

M0029/04B

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Ecole Nationale Polytechnique



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Mémoire de Magister

Présenté par M^{elle} Boucherit Nabila, Ingénieur en Génie des Procédés.
En vue de l'obtention du diplôme de Magister en Génie Chimique

THEME :

ELABORATION D'UN NOUVEAU MODELE DE PERTES DE CHARGE DANS LES LITS FIXES

Soutenu le 29 / 11 / 2004 devant le jury composé de :

Dr. C. E. Chitour
Dr. F. Bentahar
Dr. C. Boutekdjiret
Dr. A. Selatnia
Dr. R. Derriche
Dr. M.N. Bouaziz
Dr. S. Hanini

Professeur ENP Alger
Professeur USTHB Alger
Maître de conférences ENP Alger
Maître de conférences ENP Alger
Maître de conférences ENP Alger
Chargé de cours C.U. de Médéa
Maître de conférences C. U. de Médéa

Président
Examinatrice
Examinatrice
Examinateur
Co-rapportrice
Membre invité
Directeur de mémoire

2003-2004

Remerciements

Louange à Dieu "Allah " le tout puissant qui par sa grâce je suis arrivée à tracer les derniers mots de ce mémoire.

Par ailleurs, je tiens à remercier vivement et du fond de cœur mon promoteur Dr.S.HANINI: maître de conférences au Centre Universitaire de Médéa, son jugement et ses conseils et qui a fortement enrichi ma formation et ma co-promotrice Mme. R. DERRICHE : Maître de conférences à l'Ecole Nationale Polytechnique, qui m'a aidée précieusement par ses conseils, ses critiques, et d'avoir accepté de diriger cette recherche, je lui exprime toute gratitude et tous mes respects.

J'exprime mes sincères remerciements à :

Mr.C.E.CHITOUR, professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique, de l'honneur qu'il me fait de bien vouloir assurer la présidence de ce jury.

Mme. F. BENTAHAR, professeur à l'USTHB, Mr. A. SELATNIA, maître de conférences à l'Ecole Nationale Polytechnique, Mme. BOUTEKDJIRET, Maître de conférences à l'Ecole Nationale Polytechnique qui ont accepté de juger ce travail. Qu'ils trouvent ici l'expression de mes vifs remerciements.

J'adresse également mes remerciements Mr. M.N. BOUAZIZ, Chargé de cours au Centre Universitaire de Médéa qui a accepté l'invitation à la participation dans le jugement de ce travail.

Je tient à remercier également les personnels du service physico-chimie de la filiale Antibiotical de MEDEA, en particulier messieurs : H. HABOUCHI, B. BENAAD, et T. CHERIF, ainsi que Mme S. KERRACHE, pour leurs soutien et leurs encouragements.

Finalement, je remercie toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

Résumé :

Elaboration d'un nouveau modèle de pertes de charge dans les lits fixes

Le but de ce travail consiste à l'élaboration d'un nouveau modèle de pertes de charge en s'articulant sur une approche géométrique, valable pour les deux modes de régimes d'écoulement : laminaire et turbulent, afin de déterminer les paramètres de structuration : surface spécifique dynamique, tortuosité, et perméabilité, après avoir estimé les coefficients de singularité et de frottement dû à la turbulence. Ce modèle tient compte des effets de la rugosité, de la singularité et de la non uniformité de la section de passage du capillaire.

Le modèle établi a été validé d'une part sur un lit fixe de particules sphériques de bille de verre et nous a conduit à des résultats très proches par rapport à ceux obtenus dans la littérature, et d'autre part, il a été appliqué sur un milieu consolidé de *Luffa Cylindrica* dont les principales caractéristiques structurales ont été déterminées.

Le modèle a été confronté et comparé graphiquement avec les principaux modèles classiques : *Darcy*, *Kozeny-Carman*, *Blake-Kozeny*, *Ergun*, *Comiti*, *Foscolo* et *MacDonalds*.

Et finalement, le modèle proposé a été simulé, afin de présenter l'évolution de la perte de charge en fonction du nombre de Reynolds et de certaines propriétés de structurations du milieu poreux.

Mots clés :

Milieu poreux - Lit fixe - *Luffa Cylindrica* - Modèle capillaire - Pertes de charge - Paramètres de structuration.

Abstract:

Development of a new model of pressure drop in the fixed beds

The present study is devoted to elaborate a new geometric-type flow model valid for the two modes of flow: laminar and turbulent in order to calculate the structural parameters: dynamic specific surface area, tortuosity and permeability, after having estimated the coefficient of singular friction and the coefficient of friction of turbulence. This model takes account of the effects of roughness, singularity and the non uniformity of the bypass section of the capillary.

The established model was validated on one hand, on a fixed bed of spherical particles ball of glass, and led us to results very near to those obtained in the literature, and on the other hand, it was apply on a consolidated medium of *Luffa Cylindrica*, of wich the principal structural characteristics were given.

The model was confronted and compared graphically with the principal models: *Darcy*, *Kozeny-Carman*, *Blake-Kozeny*, *Ergun*, *Comiti*, *Foscolo* and *MacDonalds*.

Finally, the proposed model was simulated in dimension 3D, in order to present the evolution of the pressure drop according some structural properties of the porous media.

Key words:

Porous media - Fixed bed - *Luffa Cylindrica* - Capillary model - Pressure drop - Structural parameters.

اقترح نموذج جديد لفقدان الضغط في الأسرة الثابتة

الهدف من هذا العمل هو اقتراح نموذج جديد قائم على تقريب هننسي صالح على طول مجال عند رينولدز، المحتوي على الأضوار الهادئ و المضطرب، من أجل حساب العوامل الهيكلية للاوساط المسامية: المساحة السطحية، عامل الالتواء، و درجة الانسياب، و هذا بعد تقييم عامل الاحتكاك الناتج عن الاضطراب. هذا النموذج، يأخذ بعين الاعتبار تأثير درجة خشونة، الانعراجية، و عدم انتظام المساحة المسامية للانسياب.

من جهةٍ قيم هذا النموذج على وسط كروي زجاجي، مما أدى إلى تحديد مميزات هذا الوسط. النتائج المتحصل عليها هنا كانت متقاربة جدا مع النتائج المرجعية.

و من جهةٍ أخرى تم تطبيق هذا النموذج على وسط ملتحم متكون من اليا ف الكوسة، حيث تم تحديد مميزات الهيكلية. النموذج المتحصل عليه تمت مطابقته و مقارنته هندسيا مع النماذج الكلاسيكية: دارسي، كورني-كرمن، أرفون، كوميتي، ماك دونالد و فوسكولو.

و أخيرا، النموذج تم تمثيله فضائيا (3/ابعاد)، من أجل تبيان تطور الفقدان في الضغط بدلالة العوامل الهيكلية.

الكلمات الجوهرية:

وسط مسامي - سرير مثبت - ألياف الكوسة - نموذج أنبوبي - الفرق في الضغط - العوامل الهيكلية.

Sommaire

Introduction générale	1
------------------------------------	---

Partie 1 : Pertes de charge dans les milieux poreux en lits fixes

Introduction.....	3
1. Définitions	3
1.1. Milieu poreux	3
1. Forme non consolidée.....	3
2. Forme consolidée.....	3
1.2. Anisotropie des milieux poreux	3
1.3. Lit fixe	4
1.4. Lit fluidisé.....	4
1.5. Propriétés physiques et structurales d'un milieu poreux	4
1. Masse volumique	4
2. Porosité	5
3. Surface spécifique	6
4. Diamètre équivalent de la particule	7
5. Tortuosité	7
6. Rugosité.....	8
7. Perméabilité	9
8. Taux de recouvrement.....	9
1.6. Types de fluides	10
1. Fluide newtonien	10
2. Fluide non newtonien	11
1.7. Régimes d'écoulement	12
2. Interaction fluide-solide	14
2.1. Perte de charge.....	14
2.2. Coefficient de perte de charge ou coefficient de frottement	14
1. Coefficient de perte de charge linéaire	14
2. Coefficient de perte de charge singulier	15
2.3. Mesure de la perte de charge.....	16
3. Lois d'écoulement	16
3.1. Loi de Poiseuille.....	16
3.2. Loi de Darcy.....	17
3.3. Loi de Reynolds.....	17
4. Modèles d'écoulement.....	17
4.1. Modèles phénoménologiques	17
4.2. Modèles capillaires	18
1. Modèle de Kozeny-Carman.....	18
2. Modèle d'Ergun	20
3. Modèle de MacDonald et coll.	22
4. Modèle général de Darcy-Brinkman-Forcheimer	23
5. Modèle de Comiti.....	24
6. Modèle d'Ingmanson et Andrews.....	26

4.3. Modèles statistiques	26
4.4. Modèles fondés sur la résolution des équations de Navier-Stokes	26
4.5. Modèles physiques	27
4.6. Modèles fondés sur l'écoulement autour d'objets immergés	27
Conclusion	28
Bibliographie	

Partie 2 : Modélisation, validation et application

Introduction	29
1. Hypothèses simplificatrices	29
2. Estimation des paramètres du modèle	30
2.1. Estimation de la vitesse dans le capillaire rugueux	30
2.2. Estimation du diamètre hydraulique	33
2.3. Estimation du coefficient de frottement linéaire	33
2.4. Correction du terme dû à la dégradation de l'énergie cinétique	36
2.5. Estimation du coefficient de frottement singulier dans le pore	37
2.6. Correction du terme dû à l'effet des parois	40
3. Etablissement du modèle	40
4. Forme adimensionnelle	42
5. Détermination des paramètres de structuration de divers empilements	43
5.1. Estimation du coefficient de frottement dû à la turbulence	43
5.2. Calcul des paramètres de structuration α_d , τ et B_0	44
5.3. Evaluation des coefficients de rugosité et de singularité unitaire pour chaque géométrie	47
1. Cas des sphères	47
2. Cas des plaquettes	48
3. Cas des fibres	49
5.4. Effet de bord de la conduite limitant le milieu poreux	50
5.5. Test du modèle sur l'empilement de bille de verre	52
6. Application du modèle sur un lit fixe de <i>Luffa Cylindrica</i>	54
6.1. Description de la <i>Luffa Cylindrica</i>	54
1. Description botanique	54
2. Analyse par microscope électronique à balayage	55
3. Analyse par microscope optique	56
4. Propriétés et applications	56
6.2. Détermination des propriétés structurales d'un lit fixe de <i>Luffa Cylindrica</i>	56
1. Ecoulement de l'air	56
A. Protocole expérimental et mode opératoire	56
B. Préparation de l'échantillon	57
C. Calcul de la porosité du lit	58
D. Présentation des résultats	59
E. Discussion et interprétation	59
2. Ecoulement de l'eau	60
3. Ecoulement de l'essence	61
7. Confrontation avec les modèles capillaires existants	61
7.1. Modèle de Darcy	62
7.2. Modèle de Blake-Kozeny	62
7.3. Modèle de Kozeny-Carman	63

7.4 Modèle d'Ergun	63
7.5. Modèle de Comiti.....	64
8. Comparaison du modèle avec les principaux modèles de perte de charge.....	65
9. Simulation.....	68
Conclusion.....	70
Bibliographie	
Conclusion générale.....	71
Annexe	

Liste des figures

Liste des figures



Figure 1.1. Schéma d'un lit fluidisé.	4
Figure 1.2. Définition de la tortuosité lors de l'écoulement d'un fluide dans un milieu poreux non consolidé	7
Figure 1.3. Modèle capillaire : définition de la tortuosité.	8
Figure 1.4. Différentes formes de la rugosité.	9
Figure 1.5. Relation : gradient de la vitesse en fonction de la contrainte visqueuse pour un fluide newtonien et un fluide non newtonien.	11
Figure 1.6. Écoulement d'un fluide newtonien.	11
Figure 1.7. Ecoulement laminaire dans une conduite cylindrique.	13
Figure 1.8. Fluctuation de la vitesse en régime turbulent.	13
Figure 1.9. Ecoulement turbulent dans une conduite cylindrique.	14
Figure 1.10. Principe de mesure de la perte de charge.	16
Figure 1.11. Illustration du modèle capillaire de <i>Kozeny- Carman</i> .	19
Figure 1.12. Illustration graphique du modèle d' <i>Ergun</i> .	22
Figure 1.13. Plaquette plane de côté (a) et d'épaisseur (e).	24
Figure 1.14. Pore à axe brisé : modèle de <i>Le Goff</i> .	24
Figure 2.1. Visualisation du capillaire rugueux non uniforme avec une certaine singularité du milieu poreux, pour une section elliptique.	30
Figure 2.2. Visualisation de l'espace près de la paroi d'une canalisation rugueuse.	36
Figure 2.3. Visualisation des angles α_i et θ d'un écoulement fluide à travers un empilage sphérique	47
Figure 2.4. Ecoulement d'un fluide à travers un empilage de plaquettes.	48
Figure 2.5. Evolution de la perte de pression en fonction de la vitesse en fût vide pour un lit fixe de billes de verre.	53
Figure 2.6. Validation du modèle proposé sur un empilage de particules sphériques de billes de verre.	53
Figure 2.7.a. Coupe transversale de <i>Luffa Cylindrica</i> .	55
Figure 2.7.b. Coupe longitudinale de la <i>Luffa Cylindrica</i> .	55
Figure 2.8. Cordon en coupe transversale par microscope électronique à balayage, $e: 50\mu$	55

Figure 2.9. Structure au microscope optique de Luffa Cylindrica.	56
Figure 2.10. Montage expérimental.	57
Figure 2.11. Echantillon de la face externe du mur de Luffa Cylindrica	57
Figure 2.12. Echantillon de la face interne du mur de Luffa Cylindrica	58
Figure 2.13. Comparaison du modèle proposé avec les modèles de Comiti [3], Ergun [7], MacDonald [9], et Foscolo [28], pour un lit fixe de plaquettes de porosité ($\varepsilon = 0.31$).	65
Figure 2.14. Comparaison du modèle proposé avec les modèles de Comiti [3], Ergun [7], MacDonald [9], et Foscolo [29], pour un lit fixe de plaquettes de porosité ($\varepsilon = 0.46$).	65
Figure 2.15. Comparaison du modèle proposé avec les modèles de Comiti [3], Ergun [7], MacDonald [9], et Foscolo [29], pour un lit fixe de plaquettes de porosité ($\varepsilon = 0.52$).	66
Figure 2.16. Comparaison du modèle proposé avec les modèles de Comiti [3], Ergun [7], MacDonald [9], et Foscolo [29], pour un lit fixe de fibres de Nylon ($l_f/d_f=330$, $\varepsilon = 0.835$).	66
Figure 2.17. Comparaison du modèle proposé avec les modèles de Comiti [3], Ergun [7], MacDonald [9], et Foscolo [29], pour un lit fixe de fibres de Nylon ($l_f/d_f=280$, $\varepsilon = 0.874$).	67
Figure 2.18. Comparaison du modèle proposé avec les modèles de Comiti [3], Ergun [7], MacDonald [9], et Foscolo [29] pour un lit fixe de fibres de Dacron ($l_f/d_f=310$, $\varepsilon = 0.831$).	67
Figure 2.19. Evolution de la perte de charge en fonction de la surface spécifique dynamique pour différentes valeurs Re, cas d'un milieu constitué de fibres.	68
Figure 2.20. Evolution de la perte de charge en fonction de la tortuosité pour différentes valeurs Re, cas d'un milieu constitué de fibres.	69
Figure 2.22. Evolution de la perte de charge en fonction de la porosité pour différentes valeurs Re, cas d'un milieu constitué de fibres.	69

Liste des tableaux

Liste des tableaux

Tableau 1.1. Quelques arrangements systématiques des sphères et leurs porosités.	10
Tableau 1.2. Valeurs de K_0 pour différentes formes de section.	20
Tableau 2.1. Quelques valeurs de β, α pour certaines géométries de pore.	32
Tableau 2.2. Expressions des surfaces spécifiques exprimées pour quelques géométries de particules.	34
Tableau 2.3. Calcul des singularités de différentes géométries de coudes.	39
Tableau 2.4. Données expérimentales de la perte de charge à travers les lits fixes avec résultats de la linéarisation de certains auteurs.	45
Tableau 2.5. Calculs des paramètres de structuration, à partir du modèle proposé en utilisant les résultats de <i>Hamini, Mauret et Zerouati</i> .	46
Tableau 2.6. Calculs des paramètres de structuration, à partir du modèle proposé en utilisant les résultats de <i>Comiti</i> .	46
Tableau 2.7. Caractéristiques des fibres utilisées par <i>Ingmanson et Mauret</i> .	49
Tableau 2.8. Calculs des paramètres de structuration à partir du modèle proposé en utilisant les résultats de <i>Comiti et Mauret</i> , avec effet de la paroi.	51
Tableau 2.9. Valeurs moyennes des coefficients $(\bar{f}/2), \bar{\xi}_\theta^*, \bar{\zeta}_e$ et de l'angle $\bar{\theta}$ pour différentes géométries	52
Tableau 2.10. Détermination des paramètres de structuration pour les lits de billes, $d = 2.21\text{mm}, \varepsilon = 0.36$.	54
Tableau 2.11. Valeurs de la porosité obtenues pour chaque configuration.	58
Tableau 2.12. Résultats de la régression linéaire pour chaque type de configuration et calcul des paramètres de structuration d'un milieu consolidé de cordons de <i>Luffa Cylindrica</i> .	59
Tableau 2.13. Détermination des paramètres de structuration pour les lits enroulés de <i>Luffa Cylindrica</i> .	60
Tableau 2.14. Détermination des paramètres de structuration pour les fibres de <i>Luffa Cylindrica</i> .	61

Nomenclature

Nomenclature

Symbole	Désignation	Unité
A	Surface caractéristique d'application de la force.	m ²
A _S	Surface de l'échantillon poreux normale à la section de l'écoulement.	m ²
a	Surface spécifique du milieu poreux.	m ² /m ³
a _d	Surface spécifique dynamique.	m ² /m ³
a _m	Surface spécifique massique.	m ² ·g ⁻¹
a _s	Surface spécifique statique.	m ² /m ³
b	Coefficient d'Ingmanson.	l
B ₀	Perméabilité du milieu poreux.	m ²
C	Coefficient d'inertie.	m ⁻¹
C _D	Coefficient de traînée.	—
C _K	Coefficient de forme de Kozeny.	l
C _P	Coefficient de portance.	—
D	Diamètre de la conduite.	m
d _{eq}	Diamètre équivalent de la particule.	m
d _f	Diamètre moyen de la fibre.	m
d _H	Diamètre hydraulique du pore.	m
d _p	Diamètre du pore.	m
dF	Résultante des forces de frottement.	N
E	Consistance du fluide.	Kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹
F	Coefficient de Forscheimer.	l
F _c	Force exercée par le fluide sur la surface solide.	Kg·m·s ⁻²
f ₂	Coefficient de frottement linéaire.	l
f _c	Coefficient de frottement dans une conduite.	l
f _k	Coefficient de frottement défini par Ergun.	l
f' _k	Coefficient de frottement défini par MacDonald.	l
f _p	Coefficient de frottement dans le capillaire.	l
g	Accélération de la pesanteur	m·s ⁻²
H	Hauteur du milieu poreux.	m
k	Hauteur des aspérités ou rugosité absolue	m
K _c	Energie cinétique caractéristique par unité de volume.	Kg·m ² /s ²
l	Longueur équivalente produisant la même perte de charge linéaire.	m
L	Longueur réelle du milieu poreux.	m
L ₀	Longueur géométrique du milieu poreux.	m
L _e	Longueur d'établissement.	m
L _p	Longueur du capillaire.	m
m _e	Masse du liquide associé.	Kg
m _s	Masse solide de l'échantillon poreux.	Kg
m _T	Masse totale : somme de la masse solide et la masse du liquide associée au solide.	Kg
N _c	Nombre de pore.	l
n	Indice de comportement.	l
R	Rayon de la conduite.	m
Re	Nombre de Reynolds.	l
Re _c	Nombre de Reynolds critique.	l
Re _p	Nombre de Reynolds de la particule.	l
R	Rayon de la conduite.	m
S	Surface latérale des pores.	m ²

S_m	Surface totale mouillée des particules.	m^2
S_{mp}	Surface moyenne des particules.	m^2
t	Temps.	s
U	Vitesse de circulation du fluide.	$m.s^{-1}$
U_0	Vitesse de fluide en fût vide.	$m.s^{-1}$
U_r	Vitesse de circulation du fluide dans le capillaire rugueux.	$m.s^{-1}$
\bar{U}	Vitesse moyenne d'écoulement.	$m.s^{-1}$
V_a	Volume apparent des particules	m^3
V_{mp}	Volume moyen des particules	m^3
V_T	Volume total de l'échantillon poreux.	m^3
V_s	Volume solide poreux.	m^3
V_V	Volume du vide.	m^3
Y	Espace entre les deux couches fluides.	m
x	Direction d'écoulement.	l

Symboles Grecs

		Unité
α_i	Angle d'inclinaison définie par Kozeny	(°)
ΔH	Différences de niveaux en en amont et en aval de l'échantillon poreux.	m
ΔP	Perte de pression dans le milieu poreux.	$N.m^{-2}$
δ	Epaisseur de la couche limite	m
ε	Porosité du milieu poreux.	l
ε_t	Porosité totale du milieu poreux.	l
η	Coefficient de frottement défini par <i>Ahmed et Sumada</i> .	l
μ	Viscosité dynamique du fluide.	$Kg.m^{-1}.s^{-1}$
μ_s	Masse surfacique.	$Kg.m^{-2}$
ν	Viscosité cinématique du fluide.	$m^2.s^{-1}$
ρ	Masse volumique du fluide.	$Kg.m^{-3}$
ρ_a	Masse volumique apparente.	$Kg.m^{-3}$
ρ_H	Masse volumique humide d'un milieu fibreux.	$Kg.m^{-3}$
ρ_s	Masse volumique du solide sec.	$Kg.m^{-3}$
ρ_l	Masse volumique du liquide associé au solide	$Kg.m^{-3}$
λ	Coefficient de perte de charge	l
τ	Tortuosité du milieu poreux.	l
$\bar{\tau}$	Tortuosité moyenne du milieu poreux.	l
ξ_t	Coefficient de frottement singulier.	l
ζ_e	Coefficient de rugosité relative du capillaire.	l
ω	Contrainte visqueuse de frottement.	$N.m^2$

Introduction générale

Les milieux poreux constituent des éléments essentiels de nombreux processus de l'industrie, ils peuvent se présenter sous forme de matériaux homogènes ou composites, en effet, l'écoulement d'un ou plusieurs fluides à travers ces milieux tient une place prépondérante.

En raison de leurs applications industrielles de tels phénomènes font l'objet de nombreuses études théoriques et expérimentales, ces études concernant les milieux poreux de formes diverses non consolidées, ont été depuis longtemps le souci permanent des chercheurs et ingénieurs ceci dans le but : de mieux comprendre les phénomènes mis en cause ; d'établir la corrélation existante entre la perte de charge et la vitesse d'écoulement ; de prévoir avec plus au moins de précision le dimensionnement et la performance des installations hydrodynamiques utilisées dans l'industrie chimique ; et enfin de développer de façon plus spécifique certaines propriétés des milieux poreux.

La connaissance des paramètres de structuration, (notamment la perméabilité) revêt une importance capitale et indispensable dans plusieurs domaines. La mesure de ces paramètres pose un certain nombre de problèmes de nature différente liée à la définition même de la perméabilité, à l'écriture des modèles de transfert couplés (hydrodynamique- chaleur- masse), aux méthodes expérimentales utilisées, et aux caractéristiques rhéologiques du fluide et celles du milieu poreux. La limitation des modèles classiques établis pour une et/ou deux contributions (visqueuses, inertielle), s'intéresse uniquement aux capillaires identiques et réguliers. Or, les milieux poreux réels sont caractérisés par des variations non régulières et singulières des capillaires avec une certaine discontinuité de l'écoulement du fluide.

Par ailleurs la non linéarité de la loi de Darcy est due essentiellement aux champs de contraintes, à la nature du milieu poreux, son anisotropie, à l'arrangement spatiale des particules, à la distribution des tailles des pores ainsi que du régime d'écoulement dont les transitions entre les régimes restent floues et qu'elles peuvent varier d'une étude à une autre.

Les études antérieures montrent, d'une part que la plupart d'entre elles concernent les lits fixes de particules sphériques, de grains et de particules cylindriques de faible rapport longueur sur diamètre, c'est-à-dire les lits fixes de particules relativement isotropes, les lits de particules anisotropes ont été beaucoup moins étudiés, d'autre part, on note que les lits constitués de fibres végétales qui représentent une forte porosité dans une configuration spatiale aléatoire sont peu étudiés. A cet fin, cette étude consiste à l'élaboration d'un nouveau modèle de perte

de charge valable pour les deux modes de régimes d'écoulement, en utilisant une approche géométrique partant d'un modèle capillaire singulier à faible, moyenne et forte porosité.

Après une introduction mentionnant l'objectif de l'étude, le mémoire s'organise en deux parties, une conclusion générale et une bibliographie.

Dans la première partie nous allons présenter une étude bibliographique sur les écoulements des fluides à travers les milieux poreux avec une description générale sur les milieux poreux, dont le but est de découvrir les différentes approches employées et les modèles mathématiques proposés dans la littérature en s'articulant particulièrement sur les modèles géométriques.

Introduction générale

La seconde partie sera consacrée à l'élaboration d'un nouveau modèle de pertes de charge de l'écoulement d'un fluide à travers un milieu poreux en tenant compte de la rugosité, de la singularité et de la non uniformité du capillaire. L'articulation sur certaines hypothèses simplificatrices, nous a permis de déterminer les paramètres de structuration à savoir : la surface spécifique dynamique, la tortuosité et la perméabilité.

Le modèle établi sera validé sur les lits de particules sphériques, plaquettes parallélépipédiques et fibres synthétiques en utilisant les résultats issus de la littérature, après avoir estimé les coefficients de singularité et de frottement dû à la turbulence pour chaque géométrie de particule constituant le milieu poreux. Dans ce contexte, nous avons testé le modèle afin de montrer l'effet de bord de la conduite limitant le milieu poreux. Une étude particulière sera consacrée sur un matériau fibreux anisotrope de *Luffa Cylindrica* où le modèle sera appliqué sur trois empilements :

- Milieu consolidé de *Luffa Cylindrica* / air ;
- Milieu consolidé des cordons de *Luffa Cylindrica* / eau ;
- Fibres de *Luffa Cylindrica* / essence.

Aussi, le modèle proposé sera confronté et comparé graphiquement avec les modèles classiques de la littérature (*Darcy, Kozeny-Carman, Blake-Kozeny, Ergun, Comiti, Foscolo et MacDonalds*), et ceci afin de calculer les propriétés caractérisant le milieu poreux utilisé et/ou d'estimer l'ordre de grandeur de la perte de charge, suivi d'une simulation en 3D en utilisant le logiciel *MATLAB 6*.

Le mémoire se termine par une conclusion générale qui rassemble les résultats obtenus durant cette étude et trace les perspectives qui pourront être envisagées pour le futur.

Partie 1

Perte de charge dans les
milieux poreux en lits fixes

Introduction

La notion de base caractérisant un milieu poreux est généralement perçue directement et, a priori, ne semble pas devoir donner lieu à beaucoup de discussions quant à sa définition.

De nombreux procédés de l'industrie chimique mettent en œuvre des réacteurs hétérogènes dans lesquels un fluide (gaz ou liquide), traverse un lit de particules solides, avec ou sans réaction chimique, d'où de nombreuses études ont été menées pour la détermination des paramètres structuraux de ces milieux.

L'interaction entre la phase solide et la phase fluide se traduit par une dégradation de l'énergie mécanique en énergie calorifique qui peut être quantifiée par une perte de pression, ce phénomène dépend des propriétés rhéologiques du fluide, et celles du milieu poreux.

Le présent chapitre est consacré à élaborer un panorama des notions de base, les méthodes de caractérisation utilisées à cette fin et une présentation des modèles d'écoulement existants dans la littérature.

1. Définitions

1.1. Milieu poreux

Un milieu poreux est un solide de forme quelconque englobant des vides appelés pores. Ces vides peuvent communiquer entre eux et contenir une ou plusieurs phases fluides pouvant s'écouler et, éventuellement échanger avec le solide de la matière et/ou de l'énergie, [1].

Quelques grandeurs moyennes, déterminées expérimentalement en utilisant des moyens et des techniques spécifiques, sont utilisées pour décrire la géométrie d'un milieu poreux.

Avant de passer en revue ces grandeurs, nous rappelons que la matrice solide (ou squelette) d'un milieu poreux peut être continue, cohésive ou non, [2], elle peut se présenter sous deux formes :

1. *Forme non consolidée*

Un milieu poreux non consolidé est un milieu dont la phase solide est constituée de grains ou de fibres non soudées entre eux, [3]. Ce sont des milieux constitués de particules distinctes dont la structure solide est formée par les points de contact entre particules, [4]. Comme exemples de grains on peut citer : les graviers, les sables, les billes de verre ou d'acier, garnissage industriel. Pour les fibres par contre, on rencontre deux catégories : les fibres minérales (amiante, laine de verre) et les fibres organiques (coton, laine, bois...).

Une porosité variable est obtenue en faisant varier la pression de formation du milieu, [3-4].

2. *Forme consolidée*

Un milieu poreux consolidé est un milieu dont la matrice solide est compacte et ne peut pas se diviser en grains ou en fibres, [3]. La structure solide peut être continue et permanente ou elle peut être formée de particules soudées entre elles. Les grains ou les fibres peuvent provenir du domaine minéral (roche, calcaire, argile...) ou du domaine artificiel (céramique, poudre frittées...). Les tissus végétaux et animaux peuvent aussi former la matrice, [5]. La porosité de ces milieux est constante si les dimensions des particules ne changent pas en fonction du temps, [4].

1.2. Anisotropie des milieux poreux

L'anisotropie des milieux poreux peut être caractérisée par le rapport de deux composantes (G_1, G_2) d'une grandeur physique (G) liée à la structure du milieu. Cette grandeur (G) peut être la perméabilité (B_0), la tortuosité (τ)... Elle est mesurée selon des directions quelconques à travers le milieu poreux considéré.

Dans le cas d'un milieu isotrope, la valeur de (G) est identique dans toutes les directions de l'espace ($G_1/G_2 = 1$). Dans le cas contraire le milieu est dit anisotrope ($G_1/G_2 \neq 1$), [4].

1.3. Lit fixe

Un lit fixe est une masse poreuse constituée de particules consolidées ou non consolidées. dans le dernier cas, les particules ont des formes déterminées et disposées dans une distribution orientée. L'écoulement du fluide à l'intérieur du lit est accompagné par une dégradation de l'énergie, qui se manifeste par une perte de pression, ce phénomène se fait dans le sens ascendant ou descendant, et la hauteur du lit restera constante pendant l'écoulement du fluide. [6].

1.4. Lit fluidisé

Un lit fluidisé, est un lit de particules disposées sur une plaque poreuse. ce lit est traversé par un fluide ascendant dont on augmente progressivement la vitesse en fût vide (U_0), comme l'indique la figure 1.1. Au cours de la fluidisation, les particules sont individualisées et sujets à des mouvements variés dans toutes les directions, mais pour une vitesse donnée, leur position moyenne reste statistiquement fixe ; le lit a donc une hauteur (H) constante qui croît avec le débit de fluide. [6].

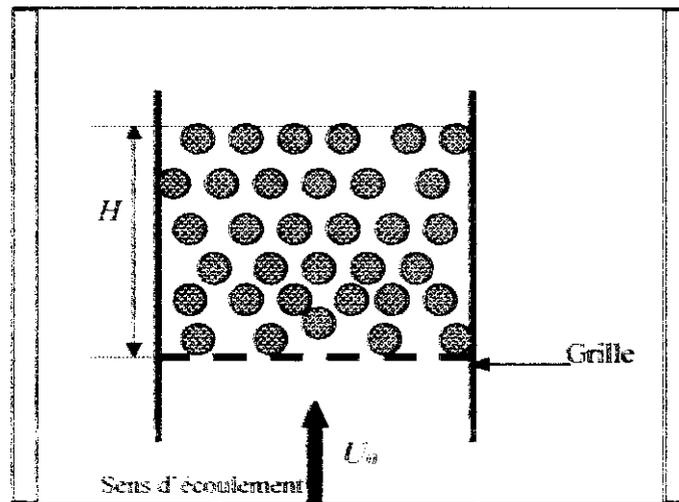


Figure 1.1. Schéma d'un lit fluidisé. [6].

1.5. Propriétés physiques et structurales d'un milieu poreux

Parmi les propriétés qui ont une importance particulière dans la caractérisation et le calcul des milieux poreux, on cite :

- La masse volumique (ρ_s) ;
- La porosité (ε) ;
- La surface spécifique (a_w, a_d) ;
- La tortuosité (τ) ;
- La rugosité (k, ζ_c) ;
- Le diamètre équivalent des particules, (d_{eq}) ;
- La perméabilité (B_0) ;
- Le degré de recouvrement ;
- ... etc.

1. Masse volumique

La masse volumique d'un corps est définie par le rapport de la masse (m) au volume (V) de ce même corps, dans les conditions de température et de pression déterminées. [7].

La masse volumique réelle (ρ_s) est définie par le rapport de la masse du solide au volume réel du corps considéré :

$$\rho_s = \frac{m}{V} \quad (1.1)$$

Dans le cas d'un milieu fibreux, on peut définir les masses volumiques suivantes :

- La masse volumique humide (ρ_H) :

$$\rho_H = \frac{m_s + m_l}{V_s} \quad (1.2)$$

- La masse volumique sèche (ρ_s) :

$$\rho_s = \frac{m_s}{V_s} \quad (1.3)$$

La masse volumique d'un milieu fibreux saturé d'un liquide peut être déterminée en utilisant l'équation (1.4), [8] :

$$\rho_{sa} = \frac{m_s \cdot \rho_l}{\rho_l V_T + m_s - m_T} \quad (1.4)$$

Dans le cas d'un milieu poreux composé de particules poreuses, on définit la masse volumique apparente (ρ_a) relative au volume apparent des particules (V_a) :

$$\rho_a = \frac{m_s}{V_a} = \frac{m_s}{V_s + V_p} \quad (1.5)$$

2. Porosité

La porosité d'un milieu poreux est une propriété structurale, elle représente la fraction du vide de l'échantillon poreux. Elle exprime le rapport entre le volume (V_v) laissé libre entre les particules et le volume total (V_T), [9] :

$$\varepsilon = \frac{V_v}{V_v + V_s} = 1 - \frac{V_s}{V_T} \quad 0 < \varepsilon < 1 \quad (1.6)$$

Elle peut être exprimée par l'équation :

$$\varepsilon = 1 - \frac{m_s}{\rho_s V_T} = 1 - \frac{\mu_s}{\rho_s H} \quad (1.7)$$

On distingue, selon *Bories* [1] :

- La *porosité effective* (ou efficace), appelée aussi, porosité accessible : elle ne prend en considération que les pores interconnectés à travers lesquels s'effectue l'écoulement des masses fluides, exprimée par :

$$\varepsilon = \frac{V_{acc}}{V_T} \quad (1.8)$$

- La *porosité totale* : elle tient compte des cavités inaccessibles (pores fermés), dans le solide elle est définie par :

$$\varepsilon_t = 1 - \frac{\rho_a}{\rho_s} \quad (1.9)$$

La connaissance de la porosité est nécessaire pour savoir quelle est la quantité de fluide qui peut loger dans un milieu poreux, elle peut être déterminée par plusieurs méthodes expérimentales dont on cite à titre d'exemple, la porosimétrie à mercure, [8, 10].

3. Surface spécifique

La surface spécifique est une notion très importante dans le transfert de matière et de chaleur et dans les écoulements hydrodynamiques à travers les milieux poreux, car elle caractérise la surface accessible, c'est-à-dire la surface d'échange sur laquelle frottent les particules fluides en mouvement créant ainsi la dégradation de l'énergie d'écoulement.

