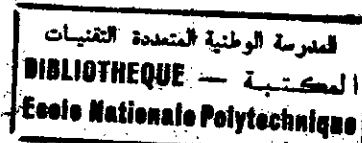


Ecole Nationale Polytechnique
Département Génie – Mécanique



Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'Obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat en
Génie – Mécanique

THEME

Application de la Méthode de Minimisation de la Production
d'Entropie à L'Optimisation des Echangeurs de Chaleur

Proposé et Dirigé par :

Mr .H. BENNOUR

Etudié par :

Melle. F.S.ALLAOUI

PROMOTION 1998

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique
Département Génie – Mécanique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'Obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat en
Génie – Mécanique

THEME

Application de la Méthode de Minimisation de la Production
d'Entropie à L'Optimisation des Echangeurs de Chaleur

Proposé et Dirigé par :

Mr .H. BENNOUR

Etudié par :

Melle. F.S.ALLAOUI

PROMOTION 1998

DEDICACES

*A mes adorés ,
PAPA, MAMAN,
NESRINE, WASSIM et ASSAAD.*

*A ma Tante ELHADBA et toute
ma famille.*

A mes très chers amis ,

*Et enfin,
A tous ceux qui rêvent
d'un monde meilleur*

SARAH

REMERCIEMENTS

Je Remercie tous ceux qui m'ont aidées de près ou de loin
et en particulier :

Mon Promoteur Mr **BENNOUR** dont l'assistance m'a
été d'une aide précieuse ,

Mes camarades de Promo particulièrement
SOFJANE , **NOUREDDJNE** et **NADJIB**,

Ma chère **ATJFA** , sa famille et son voisin
MOULOUD ,

Nos amis de la bibliothèque , **KRIMO**, **SALAH** et
leurs collègues,

Et enfin, ma tendre **ASMA** .

NOMENCLATURE

A	Surface d'échange.
a	Surface d'échange adimensionnelle.
$B = \frac{R}{C_p}$	Rapport de la constante d'un gaz sur sa chaleur spécifique.
C	débit calorifique.
c	coût
C_p	chaleur spécifique
D	diamètre
D_h	diamètre équivalent (hydraulique)
E	module d'Young
E	énergie
e_x, ζ	exergie
f	coefficient de frottement
G	vitesse massique
g	vitesse massique adimensionnelle
H, h	enthalpie
\bar{h}	coefficient de convection
$1/h_d$	facteur d'encrassement
l	irréversibilité
k	conductivité thermique
L	longueur
\dot{m}	débit massique
Ns	nombre d'unités de production d'entropie.
Nut	nombre d'unités de transfert.
Nu	nombre de Nusselt.
P	pression.
P	périmètre mouillé
Pr	nombre de Prandtl
Q	Quantité de chaleur
Re	nombre de Reynolds
S	entropie
St	nombre de Stanton
T_0	température du milieu ambiant.
T_1	température du fluide froid à l'entrée de l'échangeur.
T_2	température du fluide chaud à l'entrée de l'échangeur.
T	épaisseur
t_v	durée de vie
U	coefficient de transfert global
V	volume
v	volume adimensionnel
\bar{v}	vitesse d'écoulement
w	travail
Z	hauteur

LETTRES GRECQUES

ε efficacité.

ζ exergie.

$\omega = \frac{C_{\min}}{C_{\max}}$ rapport des débits calorifiques des fluides d'échange.

Ω section de passage du fluide.

ρ masse volumique.

$\theta = \left(\sqrt{\frac{T_1}{T_2}} - \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \right)^2$ paramètre de température.

ψ rendement exergetique.

$\tau = \frac{T_1}{T_2}$ rapport des températures d'entrée.

γ paramètre de l'exergie du matériau.

σ contrainte admissible.

INDICES

0 : milieu ambiant.

1 : fluide froid.

2 : fluide chaud.

Dis : dissymétrie

ch : chimique

opt : optimal.

gen : généré.

e : entrée

s : sortie.

ph : thermomécanique.

m : relatif au matériau.

h_x : exergetique.

F : froid.

C : chaud.

INTRODUCTION.....	1
I. Présentation des concepts et rappels sur les échangeurs de chaleur	
1.1. Introduction.....	5
1.2. Pertes de disponibilité (perte d'exergie).....	5
1.2.1. Cas de processus qui s'accompagnent d'écoulements permanents.....	10
1.3. Mécanismes de production d'entropie et de consommation d'exergie	12
1.3.1. Transfert de chaleur à travers un potentiel de température.....	12
1.3.2. Ecoulement s'accompagnant de frottement	13
1.4. Le problème de l'optimisation thermodynamique.....	15
1.4.1. Développement de l'analyse dans le cas de l'écoulement à l'intérieur des conduites s'accompagnant d'un transfert de chaleur.....	16
1.4.2. Principe de l'isolation thermodynamique.....	23
1.5. Les échangeurs de chaleur.....	24
1.5.1. Les différents types d'échangeur.....	24
1.5.1.i. Les échangeurs à courants parallèles.....	24
1.5.1.ii. Les échangeurs à courants croisés.....	26
1.5.2. Caractéristiques générales des échangeurs de chaleur.....	27
1.5.2.i. Le coefficient de transfert global.....	27
1.5.2.ii. La différence de température moyenne.....	28
1.5.2.iii. L'efficacité d'un échangeur de chaleur et le nombre d'unités de transfert.....	29
II. Conception des échangeurs de chaleur basée sur le concept de l'irréversibilité . Applications aux échangeurs de chaleur gaz-gaz à contre courant	
II.1. Analyse d'un échangeur gaz-gaz à contre courant et établissement de l'expression générale du nombre d'unités de production d'entropie pour un tel échangeur.....	32
II.2. Applications à un changeur quasi-idéal : efficacité proche de l'unité. ($1-\varepsilon \ll 1$) et pertes de pression très faibles $\left(\frac{\Delta P}{P} \ll 1\right)$	35
II.2.1. Cas particulier de l'échangeur à écoulement quasi-symétrique $C_{min} \rightarrow C_{max}$	37
II.2.1.i. Minimisation du nombre d'unités de production d'entropie correspondant au demi-échangeur ($N_{s1, 2}$).....	40
II.2.2. Optimisation avec contraintes	44
II.2.2.i. Contrainte géométrique portant sur la surface d'échange A	44
II.2.2.ii. Contrainte portant sur le volume	46
II.2.2.iii. Contrainte portant à la fois sur la surface et le volum.....	47
Exemple numérique 1.....	49

III. Extension de la méthode d'analyse basée sur la minimisation de l'irréversibilité appliquée aux échangeurs de chaleur

III.1. Première extension par l'introduction de l'exergie du matériau de l'échangeur..	60
III.1.1. Analyse dans le cas d'un échangeur où les pertes de pression seront négligeables et les deux fluides se comportent comme des gaz parfaits.....	62
III.1.1.i. Applications aux échangeurs à contre courant	63
III.2. Deuxième extension par l'introduction de l'exergie perdue dans les processus irréversibles qui conduisent à la transformation du matériau de l'échangeur de son état brut à son état final d'utilisation	70
III.3. Rendement exergetique.....	71
III. Analyse thermoéconomique.....	76
Exemple numérique 2.....	78

Conclusion.....81

Bibliographie

Appendices

Appendice A : Exergie due à la déformation du matériau lors de la fabrication des tubes d'échangeurs

Appendice B : Figures

Appendice C : Recherche des nombres d'unités de transfert optimums.

INTRODUCTION

Introduction

Le processus d'échange de chaleur entre deux fluides en écoulement séparés par une paroi solide est probablement le processus le plus important et le plus rencontré dans l'industrie. La conception des équipements dans lesquels cet échange est réalisé, c'est à dire des échangeurs de chaleur, est un problème assez compliqué vu le nombre important de facteurs qui entrent en jeu dans cette conception. D'une façon tout à fait générale, le rôle d'un échangeur de chaleur étant avant tout de transférer de la chaleur d'un fluide dit "chaud" vers un autre fluide dit "froid", on cherche à maximiser le flux de chaleur au moindre coût et plus généralement encore, un échangeur optimal pourra être défini comme étant celui qui, tout en satisfaisant aux contraintes imposées, remplit le rôle qui lui est assigné avec le plus bas coût possible[1].

L'aspect économique joue un rôle clé dans la sélection d'un échangeur et l'ingénieur ne doit jamais l'oublier lorsqu'il est confronté au problème du choix ou du calcul d'un échangeur pour une application donnée. D'autres facteurs peuvent influencer ce choix suivant le domaine d'application. Ainsi, dans le domaine spatial et aéronautique par exemple, la taille et le poids de l'échangeur ont généralement plus d'importance que le coût. En fait, chaque application particulière dictera les règles qui doivent être suivies pour obtenir le meilleur compromis entre les considérations économiques, la taille, le poids, etc [2].

Le problème d'optimisation des échangeurs de chaleur est donc un problème d'optimisation avec contraintes. Le problème général est reconnu par certains auteurs comme étant un problème qui se prêtera à un traitement par les techniques de programmation non linéaires. Mais selon Kovarik [3], l'application de méthodes numériques aux problèmes d'optimisation présuppose l'existence de solutions. Or, dans le cas des échangeurs de chaleur, un facteur de performance important qui apparaît dans les équations du modèle mathématique, à savoir l'efficacité (ϵ) de l'échangeur, est une fonction transcendante des variables d'optimisation, par conséquent, l'existence d'une solution optimale au problème général n'est pas évidente. C'est pourquoi, la recherche de la solution optimale se fait dans chaque catégorie particulière sur la base de simplifications permettant une analyse plus simplifiée du problème.

D'une façon générale, on pourrait considérer que deux types de problèmes sont rencontrés lorsqu'il s'agit de faire le calcul d'un échangeur de chaleur. Le premier consiste à déterminer la performance d'un échangeur donné. C'est à dire qu'on recherche le débit de chaleur échangé entre le fluide chaud et le fluide froid et leur températures de sortie lorsqu'on a la description physique complète de l'échangeur et les conditions d'entrée des deux fluides.

Pour ce type de problèmes, les inconnues à déterminer sont donc au nombre de trois :

- Le débit de chaleur q ,
- La température de sortie du fluide chaud T_{SC} ,
- La température de sortie du fluide froid T_{SF} ,

et nous avons trois équations :

- deux équations fournies par le bilan thermique écrit pour chaque fluide.

$$q = m_c C_{pC} (T_{ec} - T_{sc}) \quad \text{pour le fluide chaud,}$$

$$q = m_f C_{pF} (T_{sf} - T_{ef}) \quad \text{pour le fluide froid,}$$

et une équation dépendant de la méthode utilisée, à savoir :

$$q = U A \Delta T_M$$

lorsque la méthode de la différence de température moyenne est utilisée,

où,

$$\varepsilon = \varepsilon(\omega, Nut)$$

lorsque la méthode du nombre d'unités de transfert est utilisée.

Dans les deux cas cependant, il faut connaître le coefficient global de transfert "U" qui à son tour dépend des températures de sortie des fluides. Il est donc nécessaire de recourir à un calcul itératif.

Le deuxième type de problèmes est celui qui se pose lorsqu'on est amené à concevoir l'échangeur de chaleur.

Dans ce cas, on cherche à dimensionner physiquement un échangeur de chaleur auquel on demande, par exemple, d'assurer le transfert d'un débit de chaleur donné. Il est évident que ce deuxième type de problèmes est complexe et qu'il admet plusieurs solutions. Et, c'est justement là que intervient l'optimisation qui devrait nous amener à choisir la meilleure solution parmi toutes les solutions possibles dans le cadre des spécificités relatives à chaque situation.

La plupart des procédures utilisées dans le but de concevoir un échangeur de chaleur consistent à résoudre un grand nombre de fois le problème du calcul de performance. Ceci conduit à plusieurs solutions qui répondent d'une façon également satisfaisante aux contraintes du problème du point de vue thermique.

L'ultime choix de l'échangeur optimal parmi ces différentes solutions possibles dépend habituellement de plusieurs autres facteurs, tels que le coût, l'encombrement, les frais d'exploitation, . . . etc. La conception est aussi souvent contrainte par le désir d'adhérer à certaines pratiques standard, telle que l'utilisation de diamètres de tubes standard.

Pour simplifier ces procédures et disposer d'un outil de calcul rapide en mesure de permettre au concepteur de faire une évaluation rapide mais suffisamment précise de la situation, des méthodes d'analyse combinant les concepts de la thermodynamique à ceux du transfert de chaleur sont proposées

dans la littérature technique notamment durant les deux dernières décennies où la rationalisation de l'utilisation de l'énergie est devenue un impératif à cause des prix élevés de l'énergie et des problèmes de pollution thermique de l'air et de l'eau accentués par le gaspillage de l'énergie.

Dans un échangeur de chaleur, les mécanismes de la conduction et de la convection se combinent pour transporter la chaleur du cœur du fluide chaud vers le cœur du fluide froid. Si les transports de chaleur du cœur du fluide jusqu'à la paroi se faisaient seulement par diffusion moléculaire et conduction, les flux seraient faibles car ces phénomènes sont lents. On accélère donc, généralement, ces transports grâce à un vigoureux brassage du fluide. Ce mélangeage des zones froides du même côté de la paroi (c'est à dire au sein du même fluide) se fait grâce à un apport d'énergie mécanique. Il faut donc qu'il y ait dégradation d'énergie mécanique en énergie d'agitation turbulente de paquets de fluide. Cette dernière se dégrade elle même ensuite en énergie d'agitation moléculaire, c'est à dire en chaleur[4].

De plus, les écoulements des fluides chaud et froid sont soumis à des chutes de pression inévitables dues à la viscosité des fluides, à leur détente, à leur contraction et aux changements de direction du courant. Ces chutes de pression sont des pertes dont il faut tenir judicieusement compte dans le calcul de l'échangeur. Afin de faire face à ces chutes de pression, le système doit comporter en plus de l'échangeur proprement dit, des pompes ou des compresseurs. Ceci signifie qu'une énergie de pompage doit être dissipée dans l'échangeur.

En définitive, on pourrait dire que la sélection d'un échangeur se ferait sur la base des quatre considérations suivantes :

- Le débit de chaleur à transférer.*
- Le coût monétaire.*
- Les dimensions.*
- Les pertes de pression.*

Le débit de chaleur à transférer est une exigence que doit satisfaire l'échangeur sélectionné. La manière dont cette exigence sera satisfaite dépendra des poids relatifs accordés dans le choix aux critères 2,3 et 4. Ainsi, par exemple, en adoptant des vitesses d'écoulement élevées, le coefficient de transfert global augmentera, mais ceci va entraîner une perte de pression importante dans l'échangeur, donc un coût de pompage important. Si la surface d'échange est accrue, on n'aura pas besoin d'augmenter le coefficient de transfert et par conséquent la perte de pression, toutefois il se pourrait qu'on soit contraint par une limite imposée par la nature de l'application à la surface d'échange, et de toute façon une plus grande surface donne toujours lieu à un coût d'échangeur plus élevé.

Les méthodes d'analyse combinant les concepts de la thermodynamique et ceux du transfert de chaleur, dont il a été question ci - dessous, sont justement basées sur la minimisation des pertes associées aux chutes de pression et celles dues aux transferts de chaleur dans l'échangeur. L'optimum recherché sera par conséquent celui qui correspondrait à un équilibre entre les pertes de pression et les taux de chaleur transférées. Le concepteur devra se décider pour le choix d'un compromis entre ces deux facteurs.

• Dans la présente étude, nous appliquerons l'analyse basée sur la minimisation de la création d'entropie à l'optimisation des échangeurs à contre - courant mettant en jeu des fluides assemblés à des gaz parfaits. Une extension de la méthode par la prise en compte de la création d'entropie accompagnant les processus de fabrication de l'échangeur fera l'objet du chapitre III, nous verrons comment une telle approche conduit à la conclusion que l'échangeur optimal est à surface d'échange finie alors que l'approche classique conduit à une surface infinie.

Chapitre 1

Présentation des concepts et rappels sur les échangeurs de chaleur

1.1. Introduction

Allant de l'étude des phénomènes thermiques et mécaniques comme son non et l'énoncé de son premier principe l'indiquent, la thermodynamique devient aujourd'hui une science de portée très générale, puisqu'elle s'occupe de toutes les modifications physiques ou chimiques subies par les corps. Cette extension de l'utilisation de la thermodynamique, elle la doit à son second principe qui complète le premier, il établit une différence entre l'énergie mécanique et l'énergie calorifique, et indique la direction des processus spontanés en introduisant le concept d'entropie qui, parmi les différentes grandeurs définissant l'état physique d'un corps, occupe une situation particulière, puisqu'elle n'est définie que par une expression mathématique et ne se prête pas facilement à une représentation intuitive[7].

Toutefois l'entropie peut être désignée comme une mesure microscopique de l'énergie d'un système non disponible. Plus clairement, nous savons que toute transformation réelle s'accompagne d'irréversibilité. Cette irréversibilité est une sorte de frottement qui tend à rompre l'ordre des molécules du système et crée un désordre qui engendrera une consommation d'une partie de l'énergie qu'on ne pourra plus utiliser, la mesure de cette fraction de l'énergie consommée n'est autre que l'entropie.

A partir de là, une transformation mécanique est dite réversible, lorsqu'elle est idéale et se déroule sans frottement, donc lorsqu'elle conserve l'entropie. Ceci n'est possible que si l'on imagine une évolution qui fait passer le système par une succession d'états d'équilibre et donc s'effectuant en un temps infini. Il est clair qu'une telle transformation est irréalisable en pratique, mais peut être facilement décrite mathématiquement, ce qui permet de l'utiliser comme référence de perfection. La transformation irréversible se définit par une transformation réelle s'accompagnant de génération d'entropie.

1.2. Pertes de disponibilité (perte d'exergie)

Considérons le système ouvert représenté schématiquement sur la figure (1.1) ci dessous. Dans le cas général, le système peut être en contact thermique avec un nombre quelconque de réservoirs de chaleur T_i ($i = 0, 1, 2, \dots, n$), l'indice " 0 " se référant ici au milieu ambiant qui joue un rôle particulier dans le fonctionnement de tout système. En effet, en plus du fait qu'il impose sa présence par une température " T_0 " agissant comme une limite dont il faut tenir compte dans la conception et l'optimisation des systèmes, il agit aussi par sa pression " P_0 " en consommant une partie du travail produit par la détente du système.

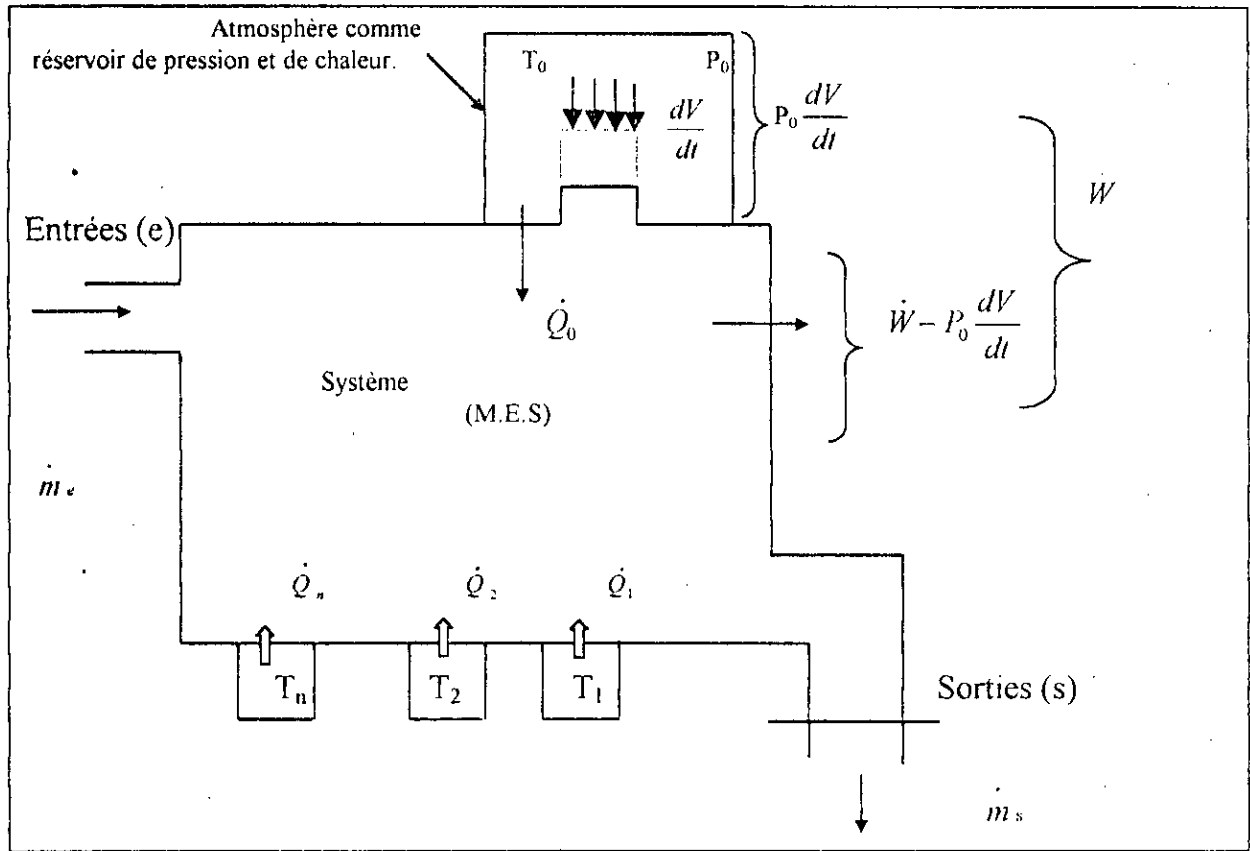


Fig 1.1 Système ouvert en communication avec l'atmosphère et (n) autres réservoirs de chaleur.

Le premier principe de la thermodynamique donne pour le système ci - dessus :

$$\frac{dE}{dt} = \left(\sum_{i=1}^n \dot{Q}_i + \dot{Q}_0 \right) - \dot{W} + \sum_e \dot{m}_e h_e^0 - \sum_s \dot{m}_s h_s^0 \quad (1.1)$$

Le second principe nous permet d'exprimer le débit de production d'entropie ; soit :

$$S_{gen} = \frac{dS}{dt} - \left(\sum_{i=1}^n \frac{\dot{Q}_i}{T_i} + \frac{\dot{Q}_0}{T_0} \right) - \sum_e \dot{m}_e s_e + \sum_s \dot{m}_s s_s \geq 0 \quad (1.2)$$

Dans l'équation (1.1), (h^0) est une fonction d'état appelée "méthalpie" et définie par :

$$h^0 = \left(h + \frac{1}{2}v^2 + gz \right)$$

↑ enthalpie ↑ énergie cinétique ↑ énergie potentielle

Multiplions l'expression (1.2) par T_0 puis éliminant (\dot{Q}_0) entre les expressions (1.1) et (1.2), on trouve :

$$\dot{W} = -\frac{d}{dt}(E - T_0 S) + \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) \dot{Q}_i + \sum_e \dot{m}_e (h_e^0 - T_0 S_e) - \sum_s \dot{m}_s (h_s^0 - T_0 S_s) - T_0 \dot{S}_{gen} \quad (1.3)$$

Conformément au second principe équation (1.2), \dot{S}_{gen} ne peut être que positive ou nulle, il en résulte que la somme des quatre premiers termes de l'expression (1.3) représente une valeur algébrique maximale du travail \dot{W} . Cette valeur maximale sera atteinte lorsque le système opère dans des conditions de réversibilité ($\dot{S}_{gen} = 0$), on a donc :

$$\dot{W}_{rev} = -\frac{d}{dt}(E - T_0 S) + \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) \dot{Q}_i + \sum_e \dot{m}_e (h_e^0 - T_0 S_e) - \sum_s \dot{m}_s (h_s^0 - T_0 S_s) \quad (1.4)$$

L'équation (1.3) peut s'écrire donc ainsi : $\dot{W} = \dot{W}_{rev} - T_0 \dot{S}_{gen}$ (1.5)

Soit en évoquant le second principe ($\dot{S}_{gen} \geq 0$)

$$\dot{W}_{rev} - \dot{W} = T_0 \dot{S}_{gen} \geq 0 \quad (1.6)$$

Cette dernière expression suggère que lorsqu'un système opère de manière irréversible, il dégrade une quantité de travail proportionnelle à l'entropie qu'il produit, ceci constitue le théorème de la perte de disponibilité de travail :

$$\dot{W}_p = \dot{W}_{rev} - \dot{W} = T_0 \dot{S}_{gen} \quad (1.7)$$

Le schéma ci - après illustre les considérations dans les deux cas d'un système moteur et d'un système récepteur .

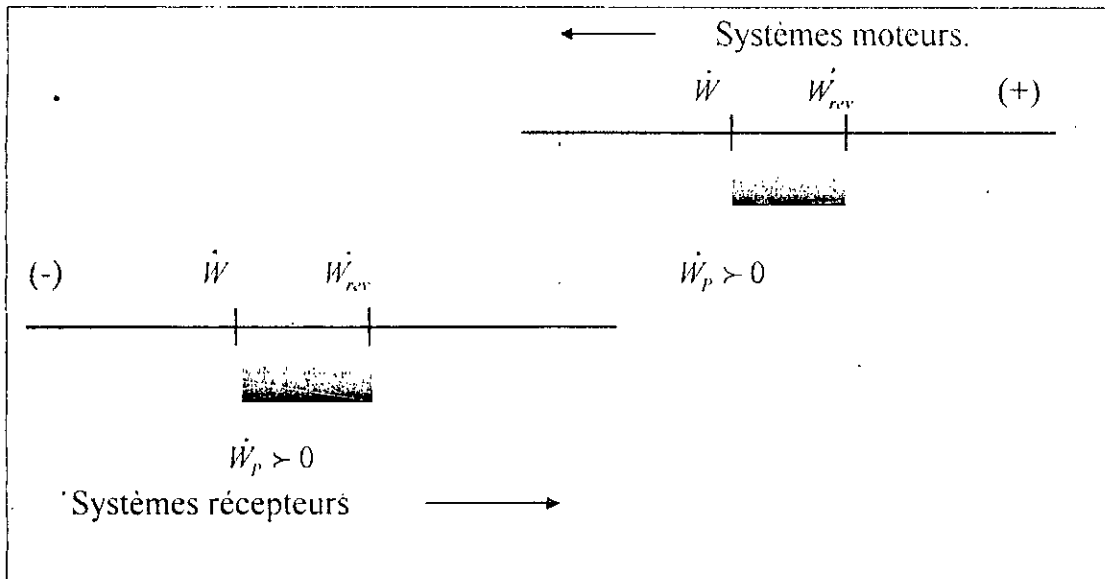


fig 1.2 Perte de disponibilité de travail pour un système moteur et un système récepteur

Considérons à présent le travail \dot{W} produit par le système de la (fig 1.1) et remarquons que lorsque le système subit des changements de volume, une partie de ce travail ne sera pas disponible puisqu'elle sera dépensée pour faire face aux forces exercées par la pression (P_0), le travail disponible sera donc :

$$E_w = \dot{W} - P_0 \frac{dV}{dt} = -\frac{d}{dt}(E + P_0 V - T_0 S) + \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) \dot{Q}_i + \sum_e \dot{m}_e (h_e^0 - T_0 S_e) - \sum_s \dot{m}_s (h_s^0 - T_0 S_s) - \dot{W}_p \quad (1.8)$$

Dans le cas réversible, on a :

$$\underbrace{\left(\dot{E}_w\right)_{rev}}_{\text{Puissance mécanique maximale disponible}} = \dot{W}_{rev} - P_0 \frac{dV}{dt} = \underbrace{-\frac{d}{dt}(E + P_0 V - T_0 S)}_{\text{exergie accumulée au sein du système}} + \underbrace{\sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) \dot{Q}_i}_{\text{apport d'exergie par transfert de chaleur.}} + \underbrace{\sum_e \dot{m}_e (h_e^0 - T_0 S_e)}_{\text{exergie apportée par les débits de matière entrant au système}} - \underbrace{\sum_s \dot{m}_s (h_s^0 - T_0 S_s)}_{\text{exergie emportée par les débits de matière quittant le système}} \quad (1.9)$$

Ceci constitue le bilan exergitique du système de la **figure (1.1)**, lorsqu'on suppose qu'il fonctionne réversiblement. Dans ce cas en effet et seulement dans ce cas il y a conservation d'exergie. La (**figure 1.2**) ci - dessous montre les différents flux d'exergie définis dans l'équation (1.9).

