

# République Algérienne démocratique et populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et  
de la Recherche Scientifique

*Ecole nationale Polytechnique*



وزارة التعليم العالي  
و البحث العلمي  
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

Département d'électronique

## PROJET DE FIN D'ETUDES

En vue de l'obtention du diplôme

D'ingénieur d'état en électronique

Thème

**Etude d'une antenne plaque microruban triangulaire par  
l'équation intégrale résolue par la méthode des moments**

**Travail réalisé par :**

Sadou Med Nassim  
Hamdi Samy Nazih

**Proposé et dirigé par :**

P<sup>r</sup> R. AKSAS

Promotion : Juin 2011

*Ecole Nationale Polytechnique 10, Avenue Hassen Badi BP182 El-Harrach  
16200 Alger (Algérie)*

# ***REMERCIEMENTS***

Ce travail a été effectué sous la direction du Pr R. AKSAS  
(Professeur à l' E.N.P)

Nous tenons à lui exprimer nos plus sincères remerciements pour ses précieux conseils, son aide et sa patience tout au long de ce travail.

Nous exprimons notre plus sincère gratitude au Dr A. MOKRAOUI, pour son aide et ses conseils travail.

Great thanks back to Dr. R. AZRAR for the help he gave us.

Nous remercions l'équipe du CERIST de nous avoir permis d'effectuer nos calculs au sein de leur établissement.

Nous tenons à remercier tous nos amis et camarades pour toute leur sincère amitié le long de cinq années d'études.

# ***DEDICACES***

A nos parents, nos frères et nos sœurs.  
A tous ceux qui nous ont soutenus le long  
de notre parcours.

## ملخص

استعملت طريقة العزوم في المجال الطيفي لتحليل بنية ميكروشرىطية مثلثية الشكل سمح التحليل بايجاد توزيع للتيار الكهربائى على السطح المشع و بهذا تم تعيين الخصائص الرديوكهربائية للهوائى  
كلمات المفتاح هوائية ميكروشرىطية مثلثية - طريقة العزوم- توزيع للتيار الكهربائى.

### ***Résumé :***

La méthode des moments dans le domaine spectrale à été utilisé pour analyser les structures microrubans. L'analyse a permit la prédiction de la distribution des courants sur la surface de l'élément rayonnant de forme triangulaire. Cette distribution est utilisée pour déterminer les caractéristiques radioélectriques de l'antenne.

Mots clefs : Antenne Plaque Microruban triangulaire-méthode des moments-distribution des courants.

### ***Abstract:***

The method of moment in spectral domain is used to perform an analysis of microstrip structure. The analysis enables the prediction of the current distribution on the surface of triangularly shaped radiating element. This distribution is used to determine radio-electric properties of the antenna.

Key words: Triangular microstrip patch antenna-method of moments-current distribution.

# Table des matières

<b>1. Chapitre 1 : Etat de l'art</b> .....	1
<b>1.1 Introduction</b> .....	2
<b>1.2 Généralités</b> .....	2
<b>1.2.1</b> Structure d'une antenne microruban.....	2
<b>1.2.2</b> Technologie des APM.....	3
<b>1.2.2.1</b> Les substrats diélectriques.....	3
<b>1.2.2.2</b> Les matériaux conducteurs.....	4
<b>1.2.3</b> Techniques d'alimentation des APM.....	5
1.2.3.1 Alimentation par ligne microruban.....	5
1.2.3.2 Alimentation par sonde coaxiale.....	5
1.2.3.3 Alimentations par fente.....	6
1.2.3.4 Alimentations par proximité.....	7
<b>1.2.4</b> Mécanismes de rayonnement.....	7
<b>1.2.5</b> Méthode d'analyse.....	8
1.2.5.1 Le modèle de la ligne de transmission.....	8
1.2.5.2 Le modèle de la cavité résonnante.....	9
1.2.5.3 Analyse complète (full- wave).....	10
▪ Méthodes des éléments finis (FEM).....	10
▪ Méthode des différences finies (FD T D).....	10
▪ La méthode des moments (MOM).....	10
<b>Chapitre 2 : Formulation du problème</b> .....	12
<b>2.1 Principes de la MOM</b> .....	13
2.1.1 Les fonctions de base/test.....	14
2.1.1.1 les fonctions sous domaine.....	14
• Fonction impulsion de Dirac.....	14
• Fonction rectangulaire.....	15
• Fonction triangulaire.....	15

• Fonction sinus.....	16
• Fonction cosinus tronqué.....	16
• Fonction trigonométrique.....	17
• La fonction à découpage triangulaire (RWG) .....	17
2.1.1.2 Fonctions sur domaine entier.....	18
<b>2.2 Formulation de l'équation intégrale.....</b>	<b>19</b>
2.2.1 fonctions des Green.....	21
• Dans le domaine spatial.....	21
• Dans le domaine spectral.....	21
2.2.2 Applications de la méthode des moments à l'équation intégrale.....	22
2.2.3 Choix des fonctions de base/test .....	23
<b>2.3 Caractéristiques radioélectriques de l'antenne.....</b>	<b>24</b>
2.3.1 Caractéristiques dépendantes du champ proche.....	24
2.3.1.1 Impédance d'entrée.....	24
2.3.1.2 Bande passante.....	24
2.3.2 Caractéristiques dépendantes du champ lointain.....	25
2.3.2.1 Calcul du champ.....	25
2.3.2.2 Composantes Copolaires et contrapolaires.....	26
2.3.2.3 Directivité.....	26
<b>24 Etude des intégrantes.....</b>	<b>27</b>
2.4.1 Etude du dénominateur des fonctions de Green.....	27
<b>Chapitre 3 : Résultats et interprétations.....</b>	<b>30</b>
<b>3.1 Distribution des courants.....</b>	<b>31</b>
<b>3.2 Impédance d'entrée.....</b>	<b>33</b>
3.2.1 Variation de l'impédance d'entrée en fonction de la fréquence .....	33
<b>3.3 Variation du coefficient de réflexion.....</b>	<b>34</b>
<b>3.4 Variation du TOS.....</b>	<b>35</b>
<b>3.5 Composantes du champ.....</b>	<b>36</b>

3.5.1 Etude des composantes copolaires et contrapolaires.....	36
3.5.2 Diagramme de rayonnement.....	40
<b>Conclusion</b> .....	<b>42</b>
<b>Annexes</b> .....	<b>44</b>
<b>Annexe A</b> : Determination des fonctions de <i>Green</i> .....	45
<b>Annexe B</b> : Courants de base et de test.....	52
<b>Annexe C</b> : Organigrammes et étapes de calcul.....	54
<b>Annexe D</b> : Relation de récurrence .....	56
<b>Références</b> .....	<b>58</b>

# *Préface*

Notre souhait initial était d'appliquer la méthode des moments au domaine du rayonnement électromagnétique. Dans cette optique le professeur R.Aksas nous a proposé d'analyser une antenne microruban de forme triangulaire à l'aide de cette technique et d'en déduire tous les paramètres caractérisant cette structure rayonnante.

Dans une première étape nous avons jugé utile de donner, un état de l'art sur le développement des antennes microruban ainsi qu'une description des différentes méthodes d'analyse.

En second lieu nous avons présenté la méthode des moments d'une manière purement mathématique. Par la suite nous avons formulé mathématiquement notre problème.

En troisième lieu nous avons présenté les résultats obtenus à l'aide de cette méthode que nous avons comparée avec des résultats obtenus avec un simulateur.

## *Liste des symboles*

APM	antenne plaque micro-ruban
$\lambda$	Longueur d'onde.
$\lambda_0$	Longueur d'onde dans le vide
$k_0$	Nombre d'onde (constante de propagation) dans le vide
$k_1$	Nombre d'onde dans le milieu 1
$k_2$	Nombre d'onde dans le milieu 2
$h$	épaisseur de diélectrique.
$\epsilon_r$	Constante diélectrique relative.
$\epsilon_e$	Permittivité effective
$tg\delta$	L'angle de perte.
$Z_{mn}$	Éléments de la matrice mutuelle.
$k_x, k_y$	Variables dans le domaine spectral correspondant à $x$ et $y$ .
$x_p, y_p$	Point d'excitation
$L$	Opérateur linéaire
$\tilde{F}$	Transformée de <i>Fourier</i> de $F$
$F^*$	Conjugué de $F$
$\tilde{G}_{pq}$	Fonction de Green donnant le champ dans la direction $p$ issu d'un courant dans la direction $q$
$\tilde{E}^{inc}$	Champ incident issu de la sonde coaxiale
$\tilde{E}^{diff}$	Champ diffracté issu des courants de surface sur le patch
$E_{co}$	Composante copolaire du champ
$E_{cross}$	Composante contrapolaire du champ
$J_n$	Courant dans la direction $n$
$J_m$	Courant dans la direction $m$
$\hat{a}_n$	Vecteur unitaire dans la direction $n$
$G$	Fonction de Green dyadique du diélectrique.
$Z_{in}$	Impédance d'entrée.
$I_{in}$	Courant à l'entrée de l'antenne
$N$	nombre de sous éléments.
$\Gamma$	Coefficient de réflexion.
$\delta$	Symbole de Kronecker.
$B$	Bande passante.
$E$	champ rayonné.
$D$	directivité.
$D_0$	Directivité maximale.
<b>TOS</b>	Taux d'onde stationnaire
$N_x$	Nombre maximal de sous éléments suivant la direction $Ox$ .
$N_y$	Nombre maximal de sous éléments suivant la direction $Oy$ .
$[\alpha]$	Vecteur courant.
$[V]$	Vecteur tension.

# Liste des figures

Fig. 1.1 Structure d'une APM

Fig. 1.2 Différentes formes des éléments rayonnants

Fig. 1.3 Alimentation par ligne microruban, a) Alimentation par ligne microruban, b) Circuit électrique équivalent

Fig. 1.4 Alimentation par câble coaxiale, a) Alimentation par câble coaxiale) Circuit électrique équivalent

Fig. 1.5 Alimentation par fente, a) Alimentation par fente) Circuit électrique équivalent

Fig. 1.6 Alimentation par proximité (technique classique)

Fig. 1.7 Alimentation par proximité (après introduction de la variante), a) Alimentation par proximité, b) Circuit électrique équivalent

Fig. 1.8 Sources et régions de rayonnement

Fig. 1.9 Géométrie pour analyse d'une APM rectangulaire

Fig. 2.1 Fonction rectangulaire

Fig. 2.2 Fonction triangulaire

Fig. 2.3 Fonction en sinus

Fig. 2.4 Fonction en cosinus tronqué

Fig. 2.5 Schéma d'un élément issu d'un découpage RWG

Fig. 2.6 Fonction de base en sinus sur domaine entier

Fig. 2.7 Structure d'une APM triangulaire

Fig. 2.8 Structure APM caractérisée par la fonction de *Green*

Fig. 2.9 Système de coordonnées sphérique

Fig. 2.10 Discrétisation de l'intégrale (2.44)

Fig. 2.11 Dénominateur des fonctions de *Green*

Fig. 3.1 Structure triangulaire à étudié

Fig. 3.2 Distribution des courants avec (HFSS)

Fig. 3.3 Distribution des courants (résultats calculés), a) distribution du courant  $J_x$  sur l'axe  $Ox$ ,  
b) distribution du courant  $J_y$  sur l'axe  $Oy$

Fig. 3.4 Variation de l'impédance d'entrée en fonction du point d'excitation

Fig. 3.5 variation de l'impédance d'entrée en fonction de la fréquence.

Fig. 3.6 Variation du coefficient de réflexion en fonction de la fréquence.

Fig. 3.7 Variation du TOS

Fig. 3.8 Composante copolaire dans le plan H

Fig. 3.9 Composante contrapolaire dans le plan H

Fig. 3.10 Composante copolaire et contrapolaire,

Fig. 3.11 Composante copolaire dans le plan E

Fig. 3.12 Composante contrapolaire dans le plan E

Fig. 3.13 Composante copolaire et contrapolaire,

Fig. 3.14 Diagramme de rayonnement en 3D

Fig. 3.15 Diagramme de rayonnement dans les plans E et H

Fig. A.1 Structure à étudier

# *Chapitre 1*

## *Etat de l'art*

Ce chapitre expose les caractéristiques de base des APM ainsi que le mécanisme de leur rayonnement sous différentes méthodes d'analyse, afin de motiver le choix de notre sujet.

## 1.1 Introduction

Les antennes micro-ruban sont parmi les structures rayonnantes les plus utilisées de nos jours.

Leur emploi s'est quasiment généralisé dans pratiquement tous les systèmes de communication mobiles et embarqués. Leurs avantages se résument essentiellement dans les aspects mécaniques. Toutefois ces structures présentent des inconvénients dues aux contraintes radioélectriques.

L'utilisation de tels dispositifs est favorisée par :

- leur faible volume donc un faible encombrement et leur légèreté ;
- leur faible coût vu que leur fabrication peut aisément se réaliser;
- leur convenance aux surfaces planaires et non planaires ;
- leur compatibilité avec les circuits MIMC (Millimètre Integrated Circuits) ;

Les antennes plaques microruban opèrent dans des gammes de quelques dizaines de MHz jusqu'à 30GHz peuvent être réalisées malgré que des contraintes peuvent surgir :

- faible rendement ;
- faibles puissances en jeu ;
- bande passante étroite ;
- faible pureté de polarisation ;
- important rayonnement parasite due à l'alimentation et aux ondes de surface ;

L'amélioration de l'un de ces facteurs induit la dégradation d'un autre d'où un nécessaire compromis à accepter.

## 1.2 Généralités

### 1.2.1 Structure d'une antenne micro-ruban

Une antenne plaque micro-ruban (APM) (fig. 1.1) est constituée d'une couche métallique d'épaisseur très fine ( $t \ll \lambda_0$ ) appelée élément rayonnant ou patch au dessus d'un plan métallique, appelé plan de masse ; ces deux conducteurs sont séparés d'une couche de matériau diélectrique appelée substrat, d'épaisseur  $h$  ( $0.003\lambda_0 \leq h \leq 0.05\lambda_0$ ) et de constante  $\epsilon_r$ .

L'antenne APM est conçue de telle manière à ce que le maximum de son diagramme de rayonnement soit normal au patch.

La forme du patch influe sur les caractéristiques du rayonnement d'où l'existence de différentes formes (fig. 1.2). On peut trouver des structures carrées, rectangulaires, disques, annulaires, triangulaires etc. Ces formes sont les plus courantes, car elles présentent une grande facilité d'analyse et de fabrication.

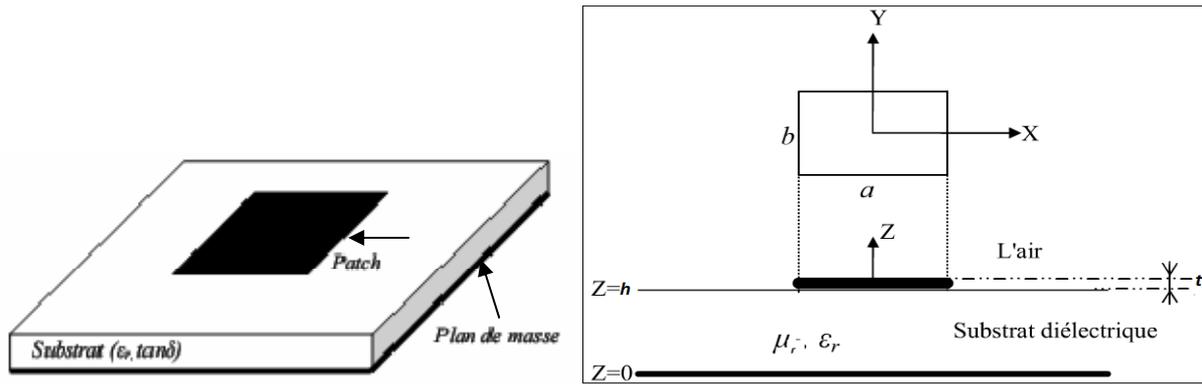


Fig. 1.1 : structure d'une antenne APM [3]

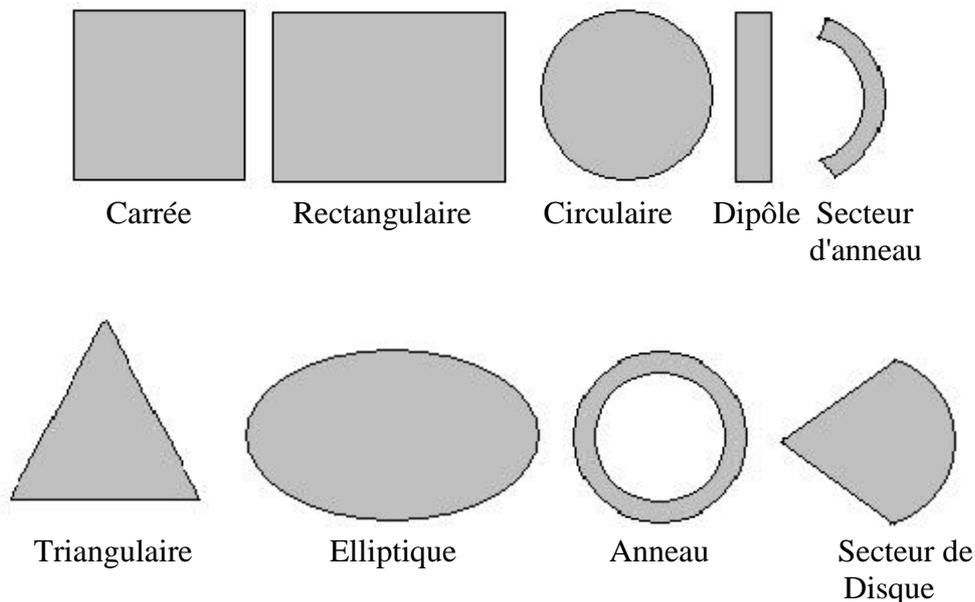


Fig. 1.2 : différentes formes des éléments rayonnants [2]

## 1.2.2 Technologie des APM

La technologie des APM dépend essentiellement des matériaux conducteurs et du substrat diélectrique.

### 1.2.2.1 Les substrats diélectriques

Ils représentent les matériaux de fabrication de la couche confinée entre les deux conducteurs (substrat). L'utilisation d'un tel dispositif en APM nécessite plusieurs qualités telles que :

- Faible anisotropie ;
- Une conductivité thermique suffisante afin d'éviter un échauffement excessif ;
- Facilité d'usinage.

Il existe une multitude de matériaux (tableau. 1.1) permettant un choix selon les besoins tel que (PTFE, polystyrène, céramique, quartz, silicium, arséniure de galium,...etc.).

Matériau	$\epsilon_r$	$\tan \delta$	$K$ ( $W.cm^{-1}.\text{°C}$ )	$E_m$ ( $kV/cm$ )	Remarque
Air	1,0	0.00	0,00024	30	
Téflon/fibre de verre tissée PTFE	2,17 à 2,55	0,0019	0,0015		Anisotrope
Téflon/fibre de verre non tissée, PTFE RT-DUROÏD	2,20 à 2,33	0,0019	0,0012		Faiblement anisotrope
Téflon/ fibre de verre chargée en céramique	6,00 à 10,20	0,0019	0,002		
Polystyrène	2,53	0,0005	0,0015	280	
Alumine (Pure à 99,5%)	9,80	0,0001	0,37	4000	
Alumine (Pure à 96%)	9,40	0,0001	0,35	4000	
Ferrite	9 à 16	0,001			Magnétique
Tétratitanate de baryum	37	0,0005	0,02		Toxique
Saphir	11,7	0,0001	0,4	4000	Anisotrope
Quartz	3,8	0,0001	0,01	10000	
Oxyde de béryllium	6,6	0,0001	2,5		
Arséniure de Galium (GaAs)	12,9	0,0016	0,46	350	Semi-conducteur
Silicium	11,9	0,015	1,45	300	Semi-conducteur
Céramiques	5,5 à 9,5	<0,0005			
Mousse en imide polyméthacrylique	1,07	0,0002			
Polypropylène	2,18	0,0003			
Phosphure d'Indium (InP)	13,1		68		Semi-conducteur

**TABLEAU-1.1. Matériaux diélectriques couramment utilisés en technologie microruban ou en microélectronique [3]**

### 1.2.2.2 Matériaux conducteurs

Dans les APM les conducteurs prennent différentes formes (patches) comme cité précédemment (rectangulaire, annulaires, triangulaires,...etc.). Pour ces conducteurs,

différents métaux sont utilisés suivant la valeur de la conductivité. Le choix se fait de telle manière à ce que celle-ci soit la plus élevée possible tel que : l'argent, l'or, le cuivre, l'aluminium,...etc.

### 1.2.3 Techniques d'alimentation des APM

L'alimentation des APM dépend essentiellement de la manière dont elles sont intégrées dans le dispositif. C'est une étape cruciale lors de la conception car tout moyen d'alimentation provoquera des perturbations au niveau du diagramme de rayonnement de l'antenne et aura à réduire sa bande passante, par conséquent il y a dégradation des performances de l'antenne. Une bonne alimentation doit prendre en considération quelques aspects pratiques tel que : l'adaptation d'impédance, la réduction des pertes de discontinuité qui peuvent être l'origine de rayonnement parasite...etc. Nous citons brièvement dans ce chapitre les techniques les plus utilisées.