Parmi les surfaces spécifiques on cite, [8] :

- La surface spécifique du milieu poreux (a) :

$$a = \frac{\text{Surface totale mouillée}}{\text{Volume total du milieu}} = \frac{S_m}{V_T} \equiv \frac{m^2}{m^3} \quad (1.10)$$

- La surface spécifique statique (a_s) :

$$a_s = \frac{\text{Surface moyenne des particules}}{\text{Volume moyen des particules}} = \frac{S_{mp}}{V_{mp}} \equiv \frac{m^2}{m^3} \quad (1.11)$$

- La surface spécifique dynamique (a_d) :

$$a_d = \frac{\text{Surface totale mouillée}}{\text{Volume total du solide}} = \frac{S_m}{V_s} \equiv \frac{m^2}{m^3} \quad (1.12)$$

Cette dernière est une grandeur structurale essentielle dans l'étude des écoulements des fluides à travers les milieux poreux. Elle représente la surface réelle accessible aux fluides en mouvement. Elle est liée à la surface spécifique du milieu par l'équation suivante :

$$a_d = \frac{a}{1 - \varepsilon} \quad (1.13)$$

- La surface spécifique massique (a_m) :

$$a_m = \frac{\text{Surface mouillée}}{\text{Masse solide sec}} = \frac{S_m}{m_s} \equiv \frac{m^2}{g} \quad (1.14)$$

Les surfaces spécifiques (a , a_m et a_d) sont liées par l'équation suivante :

$$a = (1 - \varepsilon)a_d = (1 - \varepsilon)\rho_s a_m \quad (1.15)$$

- La masse surfacique (μ_s) :

$$\mu_s = \frac{\text{Masse de l'échantillon poreux}}{\text{Surface de l'échantillon poreux normale à la direction de l'écoulement}} = \frac{m_s}{A_s} \equiv \frac{g}{m^2} \quad (1.16)$$

Certains auteurs ont introduit les notions suivantes dans leurs calculs des milieux poreux :

- L'effet de la paroi limitant l'échantillon poreux, [10].
- La rugosité des particules, [10].
- Le recouvrement mutuel des particules, [4].

La surface spécifique peut être déterminée par différentes méthodes expérimentales, on note par exemple :

- Par l'intermédiaire de la mesure de la perte de charge en fonction de la vitesse d'écoulement, [4], [8], [10,11].
- Par porosimétrie à mercure, [8].
- Par la méthode de perméamétrie (Fischer), [12].

4. Diamètre équivalent de la particule

Plusieurs auteurs travaillant sur les lits de particules non sphériques proposent généralement des facteurs de forme ou de sphéricité ou encore des diamètres équivalents afin de ramener le comportement d'une particule de forme quelconque à celui d'une sphère équivalente ou d'un cylindre équivalent, en s'articulant sur la définition même de la surface spécifique statique. [13]. On définit le diamètre équivalent par rapport à une sphère par :

$$d_{eq} = \frac{6}{a_s} \quad \text{Avec } a_s, \text{ la surface spécifique d'une sphère, (m}^{-1}\text{)} \quad (1.17)$$

Et le diamètre équivalent par rapport à un cylindre par :

$$d_{eq} = \frac{4}{a_c} \quad \text{Avec } a_c, \text{ la surface spécifique d'un cylindre, (m}^{-1}\text{)} \quad (1.18)$$

5. Tortuosité

La texture d'un milieu poreux paraît désordonnée et aléatoire à l'échelle microscopique, à l'échelle macroscopique, il est possible de quantifier l'orientation préférentielle de cette texture à l'aide de la tortuosité, cette propriété est définie par. [14] (Figure 1.2) :

$$\tau = \frac{L}{L_0} = \frac{\text{Parcour réel du fluide}}{\text{Parcour géométrique du fluide}} \quad [\tau] = 1 \quad (1.19)$$

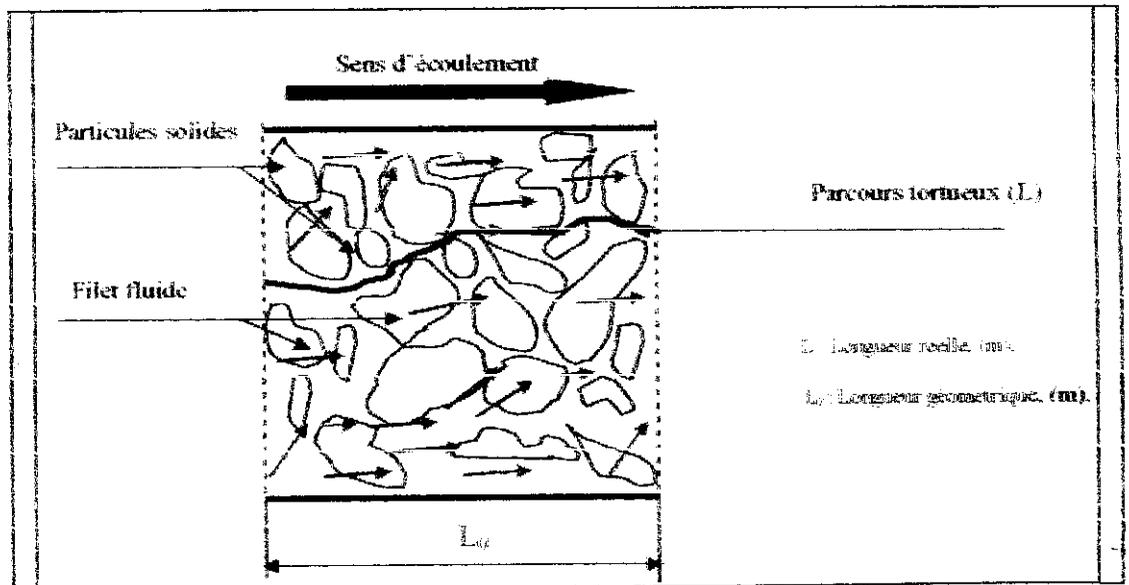


Figure 1.2. Définition de la tortuosité lors de l'écoulement d'un fluide dans un milieu poreux non consolidé. [4].

Dans le cas des modèles géométriques à capillaire (Figure 1.3), la tortuosité est supposée équivalente à une inclinaison (α) du capillaire par rapport à la direction générale de l'écoulement. (α) varie entre 0 et 90° et la valeur moyenne se situe autour de 45° d'où un facteur de tortuosité moyen, [8]:

$$\tau = \frac{L}{L_0} = \frac{1}{\cos \alpha} ; \quad \alpha = 45^\circ \Rightarrow \tau = \sqrt{2} = 1.414 \quad (1.20)$$

$1 \leq \tau \leq \tau_{max} ; \quad \text{Quand } \tau \rightarrow 1, \quad \varepsilon \rightarrow 1$

Certains auteurs constatent que le simple rapport (L/L_0) n'est pas satisfaisant, car il faut également tenir compte des changements de la section libre soumise à l'écoulement. Ils proposent ce rapport

au carré suivant : $\tau^* = \left(\frac{L}{L_0}\right)^2$.

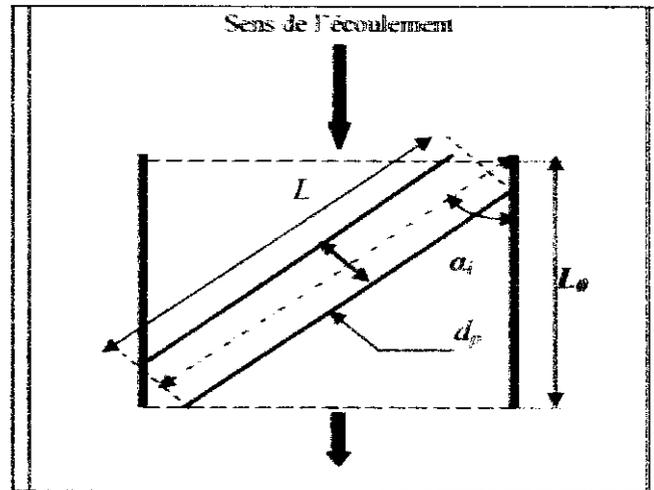


Figure 1.3. Modèle capillaire : définition de la tortuosité. [8].

Plusieurs méthodes existent dans la littérature pour la détermination de la tortuosité :

- Méthode hydrodynamique, [8], [10], [15], [16].
- Méthode électrique, [8], [10], [14].

6. Rugosité

La rugosité est une variable complexe qui ne se ramène pas obligatoirement à un seul nombre sans dimension. On ne voit à priori d'autres moyens plus exacts de la définir que de la décrire. La rugosité peut apparaître sous forme d'aspérité plus ou moins géométriquement définies (cônes, chaînes, ...) Figure 1.4, qui peuvent être distribuées au hasard ou avec certaine régularité, [17].

Nikuradse a étudié expérimentalement et de façon systématique l'effet de la rugosité de la paroi de la conduite sur l'écoulement (la rugosité été réalisée artificiellement par collage de grains de sable de taille calibrée), la rugosité peut alors être définie par un paramètre et *Nikuradse* a choisi pour cela la rugosité relative c'est-à-dire le rapport du diamètre ($2k$) des grains au diamètre (D) de la conduite, [18, 19].

$$\zeta_e = \frac{2k}{D} \quad [\zeta_e] = 1 \quad (1.21)$$

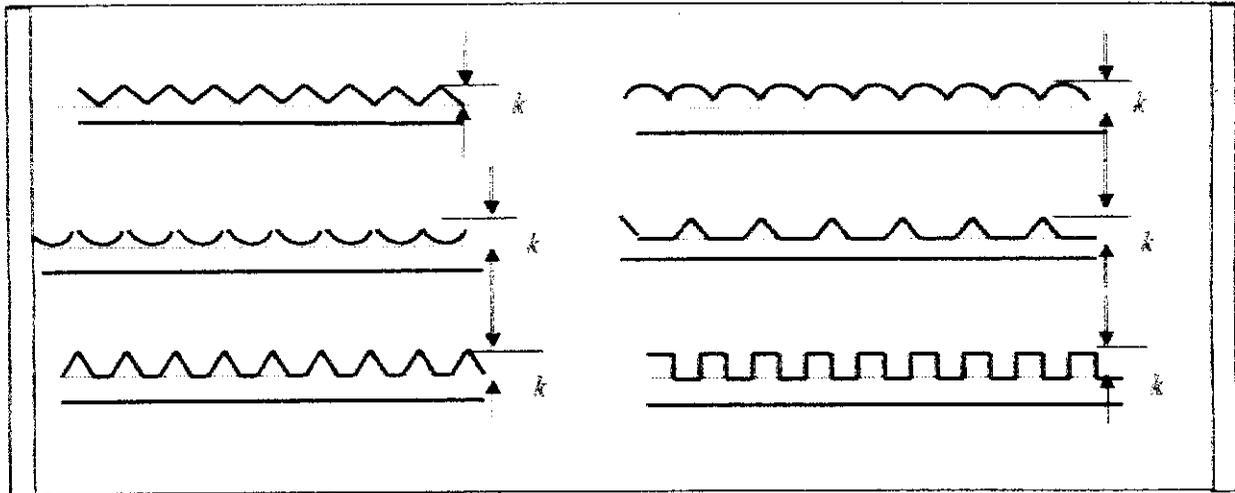


Figure 1.4. Différentes formes de la rugosité. [20]

La rugosité peut être déterminée par différentes méthodes expérimentales, on cite par exemple la méthode B.E.T. [21].

7. Perméabilité

Les mécanismes d'écoulements des fluides à travers les milieux poreux entraînent beaucoup de questions aux applications de la mécanique des fluides, la perméabilité est l'un des paramètres retenus pour l'identification de ces milieux.

La perméabilité ou la conductivité hydraulique, caractérise la facilité avec laquelle un fluide traverse un milieu poreux solide. Le concept de la perméabilité est lié à la structure et à la géométrie complexe de ce milieu qui sont traduites par : la porosité, les dimensions des éléments constituant le milieu poreux et la distribution de leurs taille, la surface spécifique, la forme des particules puis leurs arrangements ainsi que la tortuosité. [22].

La mesure de la perméabilité est basée sur la loi de Darcy (équation (1.42)) : par conséquent, sa détermination passe par la mesure des différents paramètres de cette équation.

Actuellement, il existe des installations destinées à la mesure de cette propriété, on cite : le perméamètre, [2] et le perméamètre à charge fixe.

8. Taux de recouvrement

C'est une propriété essentielle dans la caractérisation d'un milieu poreux, elle exprime l'orientation et l'arrangement spatial des particules constituant un milieu poreux non consolidé, pour un tel milieu, il peut y avoir plusieurs configurations ce qui conduit à des porosités différentes. Le tableau 1.1 schématise les différentes possibilités d'arrangement des particules sphériques constituant un lit fixe, [23].

Lors de l'écoulement d'un fluide à travers un milieu poreux, l'organisation et l'arrangement des particules est étroitement lié aux paramètres de structuration ce qui affecte la dissipation d'énergie et par conséquent : le coefficient de frottement et la perte de pression, la quantification grossière de l'arrangement des particules dans ce cas peut être estimée par la fraction solide réellement vue par le fluide lors de son écoulement (X = la surface spécifique dynamique/la surface spécifique statique), comme le suggère certains auteurs [10].

Tableau 1.1. Quelques arrangements systématiques des sphères et leurs porosités. [23]

Géométrie		Appellation	Porosité
Vue du dessus	Vue de face		
		Arrangement cubique	0.476
		Arrangement orthorhombique (passage non bloqué)	0.3954
		Arrangement orthorhombique (passage bloqué)	0.3954
		Arrangement orthorhombique	0.3954
		Arrangement tétragonal sphénoïdal (passage non bloqué)	0.3019
		Arrangement tétragonal sphénoïdal (passage bloqué)	0.3019
		Rhomboidal	0.2595

1.6. Types de fluides

La viscosité d'un fluide est la propriété qui caractérise la résistance de ce fluide à l'écoulement. Plus précisément, la viscosité résulte de la résistance qu'opposent les molécules du fluide à des efforts qui tendent à les déplacer par glissement relatif dans son sein. Selon leur comportement rhéologique les fluides peuvent être classés en deux catégories : les fluides dits newtoniens et les fluides dits non newtoniens. [24].

1. Fluide newtonien

Si un fluide, à température constante, a une viscosité qui reste constante quelque soit la valeur de la contrainte appliquée, on dit que ce fluide est newtonien (Figure 1.5) [25].

Un tel fluide est caractérisé par la proportionnalité entre la résultante des forces de frottement (dF) entre deux couches fluide en contact et le gradient de vitesse correspondant ($\frac{dU}{dY}$). Les deux couches fluides en contact avec une surface d'air (dA) et distantes de (dY) se déplacent avec une différence de vitesse (dU) due aux forces de frottement (dF) (Figure 1.6). cette proportionnalité se traduit par l'équation (1.22), [26] :

$$\omega = \frac{dF}{dA} = \mu \frac{dU}{dY} \quad [\mu] = \frac{N \cdot s}{m^2} \quad (1.22)$$

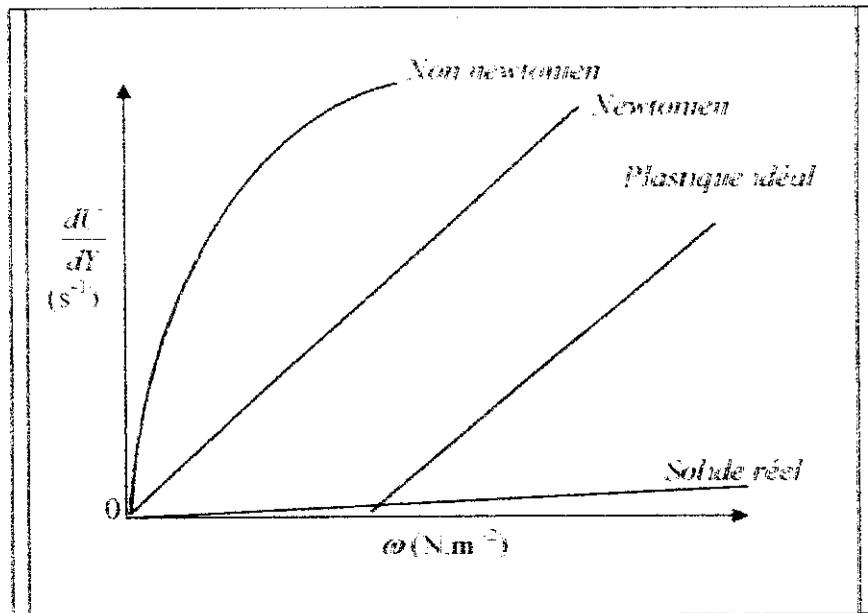


Figure 1.5. Relation : gradient de la vitesse en fonction de la contrainte visqueuse pour un fluide newtonien et un fluide non newtonien. [26].

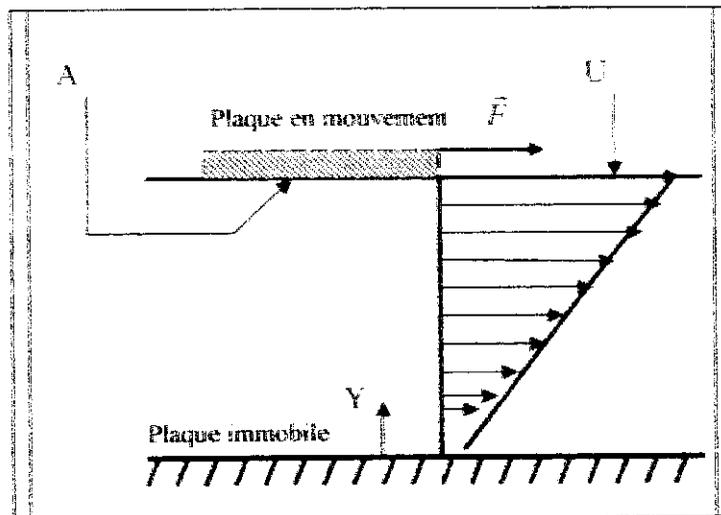


Figure 1.6. Écoulement d'un fluide newtonien. [26].

2. Fluide non newtonien

Dans ce cas la viscosité varie selon la contrainte appliquée (Figure 1.5). Une boue saturée d'eau diminue de viscosité si elle reçoit une secousse.

Les forces de liaisons entre les particules sont modifiées, il s'agit d'un phénomène de thixotropie, qui est un phénomène rhéologique de grande importance industrielle. Car il peut être intéressant d'avoir un fluide, qui se liquéfie lorsqu'on le met en œuvre et qui raidit lorsqu'on le stocke ou lorsqu'on le laisse au repos.

Les fluides non newtoniens ont généralement une forte masse moléculaire, les molécules sont liées les unes aux autres. Si ces liaisons sont brisées, la viscosité diminue et la déformation ou le mouvement est facilité. Si un fluide coule, ou se déforme à partir d'un certain seuil de contrainte et garde ensuite sa viscosité on parle du comportement plastique. [25].

L'expression générale décrivant la variation de la contrainte visqueuse de frottement est la suivante. [27] :

$$\omega = E \left(\frac{dU}{dY} \right)^n \quad (1.23)$$

Avec $E \equiv \mu$ et $n = 1$ pour un fluide newtonien

1.7. Régimes d'écoulement

Dans l'écoulement des fluides à travers un milieu poreux, on distingue deux grands types de comportements, chacun de ces comportements caractérise un régime d'écoulement particulier : le régime laminaire et le régime turbulent, le passage d'un régime à l'autre est lié d'une instabilité de l'échafaudage du régime laminaire, c'est le régime transitoire.

Chaque régime est caractérisé par un nombre adimensionnel appelé nombre de *Reynolds* (Re), qui représente le rapport des forces d'inerties aux forces de viscosité, [17].

• Dans le cas des tuyaux circulaires le nombre de *Reynolds* est donné par l'équation suivante :

$$Re = \frac{UD}{\nu} \quad (1.24)$$

• Dans le cas des milieux poreux, certains auteurs ont introduit la notion du diamètre hydraulique (d_H), [4], [8], [10] :

$$d_H = 4 \frac{\text{volume vide accessible du milieu}}{\text{surface mouillée du milieu}} = 4 \frac{V_V}{S_m} \quad (1.25)$$

On obtient par la suite :

$$d_H = 4 \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)\alpha_s} \quad (1.26)$$

La nature de l'expression qui lie la chute de pression à la vitesse d'écoulement dépend de la valeur de critère de *Reynolds* de la particule, comme certains auteurs préfèrent introduire, [10] :

$$Re_p = \frac{d_{eq} U_0}{\nu} \quad (1.27)$$

N.B beaucoup d'auteurs ont définis un nombre de *Reynolds* critique (Re_c) compris entre deux valeurs critiques extrêmes (a) et (b), tel que : $a \leq Re_c \leq b$.

Avec :

$[2 \cdot 10^3, 5 \cdot 10^3]$	[28]	Pour une conduite	
$[0,1, 1,75]$	[29]		(1.28)
$[a, b] = [(1-\varepsilon), 10(1-\varepsilon)]$	[30]	Pour un milieu poreux	
1,1	[4]		
$[6, 40]$	[31]		

Aux faibles valeurs de nombre de *Reynolds* ($Re < Re_c$) les couches fluide glissent les unes sur les autres sans qu'il y ait mélangeage macroscopique et la vitesse locale est indépendante du temps. L'écoulement laminaire obéit à la loi reliant la contrainte tangentielle au gradient de vitesse équation (1.22).

Dans un tube cylindrique de section circulaire, la répartition des vitesses suit une loi parabolique, et est représentée par l'équation (1.29) et la figure 1.7, [32] :

$$U = U_{\max} \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right) \quad (1.29)$$

Avec : U_{max} , la vitesse maximale à l'axe ($r = 0$), (m/s) :

Le régime laminaire s'établit à une distance (L_e) de l'entrée de tube qui est fonction du nombre de Reynolds, au delà de cette distance la couche limite (δ) devient égale au rayon de la conduite ($D/2$), dans ce cas elle est donnée par la relation suivante, [32] :

$$\frac{L_e}{D} = a Re$$

Le coefficient (a) varie selon plusieurs auteurs et selon les conditions opératoires. Le régime laminaire est parfaitement établi pour :

$$\frac{L_e}{D} = 0,06 Re \quad (1.30)$$

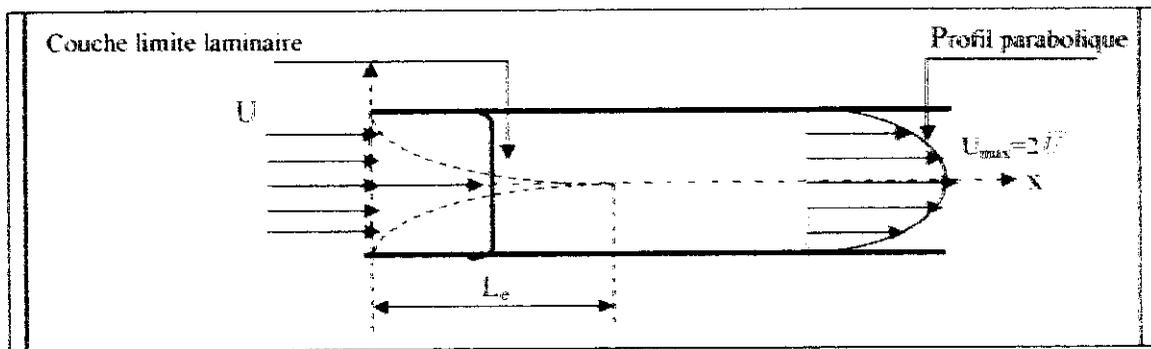


Figure 1.7. Écoulement laminaire dans une conduite cylindrique, [32].

Aux valeurs élevées de nombre de Reynolds ($Re > Re_c$), les valeurs locales de la vitesse fluctuent dans le temps autour d'une valeur moyenne (\bar{U}) (Figure 1.8), les tourbillons mélangent les différentes couches de fluide, [32].

Le profil des vitesses dans ce cas est presque plat, il est représenté par la figure 1.9.

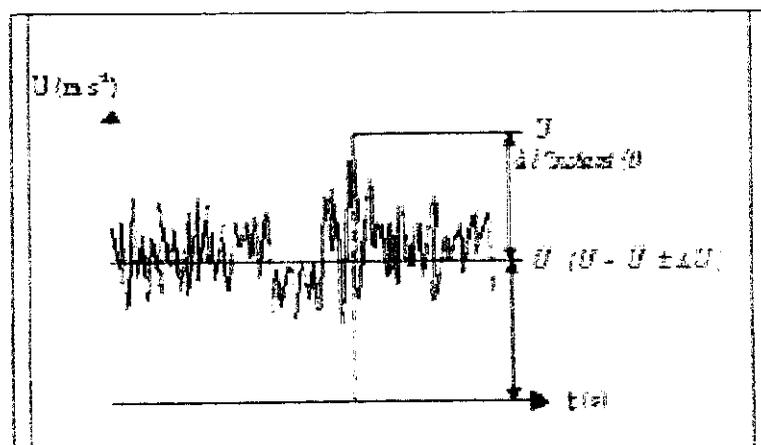


Figure 1.8. Fluctuation de la vitesse en régime turbulent, [18].

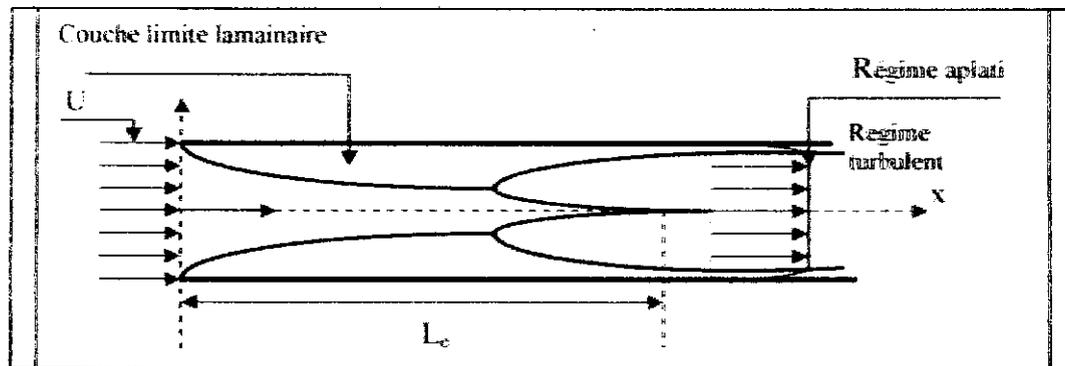


Figure 1.9. Écoulement turbulent dans une conduite cylindrique, [32]

La longueur d'établissement dans le cas du régime turbulent peut être estimée par une relation de la forme, [32] :

$$\frac{L_e}{D} = a Re^{\frac{1}{4}} \quad 0.6 < a < 0.8 \quad (1.31)$$

Dans le régime transitoire, il existe un domaine intermédiaire où des variations de vitesses irrégulières mais de faible amplitude prennent naissance.

2. Interaction fluide-solide

L'interaction fluide-solide au sein d'un milieu poreux se traduit par une dégradation de l'énergie de l'écoulement. Cette dégradation est généralement exprimée sous forme de chute de pression. La nature de cette dernière qui est liée à son tour à la vitesse d'écoulement dépend de la valeur de critère de Reynolds (Re), ainsi que de la texture du milieu poreux.

2.1. Perte de charge

La perte de charge lors du mouvement d'un fluide réel est un processus de transformation irréversible de l'énergie mécanique en chaleur. Cette transformation d'énergie est due à la viscosité moléculaire et à la turbulence du fluide en mouvement (dans ce dernier cas la perte de charge peut être provoquée par changement de direction et/ou la présence de la rugosité des paroi du conduit limitant le lieu d'écoulement), [4].

La perte de charge représente la différence de pression en amont et en aval d'un tronçon de mesure (milieu poreux, conduite, ...)

2.2. Coefficient de perte de charge ou coefficient de frottement

L'écoulement à travers un milieu poreux est caractérisé par :

- Le coefficient de perte de charge (λ), (ou le coefficient de frottement ($f/2$)), dans le cas où les vides interstitiels sont assimilés à des capillaires cylindriques,
- Les coefficients de traînée (C_D) et de portance (C_P), dans le cas d'écoulement autour d'objets immergés.

Le coefficient (λ) est défini selon Bird [33] par le rapport suivant :

$$\lambda = \frac{F_c}{AK_e} \quad (1.32)$$

1. Coefficient de perte de charge linéaire

Dans le cas de l'écoulement à travers des pores de diamètres hydraulique (d_{eff}), et de longueur (L_p), l'équation (1.32) donne la formule de Darcy-Weisbach, [18]

$$\lambda = 2 \left(\frac{d_H}{l_p} \right) \left(\frac{\Delta P}{\rho v^2} \right) \quad (1.33)$$

Le coefficient de friction ou le coefficient de perte de charge (λ) est fonction de nombre de Reynolds (Re) et de la rugosité relative (ζ_e), et peut être représenté par le diagramme de *Colebrook*.

• Pour l'écoulement laminaire, nous avons :

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (1.34)$$

• Pour l'écoulement turbulent à travers les pores rugueux de diamètre hydraulique (d_H) et de rugosité absolue (k), la représentation se fait à partir de l'équation de *Nikuradse*.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2. \log \left(\frac{d_H}{2k} \right) + 1.74 \quad (1.35)$$

Il existe une relation simple entre le coefficient de perte de charge (λ) et le coefficient de frottement ($f/2$), comme certains auteurs, [19], [30] préfèrent utiliser, [34] :

$$\lambda = 8(f/2) = 4f \quad (1.36)$$

La relation qui représente le facteur de frottement pour le régime turbulent lisse et rugueux est donnée par l'équation de *Colebrook* et *White* qui ont regroupés les différentes corrélations des auteurs sous la forme :

$$\frac{1}{\sqrt{f/2}} = -5.65. \log \left[\frac{0.88}{Re \sqrt{f/2}} + \frac{\zeta_e}{3.71} \right] \quad (1.37)$$

Pour palier l'inconvénient de la relation de *Colebrook* qui est implicite en ($f/2$), certains auteurs (comme *Churchill*), ont proposés des relations empiriques équivalentes, [35]

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{f}{2} &= \left[\left(\frac{8}{Re} \right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^{3/2}} \right]^{1/2} \\ A &= \left[2.457 \ln \left[\left(\frac{7}{Re} \right)^{0.9} + 0.27 \zeta_e \right] \right]^{-1} \\ B &= \left(\frac{37530}{Re} \right)^{16} \end{aligned} \right. \quad (1.38)$$

2. Coefficient de perte de charge singulier

Le milieu poreux est caractérisé par des variations non régulières et singulières des pores et sous une certaine discontinuité du fluide : variation de section, changement de forme ou de direction. Le coefficient de perte de charge singulier peut être exprimé quand la singularité est précédée et suivie d'un tronçon long et on peut donc, caractériser une singularité sur un canal de section circulaire par la longueur (l) produisant la même perte de charge, [35].

Le coefficient de perte de charge singulier (ξ_i) est donné en fonction de ($f/2$) par l'expression suivante :

$$\xi_i = \frac{8f(f+2)}{d_H} \quad (1.39)$$

Toutefois, ξ_i est une fonction du nombre de *Reynolds* et de la géométrie de la singularité, cette dernière peut prendre différentes formes, certaines présentent un ou plusieurs éléments géométriques variables, on peut, cependant classer les singularités selon quelques types généraux (coude vif, coude arrondi, coude droit...). [34].

2.3. Mesure de la perte de charge

Le principe de mesure, consiste à mesurer la perte de pression (ΔP) exprimée directement par la différence de niveau (ΔH) enregistrée par les tubes piézométriques situés en amont et en aval les plus près possibles de l'échantillon, sous un débit de fluide variable, *Figure 1.10*.

La relation qui relie la perte de pression à travers un échantillon vertical en fonction des hauteurs du fluide est donnée par, [6]:

$$\Delta P = \rho g \Delta H \quad (1.40)$$

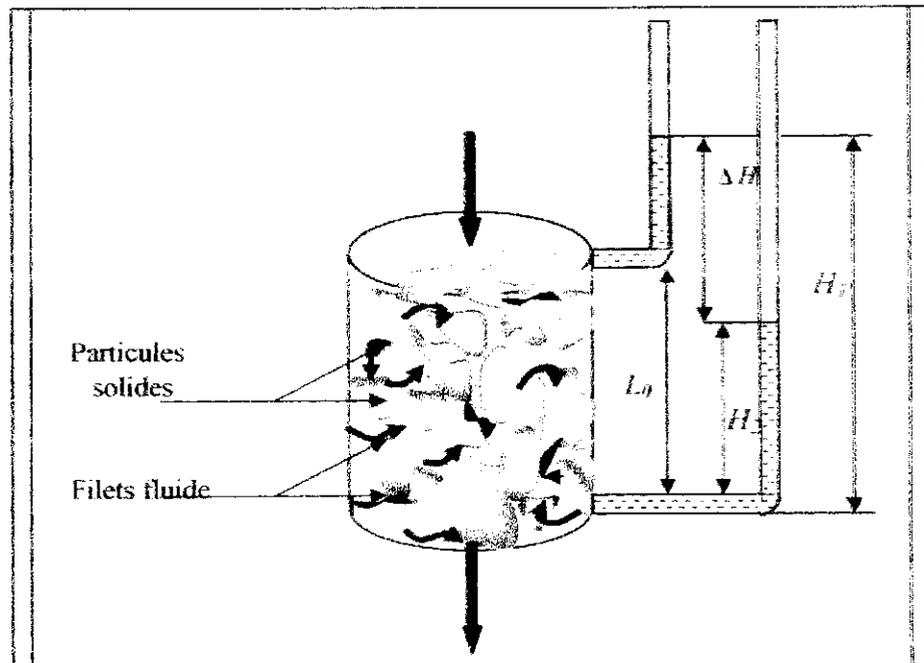


Figure 1.10. Principe de mesure de la perte de charge, [22].

3. Lois d'écoulement

3.1. Loi de Poiseuille

L'écoulement dans un milieu poreux se fait à travers les interstices entre particules qui constituent des vides assimilables à des tubes capillaires formant un réseau à multiples connexions, on peut cependant penser que l'écoulement est analogue à celui rencontré pour les tubes droits, dont la mesure où les filets fluides ne passent pas en régime turbulent.

Dans ce cas la loi de *Hagen-Poiseuille* s'écrit :

$$\bar{r} = \frac{\Delta P d^2}{32 \mu L} \quad (1.41)$$

3.2. Loi de Darcy

Dans un milieu poreux naturel ou artificiel, la complexité de l'écoulement ne permet pas de résoudre les équations différentielles générales, on utilise alors des relations empiriques qui découlent des observations faites par *Darcy*:

Pour un écoulement laminaire à travers un milieu poreux de grains de sable, *Darcy* a introduit la notion de la perméabilité dans l'équation empirique qu'il a établi, [36] :

$$U_0 = \frac{B_0}{\mu} \cdot \frac{\Delta P}{H} \quad (1.42)$$

3.3. Loi de Reynolds

Dans un large domaine de nombre de *Reynolds* (Re) ou particulièrement à des vitesses moyennes, *Reynolds* [28] et *Forscheimer* [37], ont établi une relation entre la perte de charge et la vitesse d'écoulement, en tenant compte des effets de viscosité et d'inertie, cette expression a la forme suivante :

$$\frac{\Delta P}{H} = AU_0 + BU_0^2 \quad (1.43)$$

Ou encore :

$$\frac{\Delta P}{H} = \frac{\mu}{B_0} U_0 + \rho C U_0^2 \quad (1.44)$$

Cette relation comprend deux termes : le premier terme du second membre est représentatif des pertes d'énergie liées aux forces de viscosité ; il est prépondérant en régime laminaire où la variation de (ΔP) en fonction de (U_0) est linéaire. Le deuxième terme représente les pertes d'énergie liées à la turbulence de l'écoulement; il est prépondérant en régime turbulent et la forme des lois reliant la perte de charge (ΔP) et la vitesse d'écoulement est de type parabolique.

Il faut remarquer que le terme de turbulence n'est pas employé dans son sens propre. En effet, il ne signifie pas que l'écoulement est soumis à un développement de turbulence, c'est à dire aux fluctuations aléatoires de vitesse, mais tout simplement que nous avons plus la linéarité entre (ΔP) et (U_0). Cette équation est utilisée dans les corrélations les plus usuelles, [10], [30], [38].

4. Modèles d'écoulement

Depuis *Darcy* un grand nombre de travaux sur les écoulements des fluides à travers les milieux poreux de formes diverses non consolidées ont été entrepris, afin de mieux comprendre les phénomènes mis en cause, d'établir la corrélation existante entre la perte de charge et la vitesse d'écoulement. On peut classer ces travaux ou modèles comme suit :

4.1. Modèles phénoménologiques

Ils sont basés sur l'étude dimensionnelle de l'écoulement d'un fluide à l'intérieur d'un milieu poreux. *Rose* [39], *Rose et Risk* [40] ont proposés une liste quasi-exhaustive des paramètres susceptibles d'intervenir dans ce problème. :

La chute de pression (ΔP) est fonction de :

- La vitesse d'écoulement en fût vide, (U_0);
- La hauteur du lit, (H);

- L'accélérateur de pesanteur, (g) ;
- Le diamètre équivalent sphérique des particules, (d_{eq}) ;
- La masse volumique du fluide, (ρ) ;
- Le diamètre de la conduite, (D) ;
- La viscosité dynamique du fluide, (μ) ;
- La rugosité absolue des particules, (k) ;
- La porosité du lit, (ε) ;
- Le paramètre équivalent définissant la forme des particules, (Z) ;
- Le paramètre adimensionnel caractéristique de la distribution des tailles des particules (ϕ).

