{\partial \vec{r}}{\partial v} \right)}{\sqrt{E.G - F^2}} ; N = \frac{\frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial v^2} \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \wedge \frac{\partial \vec{r}}{\partial v} \right)}{\sqrt{E.G - F^2}}$$

Le rapport $\frac{dv}{du}$ définit la trace de la section normale principale dans le plan tangent.

Pour chaque courbure principale correspond une direction principale qui est solution de l'équation du second degré [24] :

$$(E.M - F.L)du^2 + (E.N - G.L)du.dv + (F.N - G.M)dv^2 = 0$$

(A2. 6)

Les deux directions principales sont perpendiculaires.

La direction de la tangente à une courbe quelconque tracée sur la surface est déterminée par le vecteur :

$$\vec{v}_{tg} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial u} + \frac{dv}{du} \frac{\partial \vec{r}}{\partial v} \quad (A2. 7)$$

A2. 4. MODELE GEOMETRIQUE TONNEAU-PLAN [24]

Le rayon de position d'un point quelconque appartenant a la surface de denture est défini par l'équation (5. 32). Cette équation est fonction de trois paramètres :

- Deux variables de surface u et v définissant un point sur la surface de la fraise.
- Un paramètre de génération α_p (angle de rotation de la pièce au cours du taillage).

Ces trois paramètres sont liés par l'équation (5. 31). Ainsi, nous avons seulement deux paramètres indépendants. L'équation (6. 31) est linéaire en v, nous pouvons donc exprimer v en fonction de u et de α_p . Le calcul des différentes dérivées définissant les expressions des différents termes figurant dans l'équation (A2. 5) est très fastidieux.

ANNEXE III

RESULTATS DE L'ETUDE SUR LA VARIATION DE LA GEOMETRIE DE LA DENTURE

DEVIATIONS EN MICRON

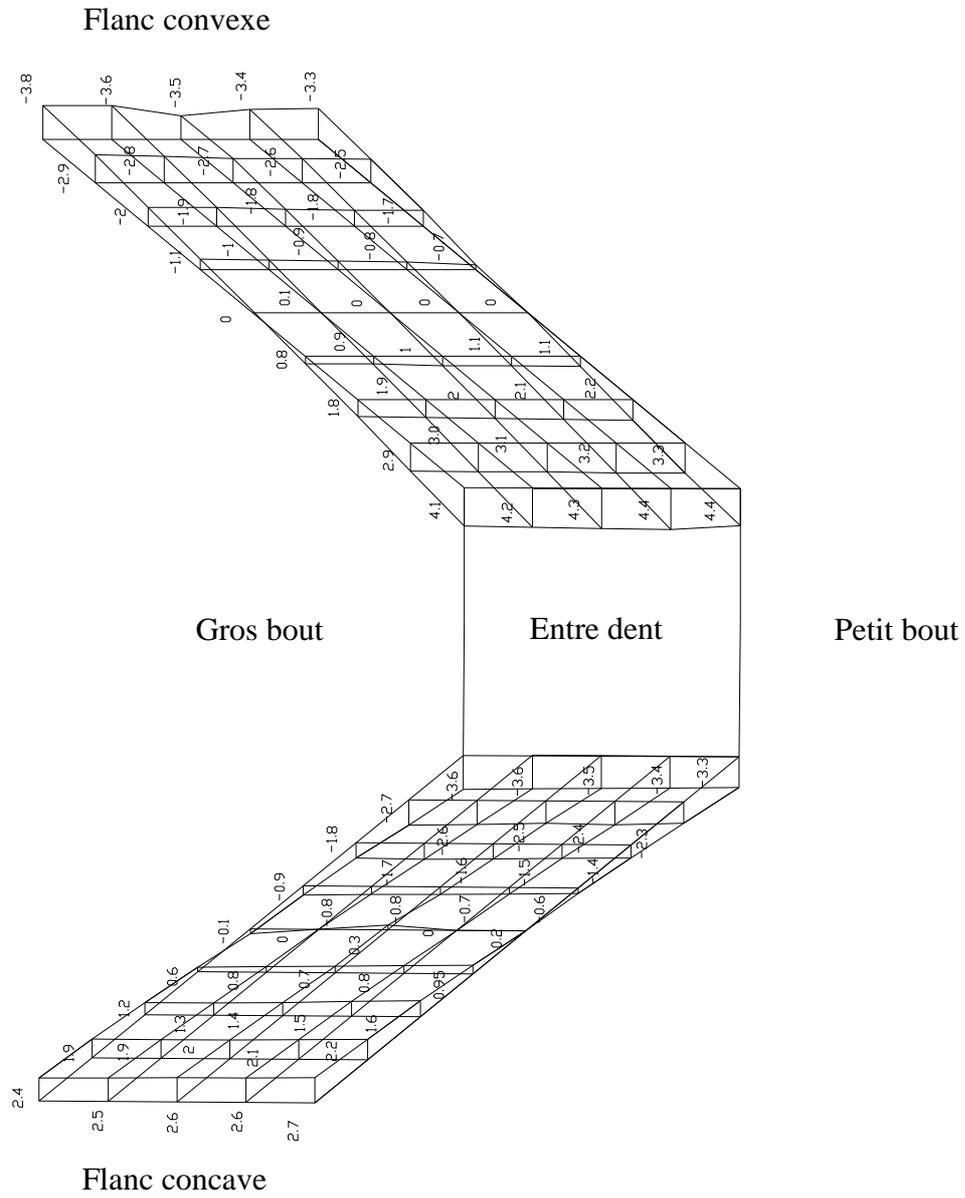
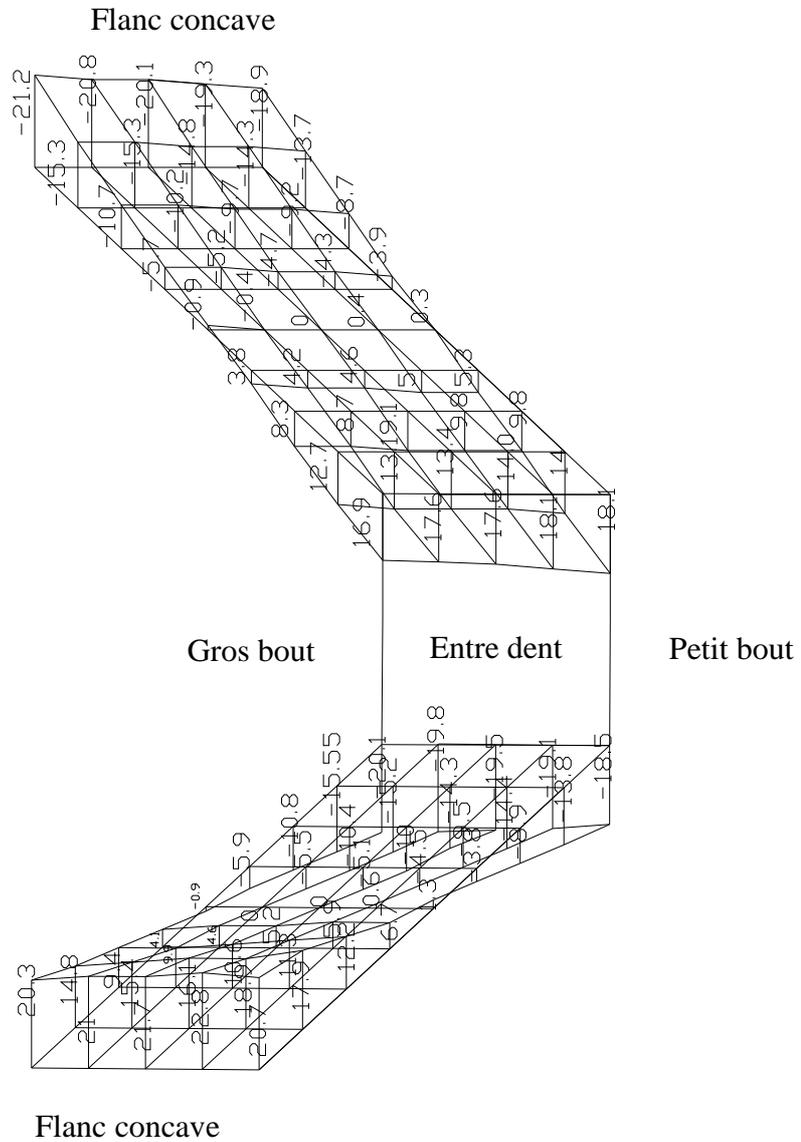


