

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche**  
**Ecole Nationale Supérieur Polytechnique**



**Département électronique**

**Projet de fin d'étude**

**Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en électronique**

**Thème**

**Compression du Signal  
Electrocardiographique (ECG) par la  
méthode des spline et la transformation  
discrète en cosinus (DCT)**

Dirigé par :

Mr. D.BERKANI

Mr. R.ZERGUI

Présenté par :

GUENNOUNI Noredine

Soutenu le 24 juin 2012 devant le jury composé de

Mr. Z.TERRA	Président
Mr. R.ZERGUI	Rapporteur
Mr. D.BERKANI	Rapporteur
Mlle. A.MOUSSAOUI	Examinatrice

**Promotion: Juin 2012**

Ecole Nationale Polytechnique

10, Avenue Hacén Badi, El-Harrach, Alger.

## *Remerciements*

*Nous tenons, avant tout, à remercier notre DIEU, tout clément, tout puissant, de nous avoir donné la force de réaliser notre travail.*

*Nos remerciements vont exceptionnellement à Monsieur D.BERKANI et R.ZERGUI pour son aide, son suivi, ses conseils et directives et pour son dévouement et ainsi pour la confiance qu'ils nous ont toujours témoignée.*

*Nous tenons à remercier Monsieur Z.TERRA, d'avoir accepté de présider le jury.*

*Nos remerciements vont aussi à Mademoiselle A.MOUSSAOUI, d'avoir bien voulu accepter d'examiner notre travail.*

*Nous remercions tous les enseignants de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, spécialement ceux des départements des Sciences Fondamentales et d'Electronique, pour leur apport en savoir.*

*Nos remerciements, vont au personnel de l'Ecole et à toute personne dévouée au service de l'Ecole Nationale Polytechnique.*

*Enfin, nos remerciements vont à toute personne ayant contribué, de près ou de loin, à réaliser ce travail.*

# *Dédicaces*

*Je dédie ce mémoire, aux personnes qui me sont les plus chères :*

*\*A mes parents qui m'ont énormément soutenu dans les moments les plus difficiles, partagé mes joies et mes peines, qui se sont toujours sacrifiés à mes dépends.*

*\*A mes frères: Mohamed, Abdelrahmen, Walid, Saleheddine , Ahmed et Amhamed.*

*\*Je dédie, aussi, ce travail à mes grands parents, et à toute ma famille pour leur soutien.*

*\*A Hafid, Madjid, Kada, Abelnour, Noureddine, Choib,hamza,Oussama,Abdellah,Mohamed Krimo et Aissa.*

*\*Je dédie ce travail à tous mes amis pour leur soutien tout au long de mon parcours.*

*\*Enfin je dédie ce travail à ma chère et très spéciale promotion.*

*Nouredine*

## ملخص:

إن تقليص إشارات تخطيط القلب مهم جدا في تطوير الطب عن بعد كما أنه يقلل من تكاليف نقل المعلومات الطبية بشكل كبير. لقد تم الحصول على إشارات تخطيط القلب من قاعدة بيانات معهد ماساتشوستس للتكنولوجيا.

يتمثل عملنا هذا في المقارنة بين طريقتين لتقليص إشارات تخطيط القلب : طريقة السبلين التكميية كطريقة مباشرة وطريقة التحويل الجيبي كطريقة بالتحويل. المقارنة مبنية على معايير موضوعية (نسبة التقليص ونسبة الخطأ). والنتائج المحصل عليها تبين أن طريقة السبلين التكميية تعطي نتائج حسنة لكن طريقة التحويل الجيبي تبقى أفضل في حالة الإشارة المشوشة.

**كلمات مفتاحية:** اشارة نبض القلب ، التقليص ، السبلين ، التحويل الجيبي.

## Résumé :

La compression des signaux ECG trouve beaucoup d'importance avec le développement de la télémédecine, puisque elle permet de réduire considérablement les couts de la transmission des informations médicales. On a obtenue les signaux ECG de la base de données MIT/BIH Arrhythmia.

Notre travail est une étude comparative entre deux techniques irréversible de compression. La méthode des splines comme technique directe et la méthode de la transformation discrète en cosinus (DCT) comme technique par transformer. La comparaison sera basé sur des critères objectifs (le rapport de compression -CR- et le pourcentage de la puissance d'erreur -PRD-) et le critère subjectif de vision.

Les résultats des tests montrent que la méthode des splines donne de bons résultats. Par contre, la méthode DCT est la mieux adaptée pour un signal bruité.

**Mots clés :** compression du signal, électrocardiogramme (ECG), méthode des splines, la méthode discrète en cosinus (DCT).

## Abstract:

ECG signal compression is a paramount task term acquisition of physiological signals since it reduces considerably the costs of storage and eventually transmission. We obtained ECG signals from database MIT/BIH Arrhythmia.

The subject of this paper is the comparative study between two irreversible compression methods: spline method as a direct technique and DCT method as transformed technique. The comparison will be based on objective criteria (compression ratio "CR" and Percentage of Root mean squared Difference "PRD") and the visual subjective criteria.

From the trial results it appears that spline method give good results .As for the DCT method is the best appropriated for noisy signal.

**Keys words:** signal compression, electrocardiogram (ECG), spline method, DCT method.

# SOMMAIRE

Liste des figures.....	1
List des tableaux.....	2
Liste des abréviations.....	3
Introduction générale.....	4

## Chapitre I : Généralité sur l'ECG

Introduction.....	7
I.1 Anatomie du cœur.....	7
I.2. Electrophysiologie cellulaire.....	8
I.3. Fonctionnement électrique (séquence d'activité cardiaque).....	10
I.4. Système de dérivations de l'ECG.....	11
I.4.1. Dérivations bipolaires.....	11
I.4.2. Les dérivations unipolaires des membres.....	12
I.4.3. Les dérivations unipolaires précordiales.....	13
I.5. Electrocardiographie.....	14
I.5.1. Historique.....	14
I.5.2. L'électrocardiographie et l'électrocardiogramme.....	15
I.5.3. Interprétation d'un ECG normale.....	16
Conclusion.....	18

## Chapitre II : la théorie de l'information les techniques de compression

Introduction.....	20
II.1. La théorie de l'information.....	20
II.1.1. Historique.....	20
II.1.2. Système de communication.....	21
II.1.3. Entropie d'une source.....	23
II.1.4. Le quantificateur.....	24
II.1.5. La fonction de distorsion.....	25
II.2. Les techniques de compression.....	29
II.2.1. Compression sans pertes.....	29
II.2.1.1. Codage de Huffman.....	29
II.2.1.2. Algorithme de Shanon-Fano.....	30
II.2.1.3. Méthode RLE (Run Length Encoding).....	32
II.2.1.4. méthode Lempel-Ziv- Welch (LZW).....	32
II.2.2. Compression avec perte.....	33
1. Méthodes directe.....	34
1.1. La prédiction linéaire.....	34
1.2 L'interpolation polynomiale.....	34
2. méthodes par transformée.....	35
2.1. Transformée de Karhunen Loève.....	35
2.2. Transformée spectrale.....	36
2.2.1. Transformée discrète de Fourier (TFD).....	36
2.2.2. Transformée discrète en cosinus (DCT).....	37
2.3. La transformée en ondelette.....	38
2.3.1. Transformée en ondelette continue (CWT).....	38
2.3.2. Transformée en ondelette discrète (DWT).....	39
2.4. Transformation polynomiale.....	39

II.3. Quantification vectorielle.....	39
II.4. Critères de performance de la compression.....	40
II.4.1. Le taux de compression (CR).....	40
II.4.2. Le pourcentage de la puissance d'erreur (PRD).....	41
II.4.3. L'inspection visuelle.....	41
Conclusion.....	42

### **Chapitre III : Compression de l'ECG**

Introduction.....	44
III.1. La méthode de le spline cubique.....	44
III.1.1. Algorithme de spline.....	44
III.1.2. Compression par l'algorithme de spline.....	49
III.2. La transformée discrète en cosinus (DCT).....	50
Conclusion.....	52

### **Chapitre IV: résultats et discussion**

Introduction.....	54
IV.1. présentation de la base de données MIT/BIH.....	54
IV.2 Résultats.....	54
IV.2.1 Signal ECG sans bruit.....	55
IV.2.1.1. Méthode des splines.....	56
IV.2.1.2. La transformation discrète en cosinus(DCT).....	57
IV.2.1.3. Fonction CR(PRD).....	58
IV.2.2. Signal ECG bruité.....	58
IV.2.2.1. ECG bruité.....	60
IV.2.2.1.1. Méthode des splines.....	60
IV.2.2.1.2. La transformation discrète en cosinus(DCT).....	61
IV.2.2.2. ECG fortement bruité.....	62
IV.2.2.2.1. Méthode des splines.....	62
IV.2.2.2.2. La transformation discrète en cosinus(DCT).....	63
IV.2.3. discussion.....	64
IV.2.3.1. La fonction CR/PRD.....	64
IV.2.3.2. Effet de bruit.....	64
IV.2.3.3. qualité du signal reconstruit.....	65
Conclusion.....	65
<b>Conclusion générale</b> .....	66
<b>Bibliographie</b> .....	68

## LISTE DES FIGURES

### Chapitre I : Généralité sur l'ECG

Figure 1.1. : Schéma fonctionnel du cœur.....	8
Figure 1.2. : Potentiel d'action d'une cellule myocarde.....	9
Figure 1.3. : Séquence d'activation cardiaque.....	10
Figure 1.4. : Dérivations bipolaires et triangle d'Einthoven.....	12
Figure 1.5. : Dérivations unipolaires augmentées.....	13
Figure I.6. : Dérivations précordiales (V1 à V6).....	14
Figure 1.7. : L'ECG normale.....	18

### Chapitre II : La théorie de l'information et les techniques de compression

Figure 2.1. : Schéma fondamental d'un système de communications. ....	21
Figure 2.2. : Schéma moderne d'un système de communications.....	22
Figure 2.3. : Quantificateur type.....	24
Figure 2.4. : Comparaison de la fonction $R(D)$ des sources discrète (a) et continue (b).....	28
Figure 2.5. : La compression sans perte.....	29
Figure 2.6. : Exemple de codage de Huffman.....	30
Figure 2.7. : Exemple de l'algorithme de Shanon Fano.....	32
Figure 2.8. : Compression avec perte.....	34
Figure 2.9. : Interpolation par spline.....	35
Figure 2.10. : Principe de la quantification vectorielle.....	40

### Chapitre III : compression de l'ECG

Figure 3.1. : Représentation d'une fonction par des segments de spline.....	43
Figure 3.2. : Organigramme de l'algorithme des splines.....	50
Figure 3.3. : Transformée DCT du signal ECG.....	51
Figure 3.4. : Schéma bloc d'un système de compression par DCT.....	51

## Chapitre IV : Résultats et discussions

Figure 4.1. Signal ECG normale.....	55
Figure 4.2. Signal reconstruit par la méthode des splines(ECG) normale.....	56
Figure 4.3. Signal reconstruit par la méthode DCT(ECG) normale.....	57
Figure 4.4. Courbe représentant la fonction CR(PRD).....	58
Figure 4.5. Signal ECG bruité.....	59
Figure 4.6. Signal ECG fortement bruité.....	59
Figure 4.7. Signal reconstruit par la méthode des splines (ECG) bruité.....	60
Figure 4.8. Signal reconstruit par la méthode DCT (ECG) bruité.....	61
Figure 4.9. Signal reconstruit par la méthode des splines (ECG) fortement bruité.....	61
Figure 4.10. Signal reconstruit par la méthode DCT (ECG) bruité.....	63

## LISTE DES TABLEAUX :

Figure 2.1. Exemple de la méthode LZW.....	33
Tableau 4.1. Evaluation de techniques de compressions par critères objectifs.....	58

## Liste des abréviations

**ECG:** électrocardiogramme.

**AV :** Auriculo-Ventricule

**DI:** Dérivation I.

**DII:** Dérivation II.

**DIII:** Dérivation III.

**WCT:** Wilson Centrale Terminal.

**LA:** Left Arm.

**LL:** Left Leg.

**RA:** Right Arm.

**aVF :** augmented voltage foot.

**aVL :** augmented voltageleft arm.

**aVR :** augmented voltageright arm.

**VLC:** Variable Lenght Codes.

**RLE:** Run Lenght Encoding.

**LZW:** Lempel Ziv Welch.

**ZOI :** Interpolation d'ordre zéro.

**FOI :** interpolation d'ordre un.

**KLT:** Transformée de Karhunen Loèv.

**TFD:** transformée de Fourier Discrete.

**STFT :**Short Time Fourier Transform.

**DCT:** transformée discrète en cosinus.

**CWT :**Continuous Wavelets Transform.

**DWT:** Discrete Wavetels Transform.

**CR :** Compression Ratio.

**PRD:** Percentage of Root mean squared Difference.

## Introduction générale

Le signal est défini comme étant la description d'un phénomène physique. Il est le support de l'information. Après acquisition le signal est souvent présenté sous une forme analogique. Avec l'avènement des calculateurs puissants, on procède de plus en plus au traitement numérique des signaux. Les signaux numériques résultent donc de la discrétisation dans le temps et en amplitude des signaux analogiques. L'échantillonnage d'un signal analogique produit une grande quantité de données suivant le nombre d'échantillons utilisés. Le signal numérique obtenu est traité comme une source d'information à alphabet limité. De nos jours une grande quantité de données sont produites. Il se pose alors non seulement le problème de mémoire pour le stockage de ces données, mais aussi celui du temps pour les traiter par le calculateur. La compression des données ou des signaux propose des solutions à ces problèmes en cherchant à réduire les redondances contenues dans les signaux ou messages. Les techniques de compression sont d'usage courant en traitement d'image, en traitement des signaux audio, des signaux vidéo et des signaux biomédicaux. L'ECG est un signal de nature électrophysiologique dont le tracé matérialise les activités électriques du cœur. Depuis quatre décennies, la compression des signaux ECG a fait l'objet de nombreux travaux de recherche. La compression des signaux ECG trouve aujourd'hui un nouvel intérêt à cause de la télémédecine. En effet, il faut minimiser la durée et les coûts de transmission des signaux à travers les canaux de télécommunication. Donc, la compression des signaux et leur traitement numérique jouent un rôle important de nos jours, dans différents domaines, surtout si nous désirons transmettre des informations ou les stocker.

Les techniques de compression peuvent être classées en trois groupes : les méthodes directes, les méthodes par transformées et les méthodes par extraction de paramètres. Avec les méthodes directes on agit directement sur les échantillons du signal, ce qui est le cas pour la plupart des méthodes classiques. Les méthodes par transformées consistent à appliquer une transformée orthogonale sur un bloc d'échantillons du signal. Dans le cas des méthodes par extraction de paramètres un processeur est utilisé pour extraire certaines caractéristiques du signal qui vont être utilisées ultérieurement pour la reconstitution du signal.

Dans ce travail, on va présenter certaines techniques de compression des signaux ECG et nous sommes intéressés à appliquer deux techniques de compression : la méthode des splines comme une méthode directe et la méthode de la transformation discrète par cosinus (DCT).

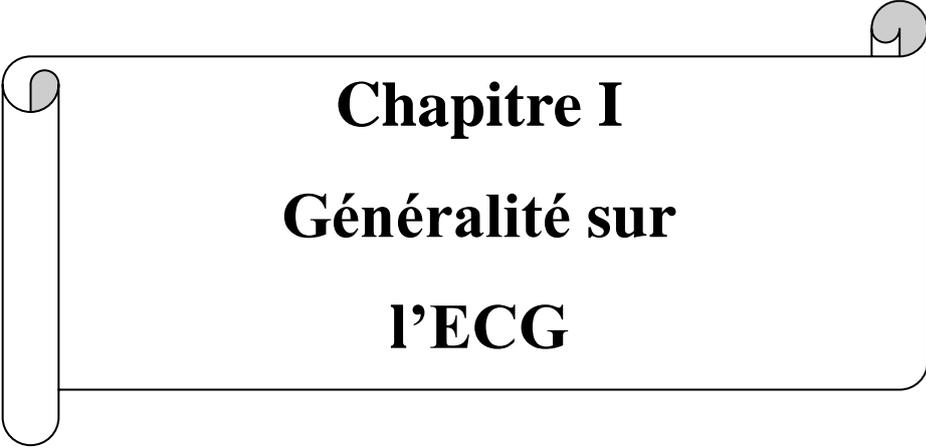
Enfin, une étude comparative des performances de ces deux techniques sur l'électrocardiogramme (ECG) va être établie.

Dans le premier chapitre, nous présentons l'anatomie du cœur et la séquence de l'activité cardiaque suivie des notions fondamentales de l'électrocardiographie qui sont nécessaires pour arriver à extraire le signal ECG et pouvoir l'interpréter correctement.

Le second chapitre contient les notions fondamentales de la théorie de l'information et de distorsion puis nous allons présenter les différentes techniques de compression d'un tel signal et on évaluera les critères d'évaluation de performance de ces techniques de compression qui vont nous permettre de les juger.

Dans le troisième chapitre, nous appliquons les deux techniques de compression sur le signal ECG. L'un des deux méthodes est une méthode directe : méthode des splines et l'autre est une méthode par transformée : transformation discrète par cosinus (DCT).

Enfin, dans le dernier chapitre les résultats d'application des deux techniques de compression qui sont appliquées dans le chapitre trois. Nous terminons par une comparaison des performances de ces deux techniques sur notre signal d'application ECG.



**Chapitre I**  
**Généralité sur**  
**I'ECG**

## Introduction

Le traitement des signaux biomédicaux tels que l'électrocardiogramme est d'une nécessité primordiale dans plusieurs disciplines de la médecine. L'interprétation des signaux cardiaques ECG permet un bon diagnostic des patients dans le but de détecter certaines anomalies. Les bases théoriques et pratiques de l'enregistrement de l'activité électrique cardiaque ont été énoncées par Einthoven en 1901.

Dans ce chapitre nous allons présenter le fonctionnement général du système cardiovasculaire ainsi l'activité électrique du cœur et les différents systèmes de dérivation pour extraire le signal ECG. Enfin, on va voir les notions fondamentales de l'électrocardiographie qui permet d'obtenir une image de l'activité électrique cardiaque.

### I.1. Anatomie du cœur

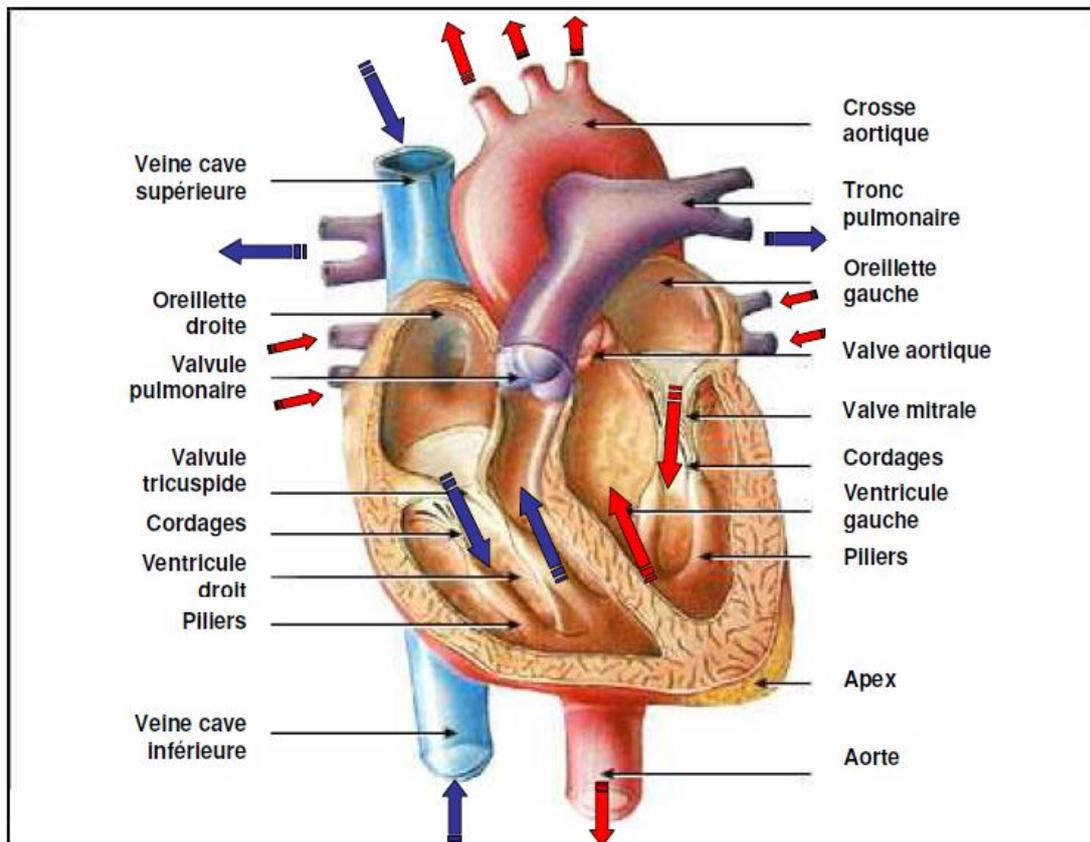
Le cœur humain pèse entre 200 et 400 grammes et il est un petit peu plus gros que le poing. Le cœur est situé entre les poumons derrière et légèrement à gauche du sternum. Une membrane constituée de deux couches appelée le péricarde entoure le cœur comme un sac. Le cœur est la pompe responsable du maintien d'une circulation adéquate du sang oxygéné dans le réseau vasculaire de l'organisme. Il s'agit d'une pompe à quatre chambres. [1]

- Le côté droit reçoit le sang désoxygéné provenant de l'organisme à basse pression et le pompe vers les poumons (circulation pulmonaire).
- Le côté gauche reçoit le sang oxygéné provenant des poumons et le pompe à haute pression vers tout l'organisme (circulation systémique).