L'analyse dimensionnelle leurs a permis de proposer une équation de type :

$$\frac{\Delta P}{\rho g d_{eq}} = \left(\frac{U_0 d_{eq} \rho}{\mu} \right)^{\varphi} \cdot \left(\frac{H}{d_{eq}} \right)^{\theta} \cdot \left(\frac{d_{eq} g}{U_0^2} \right)^{\zeta} \cdot \left(\frac{D}{d_{eq}} \right)^{\eta} \cdot \left(\frac{k}{d_{eq}} \right)^{\lambda} \cdot \varepsilon^{\omega} \cdot Z^{\sigma} \cdot \phi^{\kappa} \quad (1.45)$$

Avec $\varphi, \theta, \zeta, \eta, \lambda, \sigma, \omega, \kappa$: constantes du modèle.

Les formes des corrélations et les valeurs des exposants des groupes adimensionnels, sont déterminées expérimentalement. [39, 40]

On reconnaît dans ce formalisme un nombre de *Reynolds* et un facteur de frottement qui traduisent des rapports de forces dans l'écoulement, les groupements restants sont des groupements de similitude numérique.

Actuellement, les modèles phénoménologiques, sont très utilisés, on cite les travaux de *Andrade* [41].

4.2. Modèles capillaires

C'est le type de modèle que nous détaillerons, parce que nous allons utiliser ce type de modèle comme base de modélisation.

La difficulté d'établir une relation exacte entre la perméabilité et la texture complexe du milieu poreux avait amener les chercheurs à assimiler les vides interstitiels à des capillaires disposés dans un arrangement donné.

Dans ce cas, nous présentons les principaux modèles faisant intervenir la notion d'écoulement capillaire et permettant le calcul des pertes de charge dans un milieu poreux de faible porosité.

1. Modèle de *Kozeny-Carman*

Le modèle capillaire le plus simple est le modèle de *Kozeny-Carman*. Ces auteurs ont supposés que l'espace offert à l'écoulement est constitué d'un faisceau de pores cylindriques inclinés non interconnectés de section constante (*Figure 1.11*).

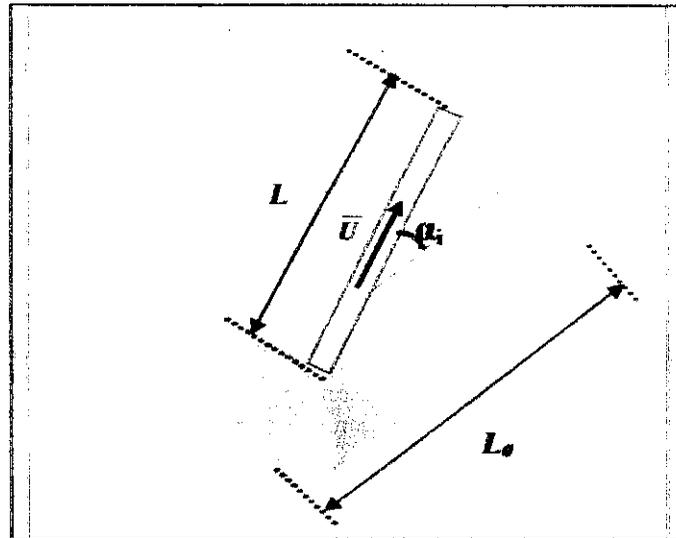


Figure 1.11. Illustration du modèle capillaire de Kozeny-Carman, [2].

Ce modèle a été adopté, en appliquant l'équation de Poiseuille (équation 1.41) et avec l'introduction d'une constante (K_0) représentative de la forme non circulaire des pores, on aboutit à l'équation de Kozeny-Carman [42] valable pour le régime d'écoulement de Darcy :

$$\frac{\Delta P}{L_p} = \frac{16K_0\mu}{d_H^2} \bar{U} \quad (1.46)$$

Ou encore :

$$\frac{\Delta P}{L_0} = K_0 \mu \tau^2 a_d^2 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} U_0 \quad (1.47)$$

Blacke [43] a établi dans la région de l'écoulement laminaire visqueux, l'équation :

$$\frac{\Delta P}{L_0} = C_K \mu a_d^2 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} U_0 \quad (1.48)$$

Avec C_K : Constante de Kozeny dépendante du milieu poreux, qui est égale à 5.55 selon Kozeny pour les pores cylindriques.

Par analogie entre les équations (1.42), (1.47) et (1.48), on peut écrire :

$$\begin{cases} C_K = K_0 \tau^2 & (1.49a) \\ B_0 = \left(\frac{1}{K_0 \tau^2 a_d^2} \right) \left(\frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2} \right) & (1.49b) \end{cases}$$

La constante (C_K) intègre :

- La géométrie des pores par le facteur de forme K_0 , ce dernier caractérise la forme des sections des pores (Tableau 1.2).
- Les propriétés directionnelles de l'écoulement par le facteur de tortuosité au carré, (τ^2).

Dans la pratique (C_K) est mesuré expérimentalement dans des perméamètres où l'on établit la relation entre (ΔP) et (U_0), [2].

Tableau 1.2. Valeurs de K_{ap} pour différentes formes de section. [4]

Forme	Valeur de K_{ap}
Cercle	2.00
Ellipse, demi-axes a, b	
$a = 2b$	2.13
$a = 10b$	2.45
Carré	1.78
Rectangle, coté a, b	
$a = 2b$	1.94
$a = 10b$	2.65
Fente parallèle	3.00
Triangle équilatéral	1.67
Espace annulaire dans les tuyaux concentriques	2.0-3.0
Espace annulaire dans les tuyaux excentriques de rayons a_1 et a_2	
$e = 0,7$	
$e = 0,7$	1.7-3.0
e : excentricité = $b (a_1 - a_2)$	1.2-2.0
b : distance entre les centres.	
Moyenne	2.18

L'effet de la porosité est couvert par la fonction de porosité $\frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2}$, et la taille moyenne des particules à employer quand les particules ne sont pas uniformes est incluse dans le terme a_f^2 .

Carman en se servant des résultats de différents auteurs relatifs aux milieux poreux formés de particules : sphères uniformes, et non uniformes, fibres, particules granulaires, mélanges de particules de taille identique et de taille différentes, montre que le modèle de Kozeny-Carman formulé par l'équation (1.48) n'est valable que pour les milieux non consolidés à texture de pore uniforme, ainsi que pour la plupart des milieux poreux, ce modèle n'est valable que dans le cas de porosité inférieure à 0,8, [4].

Il existe de nombreuses variantes de modèles de base de type capillaire droit en parallèle, en série ou des modèles basés sur la distribution des diamètres d'entrée des pores. [29], [44, 45], dont plusieurs travaux ont confirmé la validité de ce modèle dans les différents domaines de l'industrie faisant intervenir l'écoulement en lit poreux. [46].

Estimant que la raison empirique fondamentale de la non adéquation des modèles précédents est due au manque de connaissance sur la structure réelle des pores.

2. Modèle d'Ergun

Plusieurs modèles relatifs à un large domaine de nombre de Reynolds ont été proposés par différents auteurs. Ces modèles sont représentés par des expressions donnant la chute de pression (ΔP) à travers l'échantillon poreux en fonction de la vitesse d'écoulement en fût vide (U_0), ces expressions sont formulées sous la forme générale de l'équation (1.43) :

$$\frac{\Delta P}{H} = AU_0 + BU_0^2$$

Ergun [38], en 1952 a proposé l'équation suivante obtenue à partir de 640 expériences utilisant des sphères de différents diamètres de sable et du coke pulvérisé pour un nombre de Reynolds sensiblement compris entre 0,4 et 1000 :

$$\frac{\Delta P}{H} = A \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu}{d_{eq}^2} U_0 + B \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \frac{\rho}{d_{eq}} U_0^2 \quad (1.50)$$

A et B les coefficients qu'Ergun a trouvé égaux à : $A = 150$ et $B = 1,75$

Soit en utilisant le facteur de frottement défini par:

$$f_k = \frac{\Delta P d_{eq}}{H \rho U_0^2} \cdot \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)} \quad (1.51)$$

Ou sous forme adimensionnelle

$$f_k = 1.75 + 150 \cdot \frac{(1-\varepsilon)}{Re_p} \quad (1.52)$$

Le deuxième membre de l'équation (1.50) comprend deux termes :

- Le premier correspond aux nombres de Reynolds de faibles valeurs ; $Re_p(1-\varepsilon) < 10$ avec:

$$Re_p = \frac{d_{eq} U_0 \rho}{\mu} \quad (1.53)$$

$$\frac{\Delta P}{H} \cdot \frac{d_{eq}}{\rho U_0^2} \cdot \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} = 150 \cdot \frac{1-\varepsilon}{Re_p} \quad (1.54)$$

Cette équation prend le nom de *Blake-Kozeny* est valable pour un vide fractionnaire ($\varepsilon < 0.5$) dans la région d'écoulement laminaire.

- Le second terme correspond aux valeurs de nombre de Reynolds élevées, $Re_p(1-\varepsilon) > 10^3$.

$$\frac{\Delta P}{H} \cdot \frac{d_{eq}}{\rho U_0^2} \cdot \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} = 1.75 \quad (1.55)$$

Cette équation porte le nom de *Burke-Plummer* valable dans la région de l'écoulement turbulent. Les deux équations (1.54) et (1.55), représentent chacune un régime d'écoulement à part, leur addition fournit un modèle valable pour un large intervalle de nombre de Reynolds y compris la zone transitoire, [33]. Le modèle d'*Ergun* est représenté par la figure 2.12.

Les coefficients *A*, *B* de l'équation (1.50), peuvent être évalués avec une bonne précision, lorsque le milieu poreux est constitué d'empilements sphériques, mais lorsque le milieu étudié n'est plus constitué de particules sphériques, mais de fibres empilés aléatoirement, la dépendance de la perméabilité à la porosité et à la surface spécifique est modifiée, une relation semi empirique entre la perméabilité, le diamètre des fibres et la porosité a été déduite expérimentalement par *Rahli et coll* [47] :

$$\frac{B_0}{d^2} = \frac{62.5 \varepsilon^0}{(1-\varepsilon)^2 (3.6 + 56.4 \varepsilon)^2} \quad (1.56)$$

De nombreux auteurs cités par *Reymer*, [48] ont déjà indiqués que l'équation d'*Ergun* représente bien les résultats de perte de pression à condition de mesurer pour chaque lit les coefficients *A* et *B*.

L'imprécision relative de ces formules est due au faite qu'elles cherchent à obtenir des coefficients *A* et *B* constants pour tous les milieux poreux considérés.

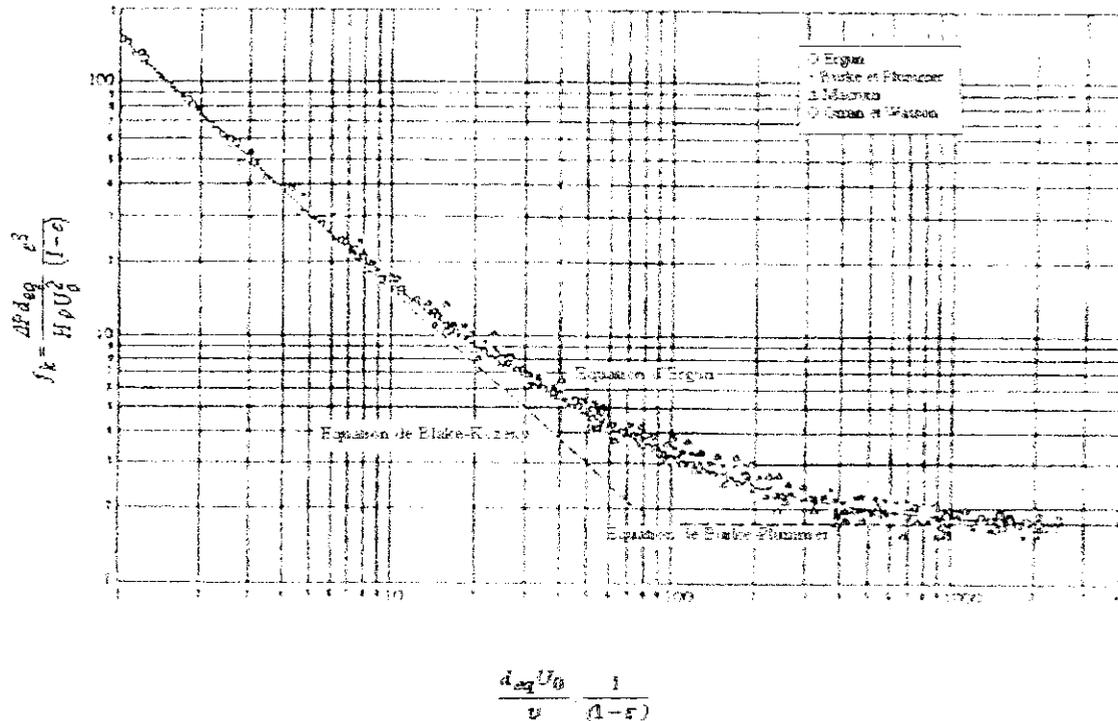


Figure 1.12. Illustration graphique du modèle d'Ergun. [38]

3. Modèle de MacDonald et coll.

MacDonald et coll. [30], ont proposés à partir des expériences plus récentes, une généralisation de l'équation d'Ergun permettant l'évaluation du gradient de pression dans des lits de particules de formes très variées, en utilisant le diamètre équivalent correspondant à une sphère de même surface spécifique et en introduisant la notion de rugosité:

- Pour les particules lisses :

$$f_k \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)} = \frac{A(1-\varepsilon)}{Re} + B \quad \text{Avec } A = 180 ; \text{ et } B = 1.8. \quad (1.57)$$

- Pour les particules les plus rugueuses :

$$f_k \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)} = \frac{A(1-\varepsilon)}{Re} + B \quad \text{Avec } A = 180 ; \text{ et } B = 4 \quad (1.58)$$

Et :

$$f_k = \frac{\Delta P}{H \rho U_0^2} d_{eq} \quad (1.59)$$

Plusieurs auteurs ont proposés des corrélations typiques à celle de Mac Donald et ont montrés que les coefficients A et B ne sont pas constants, [49], a proposé une corrélation avec le nombre de Reynolds, pour un domaine de : $0.1 < Re < 10^3$:

$$f_k = \frac{150(1-\varepsilon)}{Re} + \frac{4.2}{(Re(1-\varepsilon))^{0.167}} \quad (1.60)$$

4. Modèle général de Darcy-Brinkman-Forscheimer (DBF)

D'une façon générale en régime stationnaire la chute de pression (dP/dx) due au passage du fluide à travers un milieu poreux non consolidé peut être représentée par le modèle général de Darcy-Brinkman-Forscheimer [50] :

$$-\frac{dP}{dx} = -\mu \frac{1}{r_0} \frac{d}{dr_0} \left(r_0 \frac{dU_0}{dr_0} \right) + \frac{\mu}{B_0} U_0 + \frac{\rho c F}{\sqrt{B_0}} U_0^2 \quad (1.61)$$

Avec, r_0 la position radiale variable, (m) :

Où :

- Le signe (-) devant le terme gauche indique que l'écoulement s'effectue dans le sens décroissant de la pression.
- Le premier terme à droite représente la convection qui tient compte de la dégradation de l'énergie radialement (terme de *Brinkman*).
- Le deuxième terme à droite représente les frottements visqueux, proportionnels à la vitesse, dus aux forces de frottements internes du fluide sur les parois des pores.
- Le troisième terme à droite représente le terme d'inertie proportionnel au carré de la vitesse reliée à l'énergie cinétique qui tient compte de la résistance interne due à la turbulence dans le courant fluide c'est-à-dire il correspond à la perte d'énergie lors de nombreux changements de direction de fluide à l'intérieur du milieu poreux, autrement dit que cette résistance est due à des variations de vitesse dans le fluide entrant et sortant du capillaire.

Ce modèle est basé sur certaines hypothèses simplificatrices

- L'écoulement est incompressible ;
- Le régime d'écoulement est permanent ;
- Les propriétés physiques sont indépendantes de la température ;
- Le milieu poreux est homogène et isotrope ;
- Le milieu poreux est saturé par le fluide ;
- La viscosité du fluide effective est égale à celle du fluide.

Critiques et limitations du modèle générale DBF

Le point faible de ce modèle, [50], est qu'il ne prend pas en considération les paramètres de structuration du milieu poreux, la forme des pores, les fluctuations de la vitesse et les effets des bords, sans oublier :

- La tortuosité ;
- La surface spécifique dynamique du milieu ;
- La porosité (n'apparaît pas dans le terme de frottement) ;
- La rugosité ;
- La forme des pores, représentée par le facteur de circularité K_b , car en réalité les pores ne sont pas des cylindres droits ;
- La fluctuation de la vitesse débitante dans le temps $\left(\frac{\partial U_0}{\partial t} \right)$: ce terme qui est souvent négligeable.
- Les effets de bords, où l'écoulement à travers les bords du récipient contenant le milieu poreux est plus facile qu'à travers le volume du milieu lui-même.

5. Modèle de Comiti

Comiti [10] à travers son travail a établi un modèle de type capillaire, décrivant la chute de pression en fonction de la vitesse d'écoulement dans un milieu poreux non consolidé dans un large domaine de nombre de Reynolds.

Il a considéré que la chute de pression à l'intérieur d'un milieu poreux composé de (N_p) pores cylindriques de diamètre (d_p), de longueur (L_p) et de surface latérale totale (S) est due au cumul de deux termes :

- Un terme proportionnel à la vitesse résultant des forces de frottement du fluide sur les parois des pores.
- Un terme proportionnel au carré de la vitesse correspondant à la perte d'énergie lors du changement de direction du fluide à l'intérieur du milieu poreux.

Comiti a travaillé sur des lits fixes de particules parallélépipédiques présentant un faible rapport épaisseur (e) sur côté (a) : de type plaquette plane en matière plastique, (figures 1.13 et 1.14).

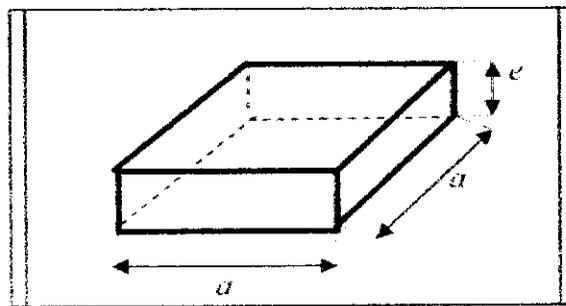


Figure 1.13. Plaquette plane de côté (a) et d'épaisseur (e), [10].

Pour calculer les pertes d'énergies dues aux forces d'inertie, il a supposé comme Le Goff [51], le pore à un axe brisé d'un nombre (n) de segments identiques de longueur (ΔL_p) chacun de l'ordre de diamètre de pore ($\Delta L_p = r d_p$) avec : $r > 1$.

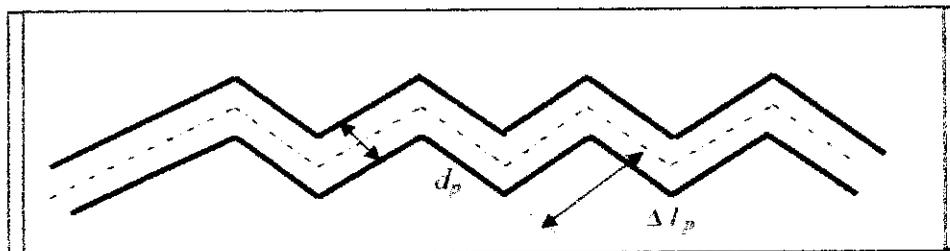


Figure 1.14. Pore à axe brisé : modèle de Le Goff, [51].

Pour établir son modèle, Comiti [10] dans une première étape a pris en considération la rugosité des particules. Le coefficient de frottement relatif aux pertes de charges des accidents de parcours, est estimé d'après la formule de Nikuradse, les pores sont assimilés dans ce cas à des tubes rugueux dont l'épaisseur des aspérités est équivalente au diamètre du tube.

Les pertes de charges dues aux forces de frottement visqueux sont déterminées d'après la formule de Poiseuille relatif à un tube cylindrique avec l'introduction du coefficient de forme (K_θ) des pores de Carman. Il abouti à la formule suivante :

$$\frac{\Delta P}{H} = 2K_0 \tau^2 \mu a_d^2 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} U_0 + 0.0968 \tau^3 \rho a_d \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} U_0^2 \quad (1.62)$$

Cette équation peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\Delta P}{H U_0} = M U_0 + N \quad (1.63)$$

Avec : M, N : deux constantes dépendantes des propriétés du fluide et celle de la structure du milieu poreux.

Ce modèle appliqué aux particules sphériques. ($a_d = 6 d_{eq}$) est en accord avec le modèle d'Ergun.

L'équation (1.62) peut être écrite sous la forme adimensionnelle suivante, [13], [52]:

$$f_p = \frac{16}{Re} + 0.194 \quad (1.64)$$

$$\text{Avec : } f_p = \frac{\Delta P}{H} \frac{2\varepsilon^3}{\tau^3 \rho a_d (1-\varepsilon) U_0^2} \quad (1.65)$$

$$Re = \frac{4 \rho \tau U_0}{\mu (1-\varepsilon) a_d} \quad (1.66)$$

En deuxième étape, en plus des hypothèses citées ci-dessus, *Comiti* [10] a introduit l'effet de la paroi limitant le lit des particules et qui a pour conséquence l'augmentation de la surface totale offerte à l'écoulement du fluide.

Le modèle dans ce cas est formulé par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P}{H} = & 2 K_0 \tau^2 \mu a_d^2 \left(1 + \frac{4}{a_d D (1-\varepsilon)} \right)^2 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} U_0 \\ & + \tau^3 \rho a_d \left(0.0413 \left(1 - \left(1 - \frac{d_{eq}}{D} \right)^2 \right) + 0.0968 \left(1 - \frac{d_{eq}}{D} \right)^2 \right) \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} U_0^2 \end{aligned} \quad (1.67)$$

Cette équation peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\Delta P}{H U_0} = M^* U_0 + N^* \quad (1.68)$$

Avec : M^*, N^* : deux constantes du modèle.

Les valeurs de M, N, M^*, N^* sont déterminées expérimentalement par régression linéaire. Ces valeurs permettent de déduire les valeurs de facteur de tortuosité (τ) et de la surface spécifique dynamique (a_d) des milieux étudiés, dans les deux expressions du modèle de *Comiti*.

L'équation (1.67) peut être écrite sous la forme adimensionnelle suivante, [13] :

$$f_p = \frac{16}{Re} \alpha + 0.194 \beta \quad (1.69)$$

Avec :

$$\alpha = \left[1 + \frac{4}{a_d D (1 - \varepsilon)} \right]^2 \quad \text{et} \quad \beta = \left[0.426 \left(1 - \left[1 - \frac{d_{eq}}{D} \right]^2 \right) - \left[1 - \frac{d_{eq}}{D} \right]^2 \right] \quad (1.70)$$

Où (f_p) est le facteur de frottement du pore déterminé à partir du facteur de frottement dans une conduite (f_c) donné par l'équation :

$$f_c = \frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{D}{4} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2} \rho U_0^2} \quad (1.71)$$

6. Modèle d'Ingmanson et Andrews

En régime non linéaire, *Ingmanson et Andrews*, [53] ont étudiés des lits fixes de fibres de *Nylon* et de *Dacron*, à partir d'une relation basée sur la loi d'*Ergun* :

$$\frac{\Delta P}{H} = K \mu a_d^2 \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3} U_0 + b \sqrt{K} \rho a_d \frac{(1 - \varepsilon)}{\varepsilon^3} U_0^2 \quad (1.72)$$

(b) est un coefficient sans dimension et (K) est un paramètre équivalent à la constante de *Kozeny*, il est donné par :

$$K = 3.5 \frac{\varepsilon^3}{(1 - \varepsilon)^{0.5}} \left[1 + 57(1 - \varepsilon)^3 \right] \quad (1.73)$$

4.3. Modèles statistiques

Plusieurs auteurs ont développé des études théoriques des écoulements à travers les milieux poreux en utilisant des modèles statistiques.

Un des modèles les plus satisfaisants, à l'heure actuelle, est celui proposé par *Dullien* [44], il a établi :

- Une relation entre le diamètre d'entrée des pores, leurs diamètres intérieurs et leurs volumes.
- Une contribution de chaque type de pore à la perméabilité du milieu.

Le milieu poreux est alors constitué de différents capillaires parallèles interconnectés présentant des segments de différents diamètres. Les pores forment des réseaux cubiques avec des orientations arbitraires. La perméabilité globale est la somme des perméabilités utilisées de chaque réseau.

4.4. Modèles fondés sur la résolution des équations de Navier-Stokes

Cette résolution purement numérique a été effectuée pour des modèles à pore de section périodiquement variable.

Ahmed et Sumada [54], ont proposés pour la résolution des équations de *Navier-Stokes* une relation obtenue en considérant que la vitesse du fluide est la somme d'une composante moyenne et d'une composante variable (fluctuation), et en s'articulant sur certaines hypothèses simplificatrices en particulier en négligeant les effets de turbulence par rapport à l'accélération convective du fluide dans le pore.

Ces auteurs ont proposé une équation valable aussi bien dans le domaine dominé par les forces de viscosité que dans le domaine, dominé par les forces d'inertie, c'est une équation de type :

$$\tilde{h} = 1 + \frac{1}{Re} \quad (1.74)$$

$$\text{Et } \tilde{h} = \frac{\Delta P}{\rho U_0^2} \frac{H}{\beta} \quad (1.75)$$

$$Re = \frac{\rho U_0 \beta}{\mu \alpha} \quad (1.76)$$

α et β sont des paramètres que l'on peut déterminer de l'équation (1.74) réarrangée sous la forme :

$$\frac{\Delta P}{\mu H U_0} = \alpha + \beta \frac{\rho U_0}{\mu} \quad (1.77)$$

Les paramètres α et β doivent être préalablement déterminés pour chaque milieu de façon séparée. Le calcul de (\tilde{h}) et de (Re) dépendent des mesures expérimentales de $\frac{\Delta P}{H} = f(U_0)$

4.5. Modèles physiques

Les modèles physiques servent à décrire les phénomènes de dispersion, d'adsorption et de transfert de masse qui accompagnent l'écoulement à travers le milieu poreux. Ces modèles sont basés sur le bilan général de matière. Ils reposent sur l'analyse de la réponse à l'injection d'une substance de nature identique ou très voisine de celle du fluide écoule cette injection est appliquée à un endroit donné et pour une durée de temps déterminée. On déduit par conséquent des renseignements sur le comportement interne du fluide. [10], [55, 56]

Parmi les modèles physiques d'intérêt industriel, les modèles piston avec dispersion, ils s'appliquent aux réacteurs contenant un garnissage, or la succession des séparations et des réunions des filets fluide interstiels, au cours de son écoulement, produit une dispersion aléatoire. Le bilan de matière d'écoulement piston avec dispersion à travers un milieu poreux où on néglige les phénomènes d'adsorption est basé sur la loi de Fick, il est parmi les plus employés pour la description d'une façon globale et fondamentale de l'écoulement des fluides à travers les milieux poreux, [55, 56].

4.6. Modèles fondés sur l'écoulement autour d'objets immergés

Ils sont basés sur le calcul de la chute de pression à travers un ensemble de particules immergées dans l'écoulement à partir de la force de traînée qui s'exerce individuellement sur chaque particule, en introduisant ensuite un terme correctif afin de tenir compte des interactions entre particules voisines.

Ces modèles, semblent mieux adaptés aux lits de fortes porosités ($\varepsilon > 0.8$) et perdent leur validité dans le domaine de faibles porosités. Ces modèles peuvent aussi être basés sur une représentation capillaire et tentent d'unifier les deux concepts d'écoulement dans les conduites et autour d'objets immergés. Ils décrivent les particules sphériques et ils ne sont pas applicables tels quels aux matelas fibreux. On outre, la définition de la tortuosité n'est pas toujours prise en compte. [57], [58] Foscolo et coll. [58], tentent à fournir un modèle basé sur une représentation capillaire et particulaire, ils ont établis un modèle applicable en régime laminaire linéaire et non linéaire :

$$\frac{\Delta P}{H} = \left[17.3 \frac{\mu U_0}{d_{eq}^2} - 0.336 \frac{\rho U_0^2}{d_{eq}} \right] (1 - \varepsilon) \varepsilon^{-4.8} = \frac{17.3}{Re_p} - 0.336 \frac{\rho U_0^2}{d_{eq}} (1 - \varepsilon) \varepsilon^{-4.8} \quad (1.78)$$

Conclusion

L'étude bibliographique nous a permis d'engager les parties essentielles suivantes :

◇ Les modèles des écoulements hydrodynamiques relatifs aux différents régimes d'écoulement permet de découvrir les différentes approches et hypothèses avancées par les auteurs pour établir leurs modèles et les limites de leurs validités. Pour les faibles valeurs de nombre de Reynolds ($Re < Re_c$), les modèles capillaires établis sont généralement destinés à l'estimation de la perméabilité des milieux considérés. Dans un large domaine de nombre de Reynolds, les modèles établis servent à estimer la surface spécifique dynamique et la tortuosité.

◇ Les modèles physiques sont destinés à la caractérisation des milieux poreux par l'estimation des coefficients relatifs aux phénomènes de dispersion, d'adsorption et de transfert de masse accompagnant l'écoulement des fluides à travers les milieux poreux.

◇ Les modèles basés sur l'écoulement autour d'objets immergés relatifs à des porosités proches de l'unité, sont applicables aux lits fixes et aux lits fluidisés.

L'analyse de nombreuses études antérieures nous a montré que la plus part d'entre elles concernent les lits fixes de particules sphériques, de grains, de particules cylindriques et de particules parallélépipédiques, l'établissement d'une relation entre la perte d'énergie traduite par une perte de pression et la vitesse d'écoulement a été réalisée en considérant le milieu poreux formé de pores uniformes lisses (sauf le modèle de *MacDonald*), et rectiligne, à cet effet nous exposons dans la deuxième partie, une démonstration mathématique qui sera établie pour un pore de structure proche de la structure réelle.

Bibliographie

Bibliographie

- [1] S. Bories, M. Prat. "Transfert de chaleur dans les milieux poreux". Techniques de L'ingénieur. Traité de Génie Energétique. B 8250. (1995).
- [2] N. Midoux. "Ecoulement diphasique : écoulement dans les dispersions solide-fluide et lits fixes". Communication Groupe, ENSIC, Nancy, Août, (2000).
- [3] S. Bories. "Transfert de chaleur et de masse dans les matériaux, analyse et critiques des différents modèles mathématiques utilisés". Collège International des Sciences de Construction. (1991).
- [4] P.C. Carman. "Ecoulement des gaz à travers les milieux poreux". Presse Universitaire de Paris. (1961).
- [5] S. Bories. "Fundamentals of drying of capillary porous bodies". Convective Heat and Mass Transfer. (1991).
- [6] J.C. Charpentier. "Eléments de mécanique des fluides. Application aux milieux poreux". Techniques de l'Ingénieur. traité de Génie des Procédés. J 1065. (1997).
- [7] J. Bessac. "Dictionnaire Hachette". Edition Roland Le Parc. Paris. (2000).
- [8] S. Hanini. "Contribution à l'étude de lavage des pâtes écrues disposées en lits fixes et épais" Thèse de Doctorat INP de Grenoble. (1991).
- [9] J. Charpin et B. Rasmaur. "Caractérisation de la texture des matériaux". Technique de l'ingénieur. Traité analyse et caractérisation. V1050. (1999).
- [10] J. Comiti. "Contribution à la modélisation des lits fixes. Application aux lits des particules parallélépipédiques. Dégradation d'énergie, dispersion axiale, transfert de matière". Thèse de Doctorat d'Etat. Institut National Polytechniques de Grenoble. (1987).
- [11] A. Zerrouati. "Etude hydrodynamique et physico-chimique du système liquide-courgette fibreuse". Application aux traitements des eaux". Mémoire de Magister, Centre Universitaire de Médéa. (2000).
- [12] C. Roedel, S. S. Ramkumer. "Surface and mechanical property measurements of high technology needle punched nonwoven". Tex Res Jou. Vol 73 May, (2003).
- [13] N. E. Sabiri, J. Comiti. "Ecoulement des fluides newtonien et non newtonien à travers des lits stratifiés". The Can. Jour. Chem. Eng. Vol 75, December, (1997).
- [14] S. Hanini, M. N. Bouaziz, K. E. Bal, Y. Bal, "Détermination expérimentale de la tortuosité statique axiale et radiale d'un milieu poreux de fibres cellulosiques saturés". 4^{ème} Journées Maghrebienne de Génie Mécanique, Constantine. (1999).
- [15] F. Z. Mechrouh. "Limitation du modèle général d'écoulement Darcy-Brinkman-Forchheimer. Elaboration d'un modèle hybride (géométrique/ Objet immergé)". Mémoire de Magister, Centre Universitaire de Médéa. (2002).
- [16] I. Whyudi, A. Montillet, and A.O.A. Khalifa. "Darcy and post Darcy flows within different sands". Jou. Hyd. Res. Vol 40, (2002).
- [17] M. Sedille. "Précis de la mécanique des fluides". Edition Dumond, Paris. (1962).
- [18] R. Ouaziaux, J. Perrier. "Mécanique des fluides appliquées". Edition Dumond Paris. (1978).
- [19] A. Lallemand. "Ecoulement des fluides en conduites. Réseaux". Technique de l'Ingénieur. traité de Génie Energétique. B. E.1861. (2001).