Figure. A3. 1. Variation de la geometrie de la denture due à une erreur sur l'angle du berceau de 2 minute

DEVIATIONS EN MICRON



DEVIATIONS EN MICRON

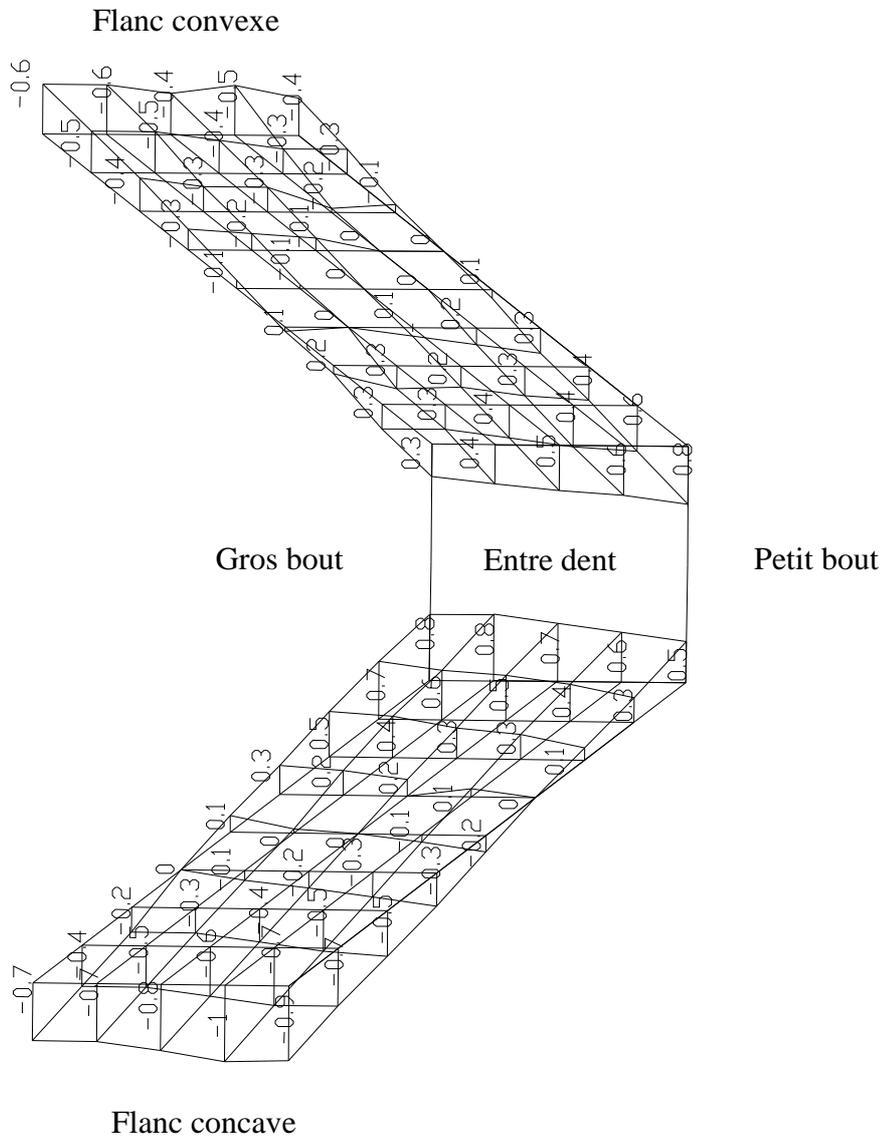


Figure. A3. 3. Variation de la geometrie de la denture due à une erreur sur l'angle de la tete porte fraise de 2 minute