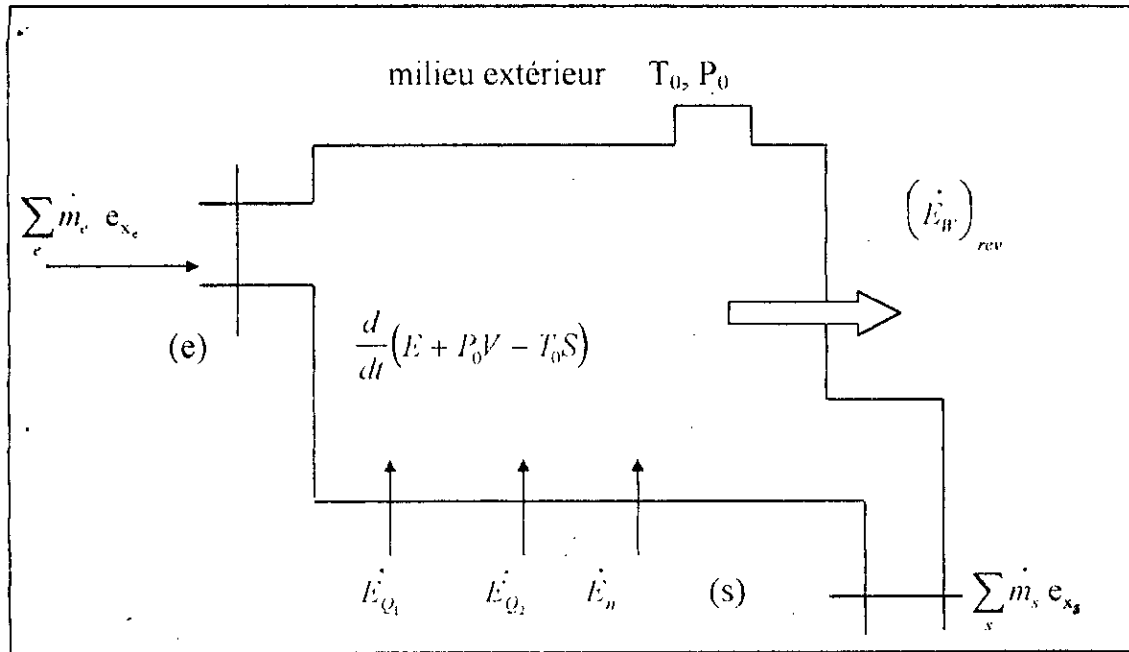


Fig 1.3 : Bilan d'exergie pour la système de la figure(1.1) lorsqu'il est supposé opérer réversiblement

A présent on peut poser que :

$$\dot{W}_p = \left(\dot{E}_W \right)_{rev} - \dot{E}_W = \left(\dot{E}_W \right)_p \quad (1.10)$$

où :

$\left(\dot{E}_W \right)_p$ représente la perte d'exergie du système donc le travail perdu.

Le schéma ci - après donne une illustration de la relation qu'il y a entre : le travail (\dot{W}), le travail réversible (\dot{W}_{rev}), la disponibilité $\left(\dot{E}_W \right)_{rev}$ et la perte d'exergie (\dot{W}_p).

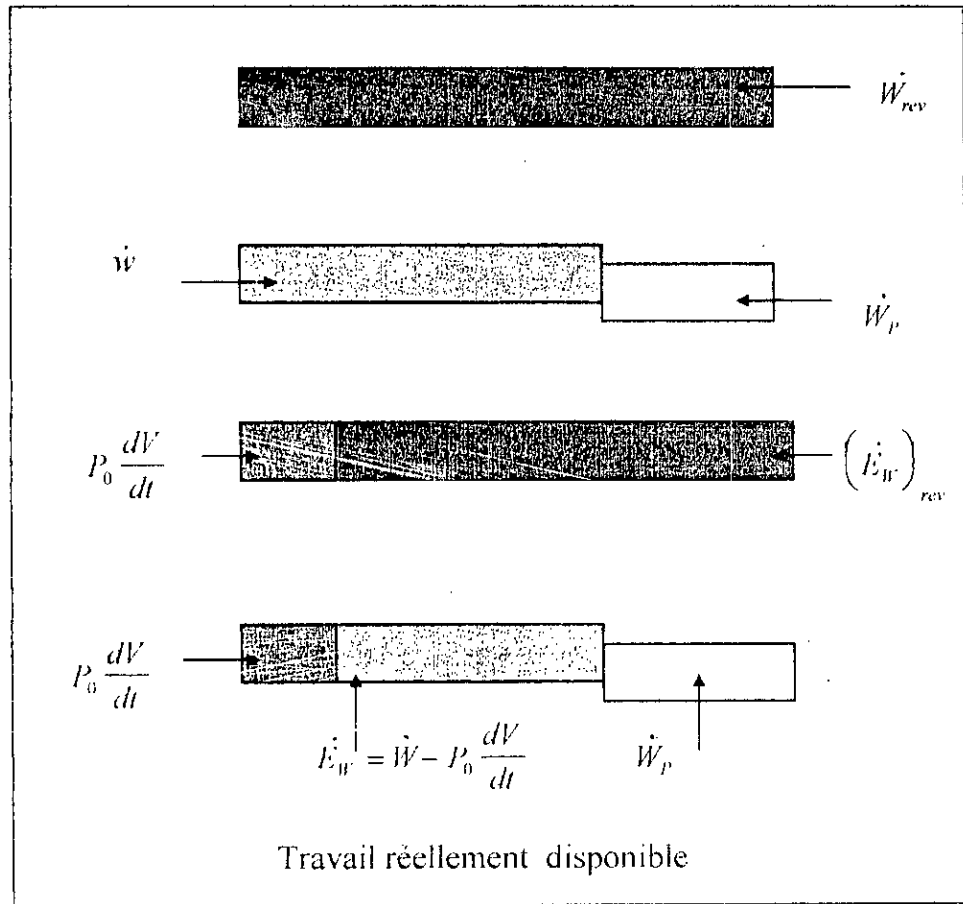


Fig (1.4) relation entre le travail, le travail réversible, la disponibilité et la perte d'exergie

1.2.1. Cas des processus qui s'accompagnent d'écoulements permanents

Dans ce cas l'équation (1.8) se réduit à :

$$\dot{E}_w = \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{T_0}{T_i} \right) \dot{Q}_i + \sum_c \dot{m}_c b_c - \sum_s \dot{m}_s b_s - \dot{W}_p \quad (1.11)$$

où

$b = h^0 - T_0 S$: est la disponibilité spécifique d'un fluide en écoulement.

Considérons les systèmes où les écoulements ne se mélangent pas en traversant le volume de contrôle. Puisque pour les processus permanents on a : $\sum_c \dot{m}_c = \sum_s \dot{m}_s$,

l'équation (1.11) prend dans ce cas la forme suivante :

$$\dot{E}_w = \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) \dot{Q}_i + \sum_{k=1}^r \left[\left(\dot{m} e_x \right)_c - \left(\dot{m} e_x \right)_s \right] - T_0 \dot{S}_{gen} \quad (1.12)$$

où la somme se fait sur chacun des (r) écoulements traversant le volume de contrôle.

et

$e_x = h - b_0 = (h^0 - T_0 S) - (h_0^0 - T_0 S_0)$ représente l'exergie spécifique d'un fluide en écoulement.

Dans le cas le plus spécial où tous les écoulements transportent la même substance, l'équation (1.12) peut se mettre sous la forme suivante :

$$\dot{E}_w = \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) \dot{Q}_i + \sum_c \dot{m}_c e_x - \sum_s \dot{m}_s e_x - T_0 \dot{S}_{gen} \quad (1.13)$$

Car dans ce cas il n'est pas nécessaire que le nombre de sorties, soit le même que celui des entrées.

Lorsque le fluide en écoulement est incompressible, et lorsqu'on peut négliger son énergie cinétique et son énergie potentielle, son exergie spécifique est donnée par :

$$e_x = (h - h_0) - T_0 (S - S_0) = C_p T_0 \left(\frac{T}{T_0} - 1 - \ln \frac{T}{T_0} \right) + V (P - P_0) \quad (1.14)$$

où

C_p : chaleur spécifique du fluide et V , son volume spécifique, sont considérés constants.

Lorsque le fluide en écoulement peut être assimilé à un gaz parfait, son exergie spécifique est donnée par l'expression suivante :

$$e_x = C_p T_0 \left(\frac{T}{T_0} - 1 - \ln \frac{T}{T_0} \right) + R T_0 \ln \frac{P}{P_0} \quad (1.15)$$

où la chaleur spécifique (C_p) et la constante du gaz (R) sont considérées comme étant constantes.

1.3. Mécanismes de production d'entropie et de consommation d'exergie

1.3.1. Transfert de chaleur à travers un potentielle de température

Considérons un système constitué de deux réservoirs de chaleur (T_H) et (T_L) avec $T_H > T_L$, communiquant à travers un milieu par lequel la chaleur fait que transiter (fig 1.3).

Pour un tel système, la production d'entropie est donnée par :

$$\dot{S}_{gen} = -\frac{\dot{Q}}{T_H} + \frac{\dot{Q}}{T_L} = \frac{\dot{Q}}{T_L T_H} (T_H - T_L) \geq 0 \quad (1.16)$$

Nous pouvons considérer le milieu séparant les deux réservoirs comme un système fermé opérant en régime cyclique lorsqu'il est mis en communication avec les deux réservoirs (T_H) et (T_L).

Pour $T_L = T_0$, l'équation (1.9) donne dans ce cas :

$$\left(\dot{E}_W \right)_{rev} = \left(1 - \frac{T_L}{T_H} \right) \dot{Q}$$

et comme

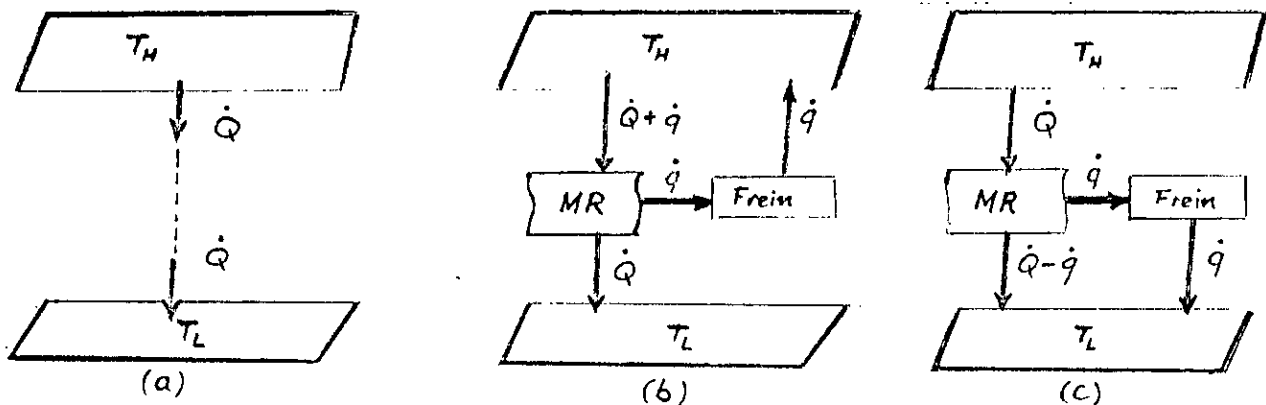
$$\dot{E}_W = 0 \text{ (le système ne produit aucun travail).}$$

On a :

$$\dot{W}_P = \left(\dot{E}_W \right)_{rev} - \dot{E}_W = \left(1 - \frac{T_L}{T_H} \right) \dot{Q} \quad (1.17)$$

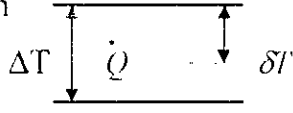
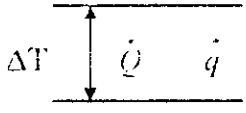
expression qu'on aurait pu obtenir à partir de (1.16) en multipliant par T_0 et en remplaçant T_L par T_0 .

On peut imaginer le travail imaginer le travail \dot{W}_P comme étant produit par un moteur réversible placé entre les réservoirs T_H et T_0 , puis dissipé au moyen d'un frein et rejeté sous forme de chaleur soit dans le réservoir T_H (fig 1.5.b) soit dans le réservoir T_L (fig 1.5.c).



(Fig (1.5) : Consommation d'exergie du au transfert de chaleur à travers un potentiel de température.

L'expression (1.16) montre que les problèmes d'amélioration du transfert de chaleur d'une part et ceux de l'isolation thermique d'autre part se réduisent à un même problème, à savoir la minimisation de la production d'entropie. Le tableau ci - après illustre clairement cette idée.

Problème	Potentiel de température ΔT	Débit de chaleur \dot{Q}	Débit de production d'entropie $\dot{S}_{gen} = \dot{Q} \frac{\Delta T}{T^2}$
1. Amélioration du transfert de chaleur. 	Réduit	Fixe	Réduit
2. Isolation thermique. 	Fixe	Réduit	Réduit

1.3.2 Ecoulements s'accompagnant de frottement

Considérons l'écoulement adiabatique et permanent d'une substance pure à travers une partie élémentaire d'une conduite **figure (1.4)**

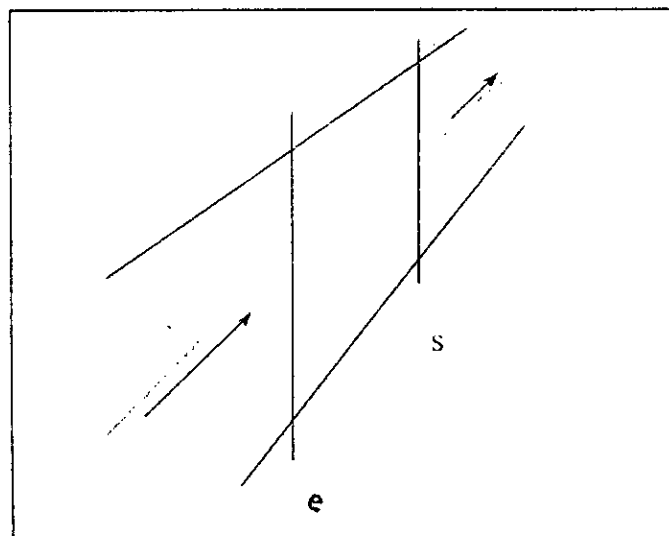


Fig 1.6 écoulement à travers un élément de conduite

Ecrivons pour cet élément de conduite :

- L'équation de conservation de la masse :

$$m_e = m_s = m \quad (1.18)$$

- L'expression du premier principe, où l'on néglige la variation d'énergie cinétique et celle d'énergie potentielle.

$$dh=0 \quad (1.19)$$

- L'expression du second principe :

$$dS_{gen} = m dS \geq 0 \quad (1.20)$$

Nous savons aussi que pour une substance pure, la combinaison du premier et du second principe donne :

$$dS = \frac{1}{T} dh - \frac{V}{T} dp \quad (1.21)$$

En combinant (1.19), (1.20) et (1.21), on a :

$$dS_{gen} = -m \frac{V}{T} dp$$

ou après intégration entre l'entrée et la sortie de l'élément

$$S_{gen} = m \int_s^e \left(\frac{V}{T} \right) dp \quad (1.22)$$

La chute de pression dans l'écoulement résulte de la contrainte de cisaillement intégrée sur la surface interne de la conduite. L'expression (1.22) relie la production d'entropie à la chute de pression résultant du frottement.

Dans le cas d'un gaz parfait, l'expression (1.22) devient :

$$S_{gen} = m R \ln \frac{P_e}{P_s} \quad (1.23)$$

ou encore pour : $P_e - P_s = \Delta P \ll P_e$,

$$S_{gen} = m R \frac{\Delta P}{P_e} \quad (1.24)$$

Dans le cas d'un fluide incompressible, les expressions correspondantes :

$$S_{gen} = m C_p \ln \frac{T_e}{T_s} \quad (1.25)$$

et

$$\dot{S}_{gen} = m \frac{V}{T_e} \Delta P \quad \left(\Delta P \ll \frac{C}{V} T_e \right) \quad (1.26)$$

On voit bien d'après ces expressions que le débit (m) et la chute de pression (ΔP) contribuent à la production d'entropie en présence des dissipations visqueuses dans les écoulements de la même manière que le débit de chaleur (\dot{Q}) et la différence de température (ΔT) y contribuent dans les problèmes de transfert de chaleur à travers un potentiel de températures fini l'équation (1.16).

L'élément de conduite de la figure (1.4) peut aussi être traité comme un système qui perd l'exergie d'une façon permanente. En effet, étant donné que l'écoulement est adiabatique $\left(\sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{T_0}{T_i} \right) \dot{Q}_i = 0 \right)$ et permanent, l'équation (1.13) donne dans ce cas :

$$T_0 \dot{S}_{gen} = m (e_{x_e} - e_{x_s}) = m \left[(h - T_0 S)_e - (h - T_0 S)_s \right] \quad (1.27)$$

Cette expression combinée aux précédentes suggère que le flux d'exergie décroît dans la direction de l'écoulement et que cette décroissance est proportionnelle à la fois au débit de matière (m) et à la chute de pression (ΔP).

Remarque

L'écoulement avec frottement agit comme un mécanisme de production d'entropie non seulement dans le cas d'écoulement à l'intérieure d'une conduite mais aussi dans tous les autres cas de figure tel que le cas résultant d'un corps solide en déplacement dans un fluide et soumis à une force de traînée de la part de ce dernier.

1.4. Le problème de l'optimisation thermodynamique

Le problème de l'optimisation thermodynamique se pose de la manière suivante : il s'agit pour un système donné de trouver les dimensions ou le régime de fonctionnement optimum, c'est à dire les conditions qui minimisent la perte d'exergie dans le système en cours d'opération.

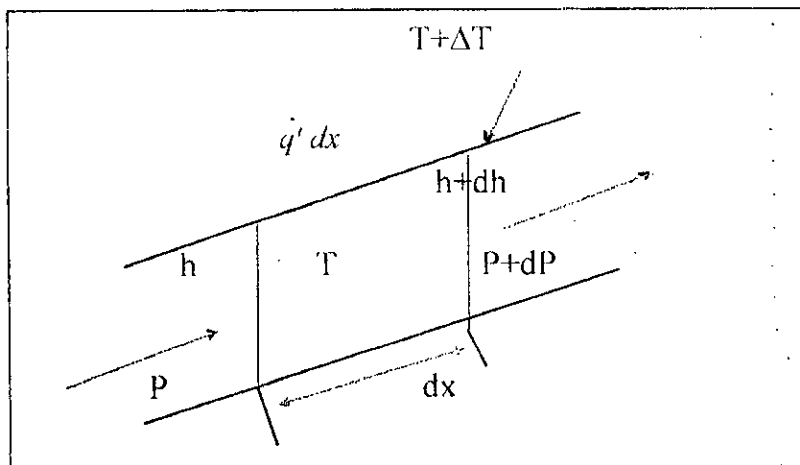
Il se trouve cependant que dans beaucoup de systèmes, les différents mécanismes de production d'entropie (causant des pertes d'exergie) sont mutuellement antagonistes. Par conséquent, l'optimum thermodynamique recherché ici sera la condition qui réalise le meilleur compromis entre deux ou plusieurs irréversibilités.

1.4.1. Développement de l'analyse dans le cas de l'écoulement à l'intérieur des conduites s'accompagnant d'un transfert de chaleur

Nous avons considéré séparément dans les paragraphes précédents, l'irréversibilité associée au transfert de chaleur à travers un potentiel de température fini et celle associée à l'écoulement d'un fluide à l'intérieur d'une conduite et nous avons vu que l'une et l'autre sont à l'origine d'un même phénomène thermodynamique, à savoir la production d'entropie ou en d'autres termes la consommation (perte) d'exergie.

Le système le plus élémentaire où ces deux mécanismes d'irréversibilité se manifestent conjointement, est l'écoulement d'un fluide dans un passage d'échangeur de chaleur.

Considérons un tel passage d'échangeur traversé par un débit de fluide (\dot{m}) donné et assurant l'échange d'un débit de chaleur (\dot{q}') par unité de longueur entre le fluide en écoulement qui se trouve à une température moyenne (T) et la paroi qui se trouve à une température ($T+\Delta T$) : (fig 1.5).



Fig(1.7)

Le premier principe donne pour l'élément de longueur (dx) ci-dessous :

$$\dot{m} dh = \dot{q}' dx \quad (1.28)$$

et le second principe donne :

$$\dot{S}'_{gen} = \dot{m} \frac{dS}{dx} - \frac{\dot{q}'}{T + \Delta T} \geq 0 \quad (1.29)$$

où \dot{S}'_{gen} est la production d'entropie par unité de longueur.

Introduisons l'expression ($dh = Tds + Vdp$) pour une substance pure, dans l'équation (1.28), on aura

$$\dot{m} \frac{dS}{dx} = \frac{\dot{q}'}{T} + \frac{\dot{m}}{\rho T} \left(-\frac{dp'}{dx} \right) \quad (1.30)$$

Portons ensuite cette dernière expression dans (1.29), il vient :

$$\dot{S}'_{gen} = \frac{\dot{q}'}{T} + \frac{\dot{m}}{\rho T} \left(-\frac{dp'}{dx} \right) - \frac{\dot{q}'}{T + \Delta T} = \frac{\dot{q}' \Delta T'}{T^2 \left(1 + \frac{\Delta T'}{T} \right)} + \frac{\dot{m}}{\rho T} \left(-\frac{dp'}{dx} \right)$$

Soit enfin avec $\Delta T \ll T$

$$\dot{S}'_{gen} = \underbrace{\frac{\dot{q}' \Delta T'}{T^2}}_{\dot{S}'_{gen, \Delta T'}} + \underbrace{\frac{\dot{m}}{\rho T} \left(-\frac{dp'}{dx} \right)}_{\dot{S}'_{gen, \Delta P'}} \geq 0 \quad (1.31)$$

où

$\dot{S}'_{gen, \Delta T'} = \frac{\dot{q}' \Delta T'}{T^2}$ représente la production d'entropie résultant du transfert de chaleur.

et

$\dot{S}'_{gen, \Delta P'} = \frac{\dot{m}}{\rho T} \left(-\frac{dp'}{dx} \right)$ représente la production d'entropie résultant de l'irréversibilité de l'écoulement du fluide.

Pour décrire l'importance relative de ces deux mécanismes de production d'entropie, on définit le rapport de distribution de l'irréversibilité (ϕ) comme suit :

$$\phi = \frac{\dot{S}'_{gen, \Delta P'}}{\dot{S}'_{gen, \Delta T'}} \quad (1.32)$$

L'expression (1.31) peut alors s'écrire :

$$\dot{S}'_{gen} = (1 + \phi) \dot{S}'_{gen, \Delta T'} \quad (1.33)$$

le fait le plus important à noter dans l'expression (1.31) est qu'un changement quelconque dans les paramètres pertinents du système (par exemple le fait de rendre le passage plus étroit) entraînerait des variations de signes opposés dans les deux termes de l'expression.

Il existe donc une distribution optimale de l'irréversibilité entre les deux mécanismes en compétition, une distribution pour laquelle la mesure totale de la perte d'exergie (S'_{gen}) est minimale tout en permettant au système de remplir le rôle pour lequel il a été conçu (ici q' et m).

Afin de rendre encore plus évidente la compétition qui existe entre les deux mécanismes d'irréversibilité considérés ici, transformons l'expression (1.31) pour traduire la production d'entropie en termes de la terminologie utilisée en transfert thermique.

Pour ce faire, il est nécessaire de rappeler quelques définitions. Tout d'abord, le coefficient moyen de transfert,

$$\bar{h} = \frac{q'}{p\Delta T'} \quad (1.34)$$

où p est le périmètre mouillé.

Ensuite, le nombre de Stanton :

$$St = \frac{\bar{h}}{C_p G} \quad (1.35)$$

ou $G = \frac{m}{\Omega}$ est la vitesse massique, Ω étant la section transversale de passage.

De l'équation (1.34) on a :

$$\Delta T' = \frac{q'}{h p}$$

En utilisant (1.35) on trouve :

$$\Delta T' = \frac{q'}{C_p G St p} = \frac{q'}{C_p \frac{m}{\Omega} St p} = \frac{q' \Omega}{m C_p St p} = \frac{q' \left(\frac{4\Omega}{p} \right)}{4 m C_p St}$$

Finalement, en introduisant le diamètre hydraulique

$$D_h = \left(\frac{4\Omega}{p} \right), \text{ on trouve:}$$

$$\Delta T = \frac{\dot{q}' D_h}{4 \dot{m} C_p St}$$

et par la suite on obtient le premier terme de l'expression (1.31) sous la forme :

$$\dot{S}'_{gen,NT} = \frac{\dot{q}' \Delta T}{T^2} = \frac{\dot{q}'^2 D_h}{4 T^2 \dot{m} C_p St} \quad (1.36)$$

Le deuxième terme de l'expression (1.31) peut s'exprimer en fonction du coefficient de frottement défini à l'aide de la relation :

$$f = \frac{\rho D_h}{2G^2} \left(-\frac{dP}{dx} \right) \quad (1.37)$$

on a de cette relation :

$$\left(-\frac{dP}{dx} \right) = \frac{2G^2 f}{\rho D_h} = \frac{2\dot{m}^2 f}{\rho \Omega^2 D_h}$$

et par suite :

$$\dot{S}'_{gen,NT} = \frac{\dot{m}}{\rho T} \left(-\frac{dP}{dx} \right) = \frac{2\dot{m}^3 f}{\rho^2 T \Omega^2 D_h} \quad (1.38)$$

En portant (1.36) et (1.38) dans (1.31), on trouve enfin :

$$\dot{S}'_{gen} = \frac{\left(\dot{q}' \right)^2 D_h}{4 T^2 \dot{m} C_p St} + \frac{2\dot{m}^3 f}{\rho^2 T D_h \Omega^2} \geq 0 \quad (1.39)$$

En se rappelant que le nombre de (*St*) et le coefficient de frottement (*f*) ne dépendent que du nombre de Reynolds $Re = \frac{G D_h}{\mu}$, où μ est la viscosité dynamique du fluide, il est aisé de vérifier que l'expression (1.39) est à deux degrés de liberté : le périmètre mouillé (*p*) et la section de passage (Ω), ou deux autres paramètres indépendants, tels que (*Re*, D_h) ou (*G*, D_h).

La compétition entre l'irréversibilité due au transfert de chaleur et celle due à l'écoulement du fluide apparaît dans les positions occupés dans l'expression (1.39) par le nombre de Stanton (St) et le coefficient de frottement (f). Les analogies de Reynolds et de Colburn concernant les transferts de quantité de mouvement et de chaleur en régime turbulent, nous enseignent que le nombre de Stanton (St) et le coefficient de frottement augmentent simultanément lorsqu'on cherche à améliorer le contact thermique entre la paroi et le fluide. Par conséquent, ce qui est bon pour réduire l'irréversibilité due à l'écoulement est mauvais pour celle due au transfert de chaleur et vice versa.

Considérons à présent que le passage d'échangeur en question est un tube droit de section circulaire. Dans ce cas, une fois le diamètre intérieur du tube (D_h) connu, le périmètre mouillé (p) et la section de passage (Ω) sont déterminés et l'expression (1.39) n'a donc plus qu'un seul degré de liberté.

En effet, on a :

$$\Omega = \Pi \frac{D^2}{4}, \quad p = \Pi D \quad \text{et} \quad D_h = D.$$

ce qui donne dans l'expression (1.39) :

$$\dot{S}'_{gen} = \frac{\left(\dot{q}'\right)^2 D}{4T^2 m C_p St} + \frac{32 \dot{m}^3 f}{\Pi^2 \rho^2 T D^5} \quad (1.40)$$

Soit encore en introduisant le nombre de Nusselt :

$$Nu = \frac{\bar{h} D_h}{k}$$

où

K est la conductivité thermique du fluide,

$$\dot{S}'_{gen} = \frac{\left(\dot{q}'\right)^2}{\Pi T^2 k Nu} + \frac{32 \dot{m}^3 f}{\Pi^2 \rho^2 T D^5} \quad (1.41)$$

Pour un écoulement turbulent complètement développé à l'intérieur d'un tube, le nombre de Nusselt et le coefficient de frottement sont donnés par les deux corrélations suivantes [8] :

$$Nu \approx 0.0023 Re^{0.8} Pr^{0.4} \quad (0.7 < Pr < 160 ; Re > 10^4) \quad (1.42)$$

$$f \approx 0.046 Re^{-0.2} \quad (10^4 < Re < 10^6) \quad (1.43)$$

où Pr : défini par le rapport de la viscosité cinématique du fluide (ν) à sa diffusivité thermique (α), est le nombre de Prandtl.

et

$$Re = \frac{G D_h}{\mu} = \frac{4m}{\Pi \mu D_h} \quad (1.44)$$

est le nombre de Reynolds.

En remplaçant (Nu) et (f) par les expressions (1.42) et (1.43) dans (1.41), puis en remplaçant (D) par $\left(\frac{4m}{\Pi \mu Re} \right)$

on obtient :

$$\dot{S}'_{gen} = 13.84 \left(\frac{\dot{q}^2}{k T^2 Pr^{0.4}} \right) Re^{-0.8} + 0.0446 \left(\frac{\mu^5}{\rho^2 T m^2} \right) Re^{1.8} \quad (1.45)$$

Dans cette expression, le nombre de Reynolds (Re) est le seul paramètre dont dépend la production d'entropie (\dot{S}'_{gen}). Il est clair qu'un accroissement de (Re) réduit le premier terme de l'expression (production d'entropie due au transfert de chaleur) et augmente le second terme (production d'entropie due à l'écoulement) et vice versa.

Il existe donc un (Re_{opt}) pour lequel la production d'entropie est minimale. Pour trouver cet optimum, il suffit de poser que $\frac{d\dot{S}'_{gen}}{dRe} = 0$ et de résoudre en Re .