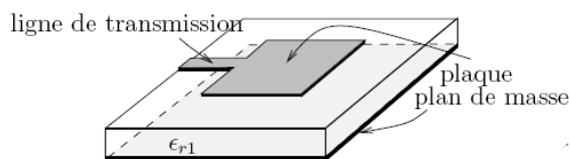
#### 1.2.3.1 Alimentation par ligne micro ruban

Cette technique est la première à être introduite pour alimenter les antennes patch généralement de forme rectangulaires de longueur  $L$  et de largeur  $W$ .

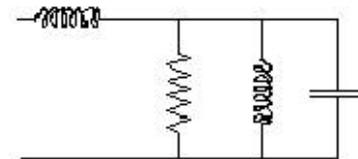
Une ligne micro ruban dont la largeur est très inférieure à celle du patch alimente l'antenne (Fig. I.3), cette technique a pour avantages :

- la simplicité de modélisation ;
- la facilité de fabrication ;
- la simplicité d'adaptation en modifiant la position de la ligne par rapport à l'antenne ou en pratiquant un élargissement progressif de la ligne.

Cependant l'utilisation de cette méthode n'est pas conseillée vue son inconvénient majeur qui est la génération des ondes de surface quand l'épaisseur du substrat est importante ; de plus on peut constater une asymétrie dans ce type d'alimentation qui génère une composante croisée.



a)-Alimentation par ligne micro-ruban



b)-Circuit électrique équivalent[14]

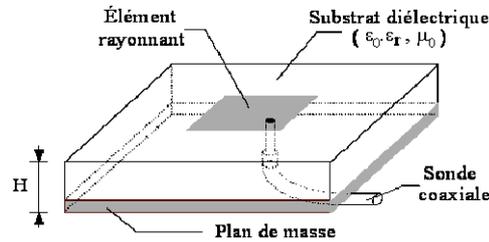
**Fig. I.3 Alimentation par ligne micro-ruban**

#### 1.2.3.2 Alimentation par sonde coaxiale

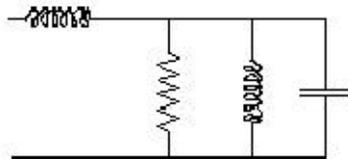
Le conducteur central du câble coaxial est connecté au patch et le conducteur externe est relié au plan de masse (Fig. 1.4), cette technique est largement utilisée pour sa :

- Facilité de mise en œuvre ;
- Facilité d'adaptation ;

-faible influence sur le diagramme de rayonnement de l'antenne.  
 Mais toutefois cette méthode présente également des inconvénients qui résident essentiellement dans la bande passante qui est très étroite et difficile à modéliser en particulier pour les substrats dont l'épaisseur est relativement grande ( $h > 0.02\lambda_0$ ).  
 De plus, comme dans le premier type d'alimentation, cette méthode présente une asymétrie qui génère un niveau élevé de la composante croisée.



a)-Alimentation par câble coaxial



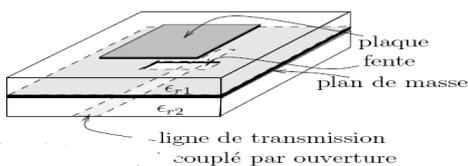
b)-Circuit électrique équivalent[14]

**Fig. 1.4 Alimentation par câble coaxial**

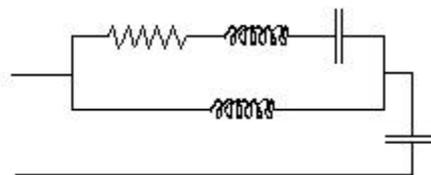
### 1.2.3.3 Alimentation par fente

Cette technique d'alimentation a été mise en œuvre afin de remédier au problème d'asymétrie que présentent les deux méthodes précédemment illustrées. C'est une alimentation sans contact qui consiste en deux substrats séparés par un plan de masse où on pratique une fente, la face inférieure qui correspond à la ligne micro-ruban et la face supérieure qui correspond à l'élément rayonnant (Fig. 1.5).

La ligne micro-ruban communique son énergie à l'élément rayonnant à travers la fente ; la caractéristique principale de cette méthode est d'optimiser l'alimentation et le rayonnement séparément, tandis que son inconvénient majeur réside dans la difficulté de réalisation ainsi que la bande passante étroite qu'elle présente.



a)-Alimentation par fente



b)-Circuit électrique équivalent[14]

**Fig. 1.5 Alimentation par fente**

### 1.2.3.4 Alimentation par proximité

Cette méthode est une technique d'alimentation sans contact. Le principe consistait au départ à utiliser une ligne micro ruban à proximité du patch et le transfert d'énergie se fait par couplage électromagnétique (Fig. 1.6). Par la suite, une variante a été adoptée pour remédier aux problèmes de la composante croisée ainsi que le faible rendement présenté. La variante consiste à utiliser deux substrats : sur le premier est déposé un deuxième ce qui permet de centrer entre les deux la ligne micro ruban et l'élément rayonnant est placé sur le second substrat (supérieur) (Fig. 1.7).

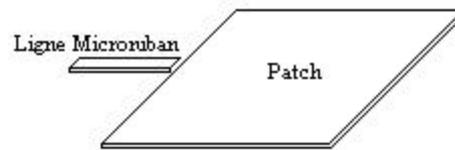
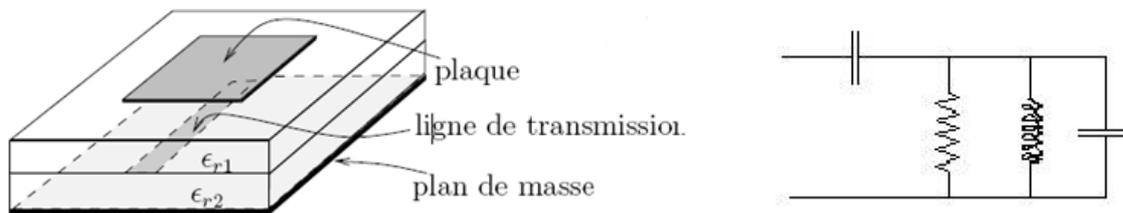


Fig. 1.6 Alimentation par proximité (technique classique).



a)-Alimentation par proximité

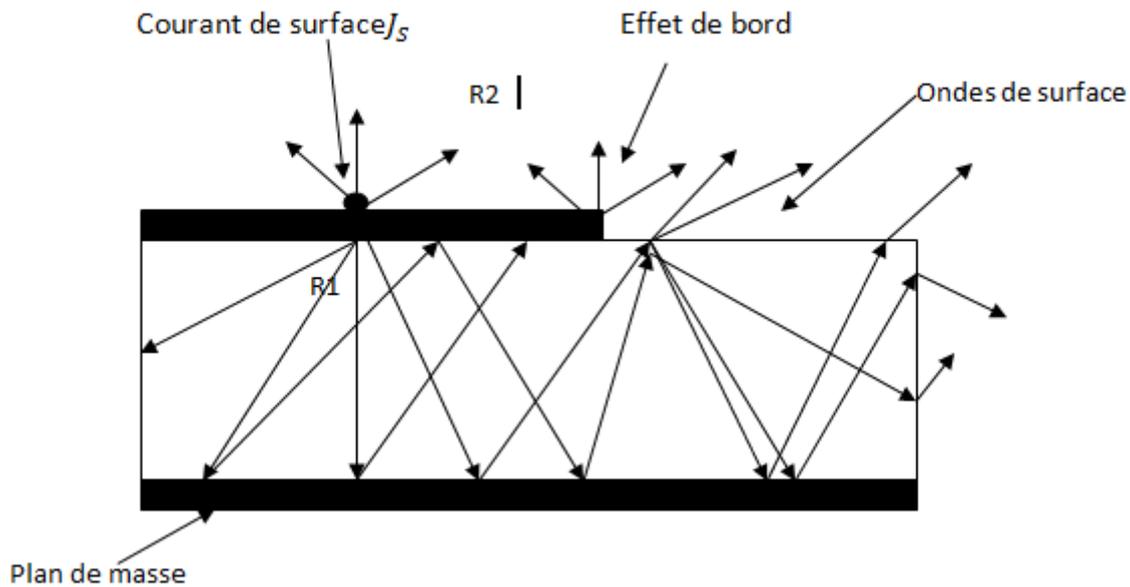
b)-schéma électrique equivalent[14]

Fig. 1.7 Alimentation par proximité (technique après introduction de la variante).

Ainsi cette méthode présente un avantage majeur qui est une bande passante relativement élevée (de l'ordre de 13%), de plus une facilité de modélisation et un rayonnement parasite faible. Mais elle présente un inconvénient qui réside dans la difficulté de mise en œuvre.

### 1.2.4 Mécanisme de rayonnement

Si on considère une coupe d'une APM (Fig. 1.8) où un courant surfacique sur le patch va créer un champ qui se propagera dans les deux régions (R1) et (R2) une partie du champ de la région (R1) va par la suite quitter le substrat et l'autre partie reste piégée à l'intérieur qui sera, par la suite diffracté vers la région (R2) donc il en découle une création d'ondes de surface. Ces ondes de surface créant un rayonnement parasite qui se manifeste sur le diagramme de rayonnement.



*Fig. 1.8 Sources et régions de rayonnement*

En basses fréquences le dispositif fonctionne en ligne de transmission, au fur et à mesure que la fréquence augmente le rayonnement augmente donc le dispositif pourra être utilisé comme APM.

### 1.2.5 Méthodes d'analyse

Il existe plusieurs modèles permettant l'analyse des APM on peut citer les plus utilisées :

1. Le modèle de la ligne de transmission ;
2. Le modèle de la cavité résonnante ;
3. Le modèle électromagnétique incluant les équations intégrales et la méthode des moments (analyse complète).

Les deux premières méthodes sont considérées comme étant des méthodes analytiques car le calcul s'effectue d'une manière analytique sans avoir recours aux méthodes numériques.

La troisième étant la plus précise elle fait appel à des méthodes de calcul numériques.

#### 1.2.5.1 Le modèle de la ligne de transmission

Ce modèle est le plus simple car il donne de bonnes interprétations physiques, il est essentiellement utilisé pour le cas des patches de forme rectangulaire et carrée qui sont considérées comme de larges lignes de transmission de largeur  $W$  et de longueur  $L$  (cas d'une forme rectangulaire), et d'impédance caractéristique  $Z_c$  et de coefficient de propagation  $\gamma_c$  qui dépendent des dimensions de la ligne ( $W$ ,  $L$ ) ainsi que l'épaisseur du substrat  $h$  et sa permittivité.

Il ya lieu de noter qu'une partie du rayonnement se trouve dans le substrat et l'autre dans l'air, il faut donc considérer non pas la constante diélectrique  $\epsilon_r$  mais plutôt  $\epsilon_{r_{eff}}$ , étant donné qu'à cause des effets de bord, la plaque donne l'impression d'être électriquement plus grande. De ce fait, il importe de tenir compte dans le calcul les dimensions effectives de chaque coté ( $\Delta W$ ,  $\Delta L$ ).

Cette méthode d'analyse permet le calcul de l'impédance d'entrée, mais aussi elle explique pourquoi les dimensions physiques du patch ne conviennent pas tout à fait au calcul des champs rayonnés. Cependant ce modèle modélise difficilement le couplage.

### 1.2.5.2 Modèle de la cavité résonnante

Dans cette technique l'antenne plaque micro-ruban est considérée comme une cavité résonnante, c'est-à-dire une région entourée de murs électriques ( $E=0$ ) et magnétiques ( $H=0$ ).

Les murs magnétiques se comportent avec le champ magnétique de la même manière que les métaux se comportent avec un champ électrique, donc il n'existe que la composante normale aux murs électriques du champ électrique et la composante normale aux murs magnétiques du champ magnétique.

Par ce modèle on doit conclure qu'il n'existe qu'une seule composante du champ électrique (suivant  $z$ ) dans un référentiel bien choisi (Fig. 1.9).

L'expression de la composante du champ est obtenue à l'aide de l'équation de propagation et des conditions aux limites, ainsi à partir des équations de Maxwell on obtient les composantes du champ magnétique

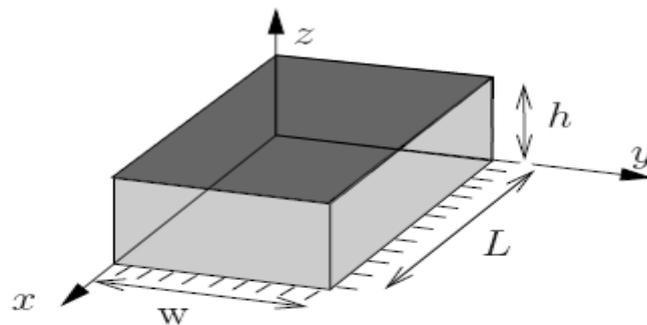


Fig. 1.9 Géométrie pour analyse d'une APM rectangulaire

De plus dans cette méthode on considère seulement les surfaces rayonnantes comme étant les surfaces délimitées par les plans ( $x=0$ ) et ( $x=L$ ), car après calcul, les surfaces délimitées par les plans ( $y=0$ ) et ( $y=w$ ) donnent des courants magnétiques qui s'annulent. ( en opposition de phase).

Ce modèle est plus précis que celui cité précédemment et donne une bonne interprétation physique mais toutefois il est plus complexe et approche difficilement le couplage, et il n'est utilisé que dans le cas des géométries simples.

### 1.2.5.3 Analyse complète (full-wave)

Ce modèle d'analyse donne une formulation exacte du problème en question du fait qu'il est très précis et traite les éléments isolés ainsi que les réseaux finis et infinis.

Toutefois il présente un inconvénient qui réside dans la difficulté de mise en œuvre du programme de simulation (calculs lourds et complexes).

Il existe principalement quatre familles de méthodes numériques pour analyser les antennes imprimées :

- La méthode des éléments finis (FEM) ;
- La méthode des différences finies (FDTD) ;
- La méthode de la matrice de la ligne de transmission (TLM) ;
- La méthode des moments (MOM).

- **Méthode des éléments finis (FEM)**

Cette méthode est basée sur la résolution des équations différentielles des champs électromagnétiques dans le domaine spectrale. Il s'agit donc de résoudre un système linéaire d'équations, les champs étant les inconnus, pour cela, il faut que le domaine où le champ à analyser existe soit discrétisé entièrement (triangles sur les surfaces et tétraèdres sur les volumes).

Le principal avantage de cette méthode réside dans le fait qu'elle permet d'analyser les objets 3D de formes très compliquées. De plus les milieux inhomogènes peuvent être traités de façon satisfaisante. Le principal inconvénient comme toutes les méthodes de calcul « full-wave » réside dans les calculs lourds.

- **Méthode des différences finies (FDTD)**

Cette méthode permet aussi d'analyser les antennes APM positionnées dans des milieux inhomogènes. Elle est basée sur la résolution directe des équations de Maxwell dans le domaine temporel. La structure à analyser est maillée en 3D avec des cellules cubiques qui s'interpénètrent : une pour analyser les champs électriques et l'autre pour analyser les champs magnétiques. On calcule ainsi de façon itérative et successive l'évolution des champs électriques et magnétiques de proche en proche sur le domaine à analyser. Le principal avantage dans cette méthode réside dans le fait que le nombre d'inconnues et de matrices à stocker est réduit. Un des inconvénients de cette méthode est que la grille de discrétisation ne peut pas être flexible.

- **La méthode des moments (MOM)**

Cette méthode consiste en la résolution d'équations intégrales qui relient les courants inconnus sur le patch à l'excitation à l'aide des fonctions de Green relatives à la structure à utiliser.

Cette résolution se fait soit dans le domaine spectral en utilisant les modes propres des géométries du patch concernés, soit dans le domaine spatial en discrétisant l'espace à l'aide de petits triangles, rectangles ou polygones de dimensions de l'ordre de  $\lambda/10$  à  $\lambda/20$ .

Une fois le courant obtenu, on peut facilement calculer l'impédance d'entrée du patch ainsi que les champs électriques et magnétiques. Le principal avantage réside dans le fait que seulement les parties conductrices sont maillées. L'un des principaux inconvénients réside dans le fait que les substrats et les plans de masse des antennes imprimées sont considérés comme infini, ce qui génère des approximations notamment sur les diagrammes de rayonnement.

En termes d'efficacité il est difficile de privilégier une méthode à une autre mais le succès qu'a connu cette dernière (la méthode des moments) due au fait qu'elle admet peu d'équations à résoudre, ce qui nous a conduit au choix de cette méthode.

# Chapitre 2

## Formulation du problème

Une fois la méthode des moments présentée, on l'applique à la résolution de l'équation intégrale.

## 2.1 Principe de la méthode MOM

La méthode des moments appelée généralement “méthode matricielle de résolution d'équations fonctionnelles” est une technique de résolution des systèmes d'équations intègro-différentielles, par projection sur une base qui est souvent choisie orthogonale. Elle transforme ces équations en un système matriciel facile à résoudre numériquement.

En général ce sont des équations de la forme

$$L(f) = g \quad (2.1)$$

Où

- $L$  est un opérateur linéaire pouvant être intégral, différentiel ou intègro-différentiel.
- $f$  est une fonction inconnue (champ ou réponse).
- $g$  est une fonction représentant la source d'excitation.

La méthode consiste à décomposer la fonction  $f$  en somme de fonctions de bases  $f_n$  pondérées par des coefficients  $a_i$

$$f \approx \hat{f} = \sum_{i=1}^n a_i f_i \quad (2.2)$$

Où

- $a_i$  sont les coefficients à déterminer.
- $n$  est le nombre de fonctions de base à choisir

Plus la valeur de  $n$  augmente plus on tend vers une valeur exacte de  $f$ .

En remplaçant (2.2) dans (2.1) on obtient

$$L(\sum_{i=1}^n a_i f_i) = g \quad (2.3)$$

En tenant compte de la linéarité de l'opérateur  $L$  l'équation (2.3) peut s'écrire

$$\sum_{i=1}^n a_i L(f_i) = g \quad (2.4)$$

En projetant à l'aide du produit intérieur la fonction  $g$  sur des fonctions connues  $w_m$  appelées fonctions test.

$$\langle g, w \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} w^* g \, dl \quad (2.5)$$

Généralement le produit intérieur est un scalaire qui vérifie les relations

$$\langle g, f \rangle = \langle f, g \rangle \quad (2.6)$$

$$\langle \alpha f + \beta g, h \rangle = \alpha \langle f, h \rangle + \beta \langle g, h \rangle \quad (2.7)$$

$$\langle f, f^* \rangle > 0 \text{ si } f \neq 0 \quad (2.8)$$

$$\langle f, f^* \rangle = 0 \text{ si } f = 0 \quad (2.9)$$

Où  $\alpha, \beta$  sont des scalaires et  $f, g, h$  sont des fonctions du même espace de fonctions.

En introduisant les fonctions test  $w_m$  par le produit intérieur (2.4) et (2.6) on obtient

$$\sum_{i=1}^n a_i \langle w_m, L(f_n) \rangle = \langle w_m, g \rangle \quad m = 1 \dots n \quad (2.10)$$

L'équation (2.9) peut s'écrire d'une manière matricielle sous la forme

$$[Z_{m,n}][I_n] = [V_m] \quad (2.11)$$

Où

- $[Z_{m,n}] = \langle w_m, L(f_n) \rangle$  est appelé matrice impédance
- $[I_n] = \langle a_n \rangle$  est appelé vecteur courant à déterminer
- $[V_m] = \langle w_m, L(f_n) \rangle$  est appelé vecteur tension

Donc plus explicitement le système s'écrit

$$\begin{bmatrix} \langle w_1, L(f_1) \rangle & \dots & \langle w_1, L(f_n) \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle w_n, L(f_1) \rangle & \dots & \langle w_n, L(f_n) \rangle \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle w_1, g \rangle \\ \vdots \\ \langle w_n, g \rangle \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

### 2.1.1 Les fonctions de base/test

Ces fonctions doivent impérativement être linéairement indépendantes, et choisies de telles sortes à obtenir la meilleure précision sur  $f$  ainsi qu'un temps de calcul réduit.

On peut noter le cas particulier où les fonctions de base  $f_i$  sont égales aux fonctions test  $w_i$  cette méthode est appelée méthode de *Galerkin* qui est donc un cas particulier de la MOM.

Il existe deux types de fonctions pouvant représenter la fonction  $f$

- Fonctions subdomaines
- Fonctions sur domaine entier

### 2.1.1.1 Les fonctions subdomaines

Ces fonctions peuvent être utilisées sans connaître à priori la forme de la fonction à déterminer.

Parmi les fonctions définies sur des domaines distincts. On peut citer :

- **Fonction impulsion de Dirac**

C'est la fonction la plus simple. Dans le cas où cette fonction est utilisée comme fonction de test, la méthode est appelée « point matching », l'utilisation de cette fonction offre la possibilité d'éliminer une intégration lors de l'évaluation des éléments de la matrice  $[Z_{m,n}]$

- **Fonction rectangulaire (piecewise linear)**

Cette fonction présente un avantage majeur qui réside dans la facilité de son implémentation, mais toutefois elle manque de précision.