Les chambres supérieures du cœur sont appelées les oreillettes gauche et droite et les chambres inférieures sont appelées les ventricules gauche et droit. Une paroi musculaire appelée le septum sépare les oreillettes gauches et droites et les ventricules gauche et droit. Le ventricule gauche est la plus grosse et la plus puissante des chambres cardiaques. Les parois du ventricule gauche ne font qu'environ 1 cm d'épaisseur, mais elles sont suffisamment puissantes pour pousser le sang dans la valvule aortique.

Quatre types de valvules régulent le débit du sang circulant dans le cœur. La valvule tricuspide notamment régule le débit cardiaque entre l'oreillette droite et le ventricule droit. La valvule mitrale laisse passer le sang oxygéné par les poumons de l'oreillette gauche vers le ventricule gauche. La valvule pulmonaire contrôle le débit sanguin entre le ventricule droit et les artères pulmonaires. La valvule aortique ouvre la voie au sang oxygéné afin que ce dernier puisse passer du ventricule gauche dans l'aorte.

Le cœur et le système circulatoire constituent le système cardiovasculaire. Le cœur fonctionne comme une pompe qui pousse le sang vers les organes, les tissus et les cellules de l'organisme. Le sang transporte l'oxygène et les nutriments vers chaque cellule du corps et élimine le dioxyde de carbone et les métabolites. Le sang est transporté du cœur vers le reste du corps au moyen d'un réseau complexe d'artères, d'artéριοles et de capillaires. Le sang est ramené vers le cœur par l'intermédiaire des veines (figure 1.1). [2]



**Figure 1.1.** Schéma fonctionnel du cœur.

## I.2. Electrophysiologie cellulaire

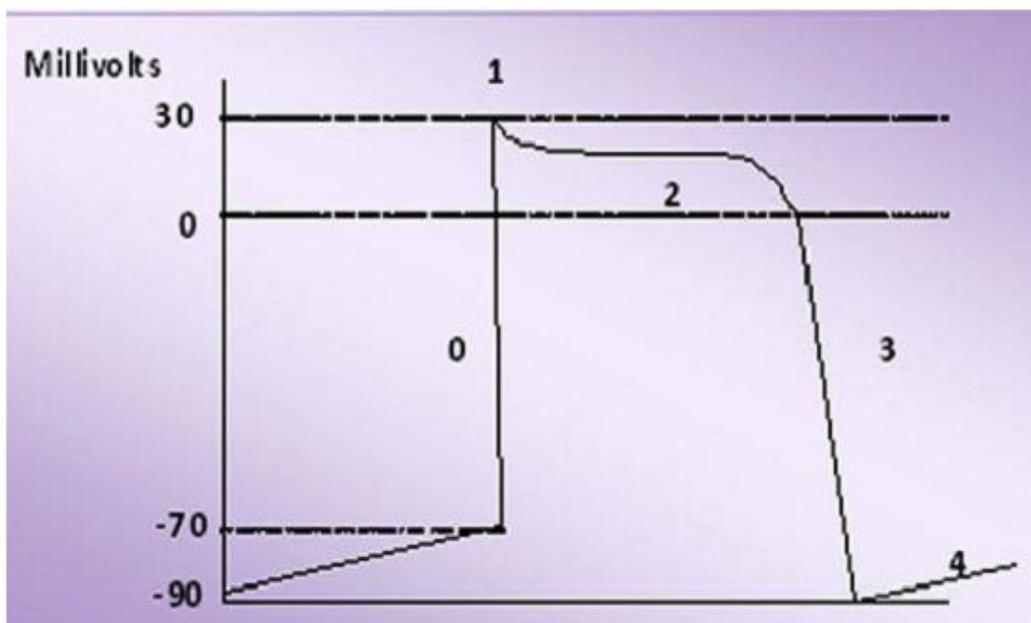
Les cellules cardiaques sont entourées d'une membrane siège de mécanismes actifs de passage de différents ions aboutissant à des différences de concentration ionique de part et d'autre de la membrane cellulaire. Ainsi le sodium est 10 fois plus concentré à l'extérieur qu'à l'intérieur de la cellule, la concentration intracellulaire de potassium est 30 fois supérieure à sa concentration extracellulaire, la concentration extracellulaire de calcium est très supérieure à sa concentration intracellulaire.

Les différences de concentration de ces particules chargées électriquement aboutissent à des différences de potentiel entre l'intérieur et l'extérieur de la membrane cellulaire. Au repos, l'intérieur de la cellule est chargé négativement et sa surface positivement réalisant une différence de potentiel de  $-90\text{mV}$  qui est le potentiel transmembranaire de repos.

Lorsque la cellule est excitée par un stimulus mécanique, chimique ou électrique alors la surface de la cellule par un jeu de mouvements ioniques (entrée de sodium et calcium, sortie de potassium) se négative : c'est la dépolarisation. Ce changement de polarité rapide (de l'ordre de la milliseconde) constitue la phase 0 du potentiel d'action à laquelle se succèdent :

- La phase 1 de repolarisation initiale.
- La phase 2 de dépolarisation maintenue ou plateau.
- La phase 3 de repolarisation où la cellule redevient positive à sa surface.
- La phase 4 de polarisation stable (sauf pour les cellules automatiques). [3]

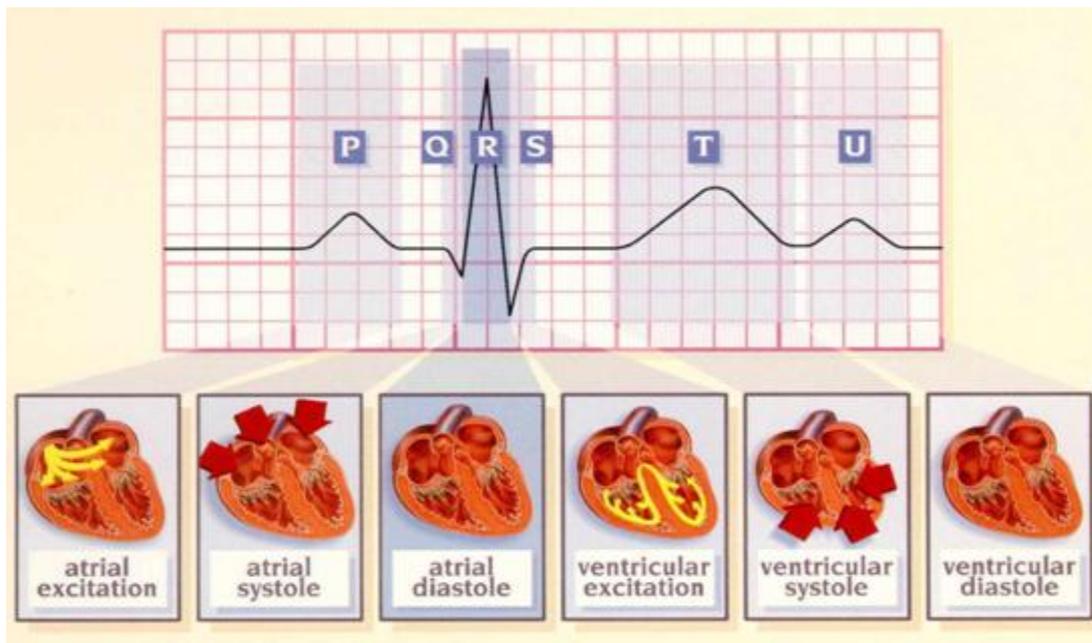
L'ensemble de ces phases constituent le potentiel d'action permettant la contraction de la cellule ce potentiel est schématisée dans la figure 1.2.



**Figure 1.2.** Potentiel d'action d'une cellule myocarde.

### I.3. Fonctionnement électrique (séquence d'activité cardiaque)

Comme pour tous les muscles du corps, la contraction du myocarde est provoquée par la propagation d'une impulsion électrique le long des fibres musculaires cardiaques induite par la dépolarisation des cellules musculaires. Dans le cœur, la dépolarisation prend normalement naissance dans le haut de l'oreillette droite (le sinus) et se propage ensuite dans les oreillettes induisant la systole auriculaire qui est suivie d'une diastole (décontraction du muscle). L'impulsion électrique arrive alors au nœud auriculo-ventriculaire (AV), seul point de passage possible pour le courant électrique entre les oreillettes et les ventricules. Là, l'impulsion électrique subit une courte pause permettant au sang de pénétrer dans les ventricules. Elle emprunte alors le faisceau de His qui est composé de deux branches principales allant chacune dans un ventricule. Les fibres constituant ce faisceau complétées par les fibres de Purkinje grâce à leur conduction rapide propagent l'impulsion électrique en plusieurs points des ventricules et permettent ainsi une dépolarisation quasi instantanée de l'ensemble du muscle ventriculaire, malgré sa taille importante, ce qui assure une efficacité optimale dans la propulsion du sang, cette contraction constitue la phase de systole ventriculaire. Puis suit la diastole ventriculaire (décontraction du muscle), les fibres musculaires se re-polarisent et reviennent ainsi dans leur état initial. Cette séquence est représentée dans la figure 1.3.



**Figure 1.3.** Séquence d'activation cardiaque.

## I.4. Système de dérivations de l'ECG

Généralement les appareils électrocardiographiques peuvent enregistrer plusieurs différences de potentiel en même temps selon l'emplacement et le nombre d'électrodes réparties sur le thorax et les membres. Chaque mesure de ces potentiels correspond à une dérivation de l'ECG. Un système de dérivations consiste en un ensemble cohérent de dérivations, chacune étant définie par la disposition des électrodes sur le corps du patient. L'emplacement des électrodes est choisi de façon à explorer la quasi-totalité du champ électrique cardiaque. [4]

Si on mesure le vecteur cardiaque dans une seule direction, on ne sera pas en mesure de le caractériser entièrement. Il est donc important d'avoir un standard de positionnement des électrodes (dérivations) pour l'évaluation clinique du signal ECG. En pratique, douze dérivations sont utilisées dans les plans frontal et transversal pour explorer l'activité électrique du cœur. [4] On distingue :

### I.4.1. Dérivations bipolaires (dérivations standard)

Einthoven a proposé trois dérivations appelées dérivations bipolaires car le potentiel est mesuré entre deux électrodes : DI, DII et DIII. Elles sont obtenues à partir des potentiels du bras gauche (L), du bras droit (R) et de la jambe gauche (F) de la manière suivante :

$$DI = VL - VR \quad (1.1)$$

$$DII = VF - VR \quad (1.2)$$

$$DIII = VF - VL \quad (1.3)$$

Avec :

$$DI + DIII = DII \quad (1.4)$$

Où VR correspond au potentiel au bras droit, VL correspond au potentiel au bras gauche, et VF correspond au potentiel dans la jambe gauche. Ce système de référence est schématisé par un triangle équilatéral appelé triangle d'Einthoven dont les sommets représentent les localisations des électrodes comme elle est montrée dans la figure 1.4. Ces dérivations explorent l'activité cardiaque dans le plan frontal. [5]

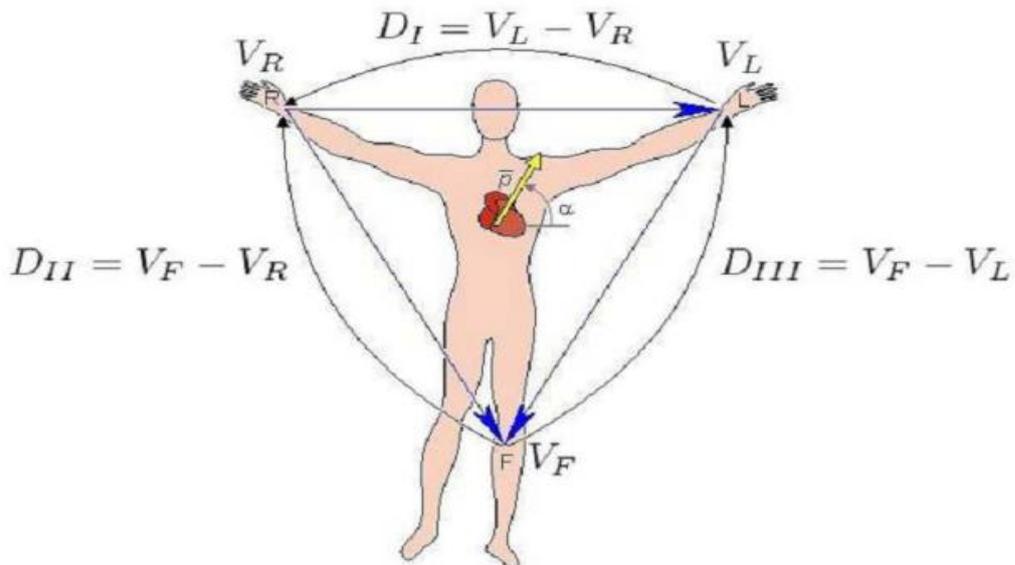


Figure 1.4. Dérivations bipolaires et triangle d'Einthoven.

#### I.4.2. Les dérivations unipolaires

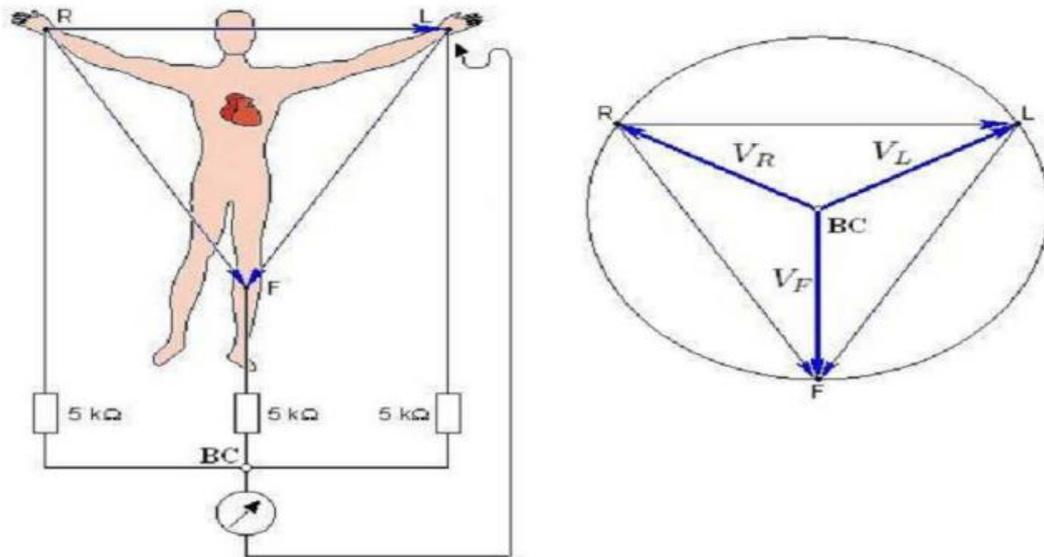
Une électrode exploratrice est placée à la surface du corps, elle est reliée au pôle positif de l'électrocardiographe et le pôle négatif de l'électrocardiographe est relié à une électrode neutre ou indifférente (borne centrale de WILSON). donc la ligne de chacune de ces trois dérivations passe par un des sommets du triangle et son centre géométrique (figure 1.5).

- aVR = bras droit borne centrale
- aVL = bras gauche borne centrale
- aVF = jambe gauche borne centrale.

$$aVR = VR - \frac{VL - VF}{2} = 3 \times \frac{VR}{2} \quad (1.5)$$

$$aVL = VL - \frac{VF - VR}{2} = 3 \times \frac{VL}{2} \quad (1.6)$$

$$aVF = VF - \frac{VR - VL}{2} = 3 \times \frac{VF}{2} \quad (1.7)$$

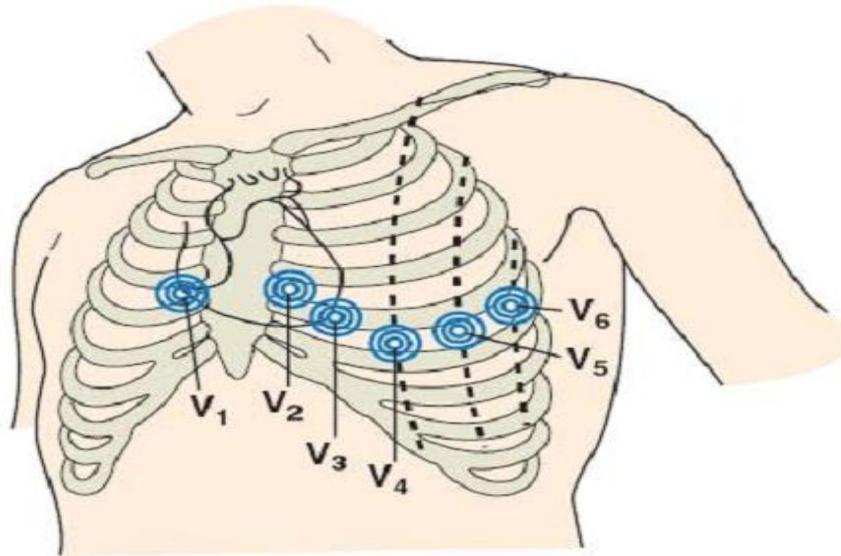


**Figure 1.5 :** Dérivations unipolaires augmentées.

### I.4.3. Les dérivations unipolaires précordiales

Elles explorent l'activité électrique cardiaque dans un plan horizontal et correspondent aux mesures de différences de potentiel entre chaque électrode et la borne centrale de Wilson. Les électrodes sont situées en 12 points mais souvent seules les 6 premières sont mises en place. Elles sont repérées anatomiquement sur l'hémithorax gauche comme l'illustre comme elle est indiquée sur la figure 1.6.

- V1 : 4ème espace intercostal droit au bord droit du sternum
- V2 : 4ème espace intercostal gauche au bord gauche du sternum
- V3 : à mi-distance entre V2 et V4
- V4 : 5ème espace intercostal gauche au niveau de la ligne médio-claviculaire gauche
- V5 : sur la ligne axillaire antérieure à la hauteur de V4
- V6 : sur la ligne axillaire moyenne à la hauteur de V4



**Figure 1.6.** Dérivations précordiales (V1 à V6).

## I.5. Electrocardiographie

### I.5.1. Historique

1842 : 1er courant électrique d'origine cardiaque

Carlo Matteucci, physicien italien, montre qu'un courant électrique passe à chaque battement cardiaque.

1856 : 1er potentiel d'action d'origine cardiaque

Rudolph von Koellicker et Heqanrich Mueller enregistrent un potentiel d'action, l'enregistrement est fait en mettant en contact un nerf de patte de grenouille avec un cœur isolé, à chaque battement cardiaque on observe une contraction de la patte de grenouille.

1887 : 1er ECG humain

Augustus D. Waller, physiologiste anglais, publie le 1<sup>er</sup> électrocardiogramme humain. En liant à un tube capillaire dans un champ magnétique une électrode posée sur le thorax d'un "cobaye " humain (T. Goswell, son technicien de laboratoire), on voyait varier le niveau liquide dans le tube à chaque battement de cœur.

1893 : " Electrocardiogramme " (presque) pour la 1ère fois

Willem Einthoven utilise le terme électrocardiogramme " pour la 1ère fois " à une réunion de la Deutsch Medical Association. (Il confiera plus tard que A.D. Waller l'avait utilisé avant lui.)

1895 : PQRST

W. Einthoven met en évidence 5 ondes sur le tracé électrocardiographique, ondes qu'il nomme respectivement P, Q, R, S, T.

1912 : Le triangle d'Einthoven

W. Einthoven présente pour la 1<sup>ère</sup> fois devant une société savante, la Chelsea Clinical Society, le célèbre triangle équilatéral formé par les dérivations DI, DII et DIII.