DEVIATIONS EN MICRON

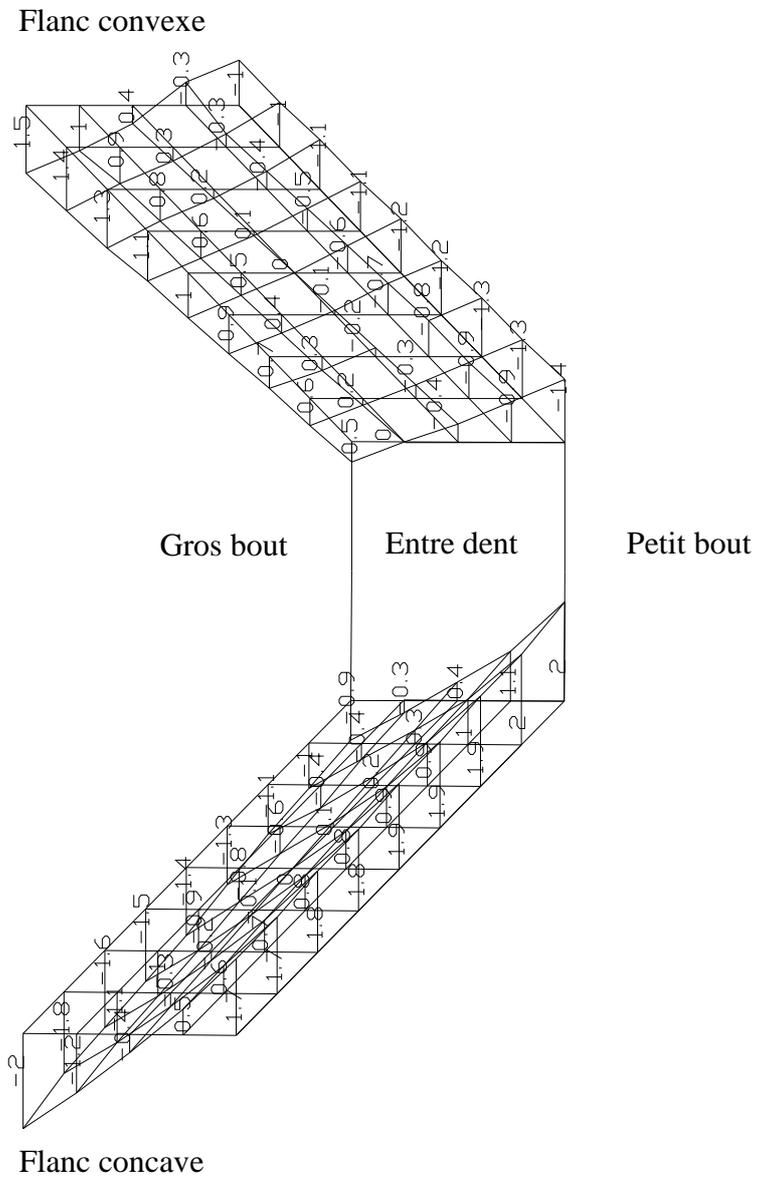


Figure. A3. 4. Variation de la geometrie de la denture due à une erreur sur l'angle des lames de 2 minute

DEVIATIONS EN MICRON

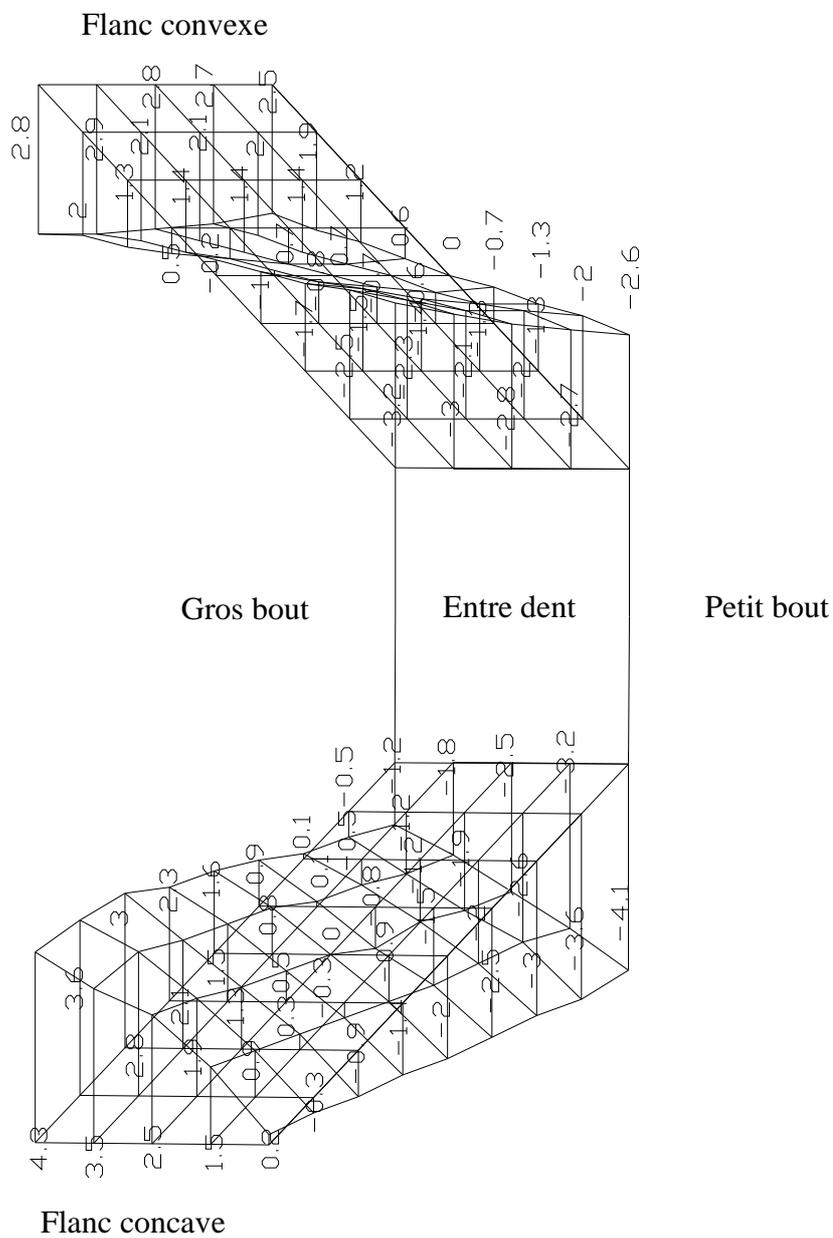


Figure. A3. 5. Variation de la geometrie de la denture due à une erreur sur l'angle de pied macine de 2 minute

