

1/97

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

**Ministère de l'enseignement supérieur
et de la recherche scientifique**

**Ecole Nationale Polytechnique
Département du Génie Mécanique**

MEMOIRE

*Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état
en Génie Mécanique*

THEME



**ETUDE ANALYTIQUE
DU LIQUEFACTEUR D'AIR
PHILIPS TYPE PLA-107
ET OPTIMISATION
DE SES PERFORMANCES**

Etudié par:

M. ACHICHE Sofiane

Proposé et encadré par:

M. N. YOUNSI

PROMOTION Juillet 1997

DEDICACE

المدسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

A ma mère et à mon père;

A ma tante Taous et à la mémoire de son défunt mari;

A mes soeurs et frères;

A toute ma famille;

A tous mes amis(es);

Et a tous ceux qui m'ont aimé réussir;

Je dédie ce mémoire.

SOFIANE.

REMERCIEMENTS



Je tiens à remercier vivement, mon promoteur M. N.Younsi qui a accepté de m'encadrer et de diriger mon travail pendant plusieurs mois, et aussi pour le sérieux qu'il exerce dans toutes ses entreprises.

Je remercie également les membres du jury, qui ont accepté de discuter et d'examiner ce mémoire.

Mes remerciements vont aussi à tous les enseignants qui ont contribué à ma formation.

Je remercie Atif Sofiane et Belghache Abdesslem pour leur gentillesse et leur disponibilité.

Je tiens tout particulièrement, à remercier mes deux soeurs Ourida et Samia pour leur soutien.

J'adresse aussi ma profonde reconnaissance à tous ceux qui de près ou de loin, ont contribué à l'élaboration de ce travail.

RESUME

Ce projet consiste, à faire une approche analytique du fonctionnement du liquéfacteur PHILIPS Type PLA-107, afin d'en optimiser les grandeurs physiques et les performances en fonction de certaines variables telles que la vitesse de rotation du vilebrequin et l'angle de déphasage entre les manetons.

ABSTRACT

The main objective of this thesis is to make an analytic analysis of the liquefier PHILIPS PLA-107, in order to achieve an optimization of the physical parameters which are function of some variables like the rotation speed of the crankshaft and the angle lag.

ملخص:

الهدف من هذه الدراسة هو إستعمال تحاليل رياضية على مميح الهواء من النوع Philips PLA-107 من أجل التحصل على أحسن شروط عمله بدلالة بعض المتغيرات.

SOMMAIRE



1- INTRODUCTION	1
1.1- Historique	1
1.2- Domaines d'utilisation des basses températures	3
2- LE CYCLE DE STIRLING INVERSE	5
2.1- Définition de la liquéfaction d'un gaz	5
2.2- Cycle de Stirling inversé (production de froid)	5
2.2.1- Efficacité frigorifique	8
2.2.1.1- Régénérateur parfait	8
2.2.1.2- Régénérateur réel	10
2.2.2- Puissance frigorifique	12
2.2.2.1- Régénérateur parfait	12
2.2.2.2- Régénérateur réel	13
2.3- Le fluide moteur	14
3- LE LIQUEFACTEUR PHILIPS PLA-107	18
3.1- Présentation de l'appareil	18
3.2- Représentation simplifiée du liquéfacteur Philips PLA-107.....	18
3.3- Principe de fonctionnement du liquéfacteur Philips PLA-107.....	22
3.4- Tête de condenseur (condenseur d'air liquide)	22
3.5- Principe de transmission de mouvement	23
3.6- Production du liquéfacteur	24
4- CYCLE DE STIRLING ET MINIATURISATION	27
4.1- Les micro-moteurs	27

4.2- Les réfrigérateurs miniaturisés	31
4.3- Implications de la miniaturisation	34
4.4- Conclusions	34
5- ETUDE THERMODYNAMIQUE DU LIQUEFACTEUR	36
5.1- Variations des volumes dans la machine	37
5.1.1- Volume d'expansion V_e	37
5.1.2- Volume de compression	38
5.1.3- Volumes morts V_s	38
5.2- Variations de la pression dans la machine	39
5.3- Puissance frigorifique et puissance fournie	43
5.4- Puissance nécessaire P_u	45
5.5- Coefficient de performance C.O.P	45
6- OPTIMISATION	47
6.1- Relation entre φ et Φ	48
6.2- Variation des volumes V_e, V_c, V_t	50
6.2.1- Volume d'expansion V_e	50
6.2.2- Volume de compression V_c	51
6.2.3 Variation du volume total V_t	54
6.3- Pression moyenne dans la machine	55
6.3.1- Pression en fonction de l'angle de rotation de la machine ..	57
6.3.2- Pression dans la machine en fonction du volume total	59
6.3.3- Pression moyenne dans la machine P_m	60
6.4- Puissance frigorifique	62
6.4.1- Puissance frigorifique en fonction de la vitesse de rotation	62
6.4.2- Puissance frigorifique en fonction de la pression moyenne	64

6.4.3- Puissance frigorifique en fonction de l'angle φ	65
6.5- Puissance nécessaire P_u	66
6.6- Coefficient de performance C.O.P	67
6.7- Calcul du flux du gaz frigorigène	68
6.8- Résumé	71
6.9- Conclusions et commentaires	72
7- CONCLUSION GENERALE	74

NOMENCLATURE

- $A = [\tau^2 + W^2 + 2 \tau W \cos (\Phi)]^{1/2}$.
- $B = \tau \left[1 + 2 \frac{V_{e.min}}{V_0} \right] + W + 2 \frac{V_{c.min}}{V_0} + 2 S$.
- $C = 2 \frac{RT_c}{MV_0} m_t$.
- D_c : Diamètre du cylindre du piston [mm].
- D_e : Diamètre du cylindre du refouleur [mm].
- L_c : Distance entre la base du refouleur et le sommet du piston [mm].
- L_e : Distance entre le sommet de l'espace d'expansion et le sommet du refouleur [mm].
- M : Masse moléculaire du gaz frigorigène [g / mole]
- N : Vitesse de rotation [tr / min.]
- P : Pression moyenne instantanée [bar].
- P_u : Puissance nécessaire [kW].
- Q_c : Quantité de chaleur rejetée à la source chaude, en terme de puissance [kW]
- Q_e : Puissance frigorifique [kW]
- Q_f : Puissance frigorifique fournie par la source froide elle égale à Q_e .
- Q_{c0} : Quantité de chaleur rejetée à la source chaude [KJ].
- Q_{e0} : Quantité de chaleur froide [KJ]
- $R = 8.31434$ [J / mole °K], constante des gaz parfaits.
- $S = \frac{V_s}{T_s} \times \frac{T_c}{V_0}$.
- T_c : Température dans le volume de compression [K].
- T_e : Température dans le volume d'expansion [K].
- T_s : Température dans les volumes morts [K].
- T_{c0} : Température moyenne dans le refroidisseur (circuit du gaz) [K].
- T_{e0} : Température moyenne dans le condenseur (circuit du gaz) [K].
- U : Energie interne [J].
- V_c : Volume de compression [cm³].
- V_e : Volume d'expansion [cm³].

- V_s : Volumes morts [cm^3].
- $V_{c.\max}$: Volume maximum de compression [cm^3].
- $V_{c.\min}$: Volume minimum de compression [cm^3].
- $V_{e.\max}$: Volume maximum d'expansion [cm^3].
- $V_{e.\min}$: Volume minimum d'expansion [cm^3].
- $V_0 = V_{e.\max} - V_{e.\min}$, Volume balayé par le refouleur [cm^3].
- $W = \frac{V_{c.\max} - V_{c.\min}}{V_0}$, Rapport du volume balayé par le piston à celui balayé par le refouleur.
- X_{bb} : Distance entre la base du refouleur et l'axe du vilebrequin [mm].
- X_{bp} : Distance entre le sommet du piston et l'axe du vilebrequin [mm].
- X_{sb} : Distance entre le sommet du refouleur et l'axe du vilebrequin [mm].
- X_{se} : Distance entre le sommet de l'espace d'expansion et l'axe du vilebrequin [mm].
- d : diamètre de la tige du balayeur [mm].
- $e = \frac{\delta}{1 + (1 - \delta^2)^{\frac{1}{2}}}$: Premier terme du développement en série de Fourier de $\left(\frac{1}{1 + \delta \cos(\alpha - \theta)} \right)$.
- m_c : Masse du gaz dans l'espace de compression [g].
- m_e : Masse du gaz dans l'espace d'expansion [g].
- m_s : Masse du gaz dans les volumes morts [g].
- m_t : Masse totale du gaz [g].
- t : Temps [s].
- α : Angle de rotation du vilebrequin [$^\circ$].
- $\delta = \frac{A}{B}$.
- φ : Angle de déphasage entre les manetons [$^\circ$].
- Φ : Déphasage entre les volumes de compression et d'expansion [$^\circ$].
- $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$.
- $\theta = \text{Atg} \left[\frac{W \sin \Phi}{\tau + W \cos \Phi} \right]$ [radian].
- $\tau = \frac{T_c}{T_e}$.
- ω : Vitesse angulaire du vilebrequin [rad / s].

I- INTRODUCTION

1- INTRODUCTION

1.1- HISTORIQUE:

Les développements simultanés de la technologie et de la physique aux basses températures sont intimement liés à la « course » à la liquéfaction des gaz appelés « permanents » : hydrogène, oxygène, azote...

Avant 1870, peu de travaux avaient été effectués : Janssen et Lockyer venaient tout juste de mettre l'hélium en évidence en analysant des spectres de radiations émises lors de l'éclipse solaire du 18 août 1868.

En 1877, le français Cailletet réussit à produire un brouillard d'air liquide. Dans le même temps, à Genève, Pictet obtenait par une méthode similaire un petit jet d'oxygène liquide.

En 1883, Wroblewski et Olszowski obtiennent de l'oxygène, puis de l'azote liquide, en quantités suffisantes pour l'étudier.

En 1895, Ramsay réussit à isoler de l'hélium. Les premiers essais de liquéfaction de l'hydrogène, peu fructueux, ne découragèrent pas Dewar, qui, en 1898 réussit à en produire des quantités appréciables, en refroidissant sous pression de l'hydrogène gazeux, détendu ensuite à travers une vanne. Le liquide formé est recueilli dans un vase en verre, à doubles parois argentées, isolées par le vide. Dewar utilisa ce type de récipient pour la conservation des fluides cryogéniques. Le mot « Dewar » est aujourd'hui synonyme de vase isolé contenant ces fluides. Un tel vase permet de réduire les pertes thermiques par un facteur de 30, par rapport à un récipient non isolé.

Le début du 20^{ème} siècle a été marqué par deux faits importants dans le monde industriel. En 1902, C. Claude et O. Delorme fondent la société « L'air liquide » et développent un système de liquéfaction permettant d'obtenir de grandes quantités d'air liquide. En 1907, Linde installe la première station de liquéfaction aux U.S.A. 1908 marque la dernière étape de la course à la liquéfaction des gaz.

Treize années après, l'isolement de l'hélium gazeux, Kamerlingh-Onnes en réalise la liquéfaction, et obtient quelque 60 cm³ d'hélium liquide.

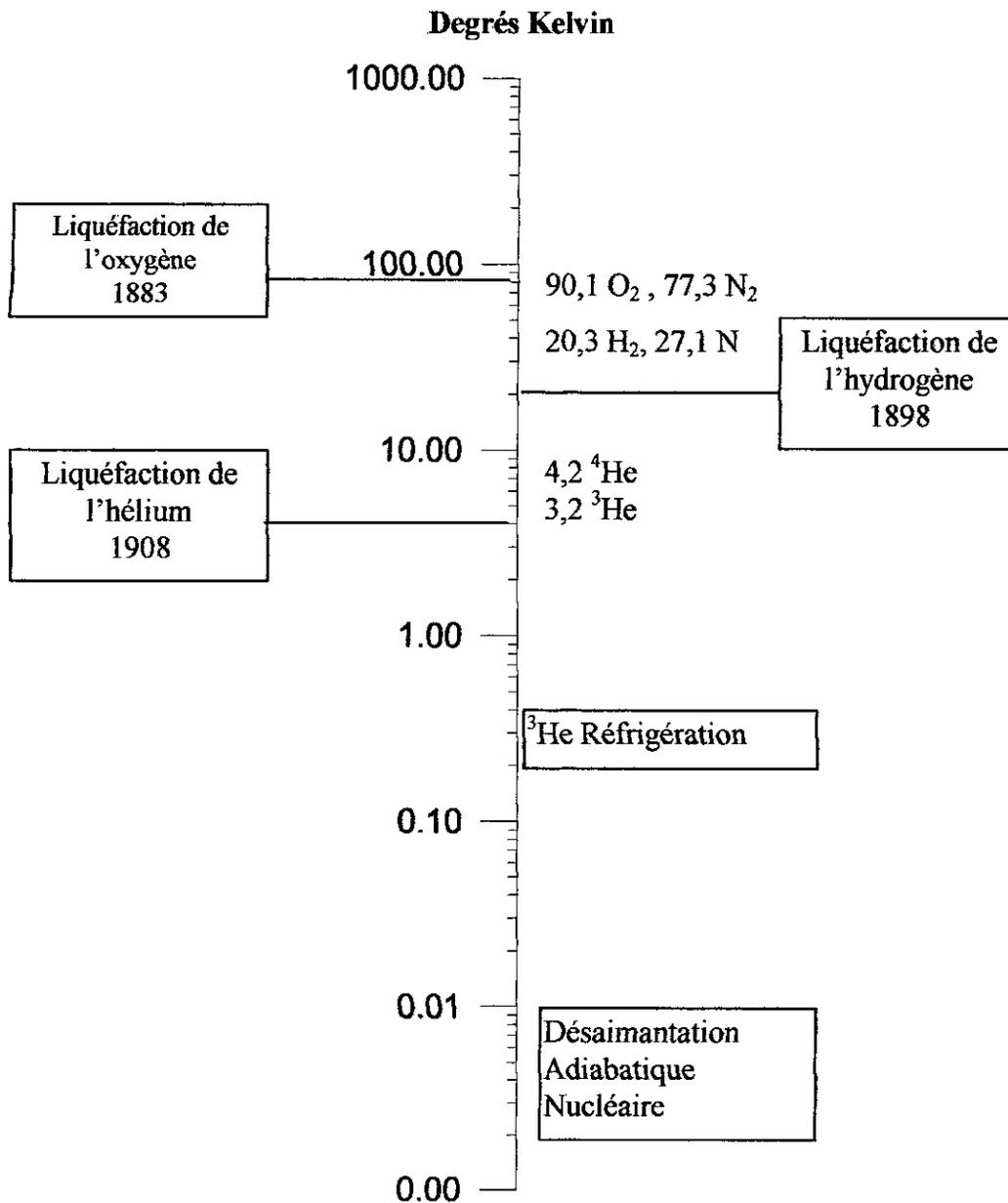


Figure 1.1: Gamme des basses températures.

Actuellement des températures de l'ordre de 0.02°K peuvent être facilement obtenues grâce aux réfrigérateurs d'hélium-3 et hélium-4.[1]

1.2-Domains d'utilisation des basses températures:

De nos jours l'application de techniques dans les basses températures a pris, dans de nombreux domaines, une extension considérable. Nous citerons quelques exemples.

- Le cryofrettage, emmanchement de deux pièces dont l'une est refroidie à l'azote liquide.
- Le transport du gaz naturel a été facilité par le stockage sous forme liquide dans les méthaniers.
- La conservation des semences destinées à l'insémination artificielle.
- Extraction de tumeurs cancéreuses, cela dans le domaine médical. [4]

La liquéfaction de l'air a pris une grande importance industrielle, parce que l'air est un mélange, la distillation de l'air permet par l'emploi d'une colonne à plateaux analogue à celle qu'on emploie dans la rectification de l'alcool, d'en séparer les composants.

C'est à l'heure actuelle le procédé le plus économique pour préparer l'oxygène et l'azote purs qui sont deux gaz d'une très grande importance notamment dans la propulsion des moteurs de fusées, les chalumeaux oxyhydriques, la préparation synthétique de l'ammoniac, et les piles à combustible... ect.

On a même pu séparer, à la distillation, les gaz rares de l'air, et leur obtention industrielle a permis des progrès intéressants dans la technique de l'éclairage. [1] [21]

II- LE CYCLE
DE STIRLING
INVERSE

2.1- DEFINITION DE LA LIQUEFACTION D'UN GAZ :

La liquéfaction d'un gaz consiste à lui retirer de l'énergie afin de le refroidir depuis la température ambiante jusqu'à son point de rosée, puis de condenser la vapeur saturée.[8]

La liquéfaction des gaz n'a été réalisée qu'en 1877, lorsque *Cailletet* eut l'idée d'employer à cet effet le refroidissement produit par la détente.

Le premier liquéfacteur d'air (ou d'azote) a été développé par Karl Von Linde en 1895 il fonctionne suivant le procédé de la détente sans apport de travail extérieur, qui consiste à laisser simplement le gaz liquéfié se détendre à travers un robinet.

En 1902, Georges Claude développe le premier cycle réussi à expansion motrice (détente avec travail extérieur). Il réussit à résoudre le problème lié à l'étanchéité et la lubrification des pistons et des températures inférieures à celles où tous les lubrifiants courants se solidifient.[7]

2.2- CYCLE DE STIRLING INVERSE (PRODUCTION DE FROID):

C'est en 1834 que John Herschel propose d'inverser le cycle de Stirling pour la production de glace. Suit en 1861 le premier réfrigérateur Stirling; mis au point par Alexander Kirk. En 1938, les laboratoires de la société Hollandaise Philips liquéfient de l'air avec une machine à cycle Stirling.

Le cycle de Stirling, préconisé donc pour la production d'énergie, peut être inversé pour servir à la production de froid en consommant de l'énergie, à l'inverse du cycle moteur la compression se fait à la température de la source chaude T_c tandis que le fluide est maintenu à la température de la source froide lors de la détente.

Ce cycle comprend, comme l'indique la figure n°2.1(a) , deux isothermes (température constante) et deux isochores (volume constant).

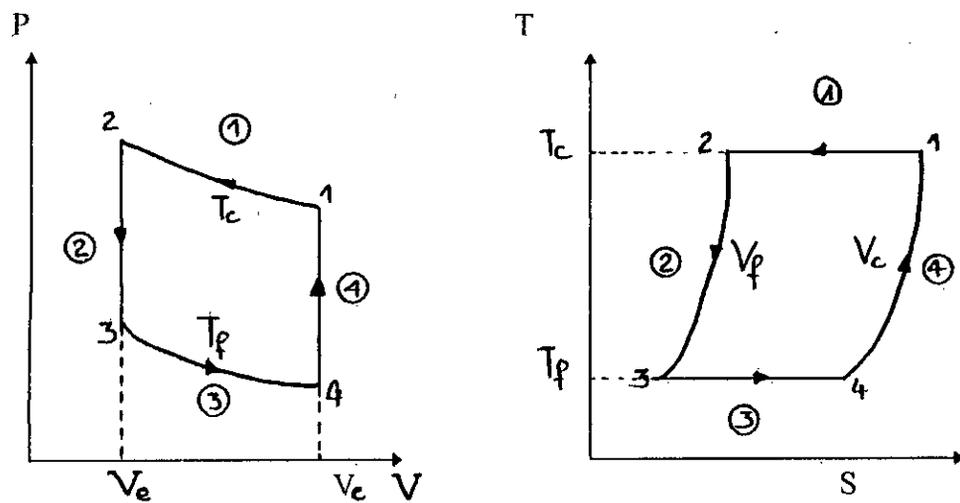
Admettons un cylindre contenant un régénérateur de chaleur R (figure n°2.1b). La partie du cylindre à droite du régénérateur est maintenue à la température de la source chaude T_c et la partie gauche à la température de la source froide T_f à laquelle doit se faire la production frigorifique.

De la position 1 à la position 2, le gaz subit une compression isotherme à la température T_c , dans le déplacement de droite à gauche du piston droit.

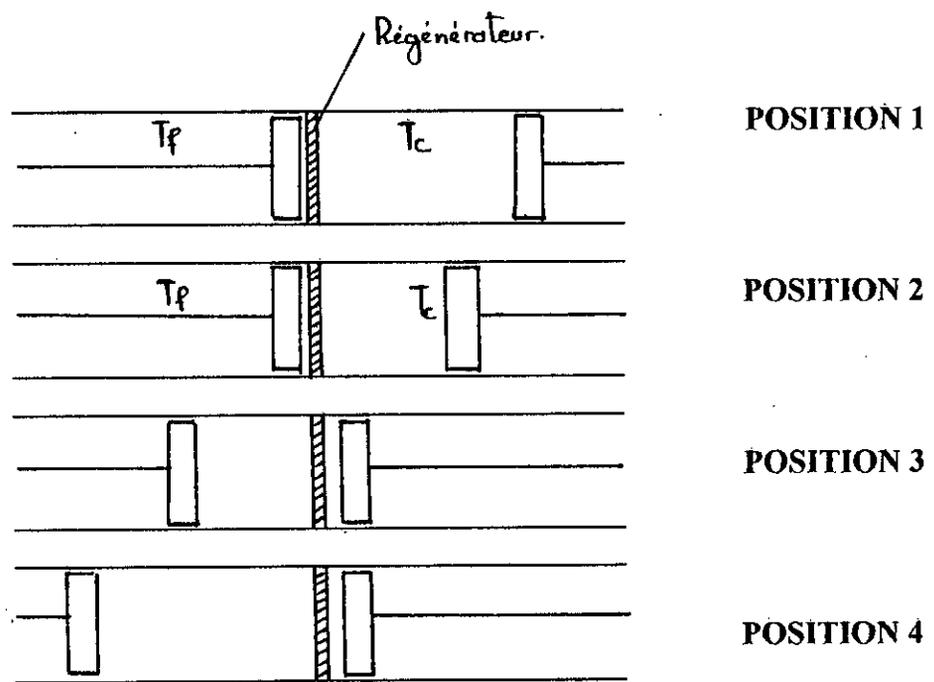
De 2 à 3, le gaz est refroidi à volume constant, de T_c à T_f , en échangeant de la chaleur avec le régénérateur, par un mouvement de droite à gauche des deux pistons. La pression baisse dans le rapport des températures absolues de T_f à T_c .

De 3 à 4, le gaz est détendu à température constante T_f en absorbant (pompe) de la chaleur des milieux extérieurs (source froide), dans le déplacement de droite à gauche du piston gauche; on obtient donc une puissance frigorifique.

On revient ensuite à la position 1 par un mouvement de gauche à droite des deux pistons, de telle sorte que le volume reste constant et que le gaz reprend au régénérateur la chaleur cédée dans le trajet 2 à 3. La pression remonte à la valeur P_1 et la température à T_c , et l'on est revenu à l'état initial. [8] [9]



a: Cycle Théorique (diagramme P-V et T-S).



b: Mouvement théorique des pistons.

Figure 2.1 - Machine à compression de gaz: Cycle de Stirling inversé.

2.2.1- EFFICACITE FRIGORIFIQUE:

2.2.1.1- Régénérateur Parfait:

L'efficacité frigorifique du cycle est donnée par un coefficient de performance C.O.P qui est défini comme étant le rapport entre l'énergie frigorifique du système et le travail fourni au cycle.

$$\text{C.O.P} = \frac{\text{Energie Frigorifique}}{\text{Travail fourni au cycle}} = \frac{Q_f}{-W}$$

L'énergie frigorifique est la quantité de chaleur pompée à la source froide lors de la détente 3-4, d'où $Q_f = Q_{3-4}$. Le travail fourni au cycle est, selon le premier principe de la thermodynamique, la somme des quantités de chaleur Q_{1-2} et Q_{3-4} , la première étant cédée à la source chaude pendant la compression isotherme du gaz, et la deuxième est celle récupérée par la source froide au cours de la détente isotherme du gaz frigorigène.

La quantité de chaleur Q_{2-3} échangée par le régénérateur au cours du refroidissement isochore est reprise entièrement (puisque le régénérateur est supposé parfait) durant l'échauffement à volume constant Q_{4-1} .

Donc, pour un régénérateur parfait nous obtenons:

$$\text{C.O.P} = \frac{Q_{3-4}}{-(Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-4} + Q_{4-1})}$$

Puisque Q_{2-3} et Q_{4-1} sont égale en module mais de signes contraires, ils s'annulent et finalement nous obtenons:

$$\text{C.O.P} = \frac{Q_{3-4}}{-(Q_{1-2} + Q_{3-4})}$$

- **Calcul de la quantité de chaleur pompée à la source froide $Q_f(Q_{3-4})$:**

Lors de la détente 3-4, d'après le premier principe de la thermodynamique:

$$Q_{3-4} = \Delta U_{3-4} + W_{3-4}$$

La détente étant isotherme la variation d'énergie interne est nulle d'où:

$$Q_{3-4} = W_{3-4} = \int_3^4 P \cdot dV$$

En utilisant l'équation des gaz parfaits nous avons:

$$P_3 V_3 = P_4 V_4 = m r T_{3-4} = m r T_f = \text{constante.}$$

De ces égalités on peut remplacer P dans l'expression donnant Q_{3-4} , par $P_3 V_3 / V$, d'où:

$$Q_{3-4} = \int_3^4 P_3 V_3 \frac{dV}{V} = P_3 V_3 \ln \frac{V_4}{V_3}$$

$$Q_{3-4} = m r T_f \ln \frac{V_4}{V_3}$$

• **Calcul de la quantité de chaleur cédée à la source chaude Q_{1-2} (Q_c):**

En procédant de la même manière que pour la source froide, pendant la compression isotherme 1-2 nous avons:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 = m r T_c = \text{constante.}$$

$$\Delta U_{1-2} = Q_{1-2} - W_{1-2} = 0$$

d'où

$$Q_{1-2} = W_{1-2} = \int_1^2 P dV = m r T_c \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q_{1-2} = m r T_c \ln \frac{V_2}{V_1}$$

• **Calcul du travail fournit au cycle W:**

La variation de l'énergie interne durant le cycle est nulle, de là nous obtenons:

$$\Delta U = -W + Q = 0$$

Donc,

$$W = Q$$

D'où,

$$W = Q = (Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-4} + Q_{4-1}) = Q_{1-2} + Q_{3-4}$$

De là;

$$W = m r \left\{ T_c \ln \frac{V_2}{V_1} + T_f \ln \frac{V_4}{V_3} \right\}.$$

En utilisant les valeurs de W et de Q_{3-4} l'expression du coefficient de performance devient:

$$\text{C.O.P} = \frac{mrT_f \ln \frac{V_4}{V_3}}{mrT_c \ln \frac{V_1}{V_2} - mrT_f \ln \frac{V_4}{V_3}}$$

Or nous avons: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$

En remplaçant ces valeurs dans l'expression du C.O.P, nous obtenons finalement:

$$\text{C.O.P} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

Et en posant: $\tau = \frac{T_c}{T_f}$

$$\text{C.O.P} = \frac{1}{\tau - 1}$$

On aboutit à la même formule que pour le cycle de Carnot inverse.