1920 : L'onde de Pardee

Harold Pardee publie le 1<sup>er</sup> ECG d'un infarctus aigu du myocarde chez un homme, avec la repolarisation caractéristique dite "*onde de Pardee*".

1924 : Einthoven Nobel

W. Einthoven reçoit le prix Nobel de physiologie et médecine pour la mise au point du 1<sup>er</sup> électrocardiographe.

1938 : V1 à V6 : position officielle

La position des dérivations précordiales V1 à V6 est définie par convention par l'American Heart Association et la Cardiac Society of Great Britain.

1942 : aVR, aVL, aVF

E. Goldberger ajoute 3 dérivations périphériques aux 3 dérivations déjà décrites par Einthoven, à savoir aVR, aVL et aVF.

## **I.5.2. L'électrocardiographie et l'électrocardiogramme**

Le cœur étant un muscle, il a besoin pour se contracter d'une stimulation électrique. Ces influx électriques sont en quelque sorte le reflet de sa bonne santé. C'est un très bon outil diagnostique de pathologies cardiaques rythmiques, musculaires et de problèmes extra cardiaques métaboliques, médicamenteux, hémodynamique,....

L'électrocardiographie est la représentation graphique du potentiel électrique qui commande l'activité musculaire du cœur sous forme d'électrocardiogramme.

L'électrocardiogramme (ECG) c'est l'enregistrement sur un support papier standard de la stimulation électrique que le cœur reçoit pour pouvoir se contracter.

L'ECG n'est qu'un enregistrement de surface de l'activité électrique du cœur par des électrodes reliées à un électrocardiographe qui amplifie le signal électrique.

### **I.5.3. Interprétation d'un ECG normale**

Chaque cycle de dépolarisation/repolarisation du cœur correspond au passage du courant électrique des oreillettes vers les ventricules qui se contractent dans le même ordre. Sur le plan électrocardiographique, cela se traduit par l'enregistrement toujours dans le même ordre des différentes ondes : P, Q, R, S, T, et U.

#### **\* L'onde P :**

Elle représente la dépolarisation auriculaire. Cette onde peut être positive ou négative avec une durée de l'ordre de 90 ms. Généralement son observation est difficile spécialement dans des conditions bruitées. Il faut noter que la repolarisation auriculaire n'est pas visible sur l'ECG car elle coïncide avec le complexe QRS d'amplitude plus importante. [4]

#### **\* Le complexe QRS :**

Il correspond à la dépolarisation des ventricules et de grande amplitude (signal de quelques millivolts) car la masse des ventricules est très supérieure à celle des oreillettes. Il est constitué de trois ondes consécutives : l'onde Q qui est négative, l'onde R qui est positive dans un ECG normal et l'onde S qui est négative, Sa durée normale vaut entre 85 et 95 ms.

#### **\* L'onde T :**

Elle correspond à la repolarisation des ventricules et d'amplitude normalement plus faible que le complexe QRS.

#### **\* L'onde U**

Inconstante, qui traduirait la repolarisation du réseau de Purkinje.

L'ECG est aussi caractérisé par plusieurs intervalles comme on peut voir sur la Figure (1.7):

#### **\* L'intervalle RR:**

Il est délimité par les sommets de deux ondes R consécutives et d'où est évaluée la fréquence cardiaque instantanée. Cet intervalle est utilisé pour la détection des arythmies ainsi que pour l'étude de la variabilité de la fréquence cardiaque.

#### **\* Le segment ST:**

Il représente l'intervalle durant lequel les ventricules restent dans un état de dépolarisation actif. Il est aussi défini comme la durée entre la fin de l'onde S et le début de l'onde T.

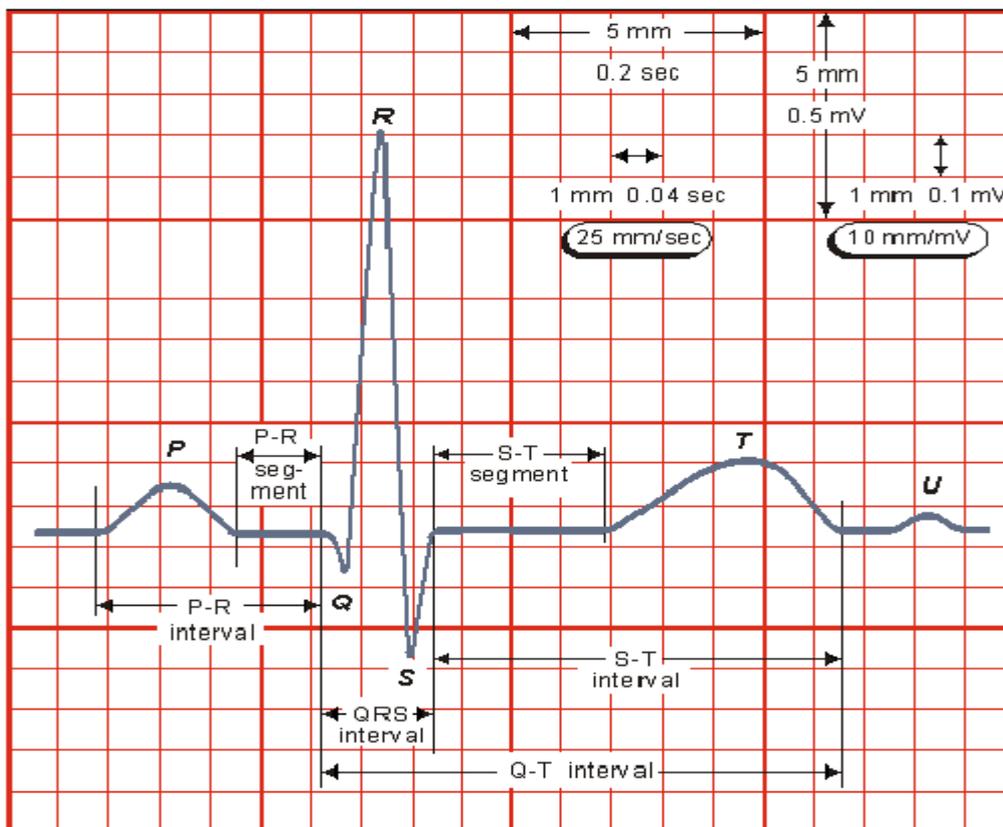
**\* L'intervalle PQ:**

Il représente l'intervalle de temps entre le début de la dépolarisation des oreillettes et le début de la dépolarisation ventriculaire. Il représente le temps nécessaire à l'impulsion électrique de la dépolarisation ventriculaire. Il représente le temps nécessaire à l'impulsion électrique pour se propager du nœud sinusal jusqu'aux ventricules et il est mesuré entre le début de l'onde P et le début du complexe QRS.

**\* L'intervalle QT:**

Il représente la durée entre le début du complexe QRS et la fin de l'onde T. Cet intervalle reflète la durée de la dépolarisation et repolarisation ventriculaire. En effet sa dynamique peut être associée à des risques d'arythmie ventriculaire et de mort cardiaque soudaine. [4]

Toutes ces ondes et ces intervalles sont représentés dans la figure 1.7.

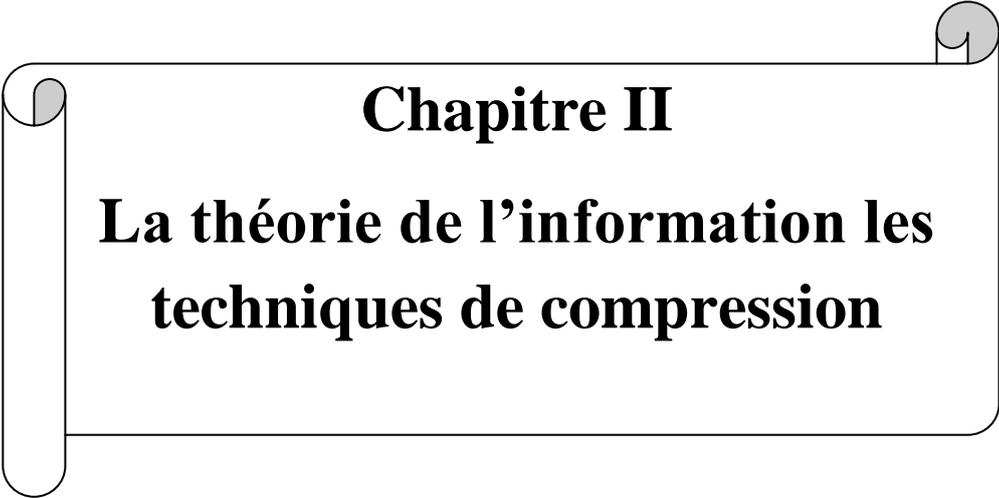


**Figure 1.7.** L'ECG normale.

**Conclusion**

Ce chapitre est une introduction aux éléments de base de l'électrophysiologie du cœur. Après une introduction sur l'anatomie du cœur humain, nous avons décrit brièvement l'activité électrique du cœur ainsi que le système de conduction électrique du cœur. Ces notions sont indispensables pour la bonne compréhension des problèmes étudiés par la suite.

Dans une deuxième partie de ce chapitre nous avons exposé les différentes notions de l'électrocardiographie puis les différentes ondes qui constituent le signal ECG. Toutes ces caractéristiques sont nécessaires pour faire une meilleure compression de l'ECG.



## **Chapitre II**

# **La théorie de l'information les techniques de compression**

## Introduction

La compression est le procédé utilisé pour réduire la taille d'un bloc d'information. En compressant les données, on peut placer plus d'informations dans le même espace de stockage et utiliser moins de temps pour le transfert à travers un réseau téléinformatique. Généralement les signaux occupent une place importante et la compression est devenue parti intégrante des données. On rencontre souvent la compression de données comme étant une partie de l'encodage de données au même titre que le cryptage de données et la transmission des données.

Ce chapitre est divisé en trois parties essentielles :

La première partie concerne des notions fondamentales sur la théorie de l'information : entropie, quantification, distorsion...

La seconde partie concerne les différentes techniques de compression des signaux ECG.

La troisième partie concerne les critères d'évaluation de ces techniques de compression qui permettent de les évaluer.

### II.1. La théorie de l'information

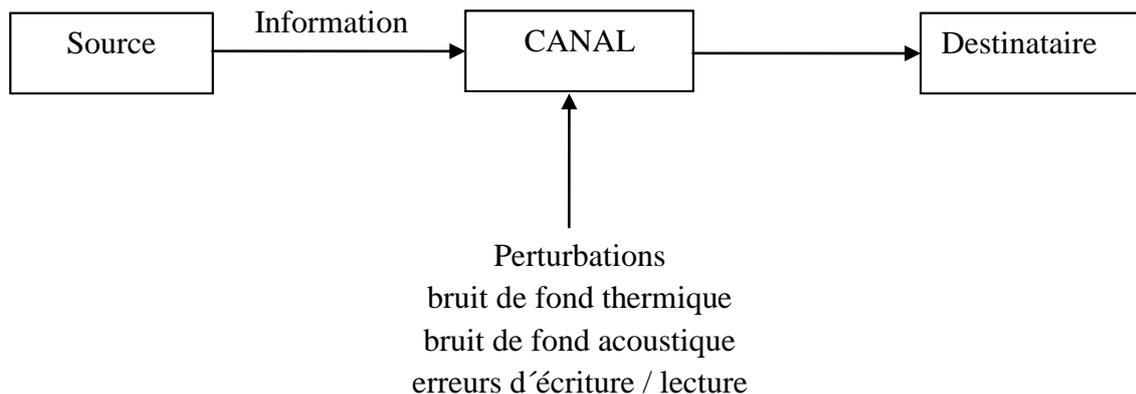
La théorie de l'information est une théorie probabiliste dont le but principal est de représenter un signal avec le moins de bits possibles tout en assurant une distorsion acceptable ou nulle pour une distribution statistique donnée. La théorie de l'information telle qu'elle fut élaborée par C.E. Shannon après la fin de la seconde guerre mondiale avait pour objet principal d'évaluer les performances limites (optimales) des systèmes de communications en présence de perturbations aléatoires (le bruit).

#### II.1.1. Historique

Le concept théorique d'information a été introduit à partir de recherches théoriques sur les systèmes de télécommunication. L'origine de ces recherches remonte aux études entreprises dès la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, en physique et en mathématique par Boltzmann et Markov sur la notion de probabilité d'un événement et les possibilités de mesure de cette probabilité. Plus récemment, avant la seconde guerre mondiale, les contributions les plus importantes sont dues à la collaboration des mathématiciens et des ingénieurs des télécommunications qui ont été

amenés à envisager les propriétés théoriques de tout système de signaux utilisé par les êtres vivants ou techniques à des fins de communication. À la suite des travaux de Hartley (1928), Shannon détermine l'information comme grandeur observable et mesurable et celle-ci devient la poutre maîtresse de la théorie de la communication qu'il élabore avec Warren Weaver. Ce domaine trouve son origine scientifique avec Claude Shannon qui est le père fondateur avec son article '*A Mathematical Theory of Communications*' publié en 1948. [6]

### II.1.2. Système de communication

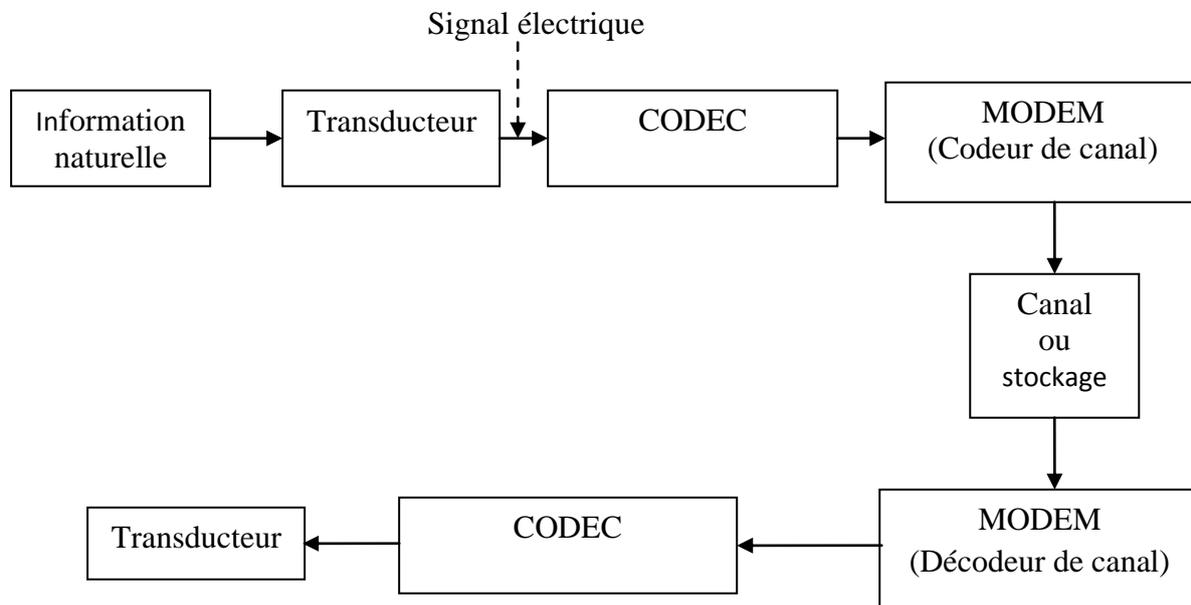


**Figure 2.1.** Schéma fondamental d'un système de communications.

La figure 2.1 représente le schéma de communications désigné sous le nom de paradigme de Shannon. Une source engendre une information à l'intention d'un destinataire. La source et le destinataire sont deux entités séparés (éventuellement distants) qui sont reliés par un canal qui est le support de la communication d'une part, mais qui, d'autre part, est le siège de perturbations. Les perturbations ont pour effet de créer une différence entre le message émis et celui qui est reçu. Ces perturbations sont de nature aléatoire, c'est-à-dire qu'il n'est pas possible (ni pour la source, ni pour le destinataire) de prévoir de manière certaine leurs effets. Il est important de noter que le message émis par la source est également dans une certaine mesure imprévisible de la part du destinataire, car si le destinataire avait une connaissance totale du message à priori, il n'y aurait pas besoin d'établir une communication. La Figure 2.2 est le schéma d'un système de communications dont deux parties fondamentales étaient ajoutées pour arriver à un système de communication plus fiable, il s'agit des codec et des modem:

1-La principale fonction du codec est de compresser l'information.

2- La principale fonction du modem est d'adapter le flot de bits 'bit stream' au canal ou au média. Il ajoute également une redondance pour protéger le signal contre les erreurs de canal. [6]



**Figure 2.2.** Schéma moderne d'un système de communications.

En 1948, C.E. Shannon a formulé la théorie de l'information, il a démontré qu'il y a une limite fondamentale à la compression de données sans distorsion. Cette limite appelée entropie est dénotée par  $H$  et sa valeur exacte dépend de la nature statistique de la source. Il est possible de compresser la source sans distorsion avec un taux de compression près de  $H$ .

Shannon a également développé la théorie de compression des données avec distorsion. Ceci est connu sous le nom de théorie de la distorsion. Dans la compression de données avec distorsion, une certaine distorsion du signal original est tolérée durant la compression. Shannon a montré que pour une source donnée (dont toutes ses propriétés statistiques sont connues) et un taux de distorsion donné, il existe une fonction  $R(D)$  appelée fonction de distorsion. La théorie indique que si  $D$  est la distorsion tolérable, alors  $R(D)$  est le meilleur taux de compression.[6]

### II.1.3. Entropie d'une source

Considérons une source discrète stationnaire, ergodique et sans mémoire  $X$ . Les échantillons  $x(i)$  sont totalement décorrélés entre eux. Chaque échantillon temporel  $x(i)$  est indépendant des échantillons  $x(i-1), x(i-2), \dots, x(N-1)$  et il ne peut prendre que  $N$  valeurs différentes dans l'ensemble  $\{a_0, a_1, \dots, a_{N-1}\}$ .

Pour chaque échantillon de la source  $X$ , on associe sa probabilité d'apparition  $p(x(i)=a_i) = P_x(a_i)$ . On définit ainsi les probabilités :  $P(a_0), P(a_1), \dots, P(a_{N-1})$ .

L'expression de l'entropie de  $X$  est définie comme suit :

$$H(X) = -E[\log_2 P(X)] = -\sum_{i=0}^{N-1} P_x(a_i) \log_2 P_x(a_i) \quad (2.1)$$

L'unité de l'information est le bits/échantillons. Nous verrons plus loin que la quantité d'information moyenne mesure alors le nombre minimum de bits nécessaires en moyenne pour coder les symboles émis par une source. La grandeur  $I(X) = -\log_2 P(X)$  est appelée l'auto-information ou la surprise, plus un événement est rare, ( $P(X)$  est petit, plus la surprise qui lui est associée est grande, chaque lettre de la source a donc une surprise qui lui est propre. La surprise moyenne de la source n'est autre que l'entropie de la source :

$$H(X) = E[I(X)] \quad (2.2)$$

$H(x)$  ainsi définie s'exprime en bits, elle mesure l'information moyenne d'une source. Déterminons maintenant les bornes de cette grandeur. Dans notre cas,  $P(X) = P(a_0)P(a_1)\dots P(a_{N-1})$ , donc  $0 < P(X) < 1$ , donc  $H(X) > 0$ . La source a la plus grande entropie dans le cas où elle est totalement imprédictible, c'est-à-dire que les éléments de la source sont équiprobables ( $P_x(a_i) = \frac{1}{N}$ ), dans ce cas  $H(X) = \log_2 N$ , ainsi on obtient l'inégalité suivante :

$$0 < H(X) \leq \log_2 N \quad (2.3)$$

De cette double inégalité, on peut souligner les remarques suivantes :

- Lorsque  $H(x)$  est nulle, cela se traduit par une seule probabilité non nulle d'un élément de l'alphabet, dans ce cas la source est totalement prédictible.
- L'entropie d'une source discrète est toujours positive.

### Exemple

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\} \text{ et } P(X) = \left\{ \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{8} \right\}$$

$$H(X) = - \left( \frac{1}{2} \right) \times \log \left( \frac{1}{2} \right) - \left( \frac{1}{4} \right) \times \log \left( \frac{1}{4} \right) - \left( \frac{1}{8} \right) \times \log \left( \frac{1}{8} \right) - \left( \frac{1}{8} \right) \times \log \left( \frac{1}{8} \right) = \frac{7}{4} = 1.75$$

Donc il faut 2 bits pour coder cette séquence des données

### II.1.4. Le quantificateur

La quantification est une opération qui transforme un signal continu en un signal discret à l'aide d'un ensemble appelé dictionnaire. Ce passage du continu au discret peut s'effectuer échantillon par échantillon, dans ce cas on parlera de quantification scalaire ou bloc par bloc, c'est ce qu'on appelle la quantification vectorielle.