On obtient

$$Re_{opt} = 2.023 Pr^{-0.4/5.6} \left(\frac{\dot{m} \dot{q}^2 \rho^2}{k T \mu^5} \right)^{1/5.6} \quad (1.46)$$

La production d'entropie minimale s'obtient en remplaçant (Re) par (Re_{opt}) dans (1.45), soit,

$$\begin{aligned} \dot{S}'_{gen} &= 13.84 \left(\frac{\dot{q}^2}{k T^2 Pr^{0.4}} \right) Re_{opt}^{-0.8} + 0.0446 \left(\frac{\mu^5}{\rho^2 T m^2} \right) Re_{opt}^{1.8} \\ &= \left[13.84 \left(\frac{\dot{q}^2}{k T^2 Pr^{0.4}} \right) + 0.0446 \left(\frac{\mu^5}{\rho^2 T m^2} \right) Re_{opt}^{5.6} \right] Re_{opt}^{-0.8} \\ &= \left[13.84 \left(\frac{\dot{q}^2}{k T^2 Pr^{0.4}} \right) Re_{opt}^{-5.6} + 0.0446 \left(\frac{\mu^5}{\rho^2 T m^2} \right) \right] Re_{opt}^{4.8} \end{aligned}$$

Pour mieux analyser l'effet de (Re) sur \dot{S}'_{gen} , exprimons le rapport $(\dot{S}'_{gen})/(\dot{S}'_{gen,min})$ en fonction du rapport $(Re)/(Re_{opt})$.

$$\frac{\dot{S}'_{gen}}{\dot{S}'_{gen,min}} = \frac{13.84 \left(\frac{\dot{q}^2}{k T^2 Pr^{0.4}} \right)}{13.84 \left(\frac{\dot{q}^2}{k T^2 Pr^{0.4}} \right) + 0.0446 \left(\frac{\mu^5}{\rho^2 T m^2} \right) Re_{opt}^{5.6}} \left(\frac{Re}{Re_{opt}} \right)^{-0.8} + \frac{0.0446 \left(\frac{\mu^5}{\rho^2 T m^2} \right)}{13.84 \left(\frac{\dot{q}^2}{k T^2 Pr^{0.4}} \right) Re_{opt}^{-5.6} + 0.0446 \left(\frac{\mu^5}{\rho^2 T m^2} \right)} \left(\frac{Re}{Re_{opt}} \right)^{4.8}$$

Soit,

$$\frac{\dot{S}'_{gen}}{\dot{S}'_{gen,min}} = 0.857 \left(\frac{Re}{Re_{opt}} \right)^{-0.8} + 0.143 \left(\frac{Re}{Re_{opt}} \right)^{4.8} \quad (1.47)$$

La figure (1.6) ci-après représentant la relation (1.47) montre que le taux de production d'entropie croît très rapidement dès qu'on s'écarte de l'optimum, et ce aussi bien à gauche qu'à droite de ce dernier. Le rapport de distribution de l'irréversibilité varie sur la courbe en "V" de la figure (1.6) augmentant à droite de l'optimum (petits diamètres et nombres de Reynolds élevés) où l'irréversibilité de l'écoulement l'emporte sur celle du transfert de chaleur.

A l'optimum, le rapport de distribution de l'irréversibilité prend la valeur $\phi = 0.167$, ce qui signifie que l'optimum ne correspond nullement au cas où les deux mécanismes d'irréversibilité contribuent également à la production d'entropie.

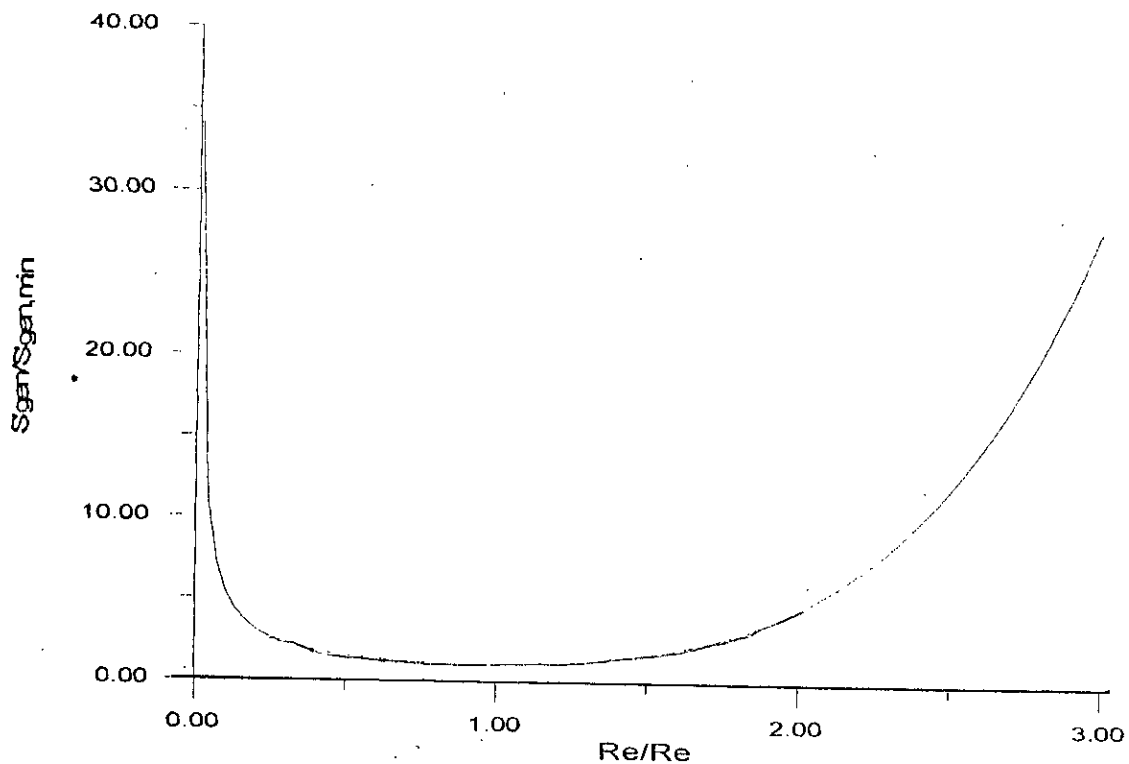


Fig1.8 : Variation de la génération d'entropie d'un système en fonction de Re

Enfin, une conclusion importante qu'on peut tirer de la fig (1.8) est que la dépendance entre l'irréversibilité et les paramètres d'analyse n'est pas toujours monotone. Par conséquent, il est difficile de dire a priori quel changement produira l'irréversibilité globale, une variation d'un paramètre.

1.4.2. Principe de l'isolation thermodynamique

En générale, lorsqu'on a affaire à un système constitué de plusieurs composants, son fonctionnement introduit d'une part des irréversibilités liées aux conditions d'opération de chacun de ces composants pris séparément, et d'autre part, des irréversibilités associées à la configuration du système, c'est à dire à la disposition de ces différents composants les uns par rapport aux autres. Les premières sont dites "irréversibilités de composants" et les secondes "irréversibilités systémiques". Dans ces conditions, l'optimisation des composants pris séparément, par minimisation de leur irréversibilité ne conduit pas automatiquement à une conception optimale du système en entier.

Le principe de l'isolation thermodynamique consiste à s'assurer, avant de procéder à l'optimisation d'un composant, que les conditions de cette optimisation ne s'opposent pas à celle du système dans sa globalité.

1.5. Les échangeurs de chaleur

On rencontre ces appareils dans pratiquement tous les domaines de l'industrie : production d'énergie, pétrochimie, automobile, aéronautique, chauffage, climatisation,etc. Ils servent à refroidir, chauffer, condenser ou évaporer toutes sortes de fluides.

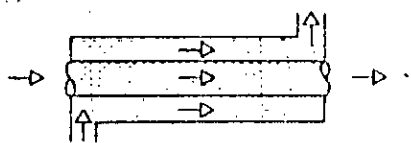
1.5.1. Les différents types d'échangeurs

On distingue deux grandes catégories :

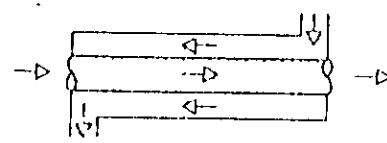
- Dans la première, les fluides sont directement mélangés : la procédure est très simple, il suffit de mettre les deux fluides "chaud" et "froid" dans un récipient, où ils atteindront une même température dite d'équilibre. On peut citer comme exemples les réchauffeurs d'eau d'alimentation, les désurchauffeurs et les condenseurs à injection, utilisés tous dans les centrales thermiques à vapeur.
- Dans la deuxième catégorie, les fluides sont séparés par une paroi ou une cloison à travers laquelle la chaleur s'écoule par conduction, c'est le type le plus courant, il existe sous différentes formes. Au cours de notre étude nous nous limiterons à cette deuxième catégorie d'échangeurs, au sein de laquelle on distingue deux classes, selon l'orientation des deux fluides : les échangeurs à courants croisés et les échangeurs à courants parallèles

1.5.1.i. Les échangeurs à courants parallèles

Le type le plus simple se compose de deux tubes concentriques, où s'écoulent séparément les deux fluides. Si ces derniers sont introduits du même côté, s'écoulent dans le même sens et quittent l'échangeur du même côté, ce dernier est dit à co-courant. Par contre, si les fluides sont introduits de deux côtés différents, traversent l'échangeur dans deux sens opposés, ce dernier est dit à contre courant, **fig(1.9)**.



Echangeur à co-courant



Echangeur à contre-courant

fig1.9 : Echangeurs à couran

Remarque2

Habituellement l'arrangement à co-courant est dit simplement à courant parallèle.

La configuration la plus rencontrée de ce type d'échangeurs à courant parallèles est l'échangeur à tubes et calandre ou à tubes et enveloppe. Il se compose d'un certain nombre de tubes où s'écoule le deuxième fluide. Ils sont souvent munis de chicanes qui servent à guider l'écoulement du fluide coté calandre dans une direction perpendiculaire aux tubes afin d'augmenter les échanges thermiques fig(1.10)

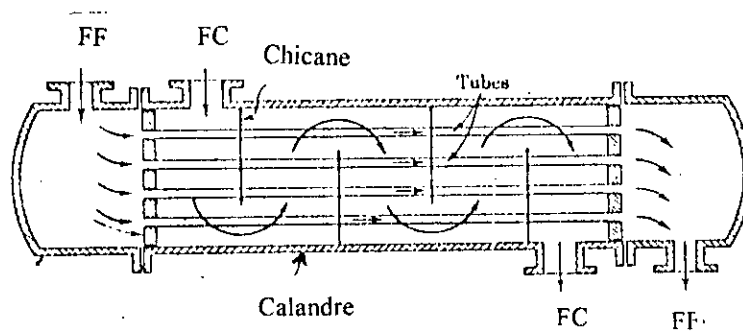


fig1.10 : Echangeurs à tubes calandre

Quand les fluides traversent une fois l'échangeur, on dit qu'il est à une seule passe. On trouve généralement des échangeurs à plusieurs passes coté tubes et coté calandre et ceci pour augmenter la surface effective d'échange de chaleur par unité de volume. Dans la figure(1.11) ci -dessous sont représentés à titre indicatif un échangeur à deux passes coté tube et une seule passe coté calandre (a) et (b) et un échangeurs à quatre passes coté tube et deux passes coté calandre (c).

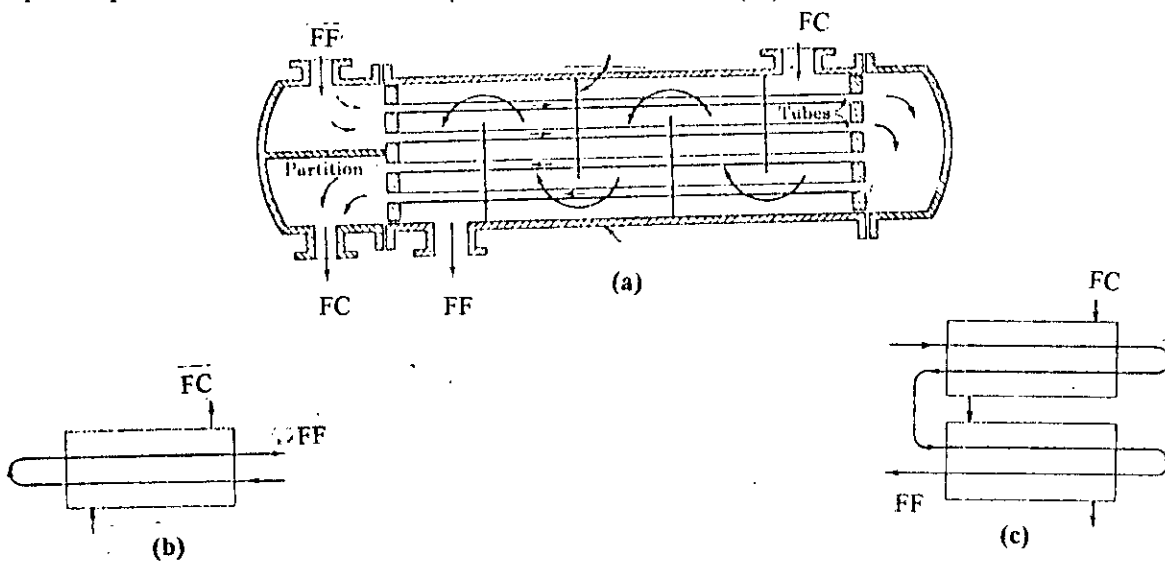


Fig1.11 : Exemple d'échangeurs à plus d'une passe

1.5.1.ii. Les échangeurs à courants croisés

Dans ce type d'échangeurs, les fluides s'écoulent dans deux directions perpendiculaires, d'où l'appellation "échangeur à courants croisés". Il en existe trois dispositions différentes. Dans le premier cas, aucun des fluides n'est brassé en traversant l'échangeur, et en conséquence les températures des fluides quittant un élément de l'échangeur ne sont pas uniformes (fig1.12). Dans le deuxième cas, l'un des fluides est non brassé ; l'autre est parfaitement brassé lorsqu'il s'écoule à travers l'échangeur. La température du fluide brassé est uniforme dans n'importe quelle section transversale et elle ne varie que dans la direction de l'écoulement (fig1.13).

Dans le troisième cas, les deux fluides sont brassés lorsqu'ils s'écoulent à travers l'échangeur ; dans ce cas la température des deux fluides est uniforme dans une section transversale et ne varie que dans la direction de l'écoulement.

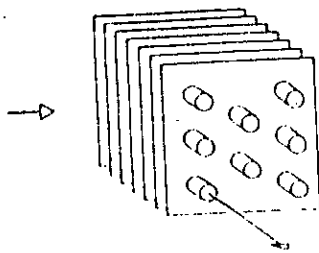


fig1.12/ Echangeur à courant croisé les deux fluides ne sont pas brassés

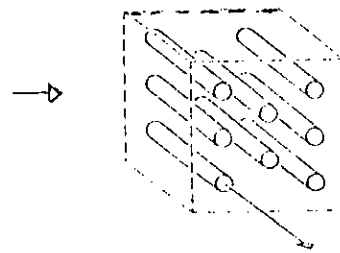


fig1.13 : Echangeur à courant croisé un des fluides est brassé

Dans la pratique on a souvent besoin d'échangeurs avec une très grande surface d'échange par unité de volume, c'est pourquoi on trouve des échangeurs dits compacts qui sont souvent utilisés lorsqu'au moins l'un des fluides est un gaz avec un coefficient de convection très faible. Ils peuvent aussi être à une ou plusieurs passes (fig 1.14).

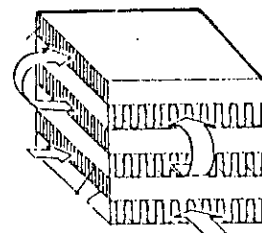
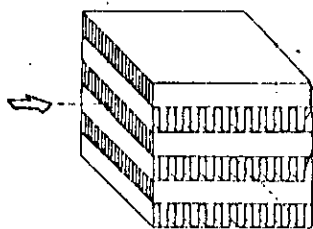


fig1.14 : Echangeurs compacts

En dehors de ces types classiques, et pour des applications spécifiques, on rencontre des échangeurs de construction complètement différente, comme l'échangeur rotatif représenté sur la (fig 1.15) et qui est utilisé comme générateur dans les installations de turbines à gaz.

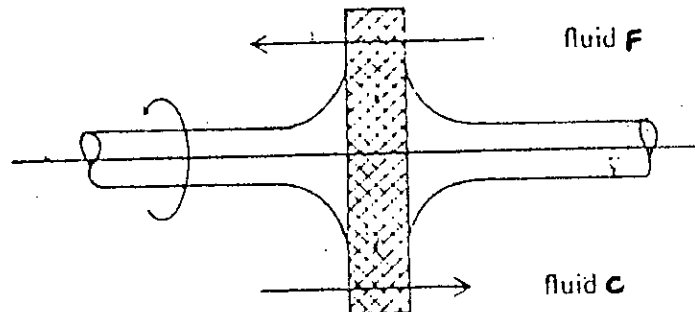


fig1.15 : Echangeur rotatif

1.5.2. Caractéristiques générales des échangeurs de chaleur

1.5.2.i. Le coefficient de transfert global

La quantité de chaleur transférée entre deux fluides non mélangés aux températures T_1 et T_2 respectivement, dans n'importe quel dispositif d'échange thermique, est donnée par l'expression suivante :

$$q = A_1 U_1 (T_1 - T_2) = A_2 U_2 (T_1 - T_2) \quad (1.48)$$

où $A_{1,2}$: est la surface d'échange du côté du fluide 1 ou 2.
 $U_{1,2}$: Coefficient de transfert global basé sur la surface d'échange 1 ou 2.

Ce coefficient est l'un des paramètres les plus importants dans le calcul des performances d'un échangeur. Il dépend de la configuration géométrique de la paroi séparant les deux fluides et s'exprime en termes de résistance à l'écoulement de la chaleur entre les deux fluides à l'aide de l'expression :

$$U_1 = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + R_w + \frac{1}{h_2} \frac{A_1}{A_2}} \quad (1.49)$$

ou

$$U_2 = \frac{1}{\frac{A_2}{A_1} \frac{1}{h_1} + R_w + \frac{1}{h_2}} \quad (1.50)$$

où

$\bar{h}_{1,2}$: est le coefficient de convection du fluide 1 ou 2.

Chapitre 1 Représentation des concepts et rappels sur les échangeurs de chaleur

R_w : la résistance due à la conduction à travers la paroi séparant les deux fluides.

R_w dépend de la géométrie de la paroi.

$$\text{Pour une surface plane on a : } R_w = \frac{\Delta x}{k} \quad (1.51)$$

où

Δx représente l'épaisseur de la paroi.

k : sa conductivité thermique.

$$\text{Pour une surface tubulaire : } R_w = \frac{\ln r_2 / r_1}{2 \pi k l} \quad (1.52)$$

où

r_1 et r_2 sont les rayons intérieurs et extérieurs du tube respectivement.

l , la longueur du tube.

Les équations (1.49) et (1.50) sont écrites pour un échangeur parfaitement propre. Dans la pratique, et après une certaine période de fonctionnement, les surfaces d'échange sont couvertes d'impuretés, de rouille,etc, ce qui augmente considérablement leur résistance à l'écoulement de la chaleur. Pour tenir compte de ce fait, on introduit un terme de résistance exprimé en fonction d'un facteur dit "facteur d'encrassement".

On obtient alors l'expression suivante :

$$\frac{1}{U_d A} = \frac{1}{U_1 A_1} + \frac{1}{h_2 A_2} + \frac{R_1}{A_m} + \frac{1}{h_{d,1} A_1} + \frac{1}{h_{d,2} A_2} \quad (1.53)$$

où

A_m est la surface d'échange moyenne.

et

$\frac{1}{h_{d,2}}$: facteur d'encrassement dont la valeur est obtenue à partir de données

expérimentales pour les matériaux et les processus courant [9,11].

1.5.2.ii. La différence de température moyenne

L'équation (1.48) est très utilisée dans l'étude des échangeurs de chaleur, cependant, son application n'est pas simple, puisque, d'un côté, la différence de température (ΔT) n'est pas constante et varie le long de l'échangeur **fig(1.14)**, et

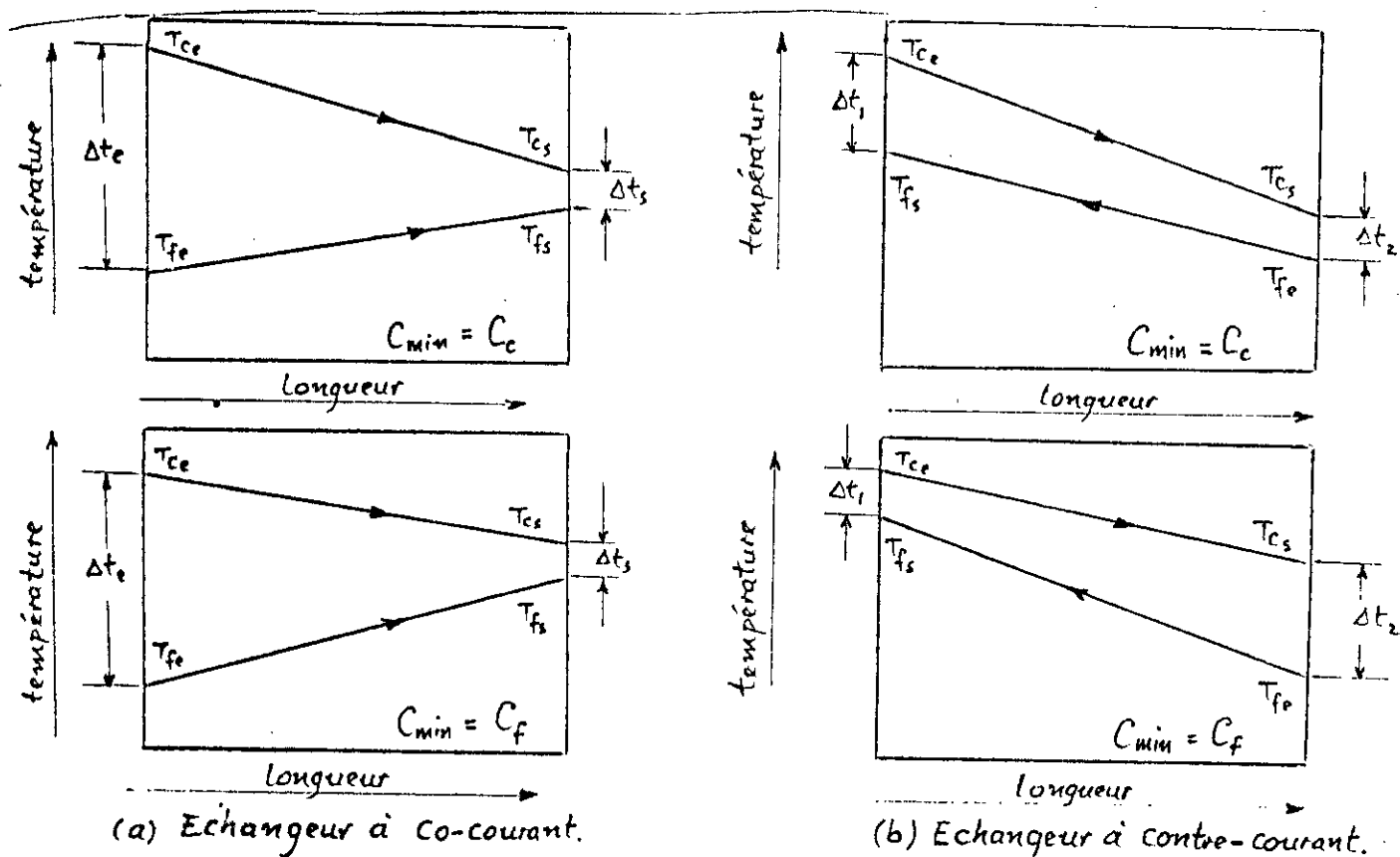


Fig1.16 :Variation de la température au sein d'un échangeurs

D'un autre coté, les propriétés physiques des deux fluides peuvent aussi varier graduellement entre l'entrée et la sortie de l'échangeur, ce qui affectera le coefficient de transfert de global (U). L'utilisation de l'équation (1.48) passe d'abord par la définition d'une différence de température moyenne adéquate et d'un coefficient de transfert global moyen.

1.5.2.iii. L'efficacité d'un échangeur de chaleur et le nombre d'unités de transfert

- L'efficacité d'un échangeur de chaleur est définie par le rapport de la quantité de chaleur échangée entre les deux fluides sur la quantité de chaleur maximale qui pourrait être échangée si la surface d'échange était infinie,

$$\varepsilon = \frac{\dot{q}}{\dot{q}_{\max}} \quad (1.54)$$

On sait que pour une surface d'échange infinie, l'arrangement à contre courant est celui qui permet l'échange de chaleur le plus important, de plus l'expression de \dot{q}_{\max} dépend de la relation entre les débits calorifiques des deux fluides.

Ainsi, lorsque $C_F < C_C$, c'est à dire lorsque $C_F = C_{min}$ (fig1.17) on a

$$q_{max} = C_F (T_{C_e} - T_{F_e}) \quad (1.55)$$

et l'efficacité est donnée dans ce cas par :

$$\varepsilon = \frac{(T_{F_s} - T_{F_e})}{(T_{C_e} - T_{F_e})} \quad (1.56)$$

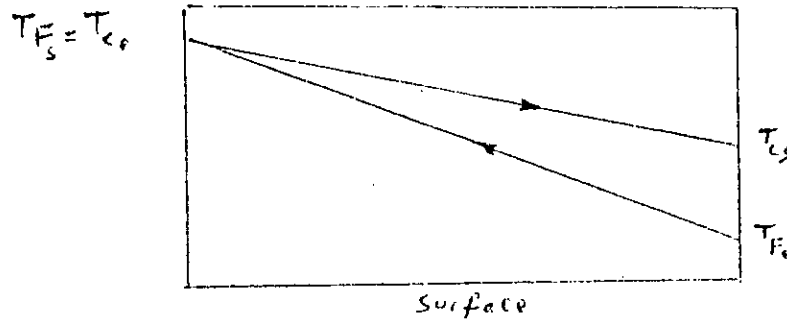


Fig1.17 :Efficacité pour un échangeur infiniment lent ($C_F < C_C$)

et lorsque $C_F > C_C$, c'est à dire lorsque $C_C = C_{min}$ (fig1.18), on a

$$q_{max} = C_C (T_{C_e} - T_{F_e}) \quad (1.57)$$

et l'efficacité est donnée dans ce cas par :

$$\varepsilon = \frac{(T_{C_e} - T_{C_s})}{(T_{C_e} - T_{F_e})} \quad (1.58)$$

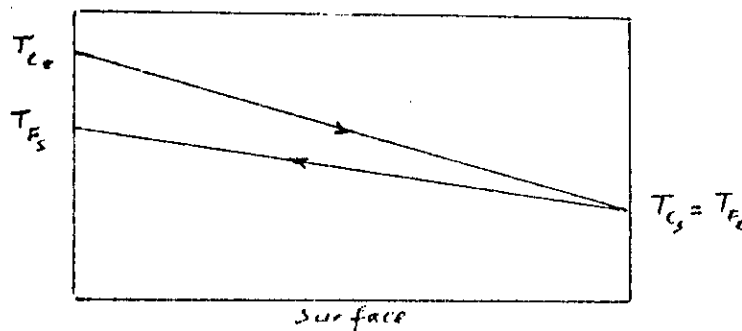


fig1.18 :Efficacité d'un échangeur infiniment lent ($C_F > C_C$)

• Nombre d'unités de transfert

le produit $UA = \left(\frac{Q}{\Delta T_m} \right)$ représente la capacité de transfert de l'échangeur par degré de différence de température. Cette dimension thermique de l'échangeur peut être adimensionalisée en la divisant par la capacité thermique de l'un des

deux fluides. Et puisque, le fluide à débit calorifique minimal est celui qui permet le calcul de \dot{q}_{\max} et par la suite celui sur lequel se base le calcul de l'efficacité, il est choisi pour définir le paramètre adimensionnel en question, qui est appelé "Nombre d'unités de transfert" et qui est donc donné par l'expression [1]:

$$Nut = \frac{UA}{C_{\min}} \quad (1.59)$$

Remarque3

• Notons que :

$$\dot{q} = C_{\min} \Delta T_{\max} = C_{\max} \Delta T_{\min} = UA \Delta T_m.$$

où

ΔT_{\max} représente la variation entre les températures d'entrée et de sortie du fluide à débit calorifique minimale.

ΔT_{\min} , la variation entre les températures d'entrée et de sortie du fluide à débit calorifique maximale.

ΔT_m , la différence de température moyenne caractérisant les échanges de chaleur.

On a donc,

$$Nut = \frac{UA}{C_{\min}} = \frac{\Delta T_{\max}}{\Delta T_m} \quad (1.60)$$

Ainsi, le nombre d'unités de transfert n'est autre que le nombre de fois qu'on retrouve la différence de température moyenne (ΔT_m) dans la variation de température que subit le fluide à débit calorifique minimale en traversant l'échangeur.