Dans la mesure où le cycle réel ne s'éloigne pas trop du cycle théorique et où les pertes sont réduites, le cycle de Stirling assure donc un excellent coefficient de performance.

2.2.1.2- Régénérateur réel:

Dans le cycle de Stirling, une certaine quantité de chaleur Q_{1-2} est cédée à la source chaude pendant la compression isotherme (1-2) à la température chaude T_c . Lors du refroidissement isochore (2-3), le régénérateur doit récupérer une certaine chaleur Q_{2-3} de la source chaude qui va être pompée à la source froide durant la détente isotherme (3-4) à la température T_f . En réalité, lors de l'échauffement isochore (4-1), le régénérateur ne restitue pas toute la chaleur accumulée durant la transformation (2-3) mais plutôt une partie seulement ϵQ_{2-3} , le complément de chaleur $(1-\epsilon)Q_{2-3}$ doit être récupéré à la source froide de ce fait l'énergie frigorifique Q_f du système s'écrit:

$$Q_f = Q_{3-4} + (1-\epsilon) Q_{2-3}$$

Et durant le cycle:

$$\Delta U = Q - W = 0 \quad (\text{pas de variation d'énergie interne})$$

$$W = Q = (Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-4} + Q_{4-1})$$

$$Q_{1-2} = m r T_c \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q_{2-3} = \Delta U_{2-3} + W_{2-3} = \Delta U_{2-3} = m C_v (T_f - T_c)$$

$$Q_{3-4} = m r T_f \ln \frac{V_4}{V_3}$$

Donc la chaleur frigorifique sera comme suit:

$$Q_f = m r T_f \ln \frac{V_4}{V_3} + (1 - \varepsilon) m C_v (T_f - T_c)$$

Le coefficient de performance C.O.P:

$$\text{C.O.P} = \frac{m r T_f \ln \frac{V_4}{V_3} - (1 - \varepsilon) m C_v (T_c - T_f)}{-m r T_c \ln \frac{V_2}{V_1} - m r T_f \ln \frac{V_4}{V_3}}$$

$$\text{C.O.P} = \frac{T_f \ln \frac{V_4}{V_3} - (1 - \varepsilon) \frac{C_v}{r} (T_c - T_f)}{T_c \ln \frac{V_1}{V_2} + T_f \ln \frac{V_3}{V_4}}$$

En posant: $\tau = \frac{T_c}{T_f}$, on a;

$$\text{C.O.P} = \frac{\ln \frac{V_4}{V_3} - \frac{C_v}{r} (1 - \varepsilon) (\tau - 1)}{\tau \ln \frac{V_1}{V_2} + \ln \frac{V_3}{V_4}}$$

Vu que les transformations 2-3 et 1-4 sont isochores alors:

$$V_1 = V_4 \quad \& \quad V_2 = V_3$$

Donc;

$$\text{C.O.P} = \frac{\ln \frac{V_4}{V_2} - \frac{C_v}{r} (1 - \varepsilon)(\tau - 1)}{\tau \ln \frac{V_4}{V_2} + \ln \frac{V_2}{V_4}}$$

En posant: $\psi = \frac{V_4}{V_2}$

$$\text{C.O.P} = \frac{\ln \psi - \frac{C_v}{r} (1 - \varepsilon)(\tau - 1)}{\tau \ln \psi - \ln \psi}$$

En divisant le tout par $\ln \psi$ nous obtenons finalement:

$$\text{C.O.P} = \frac{1 - \frac{C_v}{r \ln \psi} (1 - \varepsilon)(\tau - 1)}{\tau - 1}$$

2.2.2- PUISSANCE FRIGORIFIQUE:

2.2.2.1- Régénérateur parfait:

La puissance du cycle de Stirling inversé est définie par:

$$P = W \cdot f$$

Sachant que:

W : Le travail effectué par cycle, [Joule / cycle].

f : la fréquence de la machine (le nombre de cycles effectués par unité de temps).

Vu que le liquéfacteur fait un cycle en tour alors:

$$f = \frac{N}{60}$$

Avec, N : Nombre de tours par minute.

D'où la valeur de la puissance frigorifique P_f est :

$$P_f = Q_f \times \frac{N}{60}$$

En remplaçant Q_f par sa valeur on trouve:

$$P_f = m r T_f \frac{N}{60} \ln \frac{V_4}{V_3} = m r T_f \frac{N}{60} \ln \psi$$

On pose: $V_c = V_4 - V_2$, V_c étant la cylindrée (volume balayé).

$$V_c = V_4 - V_2 = V_4 \left(1 - \frac{1}{\psi}\right) \Rightarrow V_4 = V_c \frac{\psi}{\psi - 1}$$

De la loi des gaz parfaits nous avons:

$$m r T_f = P_4 V_4$$

D'où:

$$m r T_f = P_4 V_c \frac{\psi}{\psi - 1}$$

Finalement:

$$P_f = \frac{N}{60} P_4 V_c \frac{\psi}{\psi - 1} \ln \psi .$$

2.2.2.2- Régénérateur réel:

$$Q_f = m r T_f \ln \frac{V_4}{V_3} + (1 - \varepsilon) m C_v (T_f - T_c)$$

$$Q_f = m r T_f \ln \psi + (1 - \varepsilon) m C_v (T_f - T_c)$$

Nous savons que:

$$\frac{C_v}{r} = \frac{1}{\gamma - 1}$$

D'où:

$$Q_f = m r T_f \left[\ln \psi + \frac{1 - \varepsilon}{\gamma - 1} (1 - \tau) \right]$$

Et comme dans le cas parfait:

$$m r T_f = P_4 V_c \frac{\psi}{\psi - 1}$$

Alors;

$$Q_f = P_4 V_c \frac{\psi}{\psi - 1} \left[\ln \psi + \frac{1 - \varepsilon}{\gamma - 1} (1 - \tau) \right]$$

Et comme:

$$P_f = Q_f \times \frac{N}{60}$$

Alors finalement:

$$P_r = \frac{N}{60} P_4 V_c \frac{\psi}{\psi - 1} \left[\ln \psi + \frac{1 - \varepsilon}{\gamma - 1} (1 - \tau) \right] \text{ [Watt]}.$$

2.3- LE FLUIDE MOTEUR:

Le régénérateur ne pouvant être parfait, les quantités de chaleur échangées à la source chaude et à la source froide doivent être plus importantes.

On remarque ainsi par les formules que les différents travaux sont fonction des températures, des pressions et notamment de la valeur de R (constante des gaz parfaits).

R est bien sûr fonction du gaz utilisé et a pour définition $R = C_p / C_v$. Aussi, le choix du fluide agit fortement sur les valeurs des travaux.

Le choix du fluide de travail dépend d'un grand nombre de facteurs tel que:

- Le coût;
- La disponibilité;
- Les caractéristiques du fluide.

Peu d'études ont été réalisées compte tenu que son choix dépend inévitablement de la machine et de ses conditions d'exploitation:

- Température de la source froide;
- Température de la source chaude;
- Pertes de charge et efficacité du régénérateur;
- Matériaux mis en jeu;
- Pressions d'utilisations;
- La vitesse des mouvements.

Les fluides habituellement utilisés sont:

- L'hélium;
- L'hydrogène;
- L'air;
- L'azote.

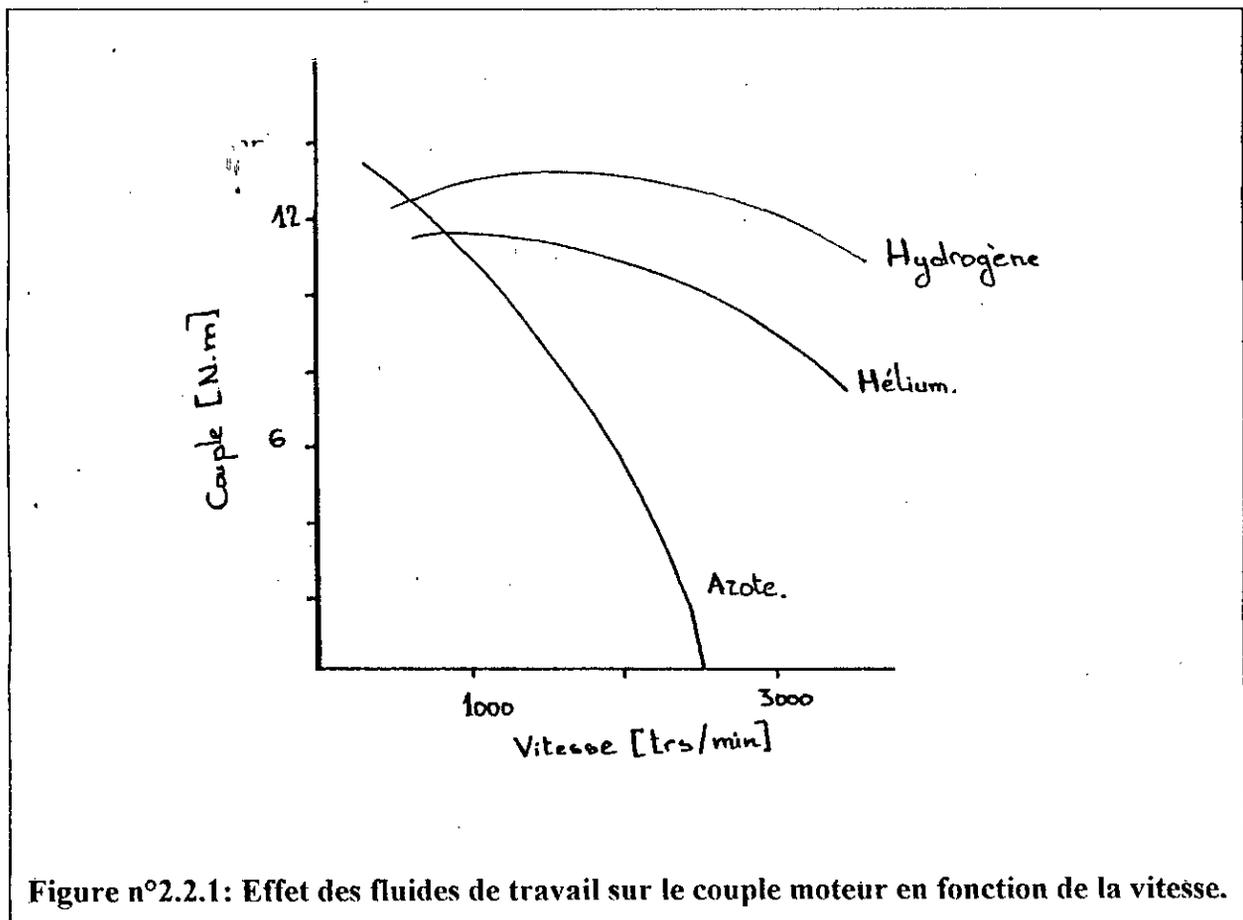
Entre 1948 et 1953, l'utilisation de gaz de petite masse moléculaire tel l'hélium et l'hydrogène remplaçant l'utilisation classique de l'air entraîne une augmentation des coefficients de performance et une diminution des pertes dues aux écoulements de fluide.

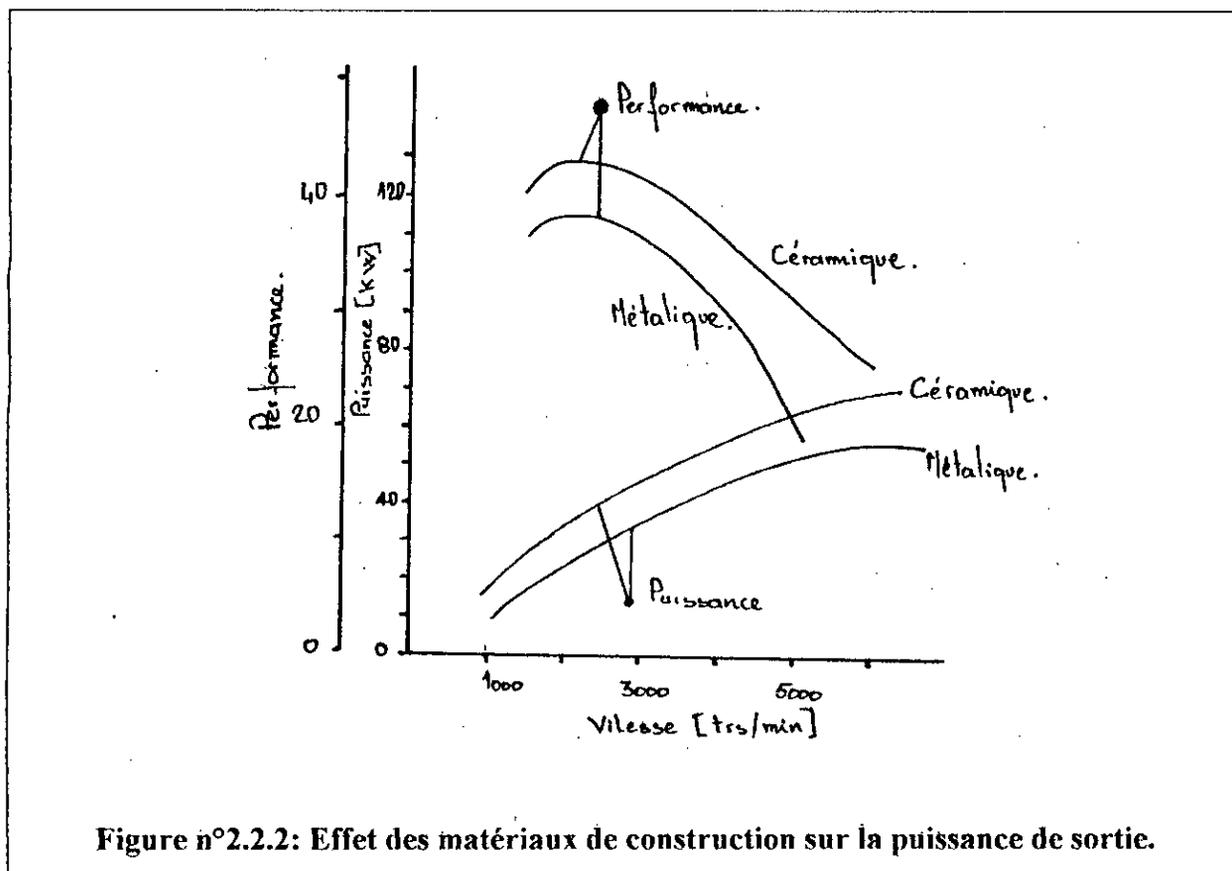
Mais l'hypothèse d'utiliser d'autres gaz n'est pas à écarter. Par exemple le Na.K (Sodium potassium eutectique) qui semble avantageux par ses caractères physiques.

Ainsi la conception d'une machine doit s'accompagner de tests avec différents fluides pour déterminer le plus adapté.

Le fluide de travail doit être confiné dans le moteur (travail en cycle fermé). On a donc tout intérêt à éviter qu'il ne s'échappe. Or les fuites sont inévitables quel que soit le degré d'étanchéité du moteur. Il faut donc utiliser des associations fluides-matériaux qui limitent autant que possible la diffusion du gaz sur l'extérieur[7].

Les figures qui suivent illustrent bien les différences entre les fluides: [4]





III- LE LIQUEFACTEUR

PHILIPS PLA-107

3 - LE LIQUEFACTEUR D'AIR PHILIPS PLA-107:

3.1- PRESENTATION DE L'APPAREIL:

Le PHILIPS PLA-107 est un liquéfacteur conjuguant la simplicité et les capacités du cycle Stirling de réfrigération, dans une unité compacte et légère particulièrement adaptée aux besoins des laboratoires et des centres de recherche.

La production de cette machine, qui est de l'air liquéfié, est très prisée, par un grand nombre de laboratoire nécessitant le travail dans des conditions de température de l'ordre de -200°C .

Depuis que le PHILIPS PLA-107 combine la légèreté et le peu d'encombrement, les problèmes d'emplacement (dans des pièces souvent réduites que sont les laboratoires) et d'installation sont devenus très faciles à résoudre.

Le Philips PLA-107 prend environ 20 minute pour atteindre sa production maximale, mais à partir de ce moment, il peut l'assurer pendant plusieurs jours sans nécessiter une régulation extérieure.

Il est construit de façon réduire le moment de torsion au démarrage, et il est doté d'un système de sécurité automatique, prévoyant les dégâts ou les développements éventuels de conditions dangereuses lors des opérations sans surveillance.

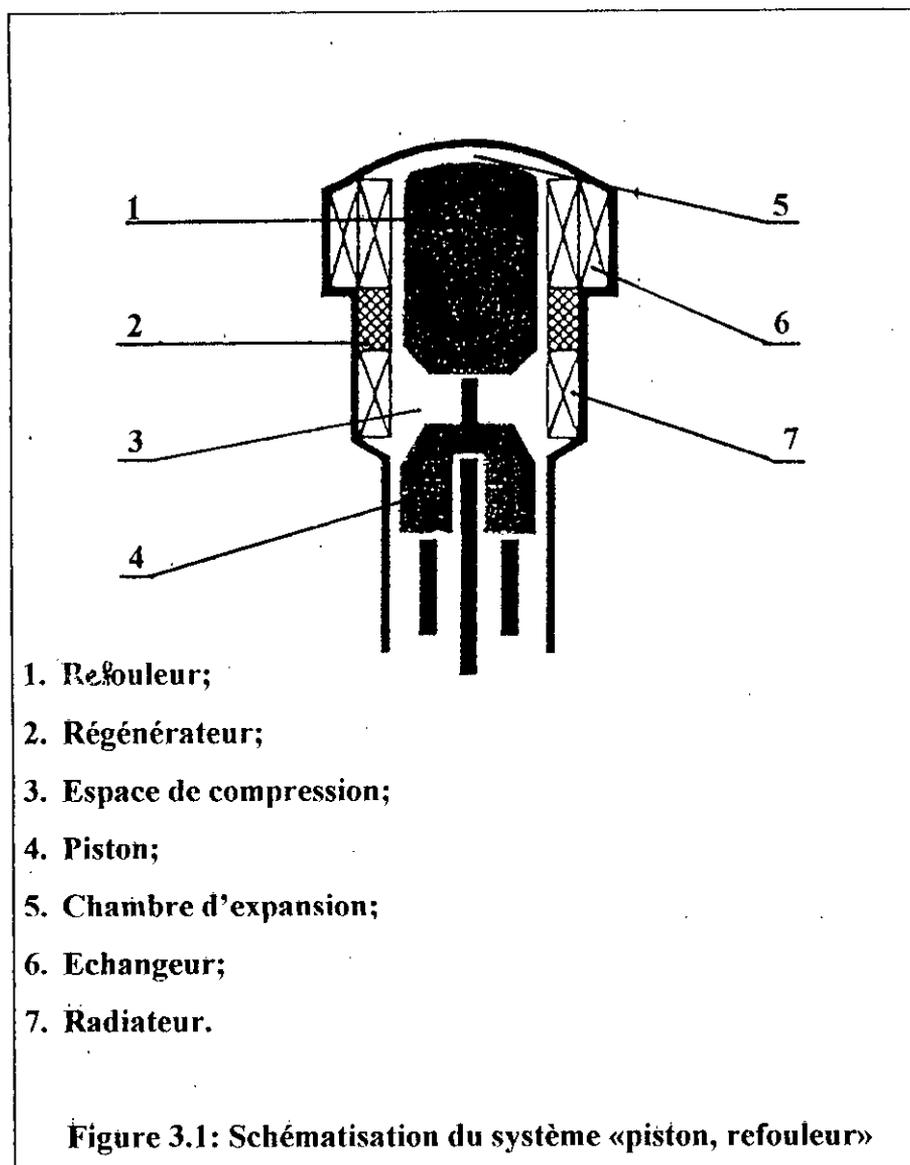
Ce liquéfacteur est normalement, conçu pour des révisions à long terme, et exige de très petits entretiens lors du dégivrage périodique, qui prend moins de deux heures de fonctionnement par semaine.

Plusieurs causes de pannes ont été éliminées; grâce à un fond de carter pressurisé qui réduit considérablement l'action des forces sur les parties en mouvement, à l'absence de valves fonctionnant de façon continue, et enfin à l'absence de compresseurs externes et de pompes auxiliaires, ce qui est un avantage certain du cycle Philips-Stirling. [11]

3.2- Représentation simplifiée du liquéfacteur Philips PLA-107:

Remarque:

Le mouvement du piston et du refouleur et un mouvement harmonique, mais dans le but d'expliquer le fonctionnement de la machine, nous supposons des mouvements intermittents.



A partir de la figure 3.2, nous décrivons les quatre phases qui suivent:

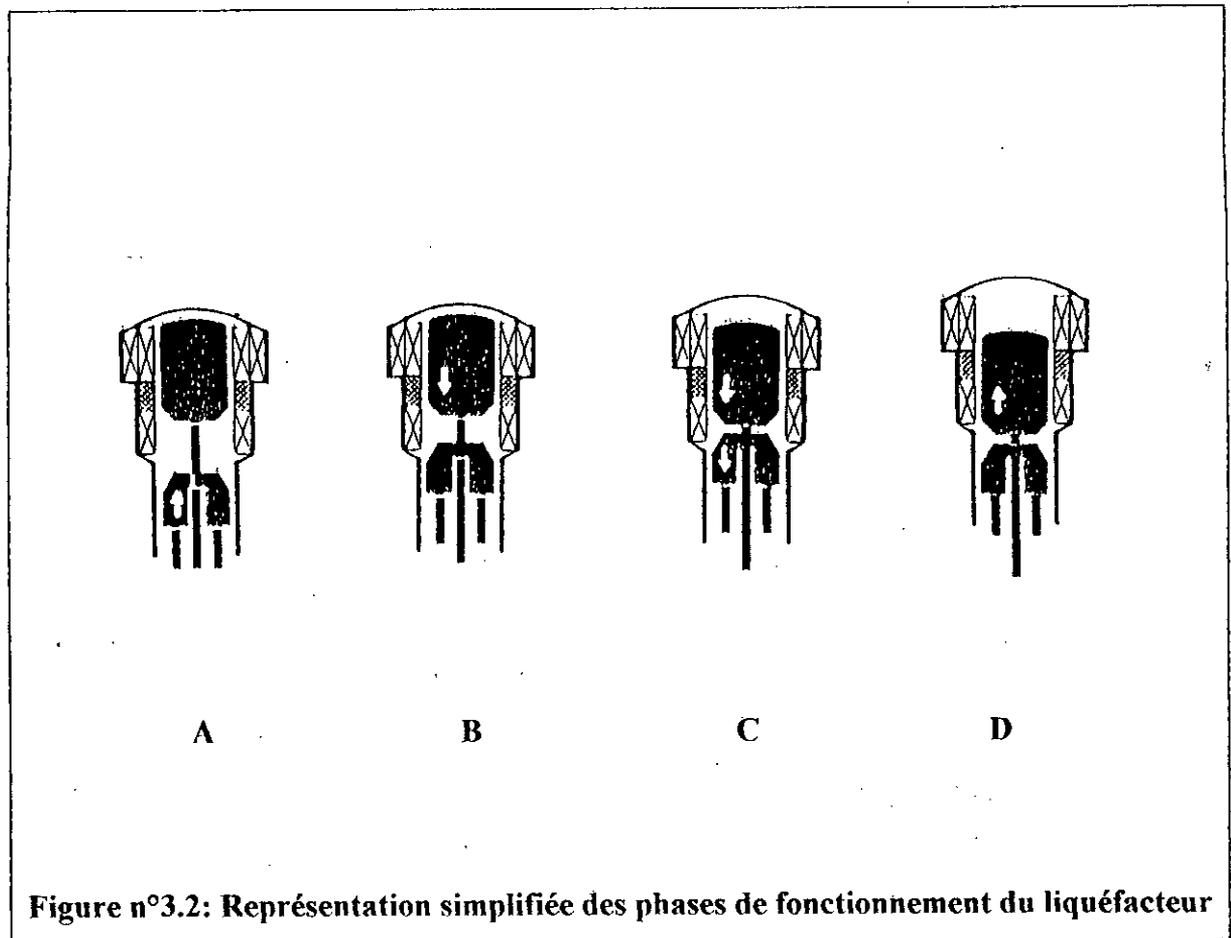
Phase A:

Le fluide frigorigène, se trouve essentiellement dans le volume de compression, par un mouvement ascendant du piston, il est comprimé.

Phase B:

Le fluide frigorigène est transféré de l'espace de compression à la chambre d'expansion.

Au cours de ce passage, le fluide qui était plus chaud dans l'espace de compression cède une partie de sa chaleur au régénérateur, et donc il se refroidit.