Cette fonction est définie par

$$f_n(x) = \begin{cases} 1 & x_{n-1} \leq x \leq x_n \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

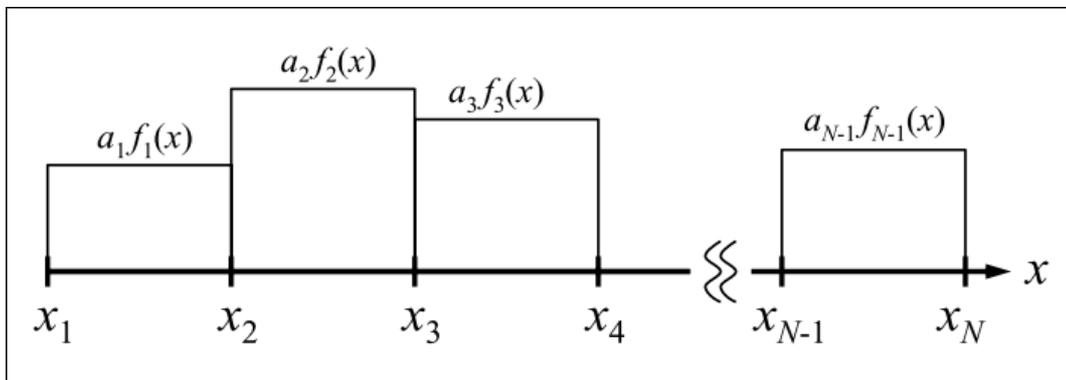


Fig. 2.1 fonction rectangulaire

- **Fonction triangulaire**

Contrairement à la fonction rectangulaire cette fonction présente des intervalles qui se chevauchent, ceci permet d'assurer la continuité d'où les conditions aux limites peuvent être imposées.

Les fonctions de ce type sont décrites sur deux intervalles distincts par

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{x - x_{n-1}}{x_n - x_{n-1}}, & x_{n-1} \leq x \leq x_n \\ \frac{x_{n+1} - x}{x_{n+1} - x_n}, & x_n \leq x \leq x_{n+1} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

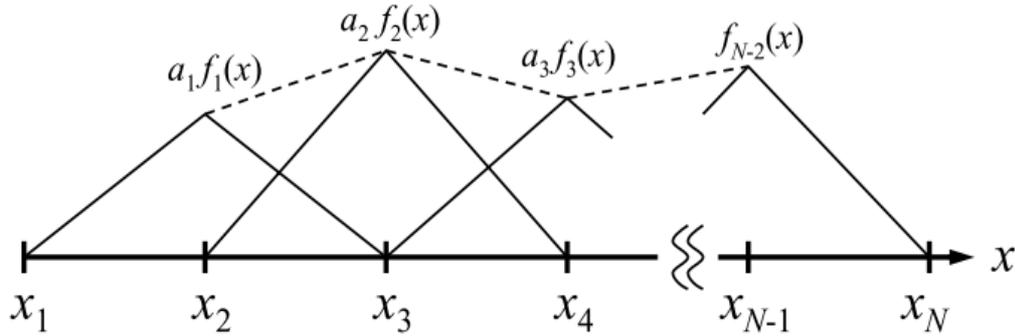


Fig. 2.2 fonction triangulaire

• **Fonction sinus (piecewise sinusoidal)**

Elle présente une grande similitude avec la fonction triangulaire, de plus elle est plus proche de l'allure ondulatoire du courant, ce qui permet de réduire le nombre de fonctions de base.

Cette fonction est définie sur deux intervalles distincts comme suit :

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{\sin[k(x - x_{n-1})]}{\sin[k(x_n - x_{n-1})]}, & x_{n-1} \leq x \leq x_n \\ \frac{\sin[k(x_{n+1} - x)]}{\sin[k(x_{n+1} - x_n)]}, & x_n \leq x \leq x_{n+1} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

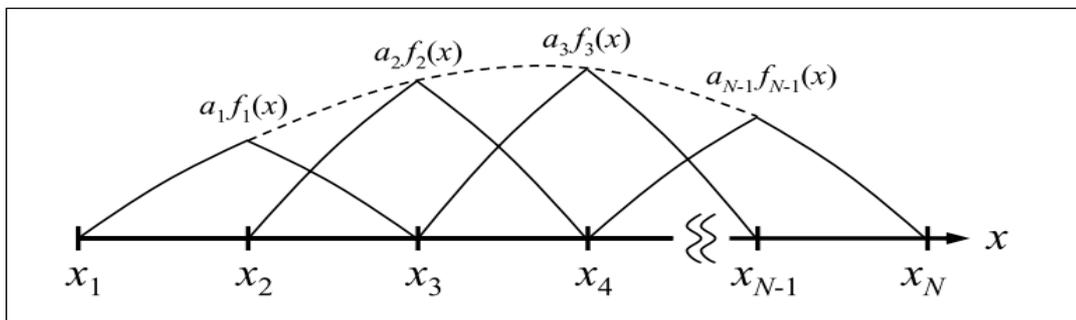


Fig. 2.3 fonctions en sinus

- **Fonction cosinus tronqué**

Cette fonction est définie sur un seul intervalle comme suit :

$$f_n(x) = \begin{cases} \cos \left[ k \left( x - \frac{x_n - x_{n-1}}{2} \right) \right], & -\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Cette fonction présente des discontinuités entre les sous intervalles, il faut prendre le plus grand nombre possible de fonctions afin d'atteindre la forme approchée du courant.

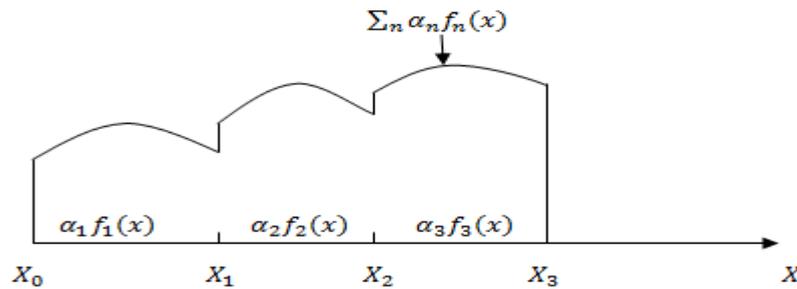


Fig.2.4 fonctions cosinus tronqué

- **Fonction trigonométrique**

Cette fonction est une combinaison des trois fonctions pondérées par des coefficients comme suit :

$$f_j(z) = A_j + B_j \sin k(z - z_j) + C_j \cos k(z - z_j), \quad |z - z_j| < \frac{\Delta_j}{2}$$

Ces coefficients sont utilisés pour satisfaire la continuité de la fonction ainsi que sa première dérivée comme suit :

$$\begin{cases} f_n \left( z_n - \frac{\Delta}{2} \right) = f_{n-1} \left( z_{n-1} + \frac{\Delta}{2} \right) \\ \frac{\partial f_n}{\partial z} \Big|_{z=z_n - \frac{\Delta}{2}} = \frac{\partial f_{n-1}}{\partial z} \Big|_{z=z_{n-1} + \frac{\Delta}{2}} \end{cases}$$

- **Fonctions à découpage triangulaire (RWG)**

Ces fonctions sont définies par [12] :

$$f_n(r) = \begin{cases} \frac{l_n}{2A_n^+} \rho_n^+(r); \mathbf{r} \text{ dans } T_n^+ \\ \frac{l_n}{2A_n^-} \rho_n^-(r); \mathbf{r} \text{ dans } T_n^- \\ 0; \text{ ailleurs} \end{cases}$$

Où :

$l_n$  Représente la longueur du coté  $A_n^+$  Représente la surface du triangle  $T_n^+$  .  
 $A_n^-$  Représente la surface du triangle  $T_n^-$  .

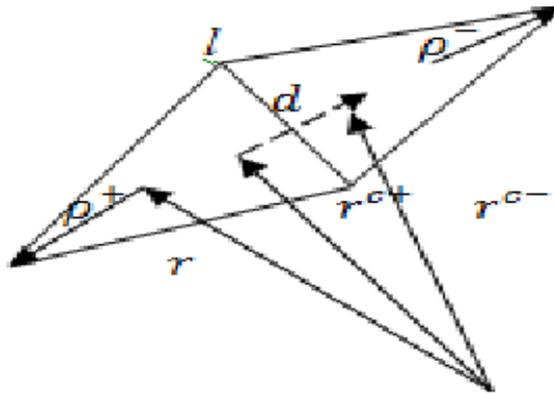


Fig.2.5 schéma d'un élément issu d'un découpage RWG

### 2.1.1.2 Les fonctions sur domaine entier

Dans ce cas les fonctions couvrent toute la structure .Les fonctions les plus usuelles sont en sinus (exemple de la Fig.2.3) ou en cosinus tel que le développement en série de **FOURIER**, mais d'autres types de développements peuvent être utilisés tel que le développement de **Tchebycheff**, **Mac-laurin**,...etc. Mais aussi les plus utilisées sont les fonctions déterminant les différents modes de propagation dans l'étude de la cavité résonnante correspondante à la forme du patch.

Il convient de préciser que si la forme de la fonction à déterminer est connue alors, le nombre de fonctions de base à utiliser peut être réduit, en comparaison au nombre de fonctions sous-domaines utilisé et ce pour atteindre une même précision.

Cependant si la forme de la fonction à déterminer est inconnue ou complexe ces fonctions conviennent mal pour la représentation.

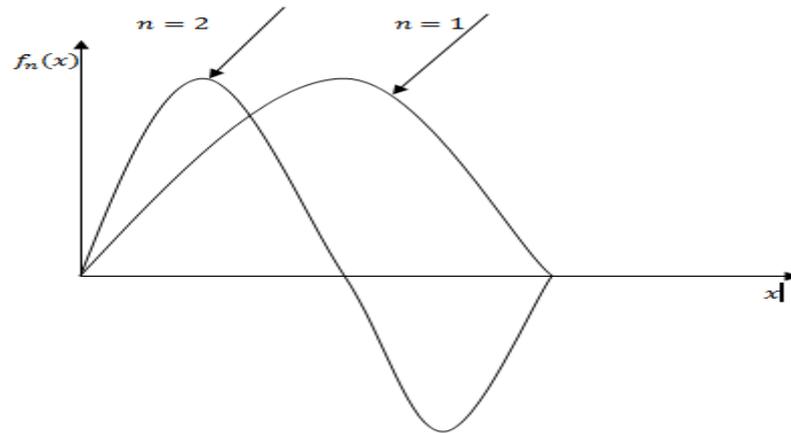


Fig.2.6 fonction de base en sinus sur un domaine entier

### 2.2 Formulation de l'équation intégrale

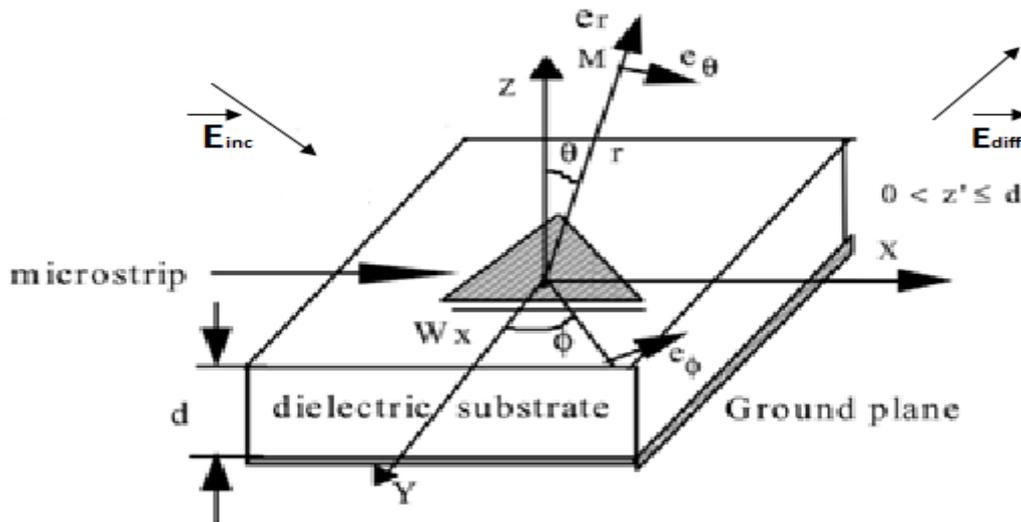


Fig.2.7 Structure d'une APM triangulaire

Considérons le patch de forme triangulaire rectangle isocèle Fig.2.7 de coté  $a$ , déposé sur un substrat de permittivité  $\epsilon_r$

Le champ électrique est décomposé en deux champs :

- Un champ incident qui est du à une source d'émission qui peut être soit une sonde coaxiale soit une autre source.
- Un champ diffracté qui est une conséquence des courants de surface induits par le champ incident.

Donc le champ total peut s'écrire :

$$\vec{E}^{tot}(x, y, z) = \vec{E}^{inc}(x, y, z) + \vec{E}^{diff}(x, y, z) \tag{2.13}$$

Le champ électrique totale est nul au niveau du patch ce qui permet d'écrire :

$$\begin{cases} \mathbf{E}_x^{\text{tot}}(x, y, d) = \left( \mathbf{E}_x^{\text{inc}}(x, y, d) + \mathbf{E}_x^{\text{dif}}(x, y, d) \right) = \mathbf{0} \\ \mathbf{E}_y^{\text{tot}}(x, y, d) = \left( \mathbf{E}_y^{\text{inc}}(x, y, h) + \mathbf{E}_y^{\text{dif}}(x, y, d) \right) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (x, y) \in T \quad (2.14)$$

Où  $T$  représente la surface conductrice (Fig 2.7)

L'expression (2.14) est transposée dans le domaine spectrale en utilisant la transformée de **Fourier** définie comme suit :

$$\tilde{F}(k_x, k_y, d) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x, y, d) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (2.15)$$

La transformée inverse s'écrit :

$$F(x, y, d) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{F}(k_x, k_y, d) e^{j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (2.16)$$

Donc l'expression (2.14) s'écrit :

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{E}}_x^{\text{tot}}(k_x, k_y, d) = \left( \tilde{\mathbf{E}}_x^{\text{inc}}(k_x, k_y, d) + \tilde{\mathbf{E}}_x^{\text{dif}}(k_x, k_y, d) \right) = \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{E}}_y^{\text{tot}}(k_x, k_y, d) = \left( \tilde{\mathbf{E}}_y^{\text{inc}}(k_x, k_y, d) + \tilde{\mathbf{E}}_y^{\text{dif}}(k_x, k_y, d) \right) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.17)$$

Soit  $\vec{j}_\tau(x, y, d)$  un courant de test situé sur la plaque rayonnante.

Les produits :

$$\langle \vec{j}_\tau(k_x, k_y, d), \tilde{\mathbf{E}}_x^{\text{tot}}(k_x, k_y, d) \hat{a}_x \rangle \text{ Et } \langle \vec{j}_\tau(k_x, k_y, d), \tilde{\mathbf{E}}_y^{\text{tot}}(k_x, k_y, d) \hat{a}_y \rangle \quad (2.18)$$

Donnent :

$$\begin{cases} \langle \tilde{\mathbf{E}}_x^{\text{inc}}(k_x, k_y, d), \vec{j}_{\tau x}(k_x, k_y, d) \rangle + \langle \tilde{\mathbf{E}}_x^{\text{dif}}(k_x, k_y, d), \vec{j}_{\tau x}(k_x, k_y, d) \rangle = \mathbf{0} \\ \langle \tilde{\mathbf{E}}_y^{\text{inc}}(k_x, k_y, d), \vec{j}_{\tau y}(k_x, k_y, d) \rangle + \langle \tilde{\mathbf{E}}_y^{\text{dif}}(k_x, k_y, d), \vec{j}_{\tau y}(k_x, k_y, d) \rangle = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.19)$$

Le produit scalaire de deux fonctions s'écrit comme suit :

$$\langle \vec{f}(k_x, k_y, z), \vec{g}(k_x, k_y, z) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{f}(k_x, k_y, z) \times \vec{g}^*(k_x, k_y, z) dk_x dk_y \quad (2.20)$$

Tenant compte de l'équation (2.20), l'équation (2.19) devient

$$\begin{cases} \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mathbf{E}}_x^{\text{dif}}(k_x, k_y, d) \times \vec{j}_{\tau x}^*(k_x, k_y, d) dk_x dk_y \\ = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mathbf{E}}_x^{\text{inc}}(k_x, k_y, d) \times \vec{j}_{\tau x}^*(k_x, k_y, d) dk_x dk_y \\ \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mathbf{E}}_y^{\text{dif}}(k_x, k_y, d) \times \vec{j}_{\tau y}^*(k_x, k_y, d) dk_x dk_y \\ = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mathbf{E}}_y^{\text{inc}}(k_x, k_y, d) \times \vec{j}_{\tau y}^*(k_x, k_y, d) dk_x dk_y \end{cases} \quad (2.21)$$

Le système (2.21) représente l'équation intégrale à résoudre

## 2.2.1 Fonctions de Green

La fonction de Green caractérise un système donné.

### -Dans le domaine spatial

La fonction de **Green** représente le champ (réponse impulsionnelle) d'un système à un courant localisé en un point  $(x_0, y_0, z_0)$ . On peut obtenir pour un courant quelconque le champ correspondant en faisant la convolution [9] entre le courant et la réponse impulsionnelle.

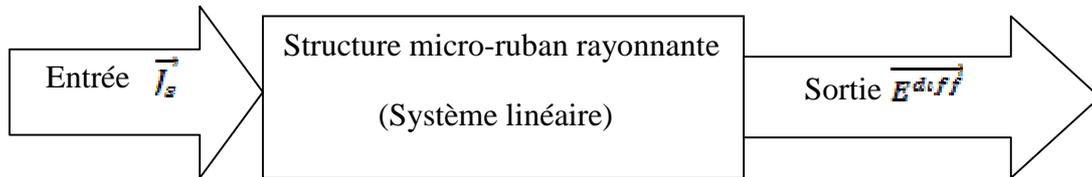


Fig.2.8 structure APM caractérisée par la fonction de Green

### -Dans le domaine spectral

La double intégrale que constituait le produit de convolution va se simplifier en un simple produit, donc il est préférable de travailler dans le domaine spectral.

La relation reliant le champ au courant s'écrit :

$$\vec{E}^{tot} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{G}_{xx} & \tilde{G}_{xy} & \tilde{G}_{xz} \\ \tilde{G}_{yx} & \tilde{G}_{yy} & \tilde{G}_{yz} \\ \tilde{G}_{zx} & \tilde{G}_{zy} & \tilde{G}_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

Sachant que :

$$\vec{E} = \vec{E}^{inc} + \vec{E}^{dif} \quad (2.23)$$

Avec :

$$\vec{E}^{inc} = \begin{pmatrix} \vec{E}_x^{inc} \\ \vec{E}_y^{inc} \\ \vec{E}_z^{inc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{G}_{xx} & \tilde{G}_{xy} & \tilde{G}_{xz} \\ \tilde{G}_{yx} & \tilde{G}_{yy} & \tilde{G}_{yz} \\ \tilde{G}_{zx} & \tilde{G}_{zy} & \tilde{G}_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ J_z \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

Et

$$\vec{E}^{dif} = \begin{pmatrix} \vec{E}_x^{dif} \\ \vec{E}_y^{dif} \\ \vec{E}_z^{dif} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{G}_{xx} & \tilde{G}_{xy} & \tilde{G}_{xz} \\ \tilde{G}_{yx} & \tilde{G}_{yy} & \tilde{G}_{yz} \\ \tilde{G}_{zx} & \tilde{G}_{zy} & \tilde{G}_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

En remplaçant les expressions (2.24) et (2.25) dans (2.21), on obtient l'équation intégrale à résoudre

$$\begin{cases} \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{xx} \tilde{J}_x \tilde{J}_{tx}^* dk_x dk_y + \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{xy} \tilde{J}_y \tilde{J}_{tx}^* dk_x dk_y \\ \quad = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{xz} \tilde{J}_z \tilde{J}_{tx}^* dk_x dk_y \\ \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{yx} \tilde{J}_x \tilde{J}_{ty}^* dk_x dk_y + \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{yy} \tilde{J}_y \tilde{J}_{ty}^* dk_x dk_y \\ \quad = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{yz} \tilde{J}_z \tilde{J}_{ty}^* dk_x dk_y \end{cases} \quad (2.26)$$

Où  $\tilde{J}_x$  et  $\tilde{J}_y$  sont les courants à déterminer.

### 2.2.2 Application de la méthode des moments à l'équation intégrale :

La méthode des moments est applicable à l'équation intégrale en décomposant le courant dans chaque sous élément en deux composantes multipliées par leurs coefficients  $\alpha_x^i$  et  $\alpha_y^i$  illustré dans la relation (2.27)

$$\tilde{J}_i = \alpha_x^i \tilde{J}_x^i + \alpha_y^i \tilde{J}_y^i \quad (2.27)$$

$$\begin{cases} \tilde{J}_x = \sum_1^N \alpha_x^i \tilde{J}_x^i \\ \tilde{J}_y = \sum_1^N \alpha_y^i \tilde{J}_y^i \end{cases} \quad (2.28)$$

où N représente le nombre de sous éléments choisi

Où  $i$  représente l'indice de chaque élément issu de la décomposition.