Le concept de nombre d'unités de transfert introduit une méthode qui permet le calcul de la performance d'un échangeur sans que la connaissance des quatre températures ($T_{C_i}, T_{C_e}, T_{F_i}, T_{F_e}$) soit nécessaire, ce qui n'est pas le cas lorsque la méthode de la différence de température moyenne (ΔT_m) est utilisée.

En effet, la connaissance de trois températures permet le calcul de l'efficacité (ε) qui, à son tour s'exprime en fonction de (Nut).

Une telle expression est donnée dans le cas d'un échangeur à contre courant par :

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-Nut(1 - \omega)]}{1 - \omega \exp[-Nut(1 - \omega)]} \quad (1.61)$$

où

$$\omega = \frac{C_{\min}}{C_{\max}} \text{ représente le rapport des débits calorifiques.}$$

Chapitre 2

**Conception des
échangeurs de chaleur
basée sur le concept de
l'irréversibilité .**

**Application aux
échangeurs de chaleur**

L'approche classique du problème de conception des échangeurs de chaleur souffre d'un certain parti pris pour une analyse thermodynamique basée exclusivement sur le premier principe, ignorant toute considération en rapport avec le second principe. Ainsi, dès qu'on entend prononcer "échangeur de chaleur", on pense à un appareil dont la fonction consiste à transférer une certaine quantité de chaleur entre deux ou plusieurs milieux (souvent des fluides en écoulement) ayant des températures différentes. En général, ceci n'est pas tout à fait vrai. Par exemple, dans les cycles de production d'énergie et dans les cycles frigorifiques, le rôle des équipements de transfert de chaleur consiste à permettre aux divers composants du cycle de communiquer entre eux de la manière la moins irréversible possible, c'est à dire au moindre coût exergetique[17]. Ceci sera réalisé en minimisant l'irréversibilité de chaque composant du système séparément, tant que le principe de l'isolation thermodynamique n'est pas violé. Dans ce chapitre nous allons aborder le problème de l'optimisation des échangeurs basée sur la minimisation de l'irréversibilité.

2.1. Analyse d'un échangeur gaz - gaz à contre courant et établissement de l'expression générale du nombre d'unités de production d'entropie pour un tel échangeur[17]

D'après la relation de GOUY - STODOLA, le débit d'irréversibilité dans l'échangeur de chaleur sera donné par l'expression :

$$\dot{i} = T_0 \dot{S} \tag{2.1}$$

où T_0 est La température du milieu ambiant.

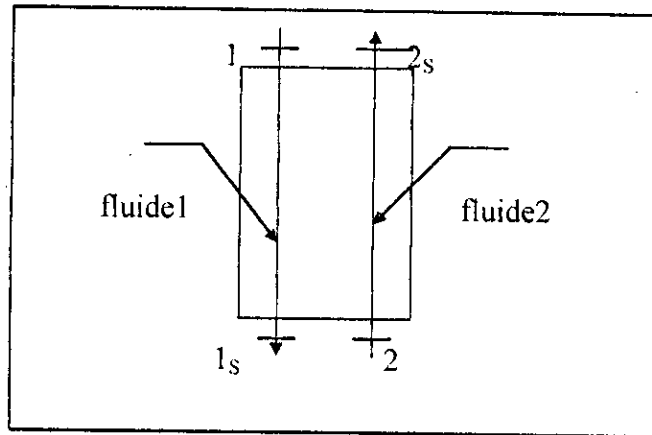
et \dot{S} , Le débit de production d'entropie dans l'échangeur.

Appliquons l'approche considérée ici à un échangeur à contre courant (**fig3.1**). Pour chacun des deux fluides on donne :

- La température et la pression à l'entrée : T_1, T_2, P_1, P_2 .

- Le débit calorifique : $\dot{m}_1 C_{p1} = C_{\min}$

$$\dot{m}_2 C_{p2} = C_{\max}$$



(fig2.1) échangeur à contre courant.

On supposera pour la suite de l'analyse que les transferts de chaleur à travers les parois extérieures de l'échangeur sont négligeables.

Dans ces conditions, le débit de production d'entropie au sein de l'échangeur est calculé en faisant simplement un bilan entropique pour l'échangeur

$$\dot{S} = \dot{m}_1(S_s - S_e)_1 + \dot{m}_2(S_s - S_e)_2 \quad (2.2)$$

ou encore avec les notations de la fig2.1

$$\dot{S} = \dot{m}_1(S_{s_1} - S_1) + \dot{m}_2(S_{s_2} - S_2) \quad (2.3)$$

Supposons que les deux fluides (1) et (2) se comportent en gaz parfaits, l'expression ci-dessus donnera alors :

$$\dot{S} = C_{\min} \left[\ln \frac{T_{1s}}{T_1} + \left(\frac{R}{C_p} \right)_1 \ln \frac{P_1}{P_{1s}} \right] + C_{\max} \left[\ln \frac{T_{2s}}{T_2} + \left(\frac{R}{C_p} \right)_2 \ln \frac{P_2}{P_{2s}} \right] \quad (2.4)$$

ou encore en posant : $\left(\frac{R}{C_p} \right)_1 = B_1$ et $\left(\frac{R}{C_p} \right)_2 = B_2$

$$\dot{S} = C_{\min} \left[\ln \frac{T_{1s}}{T_1} + B_1 \ln \frac{P_1}{P_{1s}} \right] + C_{\max} \left[\ln \frac{T_{2s}}{T_2} + B_2 \ln \frac{P_2}{P_{2s}} \right] \quad (2.5)$$

Le premier principe de la thermodynamique appliqué au volume de contrôle de la **fig2.1** donne

$$C_{\min} (T_2 - T_1) + C_{\max} (T_1 - T_2) = 0 \quad (2.6)$$

Par ailleurs, l'efficacité de l'échangeur est donnée dans ce cas par :

$$\varepsilon = \frac{T_2 - T_1}{T_2 - T_1} \quad (2.7)$$

A présent l'utilisation des équations (2.6) et (2.7) nous permet d'éliminer T_2 et T_1 dans l'expression (2.5) qui devient alors

$$\begin{aligned} \dot{S} = & C_{\min} \left[\ln \left(1 + \varepsilon \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \right) \right] + C_{\max} \left[1 - \frac{C_{\min}}{C_{\max}} \varepsilon \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right) \right] - C_{\min} B_1 \ln \left[1 - \left(\frac{\Delta P}{P} \right)_1 \right] - \\ & C_{\max} B_2 \ln \left[1 - \left(\frac{\Delta P}{P} \right)_2 \right] \end{aligned} \quad (2.8)$$

Pour écrire cette expression sous forme adimensionnelle, introduisons le nombre d'unités de production d'entropie, qui sera défini par :

$$Ns = \frac{\dot{S}}{C_{\max}}$$

On a alors, en introduisant le rapport des débits calorifiques $\omega = \frac{C_{\min}}{C_{\max}}$ et le rapport des températures d'entrée des deux fluides $\tau = \frac{T_1}{T_2}$,

$$Ns = \omega \ln \left[1 + \varepsilon \left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) \right] + \ln [\omega \varepsilon (\tau - 1) + 1] - \omega B_1 \ln \left[1 - \left(\frac{\Delta P}{P} \right)_1 \right] - B_2 \ln \left[1 - \left(\frac{\Delta P}{P} \right)_2 \right] \quad (2.9)$$

où $\left(\frac{\Delta P}{P} \right)_1$ et $\left(\frac{\Delta P}{P} \right)_2$ sont les pertes de pression relatives associées à l'écoulement des fluides (1) et (2) respectivement.

Dans cette expression, on voit bien que l'irréversibilité associée au transfert de chaleur (représentée par les deux premiers termes) est découplée de celle associée aux pertes de pression (représentée par les deux derniers termes). Cependant, la première de ces deux irréversibilités est en général due à la fois au transfert de chaleur à travers une différence de température finie et au fait que l'écoulement est dissymétrique ($C_{\min} \neq C_{\max}$).

2.2. Application à un échangeur quasi - idéal : efficacité proche de l'unité ($1 - \varepsilon \ll 1$) et pertes de pression très faibles ($\frac{\Delta P}{P} \ll 1$).

Dans ce cas on a :

$$1 - \varepsilon = \Delta\varepsilon \ll 1.$$

les deux premiers termes de l'équation (2.9) se prêtent à présent aux transformations ci après, en notant ($Ns_{\Delta T}$) le nombre d'unités de production d'entropie dû seulement à la différence de température entre les deux fluides et (Ns_{dis}) le nombre d'unités de production d'entropie dû à la dissymétrie de l'écoulement.

$$\begin{aligned} (N's_{\Delta T}) + (Ns_{dis}) &= \\ \omega \ln \left[1 + (1 - \Delta\varepsilon) \left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) \right] + \ln [1 + \omega (1 - \Delta\varepsilon) (\tau - 1)] &= \omega \ln \left[1 + \left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) - \Delta\varepsilon \left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) \right] + \\ \ln [1 + \omega (\tau - 1) - \Delta\varepsilon \omega (\tau - 1)] &= \omega \ln \left[\frac{1}{\tau} (1 - \Delta\varepsilon) + \Delta\varepsilon \tau \right] + \ln \left[1 + \omega (\tau - 1) \left(1 - \frac{\omega \Delta\varepsilon (\tau - 1)}{1 + \omega (\tau - 1)} \right) \right] \\ &= \omega \ln \frac{1}{\tau} + \ln [1 - \omega (1 - \tau)] + \omega \ln [1 - \Delta\varepsilon (1 - \tau)] + \ln \left[1 + \frac{\omega \Delta\varepsilon (1 - \tau)}{1 - \omega (1 - \tau)} \right] \end{aligned}$$

Les termes $\Delta\varepsilon (1 - \tau)$ et $\frac{\omega \Delta\varepsilon (1 - \tau)}{1 - \omega (1 - \tau)}$ étant très petits devant l'unité, on peut écrire :

$$N's_{\Delta T} + Ns_{dis} \approx \omega \ln \frac{1}{\tau} + \ln [1 - \omega (1 - \tau)] + \omega \Delta\varepsilon (1 - \tau) + \frac{\omega \Delta\varepsilon (1 - \tau)}{1 - \omega (1 - \tau)}$$

Après quelques réarrangements, on obtient à partir de cette expression :

$$N's_{\Delta T} + Ns_{dis} \approx \omega \ln \frac{1}{\tau} + \ln [1 - \omega (1 - \tau)] + \omega^2 (1 - \tau)^2 \frac{(1 - \varepsilon)}{1 - \omega (1 - \tau)}$$

Comme pour un échangeur à contre courant, la relation entre l'efficacité (ε) et le nombre d'unités de transfert (Nut) est donnée par :

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[1 - Nut(1 - \omega)]}{1 - \omega \exp[1 - Nut(1 - \omega)]}$$

ce qui donne

$$1 - \varepsilon = \frac{(1 - \omega) \exp[-N_{ut}(1 - \omega)]}{1 - \omega \exp[-N_{ut}(1 - \omega)]}$$

on a

$$N_{S_{in}} + N'_{S_{ar}} \approx \omega \ln \frac{1}{\tau} + \ln[1 - \omega(1 - \tau)] + \omega^2(1 - \omega) \frac{(1 - \tau)^2 \exp[-N_{ut}(1 - \omega)]}{1 - \omega(1 - \tau) 1 - \omega \exp[-N_{ut}(1 - \omega)]}$$

Dans cette expression, le nombre d'unités de production d'entropie due à la dissymétrie de l'écoulement est représenté par les deux premiers termes (on voit en effet que pour $\omega=1$, la somme de ces deux termes est nulle), et le nombre d'unités de production d'entropie associé à l'impossibilité d'avoir des surfaces d'échange infinies (N_{ut} infini) est représenté par le troisième terme.

Finalement l'expression (2.9) prend dans ce cas la forme suivante :

$$N_S \approx \omega \ln \frac{1}{\tau} + \ln[1 - \omega(1 - \tau)] + \omega^2(1 - \omega) \frac{(1 - \tau)^2 \exp[-N_{ut}(1 - \omega)]}{1 - \omega(1 - \tau) 1 - \omega \exp[-N_{ut}(1 - \omega)]} + B_1 \omega \left(\frac{\Delta P}{P} \right)_1 + B_2 \left(\frac{\Delta P}{P} \right)_2 \quad (2.10)$$

Remarque

D'après Bèjan[17] les termes d'ordre supérieur négligés dans les approximations linéaires conduisant de l'équation(2.9) à l'équation (2.10) n'atteignent pas 10% si les conditions suivantes sont vérifiées :

$$\varepsilon > 1 - (0.18) T_{1,2} / |T_1 - T_2|$$

et

$$\Delta P / P_{1,2} < 0.2$$

Le nombre d'unités de production d'entropie associé à la dissymétrie de l'écoulement est représentée en fonction du rapport des températures (τ) pour différentes valeurs du rapport des débits calorifiques ω sur la **fig2.2**

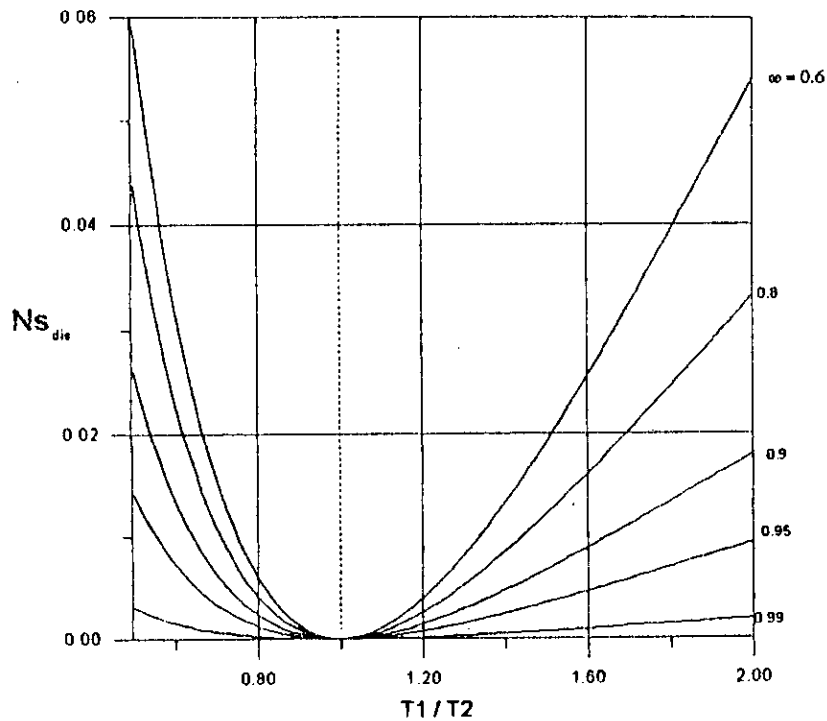


Fig 2.2 nombre d'unités de production d'entropie associé à la dissymétrie de l'écoulement en fonction du rapport des températures (τ)

Comme il fallait s'y attendre, on voit sur cette figure que le nombre d'unités de production d'entropie (Ns_{dis}) croît lorsque la dissymétrie de l'écoulement devient plus importante.

2.2.1. Cas particulier de l'échangeur à écoulement quasi - symétrique

$$C_{min} \rightarrow C_{max} :$$

Nous allons, dans ce qui suit voir ce que deviennent les expressions de (Ns_{sr}) et (Ns_{dis}) lorsque $C_{min} \rightarrow C_{max}$.

posons $x=1-\omega$. ce qui donne $\omega=1-x$ avec $x \ll 1$

on a dans ces conditions :

$$Ns'_{sr} = \omega^2 (1-\omega) \frac{(1-\tau)^2}{1-\omega(1-\tau)} \frac{\exp[-(1-\omega)Nu]}{1-\omega \exp[-(1-\omega)Nu]} = (1-x)^2 x \frac{(1-\tau)^2}{1-(1-x)(1-\tau)}$$

$$\frac{\exp[-xNu]}{1-(1-x) \exp[-xNu]} = (1-x)^2 x \frac{(1-\tau)^2}{1-(1-x)(1-\tau) \exp(xNu) - (1-x)}$$

lorsque $x \rightarrow 0$, on a :

$$\exp(x Nut) \approx 1 + x Nut$$

ce qui donne,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \exp[x Nut] - (1-x) = 1 + x Nut - 1 + x = x(Nut + 1) \approx x Nut \text{ (pour un échangeur quasi-}$$

idéal. $Nut \gg 1$)

En portant ce résultat dans l'expression de $(Ns'_{\Delta T})$ ci dessus, on a :

$$Ns'_{\Delta T} \approx \frac{(1-x)^2 (1-\tau)^2}{1-(1-x)(1-\tau)} \frac{1}{Nut}$$

puis, en passant à la limite lorsque $x \rightarrow 0$, on a :

$$Ns'_{\Delta T} \approx \frac{(1-\tau)^2}{1-(1-\tau)} \frac{1}{Nut} = \frac{1}{\tau} \left[1 - 2\tau + \tau^2 \right] \frac{1}{Nut} = \left(\frac{1}{\tau} - 2 + \tau \right) \frac{1}{Nut} =$$

$$= \left(\sqrt{\frac{1}{\tau}} - 2\sqrt{\frac{1}{\tau}} \sqrt{\tau} + \sqrt{\tau^2} \right) \frac{1}{Nut}$$

soit enfin

$$Ns'_{\Delta T} \approx \left(\sqrt{\frac{1}{\tau}} - \sqrt{\tau} \right)^2 \frac{1}{Nut} = \left(\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \right)^2 \frac{1}{Nut} \quad (2.11)$$

De son côté, l'expression de (Ns_{dis}) se prête aux transformations suivantes :

$$Ns_{dis} = \omega \ln \frac{1}{\tau} + \ln[1 - \omega(1-\tau)] = \omega \ln \left(\frac{1}{\tau} \right) + \ln[1 - \omega + \omega\tau] = \omega \ln \frac{1}{\tau} + \ln \left[\omega\tau \left(1 + \frac{1-\omega}{\omega\tau} \right) \right] =$$

$$\omega \ln \frac{1}{\tau} + \ln \omega + \ln \tau + \ln \left[1 + \frac{1-\omega}{\omega\tau} \right]$$

comme $\frac{1-\omega}{\omega\tau} \ll 1$ on a $\ln \left[1 + \frac{1-\omega}{\omega\tau} \right] \approx \frac{1-\omega}{\omega\tau} = \frac{1}{\tau} \left(\frac{1}{\omega} - 1 \right)$.

D'où, après quelques réarrangements :

$$Ns_{dis} = -\omega \left(\frac{1}{\omega} - 1 \right) \ln \left(\frac{1}{\tau} \right) + \ln \omega + \frac{1}{\tau} \left(\frac{1}{\omega} - 1 \right)$$

ou encore:

$$Ns_{dis} = \left(\frac{1-\omega}{\omega} \right) \left(\frac{1}{\tau} - 1 - \omega \ln \frac{1}{\tau} \right) \quad (2.12)$$

L'expression (2.10) devient donc :

$$Ns = \left(\frac{1-\omega}{\omega} \right) \left(\frac{1}{\tau} - 1 - \omega \ln \frac{1}{\tau} \right) + \left(\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \right)^2 \frac{1}{Nut} + B_1 \omega \left(\frac{\Delta P}{P} \right)_1 + B_2 \left(\frac{\Delta P}{P} \right)_2$$

Soit, en posant $\left(\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \right)^2 = \theta$,

$$Ns = \left(\frac{1-\omega}{\omega} \right) \left(\frac{1}{\tau} - 1 - \omega \ln \frac{1}{\tau} \right) + \frac{\theta}{Nut} + B_1 \omega \left(\frac{\Delta P}{P} \right)_1 + B_2 \left(\frac{\Delta P}{P} \right)_2 \quad (2.13)$$

En dehors du terme (Ns_{dis}) , on peut découpler le nombre d'unités de production d'entropie pour associer chaque partie à l'un des deux fluides d'échange (c'est à dire au demi échangeur 1 ou 2). En effet si on néglige la résistance thermique de conduction dans l'échangeur, le coefficient de transfert global s'écrit :

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\bar{h}_1} + \frac{1}{\bar{h}_2}}$$

où

\bar{h}_1 et \bar{h}_2 représentent les coefficients de convection des deux côtés de l'échangeur.

on a alors,

$$\frac{1}{Nut} = \frac{C_{min}}{AU} = \frac{C_{min}}{A \bar{h}_1} + \frac{C_{min}}{A \bar{h}_2} = \frac{C_{min}}{\bar{h}_1 A} + \frac{C_{min}}{C_{max}} \frac{C_{max}}{\bar{h}_2 A} = \frac{1}{Nut_1} + \omega \frac{1}{Nut_2}$$

où

Nut_1 et Nut_2 représentent les nombres d'unités de transfert des demi échangeurs.

L'expression (2.13) devient maintenant :

$$Ns = \left(\frac{1-\omega}{\omega} \right) \left(\frac{1}{\tau} - 1 - \omega \ln \frac{1}{\tau} \right) + \frac{\theta}{Nut_1} + \frac{\theta \omega}{Nut_2} + \omega B_1 \left(\frac{\Delta P}{P} \right)_1 + B_2 \left(\frac{\Delta P}{P} \right)_2 \quad (2.14)$$

En posant:

$$Ns_1 = \frac{\theta}{Nut_1} + \omega B_1 \left(\frac{\Delta P}{P} \right)_1 \quad (2.15)$$

et

$$Ns_2 = \frac{\theta \omega}{Nut_2} + B_2 \left(\frac{\Delta P}{P} \right)_2 \quad (2.16)$$

on aura,

$$Ns = Ns_{dis} + Ns_1 + Ns_2$$

avec

Ns_1 : nombre d'unités de production d'entropie associé au fluide 1

Ns_2 : nombre d'unités de production d'entropie associé au fluide 2.

Les expressions (2.15) et (2.16) montrent qu'une augmentation du nombre d'unités de transfert Nut ou une diminution de la perte de pression (ΔP) entraîne toujours une réduction d'irréversibilité du côté correspondant de l'échangeur.

2.2.1.i. Minimisation du nombre d'unités de production d'entropie correspondant au demi - échangeur ($Ns_{1,2}$).

Dans ce paragraphe nous allons nous intéresser à la détermination des rapports $\left(\frac{4L}{D_h} \right)_1$ et $\left(\frac{4L}{D_h} \right)_2$ qui minimisent la production d'entropie au sein de l'échangeur.

Notons que le rapport $\left(\frac{4L}{D_h} \right)$ qui est le rapport de la longueur d'échange (L) sur le rayon hydraulique $r_h = D_h/4$, soit encore le rapport de la surface d'échange (A) sur la section de passage (Ω), caractérise le degré de minceur de l'échangeur. Il nous renseigne sur l'importance des irréversibilités dues aux chutes de pression par rapport à celles dues à la différence de température entre les deux fluides d'échange. Le rapport qui minimise la production d'entropie réalise la meilleure compétition entre ces deux types d'irréversibilités. Lorsqu'à partir de cet optimum, la surface d'échange prend plus d'importance par rapport à la section de passage, l'irréversibilité due aux chutes de pression l'emporte et inversement celle due à la différence de température prend le dessus lorsque la section de passage devient relativement plus importante, le résultat étant dans les deux cas de figure une augmentation de l'irréversibilité globale.

Exprimons $Ns_{1,2}$ en fonction des paramètres caractérisant l'écoulement

Nous savons que :

$$\begin{aligned} Nut_{1,2} &= \frac{A\bar{h}}{C} = \frac{A}{\Omega} \frac{\Omega\bar{h}}{C} \\ &= \left(\frac{4L}{D_h}\right) \left(\frac{\bar{h}}{C/\Omega}\right) = \left(\frac{4L}{D_h}\right) \left(\frac{\bar{h}}{Cp m/\Omega}\right) \\ &= \left(\frac{4L}{D_h}\right) \left(\frac{\bar{h}}{CpG}\right) \end{aligned}$$

Soit, en introduisant $St = \left(\frac{\bar{h}}{CpG}\right)$,

$$Nut_{1,2} = \frac{4L}{D_h} St \tag{2.17}$$

D'autre part, les corrélations courantes dans le domaine turbulent entre la perte de charge (ΔP) et le coefficient de frottement (f) ont pour base l'expression suivante

$$\Delta P = f \left(\frac{4L}{D_h}\right) \frac{\rho \bar{v}^2}{2} \tag{2.18}$$

Expression qu'on peut écrire sous la forme,

$$\frac{\Delta P}{P} = f \left(\frac{4L}{D_h}\right) \frac{G^2}{2\rho P} \tag{2.19}$$

où encore, en utilisant la vitesse massique adimensionnelle $g = \frac{G}{\sqrt{2\rho P}}$

$$\frac{\Delta P}{P} = f \left(\frac{4L}{D_h}\right) g^2 \tag{2.20}$$

A présent, on a, à partir des équations (3.15) et (3.16) :

$$Ns_{1,2} = \frac{\delta\theta}{\left(\frac{4L}{D_h}\right) St} + \lambda B f \left(\frac{4L}{D_h}\right) g^2 \tag{2.21}$$

où $\delta_1 = 1$ $\delta_2 = \omega$ (2.22)

$$\theta = \left(\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \right)^2 \quad (2.23)$$

$$\lambda_1 = \omega \quad \lambda_2 = 1 \quad (2.24)$$

$$B_1 = \left(\frac{R}{Cp} \right)_1 \quad B_2 = \left(\frac{R}{Cp} \right)_2 \quad (2.25)$$

Le coefficient de frottement (f) et le nombre de stanton (St) sont tous deux fonction du nombre de Reynolds (Re). Donc le nombre d'unités de production d'entropie pour un demi - échangeur, ($N_{s1,2}$) est une fonction de trois paramètres indépendants caractérisant l'écoulement, à savoir (Re), ($4L/D_h$) et (g).

Pour des débits massiques \dot{m}_1 et \dot{m}_2 donnés, la connaissance de ces 3 paramètres définit les paramètres géométriques, Ω et L pour le côté correspondant de l'échangeur.

La figure (2.3) , montre une représentation qualitative de la fonction $N_s(Re, 4L/D_h, g)$

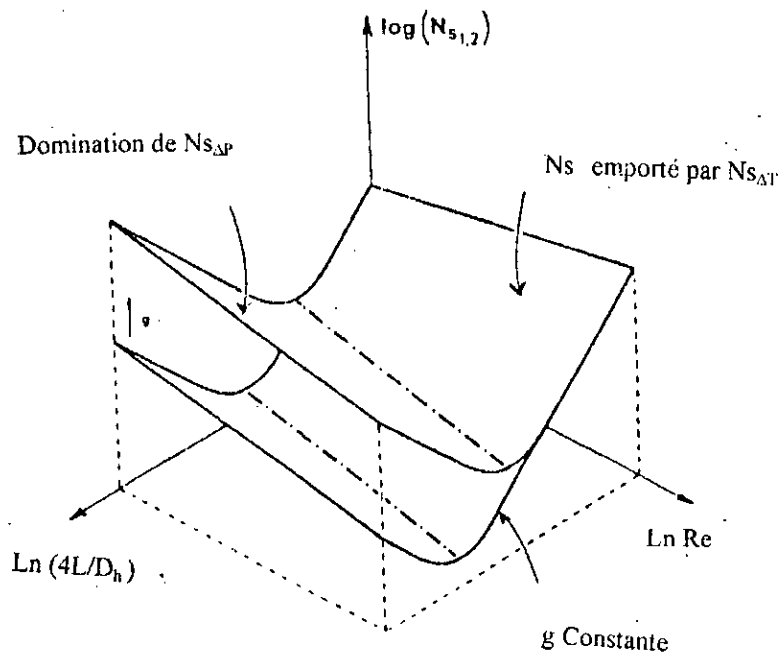


Fig2.3 : Variation de N_s en fonction de $Re, 4L/D_h$ et g [17]

On y voit que pour $(4L/D_h)$ et (Re) donnés $(Ns_{1,2})$ croît généralement avec g , en revanche, pour (g) et (Re) donnés, il existe un rapport $(4L/D_h)$ optimum minimisant $(Ns_{1,2})$, ce rapport correspond au meilleur compromis entre les irréversibilités dues à (ΔT) et celles dues à (ΔP)
 on l'obtient en posant

$$\left[\frac{\partial Ns_{1,2}}{\partial \left(\frac{4L}{D_h} \right)} \right]_{Re,g} = 0.$$

Soit,

$$\left(\frac{\delta \theta}{St} \right) \left[- \frac{1}{\left(\frac{4L}{D_h} \right)^2} \right] + \lambda B f g^2 = 0$$

D'où

$$\left(\frac{4L}{D_h} \right)_{opt} = \frac{1}{g} \left(\frac{\delta \theta}{\lambda B f St} \right)^{1/2} \tag{2.26}$$

Le nombre d'unités de production d'entropie minimum s'obtient en portant l'expression (2.26) dans (2.21)

$$\left(Ns_{1,2} \right)_{min} = 2g \left(\frac{\delta \lambda \theta B f}{St} \right)^{1/2} \tag{2.27}$$

Nous avons déjà noté que (St) et (f) sont fonction du nombre de Reynolds .