**Phase C:**

Le gaz est dans l'espace d'expansion, par suite aux mouvements simultanés du piston et du balayeur (vers le bas), le fluide frigorigène se détend, et il en résulte un refroidissement. De ce fait il y a génération de froid, qui peut être utilisé à la surface de la tête de cylindre.

Phase D:

Le fluide frigorigène repart vers l'espace de compression, et lors de son passage par le régénérateur il absorbe la chaleur stockée lors de la phase B, et il se réchauffe. [10]

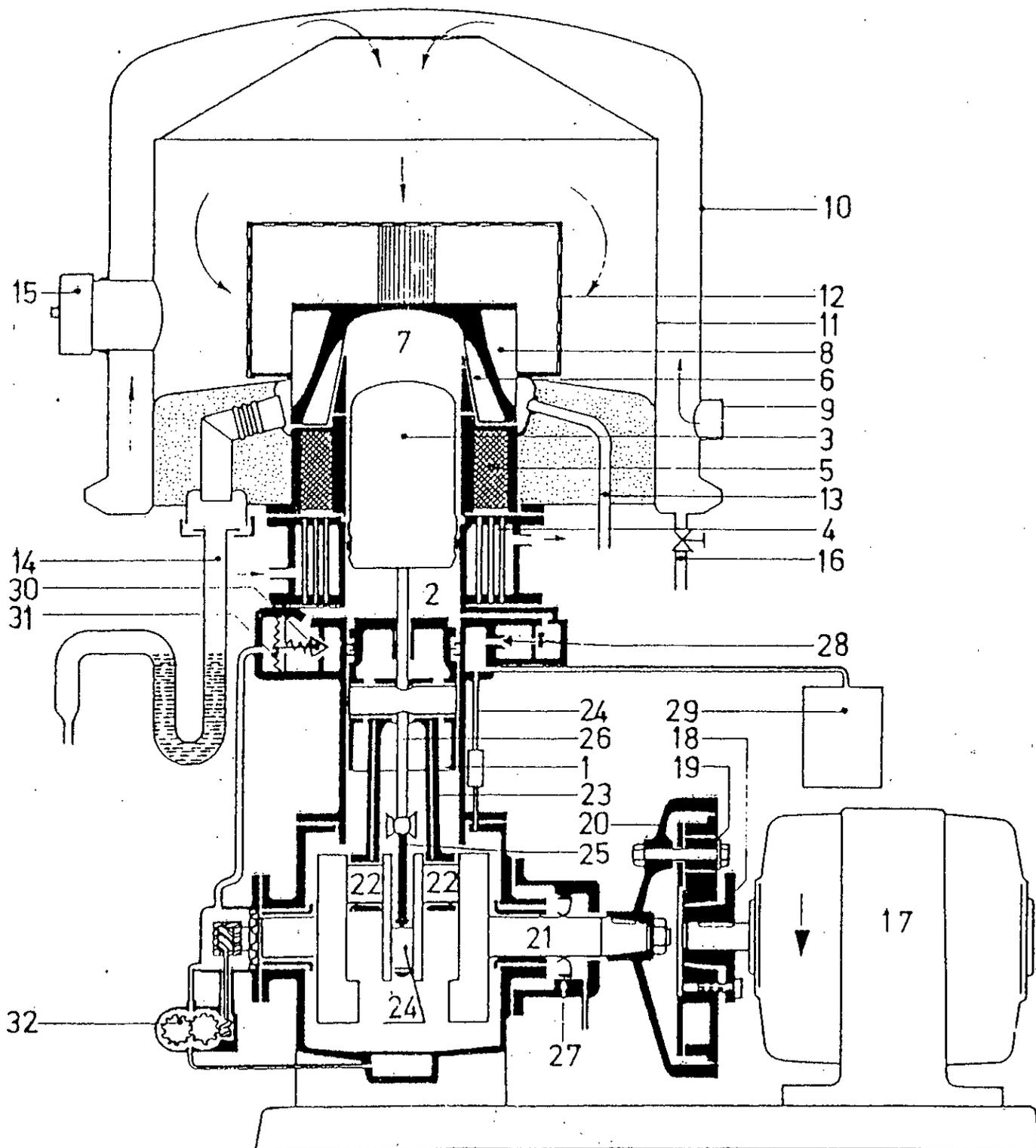


Figure n°3.3: Représentation du liquéfacteur.

3.3- Principe de fonctionnement du liquéfacteur Philips PLA-107:

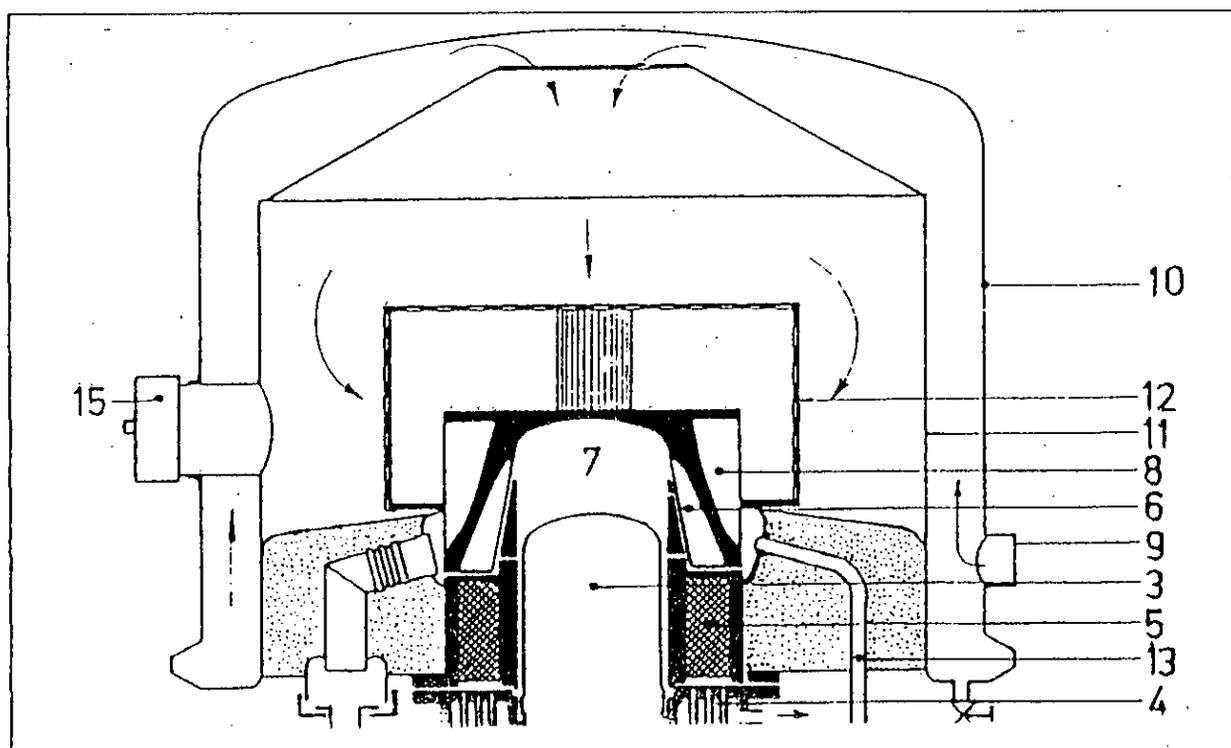
Par rapport aux différentes phases du cycle Stirling inversé et la figure n°3.3, le piston (1) comprime en premier lieu le fluide frigorigène, de l'hydrogène ou de l'hélium, à température ambiante et à haute pression, dans l'espace de compression (2).

L'initial mouvement vers le bas du refouleur (3) transporte le gaz comprimé et chauffé au préalable, en le remontant, à travers le radiateur à circulation d'eau (4), le régénérateur (5) et l'échangeur frigorifique (6) vers l'espace d'expansion (7). Le gaz se détend d'avantage avec la descente simultanée du piston et du refouleur.

La course retour du refouleur dirige le gaz, en premier lieu, à travers l'échangeur frigorifique où il prend la chaleur du condenseur (8), puis à travers le régénérateur où il absorbe la chaleur emmagasinée lors de la compression, et finalement en passant par le radiateur à circulation d'eau vers l'espace de compression où le gaz retrouve son état initial.

3.4- TETE DE CONDENSEUR (condensateur d'air liquide):

L'air à la pression atmosphérique est automatiquement aspiré à travers l'ouverture (9). Le flux d'air circule entre l'enveloppe (10) et le déflecteur (11), puis il passe vers le condenseur à travers un séparateur (12) pourvu de pattes permettant le soudage d'une gaze sur laquelle les impuretés de l'air se déposent sous forme de neige.



Les gaz non condensables (hélium, néon, etc...) de l'air d'admission, sont aspirés par le tuyau (13), afin d'empêcher leur accumulation dans l'espace entourant la tête du condensateur, où ces gaz accumulés, pourraient entraver la condensation.

L'air ainsi liquéfié est récupéré dans un canal annulaire puis gravité (dirigé) vers la conduite isolée de soutirage (bras d'écoulement d'air liquide) (14), dont la forme en cou d'oie prévient la contamination (backflow) et des pertes en évaporation trop excessive.

La tête de condenseur est aussi munie d'un dispositif de sécurité de surpression (15), et d'un canal (16), qui draine l'eau depuis le condenseur après chaque dégivrage. L'unité de dégivrage consiste en une soufflerie d'air chaud, d'un tube flexible et d'un simple accouplement. [13]

3.5- PRINCIPE DE TRANSMISSION DE MOUVEMENT:

Le moteur électrique (17) transmet la puissance à l'aide d'un accouplement élastique (18), de bagues en caoutchouc (19), et de la roue (20), au vilebrequin (21).

Les épaulements (22), qui dans certains modèles sont remplacés par de simples manetons, sont connectés par la bielle (23) au balayeur (1).

Le vilebrequin (21) transmet le mouvement au refouleur (3) d'une bielle (25) et d'une baguette (26) qui passe au centre du piston (1).

L'angle entre les épaulements (ou bien les manetons) supportant les billes du refouleur et du balayeur, est choisi de façon à ce que le refouleur mène toujours dans le mouvement, cet angle est appelé, angle de déphasage entre les manetons, il a pour valeur 70° .

Le refouleur est couvert d'une capsule isolatrice qui réduit considérablement le transfert de chaleur, de la partie chaude de la machine vers le volume d'expansion.

Le fond de carter est complètement hermétique (scellé) - la partie du vilebrequin qui émerge du carter est isolée avec les joints à gaz (27) - il est (le carter) rempli de gaz réfrigérant à une pression approximativement égale à la pression minimale de l'espace de compression. De ce fait, toutes les fois que se produit une fuite de gaz au niveau du balayeur vers le carter, ce gaz sera réintroduit dans l'espace de compression grâce à une valve non-retour (28), afin de restaurer l'équilibre.

Cet arrangement assure une très légère différence de pression au niveau du balayeur, ce qui minimise les pertes de friction et les forces agissant sur les parties en mouvement.

Pour obtenir un démarrage plus rapide de la machine, on peut avoir recours à un affinage supplémentaire qui consiste en la réduction temporaire de la proportion de compression, par la connexion d'un récipient tampon (29) à l'espace de compression.

La valve (30) est contrôlée par la pression d'huile agissant sur le diaphragme (31), et elle reste ouverte jusqu'à ce que la pression générée par la pompe interne (32) atteigne un niveau de fonctionnement normal.

Par la suite, la pression dans l'espace de compression atteint rapidement sa valeur de fonctionnement adéquate et donc un fonctionnement normal de la machine commence. [11]

3.6- PRODUCTION DU LIQUEFACTEUR:

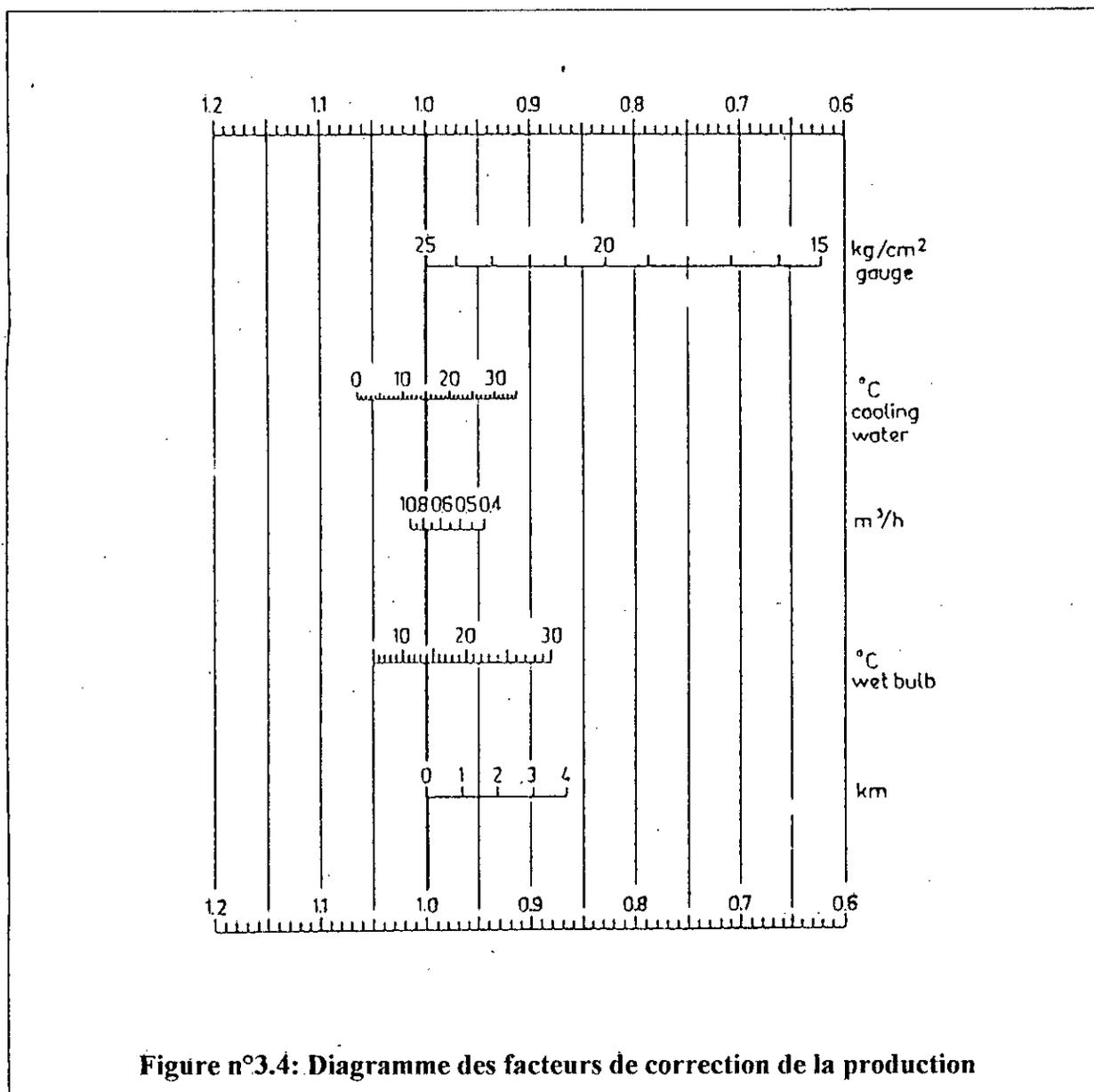
La production du liquéfacteur type PLA-107 dépend des conditions atmosphériques locales d'utilisations.

Sous les conditions standards de pression et de température, la moyenne de production est de 7,5 Litres d'air liquide par heure de fonctionnement de la machine (7,5 l / h).

La figure n°3.3 fournit un moyen simple de déterminer l'effet quantitatif d'autres conditions (autre que les standards) sur la production du liquéfacteur.

La déviation de la norme, qui est représentée par la ligne épaisse sur le diagramme, est lue sur les abscisses, qui représentent les facteurs exprimant le rapport de la production réelle à la production standard.

Le produit de ces facteurs avec la valeur de la production standard, donne la quantité d'air liquéfié produit sous les conditions (réelles) ambiantes.



IV- CYCLE STIRLING
ET MINIATURISATION

4- CYCLE STIRLING ET MINIATURISATION:

Le potentiel des machines à cycle Stirling a induit plusieurs recherches sur leurs applications. Lors de ces dernières années avec le développement des technologies, les machines à cycle Stirling ont trouvé des applications dans la micro-technologie.

Les micro-machines à cycle Stirling:

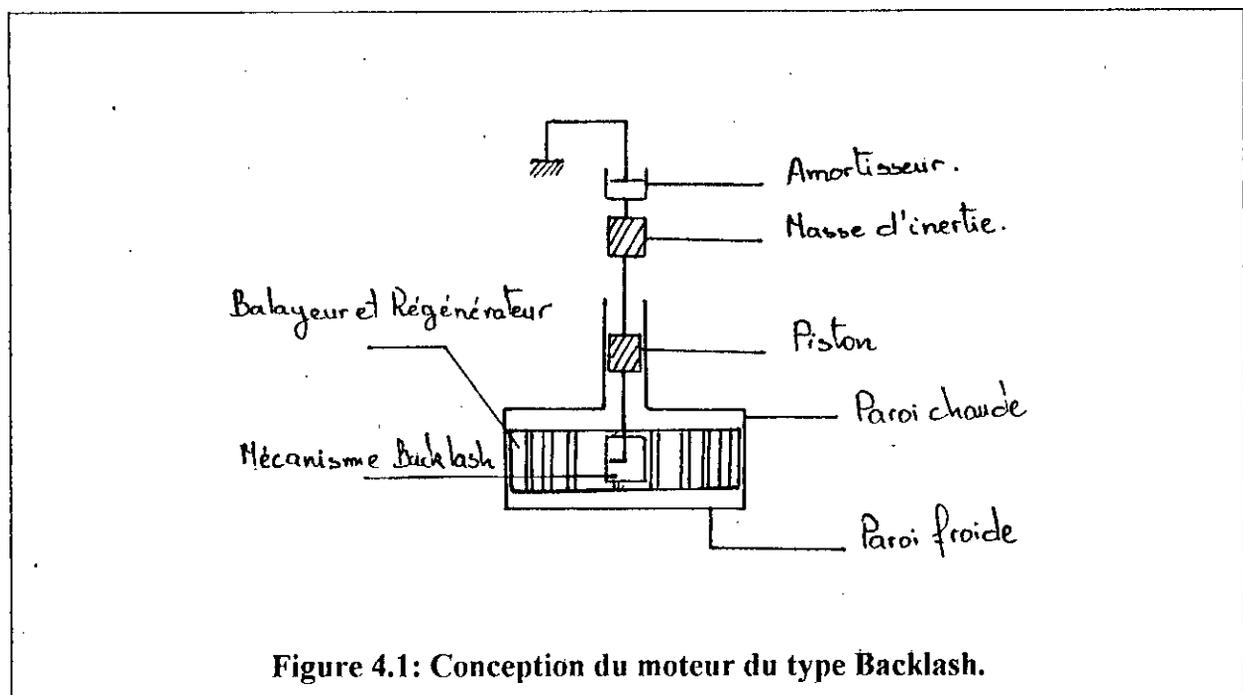
Les études réalisées pour la mise au point de micro-machines à cycle Stirling ont porté sur les moteurs, les compresseurs thermodynamiques et *les systèmes de production de froid*.

4.1- Les micro-moteurs:

Kazuhiro Ogawa et Naomasa Nakajima, équipe de chercheurs japonais, ont inventé deux types de micromoteurs Stirling. Ces inventions s'appliquent sur le maintient en déphasage du piston et du refouleur. Les résultats de leurs recherches datent d'une publication de 1988.

a) Micro-moteur Stirling « Par à-coup »:

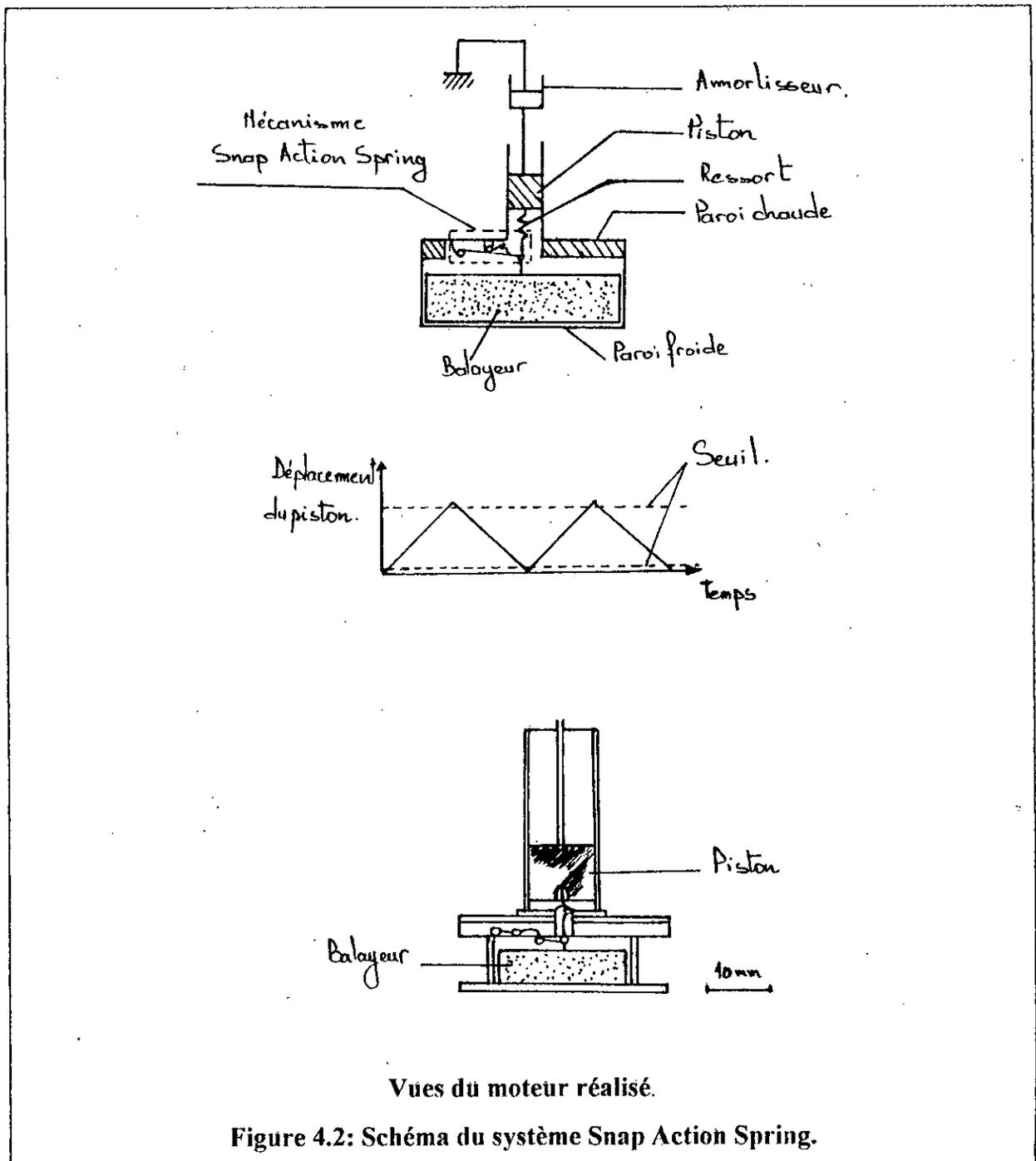
Nommé Backlash en anglais, le système « par à-coup » est original par le fait que le même piston comprime et récupère le travail de détente. Il a également l'avantage d'avoir un cycle très proche du cycle théorique mais aucun rendement n'est donné pour la comparaison. [7]



Le volume balayé par le piston est de 0.35 cm^3 et de 4.2 cm^3 pour le refouleur. Le refouleur contient en son sein le régénérateur.

b) Micro-moteur « ressort à action brutale »:

Son nom en anglais est « Snap action Spring ». Le système mécanique mis en jeu consiste en deux ressorts et un axe. Les lois de la vibration et d'un piston de masse faible devant celle du piston, entraîne un mouvement particulier.