Donc le champ diffracté s'exprime :

$$\vec{E}_{diff} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_{diff}^i \quad (2.29)$$

L'expression (2.26) devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{4\pi^2} \sum_{i=1}^N \left[ \sum_{j=1}^N \alpha_{xi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{xx} \tilde{J}_{xi} \tilde{J}_{tx}^*{}^j dk_x dk_y + \sum_{j=1}^N \alpha_{yi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{xy} \tilde{J}_{yi} \tilde{J}_{tx}^*{}^j dk_x dk_y \right] = \\ \quad - \frac{1}{4\pi^2} \sum_{j=1}^N \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{xz} \tilde{J}_z \tilde{J}_{tx}^*{}^j dk_x dk_y \right] \\ \frac{1}{4\pi^2} \sum_{i=1}^N \left[ \sum_{j=1}^N \alpha_{xi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{yx} \tilde{J}_{xi} \tilde{J}_{ty}^*{}^j dk_x dk_y + \sum_{j=1}^N \alpha_{yi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{yy} \tilde{J}_{yi} \tilde{J}_{ty}^*{}^j dk_x dk_y \right] = \\ \quad - \frac{1}{4\pi^2} \sum_{j=1}^N \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{yz} \tilde{J}_z \tilde{J}_{ty}^*{}^j dk_x dk_y \right] \end{array} \right. = \quad (2.30)$$

En utilisant la méthode de *Galerkin* on obtient le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{4\pi^2} \sum_{i=1}^N \left[ \sum_{j=1}^N \alpha_{xi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{xx} \tilde{J}_x^i \tilde{J}_x^{*j} dk_x dk_y + \sum_{j=1}^N \alpha_{yi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{xy} \tilde{J}_y^i \tilde{J}_y^{*j} dk_x dk_y \right] \\ \quad = - \frac{1}{4\pi^2} \sum_{j=1}^N \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{xz} \tilde{J}_z^i \tilde{J}_x^{*j} dk_x dk_y \right] \\ \frac{1}{4\pi^2} \sum_{i=1}^N \left[ \sum_{j=1}^N \alpha_{xi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{yx} \tilde{J}_x^i \tilde{J}_y^{*j} dk_x dk_y + \sum_{j=1}^N \alpha_{yi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{yy} \tilde{J}_y^i \tilde{J}_y^{*j} dk_x dk_y \right] \\ \quad = - \frac{1}{4\pi^2} \sum_{j=1}^N \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{yz} \tilde{J}_z^i \tilde{J}_y^{*j} dk_x dk_y \right] \end{array} \right. \quad (2.31)$$

Où  $N$  est le nombre d'éléments de la base choisie

On pose :

$$Z_{ij}^{pq} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{pq} \tilde{J}_q^i \tilde{J}_p^{*j} dk_x dk_y \quad (2.32)$$

$$V_{pj} = - \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{pz} \tilde{J}_z^i \tilde{J}_p^{*j} dk_x dk_y \quad (2.33)$$

Où

$p$  et  $q$  sont les variables  $x$  et  $y$ .

$Z_{ij}$  Représente la contribution du sous-élément  $i$  sur le courant du sous-élément  $j$ .

Les expressions (2.29) s'écrivent sous forme matricielle de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} [Z_{ij}^{xx}] & [Z_{ij}^{xy}] \\ [Z_{ij}^{yx}] & [Z_{ij}^{yy}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\alpha_{xi}] \\ [\alpha_{yi}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [V_{xj}] \\ [V_{yj}] \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Ce système doit être résolu afin de déterminer les  $N + N$  inconnues.

### 2.2.3. Choix des fonctions de base/test

Le choix des fonctions de base/test représente une étape importante car celles-ci vont donner la représentation du courant qui nous permettra par la suite de déterminer les caractéristiques de l'antenne.

Bien que les fonctions sur domaine entier donnent une bonne représentation de la distribution du courant avec un nombre de fonctions de base très réduit. Leur utilisation est impossible car, à priori la forme du courant est inconnue d'où notre choix se limite sur les fonctions sous-domaines.

Parmi les fonctions sous domaine, le choix se fait suivant plusieurs critères entre-autres le temps de calcul et la précision. Aussi dans ce qui va suivre, nous avons opté pour les fonctions (PWS) vue leur simplicité et leur bonne modélisation du courant sur les bords.

## 2.3 Caractéristiques radioélectriques de l'antenne

Après obtention des coefficients déterminant la distribution du courant, les caractéristiques de l'antenne peuvent être déterminées.

### 2.3.1 Impédance d'entrée

Pour une source d'excitation l'expression de l'impédance d'entrée est donnée par [11] :

$$Z_{in} = -\left(\frac{1}{I_{in}^2}\right) \iiint_{vol} \vec{E}^{diff} \vec{J}_{vol} dv \quad (2.35)$$

Dans le cas d'une source planaire l'expression (2.35) devient :

$$Z_{in} = -\frac{\iint_S \vec{E}^{diff} \vec{J}_s ds}{|I_{in}|^2} \quad (2.36)$$

En appliquant la décomposition du courant  $\vec{J}_s$  dans (2.36)

$$Z_{in} = -\frac{\iint_S \vec{E}^{diff} [\sum_{n=1}^N \alpha_{xn}^k \vec{J}_{xn}^k + \sum_{n=1}^N \alpha_{yn}^k \vec{J}_{yn}^k] ds}{|I_{in}|^2} \quad (2.37)$$

A l'aide de l'égalité de *Parseval* l'expression (2.36) Peut s'écrire dans le domaine spectral comme suit :

$$Z_{in} = -\frac{1}{4\pi^2} \iint \vec{E}^{diff} [\sum_{n=1}^N \alpha_{xn}^k \vec{J}_{xn}^k + \sum_{n=1}^N \alpha_{yn}^k \vec{J}_{yn}^k] dk_x dk_y \quad (2.38)$$

De (2.35) et (2.29) l'expression finale de l'impédance  $Z_{in}$  s'écrit

$$Z_{in} = -\left[\sum_{n=1}^N \alpha_{xn}^k V_{xn}^k + \sum_{n=1}^N \alpha_{yn}^k V_{yn}^k\right] \quad (2.39)$$

Tenant compte de l'effet inductif du câble coaxial donné par l'expression de *Carver*

$$X_L = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_r}} \tan(\sqrt{\epsilon_r} k_0 h) \quad (2.40)$$

Et qui a une influence sur les paramètres de l'antenne en particulier sur l'impédance d'entrée, l'expression finale de  $Z_{in}$  devient

$$Z_{in} = -\left[\sum_{n=1}^N \alpha_{xn}^k V_{xn}^k + \sum_{n=1}^N \alpha_{yn}^k V_{yn}^k\right] + j \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_r}} \tan(\sqrt{\epsilon_r} k_0 h) \quad (2.41)$$

### 2.3.2 Bande passante

Dans le cas des antennes on peut définir la bande passante de plusieurs manières. En générale on adopte la définition :

$$B = \frac{f_2 - f_1}{\frac{f_2 + f_1}{2}}$$

$$B(\%) = 200 \times \frac{f_2 - f_1}{f_1 + f_2} \quad (2.42)$$

Où

$f_2$  et  $f_1$  Sont les deux fréquences pour lesquelles le lieu de l'impédance d'entrée coupe le cercle de rayon  $|T|$  qui correspond à un T.O.S égale à deux.

#### 2.3.2.1. Calcul du champ

Les composantes du champ rayonné sont généralement exprimées en coordonnées sphériques (Fig. 2.9)

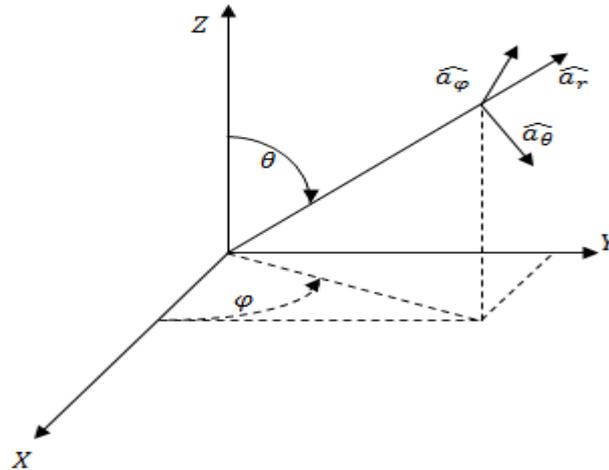


Fig.2.9 Système de coordonnées sphériques

Après avoir déterminé les courants surfaciques, Il est facile de déterminer le champ rayonné par le patch à l'aide de la théorie des ouvertures rayonnantes et du principe d'équivalence de *Schelkunoff* [12]:

$$\vec{E}(r, \theta, \varphi) = j \frac{k_0 e^{-jk_0 r}}{2\pi r} \left[ (\tilde{E}_x(k_x, k_y, d) \cos\varphi + \tilde{E}_y(k_x, k_y, d) \sin\varphi) \hat{a}_\theta + (\cos\theta (-\tilde{E}_x(k_x, k_y, d) \sin\varphi + \tilde{E}_y(k_x, k_y, d) \cos\varphi)) \hat{a}_\varphi \right] \quad (2.43)$$

$$\begin{cases} k_x = k_0 \sin\theta \cos\varphi \\ k_y = k_0 \sin\theta \sin\varphi \end{cases}$$

où

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

$(r, \theta, \varphi)$  : Coordonnées sphériques du point d'observation.

$\hat{a}_r, \hat{a}_\theta, \hat{a}_\varphi$  : Vecteurs unitaires en coordonnées sphériques.

### 2.3.2.2 Composantes Co-polaires et Contrapolaires

Afin d'étudier la pureté de la polarisation de la structure rayonnante, il est commode d'exprimer le champ rayonné en composante Copolaire et contrapolaire. Ces dernières sont définies selon *Ludwig* [13] par :

$$\begin{cases} E_{co} = E_{\theta} \sin \varphi + E_{\varphi} \cos \varphi \\ E_{contr} = E_{\theta} \cos \varphi - E_{\varphi} \sin \varphi \end{cases} \quad (2.44)$$

### 2.3.2.3. Directivité

La directivité maximale d'une antenne est donnée par [14]:

$$D_{max} = D_0 = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U(\theta, \varphi) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi} U_{max} \quad (2.45)$$

$$D_0 = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} r(\theta, \varphi) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi} \quad (2.46)$$

avec :

$r(\theta, \varphi) = \frac{U(\theta, \varphi)}{U_{max}}$  : fonction caractéristique normalisée en puissance

Comme la double intégrale de l'expression (2.46) n'est pas facile à calculer analytiquement, il est commode de faire une évaluation numérique. L'intégrale peut être discrétisée comme suit (fig. 2.10) :

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} r(\theta, \varphi) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M r(\theta_i, \varphi_j) \sin \theta_i \, \Delta \theta \, \Delta \varphi \quad (2.47)$$

Où

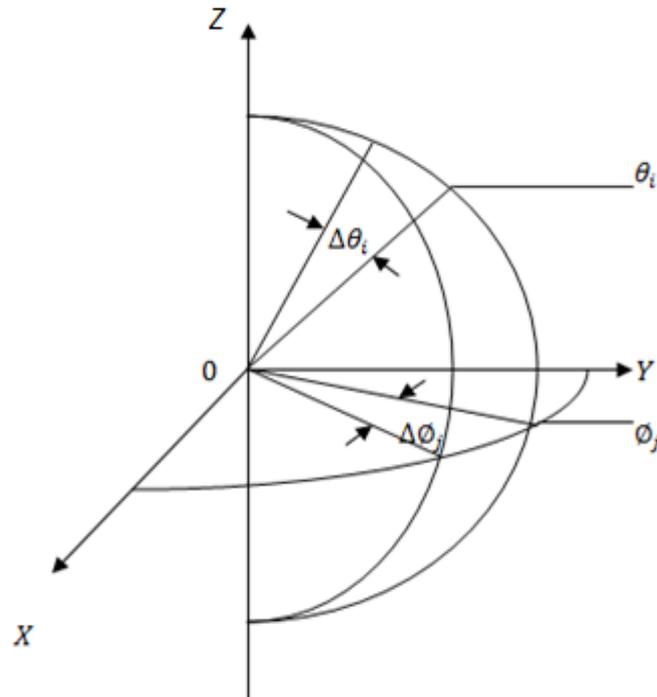
$$\begin{cases} \theta_i = j \left( \frac{\pi}{N} \right) & i = 1, 2, \dots, N \\ \varphi_j = j \left( \frac{2\pi}{M} \right) & j = 1, 2, \dots, M \end{cases}$$

Avec

N : nombre de découpages sur l'intervalle  $[0, \pi]$

M : nombre de découpages sur l'intervalle  $[0, 2\pi]$

$$\Delta \theta = \frac{\pi}{N} \text{ Et } \Delta \varphi = \frac{2\pi}{M}$$



*Fig.2.10 Discrétisation utilisée*

## 2.4. Etude des intégrantes

L'intégration des fonctions représente l'étape primordiale dans la détermination des éléments de la matrice  $[Z]$ . Le choix de la méthode d'intégration est donc cruciale, d'où la nécessité d'étudier les fonctions à intégrer.

Les variables des intégrantes varient de  $-\infty$  à  $+\infty$  pour le calcul des intégrales, on effectue le changement de variable suivant :

$$\begin{cases} k_x = \beta \cdot \cos \alpha \\ k_y = \beta \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

Donc les expressions (2.30) et (2.31) s'écrivent :

$$\int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} f(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (2.48)$$

Dans ce cas, l'étude de ces intégrales revient à étudier les valeurs pour lesquelles les fonctions  $f(\alpha, \beta)$  s'annulent.

### 2.4.1. Etude du dénominateur des fonctions de Green

D'après le calcul des fonctions de Green (cf. Annexe A.3), on constate que ces fonctions présentent des singularités lorsque  $T_{\sigma}$  et  $T_{mz}$  s'annulent donc l'étude des singularités revient à étudier les valeurs pour lesquelles ces dernières expressions s'annulent.

La figure (2.11) montre les variations de  $T_{\sigma}$  et  $T_{mz}$  en fonction de  $\beta$ . Une étude a été faite en considérant les deux cas

**Substrat sans pertes diélectriques** : dans ce cas, l'intégration sur l'axe réel des  $\beta$  est impossible, car le pole est situé sur ce dernier.

D'après l'approximation de *Gardiol* [15] le pole, dans ce cas, est situé au point  $\beta = \beta_0$  avec :

$$\beta_0 = k_0 \left( 1 + (k_0 h)^2 \frac{(\epsilon_r - 1)^2}{2\epsilon_r} \right) \quad (2.49)$$

**Substrat avec pertes diélectriques** : dans ce cas, l'intégration sur l'axe réel des  $\beta$  devient possible, car on remarque un déplacement du pole dans le sens de l'axe des imaginaires.

Etant donné que nous traitons uniquement les substrats avec pertes, notre chemin d'intégration sur l'axe des réels est dépourvu d'indéterminations. Il est alors naturel de penser qu'une intégration directe est envisageable. Théoriquement notre idée est justifiée. En pratique, dès que l'on se rapproche de la partie réelle du pole, le module du dénominateur des fonctions de *Green* devient petit entraînant ainsi de fortes oscillations à grandes amplitudes. Ce qui rend l'intégration difficile.

L'intégration sur cet intervalle est décomposée comme suit :

$$\int_{k_0}^{k_0 \sqrt{\epsilon_r}} (\text{intégrant}) = \int_{k_0}^{\beta_0 - \delta} + \int_{\beta_0 - \delta}^{\beta_0 + \delta} + \int_{\beta_0 + \delta}^{k_0 \sqrt{\epsilon_r}} \quad (2.50)$$

Avec

$$\delta = 10^{-3} k_0$$

Pour le calcul de ces intégrales, il a été fait usage de la méthode de *Romberg*, Celle-ci englobe en ses premières étapes la méthode des trapèzes. Les étapes d'ordre plus élevé, calculées à partir des premières étapes, permettent une évaluation plus précise des intégrales.

Pour le calcul de l'expression (2.48) il est possible de tronquer notre intégrale à environ  $150k_0$  [11] car au-delà notre intégrant devient négligeable.

Donc notre intégrale se décompose en trois parties :

$\beta \in [0, k_0]$  : Dans cet intervalle, l'intégration ne pose pas de problème.

$\beta \in [k_0, \sqrt{\epsilon_r} k_0]$  : l'intégrale doit se faire suivant l'expression (2.50).

$\beta \in [\sqrt{\epsilon_r} k_0, 150k_0]$  : l'intégrant présente d'importantes oscillations, mais il n'existe pas de problème de singularité

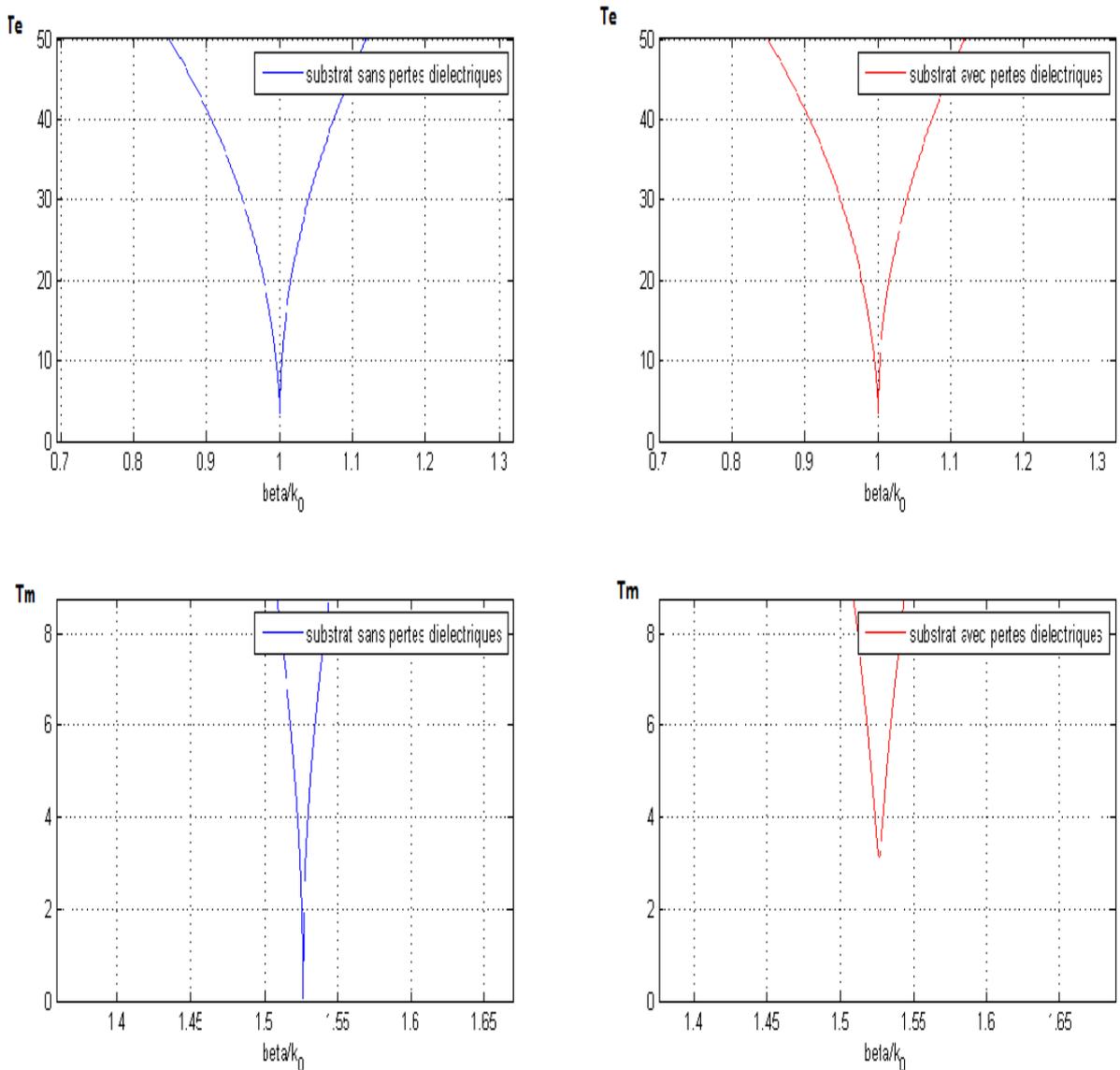


Fig.2.11 Dénominateurs des fonctions de Green en fonction de  $\beta/k_0$  (singularités)

# Chapitre 3

## Résultats et interprétations

Après avoir établi au chapitre précédent la formulation mathématique des caractéristiques de l'antenne, nous allons consacrer ce chapitre à la détermination des caractéristiques de rayonnement d'une APM de forme triangulaire. Pour cela nous avons élaboré des programmes en MATLAB conformément à la formulation présentée au chapitre 2. Afin de pouvoir valider notre travail, les résultats que nous allons obtenir seront confrontés à ceux du simulateur HFSS.