DEVIATIONS EN MICRON

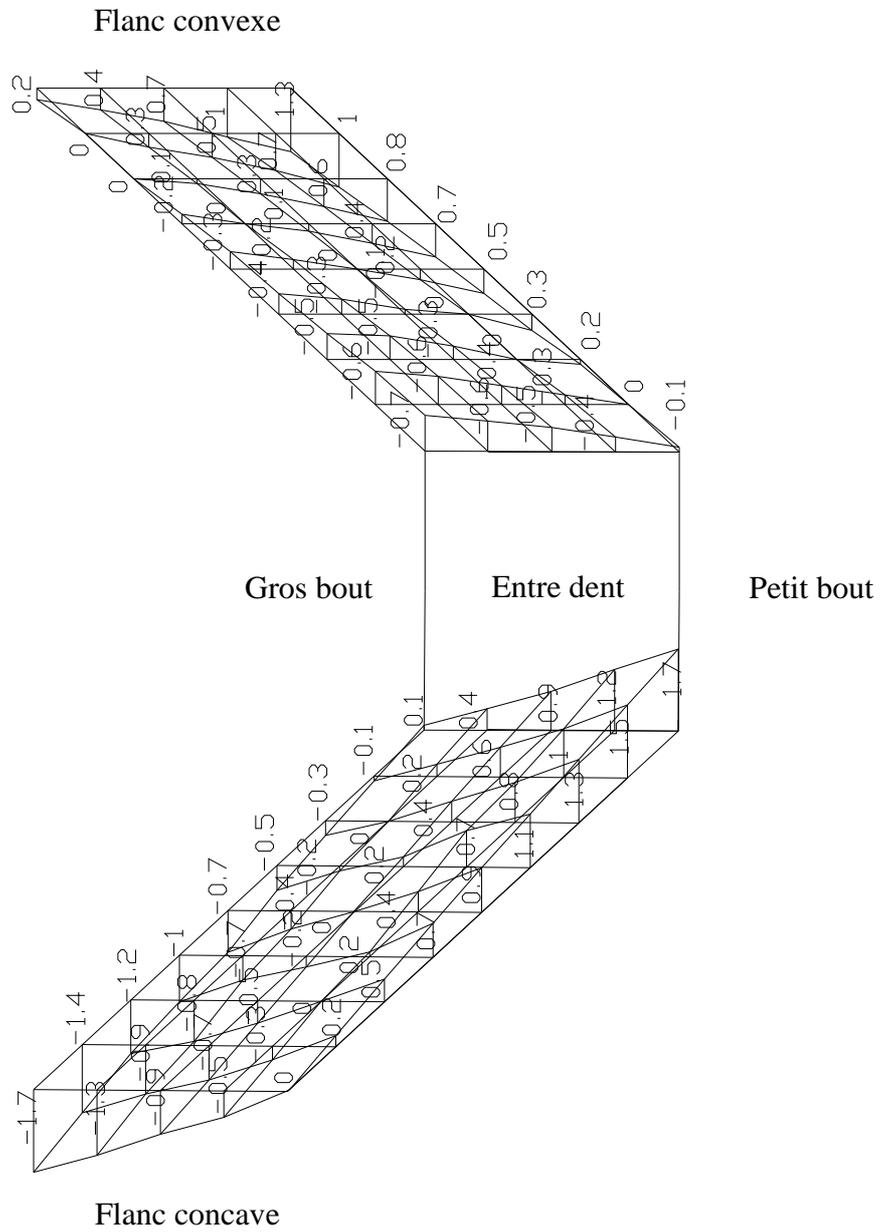
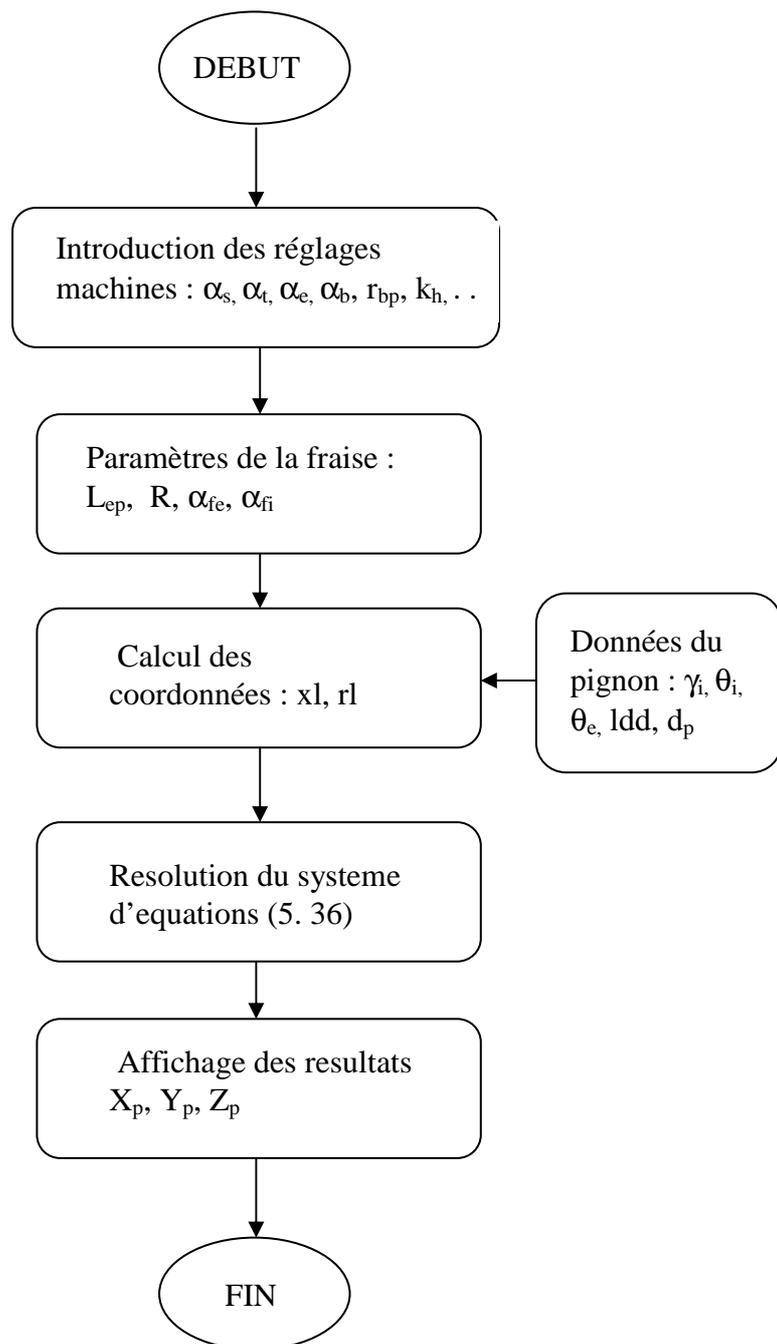