Dans la littérature technique c'est plutôt le groupe $\left(\frac{f}{St Pr^{2/3}} \right)$ qui est donné en fonction

du nombre de Reynolds. Il serait donc avantageux d'écrire l'expression (2.27) sous la forme,

$$\left(Ns_{1,2} \right)_{min} = 2g \left(\omega \theta B Pr^{2/3} \frac{f}{St Pr^{2/3}} \right)^{1/2} \tag{2.28}$$

Le groupe $\left(\frac{f}{St Pr^{2/3}}\right)^{1/2}$ est en fait relativement insensible aux variations de (Re)

(Analogie de Colburn)

On pourrait donc conclure que $(N_{S_{1,2}})_{\min}$ est très faiblement dépendant du nombre de Reynolds.

Notons que d'après l'expression (2.28) le nombre d'unités de production d'entropie pour un demi échangeur est proportionnel à la vitesse massique (g) si l'on adopte le rapport optimal (4L/D_h).

2.2.2. Optimisation avec contraintes

Les paramètres géométriques de l'échangeur sont souvent assujettis à des contraintes en rapport avec des considérations économiques. Il en est ainsi par exemple avec la surface d'échange (A). Dans les applications navales et aéronautique, le critère d'encombrement est plus déterminant que le critère économique. Dans ce cas la contrainte porte sur le volume de l'échangeur. Dans ce qui suit nous allons développer ces deux cas de figure qui sont les plus rencontrés en pratique.

Cependant, pour des applications spécifiques, la contrainte peut porter sur d'autres paramètres tels que la longueur, le diamètre des tubes, l'espacement entre les tubes (qui joue un rôle important dans les opérations de nettoyage, etc).

2.2.2.i. Contrainte géométrique portant sur la surface d'échange (A)

Cette contrainte est basée sur les considérations économiques, étant donné qu'une surface d'échange importante signifie un coût du capital élevé.

Cette contrainte peut se présenter de deux manières différentes :

- Pour une surface d'échange fixée à l'avance (par des considérations économiques) on doit minimiser l'irréversibilité.

- Pour un taux d'irréversibilité accepté à l'avance, on doit rechercher la surface d'échange minimale.

Minimisation de la production d'entropie à surface d'échange fixée

La surface d'échange est donnée par la relation :

$$A = (4L/D_h)\Omega \tag{2.29}$$

Soit sous forme adimensionnelle

$$a = \frac{A(2\rho P)^{1/2}}{m} = \frac{4L}{D_h g} \quad (2.30)$$

A partir de cette relation on a $4L/D_h = g a$ (2.31)

portons cette expression dans (2.21)
on obtient

$$Ns_{1,2} = 2g \frac{\delta \theta}{g St a} + a \lambda B f g^3 \quad (2.32)$$

(a) et (Re) étant supposés constants, $(Ns_{1,2})$ sera minimum lorsque $\left. \frac{\partial Ns_{1,2}}{\partial g} \right|_{a, Re} = 0$

c'est à dire pour :

$$g_{opt} = \left[\frac{\delta \theta}{a^2 St 3 \lambda B f} \right]^{1/4} \quad (2.33)$$

En remplaçant dans (2.32) on trouve :

$$(Ns_{1,2})_{min} = \frac{4 \delta^{3/4} \theta^{3/4} (\lambda B f)^{1/4}}{3^{3/4} a^{1/2} St^{3/4}} \quad (2.34)$$

Le rapport $\left(\frac{4L}{D_h}\right)$ optimal correspondant est :

$$\frac{4L}{D_h} = \left(\frac{\delta \theta a^2}{St 3 \lambda B f} \right)^{1/4} \quad (2.35)$$

Dans le cas où un taux de production d'entropie $(Ns_{1,2})$ acceptable est fixé à l'avance, la surface d'échange minimale qui lui correspond s'obtient directement de l'équation (2.34) en remplaçant $(Ns_{1,2})_{min}$ par $(Ns_{1,2})$ et (a) par (a_{min}) , soit :

$$a_{min} = \frac{16}{3^{3/2}} Ns_{1,2}^{-2} \left(\frac{\delta \theta}{St} \right)^{3/2} (\lambda B f)^{1/2} \quad (2.36)$$

La vitesse massique correspondante est

$$g = \frac{\sqrt{3}}{4} N_{s_{1,2}} \left(\frac{St}{\delta \theta \lambda Bf} \right)^{1/2} \quad (2.37)$$

2.2.2.ii. Contrainte géométrique portant sur l volume de l'échangeur (V)

- Le volume occupé par un fluide d'échange s'exprime par :

$$V = L \Omega \quad (2.38)$$

Soit sous forme adimensionnelle :

$$v = \frac{V8Pg}{\mu m} = \left(\frac{4L}{D_h} \right) \left(\frac{Re}{g^2} \right) \quad (2.39)$$

Minimisation de l'irréversibilité pour un volume donné :

De l'expression (2.39) il vient :

$$\frac{4L}{D_h} = \frac{vg^2}{Re} \quad (2.40)$$

qui donne dans l'équation (2.21) :

$$N_{s_{1,2}} = \frac{\delta v}{g^2 \frac{v}{Re} St} + \frac{g^4 v}{Re} (\lambda Bf) \quad (2.41)$$

(v) et (Re) étant supposés constants, $N_{s_{1,2}}$ sera minimum lorsque :

$$\left. \frac{\partial N_{s_{1,2}}}{\partial g} \right|_{v, Re} = 0$$

C'est à dire pour la vitesse massique :

$$g_{opt} = \left[\frac{\delta \theta Re^2}{2v^2 (\lambda Bf) St} \right]^{1/6} \quad (2.42)$$

En remplaçant dans (2.41) on trouve :

$$N_{s_{1,2_{min}}} = \frac{3 \delta^{4/3} \theta^{2/3} Re^{1/3} (Bf \lambda)^{1/3}}{2^{2/3} v^{1/3} St^{2/3}} \quad (2.43)$$

Le rapport $\left(\frac{4L}{D_h}\right)$ correspondant est :

$$\frac{4L}{D_h} = \left(\frac{\delta \theta_v}{Re^2 (\lambda B f) St} \right)^{1/3} \quad (2.44)$$

Lorsqu'un taux d'irréversibilité acceptable est fixée à l'avance, le volume minimal correspondant s'obtient aisément à partir de l'expression (2.43)

$$(v_{\min}) = \frac{27 \delta^2 \theta^2 Re(\lambda B f)}{4 Ns_{1,2}^3 St^2} \quad (2.45)$$

La vitesse massique correspondante est :

$$g = \sqrt{\frac{3 \delta \theta Re}{2 St Ns_v}} \quad (2.46)$$

Remarque2

Nous remarquons :

- *d'une part, que dans les deux expressions (2.34) et (2.36) concernant l'optimisation contrainte par la surface d'échange, le produit $Ns_{1,2} a^{1/2} = cste$.*
- *D'autre part, que dans les deux expressions (2.43) et (2.36) concernant l'optimisation contrainte par le volume, le produit $Ns_{1,2} v^{1/3} = cste$.*

Par conséquent, si l'on convient de caractériser l'échangeur par une longueur caractéristique $l \sim a^{1/2} \sim v^{1/3}$, L'optimum sera toujours obtenu pour $Ns_{1,2} l = cste$.

$Ns_{1,2}$ représentant la dissipation associée aux conditions d'exploitation de l'échangeur et à l'encombrement Il en résulte que l'optimisation finale portera aussi bien sur le fonctionnement de l'appareil que sur son coût global, faisant intervenir à la fois le coût de fonctionnement (Ns) et le coût d'investissement (l).

2.2.2.iii. Contrainte portant à la fois sur la surface et le volume

Si le volume de passage de l'un des deux fluides est fixé ainsi que la surface d'échange du côté de ce même fluide, alors les deux contraintes exprimées dans les équations (2.30) et (2.39) nous donnent :

$$g = Re \frac{a}{v} \quad (2.47)$$

$$\text{et } \left(\frac{4L}{D_h} \right) = Re \frac{a^2}{\nu} \quad (2.48)$$

En portant ces deux expressions dans l'équation (2.21) on trouve :

$$Ns_{1,2} = \frac{\delta \theta \nu}{a^2 Re St} + \lambda B f \frac{a^4}{\nu^3} Re^3 \quad (2.49)$$

Dans ce cas, pour entamer la procédure d'optimisation, nous disposons d'un seul degré de liberté : il s'agit du nombre de Reynolds qui apparaît dans l'expression (2.49) aussi bien explicitement qu'implicitement à travers les coefficients (St) et (f).

Dans certaines situations, ces deux derniers coefficients sont relativement insensibles aux variations de (Re) (par exemple, dans les tubes à parois rugueuses à des nombres de Reynolds suffisamment élevés). Dans ce cas, en posant

$$\frac{dN_{1,2}}{dRe} = 0$$

tout en considérant (St) et (f) constants, on trouve :

$$Re_{opt} = \frac{\nu}{a^{3/2}} \left[\frac{\delta \theta}{3 \lambda B St f} \right]^{1/4} \quad (2.50)$$

avec cette valeur optimale du nombre de Reynolds, on trouve :

$$Ns_{1,2,opt} = \frac{\delta \theta \nu}{a^{3/2} Re_{opt} St} = 3^{1/4} \frac{(\delta \theta)^{3/4} (\lambda B f)^{1/4}}{a^{1/2} St^{3/4}} \quad (2.51)$$

$$Ns_{1,2,opt} = \frac{1}{3^{3/4}} \frac{(\delta \theta)^{3/4} (\lambda B f)^{1/4}}{a^{1/2} St^{3/4}}$$

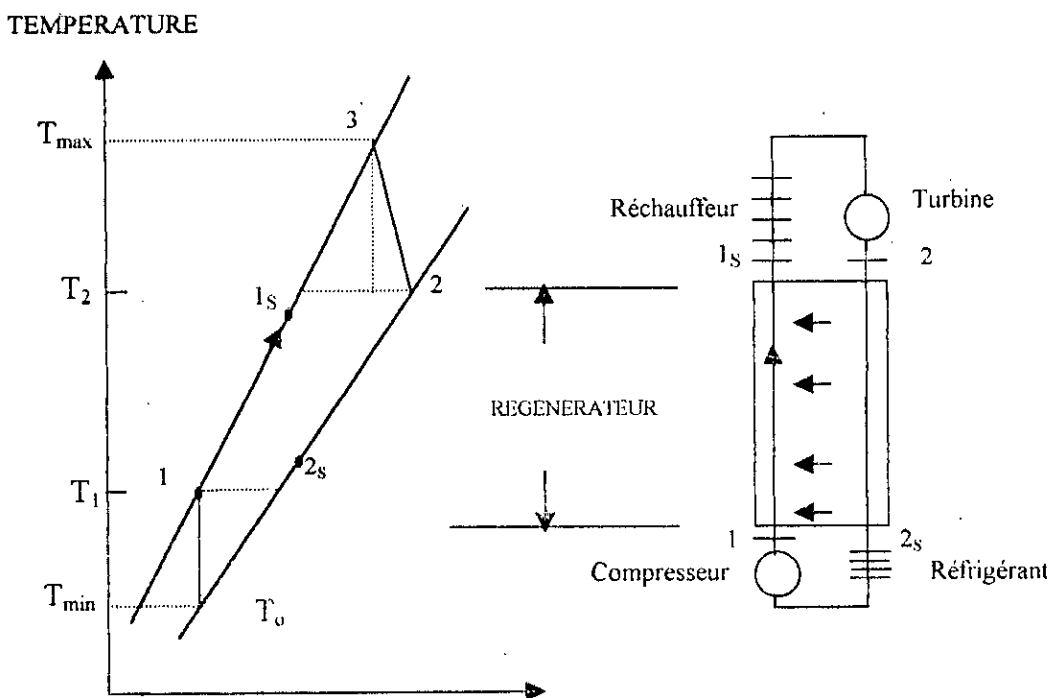
Nous remarquons immédiatement que le rapport de distribution de l'irréversibilité $\phi = \frac{Ns_{1,2,opt}}{Ns_{1,2,\Delta T}}$ est de (1/3), c'est à dire que la contribution de l'irréversibilité due à la différence de température est trois fois plus importante que celle due aux chutes de pression dans un échangeur optimisé avec une surface d'échange et un volume de passage fixes, pourvu que la surface mouillée ne soit pas trop lisse et que le nombre de Reynolds soit suffisamment élevé.

Le nombre d'unités de production d'entropie s'obtient en portant l'expression (2.50) du nombre de Reynolds dans l'équation (2.46), soit

$$Ns_{1,2,opt} = \frac{4}{3^{3/4}} \frac{(\delta \theta)^{3/4} (\lambda B f)^{1/4}}{a^{1/2} St^{3/4}} \quad (2.52)$$

Exemple Numérique 1

Considérons le régénérateur incorporé à un cycle de Brayton (cycle de turbine à gaz) opérant entre les températures extrêmes $T_{\max} = 1100\text{K}$ et $T_{\min} = T_0 = 300\text{K}$. Le cycle est représenté sur le diagramme (T-S) de la figure (2.12) ci dessous.



Fig(2.4) Cycle de turbine à gaz (T,S)

Les rendements isentropiques de la compression et de la détente sont tous les deux de 0.80.

LE cycle utilise l'hélium comme fluide moteur.

A la sortie du compresseur on a une pression de 70atm tandis que la pression à la sortie de la turbine est de 35atm.

Notons que la méthode d'optimisation utilisée ici ne nécessite pas la connaissance du débit de fluide moteur, puisque les résultats seront obtenus pour un débit massique unitaire.

L'objectif de cet exemple est de concevoir un échangeur à tubes et calandre, ayant une surface d'échange minimale pour un taux d'irréversibilité donné.

On se propose à cet effet d'optimiser pour un cycle où la perte de puissance disponible (c'est à dire le taux d'irréversibilité) est évalué à 20% de la puissance nette (W_{net}) produite dans le cas où le régénérateur utilisé est réversible.

Autrement dit, l'installation qui sera équipée pour notre régénérateur aura une puissance de 80% de la puissance maximale possible (celle qui serait disponible si le régénérateur utilisé était réversible).

On supposera en plus que le fluide à haute pression s'écoule à l'intérieur des tubes et que le fluide basse pression s'écoule à travers les tubes qui sont disposés en quinconce.

La température du fluide froid à l'entrée du régénérateur (T_1) est obtenue à partir de T_0 en utilisant la compression comme suit :

$$T_1' = T_0 \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \text{ en supposant d'abord une compression isentropique}$$

avec

$\gamma=1,667$ pour l'hélium, on a :

$$T_1' = 300(2)^{\frac{0,667}{1,667}} = 396K.$$

puis en considérant le rendement isentropique de compression, défini par :

$$\eta_{ic} = \frac{T_1' - T_0}{T_1 - T_0}$$

on a

$$T_1 = T_0 + \frac{T_1' - T_0}{\eta_{ic}} = 420K.$$

Le calcul de la température du fluide chaud à l'entrée du régénérateur (T_2) suit la même procédure, en considérant la détente (2.2).

$$T_2' = T_3 \left(\frac{P_2}{P_3} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1100(1/2)^{\frac{0,667}{1,667}} = 833,5$$

Et à partir de

$$\eta_{tr} = \frac{T_3 - T_2}{T_3 - T_2'}$$

on a

$$T_2 = T_3 - \eta_{tr} (T_3 - T_2') = 887K.$$

Donc :

$$\theta = \left(\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \right)^2 = 0.59$$

Le régénérateur étant dans notre cas un échangeur symétrique, on a :

$$\delta_1 = \delta_2 = \lambda_1 = \lambda_2 = 1$$

- Pour l'hélium, on a [18] :
 $R=2,07703 \text{ KJ/Kg.K.}$
 $C_p=5,1926 \text{ KJ/Kg.K.}$

$$B = \frac{R}{C_p} = \frac{2,07703}{5,1926} = 0,4$$

De plus à une température moyenne de

$$\bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2} = 653\text{K.}$$

on a pour l'hélium [1] :

$$\mu = 3,4 \cdot 10^{-5} \text{ Kg/m.s.}$$

$$\text{Pr} = 0,652.$$

En considérant l'hélium comme un gaz parfait, on a :

$$\rho_1 = \frac{P_1}{RT} = \frac{7,09 \cdot 10^3}{2,07703 \cdot 653} = 5,2 \text{ Kg/m}^3.$$

$$\rho_2 = \frac{P_2}{RT} = \frac{3,55 \cdot 10^3}{2,07703 \cdot 653} = 2,6 \text{ Kg/m}^3.$$

- a. En premier lieu, déterminons le nombre d'unités de création d'entropie N. On a en combinant les équations (2.1) et l'expression $\left(N_s = \frac{\dot{S}}{C_{\max}} \right)$:

$$N_s = \frac{\dot{W}_{net} \cdot j}{\dot{m} C_p T_0 \dot{W}_{net}}$$

Avec

$$\begin{aligned} \frac{\dot{W}_{net}}{\dot{m}C_pT_0} &= \frac{\dot{m}C_p((T_3 - T_2) - (T_1 - T_0))}{\dot{m}C_pT_0} \\ &= \frac{(T_3 + T_0) - (T_2 + T_0)}{T_0} = \frac{(1100 + 300) - (887 + 420)}{300} \\ &= 0.31 \end{aligned}$$

et

$$\frac{j}{\dot{W}_{net}} = 0.20$$

Donc

$$Ns = 0,31 \cdot 0,20 = 0,062.$$

Admettons d'abord que Ns soit réparti d'une façon égale sur les 'demi-échangeurs', on aura dans ce cas :

$$Ns_1 = Ns_2 = Ns/2 = 0,031.$$

b. Déterminons à présent les paramètres adimensionnels (g), et (Re).

Commençons par poser : $Re_1 = 2 \cdot 10^4$.

On a pour cette valeur de Reynolds, d'après la charte de la figure (1) reproduite dans l'appendice(B) à partir de la référence [10] et qui permet d'estimer les coefficients de convection en régime turbulent à l'intérieur des tubes :

$$J' = \frac{\bar{h}D}{k} \left(\frac{G\mu}{k} \right)^{-1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{-0.14} = 60,5$$

Hypothèse :

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_w = \mu = 3.4 \cdot 10^{-5} \text{ Kg/ms}$$

on a

$$St = \frac{J Pr^{-2/3}}{Re_1} = \frac{60,5 \cdot 0,652^{-2/3}}{2 \cdot 10^4} = 0.004$$

on a aussi à partir de la fig (2) de l' appendice[B] pour une rugosité $e/D=0.006$

$$f_1 = 0.036.$$

A présent, l'équation (2.37) permet de calculer la vitesse massique :

$$g_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} N_{s_1} \left(\frac{St_1}{\theta B f \lambda_1 \delta_1} \right)^{1/2} = \frac{\sqrt{3}}{4} 0,031 \left(\frac{0,004}{0,59 \cdot 0,4 \cdot 0,036 \cdot 1,1} \right)^{1/2}$$

$$= 0,0092$$

en combinant les équations (2.35) et (2.36) donne :

$$\left(\frac{4L}{D_h} \right)_1 = \frac{4 \theta \delta_1}{3 N_{s_1} St_1} = \frac{4 \cdot 0,59 \cdot 1}{3 \cdot 0,031 \cdot 0,004} = 6344$$

Ecrivons l'expression (2.36) pour chaque demi échangeur, puis divisons membre à membre, on trouve :

$$\left(\frac{N_{s_1}}{N_{s_2}} \right)^{-2} \left(\frac{St_2}{St_1} \right)^{3/2} \left(\frac{f_1}{f_2} \right)^{1/2} = \frac{A_1^*}{A_2^*} \left(\frac{\rho_1 P_1}{\rho_2 P_2} \right)^{1/2}$$

Soit en multipliant les deux membres de cette expression par Pr et en réarrangeant :

$$\frac{A_1^*}{A_2^*} \left(\frac{\rho_1 P_1}{\rho_2 P_2} \right)^{1/2} \left(\frac{N_{s_1}}{N_{s_2}} \right)^{-2} \left(\frac{(St Pr^{2/3})^{3/2}}{f^{1/2}} \right)_1 = \left(\frac{(St Pr^{2/3})^{3/2}}{f^{1/2}} \right)_2$$

en posant que $\frac{A_2^*}{A_1^*} \approx \frac{D_2}{D_1} = 1,2$ [17]

où, D_1 et D_2 sont les diamètres intérieur et extérieur du tube respectivement.

on peut utiliser cette relation pour déterminer le nombre de Reynolds coté calandre.

On a en effet :

$$\frac{A_1^*}{A_2^*} \left(\frac{\rho_1 P_1}{\rho_2 P_2} \right)^{1/2} \left(\frac{N_{s_1}}{N_{s_2}} \right)^{-2} \left(\frac{(St Pr^{2/3})^{3/2}}{f^{1/2}} \right)_1 = \frac{1}{1,2} \left(\frac{5,2 \cdot 7,09 \cdot 10^6}{2,6 \cdot 3,55 \cdot 10^6} \right)^{1/2} \left(\frac{0,31}{0,31} \right)^2 \left[\frac{(0,004 \cdot 0,652^{2/3})^{3/2}}{0,036^{1/2}} \right]$$

$$= 0,00144.$$

d'où :

$$\left(\frac{(St Pr^{2/3})^{3/2}}{f^{1/2}} \right)_2 = 0,00144.$$

On prend une valeur aléatoire de (Re) pour laquelle on détermine le nombre de Stanton (St_2) et le coefficient de frottement (f_2), en utilisant la figure (3), , appendice [B] qui permet d'évaluer le coefficient de frottement f et le groupe adimensionnel

$J = \left(\frac{\bar{h}}{CpG} \right) Pr^{2/3}$ en fonction de (Re), le nombre de St se calcule alors aisément pour le coté calandre, en utilisant la relation :

$$St = J. Pr^{-2/3}$$

On introduit les valeurs de (St) et (f) dans l'expression (2.50).

Si l'équation est satisfaite alors le (Re) choisi est bon, sinon, on refait le même calcul en choisissant une autre valeur de (Re), autant de fois que nécessaire, jusqu'à ce que l'équation (2.50) soit satisfaite.

En procédant ainsi, on obtient $(Re_2)=2,6.10^4$.

pour lequel on a :

$$St_2=0,0073$$

et

$$f_2=0,079$$

et en utilisant les équations (2.37) et (2.53) on a aussi :

$$g_2 = \frac{\sqrt{3}}{4} 0,031 \left(\frac{0,0073}{0,59.0,4.0,079.1.1} \right)^{1/2}$$

$$= 0,0084$$

et

$$\left(\frac{4L}{D_h} \right)_2 = \frac{4}{3} \frac{1,0,59}{0,0073.0,031} = 3476$$

c. Déterminons à présent, D_h , L et Ω

À partir de la définition du nombre de Reynolds, soit : $Re = \frac{D_h G}{\mu}$, on a :

$$D_h = \frac{Re \mu}{G}$$

d'où :

$$D_{h1} = \frac{Re_1 \mu_1}{g_1 (2\rho_1 P_1)^{1/2}} = \frac{2.10^4 3,4.10^{-5}}{0,0092 (2.5,2.7,09.10)^{1/2}} = 8,6mm$$

et

$$D_{h2} = \frac{Re_2 \mu_2}{G_2} = \frac{2,6.10^4 3,4.10^{-5}}{0,0084 (2.2,6.3,55.10^6)^{1/2}} = 24,49mm$$

La longueur d'échange peut être maintenant calculée en posant :

$$L = \left(\frac{4L}{D_h} \right) \frac{D_h}{4}$$

d'où

$$L_1 = \frac{6344.0,0086}{4} = 13,639\text{mm}$$

et

$$L_2 = \frac{3476.0,02446}{4} = 21,28\text{mm}$$

A partir de l'expression définissant la vitesse massique, $G = \frac{\dot{m}}{\Omega}$, la section de passage de chaque côté de l'échangeur est aussi calculée :

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= g_1^* (2\rho_1 P_1)^{-1/2} \dot{m} = 0,0092 (2.5.2.7.09.10^6)^{1/2} \dot{m} \\ &= 0,012 \dot{m} (m^2) \quad (\dot{m} \text{ étant en Kg/s}) \end{aligned}$$

et

$$\Omega_2 = 0,027 \dot{m} (m^2) \quad (\dot{m} \text{ étant en Kg/s})$$

Remarquons qu'à la différence des quantités (D_h) et (L), la section de passage (Ω) dépend du débit massique, donc plus le débit est important, plus importante sera la section de passage.

Cette méthode d'optimisation permet aussi de déterminer l'efficacité de l'échangeur (ϵ), les chutes de pression relatives $\left(\frac{\Delta P}{P} \right)$ et les surfaces d'échanges des deux 'demi - échangeurs'.

A partir des expressions (2.17) et (2.19), on peut calculer (Nut) et $\left(\frac{\Delta P}{P} \right)$

$$Nut_{1,2} = St \left(\frac{4L}{D_h} \right)$$

d'où :

$$Nut_1 = 0,004.6344 = 25,37$$

et

$$Nut_2 = 0,0073.3476 = 25,37$$

et comme :

$$\frac{1}{Nut} = \frac{1}{Nut_1} + \omega \frac{1}{Nut_2},$$

le nombre d'unités de transfert pour l'échangeur est :

$$Nut = \frac{1}{\frac{1}{25.37} + \frac{1}{25.37}} = 12.68$$

on a aussi,

$$\left(\frac{\Delta P}{P}\right)_{1,2} = f \left(\frac{4L}{D_h}\right) \frac{G^2}{2\rho P}$$

d'où :

$$\left(\frac{\Delta P}{P}\right)_1 = 0,036.6344.0,0092^2 = 0,01933$$

et

$$\left(\frac{\Delta P}{P}\right)_2 = 0,079.3476(0,0084)^2 = 0,01937$$

Pour un échangeur à contre courant on a :

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-Nut(1 - \omega)]}{1 - \omega \exp[-Nut(1 - \omega)]}$$

qui devient :

$$\varepsilon = \frac{Nut}{Nut + 1}$$

Lorsque (ω) tend vers 1, d'où :

$$\varepsilon = \frac{12.68}{12.68 + 1} = 0.927$$

On peut aisément vérifier que les valeurs obtenues pour $\left(\frac{\Delta P}{P}\right)$ et ε satisfont les conditions signalées dans la remarque (1) du présent chapitre et qui définissent le domaine de validité des expressions utilisées.

Finalement, on calcule les surfaces d'échange en utilisant les équations (2.30) et (2.36) :

$$A^* = \frac{16}{3^{3/2}} N_{St}^{-2} \left(\frac{\delta\theta}{St}\right)^{3/2} (\lambda Bf)^{1/2} m$$

d'où :

$$A_1 = \frac{16}{3^{3/2}} 0,031^{-2} \left(\frac{0,59}{0,004} \right)^{3/2} (0,4 \cdot 0,036)^{1/2} m$$

$$= 80,21 \text{ m}^2 \text{ (m étant en Kg/s)}$$

et

$$A_2 = \frac{16}{3^{3/2}} 0,031^{-2} \left(\frac{0,59}{0,0073} \right)^{3/2} (0,4 \cdot 0,036)^{1/2} m$$

$$= 96,32 \text{ m}^2 \text{ (m étant en Kg/s)}$$

Les résultats obtenus sont basés sur un choix aléatoire de (Re) et de la répartition de (Ns) entre (Ns_1) et (Ns_2) . S'il ne sont pas satisfaisants, on peut faire d'autres choix.

Ainsi, si le diamètre intérieur est trop petit, on peut démarrer avec (Re_1) inférieur, et si la différence entre les longueurs d'échange (L_1) et (L_2) est importante, on peut faire une autre répartition de (Ns) entre (Ns_1) et (Ns_2) , ce qui est parfaitement le cas ici, où (L_1) est largement inférieure à (L_2) . On répartira donc (Ns) de sorte que Ns_1 soit supérieur à Ns_2 jusqu'à l'obtention d'une différence acceptable.

En procédant comme ci dessus, on trouve des résultats satisfaisants pour la répartition :

et $Ns_1=0,034$
 $Ns_2=0,028$

Les différents paramètres et caractéristiques obtenus avec cette distribution sont donnés dans le tableau suivant :

Caractéristique	Coté tube (1)	Coté calandre
Nombre de Reynolds Re	$2 \cdot 10^4$	$2.6 \cdot 10^4$
Nombre de Stanton St	0.004	0.0095
Coefficient de frottement f	0.036	0.079
Vitesse massique g^*	0.0101	0.0086
Groupement ($4L/D_h$)	5784	2957
Diamètre hydraulique D_h (mm)	7.8	13.6
Longueur d'échange L(m)	11.27	10.053
Section de passage Ω (m ² s/Kg)	0.0115	0.027
Chute de pression relative $\left(\frac{\Delta P}{P}\right)$	0.021	0.0172
Surface d'échange A(m ² s/Kg)	66.68	79.53
Efficacité ϵ	0.927	
Nombre d'unités de transfert Nut	12.68	

CONCLUSION

On voit bien avec ces résultats que la méthode utilisée ici, en permettant pour un débit massique donné, de dimensionner complètement l'échangeur ayant la plus petite surface possible pour un taux d'irréversibilité adopté comme contrainte acceptable, peut servir de base à une étude thermoéconomique plus poussée du problème. On pourrait par exemple en faisant varier N_s dans certaines limites dimensionner à chaque fois l'échangeur par la méthode ci - dessus puis évaluer son coût et enfin de compte par la comparaison des différents coûts sélectionner l'échangeur le moins coûteux pour l'opération.