- [20] M. Carlier, "Hydraulique générale et appliquée" Édition Eyrolles, (1980)
- [21] V. Baglin, "Mesure de la rugosité des surfaces à l'aide de la technique de BET" Vacuum Technical Note, European Laboratory of Nuclear Research, Suisse, Janvier, (1997)
- [22] H.F. Edgar, F.J. Lockart, "Resistance to filtration", Chem. Eng. Prog. Vol 47, January, (1951)
- [23] A. S. Foust, "Unit operation: Flow of Fluid through Porous Media, Single Fluid Phase", John Wiley and Sons, INC USA (1967).
- [24] G. Dallemagne, "Fluide hydraulique, ", Technique de l'ingénieur, traité de Génie mécanique, BM, 6012, (1999)
- [25] [www. U-picardie.fr/~beaucham/eadaa/mecaflui.htm-16k](http://www.u-picardie.fr/~beaucham/eadaa/mecaflui.htm-16k).
- [26] A. L. Lydaren, "Fluid flow and heat transfert", Wiky Interscience Publication, (1979).
- [27] F. Cœuret, A. Storck, "Eléments de Génie électrochimique" Technique et Documentation Lavoisier, (1984)
- [28] O. Reynolds, "Papers on mechanical and physical subjects" Cambridge University Press, (1900)
- [29] A. E. Scheidegger, "The physics through porous media" University of Toronto Press, (1960)
- [30] I.F. Mac Donald and al." Flow through porous media- the Ergun equation revisited", Ind. Eng. Chem. Fund, Vol 18, (1979).
- [31] M. Fourar, "Ecoulement mono et diphasique a fort débits en milieux poreux et en fractures", Mémoire d'Habilitation à diriger des recherches, INP Lorraine, Nancy, (2003).
- [32] R. Joulie, "Mécanique des fluides ", © Ellipse/ édition Marketing S A, (1998)
- [33] R. B. Bird, W.E. Stewart, E. N. Lightfoot, "Transport phenomena" John Wiley and Sons, USA(1960)
- [34] R. Comolet, "Mécanique expérimentale des fluides", 3^{ème} Edition Masson, Paris, (1982), Tome II.
- [35] N. Midoux, "Mécanique et rhéologie des fluides en génie chimique" Technique et Documentation Lavoisier, (1985).
- [36] B. Derk, "Transport phenomena in porous media", Pergamon, Elsevier Science, UK (1997).
- [37] P. H. Forscheimer, "Wasserbewegung Durch Boden" (Part 2) Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, (1901).
- [38] S. Ergun, " Fluid flow through packed columns" Chem. Eng. Prog. Vol 48, (1952)
- [39] H. E. Rose, "An Investigation into the laws of flow of fluids through beds of granular materials" Proc. Inst. Mech. Eng. (1945).
- [40] H. E. Rose and A. M. A. Risk, Inst. Mech, Ing, (1949).
- [41] J. Andrade, and al, " Inertial effects on fluid flow through disordered porous media", Physical Review Letters, The Amer. Phys. Soc, (1999).
- [42] J. Kozeny, " Soil permeability" Akad. Wiss. Vienna, (1927).
- [43] F. C. Blake, "The Resistance of Paking of Fluid Flow" Trans. Amer. Inst. Chem. Eng. (1922)

Bibliographie

- [44] F. A. L. Dullien. "Porous media: fluid transport and pore structure". Academic Press, New York. (1979)
- [45] S. Mauran and al. "transport in porous media: application of the Carman- Kozeny correlation to high porosity and anisotropic consolidated medium". © Kluwer Academic Publisher, NetherLand. (2001).
- [46] P. Sommerville. "Fundamental principles of fibre fineness measurement" Part 12. Australian Wool Testing Authority, Australia, March, (2004)
- [47] L. Rahli and al. "Experimental Analysis of Fibrous Porous Media Permeability". AIChE Jour, Vol 42. (1996)
- [48] J.P. Reynier. "Écoulement co-courant liquide-liquide dans les garnissages: hydrodynamique, mélange axiale, transfert de matière". These de Doctorat- Ingenieur. Université de Nancy, (1971)
- [49] A. Tallmadge. "Packed bed pressure drop an extension to higher Reynolds number". AIChE Jour, Vol 16. (1970)
- [50] S. Hanini, K.E.Bal, Y.Bal, M.N.Bouaziz, " Limitation du modele general d'écoulement de Darcy-Brinkman-Forscheimer, proposition d'un modele type Brinkman-Ergun corrigé". 4^{ème} Journées Scientifique et Techniques, Alger 16-19-Avril. (2000)
- [51] P. Le Goff. "Mécanique des milieux poreux et dispersés". E. N. S. I. C. Nancy (1965)
- [52] J. Comiti, N. E. Sabiri, A. Montillet. "Experimental characterisation of flow regimes in various porous media – III: limit of Darcy to creeping flow regime for Newtonian and viscous non-Newtonian fluids". Chem. Eng. Sci. (2000)
- [53] W. L. Ingmanson, B.D. Andrews and R.C. Johnson. " Internal pressure distributions in compressible mats under fluids stress". Tappi Jour, Vol 42. (1959).
- [54] N. Ahmed, D. K. Sunada. "Non linear flow in porous media". Proc of the Amer. Soc. Eng. Hy 6. (1969)
- [55] J. Villermaux. "Génie de la réaction chimique: conception et fonctionnement des réacteurs". Edition Techniques et Documentation Lavoisier, Paris. (1982).
- [56] O. Levenspiel. "Chemical reaction engineering". John Wiley and Sons. INC, USA(1972)
- [57] O. Molerus. "A Coherent representation of pressure drop in fixed beds and of bed expansion for particulate fluidized beds". Chem Eng Sci, Vol 35. (1980).
- [58] P.U. Foscolo and al. "An Unified model for particulate expansion fluidised beds and drag coefficient correlations for fluid-particle interactions". Chem. Eng. Sci, Vol 40. (1985)

Partie 2

Modélisation, validation et application

Nomenclature

Symbole	Désignation	Unité
A	Section de passage du capillaire lisse	m ²
A*	Section de passage du capillaire rugueux	m ²
A _{LS}	Surface de la particule	m ²
a _v	Surface spécifique dynamique	m ² /m ³
*	Surface spécifique dynamique corrigée	m ² /m ³
a _v	Surface spécifique statique du milieu poreux.	m ² /m ³
b	Coefficient d'Ingmanson	1
B ₀	Perméabilité du milieu poreux	m ²
C _K	Coefficient de forme de Kozeny	1
D	Diamètre de la conduite	m
d _{eq}	Diamètre équivalent de la particule	m
d _f	Diamètre moyen de la fibre.	m
d _H	Diamètre hydraulique du pore	m
D _H	Diamètre hydraulique de la conduite	m
d _p	Longueur caractéristique minimale du capillaire lisse.	m
d _r	Longueur caractéristique minimale du capillaire rugueux.	m
e	Hauteur des aspérités de la conduite	m
F	Coefficient de Forcheimer	1
f/2	Coefficient de frottement linéaire	1
f _p	Coefficient de frottement dans le capillaire.	1
(f/2) _T	Coefficient de frottement dû à la turbulence	1
g	Accélération de la pesanteur	(m.s ⁻²)
H	Hauteur du lit poreux	m
k	Hauteur des aspérités	m
K	Coefficient d'Ingmanson	1
K ₀	Coefficient de forme défini par Carman	1
L _c	Longueur d'établissement.	m
l _f	Longueur moyenne de la fibre.	m
L _p	Longueur réelle du capillaire.	m
L _{p0}	Longueur géométrique du capillaire.	m
l _p	Longueur caractéristique maximale du capillaire lisse	m
l _r	Longueur caractéristique maximale du capillaire rugueux	m
m _s	Masse solide de l'échantillon fibreux	Kg
n	Nombre de singularité.	1
n _p	Nombre de particules constituant le milieu poreux	1
N _p	Nombre de pore.	1
P	Périmètre du capillaire lisse.	m
P*	Périmètre du capillaire rugueux.	m
Q _v	Debit volumique dans le capillaire	m ³ /s
R	Rayon du coude.	m
Re	Nombre de Reynolds.	1
t	Temps.	s
S	Section de passage du milieu poreux	m ²
U _p	Vitesse de circulation du fluide dans le capillaire lisse.	m/s
U ₀	Vitesse de fluide en fût vide	m/s

U_T	Vitesse de circulation du fluide dans le capillaire rugueux.	$m \cdot s^{-1}$
V_p	Volume de la particule	m^3
V_T	Volume total de l'échantillon poreux.	m^3
V_v	Volume du vide	m^3
X	Fraction solide offerte à l'écoulement.	1

Symboles Grecs

		Unité
α, β	Coefficients tenant compte de la rugosité et de la forme du capillaire.	1
α_i	Angle d'inclinaison définie par Kozeny	(°)
ΔP	Perte de pression dans le milieu poreux.	$N \cdot m^{-2}$
ε	Porosité du milieu	1
μ	Viscosité dynamique	$Kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
ν	Viscosité cinématique du fluide	$M^2 \cdot s^{-1}$
θ	Angle de coude	(°)
ρ	Masse volumique du fluide.	$Kg \cdot m^{-3}$
ρ_s	Masse volumique du solide	$Kg \cdot m^{-3}$
τ_p	Tortuosité du capillaire.	1
τ_M	Tortuosité du milieu poreux.	1
ξ_i	Coefficient de frottement singulier	1
ξ_θ	Coefficient de singularité unitaire	1
ξ_a	Coefficient de forme.	1
ξ_e	Coefficient de rugosité relative du capillaire.	1
ξ_c	Coefficient de rugosité relative de la conduite	1

Introduction

En vue de ses applications industrielles, les écoulements des fluides à travers les milieux poreux ont fait l'objet de plusieurs tentatives de modélisation, les modèles de pertes de charge actuellement disponibles dans la littérature sont très abondants, mais la plus part sont obtenus en considérant les pores du milieu comme uniformes, lisses et non tortueux.

Dans le but de tenir compte de la rugosité, de la singularité et de la non uniformité du pore, nous proposons un nouveau modèle de perte de charge basé sur une approche géométrique, utilisant le modèle capillaire afin de calculer les paramètres de structurations du milieu poreux : tortuosité, surface spécifique dynamique, et perméabilité après avoir estimé le coefficient de singularité et le coefficient de frottement dû à la turbulence.

Le modèle établi sera d'une part validé sur divers empilements : lits fixes de bille de verre, particules parallélépipédiques, fibres synthétiques, et il sera appliqué sur un milieu consolidé de *Luffa Cylindrica*, et d'autre part il sera confronté avec les autres modèles géométriques existants dans la littérature (partie 1), afin de déterminer quelques propriétés structurales du milieu poreux.

1. Hypothèses simplificatrices

Afin d'établir un modèle d'écoulement à travers un milieu poreux, caractérisé par des propriétés structurales bien définies, nous avons proposées un certain nombre d'hypothèses simplificatrices :

- Le fluide est incompressible et l'écoulement est permanent ;
- Le fluide est newtonien ;
- La répartition des vitesses au loin est constante, (régime établi) ;
- Le milieu poreux est considéré comme indéformable dans le temps ;
- Le milieu poreux est considéré comme immobile.

Les principales caractéristiques du modèle que nous allons proposer sont portées sur la *figure 2.1*. Le milieu vu sa structure complexe est assimilé à un ensemble de (N_p) capillaires de longueurs effectives (L_p) , non interconnectés, présentant un certain nombre de singularités, une certaine rugosité, ainsi que ces pores sont inclinés par rapport à la direction générale de l'écoulement, tels que la surface totale interne et le volume total interne des canaux sont égaux respectivement à la surface des particules et au volume de fraction du vide (tous ces pores sont accessibles au fluide, et la tortuosité est uniforme et ne varie pas beaucoup avec la géométrie des pores).

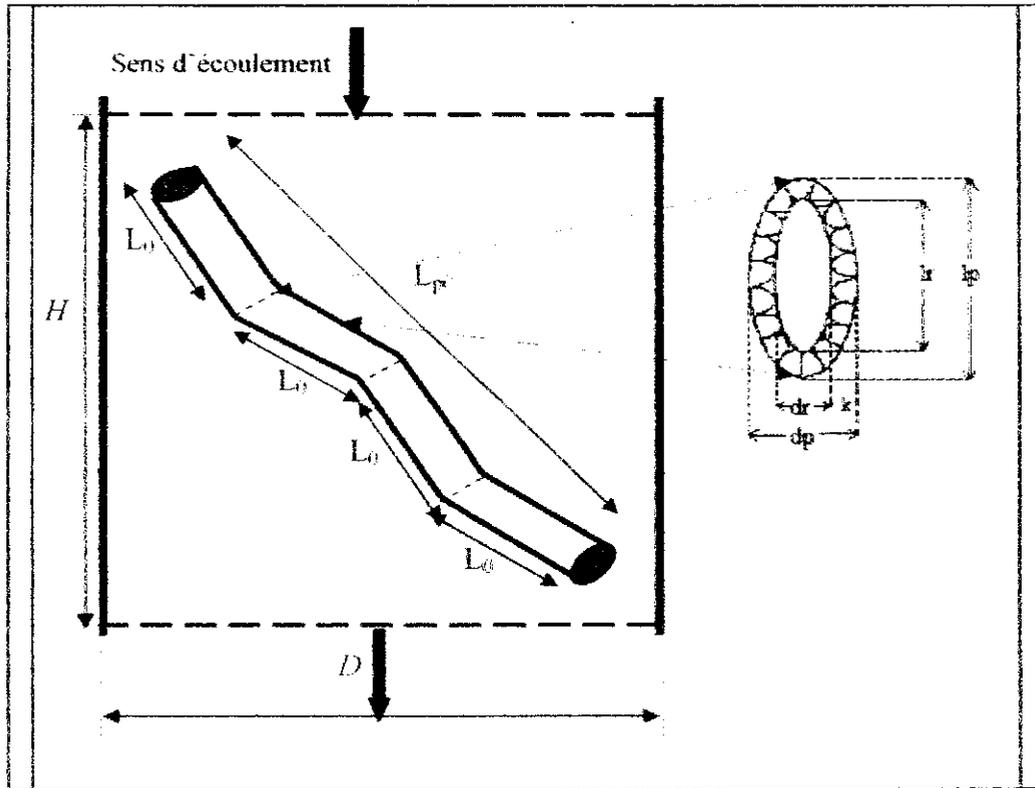


Figure.2.1. Visualisation du capillaire rugueux non uniforme avec une certaine singularité du milieu poreux, pour une section elliptique.

2. Estimation des paramètres du modèle

L'expression du coefficient de perte de charge pour le régime laminaire et turbulent dans le capillaire considéré peut être identifiée avec l'expression de la perte de charge d'un écoulement fluide dans une conduite cylindrique présentant une certaine singularité, elle peut s'écrire, [1, 2]:

$$\frac{\Delta P}{L_p} = f \cdot \rho \cdot U_r^2 \cdot \frac{(f2)}{d_H} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U_r^2 \cdot \frac{1}{L_p} \cdot \sum_{i=1}^n \xi_i \quad (2.1)$$

La longueur réelle du capillaire (L_p) est liée à la longueur géométrique (L_0) par la relation :

$$L_p = \tau_p L_{p0} \quad \text{et} \quad L_{p0} = \tau_M H$$

Donc nous écrivons:

$$L_p = \tau_p \tau_M H \quad (2.2)$$

2.1. Estimation de la vitesse dans le capillaire rugueux (U_r)

Afin de présenter l'expression de la vitesse de circulation du fluide dans le capillaire rugueux, nous supposons en premier lieu que la forme de la section de passage du capillaire est elliptique, et en deuxième lieu nous allons généraliser l'expression pour d'autres formes géométriques.

En effet, Sachant que:

$$\left(\begin{array}{l} \text{Temps de passage dans le capillaire} \\ \text{lisse et avec singularité} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{Temps de passage} \\ \text{dans le milieu poreux} \end{array} \right)$$

On peut écrire :

$$t = \frac{L_p}{U_p} = \frac{V_v}{Q_v} \Rightarrow \frac{\tau_M \tau_p H}{L_p} = \frac{\varepsilon V_T}{S L_0} \quad (2.3)$$

Soit :

$$U_p = \frac{\tau_p \tau_M}{\varepsilon} U_0 \quad (2.4)$$

Le débit volumique se conserve le long du capillaire, on écrit alors :

$$(Le\ débit\ dans\ le\ capillaire\ lisse) = (Le\ débit\ dans\ le\ capillaire\ rugueux)$$

Cela conduit à :

$$A U_p = A^* U_r \quad (2.5)$$

Pour une section de passage de forme elliptique, nous avons :

$$\left(\frac{\pi}{4} l_p d_p \right) U_p = \left(\frac{\pi}{4} l_r d_r \right) U_r \quad (2.6)$$

En introduisant la rugosité relative (ζ_r), et le coefficient de forme (ζ_a), on écrit :

$$U_r = \left[\frac{(\zeta_a + \zeta_r)(1 + \zeta_r)}{\zeta_a} \right] U_p \quad (2.7)$$

Donc l'expression de la vitesse dans un capillaire elliptique rugueux est donnée par l'équation :

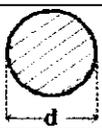
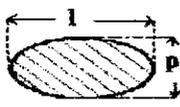
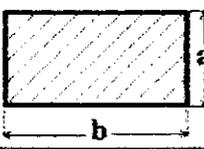
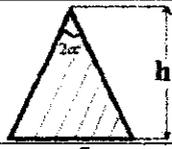
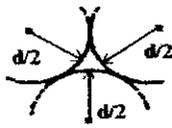
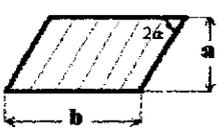
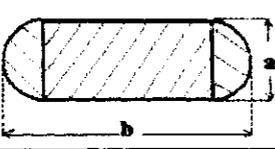
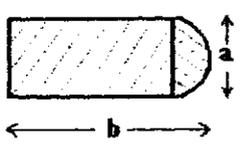
$$U_r = \beta \frac{\tau_M \tau_p}{\varepsilon} U_0 \quad \text{où} : \beta = \frac{A}{A^*} = \frac{(\zeta_a + \zeta_r)(1 + \zeta_r)}{\zeta_a} \quad (2.8)$$

Les expressions de β pour les différentes géométries de pores sont données sur le *tableau 2.1*.

Avec

- A : Section de passage du capillaire lisse, (m²) ;
- A* : Section de passage du capillaire rugueux, (m²) ;
- d_{tt} : Diamètre hydraulique du pore, (m) ;
- H : Hauteur du lit poreux, (m) ;
- d_p : Longueur caractéristique minimale du capillaire lisse, (m) ;
- d_r : Longueur caractéristique minimale du capillaire rugueux, (m) ;
- L_p : Longueur réelle du capillaire, (m) ;
- L_{p0} : Longueur géométrique du capillaire, (m) ;
- l_p : Longueur caractéristique maximale du capillaire lisse, (m) ;
- l_r : Longueur caractéristique maximale du capillaire rugueux, (m) ;
- U_p : Vitesse de circulation du fluide dans le capillaire lisse, (m.s⁻¹) ;
- U₀ : Vitesse de fluide en fût vide, (m.s⁻¹) ;
- U_r : Vitesse de circulation du fluide dans le capillaire rugueux (m.s⁻¹) ;
- ζ_a : Coefficient de forme, (1) ;
- ζ_r : Coefficient de rugosité relative du capillaire, (1) ;
- ξ_θ* : Coefficient de singularité unitaire, (1) ;

Tableau 2.1. Quelques valeurs de β, α pour certaines géométries de pore.

Forme géométrique	ζ_a	ζ_e	$\beta = \frac{A}{A^*}$	$\alpha = \frac{P}{P^*}$
	1	$\frac{2k}{d}$	$(1+\zeta_e)^2$	$(1+\zeta_e)$
	$\frac{d}{l}$	$\frac{2k}{l_r}$	$\frac{(\zeta_a + \zeta_e)(1 + \zeta_e)}{\zeta_a}$	$\frac{\zeta_a + 2\zeta_e + 1}{1 + \zeta_a}$
	1	$\frac{2k}{a}$	$(1+\zeta_e)^2$	$(1+\zeta_e)$
	$\frac{a}{b}$	$\frac{2k}{b}$	$\frac{(\zeta_a + \zeta_e)(1 + \zeta_e)}{\zeta_a}$	$\frac{\zeta_a + 2\zeta_e + 1}{1 + \zeta_a}$
	1	$\frac{2k}{h}$	$(1+\zeta_e)^2$	$(1+\zeta_e)$
	1	$\frac{2k}{d}$	$(1+\zeta_e)^2$	$(1+\zeta_e)$
	1	$\frac{2k}{d}$	$(1+\zeta_e)^2$	$(1+\zeta_e)$
	$\frac{a}{b}$	$\frac{2k}{b}$	$\frac{(\zeta_a + \zeta_e)(1 + \zeta_e)}{\zeta_a}$	$\frac{\zeta_a + 2\zeta_e + 1}{1 + \zeta_a}$
	1	$\frac{2k}{a}$	$(1+\zeta_e)^2$	$(1+\zeta_e)$
	$\frac{a}{b}$	$\frac{2k}{b}$	$\left(\frac{\zeta_a + \zeta_e}{\zeta_a}\right) \left[1 + \frac{\frac{\pi}{4} \zeta_a}{1 - \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \frac{\zeta_a}{2}} \right]$	$1 + \frac{\pi \zeta_e}{2 - (1 - \pi) \zeta_a}$
	$\frac{a}{b}$	$\frac{2k}{b}$	$\left(\frac{\zeta_a + \zeta_e}{\zeta_a}\right) \left[1 + \frac{\left(1 + \frac{\pi}{4}\right) \left(\frac{\zeta_e}{2}\right)}{1 - \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \left(\frac{\zeta_a}{2}\right)} \right]$	$1 + \frac{(1 + \pi) \left(\frac{\zeta_e}{2}\right)}{2 - (1 - \pi) \left(\frac{\zeta_a}{2}\right)}$

2.2. Estimation du diamètre hydraulique (d_H)

Par définition le diamètre hydraulique représente le rapport de quatre fois le volume accessible au fluide à la surface solide mouillée, autrement dit quatre fois la section mouillée au périmètre mouillé du milieu poreux. Par ailleurs, le diamètre hydraulique est lié à la nécessité de représenter la porosité (ε) et l'aire spécifique entre la phase solide et la phase fluide (a_d):

$$d_H = \frac{4\varepsilon}{a_d(1-\varepsilon)} \quad (2.9)$$

Etant donné que pour un pore rugueux de forme quelconque, le fluide circule dans l'espace non occupé par la rugosité, donc nous allons introduire ce terme dans l'expression (2.9) en fonction des paramètres (β, α) tel que :

$$d_H = 4 \frac{\beta}{\alpha} \frac{\varepsilon}{a_d(1-\varepsilon)} \quad (2.10)$$

Avec : $\alpha = \frac{\text{Périmètre du capillaire lisse}}{\text{Périmètre du capillaire rugueux}} = \frac{P}{P^*}$, les valeurs de α sont données sur le tableau 2.1.

Le calcul du diamètre hydraulique à partir de l'équation (2.10) se fait par la détermination de la surface spécifique en assimilant le milieu poreux à (n_p) particules (de formes géométriques déterminées et que la surface spécifique dynamique égale à la surface spécifique statique), dont le calcul est rapporté sur le tableau 2.2.

2.3. Estimation du coefficient de frottement linéaire ($f/2$)

Le coefficient de frottement ($f/2$) est fonction du nombre de Reynolds (Re) caractérisant l'écoulement ainsi que de la nature des parois de la canalisation. Par analogie aux pertes de charge on peut écrire :

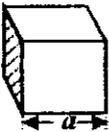
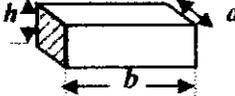
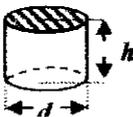
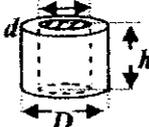
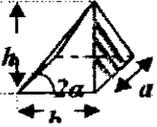
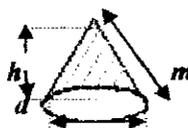
$$\begin{aligned} \left(\text{coefficient de frottement total} \right) &= \left(\text{coefficient de frottement visqueux} \right) + \left(\text{coefficient de frottement inertiel} \right) \\ &= \left(\text{coefficient de frottement en régime laminaire} \right) + \left(\text{coefficient de frottement en régime turbulent} \right) \end{aligned} \quad (2.11)$$

En effet, pour le régime laminaire ($Re < 2100$), la relation utilisée est celle de Hagen-Poiseuille démontrée pour un fluide newtonien écoule dans une conduite circulaire, [1].

$$\frac{f}{2} = \frac{8}{Re} \quad (2.12)$$

Pour le régime turbulent ($Re > 4500$) la relation du coefficient de frottement est représentée par la formule de Colebrook où le terme de rugosité est introduit.

Tableau 2.2. Expressions des surfaces spécifiques exprimées pour quelques géométries de particules.

Forme géométrique	Surface de la particule A_{Ls} , [m ²].	Volume de la particule V_s , [m ³].	Surface spécifique de la particule a_s , [m ⁻¹].
	$6 a^2$	a^3	$\frac{6}{a}$
	$a2 (ab+ah+bh)$	abh	$\frac{2(ab+ah+bh)}{abh}$
	$\pi d h$	$\pi \frac{d^2}{4} h$	$\frac{4}{d}$
	$\pi h(d+D)$	$\frac{\pi}{4}(D^2-d^2)h$	$\frac{4}{(D+d)}$
	$a\sqrt{h^2+\frac{b^2}{2}}+b\sqrt{h^2+\frac{a^2}{2}}$	$\frac{1}{3} hab \sin(2\alpha)$	$\frac{3 \left[a\sqrt{h^2+\frac{b^2}{2}}+b\sqrt{h^2+\frac{a^2}{2}} \right]}{hab \sin 2\alpha}$
	$\pi \frac{d}{2} m$	$\frac{\pi}{12} h d^2$	$3 \sqrt{\frac{1}{h^2} + \frac{4}{d^2}}$
	$\frac{\pi}{2} d \sqrt{h^2+\frac{d^2}{4}}$	$\frac{\pi}{12} h(D^2-d^2+Dd)$	$\frac{3d\sqrt{d^2+4h^2}}{h(D^2+d^2+Dd)}$
	$2\pi r h$	$\frac{\pi}{6} h(3a^2+3b^2+h^2)$	$\frac{6d}{(3a^2+3b^2+h^2)}$
	πd^2	$\frac{\pi}{6} d^3$	$\frac{6}{d}$

Pour représenter simultanément le coefficient de frottement en régime turbulent lisse et en régime turbulent rugueux *Colebrook* et *White* ont regroupés les différentes corrélations des auteurs sous la forme :

$$\frac{1}{\sqrt{f/2}} = -5.65 \cdot \log \left[\frac{0.88}{\text{Re} \sqrt{f/2}} + \frac{\zeta_e}{3.71} \right] \quad (2.13)$$

Pour palier l'inconvénient de la relation de *Colebrook* qui est implicite en ($f/2$), certains auteurs ont proposés des relations empiriques équivalentes. *Churchill* a proposé la relation suivante analogue de celle de *Colebrook*, elle est utilisée quelque soient le régime d'écoulement et la valeur de la rugosité, [2] :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{f}{2} &= \left\{ \left(\frac{8}{\text{Re}} \right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^{3/2}} \right\}^{1/12} \\ A &= \left\{ 2.457 \ln \left[\left(\frac{7}{\text{Re}} \right)^{0.9} + 0.27 \zeta_e \right]^{-1} \right\}^{16} \\ B &= \left(\frac{37530}{\text{Re}} \right)^{16} \end{aligned} \right. \quad (2.14)$$

Pour notre modèle :

- Dans une *première étape* nous allons estimer les valeurs de coefficient de frottement pour les différentes valeurs de nombre de *Reynolds* (Re) allant de (10^2 à 10^4) et pour chaque valeur de coefficient de rugosité (ζ_e) tel que $5 \cdot 10^{-4} < \zeta_e < 1$. A cet effet, la relation de *Churchill* (2.14) sera appliquée pour calculer le coefficient de frottement ($f/2$).

La représentation du coefficient de frottement dépend du critère du nombre de *Reynolds* et celle de la rugosité relative, on peut partager cette variation en somme de deux termes :

$$\frac{f}{2} = a_0 + \frac{8}{\text{Re}} \quad (2.15)$$

Pour les faibles valeurs de nombre de *Reynolds*, le coefficient de frottement ne dépend pas de la rugosité relative, il est exprimé par la relation (2.12).

- Dans une *deuxième étape*, nous avons calculé les valeurs de (a_0) à partir des droites obtenues pour chaque valeur de (ζ_e).

La reproduction graphique de $a_0 = f(\zeta_e)$ donne une droite telle que :

$$a_0 = 28 \cdot 10^{-4} - 86.5 \cdot 10^{-3} \zeta_e \quad \text{avec} \quad R \approx 0.996 \quad (\text{voir annexe A1}) \quad (2.16)$$

La variation de coefficient de frottement linéaire en fonction de nombre de *Reynolds* peut être estimée par l'expression suivante :

$$\left(\frac{f}{2} \right) = 28 \cdot 10^{-4} - 86.5 \cdot 10^{-3} \zeta_e + \frac{8}{\text{Re}} \quad (2.17)$$

2.4. Correction du terme dû à la dégradation de l'énergie cinétique

Au voisinage de la paroi, l'écoulement est sujet à moins de changement de direction qu'à l'intérieur du lit, il y a donc une dégradation d'énergie cinétique intérieure regroupant une dégradation fluide/particule solide constituant le milieu poreux et une dégradation fluide/paroi de la conduite limitant ce milieu, donc la rugosité de la paroi de la conduite limitant le milieu poreux, nécessite d'introduire un terme correctif au coefficient de frottement (*figure 2.2*), tel que :

$$\left(\begin{array}{l} \text{coefficient de frottement} \\ \text{corrigé par unité de surface} \\ \text{de canalisation rugueuse} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{coefficient de frottement proche} \\ \text{de la paroi par unité de surface} \\ \text{de la paroi rugueuse de la canalisation} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{Coefficient de frottement de la} \\ \text{canalisation par unité de surface} \\ \text{de canalisation rugueuse restante} \end{array} \right) \quad (2.18)$$

Par la suite nous pouvons écrire :

$$A_T \left(\frac{f}{2} \right)_{cor} = (A_T - A_0) \left(\frac{f}{2} \right)_{pr} + A_0 \left(\frac{f}{2} \right)_0 \quad (2.19)$$

Pour une conduite de forme circulaire, nous écrivons :

$$\left(\frac{f}{2} \right)_{cor} = \left[1 - \left(1 - 2z_c - \frac{d_{eq}}{D} \right)^2 \right] \left(\frac{f}{2} \right)_{pr} + \left[1 - 2z_c - \frac{d_{eq}}{D} \right]^2 \left(\frac{f}{2} \right)_0 \quad (2.20)$$

et pour une conduite de forme non circulaire, nous introduisons le diamètre hydraulique de la conduite (D_H).

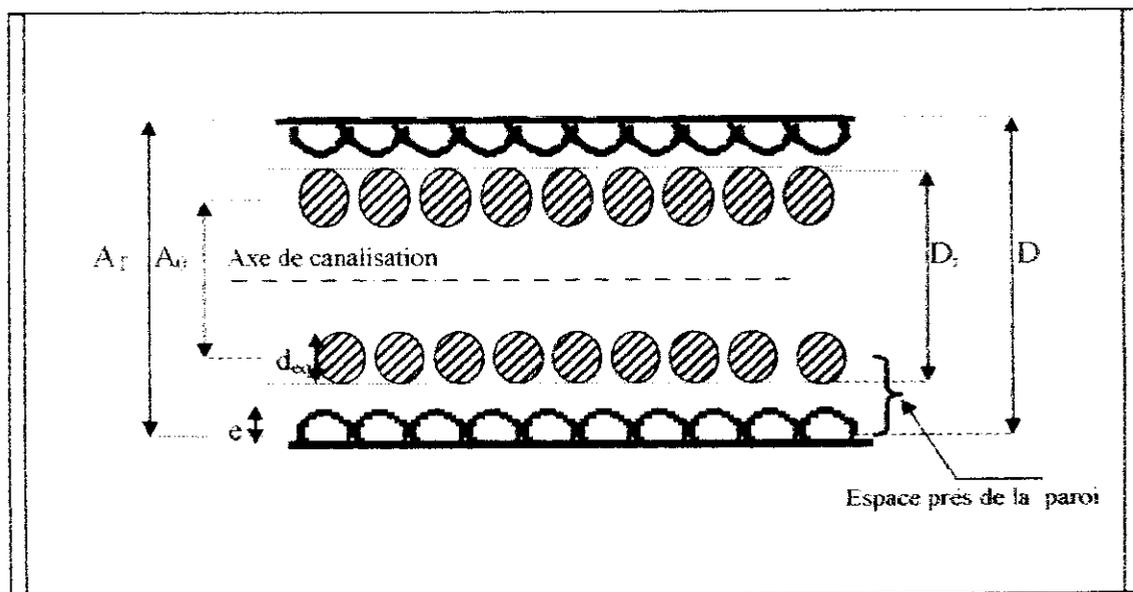


Figure 2.2. Visualisation de l'espace près de la paroi d'une canalisation rugueuse.

Avec :

- A_T : Section de passage de la conduite sans rugosité. (m^2).
- A_0 : Section de passage à partir de la première couche du milieu poreux. (m^2).
- $(f/2)_0$: Coefficient de frottement linéaire au sien du milieu poreux. (1).

- $(f/2)_{pr}$: Coefficient de frottement linéaire près de la paroi. (1) ;
 $(f/2)_{cor}$: Coefficient de frottement linéaire corrigé. (1) ;
 d_{eq} : Diamètre équivalent de la particule. (m) ;
 D : Diamètre de la conduite lisse limitant le milieu poreux. (m) ;
 D_r : Diamètre de la conduite rugueuse limitant le milieu poreux (m).
 ζ_c : Rugosité relative de la conduite. $\zeta_c = \frac{e}{D}$. (1).

Nous allons introduire le diamètre équivalent de la particule, c'est-à-dire le diamètre de la sphère qui a la même surface spécifique que la particule :

$$d_{eq} = \frac{6}{a_s}$$

Pour calculer $\left(\frac{f}{2}\right)_{pr}$ nous supposons qu'à l'intérieur de l'espace près de la paroi, l'épaisseur de la rugosité du conduit simulant les pores est égale à la somme des rugosités de part et d'autre des cotés du capillaire $\left(\frac{\zeta_c + \zeta_c}{2}\right)$, on appliquant la relation (2.17) nous écrivons:

$$\left(\frac{f}{2}\right)_{pr} = \frac{8}{Re} + 28.10^{-4} + 86.5.10^{-3} \left(\frac{\zeta_c + \zeta_c}{2}\right) \quad (2.21)$$

Par conséquent, le coefficient de frottement résultant de la dégradation de l'énergie de l'écoulement pour l'ensemble (milieu poreux- colonne), s'écrit :

$$\left(\frac{f}{2}\right) = \frac{8}{Re} + 28.10^{-4} + 86.5.10^{-3} \left[\left(1 - \left(1 - 2\zeta_c - \frac{d_{eq}}{D}\right)^2\right) \left(\frac{\zeta_c + \zeta_c}{2}\right) + \left(1 - 2\zeta_c - \frac{d_{eq}}{D}\right)^2 \zeta_c \right] \quad (2.22)$$

Le coefficient de frottement estimé est lié à la nécessité de déterminer chaque paramètre, cependant, l'effet de la rugosité s'avère celui de la rugosité du milieu poreux au quel il faut ajouter celle de la paroi, un terme qui a été introduit par Comit [3], il a assimilé la hauteur des aspérités équivalente au rayon du capillaire du milieu poreux ($\zeta_c = 0.5$), et que la paroi de la conduite contenant le milieu poreux est lisse ($\zeta_c = 0$). On outre, certains auteurs comme MacDonald et coll. [4] considèrent que l'estimation de $\left(\frac{f}{2}\right)$ varie selon que les particules sont lisses ou très rugueuses, mais aucune relation quantitative entre ce coefficient et la rugosité des particules et/ou celle de la paroi de la conduite n'est proposée.

2.5. Estimation du coefficient de frottement singulier dans le pore (ζ_f)

Indépendamment de la perte de charge linéaire due aux frottements le long des éléments rectilignes d'une canalisation, il peut y avoir dans certains cas des singularités qui provoquent des pertes de charge accidentelles, pour évaluer avec précision la perte de charge produite par une singularité il faut que celle-ci soit située entre deux tronçons capillaires suffisamment longs pour régulariser les vitesses, pour cela on a identifié la longueur entre les deux tronçons (L_0) à la longueur équivalente (L_e), (Figures 1.7, 1.9).

En effet, pour le régime laminaire ($Re < 2100$), et pour le régime turbulent ($Re > 4500$), nous allons appliqué les relations données par, [2] :

$$(L_0)_L = (L_e)_L = 0.0575 d_H Re \quad (2.23)$$

$$(L_0)_T = (L_e)_T = 0.623 d_H Re^{1/4} \quad (2.24)$$

Nous supposons que nous avons (n) singularités le long du capillaire, car à chaque extrémité du capillaire nous comptons (1.2) singularité, soit :

$$L_p - nL_0$$

Nous obtenons donc:

- Pour le régime laminaire :

$$n_L = \frac{L_p}{(L_0)_L} = \frac{\tau_p \tau_M H}{0.0575 \cdot \text{Re} \cdot d_H} \quad (2.25)$$

- Pour le régime turbulent :

$$n_T = \frac{L_p}{(L_0)_T} = \frac{\tau_p \tau_M H}{0.623 \cdot \text{Re}^{\frac{1}{4}} \cdot d_H} \quad (2.26)$$

Par conséquent:

$$n = \frac{\tau_p \tau_M H}{d_H} \left(17.40 \cdot \text{Re}^{-1} + 1.605 \text{Re}^{-1/4} \right)$$

Et par la suite, le terme $\left(\sum_{i=1}^n \xi_i \right)$ s'écrit:

$$\sum_{i=1}^n \xi_i = n \xi_\theta^* = \frac{\tau_p \tau_M H \alpha a_d (1-\varepsilon)}{4 \beta \varepsilon} \left\{ 17.40 \text{Re}^{-1} + 1.605 \text{Re}^{-1/4} \right\} \xi_\theta^* \quad (2.27)$$

Avec : ξ_θ^* le coefficient de singularité unitaire qui est donné sur le *tableau 2.3*. Ce facteur ne peut être calculé que pour des nombres de Reynolds élevés (régime turbulent, >500 Re), et par conséquent le terme ($b_2 \cdot \text{Re}$) tend vers (θ)

Pour rendre l'équation (2.27) plus maniable, linéarisons l'expression:

$$\left(\frac{17.40}{\text{Re}} + \frac{1.605}{\text{Re}^{1/4}} \right) = a_2 + \frac{b_2}{\text{Re}} = \psi(\text{Re})$$

La reproduction graphique de la fonction ($\psi(\text{Re})$) a donnée l'expression suivante :

$$\psi(\text{Re}) = 0.22 - \frac{7.11 \cdot 10^{-6}}{\text{Re}} \quad \text{Avec } R = 0.998 \quad (2.28)$$

Le calcul de ξ_θ^* se fait à partir de l'équation (2.29b) :

$$\xi_\theta^* = \xi_{90}^* \cdot 1.58 \left(1 - \exp \left(-\frac{\theta}{90} \right) \right) \quad (2.29)$$

Selon *Idelchik* [5], pour un coude brusque ($\theta = 90^\circ$) et en prenant ($R \cdot d_H > 1$), le coefficient de frottement singulier tend vers une valeur minimale et constante, $\xi_{90}^* = 0.2$

Finalement, nous obtenons:

$$\sum_{i=1}^n \xi_i = \frac{\tau_M \tau_p H \alpha a_d (1 - \varepsilon)}{4 \beta \varepsilon} \cdot 0.22 \cdot \xi_{\theta}^* \quad \text{avec} \quad \xi_{\theta}^* = 0.316 \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{\theta}{90}\right) \right) \quad (2.30)$$

Avec :

L_c : Longueur d'établissement, (m) .

n : Nombre de singularite dans le pore, (1) .