Considérons le schéma simplifié d'un quantificateur (figure 2.3) :



**Figure 2.3.** Quantificateur type.

En plus de la source déjà considérée plus haut, on a :

- une séquence de réalisations indépendantes de  $X$  composée de  $k$  échantillons,  $X = (x(0), x(1), \dots, x(k-1))$ ,

- une autre séquence ayant ses réalisations dans l'ensemble  $\{b_0, b_1, \dots, b_{M-1}\}$ ,  
 $Y = (y(0), y(1), \dots, y(k-1))$ ,
- $\rho_k(x, y)$  est la mesure de la distorsion, le critère de fidélité ou encore le coût dû à la reproduction de la séquence X par le vecteur Y.

Notre quantificateur Q peut être considéré comme un canal de transmission. Il va associer à une lettre de l'alphabet de X une lettre de Y. Il constitue donc une matrice de taille  $M \times N$  avec en pratique  $M \leq N$ .

C'est pour cette raison que l'on représente le modèle du quantificateur comme un modèle de probabilité conditionnelle de Y pour X donné avec la contrainte du critère de fidélité  $\rho$  introduit par Shannon en 1959.

On pose l'hypothèse que l'expression de ce critère peut se mettre sous la forme:

$$\rho_k(x, y) = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} \rho_k(x(i), y(i)) \quad (2.4)$$

Où  $\rho$  est une mesure de la distorsion non négative entre les composantes correspondantes des séquences X et Y que l'on appelle souvent distorsion à 'lettre unique' ou 'sans mémoire'.

### II.1.5. La fonction de distorsion

Les fonctions de probabilité et de probabilité conjointe de transition  $P_x$  et  $P_{y|x}$  supposées connues, on peut obtenir la distorsion moyenne avec l'expression:

$$d(P_{y|x}) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} P_x(a_n) P_x(b_m | a_n) \rho(a_n, b_m) \quad (2.5)$$

L'expression de l'information mutuelle s'écrit:

$$I(P_{y|x}) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} P_x(a_n) P_{y|x}(b_m | a_n) \log_2 \frac{P_{y|x}(b_m | a_n)}{P_y(b_m)} \quad (2.6)$$

$$\text{Avec } P_y(b_m) = \sum_{n=0}^{N-1} P_x(a_n) P_{y|x}(b_m | a_n) \quad (2.7)$$

Pour une distorsion donnée  $D$ , on définit la fonction de taux de distorsion  $R(D)$  pour un critère de fidélité  $\rho$  par la relation:

$$R(D) = \min_{P_{y|x} \in P_D} I(P_{y|x}) \quad (2.8)$$

$$\text{Avec : } P_D = \{P_{y|x} : d(P_{y|x}) \leq D\} \quad (2.9)$$

Cette équation définit une fonction  $R(D)$  qui donne pour une distorsion donnée, un débit minimal  $R$  ou réciproquement pour un débit donné, la plus faible distorsion possible  $D$ . Ce qui nous ramène à parler du codage d'une source ou d'un vecteur.

On appelle un code  $C$  de taille  $N$  et de longueur de bloc  $k$  un ensemble de  $N$  séquences  $\{y_0, y_1, \dots, y_{N-1}\}$  de dimension  $k$  chacune. Chaque séquence de  $C$  est appelée mot de code qui est une séquence binaire de longueur  $\log_2(N)$  au moins.

Pour un vecteur  $X$  de  $k$  échantillons, on définit le débit par échantillons du code  $C$  par la relation:

$$R = \frac{1}{k} \log_2 N \text{ bits} \quad (2.10)$$

La théorie sur le codage nous apprend que  $R(D)$  est une limite théorique des performances des systèmes de codage, et qu'il est possible d'atteindre une performance assez proche de cette limite. Ce qui est dicté encore par l'équation ci-dessous :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \log_2 N = R(D) \quad (2.11)$$

Il est à souligner qu'il suffit de considérer à la place des distributions  $P(x)$  les fonctions de densité de probabilité avec quelques arrangements mathématiques des relations ci-dessus pour étendre leurs validités au cas des sources continues. Cependant il nous semble utile de noter certaines remarques :

- L'alphabet de reproduction des sources continues est infini.

- L'entropie différentielle des sources continues peut être positive ou négative, elle est une mesure relative au repère alors que dans le cas discret elle est absolue. Ainsi on définit l'entropie différentielle par la relation :

$$h(x) = -E[\log_2 f_x(x)] = -\int f_x(x) \log_2 f_x(x) dx \quad (2.12)$$

où  $f_x(x)$  est la densité de probabilité

L'entropie conditionnelle est définie comme suit :

$$h(x|y) = -\iint f_{xy}(x, y) \log_2 f_{x|y}(x|y) dx dy \quad (2.13)$$

L'information mutuelle par:

$$I(x; y) = \iint f_{xy}(x, y) \log_2 \frac{f_{xy}(x, y)}{f_x(x)f_y(y)} dx dy \quad (2.14)$$

A partir des relations précédentes, si l'on considère que  $\rho(x, y)$  est une mesure de distorsion, et  $f_{y|x}(y/x)$  la densité de probabilité conditionnelle, on définit la distorsion moyenne suivante:

$$d(f_{y|x}) = \iint f_x(x) f_{y|x}(y|x) \rho(x, y) dx dy \quad (2.15)$$

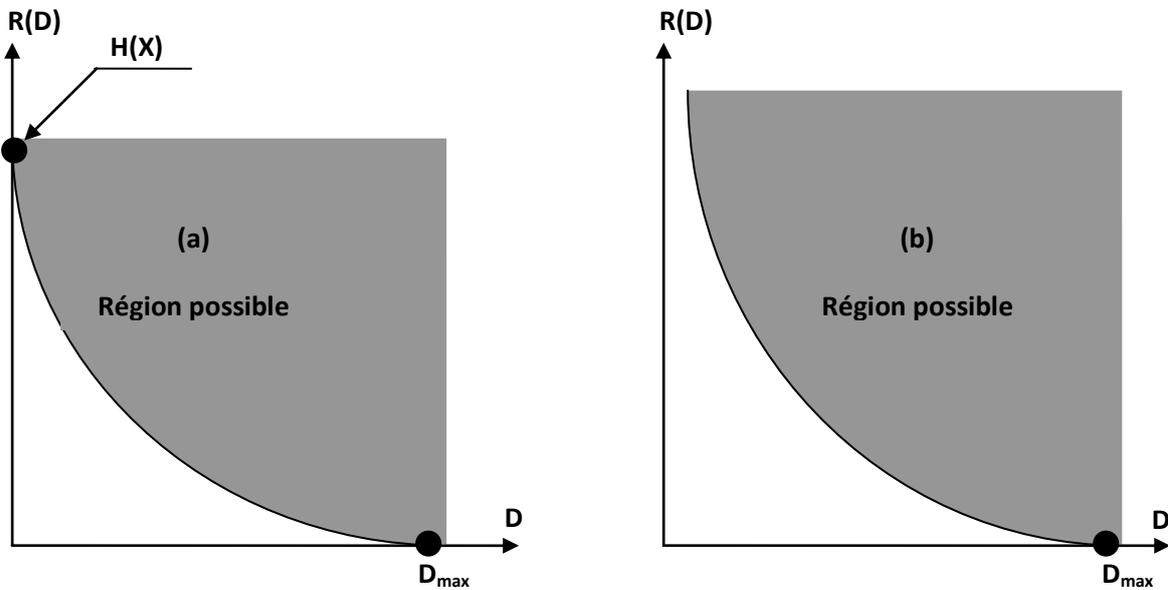
$$\text{où} \quad f_y(y) = -\int f_x(x) f_{y|x}(y|x) dx \quad (2.16)$$

On obtient finalement comme pour le cas discret, la limite théorique des performances ou la fonction  $R(D)$  :

$$R(D) = \min_{f_{y|x} \in f_D} I(f_{y|x}) \quad (2.17)$$

$$f_D = \{f_{y|x} : d(f_{y|x}) \leq D\} \quad (2.18)$$

Les particularités de chaque type de cas (discret ou continu) créent une différence à l'origine de la fonction  $R(D)$  entre les représentations graphiques de cette fonction pour les cas des sources continues et discrètes ( figure 2.4 ).



**Figure 2.4.** Comparaison de la fonction  $R(D)$  des sources discrète (a) et continue (b).

On remarquera certaines propriétés de la fonction  $R(D)$  :

- $R(D)$  est une fonction convexe sur l'intervalle  $]0, D_{\max}[$ .
- $D_{\max}$  est la distorsion maximale, elle existe toujours.
- La valeur extrême  $D_{\max}$  est obtenue comme suit:

Pour le cas discret,

$$D_{\max} = \min_{y \in C} \sum_x P(x) \rho_x(x, y) \quad (2.19)$$

Et le cas de source continue,

$$D_{\max} = \min_y \int f(x) \rho(x, y) dx \quad (2.20)$$

- $R(D)$  est continue, monotone, décroissante

La limite inférieure de la fonction  $R(D)$  est appelée la borne inférieure de Shannon (Shannon Lower Bound ou SLB). Cette caractéristique (SLB) peut être obtenue d'une façon explicite dans bien des cas, ce qui ne se réalise pas pour la fonction  $R(D)$ . [6]

## II.2. Les techniques de compression

### II.2.1. Compression sans pertes

La compression est dite sans perte lorsqu'il n'y a aucune perte de données sur l'information d'origine. Il y a autant d'information après la compression qu'avant. Le but est de réduire la taille moyenne des données obtenues après la compression tout en ayant la possibilité de retrouver exactement le message d'origine donc c'est une compression réversible (figure 2.5). Dans ce type de compression la distorsion est nulle ( $D=0$ ) et le débit est supérieur à l'entropie ( $R>H(x)$ ). Elle est représentée par le segment confondu avec l'axe des débits dans la courbe  $R(D)$ .

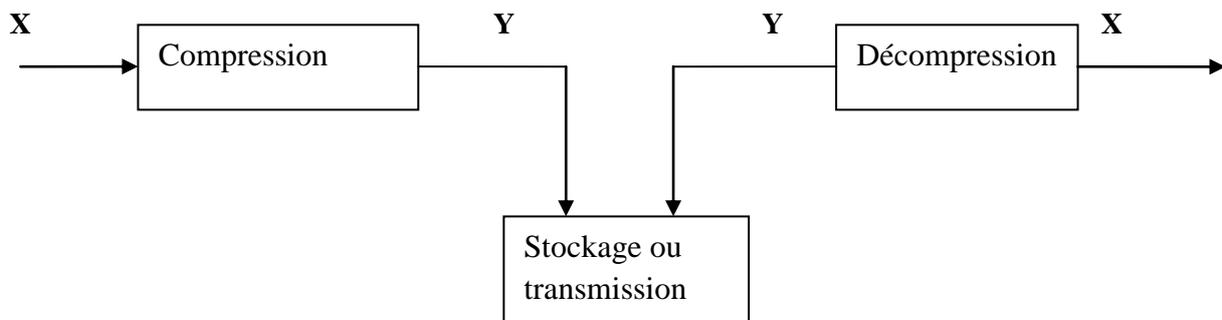


Figure 2.5. la compression sans perte.

#### II.2.1.1. Codage de Huffman

Cette méthode est introduite par David Huffman qui en 1952 publie le résultat de ses recherches. Le codage de Huffman permet de réaliser un codage optimal à longueur variable à partir d'un alphabet dont la fréquence d'apparition des lettres est connue.[12]

La technique est la suivante :

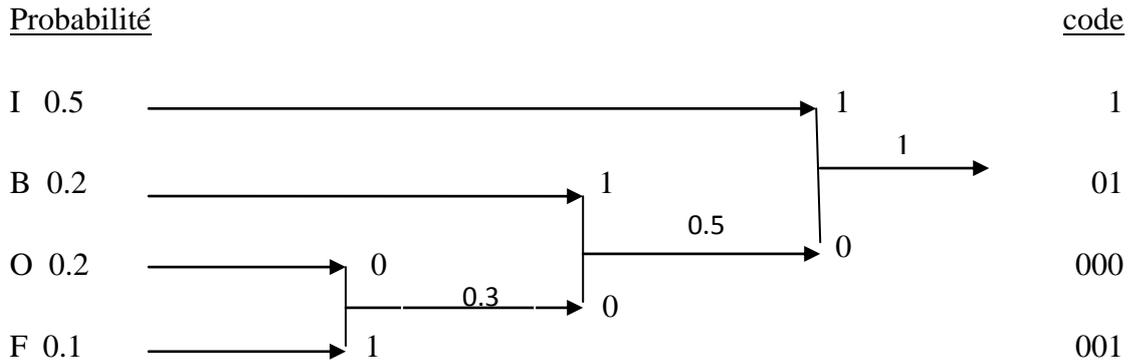
1. A chaque étape, les nœuds sont rangés par ordre de probabilités décroissantes.
2. Les deux nœuds du bas qui ont les probabilités les plus faibles sont associés pour donner un nœud "père". Celui-ci se voit attribuer comme probabilité la somme des probabilités de ses deux "fils".
3. on attribue le code « 1 » à la branche du poids faible et le code « 0 » à la branche du poids élevé.
4. Nous avons un nouvel ensemble de nœuds ayant un élément en moins (remplacement des deux "fils" par le "père") et nous reprenons l'étape 1 et 2 et 3 jusqu'à l'arrivée au sommet de l'arbre.

### Exemple :

On va coder les lettres I, B, O et F dont la probabilité d'apparition est :

$$P(I)=0.5 ; p(B)=0.2 ; p(O)=0.2 ; p(F)=0.1$$

La figure 2.6 montre le schéma de codage par l'algorithme de Huffman.



**Figure 2.6.** Exemple de codage de Huffman.

### **II.2.1.2. Algorithme de Shanon-Fano**

L'algorithme de shanon-fano est un algorithme statique ,il utilise un code à longueur variable, son principe est d'affecter le code le plus long à la valeur la moins fréquente. La technique d'algorithme est la suivante :

1. Construire une table des fréquences d'apparition des symboles triés par ordre décroissant.
2. Diviser cette table en deux parties. Ces deux parties doivent avoir une somme de fréquences d'apparition égale (ou pratiquement égale).
3. affecter le chiffre binaire « 1 » à la moitié inférieure et la moitié supérieure prend la valeur « 0 ».
4. Répéter les opérations 2 et 3 aux deux parties, jusqu'à ce que chaque symbole ne représente plus qu'une partie de la table.[11]

### **Exemple**

On va coder la phrase suivante : "GAGNE KROFF LE COUTOIS"

Cette phrase compte 22 caractères. Nous allons compter les occurrences des différents caractères de l'alphabet utilisé et les classer par fréquences décroissantes. Nous obtenons la liste suivante :

3O , 3 Espace , 2E , 2F , 2G , 1A , 1R , 1N , 1K , 1L , 1T , 1S , 1U , 1C , 1I.

Puis nous allons construire l'arbre de codage par l'algorithme de Shanon-Fano sur la figure 2.7 :



2. Au fur et à mesure de l'apparition de blocs de caractères « octet », ceux-ci sont ajoutés au dictionnaire.

3. Si elle est déjà dans le dictionnaire, alors un nouvel octet est introduit dans le tampon et on cherche à nouveau si cette séquence existe ou non dans le dictionnaire.

4. Si la séquence d'octet ne figure pas dans le dictionnaire, alors elle sera ajoutée à celui-ci et elle reçoit un nouvel indice. Le premier octet de chaque séquence qui se trouve dans le tampon est supprimé et son indice écrit dans le fichier qui reçoit les résultats de la compression. [7]

Le tableau 2.1 montre une application de la méthode de Lempel-Ziv-Welch (LZW) sur le mot : «répétition ».

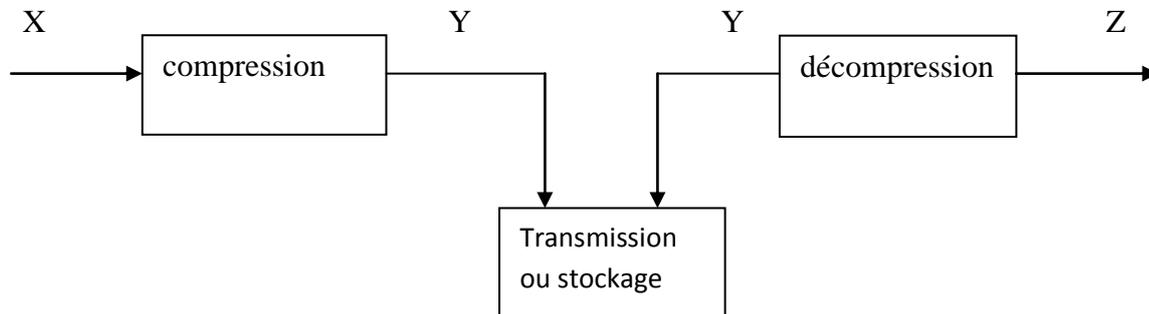
Étape	Tampon	Caractère lu	Code émis	Ajout au dictionnaire
0		r		
1	r	e	114(r)	re :256
2	e	p	101(e)	ep :257
3	p	e	112(p)	pe :258
4	e	t	101(e)	et :259
5	t	i	116(t)	ti :260
6	i	t	105(i)	it :261
7	t	i		
8	ti	o	260(ti)	tio :262
9	o	n	111(o)	on :263
10	n	EOF	110'n)	

**Tableau 2.1.** Exemple de la méthode LZW.

### II.2.2. Compression avec perte

La compression est dite avec perte lorsqu'on perd des données sur l'information d'origine. Il y a autant d'information avant la compression qu'après. Lors de la décompression on ne peut pas retrouver exactement le message d'origine donc c'est une compression irréversible (figure 2.8). Dans ce type de compression le débit est inférieur à l'entropie ( $R < H(x)$ ) et il

existe de la distorsion sur le signal de sortie. Elle permet de coder le signal avec un débit inférieur à  $H(x)$  tout en contrôlant la distorsion.



**Figure 2.8.** Compression avec perte.

## 1. Méthodes directe

### 1.1. La prédiction linéaire

C'est une méthode qui consiste à estimer l'échantillon présent en fonction des échantillons précédents sous une forme linéaire :

$$X_p(n) = \sum_{i=0}^n a_i * x(n-i) \quad (2.21)$$

Ou :  $a_i$  : sont les coefficients de prédiction.

On définit l'erreur subit à cette méthode comme étant :  $E = x - x_p$

### 1.2. L'interpolation polynomiale

Dans cette technique, on estime l'échantillon présent en fonction des échantillons précédents et les échantillons de futur. Parmi les algorithmes dans cette technique, on a : interpolation d'ordre zéro(ZOI), interpolation d'ordre un(FOI), méthode des splines. [8]

#### Méthode des splines :

La fonction spline est une fonction définie par morceaux  $Q(x)$ . en effet, on divise le signal en plusieurs intervalles avec un pas  $h$  pas nécessairement constant. Chaque intervalle est défini par une fonction  $Q(x)$  de degré  $m$  (figure 2.9).

$$Q_i(x) = \sum_{k=0}^m a_k^{(i)} \cdot (x - x_i)^k \quad (2.22)$$

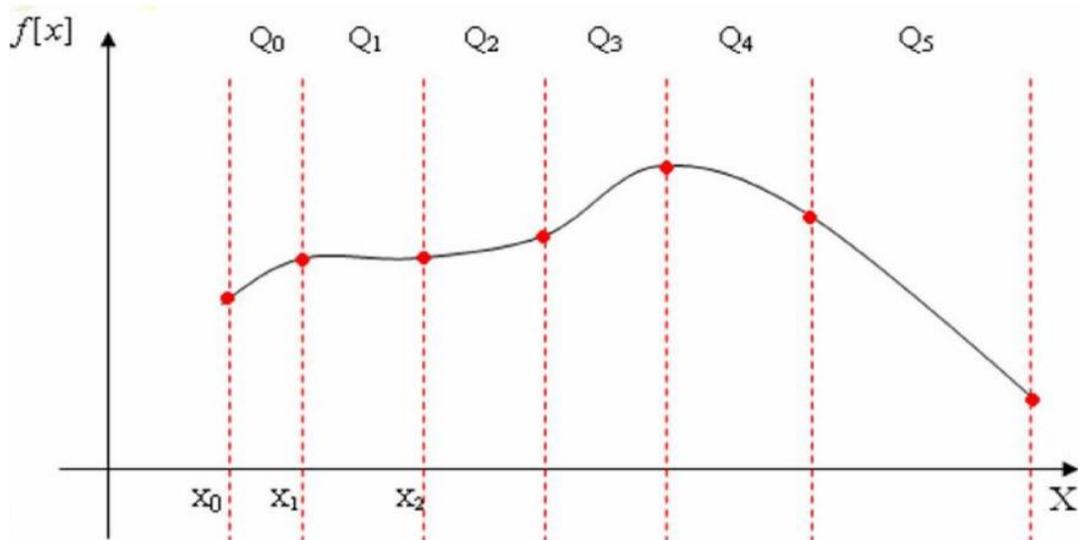


Figure 2.9. Interpolation par spline

## 2. Méthodes par transformée

### 2.1. Transformée de Karhunen Loève

La transformée de Karhunen Loève est la transformée la plus optimale. [9] Elle vise à concentrer le maximum d'informations statistiques en terme de variance sur un même axe. L'étalement des valeurs statistiques sur l'axe rassemble le maximum d'information en termes de variance. Les informations statistiques contenues sur les autres axes de la transformée de Karhunen-Loeve constituent de nouvelles informations statistiques qui par leur contenus inédits peuvent enrichir la connaissance du territoire étudié. [9]

Soit un vecteur  $X$  de  $N$  éléments. On modélise la corrélation entre ces éléments par la matrice de covariance.

$$R_{N \times N} = E[(X-X)(X-X)^T]_{N \times N} \quad (2.23)$$

L'élément  $(i,j)$  de la matrice est la covariance des éléments  $X_i, X_j$ . on le note  $\sigma_{ij}$ .