Figure. A3. 6. Variation de la geometrie de la denture due à une erreur sur le decalage hypoides de 0.01 mm

ANNEXE IV

ORGANIGRAMMES ET PROGRAMMES

A4. 1. ORGANIGRAMME DU PROGRAMME DE SIMULATION DE TAILLAGE



A4. 2. PROGRAMME DE SIMULATION DE TAILLAGE

```
clear;
global xl rl rbp pef_st pef_s pb_ef el2pi phi ro delta b d e rrp dd;
alfab0=((358.+42./60.)*pi/180.);
alfae=((47.+42./60.)*pi/180.);
alfas=(pi*(185.+8./60.)/180.);
alfat=((8.+51./60.)*pi/180.);
epsilon=15.*pi/180.;
el=4.375*25.4;
delta=((25.+10./60.)*pi/180.);
b=2.9362;
d=-0.68;
e=-0.96;
rbp=1./2.0059;
el2pi=-10.179;
s=2.*el*sin(alfae/2.);
alfabb=alfab0-pi/2.+alfae/2.;
qk=1.-cos(alfat);
ux=sin(epsilon)*cos(alfas);
uy=sin(epsilon)*sin(alfas);
uz=cos(epsilon);
pef_st=zeros(4,4);
pef_st(1,1)=qk*ux^2+cos(alfat);
pef_st(1,2)=- (qk*ux*uy-uz*sin(alfat));
pef_st(1,3)=qk*ux*uz+uy*sin(alfat);
pef_st(2,1)=- (qk*ux*uy+uz*sin(alfat));
pef_st(2,2)=qk*uy^2+cos(alfat);
pef_st(2,3)=- (qk*uy*uz-ux*sin(alfat));
pef_st(3,1)=qk*ux*uz-uy*sin(alfat);
pef_st(3,2)=- (qk*uy*uz+ux*sin(alfat));
pef_st(3,3)=qk*uz^2+cos(alfat);
pef_st(4,4)=1.;

pef_s=zeros(4,4);
pef_s(1,1)=cos(alfas);
pef_s(1,2)=sin(alfas);
pef_s(2,1)=-sin(alfas);
pef_s(2,2)=cos(alfas);
pef_s(3,3)=1.;
pef_s(4,4)=1.;

pb_ef=zeros(4,4);
pb_ef(1,1)=cos(alfae+alfab0);
pb_ef(1,2)=sin(alfae+alfab0);
pb_ef(1,4)=s*cos(alfabb);
pb_ef(2,1)=-sin(alfae+alfab0);
```

```

pb_ef(2,2)=cos(alfae+alfab0);
pb_ef(2,4)=-s*sin(alfabb);
pb_ef(3,3)=1.;
pb_ef(4,4)=1.;
xi=zeros(5,3);
xm=zeros(5,3);
xnm=zeros(5,3);
l=0.;
for i=1:9
    dd(i)=0;
    l=l+1.;
    dd(i)=(26.956+(1-1)*0.85265)*pi/180.;
end
l=0.;
for k=1:5
    rrp(k)=0;
    l=l+1.;
    rrp(k)=79.65+7.5*(1-1);
end
l=0.;
%pour le flanc convexe
for k=1:5
    for i=1:9
        n=0.;
%phi=-(27.+45./60.)*pi/180.;%Pour convexe
phi=(12.+15./60.)*pi/180.;%Pour concave
%ro=100.-3.4/2.;%Pour convexe
ro=100.+3.4/2.;%Pour concave
xl=0;
rl=0;
xl=rrp(k)*cos(dd(i));
rl=rrp(k)*sin(dd(i));
l=l+1.;
x0=[5.0;3.;-0.2];
[x,termcode]=fsolve('sptzaa1',x0);
v=x(1);
u=x(2);
alfap=x(3);
xi(1,1)=x(1);
xi(1,2)=x(2);
xi(1,3)=x(3);
rtf=zeros(4,1);
rtf(1)=(ro+v*sin(phi))*cos(u);
rtf(2)=(ro+v*sin(phi))*sin(u);
rtf(3)=-v*cos(phi);
rtf(4)=1.;
rntf=zeros(4,1);
rntf(1)=cos(u)*cos(phi);
rntf(2)=sin(u)*cos(phi);
rntf(3)=sin(phi);