Re : nombre de Reynolds, (1) ;

α, β : Coefficients tenant compte de la rugosite et de la forme du capillaire (1) .

ε : Porosité du milieu, (1) .

θ : Angle de coude, (°) .

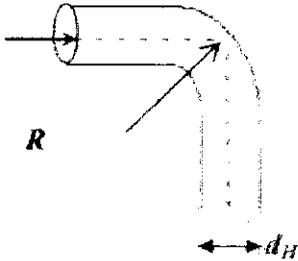
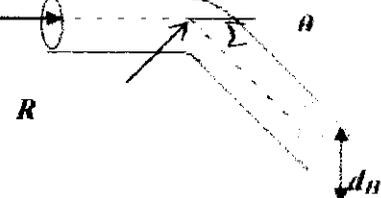
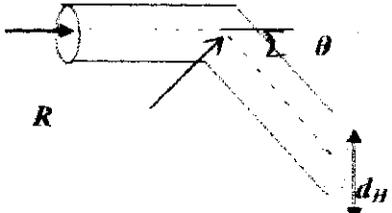
τ_p : Tortuosité du capillaire, (1) .

τ_M : Tortuosité du milieu poreux, (1) .

ξ_i : Coefficient de frottement singulier

ξ_{θ}^* : Coefficient de singularite unitaire, (1).

Tableau 2.3. Calcul des singularités de différentes géométries de coudes, [2], [5]

Nature du coude	Géométrie du coude selon le plan vertical	Corrélation de ξ_{θ}^*
Droit ($\theta = 90^\circ$)		$\xi_{\theta}^* = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{R/d_H}} \cdot 2.5 & \frac{R}{d_H} < 1 \\ \frac{0.21}{\sqrt{R/d_H}} & \frac{R}{d_H} > 1 \end{cases}$ <p>(2.29a)</p>
Arrondi ($\theta \neq 90^\circ$)		$\xi_{\theta}^* = 1.58 \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{\theta}{90}\right) \right)$ <p>(2.29b)</p>
Vif ($\theta < 90^\circ$)		$\xi_{\theta}^* = 0.95 \sin^2 \frac{\theta}{2} + 2.05 \sin^3 \frac{\theta}{2}$ <p>(2.29c)</p>

2.6. Correction du terme dû à l'effet des parois

La présence de la paroi de la colonne contenant le milieu poreux même si l'on suppose qu'il n'y a aucun chemin préférentiel près de la paroi, doit être prise en compte dans le modèle. Sachant que :

$$\left(\begin{array}{l} \text{Surface réelle totale du milieu} \\ \text{poreux offerte à l'écoulement par} \\ \text{unité de volume solide} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{Surface totale du milieu} \\ \text{poreux par unité de} \\ \text{volume solide} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{Surface de la conduite} \\ \text{par unité de volume} \\ \text{solide} \end{array} \right) \quad (2.31)$$

La surface spécifique par unité de volume de solide est:

$$a_d^* = \frac{A_S}{V_S} + \frac{(A)_{cd}}{V_S} \quad (2.32)$$

Par la suite, nous obtenons:

$$a_d^* = a_d + \frac{(A)_{cd}}{A_S} a_d \quad (2.33)$$

$$a_d^* = a_d \left[1 + \frac{d_H}{\varepsilon D_H} \right] \quad (2.34)$$

Or le diamètre hydraulique du pore est donné par :

$$d_H = \frac{4\varepsilon}{a_d(1-\varepsilon)} \quad (2.35)$$

Finalement, et en remplaçant chaque terme par son expression, nous arrivons à l'expression suivante :

$$a_d^* = a_d \left[1 + \frac{4}{a_d(1-\varepsilon)D_H} \right] \quad (2.36)$$

Pour une conduite circulaire, il faut remplacer (D_H) dans l'équation (2.36) par le diamètre de la conduite (D) .

3. Etablissement du modèle

L'étude de la dégradation de l'énergie mécanique lors de l'écoulement d'un fluide à travers un milieu poreux a fait l'objet de plusieurs tentatives de modélisation. Notre but, est d'établir un nouveau modèle de type capillaire, basé sur l'équation générale de la perte de charge (équation (2.1)), permettant le calcul des paramètres de structuration du milieu poreux considéré, en suite nous allons exprimer cette équation sous une forme adimensionnelle.

Nous définissons le nombre de *Reynolds* dans le pore de la même façon par analogie avec le nombre de *Reynolds* dans une conduite:

$$Re = \frac{d_H}{\nu} U_r = \frac{4\varepsilon p^* M \beta^2}{\alpha a_d(1-\varepsilon)\nu} U_0 \quad (2.37)$$

On peut décomposer l'équation (2.1), en la somme de deux termes tels que :

$$\frac{\Delta P}{L_p} = \left(\frac{\Delta P}{L_p} \right)_I - \left(\frac{\Delta P}{L_p} \right)_{II} = 4 \cdot \rho \cdot U_r^2 \cdot \frac{f}{d_H} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U_r^2 \cdot \frac{1}{L_p} \cdot \sum_{i=1}^n \xi_i \quad (2.38)$$

Le premier terme du deuxième membre s'écrit en remplaçant chaque paramètre hydrodynamique par son expression déjà développée auparavant :

- (U_r) → équation (2.2) ;
- (U_r) → équation (2.8) ;
- (d_H) → équation (2.10) ;
- (f) → équation (2.22) ;
- (ξ_i) → équation (2.30) ;
- $(a_{d_i}^*)$ → équation (2.36) ;
- (Re) → équation (2.37) ;

Ce terme s'écrit par la suite :

$$\left(\frac{\Delta P}{H} \right)_I = \rho \frac{\beta \alpha \tau_M^3 \tau_p^3 a_d (1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \left[\frac{8}{Re} + 28 \cdot 10^{-4} + 0.0865 \cdot \left(1 - \left(1 - 2\zeta_c - \frac{d_{eq}}{D} \right)^2 \right) \cdot \frac{\zeta_c - \zeta_c^*}{2} \right] \cdot \left(1 - 2\zeta_c - \frac{d_{eq}}{D} \right)^2 \cdot \zeta_c \cdot U_0^2 \quad (2.39)$$

Posons :

$$a_1 = \left(1 - 2\zeta_c - \frac{d_{eq}}{D} \right)^2 \cdot \zeta_c \quad \text{et} \quad b_1 = \left(1 - \left(1 - 2\zeta_c - \frac{d_{eq}}{D} \right)^2 \right) \cdot \frac{\zeta_c - \zeta_c^*}{2}$$

L'équation (2.39) devient :

$$\left(\frac{\Delta P}{H} \right)_I = \rho \frac{\beta \alpha \tau_M^3 \tau_p^3 a_d (1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \left[\frac{8}{Re} + 28 \cdot 10^{-4} + 0.0865 (b_1 + a_1) \right] U_0^2 \quad (2.40)$$

La surface spécifique corrigée (équation (2.36)) doit être introduite seulement dans le terme de frottement de viscosité de la perte de charge, car à faible vitesse, le fluide a tendance à épouser les parois de la conduite, par contre à forte valeur de vitesse, l'énergie cinétique l'emporte et le contact du fluide avec les parois solides est moins important.

L'équation s'écrit par la suite :

$$\left(\frac{\Delta P}{H} \right)_I = 2 \mu \frac{\alpha^2}{\beta} \tau_M^2 \tau_p^2 a_d^2 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} U_0 + \rho \beta \alpha \tau_M^3 \tau_p^3 a_d \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \left[28 \cdot 10^{-4} + 0.0865 (a_1 + b_1) \right] U_0^2 \quad (2.41)$$

Ou encore :

$$\left(\frac{\Delta P}{H} \right)_I = \rho \cdot a_d^3 \cdot v^2 \cdot \tau_M \tau_p \frac{\alpha^3}{\beta^3} \cdot \frac{(1-\varepsilon)^3}{16\varepsilon^3} \left[8 \operatorname{Re} \left(1 + \frac{4}{a_d (1-\varepsilon) D} \right) + \left((a_1 + b_1) \cdot 0.0865 + 28 \cdot 10^{-4} \right) \operatorname{Re}^2 \right] \quad (2.42)$$

Le second terme du deuxième membre de l'équation (2.38), est dû essentiellement aux forces d'inertie, autrement dit il est exprimé en fonction de la vitesse au carré, par conséquent ce terme s'écrit :

$$\left(\frac{\Delta P}{L_p} \right)_{II} = \rho \beta \alpha a_d \tau_M^2 \tau_p^2 \frac{(1-\varepsilon)}{8\varepsilon^3} \left(0.22 \frac{\varepsilon^*}{\varepsilon} \right) U_0^2 \quad (2.43)$$

Soit :

$$\left(\frac{\Delta P}{H}\right)_{II} = \rho \beta \alpha a_d \tau_M \tau_p \frac{(1-\varepsilon)}{8 \varepsilon^3} \left(0.22 \frac{\xi \theta^*}{\rho}\right) U_0^2 \quad (2.44)$$

Ou encore :

$$\left(\frac{\Delta P}{H}\right)_{II} = \rho a_d^3 \tau_M \tau_p v^2 \frac{\alpha^3 (1-\varepsilon)^3}{\beta^3 16 \varepsilon^3} \left(0.22 \frac{\xi \theta^*}{\rho}\right) Re^2 \quad (2.45)$$

La chute de pression due au passage du fluide à travers le milieu poreux s'écrit alors :

$$\left(\frac{\Delta P}{H}\right) = 2 \mu a_d^* \frac{\alpha^2}{\beta} \tau_M \tau_p \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} U_0 + \rho a_d \beta \alpha \tau_M \tau_p \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \left[0.0865(a_1 + b_1) + 28 \cdot 10^{-4} - \frac{0.22 \xi \theta^*}{8}\right] U_0^2 \quad (2.46)$$

Cette équation peut s'écrire sous la forme :

$$\left(\frac{\Delta P}{H}\right) = \rho a_d^3 \tau_M \tau_p v^2 \frac{\alpha^3 (1-\varepsilon)^3}{\beta^3 16 \varepsilon^3} \left[8 \left(1 + \frac{4}{a_d(1-\varepsilon)D}\right) Re + \left(0.0865(a_1 + b_1) + 28 \cdot 10^{-4} + 0.22 \frac{\xi \theta^*}{\rho}\right) Re^2\right] \quad (2.47)$$

Nous constatons que ces deux équations sont constituées de deux termes, tels que :

Le premier terme, représente une contribution linéaire proportionnelle à (U_0 ou Re) caractérisant le frottement visqueux vis-à-vis les pores constituant le milieu poreux, et la loi de *Darcy* s'applique.

Le second terme représente une contribution due aux forces d'inertie, proportionnelle à (U_0^2 ou Re^2) caractérisant la dissipation d'énergie cinétique lors de son adhésion à l'interface du solide, cette contribution a été proposée par plusieurs auteurs, [3, 6-9], mais le coefficient multipliant (U_0 ou Re) qui dépend de plusieurs paramètres varie selon les hypothèses prises en considération.

4. Forme adimensionnelle

La représentation capillaire du milieu poreux est associée à un modèle d'évaluation des chutes de pression pour des écoulements des fluides newtoniens, (Equations (2.46) et (2.47)), cette représentation peut être exprimée aussi par une équation de forme adimensionnelle, pour ce faire, nous définissons le coefficient de frottement (f_p) :

$$f_p = \frac{\Delta P}{L_p} \cdot \frac{d_H}{4} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2} \rho U_0^2} \quad (2.48)$$

En remplaçant (U_0), (d_H) respectivement par les équations (2.8), (2.10), et (L_p) par l'équation $L_p = \tau_M \tau_p H$, nous obtenons l'expression de (f_p), donnée par:

$$f_p = \frac{\Delta P}{H} \cdot \frac{2\varepsilon^3}{\rho a_d \tau_M \tau_p (1-\varepsilon) \beta \alpha U_0^2} \quad (2.49)$$

La forme adimensionnelle du modèle établi est obtenue en remplaçant le gradient de pression par l'équation (2.46) et le nombre de Reynolds dans le capillaire par l'équation (2.37), par la suite nous arrivons à l'équation :

$$f_p = \frac{16}{Re} \alpha' + 2\beta' \quad (2.50)$$

$$\alpha' = \left(1 + \frac{4}{a_f(1-\varepsilon)D} \right)^2$$

$$\beta' = 0.0865 \cdot \left(1 - \left(1 - 2\zeta_c - \frac{d_{eq}}{D} \right)^2 \right) \cdot \left(\frac{\zeta_c - \zeta_e}{2} \right) \cdot \left(1 - 2\zeta_c - \frac{d_{eq}}{D} \right)^2 \cdot \zeta_e + 28 \cdot 10^{-4} - 0.22 \frac{\zeta_e^*}{8}$$

Certains auteurs ont utilisé la forme adimensionnelle, [3-4], [8, 10], et ceci soit pour déterminer le coefficient de frottement dans le capillaire, ou pour calculer les paramètres de structuration.

Pour notre modèle, l'équation précédente dépend du critère du nombre de Reynolds dans le pore (Re), de plus nous constatons que les effets de la paroi et de la singularité sont introduits dans les termes : α et β .

5. Détermination des paramètres de structuration de divers empilements

Le modèle établi (équation (2.46)) tient compte de plusieurs paramètres, certains sont liés aux propriétés du fluide et d'autres sont fonction de la géométrie et de l'arrangement des particules constituant le milieu poreux, les paramètres indispensables dans le calcul de tel milieu sont la surface spécifique offerte à l'écoulement (a_f), le cheminement suivi par le fluide lors de son écoulement (τ), ainsi que le degré d'évacuation du fluide au sein du milieu poreux (la perméabilité B_0), or leurs détermination nécessite d'estimer le coefficient de frottement dû à la turbulence, qui dépend de plusieurs paramètres principaux dans la caractérisation d'un milieu poreux, (coefficient de rugosité relative ζ_e , coefficient de singularité unitaire ζ_p^*).

5.1. Estimation du coefficient de frottement dû à la turbulence

On définit le de facteur de frottement dû à la turbulence par la relation suivante :

$$\left(\frac{f}{2\tau} \right) = \left\{ 0.0865 \cdot \left(1 - \left(1 - 2\zeta_c - \frac{d_{eq}}{D} \right)^2 \right) \cdot \left(\frac{\zeta_c - \zeta_e}{2} \right) \cdot \left(1 - 2\zeta_c - \frac{d_{eq}}{D} \right)^2 \cdot \zeta_e + 28 \cdot 10^{-4} - 0.22 \frac{\zeta_e^*}{8} \right\} \cdot \alpha \cdot \beta \quad (2.51)$$

Ce coefficient dépend des propriétés du pore, c'est-à-dire de la forme de section de passage, de la singularité et de la rugosité, son estimation paraît une étape décisive dans le calcul d'un milieu poreux, pour ce faire nous allons considérer un certain nombre d'hypothèses simplificatrices issues de la littérature :

- Nous considérons le facteur de forme (ζ_c) des pores égal à 1 (pores uniformes), en utilisant les valeurs de (K_0) obtenues par Carman [11], qui montre que pour l'écoulement dans différentes formes de sections, l'approximation ($K_0 = 1$) conduit à des incertitudes sur le calcul de la tortuosité et de la surface spécifique dynamique acceptable par rapport aux incertitudes expérimentales, d'où les coefficients : $\beta = \alpha^2 = (1 + \zeta_e)^2$.

- Concernant la tortuosité du capillaire (τ_p), nous pouvons constater que cette propriété n'est pas une fonction simple à évaluer, or nous allons négliger cette propriété dans ce qui suit, cette hypothèse sera vérifiée en fin des calculs.

- Certains auteurs considèrent pour l'estimation du coefficient de frottement, que la rugosité du capillaire est équivalente au rayon du pore, [3] c'est-à-dire une rugosité relative ($\zeta_e = 0.5$) (cette valeur ne convient pas car elle donne des valeurs de la surface spécifique dynamique supérieure à la surface spécifique statique), MacDonald [4] a estimé pour les particules rugueuses, une valeur de la rugosité

relative équivalente à (0.32), par conséquent la valeur que nous proposons de choisir est la moyenne, (0.41).

- Nous posons une valeur de l'angle de coude une moyenne de ($\theta = 45^\circ$; angle d'inclinaison définie par *Kozemý* [12]), ce qui conduit à un coefficient de singularité dans le pore égal à (0.12).
- Nous allons considérer que l'effet de la paroi de la conduite limitant le lit poreux est négligeable, c'est-à-dire ($a_{d1}^* = a_{d1}, \zeta_c = 0$ et $\frac{d_{eq}}{D} \rightarrow 0$).

L'équation du coefficient de frottement se réduit à l'expression suivante :

$$\left(\frac{f}{2}\right)_T = \left(28.10^{-4} + 86.5.10^{-3} \zeta_e + \frac{0.22 \zeta \theta^*}{8}\right) \alpha \cdot \beta \quad (2.52)$$

$$= \left(28.10^{-4} + 86.5.10^{-3} \zeta_e + 0.22 \frac{\zeta \theta^*}{8}\right) (1 + \zeta_e)^3$$

Nous obtenons par la suite une valeur de facteur de frottement $(f/2)_T$ égale à (0.11).

L'équation du modèle s'écrit alors :

$$\frac{\Delta P}{H} = 2\mu \tau^2 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} a_d^2 U_0^2 + 0.11 \rho \tau^3 \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} a_d U_0^2 \quad (2.53)$$

5.2. Calcul des paramètres de structuration a_d , τ et B_0

Afin de présenter les équations correspondantes à la détermination des propriétés structurales du milieu poreux utilisé par chaque auteur nous allons dans une *première étape* présenté sur le *tableau 2.4* les caractéristiques du lit utilisé: la porosité, la surface spécifique statique (a_s), ainsi que les facteurs (A , B) calculés par les différents auteurs et qui résultent de la linéarisation de l'expression de la perte de charge (*équation (2.54)*) mesurée de part et d'autre de l'échantillon poreux. Les propriétés des phases fluide et solide pour chaque système sont présentées en *annexe A2*.

$$\frac{\Delta P}{H} = AU_0 + BU_0^2 \quad (2.54)$$

Dans une *deuxième étape*, et par identification entre les coefficients (A et B) et les termes de frottement et d'inertie du modèle établi, nous déterminons les paramètres structuraux du milieu poreux (a_d , τ , B_0):

$$\tau = \left[\frac{B^2}{A} \frac{(2\mu)\varepsilon^3}{(\rho(f/2)_T)^2} \right]^{1/4} \quad (2.55)$$

$$a_d = \left[\frac{A^3}{B^2} \frac{(\rho(f/2)_T)^2 \varepsilon^3}{(2\mu)^3 (1-\varepsilon)^4} \right]^{1/4} \quad (2.56)$$

$$B_0 = \frac{\mu}{A} = \frac{\varepsilon^3}{2\tau^2(1-\varepsilon)^2 a_d^2} \quad (2.57)$$

La perméabilité du milieu poreux est calculée en régime de *Darcy*; en négligeant les effets de bord de la cellule contenant le milieu poreux. Elle peut être calculée aussi en mesurant la perte de pression en régime laminaire, et en calculant la valeur de (A): coefficient multipliant la vitesse en fut vide (U_0), et ce par l'expression suivante :

$$(B_0)_{mesuree} = \frac{\mu}{A} \quad (2.58)$$

Afin de montrer le degré d'épousement (existence des zones mortes et ou stagnantes), fluide-particule, nous définissons la fraction de la surface spécifique réellement vue par le fluide lors de l'écoulement.

$$\text{par : } X = \frac{u_d}{u_S} \quad X < 1.$$

Tableau 2.4. Données expérimentales de la perte de charge à travers les lits fixes avec résultats de la linéarisation (équation (2.54)) de certains auteurs.

Auteurs	Propriétés structurales du lit			Conditions opératoires		Résultats de la linéarisation (eq.2.54)				
	Geométrie de la particule	$l.d.$ ou e a	α (m^2/m^3)	ε (1)	Re	Nb de points	A ($Pa \cdot s / m^2$)	B ($Pa \cdot s^2 / m^3$)	R^2	
Comiti [3]	Plaquette Carrée	0.102	4659	0.46	0.2-5.0	76	347760	$5.253 \cdot 10^{-7}$	0.995	
			2713	0.35	0.27-6.2	16	279520	$4.496 \cdot 10^{-7}$	0.998	
		0.209	2713	0.47	0.18-4.9	14	100460	$1.250 \cdot 10^{-7}$	0.989	
			2713	0.518	0.18-4.9	70	325610	$4.132 \cdot 10^{-6}$	0.993	
	Sphère	1	0.44	1724	0.31	0.23-5.3	107	155470	$2.113 \cdot 10^{-7}$	0.998
			5360	0.36	0.04-0.92	97	873140	$2.06 \cdot 10^{-7}$	0.984	
Hanini [13]	Sphère	1	1203	0.36	0.17-3.84	77	44239	$4.351 \cdot 10^{-6}$	0.997	
			2715	0.36	0.447-22.348	26	239704	$1.073 \cdot 10^{-7}$	0.998	
Zerouati [14]	Cordons	--	28571	0.90	0 - 14	10	$5.07 \cdot 10^4$	$1.32 \cdot 10^6$	0.997	
Mauret [15]	Fibres	75	$9.09 \cdot 10^4$	0.732	0.167-0.967	50	$1.19 \cdot 10^{-7}$	$6.936 \cdot 10^{-7}$	0.985	
		25	$9.09 \cdot 10^3$	0.761	0.21-0.98	85	$4.95 \cdot 10^6$	$3.380 \cdot 10^{-7}$	0.993	
		125	$9.09 \cdot 10^4$	0.807	(0.27-1.5) 10^{-2}	46	$3.47 \cdot 10^6$	$1.589 \cdot 10^{-7}$	0.979	
Ingmanson [16]	Fibres	330	205128	0.847	-	7	$k = 7.04$	$b = 0.093$	0.980	
		280	92593	0.901	-	7	$k = 9.1$	$b = 0.090$	0.980	
		310	233918	0.881	-	6	$k = 6.66$	$b = 0.087$	0.980	

Concernant le modèle d'Ingmanson et Andrews [16], qui ont travaillé sur des fibres synthétiques cylindriques, les résultats sont modélisés selon l'équation (1.72), ces auteurs ont utilisé les coefficients (b) et (k) qui ont été déterminés expérimentalement, ces résultats sont présentés sur le tableau 1 (Annexe A5).

Les différents résultats obtenus sont regroupés sur les tableaux 2.5 et 2.6.

Tableau 2.5. Calculs des paramètres de structuration, à partir du modèle proposé en utilisant les résultats de Hamm, Mauret et Zerouati.

		ε	a_S (m ⁻¹)	τ	a_L (m ² m ³)	B_0 (m ²) 10 ¹⁰	B_{mesure} (m ²) 10 ¹⁰	Erreur relative moyenne (%)	X
Hamm [13]	Sphère	0.36	2715	1.35	2900.13	37.17	37.16	0.027	1.06
Mauret [15]	Fibres	0.732	90900	2.20	86950.22	0.74	0.74	0	0.95
		0.761	90900	2.00	70279.55	1.94	1.93	0.51	0.77
		0.807	90900	1.59	104222.79	2.57	2.056	20	1.14
Zerouati [14]	Fibre	0.9	28571	1.39	32815.84	175.74	175.7	0.023	1.14

Tableau 2.6. Calculs des paramètres de structuration, à partir du modèle proposé en utilisant les résultats de Comiti [3].

Géométrie	$e a$	ε	a_S (m ⁻¹)	τ	a_L (m ² /m ³)	B_0 (m ²) 10 ⁷	X
Plaquettes	0.44	0.31	1724	1.88	1238.67	5.72	0.72
	0.209	0.35	2713	2.60	1532.78	3.18	0.56
Spheres	1	0.36	1203	1.31	1282.51	20.13	1.06
		0.36	5360	1.35	5519.28	1.02	1.02
Plaquettes	0.102	0.46	4659	3.27	2468.35	2.56	0.53
	0.209	0.47	2713	2.21	2064.56	8.87	0.76
	0.209	0.52	2713	1.81	1839.33	27.31	0.68

Le calcul conduit d'une part à des valeurs de surface spécifique dynamiques supérieures par rapport à celles de la surface spécifique statique (sans considérer l'effet de la paroi) et ce dans le cas des particules sphériques et les lits fibreux de forte porosité, et d'autre part à des valeurs sous estimées de la tortuosité (les valeurs de la tortuosité calculées par les modèles classiques, sont équivalentes à 1,44 qui est une valeur moyenne proposée par Ergun [8] pour les lits de sphère) cela est du comme il est indiqué plus haut, au comportement des différents lits poreux : Les pores dépendent fortement de la géométrie et de la nature des particules constituants le milieu poreux, il va de soi que les pores n'auront pas les mêmes caractéristiques géométriques donc des valeurs de rugosité relative et de singularité différentes, pour cela nous allons calculer ces coefficients pour chaque géométrie, en plus il faut tenir compte de l'effet de bord de la conduite limitant le milieu poreux.

5.3. Evaluation des coefficients de rugosité et de singularité unitaire pour chaque géométrie (ζ_e et ζ_θ^*)

Afin de déterminer la tortuosité, nous supposons une orientation moyenne suivie par le fluide lors de son écoulement, nous avons:

$$\tau = \frac{L(p)}{H} = \frac{1}{\sin \theta} \quad (2.59)$$

Donc l'estimation du coefficient de singularité est liée à la détermination de l'angle (θ), par conséquent la tortuosité du milieu (τ).

En utilisant les résultats issus de la littérature destinés pour chaque milieu, nous allons calculer les coefficients de:

- singularité donnée par l'équation (2.30) ;

- frottement dû à la turbulence par l'équation : $\left(\frac{f}{2}\right) = \frac{B \varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^3 a_d \rho}$ (2.60)

Ce coefficient est défini en identifiant le terme d'inertie du modèle proposé avec le terme (B) calculé par régression linéaire (équation 2.54).

1. Cas des sphères

Le fluide lors de son écoulement à travers un milieu poreux suit un chemin tortueux. La figure 2.3 illustre ce phénomène dans le cas d'un milieu sphérique, où nous avons supposé un arrangement cubique. (de même pour les autres arrangements sphériques nous avons la même représentation de l'angle θ).

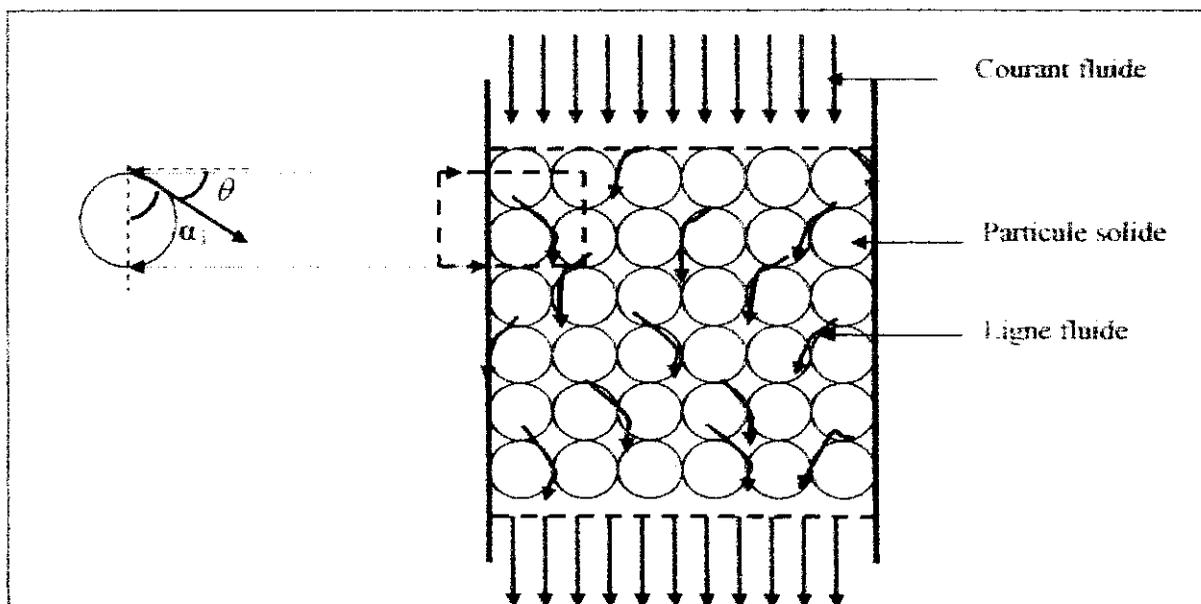


Figure 2.3. Visualisation des angles α_i et θ d'un écoulement fluide à travers un empilage sphérique.

Considérons l'ensemble des études réalisées par *Comiti* [3], *Maurel* [15] sur les empilages sphériques, et en utilisant les résultats établis par d'autres auteurs ([7], [12], [17]), on constate d'une part, que la valeur de la tortuosité adoptée pour ces milieux est une valeur comprise entre (1.44) et (1.714), d'où un angle moyen ($\bar{\theta} \approx 45^\circ$), donc le coefficient de singularité est évalué à (0.124), d'autre part, la surface spécifique disponible à l'écoulement est sensiblement égale à la surface spécifique statique, (le contact entre les particules est ponctuel), et par conséquent un coefficient de frottement est estimé à une valeur de (0.0962) à partir de l'équation (2.60), dont on peut estimer par la suite le coefficient de rugosité en utilisant l'équation (2.52).

2. Cas des plaquettes

Il y a peut d'auteurs qui ont travaillé sur les lits de plaquettes, on cite les études de *Comiti* [3], qui a travaillé sur trois type de plaquettes à base carrée et de faible rapport épaisseur sur coté, dans ce cas l'évolution de la tortuosité dépend de la disposition des particules puisqu'il s'agit d'un milieu caractérisé par une certaine anisotropie, ce qui modifie les paramètres de structurations, la configuration choisie, est celle étudiée par *Comiti* (la configuration perpendiculaire), (*Figure 2.4*)

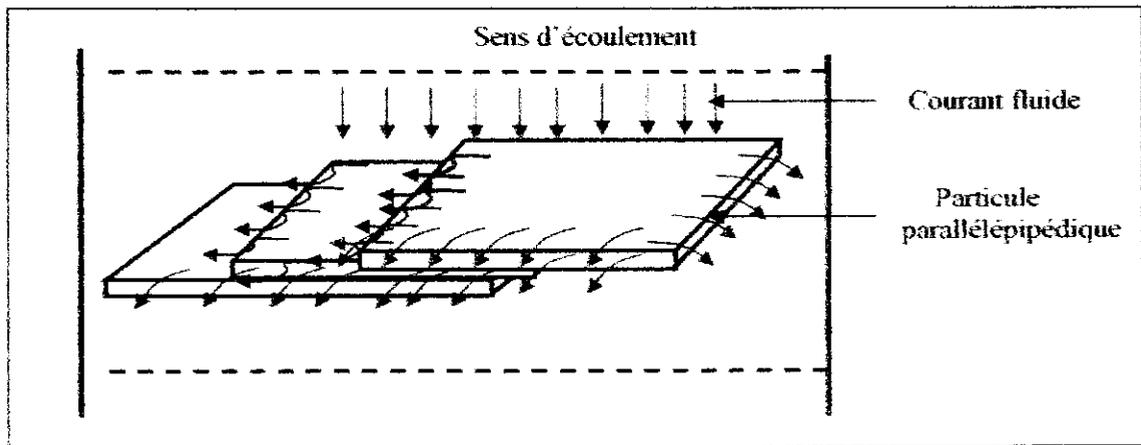


Figure 2.4. Ecoulement d'un fluide à travers un empilage de plaquette, [18].

La figure montre la constitution d'agglomérats formés de plusieurs plaquettes empilées les une sur les autres avec un décalage entraînant un recouvrement partiel, donc une fraction de surface offerte à l'écoulement inférieure et une tortuosité supérieure que celles des sphères (*tableau 2.6*).

En utilisant les résultats de la tortuosité et de la surface spécifique dynamique trouvés par *Comiti* [3], et par leurs identifications avec les équations (2.59 et 2.60), on calcule les coefficients de frottement, de singularité et de l'angle (θ), ces résultats sont représentés en *annexe A4*.

Comiti [3] a établi deux relations empiriques permettant l'évaluation de la surface spécifique dynamique moyenne et de la tortuosité, valables pour des porosités variant entre (0.35 à 0.52), et pour des rapports (e/a) compris entre (0.1 à 0.44) :

$$a_d = \left(0.43 - 0.57 \frac{e}{a} \right) a_s \quad (2.61)$$

$$\tau = 1 + \left(0.58 \exp \left(0.18 \frac{a}{e} \right) \right) \cdot \ln \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) \quad (2.62)$$

Par conséquent nous écrivons la relation entre le coefficient de singularité et la porosité pour différents rapports (e/a) en remplaçant l'angle (θ) par l'équation englobant la tortuosité (*équation (2.59)*) :

$$\xi_{\theta}^* = 0.316 \cdot \left(1 - \exp\left(\frac{1}{90}\right) \right) \arcsin \left(\frac{1}{1 + 0.58 \exp\left(0.18 \frac{a}{e}\right) \ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)} \right) \quad (2.63)$$

L'intérêt de ces équations de corrélation permettant d'obtenir une estimation de $(a_s : \varepsilon \text{ et } \xi_{\theta}^*)$ en fonction des caractéristiques géométriques des particules et de la porosité est de permettre, en utilisant l'équation du modèle proposé une évaluation de la dégradation d'énergie dans les lits fixes de particules parallélépipédiques.

3. Cas des fibres

Les milieux fibreux sont des milieux très complexes, ils ne se comportent pas de la même manière avec les autres milieux poreux, ils sont caractérisés par le rapport *longueur sur diamètre* (l_f / d_f). A fin d'étudier l'influence de ce rapport sur les différentes propriétés structurales d'un milieu fibreux nous avons utilisés les résultats établis par *Ingmanson* [16] qui a travaillé sur les fibres synthétiques de *Nylon* et de *Dacron* pour différents rapports (l_f / d_f), et *Mauret* [15] qui a travaillé sur les fibres de viscose et sur les fibres de pâte écrue.

Le tableau 2.7 résume les principales caractéristiques des fibres utilisées par ces auteurs.

Les résultats de calculs des coefficients de rugosité et de singularité sont donnés sur le tableau 2 de l'annexe A3.

Tableau 2.7 Caractéristiques des fibres utilisées par *Ingmanson* et *Mauret*.

Auteur	fibre	(l_f / d_f)	ε	ξ^*	(f 2)	a_s ou a_s^* (m^2 / m^3)
<i>Ingmanson</i> [16]	Nylon	280	0.835	1.81	0.041	92593
			0.874	1.95	0.036	92593
			0.901	2.13	0.028	92593
			0.92	2.26	0.025	92593
			0.952	2.63	0.018	92593
	Dacron	310	0.831	1.74	0.045	233918
			0.859	1.84	0.039	233918
			0.892	2.02	0.032	233918
			0.91	2.12	0.03	233918
			0.934	2.31	0.026	233918
	Nylon	330	0.773	1.65	0.051	205128
			0.835	1.78	0.044	205128
			0.84	1.81	0.042	205128
			0.87	1.85	0.035	205128
			0.909	2	0.036	205128
<i>Mauret</i> [15]	20dex/1mm de viscose	25	0.694	1.7	0.202	—
			0.706	1.77	—	—
			0.726	2.04	0.132	77800
			0.75	2.2	0.104	87800
	20dex/3mm de viscose	75	0.786	2.3	0.064	112000
			0.732	1.68	—	—
			0.779	1.71	0.162	70200
			0.795	1.78	0.14	75500
	20dex/5mm	125	0.782	1.86	0.091	94000
			0.808	1.87	0.071	106000
			0.859	1.93	0.058	118000
			—	—	—	—

* : surface spécifique calculée à partir de la relation : $a_s = 4/d_s$.

Il ressort à partir de ce tableau que les valeurs de la tortuosité sont supérieures à celles estimées pour les lits de particules sphériques, Dullien [19] prévoit une valeur théorique égale à $(1,73)$ pour les particules non sphériques et qui a été estimée en assez bon accord avec l'expérience. Cette étude a permis de montrer que les ordres de grandeur de la surface spécifique dynamique et de la tortuosité déterminées par la méthode hydrodynamique étaient corrects.