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 & \dots & \sigma_{1N}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 & \dots & \sigma_{2N}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{N1}^2 & \sigma_{N2}^2 & \dots & \sigma_{NN}^2 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Si on suppose que la variance ne dépend que de la distance entre les éléments  $\sigma_{ij} = f(|i - j|)$  et que l'on normalise  $R$  sous la forme :

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{N-1} \\ \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{N-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{N-1} & \dots & \rho_1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Les vecteurs propres de la matrice R forment une base de fonctions de décomposition.

On cherche les vecteurs propres de cette matrice et on note A la matrice de transformation.

$$C = A * X.$$

La matrice de covariance de C est  $R' = A * R * A^T$ . Elle est diagonale.

$$R' = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_N \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Soit on tire les valeurs propres de la matrice par ordre décroissante, on obtient :

-des coefficients totalement décorrélés (la matrice de covariance est diagonale)

-une forte concentration de l'énergie dans les premiers coefficients. [9]

## 2.2. Transformée spectrale

La transformée spectrale permet de passer du domaine temporelle au domaine fréquentiel c.à.d. elle permet d'avoir la répartition fréquentielle d'un signal et la répartition de l'énergie en fonction de la fréquence.

### 2.2.1. Transformée discrète de Fourier (TFD)

La transformée de Fourier permet de décomposer un signal en sommation des fonctions sinusoïdales à plusieurs fréquences. [7]

On appelle transformée de Fourier discrète d'une suite de N termes  $x(0), x(1), \dots, x(N-1)$ , la suite de N termes  $X(0), X(1), \dots, X(N-1)$ , définis par

$$X(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-j2\pi nk/N} \quad (2.27)$$

On définit de même la transformation de Fourier inverse comme suit :

$$x(k) = \sum_{n=0}^{N-1} X(n) e^{j2\pi nk/N} \quad (2.28)$$

Les coefficients de Fourier qui sont inférieurs à un seuil donné sont rejetés (mise à zéro).

La transformée de Fourier présente certains inconvénients :

- Les coefficients sont complexes.
- Perte de tous les aspects temporels du signal tels que le début et la fin, l'existence de singularité, etc.
- Nécessité d'analyser le signal en temps et en fréquence.

En pensant à résoudre ces problèmes, GABOR en 1946 a introduit la transformée de Fourier à court terme (Short Time Fourier Transform STFT). Cette dernière se base sur le fenêtrage. Il s'agit de segmenter en tranches de temps fixes le signal à analyser pour appliquer par la suite la TF à chaque tranche. Ce critère nous a mené aux constatations suivantes :

- Fenêtre de temps longue : une bonne résolution fréquentielle contre une résolution temporelle pauvre.
- Fenêtre de temps courte : une résolution fréquentielle pauvre contre une résolution temporelle plus au moins précise.

### 2.2.2. Transformée discrète en cosinus (DCT)

La transformation discrète en cosinus (DCT) est semblable à la transformée de Fourier parce qu'elle transforme un signal du domaine spatial ou de temps au domaine de fréquence, mais les coefficients dans la DCT sont réels et plus petits que les coefficients de la TFD.

La définition de la DCT d'un vecteur  $x$  de  $N$  éléments comme :

$$C(u) = w(u) \sum_{x=1}^N f(x) \cos\left[\frac{\pi(2x-1)(k-1)}{2N}\right] \quad k=1,2,\dots,N. \quad (2.29)$$

Tel que :

$$w(k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{N}} & k = 1 \\ \sqrt{\frac{2}{N}} & 2 \leq k \leq N \end{cases} \quad (2.30)$$

On définit aussi la transformation discrète inverse en cosinus par:

$$f(x) = \sum_{u=0}^{N-1} \alpha(u) C(u) \cos\left[\frac{\pi(2x+1)u}{2N}\right] \quad (2.31)$$

### 2.3. La transformée en ondelette

Les ondelettes sont les formes d'ondes des fonctions de base avec une durée limitée qui a un début et une fin utilisée pour représenter une fonction (ou un signal) comme une somme pondérée des ondes translatées ou dilatées de l'ondelette mère.

La transformée par ondelette utilise un fenêtrage avec des dimensions variables. Elle est exprimée dans le domaine temps-échelle, elle sert à décomposer le signal en plusieurs sous-bandes.

Une fonction  $\Psi(x)$  est une ondelette si elle vérifie la condition d'admissibilité:

$$w(\omega)|_{\omega=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(t) e^{-j\omega t} dt |_{\omega=0} \quad (2.32)$$

Cette condition est nécessaire pour s'assurer d'avoir le signal d'origine  $x(t)$  à partir de la transformée inverse d'ondelettes.

Il existe deux versions de la transformée par ondelettes :

#### 2.3.1. Transformée en ondelette continue (CWT)

Dans sa version continue, la transformée en ondelettes a été introduite sous sa forme actuelle par Goupillaud, Grossmann et Morlet. La Transformée en Ondelettes Continue (CWT) d'un signal analogique  $x(t)$  est défini par :

$$\text{CWT}(a,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \Psi_{a,b}(t) dt \quad (2.33)$$

La fonction ondelette est défini par:

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2.34)$$

Donc l'expression de la définition de la CWT (2.33) devient :

$$\text{CWT}(a,b) = \int_{-}^{+} x(t) \cdot \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2.35)$$

### 2.3.2. Transformée en ondelette discrète (DWT)

La transformée discrète en ondelettes est issue de la version continue, à la différence de cette dernière, la DWT utilise un facteur d'échelle et une translation discrétisés. On appelle transformée en ondelettes discrète toute base d'ondelettes travaillant avec un facteur d'échelle  $a=2^i$ .

### 2.4. Transformation polynomiale

La transformation polynomiale est faite en trois étapes :

1- Segmentation : division du signal en plusieurs segments, donc c'est le fenêtrage.

2-Décomposition : on décompose les fenêtres obtenues de la segmentation dans une base polynomiale des fonctions orthogonales.

3-Compression : chaque segment est représenté par le minimum de coefficients produits par la décomposition, c'est la compression. [7]

## II.3. Quantification vectorielle

La quantification est un processus irréversible qui entraîne une perte d'information. Dans toute technique de codage, on cherche donc à ne garder que l'information utile à la reconstitution du signal original. Il faut par conséquent introduire une mesure de précision, parfois appelée critère de fidélité ou de proximité liée à une notion de distance sur l'espace.

On voit alors apparaître l'objectif primordial et le problème fondamental de la quantification: la conception d'un quantificateur efficace qui pour un débit fixé minimise la distorsion totale calculée selon un critère déterminé.

Donc, la quantification vectorielle (VQ) consiste à représenter tout vecteur  $x$  de dimension  $k$  par un autre vecteur  $y$  de même dimension mais ce dernier appartenant à un ensemble fini  $\Delta$  de  $L$  vecteurs. Les vecteurs  $y_i$  sont appelés vecteurs représentants, vecteurs de reproduction ou code-vecteurs.  $\Delta$  est le dictionnaire ou le catalogue des formes.

La quantification vectorielle offre la combinaison des opérations de codage et de décodage.

## Codage

La procédure d'encodage consiste pour tout vecteur  $x$  du signal d'entrée à rechercher dans le dictionnaire  $\Delta$  le code-vecteur  $y_i$  le « plus proche » de  $x$  en choisissant la distance euclidienne la plus petite entre  $y_i$  et  $x$ . En pratique, dans plusieurs systèmes de communication, seul l'indice «  $i$  » de la séquence choisie  $y_i$  est transmis au décodeur qui choisit alors la séquence correspondante à cette valeur de l'indice.

## Décodage

Le décodeur est considéré comme un récepteur chargé de la reconstruction du signal, pour cela il doit disposer d'une copie identique du dictionnaire qu'il consulte afin de restituer le code vecteur source correspondant à l'index qu'il reçoit. Le décodeur réalise l'opération de décompression.

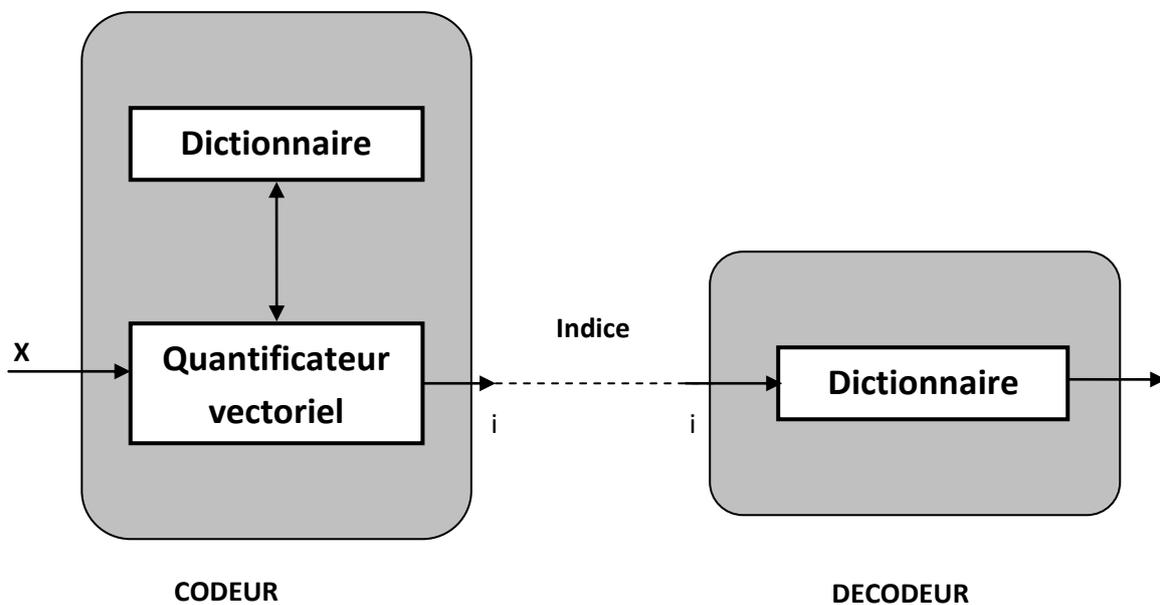


Figure 2.10. Principe de la quantification vectorielle.

## II.4. Critères de performance de la compression

### II.4.1. Le taux de compression (CR)

Il est défini comme étant le rapport entre le nombre de bits utilisés pour représenter le signal original et le nombre de bits nécessaires pour représenter le signal compressé.

$$CR = \frac{\text{Nbr de bits du signal original}}{\text{Nbr de bits signal compressé}} \quad (2.36)$$

### II.4.2. Le pourcentage de la puissance d'erreur (PRD)

C'est la mesure de distorsion entre le signal original et le signal compressé. Il représente le pourcentage de l'erreur de compression.

$$PRD = 100 \times \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^N (x_i)^2}} \quad (2.37)$$

tel que :

$x_i$  : les échantillons du signal original.

$y_i$  : les échantillons après la reconstitution.

$N$  : le nombre des échantillons dans le signal.

### II.4.3. L'inspection visuelle

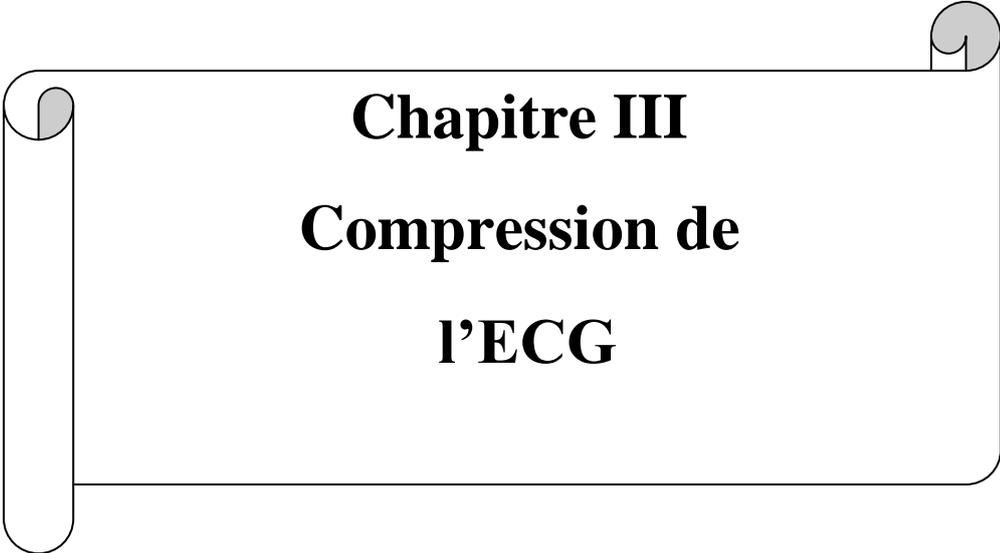
C'est un critère très important, il nous informe sur l'influence du processus de compression sur la morphologie du signal.

Il existe certains facteurs liés au signal utilisé pour tester les algorithmes de compression, qui influent sur les résultats du processus de compression :

- La fréquence d'échantillonnage du signal original : le signal original est considéré suréchantillonné, et plus la fréquence d'échantillonnage augmente plus le taux de compression augmente.
- La nature de signal E.C.G (la dérivation considérée, l'âge de patient, et la présence des arythmies ...). Tous influent sur le taux de compression de la technique considérée.
- Le degré auquel le signal est contaminé par le bruit : plus le signal est bruité, plus le rapport de compression diminue pour certaines techniques de compression.

## **Conclusion**

Les techniques de compression sans distorsion sont utilisées surtout avec des données délicates comme les fichiers informatiques, les banques de données...etc. Les techniques de compression avec distorsion permettent d'atteindre un taux de compression très élevé par rapport à celui généré par les techniques de compression sans distorsion.



**Chapitre III**  
**Compression de**  
**l'ECG**

## Introduction

Le codage et la compression du signal ECG sont importants afin de pouvoir l'utiliser dans des différentes applications comme le stockage des bases de données des patients et la transmission sur les lignes téléphoniques....etc.

Les techniques de compression du signal ECG sont multiples. Les méthodes directes se résument à accorder un modèle aux échantillons du signal et de ce fait, certains de ces échantillons peuvent être reproduits connaissant un nombre minimum d'échantillons et /ou les paramètres du modèle. Les techniques par transformée utilisent les transformées orthogonales pour décorréler les échantillons du signal et approximer ce signal par les coefficients prépondérants dans l'espace transformé.

Dans ce chapitre nous présentons deux méthodes de compression : La méthode des splines qui est une méthode directe et la Transformée discrète en cosinus (DCT) qui est une méthode par transformée.

### III.1. La méthode de la spline cubique

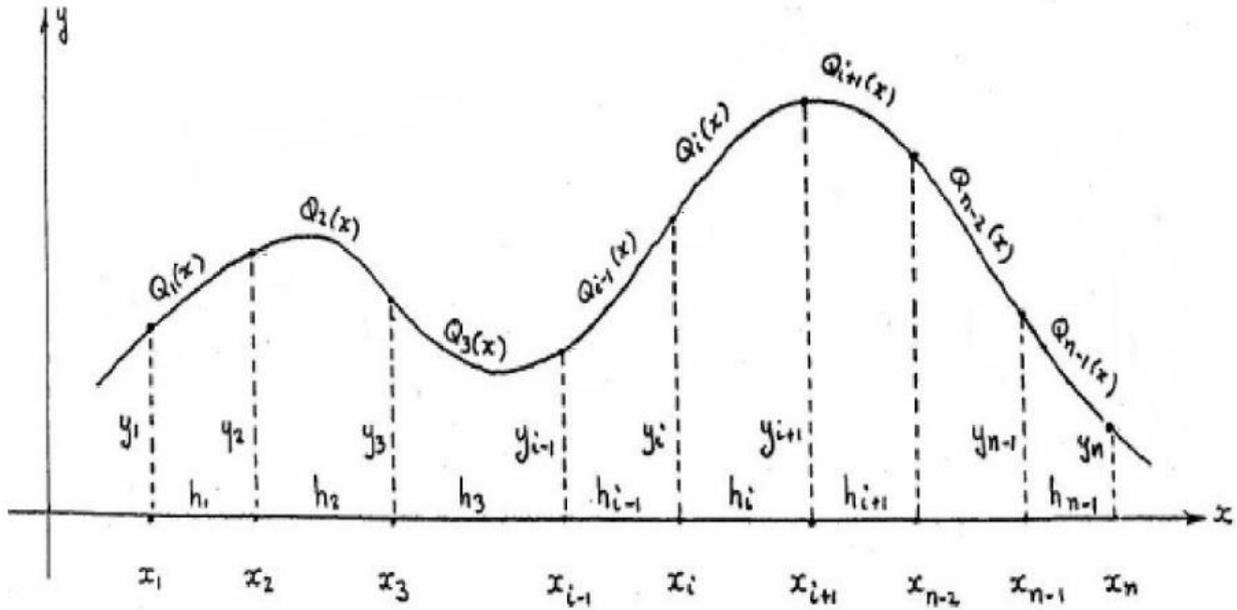
#### III.1.1. Algorithme des splines

La fonction spline est une fonction définie par morceaux  $Q_i(x)$ . On obtient ces morceaux par la division du signal originale en plusieurs intervalles avec un pas  $h$  pas nécessairement constant.

La spline est représentée sur chaque intervalle «  $i$  » par un polynôme de degré  $m$  ( $m=3$  dans le cas du spline cubique).

Le nombre des intervalles est déterminé par une échelle  $H$ ,  $h_i=x_{i+1}-x_i$  -le pas- (pas nécessairement constant mais positif:  $x_0 < x_1 < \dots < x_n$ ). Les points  $x_i$  sont appelés nœuds.

Un modèle simplifié pour la décomposition du signal original en plusieurs fonctions est représenté sur la figure 3.1.



**Figure 3.1.** Représentation d'une fonction par des segments de spline.

On a pour la spline cubique  $m=3$  les fonctions  $Q_i$  sont :

$$Q_1(x) = a_1(x - x_1)^3 + b_1(x - x_1)^2 + c_1(x - x_1) + d_1.$$

...

$$Q_i(x) = a_i(x - x_i)^3 + b_i(x - x_i)^2 + c_i(x - x_i) + d_i \tag{3.1}$$

...

$$Q_{n-1}(x) = a_{n-1}(x - x_{n-1})^3 + b_{n-1}(x - x_{n-1})^2 + c_{n-1}(x - x_{n-1}) + d_{n-1}$$

et les conditions de continuité de la spline et ses dérivées aux extrémités des intervalles sont satisfaites :

$$\frac{d^j}{dx^j} Q_{i-1}(x_i) = \frac{d^j}{dx^j} Q_i(x_i) \tag{3.2}$$

$j=0,1,\dots,m$ .