Dans ce cas la fonction objectif étant le coût global de l'opération qui comprend le coût de l'investissement et les coûts d'exploitation. Nous verrons dans le chapitre suivant comment traiter tous les facteurs qui contribuent à l'expression de ce coût, comme des irréversibilités.

Chapitre 3

***Extension de la méthode
d'analyse basée sur la
minimisation de
l'irréversibilité appliquée
aux échangeurs de
chaleur.***

Nous avons déjà considéré que les irréversibilités qui interviennent dans le fonctionnement d'un échangeur de chaleur sont constituées principalement de celles dues au transport de chaleur à travers un potentiel de température (ΔT) entre les deux fluides, nécessairement fini (des considérations économiques rendent inacceptable d'adopter des surfaces d'échange infinies) et celles dues aux dégradations d'énergie par frottement et turbulence, donc aux pertes de pression dans les conduites d'écoulement des deux fluides. Ceci nous a amené à exprimer le nombre d'unités de production d'entropie par :

$$Ns = Ns_{\Delta T} + Ns_{\Delta P} \quad (3.1)$$

$Ns_{\Delta T}$ à son tour a été décomposé en deux termes, dont l'un a été associé à la dissymétrie de l'écoulement et l'autre au processus de transfert de chaleur proprement dit.

Nous avons vu que les irréversibilités dues à (ΔT) et celles dues à (ΔP) ont des tendances opposées et leur compétition aboutit à un paramètre caractéristique optimal $\left(\frac{4L}{D_h}\right)$ qui minimise le nombre d'unités de production d'entropie défini par l'équation (3.1), pour des conditions d'écoulement (Re, g) fixes. Cependant, cet optimum ne prend en considération que les effets liés à l'exploitation de l'échangeur. On peut toujours en effet réduire encore la dégradation d'énergie en investissant dans une surface d'échange plus grande tout en réduisant les vitesses d'écoulement. On convient d'appeler donc l'optimum ci - dessus "optimum local" par opposition à "l'optimum global" qui correspondrait dans ce cas à une surface d'échange infinie (voir illustration figure 3.1)

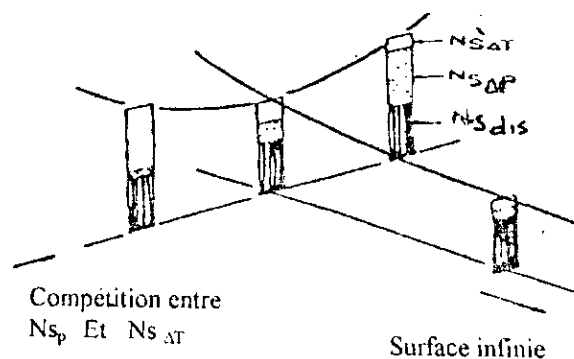


Fig3.1 : Variation de l'irréversibilité dans un échangeur de chaleur

3.1 Première extension par l'introduction de l'exergie du matériau de l'échangeur

Aceves et Ranasinghe [11] proposent dans un premier temps une extension de la méthode pour tenir compte du contenu exergétique des matériaux qui entrent dans la fabrication de l'échangeur. Rappelons ici que d'après la définition de l'exergie, ceci correspond à l'énergie mécanique minimale nécessaire pour amener le matériau par des transformations entièrement réversibles de son état naturel à l'état sous lequel il remplit son rôle dans l'échangeur.

Pourquoi considérer le contenu exergétique du matériau comme une irréversibilité ?

Eh bien parce qu'effectivement au bout de la durée de vie de l'échangeur, les matériaux le constituant ne serviront plus à rien et leur contenu exergétique peut de ce fait être considéré comme étant consommé durant la durée de vie de l'échangeur, donc comme une irréversibilité qui s'exprime par le rapport du contenu exergétique du matériau (ζ_m) sur la durée de vie de l'échangeur t_v ,

Soit,

$$\dot{I}_m = \frac{\zeta_m}{t_v} \quad (3.2)$$

ou encore sous forme adimensionnelle :

$$Ns_m = \frac{\dot{I}_m}{T_0 C_{\max}} \quad (3.3)$$

A présent, l'équation (3.2) exprimant le nombre d'unités de production d'entropie s'écrira :

$$Ns = Ns_{\Delta T} + Ns_{\Delta p} + Ns_m \quad (3.4)$$

L'exergie d'un matériau (ζ_m) peut être décomposée en deux termes : l'exergie chimique et l'exergie thermomécanique, un matériau acquiert de l'exergie chimique lorsqu'il est transformé de son état brut naturel jusqu'à sa forme finale dans l'échangeur. Si le matériau opère à des températures ou à des pressions différentes de la température ou de la pression qu'il avait à l'état naturel ou encore s'il a emmagasiné de l'énergie élastique suite aux déformations qu'il subit éventuellement durant sa mise en œuvre, alors on dira qu'il contient de l'exergie thermomécanique, par conséquent, on peut écrire :

$$\zeta_m = \zeta_{m, ch} + \zeta_{m, ph} \quad (3.5)$$

où

$\zeta_{m, ch}$ est l'exergie chimique du matériau.

$\zeta_{m, ph}$ est l'exergie thermomécanique du matériau.

Kotas[12] expose la méthode d'évaluation de l'exergie chimique d'un matériau et donne les valeurs de l'exergie chimique par rapport à un état de référence standard pour les matériaux les plus couramment utilisés. Les échangeurs de chaleur opèrent dans des conditions différentes de celles qui caractérisent l'état de référence standard. Par conséquent, le contenu en exergie thermomécanique de leurs matériaux n'est pas nul, mais il est petit relativement à son contenu en exergie chimique et peut être omis dans l'analyse.

L'exergie thermomécanique emmagasinée sous forme d'exergie élastique dans un tube d'échangeur est donnée par [11]

$$\zeta_{m, ph} = \frac{t \sigma_y^2 A}{2E} \quad (3.6)$$

avec

t : Epaisseur du tube.

σ_y : Contrainte admissible.

E : Module d'élasticité.

A : Surface latérale du tube.

A présent, avec l'introduction de l'irréversibilité associée au matériau qui augmente à mesure que la surface d'échange croît, il existe un optimum global pour lequel le nombre d'unités de production d'entropie défini par l'équation (3.4) devient minimum et cet optimum ne correspond plus à une surface d'échange infinie, mais à une surface d'échange finie comme le montre qualitativement la **figure (3.2)**. Dans la suite, l'analyse sera appliquée aux échangeurs à contre courant et des résultats quantitatifs de cet optimum seront obtenus.

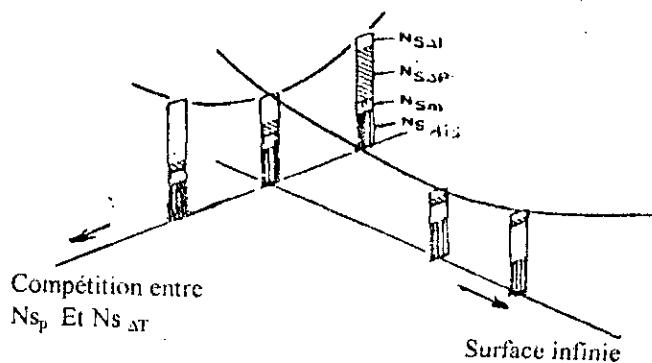


Fig.3.2 : Variation de l'irréversibilité dans un échangeur de chaleur en tenant compte de l'exergie du matériau.

3.1.1. Analyse dans le cas d'un échangeur où les pertes de pression seront négligeables et les deux fluides se comportent comme des gaz parfaits

Dans ce cas on a :

$$Ns = Ns_{\Delta T} + Ns_m \quad (3.7)$$

en posant :

$$\begin{aligned} j_A &= \frac{\dot{I}_A}{A} \\ \omega &= \frac{C_{\min}}{C_{\max}} \\ \gamma &= \frac{\dot{I}_A}{T_0 U} \end{aligned} \quad (3.8)$$

L'équation (3.3) devient

$$Ns_m = \frac{A \dot{I}_A}{T_0 C_{\max}} = \gamma \omega Nut \quad (3.9)$$

D'après le chapitre II (les deux premiers termes de l'équation 2.10), on a :

$$Ns_{\Delta T} = \omega \ln \left[1 + \frac{\varepsilon}{\tau} (1 - \tau) \right] + \ln [1 + \omega \varepsilon (\tau - 1)] \quad (3.10)$$

d'où,

$$Ns = \omega \ln \left[1 + \frac{\varepsilon}{\tau} (1 - \tau) \right] + \ln [1 + \omega \varepsilon (\tau - 1)] + \gamma \omega Nut \quad (3.11)$$

La relation (3.11) peut être utilisée pour optimiser n'importe quel échangeur satisfaisant les deux conditions énoncées dans le titre de ce paragraphe (pertes de pression négligeables et les deux fluides se comportant en gaz parfaits) et pour lequel on connaît la relation entre (ε) et (Nut).

3.1.1.i. Application aux échangeurs à contre courant

L'efficacité de ce type d'échangeur, s'exprime en fonction de (Nut) par l'équation :

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[- Nut(1 - \omega)]}{1 - \omega \exp[- Nut(1 - \omega)]} \quad (3.12)$$

On introduit l'expression (3.12) dans (3.11), on obtient la fonction-objectif pour un échangeur à contre courant.

La variation de $Ns_{\Delta T}$ (représentée par les deux premiers termes de l'expression (3.11) en fonction de (Nut) est illustrée par la **figure (3.3)** ci dessous.

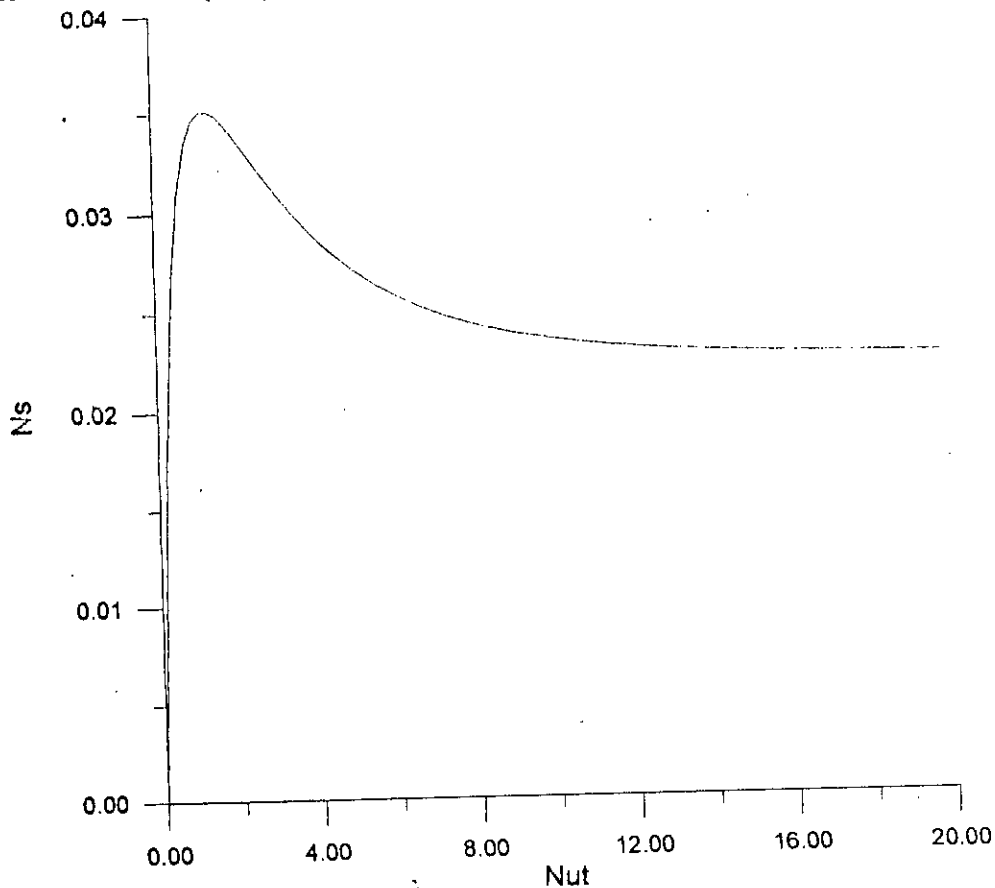


Fig3.3 : Variation de $Ns_{\Delta T}$ en fonction de Nut

On voit bien que ($Ns_{\Delta T}$) est nul pour (Nut) nul, croît jusqu'à un maximum puis décroît, en convergeant vers zéro pour (Nut) infini.

Bejant [15] a montré que pour de faibles valeurs de Nut (c'est à dire à gauche du maximum), l'irréversibilité est certes faible ; mais le transfert de chaleur est plutôt médiocre à travers un gradient de température important de l'ordre de $(T_1 - T_2)$. En outre, il a montré que concevoir un échangeur dans cette zone viole le principe de

l'isolation thermodynamique. Ainsi, notre optimisation consiste à chercher l'optimum à droite du maximum, ce qui correspond dans ce cas à un (Nut) infini et donc à une surface d'échange infinie.

La variation de (Ns_m) (le troisième terme de l'expression (3.11)) est linéaire en fonction de (Nut) (fig3.4). En effet plus la surface est grande plus l'irréversibilité due à sa construction est importante.

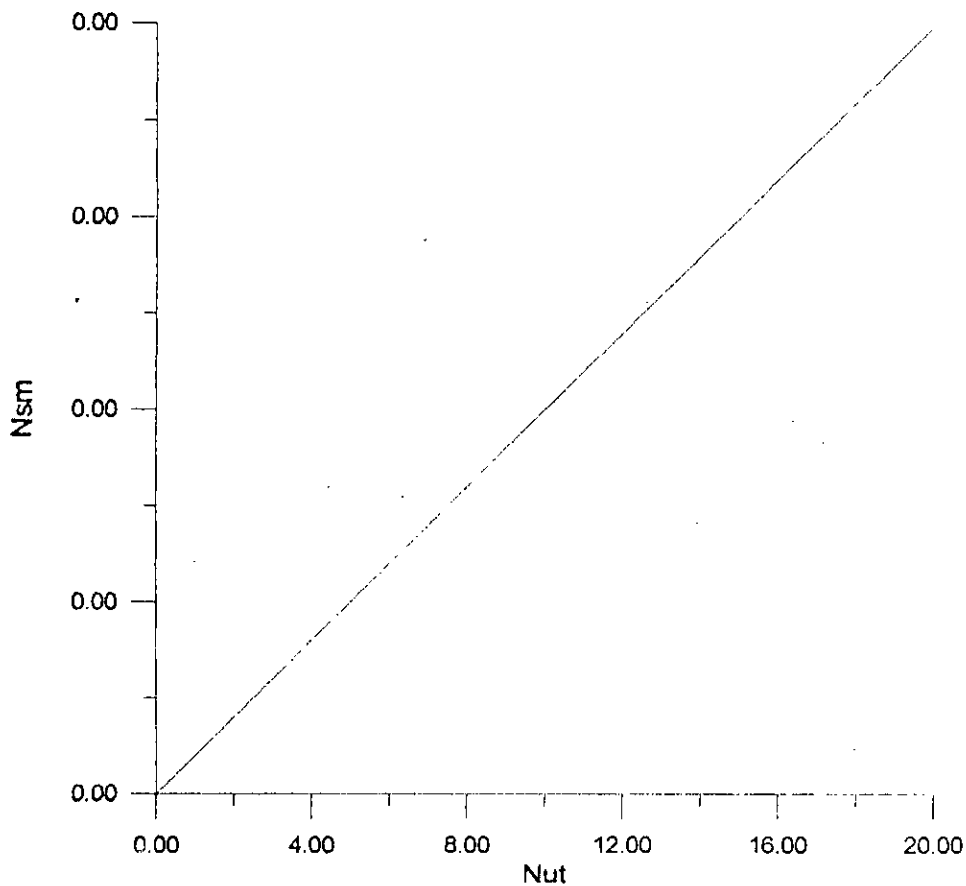
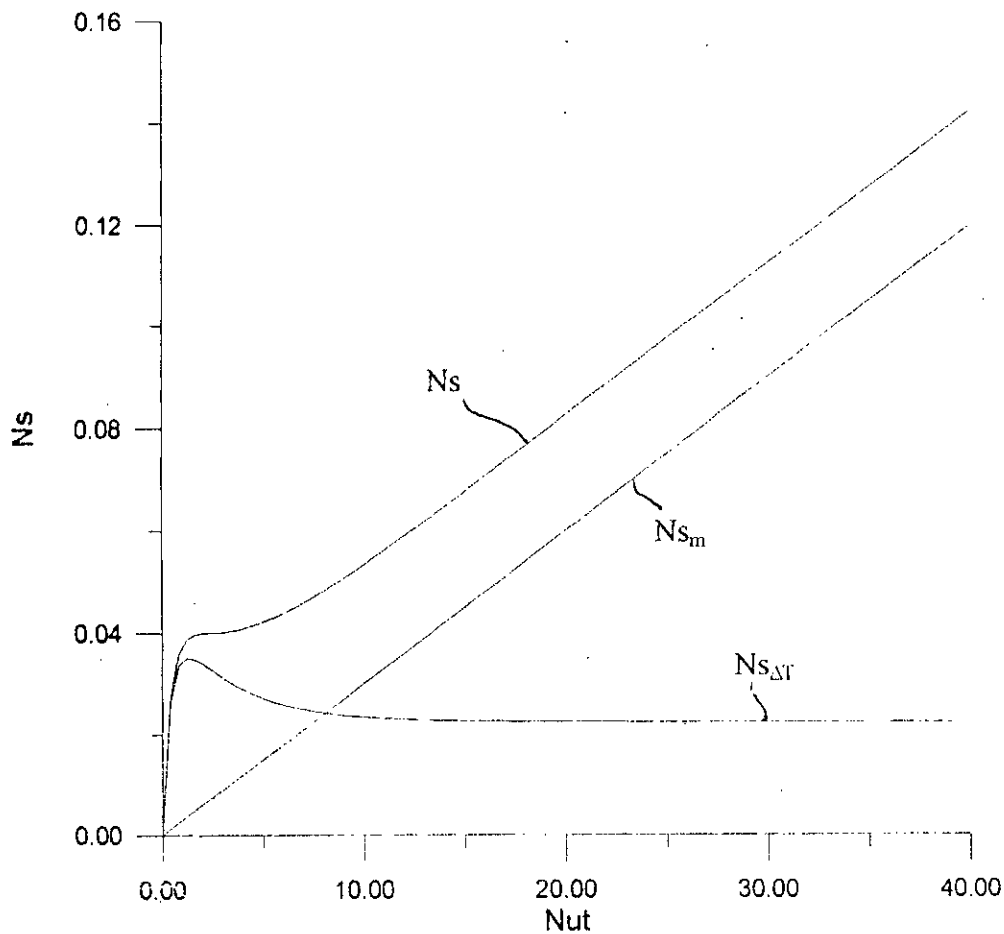


Fig 3.4 : Variation de Ns_m en fonction de Nut

A présent, considérons la somme de ces deux irréversibilités (Ns) dont la variation en fonction de (Nut) est illustré par la figure (3.5).

Fig3.5 : Variation de N_s total en fonction de N_{ut}

On voit bien qu'il y a compétition entre l'irréversibilité due au transfert de chaleur et celle due à la fabrication de l'échangeur. Il existe donc un (N_{ut}) optimum qu'on va noter dans la suite (N_{ut}^*), qui minimise (N_s) et qui correspond donc à un "optimum global" pour une surface d'échange finie.

Remarque1

L'optimum (N_{ut})^{*} dépend du paramètre (γ) qui est fonction du coefficient de transfert (u), et donc dépend aussi de (u). Dans notre analyse où on néglige la contribution de la perte de pression, le coefficient (u) devient un degré de liberté en plus qu'on choisit de telle façon qu'il ne viole pas les hypothèses préalablement posées.

Dans le cas où l'irréversibilité associée aux pertes de pression est considérée, (u) ne serait plus un degré de liberté, mais il devrait vérifier le meilleur compromis entre ($N_{s\Delta T}$) et ($N_{s\Delta P}$).

Lors de l'étude d'un échangeur, on peut se trouver en présence de situation où il n'existe pas d'optimum. Considérons dans ce qui suit trois cas de figure qui tombent sous cette condition.

a. Lorsque les fluides possèdent des débits calorifiques considérablement différents, c'est à dire, lorsque (ω) est très faible, l'irréversibilité associée à la dissymétrie devient dominante et la décroissance de $(Ns_{\Delta T})$ pour des surfaces importantes devient négligeable (fig3.6).

Dans ce cas (Ns) n'a pas de minimum et le choix de l'échangeur tiendra compte de considérations économiques ou autres

b. Si on a un paramètre (γ) important, ce qui revient à une durée de vie courte ou à un très faible coefficient de transfert, l'irréversibilité associée à la construction de l'échangeur croît considérablement avec la surface d'échange, et cette croissance est toujours plus importante que la décroissance correspondant de l'irréversibilité associée au transfert de chaleur (fig3.7).

c. Pour une très longue durée de vie (γ) sera très petit d'où la croissance de l'irréversibilité associée à la construction de l'échangeur se fera très lentement et le point optimal s'obtient pour une très grande valeur de (Nut) (fig3.8).

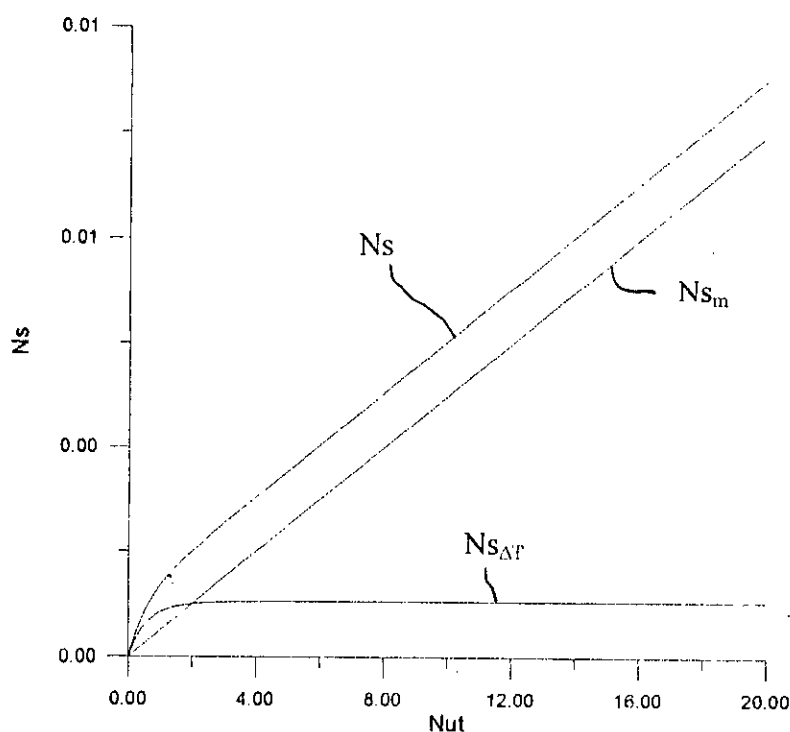


fig3.6 : Variation de Ns en fonction de Nut dans le cas où ω est très petit

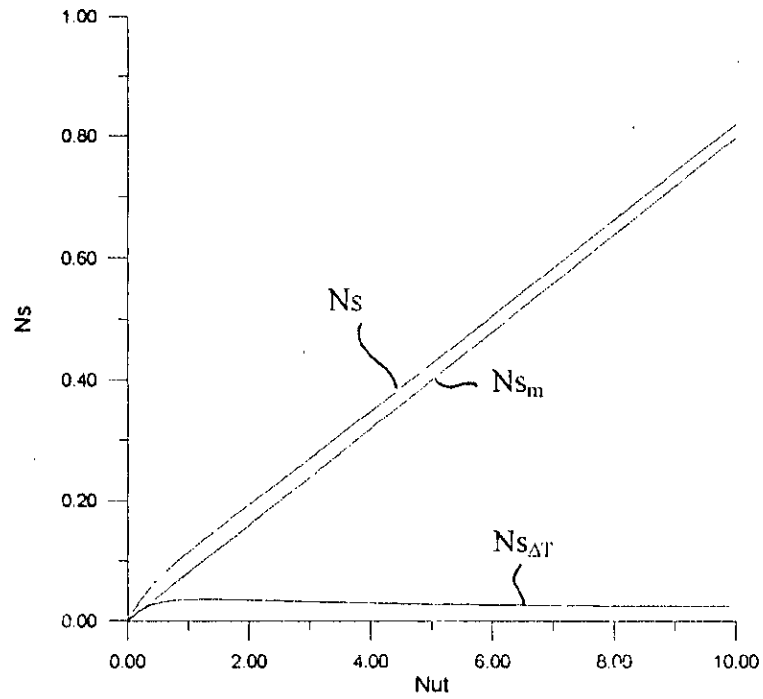


Fig3.7 : Variation de N_s en fonction de N_{ut} pour γ très important

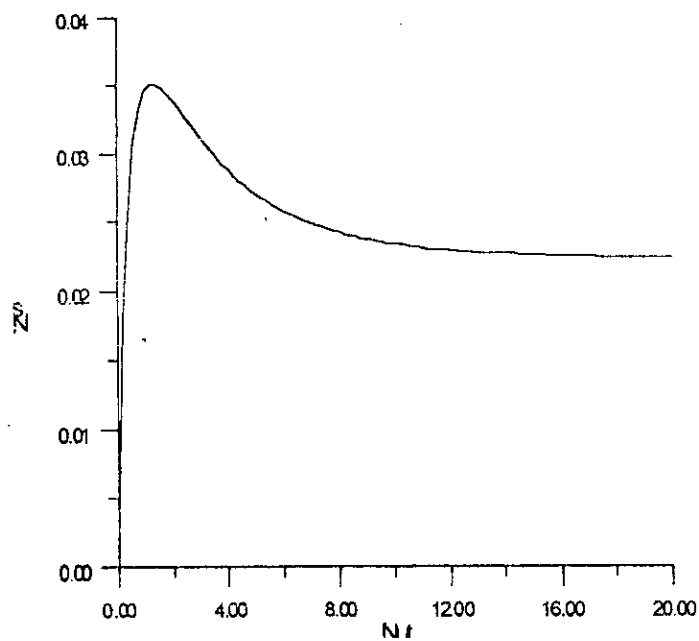


Fig3.8 : Variation de N_s en fonction de N_{ut} pour γ très petit

A présent, considérons le cas où on est loin des trois cas extrêmes cités ci-dessus. En vue d'analyser le problème, abordons le d'abord analytiquement en posant les conditions qui minimisent la fonction-objectif de l'expression (3.11). La fonction en question dépend de quatre paramètres qui sont ω , γ , τ et Nut . Pour des valeurs de ω et de γ choisies de sorte à éviter les trois cas limites précédents et pour un rapport de température (τ) donné, la fonction ne dépend que de Nut . Il s'agit donc de déterminer les conditions qui découlent de l'annulation de la dérivée de (Ns) par rapport à (Nut).

$$\frac{\partial Ns}{\partial Nut} = 0 \quad (3.13)$$

En fait, en général, cette équation admet deux solutions dont la première correspond à un maximum de (Ns) et la seconde à un minimum (**figure3.5**). Dans le cas où l'équation n'admet qu'une solution, cette dernière correspond à un maximum.

En ce qui nous concerne, nous allons nous intéresser uniquement à la valeur de (Nut) qui minimise (Ns), c'est à dire tout d'abord à tous les cas où l'équation admet deux solutions, ensuite à la sélection de la deuxième solution.

La méthode de résolution de l'équation (3.13) est exposée en détail dans l'appendice (c). Nous reproduisons ici sous forme graphique la variation de l'optimum (Nut^*) en fonction de (ω) pour différentes valeurs de (γ) **figure(3.9)**.

Comme il fallait s'y attendre, on voit bien d'après ces résultats que pour de faibles valeurs de (ω) la problème n'a pas de solution optimale.