```

```

rntf(4)=0.;
alfab=rbp*alfap;
r=pb_ef*pef_st*pef_s*rtf;
rn=pb_ef*pef_st*pef_s*rntf;
pm_b(1,1)=cos(alfab);
pm_b(1,2)=sin(alfab);
pm_b(2,1)=-sin(alfab);
pm_b(2,2)=cos(alfab);
pm_b(3,3)=1.;
pm_b(4,4)=1.;
r1=pm_b*r;
rn1=pm_b*rn;
pp1_m(1,1)=cos(delta);
pp1_m(1,3)=sin(delta);
pp1_m(1,4)=-(sin(delta))*(b-e12pi*alfab)-d;
pp1_m(2,2)=1.;
pp1_m(2,4)=-e;
pp1_m(3,1)=-sin(delta);
pp1_m(3,3)=cos(delta);
pp1_m(3,4)=-(cos(delta))*(b-e12pi*alfab);
pp1_m(4,4)=1.;
pp_p1(1,1)=1.;
pp_p1(2,2)=cos(alfap);
pp_p1(2,3)=-sin(alfap);
pp_p1(3,2)=sin(alfap);
pp_p1(3,3)=cos(alfap);
pp_p1(4,4)=1.;
rp=pp_p1*pp1_m*r1;
rnp=pp_p1*pp1_m*rn1;
xnm(1,1)=rnp(1);
xnm(1,2)=rnp(2);
xnm(1,3)=rnp(3);
xmconv(1,1)=rp(1);
xmconv(1,2)=rp(2);
xmconv(1,3)=rp(3);
xmconv(1,4)=rnp(1);
xmconv(1,5)=rnp(2);
xmconv(1,6)=rnp(3)
    end
end
fprintf('pour le flanc convexe %f,1);
%pour le flanc concave
l=0.;
for i=1:9
    dd(i)=0;
    l=l+1.;
    dd(i)=(33.7772-(l-1)*0.85265)*pi/180.;
end
l=0.;
for k=1:5

```

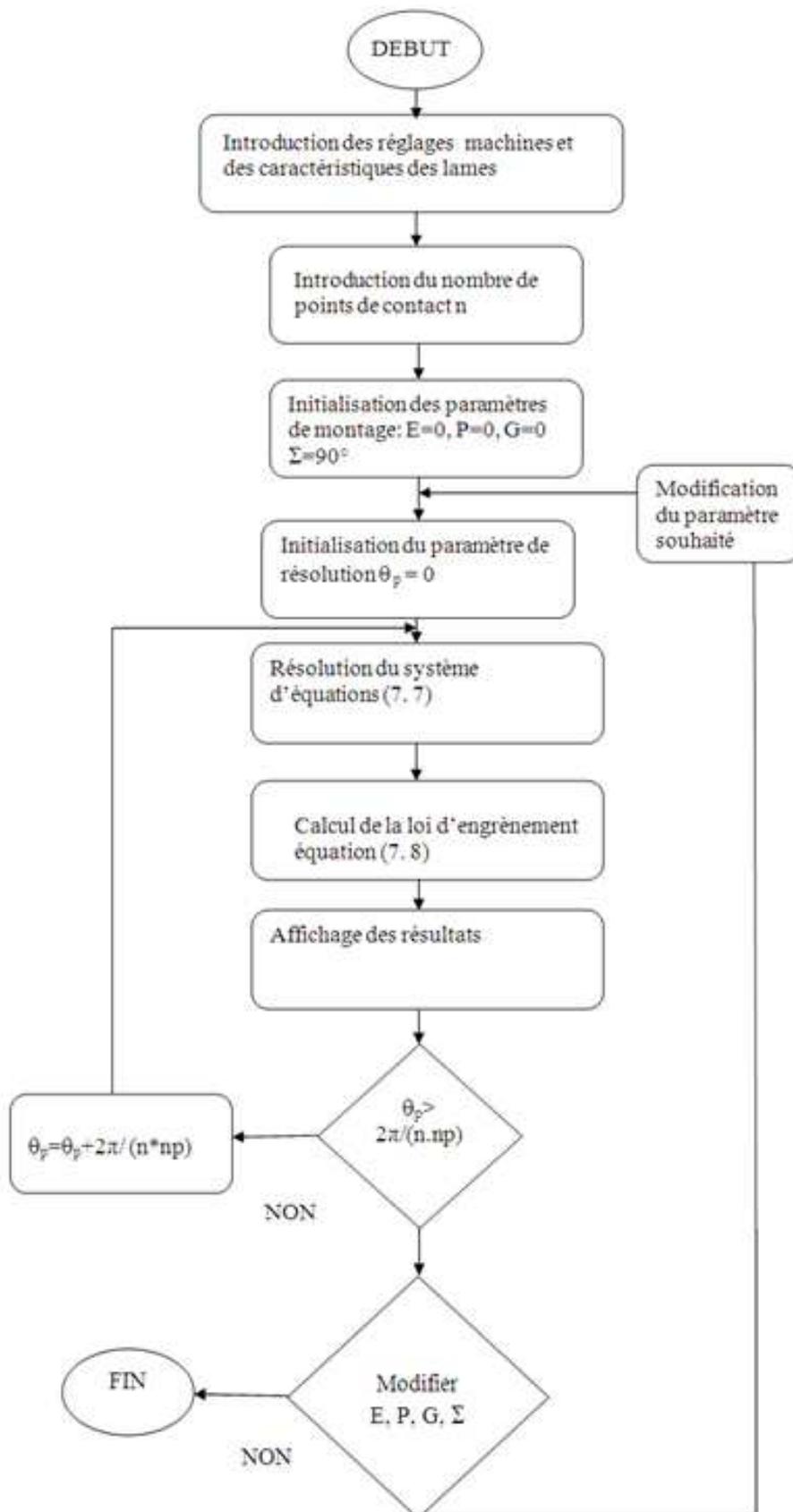
```

    for i=1:9
%phi=-(27.+45./60.)*pi/180.;%Pour convexe
phi=(12.+15./60.)*pi/180.;%Pour concave
%ro=100.-3.4/2.;%Pour convexe
ro=100.+3.4/2.;%Pour concave
xl=0;
rl=0;
xl=rrp(k)*cos(dd(i));
rl=rrp(k)*sin(dd(i));
l=l+1.;
x0=[5.0;3.:-0.2];
[x,termcode]=fsolve('sptzaa1',x0)
v=x(1);
u=x(2);
alfap=x(3);
xi(1,1)=x(1);
xi(1,2)=x(2);
xi(1,3)=x(3);
rtf=zeros(4,1);
rtf(1)=(ro+v*sin(phi))*cos(u);
rtf(2)=(ro+v*sin(phi))*sin(u);
rtf(3)=-v*cos(phi);
rtf(4)=1.;
rntf=zeros(4,1);
rntf(1)=cos(u)*cos(phi);
rntf(2)=sin(u)*cos(phi);
rntf(3)=sin(phi);
rntf(4)=0.;
alfab=rbp*alfap;
r=pb_ef*pef_st*pef_s*rtf;
rn=pb_ef*pef_st*pef_s*rntf;
pm_b(1,1)=cos(alfab);
pm_b(1,2)=sin(alfab);
pm_b(2,1)=-sin(alfab);
pm_b(2,2)=cos(alfab);
pm_b(3,3)=1.;
pm_b(4,4)=1.;
r1=pm_b*r;
rn1=pm_b*rn;
pp1_m(1,1)=cos(delta);
pp1_m(1,3)=sin(delta);
pp1_m(1,4)=-(sin(delta))*(b-e12pi*alfab)-d;
pp1_m(2,2)=1.;
pp1_m(2,4)=-e;
pp1_m(3,1)=-sin(delta);
pp1_m(3,3)=cos(delta);
pp1_m(3,4)=-(cos(delta))*(b-e12pi*alfab);
pp1_m(4,4)=1.;
pp_p1(1,1)=1.;
pp_p1(2,2)=cos(alfap);