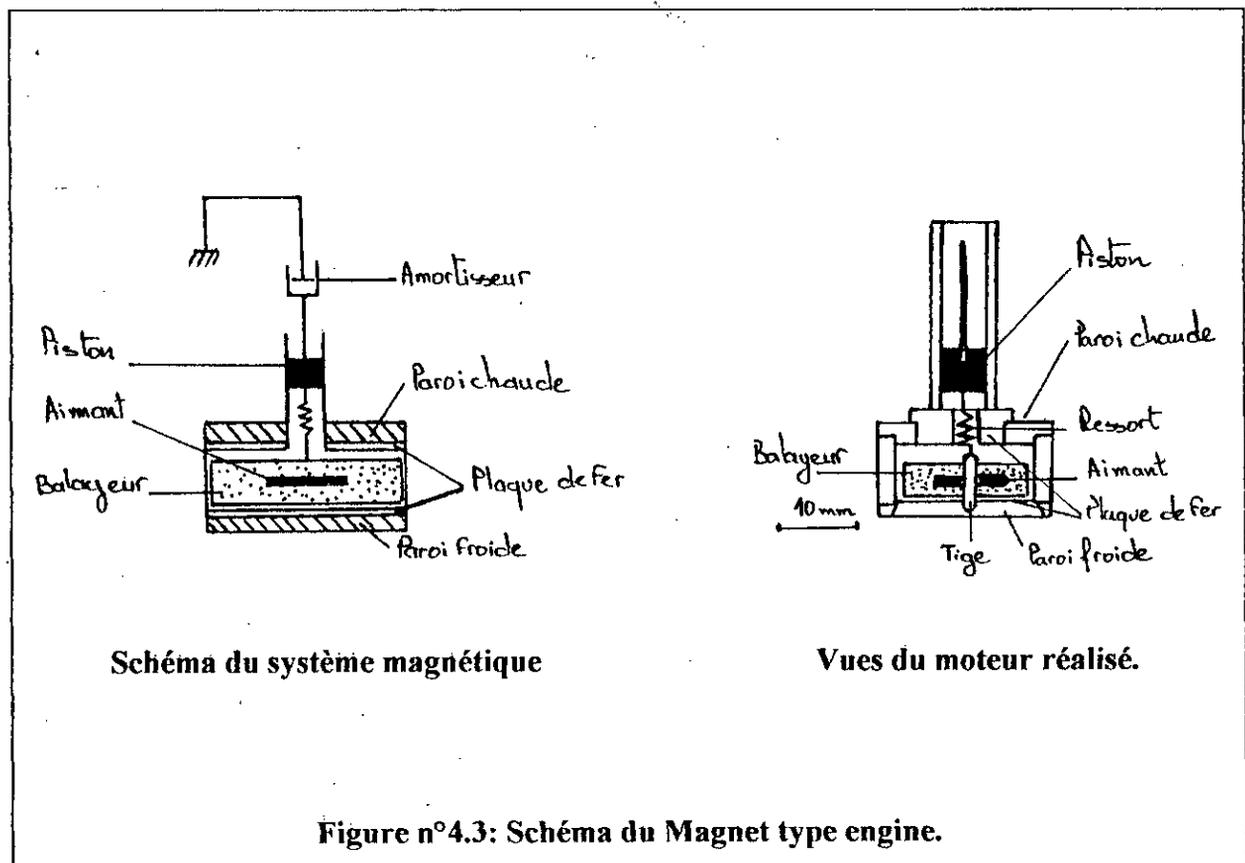


La puissance de sortie est de 20 mW avec un volume balayé du piston de 0.11 cm^3 pour des températures de parois de 373 K et 273 K.

En 1989, les même chercheurs japonais, avec la collaboration de Iawo Fujimasa, mettent au point un troisième type de micro-moteur. [4]

c) Micro-moteur « Magnétique » :

Appelé « Magnet type engine » en anglais, le micro-moteur magnétique ressemble fort au type « Ressort à action brutal ». La différence réside dans le fait qu'il n'y a plus qu'un seul ressort de présent et qu'au coeur du piston balayeur se place un aimant. Le déplacement du balayeur est ainsi facilité et accéléré par la présence de plaques métalliques aux deux extrémités de sa course.



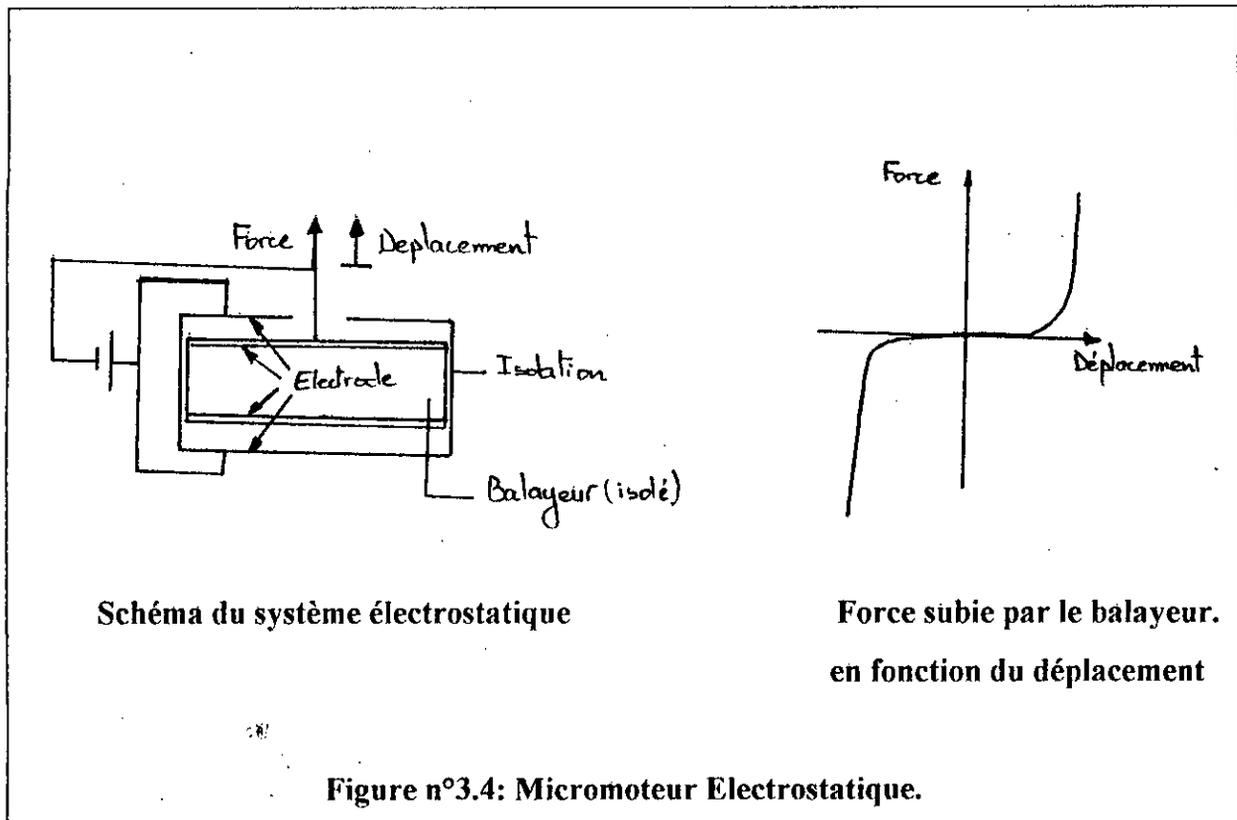
Le volume balayé du piston n'est plus que de 0.05 cm^3 . La puissance de sortie est de 10 mW pour des températures de 373 K et 273K.

La même équipe a pensé remplacer le système magnétique par un système électrostatique en vue d'une miniaturisation plus poussée.

d) Micro-moteur « Electrostatique »:

Sans toutefois le construire, les japonais ont raisonné sur la faisabilité d'un système électrostatique.

La force électrostatique étant proportionnelle à la surface et non pas au volume.



Des problèmes d'isolation électrique et de maintenance de la charge électrique ont fait échouer la réalisation de ce type de 'mécanisme' pour un micro-moteur Stirling. [6]

e) Thermocompresseur à cycle Stirling:

Au début des années 60, aux Etats Unis d'Amérique, devant le nombre important de victime (54% de la mortalité, 1ère cause) et les coûts causés par les maladies cardiovasculaires, les institutions américaine décident de mettre en oeuvre un programme de recherche sur la mise au point d'un coeur artificiel.

En 1984, la société Nimbus, Californie, publie un article sur la miniaturisation d'un compresseur thermodynamique.

Le compresseur thermodynamique ou le thermocompresseur est accouplé à une pompe à sang dans le but d'être substitué à un coeur humain défaillant. [2] [4]

Ce thermocompresseur, est composé d'une enceinte isolante, d'un balayeur, d'un régénérateur, d'une cavité inverseuse de mouvement d'un axe de balayeur, et de deux soupapes.

La source de chaleur est contenue à l'intérieur d'une enceinte, laquelle conduit la chaleur efficacement à la source chaude du moteur. Un vase isolant entoure le moteur, augmentant ainsi sa taille, permettant ainsi un contact direct avec les tissus humains. La paroi interne du vase isolant sert également de cylindre au moteur. Le régénérateur est annulaire et placé entre la paroi intérieure du cylindre et la paroi extérieure du balayeur. Le fluide utilisé est de l'hélium.

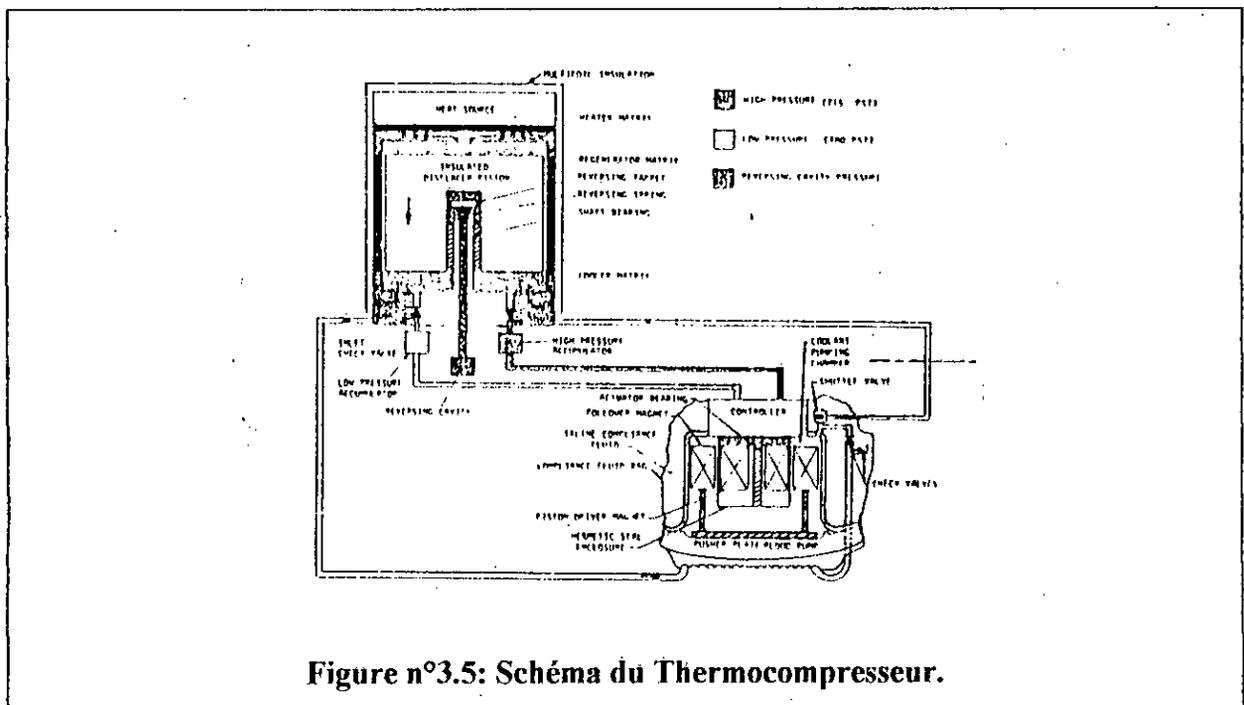


Figure n°3.5: Schéma du Thermocompresseur.

4.2- Les réfrigérateurs miniaturisés:

Le cycle Stirling inversé s'applique essentiellement aux obtentions (chapitre 2) aux obtentions de températures cryogéniques et à la liquéfaction de l'air.

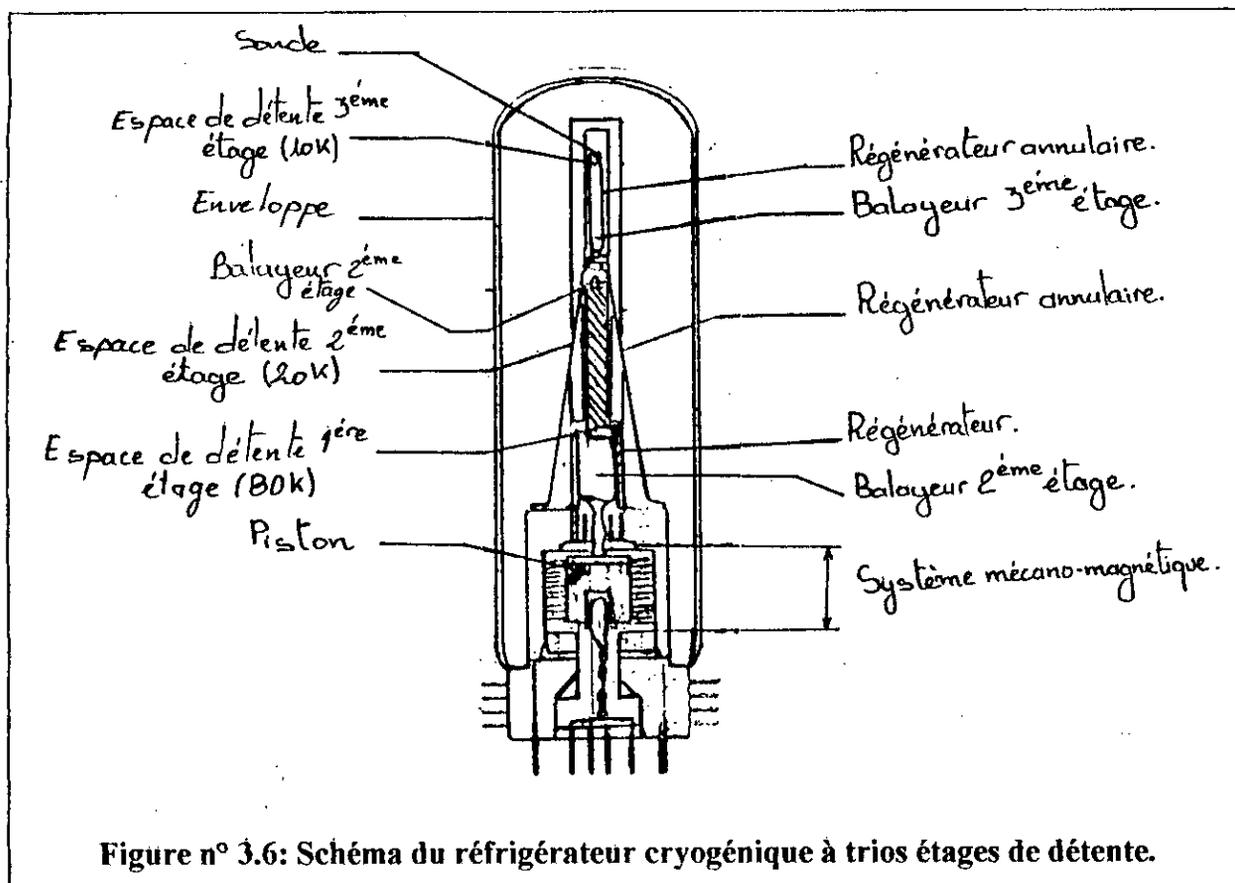
Dans le domaine de la microtechnologie, ces machines sont utilisées pour:

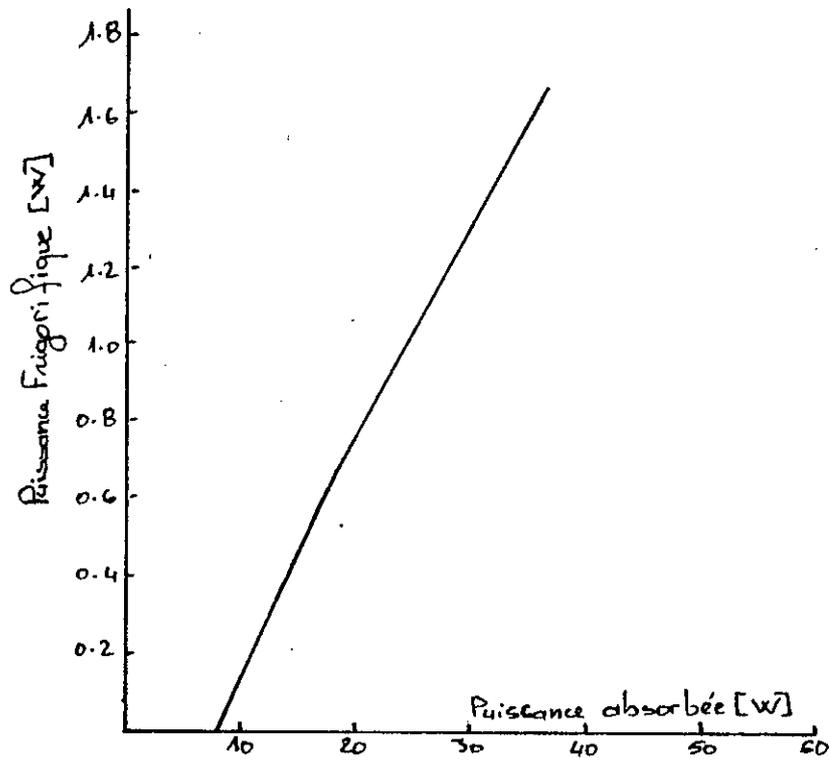
- Refroidissement des capteurs infrarouge;
- Refroidissement des systèmes électroniques.

En 1986, G.Walker, de l'université de Calgary au Canada, obtient une température de 10K avec une machine à trois étages de détente. Il fonctionne à l'électricité (figure 3.6).

En 1986 également, G.Davey et A.H.Orlowska de l'université d'Oxford ont publié un article sur un réfrigérateur à cycle Stirling consommant de l'électricité. La chambre de compression

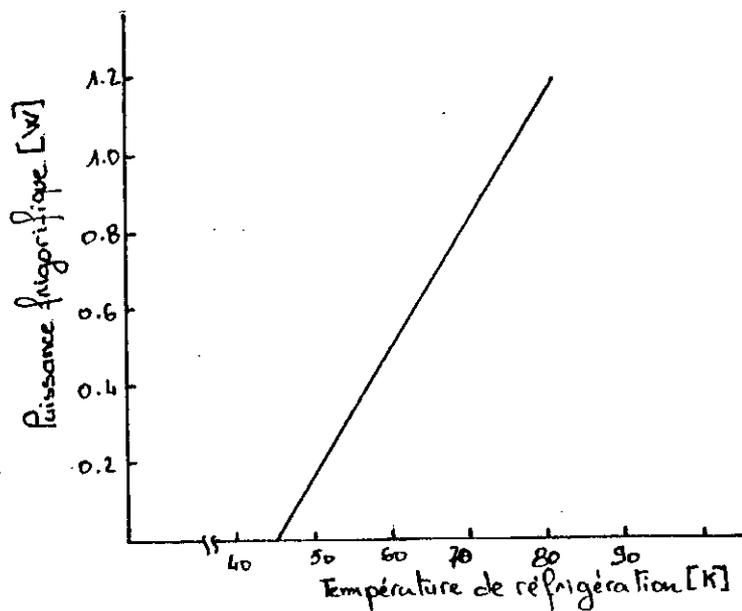
et celle de détente, sont incluses dans deux enceintes distinctes. Celles-ci sont reliées par un tuyau. D'un poids d'environ 3 Kg, le piston compresseur a un diamètre de 2 cm et celui de détente est de 1cm. Les figures 3.7 représentent les caractéristiques de fonctionnement de la machine. [4]





Courbe de variation de la puissance frigorifique en fonction de la puissance absorbée à 80 K.

Figure n° 3.7 (a)



Courbe de variation de la puissance frigorifique en fonction de la température de réfrigération

Figure n° 3.7 (b)

4.3- Implications de la miniaturisation:

La miniaturisation implique:

- Un nombre restreint de pièces en mouvement;
- Une forte compacité, soit un rapport volume / surface extérieure, important;
- L'énergie nécessaire à la source chaude doit être dense;
- L'ambiance doit être utilisée comme source froide;
- Un rapport Puissance / poids le plus important possible.

4.4- Conclusions:

L'équipe japonaise suggère, après des analyses dimensionnelles, des simulations par ordinateur et un travail de conception, que les moteurs de type conventionnels (Système bielle manivelle avec roue d'inertie) ne conviennent plus à partir d'un certain niveau de miniaturisation. Ceci est dû par le fait que l'efficacité de la roue d'inertie décroît fortement avec la taille. Les chercheurs japonais déduisent aussi que bien que le système à pistons libres soit à première vue intéressant (possibilité d'aucun mouvement glissant), des problèmes sérieux apparaissent. La réduction de la masse de l'engin entraîne une forte augmentation de la fréquence propre de la machine.

Les mécanismes mis au point par eux permettent de passer outre ces problèmes. [7]

V- ETUDE
THERMODYNAMIQUE
DU LIQUEFACTEUR

5- ETUDE THERMODYNAMIQUE DU LIQUEFACTEUR:

Dans le liquéfacteur PHILIPS PLA-107, se trouve réalisé un mouvement oscillatoire harmonique classique. Le cycle réalisé de ce fait permet aux deux pistons de comprimer, transférer et détendre le gaz frigorigène, et cela lui permet d'être très proche du cycle de Stirling inversé.

Le mouvement harmonique des pistons (piston et refouleur) évite les accélérations et les forces très importantes et assure un arrangement mécanique très simple.

Le piston et le refouleur sont couplés mécaniquement à deux bielles montées sur deux manetons d'un même vilebrequin déphasés d'un angle φ égal à 70° .

A partir des dimensions des éléments mécaniques du système bielle-manivelle du liquéfacteur représenté sur la figure 4.1 nous obtenons les équations suivantes :

- $X_{se} = 428$ -----(1)

- $X_{sb} = 15(1 + \cos(\alpha - \pi)) + 392$ -----(2)

- $X_{bb} = 15(1 + \cos(\alpha - \pi)) + 240$ -----(3)

- $X_{sp} = 26[1 + \cos(\alpha - \varphi)] + 201$ -----(4)

- $X_{bp} = 26[1 + \cos(\alpha - \varphi)] + 108$ -----(5)

- $L_c = X_{bb} - X_{sp}$ ----- (6)

- $L_e = X_{se} - X_{sb}$ -----(7)

Avec comme suppositions:

1. La longueur de la bielle est très grande devant le rayon de la manivelle (pour le piston et le balayeur)
2. Ces équations sont établies par rapport à l'axe du vilebrequin (l'axe étant la référence des mesures).

Remarques:

Les dimensions sont données en millimètres.

α est l'angle de rotation du vilebrequin en radian.

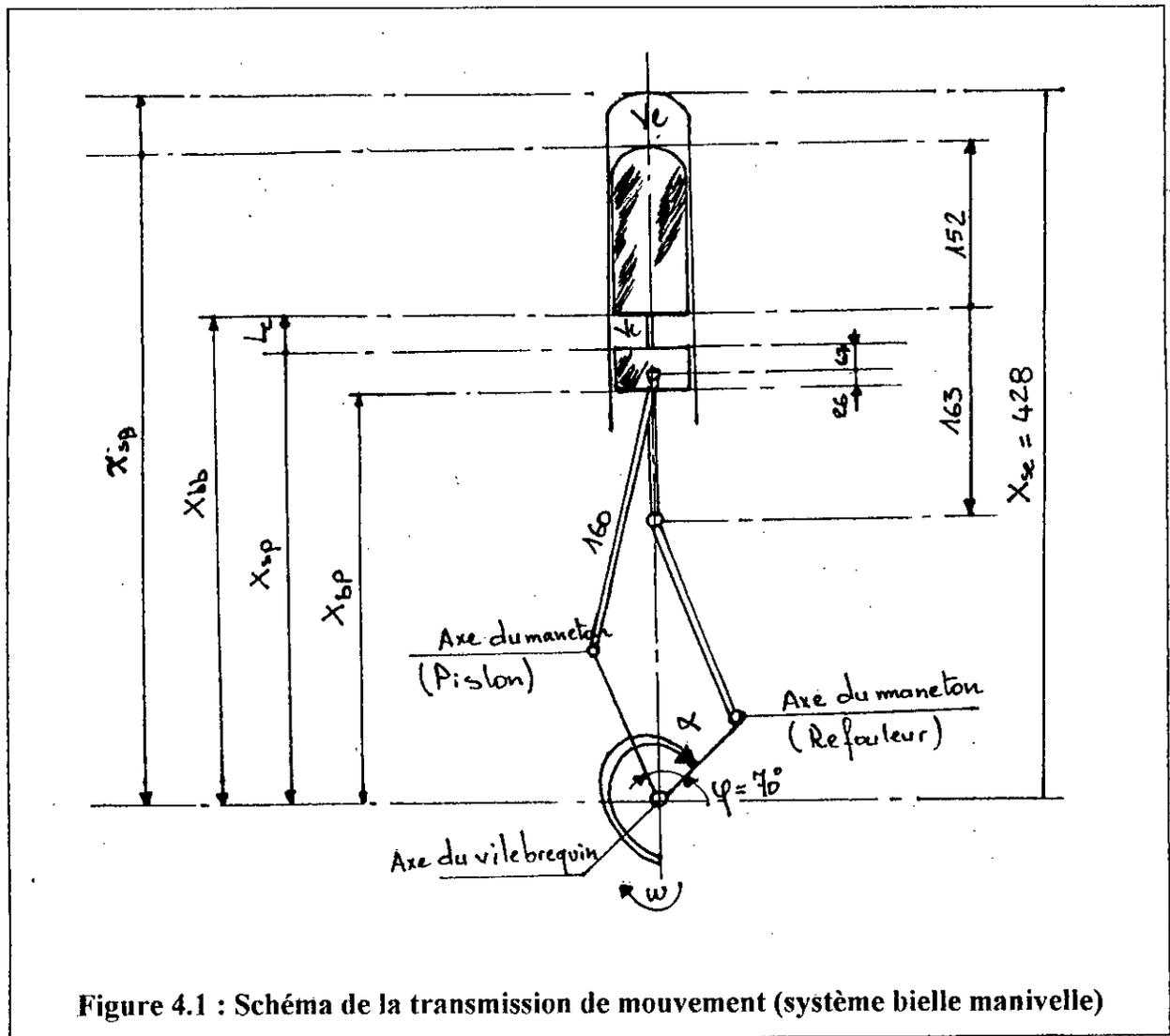


Figure 4.1 : Schéma de la transmission de mouvement (système bielle manivelle)

5.1- VARIATIONS DU VOLUME DANS LA MACHINE:

- Les volumes de compression et d'expansion varient sinusoidalement avec le temps.