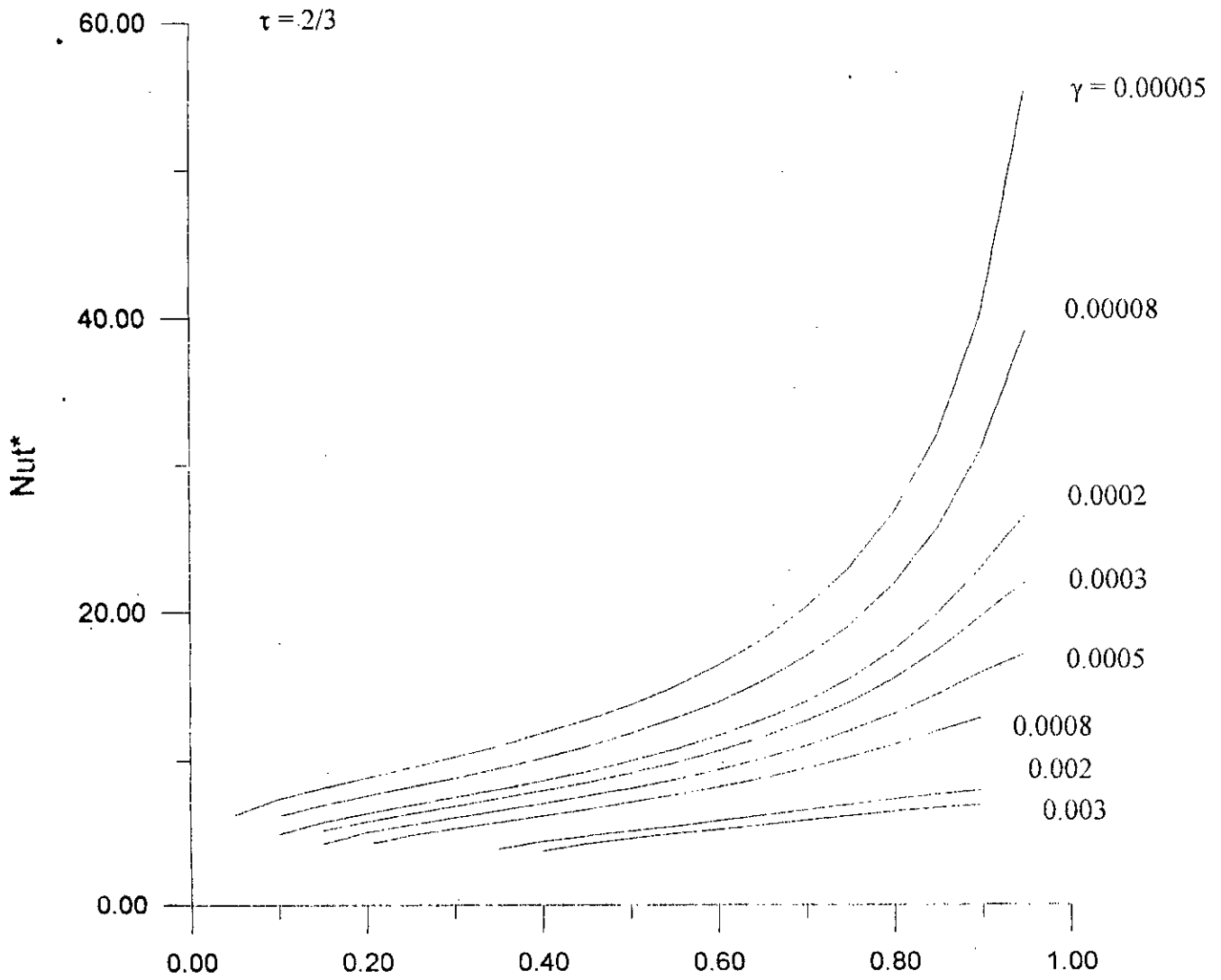


Fig3.9 : Variation de Nut^* en fonction de ω pour différentes valeurs de γ .

3.2. Deuxième extension par l'introduction de l'exergie perdue dans les processus irréversibles qui conduisent à la transformation du matériau de l'échangeur de son état brut à son état final d'utilisation.

Le matériau de l'échangeur doit passer par plusieurs opérations avant d'arriver à l'état final sous lequel il se retrouve dans l'échangeur. Extraction du minerai, fusion, raffinage, moulage, façonnage et transport jusqu'au lieu d'utilisation sont les transformations principales qu'il doit subir. Si toutes ces transformations où des transferts d'exergie sont mis en jeu, se faisaient sans pertes, c'est à dire si elles étaient toutes réversibles, alors et alors seulement l'exergie du matériau suffirait dans l'expression de la fonction - objectif de l'équation (3.4). Cependant, nous savons que ces transformations sont non seulement irréversibles mais elles ont de faibles rendements. Il y a lieu donc de tenir compte, en plus de l'exergie emmagasinée dans le matériau, des pertes d'exergie associées aux irréversibilités accompagnant les transformations du matériau de son état brut à son état d'utilisation. Pour en tenir compte dans l'expression de la fonction-objectif, Aceves et Ranasinghe [11] proposent dans un deuxième temps, de diviser l'exergie du matériau par un rendement adéquat dû au processus de construction global de l'échangeur. De tels rendements sont donnés pour certains matériaux importants par Chapman et Roberts [13].

La fonction - objectif devient à présent,

$$Ns_f = Ns_{\Delta T} + Ns_{\Delta P} + Ns_{ml} \quad (3.14)$$

où

$$Ns_{ml} = \frac{Ns_m}{\varphi_m} \quad (3.15)$$

ψ_m étant le rendement exergetique global du processus de construction.

Avec les mêmes hypothèses que précédemment, à savoir : fluides se comportant comme des gaz parfaits et pertes de pression négligeables, la fonction - objectif peut s'exprimer ainsi :

$$Ns_f = \omega \ln \left[1 + \frac{\varepsilon}{\tau} (1 - \tau) \right] + \ln [1 + \omega \varepsilon (\tau - 1)] + \gamma_l \omega Nut \quad (3.16)$$

avec

$$\gamma_l = \frac{\gamma}{\varphi_m}$$

Notons que les deux fonctions objectifs données par les équations (3.11) et (3.16) présentent la même forme fonctionnelle et sont carrément identiques lorsque $\psi_m = 1$. La même procédure d'optimisation utilisée pour l'expression (3.11) est applicable pour l'expression (3.16), et un optimum Nut_L pour un échangeur à contre courant peut aussi être obtenu à partir de la **figure (3.9)** pour une valeur donnée de γ_l . On désignera cet optimum par Nut_l^* .

3.3. Rendement exergetique de l'échangeur

On définit le rendement exergetique par :

$$\psi_m = \frac{\zeta_p}{\zeta_f} \quad (3.17)$$

où,

ζ_p : est le débit d'exergie reçu par le fluide froid.

Et

ζ_f : La somme du débit d'exergie perdue par le fluide chaud notée (ζ'_f) et de celui de la perte d'exergie du matériau.

Nous allons voir à présent que devient l'expression (3.17), après quelques développements et pour les mêmes hypothèses que les précédentes.

L'exergie reçue par le fluide froid est donnée par :

$$\zeta_p = \zeta_{1s} - \zeta_l$$

avec

ζ_{1s} : Exergie du fluide froid à la sortie de l'échangeur.

ζ_l : Exergie du fluide froid à l'entrée de l'échangeur.

D'où,

$$\begin{aligned} \zeta_p &= (H_{1s} - T_0 S_{1s}) - (H_l - T_0 S_l) = (H_{1s} - H_l) - T_0 (S_{1s} - S_l) \\ &= C_{\min} (T_{1s} - T_l) - T_0 C_{\min} \ln \left(\frac{T_{1s}}{T_l} \right) \\ &= C_{\min} T_l \left(\frac{T_{1s}}{T_l} - 1 \right) - T_0 C_{\min} \ln \left(\frac{T_{1s}}{T_l} \right) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Par ailleurs, l'efficacité de l'échangeur s'exprime par

$$\varepsilon = \frac{T_{1s} - T_l}{T_2 - T_l} = \frac{\frac{T_{1s}}{T_l} - 1}{\frac{T_2}{T_l} - 1} = \frac{\frac{T_{1s}}{T_l} - 1}{\frac{1}{\tau} - 1}$$

d'où,

$$\frac{T_{1s}}{T_1} = \varepsilon \left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) + 1 \quad (3.19)$$

en introduisant (3.19) dans (3.18)

On obtient :

$$\zeta_p = C_{\min} T_1 \varepsilon \left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) - T_0 C_{\min} \ln \left[1 + \varepsilon \left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) \right] \quad (3.21)$$

Dans le cas où l'on ne tient pas compte de l'exergie du matériaux, on a :

$$\zeta'_f = \zeta_2 - \zeta_{2s}$$

avec

ζ_2 : Exergie du fluide chaud à l'entrée de l'échangeur.

ζ_{2s} : Exergie du fluide chaud à la sortie de l'échangeur.

On aura

$$\begin{aligned} \zeta'_f &= (H_2 - H_{2s}) - T_0 (S_2 - S_{2s}) \\ &= C_{\max} (T_2 - T_{2s}) - T_0 C_{\max} \ln \left(\frac{T_2}{T_{2s}} \right) \\ &= C_{\max} T_2 \left(1 - \frac{T_{2s}}{T_2} \right) - T_0 C_{\max} \ln \left(\frac{T_{2s}}{T_2} \right) \end{aligned} \quad (3.22)$$

En supposant les échanges de chaleur avec le milieu ambiant négligeables,

on a :

$$H_{1s} - H_1 = H_2 - H_{2s}$$

Soit,

$$\begin{aligned} C_{\min} (T_{1s} - T_1) &= C_{\max} (T_2 - T_{2s}) \\ C_{\min} T_1 \left(\frac{T_{1s}}{T_1} - 1 \right) &= C_{\max} T_2 \left(1 - \frac{T_{2s}}{T_2} \right) \end{aligned} \quad (3.23)$$

En portant l'équation (3.19) dans (3.23) on obtient,

$$1 - \frac{T_{2s}}{T_2} = \omega \frac{T_1}{T_2} \left[\varepsilon \left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) \right] = \omega \varepsilon (1 - \tau) \quad (3.24)$$

d'où

$$\zeta'_f = C_{\max} T_1 \left[\omega \varepsilon \left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) \right] + T_0 C_{\max} \ln [1 - \omega \varepsilon (1 - \tau)] \quad (3.25)$$

Finalement, le rendement exergetique, dans le cas où on ne prend pas en considération l'exergie perdue par le matériau sera donné par :

$$\psi'_{lx} = \omega \frac{\frac{T_1}{T_0} \varepsilon \left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) - \ln \left[1 + \varepsilon \left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) \right]}{\frac{T_1}{T_0} \omega \varepsilon \left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) + \ln \left[1 - \omega \varepsilon \left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) \right]} \quad (3.26)$$

Dans le cas où on prend en compte l'exergie perdue par le matériau, on a,

$$\begin{aligned} \zeta_f &= \zeta'_f + I_{d,A} = \zeta'_f + N s_m T_0 C_{\max} \\ &= \zeta'_f + \gamma \omega Nut T_0 C_{\max} = \zeta'_f + \gamma Nut T_0 C_{\min} \end{aligned} \quad (3.27)$$

en portant (3.22) dans (3.27) on obtient :

$$\begin{aligned} \zeta_f &= C_{\max} T_1 \left[\omega \varepsilon \left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) \right] + T_0 C_{\max} \ln [1 - \omega \varepsilon (1 - \tau)] \\ &+ \gamma T_0 C_{\min} Nut \end{aligned} \quad (3.28)$$

Soit finalement,

$$\psi'_{lx} = \omega \frac{\frac{T_1}{T_0} \varepsilon \left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) - \ln \left[1 + \varepsilon \left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) \right]}{\frac{T_1}{T_0} \omega \varepsilon \left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) + \ln [1 - \omega \varepsilon (1 - \tau)] + \gamma \omega Nut} \quad (3.29)$$

Appliquons les équations (3.26) et (3.29) aux échangeurs à contre courant et à co - courant. Pour la même valeur ($\gamma=0.01$) et pour des échangeurs symétriques, on peut tracer ces équations (fig3.10) en prenant $T_1 = T_0$ (la température d'entrée du fluide froid égale à la température ambiante) et le rapport des températures $\tau=2/3$?

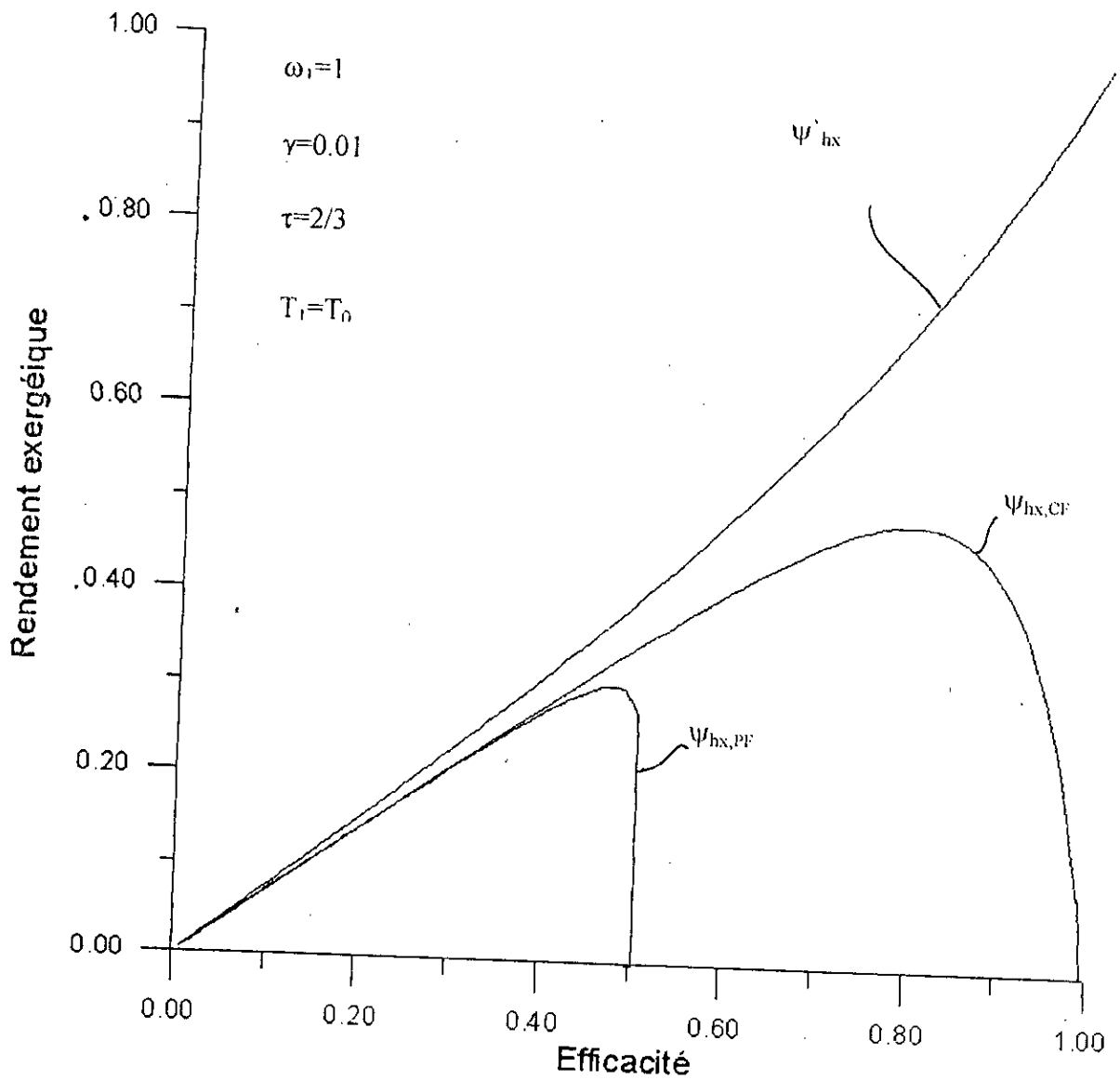


Fig3.10 : Variation du rendement en fonction de l'efficacité pour un échangeur à contre courant et un échangeur à co-courant

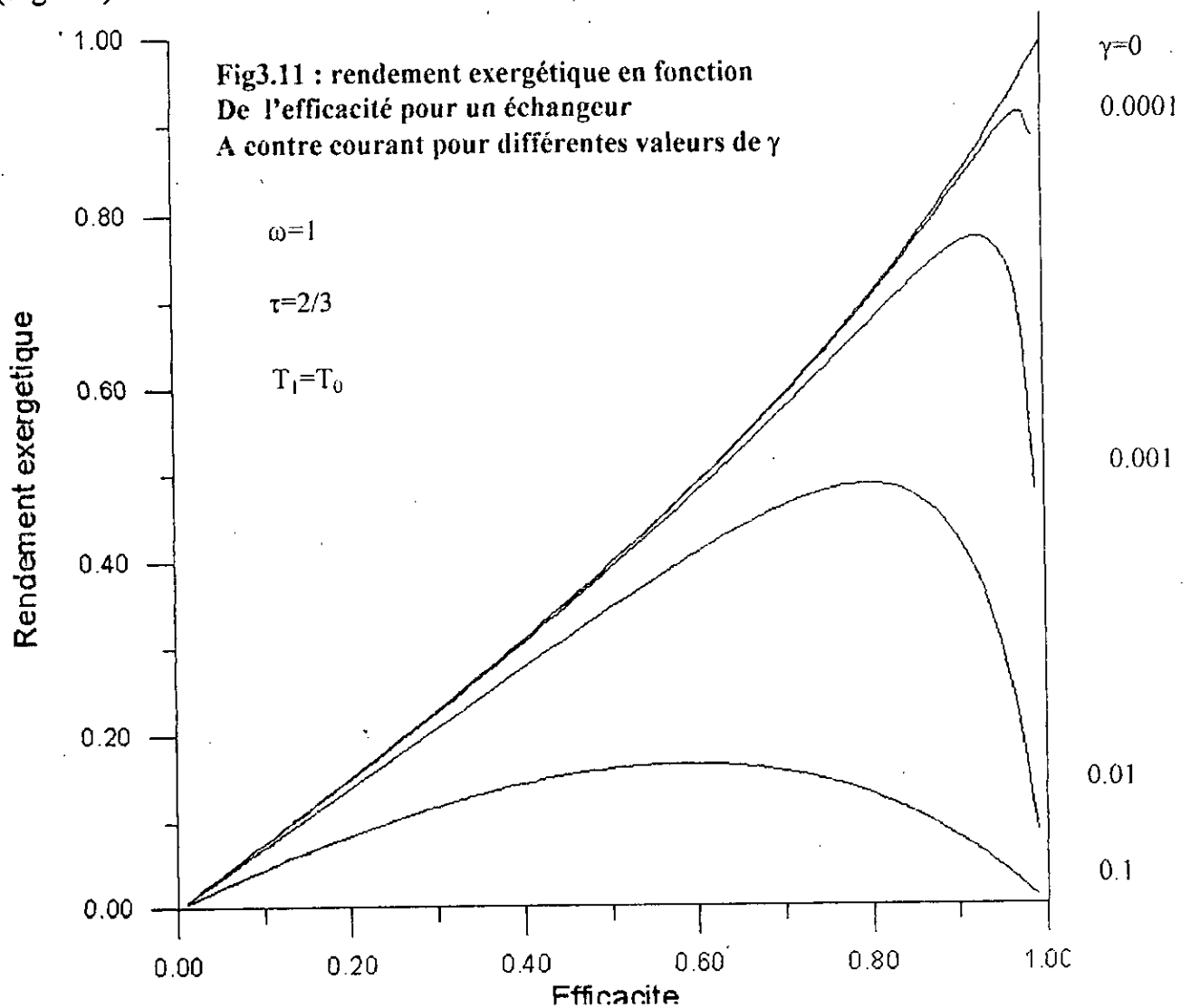
On y voit clairement que les rendements exergétiques dans le cas où l'on tient compte de l'irréversibilité associée au matériau de l'échangeur ($\psi_{h,x}$) sont différents selon que l'échangeur est à contre courant ou à co-courant et sont nettement inférieurs au rendement exergétique dans le cas où l'on ne tient pas compte de cette irréversibilité ($\psi'_{h,x}$).

On peut vérifier aisément que lorsqu'on ne tient pas compte de (Ns_m) , plus la surface est importante, plus le rendement exergetique (ψ'_{hx}) est meilleur, ce qui est tout à fait le contraire pour les rendements exergetiques (ψ_{hx}) qui tiennent compte de (Ns_m) . On voit en effet que ces derniers tendent vers zéro pour une surface d'échange infinie ($\varepsilon=0.5$ pour un échangeur à co-courant et $\varepsilon=1$ pour un échangeur à contre courant).

Ces courbes confirment aussi le fait bien connu que les échangeurs à contre-courant sont avantageux par rapport aux échangeurs à co-courant ($\psi_{hx, cF} \gg \psi_{hx, PF}$) dans le voisinage de la limite idéale).

On s'intéressera maintenant uniquement aux échangeurs à contre courant. La figure (3.11) représente la variation du rendement exergetique tenant compte de l'irréversibilité associée à la construction de l'échangeur ($\psi_{hx, cF}$) en fonction de l'efficacité pour différentes valeurs de (γ) . On prend un échangeur symétrique avec $\tau=2/3$ et ayant une température d'entrée du fluide froid égale à la température ambiante ($T_1/T_0=1$)

(Fig3.11)



Pour ($\gamma=0$), c'est à dire pour une durée de vie infinie, le rendement exergetique (ψ_{hx}) sera exactement égal à (ψ'_{hx}), autrement dit, pour une durée de vie infinie que l'on tienne compte de l'irréversibilité associée au matériau de l'échangeur ou pas, le rendement est le même ($\psi_{hx, cf} = \psi'_{hx, cf}$).

Par ailleurs, si la durée de vie est infiniment courte, γ tendra vers l'infini et le rendement exergetique tendra vers zéro (courbe confondue avec l'axe des abscisses). Notons aussi que le rendement (ψ_{hx}) pour une efficacité donnée est inversement proportionnel à (γ) et possède un maximum pour chaque valeur de (γ).

3.4. Analyse thermoéconomique

Dans l'analyse thermoéconomique, la fonction-objectif à optimiser correspond au coût global du projet, c'est à dire le coût de l'investissement plus le coût des irréversibilités. En supposant que le coût d'investissement est proportionnel à la surface d'échange, on aura la fonction objectif suivante :

$$c_T = c_A A + c_{\Delta T} \dot{I}_{\Delta T} + c_{\Delta P} \dot{I}_{\Delta P} \quad (3.30)$$

où

c_T est le coût global de l'opération exprimée en (\$).

c_A le coût du capital investi par unité de surface exprimé en (\$/m²)

$c_{\Delta T}$ le coût associé aux irréversibilités dues aux transfert de chaleur exprimé en (\$/KWh).

Et

$c_{\Delta P}$: le coût associé aux irréversibilités dues à la perte de pression exprimé en (\$/Kw.h).

Les différentes méthodes de calcul de $c_{\Delta T}$ et $c_{\Delta P}$ ont été exposés par Ranasinghe [14].

On peut obtenir une forme adimensionnelle de la fonction objectif ci - dessus en posant :

$$Ns_c = \frac{c_T}{c_{\Delta T} T_0 c_{\max} t_v} \quad (3.31)$$

Dans l'hypothèse où les fluides se comportent en gaz parfaits et où les irréversibilités associées aux chutes de pression sont négligeables. La fonction objectif prend la forme

$$Ns_c = \omega \ln \left[1 + \frac{\varepsilon}{\tau} (1 - \tau) \right] + \ln [1 + \omega \varepsilon (\tau - 1)] + \gamma_c Nut \quad (3.32)$$

où

$$\gamma_c = \frac{c_A}{c_{ST} T_0 U t_v}$$

est un nouveau paramètre adimensionnel.

Notons que l'expression (3.32) présente la même forme fonctionnelle que les expressions (3.11) et (3.16). La même procédure d'optimisation utilisée pour l'expression (3.11) s'applique ici à l'expression (3.32) et un optimum (Nut_c) pour un échangeur à contre courant peut ainsi être obtenu à partir de la (figure(3.9)) pour une valeur donnée de (γ_c), on désignera cet optimum par (Nut_c^*).

Exemple Numérique 2

Considérons un échangeur de chaleur à contre courant pour deux durées de vie différentes de 5 et 10 ans et pour deux coefficients de transfert $U=40 \text{ W/m}^2\text{K}$ et $U=70\text{W/m}^2\text{K}$.

Le rapport des débits calorifiques $\omega=0,7$ et le rapport des températures d'entrée $\tau=T_1/T_2=2/3$.

On se propose de déterminer dans les quatre cas de figure possibles, les nombres d'unités de transfert Nut^* , Nut_1^* et Nut_c^* .

On va prendre un échangeur à tubes et calandre en acier avec les données suivantes [11]:

- Masse volumique $\rho=7770\text{Kg/m}^3$
- Epaisseur des tubes $t=3,2 \text{ mm}$.
- Exergie chimique $\zeta_{mch}=6764 \text{ KJ/ Kg}$.
- Contrainte admissible $\sigma_y=2,896.10^8 \text{ Pa}$.
- Module de Young $E= 2,068.10^{11} \text{ Pa}$.

Le coût de la surface d'échange est approximativement : $c_A=72 \text{ \$/m}^2$.

Une estimation du coût de l'irréversibilité associée au transfert de chaleur est : $c_{\Delta T}=0,056 \text{ \$/Kw.h} = 1.6.10^{-8} \text{ (\$/J)}$.

L'énergie nécessaire à la construction des tubes en acier est estimée à : $35,7.10^3 \text{ J/Kg}$.

On donne aussi les températures $T_1=T_0=298\text{K}$.

Déterminons l'exergie thermomécanique de l'acier en utilisant l'équation (3.6) :

$$\zeta_{mph} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_y^2 A}{E} = \frac{3,2.10^{-3} (2,896.10^8)^2}{2.2,068.10^{11}} A$$

$$= 649 A \text{ (J)}$$

lorsque A est en m^2 .

L'exergie chimique de l'échangeur en entier s'exprime en fonction de la surface d'échange par :

$$\begin{aligned}
 \zeta_{m,Ch} \cdot \rho \cdot V &= \zeta_{m,Ch} \cdot \rho \cdot t \cdot A \\
 &= (6764 \cdot 10^3)(7770)(3,2 \cdot 10^{-3}) A \\
 &= 1,6818 \cdot 10^8 A (J)
 \end{aligned}$$

A étant exprimé en (m²)

L'exergie thermomécanique de l'acier étant très faible devant son exergie chimique, on prendra son exergie totale (ζ_m) approximativement égale à son exergie chimique.

Le rendement exergetique global du processus de fabrication des tubes peut s'exprimer par le rapport :

$$\psi_m = \frac{\text{Exergie totale du matériau}}{\text{Energie nécessaire à la construction}}$$

Soit,

$$\psi_m = \frac{6764}{35,7 \cdot 10^3} = 0,19$$

Les valeurs de γ , γ_1 et γ_c peuvent être calculées en utilisant les équations (10), (16) et (29) respectivement, ainsi on aura :

$$\gamma = \frac{I_{mt}}{T_0 U} = \frac{\zeta_m}{t_v T_0 U A} = \frac{1,6818 \cdot 10^8 \cdot A}{298 t_v \cdot U \cdot A} = \frac{1,6818 \cdot 10^8}{298 t_v U}$$

et

$$\gamma_1 = \frac{\gamma}{\psi_m} = \frac{1,6818 \cdot 10^8}{298 \cdot 0,19 t_{vu}} = \frac{2970 \cdot 10^3}{t_v u}$$

et

$$\gamma_c = \frac{c_A}{c_{\Delta T} T_0 U t_v} = \frac{72}{1,6 \cdot 10^{-8} \cdot 298 \cdot t_v U} = \frac{15100 \cdot 10^3}{t_v U}$$

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau ci-dessous

U (w/m ² K)	5			10		
	γ	γ_l	γ_c	γ	γ_l	γ_c
40	$8.9 \cdot 10^{-5}$	$4.9 \cdot 10^{-4}$	$2.4 \cdot 10^{-3}$	$4.47 \cdot 10^{-5}$	$2.355 \cdot 10^{-4}$	$1.23 \cdot 10^{-3}$
70	$9 \cdot 10^{-5}$	$2.69 \cdot 10^{-4}$	$1.4 \cdot 10^{-3}$	$2.55 \cdot 10^{-5}$	$1.34 \cdot 10^{-4}$	$7.03 \cdot 10^{-4}$
40	Nut	Nut _l [*]	Nut _c [*]	Nut [*]	Nut _l [*]	Nut _c [*]
	15.5	10	5	18	12	7
70	17.5	12	6.5	19.5	14	9

Considérons à titre d'exemple le cas correspondant à une durée de vie de 5 ans et à un coefficient de transfert $U=40\text{w/m}^2\text{K}$. La variation du nombre d'unités de production d'entropie en fonction de (Nut) est représenté sur la **figure (3.12)** ci - après pour les trois cas envisagés à savoir Ns (3.11), Ns_l (3.16) et Ns_c (3.32).

On y voit bien que $Nut^* > Nut_l^* > Nut_c^*$.

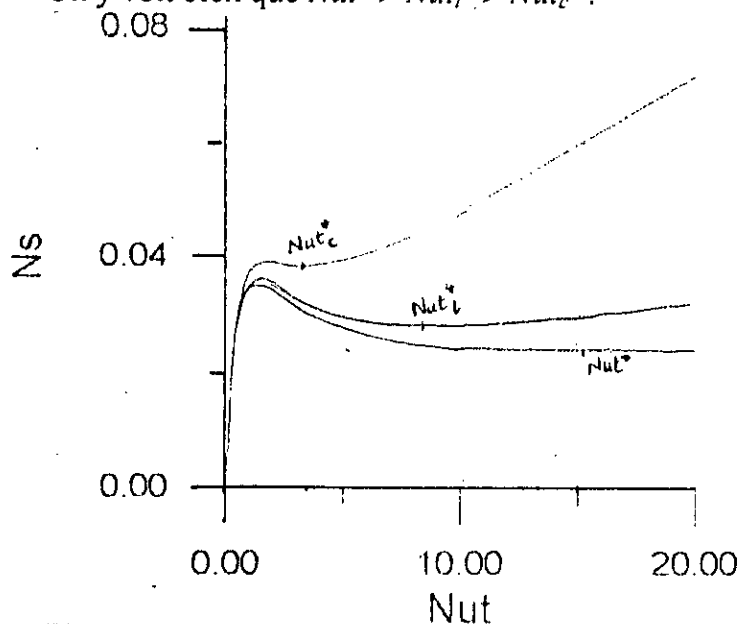


Fig 3.12 : Variation de Ns en fonction de Nut

Comme on l'a déjà dit, (Nut^*) est l'optimum absolu qui considère que les processus de fabrication sont idéaux. Donc ni le temps ni le lieu n'influent sur sa valeur et celle de l'irréversibilité correspondante, elles demeurent absolument constantes.