Pour les milieux fibreux on peut calculer une valeur moyenne des coefficients de rugosité, de singularité, de frottement dû à la turbulence et de l'angle de coude :

$$\bar{\theta} = 31,25^\circ, \quad \bar{\zeta}_\theta^* = 0,089, \quad \bar{\zeta}_e = 0,28, \quad \left(\frac{f}{2}\right)_T = 0,0646$$

5.4. Effet de bord de la conduite limitant le milieu poreux

Les auteurs travaillant sur les écoulements à travers les milieux poreux proposent des modèles décrivant la caractérisation des propriétés structurales de ces milieux, sans prendre en considération l'influence de la paroi de la conduite, de la rugosité des particules constituant le milieu poreux et de la singularité des pores.

Le présent titre porte sur l'étude de l'effet de la paroi sur les différents résultats obtenus auparavant. Dans l'expression du modèle (équation 2.46), l'effet de la paroi apparaît dans :

- Le terme d'inertie par l'expression du coefficient de frottement turbulent $(f/2)_T$:

$$\left(\frac{f}{2}\right)_T = \alpha \beta \left[(a_1 + b_1) 0,0865 + 28 \cdot 10^{-4} + \frac{0,22}{8} \zeta_\theta^* \right] \quad (2.64)$$

Pour une conduite de paroi rugueuse, et dans le cas où le capillaire est uniforme, nous écrivons :

$$\left(\frac{f}{2}\right)_T = (1 + \zeta_e)^3 \left[\left(\left(1 - 2\zeta_c - \frac{d_{eq}}{D} \right)^2 \zeta_e + \left(1 - \left(1 - 2\zeta_c - \frac{d_{eq}}{D} \right)^2 \right) \left(\frac{\zeta_e - \zeta_c}{2} \right) \right) 0,0865 + 28 \cdot 10^{-4} + \frac{0,22}{8} \zeta_\theta^* \right] \quad (2.65)$$

Si nous considérons une rugosité de la paroi égale à la moitié de la rugosité des particules, [3], et en prenant les coefficients de singularité et de rugosité spécifiques pour chaque lit, nous déterminons les coefficients de frottement correspondants pour les lits de sphères, les lits de plaquettes et les lits de fibres;

- Le terme de frottement de viscosité par l'expression :

$$\alpha' = \left(1 + \frac{4}{a_d(1-\varepsilon)D} \right)^2 \quad (2.66)$$

Les valeurs de la surface spécifique dynamique, de la tortuosité et de la perméabilité du milieu poreux, sont calculées en utilisant les conditions opératoires issues de la littérature, comme l'indique le tableau 2.8.

Tableau 2.8. Calculs des paramètres de structuration à partir du modèle proposé en utilisant les résultats de Comiti [3] et Mauret [15], avec effet de la paroi.

X^* et X : valeurs de fraction de surface spécifique offerte à l'écoulement calculées par le modèle établi avec effet du bord, et calculée par l'auteur sans effet du bord respectivement.

Auteur	$\frac{d_{eq}}{D}$	ε	a_s (m^2/m^3)	τ	a_v ($m^2 \cdot m^3$)	$B_v \cdot 10^9$ (m^2)	(E2)	X^*	X
Comiti [3]	0.058	0.31	1724	1.57	1411.08	6.39	0.16	0.82	0.67
	0.037	0.35	2713	2.17	1767.58	3.43	0.16	0.65	0.53
	0.083	0.36	1203	1.13	1370.02	23.77	0.10	1.14	1.00
	0.019	0.36	5360	1.23	5933.24	1.06	0.13	1.10	0.96
	0.215	0.46	4659	2.84	2767.62	2.69	0.14	0.59	0.49
	0.037	0.47	2713	1.74	2499.28	9.70	0.18	0.92	0.71
	0.037	0.52	2713	1.54	2064.99	30.18	0.16	0.76	0.636
Mauret [15]	0.027	0.36	2715	1.33	2922.40	3.73	0.11	1.06	0.98
	0.00049	0.786	90900	2.10	81478.19	0.18	0.10	0.89	---
	0.00049	0.795	90900	2.43	98373.55	0.16	0.29	1.03	0.83
	0.00049	0.859	90900	2.24	88404.83	0.40	0.057	0.97	---

Nous pouvons constater, que la surface spécifique dynamique du milieu poreux dépend de la porosité, cette variation se manifeste dans le cas des plaquettes, pour un rapport donné épaisseur longueur la variation est croissante, plus ce rapport augmente, la surface spécifique dynamique diminue et la fraction offerte à l'écoulement augmente. Pour un tel milieu la porosité est faible, et les particules ont la tendance d'empiler les unes sur les autres provoquant un recouvrement partiel.

On outre, pour les milieux fibreux, et quand la porosité augmente la surface spécifique dynamique augmente aussi, ceci se traduit comme dans le cas des plaquettes, par la variation du rapport (longueur diamètre) de la fibre, ce rapport est important dont il donne le caractère d'enchevêtrement du milieu poreux, le contact est donc minimal. Par ailleurs cette constatation a été le sujet de plusieurs études antérieures, [20].

Nous remarquons aussi dans cette étude l'influence de la géométrie des particules constituant les milieux, si on considère les résultats de Mac Donald et coll. [4] qui ont travaillé sur des particules de formes diverses (sphère, fibre, mélange de sphères, et milieu consolidé).

L'effet de la paroi se traduit selon que le rapport (d_{eq} / D) est négligeable, nous constatons dans le cas où $d_{eq} / D = 0.083$, que la fraction solide mise à l'écoulement devient plus importante que celle calculée en négligeant l'effet de la paroi : Les valeurs de la surface spécifique dynamique variaient avec le rapport (d_{eq} / D), certains auteurs ont essayé d'étudier cette influence, Comiti [3], dans son travail, estima que la fraction de la surface offerte à l'écoulement croit avec le rapport (d_{eq} / D), et ce pour les particules sphériques, pour les particules non sphériques nous avons introduit le diamètre équivalent de

la particule, et la variation est de même croissante, mais si la porosité est élevée la variation devient décroissante. La diminution légère de la tortuosité avec l'introduction de l'effet de la paroi peut être due essentiellement à l'existence des particules d'un seul côté de la conduite, ce chemin est préférentiel pour l'écoulement du fluide, ce qui explique de même cet effet sur la fraction solide offerte à l'écoulement qui dépasse l'unité pour certain cas où la surface spécifique dynamique calculée est celle des particules au quelle est ajoutée celle de la paroi.

Conclusion

L'établissement des relations entre l'angle de coude et la géométrie des particules constituant le lit poreux, permet de faciliter le calcul du coefficient de frottement, qui est un paramètre essentiel dans le calcul et la caractérisation de tel milieu.

Les résultats des paramètres de structuration dans les milieux poreux obtenus sur les milieux étudiés semblent mettre en évidence la propriété d'anisotropie des milieux fibreux et des milieux constitués de plaquettes, ce qui se traduit par la variation du coefficient de frottement en fonction de la taille des particules et par conséquent de leur arrangement dans le lit, ce qui permet par la suite d'estimer les coefficients de singularité et/ou de rugosité du milieu étudié.

L'évaluation de la tortuosité en utilisant l'équation (2.59) paraît une étape intermédiaire et non définitive vu la complexité structurale du pore.

Par ailleurs, on peut appliquer le modèle établi pour les trois types de géométries les plus rencontrées dans les applications fluide-milieu poreux, en utilisant les équations (4), (5) développées en annexe A3 et (2.61), (2.62) et (2.63), ou par les valeurs moyennes données sur le tableau 2.9.

Tableau 2.9. Valeurs moyennes des coefficients ($f/2$), $\bar{\xi}_\theta^*$, $\bar{\xi}_e$ et de l'angle $\bar{\theta}$ pour différentes géométries.

Géométrie	$\bar{\varepsilon}$	$\left(\frac{\bar{\varepsilon}}{a}\right)$ ou $\left(\frac{\bar{I}_f}{d_f}\right)$	$f/2$	$\bar{\xi}_\theta^*$	$\bar{\xi}_e$	$\bar{\theta}$ (°)
Plaquette [3]	0.422	0.2503	0.104	0.04	0.412	26.15
Fibre [15], [16]	0.83	190.83	0.0646	0.089	0.28	31.25
Sphère	0.36	1	0.0962	0.124	0.362	45

5.5. Test du modèle sur un empilement de bille de verre

Dans le but d'une validation du modèle proposé, nous allons tester ce dernier, sur les résultats de Hanini [13], qui a travaillé sur les empilements de particules sphériques.

Le modèle capillaire a été validé grâce à la détermination de la perte de charge dans un lit fixe de bille de verre de porosité $\varepsilon = 0.36$, de diamètre $d = 2.21 \text{ mm}$, pour un nombre de Reynolds variant entre 0.45 et 22.35.

La méthode expérimentale utilisée provenant des expériences réalisées par Hanini [13] est précisée en annexe A5.

Nous avons indiqué sur la Figure 2.5 l'évolution de la perte de charge en fonction de la vitesse d'écoulement en fut vide. L'allure suit une loi parabolique.

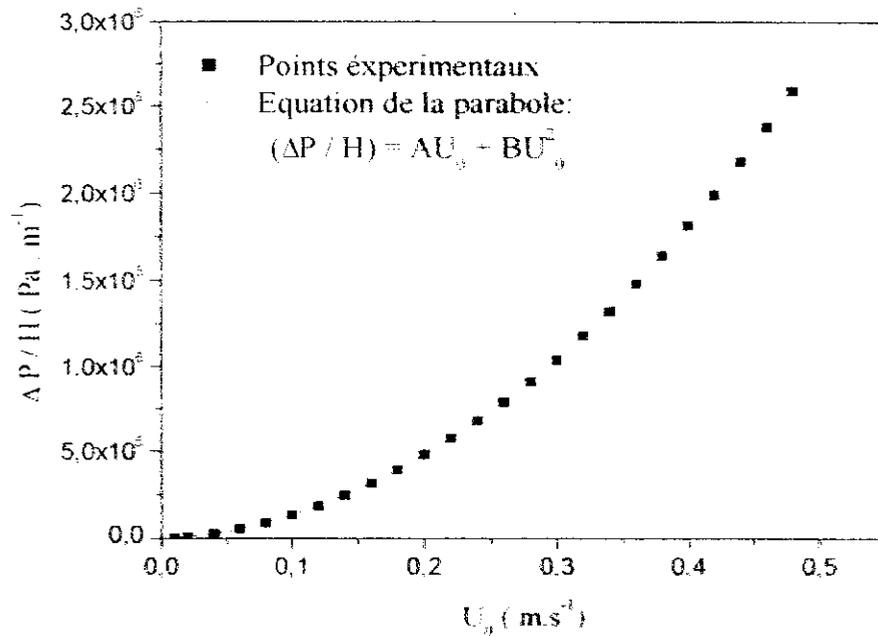


Figure 2.5. Evolution de la perte de pression en fonction de la vitesse en fût vide pour un lit fixe de bille de verre. $\varepsilon = 0.36, d = 2.21\text{mm}$.

Afin de valider le modèle proposé, nous avons comparé les valeurs des pertes de pression établies expérimentalement avec les valeurs calculées en utilisant les propriétés caractérisant un lit de particules sphériques : $a_s = a_s - 6d$, $\tau = 1.44$, $(f/2) = 0.0962$ (voir tableau, Annexe 5), tout en négligeant l'effet de la paroi, la figure 2.6 illustre la déviation de la perte de pression calculées par rapport à celles trouvées dans les expériences réalisées par [13].

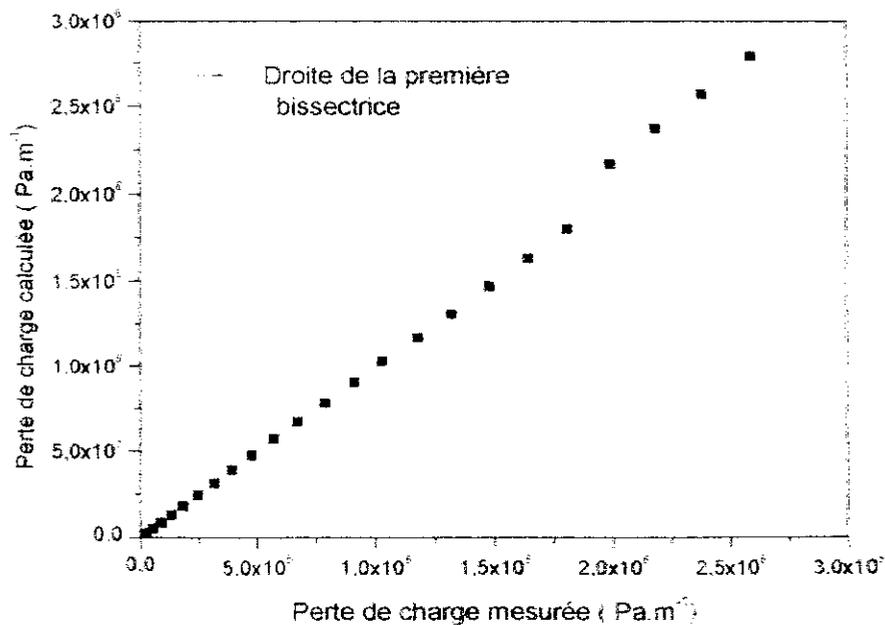


Figure 2.6. Validation du modèle proposé sur un empilage de particules sphériques de billes de verre.

La comparaison des valeurs des pertes de pression calculées aux pertes de pression expérimentales montre que le modèle représente correctement le phénomène. (les valeurs de l'erreur relative absolue ne dépassent 9 %), et la concordance entre ces valeurs est bonne jusqu'à une valeur de la vitesse en fut vide égale à 0.44 m.s^{-1} .

Nous avons exprimé les résultats expérimentaux sous la forme :

$$\frac{\Delta P}{HU_0} = BU_0 + A \quad (2.67)$$

Avec : A, B : coefficients calculés par régression linéaire. Nous avons identifié l'expression du modèle proposé avec l'équation 2.67, dont on peut résumer les résultats obtenus sur le tableau 2.10.

Tableau 2.10. Détermination des paramètres de structuration pour un lit de billes $d = 2.21 \text{ mm}$, $\varepsilon = 0.36$.

	A	B	ε	τ	$\frac{a_s}{(m^2 \cdot m^3)}$	X	B_0 (m^2) 10^9	R
Notre résultat	239704	$1.073 \cdot 10^7$	0.36	1.44	2712.28	0.999	3.71	0.999
Mauret [15]	252000	$1.01 \cdot 10^7$	0.36	1.43	2745	1.01	3.69	0.998

Nous avons calculé les valeurs de la surface spécifique et de la tortuosité à partir de A et B du tableau ci-dessus, en identifiant l'équation classique de la perte de charge (équation 2.54) avec le modèle exprimé par l'équation (2.46) [avec $(f^{-2}) = 0.0962$ (tableau 2.9)], ces valeurs sont proches de celles trouvées par Mauret [15], la valeur de la surface spécifique dynamique ainsi déterminée est pratiquement identique à la surface géométrique ($a_s = 6 d_p = 2715 \text{ m}^2 \cdot \text{m}^3$) ce résultat est cohérent puisque le contact entre sphères est ponctuel. La tortuosité est évaluée à une valeur de (1.44) qui est une valeur moyenne généralement donnée par la littérature.

6. Application du modèle sur un lit fixe de *Luffa Cylindrica*

Au cours de ces dernières années, diverses tentatives d'applications des fibres végétales ont été réalisées, elles traduisent les avantages que présentent ces fibres : non toxiques, faible densité, bonnes propriétés mécaniques et hydrodynamiques, une souplesse pratique lors de l'utilisation et un gain économique considérable.

Le but de cette étude est de mettre en évidence les propriétés structurales et hydrodynamiques d'un matériau végétal fibreux de structure poreuse cultivable dans notre pays, afin de déterminer les possibilités des applications industrielles de ce matériau.

En vue de connaître les caractéristiques morphologique, physico-chimique et hydrodynamique de la *Luffa Cylindrica*, il est proposé dans cette étude, des analyses microscopiques et des expériences hydrodynamiques.

6.1. Description de la *Luffa Cylindrica*

1. Description botanique

La *Luffa Cylindrica* est une plante herbacée de la famille des cucurbitacées. Elle donne un fruit de forme cylindrique légèrement anguleux, droit et recourbé et de taille très variable : (40 à 90) cm de longueur, sur (10 à 40) cm de large, [21]. Initialement blanchâtre et légèrement pubescente, il devient vert et glabre au cours de sa croissance.

On distingue sur le fruit plusieurs parties de l'intérieur vers l'extérieur. *Figure 2.7* :

- La partie centrale du fruit, qui s'appelle le noyau ou bien le filet ;
- Le lien entre le noyau et la paroi interne ;
- La paroi interne ;
- Le lien entre la paroi interne et la paroi externe ;
- La couche superficielle et/ou paroi externe.

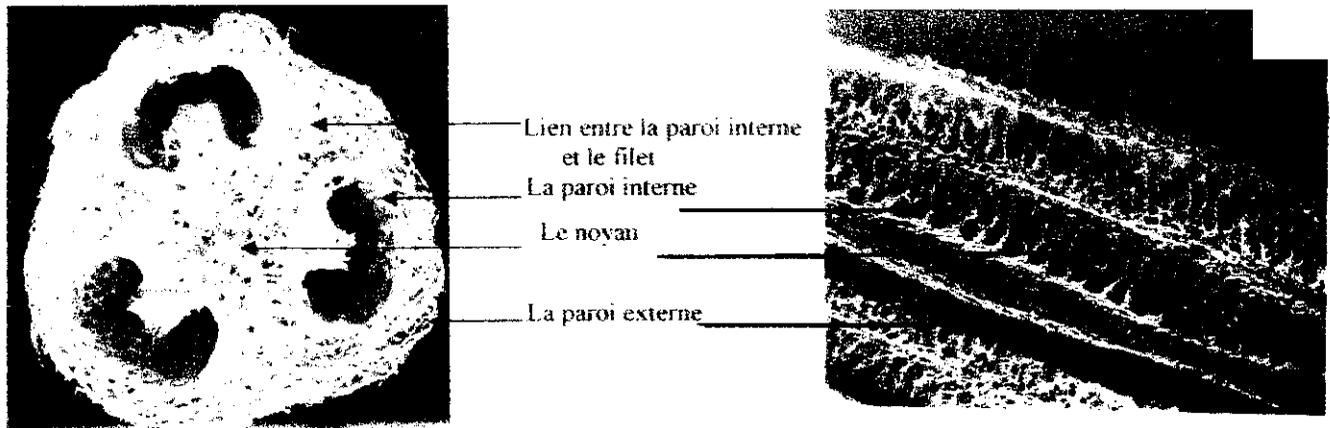


Figure 2.7.a. Coupe transversale de *Luffa cylindrica*. Figure 2.7.b. Coupe longitudinale de la *Luffa cylindrica*.

2. Analyse par microscope électronique à balayage

Les observations en microscope électronique à balayage ont été effectuées sur un appareil ABT-55, au niveau du laboratoire de Génie des procédés papetiers à l'École Nationale Polytechnique de Grenoble, dans le but de distinguer la composition des cordons et la géométrie des fibres.

Les cordons constituent l'unité principale de la *Luffa cylindrica*, ils sont composés de plus d'une centaine de fibres allongées à paroi épaisse avec des formes tordues et irrégulières (figure 2.8 et figure 1 de l'annexe A6), les travaux de Hanini et coll. [13], [22], ont montrés qu'un cordon fibreux brut présente une microstructure spongieuse où les fibres cellulaires ou microfibrilles sont liées entre elles par un ciment naturel qui est la lignine, formant un réseau capillaire circonscrit par un canal central.

Dans la partie interne du fruit, les cordons ou faisceaux fibreux plus résistants sont orientés parallèlement à la longueur du fruit et constituent des carrefours, donc l'allongement longitudinal des cordons est presque homogène (figure 2, Annexe 6).

Néanmoins, les cordons de la partie externe tendent d'être enchevêtrés, ils sont disposés en position perpendiculaire à ceux de la partie interne (Figure 3, Annexe A6), ces deux parties se rejoignent dans le point de branchement.

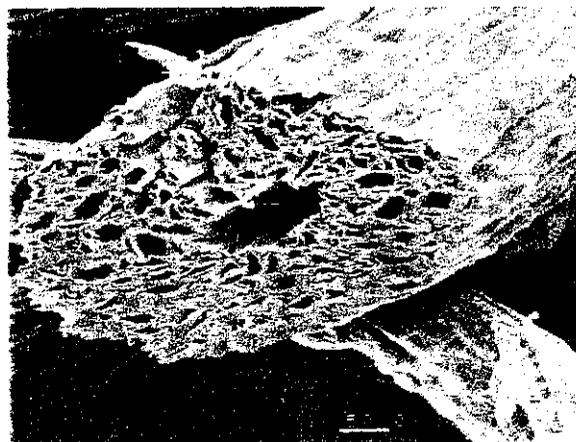


Figure 2.8. Cordon en coupe transversale par microscope électronique à balayage, $e: 50\mu$. [13]

3. Analyse par microscope optique

L'appareil utilisé dans cette étude est un microscope de type OLYMPUS BH2, assisté par un logiciel d'analyse d'image OPIMAS. Cette méthode a été réalisée d'une manière très simple, elle nous a permis de donner son aspect en long et en coupe, ainsi que la détermination du diamètre moyen ($8 \text{ à } 30 \mu\text{m}$) et de la longueur moyenne des fibres ($0,9 \text{ mm}$), figure 2.9.



Figure 2.9. Structure au microscope optique de fibre de *Luffa cylindrica*. [13]

4. Propriétés et applications

Longtemps, les fruits de *Luffa cylindrica* étaient utilisés comme éponge végétale, mais des recherches récentes ont permis de découvrir de nouveaux débouchés industriels, ces propriétés intéressent en particulier les industriels de l'emballage. [23], c'est que la *Luffa cylindrica* a un double avantage par rapport au polystyrène : elle est biodégradable, donc non polluante et on peut la comprimer, il suffit ensuite de la tremper dans l'eau chaude pour qu'elle retrouve sa forme initiale. Cette particularité leur fait un matériau très simple à transporter et extrêmement pratique.

Son utilisation comme plante industrielle a débuté au Japon entre (1890 et 1895), suite à la découverte de l'aptitude de la fibre, qui s'obtient à partir du fruit mur à la fabrication du filtre pour moteur à vapeur et pour moteur diesel, hormis la production d'éponge, le principal intérêt économique du fruit est l'incorporation de ces fibres à plusieurs autres composants, afin de préparer des matériaux composites aux propriétés mécaniques intéressantes. Hamim [24], l'utilisation de ces fibres pour le traitement des eaux usées, [14], [25], ainsi que l'extraction d'autres composés à partir de la *Luffa cylindrica*, et pour la fabrication du papier, [22]

6.2. Détermination des propriétés structurales d'un lit fixe de *Luffa cylindrica*

Le modèle proposé sera appliqué d'une part sur les lits fixes de cordons de *Luffa cylindrica* [13], et d'autre part sur les résultats de Zerouati [14], qui a travaillé de même sur les cordons empilés de *Luffa cylindrica*. Kosseir [26] a travaillé sur le même fruit, mais il a utilisé les fibres, et comme solvant d'écoulement l'essence.

En utilisant les résultats de chaque auteur, nous allons calculer selon le modèle proposé, les valeurs de la tortuosité, de la surface spécifique dynamique et de la perméabilité.

1. Ecoulement de l'air

A. Protocole expérimental et mode opératoire, [13]

Le dispositif expérimental est schématisé sur la figure 2.10. Il est composé de :

- Un circuit du fluide : Le fluide en circulation est l'air dont la température est mesurée $T = 20^\circ$, l'alimentation est assurée à l'aide d'une turbine (1) et le débit d'air est contrôlé selon la section d'aspiration : La grille est fermée par un papier glissant permettant le réglage du débit. La vitesse est mesurée par un capteur à fil chaud (2).
- Une cellule de mesure : elle est schématisée sur la figure 2.10.b. Il s'agit d'une colonne (3) en plexiglas de diamètre ($D = 40 \text{ mm}$), placée horizontalement. L'empilement consolidé du *Luffa cylindrica* est disposé en lit fixe entre deux grilles (4), séparées d'une distance $H = 55 \text{ mm}$.

La perte de charge de côté et d'autre du lit est mesurée à l'aide de deux tubes piézométriques remplis d'eau, le système est assisté par une interface reliée à un ordinateur permettant la lecture directe des valeurs de la perte de charge pour la portion de la colonne utilisée pour les mesures.

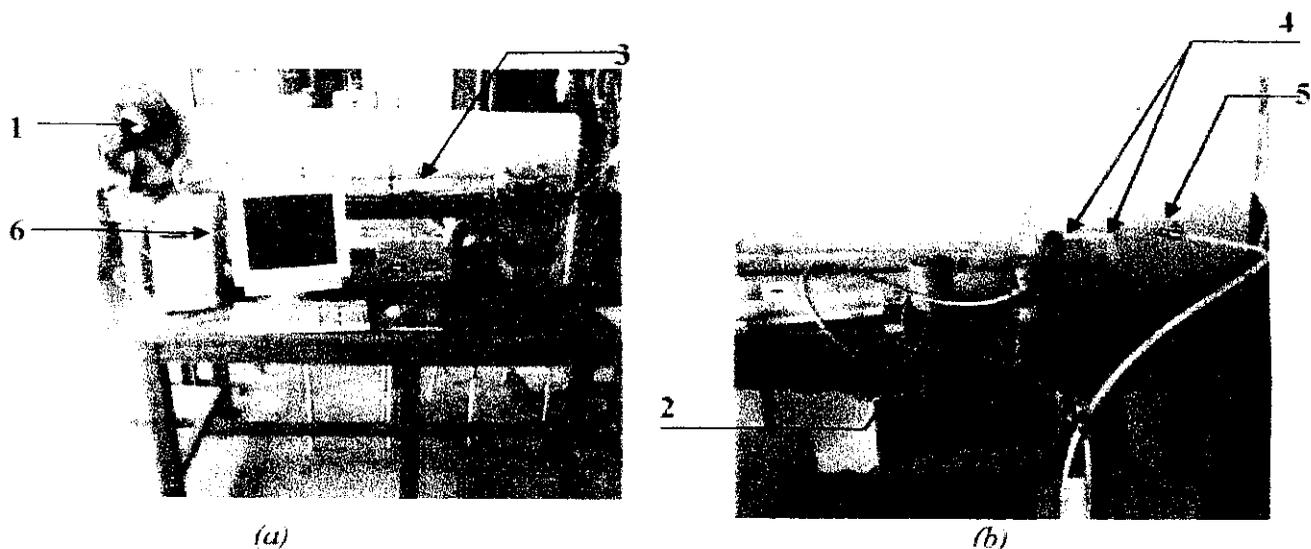


Figure 2.10. Montage expérimental : 1- Turbine ; 2- Système de mesure de la vitesse ; 3- Colonne ; 4- Grilles de fixation de l'échantillon ; 5- Tubes piézométriques ; 6- Ordinateur.

B. Préparation de l'échantillon

L'échantillon est découpé en rondelles de forme circulaire de même diamètre que la colonne. On peut distinguer dans la disposition des rondelles deux cas selon la direction de l'écoulement : une configuration axiale, dans laquelle le sens de l'écoulement est perpendiculaire aux cordons de la *Luffa Cylindrica* (figure 2.11), et une configuration radiale dans laquelle le sens d'écoulement est parallèle (figure 2.12).

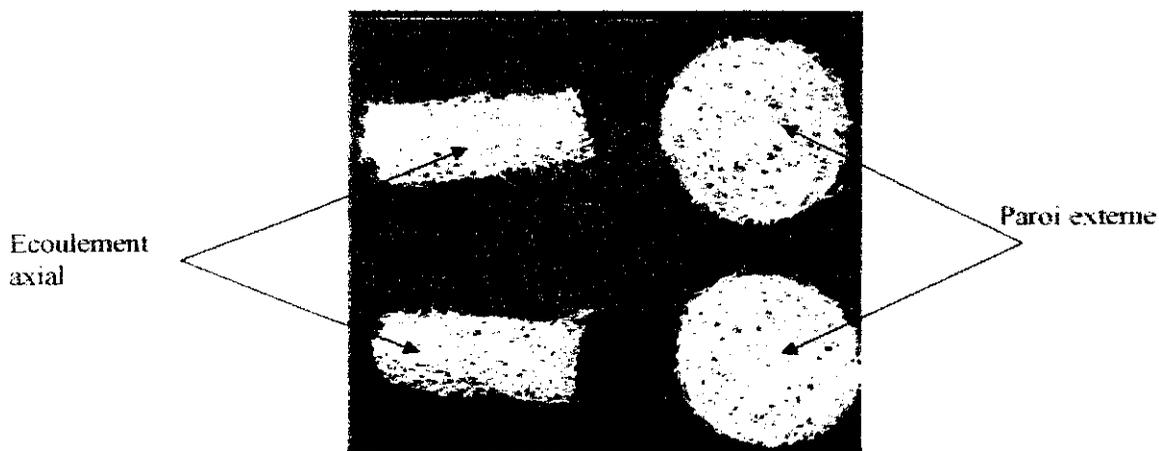


Figure 2.11. Echantillon de la face externe de la paroi du *Luffa Cylindrica*.

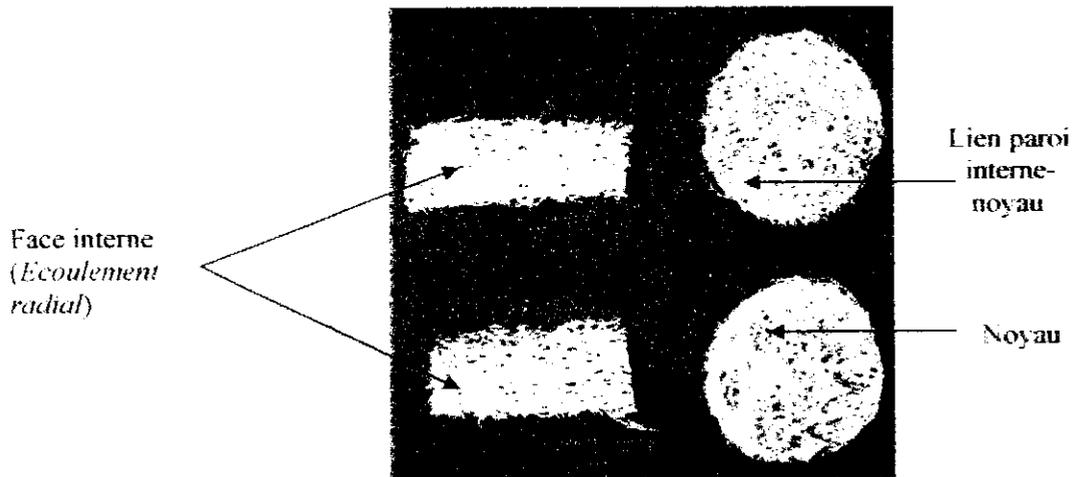


Figure 2.12. Echantillon de la face interne de la paroi du *Luffa. Cylindrica*.

C. Calcul de la porosité du lit

En appliquant la définition de la porosité:

$$\varepsilon = 1 - \frac{m_s}{\rho_s V_T} = 1 - \frac{4m_s}{\pi \rho_s D^2 H} \quad (2.68)$$

On arrive à l'expression suivante :

$$\varepsilon = 1 - 0.012 \cdot m_s \quad (2.69)$$

Avec : m_s la masse de l'échantillon, (gr); ρ_s la masse volumique de l'échantillon poreux, $\rho_s = 1.194 \text{ gr/cm}^3$ (Annexe A7). Le tableau 2.11 regroupe les résultats de calculs obtenus en montrons l'ordre d'empilement pour chaque type.

Tableau 2.11. Valeurs de la porosité obtenues pour chaque configuration.

Type	configuration	m_s (gr)	ε	Ordre d'empilement
1	Radiale	4.459	0.946	(Paroi externe- paroi interne- Lien)- (Lien- paroi interne- paroi externe)
2	Radiale	6.690	0.920	(Paroi interne- Lien -Paroi externe)*3
3	Radiale	8.920	0.890	[(Lien- Paroi interne -Paroi externe)- (Paroi externe - Paroi interne -Lien)] *2
4	Axiale	7.750	0.906	Paroi externe tassée avec la paroi
5	Axiale	2.935	0.964	Noyau

D. Présentation des résultats

Les figures de l'annexe A8 illustrent la variation de la perte de pression en fonction de la vitesse en fut vide pour les empilements consolidés.

On constate que le coefficient A (équation (2.54)) tend vers une valeur négligeable, ceci est dû au type du régime établi (régime turbulent) dans toutes les expériences. Le calcul des paramètres de structuration de chaque échantillon a été effectué en utilisant l'expression du modèle donnée par l'équation (2.46). L'expression de la surface spécifique dynamique est donnée donc par l'équation (2.70).

La tortuosité est calculée en utilisant l'expression établie pour l'évaluation de l'angle de coude θ exprimée par l'équation (2.71) (cas des fibres) en fixant pour chaque partie du cordon un diamètre moyen et une longueur moyenne équivalente au diamètre de la rondelle au quel il faut ajoutée la longueur de la colonne (il s'agit d'un milieu consolidé : $l_f - (H - D) / 2$) et le rapport moyen de chaque configuration est calculé en additionnant les rapports (l_f/d_f) de chaque disposition divisée par le nombre de rondelle, (Tableau 1 de l'annexe A7).

Pour l'estimation du coefficient de frottement nous avons utilisé une valeur moyenne estimée précédemment pour les fibres ($f_2 = 0.0646$).

$$a_d = \left(\frac{B \varepsilon^3}{(f/2) \rho (1 - \varepsilon) \tau^3} \right) \quad (2.70)$$

$$\theta = \left[70.026 \ln \left(\frac{l_f}{d_f} \right) - 491.55 \right] \varepsilon + 283.8 \exp \left[-0.0032 \frac{l_f}{d_f} \right] \quad \text{pour } 282 \leq \frac{l_f}{d_f} \leq 333 \quad (2.71)$$

Les différents résultats de calcul sont présentés sur le tableau 2.12.

Tableau 2.12. Résultats de la régression linéaire pour chaque type de configuration et calcul des paramètres de structuration d'un milieu consolidé de cordons de *Luffa Cylindrica*.

Type	B (Pa.s ² m ³)	(l_f/d_f) moyen	ε	τ	a_d (m ² m ³)	$B_0 10^6$ (m ²)	N° de points
1	136.26	288	0.946	2.55	1650.98	3.21	17
2	108.52	288	0.920	2.32	1084.49	4.14	19
3	219.37	288	0.890	2.10	1944.13	0.83	19
4	83.50	339	0.906	2.89	350.88	141.31	19
5	49.50	79	0.964	2.18	1206.27	183.02	19

E. Discussion et interprétation

D'après les résultats du tableau 2.12, les constatations qu'on peut tirer sont:

- L'étude de la tortuosité a mis en évidence l'effet de l'anisotropie. Il semble donc que ce paramètre conditionne en partie la structure du lit.
- Les milieux de la *Luffa Cylindrica* sont des milieux consolidés caractérisés par l'existence des zones mortes ou des parties inertes formées par l'effet de turbulence dû aux cheminements tortueux à travers le lit fixe, donc certaines zones n'épousent pas parfaitement le fluide, et par conséquent une surface offerte à l'écoulement réduite par rapport à celle trouvée dans la littérature pour des fibres empilées de *Luffa Cylindrica*. Zerouati, [14] a estimé une valeur de ($a_d = 27302 \text{ m}^2$) mais cela en utilisant l'eau comme fluide d'écoulement.

Par ailleurs, la composition de chaque empilement du lit consolidé permet de montrer la différence entre les résultats de chaque type, or nous pouvons constater à partir des figures au microscope électronique à balayage que la paroi externe de la courgette fibreuse est caractérisée par un enchevêtrement des cordons ce qui réduit l'épousement du fluide en écoulement, de même, dans le cas d'empilement de type 5, qui est constitué uniquement du noyau, nous constatons que cette partie de la *Luffa Cylindrica* constitue la partie la plus consolidé du fruit, c'est-à-dire que le diamètre du cordon est élevé, ce qui conduit de même à l'existence des zones mortes plus impotentes, par conséquent ces deux raisons mènent à dire que les valeurs des surfaces spécifiques dynamiques calculées sont faibles. On outre, pour les trois premiers types de lits, nous remarquons que l'ordre et la composition en terme de paroi interne, paroi externe et lien n'influe pas fortement sur la dégradation d'énergie en lit fixe, de même les valeurs de la tortuosité calculées montrent un ordre de grandeur similaire par rapport à celles trouvées dans le cas des fibres ce qui confirme que les relations de calculs des angles de coudes et l'équation (2.59) peuvent être appliquées dans le calcul des tortuosités des milieux constitués de fibres.