En développement les conditions pour la spline cubique ( $m=3$ ), on obtient les équations suivantes:

1<sup>ère</sup> condition : continuité des fonctions

$$\begin{aligned}
 y_1 &= Q(x_1) \\
 &\dots \\
 y_i &= Q_{i-1}(x_i) = Q_i(x_i) \\
 &\dots \\
 y_n &= Q_{n-1}(x_n)
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

2<sup>ème</sup> condition : continuité des dérivées premières:

$$\begin{aligned}
 Q'_1(x_1) \\
 &\dots \\
 Q'_{i-1}(x_i) &= Q'_i(x_i) \\
 &\dots \\
 Q'_{n-1}(x_n)
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

3<sup>ème</sup> condition : continuité des dérivées secondes

$$\begin{aligned}
 Q''_1(x_1) \\
 &\dots \\
 Q''_{i-1}(x_i) &= Q''_i(x_i) \\
 &\dots \\
 Q''_{n-1}(x_n)
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

En développant ces trois conditions on aboutit au système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}
 d_i &= a_{i-1}h_{i-1}^3 + b_{i-1}h_{i-1}^2 + c_{i-1}h_{i-1} + d_{i-1} \\
 c_i &= 3a_{i-1}h_{i-1}^2 + 2b_{i-1}h_{i-1} + c_{i-1} \\
 b_i &= 6a_{i-1}h_{i-1} + 2b_{i-1}
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

On aura après les calculs.

$$\begin{aligned}
 a_i &= \frac{m_{i+1} - m_i}{6h_i} \\
 b_i &= \frac{m_i}{2} \\
 c_i &= \frac{y_{i+1}y_i}{h_i} - \frac{(2m_i + m_{i+1})h_i}{6} \\
 d_i &= y_i
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

On calcule maintenant les coefficients  $m_j$  :

On a :  $Q''$  est de degré 1 et elle est déterminé par 2 valeurs:

$$m_i = Q''(x_i) \quad \text{et} \quad m_{i+1} = Q''(x_{i+1})$$

Puisque  $g_i''(x)$  est linéaire alors :

$$\forall x \in [x_i, x_{i+1}] \quad Q_i''(x) = m_{i+1} \frac{x-x_i}{h_i} + m_i \frac{x_{i+1}-x}{h_i} \tag{3.8}$$

On intègre l'équation (3.8):

$$Q_i'(x) = m_{i+1} \frac{(x-x_i)^2}{2h_i} - m_i \frac{(x_{i+1}-x)^2}{2h_i} + a_i \tag{3.9}$$

On intègre encore l'équation (3.9) :

$$Q_i(x) = m_{i+1} \frac{(x-x_i)^3}{6h_i} + m_i \frac{(x_{i+1}-x)^3}{6h_i} + a_i(x-x_i) + b_i \tag{3.10}$$

On remplace dans l'équation (3.10) par  $x_i$  on obtient :

$$Q_i(x_i) = y_i \longrightarrow y_i = \frac{m_i h_i^2}{6} + b_i \tag{3.11}$$

On remplace dans l'équation (3.10) par  $x_{i+1}$  on obtient :

$$Q_i(x_{i+1}) = y_{i+1} \longrightarrow y_{i+1} = \frac{m_{i+1} h_i^2}{6} + a_i h_i + b_i \tag{3.12}$$

$Q'(x)$  est continu :

$$Q'_i(x_i) = -m_i \frac{h_i}{2} + a_i = m_i \frac{h_{i-1}}{2} + a_{i-1} = Q'_{i-1}(x_i) \quad (3.13)$$

De l'équation (3.11) et (3.12) on obtient :

$$a_i = \frac{1}{h_i} (y_{i+1} - y_i) - \frac{h_i}{6} (m_{i+1} - m_i) \quad (3.14)$$

On remplace les  $a_i$  dans l'équation (3.13):

$$h_{i-1}m_{i-1} + (2h_{i-1} + 2h_i)m_i + h_im_{i+1} = 6\left[\frac{y_{i+1}-y_i}{h_i} - \frac{y_i-y_{i-1}}{h_{i-1}}\right] \quad (3.15)$$

Les  $m_i$  sont les solutions de l'équation (3.15). Pour  $i=2, \dots, n-1$ , on a  $(n-2)$  équations à  $n$  inconnues  $m_1, \dots, m_n$ . Donc il faut ajouter deux autres nouvelles conditions (conditions frontières).

On a plusieurs types de ces conditions frontières :

1- Extrémités libres, alors on ajoute deux équations  $m_1=m_n=0$  ; On appelle ce type le spline naturelle.

2- On ajoute deux équations:  $m_1=m_2$  ;  $m_{n-1}=m_n$ .

3- On ajoute deux conditions :

$m_1 =$  Extrapolation linéaire de  $m_2$  et  $m_3$

$m_n =$  Extrapolation linéaire de  $m_{n-2}$  et  $m_{n-1}$ .

$$m_1 = m_2 \left( \frac{h_1+h_2}{h_2} \right) - \frac{h_1}{h_2} m_3 \quad (3.16)$$

$$m_n = -\frac{h_{n-1}}{h_{n-2}} m_{n-2} \left( \frac{h_{n-2}+h_{n-1}}{h_{n-2}} \right) m_{n-1} \quad (3.17)$$

### III.1.2. Compression par l'algorithme de spline

L'algorithme de spline peut être utilisé à la réduction de la redondance statique. Le problème de la compression se pose de la manière suivante : Comment peut-on trouver la quantité minimale d'échantillons à garder dans la mémoire d'un calculateur de sorte que cette quantité soit suffisante pour interpoler l'ensemble des données par l'algorithme des splines et garantir une distance limite fixée entre le signal original et le signal reconstruit. En utilisant l'algorithme des splines, il est facile de créer l'algorithme de choix des échantillons de contrôle du signal d'entrée. Soit  $f(x_i)$  l'échantillon disposé à droite de l'intervalle « i-1 » qui vient d'être choisi comme échantillon de contrôle. On choisit le point « i+2 » comme extrémité droite de l'intervalle « i » et on calcule alors les coefficients  $\{ a_i, b_i, c_i, d_i \}$  et on compare la valeur de l'échantillon au point «  $x_{i+1}$  » calculée par la spline à la valeur originale, si la différence entre ces deux ne dépasse pas la tolérance (seuil) cela signifie que l'échantillon  $f(x_{i+1})$  est redondant, on franchit alors  $x_{i+2}$  et on va au point  $x_{i+3}$ ; on calcule les coefficients  $\{ a_i, b_i, c_i, d_i \}$ , on compare les valeurs calculées aux points  $x_{i+1}$  et  $x_{i+2}$  aux valeurs originales, si les différences ne dépassent pas la tolérance (seuil) on va au point  $x_{i+4}$  ... etc. jusqu'à la valeur de l'argument  $x_{i+k}$  ou au moins une différence qui dépasse le seuil, il est alors nécessaire de reculer d'un pas et de fixer  $f(x_{i+k-1})$  comme échantillon de contrôle suivant. On répète la procédure pour les points suivants : on construit la nouvelle spline au point  $x_{i+k-1}$  ... etc.

Finalement le nouvel ensemble d'échantillons possède une quantité de points initiaux d'autant faible que la tolérance est grande.

La reconstruction de signal est faite à partir des échantillons de contrôle en calculant pour chaque spline ses coefficients. Les échantillons manquants sont pris identiques à ceux de la spline.

La figure 3.2 représente un organigramme qui explique les étapes de la compression avec la méthode des splines.

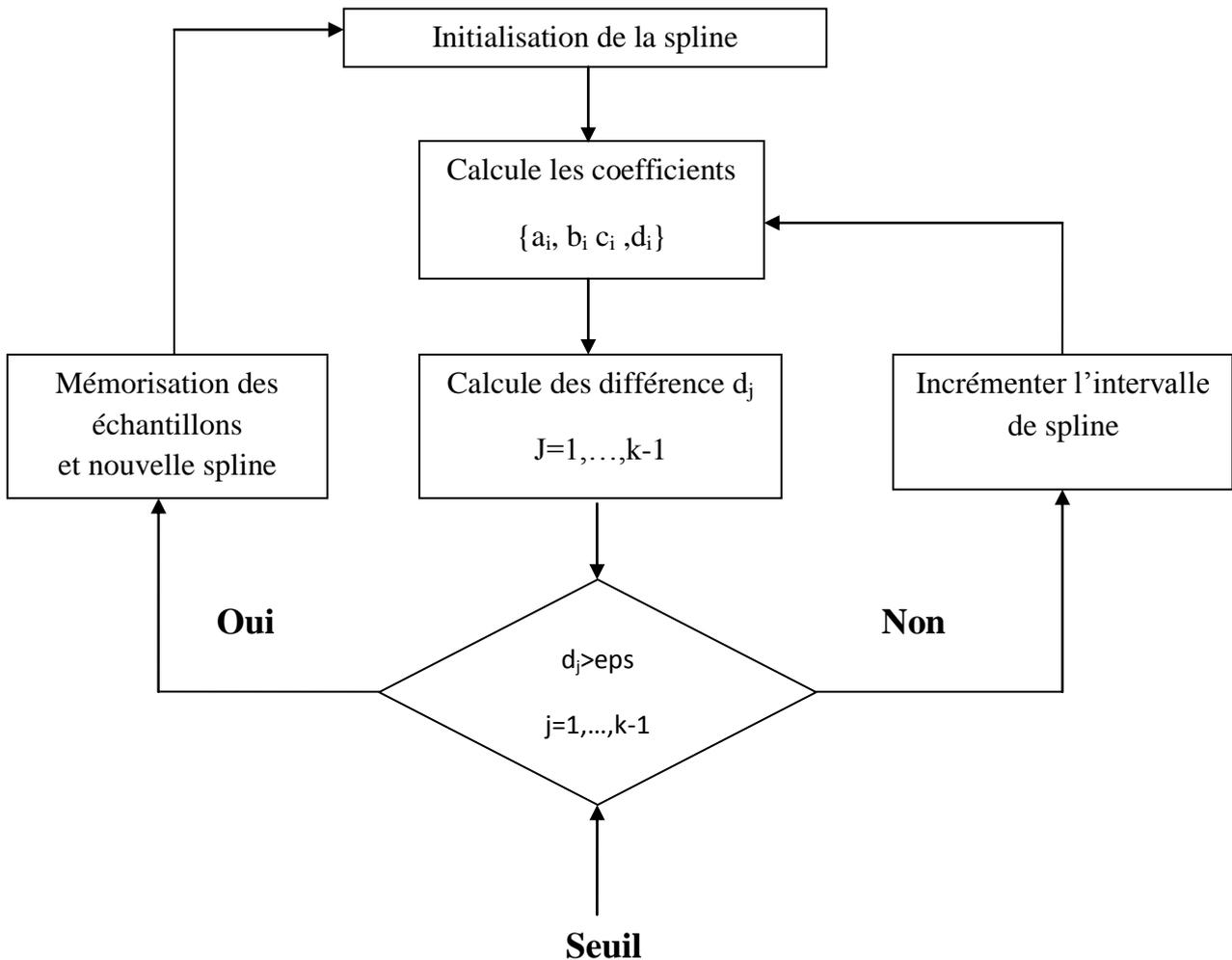


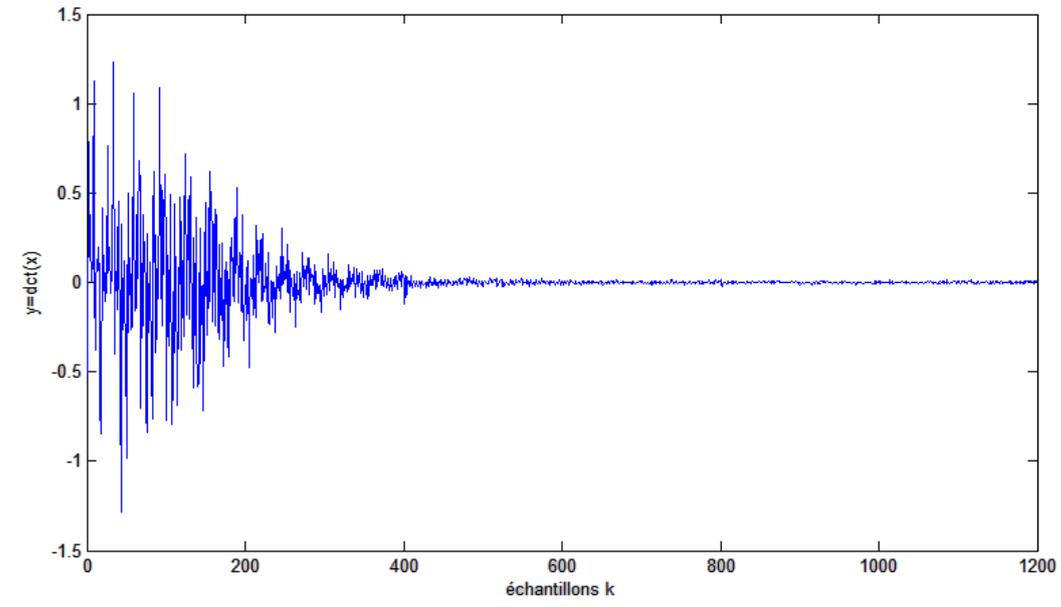
Figure 3.2. Organigramme de l'algorithme des splines

### III.2. La transformée discrète en cosinus (DCT)

En général, le codage par transformée est utilisé pour décomposer chaque bloc d'échantillons du signal à une séquence de coefficients non corrélés avec la concentration d'énergie du signal dans le minimum possible de coefficients. Cette compression de l'énergie rend les coefficients avec énergie élevée prioritaires lors de l'allocation de bits.

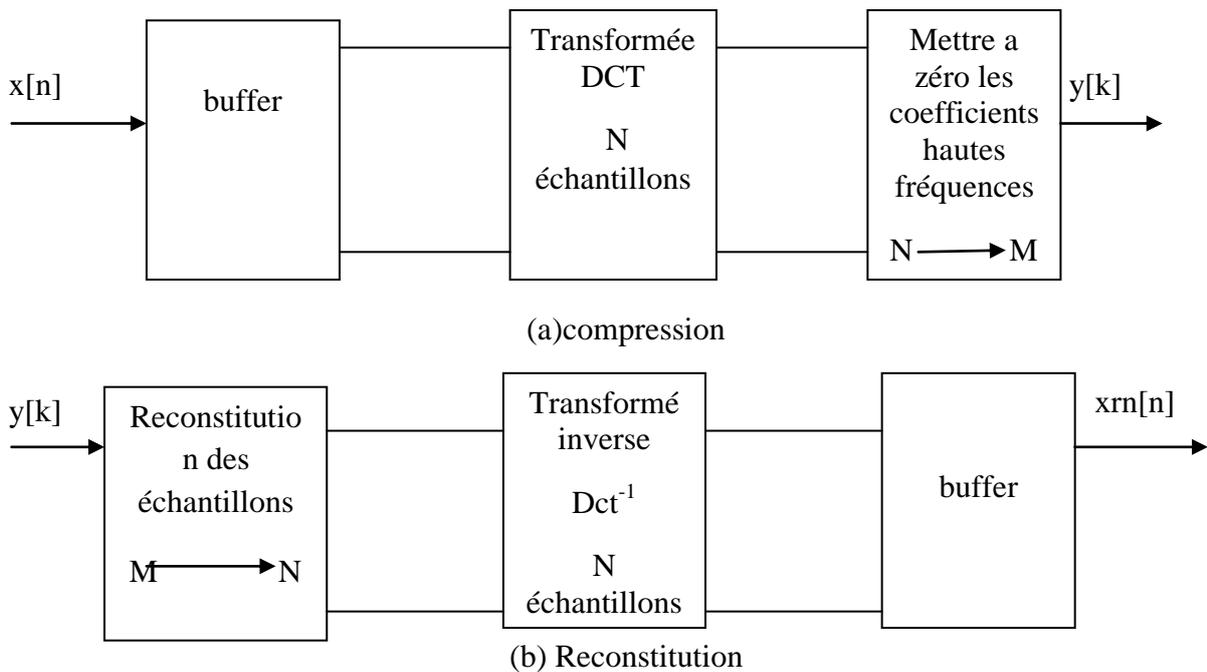
La transformée la plus optimale qui décorrèle complètement les échantillons du signal est la transformée de Karhunen Loève (KLT). La transformée discrète en cosinus (DCT) est la plus proche de la KLT pour des signaux fortement corrélés.

La transformée du signal ECG par la transformée discrète en cosinus est représenté sur la figure 3.3.



**Figure 3.3.** Transformée DCT du signal ECG.

Le signal est traité par bloc, sur un bloc de  $N$  échantillons du signal la transformée DCT est appliquée, puis on garde uniquement les  $M$  basses fréquences des coefficients de la transformée, c'est-à-dire on supprime (mettre à zéro) les coefficients haute fréquence  $\{M+1, \dots, N\}$  qui sont proches de zéro. Le signal reconstruit est calculé à partir des coefficients retenus de la transformée  $\{0, \dots, M\}$  comme c'est indiquée dans la figure 3.4.



**Figure 3.4.** Schéma bloc d'un système de compression par DCT.

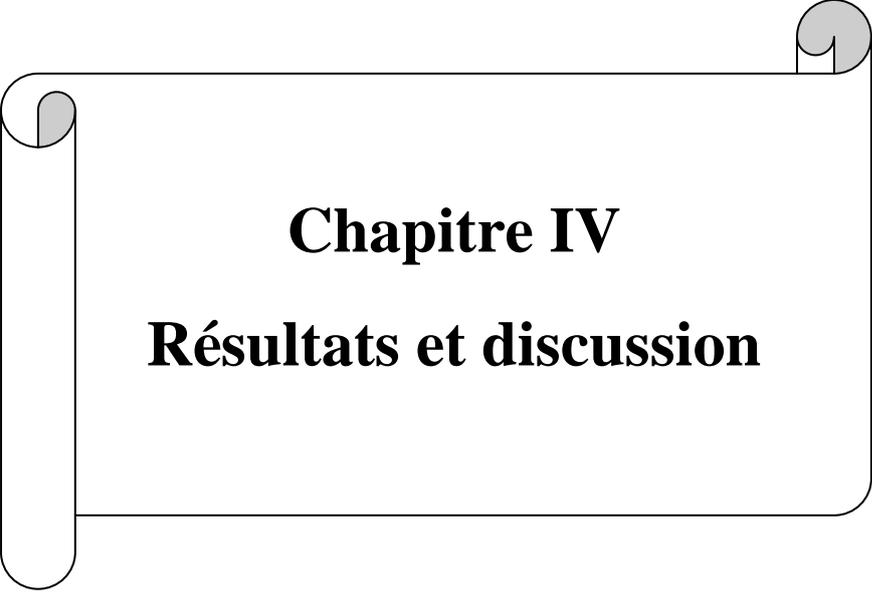
Le rapport de compression est donc :

$$CR = N/M \quad (3.18)$$

## Conclusion

Les techniques de compression développées dans ce chapitre ont pour objectif d'éliminer la redondance entre les échantillons en vue de représenter le signal avec un nombre minimum d'échantillons. La compression par les méthodes directes est traduite par une modélisation du signal. Le modèle nous permet de reproduire les échantillons du signal connaissant quelques échantillons, c'est le cas de la méthode de spline.

La DCT fait partie des transformées spectrales a pour effet de compacter l'énergie du signal dans un nombre limité d'échantillons de la séquence transformée et une compression consiste à représenter un bloc d'échantillons du signal original par leurs composantes basses fréquences dans l'espace transformée.



**Chapitre IV**  
**Résultats et discussion**

## Introduction

Nous allons présenter dans ce chapitre les résultats d'application des programmes des splines et de la transformation discrète en cosinus (DCT). Les programmes ont été développés en utilisant le logiciel MATLAB et on a utilisé des signaux ECG réels provenant de la base de données MIT-BIH ARRYTHMIA.