Les coûts d'investissement et d'exploitation d'un échangeur (c_A) et (c_{AT}) sont en variation permanente et dépendent bien entendu de l'endroit où l'on utilise l'échangeur ; ce qui nous amène à la dépendance de (Nut_c^*) du temps et du lieu. En ce qui concerne (Nut_i^*), il varie avec le temps du fait qu'il tient compte des processus de fabrication et de leur rendement qui suit la progression de la technologie. Pour un rendement égal à l'unité on a $Nut_i^* = Nut^*$

En tablant sur l'épuisement des réserves d'énergie, on pourrait s'attendre à une flambée des prix de l'énergie qui aura pour conséquence une prédominance des coûts d'exploitation par rapport aux coûts d'investissement et le coût global d'un échangeur deviendra optimum pour un Nut plus grand. Cependant, l'augmentation des prix de l'énergie affectera aussi celle de la fabrication de l'échangeur, ce qui rend la conclusion ci - dessus incertaine. Une collection de données sur les échangeurs et une analyse de ces données sur une longue période est nécessaire pour établir la relation qui existe entre l'évolution probable des prix de l'énergie et de celle des prix des échangeurs.

CONCLUSION

La méthode d'analyse basée sur la minimisation de l'irréversibilité a été appliquée à l'optimisation des échangeurs de chaleur. En nous limitant à la considération des seuls échangeurs à contre-courant mettant en jeu des fluides considérés comme des gaz parfaits, nous avons pu découpler les différents mécanismes d'irréversibilité qui interviennent dans le fonctionnement d'un échangeur de chaleur et nous avons trouvé que ces différentes irréversibilités s'expriment mathématiquement à l'aide de relations très simples facilitant la recherche des optima.

Nous savons que l'optimum thermodynamique pour un échangeur de chaleur correspond d'après les méthodes habituelles (méthode présentée dans le chapitre 2) à une surface d'échange infinie. La méthode présentée dans le chapitre 3, qui introduit un terme additionnel tenant compte de l'irréversibilité du matériau de l'échangeur, permet l'obtention d'un optimum correspondant à une surface d'échange finie. Un tel optimum nous offre une nouvelle référence qui ne change pas avec le temps et le lieu.

Nous avons vu que les optima obtenus sont semblables à l'optimum économique et obéissent à la même loi fonctionnelle, l'optimum de référence dont il a été question ci-dessus (Nut) correspond à des surfaces d'échange beaucoup plus importantes que celles de l'optimum économique. En introduisant un terme tenant compte de l'irréversibilité associée au processus de fabrication de l'échangeur on aboutit à des optima plus proches des optima thermoéconomiques. Les rendements exergétiques qui comportent un terme relatif à l'exergie du matériau de l'échangeur révèlent l'avantage thermodynamique des échangeurs à contre courant par rapport aux échangeurs à co-courant et montrent qu'un échangeur à surface d'échange infinie, à moins que sa durée de vie ne soit elle aussi infinie, possède un rendement exergétique égale à zéro. Ceci s'oppose à ce qui est obtenu à partir d'autres expressions du rendement exergétique qui conduisent dans certains cas à la même valeur du rendement pour un échangeur à contre courant et pour un échangeur à co-courant d'une part et d'autre part à un rendement égal à l'unité pour une surface d'échange infinie.

Cette étude pourrait être étendue à des échangeurs de configuration plus complexe et mettant en jeu des fluides quelconques avec ou sans changement de phase. Dans ce cas il sera certainement difficile de trouver des relations analytiques au problème d'optimisation et la recours aux calculs numériques sera indispensable.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] A.J. Chapman
Heat Transfer
4^{ème} Edition 1984, Mac Millan publishing Company
- [2] J.P. Holman
Heat Transfer
4^{ème} Edition 1976, Mc Graw-Hill KOGAKUSHA, LTD.
- [3] M. Kovarik
Optimal Heat Exchangers
Journal of Heat Transfer, May 1989, Vol III.
- [4] P. LeGOFF
Energetique Industrielle, T1, T2, T3
Technique et Documentation, 1982
- [5] A. Bejan
Second Law Analysis in Heat Transfer
Energy, Vol5. Pp721-732.
- [6] J. Mc Govern, P. LeGoff
Termes de Signe positif et négatif en analyse énergétique des flux de chaleur.
Revue générale de thermique, 1996, pp 651-654
- [7] L.G. Witte, N. Shamsundar
A Thermodynamic Efficiency, Concept for Heat Exchange Devices
Journal of Engineering for power
January, 1985, Vol 105, pp 199-203
- [8] A. Bejan
Advanced Engineering Thermodynamics
Edition John Willey et Sons, 1988.
- [9] J.D. Parker, J.H. Boggs, E.F. Blick
Introduction to fluid Mechanics and Heat Transfer
3^{ème} Edition, Addison, Wesley. Publishing Company, 1974.
- [10] M.S. Peters et K.D. Timmerhaus
Plant Design and Economics for Chemical Engineers
3^{ème} Edition 1985, International Student Edition.
Mc Graw-Hill International Book Company.
- [11] Aceves-Saborio, Ranasinghe, G.M. Reistad
An Extension to Irreversibility Minimization Analysis Applied to Heat Exchangers.
Journal of Heat Transfer, 1989, February, Vol III, pp 29-36
- [12] Kotas

The Exergy Method of Thermal Plant Analysis
Butter Worth, London

- [13] P.F. Chapman, F. Roberts
Metal Ressources and Energy
Butter Worth, London, 1983.

- [14] J. Ranasinghe, Aceves-Saborio et Reistad
Optimization of Heat Exchangers in Energy Conversion Systems.
• Second Law Analysis of Systems, Proc. Ivth Int. Symp. ASME, NewYork, 1987,
pp 29-38.

- [15] A. Bejan
Thermodynamics of Heat Devices
Second Law Analysis of Thermal Systems.
Proc. IVth Int. Symp.
MJ. Moran et E. Setubba, ASME, NewYork, 1987.

- [16] M. Feidt
Thermodynamique et Optimisation Enegetique des Systemes et Procédés.
Techniques et Documentation, Lavoisier 1987.

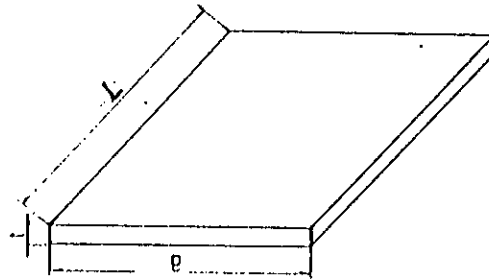
- [17] A. Bejan
The Concept of Irreversibility in Heat Exchangers Design: Conterflow Heat Exchangers
for Gas-to-Gas Applications.
Journal of Heat Transfer, 1977 Vol 99- pp 374-380
TRANSACTION OF THE ASME

- [18] Re Sontag and G.J. Van Wylen
Introduction to thermodynamics
3^{ème} Edition 1991
Jhon Wiely

APPENDICES

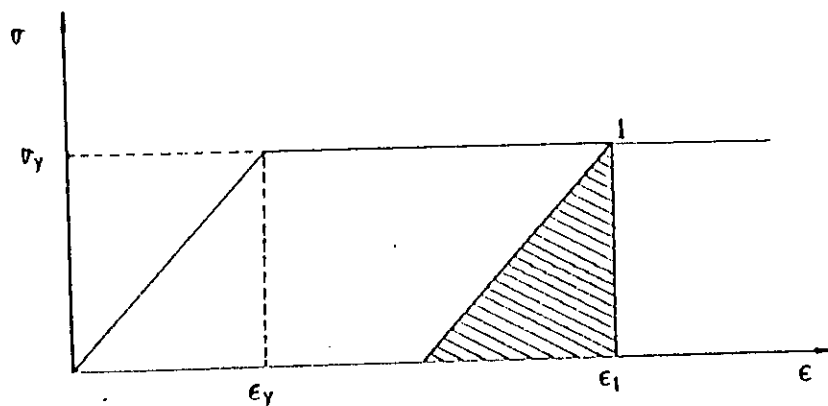
Appendice A : Exergie Elastique due à la Déformation du Matériau lors de la fabrication des Tubes Echangeur

Admettons que le matériau utilisé dans la fabrication des tubes est une plaque plane, d'exergie élastique nulle, d'épaisseur t , de longueur L et de largeur l (figureA.1)



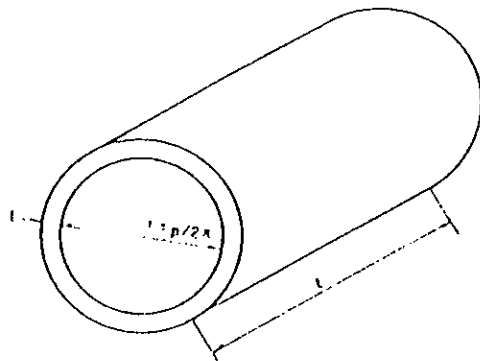
(figureA.1)

On suppose que le diagramme contrainte - déformation du matériau considéré présente la forme simplifiée de la (figureA.2) ci - après :



(figureA.2 : Diagramme contrainte -déformations)

Le tube fabriqué aura la forme donnée à la figure(A.3)



(figureA.3)

La théorie de l'élasticité prévoit la forme fonctionnelle suivante pour la distribution de la contrainte dans les tubes

$$\sigma = E\epsilon = \frac{Ey}{r} \quad (\text{A.1})$$

où

$r=l/2\pi$ est le rayon du tube.

y , la coordonnée radiale mesurée à partir du cylindre médian (représenté en pointillé sur la figure A.3).

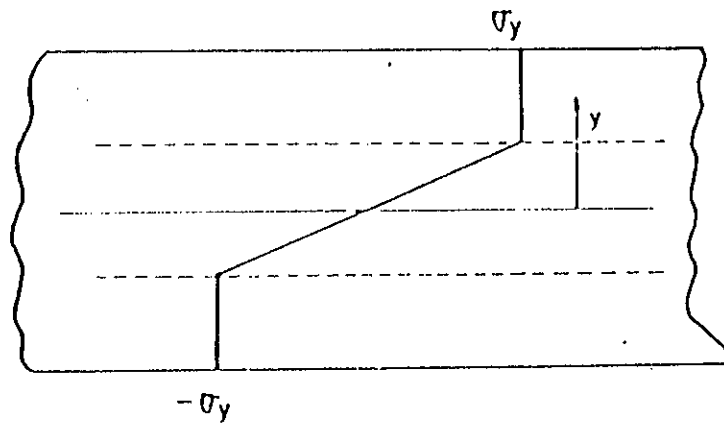
La contrainte à la paroi ($y=l/2$) est obtenue à partir de l'équation (A.1) :

$$\sigma_w = \frac{El}{2r} \quad (\text{A.2})$$

La valeur obtenue en appliquant cette dernière relation, est beaucoup plus importante que celle de la contrainte admissible adoptée dans les applications pratiques de la majorité des matériaux.

Une telle valeur élevée de la contrainte provoque la déformation plastique du matériau au voisinage de la paroi, tandis que la matériau continuera à se comporter élastiquement dans une région étroite autour du cylindre médian.

La distribution de la contrainte à travers la paroi se présente comme indiquée sur la (figureA.4) ci - dessous.



(figure A.4 : Distribution de la contrainte à travers la paroi)

La contrainte varie linéairement dans les régions élastiques et prend une valeur constante σ_y dans la région plastique, conformément au diagramme contrainte - déformation de (figure A.2).

Dans la plupart des cas, la paroi est suffisamment épaisse de telle sorte que la région élastique peut être négligée devant le volume totale du matériau. Sous cette condition, l'exergie emmagasinée dans le matériau est

$$\varepsilon_{m,ph} = \int 1/2 \sigma \alpha dv = 1/2 \sigma_y \frac{\sigma_y v}{E} = \frac{1/2 \sigma_y^2}{2E} \quad (A.3)$$

Finalement, l'exergie élastique du matériau par unité de surface d'échange sera :

$$\frac{\zeta_{m,ph}}{A} = \frac{1/2 \sigma_y^2}{2E} \quad (A.4)$$

Le travail de déformation est en fait ^{plus} important que l'exergie élastique donnée par l'équation (A.4), par -ce que une partie de ce travail sera dépensée dans la déformation plastique du matériau et ne sera donc pas recouvrable.

La figure (A.4) montre une comparaison entre ces deux quantités. Le point 1 est un point de la zone plastique au voisinage de la paroi. Le travail de déformation du matériau est représenté par la surface sous la courbe et allant de $\varepsilon=0$ jusqu'à $\varepsilon = 1$.

Etant donné que l'énergie dépensée par la déformation plastique du matériau n'est pas recouvrable, la seule contribution à l'exergie est la partie élastique du travail, représentée par la surface hachurée. L'exergie n'est donc qu'une partie du travail de déformation, la majeure partie de ce dernier, étant dissipée.

Appendice B : Figures

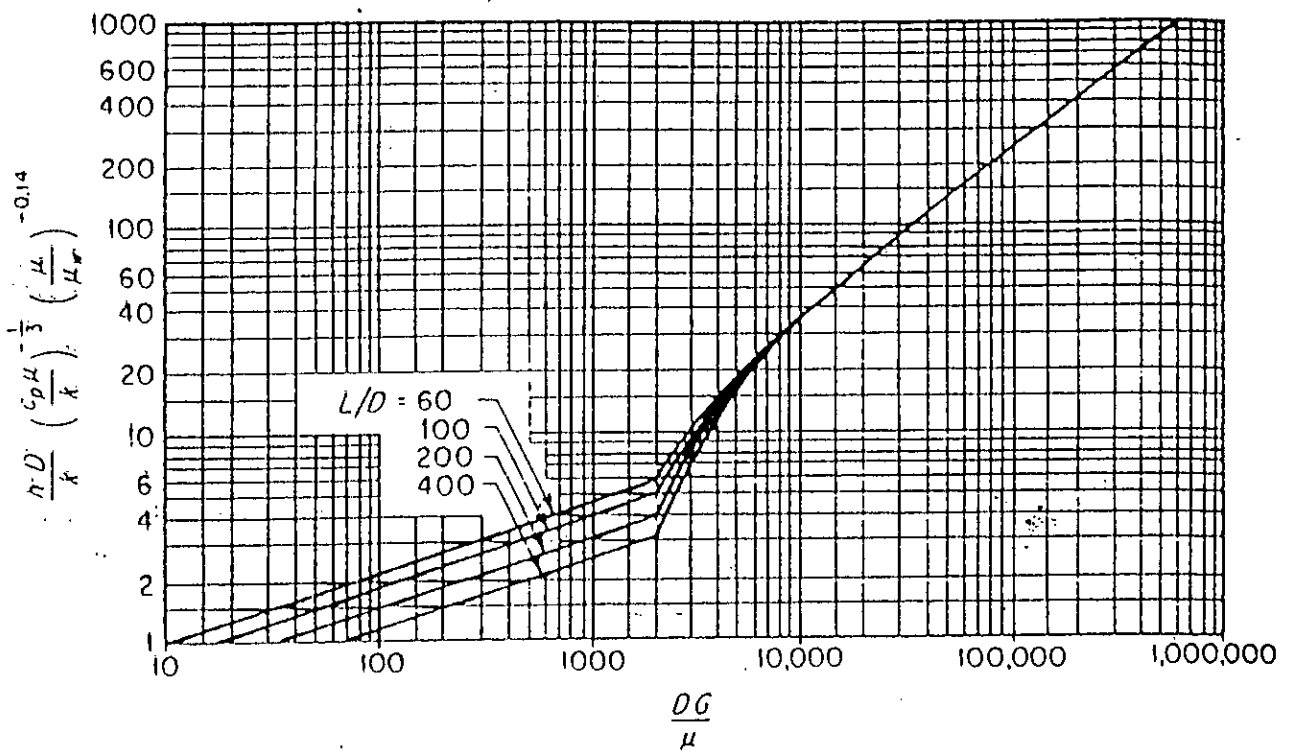


Fig1 : Nombre de Stanton en fonction de Re à l'intérieur des tubes

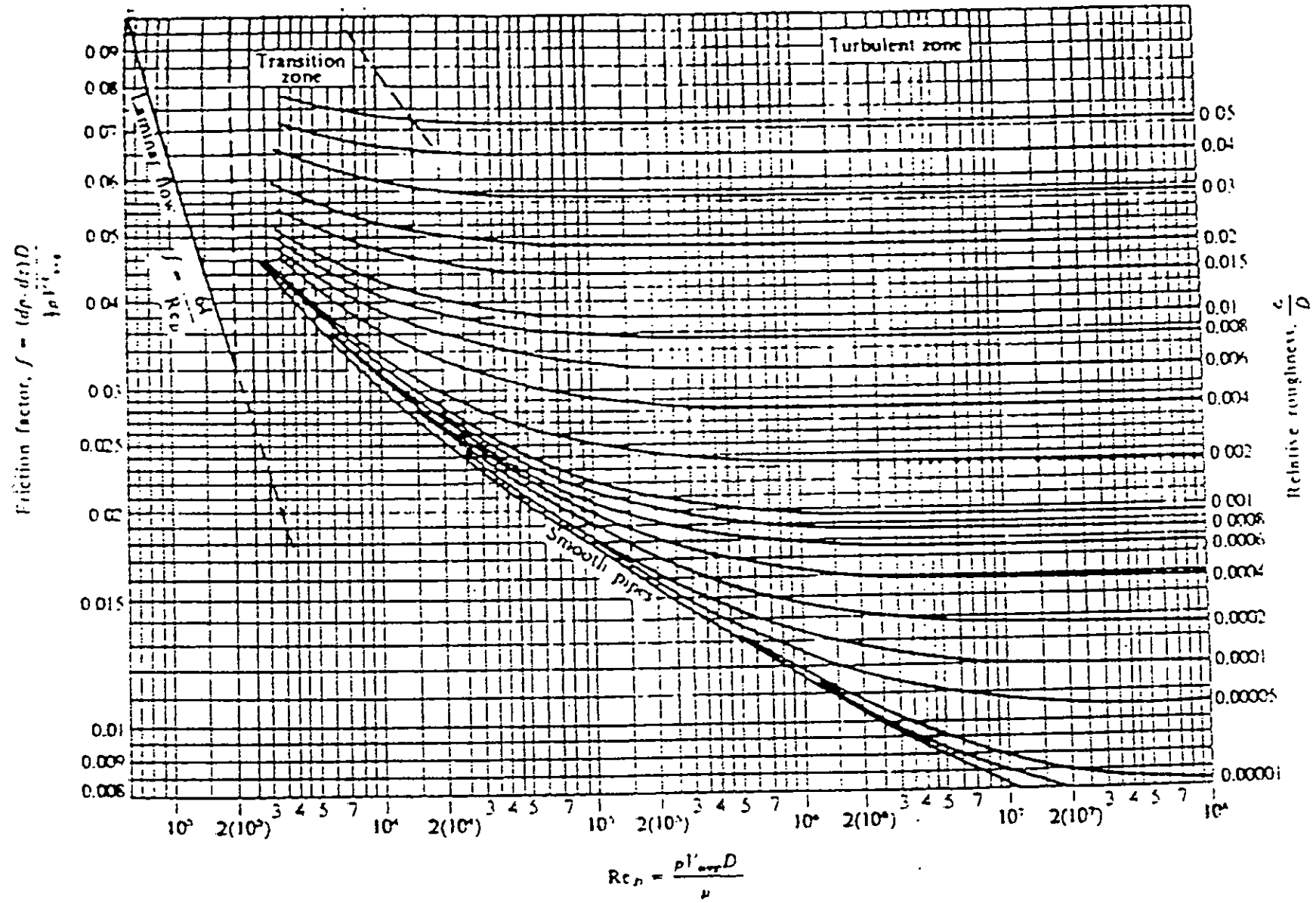


Fig2 : Facteur de friction en fonction de Re à l'intérieur des tubes

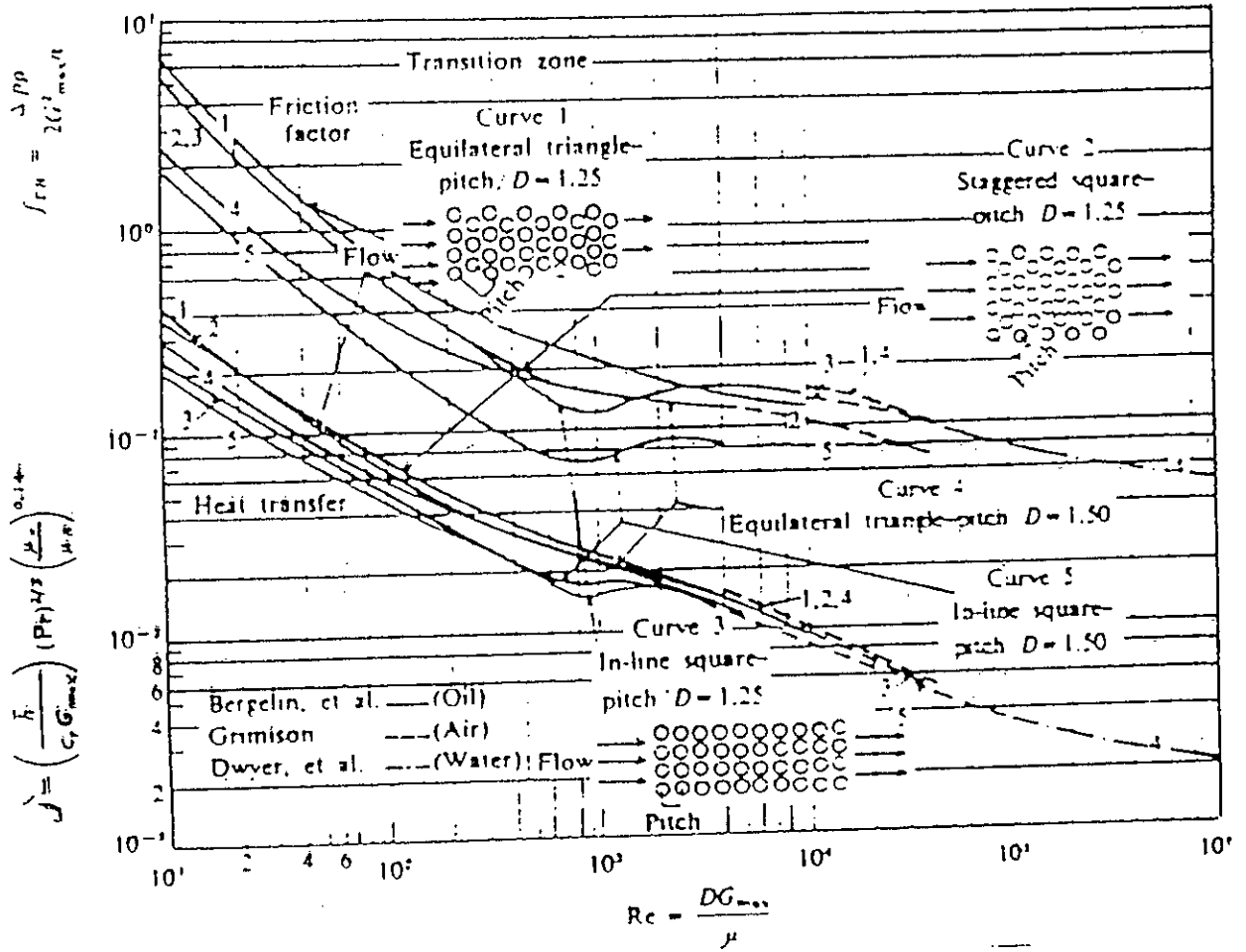


Fig3 : Facteur de frottement et nombre de Stanton en fonction de Re et à travers les tubes.

Appendice C : Recherche des nombres d'Unités de Transfert Optimums

Rappelons que la fonction objectif est donnée par l'expression (3.11)

$$Ns = \omega \ln \left[1 + \frac{\varepsilon}{\tau} (1 - \tau) \right] + \ln [1 + \omega \varepsilon (\tau - 1)] + \gamma \omega Nut \quad (3.11)$$

avec, dans le cas d'un échangeur à contre courant :

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-Nut(1 - \omega)]}{1 - \omega \exp[-Nut(1 - \omega)]} \quad (3.12)$$

$$\text{Posons } y = \exp[-Nut(1 - \omega)] \quad (C.1)$$

Ce qui donne :

$$\varepsilon = \frac{1 - y}{1 - \omega y} \quad (C.2)$$

Recherchons la dérivée de Ns par rapport à Nut.

Remarquons d'abord que l'expression (3.11) peut s'écrire :

$$Ns = Ns_{\Delta T} + Ns_m \quad (C.3)$$

Il vient à présent,

$$\frac{\partial Ns}{\partial Nut} = \frac{\partial Ns_{\Delta T}}{\partial Nut} + \frac{\partial Ns_m}{\partial Nut} = \frac{\partial Ns_{\Delta T}}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial Nut} + \frac{\partial Ns_m}{\partial Nut} \quad (C.4)$$

avec :

$$\frac{\partial Ns_{\Delta T}}{\partial \varepsilon} = \omega(1 - \tau) \left[\frac{1}{\tau + (1 - \tau)\varepsilon} - \frac{1}{1 - \omega(1 - \tau)\varepsilon} \right] \quad (C.5)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial Nut} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial Nut} = \frac{((1 - \omega)y)(1 - \omega y) - (\omega(1 - \omega)y)(1 - y)}{(1 - \omega y)^2} \quad (C.6)$$

$$\frac{\partial Ns_m}{\partial Nut} = \gamma \omega \quad (C.7)$$

en remplaçant dans l'expression (C.4) on obtient :

$$\frac{\partial N_s}{\partial Nut} = \frac{\left[\left[(1-\omega y) - (1-\tau)(1-y) \right] - \omega(1-\tau)(1-y) \right] - \left[\tau(1-\omega y) + (1-\tau)(1-y) \right] \omega(1-\tau)(1-\omega y)}{\left[\tau(1-\omega y) + (1-\tau)(1-y) \right] \left[(1-\omega y) - \omega(1-\tau)(1-y) \right]} \cdot \frac{(1-\omega)y(1-\omega y) - \omega y(1-y)(1-\omega)}{(1-\omega y)^2} \quad (C.8)$$

Finalement, l'optimum recherché s'obtient en annulant $\frac{\partial N_s}{\partial Nut}$, c'est à dire en écrivant après quelques réarrangements :

$$(1-\tau) \left[(1-\omega y) - \omega(1-\tau)(1-y) \right] \left[\tau(1-\omega y) - (1-\tau)(1-y) \right] \left[y(1-\omega)(1-\omega y) - \omega y(1-\omega)(1-y) \right] + \gamma(1-\omega y) + \left[\tau(1-\omega y) + (1-\tau)(1-y) \right] \left[(1-\omega y) - \omega(1-\tau)(1-y) \right] = 0 \quad (C.9)$$

En développant, on aura l'équation du 3 degré suivante :

$$F(y) = ay^3 + by^2 + cy + d = 0 \quad (C.10)$$

où

$$a = \gamma \omega^2 \tau [\tau(1-\omega) - 1] \quad (C.11)$$

$$b = (1-\tau)^2(1-\omega)^2 - \gamma \omega \tau [\tau(1-\omega) - 1] - \gamma \omega (\tau + \omega^2 \tau + \omega \tau^2 - 4\omega \tau - 1 - \omega^2 \tau) \quad (C.12)$$

$$c = \gamma (\tau + \omega^2 \tau + \omega + \omega \tau^2 - 4\omega \tau - 1 - \omega^2 \tau^2) - \gamma \omega (1-\omega(1-\tau) - \omega(1-\tau)^2(1-\omega)^2) \quad (C.13)$$

$$d = \gamma [1 - \omega(1-\tau)] \quad (C.14)$$

Rappelons que :

$$Nut = (1 - \ln y) / (1 - \omega) > 0$$

Soit

$$0 < y \leq e \quad (C.15)$$

Il s'agit de rechercher la solution de l'équation (C.10) dans l'intervalle de définition.]0, e].

Rappelons aussi que l'équation (C.10) peut ne pas avoir de solution (cas a et b figure 3.6 et 3.7), ou avoir deux solutions dont la première correspond à un maximum de N_s et la seconde à un minimum.

Nous avons établi un programme de calcul qui permet dans un premier temps de localiser les solutions de l'équation (C.10) et puis dans un deuxième temps de résoudre l'équation au voisinage de la deuxième localisation, par la méthode de Newton - Raphson.

Nous reproduisons ci - dessous l'organigramme de la procédure de calcul utilisée.

Le programme nous permet pour un rapport de température ($\tau=2/3$) de calculer les optimums Nut^* en fonction du rapport des débits calorifiques (w) pour plusieurs valeurs (γ). Les résultats sont représentés graphiquement sur la figure (3.9) chapitre 3 page 69.