5.1.1- Volume d'expansion V_e :

C'est le volume compris entre X_{se} et la face supérieure du piston.

$$V_e = \frac{\pi}{4} D_e^2 L_e \text{ -----(8)}$$

D'après la figure n°4.1 nous avons $\alpha = \omega t = 0$ correspond au volume d'expansion maximal ($V_{e,max}$), nous obtenons donc l'équation suivante:

$$V_e = \frac{V_0}{2} (1 + \cos\alpha) + V_{e,min} \text{ -----(8.a)}$$

Avec,

$$V_0 = V_{e.\max} - V_{e.\min.}$$

5.1.2- Volume de compression V_c :

C'est le volume compris entre la face inférieure du piston et la face supérieure du balayeur.

$$V_c = \frac{\pi}{4} (Dc^2 - d^2) Lc \text{ -----(9)}$$

Ou bien;

$$V_c = \frac{W \times V_0}{2} [1 + \cos(\alpha - \Phi)] + V_{c.\min} \text{ -----(9.a)}$$

Avec

$$W = \frac{V_{c.\max} - V_{c.\min}}{V_0} \text{ -----(9.b)}$$

Φ est le déphasage entre les angles de compression et d'expansion sa valeur est de 104° pour le liquéfacteur PLA-107.

5.1.3- Volumes morts V_s :

La machine possède plusieurs espaces morts qui ne sont pas balayés par les pistons (refroidisseur, régénérateur, condenseur).

Pour un calcul approximatif de la masse m_s du gaz dans l'espace mort, il faut calculer les rapports des volumes élémentaires du volume mort total (V_s) à leurs températures et procéder à la somme afin d'obtenir $\frac{V_s}{T_s}$ (T_s étant la température en Kelvin dans le volume mort).

$$\text{C'est à dire } \sum_{i=1}^3 \frac{V_i}{T_i} = \frac{V_s}{T_s} .$$

- $i = 1$. Volume mort dans le refroidisseur .
- $i = 2$. Volume mort dans le régénérateur .
- $i = 3$. Volume mort dans le condenseur .

5.2- VARIATION DE LA PRESSION DANS LA MACHINE:

Hypothèses:

- Le fluide frigorigène est un gaz parfait (He);
- La pression est entièrement uniforme dans le liquéfacteur (pas de résistance à l'écoulement du fluide).
- La détente et la compression sont isothermique. La température est constante dans chaque point de la machine.

En utilisant le principe de conservation de la masse totale dans la machine (cycle fermé) nous obtenons:

$$m_t = m_e + m_c + m_s .$$

m_t : Masse totale du fluide frigorigène .

m_e : Masse du fluide frigorigène dans le volume d'expansion.

m_c : Masse du fluide frigorigène dans le volume de compression.

m_s : Masse du fluide frigorigène dans le volume mort total.

Avec :

$$m_e = \frac{M}{R} \times P \times \frac{V_e}{T_e} ;$$

$$m_c = \frac{M}{R} \times P \times \frac{V_c}{T_c} ;$$

$$m_s = \frac{M}{R} \times P \times \frac{V_s}{T_s} .$$

Ces équations sont bien évidemment obtenues en appliquant, respectivement, la loi des gaz parfaits pour les volumes V_e , V_c et V_s .

De ce fait :

$$m_t = \frac{M}{R} \times P \times \left[\frac{V_e}{T_e} + \frac{V_c}{T_c} + \frac{V_s}{T_s} \right] \text{-----(10)}$$

Ou bien :

$$\frac{V_e}{T_e} + \frac{V_c}{T_c} + \frac{V_s}{T_s} = \frac{m_t \times R}{M \times P} = \frac{C \times V_0}{2T_c \times P} \text{-----(10.a)}$$

Avec :

$$C = \frac{2RTc}{MV_0} \times m, \text{-----(10.b)}$$

En combinant les équations (8.a), (9.a) et (10.a) nous obtenons:

$$\frac{Tc}{2Te} \left(1 + \cos \alpha + 2 \frac{Ve. \min}{V_0} \right) + \frac{W}{2} [1 + \cos(\alpha - \Phi)] + \frac{Vc. \min}{V_0} + \frac{Tc}{V_0} \times \frac{Vs}{Ts} = \frac{C}{2P} \text{-----(10.b)}$$

Alors:

$$\frac{C}{P} = \tau \cos \alpha + W \cos(\alpha - \Phi) + \left[1 + 2 \frac{Ve. \min}{V_0} \right] \tau + W + 2 \frac{Vc. \min}{V_0} + 2 S \text{-----(10.c)}$$

Sachant que :

$$S = \frac{Tc}{V_0} \times \frac{Ts}{Vs} \text{ et que } \tau = \frac{Tc}{Te}$$

A ce stade nous introduisons l'angle θ défini par l'équation suivante:

$$\text{tg} \theta = \frac{W \sin \Phi}{\tau + W \cos \Phi} \text{-----(11)}$$

Nous définissons aussi la quantité suivante:

$$A = [(\tau + W \cos \Phi)^2 + W^2 \sin^2 \Phi]^{1/2} = [\tau^2 + W^2 + 2\tau W \cos \Phi]^{1/2} \text{-----(12)}$$

La figure 4.2 représente le diagramme vectoriel donnant la relation entre A, τ , Φ , θ et W, de là nous obtenons les relations suivantes :

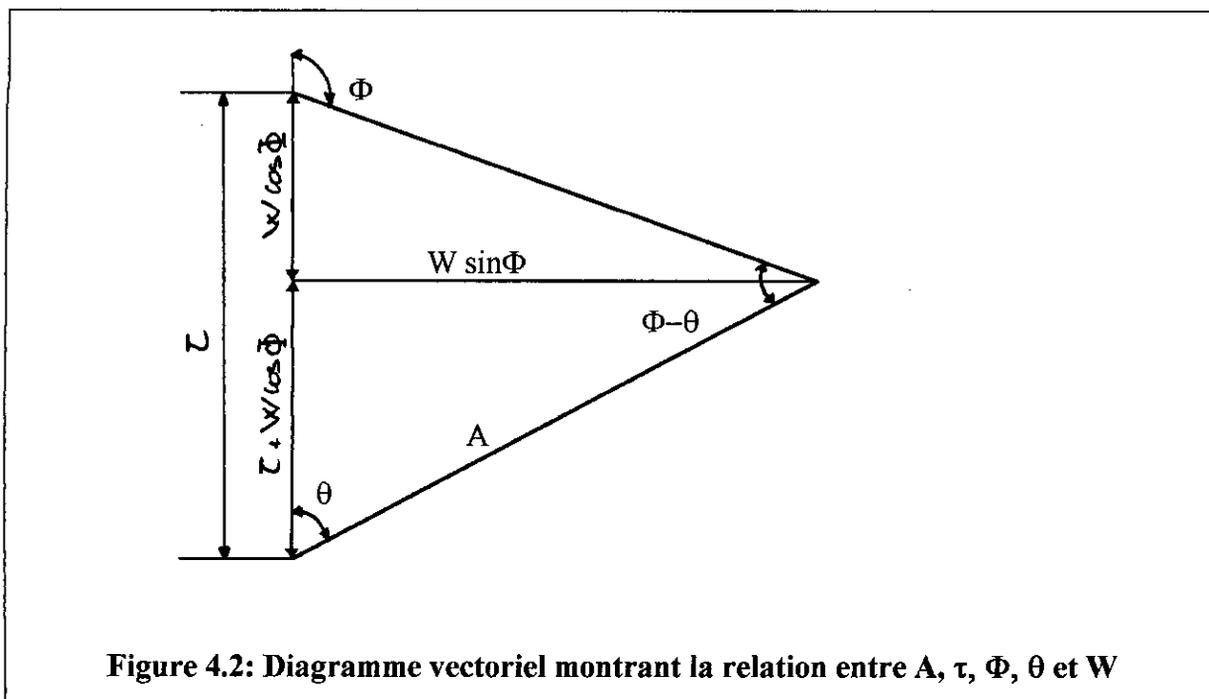
$$\tau + W \cos \Phi = A \cos \theta \text{-----(13)}$$

Et

$$W \sin \Phi = A \sin \theta \text{-----(14)}$$

En introduisant les équations (13) et (14) dans (10.c) nous obtenons:

$$\frac{C}{P} = A \cos(\alpha - \theta) + \tau \left[1 + 2 \frac{V_{e. \min}}{V_0} \right] + W + 2 \frac{V_{c. \min}}{V_0} + 2S$$



Nous définissons la quantité B par :

$$B = \tau \left[1 + 2 \frac{V_{e. \min}}{V_0} \right] + W + 2 \frac{V_{c. \min}}{V_0} + 2S \text{ -----(15)}$$

D'où:

$$\left[\frac{RTc_m}{MP} \right] \times \frac{2}{V_0} = A \cos(\alpha - \theta) + B \text{ -----(16)}$$

Et de là nous avons :

$$P = \frac{C}{A \cos(\alpha - \theta) + B}$$

En posant $\delta = \frac{A}{B}$

nous obtenons l'expression de la pression dans la machine;

$$P = \frac{C}{B[1 + \delta \cos(\alpha - \theta)]} \text{-----(17)}$$

La pression P est minimale pour $\alpha = \theta$;

La pression P est maximale pour $\alpha = \theta + \pi$;

D'où:

$$P_{\min} = \frac{C}{B} \times \frac{1}{1 + \delta} \text{-----(18)}$$

$$P_{\max} = \frac{C}{B} \times \frac{1}{1 - \delta} \text{-----(19)}$$

Afin d'obtenir la pression moyenne dans la machine il faut intégrer l'expression (17) à travers le cycle (2π) pour cela il faut développer en Série de FOURRIER le facteur :

$$\frac{1}{1 + \delta \cos(\alpha - \theta)}$$

On trouve:

$$\frac{1}{(1 - \delta^2)^{1/2}} \left[1 - \frac{2\delta}{1 + (1 - \delta^2)^{1/2}} \cos(\alpha - \theta) + 2 \left(\frac{\delta}{1 + (1 - \delta^2)^{1/2}} \right) \cos 2(\alpha - \theta) + \dots \right]$$

En intégrant cette expression sur α entre 0 et 2π , on trouve la pression moyenne:

$$P_m = \frac{C}{B} \times \frac{1}{(1 - \delta^2)^{1/2}} = \frac{2RTc}{BMV_0} \times \frac{m_i}{(1 - \delta^2)^{1/2}} \text{-----(20)}$$

Alors, la pression donnée par l'équation (17) peut être remplacée par :

$$P = P_m \frac{(1 - \delta^2)^{1/2}}{1 + \delta \cos(\alpha - \theta)} \text{-----(21)}$$

En combinant l'équation (21) avec les équations (18) et (19) nous trouvons :

$$P_{\min} = P_m \frac{(1 - \delta^2)^{1/2}}{(1 + \delta^2)^{1/2}} \text{-----}(22)$$

$$P_{\max} = P_m \frac{(1 + \delta^2)^{1/2}}{(1 - \delta^2)^{1/2}} \text{-----}(23)$$

5.3- PUISSANCE FRIGORIFIQUE ET PUISSANCE FOURNIE:

Hypothèses:

- Les pertes thermiques dans le régénérateur sont nulles; toute la quantité de chaleur extraite dans la phase 2-3 est récupérée dans la phase 4-1.
- Les pertes de chaleur par conduction, convection, rayonnement sont nulles. Toute la quantité de chaleur absorbé par la machine est récupérée par le gaz.
- Les pertes par frottement mécanique sont négligées.

En appliquant le premier principe de la thermodynamique, respectivement, aux deux espaces V_e et V_c , nous obtenons:

$$Q_{e_0} = \oint P dV_e \quad \text{et} \quad Q_{c_0} = \oint P dV_c$$

On pose $\lambda = \alpha - \theta$; et nous l'introduisons dans les équations (8.a) et (9.a), nous obtenons:

$$V_e = \frac{V_0}{2} [1 + \cos \lambda \cos \theta - \sin \lambda \sin \theta] + V_{e.\min.}$$

$$V_c = \frac{WV_0}{2} [1 + \cos \lambda \cos(\theta - \Phi) - \sin \lambda \sin(\theta - \Phi)] + V_{c.\min.}$$

Alors:

$$dV_e = -\frac{V_0}{2} [\sin \lambda \cos \theta + \cos \lambda \sin \theta] \delta \lambda,$$

&

$$dV_c = -\frac{WV_0}{2} [\sin \lambda \cos(\theta - \Phi) + \cos \lambda \sin(\theta - \Phi)] d\lambda.$$

Le volume mort V_s n'apparaît pas dans les intégrales car il est constant, donc sa dérivée est évidemment nulle.

Nous avons donc la chaleur froide fournie par la source froide est :

$$Q_{e_0} = \oint P dV = \frac{-V_0}{2} P_m \int_0^{2\pi} (1 - 2e \cos \lambda) [\sin \lambda \cos \theta + \cos \lambda \sin \theta] d\lambda$$

$$|Q_{e_0}| = \pi V_0 P_m e \sin \theta.$$

La puissance frigorifique est la chaleur frigorifique Q_e fournie par cycle, multipliée par le nombre de révolution par seconde qui est égal à $N / 60$ (N le nombre de tours par minute effectués par le vilebrequin).

De ce fait la puissance frigorifique est donnée par:

$$|Q_e| = |Q_{e_0}| \times \frac{N}{60}$$

$$|Q_e| = \pi V_0 \frac{N}{60} P_m e \sin \theta \text{ -----(24)}$$

«e» étant le premier terme du développement en Série de FOURRIER fait précédemment (voir nomenclature).

La quantité de chaleur rejetée à la source chaude est donnée par:

$$Q_{c_0} = \oint P dV_c = -\frac{WV_0}{2} P_m \int_0^{2\pi} (1 - 2e \cos \lambda) [\sin \lambda \cos(\theta - \Phi) + \cos \lambda \sin(\theta - \Phi)] d\lambda$$

D'où
$$Q_{c_0} = -\pi V_0 P_m W e \sin(\Phi - \theta)$$

Pour obtenir cette quantité en terme de puissance il faut multiplier par $\frac{N}{60}$ l'expression de Q_{c_0} d'où:

$$|Q_c| = \pi V_0 \frac{N}{60} P_m W e \sin(\Phi - \theta).$$

Ou bien, puisque le cycle est parfait, nous avons:

$$|Q_c| = \tau |Q_e| = \tau \pi V_0 \frac{N}{60} P_m e \sin\theta. \text{-----}(25)$$

5.4- PUISSANCE NECESSAIRE P_u :

La puissance nécessaire est égale à la différence entre la quantité de chaleur rejetée à la source chaude et la puissance frigorifique, c'est à dire:

$P_u = |Q_c| - |Q_e|$ et remplaçant Q_c et Q_e par leurs expressions nous avons finalement:

$$P_u = (\tau - 1) \pi V_0 \frac{N}{60} P_m e \sin\theta \text{-----}(26)$$

5.5- COEFFICIENT DE PERFORMANCE C.O.P :

Pour pouvoir calculer le coefficient de performance de la machine, il faut comparer la puissance frigorifique à la puissance fournie par cycle d'où:

$$\text{C.O.P} = \frac{Q_e}{P_u} = \frac{Q_e}{Q_c - Q_e} \text{-----}(27)$$

En injectant (25) et (26) dans (27) on trouve :

$$\text{C.O.P} = \frac{1}{\tau - 1} \text{-----}(28)$$

Ou bien:

$$\text{C.O.P} = \frac{T_c}{T_c - T_f} \text{-----}(28.a)$$

Remarque:

De l'équation (28.a) nous voyons bien que le coefficient de performance C.O.P est égal à celui de Carnot.

VI- OPTIMISATION

6- OPTIMISATION :

Dans cette partie nous allons faire varier la valeur du déphasage entre les manetons φ et voir l'effet sur les grandeurs physiques du liquéfacteur PHILIPS.

Pour cela nous aurons besoin de quelques données techniques concernant le liquéfacteur PHILIPS PLA-107, qui figurent dans le tableau suivant: [19]

Tableau n°1

Données Techniques concernant le liquéfacteur			
Donnée	Symbole	Unité	Valeur Numérique
Angle de déphasage entre les manetons du piston et du refouleur	φ	(°)	70
Diamètre du cylindre du piston (Espace de compression)	Dc	[mm]	80
Diamètre du cylindre du refouleur (Espace d'expansion)	De	[mm]	70
Diamètre de la tige du refouleur	d	[mm]	12
Vitesse de rotation du moteur électrique	N	[tr / min]	1425
Puissance de sortie du moteur électrique	<i>P</i>	[kW]	11
Volume mort total (régénérateur, refroidisseur et condenseur)	Vs	[m ³]	2 10 ⁻⁴

6.1- RELATION ENTRE φ ET Φ :

A partir de l'équation (8), on peut montrer très facilement que le volume d'expansion maximum est atteint pour $\alpha = 0$ (voir figure n° 1)

Le volume de compression maximum sera, lui atteint pour $\alpha = \Phi$; angle de déphasage entre V_e et V_c . Cet angle est tel qu'il annule la première dérivée de V_c par rapport à α .

Alors;

$$\frac{dV_c}{d\alpha} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Phi = \alpha & \text{pour } \alpha \geq 0 \\ \Phi = \alpha + \pi & \text{pour } \alpha \leq 0 \end{cases} \text{-----(29)}$$

Nous avons:

$$\frac{dV_c}{d\alpha} = \frac{\pi}{4} (Dc^2 - d^2) [-15 \sin\alpha + 26 \sin(\alpha - \varphi)]$$

$$\frac{dV_c}{d\alpha} = 0 \Rightarrow -15 \sin\alpha + 26 \sin(\alpha - \varphi) = 0$$

Ou bien,

$$-15 \sin\alpha + 26 \sin\alpha \cos\varphi - 26 \cos\alpha \sin\varphi = 0$$

Finalement;

$$\sin\alpha [26 \cos\varphi - 15] - 26 \cos\alpha \sin\varphi = 0 \text{-----(30)}$$

On divise les deux membres de l'équation (29) par $\sin\alpha$ on obtient:

$$26 \cos\varphi - 26 \sin\varphi \operatorname{ctg}\alpha = 0 \text{-----(31)}$$

On divise les deux membres de l'équation (30) par $\sin\varphi$ on obtient:

$$26 \operatorname{ctg}\varphi - 26 \operatorname{ctg}\alpha = \frac{15}{26 \sin\alpha}$$

Donc,

$$\operatorname{ctg}\alpha = \operatorname{ctg}\varphi - \frac{15}{26 \sin\varphi}$$

D'où,

$$\alpha = \text{Arc.ctg} \left[\text{ctg} \varphi - \frac{15}{26 \sin \varphi} \right]$$

Ou bien:

$$\alpha = \text{Arc.ctg} \left[\frac{26 \cos \varphi - 15}{26 \sin \varphi} \right] \text{-----} (32)$$

Donc le déphasage Φ est donné par:

$$\Phi = \text{Arc.ctg} \left[\frac{26 \cos \varphi - 15}{26 \sin \varphi} \right] \text{-----} (33)$$

Remarque:

Il faut rajouter π à Φ si le résultat de l'équation (33) est négatif (voir équation (29)).

Représentation Graphique:

La figure 6.1 est obtenue à partir de l'équation (33), le point représenté sur cette courbe correspond à $\varphi = 70^\circ$ et $\Phi = 104.0350^\circ$ (déphasage correspondant au liquéfacteur PHILIPS PLA-107).

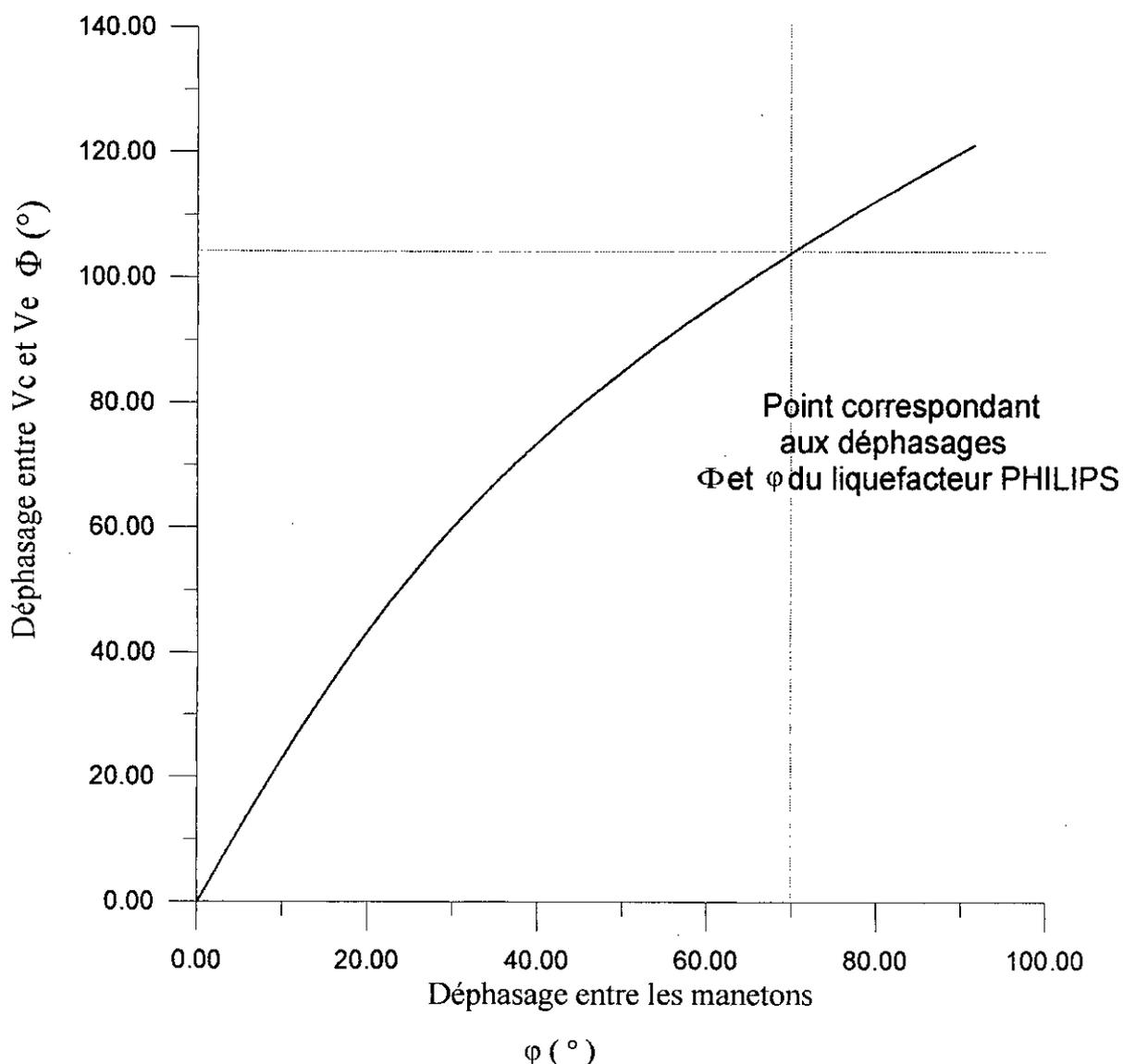


Figure 6.1: Déphasage des volumes de compression et d'expansion Φ en fonction du déphasage des manetons ϕ

6.2- VARIATION DES VOLUMES V_e , V_c ET V_t :

6.2.1- Volume d'expansion V_e :

V_e est donné par l'équation (8) ou (8.a), V_e ne dépend que de α et de ce fait $V_{e.min}$ et $V_{e.max}$ ne changent pas en fonction de la variation de ϕ donc en remplaçant de par sa valeur numérique nous obtenons à partir de l'équation (8):

$$V_{e.max} = V_e(0) = 138544.2 \text{ mm}^3 ;$$

$$V_{e.min} = V_e(\pi) = 23090.70 \text{ mm}^3 .$$

La variation de V_e (volume d'expansion) en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin α est représentée par la figure 6.2.