2. Ecoulement de l'eau

Cette étude a été menée sur un lit fixe de *Luffa Cylindrica* constitué de plusieurs pièces de fruit (au nombre de six) enroulées les unes sur les autres le long de la colonne. Plusieurs essais ont été réalisés, dont la vitesse d'écoulement de l'eau à travers le lit fixe ($Re = 0$ à 14) conduit à une dégradation d'énergie due aux forces de frottement visqueux et aux forces d'inertie [14].

Nous allons présenter les résultats des propriétés de structuration (a_d, τ, B_d), pour l'écoulement de l'eau aérée et désaérée sur le Tableau.2.13 et nous avons pris dans ce cas un coefficient de frottement moyen pour les fibres, ($f_2 = 0.0646$).

Tableau 2.13. Détermination des paramètres de structuration pour les lits enroulés de *Luffa Cylindrica*.

Fluide en écoulement	Modèle appliqué	ε	τ	a_d ($m^2 m^{-3}$)	$B_d \cdot 10^8$ (m^2)
Eau aérée	Modèle proposé Eq(2.46)	0.9	2,69	6710	12.84
	Zerouati [14] modèle de Comiti	0.9	2.20	7628	13.6
Eau désaérée	Modèle proposé Eq(2.46)	0.9	2,05	27098	2.79
	Zerouati [14] modèle de Comiti	0.9	1.80	27302	3.12

A partir de ces résultats, on peut constater que les valeurs de la tortuosité calculées sont supérieures pour le modèle proposé par rapport au modèle appliqué par l'auteur (modèle de Comiti [3]), tandis que les valeurs de la surface spécifique sont inférieures, cela peut être dû à l'estimation du coefficient de frottement dû à la turbulence qui est constant et vaut (0.0968) dans le modèle de Comiti, tandis que celui estimé pour le modèle proposé varie en fonction de la géométrie de la particule. On outre la présence de l'air au sein de l'eau modifie le comportement d'écoulement, cette modification est exprimée par une variation de la pression au sein du lit, les bulles d'air s'accroche en partie aux parois des cordons ce qui empêche le contact de l'eau avec le solide, et de ce fait la surface spécifique dynamique devient faible.

Par ailleurs, en comparant les résultats des tableaux 2.12 et 2.13, nous constatons que les relations (1) et (2) de l'annexe A3 peuvent être utilisées pour estimer la tortuosité (valeurs comprises entre 1.80 et 2.89).

3. Écoulement de l'essence

Les expériences ont été établies en vue de fabriquer un filtre à base des fibres de *Luffa Cylindrica*. Pour ce faire la mesure de la perte de charge à travers ce milieu est basée sur le choix du fluide en écoulement, il s'agit de l'eau et de l'essence. L'échantillon poreux est constitué de microfibre creuse, il est caractérisé par une porosité $\varepsilon = 0.6$, une épaisseur $E = 527 \mu\text{m}$ et un diamètre $d_f = 45 \mu\text{m}$. Les expériences ont été réalisées, pour des nombres de *Reynolds* compris entre 0.66 et 1.07, d'où un régime laminaire linéaire est établi, les valeurs de B sont négligeables, et le calcul se fait en appliquant l'équation de *Darcy* pour calculer la perméabilité. (Tableau 2.14), [26]

En appliquant la relation (4) de l'annexe A3, pour la détermination des angles de coude (θ) pour un rapport donné: longueur sur diamètre, la tortuosité du milieu fibreux étudié est évaluée à $\tau = 1.85$ pour un angle $\theta = 32.6^\circ$, l'estimation de la surface spécifique dynamique se fait donc par identification entre le terme de frottement dans l'expression du modèle établi (équation (2.46)), et le terme A résultant de la régression linéaire, par la suite on aboutit à l'expression suivante :

$$\alpha_d = \sqrt{\frac{A \varepsilon^3}{2 \mu \tau^3 (1 - \varepsilon)^2}} \quad (2.72)$$

Tableau 2.14. Détermination des paramètres de structuration pour les fibres de *Luffa Cylindrica*. (* : α_d calculée à partir de l'équation (2.57)).

Fluide en écoulement	Modèle appliqué	A Pa.s.m ²	α_d (m ² .m ⁻¹)	ε	$B_p \cdot 10^{**}$ (m ²).
Eau	Modèle proposé. Eq. (2.46)	27398	2696.2	0.6	8.3
	<i>Darcy</i> [26]	27398	1785.8*	0.6	7.28
Essence	Modèle proposé. Eq. (2.46)	36544	2823.7	0.6	18.2
	<i>Darcy</i> [26]	36544	2190.2*	0.6	12.1

L'ensemble de ces résultats tendrait à montrer l'effet de la nature du fluide en écoulement ainsi que le modèle appliqué pour estimer certaines propriétés du milieu fibreux, en outre on peut constater, que les valeurs de la perméabilité calculées par le modèle de *Darcy* sont moins élevées que celles calculées en utilisant le modèle établi, cela est dû à la dépendance de la perméabilité des propriétés de structuration du milieu poreux et celles du fluide.

7. Confrontation avec les modèles capillaires

Le pouvoir prévoir de la chute de pression quand un fluide traverse un lit fixe de particules sous un débit ou une vitesse donnée, permet l'évaluation de certaines propriétés du milieu poreux étudiés. Dans ce paragraphe nous nous proposons d'identifier l'expression du modèle proposé avec les équations des modèles représentant l'écoulement des fluides à travers les milieux poreux relatifs à l'écoulement dans un capillaire, correspondants à un faible et large domaine de nombre de *Reynolds*, parmi ces modèles on note les modèles de : *Darcy*, *Blake-Kozeny*, *Kozeny-Carman*, *Comiti*, et *Ergun*.

7.1. Modèle de Darcy

Dans le modèle de *Darcy* le terme d'inertie est négligeable (équation (1.42)) :

$$\left(\frac{\Delta P}{H} \right)_{Darcy} = \left[\left(\frac{\Delta P}{H} \right)_{\text{frottement}} \right]_{\text{modèle}}$$

L'équation de *Darcy* ne permet pas de mettre en évidence l'influence des caractéristiques géométriques du milieu poreux. Cependant, l'identification de cette équation avec l'équation (2.46), nous a fourni :

$$R_0 = \frac{\beta \varepsilon^3}{2 \alpha^2 \tau_M^2 \tau_p^2 (1-\varepsilon)^2 a_d^2 \left(1 + \frac{4}{a_d (1-\varepsilon) D} \right)^2} \quad (2.73)$$

Par définition la perméabilité est le degré d'évacuation du fluide à travers un milieu poreux, elle dépend des propriétés du fluide et celles du milieu poreux. Pour notre modèle l'expression de la perméabilité est fonction de plusieurs paramètres :

- La porosité du milieu poreux, (ε) ;
- La surface spécifique dynamique du milieu poreux, (a_d) ;
- La tortuosité du capillaire, (τ_p) ;
- La tortuosité du milieu poreux, (τ_M) ;
- La forme du capillaire et la rugosité des particules, (α et β) ;
- Le diamètre de la conduite, (D).

7.2. Modèle de Blake-Kozeny

La confrontation du modèle établi avec le modèle de *Blake-Kozeny* (équation (1.54)) nous a permis de déterminer une propriété structurale d'un milieu poreux, il s'agit du diamètre équivalent de la particule.

Ce modèle ne tient pas compte de l'effet d'inertie, il est donné par, [28] :

$$\frac{\Delta P}{H} = 150 \cdot \frac{\mu}{d_{eq}^2} \cdot \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \cdot U_0 \quad (2.74)$$

En égalisant cette équation avec le terme de frottement de l'équation (2.54), on peut tirer l'expression du diamètre équivalent de la particule, qui peut être calculé pour les différentes géométries de particules :

$$d_{eq} = \sqrt{\frac{150 \mu (1-\varepsilon)^2}{A \varepsilon^3}} \quad (2.75)$$

En revanche, et par identification entre l'équation de *Blake-Kozeny* et le terme de frottement du modèle établi (équation (2.46)), nous avons abouti à l'expression du diamètre équivalent de la particule :

$$d_{eq} = \sqrt{\frac{150\alpha^2}{2\beta\tau^2 a_d^2}} = \frac{\alpha}{\tau a_d} \sqrt{\frac{150}{2\beta}} \quad (2.76)$$

La comparaison des valeurs des diamètres équivalents (équations (2.75) et (2.76)) permet de vérifier les résultats obtenus.

Blake et *Kozeny* considèrent que le milieu poreux est assimilé à un ensemble de capillaires lisses tortueux, et que le diamètre équivalent de la particule constituant le milieu poreux n'est pas rugueux. or les expressions précédentes permettent une évaluation de ce paramètre en considérant les caractéristiques du pore selon que ce dernier est rugueux, singulier et non uniforme.

7.3. Modèle de *Kozeny-Carman*

le modèle de *Kozeny-Carman* apporte à un mode de représentation simple de gradient de perte de pression par frottement lors d'un écoulement d'un fluide à travers un milieu poreux, et

l'égalisation de l'équation du modèle avec le modèle de *Kozeny-Carman*. (Équation (1.45)) donne :

$$\left(\frac{\Delta P}{H}\right)_{\text{Kozeny-Carman}} = \left[\left(\frac{\Delta P}{H}\right)_{\text{frottement}}\right]_{\text{Modèle}} \quad (2.78)$$

Les coefficients de forme de *Kozeny* (C_K), et de *Carman* (K_0) sont exprimés par les expressions suivantes :

$$C_K = 2\tau_M^2 \tau_p^2 \frac{\alpha^2}{\beta} \left(1 - \frac{4}{a_d(1-\varepsilon)D_p}\right)^2$$

et

$$K_0 = 2 \frac{\alpha^2}{\beta} \tau_p^2 \left(1 - \frac{4}{a_d(1-\varepsilon)D_p}\right)^2 \quad (2.79)$$

Pour un pore circulaire ($K_0 = 2$), et en négligeant l'effet de la paroi, nous obtenons une valeur de tortuosité du pore : ($\tau_p = 1$), donc on retombe sur un capillaire droit.

De même et par identification entre la valeur de A (équation (2.54)) et l'expression multipliant (C_K) dans le modèle de *Kozeny-Carman*, on peut estimer le coefficient de forme de *Carman*, on obtient :

$$C_K = \frac{A\varepsilon^3}{\mu a_d^2 (1-\varepsilon)^2} \quad (2.80)$$

Les coefficients de forme définis par *Kozeny* et par *Carman* dépendent selon les équations précédentes de la tortuosité du pore et du milieu, de la rugosité des particules, ainsi que de la forme et de la géométrie des pores, en effet, et dans la pratique ces constantes sont déterminées expérimentalement.

7.4. Modèle d'*Ergun*

La loi linéaire que nous venons d'identifier avec le modèle proposé, est classique tant que l'écoulement est dominé par les forces de frottement de viscosité, lorsque le débit augmente, les dissipations d'énergie d'origine inertielle prennent le relais, dans ce cas l'identification terme à terme avec l'équation d'*Ergun* est donnée par :

$$2 \frac{\alpha^2}{\beta} d_{eq}^2 \tau_M^2 \tau_p^2 a_d^2 \left(1 + \frac{4}{a_S (1-\varepsilon) D} \right)^2 = 150 \quad (2.81)$$

$$\alpha \cdot \beta \cdot \left(\frac{f}{2} \right)_T \cdot \tau_M^3 \tau_p^3 \cdot a_d \cdot d_{eq} = 1.75 \quad (2.82)$$

L'estimation des paramètres (τ_p et $\alpha^2 \cdot \beta$) se fait en utilisant les résultats obtenus pour chaque géométrie de particule (tableau 2.9).

7.5. Modèle de Comiti

En égalisant les termes de frottement et d'inertie entre le modèle établi et le modèle de Comiti (équation (1.67)) on écrit:

$$\left[\left(\frac{\Delta P}{H} \right)_{\text{Frottement}} \right]_{\text{Comiti}} = \left[\left(\frac{\Delta P}{H} \right)_{\text{frottement}} \right]_{\text{modèle}}$$

$$\left[\left(\frac{\Delta P}{H} \right)_{\text{inertelle}} \right]_{\text{Comiti}} = \left[\left(\frac{\Delta P}{H} \right)_{\text{inertelle}} \right]_{\text{modèle}}$$

En prenant les mêmes hypothèses prises par Comiti, c'est-à-dire $\left(\frac{f}{2} \right)_T = 0.0968$, $\zeta_e = 0.5$, $\zeta_c = 0$, on trouve les expressions suivantes :

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\alpha^2}{\beta} \tau_p = 1 \\ \alpha \cdot \beta \cdot \tau_p = \frac{0.0413 \left(1 - \left(1 - \frac{d_{eq}}{D} \right)^2 \right) - 0.0968 \left(1 - \frac{d_{eq}}{D} \right)^2}{0.032 \left(1 - \left(1 - \frac{d_{eq}}{D} \right)^2 \right) + 0.0432 \left(1 - \frac{d_{eq}}{D} \right)^2 - 0.0061} \end{array} \right. \quad (2.77)$$

À partir de ces équations, on peut d'une part déterminer les coefficients (α et β), ainsi que la valeur de la tortuosité du pore (τ_p) du milieu poreux étudié en supposant dans un premier temps

que la tortuosité du pore est égale à l'unité, et en deuxième temps le coefficient α ou β égale à 1, en remplaçant chaque paramètre (d_{eq}/D) par sa valeur ;

D'autre part, nous constatons que le modèle de Comiti tient compte de plusieurs paramètres : tortuosité, singularité, effet de la paroi limitant le milieu poreux mais il a considéré que les particules sont lisses et que les pores sont uniformes, par ailleurs l'identification de ce modèle avec le modèle établi en considérant les termes de frottement et d'inertie permet d'estimer par la suite la tortuosité du pore.

Nous pouvons conclure, que l'identification du modèle proposé avec les modèles déjà cités permet une évaluation des propriétés du milieu poreux : τ_p , α , β , d_{eq} , en utilisant les résultats expérimentaux préalablement réalisées dans le but de prévoir la dégradation d'énergie créée par la circulation d'un fluide à travers un milieu poreux donné,

8. Comparaison du modèle proposé avec les principaux modèles de pertes de charge

Nous avons tenté dans ce cas de comparer le modèle établi avec les principales équations de corrélations représentatives du régime dominé par les forces d'inertie et de frottement, issus des travaux d'Ergun, de Comiti, de MacDonaldd et de Foscolo comme l'indiquent les figures 2.13 à 2.18, et cela en calculant les valeurs de A et B obtenus en identifiant les propriétés τ et u_f déterminées par chaque modèle.

Nous avons effectué ce type de calcul sur les particules parallélépipédiques de porosité : 0,31, 0,46 et 0,52, et sur les milieux fibreux de Nylon et de Dacron de porosité : 0,835, 0,875 et 0,831, de différents rapport longueur / diamètre, les valeurs de pertes de pression trouvées ont été représentées en fonction de la vitesse en fut vide tout en comparant avec quelques résultats expérimentaux trouvés.

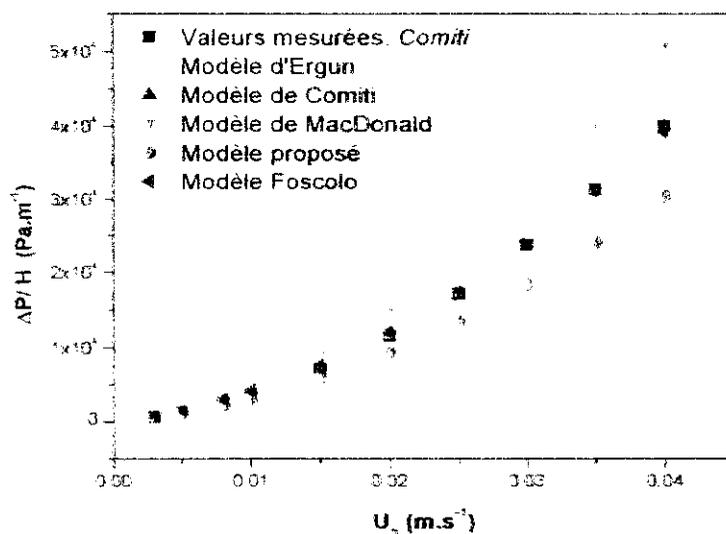


Figure 2.13. Comparaison du modèle proposé avec les modèles de Comiti [3], Ergun, [7], Macdonald, [9] et Foscolo [29], pour un lit fixe de plaquettes de porosité ($\varepsilon = 0.31$).

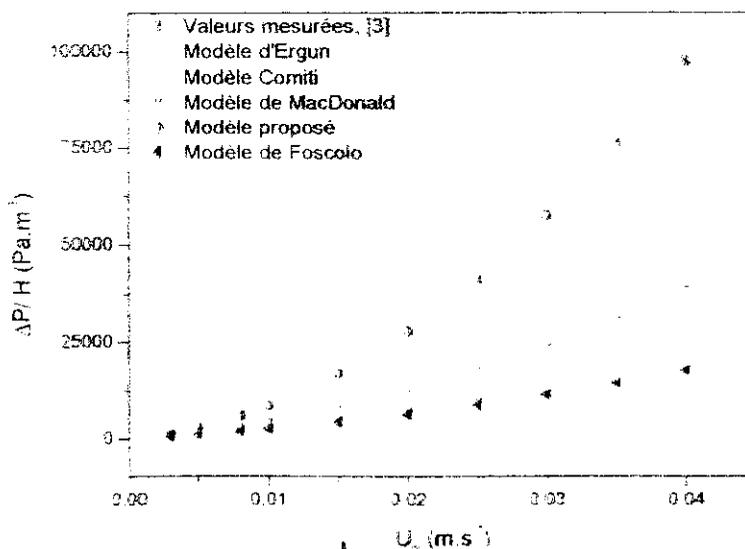


Figure 2.14. Comparaison du modèle proposé avec les modèles de Comiti, [3] Ergun, [7] Macdonald, [9] et Foscolo [29], pour un lit fixe de plaquettes de porosité ($\varepsilon = 0.46$).

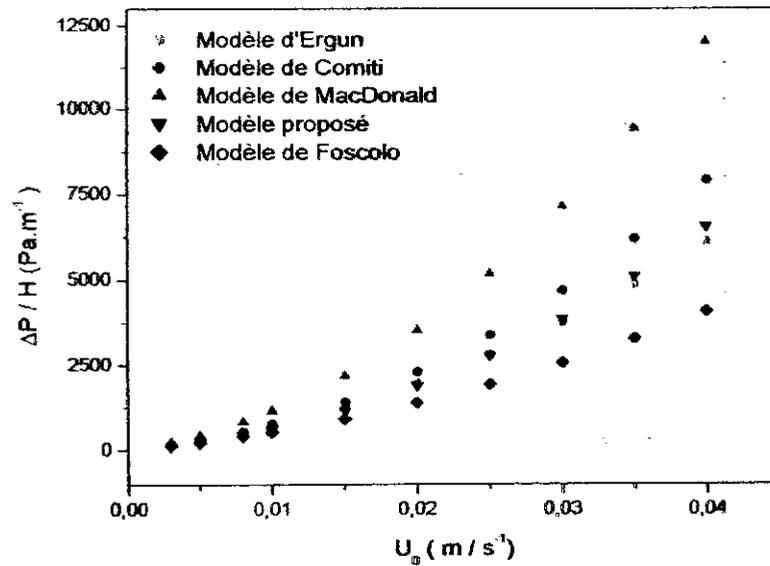


Figure 2.15. Comparaison du modèle proposé avec les modèles de Comiti [3], Ergun, [7] Macdonald [9] et Foscolo [29], pour un lit fixe de plaquettes de porosité ($\epsilon = 0.52$).

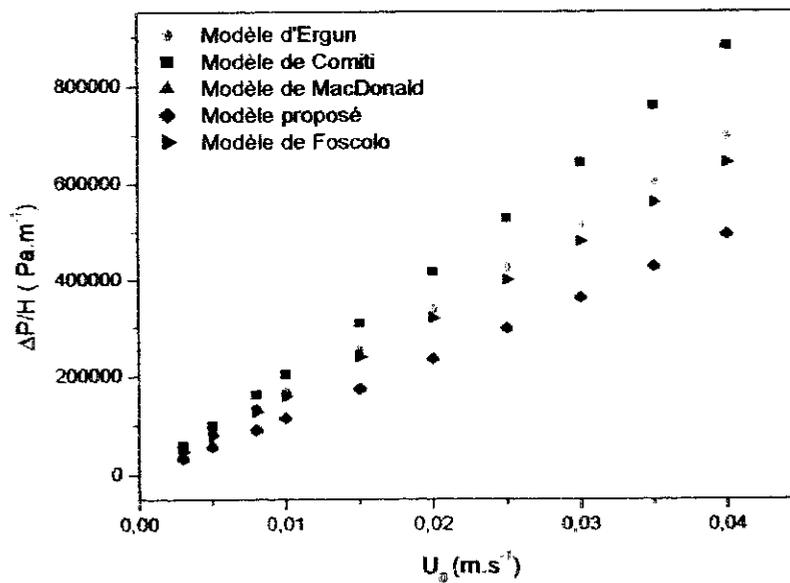


Figure 2.16. Comparaison du modèle proposé avec les modèles de Comiti [3], Ergun [3], Macdonald [7] et Foscolo [29], pour un lit fixe de fibres de Nylon ($l_f/d_f=330$, $\epsilon = 0.835$).

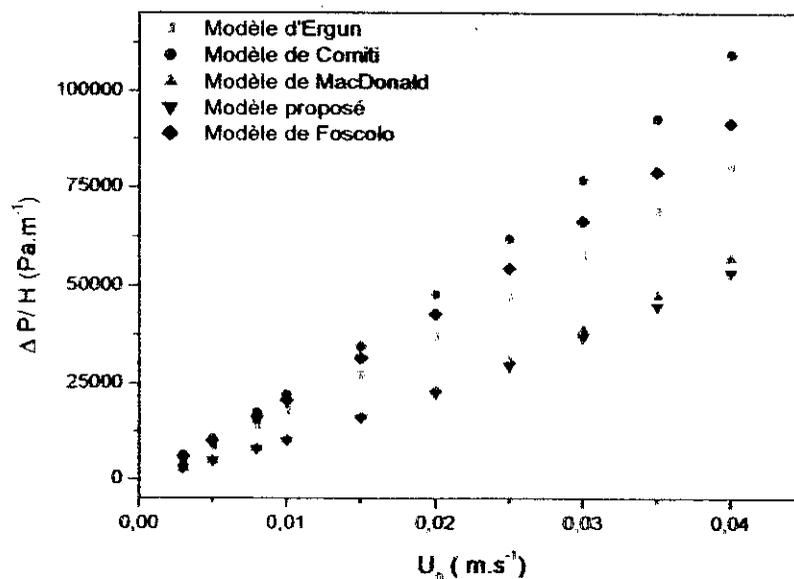


Figure 2.17. Comparaison du modèle proposé avec les modèles de Comiti [3], Ergun [7], Macdonald [9] et Foscolo [29], pour un lit fixe de fibres de Nylon ($l_f = d_f = 280$, $\varepsilon = 0.874$).

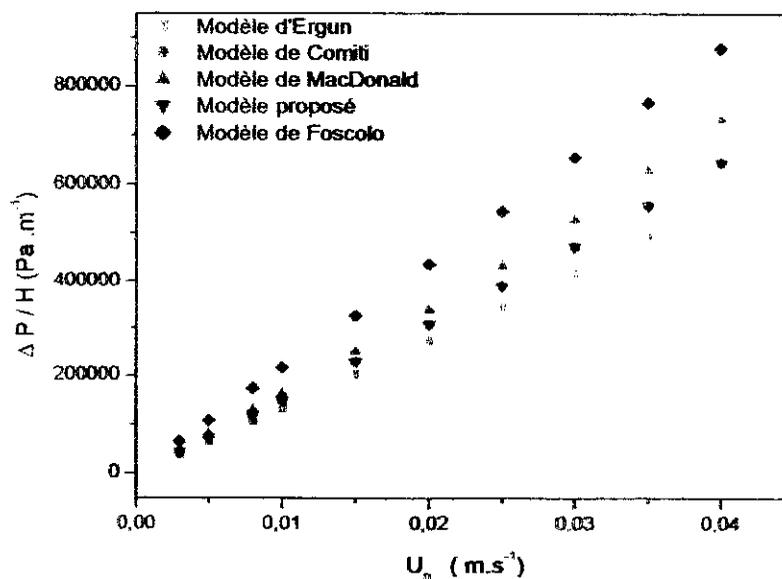


Figure 2.18. Comparaison du modèle proposé avec les modèles, de Comiti [3], Ergun [7], Macdonald [9], et Foscolo [29] pour un lit fixe de fibres de Dacron ($l_f = d_f = 310$, $\varepsilon = 0.831$).

Nous constatons, à partir de ces figures, que le coefficient de frottement turbulent influ fortement dans la caractérisation et le calcul d'un milieu poreux, or son évaluation dépend de plusieurs paramètres, à savoir : la géométrie, la rugosité et le degré de recouvrement des particules, ainsi que la porosité du milieu poreux.

Selon la littérature, la valeur de B augmente en fonction de la rugosité des particules ou de la paroi, le modèle d'Ergun décrit les particules sphériques et ne tient pas de l'effet de la rugosité, or le modèle de

MacDonald décrit les particules de formes diverses, tout en tenant compte de la rugosité des particules, ce qui conduit à des pertes de pression élevées.

Pour l'ensemble des résultats concernant les particules parallélépipédiques, effectuées dans un intervalle de porosité $0.31 < \varepsilon < 0.52$, nous remarquons que le modèle de Foscolo est valable pour des fortes valeurs de porosité, comme les milieux fibreux, par ailleurs le modèle de Comiti décrit l'écoulement de l'eau à travers un lit de particules parallélépipédiques, ainsi que certains milieux fibreux, comme l'indique la figure 2.18.

Concernant le modèle établi, la déviation des résultats de calculs pour les milieux fibreux peut être due à l'estimation du coefficient de frottement dû à la turbulence pour les fibres qui a été évalué à une valeur constante égale à 0.0646, ce qui conduit à des pertes de pression inférieures.

9. Simulation

Afin d'approfondir l'étude et de prévoir une présentation en 3D du modèle proposé, on fait recours aux techniques de simulations, pour ce faire, et en faisant varier la perte de charge produite pour chaque géométrie en fonction des paramètres du modèle (*surface spécifique dynamique, tortuosité, porosité, coefficient de frottement*), pour différentes valeurs du nombre de Reynolds englobant les régimes d'écoulement laminaire, transitoire et turbulent, nous illustrons sur les figures 2.19 à 2.28, les différentes variations. Les résultats ont été réalisés en utilisant le logiciel MATLAB 6, les équations correspondantes pour chaque représentation sont données en annexe A9, en prenant comme données les valeurs moyennes de chaque variable fixée auparavant.

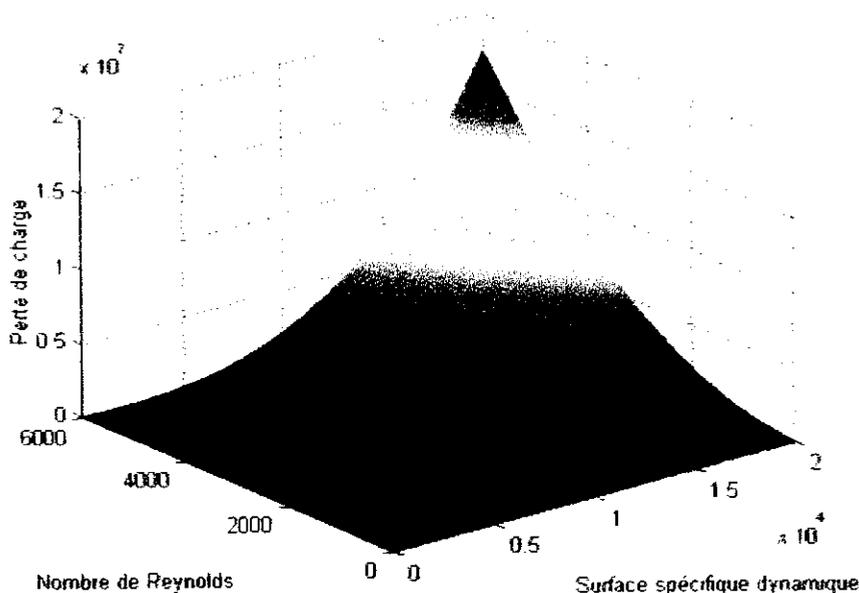


Figure 2.19. Evolution de la perte de charge en fonction de la surface spécifique dynamique pour différentes valeurs de Re , cas d'un milieu constitué de fibres ($\tau=2.005$, $\varepsilon=0.83$, $(f/2)=0.0646$).

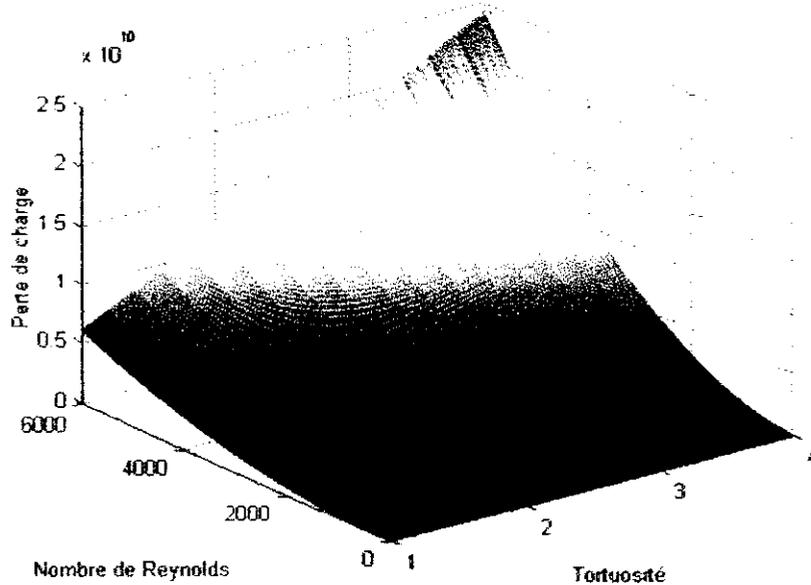


Figure 2.20. Evolution de la perte de charge en fonction de la tortuosité pour différentes valeurs de Re , cas d'un milieu constitué de fibres ($a_d=177213$, $\varepsilon=0.83$, $(f_2)=0.0646$).

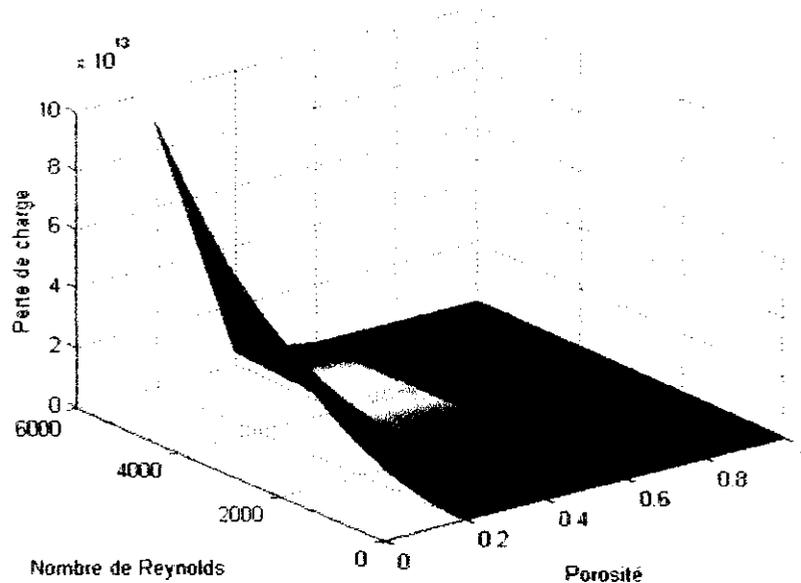


Figure 2.22. Evolution de la perte de charge en fonction de la porosité pour différentes valeurs de Re , cas d'un milieu constitué de fibres ($a_d=177213$, $\tau=2.005$, $(f_2)=0.0646$).

La dégradation de pression au sein d'un milieu poreux dépend des paramètres de structuration : ε , τ , a_d , ainsi que celles caractérisant le régime d'écoulement (Re , U_0), il est clair que plus le milieu est poreux l'écoulement est facilité et la dégradation d'énergie est inférieure, et inversement, or cette variation peut être modifiée si le régime d'écoulement est dominé par les forces de d'inertie c'est-à-dire régime turbulent.

Par ailleurs, nous remarquons le caractère particulier des lits constitués de particules parallélépipédiques où la variation de la perte de pression en fonction des propriétés du milieu poreux et celle de l'écoulement conduit à des valeurs inférieures que celles obtenues dans le cas des

particules sphériques et dans le cas des milieux fibreux. De même, nous constatons que la porosité influe sauf pour les très faibles valeurs, ce qui provoque des pertes de charges supérieures, qui est un résultat cohérent, car pour un milieu perméable, l'écoulement est facilité et la perte de charge est moins importante.

Conclusion

La validation du modèle établi sur les empilements sphériques et l'estimation des coefficients de frottement, de rugosité et de singularité est une étape indispensable dans la caractérisation d'un milieu poreux, et permet de déterminer les propriétés de structuration, elle conduit à conclure les points suivants :

- Le modèle établi formulé par l'équation (2.46), contient plusieurs paramètres, le calcul de la tortuosité, de la surface spécifique dynamique et de la perméabilité nécessite d'estimer d'autre paramètre comme : le coefficient de frottement dû à la turbulence, or pour alléger la complexité de l'expression du modèle, nous avons estimé ce coefficient pour chaque géométrie de particule constituant le milieu poreux ;
- La mise en évidence des facteurs (*rugosité, angle de coude*) dans le modèle proposé a permis d'estimer de façon précise les paramètres ciblés ;
- La comparaison des valeurs de la surface spécifique dynamique calculées selon le modèle établi et celles calculées par les auteurs [3], [15], montre l'effet de différents coefficients caractérisants un milieu poreux ;
- La variation du coefficient de frottement et de la tortuosité pour les milieux fibreux et les milieux constitués de plaquettes montre que ces milieux sont caractérisés par une certaine anisotropie ;
- La validation du modèle proposé sur des milieux sphériques de bille de verre nous a permis de déduire les différentes propriétés régissant tels milieux ces propriétés sont très proches de celles données par la littérature.

L'application du modèle proposé, formulé par l'équation (2.46), sur un milieu consolidé de *Luffa Cylindrica* présenté sous trois configurations milieu poreux / fluide:

- Cordons empilés/air ;
- Fruits empilés/eau ;
- Fibres / essence, nous a permis de déduire les propriétés de chaque lit : surface spécifique dynamique, tortuosité et perméabilité, et ce en appliquant l'équation (2.71) établie dans le cas des fibres pour un rapport *longueur diamètre* donné, et la valeur moyenne du coefficient de frottement dû à la turbulence ($f_2 = 0.0646$) tout en s'inspirant les résultats de recherches antérieures.

La comparaison de ce même modèle avec les principaux modèles classiques de perte de charge de la littérature (*Ergun, Comiti, MacDonald et coll. et Foscolo*) confirme que le modèle décrit le phénomène de dissipation d'énergie à travers un milieu poreux.

La simulation du modèle proposé a été effectuée, en faisant varier le nombre de *Reynolds* et le paramètre de structuration (porosité, tortuosité, surface spécifique dynamique ainsi que le coefficient de frottement) du milieu poreux considéré dans toutes les représentations.