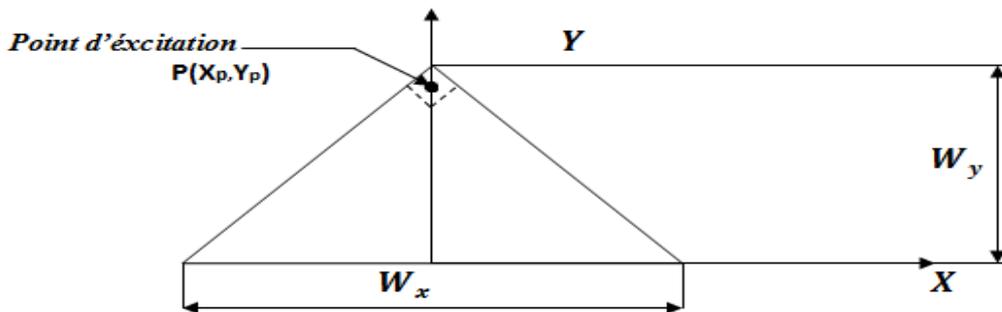
La structure rayonnante étudiée est une APM (Fig. 3.1) ayant la forme d'un triangle rectangle isocèle.

Les caractéristiques physiques et diélectriques de cette structure sont :

Patch:  $W_x = 14.1\text{cm}$ ;  $W_y = 7.05\text{cm}$ .

Substrat:  $\epsilon_r = 2.64$ ;  $\tan\delta = 3.10^{-3}$ ;  $h = 0.159\text{cm}$ .

Nombre de sous éléments du découpage  $N=144$ .



*Fig 3.1 Structure triangulaire étudiée*

### 3.1 Distribution des courants :

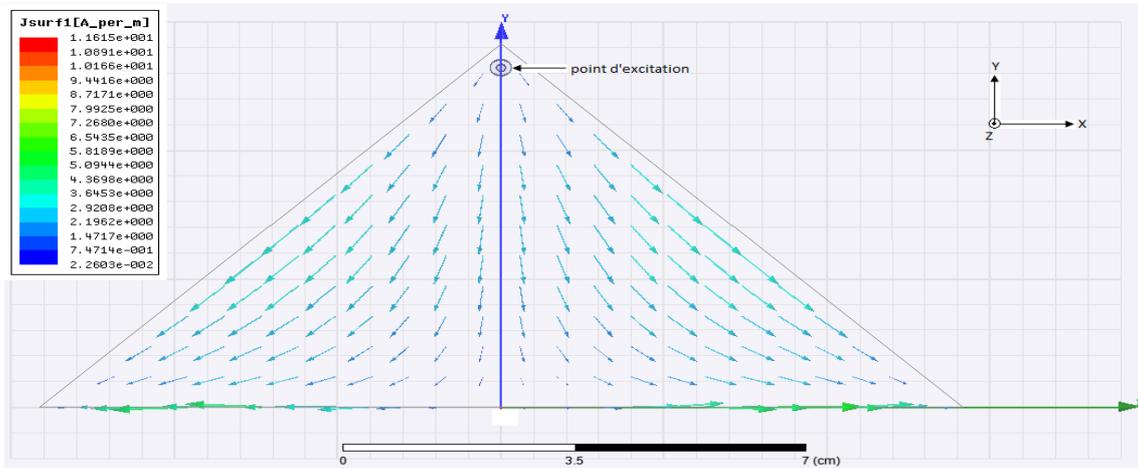
Après avoir déterminé les coefficients du vecteur  $[\alpha]$ , principale étape de la méthode des moments, on peut reconstituer les courants au niveau du patch.

La figure (3.2) représente les résultats obtenus avec HFSS de la distribution des courants sur le patch. Les coordonnées du point d'excitation sont  $x_p = 0\text{ cm}$  ,  $y_p = 6.7\text{ cm}$ .

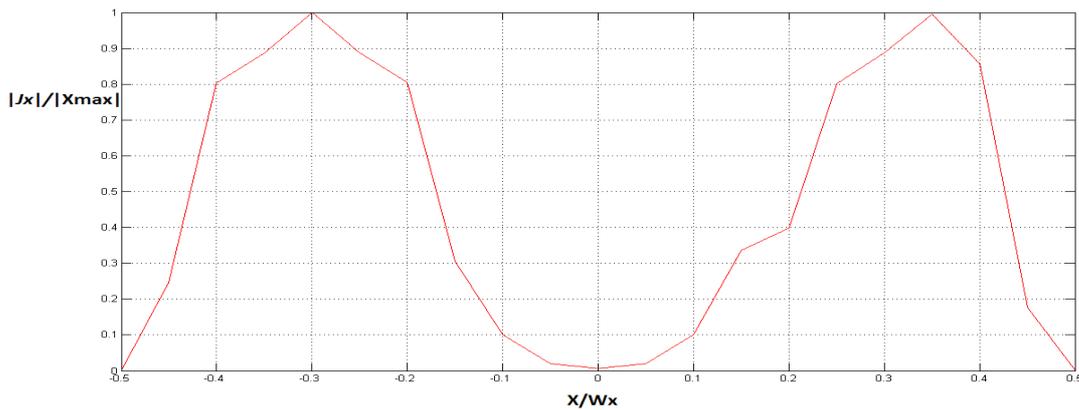
On peut remarquer une symétrie de la distribution des courants suivant l'axe  $Oy$  qui est l'axe où se situe le point d'excitation.

Les figures (3.3) représentent le module du courant sur le patch le long des axes  $Ox$  et  $Oy$ . Les courbes montrent que les valeurs des courants calculées sont en accord avec les valeurs obtenues avec la simulation Fig(3.2) . On remarque que la distribution du courant  $I_x$  suivant l'axe  $Ox$  présente une symétrie autour de l'axe  $Oy$  Fig(3.3.a) .En effet nous avons deux maximums. Dès que l'on s'éloigne de cet axe le module du courant augmente jusqu'à atteindre une valeur maximale ensuite diminuer pour s'annuler aux sommets (sur les bords) du triangle sur l'axe  $Ox$ , vu que le point d'excitation est situé sur l'axe  $Oy$  (axe de symétrie). Ceci est valable pour les axes parallèles à  $Ox$ .

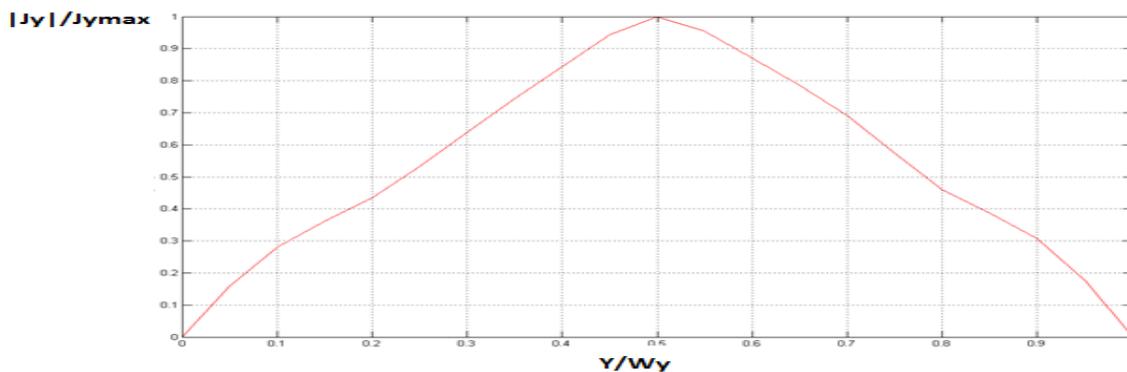
En ce qui concerne la distribution des courants suivant l'axe  $Oy$  Fig.(3.3.b). On remarque que la compoante  $J_y$  est similaire à la distribution le long d'une antenne filaire. En effet on a deux minimums aux extrémités et un maximum au centre.



**Fig3.2 Distribution des courants avec (HFSS)**



**3.3.a. Distribution du courant  $J_x$  sur l'axe  $Ox$**



**3.3.b Distribution du courant  $J_y$  sur l'axe  $Oy$**

**Fig3.3 Distribution des courants(résultats calculés)**

## 3.2 Impédance d'entrée :

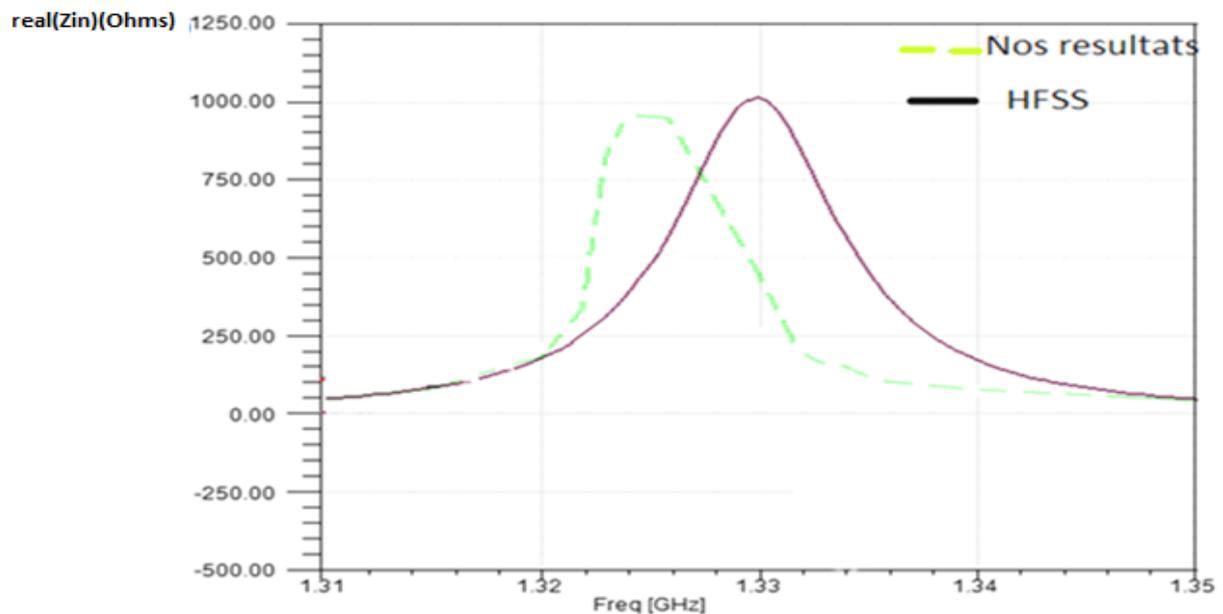
### 3.2.1 Variation de l'impédance d'entrée en fonction de la fréquence

Dans ce chapitre nous allons exposer la variation en fonction de la fréquence de l'impédance d'entrée d'une APM dont les paramètres physiques sont définis sur la fig(3.1)

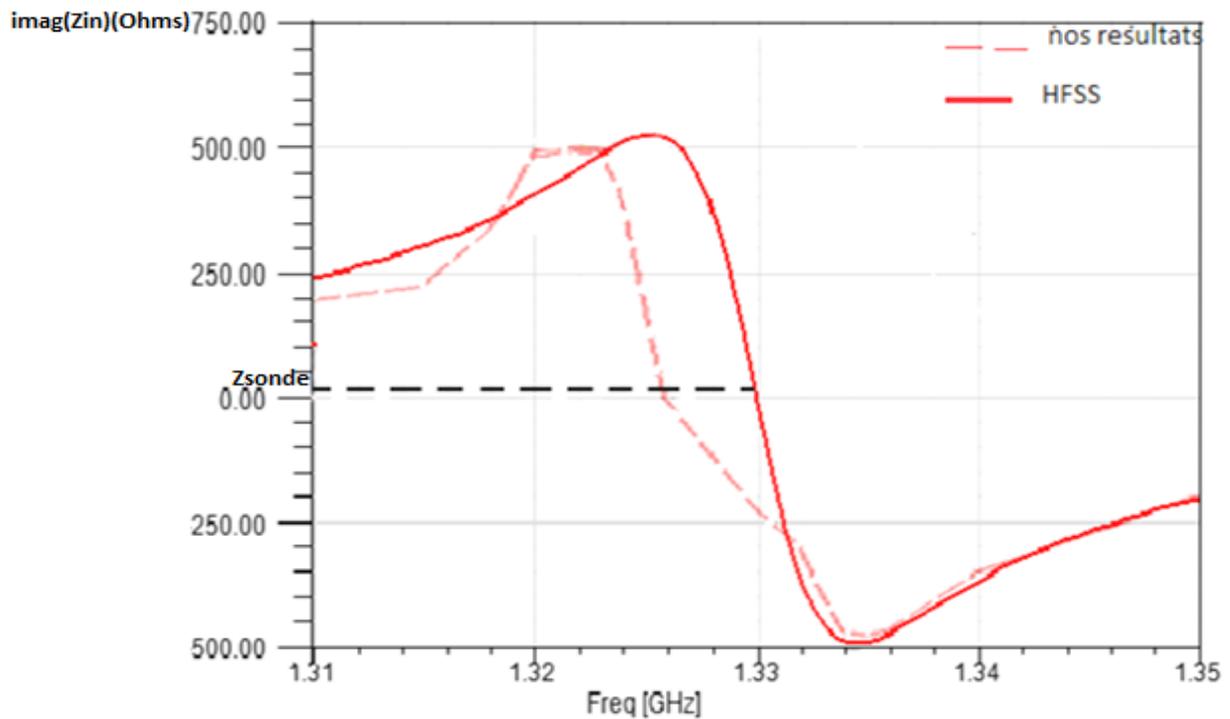
La figure (3.5) représente la variation de l'impédance d'entrée en fonction de la fréquence les courbes en traits discontinus représentent les résultats obtenus à l'aide de la méthode des moments. Les courbes en traits continus représentent les résultats obtenus par le logiciel HFSS basé sur la méthode des éléments finis.

Les parties réelles pour les figures (3.3.a) des courbes obtenues ont la forme d'une cloche (circuit résonnant) à la résonance ( $f \approx 1.326\text{GHz}$ ) atteignent les valeurs  $Z_{in} = 946\Omega$  pour nos résultats et  $Z_{in} = 1010\Omega$  pour ceux obtenus avec HFSS les valeurs élevées des impédances sont dues à la position du point d'excitation situé au voisinage du sommet.

Les parties imaginaires s'annulent dans la figure 3.3.b à des fréquences distinctes en raison de l'effet de la sonde qui n'a pas été pris en considération dans les calculs, contrairement aux résultats du simulateur qui le prend en compte.



*a-Partie réelle*

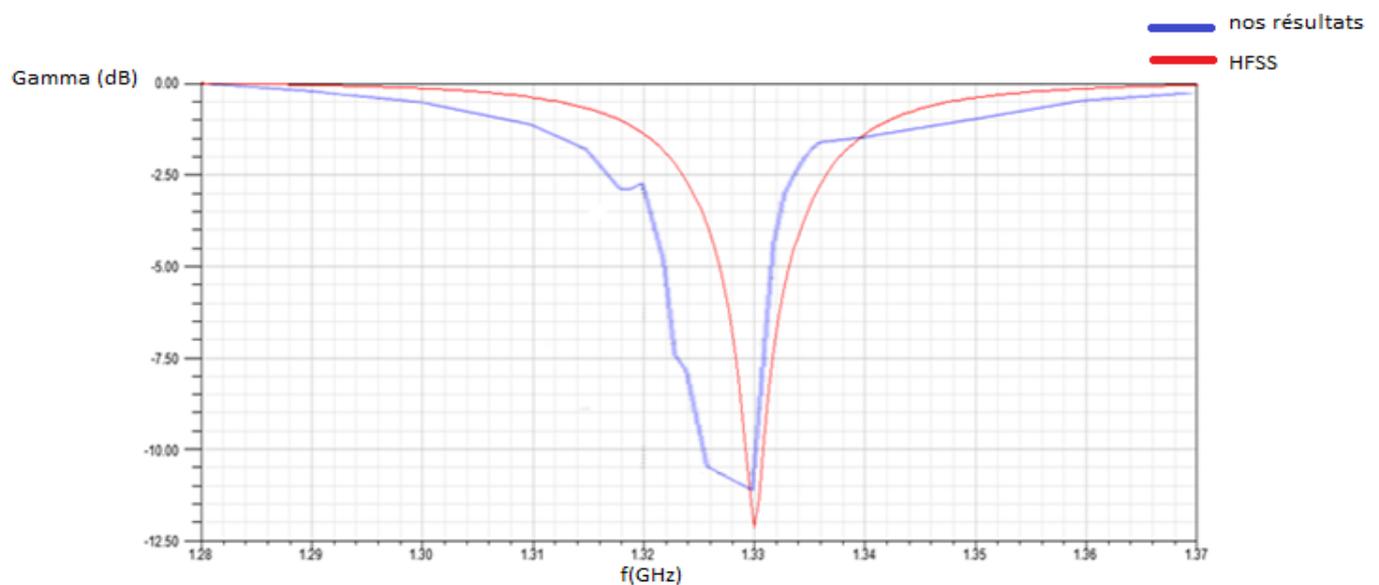


*b-Partie imaginaire*

*Fig.3.4 Variations de l'impédance d'entrée en fonction de la fréquence*

### 3.3 Variation du coefficient de réflexion

La figure 3.6 représente la variation du coefficient de réflexion calculé à partir de l'impédance d'entrée en fonction de la fréquence .

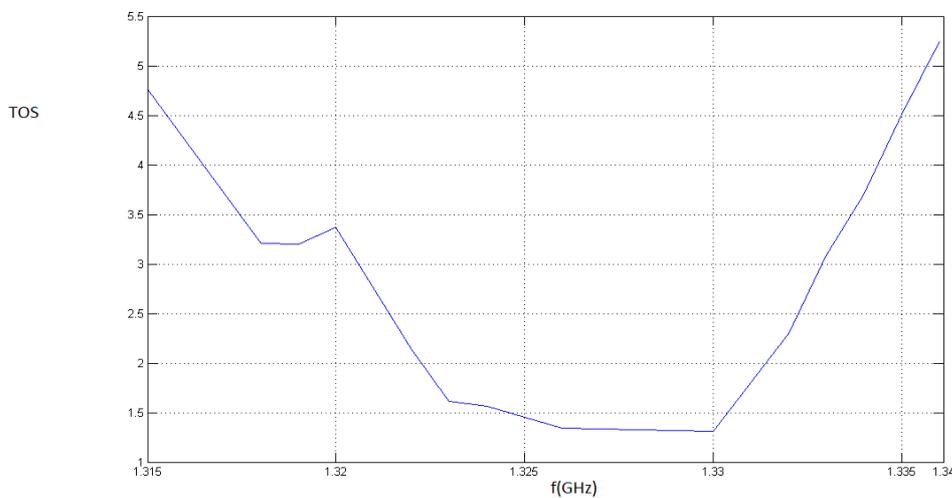


*Fig. 3.5 coefficient de réflexion*

On remarque que les pertes sont minimales autour de la fréquence de résonance . D'après les calculs, le niveau des pertes à cette fréquence est évalué à  $-11.5dB$ , ce qui est en accord avec les résultats de simulation.

### 3.4 Variation du TOS

La figure (3.6) montre la variation du **TOS** en fonction de la fréquence pour une gamme allant de  $1.315GHz$  à  $1.34GHz$ . Les valeurs des fréquences pour lesquelles le  $TOS = 2$  sont  $f_1 = 1.323GHz$  et  $f_2 = 1.332GHz$ . D'après la formule (2.42) la bande passante est de l'ordre de  $0.7\%$ .



**Fig.3.6 Variations du TOS en fonction de la fréquence**

### 3.5 Influence du point d'excitation sur l'impédance d'entrée

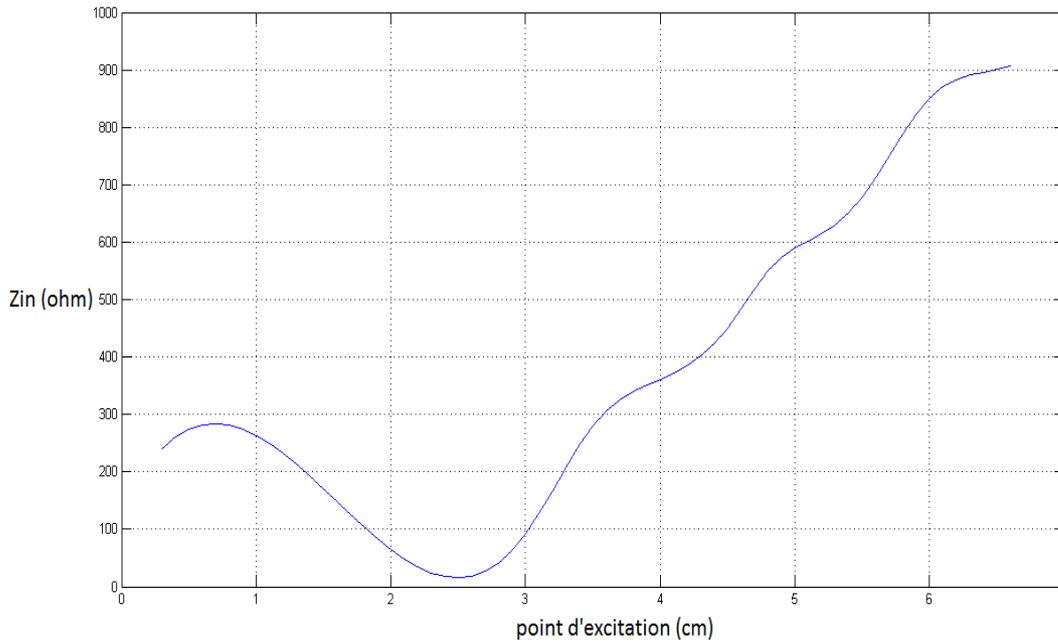
Les calculs ont été effectués pour les valeurs suivantes :

Patch:  $W_x = 14.1cm$ ;  $W_y = 7.05cm$ .