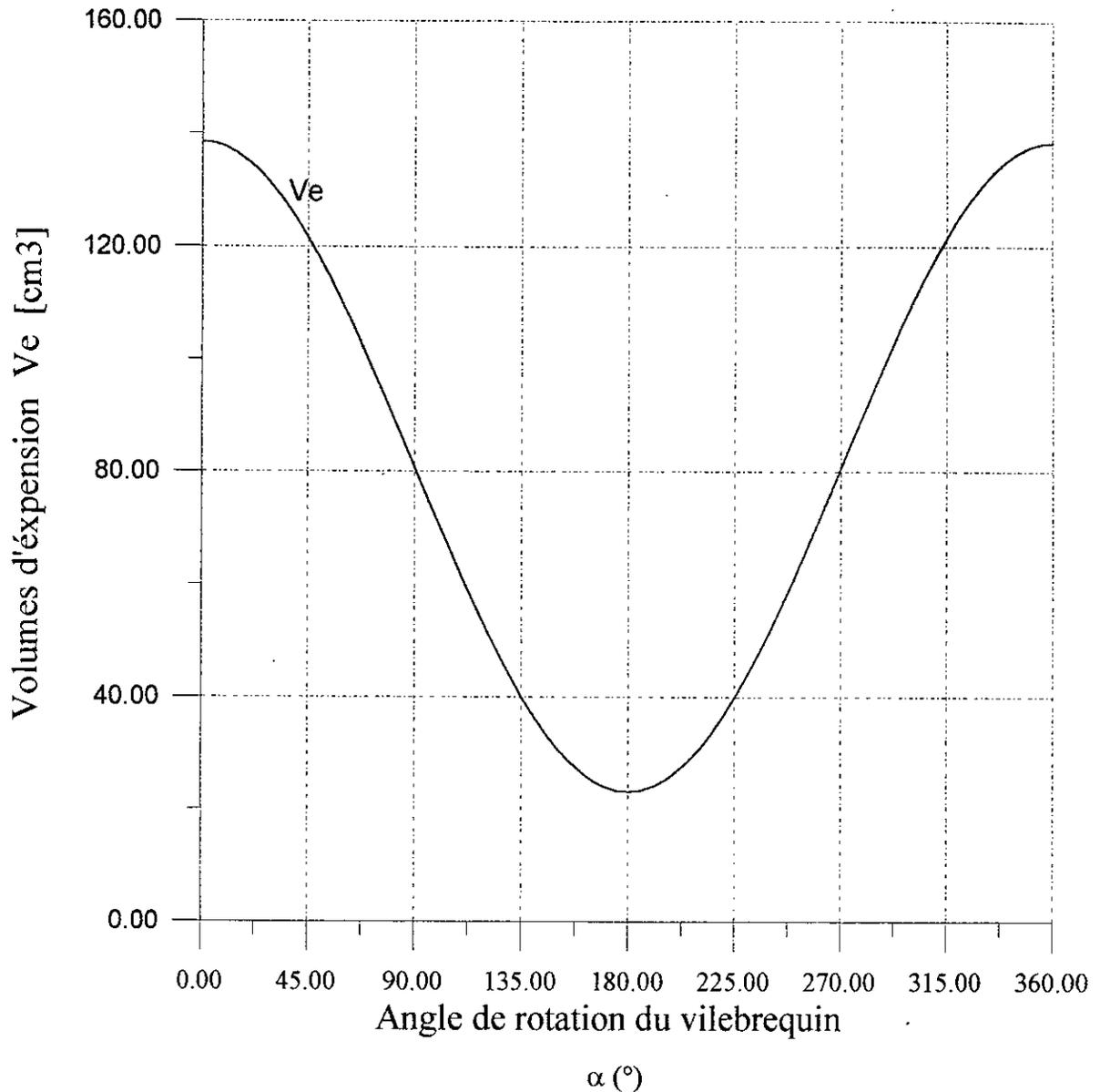


Figure 6.2: Variation du volume d'expansion en fonction de α

Nous remarquons que V_e varie sinusoidalement par rapport à α (la période est de 2π), V_e atteint bien le maximum à $\alpha = 0$ et le minimum à $\alpha = \pi$.

6.2.2- Volume de compression V_c :

V_c est donné par l'équation (9) ou (9.a), V_c dépend de α bien sûr mais de ϕ aussi (donc de Φ).

Nous allons faire varier ϕ entre 5° et 80° avec un pas de 5° .

Ce qui peut être démontré comme suit:

De l'équation (11) nous trouvons $\theta = 0$ pour $\varphi = 0$,

Puis de l'équation (24) $Q_e = 0$ pour $\theta = 0$.

La limite supérieure de la variation de l'angle de déphasage φ est d'environ 81.3° , car au-delà de cette valeur le volume de compression minimal devient négatif ce qui signifie que la face supérieure du piston, touche ou rentre dans la face inférieure du refouleur, ce qui est bien sûr impossible à réaliser du moins pour le liquéfacteur PHILIPS PLA-107.

En faisant varier φ dans la plage citée ci dessus et en utilisant les équations (8.a) et (9.a), nous obtenons les valeurs suivantes pour $V_{c.min}$ et $V_{c.max}$ (et W):

Tableau n°2				
$\varphi (^\circ)$	$\Phi (^\circ)$	$V_{c.min} [cm^3]$	$V_{c.max} [cm^3]$	W
5	11.74307	82.86971	192.28330	0.94768
10	23.06084	80.94386	194.20920	0.98105
15	33.63741	77.88717	197.26590	1.03399
20	43.31367	73.88344	201.26960	1.10335
25	52.06749	69.12604	206.02700	1.18577
30	59.96331	63.79296	211.36010	1.27815
35	67.10503	58.03614	217.11690	1.37788
40	73.60505	51.98023	223.17280	1.48278
45	79.56825	45.72575	229.42730	1.59113
50	85.08582	39.35362	235.79940	1.70151
55	90.23396	32.92934	242.22370	1.81280
60	95.07574	26.50659	248.64640	1.92406
65	99.66222	20.13001	255.0230	2.03452
70	104.03500	13.83728	261.31570	2.14353
75	108.22790	7.66064	267.49240	2.25053
80	112.26880	1.62813	273.52490	2.35503

Toujours à partir de l'équation n°(9.a), on peut tracer les courbes représentant la variation du volume de compression en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin (figure 6.3).

On remarque bien évidemment que la variation est sinusoïdale et que l'amplitude des courbes augmente avec la croissance du déphasage des manetons ce qui est en accord avec les valeurs limites données dans le tableau ci dessus.

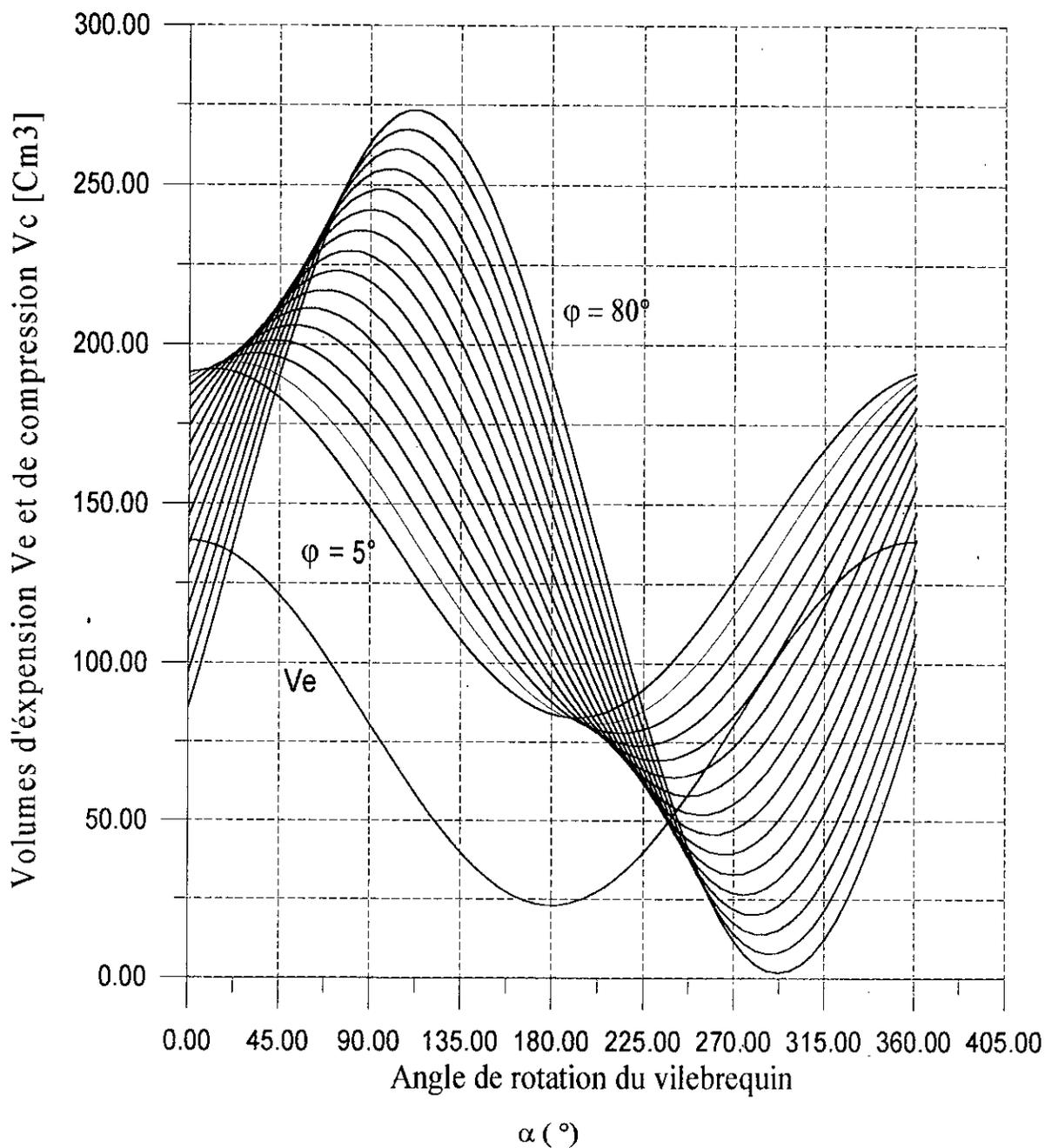


Figure 6.3: Variation du volume de compression en fonction de α

6.2.3- Variation du volume total V_t :

Le volume total est la somme des volumes de compression et d'expansion ainsi que les différents volumes morts.

$$V_t = V_e + V_c + V_s.$$

Le volume mort V_s est estimé à environ $2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$. [19]

Donc en utilisant (8.a) et (9.a) nous obtenons:

$$V_t = \frac{V_0}{2} (1 + \cos \alpha) + V_{e.\min} + \frac{WV_0}{2} [1 + \cos (\alpha - \Phi)] + V_{c.\min} + V_s.$$

$$\text{Ou bien, } V_t = \frac{V_0}{2} [1 + W + \cos \alpha + W \cos (\alpha - \Phi)] + V_{e.\min} + V_{c.\min} + V_s \text{ -----(34)}$$

En utilisant l'équation n°34 on trace les courbes représentées sur la figure 6.4.

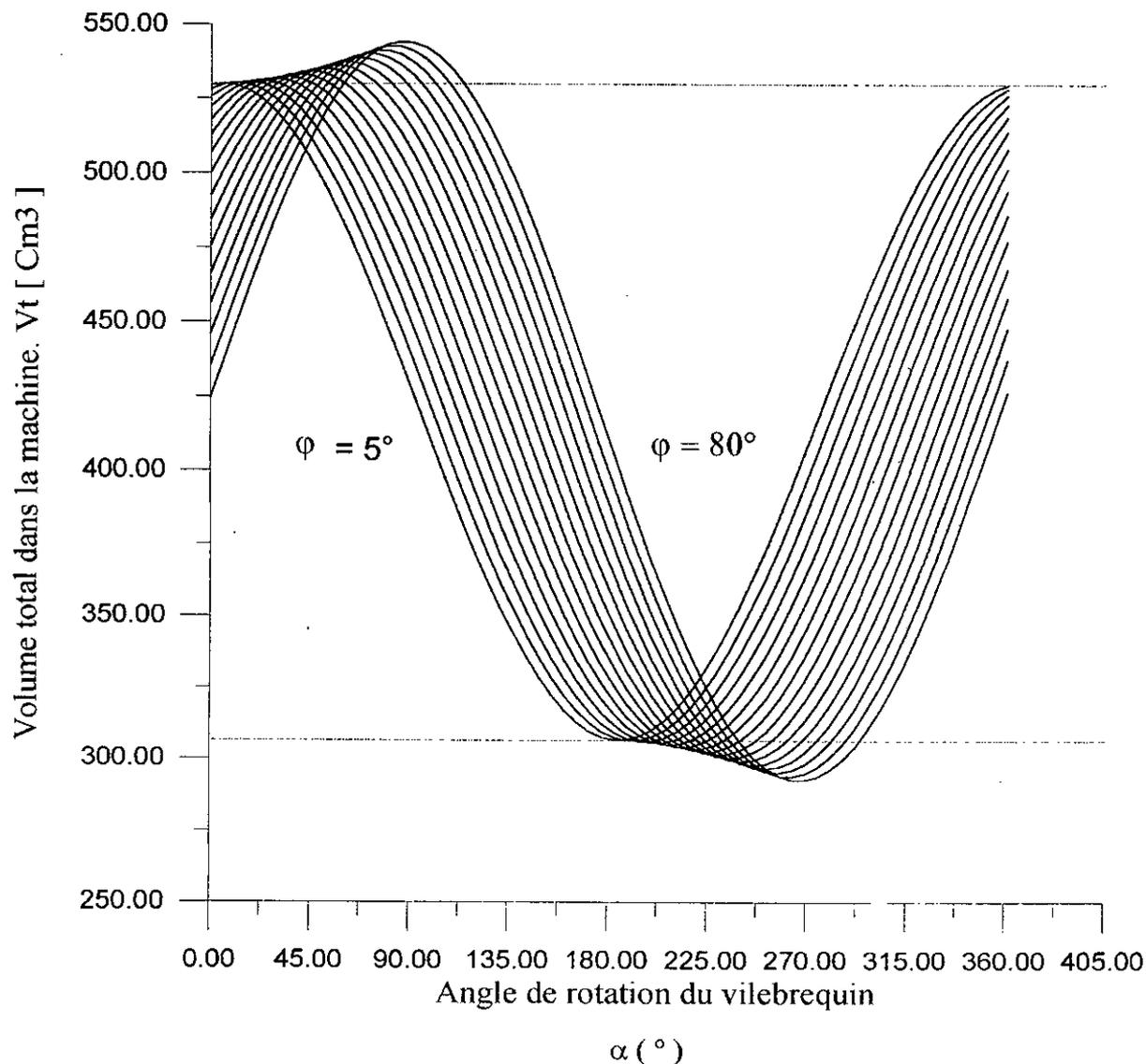


Figure 6.4: Variation du volume total dans la machine en fonction de α

Ce que l'on peut dire concernant cette courbe, est que l'amplitude augmente avec la croissance de l'angle de déphasage ϕ ce qui est en concordance avec les conclusions faites pour le volume de compression, un volume total plus important signifie moins de volumes nuisibles, de ce fait l'angle optimal dans ce cas est de 80° .

- Les deux droites en traits discontinus, servent simplement à faciliter la lecture du graphe (sens d'accroissement et de diminution des $V_{t,max}$ et $V_{t,min}$).

6.3- PRESSION DANS LA MACHINE:

Dans cette partie nous aurons besoin des températures dans les espaces de compression (T_c) et d'expansion ($T_e = T_f$), cependant les températures du gaz lors de son écoulement dans les espaces cités ne sont pas uniformes du fait de l'existence d'imperfections dans le mélange gazeux à différentes températures). Malgré cela, il est tout à fait possible d'attribuer des valeurs moyennes de T_c et T_e du gaz dans V_c et V_e et de les utiliser pour de finir la valeur de τ .

Et pour cela on utilise les corrélations suivantes: [13]

$$T_c = \frac{T_{c_0}}{1 - \frac{\pi(\gamma - 1)\delta}{4\gamma}} \text{-----(35)}$$

$$T_e = \frac{T_{e_0}}{1 + \frac{\pi(\gamma - 1)\delta}{4\gamma}} \text{-----(36)}$$

Il est à noter que δ dépend lui aussi de T_c et T_e , mais ces valeurs (T_c , T_e , δ) peuvent être estimées par des méthodes itératives.

Néanmoins on obtiendra pour l'Hélium $\frac{\pi(\gamma - 1)}{4\gamma} \approx 0.3$ (et pour l'Hydrogène 0.27)

Avec:

T_{c_0} est la température moyenne dans le refroidisseur (circuit du gaz) elle est égale à 318 K.
 T_{f_0} ou T_{e_0} est la température moyenne dans le condenseur (circuit du gaz) elle est égale à 70K. [19]

Après itérations nous obtenons les résultats suivants concernant les valeurs de T_c , T_f , δ et τ .

Tableau n°3

φ (°)	δ	T_c (K)	T_f (K)	τ
5	0.41048	362.6593	62.32505	5.81884
10	0.40936	362.5204	62.3437	5.81487
15	0.4075	362.2899	62.37469	5.80828
20	0.40489	361.967	62.41824	5.79906
25	0.40156	361.5559	62.4739	5.78731
30	0.39749	361.0547	62.54205	5.77299
35	0.39269	360.4653	62.62262	5.75615
40	0.38722	359.7961	62.71469	5.73703
45	0.38104	359.0429	62.81903	5.71551
50	0.37418	358.2106	62.93526	5.69173
55	0.36656	357.2905	63.06488	5.66544
60	0.35849	356.3213	63.20274	5.63775
65	0.3497	355.2715	63.35358	5.60776
70	0.34031	354.157	63.51551	5.57591
75	0.33034	352.9811	63.68836	5.54232
80	0.31981	351.7477	63.87194	5.50708

Sur ce tableau nous voyons bien que la température dans le volume de compression baisse d'environ 11°C entre le déphasage de 5° à celui de 80°, alors que la température de la source froide augmente d'environ 1.5°C, la baisse de la température la plus importante est au niveau de la source chaude (Qui est en réalité une température moyenne à travers le cycle) diminue les contraintes thermiques au sein de la machine).

Nous pouvons donc conclure que le déphasage entre les manetons de 80° est le plus favorable dans ce cas précis.

6.3.1- Pression en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin:

L'expression de la pression est donnée par l'équation n°17 dans laquelle les grandeurs B, C, W, θ et bien sûr δ sont fonction de φ , en utilisant les équations (9.b), (11), (12) et (15) nous obtenons les résultats suivant:

Tableau n°4

φ (°)	B	C	θ (rad)
5	16.44263	373.3559	0.02858
10	16.43648	373.2129	0.05714
15	16.42627	372.9756	0.08567
20	16.41198	372.6432	0.11415
25	16.39377	372.22	0.14255
30	16.37156	371.704	0.17086
35	16.34544	371.0972	0.19906
40	16.31576	370.4083	0.22710
45	16.28233	369.6329	0.25497
50	16.24537	368.776	0.28264
55	16.20449	367.8288	0.31006
60	16.16138	366.831	0.33714
65	16.11465	365.7502	0.36389
70	16.06499	364.6029	0.39021
75	16.01255	363.3923	0.41602
80	15.95747	362.1225	0.44122

Il est important de préciser que nous considérons l'hypothèse qui suit.

La valeur de la température dans le volume mort est prise comme étant la moyenne arithmétique entre T_c et T_f c'est à dire : $T_s = (T_c + T_f) / 2$.

Nous obtenons donc les courbes représentées sur la figure 6.5.

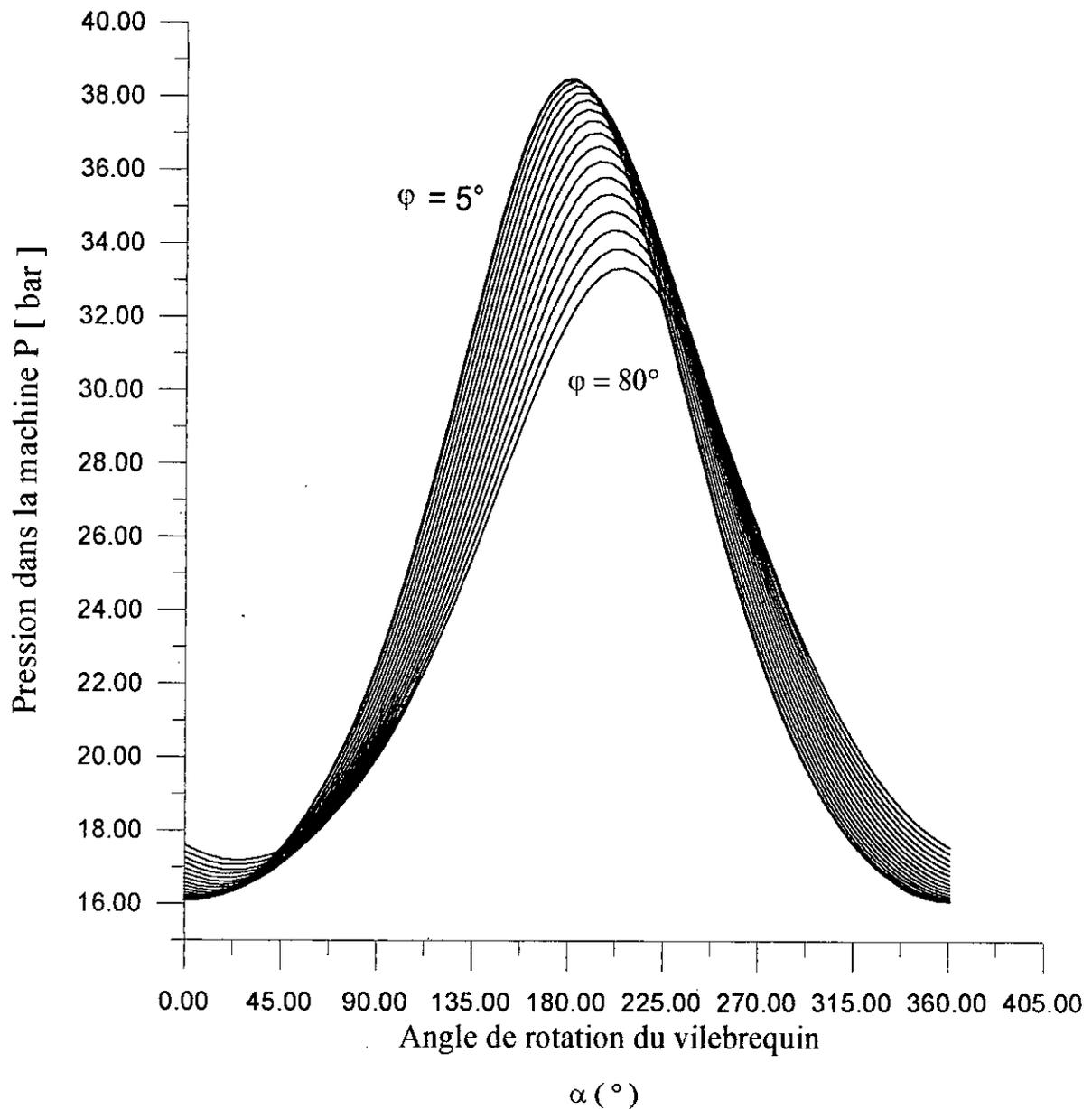


Figure 6.5: variation de la pression dans la machine en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin α

La variation de la pression est bien évidemment sinusoïdale en fonction de α .

On voit bien sur cette courbe que la croissance de ϕ a pour effet d'augmenter la pression maximale et de diminuer la pression minimale. Pour l'instant *nous ne pouvons pas encore porter de conclusion sur l'angle optimal du déphasage des manetons*, car s'agissant de valeurs de pressions moyennes instantanées il nous est impossible de dire si à tel endroit de la machine la pression augmente ou pas vu qu'il n'existe pas de sondes de pression pouvant nous renseigner sur ce point.

6.3.2- Pression dans la machine en fonction du volume total :

En utilisant les équations (17) et (34) nous traçons (pour les différentes valeurs du déphasages φ), la variation de la pression moyenne instantanée du fluide moteur dans la machine en fonction du volume total, on obtient le faisceau de boucles de la figure 6.6. Les surfaces délimitées par ces boucles, représentent le travail nécessaire à la machine par cycle. L'aire de ces surfaces augmente avec la croissance de l'angle φ , cela implique la croissance du travail nécessaire, donc de ce point de vue, nous avons tout intérêt à *prendre le déphasage le plus petit possible*.

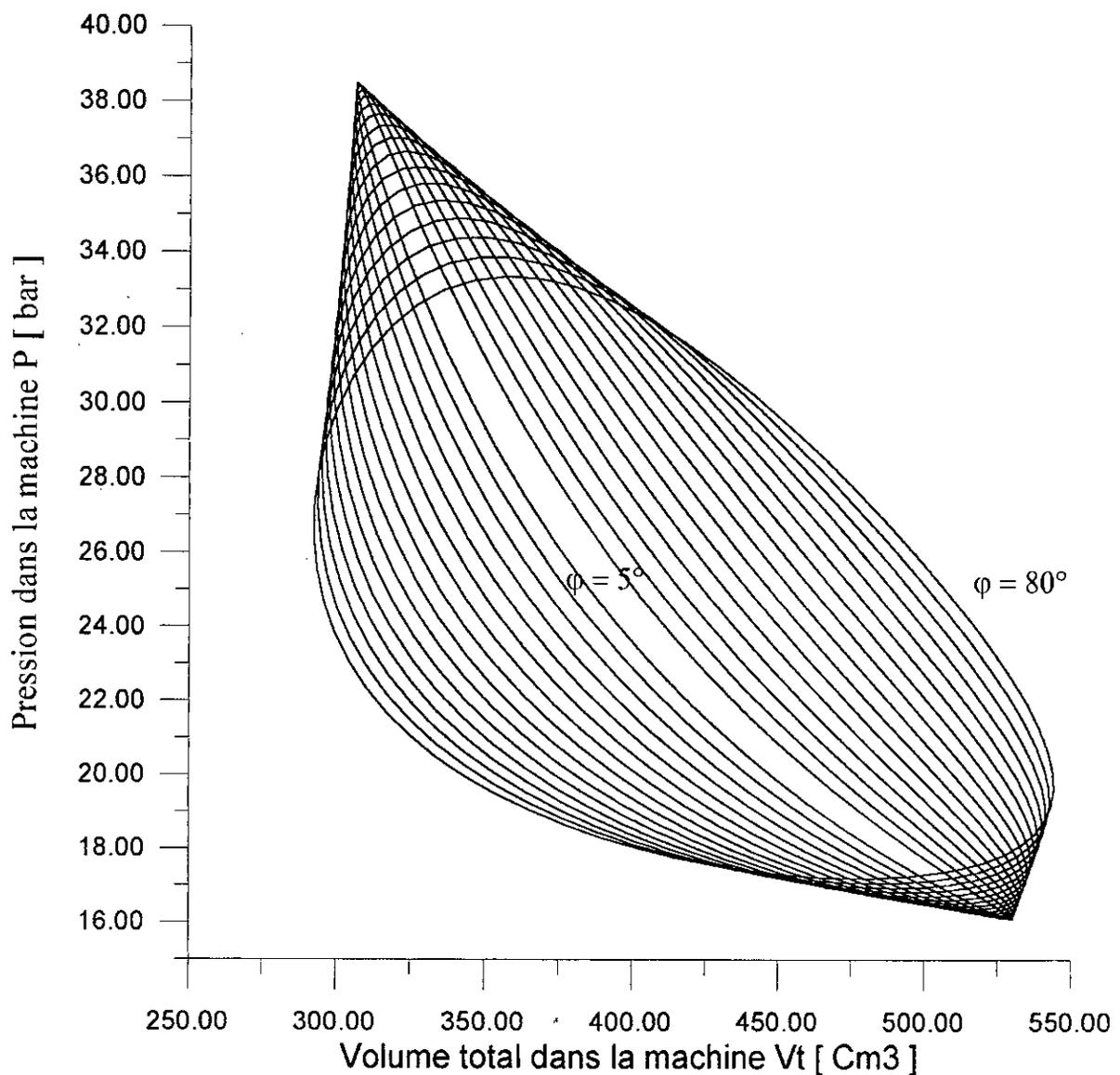


Figure 6.6: Variation de la pression en fonction du volume total.