### IV.1. Présentation de la base de données MIT/BIH

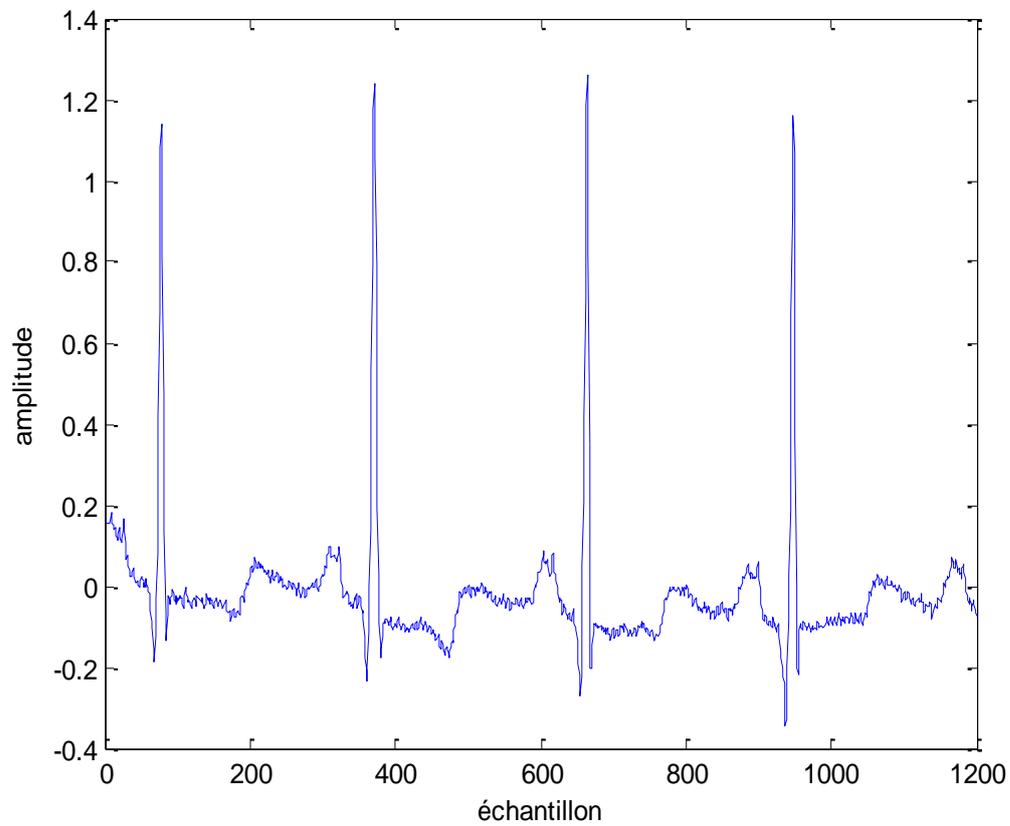
La base de données physiologiques MIT/ BIH est le fruit d'une collaboration entre le Massachusset Institute of eTchnologie et un hôpital. Elle a été réalisée entre 1975 et 1979 et distribuée en 1980. La source de l'ECG inclus dans la base de données d'arythmies MIT/BIH est un ensemble de 48 enregistrements échantillonnés à une fréquence de 360 Hz. Chaque enregistrement comporte deux dérivations différentes du signal ECG. La base de données contient 23 enregistrements numérotés entre 100 et 124 pour le premier groupe; et de 25 enregistrements numérotés entre 200 et 234 pour le deuxième groupe. La durée de chacun des 48 enregistrements est de 30 minutes. Le premier groupe est prévu pour servir d'échantillon représentatif de variété de formes d'ondes qu'un détecteur d'arythmie pourrait rencontrer dans l'utilisation clinique courante; tandis que le deuxième groupe est choisi pour inclure une variété de cas pathologiques. Les sujets étaient 25 hommes âgés de 32 à 89 ans, et 22 femmes âgées de 23 à 89 ans. Les enregistrements de MIT/BIH sont tous annotés; ce qui veut dire que chaque battement (complexe QRS) est décrit par une étiquette (annotation). Typiquement, un fichier d'annotation pour un enregistrement MIT/BIH contient environ 2000 annotations.[20]

### IV.2. Résultats

Dans nos programmes, on va utiliser le fichier 100.txt qui était prélevé de la base de données MIT-BIH Arrythmia mais on va utiliser seulement les 1200 premiers échantillons qui sont échantillonnés à la fréquence de 360 Hz. Les résultats des programmes se présentent sous formes des courbes du signal reconstitué ; deux courbes pour chaque algorithme afin de présenter les deux cas : cas d'un rapport de compression relativement faible et le cas d'un rapport de compression relativement élevé. Puis nous avons comparé les résultats de ces méthodes par les critères d'évaluation (le rapport de compression CR et le pourcentage d'erreur PRD). Pour une comparaison plus significative, les résultats sont regroupés dans un

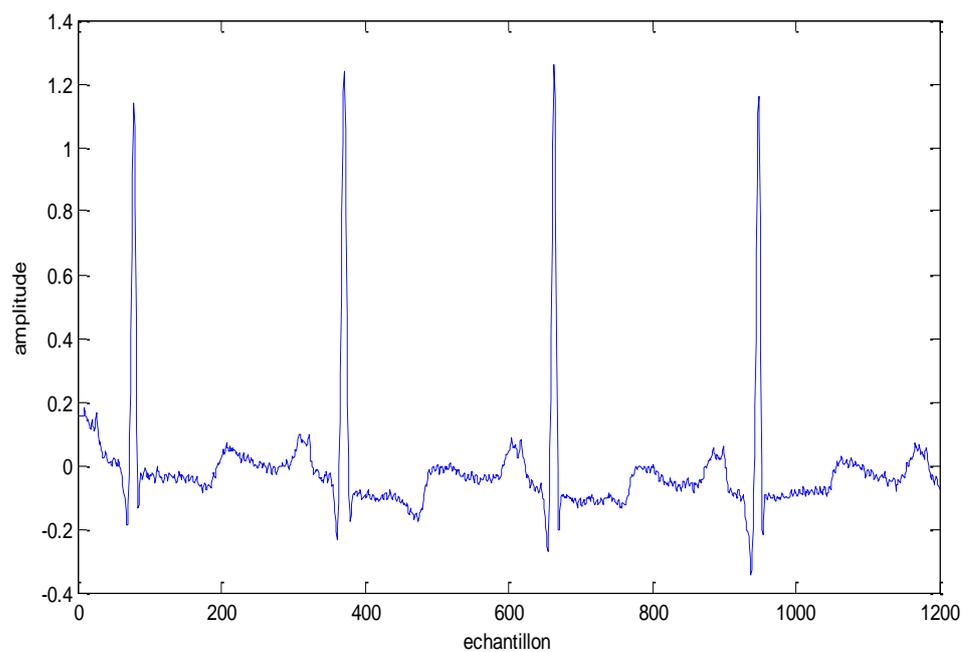
tableau puis nous avons dressé la courbe représentant la variation du rapport de compression avec la variation de la distorsion pour les deux méthodes.

### IV.2.1. Signal ECG sans bruit

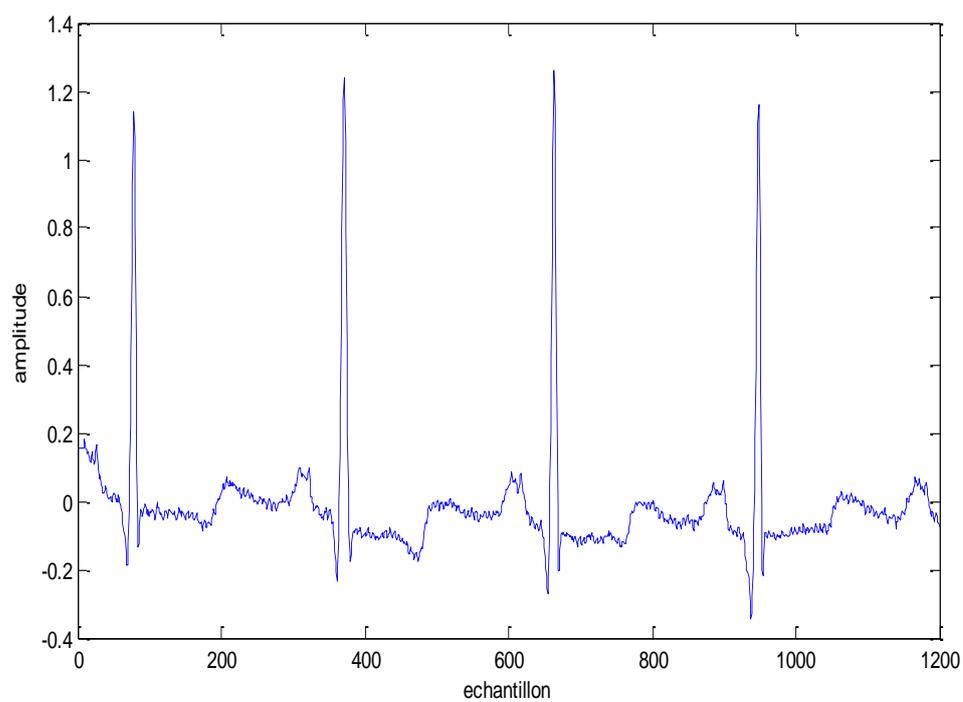


**Figure 4.1.** Signal ECG normale.

### IV.2.1.1. Méthode des splines



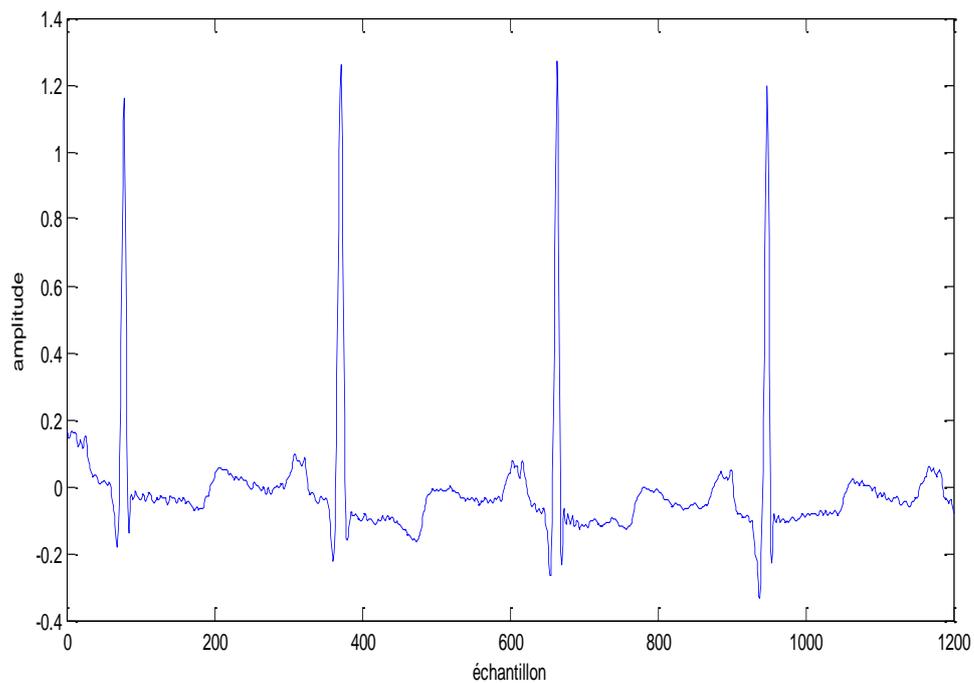
Seuil=0.025 CR=6.2500 PRD=7.4645



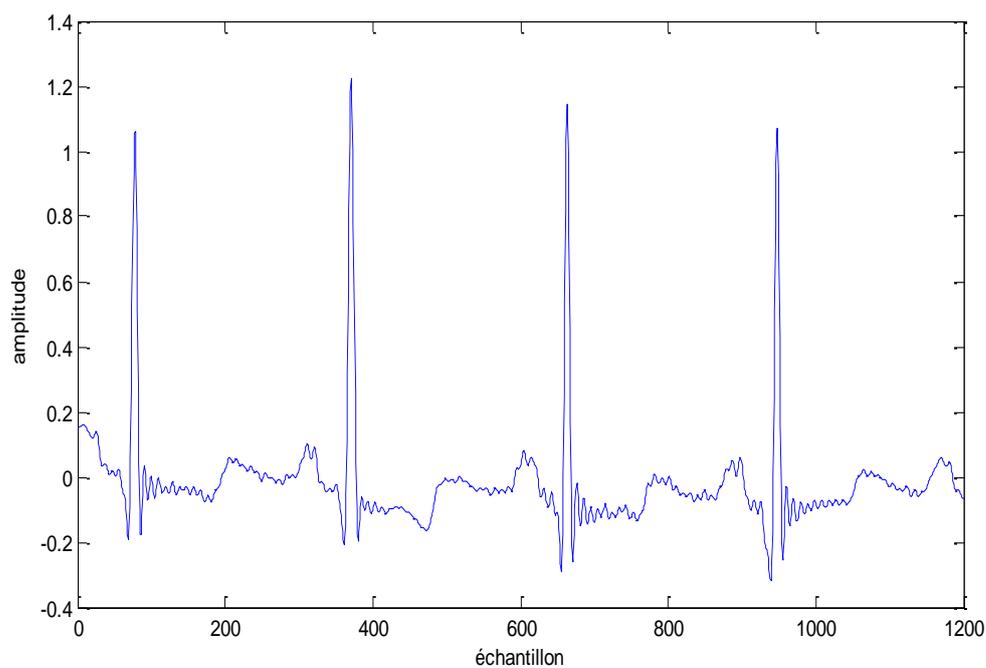
Seuil=0.05 CR=12.9032 PRD=19.4826

**Figure 4.2.** Signal reconstruit par la méthode des splines(ECG) normale.

### IV.2.1.2. La transformation discrète en cosinus(DCT)



CR=3 PRD=4.6548



CR=4.8 PRD=14.4750

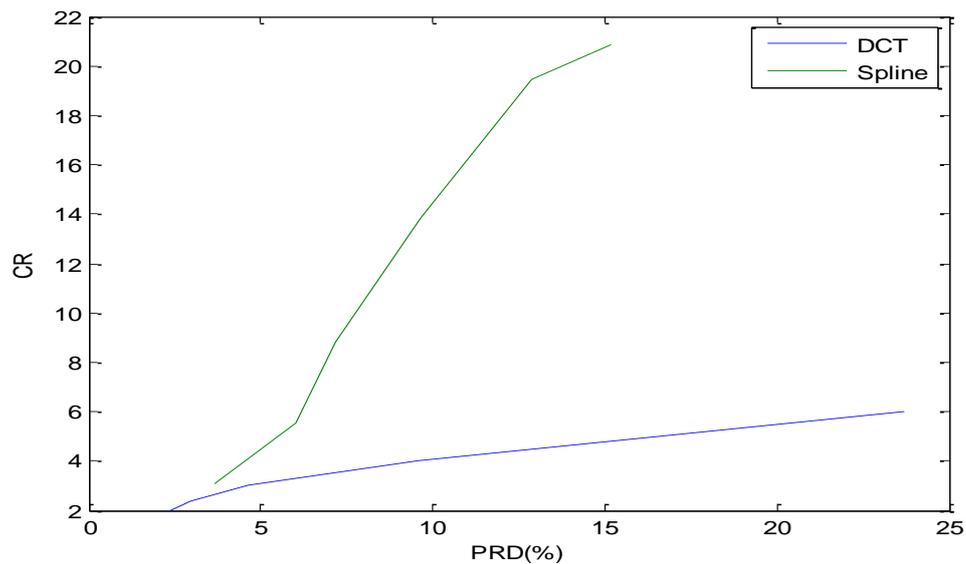
**Figure 4.3.** Signal reconstruit par la méthode DCT(ECG) normale.

### IV.2.1.3. Fonction CR(PRD)

En plus des deux courbes déjà montrées dans les figures (4.2) et (4.3) on ajoute d'autres points CR(PRD) pour qu'on puisse tracer la courbe CR(PRD) avec une meilleure précision. Le tableau suivant résume les résultats des deux méthodes.

	CR	PRD
Spline cubique	3.6364	3.0712
	6.2500	7.6445
	9.6774	13.8606
	12.9032	19.4826
DCT	2.00	2.3287
	3.00	4.6548
	4.80	14.4750
	6	23.7210

**Tableau 4.1.** Evaluation de techniques de compression par critères objectifs.

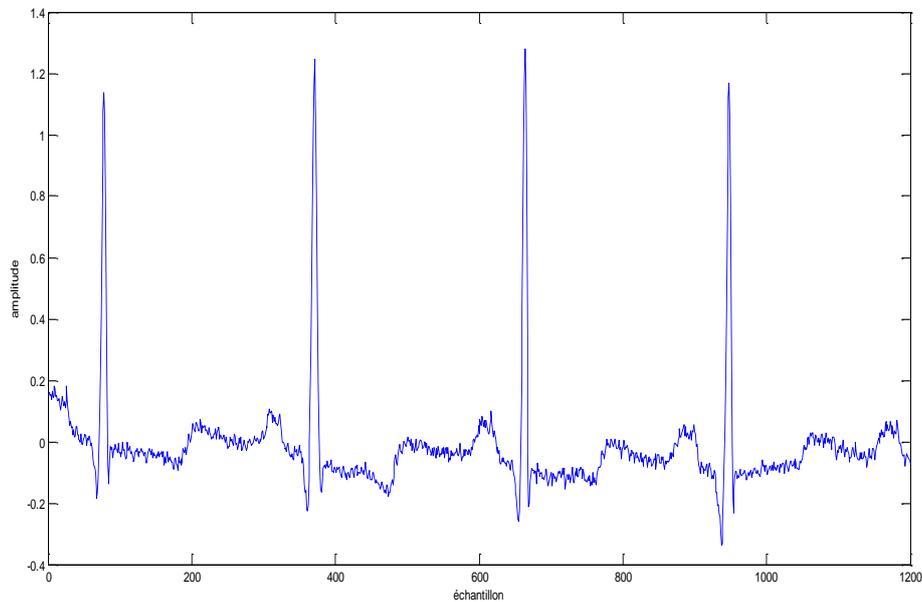


**Figure 4.4.** Courbe représentant la fonction CR(PRD).

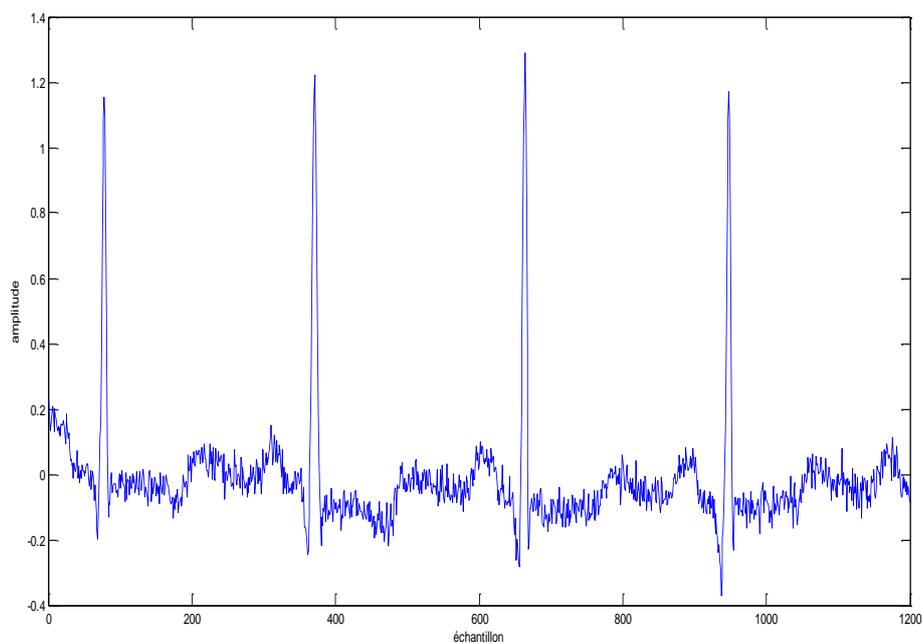
### IV.2.2. Signal ECG bruité

En pratique, les signaux collectés sont souvent contaminés par des bruits tels que le bruit de fond au niveau des capteurs. C'est pourquoi, le test de la réponse des algorithmes de

traitement aux signaux bruités est très important. Dans cette section, on excite nos algorithmes par un signal ECG bruité et un autre fortement bruité (Fig.4.5 et Fig.4.6) et on présente les résultats sous forme de courbes (signal reconstruit), ainsi que les critères objectifs (rapport de compression: CR, et le pourcentage d'erreur: PRD).



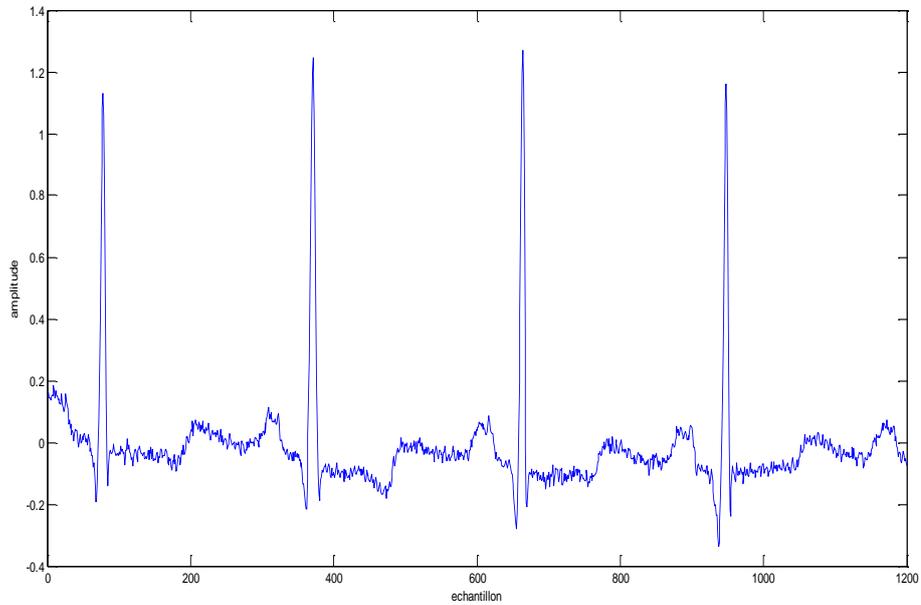
**Figure 4.5.** Signal ECG bruité.