Substrat:  $\epsilon_r = 2.64$ ;  $\tan\delta = 3.10^{-3}$ ;  $h = 0.159cm$ .

Excitation :  $x_p = 0$ .

La courbe de la Figure (3.7) représente la variation de l'impédance d'entrée en fonction du point d'excitation  $(0, y_p)$ . On remarque que l'impédance diminue en déplaçant le point d'excitation de la base vers le sommet jusqu'à atteindre une valeur minimale due à la contribution des courants qui est faible, car leurs composantes s'annulent. pour ensuite augmenter et atteindre la valeur maximale près du sommet.



**Fig3.7 Variation de l'impédance d'entrée en fonction du point d'excitation**

### 3.6 Composantes du champ

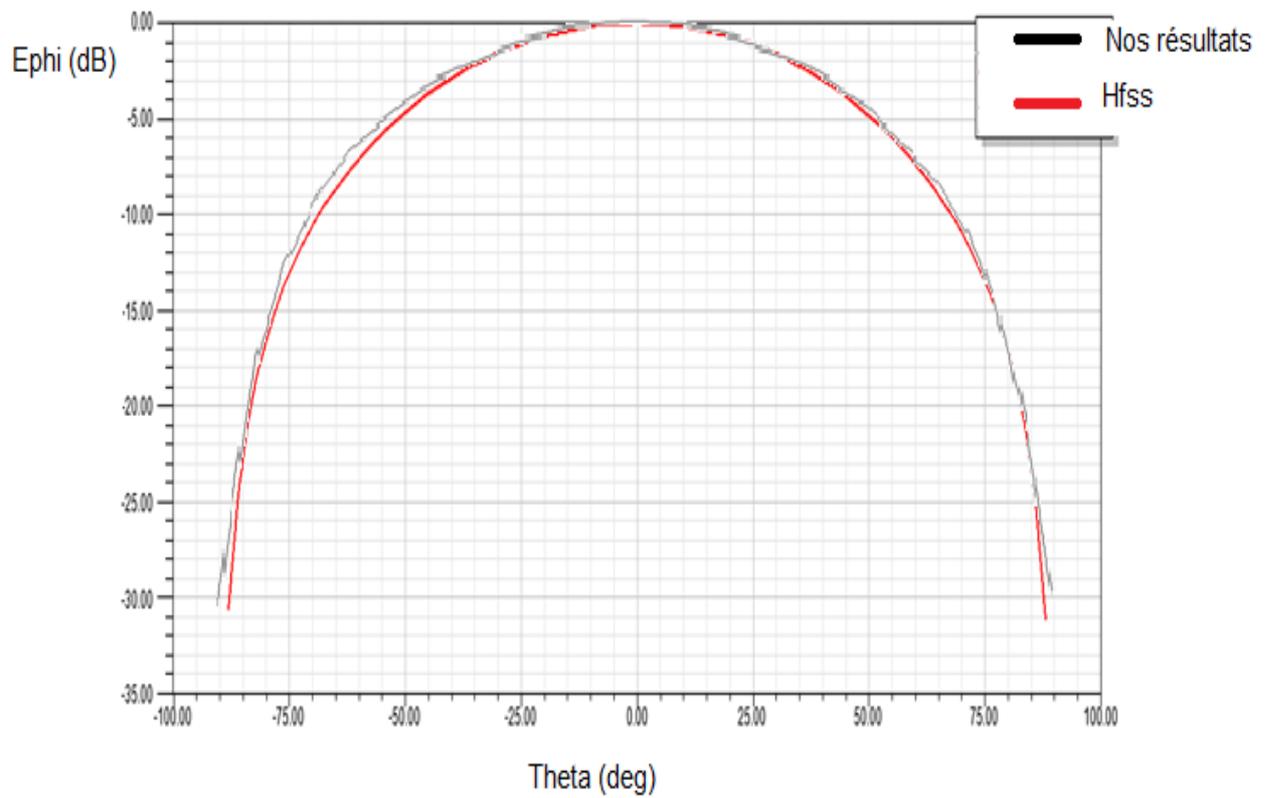
#### 3.6.1 Etude des composantes copolaires et contrapolaires.

les courbes ci desous sont obtenues à une frequence  $f=1.33\text{GHz}$ (HFSS) et  $f=1.326$ (nos résultats).

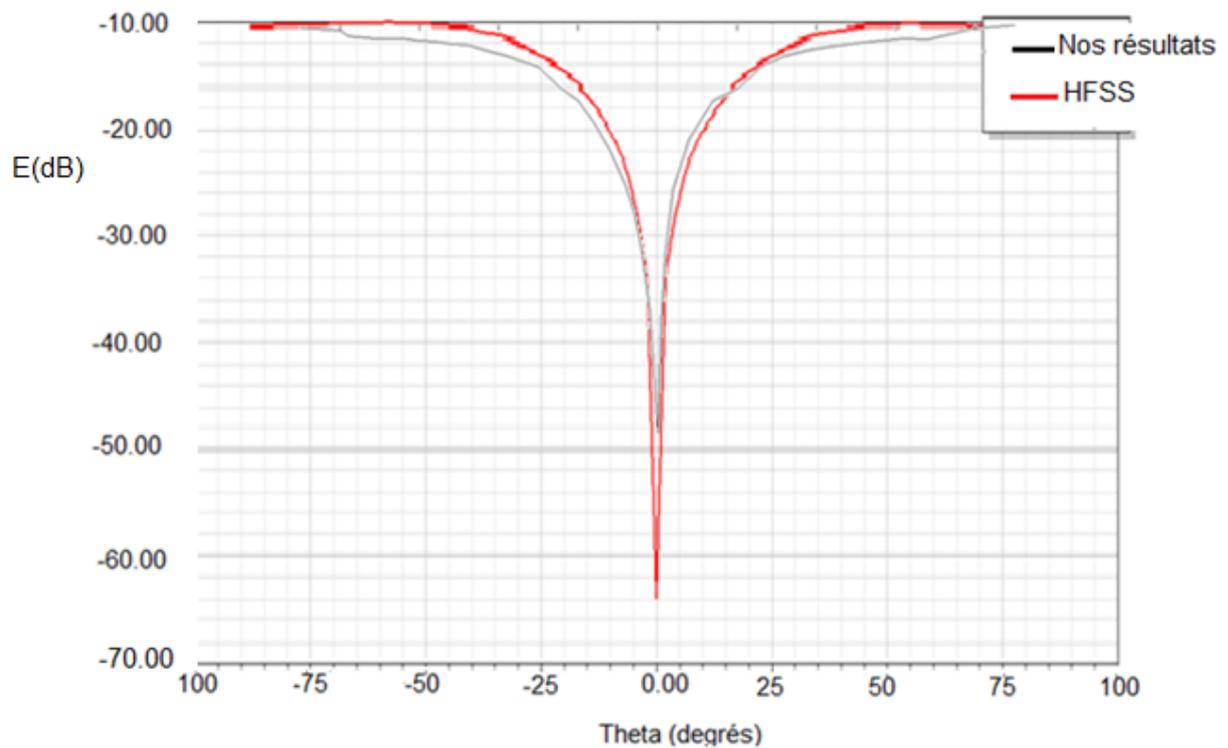
La courbe de la figure (3.8) représente la variation de la composante copolaire dans le plan  $H$  en fonction de  $\theta$ .

On constate que la théorie est en accord avec la pratique .Car au fur et à mesure que l'on s'écarte de la direction  $\theta = 0$  qui représente la valeur maximale, on remarque que cette composante diminue. Ceci est dû à la distribution des courants  $I_y$  .Au fur et à mesure que l'on se rapproche de la direction  $OZ$ , la composante  $I_y$  augmente donc sa contribution au rayonnement est maximale.

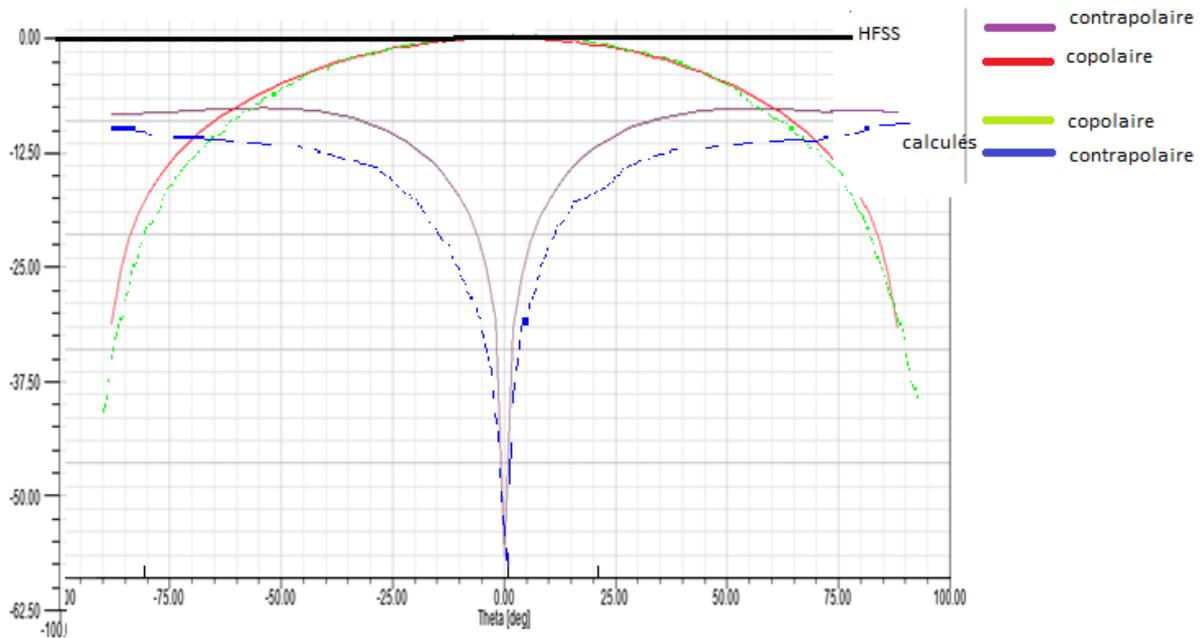
Concernant la figure (3.9) elle représente la variation de la composante contrapolaire en fonction de la direction  $\theta$  dans le plan  $H$ . La figure montre que la contribution des courants  $I_x$  est minimale en  $\theta = 0$  et augmente au fur et à mesure que l'on s'écarte de cette direction. On peut constater que le niveau de la courbe obtenue par le simulateur est supérieur au niveau de la courbe obtenu par nos calculs, ceci est due aux ondes de surface qui n'ont pas été pris en considération .



*Fig. 3.8 Composante copolaire dans le plan **H***

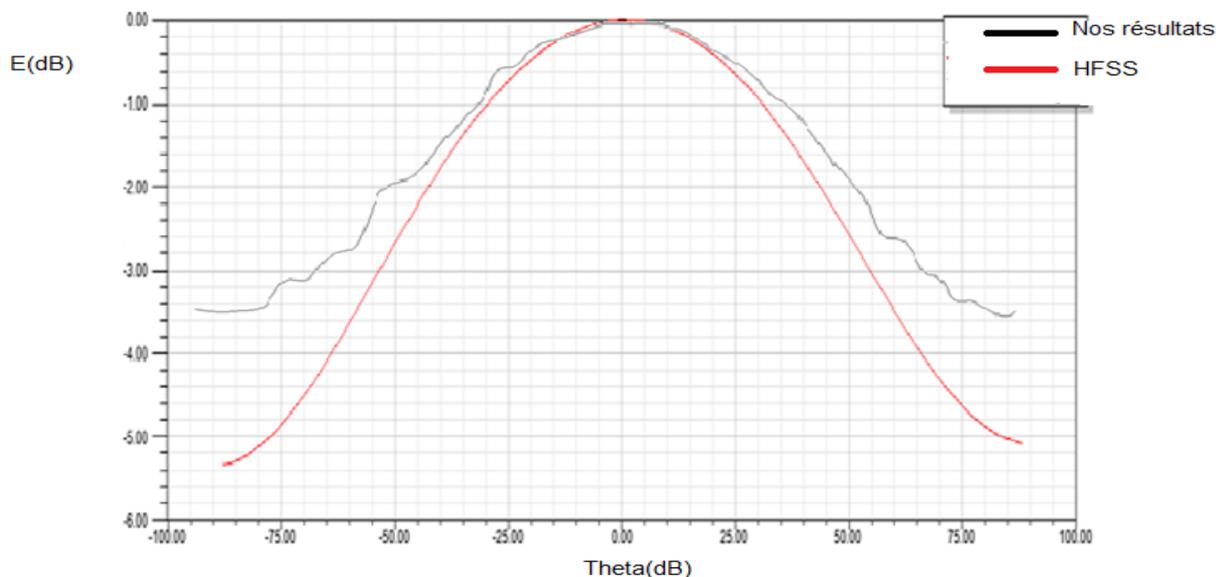


**Fig. 3.9 Composante contrapolaire dans le plan  $H$**



**Fig. 3.10 Composante copolaire et contrapolaire dans le plan  $H$**

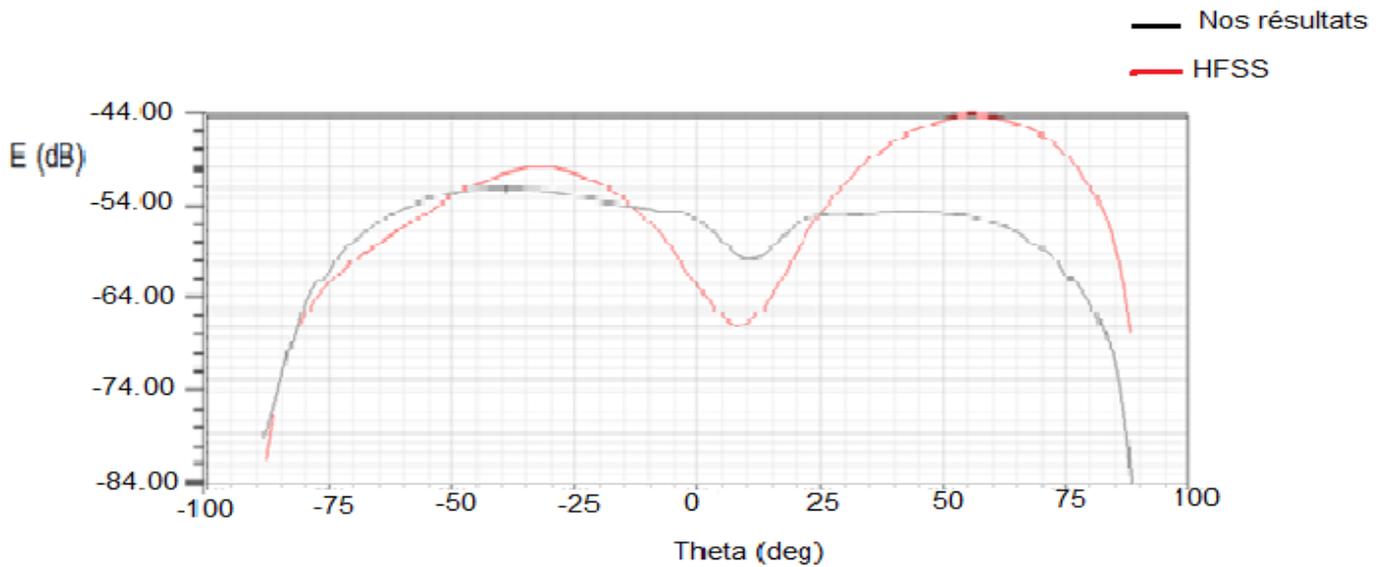
On remarque que les deux composantes du champ dans le plan  $H$  sont pratiquement au même niveau, car la composante contrapolaire elle dépasse les niveaux  $-20\text{dB}$  qui représente la référence, donc on constate que cette antenne n'a pas une bonne pureté de polarisation.



**Fig. 3.11 Composante copolaire dans le plan  $E$**

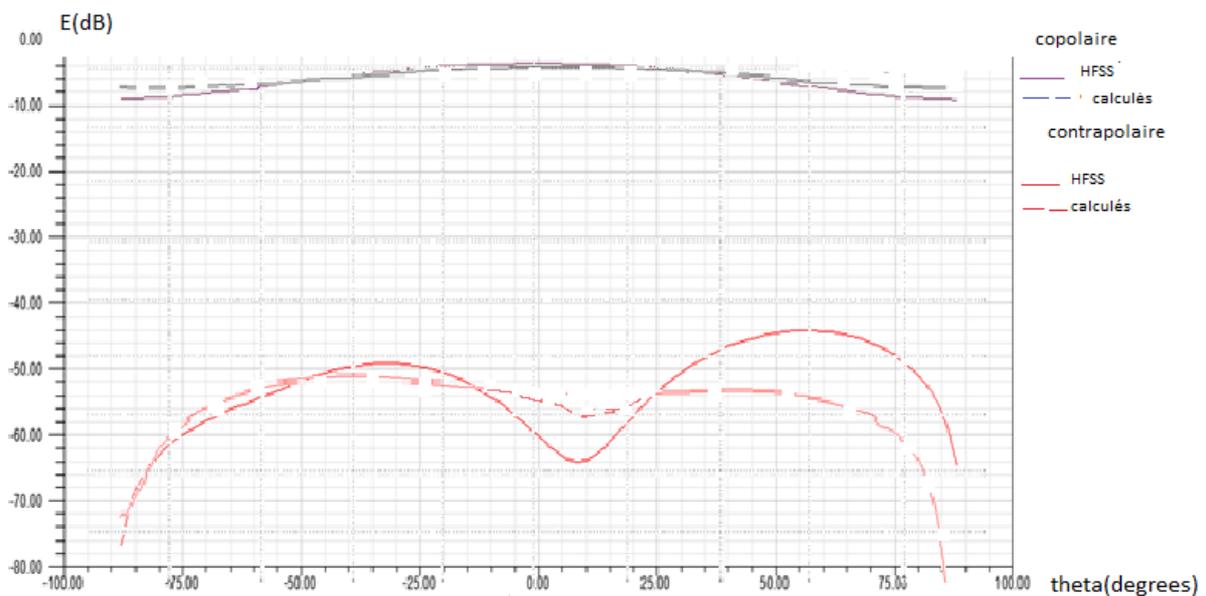
La courbe de la figure (3.11) représente la variation de la composante copolaire dans le plan  $E$  en fonction de  $\theta$ .

La figure montre que la contribution des courants  $I_y$  est maximale dans la direction  $\theta = 0$  et elle diminue lorsqu'on s'écarte de cette direction, ceci est vérifié vu la distribution des courants  $I_y$  sur le patch ( Fig.3.2).En ce qui concerne les résultats obtenus par le simulateur. D'après la courbe, le niveau de la composante copolaire n'est pas au même niveau que celle obtenue par le biais du calcul, ceci est due aux ondes de surface .