6.3.3- Pression moyenne dans la machine P_m :

La pression moyenne du fluide moteur durant tous le cycle est donnée par l'équation suivante:

$$P_m = \frac{C}{B} \times \frac{1}{(1-\delta^2)^{1/2}} \quad (37)$$

Pour chaque valeur de ϕ nous avons une certaine valeur de la pression moyenne, de ce fait en utilisant l'équation (37) nous traçons la variation de P_m en fonction du déphasage entre les manetons, nous obtenons la courbe suivante:

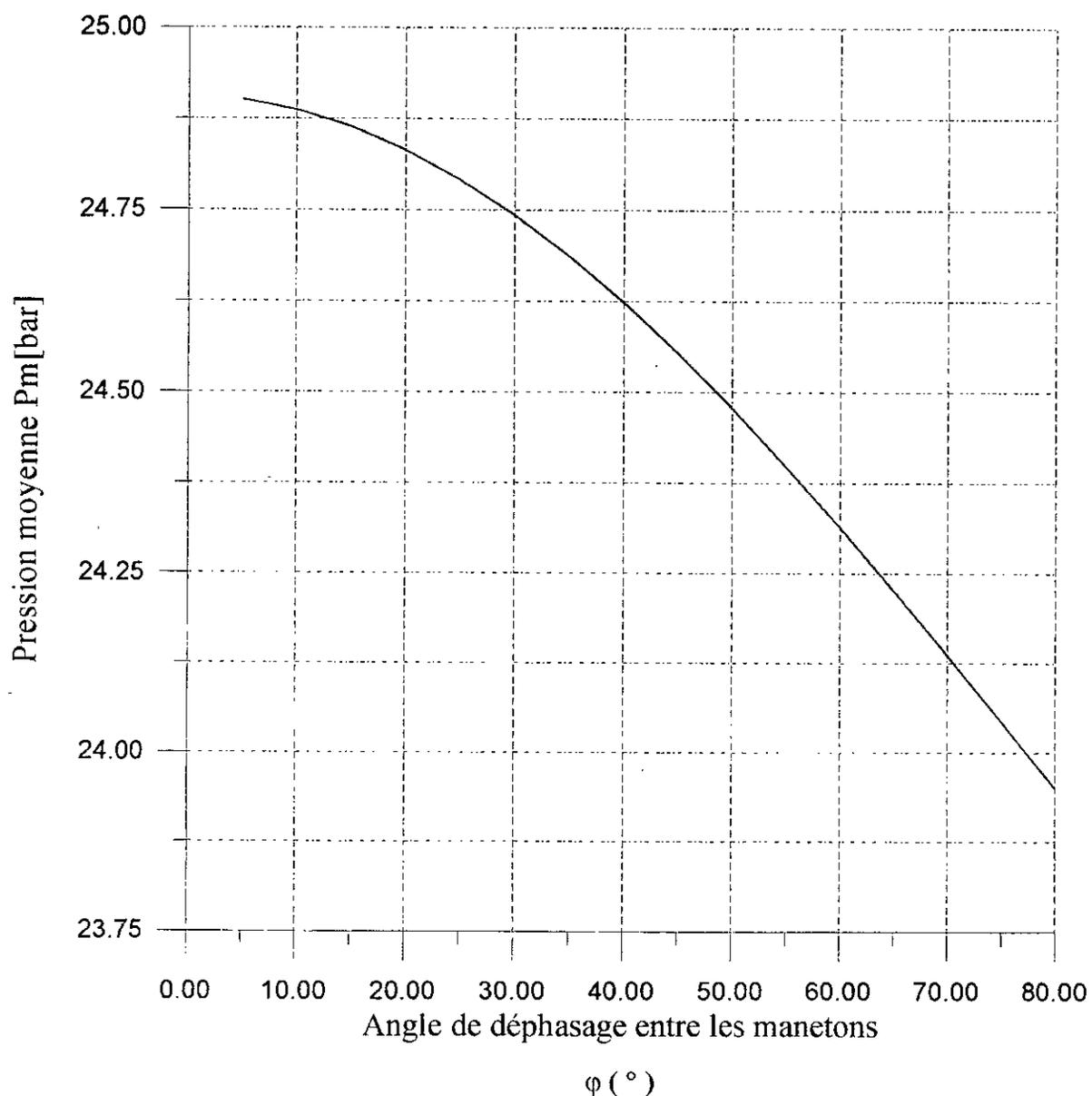


Figure 6.7: Variation de la pression moyenne en fonction de ϕ .

Nous voyons bien que la pression moyenne baisse avec l'augmentation du déphasage, le maximum est atteint aux environ de $\varphi = 5^\circ$, d'après des essais faits sur le liquéfacteur PHILIPS PLA-107 il a été montré que la production (débit d'air liquide) augmentait avec l'augmentation de la pression moyenne, l'expérience faite est la suivante: [19]

les paramètres constants sont:

- Fluide frigorigène: Hydrogène;
- Pression d'eau de refroidissement: $P_{eau} = 34 \text{ m.C.E.}$;
- Débit d'eau de refroidissement: $\dot{Q}_{eau} = 0.6 \text{ m}^3/\text{h}$;
- Température d'entrée dans le refroidisseur: $T_{er} = 20^\circ \text{ C}$;
- Température de sortie du refroidisseur: $T_{sr} = 32^\circ \text{ C}$.

Le tableau des résultats est le suivant:

Tableau n° 5

Influence de la pression moyenne sur le débit d'air liquide			
Pression moyenne [bar]	20	23	24
Volume [L]	2		
Temps [s]	1473	1198	1125
Débit d'air liquide [L / h]	4.89	6.01	6.4

A partir de ce tableau nous obtenons la courbe représentée sur la figure 6.8, on voit que le débit d'air liquide augmente avec la croissance de la pression moyenne (augmentation de la production).

De ce fait et vu l'allure de la courbe de la figure 6.7, il est préférable *d'opter pour le déphasage le plus petit possible* entre les manetons afin d'augmenter le débit d'air liquéfié.

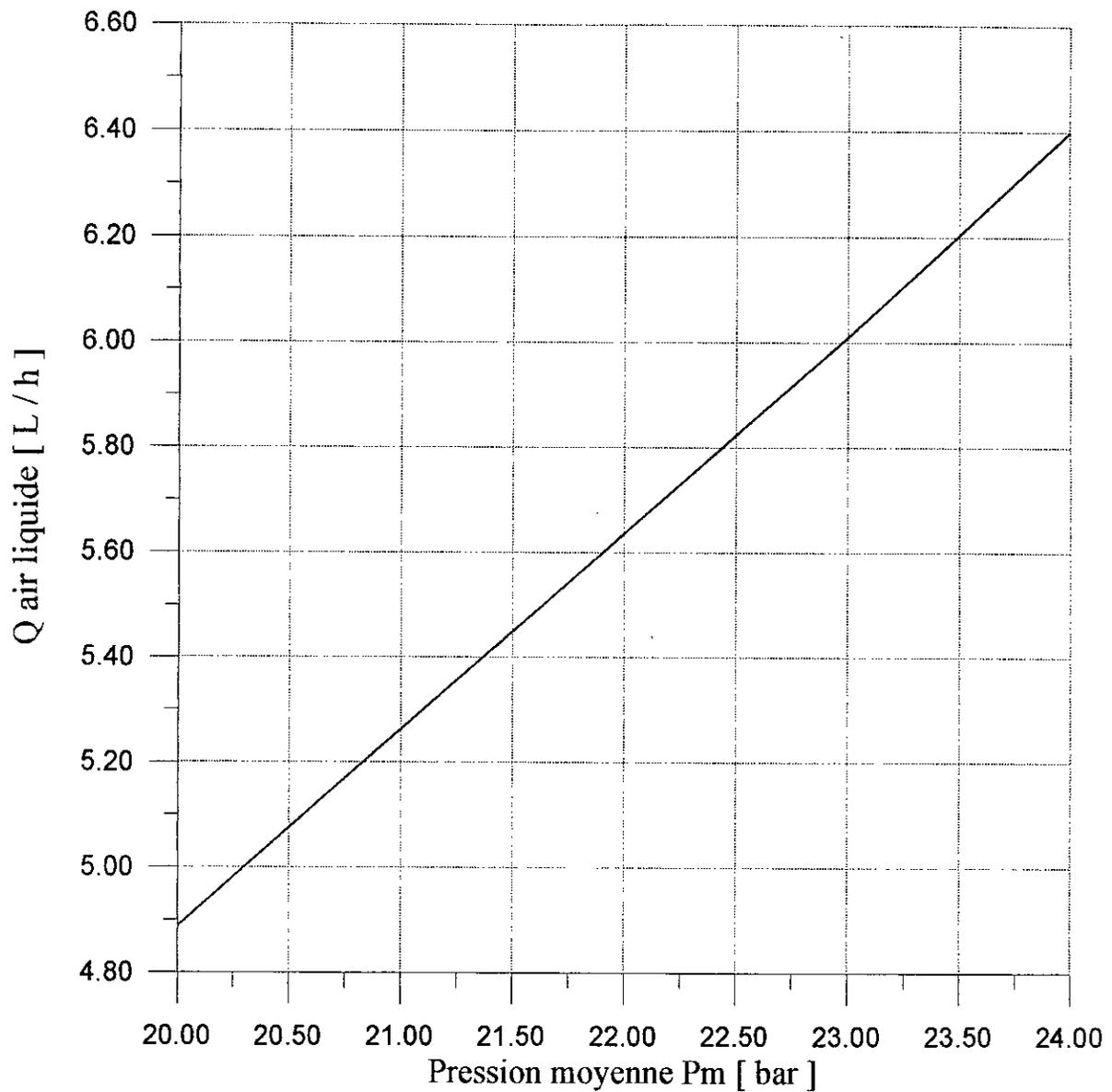


Figure 6.8: variation du débit d'air liquide en fonction de la pression moyenne de travail Pm.

6.4- PUISSANCE FRIGORIFIQUE:

6.4.1- Puissance frigorifique en fonction de la vitesse de rotation N

:

Nous avons:

$$\frac{Q_e}{N} = \frac{\pi V_0}{60} P_m \epsilon \sin \theta$$

En utilisant cette équation nous obtenons les courbes suivantes:

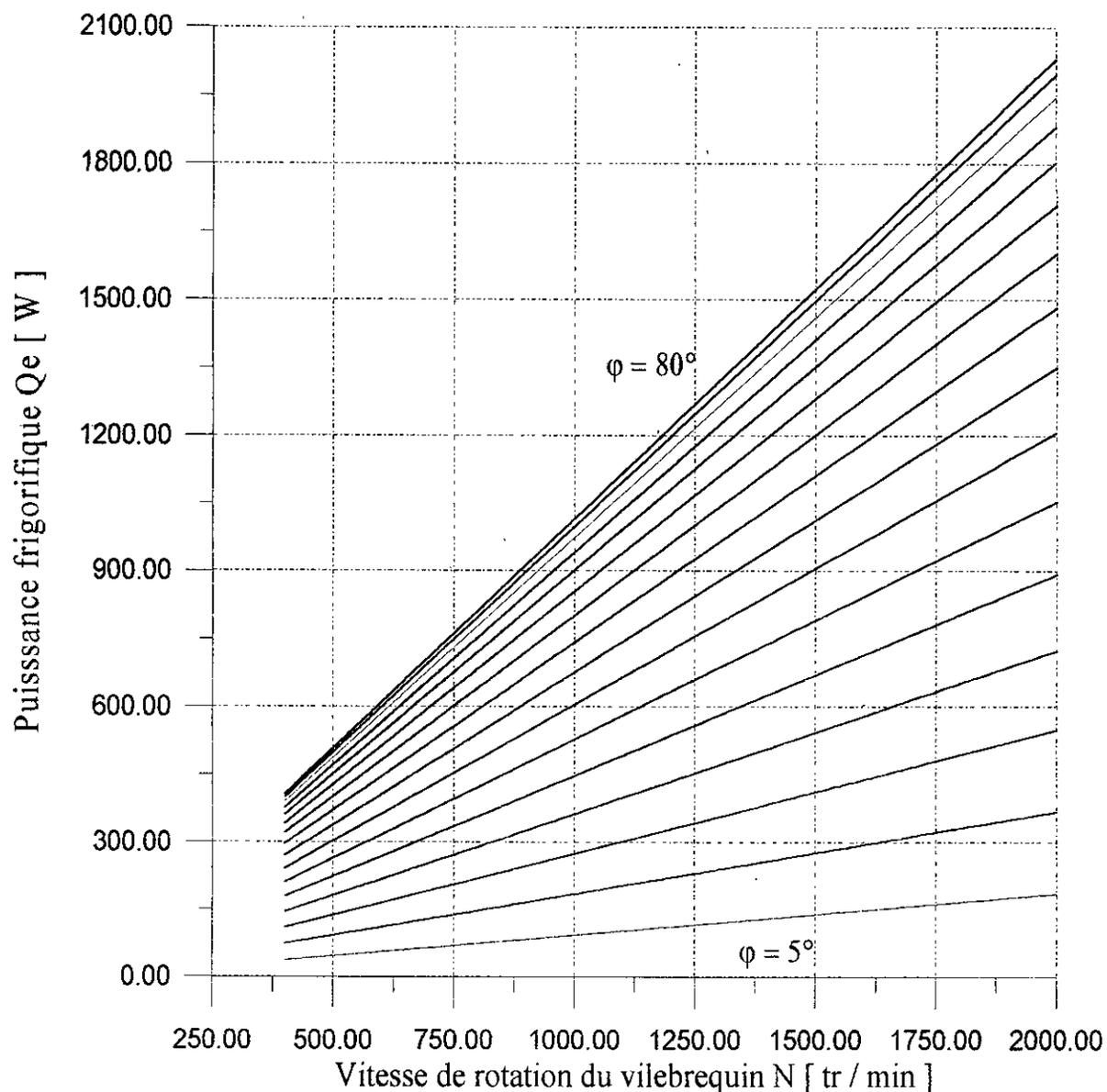


Figure 6.9: Variation de la puissance frigorifique Q_e en fonction de la vitesse de rotation N

La puissance frigorifique varie linéairement en fonction de la vitesse de rotation du moteur, puisque nous n'avons pas considéré les pertes (entre autres mécaniques) il est tout à fait prévisible que Q_e augmente avec l'augmentation de N .

Cependant nous constatons que pour une même vitesse de rotation la puissance frigorifique augmente avec l'augmentation de l'angle ϕ . Il est donc préférable de ce point de vue de choisir l'angle de déphasage entre les manetons le plus grand possible.

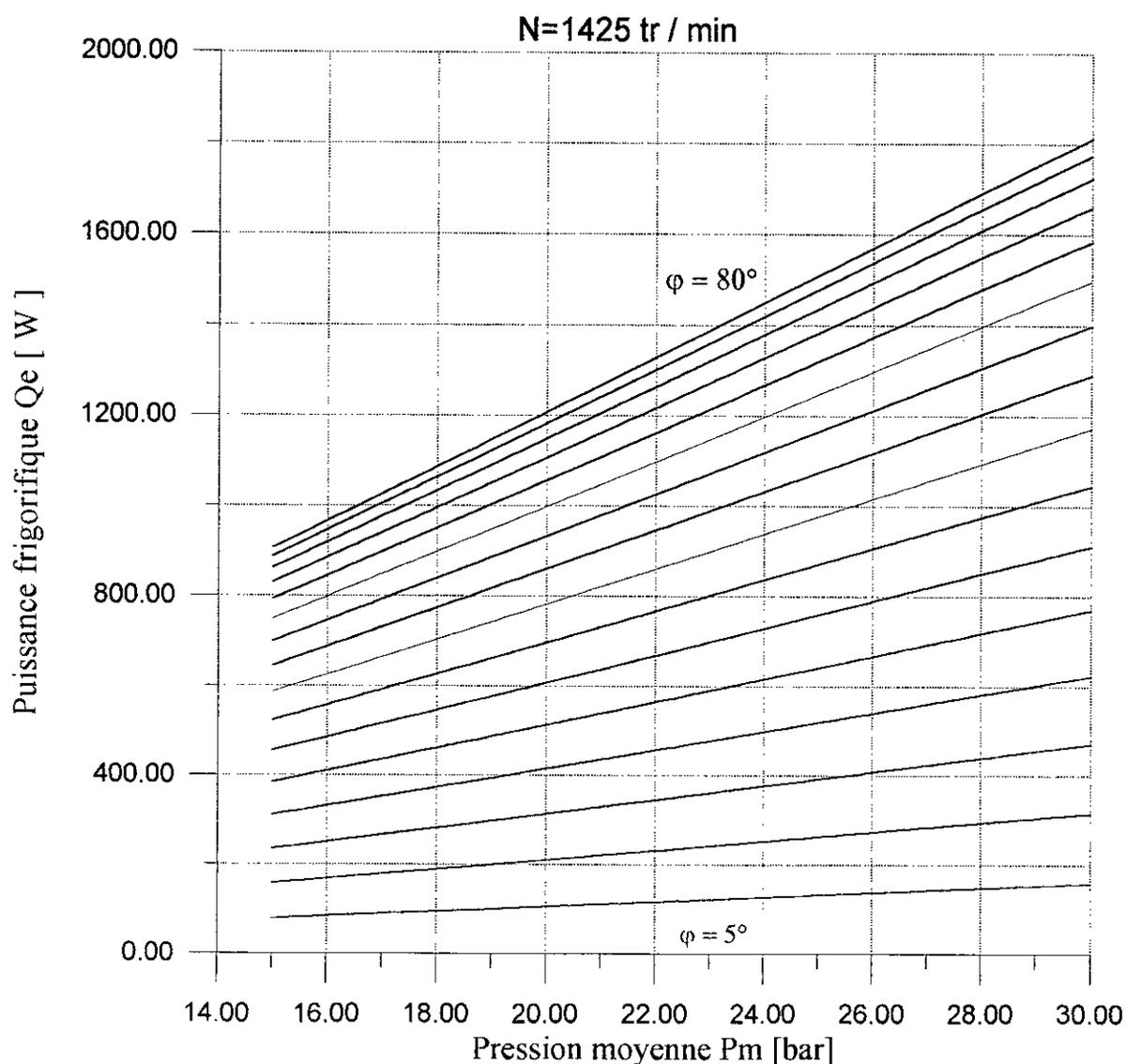
6.4.2- Puissance frigorifique en fonction de la pression moyenne

P_m:

Nous avons:

$$\frac{Q_e}{P_m} = \frac{\pi V_0}{60} N \sin \theta.$$

En utilisant cette équation nous obtenons les courbes représentées sur la figure 6.10.



**Figure 6.10: Variation de la puissance frigorifique Q_e
en fonction de la pression moyenne**

Nous obtenons donc une variation linéaire, croissante, de la puissance frigorifique par rapport à la pression moyenne dans la machine.

Pour une même pression moyenne, la puissance frigorifique augmente avec l'augmentation du déphasage entre les manetons, de ce fait nous avons tout intérêt à augmenter l'angle φ .

6.4.3- Puissance frigorifique Q_e en fonction de l'angle de déphasage des manetons φ :

En utilisant l'équation n° 24 nous obtenons la courbe représentée sur la figure 6.11.

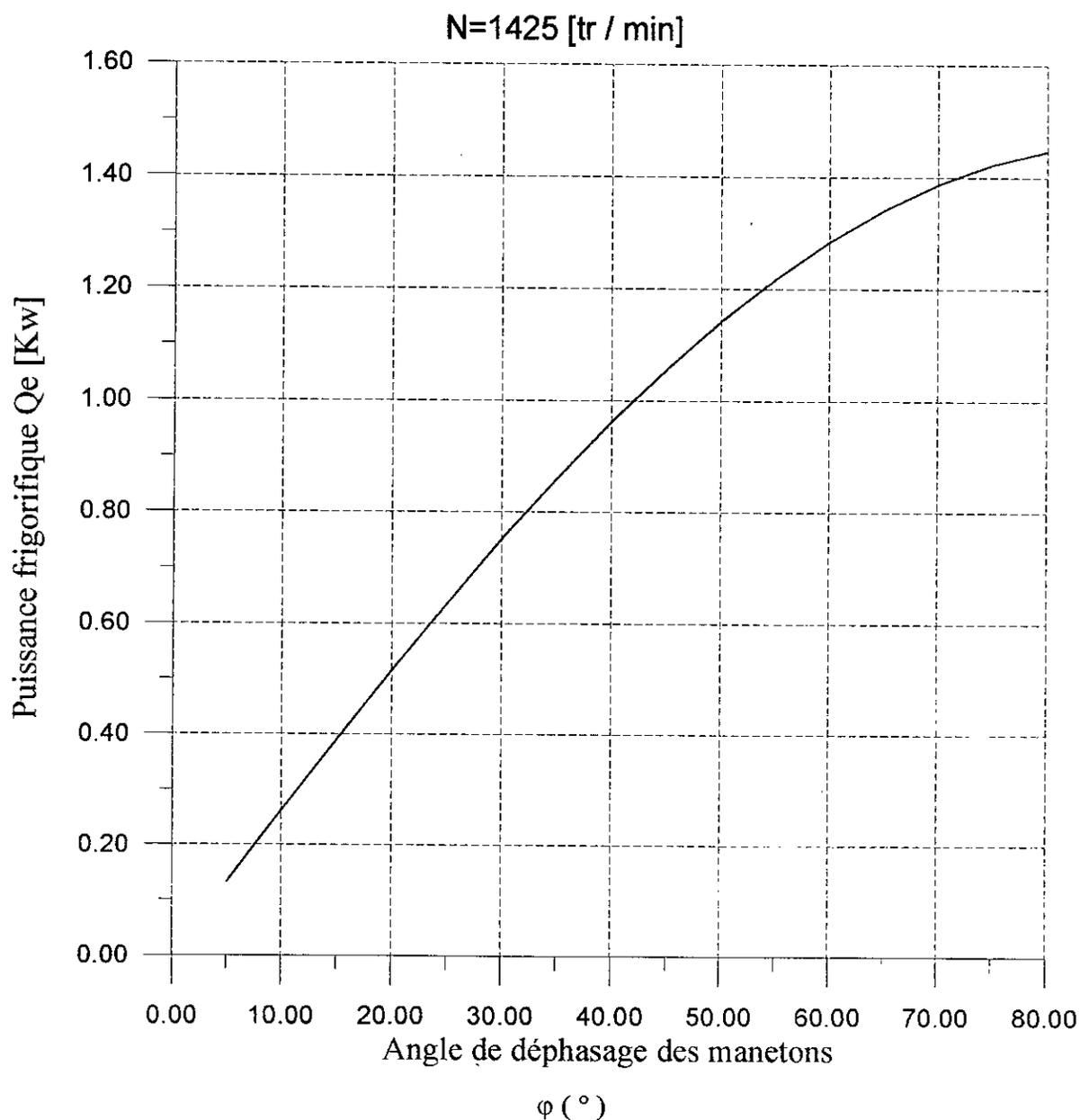


Figure 6.11: Variation de la puissance frigorifique en fonction du déphasage entre les manetons

La figure 5.11 nous montre bien que la puissance frigorifique augmente avec la croissance de ϕ , ce qui coïncide avec les conclusions déjà faites pour les figures 6.10 et 6.8, donc il est préférable dans ce cas de prendre ϕ le plus grand possible.

6.5- PUISSANCE NECESSAIRE P_u :

A partir de l'équation n°(26) nous pouvons déduire que les courbes de la variation de la puissance nécessaire en fonction de la vitesse de rotation N , de la Pression moyenne P_m , du déphasage entre les manetons; ont la même allure que celles de la puissance frigorifique Q_e (Il suffit à chaque fois de multiplier les valeurs obtenues pour la Q_e par $(\tau-1)$). Nous pouvons voir l'exemple donné pour P_u en fonction de ϕ sur la figure 6.12.