Bibliographie

Bibliographie

- [1] R. Comolet, "Mécanique expérimentale des fluides". 3^{ème} Edition Masson, Paris, (1982) Tome II.
- [2] N. Midoux, "Mécanique et rhéologie des fluides en génie chimique". Technique et Documentation Lavoisier, (1985).
- [3] J. Comiti, "Contribution à la modélisation de les lits fixes. Application aux lits des particules parallélépipédiques. Dégradation d'énergie, dispersion axiale, transfert de matière". Thèse de Doctorat d'Etat. Institut National Polytechniques de Grenoble, (1987).
- [4] I.F. Mac Donald and all, "Flow through porous media- the Ergun equation revisited". Ind. Eng. Chem. Fund, Vol 18, (1979).
- [5] I.E. Idelcik, "Mémento des pertes de charge". Eyrolles Editeur Paris, (1969).
- [6] O. Reynolds, "Papers on mechanical and physical subjects". Cambridge University Press, (1900).
- [7] P. H. Forcheimer, "Wasserbewegung Durch Boden" (Part 2). Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, (1901).
- [8] S. Ergun, "Fluid flow through packed columns". Chem Eng Prog, Vol 48, (1952).
- [9] F.Z. Mechrouh, "Limitation du modèle général d'écoulement Darcy-Brnkman-Forchemeir - Elaboration d'un modèle hybride (géométrique/ Objet immergé)". Mémoire de Magister, Centre Universitaire de Médéa, (2002).
- [10] N. Ahmed, D. K. Sunada, "Non linear flow in porous media". Proc of the Amer. Soc. Eng. Hy 6, (1969).
- [11] P.C. Carman, "Ecoulement des gaz à travers les milieux poreux". Presse Universitaire de Paris, (1961).
- [12] J. Kozeny, "Soil permeability". Akad. Wiss. Vienna, (1927).
- [13] S. Hanini, "Etude des pertes des charges dans les lits fixes de Luffa Cylindrica". Rapport du stage au laboratoire de Génie des Procédés Papetière, (travaux non publiés) U.R.A. - C.N.R.S. 1100 (E.F.P.G/I.N.P.G) Grenoble, France, (2000).
- [14] A. Zerrouati, "Etude hydrodynamique et physico-chimique du système liquide-courgette fibreuse". Application aux traitement des eaux". Mémoire de Magister, Centre Universitaire de Médéa, (2000).
- [15] E. Mauret, "Mesure des pertes de pression et de la dispersion axiale dans les matelas fibreux - application au lavage des pâtes écrués en lits fixes épais". Thèse de doctorat INP de Grenoble, (1995).
- [16] W. L. Ingmanson, B.D. Andrews, et R.C. Johnson, "Internal pressure distributions in compressible mats under fluids stress". Tappi Jou, Vol 42, (1959).
- [17] M.R.J. Willye, A.R. Gregory, Ind Eng. Chem. Des. Proc. Dev. Vol 47, (1955).
- [18] N. E. Sabiri, J. Comiti, "Ecoulement des fluides newtonien et non newtonien à travers des lits stratifiés". The Can Jour Chem Eng, Vol75, December, (1997).
- [19] F. A. L. Dullien, "Porous media: fluid transport and pore structure". Academic Press, New York, (1979).

Bibliographie

- [20] O. Rahli, M. Miscevic, L. Tadrist. "Etude des écoulements non-Darcéens en milieux fibreux". 6^{ème} Journées sur les milieux poreux, Toulouse 12-13 Novembre, (2003).
- [21] H. Johnson, "Luffa, Sponge Gourd, Chinese Okra". speciality and minor Crop Hand book Series Small Fam Center University of California Davism, (1991).
- [22] G. Henini, "Contribution à la caractérisation morphologique, structurale et physico-chimique de la Luffa Cylindrica. Application à la fabrication du papier". Mémoire de Magister, Centre Universitaire de Médéa, (2001).
- [23] P. Barrot, "La courge- éponge, un légume qui emballe", SYFIA N° 77. Juin, (1999).
- [24] S. Hanini, K. E. Bal, Y. Bal, M.N. Bouaziz, "Usage de la fibre de courgette mexicaine pour le traitement des eaux usées. Parties I, II : Etude statique et dynamique du système d'adsorption phénol/fibre, Séminaire sur le traitement des Eaux, Boumèrdes, 05-06 Juin, (1999)
- [25] S. Hanini, M. N. Bouaziz, J. Marechal, G. Mortha, M. Renaud. "Elaboration et caractérisation d'un nouveau matériau composite à partir de la luffa Cylindrica", First International Conference on Materials Science and Engineering. ICMSE-1, M' sila, 5-7May, (2003).
- [26] M. Kosseir, "Etude de l'écoulement de l'essence pour moteur à travers un filtre à de micro-fibre de Luffa Cylindrica". Mémoire de Magister, Centre Universitaire de Médéa, (2003).
- [27] Pharmacopée européenne, conseil de l'Europe : Commission européenne de pharmacopée, Strasbourg, France, (2001).
- [28] F. C. Blake, "The Resistance of Paking of Fluid Flow", Trans. Amer. Inst. Chem. Eng, (1922).
- [29] P.U. Foscolo and al, "An Unified model for particulate expansion fluidised beds and drag coefficient correlations for fluid-particule interactions", Chem. Eng. Sci. Vol 40, (1985).

Conclusion générale

Conclusion générale

Une étude bibliographique faisant le point sur les principaux modèles décrivant la perte de charge dans un milieu poreux, en s'articulant particulièrement sur les modèles géométriques, montre que ces modèles qui sont basés sur la représentation géométrique ne sont valables que pour les faibles et moyennes valeurs de porosité, tout en considérant le pore comme un cylindre, cependant, pour les fortes valeurs de porosité la représentation capillaire peut dans certains cas être applicable, mais cela avec l'introduction des différents paramètres intervenant dans la caractérisation d'un lit fixe de particules.

Dans cette étude nous avons élaboré un nouveau modèle de type capillaire valable pour un large intervalle de nombre de *Reynolds* couvrant les régimes d'écoulement laminaire et turbulent, ce modèle permet d'exprimer la perte de charge de l'écoulement d'un fluide (gaz ou liquide) à travers un lit fixe de particules en fonction de la vitesse du fluide et des paramètres caractéristiques de celui-ci, tout en tenant compte des effets de la paroi de la conduite limitant le milieu poreux (lisse ou rugueuse), de la rugosité des particules constituant le milieu poreux, de la forme et de la singularité du capillaire.

Nous avons évalué par la suite les paramètres de structuration (tortuosité, surface spécifique dynamique et perméabilité) caractérisant un milieu poreux constitué de particules de forme définie, et ce par l'estimation du coefficient de frottement dû à la turbulence, qui est lié à deux paramètres principaux, à savoir : le coefficient de rugosité et de singularité unitaire. L'estimation de ces derniers a été effectuée pour chaque géométrie de particules (sphère, plaquette, fibre).

La détermination de la perméabilité est une étape importante dans le calcul d'un milieu poreux, elle a été effectuée par confrontation entre le modèle proposé et celui de *Darcy*, nous avons montré dans ce cas que la perméabilité dépend des propriétés du fluide et celles du milieu poreux.

Dans un premier temps nous avons validé le modèle proposé sur un lit fixe de billes de verre à partir des mesures expérimentales de pertes de charge afin d'évaluer la dégradation d'énergie subie par le fluide traversant un lit de sphères. Nous avons appliqué en second lieu, ce même modèle sur un milieu consolidé de *Luffa Cylindrica*, présenté sous trois configurations à savoir :

- Milieu consolidé de *Luffa Cylindrica* / air ;
- Milieu consolidé des cordons de *Luffa Cylindrica* / eau ;
- Fibres de *Luffa Cylindrica* / essence. Les résultats obtenus montrent que le modèle proposé peut être appliqué sur ce genre de système (milieu poreux-fluide).

Nous avons effectuée par la suite une confrontation du modèle proposé avec les modèles géométriques classiques (*Darcy*, *Ergun*, *Blake-Kozeny*, *Comiti*, *Kozeny-Carman*) en terme de mise en valeur de la perméabilité, du diamètre équivalent de la particule, ainsi que les coefficients de forme, en utilisant les données expérimentales pour chaque système.

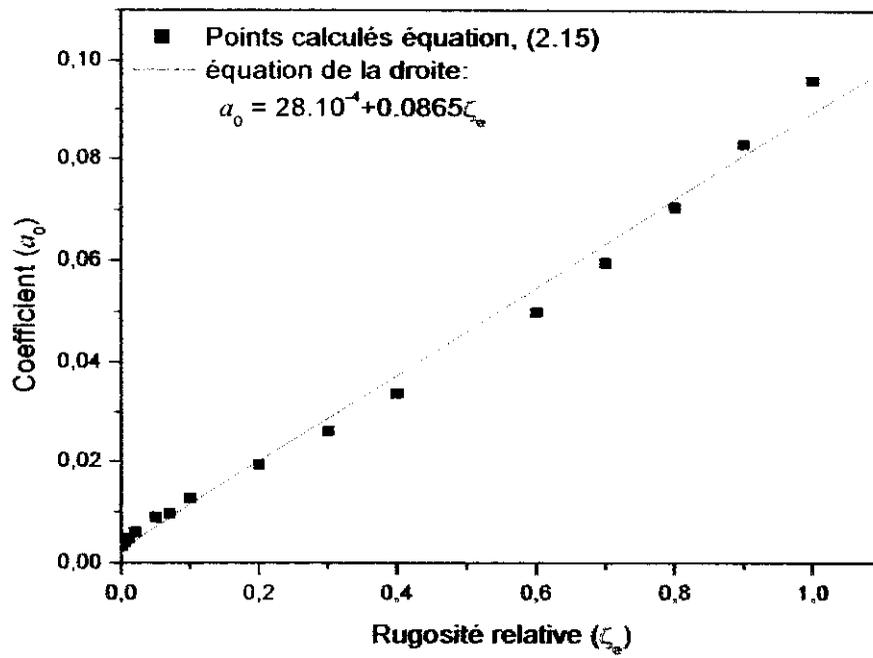
La comparaison graphique en 2D avec les modèles de pertes de charge de la littérature (*Ergun*, *Comiti*, *MacDonald et coll.* et *Foscolo et coll.*) pour les lits fixes de plaquettes et les lits fixes de fibres, montre que l'ordre de grandeur de la perte de charge était similaire. Par ailleurs, la simulation en 3D permet de montrer l'évolution de la perte de charge produite lors de l'écoulement d'un fluide à travers un lit de particules (sphérique, parallélépipédiques, et lits constitués de fibres)

Conclusion générale

en fonction des différents paramètres de structuration, pour les modes de régimes d'écoulement (laminaire, transitoire et turbulent).

Par conséquent le modèle établi permet une estimation correcte des paramètres de structuration du milieu poreux étudié. En perspective, il sera intéressant d'une part de raffiner le modèle par une généralisation sur tous les empilements poreux, et d'autre part par l'introduction de la nouvelle notion de la tortuosité : rapport de la vitesse interstitielle du fluide au sein du milieu poreux sur la vitesse en fût vide à la place de la tortuosité géométrique, en s'articulant sur la théorie de turbulence, pour prédire le comportement réel du système fluide-milieu poreux.

Annexe A1



*figure1. Evolution de la constante (a_0) en fonction de la rugosité relative
 $R=0.996$.*

Annexe A2

Tableau 1. Caractéristiques physiques de la phase solide du milieu poreux. (*) : a_s , calculée par analyse d'image.

Auteurs	Géométrie de la particule	Matériaux	masse volumique ρ_s (Kg m ⁻³)	Épaisseur $e=\Delta e$ (mm)	cote largeur $\frac{a \pm \Delta a}{l \pm \Delta l}$ mm/mm	$e a$ ou $l_f d_f$	surface spécifique statique (a_s) (m ² m ⁻³)	diamètre équivalent (mm)
Comiti [3]	Plaquette carrée	Polystyrène	1050	0.517±0.013	0.05±0.23	0.102	4659	1.29
		PVC	1467	1.045±0.022	5±0.09	0.209	2713	2.21
		PVC	1485	2.18±0.07	5.96±0.14	0.44	1724	3.48
	Sphère	—	—	—	—	1	5360	1.12
		—	—	—	—	1	1203	4.99
Hanini [13]	Sphère	verre	—	—	—	1	2715	2.21
Zerouati [14]	Cordons	Luffa Cylindrica	1535.53	—	—	—	28571	0.14
Mauret [15]	Fibres	1.7dex/m	1.52.10 ³	—	1	83.33	3.33.10 ⁵	12.10 ⁻³
		20 dex/1mm	1.52.10 ³	—	1	25	9.09.10 ⁴ *	40.10 ⁻³
		20 dex/3mm	1.52.10 ³	—	3	75	9.09.10 ⁴ *	40.10 ⁻³
		20 dex/5mm	1.52.10 ³	—	5	125	9.09.10 ⁴ *	40.10 ⁻³
Ingmanson [16]	Fibres	Nylon	—	—	6.5	333.3 3	205128	19.5.10 ⁻³
		Nylon	—	—	12.2	282.4	92593	43.2.10 ⁻³
		Dacron	—	—	5.3	310	2339918	17.1.10 ⁻³

Tableau 2. Caractéristiques physiques de la phase fluide.

<i>Auteur</i>	<i>Nature de Fluide</i>	<i>Température (°C)</i>	<i>Masse volumique - ρ (Kg m³)</i>	<i>Viscosité dynamique μ (Kg ms)</i>	<i>Diamètre de la conduite (mm)</i>
<i>Comiti [3]</i>	Eau	20	998.21	$1.002 \cdot 10^{-3}$	60
		25	997.1	$0.8908 \cdot 10^{-3}$	60
<i>Zerouati [14]</i>	Eau	20	998.21	$1.002 \cdot 10^{-3}$	54
		25	997.1	$0.8908 \cdot 10^{-3}$	54
<i>Hanini [13]</i>	Eau	25	997.1	$0.8908 \cdot 10^{-3}$	81.4
	Air	20	1.2106	$1.9137 \cdot 10^{-3}$	55
<i>Mauret [15]</i>	Eau	25	997.1	$0.8908 \cdot 10^{-3}$	81.4

Tableau 1. Données d'Ingmanson et Andrews [16].

Nature de la fibre	ε	K	b	τ	$(f/2)$	$B_0 \cdot 10^{10}$ (m^2)
Nylon $l=6.5mm$ $d_f=19.5 \mu m$ $a_S=205128m^{-1}$	0.909	8.05	0,103	2.0	0.036	2.68
	0.902	8.45	0,103	2.0	0.034	2.15
	0.874	7.65	0,096	1.95	0.035	1.30
	0.847	6.6	0,099	1.81	0.042	0.93
	0.835	6.35	0,1	1.78	0.044	0.80
	0.806	6.66	0,087	1.82	0.037	0.49
	0.773	5.5	0,1	1.65	0.051	0.39
Nylon $l=12.2mm$ $d_f=43.2 \mu m$ $a_S=92593 m^{-1}$	0.952	13,85	0,089	2.63	0.018	31.54
	0.941	1,8	0,097	2.43	0.023	23.66
	0.920	10,2	0,091	2.26	0.025	13.91
	0.901	9,1	0,090	2.13	0.028	9.56
	0.874	7,6	0,098	1.95	0.036	6.45
	0.847	7,04	0,093	1.87	0.037	4.30
	0.835	6,6	0,097	1.81	0.041	0.59
Dacron $l=5.3mm$ $d_f=17.1 \mu m$ $a_S=233918$	0.934	10.7	0,101	2.31	0.026	3.19
	0.914	9	0,096	2.12	0.030	2.09
	0.892	8.15	0,092	2.02	0.032	1.36
	0.881	7.4	0,096	1.92	0.036	1.19
	0.59	6.8	0,095	1.84	0.039	0.86
	0.831	6.07	0,097	1.74	0.045	0.60

Ingmanson et Andrews [16], proposent pour la modélisation des résultats la relation (1.72), d'après leurs données, les paramètres de structuration sont calculés à partir les équations:

$$\tau = \sqrt{\frac{K}{2}} \quad (1)$$

$$\left(\frac{f}{2}\right) = \frac{2K}{\tau^3} \quad (2)$$

$$B_0 = \frac{\varepsilon^3}{2 (a_S (1-\varepsilon)\tau)^2} \quad (3)$$

Tableau 2. Calcul des coefficients ζ_e et ξ_θ^* pour différents rapports l_f/d_f

Auteur	fibres	l_f/d_f	ε	ξ_θ^*	ζ_e	θ
Ingmanson [16]	Nylon	280	0.835	0.069	0.206	33.54
			0.874	0.0917	0.185	30.85
			0.901	0.084	0.153	28
			0.92	0.08	0.138	26.26
			0.952	0.069	0.103	22.35
	Dacron	310	0.831	0.102	0.22	35.07
			0.859	0.0968	0.199	32.92
			0.892	0.089	0.17	29.67
			0.91	0.0848	0.162	28.14
			0.934	0.026	0.125	25.65
	Nylon	330	0.773	0.107	0.5	37.3
			0.835	0.0998	0.22	34.18
			0.84	0.098	0.211	33.54
			0.87	0.0914	0.183	30.85
			0.909	0.089	0.17	30
Mauret [15]	20dex/1mm	25	0.694	0.104	0.555	36.03
			0.706	0.100	0.464	34.4
			0.726	0.088	0.445	29.35
			0.76	0.082	0.43	27.03
			0.786	0.078	0.289	25.77
	20dex/3mm	75	0.732	0.105	—	36.52
			0.779	0.103	0.498	35.78
			0.795	0.099	0.456	34.18
	20dex/5mm	125	0.782	0.102	0.358	32.52
			0.808	0.095	0.356	32.32
			0.859	0.092	0.268	31.2
			Valeur moyenne		195	0.828

De ce tableau, il ressort que les coefficients ξ_θ^* et θ , dépendent de la porosité et de la longueur caractéristique de la fibre, deux relations peuvent être établies entre (θ) et la porosité pour différents valeurs de (l_f/d_f).

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta = \left(42 \ln \left(\frac{l_f}{d_f} \right) - 221.96 \right) \varepsilon + 112.75 \exp \left(-0.0071 \frac{l_f}{d_f} \right) \quad \text{pour } 25 \leq \frac{l_f}{d_f} \leq 125 \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta = \left(70.026 \ln \left(\frac{l_f}{d_f} \right) - 491.55 \right) \varepsilon + 283.8 \exp \left(-0.0032 \frac{l_f}{d_f} \right) \quad \text{pour } 282 \leq \frac{l_f}{d_f} \leq 333 \end{array} \right. \quad (5)$$

Annexe A4

Tableau 1. Détermination des coefficients ξ_θ^* , ζ_e et l'angle de coude θ pour les plaquettes.

e/a	ε	$(f2)$	ξ_θ^*	ζ_e	θ
0.44	0.31	0.048	0.088	0.353	29.67
0.209	0.35	0.14	0.027	0.476	24.20
	0.47	0.15	0.032	0.489	29.5
	0.52	0.099	0.034	0.387	31.4
0.102	0.46	0.0857	0.019	0.355	16
Valeur moyenne 0.2503	0.422	0.104	0.04	0.412	26.15

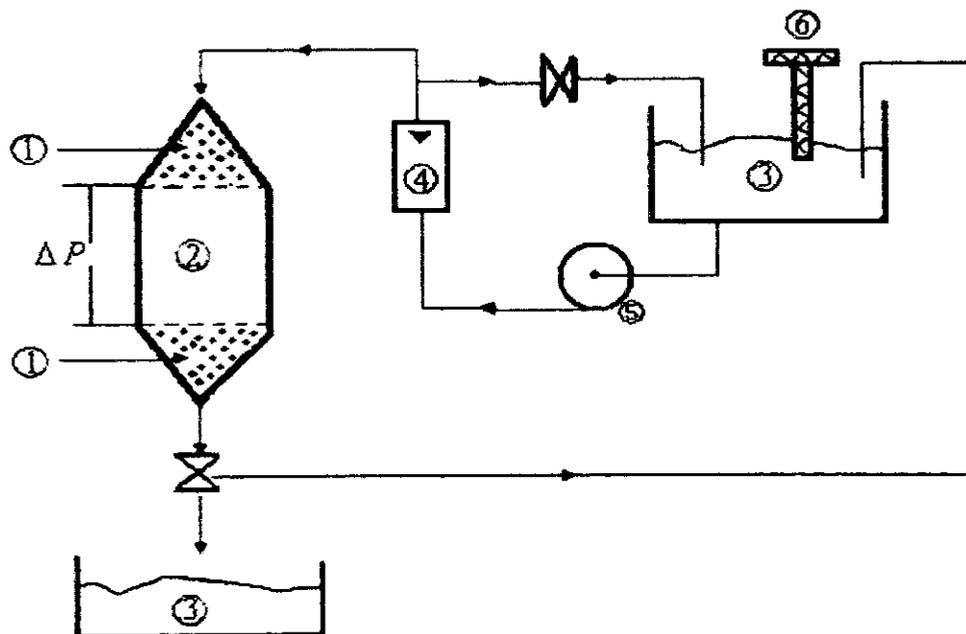
Annexe A5

Protocole expérimental

Les essais sont réalisés sur une colonne de 8.14 cm de diamètre intérieur dans laquelle le fluide circule du haut vers le bas. L'amont et l'aval de la colonne sont équipés d'une zone calmante garnie de bille de verre assurant une répartition uniforme de l'écoulement. En dehors de la colonne, un réservoir de stockage et un régulateur de température à 25°C sont placés. La circulation du fluide est assurée à l'aide d'une pompe centrifuge et un rotamètre, placés après la colonne, pour mesurer le débit (Figure. 1).

Pour déterminer les pertes de charges, la colonne est équipée de deux prises de pressions statiques reliées à un transmetteur différentiel à membrane.

Une mesure de perte de charge à vide est systématiquement effectuée. Elle est ensuite retranchée des résultats obtenus en présence du milieu poreux étudié. Les valeurs de la perte de charge en fonction de la vitesse d'écoulement sont données sur le tableau 2.11.



(1) : Section Calmante

(2) : Milieu poreux

(3) : Bac

(4) : Rotamètre

(5) : Pompe centrifuge

(6) : Régulateur de température.

Figure 1 Dispositif expérimental utilisé pour la détermination des pertes de charge de l'eau,

[13].

Annexe A5

Tableau 1. Résultats expérimentaux de la perte de charge en fonction de la vitesse en fût vide pour les lits de billes, [13].

U_0 (m/s)	$(\Delta P/H)_{\text{exp}}$ (Pa/m)	$(\Delta P/H)_{\text{calculée}}$ (Pa/m) Eq. (6)	U_0 (m/s)	$(\Delta P/H)_{\text{exp}}$ (Pa/m)	$(\Delta P/H)_{\text{calculée}}$ (Pa/m) Eq. (6)
0.01	3464	3454.6	0.26	787750	783109.6
0.02	9075	9042.4	0.28	908454	903078.4
0.04	26737	26617.6	0.3	$1.03 \cdot 10^6$	$1.03 \cdot 10^6$
0.06	52985	52725.6	0.32	$1.18 \cdot 10^6$	$1.16 \cdot 10^6$
0.08	87821	87366.4	0.34	$1.32 \cdot 10^6$	$1.31 \cdot 10^6$
0.1	131243	130540	0.36	$1.48 \cdot 10^6$	$1.47 \cdot 10^6$
0.12	183252	182246.4	0.38	$1.64 \cdot 10^6$	$1.63 \cdot 10^6$
0.14	243848	242485.6	0.4	$1.81 \cdot 10^6$	$1.80 \cdot 10^6$
0.16	313032	311257.6	0.44	$1.99 \cdot 10^6$	$2.17 \cdot 10^6$
0.18	390801	388562.4	0.46	$2.18 \cdot 10^6$	$2.36 \cdot 10^6$
0.2	477158	474400	0.48	$2.38 \cdot 10^6$	$2.57 \cdot 10^6$
0.22	572102	568770.4	0.5	$2.59 \cdot 10^6$	$2.78 \cdot 10^6$
0.24	675632	671673.6			

$$\left(\frac{\Delta P}{H}\right) = 2.388 \cdot 10^5 U_0 + 1.067 \cdot 10^7 U_0^2 \quad (6)$$

Avec $\tau = 1.44$, $a_d = a_s$, $\varepsilon = 0.36$, $(f/2)_T = 0.0962$.



Figure 1. Fibre ponctuée en coupe transversale par microscope électronique à balayage, e:5 μ

[13]



Figure 2. Cordon de mur interne de Luffa par microscope électronique à balayage, e: 500 μ . [13]



Figure 3. Cordon de mur externe de Luffa, par microscope électronique à balayage e: 500 μ [13]

Annexe A7

Détermination de la masse volumique

L'une des propriétés importantes de la *Luffa Cylindrica* est la masse volumique, la mesure de cette dernière peut être réalisée par plusieurs méthodes, en particulier par pycnométrie, le choix de cette méthode revient à sa simplicité et à la précision de mesure qu'elle offre.

La mesure de la masse volumique réelle a été effectuée au complexe Antibiotical de Médéa, sur un échantillon déchiqueté et séché préalablement pendant 24 heures à une température de 60°C.

La masse volumique réelle de la *Luffa Cylindrica* est déterminée selon le choix d'un liquide non mouillant, à savoir : l'hexane, le n-octane et le tétrachlorure de carbone, dans notre mesure nous avons utilisé comme solvant : l'hexane, le mode opératoire se résume comme suit [27]:

- 1- on pèse le pycnomètre vide ;
- 2- on remplit le pycnomètre jusqu'à un volume déterminé ;
- 3- on pèse le pycnomètre rempli d'échantillon ;
- 4- on remplit le volume laissé libre dans l'échantillon avec l'hexane ;
- 5- on pèse de nouveau le pycnomètre rempli d'échantillon et de solvant.

La masse volumique réelle est calculée en utilisant la formule suivante :

$$\rho_r = \frac{M_1}{\left(V_0 - \frac{M_2}{\rho_l} \right)} \quad (7)$$

Avec :

M_1 : Masse de l'échantillon sec, (gr) ;

M_2 : Masse d'hexane, (gr) ;

V_0 : Volume apparent de l'échantillon, (cm³);

ρ_l : Masse volumique d'hexane, (gr/cm³), $\rho_l = 0.66 \text{ gr.cm}^{-3}$.

Les mesures ont été répétées plusieurs fois, et nous avons pris comme résultat une valeur moyenne. Nous avons obtenu finalement une valeur de $(1.194 \pm 0.035) \text{ gr.cm}^{-3}$.

Tableau 1. Caractéristiques des cordons utilisés.

Cordon	$d_f(\text{mm})$	$l_f d_f$
Mur externe	0.14 ± 0.05	339
Mur interne	0.2 ± 0.1	237.5
Noyau	0.6 ± 0.2	79

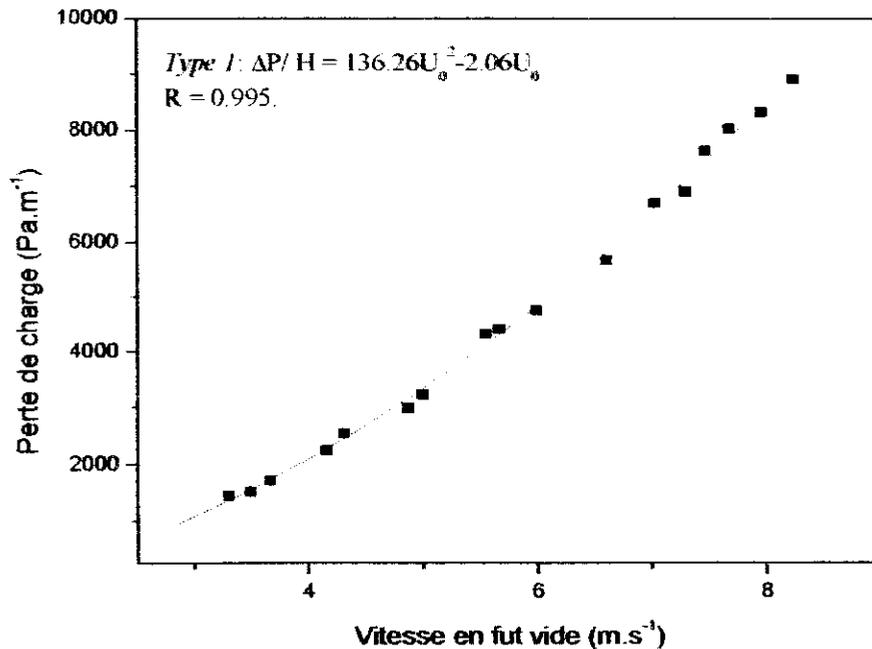


Figure 1. Evolution de la perte de pression en fonction de la vitesse en fut vide pour un lit fixe de *Luffa Cylindrica*, pour l'empilement de type 1.

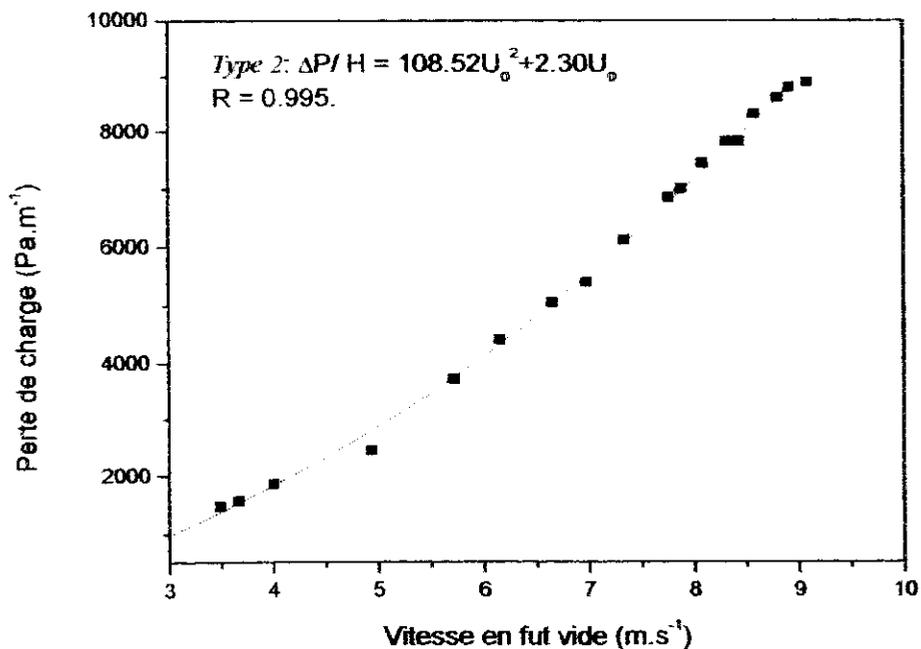


Figure 2. Evolution de la perte de pression en fonction de la vitesse en fut vide pour un lit fixe de *Luffa Cylindrica*, pour l'empilement de type 2.

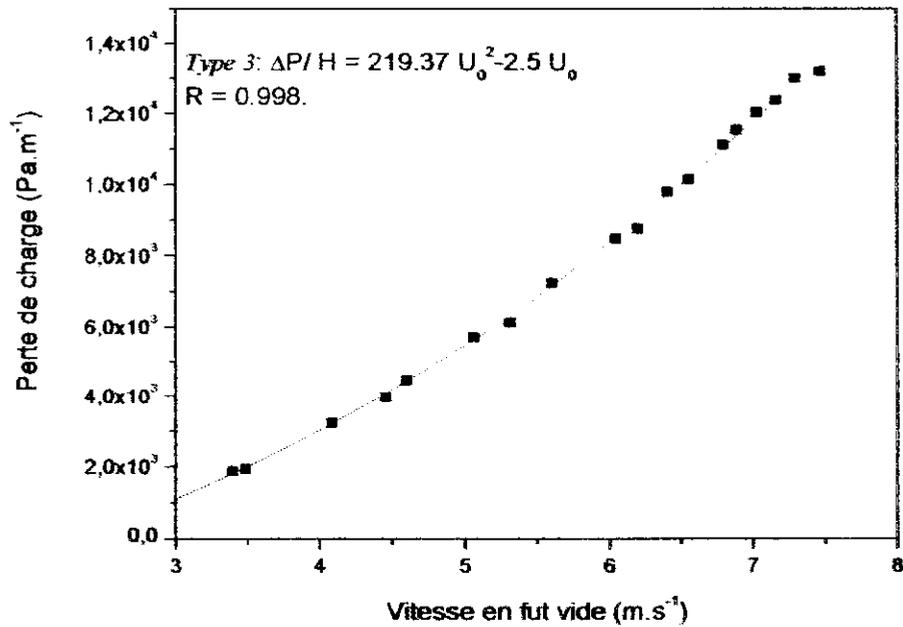


Figure 3. Evolution de la perte de pression en fonction de la vitesse en fût vide pour un lit fixe de *Luffa Cylindrica*, pour l'empilement de type 3.

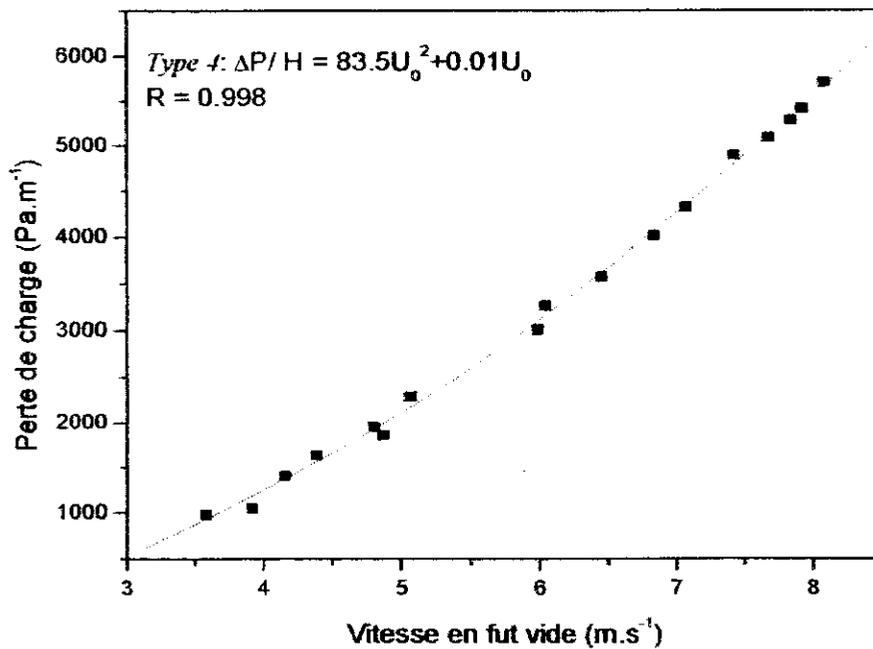


Figure 4. Evolution de la perte de pression en fonction de la vitesse en fût vide pour un lit fixe de *Luffa Cylindrica*, pour l'empilement de type 4.

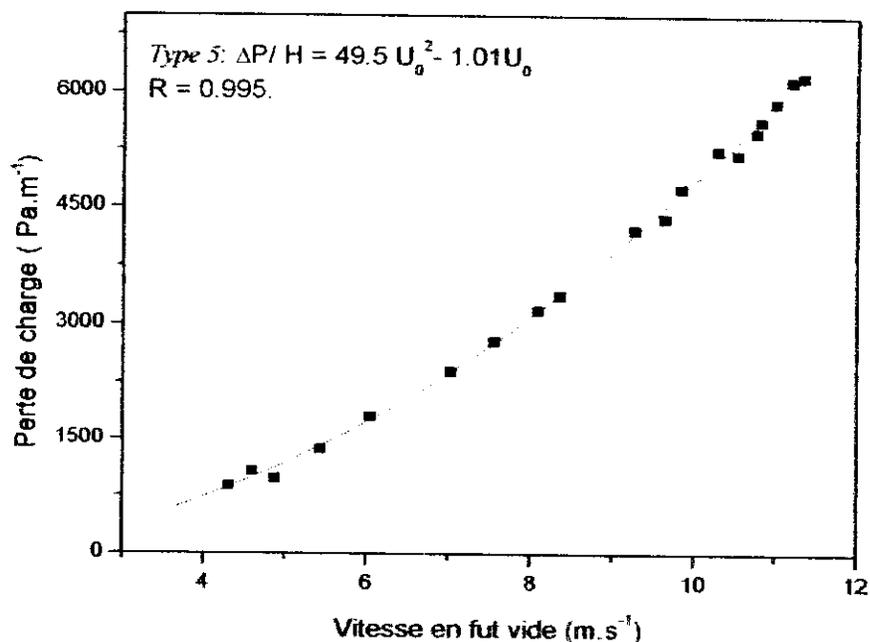


Figure 5. Evolution de la perte de pression en fonction de la vitesse en fut vide pour un lit fixe de *Luffa Cylindrica*, pour l'empilement de type 5.

Annexe A9

Tableau 1. Équations désignant les figures de simulation indiquant l'évolution de la perte de charge.

Figure	Equation utilisée pour la représentation tridimensionnelle	Propriété moyenne
2.19	$\frac{\Delta P}{H} = 8.52 \cdot 10^{-13} a_d^3 \left[8 \text{Re} + 0.069 \text{Re}^2 \right]$	$\tau = 2.005, \varepsilon = 0.83,$ $(f_2) = 0.6046$.
2.20	$\frac{\Delta P}{H} = 2371.08 \tau \left[8 \text{Re} + 0.069 \text{Re}^2 \right]$	$a_d = 177213, \varepsilon = 0.83,$ $(f_2) = 0.6046$.
2.21	$\frac{\Delta P}{H} = 5.51 \cdot 10^5 \frac{(1-\varepsilon)^3}{\varepsilon^3} \left[8 \text{Re} + 0.104 \text{Re}^2 \right]$	$a_d = 177213, \tau = 2.005,$ $(f_2) = 0.6046$