**Fig. 3.12 Composante contrapolaire dans le plan E**

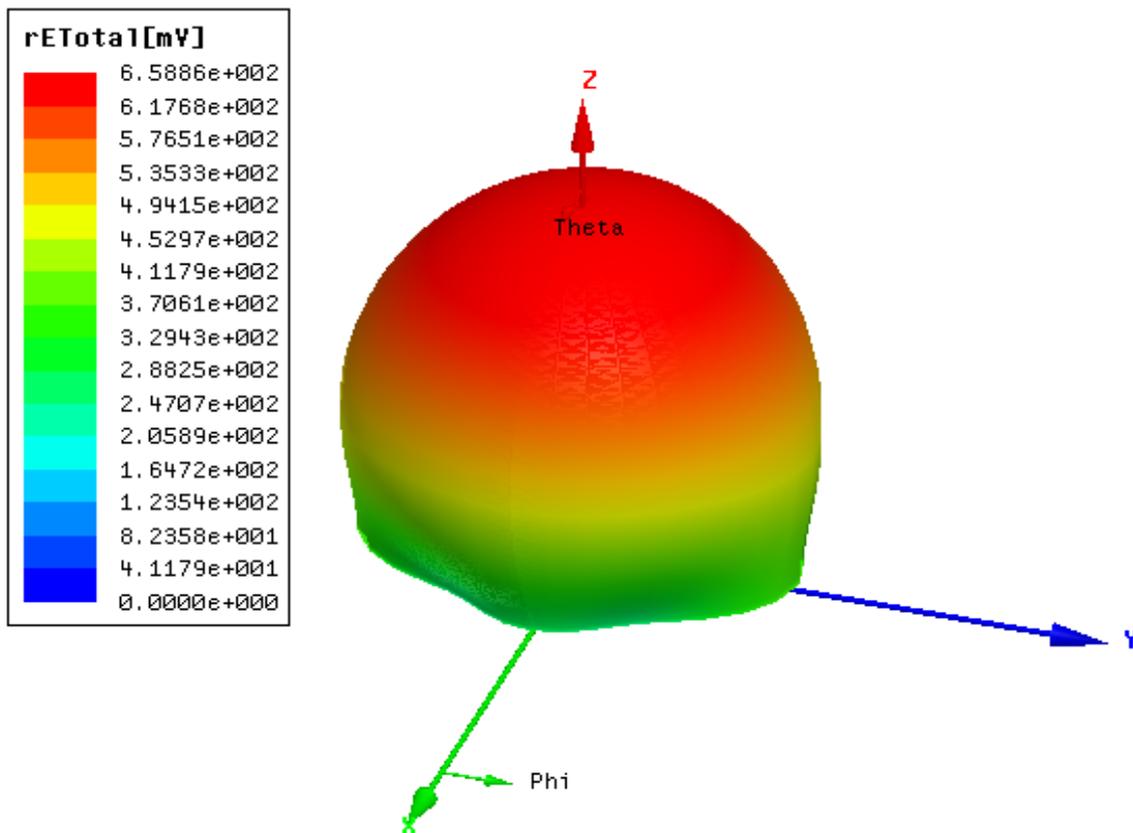
La courbe de la figure(3.12) montre la variation de la composante contrapolaire dans le plan  $E$  en fonction de la direction  $\theta$  .On constate que le niveau de cette composante dans les valeurs calculées est plus faible que dans les valeurs obtenues avec la simulation, cette différence de niveau est due aux ondes de surface qui n'ont pas été prises en considération dans nos calculs (hypothèse du plan de masse infini qui est en réalité de dimensions finies).



**Fig. 3.13. Composantes copolaires et contrapolaires dans le plan E en fonction de  $\theta$**

La figure (3.13) montre que la composante copolaire a un niveau dépassant les **20dB** comparée à la composante contrapolaire. Ceci s'explique par la distribution des courants  $J$  qui sont pratiquement dirigés suivant l'axe  $Oy$  donc les composantes suivant  $Ox$  sont très faibles, leur effet est pratiquement négligeable. De cette différence de niveau on peut dire qu'on a une bonne pureté de polarisation dans le plan  $E$ .

### 3.6.2 Diagramme de rayonnement du champ total

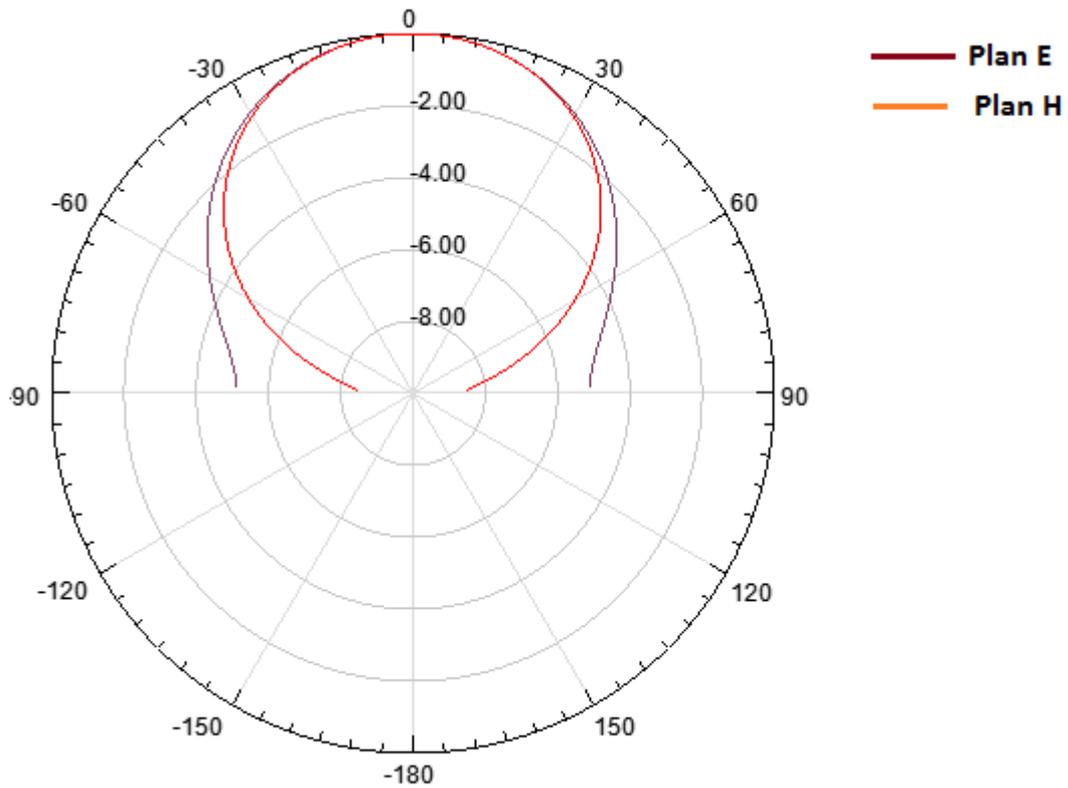


### 3.14 Diagramme de rayonnement du champ total en 3D

La figure (3.14) représente le diagramme de rayonnement du champ total en 3D de l'antenne. On remarque que le rayonnement est omnidirectionnel.

En analysant la figure (3.15) qui représente le diagramme de rayonnement du champ totale de l'antenne dans les plans  $E$  et  $H$  en dB. On peut calculer l'angle en demi-puissance.

$$\theta_{3dB} = 45^\circ.$$



### 3.15 Diagramme de rayonnement du champ total dans les plans **E** et **H**

# *Conclusion*

## ***Conclusion***

La méthode des moments appliquée à la résolution de l'équation intégrale détermine les courants surfaciques qui sont à l'origine des caractéristiques radioélectriques de l'antenne.

Cette détermination, quelque peu imprécise de l'impédance d'entrée. Est due à la non-incorporation de la sonde dans l'équation intégrale. L'utilisation de formules empiriques modélisant la sonde ne résout pas toujours le problème. De plus, de telles expressions enlèvent le caractère général de la méthode. Le découpage n'est pas le plus adéquat d'un point de vu temps de calcul pour la forme triangulaire d'où une étude plus rigoureuse peut se faire, en utilisant d'autres types de fonction de base (RWG).

En ce qui concerne le calcul du champ, une cause d'écart par rapport aux mesures et la finitude du plan de masse (Annexe A) qui conduit à une différence entre le champ calculé et celui obtenu par le simulateur HFSS qui tient compte aussi bien de la diffraction sur les bords que de l'effet des ondes de surfaces.

Il est donc nécessaire de corriger les champs par d'autres théories dont entre autre la théorie uniforme de la diffraction.

La bande passante de l'antenne est relativement faible. Ce qui est une caractéristique des APM qu'on modélise souvent à l'aide des circuits sélectifs .Plusieurs techniques d'élargissement de la bande passante existent telles que :

- L'ajout d'éléments parasites
- L'utilisation de structures multicouches...

## Annexe A

### Détermination des fonctions de Green

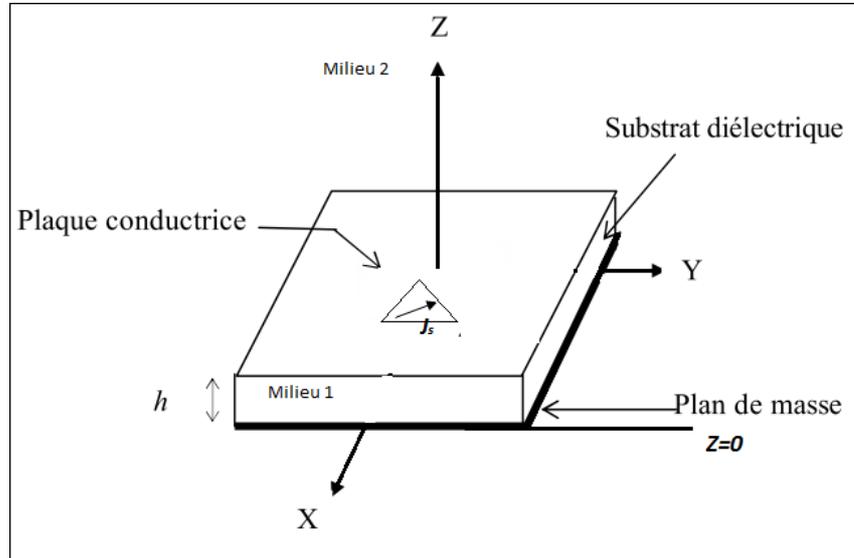


Fig. A.1 Structure à étudier

Si on considère la structure d'une APM de la figure (A.1), en tenant compte de l'hypothèse que le plan de masse et les dimensions du substrat sont infinies donc on peut tirer les fonctions de **Green** pour cette structure. Les fonctions de **Green** représentent la réponse impulsionnelle du système.

Considérons un courant surfacique  $\vec{J}_s$  sur le patch s'écrivant sous la forme :

$$\vec{J}_s = J_x \hat{x} + J_y \hat{y}$$

D'après les équations de Maxwell

$$\nabla \wedge \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{H} \quad (\text{A.1})$$

$$\nabla \wedge \vec{H} = -j\omega\epsilon \vec{E} \quad (\text{A.2})$$

Ces équations sont écrites pour les deux milieux 1 et 2 distincts par leur  $\epsilon$  tel que

$$\epsilon = \begin{cases} \epsilon_0 \epsilon_r, & 0 < z < d \\ \epsilon_0, & z > d \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

D'après (A.1) (A.2) permettent d'écrire

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = \vec{0} \quad (\text{A.4})$$

$$\nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = \vec{0} \quad (\text{A.5})$$

Avec

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon}$$

En anticipant une solution de la forme d'une onde plane (TEM) avec un facteur de propagation  $e^{\mp jk_x x} e^{\mp jk_y y} e^{\mp jk_z z}$ , les équations (A.4) et (A.5) permettent d'écrire les constantes de propagation suivant la direction  $z$  :

$$-k_x^2 - k_y^2 - k_z^2 + k^2 = 0$$

En posant  $\beta^2 = k_x^2 + k_y^2$

$$k_z^2 = \begin{cases} k_1^2 = \varepsilon_r k_0^2 - \beta^2, & \text{pour } 0 < z < h \\ k_2^2 = k_0^2 - \beta^2, & \text{pour } z > h \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

Avec

$$k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$$

Cherchons les composantes transverse des champs ( $E_x, E_y, H_x$  et  $H_y$ ) en fonction des composantes longitudinales ( $E_z$  et  $H_z$ )

Le développement des équations (A.1) et (A.2) en y remplaçant  $\frac{\partial}{\partial n}$  par  $jk_n$  ( $n = x$  ou  $y$ ) conduit à :

$$\begin{cases} jk_y E_z - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -j\omega \mu_0 H_z \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - jk_x E_z = -j\omega \mu_0 H_z \\ jk_x E_y - jk_y E_x = -j\omega \mu_0 H_z \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{cases} jk_y H_z - \frac{\partial H_z}{\partial z} = j\omega \varepsilon E_x \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - jk_x H_z = j\omega \varepsilon E_y \\ jk_x H_y - jk_y H_x = j\omega \varepsilon E_z \end{cases}$$

La manipulation de (A.7) permet d'obtenir les expressions suivantes :

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) E_x = \omega \mu_0 k_y H_z + jk_x \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right)E_y &= -\omega\mu_0 k_x H_z + jk_y \frac{\partial E_z}{\partial z} \\
\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right)H_x &= -\omega\varepsilon k_y E_z + jk_x \frac{\partial H_z}{\partial z} \\
\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right)H_y &= \omega\varepsilon k_x E_z + jk_y \frac{\partial H_z}{\partial z}
\end{aligned} \tag{A.8}$$

Utilisant la transformée de *Fourier* dans l'équation (A.8):

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right)\tilde{E}_x &= \omega\mu_0 k_y \tilde{H}_z + jk_x \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial z} \\
\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right)\tilde{E}_y &= -\omega\mu_0 k_x \tilde{H}_z + jk_y \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial z} \\
\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right)\tilde{H}_x &= -\omega\varepsilon k_y \tilde{E}_z + jk_x \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial z} \\
\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right)\tilde{H}_y &= \omega\varepsilon k_x \tilde{E}_z + jk_y \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial z}
\end{aligned} \tag{A.9}$$

Ces équations sont valides pour les deux régions (1) et (2), en remplaçant  $k$  par  $k_1$  et  $k_2$  respectivement.

L'hypothèse du plan de masse infini impose que l'on choisisse soit  $+jk_x$  soit  $-jk_x$  (non pas les deux simultanément). Ces deux éventualités vont conduire aux mêmes fonctions de *Green*

Dans les deux régions nous avons toujours  $\frac{\partial^2}{\partial z^2} = -k_z^2$ . donc,  $\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 = -k_z^2 + k^2 = \beta^2$

L'ensemble (A.9) peut se reformuler comme:

$$\begin{aligned}
\tilde{E}_x &= \frac{1}{\beta^2} \left( \omega\mu_0 K_y \tilde{H}_z + jK_x \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial z} \right) \\
\tilde{E}_y &= \frac{1}{\beta^2} \left( -\omega\mu_0 K_x \tilde{H}_z + jK_y \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial z} \right) \\
\tilde{H}_x &= \frac{1}{\beta^2} \left( -\omega\varepsilon K_y \tilde{E}_z + jK_x \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial z} \right) \\
\tilde{H}_y &= \frac{1}{\beta^2} \left( \omega\varepsilon K_x \tilde{E}_z + jK_y \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial z} \right)
\end{aligned} \tag{A.10}$$

Une fois les composantes longitudinale sont déterminées, les composantes transversales seront déterminées par le biais de l'équation (A.10).les composantes longitudinales sont solution de (A.4) et (A.5) projetés suivant Z.

$$\nabla^2 E_z(x, y, z) + k^2 E_z(x, y, z) = 0 \quad (\text{A.11})$$

$$\nabla^2 H_z(x, y, z) + k^2 H_z(x, y, z) = 0$$

(A.11) Peut se réécrire comme suit

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} E_z(x, y, z) + K_z^2 E_z(x, y, z) = 0 \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} H_z(x, y, z) + K_z^2 H_z(x, y, z) = 0$$

Dans le domaine spectral,(A.12) deviennent

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{E}_z(K_x, K_y, z) + K_z^2 \tilde{E}_z(K_x, K_y, z) = 0 \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{H}_z(K_x, K_y, z) + K_z^2 \tilde{H}_z(K_x, K_y, z) = 0$$

Des équations (A.13) les solutions générales de  $\tilde{E}_z$  et  $\tilde{H}_z$  sont :

$$\begin{cases} \tilde{E}_z = A e^{-jk_z z} \\ \tilde{H}_z = B e^{-jk_z z} \end{cases} \quad \text{Pour } z > h \quad (\text{A.14})$$

$$\begin{cases} \tilde{E}_z = C \cos k_1 z + D \sin k_1 z \\ \tilde{H}_z = E \sin k_1 z + F \cos k_1 z \end{cases} \quad \text{Pour } 0 < z < h \quad (\text{A.15})$$

Les équations (A.10) et (A.15) donnent les expressions de  $\tilde{E}_x$  et  $\tilde{E}_y$  dans la région  $0 < z < h$

$$\begin{cases} \tilde{E}_x = \frac{\partial k_x}{\partial z} (-C k_1 \sin(k_1 z) + D k_1 \cos(k_1 z)) + \frac{\omega \mu_0 k_y}{\beta^2} (E k_1 \sin(k_1 z) + F k_1 \cos(k_1 z)) \\ \tilde{E}_y = \frac{\partial k_y}{\partial z} (-C k_1 \sin(k_1 z) + D k_1 \cos(k_1 z)) - \frac{\omega \mu_0 k_x}{\beta^2} (E k_1 \sin(k_1 z) + F k_1 \cos(k_1 z)) \end{cases} \quad (\text{A.16})$$

Avec

$$\partial k_x = \frac{\partial k}{\partial x}$$

et

$$\partial k_y = \frac{\partial k}{\partial y}$$

Sur le plan de masse ( $z = 0$ ) les composantes tangentielles du champ électrique sont nulles ( $\vec{E}_x = \vec{E}_y = 0$ )

Ce qui conduit à ( $D = F = 0$ ), donc

$$\begin{cases} \vec{E}_x = \left( -\frac{jk_x k_z}{\beta^2} C + \frac{\omega \mu_0 k_y}{\beta^2} E \right) \sin(k_1 z) \\ \vec{E}_y = \left( -\frac{jk_y k_z}{\beta^2} C - \frac{\omega \mu_0 k_x}{\beta^2} E \right) \sin(k_1 z) \end{cases} \quad \text{Pour } 0 < z < h \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{cases} \vec{H}_x = \left( \frac{jk_x k_z}{\beta^2} E - \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r k_y}{\beta^2} C \right) \cos(k_1 z) \\ \vec{H}_y = \left( -\frac{jk_y k_z}{\beta^2} E - \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r k_x}{\beta^2} C \right) \cos(k_1 z) \end{cases} \quad \text{Pour } 0 < z < h \quad (\text{A.18})$$

Des équations (A.10), (A.14) et (A.15)

$$\begin{cases} \vec{E}_x = \left( -\frac{k_x k_z}{\beta^2} A + \frac{\omega \mu_0 k_y}{\beta^2} B \right) e^{-jk_z z} \\ \vec{E}_y = \left( -\frac{k_y k_z}{\beta^2} A - \frac{\omega \mu_0 k_x}{\beta^2} B \right) e^{-jk_z z} \end{cases} \quad \text{Pour } z > h \quad (\text{A.19})$$

$$\begin{cases} \vec{H}_x = \left( \frac{k_x k_z}{\beta^2} B - \frac{\omega \varepsilon_0 k_y}{\beta^2} A \right) e^{-jk_z z} \\ \vec{H}_y = \left( \frac{k_y k_z}{\beta^2} B + \frac{\omega \varepsilon_0 k_x}{\beta^2} A \right) e^{-jk_z z} \end{cases} \quad \text{Pour } z > h \quad (\text{A.20})$$

Les conditions de continuité transposées dans le domaine spectrale en  $z = h$  s'écrivent :

$$\begin{cases} \vec{E}_{1x} = \vec{E}_{2x} \\ \vec{E}_{1y} = \vec{E}_{2y} \end{cases} \quad (\text{A.21})$$

$$\begin{cases} H_{x-2} - \vec{H}_{x-1} = \vec{J}_y \\ H_{y2} - \vec{H}_{y1} = \vec{J}_x \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

Où

$\vec{E}_i, \vec{H}_i$  Sont les champs dans le milieu  $i$  ( $i = 1, 2$ )

En utilisant les conditions (A.17), (A.18), (A.19), (A.20), (A.21) et (A.22) permet après certaines manipulations algébriques d'aboutir au système suivant

$$\begin{pmatrix} -jk_1 k_x M & Mk_y & -k_2 k_x & Nk_y \\ -k_1 k_y M & MNk_x & -k_2 k_y & -Nk_x \\ \varepsilon_r k_x QP & -jk_1 k_x P & -Qk_y & k_2 k_x \\ \varepsilon_r Qk_y P & -jk_1 k_y & -Qk_x & k_2 k_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ E \\ A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ RJ_y \\ RJ_x \end{pmatrix} \quad (\text{A.23})$$

Où

$$M = e^{jk_2 h} \sin(k_1 h)$$

$$P = e^{jk_z h} \cos(k_1 h)$$

$$R = b^2 e^{jk_z h}$$

$$N = \omega \mu_0$$

$$Q = \omega \varepsilon_0$$

La résolution de (A.23) en  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{E}$  donne :

$$\begin{cases} \mathbf{C} = \frac{Z_0}{k_0} \left( \frac{k_z k_x}{T_m} \tilde{\mathbf{J}}_x + \frac{k_z k_y}{T_m} \tilde{\mathbf{J}}_y \right) \\ \mathbf{E} = \left( \frac{j k_x}{T_e} \tilde{\mathbf{J}}_y - \frac{j k_y}{T_e} \tilde{\mathbf{J}}_x \right) \end{cases} \quad (\text{A.24})$$

Avec

$$z_0 = 120 \pi$$

$$T_e = k_1 \cos(k_1 d) + j k_2 \sin(k_1 d)$$

$$T_m = \varepsilon_r k_2 \cos(k_1 d) + j k_1 \sin(k_1 d)$$

En remplaçant les expressions de  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{E}$  dans (A.15) et (A.17), on obtient

$$\tilde{\mathbf{E}}_x = \tilde{\mathbf{G}}_{xx} \tilde{\mathbf{J}}_x + \tilde{\mathbf{G}}_{xy} \tilde{\mathbf{J}}_y \quad (\text{A.25})$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_y = \tilde{\mathbf{G}}_{yx} \tilde{\mathbf{J}}_x + \tilde{\mathbf{G}}_{yy} \tilde{\mathbf{J}}_y \quad (\text{A.26})$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_z = \tilde{\mathbf{G}}_{zx} \tilde{\mathbf{J}}_x + \tilde{\mathbf{G}}_{zy} \tilde{\mathbf{J}}_y \quad (\text{A.27})$$