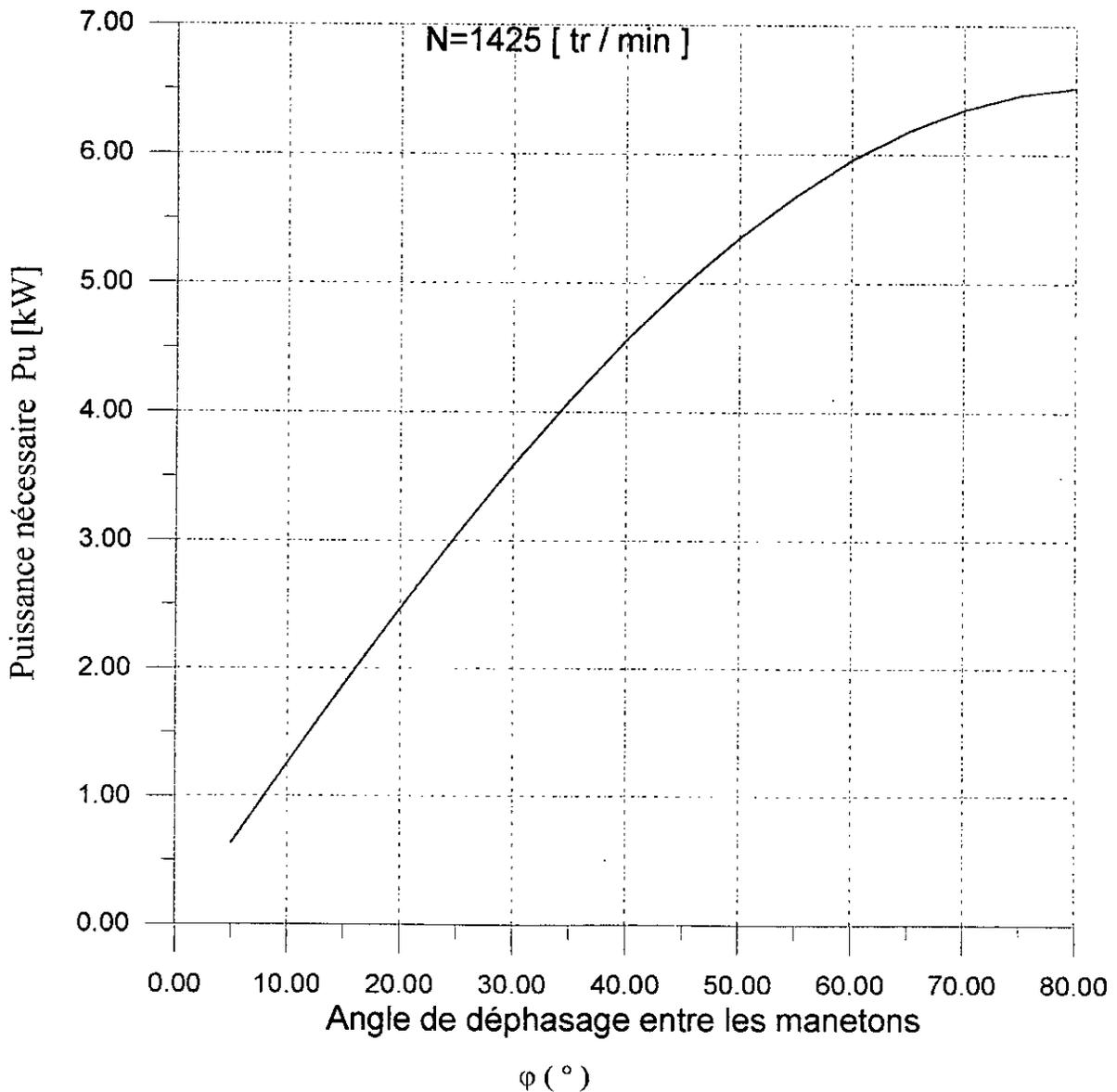


Figure 6.12: Variation de la puissance nécessaire P_u en fonction du déphasage ϕ

De ce fait la conclusion que l'on peut faire sur ce point est qu'il faut choisir le déphasage le plus petit afin de diminuer la puissance nécessaire par cycle.

6.6- COEFFICIENT DE PERFORMANCE C.O.P :

En utilisant l'équation n°28 et les valeurs de τ données dans le tableau n°3 nous obtenons la courbe représentée sur la figure 6.13.

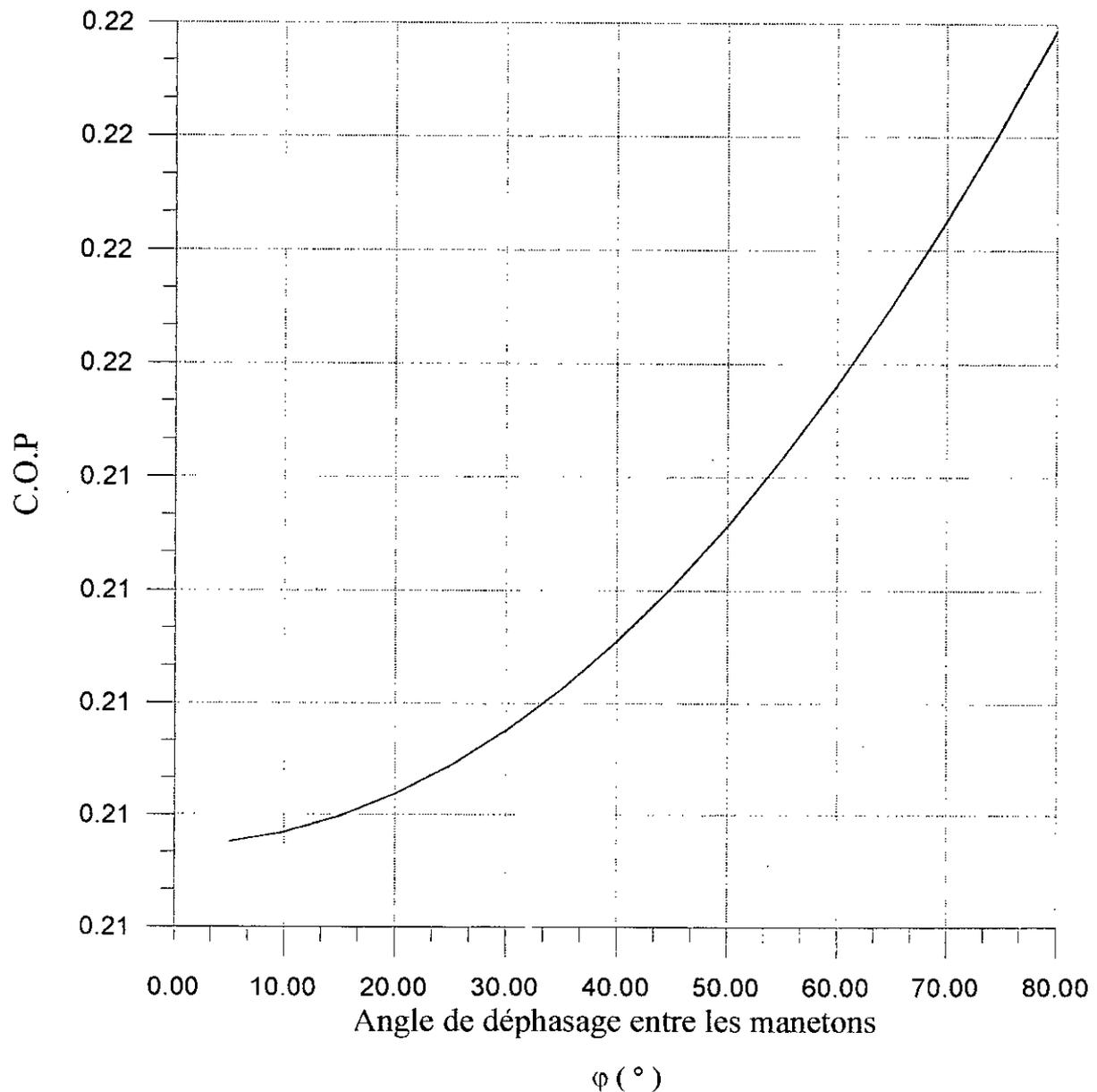


Figure 6.13: variation du coefficient de performance en fonction du déphasage entre les manetons ϕ .

Nous remarquons donc, sur cette courbe, que le coefficient de performance augmente avec l'augmentation de l'angle φ .

De là, nous concluons - pour cette partie - que l'on a intérêt à augmenter le plus possible le déphasage entre les deux manetons.

6.7- CALCUL DU FLUX DU GAZ FRIGORIGÈNE:

Pour ce calcul on supposera le sens positif comme étant celui du passage du gaz frigorigène de l'espace de compression à l'espace d'expansion.

On supposera aussi que le balayeur (refouleur) est seul responsable du déplacement du gaz, de ce fait on peut écrire:

$$\dot{m} = + \frac{dm_e}{dt} \text{-----(37)}$$

Remarque:

La masse dans le volume d'expansion tend à diminuer avec le temps, mais vu l'hypothèse sur le sens positif du mouvement du gaz (sens contraire de celui du balayeur) m varie de la même manière que la dérivée(+).

Nous avons:

$$\alpha = \omega t$$

De ce fait on peut écrire:

$$dt = \frac{1}{\omega} d\alpha$$

En injectant dans l'équation n°37 nous obtenons:

$$\dot{m} = \omega \frac{dm_e}{d\alpha}$$

A partir du chapitre (5) nous avons:

$$m_e = \frac{M}{R} P \frac{V_e}{T_e}$$

A partir de l'équation (21) on obtient:

$$m_e = \frac{M}{R} \frac{P_m}{Te} \frac{(1-\delta^2)^{1/2}}{1+\delta \cos(\alpha-\theta)}$$

En injectant l'équation (8.a) dans l'équation précédente nous obtenons:

$$m_e = \frac{M}{R} \frac{P_m}{Te} \frac{(1-\delta^2)^{1/2}}{1+\delta \cos(\alpha-\theta)} \times \frac{[(V_0/2)(1+\cos\alpha)+Ve.\min]}{Te}$$

Ou bien:

$$m_e = \frac{M P_m}{R Te} (1-\delta^2)^{1/2} \left[\frac{\frac{V_0}{2}(1+\cos\alpha)+Ve.\min}{1+\delta \cos(\alpha-\theta)} \right] \text{-----(38).}$$

D'où:

$$\dot{m} = \omega \frac{M P_m}{R Te} (1-\delta^2)^{1/2} \frac{d}{d\alpha} \left[\frac{\frac{V_0}{2}(1+\cos\alpha)+Ve.\min}{1+\delta \cos(\alpha-\theta)} \right]$$

Sachant que:

$$\omega = 2\pi \frac{N}{60} = \frac{\pi N}{30}$$

Nous obtenons l'expression suivante:

$$\dot{m} = \frac{\pi N}{30} \frac{M P_m}{R Te} \frac{(1-\delta^2)^{1/2}}{[1+\delta \cos(\alpha-\theta)]} \times \left[\frac{\delta \sin(\alpha-\theta) \left(\frac{V_0}{2}(1+\cos\alpha)+Ve.\min \right)}{[1+\delta \cos(\alpha-\theta)]} - \frac{V_0}{2} \sin\alpha \right] \text{.....(39)}$$

On supposera les valeurs de M et de R, toujours constantes. On remarque à première vue que l'expression donnant la valeur du flux dans la machine, ne dépend que de l'angle de rotation du vilebrequin α , mais puisque les valeurs P_m , Te et δ dépendent de l'angle de déphasage entre les manetons φ , alors m aussi.

En faisant varier les variables physiques dans l'équation n°39 ,et cela en se basant sur les valeurs de P_m , δ , T_e et θ (en fonction de la variation de φ) qui sont citées dans les différents tableaux, nous obtenons le faisceau de courbes représentés sur la figure n°6.14.

Remarque:

Nous avons représenté seulement la partie positive de la variation de \dot{m} (de V_c vers V_e), pour éviter d'encombrer la figure.

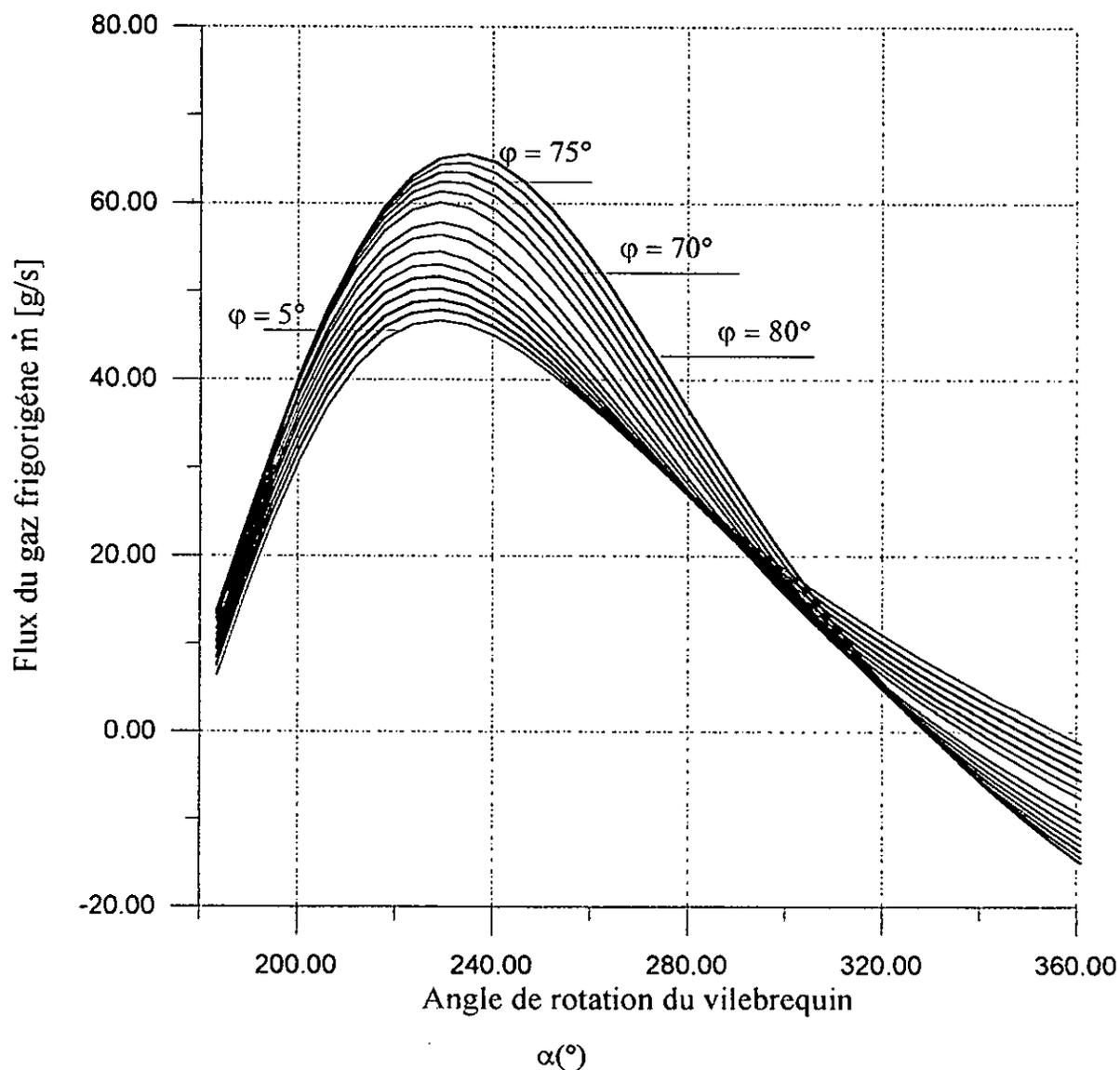


Figure n°6.14 : Variations du flux dans la machine \dot{m} , en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin α .

On voit que le flux maximal dans la machine augmente avec la croissance du déphasage ϕ de 5° à 80° . La plage comprise entre 70° et 80° , représente dans ce cas un bon compromis entre pression moyenne instantanée dans la machine et le mouvement du refouleur (équation n°38), cela nous donne un flux de gaz supérieur, donc un meilleur échange de chaleur.

Ce résultat était prévisible car nous avons déjà remarqué, la diminution du V_c .min avec la croissance de ϕ , ce qui implique un plus grand taux du gaz qui circule dans le cycle.

C'est donc l'une des raisons qui fait que nous optons plutôt pour un déphasage entre les manetons le plus grand possible.

6.8- RESUME:

a) La croissance de l'angle de déphasage entre les manetons ϕ engendre:

- La croissance de l'angle de déphasage entre les volumes de compression et d'expansion Φ ;
- L'augmentation du volume maximum de compression;
- La diminution du volume minimum de compression;
- La diminution de la pression (moyenne instantanée) maximale;
- La diminution de la pression moyenne dans la machine;
- L'augmentation du travail nécessaire par cycle W ,
- L'augmentation de la puissance nécessaire par cycle P_u ;
- L'augmentation du flux du gaz frigorigène.

b) L'augmentation de la vitesse de rotation de la machine N a pour résultat :

- La croissance de la puissance frigorifique Q_e ;
- La croissance de la puissance nécessaire P_u ;

c) L'augmentation de la pression moyenne P_m engendre:

- L'augmentation de la puissance frigorifique Q_e ;
- L'augmentation de la puissance nécessaire P_u ;
- La croissance de la production de gaz liquéfié (résultat expérimental).

6.9- CONCLUSIONS ET COMMENTAIRES :

- **Concernant la variation de l'angle de déphasage entre les manetons φ :**

Il ressort de l'étude faite qu'il est préférable de choisir l'angle de déphasage le plus grand possible (Théoriquement l'angle optimal est de 81.3°). En effet l'augmentation de φ entraîne des variations favorables de plusieurs paramètres étudiés excepté pour la production d'air liquide, car la pression moyenne baisse d'environ 0.8 bar ce qui entraîne un manque de production d'environ 0.30 litre par heure, cela étant il reste tout de même plus intéressant de prendre le déphasage d'environ 80° , vu qu'il assure entre autres un meilleur C.O.P et une plus grande puissance frigorifique.

Néanmoins le déphasage entre les manetons de 80° ne concorde pas avec l'angle de déphasage utilisé par le constructeur, qui est lui égal à 70° , les causes de cette différence peuvent être les suivantes:

a) Augmentation de la pression dans le volume de compression:

Pour avoir une idée de la variation de la pression, nous utilisons l'équation des gaz parfaits et nous obtenons les résultats suivants:

Pour $\varphi = 70^\circ$,

$$P_{\max} = m_t R T_c / V_{c.\min} M \Rightarrow P_{\max} = 152.10 \text{ Mpa.}$$

Pour $\varphi = 80^\circ$,

$$P_{\max} = m_t R T_c / V_{c.\min} M \Rightarrow P_{\max} = 1283.94 \text{ Mpa.}$$

Nous voyons bien que la pression pour un déphasage de 80° est environ 8.5 fois plus grande que pour $\varphi = 70^\circ$, et cela montre bien les problèmes d'étanchéité de l'appareil que peut rencontrer le constructeur.

Dans cette comparaisons nous avons supposé:

- Que toute la masse du gaz frigorifique se trouvait dans le volume de compression;
- Que la température est égale à la température moyenne du cycle dans le volume de compression;
- Que la valeur de la constante des gaz parfaits R reste inchangé, malgré la variation de la température.

Remarque:

Il est évident que ces valeurs n'ont qu'un aspect qualitatif mais pas du tout quantitatif, qui nous permet la comparaison entre les deux déphasage (70° et 80°).

b) Sécurité quant au volume minimum:

Pour $\varphi = 80^\circ$ le volume de compression minimum est trop petit (1.62813 cm³), car en divisant ce volume par la surface du piston, c'est à dire $\frac{\pi}{4} \times (D_C^2 - d^2) = 49.32300 \text{ cm}^2$ on obtient une longueur de 0.033cm (8,5 fois plus petit que pour un angle de 70°), soit environ 0.30 mm (ce qui est très petit) et cela peut s'avérer un jeu de fonctionnement insuffisant par rapport aux tolérances des côtes de pièces constituant le mécanisme de la machine combiné au phénomène de dilatation qui existe forcément, à cause des hautes températures dans l'espace de compression.

- **Concernant la variation de la vitesse de rotation du moteur électrique N:**

L'augmentation de la vitesse de rotation a pour effet d'accroître la puissance frigorifique, mais en réalité il n'est pas judicieux de statuer sur une quelconque influence de N, puisque nous n'avons pas pris en considération les pertes (mécaniques), qui de toute évidence augmenterait avec la croissance de la vitesse de rotation.

- **Concernant la puissance nécessaire Pu du liquéfacteur:**

Il est vrai que la diminution de l'angle de déphasage entre les manetons, réduit la puissance nécessaire par cycle de réfrigération, mais cela au détriment de la puissance frigorifique, puisque nous considérons que l'angle optimal est en fait le plus grand angle possible, le problème qui se pose est celui de la limite du moteur électrique du liquéfacteur Philips PLA-107, mais sur la courbe n°6.12, nous voyons bien que la puissance nécessaire maximale est d'environ 7 kW, alors que le moteur électrique peut lui fournir 11 kW, de ce fait on dispose d'une assez grande marge. De ce point de vue on ne pourrait tirer de conséquences sur la valeur optimale de l'angle de déphasage entre les manetons qu'en prenant en compte les différentes pertes.

- **Concernant le flux du gaz frigorifique:**

A partir de la figure 6.14, nous avons conclu que l'optimum de l'angle ϕ serait de 80° , mais il est important de souligner, qu'une augmentation du flux n'a pas que des avantages, et l'un des inconvénients principaux est l'augmentation des pertes de charges ce qui génère des pertes énergétiques souvent importantes donc cela peut être une raison essentielle pour ce porter sur un choix d'angle de déphasage entre les manetons de 70° qui assure à coup sûr des pertes moins importantes, puisque à débit de fluide frigorifique moindre.

VII- CONCLUSION

GENERALE

CONCLUSION GENERALE.

De l'étude sur le liquéfacteur Philips PLA-107, nous avons pu constater le rôle majeur que peut avoir le déphasage entre les espaces de compression et d'expansion, ainsi que la difficulté de pouvoir trouver un juste équilibre qui nous permettrait d'optimiser la machine au mieux de ses performances.

Il ressort de cette analyse, plusieurs points importants, qui sont les suivants:

1. Limite de variation de l'angle de déphasage (φ) entre les manetons:

Il existe une limite supérieure et une limite inférieure pour φ :

- La limite supérieure est due, à des considérations purement dimensionnelles car, comme il est cité dans le chapitre (6), au-delà de 81.3° , le volume de compression minimum devient négatif, ce qui est bien sûr impossible.

Pour la limite inférieure de l'angle de déphasage, il n'y a, a priori pas de contraintes, sauf que plus on diminue l'angle φ , plus le diagramme P-V s'aplatit (voir figure n°6.6) de ce fait, pour un angle qui tend vers 0° il n'y a plus ni compression ni expansion donc pas de cycle de réfrigération.

2. L'angle de déphasage (φ) optimal:

Si nous ne prenons pas compte des remarques faites dans le sous-chapitre 6.8, l'angle optimal serait théoriquement le plus grand possible en l'occurrence 81.3° , mais il est presque inconcevable de l'appliquer en pratique tant les inconvénients qu'il cause (sous-chapitre 6.8), de plus les pertes mises en évidence dans les courbes représentant le flux du gaz frigorigène nous montrent qu'un angle plus petit assurerait, des pertes moins importantes.

RECOMMANDATION:

La valeur optimale du déphasage φ de $81,3^\circ$ est purement théorique. Il serait très intéressant de poursuivre l'analyse en prenant compte des pertes qui ont lieu dans la machine (pertes dans le régénérateur, pertes par conduction dans les parois du cylindre, pertes mécaniques et les pertes de charge) afin de pouvoir déterminer la valeur optimale réelle permettant de confirmer le choix fait par le constructeur qui est de 70° .

BIBLIOGRAPHIE



- [1] Eléments de Cryogénie - R. R. Conte - Edition Masson et C^{ie} 1970.
- [2] Stirling Cycle Engine Analysis- Israel Urieli et David M. Berchowitz- Adam Higler Ltd, Bristol 1984.
- [3] Théorie des Machines Théoriques - B2 II Jean Conan- Technique de l'ingénieur.
- [4] Stirling Engines- G.T. Reader, C. Hooper- Edition Spon Londres. 1983.
- [5] A Study on Micro-Stirling Engines- K. Ogawara, N.Nakajima- The 4th International conference on Stirling Engine. 1988.
- [6] Study on Microengines- Miniaturizing Stirling engines for Actuators- Naomasa Nakajima, Kazuhiro Ogawa, Iwao Fujimasa- Elsevier Sequoia, Netherlands. 1989.
- [7] Cycle Stirling et Miniaturisation - Gwenaëlle Ganne et Michel Martin- I.G.E à L'U.F.R, S.T.C.I Belfort. N°P/92/06. 1992.
- [8] Machine à combustion Interne - B1 225-7 Techniques de l'Ingénieur.
- [9] Cryogénie Mise en Oeuvre - B 2382 Techniques de l'Ingénieur.
- [10] Liquéfacteur d'air Philips PLA-107S- Notice D'emploi - Philips Laboratories, Eindhoven, The Netherlands. 1980.
- [11] One Cylinder Gas Liquefier PLA-107 - Philips Laboratories, Cryogenic Equipment. Netherlands.
- [12] Lecture Note in Engineering - Free Piston Stirling Engines. G.Walker & J.R. Senft- Edited by C.A.Berbbia and S.A.Orszag.1985.
- [13] The Philips Stirling Engine- C. M. Hargreaves- The Philips Laboratories, Eindhoven, The Netherlands - Elsevier 1991.
- [14] Pratique du Fortran 77- N et S TAIBI - Editions Berti - 1992.
- [15] Le Fortran 77.
- [16] Theoretical analysis and performance investigation of Stirling cycle regenerators- M. D. Atrey, S. L. Bapat and K. G. Nrayankhedhar- Department of Mechanical Engineering, Indian institute of Technologie. 1991.

[17] Thermodynamique Appliquée - Gorsddon J. Van Wylen et Richard. E. Sonntag- Edition du renouveau Pédagogique, Inc. 1981.

[18] Thermodynamique - A.Kastler. 1985.

[19] Etude du Liquéfacteur d'air Philips Type PLA-107 - S. Atif et A. Belghache- E.N.P. 1996.

[18] Thermodynamique Technique. Tome 2.a. et 2.b- M. Bailly- Edition Bordas. 1975.

[19] Liquide Piston Stirling Engines- C. D. West- OAK Ridge Laboratory. 1985.

[20] Méthodologie pour La réduction des Machines Thermodynamiques. P.Nika- Oct. 1992.

[21] Thermodynamique Appliquée aux Machines - R.Vichnievsky - Edition Masson et C^{ie} - 1975.