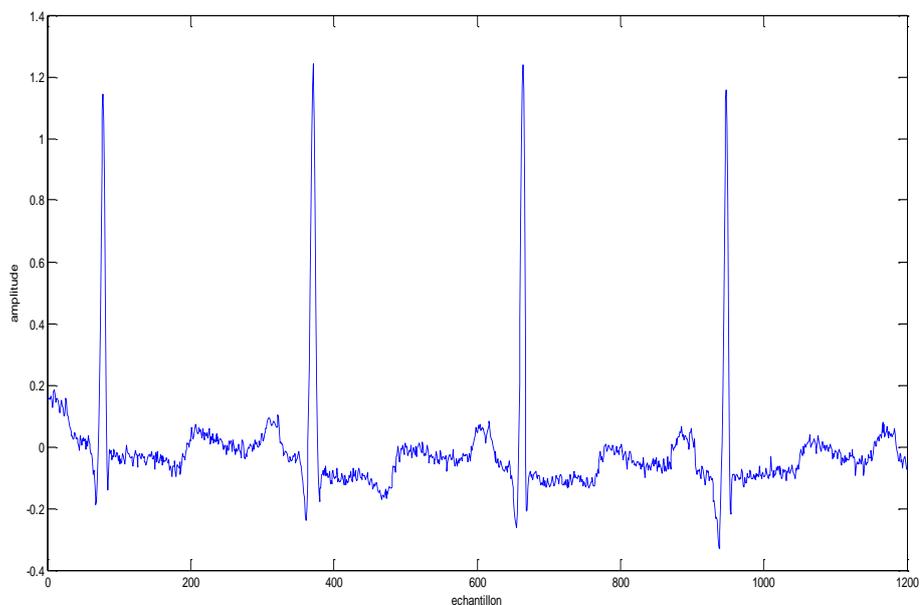
**Figure 4.6.** Signal ECG fortement bruité.

### IV.2.2.1. ECG bruité

#### IV.2.2.1.1. Méthode des splines



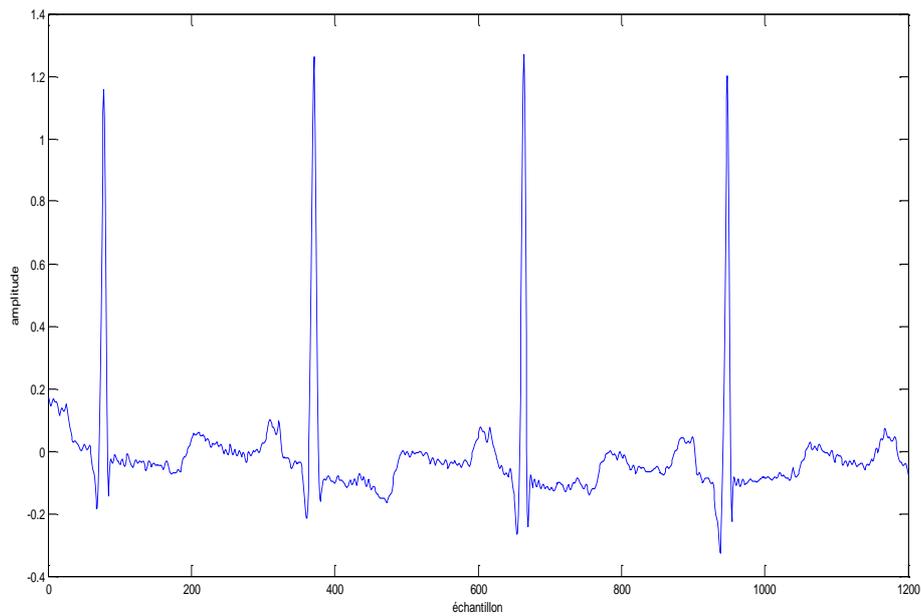
Seuil=0.025 CR=4.2403 PRD=7.8052



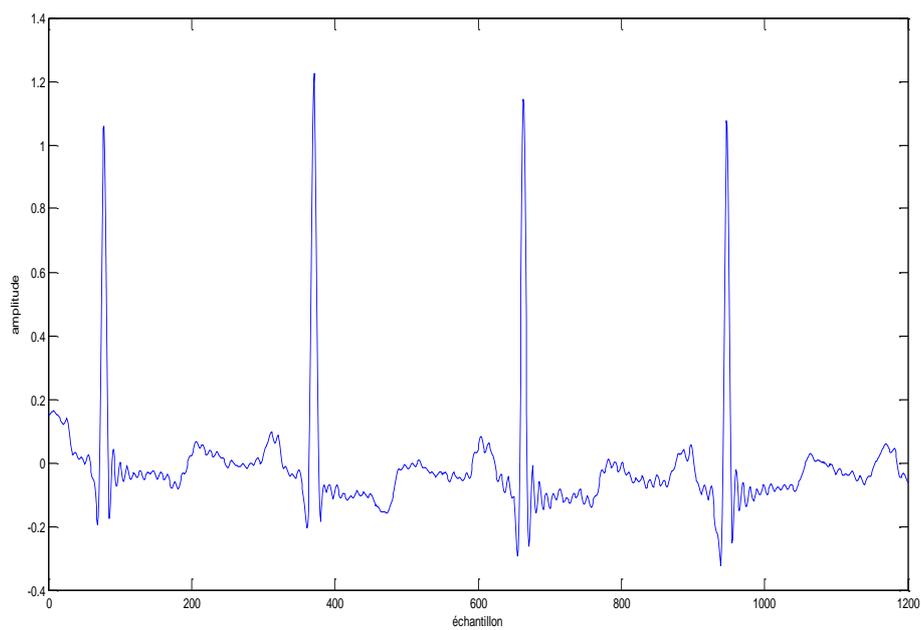
Seuil=0.05 CR=7.9470 PRD=16.1538

**Figure 4.7.** Signal reconstruit par la méthode des splines (ECG) bruité.

### IV.2.2.1.2. La transformation discrète en cosinus(DCT)



CR=3 PRD=6.7087

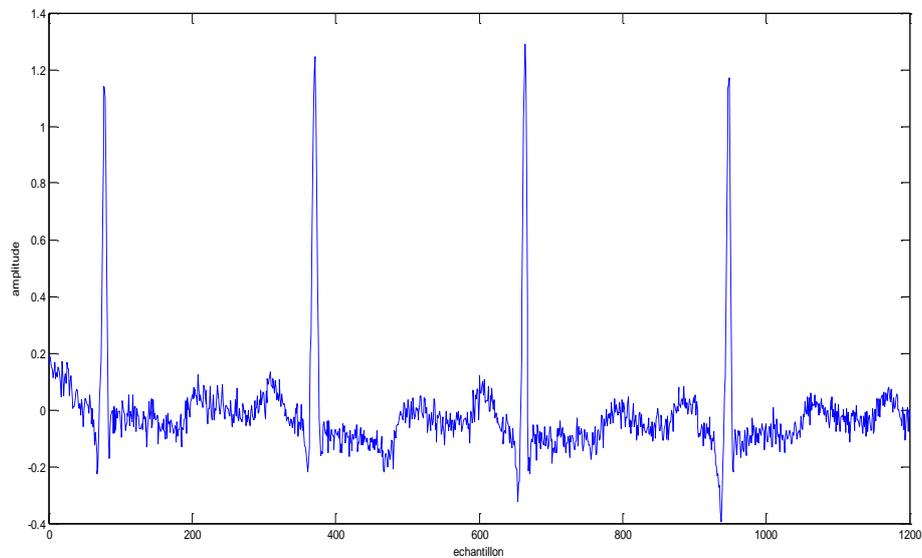


CR=4.8 PRD=15.4015

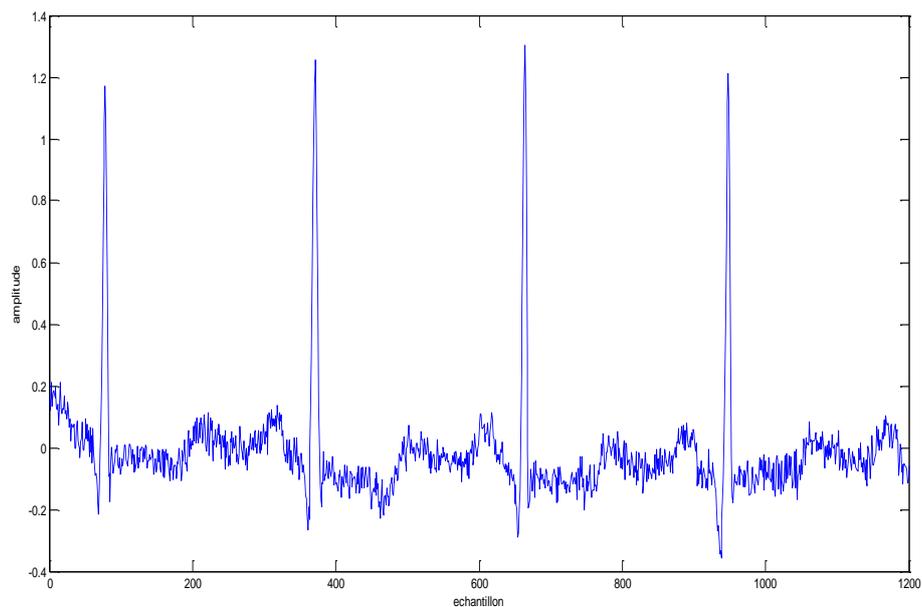
**Figure 4.8.** Signal reconstruit par la méthode DCT (ECG) bruité.

## IV.2.2.2. ECG fortement bruité

### IV.2.2.2.1. Méthode des splines



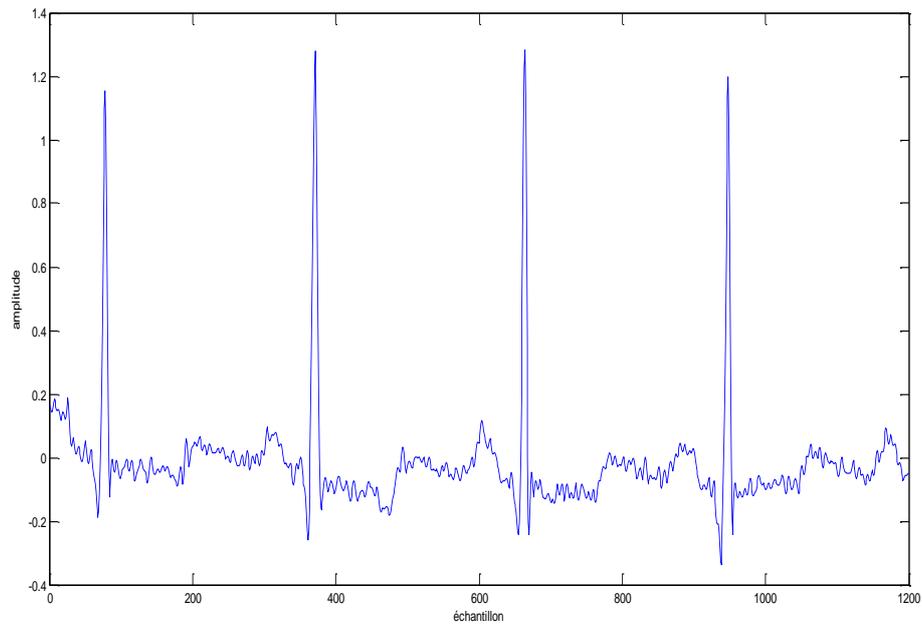
Seuil=0.025 CR=2.667 PRD=5.5478



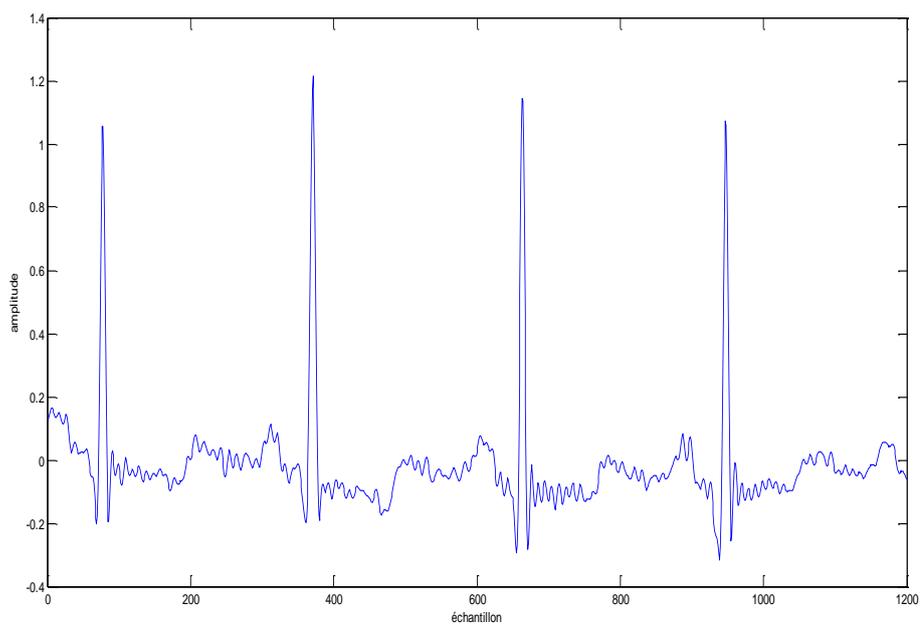
Seuil=0.05 CR=3.3898 PRD=11.1626

**Figure 4.9.** Signal reconstruit par la méthode des splines (ECG) fortement bruité.

### IV.2.2.2.2. La transformation discrète en cosinus(DCT)



CR =3 PRD=14.9638



CR=4.8 PRD=20.7801

**Figure 4.10.** Signal reconstruit par la méthode DCT (ECG) bruité.

### IV.2.3. Discussions

Les méthodes directes de compression se résument à accorder un "modèle " aux échantillons du signal et de ce fait certains de ces échantillons peuvent être reproduits connaissant un nombre minimum d'échantillons et/ou les paramètres du modèle. Les techniques par transformées utilisent les transformées orthogonales pour décorréler les échantillons du signal et approximer ensuite ce signal par les coefficients prépondérants dans l'espace transformé.

Les résultats des tests effectués montrent la différence qui existe au niveau des performances de ces techniques de compression appliquées au signal ECG. Ces performances peuvent être analysées selon trois axes principaux à tenir compte lors des implémentations pratiques:

- La fonction Rapport de compression / Distorsion (CR/PRD).
- L'effet du bruit.
- La qualité du signal reconstruit.

#### IV.2.3.1. La fonction CR/PRD

Nous avons déjà tracé cette fonction pour chaque méthode de compression dans la figure (4.4). On remarque que la méthode des splines présente les meilleurs résultats avec des rapports de compression les plus élevés pour de faibles distorsions. la méthode DCT présente une fonction CR(PR D) plus basse que la méthode des splines.

#### IV.2.3.2. Effet de bruit

Lorsqu'on applique un signal bruité à un algorithme de compression, il est clair que le rapport de compression est dégradé autant que la puissance du bruit est élevée. Pour avoir un rapport de compression (CR) acceptable , il est recommandé d'augmenter la tolérance (seuil). Les résultats des tests montrent que la sensibilité de ces algorithmes aux bruits diffère d'un algorithme à un autre et que l'algorithme des DCT est meilleur vis-à-vis des signaux bruités.

### **IV.2.3.3. Qualité du signal reconstruit**

La plupart des algorithmes de compression entraînent la perte des détails fins et cela d'autant que le rapport de compression est élevé : c'est pour cette raison que dans le cas de l'ECG on doit prendre compte de l'onde P de manière à ne pas dégrader la qualité clinique du signal. La méthode de la DCT induit des ondulations au niveau des points de variation rapides et surtout au niveau de l'onde « QRS ».

### **Conclusion**

A la fin de ce dernier chapitre où nous avons exposé nos résultats et nous avons analysé les performances des deux algorithmes de compression du signal ECG: la méthode des splines et la méthode DCT.

On peut dire que la technique des splines est la meilleur vue quelle accorde un taux de compression plus élevée et que la qualité du signal reconstitue est acceptable pour le cardiologue.

## Conclusion générale

Cette étude nous a permis de voir de plus près les problèmes principaux liés au traitement d'un signal particulier : le signal électrocardiographique qui est un signal aléatoire stationnaire avec un caractère périodique.

La compression du signal ECG est étudiée dans le cadre de la théorie de compression de la forme d'onde d'une manière générale. En effet, la compression est l'élimination de redondance. Cette dernière peut être due à la non-uniformité de distribution des échantillons comme elle peut être due à la dépendance statistique entre les échantillons. Dans ce travail on s'est intéressé uniquement au deuxième type de redondance et on l'élimine par des méthodes dites "irréversibles" car le signal est toujours reconstruit avec une erreur dite "distorsion". Un processus de compression est caractérisé essentiellement par sa complexité de calcul et par ses performances exprimées à l'aide du rapport de compression et de la qualité du signal reconstruit.

Les méthodes de compression sont multiples et on a cité quelques méthodes dans le chapitre 2. Il est intéressant d'appliquer ces différentes techniques sur un signal particulier et voir laquelle des méthodes donne les meilleurs résultats.

Dans ce travail, on a développé deux techniques à savoir: la méthode des splines, et la transformation discrète en cosinus. Ces algorithmes sont développés avec le logiciel de MATLAB et testés sur le signal ECG, mais peuvent être appliqués sur un signal quelconque. Ce travail consiste en une étude comparative de ces deux techniques appliquées sur le signal ECG.

Les résultats montrent que la méthode des splines donne les meilleurs résultats du point de vue de la fonction CR/PRD (Rapport de compression/Distorsion), même la qualité du signal reconstruit est impressionnante. La transformation discrète en cosinus est moins performante au sens de la fonction CR/PRD (Rapport décompression/Distorsion) mais la DCT meilleur vis-à-vis des signaux bruités.

Pour un signal ECG bruité, le rapport de compression est dégradé pour la méthode avec tolérance (seuil) et pour maintenir un rapport de compression acceptable on doit augmenter le seuil de tolérance. Il est noté que la DCT présente une propriété intéressante, à savoir l'élimination du bruit, ce qui fait un filtrage intrinsèque du signal.

Enfin, pour une implémentation pratique, le choix d'une technique de compression dépend de plusieurs facteurs, tel que:

- L'objectif visé de la compression est principalement la qualité clinique du signal reconstruit exigée par le spécialiste.
- La puissance de calcul des moyens disponibles.
- La présence du bruit dans le signal original.

# Bibliographie

- [1] Shirley A. Jones "ECG Success Exercises in ECG Interpretation", by F. A. Davis Company, 2008.
- [2] Gari D. Clifford, Francisco Azuaje, Patrick E. McSharry "Advanced Methods and Tools for ECG Data Analysis", ARTECH HOUSE, INC, 2006.
- [3] Andrew R. HOUGHTON et David GRAY. 2003. Editions MASSON: Maîtriser l'ECG de la théorie à la clinique.
- [4] M.L.TALBI «analyse et traitement du signal électrocardiographique (ECG) » Thèse de doctorat 2011.
- [5] Bernard DENIS « Les bases électrophysiologiques de l'électrocardiogramme » Janvier 2005.
- [6] D.BERKANI thèse de doctorat.
- [7] L.RAHMOUNE K.HAFFACI «compression d'un signal : application en biomédical au signal électrocardiographique » thèse d'ingénieur d'état ENP 2011.
- [8] N.BOUALI « Compression du Signal Electrocardiographique » thèse de magister ENP 1999.
- [9] Stéphane BAZEILLE et Paul HEMAR « Raport d'image numerique » université de Rochelle 2004.
- [10] Projet : « Tables d'associations symétriques et compression LZW » Université Paris 7. Année 2008-2009.
- [11] C.TAOUCHE « Implémentation d'un Environnement Parallèle pour la Compression d'Images à l'aide des Fractales » thèse de magistère 2005.
- [12] E. ZEYBEK «Compression multimodale du signal et de l'image en utilisant un seul codeur ».2011
- [13] Gersho (A) et Gray (R.M) « vector quantization and signal compression » Boston, kluwer academic publishers 1992
- [14] D.TCHIOTSOP « Modalisation polynomiale des signaux ECG ». Application a la compression 2007.
- [15] Prof R.Baliarsingh « IMAGE COMPRESSION USING DISCRETE COSINE TRANSFORM & DISCRETE WAVELET TRANSFORM »
- [16] N. Ahmed, T. Natarajan, and K. R. Rao, "Discrete cosine transform," publication IEEE .

[17] Syed Ali Khayam «The Discrete Cosine Transform (DCT): Theory and Application1» Michigan State University Mars 2003.

[18] Sky McKinley and Megan Levine « Cubic Spline Interpolation»

[19] Nievergelt “Splines in Single and Multivariable Calculus ». 1993

[20] <http://www.physionet.org/physiobank/database>. MIT-BIH Arrhythmia Database.