Où

$$\tilde{\mathbf{G}}_{xx} = \frac{-j z_0 \sin(k_1 h)}{k_0 T_e T_m} (k_2 \cos(k_1 h) (\varepsilon_r k_0^2 - k_x^2) + j k_1 \sin(k_1 h) (k_0^2 - k_x^2)) \quad (\text{A.28})$$

$$\tilde{\mathbf{G}}_{yy} = \frac{-j z_0 \sin(k_1 h)}{k_0 T_e T_m} (k_2 \cos(k_1 h) (\varepsilon_r k_0^2 - k_y^2) + j k_1 \sin(k_1 h) (k_0^2 - k_y^2)) \quad (\text{A.29})$$

$$\tilde{\mathbf{G}}_{xy} = \tilde{\mathbf{G}}_{yx} = \frac{j k_x k_y z_0 \sin(k_1 h)}{T_e T_m} (k_2 \cos(k_1 h) + j k_1 \sin(k_1 h)) \quad (\text{A.30})$$

$$\tilde{\mathbf{G}}_{zx} = \frac{Z_0 k_z k_x}{k_0 T_m} \cos(k_1 h) \quad (\text{A.31})$$

$$\tilde{\mathbf{G}}_{zy} = \frac{Z_0 k_z k_y}{k_0 T_m} \cos(k_1 h) \quad (\text{A.32})$$

Par réciprocité, il est possible de montrer que les champs élémentaires  $d\tilde{\mathbf{E}}_x$  et  $d\tilde{\mathbf{E}}_y$ , issus d'un courant  $\tilde{\mathbf{J}}_z$  situé sur la sonde en  $z + dz$ , valent

$$d\tilde{E}_x = \tilde{g}_{xz} \tilde{J}_z dz$$

$$d\tilde{E}_y = \tilde{g}_{yz} \tilde{J}_z dz$$

Avec

$$\tilde{g}_{xz} = -\frac{Z_0 k_2 k_x}{k_0 T_m} \cos(k_1 d)$$

$$\tilde{g}_{yz} = -\frac{Z_0 k_2 k_y}{k_0 T_m} \cos(k_1 d)$$

En considérant que le courant  $\tilde{J}_z$  est constant le long de la sonde, nous obtenons les expressions du champ issu du courant le long de la sonde.

$$\tilde{E}_x = \tilde{G}_{xz} \tilde{J}_z$$

$$\tilde{E}_y = \tilde{G}_{yz} \tilde{J}_z$$

Avec

$$\tilde{G}_{xz} = \int_0^h \tilde{g}_{xz} dz$$

$$\tilde{G}_{yz} = \int_0^h \tilde{g}_{yz} dz$$

Ce qui donne une expression finale de  $\tilde{G}_{xz}$  et  $\tilde{G}_{yz}$ , soit

$$\tilde{G}_{xz} = -\frac{Z_0 k_y k_2 \sin(k_1 h)}{k_0 k_1 T_m} \quad (\text{A.33})$$

$$\tilde{G}_{yz} = -\frac{Z_0 k_x k_2 \sin(k_1 h)}{k_0 k_1 T_m} \quad (\text{A.34})$$

# Annexe B

## Courants de base et de test

$$I_{xn}(x, y) = \frac{1}{W} \frac{\sin[k_g(a - |x - X(l) - na|)]}{\sin(k_g a)} \quad n = 1, N_x$$

Avec

$$\begin{cases} a(n-1) \leq x - X(l) \leq a(n+1) \\ 0 \leq y - Y(l) \leq w \end{cases}$$

$$I_{yn}(x, y) = \frac{1}{L} \frac{\sin[k_g(b - |y - Y(l) - nb|)]}{\sin(k_g b)} \quad n = 1, N_y$$

Avec

$$\begin{cases} b(n-1) \leq y - Y(l) \leq b(n+1) \\ 0 \leq x - X(l) \leq L \end{cases}$$

ou

$$a = \frac{L}{1 + N_x}, \quad b = \frac{W}{1 + N_y}, \quad k_g = k_0 \sqrt{\epsilon_g}$$

D'après [25]

$$\epsilon_g = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + \frac{12d}{W}\right)^{-1/2}$$

Les transformées de Fourier de ces courants s'écrivent :

$$\tilde{I}_{xn}(k_x, k_y) = 2e^{-jk_y \frac{W}{2}} \left[ \frac{\sin\left(k_y \frac{W}{2}\right)}{k_y \frac{W}{2}} \right] \left[ \frac{k_g e^{-jk_y na}}{k_g^2 - k_x^2} \right] \left[ \frac{\cos(k_x a) - \cos(k_g a)}{\sin(k_g a)} \right] e^{-jk_x X(l)} e^{-jk_y Y(l)}$$

Avec :  $n = 1, N_x$

$$\tilde{I}_{yn}(k_x, k_y) = 2e^{-jk_x \frac{W}{2}} \left[ \frac{\sin(k_x \frac{W}{2})}{k_x \frac{W}{2}} \right] \left[ \frac{k_e e^{-jk_y n a}}{k_e^2 - k_y^2} \right] \left[ \frac{\cos(k_y a) - \cos(k_e a)}{\sin(k_e a)} \right] e^{-jk_x X(l)} e^{-jk_y Y(l)}$$

Avec :  $n = 1, N_y$

$I_z$  est le courant d'excitation localisé au point  $(x_p, y_p, 0 \leq z \leq h)$ . il est défini comme suit

$$I_z = \delta(x - x_p) \cdot \delta(y - y_p)$$

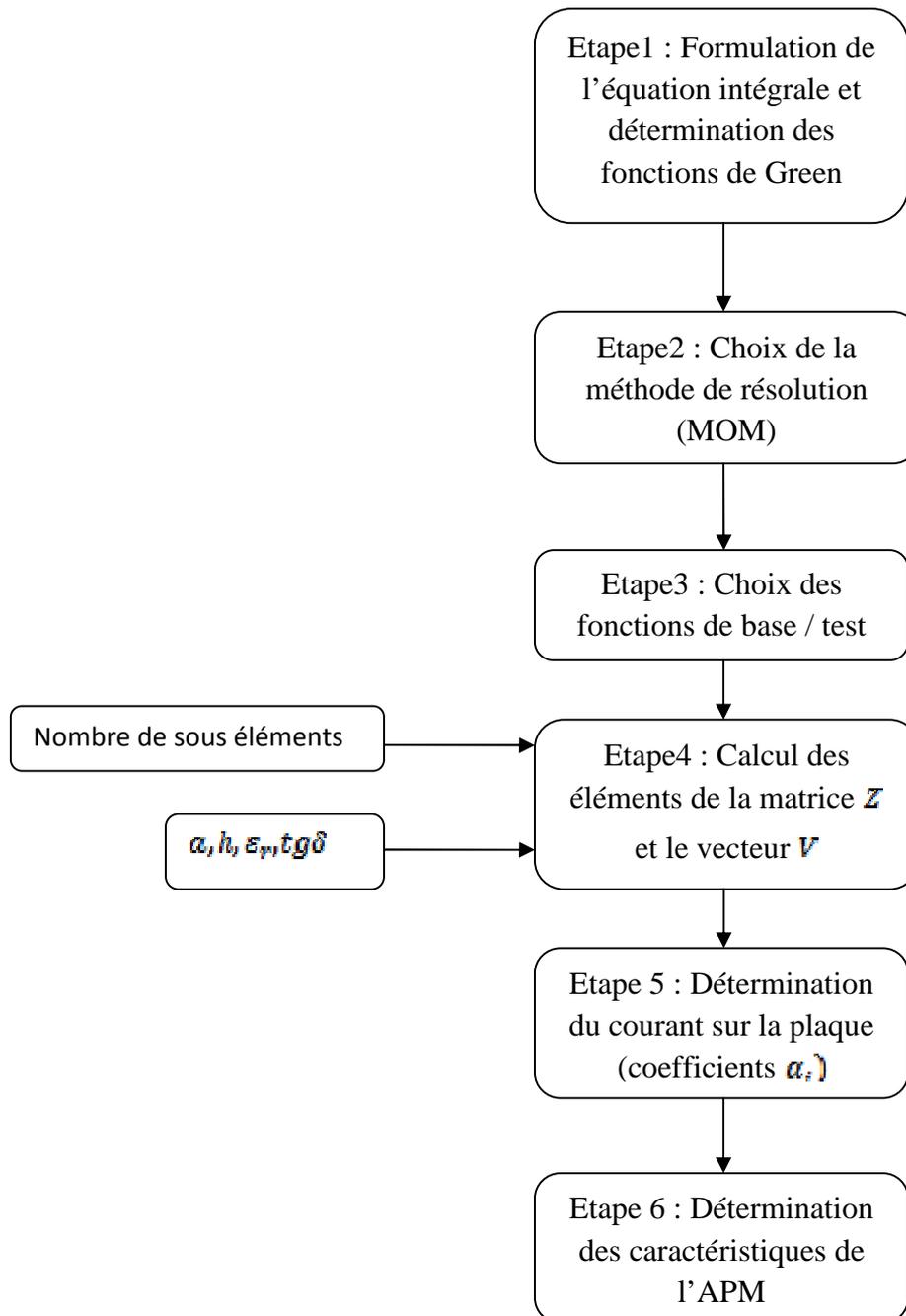
Sa transformée de Fourier s'écrit

$$I_z = e^{-jk_x x_p} e^{-jk_y y_p}$$

## Annexe C

### Organigrammes et étapes de calcul

La méthode choisie comme il a été cité précédemment est la méthode des moments (MOM) dans le domaine spectrale. Les étapes d'analyse sont résumées dans l'organigramme ci-dessous :



#### A3.1. Etapes de calcul et d'analyse par la MOM

Après formulation de l'équation intégrale à l'aide des conditions aux limites (chap.2), on détermine les fonctions de **Green** propres à la structure afin de permettre le calcul des éléments de la matrice et du second membre du système d'équations d'après les équations (2.30) et (2.31). Dans cette étape le calcul d'intégrales qui sont les éléments de la matrice a été effectué à l'aide de l'algorithme de **Romberg** cet algorithme est illustré ci-dessous :

$$I(x) = \int_a^b f(x) dx$$

Des éléments  $R(j, k)$  ( $k = 0, j$ ) sont définis leurs valeurs sont déterminées par récurrence, en fonction de  $R(j, k - 1)$  et  $R(j - 1, k - 1)$  ce qui nécessite à l'étape  $k = 1$  la connaissance de  $R(j - 1, 0)$ , donc la connaissance de  $R(0, 0)$ . Cet élément correspond à la première étape lors de l'intégration par la méthode des trapèzes. De plus le calcul de ces étapes nécessitera la connaissance de la fonction à intégrer  $f$  en des points distants de  $h_j = (b - a)/2^j$ . Les expressions des différents éléments sont données ci-dessous :

$$R(0, 0) = \frac{h_0}{2} (g(a) + g(b))$$

$$R(j, 0) = \frac{R(j - 1, 0)}{2} + h_j \sum_{k=1}^{2^{j-1}} g(a + (2k - 1)h_j), \quad j \geq 1$$

$$R(j, k) = \frac{4^k R(j, k - 1) - R(j - 1, k - 1)}{4^k - 1}, \quad 1 \leq k \leq j$$

Nous avons donné uniquement l'algorithme d'une simple intégrale étant donné que notre double intégrale se réduit à deux intégrales simples.

# Annexe D : relations de récurrence

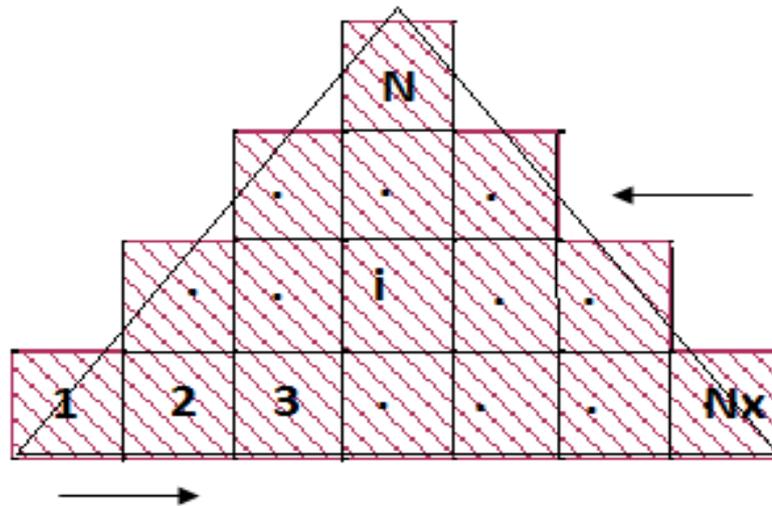


Fig. D.1 structure pyramidale

Soit la structure à étudier de la figure (D.1). Le nombre d'éléments dans cette structure dépend essentiellement du nombre d'éléments choisis au niveau de la base de la structure de  $N_x$ . Notre structure est pyramidale donc le nombre minimal d'éléments choisis est de 3 et impaire afin que notre structure puisse définir la géométrie triangulaire, ce nombre étant choisi  $N_x$ , le nombre total de sous éléments s'exprime comme suit :

$$\text{Pour } N_x = 3$$

$$N = 4$$

$$N_x = 5$$

$$N = 4 + 5$$

$$N_x = 7$$

$$N = 4 + 5 + 7$$

.....

$$N_x = n$$

$$N = 1 + 3 + 5 + \dots + n$$

Donc

$$N = \frac{(N_x + 1)^2}{4}$$

# *Références*

## *Références*

[1] *L.Thourel*

“ Calcul et conception des dispositifs en ondes centimétriques et millimétriques “  
Cepadues-Ed. (Toulouse) 1990

[2] *R. Aksas*

“ notes du cours les antennes micro-rubans 2010/2011 ”

[3] *Helier (M.)*

“Techniques micro-ondes “  
Editions ELLIPSES 2004

[4] *Mokraoui (A.)*

“Analyse d’une structure micro-ruban de forme rectangulaire à l’aide de l’équation intégrale dans le domaine spectrale “  
Mémoire de PFE Ecole Nationale Polytechnique juin 1997

[5] *Luxey (C.), Staraj (R.), Kosslavas (G.) et Papiernik (A.)*

“Antennes imprimées bases et principes éditions T.I”

[6] *Berber (T.)*

“Conception d'antennes plaques microrubans multicouches et multiformes par la méthode des moments”  
Mémoire de magister Ecole Nationale Polytechnique 2002

[7] *Walton C.Gibson*

“The method of moments in electromagnetic”  
Chapman & Hall/CRC 2008

[8] *Chen-To Tai*

“Dyadic Green Functions in Electromagnetic Theory”

IEEE PRESS 1994

[9] *Lala Hayirli glu and M.Tuncay Birand*

“Computer-Aided Analysis of Microstrip Antennas Employing Parasitic Elements”

International Journal of Microwave Computer Aided Engineering, Vol.3, No.4,  
pp.405-411 1993

**[10] Tapan K. Sarkar ,Pallab Midya ,Zoran A. Maricevic ,Masoud Kahrizi, SadasivaM.Rao and Antonije R.Djorjvic**

“Analysis of arbitrarily shaped Micro strip Patch Antennas Using Sommerfeld Formulation “

International Journal of Microwave and Millimeter-Wave Computer-Aided Engineering, Vol. 2 , No.3,168-178 (1992)

**[11] D.M.Pozar**

“Input Impedance and Mutual Coupling of Rectangular Microstrip Antennas”

IEEE Trans.Antennas and Propagation, Vol.AP30, No.6, November 1982

**[12] R.E.Collin**

“Antennas and radiwave propagation”

McGraw-Hill international Editions, Electrical Engineering Series 1985

**[13] A.C.Ludwig**

“The definitions of cross -polarisation”

IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol.AP-21, No.1, January 1973, pp.116-119

**[14] Constantine A.Balanis**

“Antenna Theory Analysis and Design”.(2<sup>nd</sup> edition) 1988

**[15] R.F.Harrington**

“Matrix methods for field problems”

IEEE,Vol.55,No.2,pp.136-149,February 1967

**[16] D.M Pozar**

“Microstrip Antennas”

Proc.IEEE,Vol.80,No.1,pp.79-81,January 1992

**[17] P.Bhartia,K.V.S.Rao,R.S.Tomar**

“Millimeter-Wave microstrip and printed circuit antennas”

Artech house 1991

**[18] I.J.Bahl,P.Barthia**

“Microstrip Antennas”

Artech house 1980

**[19] W.F.Richards**

“Microstrip Antennas”

Chapter 7 in Antenna Engineering Handbook : Theory, Application and design

(Y-T.Lo and S.Wlee,Eds), Van Nostrand Reinhold Co, New York, 1988

**[20] Lo,Y.T,D.Solomon and W.F.Richards**

“Theory and experiments on microstrip antennas”

IEEE Trans.On antennas and Propagation, Vol.AP-27,1979,pp.137-145

**[21] J.R.Mosing, R.C.Hall and F.E.Gardiol**

“Numerical Analysis of Microstrip Patch Antennas”

Handbook of Microstrip Antennas , Vol.1, IEE Electromagnetic Waves Series 28,  
pp.394, 1989

**[22] James,J.R and C.J.Wilson**

“Microstrip Antennas and array. Pt I- Fundamental Action and Limitaions”

IEEE Journal MOA, Vol.1,1977,pp.175-181

**[23] Uzunoglu,N.K,N.G.Alexopoulos, and J.G.Fikioris**

‘Radiation Propreties of Microstrip Dipole’

IEEE Trans.Antennas and Propagation, Vol, 30, No.3, May 1982, pp.526

**[24] Suzuhi,Y. and Tchiba**

“Computer Analysis Method for Arbitrary Shaped Microstrip Antenna with multiterminals”

IEEE trans.Antennas and Propagation, Vol.32,No.6, June 1984, pp.68-76

**[25] Martinson, T.M., and E.F.Kuester**

“Accurate Analysis of Arbitrary Shaped Resonators on Thin Substrates”

IEEE Trans.Microwave Theory and Techniques, Vol.36, No.2, February 1988,pp.324-331

**[26] Newman, E.H., and P.Tulyathan**

“Analysis of Microstrip Antennas Using Moment Methods”

IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol.29, No.1, January 1981, pp.47-53

**[27] Itoh,T., and W.Menzel**

“A Full-Wave Analysis Method for Open Microstrip Structures”

IEEE Trans.Antennas and Propagation, Vol.29, No.1, January 1981, pp.63-89

**[28] Mosig,J.R.**

“Arbitrary Shaped Microstrip Structures and their analysis with a Mixed Potential Integral Equation”

IEEE Trans.Microwave Theory and Techniques, Vol.36, No.2, February 1988, pp.314-323

**[29] Willis, T.M., and D.L.Sengupta**

“Spectral Analysis of Microstrip Antennas with CG-FFT:Two Dimentional Results”

IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol.37, No.7, July 1989, pp.810-816

**[31] Fan, Z., Lee.K.F.**

“input impedance of rectangular microstrip antennas with an air gap”

Microwave and optical Technology letters, Vol.5, No.13, March 1992, pp.123-125

**[32] D.M.Pozar**

“Analysis and design considerations for printed phased-array antennas”

Handbook of Microstrip Antennas Vol.1, IEE Electromagnetic Waves Series 28, pp.694, 1989

**[33] Newman.E., Forrai D**

“Scattering from a microstrip patch”

IEEE Trans.AP.,USA., 1987, Vol.35, No.3, pp.245-251

**[34] W.F.Richards, Y.T.Lo and D.D.Harrison**

“An improved theory for microstrip antennas and applications”

IEEE Trans .A.P, Vol.27, pp.137-145, USA., 1979

**[35] K.R.Carver and J.W.Mink**

“Microstrip antenna technology”

IEEE Trans.Antennas and Propagations, Vol.AP-29, pp.2-24, January 1981

**[36] G.Kumar and K.C.Gupta**

“Broad-Band Microstrip Antennas Using Additional Resonators Gap-Coupled to the Radiating Edges”

IEEE Trans.Antennas and Propagations, Vol.AP-32, No.12, pp.1375-1379, December 1984

**[37] V.H.Rumsey**

“The Reaction Concept in Electromagnetic Theory”

Physical Review, Series 2, Vol.94, No.6, pp.1483-1491, June 15, 1954

**[38] J.H.Mathews**

“Numerical methods for mathematics, science and engineering”

Prentice-Hall international editions, 1986

**[44] P.J.Davis and P.Rabinowitz**

“Methods of numerical integration”

Werner Rheinboldt editions, 1984

**[45] A.Nachit, J.Foshi**

“spectral domain integral equation approach of an equilateral triangular microstrip antenna using the MoM.

Journal of Microwaves and Optoelectronics, Vol.2, No.1, June 2000

**[46] Jieh-Sen Kuo and Gui-Bin Hsieh**

“Gain Enhancement of a circularly polarized equilateral triangular microstrip antenna with a slotted Ground plane”

IEEE Transactions on antennas and propagation vol.51, No.7, July 2003