```

```
pp_p1(2,3)=-sin(alfap);
pp_p1(3,2)=sin(alfap);
pp_p1(3,3)=cos(alfap);
pp_p1(4,4)=1.;
rp=pp_p1*pp1_m*r1;
rnp=pp_p1*pp1_m*rn1;
xnm(1,1)=rnp(1);
xnm(1,2)=rnp(2);
xnm(1,3)=rnp(3);
xmconc(1,1)=rp(1);
xmconc(1,2)=rp(2);
xmconc(1,3)=rp(3);
xmconc(1,4)=rnp(1);
xmconc(1,5)=rnp(2);
xmconc(1,6)=rnp(3);
    end
end
```

A4. 3. ORGANIGRAMME DU PRORAMME DE SIMULATION DE L'ENGRENEMENT



A4. 4. PRORAMME DE SIMULATION DE L'ENGRENEMENT

```
global pp_p1p pp1_bp pb1_bp;
global pp_p1r pp1_br pb1_br;
global vp up vr ur alfapp alfapr rpp rpr rnpp rnpr;
global rbpp pef_stp pef_sp pb_efp el2pip phip rop deltap bp dp ep;
global rbpr pef_str pef_sr pb_efr el2pir phir ror deltar br dr er;
global vrpfp vrpfr r1p r1r rn1p rn1r totop totor;
%          CARACTERISTIQUE DE MONTAGE          %
p=0.;%position axiale du pignon
sigm=pi/2.;%angle des axes
g=0.;%position axiale de la roue
e=0.;%d,calage hypoide
%          DONNEES DU PIGNON          %
Tp=28;%nombre de dent
phip=-27.*pi/180.;%angle des lames intérieures (convexe)
%phip=13.*pi/180.;%angle des lames extérieures (concave)
rop=320./2.-4.1/2.;%rayon de fraise convexe
%rop=320./2.+4.1/2.;%rayon de fraise concave
alfas=(107.+28./60.)*pi/180.;%angle du socle
alfat=(4.+25./60.)*pi/180.;%angle de la tête porte-fraise
epsilon=15.*pi/180.;%constante de la machine
el=4.375*25.4;%constante de la machine
alfae=(83.+30./60.)*pi/180.;%angle de l'excentrique
alfab0=(113.+34./60.)*pi/180.;%angle du berceau
deltap=(36.+50./60.)*pi/180.;%angle de pied machine
bp=7.43;%recul de la base coulissante
dp=-0.72;%recul de la poupée
ep=1.21;%d,calage hypoide
etaa=55.*49.*50./(41.*79.*28.);//rapport des vitesses
rbpp=1./etaa;%rapport des vitesses
hh=7.970599;%constante de la machine
el2pip=hh*52.*76./(69.*33.);//mouvement hélicoidal

s=2.*el*sin(alfae/2.);//distance radiale pignon
alfabb=alfab0-pi/2.+alfae/2.;//angle de base du berceau pignon

%          DIFFERENTES MATRICES DE PASSAGE PIGNON          %
qk=1.-cos(alfat);
ux=sin(epsilon)*cos(alfas);
uy=sin(epsilon)*sin(alfas);
uz=cos(epsilon);
pef_stp=zeros(4,4);
pef_stp(1,1)=qk*ux^2+cos(alfat);
pef_stp(1,2)=- (qk*ux*uy-uz*sin(alfat));
pef_stp(1,3)=qk*ux*uz+uy*sin(alfat);
pef_stp(2,1)=- (qk*ux*uy+uz*sin(alfat));
pef_stp(2,2)=qk*uy^2+cos(alfat);
pef_stp(2,3)=- (qk*uy*uz-ux*sin(alfat));
pef_stp(3,1)=qk*ux*uz-uy*sin(alfat);
```

```

pef_stp(3,2)=- (qk*uy*uz+ux*sin(alfat));
pef_stp(3,3)=qk*uz^2+cos(alfat);
pef_stp(4,4)=1.;
%aar=pef_stp
  pef_sp=zeros(4,4);
pef_sp(1,1)=cos(alfas);
pef_sp(1,2)=sin(alfas);
pef_sp(2,1)=-sin(alfas);
pef_sp(2,2)=cos(alfas);
pef_sp(3,3)=1.;
pef_sp(4,4)=1.;
  pb_efp=zeros(4,4);
pb_efp(1,1)=cos(alfae+alfab0);
pb_efp(1,2)=sin(alfae+alfab0);
pb_efp(1,4)=s*cos(alfabb);
pb_efp(2,1)=-sin(alfae+alfab0);
pb_efp(2,2)=cos(alfae+alfab0);
pb_efp(2,4)=-s*sin(alfabb);
pb_efp(3,3)=1.;
pb_efp(4,4)=1.;
%          DONNEES DE LA ROUE          %
Tg=31;% nombre de dent
% phir=-27.*pi/180.;% angle des lames intérieures (convexe)
phir=13.*pi/180.;% angle des lames extérieures (concave)
%ror=320./2.-4.4/2.;% rayon de fraise convexe
ror=320./2.+4.4/2.;% rayon de fraise concave
alfas=(244.+45./60.)*pi/180.+0.001;% angle du socle
alfat=(20.+28./60.)*pi/180.;% angle de la tête porte-fraise
epsilon=15.*pi/180.;% constante de la machine
el=4.375*25.4;% constante de la machine
alfae=(83.+49./60.)*pi/180.;% angle de l'excentrique
alfab0=(346.+33./60.)*pi/180.;% angle du berceau
deltar=(44.+52./60.)*pi/180.;% angle de pied machine
br=14.73;% recul de la base coulissante
dr=0.;% recul de la poupée
er=0.;% d, calage hypo<de
etaa=55.*51.*50./(41.*82.*31.);% rapport des vitesses
rbpr=1./etaa;% rapport des vitesses
hh=0.;% constante de la machine
el2pir=hh*52.*76./(69.*33.);% mouvement hélicoidal
%          DIFFERENTES MATRICES DE PASSAGE ROUE          %
s=2.*el*sin(alfae/2.);% distance radiale roue
alfabb=alfab0-pi/2.+alfae/2.;% angle de base du berceau roue
qk=1.-cos(alfat);
ux=sin(epsilon)*cos(alfas);
uy=sin(epsilon)*sin(alfas);
uz=cos(epsilon);
  pef_str=zeros(4,4);
pef_str(1,1)=qk*ux^2+cos(alfat);
pef_str(1,2)=- (qk*ux*uy-uz*sin(alfat));

```

```

pef_str(1,3)=qk*ux*uz+uy*sin(alfat);
pef_str(2,1)=-(qk*ux*uy+uz*sin(alfat));
pef_str(2,2)=qk*uy^2+cos(alfat);
pef_str(2,3)=-(qk*uy*uz-ux*sin(alfat));
pef_str(3,1)=qk*ux*uz-uy*sin(alfat);
pef_str(3,2)=-(qk*uy*uz+ux*sin(alfat));
pef_str(3,3)=qk*uz^2+cos(alfat);
pef_str(4,4)=1.;
%aar=pef_str
pef_sr=zeros(4,4);
pef_sr(1,1)=cos(alfas);
pef_sr(1,2)=sin(alfas);
pef_sr(2,1)=-sin(alfas);
pef_sr(2,2)=cos(alfas);
pef_sr(3,3)=1.;
pef_sr(4,4)=1.;
pbEFR=zeros(4,4);
pbEFR(1,1)=cos(alfae+alfab0);
pbEFR(1,2)=sin(alfae+alfab0);
pbEFR(1,4)=s*cos(alfabb);
pbEFR(2,1)=-sin(alfae+alfab0);
pbEFR(2,2)=cos(alfae+alfab0);
pbEFR(2,4)=-s*sin(alfabb);
pbEFR(3,3)=1.;
pbEFR(4,4)=1.;
ncont=20;%nombre de points de contact d,sir, (pair sinon changer mil);
delalfar=zeros(ncont,2);%erreur de transmission
xi=zeros(ncont,8); %matrice solution
rlp=zeros(ncont,1); %distance radiale pignon
xlp=zeros(ncont,1); %distance axiale pignon
rlr=zeros(ncont,1); %distance radiale roue
xlr=zeros(ncont,1); %distance axiale roue
sigmp=zeros(ncont,2); %angles d'inclinaison de la direction principale pignon
sigmr=zeros(ncont,2); %angles d'inclinaison de la direction principale roue
lamdap=zeros(ncont,2); %courbures principales pignon
lamdar=zeros(ncont,2); %courbures principales roue
direcp=zeros(ncont,2); %directions principales pignon
direcr=zeros(ncont,2); %directions principales roue
axea=zeros(ncont,1); %grand axe de l'ellipse de contact
axeb=zeros(ncont,1); %petit axe de l'ellipse de contact
angalf=zeros(ncont,1); %angle de rotation du repère R0 de l'ellipse

%CALCUL DES POINTS DE CONTACT%
for i=1:ncont
%alfapr=i*(pi/180.)
alfapr=0.10532036-(i-1)*0.0135;
x0=[5.:-0.138;5.:-1.33;-0.081;0.02;0.];
[x,termcode]=fsolve('sousprogramme2',x0);%resolution du système d'équation
vp=x(1);
up=x(2);

```

```

vr=x(3);
ur=x(4);
alfapp=x(5);
totop=x(6);
totor=x(7);
  xi(i,1)=x(1);
xi(i,2)=x(2);
xi(i,3)=x(3);
xi(i,4)=x(4);
xi(i,5)=x(5);
xi(i,6)=alfapr;
% xi(i,7)=totop;
xi(i,7)=x(6);
% xi(i,8)=totor;
xi(i,8)=x(7);
delalfar(i,1)=totor*180./pi;
% sous-programmes de calcul des distances radiales et axiales
  xlp(i)=rpp(1);
rlp(i)=sqrt(rpp(2)^2+rpp(3)^2);
xlr(i)=rpr(1);
rlr(i)=sqrt(rpr(2)^2+rpr(3)^2);
end
% CALCUL DE L'ERREUR DE TRANSMISSION%
mil=ncont/2;
totop0=xi(mil,7);
totor0=xi(mil,8);
  for ii=1:ncont
totop=xi(ii,7);
totor=xi(ii,8);
delalfar(ii,2)=((totor-totor0)-(Tp/Tg)*(totop-totop0))*180./pi;
delalfar(ii,2)=delalfar(ii,2)*3600.;
end

```